

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE ESTRUTURAS**

**Aplicação de Confiabilidade na Calibração  
de Coeficientes Parciais de Segurança de Normas  
Brasileiras de Projeto Estrutural**

**Autor: Eng. Antonio Carlos de Souza Junior**

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Estruturas.

Área de Concentração: Engenharia de Estruturas.

**Orientador: Prof. Dr. André Teófilo Beck**

São Carlos

2008

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL  
DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU  
ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE  
CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento  
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

Souza Junior, Antonio Carlos de

S729a

Aplicação de confiabilidade na calibração de coeficientes parciais de segurança de normas brasileiras de projeto estrutural/ Antonio Carlos de Souza Junior; orientador André Teófilo Beck. -- São Carlos, 2008.

Dissertação (Mestrado-Programa de Pós-Graduação e Área de Concentração em Engenharia de Estruturas) -- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2008.

1. Confiabilidade estrutural. 2. Coeficientes parciais de segurança. 3. Calibração de norma. 4. Segurança estrutural. 5. Estados limites. I. Título.

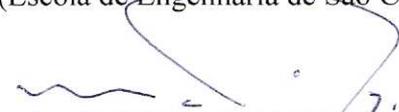
**FOLHA DE JULGAMENTO**

Candidato: Engenheiro **ANTONIO CARLOS DE SOUZA JUNIOR**

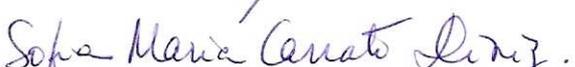
Dissertação defendida e julgada em 20/02/2009 perante a Comissão Julgadora:

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. **ANDRÉ TEÓFILO BECK (Orientador)**  
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

APROVADO

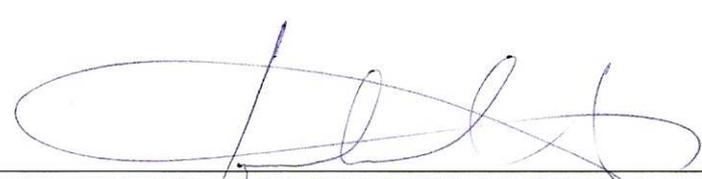
  
\_\_\_\_\_  
Prof. Associado **MAXIMILIANO MALITE**  
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

APROVADO

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Associada **SOFIA MARIA CARRATO DINIZ**  
(Universidade Federal de Minas Gerais/UFMG)

APROVADO

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Associado **MARCIO ANTONIO RAMALHO**  
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas)

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Associado **GERALDO ROBERTO MARTINS DA COSTA**  
Presidente da Comissão da Pós-Graduação da EESC



# **Dedicatória**

---

**Dedico este trabalho aos meus pais**

**Antonio Carlos de Souza e**

**Sonia Maria Ferreira de Souza**



# Agradecimentos

---

A Deus, pelo dom da vida e por sempre estar presente na minha vida e a Nossa Senhora pelo amor, carinho e proteção.

Ao professor André Beck pela excelente orientação para a realização deste trabalho, sendo muito paciente, estando sempre disposto a esclarecer dúvidas e fazer sugestões.

Aos amigos da sala 3 Luiz Aquino (“Patrick”), Fredy, Gustavo, João César (“Serginho”) e Rafael pela ajuda e amizade que fizeram este mestrado passar mais rápido.

Ao meu amigo Wanderson (“Vandeco”) pela amizade, ajuda e ensinamentos no estudo da língua inglesa.

Aos amigos da sala 2 Fabio Sawasaki (“F0”), Pedro (“Sam”), Rômulo (“Chokito”) e Saulo (“Seu Boneco”) pela amizade, pelos momentos de descontração e pelos “exemplos rodados”

Aos amigos do departamento Camila, Erika, Fabio, Jesus, Jonatas, Manoel, Raimundo, Rodrigo (“Eli”), Rodrigo (“Mario”), Vinicius e Walter pela amizade e ajuda. E aos demais colegas que me ajudaram direta ou indiretamente neste trabalho.

A Fernanda Pilati pela amizade e convivência durante a minha estada em São Carlos.

Aos amigos Alê, Carlinha, Carol, Daniel, Heber e Jâmison pela amizade mesmo que distante.

Aos professores da Faculdade de Engenharia de Bauru – UNESP pela formação do autor, em especial aos Professores Lutgardes de Oliveira Neto, Oswaldo de Luís Manzoli e Professora Silvana Aparecida Alves da Faculdade de Arquitetura Artes e Comunicação – UNESP pelo convívio, amizade, ensinamentos e o incentivo à pesquisa científica.

Aos professores e funcionários do Departamento de Engenharia de Estruturas da EESC/USP que contribuíram direta ou indiretamente para realização deste trabalho, em especial ao Rodrigo Paccola pela amizade e ajuda no setor de informática.

Ao CNPq pela bolsa concedida.



# Resumo

---

Neste trabalho é realizado o estudo dos coeficientes parciais de segurança utilizados em normas de projeto estrutural. O trabalho é fundamentado na teoria de confiabilidade estrutural, que permite uma representação explícita das incertezas envolvidas em resistências e ações, e resulta em uma estimativa quantitativa da segurança estrutural: o índice de confiabilidade.

O trabalho aborda uma metodologia de calibração de norma que permite obter o conjunto de coeficientes parciais de segurança que minimiza as variações dos índices de confiabilidade das mais diversas estruturas projetadas segundo uma norma de projeto, em relação ao índice de confiabilidade alvo utilizado na calibração. Uma calibração inicial é feita utilizando um índice de confiabilidade alvo igual a 3,0, mas diferentes índices de confiabilidade também são considerados. A análise é feita para elementos estruturais de aço.

A calibração é feita para dois formatos de norma distintos. No formato das normas americanas (ANSI/AISC), um conjunto de coeficientes parciais de segurança é obtido para cada expressão de combinação de ações. No formato da norma Brasileira e Européia, um único conjunto de coeficientes parciais (e de coeficientes de combinação) é obtido, para uma única expressão de dimensionamento.

Os coeficientes parciais de segurança obtidos para os dois formatos são comparados com os coeficientes utilizados atualmente na norma brasileira ABNT NBR8800:2008. Os índices de confiabilidade resultantes também são comparados, para as diferentes combinações de ações, em função da razão de proporcionalidade entre as diferentes ações.

Os resultados obtidos mostram que os coeficientes parciais de segurança utilizados na norma brasileira ABNT NBR8800:2008 levam a uma variação significativa dos índices de confiabilidade. No trabalho, é obtido um conjunto de coeficientes que reduz esta variação, proporcionando maior uniformidade dos índices de confiabilidade. Estes resultados sugerem que uma revisão dos coeficientes parciais utilizados na norma brasileira ABNT NBR8800:2008 pode ser recomendável. Esta recomendação, no entanto, depende de um aprofundamento da investigação iniciada neste trabalho, uma vez que os resultados obtidos não refletem todas as situações de projeto cobertas por esta norma.

Palavras-Chave: Confiabilidade Estrutural, Coeficientes Parciais de Segurança, Calibração de Norma, Segurança Estrutural, Estados Limites.



# Abstract

---

This study addresses the partial safety factors used in structural design codes. The study is based on the theory of structural reliability, which allows an explicit consideration of the uncertainties in material strengths and load actions, and results in a quantitative measure of structural safety: the reliability index.

A calibration methodology is considered, which allows one to find a set of partial safety factors that minimizes the variations on reliability indexes, for all structures designed within a code, with respect to a pre-selected target reliability. An initial calibration is performed for a target reliability index 3,0, but other target reliabilities are also considered. The analysis is limited to steel structural members.

The calibration is made for two distinct code formats. In the ANSI/AISC code format, a set of partial factors is obtained for each load combination expression. In the Brazilian and European code formats, one single set of partial (and load combination) factors is obtained, for a single load combination expression. Partial safety factors obtained for both code formats are compared with partial factors used in National Brazilian code ABNT NBR8800:2008. The resulting reliability indexes are also compared, for the distinct load combination expressions, in terms of the proportionality ratios between the distinct actions.

Results obtained in the study show that the partial safety factors used in ABNT NBR8800:2008 lead to significant variation on reliability indexes. Another set of partial safety factors is obtained in the study, which provides greater uniformity of reliability indexes. These results suggest that a revision of partial safety factors adopted in ABNT NBR8800:2008 might be recommended. This recommendation, however, is dependent on a deepening of the investigation started in this study, which does not reflect all design situations covered by the design code.

Keywords: Structural Reliability, Code Calibration, Partial Factor, Structural Safety, Limit States.



# Sumário

---

<b>DEDICATÓRIA</b> .....	<b>5</b>
<b>AGRADECIMENTOS</b> .....	<b>7</b>
<b>RESUMO</b> .....	<b>9</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>11</b>
<b>SUMÁRIO</b> .....	<b>13</b>
<b>LISTA DE FIGURAS</b> .....	<b>17</b>
<b>LISTA DE TABELAS</b> .....	<b>19</b>
<b>LISTA DE SÍMBOLOS</b> .....	<b>21</b>
<b>LISTA DE ABREVIATURAS</b> .....	<b>25</b>
<b>CAPÍTULO 1. INTRODUÇÃO</b> .....	<b>27</b>
1.1 MOTIVAÇÃO DO TRABALHO.....	27
1.2 OBJETIVOS DO TRABALHO .....	29
1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO.....	30
<b>CAPÍTULO 2. CONFIABILIDADE ESTRUTURAL</b> .....	<b>33</b>
2.1 INTRODUÇÃO .....	33
2.2 VARIÁVEIS ALEATÓRIAS.....	33
2.2.1 <i>Função de Distribuição Acumulada</i> .....	34
2.2.2 <i>Função de Densidade de Probabilidades</i> .....	35
2.2.3 <i>Média e Variância de uma Variável Aleatória</i> .....	36
2.3 INCERTEZAS EM PROJETOS DE ENGENHARIA ESTRUTURAL.....	37
2.3.1 <i>Incerteza Física</i> .....	37
2.3.2 <i>Incerteza Fenomenológica</i> .....	38
2.3.3 <i>Incerteza de Modelo</i> .....	38

2.3.4	<i>Incerteza Estatística</i> .....	38
2.3.5	<i>Incerteza de Decisão</i> .....	39
2.3.6	<i>Erros Humanos</i> .....	39
2.4	TEORIA DA CONFIABILIDADE ESTRUTURAL.....	40
2.5	MÉTODO DE SEGUNDO MOMENTO .....	44
2.5.1	<i>Generalização</i> .....	45
2.5.2	<i>Variáveis não correlacionadas</i> .....	47
2.5.3	<i>Interpretação de Primeira Ordem</i> .....	51
2.6	MÉTODO FORM (FIRST ORDER RELIABILITY METHOD).....	54
2.6.1	<i>Distribuições Normais Equivalentes</i> .....	54
2.6.2	<i>Variáveis Correlacionadas</i> .....	56
2.7	NÍVEIS DE ANÁLISE DE CONFIABILIDADE .....	56
<b>CAPÍTULO 3. MÉTODOS DE DIMENSIONAMENTO</b> .....		<b>59</b>
3.1	MÉTODOS DAS TENSÕES ADMISSÍVEIS .....	59
3.2	MÉTODOS DOS ESTADOS LIMITES.....	60
3.3	PARÂMETROS DE RESISTÊNCIA.....	63
3.4	AÇÕES.....	64
3.4.1	<i>Ações permanentes</i> .....	64
3.4.2	<i>Ações variáveis</i> .....	65
3.4.3	<i>Ações do vento</i> .....	66
3.5	VALORES REPRESENTATIVOS.....	74
3.5.1	<i>Valores Característicos das Ações</i> .....	74
3.5.2	<i>Valores Característicos das Resistências</i> .....	75
<b>CAPÍTULO 4. CALIBRAÇÃO DE NORMAS DE ESTADO LIMITE COM BASE EM CONFIABILIDADE ESTRUTURAL</b> .....		<b>77</b>
4.1	APRESENTAÇÃO .....	77

