

ANÁLISE DE EDIFÍCIOS ALTOS SUBMETIDOS A TERREMOTOS PELA TÉCNICA DO MEIO CONTÍNUO¹

César Alfredo Espezúa Llerena

Orientador: Prof. José Elias Laier

Dissertação apresentada ao Departamento de Engenharia de Estruturas da Universidade de São Paulo - São Carlos, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Estruturas.

**USP – São Carlos
Agosto 2009**

¹ Este trabalho teve suporte financeiro do CNPq

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTA
TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO,
PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

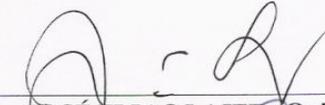
Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

E77a Espezúa Llerena, Cesar Alfredo
Análise de estruturas submetidas a terremotos pela
técnica do meio contínuo / Cesar Alfredo Espezúa Llerena
; orientador José Elias Laier. -- São Carlos, 2009.
Dissertação (Mestrado-Programa de Pós-Graduação e Área
de Concentração em Engenharia de Estruturas) -- Escola de
Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo,
2009.
1. Técnica meio contínuo. 2. Painéis. 3. Terremoto.
4. Deformada. 5. Forças internas. I. Título.

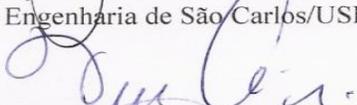
FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro CESAR ALFREDO ESPEZUA LLERENA.

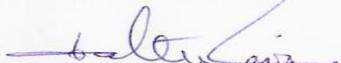
Dissertação defendida e julgada em 27/08/2009 perante a Comissão Julgadora:



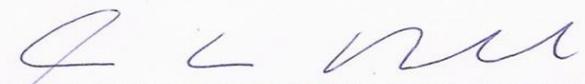
Prof. Titular **JOSÉ ELIAS LAIÊK (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP) APROVADO



Prof. Associado **WALTER LIBARDI**
(Universidade Federal de São Carlos/UFSCar) APROVADO



Prof. Titular **WALTER SAVASSI**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP/aposentado) APROVADO



Prof. Associado **MARCIO ANTONIO RAMALHO**
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas)



Prof. Titular **GERALDO ROBERTO MARTINS DA COSTA**
Presidente da Comissão de Pós-Graduação

*A todos os que me
apoiam.*

Agradecimentos

Inicialmente gostaria de agradecer à minha família, em especial a minha mãe Soledad, quem sempre acreditou em mim; ao meu pai Hugo pelo apoio e carinho incondicional; a meu sobrinho Gabrielito; a minhas irmãs Katia e Soledad e a meu cunhado Edwin, pela confiança, pelo carinho nos momentos ruins e bons, pelas broncas nas horas certas, pelos conselhos, por dividir sua história comigo, por todo seu apoio e me ajudado em todos os sentidos para que este trabalho fosse realizado. Obrigado por fazer parte da minha vida...

Agradeço também aos meus amigos que fiz nesta jornada e que nunca irei esquecer, pelo apoio e ajuda no início da caminhada. À galera da pós pela companhia na hora do cafezinho. Aos meus amigos de diferentes nacionalidades nos diferentes departamentos do campus universitário, e que me ajudaram a não esquecer o espanhol. Ao meu orientador Professor José Elias Laier, pela orientação e bons conselhos na hora certa, sua paciência e grande profissionalismo, ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pela bolsa de estudos concedida.

Obrigado a todos!

Resumo

ESPEZUA, C. A. **Análise de edifícios altos submetidos a terremotos pela técnica do meio contínuo**. 2009. 111p. Dissertação (mestrado) - Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2009.

Nesta dissertação emprega-se um método simplificado de análise elástica baseado na técnica do meio contínuo para edifícios altos submetidos a terremoto formados por painéis paredes, pórticos e núcleos de seção aberta de parede delgada. Na ligação dos diferentes painéis, supõe-se que existe uma considerável quantidade de diafragmas horizontais rígidos em seu próprio plano, distribuídos continuamente ao longo da vertical Oz . Levando-se em conta a equação constitutiva dos painéis individuais pode-se obter a solução de análise estrutural para o edifício mediante equações diferenciais acopladas para deslocamento e rotações ao longo do eixo vertical do edifício. Com base nesses resultados, todos os esforços internos podem, então, ser obtidos. O método de análise proposto oferece um simples e rápido meio de obtenção da deformada e das forças internas dos diferentes painéis do edifício alto em fases iniciais do projeto. A utilidade e a aproximação do método são examinadas mediante exemplos numéricos, sendo a solução aproximada comparada com aquela obtida com o emprego do método de elementos finitos elaborado pelo programa SAP2000.

Palavras-chave: Técnica do meio contínuo, painéis, terremoto, deformada, forças internas.

Abstract

ESPEZUA, C. A. **Analysis of tall buildings subject to earthquakes using the continuous medium technique**. 2009. 111p. Dissertação (mestrado) - Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2009.

This work presents a simplified method of elastic analysis based on the continuous medium technique for tall building structures formed by shear wall panels, frames and core thin walled sections. In order to connect the various panels, it is assumed that there exist a considerable amount of rigid diaphragms continuously distributed along the vertical Oz. The building is subject to lateral earthquake load. Taking into account the constitutive equation of the individual panel, one can achieve a solution through coupled differential equations for displacement and rotation of the building. Based on that, all of the internal forces can be obtained. The analysis is extended to structures formed by singular panel configuration. The proposed method offers a relatively simple and rapid way to obtain the displacements and internal forces of different structural systems of tall buildings, especially indicated for preliminary stages of calculation. The usefulness of the approach and method are illustrated by numerical examples, where the approximated solution is compared with that obtained by finite element calculations.

Keywords: continuous medium technique, panels, earthquake, displacements, internal forces.

Sumário

Introdução	23
1. Cálculo da força sísmica em edifícios	27
1.1. Equação do movimento	27
1.2. Avaliação numérica da resposta dinâmica	29
1.2.1. Métodos de passo de tempo	29
1.2.2. Métodos baseados em interpolação de excitação	30
1.2.3. Método da diferença central	32
1.2.4. Método de Newmark	34
1.3. Resposta sísmica	38
1.3.1. Excitação sísmica	38
1.3.2. Equação do movimento	40
1.3.3. Histórico da resposta.	40
1.3.4. Conceito de espectro de resposta	45
1.3.5. Espectro de resposta ao deslocamento, à pseudo-velocidade e à pseudo-aceleração	45
1.3.6. Resposta estrutural pico do espectro de resposta	52
2. Técnica do meio contínuo para cálculo de edifícios	55
2.1. Introdução	55
2.2. Tipos básicos de painéis	55
2.2.1. Pilares parede	55
2.2.2. Pórtico	57

2.2.3. Núcleos de seções abertas de parede delgada	59
2.3. Associação múltipla de pilares parede, pórticos e núcleos de seções abertas de parede delgada	64
2.3.1. Convenções e hipóteses	64
2.3.2. Equações de equilíbrio	65
2.3.3. Associação contendo unicamente pilares parede	67
2.3.4. Associação contendo unicamente pórticos	69
2.3.5. Desacoplamento do caso geral	70
2.3.6. Resolução da equação diferencial	71
2.3.7. Desacoplamento em casos singulares	73
3. Aplicabilidade e procedimento do método	77
3.1. Distribuição da força sísmica na altura	77
3.2. Exemplo 1	79
3.3. Exemplo 2	81
3.4. Exemplo 3	83
4. Conclusões	91
A. Definições para o cálculo da força sísmica	93
A.1. Período natural de vibração e frequência natural circular de vibração	93
A.2. Livre vibração sem amortecimento	94
A.3. Livre vibração com amortecimento	95
B. Seqüência do programa	97
B.1 Função	97
B.2 Estrutura do programa	97
B.3 Dados de entrada	100
B.4 Dados de saída	100
B.5 Programa fonte	100
Referências bibliográficas	111

Lista de Figuras

1.1. Notação para interpolação linear	30
1.2. Componente horizontal norte - sul do terreno do registro da aceleração na subestação Valle Imperial, El Centro, Califórnia, durante o terremoto de 18 de maio de 1940. A velocidade e deslocamento do terreno foram obtidos por integração da aceleração do terreno.	39
1.3. Sistema de simples grau de liberdade	40
1.4. Resposta ao deslocamento de sistemas simples com $(T_n = 0.5seg, \xi = 0.02)$; $(T_n = 1seg, \xi = 0.02)$ e $(T_n = 2seg, \xi = 0.02)$ respectivamente para o terremoto “El Centro”.	41
1.5. Resposta ao deslocamento de sistemas simples com $(T_n = 2seg, \xi = 0.00)$; $(T_n = 2seg, \xi = 0.02)$ e $(T_n = 2seg, \xi = 0.05)$ respectivamente para o sismo “El Centro”.	42
1.6. Força estática equivalente.	43
1.7. Resposta de pseudo - aceleração de sistemas simples com $(T_n = 0.5seg, \xi = 0.02)$; $(T_n = 1seg, \xi = 0.02)$ e $(T_n = 2seg, \xi = 0.02)$ respectivamente para o sismo “El centro”.	44
1.8. Espectro de resposta ao deslocamento $\xi = 2\%$	46
1.9. Espectro de resposta à pseudo-velocidade $\xi = 2\%$	48
1.10. Espectro de resposta à pseudo-aceleração $\xi = 2\%$	49
1.11. Combinação de espectro de resposta de $D - V - A$ para o registro de terremoto “El Centro” com $\xi = 2\%$	50

1.12. Combinação de espectro de resposta de $D - V - A$ para o registro de terremoto “El Centro” com $\xi = 0; 2; 5; 10$ e 20%	51
1.13. Valor pico da força estática equivalente.	52
2.1. Carregamento externo em pilares parede, elástica e elemento isolado e convenção de sinais.	56
2.2. Carregamento externo em pórtico e elástica.	57
2.3. Pórtico com vigas de $j = \infty$	58
2.4. Momento de torção M_t atuante em um núcleo de seção aberta de parede delgada.	60
2.5. Tensões de cisalhamento uniforme na seção aberta de parede delgada.	62
2.6. Associação múltipla de pilares parede, pórticos e núcleos de seção aberta de parede delgada (planta térrea).	65
2.7. Mudança do sistema de referência.	68
2.8. Carregamento horizontal no edifício genérico.	73
3.1. Planta térrea do edifício conformado pela associação de pilares parede e pórticos (caso não singular).	79
3.2. Deslocamentos principais do edifício do exemplo 1.	80
3.3. Planta térrea do edifício conformado pela associação de pórticos e um pilar parede (caso singular).	82
3.4. Deslocamentos principais do edifício do exemplo 2.	83
3.5. Planta térrea do edifício conformado pela associação de pórticos, pilares parede e núcleos de seção aberta de parede delgada (caso não singular).	84
3.6. Força concentrada no topo e carregamento linear produzidas pelo terremoto.	85
3.7. Deslocamentos principais do edifício do exemplo 3.	87
3.8. Deslocamentos do pilar parede 5 e o pórtico 1. Os deslocamentos estão em coordenadas locais.	88
3.9. Momentos fletores dos pilares parede 1 e 10.	89
3.10. Força cortante dos pilares parede 1 e 10.	90
3.11. Força cortante dos pórticos 1 e 5.	90

Lista de Tabelas

1.1.	Coeficientes para métodos baseados na interpolação.	32
1.2.	Método da diferença central.	34
1.3.	Método de aceleração media e aceleração linear.	35
1.4.	Método de Newmark para sistemas lineares.	38
3.1.	Pilares parede do exemplo 1. X1 e Y1 representam as coordenadas do nó inicial do pilar parede. X2 e Y2 representam o nó final da respectiva parede. .	79
3.2.	Pórticos do exemplo 1. X e Y representam as coordenadas das colunas de cada um dos pórticos. m contem as larguras de seções das vigas. n contem os comprimentos de seções das vigas.	80
3.3.	Deslocamentos e giro do diafragma genérico do exemplo 1.	81
3.4.	Pilar parede do exemplo 2. X1 e Y1 representam as coordenadas do nó inicial do pilar parede. X2 e Y2 representam o nó final da respectiva parede.	82
3.5.	Pórticos do exemplo 2, na qual m_n contem as larguras das seções das colunas, n_c contem os comprimentos das seções das colunas, m_v contem as larguras das seções das vigas e n_v contem os comprimentos das seções das vigas.	82
3.6.	Pilar parede do exemplo 3. X1 e Y1 representam as coordenadas do nó inicial do pilar parede. X2 e Y2 representam o nó final da respectiva parede.	86
3.7.	Pórticos do exemplo 3, na qual m_n contem as larguras das seções das colunas, n_c contem os comprimentos das seções das colunas, m_v contem as larguras das seções das vigas e n_v contem os comprimentos das seções das vigas.	86

Lista de símbolos

f_s	Força elástica; força estática equivalente.
f_D	Força de amortecimento.
f_I	Força de inércia.
p	Força externa.
k	Rigidez lateral do sistema.
c	Coefficiente de amortecimento.
m	Massa do sistema.
\ddot{u}	Aceleração do sistema.
\dot{u}	Velocidade do sistema.
u	Deslocamento do sistema. Deslocamento do eixo $0x$ do diafragma rígido.
u_t	Deslocamento total.
u_g	Deslocamento do terreno.
\ddot{u}_t	Aceleração total.
\ddot{u}_g	Aceleração do terreno.
p_{eff}	Força efetiva do terremoto.
$u(0)$	Deslocamento inicial.
$\dot{u}(0)$	Velocidade inicial.
Δt_i	Passo de tempo i .
t	Tempo; espessura da parede delgada do núcleo da seção aberta
t_i	Tempo no fim do passo de tempo i .
\ddot{u}_i	Aceleração no tempo i .
\dot{u}_i	Velocidade no tempo i .
u_i	Deslocamento no tempo i .
τ	Tempo relativo
p_i	Valor de $p(t)$ no tempo i .
Δp_i	Incremento de $p(t)$ com o passo de tempo i .

Δt_i	Passo de tempo i .
Δt	Passo de tempo.
ω_n	Frequência natural.
ω_D	Frequência natural amortecida.
ζ	Razão de amortecimento.
β	Parâmetro no método de Newmark.
γ	Parâmetro no método de Newmark.
T_n	Período natural.
\ddot{u}_0	Aceleração no tempo zero.
\dot{u}_0	Velocidade no tempo zero.
u_0	Deslocamento no tempo zero.
$A(t)$	Pseudo-aceleração.
V_b	Força cortante na base.
M_b	Momento de tombamento na base.
\ddot{u}_o^t	Valor máximo de \ddot{u}_t .
\dot{u}_o	Valor máximo de $\dot{u}(t)$.
u_o	Valor máximo de $u(t)$.
V	Espectro à pseudo-velocidade. Força cortante na técnica do meio contínuo.
D	Constante arbitrária; deslocamento na ordenada do espectro; Centro de torção.
E_{S_o}	Maximo valor de energia de deformação.
V_{b_o}	Maximo valor de $V_b(t)$.
M_{b_o}	Maximo valor de $M_b(t)$.
f_{S_o}	Maximo valor de $f_S(t)$.
g	Aceleração devido à gravidade.
W	Peso.
h	Altura do pé-direito do andar.
V_w	Força cortante do pilar parede.
M_w	Momento fletor do pilar parede.
q_w	Carregamento horizontal linear distribuído no pilar parede.
F_w	Carregamento horizontal concentrado no topo do pilar parede.
E_w	Modulo de elasticidade do pilar parede.
I_w	Momento de inércia no eixo principal do pilar parede.
u_w	Deslocamento no eixo principal do pilar parede.
j_w	Produto de rigidez a flexão do pilar parede.
u_w''	Curvatura do eixo principal do pilar parede (elástica).
u_w'''	Terceira derivada da deformada do pilar parede.
V_f	Força cortante do pórtico.

M_f	Momento fletor do pórtico.
q_f	Carregamento horizontal linear distribuído no pórtico.
F_f	Carregamento horizontal concentrado no topo do pórtico.
E_f	Modulo de elasticidade do pórtico.
s_f	Rigidez constante no pórtico a força cortante.
u_f	Deslocamento no eixo principal do pórtico.
j_w	Produto de rigidez a flexão do pilar parede.
u'_f	Equação diferencial da linha elástica do pórtico.
Δu	Deslocamento relativo ao pé-direito.
M_t	Momento de torção solicitante.
I_t	Momento de inércia a torção.
G	Modulo de elasticidade transversal.
u_e	Amplitude do empenamento
ϕ	Ângulo de rotação.
ϕ'	Primeira derivada do ângulo de rotação com respeito ao eixo z.
ϕ''	Segunda derivada do ângulo de rotação com respeito ao eixo z.
ϕ'''	Terceira derivada do ângulo de rotação com respeito ao eixo z.
ϖ	Área setorial da seção transversal.
ε_z	Deformação no eixo z.
ε_s	Deformação da seção transversal s.
σ_z	Tensão normal na direção do eixo z.
σ_s	Tensão normal na direção da seção do elemento.
ν	Coefficiente de Poisson.
E	Modulo de elasticidade longitudinal.
R_σ	Força resultante das tensões σ_z .
A	Área da seção transversal.
s	Direção do percorrido da seção transversal.
τ_{ft}	Tensão à flexo-torção.
τ_l	Tensão livre.
S_ϖ	Momento estático setorial.
n	Distancia tangencial da tensão à flexo-torção ao centro de torção D .
Cw_1, Cw_2	Eixos locais do núcleo de seção aberta de parede delgada.
η	Plano vertical no qual atua o carregamento externo.
H	Altura do edifício.
F	Força concentrada aplicada no topo do edifício.
a, b	Constante arbitraria. Componentes do vetor unitário do plano do carregamento.

- c Constante arbitraria. Distancia do plano η ao eixo $0z$.
- a_w, b_w Componentes do vetor unitário do pilar parede.
- c_w Distancia do plano do pilar parede ao eixo $0z$.
- a_f, b_f Componentes do vetor unitário do pórtico.
- c_w Distancia do plano do pórtico ao eixo $0z$.
- v Deslocamento segundo o eixo $0y$ do diafragma rígido genérico.
- φ Rotação do diafragma rígido genérico em torno do eixo $0z$.
- J_{gh} Termos da matriz do pilar parede, g e h representam qualquer das coordenadas a, b, c .
- S_{gh} Termos da matriz do pórtico, g e h representam qualquer das coordenadas a, b, c .
- J_{ft} Produto de rigidez a flexo-torção.
- J_t Produto de rigidez a torção livre.
- $0xyz$. Sistema de coordenadas globais do edifício.
- $\bar{0}\bar{x}\bar{y}\bar{z}$. Sistema de coordenadas trasladado do edifício.
- $\bar{0}\bar{x}\bar{y}\bar{z}$. Sistema de coordenadas girado do edifício.
- \bar{c}_w . Distancia do plano do pilar parede ao novo sistema de referência trasladado.
- $\bar{J}_{ac}, \bar{J}_{bc}$ Termos da matriz de pilares parede referido ao sistema de referência trasladado.
- x_0, y_0 . Origem das coordenadas do novo sistema de referência trasladado.
- \bar{a}_w, \bar{b}_w Componentes do vetor unitário do pilar parede do sistema de referência girado.
- \bar{J}_{ab} Termo da matriz de pilares parede referido ao sistema de referência girado.
- ψ Ângulo de giro do sistema de referência.
- \bar{u} . Deslocamento segundo o eixo $\bar{0}\bar{x}$ do diafragma rígido genérico.
- \bar{v} . Deslocamento segundo o eixo $\bar{0}\bar{y}$ do diafragma rígido genérico.
- $\bar{\varphi}$. Rotação do diafragma rígido genérico em torno do eixo $\bar{0}\bar{z}$.
- $[K]$. Matriz referida à equação (2.45).
- $[E]$. Matriz de autoversores, ver equação (2.46).
- $[J]$. Matriz de pilares parede.
- $[S]$. Matriz de pórticos.
- $[T]$. Matriz de transformação, ver equação (2.47).
- $[I]$. Matriz de identidade.
- $[A]$. Matriz de autovalores.
- $[T]^T$. Transposta da matriz de transformação.
- $[K]^T$. Transposta da matriz $[K]$.
- α_u Direção do u da transformação linear para desacoplamento.
- α_v Direção do v da transformação linear para desacoplamento.
- α_φ Rotação da transformação linear para desacoplamento.
- $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ Autovalores.

- V_i^* . Escalar correspondente a cada equação diferencial desacoplada.
- Λ . Constante correspondente aos autovalores.
- Γ . Constante correspondente aos escalares da equação diferencial.
- α_{topo} Solução da equação diferencial para carregamento concentrado no topo do edifício.
- $\alpha_{constante}$ Solução da equação diferencial para carregamento horizontal constante.
- α_{linear} Solução da equação diferencial para carregamento horizontal linear.
- C_1, C_2, C_3 Constantes para resolução da equação diferencial de carregamento concentrado no topo do edifício.
- C_4, C_5, C_6 Constantes para resolução da equação diferencial de carregamento horizontal constante.
- C_7, C_8, C_9 Constantes para resolução da equação diferencial de carregamento horizontal linear.
- ϑ . Constante na equação (2.62).
- χ . Constante na equação (2.62).
- C_T Coeficiente sismorresistente.
- F_i Força cortante distribuída no andar i do edifício.
- P_i Peso do andar i do edifício.
- h_i Altura do andar i com relação ao nível do terreno.
- V_i Força cortante atuante em cada andar i do edifício, equação (3.5).
- Mt_i Momento acidental em cada andar i .
- e_i Excentricidade acidental.
- $\tilde{S}_{bb}, \tilde{S}_{bc}, \tilde{S}_{cc}$ Termos da matriz de pórticos caso singular, equação (2.63).
- \tilde{a}, \tilde{b} . Termos do vetor de direção do cortante na equação (2.63).

Introdução

Durante a ocorrência de um terremoto, o dano provocado nas estruturas é em grande parte causado pelos carregamentos dinâmicos. Assim, com a finalidade de se projetar estruturas resistentes a terremotos, as características dinâmicas da estrutura devem ser conhecidas. As características importantes, tal como a frequência circular e os modos de vibração, podem ser obtidas por meios numéricos, como o Método de Elementos Finitos (FEM). A utilização destes métodos é necessária para as fases finais do projeto, o emprego de análises aproximadas pode ser de grande utilidade nas fases iniciais do projeto. A análise pela técnica do meio contínuo de estruturas é indicada em etapas preliminares do projeto de estruturas de edifícios de grande altura sujeitas a carregamento horizontal. Ao longo dos anos a técnica do meio contínuo foi estendida à abordagem de problemas de autovalores, incluindo vibração livre e análise de flambagem [6].

No dimensionamento de edifícios é comum contar com elementos estruturais resistentes a carregamento horizontal, denominados de painéis de contraventamento. Neste trabalho tais painéis estão limitados a pilares parede, pórticos e núcleos de paredes delgadas de seções abertas, supondo que estão distribuídos em planta de forma tal que proporcionem à estrutura um adequado comportamento quando exposta a carregamento horizontal. Para o dimensionamento anti-terremotos de edifícios deve-se levar em conta três diferentes análises: uma para sismos moderados em condições de serviço dentro do regime elástico linear, outra para examinar se não foi excedida a resistência das seções críticas, fazendo-se uso de um modelo elástico linear com propriedades que correspondem a níveis de tensões elevadas; e uma análise para mecanismos de colapso para terremoto de intensidade extraordinária, no qual se considera o comportamento plástico dos elementos estruturais (regime não-linear físico) [4].

Levando-se em conta que se trata de uma análise muito complicada e de pouco resultado prático, tem sido aceito que a dissipação de energia seja feita por deformações inelásticas, e,

por esta razão, são menores as forças que os elementos estruturais são capazes de resistir que aquelas que se introduziriam se seu comportamento fosse elástico linear.

Assim é suposto que a estrutura dispõe de um mecanismo de dissipação de energia e que, no caso de um terremoto de magnitude importante, admite-se que esta dissipação de energia ocorre por meio da plastificação em seção dos elementos estruturais, sem que a estrutura atinja ao colapso.

A análise estrutural do edifício implica as seguintes etapas [4]:

- Escolha de uma análise estrutural adequada, capaz de absorver todas as solicitações de movimento e dissipar-lhas adequadamente.
- A análise sísmica, na qual a estrutura deve estar representada por um modelo matemático muito perto da realidade.
- O dimensionamento das seções.
- Detalhamento da estrutura, na qual se detalham as conexões entre elementos para que tenham um alto grau de ductilidade e deformação antes do colapso.

A técnica do meio contínuo é, pois, indicada nas duas primeiras etapas, uma vez que permite de maneira expedita saber se o projeto estrutural está sendo feito adequadamente, além de permitir uma análise sísmica sem maior custo computacional, e com muita rapidez.

Objetivos

Pretende-se no presente trabalho alcançar os seguintes objetivos:

- Estudar a resposta sísmica de um edifício para registros de terremotos já conhecidos no sentido da definição de um carregamento horizontal equivalente ao terremoto.
- Representação do edifício mediante equações diferenciais que permita a aplicação da técnica do meio contínuo.
- Aplicação da técnica do meio contínuo e obtenção dos deslocamentos do edifício.

Hipóteses básicas

As hipóteses básicas adotadas no presente trabalho são:

- As lajes são consideradas como rígidas no seu próprio plano e transferem apenas forças horizontais entre os painéis resistentes.
- É admitido que os diafragmas estejam distribuídos continuamente ao longo da altura do edifício.
- Considera-se que se trata de estruturas sujeitas a pequenos deslocamentos, ou seja, a ordem de grandeza dos deslocamentos é muito menor que a ordem de grandeza das medidas geométricas da estrutura.
- O material é homogêneo e se comporta de maneira linear.

Definição do problema

Considera-se uma estrutura com uma combinação arbitrária de painéis resistentes a carregamento horizontal (pilares parede, pórticos e núcleos de seções aberta de parede delgada). Além disso, os painéis resistentes a carregamento horizontal são idênticos em todos os níveis. As dimensões e rigidez em cada nível e a distribuição horizontal da massa são idênticas.

Estrutura da dissertação

Esta dissertação organiza-se da seguinte forma: No Capítulo 1 apresenta-se o cálculo da solicitação sísmica, no qual se realiza o desenvolvimento do equacionamento e da metodologia para se obter a força efetiva atuante no edifício. No Capítulo 2 empregam-se as equações diferenciais que representam o comportamento do edifício segundo a modelagem com a técnica do meio contínuo. No Capítulo 3 apresentam-se exemplos de aplicação da técnica desenvolvida e os demais resultados, bem como as discussões e comparações dos resultados com os obtidos em outros trabalhos; e, finalmente, no capítulo 4 apresentam-se as conclusões. Além destes capítulos têm-se dois apêndices correspondentes à teoria utilizada e ao programa desenvolvido no presente trabalho.

Cálculo da força sísmica em edifícios

1.1 Equação do movimento

O sistema pode ser considerado mediante uma idealização simplificada, na qual cada elemento estrutural (viga, coluna, pilar, parede, etc.) contribui nas características inerciais (massa), de elasticidade (rigidez ou flexibilidade), e de dissipação de energia (amortecimento), de modo a representar com suficiente fidelidade as propriedades reais da estrutura. Na idealização do sistema estrutural, cada uma destas propriedades é considerada por meio de parâmetros concentrados, que resultam da aplicação de critérios empíricos, ou mesmo matemática, como no caso do método dos elementos finitos.

Para um sistema estrutural de comportamento elástico linear mais simples (um grau de liberdade), o relacionamento entre a força f_s e o deslocamento correspondente u é dado por

$$f_s = ku \quad (1.1)$$

na qual k é a rigidez lateral do sistema, sendo implícito na equação (1.1) a hipótese de que se trata de uma relação que se sustenta apenas em regime de pequenos deslocamentos.

A força responsável pela dissipação de energia é a força de amortecimento e que é oposta à velocidade. Tal força externa f_D tem a seguinte relação linear com a velocidade correspondente:

$$f_D = c\dot{u} \quad (1.2)$$

na qual a constante c é o coeficiente de amortecimento. Cumpre assinalar que mesmo em regime de pequenas velocidades o amortecimento pode ter características não-lineares. Todavia, dado que o amortecimento é de pequena magnitude em geral a consideração linear não produz distorções apreciáveis por meio de um parâmetro adequado.

As forças atuando na massa em um mesmo instante de tempo t são: a força externa $p(t)$, a força elástica f_S e a força de amortecimento f_D . Assim sendo, a aplicação da segunda lei de Newton resulta:

$$p - f_S - f_D = m\ddot{u}$$

Por outro lado, levando-se em conta o exposto nas equações (1.1) e (1.2), podem-se reescrever assim:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p(t) \quad (1.3)$$

sendo esta a equação canônica de movimento que governa a resposta da estrutura, $u(t)$, sujeita a uma força dinâmica externa $p(t)$.

No caso de ações sísmicas o movimento induzido pelo terremoto é o movimento da base da estrutura. O deslocamento do terreno é denotado por u_g , o deslocamento total (ou absoluto) da massa por u_t , e o deslocamento relativo entre a massa e o terreno por u . Em cada instante de tempo t estes deslocamentos são relacionados por:

$$u_t(t) = u(t) + u_g(t) \quad (1.4)$$

e pela aplicação da equação de D'alembert nesse caso se expressa:

$$p(t) - f_I - f_D - f_S = 0 \quad (1.5)$$

e como a força inercial f_I esta relacionada à aceleração da massa u_t por:

$$f_I = m\ddot{u}_t \quad (1.6)$$

a substituição das equações (1.6) e (1.4) na equação (1.3), produz:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = -m\ddot{u}_g(t) \quad (1.7)$$

A Eq. (1.7) mostra que a ação sísmica é proporcional à massa da estrutura, ou seja:

$$p_{\text{eff}}(t) = -m\ddot{u}_g(t) \quad (1.8)$$

em outras palavras, a ação sísmica é aumentada se a massa estrutural é incrementada [2].

1.2 Avaliação numérica da resposta dinâmica

Encontrar a solução analítica da equação do movimento para um sistema simples usualmente não é possível se a força de excitação aplicada $p(t)$ ou aceleração do terreno $\ddot{u}_g(t)$ varia arbitrariamente com o tempo ou se o sistema é não linear. O problema pode ser abordado por métodos numéricos de passo de tempo mediante integração numérica das equações diferenciais [2].

