
Pedro Gutemberg de Alcântara Segundinho

**ESTUDO DAS VIBRAÇÕES INDUZIDAS POR PEDESTRES EM
PASSARELAS DE MADEIRA**

Tese apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do Título de Doutor em Engenharia de Estruturas.

Área de Concentração: Engenharia de Estruturas
Orientador: Prof. Dr. Antonio Alves Dias

São Carlos
2010

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

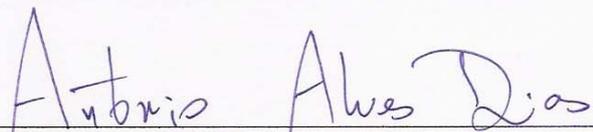
Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

S456e	<p>Segundinho, Pedro Gutemberg de Alcântara</p> <p>Estudo das vibrações induzidas por pedestres em passarelas de madeira / Pedro Gutemberg de Alcântara Segundinho ; orientador Antonio Alves Dias. -- São Carlos, 2010.</p> <p>Tese (Doutorado-Programa de Pós-Graduação e Área de Concentração em Engenharia de Estruturas) -- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2010.</p> <p>1. Passarelas de madeira. 2. Vibrações induzidas por pedestres. 3. Estado limite de serviço. 4. Modelo reduzido. 5. Análise modal. I. Título.</p>
-------	--

FOLHA DE JULGAMENTO

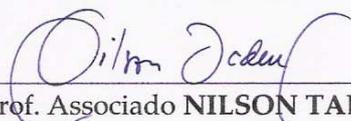
Candidato: Engenheiro PEDRO GUTEMBERG DE ALCÂNTARA SEGUNDINHO.

Tese defendida e julgada em 17/05/2010 perante a Comissão Julgadora:



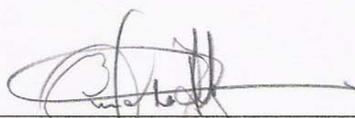
Prof. Dr. **ANTONIO ALVES DIAS** – (Orientador)
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

APROVADO



Prof. Associado **NILSON TADEU MASCIA**
(Universidade Estadual de Campinas/UNICAMP)

APROVADO



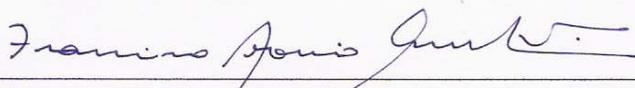
Prof. Associado **EVERALDO PLETZ**
(Universidade Estadual de Londrina/UEL)

APROVADO



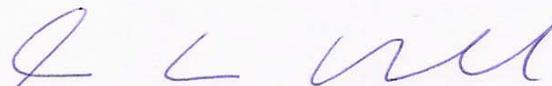
Prof. Dr. **LEOPOLDO PISANELLI RODRIGUES DE OLIVEIRA**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

Aprovado

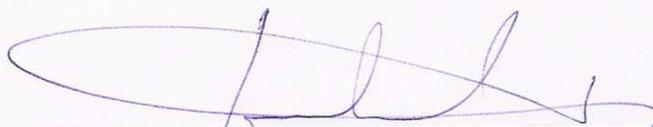


Prof. Titular **FRANCISCO ANTONIO ROCCO LAHR**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

Aprovado



Prof. Associado **MARCIO ANTONIO RAMALHO**
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas)



Prof. Associado **GERALDO ROBERTO MARTINS DA COSTA**
Presidente da Comissão de Pós-Graduação

Dedico este trabalho à minha mãe, Liduina,
e ao meu pai, Pedro.

Agradecimentos

A Deus que, generosamente, me concedeu saúde, disposição e persistência.

Ao Prof. Dr. Antonio Alves Dias, pela preciosa orientação e amizade. Muito obrigado pela sua dedicação e paciência.

Aos Professores Titulares Carlito Calil Jr. e Francisco Antonio Rocco Lahr, pela amizade, incessante estímulo à pesquisa, apoio e por seus exemplos de dignidade e respeito.

Aos meus pais, por me concederem a vida e me apoiarem. Minha caminhada só se justifica por eles.

Aos meus familiares, em especial aos meus irmãos e tios maternos, que sempre me incentivaram e me deram ânimo, muito antes de eu chegar no estado de São Paulo.

A Thais de Cássia Martinelli Guerreiro, pelo apoio incondicional e carinho.

Aos amigos e amigas - Julio Cesar Molina, Marcio Rogério da Silva, Analice Costacurta Brandi, Andrés Batista Cheung, Edna Moura Pinto, Grazieli Luiza Costa Carosio, Filipe Antonio de Coan Ramos, Fernanda Olegário dos Santos, Renato Abrahão de Almeida Mello, Sandra Freire de Almeida, Tatiana de Cássia Coutinho Silva da Fonseca, Fernanda Calmon Nascimento, Alexandre Alves de Freitas, Evaldo Ferezin -, pelo apoio e companheirismo que compartilhamos nestes anos em São Carlos.

A todos os funcionários do LaMEM, SET, EESC e USP que, direta ou indiretamente, contribuíram para que este trabalho fosse realizado.

Em especial ao amigo e doutorando Prof. Marcelo Rodrigo Carreira, do LaMEM/SET, aos técnicos Jorge Nicolau dos Santos e Roberto Carlos Prataviera, do NETeF/SEM, pela disposição em ajudar no desenvolvimento de instrumentos e programação.

A CAPES e ao CNPq, pela concessão da bolsa de estudos e suporte financeiro para o desenvolvimento desta pesquisa.

"Um pessimista vê uma dificuldade em cada oportunidade; um otimista vê uma
oportunidade em cada dificuldade."
(Sir Winston Churchill)

"Não é suficiente que façamos o nosso melhor; às vezes temos de fazer o que é
preciso."
(Sir Winston Churchill)

SEGUNDINHO, P. G. A. **Estudo das vibrações induzidas por pedestres em passarelas de madeira.** 2010. 160 f. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2010.

No Brasil, o estudo a respeito das vibrações induzidas por pedestres em passarelas vem sendo realizado a partir do início dos anos 1990, para passarelas de concreto e de aço. No entanto, ainda não há registro de estudos desse tipo e a norma brasileira NBR 7190 (1997) de projeto de estruturas de madeira apresenta somente critérios de dimensionamento para carregamentos estáticos, no caso de passarelas de madeira. Nesse contexto, este trabalho tem como objetivo geral a análise teórica, numérica e experimental de passarelas de madeira simplesmente apoiadas, com vistas a propor recomendações de projeto relacionadas ao conforto humano nessas estruturas. Este estudo foi desenvolvido a partir da análise de diretrizes normativas e critérios sugeridos por diversos autores, da análise teórica de passarelas dimensionadas segundo os critérios da NBR 7190 (1997), de modelos numéricos construídos em elementos finitos e de ensaios experimentais em modelo reduzido. Entre as conclusões alcançadas, destaca-se que a formulação de Euler-Bernoulli é adequada para o cálculo da primeira frequência natural nas direções transversal vertical e transversal horizontal em passarelas de madeira simplesmente apoiadas; entretanto, especial atenção deve ser dada para a avaliação da rigidez à flexão na direção transversal horizontal. Finalmente, sugeriu-se uma proposta para verificação do estado limite de serviço devido às vibrações induzidas por pedestres em passarelas de madeira simplesmente apoiadas, no tocante ao cálculo de frequências e acelerações, a ser inserida na futura revisão da norma brasileira de projeto de estruturas de madeira.

Palavras-chave: passarelas de madeira. vibrações induzidas por pedestres. estado limite de serviço. modelo reduzido. análise modal.

SEGUNDINHO, P. G. A. **Study of pedestrian-induced vibrations on timber footbridges.** 2010. 160 f. Thesis (Doctoral) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2010.

In Brazil, studies about pedestrian-induced vibrations on footbridges have been carried out since the early 1990s, for concrete and steel footbridges. However, there is no record of such studies and the Brazilian Standard NBR 7190 (1997) for the design of timber structures only presents design requirements for static loads, in the case of timber footbridges. Therefore, this paper aims to general theoretical analysis, numerical and experimental simply-supported beams timber footbridges, with a view to proposing recommendations for projects related to human comfort in these structures. This study was developed from the study of standards guidelines and criteria suggested by several authors, the theoretical analysis of footbridges design according to the criteria of the NBR 7190 (1997), numerical models using finite element and experimental tests on reduced model. Among the conclusions reached, it is emphasized that the formulation of Euler-Bernoulli is suitable for calculating the first natural frequency in vertical and lateral directions simply-supported beams timber footbridges; however, special attention should be given to the evaluation of lateral bending stiffness. Finally, we have suggested a proposal serviceability limit state verification due to pedestrian-induced vibrations on simply-supported beams timber footbridges, concerning the calculation of frequencies and accelerations to be included in a future review of the Brazilian Standard for the design of timber structures.

Keywords: timber footbridges. pedestrian-induced vibrations. serviceability limit state. reduced model. modal analysis.

Figura 2.1: Passarela na Carolina do Norte, USA. Fonte: Fáisca (2003).....	9
Figura 2.2: Vista da Millennium Footbridge. Fonte: Farmer (2003)	10
Figura 2.3: Passarela Toda Park Bridge. Fonte: Nakamura e Fujino (2002).....	11
Figura 2.4: Passarela Toda Park Bridge em um dia de movimento. Fonte: Nakamura e Fujino (2002)	12
Figura 2.5: Auckland Harbour Road Bridge. Fonte: Dallard <i>et al.</i> (2001).....	12
Figura 2.6: Passarela Solferino. Fonte: Dallard <i>et al.</i> (2001).....	13
Figura 2.7: Passarela Alexandra Bridge em Ottawa. Fonte: Dallard <i>et al.</i> (2001).....	14
Figura 2.8: Passarela Queens Park Bridge. Fonte: Dallard <i>et al.</i> (2001).....	14
Figura 2.9: Vistas da passarela Forchheim. Fonte: Seiler <i>et al.</i> (2003).....	15
Figura 2.10: Vista da passarela Forchheim e o segundo modo de vibrar. Fonte: Seiler <i>et al.</i> (2003)	16
Figura 2.11: Vista do ensaio experimental na passarela Forchheim. Fonte: Seiler <i>et al.</i> (2003)	16
Figura 2.12: Modelo completo feito no SAP 2000®. Fonte: Seiler <i>et al.</i> (2003)	17
Figura 2.13: Esquema da passarela de madeira laminada colada Maribyrnong River, Ascot Vale, Melbourne, Austrália. Fonte: Carlin-Smith (1996).....	19
Figura 2.14: Esquema da passarela Dolerw em Central Vales, UK. Fonte: Brownjohn <i>et al.</i> (1994)	20
Figura 2.15: Passarela em Sheffield, UK. Fonte: Pavic e Reynolds (2001).....	21
Figura 2.16: Passarela estaiada. Fonte: Pimentel <i>et al.</i> (2001).....	23
Figura 2.17: Passarela estaiada de madeira	24
Figura 3.1: Viga simplesmente apoiada. Fonte: McConnell e Varoto (2008).....	35
Figura 3.2: Excitação de força concentrada. Fonte: McConnell e Varoto (2008).....	42
Figura 3.3: Inter-relações entre os modelos da análise modal.....	44
Figura 3.4: Aparato de ensaio modal utilizando martelo de impacto	46
Figura 3.5: Espectro (a) e impulso (b) devido ao tipo de ponta do martelo de impacto. Fonte: Bruel & Kjær (2010)	47
Figura 3.6: Exemplo de não ocorrência e ocorrência de <i>Aliasing</i>	50
Figura 3.7: Sinal de impacto e oscilação “filter ring” no domínio do tempo. Fonte: Avitabile, P. (2010)	52
Figura 3.8: Aplicação de janela exponencial no domínio do tempo. Fonte: Avitabile, P. (2010)	53
Figura 3.9: Diagrama geral de bloco de sistema linear. Fonte: McConnell e Varoto (2008)...	54

Figura 3.10: Ensaio em viga engastada utilizando martelo de impacto. Fonte: Avitabile, P. (2010).....	55
Figura 3.11: Ensaio em viga livre livre utilizando martelo de impacto. Fonte: Bruel & Kjaer (2003).....	56
Figura 3.12: Processo de média do sinal amostrado. Fonte: Randall (2002).....	57
Figura 3.13: Método “peak-picking”. Fonte: He e Fu (2001).....	61
Figura 4.1: Padrão típico de forças para corrida e caminhada na direção transversal vertical. Fonte: Galbraith e Barton (1970).....	68
Figura 4.2: Forças na direção transversal vertical para diferentes forma de caminhada. Fonte: Wheeler (1982)	68
Figura 4.3: Dependência do comprimento do passo (l_p), velocidade de passo (v_p), pico de força versus peso estático (c_i) e tempo de contato (t_c) em diferentes frequências de passo (f_p). Fonte: Wheeler (1982).....	69
Figura 4.4: Registro periódico das forças nas direções transversal vertical, transversal horizontal e longitudinal de pessoas caminhando ao longo do tempo. Fonte: Bachmann e Ammann (1987).....	70
Figura 4.5: Distribuição normal da frequência de caminhada na direção transversal vertical. Fonte: Matsumoto <i>et al.</i> (1972).....	71
Figura 4.6: Padrão típico de forças de caminhada na direção transversal vertical. Fonte: Wheeler (1982)	72
Figura 4.7: Faixas de frequências nas direções transversal vertical e transversal horizontal em passarelas. Fonte: Nakamura (2002).....	73
Figura 4.8: Vista na direção longitudinal (a) e seção transversal da viga caixão de aço (b) da passarela em sistema estaiado. Fonte: Fujino <i>et al.</i> (1993).....	74
Figura 4.9: Mecanismo de vibração na direção transversal vertical. Fonte: Fujino <i>et al.</i> (1993)	75
Figura 4.10: Mecanismo de vibração na direção transversal horizontal. Fonte: Fujino <i>et al.</i> (1993).....	76
Figura 4.11: Componentes harmônicos da força de caminhada nas direções (a) transversal vertical, (b) transversal horizontal e (c) longitudinal. Fonte: Bachmann e Ammann (1987) ..	78
Figura 4.12: Fatores de carregamento dinâmicos (α_i) na direção transversal vertical para os quatro primeiros harmônicos da força de caminhada (a), corrida (b) e pulo (c). Fonte: Rainer <i>et al.</i> (1988).....	79

Figura 5.1: Fator de resposta dinâmica em função do comprimento do vão e da taxa de amortecimento da passarela.....	95
Figura 5.2: Relação entre o fator de grupo $k_{vert,f}$ e a primeira frequência natural da passarela na direção transversal vertical $f_{1,vert}$	99
Figura 5.3: Relação entre o fator de grupo $k_{lat,f}$ e a primeira frequência natural da passarela na direção transversal horizontal $f_{1,lat}$	101
Figura 5.4: Curva base de frequência na direção transversal vertical <i>versus</i> aceleração na direção transversal vertical.....	106
Figura 5.5: Curva base de frequência na direção transversal horizontal <i>versus</i> aceleração na direção transversal horizontal.....	106
Figura 5.6: Coeficiente $k_{1,vert}$ relacionado à primeira frequência natural na direção transversal vertical $f_{1,vert}$ da passarela de madeira.....	110
Figura 5.7: Coeficiente $k_{1,lat}$ relacionado à primeira frequência natural na direção transversal horizontal $f_{1,lat}$ da passarela de madeira.....	110
Figura 5.8: Fator de amplificação dinâmica para resposta ressonante devido à carga móvel senoidal cruzando um vão simples. Fonte: Rainer <i>et al.</i> (1988).....	112
Figura 5.9: Fator de amplificação dinâmica de uma viga simplesmente apoiada sendo atravessada por uma carga móvel senoidal. Fonte: Pimentel e Fernandes (2002).....	116
Figura 5.10: Fator de multiplicação devido à carga móvel de vários pedestres cruzando a passarela. Fonte: Grundmann <i>et al.</i> (1993).....	118
Figura 5.11: Comparativo entre critérios normativos para aceitação de vibração na direção transversal vertical.....	119
Figura 5.12: Comparativo entre critérios normativos para aceitação de vibração na direção transversal horizontal.....	120
Figura 6.1: Desenho esquemático das passarelas de madeira com duas vigas.....	127
Figura 6.2: Carregamento crítico nas passarelas de madeira com duas vigas.....	127
Figura 6.3: Variação da altura das vigas em relação aos vãos das passarelas de madeira com duas vigas, para classe de resistência C40 e C60, larguras de 150 e 200 cm.....	128
Figura 6.4: Desenho esquemático das passarelas de madeira com quatro vigas.....	129
Figura 6.5: Carregamento crítico nas passarelas de madeira com quatro vigas.....	129
Figura 6.6: Variação da altura das vigas em relação aos vãos das passarelas com quatro vigas, classe de resistência da madeira C40 e C60, larguras de 150 e 200 cm.....	130
Figura 6.7: Frequências na direção transversal vertical <i>versus</i> vão das passarelas de madeira com duas vigas.....	131

Figura 6.8: Frequências na direção transversal horizontal <i>versus</i> vão das passarelas de madeira com duas vigas.....	132
Figura 6.9: Frequências na direção transversal vertical <i>versus</i> vão das passarelas de madeira com duas vigas.....	133
Figura 6.10: Frequências na direção transversal horizontal <i>versus</i> vão das passarelas de madeira com duas vigas.....	133
Figura 6.11: Frequências na direção transversal vertical <i>versus</i> vão das passarelas de madeira com quatro vigas.....	134
Figura 6.12: Frequências na direção transversal horizontal <i>versus</i> vão das passarelas de madeira com quatro vigas.....	135
Figura 6.13: Frequências na direção transversal vertical <i>versus</i> vão das passarelas de madeira com quatro vigas.....	136
Figura 6.14: Frequências na direção transversal horizontal <i>versus</i> vão das passarelas de madeira com quatro vigas.....	136
Figura 6.15: Acelerações na direção transversal vertical <i>versus</i> vãos das passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C40.....	137
Figura 6.16: Acelerações na direção transversal vertical <i>versus</i> vãos das passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C60.....	138
Figura 6.17: Acelerações na direção transversal vertical <i>versus</i> vãos das passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C40.....	138
Figura 6.18: Acelerações na direção transversal vertical <i>versus</i> vãos das passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C60.....	139
Figura 6.19: Acelerações na direção transversal horizontal <i>versus</i> vão das passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C40.....	139
Figura 6.20: Acelerações na direção transversal horizontal <i>versus</i> vão das passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C60.....	140
Figura 6.21: Acelerações na direção transversal horizontal <i>versus</i> vão das passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C40.....	140
Figura 6.22: Acelerações na direção transversal horizontal <i>versus</i> vão das passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C60.....	141
Figura 6.23: Acelerações na direção transversal vertical <i>versus</i> vãos das passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C40.....	142
Figura 6.24: Acelerações na direção transversal vertical <i>versus</i> vãos das passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C60.....	142

Figura 6.25: Acelerações na direção transversal vertical <i>versus</i> vãos das passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C40	143
Figura 6.26: Acelerações na direção transversal vertical <i>versus</i> vãos das passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C60	143
Figura 6.27: Acelerações na direção transversal horizontal <i>versus</i> vãos das passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C40	144
Figura 6.28: Acelerações na direção transversal horizontal <i>versus</i> vão das passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C60	144
Figura 6.29: Acelerações na direção transversal horizontal <i>versus</i> vão das passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C40	145
Figura 6.30: Acelerações na direção transversal horizontal <i>versus</i> vão das passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C60	145
Figura 6.31: Acelerações na direção transversal vertical <i>versus</i> vãos das passarelas de madeira com quatro vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C40	146
Figura 6.32: Acelerações na direção transversal vertical <i>versus</i> vãos das passarelas de madeira com quatro vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C60	147
Figura 6.33: Acelerações na direção transversal vertical <i>versus</i> vãos das passarelas de madeira com quatro vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C40	147
Figura 6.34: Acelerações na direção transversal vertical <i>versus</i> vãos das passarelas de madeira com quatro vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C60	148
Figura 6.35: Acelerações na direção transversal horizontal <i>versus</i> vão das passarelas de madeira com quatro vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C40 ..	148
Figura 6.36: Acelerações na direção transversal horizontal <i>versus</i> vão das passarelas de madeira com quatro vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C60 ..	149
Figura 6.37: Acelerações na direção transversal horizontal <i>versus</i> vão das passarelas de madeira com quatro vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C40 ..	149
Figura 6.38: Acelerações na direção transversal horizontal <i>versus</i> vão das passarelas de madeira com quatro vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C60 ..	150
Figura 6.39: Acelerações na direção transversal vertical <i>versus</i> vãos das passarelas de madeira com quatro vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C40	151
Figura 6.40: Acelerações na direção transversal vertical <i>versus</i> vãos das passarelas de madeira com quatro vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C60	151
Figura 6.41: Acelerações na direção transversal vertical <i>versus</i> vãos das passarelas de madeira com quatro vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C40	152

Figura 6.42: Acelerações na direção transversal vertical <i>versus</i> vãos das passarelas de madeira com quatro vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C60.....	152
Figura 6.43: Acelerações na direção transversal horizontal <i>versus</i> vãos das passarelas de madeira com quatro vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C40..	153
Figura 6.44: Acelerações na direção transversal horizontal <i>versus</i> vão das passarelas de madeira com quatro vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C60..	153
Figura 6.45: Acelerações na direção transversal horizontal <i>versus</i> vão das passarelas de madeira com quatro vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C40..	154
Figura 6.46: Acelerações na direção transversal horizontal <i>versus</i> vão das passarelas de madeira com quatro vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C60..	154
Figura 6.47: Elemento finito quadrilátero do tipo SHELL. Fonte: CSI [...] (2005)	156
Figura 6.48: Passarela de madeira com duas vigas de vão L igual a 16 m, dividida em elementos finitos do tipo SHELL, de 0,25 m de comprimento.....	157
Figura 6.49: Passarela de madeira com quatro vigas de vão L igual a 16 m dividida em elementos finitos do tipo SHELL, de 0,25 m de comprimento.....	157
Figura 6.50: Composição das forças na direção transversal vertical em função dos harmônicos do movimento de caminhada normal para dois passos consecutivos	160
Figura 6.51: Composição das forças na direção transversal horizontal em função dos harmônicos do movimento de caminhada normal para dois passos consecutivos.....	160
Figura 6.52: Frequência natural na direção transversal vertical para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C60.....	162
Figura 6.53: Frequência natural na direção transversal horizontal para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C60.....	163
Figura 6.54: Frequência natural na direção transversal vertical para as passarelas de madeira com quatro vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C60.....	163
Figura 6.55: Frequência natural na direção transversal horizontal para as passarelas de madeira com quatro vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C60..	164
Figura 6.56: Acelerações na direção transversal vertical das passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C60	165
Figura 6.57: Acelerações na direção transversal horizontal das passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C60.....	165
Figura 6.58: Acelerações na direção transversal vertical das passarelas de madeira com quatro vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C60	166

Figura 6.59: Acelerações na direção transversal horizontal das passarelas de madeira com quatro vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C60	166
Figura 7.1: Dimensões dos elementos principais da passarela de madeira simplesmente apoiada com 24 m de vão	171
Figura 7.2: Dimensões do modelo reduzido de passarela	175
Figura 7.3: Montagem do modelo reduzido	177
Figura 7.4: Modelo reduzido concluído	177
Figura 7.5: Ensaio estático na direção transversal vertical.....	178
Figura 7.6: Ensaio estático na direção transversal horizontal	179
Figura 7.7: Modos de vibrar na direção transversal vertical e transversal horizontal para viga simplesmente apoiada.....	180
Figura 7.8: Pontos de excitação e resposta para as direções transversal vertical e transversal horizontal do modelo.....	180
Figura 7.9: Acelerômetro resistivo modelo AS-2GA.....	181
Figura 7.10: Martelo de impacto modelo 2303	181
Figura 7.11: Decaimento da resposta em frequência do martelo de impacto modelo 2303...	182
Figura 7.12: Painéis de saídas entradas do condicionador e amplificador de sinais	183
Figura 7.13: Módulo NI USB 6009 fabricado pela National Instruments	184
Figura 7.14: Fluxograma do programa de aquisição	186
Figura 7.15: Ensaio dinâmico do modelo reduzido nas direções (a) transversal vertical e (b) transversal horizontal.....	188
Figura 7.16: Sinal de excitação no domínio do tempo na posição $L/2$ (ponto 3) do modelo reduzido nas direções (a) transversal vertical e (b) transversal horizontal.....	188
Figura 7.17: Sinal de resposta no domínio do tempo na posição $L/2$ (ponto 3) do modelo reduzido nas direções (a) transversal vertical e (b) transversal horizontal.....	188
Figura 7.18: Obtenção das frequências naturais e amortecimentos modais na FRF experimental de ponto H_{11} na direção transversal vertical	189
Figura 7.19: FRF de ponto H_{11} experimental e teórica na direção transversal vertical.....	190
Figura 7.20: Coerência da FRF de ponto H_{11} experimental na direção transversal vertical ..	191
Figura 7.21: Valores de $MSF_{Tm3 \text{ versus } Exp}$ para os três primeiros modos de vibrar na direção transversal vertical.....	193
Figura 7.22: Valores de $MAC_{Tm3 \text{ versus } Exp}$ para os três primeiros modos de vibrar na direção transversal vertical.....	193

Figura 7.23: Valores de $COMAC_{Tm3}$ versus Exp para os pontos dos três primeiros modos de vibrar na direção transversal vertical	194
Figura 7.24: Modelo numérico de passarela de madeira	196
Figura 7.25: Modelo numérico reduzido de passarela de madeira com um nó rígido.....	196
Figura 7.26: Modelo numérico reduzido de passarela de madeira com dois nós rígidos	197
Figura 8.1: Coeficiente $k_{1,vert}$ relacionado à primeira frequência natural na direção transversal vertical $f_{1,vert}$ da passarela de madeira	204
Figura 8.2: Coeficiente $k_{1,lat}$ relacionado à primeira frequência natural na direção transversal horizontal $f_{1,lat}$ da passarela de madeira	204
Figura 11.1: Carregamento crítico nas passarelas de madeira	225
Figura 13.1: Definição de comandos. Fonte: Programa SAP2000®	286
Figura 13.2: Introdução de carregamentos. Fonte: Programa SAP2000®	286
Figura 13.3: Função de carregamentos. Fonte: Programa SAP2000®	287
Figura 13.4: Função de carregamentos. Fonte: Programa SAP2000®	288
Figura 13.5: Função de carregamentos. Fonte: Programa SAP2000®	288
Figura 13.6: Função de carregamentos. Fonte: Programa SAP2000®	290
Figura 14.1: FRF de transferência H_{12}	294
Figura 14.2: Frequências naturais experimentais e amortecimento na FRF de transferência H_{12}	295
Figura 14.3: Coerência da FRF de transferência H_{12}	296
Figura 14.4: FRF de transferência H_{13}	297
Figura 14.5: Frequências naturais experimentais e amortecimento na FRF de transferência H_{13}	298
Figura 14.6: Coerência da FRF de transferência H_{13}	299
Figura 14.7: FRF de transferência H_{14}	300
Figura 14.8: Frequências naturais experimentais e amortecimento na FRF de transferência H_{14}	301
Figura 14.9: Coerência da FRF de transferência H_{14}	302
Figura 14.10: FRF de transferência H_{15}	303
Figura 14.11: Frequências naturais experimentais e amortecimento na FRF de transferência H_{15}	304
Figura 14.12: Coerência da FRF de transferência H_{15}	305
Figura 14.13: FRF de ponto H_{22}	306
Figura 14.14: Frequências naturais experimentais e amortecimento na FRF de ponto H_{22}	307

Figura 14.15: Coerência da FRF de ponto H_{22}	308
Figura 14.16: FRF de transferência H_{23}	309
Figura 14.17: Frequências naturais experimentais e amortecimento na FRF de transferência H_{23}	310
Figura 14.18: Coerência da FRF de transferência H_{23}	311
Figura 14.19: FRF de transferência H_{24}	312
Figura 14.20: Frequências naturais experimentais e amortecimento na FRF de transferência H_{24}	313
Figura 14.21: Coerência da FRF de transferência H_{24}	314
Figura 14.22: FRF de transferência H_{25}	315
Figura 14.23: Frequências naturais experimentais e amortecimento na FRF de transferência H_{25}	316
Figura 14.24: Coerência da FRF de transferência H_{25}	317
Figura 14.25: FRF de ponto H_{33}	318
Figura 14.26: Frequências naturais experimentais e amortecimento na FRF de ponto H_{33} ...	319
Figura 14.27: Coerência da FRF de ponto H_{33}	320

Tabela 3.1: Autovalores da equação transcendental. Fonte: McConnell e Varoto (2008).....	37
Tabela 4.1: Fatores dinâmicos de carregamento estimado por diferentes autores	80
Tabela 4.2: Fatores dinâmicos de carregamento. Fonte: Murray <i>et al.</i> (1997).....	84
Tabela 4.3: Tipos de atividades e aplicabilidades em diversos tipos de estruturas. Fonte: Bachmann <i>et al.</i> (1995)	87
Tabela 5.1: Fator de configuração K_{BS}	94
Tabela 5.2: Fator de configuração k_a	99
Tabela 5.3: Valores típicos para frequência de passo (f_p), velocidade (v_p) e comprimento (l_p). Fonte: Bachmann e Ammann (1987)	112
Tabela 5.4: Fator de configuração K_{PF}	116
Tabela 6.1: Valores da classe de resistência das dicotiledôneas na condição-padrão de referência de umidade U igual a 12%. Fonte: NBR 7190 (1997).....	125
Tabela 6.2: Coeficientes de ponderação utilizados no dimensionamento das passarelas de madeira. Fonte: NBR 7190 (1997)	126
Tabela 6.3: Coeficientes de modificação aplicados nas propriedades das madeiras. Fonte: NBR 7190 (1997)	126
Tabela 6.4: Valores de cálculo utilizados nas avaliações dinâmicas e dimensionamento das passarelas de madeira. Fonte: NBR 7190 (1997)	126
Tabela 6.5: Coeficientes de Fourier recomendados para carregamento na direção transversal vertical devido ao movimento de caminhada normal. Fonte: Bachmann <i>et al.</i> (1995).....	159
Tabela 6.6: Coeficientes de Fourier recomendados para carregamento na direção transversal horizontal devido ao movimento de caminhada normal. Fonte: Bachmann e Amman (1987)	159
Tabela 7.1: Valores de frequências teóricas, frequências e amortecimentos experimentais obtidos da FRF de ponto H_{11} na direção transversal vertical	190
Tabela 7.2: Frequências naturais experimentais e amortecimentos modais.....	191
Tabela 7.3: Frequência natural e amortecimento modal.....	192
Tabela 7.4: Frequências naturais nas direções transversal vertical e transversal horizontal do modelo reduzido	195
Tabela 7.5: Frequências naturais nas direções transversal vertical e transversal horizontal da passarela e modelo.....	197
Tabela 7.6: Frequências naturais da passarela real.....	198
Tabela 7.7: Frequências naturais do modelo	198

Tabela 7.8: Relação das frequências naturais do modelo	199
Tabela 12.1: Dimensionamento das passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência C40	239
Tabela 12.2: Dimensionamento das passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência C60	240
Tabela 12.3: Dimensionamento das passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência C40	241
Tabela 12.4: Dimensionamento das passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência C60	242
Tabela 12.5: Dimensionamento das pranchas das passarelas de madeira com duas vigas e classe de resistência C40	243
Tabela 12.6: Dimensionamento das pranchas das passarelas de madeira com duas vigas e classe de resistência C60	243
Tabela 12.7: Cálculo da primeira frequência natural nas direções transversal vertical e transversal horizontal das passarelas de madeira com duas vigas, classe de resistência C40 e largura igual a 150 cm	244
Tabela 12.8: Cálculo da primeira frequência natural nas direções transversal vertical e transversal horizontal das passarelas de madeira com duas vigas, classe de resistência C60 e largura igual a 150 cm	245
Tabela 12.9: Cálculo da primeira frequência natural nas direções transversal vertical e transversal horizontal das passarelas de madeira com duas vigas, classe de resistência C40 e largura igual a 200 cm	246
Tabela 12.10: Cálculo da primeira frequência natural nas direções transversal vertical e transversal horizontal das passarelas de madeira com duas vigas, classe de resistência C60 e largura igual a 200 cm	247
Tabela 12.11: Cálculo da primeira frequência natural nas direções transversal vertical e transversal horizontal das passarelas de madeira com duas vigas, classe de resistência C40 e largura igual a 150 cm	248
Tabela 12.12: Cálculo da primeira frequência natural nas direções transversal vertical e transversal horizontal das passarelas de madeira com duas vigas, classe de resistência C60 e largura igual a 150 cm	249
Tabela 12.13: Cálculo da primeira frequência natural nas direções transversal vertical e transversal horizontal das passarelas de madeira com duas vigas, classe de resistência C40 e largura igual a 200 cm	250

Tabela 12.14: Cálculo da primeira frequência natural nas direções transversal vertical e transversal horizontal das passarelas de madeira com duas vigas, classe de resistência C60 e largura igual a 200 cm	251
Tabela 12.15: Valores das acelerações máximas na direção transversal vertical para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C40.....	252
Tabela 12.16: Valores das acelerações máximas na direção transversal vertical para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C40.....	253
Tabela 12.17: Valores das acelerações máximas na direção transversal vertical para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C40.....	254
Tabela 12.18: Valores das acelerações máximas na direção transversal vertical para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C60.....	255
Tabela 12.19: Valores das acelerações máximas na direção transversal vertical para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C60.....	256
Tabela 12.20: Valores das acelerações máximas na direção transversal vertical para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C60.....	257
Tabela 12.21: Valores das acelerações máximas na direção transversal vertical para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C40.....	258
Tabela 12.22: Valores das acelerações máximas na direção transversal vertical para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C40.....	259
Tabela 12.23: Valores das acelerações máximas na direção transversal vertical para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C40.....	260
Tabela 12.24: Valores das acelerações máximas na direção transversal vertical para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C60.....	261

Tabela 12.25: Valores das acelerações máximas na direção transversal vertical para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C60	262
Tabela 12.26: Valores das acelerações máximas na direção transversal vertical para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C60	263
Tabela 12.27: Valores das acelerações máximas na direção transversal vertical para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C40	264
Tabela 12.28: Valores das acelerações máximas na direção transversal vertical para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C40	265
Tabela 12.29: Valores das acelerações máximas na direção transversal vertical para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C40	266
Tabela 12.30: Valores das acelerações máximas na direção transversal vertical para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C60	267
Tabela 12.31: Valores das acelerações máximas na direção transversal vertical para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C60	268
Tabela 12.32: Valores das acelerações máximas na direção transversal vertical para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C60	269
Tabela 12.33: Valores das acelerações máximas na direção transversal vertical para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C40	270
Tabela 12.34: Valores das acelerações máximas na direção transversal vertical para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C40	271
Tabela 12.35: Valores das acelerações máximas na direção transversal vertical para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C40	272

Tabela 12.36: Valores das acelerações máximas na direção transversal vertical para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C60.....	273
Tabela 12.37: Valores das acelerações máximas na direção transversal vertical para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C60.....	274
Tabela 12.38: Valores das acelerações máximas na direção transversal vertical para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C60.....	275
Tabela 12.39: Valores das acelerações máximas na direção transversal horizontal para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C40.....	276
Tabela 12.40: Valores das acelerações máximas na direção transversal horizontal para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C60.....	277
Tabela 12.41: Valores das acelerações máximas na direção transversal horizontal para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C40.....	278
Tabela 12.42: Valores das acelerações máximas na direção transversal horizontal para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C60.....	279
Tabela 12.43: Valores das acelerações máximas na direção transversal horizontal para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C40.....	280
Tabela 12.44: Valores das acelerações máximas na direção transversal horizontal para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C60.....	281
Tabela 12.45: Valores das acelerações máximas na direção transversal horizontal para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C40.....	282
Tabela 12.46: Valores das acelerações máximas na direção transversal horizontal para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C60.....	283

Tabela 14.1: Frequências naturais experimentais e amortecimento na direção transversal vertical.....	295
Tabela 14.2: Frequências naturais experimentais e amortecimento na direção transversal vertical.....	298
Tabela 14.3: Frequências naturais experimentais e amortecimento na direção transversal vertical.....	301
Tabela 14.4: Frequências naturais experimentais e amortecimento na direção transversal vertical.....	304
Tabela 14.5: Frequências naturais experimentais e amortecimento na direção transversal vertical.....	307
Tabela 14.6: Frequências naturais experimentais e amortecimento na direção transversal vertical.....	310
Tabela 14.7: Frequências naturais experimentais e amortecimento na direção transversal vertical.....	313
Tabela 14.8: Frequências naturais experimentais e amortecimento na direção transversal vertical.....	316
Tabela 14.9: Frequências naturais experimentais e amortecimento na direção transversal vertical.....	319

AASHTO	<i>American Association of State Highway and Transportation Officials</i>
AD	Analógico-Digital
ADC	Conversor Analógico-Digital
B&K	<i>Bruel & Kjaer</i>
BS	<i>British Standards</i>
C40	Classe 40
C60	Classe 60
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CEB	<i>Comité Euro-International Du Beton</i>
CNPq	Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
COMAC	<i>Coordinate Modal Assurance Criterion</i>
CSI	<i>Computers and Structures, Inc.</i>
DFT	Transformada Discreta de Fourier (<i>Discrete Fourier Transform</i>)
EESC	Escola de Engenharia de São Carlos
EMA	Análise Modal Experimental (<i>Experimental Modal Analysis</i>)
EUROCODE	<i>European Committee for Standardization</i>
FFT	Transformada Rápida de Fourier (<i>Fast Fourier Transform</i>)
FRF	Função de Resposta em Frequência
FRI	Função de Resposta ao Impulso
ISO	<i>International Organization for Standardization</i>
LabVIEW	<i>Laboratory Virtual Instruments Engineering Workbench</i>
LaMEM	Laboratório de Madeiras e de Estruturas de Madeira
MAC	<i>Modal Assurance Criterion</i>
MDOF	Múltiplos graus de liberdade (<i>Multiple Degree of Freedom</i>)
MEF	Método dos Elementos Finitos
MSF	<i>Modal Scale Factor</i>
NBR	Norma Brasileira Registrada
NETeF	Laboratório de Engenharia Térmica e Fluidos
OHBDC	<i>Ontario Highway Bridge Design Code</i>
RMS	<i>Root-Mean-Square</i>
SAP2000®	Simulador computacional baseado no Método dos Elementos Finitos, que é marca registrada da <i>Computers and Structures, Inc.</i>
SDOF	Um grau de liberdade (<i>Single Degree of Freedom</i>)
SEM	Departamento de Engenharia Mecânica

SET	Departamento de Engenharia de Estruturas
SIA	<i>Swiss National Standards</i>
SRA	<i>Swedish Road Administration</i>
UK	<i>United Kingdom</i>
USA	<i>United States of America</i>
USB	<i>Universal Serial Bus</i>
USP	Universidade de São Paulo

Letras romanas maiúsculas:

A_p	área do piso da passarela
A_r	constante modal
$A_{\text{sec,pas}}$	área da seção transversal da passarela
C	amortecimento por unidade de comprimento
\mathbf{C}	matriz de amortecimento
C_1 e C_2	coeficientes
C_p	p th amortecimento modal
D_p	rigidez modal dinâmica
E	módulo de elasticidade do material
$E_{c0,ef}$	módulo de elasticidade efetivo à compressão paralela às fibras
$E_{c0,m}$	módulo de elasticidade médio à compressão paralela às fibras
$EI(x)$	rigidez da estrutura por unidade de comprimento
F_m	valor máximo da série de Fourier
H	altura das vigas
H_p	função de resposta em frequência modal
I	momento de inércia
$I_{\text{lat,vig}}$	momento de inércia na direção transversal horizontal das vigas
$I_{\text{vert,vig}}$	momento de inércia na direção transversal vertical das vigas
\mathbf{K}	matriz de rigidez
K_{BS} e K_{PF}	fatores de configuração
L	comprimento da estrutura
L	vão da passarela
M	massa total da passarela
\mathbf{M}	matriz de massa
N	número de harmônicos contribuintes
N	número de modos analisados
N_{ED}	equações desacopladas
N_X	raízes reais
P	peso do pedestre
$P(x)$	distribuição espacial de carregamento
Q_p	p th força de excitação modal

T_p	tempo de passo
X	graus de liberdade

Letras romanas minúsculas:

a_{lat}	aceleração na direção transversal horizontal
$a_{lim,lat}$	aceleração limite na direção transversal horizontal
$a_{lim,vert}$	aceleração limite na direção transversal vertical
a_{vert}	aceleração na direção transversal vertical
b	largura da passarela
c	amortecimento da estrutura
\tilde{c}	amortecimento generalizado do sistema
$f(t)$	força de entrada no domínio do tempo ou externa
$\tilde{f}(t)$	força externa generalizada do sistema
$\mathbf{f}(t)$	força aplicada
$f(x,t)$	força de excitação por unidade de comprimento
$f_{1,lat}$	primeira frequência natural da passarela na direção transversal horizontal
$f_{1,vert}$	primeira frequência natural da passarela na direção transversal vertical
f_{am}	frequência de amostragem do sinal
$f_{c0,d}$	resistência de cálculo à compressão paralela às fibras da madeira
$f_{c0,k}$	resistência característica à compressão paralela às fibras da madeira
f_D	força amortecida
f_I	força inercial
f_{mi}	fator de majoração do impacto do calcanhar
f_N	frequência de <i>Nyquist</i>
f_p	frequência de passo
f_S	força elástica
f_s	frequência do sinal
$f_{v0,d}$	resistência de cálculo ao cisalhamento paralelo às fibras da madeira
$f_{v0,k}$	resistência característica ao cisalhamento paralelo às fibras da madeira
i	número de ordem do harmônico
k	rigidez da estrutura

\tilde{k}	rigidez generalizada do sistema
k	rigidez no centro do vão
$k_{1,lat}$	coeficiente relacionado à primeira frequência natural da passarela de madeira na direção transversal horizontal
$k_{1,vert}$	coeficiente relacionado à primeira frequência natural da passarela de madeira na direção transversal vertical
k_a	fator de configuração
$k_{lat,f}$	fator de grupo relacionado à primeira frequência natural da passarela na direção transversal horizontal
k_{mod}	coeficiente de modificação
$k_{mod,1}$	coeficiente de modificação que leva em conta a classe de carregamento e o tipo de material empregado
$k_{mod,2}$	coeficiente de modificação que leva em conta a classe de umidade e o tipo de material empregado
$k_{mod,3}$	coeficiente de modificação que leva em conta se a madeira é de primeira ou segunda categoria
k_p	p th rigidez modal
k_s	constante de mola
k_{ser}	módulo de deslizamento de serviço
$k_{vert,f}$	fator de grupo relacionado à primeira frequência natural da passarela na direção transversal vertical
l_p	comprimento de passo
m	massa da estrutura
\tilde{m}	massa generalizada do sistema
$m(x)$	massa da estrutura por unidade de comprimento
m_p	massa modal para o p th modo
n	número de ciclos por vão
n	número de passos para cruzar o vão
n_l	número de linhas
n_{ped}	número de pedestres
p	número do modo de vibrar
$q_p(t)$	resposta de cada modo ou q th coordenada generalizada no espaço modal
t	tempo de percurso ou duração do carregamento

\mathbf{u}	deslocamento
u	deslocamento da estrutura
\dot{u}	velocidade da estrutura
\ddot{u}	aceleração da estrutura
y_{est}	flecha estática no centro do vão
$z(t)$	deflexão

Letras gregas minúsculas:

α_i	coeficiente dinâmico ou de Fourier para o i th harmônico
γ_g	coeficiente de ponderação das cargas permanentes
γ_q	coeficiente de ponderação das cargas variáveis
γ_{wc}	coeficiente de minoração da resistência da madeira à compressão
γ_{wv}	coeficiente de minoração da resistência da madeira ao cisalhamento;
ζ	taxa de amortecimento
ζ_p	taxa de amortecimento do modo p
λ	autovalor
ρ_{ap}	densidade aparente da madeira
φ_i	ângulo de fase do i th harmônico
$\psi(x)$	modo da função
ω	frequência natural da estrutura
ω_a	frequência de meia potência (depois da frequência natural do modo p)
ω_b	frequência de meia potência (antes da frequência natural do modo p)
ω_p	frequência natural do modo p

Letras gregas maiúsculas:

δ	amortecimento crítico (decremento logarítmico)
$\delta(x-a)$	função delta de <i>Dirac</i>
$\sigma_{c0,d}$	tensão normal de cálculo à compressão paralela às fibras da madeira
$\tau_{v0,d}$	tensão cisalhante de cálculo ao cisalhamento paralelo às fibras da madeira

Φ e Φ_d	fatores de amplificação dinâmico
ϕ_p	modo de vibrar, autovetor teórico ou numérico
ϕ_x	autovetor experimental
Ψ	fator de resposta dinâmica
Ψ_2	coeficiente para ações variáveis de longa duração

LETRAS ROMANAS MAIÚSCULAS:	XXXI
LETRAS ROMANAS MINÚSCULAS:	XXXII
LETRAS GREGAS MINÚSCULAS:	XXXIV
LETRAS GREGAS MAIÚSCULAS:	XXXIV
1. INTRODUÇÃO	1
1.1. JUSTIFICATIVA	4
1.2. OBJETIVOS	4
1.3. ESTRUTURA DA TESE	5
2. CASOS RELEVANTES DE VIBRAÇÕES EM PASSARELAS	7
2.1. VERIFICAÇÕES REALIZADAS EM PASSARELAS	15
3. FUNDAMENTOS DE DINÂMICA ESTRUTURAL	25
3.1. MODELO PARA UM SISTEMA DE UM GRAU DE LIBERDADE	27
3.1.1. Equação de movimento	27
3.2. MODELO PARA UM SISTEMA DE MÚLTIPLOS GRAUS DE LIBERDADE	29
3.2.1. Equação de movimento	30
3.3. MODELAGEM DO AMORTECIMENTO	30
3.4. ANÁLISE MODAL TEÓRICA	32
3.5. ANÁLISE MODAL DE MODELO CONTÍNUO PARA VIGA DE EULER-BERNOULLI	34
3.5.1. Modelo contínuo para viga simplesmente apoiada	35
3.5.2. Modelo modal e força de vibrações	39
3.5.3. Função de resposta em frequência (FRF) do modelo contínuo	41
3.6. ANÁLISE MODAL EXPERIMENTAL	43
3.6.1. Vinculação da estrutura	44
3.6.2. Excitação da estrutura	45
3.6.3. Processamento digital dos sinais	48
3.6.3.1. Teorema da amostragem (Aliasing)	49
3.6.3.2. Problema de vazamento (Leakage)	50
3.6.3.3. Função de resposta em frequência (FRF) na análise modal experimental	53
3.6.3.4. Processo de média (Averaging)	56
3.6.3.5. Função de coerência	57
3.6.4. Aquisição dos sinais	58
3.6.5. Estimativa dos parâmetros modais	58
3.6.6. Parâmetros de correlação modal	61
3.6.6.1. Parâmetro de correlação global - MSF (Modal Scale Factor)	61

3.6.6.2. Parâmetro de correlação global - MAC (Modal Assurance Criterion).....	63
3.6.6.3. Parâmetro de correlação local - COMAC (Coordinate Modal Assurance Criterion).....	65
4. CARREGAMENTOS INDUZIDOS POR PEDESTRES	67
4.1. MECANISMO DE VIBRAÇÃO EM PASSARELAS, SEGUNDO FUJINO ET AL. (1993)	73
4.2. MODELAGEM DA FORÇA	76
4.3. MODELOS DE CARREGAMENTOS	81
5. CRITÉRIOS PARA AVALIAÇÃO DO CONFORTO HUMANO DEVIDO ÀS VIBRAÇÕES EXCESSIVAS EM PASSARELAS.....	89
5.1. CÁLCULO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS EM PASSARELAS SIMPLEMENTE APOIADAS	90
5.2. CRITÉRIOS NORMATIVOS A RESPEITO DE VIBRAÇÕES EM PASSARELAS.....	92
5.2.1. Norma BS 5400 - Parte 2 (1978)	93
5.2.2. Norma OHBDC (1991).....	96
5.2.3. Norma Eurocode 5 - Parte 2 (1995) “EC5”	97
5.2.4. Normas SIA 160 (1989), CEB (1993) e AASHTO (1997).....	103
5.2.5. Norma Bro (2004).....	104
5.2.6. Norma ISO 10137 (2005)	105
5.2.7. Norma Eurocode 5 - Parte 2 (2004) “EC5 E”	108
5.3. TRABALHOS RELACIONADOS ÀS ACELERAÇÕES EM PASSARELAS.....	111
5.4. CONCLUSÕES A RESPEITO DA REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	118
6. AVALIAÇÃO DA VIBRAÇÃO EM PASSARELAS DE MADEIRA.....	125
6.1. DIMENSIONAMENTO SEGUNDO A NBR 7190 (1997)	125
6.1.1. Ações permanentes	126
6.1.2. Ações variáveis	126
6.1.3. Passarelas de madeira com duas vigas.....	127
6.1.4. Passarelas de madeira com quatro vigas.....	128
6.2. RESULTADOS DO CÁLCULO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS E DAS ACELERAÇÕES	130
6.2.1. Frequências naturais das passarelas com duas vigas	130
6.2.2. Frequências naturais das passarelas com quatro vigas.....	134
6.2.3. Acelerações nas passarelas com duas vigas.....	137
6.2.4. Acelerações nas passarelas com quatro vigas.....	146
6.3. ANÁLISE NUMÉRICA	155
6.3.1. Modelagem das passarelas em elementos finitos.....	156
6.3.2. Carregamentos devido ao movimento de caminhada normal	158

6.3.3. Comparação dos resultados obtidos	162
6.4. CONCLUSÕES A RESPEITO DAS AVALIAÇÕES TEÓRICA E NUMÉRICA.....	167
7. MODELO REDUZIDO DE PASSARELA DE MADEIRA	171
7.1. CARACTERÍSTICAS DA ESTRUTURA REAL.....	171
7.2. CONSTRUÇÃO DO MODELO	174
7.2.1. Caracterização da madeira.....	174
7.2.2. Redução de escala.....	174
7.2.3. Montagem do modelo.....	176
7.3. ANÁLISE EXPERIMENTAL DO MODELO.....	178
7.3.1. Ensaio estático	178
7.3.2. Avaliação dinâmica	179
7.3.2.1. Instrumentos de aquisição	180
7.3.2.2. Programa de aquisição	185
7.3.2.3. Avaliação das FRF do modelo	187
7.4. CÁLCULO TEÓRICO DAS FREQUÊNCIAS	194
7.5. ANÁLISE NUMÉRICA DO MODELO	195
7.6. COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS OBTIDOS PARA AS PRIMEIRAS FREQUÊNCIAS NATURAIS.....	197
8. PROPOSTA PARA VERIFICAÇÃO DO ESTADO LIMITE DE SERVIÇO EM PASSARELAS DE MADEIRA SIMPLEMENTE APOIADAS DEVIDO ÀS VIBRAÇÕES INDUZIDAS POR PEDESTRES.....	201
9. CONCLUSÕES.....	207
10. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	211
11. ANEXO 1 - DIMENSIONAMENTO ESTÁTICO DAS PASSARELAS DE MADEIRA E CÁLCULO TEÓRICO DAS FREQUÊNCIAS E ACELERAÇÕES	221
12. ANEXO 2 - DIMENSIONAMENTO ESTÁTICO E CÁLCULO TEÓRICO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS E ACELERAÇÕES DE PASSARELAS DE MADEIRA....	239
13. ANEXO 3 - CARREGAMENTO DE PEDESTRES NOS MODELOS NUMÉRICOS	285
14. ANEXO 4 - FUNÇÕES DE RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DO MODELO REDUZIDO.....	293

1. INTRODUÇÃO

Os engenheiros civis há algum tempo estão cientes dos problemas causados pelas vibrações excessivas provocadas pelo fenômeno da ressonância nas passarelas. As fontes causadoras desse fenômeno são várias, podendo ter aspectos diferentes como, por exemplo, pedestres praticando alguns modos de caminhada, aglomerações excepcionais de pedestres, ventos fortes, chuva, passagem de veículos pesados sob elas etc. O fenômeno da ressonância ocorre devido à proximidade entre as frequências de excitação relativas às fontes e as frequências naturais da estrutura, que aumenta as amplitudes de deslocamentos provocando desconforto. Além desse aspecto, é importante frisar que a amplitude da vibração também é influenciada pelo amortecimento da estrutura.

Em algumas situações, a atividade de caminhar, quando realizada sobre passarelas, produz vibrações excessivas que são desconfortáveis para os seres humanos e prejudiciais para essas estruturas. É importante ressaltar que o estudo do fenômeno das vibrações excessivas em passarelas causadas por pedestres não é recente no mundo. Mas, nas últimas décadas tem ocorrido uma demanda maior desse tipo de estrutura em virtude do grande aumento da população, tanto urbana quanto rural, e assim os problemas de vibrações excessivas em passarelas têm sido mais evidentes. Também ocorreu melhora na qualidade dos materiais utilizados e, como consequência, melhora nas propriedades mecânicas dos materiais usados na construção dessas estruturas que, privilegiando a estética, tendem a ser cada vez mais leves e esbeltas. Começou-se então a perceber uma maior susceptibilidade a vibrações excessivas dessas estruturas quando submetidas a carregamento dinâmico induzido por pedestres. As demais fontes causadoras de vibrações excessivas nas passarelas não foram levadas em conta neste trabalho, devido à sua menor ocorrência em relação ao desconforto causado aos pedestres.

As vibrações induzidas por pessoas podem conduzir as estruturas ao estado limite de serviço, pois, o corpo humano é muito sensível às vibrações, segundo Wright e Green (1959) e Smith (1988). É muito improvável que essas vibrações causem dano à estrutura, fato confirmado por vários casos relatados na literatura a respeito das vibrações em passarelas, nas quais, apesar das vibrações excessivas, não ocorreram danos na estrutura. Entretanto, deve ser reforçado que outras ações decorrentes de distúrbios ou atos de vandalismo podem causar riscos para a integridade das estruturas.

As vibrações em passarelas têm sido tratadas com atenção em vários códigos normativos de países desenvolvidos. Porém, existem muitas divergências na adoção dos limites para as vibrações excessivas, o que caracteriza uma indicação da incerteza de continuidade nos procedimentos de resolução dos problemas de vibrações induzidos por pedestres. Alguns códigos, como BS 5400 (1978), SIA 160 (1989), OHBDC (1991), CEB (1993), Eurocode 5 (1995), AASHTO (1997), Eurocode 5 (2004), Bro (2004) e ISO 10137 (2005), apresentam diretrizes detalhadas que incluem valores limites para frequências e picos de acelerações. Tais códigos possuem procedimentos de cálculos que são baseados na definição dos carregamentos de pedestres, todavia há discrepâncias nas acelerações calculadas por meio deles e as medidas experimentais realizadas em passarelas, como foram relatadas por Eyre e Cullington (1985).

Os presentes avanços nos instrumentos de medidas têm facilitado as investigações do comportamento dinâmico das estruturas, permitindo a obtenção das frequências naturais, modos de vibrar e taxa de amortecimento das estruturas. As técnicas de análise modal são baseadas em teorias já estabelecidas e assumem um comportamento linear das estruturas. Geralmente, os problemas investigados relativos a passarelas consideram que as mesmas possuem vibrações de pequena amplitude são caracterizados por baixa frequência. No entanto, ainda há poucas experiências na aplicação dessas técnicas em ensaios de passarelas.

O desenvolvimento de novas ferramentas experimentais para avaliar, de maneira precisa, as características estáticas e dinâmicas dos novos projetos permitiu a evolução do cálculo estrutural e, conseqüentemente, a construção de estruturas mais complexas e ambiciosas. Essas ferramentas proveram dados confiáveis para calibrar, atualizar e validar os modelos numéricos da análise estrutural usada no estágio de projeto. O contínuo envelhecimento e a subsequente deterioração estrutural de um grande número de estruturas existentes encorajaram o desenvolvimento de eficientes técnicas de detecção, com o objetivo de monitorar as estruturas ao longo do tempo.

Em relação ao cálculo das vibrações induzidas por pedestres nas passarelas de madeira no Brasil, a norma brasileira registrada NBR 7190 (1997) - Projeto de Estruturas de Madeira - não fornece diretrizes para verificação desse estado limite de serviço. Apenas recomendações sucintas para projetos de pisos são sugeridas no texto dessa norma.

Dentro deste contexto, o objetivo geral deste trabalho é contribuir para um melhor entendimento do desempenho das passarelas de madeira simplesmente apoiadas submetidas aos carregamentos dinâmicos induzidos por pedestres e sugerir critérios normativos para verificação dessas estruturas no estado limite de serviço referente às vibrações.

O trabalho foi desenvolvido por meio de revisão bibliográfica a textos normativos e estudos de diversos autores; da avaliação das vibrações em passarelas dimensionadas para carregamentos estáticos, de acordo com a NBR 7190 (1997); da análise numérica utilizando o método dos elementos finitos, com o programa de análise estrutural SAP2000® versão 10.0.7; da avaliação de vibrações em modelo reduzido. Ao final do trabalho é apresentada sugestão de critério para verificação do estado limite de serviço referente às vibrações em passarelas de madeira em vigas simplesmente apoiadas, visando a implementação na NBR 7190.

1.1. Justificativa

A literatura técnica internacional revela que este assunto é bastante atual e encontra-se em fase de desenvolvimento. No Brasil, a norma brasileira em vigor, NBR 7190 (1997) - Projeto de Estruturas de Madeira, não especifica parâmetros suficientes para avaliar o conforto humano nas passarelas de madeira. As informações obtidas serão úteis para as futuras revisões dessa norma.

A utilização de uma passarela pode deixar de ser normal devido às vibrações excessivas, caso ocorram deformações excessivas imediatas e ao longo do tempo que possam causar danos na estrutura. As vibrações, quando são excessivas, também provocam consequências sérias, tais como: interrupção do uso, reformas com custo elevado, desgaste da imagem dos profissionais envolvidos e perda de valor econômico do patrimônio.

A investigação de vibrações nas direções transversal vertical e transversal horizontal em passarelas de madeira envolve a definição de limites aceitáveis de frequências e acelerações que são exigidos nesses projetos, para que as pessoas possam caminhar confortavelmente sobre essas estruturas. A busca de diretrizes normativas de projeto para as passarelas de madeira no Brasil, principalmente no sistema em vigas simplesmente apoiadas, é importante para garantir melhor desempenho quanto ao conforto humano, para esse tipo de estrutura.

1.2. Objetivos

O trabalho tem como objetivo geral a análise teórica, numérica e experimental de passarelas de madeira em vigas simplesmente apoiadas, no tocante às vibrações induzidas por pedestres.

Os objetivos específicos são os seguintes:

-
- Compreender a ocorrência das vibrações nas direções transversal vertical e transversal horizontal induzidas por pedestres;
 - Analisar as diretrizes normativas existentes para verificação das vibrações das passarelas devido aos carregamentos induzidos por pedestres;
 - Avaliar o comportamento dinâmico das passarelas dimensionadas segundo os critérios estáticos da NBR 7190 (1997);
 - Confeção dos modelos numéricos e a posterior obtenção dos resultados para fins de comparação com os teóricos e experimentais;
 - Obter as propriedades dinâmicas de passarela por meio da análise modal experimental de estruturas, a partir de ensaios dinâmicos realizados em modelo reduzido;
 - Propor critérios para verificação de vibrações nas direções transversal vertical e transversal horizontal em passarelas de madeira, e fornecer subsídios a futuras revisões da norma brasileira NBR 7190 (1997) - Projeto de Estruturas de Madeira.

1.3. Estrutura da tese

No Capítulo 1 são apresentados os objetivos da pesquisa, a justificativa, e também a introdução sobre vibrações excessivas em passarelas e a necessidade de estudos nessa área.

Os capítulos 2 a 5 são referentes à revisão bibliográfica. O Capítulo 2 apresenta os casos mais relevantes de vibrações excessivas em passarelas que ocorreram ao longo dos anos em várias partes do mundo. O Capítulo 3 trata dos conceitos de dinâmica estrutural que são necessários para fazer uma avaliação dinâmica teórica e experimental em passarelas. O Capítulo 4 trata do entendimento e definição dos carregamentos dinâmicos que são introduzidos na estrutura devido aos diversos movimentos de pedestres. No Capítulo 5 tem-se

a apresentação de vários critérios normativos e trabalhos de autores que possibilita a avaliação quanto ao conforto humano em passarelas de madeira ou aquelas feita de outro material.

No Capítulo 6 é feita a aplicação de todos o critérios normativos e trabalhos de autores para uma faixa de vão das passarelas de madeira simplesmente apoiadas, nesse mesmo capítulo também foi feita a análise numérica tomando as passarelas de madeira que se apresentaram mais crítica na análise teórica.

No Capítulo 7 é apresentada a experimentação de um modelo reduzido de passarela de madeira, com a finalidade de verificação dos modelos teóricos e numéricos.

No Capítulo 8 é sugerido um critério para cálculo das frequência e acelerações para verificação do estado limite de serviço devido às vibrações excessivas em passarelas de madeira simplesmente apoiadas.

O Capítulo 9 apresenta as conclusões do trabalho.

O Capítulo 10 tem-se as referências bibliográficas utilizadas neste trabalho.

Os Capítulos 11 a 14 são referentes aos anexos necessários ao entendimento do trabalho.

2. CASOS RELEVANTES DE VIBRAÇÕES EM PASSARELAS

Nas últimas décadas tem existido uma tendência na direção de melhorar as características mecânicas dos materiais usados na construção de passarelas. Isto tem capacitado os engenheiros a fazerem estruturas cada vez mais leves, esbeltas e estéticas. Uma considerável variedade de formas modernas de passarelas são mostradas em artigos recentes de Biliszczuk *et al.* (2002), Block e Schlaich (2002), Eyre (2002), Firth (2002), Iso e Masubuchi (2002), Mimram (2002), Schlaich (2002), Takenouchi e Ito (2002), Worner e Schlaich (2002).

É preciso lembrar que já ocorreram muitos casos de vibrações excessivas em passarelas, e notou-se muito cedo que os carregamentos dinâmicos induzidos por pedestres poderiam gerar efeitos extremos, levando a estrutura ao colapso. Segundo Zivanovic *et al.* (2005) já foram realizados diversos trabalhos anteriores de vibrações nas passarelas. Esse mesmo autor relatou vários casos de vibrações devidas à marcha de regimentos de infantaria cruzando pontes, indicando a necessidade de se considerar, de forma dinâmica os carregamentos induzidos por pedestres nos projetos das passarelas. Depois de 10 anos das observações e previsões de Tilly (1984), ocorreu o colapso de uma ponte na cidade de Broughton, UK, causado pela marcha de 60 soldados. Esse foi um dos eventos que iniciou a divulgação dos famosos avisos, em um considerável número de pontes, com advertência para que as tropas parassem de marchar quando as estavam cruzando, segundo Tilly (1984). De acordo com Taylor (2002), tradução nossa, na ponte pênsil de aço de Niagara Falls, USA, havia a seguinte advertência: “Uma multa de \$50 a \$100 será imposta a todos que marcharem enfileirados sobre esta ponte ou para músicos ou aqueles que mantiverem o passo sincronizado. As tropas devem manter-se fora de sincronismo quando passarem sobre esta

ponte. Não será permitido a nenhuma banda tocar enquanto a cruza, exceto quando sentada em vagões ou carruagens¹”.

É importante notar que o problema tem ocorrido em diferentes sistemas estruturais de passarelas (estaiado, pênsil, simplesmente apoiado) construídas com diversos materiais (madeira, aço-concreto, aço e concreto). O problema das vibrações nas passarelas tornou-se tão alarmante que, na primeira grande conferência internacional chamada “*Footbridge 2002*”, realizada em Paris, França, quase todos os assuntos foram dedicados a este tema. Entre os muitos artigos desta conferência, os autores Schlaich (2002), Bachmann (2002) e Willford (2002) apresentaram o estado da arte nos projetos de vibrações de serviço para passarelas, especialmente com considerações para carregamentos dinâmicos induzidos por pedestres. Considera-se que as vibrações produzidas pelos pedestres devem ser levadas em conta como um item de segurança, segundo Wood (1948), Jones *et al.* (1981), Bachmann e Ammann (1987), Pimentel *et al.* (2001).

Em maio de 2000 ocorreu o desabamento de uma passarela na Carolina do Norte, USA, durante a saída de uma multidão em um evento esportivo, deixando mais de 100 pessoas feridas, segundo Faísca (2003). A causa do colapso foi o efeito dinâmico das cargas de multidão, agravado por problemas de corrosão na estrutura. A Figura 2.1 ilustra a passarela, instantes após o desabamento.

¹*A fine of \$50 to \$100 will be imposed for marching over this bridge in rank and file or to music, or by keeping regular step. Bodies of men or troops must be kept out of step when passing over this bridge. No musical band will be allowed to play while crossing except when seated in wagons or carriages.*



Figura 2.1: Passarela na Carolina do Norte, USA. Fonte: Faísca (2003)

Embora tenham ocorrido muitos casos de vibrações em passarelas, segundo Bachmann e Ammann (1987), Bachmann (1992), Fujino *et al.* (1993), o problema acabou atraindo um público considerável e atenção profissional, principalmente depois do infortúnio ocorrido na nova e atraente Millennium Bridge, Londres, UK, mostrada na Figura 2.2, Dallard *et al.* (2001). Essa passarela, inaugurada no dia 10 de junho de 2000, está localizada sobre o River Thames, em Central London, e liga duas atrações turísticas da cidade, a Saint Paul's Cathedral e a nova galeria de arte Tate Modern no sul, possuindo um sistema estrutural suspenso com comprimento total de 332 m, dividido em um vão central de 144 m e dois vãos horizontais com 80 m e 108 m. Nos primeiros dias, entre 80.000 e 100.000 pessoas cruzaram a passarela, resultando em uma densidade de 1,3 a 1,5 pessoas/m² durante o período, segundo Roberts (2005), causando uma grande vibração. Esse desconforto atraiu muita atenção, dando origem a mais de 1.000 artigos e cerca de 150 programas na mídia em todo o mundo.

Avaliou-se que os movimentos horizontais excessivos dessa passarela foram causados pela forma particular da estrutura, devido a presença de modos de vibrar abaixo de 1,3 Hz na direção transversal horizontal, e também pela combinação da alta densidade de pedestres, pelo sincronismo na direção transversal horizontal dos carregamentos induzidos pelos mesmos. Esses fatores combinados causaram os movimentos horizontais,

principalmente no vão de 108 m localizado em uma extremidade (com uma frequência de aproximadamente 0,8 Hz) e no vão central de 144 m (com frequências iguais a 0,5 e a 0,9 Hz, dependendo do modo de vibrar), segundo Fitzpatrick *et al.* (2001). Observações mostraram que o vão central se movia na direção transversal horizontal aproximadamente 70 mm. Segundo Farmer (2003), os movimentos da passarela foram causados por uma parcela de força na direção transversal horizontal que ocorreu durante a caminhada. A força na direção transversal horizontal, apesar de ser da ordem de 3% da direção transversal vertical, tornou-se preponderante, pois a frequência natural e a de excitação estavam próximas. Os deslocamentos foram amplificados pelo sincronismo do caminhar das pessoas que, elevou ainda mais os níveis de carregamento. Esse exemplo serve para ilustrar a importância de se obter uma descrição correta das cargas geradas pelas pessoas e a necessidade de se levar em consideração no projeto os efeitos dinâmicos que estas cargas podem gerar.



Figura 2.2: Vista da Millennium Footbridge. Fonte: Farmer (2003)

Um dos incidentes mais recentes, relacionado a vibrações excessivas horizontais devido ao sincronismo do carregamento de pedestres, ocorreu na Toda Park Bridge (T-Bridge), Toda City, Japão, segundo Roberts (2005). A T-Bridge é uma passarela em sistema

estaiado, finalizada em 1989, com um vão principal, de 134 m, outro vão menor, de 45 m, e possui 11 cabos em cada um dos dois planos de estais, como mostram as Figuras 2.3 e 2.4. Em um dia de movimento, logo após a passarela ter sido inaugurada, milhares de pessoas a cruzaram, o que resultou em uma fonte de vibração na direção transversal horizontal. A viga central vibrou horizontalmente com amplitudes de 10 mm e uma frequência de 0,9 Hz, frequência natural do primeiro modo de vibrar na direção transversal horizontal. Embora a amplitude não pareça ser tão grande, alguns pedestres se sentiram desconfortáveis e inseguros. As observações que foram registradas por meio de vídeos do movimento da cabeça das pessoas na multidão e pela medida da resposta na direção transversal horizontal, concluíram que 20% das pessoas da multidão sincronizaram perfeitamente os seus passos, segundo Nakamura e Fujino (2002).



Figura 2.3: Passarela Toda Park Bridge. Fonte: Nakamura e Fujino (2002)



Figura 2.4: Passarela Toda Park Bridge em um dia de movimento. Fonte: Nakamura e Fujino (2002)

No ano de 1975, a seção norte da Auckland Harbour Road Bridge, Figura 2.5, na Nova Zelândia, inaugurada em 1965, experimentou vibrações horizontais durante uma manifestação pública, quando a ponte estava sendo cruzada por um número de manifestantes entre 2.000 e 4.000. A ponte possui 190 m de vão e tabuleiro em seção caixão de aço. Sua menor frequência natural de vibração na direção transversal horizontal é 0,67 Hz.

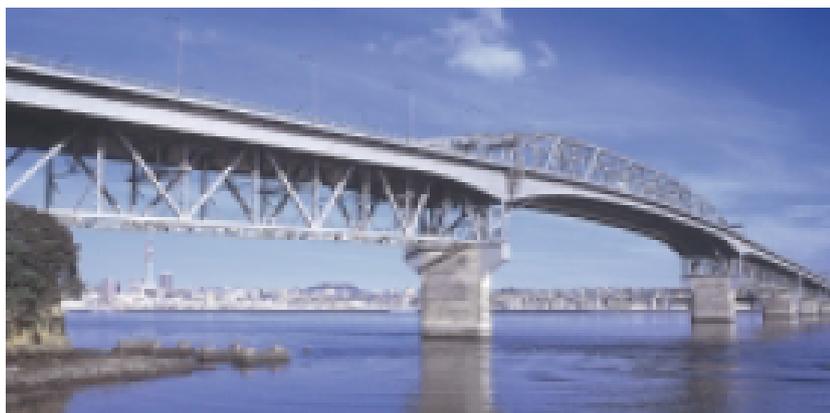


Figura 2.5: Auckland Harbour Road Bridge. Fonte: Dallard *et al.* (2001)

Com certeza, as vibrações horizontais estiveram entre as várias razões do fechamento da passarela Solferino, construída sobre o rio Sena, Paris, França, mostrada na Figura 2.6, imediatamente depois da sua abertura, em dezembro de 1999, segundo Dallard *et al.* (2001). Esta passarela, com 106 m de vão, 140 m de comprimento, largura variável de 11 a 15 m, foi

construída com 900 toneladas de aço, liga a Gare D'Orsay ao Jardin des Tuileries e tem a particularidade de permitir o acesso dos pedestres a partir de dois níveis: no superior, ao ar livre; no inferior, uma escada conduz pelo interior da própria estrutura metálica, até atingir o tabuleiro superior, no centro do arco, onde ambos os níveis se encontram. A estrutura primária da passarela é formada por dois arcos duplos que apresentam dois planos de simetria: longitudinal e transversal. A estrutura secundária é constituída pelos dois tabuleiros, superior e inferior.



Figura 2.6: Passarela Solferino. Fonte: Dallard *et al.* (2001)

Segundo Dallard *et al.* (2001), na estrada Inter-Provincial, a ponte Alexandra Bridge, Ottawa, Canadá, Figura 2.7, também vibrou fortemente em julho de 2000, quando foi sujeita ao carregamento de uma multidão de espectadores que foram ver uma queima de fogos. Esta ponte já havia permanecido em serviço por 100 anos antes desse evento.



Figura 2.7: Passarela Alexandra Bridge em Ottawa. Fonte: Dallard *et al.* (2001)

A passarela Queens Park Bridge, Chester, UK, Figura 2.8, inaugurada em 1923, com vão de 100 m, possuindo em estrutura de aço e piso de madeira, permaneceu sem problemas até 1977, quando apresentou fortes movimentos horizontais provocados por expectadores de uma regata, Dallard *et al.* (2001).



Figura 2.8: Passarela Queens Park Bridge. Fonte: Dallard *et al.* (2001)

2.1. Verificações realizadas em passarelas

A passarela da pequena cidade de Forchheim, Figura 2.9, está localizada a 30 km ao norte de Nurembergue e aproximadamente 200 km de Munique, Alemanha, sobre o canal Main-Donau. A superestrutura da passarela consiste de vigas feitas em treliças de aço, apoiadas em três pontos e cobertas por pranchas de madeira. O tabuleiro da passarela tem 117,5 m de comprimento e 4,25 m de largura; está apoiado, nas suas extremidades, em blocos de concreto, também apoiados em uma viga transversal que se encontra entre os dois mastros de 30 m de altura, aos quais estão conectados os seis cabos do tabuleiro e dois cabos ancorados na superfície, Figura 2.11. Os cabos são pré-tensionados para aumentar a rigidez da passarela e evitar grandes oscilações devido ao vento. Por causa de sua esbelteza, a passarela representa uma típica estrutura de baixo peso, sensível à excitação dinâmica de pedestres.



Figura 2.9: Vistas da passarela Forchheim. Fonte: Seiler *et al.* (2003)

Alguns ensaios experimentais executados com um grupo de pessoas correndo, possibilitaram a análise do comportamento dinâmico da passarela sob excitação induzida por pedestres. Foram realizadas análises numéricas e experimentais, obtendo-se a primeira frequência natural na direção transversal vertical em torno de 1,18 Hz, que é um valor crítico

para excitação devido à caminhada de pessoas. Porém, alguns ensaios mostraram que a estrutura é mais sensível à excitação provocada por pessoas correndo em sincronismo, com uma frequência na direção transversal vertical de 2,76 Hz, que corresponde ao segundo modo de vibrar, conforme mostrado na Figura 2.10. A Figura 2.11 mostra uma imagem de ensaio experimental realizado na passarela, com cinco pessoas correndo em sincronismo bem próximo da segunda frequência na direção transversal vertical. Sob está condição de carregamento, a pessoa já está exposta a oscilações da ordem de alguns centímetros e aceleração correspondente a 20% da gravidade, que não são aceitáveis de acordo com os critérios de conforto, segundo Butz *et al.* (2008).

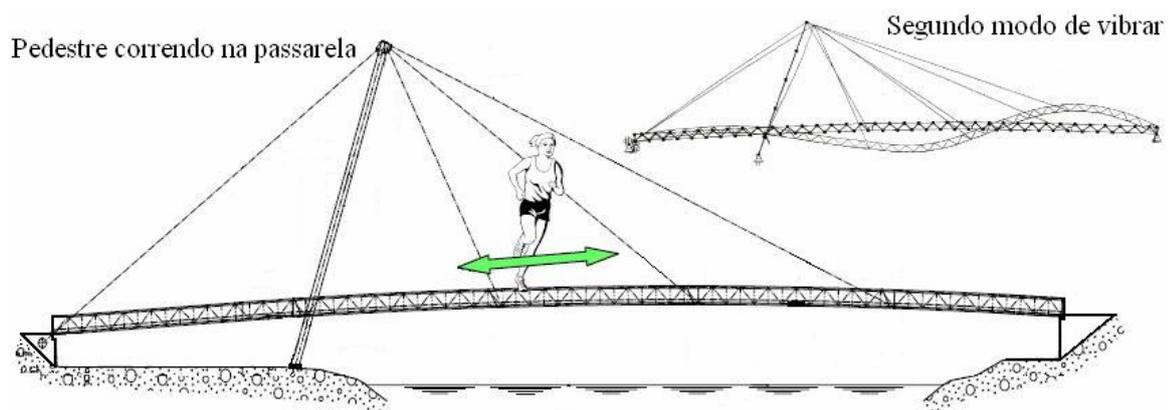


Figura 2.10: Vista da passarela Forchheim e o segundo modo de vibrar. Fonte: Seiler *et al.* (2003)



Figura 2.11: Vista do ensaio experimental na passarela Forchheim. Fonte: Seiler *et al.* (2003)

O modelo completo da estrutura foi construído pelo uso do método dos elementos finitos a partir do programa SAP2000®, Figura 2.12. O tabuleiro da passarela foi simulado por 160 elementos de viga com as propriedades rigidez, cortante e massa distribuída. Os estais de ancoragens, estais que suspendem o tabuleiro e também os mastros foram simulados por elementos de vigas restringidos, adequadamente. Uma decomposição da análise modal do modelo estrutural mostrou que as duas primeiras frequências e modos de vibrar coincidem com os resultados obtidos experimentalmente.

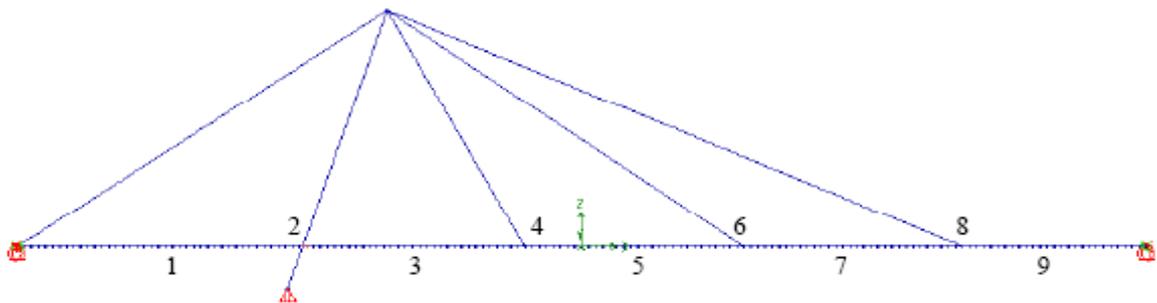


Figura 2.12: Modelo completo feito no SAP 2000®. Fonte: Seiler *et al.* (2003)

Durante os ensaios realizados na passarela, nove acelerômetros foram posicionados no tabuleiro, como indicado na Figura 2.12: três nas posições dos estais (pontos 4, 6 e 8); um na posição do mastro (ponto 2); dois em posições entre os estais (pontos 5 e 7); dois em posições entre os apoios horizontais e os estais (pontos 1 e 9); e um em posição entre o estai e o mastro (ponto 3).

Uma massa total de 370 kg foi assumida para o grupo de cinco pessoas correndo e cruzando a passarela em sincronismo da direita para a esquerda, conforme mostrado na Figura 2.11. Na validação experimental, escolheu-se uma frequência de 2,80 Hz para os passos das pessoas, próxima da frequência de 2,76 Hz que corresponde à segunda frequência crítica na direção transversal vertical da passarela. Logo no início da excitação, nos primeiros 16 segundos, foi excitado o primeiro modo de vibrar. Depois, a passarela foi novamente excitada

até os pedestres chegarem aos mastros. Nos dois últimos intervalos, ocorreu uma boa concordância em termos de aceleração entre os resultados experimentais e numéricos. Somente no final da corrida os resultados diferiram ligeiramente. A interação dos efeitos de atrito entre um pedestre correndo e a ponte pode ser negligenciada porque o intervalo de contato é bastante rápido e, conseqüentemente, o processo de correr representa um movimento rápido com menor possibilidade de adaptação na dinâmica da ponte. Contudo, os resultados tiveram uma boa concordância entre o experimental e o numérico.

Na Figura 2.13, tem-se o esquema da passarela de madeira Maribyrnong River em Ascot Vale, Melbourne, Austrália, concluída em abril de 1995. Esta foi fabricada de vigas laminadas coladas com espaçadores em diafragmas laminados e suporte de aço. A estrutura tem um comprimento total de 68 m, o vão entre os apoios do arco é igual a 50 m e o tabuleiro tem largura igual a 1,8 m. Segundo Carlin-Smith (1996), que realizou uma análise dinâmica durante um período de três anos, de 1993 a 1995, a primeira e a segunda frequências na direção transversal vertical foram estimadas em 2,55 Hz e 2,63 Hz, respectivamente. Então, estas se encontram significativamente próximas da frequência crítica 2 Hz referente ao passo do pedestre caminhando. A primeira frequência na direção transversal horizontal encontrada é igual a 1,75 Hz, portanto um valor afastado de uma possível excitação na direção transversal horizontal dos pedestres. Esse mesmo autor fez um estudo detalhado da construção da passarela e propôs um número significativo de mudanças para alcançar um nível aceitável de conforto. Além disso, em novembro de 1994, o arco principal sofreu uma instabilidade durante um processo de levantamento e colapsou, causando preocupações na mente dos envolvidos com o projeto.

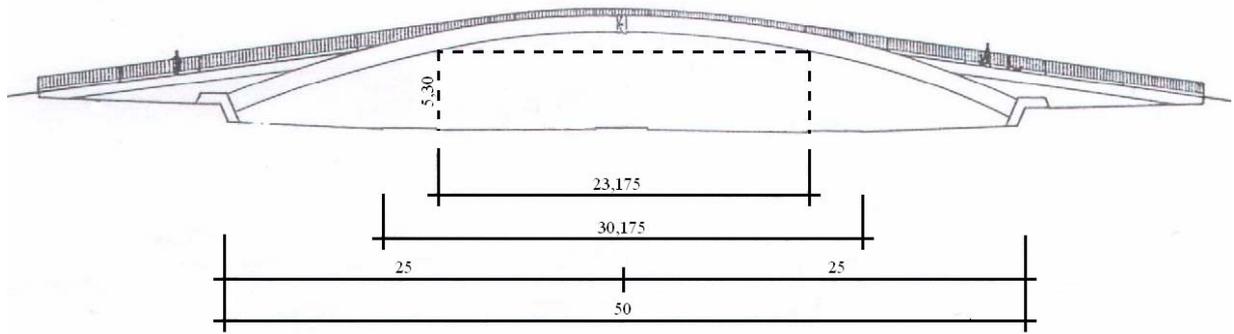


Figura 2.13: Esquema da passarela de madeira laminada colada Maribyrnong River, Ascot Vale, Melbourne, Austrália. Fonte: Carlin-Smith (1996)

Em janeiro de 1995, um modelo revisado computacionalmente foi desenvolvido usando uma versão melhor do programa de elementos finitos, considerando as modificações do projeto e para uma vez mais prover o desempenho da vibração da passarela sob uso de pedestres.

Nessa investigação numérica, a taxa de amortecimento assumida e aplicada para todos os modos de vibrar sob investigação foi de 5%, e tem sido usada em análises prévias para pontes similares de madeira construída em sistema de arco projetada pelo *BSC Consulting Engineers*. A aplicação de uma variação senoidal de força em um único nó no modelo poderá dar uma aproximação conservadora para os efeitos conseguidos naquele nó, na prática por um pedestre atravessando a ponte.

A primeira e segunda frequência de 2,55 Hz e 2,63 Hz, respectivamente, relacionadas aos modos de vibrar na direção transversal vertical, foram estimadas em 1993, sendo próximas da frequência crítica de caminhada correspondente a 2 Hz. Como as frequências estão acima desse valor, o deslocamento só será sentido se, por acaso, algum pedestre passar correndo do lado de uma pessoa que esteja parada sobre essa ponte, que poderá provavelmente sentir uma experiência desagradável. Como resultado dessa análise, a ponte foi julgada sendo capaz de satisfazer os usuários. A determinação de uma apropriada taxa de amortecimento é talvez a maior dificuldade do problema para uma completa análise da força transiente adequada para o programa de elementos finitos.

A passarela pênsil Dolerw, Central Vales, UK, possui vão de 50 m e piso de 1,85 m de largura, Figura 2.14. A estrutura dá acesso ao Dolerw Park em Newtown, Mid Wales, cruzando o rio Severn. Em 1985 os pesquisadores da Universidade de Bristol realizaram ensaios por meio de martelo de impacto e análises dinâmicas dessa estrutura, como parte de um programa de pesquisa em monitoramento de integridade estrutural. Os ensaios experimentais foram capazes de identificar os modos de vibrar na direção transversal vertical e transversal horizontal, permitindo, dessa forma, conhecer se havia susceptibilidade à excitação provocada por pedestres.

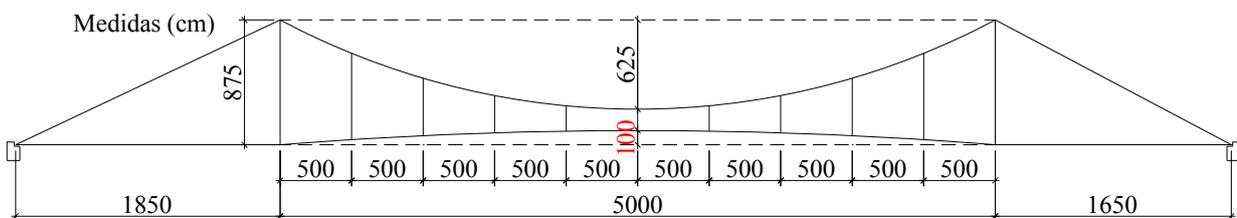


Figura 2.14: Esquema da passarela Dolerw em Central Vales, UK. Fonte: Brownjohn *et al.* (1994)

Um resumo das frequências experimentais e teóricas para os modos de vibrar foi obtida nas análises teóricas e experimentais para os modos de vibrar verticais e horizontais. Os valores teóricos para as seis primeiras frequências na direção transversal vertical foram os seguintes: 0,885 Hz; 1,226 Hz; 1,874 Hz; 3,094 Hz; 4,759 Hz e 8,780 Hz. Os valores experimentais para as seis primeiras frequências na direção transversal vertical foram os seguintes: 1,053 Hz; 1,227 Hz; 2,127 Hz; 3,330 Hz; 4,910 Hz e 6,850 Hz. O valor teórico para a primeira frequência na direção transversal horizontal foi igual a 2,220 Hz. Os valores experimentais para as duas primeiras frequências na direção transversal horizontal foram os seguintes: 1,690 Hz e 6,980 Hz.

Concluiu-se que, apesar de os resultados dos ensaios experimentais apresentarem alguns valores distantes dos obtidos teoricamente, foram adequados para caracterizar

dinamicamente a estrutura. Esse é também um bom exemplo de uma estrutura leve, vão longo, flexível e baixo amortecimento. Os ensaios revelaram que a maioria das frequências experimentais e teóricas está bem afastada da frequência de 2 Hz, embora o modo de vibrar três da frequência na direção transversal vertical se aproxime deste valor, enquanto os modos horizontais se mantêm distantes do valor crítico de 1 Hz. As análises mostraram que o revestimento de concreto na passarela e outros detalhes estruturais têm um significativo efeito na rigidez e o ensaio demonstrou a susceptibilidade desta estrutura ligeiramente amortecida para vibrações induzidas por pedestres. Também foi entendido que a descrição adequada das vibrações características de estruturas flexíveis pode ser obtida sem forças artificiais, mas, para que isso ocorra, são necessários instrumentos apropriados.

A estrutura é uma passarela em forma de catenária moldada e assentada como uma tira no vale Hope, próximo a Sheffield, UK, Figura 2.15. A passarela tem 34 m de vão em cima de uma estrada de ferro e opera como parte de uma trilha pública de pedestres. Esta foi construída em meados dos 1970, sendo a primeira deste tipo na UK.



Figura 2.15: Passarela em Sheffield, UK. Fonte: Pavic e Reynolds (2001)

A estrutura é feita de um tabuleiro de concreto protendido, suspenso como uma superfície catenária presa por grandes apoios de concreto armado. O piso tem 1,8 m de largura

e 0,38 m de espessura nos apoios. Esta espessura se reduz linearmente para 0,16 m, quando se distancia 3,6 m de ambos os apoios, e o restante do piso tem espessura constante de 0,16 m. O piso também é caracterizado por uma camada de asfalto e corrimão feitos de caixas de aço vazadas, que estão firmemente presas à estrutura. O peso total da estrutura é estimado em aproximadamente 30 toneladas.

O ensaio modal foi realizado em 18 de junho de 2001, tendo particular interesse os modos nas direções transversal vertical e transversal horizontal que apresentam frequências excitadas até o quarto harmônico pelas forças periódicas causadas por caminhadas humanas. O procedimento demonstrado para o ensaio modal utilizando excitadores eletrodinâmicos (shaker) produziu bons resultados em menos de quatro horas de trabalho de campo. Os resultados apresentados indicam que todos os modos de vibrar têm frequências menores do que 10 Hz e, até o quarto harmônico, são bem acima da frequência normal de caminhada.

A passarela em sistema estrutural estaiado, mostrada na Figura 2.16, tem um vão de 35 m e largura de 4 m, sendo sustentada por uma torre situada a aproximadamente um terço do vão da passarela. O tabuleiro é constituído por uma grelha longitudinal rígida e suportada por membros tubulares horizontais de aço, horizontalmente independentes, atravessando pranchas de madeira. A estrutura foi modelada em elementos finitos e preparada para investigações de desempenho de vibração, segundo Hartley *et al.* (1999). As propriedades modais relevantes na direção transversal vertical da passarela ensaiada são frequência natural de 3,4 Hz, fator de amortecimento modal de 0,59% e pico de aceleração de $0,11 \text{ m/s}^2$. Os resultados mostraram que a frequência natural da passarela é próxima à faixa de frequência não recomendada de 3,5 a 4,5 Hz, adotada na aferição correspondente à aproximação do segundo harmônico de caminhada na direção transversal vertical.



Figura 2.16: Passarela estaiada. Fonte: Pimentel *et al.* (2001)

A passarela estaiada de madeira, mostrada na Figura 2.17, tem vão de 35 m e largura de 2 m, foi projetada e construída como trabalho de doutorado realizado no LaMEM/SET/EESC/USP, Pletz (2003). Esta possui um tabuleiro subdividido em sete módulos de madeira protendida transversalmente, com curvatura em planta, sustentado por doze estais de aço de alta resistência. O tabuleiro foi construído utilizando madeiras tratadas de *Pinus taeda* e *Eucalyptus citriodora*. O mastro foi feito a partir de um poste de 13 m de comprimento com 55 cm de diâmetro na base e 45 cm de diâmetro no topo de madeira tratada de *Eucalyptus citriodora*. A passarela está apoiada em uma extremidade no prédio do LaMEM/SET/EESC/USP por meio de um apoio metálico de aço galvanizado colocado sobre as vigas de concreto armado da estrutura do edifício. Na outra extremidade está apoiado sobre um bloco de concreto armado de f_{ck} igual a 15 MPa.

Após a construção da passarela, mostrada na Figura 2.17, foram realizados ensaios dinâmicos de vibração livre, possibilitando fornecer parâmetros que demonstram a viabilidade técnica deste tipo de passarela e que sirvam também como subsídios para a elaboração de projetos de novas passarelas. Durante os ensaios foram obtidos os valores de 1,83 Hz para a primeira frequência natural na direção transversal horizontal e 2,74 Hz para a primeira frequência natural na direção transversal vertical.



Figura 2.17: Passarela estaiada de madeira

3. FUNDAMENTOS DE DINÂMICA ESTRUTURAL

Este capítulo envolve a análise modal teórica que rege o assunto de vibrações quando aplicada a modelos de um e vários graus de liberdade. Também serão abordados aspectos relativos à análise modal experimental que tratam dos fatores envolvidos na execução dos ensaios e obtenção dos dados experimentais. O tema de análise modal aqui tratado traz o assunto de maior interesse para esta tese, uma vez que a análise modal é um assunto extenso e não será possível abordar todos os temas.

A equação do movimento para qualquer sistema dinâmico refere-se a segunda lei de Newton e essa relação pode ser expressa matematicamente por meio de uma equação diferencial, conforme mostra a Equação 3.1.

$$f(t) = \frac{d}{dt} \left(m \frac{du}{dt} \right) \quad (3.1)$$

onde:

$f(t)$: resultante das forças externas aplicadas em um corpo de massa m e proporcional à taxa de variação no tempo da quantidade de movimento do corpo.

Na maioria dos problemas em dinâmica, assume-se que a massa não varia com o tempo, e a Equação 3.1 pode ser escrita como a Equação 3.2.

$$f(t) = m \frac{d^2u}{dt^2} = m\ddot{u}(t) \quad (3.2)$$

A conhecida Equação 3.2 expressa que a força é igual ao produto da massa pela aceleração e pode ser escrita como a Equação 3.3.

$$f(t) - m\ddot{u}(t) = 0 \quad (3.3)$$

Neste caso, o termo $m\ddot{u}(t)$ é chamado de força de inércia desenvolvida pela massa m , proporcional à aceleração e no sentido contrário à mesma. Outras forças importantes são as forças elásticas f_s , que dependem da rigidez e são proporcionais aos deslocamentos, e as forças de amortecimento f_D , de caráter não conservativo, as quais promovem a dissipação da energia do sistema mecânico.

A equação de movimento pode ser formulada diretamente pelo equilíbrio direto das forças atuantes na massa ou pelo princípio *D'Alembert*. Para obter a resposta da estrutura, executa-se a análise dinâmica com o objetivo de solucionar a equação de equilíbrio entre as forças inercial f_I , amortecimento f_D e elástica f_s , juntamente com a força externa $f(t)$ aplicada, por meio da Equação 3.4:

$$f_I + f_D + f_s = f(t) \quad (3.4)$$

onde:

f_I : força inercial $f_I = m\ddot{u}$ relacionada à aceleração \ddot{u} e massa m da estrutura;

f_D : força de amortecimento $f_D = c\dot{u}$ relacionada à velocidade \dot{u} e amortecimento c da estrutura;

f_s : força elástica $f_s = ku$ relacionada ao deslocamento u e rigidez k da estrutura;

$f(t)$: força externa aplicada.

Substituindo as expressões da força inercial, amortecimento e rigidez na Equação 3.4, obtém-se a Equação 3.5. Este trabalho então assume, que a estrutura responde linearmente à aplicação de carregamento e a resposta dinâmica será obtida por meio da solução desta equação de movimento.

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = f(t) \quad (3.5)$$

Dois modelos dinâmicos diferentes são apresentados nas seções seguintes: primeiro a estrutura é modelada como um sistema de um grau de liberdade (SDOF - *Single Degree of Freedom*) e uma solução técnica para a equação do sistema é apresentada; depois, a estrutura é modelada como um sistema de múltiplos graus de liberdade (MDOF - *Multiple Degree of Freedom*). Neste último caso, a análise modal será a técnica utilizada para determinar as propriedades dinâmicas do sistema de múltiplos graus de liberdade. A seguir serão apresentados alguns conceitos básicos sobre fundamento de dinâmica estrutural.

3.1. Modelo para um sistema de um grau de liberdade

Nesta seção é introduzida a análise generalizada para um sistema de um grau de liberdade. Apesar de poucas estruturas serem modeladas com precisão por sistemas com um grau de liberdade, as propriedades de tais sistemas são de extrema importância, pois inicialmente é formulada a equação do movimento para um sistema generalizado de um grau de liberdade.

3.1.1. Equação de movimento

Um sistema consiste de uma viga simples com massa e rigidez distribuída, podendo flexionar em uma variedade infinita de modos. Por restringir a flexão da viga para um simples modo da função $\psi(x)$ que aproxima o modo fundamental de vibração, é possível obter resultados aproximados para as baixas frequências naturais do sistema. Os deslocamentos das vigas são então dadas por $u(x,t) = \psi(x)z(t)$, onde a coordenada generalizada $z(t)$ é o

deslocamento da viga em um local selecionado. Na Equação 3.6 é mostrada a equação de movimento para um sistema generalizado de um grau de liberdade.

$$\tilde{m}\ddot{z} + \tilde{c}\dot{z} + \tilde{k}z = \tilde{f}(t) \quad (3.6)$$

onde:

\tilde{m} : massa generalizada do sistema;

\tilde{c} : amortecimento generalizado do sistema;

\tilde{k} : rigidez generalizada do sistema;

$\tilde{f}(t)$: força externa generalizada do sistema.

Os cálculos para obtenção da massa e rigidez generalizadas podem ser realizados por meio da Equação 3.7 e Equação 3.8.

$$\tilde{m} = \int_0^L m(x) [\psi(x)]^2 dx \quad (3.7)$$

$$\tilde{k} = \int_0^L EI(x) [\psi''(x)]^2 dx \quad (3.8)$$

onde:

$m(x)$: massa da estrutura por unidade de comprimento;

$EI(x)$: rigidez da estrutura por unidade de comprimento;

L : comprimento da estrutura.

O amortecimento da estrutura é geralmente expressado por uma taxa de amortecimento, ζ , estimado a partir de dados experimentais e tomado como padrão. O amortecimento generalizado pode então ser calculado pela Equação 3.9.

$$\tilde{c} = \zeta(2\tilde{m}\omega) \quad (3.9)$$

onde:

ω : frequência natural da estrutura.

Uma vez que as propriedades generalizadas \tilde{m} , \tilde{c} , \tilde{k} e $\tilde{f}(t)$ estejam determinadas, a Equação 3.6 pode ser solucionada para $z(t)$, usando um método de integração numérica. Finalmente, por assumir uma função modo $\psi(x)$, os deslocamentos no tempo e as localizações dos sistemas são determinados por $u(x,t) = \psi(x)z(t)$, segundo Chopra (2001).

3.2. Modelo para um sistema de múltiplos graus de liberdade

Todas as estruturas reais têm um número infinito de graus de liberdade. Contudo, a aproximação é possível para todas as estruturas, como um conjunto numericamente finito de membros sem massa e um número finito de deslocamentos nodais. A massa da estrutura é concentrada nos nós e nas estruturas elástico-lineares cujas propriedades de rigidez dos membros podem ser aproximadas com precisão. Um modelo semelhante é chamado de sistema de múltiplos graus de liberdade.

Nesta seção é introduzida a análise de sistema de múltiplos graus de liberdade. Primeiro é formulada a equação de movimento para um sistema de múltiplos graus de liberdade. Então, é apresentado o conceito de análise modal. Esta inclui a formulação do problema de autovalores e um método de solução para resolvê-lo. Finalmente, a análise modal pode ser usada para calcular a resposta dinâmica de um sistema de múltiplos graus de liberdade que possua forças externas.

3.2.1. Equação de movimento

Como mencionado acima, uma estrutura pode ser idealizada como uma união de elementos conectados por nós. Os deslocamentos dos nós são graus de liberdade. Por discretizar a estrutura neste modo, uma matriz de rigidez \mathbf{K} , uma matriz de amortecimento \mathbf{C} e uma matriz de massa \mathbf{M} da estrutura podem ser determinadas, ver exemplo de Chopra (2001). Cada uma destas matrizes é de ordem $X \times X$, onde X é o número de graus de liberdade.

A matriz de rigidez para um sistema discretizado pode ser determinada pela união de elementos individuais de rigidez. O amortecimento para sistema de múltiplos graus de liberdade é frequentemente especificado por valores numéricos para a taxa de amortecimento, tal qual sistemas de um grau de liberdade. A massa é idealizada como localizada ou concentrada em nós da estrutura discretizada, dando uma matriz diagonal de massa. A equação de movimento de um sistema de múltiplos graus de liberdade pode agora ser escrita da seguinte forma:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f}(t) \quad (3.10)$$

A Equação 3.10 representa um sistema de múltiplos graus de liberdade de N equações ordinárias diferenciais que pode ser resolvido para os deslocamentos \mathbf{u} devido à aplicação da força $\mathbf{f}(t)$. A Equação 3.10 equivale à Equação 3.6 para um sistema de um grau de liberdade, Chopra (2001).

3.3. Modelagem do amortecimento

A matriz de amortecimento \mathbf{C} é geralmente expressa em termos de taxas de amortecimento obtidas experimentalmente por meio de ensaios dos sistemas estruturais ou de suas componentes constituídas do mesmo material. É usual utilizar-se a matriz de

amortecimento do tipo proporcional ou de Rayleigh, segundo Clough e Penzien (2003), que é proporcional à matriz de rigidez e de massa, conforme Equação 3.11.

$$\mathbf{C} = \mathbf{a}_0 \mathbf{M} + \mathbf{a}_1 \mathbf{K} \quad (3.11)$$

Em termos de taxa de amortecimento modal e frequência natural (rad/s) a Equação 3.11 pode ser reescrita como a Equação 3.12.

$$\zeta_p = \frac{\mathbf{a}_0}{2\omega_p} + \frac{\mathbf{a}_1 \omega_p}{2} \quad (3.12)$$

onde:

ζ_p : taxa de amortecimento do modo p ;

ω_p : frequência natural do modo p é igual a $2 \cdot \pi \cdot f_p$.

Isolando os termos \mathbf{a}_0 e \mathbf{a}_1 da Equação 3.12 para duas frequências naturais, tem-se a Equação 3.13 e Equação 3.14:

$$\mathbf{a}_1 = \frac{2(\zeta_2 \omega_2 - \zeta_1 \omega_1)}{\omega_2^2 - \omega_1^2} \quad (3.13)$$

$$\mathbf{a}_0 = 2\zeta_1 \omega_1 - \mathbf{a}_1 \omega_1^2 \quad (3.14)$$

Portanto, a partir de duas frequências naturais conhecidas é possível determinar o valor dos parâmetros \mathbf{a}_0 e \mathbf{a}_1 , que definem a taxa de amortecimento.

3.4. Análise modal teórica

Segundo Ewins (1984), análise modal teórica é definida como o processo envolvido nos ensaios de estruturas com o objetivo de descrever matematicamente seu comportamento e suas características dinâmicas. Ela se baseia no fato de que o comportamento geral de um sistema linear pode ser descrito como uma composição de movimentos independentes entre si. Estes movimentos independentes são definidos como modos de vibrar.

Análise modal teórica é utilizada para determinar a frequência natural, os modos de vibrar de uma estrutura e a medida de dissipação de energia correspondente ao amortecimento. As frequências naturais de uma estrutura correspondem a cada modo de vibrar e são nestas que a estrutura tende a vibrar naturalmente quando sujeita a um distúrbio. Os modos de vibrar de uma estrutura são as deformadas da estrutura para uma frequência específica, ou seja, o perfil de deformação da estrutura em cada modo.

Quando realizamos análise modal, as vibrações livres da estrutura são de interesse na análise, e são obtidas quando nenhuma força é aplicada e o amortecimento da estrutura pode ser negligenciado. Quando o amortecimento é negado, os autovalores são números reais. A solução para as frequências naturais e modos de vibrar não amortecidos é chamada análise de autovalores reais ou análise normal de modos. O movimento de vibração livre é dado pela Equação 3.15.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = 0 \quad (3.15)$$

A Equação 3.15 tem uma solução na forma de movimento simples harmônico, dado pela Equação 3.16 e Equação 3.17.

$$\mathbf{u} = \phi_p \sin \omega_p t \quad (3.16)$$

$$\ddot{\mathbf{u}} = -\omega_p^2 \phi_p \sin \omega_p t \quad (3.17)$$

Substituindo a Equação 3.16 e Equação 3.17 dentro da Equação 3.15, obtém-se a Equação 3.18,

$$\mathbf{K}\phi_p = \omega_p^2 \mathbf{M}\phi_p \quad (3.18)$$

que pode ser reescrita como a Equação 3.19,

$$[\mathbf{K} - \omega_p^2 \mathbf{M}]\phi_p = 0 \quad (3.19)$$

A Equação 3.19 tem uma solução não trivial por meio da Equação 3.20,

$$\det[\mathbf{K} - \omega_p^2 \mathbf{M}] = 0 \quad (3.20)$$

A Equação 3.15 é chamada de equação característica do sistema, pois tem N_x raízes reais para ω_p^2 , que são as frequências naturais de vibrações do sistema dinâmico. Estas são tanto quanto forem os graus de liberdade, X . Cada frequência natural ω_p tem um correspondente autovalor e modo de vibrar ϕ_p , que atende a Equação 3.18, referente ao problema generalizado para resolver a análise modal de vibrações livres.