4.2 ÍNDICE DE CONFIABILIDADE ALVO ( $\beta_T$ ).....	78
4.2.1 <i>Classes de Conseqüências</i> .....	80
4.3 PROCEDIMENTO DE CALIBRAÇÃO DE NORMA .....	80
4.4 EXEMPLO ANALÍTICO DE CALIBRAÇÃO DE NORMA.....	84
<b>CAPÍTULO 5. RESULTADOS.....</b>	<b>93</b>
5.1 CALIBRAÇÃO PARA UMA ÚNICA RAZÃO DE CARREGAMENTO.....	93
5.1.1 <i>Apresentação</i> .....	93
5.1.2 <i>Diferenças entre as Normas para Combinações Ações</i> .....	94
5.1.3 <i>Para combinações de duas ações (D e L)</i> .....	95
5.1.4 <i>Para duas ações (D e W)</i> .....	97
5.1.5 <i>Para três ações (D, L e W)</i> .....	99
5.1.6 <i>Análise dos Resultados</i> .....	102
5.2 CALIBRAÇÃO PARA CADA COMBINAÇÃO DE AÇÕES.....	104
5.2.1 <i>Apresentação</i> .....	104
5.2.2 <i>Para duas ações (L e D)</i> .....	105
5.2.3 <i>Para duas ações (D e W)</i> .....	106
5.2.4 <i>Para três ações (D, L e W) com L como ação variável principal</i> .....	107
5.2.5 <i>Para três ações (D, L e W) com W como ação variável principal</i> .....	107
5.2.6 <i>Resumo dos coeficientes obtidos</i> .....	108
5.3 CALIBRAÇÃO PARA TODAS AS COMBINAÇÕES DE AÇÕES (FORMATO NBR) .....	109
5.3.1 <i>Apresentação</i> .....	109
5.3.2 <i>Coefficientes Parciais de Segurança e Combinações Utilizadas na Norma Brasileira (ABNT NBR 8800:2008)</i> .....	111
5.3.3 <i>Calibração para a Norma Brasileira ABNT NBR 8681:2003</i> .....	113
5.3.4 <i>Variações do Índice de Confiabilidade para Diferentes Situações de Projeto</i> .....	114
5.3.5 <i>Coefficientes Parciais de Segurança Calibrados para Diferentes Índices de Confiabilidade Alvo</i> .....	118

5.4 AVALIAÇÃO DOS CUSTOS INICIAIS .....	120
5.5 ANÁLISE DOS RESULTADOS .....	122
<b>CAPÍTULO 6. CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>125</b>
6.1 APRESENTAÇÃO .....	125
6.2 CONCLUSÕES .....	126
6.3 SUGESTÃO PARA TRABALHOS FUTUROS .....	128
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>129</b>
<b>ANEXO A .....</b>	<b>133</b>
<b>APÊNDICE A: DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADE.....</b>	<b>137</b>
A.1 DISTRIBUIÇÃO NORMAL OU GAUSSIANA. ....	137
A.2 DISTRIBUIÇÃO LOGNORMAL. ....	138
A.3 DISTRIBUIÇÃO GAMMA. ....	139
A.4 DISTRIBUIÇÃO DE VALORES EXTREMOS DO TIPO I OU GUMBEL PARA MÁXIMOS.....	140
<b>APÊNDICE B: STRAND (STRUCTURAL RISK ANALYSIS AND DESIGN).....</b>	<b>141</b>

## Lista de Figuras

---

Figura 2.1: Função de densidade de probabilidade $f_R(\mathbf{r})$ e $f_S(\mathbf{s})$ . .....	40
Figura 2.2: Efeito da posição relativa entre $f_R(\mathbf{r})$ e $f_S(\mathbf{s})$ em $P_f$ .....	41
Figura 2.3: Efeito da dispersão entre $f_R(\mathbf{r})$ e $f_S(\mathbf{s})$ em $P_f$ . .....	42
Figura 2.4: Função densidade de probabilidade da margem de segurança $M$ . .....	43
Figura 2.5: Espaço das variáveis reduzidas .....	45
Figura 2.6: Estado de segurança e de falha no espaço das variáveis reduzidas .....	47
Figura 3.1: Relação entre ação média, ação nominal e ação majorada (de cálculo). .....	62
Figura 3.2: Relação entre resistência média, resistência característica nominal e resistência de projeto. ....	62
Figura 3.3: Isopletas de ventos nominais no Brasil (ABNT NBR6123:1988) e regiões meteorológicas definidas por Santos (1989). .....	70
Figura 4.1: Esquema do processo de calibração de norma. ....	83
Figura 5.1: Variação dos coeficientes parciais de segurança, combinação $D + L$ . ....	96
Figura 5.2: Variação do índice de confiabilidade utilizando coeficientes fixos correspondentes à relação $L_n/D_n$ . ....	96
Figura 5.3: Variação dos coeficientes parciais de segurança, $D + W$ . ....	98
Figura 5.4: Variação do índice de confiabilidade utilizando coeficientes fixos correspondentes à relação $W_n/D_n$ . ....	98
Figura 5.5: Variação dos coeficientes parciais de segurança as diferentes razões de ações, combinação $D + L + W$ , sendo $L$ a ação principal e $\beta_T = 3, 0$ . ....	101
Figura 5.6: Variação dos coeficientes parciais de segurança para as diferentes razões de ações, da combinação $D + L + W$ , sendo $W$ a ação principal, e $\beta_T = 3, 0$ . ....	102
Figura 5.7: Variação do índice de confiabilidade para os coeficientes calibrados para cada combinação de ações (formato LRFD) e para todas combinações de ações (formato NBR8800), $\beta_T = 3, 0$ . ....	114

Figura 5.8: Variações limite do índice de confiabilidade para os coeficientes calibrados para cada combinação de ações (formato LRFD) e para todas combinações de ações (formato NBR8800), $\beta_T = 3,0$ .....	115
Figura 5.9: Variação do índice de confiabilidade para os coeficientes calibrados para todas combinação de ações (formato NBR8800) e para os coeficientes prescritos em norma (ABNT NBR8800:2008), $\beta_T = 3,0$ .....	115
Figura 5.10: Variações limite do índice de confiabilidade para os coeficientes calibrados para cada combinação de ações (formato NBR8800) e para os coeficientes prescritos em norma (ABNT NBR8800:2008), $\beta_T = 3,0$ .....	116
Figura 5.11: Variação do índice de confiabilidade para os coeficientes calibrados para todas combinação de ações (formato NBR8681) e para os coeficientes prescritos em norma (ABNT NBR8681:2003), $\beta_T = 3,0$ .....	116
Figura 5.12: Limites do índice de confiabilidade para coeficientes calibrados para todas as combinações de ações (formato NBR8681) e para os coeficientes prescritos em norma (ABNT NBR8681:2003), $\beta_T = 3,0$ .....	117
Figura 5.13: Limites do índice de confiabilidade para coeficientes calibrados para todas combinações de ações (formatos NBR8800 e NBR8681), $\beta_T = 3,0$ .....	117
Figura 5.14: Limites do índice de confiabilidade para coeficientes prescritos nas normas ABNT NBR8800:2008 e ABNT NBR8681:2003.....	118
Figura 5.15: Limite do índice de confiabilidade para coeficientes calibrados para todas combinações de ações (formato NBR8800) e para coeficientes prescritos em norma(ABNT NBR8800:2008), $\beta_T = 2,8$ .....	121

## Lista de Tabelas

---

Tabela 3.1: Evolução da tensão admissível para estruturas de aço nos EUA (Adaptado Galambos , 1992) .....	59
Tabela 3.2: Propriedades estatísticas de resistência de elementos estruturais em aço .....	64
Tabela 3.3: coeficientes de variação dos coeficientes de pressão aerodinâmica.....	73
Tabela 4.1: Índice de Confiabilidade Alvo (Adaptado de JCSS, 2001).....	79
Tabela 4.2: Probabilidade de Falha (Adaptado de JCSS, 2001).....	79
Tabela 4.3: Índice de confiabilidade e probabilidade associada para estado limite de serviço irreversível (Adaptado JCSS, 2001).....	79
Tabela 5.1: Coeficientes Parciais de Segurança obtidos para combinação $D + L$ e $\beta_T = 3, 0$ : .	95
Tabela 5.2: Coeficientes Parciais de Segurança obtidos para combinação $D + W$ e $\beta_T = 3, 0$ : 97	
Tabela 5.3: Coeficientes Parciais de Segurança obtidos para a combinação $D + L + W$ , sendo $L$ a ação principal, razão $W_n/D_n = 1$ e $\beta_T = 3, 0$ .....	100
Tabela 5.4: Coeficientes Parciais de Segurança obtidos para a combinação $D + L + W$ , sendo $W$ a ação principal, razão $L_n/D_n = 1$ e $\beta_T = 3, 0$ .....	100
Tabela 6.1: Resumo dos coeficientes parciais de segurança calibrados para o formato LRFD.108	
Tabela 5.6: Coeficientes de Segurança Parciais e Fatores de Combinação de Norma (ABNT NBR8800:2008 e ABNT NBR8681:2003) e Calibrados para $\beta_T = 3, 0$ . ....	112
Tabela 5.7: Coeficientes parciais de segurança obtido para as diferentes combinações,para $\gamma_R = 1, 10$ e $\beta_T = 2, 0$ : .....	119
Tabela 5.8: Coeficientes parciais de segurança obtido para as diferentes combinações,para $\gamma_R = 1, 10$ e $\beta_T = 3, 8$ : .....	119
Tabela A.1: Coeficientes Parciais de Segurança obtido para a combinação $L + W + D$ , com $L$ como principal, razão $W_n/D_n = 0, 5$ e $\beta_T = 3, 0$ : .....	133
Tabela A.2: Coeficientes Parciais de Segurança obtido para a combinação $L + W + D$ , com $L$ como principal, razão $W_n/D_n = 2$ e $\beta_T = 3, 0$ : .....	133

Tabela A.3: Coeficientes Parciais de Segurança obtido para a combinação  $L + W + D$ , com  $L$  como principal, razão  $\frac{W_n}{D_n} = 5,0$  e  $\beta_T = 3,0$ : ..... 134

Tabela A.4: Coeficientes Parciais de Segurança obtido para a combinação  $L + W + D$ , com  $W$  como principal, razão  $\frac{L_n}{D_n} = 0,5$  e  $\beta_T = 3,0$ : ..... 134

Tabela A.5: Coeficientes Parciais de Segurança obtido para a combinação  $L + W + D$ , com  $W$  como principal, razão  $\frac{L_n}{D_n} = 2,0$  e  $\beta_T = 3,0$ : ..... 135

Tabela A.6: Coeficientes Parciais de Segurança obtido para a combinação  $L + W + D$ , com  $W$  como principal, razão  $\frac{L_n}{D_n} = 5,0$  e  $\beta_T = 3,0$ : ..... 135

## Lista de Símbolos

---

$c$	Coeficiente aerodinâmico
$d$	Menor distância entre a origem e a equação de estado limite
$D_n$	Ação permanente nominal
$E[.]$	Operador valor esperado
$FS$	Fator de segurança
$f_X(x)$	Função de densidade de probabilidade
$f_{X,Y}(x, y)$	Função de densidade de probabilidade conjunta
$F_X(x)$	Função de distribuição acumulada de uma variável aleatória $X$
$\mathbf{G}$	Vetor gradiente
$g(\mathbf{X})$	Função de desempenho
$L_n$	Ação variável nominal
$M$	Margem de segurança
$P_f$	Probabilidade de falha
$P_s$	Probabilidade de sobrevivência
$R$	Resistência da estrutura ou do elemento estrutural
$R_d$	Resistência de cálculo
$R_m$	Resistência média

$R_n$	Resistência nominal
$R_k$	Resistência característica do elemento estrutural
$S$	Solicitação (efeito das ações)
$S_k$	Solicitação característica
$V(X)$	Variância de uma variável aleatória X
$V$	Velocidade de vento
$V_a$	Maximo anual de velocidade de vento
$V_{50}$	Extremo de 50 anos da velocidade de vento
$w$	Pesos
$W_n$	Ação de vento nominal
$W_a$	Máximo anual da ação de vento
$W_{50}$	Extremo de 50 anos da ação de vento
$\alpha_i^*$	Cosseno diretor
$\beta$	Índice de confiabilidade
$\beta_T$	Índice de confiabilidade alvo
$\emptyset$	Coefficiente de minoração de resistência
$\phi(-)$	Função densidade de probabilidade da variável normal padrão
$\Phi(-)$	Função de probabilidade acumulada da distribuição normal padrão
$\gamma$	Coefficiente parcial de segurança
$\mu_X$	Média de uma variável aleatória X

$\mu_X^N$	Média da distribuição normal equivalente da variável aleatória X
$\psi$	Fator de combinação de ações
$\sigma_{adm}$	Tensão admissível
$\sigma_e$	Tensão de escoamento
$\sigma_{inst}$	Tensão de instabilidade
$\sigma_r$	Tensão de ruptura
$\sigma_X$	Desvio padrão da variável aleatória X
$\sigma_X^N$	Desvio padrão da distribuição normal equivalente da variável aleatória X
$\rho$	Densidade do ar



## Lista de Abreviaturas

---

ANSI	American National Standard Institute
FORM	First Order Reliability Method
FOSM	First Order Second Moment
JCSS	Joint Committee on Structural Safety
LRFD	Load and Resistance Factor Design
NBR	Norma Brasileira Registrada
PSO	Particle Swarm Optimization
SORM	Second Order Reliability Method
SMC	Simulação de Monte Carlo



# Capítulo 1. Introdução

---

## 1.1 Motivação do Trabalho

Ao projetar uma estrutura, o engenheiro se depara com incertezas associada aos materiais estruturais e às ações a que a mesma estará submetida e incertezas de modelos, teóricos e de execução. A maneira simplificada, adotada nas normas de projeto estrutural, de tratar essas incertezas é primeiro através da adoção de coeficientes de segurança, que visam criar margens de segurança e assim “controlar” o risco de falha estrutural.