1.2.1. Métodos de passo de tempo

Para o sistema elástico a equação do movimento a ser resolvida numericamente é a equação (1.3) sujeita às seguintes condições iniciais:

$$u = u(0) \quad \dot{u} = \dot{u}(0) \quad (1.9)$$

A força aplicada $p(t)$ é dada por um conjunto de valores discretos $p_i = p(t_i)$, $i = 0$ até n , ou seja, por um vetor. O intervalo de tempo é dado por:

$$\Delta t_i = t_{i+1} - t_i \quad (1.10)$$

sendo usual que o intervalo de tempo Δt_i seja constante, embora esta condição não seja necessária. A resposta da estrutura é determinada para cada instante de tempo discreto t_i denotado como tempo i . Assim no tempo i o equilíbrio implica em:

$$m\ddot{u}_i + c\dot{u}_i + ku_i = p_i \quad (1.11)$$

Os procedimentos numéricos a serem empregados no que segue permitem determinar a resposta quantitativa u_{i+1} , \dot{u}_{i+1} , e \ddot{u}_{i+1} no instante de tempo $i + 1$ em função desses mesmos valores no tempo anterior. A equação (1.9) no tempo $i + 1$ se expressa como:

$$m\ddot{u}_{i+1} + c\dot{u}_{i+1} + ku_{i+1} = p_{i+1} \quad (1.12)$$

e quando aplicada sucessivamente nos tempos $i = 0; 1; 2; 3; \dots$ o procedimento de passo de tempo proporciona a resposta desejada nos instantes de tempo $i = 1; 2; 3; \dots$. As condições iniciais conhecidas proporcionam a informação necessária para iniciar o procedimento.

A passagem do tempo i para $i + 1$ usualmente não é um procedimento exato. Muitos procedimentos aproximados são possíveis de serem implementados numericamente. Os três requerimentos importantes que deve possuir um procedimento numérico são [2]:

- Convergência: como o passo de tempo decresce, a solução numérica aproxima-se para a solução exata.
- Estabilidade: a solução numérica deverá ser estável na presença de erros por arredondamento numérico.
- Precisão: o procedimento numérico proporciona resultados que são representativos da solução exata.

Três tipos de procedimentos de passo de tempo são usados [2]:

- Método baseado na interpolação da função excitação.
- Método baseado em expressões de diferenças finitas de velocidade e aceleração.
- Método baseado em variação assumida de aceleração.

1.2.2. Métodos baseados em interpolação de excitação

Um procedimento numérico altamente eficiente por interpolação da excitação sobre cada intervalo de tempo pode ser desenvolvido para sistemas lineares. Se o intervalo de tempo Δt é curto, a interpolação linear é satisfatória. A figura 1.1 mostra que sobre o intervalo de tempo $t_i \leq t \leq t_{i+1}$, a função de excitação é dada por:

$$p(\tau) = p_i + \frac{\Delta p_i}{\Delta t_i} \tau \quad (1.13)$$

na qual

$$\Delta p_i = p_{i+1} - p_i \quad (1.14)$$

sendo que a variável τ varia de 0 até Δt_i . Por simplificação, primeiro consideram-se sistemas sem amortecimento; depois o procedimento será estendido para incluir o amortecimento. Assim, a equação a resolver é:

$$m\ddot{u} + ku = p_i + \frac{\Delta p_i}{\Delta t_i} \tau \quad (1.15)$$

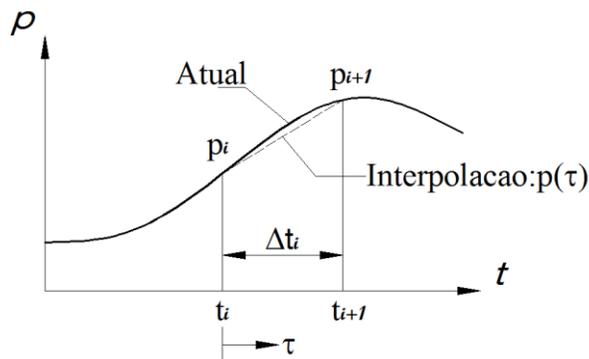


Figura 1.1: Notação para interpolação linear

A resposta $u(\tau)$ sobre o intervalo de tempo $0 \leq \tau \leq \Delta t_i$ é a soma de três partes:

- Vibração livre causada pelo deslocamento inicial u_i e velocidade inicial \dot{u}_i em $\tau = 0$.
- Resposta para o passo de força p_i com condições iniciais iguais a zero.
- Resposta para uma força linearmente crescente $(\Delta p_i/\Delta t_i)\tau$ com condições iniciais iguais a zero.

Adotando-se a solução mencionada para estes três casos: vibração livre sem amortecimento², passo de força³ e incremento linear de força⁴ (Apêndice 1) obtém-se:

$$u(\tau) = u_i \cos \omega_n \tau + \frac{\dot{u}_i}{\omega_n} \sin \omega_n \tau + \frac{p_i}{k} (1 - \cos \omega_n \tau) + \frac{\Delta p_i}{k} \left(\frac{\tau}{\Delta t_i} - \frac{\sin \omega_n \tau}{\omega_n \Delta t_i} \right) \quad (1.16)$$

$$\frac{\dot{u}(\tau)}{\omega_n} = -u_i \sin \omega_n \tau + \frac{\dot{u}_i}{\omega_n} \cos \omega_n \tau + \frac{p_i}{k} \sin \omega_n \tau + \frac{\Delta p_i}{k} \frac{1}{\omega_n \Delta t_i} (1 - \cos \omega_n \tau) \quad (1.17)$$

nas quais o termo ω_n é a frequência natural angular. (Apêndice 1)

Avaliando-se em $\tau = \Delta t_i$ obtém-se o deslocamento u_{i+1} e a velocidade \dot{u}_{i+1} :

$$u_{i+1} = u_i \cos(\omega_n \Delta t_i) + \frac{\dot{u}_i}{\omega_n} \sin(\omega_n \Delta t_i) + \frac{p_i}{k} [1 - \cos(\omega_n \Delta t_i)] + \frac{\Delta p_i}{k} \frac{1}{\omega_n \Delta t_i} [\omega_n \Delta t_i - \sin(\omega_n \Delta t_i)] \quad (1.18)$$

$$\frac{\dot{u}_{i+1}}{\omega_n} = -u_i \sin(\omega_n \Delta t_i) + \frac{\dot{u}_i}{\omega_n} \cos(\omega_n \Delta t_i) + \frac{p_i}{k} \sin(\omega_n \Delta t_i) + \frac{\Delta p_i}{k} \frac{1}{\omega_n \Delta t_i} [1 - \cos(\omega_n \Delta t_i)] \quad (1.19)$$

ou ainda depois da substituição da equação (1.14) obtém-se:

$$u_{i+1} = Au_i + B\dot{u}_i + Cp_i + Dp_{i+1} \quad (1.20)$$

$$\dot{u}_{i+1} = A'u_i + B'\dot{u}_i + C'p_i + D'p_{i+1} \quad (1.21)$$

² A solução da equação diferencial homogênea para vibração livre sujeita a condições iniciais $u = u(0)$ e $\dot{u} = \dot{u}(0)$ é $u(t) = u(0) \cos \omega_n t + \frac{\dot{u}(0)}{\omega_n} \sin \omega_n t$

³ Um passo de força de salto intempestivo de zero para p_0 e que permanece constante no valor $p(t) = p_0$ tem a seguinte equação de movimento $u(t) = \frac{p_0}{k} (1 - \cos \omega_n t)$

⁴ A força aplicada é incrementada linearmente com o tempo até certo limite $p(t) = p_0 \frac{t}{t_r}$ e cuja equação de movimento é $u(t) = \frac{p_0}{k} \left(\frac{t}{t_r} - \frac{\sin \omega_n t}{\omega_n t_r} \right)$

Estas expressões também são aplicadas a sistemas amortecidos com as expressões para os coeficientes dados na tabela 1.1 para sistemas com amortecimento subcrítico (ou seja, $\zeta < 1$).

Tabela 1.1: Coeficientes para métodos baseados na interpolação

$$\begin{aligned}
 A &= e^{-\zeta\omega_n\Delta t} \left(\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin \omega_D\Delta t + \cos \omega_D\Delta t \right) \\
 B &= e^{-\zeta\omega_n\Delta t} \left(\frac{1}{\omega_D} \sin \omega_D\Delta t \right) \\
 C &= \frac{1}{k} \left\{ \frac{2\zeta}{\omega_n\Delta t} + e^{-\zeta\omega_n\Delta t} \left[\left(\frac{1-2\zeta^2}{\omega_D\Delta t} - \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \right) \sin \omega_D\Delta t - \left(1 + \frac{2\zeta}{\omega_n\Delta t} \right) \cos \omega_D\Delta t \right] \right\} \\
 D &= \frac{1}{k} \left[1 - \frac{2\zeta}{\omega_n\Delta t} + e^{-\zeta\omega_n\Delta t} \left(\frac{2\zeta^2-1}{\omega_D\Delta t} \sin \omega_D\Delta t + \frac{2\zeta}{\omega_n\Delta t} \cos \omega_D\Delta t \right) \right] \\
 A' &= -e^{-\zeta\omega_n\Delta t} \left(\frac{\omega_n}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin \omega_D\Delta t \right) \\
 B' &= e^{-\zeta\omega_n\Delta t} \left(\cos \omega_D\Delta t - \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin \omega_D\Delta t \right) \\
 C' &= \frac{1}{k} \left\{ -\frac{1}{\Delta t} + e^{-\zeta\omega_n\Delta t} \left[\left(\frac{\omega_n}{\sqrt{1-\zeta^2}} + \frac{\zeta}{\Delta t\sqrt{1-\zeta^2}} \right) \sin \omega_D\Delta t + \frac{1}{\Delta t} \cos \omega_D\Delta t \right] \right\} \\
 D' &= \frac{1}{k\Delta t} \left[1 - e^{-\zeta\omega_n\Delta t} \left(\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin \omega_D\Delta t + \cos \omega_D\Delta t \right) \right]
 \end{aligned}$$

1.2.3. Método da diferença central

Este método está baseado na aproximação de operadores de diferenças finitas para a variável tempo. Tomando passos de tempo constante $\Delta t_i = \Delta t$, a expressão de diferença central para velocidade e aceleração no tempo i são dadas por:

$$\dot{u}_i = \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2\Delta t} \quad \ddot{u}_i = \frac{u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}}{(\Delta t)^2} \quad (1.22)$$

substituindo na equação (1.11) as expressões aproximadas para velocidade e aceleração da equação (1.12) obtém-se:

$$m \frac{u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}}{(\Delta t)^2} + c \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2\Delta t} + ku_i = p_i \quad (1.23)$$

ou, ainda:

$$(1.24)$$

$$\left[\frac{m}{(\Delta t)^2} + \frac{c}{2\Delta t} \right] u_{i+1} = p_i - \left[\frac{m}{(\Delta t)^2} - \frac{c}{2\Delta t} \right] u_{i-1} - \left[k - \frac{2m}{(\Delta t)^2} \right] u_i$$

que em forma simbólica pode-se expressar:

$$\hat{k}u_{i+1} = \hat{p}_i \quad (1.25)$$

na qual

$$\hat{k} = \frac{m}{(\Delta t)^2} + \frac{c}{2\Delta t} \quad (1.26)$$

$$\hat{p}_i = p_i - \left[\frac{m}{(\Delta t)^2} - \frac{c}{2\Delta t} \right] u_{i-1} - \left[k - \frac{2m}{(\Delta t)^2} \right] u_i \quad (1.27)$$

O termo desconhecido u_{i+1} é dado então por:

$$u_{i+1} = \frac{\hat{p}_i}{\hat{k}} \quad (1.28)$$

Tendo-se em conta de que os valores de u_0 e u_{-1} são requeridos para determinar u_1 , cabe utilizar a expressão (1.22) para $i = 0$, obtendo-se:

$$\dot{u}_0 = \frac{u_1 - u_{-1}}{2\Delta t} \quad \ddot{u}_0 = \frac{u_1 - 2u_0 + u_{-1}}{(\Delta t)^2} \quad (1.29)$$

Resolvendo para u_1 na primeira equação e substituindo na segunda obtém-se:

$$u_{-1} = u_0 - (\Delta t)\dot{u}_0 + \frac{(\Delta t)^2}{2}\ddot{u}_0 \quad (1.30)$$

Como o deslocamento inicial u_0 e a velocidade inicial \dot{u}_0 são conhecidos, a equação do movimento na origem é escrita como:

$$m\ddot{u}_0 + c\dot{u}_0 + ku_0 = p_0 \quad (1.31)$$

ou equivalentemente:

$$\ddot{u}_0 = \frac{p_0 - c\dot{u}_0 - ku_0}{m} \quad (1.32)$$

A tabela (1.2) a seguir sumariza os procedimentos anteriormente descritos.

Tabela 1.2: Método da diferença central

Cálculos Iniciais

$$\ddot{u}_0 = \frac{p_0 - c\dot{u}_0 - ku_0}{m}$$

$$u_{-1} = u_0 - (\Delta t)\dot{u}_0 + \frac{(\Delta t)^2}{2}\ddot{u}_0$$

$$\hat{k} = \frac{m}{(\Delta t)^2} + \frac{c}{2\Delta t}$$

$$a = \frac{m}{(\Delta t)^2} - \frac{c}{2\Delta t}$$

$$b = k - \frac{2m}{(\Delta t)^2}$$

Cálculos para passo de tempo i

$$\hat{p}_i = p_i - au_{i-1} - bu_i$$

$$u_{i+1} = \frac{\hat{p}_i}{\hat{k}}$$

$$\dot{u}_i = \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2\Delta t}, \quad \ddot{u}_i = \frac{u_{i+1} - 2u_0 + u_{-1}}{(\Delta t)^2}$$

Repetição para o próximo passo de tempo

1.2.4. Método de Newmark

O renomado N. M. Newmark desenvolve uma família de soluções para o passo de tempo [2] baseado nas seguintes relações:

$$\dot{u}_{i+1} = \dot{u}_i + [(1 - \gamma)\Delta t]\ddot{u}_i + (\gamma\Delta t)\ddot{u}_{i+1} \quad (1.33)$$

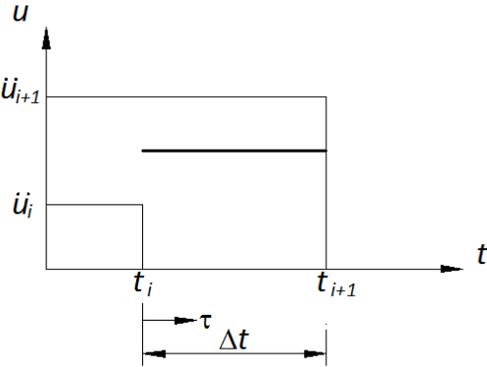
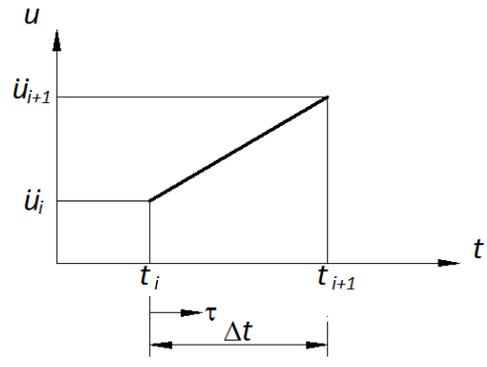
$$u_{i+1} = u_i + (\Delta t)\dot{u}_i + [(0.5 - \beta)(\Delta t)^2]\ddot{u}_i + [\beta(\Delta t)^2]\ddot{u}_{i+1} \quad (1.34)$$

nas quais os parâmetros β e γ definem a variação da aceleração sobre o passo de tempo, e determinam a estabilidade e a aproximação característica do método. Tipicamente a seleção de $\gamma = 1/2$ e $1/6 \leq \beta \leq 1/4$ resulta satisfatória em termos de aproximação. Estas duas equações junto com a equação de equilíbrio (1.12), no fim do passo de tempo, proporcionam as bases para o cálculo de u_{i+1} , \dot{u}_{i+1} e \ddot{u}_{i+1} no tempo $i + 1$ conhecidos u_i , \dot{u}_i e \ddot{u}_i no tempo i . A iteração é necessária para programar estes cálculos por causa do termo desconhecido \ddot{u}_{i+1} que aparece no lado direito das equações (1.33) e (1.34).

Em sistemas lineares é possível modificar a formulação original de Newmark para permitir a solução das equações (1.33) e (1.34); e da equação (1.12) sem iteração. Antes de escrever

esta modificação, se expõem dois casos especiais do método de Newmark, conhecidos como o método de aceleração média e o método de aceleração linear.

Tabela 1.3: Método de aceleração média e aceleração linear

Aceleração média	Aceleração linear
	
$\ddot{u}(\tau) = \frac{1}{2}(\ddot{u}_{i+1} + \ddot{u}_i).$ $\dot{u}(\tau) = \dot{u}_i + \frac{\tau}{2}(\ddot{u}_{i+1} + \ddot{u}_i).$ $\dot{u}_{i+1} = \dot{u}_i + \frac{\Delta t}{2}(\ddot{u}_{i+1} + \ddot{u}_i).$ $u(\tau) = u_i + \dot{u}_i\tau + \frac{\tau^2}{4}(\ddot{u}_{i+1} + \ddot{u}_i).$ $u_{i+1} = u_i + \dot{u}_i\Delta t + \frac{(\Delta t)^2}{4}(\ddot{u}_{i+1} + \ddot{u}_i).$	$\ddot{u}(\tau) = \ddot{u}_i + \frac{\tau}{\Delta t}(\ddot{u}_{i+1} - \ddot{u}_i)$ $\dot{u}(\tau) = \dot{u}_i + \ddot{u}_i\tau + \frac{\tau^2}{2\Delta t}(\ddot{u}_{i+1} - \ddot{u}_i)$ $\dot{u}_{i+1} = \dot{u}_i + \frac{\Delta t}{2}(\ddot{u}_{i+1} + \ddot{u}_i).$ $u(\tau) = u_i + \dot{u}_i\tau + \ddot{u}_i\frac{\tau^2}{2} + \frac{\tau^3}{6\Delta t}(\ddot{u}_{i+1} - \ddot{u}_i)$ $u_{i+1} = u_i + \dot{u}_i\Delta t + (\Delta t)^2\left(\frac{1}{6}\ddot{u}_{i+1} + \frac{1}{3}\ddot{u}_i\right)$

Para os dois casos a tabela 1.3 sumariza o desenvolvimento do relacionamento entre as respostas u_{i+1} , \dot{u}_{i+1} e \ddot{u}_{i+1} no tempo $i + 1$ para a correspondente quantidade no tempo i .

A equação (1.35) descreve o caso em que a variação de aceleração sobre um passo de tempo é constante, e igual para aceleração média ou linear. Integrando $\ddot{u}(\tau)$ obtém-se a equação (1.36) para a variação $\dot{u}(\tau)$ de velocidade sobre o passo de tempo na qual $\tau = \Delta t$ é substituída para se obter a equação (1.37) com a velocidade \dot{u}_{i+1} no tempo $i + 1$. Da integração de $\dot{u}(\tau)$ obtém-se a equação (1.38) para a variação $u(\tau)$ de deslocamento sobre o passo de tempo no qual $\tau = \Delta t$ é substituído para se obter a equação (1.39) com o deslocamento u_{i+1} no tempo $i + 1$.

Comparando as equações (1.37) e (1.39) com as equações (1.33) e (1.34) demonstra-se que a equação de Newmark com $\gamma = 1/2$ e $\beta = 1/4$ corresponde ao caso em que se supõe a aceleração média constante, e com $\gamma = 1/2$ e $\beta = 1/6$ tem-se o caso de variação de aceleração de forma linear.

Retomando as equações (1.33) e (1.34), e reformulando para evitar iteração e fazendo uso de quantidades incrementais:

$$\Delta u_i \equiv u_{i+1} - u_i \quad \Delta \dot{u}_i \equiv \dot{u}_{i+1} - \dot{u}_i \quad \Delta \ddot{u}_i \equiv \ddot{u}_{i+1} - \ddot{u}_i \quad (1.40)$$

$$\Delta p_i = p_{i+1} - p_i \quad (1.41)$$

as equações (1.33) e (1.34) podem ser escritas da forma

$$\Delta \dot{u}_i = (\Delta t)\ddot{u}_i + (\gamma\Delta t)\Delta \ddot{u}_i \quad \Delta u_i = (\Delta t)\dot{u}_i + \frac{(\Delta t)^2}{2}\ddot{u}_i + \beta(\Delta t)^2\Delta \ddot{u}_i \quad (1.42)$$

a segunda das equações (1.42) pode ser resolvida para:

$$\Delta \ddot{u}_i = \frac{1}{\beta(\Delta t)^2}\Delta u_i - \frac{1}{\beta(\Delta t)}\dot{u}_i - \frac{1}{2\beta}\ddot{u}_i \quad (1.43)$$

substituindo a equação (1.43) na primeira das equações (1.42) obtém-se:

$$\Delta \dot{u}_i = \frac{\gamma}{\beta \Delta t}\Delta u_i - \frac{\gamma}{\beta}\dot{u}_i + \Delta t\left(1 - \frac{\gamma}{2\beta}\right)\ddot{u}_i \quad (1.44)$$

logo, as equações (1.43) e (1.44) são substituídas na equação incremental do movimento resultando:

$$m \Delta \ddot{u}_i + c \Delta \dot{u}_i + k \Delta u_i = \Delta p_i \quad (1.45)$$

A equação (1.45) foi obtida subtraindo a equação (1.11) da equação (1.12). Considerando que em regimes lineares $(f_s)_i = ku_i$ e $(f_s)_{i+1} = ku_{i+1}$. Com isto a seguinte relação pode ser escrita:

$$\hat{k} \Delta u_i = \Delta \hat{p}_i \quad (1.46)$$

na qual

$$\hat{k} = k + \frac{1}{\beta(\Delta t)}c + \frac{1}{\beta(\Delta t)^2}m \quad (1.47)$$

e

$$\Delta \hat{p}_i = \Delta p_i + \left(\frac{1}{\beta \Delta t}m + \frac{\gamma}{\beta}c\right)\dot{u}_i + \left[\frac{1}{2\beta}m + \Delta t\left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1\right)c\right]\ddot{u}_i \quad (1.48)$$

assim, o deslocamento incremental é calculado como:

$$\Delta u_i = \frac{\Delta \hat{p}_i}{\hat{k}} \quad (1.49)$$

Uma vez que Δu_i é conhecido, $\Delta \dot{u}_i$ e $\Delta \ddot{u}_i$ pode ser calculado das equações (1.44) e (1.43), e u_{i+1} , \dot{u}_{i+1} e \ddot{u}_{i+1} da equação (1.40).

A aceleração pode ser obtida da equação do movimento em um tempo t_{i+1} .

$$\ddot{u}_{i+1} = \frac{p_{i+1} - c\dot{u}_{i+1} - ku_{i+1}}{m} \quad (1.50)$$

No método de Newmark, a solução no tempo $i + 1$ é determinada da equação (1.45) que é equivalente ao uso da condição de equilíbrio, equação (1.12) no tempo $i + 1$.

O método de Newmark é estável se:

$$\frac{\Delta t}{T_n} \leq \frac{1}{\pi\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{\gamma - 2\beta}} \quad (1.51)$$

se deduz que para $\gamma = 1/2$ e $\beta = 1/4$ esta condição implica em:

$$\frac{\Delta t}{T_n} < \infty$$

mostrando que o método da aceleração média é estável para qualquer Δt .

Para $\gamma = 1/2$ e $\beta = 1/6$, a equação (1.51) indica que o método de aceleração linear é estável se:

$$\frac{\Delta t}{T_n} \leq 0.551$$

Tabela 1.4: Método de Newmark para sistemas lineares

Casos especiais

- Método da aceleração média ($\gamma = \frac{1}{2}$, $\beta = \frac{1}{4}$)
- Método da aceleração linear ($\gamma = \frac{1}{2}$, $\beta = \frac{1}{6}$)

1) Cálculos iniciais

a) $\ddot{u}_0 = \frac{p_0 - c\dot{u}_0 - ku_0}{m}$

b) Seleção de Δt

c) $\hat{k} = k + \frac{1}{\beta(\Delta t)}c + \frac{1}{\beta(\Delta t)^2}m$

d) $a = \frac{1}{\beta\Delta t}m + \frac{\gamma}{\beta}c$ e $b = \frac{1}{2\beta}m + \Delta t\left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1\right)c$

2) Cálculo para cada passo de tempo i

a) $\Delta\hat{p}_i = \Delta p_i + a\dot{u}_i + b\ddot{u}_i$

b) $\Delta u_i = \frac{\Delta\hat{p}_i}{\hat{k}}$

c) $\Delta\dot{u}_i = \frac{\gamma}{\beta\Delta t}\Delta u_i - \frac{\gamma}{\beta}\dot{u}_i + \Delta t\left(1 - \frac{\gamma}{2\beta}\right)\ddot{u}_i$

d) $\Delta\ddot{u}_i = \frac{1}{\beta(\Delta t)^2}\Delta u_i - \frac{1}{\beta(\Delta t)}\dot{u}_i - \frac{1}{2\beta}\ddot{u}_i$

e) $u_{i+1} = u_i + \Delta u_i$, $\dot{u}_{i+1} = \dot{u}_i + \Delta\dot{u}_i$, $\ddot{u}_{i+1} = \ddot{u}_i + \Delta\ddot{u}_i$

3) Repete-se para os próximos passos de tempo. Substituição de i por $i + 1$ e programam-se os passos 2.a. até 2.e. para o seguinte passo de tempo.

1.3. Resposta sísmica

1.3.1 Excitação sísmica

Para propósitos de engenharia a variação no tempo da aceleração do terreno é o dado de maior utilidade para definir o tremor do chão durante a ocorrência de um terremoto. A aceleração do terreno $\ddot{u}_g(t)$ aparece no lado direito da equação diferencial (1.7), que governa a resposta de estruturas com excitação por terremoto.

Neste trabalho foi escolhida a componente norte-sul do movimento de terreno registrado na cidade de “El Centro”, Califórnia, durante o terremoto de 18 de maio de 1940. Nesta escala torna-se aparente que a aceleração do terreno varia com o tempo de forma irregular.

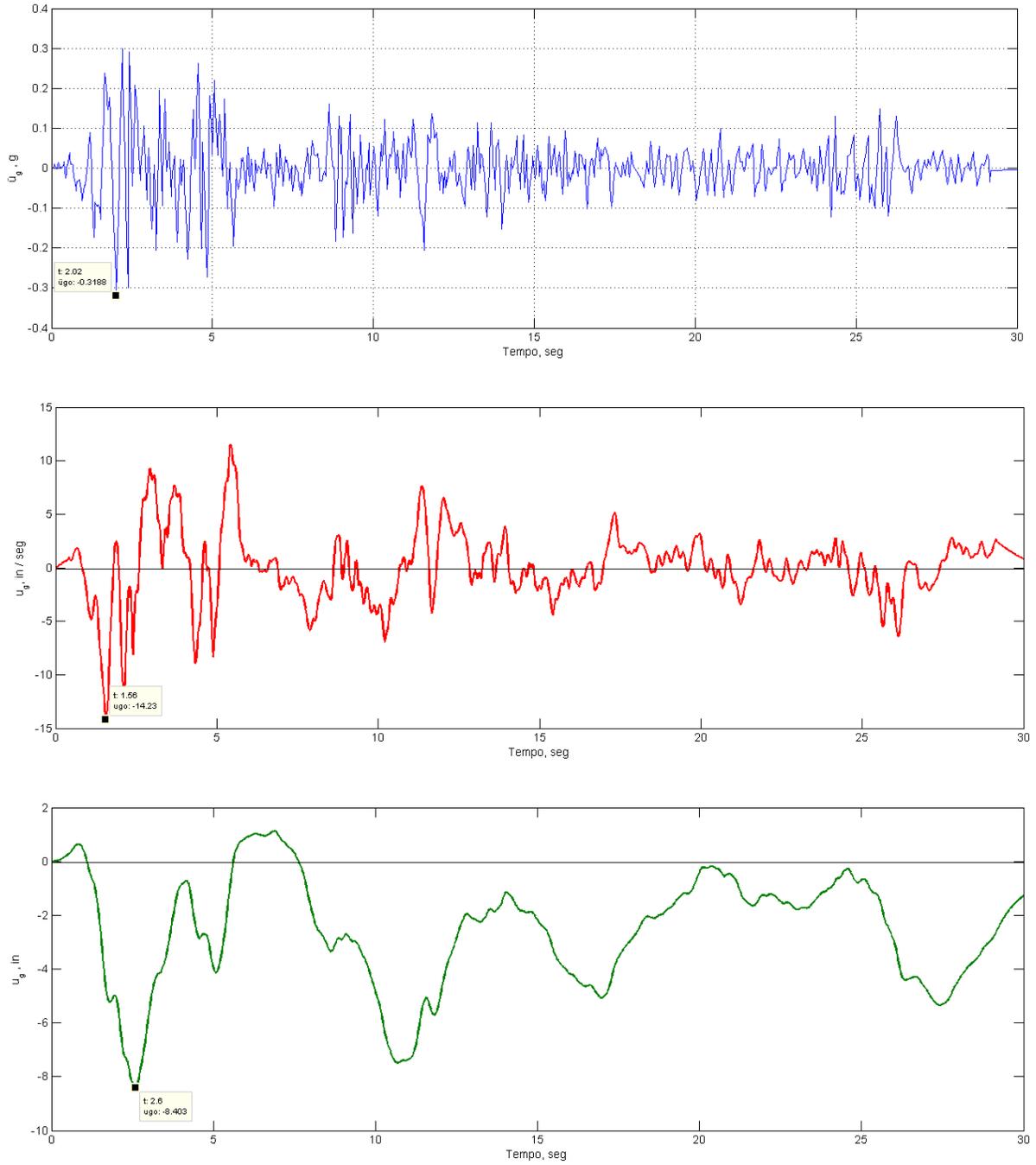


Figura 1.2: Componente horizontal norte-sul do terreno do registro da aceleração na subestação Valle Imperial, El Centro, Califórnia, durante o terremoto de 18 de maio de 1940. A velocidade e deslocamento do terreno foram obtidos por integração da aceleração do terreno. [2]

1.3.2 Equação do movimento

Retorna-se agora à equação (1.7) que governa o movimento de um sistema linear sujeito à aceleração do terreno $\ddot{u}_g(t)$ a qual é escrita na forma:

$$\ddot{u} + 2\zeta\omega_n\dot{u} + \omega_n^2u = -\ddot{u}_g(t) \quad (1.52)$$

mostrando que para um dado $\ddot{u}_g(t)$, a resposta de deslocamento $u(t)$ do sistema, depende só da frequência natural ω_n ou do período natural T_n do sistema e da sua razão de amortecimento ζ ; escrevendo formalmente $u \equiv u(t, T_n, \zeta)$. Assim, dois sistemas quaisquer que possuem o mesmo valor de T_n e ζ terão a mesma resposta ao deslocamento $u(t)$.