Depois de ter definido as propriedades estruturais: massa, rigidez e taxa de amortecimento - e determinado às frequências naturais ω_p e modos de vibrar ϕ_p da solução do problema de autovalores, a resposta do sistema pode ser calculada como segue. Primeiro, a resposta de cada modo é calculada solucionando a Equação 3.21 para $q_p(t)$.

$$M_p \ddot{q}_p + C_p \dot{q}_p + K_p q_p = f_p(t) \quad (3.21)$$

Então, a contribuição de todos os modos pode ser combinada para determinar a resposta total da estrutura por meio da Equação 3.22.

$$\mathbf{u}(t) = \sum_{n=1}^N \phi_p q_p(t) \quad (3.22)$$

Os parâmetros M_p , K_p , C_p e $f_p(t)$ são definidos nas Equações 3.23 a 3.26 e dependem somente dos p modos de vibrar ϕ_p . Dessa forma, existiram N_{ED} equações desacopladas como a Equação 3.21, uma para cada modo natural, segundo Chopra (2001).

$$M_p = \phi_p^T \mathbf{M} \phi_p \quad (3.23)$$

$$K_p = \phi_p^T \mathbf{K} \phi_p \quad (3.24)$$

$$C_p = \phi_p^T \mathbf{C} \phi_p \quad (3.25)$$

$$f_p(t) = \phi_p^T \mathbf{f}(t) \quad (3.26)$$

Na prática, a análise modal é quase sempre realizada por meio do método dos elementos finitos (MEF), pois, se a geometria e as propriedades da estrutura são conhecidas, um modelo em elementos finitos pode ser construído. As propriedades estruturais de massa, rigidez e amortecimento, representadas pelo lado esquerdo da equação de movimento, Equação 3.10, podem então ser estabelecidas usando o método dos elementos finitos. Tudo que resta para solucionar a equação de movimento é quantificar e modelar matematicamente as forças aplicadas $\mathbf{f}(t)$.

3.5. Análise modal de modelo contínuo para viga de Euler-Bernoulli

Nesta seção discutem-se aspectos teóricos da vibração livre e forçada de sistemas contínuos com especial atenção para estruturas do tipo viga. O estudo de vibração transversal está direcionado para vigas simplesmente apoiadas, Figura 3.1, pois as normas adotam a formulação de viga de Euler-Bernoulli para o cálculo das frequências naturais em passarelas

simplesmente apoiadas. Em McConnell e Varoto (2008), tem-se o estudo analítico para vigas simplesmente apoiadas, cuja formulação foi aqui adotada para comparação com modelos numéricos e experimentais. Nesse trabalho, procurou-se verificar a vibração transversal em passarelas simplesmente apoiadas tomando a formulação de viga de Euler-Bernoulli dada pela equação diferencial parcial, Equação 3.27, com estabelecimento de hipóteses simplificadoras para obtenção do modelo de resposta em frequência de uma viga simplesmente apoiadas dado pelas FRF, em vários pontos ao longo do seu comprimento.

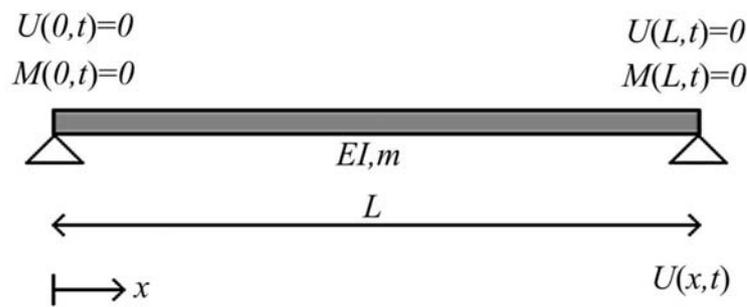


Figura 3.1: Viga simplesmente apoiada. Fonte: McConnell e Varoto (2008)

3.5.1. Modelo contínuo para viga simplesmente apoiada

Uma viga simplesmente apoiada tem ao longo do comprimento L , condições de contorno, conforme mostra a Figura 3.1. Evidente que ambas as extremidades são fixadas para não terem movimento de translação, mas são livres para terem movimento de rotação e não apresentarem momento de flexão. No modelo de viga de Euler-Bernoulli, a relação entre momento e deslocamentos é dada pela Equação 3.27 e é usada para converter as condições de contorno de momento em condição de deslocamento.

$$M(x,t) = EI \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} \quad (3.27)$$

Desde que as condições de contorno sejam aplicadas durante todo o período de tempo, estas podem ser reduzidas para $U(x)$, de forma que satisfaçam a Equação 3.28. Então tem-se uma autofunção que representa os modos de vibrar p da estrutura dada pela Equação 3.28, que está associada ao autovalor λ , dado pela Equação 3.30. A Equação 3.28 representa uma equação transcendental e possui infinitas raízes, mas, para o caso de vigas simplesmente apoiadas, a solução é dada pela Equação 3.31.

$$U(x) = A_1 \cdot \cos(\lambda \cdot x) + A_2 \cdot \text{sen}(\lambda \cdot x) + A_3 \cdot \cosh(\lambda \cdot x) + A_4 \cdot \sinh(\lambda \cdot x) \quad (3.28)$$

Nas condições de viga simplesmente apoiada, a Equação 3.28 pode ser satisfeita pelas seguintes condições de contorno: $U(0) = U(l) = 0$ e $U''(0) = U''(l) = 0$. Na aplicação destas condições de contorno na Equação 3.28, obtêm-se as constantes $A_1 = A_3 = A_4 = 0$ e a equação característica das frequências, dada pela Equação 3.29, que é satisfeita quando $\lambda \cdot l$ é um múltiplo de π .

$$\text{sen} \cdot (\lambda \cdot l) = 0 \quad (3.29)$$

Os autovalores do problema de vibração livre não amortecida estão diretamente relacionados com a frequência natural do sistema, pela Equação 3.30. Na Tabela 3.1, apresentam-se algumas raízes definidas para o caso de vigas simplesmente apoiadas, segundo McConnell e Varoto (2008).

$$\lambda_p = \frac{p \cdot \pi}{L} \quad (3.30)$$

$$U_p(x) = \text{sen} \cdot (\lambda_p \cdot x) = \text{sen} \cdot \left(\frac{p \cdot \pi \cdot x}{l} \right) \quad (3.31)$$

Tabela 3.1: Autovalores da equação transcendental. Fonte: McConnell e Varoto (2008)

Equação da frequência	$\lambda_p \cdot l = p \cdot \pi = \text{Valores}$
$\text{sen} \cdot (\lambda_p \cdot l) = 0$	$\lambda_1 \cdot l = \pi = 3,142$
	$\lambda_2 \cdot l = 2 \cdot \pi = 6,284$
	$\lambda_3 \cdot l = 3 \cdot \pi = 9,425$
	$\lambda_4 \cdot l = 4 \cdot \pi = 12,566$
	$\lambda_5 \cdot l = 5 \cdot \pi = 15,708$

A Equação 3.32 representa a constante de separação λ da equação de movimento de quarta ordem que relaciona a frequência ω .

$$\omega^2 = \lambda^4 \cdot \frac{E \cdot I}{m} \tag{3.32}$$

A partir dessa definição determinam-se as frequências naturais da viga simplesmente apoiada por meio da Equação 3.33, para cada valor de modo p .

$$\omega_p = \lambda_p^2 \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I}{m}} = \left(\frac{p \cdot \pi}{l} \right)^2 \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I}{m}} \tag{3.33}$$

Segundo McConnell e Varoto (2008), os modos de vibrar estão relacionados às frequências naturais e possuem uma propriedade de ortogonalidade que permite calcular a massa e a rigidez modal para o sistema contínuo. As propriedades de ortogonalidades estão contidas no teorema de Sturm-Liouville. A condição de ortogonalidade para a massa requer integração para todo o comprimento L da viga, dada pela Equação 3.34. Similarmente, a condição de ortogonalidade para a rigidez requer integração para todo o comprimento L da viga, dada pela Equação 3.35.

$$\int_0^L m(x) \cdot U_p(x) \cdot U_r(x) \cdot dx = \begin{cases} 0 & \text{para } r \neq p \\ m_p & \text{para } r = p \end{cases} \tag{3.34}$$

$$\int_0^L \frac{d^2}{dx^2} \left[EI \cdot \frac{d^2 U_p(x)}{dx^2} \right] \cdot U_r(x) \cdot dx = \begin{cases} 0 & \text{para } r \neq p \\ k_p & \text{para } r = p \end{cases} \quad (3.35)$$

onde:

m_p : massa modal para o p th modo;

k_p : rigidez modal para o p th modo.

As condições de ortogonalidade foram calculadas, pois serão necessárias para obter a massa modal, m_p , e a rigidez modal, k_p , para posteriormente se calcular as FRFs do sistema contínuo de uma viga simplesmente apoiada.

Quando o modo de vibrar, dado pela Equação 3.31, é substituído na Equação 3.34, os termos de ortogonalidade encontrados são satisfeitos e a massa modal, dada pela Equação 3.36, torna-se constante para todos os valores de modo p .

$$m_p = \frac{m \cdot L}{2} \quad (3.36)$$

Da mesma forma quando o modo de vibrar dado pela Equação 3.31, é substituído na Equação 3.35, os termos de ortogonalidade encontrados são satisfeitos e a rigidez modal, dada pela Equação 3.37, varia conforme os valores de modo p .

$$k_p = p^4 \cdot \frac{\pi^4}{2} \cdot \frac{E \cdot I}{2} = p^4 \cdot (1,015) \cdot k_s \quad (3.37)$$

A constante de mola k_s , no meio da viga, pode ser calculada pela Equação 3.38.

$$k_s = 48 \cdot E \cdot I / L^3 \quad (3.38)$$

Quando $p = 1$, os valores de m_p e k_p são iguais àqueles estimados pelo uso do método de energia de Rayleigh para obter a frequência natural fundamental. Quando estes valores são substituídos na equação da frequência natural, obtém-se a p th frequência natural dada pela Equação 3.33, rigidez modal dividida por massa modal.

3.5.2. Modelo modal e força de vibrações

A equação diferencial parcial de movimento, que representa uma força de excitação em equilíbrio existente para cada ponto destas estruturas simples, em instantes de tempo pode ser representada pela Equação 3.39:

$$m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + C \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left[K \frac{\partial u}{\partial x} \right] = f(x, t) \quad (3.39)$$

onde:

C : amortecimento por unidade de comprimento L ;

$f(x, t)$: força de excitação por unidade de comprimento.

Neste item, o interesse será encontrar uma solução particular para a Equação 3.39, para uma força qualquer de excitação. Inicialmente, assume-se que a excitação pode ser dada pela Equação 3.40:

$$f(x, t) = P(x) \cdot f(t) \quad (3.40)$$

onde:

$P(x)$: distribuição espacial de carregamento;

$f(t)$: força de entrada no domínio do tempo.

Em seguida, assume-se que a solução particular da Equação 3.39 pode ser dada pela Equação 3.41 e o movimento transversal pode ser escrito como superposição dos vários modos de vibrar do sistema contínuo, segundo McConnell e Varoto (2008):

$$u(x,t) = \sum_{p=1}^N U_p(x) q_p(t) \quad (3.41)$$

onde:

$q_p(t)$: q th coordenada generalizada no espaço modal que pode ser determinada.

Substituindo-se a Equação 3.40 e Equação 3.41 na Equação 3.39, obtém-se a Equação 3.42:

$$\sum_{p=1}^N \left\{ m U_p \ddot{q}_p + C U_p \dot{q}_p - \frac{d}{dx} \left[K \frac{dU_p}{dx} \right] q_p \right\} = P(x) f(t) \quad (3.42)$$

A complexidade da Equação 3.42 é reduzida, se for multiplicada por $U_n(x) dx$ e integrada no comprimento L , e forem aplicadas as condições de ortogonalidade da Equação 3.34 e Equação 3.35; assumindo que o amortecimento é proporcional à massa e rigidez distribuídas, dado pela Equação 3.43, obtém-se a Equação 3.44:

$$[C] = \tau [M] + \beta [K] \quad (3.43)$$

$$m_p \ddot{q}_p + C_p \dot{q}_p + k_p q_p = Q_p f(t) \quad (3.44)$$

onde:

m_p : p th massa modal;

C_p : p th amortecimento modal;

k_p : p th rigidez modal;

Q_p : p th força de excitação modal.

A força generalizada de excitação modal dada pela Equação 3.45 é extremamente importante nos ensaios de vibração, pois esta diz como um dado modo de vibrar será excitado por uma dada distribuição de força de excitação $P(x)$:

$$Q_p = \int_0^L P(x) U_p(x) dx \quad (3.45)$$

Quando a excitação é dada no domínio do tempo por $f(t) = e^{j\omega t}$, a solução da Equação 3.44 é dada pela Equação 3.46:

$$u(x,t) = \sum_{p=1}^N \frac{U_p(x) Q_p}{D_p} e^{j\omega t} = \sum_{p=1}^N U_p(x) H_p Q_p e^{j\omega t} \quad (3.46)$$

onde a FRF modal H_p é definida pela Equação 3.47 e a rigidez modal dinâmica D_p é definida pela Equação 3.48:

$$H_p = \frac{1}{D_p} \quad (3.47)$$

$$D_p = k_p - m_p \omega^2 + jC_p \omega \quad (3.48)$$

3.5.3. Função de resposta em frequência (FRF) do modelo contínuo

Para o sistema contínuo existem dois tipos principais de FRF que são geradas, segundo McConnell e Varoto (2008). O primeiro tipo corresponde à excitação com força distribuída, enquanto o segundo corresponde à excitação com força concentrada. O enfoque

deste trabalho será para as FRF que ocorrem devido à força concentrada, pois os ensaios experimentais que serão realizados por meio de martelo de impacto se caracterizam por este último tipo de FRF. No caso para um carregamento concentrado, tem-se a força aplicada em uma distância $x = a$, conforme mostrado na Figura 3.2.

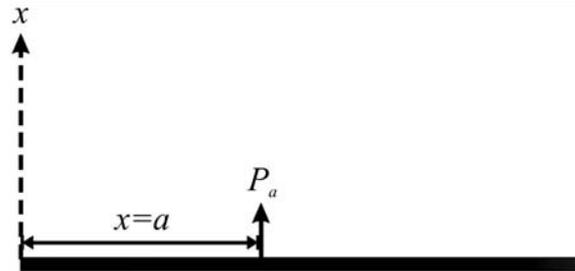


Figura 3.2: Excitação de força concentrada. Fonte: McConnell e Varoto (2008)

A força aplicada nesse ponto é descrita pela Equação 3.49:

$$P(x) = P_a \delta(x - a) \quad (3.49)$$

onde:

$\delta(x - a)$: função delta de *Dirac*.

Substituindo a Equação 3.40 na Equação 3.39 tem-se a Equação 3.50.

$$Q_p = P_a U_p(a) \quad (3.50)$$

Substituindo a Equação 3.50 na Equação 3.46 obtém-se a resposta na posição b , devido a uma força concentrada aplicada na posição a , dada pela Equação 3.51. Dessa forma, a FRF referente ao ponto de aplicação da carga (entrada) e medida da resposta (saída) é dada, pela Equação 3.52:

$$u(b,t) = \sum_{p=1}^N U_p(b) H_p U_p(a) P_a e^{j\omega t} = H_{ba} P_a e^{j\omega t} \quad (3.51)$$

$$H_{ba} = \sum_{p=1}^N U_p(b) H_p U_p(a) \quad (3.52)$$

3.6. Análise modal experimental

A realização de ensaios para a investigação de fenômenos relacionados à vibração em estruturas tornou-se comum nas últimas décadas e constitui uma ferramenta poderosa para modelagem de sistemas dinâmicos. Esse campo de atuação é chamado de análise modal experimental da sigla em inglês, EMA (*Experimental Modal Analysis*).

A solução do problema de análise modal experimental inicia-se com a caracterização das propriedades físicas e geométricas da estrutura, geralmente em termo das matrizes de rigidez \mathbf{K} , amortecimento \mathbf{C} e massa \mathbf{M} , as quais definem o modelo modal. Na maior parte dos modelos de análise modal experimental, não é possível o completo preenchimento dos valores dessas matrizes, pois estas têm infinitos valores de entrada. Entretanto, é possível determinar um número finito de entradas e, conseqüentemente, obter também um número finito de respostas que constituem os parâmetros modais do sistema e determinam o modelo modal.

As fases de um ensaio modal podem ser brevemente explicadas, tomando-se por base a Figura 3.3. Nesta são ilustradas as fases para realização das análises de vibrações, no sentido da análise teórica e sentido da análise experimental. Geralmente, inicia-se com a descrição das propriedades físicas da estrutura, por meio de um modelo espacial que resulta em um problema de autovalores e autovetores, ou seja, determinam-se as frequências naturais e modos de vibrar da estrutura para obtenção de um modelo modal, respectivamente. Também obtêm-se as correspondentes taxas de amortecimento referentes a cada modo de vibrar. Em

seguida na fase que diz respeito ao modelo de resposta determina-se o nível de resposta por meio das funções de resposta em frequência (FRF).

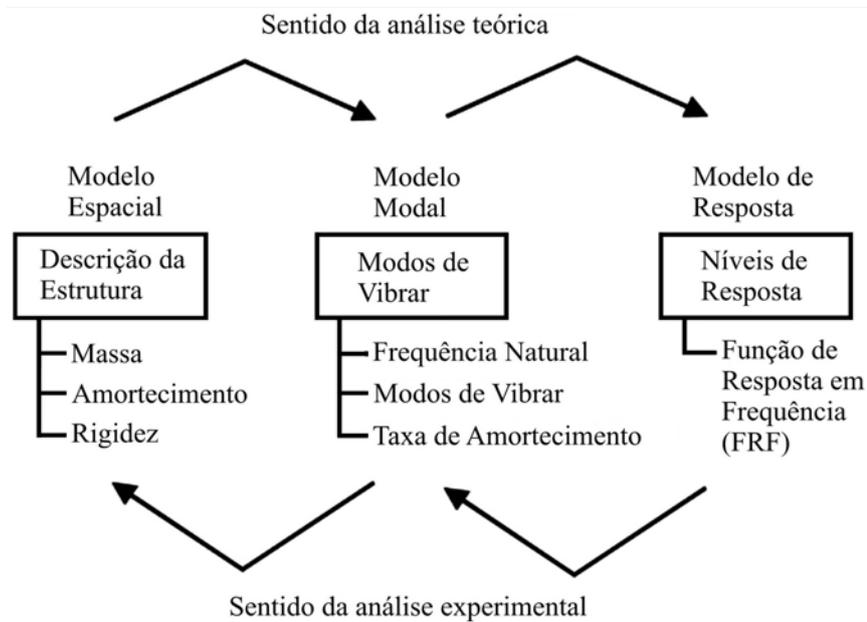


Figura 3.3: Inter-relações entre os modelos da análise modal

Um entendimento profundo da análise modal experimental requer o domínio de várias áreas como instrumentação, processamento de sinais, avaliação de parâmetros e análise de vibração. A análise modal experimental deve ser realizada levando-se em conta vários aspectos importantes para a determinação precisa da resposta do sistema, como a fixação da estrutura, excitação da estrutura, aquisição dos sinais, processamento digital dos sinais e identificação dos parâmetros modais. Sem dúvida, a escolha do tipo de equipamento e do tipo de ensaio depende de fatores como: a estrutura a ser ensaiada, o mecanismo de excitação, as condições de contorno impostas, a qualidade dos resultados desejados etc.

3.6.1. Vinculação da estrutura

Ewins (2000) afirma que a primeira decisão a ser tomada, antes mesmo dos ensaios, e em relação a qual muitas vezes não é dada a devida atenção, podendo-se incorrer em

degradação das respostas, é sobre a vinculação real da estrutura. Evidentemente, um controle absoluto sobre a forma de vinculação em estruturas civis reais, na maioria das vezes de grandes dimensões e massa, executadas no próprio campo, não é possível. No entanto, as vinculações precisam ser bem definidas, a fim de não ocorrerem medições equivocadas, pois a falta de cuidados com relação às vinculações incorre na obtenção de FRF não correspondentes ao modelo estrutural esperado.

3.6.2. Excitação da estrutura

No caso de ensaios em campo de estruturas civis de médio porte, é comum a utilização de excitadores eletrodinâmicos, martelos de impacto instrumentados, ou a utilização de excitação operacional, como veículos monitorados, pessoas caminhando, vibrações devido ao vento, imposição de um deslocamento inicial, relaxamento brusco para que a estrutura vibre livremente.

Os equipamentos mais utilizados atualmente, para este fim, são os excitadores eletromagnéticos capazes de gerar várias formas de sinais, como a excitação senoidal e a aleatória por meio do uso de um gerador de sinais apropriado. Mas, quando se deseja excitar a estrutura em vários pontos, o uso do martelo de impacto facilita significativamente o ensaio, enquanto a utilização dos excitadores eletromagnéticos promoverá um consumo de tempo considerável, pela necessidade de novos ajustes, quando da mudança de posição e conexão à estrutura. Os martelos de impacto produzem excitação do tipo transiente que, geralmente, é imposta manualmente, mas pode ser mecânica.

A utilização do martelo de impacto tem várias vantagens, como praticidade, facilidade de transporte e custo. Os inconvenientes são principalmente para estruturas de grande porte, pois às vezes não existem martelos de impacto capazes de induzir vibrações significativas. Eventualmente também pode ocorrer falta de regularidade do impulso aplicado,

habitual em operadores pouco experientes. A sua deficiente aplicação pode introduzir ruídos ou outros efeitos secundários que interferem seriamente na qualidade dos resultados obtidos.

Outro problema com ensaios de impacto é a possibilidade de ocorrência de múltiplos impactos no registro temporal do analisador. Múltiplos impactos podem ocorrer, por exemplo, quando a estrutura de ensaio é levemente amortecida, pois, desta forma, a estrutura reage contra o martelo, antes que ele deixe a estrutura, após o impacto inicial, segundo Halvorsen e Brown (1977). Então, para se obter bons resultados nos ensaios, é também necessário monitorar o sinal de força, a fim de rejeitar medições indesejadas.

O aparato instrumental para o ensaio modal, utilizando martelo de impacto, baseia-se na captura dos sinais de excitação e resposta, respectivamente, pelos transdutores de força e aceleração, que os enviam ao analisador de sinais, após serem condicionados, conforme mostrado na Figura 3.4. Após a aquisição das FRF cruzadas e diretas, ou das FRI, é feita a extração dos parâmetros modais por meio de processos realizados no analisador.

O martelo de impacto é idêntico, na forma, a um martelo convencional, mas é composto por um conjunto de pontas e cabeças, através das quais é possível modificar o conteúdo espectral da excitação aplicada, conforme mostrado na Figura 3.5. Sua utilização permite gerar o sinal de excitação transiente por impacto, que corresponde à atuação de uma força, em um espaço de tempo muito curto.

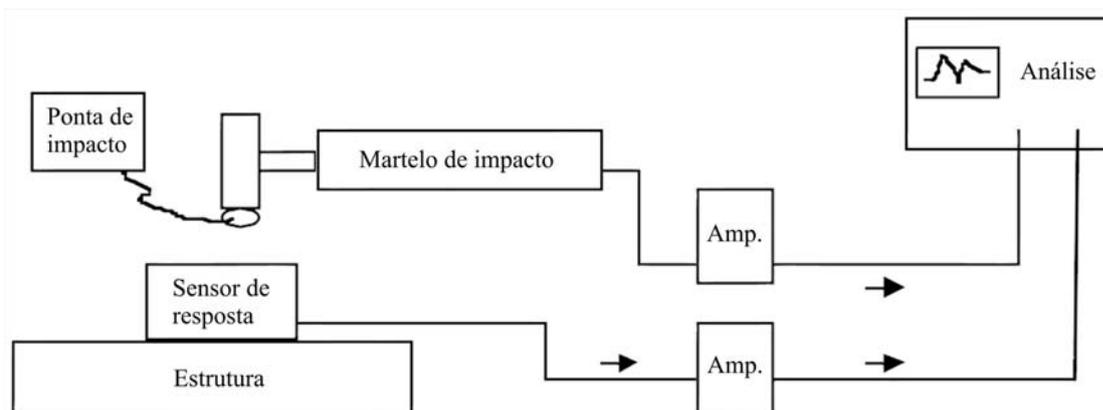


Figura 3.4: Aparato de ensaio modal utilizando martelo de impacto

Como a força de impacto é teoricamente um impulso, o nível de energia aplicada à estrutura é em função da massa e da velocidade de impacto, já que impulso linear é igual à variação do momento linear. Como há dificuldades de se controlar a velocidade do martelo, o nível de força será controlado pela massa do martelo e, dessa forma, há diferentes tipos de martelos de impacto, com massas variadas, que estão disponíveis no mercado para aplicação em vários tipos de estruturas.

A excitação produzida por um martelo de impacto tem uma configuração típica que depende do valor máximo da sua massa (cabeça do martelo) e da correspondente velocidade no momento do impacto. A composição espectral do sinal depende da duração do impacto, sendo a zona quase plana do espectro da resposta, tanto mais extensa, quanto mais curto for o impacto que, por sua vez, depende da dureza da ponta utilizada. Esta zona consiste na aplicação de uma força quase constante sobre uma faixa de frequência que é capaz de excitar todas as ressonâncias da estrutura. Na Figura 3.5, tem-se um exemplo demonstrativo dos conceitos abordados nesse parágrafo, que faz referência ao martelo de impacto modelo 8210, fabricado pela B&K (*Bruel & Kjaer*), cuja massa é igual a 5,44 kg (12 lb).

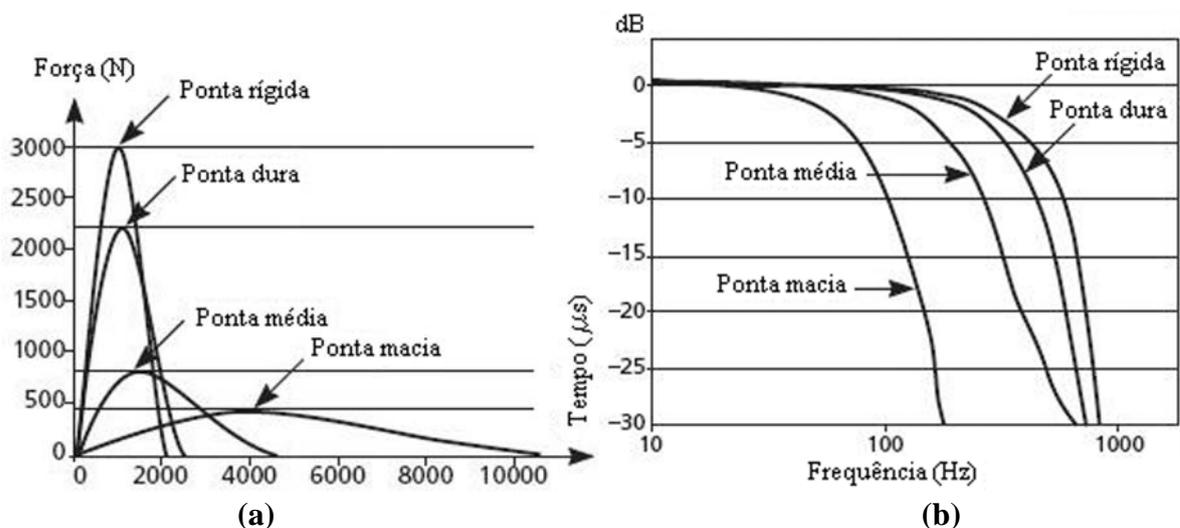


Figura 3.5: Espectro (a) e impulso (b) devido ao tipo de ponta do martelo de impacto.

Fonte: Bruel & Kjaer (2010)

3.6.3. Processamento digital dos sinais

Os sinais encontrados na natureza são, na maioria, analógicos, ou seja, são funções de uma variável contínua e apresentam valores contínuos no tempo ou no espaço. Porém processar um sinal na forma analógica envolve uma série de fatores relacionados, principalmente, a limitações físicas de reconfiguração de equipamentos e controle da precisão do dispositivo de processamento. No entanto, um sistema digital pode, fácil e rapidamente, ser reconfigurado, bastando, para tal, alterações em um algoritmo computacional. Sinais digitais podem ser facilmente armazenados e permitem o uso de algoritmos mais sofisticados no processamento. Além disso, o processamento digital pode ter custo muito menor que o processamento na forma analógica.

O primeiro passo é converter o sinal analógico em um sinal digital, antes de se iniciar a análise. Um sinal digital é um sinal de tempo discreto que assume valores. Portanto, para que se obtenha um sinal digital, a partir de um analógico, inicialmente este deve ser amostrado e, em seguida, deve ser quantizado, ou seja, seus valores devem ser aproximados, ou por arredondamento, ou por truncamento.

O processo de digitalização usa conversor analógico-digital (AD) de n bits (10, 12, 14, 16 bits etc) que restringe, necessariamente, o sinal analógico a 2^n valores. Portanto, a sua resolução é codificada em binários, significando que o sinal analógico será amostrado em representação binária. Claro que, quanto mais bits disponíveis, melhor será a resolução do sinal digitalizado e também mais caro será o equipamento necessário para a digitalização.

Na conversão de sinal analógico-digital (AD), há uma etapa inicial chamada amostragem, que controla a representação da resolução no tempo e a frequência do sinal capturado e requer cuidados, pois, em uma operação subsequente chamada quantização, associada à acurácia da magnitude do sinal capturado, introduz um ruído que pode ser potencialmente carregado dentro da aproximação digitalizada. Ambas podem causar alguns

erros na medida dos dados, mas têm menos desvantagens do que o pior de todos os erros de processamento de sinais denominado de vazamento de sinal (*Leakage*).

3.6.3.1. Teorema da amostragem (*Aliasing*)

Na amostragem de sinais, um dos problemas é com relação à escolha da frequência de amostragem (f_{am}), quando dado um determinado sinal analógico com frequência de sinal (f_s). Para que a escolha seja feita corretamente, é necessário que se tenham informações sobre as frequências presentes no sinal a ser analisado; mais precisamente, tem-se que conhecer a frequência do sinal (f_s). De acordo com o teorema de *Nyquist*, também conhecido como teorema da amostragem, a quantidade de amostras do sinal no tempo é chamada frequência de amostragem (f_{am}) e deve ser maior que o dobro da maior frequência do sinal (f_s), para que o sinal amostrado seja reproduzido integralmente sem frequências réplicas, chamadas de *Aliasing*. No exemplo mostrado na Figura 3.6, tem-se o caso da ocorrência e não ocorrência de *Aliasing*, devido à escolha da taxa de amostragem para uma medida com sinal igual a 20 kHz.

O teorema da amostragem define a chamada frequência de *Nyquist* (f_N), que corresponde ao limite máximo da frequência de amostragem (f_{am}) a ser reproduzida. Então, a frequência de *Nyquist* (f_N) é estabelecida como sendo menor ou igual a duas vezes a frequência de amostragem (f_{am}). Matematicamente, as frequências réplicas ocorrem para qualquer sinal com frequência do sinal (f_s) maior que a frequência de *Nyquist* (f_N).

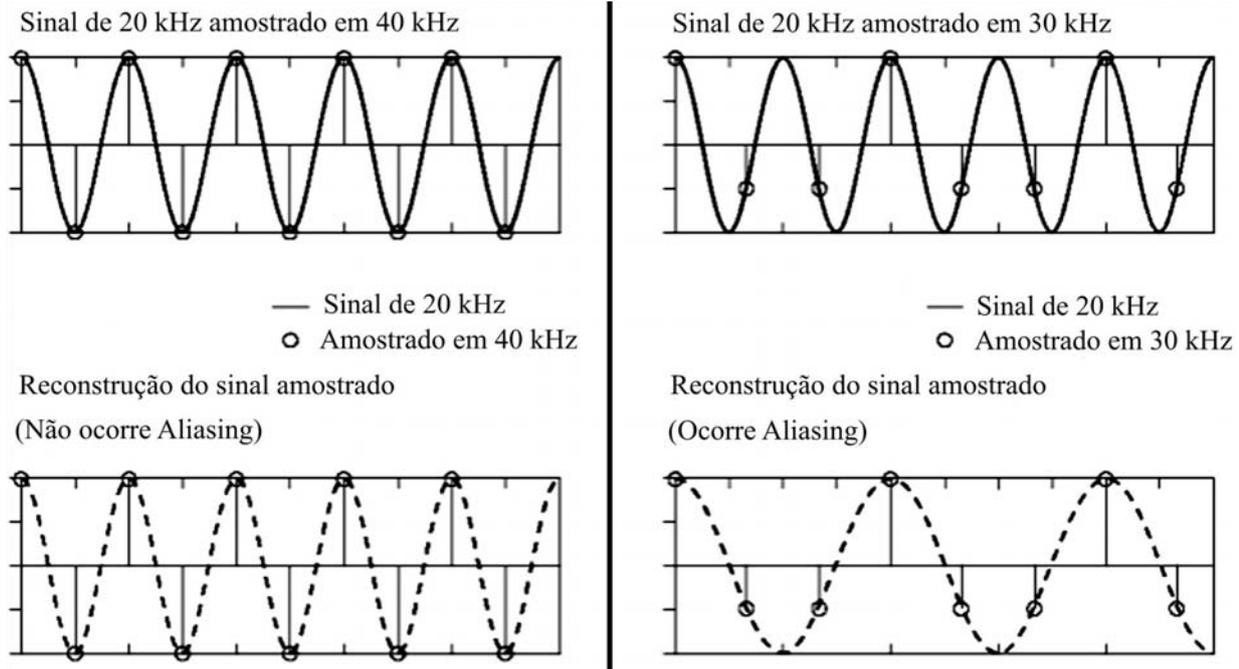


Figura 3.6: Exemplo de não ocorrência e ocorrência de *Aliasing*

3.6.3.2. Problema de vazamento (*Leakage*)

Tal problema consiste no aparecimento de componentes espectrais nas frequências diferentes do sinal original. Existem duas situações nas quais pode ocorrer o problema de vazamento de sinal, chamado de *Leakage*. A primeira ocorre quando se promove a transformada discreta de Fourier de um sinal dentro de uma janela de comprimento T , sendo que esta percorre um número incompleto de períodos do sinal; assim, o mesmo é tomado como periódico dentro de cada janela. Deste modo, o sinal é descrito em termos de suas frequências fundamentais e em função de componentes de frequência que são múltiplas das frequências fundamentais. Assim, a energia do sinal não se distribui somente nas frequências fundamentais, mas também aparecem picos nos harmônicos. A segunda maneira de ocorrer o problema de *Leakage* ocorre quando um sinal com frequência (f_s) é discretizado, utilizando-se um determinado (Δf), sem que ambos sejam múltiplos, ou seja, ($f_s \neq n_l \cdot \Delta f$), com n_l sendo um inteiro diferente de zero. Neste caso, a energia do sinal aparece em (f_s) e nos múltiplos ($n_l \cdot \Delta f$).

O processo da transformada discreta de Fourier requer que os dados da amostragem consistam de uma completa representação dos dados no tempo ou contenham uma repetição periódica dos dados medidos. Quando isto é satisfeito, então a transformada discreta de Fourier produz uma representação própria dos dados no domínio da frequência. Porém, quando isto não ocorre, o problema de *Leakage* causará no sinal uma distorção séria dos dados no domínio da frequência. Para minimizar o problema de *Leakage*, utilizam-se funções ponderadoras chamadas janelas que tendem a levar para zero o valor do sinal e sua derivada, no início e no término do sinal dentro da janela. Contudo, as janelas podem não remover completamente o problema de vazamento *Leakage*.

As janelas temporais ou funções ponderadoras têm como regra minimizar a distorção do problema de vazamento de sinal e são utilizadas para ponderar os dados antes do cálculo da transformada rápida de Fourier (FFT) e assim satisfazer a periodicidade requerida para o processo da transformada discreta de Fourier (DFT). As janelas são um mal necessário, pois causam distorção nos dados e devem ser evitadas, sempre que possível. Mas, a alternativa ao problema de *Leakage* no sinal é, definitivamente, não aceitável na execução de ensaios modais experimentais.

Em se tratando da excitação realizada por meio de martelo de impacto e, em seguida, a aquisição dos sinais para análise modal, dois problemas podem surgir no processamento de sinais temporais. O primeiro é a presença de ruído nos sinais de força e/ou resposta, decorrentes de um período de análise muito longo; o segundo é o problema de *Leakage*, que decorre quando o registro temporal for muito curto. No primeiro caso, como o pulso de força é geralmente muito curto em relação ao período de análise, o que vem após o término do pulso é ruído. Este ruído é então processado como parte do sinal de força, por estar contido no período de análise do analisador acaba resultando em erros no processamento da FRF. Este problema pode ser minimizado por meio de uma função janela, chamada de janela de força. A

pequena oscilação *filter ring* que ocorre no final do pulso, devido ao processamento digital, faz parte do mesmo e não deve ser truncada pela janela, conforme mostrado na Figura 3.7.

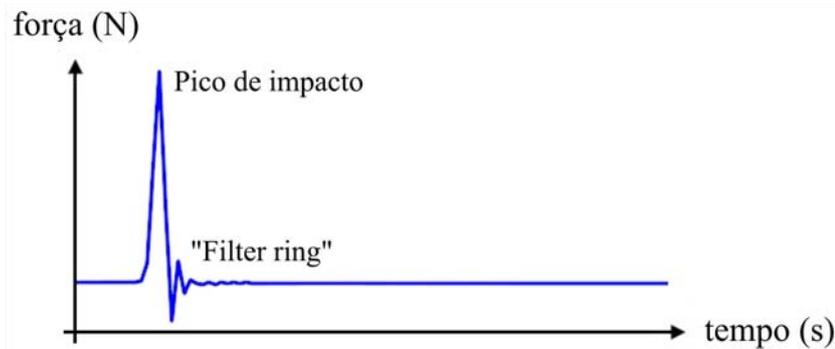


Figura 3.7: Sinal de impacto e oscilação “filter ring” no domínio do tempo. Fonte: Avitabile, P. (2010)

A resposta ao pulso é uma função exponencial decrescente e pode decair a zero, antes ou depois do final do período de análise. Geralmente o sinal decairá a zero antes, se a estrutura for fortemente amortecida, então o sinal remanescente será ruído e, novamente, será necessário o uso de uma função janela para eliminar o ruído. Se a estrutura for levemente amortecida, o sinal continuará a cair além do final do período de análise e, neste caso, também se deverá utilizar uma função janela para forçar artificialmente o sinal a decair a zero, ao final do período de análise, para assim minimizar o problema de *Leakage*. A janela utilizada, em ambos os casos, é a chamada janela exponencial, conforme mostrado na Figura 3.8. Um inconveniente do uso desta janela, no segundo caso, é que ela tem o efeito de adicionar amortecimento ao sistema, contudo este amortecimento artificial pode ser calculado.

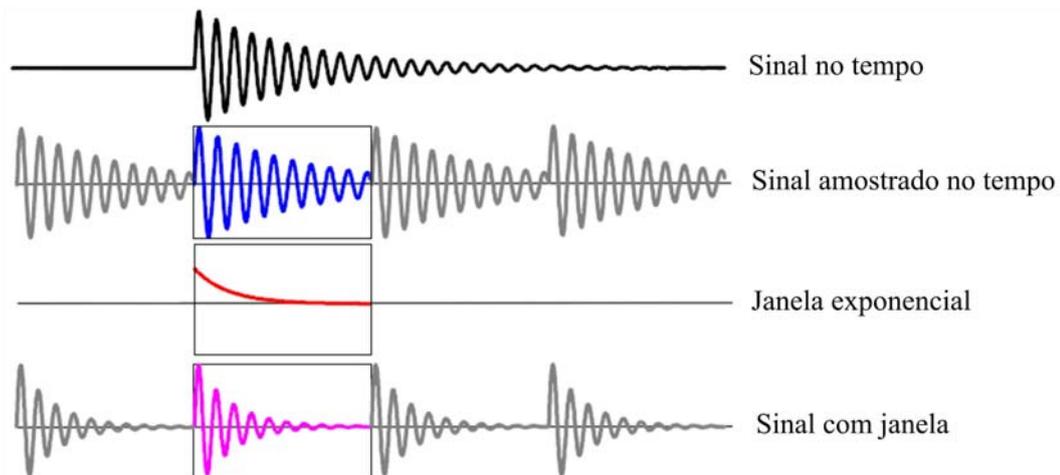


Figura 3.8: Aplicação de janela exponencial no domínio do tempo. Fonte: Avitabile, P. (2010)

3.6.3.3. Função de resposta em frequência (FRF) na análise modal experimental

A medida mais importante e necessária para a análise modal experimental é a função de resposta em frequência (FRF), Equação 3.53, que é a razão entre a resposta (saída) no ponto i e a excitação (entrada) no ponto j da estrutura, ambas medidas simultaneamente. As respostas podem ser medidas em deslocamento, velocidade ou aceleração, e os gráficos destas são chamados de acelerância, mobilidade e receptância, respectivamente. As medidas dos dados são feitas no domínio do tempo, conforme Figura 3.9, e então transformadas para o domínio da frequência por meio de um algoritmo denominado transformada rápida de Fourier FFT (*Fast Fourier Transform*), encontrado em analisadores espectrais de processamento de sinais ou em pacotes de programas de computador. As FRF descrevem as propriedades dinâmicas da estrutura no domínio da frequência. As FRF podem ser representadas em termos de magnitude e fase versus frequência, em termos da parte real e imaginária versus frequência, e um terceiro método de representação que é o diagrama de *Nyquist*, no qual pode ser observada a parte real e imaginária em um mesmo gráfico.

$$H_{ij}(\omega) = \frac{X_i(\omega)}{F_j(\omega)} \quad (3.53)$$

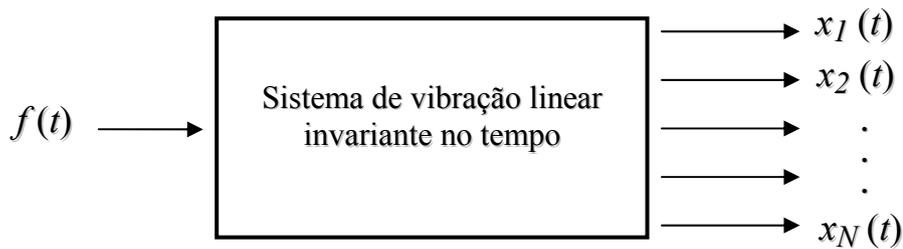


Figura 3.9: Diagrama geral de bloco de sistema linear. Fonte: McConnell e Varoto (2008)

O ensaio em uma viga engastada utilizando martelo de impacto pode ser apresentado como exemplo, conforme mostrado na Figura 3.10. Neste exemplo, a estrutura pode ser excitada e sua resposta medida em um dos pontos. Claro que, se não houver critérios de escolha para o local de medição das respostas, corre-se o risco de serem obtidas respostas nulas, pois foram realizadas em um ponto nodal daquele modo de vibrar e, dessa forma, não será possível obter amplitudes que indiquem a ocorrência de frequências ressonantes daquele modo.

Na obtenção das FRF, quando a excitação e resposta são no mesmo local, obtém-se a FRF de ponto; mas, quando a excitação e resposta são em locais diferentes, obtém-se a FRF de transferência, conforme mostrado na Figura 3.10. Além disto, o teorema da reciprocidade de *Maxwell* afirma que a FRF, obtida pela aplicação da excitação em um ponto i e sinal de resposta em um ponto j , é a mesma FRF obtida se o ponto de excitação for localizado em j e a resposta do sinal de saída em i . Conforme mostrado na Figura 3.11, no exemplo de uma viga livre da análise modal experimental, a estrutura pode ser excitada em um ponto e medida em qualquer outro ponto para obtenção das FRF.

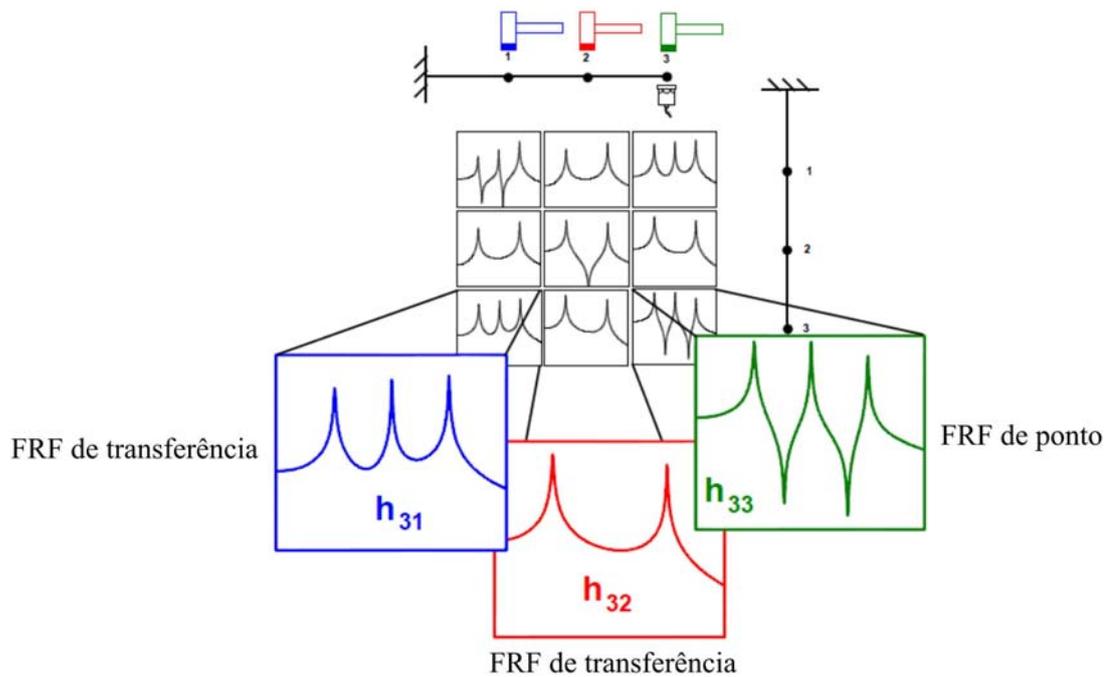


Figura 3.10: Ensaio em viga engastada utilizando martelo de impacto. Fonte: Avitabile, P. (2010)

Na Figura 3.10 é possível observar o conceito de antirressonância que está relacionado à situação em que um máximo de magnitude de excitação produz um mínimo de resposta dinâmica. Todavia, a antirressonância não é uma propriedade global, mas local, manifestando-se quando a força de excitação possui certa frequência e é aplicada em determinado ponto da estrutura. Em suma, enquanto a ressonância independe dos nós, a antirressonância depende dos nós considerados para a excitação e resposta do sistema, pois a antirressonância é diferente e, em certo aspecto, exatamente o oposto do conceito de ressonância. A ressonância ocorre quando a frequência de excitação coincide com uma das frequências naturais do sistema, caracterizando a condição em que um mínimo de excitação é necessário para produzir o máximo de resposta dinâmica. A ressonância é uma propriedade global do sistema, independente do ponto onde a excitação está sendo imposta.

De acordo com o abordado, as FRF relacionam a resposta versus excitação e, para qualquer que seja a resposta, serão uma grandeza complexa que apresenta magnitude e ângulo de fase. Na Figura 3.11, tem-se o exemplo dos modos de vibrar de uma viga livre, onde os

picos das FRF são as frequências naturais e os modos de vibrar são representados pela amplitude da parte imaginária dos números complexos.

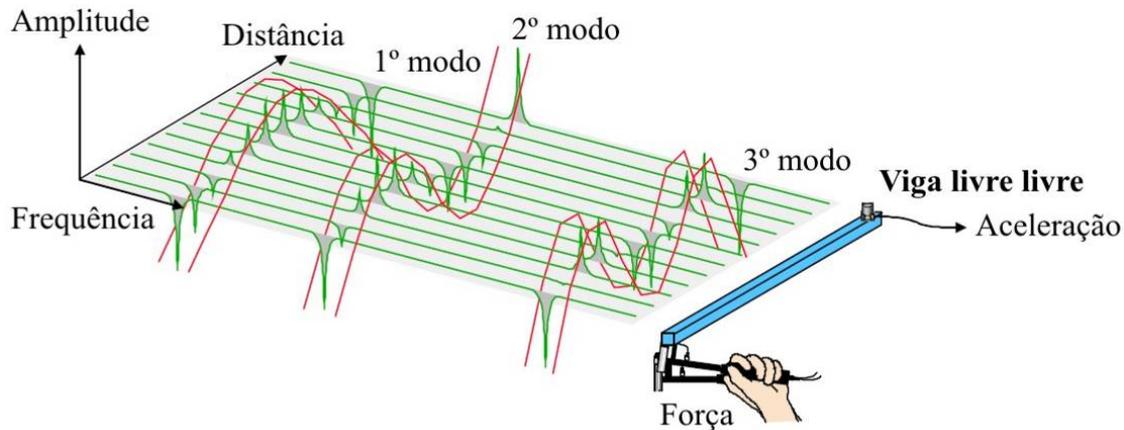


Figura 3.11: Ensaio em viga livre livre utilizando martelo de impacto. Fonte: Bruel & Kjaer (2003)

3.6.3.4. Processo de média (*Averaging*)

As FRF obtidas nas diversas aquisições de dados são submetidas ao processo de médias chamado de *Averaging*, que permite reduzir o nível de ruído presente nos dados. Na Figura 3.12, tem-se um exemplo de amostragens para apenas um espectro (a), média de oito espectros (b) e média de 128 espectros (c), segundo Randall (2002).

Uma vez amostrados os dados, a transformada discreta de Fourier (DFT) é calculada para formar o espectro linear da excitação (entrada) e da resposta (saída). A média é executada em espectro de potência obtido do espectro linear, cujas principais médias espectrais são entradas e saídas do espectro de potência, e cruzamento espectral entre saída e entrada de sinais. Executar a média também acarreta trabalhar com um perfil de sinal mais claro e suavizado, que acarreta na exclusão de ruídos espúrios deste processo. Uma desvantagem da média é que os efeitos não lineares são linearizados por este processo.

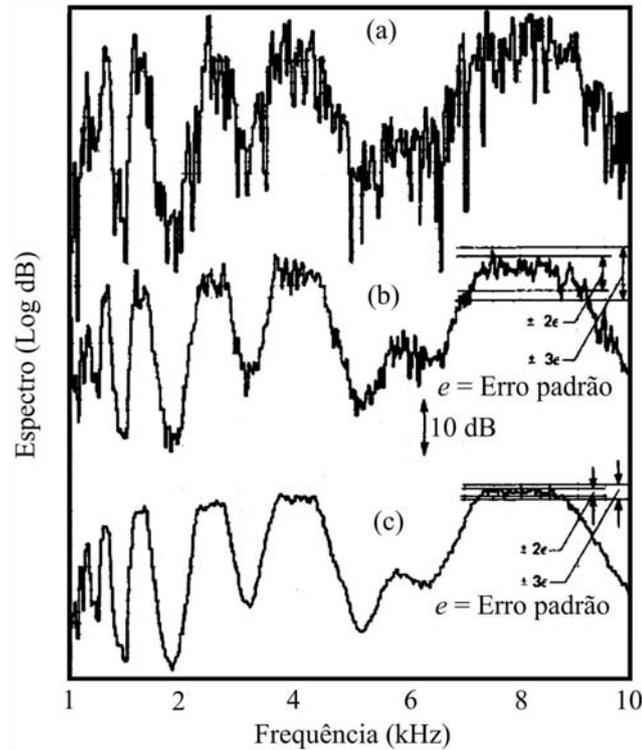


Figura 3.12: Processo de média do sinal amostrado. Fonte: Randall (2002)

3.6.3.5. Função de coerência

A função de coerência é empregada como ferramenta de avaliação qualitativa dos dados, representando medidas de correlação entre os sinais de entrada e saída do sistema, identificando o quanto o sinal de saída está relacionado com o sinal de entrada, ou seja, utilizando os sinais das FRF por meio da média de várias amostragens para aproximação. A função coerência deve ser calculada para cada aquisição e valores próximos de 1 indicam que o sinal de resposta é oriundo da força de excitação, ao passo que valores bem menores do que 1 indicam que a resposta está contaminada por ruídos ou efeitos de não linearidade do sistema. A função de coerência, entre outras coisas, garante a linearidade entre a excitação e a resposta. Esta pode ser expressa pela Equação 3.54, segundo McConnell e Varoto (2008):

$$\gamma^2(\omega) = H_1(\omega)/H_2(\omega) \quad (3.54)$$

onde $H_1(\omega)$ é uma aproximação subestimada da FRF atual e $H_2(\omega)$ é uma aproximação superestimada da FRF atual e, como condição, tem-se $\gamma^2(\omega) \leq 1$.

3.6.4. Aquisição dos sinais

A aquisição dos sinais de entrada e saída deve ser medida com sensores localizados em vários pontos estrategicamente posicionados. Geralmente a aquisição dos dados é realizada com o uso de transdutores piezoelétricos, mas também podem ser utilizados transdutores piezoresistivos, resistivos, capacitivos, óticos, laser etc. Em se tratando de estruturas de engenharia civil, há alguns problemas relacionados à excitação das estruturas e à medição das frequências naturais; são, respectivamente, problemas relativos ao grande porte das estruturas e à presença característica de baixas frequências. Este último geralmente inviabiliza o uso de acelerômetros piezoelétricos que são, atualmente, os transdutores mais comuns utilizados na captação de sinais devido às vibrações.

Os acelerômetros recomendados para esses ensaios devem possuir as seguintes especificações, segundo Gardner-Morse (1990): faixa de aceleração de $\pm 5g$ (isto é, pode ser detectada aceleração até este limite), e baixas frequências de respostas que apresentem um erro em amplitudes de $\pm 5\%$ e $\pm 5^\circ$ em fase para uma frequência de 0,2 Hz. Também se aconselha uma sensibilidade dentro da faixa de 100 mV/g a 1000 mV/g.

3.6.5. Estimativa dos parâmetros modais

O objetivo dos métodos de identificação dos parâmetros modais é estimar as propriedades dinâmicas de um sistema, por meio das FRF que são obtidas a partir das medidas dos dados de excitação e resposta. O grande desenvolvimento de métodos de identificação de parâmetros modais ocorreu a partir do início dos anos 1970, devido às

facilidades proporcionadas na programação de um algoritmo que realiza eficientemente o cálculo computacional da série de Fourier, segundo Cooley e Tukey (1965). Desde então, os métodos que foram criados diferem entre si porque são mais sofisticados com respeito aos tipos de dados de excitação, processamento do sinal e resposta produzida.

A etapa seguinte à aquisição das FRF é a extração dos parâmetros modais, para a qual existem diversos métodos de ajuste de curvas. Os algoritmos matemáticos utilizados na extração dos parâmetros modais são tipicamente usados para determinar as propriedades modais dos dados obtidos. A fase de estimativa dos parâmetros modais, é introduzida a partir da ajustagem da curva FRF chamada *curvefitting*, onde são utilizados programas computacionais no processo de extração dos parâmetros modais, como frequências, amortecimento e modos de vibrar do sistema estrutural.

O objetivo desta seção é indicar, de maneira conceitual, características das formas de ajuste de curvas, que podem ser métodos de modo simples e métodos multi-modos. A principal diferença entre estes é a elevada precisão dos resultados adquiridos pelos métodos de multi-modos em detrimento dos de modo simples.

A identificação dos parâmetros modais neste trabalho, ou seja, frequências naturais, modos de vibrar e coeficientes de amortecimentos modais ocorreram com base na aplicação da técnica convencional do método “peak-picking”, segundo He e Fu (2001). Também conhecido como método da meia potência, é talvez o método mais simples de identificação de sistemas de um grau de liberdade no domínio da frequência, que, pela sua simplicidade e relativa facilidade de implementação e utilização, é atualmente o método mais utilizado em aplicações de engenharia civil. Devido ao fato de ser um método de um grau de liberdade, assume que, para frequências próximas das frequências naturais da estrutura, a sua resposta dinâmica é essencialmente condicionada pela contribuição do modo ressonante, o que é equivalente a simular a estrutura, nessa gama de frequências, por meio de um oscilador de um

grau de liberdade com a mesma frequência e o mesmo coeficiente de amortecimento do modo ressonante. Esta aproximação é válida quando os diferentes modos de vibrar da estrutura se encontram bem afastados. Então, a partir dos picos das FRF obtidas experimentalmente, estimam-se os parâmetros modais da estrutura. A seguir, tem-se o procedimento para uso do método “peak-picking”:

Inicialmente é identificada a frequência natural do p th modo selecionado por meio da análise dos valores máximos de pico da FRF $|\alpha_p(\omega)|_{max}$ como $\omega_p = \omega_{peak}$.

Em seguida são estimados os amortecimentos por meio da localização dos pontos de meia potência ω_a e ω_b , que são identificados primeiro de cada lado do pico, com amplitude dada por $\alpha_{max}/\sqrt{2}$. O fator de perda de amortecimento ou amortecimento proporcional pode então ser estimado pela largura do pico de ressonância dado pelas Equações 3.55 e 3.56:

$$\eta_p = \frac{\omega_b^2 - \omega_a^2}{2 \cdot \omega_p^2} \approx \frac{\omega_b - \omega_a}{\omega_p} \quad (3.55)$$

$$\zeta_p = \frac{\omega_b^2 - \omega_a^2}{4 \cdot \omega_p^2} \approx \frac{\omega_b - \omega_a}{2 \cdot \omega_p} \quad (3.56)$$

Na estimativa da constante modal para sistema de um grau de liberdade, o pico da FRF é conhecido como $\alpha_{max} = (A_p / \eta_p \cdot \omega_p^2)$. A constante modal A_p pode ser estimada por $A_p = \alpha_{max} \cdot \eta_p \cdot \omega_p^2$ e, para o modelo de amortecimento viscoso, tem-se $A_p = 2 \cdot \alpha_{max} \cdot \zeta_p \cdot \omega_p^2$. Devido a sua notável simplicidade, o método “peak-picking”, mostrado na Figura 3.13, pode derivar rápidos resultados de análise. Este método confia no valor de pico da FRF para estimar a frequência natural e a constante modal.

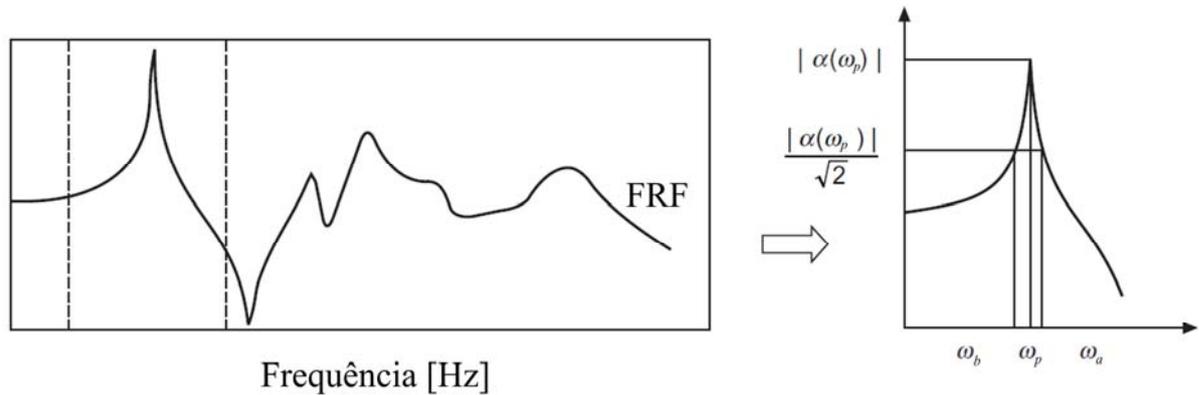


Figura 3.13: Método “peak-picking”. Fonte: He e Fu (2001)

3.6.6. Parâmetros de correlação modal

Nesta seção será discutida a forma de verificação da qualidade dos resultados experimentais quando comparados com os resultados obtidos de forma analítica e simulados numericamente. As formas modais podem ser comparadas gráfica e numericamente.

A comparação é a etapa que define se é necessário ou não corrigir os modelos experimentais, numéricos e teóricos. Existem muitas técnicas que possibilitam fazer comparações por meio de quaisquer dois vetores modais, segundo Ewins (1984). Em certos casos, é interessante comparar dois vetores modais obtidos experimentalmente com outro obtido de maneira teórica ou numérica, com o propósito de validar o modelo experimental da estrutura que está sendo analisada.

Para comparação entre os modos de vibrar, pode-se utilizar os índices mais comuns que são obtidos de forma global, como o MSF (*Modal Scale Factor*) e o MAC (*Modal Assurance Criterion*), enquanto, em termos de comparação local, pode-se utilizar o índice COMAC (*Coordinate Modal Assurance Criterion*).

3.6.6.1. Parâmetro de correlação global - MSF (Modal Scale Factor)

A função do MSF (*Modal Scale Factor*) é dar uma média normalizada de todas as estimativas modais do mesmo vetor, levando em consideração a magnitude e diferença de

fase da FRF. Quando dois vetores modais semelhantes são escalados, pode-se calcular a média dos elementos de cada vetor, para prover uma melhor estimativa do vetor modal ou prover uma indicação do tipo de vetor modal.

Dentre os diversos parâmetros existentes para comparar quaisquer dois vetores modais, este representa a inclinação da melhor linha reta que passa através dos pontos obtidos por meio de simulações teóricas e resultados experimentais. Um valor próximo de 1 indica uma boa correlação entre os valores teóricos e experimentais. Este parâmetro é calculado pela Equação 3.57:

$$\text{MSF}_{(p,x)} = \frac{\sum_{i=1}^N (\phi_x)_i (\phi_p)_i}{\sum_{i=1}^N (\phi_p)_i (\phi_p)_i} \quad (3.57)$$

onde:

N : número de modos analisados;

$(\phi_x)_i$: autovetor experimental referentes ao i th modo de vibrar;

$(\phi_p)_i$: autovetor teórico ou numérico referente ao i th modo de vibrar.

Vale ressaltar que este parâmetro não fornece a inclinação do desvio dos pontos, em relação à melhor linha que passa através dos mesmos, mas simplesmente a inclinação desta melhor reta, segundo Ewins (1984). Desta maneira, mostra-se necessária a utilização de um outro parâmetro de comparação que forneça uma medida do desvio mínimo quadrático dos pontos em relação à linha reta de correlação. Este parâmetro é o MAC.

3.6.6.2. Parâmetro de correlação global - MAC (Modal Assurance Criterion)

O critério mais usado para comparações é o MAC (*Modal Assurance Criterion*), que serve para estabelecer a correlação entre os modos de vibrar. O índice MAC, segundo Allemang e Brown (1982), é uma quantidade escalar que avalia a diferença entre dois vetores modais, mesmo os autovetores sendo complexos. Por exemplo, dados dois modos de vibrar, um formado por $(\phi_x)_i$ modos experimentais, e outro por $(\phi_p)_i$ modos teóricos, pode-se representar uma matriz de dimensões $(\phi_x)_i(\phi_p)_i$ dos valores de MAC, onde se veem claramente as relações entre os modos, sejam experimentais, teóricos ou numéricos. Na diagonal da matriz MAC, quando o valor é próximo de 1, isso traduz uma boa correlação entre os modos de vibrar. Mas quando esse valor é próximo de 0, fora da diagonal, pode-se concluir que os modos de vibrar são diferentes. Na prática, qualquer valor entre 0,9 e 1 é considerado uma boa relação, ou seja, os modos comparados são idênticos ou proporcionais, indicando uma alta correlação, segundo Ewins (1984). Caso o coeficiente apresente valor inferior a 0,9, haverá certo grau de inconsistência inversamente proporcional ao valor do coeficiente. O MAC é análogo ao produto escalar entre dois vetores, pois, caso apresente valor próximo de 0, conclui-se que estes são ortogonais. Geralmente, na prática, aceita-se que um valor de MAC acima de 0,9 indica que os modos comparados estão correlacionados e um valor abaixo de 0,1 não há correlação entre ambos. A correlação MAC entre os modos de vibrar é calculada pela Equação 3.58:

$$\text{MAC}_{(p,x)} = \frac{\left| \sum_{i=1}^N (\phi_x)_i (\phi_p)_i \right|^2}{\left(\sum_{i=1}^N (\phi_x)_i (\phi_x)_i \right) \cdot \left(\sum_{i=1}^N (\phi_p)_i (\phi_p)_i \right)} \quad (3.58)$$

onde:

N : número de modos analisados;

$(\phi_x)_i$: autovetor experimental referentes ao i th modo de vibrar;

$(\phi_p)_i$: autovetor teórico ou numérico referente ao i th modo de vibrar.

As causas pelas quais o parâmetro MAC pode não alcançar valores próximos de 1, para modos correlacionados, são: o modelo analítico não ser uma aproximação da estrutura real; presença de não linearidades na realização do ensaio; presença de ruído nas medidas; erros no processamento dos dados medidos; escolha imprópria dos graus de liberdade incluídos na correlação.

A escolha dos graus de liberdade é muito importante, pois, na maioria das vezes, o problema é devido ao número incompatível de graus de liberdade com o número de pontos de medição, poucos pontos, e aos erros de modelagem, no caso, omissão de amortecimento. Certamente, deve-se utilizar um número de graus de liberdade suficiente para que se possam distinguir bem os diferentes modos de vibrar, pois a eficácia dos critérios depende muito da quantidade e da qualidade dos resultados experimentais que são disponíveis. Por exemplo, a determinação das deformadas modais necessita de um número de pontos de medidas tão maior quanto a complexidade da estrutura e o número de modos a serem medidos. É óbvio que, se incluir todos os graus de liberdade do modelo, obtém-se uma medida mais precisa da correlação entre os vetores.

Como observação, é válido lembrar que o MAC se torna ineficiente quando as frequências ressonantes da estrutura são muito próximas. O MAC também possui a finalidade de avaliar a qualidade das formas modais obtidas por meios experimentais, numéricos e teóricos, uma vez que, na teoria os autovetores normalizados de um sistema, são ortogonais entre si.

3.6.6.3. Parâmetro de correlação local - COMAC (Coordinate Modal Assurance Criterion)

O parâmetro COMAC (*Coordinate Modal Assurance Criterion*), proposto por Lieven e Ewins (1988), é uma medida local de comparação e correlação entre modos de vibrar de uma estrutura. O COMAC correlaciona dois conjuntos de formas modais, no mesmo ponto, que podem ser obtidos de forma experimental, teórica ou numérica. Também identifica o conjunto de coordenadas por meio de uma correlação que varia na faixa de 0 a 1. Os valores próximos de 0 representam discordância entre os modos de vibrar obtidos naquele ponto e valores próximos de 1 representam concordância entre os modos de vibrar naquele ponto.

Quando os dados obtidos de forma experimental, analítica e numérica dos modos de vibrar da estrutura estão disponíveis, as medidas de correlação entre os dados fornecem informação útil sobre a qualidade obtida dos dados do modelo. Esta correlação pode ser usada para ajustar os modelos experimentais, teóricos e numéricos. A correlação dada pelo parâmetro COMAC é calculada pela Equação 3.59:

$$\text{COMAC}_{(i)} = \frac{\sum_{i=1}^N |(\phi_x)_i (\phi_p)_i|^2}{\left(\sum_{i=1}^N (\phi_x)_i^2 \right) \cdot \left(\sum_{i=1}^N (\phi_p)_i^2 \right)} \quad (3.59)$$

onde:

N : número de modos analisados;

$(\phi_x)_i$: autovetor experimental referentes ao i th modo de vibrar;

$(\phi_p)_i$: autovetor teórico ou numérico referente ao i th modo de vibrar.

4. CARREGAMENTOS INDUZIDOS POR PEDESTRES

Durante a caminhada em uma estrutura, os pedestres introduzem forças dinâmicas que variam no tempo. Essas forças têm componentes (nas direções transversal vertical, transversal horizontal e longitudinal) dependentes de parâmetros, tais como: frequência de passo, velocidade de caminhada e comprimento de passo. Ao longo dos anos, vários estudos foram realizados para quantificar as forças de caminhada. Inicialmente, os estudos deram mais atenção à componente na direção transversal vertical, sendo que quase todos os problemas documentados a respeito das vibrações induzidas por pedestres foram associados a essa componente.

Pesquisadores como Galbraith e Barton (1970) realizaram estudos relacionados aos modos de vibrar da força nas direções transversal vertical e transversal horizontal, alterando a velocidade dos passos. Concluíram que a componente da força na direção transversal vertical tem apenas um pico no caso de corrida e dois picos no caso de caminhada, Figura 4.1. A frequência dos passos e peso das pessoas foi identificada como fatores que ampliam os picos da componente nesta direção, enquanto o tipo de calçado e o tipo da superfície de caminhada não apresentaram influência. Durante a caminhada, há alguns curtos períodos de tempo em que ambos os pés estão no chão, ocorrendo uma sobreposição das forças de caminhada conforme Figura 4.1; por outro lado, na corrida há períodos em que ambos os pés estão fora do piso, conduzindo a zero a força registrada.

Uma grande pesquisa compreendida dentro das forças humanas relevantes para excitação das passarelas foi conduzida por Wheeler (1980, 1982), que sistematizou o trabalho de outros pesquisadores relacionando os diferentes modos de movimento de caminhada humana, conforme Figura 4.2. O principal fator analisado nesse estudo foi verificar a influência da velocidade de passo na componente das várias formas da força de caminhada na direção transversal vertical.

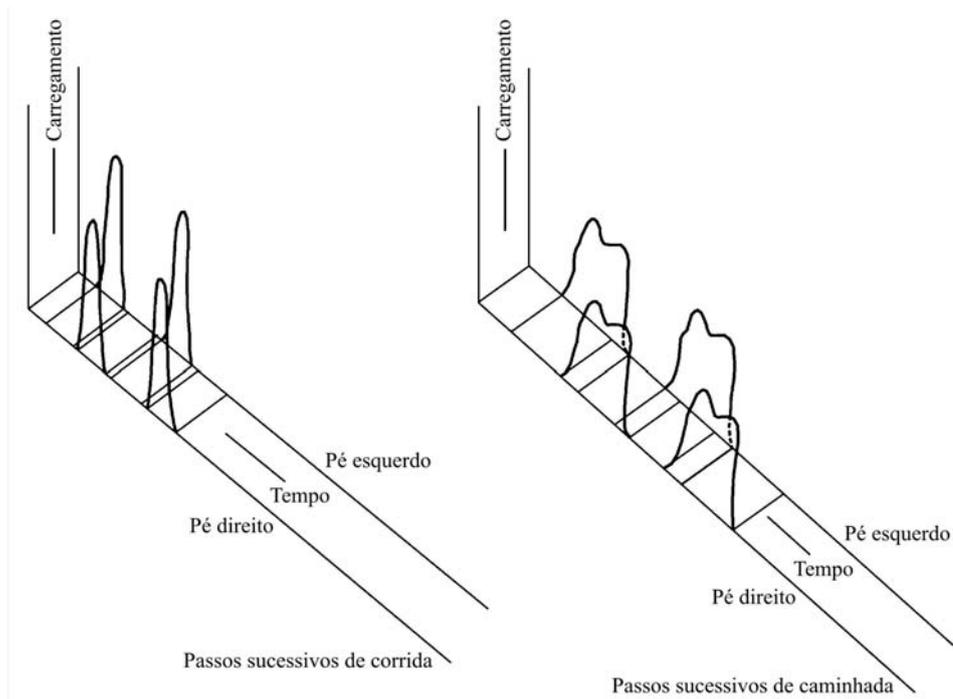


Figura 4.1: Padrão típico de forças para corrida e caminhada na direção transversal vertical. Fonte: Galbraith e Barton (1970)

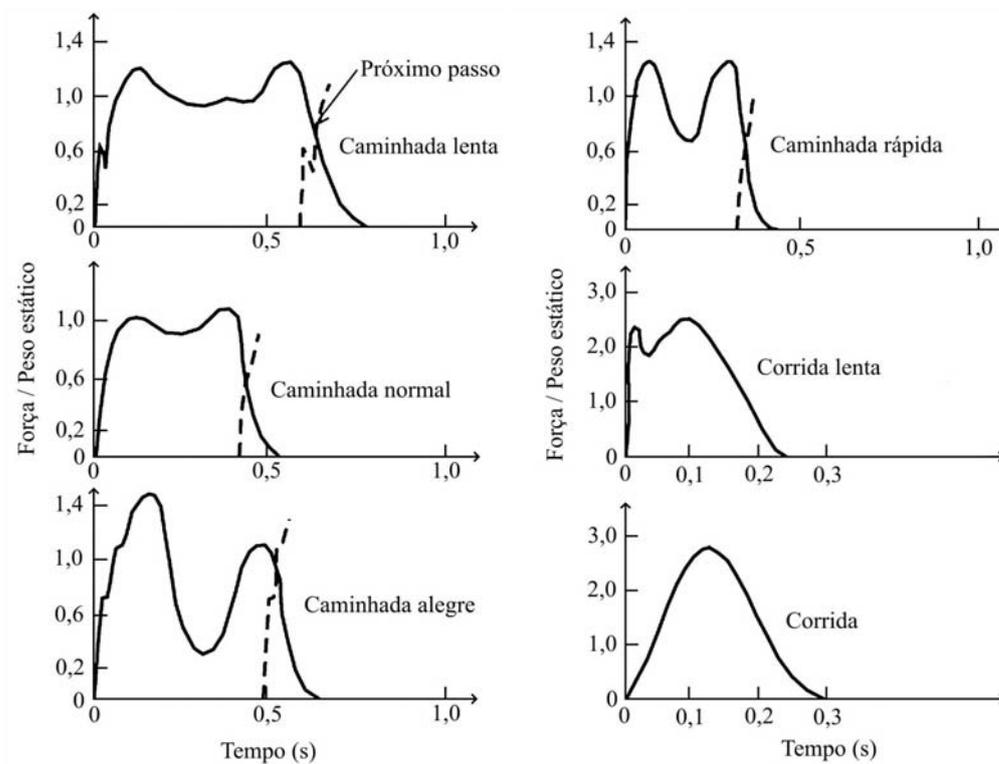


Figura 4.2: Forças na direção transversal vertical para diferentes forma de caminhada. Fonte: Wheeler (1982)

Wheeler (1982) fez uma sistematização dos trabalhos mostrando que há uma dependência entre os muitos parâmetros de caminhada, como comprimento de passo, velocidade de movimento, picos de força e tempo de contato (tempo enquanto um dos pés está em contato com o piso), Figura 4.3. Notou-se que todos estes parâmetros são diferentes para diferentes pessoas, mas algumas conclusões gerais podem ser esboçadas. Por exemplo, com aumento da frequência de passo, o pico de amplitude, o comprimento de passo e a velocidade aumentam enquanto o tempo de contato diminui. Em certo momento, não mais ocorre o aumento do comprimento de passo e apenas a frequência de passo e a velocidade aumentam de intensidade. O mesmo efeito ocorre quando a frequência aumenta e o tempo de contato permanece inalterado. Na Figura 4.3 são mostrados os gráficos obtidos por meio de correlações desses parâmetros, que foram sistematizados por Wheeler (1982).

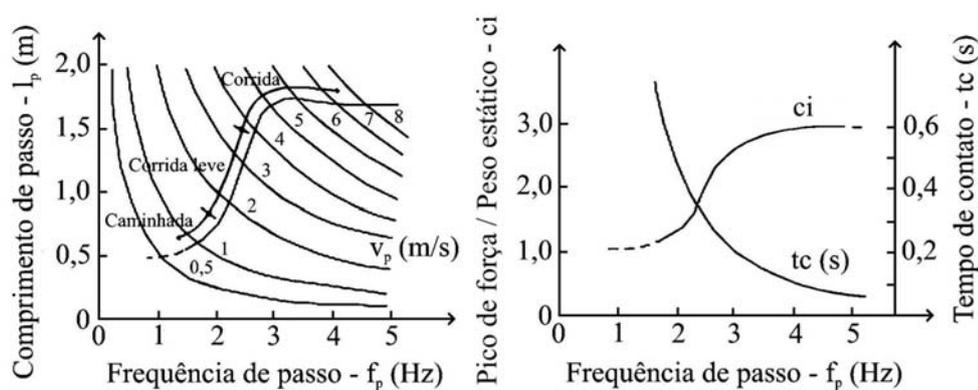


Figura 4.3: Dependência do comprimento do passo (l_p), velocidade de passo (v_p), pico de força versus peso estático (ci) e tempo de contato (t_c) em diferentes frequências de passo (f_p). Fonte: Wheeler (1982)

As medidas da força de passo de indivíduos foram feitas pelos mais avançados e informativos sistemas de medidas contínuas no tempo, compreendendo vários tipos de caminhada. Para este propósito, Blanchard *et al.* (1977) usaram uma máquina de andar descrita por Skorecki (1966); Rainer *et al.* (1988) usaram uma faixa de piso, enquanto Ebrahimpour *et al.* (1994, 1996) usaram uma plataforma instrumentada com várias placas de

força. As medidas no tempo foram obviamente próximas, com o período (médio) igual ao recíproco valor da frequência (média) de passo. Infelizmente, em todos estes trabalhos foi dada maior atenção para obter somente as forças na direção transversal vertical. Embora baseado nas medidas de Andriacchi *et al.* (1977) e levando em consideração que a frequência fundamental da força na direção transversal horizontal induzida pela caminhada é duas vezes menor do que a frequência fundamental da força nas direções transversal vertical e longitudinal, geralmente podem ser construídos os modos contínuos para força em todas as três direções, assumindo uma perfeita periodicidade, segundo Bachmann e Ammann (1987), conforme Figura 4.4.

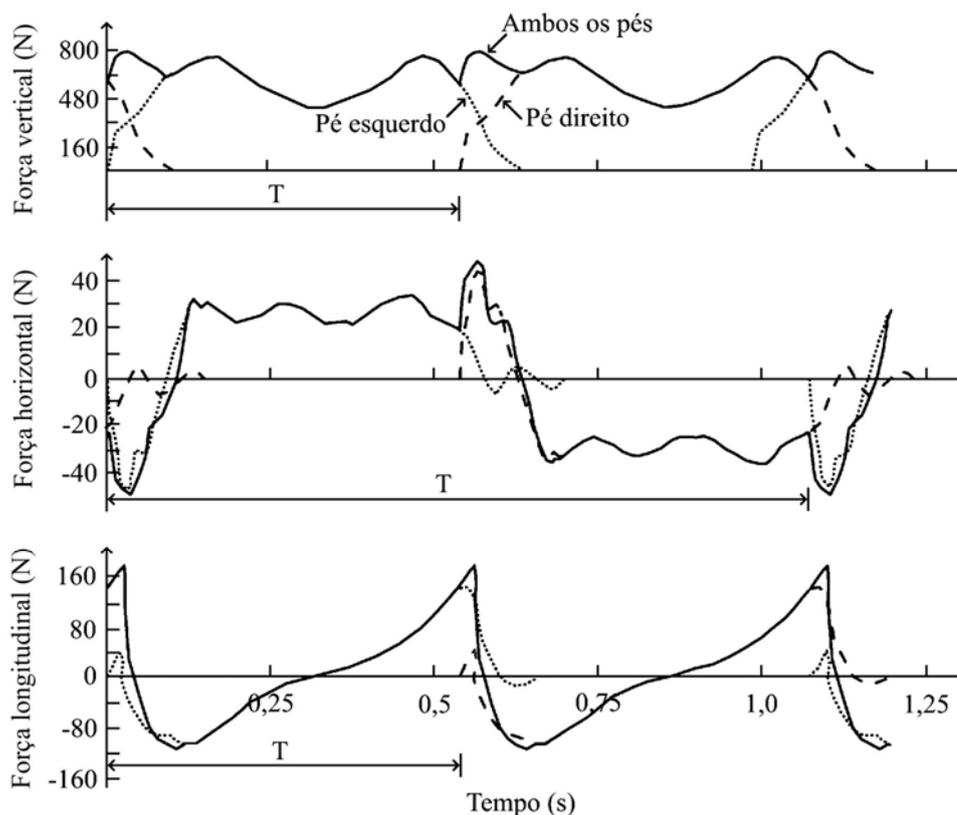


Figura 4.4: Registro periódico das forças nas direções transversal vertical, transversal horizontal e longitudinal de pessoas caminhando ao longo do tempo. Fonte: Bachmann e Ammann (1987)

Uma confiável descrição estatística da frequência de caminhada normal foi dada por Matsumoto *et al.* (1972, 1978), que investigaram um exemplo de 505 pessoas e concluíram

que as frequências seguem uma distribuição normal com uma média de passo igual a 2,0 Hz e desvio padrão igual a 0,173 Hz, conforme Figura 4.5. Kerr e Bishop (2001) obtiveram uma frequência média de 1,9 Hz, mas de uma investigação de somente 40 sujeitos. Compreensão estatística similar baseada em investigações, como a dada por Matsumoto *et al.* (1978) para caminhada, não existe para outro tipo de força induzida por pedestres. Porém existem algumas propostas sobre as faixas típicas de frequência para diferentes atividades humanas (correr, pular, saltar etc). Por exemplo, Bachmann *et al.* (1995) definiram tipicamente a variação de frequências na direção transversal vertical de 1,6 a 2,4 Hz para caminhada; 2,0 a 3,5 Hz para corrida; 1,8 a 3,4 Hz para pular; 1,5 a 3,0 Hz para saltar e 0,4 a 0,7 Hz para o balanço na direção transversal horizontal do corpo enquanto estacionário.

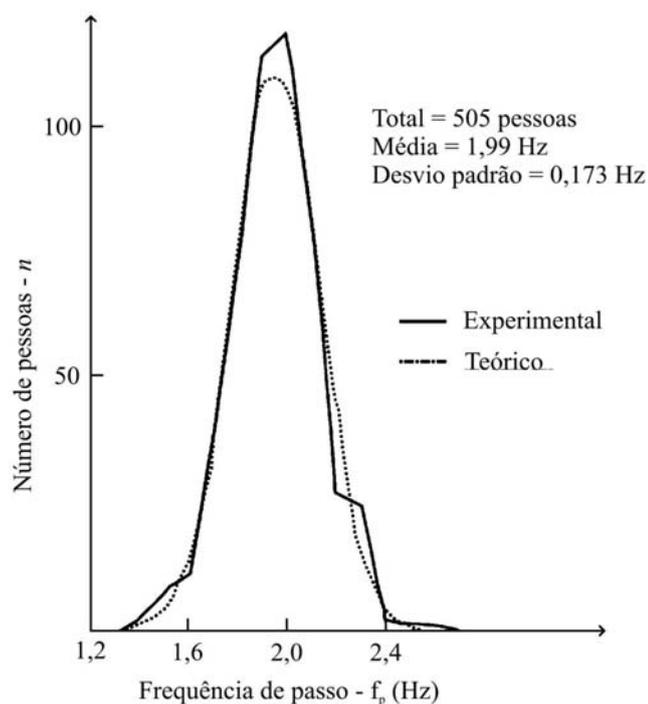


Figura 4.5: Distribuição normal da frequência de caminhada na direção transversal vertical. Fonte: Matsumoto *et al.* (1972)

Na Figura 4.6 têm-se as frequências típicas da função de força na direção transversal vertical, segundo Wheeler (1982), de caminhada lenta a rápida. As funções de força mostradas na Figura 4.6 são dependentes da frequência de passo e as atividades de caminhada

classificadas em quatro tipos de frequência de passo que corresponde a um tipo de atividade. Neste caso, estabeleceram-se as faixas de frequências para uma função similar de força na direção que identifica caminhada lenta (menor do que 1,8 Hz), caminhada normal (1,8 a 2,2 Hz), caminhada alegre (2,2 a 2,7 Hz) e caminhada rápida (maior do que 2,7 Hz).

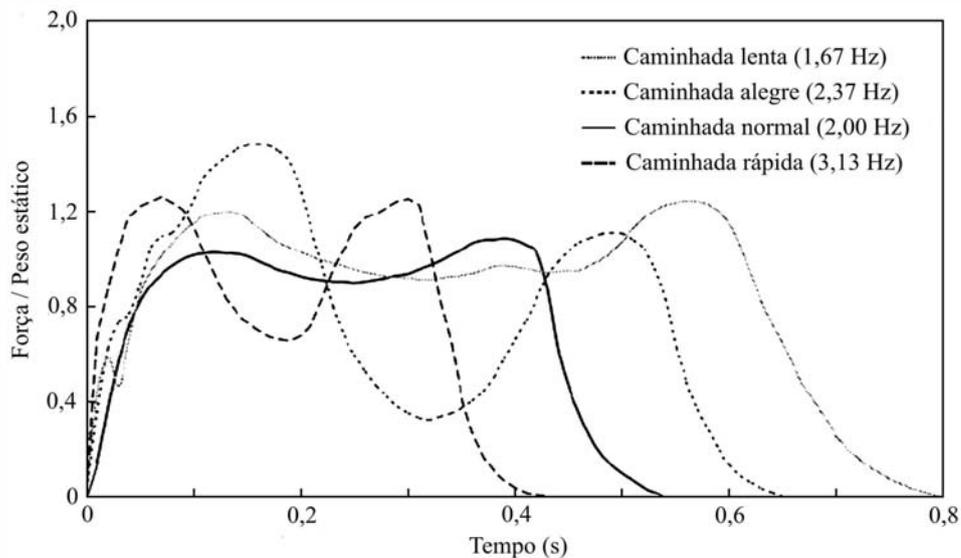


Figura 4.6: Padrão típico de forças de caminhada na direção transversal vertical. Fonte: Wheeler (1982)

Como foi visto no início deste item, o tráfego de pedestres produz forças dinâmicas variantes no tempo, com componentes nas direções transversal vertical, transversal horizontal e longitudinal. Isso decorre do simples caminhar de pedestres que produz forças devido à aceleração e à desaceleração da massa do corpo. A frequência típica de passo para caminhada, em torno de 2 passos por segundo, origina uma força na direção transversal vertical com 2,0 Hz de frequência. A caminhada lenta está na faixa de 1,4 a 1,7 Hz e a caminhada rápida na faixa de 2,2 a 2,4 Hz. Isto significa que a faixa total da frequência de força na direção transversal vertical é 1,4 a 2,4 Hz, com uma média de 2,0 Hz. Como a componente na direção transversal horizontal da força é aplicada em metade da frequência de passo, a frequência da força nesta direção está na faixa de 0,7 a 1,2 Hz (Figura 4.7), segundo Bachmann (2002). Muitas passarelas têm frequência nas direções transversal vertical e transversal horizontal

dentro dos limites mencionados acima (frequências nas direções transversal vertical de 1,4 a 2,4 Hz e transversal horizontal de 0,7 a 1,2 Hz). Portanto, estas têm um grande potencial de vir a sofrerem vibrações excessivas devido à ação de pedestres.



Figura 4.7: Faixas de frequências nas direções transversal vertical e transversal horizontal em passarelas. Fonte: Nakamura (2002)

4.1. Mecanismo de vibração em passarelas, segundo Fujino *et al.* (1993)

O carregamento dinâmico do movimento de caminhada humana é, em sua maior parte, na direção transversal vertical. A frequência predominante para essa componente é, aproximadamente, 2,0 Hz, embora varie ligeiramente dependendo do indivíduo e do tipo de caminhada, segundo Matsumoto *et al.* (1978), Bachmann e Ammann (1987). Conseqüentemente, se uma passarela qualquer tem uma frequência natural próxima de 2,0 Hz, para um modo de vibrar na direção transversal vertical, essa pode potencialmente ser induzida pelos pedestres, dando origem ao fenômeno da ressonância. Esse tipo de fenômeno, que pode causar notáveis amplitudes, ocorreu em muitas passarelas. Para evitar tais vibrações na direção transversal vertical, as especificações de projeto para passarelas no Japão requerem que as frequências naturais do modo de vibrar desta direção devem estar fora da faixa de 1,5 a 2,3 Hz.

Os movimentos humanos não estão diretamente na direção transversal vertical de caminhada, pois o ser humano caminha trocando seu peso periodicamente de uma perna para outra. Na verdade, sempre caminha seguindo um movimento na direção transversal horizontal de zigue-zague do corpo, cuja frequência dominante é igual a 1 Hz.

A pesquisa realizado por Fujino *et al.* (1993) descreveu as vibrações nas direções transversal vertical e transversal horizontal induzidas por pedestres em uma passarela sob um extremo congestionamento. As observações mostraram evidências de sincronismo da ação de caminhada de muitos pedestres durante a vibração na direção transversal horizontal da passarela.

A passarela estudada nessa pesquisa por Fujino *et al.* (1993) foi construída em sistema estaiado com dois vãos contínuos em viga caixão de aço, conforme Figura 4.8, e com dois planos de estais. Tem um vão total de 179 m e largura da via de pedestres igual a 5,25 m.

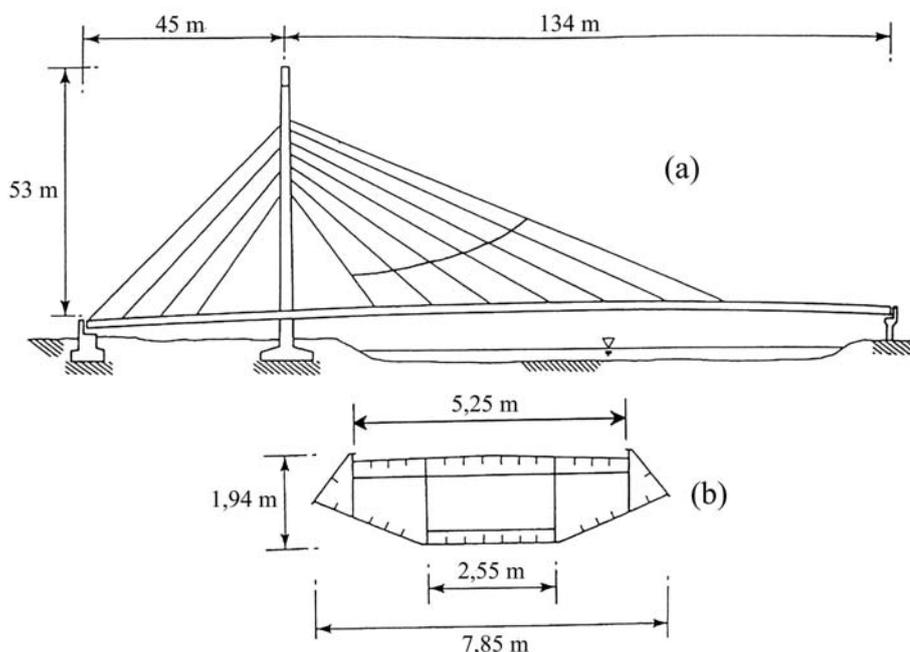


Figura 4.8: Vista na direção longitudinal (a) e seção transversal da viga caixão de aço (b) da passarela em sistema estaiado. Fonte: Fujino *et al.* (1993)

A passarela é adjacente a um estádio de competição de barcos e conecta o estádio a um terminal de ônibus. Depois de uma grande competição de barcos, mais de 20.000 pessoas passaram algumas vezes sobre a passarela, dentro de um intervalo de tempo de 20 min, ocorrendo congestionamento com mais ou menos 2.000 pedestres caminhando simultaneamente na passarela. Sob esta situação, além da vibração na direção transversal vertical, também foi observada notável vibração na direção transversal horizontal da passarela. A primeira, segunda e terceira frequência natural do modo na direção transversal vertical da passarela são 0,7, 1,4 e 2,0 Hz, respectivamente, enquanto a primeira frequência natural na direção transversal horizontal da viga é 0,9 Hz, todas confirmadas por medidas experimentais. Alguns cabos também tinham sua primeira frequência de vibração natural na faixa de 0,9 a 1 Hz e vibraram com grandes amplitudes.

No estudo das vibrações ocorridas nessa passarela, dois tipos de mecanismo de vibração foram pensados por Fujino *et al.* (1993). Um correspondente à excitação na direção transversal vertical da viga de frequência natural 2,0 Hz, que é ressonantemente excitada devido à caminhada humana (frequência de 2 Hz); esse movimento na direção transversal vertical também provocou o movimento na direção transversal horizontal de alguns cabos, na frequência 1 Hz, conforme Figura 4.9.

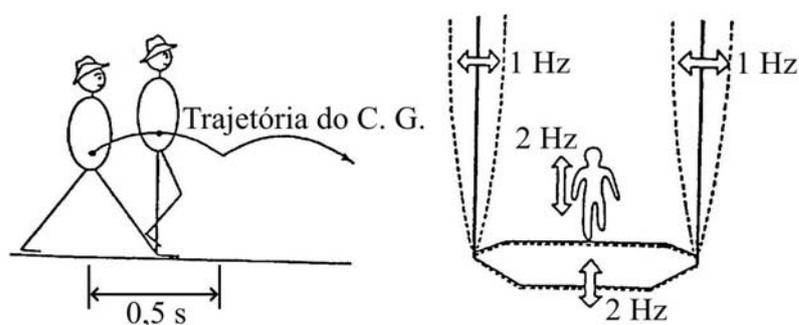


Figura 4.9: Mecanismo de vibração na direção transversal vertical. Fonte: Fujino *et al.* (1993)

O outro mecanismo é a ressonância tipo linear direta, pela qual a força na direção transversal horizontal, com frequência de 1,0 Hz devido à caminhada humana, fornece uma força diretamente para o modo de vibrar na direção transversal horizontal da viga de frequência natural igual a 0,9 Hz e para alguns cabos cujas frequências estão próximas de 0,9 Hz. Segundo Fujino *et al.* (1993), as forças horizontais produzidas devido ao caminhar das pessoas são decorrentes das oscilações horizontais do movimento do centro de gravidade do corpo, conforme Figura 4.9, e são transferidas para as estruturas por meio do contato da superfície. Essas oscilações horizontais do corpo humano são da ordem de 1 a 2 cm com uma frequência de aproximadamente 1 Hz na direção transversal horizontal, conforme Figura 4.10. No entanto, as verificações relacionadas aos parâmetros horizontais não estão bem definidas, pois a maioria dos trabalhos tem sido feitos superficialmente.

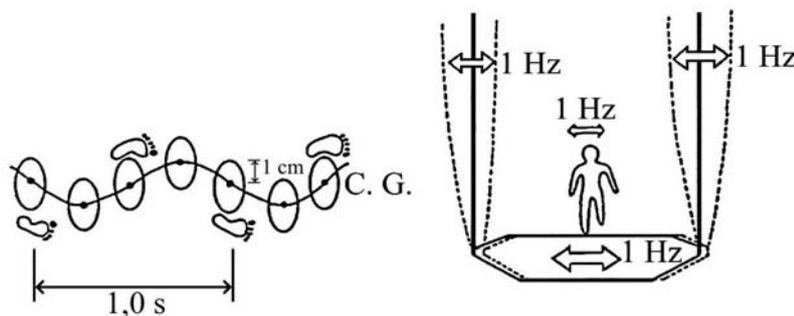


Figura 4.10: Mecanismo de vibração na direção transversal horizontal. Fonte: Fujino *et al.* (1993)

4.2. Modelagem da força

Na literatura são encontrados modelos de carregamentos dinâmicos aplicados no domínio do tempo e no domínio da frequência. Este trabalho estudará apenas a respeito de modelos no domínio do tempo. Geralmente, dois tipos de modelos no domínio do tempo têm sido encontrados na literatura: determinístico e probabilístico. O primeiro estabelece um modelo geral de força para cada tipo de atividade humana; o segundo leva em conta alguns parâmetros que influenciam na força humana, como a frequência da atividade e peso das

peessoas. Este trabalho apresentará apenas o modelo determinístico de força que é relevante para o entendimento desse assunto.

O modelo determinístico no domínio do tempo para o movimento de caminhar e correr considera como se ambos os pés produzissem exatamente a mesma força periódica para esses casos. A suposição de repetições perfeitas é usada na geração da modelagem dos carregamentos destrutivos por uma simples pessoa e grupos pequenos de pessoas.

No sentido de estabelecer uma modelagem das forças dinâmicas de carregamentos, os pesquisadores Blanchard *et al.* (1977) propuseram um modelo simples de força de caminhada que toma como base o fenômeno da ressonância devido somente ao primeiro harmônico, que possui fator dinâmico de carregamento igual a 0,257 para um peso de pedestre igual a 700 N. Este foi indicado para passarelas com frequência fundamental na direção transversal vertical de até 4 Hz; nas frequências naturais entre 4 e 5 Hz, alguns fatores de redução foram aplicados, considerando as baixas amplitudes do segundo harmônico, pois esta faixa de frequência pode não ser excitada pelo primeiro harmônico de caminhada. Os resultados e conclusões referentes ao seguinte estudo foram introduzidos no código britânico BS 5400 (1978) para serem utilizados no dimensionamento de passarelas e, dessa forma, dar segurança aos usuários.

Os pesquisadores Bachmann e Ammann (1987) foram pioneiros em informar os primeiros cinco harmônicos para força de caminhada nas direções transversal vertical, transversal horizontal e longitudinal dos modelos de carregamento determinístico no domínio do tempo. Mostraram que o primeiro e o terceiro harmônico da força na direção transversal horizontal e o primeiro e segundo harmônico da força na direção longitudinal são dominantes, Figura 4.11. É interessante que foram identificados alguns sub-harmônicos nas direções transversal horizontal e longitudinal, conforme mostrado na Figura 4.11, que ocorreram como

uma consequência do maior pronunciamento da batida dos pés na direção transversal horizontal.

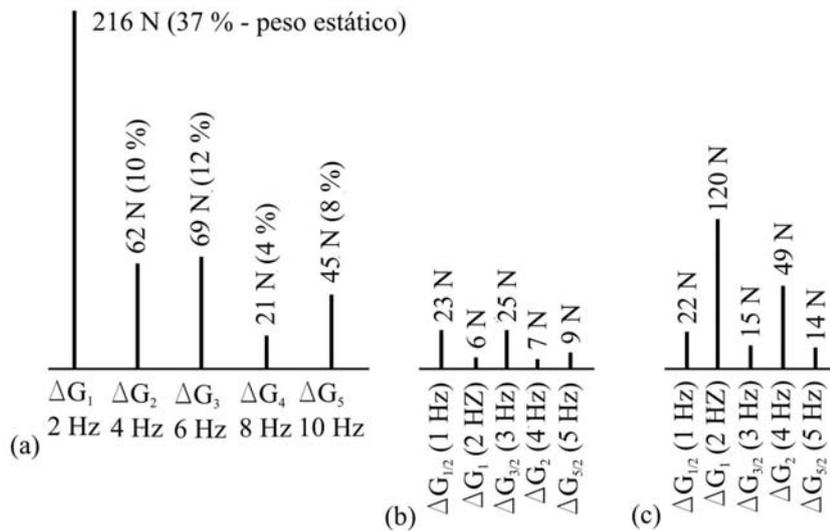


Figura 4.11: Componentes harmônicos da força de caminhada nas direções (a) transversal vertical, (b) transversal horizontal e (c) longitudinal. Fonte: Bachmann e Ammann (1987)

No final dos anos 1980 um aumento significativo neste campo foi provido por um excelente trabalho de Rainer *et al.* (1988). Estes mediram contínuas forças de uma simples pessoa não somente caminhando, mas também correndo e pulando, e confirmaram que os fatores de carregamento dinâmico (α_i) dependem fortemente da frequência das atividades. Na Figura 4.12 estão representadas as curvas no domínio da frequência para os quatro primeiros fatores dinâmicos de carregamento (α_i) na direção transversal vertical para as forças de caminhada, corrida e pulo.

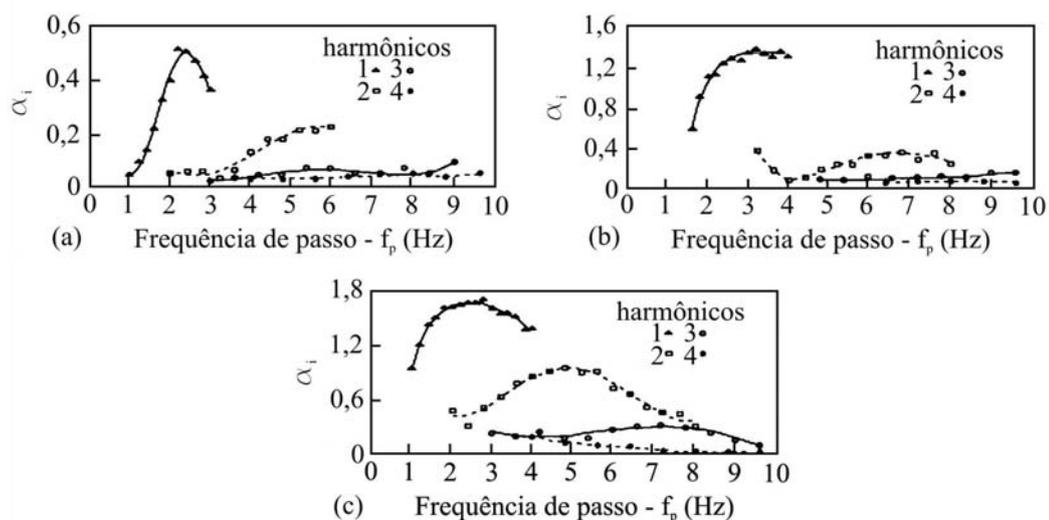


Figura 4.12: Fatores de carregamento dinâmicos (α_i) na direção transversal vertical para os quatro primeiros harmônicos da força de caminhada (a), corrida (b) e pulo (c). Fonte: Rainer *et al.* (1988)

Atualmente muitos pesquisadores, tomando como base a decomposição de Fourier, quantificaram os fatores dinâmicos de carregamento (α_i) que são as bases para estes modelos de periodicidade perfeita de forças induzidas por humanos. Na Tabela 4.1, têm-se os fatores dinâmicos de carregamento estimados por diferentes autores para o modelo de força de um indivíduo executando diferentes atividades nas direções transversal vertical, transversal horizontal e longitudinal.

Tabela 4.1: Fatores dinâmicos de carregamento estimado por diferentes autores

Autores	Fatores dinâmicos de carregamento (α_i)	Comentário	Atividade-direção
Blanchard (1977)	$\alpha_1 = 0,257$	Fator dinâmico de carregamento é redutor para frequências de 4 a 5 Hz	Caminhada-transversal vertical
Bachmann e Ammann (1987)	$\alpha_1 = 0,4 - 0,5$ $\alpha_2 = \alpha_3 = 0,1$	Entre 2 e 2,4 Hz, aproximadamente 2 Hz	Caminhada-transversal vertical
Schulze (depois de Bachmann e Ammann (1987))	$\alpha_1 = 0,37$ $\alpha_2 = 0,10$ $\alpha_3 = 0,12$ $\alpha_4 = 0,04$ $\alpha_5 = 0,08$	Em 2 Hz	Caminhada-transversal vertical
Schulze (depois de Bachmann e Ammann (1987))	$\alpha_1 = 0,039$ $\alpha_2 = 0,010$ $\alpha_3 = 0,043$ $\alpha_4 = 0,012$ $\alpha_5 = 0,015$	Em 2 Hz	Caminhada-transversal horizontal
Schulze (depois de Bachmann e Ammann (1987))	$\alpha_{1/2} = 0,037$ $\alpha_1 = 0,204$ $\alpha_{3/2} = 0,026$ $\alpha_2 = 0,083$ $\alpha_{5/2} = 0,024$	Em 2 Hz	Caminhada-longitudinal
Rainer <i>et al.</i> (1988)	$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ e α_4	Fatores dinâmicos de carregamento dependentes das frequências, Fig. 4.12	Caminhada, corrida, pulo-transversal vertical
Bachmann <i>et al.</i> (1995)	$\alpha_1 = 0,4/0,5$ $\alpha_2 = \alpha_3 = 0,1/-$	Em 2,0/2,4 Hz	Caminhada-transversal vertical
Bachmann <i>et al.</i> (1995)	$\alpha_1 = \alpha_3 = 0,1$	Em 2,0 Hz	Caminhada-transversal horizontal
Bachmann <i>et al.</i> (1995)	$\alpha_{1/2} = 0,1$ $\alpha_1 = 0,2$ $\alpha_2 = 0,1$	Em 2,0 Hz	Caminhada-longitudinal
Bachmann <i>et al.</i> (1995)	$\alpha_1 = 1,6$ $\alpha_2 = 0,7$ $\alpha_3 = 0,2$	Em 2,0-3,0 Hz	Corrida-transversal vertical

Young (2001)	$\alpha_1 = 0,37(f - 0,95) \leq 0,5$ $\alpha_2 = 0,054 + 0,0044f$ $\alpha_3 = 0,026 + 0,0050f$ $\alpha_4 = 0,010 + 0,0051f$	Estes são valores médios para fatores dinâmicos de carregamento	Caminhada-transversal vertical
Bachmann <i>et al.</i> (1995)	$\alpha_1 = 1,8/1,7$ $\alpha_2 = 1,3/1,1$ $\alpha_3 = 0,7/0,5$	Pulo normal em 2,0/3,0 Hz	Pulo-transversal vertical
Bachmann <i>et al.</i> (1995)	$\alpha_1 = 1,9/1,8$ $\alpha_2 = 1,6/1,3$ $\alpha_3 = 1,1/0,8$	Pulo alto em 2,0/3,0 Hz	Pulo-transversal vertical
Bachmann <i>et al.</i> (1995)	$\alpha_1 = 0,17/0,38$ $\alpha_2 = 0,10/0,12$ $\alpha_3 = 0,04/0,02$	Em 1,6/2,4 Hz	Salto-transversal vertical
Bachmann <i>et al.</i> (1995)	$\alpha_1 = 0,5$	Em 0,6 Hz	Corpo balançando enquanto parado-transversal horizontal
Yao <i>et al.</i> (2002)	$\alpha_1 = 0,7$ $\alpha_2 = 0,25$	Salto livre em uma plataforma flexível com frequência natural de 2,0 Hz	Salto-transversal vertical

4.3. Modelos de carregamentos

As análises de cada ação dinâmica produzida pelos pedestres indicam que as forças dinâmicas de caminhada, corrida e pulo $F(t)$ podem ser representadas em um período T . Isto é, as componentes dinâmicas da força de atividade podem ser representadas por um termo e pela somatória de termos, que é uma série de Fourier com fatores dinâmicos de carregamento (α_i) nas frequências discretas ($i \cdot f$).