Até meados da década de 80, os critérios de projeto normativos eram baseados no princípio das tensões admissíveis, onde um único coeficiente de segurança global era utilizado. Este coeficiente foi ajustado, ao longo dos anos, com base na experiência passada, num processo de tentativa e erro.

No final dos anos 60 e início de 70, colocou-se a eficiência das normas de segurança baseadas no método das tensões admissíveis em dúvida. Nesta mesma época, iniciaram-se estudos para o desenvolvimento de uma nova metodologia de avaliação da segurança.

Em 1978, Bruce Ellingwood liderou o desenvolvimento de um novo formato para as normas americanas, baseado no método dos estados limites. Os critérios contidos neste novo formato eram simples, pois consideravam que a falha estrutural ocorreria quando ultrapassada uma condição limite, escrita em termos das variáveis resistência  $R$  e solicitação  $S$ . Neste formato, a solicitação é entendida como um somatório de efeitos de carregamento e os coeficientes parciais de segurança foram

introduzidos, sendo um coeficiente para cada uma das ações e um coeficiente para a resistência do elemento estrutural. Desta forma, criou-se de uma margem de segurança em relação a cada uma das principais variáveis aleatórias do problema. O novo formato adotado nas normas americanas passou a ser conhecido como LRFD (*Load and Resistance Factor Design*).

As normas européias também evoluíram para um formato baseado em estados limites. Nestas normas, no entanto, optou-se por adotar um coeficiente parcial de segurança para cada um dos materiais constituintes do elemento estrutural, ao invés de um único coeficiente para a solicitação. Outra diferença significativa é que as normas européias, independente da combinação, utilizam coeficientes parciais de segurança fixos correspondente a cada ação, enquanto que a norma americana utiliza um conjunto de coeficientes parciais para cada combinação de ações.

Ao ser convertida para o novo formato, as normas americanas passaram por processos de calibração baseado em confiabilidade. Neste processo, os coeficientes de segurança utilizados na nova norma foram determinados de forma a reproduzir nesta o nível de segurança praticado na norma atual. Como medida do nível de segurança, foi utilizada a probabilidade de falha, ou o índice de confiabilidade.

Não há registro, na literatura, de que o mesmo processo de calibração tenha sido aplicado, de maneira generalizada, na determinação dos coeficientes parciais de segurança utilizados no Eurocode. Ainda assim, nota-se uma clara intenção de fundamentar o Eurocode em medidas probabilísticas de segurança, a julgar pelo conteúdo do anexo C: “Base para o projeto em coeficientes parciais e análise de confiabilidade” (EUROCODE, 2001).

As normas brasileiras de “Ações e Segurança nas Estruturas” (ABNT NBR8681:2003) e de “Projeto e execução de estruturas de aço e de estruturas mistas aço-concreto de edifícios” (ABNT NBR8800:2008) realizam combinações de ações semelhantes as normas européias. Os coeficientes parciais de segurança destas normas não passaram pelo processo de calibração com base em confiabilidade e tem origem em normas estrangeiras correlatas, e não realizou-se uma análise sistemática das incertezas em materiais e ações para a realidade brasileira.

## **1.2 Objetivos do Trabalho**

O objetivo principal deste trabalho é estudar o procedimento de calibração, baseada em confiabilidade, dos coeficientes parciais de segurança de normas de estado limite, com aplicação às normas brasileiras de projeto estrutural ABNT NBR8681:2003 e ABNT NBR8800:2008. Este estudo preliminar tem escopo limitado, uma vez que não há informação estatística disponível a respeito de muitas das variáveis de projeto envolvidas, como incerteza em cargas permanentes, em certas ações variáveis e em resistência de materiais estruturais, para a realidade brasileira. Em termos gerais, este estudo está baseado em informações da literatura, principalmente para a realidade norte-americana. Uma exceção são as estatísticas de ação do vento, que estão baseadas em registros de velocidade de vento obtidos nos aeroportos brasileiros ao longo de 20 anos (SANTOS, 1989). Outra limitação do presente estudo está nos elementos estruturais de e modos de falha considerados. Apenas elementos estruturais de aço são considerados.

São avaliados os coeficientes utilizados nas normas brasileiras (ABNT NBR8800:2008 e ABNT NBR8681:2003), e os índices de confiabilidade resultantes.

Neste trabalho, coeficientes parciais de segurança são encontrados para um índice de confiabilidade alvo igual a 3,0. Estes coeficientes são comparados com os valores recomendados nas normas brasileiras. Os índices de confiabilidade resultantes, para projeto utilizando os coeficientes encontrados neste trabalho e utilizando os coeficientes de norma, são comparados.

O estudo investiga ainda as conseqüências de se utilizar uma única expressão de combinação de ações (formatos Europeu e Brasileiro), em comparação com o formato americano. Esta comparação é feita com base na uniformidade (ou falta de) dos índices de confiabilidade resultantes. Para isto, o procedimento de calibração é utilizado para obter coeficientes parciais de segurança nos dois formatos de norma.

### **1.3 Organização do Trabalho**

No capítulo 2 é feita uma revisão da teoria de confiabilidade estrutural, com especial atenção aos métodos utilizados no trabalho (FOSM e FORM).

Os principais métodos de dimensionamento aplicados em normas (método de tensões admissíveis e método de estados limites) são apresentados no capítulo 3. Neste capítulo também são descritas as informações estatísticas sobre resistências e ações, utilizadas nas análises de confiabilidade desenvolvidas neste trabalho.

No capítulo 4 é descrito o procedimento de calibração de normas de estado limite, incluindo um exemplo de calibração analítico baseado no método FOSM (First Order Second Moment).

Na primeira seção do capítulo 5 ilustram-se as variações obtidas nos coeficientes parciais de segurança, para se atingir um índice de confiabilidade alvo para as estruturas

projetadas através de determinada norma. Também são ilustradas as variações obtidas nos índices de confiabilidade, quando a proporção entre as diversas ações é alterada.

O procedimento de calibração para cada combinação de ações (formato americano) é apresentado na segunda seção do capítulo 5. Esta calibração leva em conta as diferentes razões entre as ações, através de pesos relacionados à frequência em que estas razões aparecem na prática.

Na terceira seção do capítulo 5, o procedimento de calibração é repetido para todas as combinações de ações para o formato das normas brasileiras. Resultados também são obtidos para outros valores do índice de confiabilidade alvo.

No capítulo 6 são apresentadas as conclusões e considerações finais.



## **Capítulo 2. Confiabilidade Estrutural**

---

### **2.1 Introdução**

Projetos estruturais estão sujeitos a incertezas inerentes a resistência dos materiais, as ações estruturais e aos modelos de análise, entre outras. A presença de incertezas implica na possibilidade de falha do sistema estrutural

A teoria de confiabilidade estrutural permite quantificar as incertezas e determinar a probabilidade de que um sistema estrutural atinja determinado estado limite. Os estados limites estão associados aos modos de falha do sistema, que podem ser falhas de serviço ou falhas últimas (colapso da estrutura).

A confiabilidade é o grau de confiança (probabilidade subjetiva) de que um sistema não falhe dentro de um período de tempo especificado e respeitadas as condições de operação (de projeto) do mesmo (BECK,2006).

Neste capítulo apresenta-se inicialmente conceitos relacionados a teoria de variáveis aleatórias. Em seguida, realiza-se uma breve revisão da teoria de confiabilidade estrutural, com ênfase nos métodos de análise utilizados neste trabalho.

### **2.2 Variáveis Aleatórias**

Define-se variável aleatória como uma função real que atribui um valor real para cada resultado de um experimento aleatório (MONTGOMERY e RUNGER, 2003). O espaço amostral é o conjunto de todos os pontos amostrais do experimento.

Uma variável aleatória é comumente representada por uma letra maiúscula, e uma realização desta variável por uma letra minúscula.

As variáveis aleatórias podem ser: Discretas: possui um número finito ou enumerável de valores, ou Contínuas: possui um número infinito em um intervalo (finito ou infinito) de números reais.

### 2.2.1 Função de Distribuição Acumulada

Dado um experimento aleatório, associado a uma variável aleatória  $X$  e um dado número real  $x$ , considera-se a probabilidade o evento  $P(X \leq x)$ . Essa probabilidade é claramente dependente do valor atribuído  $x$  (SOONG, 2004).

Assim, a função

$$F_X(x) = P(X \leq x) \quad (2.1)$$

é definida como a função de distribuição acumulada ( $F_X(x)$ ) de uma variável aleatória  $X$  para qualquer número real  $x$  pertencente ao intervalo  $(-\infty \leq x \leq \infty)$ .

Na equação (2.1), o subscrito  $X$  indica a variável aleatória. Este subscrito às vezes é omitido quando não há risco de confusão.

Algumas propriedades da função  $F_X(x)$ :

Seus valores estão entre 0 e 1.

A função é não-negativa, contínua a direita e crescente para as variáveis reais  $x$ , tem-se:

$$F_X(-\infty) = 0, e F_X(\infty) = 1 \quad (2.2)$$

Se  $a$  e  $b$  são dois números reais tais que  $a < b$ , então

$$P(a < X \leq b) = F_X(b) - F_X(a) \quad (2.3)$$

esta relação é um resultado direto da identidade

$$P(X \leq b) = P(X \leq a) + P(a < X \leq b) \quad (2.4)$$

### 2.2.2 Função de Densidade de Probabilidades

Para variáveis aleatórias contínuas  $X$ , a função de densidade de probabilidades ( $f_X(x)$ ), corresponde à derivada em relação a  $x$  da função de distribuição acumulada (SOONG, 2004).

$$f_X(x) = \frac{dF_X(x)}{dx} \quad (2.5)$$

Desde que  $F_X(x)$  seja monotonicamente crescente, tem-se:

$$f_X(x) \geq 0 \quad (2.6)$$

para qualquer valor de  $x$ .

Propriedades adicionais de  $f_X(x)$  podem ser deduzidas facilmente da equação

(2.5):

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^x f_X(u) du \quad (2.7)$$

e

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_X(u) du = 1 \quad (2.8)$$

$$P(a < X \leq b) = F_X(b) - F_X(a) = \int_a^b f_X(x) dx$$

### 2.2.3 Média e Variância de uma Variável Aleatória

A média ou valor esperado de uma variável aleatória pode ser definido como a integral:

$$E[X] = \mu = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x) dx \quad (2.9)$$

onde:

$f_X(x)$ : função de densidade de probabilidades da variável aleatória  $X$ ;

$E[.]$ : operador valor esperado; e

$\mu$ : média da variável aleatória.

A variância mede a dispersão da variável aleatória em torno da média. Define-se a variância de uma variável aleatória  $X$ , denotada por  $V(X)$  ou  $\sigma_X^2$ , da seguinte forma (MEYER, 1983).

$$V(X) = E[X - E(X)]^2 \quad (2.10)$$

A raiz quadrada positiva de  $V(X)$  é denominada de desvio padrão de  $X$ , denotado por  $\sigma_X$ .

## **2.3 Incertezas em Projetos de Engenharia Estrutural**

Ao realizar-se a solução de problemas de engenharia estrutural confronta-se com inúmeras incertezas, que resultam em diferenças entre o comportamento previsto (via modelo) e o comportamento real da estrutura. Algumas incertezas podem ser eliminadas ou diminuídas com maiores estudos ou mais informações sobre estas, enquanto outras são intrínsecas (fazem parte do processo) e não podem ser eliminadas.

As incertezas que afetam os projetos estruturais podem ser classificadas conforme segue.

### **2.3.1 Incerteza Física**

A incerteza física está associada à variabilidade inerente das propriedades dos materiais, da geometria dos elementos, da variabilidade e da simultaneidade das

diferentes ações, etc. A incerteza física pode ser reduzida através coleta de dados e controle de qualidade, mas não pode ser eliminada.

Geralmente, este tipo de incerteza não é conhecido à priori, mas pode ser estimado através de observações das variáveis, ou recorrendo a experiências anteriores.

### **2.3.2 Incerteza Fenomenológica**

A incerteza fenomenológica está associada a eventos inimagináveis que ocorrem. Em especial, esta incerteza pode aparecer em projetos inovadores, para os quais novos e inimagináveis modos de falha podem existir, afetando assim a segurança estrutural. Esta incerteza é de difícil análise devido ao seu caráter inimaginável, mas pode-se tentar estimar de forma subjetiva os efeitos deste tipo de incerteza.

### **2.3.3 Incerteza de Modelo**

A incerteza de modelo é resultado das aproximações teóricas do comportamento real dos materiais e das simplificações na consideração das ações e dos seus efeitos. Pode-se utilizar uma variável aleatória para representar esta incerteza, relacionando a resposta real (medida experimentalmente) com a resposta do modelo.

### **2.3.4 Incerteza Estatística**

A incerteza estatística está associada com o resultado estatístico, uma vez que a estimativa dos parâmetros que caracterizam os modelos probabilísticos é realizada a partir de um número limitado de dados.