A aceleração do terreno durante um terremoto varia irregularmente a tal ponto que a possibilidade da solução analítica da equação do movimento deve ser descartada. Portanto, são necessários métodos numéricos para determinar a resposta da estrutura. [2]

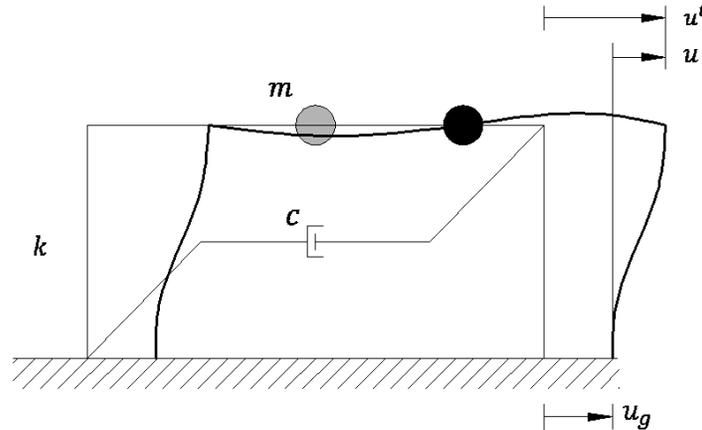


Figura 1.3: Sistema de simples grau de liberdade

1.3.3 Histórico da resposta

Para determinado movimento do terreno $\ddot{u}(t)$, o deslocamento $u(t)$ de um sistema de um grau de liberdade depende apenas do período natural de vibração do sistema e da razão de amortecimento. Na figura 1.4 apresenta-se a resposta ao deslocamento de três diferentes sistemas por causa da aceleração do terreno registrado na cidade de El Centro. A razão de amortecimento $\zeta = 2\%$ é a mesma para os três sistemas, de modo que unicamente são diferentes os períodos naturais.

Verifica-se que o tempo necessário para que um sistema simples complete um ciclo de vibração sob terremoto está muito próximo do período natural do sistema. O pico de deslocamento também é assinalado em cada caso. Observe-se que entre estes três sistemas, quanto mais longo for o período de vibração, maior é o pico de deformação.

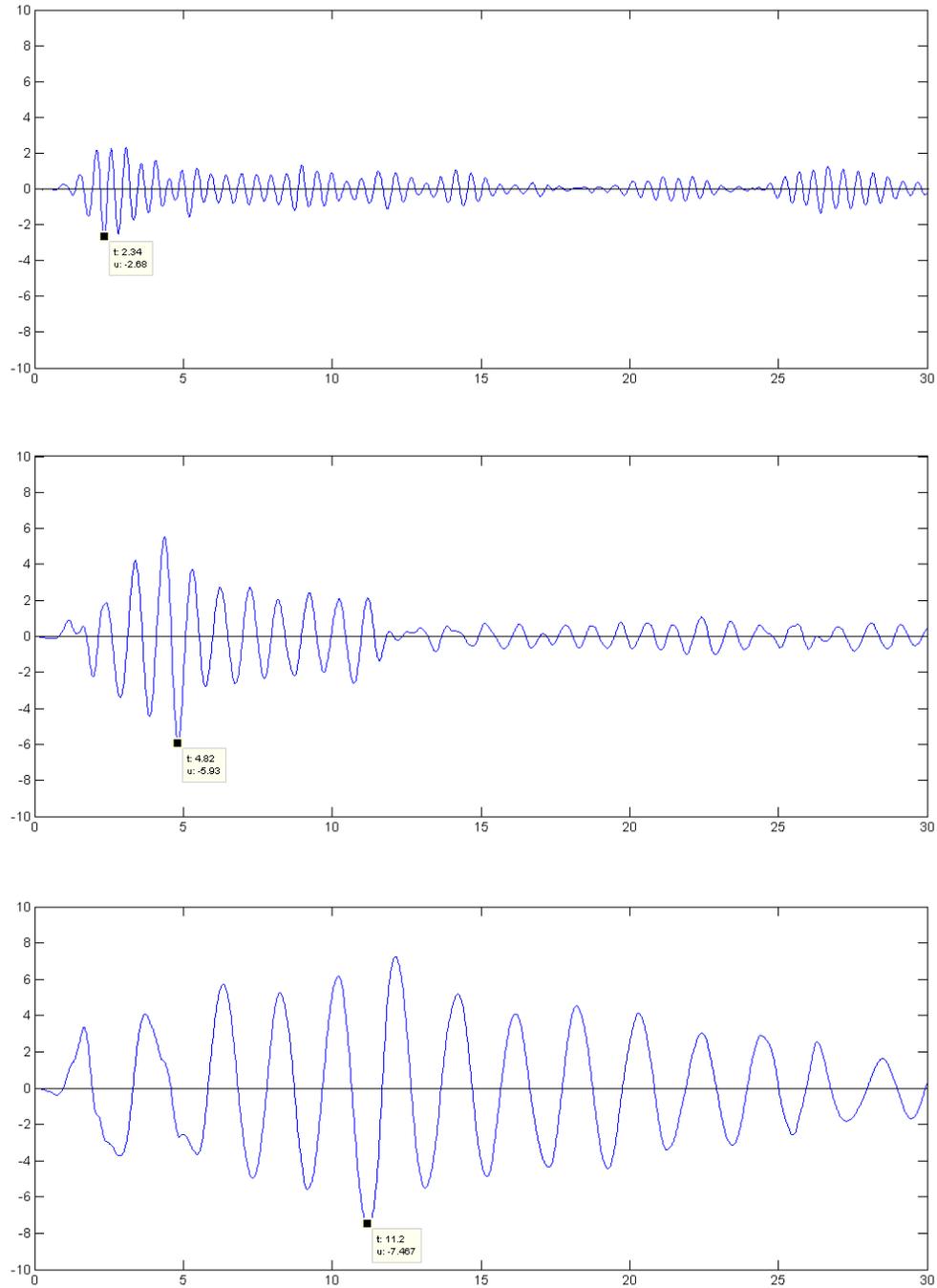


Figura 1.4: Resposta ao deslocamento de sistemas simples com ($T_n = 0.5 \text{ s}, \zeta = 0.02$); ($T_n = 1 \text{ s}, \zeta = 0.02$) e ($T_n = 2 \text{ s}, \zeta = 0.02$) respectivamente para o terremoto “El Centro”.

Na figura 1.5 apresenta-se a resposta de deslocamento de três sistemas para o mesmo movimento do terreno. Como o período de vibração T_n é o mesmo para os três sistemas, a diferença na resposta do deslocamento está associada somente ao seu amortecimento.

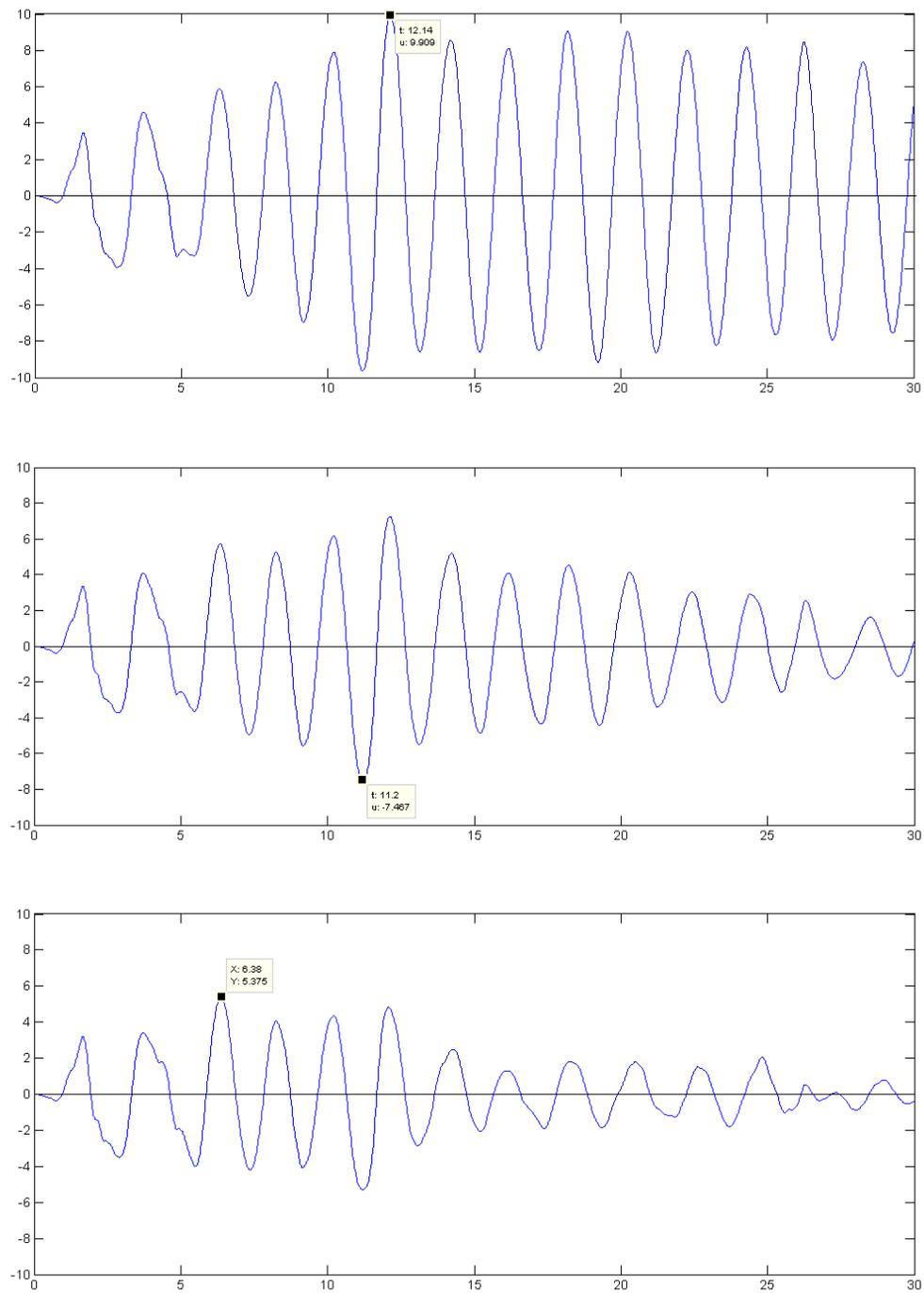


Figura 1.5: Resposta ao deslocamento de sistemas simples com $(T_n = 2\text{ s}, \zeta = 0.00)$; $(T_n = 2\text{ s}, \zeta = 0.02)$ e $(T_n = 2\text{ s}, \zeta = 0.05)$ respectivamente para o sismo “El Centro”.

Para a implementação da análise, a abordagem usual em engenharia de terremotos esta baseada no conceito de *força estática equivalente* f_S (figura 1.6), em razão de apresentar uma relação mais ao feitiço dos códigos de edificações; f_S foi definido na equação (1.1), ou seja:

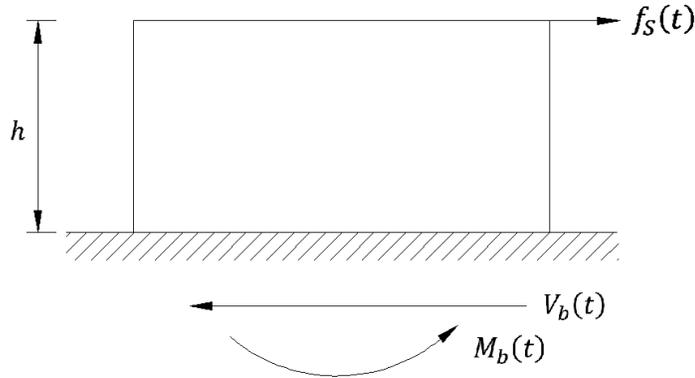


Figura 1.6: Força estática equivalente

$$f_S(t) = ku(t) \quad (1.53)$$

na qual k é a rigidez lateral do sistema (Figura 1.3). Expressando $f_S(t)$ em termos da massa m , obtém-se:

$$f_S(t) = mA(t) \quad (1.54)$$

na qual

$$A(t) = \omega_n^2 u(t). \quad (1.55)$$

esta *resposta de pseudo-aceleração* $A(t)$ do sistema pode ser facilmente calculada em função do deslocamento $u(t)$. Para os três sistemas com $T_n = 0,5; 1$ e 2 s, todos eles com $\zeta = 0,02$, $u(t)$ que são apresentados na figura 1.7.

Multiplicando cada resposta $u(t)$ pela correspondente frequência angular $\omega_n^2 = \left(\frac{2\pi}{T_n}\right)^2$ obtém-se a resposta de pseudo - aceleração para estes sistemas; eles são apresentados na figura 1.7, na qual os valores pico são indicados para cada sistema.

Para um pórtico de um andar, os esforços internos, ou seja, força cortante e momento fletor nos pilares e nas vigas podem ser determinados no tempo por uma análise estática da estrutura sob a ação de força estática lateral equivalente $f_S(t)$. Em particular, a força cortante na base $V_b(t)$, bem como o momento de tombamento na base $M_b(t)$, assim se expressa:

$$\begin{aligned} V_b(t) &= f_S(t) \\ M_b(t) &= hf_S(t) \end{aligned} \quad (1.56)$$

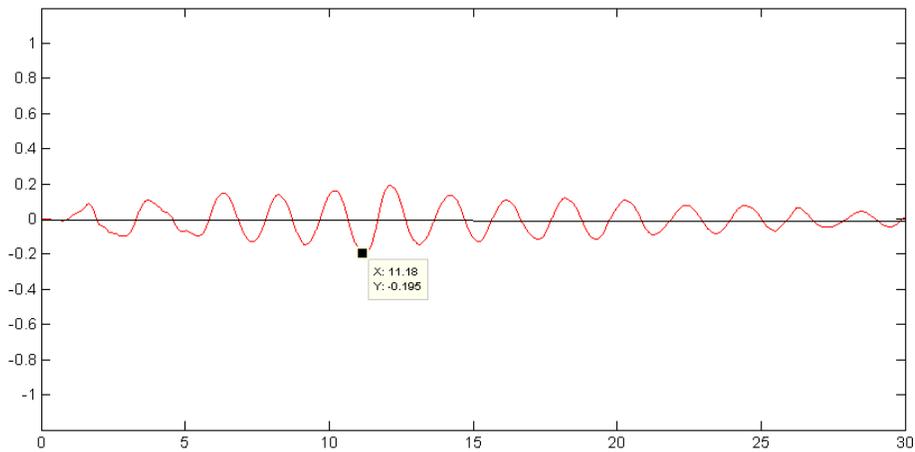
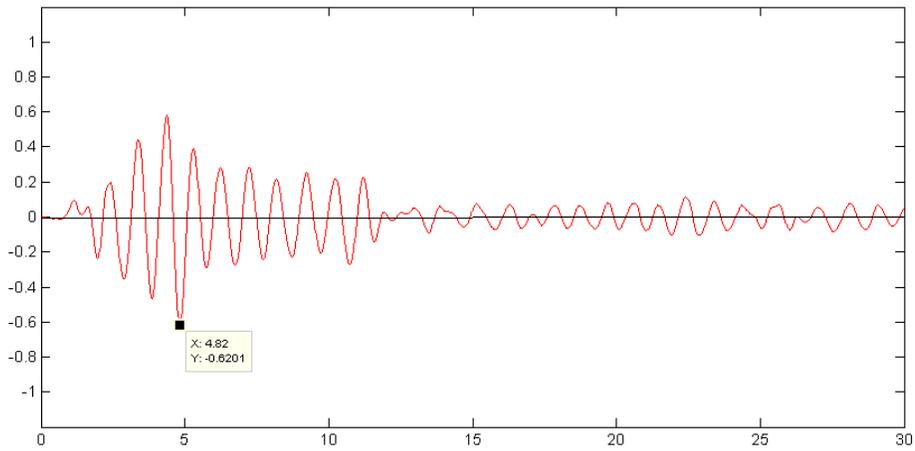
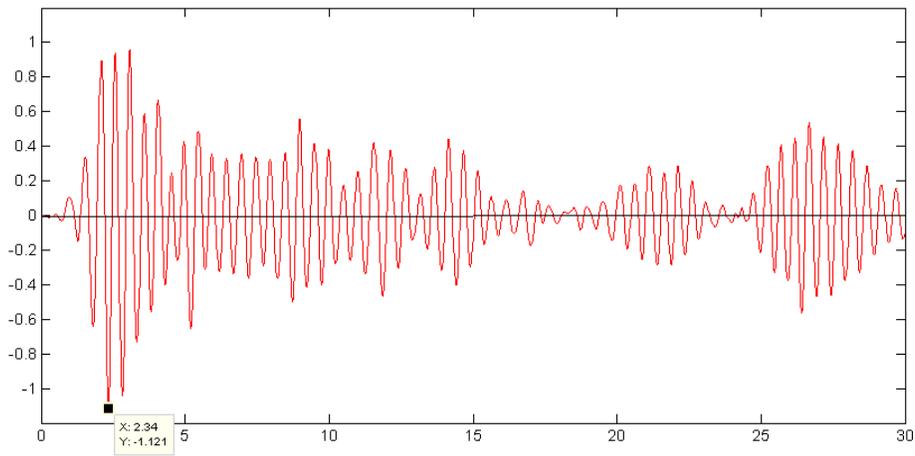


Figura 1.7: Resposta de pseudo - aceleração de sistemas simples com ($T_n = 0.5 \text{ s}$, $\zeta = 0.02$); ($T_n = 1 \text{ s}$, $\zeta = 0.02$) e ($T_n = 2 \text{ s}$, $\zeta = 0.02$) respectivamente para o sismo “El centro”.

na qual h é a altura da massa sobre a base. Tendo-se em conta o expresso em (1.54) estas relações passam a ser escritas:

$$\begin{aligned} V_b(t) &= mA(t) \\ M_b(t) &= hV_b(t) \end{aligned} \quad (1.57)$$

1.3.4 Conceito de espectro de resposta

Ocupa posição de destaque na engenharia de terremotos o chamado espectro de resposta que proporciona um meio conveniente para sumarizar os picos de resposta para todos os possíveis sistemas lineares de um grau de liberdade para uma componente particular do movimento do terreno. Também proporciona uma aproximação prática para as forças laterais requeridas em códigos de estruturas.

O gráfico dos valores pico da resposta quantitativa como função do período natural de vibração T_n do sistema, ou um parâmetro relacionado tal como a frequência circular ω_n ou frequência cíclica f_n , é chamado de *espectro de resposta*.

Cada um destes gráficos corresponde a uma fixada razão de amortecimento ζ , e varios desses gráficos para diferentes valores de amortecimento são incluídos para completar a gama de valores de amortecimento encontrados em estruturas na prática. Consideram-se os seguintes picos de resposta.

$$\begin{aligned} u_o(T_n, \zeta) &\equiv \max_t |u(t, T_n, \zeta)| \\ \dot{u}_o(T_n, \zeta) &\equiv \max_t |\dot{u}(t, T_n, \zeta)| \\ \ddot{u}_o^t(T_n, \zeta) &\equiv \max_t |\ddot{u}^t(t, T_n, \zeta)| \end{aligned} \quad (1.58)$$

O *espectro de resposta ao deslocamento* é um gráfico de u_0 contra T_n para um valor fixo de ζ . Para o *espectro de resposta a velocidade*, tem-se similarmente um gráfico de \dot{u}_0 contra T_n , e para o *espectro de resposta de aceleração* um gráfico de \ddot{u}^t contra T_n .

1.3.5 Espectro de resposta ao deslocamento, à pseudo-velocidade e à pseudo-aceleração

O espectro de deslocamento proporciona toda a informação necessária para o cálculo dos valores pico de deslocamento e de esforços internos. Todavia são também empregados o espectro de resposta de pseudo-velocidade e o de pseudo-aceleração, os quais contem informações que são úteis em outros aspectos relacionados aos códigos de estruturas.

Espectro de resposta ao deslocamento

O espectro é desenvolvido para o registro do sismo El Centro, apresentado na primeira das figuras 1.2. Na figura 1.4 apresenta-se a segunda parte da variação de tempo do deslocamento induzida pelo movimento do terreno para três sistemas de um grau de liberdade. Para cada sistema determina-se o valor pico de deslocamento (usualmente, os valores pico ocorrem durante o movimento do terreno; mas, para sistemas com amortecimentos menores e com períodos muito longos, a resposta pico pode ocorrer durante a vibração livre, depois de cessada a movimentação do terreno). O valor de u_0 determinado para cada sistema proporciona um ponto no espectro de resposta ao deslocamento. Repetindo estes cálculos para uma faixa de valores T_n e mantendo ζ constante é obtido o espectro de resposta ao deslocamento apresentado na figura 1.8.

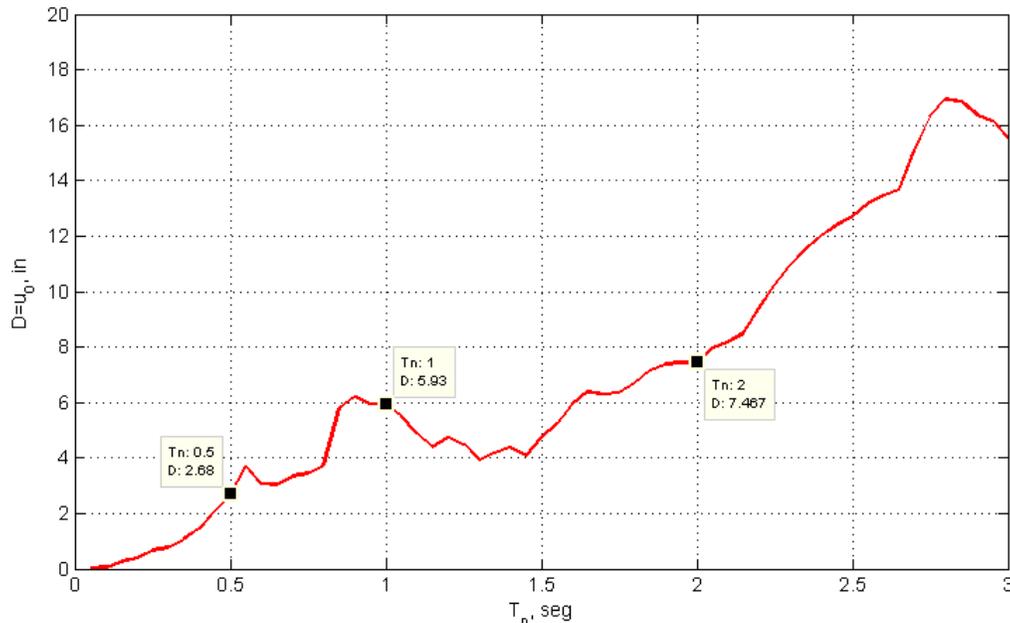


Figura 1.8: Espectro de resposta ao deslocamento $\zeta = 2\%$.

Espectro de resposta à pseudo-velocidade

Considerando-se agora uma grandeza V relativa à resposta de um sistema de um grau de liberdade com frequência natural ω_n e relacionada ao pico de deslocamento $D \equiv u_0$ assim:

$$V = \omega_n D \quad (1.59)$$

que tem unidades de velocidade, pode-se explicar o valor pico de energia de deformação E_{So} acumulada no sistema durante o terremoto pela expressão:

$$E_{So} = \frac{mV^2}{2} \quad (1.60)$$

esta relação pode ser obtido da definição de energia de deformação e utilizando a equação (1.59) como segue:

$$E_{So} = \frac{ku_o^2}{2} = \frac{kD^2}{2} = \frac{k(V/\omega_n)^2}{2} = \frac{mV^2}{2}$$

o lado direito da equação (1.60) é a energia cinética da massa da estrutura m , chamada de pico relativo à pseudo-velocidade, ou simplesmente pico de pseudo-velocidade. O prefixo pseudo é usado pelo motivo de V não ser igual ao pico de velocidade \dot{u}_0 .

O espectro de resposta à pseudo-velocidade é um gráfico de V como função do período natural de vibração T_n . Para o tremor do terreno da figura 1.2, o pico de pseudo-velocidade V para um sistema com período natural T_n pode ser determinado da equação (1.59), e o pico de deslocamento D do mesmo sistema avaliado no espectro de resposta da figura 1.9.

Como exemplo, para o sistema com $T_n = 0,5$ s e $\zeta = 2\%$, $D = 2,68$ in; da equação (1.59), tem-se $V = (2\pi/0,5)2,68 = 33,678$ in/s; já agora para o sistema com período natural $T_n = 1$ s e $\zeta = 2\%$, $D = 5,93$ in o resultado passa a ser dado por $V = (2\pi/1)5,93 = 37,26$ in/s; para o sistema com período natural $T_n = 2$ s e $\zeta = 2\%$, $D = 7,467$ in, $V = (2\pi/2)7,467 = 23,245$ in/s. Estes três valores pico de pseudo-velocidade V são apresentados na figura 1.9. Repetindo os anteriores cálculos para uma gama de valores de T_n e mantendo constante o amortecimento $\zeta = 2\%$ proporciona o espectro de pseudo-velocidade apresentado na figura 1.9.

Espectro de resposta de pseudo-aceleração

Considerando que a grandeza A é expressa por:

$$A = \omega_n^2 D \quad (1.61)$$

tem-se que A tem dimensão de aceleração e que está relacionada ao valor pico do cortante na base V_{bo} ou o valor pico da força estática equivalente f_{So} , segundo o expresso em (1.56), ou seja:

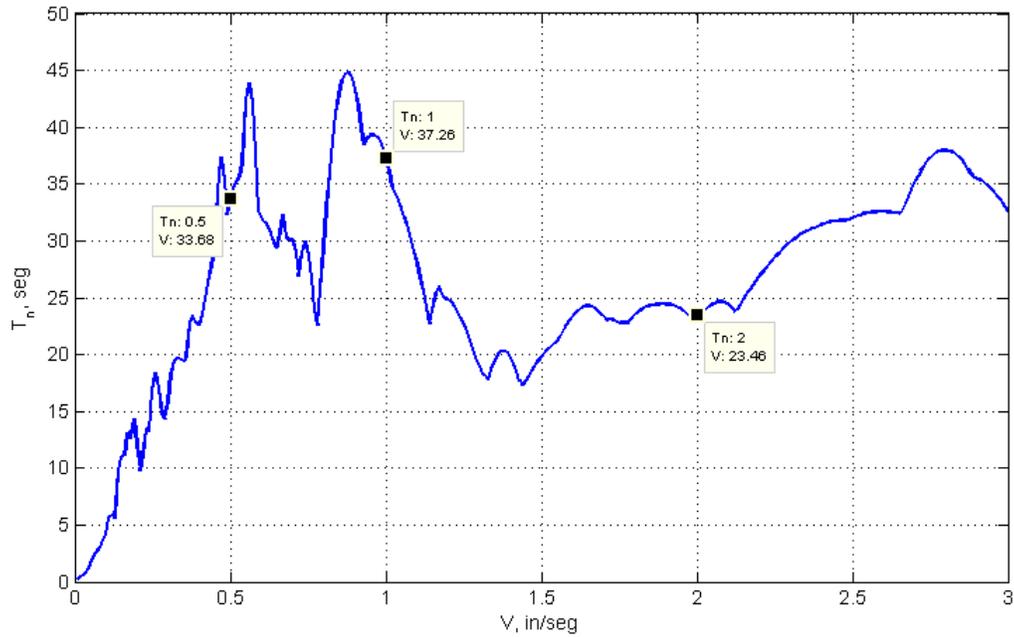


Figura 1.9: Espectro de resposta à pseudo-velocidade $\zeta = 2\%$.

$$V_{bo} = f_{So} = mA \tag{1.62}$$

o valor pico do cortante da base pode ser escrito na forma:

$$V_{bo} = \frac{A}{g} W \tag{1.63}$$

na qual W é o peso da estrutura, e g é a aceleração da gravidade. A razão $\frac{A}{g}$ pode ser interpretada como o coeficiente do cortante da base ou coeficiente da força lateral, isto é usado em códigos de estruturas para representar o coeficiente pelo qual o peso estrutural é multiplicado para se obter o cortante da base. Cabe observar que a força cortante da base é igual à força de inércia associada à massa m . Esta quantidade, definida pela equação (1.61) é geralmente diferente do pico de aceleração \ddot{u}_0^t .

O espectro de resposta à pseudo-aceleração é um gráfico de A como função do período natural de vibração T_n . Para o tremor do terreno da figura 1.2, o pico de pseudo-aceleração A para um sistema com período natural T_n pode ser determinado com base na equação (1.61), e também o pico de deslocamento D do sistema do espectro da figura 1.8.

Como exemplo, para um sistema com $T_n = 0,5$ s e $\zeta = 2\%$, $D = 2,68$ in; tem-se da equação (1.61), $A = (2\pi/0,5)^2 2,68 = 1,096 g$, na qual $g = 386$ in/s². Similarmente para um sistema com $T_n = 1$ seg e $\zeta = 2\%$, $D = 5,93$ in; $A = (2\pi)^2 5,93 = 0,606 g$, e para um

sistema com $T_n = 2 \text{ s}$ e $\zeta = 2\%$, $D = 7.467 \text{ in}$; $A = (2\pi/2)^2 7,467 \text{ in} = 0,191 \text{ g}$. Nota-se que os mesmos valores para A são os mesmos valores pico de $A(t)$ representados na figura 1.7. Estes três valores pico das pseudo-acelerações são apresentados na figura 1.10. Repetindo-se estes cálculos para uma gama de valores de T_n com $\zeta = 2\%$ tem-se o espectro de pseudo-aceleração apresentado na figura 1.10.

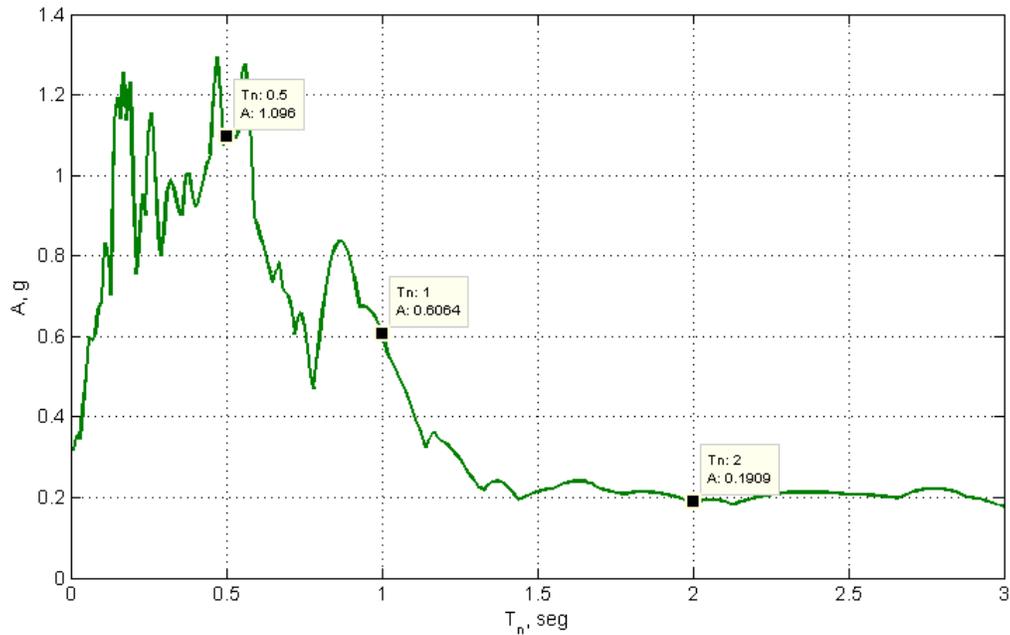


Figura 1.10: Espectro de resposta à pseudo-aceleração $\zeta = 2\%$

Combinação de Espectros D-V-A

Cada um dos espectros de resposta do deslocamento, pseudo-velocidade e pseudo-aceleração para um dado tremor do terreno contem a mesma informação. Os três espectros são simplesmente, diferentes formas de apresentar a resposta estrutural. Conhecendo um dos espectros, os outros dois podem ser obtidos por operações algébricas usando as equações (1.59) e (1.61).