Inicialmente, foi sugerido por Bachmann e Ammann (1987) um modelo de representação dinâmica dos carregamentos composto pela parcela estática correspondente ao peso do pedestre e uma combinação de harmônicos associados à excitação dinâmica. A força que representa o movimento de caminhar humano pode ser obtida por meio da Equação 4.1 e as componentes dinâmicas da força de caminhada são representadas por uma série de Fourier.

O seguinte modelo de carregamento dinâmico possibilita que a posição do carregamento dinâmico seja alterada de acordo com a posição do pedestre na estrutura, isto é, a função gerada tem uma descrição temporal e espacial.

$$F(t) = P \left(1 + \sum_{i=1}^N \alpha_i \cdot \text{sen}(i \cdot 2\pi \cdot f_p \cdot t + \varphi_i) \right) \quad (4.1)$$

onde:

P : peso do pedestre tomado igual a 700 N;

α_i : coeficiente dinâmico para o *ith* harmônico, Tabela 4.1;

f_p : frequência de passo (Hz);

t : tempo de percurso do carregamento (s);

φ_i : ângulo de fase do *ith* harmônico da força, conforme mostrado na Tabela 4.2;

i : número de ordem do harmônico;

N : número total de harmônicos contribuintes.

Todavia, para um melhor entendimento desse modelo faz-se necessário entender outros parâmetros desta modelagem que estão associados à frequência de passo, como a distância e a velocidade de passo. No estudo realizado por Bachmann e Ammann (1987), a excitação dinâmica associada ao caminhar do ser humano sobre a passarela foi obtida mediante o emprego da Equação 4.1, por meio do uso de quatro harmônicos para gerar a função de carregamento. É bom lembrar que uma série de Fourier necessita dos fatores dinâmicos de carregamento (α_i), uma vez que representa a amplitude central dos harmônicos da força registrada e são normalizados pelo próprio peso do pedestre (P). Apesar de o modelo ser eficiente, os trabalhos atuais de Figueiredo *et al.* (2008) utilizaram, com grande sucesso, o modelo sugerido por Murray *et al.* (1997).

Os modelos de forças considerados por Murray *et al.* (1997), em suas investigações, também indicam que as forças $F(t)$ de caminhada, corrida e pulo podem ser representadas para um período T , por apenas um harmônico ressonante de carga, Equação 4.2, ou por meio de uma série de Fourier, Equação 4.3, sendo ambos aplicados no ponto de maior amplitude modal da passarela. Na Equação 4.2 não há uma variação espacial da carga no decorrer do tempo, pois a mesma é aplicada sempre no meio do vão, o que de fato não acontece durante o movimento de pedestre sobre a passarela. Porém, o modelo de carregamento dinâmico representado pela Equação 4.3 pode ser adotado tanto para uma variação espacial e temporal sobre a passarela, quanto para uma variação temporal aplicada no meio do vão. Este também é composto pela parcela estática correspondente ao peso do pedestre e uma combinação de harmônicos associados à excitação dinâmica por meio dos fatores dinâmicos de carregamento (α_i), conforme mostrado na Tabela 4.2.

$$F(t) = P \cdot \alpha_i \cdot \cos(i \cdot 2\pi \cdot f_p \cdot t) \quad (4.2)$$

$$F(t) = P \left(1 + \sum_{i=1}^N \alpha_i \cdot \cos(i \cdot 2\pi \cdot f_p \cdot t + \varphi_i) \right) \quad (4.3)$$

onde:

P : peso do pedestre tomado igual a 700 N;

α_i : coeficiente dinâmico para o i th harmônico, Tabela 4.2;

f_p : frequência de passo (Hz);

t : tempo de carregamento (s);

φ_i : ângulo de fase do i th harmônico da força, conforme mostrado na Tabela 4.2;

i : número de ordem do harmônico;

N : número total de harmônicos contribuintes.

Tabela 4.2: Fatores dinâmicos de carregamento. Fonte: Murray *et al.* (1997)

i	Pessoas caminhando			Classes de aeróbica			Grupos de dança		
	f_p (Hz)	α_i	φ_i	f_p (Hz)	α_i	φ_i	f_p (Hz)	α_i	φ_i
1	1,6 - 2,2	0,5	0	2,0 - 2,75	1,5	-	1,5 - 3,0	0,5	-
2	3,2 - 4,4	0,2	$\pi/2$	4,0 - 5,5	0,6	-	-	-	-
3	4,8 - 6,6	0,1	$\pi/2$	6,0 - 8,25	0,1	-	-	-	-
4	6,4 - 8,8	0,05	$\pi/2$	-	-	-	-	-	-

O modelo de carregamento mostrado a seguir foi proposto por Varela (2004), seguindo a metodologia dos modelos de carregamentos propostos por Bachmann e Ammann (1987) e Murray *et al.* (1997). No entanto, neste modelo é introduzido o efeito proveniente do impacto transiente do calcanhar, conforme mostrado na Equação 4.4.

$$\begin{aligned}
 F(t) &= \left(\frac{f_{mi} F_m - P}{0,04T_p} \right) t + P && \text{se } 0 \leq t < 0,04T_p \\
 F(t) &= f_{mi} F_m \left[\frac{C_1 (t - 0,04T_p)}{0,02T_p} + 1 \right] && \text{se } 0,04T_p \leq t < 0,06T_p \\
 F(t) &= F_m && \text{se } 0,06T_p \leq t < 0,15T_p \quad (4.4) \\
 F(t) &= P + \sum_{i=1}^N P \cdot \alpha_i \cdot \text{sen} \left[i \cdot 2\pi \cdot f_p (t + 0,1T_p) + \varphi_i \right] && \text{se } 0,15 \leq t < 0,90T_p \\
 F(t) &= 10(P - C_2) \left(\frac{t}{T_p} - 1 \right) + P && \text{se } 0,90T_p \leq t < T_p
 \end{aligned}$$

onde:

F_m : valor máximo da série de Fourier dado pela Equação 4.5;

f_{mi} : fator de majoração do impacto do calcanhar, ou seja, é a relação entre o valor do pico transiente do calcanhar e o valor máximo da série de Fourier;

f_p : frequência de passo (Hz);

T_p : tempo de passo (s);

t : tempo de carregamento (s);

φ_i : ângulo de fase do i th harmônico da força;

i : número de ordem do harmônico;

N : número total de harmônicos contribuintes;

C_1 : coeficiente dado pela Equação 4.6;

C_2 : coeficiente dado pelas Equações 4.7 e 4.8.

$$F_m = P \left(1 + \sum_{i=1}^N \alpha_i \right) \quad (4.5)$$

$$C_1 = \left(\frac{1}{f_{mi}} - 1 \right) \quad (4.6)$$

$$C_2 = P(1 - \alpha_2) \quad \text{se } N = 3 \quad (4.7)$$

$$C_2 = P(1 - \alpha_2 + \alpha_4) \quad \text{se } N = 4 \quad (4.8)$$

Segundo Varela (2004), o fator de majoração de impacto do calcanhar recomendado é igual a 1,12 e os ângulos de fase são iguais a $\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 = \pi/2$, $\varphi_3 = \pi$ e $\varphi_4 = 3\pi/2$, porque, conforme exposto, as equações propostas foram concebidas utilizando tais valores. A Equação 4.4 apresentará singularidades e ficará descaracterizada caso sejam utilizados valores diferentes dos apresentados. Varela (2004) também afirma que nem sempre os três primeiros coeficientes da série de Fourier são suficientes para representar adequadamente as atividades humanas e afirma que o valor da frequência de harmônicos superiores, o quarto harmônico, por exemplo, quando próximo o suficiente de uma das frequências fundamentais da estrutura, faz com que a resposta da mesma seja amplificada consideravelmente devido ao fenômeno da ressonância provocada pelo movimento dos pedestres.

Nos estudos de Figueiredo (2005), concluiu-se que os modelos de carregamento propostos por Murray *et al.* (1997) e Varela (2004), os quais incorporam a variação espacial e temporal da carga dinâmica, bem como os quatro harmônicos componentes da excitação, quando aplicados sobre os modelos estruturais analisados, fornecem respostas dinâmicas de intensidade bem superiores às obtidas pelo emprego dos modelos de carregamento de Murray *et al.* (1997) que levam em conta somente a variação temporal de um carregamento dinâmico localizado na região central da passarela. Nesses estudos também se destacou que os resultados obtidos com base no emprego do modelo de carregamento proposto por Murray *et al.* (1997) apresentam valores bastante próximos do modelo de carregamento proposto por Varela (2004) e observou-se que o efeito do impacto do calcanhar é maior para estruturas com taxa de amortecimento menores do que 1%. Com certeza, deve-se aproveitar a enorme potencialidade com uma variação maior dos seus coeficientes.

Em Silva *et al.* (2007), considera-se que o modelo de carregamento proposto por Murray *et al.* (1997) é mais satisfatório para simular as forças dinâmicas devido aos pedestres caminhando, pois as representações destas ações dinâmicas são mais realísticas, porém casos de carregamento que envolvem mais do que um pedestre caminhando nas passarelas devem ser investigados tomando como base esse modelo. Segundo Figueiredo *et al.* (2008), os modelos de carregamentos apresentados, que incorporam a variação espacial e temporal, são mais realísticos porque a ação dinâmica é mudada de acordo com a posição do indivíduo sobre a estrutura.

Na Tabela 4.3 tem-se um resumo que esclarece de forma abrangente a relação dos vários tipos de atividade com sua aplicabilidade em diversos tipos de estruturas.

Tabela 4.3: Tipos de atividades e aplicabilidades em diversos tipos de estruturas. Fonte: Bachmann *et al.* (1995)

Tipos de atividades			Gama de aplicabilidade		
Designação	Definição	Taxa de atividade (Hz)	Atividades atuais	Taxa de atividade (Hz)	Tipo da estrutura
Caminhar	Caminhada com contato contínuo no chão	1,6 a 2,4	Caminhada lenta (ambling) Caminhada normal Caminhada alegre, rápida	~ 1,7 ~ 2,0 ~ 2,3	Estruturas para pedestres (passarelas, escadarias, cais etc.) Prédios de escritórios etc.
Correr	Corrida com contato descontínuo no chão	2,0 a 3,5	Corrida lenta (jogging) Corrida normal Corrida rápida (sprinting)	~ 2,1 ~ 2,5 > 3,0	Passarelas em trilhas de corrida etc.
Saltar	Normal a alto rítmico saltador naquele mesmo lugar com ambos os pés em contato simultâneo com o chão	1,8 a 3,4	Treinamento de aptidão física com salto, saltar e pular rítmico musical Treinamento para dançar jazz	~ 1,5 a 3,4 ~ 1,8 a 3,5	Ginásio, sala de esportes Sala de treinamento ginástico
Dançar	Equivale aproximadamente a andar alegre	1,5 a 3,0	Eventos sociais com clássico e danças modernas (por exemplo English Waltz, Rumba etc.)	~ 1,5 a 3,0	Salão de dança Salas de concertos e outras salas comunitárias sem assentos fixos
Aplaudir com corpo balançando enquanto está de pé	Aplauso rítmico em frente ao peito ou sobre a cabeça enquanto balança na direção transversal vertical para frente e para trás movimentando o joelho aproximadamente 5 cm	1,5 a 3,0	Concertos populares com público entusiasmado	~ 1,5 a 3,0	Salas de concerto e galerias de espectador sem assentos fixos e concertos populares fixos
Aplaudir	Aplauso rítmico em frente	1,5 a 3,0	Concertos clássicos, concertos populares brandos	~ 1,5 a 3,0	Salas de concertos com assentos fixos (concertos populares não fortes)
Balançar o corpo na direção transversal horizontal		0,4 a 0,7	Concertos, eventos sociais		Galerias de espectador

5. CRITÉRIOS PARA AVALIAÇÃO DO CONFORTO HUMANO DEVIDO ÀS VIBRAÇÕES EXCESSIVAS EM PASSARELAS

A norma brasileira NBR 7190 (1997) não apresenta critérios relacionados aos limites de frequência e de aceleração para as passarelas de madeira, mas seu texto traz a seguinte definição geral a respeito das vibrações em pisos de madeira:

“Em construções submetidas a fontes de vibração, devem ser adotadas disposições construtivas que evitem a presença de vibrações excessivas da estrutura. Nas estruturas sobre as quais o público em geral pode caminhar, devem ser evitadas vibrações que tragam desconforto aos usuários.

No caso particular de pisos sobre os quais as pessoas andem regularmente, como os de residências e escritórios, a menor frequência natural de vibração dos elementos da estrutura do piso não deve ser inferior a 8 Hz. Para esta finalidade, as placas compostas por elementos diagonais podem ser assimiladas a peças maciças.

Para as construções correntes, admite-se que esta condição fique satisfeita se a aplicação do carregamento correspondente à combinação de curta duração, estabelecida em 5.8.3, não provocar flecha imediata superior a 15 mm, considerando-se o módulo de elasticidade conforme 6.4.9.”

A estimativa das frequências naturais e das acelerações permite antever a natureza das vibrações excessivas e, conseqüentemente, avaliar o nível de conforto humano. À medida que as passarelas se tornaram mais esbeltas e leves, em decorrência do avanço tecnológico tanto em materiais como em projeto estrutural, as verificações das condições de utilização passaram a ser cada vez mais importantes. Em geral, o problema decorrente das vibrações excessivas em passarelas é, principalmente, o desconforto causado ao usuário e também o seu receio em relação à segurança da estrutura, o que pode causar uma subutilização da passarela.

Segundo a norma ISO 2631-2 (1989) (*International Organization for Standardization*), a percepção humana de vibrações excessivas depende muito das circunstâncias em que ocorrem: posição e atividade da pessoa, direção de incidência da vibração em relação à espinha dorsal, faixa de frequência, tempo de exposição e da expectativa que se tem em relação à vibração.

Segundo Pimentel e Fernandes (2002), as formulações atuais são, em sua maioria, aplicáveis às passarelas de sistema estrutural que podem ser modeladas como vigas simplesmente apoiadas. Esta modelagem simplifica o problema, pois permite incorporar os modos de vibrar da estrutura à análise, já que há expressões analíticas para os mesmos. Por outro lado, as formulações simplificadas não se aplicam às passarelas de sistemas estruturais estaiado ou pênsil, nas quais a interação entre os efeitos do esforço normal e flexão produz alterações nas formas de vibrar da estrutura.

Estes autores também relatam que os limites de frequências e acelerações podem ser aplicados em qualquer tipo de passarela. Entretanto, não são fáceis de serem aplicados rotineiramente em termos de projeto, já que requerem a disponibilidade de um programa de computador que suporte a aplicação de cargas móveis variáveis deslocando-se ao longo do tempo na estrutura. Neste sentido, várias formulações simplificadas foram propostas e aplicadas em passarelas de sistema estrutural em vigas simplesmente apoiadas.

5.1. Cálculo das frequências naturais em passarelas simplesmente apoiadas

A determinação das frequências naturais em passarelas de madeira simplesmente apoiadas é feita a partir das expressões analíticas que determinam as frequências naturais em vigas simplesmente apoiadas que são originadas das formulações de Euler-Bernoulli para vigas. Dentre as normas estrangeiras, aquela que atualmente aborda o cálculo das frequências naturais em passarelas de madeira simplesmente apoiadas, levando-se em conta essa

formulação para vigas simplesmente apoiadas, é o Eurocode 5 - Parte 2 (1995). Para as passarelas em vigas simplesmente apoiadas, a primeira frequência natural na direção transversal vertical $f_{1,vert}$ pode ser calculada pela Equação 5.1. Para levar em conta os fatores que contribuem para a variabilidade da primeira frequência natural na direção transversal vertical $f_{1,vert}$, considera-se o valor mais desfavorável para o conforto do usuário entre os possíveis valores situados no intervalo de $0,7 \cdot f_{1,vert}$ a $1,3 \cdot f_{1,vert}$.

$$f_{1,vert} = \frac{\pi}{2 \cdot L^2} \cdot \sqrt{\frac{E_{c0,m} \cdot I_{vert}}{\rho_{ap} \cdot A_{sec,pas}}} \text{ (Hz)} \quad (5.1)$$

onde:

ρ_{ap} : densidade aparente da madeira (kg/m^3);

$A_{sec,pas}$: área da seção transversal da passarela (m^2);

$E_{c0,m}$: módulo de elasticidade médio da madeira (N/m^2);

I_{vert} : inércia da seção transversal da passarela de madeira na direção transversal vertical (m^4);

L : vão da passarela de madeira simplesmente apoiada, ou o maior vão contínuo da passarela (m).

A primeira frequência natural na direção transversal horizontal $f_{1,lat}$ pode ser calculada pela Equação 5.2. Para levar em conta os fatores que contribuem para a variabilidade da frequência natural na direção transversal horizontal $f_{1,lat}$, considera-se o valor mais desfavorável para o conforto do usuário entre os possíveis valores situados no intervalo de $0,7 \cdot f_{1,lat}$ a $1,3 \cdot f_{1,lat}$.

$$f_{1,lat} = \frac{\pi}{2 \cdot L^2} \cdot \sqrt{\frac{E_{c0,m} \cdot I_{lat}}{\rho_{ap} \cdot A_{sec,pas}}} \text{ (Hz)} \quad (5.2)$$

onde:

ρ_{ap} : densidade aparente da madeira (kg/m^3);

$A_{sec,pas}$: área da seção transversal da passarela (m^2);

$E_{c0,m}$: módulo de elasticidade médio da madeira (N/m^2);

I_{lat} : inércia da seção transversal da passarela de madeira na direção transversal horizontal (m^4);

L : vão da passarela de madeira simplesmente apoiada, ou o maior vão contínuo da passarela (m).

Para o cálculo das frequências naturais nas passarelas de madeira, utilizam-se o módulo de elasticidade médio $E_{c0,m}$ e o módulo de deslizamento de serviço k_{ser} de acordo com o Eurocode 5 - Parte 2 (1995). Este último, quando se tratar do cálculo da rigidez de estruturas mistas.

5.2. Critérios normativos a respeito de vibrações em passarelas

Nos itens seguintes são apresentados os critérios normativos e também aqueles sugeridos por autores, para o cálculo de aceleração em passarelas. Esses dizem respeito à aceitação do nível de aceleração para as passarelas em geral, isto é, não importa o sistema estrutural que a passarela pode ser construída, uma vez que todas as passarelas serão submetidas aos mesmos critérios de aceitação. A determinação das frequências naturais e

acelerações serão obtidas em passarelas que permitam ser modeladas como sistema estrutural de vigas simplesmente apoiadas.

5.2.1. Norma BS 5400 - Parte 2 (1978)

A norma britânica BS 5400 - Parte 2 (1978) (*British Standards*) estabelece que, para estruturas cuja primeira frequência natural referente ao primeiro modo de vibrar na direção transversal vertical $f_{1,vert}$ seja abaixo de 5 Hz, a aceleração limite na direção transversal vertical $a_{lim,vert}$ em qualquer parte da estrutura deverá ser limitada ao valor calculado pela Equação 5.3. Caso as passarelas apresentem a primeira frequência natural referente ao primeiro modo de vibrar na direção transversal vertical $f_{1,vert}$ superior a 5 Hz, os limites de serviço com respeito a vibrações serão atendidos.

$$a_{lim,vert} = 0,5 \cdot \sqrt{f_{1,vert}} \quad (\text{m/s}^2) \quad (5.3)$$

onde:

$f_{1,vert}$: primeira frequência natural da passarela na direção transversal vertical (Hz).

Esse código apresenta um método simplificado para o cálculo do valor da aceleração na direção transversal vertical a_{vert} , dada pela Equação 5.4, para passarelas simplesmente apoiadas ou contínuas de dois ou três vãos, simétricas e seção transversal constante, modeladas como vigas.

Os valores das acelerações na direção transversal vertical a_{vert} obtidas por meio da Equação 5.4 são reduzidos na faixa de frequência de 4 a 5 Hz, adotando-se respectivamente redução de 1 a 0,7, nessa faixa, com valores intermediários sendo obtidos por meio de interpolação linear.

$$a_{\text{vert}} = 4 \cdot \pi^2 \cdot f_{1,\text{vert}}^2 \cdot y_{\text{est}} \cdot K_{\text{BS}} \cdot \Psi \quad (\text{m/s}^2) \quad (5.4)$$

onde:

$f_{1,\text{vert}}$: primeira frequência natural da passarela na direção transversal vertical (Hz);

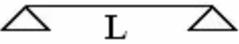
y_{est} : flecha estática no centro do vão (m), $\left(y_{\text{est}} = P \cdot L^3 / 48 \cdot E \cdot I_{\text{vert}} \right)$, devido ao peso

do pedestre (P) igual a 700 N;

K_{BS} : fator de configuração que depende do número de vãos, conforme Tabela 5.1;

Ψ : fator de resposta dinâmica obtido por meio da Figura 5.1.

Tabela 5.1: Fator de configuração K_{BS}

Configuração da passarela	Razão L_1/L	K_{BS}
	-	1,0
	-	0,7
	1,0	0,6
	0,8	0,8
	$\leq 0,6$	0,9

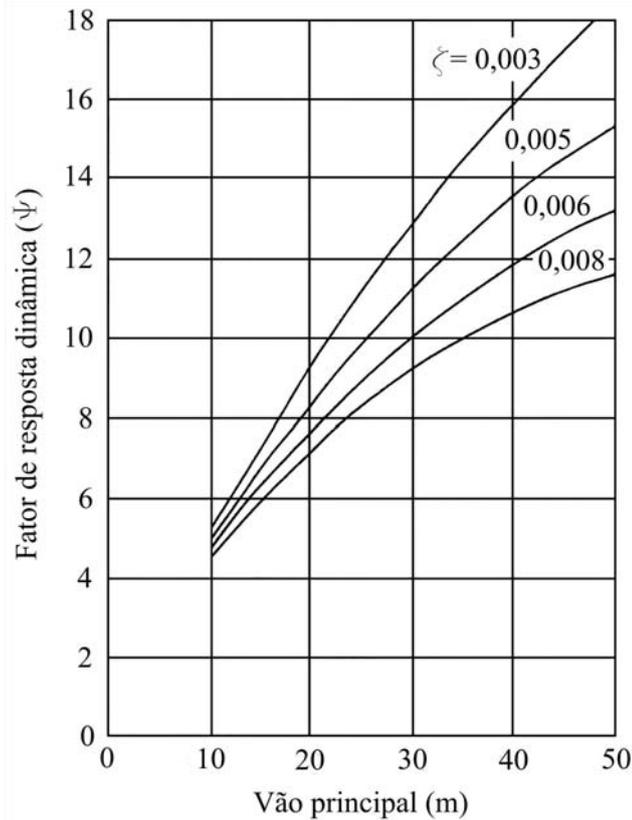


Figura 5.1: Fator de resposta dinâmica em função do comprimento do vão e da taxa de amortecimento da passarela

Nas estruturas mais complexas que apresentam formas diferentes daquelas apresentadas na Tabela 5.1, o valor da aceleração na direção transversal vertical a_{vert} pode ser calculado assumindo que o carregamento dinâmico aplicado por um pedestre é representado por uma carga $F(t)$, Equação 5.5, pulsando harmonicamente ao longo da passarela com uma velocidade constante na direção transversal vertical v_{vert} dada pela Equação 5.6.

$$F(t) = 180 \cdot \text{sen}(2 \cdot \pi \cdot f_{1,\text{vert}} \cdot t) \text{ (N)} \quad (5.5)$$

$$v_{\text{vert}} = 0,9 \cdot f_{1,\text{vert}} \text{ (m/s)} \quad (5.6)$$

onde:

$f_{1,\text{vert}}$: primeira frequência natural da passarela na direção transversal vertical (Hz);

t : tempo de duração do carregamento (s).

A desvantagem da utilização das Equações 5.4 e 5.5 é que foi adotado para as mesmas o primeiro fator dinâmico de carga (α_1) com valor igual a 0,257, sugerido por Blanchard *et al.* (1977), referente ao primeiro harmônico para toda a faixa de frequência abaixo de 5 Hz, não levando em consideração os fatores dinâmicos de carga correspondentes aos harmônicos superiores que podem ocorrer dentro dessa faixa de frequência. Na Equação 5.4, este fator dinâmico de carga está incluso na obtenção do gráfico do fator de resposta dinâmica (Ψ), no qual também não é levado em conta o número de ciclos (n) que está relacionado com a frequência de passo (f_p), ou seja, a passarela pode ser excitada pelo primeiro ou pelo segundo harmônico. Neste segundo caso, o número de ciclos será o dobro da frequência de passo (f_p). Na Equação 5.5, o fator dinâmico de carga (α_1) igual a 0,257, sugerido por Blanchard *et al.* (1977), está incluso na amplitude do primeiro harmônico do carregamento de caminhada e na Equação 5.5 ($180 \text{ N} = 0,257 \cdot 700 \text{ N}$), onde o peso do pedestre (P) é igual a 700 N. O fator de configuração K_{BS} corrige o valor da aceleração na direção transversal vertical a_{vert} dada pela Equação 5.4, ao aplicar-se para passarelas de até três vão contínuos, expandindo a mesma.

5.2.2. Norma OHBDC (1991)

A norma canadense OHBDC (1991) (*Ontario Highway Bridge Design Code*) apresenta diferenças em relação à norma BS 5400 - Parte 2 (1978). A aceleração limite na direção transversal vertical $a_{\text{lim,vert}}$ será verificada caso a primeira frequência natural na direção transversal vertical $f_{1,\text{vert}}$ seja menor que 4 Hz. Esta norma adota um valor mais conservador para a aceleração limite na direção transversal vertical $a_{\text{lim,vert}}$ calculada por meio da Equação 5.7.

$$a_{\text{lim,vert}} = 0,25 \cdot f_{1,\text{vert}}^{0,78} \text{ (m/s}^2\text{)} \quad (5.7)$$

onde:

$f_{1,\text{vert}}$: primeira frequência natural da passarela na direção transversal vertical (Hz).

O valor da aceleração na direção transversal vertical a_{vert} da norma canadense OHBDC (1991) é calculada por meio do método simplificado da norma britânica BS 5400 - Parte 2 (1978) (*British Standards*), utilizando a Equação 5.4. O mesmo ocorre quando se tratar de estruturas mais complexas que apresentam formas diferentes daquelas mostradas na Tabela 5.1, onde o valor da aceleração na direção transversal vertical a_{vert} será calculado pela Equação 5.5.

5.2.3. Norma Eurocode 5 - Parte 2 (1995) “EC5”

A norma europeia Eurocode 5 - Parte 2 (1995) recomenda que sejam dispensadas das verificações de acelerações limites na direção transversal vertical e transversal horizontal, as passarelas que apresentam as primeiras frequências naturais na direção transversal vertical e transversal horizontal acima de 5 Hz e 2,5 Hz, respectivamente. O seguinte código normativo contém diretrizes para o projeto de passarelas de madeira, referente à determinação das acelerações na direção transversal vertical e transversal horizontal para um pequeno grupo de pessoas, cujas primeiras frequências naturais estejam abaixo dos limites estabelecidos. A seguinte norma estabelece um valor de aceleração limite na direção transversal vertical $a_{\text{lim,vert}}$ menor ou igual a $0,7 \text{ m/s}^2$ (7% g). O cálculo do valor da aceleração na direção transversal vertical a_{vert} para passarelas de madeira com a primeira frequência natural na direção transversal vertical $f_{1,\text{vert}}$ não excedendo 5 Hz, que possuem um, dois ou três vãos, conforme

mostrado na Tabela 5.2, é realizado por meio da Equação 5.8. A Equação 5.8 permite o cálculo do valor da aceleração na direção transversal vertical a_{vert} para um pequeno fluxo de pessoas, que é uma situação normal para a maior parte das passarelas de madeira.

$$a_{\text{vert}} = a_{1,\text{vert}} \cdot k_{\text{vert},f} \left(\text{m/s}^2 \right) \quad (5.8)$$

onde:

$k_{\text{vert},f}$: fator de grupo relacionado a frequência natural da passarela, ver Figura 5.2.

O cálculo do valor da aceleração na direção transversal vertical $a_{1,\text{vert}}$, sem levar em conta o fator de grupo $k_{\text{vert},f}$, é realizado por meio da Equação 5.9:

$$a_{1,\text{vert}} = 165 \cdot k_a \cdot \frac{1 - e^{-2 \cdot \pi \cdot n \cdot \zeta}}{M \cdot \zeta} \left(\text{m/s}^2 \right) \quad (5.9)$$

$$M = \rho_{\text{ap}} \cdot A_{\text{sec,pas}} \cdot L \quad (5.10)$$

onde:

M : massa total da passarela (kg);

ρ_{ap} : densidade aparente da madeira (kg/m³);

$A_{\text{sec,pas}}$: área da seção transversal da passarela (m²);

L : vão da passarela (m);

ζ : taxa de amortecimento;

n : número de passos para cruzar o vão da passarela L (m), ($n = L/0,9$ m);

k_a : fator de configuração, conforme Tabela 5.2.

Tabela 5.2: Fator de configuração k_a

Configuração da passarela	Razão L_1/L	k_a
	-	1,0
	-	0,7
	1,0	0,6
	0,8	0,8
	$\leq 0,6$	0,9

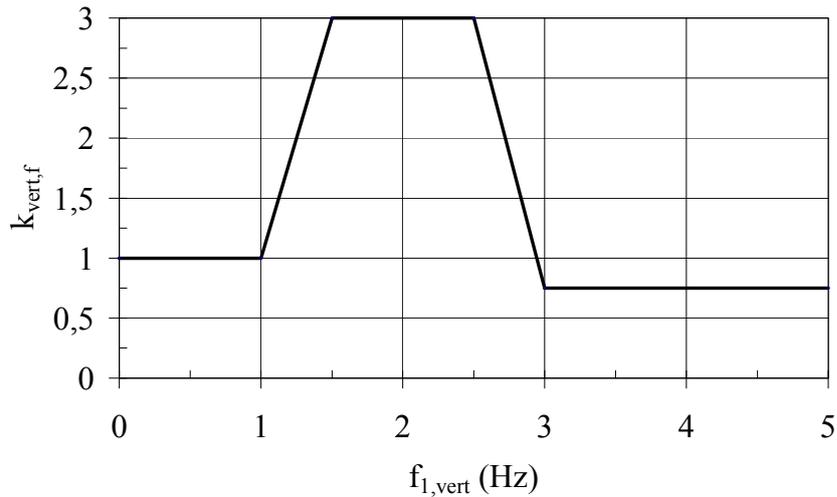


Figura 5.2: Relação entre o fator de grupo $k_{vert,f}$ e a primeira frequência natural da passarela na direção transversal vertical $f_{1,vert}$

O cálculo do valor da aceleração na direção transversal vertical a_{vert} correspondente à excitação devido a um pedestre cruzando uma passarela é realizado por meio da Equação 5.11:

$$a_{vert} = 0,027 \cdot L \cdot b \cdot a_{1,vert} \cdot k_{vert,f} \quad (\text{m/s}^2) \quad (5.11)$$

onde:

L : vão da passarela (m);

b : largura da passarela (m).

Para configurações de passarelas diferentes das apresentadas na Tabela 5.2, o valor da aceleração na direção transversal vertical a_{vert} pode ser obtida a partir da força transversal vertical, Equação 5.12, exercida por um pedestre movimentando-se ao longo da passarela com velocidade na direção transversal vertical v_{vert} obtida pela Equação 5.13:

$$F(t) = 0,28 \cdot \text{sen}(2 \cdot \pi \cdot f_{1,\text{vert}} \cdot t) \text{ (kN)} \quad (5.12)$$

$$v_{\text{vert}} = 0,9 \cdot f_{1,\text{vert}} \text{ (m/s)} \quad (5.13)$$

onde:

$f_{1,\text{vert}}$: primeira frequência natural da passarela na direção transversal vertical (Hz);

t : tempo de duração do carregamento (s).

O seguinte código normativo apresenta uma expressão simplificada, Equação 5.14, para a determinação do valor da aceleração na direção transversal horizontal a_{lat} para passarelas de madeira com frequência natural não excedendo 2,5 Hz, que possuem um, dois ou três vãos, conforme mostrado na Tabela 5.2. A seguinte norma estabelece uma aceleração limite na direção transversal horizontal $a_{\text{lim,lat}}$ menor ou igual a $0,2 \text{ m/s}^2$ (2% g). A Equação 5.14 considera o cálculo do valor da aceleração na direção transversal horizontal a_{lat} para um pequeno fluxo de pessoas que é uma situação normal para a maior parte das passarelas de madeira.

$$a_{\text{lat}} = a_{1,\text{lat}} \cdot k_{\text{lat,f}} \text{ (m/s}^2\text{)} \quad (5.14)$$

onde:

$k_{\text{lat,f}}$: fator de grupo relacionado a frequência natural da passarela, ver Figura 5.3.

O cálculo do valor da aceleração na direção transversal horizontal $a_{1,lat}$, sem levar em conta o fator de grupo $k_{lat,f}$, é realizado por meio da Equação 5.15:

$$a_{1,lat} = 40 \cdot k_a \cdot \frac{1 - e^{-2 \cdot \pi \cdot n \cdot \zeta}}{M \cdot \zeta} \quad (\text{m/s}^2) \quad (5.15)$$

$$M = \rho_{ap} \cdot A_{sec,pas} \cdot L \quad (5.16)$$

onde:

M : massa total da passarela (kg);

ρ_{ap} : densidade aparente da madeira (kg/m^3);

$A_{sec,pas}$: área da seção transversal da passarela (m^2);

L : vão da passarela (m);

ζ : taxa de amortecimento;

n : número de passos para cruzar o vão da passarela L (m), ($n = L/0,9$);

k_a : fator de configuração, conforme Tabela 5.2.

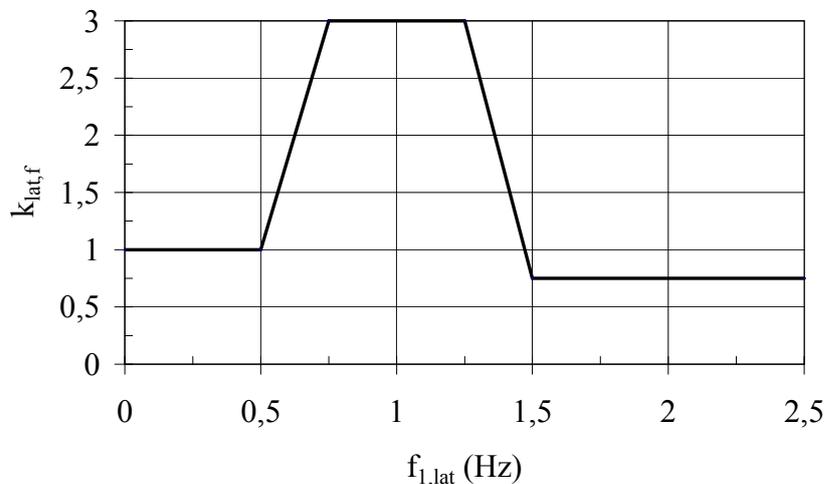


Figura 5.3: Relação entre o fator de grupo $k_{lat,f}$ e a primeira frequência natural da passarela na direção transversal horizontal $f_{1,lat}$

O cálculo do valor da aceleração na direção transversal horizontal a_{lat} correspondente à excitação devido a um pedestre cruzando uma passarela é realizado por meio da Equação 5.17:

$$a_{lat} = 0,027 \cdot L \cdot b \cdot a_{1,lat} \cdot k_{lat,f} \quad (\text{m/s}^2) \quad (5.17)$$

onde:

L : vão da passarela (m);

b : largura da passarela (m).

Para configurações de passarelas diferentes das apresentadas na Tabela 5.2, o valor da aceleração na direção transversal horizontal a_{lat} pode ser calculado a partir da força na direção transversal horizontal, Equação 5.18, exercida por um pedestre movimentando-se ao longo da passarela com velocidade na direção transversal horizontal v_{lat} obtida pela Equação 5.19:

$$F_{lat}(t) = 0,07 \cdot \text{sen}(2 \cdot \pi \cdot f_{1,lat} \cdot t) \quad (\text{kN}) \quad (5.18)$$

$$v_{lat} = 1,8 \cdot f_{1,lat} \quad (\text{m/s}) \quad (5.19)$$

onde:

$f_{1,lat}$: primeira frequência natural da passarela na direção transversal horizontal (Hz);

t : tempo de duração do carregamento (s).

A norma europeia Eurocode 5 - Parte 2 (1995) traz em seu escopo as seguintes observações: O método simplificado de cálculo apresentado pela norma europeia Eurocode 5 - Parte 2 (1995) supõe que a frequência de caminhada dos pedestres seja correspondente à primeira frequência natural da estrutura ou então seja a metade desta; na falta de valores precisos, recomenda-se adotar o valor de taxa de amortecimento ζ igual a 0,010 para estruturas sem juntas mecânicas e 0,015 para estruturas com juntas mecânicas; as Equações 5.8 e 5.14 são relevantes quando se tratar de pequenas passarelas que possuam área de piso menor ou igual a 37 m². Os fatores de grupo $k_{\text{vert},f}$ (direção transversal vertical) e $k_{\text{lat},f}$ (direção transversal horizontal) são dependentes da primeira frequência natural das passarelas de madeira e referem-se à ação de um grupo de 10 pedestres ou à passagem de pedestres que representem uma densidade de 0,6 pessoas/m².

5.2.4. Normas SIA 160 (1989), CEB (1993) e AASHTO (1997)

As normas SIA 160 (1989) (*Swiss National Standards*), CEB (1993) (*Comite Euro-International Du Beton*) e AASHTO (1997) (*American Association of State Highway and Transportation Officials*) abordam, por exclusão, o problema de vibrações verticais nas passarelas. As duas primeiras normas reconhecem as faixas críticas de frequências da excitação produzida por um pedestre ao caminhar, e recomendam que seja evitado projetar passarelas com frequências naturais na direção transversal vertical entre 1,6 e 2,4 Hz e também entre 3,5 e 4,5 Hz. Tais limitações são baseadas no fato de que a frequência de caminhada está distribuída dentro de uma gama de 1,6 a 2,4 Hz e 3,2 a 4,8 Hz que são as faixas do primeiro e segundo harmônicos, respectivamente, segundo Pimentel *et al.* (2001). A AASHTO (1997) também reconhece a mesma abordagem e recomenda-se que seja evitado projetar passarelas com frequências naturais na direção transversal vertical inferiores a 3 Hz e

5 Hz, aplicando o segundo limite caso sejam esperados problemas de vibração causados pelo segundo harmônico da excitação.

5.2.5. Norma Bro (2004)

Bro (2004) é uma norma aplicada para os projetos e construções das pontes na Suécia, publicada pela SRA (*Swedish Road Administration*). A SRA é a autoridade nacional nomeada responsável por vários setores para assegurar o transporte no sistema de estradas. A SRA também é responsável pelo planejamento, construção, operação e manutenção do estado das rodovias.

A Bro (2004) declara que as passarelas devem ter frequência fundamental de vibração na direção transversal vertical acima de 3,5 Hz. Conseqüentemente, a passarela deve ser checada para as vibrações de serviço. Caso uma frequência natural de vibração na direção transversal vertical seja menor ou igual a 3,5 Hz, verifica-se que a aceleração limite na direção transversal vertical ($a_{\text{lim,RMS}} = a_{\text{vert}} / \sqrt{2}$) para qualquer parte da passarela deve ser menor ou igual a $0,5 \text{ m/s}^2$. O valor da aceleração na direção transversal vertical a_{vert} é obtido a partir da análise dinâmica que pode ser realizada por meio de qualquer um dos métodos simplificados ou um método geral. O método simplificado dado nesta norma é aplicado somente para passarelas simplesmente apoiadas. Para estruturas mais complexas é recomendada uma análise detalhada usando manuais ou programas de computadores.

O valor da aceleração na direção transversal vertical deve ser calculado assumindo que o carregamento dinâmico aplicado por um pedestre é representado por uma carga estacionária vibrando, dada pela Equação 5.20. Esta aborda somente a acelerações limite na direção transversal vertical $a_{\text{lim,vert}}$ e não exige ou considera precauções de vibrações na direção transversal horizontal que sejam estabelecidas fora do código.

$$F(t) = k_1 \cdot k_2 \cdot \text{sen}(2 \cdot \pi \cdot f_p \cdot t) \text{ (N)} \quad (5.20)$$

onde:

k_1 : valor obtido por $k_1 = \sqrt{0,1 \cdot b \cdot L}$, b e L são respectivamente largura e vão da passarela;

k_2 : carregamento constante ($k_2 = 150 \text{ N}$);

f_p : frequência de passo (Hz);

t : tempo de duração do carregamento (s).

5.2.6. Norma ISO 10137 (2005)

A norma ISO 10137 (2005) (*International Organization for Standardization*) foi desenvolvida com o objetivo de apresentar os princípios para prever vibrações na fase de projeto e avaliar a aceitabilidade de vibrações em estruturas.

Esta define a fonte, caminho e receptor de vibração como três assuntos chaves que requerem consideração ao lidar com as vibrações da estrutura no estado limite de serviço. Os pedestres são fontes de vibração que produzem forças ou ações dinâmicas na estrutura. Na média as estrutura constituem a transmissão padrão entre fonte e receptor das vibrações que são os pedestres cruzando a passarela. De acordo com a ISO 10137 (2005), a análise de resposta requer um cálculo padrão que incorpore as características da fonte e do caminho de transmissão, que é então resolvido para a resposta de vibração no receptor.

Nesta norma o projetista decidirá o critério de estado limite de serviço que será projetado as passarelas, cujas fontes de amplitudes de vibração não alarmem os potenciais usuários. É sugerido usar as curvas básicas para vibrações na direção transversal vertical e transversal horizontal dadas na ISO 2631-2 (1989), Figura 5.4 e Figura 5.5. Porém, as curvas

de aceitabilidade propostas pela norma ISO 2631-2 (1989) não estão baseadas em pesquisas pertinentes a vibrações que ocorrem nas passarelas, segundo Zivanovic *et al.* (2005). A variação de aceleração nessas curvas difere das propostas anteriores, uma vez que é dada em RMS (*root-mean-square*).

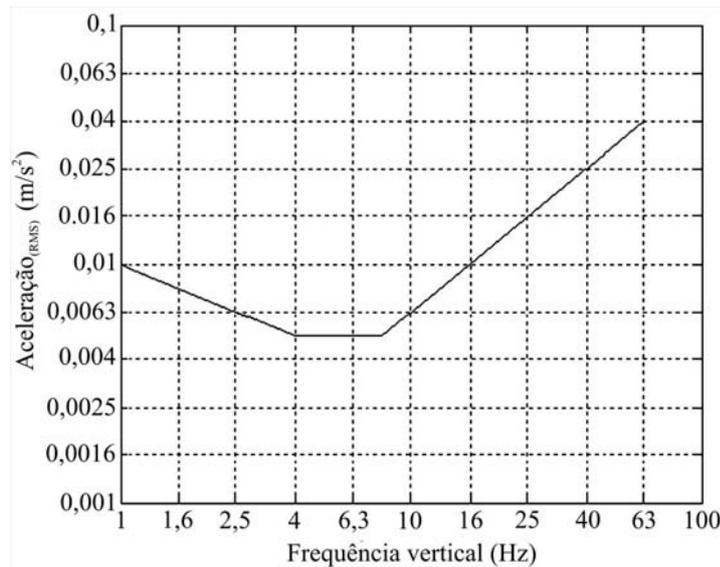


Figura 5.4: Curva base de frequência na direção transversal vertical versus aceleração na direção transversal vertical

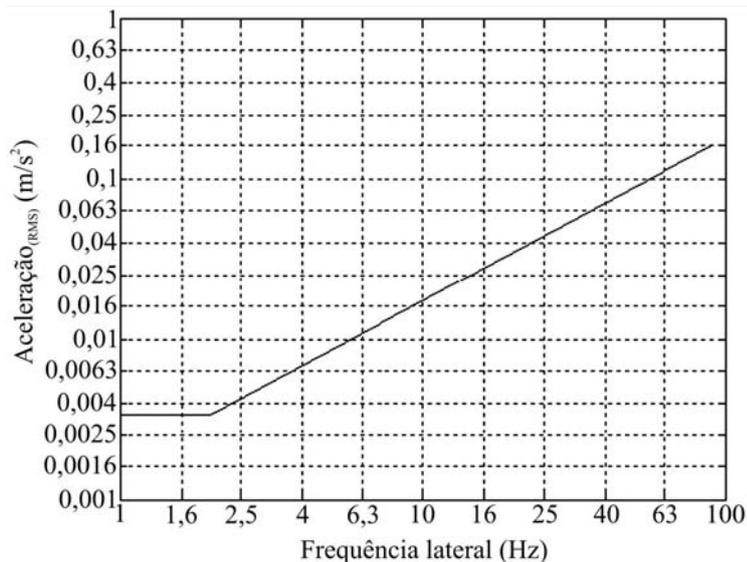


Figura 5.5: Curva base de frequência na direção transversal horizontal versus aceleração na direção transversal horizontal

De acordo com a ISO 10137 (2005), as ações dinâmicas de uma ou mais pessoas podem ser apresentadas como força no tempo, pois variam no tempo e espaço ao longo da estrutura. A situação do projeto deve ser selecionada dependendo do tráfego a ser admitido na passarela durante a vida útil.

Segundo a ISO 10137 (2005), a força dinâmica $F(t)$ produzida por um pedestre caminhando ao longo de uma passarela pode ser expressa no domínio do tempo como uma série de Fourier, Equação 5.21 e Equação 5.22:

$$F_{\text{vert}}(t) = P \left[1 + \sum_{i=1}^N \alpha_{i,\text{vert}} \cdot \text{sen}(2 \cdot \pi \cdot i \cdot f_p \cdot t - \varphi_{i,\text{vert}}) \right] (\text{N}) \quad (5.21)$$

$$F_{\text{lat}}(t) = P \left[1 + \sum_{i=1}^N \alpha_{i,\text{lat}} \cdot \text{sen}(2 \cdot \pi \cdot i \cdot f_p \cdot t - \varphi_{i,\text{lat}}) \right] (\text{N}) \quad (5.22)$$

onde:

P : peso do pedestre igual a 700 N;

α_i : coeficiente de Fourier do i th harmônico; este corresponde ao fator de carregamento dinâmico nas direções transversal vertical ou transversal horizontal, conforme Tabela 4.1;

f_p : frequência de passo (Hz);

φ_i : ângulo de fase para o i th harmônico relacionado às direções transversal vertical e transversal horizontal, conforme Tabela 4.2;

i : número do i th harmônico;

N : número total de harmônicos;

t : tempo de duração do carregamento (s).

5.2.7. Norma Eurocode 5 - Parte 2 (2004) “EC5 E”

A norma europeia Eurocode 5 - Parte 2 (2004) recomenda que sejam dispensadas das verificações de acelerações as passarelas que apresentarem frequências naturais nas direções transversal vertical e transversal horizontal acima de 5,0 Hz e 2,5 Hz, respectivamente. O seguinte código propõe, nesta versão de avaliação, apenas diretrizes para projeto de passarelas de madeira simplesmente apoiadas de um único vão, sem levar em conta os casos de passarelas de madeira contínuas de dois e três vãos. A seguir tem-se o cálculo das acelerações nas direções transversal vertical e transversal horizontal, quando uma pessoa ou várias pessoas cruzam uma passarela de madeira, cujas frequências naturais da estrutura estejam abaixo dos limites estabelecidos. O cálculo da aceleração na direção transversal vertical $a_{1,vert}$ para uma pessoa cruzando em movimento de caminhada uma passarela de madeira simplesmente apoiada é dado pela Equação 5.23:

$$a_{1,vert} = \begin{cases} \frac{200}{M \cdot \zeta} & \text{para } f_{1,vert} \leq 2,5 \text{ Hz (m/s}^2\text{)} \\ \frac{100}{M \cdot \zeta} & \text{para } 2,5 \text{ Hz} < f_{1,vert} \leq 5,0 \text{ Hz (m/s}^2\text{)} \end{cases} \quad (5.23)$$

O cálculo da aceleração na direção transversal vertical $a_{n_{ped},vert}$ para vários pedestres cruzando em movimento de caminhada uma passarela de madeira é dado pela Equação 5.24:

$$a_{n_{ped},vert} = 0,23 \cdot a_{1,vert} \cdot n_{ped} \cdot k_{1,vert} \quad (5.24)$$

O cálculo da aceleração na direção transversal vertical $a_{1,vert}$ para um pedestre cruzando em movimento de corrida uma passarela de madeira é dado pela Equação 5.25:

$$a_{1,vert} = \frac{600}{M \cdot \zeta} \text{ para } 2,5 < f_{1,vert} \leq 3,5 \text{ Hz} \quad (5.25)$$

O cálculo da aceleração na direção transversal horizontal $a_{1, \text{lat}}$ para uma pessoa cruzando em movimento de caminhada uma passarela de madeira é dado pela Equação 5.26:

$$a_{1, \text{lat}} = \frac{50}{M \cdot \zeta} \text{ para } 0,5 \text{ Hz} \leq f_{1, \text{lat}} \leq 2,5 \text{ Hz} \quad (5.26)$$

O cálculo da aceleração na direção transversal horizontal $a_{n_{\text{ped}}, \text{lat}}$ para vários pedestres cruzando em movimento de caminhada uma passarela de madeira é dado pela Equação 5.27:

$$a_{n_{\text{ped}}, \text{lat}} = 0,18 \cdot a_{1, \text{lat}} \cdot n_{\text{ped}} \cdot k_{1, \text{lat}} \quad (5.27)$$

onde:

n_{ped} : número de pedestres;

M : massa total da passarela (kg) é igual a $M = \rho_{\text{ap}} \cdot A_{\text{sec, pas}} \cdot L$;

L : vão da passarela (m);

b : largura da passarela (m);

ρ_{ap} : densidade aparente da madeira (kg/m^3);

$A_{\text{sec, pas}}$: área da seção transversal da passarela (m^2);

ζ : taxa de amortecimento;

$k_{1, \text{vert}}$: coeficiente relacionado à primeira frequência natural da passarela de madeira na direção transversal vertical $f_{1, \text{vert}}$, Figura 5.6;

$k_{1, \text{lat}}$: coeficiente relacionado à primeira frequência natural da passarela de madeira na direção transversal horizontal $f_{1, \text{lat}}$, Figura 5.7.

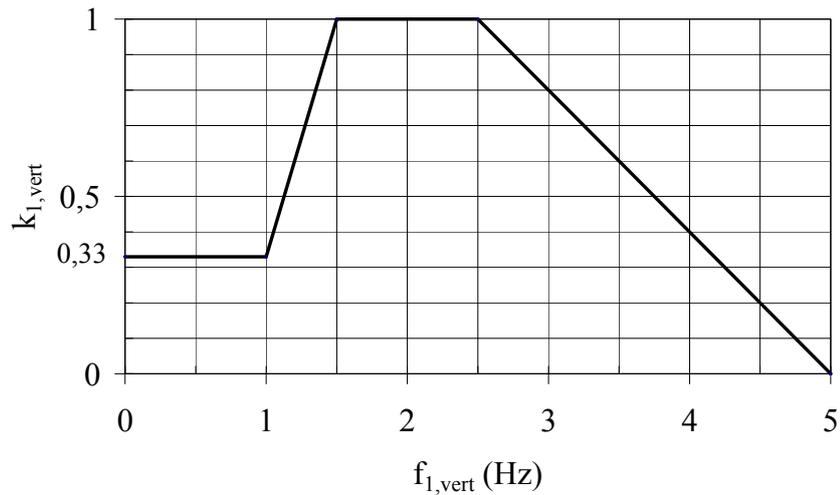


Figura 5.6: Coeficiente $k_{1,vert}$ relacionado à primeira frequência natural na direção transversal vertical $f_{1,vert}$ da passarela de madeira

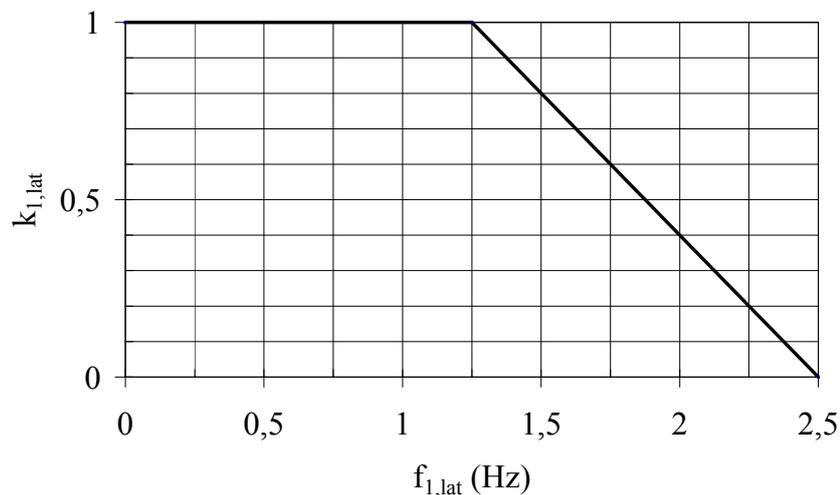


Figura 5.7: Coeficiente $k_{1,lat}$ relacionado à primeira frequência natural na direção transversal horizontal $f_{1,lat}$ da passarela de madeira

Notas:

Na falta de valores precisos podem ser adotados valores de coeficiente de amortecimento ζ iguais a 0,010 para estruturas sem juntas mecânicas e 0,015 para estruturas com juntas mecânicas;

O número n_{ped} de pedestres é considerado igual a 13, quando se toma um grupo distinto de pedestres, e igual a 6 vezes A_p , quando se tem um grupo contínuo de pedestres, onde A_p é a área em (m^2) do piso da passarela de madeira ($A_p = b \cdot L$);

A norma europeia Eurocode 5 - Parte 2 (2004) mantém as acelerações limites nas direções transversal vertical $a_{\text{lim,vert}}$ menor ou igual a $0,7 \text{ m/s}^2$ (7% g) e transversal horizontal $a_{\text{lim,vert}}$ menor ou igual a $0,2 \text{ m/s}^2$ (2% g).

5.3. Trabalhos relacionados às acelerações em passarelas

Os cálculos das acelerações em passarela são sugeridos em vários trabalhos que foram realizados nos últimos anos. Essas formulações foram desenvolvidas para quantificar o valor da aceleração que os pedestres podem induzir quando caminham sobre uma passarela, foram feitas por meio de uma simplificação da estrutura real adotando sistema de um grau de liberdade. As acelerações limites têm como referência as normas citadas anteriormente.

Rainer *et al.* (1988) propuseram um método para o cálculo do valor da aceleração na direção transversal vertical resultando da passagem de pedestre devido à frequência de caminhada ou corrida ressonante com a passarela, Equação 5.28. Rainer *et al.* (1988) realizaram a modelagem para oscilações de sistema de um grau de liberdade e sugeriram que as frequências e acelerações não ultrapassem os limites estabelecidos em normas.

$$a_{\text{vert}} = 4 \cdot \pi^2 \cdot f_{1,\text{vert}}^2 \cdot y_{\text{est}} \cdot \alpha_i \cdot \Phi \left(\text{m/s}^2 \right) \quad (5.28)$$

onde:

$f_{1,\text{vert}}$: primeira frequência natural da passarela na direção transversal vertical (Hz);

y_{est} : flecha estática no centro do vão (m), $\left(y_{\text{est}} = \frac{P \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I_{\text{vert}}} \right)$, devido ao peso

do pedestre (P) igual a 700 N;

α_i : coeficiente de Fourier, conforme Tabela 4.1, para a formulação de Rainer *et al.* (1988). Este coeficiente foi obtido a partir de ensaios experimentais realizados em plataformas rígidas sob ação de pessoas caminhando;

Φ : fator de amplificação dinâmico obtido graficamente em Rainer *et al.* (1988), de acordo com a Figura 5.6. Este é obtido a partir do número de ciclos por vão $\left(n^{\circ} \text{ith harmônico} \cdot \frac{L}{l_p} \right)$, comprimento de passo (l_p) dado na Tabela 5.3, necessários para os pedestres cruzarem uma passarela simplesmente apoiada com taxa de amortecimento ζ .

Tabela 5.3: Valores típicos para frequência de passo (f_p), velocidade (v_p) e comprimento (l_p). Fonte: Bachmann e Ammann (1987)

	f_p (Hz)	v_p (m/s)	l_p (m)
Caminhada lenta	1,7	1,0	0,60
Caminhada normal	2,0	1,5	0,75
Caminhada rápida	2,3	2,3	1,00
Corrida normal	2,5	3,1	1,25
Corrida rápida	> 3,2	5,5	1,75

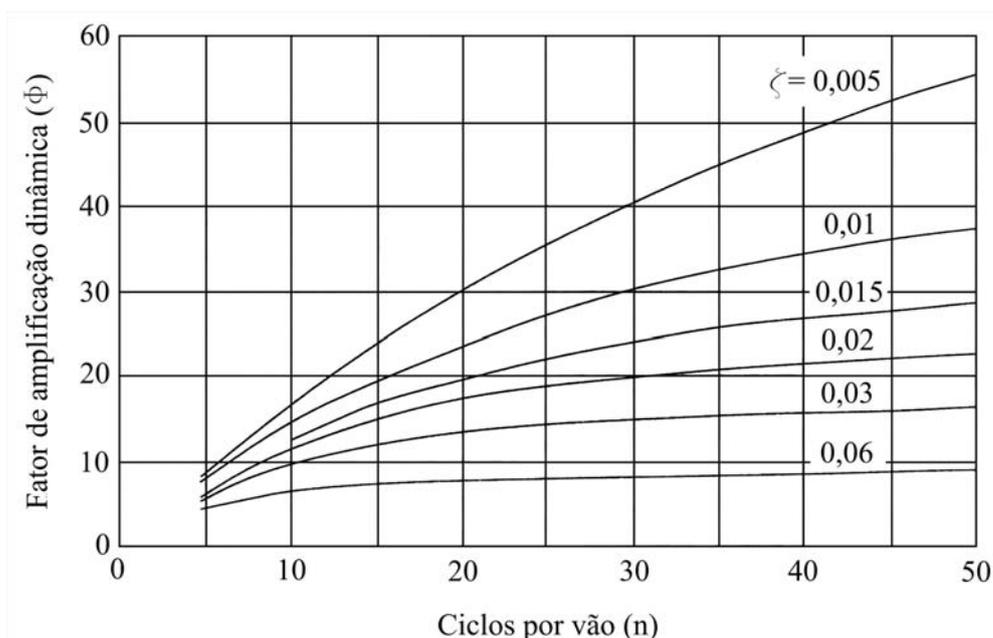


Figura 5.8: Fator de amplificação dinâmica para resposta ressonante devido à carga móvel senoidal cruzando um vão simples. Fonte: Rainer *et al.* (1988)

A Equação 5.28 pode ser representada com algumas modificações por meio da Equação 5.29. Esta forma de apresentação não muda os resultados finais do cálculo do valor da aceleração na direção transversal vertical a_{vert} :

$$a_{\text{vert}} = (2 \cdot \pi \cdot f_{1,\text{vert}})^2 \cdot \frac{\alpha_i \cdot P}{k} \cdot \Phi \text{ (m/s}^2\text{)} \quad (5.29)$$

onde:

$f_{1,\text{vert}}$: primeira frequência natural da passarela na direção transversal vertical (Hz);

$\frac{\alpha_i P}{k}$: deslocamento estático no centro da passarela devido à amplitude da força

dinâmica; e multiplicado por $(2 \cdot \pi \cdot f_{1,\text{vert}})^2$, converte deslocamento em aceleração. Uma alternativa à Equação 5.28 é obtida pela substituição $(2 \cdot \pi \cdot f_{1,\text{vert}})^2 = k/m$;

k : rigidez no centro do vão (N/m), ($k = P/y_{\text{est}}$);

P : peso do pedestre igual a 735 N;

α_i : coeficiente de Fourier, conforme Tabela 4.1, segundo Rainer *et al.* (1988);

Φ : fator de amplificação dinâmico obtido graficamente em Rainer *et al.* (1988), conforme mostrado na Figura 5.8.

Outra expressão para cálculo do valor da aceleração na direção transversal vertical foi proposto por Rainer *et al.* (1988), Equação 5.30, obtida modelando-se a passarela como um sistema de um grau de liberdade. O fator dinâmico de carga α_i é escolhido de acordo com o harmônico de carga do pedestre empregado para excitar o modo de vibrar da passarela. Este modo de vibrar é utilizado para modular a amplitude da excitação, visando simular o efeito de carga móvel. Neste caso, a carga móvel é reduzida a uma carga estacionária de amplitude

variável. O número de ciclos de vibração também é levado em conta na expressão final do cálculo do valor da aceleração dada pela Equação 5.30:

$$a_{\text{vert}} = \Phi \cdot \frac{2 \cdot \alpha_i \cdot P}{M} \left(\text{m/s}^2 \right) \quad (5.30)$$

onde:

M: massa total da passarela (kg);

Φ : fator de amplificação dinâmico obtido graficamente em Rainer *et al.* (1988), conforme mostrado na Figura 5.8. Este é obtido em função do número de ciclos por vão (n) que são necessários para atravessar uma passarela simplesmente apoiada e com certa taxa de amortecimento ζ , considerando passos com comprimento igual a 0,90 m;

P: peso do pedestre igual a 735 N;

α_i : coeficiente de Fourier para o i th harmônico, conforme Tabela 4.1.

A vantagem dessa formulação é a flexibilidade de escolha do coeficiente de Fourier α_i adotado de acordo com o harmônico da carga de pedestre que excitará a estrutura em sua frequência natural. Por exemplo, uma passarela de frequência natural igual a 4 Hz pode ser excitada pelo segundo harmônico da carga produzida por um pedestre que se desloca com uma frequência de passo igual a 2 Hz. Entretanto, esta formulação foi concebida para uso apenas em passarelas simplesmente apoiadas.

Pimentel e Fernandes (2002) estenderam o procedimento proposto por Rainer *et al.* (1988) introduzindo o fator de configuração (K_{PF}) que depende do número de vãos, conforme Tabela 5.4. Este é similar àqueles encontrados na norma britânica BS 5400 - Parte 2 (1978) e norma europeia Eurocode 5 - Parte 2 (1995). Estes autores também obtiveram o gráfico da Figura 5.9 que representa a ampliação do gráfico mostrado na Figura 5.8, com a

extensão do número de ciclos por vão (n) e introdução da taxa de amortecimento (ζ) igual a 0,008 referenciada pela norma britânica BS 5400 - Parte 2 (1978). Segundo Pimentel (1997), amparado pela norma europeia Eurocode 5 - Parte 2 (1995), deve-se eliminar a verificação de conforto humano em passarelas cuja frequência natural na direção transversal vertical seja superior a 5 Hz, do contrário a aceleração na direção transversal vertical pode ser calculada pela Equação 5.31:

$$a_{\text{vert}} = 4 \cdot \pi^2 \cdot f_{1,\text{vert}}^2 \cdot y_{\text{est}} \cdot \alpha_i \cdot K_{\text{PF}} \cdot \Phi_d \quad (\text{m/s}^2) \quad (5.31)$$

onde:

$f_{1,\text{vert}}$: primeira frequência natural da passarela na direção transversal vertical (Hz);

y_{est} : flecha estática no centro do vão (m), $\left(y_{\text{est}} = P \cdot L^3 / 48 \cdot E \cdot I_{\text{vert}} \right)$, devido ao peso

do pedestre (P) igual a 700 N;

α_i : coeficiente de Fourier para o i th harmônico, conforme Tabela 4.1;

Φ_d : fator de amplificação dinâmico obtido graficamente por Pimentel e Fernandes (2002), similar ao obtido por Rainer *et al.* (1988), conforme Figura 5.9. Este é obtido a partir do número de ciclos por vão $\left(n = n^\circ \text{ } i\text{th} \text{ harmônico} \cdot \frac{L}{l_p} \right)$ e do comprimento de passo (l_p) dado na Tabela 5.3, necessários para os pedestres cruzarem uma passarela simplesmente apoiada com taxa de amortecimento ζ ;

K_{PF} : fator de configuração obtido por Pimentel e Fernandes (2002) para passarelas simplesmente apoiadas e contínuas, conforme mostrado na Tabela 5.4.

Tabela 5.4: Fator de configuração K_{PF}

Configuração da passarela	Relação a/L	K_{PF}
	-	1,0
	1,0	0,69
	0,8	0,92
	0,6	0,96
	0,4	0,97
	0,2	0,97
	1,0	0,60
	0,8	0,81
	0,6	0,90
	0,4	0,96
	0,2	0,96

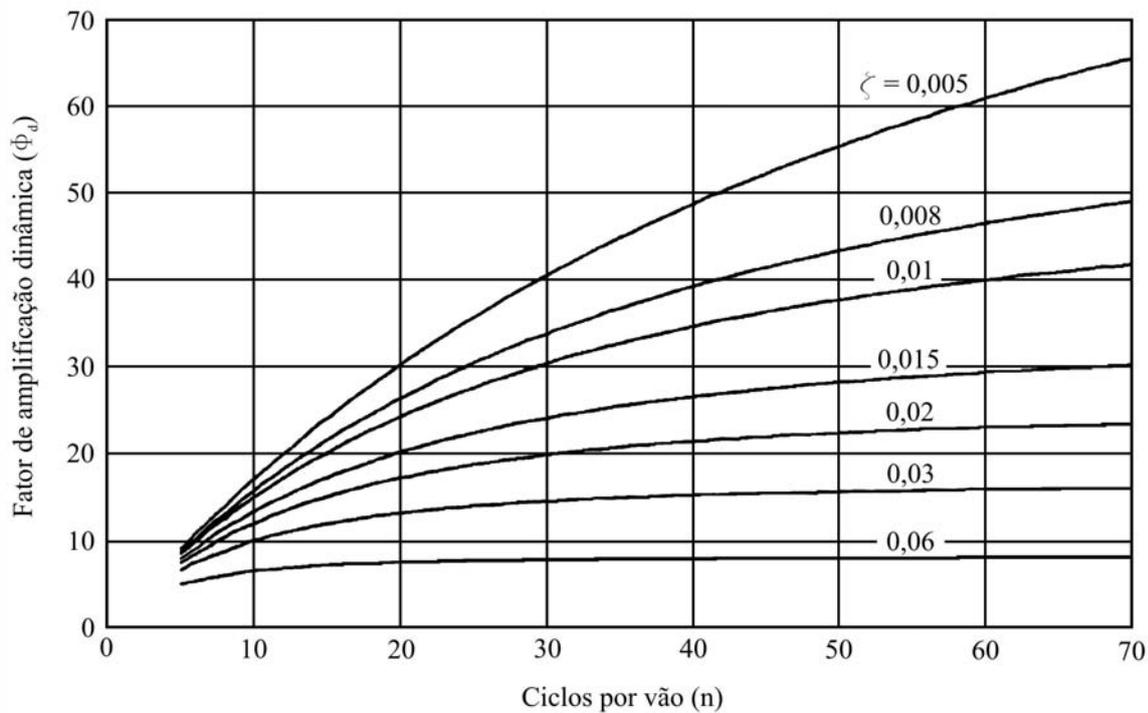


Figura 5.9: Fator de amplificação dinâmica de uma viga simplesmente apoiada sendo atravessada por uma carga móvel senoidal. Fonte: Pimentel e Fernandes (2002)

A formulação apresentada por Grundmann *et al.* (1993) é aplicável a passarelas simplesmente apoiadas de um vão único, baseada na analogia de sistema de um grau de liberdade e frequência natural da passarela igual à frequência de caminhada. O cálculo do valor da aceleração na direção transversal vertical produzida por um pedestre cruzando a passarela é dado pela Equação 5.32:

$$a_{\text{vert}} = 0,6 \cdot \frac{F}{m} \cdot \frac{\pi}{\delta} (1 - e^{-n\delta}) \quad (\text{m/s}^2) \quad (5.32)$$

$$F = \alpha_i \cdot P \quad (5.33)$$

$$\alpha_i = F_{i,\text{vert}} / F_0 \quad (5.34)$$

$$m = \frac{17}{35} \cdot M \quad (5.35)$$

onde:

P: peso do pedestre igual a 700 N;

M: massa total da passarela (kg);

δ : amortecimento crítico em termos de decremento logarítmico ($\delta = 2 \cdot \pi \cdot \zeta$); para a madeira tem-se um valor médio de amortecimento crítico ($\delta = 0,075$) para passarelas de madeira, segundo Petersen (1996);

n : número de passos para cruzar o vão ($n = L/l_p$); l_p é obtido conforme Tabela 5.3;

α_i : coeficiente de Fourier para o i th harmônico, conforme Tabela 4.1.

Na Equação 5.29 foram feitas simplificações em sua dedução que procuram melhorar a sua aplicação. Inicialmente, um fator dinâmico de carga α_1 igual a 0,4 foi adotado para o primeiro harmônico da carga que corresponde a um pedestre. Na iniciativa de considerar a validade para altos harmônicos e um pequeno número de pedestres, propôs-se o fator de multiplicação S, Figura 5.10, a ser aplicado na Equação 5.29, obtido em função da frequência natural da passarela na direção transversal vertical. Por outro lado, o termo $(1 - e^{-n\delta})$ foi obtido da expressão teórica da resposta de um sistema de um grau de liberdade submetido a uma carga senoidal de amplitude constante, Clough e Penzien (2003). Para considerar o efeito

do movimento da carga foi introduzido um fator multiplicativo igual a 0,6 que desempenha o papel de converter uma viga simplesmente apoiada no modo fundamental de vibrar correspondente a um sistema de um grau de liberdade.

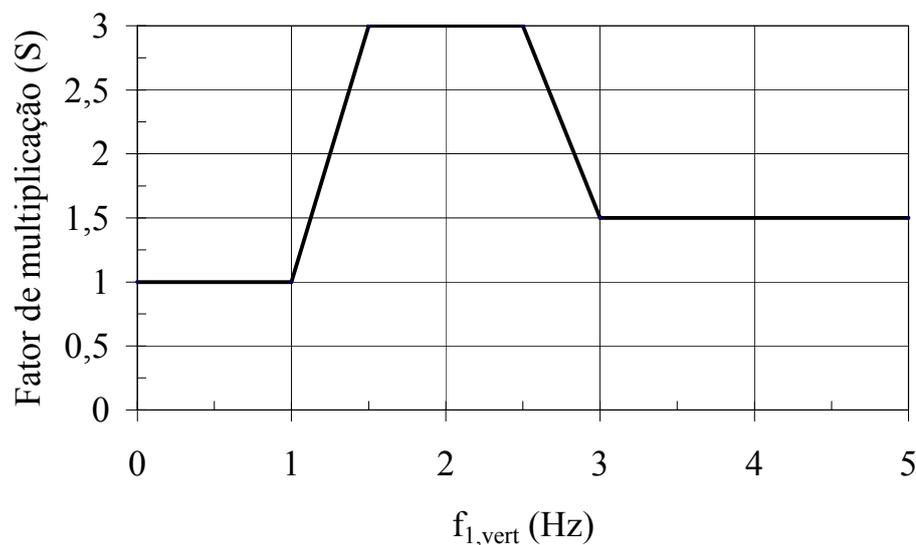


Figura 5.10: Fator de multiplicação devido à carga móvel de vários pedestres cruzando a passarela. Fonte: Grundmann *et al.* (1993)

5.4. Conclusões a respeito da revisão bibliográfica

As pesquisas a respeito das vibrações excessivas em passarelas já ocorrem há algum tempo. Nos últimos anos os casos de vibrações excessivas passaram a ter maior divulgação, tornando alguns casos famosos pelo mundo como, por exemplo, o caso da Millenium Bridge, Londres, UK. Como consequências desses problemas, os pesquisadores começaram a se dedicar cada vez mais em resolver os problemas de conforto humano em passarelas.

É preciso deixar claro que as passarelas estão cada vez mais esbeltas e leves devido aos avanços tecnológicos nas áreas de materiais e de projeto estrutural. Portanto, as verificações das condições de utilização de uso normal têm sido mais importantes, isto é, a verificação do estado limite de serviço passou a ser um dos fatores decisivos nos projetos das passarelas.

As comparações entre os critérios de vibrações nas direções transversal vertical e transversal horizontal são apresentadas nas Figuras 5.11 e 5.12, respectivamente. Os valores de aceleração contidos na ISO 10137 (2005), em RMS, foram convertidos para grandeza (pico da aceleração) similar aos demais critérios normativos, multiplicando os valores da aceleração RMS, mostrados nas Figuras 5.4 e 5.5, pelos fatores $\sqrt{2}$ e 60.

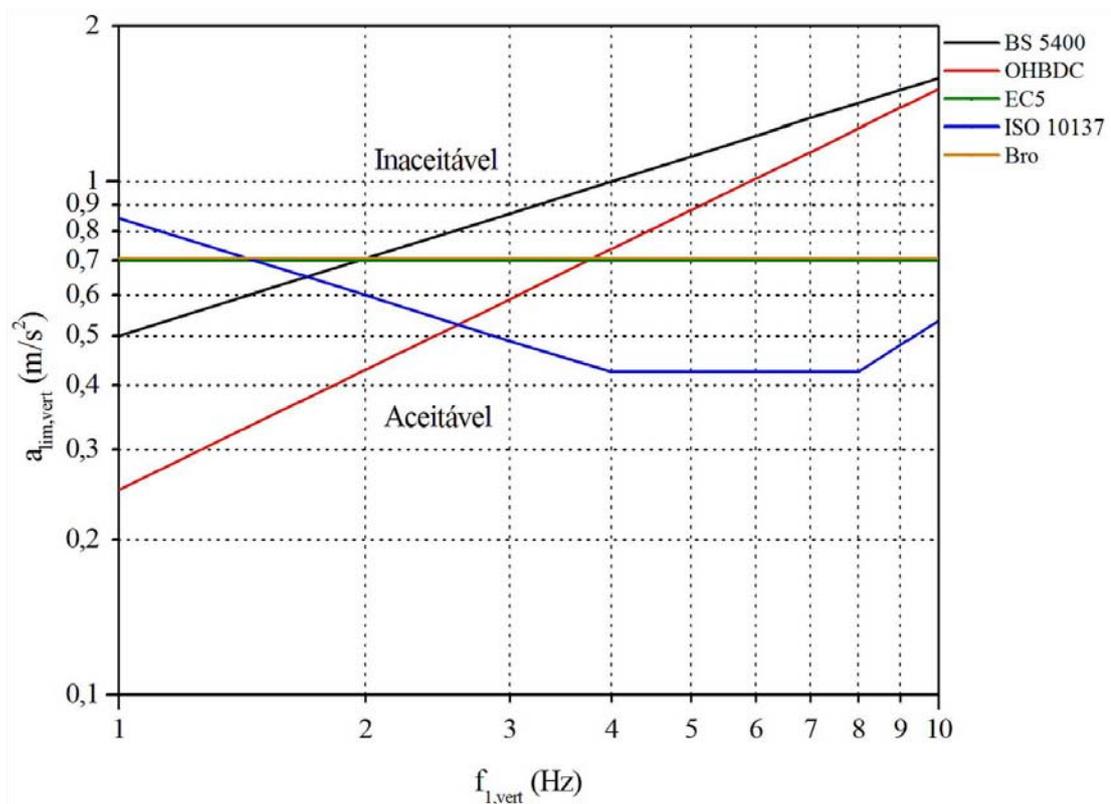


Figura 5.11: Comparativo entre critérios normativos para aceitação de vibração na direção transversal vertical

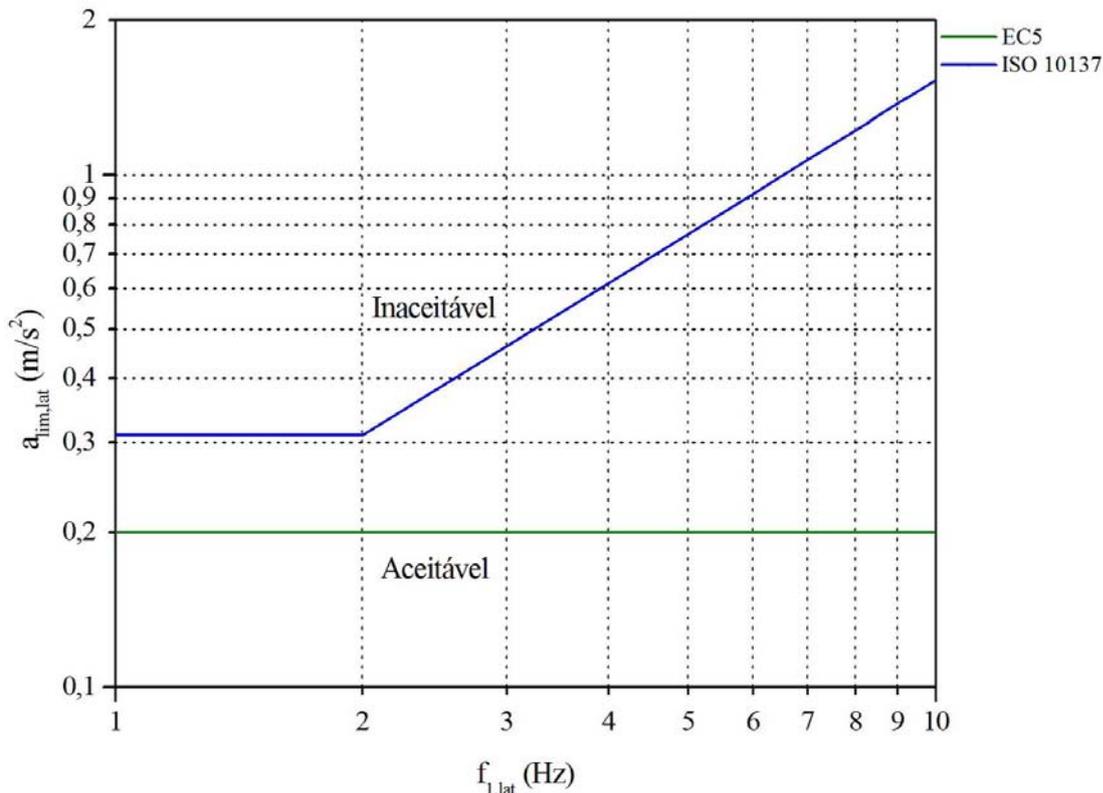


Figura 5.12: Comparativo entre critérios normativos para aceitação de vibração na direção transversal horizontal

Uma comparação da vibração transversal vertical mostra que o Eurocode 5 - Parte 2 (1995 e 2004) e Bro (2004) apresentam frequência independente e aceleração limite de 0,7 m/s², para uma passarela com frequência natural na direção transversal vertical igual a 2 Hz, que é a principal frequência de caminhada. O critério da BS 5400 (1978) fornece uma aceleração na direção transversal vertical igual a $a_{vert} \leq 0,5 \cdot \sqrt{2} \text{ Hz} \cong 0,707 \text{ m/s}^2$ e, na ISO 10137 (2005), encontra-se um valor de aceleração na direção transversal vertical igual a $a_{vert} \cong 0,6 \text{ m/s}^2$.

Uma comparação dos critérios de vibração transversal horizontal mostra que o Eurocode 5 - Parte 2 (1995 e 2004) apresentam uma frequência independente da aceleração limite de 0,2 m/s². A ISO 10137 (2005) dá uma frequência independente da aceleração igual a $a_{lat} \cong 0,31 \text{ m/s}^2$ até uma frequência de 2 Hz. Nem a norma BS 5400 (1978) e a norma Bro (2004) apresentam um critério de aceleração numérica para vibração na direção transversal

horizontal. Contudo, a BS 5400 (1978) condiciona que, se a frequência natural da vibração na direção transversal horizontal é menor do que 1,5 Hz, o projeto deve considerar o risco de movimento na direção transversal horizontal de magnitude inaceitável.

A norma britânica BS 5400 (1978) propõe um modelo de carregamento de pedestres somente na direção transversal vertical e não na direção transversal horizontal. A ISO 10137 (2005) modela os carregamentos, na direções transversal vertical e transversal horizontal, impostos por um pedestre. Notou-se que, na modelagem do carregamento na direção transversal horizontal do pedestre, é assumido que parcela do peso estático do pedestre age na direção transversal horizontal. O Eurocode 5 - Parte 2 (1995) propõe modelos de carregamentos para direções transversal vertical e transversal horizontal, somente para o sistema estrutural em passarelas simplesmente apoiadas. É válido observar que todos os critérios normativos e as indicações de pesquisadores da atualidade foram estabelecidos e aproximados supondo que os carregamentos de pedestres são periódicos.

O Eurocode 5 - Parte 2 (2004) apresenta uma formulação simplificada em relação ao Eurocode 5 - Parte 2 (1995), tomando apenas o caso de passarelas simplesmente apoiadas, sem levar em consideração o caso de vãos contínuos. Também não apresenta uma formulação indicando uma força a ser aplicada em passarelas de outros tipos de sistemas estruturais para ser obtido o valor de acelerações nas direções transversal vertical e transversal horizontal. Este código normativo já evoluiu em relação aos demais, pois apresenta uma formulação para o cálculo do valor da aceleração na direção transversal vertical que leva em conta o caso de pessoas correndo sobre a passarela.

Os procedimentos de cálculo das acelerações do Eurocode 5 - Parte 2 (2004), versão atual da norma europeia, são baseados no desenvolvimento do trabalho de Grundmann *et al.* (1993), podendo-se dizer que as Equações 5.23 a 5.27 são uma versão simplificada destes autores. A primeira parte da Equação 5.23 refere-se ao primeiro harmônico de caminhada e

recomenda o cálculo da aceleração na direção transversal vertical para a frequência natural da passarela menor ou igual a 2,5 Hz. A segunda parte da Equação 5.23 refere-se ao cálculo da aceleração para o segundo harmônico de caminhada com frequência natural maior do que 2,5 Hz e menor ou igual a 5,0 Hz. A Equação 5.24 leva em conta o primeiro harmônico com frequência maior do que 0,5 Hz e menor ou igual a 2,5 Hz na direção transversal horizontal. A Equação 5.25 leva em conta o primeiro harmônico para o movimento de corrida na direção transversal vertical.

A proposta de Rainer *et al.* (1988) permite trabalhar com todos os harmônicos da ação dos pedestres, segundo Pimentel (1997) e Pretlove *et al.* (1995). As propostas do Eurocode 5 - Parte 2 (1995 e 2004) e de Grundmann *et al.* (1993) levam em conta o efeito de ressonância por meio de um coeficiente de amplificação dinâmica que depende da frequência natural da passarela. Estes em seus trabalhos levantam o problema da sincronização de multidão de pedestres que estejam cruzando a passarela e apresentam procedimento para avaliação do problema. Também apresentam os procedimentos de dimensionamento da passarela em função das vibrações na direção horizontal.

Do estudo realizado por Pimentel e Fernandes (2002), que diz respeito à investigação da aplicabilidade de formulações simplificadas propostas na literatura para análise de vibrações produzidas por pedestres em passarelas, concluiu-se que, nos vários casos examinados, a formulação proposta apresentou estimativas mais precisas para as acelerações.

O critério de dimensionamento atual da NBR 7190 (1997) não apresenta nenhuma indicação relativa aos limites de frequência e aceleração para as passarelas de madeira. A indicação da NBR 7190 (1997) é relativa a pisos de residências e escritórios; caso fosse estendida às passarelas, com certeza levaria à construção de estruturas robustas, acarretando uma solução antieconômica, uma vez que o critério estabelece uma frequência superior a 8 Hz. Segundo a NBR 7190 (1997), este critério é atendido caso os pisos apresentem uma

flecha inferior a 15 mm referente a um carregamento de curta duração e seja utilizado, na formulação, o módulo de elasticidade efetivo $E_{c0,ef}$.

A sugestão da NBR 7190 (1997) de uma frequência superior a 8 Hz é uma primeira maneira de evitar problemas de vibrações, fazendo com que a estrutura tenha uma primeira frequência natural pelo menos acima do alcance do terceiro harmônico, ou seja, maior que três vezes a frequência de caminhada ($3 \cdot 2,4 = 7,2$ Hz). Por isso pisos com a primeira frequência natural acima de 8 Hz estariam salvaguardados desse efeito de ressonância. Na realidade, para estruturas com amortecimento relativamente alto será suficiente que a primeira frequência natural seja acima de 5 Hz, ou seja, a contribuição do terceiro harmônico já não será tão relevante.

Tomando como base os estudos realizados até o momento, este trabalho pretende contribuir com sugestões que permitam o avanço desse assunto para as passarelas de madeira no Brasil, estudando o caso particular de passarelas simplesmente apoiadas, a situação mais frequente.

6. AVALIAÇÃO DA VIBRAÇÃO EM PASSARELAS DE MADEIRA

Neste capítulo é investigado o comportamento dinâmico das passarelas de madeira simplesmente apoiadas sujeitas às ações dinâmicas induzidas por pedestres. Inicialmente é realizado o dimensionamento estático das passarelas de madeira simplesmente apoiadas com duas e quatro vigas. Em seguida, são obtidas teoricamente, por meio de formulação referente ao comportamento dinâmico, as frequências naturais e as acelerações. Posteriormente, para efeito de comparação, são obtidos esses parâmetros a partir de simulação numérica, via métodos dos elementos finitos, utilizando o programa de análise estrutural SAP2000®.

6.1. Dimensionamento segundo a NBR 7190 (1997)

Foram dimensionadas, considerando carregamentos estáticos, passarelas de madeira com duas e quatro vigas, simplesmente apoiadas, de acordo com os critérios da NBR 7190 (1997) e da NBR 7188 (1984). As passarelas de madeira possuem vãos L entre 5 e 35 m, variando de 1,0 m em 1,0 m, larguras b das passarelas de madeira de 150 e 200 cm e classe de resistência da madeira C40 e C60.

No estudo dos modelos das passarelas de madeira foram escolhidas madeiras de classe de resistência das dicotiledôneas C40 e C60, de acordo com a NBR 7190 (1997), cujas propriedades físicas são mostradas na Tabela 6.1.

Tabela 6.1: Valores da classe de resistência das dicotiledôneas na condição-padrão de referência de umidade U igual a 12%. Fonte: NBR 7190 (1997)

Madeira	$f_{c0,k}$ (MPa)	$f_{v0,k}$ (MPa)	$E_{c0,m}$ (MPa)	ρ_{ap} (kg/m ³)
C40	40	6	19500	950
C60	60	8	24500	1000

No dimensionamento estático levou-se em conta os coeficientes de ponderação, cujos valores são mostrados na Tabela 6.2, e os coeficientes de modificação aplicados às

propriedades físicas da madeira, mostrados na Tabela 6.3. Na Tabela 6.4, tem-se os valores de cálculo das propriedades físicas da madeira utilizados no dimensionamento estático.

Tabela 6.2: Coeficientes de ponderação utilizados no dimensionamento das passarelas de madeira. Fonte: NBR 7190 (1997)

γ_q	γ_g	γ_{wc}	γ_{wv}
1,4	1,4	1,4	1,8

Tabela 6.3: Coeficientes de modificação aplicados nas propriedades das madeiras. Fonte: NBR 7190 (1997)

$k_{mod,1}$	$k_{mod,2}$	$k_{mod,3}$	k_{mod}
0,7	1,0	0,8	0,56

Tabela 6.4: Valores de cálculo utilizados nas avaliações dinâmicas e dimensionamento das passarelas de madeira. Fonte: NBR 7190 (1997)

Madeira	$f_{c0,d}$ (MPa)	$f_{v0,d}$ (MPa)	$E_{c0,m}$ (MPa)	ρ_{ap} (kg/m ³)
C40	16	1,87	10920	950
C60	24	2,50	13720	1000

6.1.1. Ações permanentes

As ações permanentes atuantes nas vigas de madeira são: peso próprio das vigas, peso próprio das pranchas, peso próprio do guarda-corpo e peso próprio dos elementos metálicos. A ação permanente atuante nas pranchas de madeira é apenas o seu peso próprio.

6.1.2. Ações variáveis

No dimensionamento das vigas de madeira, aplica-se o carregamento de pedestres uniformemente distribuído igual a 5 kN/m², sobre toda a superfície da passarela de madeira. No dimensionamento das pranchas de madeira, aplica-se no meio o carregamento concentrado igual a 1 kN, representando o peso próprio do pedestre.

6.1.3. Passarelas de madeira com duas vigas

A Figura 6.1 mostra o desenho esquemático das passarelas de madeira com duas vigas. As vigas foram consideradas com largura fixa e igual a 18 cm, para todos os casos.

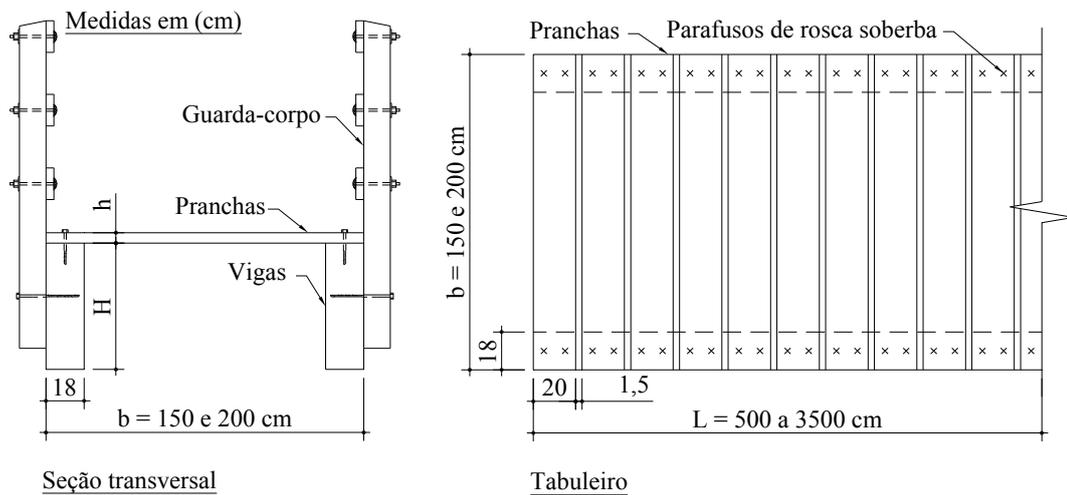


Figura 6.1: Desenho esquemático das passarelas de madeira com duas vigas

A configuração de carregamento crítico nas vigas é composta pelas cargas permanentes e variáveis, uniformemente distribuídas em toda a superfície da passarela, conforme mostrado na Figura 6.2. A configuração de carregamento crítico nas pranchas de madeira é composta pelas cargas permanentes uniformemente distribuídas em toda a superfície da passarela, e carga concentrada igual a 1 kN, referente ao peso próprio do pedestre localizado no centro da prancha.

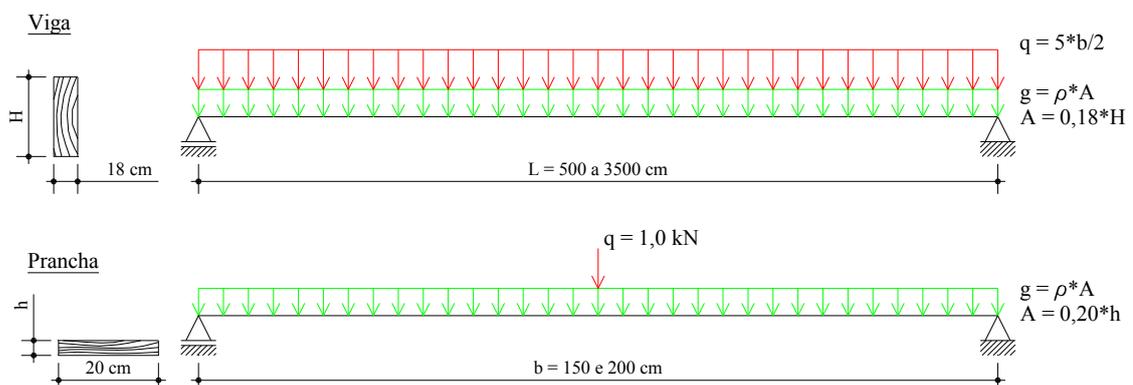


Figura 6.2: Carregamento crítico nas passarelas de madeira com duas vigas

No Anexo 1 está mostrado o exemplo completo de dimensionamento estático de uma passarela, sendo verificados os estados limites últimos (tensões normais devidas ao momento fletor e tensões de cisalhamento devidas à força cortante) e estado limite de serviço (flecha máxima). As Tabelas 12.1 a 12.4 do Anexo 2 mostram os valores obtidos no dimensionamento estático das vigas. Os valores referentes ao dimensionamento das pranchas do tabuleiro são apresentados nas Tabelas 12.5 e 12.6 desse Anexo.

No gráfico da Figura 6.3, pode ser visualizada a variação das alturas das vigas em relação aos vãos das passarelas de madeira.

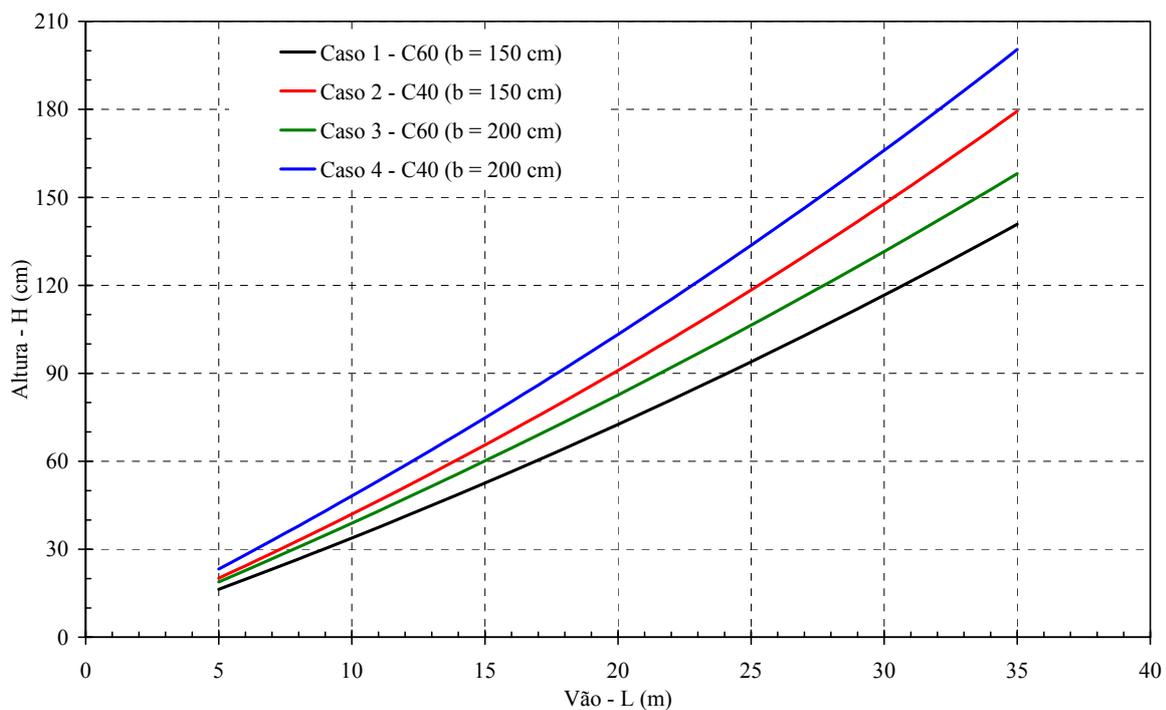


Figura 6.3: Variação da altura das vigas em relação aos vãos das passarelas de madeira com duas vigas, para classe de resistência C40 e C60, larguras de 150 e 200 cm

6.1.4. Passarelas de madeira com quatro vigas

A Figura 6.4 mostra o desenho esquemático das passarelas de madeira com quatro vigas simplesmente apoiadas. Essas passarelas possuem as mesmas dimensões com relação

aos vãos e larguras, assim como as mesmas classes de resistências da madeira utilizada no dimensionamento estático das passarelas de madeira com duas vigas.

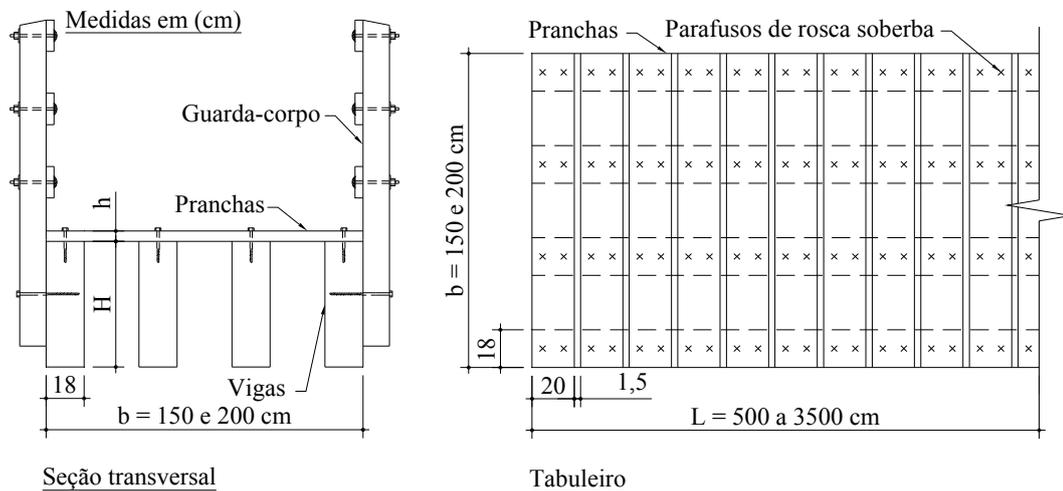


Figura 6.4: Desenho esquemático das passarelas de madeira com quatro vigas

Para o dimensionamento dessas passarelas foram utilizados os mesmos procedimentos do caso anterior. No caso das pranchas, tanto para o seu dimensionamento, quanto para a distribuição transversal das cargas para as vigas, foi desprezada a sua continuidade, isto é, as mesmas foram consideradas simplesmente apoiadas nas vigas.

A Figura 6.5 mostra os esquemas estáticos e de carregamento para as vigas e para as pranchas do tabuleiro.

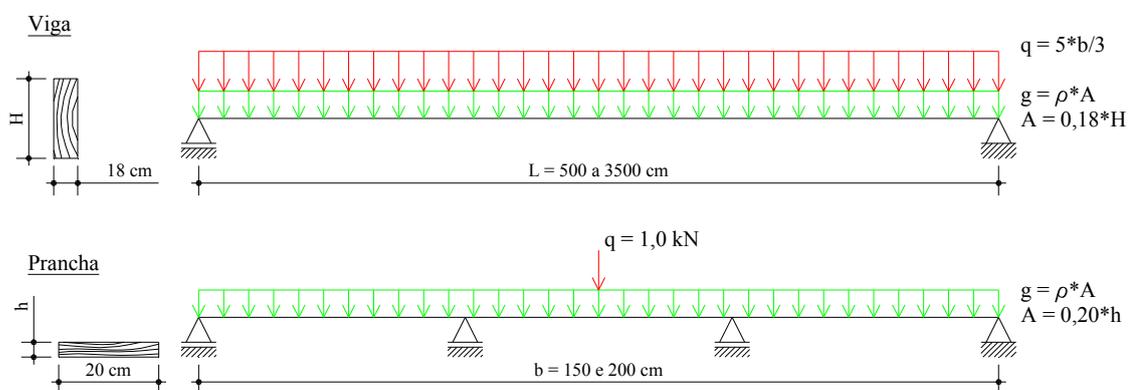


Figura 6.5: Carregamento crítico nas passarelas de madeira com quatro vigas

Após o dimensionamento das passarelas de madeira, foi possível construir o gráfico da Figura 6.6, no qual se visualiza a variação das alturas das vigas em relação aos vãos.

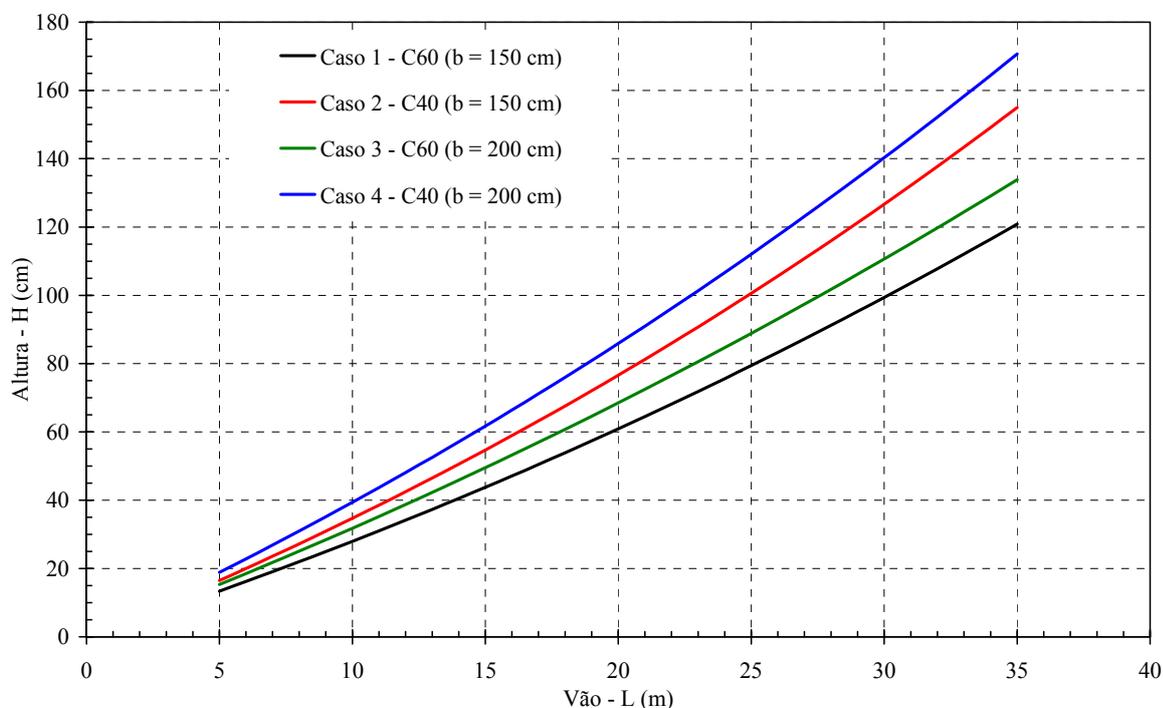


Figura 6.6: Variação da altura das vigas em relação aos vãos das passarelas com quatro vigas, classe de resistência da madeira C40 e C60, larguras de 150 e 200 cm

6.2. Resultados do cálculo das frequências naturais e das acelerações

Neste item são apresentados os resultados obtidos teoricamente por meio dos códigos internacionais e pelas formulações sugeridas por diversos autores, conforme revisão mostrada no Capítulo 5.