Por exemplo, quando a média uma variável é determinado a partir de uma amostra, a variância do resultado corresponde a uma incerteza estatística nesta média. Se o número de amostras é pequeno, não pode ser aumentado e a variável é de grande importância para o problema, então a própria média da distribuição pode ser representada como uma variável aleatória.

### **2.3.5 Incerteza de Decisão**

A incerteza de decisão está associada com a decisão sobre se um determinado evento ocorreu ou não. A própria definição de um estado limite é um exemplo deste tipo de incerteza. A fronteira real entre os estados de falha e não falha não corresponde exatamente ao que formulamos através de uma equação de estado limite.

### **2.3.6 Erros Humanos**

O erro humano é uma importante causa de falhas em estruturas. Esta incerteza deve-se aos erros cometidos nos processos de dimensionamento, construção e utilização da estrutura, porém é de conhecimento limitado, sendo que na sua maioria em caráter qualitativo. No entanto, é evidente que seu efeito provoca um aumento da incerteza da resposta estrutural maior do que aqueles provocados por outras incertezas.

## 2.4 Teoria da Confiabilidade Estrutural

O objetivo principal da análise de confiabilidade é quantificar a segurança de estrutura considerando as incertezas existentes em resistências e solicitações.

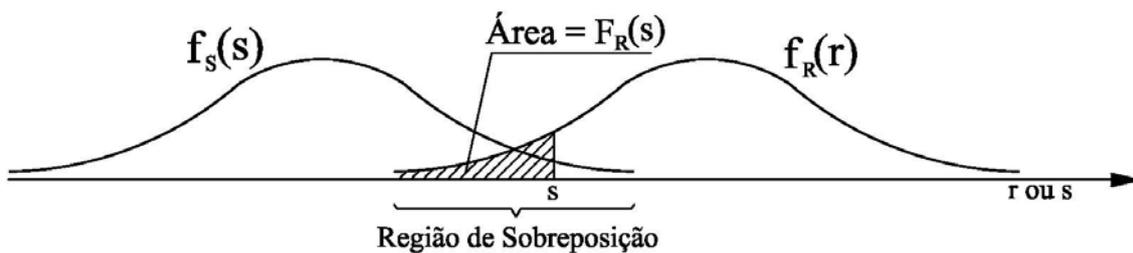
Seja a resistência ( $R$ ) e a solicitação ( $S$ ), variáveis aleatórias com distribuição de probabilidade conhecidas, a probabilidade de falha ( $P_f$ ), para  $R$  e  $S$  contínuas e estatisticamente independentes, pode ser calculada através da expressão (2.11) (ANG e TANG, 1984).

$$P_f = P(R < S) = \int_0^{\infty} F_R(s) f_S(s) ds \quad (2.11)$$

onde:

$F_R(r)$  é a função de distribuição acumulada da variável  $R$ ;

$f_S(s)$  é a função densidade probabilidade da variável  $S$ .



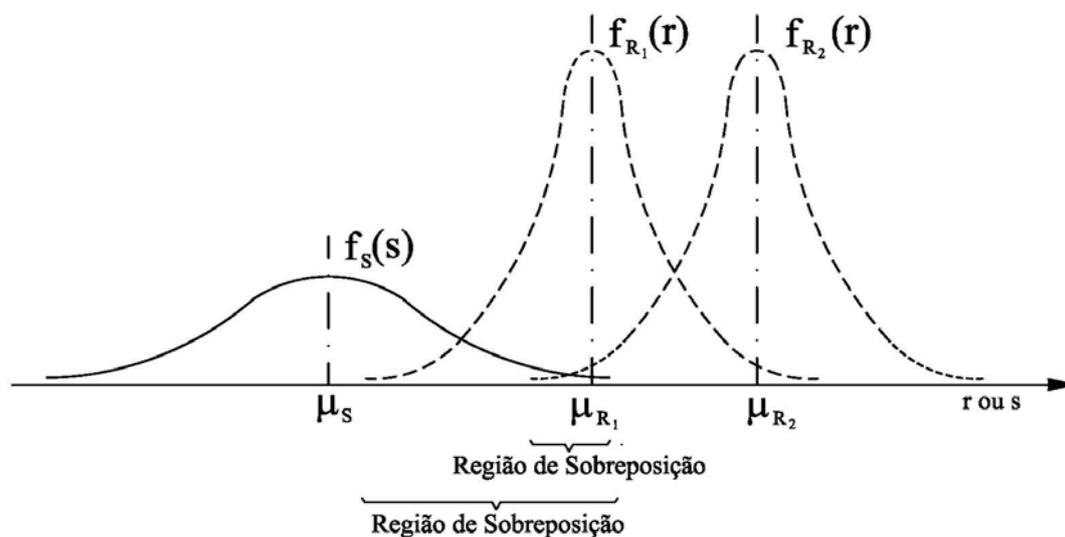
**Figura 2.1:** Função de densidade de probabilidade  $f_R(r)$  e  $f_S(s)$ .

(Adaptado de Ang e Tang, 1984)

As funções de densidade de probabilidade de  $f_R(r)$  e  $f_S(s)$  estão representadas na Figura 2.1. A sobreposição das curvas  $f_R(r)$  e  $f_S(s)$  representa uma medida qualitativa da probabilidade de falha. Com relação a esta medida observa-se o seguinte:

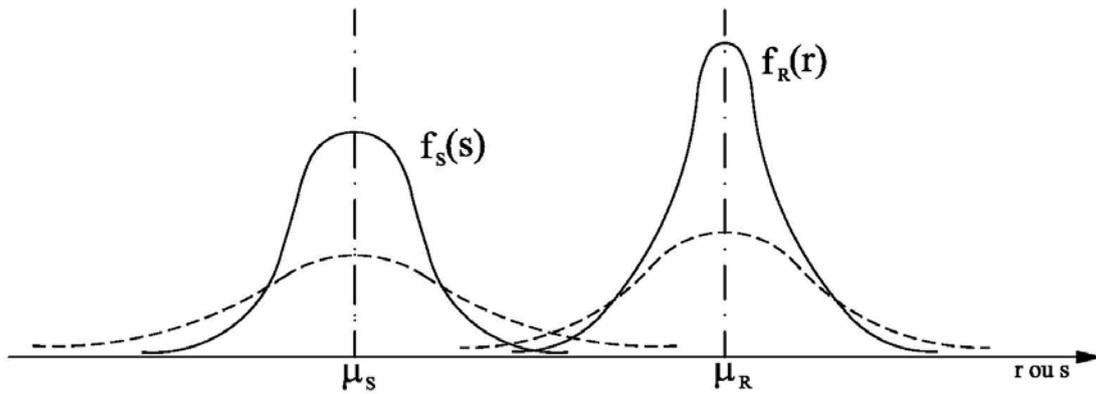
Da Figura 2.2 nota-se que a região sobreposta depende das posições das curvas  $f_R(r)$  e  $f_S(s)$ . Quando as duas curvas ficam mais afastadas,  $P_f$  diminui, se as duas curvas ficam próximas  $P_f$  aumenta. A posição relativa entre  $f_R(r)$  e  $f_S(s)$  pode ser medida pela razão  $\mu_R/\mu_S$ , que pode ser chamada de “coeficiente de segurança central” ou pela diferença  $(\mu_R - \mu_S)$  que significa “margem de segurança”.

A região de sobreposição também depende do grau de dispersão em  $f_R(r)$  e  $f_S(s)$ , conforme mostra a Figura 2.3, pois mantendo-se os valores médios ou aumentando a dispersão de uma ou das duas curvas, tem-se um aumento da região sobreposta.



**Figura 2.2:** Efeito da posição relativa entre  $f_R(r)$  e  $f_S(s)$  em  $P_f$

(Adaptado de Ang e Tang, 1984)



**Figura 2.3: Efeito da dispersão entre  $f_R(s)$  e  $f_S(s)$  em  $P_f$ .**

(Adaptado de Ang e Tang, 1984)

Por essa razão, qualquer medida correta de segurança ou confiabilidade deveria ser uma função das posições relativas de  $f_R(r)$  e  $f_S(s)$ , como também de suas dispersões.

Na equação (2.11) assume-se que as variáveis aleatórias  $R$  e  $S$  são estatisticamente independentes. Em geral, essas variáveis podem ser correlacionadas, neste caso, a probabilidade de falha pode ser expressa em termos da função densidade de probabilidade conjunta,

$$P_f = \int_0^{\infty} \left[ \int_0^s f_{R,S}(r, s) dr \right] ds \quad (2.12)$$

a confiabilidade correspondente é:

$$P_s = \int_0^{\infty} \left[ \int_0^r f_{R,S}(r, s) ds \right] dr \quad (2.13)$$

O problema anterior pode ser ainda formulado em termos da margem de segurança:

$$M = R - S \quad (2.14)$$

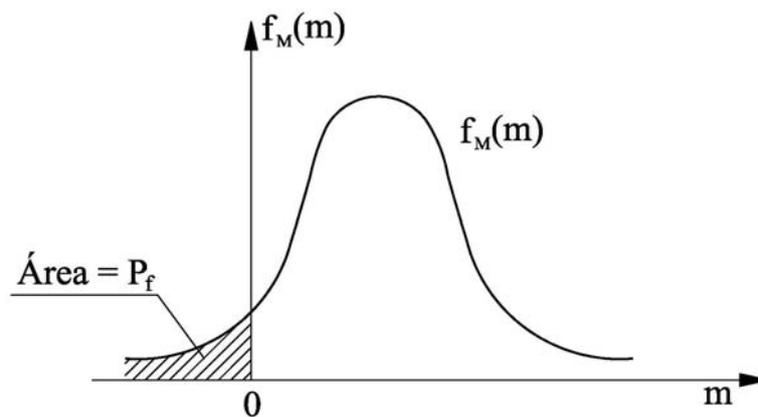
onde:

$M$  é uma variável aleatória com função densidade de probabilidade  $f_M(m)$ .

Neste caso, a falha da estrutura será o evento ( $M < 0$ ) e o estado seguro será o evento ( $M > 0$ ), portanto a probabilidade de falha poderá ser determinada por:

$$P_f = P[M < 0] = \int_{-\infty}^0 f_M(m) dm = F_M(0) \quad (2.15)$$

Essa probabilidade pode ser representada pela Figura 2.4:



**Figura 2.4: Função densidade de probabilidade da margem de segurança  $M$ .**

(Adaptado de Ang e Tang, 1984)

## 2.5 Método de Segundo Momento

O cálculo da probabilidade de falha requer que as funções de densidade de probabilidade  $f_R(r)$  e  $f_S(s)$  ou que a função de densidade de probabilidade conjunta  $f_{R,S}(r,s)$  seja conhecida. Porém, nem sempre é possível obter estas informações. Na maioria das vezes têm-se informações apenas para estimar o primeiro momento (média) e o segundo momento (variância) das variáveis aleatórias.

Segundo Ang e Tang (1984), quando não há informações sobre as distribuições de probabilidade a confiabilidade pode ser medida como uma função do primeiro e segundo momentos das variáveis aleatórias. Esta medida é chamada de índice de confiabilidade ( $\beta$ ). Porém, se as formas apropriadas das funções de distribuições são conhecidas, a probabilidade correspondente pode ser determinada com base nas distribuições normais equivalentes.

Utilizando o conceito de margem segurança, a fronteira que separa a região segura da região de falha é dada pela equação  $M = 0$ .