A necessidade de ter três espectros é que cada um de eles proporciona diretamente quantidades fisicamente significativas. O espectro ao deslocamento proporciona o pico de deslocamento do sistema. O espectro de pseudo-velocidade é relacionado diretamente ao pico de energia de deformação acumulada no sistema durante o terremoto, equação (1.60). O espectro de pseudo-aceleração é relacionado diretamente à força estática equivalente e cortante na base, equação (1.62).

Por outro lado é possível colocar esses três gráficos em uma única figura como proposto originalmente por Veletsos E N. M. Newmark em 1960 [2].

Esta apresentação integrada é possível por causa de que as três quantidades espectrais são inter-relacionadas pelas equações (1.59) e (1.61), ou seja.

$$\frac{A}{\omega_n} = V = \omega_n D \quad (1.64)$$

A construção do gráfico com base nos três espectros está feita na escala logarítmica padrão, sendo a vertical e horizontal V e T_n respectivamente. As duas escalas para D e A estão inclinadas a 45° e -45° respectivamente.

Depois que o gráfico tem sido construído, as três respostas espectrais das figuras 1.8, 1.9 e 1.10 podem facilmente ser combinadas num único gráfico. Os pares de dados numéricos para V e T_n que foram plotados na figura 1.9 na escala linear são replotados na figura 1.11 em escala logarítmica. Para um dado período natural T_n , os valores de D e A podem ser lidos nas escalas em diagonais. Como exemplo, para $T_n = 2 \text{ s}$, na figura 1.11 apresenta-se $D = 7.467 \text{ in}$ e $A = 0.1909 \text{ g}$.

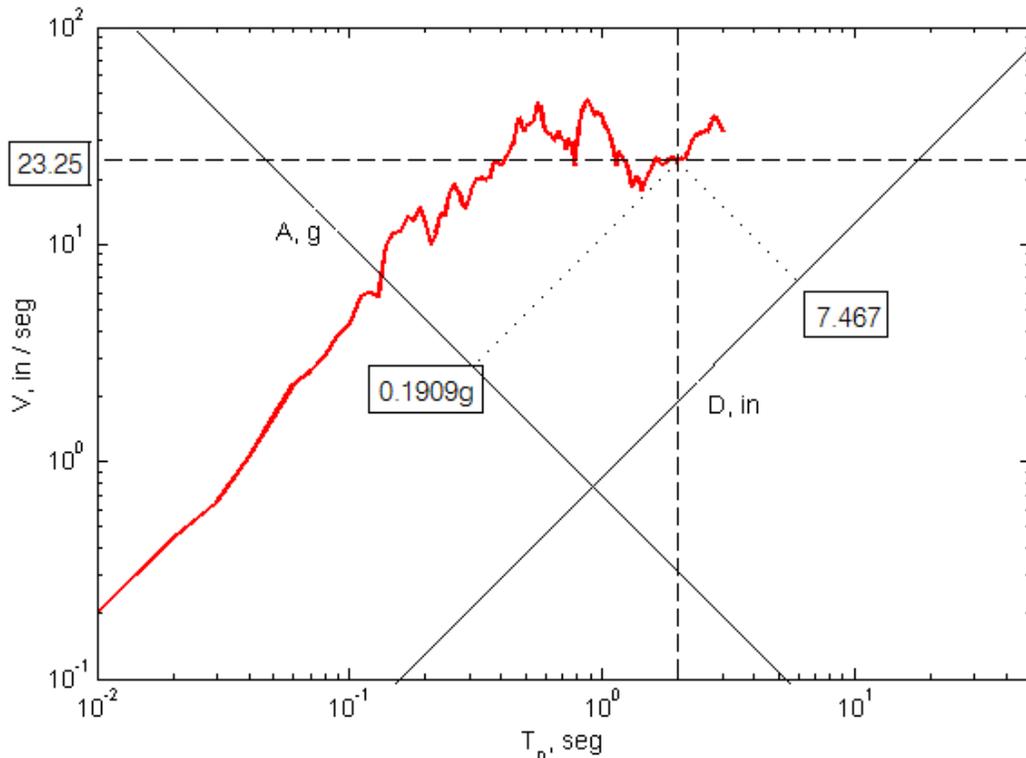


Figura 1.11: Combinação do espectro de resposta de $D - V - A$ para o registro do terremoto “El Centro” com $\zeta = 2\%$.

O espectro de resposta deveria abranger uma vasta gama de períodos naturais de vibração com vários valores de amortecimento, de modo que proporcione o pico de resposta de toda uma gama de estruturas da prática. A gama do período na figura 1.11 deve ser aumentada porque edifícios altos e pontes longas, entre outras estruturas, podem ter longos períodos de vibração e vários valores de amortecimento devem ser incluídos para abranger a gama prática de $\zeta = 0$ até 20%. A figura 1.12 mostra as curvas do espectro para $\zeta = 0; 2; 5; 10$ e 20% sobre a gama de período entre 0,02 e 50 s.

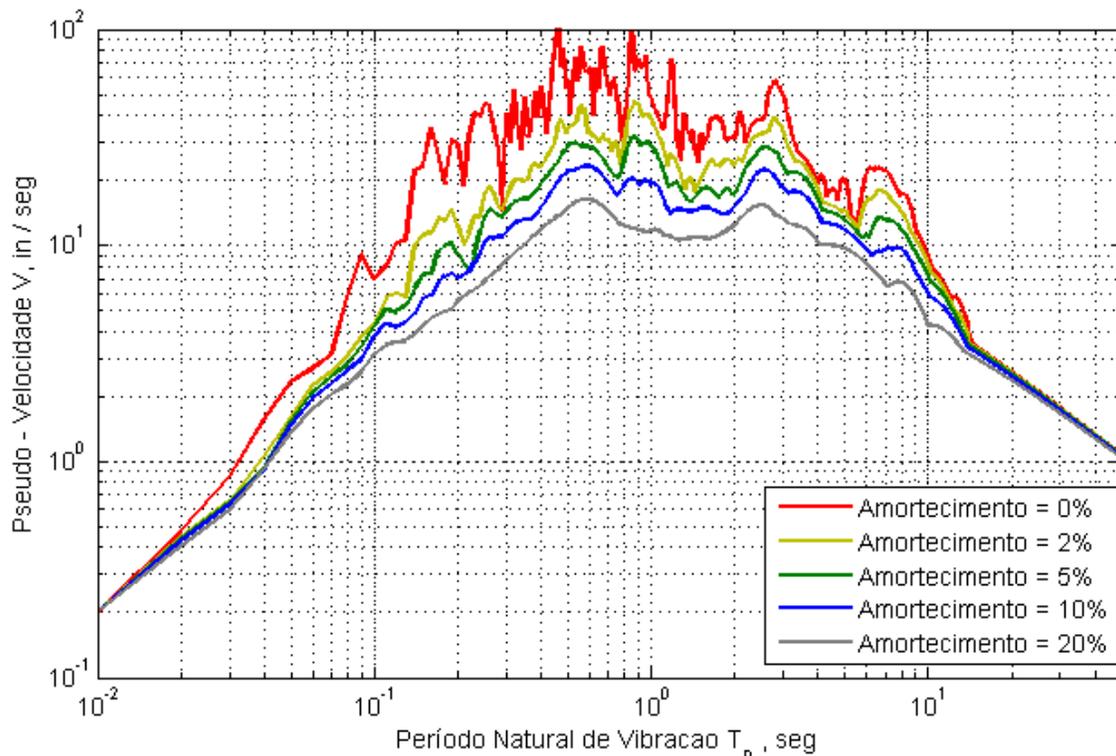


Figura 1.12: Combinação do espectro de resposta de $D - V - A$ para o registro de terremoto “El Centro” com $\zeta = 0; 2; 5; 10$ e 20%.

Construção do Espectro de Resposta

O espectro de resposta para um dado movimento do terreno $\ddot{u}_g(t)$ pode ser obtido da seguinte forma: [2]

1. Definir numericamente a aceleração do terreno $\ddot{u}_g(t)$, tipicamente, as ordenadas do movimento do terreno são definidas cada 0,02 s.
2. Selecionar o período natural de vibração T_n e a razão do amortecimento ζ .
3. Calcular a resposta ao deslocamento $u(t)$ causada pelo movimento de terreno $\ddot{u}_g(t)$.
4. Determinar u_0 , o valor pico de $u(t)$.

5. As ordenadas espectrais são $D = u_0$, $V = \left(\frac{2\pi}{T_n}\right) D$ e $A = \left(\frac{2\pi}{T_n}\right)^2 D$.
6. Repetir os passos 2 a 5 para uma gama de valores de T_n e ζ .
7. Apresentar os resultados dos passos 2 a 6 graficamente para produzir três espectros como nas figuras 1.8, 1.9 e 1.10 ou uma combinação de espectros como na figura 1.12.

Note-se que é requerido um esforço computacional considerável para gerar um espectro de resposta para um terremoto. A análise dinâmica completa para determinar a variação do tempo (ou historia) do deslocamento de um sistema simples proporciona dados para um ponto no espectro correspondente a T_n e ζ do sistema. Cada curva no espectro de resposta da figura 1.12 produz dados para 112 valores de T_n irregularmente espaçados sobre o intervalo de $T_n = 0,01$ até 50 s.

1.3.6 Resposta estrutural pico do espectro de resposta

Ao ser avaliado o espectro de resposta para um dado movimento do terreno, o valor máximo de deslocamento ou de uma força interna pode ser determinado de modo expedito. Agora todas as respostas de interesse podem ser expressas em termos de D, V ou A e a massa ou as propriedades de rigidez do sistema. Assim o deslocamento pico do sistema é:

$$u_o = D = \frac{T_n}{2\pi} V = \left(\frac{T_n}{2\pi}\right)^2 A \quad (1.65)$$

e o valor pico da força estática equivalente f_{So} é (das equações (1.62) e (1.61))

$$f_{So} = kD = mA \quad (1.66)$$

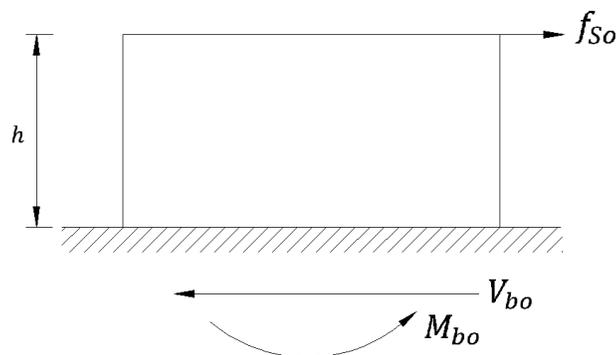


Figura 1.13: Valor pico da força estática equivalente

A análise estática de um pórtico simples sujeito à força lateral f_{So} (figura 1.13), proporciona os esforços internos (ou seja, força cortante e momento fletor em colunas e vigas). Isto envolve aplicações de procedimentos bem conhecidos da análise estrutural estática. Enfatiza-se que a análise dinâmica não é requerida além daquilo que é necessário para determinar $u(t)$ [2]. Em particular, os valores máximos do cortante e do momento de tombamento na base da estrutura estão dados por,

$$\begin{aligned} V_{bo} &= kD = mA \\ M_{bo} &= hV_{bo} \end{aligned} \tag{1.67}$$

Técnica do meio contínuo para cálculo de edifícios

2.1 Introdução

A abordagem do comportamento de estruturas de edifícios altos é realizada empregando a técnica do meio contínuo, que tem por base equações regentes apropriadas para os painéis planos de contraventamento mais usuais; sendo estas equações são de natureza diferencial.

O comportamento de uma estrutura é caracterizado pela movimentação da estrutura (deslocamentos), deformações e tensões para uma dada condição de carregamento externo, bem como de sua vinculação.

Considerando as hipóteses adotadas, tem-se, um problema de valor de contorno que pode ser expresso em função de uma única coordenada que determina a posição de pontos da estrutura ao longo do seu eixo.

Conhecidas os carregamentos atuantes na estrutura, o problema consiste em determinar os campos de deslocamento, de tensão e de deformação, grandezas que apresentam uma única componente em razão da descrição unidimensional.

2.2 Tipos básicos de painéis

2.2.1. Pilares parede

Considera-se como pilares parede os painéis planos sem rigidez transversal, extremamente rígidos à força cortante e deformáveis apenas ao momento fletor.

Ainda é considerado um carregamento externo semelhante ao indicado na figura 2.1, que consiste num carregamento linear horizontal distribuído segundo a vertical e uma força concentrada no topo. Considera-se na figura as direções positivas, assim as equações relativas ao equilíbrio do elemento dz e da linha elástica são [8]:

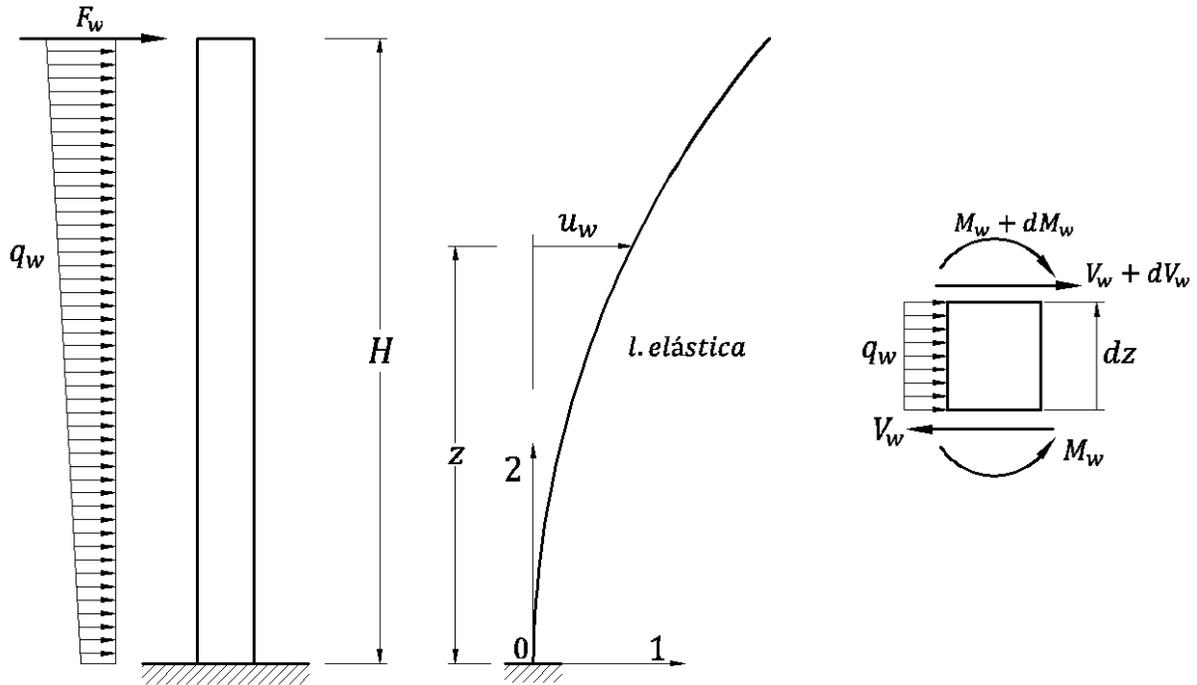


Figura 2.1: Carregamento externo no pilar parede, elástica, um elemento isolado e convenção de sinais

$$\frac{dV_w}{dz} = -q_w \quad (2.1)$$

$$\frac{dM_w}{dz} = -V_w \quad (2.2)$$

nas quais V_w , M_w e q_w são respectivamente a força cortante, momento fletor e carregamento horizontal linearmente distribuído. Sabemos da teoria técnica da flexão:

$$M_w = E_w I_w u_w'' \quad (2.3)$$

na qual, j_w é o produto de rigidez a flexão do pilar parede e u_w'' é a curvatura do eixo, ou seja, a elástica. Da equação (2.3) obtém-se:

$$u_w'' = \frac{M_w}{j_w} \quad (2.4)$$

Por outro lado, levando-se em conta a equação (2.2), a derivada terceira da deformada se expressa:

$$u_w''' = -\frac{V_w}{j_w} \quad (2.5)$$

2.2.2. Pórtico

Considera-se como pórtico, painéis planos sem rigidez transversal extremadamente rígidos ao momento fletor e deformáveis apenas à força cortante [8]. Todos os pórticos são admitidos para possuir rigidez constante ao longo da sua altura z .

Na figura 2.2, não estão representadas a elástica e as direções positivas dos esforços M_f e V_f que são as mesmas de M_w e V_w , como mostrado na figura 2.1. As equações de equilíbrio do elemento dz do pórtico são semelhantes às equações (2.1) e (2.2) por independerm do comportamento elástico da estrutura.

Da mesma forma que para o caso de pilares parede consideram-se as equações relativas ao equilíbrio do elemento dz e da linha elástica descrita como [8]:

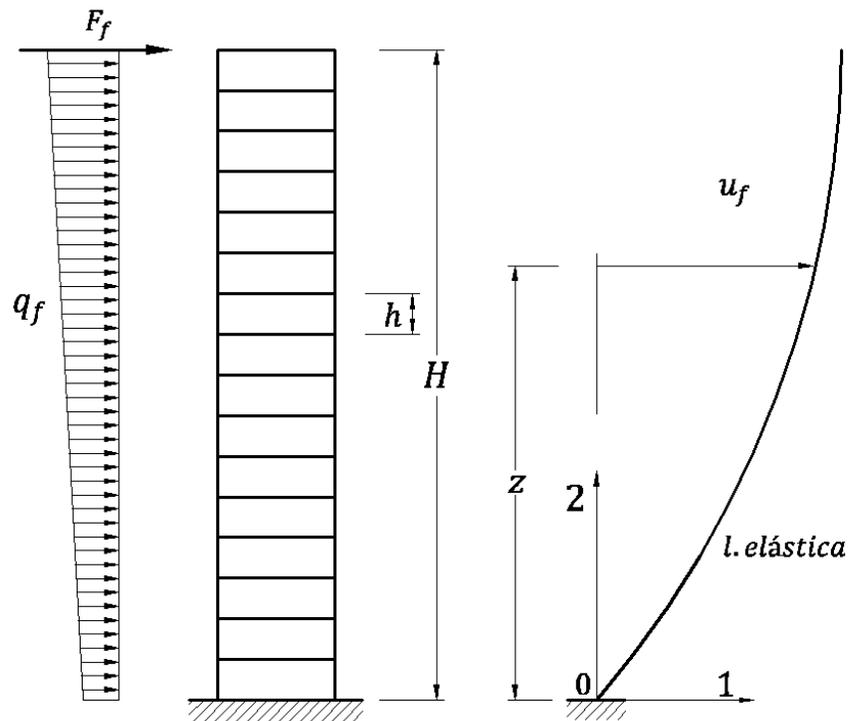


Figura 2.2: Carregamento externo em pórtico e elástica

$$\frac{dV_f}{dz} = -q_f \quad (2.6)$$

$$\frac{dM_f}{dz} = -V_f \quad (2.7)$$

nas quais o sub-índice f indica se tratar do pórtico. A equação diferencial da linha elástica é expressa como:

$$u'_f = \frac{V_f}{s_f} \quad (2.8)$$

na qual s_f representa a rigidez constante do pórtico à força cortante, suposta constante ao longo da altura [8].

A deformação do pórtico segundo a equação (2.8) pode ser entendida facilmente considerando-se um pórtico de pé-direito constante com pilares, de seção transversal igual, ligados por uma viga infinitamente rígida, como é apresentado na figura 2.3.

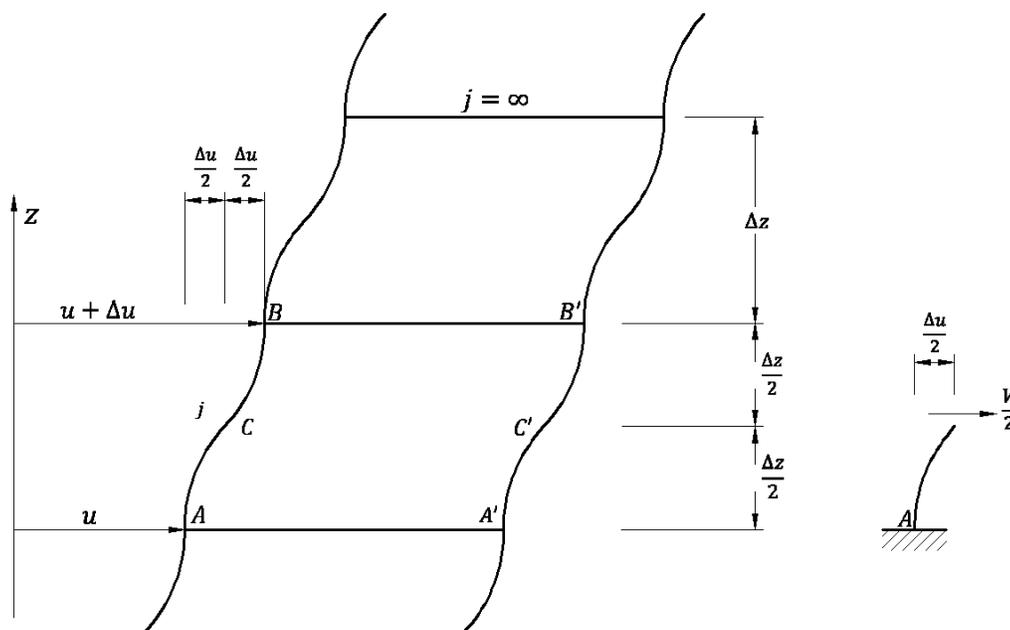


Figura 2.3: Pórtico com vigas de $j = \infty$

Desprezando-se as deformações axiais nos pilares, as vigas deslocam-se horizontalmente sem rotação nos seus extremos. Portanto, os pontos de inflexão da elástica ($M = 0$) estarão localizados no centro dos vãos dos pilares, pelo qual, os semi-vãos comportam-se como consolos para os quais se calcula:

$$\frac{\Delta u}{2} = \frac{V/2}{3EI} \left(\frac{\Delta z}{2}\right)^3 \quad \therefore \quad \frac{\Delta u}{\Delta z} = \frac{V}{s_f} \quad (2.9)$$

na qual.

$$s_f = \text{constante} = \frac{24EI}{\Delta z^2} \quad (2.10)$$

Pode-se confundir a distorção média $\frac{\Delta u}{\Delta z}$ com a derivada u' (equações (2.9) e (2.8) respectivamente), esta aproximação é válida quando o pé-direito é pequeno perto da altura total do pórtico. Demonstra-se que uma equação semelhante à equação (2.9) também prevalece para os pórticos usuais regulares, em que a rigidez dos pilares não é exageradamente maior que nas vigas (nos quais seja lícito admitirem-se momentos fletores nulos nos centros dos vãos de vigas e pilares), neste caso obtém-se:

$$s_f = \frac{12E}{h} \sum_{n.a.} \left[k_{p.n.} \frac{\sum_{v.n.} k}{\sum_{b.n.} k} \right] \quad (2.11)$$

na qual:

- h = Pé-direito do andar.
- k = Relação I/l de tramo de viga ou pilar considerado.
- $n.a.$ = Somatória estendida a todos os nós do andar considerado.
- $k_{p.n.}$ = Relação I/l para o tramo de pilar logo abaixo do nó considerado.
- $v.n.$ = Somatória que se estende aos tramos (1 ou 2) de vigas que concorrem no nó considerado.
- $b.n.$ = Somatória que se estende aos trechos (2, 3 ou 4) de todas as barras que concorrem ao nó considerado.

Se o pórtico é regular e possui peças de seção uniforme ao longo da sua altura, o valor de s_f será aproximadamente constante podendo ser estimado pela equação (2.11). Somente na base e no topo a suposta rigidez constante s_f sofrerá uma variação mais sensível. Na base, pela proximidade do engastamento rígido e no topo, pela falta dos pilares acima dos nós do último andar. Tais variações locais, ainda não deveram afetar sensivelmente o desempenho total do painel [8].

2.2.3. Núcleo de seções abertas de parede delgada

São conhecidos com o nome de núcleos de seções abertas de parede delgada os elementos estruturais de eixo vertical que sejam capazes de resistir apenas torção e flexo-torção, cujos comportamentos supõem-se obedientes às teorias de Saint Venant e de Vlasov, respectivamente. Considera-se que todos os núcleos de seções abertas de parede delgada possuem rigidez constante ao longo da sua altura.

Primeiramente, serão considerados casos em que ocorram apenas esforços relacionados à torção simples, tal como se mostra na figura 2.4, pelo que adotamos as seguintes considerações para torção livre [7]:

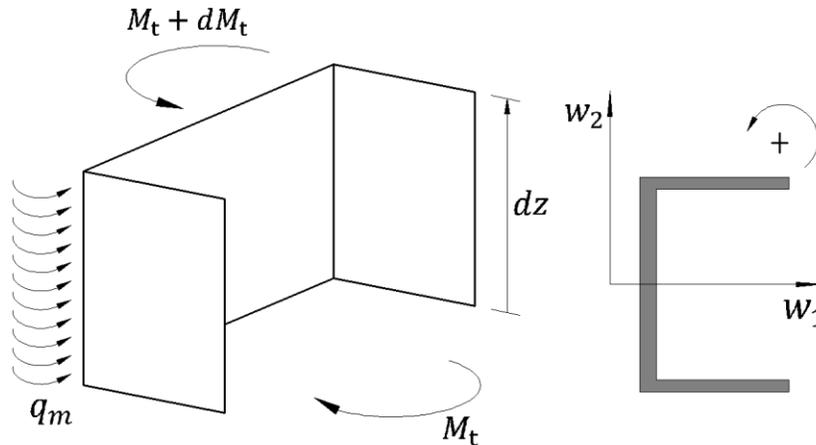


Figura 2.4: Momento de torção M_t atuante em um núcleo de seção aberta de parede delgada

- A seção transversal do painel de seção aberta de parede delgada é constante no eixo z .
- O momento de torção solicitante M_t deve ser constante no eixo z .
- O painel não deve possuir vínculos que impeçam possíveis deslocamentos longitudinais (empenamento). Em outras palavras: torção livre de Saint Venant.

Admite-se que a torção livre implica a ocorrência de deslocamentos iguais para um mesmo ponto de coordenadas x e y em todas as seções ao longo do eixo z .

O momento de torção M_t a uma altura z é suposto positivo quando sua direção dado pela regra da mão direita, for de tração. Para nosso estudo tomamos a equação geral de rotação da seção transversal por unidade de comprimento, escrita na forma:

$$\phi' = \frac{d\phi}{dz} = \frac{M_t}{GI_t} \quad (2.12)$$

na equação (2.12) ϕ' é o giro relativo entre duas seções, M_t é o momento de torção, G e o módulo de elasticidade transversal do material e I_t é o momento de inércia a torção.

Para o primeiro caso considerou-se somente efeitos de torção. Agora abordaremos o caso de seções abertas de parede delgada submetidas a condições de carregamento e de vinculação que permitam considerar a ocorrência simultânea de esforços de flexão e de torção, ou seja, flexão não uniforme ou *flexo-torção* [7]. As hipóteses básicas para a análise de peças submetidas à flexo-torção são:

- Após a deformação da barra, a seção transversal deverá projetar-se indeformada no seu próprio plano (xy).
- A superfície média perpendicular à seção transversal não sofre distorções⁵.

E em concordância a estas hipóteses tem-se a seguinte equação:

$$u_e = \varpi \phi' \quad (2.13)$$

na qual ϖ é a área setorial da seção transversal.

No contexto de flexo-torção diferente da torção livre de Saint Venant, a derivada do ângulo de rotação ϕ não é mais constante. Agora a amplitude do empenamento u_e irá variar de seção a seção ao longo do eixo vertical $0z$, de modo que ϕ' será função apenas da ordenada z [7].

Com base na Resistência dos Materiais sabe-se que os deslocamentos longitudinais u_e são variáveis com relação à coordenada z e sua deformação específica em esta direção é dada por:

$$\varepsilon_z = \frac{\partial u_e}{\partial z} \neq 0 \quad (2.14)$$

substituindo a equação (2.13) na equação (2.14) obtém-se:

$$\varepsilon_z = \frac{\partial u_e}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} (\varpi \phi') = \varpi \phi'' \quad (2.15)$$

pela lei de Hooke sabe-se que a relação entre tensão e deformação no estado plano de tensões é escrita da seguinte forma:

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z - \nu \sigma_s}{E} \quad (2.16)$$

na qual σ_z e σ_s representam as tensões normais na direção do eixo z e da seção do elemento respectivamente, ν é o coeficiente de Poisson e E é o módulo de elasticidade longitudinal.

Das hipóteses adotadas no caso da seção transversal indeformável no seu próprio plano, tem-se que $\varepsilon_s = 0$. Portanto, chegam-se às seguintes relações entre as tensões:

$$\varepsilon_s = \frac{\sigma_s - \nu \sigma_z}{E} = 0 \rightarrow \sigma_s = \nu \sigma_z \quad (2.17)$$

substituindo a equação (2.17) na equação (2.16) obtém-se:

⁵ Linha que divide a espessura t ao meio, conhecida como linha do esqueleto

$$\varepsilon_z = \frac{(1 - \nu^2)\sigma_z}{E} \quad (2.18)$$

em aplicações praticas, despreza-se o valor de ν^2 em comparação com a unidade, pelo que:

$$\sigma_z = E\varepsilon_z = E\varpi\phi'' \quad (2.19)$$

É importante ressaltar que na torção livre o termo ϕ' é constante, portanto na equação (2.19) a tensão σ_z resultará nula, fato que está em concordância com as considerações adotadas na torção livre. Ao não existir resultante de tensão σ_z tem-se um novo esforço solicitante denominado por Vlassov como *Bimomento* [7].

Como as tensões normais σ_z variam ao longo do eixo vertical $0z$ $\phi''' \neq 0$ de uma seção para outra, ocorrerão com face ao equilíbrio tensões de cisalhamento τ_{ft} , como está esquematizado na figura 2.5. Será admitido que esta tensão de cisalhamento é uniformemente distribuída ao longo da espessura t da parede da seção transversal [7].