6.2.1. Frequências naturais das passarelas com duas vigas

A primeira fase consiste na avaliação dinâmica teórica das passarelas de madeira simplesmente apoiadas, submetidas ao tráfego de pedestres, e será realizada por meio de cálculos e critérios normativos. Após a definição das dimensões das passarelas de madeira, por meio de cálculos, realizada no dimensionamento estático, faz-se a avaliação dinâmica das

passarelas. A seguir, tem-se o cálculo das frequências naturais nas passarelas de madeira. O cálculo da primeira frequência natural foi feito por meio das expressões teóricas contidas no Eurocode 5 (1995), que são similares àquelas obtidas a partir da formulação de vigas de Euler-Bernoulli, para sistemas contínuos, utilizando as propriedades geométricas e de elasticidade.

Inicialmente foi utilizado o módulo de elasticidade efetivo $E_{c0,ef}$, para o cálculo das primeiras frequências naturais das passarelas de madeira, nas direções transversal vertical e transversal horizontal. Os valores obtidos são mostrados nas Tabelas 12.7 a 12.10, do Anexo 2. As Figuras 6.7 e 6.8 mostram as primeiras frequências naturais nas direções transversal vertical e transversal horizontal, respectivamente.

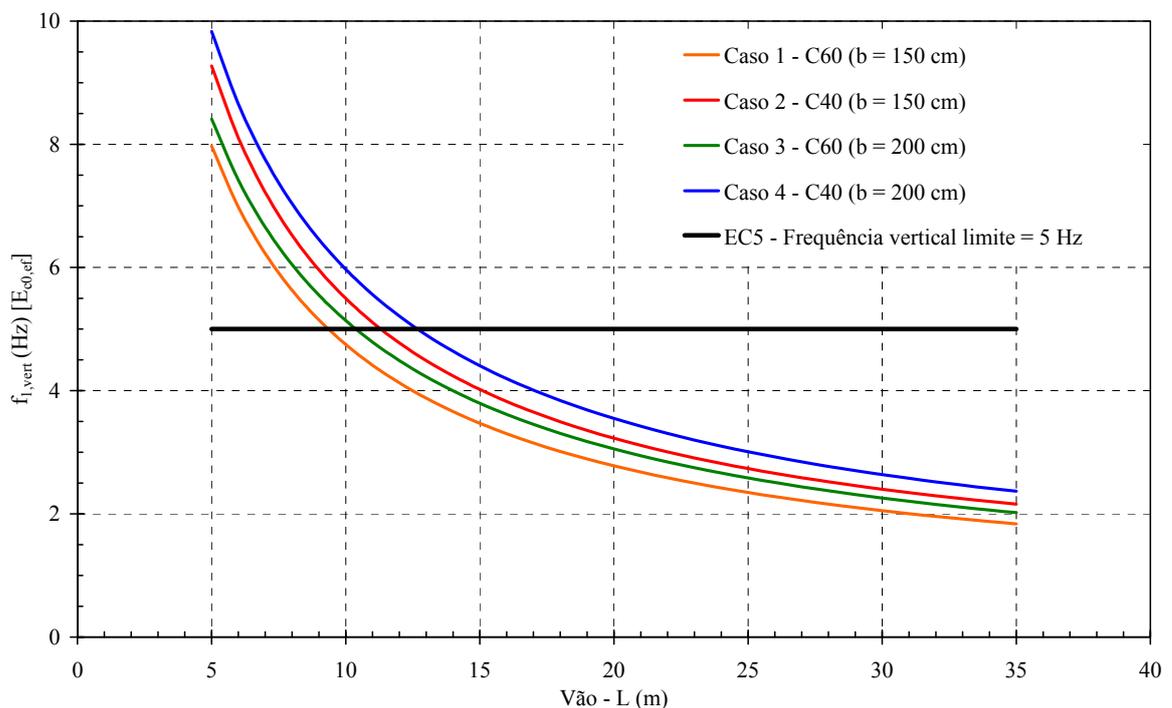


Figura 6.7: Frequências na direção transversal vertical versus vão das passarelas de madeira com duas vigas

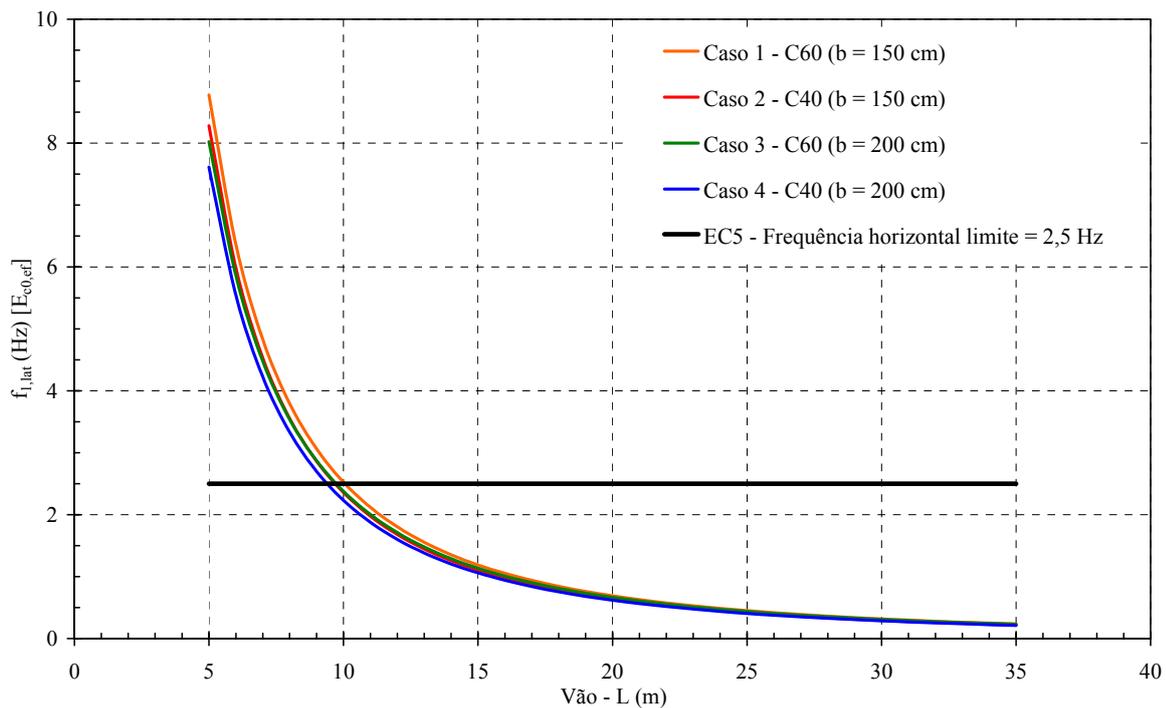


Figura 6.8: Frequências na direção transversal horizontal *versus* vão das passarelas de madeira com duas vigas

Em um segundo momento, foi tomado o módulo de elasticidade médio $E_{c0,m}$ para o cálculo da primeira frequência natural, nas direções transversal vertical e transversal horizontal das passarelas de madeira. Os valores obtidos são mostrados nas Tabelas 12.11 a 12.14, do Anexo 2. As Figuras 6.9 e 6.10, mostram as primeiras frequências naturais nas direções transversal vertical e transversal horizontal, respectivamente.

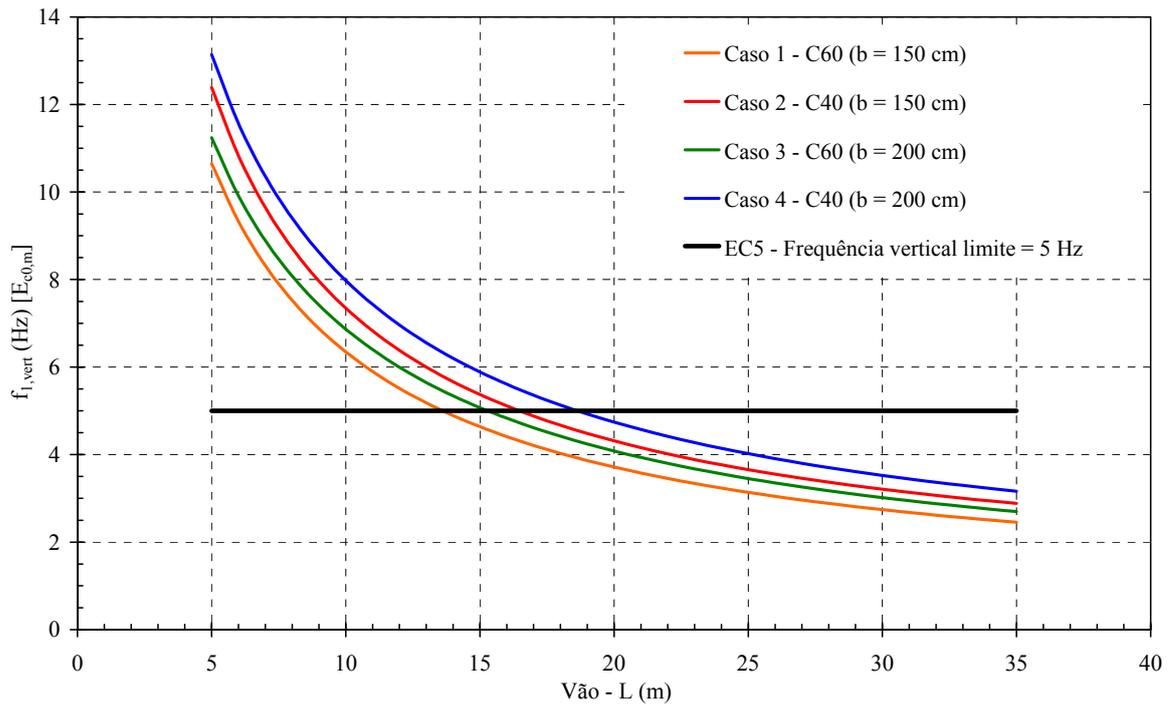


Figura 6.9: Frequências na direção transversal vertical *versus* vão das passarelas de madeira com duas vigas

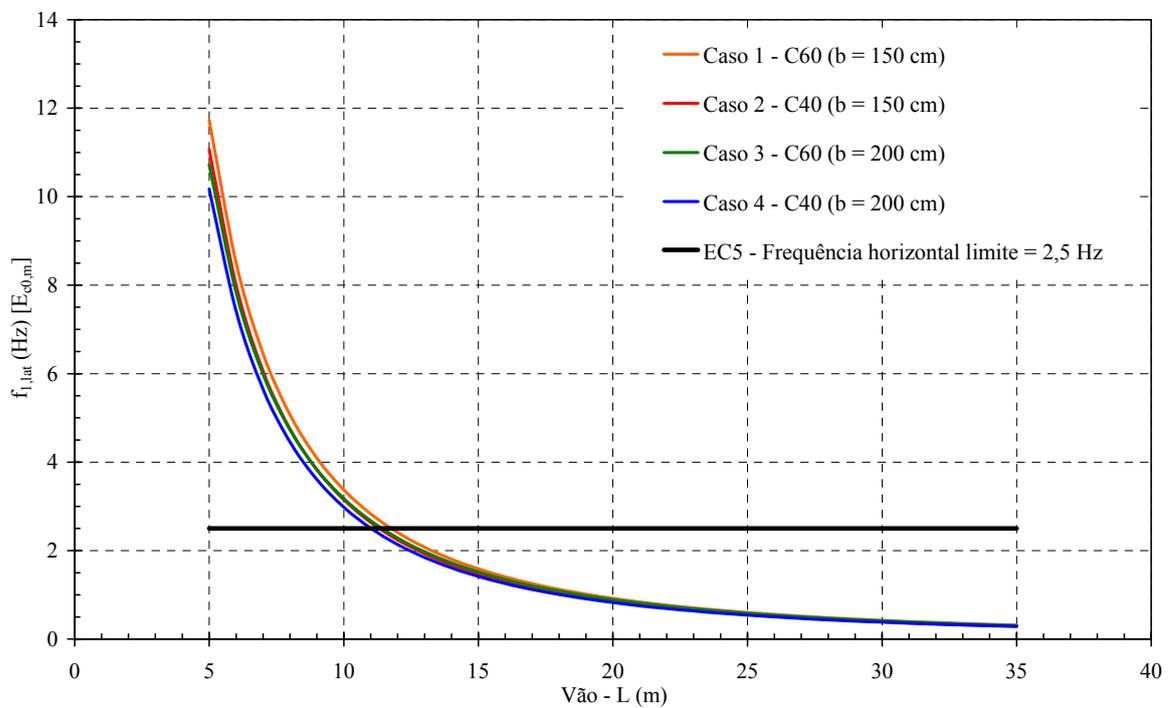


Figura 6.10: Frequências na direção transversal horizontal *versus* vão das passarelas de madeira com duas vigas

6.2.2. Frequências naturais das passarelas com quatro vigas

Nas Figuras 6.11 e 6.12, tem-se, respectivamente, a visualização da primeira frequência natural nas direções transversal vertical e transversal horizontal das passarelas de madeira com quatro vigas, tomando o módulo de elasticidade efetivo $E_{c0,ef}$.

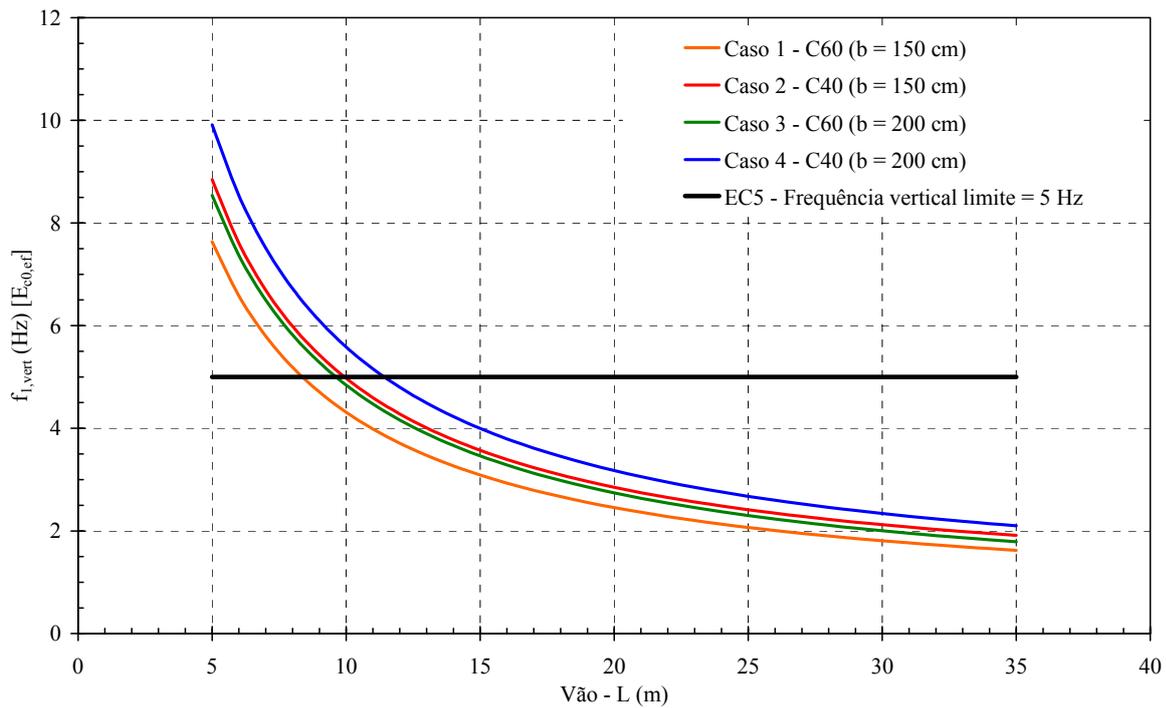


Figura 6.11: Frequências na direção transversal vertical versus vão das passarelas de madeira com quatro vigas

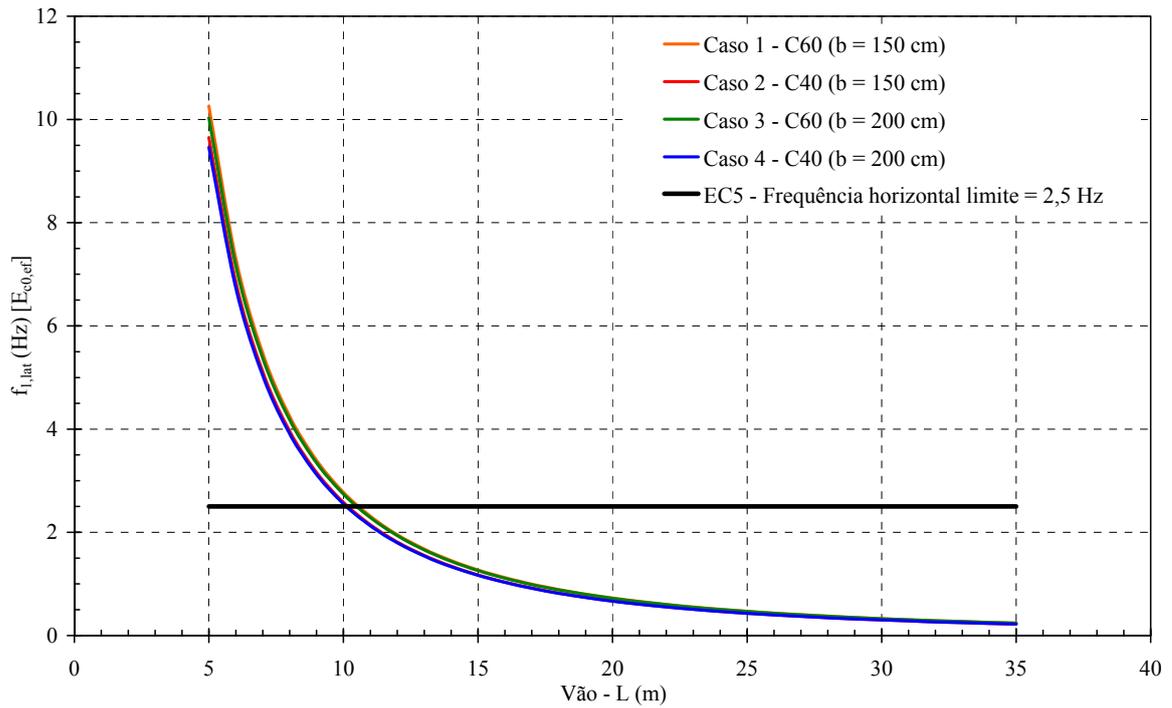


Figura 6.12: Frequências na direção transversal horizontal versus vão das passarelas de madeira com quatro vigas

Nas Figuras 6.13 e 6.14, tem-se respectivamente a visualização do cálculo da primeira frequência natural, nas direções transversal vertical e transversal horizontal das passarelas de madeira, tomando o módulo de elasticidade médio $E_{c0,m}$.

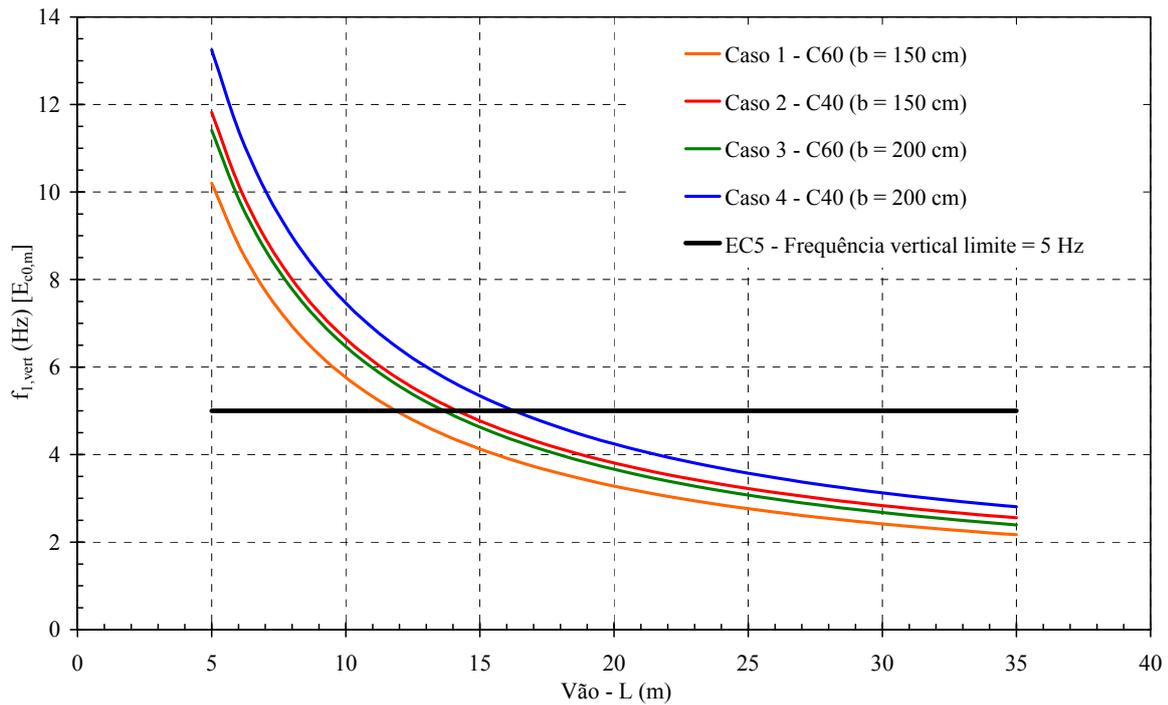


Figura 6.13: Frequências na direção transversal vertical *versus* vão das passarelas de madeira com quatro vigas

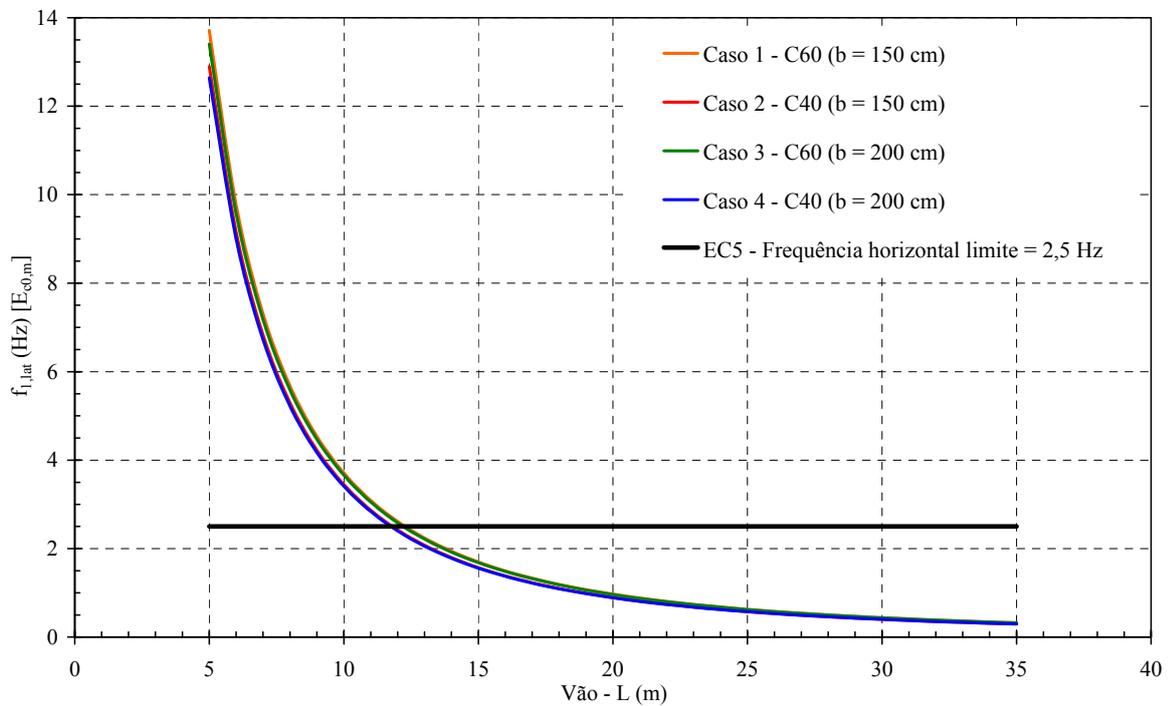


Figura 6.14: Frequências na direção transversal horizontal *versus* vão das passarelas de madeira com quatro vigas

6.2.3. Acelerações nas passarelas com duas vigas

O cálculo das acelerações foi realizado por meio das expressões teóricas contidas nas diretrizes normativas e nas sugestões de pesquisadores. Na primeira análise das passarelas de madeira simplesmente apoiadas, em termos de suas acelerações máximas e limites, nas direções transversal vertical e transversal horizontal, foi tomado o módulo de elasticidade efetivo $E_{c0,ef}$. Os valores obtidos são mostrados nas Tabelas 12.15 a 12.22 e nas Tabelas 12.31 a 12.34, do Anexo 2. As Figuras 6.15 a 6.22, mostram as acelerações nas passarelas de madeira com duas vigas.

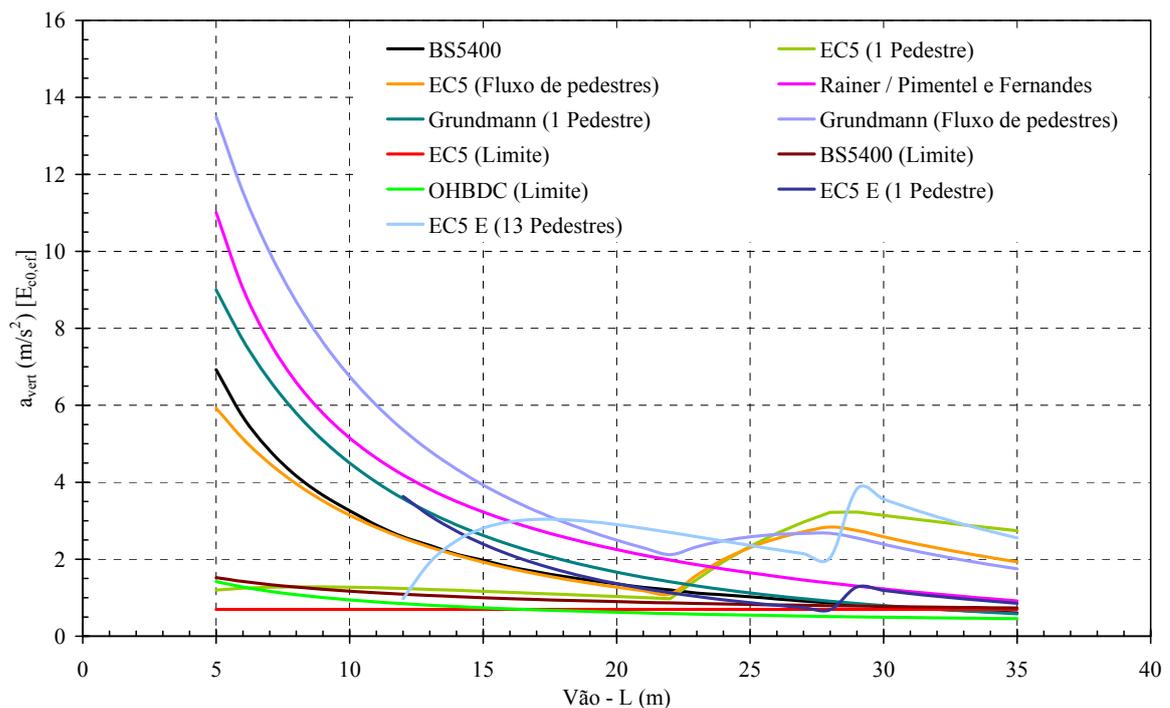


Figura 6.15: Acelerações na direção transversal vertical *versus* vãos das passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C40

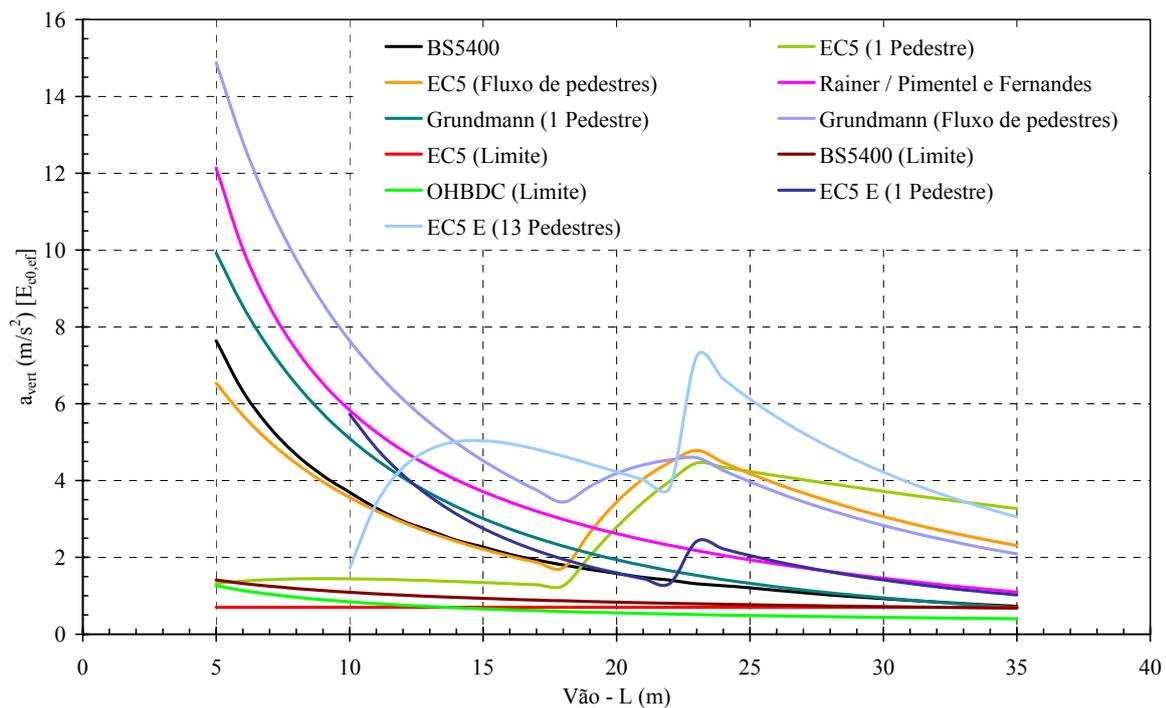


Figura 6.16: Acelerações na direção transversal vertical *versus* vãos das passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C60

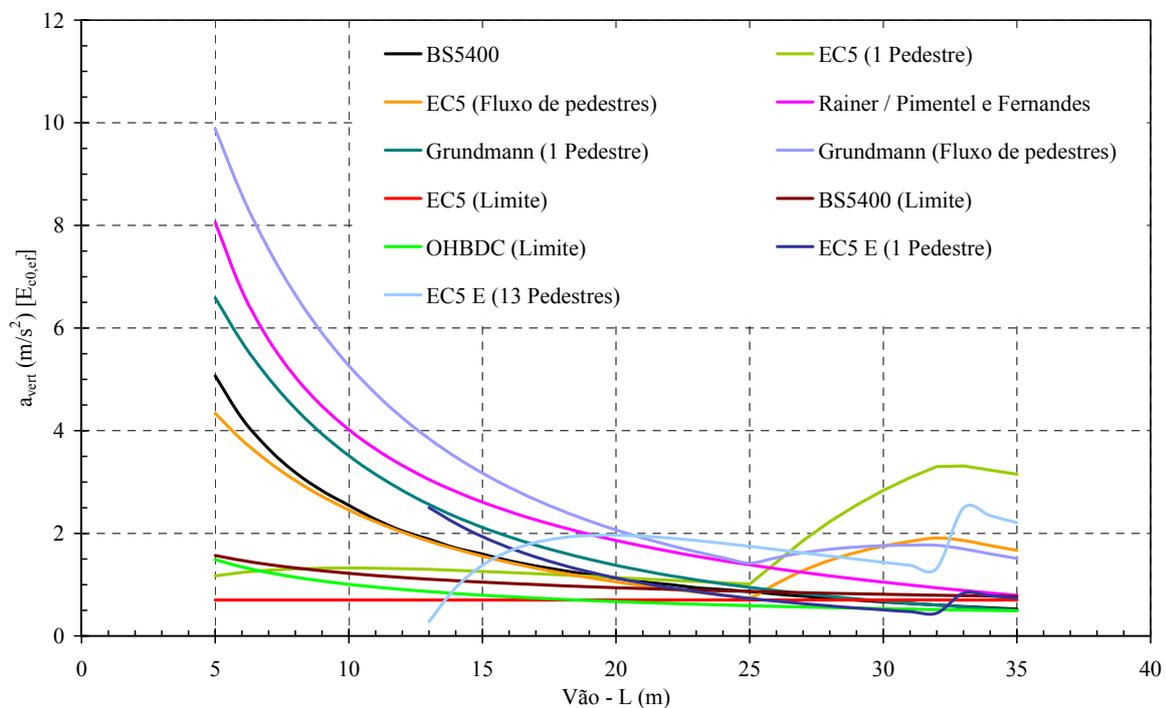


Figura 6.17: Acelerações na direção transversal vertical *versus* vãos das passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C40

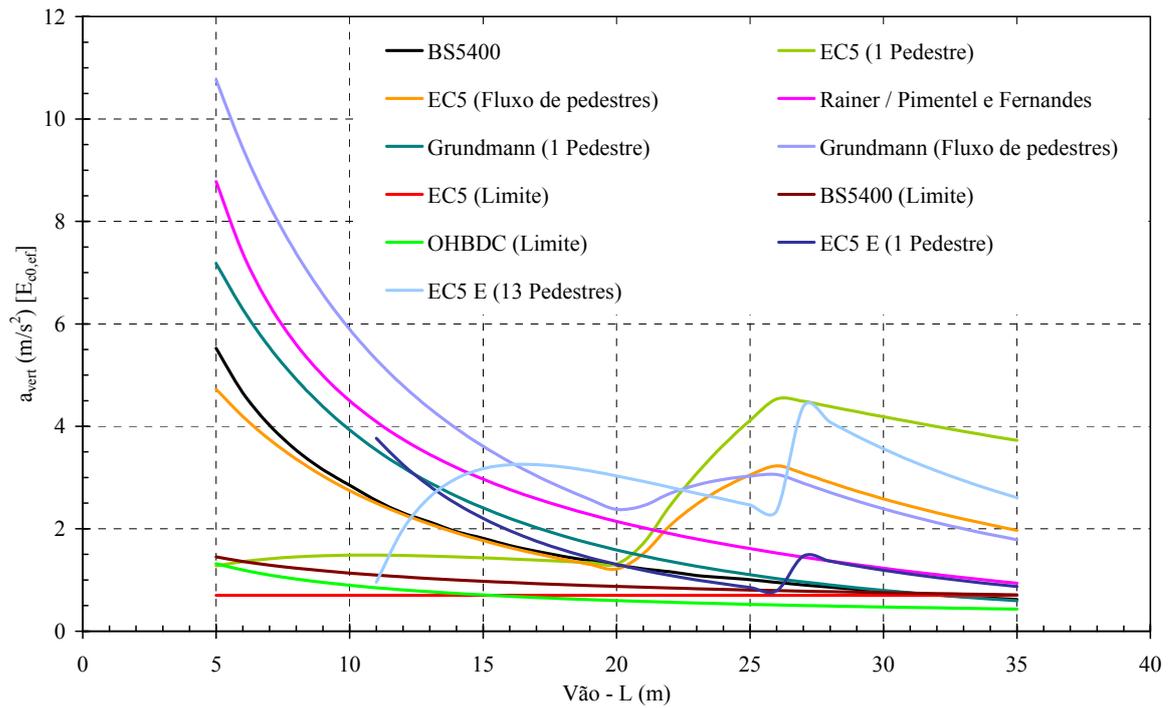


Figura 6.18: Acelerações na direção transversal vertical *versus* vãos das passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C60

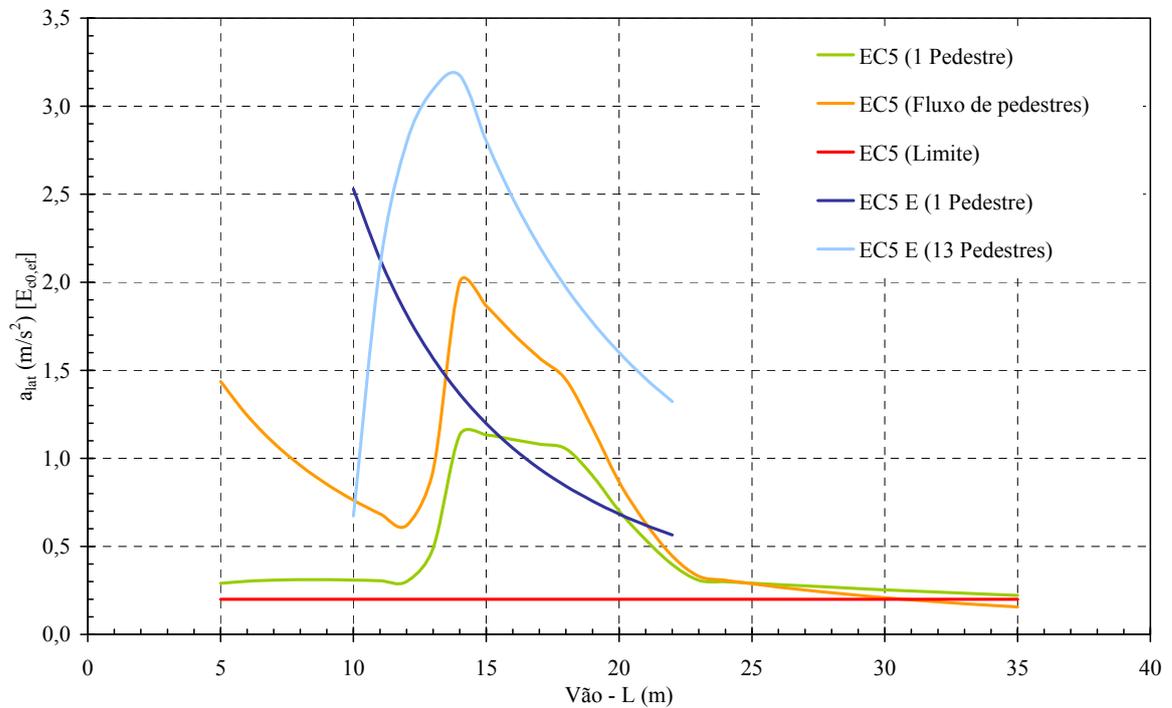


Figura 6.19: Acelerações na direção transversal horizontal *versus* vão das passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C40

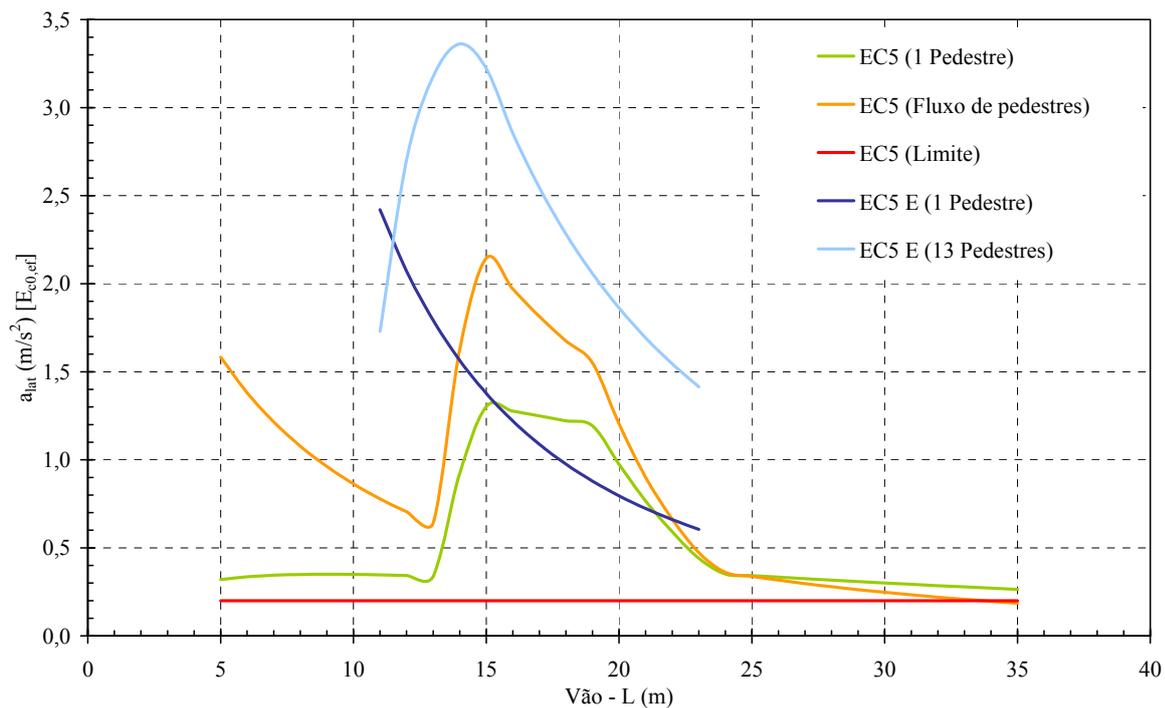


Figura 6.20: Acelerações na direção transversal horizontal *versus* vão das passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C60

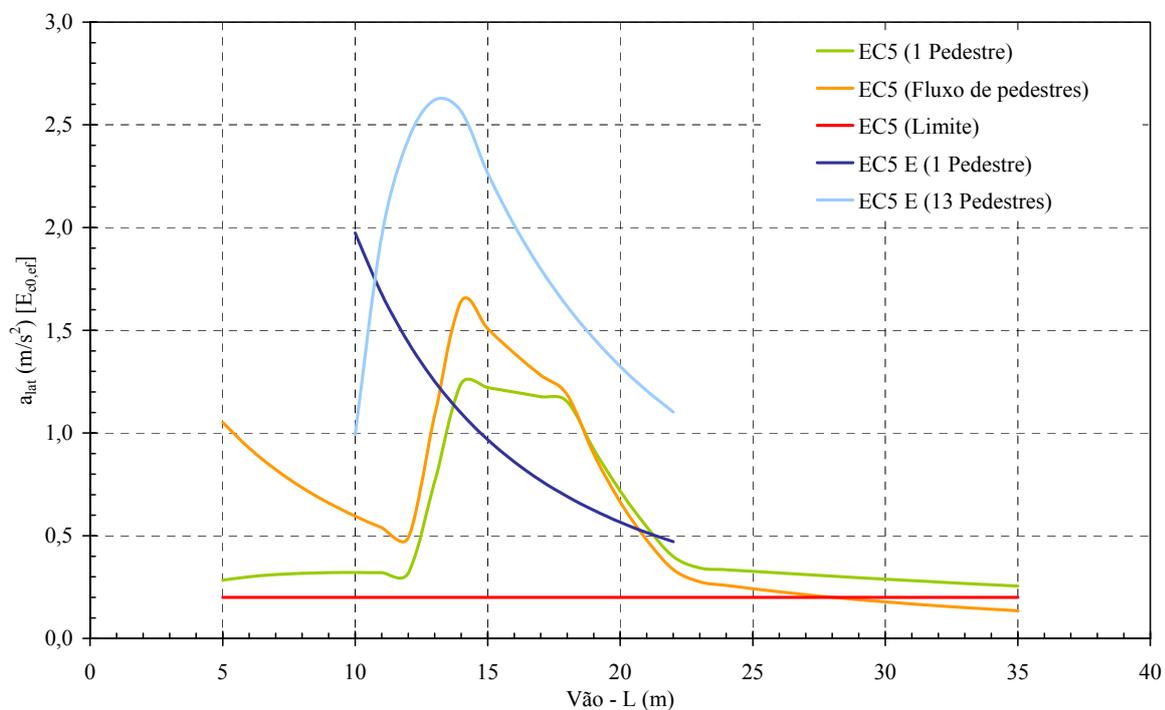


Figura 6.21: Acelerações na direção transversal horizontal *versus* vão das passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C40

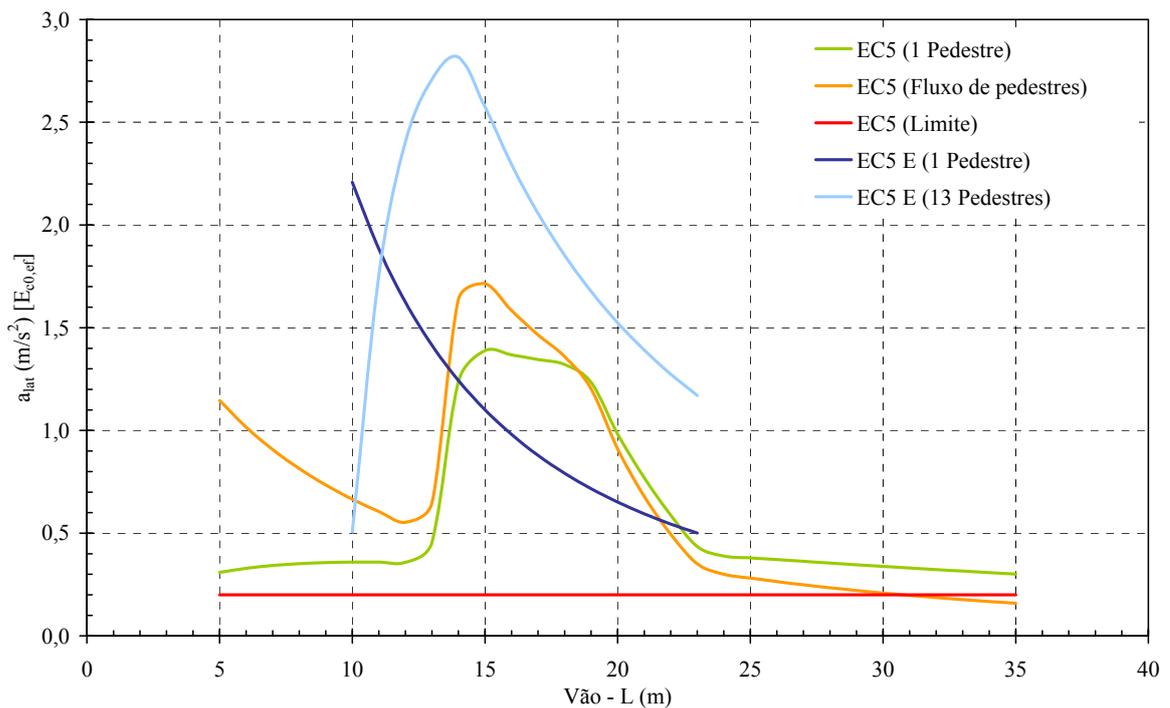


Figura 6.22: Acelerações na direção transversal horizontal *versus* vão das passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C60

Na segunda análise das passarelas de madeira, em termos de suas acelerações máximas e limites, nas direções transversal vertical e transversal horizontal, foi tomado o módulo de elasticidade médio $E_{c0,m}$. Os valores obtidos são mostrados nas Tabelas 12.23 a 12.30 e nas Tabelas 12.35 a 12.38, do Anexo 2. As Figuras 6.23 a 6.30, mostram as acelerações nas passarelas de madeira com duas vigas.

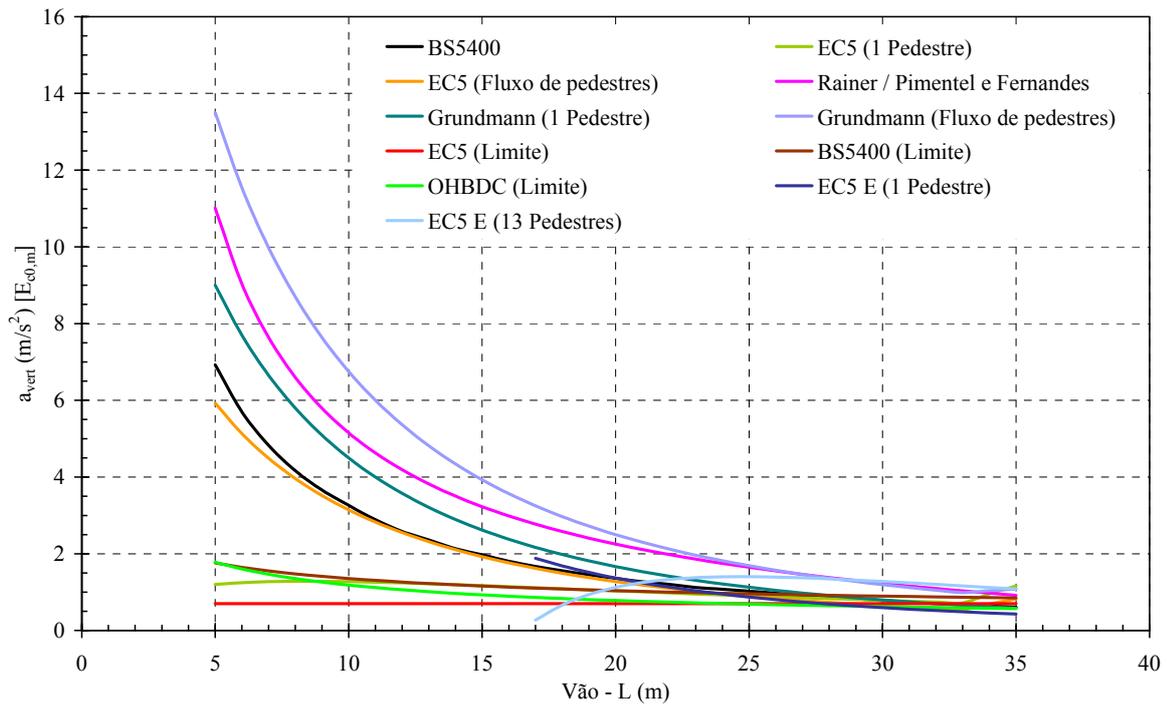


Figura 6.23: Acelerações na direção transversal vertical *versus* vãos das passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C40

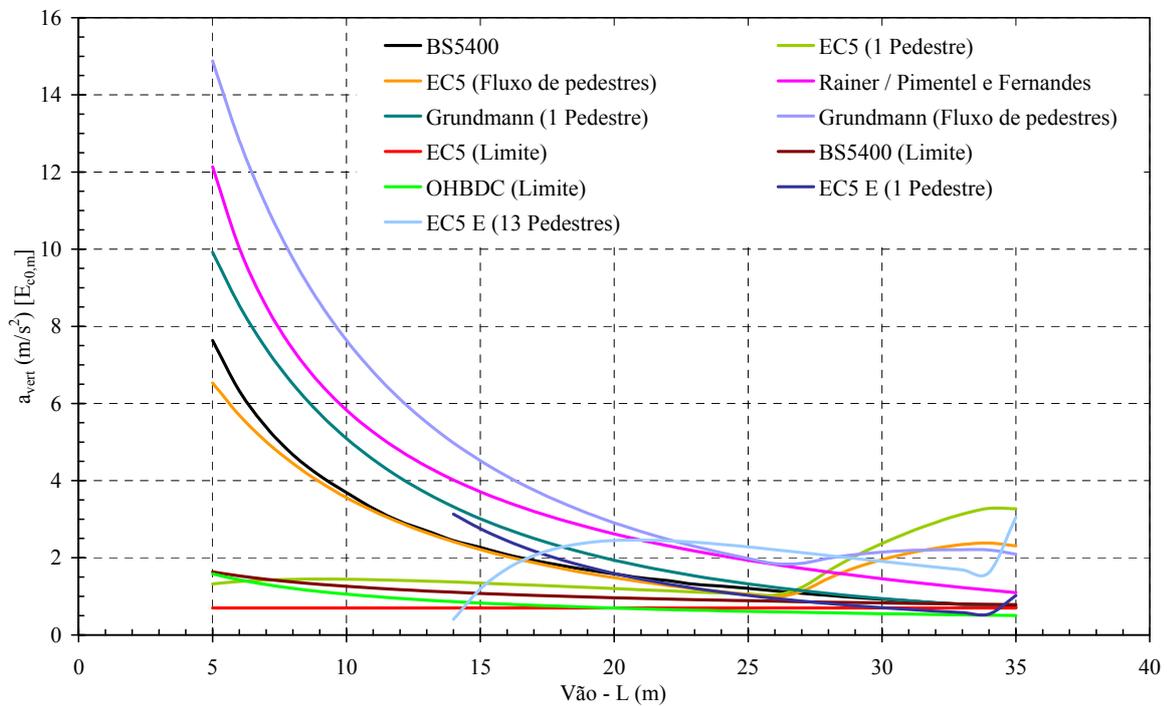


Figura 6.24: Acelerações na direção transversal vertical *versus* vãos das passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C60

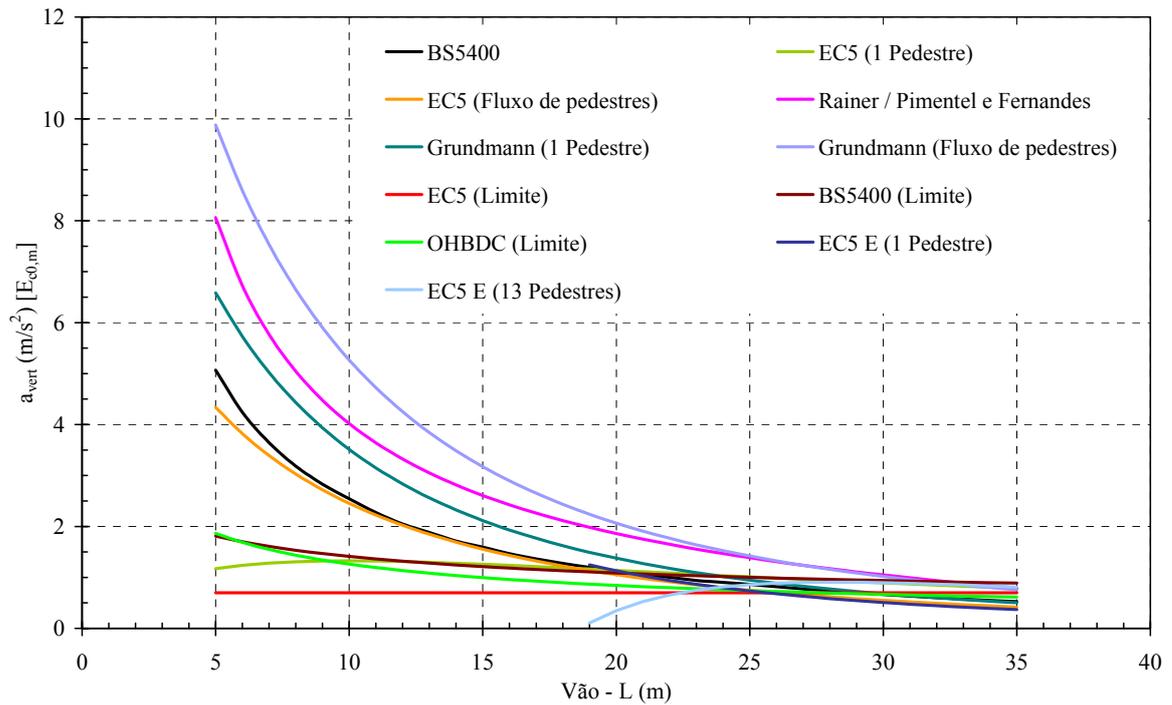


Figura 6.25: Acelerações na direção transversal vertical *versus* vãos das passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C40

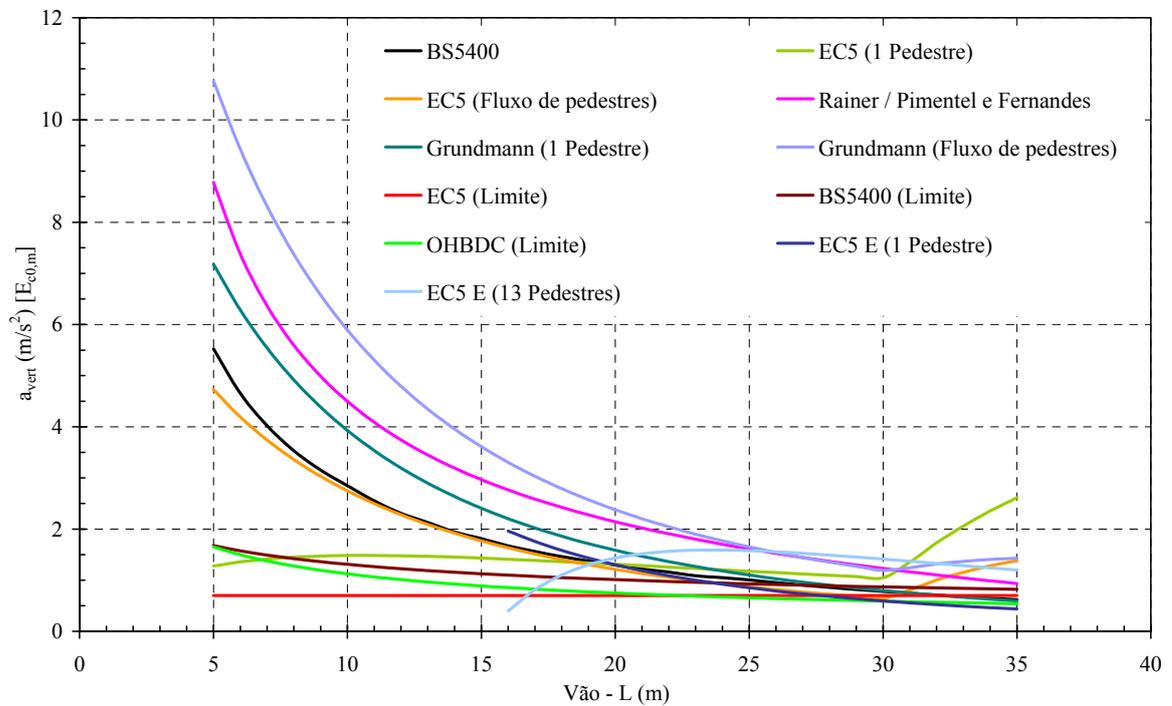


Figura 6.26: Acelerações na direção transversal vertical *versus* vãos das passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C60

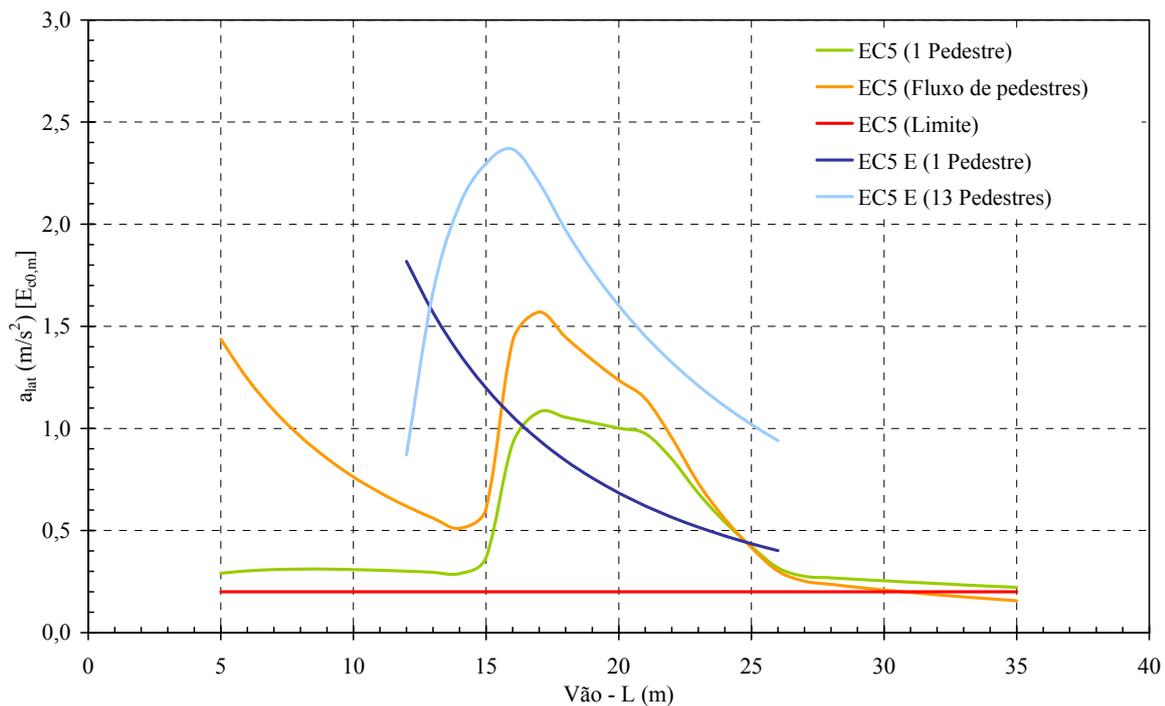


Figura 6.27: Acelerações na direção transversal horizontal *versus* vãos das passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C40

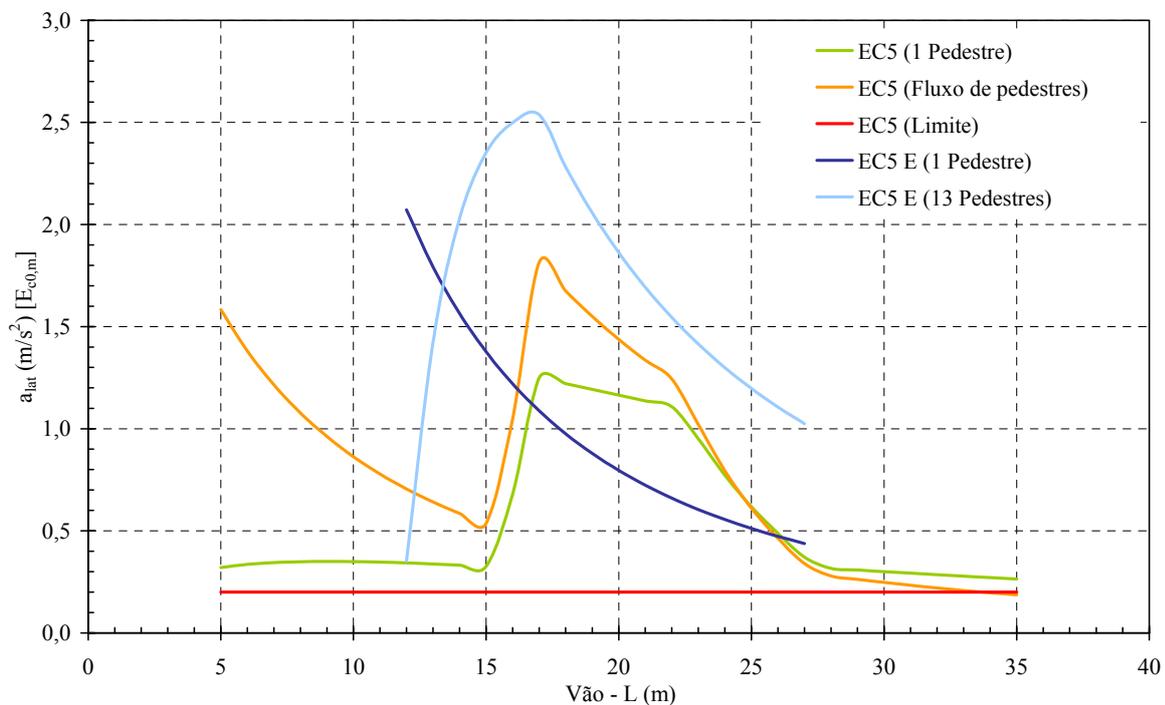


Figura 6.28: Acelerações na direção transversal horizontal *versus* vão das passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C60

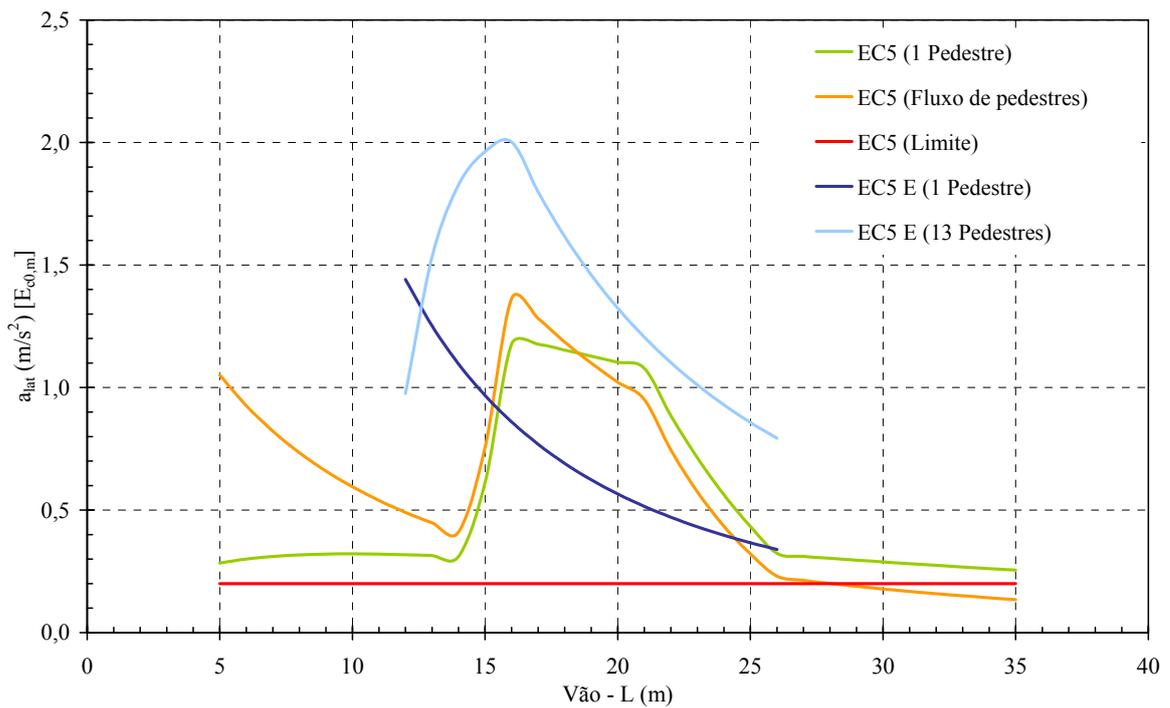


Figura 6.29: Acelerações na direção transversal horizontal versus vão das passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C40

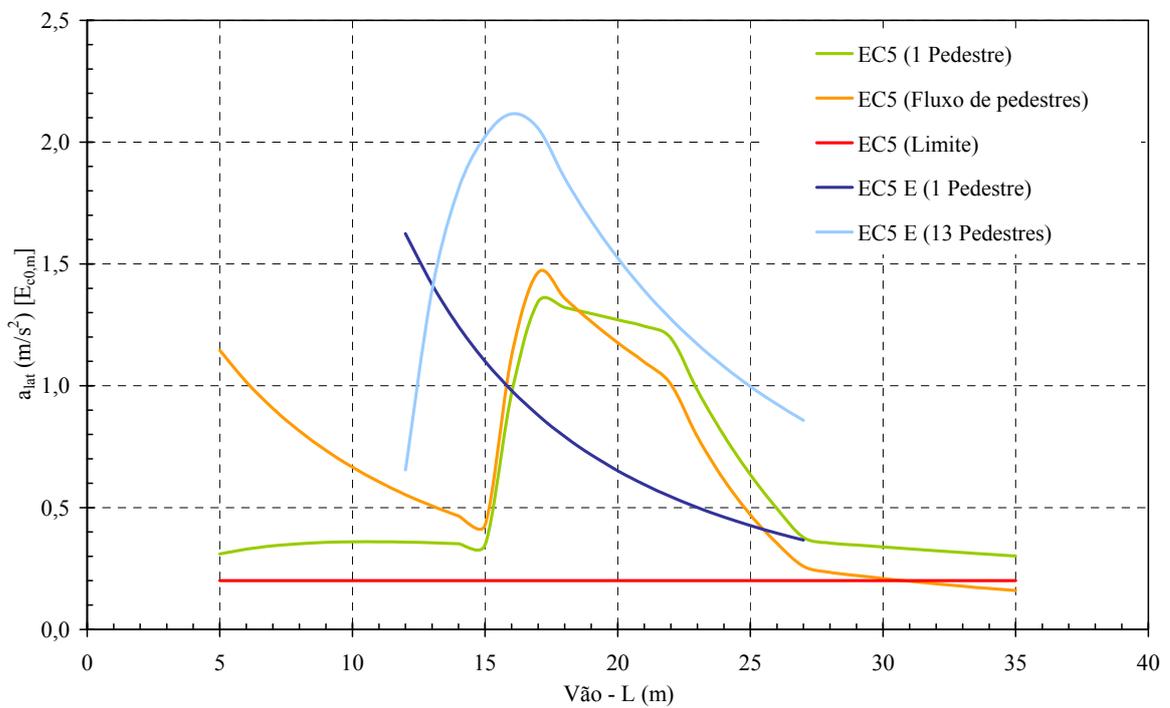


Figura 6.30: Acelerações na direção transversal horizontal versus vão das passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C60

6.2.4. Acelerações nas passarelas com quatro vigas

O cálculo das acelerações foi realizado por meio das expressões teóricas contidas nas diretrizes normativas e nas sugestões de pesquisadores. Na primeira análise das passarelas de madeira foi tomado o módulo de elasticidade efetivo $E_{c0,ef}$. As Figuras 6.31 a 6.38, mostram as acelerações nas passarelas de madeira com quatro vigas.

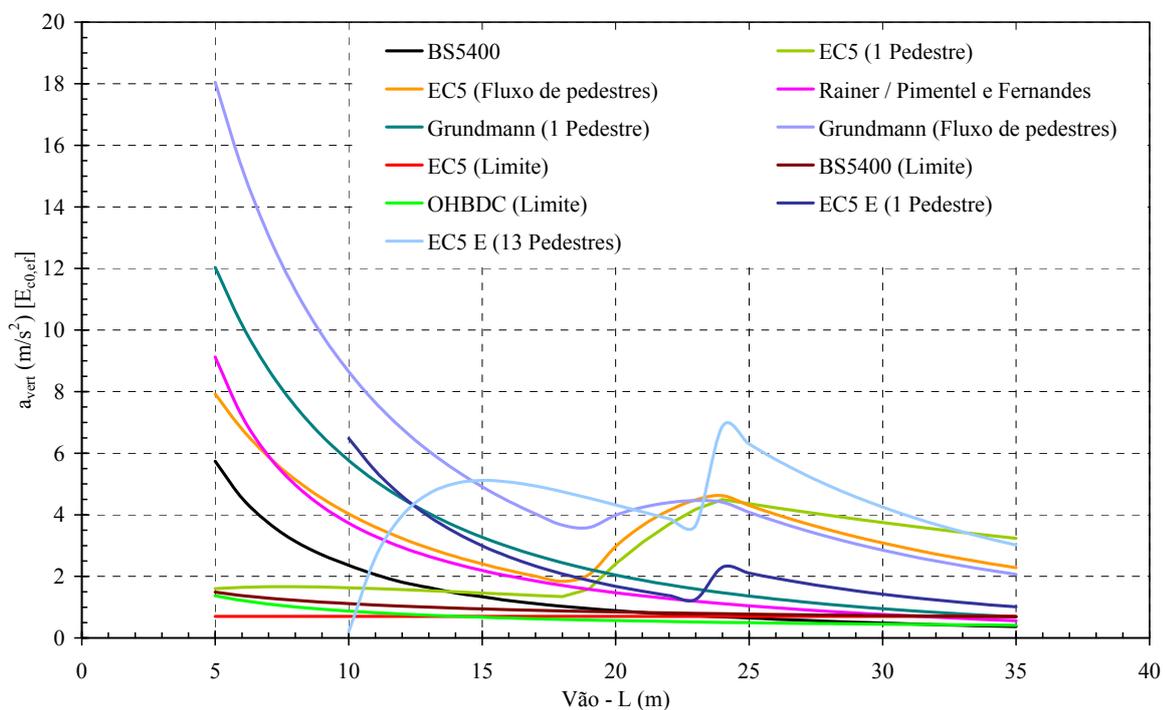


Figura 6.31: Acelerações na direção transversal vertical versus vãos das passarelas de madeira com quatro vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C40

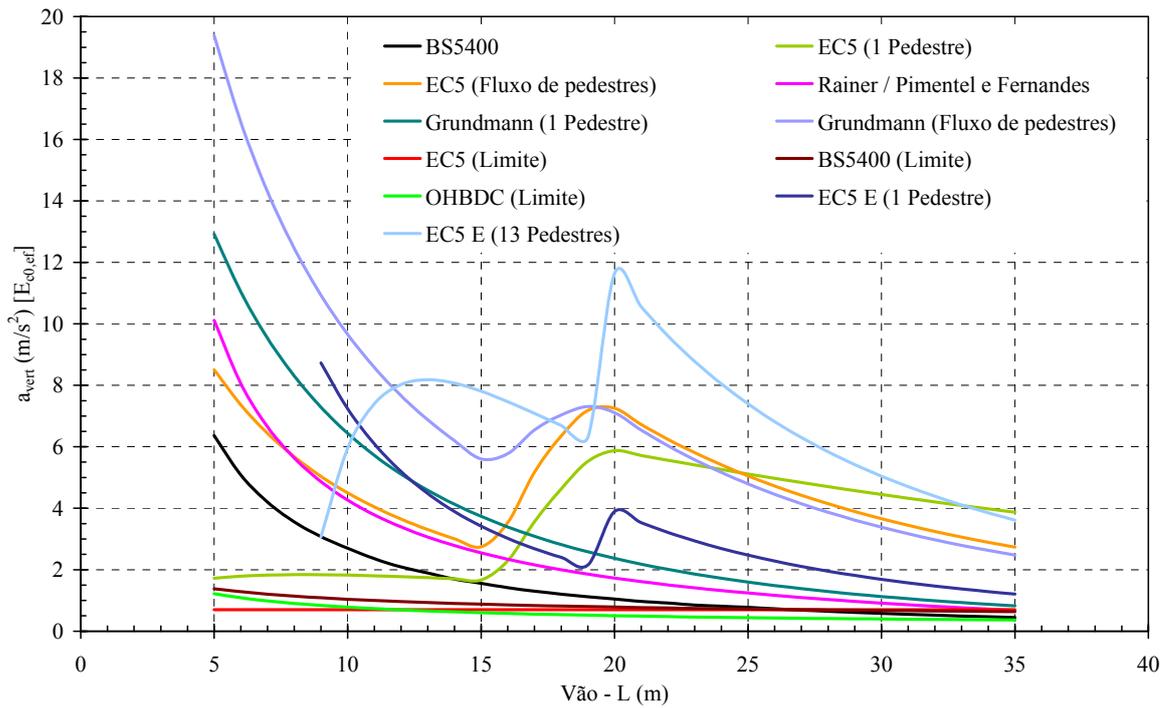


Figura 6.32: Acelerações na direção transversal vertical *versus* vãos das passarelas de madeira com quatro vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C60

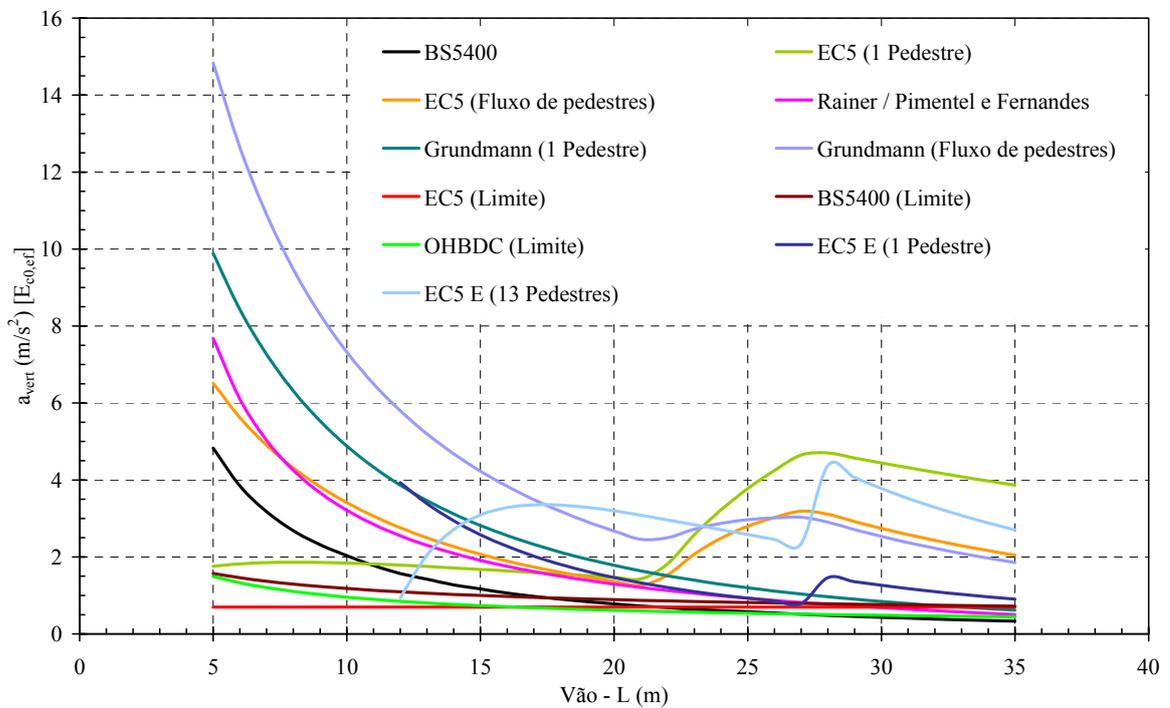


Figura 6.33: Acelerações na direção transversal vertical *versus* vãos das passarelas de madeira com quatro vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C40

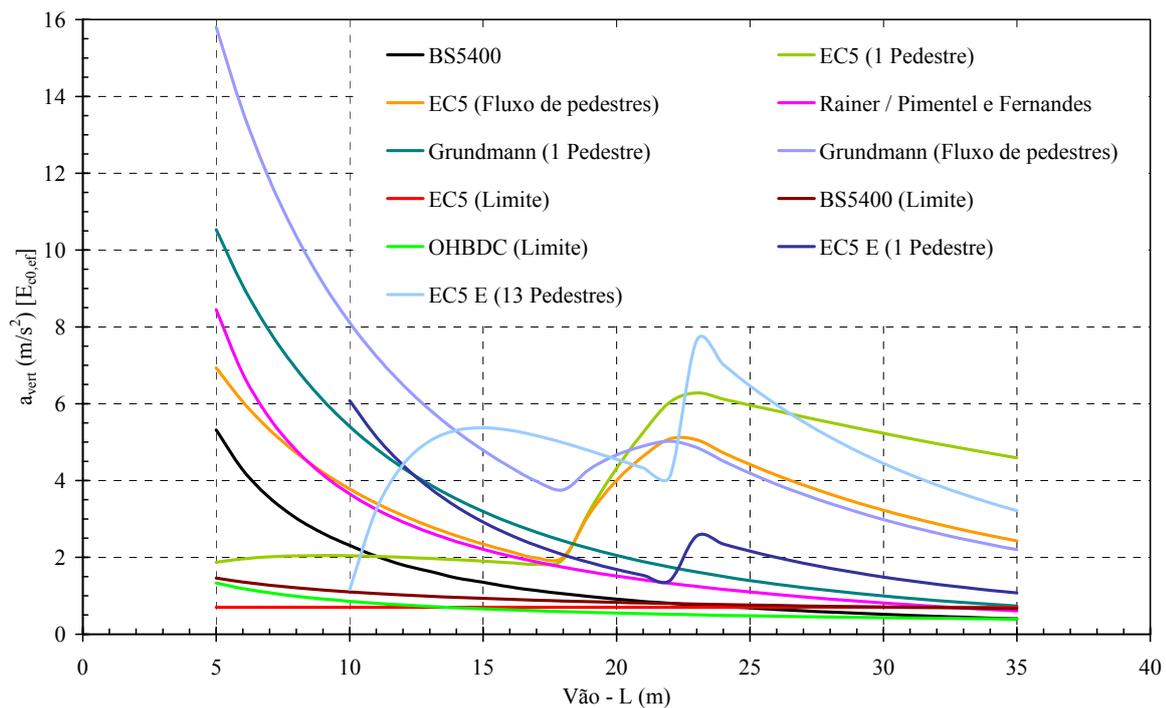


Figura 6.34: Acelerações na direção transversal vertical *versus* vãos das passarelas de madeira com quatro vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C60

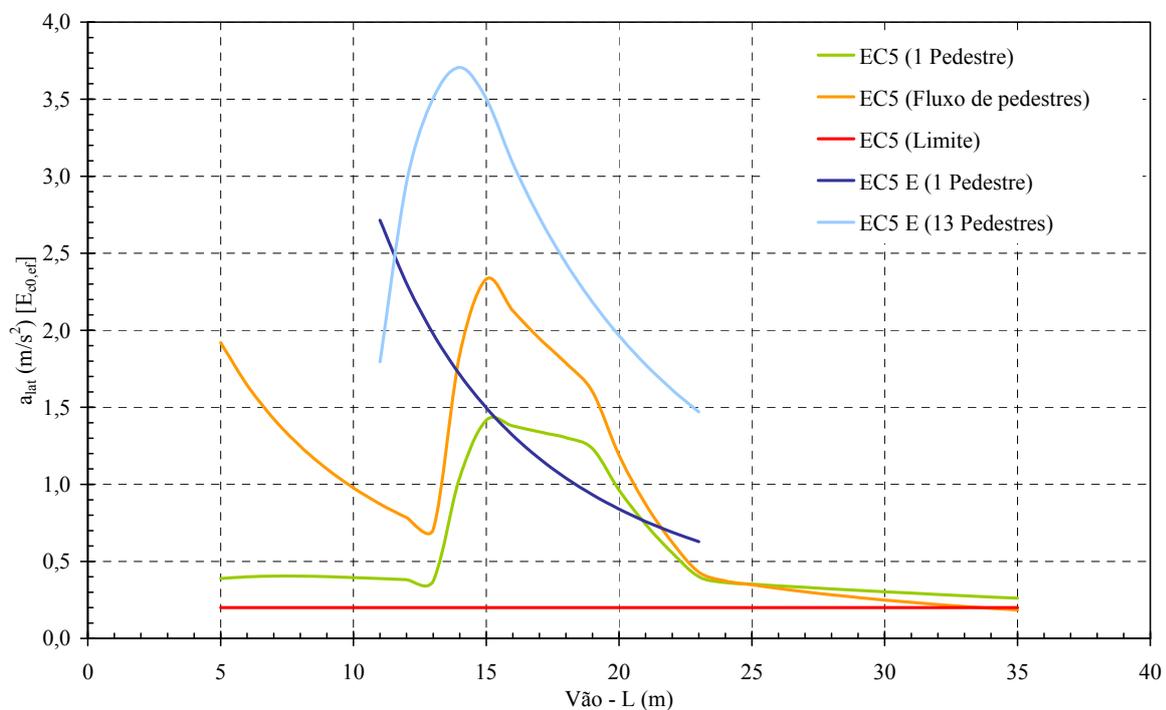


Figura 6.35: Acelerações na direção transversal horizontal *versus* vãos das passarelas de madeira com quatro vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C40

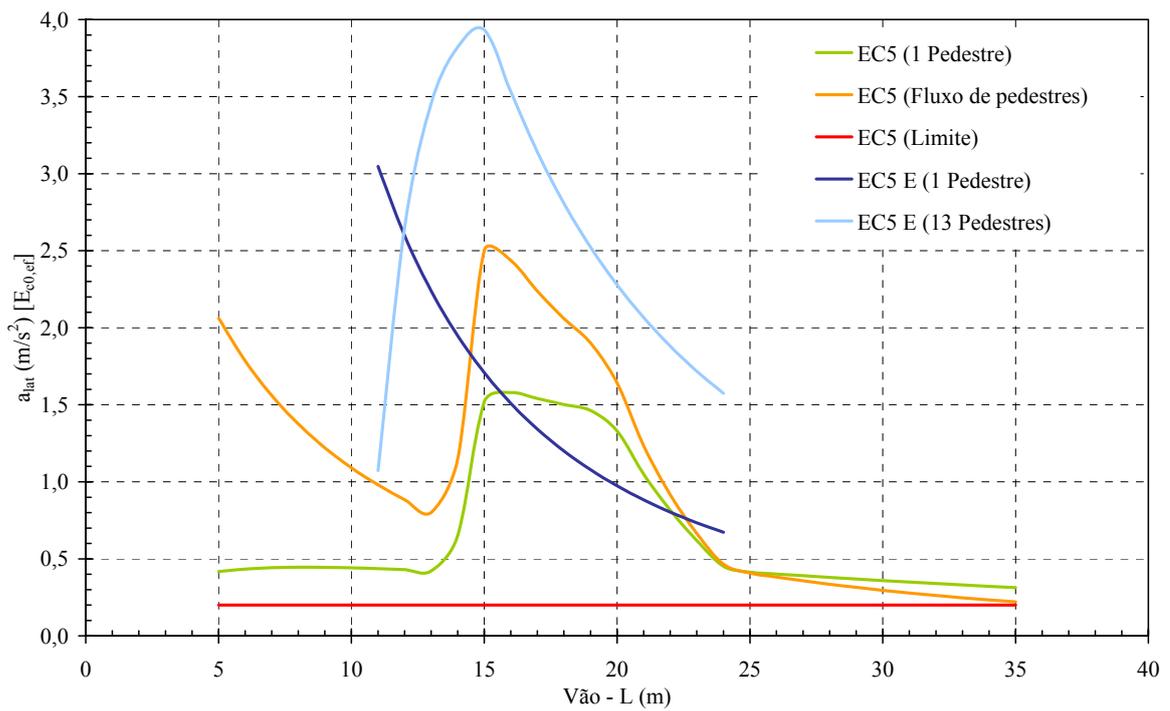


Figura 6.36: Acelerações na direção transversal horizontal *versus* vão das passarelas de madeira com quatro vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C60

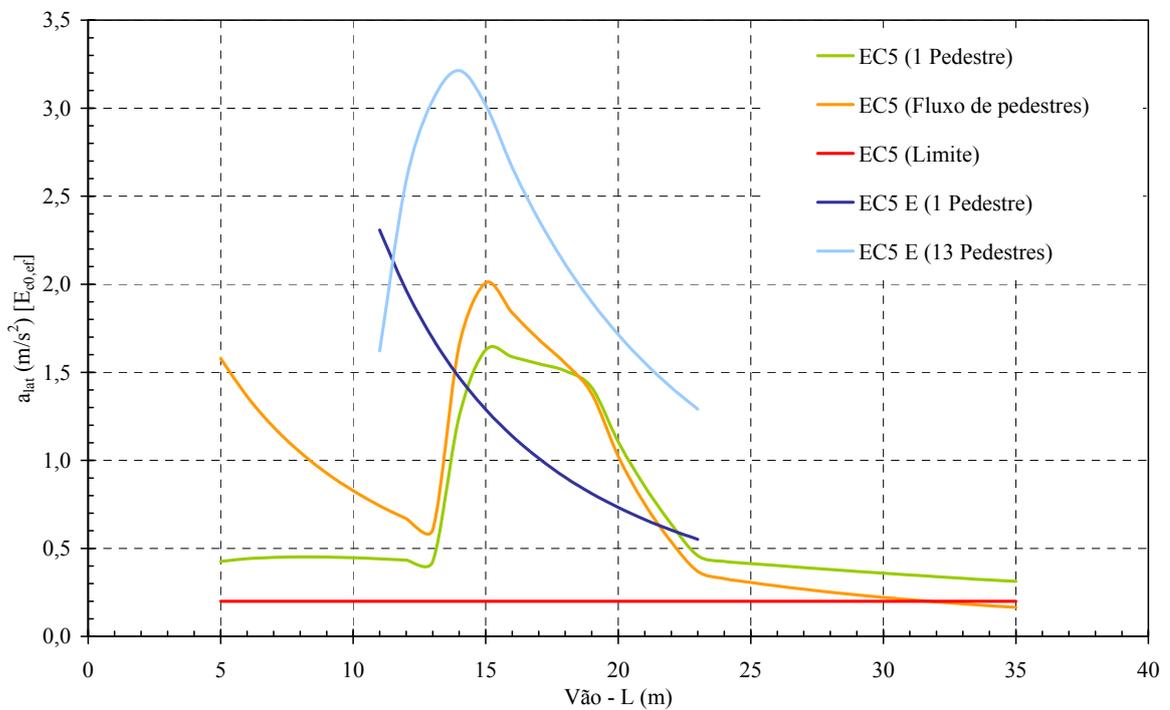


Figura 6.37: Acelerações na direção transversal horizontal *versus* vão das passarelas de madeira com quatro vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C40

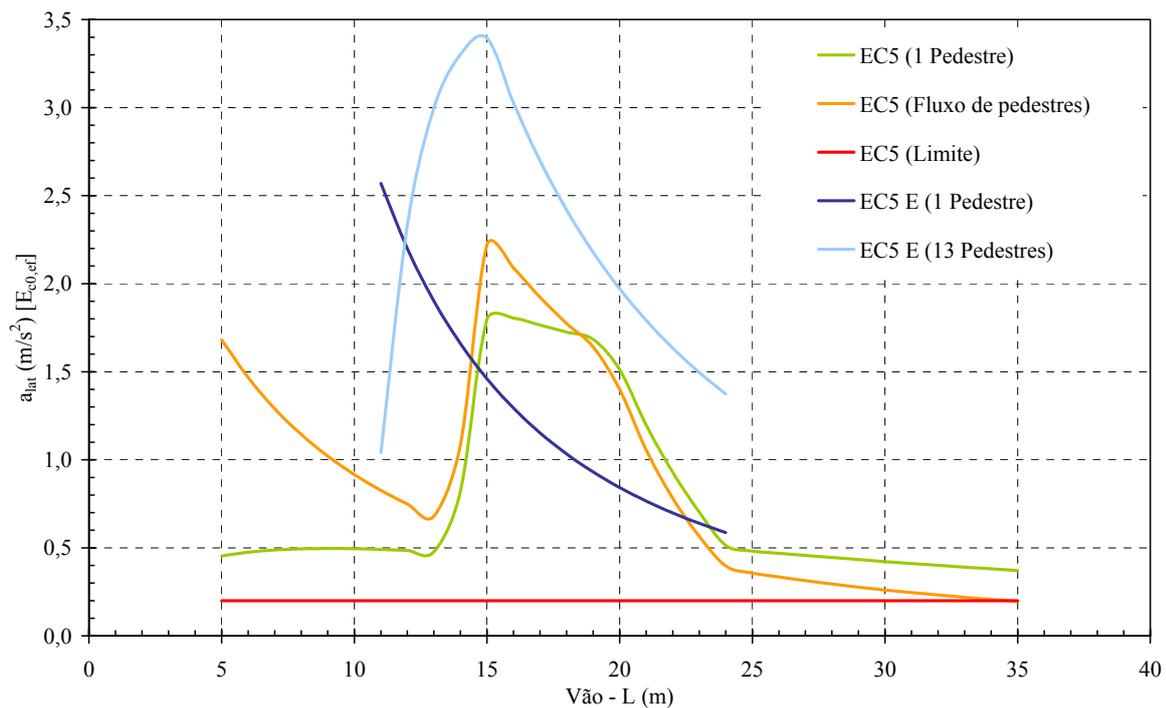


Figura 6.38: Acelerações na direção transversal horizontal *versus* vão das passarelas de madeira com quatro vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C60

Na segunda análise das passarelas de madeira foi tomado o módulo de elasticidade médio $E_{c0,m}$. As Figuras 6.39 a 6.46, mostram as acelerações nas passarelas de madeira com quatro vigas.

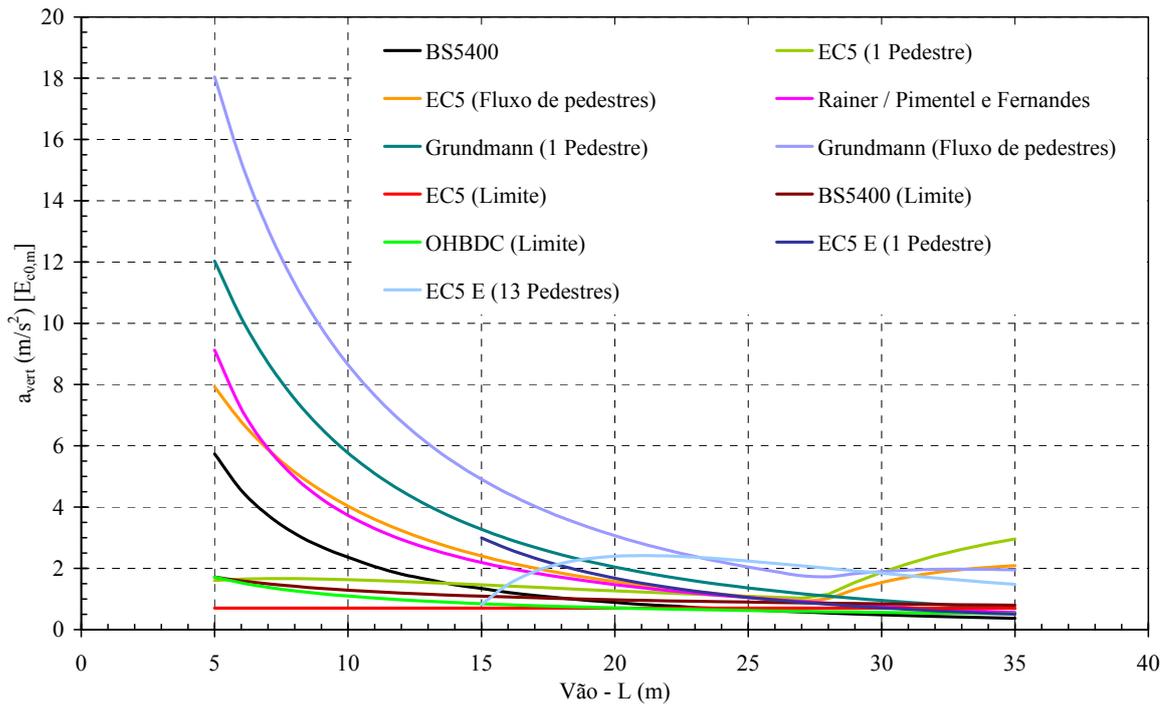


Figura 6.39: Acelerações na direção transversal vertical *versus* vãos das passarelas de madeira com quatro vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C40

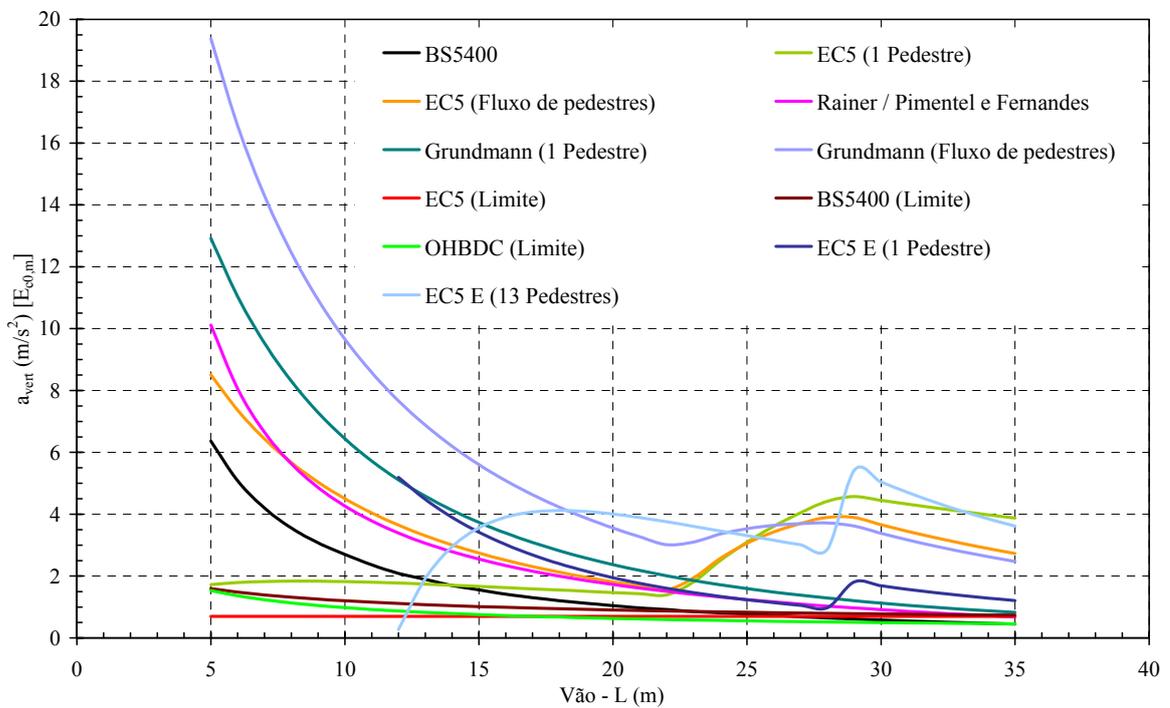


Figura 6.40: Acelerações na direção transversal vertical *versus* vãos das passarelas de madeira com quatro vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C60

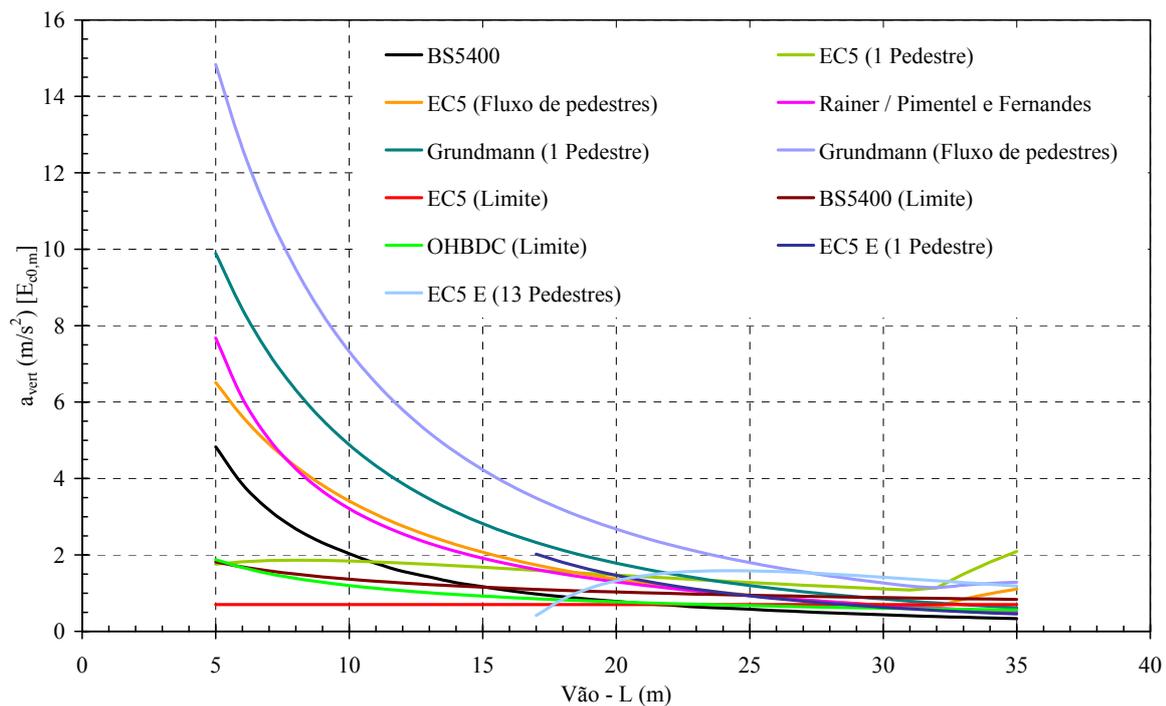


Figura 6.41: Acelerações na direção transversal vertical *versus* vãos das passarelas de madeira com quatro vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C40

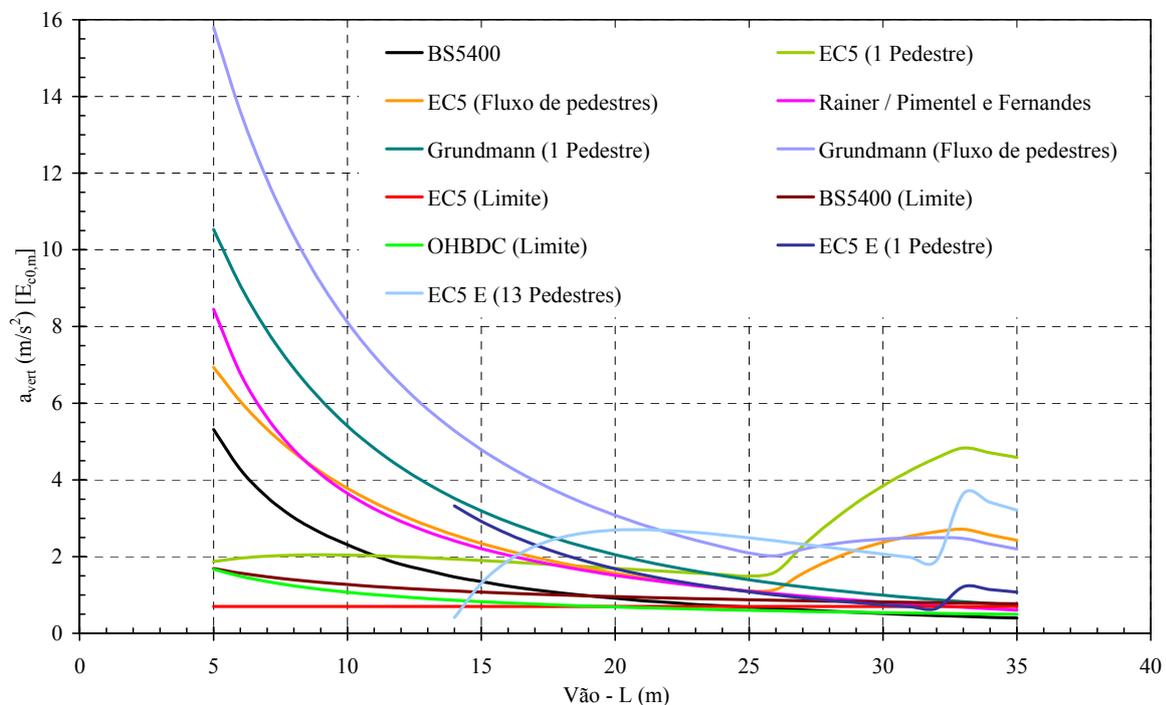


Figura 6.42: Acelerações na direção transversal vertical *versus* vãos das passarelas de madeira com quatro vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C60

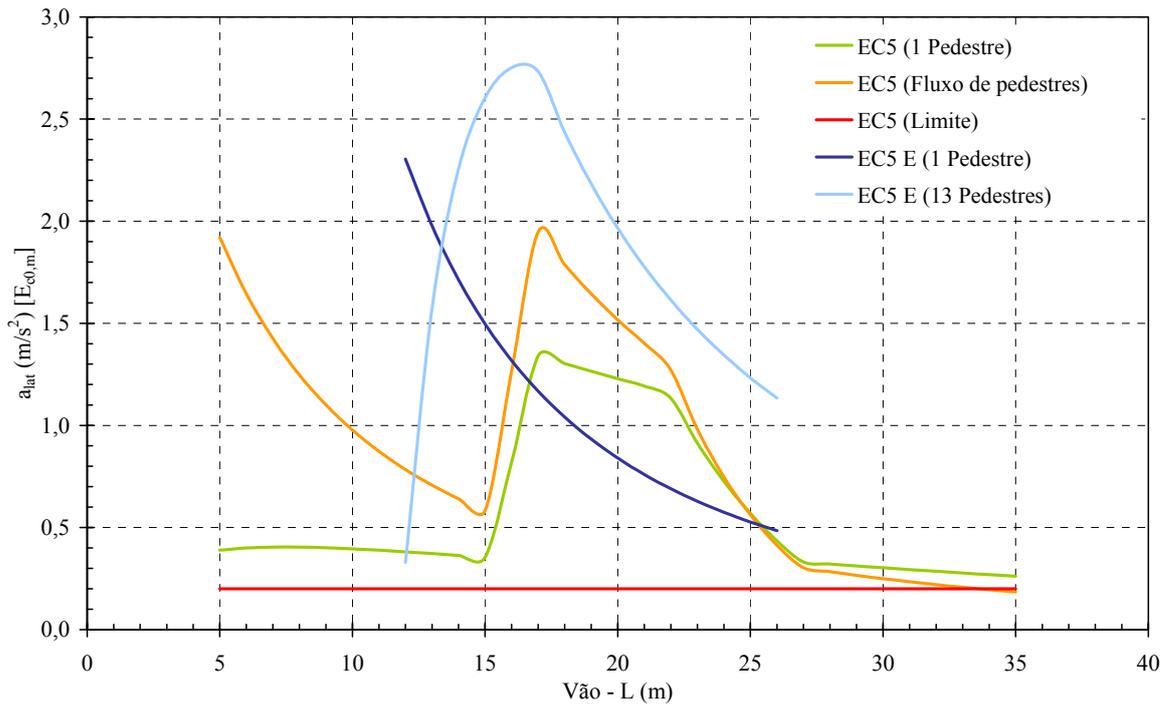


Figura 6.43: Acelerações na direção transversal horizontal *versus* vãos das passarelas de madeira com quatro vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C40

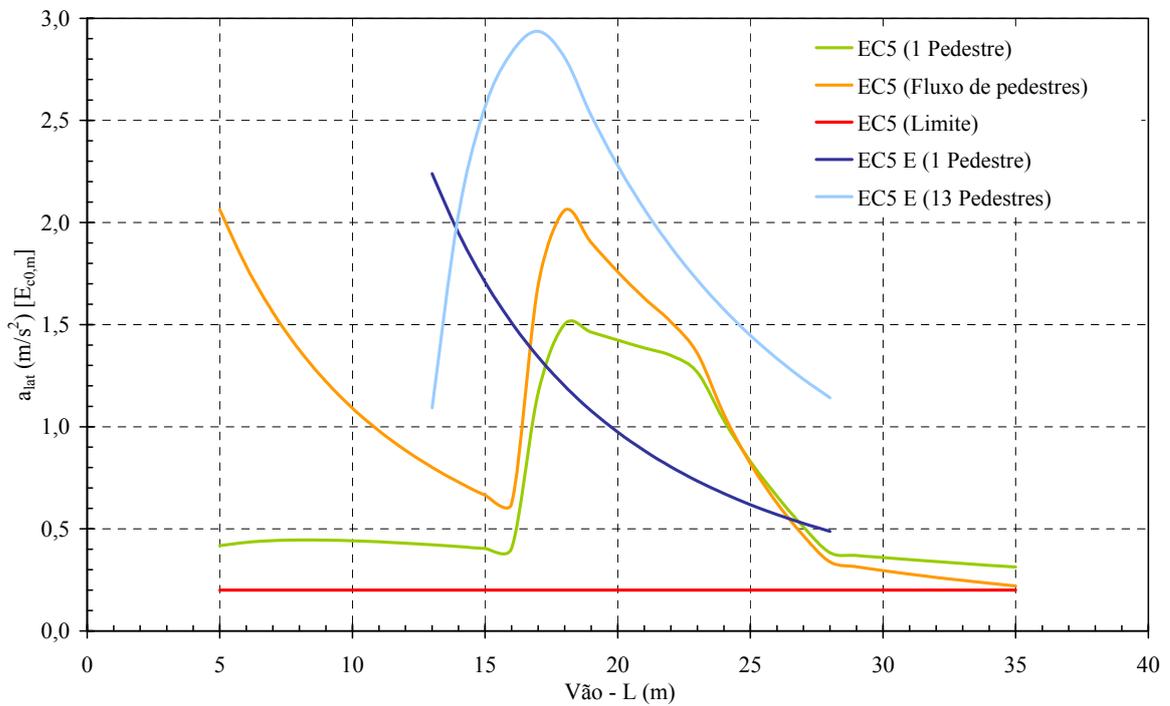


Figura 6.44: Acelerações na direção transversal horizontal *versus* vão das passarelas de madeira com quatro vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C60

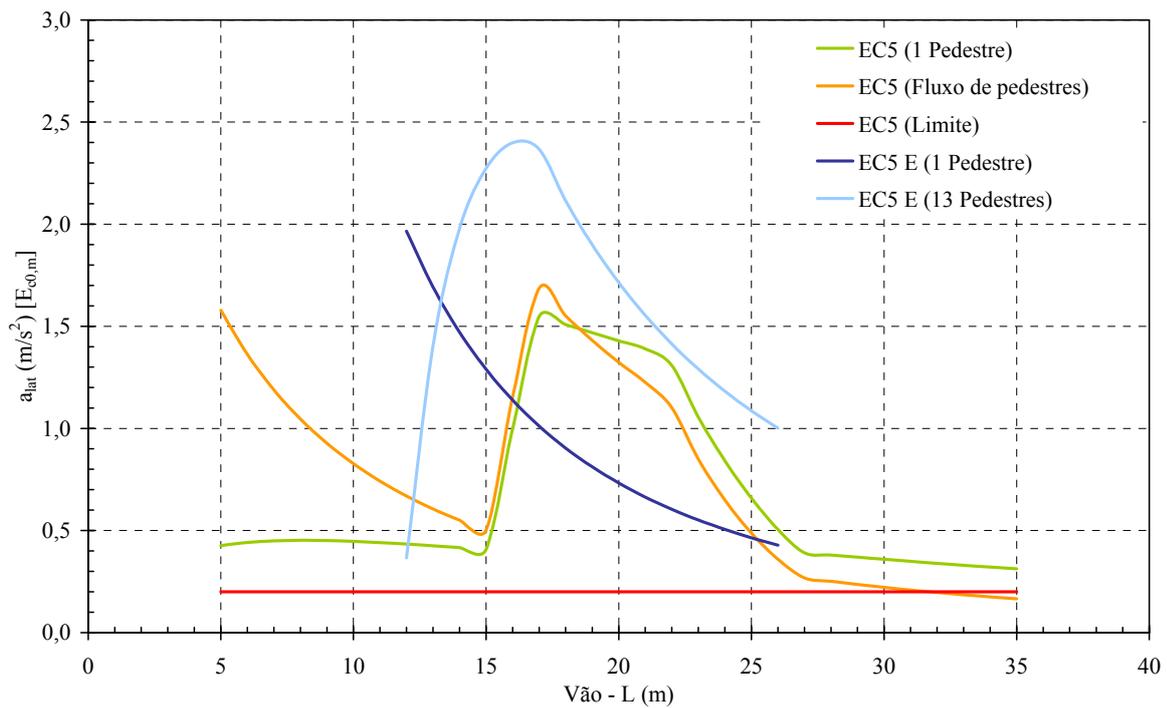


Figura 6.45: Acelerações na direção transversal horizontal *versus* vão das passarelas de madeira com quatro vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C40

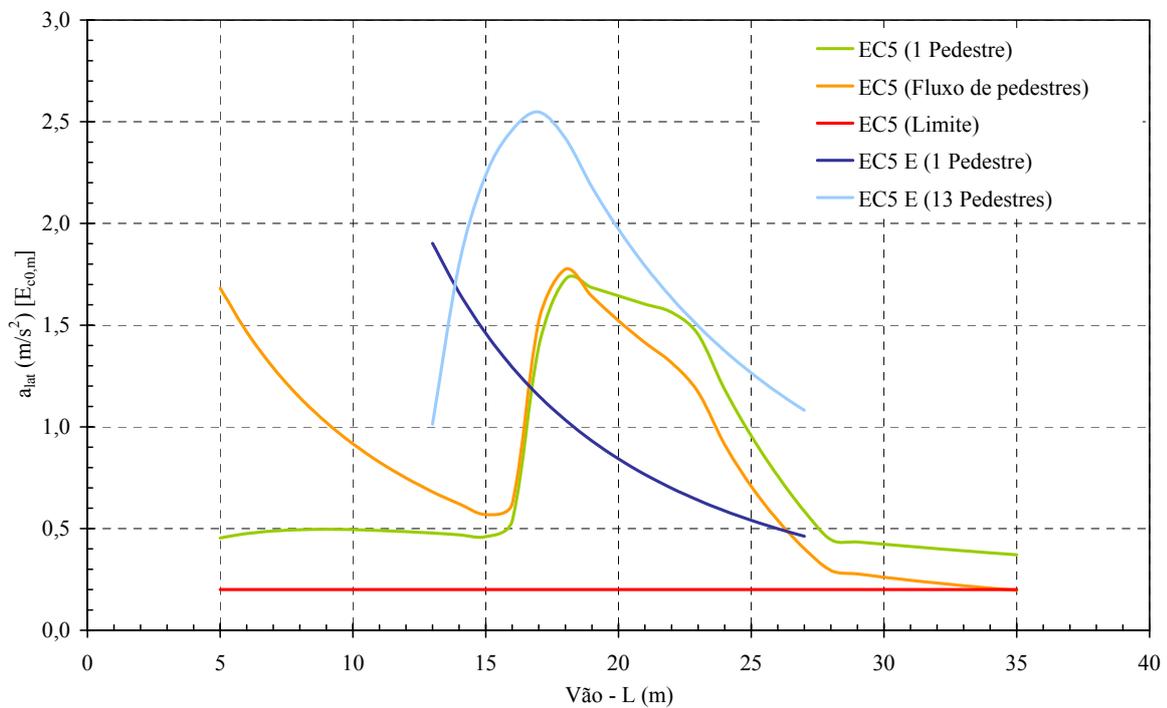


Figura 6.46: Acelerações na direção transversal horizontal *versus* vão das passarelas de madeira com quatro vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C60

6.3. Análise numérica

As simulações numéricas foram feitas apenas para os casos de largura igual a 150 cm, classe de resistência de madeira C60 e módulo de elasticidade efetivo $E_{c0,ef}$, nos quais foram observados situações mais críticas em termos de frequências e acelerações, conforme os resultados teóricos mostrados nas Figuras 6.7 e 6.8, referentes às passarelas com duas vigas e nas Figuras 6.11 e 6.12, referentes às passarelas com quatro vigas.