As variáveis reduzidas são:

$$R' = \frac{R - \mu_R}{\sigma_R} \quad (2.16)$$

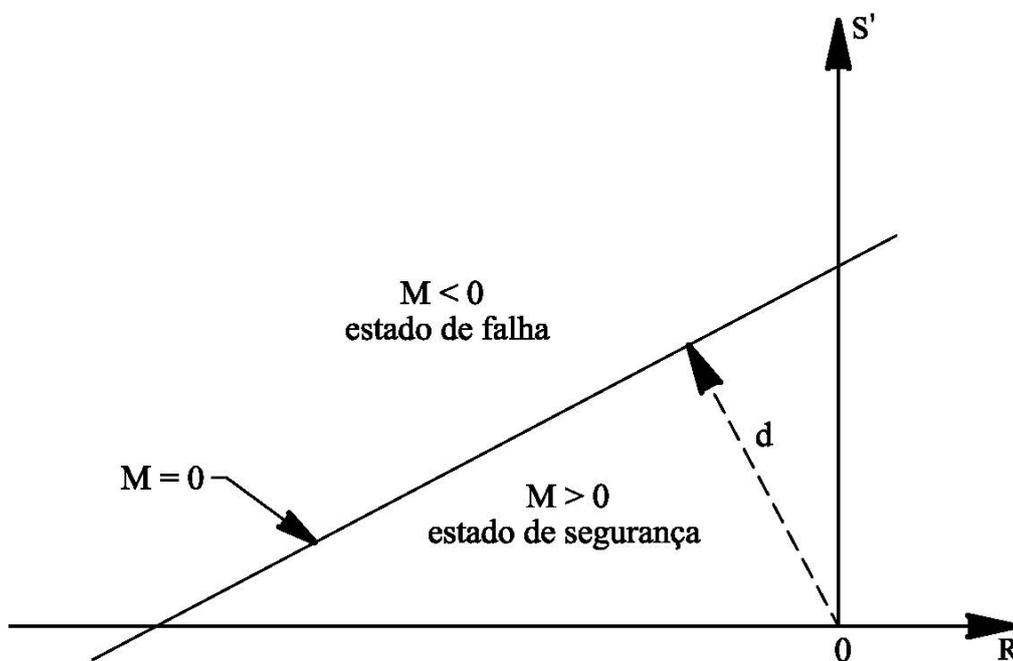
$$S' = \frac{S - \mu_S}{\sigma_S} \quad (2.17)$$

No espaço destas variáveis, o estado seguro e o de falha são representados pela figura 2.5. Em termos das variáveis reduzidas a equação de estado limite torna-se:

$$\sigma_R \cdot R' - \sigma_S \cdot S' + \mu_R - \mu_S = 0 \quad (2.18)$$

Esta equação é uma reta como pode ser visto na Figura 2.5. A menor distância (d) entre a origem no espaço das variáveis reduzidas e a equação de estado limite, corresponde ao índice de confiabilidade, que pode ser representado de forma analítica como:

$$d = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (2.19)$$



**Figura 2.5: Espaço das variáveis reduzidas**

(Adaptado de Ang e Tang, 1984)

### 2.5.1 Generalização

A maior parte dos problemas de confiabilidade estrutural envolve múltiplas variáveis aleatórias. Desta forma, é necessário fazer uma generalização dos

procedimentos realizados anteriormente, os quais envolviam apenas duas variáveis aleatórias.

Pode-se definir a confiabilidade de um sistema de engenharia como sendo a probabilidade de que o mesmo desempenhe sua função planejada durante um determinado período (vida útil). O nível de desempenho de um sistema, obviamente dependerá das propriedades deste sistema. Neste contexto, e para a proposta de uma formulação geral, define-se uma função desempenho (ANG e TANG 1984):

$$g(\mathbf{X}) = g(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (2.20)$$

onde:

$\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$  é o vetor das variáveis básicas do sistema; e

$g(\mathbf{X}) = 0$  é a função que determina o estado limite do sistema.

Tem-se então que:

$[g(\mathbf{X}) > 0]$  – estado de segurança

$[g(\mathbf{X}) < 0]$  – estado de falha

Geometricamente, a equação de estado limite  $g(\mathbf{X}) = 0$  é uma superfície n-dimensional que pode ser chamada de “superfície de falha”. Em um lado da superfície de falha está o estado seguro  $g(\mathbf{X}) > 0$ , ao passo que do outro lado está o estado de falha,  $g(\mathbf{X}) < 0$ .

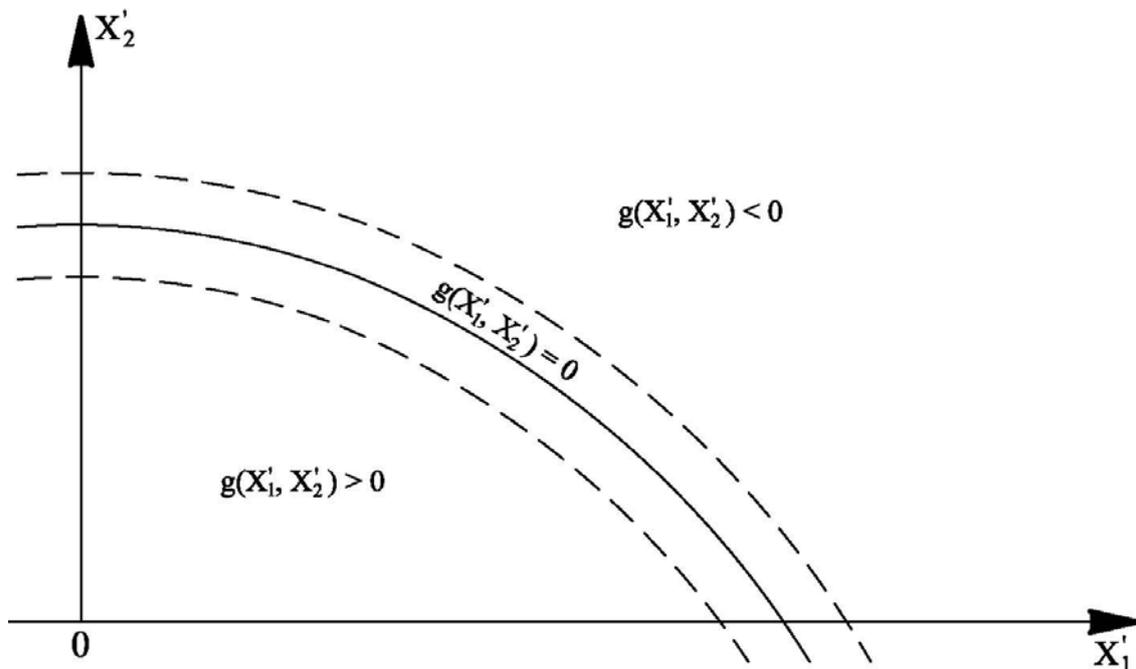
## 2.5.2 Variáveis não correlacionadas

Seja o conjunto de variáveis reduzidas não correlacionadas:

$$X'_i = \frac{X_i - \mu_{X_i}}{\sigma_{X_i}} \quad (2.21)$$

O estado de segurança e o estado de falha podem ser interpretados no espaço das variáveis reduzidas. O caso de duas variáveis é ilustrado na Figura 2.6, em termos das variáveis reduzidas,  $X'_i$ , tem-se a seguinte função de estado limite:

$$g(\sigma_{x_1} X'_1 + \mu_{x_1}, \dots, \sigma_{x_n} X'_n + \mu_{x_n}) = 0 \quad (2.22)$$



**Figura 2.6: Estado de segurança e de falha no espaço das variáveis reduzidas**

(Adaptado de Ang e Tang, 1984)

Observa-se na Figura 2.6 que a superfície de estado limite ( $g(X) = 0$ ), se afasta ou se aproxima da origem, causando assim um aumento ou uma diminuição do estado seguro ( $g(X) > 0$ ). Shinozuka (1983) mostra que o ponto na superfície de falha com mínima distância da origem é o ponto mais provável de falha. Esta mínima distância pode ser usada como uma medida de confiabilidade.

A distância de um ponto  $\mathbf{X}' = (X'_1, X'_2, \dots, X'_n)$  qualquer até a origem de  $\mathbf{X}'$  é dada por:

$$D = \sqrt{X_1'^2 + \dots + X_n'^2} = (\mathbf{X}'^t \cdot \mathbf{X}')^{1/2} \quad (2.23)$$

O ponto na superfície de falha,  $(x_1'^*, x_2'^*, \dots, x_n'^*)$ , que possui a mínima distância até origem pode ser determinado pela minimização da função  $D$ , sujeita à condição de restrição  $g(X) = 0$ . Fazendo-se o uso do método dos multiplicadores de Lagrange, tem-se:

$$L = D + \lambda \cdot g(\mathbf{X}) = (\mathbf{X}'^t \cdot \mathbf{X}')^{1/2} + \lambda \cdot g(\mathbf{X}) \quad (2.24)$$

em notação escalar,

$$L = \sqrt{X_1'^2 + X_2'^2 + \dots + X_n'^2} + \lambda \cdot g(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (2.25)$$

onde:

$$X_i = \sigma_{X_i} \cdot X'_i + \mu_{x_i}.$$

Derivando-se a equação (2.25) em relação a  $X'_i$  e a  $\lambda$ , e igualando-se estas equações ou simplesmente minimizando  $L$ , obtém-se um sistema de  $n + 1$  equações com  $n + 1$  incógnitas (condição de otimalidade);

$$\frac{\partial L}{\partial X'_i} = \frac{X'_i}{\sqrt{X_1'^2 + X_2'^2 + \dots + X_n'^2}} + \lambda \cdot \frac{\partial g}{\partial X'_i} = 0; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.26)$$

e

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = g(X_1, X_2, \dots, X_n) = 0 \quad (2.27)$$

A solução do sistema resulta no ponto mais provável de falha  $(x_1'^*, x_2'^*, \dots, x_n'^*)$ .

Introduzindo o vetor gradiente:

$$\mathbf{G} = \left( \frac{\partial g}{\partial X'_1}, \frac{\partial g}{\partial X'_2}, \dots, \frac{\partial g}{\partial X'_n} \right) \quad (2.28)$$

onde:

$$\frac{\partial g}{\partial X'_i} = \frac{\partial g}{\partial X_i} \frac{dX_i}{dX'_i} = \sigma_{x_i} \frac{\partial g}{\partial X_i}$$

e substituindo a equação (2.23) na equação (2.26), tem-se:

$$\mathbf{X}' = -\lambda \mathbf{D} \mathbf{G} \quad (2.29)$$

Substituindo a equação (2.29) na equação (2.26), tem-se que  $\lambda = (\mathbf{G}^t \mathbf{G})^{-1/2}$ .

Substituindo este resultado na equação (2.29), obtém-se:

$$\mathbf{X}' = \frac{-\mathbf{G} \mathbf{D}}{(\mathbf{G}^t \mathbf{G})^{1/2}} \quad (2.30)$$

Multiplicando a equação (2.30) por  $\mathbf{G}^t$ , chega-se

$$D = \frac{-\mathbf{G}^t \mathbf{X}'}{(\mathbf{G}^t \mathbf{G})^{1/2}} \quad (2.31)$$

Substituindo a equação (2.30) na equação (2.26) obtém-se uma equação para  $D$  não conhecido. A solução desta equação é a mínima distância  $d_{min} = \beta$ , assim:

$$\beta = \frac{-\mathbf{G}^{*t} \mathbf{X}'^*}{(\mathbf{G}^{*t} \mathbf{G}^*)^{1/2}} \quad (2.32)$$

onde:

$\mathbf{G}^*$  é vetor gradiente calculado no ponto mais provável de falha.

Na forma escalar:

$$\beta = \frac{-\sum_i x_i'^* \left(\frac{\partial g}{\partial X_i'}\right)^*}{\sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial g}{\partial X_i'}\right)^2}} \quad (2.33)$$

Portanto, o mínimo é:

$$\mathbf{X}'^* = -\frac{\mathbf{G}^* \beta}{(\mathbf{G}^{*t} \mathbf{G}^*)^{1/2}} \quad (2.34)$$

na forma escalar,

$$x_i'^* = -\alpha_i^* \beta; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.35)$$

onde:

$$\alpha_i^* = \frac{\left(\frac{\partial g}{\partial X_i'}\right)_*}{\sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial g}{\partial X_i'}\right)_*^2}} \quad (2.36)$$

são os cossenos diretores ao longo de  $x_i'$ .

### 2.5.3 Interpretação de Primeira Ordem

Com os resultados obtidos no item anterior, as equações (2.32) e (2.34) podem ser interpretadas com base em aproximações de primeira ordem para a função  $g(\mathbf{X})$ , como segue (ANG e TANG. 1984).

Expande-se a função  $g(\mathbf{X})$  em série de Taylor no ponto  $\mathbf{x}^*$ , que pertence à superfície de falha  $g(\mathbf{X}^*) = 0$ , ou seja:

$$g(X_1, X_2, \dots, X_n) = g(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) + \sum_{i=1}^n (X_i - x_i^*) \left(\frac{\partial g}{\partial X_i'}\right)_* + \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n (X_i - x_i^*) (X_j - x_j^*) \left(\frac{\partial^2 g}{\partial X_i \partial X_j}\right)_* + \dots \quad (2.37)$$

onde as derivadas são calculadas em  $(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ .