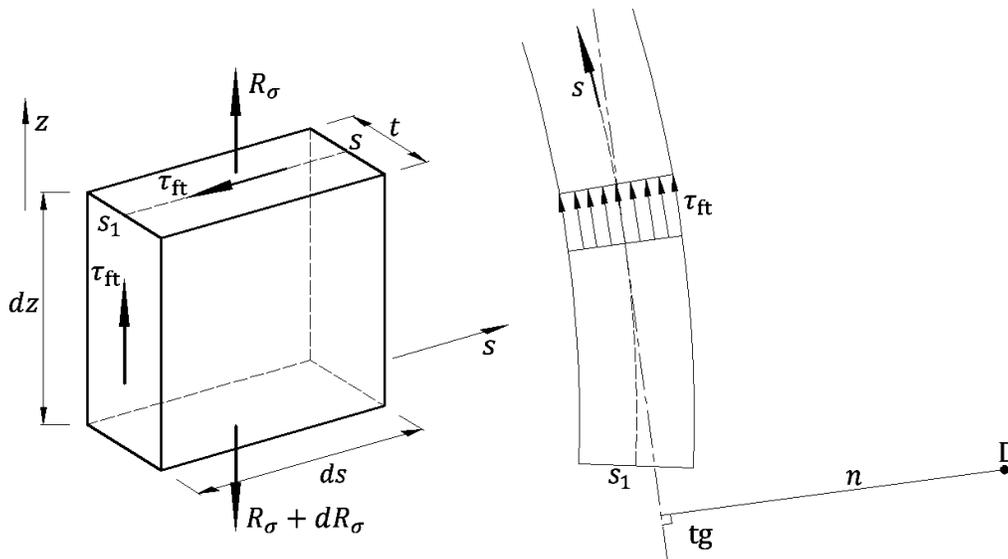


Figura 2.5: Tensões de cisalhamento uniforme na seção aberta de parede delgada

O termo R_σ representa a força resultante das tensões σ_z que atuam no elemento de área ($dA = tds$) da seção transversal, assim:

$$R_\sigma = \int_A \sigma_z dA = \int_{s_1}^s \sigma_z t ds \quad (2.20)$$

substituindo a equação (2.19) na equação (2.20) obtém-se:

$$R_\sigma = E\phi'' \int_A \varpi dA \rightarrow \frac{dR_\sigma}{dz} = E\phi''' \int_A \varpi dA = E\phi''' \int_{s_1}^s \varpi t ds \quad (2.21)$$

considerando o equilíbrio do elemento da figura 2.5 na direção longitudinal:

$$\tau_{ft} t dz = dR_\sigma \rightarrow \tau_{ft} = \frac{dR_\sigma}{tdz} = \frac{E\phi'''}{t} \int_A \varpi dA = E\phi''' \int_{s_1}^s \varpi ds \quad (2.22)$$

na qual $S_\varpi = \int_A \varpi dA = \int_{s_1}^s \varpi t ds$, que é denominado de momento estático setorial. Tem-se, portanto que a equação (2.22) pode-se escrever da seguinte forma:

$$\tau_{ft} = \frac{E\phi'''}{t} S_\varpi \quad (2.23)$$

No caso de seções abertas de parede delgada, as tensões de cisalhamento provenientes da tensão livre τ_l resultam na maioria dos casos muito maiores em comparação às tensões de flexo-torção τ_{ft} , razão pela qual a equação (2.13) pode permanecer ainda válida. Os valores de τ_{ft} dão uma considerável contribuição ao surgimento do momento de torção, já que suas forças elementares $\tau_{ft} dA$ são multiplicadas por uma distância n , resultando em valores maiores quando comparadas com as forças elementares provenientes da torção livre, conforme se esquematiza na figura 2.5, na qual D é o centro de torção [7].

Assim, o momento de torção a flexo-torção representado por M_{ft} é resultado da multiplicação das tensões τ_{ft} pela distância n :

$$M_{ft} = \int_A \tau_{ft} dA \cdot n = \int_s \tau_{ft} n t ds \quad (2.24)$$

substituindo a equação (2.22) na equação (2.24) obtém-se:

$$M_{ft} = E\phi''' \int_{s_1}^{s_2} \left[\int_{s_1}^s \varpi ds \right] n t ds \quad (2.25)$$

integrando por partes encontramos o seguinte:

$$M_{ft} = -E\phi''' \int_{s_1}^{s_2} (\varpi \cdot \varpi) t ds = -E\phi''' \int_A \varpi^2 dA \quad (2.26)$$

na qual $I_{\varpi} = \int_A \varpi^2 dA$ é o *momento de inércia setorial*. Portanto, o momento de torção a flexo-torção M_{ft} será escrito como:

$$M_{ft} = -EI_{\varpi} \phi''' \quad (2.27)$$

O painel de seção aberta de parede delgada ocorre em geral na forma de seção poligonal U , L ou caixão. Esta parede múltipla será equivalente a duas paredes planas independentes, segundo os eixos principais Cw_1 e Cw_2 de rigidez EI_1 e EI_2 respectivamente, mais uma rotação de rigidez GI_t e mais uma rotação de rigidez EI_{ϖ} [8].

2.3 Associação múltipla de pilares parede, pórticos e núcleos de seções abertas de parede delgada

2.3.1. Convenções e hipóteses

A planta térrea da estrutura de um edifício obtida pela associação múltipla de pilares parede, pórticos e núcleos de seções abertas de parede delgada é apresentada na figura 2.6. Supõe-se que os pilares parede e os pórticos são planos, e para o caso de núcleos de seção poligonal (L , U ou caixão), a abordagem será feita conforme ao exposto no item de núcleos de seções abertas de parede delgada.

Ligando os vários painéis, supõe-se existir uma infinidade de diafragmas horizontais rígidos em seu próprio plano, distribuídos continuamente ao longo do eixo vertical Oz . O carregamento externo atua em um plano vertical η e é constituído por um carregamento distribuído ao longo da altura H do edifício mais uma força concentrada F aplicada no topo.

No plano η considera-se um vetor unitário horizontal, que caracteriza a direção positiva do carregamento. Do mesmo modo, para identificar os deslocamentos horizontais positivos de cada painel e as forças horizontais dos diafragmas sobre cada painel, convencionou-se um vetor unitário horizontal no plano de cada painel. A posição do carregamento é dada pelas componentes a e b do seu vetor unitário e pela distância c do plano η ao eixo Oz (c é suposta positiva se for dextrorso ao momento do vetor unitário com relação ao eixo Oz). A posição de cada painel é dada pelas componentes a_w e b_w e pela distância c_w do seu plano ao eixo Oz no caso de pilares parede, e as componentes a_f e b_f e pela distância c_f do seu plano ao eixo Oz no caso de Pórtico. Os núcleos de seções abertas de parede delgada têm comportamento independente da sua posição em planta, não precisando defini-los [8].

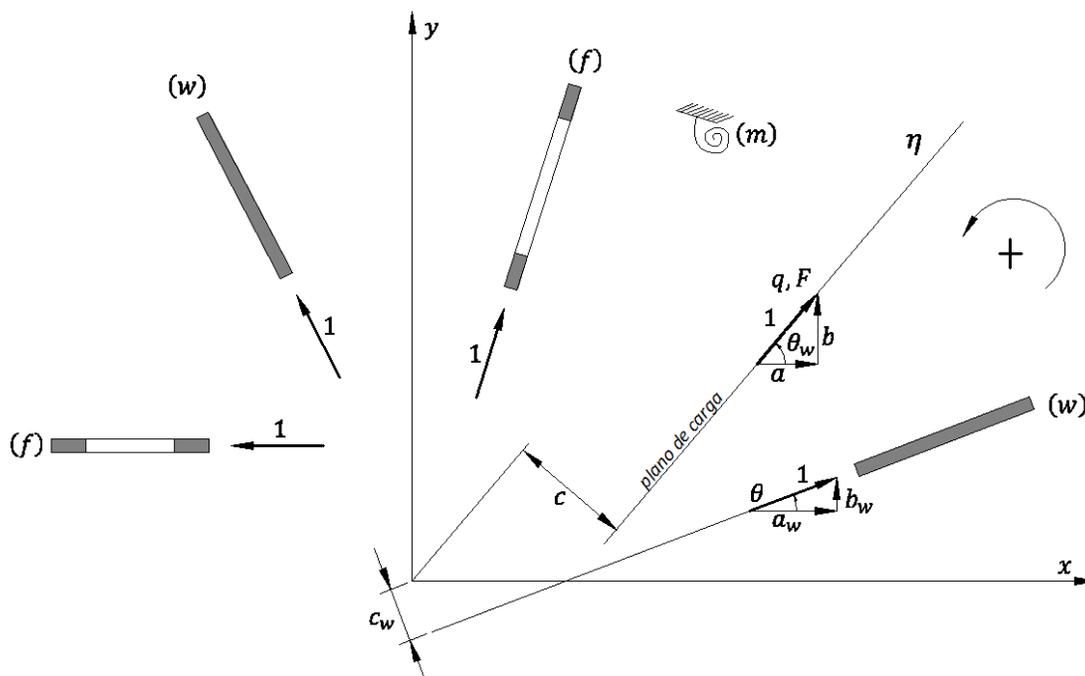


Figura 2.6: Associação múltipla de pilares parede, pórticos e núcleos de seções abertas de parede delgada (planta térrea)

No plano de cada pórtico ou pilar parede, se usa um sistema local de referência de eixos 1 e 2, como nas figuras 2.1 e 2.2. O eixo 1 de cada painel coincide em direção com o vetor unitário positivo da figura 2.6. Os carregamentos, os deslocamentos e os esforços internos nos painéis e núcleos de seções abertas de parede delgada obedecem às convenções de sinais vinculadas aos respectivos sistemas locais de referência.

No sistema global de referência $Oxyz$ os deslocamentos dos diafragmas rígidos estão em função de z , e são:

- u = Deslocamento segundo o eixo Ox .
- v = Deslocamento segundo o eixo Oy .
- φ = Rotação do diafragma em torno do eixo Oz .

Admite-se que os pórticos, pilares parede e núcleos de seções abertas de parede delgada sejam perfeitamente engastados nas suas bases.

2.3.2. Equações de equilíbrio

O equilíbrio do diafragma genérico que é admitido a se deslocar sem atrito entre os diafragmas imediatamente superior e inferior, exige que:

$$\begin{aligned}
\sum_w V_w a_w + \sum_f V_f a_f &= Va \\
\sum_w V_w b_w + \sum_f V_f b_f &= Vb \\
\sum_w V_w c_w + \sum_f V_f c_f + \sum_m (M_{ft} + M_t) &= Vc
\end{aligned} \tag{2.28}$$

nas quais, V é o cortante no nível considerado, M_{ft} e M_t os momentos de flexo-torção e de torção livre, respectivamente dos núcleos de seções abertas de parede delgada.

Em função dos deslocamentos u , v e φ dos diafragmas é possível extrair os deslocamentos do pilar parede, do pórtico e dos núcleos de seções abertas de parede delgada genéricos:

$$\begin{aligned}
u_w &= a_w u + b_w v + c_w \varphi \\
u_f &= a_f u + b_f v + c_f \varphi
\end{aligned} \tag{2.29}$$

as equações diferenciais de pilares parede, pórticos e dos núcleos de seções abertas de parede delgada; de acordo com as equações (2.5) e (2.8), passam a ser:

$$\begin{aligned}
V_w &= -j_w (a_w u'''' + b_w v'''' + c_w \varphi''') \\
V_f &= s_f (a_f u' + b_f v' + c_f \varphi')
\end{aligned} \tag{2.30}$$

substituindo as equações (2.30) nas equações (2.28), encontra-se que, por exemplo, para a primeira das equações (2.28):

$$\begin{aligned}
&\sum_w V_w a_w + \sum_f V_f a_f = Va \\
&-\sum_w j_w u_w'''' a_w + \sum_f s_f u_f' a_f = Va \\
&-\sum_w j_w (a_w u'''' + b_w v'''' + c_w \varphi''') a_w + \sum_f s_f (a_f u' + b_f v' + c_f \varphi') a_f = Va \\
&-\sum_w j_w a_w a_w u'''' - \sum_w j_w b_w a_w v'''' - \sum_w j_w c_w a_w \varphi''' + \sum_f s_f a_f a_f u' + \sum_f s_f b_f a_f v' + \sum_f s_f c_f a_f \varphi' = Va
\end{aligned}$$

da mesma forma para a segunda e terceira das equações (2.28) obtém-se:

$$\begin{aligned}
& -\sum_w j_w a_w b_w u''' - \sum_w j_w b_w b_w v''' - \sum_w j_w c_w b_w \varphi''' + \sum_f s_f a_f b_f u' + \sum_f s_f b_f b_f v' + \sum_f s_f c_f b_f \varphi' = Vb \\
& -\sum_w j_w a_w c_w u''' - \sum_w j_w b_w c_w v''' - \sum_w j_w c_w c_w \varphi''' + \sum_f s_f a_f c_f u' + \sum_f s_f b_f c_f v' + \sum_f s_f c_f c_f \varphi' + \sum_m t_m \varphi' \\
& = Vc
\end{aligned}$$

observando-se que existem termos comuns, os quais podem ser substituídos da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
J_{gh} &= \sum_w j_w g_w h_w \\
S_{gh} &= \sum_f s_f g_f h_f \\
S_m &= \sum_m t_m
\end{aligned} \tag{2.31}$$

nas quais, g, h representas qualquer uma das coordenadas a, b, c; podemos escrever:

$$-\begin{bmatrix} J_{aa} & J_{ab} & J_{ac} \\ J_{ba} & J_{bb} & J_{bc} \\ J_{ca} & J_{cb} & J_{cc}^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u''' \\ v''' \\ \varphi''' \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{aa} & S_{ab} & S_{ac} \\ S_{ba} & S_{bb} & S_{bc} \\ S_{ca} & S_{cb} & S_{cc}^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u' \\ v' \\ \varphi' \end{Bmatrix} = V \begin{Bmatrix} a \\ b \\ c \end{Bmatrix} \tag{2.32}$$

na qual

$$\begin{aligned}
J_{cc}^* &= J_{cc} + \sum_m J_{ft} \\
S_{cc}^* &= S_{cc} + \sum_m J_t
\end{aligned} \tag{2.33}$$

nas quais J_{ft} e J_t que representam o produto de rigidez a flexo-torção e torção livre, e que podem ser sacados das equações (2.12) e (2.27) respectivamente.

2.3.3. Associação contendo unicamente pilares parede

No caso em que a estrutura esteja apenas contraventada por pilares parede, a equação (2.32), fica:

$$-\begin{bmatrix} J_{aa} & J_{ab} & J_{ac} \\ J_{ba} & J_{bb} & J_{bc} \\ J_{ca} & J_{cb} & J_{cc} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u''' \\ v''' \\ \varphi''' \end{Bmatrix} = V \begin{Bmatrix} a \\ b \\ c \end{Bmatrix} \tag{2.34}$$

a qual pode ser desacoplada tomando-se um novo sistema de referência mediante uma translação e um giro. A figura (2.7) apresenta as operações envolvidas.

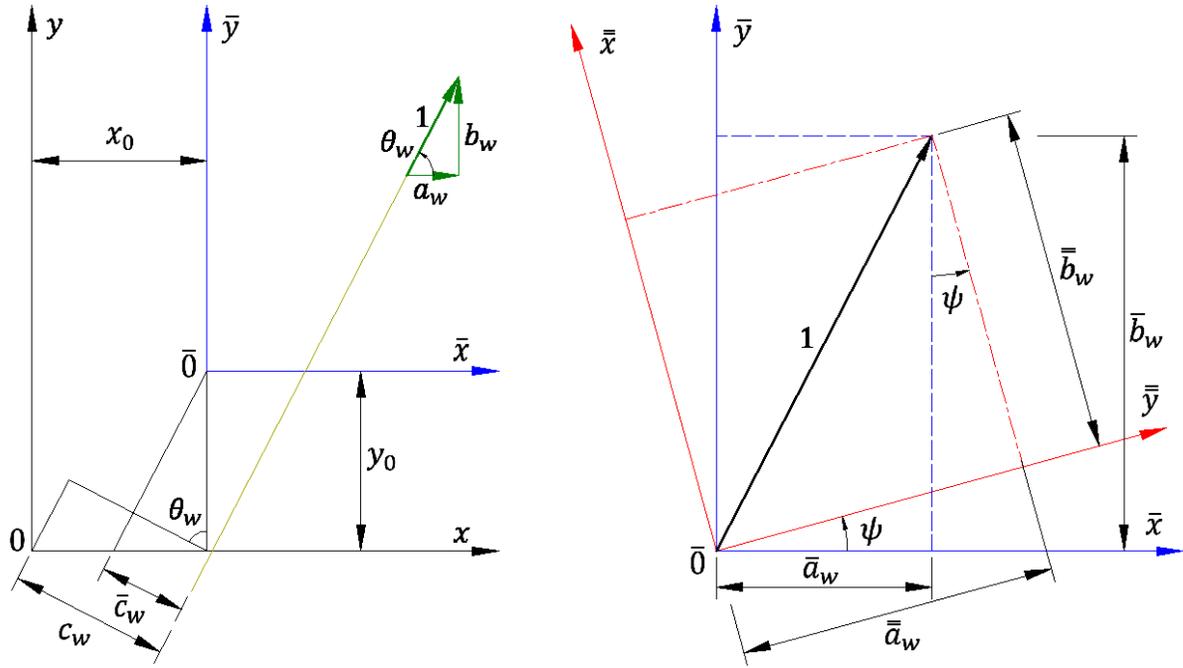


Figura 2.7: Mudança do sistema de referência.

Da primeira das figuras 2.7, mediante a translação do sistema de referência podem-se anular os termos \bar{J}_{ac} e \bar{J}_{bc} que correspondem ao giro acoplado da estrutura; portanto, no novo sistema de referência tem-se:

$$\bar{c}_w = c_w - x_0 b_w + y_0 a_w \quad (2.35)$$

e com isso resulta:

$$\begin{aligned} \bar{J}_{ac} &= \sum_w j_w a_w \bar{c}_w = J_{ac} - x_0 J_{ab} + y_0 J_{aa} = 0 \\ \bar{J}_{bc} &= \sum_w j_w b_w \bar{c}_w = J_{bc} - x_0 J_{bb} + y_0 J_{ab} = 0 \end{aligned} \quad (2.36)$$

resolvendo o sistema das equações (2.36), acha-se o centro $\bar{0}$, para o qual se anulam os termos \bar{J}_{ac} e \bar{J}_{bc} :

$$x_0 = \frac{J_{aa} J_{bc} - J_{ab} J_{ac}}{J_{aa} J_{bb} - J_{ab}^2} \quad y_0 = \frac{-J_{bb} J_{ac} + J_{ab} J_{bc}}{J_{aa} J_{bb} - J_{ab}^2} \quad (2.37)$$

sendo x_0 e y_0 origem das coordenadas do novo sistema de referência. Agora, girando convenientemente o sistema de referência um ângulo ψ do plano $\bar{x}\bar{y}$ em torno do eixo $\bar{0}\bar{z}$ é possível anular o termo $\bar{\bar{J}}_{ab}$.

Da segunda da figura (2.7), com o sistema rotado os valores de a_w e b_w são alterados, mais o valor \bar{c}_w não é alterado. Assim:

$$\begin{aligned}\bar{a}_w &= a_w \cos \psi + b_w \sin \psi \\ \bar{b}_w &= -a_w \sin \psi + b_w \cos \psi\end{aligned}\quad (2.38)$$

agora, para o novo sistema de referência obtém-se:

$$\begin{aligned}\bar{J}_{ab} &= \sum_w j_w \bar{a}_w \bar{b}_w = j_w [a_w b_w (\cos^2 \psi - \sin^2 \psi) + (b_w^2 - a_w^2) \cos \psi \sin \psi] = 0 \\ \bar{J}_{ab} &= J_{ab} \cos 2\psi + \frac{(J_{bb} - J_{aa})}{2} \sin 2\psi = 0\end{aligned}$$

e desta forma obtém-se:

$$\psi = \frac{1}{2} \arctan \frac{2J_{ab}}{J_{aa} - J_{bb}}. \quad (2.39)$$

Portanto, a equação fica desacoplada para o novo sistema de referência $\bar{0}\bar{x}\bar{y}$, podendo-se escrever:

$$-\begin{bmatrix} \bar{J}_{aa} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{J}_{bb} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{J}_{cc} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{u}''' \\ \bar{v}''' \\ \bar{\varphi}''' \end{Bmatrix} = V \begin{Bmatrix} \bar{a} \\ \bar{b} \\ \bar{c} \end{Bmatrix} \quad (2.40)$$

na qual, \bar{u} , \bar{v} e $\bar{\varphi}$ são os deslocamentos segundo o novo sistema de referência.

2.3.4. Associação contendo unicamente pórticos

Para o caso da estrutura contendo unicamente pórticos, procede-se da mesma maneira que no caso anterior, e assim a equação a desacoplar é:

$$\begin{bmatrix} S_{aa} & S_{ab} & S_{ac} \\ S_{ba} & S_{bb} & S_{bc} \\ S_{ca} & S_{cb} & S_{cc}^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u' \\ v' \\ \varphi' \end{Bmatrix} = V \begin{Bmatrix} a \\ b \\ c \end{Bmatrix} \quad (2.41)$$

e cujo desacoplamento é feito seguindo os mesmos passos do caso anterior, e assim neste caso só substituímos os termos J_{gh} por S_{gh} , nas expressões correspondentes (2.37), (2.39) e (2.40) resultando na equação:

$$\begin{bmatrix} \bar{S}_{aa} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{S}_{bb} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{S}_{cc} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{u}' \\ \bar{v}' \\ \bar{\varphi}' \end{Bmatrix} = V \begin{Bmatrix} \bar{a} \\ \bar{b} \\ \bar{c} \end{Bmatrix} \quad (2.42)$$

2.3.5. Desacoplamento do caso geral

Para o caso no qual a estrutura esta formada por uma associação múltipla de pórticos, pilares parede e núcleos de seções abertas de parede delgada; com carregamento no eixo vertical em qualquer direção, o desacoplamento das equações diferenciais da equação (2.32), já exige de partida que o sistema de referência inicial seja aquele que desacopla a matriz de pilares parede $[J]$, e dessa forma a equação inicial passa a escrever-se:

$$-\begin{bmatrix} J_{aa} & 0 & 0 \\ 0 & J_{bb} & 0 \\ 0 & 0 & J_{cc} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u'''' \\ v'''' \\ \varphi'''' \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{aa} & S_{ab} & S_{ac} \\ S_{ba} & S_{bb} & S_{bc} \\ S_{ca} & S_{cb} & S_{cc} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u' \\ v' \\ \varphi' \end{Bmatrix} = V \begin{Bmatrix} a \\ b \\ c \end{Bmatrix} \quad (2.43)$$

agora, o desacoplamento da equação (2.43) é obtido por meio de uma transformação expressa por [3]:

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ \varphi \end{Bmatrix} = [K][E] \begin{Bmatrix} \alpha_u \\ \alpha_v \\ \alpha_\varphi \end{Bmatrix} \quad (2.44)$$

na qual

$$[K] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \sqrt{J_{aa}} & 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{J_{bb}} & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{J_{cc}} \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

E a matriz $[E]$ é tal que suas colunas são os autoversores da matriz formada pelo produto:

$$[K]^T [S] [K] \quad (2.46)$$

as matrizes $[J]$ e $[S]$ são simétricas e definidas positivas, ou seja, com autovalores reais e autovetores ortogonais. A matriz de transformação dada na equação (2.44) é:

$$[T] = [K][E] \quad (2.47)$$

esta equação apresenta as seguintes propriedades:

$$\begin{aligned} [T]^T [J][T] &= [I] \\ [T]^T [S][T] &= [A] \end{aligned} \quad (2.48)$$

na qual $[I]$ é a matriz identidade e $[A]$ é uma matriz diagonal cujos elementos são os autovalores da matriz resultante do produto expresso na equação (2.46). Assim a equação (2.43) pode ser desacoplada e pode ser escrita como:

$$-\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_u''' \\ \alpha_v''' \\ \alpha_\varphi''' \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_u' \\ \alpha_v' \\ \alpha_\varphi' \end{Bmatrix} = V[T]^T \begin{Bmatrix} a \\ b \\ c \end{Bmatrix} \quad (2.49)$$

na qual λ_1, λ_2 e λ_3 , são os autovalores mencionados [5].

2.3.6. Resolução da equação diferencial

Segundo a equação (2.49), observa-se que cada uma das equações envolvidas corresponde a cada uma das direções do sistema desacoplado, e cada equação diferencial tem a seguinte forma:

$$-\alpha''' + \lambda\alpha' = Vi^* \quad (2.50)$$

na qual, Vi^* é um escalar que corresponde a cada uma das equações diferenciais (2.49) do sistema desacoplado. Esta equação diferencial pode ser reescrita da seguinte forma:

$$-\alpha''' + \Lambda^2\alpha' = \Gamma \quad (2.51)$$

na qual $\Lambda^2 = \lambda$ e $\Gamma = Vi^*$. Para a resolução desta equação diferencial consideram-se as seguintes condições de contorno:

$$\begin{aligned} \alpha(z=0) &= 0 \\ \alpha'(z=0) &= 0 \\ \alpha''(z=H) &= 0 \end{aligned} \quad (2.52)$$

sendo que as duas primeiras das equações (2.52) decorrem do engastamento do edifício na base e a última da ausência de flexão no topo do edifício [8].

A integração da equação diferencial (2.51) levando-se em conta as condições de contorno do edifício (2.52) para os casos de carregamento considerados foram descritas no trabalho de Ivo R. Coelho [3] e que são convenientemente reescritas neste trabalho.

1. Carregamento concentrado no topo

$$\alpha_{topo} = C_1 + C_2 e^{\Lambda z} + C_3 e^{-\Lambda z} + \frac{F}{\Lambda^2} z \quad (2.53)$$

na qual

$$C_1 = \frac{F}{\Lambda^3} \left(\frac{-1 + e^{-2\Lambda H}}{1 + e^{-2\Lambda H}} \right) \quad (2.54)$$

$$C_2 = \frac{F}{\Lambda^3} \left(\frac{-e^{-2\Lambda H}}{1 + e^{-2\Lambda H}} \right)$$

$$C_3 = \frac{F}{\Lambda^3} \left(\frac{1}{1 + e^{-2\Lambda H}} \right)$$

2. Carregamento constante

$$\alpha_{constante} = C_4 + C_5 e^{\Lambda z} + C_6 e^{-\Lambda z} + \frac{q_0}{\Lambda^2} \left(Hz - \frac{z^2}{2} \right) \quad (2.55)$$

na qual

$$C_4 = -\frac{q_0}{\Lambda^4} \left(\frac{\Lambda H + 2e^{-\Lambda H} - \Lambda H e^{-2\Lambda H}}{1 + e^{-2\Lambda H}} \right) \quad (2.56)$$

$$C_5 = -\frac{q_0}{\Lambda^4} \left(\frac{e^{\Lambda H} - \Lambda H e^{-2\Lambda H}}{1 + e^{-2\Lambda H}} \right)$$

$$C_6 = -\frac{q_0}{\Lambda^4} \left(\frac{\Lambda H + e^{-\Lambda H}}{1 + e^{-2\Lambda H}} \right)$$

3. Carregamento linear

$$\alpha_{linear} = C_7 + C_8 e^{\Lambda z} + C_9 e^{-\Lambda z} + \frac{q_1 z}{6\Lambda^2 H} (3H^2 - z^2) \quad (2.57)$$

na qual

$$C_7 = \frac{q_1}{2\Lambda^4} \left(\frac{-\Lambda H - 4e^{-\Lambda H} + \Lambda H e^{-2\Lambda H}}{1 + e^{-2\Lambda H}} \right) \quad (2.58)$$

$$C_8 = \frac{q_1}{2\Lambda^4} \left(\frac{2e^{-\Lambda H} - \Lambda H e^{-2\Lambda H}}{1 + e^{-2\Lambda H}} \right)$$

$$C_9 = \frac{q_1}{2\Lambda^4} \left(\frac{\Lambda H - 2e^{-\Lambda H}}{1 + e^{-2\Lambda H}} \right)$$

nessas constantes, os termos q_1 , q_0 e F representam o carregamento linear, o carregamento constante e a força concentrada no topo do edifício respectivamente, tal como se apresenta na figura 2.8:

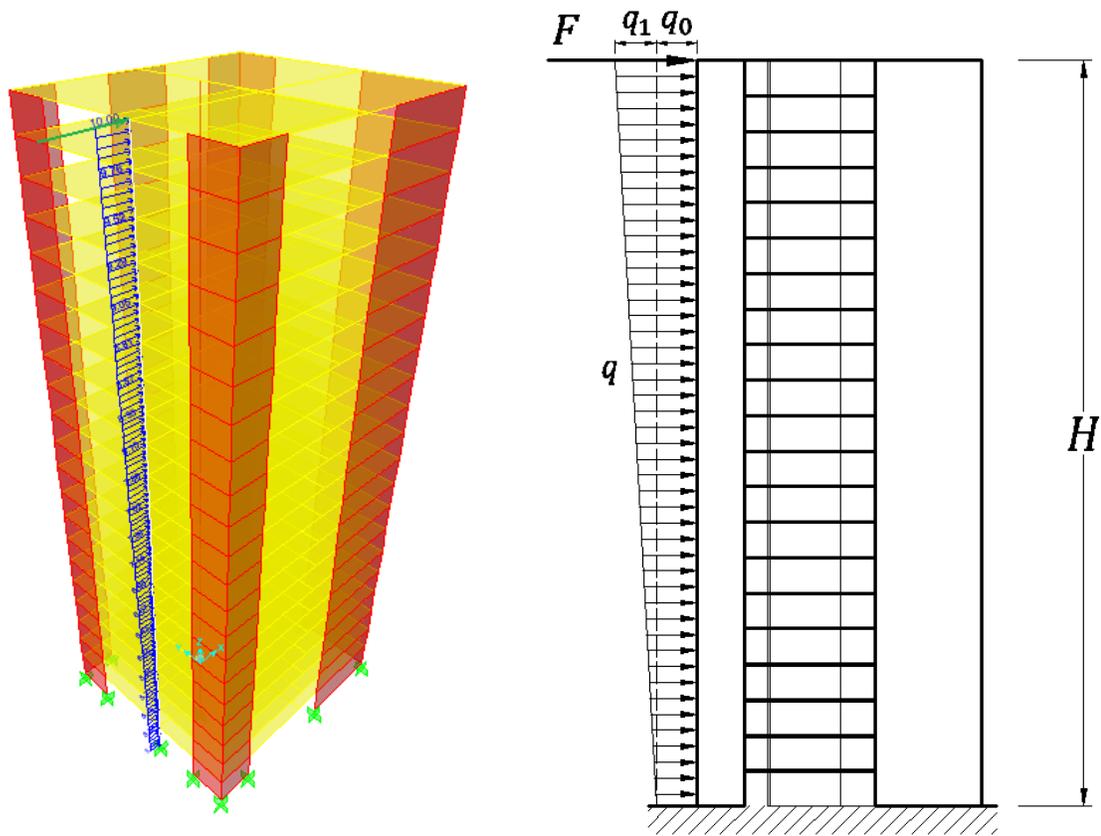


Figura 2.8: Carregamento horizontal no edifício genérico

2.3.7. Desacoplamento em casos singulares

Existem casos nos quais o determinante da matriz $[J] = 0$, e outros nos quais o determinante $[S] = 0$. Os anteriores casos são passíveis de tratamentos similares. No entanto, será tratado unicamente o caso no qual o determinante $[J]$ é nulo.

Será considerado o caso no qual se tem apenas um pilar parede com rigidez na direção paralela ao eixo Oy , e sistema de referência coincidente com o do pilar parede, ou seja, apenas J_{bb} diferente de zero.