A análise foi realizada por meio do SAP2000® versão 10.0.7, que é marca registrada da *Computers and Structures, Inc.*, utilizando o elemento finito do tipo SHELL, que possui três ou quatro nós, podendo assumir tanto a forma triangular quanto a quadrilátera, e seis graus de liberdade por nó, três translações nodais e três rotações nodais em relação ao eixo global e cada elemento finito (SHELL) na estrutura, podendo assumir o comportamento de membrana, placa ou casca. Contudo, a formulação com quatro nós é a mais precisa das duas e o manual do programa recomenda a utilização dos elementos de três nós, somente em partes transitórias de estruturas. As passarelas de madeira foram modeladas utilizando técnicas comuns de discretização, por meio de elementos finitos quadrilátero do tipo SHELL, conforme mostrado na Figura 6.47.

Para o elemento finito quadrilátero do tipo (SHELL), foram tomados cuidados relacionados ao fator de forma, uma vez que não deve ser muito grande. Este é dado pela razão entre a maior e a menor distância entre pontos médios. Segundo a publicação CSI [...] (2005), orienta-se que, para o quadrilátero com ângulos retos, elemento finito (SHELL) utilizado neste trabalho, o fator de forma é dado pela relação entre lados e os melhores resultados são obtidos para fatores de forma igual a um ou até quatro vezes. O fator de forma não deve exceder a dez, ou seja, não deve ser utilizado elemento finito (SHELL) com forma muito alongada.

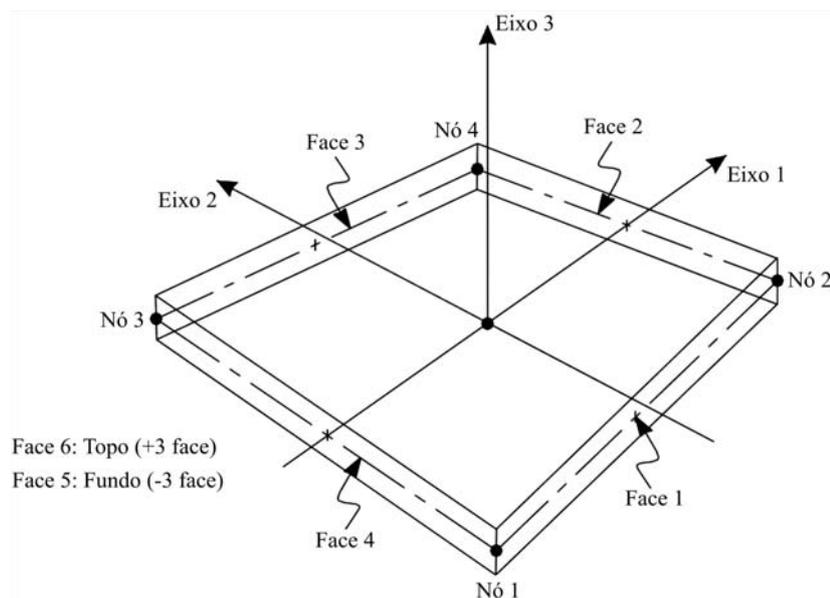


Figura 6.47: Elemento finito quadrilátero do tipo SHELL. Fonte: CSI [...] (2005)

6.3.1. Modelagem das passarelas em elementos finitos

As malhas de elementos finitos para as pranchas em madeira foram definidas no plano horizontal contido à meia espessura da mesa, e a espessura atribuída a cada elemento representa a espessura real da peça. As vigas de madeira foram modeladas por uma malha no plano vertical da viga, com espessura correspondente à da peça de madeira, ou seja, espessura real. A espessura do elemento finito (SHELL) gera um elemento de volume que permite considerar, automaticamente, o peso próprio e a rigidez da estrutura. As dimensões das malhas dos modelos em elementos finitos foram definidas respeitando o fator de forma de um até quatro, sugerido para o elemento finito (SHELL), segundo a publicação CSI [...] (2005). Conforme sugestão de Figueiredo (2005), para facilitar a aplicação de cargas com intensidade variável devido à ação de um pedestre, procura-se manter as dimensões no sentido longitudinal das malhas com comprimento igual a 25 cm, ou seja, nós espaçados de $(l_p/3)$, onde (l_p) é o comprimento de passo para o movimento de caminhada normal, conforme mostrado na Tabela 5.3, do Capítulo 5.

Após a confecção dos modelos numéricos em elementos finitos, conforme mostrado nas Figuras 6.48 e 6.49, as funções de carga referentes ao carregamento móvel de pedestres

são inseridas no SAP2000®, para serem realizadas as simulações numéricas dos casos de análises dinâmicas e a posterior obtenção dos dados resultantes. A simulação numérica do movimento de pessoas caminhando ao longo das passarelas de madeira é uma funcionalidade pouco explorada no SAP2000®. Nas simulações numéricas da passagem de um pedestre sobre as estruturas, foi imposto o movimento de caminhada normal, com frequência de passo igual a 2 Hz, por meio das funções de carga apresentadas nas Equações 6.1 e 6.2.

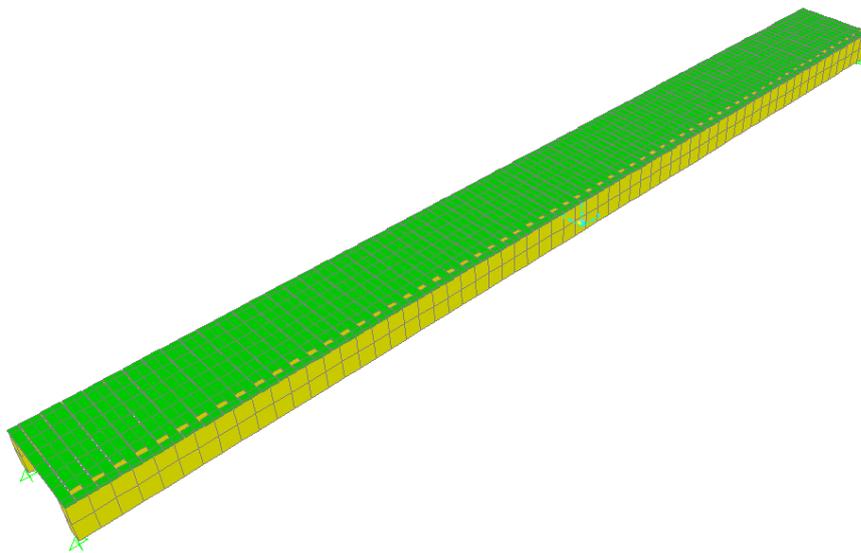


Figura 6.48: Passarela de madeira com duas vigas de vão L igual a 16 m, dividida em elementos finitos do tipo SHELL, de 0,25 m de comprimento

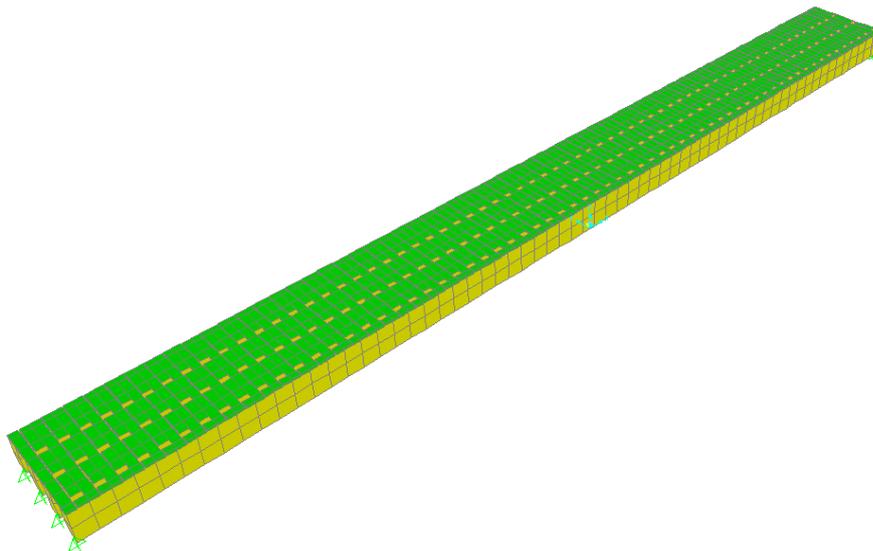


Figura 6.49: Passarela de madeira com quatro vigas de vão L igual a 16 m dividida em elementos finitos do tipo SHELL, de 0,25 m de comprimento

6.3.2. Carregamentos devido ao movimento de caminhada normal

As forças de reação no piso devido às ações humanas são funções periódicas no domínio do tempo da força $F(t)$ para o movimento de caminhada normal. Nesse movimento as componentes de força de ambos os pés são somadas e o carregamento pode ser dividido em diferentes oscilações senoidais, por uma série de Fourier, conforme explicado a seguir, nas Equações 6.1 e 6.2, e mostrado nas Figuras 6.50 e 6.51.

Segundo Stolovas (2008), para estruturas como passarelas, um mínimo de três harmônicos é suficiente para causar vibrações excessivas na estrutura, uma vez que o terceiro harmônico já será capaz de produzir grandes amplitudes e causar desconforto aos usuários da estrutura. No entanto, além dos três primeiros harmônicos que são necessários para as simulações numéricas deste trabalho, utilizaram-se os coeficientes de Fourier apresentados nas Tabelas 6.5 e 6.6, para os primeiros cinco harmônicos dos carregamentos de caminhada normal recomendados por Bachmann *et al.* (1995), na Equação 6.1 e Bachmann e Ammann (1987), na Equação 6.2. Os valores das forças dinâmicas induzidas pelos pedestres, no movimento de caminhada normal realizado sobre a estrutura, são quantificados a partir dos valores dos coeficientes de Fourier empregados nos harmônicos.

Os espectros das componentes da força nas direções transversal vertical e transversal horizontal mostram que as componentes de carregamento são aplicadas à frequência de passo e múltiplas desta, conforme Equação 6.1. Na direção transversal horizontal, as componentes de carregamento são aplicadas com a metade da frequência de passo, conforme Equação 6.2.

$$F_{\text{vert}}(t) = F_0 \left[\begin{array}{l} 1 + \alpha_{1,\text{vert}} \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_p \cdot t) + \alpha_{2,\text{vert}} \cdot \cos(4 \cdot \pi \cdot f_p \cdot t + \varphi_2) + \\ \alpha_{3,\text{vert}} \cdot \cos(6 \cdot \pi \cdot f_p \cdot t + \varphi_3) + \alpha_{4,\text{vert}} \cdot \cos(8 \cdot \pi \cdot f_p \cdot t + \varphi_4) + \\ \alpha_{5,\text{vert}} \cdot \cos(10 \cdot \pi \cdot f_p \cdot t + \varphi_5) \end{array} \right] \quad (6.1)$$

Tabela 6.5: Coeficientes de Fourier recomendados para carregamento na direção transversal vertical devido ao movimento de caminhada normal. Fonte: Bachmann *et al.* (1995)

Caminhada normal	$\alpha_{1,vert}$	$\alpha_{2,vert}$	$\alpha_{3,vert}$	$\alpha_{4,vert}$	$\alpha_{5,vert}$
$f_p = 2$ Hz	0,37	0,10	0,12	0,04	0,08
Ângulos de fase - φ_i	-	$\pi/2$	$\pi/2$	$\pi/2$	$\pi/2$
Faixa de frequência (Hz)	1,4 - 2,4	2,8 - 4,8	4,2 - 7,2	5,6 - 9,6	7,0 - 12,0

$$F_{lat}(t) = F_0 \left[\begin{array}{l} \alpha_{1,lat} \cdot \text{sen} \left(2 \cdot \pi \cdot \frac{f_p}{2} \cdot t \right) + \alpha_{2,lat} \cdot \text{sen} \left(4 \cdot \pi \cdot \frac{f_p}{2} \cdot t - \varphi_2 \right) + \\ \alpha_{3,lat} \cdot \text{sen} \left(6 \cdot \pi \cdot \frac{f_p}{2} \cdot t - \varphi_3 \right) + \alpha_{4,lat} \cdot \text{sen} \left(8 \cdot \pi \cdot \frac{f_p}{2} \cdot t - \varphi_4 \right) + \\ \alpha_{5,lat} \cdot \text{sen} \left(10 \cdot \pi \cdot \frac{f_p}{2} \cdot t - \varphi_5 \right) \end{array} \right] \quad (6.2)$$

Tabela 6.6: Coeficientes de Fourier recomendados para carregamento na direção transversal horizontal devido ao movimento de caminhada normal. Fonte: Bachmann e Amman (1987)

Caminhada normal	$\alpha_{1,lat}$	$\alpha_{2,lat}$	$\alpha_{3,lat}$	$\alpha_{4,lat}$	$\alpha_{5,lat}$
$f_p/2 = 1$ Hz	0,039	0,010	0,042	0,012	0,015
Ângulo de fase - φ_i	-	$\pi/2$	$\pi/2$	$\pi/2$	$\pi/2$
Faixa de frequência (Hz)	0,6 - 1,1	1,2 - 2,2	1,8 - 3,3	2,4 - 4,4	3,0 - 5,5

Os termos que compõe as Equações 6.1 e 6.2 são os seguintes: F_0 : peso médio do pedestre (700 N); F_i : componente de carregamento da frequência $i \times f_p$; f_p : frequência de passo (Hz); φ_i : ângulo de fase da componente F_i ; i : número de ordem do harmônico; n : número do harmônico contribuinte; t : tempo de duração dos carregamentos.

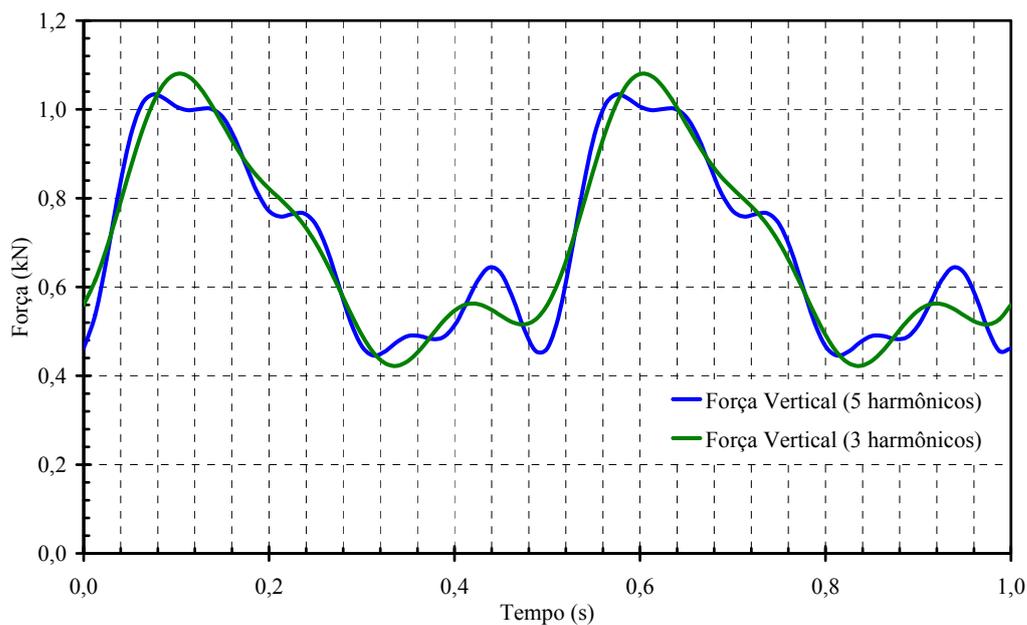


Figura 6.50: Composição das forças na direção transversal vertical em função dos harmônicos do movimento de caminhada normal para dois passos consecutivos

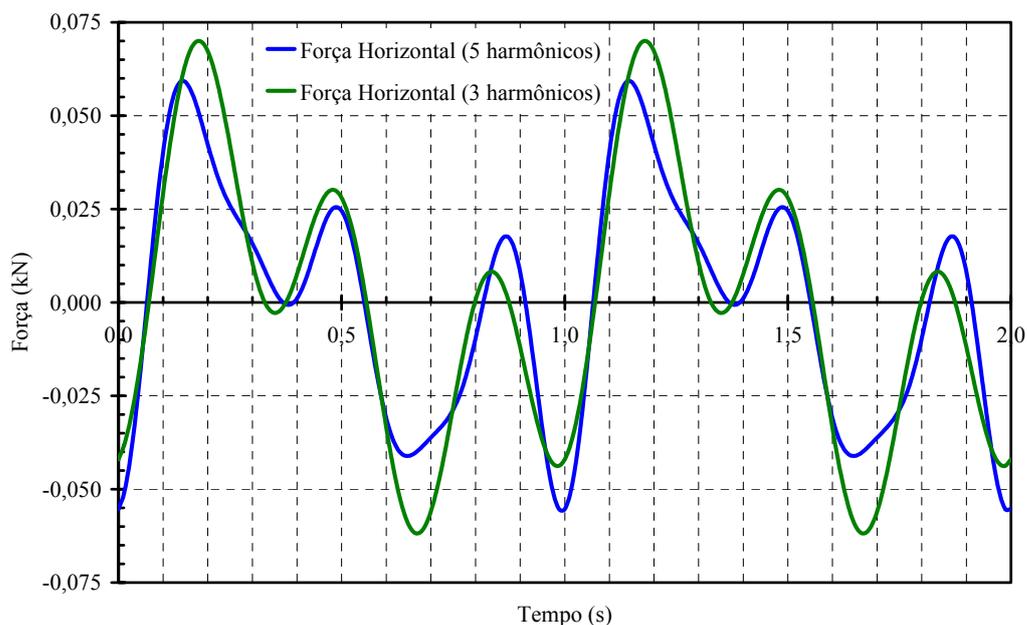


Figura 6.51: Composição das forças na direção transversal horizontal em função dos harmônicos do movimento de caminhada normal para dois passos consecutivos

Após a confecção dos modelos numéricos em elementos finitos das passarelas de madeira, as funções de carga referentes ao carregamento móvel de pedestres são inseridas no SAP2000®, para serem realizadas as simulações numéricas dos casos de análises dinâmicas e a posterior obtenção dos dados resultantes. A simulação numérica do movimento de pessoas

caminhando ao longo das passarelas de madeira é uma funcionalidade pouco explorada no SAP2000®. Nas simulações numéricas da passagem de um pedestre sobre as estruturas foi imposto o movimento de caminhada normal, com frequência de passo igual a 2 Hz, por meio das funções de carga apresentadas pelas Equações 6.1 e 6.2.

O programa SAP2000® permite a definição do tipo de análise, assim como a introdução de todos os parâmetros necessários para modelar, adequadamente, a ação dinâmica do movimento de caminhada normal que está relacionado à frequência de passo (f_p). Para simular a passagem de um pedestre sobre a estrutura, utilizaram-se as funções de carregamento para o movimento de caminhada normal, conforme mostrado nas Figuras 6.50 e 6.51. Portanto, é fundamental conhecer os parâmetros necessários à construção das funções de carregamento, como tempo de contato entre o pé e o pavimento (t_c), intervalo de tempo entre dois passos consecutivos (t_p), comprimento de passo (l_p), relação entre a força aplicada e o peso do pedestre (α_i).

Na definição de um tipo de análise, este programa permite a introdução de todos os parâmetros necessários para modelar, adequadamente, este tipo de ação e, para cada tipo de movimento nas direções transversal vertical e transversal horizontal, é definido um caso de análise. Antes, é necessário que, na primeira parte, seja realizada a análise modal e escolhida a opção de aceleração para o tipo de carregamento. Na segunda parte dos casos de análise, escolhe-se a função referente ao tipo de carregamento no tempo com as opções linear, modal e transiente, e a opção aceleração para o tipo de carga. No campo fator de escala, escolhe-se a opção de valor igual a 1 para as direções transversal vertical e transversal horizontal. No campo fator de tempo, escolhe-se a opção igual a 0,975 para a direção transversal vertical e 0,9875 para a direção transversal horizontal. No campo tempo de chegada, define-se o instante em que ocorre o contato entre o pé e o pavimento para cada passo. Assim, por exemplo, para o passo 1, o instante de chegada da função será igual a 0; para o passo 2, será

igual a $0+tc$ (tempo de contato); para o passo 3, será igual a $0+tc+tc$ e assim sucessivamente. No campo sistema de coordenadas, escolhe-se a opção global e, no campo angulo, escolhe-se a opção igual a 0. O valor do coeficiente de amortecimento ζ , adotado nos modelos numéricos é igual a 0,010. No Anexo 3, tem-se a implementação detalhada dos carregamentos de pedestres no programa de análise estrutural SAP2000®.

6.3.3. Comparação dos resultados obtidos

Os resultados mostrados a seguir dizem respeito aos cálculos teórico e numérico das frequências naturais, nas passarelas de madeira com duas e quatro vigas, e à análise de vibrações excessivas em termos das acelerações resultantes dos cálculos teóricos e das simulações numéricas. Nas Figuras 6.52 a 6.55, têm-se os gráficos dos valores teóricos e numéricos das frequências naturais referentes às passarelas de madeira abordadas neste item.

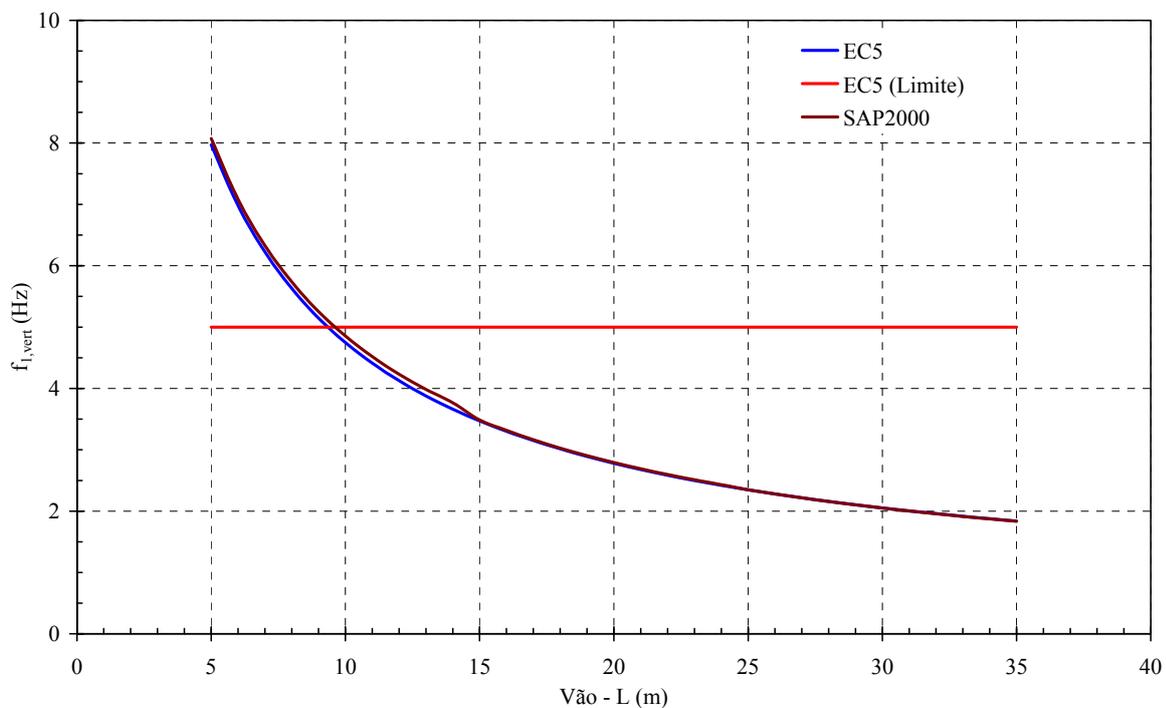


Figura 6.52: Frequência natural na direção transversal vertical para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C60

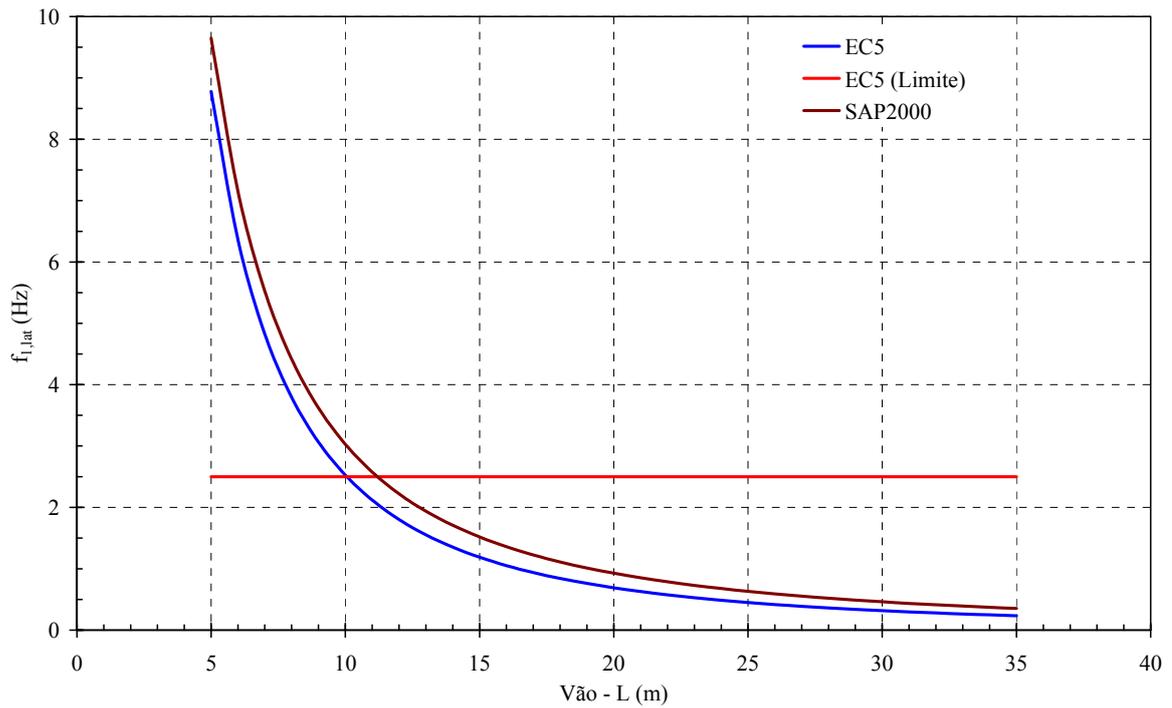


Figura 6.53: Frequência natural na direção transversal horizontal para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C60

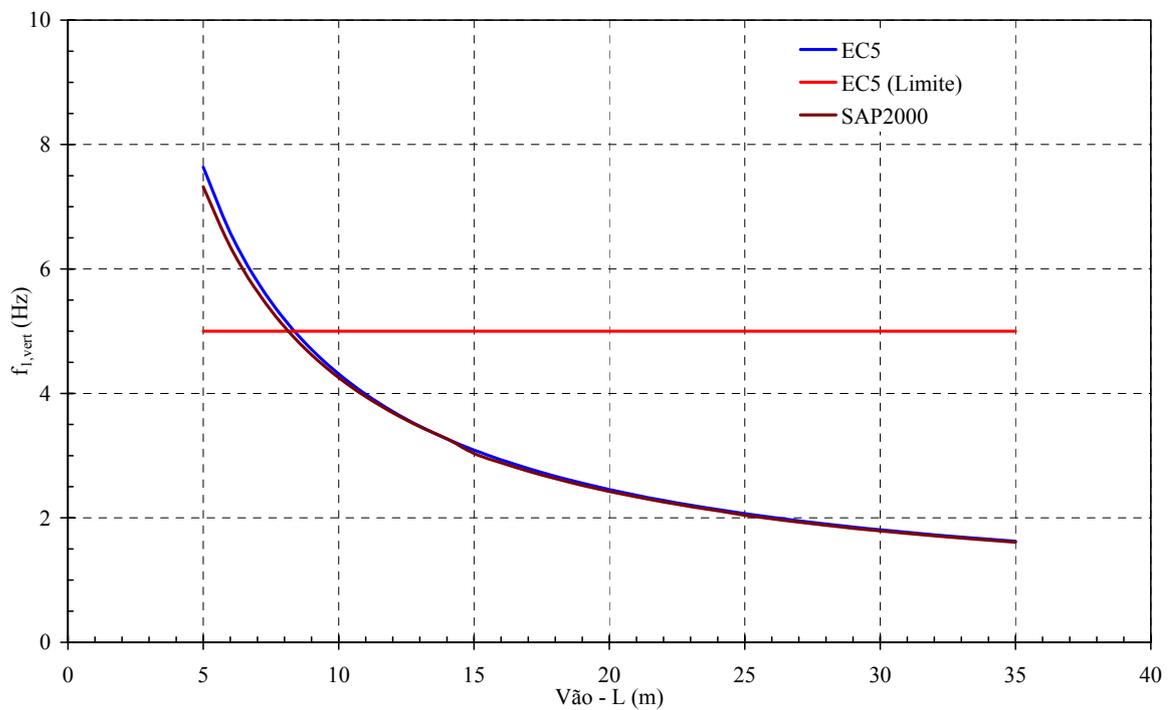


Figura 6.54: Frequência natural na direção transversal vertical para as passarelas de madeira com quatro vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C60

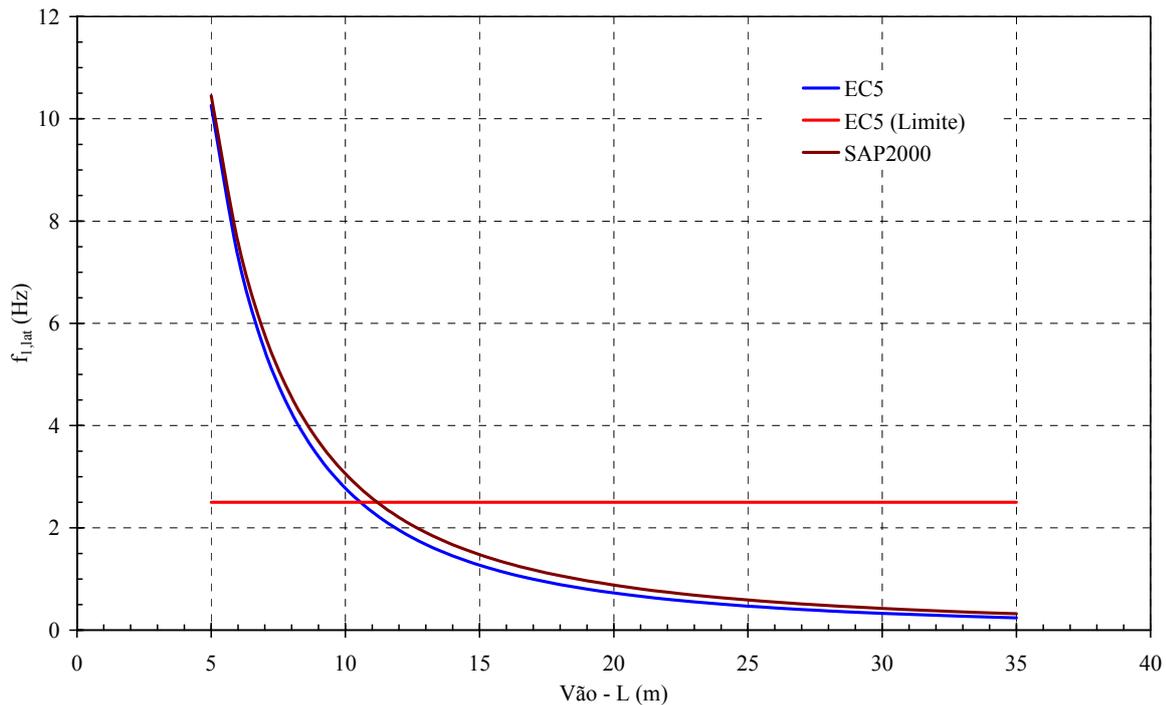


Figura 6.55: Frequência natural na direção transversal horizontal para as passarelas de madeira com quatro vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C60

Nas Figuras 6.56 a 6.59, são mostrados os valores das acelerações obtidas nas simulações numéricas localizadas no centro das passarelas de madeira com duas e quatro vigas. Os valores limites apresentados nas Figuras 6.56 a 6.59 foram obtidos por meio das diretrizes normativas.

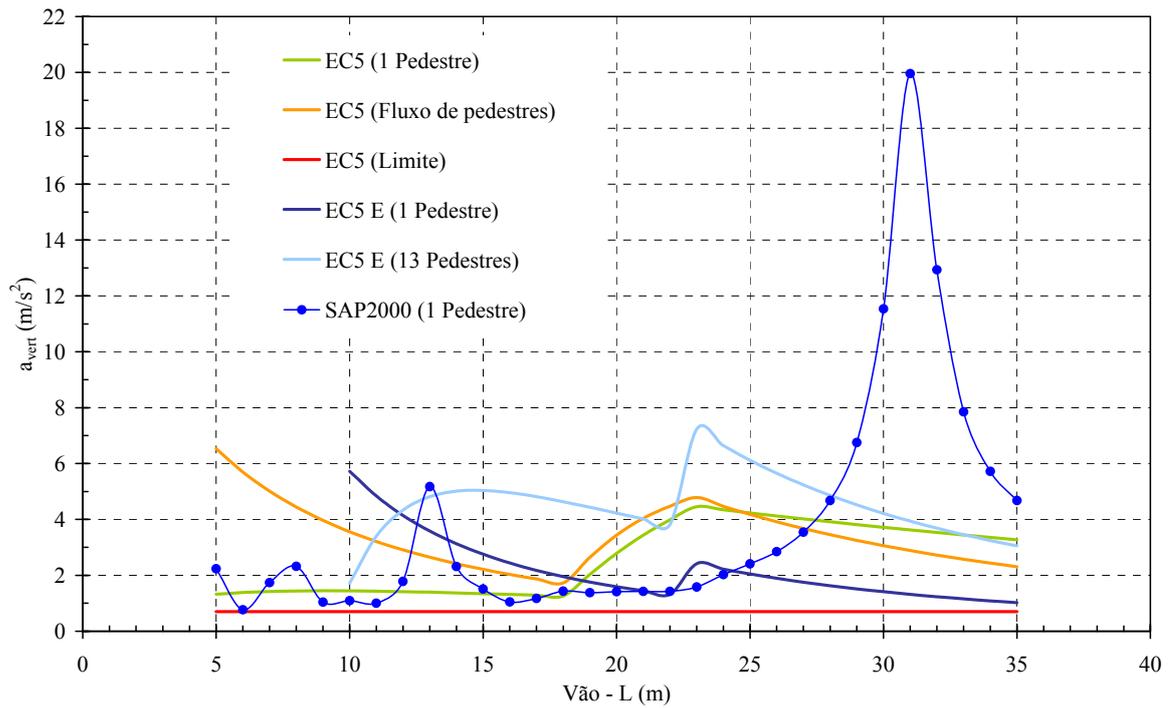


Figura 6.56: Acelerações na direção transversal vertical das passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C60

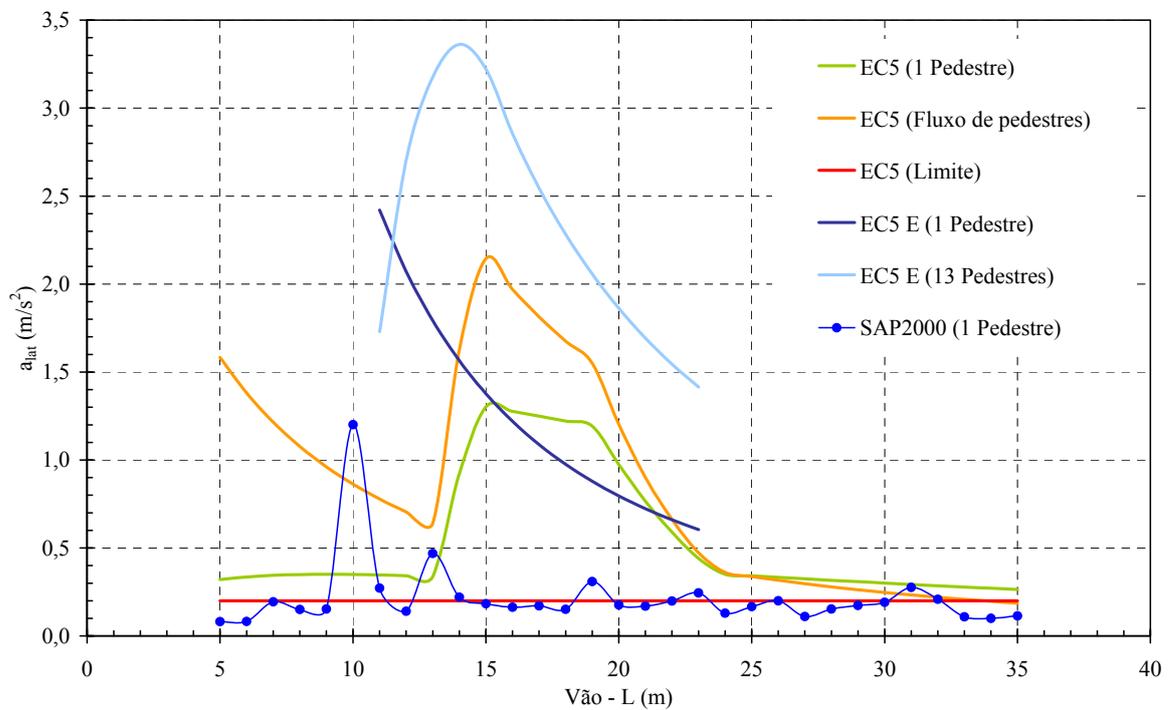


Figura 6.57: Acelerações na direção transversal horizontal das passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C60

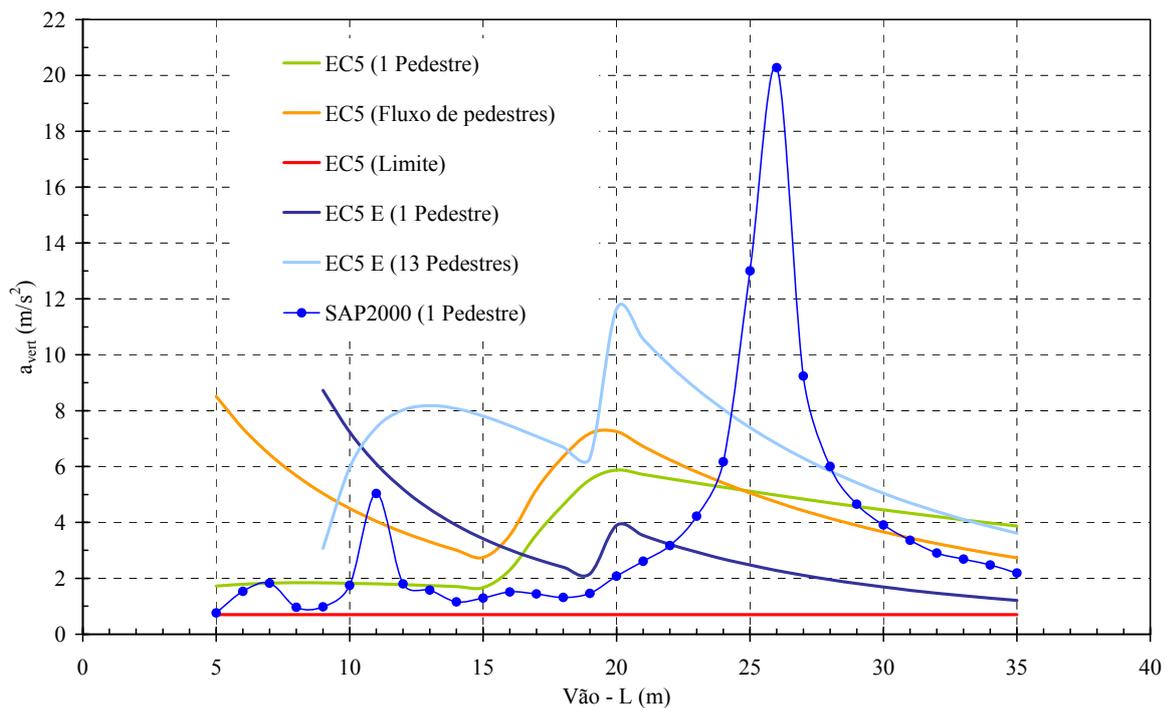


Figura 6.58: Acelerações na direção transversal vertical das passarelas de madeira com quatro vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C60

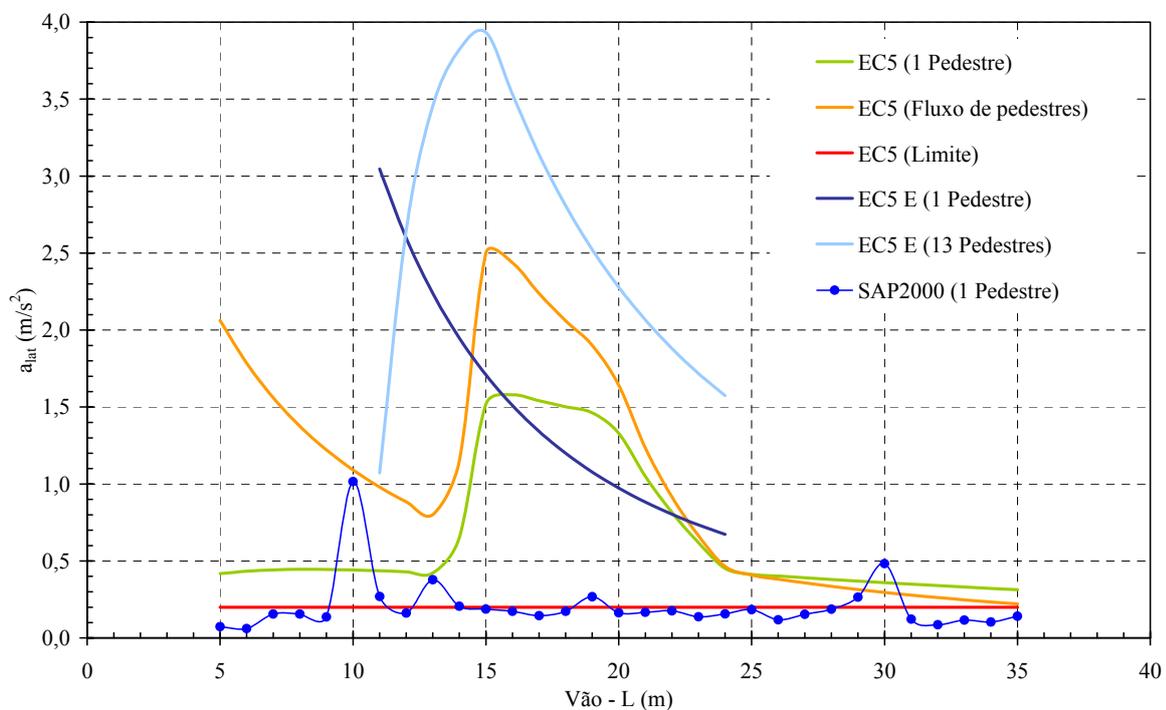


Figura 6.59: Acelerações na direção transversal horizontal das passarelas de madeira com quatro vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C60

6.4. Conclusões a respeito das avaliações teórica e numérica

As frequências e acelerações obtidas teoricamente para as direções transversal vertical e transversal horizontal mostram que o conforto humano nas passarelas analisadas não é atendido para grande parte dos casos. Constatou-se que existe uma alta probabilidade de ocorrência de desconforto para os usuários, devido as frequências e as acelerações serem acima dos limites estabelecidos em normas.

Observou-se que as primeiras frequências naturais tendem a ser menores do que 5 Hz e 2,5 Hz, para as direções transversal vertical e transversal horizontal, respectivamente, quando o vão das passarelas de madeira forem maiores do que 10 m. Com relação as acelerações, os limites de $0,7 \text{ m/s}^2$ e $0,2 \text{ m/s}^2$, para as direções transversal vertical e transversal horizontal, respectivamente, foram ultrapassados para toda faixa de vãos e larguras, tanto nos cálculos que utilizaram os valores de módulos de elasticidade efetivo $E_{c0,ef}$, quanto nos cálculos que utilizaram o módulo de elasticidade médio $E_{c0,m}$.

Conclui-se que as comparações dos critérios de vibrações para as direções transversal vertical e transversal horizontal apresentadas mostram que o conforto humano nas passarelas de madeira não foi atendido quanto aos limites estabelecidos nas diretrizes normativas, para a maioria dos casos analisados.

Quanto aos critérios normativos, conclui-se que a formulação apresentada pelo Eurocode 5 (2004) para o cálculo da aceleração, apesar de ter simplificado o cálculo, apresenta critério mais restritivo do que o anterior, Eurocode 5 (1995), em alguns casos. As formulações sugeridas pelos diversos autores para o cálculo de acelerações, mesmo sendo apresentadas em trabalhos que levem em conta passarelas contruídas com outros materiais, conduzem a resultados semelhantes a aqueles obtidos pelas diretrizes normativas.

A partir da comparação dos resultados teóricos e numéricos, foi possível constatar que a modelagem numérica apresenta valores próximos dos cálculos teóricos das frequências

naturais, para as direções transversal vertical e transversal horizontal das passarelas de madeira, conforme mostrado nas Figuras 6.52 a 6.55. Também, é possível observar nas Figuras 6.52 a 6.55 que quando se trata das frequências na direção transversal vertical os resultados apresentam uma concordância melhor do que aqueles na direção transversal horizontal. Pois, na modelagem numérica, tanto a rigidez das pranchas de madeira quanto a rigidez das vigas de madeira são utilizadas. Enquanto que nos cálculos teóricos toma-se apenas a rigidez das vigas de madeira. Ainda, há a influência da ligação entre vigas e pranchas, que não é levada em conta nos cálculos teóricos, mas que é feita na modelagem numérica por meio de um nó rígido entre os dois elementos. Sendo estes, provavelmente, fatores que contribuem com maior participação na direção transversal horizontal, do que na direção transversal vertical.

Nas Figuras 6.56 e 6.58, é possível identificar os picos de acelerações para a direção transversal vertical obtidas por meio das simulações numéricas, que ocorreram devido ao efeito de ressonância dos harmônicos do movimento de caminhada normal, com as frequências naturais das passarelas de madeira simplesmente apoiadas, principalmente no caso do primeiro e segundo harmônicos que se encontram nas frequências de 2 e 4 Hz, respectivamente.

Nas Figuras 6.57 e 6.59, são apresentadas as acelerações na direção transversal horizontal, nas quais se identificou a ressonância na frequência de 0,5 Hz. Os demais picos de ressonância encontram-se destacados próximos das frequências naturais de 1, 2 e 3 Hz, conforme mostrados nas Figuras 6.57 e 6.59.

Os resultados numéricos mostraram-se melhores do que os resultados teóricos porque são capazes de identificar os efeitos de ressonância dos harmônicos devido ao movimento de caminhada normal para uma frequência de 2 Hz.

A modelagem numérica é uma alternativa viável capaz de identificar as ressonâncias referentes às frequências naturais das passarelas de madeira, enquanto os modelos teóricos levam em conta apenas a ressonância da primeira frequência natural, relativa ao primeiro modo de vibrar nas direções transversal vertical e transversal horizontal. Concluiu-se que as acelerações obtidas por meio de critérios normativos e simulações numéricas estão acima dos limites apresentados nas diretrizes normativas do Capítulo 5.

7. MODELO REDUZIDO DE PASSARELA DE MADEIRA

Neste capítulo é apresentada a avaliação experimental em modelo reduzido, com a finalidade de comprovação das análises teóricas e numéricas. O modelo reduzido foi desenvolvido a partir de uma passarela com 24 m de vão, 2 m de largura, com duas vigas principais. Esse vão foi escolhida por estar na faixa com maiores problemas de vibrações, de acordo com os resultados obtidos no capítulo anterior. Além da experimentação, também foi realizada análise teórica e numérica desse modelo, para fins de comparação.

7.1. Características da estrutura real

A Figura 7.1 mostra o desenho esquemático simplificado da passarela de madeira simplesmente apoiada, cujas dimensões foram obtidas de forma semelhante ao mostrado no Capítulo 6, utilizando madeira da classe C60. Na Figura 7.1 são mostrados os elementos utilizados na análise dinâmica da passarela de madeira, isto é, vigas e pranchas. Para fins construtivos a estrutura apresentada na Figura 7.1 seria complementada por elementos que não entram no cálculo das frequências e acelerações, como guarda-corpo, transversinas etc.

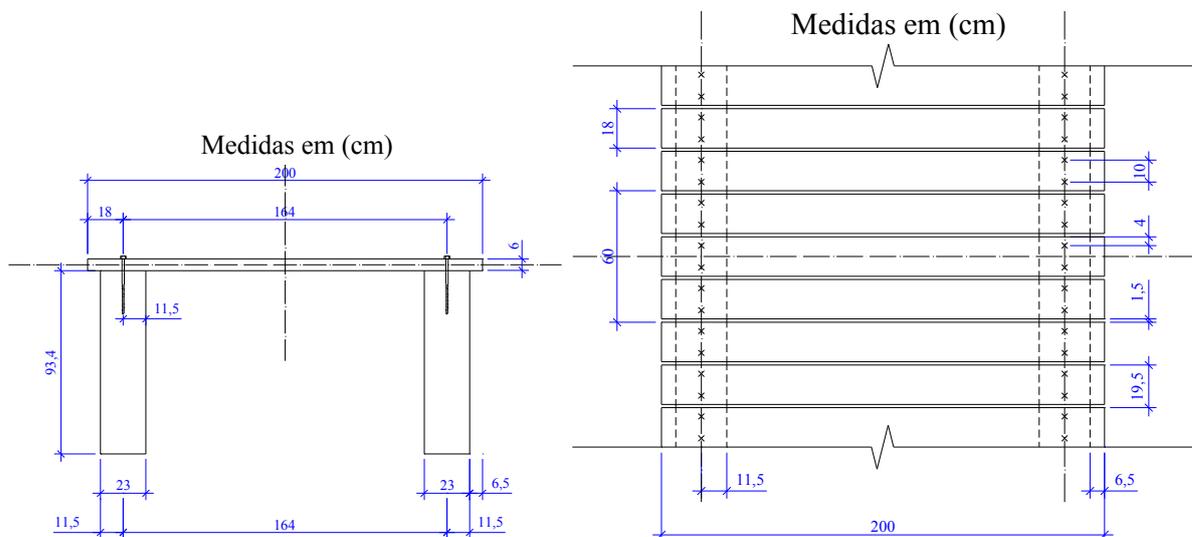


Figura 7.1: Dimensões dos elementos principais da passarela de madeira simplesmente apoiada com 24 m de vão

O conforto humano quanto às acelerações dessa passarela foi calculado tomando as recomendações do Eurocode 5 (2004), que usa a teoria de viga de Euler-Bernoulli, simplesmente apoiada, Equações 5.1 e 5.2.

Os dados utilizados para avaliação do conforto humano são:

$$L = 24 \text{ m}$$

$$b = 2 \text{ m}$$

$$E_{c0,ef} = 1,372 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$$

$$\rho_{ap} = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$I_{vert,vig} = 2 \cdot \frac{0,23 \cdot (0,934)^3}{12} = 3,123 \cdot 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$I_{lat,vig} = 2 \cdot \frac{0,934 \cdot (0,23)^3}{12} = 1,894 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$$

$$A_{sec,pass} = 2 \cdot 0,23 \cdot 0,934 + 2 \cdot 0 \cdot 0,05 = 5,296 \cdot 10^{-1} \text{ m}^2$$

$$EI_{vert} = 1,372 \cdot 10^{10} \cdot 3,123 \cdot 10^{-2} = 428.475.600 \text{ N} \cdot \text{m}^2$$

$$EI_{lat} = 1,372 \cdot 10^{10} \cdot 1,894 \cdot 10^{-3} = 25.985.680 \text{ N} \cdot \text{m}^2$$

$$\zeta = 0,010$$

Cálculo dos valores teóricos das primeiras frequências naturais nas direções transversal vertical ($f_{vert,Tp}$) e transversal horizontal ($f_{lat,Tp}$) da passarela:

$$f_{vert,Tp} = \frac{\pi}{2 \cdot 24^2} \sqrt{\frac{(1,372 \cdot 10^{10}) \cdot 3,123 \cdot 10^{-2}}{1000 \cdot 5,296 \cdot 10^{-1}}} = 2,453 \text{ Hz}$$

$$f_{lat,Tp} = \frac{\pi}{2 \cdot 24^2} \sqrt{\frac{(1,372 \cdot 10^{10}) \cdot 1,894 \cdot 10^{-3}}{1000 \cdot 5,296 \cdot 10^{-1}}} = 0,604 \text{ Hz}$$

Como os valores de frequências naturais estão abaixo dos limites (5,0 Hz na direção transversal vertical, e 2,5 Hz na direção transversal horizontal) estabelecidos no Eurocode 5 (2004), é necessário verificar as acelerações, nas direções transversal vertical ($a_{\text{vert,p}}$) e transversal horizontal ($a_{\text{lat,p}}$), o que foi feito utilizando os critérios do Eurocode 5 (2004):

Caso I - 1 Pedestre caminhando

- Aceleração na direção transversal vertical

$$a_{1,\text{vert}} = \begin{cases} \frac{200}{M \cdot \zeta} & \text{para } f_{1,\text{vert}} \leq 2,5 \text{ Hz (m/s}^2\text{)} \\ \frac{100}{M \cdot \zeta} & \text{para } 2,5 \text{ Hz} < f_{1,\text{vert}} \leq 5,0 \text{ Hz (m/s}^2\text{)} \end{cases}$$

$$a_{1,\text{vert}} = \frac{200}{(1000 \cdot 24 \cdot 5,296 \cdot 10^{-1}) \cdot 0,010} = 1,574 \text{ m/s}^2$$

- Aceleração na direção transversal horizontal

$$a_{1,\text{lat}} = \frac{50}{M \cdot \zeta} \text{ para } 0,5 \text{ Hz} \leq f_{1,\text{lat}} \leq 2,5 \text{ Hz}$$

$$a_{1,\text{lat}} = \frac{50}{(1000 \cdot 24 \cdot 5,296 \cdot 10^{-1}) \cdot 0,010} = 0,393 \text{ m/s}^2$$

Caso II - Grupo distinto de pedestres caminhando ($n_{\text{ped}} = 13$)

- Aceleração na direção transversal vertical

$$a_{n_{\text{ped}},\text{vert}} = 0,23 \cdot a_{1,\text{vert}} \cdot n_{\text{ped}} \cdot k_{1,\text{vert}} = 0,23 \cdot 1,574 \cdot 13 \cdot 1 = 4,706 \text{ m/s}^2$$

- Aceleração na direção transversal horizontal

$$a_{n_{\text{ped}},\text{lat}} = 0,18 \cdot a_{1,\text{lat}} \cdot n_{\text{ped}} \cdot k_{1,\text{lat}} = 0,18 \cdot 0,393 \cdot 13 \cdot 1 = 0,920 \text{ m/s}^2$$

Caso III - Grupo contínuo de pedestres caminhando ($n_{\text{ped}} = 6A_{\text{piso}}$)

- Aceleração na direção transversal vertical

$$a_{n_{\text{ped}},\text{vert}} = 0,23 \cdot a_{1,\text{vert}} \cdot n_{\text{ped}} \cdot k_{1,\text{vert}} = 0,23 \cdot 1,574 \cdot (6 \cdot 2 \cdot 24) \cdot 1 = 104,262 \text{ m/s}^2$$

- Aceleração na direção transversal horizontal

$$a_{n_{ped},lat} = 0,18 \cdot a_{1,lat} \cdot n_{ped} \cdot k_{1,lat} = 0,18 \cdot 0,393 \cdot (6 \cdot 2 \cdot 24) \cdot 1 = 20,373 \text{ m/s}^2$$

Verificou-se que os valores de acelerações ultrapassaram os limites do Eurocode 5 (2004), na direção transversal vertical, menor ou igual a $0,7 \text{ m/s}^2$ (7% g), e na direção transversal horizontal, menor ou igual a $0,2 \text{ m/s}^2$ (2% g). Esses valores de acelerações são em média duas vezes maior quando se trata de um pedestre caminhando, cinco vezes maior no caso de um grupo distinto de pedestres caminhando e mais de cem vezes para um grupo contínuo de pedestres caminhado.

7.2. Construção do modelo

A seguir, são apresentados os itens relativos à análise experimental, teórica e numérica que visam verificar as vibrações excessivas em passarelas de madeira por meio de modelo reduzido.

7.2.1. Caracterização da madeira

A espécie de madeira utilizada para construção do modelo foi o Louro preto (*Ocotea spectabilis*). Esta espécie de madeira foi caracterizada por meio de ensaio de flexão estática para determinação do valor médio do módulo de elasticidade à flexão ($E_{M,flexão}$): o valor obtido do $E_{M,flexão}$ das peças de madeira foi igual a 6904 MPa. A densidade média da madeira utilizada no modelo (seca em temperatura ambiente) é igual a 650 kg/m^3 .

7.2.2. Redução de escala

A preparação do modelo, envolve o estudo de aspectos relacionados com a reprodução das características geométrica e física do protótipo. Na Figura 7.2, são apresentadas as dimensões dos elementos do modelo reduzido de passarela de madeira. O vão

e largura foram reduzidos em escala geométrica (1:4). No entanto, os elementos estruturais, vigas e pranchas, foram reduzidos de forma a obter uma frequência natural na direção transversal vertical semelhante à da passarela, considerando as propriedades da madeira empregada na confecção do modelo. Observa-se que não foi possível manter essa semelhança para o caso da vibração na direção transversal horizontal, pois isso conduziria a uma largura muito pequena para a viga. Assim, decidiu-se manter a redução da largura na escala geométrica (1:4) sendo adotada uma altura que conduzisse a mesma frequência de vibração na direção transversal vertical da passarela real.

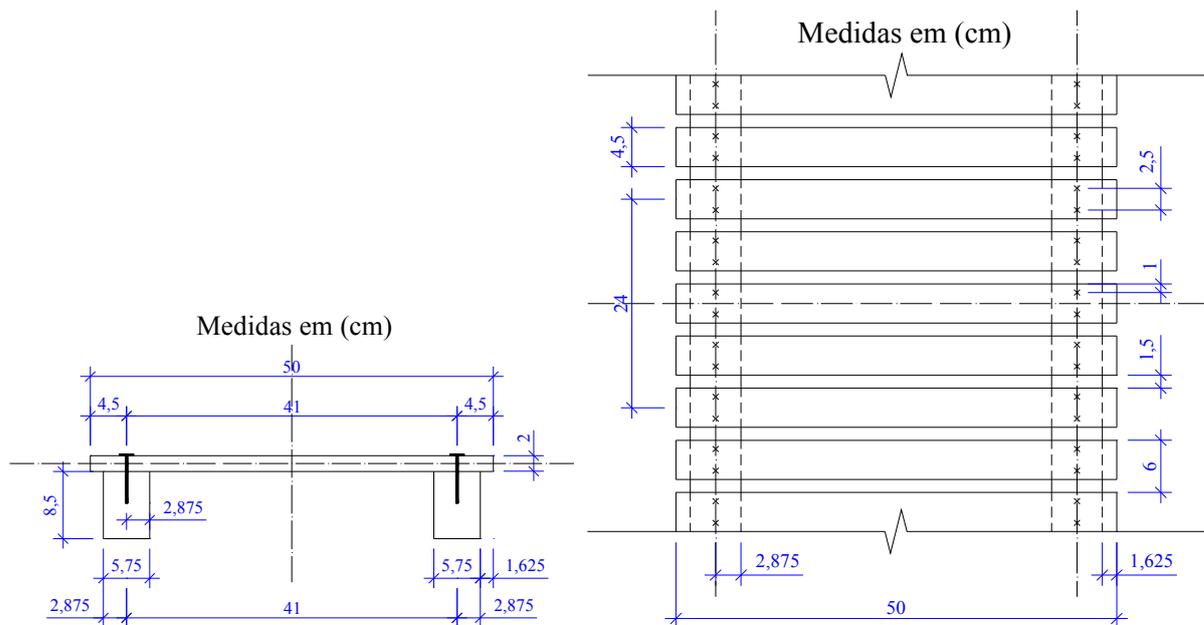


Figura 7.2: Dimensões do modelo reduzido de passarela

Os dados das propriedades de elasticidade da madeira e dimensões geométricas do modelo reduzido de passarela, Figura 7.2, utilizados na avaliação das frequências de vibração do modelo reduzido são:

$$L = 6 \text{ m}$$

$$b = 0,5 \text{ m}$$

$$E_{M, flecha} = 6,904 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$$

$$\rho_{ap} = 650 \text{ kg/m}^3$$

$$I_{\text{vert,vig}} = 2 \cdot \frac{0,0575 \cdot (0,085)^3}{12} = 5,885 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4$$

$$I_{\text{lat,vig}} = 2 \cdot \frac{0,085 \cdot (0,0575)^3}{12} = 2,693 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4$$

$$A_{\text{sec,pass}} = 2 \cdot 0,0575 \cdot 0,085 + 0,5 \cdot 0,02 = 1,978 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$$

$$EI_{\text{vert}} = 6,904 \cdot 10^9 \cdot 5,885 \cdot 10^{-6} = 40.630 \text{ N} \cdot \text{m}^2$$

$$EI_{\text{lat}} = 6,904 \cdot 10^9 \cdot 2,693 \cdot 10^{-6} = 18.592 \text{ N} \cdot \text{m}^2$$

O cálculo das primeiras frequências naturais nas direções transversal vertical $f_{\text{vert,Tm1}}$ e transversal horizontal $f_{\text{lat,Tm1}}$ do modelo reduzido, Equações 5.1 e 5.2, conduz aos seguintes valores:

$$f_{\text{vert,Tm1}} = \frac{\pi}{2 \cdot 6^2} \sqrt{\frac{(6,904 \cdot 10^9) \cdot 5,885 \cdot 10^{-6}}{650 \cdot 1,978 \cdot 10^{-2}}} = 2,453 \text{ Hz}$$

$$f_{\text{lat,Tm1}} = \frac{\pi}{2 \cdot 6^2} \sqrt{\frac{(6,904 \cdot 10^9) \cdot 2,693 \cdot 10^{-6}}{650 \cdot 1,978 \cdot 10^{-2}}} = 1,659 \text{ Hz}$$

Conforme comentado anteriormente, as frequências de vibração na direção transversal vertical são semelhantes para a passarela e o seu modelo, o que não ocorre na direção transversal horizontal.

7.2.3. Montagem do modelo

A Figura 7.3 mostra a montagem do modelo reduzido. O modelo mostrado na Figura 7.4 foi montado atendendo as especificações de projeto mostradas na Figura 7.2. Todas as

peças de madeira foram marcadas e pré-furadas para colocação dos pregos com cabeça que possuem bitola igual a 17 x 27 (2.1/2 x 11).



Figura 7.3: Montagem do modelo reduzido



Figura 7.4: Modelo reduzido concluído

7.3. Análise experimental do modelo

O modelo foi inicialmente submetido a ensaios estáticos, para determinação da rigidez à flexão, com o objetivo de calcular teoricamente as frequências. Posteriormente, foi realizado ensaio dinâmico.

7.3.1. Ensaio estático

O ensaio estático do modelo foi realizado sob ação de pesos posicionadas na seção central do modelo, sendo os deslocamentos medidos com relógios comparadores, com sensibilidade igual a 0,01 mm, posicionados na seção central do modelo. Os valores dos deslocamentos do modelo para as direções transversal vertical e transversal horizontal foram tomados abaixo do limite de $L/200$. Nas Figuras 7.5 e 7.6, tem-se os ensaios estáticos para as direções transversal vertical e transversal horizontal, respectivamente.



Figura 7.5: Ensaio estático na direção transversal vertical

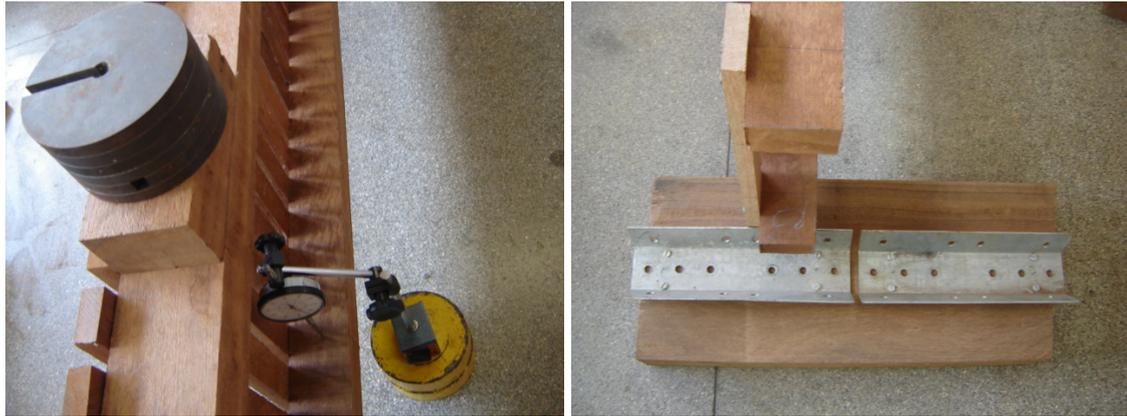


Figura 7.6: Ensaio estático na direção transversal horizontal

Os valores experimentais de rigidez à flexão obtidos nesses ensaios foram iguais a $41789 \text{ N}\cdot\text{m}^2$ (direção transversal vertical) e $74337 \text{ N}\cdot\text{m}^2$ (direção transversal horizontal). Na Tabela 7.10, (item 7.6) são apresentadas as frequências naturais nas direções transversal vertical $f_{\text{vert},Tm2}$ e transversal horizontal $f_{\text{lat},Tm2}$ obtidas por meio da formulação de Euler-Bernoulli, Equações 5.1 e 5.2, a partir dos valores experimentais de rigidez à flexão. Estes também são utilizados para obter as FRF teóricas nas direções transversal vertical e transversal horizontal e as frequências naturais não-amortecidas nas direções transversal vertical $f_{\text{vert},Tm3}$ e transversal horizontal $f_{\text{lat},Tm3}$ apresentadas no item 7.3.2.3.

7.3.2. Avaliação dinâmica

Na avaliação dinâmica do modelo foram medidas as frequências naturais referentes ao 1º, 2º, 3º e 4º modos de vibrar na direção transversal vertical e as frequências naturais referentes ao 1º e 2º modos de vibrar na direção transversal horizontal. Nessa avaliação, a localização dos sensores de resposta (acelerômetro) e de excitação (martelo de impacto) deu-se com base na definição dos modos de vibrar de uma viga simplesmente apoiada, segundo a teoria de viga de Euler-Bernouille. Procurou-se posicionar o acelerômetro de forma a identificar a frequência natural de cada modo de vibrar do modelo. É conhecido da literatura que o 1º, 2º e 3º modos de vibrar de uma viga simplesmente apoiada apresentam amplitudes

máximas em $L/2$, $L/4$ e $L/6$, Figura 7.7. Nestes ensaios, considerou-se os pontos de resposta e excitação conforme mostrados na Figura 7.8, que são dados com base nessas amplitudes máximas.

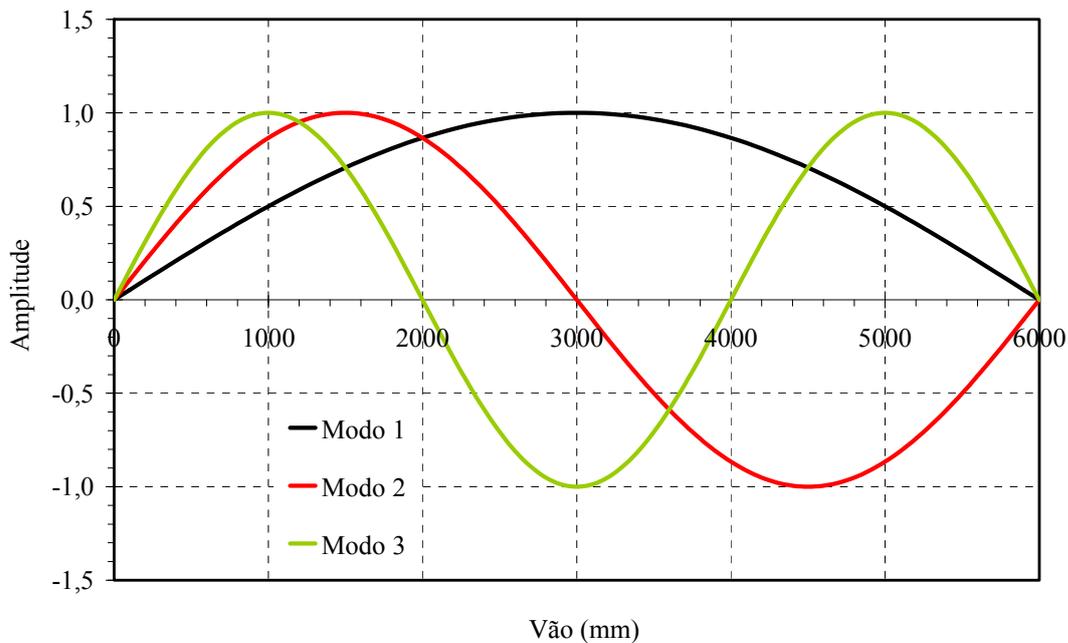


Figura 7.7: Modos de vibrar na direção transversal vertical e transversal horizontal para viga simplesmente apoiada

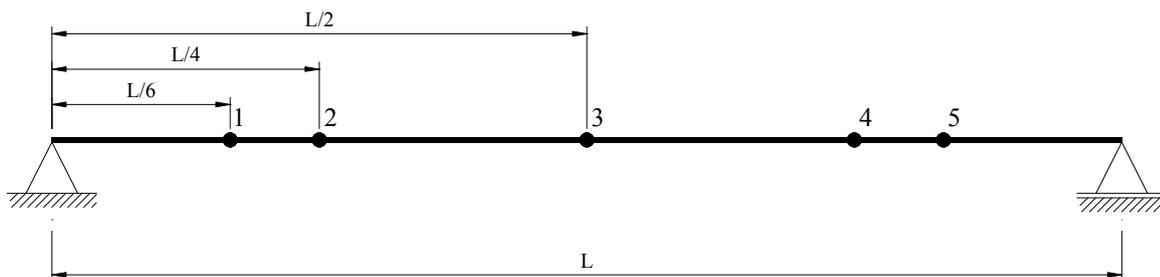


Figura 7.8: Pontos de excitação e resposta para as direções transversal vertical e transversal horizontal do modelo

7.3.2.1. Instrumentos de aquisição

A medição da resposta dinâmica do modelo reduzido da passarela de madeira foi efetuada por meio de acelerômetro uniaxial do tipo resistivo de sensibilidade igual a 0,8325 mV/g, faixa de leitura de frequências de 0 a 72 Hz, com capacidade de obtenção de leituras de aceleração de 0 a 2 g, ou seja, aproximadamente de 0 a 19,61 m/s². Foi utilizado acelerômetro

resistivo modelo AS-2GA, fabricado pela *Kyowa*, Figura 7.9, fixado em uma chapa metálica colada à estrutura com fita adesiva dupla face.

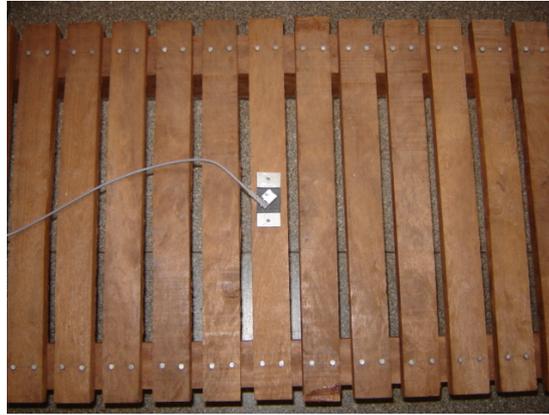


Figura 7.9: Acelerômetro resistivo modelo AS-2GA

Para excitação foi utilizado martelo de impacto modelo 2303, fabricado pela *Endevco Corporation*, que possui um sensor piezelétrico de força acoplado à sua ponta de aço inoxidável, Figura 7.10.



Figura 7.10: Martelo de impacto modelo 2303

A sensibilidade deste martelo de impacto é igual a 0,21 mV/N. Este possui circuito interno IEPE (*Integrated Electronics Piezo Electric*) que, por meio de circuito construído com microeletrônica, possui amplificador de carga e tensão que transforma pC/g em mV/N. As conexões são feitas a dois fios por meio de conector BNC. Recomenda-se para excitar

estruturas de pequeno porte, uma vez que a sua massa é igual a 0,454 kg (1 lb), este martelo é considerado adequado para excitar estruturas do porte do modelo. Vem acompanhado de quatro pontas que são trocáveis a fim de controlar a força de impacto e o decaimento da resposta em frequência, conforme mostrado na Figura 7.11, e possui cabo de madeira. É oportuno lembrar que o martelo nunca deve ser usado sem ponta de impacto para não danificar o sensor de força e que, no ensaio do modelo, utilizou-se a ponta macia, de cor verde.

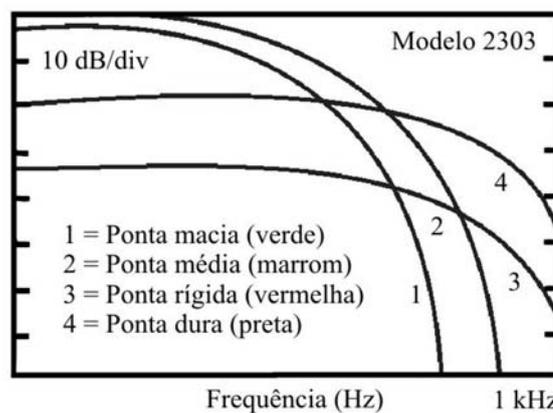


Figura 7.11: Decaimento da resposta em frequência do martelo de impacto modelo 2303

O sinal emitido pelo martelo de impacto a partir do sensor de força piezelétrico com circuito IEPE, foi condicionado e, em seguida, amplificado por um ganho igual a 10,412. Para o acelerômetro resistivo construído em ponte completa de *Wheatstone*, foi utilizado, também, um condicionador de sinal construído com quatro amplificadores de instrumentação modelo INA118, fabricado pela *Texas Instruments*, que possibilita serem conectados até quatro acelerômetros resistivos. Neste circuito, decidiu-se pela opção de cinco ganhos iguais a 153, 501, 1065, 2274 e 5001 e, a partir destes, tem-se a possibilidade de ganhos intermediários obtidos por meio da combinação desses ganhos. A tensão de entrada no condicionador de sinais e amplificação de sinal dos acelerômetros resistivos de ponte completa de *Wheatstone* foi tomada igual a 2,5 V. O condicionador de sinais também foi projetado com um filtro

passa-baixa que atenua as frequências superiores a 48 Hz. Tal filtro foi feito para eliminar o ruído de 60 Hz da rede elétrica, pois foi necessário um sistema de aquisição que possibilitasse obter baixas frequências com a menor entrada possível de interferências. Na Figura 7.12 é mostrado o condicionador de sinais utilizado para o martelo de impacto e acelerômetro resistivo.



Figura 7.12: Painéis de saídas entradas do condicionador e amplificador de sinais

Após o condicionamento dos sinais de excitação e resposta, é feita a conversão analógico-digital (ADC) por meio de uma placa, neste caso módulo via porta USB modelo NI USB 6009, fabricada pela *National Instruments*, conforme mostrado na Figura 7.13. Esta é uma placa de aquisição de dados de baixo custo que possui 8 canais de entradas analógicas multiplexados, com taxa de amostragem igual a 48 kHz e 14 bits de resolução por entrada, além de 2 canais de saída analógica, 12 canais de entrada e saída digitais e mais 1 contador. A determinação do número de níveis diferentes de tensão é calculada por meio da resolução dada pelo número de bits do ADC usados para representar o sinal. Então o número de níveis diferentes de tensão é determinado da seguinte forma:

$$\text{Número de níveis} = 2^{\text{resolução}} = 2^{14 \text{ bits}} = 16.384 \text{ níveis}$$

O equipamento mostrado na Figura 7.13, por ser multiplexado, possui uma taxa mínima de amostragem dividida entre o número de canais analógicos de entrada utilizados no experimento. No seguinte experimento, foram utilizados 2 canais de entrada analógica para a

aquisição do sinal, que possibilitam obter taxa máxima de amostragem igual a 24 kHz por canal, sendo esta suficiente para atender as necessidades requeridas de amostragem nesse trabalho. Quanto à largura de código que diz respeito à menor variação detectável do sinal, pode-se concluir que, quanto menor a largura de código, mais precisa é a placa do sistema de aquisição. A precisão da placa NI USB 6009 é igual 1,2207 mV, para uma entrada de mais ou menos 10 V, ou seja, nessa resolução de 14 bits são possíveis 2^{14} (16.384) níveis distintos de amplitude, em uma faixa de 20 V. A largura de código ou precisão da placa do sistema de aquisição é calculada da seguinte forma:

$$\text{Precisão} = \frac{\text{faixa}}{\text{amplificação} \cdot 2^{\text{resolução}}} = \frac{\pm 10 \text{ V}}{1 \cdot 2^{14} \text{ bits}} = \frac{20 \text{ V}}{2^{14} \text{ bits}} = \frac{20.000 \text{ mV}}{16.384} = 1,2207 \text{ mV}$$

A necessidade de amplificação do sinal ocorreu porque a seguinte placa do sistema de aquisição não tem possibilidade de fazer as leituras de uma forma precisa, sem que as mesmas não sejam condicionadas e amplificadas. Tomou-se bastante cuidado na amplificação do sinal, pois os ruídos também são amplificados. Antes de ser feita a digitalização dos sinais, aplicou-se o teorema da amostragem dado por *Nyquist*, que define uma taxa de amostragem do sinal de, no mínimo, o dobro da máxima frequência do sinal amostrado.



Figura 7.13: Módulo NI USB 6009 fabricado pela National Instruments

7.3.2.2. Programa de aquisição

O programa de aquisição de dados foi feito na linguagem de programação desenvolvida pela *National Instruments* chamada *LabVIEW (Laboratory Virtual Instruments Engineering Workbench)*, uma linguagem gráfica de programação, linguagem G, que usa ícones em vez de linhas de texto para criar aplicações. O programa é efetuado usando representações gráficas de funções para controlar os objetos no painel frontal. O código fica definido num diagrama de blocos, que pode se associar a um fluxograma.

Na Figura 7.14, está representado o fluxograma do programa de aquisição e tratamento de dados utilizados neste experimento. Inicialmente, faz-se a leitura dos dados e, logo em seguida, são feitas as médias e apresentadas leituras “zeradas” dos gráficos obtidos do sistema de medição no domínio do tempo. Os passos são repetidos continuamente, até que o sinal emitido pelo martelo de impacto passe o nível estabelecido pelo usuário no “trigger”. No final desta etapa, os dados são levados para um tratamento posterior de conversão de unidades de volts conforme a sensibilidade dos sensores. Em seguida, o programa apresenta graficamente as medidas de FFT dos sensores junto com os gráficos, no domínio da frequência; nesse momento, também é possível se fazer as medidas no domínio da frequência da FRF do experimento e obtêm-se os parâmetros modais. Logo, existe a possibilidade de os dados, em relação ao experimento e à curva ajustada, serem salvos em arquivo de texto, após o ensaio.

No seguinte programa de aquisição de dados, foi utilizada a versão *LabVIEW 8.6 Professional Development System with MathScript Evaluation*, juntamente com as seguintes bibliotecas de funções *NI LabVIEW Advanced Signal Processing Toolkit Evaluation*, *NI LabVIEW System Identification Toolkit 4.0 Evaluation*, *NI LabVIEW System Identification Assistant 4.0 Evaluation* e *NI LabVIEW Sound and Vibrations Toolkit 7.0 Evaluation*. Essas

bibliotecas de funções foram necessárias porque são específicas para o uso de identificação de grandezas relativas aos sistemas dinâmicos.

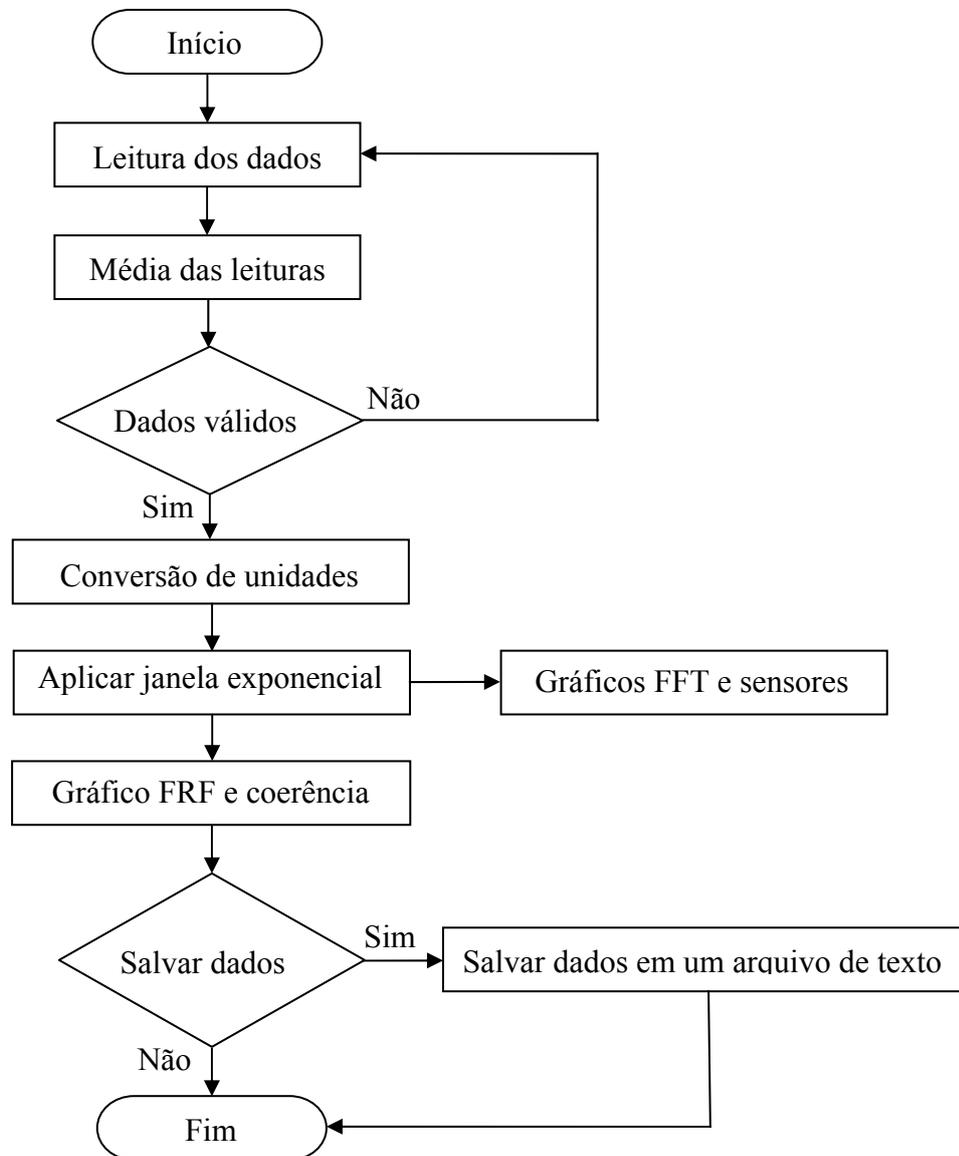


Figura 7.14: Fluxograma do programa de aquisição

O sistema de aquisição foi configurado para uma faixa de amostragem de frequências de 0 a 525 Hz, cujas medidas foram feitas usando 3072 linhas de aquisição por tamanho de bloco, o que implica em uma resolução de frequência igual a 0,1709 Hz. Na experimentação, levou-se em conta que a aquisição é feita em blocos finitos, para um dado tamanho de bloco fixo, então há a possibilidade de ocorrência das seguintes situações: caso a frequência de

amostragem do sinal seja aumentada, diminui-se o tempo de sinal adquirido aumentando a separação entre os pontos e, como consequência, piora a resolução do sinal; se quisermos melhorar a resolução em frequência para se obter mais detalhes no sinal, devemos diminuir a frequência de amostragem e, com isso, a faixa de frequências contida no sinal cai e o tempo de aquisição aumenta.

7.3.2.3. Avaliação das FRF do modelo

Os resultados apresentados neste item referem-se à avaliação das FRF do modelo que foram obtidos de duas formas. Na primeira forma, têm-se as frequências naturais para as direções transversal vertical $f_{\text{vert},Tm3}$ e transversal horizontal $f_{\text{lat},Tm3}$ das FRF teóricas que foram obtidas por meio da identificação dos modos de vibrar do modelo reduzido, uma vez que, segundo McConnell e Varoto (2008), a FRF é composta pelo produto de dois modos de vibrar. Então, aplica-se no modelo reduzido a teoria de viga contínua e obtêm-se as FRF teóricas do sistema para uma excitação e uma resposta linear em diversos pontos, Figura 7.8.

Na segunda forma, tem-se a identificação das frequências naturais nas direções transversal vertical $f_{\text{vert},Exp}$ e transversal horizontal $f_{\text{lat},Exp}$ das FRF experimentais obtidas por meio de ensaios dinâmicos do modelo, conforme arranjo mostrado na Figura 7.15, os quais foram realizados de acordo com a disposição dos sensores de resposta e excitação estabelecida na Figura 7.8. A obtenção das FRF experimentais dá-se através dos sinais de excitação, Figura 7.16, e resposta, Figura 7.17, no domínio do tempo, neste caso com ambos localizados na posição $L/2$ (ponto 3). A identificação dos parâmetros modais nessas FRF foi feita utilizando um método de ajuste modo a modo chamado método “peak-picking”, a partir da média de dez FRF experimentais para cada frequência natural do modelo.



Figura 7.15: Ensaio dinâmico do modelo reduzido nas direções (a) transversal vertical e (b) transversal horizontal

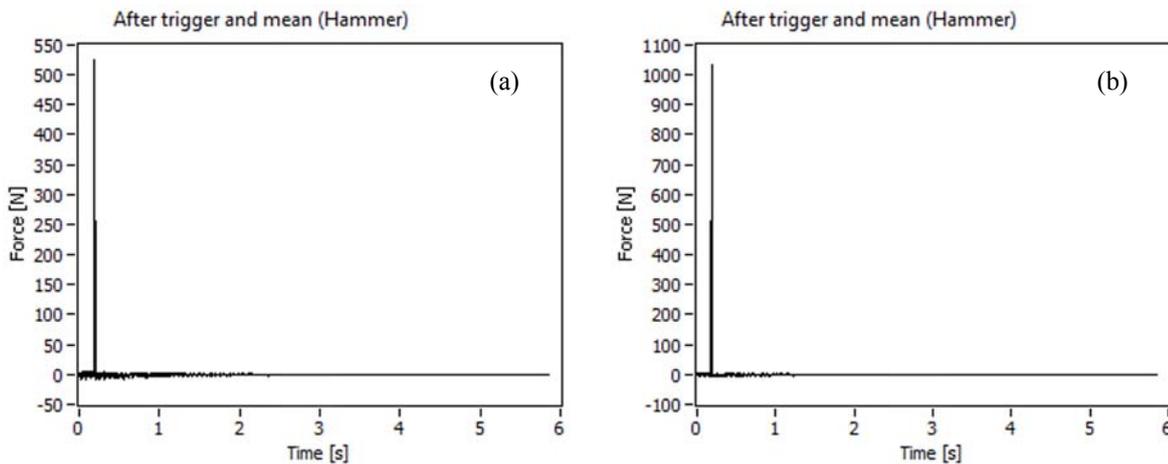


Figura 7.16: Sinal de excitação no domínio do tempo na posição $L/2$ (ponto 3) do modelo reduzido nas direções (a) transversal vertical e (b) transversal horizontal

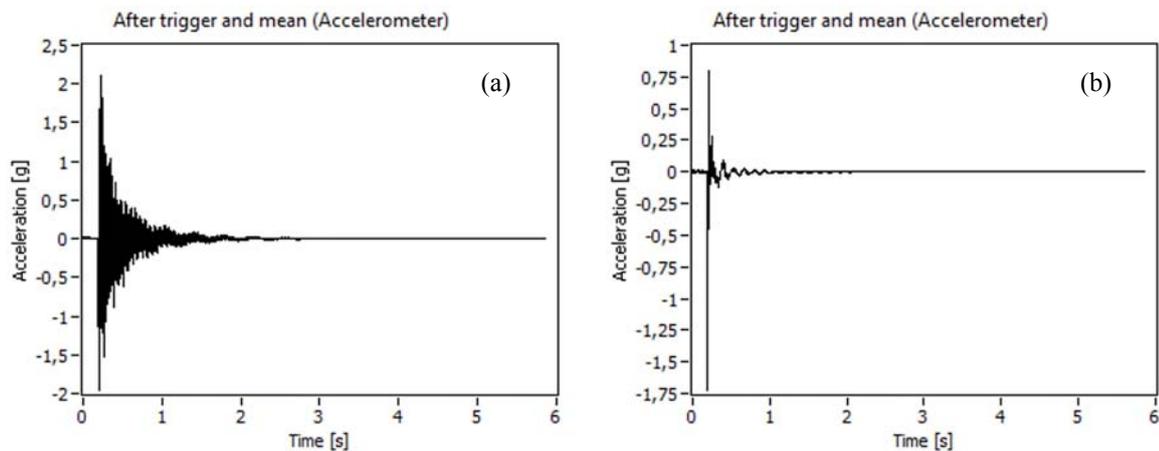


Figura 7.17: Sinal de resposta no domínio do tempo na posição $L/2$ (ponto 3) do modelo reduzido nas direções (a) transversal vertical e (b) transversal horizontal

Na Figura 7.18, tem-se a FRF experimental de ponto H_{11} para a direção transversal vertical obtida a partir dos sinais de excitação e resposta medidos na posição $L/6$ (ponto 1). Na Tabela 7.1 são apresentados os resultados das frequências naturais amortecidas e amortecimentos modais obtidos pelo método “peak-picking”, a partir da média de dez FRF de ponto H_{11} para cada frequência natural encontrada na posição $L/6$ (ponto 1).

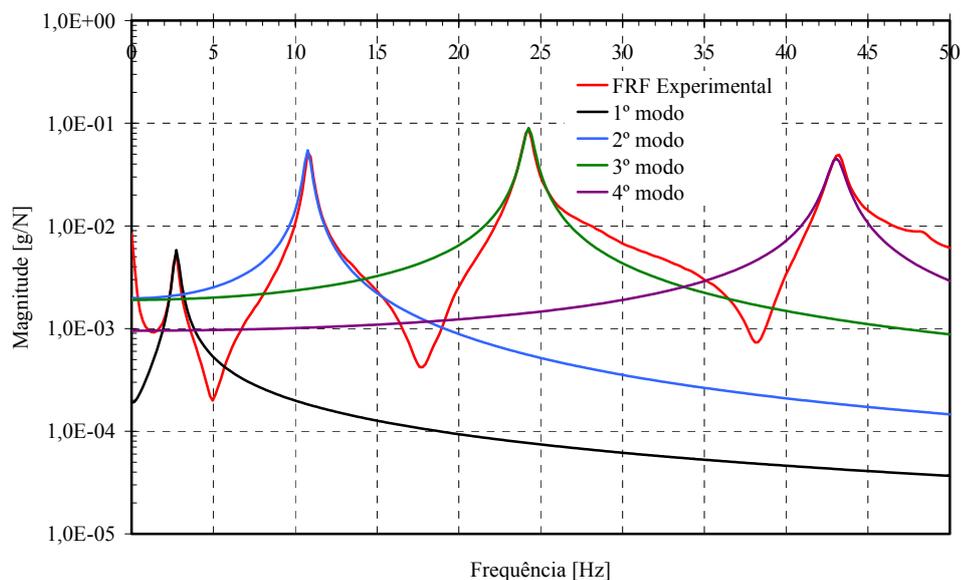


Figura 7.18: Obtenção das frequências naturais e amortecimentos modais na FRF experimental de ponto H_{11} na direção transversal vertical

As FRF de ponto H_{11} , mostradas na Figura 7.19, foram obtidas por meio da teoria de vigas e resultados experimentais. As mesmas FRF de ponto podem ser obtidas com resposta e excitação localizadas na posição simétrica $L/6$ (ponto 5). A partir dessas FRF, obtiveram-se as quatro primeiras frequências naturais na direção transversal vertical, por meio de resultados teóricos e experimentais, Tabela 7.1, referentes à ressonância do 1º, 2º, 3º e 4º modos de vibrar. Nessas FRF, também obtiveram-se as frequências teóricas referentes às antirressonâncias que se encontram em 3,418 Hz, 14,014 Hz e 32,642 Hz, e as frequências experimentais que se encontram em 4,956 Hz, 17,774 Hz e 38,282 Hz.