Como  $g(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) = 0$  na superfície de falha:

$$g(X_1, X_2, \dots, X_n) = \sum_{i=1}^n (X_i - x_i^*) \left( \frac{\partial g}{\partial X_i} \right)_* + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n (X_i - x_i^*) (X_j - x_j^*) \left( \frac{\partial^2 g}{\partial X_i \partial X_j} \right)_* + \dots \quad (2.38)$$

sabe-se que:

$$X_i - x_i^* = (\sigma_{x_i} X'_i + \mu_{x_i}) - (\sigma_{x_i} X'_i{}^* + \mu_{x_i}) = \sigma_{x_i} (X'_i - x'_i{}^*)$$

e

$$\frac{\partial g}{\partial X'_i} = \frac{\partial g}{\partial X_i} \frac{dX_i}{dX'_i} = \sigma_{x_i} \frac{\partial g}{\partial X_i}$$

então,

$$g(X_1, X_2, \dots, X_n) = \sum_{i=1}^n (X'_i - x'_i{}^*) \left( \frac{\partial g}{\partial X'_i} \right)_* + \dots \quad (2.39)$$

Em uma aproximação de primeira ordem, isto é, truncando a série de Taylor no termo de primeira ordem, o valor médio da função  $g(\mathbf{X})$  é:

$$\mu_g \cong - \sum_{i=1}^n x'_i{}^* \left( \frac{\partial g}{\partial X'_i} \right)_* \quad (2.40)$$

A variância aproximada correspondente em primeira ordem (para variáveis não correlacionadas) é:

$$\sigma_g^2 \cong \sum_{i=1}^n \sigma_{x'_i}^2 \left( \frac{\partial g}{\partial X'_i} \right)_*^2 = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial g}{\partial X'_i} \right)_*^2 \quad (2.41)$$

Das equações (2.40) e (2.41), tem-se a razão:

$$\frac{\mu_g}{\sigma_g} = \frac{-\sum_{i=1}^n x_i'^* \left( \frac{\partial g}{\partial X_i'} \right)^*}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial g}{\partial X_i'} \right)^2}} \quad (2.42)$$

Comparando a equação (2.42) com a (2.33), percebe-se que as duas razões obtidas são as mesmas. Assim,  $\mu_g/\sigma_g$  também é a distância do plano tangente à superfície de falha em  $\mathbf{x}^*$  até a origem das variáveis reduzidas. Portanto, o índice de confiabilidade é igual a:

$$\beta = \frac{\mu_g}{\sigma_g} \quad (2.43)$$

Enfatiza-se ainda que as aproximações de primeira ordem de  $\mu_g$  e  $\sigma_g$  devem ser calculadas em um ponto da superfície de falha  $g(\mathbf{X})^* = 0$ . Anteriormente, as aproximações de primeira ordem eram calculadas com os valores médios  $(\mu_{X_1}, \mu_{X_2}, \dots, \mu_{X_n})$ , o que implicava em erros significativos para funções de desempenho não-lineares. Por este motivo, a razão correspondente  $\mu_g/\sigma_g$  calculada no ponto médio pode não ser a menor distância da superfície de falha não-linear até a origem das variáveis reduzidas (ANG e TANG, 1984).

Além disso, aproximações de primeira ordem calculadas com os valores médios das variáveis básicas fazem surgir o problema da invariância para estados limites equivalentes (HASOFER e LIND, 1974), isto é, o resultado dependerá de como a expressão de estado limite é definida. Por exemplo, para eventos de estado limite

equivalentes  $R - S < 0$  e  $R/S < 1$ , o cálculo com os valores médios das variáveis básicas resultará em índices de confiabilidade diferentes. Este problema de invariância é contornado quando as aproximações de primeira ordem são calculadas no ponto de projeto (ANG e TANG, 1984).

## 2.6 Método FORM (First Order Reliability Method)

O FORM é um método de segundo momento que permite incorporar à análise das funções de distribuição de probabilidade bem como as correlações entre as variáveis aleatórias de um problema.

### 2.6.1 Distribuições Normais Equivalentes

Se as distribuições de probabilidade das variáveis aleatórias  $X_1, X_2, \dots, X_n$  são não normais, as probabilidades  $p_s$  ou  $p_f$  devem ser calculadas utilizando-se distribuições normais equivalentes. Com a distribuição normal equivalente, o cálculo de  $p_f$  segue os mesmos passos utilizados para as variáveis normais (ANG e TANG, 1984).

Os parâmetros da distribuição normal equivalente de uma variável com distribuição não normal podem ser obtidos fazendo com que a probabilidade acumulada e a ordenada da função densidade de probabilidade das duas distribuições sejam idênticas no ponto apropriado,  $x_i^*$ , da superfície de falha.

Igualando as probabilidades acumuladas no ponto de falha  $\mathbf{X}_i^*$ , tem-se:

$$\Phi\left(\frac{x_i^* - \mu_{X_i}^N}{\sigma_{X_i}^N}\right) = F_{X_i}(x_i^*) \quad (2.44)$$

onde:

$\mu_{X_i}^N$  e  $\sigma_{X_i}^N$ : são a média e desvio padrão, respectivamente da distribuição normal

equivalente;

$F_{X_i}(x_i^*)$ : é a função de probabilidade acumulada de  $X_i$  calculada em  $x_i^*$ ;e

$\Phi(-)$ : é a função de probabilidade acumulada da distribuição normal padrão.

Da equação (2.44) resulta:

$$\mu_{X_i}^N = x_i^* - \sigma_{X_i}^N \Phi^{-1}[F_{X_i}(x_i^*)] \quad (2.45)$$

igualando-se as ordenadas de densidade de probabilidade correspondentes em  $x_i^*$  tem-se:

$$\frac{1}{\sigma_{X_i}^N} \phi\left(\frac{x_i^* - \mu_{X_i}^N}{\sigma_{X_i}^N}\right) = f_{X_i}(x_i^*) \quad (2.46)$$

onde:

$\phi(-)$  é a função de densidade de probabilidade da variável normal padrão.

Assim obtém-se:

$$\sigma_{X_i}^N = \frac{\phi\{\Phi^{-1}[F_{X_i}(x_i^*)]\}}{f_{X_i}(x_i^*)} \quad (2.47)$$

## 2.6.2 Variáveis Correlacionadas

Para variáveis aleatórias correlacionadas, as variáveis originais devem ser transformadas em um conjunto de variáveis não correlacionadas. O processo descrito anteriormente, equação (2.32), pode então ser aplicado ao conjunto de variáveis transformadas não correlacionadas. Esta transformação é necessariamente dependente das covariâncias ou matriz de covariância das variáveis originais. (ANG e TANG, 1984).

## 2.7 Níveis de Análise de Confiabilidade

Os métodos de confiabilidade estrutural possuem uma variedade de idealizações e combinações. Para organizá-los de acordo com cada tipo de aproximação, fez-se necessária uma classificação em níveis de acordo com a quantidade de informação utilizada e disponível sobre a estrutura. Assim sendo, os métodos classificam-se da seguinte forma:

Métodos de nível I (Norma de Projeto): métodos dos estados limites com coeficientes de seguranças parciais calibrados a partir de métodos de confiabilidades de nível II ou III;

Métodos de nível II (FOSM): consideram informações estatísticas até segunda ordem (média e desvio-padrão) e correlação entre variáveis. Equivale a assumir distribuição normal de todas as variáveis;

Métodos de nível III (FORM, SORM, SMC): são aqueles que utilizam toda informação disponível (distribuição de probabilidades não-normal);

Métodos de nível IV: são aqueles que utilizam o custo total esperado do projeto como critério de otimização. O projeto ótimo maximiza a função utilidade, que descreve o custo/benefício associado a um projeto particular.



## Capítulo 3. Métodos de Dimensionamento

---

### 3.1 Métodos das Tensões Admissíveis

O método das tensões admissíveis foi a primeira metodologia de dimensionamento estrutural com base científica. Este método considera os esforços que podem atuar na estrutura admitindo um comportamento elástico linear. Durante cerca de um século este critério de segurança foi aceito para variadas estruturas. Durante este período, com a melhora das técnicas de produção de materiais, com progressos nas teorias de mecânica estrutural e nos modelos de ações atuantes na estrutura, ocorreram atualizações dos coeficientes de segurança, conforme mostra a Tabela 3.1.

**Tabela 3.1: Evolução da tensão admissível para estruturas de aço nos EUA (Adaptado Galambos , 1992)**

Ano	Tensão mínima de escoamento (MPa)	Coefficiente de segurança	Tensão admissível (MPa)
1880	197	2,00	94
1918	190	1,72	110
1923	228	1,83	124
1936	228	1,65	138
1963	248	1,67	152

O princípio do método consiste em calcular a tensão  $\sigma$ , no regime elástico linear para a máxima ação esperada e compará-la com a tensão admissível  $\sigma_{adm}$ , que é uma fração da tensão limite relacionada a uma falha (elástica, ruptura, instabilidade).

O método das tensões admissíveis pode ser resumido pela seguinte equação:

$$\sigma \leq \sigma_{adm} = \frac{\sigma_{lim}}{F.S.} = \frac{(\sigma_e \text{ ou } \sigma_r \text{ ou } \sigma_{inst})}{F.S.} \quad (3.1)$$

onde  $F.S.$  é o coeficiente de segurança.

### 3.2 Métodos dos Estados Limites.

Estado limite pode ser definido como o limite entre o comportamento desejável ou indesejável de uma estrutura, este é representado matematicamente pela função de estado limite (NOWAK, 2000).

O mesmo autor considera para análise da confiabilidade estrutural três tipos de estados limites:

Estados Limites Últimos: são relacionados à perda da capacidade portante. São exemplos de estados limites últimos: formação de rótula plástica; perda de estabilidade da estrutura e flambagem local e global.

Estados Limites de Serviço: são relacionados à gradual degradação e ao conforto dos usuários. Como exemplos têm-se: vibração excessiva, deslocamento excessivo, deformações excessivas e perda da função estrutural.

Estados Limites de Fadiga: são relacionados à perda da capacidade estrutural devido a ações repetidas.

Segundo a ABNT NBR 8681:2003 este estado limite é considerado como Estado Limite Último.

No método de estados limites, o procedimento de cálculo visa determinar as resistências da estrutura bem como as ações de forma a minimizar a probabilidade de que as mesmas sejam ultrapassadas no sentido desfavorável. Assim, a resistência é minorada de forma a obter-se uma resistência de cálculo que tenha pequena probabilidade de ser ultrapassada. Da mesma forma, majoram-se as solicitações a fim de obter valores que dificilmente serão ultrapassadas durante o período de vida da estrutura.

O formato geral para este procedimento de cálculo é:

$$\phi R_k \geq \sum_{i=1}^n \gamma_i S_{ki} \quad (3.2)$$

onde:

$\phi$  : coeficiente de minoração da resistência;

$R_k$  : resistência característica do elemento estrutural;

$n$  : número de ações;

$\gamma_i$  : coeficiente de majoração da  $i$ -ésima ação; e

$S_{ki}$  :  $i$ -ésima ação característica.

Apresenta-se na Figura 3.1 um exemplo da relação entre ação nominal, ação média e ação majorada (de cálculo) e na Figura 3.2 faz-se o mesmo com as resistências.

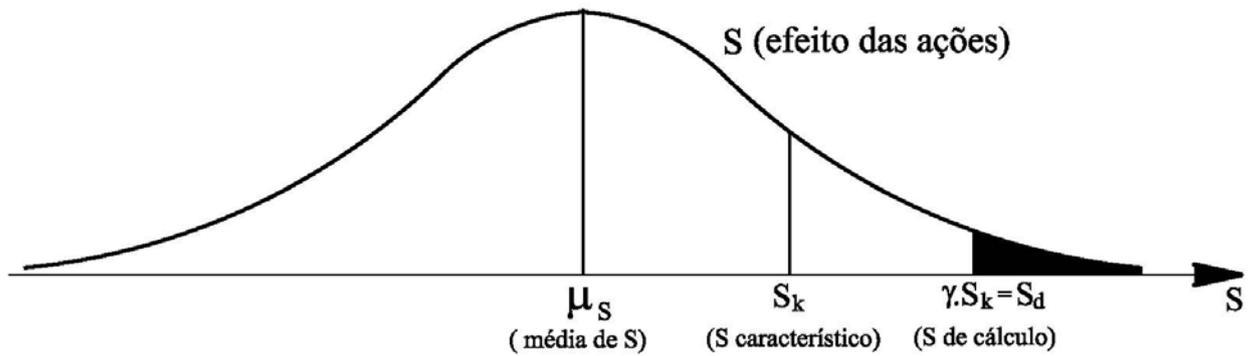


Figura 3.1: Relação entre ação média, ação nominal e ação majorada (de cálculo).

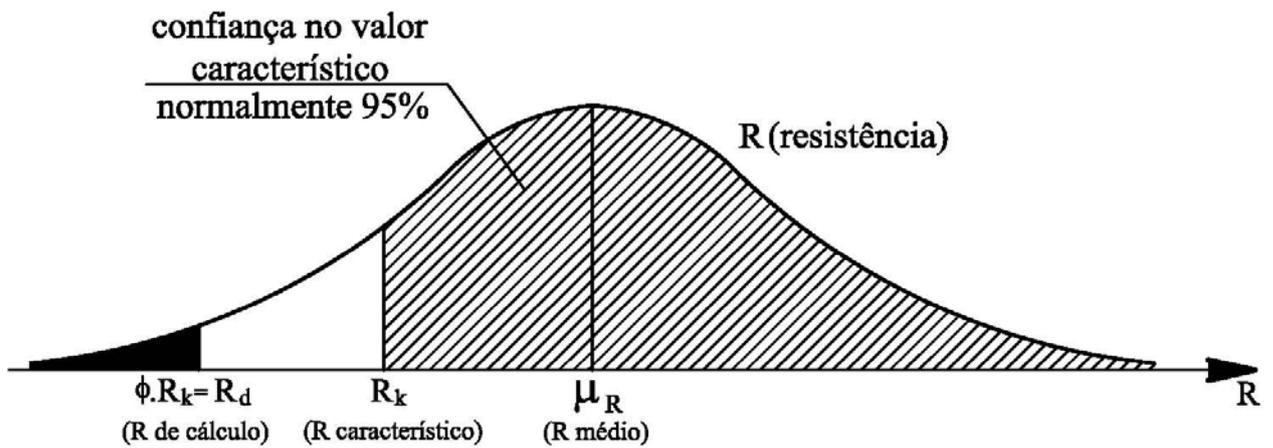


Figura 3.2: Relação entre resistência média, resistência característica nominal e resistência de projeto.