Assim as matrizes da equação (2.43) são escritas como:

$$-\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_{bb} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u'''' \\ v'''' \\ \varphi'''' \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{aa} & S_{ab} & S_{ac} \\ S_{ba} & S_{bb} & S_{bc} \\ S_{ca} & S_{cb} & S_{cc} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u' \\ v' \\ \varphi' \end{Bmatrix} = V \begin{Bmatrix} a \\ b \\ c \end{Bmatrix} \quad (2.59)$$

com:

$$\begin{aligned} S_{aa} u' + S_{ab} v' + S_{ac} \varphi' &= Va \\ S_{ac} u' + S_{bc} v' + S_{cc} \varphi' &= Vc \\ -J_{bb} v'''' + S_{ab} u' + S_{bb} v' + S_{bc} \varphi' &= Vb \end{aligned}$$

ou ainda as duas primeiras podem-se escrever como:

$$\begin{bmatrix} S_{aa} & S_{ac} \\ S_{ac} & S_{cc} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u' \\ \varphi' \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} S_{ab} \\ S_{bc} \end{Bmatrix} v' + V \begin{Bmatrix} a \\ c \end{Bmatrix}$$

resultando em:

$$\begin{Bmatrix} u' \\ \varphi' \end{Bmatrix} = \frac{1}{S_{aa}S_{cc} - S_{ac}^2} \begin{bmatrix} S_{cc} & -S_{ac} \\ -S_{ac} & S_{aa} \end{bmatrix} \left[-\begin{Bmatrix} S_{ab} \\ S_{bc} \end{Bmatrix} v' + V \begin{Bmatrix} a \\ c \end{Bmatrix} \right].$$

Portanto, u' e φ' podem ser representados como função de v' ficando da seguinte forma:

$$\begin{aligned} u' &= \frac{S_{bc}S_{ac} - S_{ab}S_{cc}}{S_{aa}S_{cc} - S_{ac}^2} v' + \frac{aS_{cc} - cS_{ac}}{S_{aa}S_{cc} - S_{ac}^2} V \\ \varphi' &= \frac{S_{ab}S_{ac} - S_{bc}S_{aa}}{S_{aa}S_{cc} - S_{ac}^2} v' + \frac{cS_{aa} - aS_{ac}}{S_{aa}S_{cc} - S_{ac}^2} V \end{aligned} \quad (2.60)$$

desta forma nossa equação diferencial geral para este caso fica definida da seguinte forma:

$$-J_{bb} v''' + \vartheta v' = \chi V \quad (2.61)$$

na qual

$$\begin{aligned} \vartheta &= S_{bb} + S_{ab} \frac{S_{bc}S_{ac} - S_{ab}S_{cc}}{S_{aa}S_{cc} - S_{ac}^2} + S_{bc} \frac{S_{ba}S_{ac} - S_{cb}S_{aa}}{S_{aa}S_{cc} - S_{ac}^2} \\ \chi &= b - S_{ab} \frac{aS_{cc} - cS_{ac}}{S_{aa}S_{cc} - S_{ac}^2} + S_{bc} \frac{cS_{aa} - aS_{ac}}{S_{aa}S_{cc} - S_{ac}^2} \end{aligned} \quad (2.62)$$

A resolução da equação diferencial (2.61) segue o mesmo procedimento descrito para a resolução da equação (2.50).

As equações (2.60) permitem mediante simples integração fornecer as componentes do deslocamento.

O caso com um pilar parede com rigidez na direção $0x$ é similar ao caso já visto, não ocorrendo na prática o caso no qual apenas J_{cc} é diferente de zero.

Outra situação de singularidade é aquela na qual apenas $J_{aa} = 0$, este é o caso no qual se tem unicamente pilares parede na direção paralela ao eixo $0y$; ou se somente $J_{bb} = 0$ produto de se ter pilares parede somente na direção paralela ao eixo $0x$. Eliminando-se o deslocamento u na equação diferencial (2.43) obtém-se:

$$-\begin{bmatrix} J_{bb} & 0 \\ 0 & J_{cc} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v''' \\ \varphi''' \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{S}_{bb} & \tilde{S}_{bc} \\ \tilde{S}_{bc} & \tilde{S}_{cc} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u' \\ \varphi' \end{Bmatrix} = V \begin{Bmatrix} \tilde{b} \\ \tilde{c} \end{Bmatrix} \quad (2.63)$$

na qual

$$\begin{aligned}\tilde{S}_{bb} &= \frac{S_{aa}S_{bb} - S_{ab}^2}{S_{aa}} \\ \tilde{S}_{bc} &= \frac{S_{aa}S_{bc} - S_{ab}S_{ac}}{S_{aa}} \\ \tilde{S}_{cc} &= \frac{S_{aa}S_{cc} - S_{ac}^2}{S_{aa}} \\ \tilde{b} &= \frac{bS_{aa} - aS_{ab}}{S_{aa}} \\ \tilde{c} &= \frac{cS_{aa} - aS_{ac}}{S_{aa}}\end{aligned}\tag{2.64}$$

da mesma forma que para o caso anterior, tem-se uma relação de eliminação:

$$u' = \frac{-S_{ab}v' - S_{ac}\varphi' + aV}{S_{aa}}\tag{2.65}$$

O desacoplamento da equação (2.63) é similar que no procedimento dado no item 2.3.5, apenas reduzindo a ordem das matrizes envolvidas. O deslocamento que foi eliminado na equação (2.63) obtém-se por integração simples por meio da equação (2.65).

Aplicabilidade e procedimento do método

3.1. Distribuição da força sísmica na altura

A força cortante sísmica atuante nos diferentes andares de uma edificação pode-se avaliar supondo um conjunto de forças horizontais atuando sobre cada um dos andares onde as massas se supõem a estarem concentradas. A força atuante é igual ao peso da massa aí concentrada, P_i , multiplicado por um coeficiente proporcional à altura h_i da massa em questão sobre o terreno, sem incluir caixas de água ou outros dispositivos do topo [1].

O período fundamental para cada direção da análise será calculada com a seguinte equação:

$$T_n = \frac{H}{C_T} \quad (3.1)$$

na qual H é a altura total do edifício, e, C_T é um coeficiente sismo-resistente com [1]:

- $C_T = 35 \text{ m/s}$, para edifícios cujos elementos resistentes a carregamento horizontal na direção considerada sejam unicamente pórticos.
- $C_T = 45 \text{ m/s}$, para edifícios de concreto armado cujos elementos resistentes a carregamento horizontal sejam pórticos e as caixas de ascensores e escadas.
- $C_T = 60 \text{ m/s}$, para estruturas de alvenaria e para todos os edifícios de concreto armado cujos elementos resistentes a carregamento horizontal sejam fundamentalmente pilares parede.

A força cortante total externa na base da estrutura, correspondente à direção considerada, é determinada pela equação (1.63) convenientemente repetida aqui [1]:

$$V_{bo} = \frac{A}{g} W \quad (3.2)$$

Como foi dito no capítulo 1, a equação (3.2) depende dos parâmetros do período fundamental T_n e do amortecimento ζ do edifício.

A distribuição da força de terremoto na altura é considerada da seguinte forma: se o período fundamental T_n é maior que 0,7 seg, uma parte da força cortante V_{bo} , denominada F , deverá aplicar-se como força concentrada no topo do edifício [1]. Esta força F será determinada mediante a equação:

$$F = 0,07T_n V_{bo} \leq 0,15V_{bo} \quad (3.3)$$

o restante da força cortante, ou seja, $(V_{bo} - F)$ deverá distribuir-se entre os vários níveis, incluindo o último nível, de acordo à seguinte equação:

$$F_i = \frac{P_i h_i}{\sum_{j=1}^n P_j h_j} (V_{bo} - F) \quad (3.4)$$

na qual

- P_i = O peso do nível i .
- h_i = Altura do nível " i " com relação ao nível do terreno.
- F = Força horizontal concentrada no topo do edifício.

Nesta dissertação a força cortante que atua em cada nível é dada pela seguinte equação:

$$V_i = F_i + F \quad (3.5)$$

a força cortante em cada nível V_i é suposta atuar no centro de massa do nível respectivo. O efeito da excentricidade acidental e_i para cada direção da análise é considerada como 0,05 vezes a dimensão do edifício na direção perpendicular à ação do carregamento considerado.

Portanto, em cada nível, além da força atuante se aplicará o momento acidental denominado Mt_i que se calcula como:

$$Mt_i = \pm F_i e_i . \quad (3.6)$$

É usual supor que as condições mais desfavoráveis obtêm-se considerando as excentricidades acidentais com o mesmo sinal em todos os níveis. Consideram-se aqui unicamente os incrementos das forças horizontais e não os decrementos.

A seguir apresentam-se três exemplos aplicando a técnica do meio contínuo. Os dois primeiros são exemplos desenvolvidos por Ivo R. Coelho e Stamato e colocados nesta dissertação com fins de precisão do método do meio contínuo. Estes edifícios foram calculados para um carregamento externo uniforme, já o terceiro exemplo foi desenvolvido para propósitos desta dissertação com um carregamento equivalente ao terremoto

3.2. Exemplo 1

Na figura 3.1 apresenta-se a planta térrea de um edifício conformado pela associação de pilares parede e pórticos, estudado por Ivo R. Coelho [3], nesta dissertação o exemplo também foi desenvolvido pelo método dos elementos finitos fazendo-se uso do programa SAP2000. Um exame da distribuição dos painéis mostra que se trata de um caso não singular. O edifício é formado por 10 andares e pé direito constante $h = 3m$, submetido a um carregamento uniformemente distribuído na direção y no meio do edifício com um valor de $P = 1,3 \frac{tf}{m}$. Os dados dos painéis que conformam o edifício deste exemplo estão sumarizados nas tabelas 3.1 e 3.2.

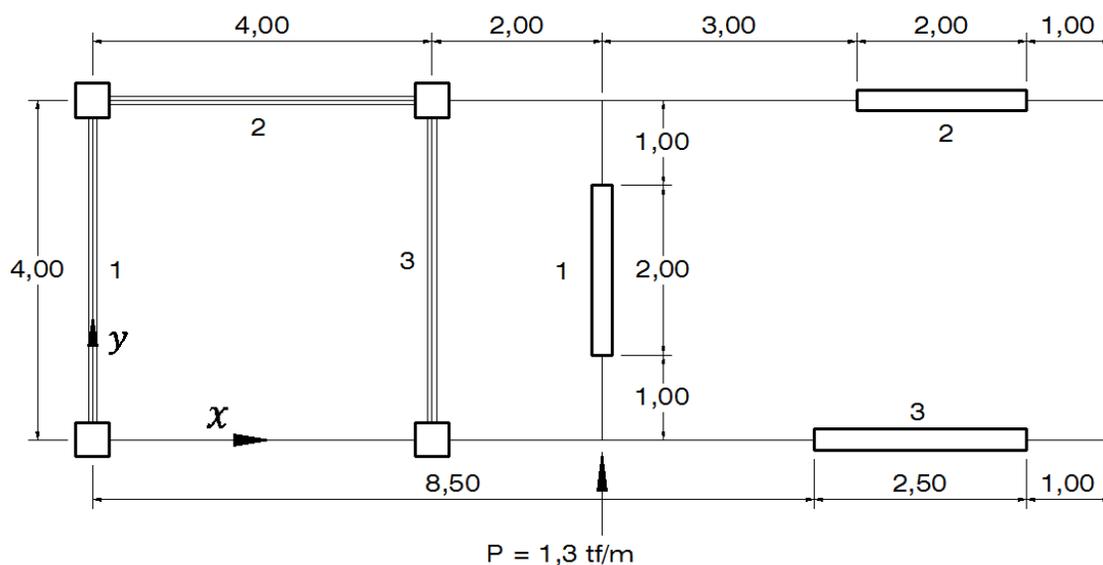


Figura 3.1: Planta térrea do edifício conformado pela associação de pilares parede e pórticos (caso não singular)

Tabela 3.1: Pilares parede do exemplo 1. X1 e Y1 representam as coordenadas do nó inicial do pilar parede. X2 e Y2 representam o nó final da respectiva parede

Pilar parede	E_w (tf/m^2)	Num. anda	Nó Inicial		Nó Final		Espessura (m)
			X1	Y1	X2	Y2	
1	2000000	10	6	1	6	3	0,25
2	2000000	10	8,5	0	11	0	0,25
3	2000000	10	9	4	11	4	0,25

Tabela 3.2: Pórticos do exemplo 1. X e Y representam as coordenadas das colunas de cada um dos pórticos. m contem as larguras de seções das vigas. n contem os comprimentos de seções das vigas.

Pórtico	E_f (tf/m^2)	Num. anda	h_i (m)	Num. Col.	Nó coluna		Seção da coluna	
					X	Y	m	n
1	2000000	10	3	2	0;0	0;4	0,4; 0,4	0,4; 0,4
2	2000000	10	3	2	0;4	4;4	0,4; 0,4	0,4; 0,4
3	2000000	10	3	2	4;4	0;4	0,4; 0,4	0,4; 0,4

Na figura 3.2, apresenta-se o deslocamento do pilar parede 2 na sua direção principal e o giro genérico do diafragma rígido, resultante da análise do edifício pela técnica do meio contínuo (TMC) e também o resultado obtido pelo método dos elementos finitos (MEF).

Na tabela 3.3 são mostrados os resultados do deslocamento das três direções principais. Na figura 3.2 são mostrados também os resultados obtidos com uma análise por elementos finitos (matricial). Observa-se que a diferença entre ambos os métodos é muito pequena, sendo que a maior divergência dos resultados obtidos pela técnica do meio contínuo com respeito ao método dos elementos finitos está em torno do 6%.

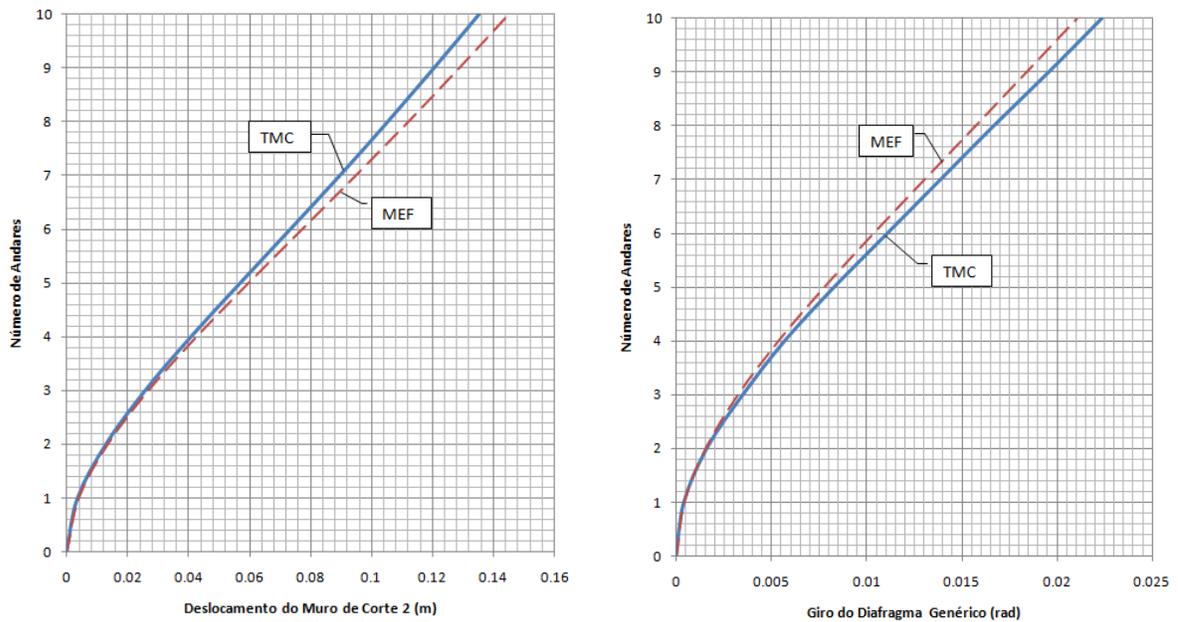


Figura 3.2: Deslocamentos principais do edifício do exemplo 1

Tabela 3.3: Deslocamentos e giro do diafragma genérico do exemplo 1

Andar	Técnica do meio contínuo			Método dos elementos finitos		
	u	v	φ	u	v	φ
0	0	0	0	0	0	0
1	0.0004	0.0036	0.0004	1.31E-04	0.0039	0.0004
2	0.0016	0.0129	0.0016	5.50E-04	0.0134	0.0015
3	0.0035	0.0258	0.0035	0.0013	0.0268	0.0032
4	0.0061	0.0408	0.0057	0.0024	0.0425	0.0054
5	0.0093	0.057	0.0083	0.00385	0.0596	0.0078
6	0.0129	0.0734	0.0111	0.00564	0.0772	0.0104
7	0.0169	0.0897	0.0139	0.00773	0.0948	0.0130
8	0.0211	0.1054	0.0167	0.01007	0.1120	0.0157
9	0.0255	0.1206	0.0196	0.01259	0.1286	0.0184
10	0.0300	0.1354	0.0224	0.01521	0.1449	0.0211

3.3. Exemplo 2

Na figura 3.3 apresenta-se a planta térrea de um edifício de 10 andares com pé direito constante $h = 5'$, e módulo de elasticidade para todos os elementos estruturais de 420 kip/in^2 , o qual foi desenvolvido por Stamato [8] nos laboratórios do Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Southamton, Inglaterra, razão pela que as unidades estão expressas em unidades inglesas. Nesta dissertação o exemplo também foi desenvolvido pelo método dos elementos finitos fazendo-se uso do programa SAP2000.

Trata-se de um caso singular, já que como se pode observar, o edifício unicamente possui um pilar parede paralelo na direção y , e, além disso, situa-se na origem dos eixos principais de referência do edifício, por estas razões a resolução deste exemplo pela equação (2.32) não é possível mais sim pela equação (2.59) na qual apenas o termo J_{bb} é diferente de zero.

O edifício está submetido a um carregamento horizontal uniformemente distribuído na direção y no meio do edifício com um valor de $P = 0,2 \text{ lb/in}$. Os dados dos painéis que conformam o edifício deste exemplo estão sumarizados nas tabelas 3.4 e 3.5.

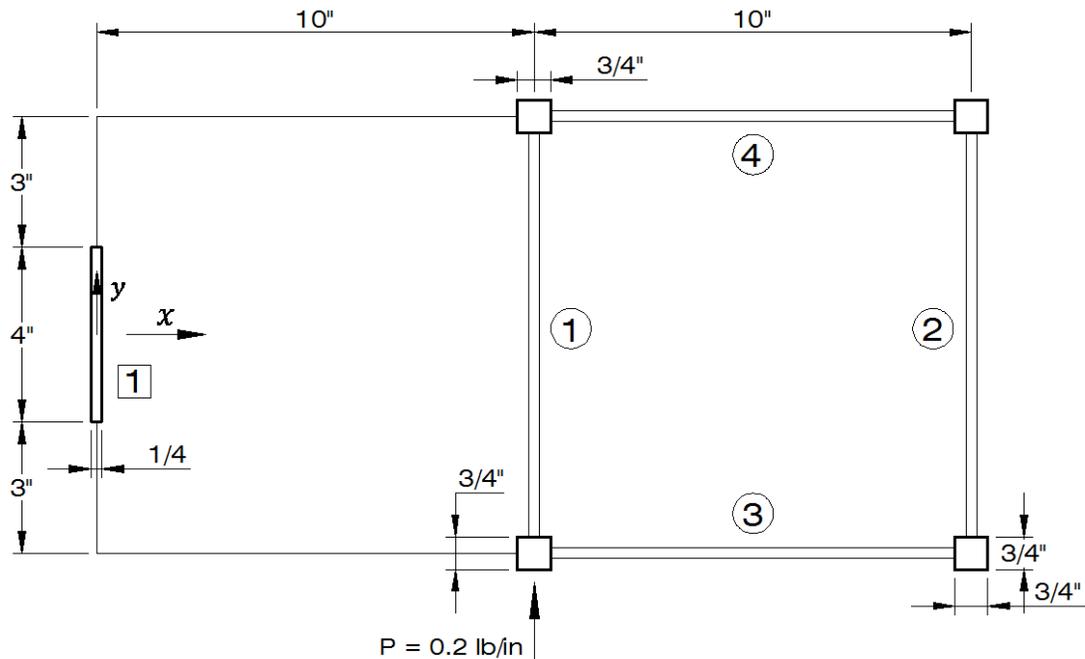


Figura 3.3: Planta térrea do edifício conformado pela associação de pórticos e um pilar parede (caso singular)

Tabela 3.4: Pilar parede do exemplo 2. X1 e Y1 representam as coordenadas do nó inicial do pilar parede. X2 e Y2 representam o nó final da respectiva parede

Pilar parede	Nó Inicial		Nó Final		Espessura (in)
	X1	Y1	X2	Y2	
1	0	-2	0	2	0,25

Tabela 3.5: Pórticos do exemplo 2, na qual m_c contem as larguras de seções das colunas, n_c contem os comprimentos de seções das colunas, m_v contem as larguras de seções das vigas e n_v contem os comprimentos de seções das vigas.

Pórtico	Num Col.	Nó coluna		Seção das colunas		Seção das vigas	
		X	Y	m_c	n_c	m_v	n_v
1	2	10; 10	-5; 5	0,75; 0,75	0,75; 0,75	1,25	0,25
2	2	20; 20	-5; 5	0,75; 0,75	0,75; 0,75	1,25	0,25
3	2	10; 20	-5; -5	0,75; 0,75	0,75; 0,75	1,25	0,25
4	2	10; 20	5; 5	0,75; 0,75	0,75; 0,75	1,25	0,25

Na figura 3.4 apresenta-se o deslocamento principal do pórtico 1 e giro do diafragma rígido resultantes da análise do edifício pela técnica do meio contínuo (TMC) e também o resultado obtido pelo método dos elementos finitos (MEF). Pode-se observar que os gráficos de deslocamentos são muito similares ao ser comparados com os resultantes da aplicação do método dos elementos finitos (discreto), sendo que a maior divergência relativa dos

resultados da técnica do meio contínuo com respeito ao método dos elementos finitos está em torno de 10% para o deslocamento.

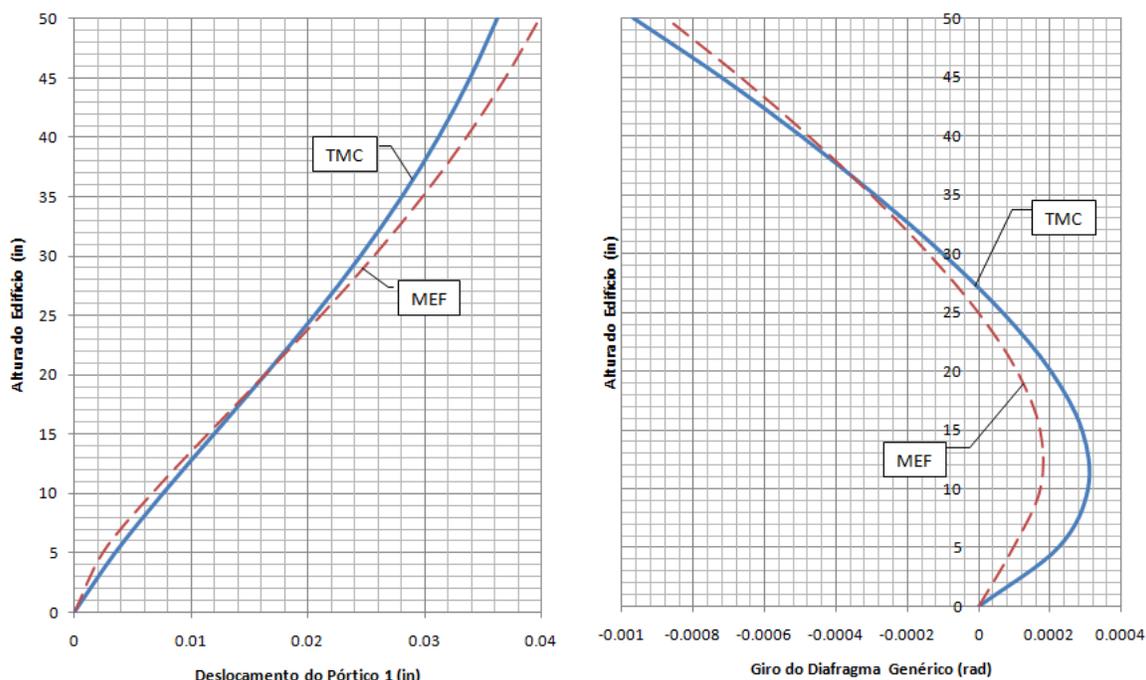


Figura 3.4: Deslocamentos principais do edifício do exemplo 2

3.4. Exemplo 3

Na figura 3.5, apresenta-se a planta de um edifício constituído por pilares paredes, paralelos aos eixos principais e diagonais; também se apresentam pórticos alinhados aos eixos principais e diagonais. Outra particularidade é que o edifício apresenta núcleos de seção aberta de parede delgada (caixa de elevadores e escada) e foi desenhado especificamente para esta dissertação pelo autor.

Este exemplo foi também desenvolvido pelo método dos elementos finitos fazendo-se uso do programa SAP2000 e comparado com a técnica do meio contínuo para deslocamentos e giro nos eixos referidos ao sistema de referencia proposto. É importante levar em conta que para fines de comparação foi feita uma rotação dos eixos principais encontrados na técnica do meio contínuo.

y pela face principal e saindo a uma distância de 23,5 m pela fachada posterior. Na figura 3.6 apresenta-se o carregamento horizontal que atinge ao edifício.

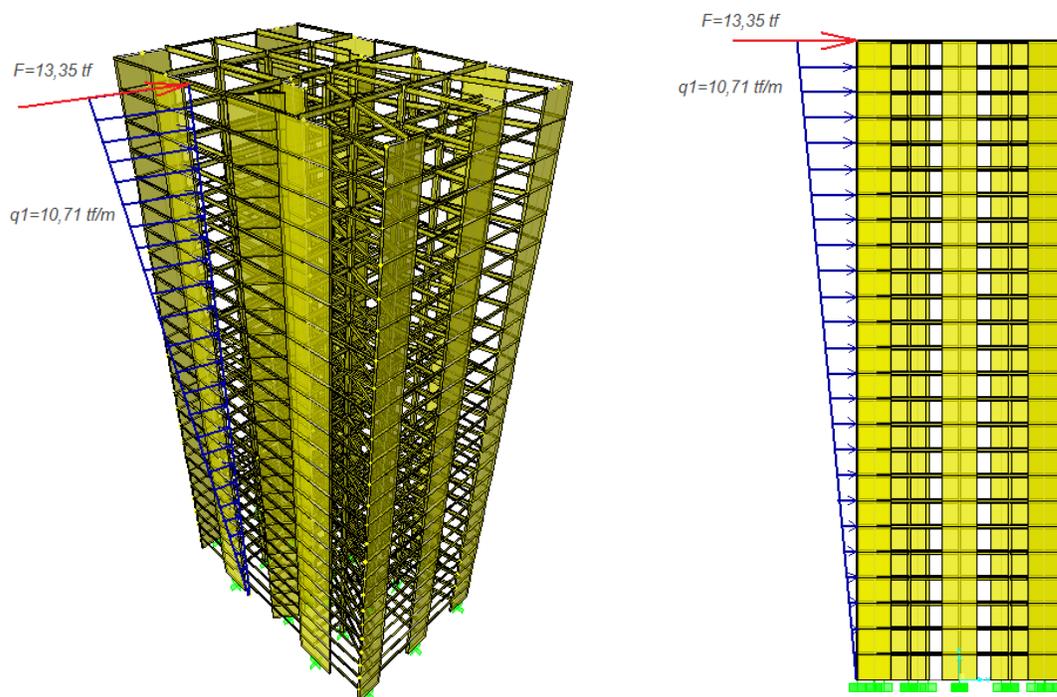


Figura 3.6: Força concentrada no topo e carregamento linear produzidas pelo terremoto.

Primeiramente foi calculado o período fundamental para as duas direções da análise e a força cortante na base do edifício por meio das equações (3.1) e (3.2) respectivamente. Com esses dados calculamos a distribuição da força sísmica na altura com as equações (3.3) e (3.4) e por meio da equação (3.5) calcula-se a força cortante que atinge em cada andar do edifício. Os dados geométricos dos pórticos e pilares parede que conformam este edifício estão sumarizados nas tabelas 3.6 e 3.7.

Tabela 3.6: Pilar parede do exemplo 3. X1 e Y1 representam as coordenadas do nó inicial do pilar parede. X2 e Y2 representam o nó final da respectiva parede.

Pilar parede	Nó Inicial		Nó Final		Espessura (<i>m</i>)
	X1	Y1	X2	Y2	
1	0,0	0,0	0,0	6,2	0,30
2	0,0	17,8	0,0	24,0	0,30
3	36,0	0,0	36,0	4,0	0,30
4	36,0	10,0	36,0	14,0	0,30
5	36,0	20,0	36,0	24,0	0,30
6	6,5	0,0	11,5	0,0	0,30
7	24,5	0,0	30,5	0,0	0,30
8	6,5	24,0	12,5	24,0	0,30
9	24,5	24,0	29,5	24,0	0,30
10	18,0	0,0	21,0	3,7	0,30
11	22,0	20,3	18,0	24,0	0,30

Tabela 3.7: Pórticos do exemplo 3, na qual m_c contem as larguras de seções das colunas, n_c contem os comprimentos de seções das colunas, m_v contem as larguras de seções das vigas e n_v contem os comprimentos de seções das vigas.

Pór	Num Col.	Nó coluna		Seção das colunas		Seção das vigas	
		X	Y	m_c	n_c	m_v	n_v
1	5	9;9;9;9;9	0;6;12;18;24	0,4;0,4;0,4;0,4;0,4	0,4;0,6;0,6;0,6;0,4	0,5;0,5;0,5;0,5	0,2;0,2;0,2;0,2
2	5	18;18;18;18;18	0;7,15;12;16,85;24	0,4;2,3;0,4;2,3;0,4	0,4;0,3;0,6;0,3;0,4	0,5;0,5;0,5;0,5	0,2;0,2;0,2;0,2
3	5	27;27;27;27;27	0;6;12;18;24	0,4;0,4;0,4;0,4;0,4	0,4;0,6;0,6;0,6;0,4	0,5;0,5;0,5;0,5	0,2;0,2;0,2;0,2
4	3	0;9;19,65	6;6;6	0,3;0,6;3,3	0,4;0,4;0,3	0,5;0,5	0,2;0,2
5	5	0;9;18;27;36	12;12;12;12;12	0,4;0,6;0,6;0,6;0,4	0,4;0,4;0,4;0,4;0,4	0,5;0,5;0,5;0,5	0,2;0,2;0,2;0,2
6	3	0;9;16,35	18;18;18	0,4;0,4;0,3	0,3;0,6;3,3	0,5;0,5	0,2;0,2
7	3	21,3;27;36	8,3;6;2,8	0,3;0,4;0,4	0,6;0,6;0,4	0,5;0,5	0,2;0,2
8	3	18;27;36	15,7;18;20	0,6;0,6;0,3	0,3;0,4;0,4	0,5;0,5	0,2;0,2

Na figura 3.7 apresentam-se os deslocamentos do edifício nas direções x e y , assim como o giro do diafragma genérico. Pode-se observar que os gráficos de deslocamentos são muito próximos de aqueles obtidos pela aplicação do método dos elementos finitos (discretas), sendo que a maior divergência relativa dos resultados da técnica do meio contínuo com respeito ao método dos elementos finitos está em torno de 25% para o deslocamento no eixo X, 5% para o deslocamento no eixo Y e menos de 1% para o giro. Observou-se também uma significativa diferença em tempo de processamento entre ambos os métodos, sendo que a técnica do meio contínuo obteve os resultados quase instantaneamente, enquanto que o método dos elementos finitos usou vários minutos para apresentar os resultados deste exemplo. Adicionalmente, o método dos elementos finitos precisou de um tempo significativo para o ingresso dos dados (desenho geométrico dos elementos estruturais e introdução de parâmetros dos materiais que conformam o edifício), já a técnica do meio contínuo somente

precisa o ingresso dos dados de cada painel constituinte do edifício, tal como os mostrados nas tabelas 3.6 e 3.7.