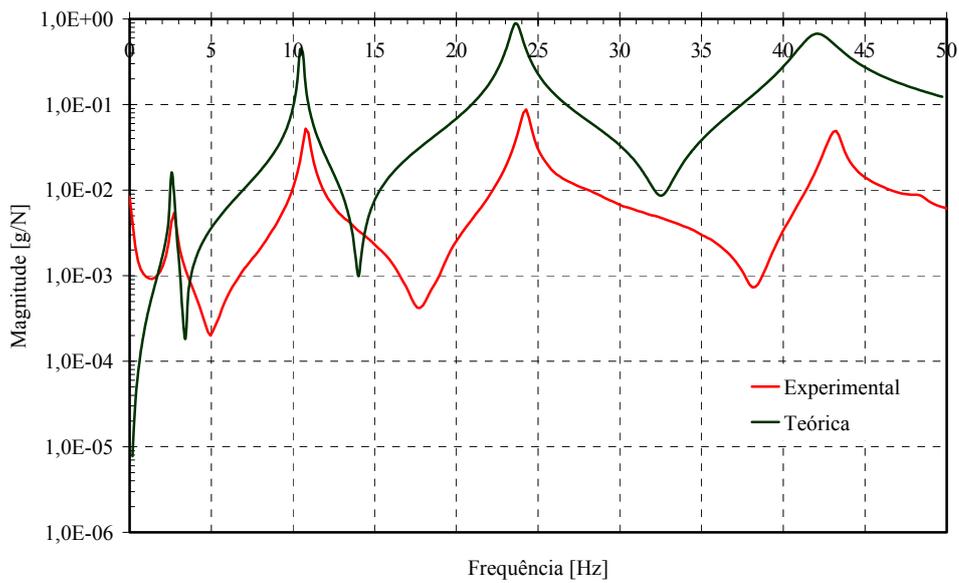


Figura 7.19: FRF de ponto H_{11} experimental e teórica na direção transversal vertical

Tabela 7.1: Valores de frequências teóricas, frequências e amortecimentos experimentais obtidos da FRF de ponto H_{11} na direção transversal vertical

Direção	Modo (ϕ_p)	$f_{\text{vert, Tm3}}$ (Hz)	$f_{\text{vert, Exp}}$ (Hz)	ζ (%)
Transversal vertical	1	2,627	2,734	5,99
	2	10,506	10,767	1,86
	3	23,638	24,268	1,20
	4	42,023	43,067	1,10

Também foi obtida, a partir dos dados experimentais a coerência para a FRF de ponto H_{11} , Figura 7.20. Observa-se que ocorreu uma queda dos valores da coerência nas frequências referentes às antirressonâncias.

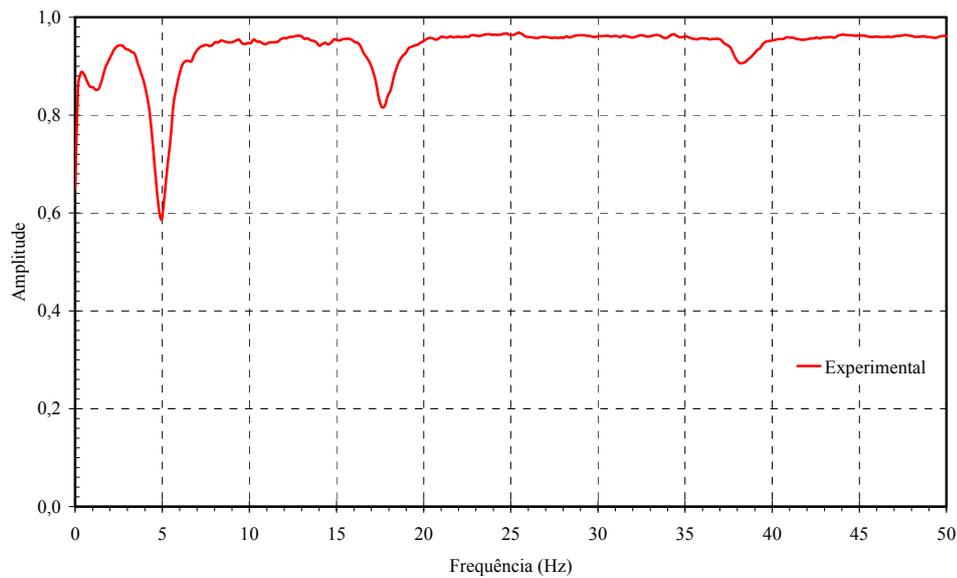


Figura 7.20: Coerência da FRF de ponto H_{11} experimental na direção transversal vertical

Na Tabela 7.2, são apresentados os resultados finais experimentais das frequências naturais e amortecimentos modais para a direção transversal vertical do modelo. Estes resultados foram obtidos a partir dos valores de todas as FRF experimentais de ponto e de transferência do modelo (10 FRF para cada um dos 10 pontos), conforme mostradas no Anexo 4. Neste mesmo anexo, também consta a coerência de todas as FRF teóricas obtidas de acordo com os pontos mostrados na Figura 7.8.

Tabela 7.2: Frequências naturais experimentais e amortecimentos modais

Direção	Modo (ϕ_p)	$f_{\text{vert,Exp}}$ (Hz)	ζ (%)
Transversal vertical	1	2,734	5,73
	2	10,767	1,86
	3	24,165	1,27
	4	42,896	1,24

Em se tratando dos resultados para a direção transversal horizontal, obteve-se, a partir das FRF experimentais e teóricas na direção transversal horizontal, apenas a primeira frequência natural. Na Tabela 7.3, é apresentado o resultado experimental dessa frequência natural e amortecimento modal para a direção transversal horizontal do modelo. Tal resultado

foi obtido a partir dos valores de dez FRF experimentais de ponto e de transferência do modelo (10 FRF para cada um dos 10 pontos).

Tabela 7.3: Frequência natural e amortecimento modal

Direção	Modo (ϕ_p)	$f_{lat,Exp}$ (Hz)	ζ (%)
Transversal horizontal	1	7,520	7,80

Os valores experimentais de amortecimentos modais obtidos no modelo reduzido, por meio das FRF para o primeiro modo de vibrar nas direções transversal vertical, Tabela 7.2, e transversal horizontal, Tabela 7.3, são elevados quando comparados ao recomendado na norma europeia, pois apresentam-se numa faixa de cinco a oito vezes maiores do que o recomendado para o cálculo de acelerações em estruturas de madeira sem juntas mecânicas. Ainda com relação aos amortecimentos modais na direção transversal vertical do segundo ao quarto modo mostrados na Tabela 7.2 este ficaram numa faixa de uma a duas vezes maiores do que aquele recomendado na norma europeia de estruturas de madeira.

A fase de comparação dos resultados experimentais e teóricos obtidos a partir das FRF foi realizada tomando a validação de parâmetros modais por meio de correlação modal dos índices globais, MSF e MAC, e local, COMAC para os dados obtidos na direção transversal vertical. Na direção transversal horizontal, a grande diferença apresentada entre os dados experimentais e teóricos impossibilitou a realização de correlação modal envolvendo os índices MSF, MAC e COMAC.

Os índices MSF, Figura 7.21, e MAC, Figura 7.22, foram associados aos três primeiros modos de vibrar na direção transversal vertical do modelo reduzido de passarela de madeira, e foram calculados levando em conta a obtenção das FRF experimentais e teóricas. Na Figura 7.22, é possível observar um bom índice de correlação modal global para o 1º e 2º modos, evidenciado pelos valores de MAC superiores 0,90 e um regular índice de correlação modal global para o 3º modo, evidenciado pelo valor de MAC superior a 0,80.

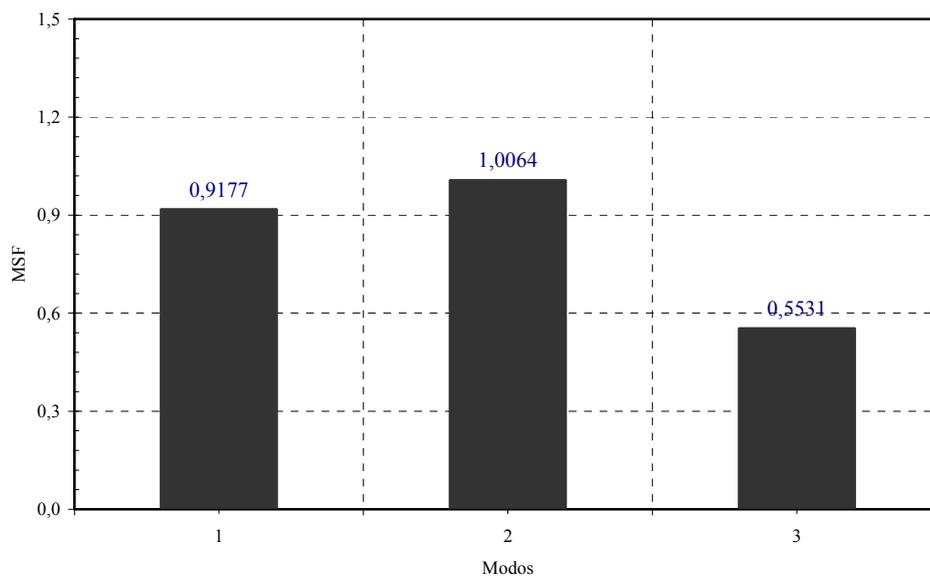


Figura 7.21: Valores de $MSF_{Tm3 \text{ versus Exp}}$ para os três primeiros modos de vibrar na direção transversal vertical

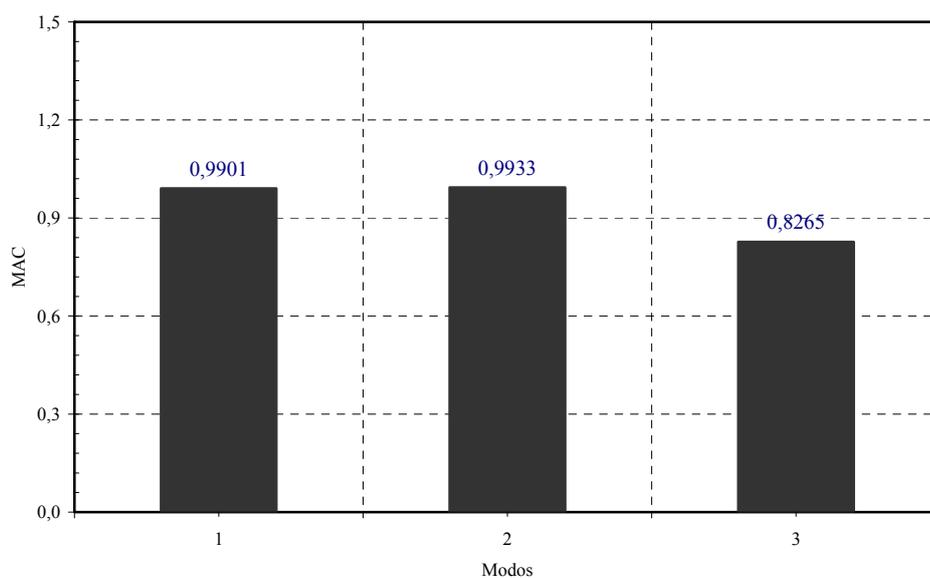


Figura 7.22: Valores de $MAC_{Tm3 \text{ versus Exp}}$ para os três primeiros modos de vibrar na direção transversal vertical

Na Figura 7.23 são apresentadas as estimativas do índice de correlação modal local COMAC, que mede a discordância no mesmo ponto para os três primeiros modos de vibrar na direção transversal vertical.

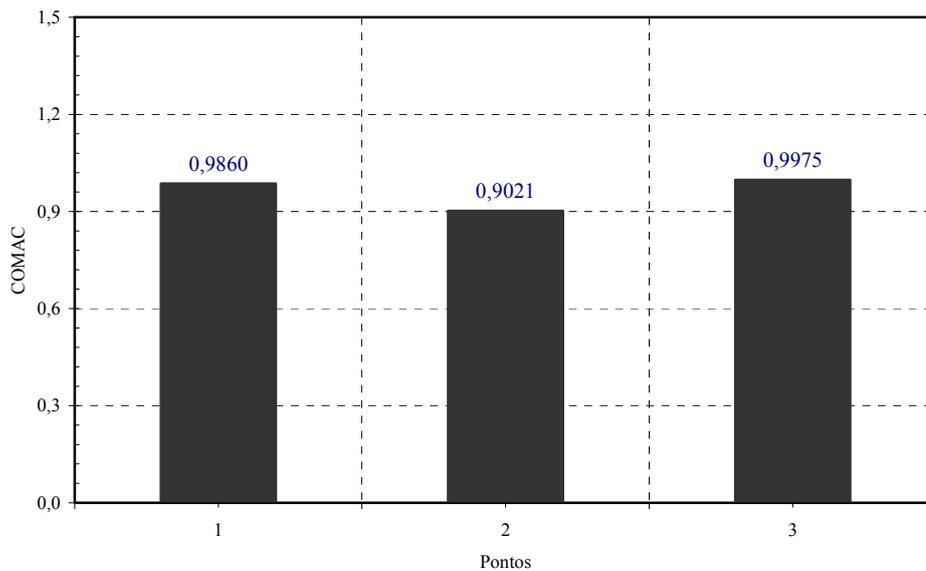


Figura 7.23: Valores de $COMAC_{Tm3 \text{ versus } Exp}$ para os pontos dos três primeiros modos de vibrar na direção transversal vertical

Os índices de correlação modal globais, MSF e MAC, e local, COMAC apresentaram uma boa concordância entre os valores obtidos teoricamente e experimentalmente para os dados correspondentes à direção transversal vertical, sugerindo que o modelo teórico de viga simplesmente apoiada foi representado corretamente nesta direção. Conforme já foi relatado, na direção transversal horizontal não foi possível fazer esse mesmo estudo com os índices de correlação modal global e local.

7.4. Cálculo teórico das frequências

As frequências naturais teóricas do modelo foram calculadas a partir da teoria de vigas de Euler-Bernoulli, Equações 5.1 e 5.2, tomando as rigidezes à flexão obtidas nos itens 7.2.2 e 7.3.1, para as direções transversal vertical ($f_{vert,Tm1}$ e $f_{vert,Tm2}$) e transversal horizontal ($f_{lat,Tm1}$ e $f_{lat,Tm2}$). No primeiro item, a rigidez foi obtida a partir das propriedades de elasticidade da madeira e considerando as dimensões das peças, enquanto, no segundo item, a rigidez foi avaliada por meio de ensaios estáticos no modelo.

A massa do modelo, obtida por pesagem, foi igual a 69,20 kg.

A Tabela 7.4 apresenta os valores teóricos de frequências naturais nas direções transversal vertical e transversal horizontal.

Tabela 7.4: Frequências naturais nas direções transversal vertical e transversal horizontal do modelo reduzido

Direção	Modo (ϕ_p)	$f_{\text{vert},Tm1}$ (Hz)	$f_{\text{vert},Tm2}$ (Hz)
Transversal vertical	1	2,453	2,626
Direção	Modo (ϕ_p)	$f_{\text{lat},Tm1}$	$f_{\text{lat},Tm2}$
Transversal horizontal	1	1,659	3,443

7.5. Análise numérica do modelo

A análise numérica da passarela de madeira e do modelo reduzido de passarela de madeira foi conduzida por meio de investigações computacionais em sistema estrutural de vigas simplesmente apoiadas. As simulações foram realizadas por meio do programa de análise estrutural SAP2000®, que tem como base o MEF. Optou-se por utilizar elemento finito do tipo SHELL retangular de quatro nós com seis graus de liberdade em cada nó para representar as peças de madeira. A escolha do elemento finito do tipo SHELL deu-se porque permite a modelagem do material no plano, enquanto o elemento finito do tipo FRAME testado inicialmente não permitia, e também por motivo de economia. As malhas de elementos finitos para as tábuas de madeira foram definidas no plano transversal horizontal contido à meia espessura da mesa, e a espessura atribuída a cada elemento representa a espessura real da peça. As vigas de madeira foram modeladas por uma malha no plano transversal vertical da viga, com espessura correspondente à da peça de madeira. A espessura do elemento finito SHELL gera um elemento de volume que permite considerar automaticamente o peso próprio e a rigidez da estrutura. As dimensões das malhas dos modelos em elementos finitos foram definidas respeitando o fator de forma de um até quatro, sugerido para o elemento finito SHELL, segundo manual do programa SAP2000®. O coeficiente de amortecimento ζ adotado

na modelagem numérica foi igual a 0,010 considerando estruturas sem juntas mecânicas, conforme Eurocode 5 (2004).

Na modelagem numérica da passarela de madeira, Figura 7.24, utilizaram-se as mesmas dimensões geométricas e propriedades físicas da passarela de madeira, mostrada na Figura 7.1. Nesta modelagem as tábuas foram ligadas às vigas por meio de um nó rígido.

Nas modelagens numéricas do modelo reduzido de passarela de madeira, Figuras 7.25 e 7.26, têm-se duas modelagens que se diferenciam pela ligação das tábuas com as vigas. Na primeira modelagem, as tábuas foram ligadas às vigas por meio de um nó rígido, Figura 7.25. Na segunda modelagem, as mesmas tábuas foram ligadas às vigas por meio de dois nós rígidos, Figura 7.26.

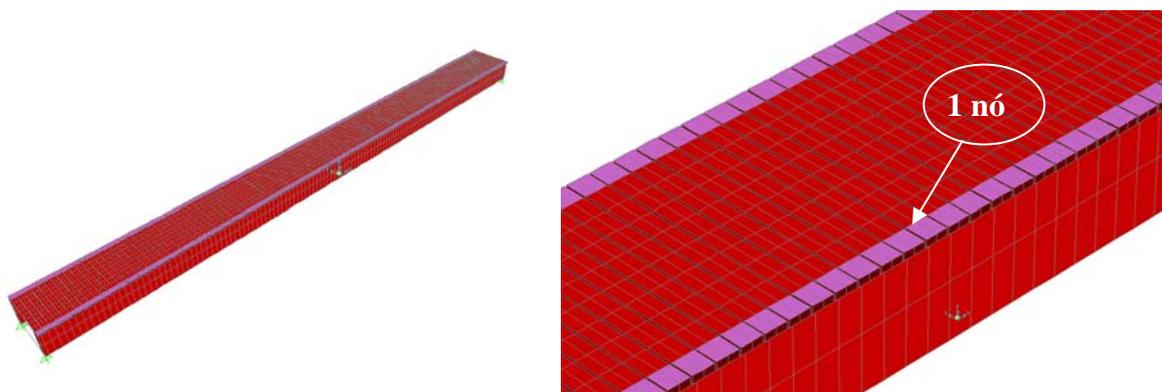


Figura 7.24: Modelo numérico de passarela de madeira

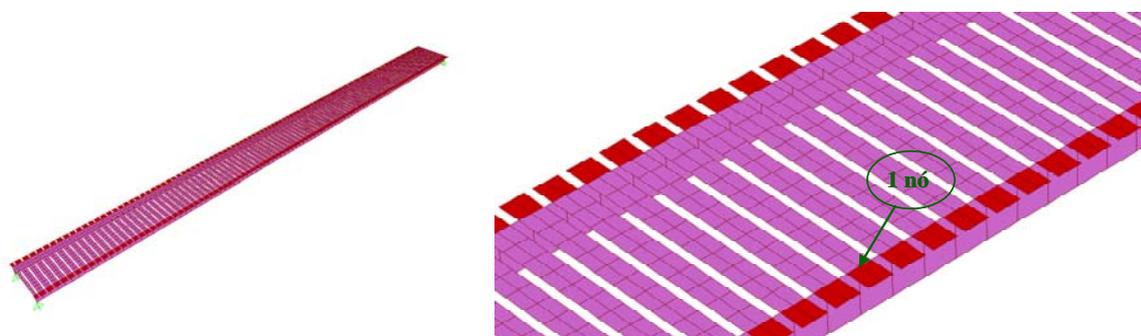


Figura 7.25: Modelo numérico reduzido de passarela de madeira com um nó rígido

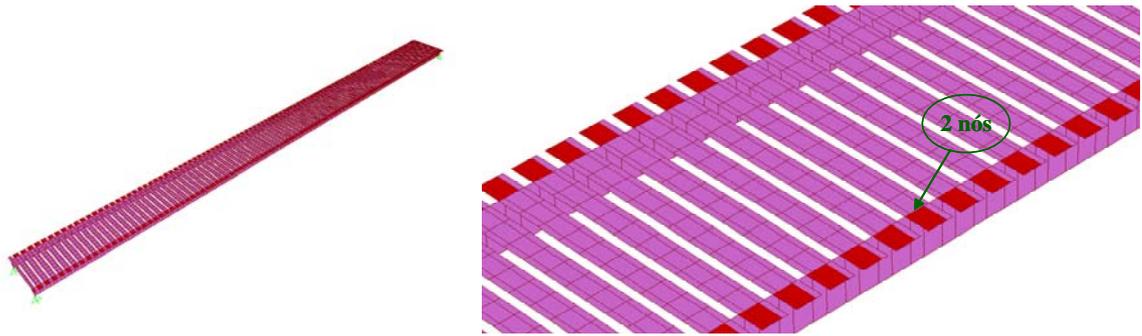


Figura 7.26: Modelo numérico reduzido de passarela de madeira com dois nós rígidos

Na Tabela 7.5 são apresentados os resultados relativos às frequências naturais da passarela de madeira nas direções transversal vertical (f_{vert,N_p}) e transversal horizontal (f_{lat,N_p}). Na Tabela 7.5 também são apresentadas as frequências naturais do modelo nas direções transversal vertical ($f_{\text{vert},N_{m1}}$) e transversal horizontal ($f_{\text{lat},N_{m1}}$), considerando um nó rígido nas ligações das vigas com as tábuas, e as frequências naturais do modelo nas direções transversal vertical ($f_{\text{vert},N_{m2}}$) e transversal horizontal ($f_{\text{lat},N_{m2}}$), considerando dois nós rígidos nas ligações das vigas com as tábuas.

Tabela 7.5: Frequências naturais nas direções transversal vertical e transversal horizontal da passarela e modelo

Direção	Modo (ϕ_p)	f_{vert,N_p} (Hz)	$f_{\text{vert},N_{m1}}$ (Hz)	$f_{\text{vert},N_{m2}}$ (Hz)
Transversal vertical	1	2,432	2,675	2,824
	2	9,520	10,668	11,260
	3	20,300	23,867	25,178
Direção	Modo (ϕ_p)	f_{lat,N_p} (Hz)	$f_{\text{lat},N_{m1}}$ (Hz)	$f_{\text{lat},N_{m2}}$ (Hz)
Transversal horizontal	1	0,822	3,368	13,272
	2	2,633	9,142	47,443

7.6. Comparação entre os resultados obtidos para as primeiras frequências naturais

A análise dos resultados apresentada a seguir restringe-se às frequências relativas ao primeiro modo, que são os parâmetros utilizados na verificação do conforto em passarelas.

Na Tabela 7.6, são apresentadas as relações entre os valores das frequências naturais na passarela real, obtidas pela formulação de Euler-Bernoulli e pela modelagem numérica. Pode ser observado que as frequências obtidas para a direção transversal vertical são semelhantes, enquanto que na direção transversal horizontal existe uma diferença de 36 %. Isso é devido à contribuição das pranchas para a rigidez do conjunto, mais significativa no caso da rigidez na direção transversal horizontal.

Tabela 7.6: Frequências naturais da passarela real

Direção	Modo (ϕ_p)	Frequência (Hz)		Relação
Transversal vertical	1	$f_{\text{vert,Tp}}$	$f_{\text{vert,Np}}$	$\frac{f_{\text{vert,Np}}}{f_{\text{vert,Tp}}}$
		2,453	2,432	0,99
Transversal horizontal	1	$f_{\text{lat,Tp}}$	$f_{\text{lat,Np}}$	$\frac{f_{\text{lat,Np}}}{f_{\text{lat,Tp}}}$
		0,604	0,822	1,36

A Tabela 7.7 apresenta os valores teóricos, experimentais e numéricos referentes às frequências naturais do modelo reduzido e, na Tabela 7.8, é apresentada a relação entre os valores teóricos e numéricos em relação ao valor obtido experimentalmente, para efeito de comparação.

Tabela 7.7: Frequências naturais do modelo

Direção	Modo (ϕ_p)	Frequência (Hz)					
		Teórico			Experimental	Numérico	
Transversal vertical	1	$f_{\text{vert,Tm1}}$	$f_{\text{vert,Tm2}}$	$f_{\text{vert,Tm3}}$	$f_{\text{vert,Exp}}$	$f_{\text{vert,Nm1}}$	$f_{\text{vert,Nm2}}$
		2,453	2,626	2,627	2,734	2,675	2,824
Transversal horizontal	1	$f_{\text{lat,Tm1}}$	$f_{\text{lat,Tm2}}$	$f_{\text{lat,Tm3}}$	$f_{\text{lat,Exp}}$	$f_{\text{lat,Nm1}}$	$f_{\text{lat,Nm2}}$
		1,659	3,443	3,503	7,520	3,368	13,272

Tabela 7.8: Relação das frequências naturais do modelo

Direção	Modo (ϕ_p)	Relação				
Transversal vertical	1	$\frac{f_{\text{vert,Tm1}}}{f_{\text{vert,Exp}}}$	$\frac{f_{\text{vert,Tm2}}}{f_{\text{vert,Exp}}}$	$\frac{f_{\text{vert,Tm3}}}{f_{\text{vert,Exp}}}$	$\frac{f_{\text{vert,Nm1}}}{f_{\text{vert,Exp}}}$	$\frac{f_{\text{vert,Nm2}}}{f_{\text{vert,Exp}}}$
		0,90	0,96	0,96	0,98	1,03
Transversal horizontal	1	$\frac{f_{\text{lat,Tm1}}}{f_{\text{lat,Exp}}}$	$\frac{f_{\text{lat,Tm2}}}{f_{\text{lat,Exp}}}$	$\frac{f_{\text{lat,Tm3}}}{f_{\text{lat,Exp}}}$	$\frac{f_{\text{lat,Nm1}}}{f_{\text{lat,Exp}}}$	$\frac{f_{\text{lat,Nm2}}}{f_{\text{lat,Exp}}}$
		0,22	0,46	0,47	0,45	1,76

Os valores de frequência teóricos e numéricos apresentados na Tabela 7.7 são próximos do experimental, quando se trata da direção transversal vertical, indicando que a formulação teórica e a modelagem numérica utilizadas representam de maneira adequada o comportamento real do modelo. Como, no modelo avaliado experimentalmente, o tabuleiro pouco contribui para a rigidez na direção transversal vertical, pode-se concluir que estruturas reais construídas de forma semelhante (tabuleiro de madeira) podem ser avaliadas quanto às vibrações verticais utilizando a formulação de Euler-Bernoulli, considerando apenas as rigidezes à flexão das vigas principais.

Entretanto, para a direção transversal horizontal isso não é verificado, existindo uma grande discordância, mesmo entre os valores teóricos e numéricos. Uma das grandes dificuldades, nesse caso, é a avaliação da rigidez à flexão do conjunto na direção transversal horizontal, que é afetada pela forma de ligação das tábuas do tabuleiro nas vigas principais. Ao contrário do caso anterior, a consideração da inércia apenas das vigas principais, desprezando o efeito do tabuleiro, conduz a um cálculo muito conservador.

8. PROPOSTA PARA VERIFICAÇÃO DO ESTADO LIMITE DE SERVIÇO EM PASSARELAS DE MADEIRA SIMPLEMENTE APOIADAS DEVIDO ÀS VIBRAÇÕES INDUZIDAS POR PEDESTRES

Tomando como base os modelos apresentados nos capítulos anteriores e a partir dos resultados obtidos de forma experimental e numérica neste trabalho, é apresentada sugestão para verificação do estado limite de serviço correspondente às vibrações induzidas por pedestres em passarelas de madeira nas direções transversal vertical e transversal horizontal.

É oportuno lembrar que, de todas as diretrizes de cálculo avaliadas neste trabalho, as únicas que são exclusivamente aplicadas às passarelas de madeira são referentes ao Eurocode 5 (1995) e a sua versão atual encaminhada para avaliação, Eurocode 5 (2004). Os demais códigos normativos e pesquisas de autores citados neste trabalho são aplicados exclusivamente para estruturas de concreto ou aço, ou não restringem o material ao qual podem ser aplicados.

A seguir é apresentado o critério para avaliação do conforto humano em passarelas de madeira, como sugestão para futuras revisões da NBR 7190 (1997):

A verificação quanto ao estado limite de serviço referente a vibrações pode ser dispensada se as frequências naturais do primeiro modo de vibrar forem superiores a 5 Hz e 2,5 Hz, nas direções transversal vertical e transversal horizontal, respectivamente.

Para o cálculo dessas frequências, no caso de passarelas de madeira com vigas simplesmente apoiadas, podem ser utilizadas as Equações 8.1 (transversal vertical) e 8.2 (transversal horizontal):

$$f_{1,vert} = \frac{\pi}{2 \cdot L^2} \cdot \sqrt{\frac{E_{c0,m} \cdot I_{vert,vig}}{\rho_{ap} \cdot A_{sec,pas}}} \quad (8.1)$$

$$f_{1, \text{lat}} = \frac{\pi}{2 \cdot L^2} \cdot \sqrt{\frac{E_{c0, m} \cdot I_{\text{lat, vig}}}{\rho_{\text{ap}} \cdot A_{\text{sec, pas}}}} \quad (8.2)$$

onde:

$E_{c0, m}$: módulo de elasticidade médio das vigas de madeira (N/m^2);

$I_{\text{vert, vig}}$: momento de inércia na direção transversal vertical das vigas de madeira
(m^4);

$I_{\text{lat, vig}}$: momento de inércia na direção transversal horizontal das vigas de madeira
(m^4);

L : vão da passarela de madeira (m);

$A_{\text{sec, pas}}$: área da seção transversal da passarela de madeira (m^2);

ρ_{ap} : densidade aparente da madeira (kg/m^3).

No caso de a frequência calculada ser inferior a 5 Hz (transversal vertical) ou 2,5 Hz (transversal horizontal), deve ser verificada a aceleração para a direção correspondente, não devendo ser superados os seguintes limites:

$$a_{\text{lim, vert}} = 0,7 \text{ m/s}^2 \text{ (7\% g)} \quad \text{(transversal vertical)}$$

$$a_{\text{lim, lat}} = 0,2 \text{ m/s}^2 \text{ (2\% g)} \quad \text{(transversal horizontal)}$$

As acelerações devem ser calculadas para várias situações de uso. No caso de passarelas de madeira com vigas simplesmente apoiadas, podem ser utilizadas as Equações 8.3 a 8.7.

- um pedestre em movimento de caminhada:

$$a_{1,\text{vert}} = \begin{cases} \frac{200}{M \cdot \zeta} & \text{para } f_{1,\text{vert}} \leq 2,5 \text{ Hz (m/s}^2\text{)} \\ \frac{100}{M \cdot \zeta} & \text{para } 2,5 \text{ Hz} < f_{1,\text{vert}} \leq 5,0 \text{ Hz (m/s}^2\text{)} \end{cases} \quad \text{(transversal vertical)} \quad (8.3)$$

$$a_{1,\text{lat}} = \frac{50}{M \cdot \zeta} \text{ para } 0,5 \text{ Hz} \leq f_{1,\text{lat}} \leq 2,5 \text{ Hz} \quad \text{(transversal horizontal)} \quad (8.4)$$

- vários pedestres em movimento de caminhada:

$$a_{n_{\text{ped}},\text{vert}} = 0,23 \cdot a_{1,\text{vert}} \cdot n_{\text{ped}} \cdot k_{1,\text{vert}} \quad \text{(transversal vertical)} \quad (8.5)$$

$$a_{n_{\text{ped}},\text{lat}} = 0,18 \cdot a_{1,\text{lat}} \cdot n_{\text{ped}} \cdot k_{1,\text{lat}} \quad \text{(transversal horizontal)} \quad (8.6)$$

- um pedestre em movimento de corrida:

$$a_{1,\text{vert}} = \frac{600}{M \cdot \zeta} \text{ para } 2,5 < f_{1,\text{vert}} \leq 3,5 \text{ Hz} \quad \text{(transversal vertical)} \quad (8.7)$$

onde:

n_{ped} : número de pedestres;

M : massa total da passarela (kg) igual a $M = \rho_{\text{ap}} \cdot A_{\text{sec,pas}} \cdot L$;

L : vão da passarela (m);

b : largura da passarela (m);

ρ_{ap} : densidade aparente da madeira (kg/m³);

$A_{\text{sec,pas}}$: área da seção transversal da passarela (m²);

ζ : taxa de amortecimento;

$k_{1,vert}$: coeficiente relacionado à primeira frequência natural da passarela de madeira

na direção transversal vertical $f_{1,vert}$, Figura 8.1;

$k_{1,lat}$: coeficiente relacionado à primeira frequência natural da passarela de madeira

na direção transversal horizontal $f_{1,lat}$, Figura 8.2.

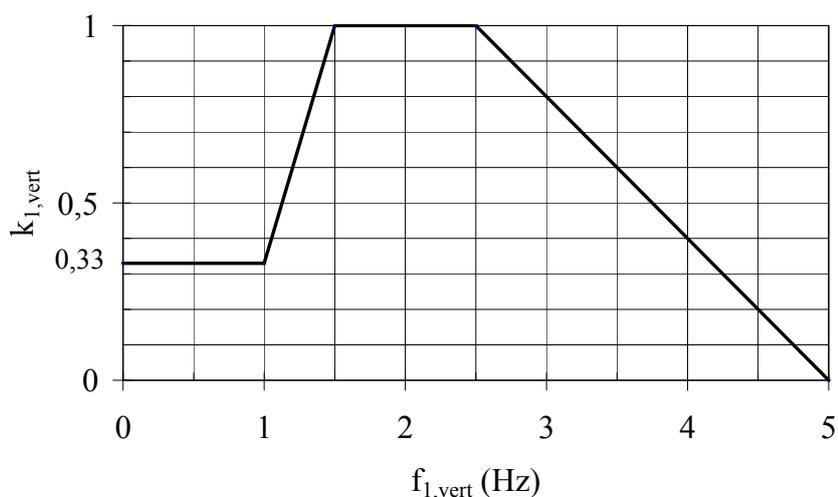


Figura 8.1: Coeficiente $k_{1,vert}$ relacionado à primeira frequência natural na direção transversal vertical $f_{1,vert}$ da passarela de madeira

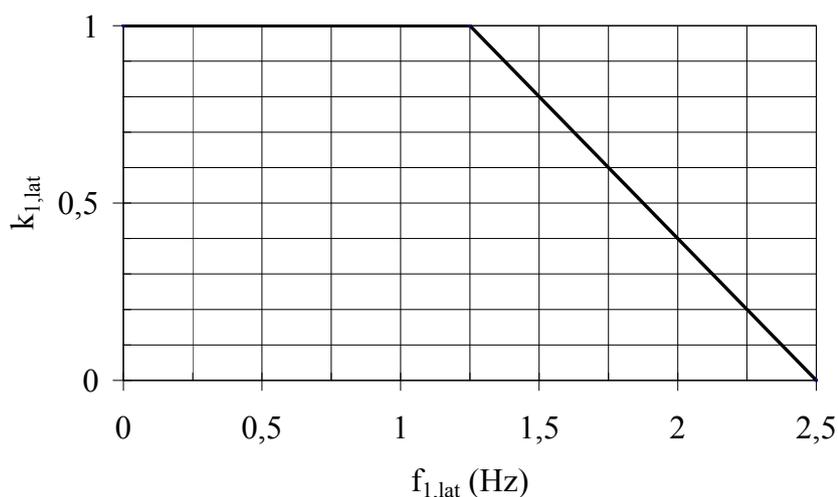


Figura 8.2: Coeficiente $k_{1,lat}$ relacionado à primeira frequência natural na direção transversal horizontal $f_{1,lat}$ da passarela de madeira

Após a apresentação dessa sugestão, é importante salientar alguns aspectos.

Capítulo 8 - Proposta para verificação do estado limite de serviço em 205 passarelas de madeira simplesmente apoiadas devido às vibrações induzidas por pedestres

Apesar de a norma brasileira NBR 7190 (1997) utilizar o valor efetivo do módulo de elasticidade da madeira para verificação no estado limite de serviço, sugeriu-se utilizar o valor médio do módulo de elasticidade da madeira, de forma a manter a coerência com a verificação no estado limite de serviço da norma europeia.

Na falta de valores precisos de coeficientes de amortecimento ζ , podem ser adotados valores iguais a 0,010, para estruturas sem juntas mecânicas, e 0,015, para estruturas com juntas mecânicas, conforme recomendado na norma europeia. Observou-se que esse amortecimento está pelo menos cinco vezes abaixo daquele obtido nos ensaios do modelo reduzido.

Por fim é bom salientar que especial atenção deve ser tomada na avaliação da rigidez à flexão para a direção transversal horizontal, que sofre grande influência do tabuleiro e da forma de sua fixação nas vigas, de maneira a se ter uma avaliação teórica da frequência natural de vibração, no primeiro modo, muito distante do valor real da estrutura.

9. CONCLUSÕES

Neste trabalho, foram realizados estudos teóricos, numéricos e experimentais a fim de investigar e compreender as características dinâmicas de passarelas sob carregamentos induzidos por pedestres. Deu-se ênfase às passarelas de madeira com vigas simplesmente apoiadas, sistema estrutural mais utilizado para esse material. Ao longo do trabalho foram apresentadas várias conclusões e, a seguir, são destacadas as principais.

Os casos de vibrações excessivas reportados na revisão bibliográfica servem de alerta para a verificação desse estado limite de serviço nas passarelas de madeira. Quando as passarelas de madeiras com vigas simplesmente apoiadas têm frequências naturais próximas das frequências de atividades humanas (caminhada, corrida etc.) podem apresentar vibrações excessivas, provocando desconforto aos usuários.

Os critérios normativos abordados neste trabalho são aplicados, em sua maioria, para passarelas com vigas simplesmente apoiadas e incorporam os conceitos oriundos dos carregamentos de pedestres. A análise dos critérios normativos foi fundamental porque permitiu um esclarecimento abrangente do comportamento dessas estruturas, devido aos movimentos de caminhada, corrida etc. dos pedestres, sobre as mesmas.

É importante esclarecer que nem todas as diretrizes normativas apresentadas neste trabalho contemplam as verificações para a direção transversal horizontal. A maioria delas dá mais importância às vibrações na direção transversal vertical. No entanto, as vibrações na direção transversal horizontal começaram a ser tratadas com mais atenção, principalmente a partir dos casos de vibrações excessivas reportados na literatura atual.

Observou-se, por meio da revisão bibliográfica, acerca dos cálculos e limites para acelerações em passarelas, que não há uma uniformidade entre as diversas diretrizes normativas analisadas.

Acerca da avaliação dinâmica relativa ao conforto humano das passarelas de madeira com vigas simplesmente apoiadas, dimensionadas estaticamente, observou-se que as primeiras frequências naturais tendem a ser menores do que 5 Hz e 2,5 Hz, para as direções transversal vertical e transversal horizontal, respectivamente, quando o vão dessas passarelas forem maiores do que 10 m. Com relação às acelerações, os limites de $0,7 \text{ m/s}^2$ e $0,2 \text{ m/s}^2$, para as direções transversal vertical e transversal horizontal, respectivamente, foram ultrapassados para toda faixa de vãos e larguras. Concluiu-se, por meio das comparações dos critérios de vibrações para as direções transversal vertical e transversal horizontal apresentadas, que o conforto humano nessas passarelas de madeira não foi atendido quanto aos limites estabelecidos nas diretrizes normativas, para a maioria dos casos analisados.

A modelagem numérica é uma alternativa viável capaz de identificar as ressonâncias referentes às frequências naturais das passarelas de madeira, enquanto os modelos teóricos levam em conta apenas a ressonância da primeira frequência natural, relativa ao primeiro modo de vibrar nas direções transversal vertical e transversal horizontal. Nos resultados numéricos deste trabalho, foi possível identificar os efeitos de ressonância dos harmônicos devido ao movimento de caminhada normal, para uma frequência de 2 Hz na direção transversal vertical e 1 Hz na direção transversal horizontal.

A principal conclusão obtida a partir dos resultados teóricos, numéricos e experimentais do modelo reduzido, com relação à frequência natural, é que a formulação de Euler-Bernoulli é adequada para o cálculo da primeira frequência natural na direção transversal vertical em passarelas de madeira com vigas simplesmente apoiadas, considerando apenas a rigidez à flexão das vigas.

Entretanto, para a direção transversal horizontal, isso não é verificado, existindo uma grande discordância, mesmo entre os valores teóricos e numéricos. Ao contrário do caso anterior, a consideração da inércia apenas das vigas principais, desprezando a rigidez à flexão

do tabuleiro e o efeito da ligação das tábuas nas vigas principais, conduz a um cálculo muito conservador. Assim, especial atenção deve ser dada para a avaliação da rigidez à flexão na direção transversal horizontal, ao se aplicar a formulação de Euler-Bernoulli.

A norma europeia encontra-se em um estágio avançado, incorporando conceitos relativos aos harmônicos de caminhada e corrida nas direções transversal vertical e transversal horizontal. A sua formulação abrange verificação de acelerações máximas para o primeiro e segundo harmônicos de caminhada, e primeiro harmônico de corrida na direção transversal vertical. Para a direção transversal horizontal é abordado apenas o primeiro harmônico do movimento de caminhada.

A partir do estudo dos modelos e dos resultados obtidos de forma teórica, experimental e numérica neste trabalho, foi apresentada sugestão para verificação do estado limite de serviço correspondente às vibrações induzidas por pedestres em passarelas de madeira com vigas simplesmente apoiadas. Apesar da norma brasileira NBR 7190 (1997) utiliza o valor efetivo do módulo de elasticidade da madeira para fazer as verificações do estado limite de serviço, sugeriu-se utilizar o valor médio, de forma a manter a coerência com a verificação no estado limite de serviço da norma europeia.

Como recomendações de trabalhos futuros sugere-se a realização de ensaios em campo, com a finalidade de confirmar as diferenças de frequências naturais e acelerações entre os modelos teóricos e as passarelas reais, tanto na direção transversal vertical quanto na direção transversal horizontal. Conforme conclusões anteriores, talvez se devesse dar maior atenção em relação às vibrações na direção transversal horizontal.

10. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALLEMANG, R. J.; BROWN, D. L. A correlation coefficient for modal vector analysis. In: INTERNATIONAL MODAL ANALYSIS CONFERENCE, 1., 1982. Orlando, USA. **Proceedings...** Orlando, USA, 1982. p. 110-116.

AMERICAN ASSOCIATION OF STATE HIGHWAY AND TRANSPORTATION OFFICIALS. **AASHTO**: Guide specifications for design of pedestrian bridges. USA, aug. 1997.

ANDRIACCHI, T. P.; OGLE, J. A.; GALANTE, J. O. Walking speed as a basis for normal and abnormal gait measurements. **Journal of Biomechanics**, v. 10, p. 261-268, 1977.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7188**: Carga móvel em ponte rodoviária e passarela de pedestre. Rio de Janeiro, 1982.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7190**: Projeto de estruturas de madeira. Rio de Janeiro, 1997.

AVITABILE, P. **Modal space in our own little world**. Disponível em: <<http://macl.caeds.eng.uml.edu/umlspace/mspace.html>>. Acessado em: 21 jan. 2010.

BACHMANN, H. “Lively” footbridges-a real challenge. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON DESIGN AND DYNAMIC BEHAVIOUR OF FOOTBRIDGES - FOOTBRIDGE 2002, 1., 2002, Paris, France. **Proceedings...** Paris, France, nov. 2002.

BACHMANN, H. Vibration upgrading of gymnasia, dance halls and footbridges. **Structural Engineering International**, v. 2, n. 2, p. 118-124, 1992.

BACHMANN, H.; AMMANN, W. Vibrations in structures induced by man and machines. **Structural Engineering Document 3E**, IABSE, ISBN 3-85748-052-X, 1987.

BACHMANN, H.; PRETLOVE, A. J.; RAINER, H. Dynamic forces from rhythmical human body motions. In: **Vibration Problems in Structures: Practical Guidelines**. Birkhauser, Basel, 1995. Appendix G.

BILISZCZUK, J.; BERGER, K.; MACHELSKI, C.; WEGRZYNIAK, M.; ONYSYK, J.; PRABUCKI, P. Examples of new built footbridges in Poland. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON DESIGN AND DYNAMIC BEHAVIOUR OF FOOTBRIDGES - FOOTBRIDGE 2002, 1., 2002, Paris, France. **Proceedings...** Paris, France, nov. 2002.

BLANCHARD, J.; DAVIES, B. L.; SMITH, J. W. Design criteria and analysis for dynamic loading of footbridges. **Report SR**. Transport and Road Research Laboratory, UK, v. 275; 1977.

BLOCK, C.; SCHLAICH, M. Dynamic behaviour of a multi-span stress-ribbon bridge. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON DESIGN AND DYNAMIC BEHAVIOUR OF FOOTBRIDGES - FOOTBRIDGE 2002, 1., 2002, Paris, France. **Proceedings...** Paris, France, nov. 2002.

BRITISH STANDARDS. **BS5400**: Steel, Concrete and Composite Bridges: Specification for Loads, Part 2, Appendix C, 1978.

BRO 2004. **Publikation 2004:56**: Vägverkets allmänna tekniska beskrivning för nybyggande och förbättring av broar, Svensk Byggtjänst, Stockholm, Sverige, 2004.

BROWNJOHN, J. M. W.; DUMANOGLU, A. A.; TAYLOR, C. A. Dynamic investigation of a suspension footbridge. **Engineering Structures**, v. 16, n. 6, p. 395-406, 1994.

BRUEL & KJAER. Modal parameters. **Slides BA 7679-13**, p. 6, 2003.

BRUEL & KJAER. **Product data**. Disponível em: <<http://bksv.com/doc/BP2079.pdf>>. Acesso em: 21 jan. 2010.

BUTZ, C.; FELDMANN, M.; HEINEMEYER, C.; SEDLACEK, G.; CHABROLIN, B.; LEMAIRE, A.; et al. Advanced load models for synchronous pedestrian excitation and optimised design guidelines for steel footbridges (SYNPEX). **Techne Report**. RFS-CR 03019, Research Fund for Coal and Steel, 2008.

CARLIN-SMITH, H. Construction of the Maribyrnong river footbridge. In: INTERNATIONAL WOOD ENGINEERING CONFERENCE, New Orleans, Lousiane, USA. **Proceedings...** New Orleans, Lousiane, USA, oct. 1996.

- CHOPRA, A. K. **Dynamics of structures**: Theory and applications to earthquake engineering. 2nd ed. New Jersey, USA: Prentice Hall, 2001.
- CLOUGH, R. W.; PENZIEN, J. **Dynamics of Structures**. 3th ed. Berkeley, California: CSI, 2003.
- COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. **CEB-FIP**: Bulletin d'information, n. 209, England, London, aug. 1993.
- COOLEY, J. W.; TUKEY, J. W. An algorithm for machine calculation of complex Fourier series. *Math. Comput.*, v. 19, p. 297-301, 1965.
- CSI Analysis Reference Manual. Berkeley, California: Computers and Structures, Inc., 2005. 415 p.
- DALLARD, P.; FITZPATRICK, A. J.; FLINT, A.; LOW, A.; RIDSDILL SMITH, R.; WILLFORD, M.; ROCHE, M. London Millennium Bridge: Pedestrian-induced transversal horizontal vibration. **Journal of Bridge Engineering**, ASCE, p. 412-417, nov./dec. 2001.
- EBRAHIMPOUR, A.; HAMAM, A.; SACK, R. L.; PATTEN, W. N. Measuring and modeling dynamic loads imposed by moving crowds. **Journal of Structural Engineering**, v. 122, n. 12, p. 1468-1474, 1996.
- EBRAHIMPOUR, A.; SACK, R. L.; PATTEN, W. N.; HAMAM, A. Experimental measurements of dynamic loads imposed by moving crowds. In: STRUCTURES CONGRESS, 12., ASCE, 1994. **Proceedings...** Atlanta, Georgia, USA, apr. 1994.
- EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **EUROCODE 5**: Design of timber structures, Part 2: Bridges. Brussels, Belgium, 1995.
- EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **EUROCODE 5**: Design of timber structures. Part 2: Bridges. London, UK, 2004.
- EWINS, D. J. **Modal testing**: theory and practice. New York: Research Studies Press: Wiley, 1984.
-

EWINS, D.J. **Modal testing: theory, practice and application**. 2nd ed. Philadelphia, PA: Research Studies Press, 2000.

EYRE, J. Aesthetics of footbridge design. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON DESIGN AND DYNAMIC BEHAVIOUR OF FOOTBRIDGES - FOOTBRIDGE 2002, 1., 2002, Paris, France. **Proceedings...** Paris, France, nov. 2002.

EYRE, R.; CULLINGTON, D. W. Experience with vibration absorbers on footbridges. **Research Report**. Transport and Road Research Laboratory, Crowthorne, n. 18, 1985.

FAISCA, R. G. **Caracterização de cargas dinâmicas geradas por atividades humanas**. 2003. 230 p. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - COPPE, UFRJ, Rio de Janeiro, 2003.

FARMER, N. A mathematical model of the causes of the transversal horizontal vibrations of the Millennium Bridge. **Final year project**. Department of Engineering Mathematics, University of Bristol, UK, 2003.

FIGUEIREDO, F. P. **Estudo do comportamento dinâmico de passarelas devido ao caminhar de pedestres**. 2005. 122 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Universidade Estadual do Rio de Janeiro, Faculdade de Engenharia, Rio de Janeiro, 2005.

FIGUEIREDO, F. P.; SILVA, J. G. S.; VELLASCO, P. C. G. S.; LIMA, L. R. O.; ANDRADE, S. A. L. A parametric study of composite footbridges under pedestrian walking loads. **Engineering Structures**, v. 30, p. 605-615, 2008.

FIRTH, I. New materials for modern footbridges. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON DESIGN AND DYNAMIC BEHAVIOUR OF FOOTBRIDGES - FOOTBRIDGE 2002, 1., 2002, Paris, France. **Proceedings...** Paris, France, nov. 2002.

FITZPATRICK, T.; DALLARD, P.; LE BOURVA, S.; LOW, A.; RIDSDILL SMITH, R.; WILLFORD, M. Linking London: The Millennium Bridge. In: THE ROYAL ACADEMY OF ENGINEERING, 2001, London, UK. **Proceedings...** London, UK, jun. 2001.

FUJINO, Y.; PACHECO, B. M.; NAKAMURA, S.; WARNITCHAI, P. Synchronization of human walking observed during transversal horizontal vibration of a congested pedestrian bridge. **Earthquake Engineering and Structural Dynamics**, v. 22, n. 9, p. 741-758, 1993.

GALBRAITH, F. W.; BARTON, M. V. Ground loading from footsteps. **Journal of Acoustical Society of America**, v. 48, n. 5, part 2, p. 1288-1292, 1970.

GARDNER-MORSE, M. G. **Modal analysis of a cable-stayed pedestrian bridge**. 1990. MSc Thesis, The Faculty of the Graduate College, The University of Vermont, 1990.

GRUNDMANN, H.; KREUNZINGER, H.; SCHNEIDER, M. Dynamic calculations of footbridges. **Bauingenieur**, v. 68, n. 5, p. 215-225, 1993. (in German).

HALVORSEN, W. G.; BROWN, D. L. Impulse technique for structural frequency response testing. **Sound and Vibration**, n. 11, p. 8-21, 1977.

HARTLEY, M. J.; PAVIC, A.; WALDRON, P. Investigation of pedestrian walking loads on a cable stayed footbridge using modal testing and FE model updating. In: INTERNATIONAL MODAL ANALYSIS CONFERENCE, 17., 1999, Florida, USA. **Proceedings...** Florida, USA, feb. 1999.

HE, J.; FU, Z.-F. Modal Analysis. 1st ed., England: Butterworth-Heinemann Title, 2001.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. **ISO 10137**: Bases for design of structures - Serviceability of buildings and pedestrian walkways against vibration. Geneva, Switzerland, 32 p, 2005.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. **ISO 2631-2**: Evaluation of human exposure to whole-body vibration, Part 2, Continuous and shock-induced vibration in buildings (1 to 80 Hz). Geneve, 1989.

ISO, M.; MASUBUCHI, F. The progress of structural design of footbridges in Japan. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON DESIGN AND DYNAMIC BEHAVIOUR OF FOOTBRIDGES - FOOTBRIDGE 2002, 1., 2002, Paris, France. **Proceedings...** Paris, France, nov. 2002.

JONES, R.T.; PRETLOVE, A.J.; EYRE, R. Two case studies in the use of tuned vibration absorbers on footbridges. **The Structural Engineer**, v. 59B, n. 2, p. 27-32, 1981.

KERR, S.C.; BISHOP, N. W. M. Human induced loading on flexible staircases. **Engineering Structures**, v. 23, p. 37-45, 2001.

LIEVEN, N. A. J.; EWINS, D. J. Spatial correlation of mode shapes, the coordinate modal assurance criterion (COMAC). In: INTERNATIONAL MODAL ANALYSIS CONFERENCE, 6., 1988, Kissimmee, Florida. **Proceedings...** Kissimmee, Florida, USA, 1988.

MATSUMOTO, Y.; NISHIOKA, T.; SHIOJIRI, H.; MATSUZAKI, K. Dynamic design of footbridges. In: IABSE, 1978, Zurich, Switzerland. **Proceedings...** Zurich, Switzerland, v. 2, 1978.

MATSUMOTO, Y.; SATO, S.; NISHIOKA, T.; SHIOJIRI, H. A study on design of pedestrian over-bridges. **Transactions of JSCE**, v. 4, p. 50-51, 1972.

McCONNELL, K. G.; VAROTO, P. S. **Vibration testing: theory and practice**. 2nd ed. New York, USA: John Wiley & Sons, 2008.

MIMRAM, M. Towards reasoned, open-minded footbridge design. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON DESIGN AND DYNAMIC BEHAVIOUR OF FOOTBRIDGES - FOOTBRIDGE 2002, 1., 2002, Paris, France. **Proceedings...** Paris, France, nov. 2002.

MURRAY, T. M.; ALLEN, D. E.; UNGAR, E. E. Floor vibrations due to human activity. **Steel Design Guide Series**, AISC, Chicago, n. 11, 1997.

NAKAMURA, S. I. Transversal horizontal vibration on a pedestrian cable-stayed bridge. **Journal of Structural Engineering International**, IABSE, v. 12, n. 4, p. 295-300, 2002.

NAKAMURA, S. I.; FUJINO, Y. Transversal horizontal vibration on a pedestrian cable-stayed bridge. **Structural Engineering International**, v. 12, n. 4, p. 295-300, 2002.

ONTARIO HIGHWAY BRIDGE DESIGN CODE. **OHBDC**: Ministry of transportation and communications - Highway engineering division, 3rd ed., Ontario, Canada, 1991.

PAVIC, A.; REYNOLDS, P. Modal testing of a 34 m catenary footbridge. In: INTERNATIONAL MODAL ANALYSIS CONFERENCE, 20., 2001, Sheffield, UK. **Proceedings...** Sheffield, UK: Department of Civil and Structural Engineering, The University of Sheffield, 2001.

PETERSEN, C. **Dynamik der Baukonstruktion**. Vieweg, 1996. (in German).

PIMENTEL, R. L. **Vibrational performance of pedestrian bridges due to human-induced loads**. 1997. 244 p. PhD Thesis, University of Sheffield, Sheffield, UK, 1997. (in English).

PIMENTEL, R. L.; FERNANDES, H. M. B. A simplified formulation for vibration serviceability of footbridges. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON DESIGN AND DYNAMIC BEHAVIOUR OF FOOTBRIDGES - FOOTBRIDGE 2002, 1., 2002, Paris, France. **Proceedings...** Paris, France, nov. 2002.

PIMENTEL, R. L.; PAVIC, A.; WALDRON, P. Evaluation of design requirements for footbridges excited by transversal vertical forces from walking. **Canadian Journal of Civil Engineering**, v. 28, n. 5, p. 769-777, 2001.

PLETZ, E. **Passarela estaiada com tabuleiro de madeira laminada protendida em módulos curvos**. 2003. 164 p. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas), EESC-USP, São Carlos, 2003.

PRETLOVE, A. J.; RAINER, J. H. Human response to vibrations. In: **Vibration Problems in Structures: Practical Guidelines**. Birkhauser, Basel, 1995. Appendix I.

RAINER, J. H.; PERNICA, G.; ALLEN, D. E. Dynamic loading and response of footbridges. **Canadian Journal of Civil Engineering**, v. 15, n. 1, p. 66-71, 1988.

RANDALL, R. B. Vibration analyzers and their use. In: HARRIS, C. M.; PIERSOL, A. G., ed. **Harris' shock and vibration handbook**. 5 ed. New York: McGraw-Hill, 2002.

ROBERTS, T. M. Probabilistic pedestrian transversal horizontal excitation of bridges. **Bridge Engineering**, v. 158, p. 53-61, jun. 2005.

SCHLAICH, M. Planning conditions for footbridges. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON DESIGN AND DYNAMIC BEHAVIOUR OF FOOTBRIDGES - FOOTBRIDGE 2002, 1., 2002, Paris, France. **Proceedings...** Paris, France, nov. 2002.

SEILER, C.; OCCHIUZZI, A.; SPIZZUOCO, M.; SERINO, G. Dynamic stress analysis due to moving loads on footbridges. In: CONVEGNO NAZIONALE DELL'ASSOCIAZIONE ITALIANA PER L'ANALISI DELLE SOLLECITAZIONI, 32., 2003, Salerno, Italy. **Proceedings...** Salerno, Italy, set. 2003.

SILVA, J. G. S.; VELLASCO, P. C. G. S.; ANDRADE, S. A. L.; LIMA, L. R. O.; FIGUEIREDO, F. P. Vibration analysis of footbridges due to transversal vertical human loads. **Computers & Structures**, v. 85, p. 1693-1703, 2007.

SKORECKI, J. The design and construction of a new apparatus for measuring the transversal vertical forces exerted in walking: a gait machine. **Journal of Strain Analysis**, v. 1, n. 5, p. 429-438, 1966.

SMITH, J. W. **Vibrations in structures: Applications in civil engineering design**. London, UK: Chapman and Hall, 1988.

STOLOVAS, S. **Dinâmica aplicada em estruturas de concreto**. São Paulo: TQS Informática Ltda, 2008. 283 p. (Apostila).

SWISS NATIONAL STANDARDS. **SIA 160: Effects of loads on structures**, 1989.

TAKENOUCHI, K.; ITO, M. Function and development of pedestrian bridges in Japan. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON DESIGN AND DYNAMIC BEHAVIOUR OF FOOTBRIDGES - FOOTBRIDGE 2002, 1., 2002, Paris, France. **Proceedings...** Paris, France, nov. 2002.

TAYLOR, D. Damper retrofit of the Millennium Footbridge—a case study in biodynamic design. In: SHOCK AND VIBRATION SYMPOSIUM, 73., 2002, Newport, Rhode Island, USA. **Proceedings...** Newport, Rhode Island, USA, nov. 2002.

TILLY, G. P.; CULLINGTON, D. W.; EYRE, R. Dynamic behaviour of footbridges. **Surveys S-26/84**, IABSE, p. 13-24, 1984.

VARELA, W. D. **Modelo teórico-experimental para análise de vibrações induzidas por pessoas caminhando sobre lajes de edifícios**. 2004. 309 p. Tese (Doutorado em Engenharia Civil), COPPE-URFJ, Rio de Janeiro, 2004.

WHEELER, J. E. Pedestrian-Induced vibrations in footbridges. In: AUSTRALIAN ROAD RESEARCH BOARD (ARRB) CONFERENCE, 10., 1980, Sydney, Australia. **Proceedings...** Sydney, Australia, aug. 1980.

WHEELER, J. E. Prediction and control of pedestrian-induced vibration in footbridges. **Journal of the Structural Division**, ASCE, v. 108, n. 9, p. 2045-2065, 1982.

WILLFORD, M. Dynamic actions and reactions of pedestrians. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON DESIGN AND DYNAMIC BEHAVIOUR OF FOOTBRIDGES - FOOTBRIDGE 2002, 1., 2002, Paris, France. **Proceedings...** Paris, France, nov. 2002.

WOOD, R. H. Some notes on vibrations in structures. **The Journal of Royal Institute of British Architects**, third series, v. 55, n. 12, p. 553-555, 1948.

WÖRNER, S.; SCHLAICH, M. Covered footbridges. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON DESIGN AND DYNAMIC BEHAVIOUR OF FOOTBRIDGES - FOOTBRIDGE 2002, 1., 2002, Paris, France. **Proceedings...** Paris, France, nov. 2002.

WRIGHT, D. T.; GREEN, R. Human sensitivity to vibration. **Report**. Kingston, Ontario, Canada: Queen's University, n. 7, 1959.

YAO, S.; WRIGHT, J.; PAVIC, A.; REYNOLDS, P. Forces generated when bouncing or jumping on a flexible Structure. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON NOISE AND VIBRATION ENGINEERING, 2002, Leuven, Belgium. **Proceedings...** Leuven, Belgium, sep. 2002.

YOUNG, P. Improved floor vibration prediction methodologies. "Engineering for Structural Vibration - Current developments in research and practice". In: ARUP VIBRATION SEMINAR, 2001. **Proceedings...** Institution of Mechanical Engineers, oct. 2001.

ZIVANOVIC, S.; PAVIC, A.; REYNOLDS, P. Vibration serviceability of footbridges under human-induced excitation: a literature review. **Journal of Sound and Vibration**, v. 279, p. 1-74, 2005.

11. ANEXO 1 - DIMENSIONAMENTO ESTÁTICO DAS PASSARELAS DE MADEIRA E CÁLCULO TEÓRICO DAS FREQUÊNCIAS E ACELERAÇÕES

No seguinte anexo, tem-se o exemplo de dimensionamento referente a uma passarela de madeira simplesmente apoiada, de vão L igual a 18 m, largura b igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C40. No dimensionamento estático, existem etapas a serem realizadas, que se iniciam com a obtenção dos valores de cálculo referentes às propriedades físicas da madeira a serem utilizados no dimensionamento desta passarela de madeira, que são calculados segundo a norma NBR 7190 (1997), pela seguinte formulação:

Resistência de cálculo à compressão paralela às fibras da madeira:

$$f_{c0,d} = \frac{k_{\text{mod}} \cdot f_{c0,k}}{\gamma_{\text{wc}}} = \frac{0,56 \cdot 40}{1,4} = 16,0 \text{ MPa ou } 1,60 \text{ kN/cm}^2$$

onde:

$f_{c0,k}$: resistência característica à compressão paralela às fibras da madeira;

$f_{c0,d}$: resistência de cálculo à compressão paralela às fibras da madeira;

γ_{wc} : coeficiente de minoração da resistência da madeira à compressão;

k_{mod} : coeficiente de modificação.

Resistência de cálculo ao cisalhamento paralelo às fibras da madeira:

$$f_{v0,d} = \frac{k_{\text{mod}} \cdot f_{v0,k}}{\gamma_{\text{wv}}} = \frac{0,56 \cdot 6}{1,8} = 1,87 \text{ MPa ou } 0,187 \text{ kN/cm}^2$$

onde:

$f_{v0,k}$: resistência característica ao cisalhamento paralelo às fibras da madeira;

$f_{v0,d}$: resistência de cálculo ao cisalhamento paralelo às fibras da madeira;

γ_{wv} : coeficiente de minoração da resistência da madeira ao cisalhamento;

k_{mod} : coeficiente de modificação.

Módulo de elasticidade efetivo paralelo às fibras da madeira:

$$E_{c0,ef} = k_{mod} \cdot E_{c0,m} = 0,56 \cdot 19500 = 10920 \text{ MPa ou } 1092 \text{ kN/cm}^2$$

onde:

$E_{c0,m}$: módulo de elasticidade médio à compressão paralela às fibras da madeira.

O coeficiente de modificação k_{mod} , mostrado nas formulações anteriores, foi obtido em função da classe de carregamento da estrutura, da classe de umidade admitida e do eventual emprego de madeira de segunda categoria. Foi aplicado aos valores característicos das propriedades físicas da madeira, juntamente com os respectivos coeficientes de segurança para obtenção dos valores de cálculo das propriedades físicas da madeira.

Coeficiente de modificação:

$$k_{mod} = k_{mod,1} \cdot k_{mod,2} \cdot k_{mod,3} = 0,56$$

onde:

$k_{mod,1} = 0,7$ (carregamento de longa duração);

$k_{mod,2} = 1,0$ (classe de umidade $\leq 65\% U_{amb}$);

$k_{mod,3} = 0,8$ (madeira de 2ª categoria passa por inspeção visual ou mecânica).

No seguinte exemplo de cálculo, estimaram-se inicialmente as dimensões das vigas e pranchas de madeira a serem utilizadas na passarela de madeira simplesmente apoiada. Essa estimativa foi realizada com base no esforço solicitante devido ao carregamento de pedestres, ação variável principal, ponderada pelo coeficiente de ações variáveis γ_q igual a 1,4, segundo a norma NBR 7190 (1997). Foi considerada apenas o carregamento de pedestres como ação variável principal, posicionado sobre as duas vigas de madeira, conforme mostrado na Figura 11.1.

Estimativa da altura na viga de madeira:

$$M = \frac{q \cdot L^2}{8} = \frac{3,75 \cdot 18^2}{8} = 151,875 \text{ kN} \cdot \text{m} \text{ e } M_d = 1,4 \cdot 151,875 = 212,625 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$H \geq \sqrt{\frac{6 \cdot M_d}{b \cdot f_{c0,d}}} \geq \sqrt{\frac{6 \cdot 21262,50}{18 \cdot 1,60}} \geq 66,56 \text{ cm}$$

Estimativa da altura na prancha de madeira:

$$M = \frac{P \cdot L_{prancha}}{4} = \frac{1,0 \cdot 1,50}{4} = 0,375 \text{ kN} \cdot \text{m} \text{ e } M_d = 1,4 \cdot 0,375 = 0,525 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$h \geq \sqrt{\frac{6 \cdot M_d}{b \cdot f_{c0,d}}} \geq \sqrt{\frac{6 \cdot 52,50}{20 \cdot 1,60}} \geq 3,14 \text{ cm}$$

As ações permanentes atuantes nas vigas de madeira são: peso próprio das vigas, peso próprio das pranchas, peso próprio do guarda-corpo e peso próprio dos elementos metálicos. Nas pranchas de madeira, a ação permanente atuante é apenas o peso próprio das pranchas. A seguir, tem-se a obtenção do carregamento permanente g , utilizado no dimensionamento estático da viga e da prancha de madeira conforme mostrado na Figura 11.1.

Ação permanente na viga de madeira:

Ações permanentes:

- Peso próprio das vigas

$$g_1 = A \cdot \rho_{ap,12\%} = b \cdot H \cdot (950 \text{ kg/m}^3) \cdot 9,80665 \text{ m/s}^2 \Rightarrow \\ = 0,18 \text{ m} \cdot 0,8059 \text{ m} \cdot (950 \text{ kg/m}^3) \cdot 9,80665 \text{ m/s}^2 = 1351,444 \text{ N/m ou } 1,351 \text{ kN/m}$$

- Peso próprio das pranchas

$$g_2 = A \cdot \rho_{ap} = 0,75 \text{ m} \cdot 0,038 \text{ m} \cdot (950 \text{ kg/m}^3) \cdot 9,80665 \text{ m/s}^2 \Rightarrow \\ = 265,515 \text{ N/m ou } 0,266 \text{ kN/m}$$

- Peso próprio do guarda-corpo

$$g_3 = 0,080 \text{ kN/m}$$

- Peso próprio dos elementos metálicos

Segundo a norma NBR 7190 (1997), o peso próprio dos elementos metálicos pode ser estimado em 3% do peso próprio da estrutura.

$$g_4 = \frac{3}{100} \cdot (g_1 + g_2 + g_3) = \frac{3}{100} \cdot (1,351 + 0,266 + 0,080) = 0,051 \text{ kN/m}$$

- Peso próprio total

$$g = \Sigma(g_1 + g_2 + g_3 + g_4) = \Sigma(1,351 + 0,266 + 0,080 + 0,051) = 1,748 \text{ kN/m}$$

Ação permanente na prancha de madeira:

Ações permanentes:

- Peso próprio das pranchas

$$g_2 = A \cdot \rho_{ap} = 0,20 \text{ m} \cdot 0,038 \text{ m} \cdot (950 \text{ kg/m}^3) \cdot 9,80665 \text{ m/s}^2 \Rightarrow$$

$$= 70,80 \text{ N/m ou } 0,071 \text{ kN/m}$$

- Peso próprio total

$$g = \Sigma(g_2) = \Sigma(0,071) = 0,071 \text{ kN/m}$$

Ação variável na viga de madeira:

No dimensionamento das vigas de madeira, aplica-se o carregamento de pedestres uniformemente distribuído igual a 5 kN/m^2 , sobre toda a superfície da passarela de madeira.

Ação variável na prancha de madeira:

No dimensionamento das pranchas de madeira, aplica-se, no meio, o carregamento concentrado igual a 1 kN , representando o peso próprio do pedestre.

A configuração de carregamento crítico nas vigas e pranchas da passarela de madeira fica composta pelas cargas permanente e variável, conforme mostrado na Figura 11.1.

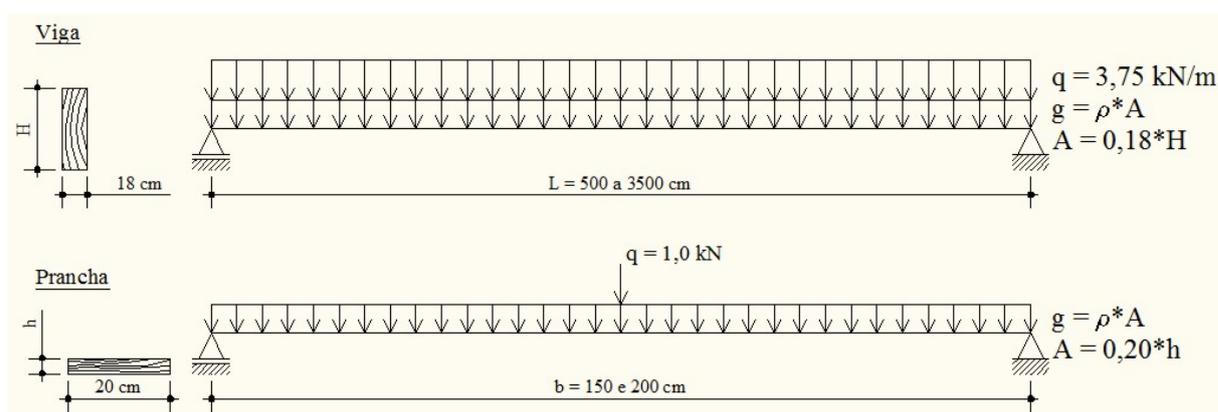


Figura 11.1: Carregamento crítico nas passarelas de madeira

Os valores dos momentos de flexão e das cortantes para uma passarela de madeira, com vão L igual a 18 m , largura b igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C40, são calculados da seguinte forma:

Momento de flexão na viga de madeira:

$$M_g = \frac{g \cdot L^2}{8} = \frac{1,748 \cdot 18^2}{8} = 70,794 \text{ kN} \cdot \text{m} \text{ e } M_q = \frac{q \cdot L^2}{8} = \frac{3,75 \cdot 18^2}{8} = 151,875 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Momento de flexão na prancha de madeira:

$$M_g = \frac{g \cdot L^2}{8} = \frac{0,071 \cdot 1,50^2}{8} = 0,020 \text{ kN} \cdot \text{m} \text{ e } M_q = \frac{q \cdot L}{4} = \frac{1,0 \cdot 1,50}{4} = 0,375 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Cortante na viga de madeira:

$$V_g = \frac{g \cdot L}{2} = \frac{1,748 \cdot 18}{2} = 15,732 \text{ kN} \text{ e } V_q = \frac{q \cdot L}{2} = \frac{3,75 \cdot 18}{2} = 33,75 \text{ kN}$$

Cortante na prancha de madeira:

$$V_g = \frac{g \cdot L}{2} = \frac{0,071 \cdot 1,50}{2} = 0,053 \text{ kN} \text{ e } V_q = \frac{q}{2} = \frac{1,0}{2} = 0,50 \text{ kN}$$

A partir da definição dos carregamentos, faz-se o cálculo das combinações das ações para as vigas e pranchas das passarelas de madeira, da seguinte forma:

Combinação das ações na viga de madeira:

$$M_d = \gamma_g \cdot M_g + \gamma_q \cdot M_q = 1,4 \cdot 70,794 + 1,4 \cdot 151,875 = 311,737 \text{ kN.m}$$

$$V_d = \gamma_g \cdot V_g + \gamma_q \cdot V_q = 1,4 \cdot 15,732 + 1,4 \cdot 33,750 = 69,275 \text{ kN}$$

Combinação das ações na prancha de madeira:

$$M_d = \gamma_g \cdot M_g + \gamma_q \cdot M_q = 1,4 \cdot 0,020 + 1,4 \cdot 0,375 = 0,553 \text{ kN.m}$$

$$V_d = \gamma_g \cdot V_g + \gamma_q \cdot V_q = 1,4 \cdot 0,053 + 1,4 \cdot 0,50 = 0,774 \text{ kN}$$

onde:

γ_g : coeficiente de ponderação das cargas permanentes;

γ_q : coeficiente de ponderação das cargas variáveis.

Na sequência, faz-se a verificação de segurança para as vigas e pranchas das passarelas de madeira, quanto à tensão normal devido à flexão e a tensão de cisalhamento:

Verificação das tensões normais na viga de madeira:

$$\sigma_{c0,d} = \frac{M_d}{I_{vert,vig}} \cdot y_{cg} = \frac{M_d}{b \cdot H^3} \cdot \frac{H}{2} = \frac{31173,3}{18 \cdot 80,59^3} \cdot \frac{80,59}{2} = 1,60 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{c0,d} \leq f_{c0,d} \Rightarrow 1,60 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \leq 1,60 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \therefore \text{Ok!}$$

Verificação das tensões normais na prancha de madeira:

$$\sigma_{c0,d} = \frac{M_d}{I_{vert,prancha}} \cdot y_{cg} = \frac{M_d}{b \cdot h^3} \cdot \frac{h}{2} = \frac{55,30}{20 \cdot 3,80^3} \cdot \frac{3,80}{2} = 1,149 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{c0,d} \leq f_{c0,d} \Rightarrow 1,149 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \leq 1,60 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \therefore \text{Ok!}$$

Verificação das tensões de cisalhamento na viga de madeira:

$$\tau_{v0,d} = \frac{3 \cdot V_d}{2 \cdot b \cdot H} = \frac{3 \cdot 69,275}{2 \cdot 18 \cdot 80,59} = 0,072 \text{ kN/cm}^2$$

$$\tau_{v0,d} \leq f_{v0,d} \Rightarrow 0,072 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \leq 0,187 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \therefore \text{Ok!}$$

Verificação das tensões de cisalhamento na prancha de madeira:

$$\tau_{v0,d} = \frac{3 \cdot V_d}{2 \cdot b \cdot h} = \frac{3 \cdot 0,774}{2 \cdot 20 \cdot 3,8} = 0,015 \text{ kN/cm}^2$$

$$\tau_{v0,d} \leq f_{v0,d} \Rightarrow 0,015 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \leq 0,187 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \therefore \text{Ok!}$$

onde:

$\sigma_{c0,d}$: tensão normal máxima atuante na flexão;

$f_{c0,d}$: resistência de cálculo à compressão paralela às fibras da madeira;

$\tau_{v0,d}$: tensão de cisalhamento máxima atuante;

$f_{v0,d}$: resistência de cálculo ao cisalhamento paralelo às fibras da madeira.

A combinação para a flecha é dada por meio da formulação abaixo e a configuração de carregamento é a mesma que foi utilizada para flexão e cortante:

Verificação da flecha na viga de madeira:

$$F_{d,ut} = g + \psi_2 \cdot q = 1,748 + 0,2 \cdot 3,750 = 2,498 \text{ kN/m ou } 0,025 \text{ kN/cm}$$

$$\delta = \frac{5 \cdot F_{d,ut} \cdot L^4}{384 \cdot E_{c0,ef} \cdot I_{vert,vig}} = \frac{5 \cdot 0,025 \cdot 1800^4}{384 \cdot 1092 \cdot \frac{18.80,59^3}{12}} = 3,98 \text{ cm}$$

$$\delta \leq \frac{L}{200} \Rightarrow 3,98 \leq \frac{1800}{200} \Rightarrow 3,98 \text{ cm} \leq 9,0 \text{ cm} \therefore \text{Ok!}$$

Verificação da flecha na prancha de madeira:

$$F_{d,ut} = g + \psi_2 \cdot q = 0,071 \text{ kN/m} + 0,2 \cdot 1,0 \text{ kN} = 0,071 \text{ kN/m} + 0,20 \text{ kN}$$

$$\delta = \frac{5 \cdot F_{d,ut} \cdot L^4}{384 \cdot E_{c0,ef} \cdot I_{vert,vig}} + \frac{F_{d,ut} \cdot L^3}{48 \cdot E_{c0,ef} \cdot I_{vert,vig}} \Rightarrow$$

$$\delta = \frac{5 \cdot 0,00071 \cdot 150^4}{384 \cdot 1092,0 \cdot \frac{20 \cdot 3,80^3}{12}} + \frac{1,0 \cdot 150^3}{48 \cdot 1092,0 \cdot \frac{20 \cdot 3,80^3}{12}} = 0,75 \text{ cm}$$

$$\delta \leq \frac{L}{200} \Rightarrow 0,75 \leq \frac{150}{200} \Rightarrow 0,75 \text{ cm} \leq 0,75 \text{ cm} \therefore \text{Ok!}$$

onde:

ψ_2 : igual a 0,2 segundo a NBR 7190 (1997).

Após ter sido feito o dimensionamento estático, realiza-se a análise dinâmica da seguinte passarela de madeira, de vão L igual a 18 m, largura b igual a 150 cm, classe de resistência da madeira C40, tomando primeiramente o módulo de elasticidade efetivo $E_{c0,ef}$. A análise dinâmica é inicialmente realizada, calculando-se a frequência natural da passarela de madeira e, em seguida, calculando-se as acelerações referentes à primeira frequência natural.

Dados da passarela de madeira:

$$E_{c0,ef} = 1,092 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$$

$$\rho_{ap} = 950 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$I_{vert,vig} = 2 \cdot \frac{0,18 \cdot 0,8059^3}{12} = 1,570 \cdot 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$I_{lat,vig} = 2 \cdot \frac{0,8059 \cdot 0,18^3}{12} = 7,833 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$A_{sec,pas} = 2 \cdot 0,18 \cdot 0,8059 + 1,5 \cdot 0,038 = 3,471 \cdot 10^{-1} \text{ m}^2$$

$$L = 18 \text{ m}$$

$$\zeta = 0,010$$

No cálculo da primeira frequência natural da passarela de madeira, nas direções transversal vertical e transversal horizontal, leva-se em consideração a massa e rigidez das vigas de madeira; quanto às pranchas de madeira, a rigidez não é levada em consideração, apenas a massa.

Primeira frequência natural na direção transversal vertical:

$$f_{1,\text{vert}} = \frac{(1)^2 \cdot \pi}{2 \cdot 18^2} \sqrt{\frac{(1,092 \cdot 10^{10}) \cdot (1,570 \cdot 10^{-2})}{950 \cdot 3,471 \cdot 10^{-1}}} = 3,496 \text{ Hz}$$

Primeira frequência natural na direção transversal horizontal:

$$f_{1,\text{lat}} = \frac{(1)^2 \cdot \pi}{2 \cdot 18^2} \sqrt{\frac{(1,092 \cdot 10^{10}) \cdot (7,833 \cdot 10^{-4})}{950 \cdot 3,471 \cdot 10^{-1}}} = 0,781 \text{ Hz}$$

A seguir, tem-se o cálculo do conforto humano, para vários códigos normativos e sugestões de pesquisadores, na passarela de madeira de vão L igual a 18 m, largura b igual a 150 cm, classe de resistência da madeira C40, tomando o módulo de elasticidade efetivo $E_{c0,\text{ef}}$.

- Norma britânica - BS 5400 (1978)

$$a_{\text{lim,vert}} = 0,5 \cdot \sqrt{f_{1,\text{vert}}} = 0,5 \cdot \sqrt{3,496} = 0,935 \text{ m/s}^2$$

$$a_{\text{vert}} = 4 \cdot \pi^2 \cdot f_{1,\text{vert}}^2 \cdot y_{\text{est}} \cdot K \cdot \psi = 4 \cdot \pi^2 \cdot (3,496)^2 \cdot (4,960 \cdot 10^{-4}) \cdot 1 \cdot 6,5 = 1,556 \text{ m/s}^2$$

$$y_{\text{est}} = \frac{P \cdot L^3}{48 \cdot E_{c0,\text{ef}} \cdot I_{\text{vert,vig}}} = \frac{0,70 \cdot 1800^3}{48 \cdot 1092 \cdot 2 \cdot \frac{18 \cdot 80,59^3}{12}} = 4,960 \cdot 10^{-2} \text{ cm ou } 4,960 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

- Norma canadense - OHBDC (1991)

$$a_{\text{lim,vert}} = 0,25 \cdot f_{1,\text{vert}}^{0,78} = 0,25 \cdot (3,496)^{0,78} = 0,664 \text{ m/s}^2$$

- Norma europeia - Eurocode 5 (1995)

Fluxo de pedestres

$$a_{\text{lim,vert}} \leq 0,7 \text{ m/s}^2 \text{ (7\% g)}$$

$$a_{\text{vert}} = 165 \cdot k_a \cdot k_{\text{vert,f}} \cdot \frac{1 - e^{-2\pi \cdot n \cdot \zeta}}{M \cdot \zeta} = 165 \cdot 1 \cdot 0,75 \cdot \frac{\left(1 - e^{-2\pi \cdot \left(\frac{18}{0,90}\right) \cdot 0,010}\right)}{950 \cdot 18 \cdot 0,347124 \cdot 0,010} = 1,491 \text{ m/s}^2$$

$$a_{\text{lim,lat}} \leq 0,2 \text{ m/s}^2 \text{ (2\% g)}$$

$$a_{\text{lat}} = 40 \cdot k_a \cdot k_{\text{lat,f}} \cdot \frac{1 - e^{-2\pi \cdot n \cdot \zeta}}{M \cdot \zeta} = 40 \cdot 1 \cdot 3 \cdot \frac{\left(1 - e^{-2\pi \cdot \left(\frac{18}{0,90}\right) \cdot 0,010}\right)}{950 \cdot 18 \cdot 0,347124 \cdot 0,010} = 1,446 \text{ m/s}^2$$

1 Pedestre

$$a_{\text{lim,vert}} \leq 0,7 \text{ m/s}^2 \text{ (7\% g)}$$

$$a_{1,\text{vert}} = 0,027 \cdot L \cdot b \cdot 165 \cdot k_a \cdot k_{\text{vert,f}} \cdot \frac{1 - e^{-2\pi \cdot n \cdot \zeta}}{M \cdot \zeta} \Rightarrow$$

$$a_{1,\text{vert}} = 0,027 \cdot 18 \cdot 1,5 \cdot 165 \cdot 1 \cdot 0,75 \cdot \frac{\left(1 - e^{-2\pi \cdot \left(\frac{18}{0,90}\right) \cdot 0,010}\right)}{950 \cdot 18 \cdot 0,347124 \cdot 0,010} = 1,087 \text{ m/s}^2$$

$$a_{\text{lim,lat}} \leq 0,2 \text{ m/s}^2 \text{ (2\% g)}$$

$$a_{1,\text{lat}} = 0,027 \cdot L \cdot b \cdot 40 \cdot k_a \cdot k_{\text{lat,f}} \cdot \frac{1 - e^{-2\pi \cdot n \cdot \zeta}}{M \cdot \zeta} \Rightarrow$$

$$a_{1,\text{lat}} = 0,027 \cdot 18 \cdot 1,5 \cdot 40 \cdot 1 \cdot 3 \cdot \frac{\left(1 - e^{-2\pi \cdot \left(\frac{18}{0,90}\right) \cdot 0,010}\right)}{950 \cdot 18 \cdot 0,347124 \cdot 0,010} = 1,054 \text{ m/s}^2$$

- Norma europeia - Eurocode 5 (2004)

1 Pedestre

$$a_{\text{lim,vert}} \leq 0,7 \text{ m/s}^2 \text{ (7\% g)}$$

$$a_{1,vert} = \frac{100}{M \cdot \zeta} = \frac{100}{950 \cdot 18,0,347124 \cdot 0,010} = 1,685 \text{ m/s}^2$$

$$a_{lim,lat} \leq 0,2 \text{ m/s}^2 \text{ (2\% g)}$$

$$a_{1,lat} = \frac{50}{M \cdot \zeta} = \frac{50}{950 \cdot 18,0,347124 \cdot 0,010} = 0,842 \text{ m/s}^2$$

13 Pedestres

$$a_{lim,vert} \leq 0,7 \text{ m/s}^2 \text{ (7\% g)}$$

$$a_{n_{ped,vert}} = 0,23 \cdot a_{1,vert} \cdot n_{ped} \cdot k_{vert,f} = 0,23 \cdot 1,685 \cdot 13 \cdot 0,602 = 3,033 \text{ m/s}^2$$

$$a_{lim,lat} \leq 0,2 \text{ m/s}^2 \text{ (2\% g)}$$

$$a_{n_{ped,lat}} = 0,18 \cdot a_{1,lat} \cdot n_{ped} \cdot k_{lat,f} = 0,18 \cdot 0,842 \cdot 13 \cdot 1 = 1,970 \text{ m/s}^2$$

- Rainer *et al.* (1988)

$$a_{vert} = 4 \cdot \pi^2 \cdot f_{1,vert}^2 \cdot y_{est} \cdot \alpha_i \cdot \Phi = 4 \cdot \pi^2 \cdot (3,496)^2 \cdot (4,960 \cdot 10^{-4}) \cdot 0,4 \cdot 26,95 = 2,580 \text{ m/s}^2$$

$$y_{est} = \frac{P \cdot L^3}{48 \cdot E_{c0,ef} \cdot I_{vert,vig}} = \frac{0,70 \cdot 1800^3}{48 \cdot 1092 \cdot 2 \cdot \frac{18 \cdot 80,59^3}{12}} = 4,960 \cdot 10^{-2} \text{ cm ou } 4,960 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

- Pimentel e Fernandes (2002)

$$a_{vert} = 4 \cdot \pi^2 \cdot f_{1,vert}^2 \cdot y_{est} \cdot \alpha_i \cdot K_{PF} \cdot \Phi_d = 4 \cdot \pi^2 \cdot (3,496)^2 \cdot (4,960 \cdot 10^{-4}) \cdot 0,4 \cdot 1 \cdot 26,95 \Rightarrow$$

$$a_{vert} = 2,580 \text{ m/s}^2$$

$$y_{est} = \frac{P \cdot L^3}{48 \cdot E_{c0,ef} \cdot I_{vert,vig}} = \frac{0,70 \cdot 1800^3}{48 \cdot 1092 \cdot 2 \cdot \frac{18 \cdot 80,59^3}{12}} = 4,960 \cdot 10^{-2} \text{ cm ou } 4,960 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

- Grundmann *et al.* (1993)

Fluxo de pedestres

$$a_{\text{vert}} = \frac{0,6 \cdot \alpha_i \cdot P \cdot \pi \cdot S}{0,5 \cdot M \cdot \delta} \cdot (1 - e^{-n \cdot \delta}) = \frac{0,6 \cdot 0,4 \cdot 700 \cdot \pi \cdot 1,5}{0,5 \cdot 950 \cdot 18 \cdot 0,347124 \cdot 0,075} \cdot \left(1 - e^{-\left(\frac{18}{0,75}\right) \cdot 0,075}\right) \Rightarrow$$

$$a_{\text{vert}} = 2,969 \text{ m/s}^2$$

1 Pedestre

$$a_{\text{vert}} = \frac{0,6 \cdot \alpha_i \cdot P \cdot \pi}{0,5 \cdot M \cdot \delta} \cdot (1 - e^{-n \cdot \delta}) = \frac{0,6 \cdot 0,4 \cdot 700 \cdot \pi}{0,5 \cdot 950 \cdot 18 \cdot 0,347124 \cdot 0,075} \cdot \left(1 - e^{-\left(\frac{18}{0,75}\right) \cdot 0,075}\right) = 1,979 \text{ m/s}^2$$

Após o dimensionamento estático, realiza-se a análise dinâmica da mesma passarela de madeira, de vão L igual a 18 m, largura b igual a 150 cm, classe de resistência da madeira C40, tomando agora o módulo de elasticidade médio $E_{c0,m}$. A análise dinâmica segue o mesmo roteiro anterior: foi, inicialmente, calculada a frequência natural da passarela de madeira e, em seguida, calculadas as acelerações referentes à primeira frequência natural.

Dados da passarela de madeira

$$E_{c0,m} = 1,950 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$$

$$\rho_{\text{ap}} = 950 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$I_{\text{vert,vig}} = 2 \cdot \frac{0,18 \cdot 0,8059^3}{12} = 1,570 \cdot 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$I_{\text{lat,vig}} = 2 \cdot \frac{0,8059 \cdot 0,18^3}{12} = 7,833 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$A_{\text{sec,pas}} = 2 \cdot 0,18 \cdot 0,8059 + 1,5 \cdot 0,038 = 3,471 \cdot 10^{-1} \text{ m}^2$$

$$L = 18 \text{ m}$$

No cálculo da primeira frequência natural da passarela de madeira, nas direções transversal vertical e transversal horizontal, leva-se em consideração a massa e rigidez das

vigas de madeira; quanto às pranchas de madeira, a rigidez não é levada em consideração, apenas a massa.

Primeira frequência natural na direção transversal vertical:

$$f_{1,vert} = \frac{(1)^2 \cdot \pi}{2 \cdot 18^2} \sqrt{\frac{(1,950 \cdot 10^{10}) \cdot (1,570 \cdot 10^{-2})}{950 \cdot 3,471 \cdot 10^{-1}}} = 4,671 \text{ Hz}$$

Primeira frequência natural na direção transversal horizontal:

$$f_{1,lat} = \frac{(1)^2 \cdot \pi}{2 \cdot 18^2} \sqrt{\frac{(1,950 \cdot 10^{10}) \cdot (7,833 \cdot 10^{-4})}{950 \cdot 3,471 \cdot 10^{-1}}} = 1,043 \text{ Hz}$$

A seguir, tem-se um exemplo de cálculo do conforto humano em uma passarela de madeira, com vão L igual a 18 m, largura b igual a 150 cm, classe de resistência da madeira C40, tomando o módulo de elasticidade médio $E_{c0,m}$.

- Norma britânica - BS 5400 (1978)

$$a_{lim,vert} = 0,5 \cdot \sqrt{f_{1,vert}} = 0,5 \cdot \sqrt{4,671} = 1,081 \text{ m/s}^2$$

$$a_{vert} = 4 \cdot \pi^2 \cdot f_{1,vert}^2 \cdot y_{est} \cdot K \cdot \psi = 4 \cdot \pi^2 \cdot (4,671)^2 \cdot (2,778 \cdot 10^{-4}) \cdot 1 \cdot 6,5 = 1,556 \text{ m/s}^2$$

$$y_{est} = \frac{P \cdot L^3}{48 \cdot E_{c0,m} \cdot I_{vert,vig}} = \frac{0,70 \cdot 1800^3}{48 \cdot 1950 \cdot 2 \cdot \frac{18 \cdot 80,59^3}{12}} = 2,778 \cdot 10^{-2} \text{ cm ou } 2,778 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

- Norma canadense - OHBDC (1991)

$$a_{lim,vert} = 0,25 \cdot f_{1,vert}^{0,78} = 0,25 \cdot (4,671)^{0,78} = 0,832 \text{ m/s}^2$$

- Norma europeia - Eurocode 5 (1995)

Fluxo de pedestres

$$a_{lim,vert} \leq 0,7 \text{ m/s}^2 \text{ (7\% g)}$$

$$a_{\text{vert}} = 165 \cdot k_a \cdot k_{\text{vert},f} \cdot \frac{1 - e^{-2\pi \cdot n \cdot \zeta}}{M \cdot \zeta} = 165 \cdot 1 \cdot 0,75 \cdot \frac{\left(1 - e^{-2\pi \cdot \left(\frac{18}{0,90}\right) \cdot 0,010}\right)}{950 \cdot 18 \cdot 0,347124 \cdot 0,010} = 1,491 \text{ m/s}^2$$

$$a_{\text{lim,lat}} \leq 0,2 \text{ m/s}^2 \text{ (2\% g)}$$

$$a_{\text{lat}} = 40 \cdot k_a \cdot k_{\text{lat},f} \cdot \frac{1 - e^{-2\pi \cdot n \cdot \zeta}}{M \cdot \zeta} = 40 \cdot 1 \cdot 3 \cdot \frac{\left(1 - e^{-2\pi \cdot \left(\frac{18}{0,90}\right) \cdot 0,010}\right)}{950 \cdot 18 \cdot 0,347124 \cdot 0,010} = 1,446 \text{ m/s}^2$$

1 Pedestre

$$a_{\text{lim,vert}} \leq 0,7 \text{ m/s}^2 \text{ (7\% g)}$$

$$a_{1,\text{vert}} = 0,027 \cdot L \cdot b \cdot 165 \cdot k_a \cdot k_{\text{vert},f} \cdot \frac{1 - e^{-2\pi \cdot n \cdot \zeta}}{M \cdot \zeta} \Rightarrow$$

$$a_{1,\text{vert}} = 0,027 \cdot 18 \cdot 1,5 \cdot 165 \cdot 1 \cdot 0,75 \cdot \frac{\left(1 - e^{-2\pi \cdot \left(\frac{18}{0,90}\right) \cdot 0,010}\right)}{950 \cdot 18 \cdot 0,347124 \cdot 0,010} = 1,087 \text{ m/s}^2$$

$$a_{\text{lim,lat}} \leq 0,2 \text{ m/s}^2 \text{ (2\% g)}$$

$$a_{1,\text{lat}} = 0,027 \cdot L \cdot b \cdot 40 \cdot k_a \cdot k_{\text{lat},f} \cdot \frac{1 - e^{-2\pi \cdot n \cdot \zeta}}{M \cdot \zeta} \Rightarrow$$

$$a_{1,\text{lat}} = 0,027 \cdot 18 \cdot 1,5 \cdot 40 \cdot 1 \cdot 3 \cdot \frac{\left(1 - e^{-2\pi \cdot \left(\frac{18}{0,90}\right) \cdot 0,010}\right)}{950 \cdot 18 \cdot 0,347124 \cdot 0,010} = 1,054 \text{ m/s}^2$$

- Norma europeia - Eurocode 5 (2004)

1 Pedestre

$$a_{\text{lim,vert}} \leq 0,7 \text{ m/s}^2 \text{ (7\% g)}$$

$$a_{1,\text{vert}} = \frac{100}{M \cdot \zeta} = \frac{100}{950 \cdot 18 \cdot 0,347124 \cdot 0,010} = 1,685 \text{ m/s}^2$$

$$a_{\text{lim,lat}} \leq 0,2 \text{ m/s}^2 \text{ (2\% g)}$$

$$a_{1,\text{lat}} = \frac{50}{M \cdot \zeta} = \frac{50}{950 \cdot 18 \cdot 0,347124 \cdot 0,010} = 0,842 \text{ m/s}^2$$

13 Pedestres

$$a_{\text{lim,vert}} \leq 0,7 \text{ m/s}^2 \text{ (7\% g)}$$

$$a_{n_{\text{ped,vert}}} = 0,23 \cdot a_{1,\text{vert}} \cdot n_{\text{ped}} \cdot k_{\text{vert,f}} = 0,23 \cdot 1,685 \cdot 13 \cdot 0,132 = 0,665 \text{ m/s}^2$$

$$a_{\text{lim,lat}} \leq 0,2 \text{ m/s}^2 \text{ (2\% g)}$$

$$a_{n_{\text{ped,lat}}} = 0,18 \cdot a_{1,\text{lat}} \cdot n_{\text{ped}} \cdot k_{\text{lat,f}} = 0,18 \cdot 0,842 \cdot 13 \cdot 1 = 1,970 \text{ m/s}^2$$

- Rainer *et al.* (1988)

$$a_{\text{vert}} = 4 \cdot \pi^2 \cdot f_{1,\text{vert}}^2 \cdot y_{\text{est}} \cdot \alpha_i \cdot \Phi = 4 \cdot \pi^2 \cdot (4,671)^2 \cdot (2,778 \cdot 10^{-4}) \cdot 0,4 \cdot 26,95 = 2,580 \text{ m/s}^2$$

$$y_{\text{est}} = \frac{P \cdot L^3}{48 \cdot E_{c0,m} \cdot I_{\text{vert,vig}}} = \frac{0,70 \cdot 1800^3}{48 \cdot 1950 \cdot 2 \cdot \frac{18 \cdot 80,59^3}{12}} = 2,778 \cdot 10^{-2} \text{ cm ou } 2,778 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

- Pimentel e Fernandes (2002)

$$a_{\text{vert}} = 4 \cdot \pi^2 \cdot f_{1,\text{vert}}^2 \cdot y_{\text{est}} \cdot \alpha_i \cdot K_{\text{PF}} \cdot \Phi_d = 4 \cdot \pi^2 \cdot (4,671)^2 \cdot (2,778 \cdot 10^{-4}) \cdot 0,4 \cdot 1 \cdot 26,95 \Rightarrow$$

$$a_{\text{vert}} = 2,580 \text{ m/s}^2$$

$$y_{\text{est}} = \frac{P \cdot L^3}{48 \cdot E_{c0,m} \cdot I_{\text{vert,vig}}} = \frac{0,70 \cdot 1800^3}{48 \cdot 1950 \cdot 2 \cdot \frac{18 \cdot 80,59^3}{12}} = 2,778 \cdot 10^{-2} \text{ cm ou } 2,778 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

- Grundmann *et al.* (1993)

Fluxo de pedestres

$$a_{\text{vert}} = \frac{0,6 \cdot \alpha_i \cdot P \cdot \pi \cdot S}{0,5 \cdot M \cdot \delta} \cdot (1 - e^{-n \cdot \delta}) = \frac{0,6 \cdot 0,4 \cdot 700 \cdot \pi \cdot 1,5}{0,5 \cdot 950 \cdot 18 \cdot 0,347124 \cdot 0,075} \cdot \left(1 - e^{-\left(\frac{18}{0,75}\right) \cdot 0,075}\right) \Rightarrow$$

$$a_{\text{vert}} = 2,969 \text{ m/s}^2$$

1 Pedestre

$$a_{\text{vert}} = \frac{0,6 \cdot \alpha_i \cdot P \cdot \pi}{0,5 \cdot M \cdot \delta} \cdot (1 - e^{-n \cdot \delta}) = \frac{0,6 \cdot 0,4 \cdot 700 \cdot \pi}{0,5 \cdot 950 \cdot 18 \cdot 0,347124 \cdot 0,075} \cdot \left(1 - e^{-\left(\frac{18}{0,75}\right) \cdot 0,075} \right) = 1,979 \text{ m/s}^2$$

12. ANEXO 2 - DIMENSIONAMENTO ESTÁTICO E CÁLCULO TEÓRICO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS E ACELERAÇÕES DE PASSARELAS DE MADEIRA

Nas Tabelas 12.1 a 12.6, tem-se o dimensionamento das passarelas de madeira simplesmente apoiadas, com duas vigas, vãos de 5 a 35 m, variando de 1,0 m em 1,0 m, larguras b iguais a 150 e 200 cm, e classe de resistência da madeira C40 e C60.