A parcela referente à resistência pode ser expressa principalmente em dois formatos:

$$\emptyset R_n(f_y, f_c, \dots) \quad (3.3)$$

$$R_n(\emptyset_s f_y, \emptyset_c f_c, \dots) \text{ ou } R_n\left(\frac{f_y}{\gamma_s}, \frac{f_c}{\gamma_c}, \dots\right) \quad (3.4)$$

onde:

$\emptyset$ : coeficiente de minoração da resistência do elemento estrutural;

$\phi_s = \frac{1}{\gamma_s}$  : coeficiente de minoração da resistência do aço  $f_y$ ; e

$\phi_c = \frac{1}{\gamma_c}$  : coeficiente de minoração da resistência do concreto  $f_c$ ;

O primeiro formato minora a resistência do elemento (formato americano ou LRFD), o segundo formato minora a resistência de cada material (formato da NBR e do Eurocode). Os dois formatos são equivalentes quando o modelo de resistência é linear.

A crítica que se faz ao método dos estados limites é de que o mesmo parte da premissa de que os parâmetros geométricos e modelos mecânicos são determinísticos.

### 3.3 Parâmetros de Resistência.

A capacidade das estruturas de suportarem as ações depende da resistência dos elementos estruturais e de suas ligações. A resistência dos elementos (R) é função da resistência dos materiais, da geometria das seções e também de suas dimensões. Embora em projetos estas grandezas sejam consideradas como determinísticas, a resistência é uma variável aleatória.

As propriedades estatísticas típicas da resistência de elementos estruturais em aço são apresentadas na Tabela 3.2, segundo Ellingwood et al. (1980). Os valores indicados nesta tabela incluem incerteza de material e de modelo. Os valores médios estão corrigidos para levar em conta a velocidade de carregamento em combinações de ações envolvendo vento.

**Tabela 3.2: Propriedades estatísticas de resistência de elementos estruturais em aço**

Elementos de aço	$\mu_R/R_n$	$V_R$	Distribuição de probabilidade
Elementos tracionados, Estado limite - escoamento	1,16	0,11	Log-normal
Viga compacta*, Momento uniforme	1,18	0,13	Log-normal
Elementos submetidos à flexo-compressão	1,18	0,15	Log-normal
Elementos submetidos à ação axial de compressão	1,19	0,14	Log-normal

\* não sujeita a instabilidade local (exemplo: perfil laminado).

## 3.4 Ações

Segundo Fusco (1976) o termo ação, designa qualquer influência ou conjunto de influências capaz de produzir estados de tensão na estrutura. Usualmente, as tensões e as deformações são consideradas como se fossem as próprias ações.

### 3.4.1 Ações permanentes

Em uma estrutura a ação permanente é formada pelos carregamentos que atuarão de forma constante ao longo da vida da estrutura, incluindo-se o peso próprio da estrutura, bem como os materiais de acabamento.

O peso de todos estes elementos pode ser determinado pesando ou medindo cada elemento. Na prática, isto não é possível, então os projetistas deverão confiar nos dados de projetos para obterem as ações permanentes. Algumas variações conseqüentemente ocorrem em relação à estrutura real. No entanto, comparado com outras ações estruturais, as incertezas nas ações permanentes são relativamente pequenas.

Geralmente é aceito que o valor médio para ações permanentes seja ligeiramente maior que o valor nominal. O valor nominal é aquele determinado pelo projetista com base no volume e no peso específico dos materiais que compõem os elementos da estrutura. Medidas indicam que a distribuição é próxima da normal e a sua variabilidade é pequena (aproximadamente 10%). Os dados estatísticos para ações permanentes são apresentadas nas equações (3.5) e (3.6) (ELLINGWOOD et. al. (1980)). As ações permanentes seguem distribuição de probabilidade Normal

$$\text{Valor médio das ações permanentes:} \quad \mu_D = 1,05D_n \quad (3.5)$$

$$\text{Coeficiente de Variação:} \quad V_D = 0,10 \quad (3.6)$$

### 3.4.2 Ações variáveis

As ações variáveis são ações que não ocorrem de forma constante durante toda vida útil da estrutura. São consideradas como ações variáveis as cargas de ocupação da construção, o mobiliário, os equipamentos móveis entre outros.

No método dos estados limites, a combinação de ações é realizada com base em duas distribuições de probabilidade. Quando a ação é considerada como ação principal em uma combinação, utiliza-se a distribuição de extremos para a vida de projeto da

estrutura (exemplo: 50 anos). Quando a ação não é a principal, utiliza-se a distribuição de ponto arbitrário no tempo (A.P.T.).

Os dados estatísticos para ações variáveis sem redução pela área tributária são apresentados nas equações de (3.7) a (3.10) (ELLINGWOOD et al.,1980). As ações variáveis com extremos no período de 50 anos seguem distribuição de probabilidade Gumbel para máximos (Tipo I). As ações variáveis com distribuição de ponto arbitrário no tempo seguem distribuição de probabilidade Gamma.

$$\begin{array}{l} \text{Valor médio das ações variáveis} \\ \text{(máximas no período de 50 anos):} \end{array} \quad \mu_{L50} = 1,0L_n \quad (3.7)$$

$$\text{Coeficiente de Variação:} \quad V_{L50} = 0,25 \quad (3.8)$$

$$\begin{array}{l} \text{Valor médio das ações variáveis} \\ \text{(ponto arbitrário no tempo):} \end{array} \quad \mu_{Lapt} = 0,25L_n \quad (3.9)$$

$$\text{Coeficiente de Variação:} \quad V_{Lapt} = 0,55 \quad (3.10)$$

### 3.4.3 Ações do vento

O vento é um fenômeno natural altamente variável, por esta razão representa um problema complexo do ponto de vista estrutural. Não somente as velocidades do vento influenciam, mas também a geometria da estrutura e a paisagem circunvizinha.

Em alguns casos mais complexos, o projetista tem que recorrer a testes em túnel de vento para determinar as ações e o comportamento dos edifícios sujeitos a ventos fortes. Uma aproximação dos efeitos do vento pode ser feita tratando o fenômeno como

um problema estático, usando equações de Bernoulli para transformar velocidade de vento em pressão.

Estatísticas de velocidade de vento são obtidas em várias regiões de um país, medidas em estações meteorológicas. Com uma determinada periodicidade (alguns minutos até uma hora), são registrados os ventos máximos instantâneos e o vento de rajada, bem como a direção dos mesmos. O registro mais importante, para fins estruturais, é o máximo vento anual, determinado ano a ano a partir dos registros horários. Com base em uma série de, por exemplo, 20 anos, é possível obter a distribuição de máximos anuais, que é utilizada como ação de combinação quando o vento não é a ação principal.

Na calibração das normas americanas (ANSI), estatísticas de vento foram determinadas a partir de registros para sete cidades selecionadas. Utilizando ajuste a distribuições de extremos Tipo I (Gumbel), com 90% de confiança, foram obtidas as seguintes distribuições estatísticas para a ação (pressão) de vento (Ellingwood et al., 1980).

Vento máximo anual nos Estados Unidos com distribuição de Gumbel e:

$$\text{Média:} \quad \mu_{W_a} = 0,33W_n \quad (3.11)$$

$$\text{Coeficiente de variação:} \quad V_{W_a} = 0,59 \quad (3.12)$$

Vento extremo de 50 anos nos Estados Unidos com distribuição de Gumbel e:

$$\text{Média:} \quad \mu_{W_{50}} = 0,78W_n \quad (3.13)$$

$$\text{Coeficiente de variação:} \quad V_{W_{50}} = 0,37 \quad (3.14)$$

- **Ações de vento no centro-sul do Brasil**

Estatísticas de distribuição de ventos para a região centro-sul do Brasil foram levantadas por Santos (1989), conforme apresentado por Rieira e Rocha (1998). Santos (1989) construiu uma série de coeficientes de regressão, que podem ser utilizados para determinar a média e desvio padrão da velocidade de vento máxima anual em qualquer localização no sul do país. O centro-sul do país foi dividido em 5 regiões meteorológicas, definidas a partir de 11 estações meteorológicas, conforme ilustrado na Figura 3.3. As séries de velocidade de vento utilizadas consistiam em medidas de 15 a 29 anos, conforme a estação. As medidas de vento das 11 estações foram utilizadas para construir o modelo, que permite determinar velocidades de vento máximas anuais em função da orientação (8 quadrantes) e do tipo de tormenta (tormenta elétrica ou *thunderstorm* e ciclones extra-tropicais). Análise de regressão linear múltipla foi utilizada para determinar coeficientes de regressão para média e desvio padrão dos ventos máximos anuais, em função de orientação e tipo de tormenta, para qualquer coordenada geográfica dentro das 5 regiões determinadas. Os parâmetros obtidos por regressão (média e desvio padrão) são ajustados, por recomendação do autor, a distribuições de extremos Tipo I (Gumbel).

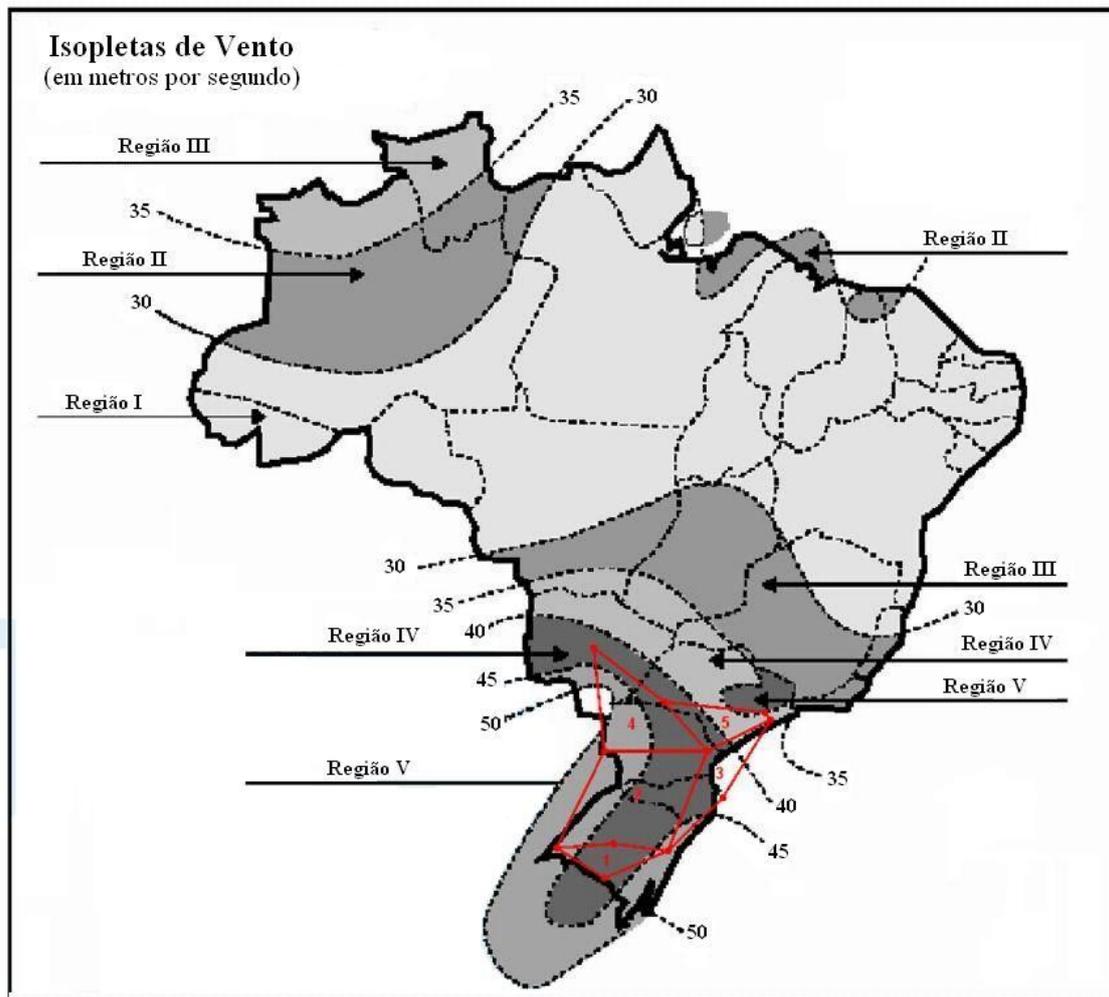
Estatísticas de vento para a realidade Brasileira (centro-sul do Brasil) foram obtidas, neste trabalho, com base no modelo de Santos (1989). Para tal, foram consideradas as coordenadas geográficas das 11 estações meteorológicas utilizadas no trabalho de Santos, bem como os centros geométricos das 5 regiões meteorológicas, totalizando 16 coordenadas geográficas. Nestas 16 posições foi determinada, a partir das curvas de regressão, a distribuição de extremos anuais, independentemente de orientação ou tipo de tormenta. Para as mesmas 16 coordenadas geográficas foi

determinado, a partir das isopletas de vento (Figura 3.3), o vento nominal de projeto ( $V_0$  ou  $V_n$  - vento com período de retorno de 50 anos). A razão entre a média da distribuição de máximos anuais e o vento nominal foi calculada para estas 16 coordenadas. A média destas 16 medidas, bem como a média dos 16 coeficientes de variação calculados, resultaram nas estatísticas de velocidade de vento máximo anual, conforme segue.