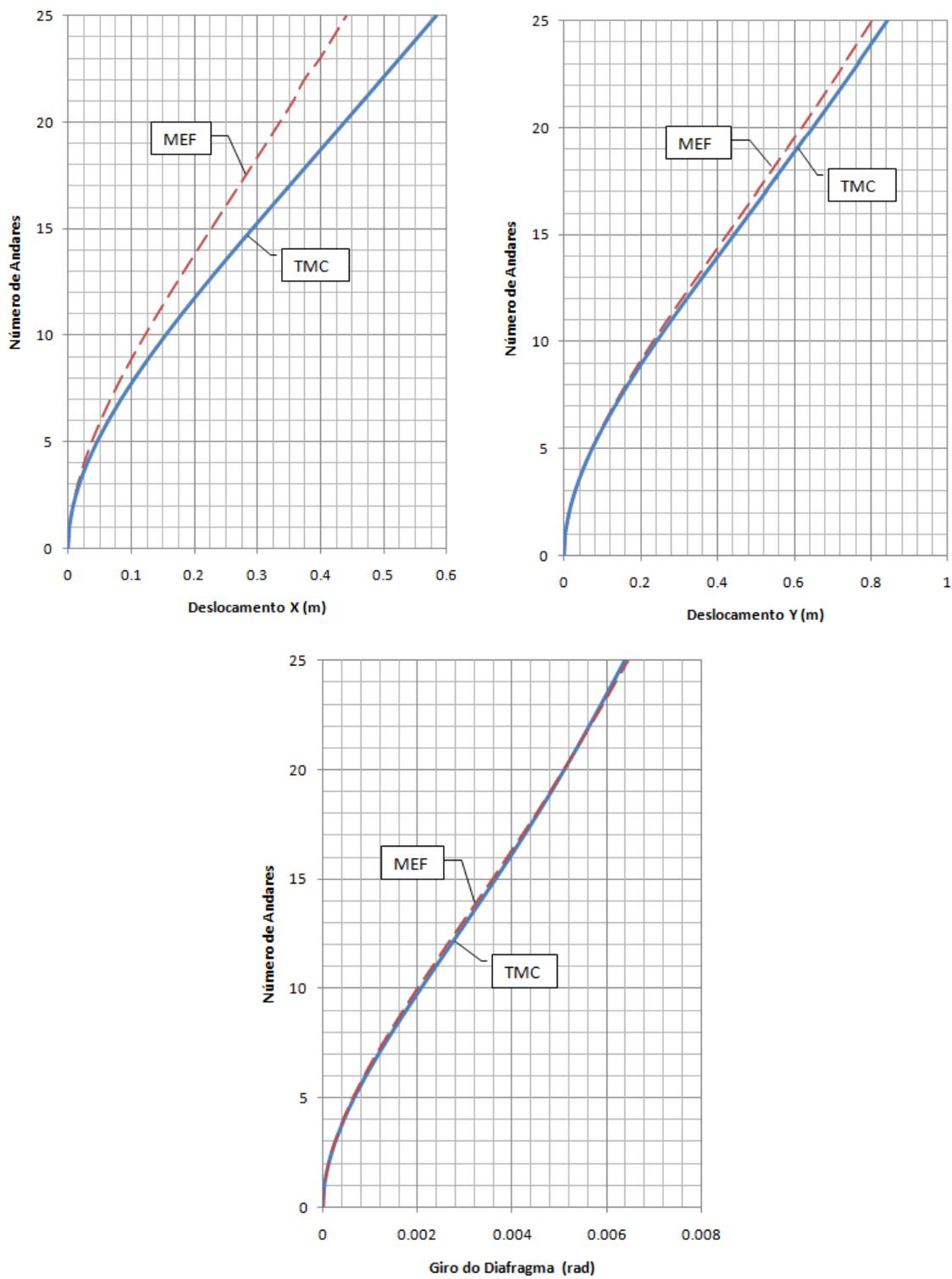


Figura 3.7: Deslocamentos principais do edifício do exemplo 3

Na figura 3.8 apresentam-se os deslocamentos de alguns dos painéis.

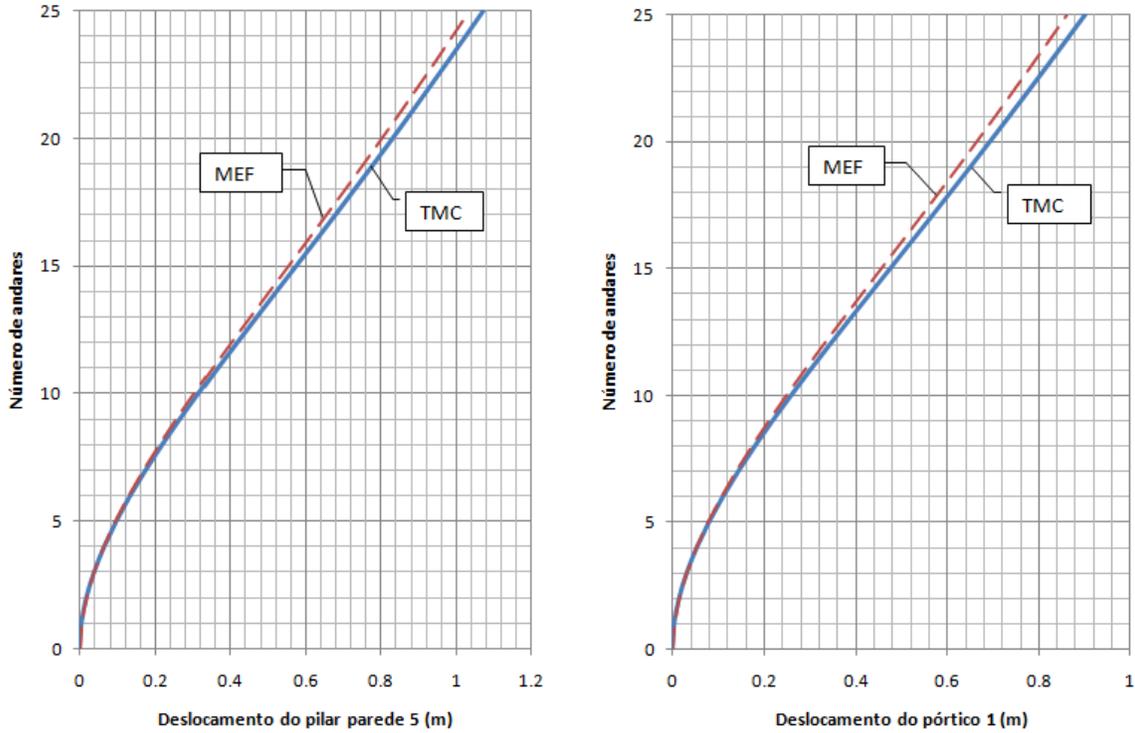


Figura 3.8: Deslocamentos do pilar parede 5 e o pórtico 1. Os deslocamentos estão em coordenadas locais

Para completar o presente estudo, torna-se necessário calcular os esforços internos de cada painel do edifício, ou seja:

1. Carregamento concentrado no topo (F).

$$\begin{aligned}
 M_w &= j_w u'' = j_w \Lambda^2 (C_2 e^{\Lambda z} + C_3 e^{-\Lambda z}) \\
 V_w &= -j_w u''' = -j_w \Lambda^3 (-C_2 e^{\Lambda z} + C_3 e^{-\Lambda z}) \\
 V_f &= s_f u' = s_f \Lambda \left(C_2 e^{\Lambda z} - C_3 e^{-\Lambda z} + \frac{F}{\Lambda^3} \right)
 \end{aligned}$$

2. Carregamento uniforme ($V_i c$).

$$\begin{aligned}
 M_w &= j_w u'' = j_w \Lambda^2 \left(C_5 e^{\Lambda z} + C_6 e^{-\Lambda z} - \frac{V_i c}{\Lambda^4} \right) \\
 V_w &= -j_w u''' = j_w \Lambda^3 (-C_5 e^{\Lambda z} + C_6 e^{-\Lambda z}) \\
 V_f &= s_f u' = j_w \Lambda \left(C_5 e^{\Lambda z} - C_6 e^{-\Lambda z} + \frac{V_i c (H - z)}{\Lambda^3} \right)
 \end{aligned}$$

3. Carregamento linearmente distribuído (V_{i_T}).

$$M_w = j_w u'' = j_w \Lambda^2 \left(C_8 e^{\Lambda z} + C_9 e^{-\Lambda z} - \frac{V_{i_T}}{\Lambda^4 H} \right)$$

$$V_w = -j_w u''' = -j_w \Lambda^3 \left(-C_8 e^{\Lambda z} + C_9 e^{-\Lambda z} + \frac{V_{i_T}}{\Lambda^5 H} \right)$$

$$V_f = s_f u' = s_f \Lambda \left(C_8 e^{\Lambda z} - C_9 e^{-\Lambda z} + \frac{V_{i_T} (H^2 - z^2)}{2\Lambda^3 H} \right)$$

Nas figuras 3.9, 3.10 e 3.11 apresentam-se esforços ao momento fletor e a força cortante de alguns painéis que conformam o edifício.

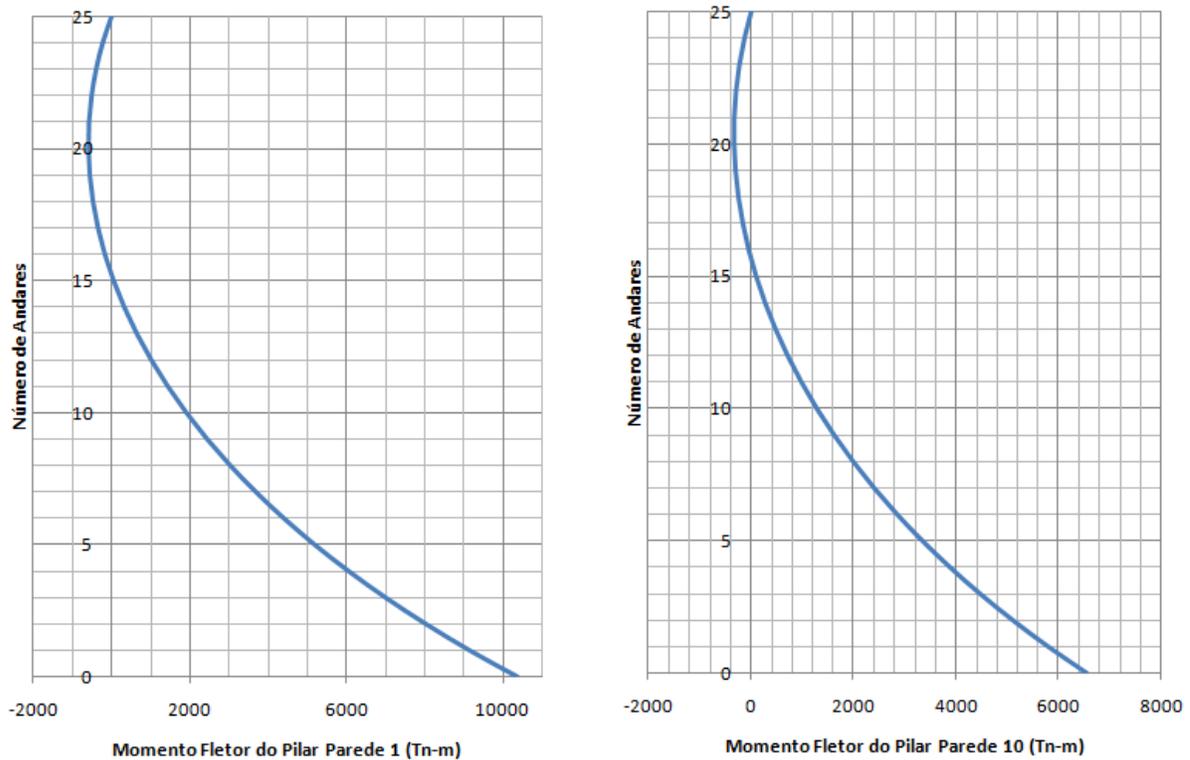


Figura 3.9: Momentos fletores dos pilares parede 1 e 10

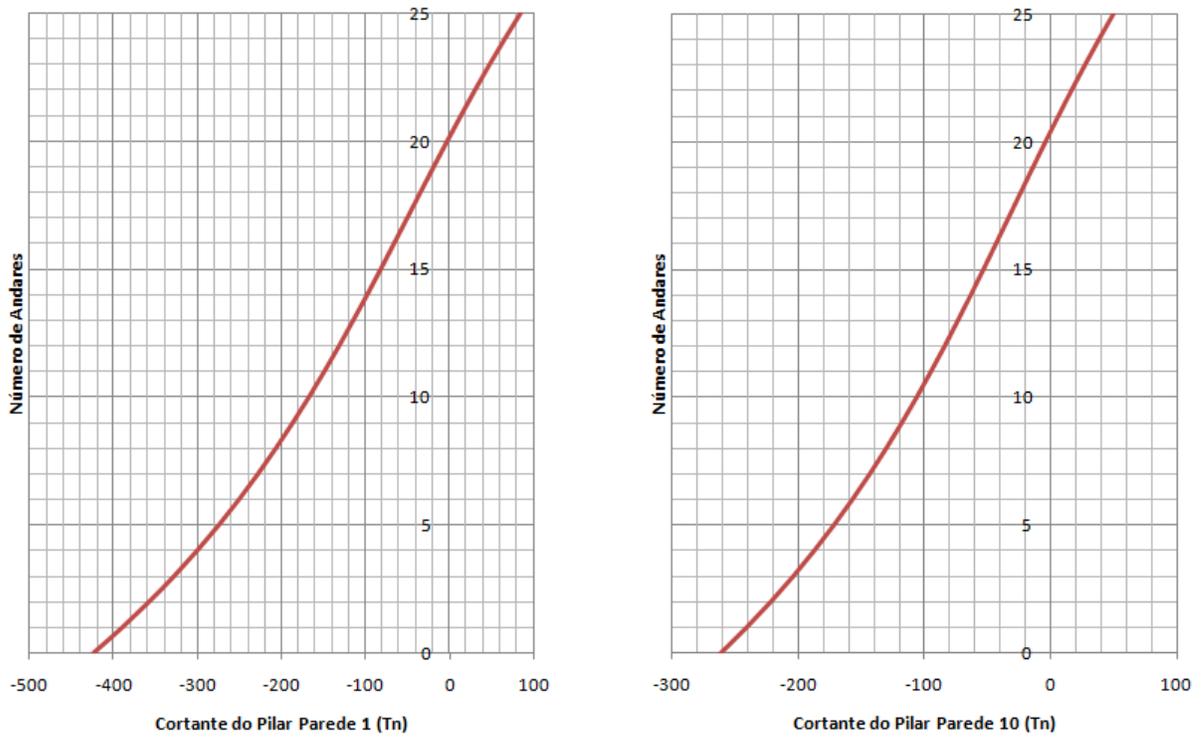


Figura 3.10: Força cortante dos pilares parede 1 e 10

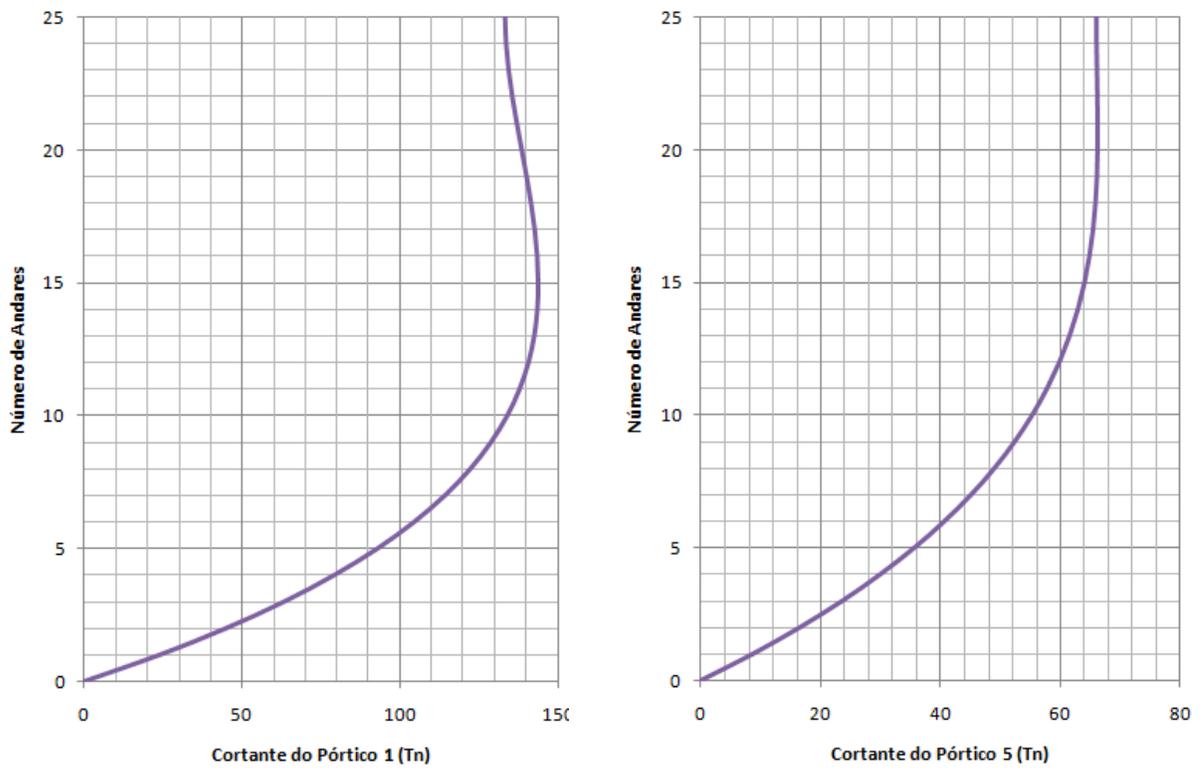


Figura 3.11: Força cortante dos pórticos 1 e 5

Conclusões

No presente trabalho foi abordada a modelagem de estruturas de edifícios altos, sujeitos a carregamentos de terremotos, usando a técnica do meio contínuo, a qual se mostrou bastante apropriada para seu emprego em fases preliminares de projetos. Foram trabalhadas as equações constitutivas dos vários tipos usuais de painéis que formam o edifício (pilares parede, pórticos e núcleos de seções abertas de parede delgada). Foi também utilizado o problema do desacoplamento das equações resultantes, bem como o tratamento de casos de arranjo de painéis em planta apresentando singularidades (degeneração). Os resultados da análise realizada em três exemplos de aplicação foram comparados com os resultantes do emprego do método dos elementos finitos, observando-se uma boa proximidade entre os resultados de ambos os métodos. Observou-se também que a técnica do meio contínuo obtém os resultados em tempos computacionais significativamente menores do que o método dos elementos finitos, além de ser mais simples no ingresso de dados, e, conseqüentemente, sujeito a menos erros.

A abordagem do carregamento por terremoto foi feita seguindo procedimentos clássicos por meio do estudo da resposta de sistema de um grau de liberdade, cuja integração foi trabalhada pelo método de Newmark. O integrador temporal de Newmark apresenta uma família de soluções controlada por dois parâmetros (β e γ); sendo também estudada a região de estabilidade. Além disso, foi apresentada uma discussão sobre as técnicas baseadas nos chamados espectros de resposta.

Finalizando, cumpre assinalar que o presente trabalho apresenta um exercício cuidadoso de aplicação da técnica do meio contínuo em problemas de solicitação por terremoto, bem como uma revisão dos critérios da abordagem do carregamento sísmico. Os exemplos de aplicação, cujos cálculos foram realizados com um algoritmo computacional preparado especialmente para esse propósito mostram que os objetivos foram atingidos.

Definições para o cálculo da força sísmica

A.1 Período natural de vibração e frequência natural circular de vibração

O tempo requerido para que o sistema sem amortecimento complete um ciclo de livre vibração é conhecido como o período natural de vibração do sistema, que é denotado como T_n (segundos) e esta relacionada à frequência natural circular de vibração ω_n (radiais por segundo) mediante a seguinte equação [2]:

$$T_n = \frac{2\pi}{\omega_n} \quad (\text{A.1})$$

Na qual ω_n é a expressão dada por:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (\text{A.2})$$

k é a rigidez do sistema e m a sua massa.

Um sistema executa $\frac{1}{T_n}$ ciclos num segundo. Esta é a frequência cíclica de vibração e é denotada por:

$$f_n = \frac{1}{T_n} \quad (\text{A.3})$$

as unidades de f_n estão em hertz (Hz) [ciclos por segundo (cps)]; f_n é relacionada com ω_n por:

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} \quad (\text{A.4})$$

A.2 Livre vibração sem amortecimento

A equação que governa o movimento de um sistema simples linear sujeito a uma força externa é $m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p(t)$. Tem-se que $p(t) = 0$ para a equação diferencial que governa o sistema de livre vibração para sistemas sem amortecimento ($c = 0$), portanto a equação do movimento se expressa como [2]:

$$m\ddot{u} + ku = 0 \quad (\text{A.4})$$

A livre vibração é inicializada por perturbação da posição do equilíbrio estático do sistema. Assim, considera-se que a massa tem o mesmo deslocamento $u(0)$ e a mesma velocidade $\dot{u}(0)$ num tempo zero, definido como instante de inicialização do movimento:

$$u = u(0) \quad \dot{u} = \dot{u}(0) \quad (\text{A.5})$$

A solução da equação diferencial (A.4) que é linear, homogênea, de segundo ordem e de coeficientes constantes sujeita a estas condições iniciais tem a forma de:

$$u = e^{st}$$

na qual a constante s é desconhecida. Substituindo-se este valor na equação (A.4) obtém-se:

$$(ms^2 + k)e^{st} = 0$$

o termo exponencial nunca é zero, portanto, a equação característica é:

$$(ms^2 + k) = 0 \quad s_{1,2} = \pm i\omega_n$$

Na qual $i = \sqrt{-1}$. Portanto, a solução geral da equação (A.4) é:

$$u(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$$

após substituição nesta equação o termo $s_{1,2} = \pm i\omega_n$, obtém-se:

$$u(t) = A_1 e^{i\omega_n t} + A_2 e^{-i\omega_n t}$$

na qual as constantes A_1 e A_2 são ainda indeterminadas. Usando o teorema de Moivre encontra-se:

$$\cos x = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2} \quad \sin x = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$$

nossa equação fica como:

$$u(t) = A \cos \omega_n t + B \sin \omega_n t$$

na qual as constantes A e B são constantes ainda desconhecidas. Fazendo diferenciação na equação anterior obtém-se:

$$\dot{u}(t) = -\omega_n A \sin \omega_n t + \omega_n B \cos \omega_n t$$

Avaliando estas equações no tempo inicial zero obtêm-se as constantes A e B em termos do deslocamento inicial $u(0)$ e a velocidade $\dot{u}(0)$:

$$u(0) = A \quad \dot{u}(0) = \omega_n B$$

substituindo os valores encontrados de A e B na equação $u(t) = A \cos \omega_n t + B \sin \omega_n t$ obtém-se [2]:

$$u(t) = u(0) \cos \omega_n t + \frac{\dot{u}(0)}{\omega_n} \sin \omega_n t \quad (\text{A.6})$$

A.3 Livre vibração com amortecimento

Levando-se em conta que $p(t) = 0$, a equação diferencial que governa a livre vibração de um sistema com amortecimento fica como:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = 0 \quad (\text{A.7})$$

dividendo por sua massa m obtém-se:

$$\ddot{u} + 2\zeta\omega_n\dot{u} + \omega_n^2 u = 0 \quad (\text{A.8})$$

fazendo uso da equação (A.1) obtém-se a seguinte relação:

$$\zeta = \frac{c}{c_{cr}} \quad (\text{A.9})$$

na qual $c_{cr} = 2m\omega_n$ é o coeficiente de amortecimento crítico; e ζ é a razão do amortecimento ou fração de amortecimento crítico. A constante c de amortecimento é a medida de energia dissipada num ciclo de livre vibração ou em um ciclo de vibração harmônica forçada [2].

Seqüência do programa

B.1 Função

Para demonstrar o potencial da técnica do meio contínuo para a análise estrutural de edifícios altos em etapas preliminares, foi necessário desenvolver um programa e assim podê-lo comparar com o método de elementos finitos.

O programa correspondente foi desenvolvido no pacote MATLAB R2007a no sistema operativo de Windows Vista. Basicamente o que o programa realiza é resolver uma estrutura de um edifício alto para um carregamento de terremoto e obtêm resultados de deslocamentos na direção x, y e Giro do edifício. Logo, com esses dados, o programa calcula os esforços internos dos painéis de interesse.

B.2 Estrutura do programa

O programa foi estruturado da seguinte forma:

- *Dados globais:* Nesta parte introduzimos os dados geométricos básicos do edifício que afetam a todos os painéis, e também são introduzidos dados analíticos necessários para a conformação do edifício.
- *Registro de terremoto:* Para poder dar um carregamento de terremoto ao edifício tem-se que levar em conta um registro de terremoto já acontecido, o qual é tomado como arquivo e convertido para sua utilização no programa com as unidades convenientes.
- *Cálculo do deslocamento, pseudo-velocidade e da pseudo-aceleração:* Para o cálculo destes dados fazemos uso do método de Newmark, e seguimos os passos dados na tabela 1.4, daí com as equações (1.58) encontramos valores de deslocamento, velocidade e aceleração máximos, e com as equações (1.59) e (1.61) encontramos os

valores à pseudo-velocidade e pseudo-aceleração respectivamente. É incluído o espectro de resposta à pseudo-velocidade e pseudo-aceleração por causa de que eles são muito usados no estudo característico da resposta espectral, construção de espectros de desenho e relacionados a resultados de dinâmica de estruturas para códigos de estruturas.

- *Distribuição da força cortante na altura:* Como foi explicado no item 3.1 escolhemos de acordo as características do edifício, um coeficiente sismorresistente, e com a equação (3.1) calculamos o período fundamental do edifício e da equação (1.63) ou (3.2) obtém-se o máximo valor do cortante da base. Com esses dados verificamos a intensidade da força atingida ao edifício e optamos por distribuir a força em forma linear mais uma força concentrada no topo do edifício. Nesta etapa é reconhecida a direção da força aplicada.
- *Dados de painéis do edifício:* Os dados necessários dos painéis que conformam o edifício são sumarizados em arquivos de texto, os quais serão ingressados no programa e lidos cela por cela. Esta parte do programa é considerada como ingresso de dados.
- *Leitura de dados de entrada para pórtico:* Nesta parte do programa são lidos os dados dos tipos de painéis pórticos e são executadas as operações necessárias para se obter a matriz $[S]$, isto implica calcular as inércias e rigidez de cada coluna e de cada viga do pórtico i , para depois com esses dados e com ajuda da equação (2.11) calcular o valor de rigidez do pórtico. Com ajuda da equação (2.31) encontramos o valor de cada termo da matriz $[S]$ e no caso de ter painéis de seção aberta de parede delgada no elemento S_{cc} terá que ser adicionado o valor de torção pura deste painel, como na equação (2.33).
- *Leitura de dados de entrada para pilares parede:* Como no item anterior, aqui são lidos os dados necessários para os painéis pilares parede e são executadas as operações necessárias para a conformação da matriz $[J]$. Com a equação (2.31) é calculado cada termo da matriz $[J]$, e no caso de ter painéis se seção aberta de parede delgada no elemento J_{cc} terá que ser adicionado o valor de flexo-torção deste painel, como indicado na equação (2.33).
- *Vetor da direção do plano de carregamento:* Nesta parte do programa são calculados os valores dos termos do vetor que multiplica ao cortante da equação (2.32).
- *Caso singular, quando $J_{aa} = 0$ e $J_{cc} = 0$:* Como foi explicado no item 2.3.7, o desacoplamento da equação (2.59) tem que ser feita algebricamente, e nesta parte do programa apresenta-se o procedimento para tal fim. Desta forma, calculamos os valores dados na equação (2.62) que são necessários para o cálculo dos termos que contem as equações das constantes de integração da resolução da equação diferencial

para cada tipo de carregamento, como é apresentado no item 2.3.6. Com esta resolução encontramos o deslocamento na direção principal e os restantes deslocamentos nas direções u e φ são encontradas baseadas na integração da equação (2.60).

- *Caso singular, quando $J_{aa} = 0$* : Da mesma forma que no item anterior, se desacoplou a equação diferencial algebricamente e encontraram-se os resultados da estrutura fazendo uso das equações (2.64) e (2.65). É importante indicar que nestes dois casos foi implementada a resolução de casos singulares.
- *Cálculo da nova origem do sistema de referência*: Voltando para a resolução de edifícios em casos não singulares e depois de ter todos os termos das matrizes de $[J]$ e $[S]$, assim como o vetor da direção de carregamento, é necessário eliminar os termos fora da diagonal da matriz $[S]$ ou a matriz $[J]$; para isso encontramos uma nova origem do sistema de referência com ajuda das equações (2.37).
- *Cálculo dos valores das matrizes $[J]$ e $[S]$ com novo sistema de referência*: Nesta parte do programa são calculados os novos termos das matrizes $[J]$ e $[S]$ com respeito ao novo sistema de referência.
- *Cálculo do ângulo de rotação do sistema de referência*: Para terminar de eliminar os termos que não se encontram na diagonal da matriz $[S]$ ou $[J]$ é necessário fazer um giro conveniente do sistema de referência, este giro é proporcionado pela equação (2.39).
- *Cálculo dos valores das matrizes $[J]$ e $[S]$ com o sistema de referência girado*: Nesta parte obtém-se a matriz $[S]$ ou $[J]$ diagonalizada.
- *Cálculo das novas coordenadas do plano de carregamento*: Assim como foram calculados novos termos para as matrizes envolvidas, também são necessários os cálculos dos novos termos para o vetor de carregamento mediante as equações (2.35) e (2.38).
- *Transformação de deslocamentos*: A equação (2.43) é desacoplada nesta parte do programa pelo que vários passos são feitos. Primeiramente, calculamos os termos da matriz $[K]$ da equação (2.45) e depois a matriz $[E]$ e $[A]$ que contem os autoversores e autovalores respectivamente. A matriz $[K]$ é multiplicada pela matriz $[E]$ de autoversores, obtendo-se a matriz $[T]$ (2.47). Levando em conta as propriedades das equações (2.48) e os autovalores encontrados, temos já todos os termos da equação (2.49) que representa as três equações diferenciais desacopladas para cada direção e que tem solução conhecida, como foi visto no item 2.3.6, e adequadamente implementado no programa.
- *Deslocamentos*: Os resultados obtidos estão na direção do ângulo girado pela equação (2.39), e, portanto, para poder ser comparado com o método dos elementos finitos é

necessário retornar as suas direções de origem, pelo que os resultados são multiplicados pela inversa da matriz de direção.