Tabela 12.1: Dimensionamento das passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência C40

L (m)	H (cm)	$\sigma_{c0,d}$ (kN/cm ²)	$f_{c0,d}$ (kN/cm ²)	$\tau_{v0,d}$ (kN/cm ²)	$f_{v0,d}$ (kN/cm ²)	δ (cm)	L/200 (cm)
5	20,15	1,600	1,600	0,064	0,187	0,88	2,50
6	24,38	1,600	1,600	0,065	0,187	1,09	3,00
7	28,67	1,600	1,600	0,066	0,187	1,30	3,50
8	33,03	1,600	1,600	0,066	0,187	1,51	4,00
9	37,47	1,600	1,600	0,067	0,187	1,74	4,50
10	41,97	1,600	1,600	0,067	0,187	1,97	5,00
11	46,54	1,600	1,600	0,068	0,187	2,21	5,50
12	51,18	1,600	1,600	0,068	0,187	2,45	6,00
13	55,90	1,600	1,600	0,069	0,187	2,69	6,50
14	60,69	1,600	1,600	0,069	0,187	2,94	7,00
15	65,55	1,600	1,600	0,070	0,187	3,20	7,50
16	70,49	1,600	1,600	0,070	0,187	3,46	8,00
17	75,50	1,600	1,600	0,071	0,187	3,72	8,50
18	80,59	1,600	1,600	0,072	0,187	3,98	9,00
19	85,75	1,600	1,600	0,072	0,187	4,25	9,50
20	90,99	1,600	1,600	0,073	0,187	4,52	10,00
21	96,31	1,600	1,600	0,073	0,187	4,79	10,50
22	101,71	1,600	1,600	0,074	0,187	5,07	11,00
23	107,19	1,600	1,600	0,075	0,187	5,34	11,50
24	112,75	1,600	1,600	0,075	0,187	5,62	12,00
25	118,39	1,600	1,600	0,076	0,187	5,90	12,50
26	124,11	1,600	1,600	0,076	0,187	6,18	13,00
27	129,91	1,600	1,600	0,077	0,187	6,45	13,50
28	135,80	1,600	1,600	0,078	0,187	6,73	14,00
29	141,77	1,600	1,600	0,078	0,187	7,01	14,50
30	147,82	1,600	1,600	0,079	0,187	7,29	15,00
31	153,96	1,600	1,600	0,079	0,187	7,57	15,50
32	160,18	1,600	1,600	0,080	0,187	7,85	16,00
33	166,49	1,600	1,600	0,081	0,187	8,13	16,50
34	172,89	1,600	1,600	0,081	0,187	8,41	17,00
35	179,37	1,600	1,600	0,082	0,187	8,69	17,50

Tabela 12.2: Dimensionamento das passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência C60

L (m)	H (cm)	$\sigma_{c0,d}$ (kN/cm ²)	$f_{c0,d}$ (kN/cm ²)	$\tau_{v0,d}$ (kN/cm ²)	$f_{v0,d}$ (kN/cm ²)	δ (cm)	L/200 (cm)
5	16,34	2,400	2,400	0,078	0,249	1,26	2,50
6	19,75	2,400	2,400	0,079	0,249	1,55	3,00
7	23,20	2,400	2,400	0,080	0,249	1,85	3,50
8	26,71	2,400	2,400	0,080	0,249	2,16	4,00
9	30,25	2,400	2,400	0,081	0,249	2,47	4,50
10	33,85	2,400	2,400	0,081	0,249	2,80	5,00
11	37,50	2,400	2,400	0,082	0,249	3,13	5,50
12	41,19	2,400	2,400	0,082	0,249	3,47	6,00
13	44,94	2,400	2,400	0,083	0,249	3,82	6,50
14	48,73	2,400	2,400	0,084	0,249	4,17	7,00
15	52,58	2,400	2,400	0,084	0,249	4,53	7,50
16	56,48	2,400	2,400	0,085	0,249	4,89	8,00
17	60,42	2,400	2,400	0,085	0,249	5,26	8,50
18	64,42	2,400	2,400	0,086	0,249	5,64	9,00
19	68,48	2,400	2,400	0,086	0,249	6,02	9,50
20	72,58	2,400	2,400	0,087	0,249	6,40	10,00
21	76,74	2,400	2,400	0,088	0,249	6,79	10,50
22	80,95	2,400	2,400	0,088	0,249	7,18	11,00
23	85,22	2,400	2,400	0,089	0,249	7,58	11,50
24	89,54	2,400	2,400	0,090	0,249	7,97	12,00
25	93,92	2,400	2,400	0,090	0,249	8,37	12,50
26	98,35	2,400	2,400	0,091	0,249	8,77	13,00
27	102,84	2,400	2,400	0,091	0,249	9,18	13,50
28	107,39	2,400	2,400	0,092	0,249	9,58	14,00
29	111,99	2,400	2,400	0,093	0,249	9,99	14,50
30	116,65	2,400	2,400	0,093	0,249	10,40	15,00
31	121,36	2,400	2,400	0,094	0,249	10,81	15,50
32	126,14	2,400	2,400	0,095	0,249	11,21	16,00
33	130,97	2,400	2,400	0,095	0,249	11,62	16,50
34	135,86	2,400	2,400	0,096	0,249	12,03	17,00
35	140,81	2,400	2,400	0,097	0,249	12,44	17,50

Tabela 12.3: Dimensionamento das passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência C40

L (m)	H (cm)	$\sigma_{c0,d}$ (kN/cm ²)	$f_{c0,d}$ (kN/cm ²)	$\tau_{v0,d}$ (kN/cm ²)	$f_{v0,d}$ (kN/cm ²)	δ (cm)	L/200 (cm)
5	23,25	1,600	1,600	0,074	0,187	0,76	2,50
6	28,10	1,600	1,600	0,075	0,187	0,94	3,00
7	33,01	1,600	1,600	0,075	0,187	1,11	3,50
8	37,99	1,600	1,600	0,076	0,187	1,30	4,00
9	43,04	1,600	1,600	0,077	0,187	1,49	4,50
10	48,16	1,600	1,600	0,077	0,187	1,68	5,00
11	53,35	1,600	1,600	0,078	0,187	1,88	5,50
12	58,61	1,600	1,600	0,078	0,187	2,08	6,00
13	63,94	1,600	1,600	0,079	0,187	2,29	6,50
14	69,34	1,600	1,600	0,079	0,187	2,50	7,00
15	74,81	1,600	1,600	0,080	0,187	2,71	7,50
16	80,35	1,600	1,600	0,080	0,187	2,93	8,00
17	85,97	1,600	1,600	0,081	0,187	3,15	8,50
18	91,67	1,600	1,600	0,081	0,187	3,37	9,00
19	97,43	1,600	1,600	0,082	0,187	3,60	9,50
20	103,28	1,600	1,600	0,083	0,187	3,83	10,00
21	109,20	1,600	1,600	0,083	0,187	4,06	10,50
22	115,19	1,600	1,600	0,084	0,187	4,29	11,00
23	121,26	1,600	1,600	0,084	0,187	4,52	11,50
24	127,42	1,600	1,600	0,085	0,187	4,76	12,00
25	133,65	1,600	1,600	0,086	0,187	4,99	12,50
26	139,95	1,600	1,600	0,086	0,187	5,23	13,00
27	146,34	1,600	1,600	0,087	0,187	5,47	13,50
28	152,81	1,600	1,600	0,087	0,187	5,71	14,00
29	159,36	1,600	1,600	0,088	0,187	5,95	14,50
30	165,99	1,600	1,600	0,089	0,187	6,19	15,00
31	172,70	1,600	1,600	0,089	0,187	6,43	15,50
32	179,50	1,600	1,600	0,090	0,187	6,67	16,00
33	186,38	1,600	1,600	0,090	0,187	6,92	16,50
34	193,34	1,600	1,600	0,091	0,187	7,16	17,00
35	200,39	1,600	1,600	0,092	0,187	7,40	17,50

Tabela 12.4: Dimensionamento das passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência C60

L (m)	H (cm)	$\sigma_{c0,d}$ (kN/cm ²)	$f_{c0,d}$ (kN/cm ²)	$\tau_{v0,d}$ (kN/cm ²)	$f_{v0,d}$ (kN/cm ²)	δ (cm)	L/200 (cm)
5	18,87	2,400	2,400	0,091	0,249	1,10	2,50
6	22,78	2,400	2,400	0,091	0,249	1,34	3,00
7	26,74	2,400	2,400	0,092	0,249	1,59	3,50
8	30,75	2,400	2,400	0,092	0,249	1,85	4,00
9	34,80	2,400	2,400	0,093	0,249	2,12	4,50
10	38,90	2,400	2,400	0,093	0,249	2,39	5,00
11	43,05	2,400	2,400	0,094	0,249	2,67	5,50
12	47,25	2,400	2,400	0,094	0,249	2,96	6,00
13	51,49	2,400	2,400	0,095	0,249	3,25	6,50
14	55,79	2,400	2,400	0,096	0,249	3,55	7,00
15	60,13	2,400	2,400	0,096	0,249	3,85	7,50
16	64,53	2,400	2,400	0,097	0,249	4,15	8,00
17	68,97	2,400	2,400	0,097	0,249	4,47	8,50
18	73,47	2,400	2,400	0,098	0,249	4,78	9,00
19	78,02	2,400	2,400	0,099	0,249	5,10	9,50
20	82,62	2,400	2,400	0,099	0,249	5,42	10,00
21	87,27	2,400	2,400	0,100	0,249	5,75	10,50
22	91,97	2,400	2,400	0,100	0,249	6,08	11,00
23	96,73	2,400	2,400	0,101	0,249	6,41	11,50
24	101,54	2,400	2,400	0,102	0,249	6,75	12,00
25	106,41	2,400	2,400	0,102	0,249	7,08	12,50
26	111,32	2,400	2,400	0,103	0,249	7,42	13,00
27	116,30	2,400	2,400	0,103	0,249	7,77	13,50
28	121,32	2,400	2,400	0,104	0,249	8,11	14,00
29	126,41	2,400	2,400	0,105	0,249	8,46	14,50
30	131,54	2,400	2,400	0,105	0,249	8,80	15,00
31	136,74	2,400	2,400	0,106	0,249	9,15	15,50
32	141,99	2,400	2,400	0,106	0,249	9,50	16,00
33	147,30	2,400	2,400	0,107	0,249	9,85	16,50
34	152,66	2,400	2,400	0,108	0,249	10,21	17,00
35	158,08	2,400	2,400	0,108	0,249	10,56	17,50

Tabela 12.5: Dimensionamento das pranchas das passarelas de madeira com duas vigas e classe de resistência C40

b (cm)	h (cm)	$\sigma_{c0,d}$ (kN/cm ²)	$f_{c0,d}$ (kN/cm ²)	$\tau_{c0,d}$ (kN/cm ²)	$f_{v0,d}$ (kN/cm ²)	δ (cm)	L/200 (cm)
150	3,80	1,148	1,600	0,015	0,187	0,750	0,750
200	4,67	1,049	1,600	0,013	0,187	1,000	1,000

Tabela 12.6: Dimensionamento das pranchas das passarelas de madeira com duas vigas e classe de resistência C60

b (cm)	h (cm)	$\sigma_{c0,d}$ (kN/cm ²)	$f_{c0,d}$ (kN/cm ²)	$\tau_{c0,d}$ (kN/cm ²)	$f_{v0,d}$ (kN/cm ²)	δ (cm)	L/200 (cm)
150	3,52	1,336	2,400	0,016	0,250	0,750	0,750
200	4,32	1,221	2,400	0,014	0,250	1,000	1,000

Nas Tabelas 12.7 a 12.10, tem-se o cálculo da primeira frequência natural das passarelas de madeira nas direções transversal vertical e transversal horizontal, vãos de 5 a 35 m, larguras iguais a 150 e 200 cm, classe de resistência da madeira C40 e C60, tomando o módulo de elasticidade efetivo $E_{c0,ef}$.

Tabela 12.7: Cálculo da primeira frequência natural nas direções transversal vertical e transversal horizontal das passarelas de madeira com duas vigas, classe de resistência C40 e largura igual a 150 cm

L (m)	ρ_{ap} (kg/m ³)	$E_{c0,ef}$ (N/m ²)	$I_{vert,2vig}$ (m ⁴)	$I_{lat,2vig}$ (m ⁴)	$A_{sec,pas}$ (m ²)	$f_{1,vert}$ (Hz)	$f_{1,lat}$ (Hz)
5	950	$1,092 \times 10^{10}$	0,000245	0,000196	0,1296	9,271	8,282
6	950	$1,092 \times 10^{10}$	0,000434	0,000237	0,1448	8,104	5,985
7	950	$1,092 \times 10^{10}$	0,000707	0,000279	0,1602	7,219	4,533
8	950	$1,092 \times 10^{10}$	0,001081	0,000321	0,1759	6,524	3,555
9	950	$1,092 \times 10^{10}$	0,001578	0,000364	0,1919	5,962	2,864
10	950	$1,092 \times 10^{10}$	0,002217	0,000408	0,2081	5,497	2,358
11	950	$1,092 \times 10^{10}$	0,003024	0,000452	0,2246	5,108	1,975
12	950	$1,092 \times 10^{10}$	0,004023	0,000498	0,2413	4,775	1,679
13	950	$1,092 \times 10^{10}$	0,005240	0,000543	0,2583	4,489	1,445
14	950	$1,092 \times 10^{10}$	0,006706	0,000590	0,2755	4,239	1,257
15	950	$1,092 \times 10^{10}$	0,008450	0,000637	0,2930	4,020	1,104
16	950	$1,092 \times 10^{10}$	0,010507	0,000685	0,3108	3,825	0,977
17	950	$1,092 \times 10^{10}$	0,012911	0,000734	0,3288	3,652	0,871
18	950	$1,092 \times 10^{10}$	0,015701	0,000783	0,3471	3,496	0,781
19	950	$1,092 \times 10^{10}$	0,018917	0,000834	0,3657	3,355	0,704
20	950	$1,092 \times 10^{10}$	0,022603	0,000884	0,3846	3,228	0,638
21	950	$1,092 \times 10^{10}$	0,026803	0,000936	0,4038	3,111	0,582
22	950	$1,092 \times 10^{10}$	0,031568	0,000989	0,4232	3,005	0,532
23	950	$1,092 \times 10^{10}$	0,036948	0,001042	0,4429	2,908	0,488
24	950	$1,092 \times 10^{10}$	0,042998	0,001096	0,4629	2,818	0,450
25	950	$1,092 \times 10^{10}$	0,049778	0,001151	0,4832	2,735	0,416
26	950	$1,092 \times 10^{10}$	0,057348	0,001206	0,5038	2,658	0,385
27	950	$1,092 \times 10^{10}$	0,065774	0,001263	0,5247	2,587	0,358
28	950	$1,092 \times 10^{10}$	0,075125	0,001320	0,5459	2,520	0,334
29	950	$1,092 \times 10^{10}$	0,085473	0,001378	0,5674	2,458	0,312
30	950	$1,092 \times 10^{10}$	0,096897	0,001437	0,5892	2,400	0,292
31	950	$1,092 \times 10^{10}$	0,109477	0,001496	0,6113	2,345	0,274
32	950	$1,092 \times 10^{10}$	0,123298	0,001557	0,6337	2,294	0,258
33	950	$1,092 \times 10^{10}$	0,138452	0,001618	0,6564	2,246	0,243
34	950	$1,092 \times 10^{10}$	0,155033	0,001680	0,6794	2,201	0,229
35	950	$1,092 \times 10^{10}$	0,173141	0,001744	0,7028	2,158	0,217

Tabela 12.8: Cálculo da primeira frequência natural nas direções transversal vertical e transversal horizontal das passarelas de madeira com duas vigas, classe de resistência C60 e largura igual a 150 cm

L (m)	ρ_{ap} (kg/m ³)	$E_{c0,ef}$ (N/m ²)	$I_{vert,2vig}$ (m ⁴)	$I_{lat,2vig}$ (m ⁴)	$A_{sec,pas}$ (m ²)	$f_{1,vert}$ (Hz)	$f_{1,lat}$ (Hz)
5	1000	1,372x10 ¹⁰	0,000131	0,000159	0,1117	7,971	8,779
6	1000	1,372x10 ¹⁰	0,000231	0,000192	0,1239	6,980	6,361
7	1000	1,372x10 ¹⁰	0,000375	0,000226	0,1364	6,226	4,829
8	1000	1,372x10 ¹⁰	0,000571	0,000260	0,1490	5,630	3,795
9	1000	1,372x10 ¹⁰	0,000831	0,000294	0,1617	5,148	3,063
10	1000	1,372x10 ¹⁰	0,001164	0,000329	0,1747	4,749	2,525
11	1000	1,372x10 ¹⁰	0,001582	0,000364	0,1878	4,413	2,118
12	1000	1,372x10 ¹⁰	0,002097	0,000400	0,2011	4,126	1,803
13	1000	1,372x10 ¹⁰	0,002722	0,000437	0,2146	3,878	1,553
14	1000	1,372x10 ¹⁰	0,003472	0,000474	0,2283	3,661	1,352
15	1000	1,372x10 ¹⁰	0,004361	0,000511	0,2421	3,471	1,188
16	1000	1,372x10 ¹⁰	0,005404	0,000549	0,2561	3,301	1,052
17	1000	1,372x10 ¹⁰	0,006618	0,000587	0,2703	3,150	0,938
18	1000	1,372x10 ¹⁰	0,008022	0,000626	0,2847	3,014	0,842
19	1000	1,372x10 ¹⁰	0,009633	0,000666	0,2993	2,891	0,760
20	1000	1,372x10 ¹⁰	0,011472	0,000706	0,3141	2,780	0,689
21	1000	1,372x10 ¹⁰	0,013559	0,000746	0,3291	2,678	0,628
22	1000	1,372x10 ¹⁰	0,015917	0,000787	0,3443	2,585	0,575
23	1000	1,372x10 ¹⁰	0,018568	0,000828	0,3596	2,499	0,528
24	1000	1,372x10 ¹⁰	0,021539	0,000870	0,3752	2,420	0,487
25	1000	1,372x10 ¹⁰	0,024854	0,000913	0,3909	2,347	0,450
26	1000	1,372x10 ¹⁰	0,028542	0,000956	0,4069	2,280	0,417
27	1000	1,372x10 ¹⁰	0,032630	0,001000	0,4230	2,217	0,388
28	1000	1,372x10 ¹⁰	0,037150	0,001044	0,4394	2,158	0,362
29	1000	1,372x10 ¹⁰	0,042133	0,001089	0,4560	2,103	0,338
30	1000	1,372x10 ¹⁰	0,047613	0,001134	0,4727	2,052	0,317
31	1000	1,372x10 ¹⁰	0,053624	0,001180	0,4897	2,003	0,297
32	1000	1,372x10 ¹⁰	0,060205	0,001226	0,5069	1,958	0,279
33	1000	1,372x10 ¹⁰	0,067394	0,001273	0,5243	1,916	0,263
34	1000	1,372x10 ¹⁰	0,075230	0,001321	0,5419	1,875	0,248
35	1000	1,372x10 ¹⁰	0,083758	0,001369	0,5597	1,837	0,235

Tabela 12.9: Cálculo da primeira frequência natural nas direções transversal vertical e transversal horizontal das passarelas de madeira com duas vigas, classe de resistência C40 e largura igual a 200 cm

L (m)	ρ_{ap} (kg/m ³)	$E_{c0,ef}$ (N/m ²)	$I_{vert,2vig}$ (m ⁴)	$I_{lat,2vig}$ (m ⁴)	$A_{sec,pas}$ (m ²)	$f_{1,vert}$ (Hz)	$f_{1,lat}$ (Hz)
5	950	1,092x10 ¹⁰	0,000377	0,000226	0,1770	9,833	7,612
6	950	1,092x10 ¹⁰	0,000666	0,000273	0,1945	8,654	5,544
7	950	1,092x10 ¹⁰	0,001079	0,000321	0,2121	7,752	4,227
8	950	1,092x10 ¹⁰	0,001645	0,000369	0,2301	7,037	3,334
9	950	1,092x10 ¹⁰	0,002392	0,000418	0,2483	6,454	2,699
10	950	1,092x10 ¹⁰	0,003351	0,000468	0,2667	5,970	2,231
11	950	1,092x10 ¹⁰	0,004555	0,000519	0,2854	5,561	1,876
12	950	1,092x10 ¹⁰	0,006039	0,000570	0,3043	5,210	1,600
13	950	1,092x10 ¹⁰	0,007841	0,000621	0,3235	4,906	1,381
14	950	1,092x10 ¹⁰	0,010000	0,000674	0,3429	4,640	1,205
15	950	1,092x10 ¹⁰	0,012560	0,000727	0,3626	4,405	1,060
16	950	1,092x10 ¹⁰	0,015565	0,000781	0,3826	4,196	0,940
17	950	1,092x10 ¹⁰	0,019064	0,000836	0,4028	4,009	0,839
18	950	1,092x10 ¹⁰	0,023107	0,000891	0,4233	3,840	0,754
19	950	1,092x10 ¹⁰	0,027749	0,000947	0,4441	3,688	0,681
20	950	1,092x10 ¹⁰	0,033047	0,001004	0,4651	3,549	0,619
21	950	1,092x10 ¹⁰	0,039061	0,001061	0,4864	3,422	0,564
22	950	1,092x10 ¹⁰	0,045855	0,001120	0,5080	3,306	0,517
23	950	1,092x10 ¹⁰	0,053496	0,001179	0,5299	3,199	0,475
24	950	1,092x10 ¹⁰	0,062057	0,001238	0,5520	3,100	0,438
25	950	1,092x10 ¹⁰	0,071611	0,001299	0,5744	3,009	0,405
26	950	1,092x10 ¹⁰	0,082238	0,001360	0,5971	2,924	0,376
27	950	1,092x10 ¹⁰	0,094022	0,001422	0,6201	2,845	0,350
28	950	1,092x10 ¹⁰	0,107049	0,001485	0,6434	2,771	0,326
29	950	1,092x10 ¹⁰	0,121412	0,001549	0,6670	2,702	0,305
30	950	1,092x10 ¹⁰	0,137207	0,001613	0,6909	2,637	0,286
31	950	1,092x10 ¹⁰	0,154537	0,001679	0,7150	2,576	0,269
32	950	1,092x10 ¹⁰	0,173507	0,001745	0,7395	2,519	0,253
33	950	1,092x10 ¹⁰	0,194230	0,001812	0,7643	2,465	0,238
34	950	1,092x10 ¹⁰	0,216824	0,001879	0,7893	2,415	0,225
35	950	1,092x10 ¹⁰	0,241409	0,001948	0,8147	2,367	0,213

Tabela 12.10: Cálculo da primeira frequência natural nas direções transversal vertical e transversal horizontal das passarelas de madeira com duas vigas, classe de resistência C60 e largura igual a 200 cm

L (m)	ρ_{ap} (kg/m ³)	$E_{c0,ef}$ (N/m ²)	$I_{vert,2vig}$ (m ⁴)	$I_{lat,2vig}$ (m ⁴)	$A_{sec,pas}$ (m ²)	$f_{1,vert}$ (Hz)	$f_{1,lat}$ (Hz)
5	1000	1,372x10 ¹⁰	0,000202	0,000183	0,1543	8,413	8,024
6	1000	1,372x10 ¹⁰	0,000355	0,000221	0,1684	7,419	5,861
7	1000	1,372x10 ¹⁰	0,000574	0,000260	0,1827	6,655	4,479
8	1000	1,372x10 ¹⁰	0,000872	0,000299	0,1971	6,047	3,540
9	1000	1,372x10 ¹⁰	0,001264	0,000338	0,2117	5,552	2,871
10	1000	1,372x10 ¹⁰	0,001766	0,000378	0,2264	5,138	2,378
11	1000	1,372x10 ¹⁰	0,002393	0,000418	0,2414	4,788	2,002
12	1000	1,372x10 ¹⁰	0,003164	0,000459	0,2565	4,488	1,710
13	1000	1,372x10 ¹⁰	0,004096	0,000501	0,2718	4,227	1,477
14	1000	1,372x10 ¹⁰	0,005209	0,000542	0,2872	3,998	1,290
15	1000	1,372x10 ¹⁰	0,006523	0,000584	0,3029	3,795	1,136
16	1000	1,372x10 ¹⁰	0,008061	0,000627	0,3187	3,615	1,008
17	1000	1,372x10 ¹⁰	0,009844	0,000670	0,3347	3,453	0,901
18	1000	1,372x10 ¹⁰	0,011898	0,000714	0,3509	3,307	0,810
19	1000	1,372x10 ¹⁰	0,014247	0,000758	0,3673	3,174	0,732
20	1000	1,372x10 ¹⁰	0,016918	0,000803	0,3838	3,054	0,665
21	1000	1,372x10 ¹⁰	0,019940	0,000848	0,4006	2,944	0,607
22	1000	1,372x10 ¹⁰	0,023342	0,000894	0,4175	2,842	0,556
23	1000	1,372x10 ¹⁰	0,027154	0,000940	0,4346	2,749	0,512
24	1000	1,372x10 ¹⁰	0,031410	0,000987	0,4519	2,663	0,472
25	1000	1,372x10 ¹⁰	0,036143	0,001034	0,4695	2,583	0,437
26	1000	1,372x10 ¹⁰	0,041390	0,001082	0,4872	2,509	0,406
27	1000	1,372x10 ¹⁰	0,047188	0,001130	0,5051	2,440	0,378
28	1000	1,372x10 ¹⁰	0,053576	0,001179	0,5232	2,375	0,352
29	1000	1,372x10 ¹⁰	0,060595	0,001229	0,5415	2,314	0,330
30	1000	1,372x10 ¹⁰	0,068288	0,001279	0,5600	2,258	0,309
31	1000	1,372x10 ¹⁰	0,076700	0,001329	0,5787	2,204	0,290
32	1000	1,372x10 ¹⁰	0,085878	0,001380	0,5976	2,154	0,273
33	1000	1,372x10 ¹⁰	0,095871	0,001432	0,6167	2,107	0,257
34	1000	1,372x10 ¹⁰	0,106730	0,001484	0,6360	2,062	0,243
35	1000	1,372x10 ¹⁰	0,118508	0,001537	0,6555	2,020	0,230

Nas Tabelas 12.11 a 12.14, tem-se o cálculo da primeira frequência natural das passarelas de madeira nas direções transversal vertical e transversal horizontal, vãos de 5 a 35 m, larguras iguais a 150 e 200 cm, classe de resistência da madeira C40 e C60, tomando o módulo de elasticidade médio $E_{c0,m}$.

Tabela 12.11: Cálculo da primeira frequência natural nas direções transversal vertical e transversal horizontal das passarelas de madeira com duas vigas, classe de resistência C40 e largura igual a 150 cm

L (m)	ρ_{ap} (kg/m ³)	$E_{c0,m}$ (N/m ²)	$I_{vert,2vig}$ (m ⁴)	$I_{lat,2vig}$ (m ⁴)	$A_{sec,pas}$ (m ²)	$f_{1,vert}$ (Hz)	$f_{1,lat}$ (Hz)
5	950	$1,950 \times 10^{10}$	0,000245	0,000196	0,1296	12,389	11,068
6	950	$1,950 \times 10^{10}$	0,000434	0,000237	0,1448	10,830	7,997
7	950	$1,950 \times 10^{10}$	0,000707	0,000279	0,1602	9,647	6,057
8	950	$1,950 \times 10^{10}$	0,001081	0,000321	0,1759	8,718	4,750
9	950	$1,950 \times 10^{10}$	0,001578	0,000364	0,1919	7,966	3,827
10	950	$1,950 \times 10^{10}$	0,002217	0,000408	0,2081	7,346	3,151
11	950	$1,950 \times 10^{10}$	0,003024	0,000452	0,2246	6,825	2,640
12	950	$1,950 \times 10^{10}$	0,004023	0,000498	0,2413	6,381	2,244
13	950	$1,950 \times 10^{10}$	0,005240	0,000543	0,2583	5,998	1,932
14	950	$1,950 \times 10^{10}$	0,006706	0,000590	0,2755	5,665	1,680
15	950	$1,950 \times 10^{10}$	0,008450	0,000637	0,2930	5,371	1,475
16	950	$1,950 \times 10^{10}$	0,010507	0,000685	0,3108	5,111	1,305
17	950	$1,950 \times 10^{10}$	0,012911	0,000734	0,3288	4,880	1,163
18	950	$1,950 \times 10^{10}$	0,015701	0,000783	0,3471	4,671	1,043
19	950	$1,950 \times 10^{10}$	0,018917	0,000834	0,3657	4,484	0,941
20	950	$1,950 \times 10^{10}$	0,022603	0,000884	0,3846	4,313	0,853
21	950	$1,950 \times 10^{10}$	0,026803	0,000936	0,4038	4,158	0,777
22	950	$1,950 \times 10^{10}$	0,031568	0,000989	0,4232	4,016	0,711
23	950	$1,950 \times 10^{10}$	0,036948	0,001042	0,4429	3,886	0,652
24	950	$1,950 \times 10^{10}$	0,042998	0,001096	0,4629	3,766	0,601
25	950	$1,950 \times 10^{10}$	0,049778	0,001151	0,4832	3,655	0,556
26	950	$1,950 \times 10^{10}$	0,057348	0,001206	0,5038	3,552	0,515
27	950	$1,950 \times 10^{10}$	0,065774	0,001263	0,5247	3,456	0,479
28	950	$1,950 \times 10^{10}$	0,075125	0,001320	0,5459	3,367	0,446
29	950	$1,950 \times 10^{10}$	0,085473	0,001378	0,5674	3,284	0,417
30	950	$1,950 \times 10^{10}$	0,096897	0,001437	0,5892	3,207	0,390
31	950	$1,950 \times 10^{10}$	0,109477	0,001496	0,6113	3,134	0,366
32	950	$1,950 \times 10^{10}$	0,123298	0,001557	0,6337	3,066	0,344
33	950	$1,950 \times 10^{10}$	0,138452	0,001618	0,6564	3,001	0,324
34	950	$1,950 \times 10^{10}$	0,155033	0,001680	0,6794	2,941	0,306
35	950	$1,950 \times 10^{10}$	0,173141	0,001744	0,7028	2,884	0,289

Tabela 12.12: Cálculo da primeira frequência natural nas direções transversal vertical e transversal horizontal das passarelas de madeira com duas vigas, classe de resistência C60 e largura igual a 150 cm

L (m)	ρ_{ap} (kg/m ³)	$E_{c0,m}$ (N/m ²)	$I_{vert,2vig}$ (m ⁴)	$I_{lat,2vig}$ (m ⁴)	$A_{sec,pas}$ (m ²)	$f_{1,vert}$ (Hz)	$f_{1,lat}$ (Hz)
5	1000	$2,450 \times 10^{10}$	0,000131	0,000159	0,1117	10,652	11,731
6	1000	$2,450 \times 10^{10}$	0,000231	0,000192	0,1239	9,328	8,501
7	1000	$2,450 \times 10^{10}$	0,000375	0,000226	0,1364	8,319	6,453
8	1000	$2,450 \times 10^{10}$	0,000571	0,000260	0,1490	7,524	5,071
9	1000	$2,450 \times 10^{10}$	0,000831	0,000294	0,1617	6,880	4,093
10	1000	$2,450 \times 10^{10}$	0,001164	0,000329	0,1747	6,346	3,374
11	1000	$2,450 \times 10^{10}$	0,001582	0,000364	0,1878	5,897	2,831
12	1000	$2,450 \times 10^{10}$	0,002097	0,000400	0,2011	5,513	2,409
13	1000	$2,450 \times 10^{10}$	0,002722	0,000437	0,2146	5,182	2,076
14	1000	$2,450 \times 10^{10}$	0,003472	0,000474	0,2283	4,892	1,807
15	1000	$2,450 \times 10^{10}$	0,004361	0,000511	0,2421	4,638	1,588
16	1000	$2,450 \times 10^{10}$	0,005404	0,000549	0,2561	4,411	1,406
17	1000	$2,450 \times 10^{10}$	0,006618	0,000587	0,2703	4,209	1,254
18	1000	$2,450 \times 10^{10}$	0,008022	0,000626	0,2847	4,028	1,125
19	1000	$2,450 \times 10^{10}$	0,009633	0,000666	0,2993	3,864	1,016
20	1000	$2,450 \times 10^{10}$	0,011472	0,000706	0,3141	3,715	0,921
21	1000	$2,450 \times 10^{10}$	0,013559	0,000746	0,3291	3,579	0,839
22	1000	$2,450 \times 10^{10}$	0,015917	0,000787	0,3443	3,454	0,768
23	1000	$2,450 \times 10^{10}$	0,018568	0,000828	0,3596	3,340	0,705
24	1000	$2,450 \times 10^{10}$	0,021539	0,000870	0,3752	3,234	0,650
25	1000	$2,450 \times 10^{10}$	0,024854	0,000913	0,3909	3,137	0,601
26	1000	$2,450 \times 10^{10}$	0,028542	0,000956	0,4069	3,046	0,558
27	1000	$2,450 \times 10^{10}$	0,032630	0,001000	0,4230	2,962	0,518
28	1000	$2,450 \times 10^{10}$	0,037150	0,001044	0,4394	2,884	0,483
29	1000	$2,450 \times 10^{10}$	0,042133	0,001089	0,4560	2,810	0,452
30	1000	$2,450 \times 10^{10}$	0,047613	0,001134	0,4727	2,742	0,423
31	1000	$2,450 \times 10^{10}$	0,053624	0,001180	0,4897	2,677	0,397
32	1000	$2,450 \times 10^{10}$	0,060205	0,001226	0,5069	2,617	0,373
33	1000	$2,450 \times 10^{10}$	0,067394	0,001273	0,5243	2,560	0,352
34	1000	$2,450 \times 10^{10}$	0,075230	0,001321	0,5419	2,506	0,332
35	1000	$2,450 \times 10^{10}$	0,083758	0,001369	0,5597	2,455	0,314

Tabela 12.13: Cálculo da primeira frequência natural nas direções transversal vertical e transversal horizontal das passarelas de madeira com duas vigas, classe de resistência C40 e largura igual a 200 cm

L (m)	ρ_{ap} (kg/m ³)	$E_{c0,m}$ (N/m ²)	$I_{vert,2vig}$ (m ⁴)	$I_{lat,2vig}$ (m ⁴)	$A_{sec,pas}$ (m ²)	$f_{1,vert}$ (Hz)	$f_{1,lat}$ (Hz)
5	950	1,950 x10 ¹⁰	0,000377	0,000226	0,1770	13,140	10,172
6	950	1,950 x10 ¹⁰	0,000666	0,000273	0,1945	11,565	7,409
7	950	1,950 x10 ¹⁰	0,001079	0,000321	0,2121	10,359	5,648
8	950	1,950 x10 ¹⁰	0,001645	0,000369	0,2301	9,403	4,455
9	950	1,950 x10 ¹⁰	0,002392	0,000418	0,2483	8,625	3,607
10	950	1,950 x10 ¹⁰	0,003351	0,000468	0,2667	7,978	2,982
11	950	1,950 x10 ¹⁰	0,004555	0,000519	0,2854	7,431	2,507
12	950	1,950 x10 ¹⁰	0,006039	0,000570	0,3043	6,962	2,138
13	950	1,950 x10 ¹⁰	0,007841	0,000621	0,3235	6,556	1,846
14	950	1,950 x10 ¹⁰	0,010000	0,000674	0,3429	6,201	1,610
15	950	1,950 x10 ¹⁰	0,012560	0,000727	0,3626	5,887	1,416
16	950	1,950 x10 ¹⁰	0,015565	0,000781	0,3826	5,607	1,256
17	950	1,950 x10 ¹⁰	0,019064	0,000836	0,4028	5,357	1,122
18	950	1,950 x10 ¹⁰	0,023107	0,000891	0,4233	5,132	1,008
19	950	1,950 x10 ¹⁰	0,027749	0,000947	0,4441	4,928	0,910
20	950	1,950 x10 ¹⁰	0,033047	0,001004	0,4651	4,743	0,827
21	950	1,950 x10 ¹⁰	0,039061	0,001061	0,4864	4,573	0,754
22	950	1,950 x10 ¹⁰	0,045855	0,001120	0,5080	4,418	0,690
23	950	1,950 x10 ¹⁰	0,053496	0,001179	0,5299	4,275	0,635
24	950	1,950 x10 ¹⁰	0,062057	0,001238	0,5520	4,143	0,585
25	950	1,950 x10 ¹⁰	0,071611	0,001299	0,5744	4,020	0,541
26	950	1,950 x10 ¹⁰	0,082238	0,001360	0,5971	3,907	0,502
27	950	1,950 x10 ¹⁰	0,094022	0,001422	0,6201	3,801	0,468
28	950	1,950 x10 ¹⁰	0,107049	0,001485	0,6434	3,703	0,436
29	950	1,950 x10 ¹⁰	0,121412	0,001549	0,6670	3,610	0,408
30	950	1,950 x10 ¹⁰	0,137207	0,001613	0,6909	3,524	0,382
31	950	1,950 x10 ¹⁰	0,154537	0,001679	0,7150	3,443	0,359
32	950	1,950 x10 ¹⁰	0,173507	0,001745	0,7395	3,366	0,338
33	950	1,950 x10 ¹⁰	0,194230	0,001812	0,7643	3,294	0,318
34	950	1,950 x10 ¹⁰	0,216824	0,001879	0,7893	3,227	0,300
35	950	1,950 x10 ¹⁰	0,241409	0,001948	0,8147	3,162	0,284

Tabela 12.14: Cálculo da primeira frequência natural nas direções transversal vertical e transversal horizontal das passarelas de madeira com duas vigas, classe de resistência C60 e largura igual a 200 cm

L (m)	ρ_{ap} (kg/m ³)	$E_{c0,m}$ (N/m ²)	$I_{vert,2vig}$ (m ⁴)	$I_{lat,2vig}$ (m ⁴)	$A_{sec,pas}$ (m ²)	$f_{1,vert}$ (Hz)	$f_{1,lat}$ (Hz)
5	1000	2,450 x10 ¹⁰	0,000202	0,000183	0,1543	11,242	10,722
6	1000	2,450 x10 ¹⁰	0,000355	0,000221	0,1684	9,914	7,832
7	1000	2,450 x10 ¹⁰	0,000574	0,000260	0,1827	8,893	5,986
8	1000	2,450 x10 ¹⁰	0,000872	0,000299	0,1971	8,081	4,731
9	1000	2,450 x10 ¹⁰	0,001264	0,000338	0,2117	7,419	3,837
10	1000	2,450 x10 ¹⁰	0,001766	0,000378	0,2264	6,866	3,177
11	1000	2,450 x10 ¹⁰	0,002393	0,000418	0,2414	6,399	2,675
12	1000	2,450 x10 ¹⁰	0,003164	0,000459	0,2565	5,997	2,285
13	1000	2,450 x10 ¹⁰	0,004096	0,000501	0,2718	5,648	1,974
14	1000	2,450 x10 ¹⁰	0,005209	0,000542	0,2872	5,342	1,724
15	1000	2,450 x10 ¹⁰	0,006523	0,000584	0,3029	5,071	1,518
16	1000	2,450 x10 ¹⁰	0,008061	0,000627	0,3187	4,830	1,347
17	1000	2,450 x10 ¹⁰	0,009844	0,000670	0,3347	4,614	1,204
18	1000	2,450 x10 ¹⁰	0,011898	0,000714	0,3509	4,419	1,083
19	1000	2,450 x10 ¹⁰	0,014247	0,000758	0,3673	4,242	0,979
20	1000	2,450 x10 ¹⁰	0,016918	0,000803	0,3838	4,081	0,889
21	1000	2,450 x10 ¹⁰	0,019940	0,000848	0,4006	3,934	0,811
22	1000	2,450 x10 ¹⁰	0,023342	0,000894	0,4175	3,798	0,743
23	1000	2,450 x10 ¹⁰	0,027154	0,000940	0,4346	3,674	0,684
24	1000	2,450 x10 ¹⁰	0,031410	0,000987	0,4519	3,559	0,631
25	1000	2,450 x10 ¹⁰	0,036143	0,001034	0,4695	3,452	0,584
26	1000	2,450 x10 ¹⁰	0,041390	0,001082	0,4872	3,352	0,542
27	1000	2,450 x10 ¹⁰	0,047188	0,001130	0,5051	3,260	0,505
28	1000	2,450 x10 ¹⁰	0,053576	0,001179	0,5232	3,174	0,471
29	1000	2,450 x10 ¹⁰	0,060595	0,001229	0,5415	3,093	0,440
30	1000	2,450 x10 ¹⁰	0,068288	0,001279	0,5600	3,017	0,413
31	1000	2,450 x10 ¹⁰	0,076700	0,001329	0,5787	2,946	0,388
32	1000	2,450 x10 ¹⁰	0,085878	0,001380	0,5976	2,878	0,365
33	1000	2,450 x10 ¹⁰	0,095871	0,001432	0,6167	2,815	0,344
34	1000	2,450 x10 ¹⁰	0,106730	0,001484	0,6360	2,755	0,325
35	1000	2,450 x10 ¹⁰	0,118508	0,001537	0,6555	2,699	0,307

Os resultados do cálculo das acelerações na direção transversal vertical nas passarelas de madeira foram obtidos teoricamente, tomando o módulo de elasticidade efetivo $E_{c0,ef}$, e são apresentados nas Tabelas 12.15 a 12.26.

Tabela 12.15: Valores das acelerações máximas na direção transversal vertical para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C40

Vão L (m)	BS5400 a_{vert} (m/s ²)	BS5400 a_{lim} (m/s ²)	OHBDC a_{lim} (m/s ²)	EC5 (Fluxo) a_{vert} (m/s ²)	EC5 (1 Pedestre) a_{vert} (m/s ²)	EC5 a_{lim} (m/s ²)
5	6,925	1,522	1,420	5,925	1,200	0,700
6	5,698	1,423	1,279	5,132	1,247	0,700
7	4,826	1,343	1,168	4,490	1,273	0,700
8	4,165	1,277	1,080	3,960	1,283	0,700
9	3,662	1,221	1,006	3,519	1,283	0,700
10	3,262	1,172	0,945	3,145	1,274	0,700
11	2,887	1,130	0,892	2,827	1,259	0,700
12	2,582	1,093	0,846	2,552	1,240	0,700
13	2,361	1,059	0,806	2,314	1,219	0,700
14	2,132	1,029	0,771	2,106	1,194	0,700
15	1,973	1,002	0,740	1,924	1,169	0,700
16	1,804	0,978	0,712	1,762	1,142	0,700
17	1,672	0,955	0,687	1,619	1,115	0,700
18	1,556	0,935	0,664	1,491	1,087	0,700
19	1,453	0,916	0,643	1,377	1,060	0,700
20	1,361	0,898	0,624	1,274	1,032	0,700
21	1,270	0,882	0,606	1,182	1,005	0,700
22	1,205	0,867	0,590	1,098	0,978	0,700
23	1,123	0,853	0,575	1,586	1,478	0,700
24	1,077	0,839	0,561	1,994	1,938	0,700
25	1,027	0,827	0,548	2,305	2,334	0,700
26	0,969	0,815	0,536	2,541	2,676	0,700
27	0,915	0,804	0,525	2,712	2,966	0,700
28	0,867	0,794	0,514	2,838	3,219	0,700
29	0,822	0,784	0,504	2,749	3,228	0,700
30	0,781	0,775	0,495	2,585	3,141	0,700
31	0,740	0,766	0,486	2,434	3,056	0,700
32	0,704	0,757	0,478	2,294	2,974	0,700
33	0,669	0,749	0,470	2,165	2,894	0,700
34	0,638	0,742	0,463	2,046	2,817	0,700
35	0,608	0,734	0,455	1,934	2,742	0,700

Tabela 12.16: Valores das acelerações máximas na direção transversal vertical para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C40

Vão L (m)	EC5 E (13 Pedestres) a_{vert} (m/s ²)	EC5 E (1 Pedestre) a_{vert} (m/s ²)	EC5 E a_{lim} (m/s ²)
5	-	-	0,700
6	-	-	0,700
7	-	-	0,700
8	-	-	0,700
9	-	-	0,700
10	-	-	0,700
11	-	-	0,700
12	0,977	3,636	0,700
13	1,917	3,135	0,700
14	2,484	2,729	0,700
15	2,808	2,395	0,700
16	2,975	2,117	0,700
17	3,037	1,883	0,700
18	3,031	1,685	0,700
19	2,980	1,515	0,700
20	2,901	1,368	0,700
21	2,804	1,241	0,700
22	2,697	1,131	0,700
23	2,586	1,033	0,700
24	2,473	0,947	0,700
25	2,361	0,871	0,700
26	2,251	0,804	0,700
27	2,145	0,743	0,700
28	2,043	0,689	0,700
29	3,826	1,279	0,700
30	3,561	1,191	0,700
31	3,322	1,111	0,700
32	3,104	1,038	0,700
33	2,906	0,972	0,700
34	2,725	0,911	0,700
35	2,559	0,856	0,700

Tabela 12.17: Valores das acelerações máximas na direção transversal vertical para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C40

Vão L (m)	Rainer a_{vert} (m/s^2)	Grundmann (Fluxo) a_{vert} (m/s^2)	Grundmann (1 Pedestre) a_{vert} (m/s^2)
5	11,008	13,498	8,999
6	9,035	11,543	7,695
7	7,638	9,974	6,649
8	6,598	8,694	5,796
9	5,793	7,636	5,091
10	5,151	6,750	4,500
11	4,627	6,002	4,001
12	4,191	5,363	3,576
13	3,821	4,815	3,210
14	3,504	4,341	2,894
15	3,228	3,928	2,619
16	2,986	3,567	2,378
17	2,771	3,249	2,166
18	2,580	2,969	1,979
19	2,408	2,720	1,813
20	2,252	2,498	1,665
21	2,110	2,300	1,533
22	1,980	2,122	1,415
23	1,860	2,324	1,309
24	1,750	2,481	1,213
25	1,648	2,584	1,126
26	1,553	2,645	1,047
27	1,464	2,672	0,975
28	1,381	2,676	0,910
29	1,303	2,553	0,851
30	1,229	2,389	0,796
31	1,160	2,240	0,747
32	1,095	2,103	0,701
33	1,033	1,976	0,659
34	0,974	1,860	0,620
35	0,918	1,752	0,584

Tabela 12.18: Valores das acelerações máximas na direção transversal vertical para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C60

Vão L (m)	BS5400 a_{vert} (m/s ²)	BS5400 a_{lim} (m/s ²)	OHBDC a_{lim} (m/s ²)	EC5 (Fluxo) a_{vert} (m/s ²)	EC5 (1 Pedestre) a_{vert} (m/s ²)	EC5 a_{lim} (m/s ²)
5	7,634	1,412	1,262	6,531	1,323	0,700
6	6,324	1,321	1,138	5,696	1,384	0,700
7	5,388	1,248	1,041	5,012	1,421	0,700
8	4,673	1,186	0,962	4,444	1,440	0,700
9	4,128	1,134	0,897	3,966	1,446	0,700
10	3,692	1,090	0,843	3,560	1,442	0,700
11	3,280	1,050	0,796	3,211	1,430	0,700
12	2,943	1,016	0,755	2,909	1,414	0,700
13	2,699	0,985	0,720	2,646	1,393	0,700
14	2,445	0,957	0,688	2,415	1,370	0,700
15	2,269	0,931	0,660	2,212	1,344	0,700
16	2,080	0,908	0,635	2,032	1,316	0,700
17	1,932	0,887	0,612	1,871	1,288	0,700
18	1,802	0,868	0,591	1,727	1,259	0,700
19	1,686	0,850	0,572	2,644	2,034	0,700
20	1,583	0,834	0,555	3,439	2,785	0,700
21	1,480	0,818	0,539	4,038	3,435	0,700
22	1,407	0,804	0,524	4,475	3,987	0,700
23	1,314	0,790	0,511	4,783	4,456	0,700
24	1,262	0,778	0,498	4,468	4,343	0,700
25	1,206	0,766	0,486	4,181	4,233	0,700
26	1,140	0,755	0,475	3,917	4,125	0,700
27	1,079	0,744	0,465	3,676	4,019	0,700
28	1,023	0,734	0,455	3,454	3,916	0,700
29	0,972	0,725	0,446	3,249	3,816	0,700
30	0,925	0,716	0,438	3,060	3,718	0,700
31	0,878	0,708	0,430	2,886	3,624	0,700
32	0,835	0,700	0,422	2,725	3,531	0,700
33	0,796	0,692	0,415	2,575	3,442	0,700
34	0,759	0,685	0,408	2,436	3,355	0,700
35	0,725	0,678	0,402	2,307	3,271	0,700

Tabela 12.19: Valores das acelerações máximas na direção transversal vertical para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C60

Vão L (m)	EC5 E (13 Pedestres) a_{vert} (m/s ²)	EC5 E (1 Pedestre) a_{vert} (m/s ²)	EC5 E a_{lim} (m/s ²)
5	-	-	0,700
6	-	-	0,700
7	-	-	0,700
8	-	-	0,700
9	-	-	0,700
10	1,719	5,725	0,700
11	3,399	4,841	0,700
12	4,332	4,144	0,700
13	4,811	3,585	0,700
14	5,011	3,129	0,700
15	5,037	2,754	0,700
16	4,958	2,440	0,700
17	4,814	2,176	0,700
18	4,634	1,951	0,700
19	4,434	1,758	0,700
20	4,227	1,592	0,700
21	4,018	1,447	0,700
22	3,814	1,320	0,700
23	7,230	2,418	0,700
24	6,641	2,221	0,700
25	6,119	2,046	0,700
26	5,653	1,891	0,700
27	5,235	1,751	0,700
28	4,860	1,626	0,700
29	4,522	1,513	0,700
30	4,217	1,410	0,700
31	3,939	1,317	0,700
32	3,687	1,233	0,700
33	3,456	1,156	0,700
34	3,246	1,085	0,700
35	3,052	1,021	0,700

Tabela 12.20: Valores das acelerações máximas na direção transversal vertical para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C60

Vão L (m)	Rainer a_{vert} (m/s ²)	Grundmann (Fluxo) a_{vert} (m/s ²)	Grundmann (1 Pedestre) a_{vert} (m/s ²)
5	12,134	14,879	9,920
6	10,028	12,811	8,541
7	8,527	11,135	7,423
8	7,404	9,756	6,504
9	6,530	8,607	5,738
10	5,830	7,640	5,093
11	5,256	6,818	4,545
12	4,776	6,113	4,075
13	4,369	5,505	3,670
14	4,017	4,977	3,318
15	3,711	4,516	3,011
16	3,442	4,112	2,741
17	3,202	3,754	2,503
18	2,988	3,438	2,292
19	2,795	3,845	2,105
20	2,619	4,184	1,937
21	2,459	4,407	1,787
22	2,312	4,536	1,652
23	2,176	4,593	1,531
24	2,051	4,264	1,421
25	1,935	3,966	1,322
26	1,826	3,695	1,232
27	1,725	3,448	1,149
28	1,630	3,223	1,074
29	1,540	3,017	1,006
30	1,455	2,829	0,943
31	1,376	2,656	0,885
32	1,300	2,497	0,832
33	1,228	2,350	0,783
34	1,160	2,215	0,738
35	1,095	2,090	0,697

Tabela 12.21: Valores das acelerações máximas na direção transversal vertical para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C40

Vão L (m)	BS5400 a_{vert} (m/s ²)	BS5400 a_{lim} (m/s ²)	OHBDC a_{lim} (m/s ²)	EC5 (Fluxo) a_{vert} (m/s ²)	EC5 (1 Pedestre) a_{vert} (m/s ²)	EC5 a_{lim} (m/s ²)
5	5,069	1,568	1,487	4,337	0,284	0,700
6	4,242	1,471	1,346	3,821	0,300	0,700
7	3,645	1,392	1,235	3,391	0,311	0,700
8	3,185	1,326	1,145	3,029	0,317	0,700
9	2,831	1,270	1,071	2,720	0,320	0,700
10	2,546	1,222	1,007	2,454	0,321	0,700
11	2,272	1,179	0,953	2,225	0,320	0,700
12	2,048	1,141	0,906	2,024	0,318	0,700
13	1,885	1,107	0,864	1,848	0,764	0,700
14	1,713	1,077	0,828	1,692	1,241	0,700
15	1,595	1,049	0,795	1,554	1,221	0,700
16	1,466	1,024	0,765	1,432	1,199	0,700
17	1,365	1,001	0,738	1,322	1,177	0,700
18	1,276	0,980	0,714	1,223	1,153	0,700
19	1,196	0,960	0,692	1,134	0,921	0,700
20	1,125	0,942	0,671	1,054	0,718	0,700
21	1,054	0,925	0,653	0,981	0,544	0,700
22	1,003	0,909	0,635	0,915	0,399	0,700
23	0,939	0,894	0,619	0,854	0,343	0,700
24	0,903	0,880	0,604	0,799	0,335	0,700
25	0,864	0,867	0,590	0,749	0,327	0,700
26	0,817	0,855	0,577	1,023	0,319	0,700
27	0,774	0,843	0,565	1,274	0,311	0,700
28	0,735	0,832	0,554	1,473	0,303	0,700
29	0,699	0,822	0,543	1,630	0,296	0,700
30	0,666	0,812	0,533	1,751	0,289	0,700
31	0,633	0,803	0,523	1,844	0,281	0,700
32	0,603	0,794	0,514	1,910	0,275	0,700
33	0,575	0,785	0,505	1,860	0,268	0,700
34	0,549	0,777	0,497	1,761	0,261	0,700
35	0,524	0,769	0,489	1,669	0,255	0,700

Tabela 12.22: Valores das acelerações máximas na direção transversal vertical para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C40

Vão L (m)	EC5 E (13 Pedestres) a_{vert} (m/s ²)	EC5 E (1 Pedestre) a_{vert} (m/s ²)	EC5 E a_{lim} (m/s ²)
5	-	-	0,700
6	-	-	0,700
7	-	-	0,700
8	-	-	0,700
9	-	-	0,700
10	-	-	0,700
11	-	-	0,700
12	-	-	0,700
13	0,281	2,503	0,700
14	0,944	2,193	0,700
15	1,377	1,935	0,700
16	1,653	1,720	0,700
17	1,822	1,537	0,700
18	1,916	1,382	0,700
19	1,958	1,248	0,700
20	1,964	1,132	0,700
21	1,945	1,031	0,700
22	1,908	0,942	0,700
23	1,861	0,864	0,700
24	1,805	0,795	0,700
25	1,746	0,733	0,700
26	1,684	0,678	0,700
27	1,621	0,629	0,700
28	1,558	0,584	0,700
29	1,496	0,544	0,700
30	1,435	0,508	0,700
31	1,377	0,475	0,700
32	1,320	0,445	0,700
33	2,496	0,835	0,700
34	2,346	0,784	0,700
35	2,208	0,738	0,700

Tabela 12.23: Valores das acelerações máximas na direção transversal vertical para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C40

Vão L (m)	Rainer $a_{\text{vert}} \text{ (m/s}^2\text{)}$	Grundmann (Fluxo) $a_{\text{vert}} \text{ (m/s}^2\text{)}$	Grundmann (1 Pedestre) $a_{\text{vert}} \text{ (m/s}^2\text{)}$
5	8,057	9,880	6,586
6	6,726	8,594	5,729
7	5,769	7,533	5,022
8	5,046	6,649	4,432
9	4,478	5,902	3,935
10	4,020	5,268	3,512
11	3,641	4,723	3,149
12	3,323	4,253	2,835
13	3,051	3,844	2,563
14	2,815	3,487	2,325
15	2,608	3,174	2,116
16	2,426	2,897	1,932
17	2,262	2,652	1,768
18	2,116	2,434	1,623
19	1,983	2,240	1,493
20	1,862	2,066	1,377
21	1,751	1,909	1,273
22	1,649	1,768	1,179
23	1,555	1,641	1,094
24	1,467	1,525	1,017
25	1,386	1,420	0,947
26	1,310	1,526	0,883
27	1,238	1,622	0,825
28	1,171	1,689	0,772
29	1,108	1,733	0,724
30	1,048	1,758	0,679
31	0,992	1,769	0,638
32	0,938	1,767	0,601
33	0,887	1,697	0,566
34	0,838	1,601	0,534
35	0,792	1,512	0,504

Tabela 12.24: Valores das acelerações máximas na direção transversal vertical para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C60

Vão L (m)	BS5400 a_{vert} (m/s ²)	BS5400 a_{lim} (m/s ²)	OHBDC a_{lim} (m/s ²)	EC5 (Fluxo) a_{vert} (m/s ²)	EC5 (1 Pedestre) a_{vert} (m/s ²)	EC5 a_{lim} (m/s ²)
5	5,523	1,450	1,316	4,725	1,276	0,700
6	4,653	1,362	1,193	4,191	1,358	0,700
7	4,022	1,290	1,096	3,741	1,414	0,700
8	3,532	1,230	1,018	3,359	1,451	0,700
9	3,154	1,178	0,952	3,030	1,473	0,700
10	2,848	1,133	0,896	2,746	1,483	0,700
11	2,552	1,094	0,848	2,498	1,484	0,700
12	2,308	1,059	0,806	2,281	1,478	0,700
13	2,131	1,028	0,770	2,089	1,467	0,700
14	1,943	1,000	0,737	1,919	1,451	0,700
15	1,814	0,974	0,707	1,768	1,432	0,700
16	1,672	0,951	0,681	1,633	1,411	0,700
17	1,560	0,929	0,657	1,511	1,387	0,700
18	1,462	0,909	0,635	1,402	1,362	0,700
19	1,374	0,891	0,616	1,303	1,337	0,700
20	1,295	0,874	0,597	1,213	1,310	0,700
21	1,216	0,858	0,580	1,152	1,274	0,700
22	1,160	0,843	0,565	1,060	1,247	0,700
23	1,087	0,829	0,550	1,000	1,210	0,700
24	1,048	0,816	0,537	950	1,170	0,700
25	1,005	0,804	0,524	900	1,130	0,700
26	0,952	0,792	0,512	850	1,090	0,700
27	0,903	0,781	0,501	800	1,050	0,700
28	0,859	0,771	0,491	750	1,010	0,700
29	0,818	0,761	0,481	700	970	0,700
30	0,781	0,751	0,472	650	930	0,700
31	0,743	0,742	0,463	600	890	0,700
32	0,709	0,734	0,455	550	850	0,700
33	0,676	0,726	0,447	500	810	0,700
34	0,647	0,718	0,440	450	770	0,700
35	0,619	0,711	0,433	400	730	0,700

Tabela 12.25: Valores das acelerações máximas na direção transversal vertical para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C60

Vão L (m)	EC5 E (13 Pedestres) a_{vert} (m/s ²)	EC5 E (1 Pedestre) a_{vert} (m/s ²)	EC5 E a_{lim} (m/s ²)
5	-	-	0,700
6	-	-	0,700
7	-	-	0,700
8	-	-	0,700
9	-	-	0,700
10	-	-	0,700
11	0,954	3,766	0,700
12	1,991	3,249	0,700
13	2,618	2,830	0,700
14	2,982	2,487	0,700
15	3,172	2,201	0,700
16	3,250	1,961	0,700
17	3,252	1,757	0,700
18	3,206	1,583	0,700
19	3,129	1,433	0,700
20	3,032	1,303	0,700
21	2,924	1,189	0,700
22	2,809	1,089	0,700
23	2,693	1,000	0,700
24	2,577	0,922	0,700
25	2,463	0,852	0,700
26	2,352	0,789	0,700
27	4,385	1,467	0,700
28	4,082	1,365	0,700
29	3,808	1,274	0,700
30	3,560	1,191	0,700
31	3,334	1,115	0,700
32	3,127	1,046	0,700
33	2,939	0,983	0,700
34	2,766	0,925	0,700
35	2,607	0,872	0,700

Tabela 12.26: Valores das acelerações máximas na direção transversal vertical para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C60

Vão L (m)	Rainer a_{vert} (m/s ²)	Grundmann (Fluxo) a_{vert} (m/s ²)	Grundmann (1 Pedestre) a_{vert} (m/s ²)
5	8,778	10,764	7,176
6	7,378	9,426	6,284
7	6,365	8,312	5,541
8	5,596	7,373	4,916
9	4,989	6,576	4,384
10	4,498	5,893	3,929
11	4,090	5,305	3,536
12	3,745	4,793	3,196
13	3,450	4,347	2,898
14	3,193	3,955	2,637
15	2,967	3,610	2,407
16	2,766	3,304	2,203
17	2,587	3,033	2,022
18	2,425	2,790	1,860
19	2,278	2,573	1,715
20	2,143	2,378	1,585
21	2,020	2,449	1,468
22	1,906	2,690	1,363
23	1,801	2,854	1,267
24	1,703	2,963	1,180
25	1,611	3,028	1,101
26	1,525	3,058	1,029
27	1,445	2,888	0,963
28	1,369	2,707	0,902
29	1,297	2,541	0,847
30	1,229	2,388	0,796
31	1,164	2,248	0,749
32	1,103	2,118	0,706
33	1,044	1,998	0,666
34	0,988	1,888	0,629
35	0,935	1,785	0,595

Os resultados do cálculo das acelerações na direção transversal vertical nas passarelas de madeira foram obtidos teoricamente, tomando o módulo de elasticidade médio $E_{c0,m}$, e são apresentados nas Tabelas 12.27 a 12.38.

Tabela 12.27: Valores das acelerações máximas na direção transversal vertical para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C40

Vão L (m)	BS5400 a_{vert} (m/s ²)	BS5400 a_{lim} (m/s ²)	OHBDC a_{lim} (m/s ²)	EC5 (Fluxo) a_{vert} (m/s ²)	EC5 (1 Pedestre) a_{vert} (m/s ²)	EC5 a_{lim} (m/s ²)
5	6,925	1,760	1,780	5,925	1,200	0,700
6	5,698	1,645	1,603	5,132	1,247	0,700
7	4,826	1,553	1,465	4,490	1,273	0,700
8	4,165	1,476	1,353	3,960	1,283	0,700
9	3,662	1,411	1,262	3,519	1,283	0,700
10	3,262	1,355	1,184	3,145	1,274	0,700
11	2,887	1,306	1,118	2,827	1,259	0,700
12	2,582	1,263	1,061	2,552	1,240	0,700
13	2,361	1,225	1,011	2,314	1,219	0,700
14	2,132	1,190	0,967	2,106	1,194	0,700
15	1,973	1,159	0,928	1,924	1,169	0,700
16	1,804	1,130	0,892	1,762	1,142	0,700
17	1,672	1,104	0,861	1,619	1,115	0,700
18	1,556	1,081	0,832	1,491	1,087	0,700
19	1,453	1,059	0,806	1,377	1,060	0,700
20	1,361	1,038	0,782	1,274	1,032	0,700
21	1,270	1,020	0,760	1,182	1,005	0,700
22	1,205	1,002	0,739	1,098	0,978	0,700
23	1,123	0,986	0,721	1,022	0,952	0,700
24	1,077	0,970	0,703	0,953	0,926	0,700
25	1,027	0,956	0,687	0,890	0,901	0,700
26	0,969	0,942	0,672	0,833	0,877	0,700
27	0,915	0,930	0,658	0,780	0,853	0,700
28	0,867	0,918	0,645	0,732	0,830	0,700
29	0,822	0,906	0,632	0,687	0,807	0,700
30	0,781	0,895	0,620	0,646	0,785	0,700
31	0,740	0,885	0,609	0,608	0,764	0,700
32	0,704	0,875	0,599	0,574	0,743	0,700
33	0,669	0,866	0,589	0,541	0,723	0,700
34	0,638	0,857	0,580	0,692	0,953	0,700
35	0,608	0,849	0,571	0,820	1,163	0,700

Tabela 12.28: Valores das acelerações máximas na direção transversal vertical para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C40

Vão L (m)	EC5 E (13 Pedestres) a_{vert} (m/s ²)	EC5 E (1 Pedestre) a_{vert} (m/s ²)	EC5 E a_{lim} (m/s ²)
5	-	-	0,700
6	-	-	0,700
7	-	-	0,700
8	-	-	0,700
9	-	-	0,700
10	-	-	0,700
11	-	-	0,700
12	-	-	0,700
13	-	-	0,700
14	-	-	0,700
15	-	-	0,700
16	-	-	0,700
17	0,271	1,883	0,700
18	0,662	1,685	0,700
19	0,936	1,515	0,700
20	1,124	1,368	0,700
21	1,250	1,241	0,700
22	1,331	1,131	0,700
23	1,377	1,033	0,700
24	1,399	0,947	0,700
25	1,402	0,871	0,700
26	1,392	0,804	0,700
27	1,372	0,743	0,700
28	1,345	0,689	0,700
29	1,313	0,640	0,700
30	1,277	0,596	0,700
31	1,240	0,555	0,700
32	1,201	0,519	0,700
33	1,162	0,486	0,700
34	1,122	0,456	0,700
35	1,083	0,428	0,700

Tabela 12.29: Valores das acelerações máximas na direção transversal vertical para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C40

Vão L (m)	Rainer a_{vert} (m/s^2)	Grundmann (Fluxo) a_{vert} (m/s^2)	Grundmann (1 Pedestre) a_{vert} (m/s^2)
5	11,008	13,498	8,999
6	9,035	11,543	7,695
7	7,638	9,974	6,649
8	6,598	8,694	5,796
9	5,793	7,636	5,091
10	5,151	6,750	4,500
11	4,627	6,002	4,001
12	4,191	5,363	3,576
13	3,821	4,815	3,210
14	3,504	4,341	2,894
15	3,228	3,928	2,619
16	2,986	3,567	2,378
17	2,771	3,249	2,166
18	2,580	2,969	1,979
19	2,408	2,720	1,813
20	2,252	2,498	1,665
21	2,110	2,300	1,533
22	1,980	2,122	1,415
23	1,860	1,963	1,309
24	1,750	1,819	1,213
25	1,648	1,689	1,126
26	1,553	1,571	1,047
27	1,464	1,463	0,975
28	1,381	1,365	0,910
29	1,303	1,276	0,851
30	1,229	1,195	0,796
31	1,160	1,120	0,747
32	1,095	1,051	0,701
33	1,033	0,988	0,659
34	0,974	1,040	0,620
35	0,918	1,079	0,584

Tabela 12.30: Valores das acelerações máximas na direção transversal vertical para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C60

Vão L (m)	BS5400 a_{vert} (m/s ²)	BS5400 a_{lim} (m/s ²)	OHBDC a_{lim} (m/s ²)	EC5 (Fluxo) a_{vert} (m/s ²)	EC5 (1 Pedestre) a_{vert} (m/s ²)	EC5 a_{lim} (m/s ²)
5	7,634	1,632	1,582	6,531	1,323	0,700
6	6,324	1,527	1,427	5,696	1,384	0,700
7	5,388	1,442	1,305	5,012	1,421	0,700
8	4,673	1,372	1,207	4,444	1,440	0,700
9	4,128	1,311	1,125	3,966	1,446	0,700
10	3,692	1,260	1,057	3,560	1,442	0,700
11	3,280	1,214	0,998	3,211	1,430	0,700
12	2,943	1,174	0,947	2,909	1,414	0,700
13	2,699	1,138	0,902	2,646	1,393	0,700
14	2,445	1,106	0,863	2,415	1,370	0,700
15	2,269	1,077	0,827	2,212	1,344	0,700
16	2,080	1,050	0,796	2,032	1,316	0,700
17	1,932	1,026	0,767	1,871	1,288	0,700
18	1,802	1,003	0,741	1,727	1,259	0,700
19	1,686	0,983	0,717	1,598	1,230	0,700
20	1,583	0,964	0,696	1,482	1,201	0,700
21	1,480	0,946	0,676	1,377	1,171	0,700
22	1,407	0,929	0,657	1,282	1,142	0,700
23	1,314	0,914	0,640	1,196	1,114	0,700
24	1,262	0,899	0,625	1,117	1,086	0,700
25	1,206	0,886	0,610	1,045	1,058	0,700
26	1,140	0,873	0,596	0,979	1,031	0,700
27	1,079	0,861	0,583	1,128	1,234	0,700
28	1,023	0,849	0,571	1,464	1,661	0,700
29	0,972	0,838	0,560	1,738	2,042	0,700
30	0,925	0,828	0,549	1,950	2,369	0,700
31	0,878	0,818	0,539	2,120	2,662	0,700
32	0,835	0,809	0,529	2,247	2,912	0,700
33	0,796	0,800	0,520	2,343	3,132	0,700
34	0,759	0,792	0,512	2,382	3,280	0,700
35	0,725	0,783	0,504	2,307	3,271	0,700

Tabela 12.31: Valores das acelerações máximas na direção transversal vertical para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C60

Vão L (m)	EC5 E (13 Pedestres) a_{vert} (m/s ²)	EC5 E (1 Pedestre) a_{vert} (m/s ²)	EC5 E a_{lim} (m/s ²)
5	-	-	0,700
6	-	-	0,700
7	-	-	0,700
8	-	-	0,700
9	-	-	0,700
10	-	-	0,700
11	-	-	0,700
12	-	-	0,700
13	-	-	0,700
14	0,402	3,129	0,700
15	1,193	2,754	0,700
16	1,718	2,440	0,700
17	2,057	2,176	0,700
18	2,269	1,951	0,700
19	2,390	1,758	0,700
20	2,447	1,592	0,700
21	2,460	1,447	0,700
22	2,441	1,320	0,700
23	2,401	1,209	0,700
24	2,345	1,111	0,700
25	2,280	1,023	0,700
26	2,209	0,945	0,700
27	2,134	0,875	0,700
28	2,057	0,813	0,700
29	1,981	0,756	0,700
30	1,905	0,705	0,700
31	1,830	0,659	0,700
32	1,757	0,616	0,700
33	1,687	0,578	0,700
34	1,619	0,543	0,700
35	3,052	1,021	0,700

Tabela 12.32: Valores das acelerações máximas na direção transversal vertical para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C60

Vão L (m)	Rainer a_{vert} (m/s ²)	Grundmann (Fluxo) a_{vert} (m/s ²)	Grundmann (1 Pedestre) a_{vert} (m/s ²)
5	12,134	14,879	9,920
6	10,028	12,811	8,541
7	8,527	11,135	7,423
8	7,404	9,756	6,504
9	6,530	8,607	5,738
10	5,830	7,640	5,093
11	5,256	6,818	4,545
12	4,776	6,113	4,075
13	4,369	5,505	3,670
14	4,017	4,977	3,318
15	3,711	4,516	3,011
16	3,442	4,112	2,741
17	3,202	3,754	2,503
18	2,988	3,438	2,292
19	2,795	3,157	2,105
20	2,619	2,906	1,937
21	2,459	2,681	1,787
22	2,312	2,479	1,652
23	2,176	2,297	1,531
24	2,051	2,132	1,421
25	1,935	1,983	1,322
26	1,826	1,847	1,232
27	1,725	1,855	1,149
28	1,630	1,985	1,074
29	1,540	2,082	1,006
30	1,455	2,144	0,943
31	1,376	2,186	0,885
32	1,300	2,205	0,832
33	1,228	2,209	0,783
34	1,160	2,202	0,738
35	1,095	2,090	0,697

Tabela 12.33: Valores das acelerações máximas na direção transversal vertical para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C40

Vão L (m)	BS5400 a_{vert} (m/s ²)	BS5400 a_{lim} (m/s ²)	OHBDC a_{lim} (m/s ²)	EC5 (Fluxo) a_{vert} (m/s ²)	EC5 (1 Pedestre) a_{vert} (m/s ²)	EC5 a_{lim} (m/s ²)
5	5,069	1,812	1,864	4,337	1,171	0,700
6	4,242	1,700	1,687	3,821	1,238	0,700
7	3,645	1,609	1,548	3,391	1,282	0,700
8	3,185	1,533	1,436	3,029	1,308	0,700
9	2,831	1,468	1,342	2,720	1,322	0,700
10	2,546	1,412	1,263	2,454	1,325	0,700
11	2,272	1,363	1,195	2,225	1,321	0,700
12	2,048	1,319	1,136	2,024	1,311	0,700
13	1,885	1,280	1,084	1,848	1,297	0,700
14	1,713	1,245	1,038	1,692	1,279	0,700
15	1,595	1,213	0,996	1,554	1,259	0,700
16	1,466	1,184	0,959	1,432	1,237	0,700
17	1,365	1,157	0,926	1,322	1,213	0,700
18	1,276	1,133	0,895	1,223	1,189	0,700
19	1,196	1,110	0,867	1,134	1,164	0,700
20	1,125	1,089	0,842	1,054	1,138	0,700
21	1,054	1,069	0,818	0,981	1,112	0,700
22	1,003	1,051	0,797	0,915	1,087	0,700
23	0,939	1,034	0,776	0,854	1,061	0,700
24	0,903	1,018	0,758	0,799	1,036	0,700
25	0,864	1,003	0,740	0,749	1,011	0,700
26	0,817	0,988	0,724	0,702	0,986	0,700
27	0,774	0,975	0,708	0,660	0,962	0,700
28	0,735	0,962	0,694	0,621	0,938	0,700
29	0,699	0,950	0,680	0,585	0,915	0,700
30	0,666	0,939	0,668	0,551	0,893	0,700
31	0,633	0,928	0,656	0,520	0,871	0,700
32	0,603	0,917	0,644	0,492	0,849	0,700
33	0,575	0,908	0,634	0,465	0,828	0,700
34	0,549	0,898	0,623	0,440	0,808	0,700
35	0,524	0,889	0,614	0,417	0,788	0,700

Tabela 12.34: Valores das acelerações máximas na direção transversal vertical para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C40

Vão L (m)	EC5 E (13 Pedestres) a_{vert} (m/s ²)	EC5 E (1 Pedestre) a_{vert} (m/s ²)	EC5 E a_{lim} (m/s ²)
5	-	-	0,700
6	-	-	0,700
7	-	-	0,700
8	-	-	0,700
9	-	-	0,700
10	-	-	0,700
11	-	-	0,700
12	-	-	0,700
13	-	-	0,700
14	-	-	0,700
15	-	-	0,700
16	-	-	0,700
17	-	-	0,700
18	-	-	0,700
19	0,107	1,248	0,700
20	0,348	1,132	0,700
21	0,526	1,031	0,700
22	0,656	0,942	0,700
23	0,749	0,864	0,700
24	0,815	0,795	0,700
25	0,859	0,733	0,700
26	0,886	0,678	0,700
27	0,901	0,629	0,700
28	0,907	0,584	0,700
29	0,904	0,544	0,700
30	0,897	0,508	0,700
31	0,884	0,475	0,700
32	0,869	0,445	0,700
33	0,851	0,417	0,700
34	0,832	0,392	0,700
35	0,811	0,369	0,700

Tabela 12.35: Valores das acelerações máximas na direção transversal vertical para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C40

Vão L (m)	Rainer a_{vert} (m/s ²)	Grundmann (Fluxo) a_{vert} (m/s ²)	Grundmann (1 Pedestre) a_{vert} (m/s ²)
5	8,057	9,880	6,586
6	6,726	8,594	5,729
7	5,769	7,533	5,022
8	5,046	6,649	4,432
9	4,478	5,902	3,935
10	4,020	5,268	3,512
11	3,641	4,723	3,149
12	3,323	4,253	2,835
13	3,051	3,844	2,563
14	2,815	3,487	2,325
15	2,608	3,174	2,116
16	2,426	2,897	1,932
17	2,262	2,652	1,768
18	2,116	2,434	1,623
19	1,983	2,240	1,493
20	1,862	2,066	1,377
21	1,751	1,909	1,273
22	1,649	1,768	1,179
23	1,555	1,641	1,094
24	1,467	1,525	1,017
25	1,386	1,420	0,947
26	1,310	1,325	0,883
27	1,238	1,238	0,825
28	1,171	1,159	0,772
29	1,108	1,086	0,724
30	1,048	1,019	0,679
31	0,992	0,957	0,638
32	0,938	0,901	0,601
33	0,887	0,849	0,566
34	0,838	0,800	0,534
35	0,792	0,756	0,504

Tabela 12.36: Valores das acelerações máximas na direção transversal vertical para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C60

Vão L (m)	BS5400 a_{vert} (m/s ²)	BS5400 a_{lim} (m/s ²)	OHBDC a_{lim} (m/s ²)	EC5 (Fluxo) a_{vert} (m/s ²)	EC5 (1 Pedestre) a_{vert} (m/s ²)	EC5 a_{lim} (m/s ²)
5	5,523	1,676	1,650	4,725	1,276	0,700
6	4,653	1,574	1,496	4,191	1,358	0,700
7	4,022	1,491	1,375	3,741	1,414	0,700
8	3,532	1,421	1,276	3,359	1,451	0,700
9	3,154	1,362	1,193	3,030	1,473	0,700
10	2,848	1,310	1,124	2,746	1,483	0,700
11	2,552	1,265	1,063	2,498	1,484	0,700
12	2,308	1,224	1,011	2,281	1,478	0,700
13	2,131	1,188	0,965	2,089	1,467	0,700
14	1,943	1,156	0,924	1,919	1,451	0,700
15	1,814	1,126	0,887	1,768	1,432	0,700
16	1,672	1,099	0,854	1,633	1,411	0,700
17	1,560	1,074	0,824	1,511	1,387	0,700
18	1,462	1,051	0,797	1,402	1,362	0,700
19	1,374	1,030	0,772	1,303	1,337	0,700
20	1,295	1,010	0,749	1,213	1,310	0,700
21	1,216	0,992	0,728	1,132	1,283	0,700
22	1,160	0,974	0,708	1,057	1,256	0,700
23	1,087	0,958	0,690	0,989	1,229	0,700
24	1,048	0,943	0,673	0,927	1,202	0,700
25	1,005	0,929	0,657	0,870	1,175	0,700
26	0,952	0,915	0,642	0,818	1,148	0,700
27	0,903	0,903	0,628	0,770	1,122	0,700
28	0,859	0,891	0,615	0,725	1,096	0,700
29	0,818	0,879	0,603	0,684	1,071	0,700
30	0,781	0,868	0,592	0,646	1,046	0,700
31	0,743	0,858	0,581	0,808	1,353	0,700
32	0,709	0,848	0,570	1,001	1,729	0,700
33	0,676	0,839	0,560	1,155	2,058	0,700
34	0,647	0,830	0,551	1,282	2,354	0,700
35	0,619	0,821	0,542	1,382	2,612	0,700

Tabela 12.37: Valores das acelerações máximas na direção transversal vertical para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C60

Vão L (m)	EC5 E (13 Pedestres) a_{vert} (m/s ²)	EC5 E (1 Pedestre) a_{vert} (m/s ²)	EC5 E a_{lim} (m/s ²)
5	-	-	0,700
6	-	-	0,700
7	-	-	0,700
8	-	-	0,700
9	-	-	0,700
10	-	-	0,700
11	-	-	0,700
12	-	-	0,700
13	-	-	0,700
14	-	-	0,700
15	-	-	0,700
16	0,398	1,961	0,700
17	0,812	1,757	0,700
18	1,101	1,583	0,700
19	1,299	1,433	0,700
20	1,432	1,303	0,700
21	1,516	1,189	0,700
22	1,565	1,089	0,700
23	1,587	1,000	0,700
24	1,589	0,922	0,700
25	1,578	0,852	0,700
26	1,556	0,789	0,700
27	1,526	0,733	0,700
28	1,491	0,683	0,700
29	1,453	0,637	0,700
30	1,412	0,595	0,700
31	1,370	0,557	0,700
32	1,327	0,523	0,700
33	1,284	0,491	0,700
34	1,242	0,462	0,700
35	1,200	0,436	0,700

Tabela 12.38: Valores das acelerações máximas na direção transversal vertical para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C60

Vão L (m)	Rainer a_{vert} (m/s ²)	Grundmann (Fluxo) a_{vert} (m/s ²)	Grundmann (1 Pedestre) a_{vert} (m/s ²)
5	8,778	10,764	7,176
6	7,378	9,426	6,284
7	6,365	8,312	5,541
8	5,596	7,373	4,916
9	4,989	6,576	4,384
10	4,498	5,893	3,929
11	4,090	5,305	3,536
12	3,745	4,793	3,196
13	3,450	4,347	2,898
14	3,193	3,955	2,637
15	2,967	3,610	2,407
16	2,766	3,304	2,203
17	2,587	3,033	2,022
18	2,425	2,790	1,860
19	2,278	2,573	1,715
20	2,143	2,378	1,585
21	2,020	2,202	1,468
22	1,906	2,044	1,363
23	1,801	1,900	1,267
24	1,703	1,770	1,180
25	1,611	1,651	1,101
26	1,525	1,543	1,029
27	1,445	1,444	0,963
28	1,369	1,354	0,902
29	1,297	1,271	0,847
30	1,229	1,194	0,796
31	1,164	1,245	0,749
32	1,103	1,317	0,706
33	1,044	1,369	0,666
34	0,988	1,406	0,629
35	0,935	1,430	0,595

Os resultados do cálculo das acelerações na direção transversal horizontal nas passarelas de madeira foram obtidos teoricamente, tomando o módulo de elasticidade efetivo $E_{c0,ef}$, e são apresentados nas Tabelas 12.39 a 12.42.

Tabela 12.39: Valores das acelerações máximas na direção transversal horizontal para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C40

Vão L (m)	EC5 (Fluxo) a_{lat} (m/s ²)	EC5 (1 Pedestre) a_{lat} (m/s ²)	EC5 E (13 Pedestres) a_{lat} (m/s ²)	EC5 E (1 Pedestre) a_{lat} (m/s ²)	EC5 e EC5 E a_{lim} (m/s ²)
5	1,436	0,291	-	-	0,200
6	1,244	0,302	-	-	0,200
7	1,088	0,309	-	-	0,200
8	0,960	0,311	-	-	0,200
9	0,853	0,311	-	-	0,200
10	0,763	0,309	0,673	2,529	0,200
11	0,685	0,305	2,092	2,131	0,200
12	0,619	0,301	2,793	1,818	0,200
13	0,931	0,490	3,095	1,568	0,200
14	2,000	1,134	3,174	1,365	0,200
15	1,865	1,133	2,802	1,198	0,200
16	1,709	1,107	2,477	1,058	0,200
17	1,570	1,081	2,203	0,942	0,200
18	1,446	1,054	1,971	0,842	0,200
19	1,172	0,901	1,772	0,757	0,200
20	0,867	0,702	1,601	0,684	0,200
21	0,633	0,538	1,453	0,621	0,200
22	0,446	0,397	1,323	0,565	0,200
23	0,330	0,308	-	-	0,200
24	0,308	0,299	-	-	0,200
25	0,288	0,291	-	-	0,200
26	0,269	0,283	-	-	0,200
27	0,252	0,276	-	-	0,200
28	0,236	0,268	-	-	0,200
29	0,222	0,261	-	-	0,200
30	0,209	0,254	-	-	0,200
31	0,197	0,247	-	-	0,200
32	0,185	0,240	-	-	0,200
33	0,175	0,234	-	-	0,200
34	0,165	0,228	-	-	0,200
35	0,156	0,222	-	-	0,200

Tabela 12.40: Valores das acelerações máximas na direção transversal horizontal para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C60

Vão L (m)	EC5 (Fluxo) a_{lat} (m/s ²)	EC5 (1 Pedestre) a_{lat} (m/s ²)	EC5 E (13 Pedestres) a_{lat} (m/s ²)	EC5 E (1 Pedestre) a_{lat} (m/s ²)	EC5 e EC5 E a_{lim} (m/s ²)
5	1,583	0,321	-	-	0,200
6	1,381	0,336	-	-	0,200
7	1,215	0,344	-	-	0,200
8	1,077	0,349	-	-	0,200
9	0,962	0,350	-	-	0,200
10	0,863	0,350	-	-	0,200
11	0,778	0,347	1,729	2,420	0,200
12	0,705	0,343	2,704	2,072	0,200
13	0,641	0,338	3,177	1,792	0,200
14	1,625	0,922	3,362	1,565	0,200
15	2,145	1,303	3,222	1,377	0,200
16	1,970	1,277	2,855	1,220	0,200
17	1,814	1,249	2,546	1,088	0,200
18	1,675	1,221	2,283	0,976	0,200
19	1,550	1,193	2,057	0,879	0,200
20	1,204	0,975	1,862	0,796	0,200
21	0,901	0,766	1,693	0,724	0,200
22	0,663	0,591	1,545	0,660	0,200
23	0,473	0,441	1,415	0,605	0,200
24	0,361	0,351	-	-	0,200
25	0,338	0,342	-	-	0,200
26	0,317	0,333	-	-	0,200
27	0,297	0,325	-	-	0,200
28	0,279	0,316	-	-	0,200
29	0,263	0,308	-	-	0,200
30	0,247	0,300	-	-	0,200
31	0,233	0,293	-	-	0,200
32	0,220	0,285	-	-	0,200
33	0,208	0,278	-	-	0,200
34	0,197	0,271	-	-	0,200
35	0,186	0,264	-	-	0,200

Tabela 12.41: Valores das acelerações máximas na direção transversal horizontal para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C40

Vão L (m)	EC5 (Fluxo) a_{lat} (m/s ²)	EC5 (1 Pedestre) a_{lat} (m/s ²)	EC5 E (13 Pedestres) a_{lat} (m/s ²)	EC5 E (1 Pedestre) a_{lat} (m/s ²)	EC5 e EC5 E a_{lim} (m/s ²)
5	1,051	0,284	-	-	0,200
6	0,926	0,300	-	-	0,200
7	0,822	0,311	-	-	0,200
8	0,734	0,317	-	-	0,200
9	0,659	0,320	-	-	0,200
10	0,595	0,321	0,993	1,974	0,200
11	0,539	0,320	1,958	1,677	0,200
12	0,491	0,318	2,428	1,441	0,200
13	1,088	0,764	2,621	1,252	0,200
14	1,641	1,241	2,565	1,096	0,200
15	1,507	1,221	2,264	0,968	0,200
16	1,388	1,199	2,012	0,860	0,200
17	1,282	1,177	1,799	0,769	0,200
18	1,186	1,153	1,616	0,691	0,200
19	0,897	0,921	1,460	0,624	0,200
20	0,665	0,718	1,324	0,566	0,200
21	0,479	0,544	1,206	0,515	0,200
22	0,336	0,399	1,102	0,471	0,200
23	0,276	0,343	-	-	0,200
24	0,258	0,335	-	-	0,200
25	0,242	0,327	-	-	0,200
26	0,227	0,319	-	-	0,200
27	0,213	0,311	-	-	0,200
28	0,201	0,303	-	-	0,200
29	0,189	0,296	-	-	0,200
30	0,178	0,289	-	-	0,200
31	0,168	0,281	-	-	0,200
32	0,159	0,275	-	-	0,200
33	0,150	0,268	-	-	0,200
34	0,142	0,261	-	-	0,200
35	0,135	0,255	-	-	0,200

Tabela 12.42: Valores das acelerações máximas na direção transversal horizontal para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C60

Vão L (m)	EC5 (Fluxo) a_{lat} (m/s ²)	EC5 (1 Pedestre) a_{lat} (m/s ²)	EC5 E (13 Pedestres) a_{lat} (m/s ²)	EC5 E (1 Pedestre) a_{lat} (m/s ²)	EC5 e EC5 E a_{lim} (m/s ²)
5	1,145	0,309	-	-	0,200
6	1,016	0,329	-	-	0,200
7	0,907	0,343	-	-	0,200
8	0,814	0,352	-	-	0,200
9	0,735	0,357	-	-	0,200
10	0,666	0,359	0,506	2,208	0,200
11	0,606	0,360	1,755	1,883	0,200
12	0,553	0,358	2,403	1,625	0,200
13	0,646	0,454	2,709	1,415	0,200
14	1,638	1,238	2,817	1,243	0,200
15	1,714	1,389	2,575	1,101	0,200
16	1,583	1,368	2,295	0,981	0,200
17	1,465	1,345	2,056	0,879	0,200
18	1,359	1,321	1,852	0,792	0,200
19	1,203	1,234	1,677	0,717	0,200
20	0,910	0,982	1,524	0,651	0,200
21	0,679	0,770	1,391	0,594	0,200
22	0,495	0,588	1,274	0,544	0,200
23	0,351	0,435	1,170	0,500	0,200
24	0,300	0,388	-	-	0,200
25	0,281	0,380	-	-	0,200
26	0,264	0,371	-	-	0,200
27	0,249	0,363	-	-	0,200
28	0,234	0,354	-	-	0,200
29	0,221	0,346	-	-	0,200
30	0,209	0,338	-	-	0,200
31	0,197	0,330	-	-	0,200
32	0,187	0,323	-	-	0,200
33	0,177	0,315	-	-	0,200
34	0,168	0,308	-	-	0,200
35	0,159	0,301	-	-	0,200

Os resultados do cálculo das acelerações na direção transversal horizontal nas passarelas de madeira foram obtidos teoricamente, tomando o módulo de elasticidade efetivo $E_{c0,m}$, e são apresentados nas Tabelas 12.43 a 12.46.

Tabela 12.43: Valores das acelerações máximas na direção transversal horizontal para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C40

Vão L (m)	EC5 (Fluxo) a_{lat} (m/s ²)	EC5 (1 Pedestre) a_{lat} (m/s ²)	EC5 E (13 Pedestres) a_{lat} (m/s ²)	EC5 E (1 Pedestre) a_{lat} (m/s ²)	EC5 e EC5 E a_{lim} (m/s ²)
5	1,436	0,291	-	-	0,200
6	1,244	0,302	-	-	0,200
7	1,088	0,309	-	-	0,200
8	0,960	0,311	-	-	0,200
9	0,853	0,311	-	-	0,200
10	0,763	0,309	-	-	0,200
11	0,685	0,305	-	-	0,200
12	0,619	0,301	0,871	1,818	0,200
13	0,561	0,295	1,668	1,568	0,200
14	0,511	0,290	2,094	1,365	0,200
15	0,606	0,368	2,298	1,198	0,200
16	1,427	0,925	2,367	1,058	0,200
17	1,570	1,081	2,203	0,942	0,200
18	1,446	1,054	1,971	0,842	0,200
19	1,335	1,028	1,772	0,757	0,200
20	1,236	1,001	1,601	0,684	0,200
21	1,146	0,975	1,453	0,621	0,200
22	0,954	0,850	1,323	0,565	0,200
23	0,732	0,682	1,209	0,517	0,200
24	0,557	0,541	1,109	0,474	0,200
25	0,417	0,422	1,019	0,436	0,200
26	0,301	0,317	0,940	0,402	0,200
27	0,252	0,276	-	-	0,200
28	0,236	0,268	-	-	0,200
29	0,222	0,261	-	-	0,200
30	0,209	0,254	-	-	0,200
31	0,197	0,247	-	-	0,200
32	0,185	0,240	-	-	0,200
33	0,175	0,234	-	-	0,200
34	0,165	0,228	-	-	0,200
35	0,156	0,222	-	-	0,200

Tabela 12.44: Valores das acelerações máximas na direção transversal horizontal para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 150 cm e classe de resistência da madeira C60

Vão L (m)	EC5 (Fluxo) a_{lat} (m/s ²)	EC5 (1 Pedestre) a_{lat} (m/s ²)	EC5 E (13 Pedestres) a_{lat} (m/s ²)	EC5 E (1 Pedestre) a_{lat} (m/s ²)	EC5 e EC5 E a_{lim} (m/s ²)
5	1,583	0,321	-	-	0,200
6	1,381	0,336	-	-	0,200
7	1,215	0,344	-	-	0,200
8	1,077	0,349	-	-	0,200
9	0,962	0,350	-	-	0,200
10	0,863	0,350	-	-	0,200
11	0,778	0,347	-	-	0,200
12	0,705	0,343	0,352	2,072	0,200
13	0,641	0,338	1,424	1,792	0,200
14	0,586	0,332	2,030	1,565	0,200
15	0,536	0,326	2,351	1,377	0,200
16	1,048	0,679	2,499	1,220	0,200
17	1,814	1,249	2,538	1,088	0,200
18	1,675	1,221	2,283	0,976	0,200
19	1,550	1,193	2,057	0,879	0,200
20	1,437	1,164	1,862	0,796	0,200
21	1,336	1,136	1,693	0,724	0,200
22	1,243	1,108	1,545	0,660	0,200
23	1,020	0,951	1,415	0,605	0,200
24	0,794	0,772	1,299	0,555	0,200
25	0,611	0,618	1,197	0,512	0,200
26	0,463	0,488	1,106	0,473	0,200
27	0,340	0,372	1,024	0,438	0,200
28	0,279	0,316	-	-	0,200
29	0,263	0,308	-	-	0,200
30	0,247	0,300	-	-	0,200
31	0,233	0,293	-	-	0,200
32	0,220	0,285	-	-	0,200
33	0,208	0,278	-	-	0,200
34	0,197	0,271	-	-	0,200
35	0,186	0,264	-	-	0,200

Tabela 12.45: Valores das acelerações máximas na direção transversal horizontal para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C40

Vão L (m)	EC5 (Fluxo) a_{lat} (m/s ²)	EC5 (1 Pedestre) a_{lat} (m/s ²)	EC5 E (13 Pedestres) a_{lat} (m/s ²)	EC5 E (1 Pedestre) a_{lat} (m/s ²)	EC5 e EC5 E a_{lim} (m/s ²)
5	1,051	0,284	-	-	0,200
6	0,926	0,300	-	-	0,200
7	0,822	0,311	-	-	0,200
8	0,734	0,317	-	-	0,200
9	0,659	0,320	-	-	0,200
10	0,595	0,321	-	-	0,200
11	0,539	0,320	-	-	0,200
12	0,491	0,318	0,976	1,441	0,200
13	0,448	0,314	1,533	1,252	0,200
14	0,410	0,310	1,827	1,096	0,200
15	0,757	0,613	1,963	0,968	0,200
16	1,363	1,178	2,002	0,860	0,200
17	1,282	1,177	1,799	0,769	0,200
18	1,186	1,153	1,616	0,691	0,200
19	1,100	1,128	1,460	0,624	0,200
20	1,022	1,104	1,324	0,566	0,200
21	0,951	1,079	1,206	0,515	0,200
22	0,745	0,885	1,102	0,471	0,200
23	0,574	0,713	1,011	0,432	0,200
24	0,434	0,562	0,930	0,397	0,200
25	0,321	0,434	0,858	0,367	0,200
26	0,231	0,324	0,793	0,339	0,200
27	0,213	0,311	-	-	0,200
28	0,201	0,303	-	-	0,200
29	0,189	0,296	-	-	0,200
30	0,178	0,289	-	-	0,200
31	0,168	0,281	-	-	0,200
32	0,159	0,275	-	-	0,200
33	0,150	0,268	-	-	0,200
34	0,142	0,261	-	-	0,200
35	0,135	0,255	-	-	0,200

Tabela 12.46: Valores das acelerações máximas na direção transversal horizontal para as passarelas de madeira com duas vigas, largura igual a 200 cm e classe de resistência da madeira C60

Vão L (m)	EC5 (Fluxo) a_{lat} (m/s ²)	EC5 (1 Pedestre) a_{lat} (m/s ²)	EC5 E (13 Pedestres) a_{lat} (m/s ²)	EC5 E (1 Pedestre) a_{lat} (m/s ²)	EC5 e EC5 E a_{lim} (m/s ²)
5	1,145	0,309	-	-	0,200
6	1,016	0,329	-	-	0,200
7	0,907	0,343	-	-	0,200
8	0,814	0,352	-	-	0,200
9	0,735	0,357	-	-	0,200
10	0,666	0,359	-	-	0,200
11	0,606	0,360	-	-	0,200
12	0,553	0,358	0,655	1,625	0,200
13	0,507	0,356	1,393	1,415	0,200
14	0,465	0,352	1,807	1,243	0,200
15	0,429	0,347	2,023	1,101	0,200
16	1,122	0,970	2,116	0,981	0,200
17	1,465	1,345	2,056	0,879	0,200
18	1,359	1,321	1,852	0,792	0,200
19	1,263	1,296	1,677	0,717	0,200
20	1,176	1,270	1,524	0,651	0,200
21	1,097	1,244	1,391	0,594	0,200
22	1,006	1,195	1,274	0,544	0,200
23	0,791	0,982	1,170	0,500	0,200
24	0,614	0,796	1,079	0,461	0,200
25	0,470	0,635	0,997	0,426	0,200
26	0,353	0,496	0,924	0,395	0,200
27	0,259	0,377	0,858	0,367	0,200
28	0,234	0,354	-	-	0,200
29	0,221	0,346	-	-	0,200
30	0,209	0,338	-	-	0,200
31	0,197	0,330	-	-	0,200
32	0,187	0,323	-	-	0,200
33	0,177	0,315	-	-	0,200
34	0,168	0,308	-	-	0,200
35	0,159	0,301	-	-	0,200

13. ANEXO 3 - CARREGAMENTO DE PEDESTRES NOS MODELOS NUMÉRICOS

Dentro do programa SAP2000®, a simulação da passagem de pedestre sobre uma estrutura é um pouco complexa, sendo atualmente uma funcionalidade pouco explorada. Por essa razão, procede-se, a seguir, a forma de introduzir os carregamentos de pedestres nos modelos numéricos das passarelas de madeira.

1. Em primeiro lugar, é necessário definir com precisão a função de carregamento a ser utilizada para a obtenção da força $F(t)$ no tempo, devido ao movimento de caminhada normal nas direções transversal vertical e transversal horizontal, conforme mostrado nas Figuras 7.4 e 7.5;

2. Em seguida, calculam-se os valores da força $F(t)$, obtendo as coordenadas por meio de planilha eletrônica *Microsoft Office Excel 2003* para os valores de tempo, na primeira coluna, e força, na segunda coluna;

3. A listagem das coordenadas finais deve ser transformada em um documento de texto (*.txt), sendo que as coordenadas referentes ao tempo e forças permanecem, respectivamente, na primeira e segunda colunas;

4. Depois, deve-se importar a listagem de coordenadas das funções de carga para o SAP2000®, por meio dos comandos assinalados na sequência *Define/Functions/Time History...*, Figura 13.1; na caixa de texto em que aparece *Define Time History Functions*, assinala-se a opção *Function from File*, dentro da guia *Choose Function Type to Add* e, logo em seguida, assinala-se a opção *Add New Function...*, Figura 13.2.

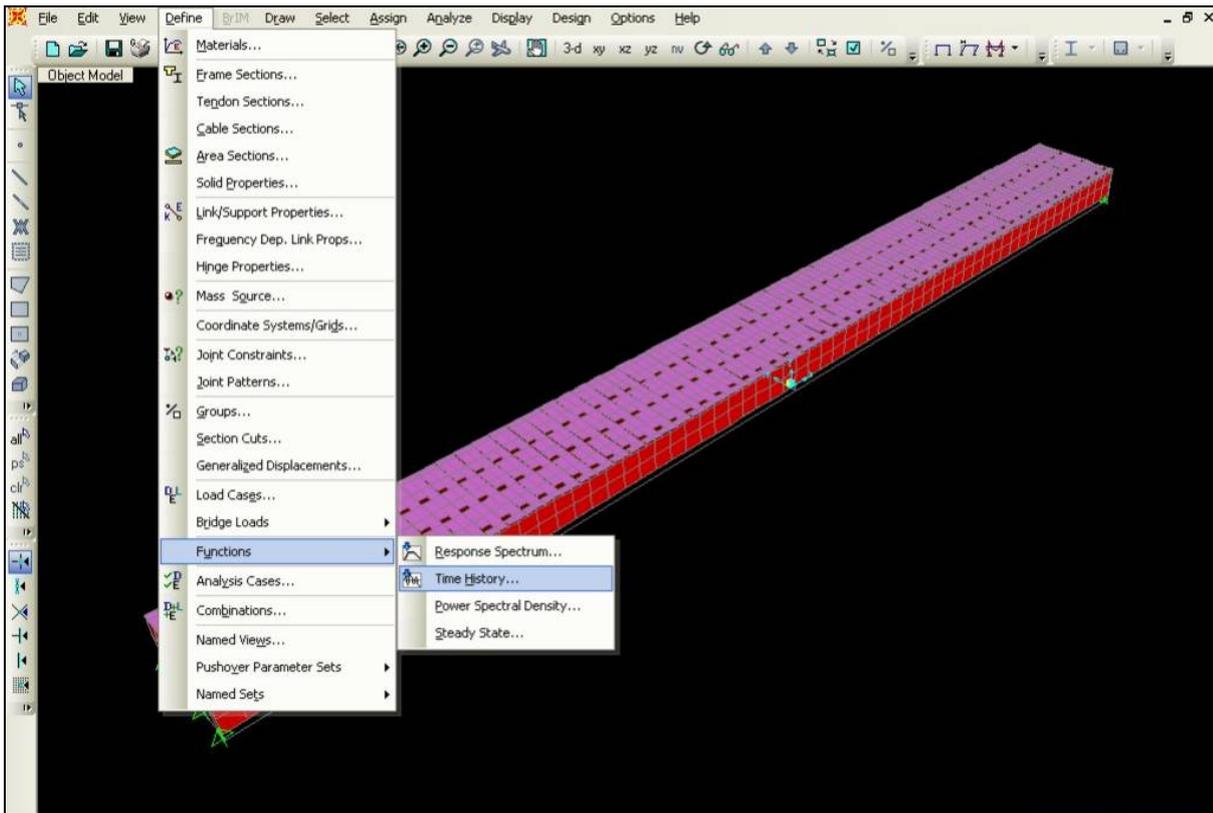


Figura 13.1: Definição de comandos. Fonte: Programa SAP2000®

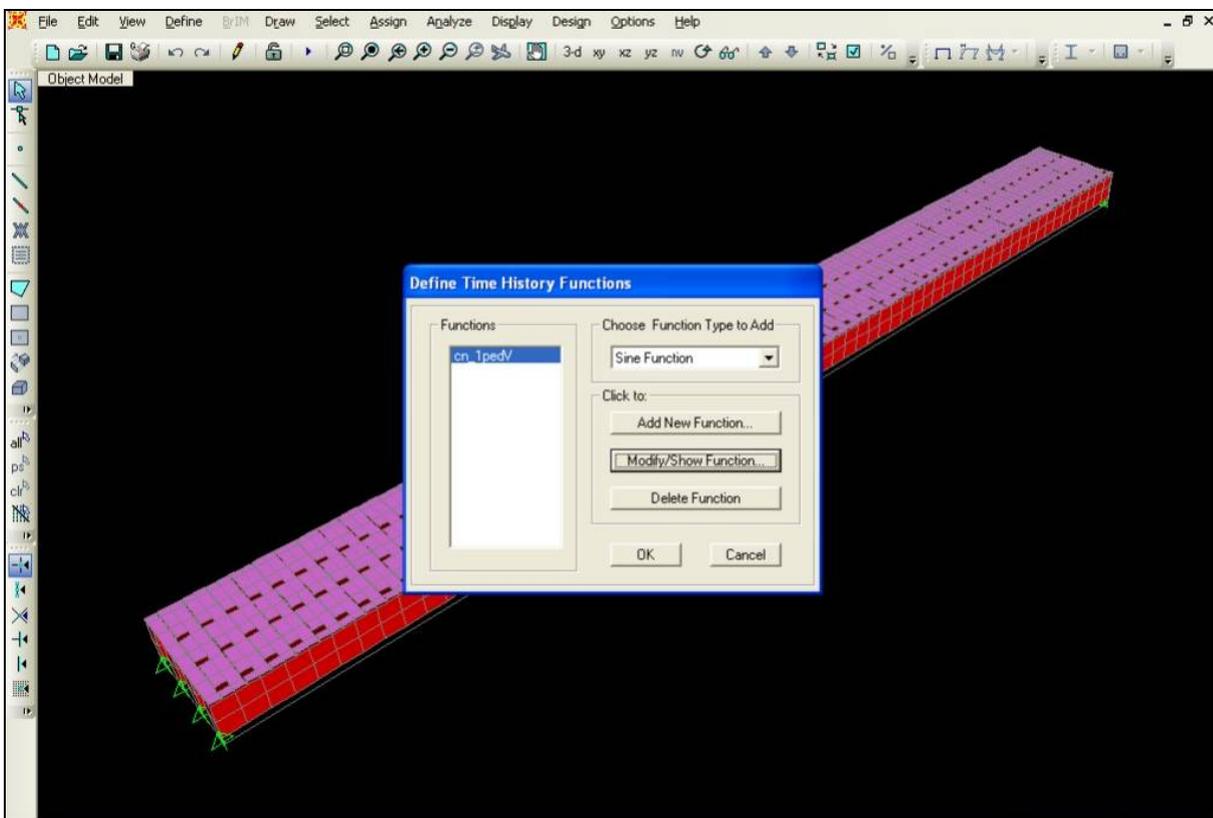


Figura 13.2: Introdução de carregamentos. Fonte: Programa SAP2000®

Nos parâmetros da caixa de texto *Time History Function Define*, escolhe-se, no *Browse...*, o arquivo de texto **.txt* feito no terceiro passo; então, escolhe-se a opção que transforma a primeira coluna de valores em tempo, a segunda coluna, nos valores correspondentes da função para esses instantes *Time and Function Values* e, também, o formato da função para o tipo livre *Free Format*. Quando se carregar no botão *Display Graph*, aparecerá uma função semelhante à que foi feita na planilha eletrônica *Microsoft Office Excel 2003*, conforme mostrado na Figura 13.3.

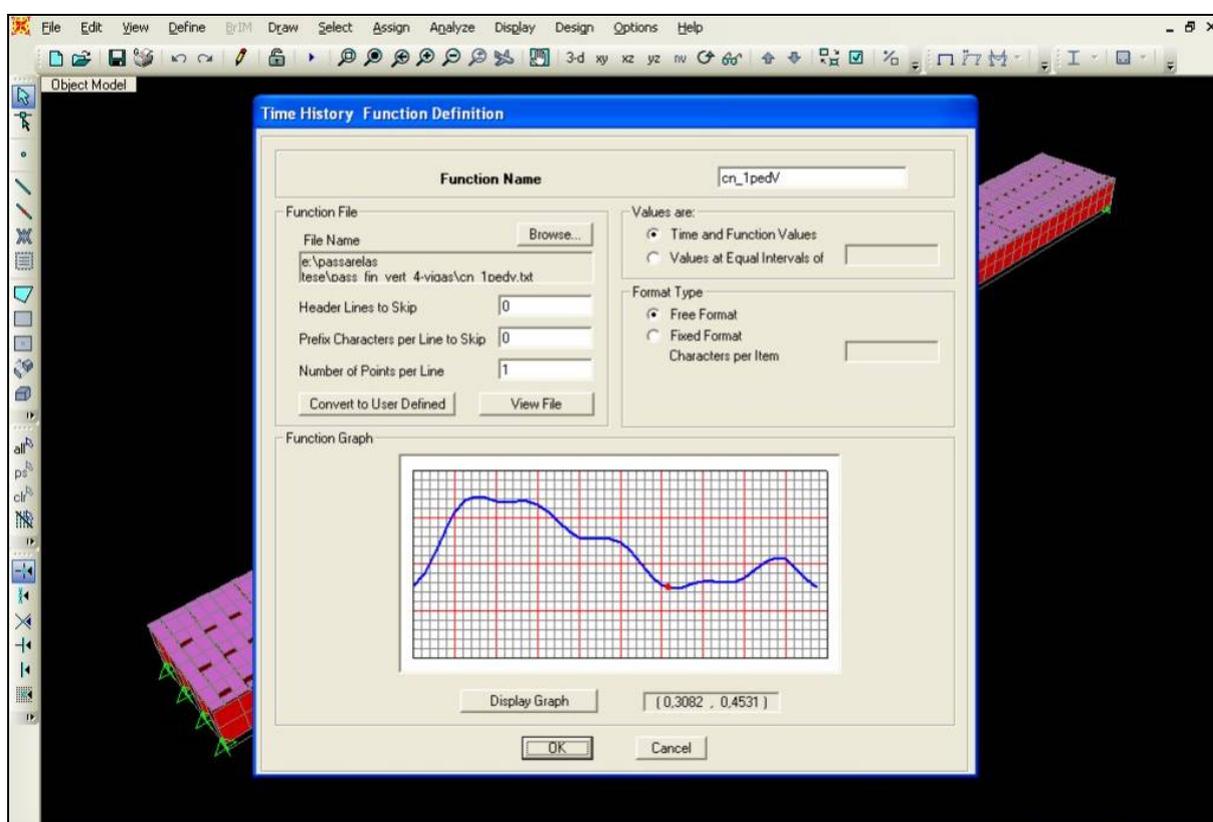


Figura 13.3: Função de carregamentos. Fonte: Programa SAP2000®

5. Então, resta definir um tipo de análise, no programa SAP2000®, que permita a introdução de todos os parâmetros necessários para modelar adequadamente este tipo de ação. Define-se o movimento por meio dos comandos assinalados na sequência *Define/Analysis Cases...*, conforme Figura 13.4, e, no campo de preenchimento da janela de texto *Analysis Cases*, assinala-se a opção *Add New Case...*, conforme Figura 13.5.