- *Deslocamento dos painéis:* Com os deslocamentos encontrados para o edifício pode-se encontrar os deslocamentos para cada painel com ajuda da equação (2.29).
- *Esforços internos na estrutura:* Como foi explicado no exemplo 3 desta dissertação, mediante as equações (3.7), (3.8) e (3.9) pode-se encontrar os esforços internos dos painéis ao momento fletor e à força cortante.

B.3 Dados de entrada

Os dados de entrada para o programa estão divididos em dados gerais que são introduzidos no próprio programa, e os arquivos de textos para cada tipo de painel que são lidos em forma separada; assim como também um arquivo de texto que contem o registro de terremoto com que estamos analisando a estrutura.

B.4 Dados de saída

Os dados de saída são gravados no arquivo uvw.txt. É mostrado nesse arquivo o numero de andares e os deslocamentos principais do edifício andar por andar. Depois são mostrados os dados correspondentes aos esforços internos dos painéis de interesse.

B.5 Programa fonte

```
%% Programa para o cálculo de edifícios pela técnica do meio contínuo
%% submetidos a carregamento por terremoto
% Dados Geométricos
  ComEdi = 24;      %Comprimento do edifício (m)
  LarEdi = 36;      %Largura do edifício (m)
  AreaEd = ComEdi*LarEdi;
  NA = 25;          %Número de andares
  hi = 3;           %Pé direito (m)
  ht = NA*hi;       %Altura total do edifício (m)
% Dados Analíticos
  CT = 60;          %coeficiente sismorresistente
  Tn1 = ht/CT;      %Período fundamental encontrado
  pi = 1;           %Peso do andar 1tn/m2
  pti = AreaEd*pi; %Peso total por andar
  W = pti*NA;       %Peso total do edifício
  g = 9.81;         %Gravidade m/seg2
  mi = pti/g;       %massa do andar
  m = mi*NA;        %Massa do edifício
  At = 0.02;        %Variação do tempo seg.
  Gama = 0.5;
  Beta = 0.16666666;

%% Registro do terremoto
```

```

Dados = load ('C:\Users\cesare\Documents\carga dinamica\elcentro.txt');
Pace = Dados (:,2); %carregamento em aceleração
P = -Pace*g*m;      %carregamento em kip
t = Dados (:,1);    %tempo transcorrido em sec.

%% Cálculo do deslocamento, da pseudo-velocidade e da pseudo-aceleração
% Condições iniciais
num_pontos = length(P);
T = 0:At:(num_pontos-1)*At;

%Cálculos iniciais
for Eam = [0.05];          %Coeficiente de amortecimento
    Tn = 0.01:0.01:3;      %Período natural de vibração
    num_Tn = length(Tn);
    U = zeros(num_Tn, num_pontos);
    UU = zeros(num_Tn, num_pontos);
    num_pontos = length(P);
    for j=1:num_Tn
        U(j,1) = 0;        %Deslocamento inicial
        UU(j,1) = 0;       %Velocidade inicial
        wn(j) = 2*pi()/Tn(j); %Frequência natural de vibração
        ca(j) = Eam*2*m*wn(j); %Coeficiente de amortecimento
        k(j) = 4*pi()*pi()*m./Tn(j)^2; %Rigidez da estrutura, função do Tn
        UUU(j,1) = (P(1) - ca(j)*UU(j,1) - k(j)*U(j,1))/m; %Aceleração t=0
        Ks(j) = k(j) + (Gama/(Beta*At))*ca(j) + (1/(Beta*At^2))*m;
        aN = (1/(Beta*At))*m + (Gama/Beta)*ca(j);
        bN = (1/(2*Beta))*m + At*(Gama/(2*Beta)-1)*ca(j);

%Cálculo para cada passo de tempo i
        for i=1:num_pontos - 1
            DP(j,i) = P(i+1) - P(i);
            DPs(j,i) = DP(j,i) + aN*UU(j,i) + bN*UUU(j,i);
            DU(j,i) = DPs(j,i)/Ks(j);
            DUU(j,i) = (Gama/(Beta.*At))*DU(j,i) - (Gama/Beta)*UU(j,i) +
                At*(1-Gama/(2*Beta))*UUU(j,i);
            DUUU(j,i) = 1/(Beta*At.^2)*DU(j,i) - 1/(Beta*At)*UU(j,i) -
                1/(2*Beta)*UUU(j,i);
            U(j,i+1) = U(j,i) + DU(j,i);
            UU(j,i+1) = UU(j,i) + DUU(j,i);
            UUU(j,i+1) = UUU(j,i) + DUUU(j,i);
        end
        Dmax(j) = max(abs(U(j,:))); %Deslocamento máximo
        PsA(j) = Dmax(j)*(2*pi()/Tn(j))^2/g; %Pseudo-aceleração
    end
end

%% Distribuição da força cortante na altura
V_bo = PsA(Tn1*100)/g*W; %Força cortante na base do edifício
Fa = 0;
if Tn1 >= 0.7 %Força no topo do edifício
    Fa = 0.07*Tn1*V_bo;
    if Fa > 0.15*V_bo
        Fa = 0.15*V_bo;
    end
end
end
sum = 0;

```

```

for j = 1:NA
    sum = sum + pti*hi*(j);
end
for i = 1:NA
    Fi(i)=pti*hi*(i)/sum*(V_bo-Fa);%Distribuição da força sísmica na altura
    Vi(i)=Fi(i) + Fa;                %Distribuição da força cortante na altura
end
ViT = Fi(NA);                %Cortante no topo (máximo valor do cortante linear)
ViC = Fa;                    %Cortante constante no edifício

Vx1 = 12.5; Vy1 = 0; %Coordenada do primeiro ponto da direção do terremoto
Vx2 = 23.5; Vy2 = 24; %Coordenada do segundo ponto da direção do terremoto

%% Dados de painéis do edifício
arquivoW='C:\Users\cesare\Documents\carga
dinamica\matlab\ExemploMuros3.txt';
arquivoP='C:\Users\cesare\Documents\carga
dinamica\matlab\ExemploPortico3.txt';

%% Leitura de dados de entrada para o pórtico
fid = fopen(arquivoP, 'r');
dadosp = textscan(fid, '%d %f %f %d %s %s %s %s %s %s', 'headerlines', 1);
numPorticos = length(dadosp{1}); % obtém o numero de pórticos
% obtém-se cada coluna do arquivo
IDf = dadosp{1}; %Numero do pórtico
Ef = dadosp{2}; %Módulo de elasticidade do pórtico (Tn/m2)
hf = dadosp{3}; %pé-direito do andar (m)
NC = dadosp{4}; %Número de colunas

%cálculo da matriz do pórticos
Saa = 0; Sab = 0; Sac = 0;
    Sbb = 0; Sbc = 0;
    Scc = 0;
for i = 1:numPorticos
    Xf{i} = cell2mat(textscan(cell2mat(dadosp{5}(i)), '%f;', NC(i) ));
        %vetor de coord x do pórtico i armazenadas na cela i (m)
    Yf{i} = cell2mat(textscan(cell2mat(dadosp{6}(i)), '%f;', NC(i) ));
        %vetor de coord y do pórtico i armazenadas na celda i (m)
    mf{i} = cell2mat(textscan(cell2mat(dadosp{7}(i)), '%f;', NC(i) ));
        %vetor de larguras das colunas do pórtico i na cela i (m)
    nf{i} = cell2mat(textscan(cell2mat(dadosp{8}(i)), '%f;', NC(i) ));
        %vetor de comprimentos das colunas do pórtico i na cela i (m)
    mvf{i} = cell2mat(textscan(cell2mat(dadosp{9}(i)), '%f;', NC(i) ));
        %vetor de larguras das vigas do pórtico i na cela i (m)
    nvf{i} = cell2mat(textscan(cell2mat(dadosp{10}(i)), '%f;', NC(i) ));
        %vetor de comprimentos das vigas do pórtico i na cela i (m)

    for k = 1:NC(i) %Calcula as inércias de cada coluna do pórtico i
        Icf{i}(k) = (nf{i}(k)*(mf{i}(k))^3)/12;
            %Inércia da coluna k(elemento k do vetor) do pórtico i(cela) (m4)
        kcf{i}(k) = Icf{i}(k)/hf(i);
            %Rigidez da coluna k(elemento k do vetor) do pórtico i(cela)
    end
    for j = 1:NC(i)-1
        dcf{i}(j) = sqrt((Xf{i}(j+1)-Xf{i}(j))^2+(Yf{i}(j+1)-Yf{i}(j))^2);
            %Calcula as distancias entre colunas
    end
end

```

```

    dvf{i}(j) = dcf{i}(j) - mf{i}(j+1)/2 - mf{i}(j)/2;
                %Distancia efetiva da viga j(elem j do vetor) pórtico i
    Ivf{i}(j) = (nvf{i}(j)*(mvf{i}(j))^3)/12;
                %Inercia da viga j(elem j do vetor) pórtico i(cela)(m4)
    kvf{i}(j) = Ivf{i}(j)/dvf{i}(j);
                %Rigidez da viga j(elem j do vetor) pórtico i(cela)
end
kna{i}(1) = kcf{i}(1)*kvf{i}(1)/(2*kcf{i}(1) + kvf{i}(1));
                %Rigidez concorrente ao primeiro nó
kna{i}(NC(i)) = kcf{i}(NC(i))*kvf{i}(NC(i)-1)/(2*kcf{i}(NC(i)) +
                kvf{i}(NC(i)-1)); %Rigidez concorrente ao último nó
for l = 2:NC(i)-1 %Rigidez concorrente aos nós intermédios
    kna{i}(l) = kcf{i}(l)*(kvf{i}(l) + kvf{i}(l-1))/(2*kcf{i}(l) +
                kvf{i}(l) + kvf{i}(l-1));
end
sf(i) = 0;
for l = 1:NC(i) %soma das contribuições de todos os nós
    sf(i) = sf(i) + kna{i}(l);
end
sf(i) = sf(i)* (12*Ef(i)/hf(i)); %Rigidez de cada pórtico

af(i) = (Xf{i}(2) - Xf{i}(1))/dcf{i}(1); %Comp horizontal do pórtico
bf(i) = (Yf{i}(2) - Yf{i}(1))/dcf{i}(1); %Comp vertical do pórtico
cf(i) = Xf{i}(1)*bf(i) - Yf{i}(1)*af(i); %dist do seu plano ao eixo Oz
Saa = Saa + sf(i)*af(i)*bf(i);
Sab = Sab + sf(i)*af(i)*bf(i);
Sac = Sac + sf(i)*af(i)*cf(i);
Sbb = Sbb + sf(i)*bf(i)*bf(i);
Sbc = Sbc + sf(i)*bf(i)*cf(i);
Scc = Scc + sf(i)*cf(i)*cf(i);
end

%% Leitura de dados de entrada para pilares parede
fid = fopen(arquivoW, 'r');
dadosw = textscan(fid, '%d %f %f %f %f %f %f', 'headerlines', 1);

numMuros = length(dadosw{1}); % obtêm o numero de muros
% obtêm-se cada coluna do arquivo
IDw = dadosw{1}; %Número de pilar parede
Ew = dadosw{2}; %Módulo de Elasticidade do pilar parede
X1w = dadosw{3}; %Coordenada inicial X1 do pilar parede
Y1w = dadosw{4}; %Coordenada inicial Y1 do pilar parede
X2w = dadosw{5}; %Coordenada final do pilar parede
Y2w = dadosw{6}; %Coordenada final do pilar parede
Es = dadosw{7}; %Espessura do pilar parede
%Cálculo da matriz da pilar parede
Jaa = 0.0; Jab = 0.0; Jac = 0.0;
    Jbb = 0.0; Jbc = 0.0;
    Jcc = 0.0;
for i = 1:numMuros
    lw(i) = sqrt((X2w(i)-X1w(i))^2+(Y2w(i)-Y1w(i))^2);%Comprimento do pilar
    Iw(i) = (Es(i)*lw(i)^3)/12; %Momento de inércia do pilar parede
    jw(i) = Ew(i)*Iw(i); %Rigidez a flexão do pilar parede
    aw(i) = (X2w(i) - X1w(i))/lw(i); %Componente horizontal do pilar
parede
    bw(i) = (Y2w(i) - Y1w(i))/lw(i); %Componente vertical do pilar parede

```

```

cw(i) = X1w(i)*bw(i)-Y1w(i)*aw(i);%Distancia do seu plano ao eixo Oz
Jaa = Jaa + jw(i)*aw(i)*aw(i);
Jab = Jab + jw(i)*aw(i)*bw(i);
Jac = Jac + jw(i)*aw(i)*cw(i);
Jbb = Jbb + jw(i)*bw(i)*bw(i);
Jbc = Jbc + jw(i)*bw(i)*cw(i);
Jcc = Jcc + jw(i)*cw(i)*cw(i);
end

%% Vetor da direção do plano de carregamento
d = sqrt((Vx2 - Vx1)^2 + (Vy1 - Vy2)^2);
a = (Vx2-Vx1)/d;
b = (Vy2-Vy1)/d;
c = b*(Vx1 - Vy1)/((Vy1 - Vy2)/(Vx2 - Vx1));

%% Caso singular quando Jaa=0 e Jcc=0
if Jaa == 0 && Jcc == 0
    bet = Sbb + Sab*(Sbc*Sac-Sab*Scs)/(Saa*Scs-Sac^2) +
          Sbc*(Sab*Sac-Sbc*Saa)/(Saa*Scs-Sac^2);
    gam = b - Sab*(a*Scs-c*Sac)/(Saa*Scs-Sac^2) -
          Sbc*(c*Saa-a*Sac)/(Saa*Scs-Sac^2);

    Kl = sqrt(bet/Jbb);
    VC = ViC*gam;
    VT = ViT*gam;
    % Constantes do cortante uniforme VC
    C1 = -VC/(Jbb*Kl^4)*(Kl*ht + 2*exp(-Kl*ht) -
        Kl*ht*exp(-2*Kl*ht))/(1 + exp(-2*Kl*ht));
    C2 = VC/(Jbb*Kl^4)*(exp(-Kl*ht)-Kl*ht*exp(-2*Kl*ht))/(1+exp(-2*Kl*ht));
    C3 = VC/(Jbb*Kl^4)*(Kl*ht + exp(-Kl*ht))/(1 + exp(-2*Kl*ht));

    % Constantes do cortante linear VT
    C4 = VT/(2*Jbb*Kl^4)*(-Kl*ht - 4*exp(-Kl*ht) +
        Kl*ht*exp(-2*Kl*ht))/(1 + exp(-2*Kl*ht));
    C5 = VT/(2*Jbb*Kl^4)*(2*exp(-Kl*ht) -
        Kl*ht*exp(-2*Kl*ht))/(1 + exp(-2*Kl*ht));
    C6 = VT/(2*Jbb*Kl^4)*(Kl*ht + 2*exp(-Kl*ht))/(1 + exp(-2*Kl*ht));

    % Calcula a solução em altura
    zs = 0:hi:ht;
    num_z = length(zs);
    for j = 1:num_z
        z = zs(j);
        phiC = C1 + C2*exp(Kl*z) + C3*exp(-Kl*z) +
            VC/(Jbb*Kl^2)*(ht*z-(z^2/2));
        phiT = C4 + C5*exp(Kl*z) + C6*exp(-Kl*z) +
            VT*z/(6*Jbb*ht*Kl^2)*(3*ht^2-z^2);
        v(j) = phiC + phiT;
        u(j) = (a*Scs-c*Sac)/(Saa*Scs-Sac^2)*ViC*(ht*z-z^2/2) +
            (Sbc*Sac-Sab*Scs)/(Saa*Scs-Sac^2)*v(j);
        w(j) = (c*Saa-a*Sac)/(Saa*Scs-Sac^2)*ViC*(ht*z-z^2/2) +
            (Sab*Sac-Sbc*Saa)/(Saa*Scs-Sac^2)*v(j);
    end

    % Gráficos
    plot(w,0:hi:ht,'r');

```

```

    hold on;
    grid on;
end

%% Caso singular quando unicamente Jaa=0
if Jaa == 0
    %Matriz [J]
    J = zeros(2,2);
    J(1,1) = Jbb; J(1,2) = 0;
    J(2,1) = 0; J(2,2) = Jcc;

    %Matriz [S]
    S = zeros(2,2);
    S1bb = (Saa*Sbb - Sab^2)/Saa;
    S1bc = (Saa*Sbc - Sab*Sac)/Saa;
    S1cc = (Saa*Scc - Sac^2)/Saa;

    S(1,1) = S1bb; S(1,2) = S1bc;
    S(2,1) = S1bc; S(2,2) = S1cc;

    %Vetor de plano de carregamento
    b1 = (b*Saa - a*Sab)/Saa;
    c1 = (c*Saa - a*Sac)/Saa;
    bc = zeros(2,1);
    bc(1,1) = b1; bc(2,1) = c1;

    TK1 = 1/sqrt(Jbb);
    TK2 = 1/sqrt(Jcc);

    K = zeros(2,2);
    K(1,1) = TK1; K(2,2) = TK2;
    [E,A]=eig(K'*S*K); %Autoversores na matriz[E] e autovalores na matriz[A]
    T = K*E;

    VTs = ViT*T'*bc;           %Vetor do cortante linear
    VCs = ViC*T'*bc;           %Vetor do cortante constante

    % Resolução da equação diferencial -u'' + Au' = Vi*
    Kls = [(A(1,1))^0.5, (A(2,2))^0.5];
    for i = 1:2 % i indica a equação que se esta resolvendo
        Kl = Kls(i);
        VT = VTs(i);
        VC = VCs(i);

        % Constantes do cortante uniforme VC
        C1 = -VC/Kl^4*(Kl*ht + 2*exp(-Kl*ht) -
            Kl*ht*exp(-2*Kl*ht))/(1 + exp(-2*Kl*ht));
        C2 = VC/Kl^4*(exp(-Kl*ht) - Kl*ht*exp(-2*Kl*ht))/(1+exp(-2*Kl*ht));
        C3 = VC/Kl^4*(Kl*ht + exp(-Kl*ht))/(1 + exp(-2*Kl*ht));

        % Constantes do cortante linear VT
        C4 = VT/(2*Kl^4)*(-Kl*ht - 4*exp(-Kl*ht) +
            Kl*ht*exp(-2*Kl*ht))/(1 + exp(-2*Kl*ht));
        C5 = VT/(2*Kl^4)*(2*exp(-Kl*ht) -
            Kl*ht*exp(-2*Kl*ht))/(1 + exp(-2*Kl*ht));
    end
end

```

```

C6 = VT/(2*Kl^4)*(Kl*ht + 2*exp(-Kl*ht))/(1 + exp(-2*Kl*ht));

% Calcula a solução em altura
zs = 0:hi:ht;
num_z = length(zs);
for j = 1:num_z
    z = zs(j);
    phiC=C1+C2*exp(Kl*z)+C3*exp(-Kl*z)+VC/Kl^2*(ht*z-z^2/2);
    phiT=C4+C5*exp(Kl*z)+C6*exp(-Kl*z)+VT*z/(6*Kl^2*ht)*(3*ht^2-
z^2);
    phiS(i,j) = phiC + phiT;
end
end
for j = 1:num_z
    vw(:,j) = K*E*phiS(:,j);
end
% Gráficos
plot(vw(1,:),0:hi:ht,'r');
hold on;
grid on;
end

%% Cálculo da nova origem do sistema de referência
X0 = (Jaa*Jbc - Jab*Jac)/(Jaa*Jbb - Jab^2);
Y0 = (-Jbb*Jac + Jab*Jbc)/(Jaa*Jbb - Jab^2);

%% Cálculo dos valores das matrizes [J] [S] com novo sistema de referência
%Cálculo de dados da matriz [J]
J1aa = Jaa; J1ab = Jab; J1ac = 0;
    J1bb = Jbb; J1bc = 0;
    J1cc = 0;
for i=1:numMuros
    c1w(i) = cw(i) - X0*bw(i) + Y0*aw(i);
    J1cc = J1cc + jw(i)*c1w(i)*c1w(i);
end
J2cc = J1cc;

%Cálculo de dados da matriz [S]
S1aa = Saa; S1ab = Sab; S1ac = 0;
    S1bb = Sbb; S1bc = 0;
    S1cc = 0;
alf = af; blf = bf;
for i=1:numPorticos
    c1f(i) = cf(i) - X0*bf(i) + Y0*af(i);
    S1ac = S1ac + sf(i)*alf(i)*c1f(i);
    S1bc = S1bc + sf(i)*blf(i)*c1f(i);
    S1cc = S1cc + sf(i)*c1f(i)*c1f(i);
end

%% Cálculo do angulo de rotação do sistema de referencia
phi = 0.5*atan(2*Jab/(Jaa - Jbb));

%% Cálculo dos valores das matrizes [J] e [S] sistema de referencia girado
J2aa = 0;
J2bb = 0;
for i=1:numMuros

```

```

    a2w(i) = aw(i)*cos(phi) + bw(i)*sin(phi);
    b2w(i) = -aw(i)*sin(phi) + bw(i)*cos(phi);
    J2aa = J2aa + jw(i)*a2w(i)*a2w(i);
    J2bb = J2bb + jw(i)*b2w(i)*b2w(i);
end
J = zeros(3,3);
J(1,1) = J2aa; J(2,2) = J2bb; J(3,3) = J2cc;

S2aa = 0; S2ab = 0; S2ac = 0;
    S2bb = 0; S2bc = 0;
        S2cc = S1cc;

c2f = c1f;
for i=1:numPorticos
    a2f(i) = af(i)*cos(phi) + bf(i)*sin(phi);
    b2f(i) = -af(i)*sin(phi) + bf(i)*cos(phi);
    S2aa = S2aa + sf(i)*a2f(i)*a2f(i);
    S2ab = S2ab + sf(i)*a2f(i)*b2f(i);
    S2ac = S2ac + sf(i)*a2f(i)*c2f(i);
    S2bb = S2bb + sf(i)*b2f(i)*b2f(i);
    S2bc = S2bc + sf(i)*b2f(i)*c2f(i);
end
S2ba = S2ab;
S2ca = S2ac;
S2cb = S2bc;

S = zeros(3,3);
S(1,1) = S2aa; S(1,2) = S2ab; S(1,3) = S2ac;
S(2,1) = S2ba; S(2,2) = S2bb; S(2,3) = S2bc;
S(3,1) = S2ca; S(3,2) = S2cb; S(3,3) = S2cc;

%% Cálculo das novas coordenadas do plano de carregamento
c1 = c - X0*b + Y0*a;

a2 = a*cos(phi) + b*sin(phi);
b2 = -a*sin(phi) + b*cos(phi);
c2 = c1;

abc = zeros(3,1);
abc(1,1) = a2; abc(2,1) = b2; abc(3,1) = c2;

%% Transformação de deslocamentos
K = zeros(3,3);
K(1,1) = 1/sqrt(J2aa); K(2,2) = 1/sqrt(J2bb); K(3,3) = 1/sqrt(J2cc);

[E,A] = eig(K'*S*K); %autoversores na matriz[E] e autovalores na matriz[A]
T = K*E;
RD = zeros(3,3);
RD(1,1) = cos(phi); RD(1,2) = -sin(phi);
RD(2,1) = sin(phi); RD(2,2) = cos(phi);
RD(3,3) = 1;
VTs = Vi*T'*T'*abc; %Vetor de cortante linear
VCs = Vi*C*T'*abc; %Vetor de cortante constante

% Resolução da equação diferencial -u'' + Au' = Vi*
K1s = [(A(1,1))^0.5, (A(2,2))^0.5, (A(3,3))^0.5];

```

```

for i = 1:3 % i indica a equação que se esta resolvendo
    Kl = Kls(i);
    VT = VTs(i);
    VC = VCs(i);

% Constantes do cortante uniforme VC
    C1 = -VC/Kl^4*(Kl*ht + 2*exp(-Kl*ht) -
        Kl*ht*exp(-2*Kl*ht))/(1 + exp(-2*Kl*ht));
    C2 = VC/Kl^4*(exp(-Kl*ht) - Kl*ht*exp(-2*Kl*ht))/(1 + exp(-2*Kl*ht));
    C3 = VC/Kl^4*(Kl*ht + exp(-Kl*ht))/(1 + exp(-2*Kl*ht));

% Constantes do cortante linear VT
    C4 = VT/(2*Kl^4)*(-Kl*ht - 4*exp(-Kl*ht) +
        Kl*ht*exp(-2*Kl*ht))/(1 + exp(-2*Kl*ht));
    C5 = VT/(2*Kl^4)*(2*exp(-Kl*ht)-Kl*ht*exp(-2*Kl*ht))/(1+exp(-2*Kl*ht));
    C6 = VT/(2*Kl^4)*(Kl*ht + 2*exp(-Kl*ht))/(1 + exp(-2*Kl*ht));

% Calcula a solução na altura
    zs = 0:hi:ht;
    num_z = length(zs);
    for j = 1:num_z
        z = zs(j);
        phiC = C1+C2*exp(Kl*z)+C3*exp(-Kl*z)+VC/Kl^2*(ht*z-z^2/2);
        phiT = C4+C5*exp(Kl*z)+C6*exp(-Kl*z)+VT*z/(6*Kl^2*ht)*(3*ht^2-z^2);
        phiS(i,j) = phiC + phiT;

        % Valores para as derivadas do cortante uniforme VC
        phiC1 = Kl*(C2*exp(Kl*z) - C3*exp(-Kl*z) + VC*(ht-z)/Kl^3);
        phiC2 = Kl^2*(C2*exp(Kl*z) + C3*exp(-Kl*z) - VC/Kl^4);
        phiC3 = Kl^3*(-C2*exp(Kl*z) + C3*exp(-Kl*z));
        % Valores para as derivadas do cortante linear VT
        phiT1 = Kl*(C5*exp(Kl*z)-C6*exp(-Kl*z)+VT*(ht^2-z^2)/(2*Kl^3*ht));
        phiT2 = Kl^2*(C5*exp(Kl*z) + C6*exp(-Kl*z) - VT*z/(Kl^4*ht));
        phiT3 = Kl^3*(-C5*exp(Kl*z) + C6*exp(-Kl*z) + VT/(Kl^5*ht));
        % Derivadas primeira, segunda e terceira
        phiS1(i,j) = phiC1 + phiT1;
        phiS2(i,j) = phiC2 + phiT2;
        phiS3(i,j) = phiC3 + phiT3;
    end
end
for j = 1:num_z
    uvwG(:,j) = K*E*phiS(:,j); %Deslocamentos eixos girados
    uvw(:,j) = RD*uvwG(:,j); %Deslocamentos eixos principais
    % Derivadas primeira, segunda e terceira giradas
    uvwG1(:,j) = K*E*phiS1(:,j);
    uvwG2(:,j) = K*E*phiS2(:,j);
    uvwG3(:,j) = K*E*phiS3(:,j);
    % Derivadas primeira, segunda e terceira eixos principais
    uvw1(:,j) = RD*uvwG1(:,j);
    uvw2(:,j) = RD*uvwG2(:,j);
    uvw3(:,j) = RD*uvwG3(:,j);
end

%% Deslocamento dos painéis
for i = 1:numMuros % Cálculo de deslocamentos em pilar parede
    for k = 1:num_z

```

```

        uw(i,k) = aw(i)*uvw(1,k) + bw(i)*uvw(2,k) + cw(i)*uvw(3,k);
    end
end
for j = 1:numPorticos % Cálculo de deslocamentos em pórticos
    for k = 1:num_z
        uf(j,k) = af(j)*uvw(1,k) + bf(j)*uvw(2,k) + cf(j)*uvw(3,k);
    end
end

%% Esforço na estrutura
for i = 1:numMuros
    for k = 1:num_z
        uw2(i,k) = aw(i)*uvw2(1,k) + bw(i)*uvw2(2,k) + cw(i)*uvw2(3,k);
        %Segunda derivada do deslocamento
        Mw(i,k) = jw(i)*uw2(i,k);
        %Momento em cada pilar parede
        uw3(i,k) = aw(i)*uvw3(1,k) + bw(i)*uvw3(2,k) + cw(i)*uvw3(3,k);
        %Terceira derivada do deslocamento
        Vw(i,k) = -jw(i)*uw3(i,k);
        %Cortante em cada pilar parede
    end
end
for j = 1:numPorticos
    for k = 1:num_z
        uf1(j,k) = af(j)*uvw1(1,k) + bf(j)*uvw1(2,k) + cf(j)*uvw1(3,k);
        %Primeira derivada do deslocamento
        Vf(j,k) = sf(j)*uf1(j,k);
        %Cortante em cada pórtico
    end
end

%% Dados de saída
dlmwrite('uvw.txt',uvw);
% Gráficos
num_filas = size(uvw,1);
for i = 1:num_filas
    figure;
    plot(uvw(i,:),0:hi:ht,'r');
    grid on;
end
fclose(fid);

```


Referências bibliográficas

- [1] C.R.N. “Norma Técnica de Edificaciones E.030” [Comité técnico permanente NTE E.030 diseño sismorresistente (aprovada 03-04-03) 2002 - Perú]. 2002.
- [2] CHOPRA A.K. “Dynamics of Structures” [Theory and applications to earthquake engineering / Anil K. Chopra, (1995); TA654.6.C466]. No. 1. 1995.
- [3] COELHO I. R. “Desacoplamento das equações da técnica do meio contínuo: Análise de estruturas de edifícios altos” [Escola de Engenharia de São Carlos Departamento de Engenharia de Estruturas – USP 1987]. No. 1 1987.
- [4] ENRIQUE BAZÁN, R. M. “Diseño Sísmico de Edificios” [Editorial Limusa Grupo Noriega Editores / Balderas 95, Mexico, D.F. 2001] No. 121. 2001.
- [5] LAIER, J. E. “Complementos de Resistência dos Materiais” [Tensoes e deformações Teoria de elasticidade / Escola de Engenharia de São Carlos Departamento de engenharia de estruturas – USP. 2005]. No. 1. 2005.
- [6] MEFTAH, S. A., TOUNSI, A. AND EL ABBAS, A. B. Asimplified approach for seismic calculation of a tall building brace by shear walls and thin-walled open section structures. *ENGINEERING STRUCTURES* 29, 10 (OCT 2007). 2575-2585.
- [7] NETO, J. M. “Flexo-torção: Barra com seção transversal aberta de paredes delgadas” [Escola de Engenharia de São Carlos Departamento de engenharia de estruturas – USP. 2007]. 2007.
- [8] STAMATO, M. C. “Associação contínua de painéis de contraventamento” [Publ. Escola de Engenharia de São Carlos. 1972].