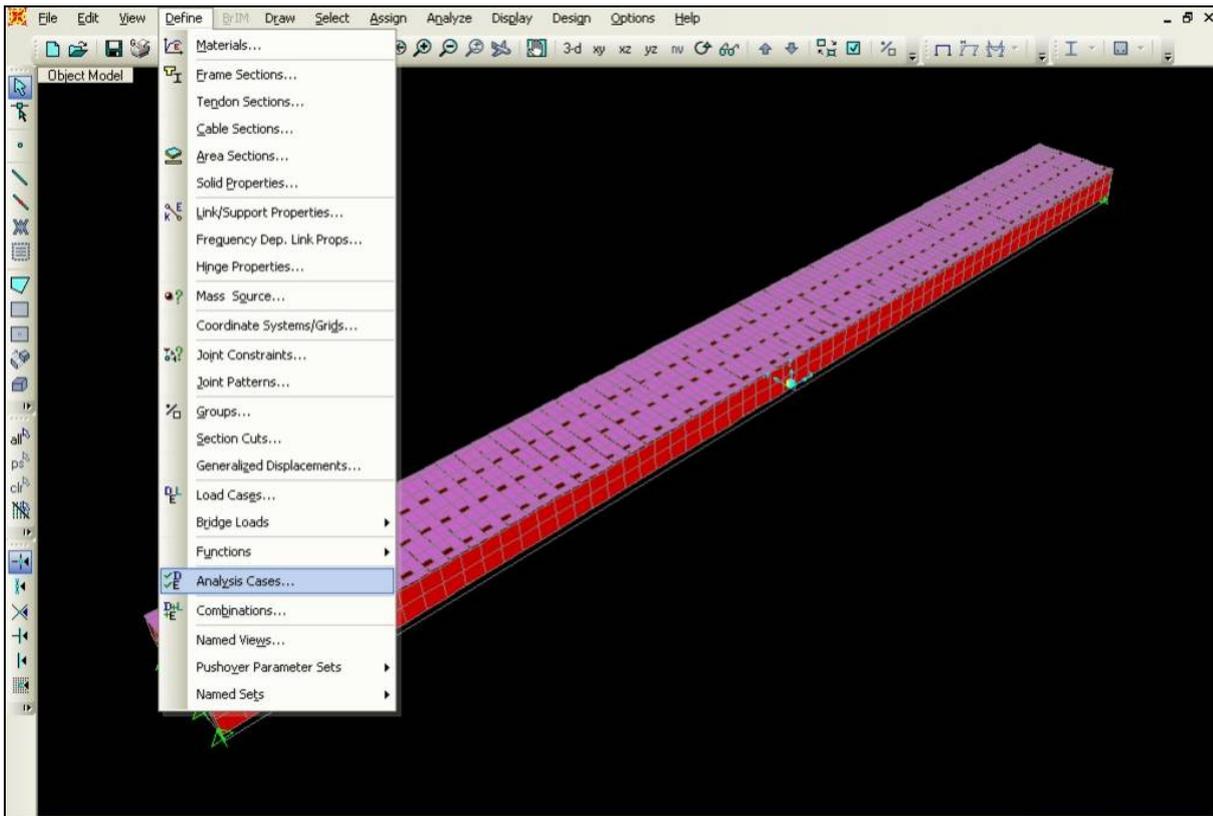


Figura 13.4: Função de carregamentos. Fonte: Programa SAP2000®

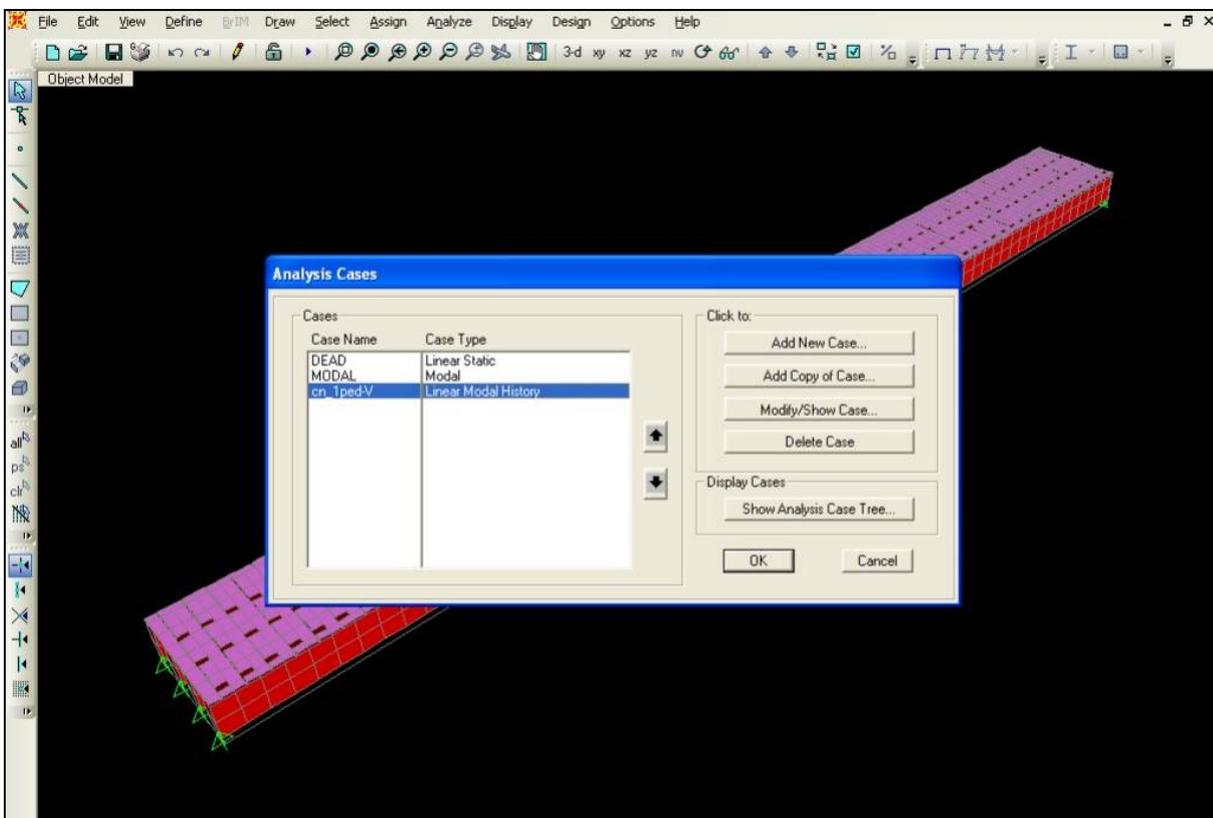


Figura 13.5: Função de carregamentos. Fonte: Programa SAP2000®

Em seguida, na janela de texto *Analysis Case Data*, no campo *Analysis Case Type*, escolhe-se a opção *Time History*; no campo *Analysis Type*, escolhe-se a opção *Linear*; no campo *Time History Type*, escolhe-se a opção *Modal*; no campo *Time History Motion Type*, escolhe-se a opção *Transient*; no campo *Use Modes from Case*, escolhe-se a opção *Modal*. Agora, no que diz respeito às opções do campo *Loads Applied*, é necessário introduzir alguns parâmetros que caracterizem melhor o carregamento, devendo ser selecionada a opção *Show Advanced Load Parametres*. No campo *Load Type*, escolhe-se *Accel*; no campo *Load Name*, escolhe-se a direção da carga entre *U1*, *U2* e *U3*; no campo *Function*, escolhe-se a função definida, no ponto 5, para o movimento de caminhada em estudo; no campo *Scale Factor*, é possível definir a relação entre a força aplicada e o peso do pedestre para o movimento de caminhada em estudo. Neste caso, escolheu-se um fator de escala igual a 1, que transforme a coordenada de força do ponto máximo da *Time History* nos valores de coeficientes de carregamento dados pelas Equação 7.1 e Equação 7.2, lembrando que o programa deve estar assinalado nas unidades kN e m. No campo *Time Factor*, escolhe-se um fator de escala que relacione a coordenada do tempo do último ponto da *Time History*, com o tempo de contato entre o pé e o pavimento (t_c), para o movimento de caminhada em estudo. No campo *Arrival Time*, é possível definir o instante em que ocorre o contato entre o pé e o pavimento, para cada passo. Assim, por exemplo, para o passo 1, o instante de chegada da função será igual a zero; para o passo 2, será igual a $0+t_p$; para o passo 3, será igual a $0+t_p+t_p$ e, assim, sucessivamente. No campo *Coord Sys*, escolhe-se a opção *Global*; no campo *Angle*, escolhe-se valor igual a 0; no campo *Time Step Data*, define-se o tempo de gravação dos registros. Portanto, é necessário indicar o número de registros a serem efetuados, em *Number of Output Time Steps*, e o tamanho de cada registro, em *Output Time Step Size*, o que permitirá, posteriormente, conhecer a resposta da estrutura em cada instante. Quanto menor for o *Output Time Step Size*, melhores qualidades terão os gráficos de aceleração obtidos. Inicialmente, no

campo *Modal Damping*, considera-se o valor de 0,010 para o coeficiente de amortecimento da estrutura. Todos os parâmetros assinalados acima podem ser visualizados na Figura 13.6.

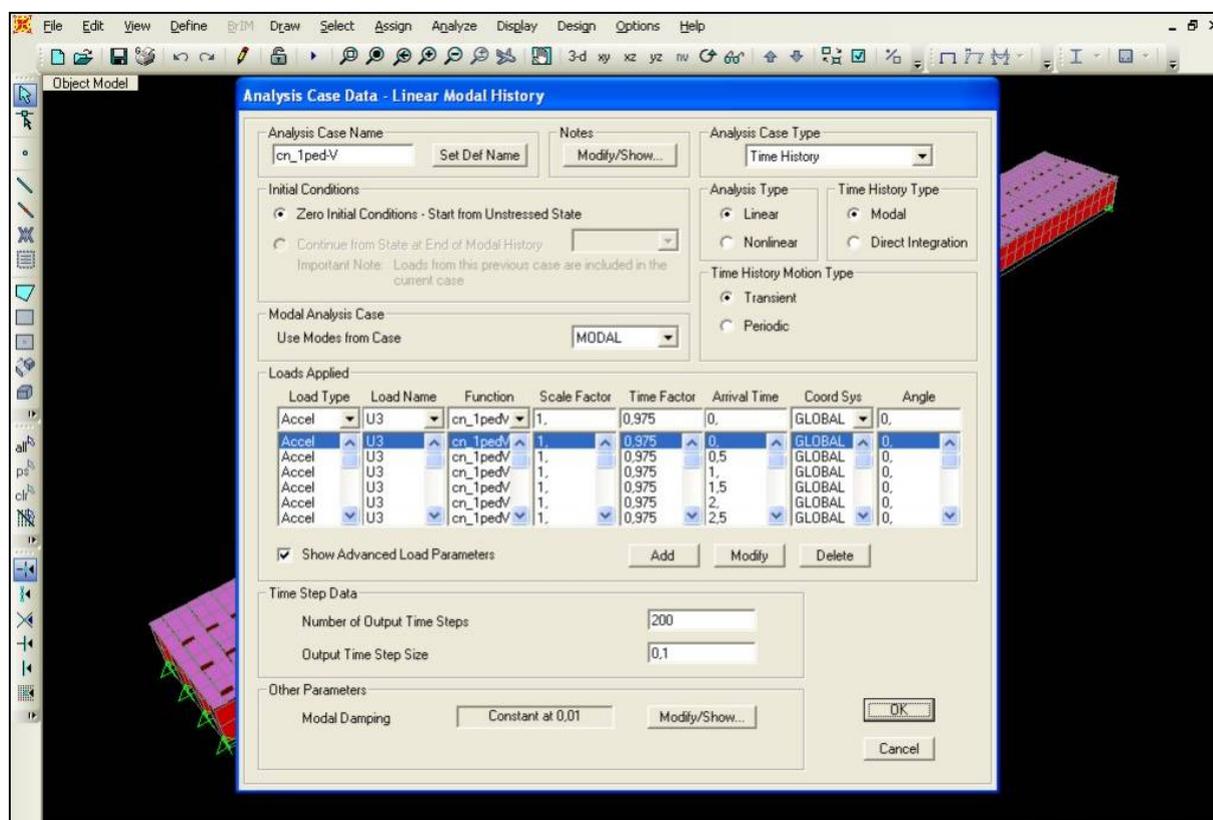


Figura 13.6: Função de carregamentos. Fonte: Programa SAP2000®

A seguinte metodologia foi seguida para simular, numericamente, os movimentos de caminhada normal, a partir da definição da função de carregamento. Para a análise comparativa dos resultados, interessa fazer os gráficos das acelerações para o movimento de caminhada normal, nas direções transversal vertical e transversal horizontal.

Houve o cuidado de modelar, numericamente, as pranchas de madeira, de forma que o centro destas coincida com o comprimento de passo do movimento de caminhada normal. Assim, será possível calcular quantos passos serão necessários para o pedestre atravessar toda a passarela de madeira.

A parte de introdução dos carregamentos é um pouco trabalhosa, uma vez que é necessário aplicar todas as cargas, uma a uma, e o movimento de caminhada normal, com

baixa frequência, necessita de maior número de passos para atravessar as passarelas de madeira. Dessa forma, aplicaram-se as cargas em todo o comprimento das passarelas de madeira, de maneira a obter os resultados. Também, na aplicação de carregamento dinâmico, consideram-se os pés dos pedestres alinhados um com o outro, embora seja conhecido que há uma distância de aproximadamente 15 cm entre os pés.

14. ANEXO 4 - FUNÇÕES DE RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DO MODELO REDUZIDO

Na Figura 14.1, têm-se as FRF de transferência H_{12} que foram obtidas por meio da teoria de vigas e resultados experimentais, onde foram obtidas resposta, na posição $L/6$ (ponto 1), e excitação, na posição $L/4$ (ponto 2). As mesmas FRF de transferência poderiam ter sido obtidas com a localização da resposta, na posição $L/4$ (ponto 2), e excitação, na posição $L/6$ (ponto 1). Outra possibilidade para obtenção das mesmas FRF seria a localização da resposta, na posição $L/6$ (ponto 5), e excitação, na posição $L/4$ (ponto 4), assim como a troca da resposta, na posição $L/4$ (ponto 5), e excitação, na posição $L/6$ (ponto 4).

A partir das FRF de transferência H_{12} , mostradas na Figura 14.1, foi possível obter as três primeiras frequências naturais na direção transversal vertical, por meio da teoria de vigas e resultados experimentais, referentes à ressonância do 1º, 2º e 3º modos de vibrar, conforme mostrado na Tabela 14.1. Também foi possível obter as frequências referentes às antirressonâncias por meio da teoria de vigas, que se encontram em 3,760 Hz e 16,748 Hz, e nos resultados experimentais, que se encontram em 5,982 Hz e 20,508 Hz.

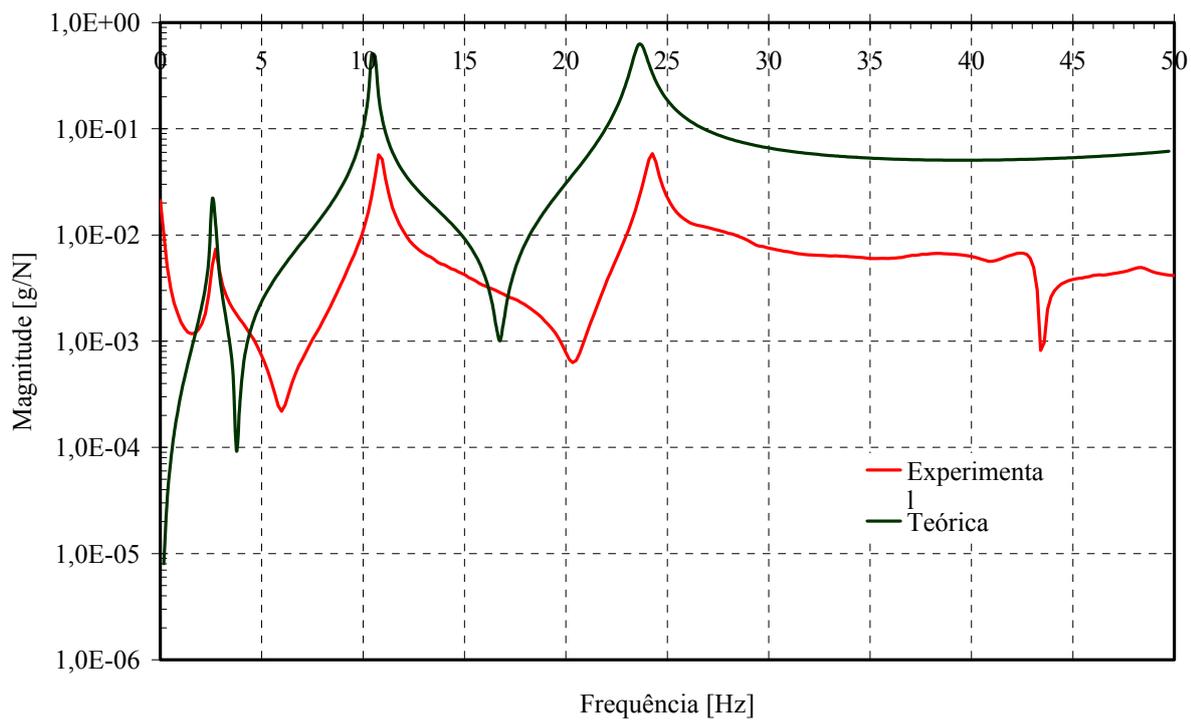


Figura 14.1: FRF de transferência H_{12}

Na Figura 14.2, tem-se a obtenção das frequências naturais e amortecimento modal, por meio da aplicação do método “peak-picking” na FRF de transferência H_{12} , obtida a partir dos dados experimentais. Os resultados experimentais referentes ao amortecimento modal e à respectiva frequência natural amortecida são apresentados na Tabela 14.1.

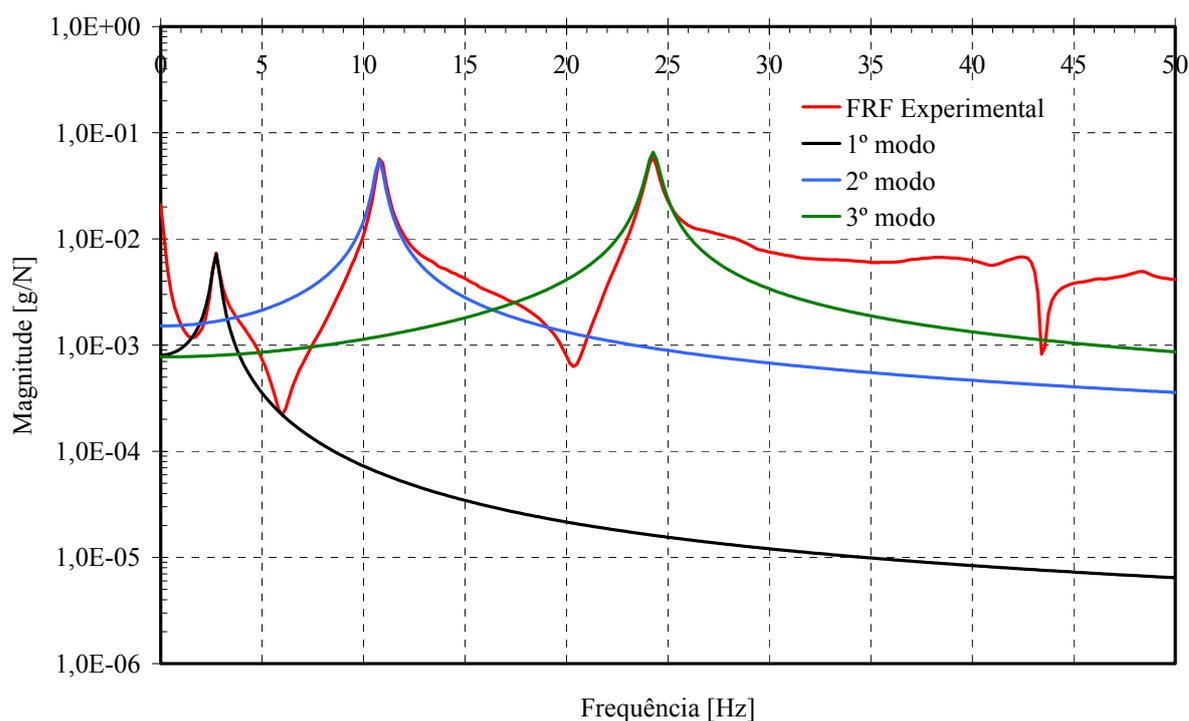


Figura 14.2: Frequências naturais experimentais e amortecimento na FRF de transferência H_{12}

Tabela 14.1: Frequências naturais experimentais e amortecimento na direção transversal vertical

Modo (ϕ_p)	$f_{\text{vert,Exp}}$ (Hz)	ζ (%)
1	2,734	5,66
2	10,767	1,95
3	24,268	1,16

Na Figura 14.3, tem-se a coerência obtida para a FRF de transferência H_{12} a partir dos dados experimentais, onde é possível observar que ocorre uma queda dos valores da coerência nas frequências referentes às antirressonâncias.

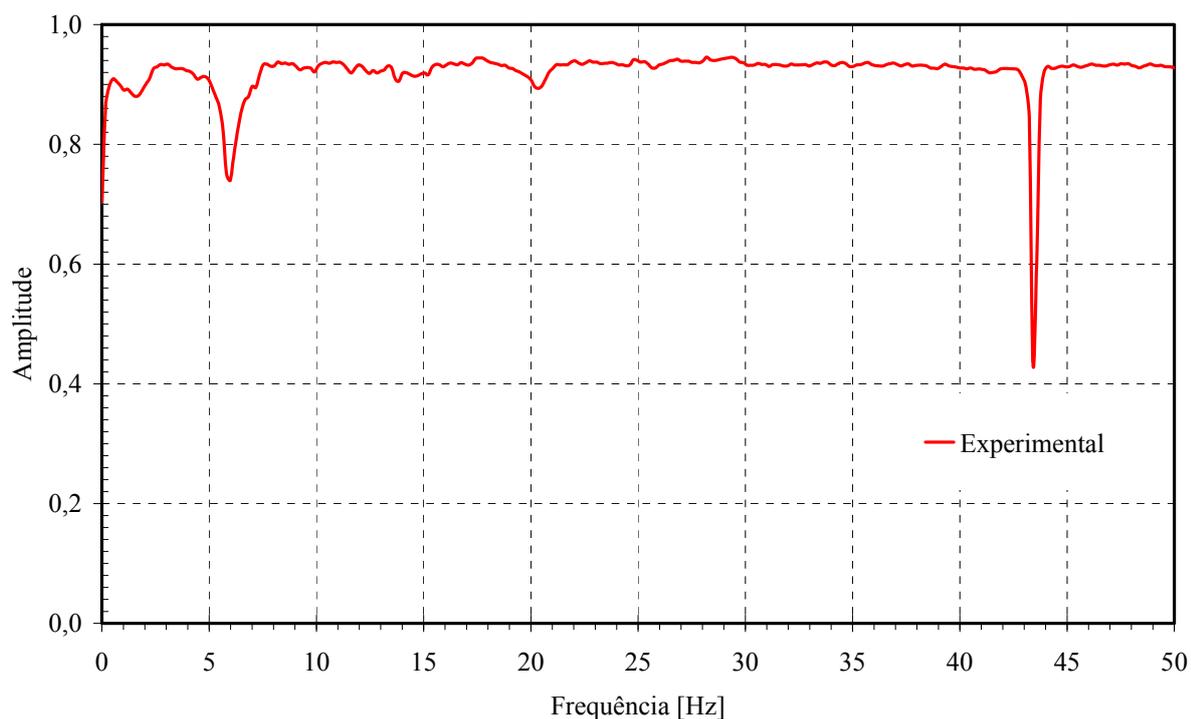


Figura 14.3: Coerência da FRF de transferência H_{12}

Na Figura 14.4, têm-se as FRF de transferência H_{13} que foram obtidas por meio da teoria de vigas e resultados experimentais, onde foram obtidas resposta, na posição $L/6$ (ponto 1), e excitação, na posição $L/2$ (ponto 3). As mesmas FRF de transferência poderiam ter sido obtidas com a localização da resposta, na posição $L/2$ (ponto 3), e excitação, na posição $L/6$ (ponto 1). Outra possibilidade para obtenção das mesmas FRF seria a localização da resposta, na posição $L/6$ (ponto 5), e excitação, na posição $L/2$ (ponto 3), assim como a troca da resposta, na posição $L/2$ (ponto 3), e excitação, na posição $L/6$ (ponto 5).

A partir das FRF de transferência H_{13} , mostradas na Figura 14.4, foi possível obter duas frequências naturais na direção transversal vertical, por meio da teoria de vigas e resultados experimentais, referentes à ressonância do 1º e 3º modos de vibrar, conforme mostrado na Tabela 14.2. Nesta não foi possível obter as frequências referentes às antirressonâncias.

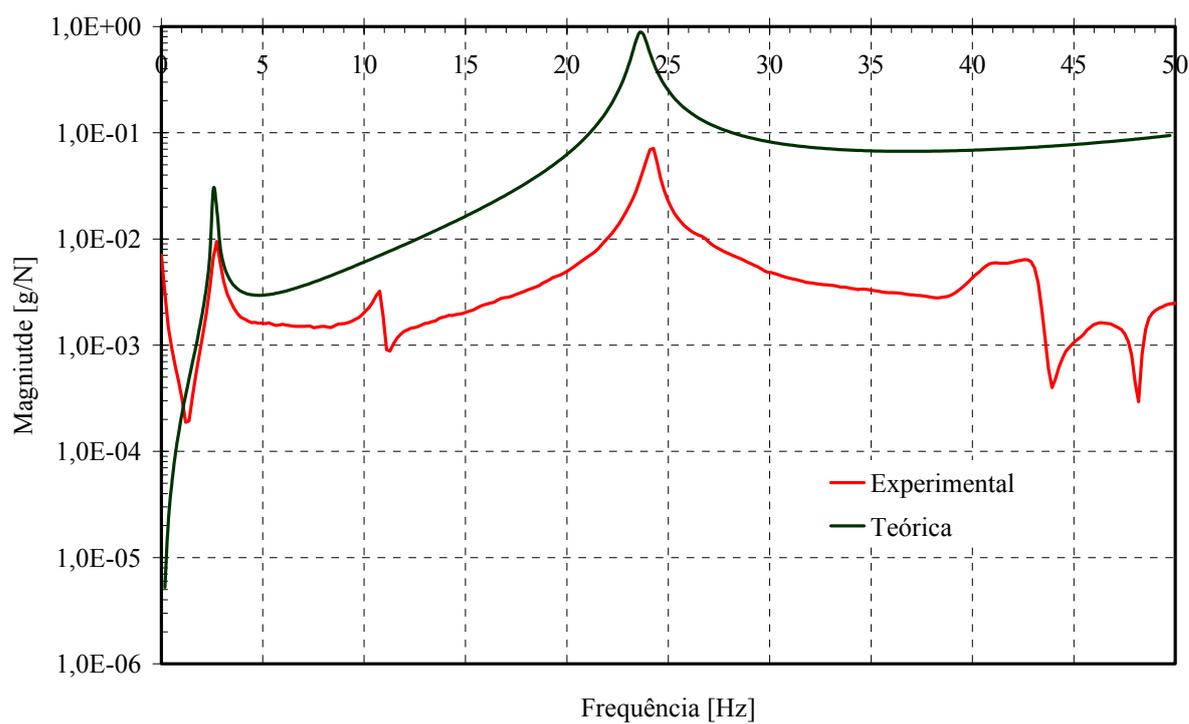


Figura 14.4: FRF de transferência H_{13}

Na Figura 14.5, tem-se a obtenção das frequências naturais e amortecimento modal por meio da aplicação do método “peak-picking” na FRF de transferência H_{13} , obtida a partir dos dados experimentais. Os resultados experimentais referentes ao amortecimento modal e à respectiva frequência natural amortecida são apresentados na Tabela 14.2.

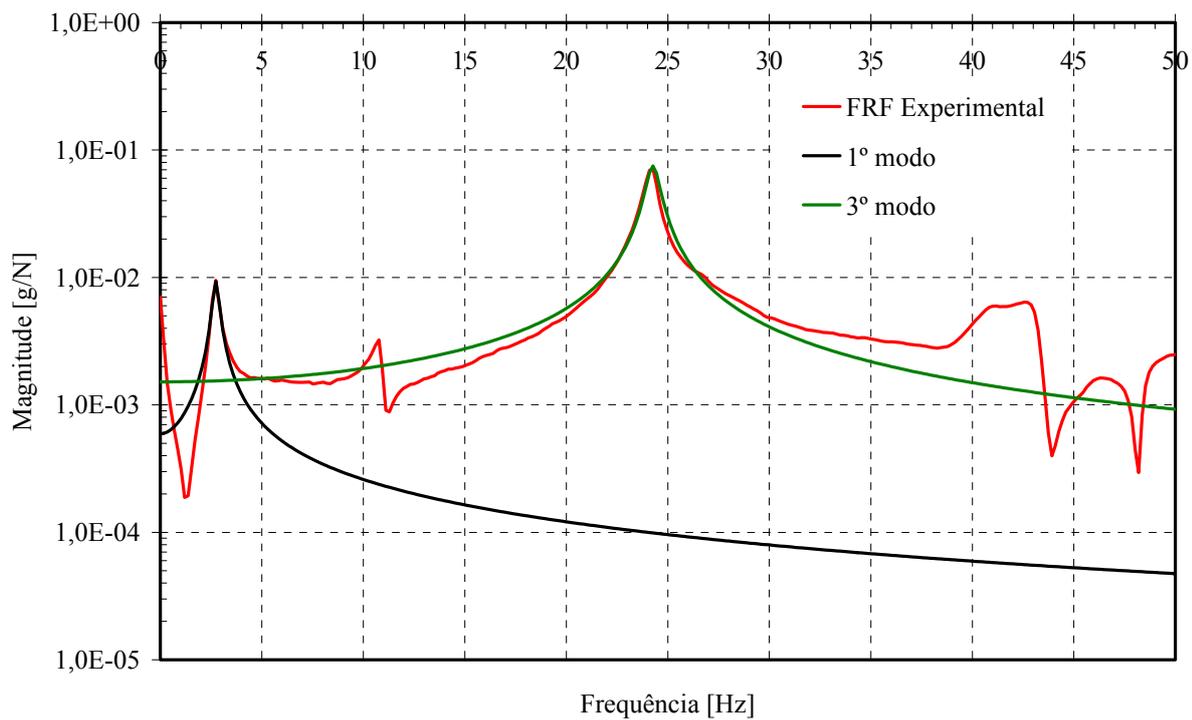


Figura 14.5: Frequências naturais experimentais e amortecimento na FRF de transferência H_{13}

Tabela 14.2: Frequências naturais experimentais e amortecimento na direção transversal vertical

Modo (ϕ_p)	$f_{\text{vert,Exp}}$ (Hz)	ζ (%)
1	2,734	5,62
3	24,268	1,31

Na Figura 14.6, tem-se a coerência obtida para a FRF de transferência H_{13} , a partir dos dados experimentais, onde é possível observar que ocorre uma queda dos valores da coerência nos valores iniciais e finais da FRF.

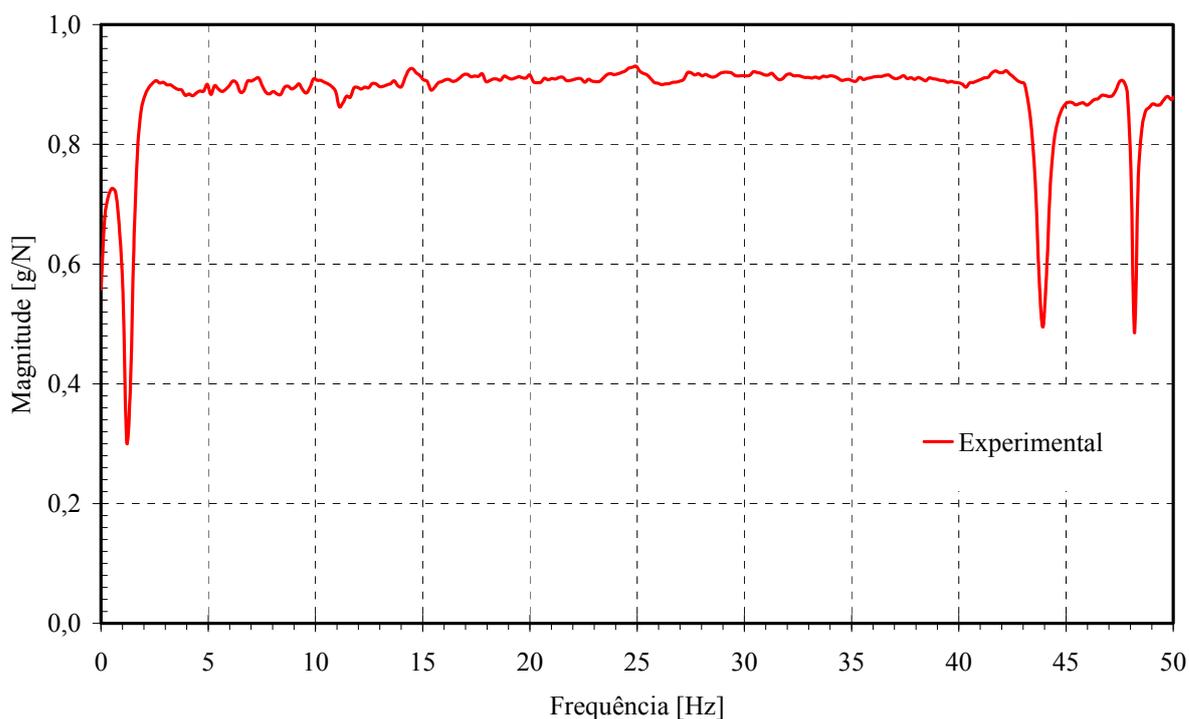


Figura 14.6: Coerência da FRF de transferência H_{13}

Na Figura 14.7, têm-se as FRF de transferência H_{14} , que foram obtidas por meio da teoria de vigas e resultados experimentais, onde foram obtidas resposta, na posição $L/6$ (ponto 1), e excitação, na posição $L/4$ (ponto 4). As mesmas FRF de transferência poderiam ter sido obtidas com a localização da resposta, na posição $L/6$ (ponto 4), e excitação, na posição $L/4$ (ponto 1). Outra possibilidade para obtenção das mesmas FRF seria a localização da resposta, na posição $L/6$ (ponto 5), e excitação, na posição $L/2$ (ponto 3), assim como a troca da resposta, na posição $L/2$ (ponto 3), e excitação, na posição $L/6$ (ponto 5).

A partir das FRF de transferência H_{14} , mostradas na Figura 14.7, foi possível obter as três primeiras frequências naturais na direção transversal vertical, por meio da teoria de vigas e resultados experimentais, referentes à ressonância do 1º, 2º e 3º modos de vibrar, conforme mostrado na Tabela 14.3. Nesta não foi possível obter as frequências referentes às antirressonâncias.

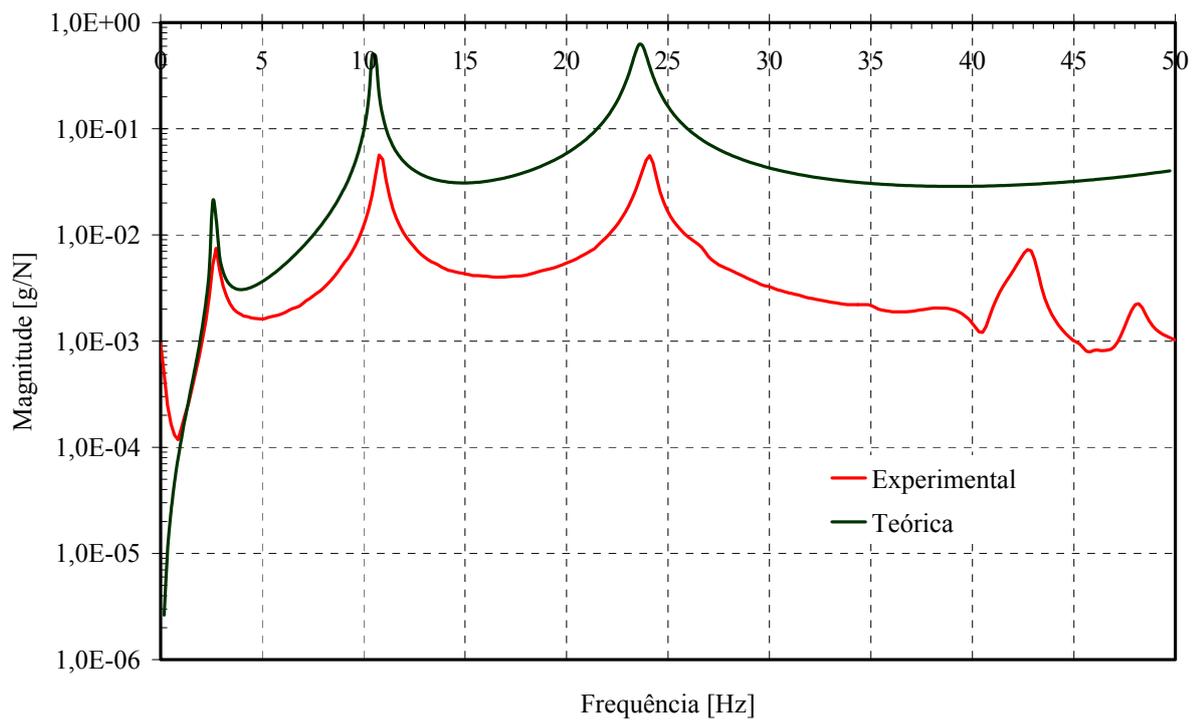


Figura 14.7: FRF de transferência H_{14}

Na Figura 14.8, tem-se a obtenção das frequências naturais e amortecimento modal, por meio da aplicação do método “peak-picking” na FRF de transferência H_{14} , obtida a partir dos dados experimentais. Os resultados experimentais referentes ao amortecimento modal e à respectiva frequência natural amortecida são apresentados na Tabela 14.3.

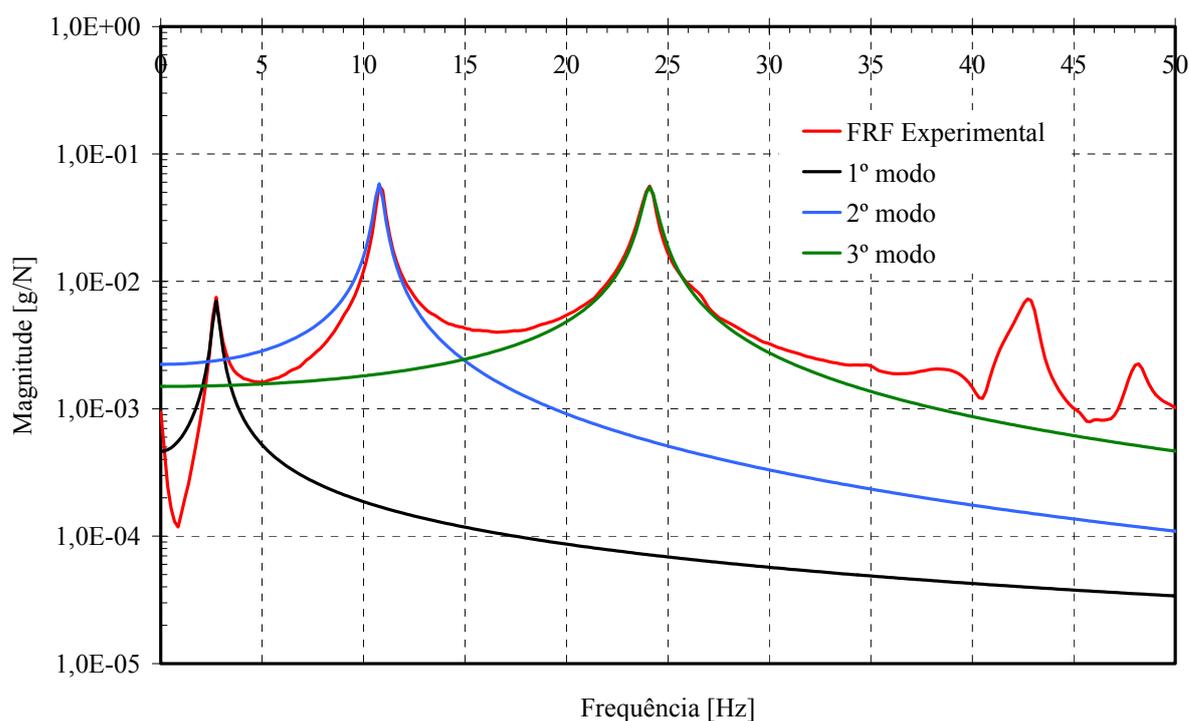


Figura 14.8: Frequências naturais experimentais e amortecimento na FRF de transferência H_{14}

Tabela 14.3: Frequências naturais experimentais e amortecimento na direção transversal vertical

Modo (ϕ_p)	$f_{\text{vert,Exp}}$ (Hz)	ζ (%)
1	2,734	5,52
2	10,767	1,92
3	24,097	1,37

Na Figura 14.9, tem-se a coerência obtida para a FRF de transferência H_{14} , a partir dos dados experimentais, onde é possível observar que ocorre uma queda dos valores da coerência nos valores iniciais e finais da FRF, devido à presença de ruído.

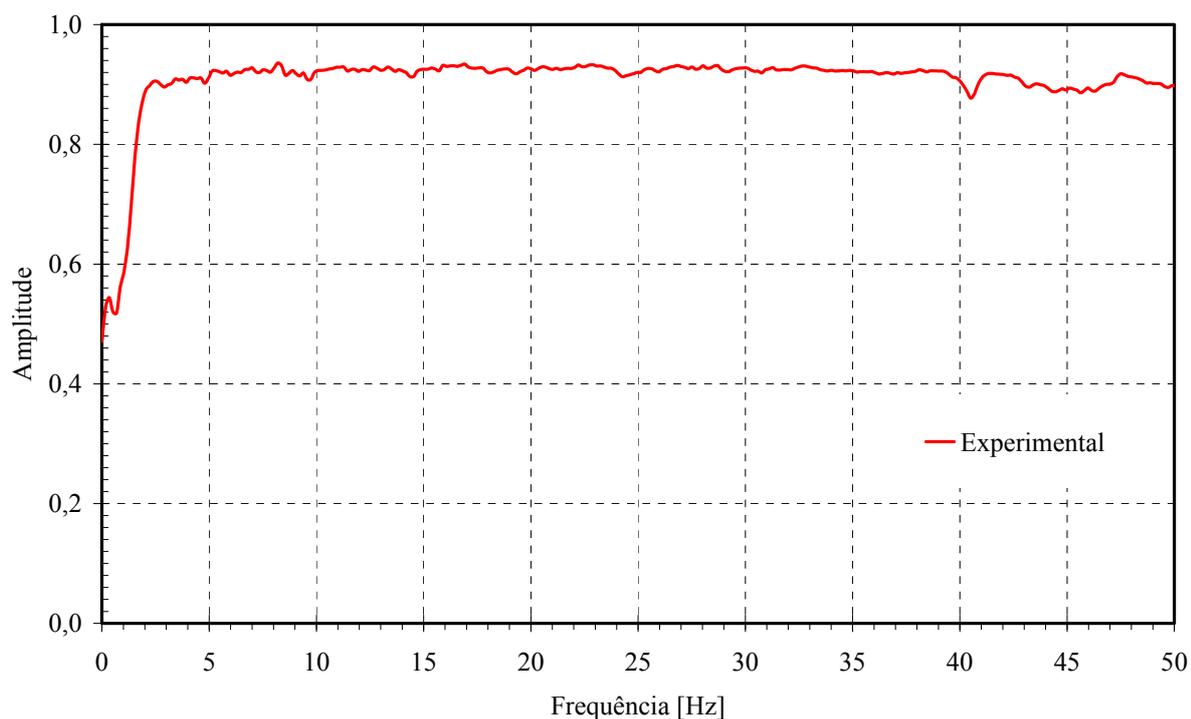


Figura 14.9: Coerência da FRF de transferência H_{14}

Na Figura 14.10, têm-se as FRF de transferência H_{15} que foram obtidas por meio da teoria de vigas e resultados experimentais, onde foram obtidas resposta, na posição $L/6$ (ponto 1), e excitação, na posição $L/6$ simétrica (ponto 5). As mesmas FRF de transferência poderiam ter sido obtidas com a localização da resposta, na posição $L/6$ simétrica (ponto 5), e excitação na posição $L/6$ (ponto 1).

Nas FRF de transferência H_{15} , mostradas na Figura 14.10, foi possível obter as quatro primeiras frequências naturais na direção transversal vertical, por meio da teoria de vigas, e resultados experimentais referentes à ressonância do 1º, 2º, 3º e 4º modos de vibrar. Nestas não foi possível obter as frequências referentes às antirressonâncias.

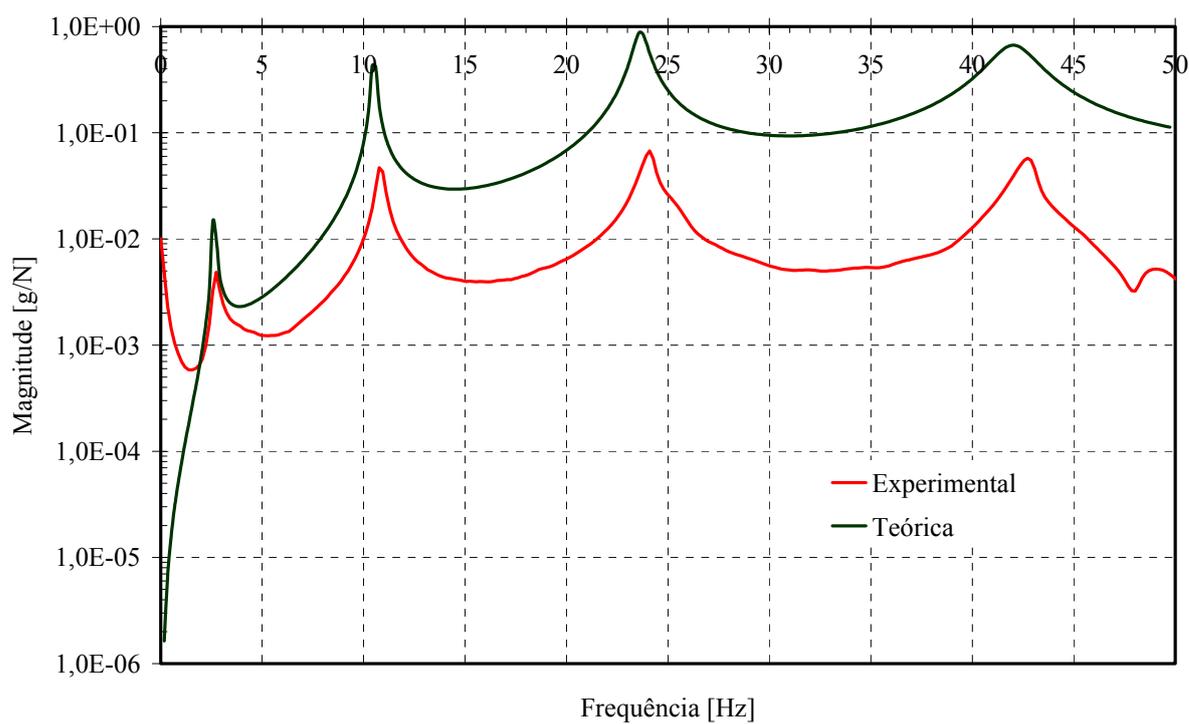


Figura 14.10: FRF de transferência H_{15}

Na Figura 14.11, tem-se a obtenção das frequências naturais e amortecimento modal por meio da aplicação do método “peak-picking” na FRF de transferência H_{15} , obtida a partir dos dados experimentais. Os resultados experimentais referentes ao amortecimento modal e a respectiva frequência natural amortecida são apresentados na Tabela 14.4.

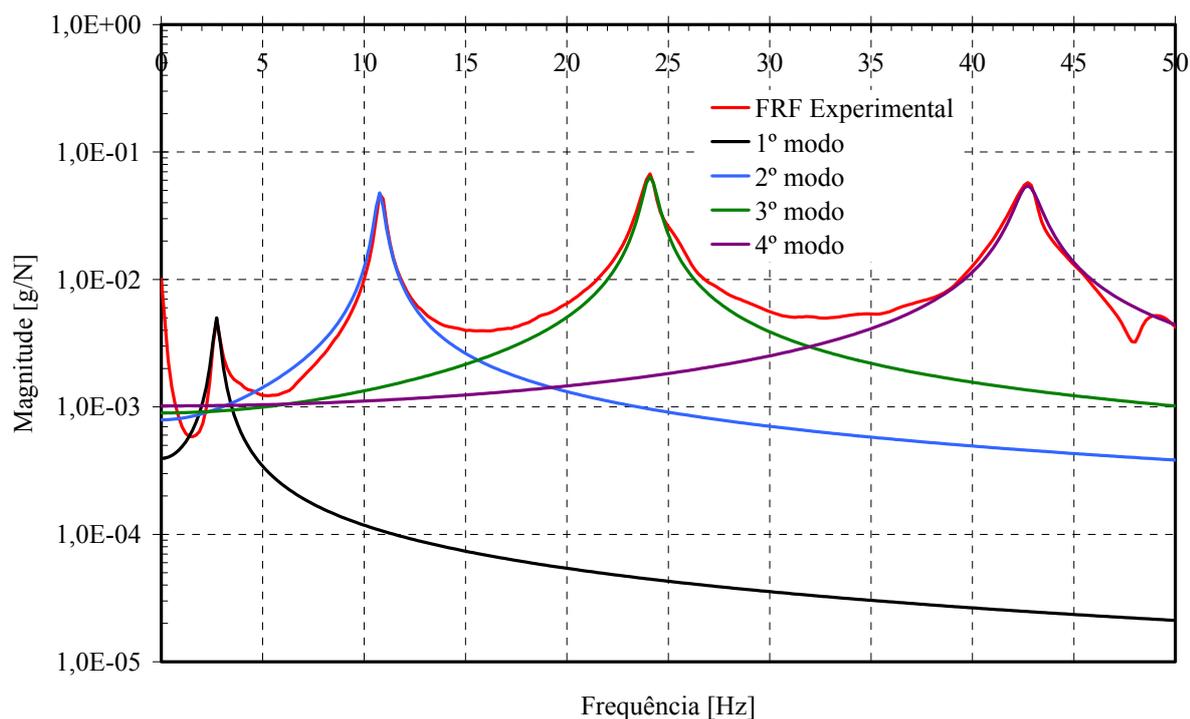


Figura 14.11: Frequências naturais experimentais e amortecimento na FRF de transferência H_{15}

Tabela 14.4: Frequências naturais experimentais e amortecimento na direção transversal vertical

Modo (ϕ_p)	$f_{\text{vert,Exp}}$ (Hz)	ζ (%)
1	2,734	5,52
2	10,767	1,95
3	24,097	1,40
4	42,725	1,38

Na Figura 14.12, tem-se a coerência obtida para a FRF de transferência H_{15} , a partir dos dados experimentais, onde é possível observar que ocorre uma queda dos valores da coerência nos valores iniciais e finais da FRF, devido à presença de ruído.

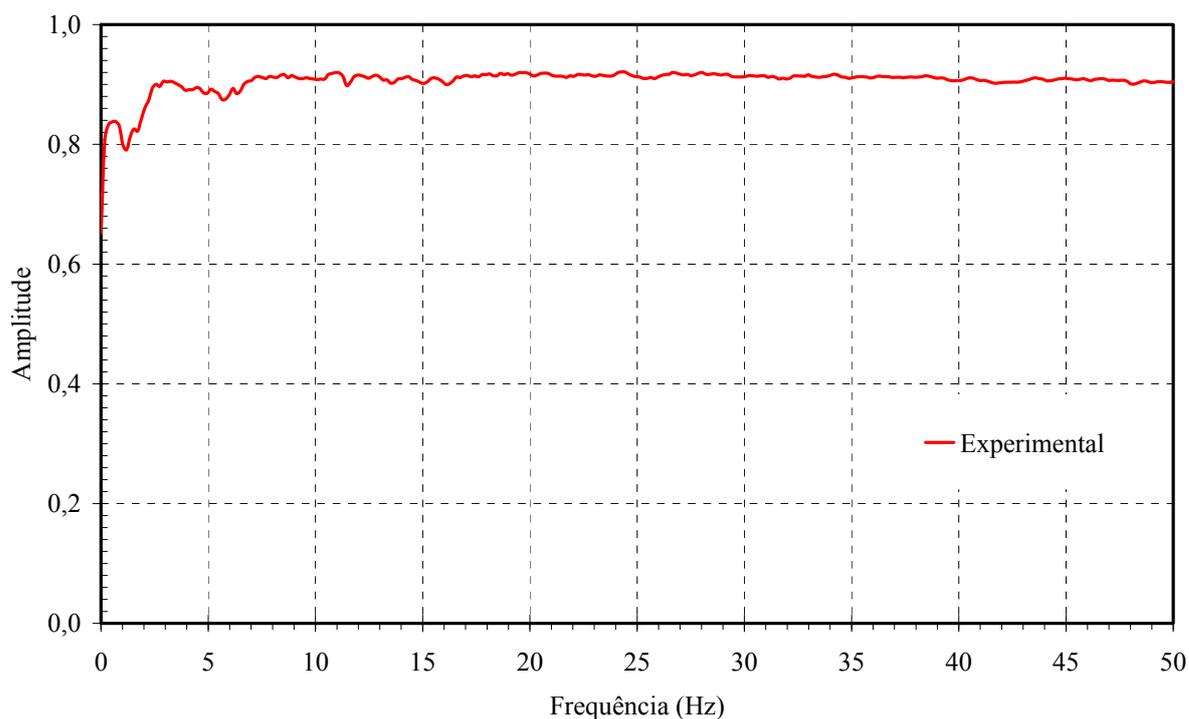


Figura 14.12: Coerência da FRF de transferência H_{15}

Nas FRF de ponto H_{22} , mostradas na Figura 14.13, foi possível obter as três primeiras frequências naturais na direção transversal vertical por meio da teoria de vigas e resultados experimentais, referentes à ressonância do 1º, 2º e 3º modos de vibrar, conforme mostrado na Tabela 14.5. Na Figura 14.13, também foi possível obter as frequências referentes às antirressonâncias por meio da teoria de vigas que se encontram em 3,931 Hz, 16,748 Hz e 35,376 Hz e nos resultados experimentais que se encontram em 6,494 Hz, 21,533 Hz e 42,212 Hz.

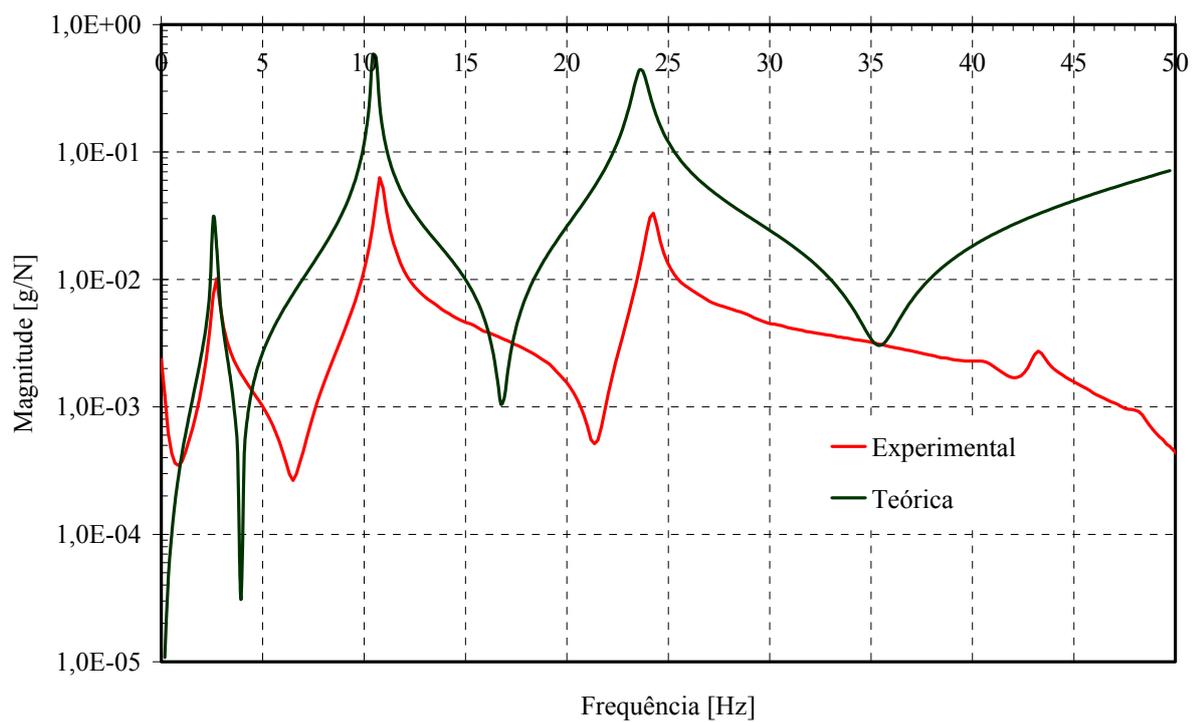


Figura 14.13: FRF de ponto H₂₂

Na Figura 14.14, tem-se a obtenção das frequências naturais e amortecimento modal, por meio da aplicação do método “peak-picking” na FRF de ponto H₂₂, obtida a partir dos dados experimentais. Os resultados referentes ao amortecimento modal e a respectiva frequência natural amortecida são apresentados na Tabela 14.5.

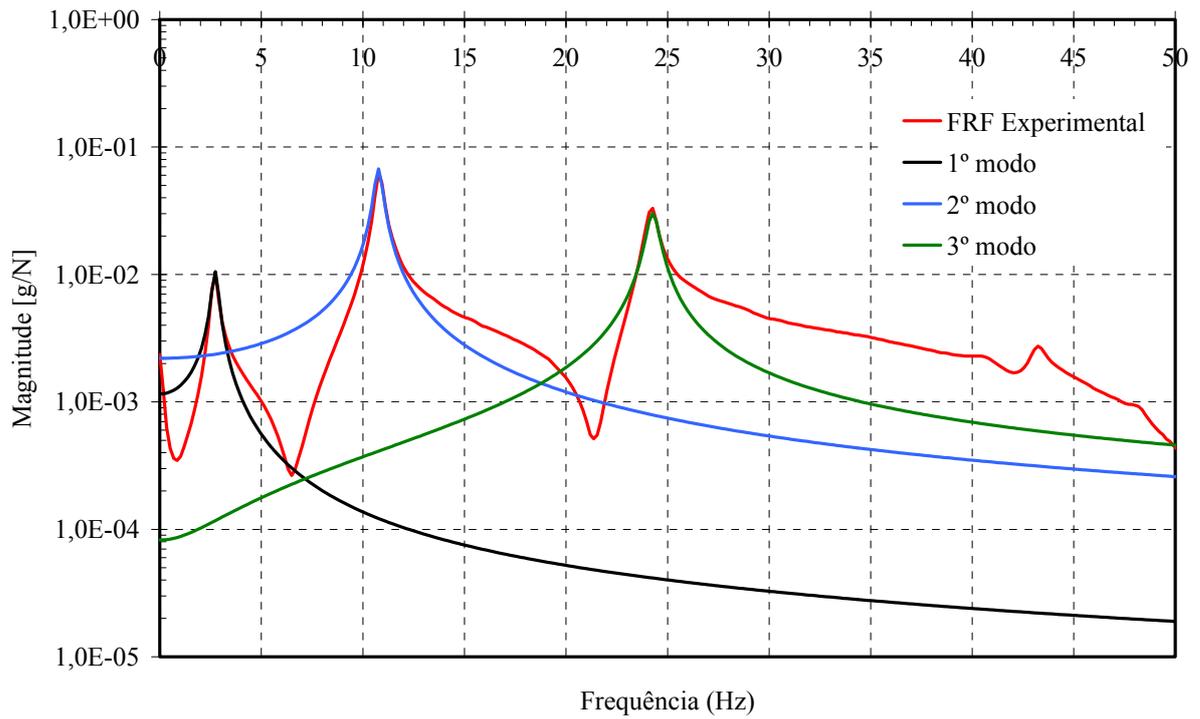


Figura 14.14: Frequências naturais experimentais e amortecimento na FRF de ponto H₂₂

Tabela 14.5: Frequências naturais experimentais e amortecimento na direção transversal vertical

Modo (ϕ_p)	$f_{\text{vert,Exp}}$ (Hz)	ζ (%)
1	2,734	5,72
2	10,767	1,80
3	24,268	1,20

Na Figura 14.15, tem-se a coerência obtida para a FRF de ponto H₂₂, a partir dos dados experimentais, onde é possível observar que ocorre uma queda dos valores da coerência nas frequências referentes às antirressonâncias.

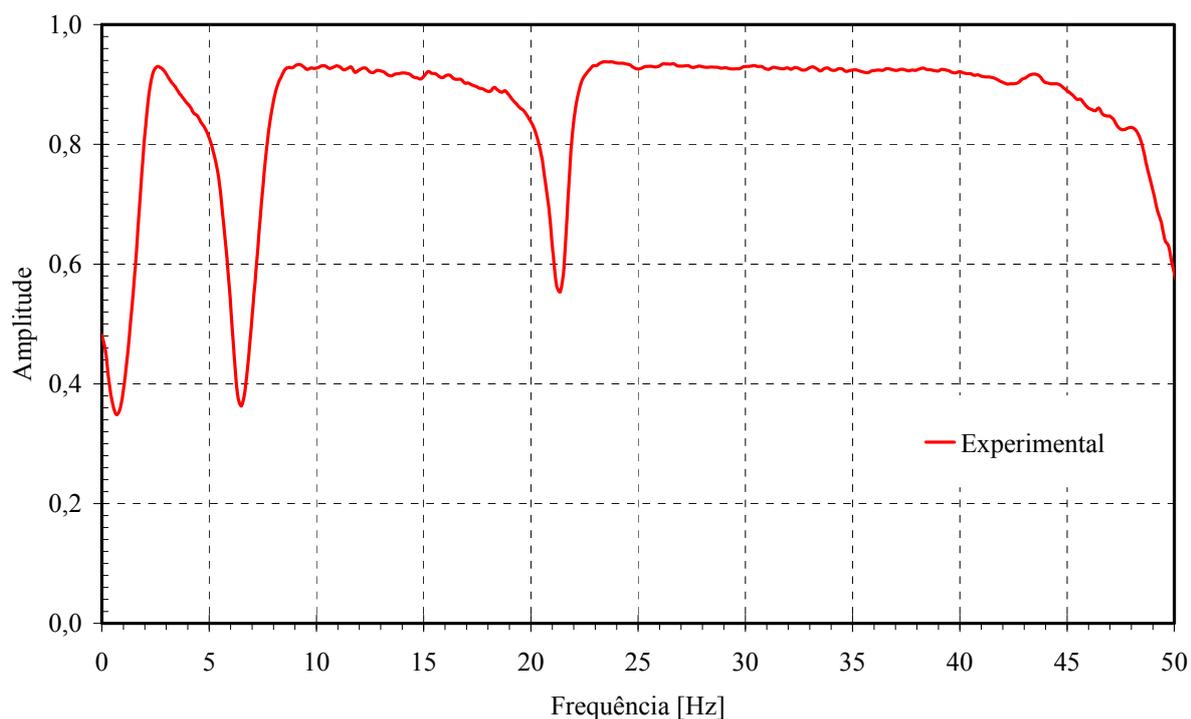


Figura 14.15: Coerência da FRF de ponto H₂₂

Na Figura 14.16, têm-se as FRF de transferência H₂₃ que foram obtidas por meio da teoria de vigas e resultados experimentais, onde foram obtidas resposta, na posição L/4 (ponto 2), e excitação, na posição L/2 (ponto 3). As mesmas FRF de transferência poderiam ter sido obtidas com a localização da resposta, na posição L/2 (ponto 3), e excitação, na posição L/4 (ponto 2). Outra possibilidade para obtenção das mesmas FRF seria a localização da resposta, na posição L/4 (ponto 4), e excitação, na posição L/2 (ponto 3), assim como a troca da resposta, na posição L/2 (ponto 3), e excitação, na posição L/4 (ponto 4).

A partir das FRF de transferência H₂₃, mostradas na Figura 14.16, foi possível obter duas frequências naturais na direção transversal vertical, por meio da teoria de vigas, e resultados experimentais referentes à ressonância do 1º e 3º modos de vibrar, conforme mostrado na Tabela 14.6. Na Figura 14.16, também foi possível obter as frequências referentes às antirressonâncias por meio da teoria de vigas que se encontram em 42,554 Hz e nos resultados experimentais que se encontram em 38,282 Hz.

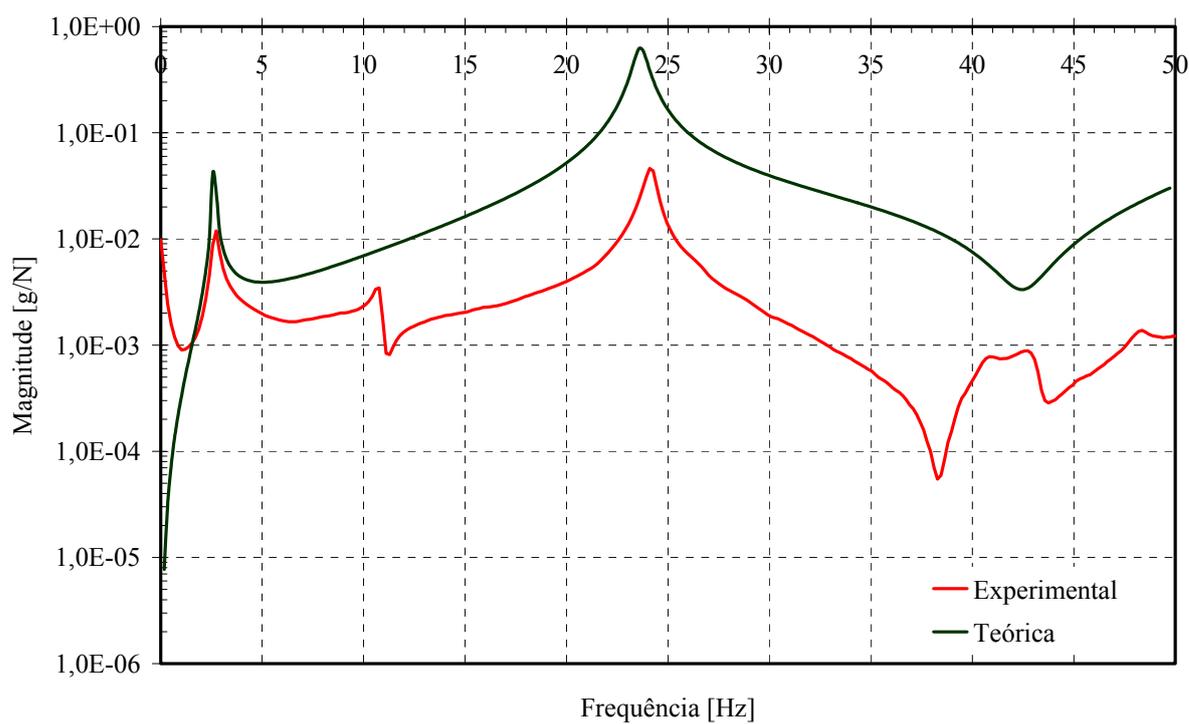


Figura 14.16: FRF de transferência H_{23}

Na Figura 14.17, tem-se a obtenção das frequências naturais e amortecimento modal, por meio da aplicação do método “peak-picking” na FRF de transferência H_{23} , obtida a partir dos dados experimentais. Os resultados experimentais referentes ao amortecimento modal e a respectiva frequência natural amortecida são apresentados na Tabela 14.6.

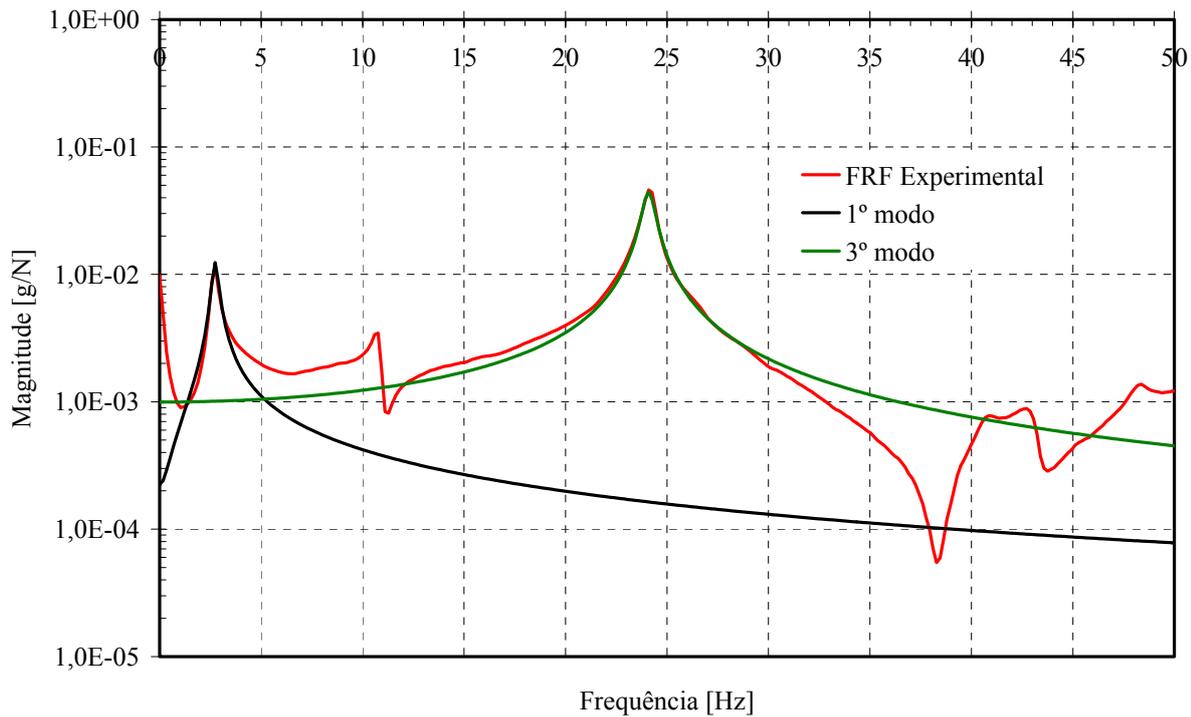


Figura 14.17: Frequências naturais experimentais e amortecimento na FRF de transferência H_{23}

Tabela 14.6: Frequências naturais experimentais e amortecimento na direção transversal vertical

Modo (ϕ_p)	$f_{\text{vert,Exp}}$ (Hz)	ζ (%)
1	2,734	5,81
3	24,097	1,27

Na Figura 14.18, tem-se a coerência obtida para a FRF de transferência H_{23} , a partir dos dados experimentais, onde é possível observar que ocorre uma queda dos valores da coerência nos valores iniciais e finais da FRF.

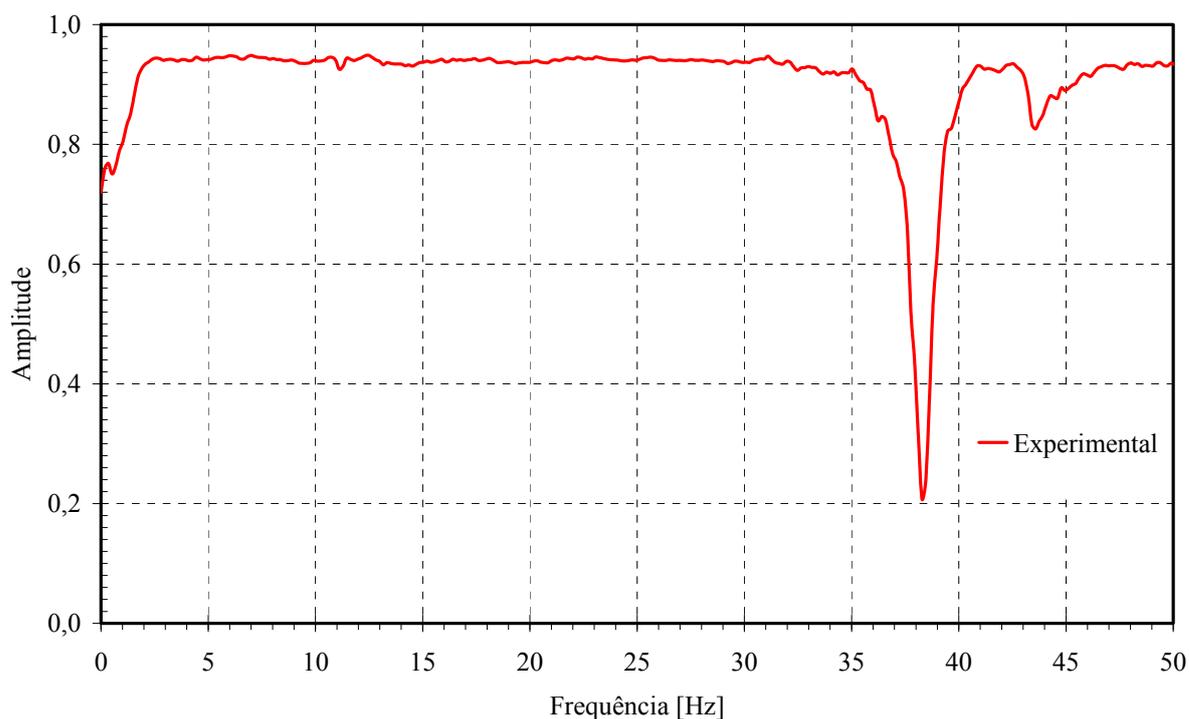


Figura 14.18: Coerência da FRF de transferência H_{23}

Na Figura 14.19, têm-se as FRF de transferência H_{24} que foram obtidas por meio da teoria de vigas e resultados experimentais, onde foram obtidas resposta, na posição $L/4$ (ponto 2), e excitação, na posição $L/4$ simétrica (ponto 4). As mesmas FRF de transferência poderiam ter sido obtidas com a localização da resposta, na posição $L/4$ simétrica (ponto 4), e excitação na posição $L/4$ (ponto 2).

A partir das FRF de transferência H_{24} , mostradas na Figura 14.19, foi possível obter as três primeiras frequências naturais na direção transversal vertical, por meio da teoria de vigas, e resultados experimentais referentes à ressonância do 1º, 2º e 3º modos de vibrar, conforme mostrado na Tabela 14.7. Nesta não foi possível obter as frequências referentes às antirressonâncias.

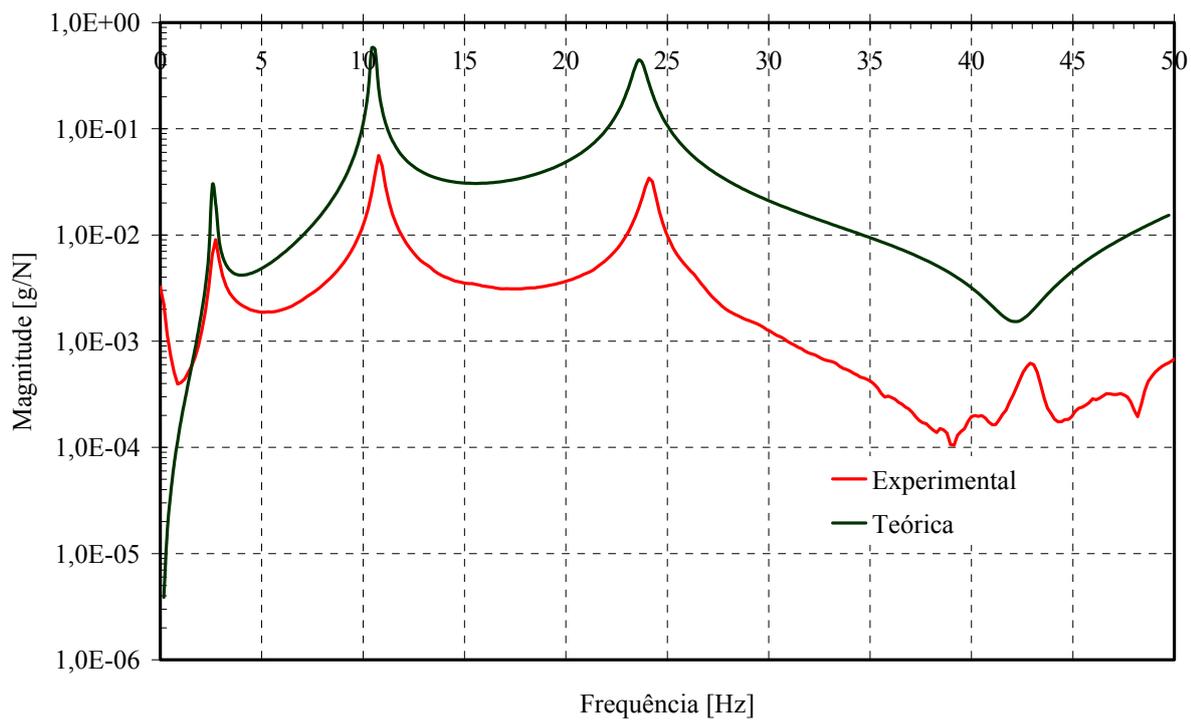


Figura 14.19: FRF de transferência H_{24}

Na Figura 14.20, tem-se a obtenção das frequências naturais e amortecimento modal, por meio da aplicação do método “peak-picking” na FRF de transferência H_{24} , obtida a partir dos dados experimentais. Os resultados experimentais referentes ao amortecimento modal e a respectiva frequência natural amortecida são apresentados na Tabela 14.7.

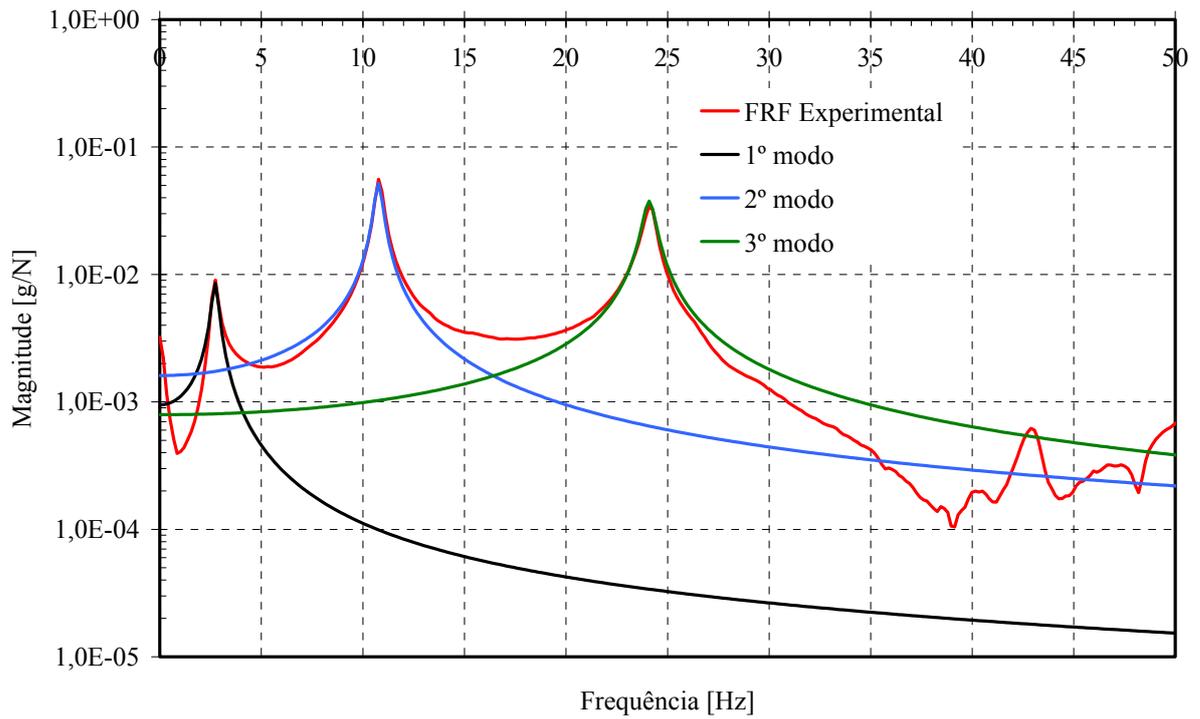


Figura 14.20: Frequências naturais experimentais e amortecimento na FRF de transferência H_{24}

Tabela 14.7: Frequências naturais experimentais e amortecimento na direção transversal vertical

Modo (ϕ_p)	$f_{\text{vert,Exp}}$ (Hz)	ζ (%)
1	2,734	5,77
2	10,767	1,78
3	24,097	1,23

Na Figura 14.21, tem-se a coerência obtida para a FRF de transferência H_{24} , a partir dos dados experimentais, onde é possível observar que ocorre uma queda dos valores da coerência nos valores iniciais e finais da FRF, devido à presença de ruído.

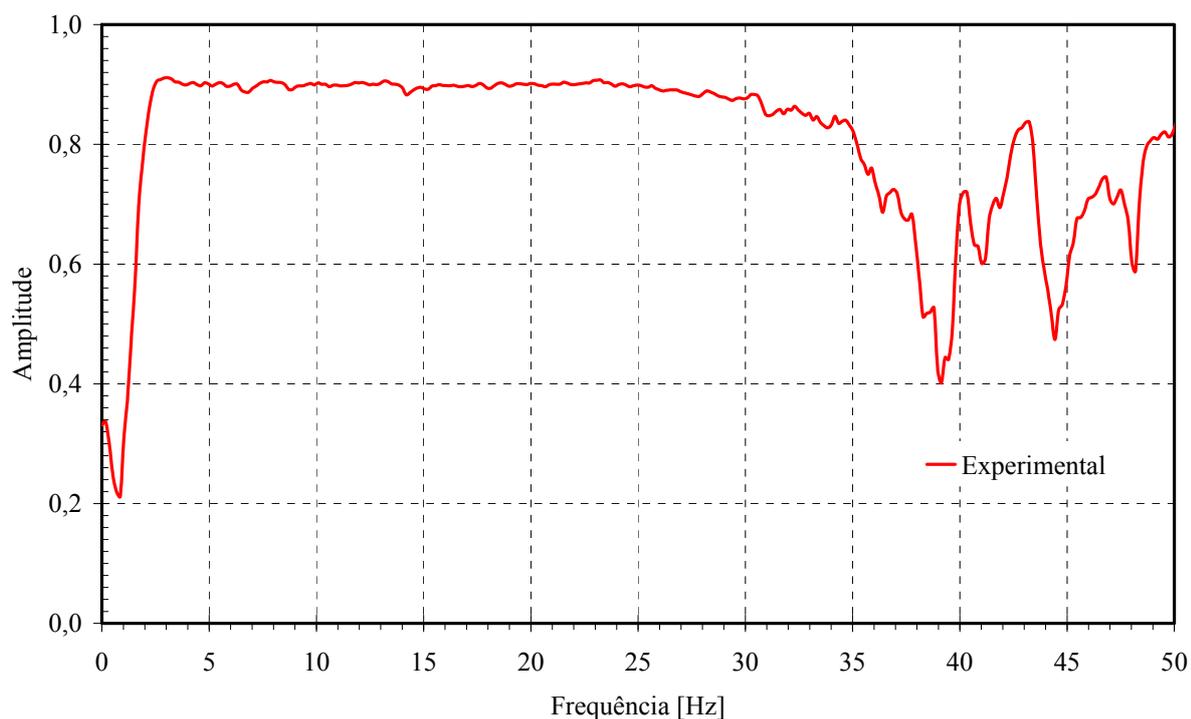


Figura 14.21: Coerência da FRF de transferência H_{24}

Na Figura 14.22, têm-se as FRF de transferência H_{25} que foram obtidas por meio da teoria de vigas e resultados experimentais, onde foram obtidas resposta, na posição $L/4$ (ponto 2), e excitação, na posição $L/6$ simétrica (ponto 5). As mesmas FRFs de transferência poderiam ter sido obtidas com a localização da resposta, na posição $L/6$ simétrica (ponto 5), e excitação, na posição $L/4$ (ponto 2).

A partir das FRF de transferência H_{25} , mostradas na Figura 14.22, foi possível obter as três primeiras frequências naturais na direção transversal vertical, por meio da teoria de vigas e resultados experimentais referentes à ressonância do 1º, 2º e 3º modos de vibrar, conforme mostrado na Tabela 14.8. Nesta não foi possível obter as frequências referentes às antirressonâncias de forma conclusiva para ambos os casos.

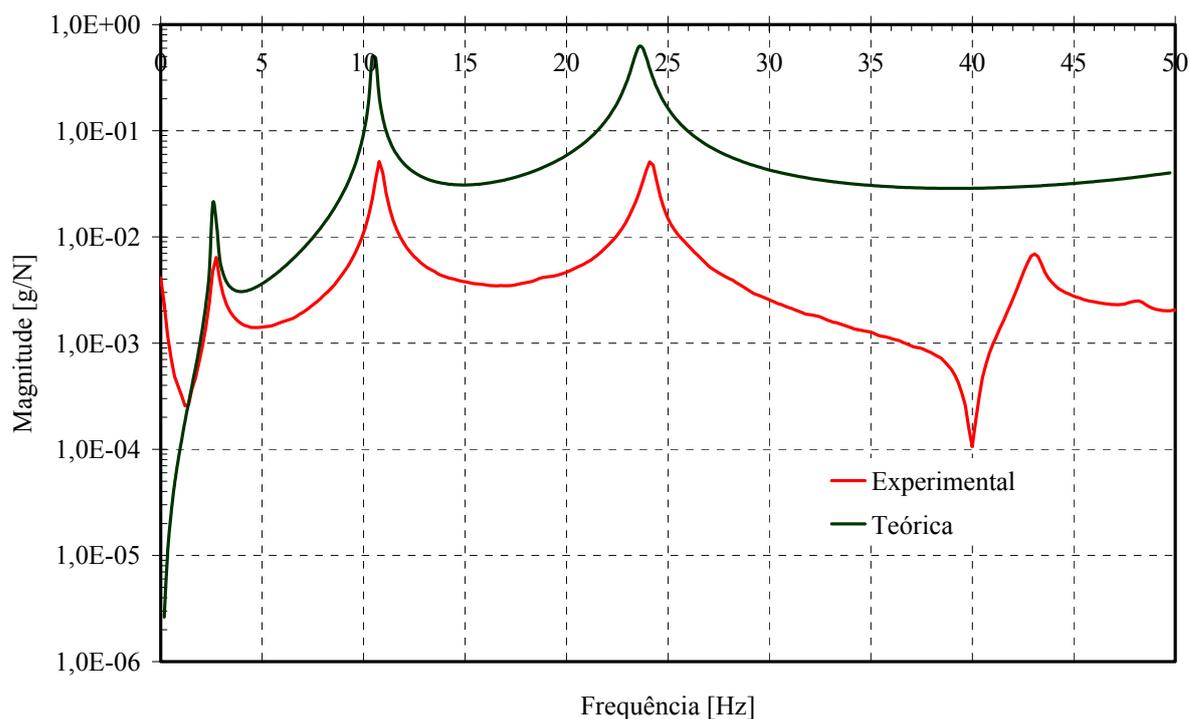


Figura 14.22: FRF de transferência H_{25}

Na Figura 14.23, tem-se a obtenção das frequências naturais e amortecimento modal por meio da aplicação do método “peak-picking” na FRF de transferência H_{25} , obtida a partir dos dados experimentais. Os resultados experimentais referentes ao amortecimento modal e a respectiva frequência natural amortecida são apresentados na Tabela 14.8.

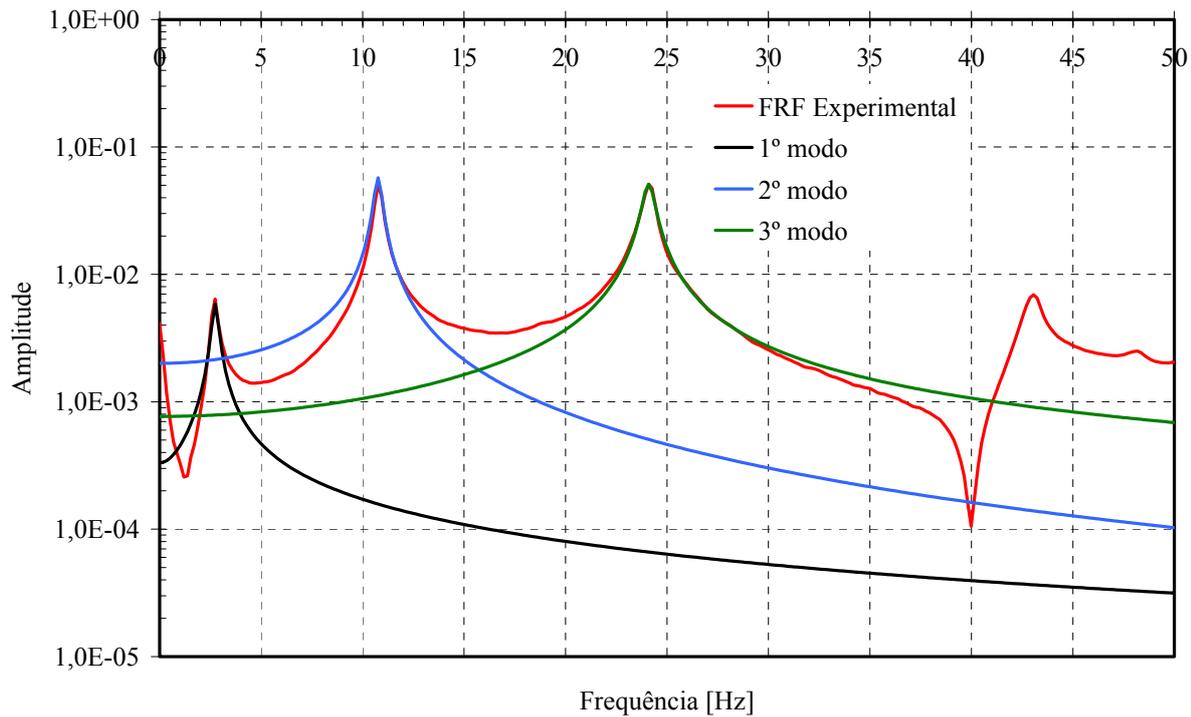


Figura 14.23: Frequências naturais experimentais e amortecimento na FRF de transferência H_{25}

Tabela 14.8: Frequências naturais experimentais e amortecimento na direção transversal vertical

Modo (ϕ_p)	$f_{\text{vert,Exp}}$ (Hz)	ζ (%)
1	2,734	5,66
2	10,767	1,75
3	24,097	1,26

Na Figura 14.24, tem-se a coerência obtida para a FRF de transferência H_{25} , a partir dos dados experimentais, onde é possível observar que ocorre uma queda dos valores da coerência nos valores iniciais e finais da FRF, devido à presença de ruído.

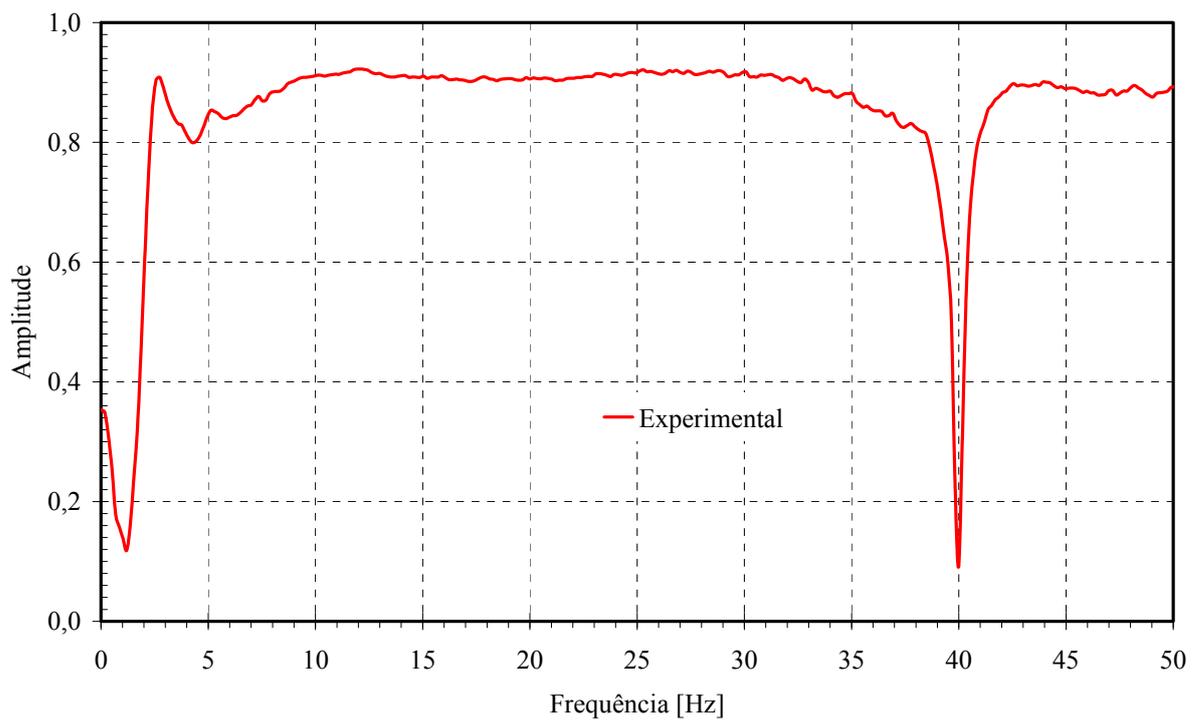


Figura 14.24: Coerência da FRF de transferência H_{25}

Nas FRF de ponto H_{33} , mostradas na Figura 14.25, foi possível obter duas frequências naturais na direção transversal vertical, por meio da teoria de vigas e resultados experimentais referentes à ressonância do 1º e 3º modos de vibrar, conforme mostrado na Tabela 14.9. Na Figura 14.25, também foi possível obter as frequências referentes às antirressonâncias por meio da teoria de vigas que se encontram em 6,665 Hz e 37,256 Hz e nos resultados experimentais que se encontram em 16,919 Hz e 42,041 Hz.

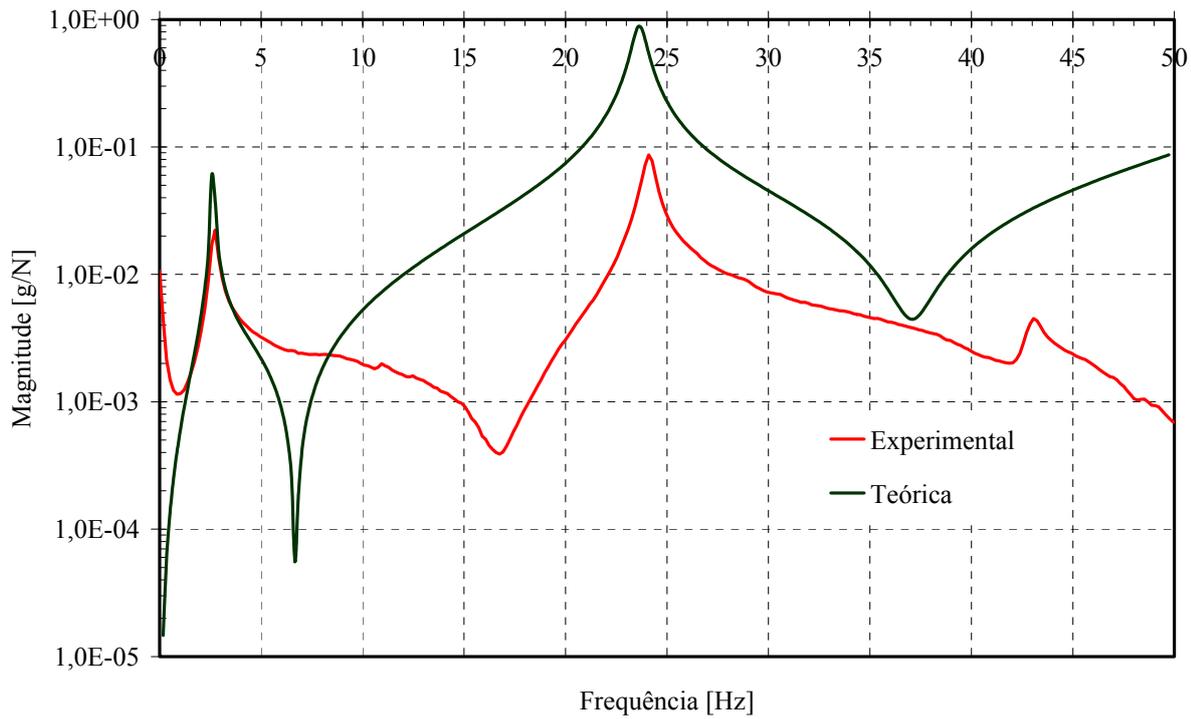


Figura 14.25: FRF de ponto H₃₃

Na Figura 14.26, tem-se a obtenção das frequências naturais e amortecimento modal por meio da aplicação do método “peak-picking” na FRF de ponto H₃₃, obtida a partir dos dados experimentais. Os resultados referentes ao amortecimento modal e a respectiva frequência natural amortecida são apresentados na Tabela 14.9.

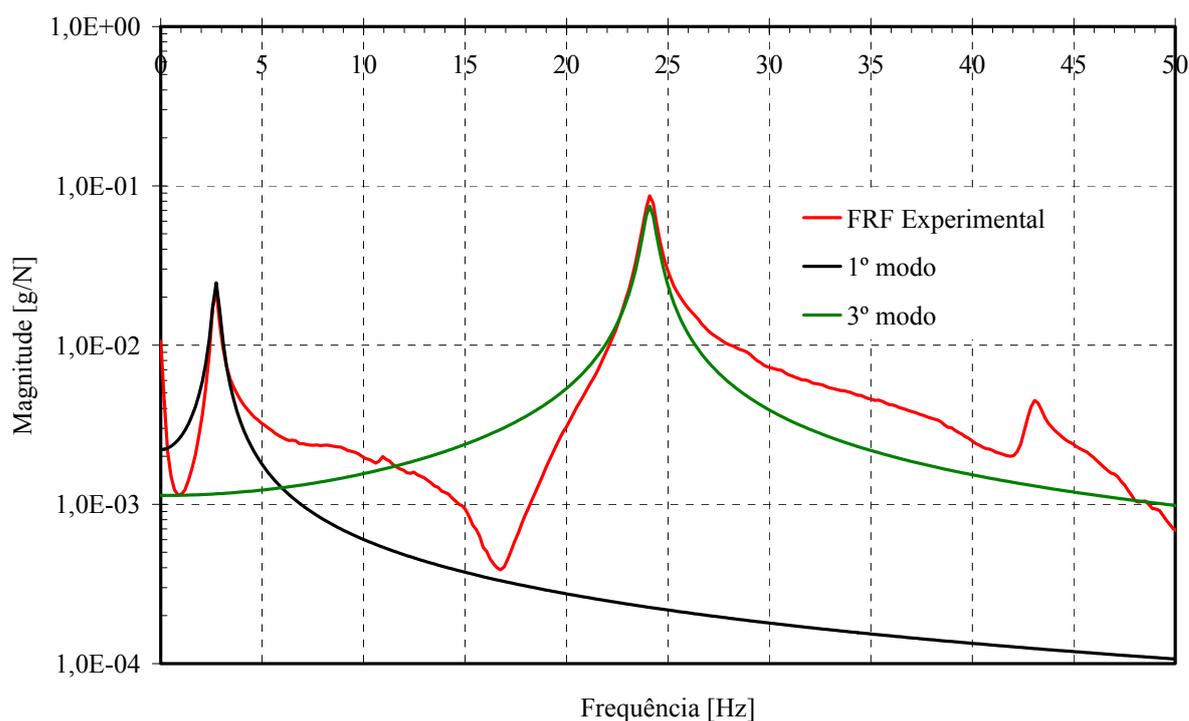


Figura 14.26: Frequências naturais experimentais e amortecimento na FRF de ponto H₃₃

Tabela 14.9: Frequências naturais experimentais e amortecimento na direção transversal vertical

Modo (ϕ_p)	$f_{\text{vert,Exp}}$ (Hz)	ζ (%)
1	2,734	5,98
3	24,097	1,25

Na Figura 14.27, tem-se a coerência obtida para a FRF de ponto H₃₃, a partir dos dados experimentais, onde é possível observar que ocorre uma queda dos valores da coerência nas frequências referentes às antirressonâncias.

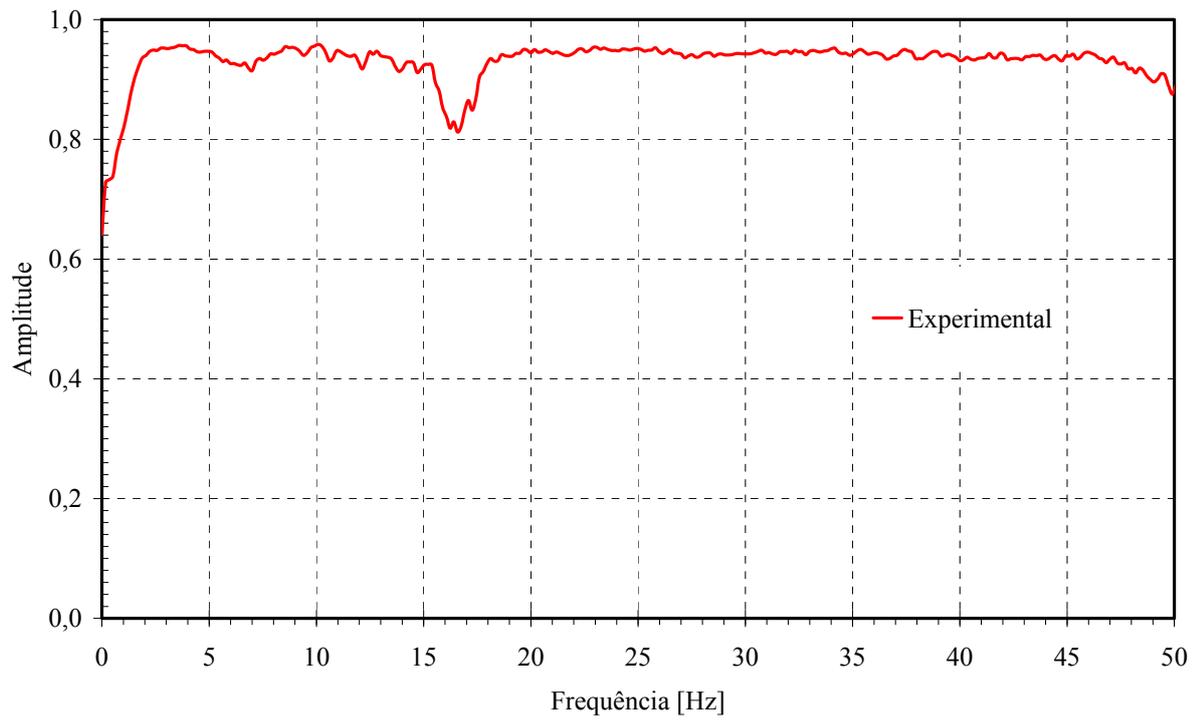


Figura 14.27: Coerência da FRF de ponto H₃₃