Máximos anuais de velocidade de vento para região centro-sul do Brasil seguem distribuição de Gumbel com:

$$\text{Média:} \quad \mu_{V_a} = 0,57V_n \quad (3.15)$$

$$\text{Coeficiente de variação:} \quad V_{V_a} = 0,21 \quad (3.16)$$



**Figura 3.3: Isopletas de ventos nominais no Brasil (ABNT NBR6123:1988) e regiões meteorológicas definidas por Santos (1989).**

A partir da distribuição de máximos anuais, a distribuição de extremos para 50 anos é calculada. Assumindo independência entre os máximos anuais, a distribuição de extremos de 50 anos é obtida de:

$$F_{V50}(x) = (F_{Va}(x))^{50} \quad (3.17)$$

Uma seqüência de pontos são avaliadas a partir da equação (3.17) e utilizadas para ajustar uma distribuição (Gumbel para máximos) para os extremos de 50 anos. Isto

foi feito para as 16 coordenadas geográficas consideradas (11 estações e centros geométricos de 5 regiões). As razões entre a média da distribuição de extremos de 50 anos e o vento nominal (de norma), bem como os coeficientes de variação, são calculadas para as 16 coordenadas geográficas. As médias dos 16 valores calculados resultaram nas estatísticas de velocidade de vento máximo de 50 anos, utilizadas neste trabalho, conforme segue.

Extremos de 50 anos de velocidade de vento para região centro-sul do Brasil seguem distribuição de Gumbel com:

$$\text{Média:} \quad \mu_{V50} = 0,95V_n \quad (3.18)$$

$$\text{Coeficiente de variação:} \quad V_{V50} = 0,13 \quad (3.19)$$

- **Conversão de velocidade de vento em ação (pressão) de vento**

A conversão das estatísticas de velocidade de vento em estatísticas de pressão de vento é feita usando a seguinte equação:

$$W = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c \cdot V^2 \quad (3.20)$$

onde:

$W$  é a ação (pressão) de vento;

$\rho$  é a densidade do ar;

$c$  é o coeficiente aerodinâmico;

$V$  é a velocidade de vento.

A relação quadrática entre velocidade de vento e pressão de vento aplica-se na conversão do *bias factor*. O *bias factor* para pressão de vento é obtido de:

$$\frac{\mu_W}{W_n} = \left( \frac{\mu_V}{V_n} \right)^2 \quad (3.21)$$

Devido à relação quadrática entre velocidade e pressão de vento, o coeficiente de variação de pressão de vento ( $V_W$ ) é obtido, para um coeficiente aerodinâmico  $c$  determinístico, como:

$$V_W \approx 2 \cdot V_V \quad (3.22)$$

O coeficiente aerodinâmico  $c$  é formado pelo produto de três coeficientes: um coeficiente geométrico ou de forma ( $c_a$ ), um coeficiente dinâmico ou de rajada ( $c_g$ ) e um coeficiente de exposição ou localização ( $c_r$ ). A incerteza nestes coeficientes deve ser incorporada na incerteza sobre a variável pressão de vento. Desta forma, o coeficiente de variação da pressão de vento fica (Ellingwood et al., 1980; JCSS, 2001):

$$V_W^2 = V_a^2 + V_g^2 + V_r^2 + (2 \cdot V_V)^2 \quad (3.23)$$

onde  $V_a$ ,  $V_g$  e  $V_r$  são os coeficientes de variação dos componentes do coeficiente aerodinâmico. Os valores destes coeficientes de variação são apresentados por Ellingwood et al. (1980) e pelo JCSS (2001), conforme a Tabela 3.3.

**Tabela 3.3: coeficientes de variação dos coeficientes de pressão aerodinâmica.**

Coeficiente de variação	Ellingwood et al. (1980)	JCSS (2001)	Utilizados neste trabalho
$V_a$	0,12-0,15	0,10-0,30	0,12
$V_g$	0,11	0,10-0,20	0,10
$V_r$	0,16	0,10-0,20	0,16
$V_a^2 + V_g^2 + V_r^2$	-	-	0,05

Nota-se que o JCSS (2001) fornece uma faixa de valores condizente com os valores apresentados por Ellingwood et al. (1980), ainda que ampla variação. Os coeficientes de variação das pressões de vento resultantes dependem bastante destes valores. Sendo assim, foram considerados neste trabalho valores intermediários dos coeficientes de variação, praticamente equivalentes aos valores utilizados por Ellingwood et al. (1980). Utilizando os valores constantes na última coluna da tabela e as equações de conversão (3.21) e (3.23), aplicadas as estatísticas de velocidade de vento apresentadas nas equações (3.15), (3.16), (3.18) e (3.19), chegou-se às seguintes estatísticas para as ações (pressões) de vento no centro-sul do Brasil.

Máximos anuais de ação (pressão) de vento para região centro-sul do Brasil seguem distribuição de Gumbel com:

$$\text{Média:} \quad \mu_{W_a} = 0,33W_n \quad (3.24)$$

$$\text{Coeficiente de variação:} \quad V_{W_a} = 0,47 \quad (3.25)$$

Extremos de 50 anos de ação (pressão) de vento para região centro-sul do Brasil seguem distribuição de Gumbel com:

$$\text{Média:} \quad \mu_{W50} = 0,90W_n \quad (3.26)$$

$$\text{Coeficiente de variação:} \quad V_{W50} = 0,34 \quad (3.27)$$

Riera e Rocha (1998) argumentam que modelar velocidade e pressões de vento por distribuições de Gumbel é formalmente inconsistente, devido à relação quadrática entre estas variáveis. No entanto, Ellingwood et al. (1980) verificaram que a incorporação da incerteza nos coeficientes de pressão aerodinâmica, e a partir de amostras de pressão obtidas por simulação, levou a um melhor ajuste estatístico das pressões de vento por uma distribuição de Gumbel. Desta forma, a distribuição de Gumbel é utilizada neste trabalho para modelar a incerteza nas pressões (ações) de vento.

## 3.5 Valores Representativos

### 3.5.1 Valores Característicos das Ações

Segundo a ABNT NBR 8681:2003 os valores característicos das ações são definidos em função das variabilidades de suas intensidades.

Para as ações permanentes que provocam efeitos desfavoráveis na estrutura, os valores característicos correspondem ao quantil de 95% da respectiva distribuição de probabilidade. Para as ações permanentes que provocam efeitos favoráveis, os valores característicos correspondem ao quantil de 5% de suas distribuições.

Para as ações variáveis, os valores característicos correspondem a valores que têm probabilidade entre 25% e 35% de serem ultrapassados no sentido desfavorável, durante um período de 50 anos. As ações variáveis que produzam efeitos favoráveis não são consideradas.

### 3.5.2 Valores Característicos das Resistências

Os valores característicos das resistências são determinados considerando-se a variabilidade dos resultados experimentais. Usualmente é de interesse a resistência característica inferior que corresponde ao quantil de 5% da respectiva distribuição, ou seja, pelo menos 95% dos valores das resistências dos resultados experimentais devem ser superiores a  $R_k$  (FUSCO, 1977). Admitindo que a distribuição da resistência siga distribuição normal, o valor característico é:

$$R_k = R_m - 1.65 \cdot \sigma \quad (3.28)$$

onde:

$R_m$ : média dos resultados experimentais;

$R_k$ : valor característico da resistência;

$\sigma$ : desvio padrão dos resultados experimentais.



## **Capítulo 4. Calibração de Normas de Estado Limite com Base em Confiabilidade Estrutural**

---

### **4.1 Apresentação**

A transição do formato de tensões admissíveis para o formato de estados limites exige a determinação dos coeficientes parciais de segurança da nova norma. Esta determinação é realizada de maneira que a nova norma reflita o nível de segurança da norma anterior. Este procedimento foi adotado reconhecendo o fato de que, mesmo num formato menos flexível, o coeficiente de segurança central da norma antiga reflete o estado da arte e o nível de segurança consensual alcançados pela comunidade envolvida, e otimizado ao longo dos anos.

As normas Americanas e Européias, em sua grande maioria, já passaram pelo processo de transição para o formato de estados limites e coeficientes parciais de segurança. Neste processo de transição, as normas Americanas passaram por um procedimento de calibração de coeficientes parciais, baseado em confiabilidade.

Não há claras evidências de que as normas Européias (EUROCODE) tenham passado pelo mesmo processo da calibração. As normas brasileiras ABNT NBR 8681:2003 e ABNT NBR 8800:2008 foram adaptadas ao novo formato (estados limites) a partir destas normas européias. Portanto, as normas brasileiras aparentemente não passaram pelo processo de calibração. Certamente não foi realizada análise sistemática das incertezas em resistências e ações para a realidade brasileira.

Tampouco neste trabalho é feita uma análise sistemática destas incertezas. Ainda assim, as incertezas nas ações de vento foram levantadas, para a realidade brasileira, conforme apresentado na seção 3.4.3. Estas incertezas são utilizadas neste trabalho, juntamente com dados estatísticos internacionais para ações permanentes e variáveis, bem como para resistências. Estas informações são utilizadas neste trabalho para realizar a calibração dos coeficientes parciais de segurança no formato das normas ABNT NBR8681:2003 e ABNT NBR8800:2008.

A calibração de norma consiste em encontrar coeficientes parciais de segurança para ações e resistências, levando em conta a informação estatística dos mesmos, a fim de atingir um determinado índice de confiabilidade alvo.

## **4.2 Índice de Confiabilidade Alvo ( $\beta_T$ )**

A escolha do índice de confiabilidade alvo reflete a segurança das estruturas segundo a nova norma. Este índice pode ser estabelecido analisando as estruturas projetadas segundo normas de projetos anteriores.

Na calibração da norma Americana, Galambos et al. (1982) constataram que o índice de confiabilidade, para a norma americana ANSI A58, encontrava-se entre 2,5 e 3,5, no caso de estruturas de aço e concreto armado e para um período de referência de 50 anos.

O JCSS (2001) propõe na tabela 4.1 os índices de confiabilidade alvo para estado limite último e suas respectivas probabilidades de falhas. Para o estado limite de serviço irreversível são apresentados na tabela 4.3 os valores propostos dos índices de confiabilidade alvo e de probabilidade associada.

**Tabela 4.1: Índice de Confiabilidade Alvo (Adaptado de JCSS, 2001)**

Custo relativo da medida de segurança	Conseqüências de Falha		
	Mínimas	Moderadas	Elevadas
Alta	3,1	3,3	3,7
Normal	3,7	4,2	4,4
Pequena	4,2	4,4	4,7

**Tabela 4.2: Probabilidade de Falha (Adaptado de JCSS, 2001)**

Custo relativo da medida de segurança	Conseqüências de Falha		
	Mínimas	Moderadas	Elevadas
Alta	$10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-4}$	$10^{-4}$
Normal	$10^{-4}$	$10^{-5}$	$5 \cdot 10^{-6}$
Pequena	$10^{-5}$	$5 \cdot 10^{-6}$	$10^{-6}$

**Tabela 4.3: Índice de confiabilidade e probabilidade associada para estado limite de serviço irreversível (Adaptado JCSS, 2001).**

Custo relativo da medida de segurança	Índice de Confiabilidade	Probabilidade de Falha
Alta	1,3	$10^{-1}$
Normal	1,7	$5 \cdot 10^{-2}$
Pequena	2,3	$10^{-2}$

### 4.2.1 Classes de Conseqüências

As classes de conseqüências baseiam-se no fator  $\rho$ , definido como a razão entre o custo total (incluindo o custo de falha) e o custo de construção (JCSS, 2001).

Classe 1 – Conseqüências mínimas:  $\rho < 2$

O risco de morte, dado uma falha, é pequeno e as conseqüências econômicas também são pequenas. Exemplos: estruturas agrícolas, silos, postes, etc..

Classe 2 – Conseqüências moderadas:  $2 < \rho < 5$

O risco de morte, dado uma falha, é mediano ou as conseqüências econômicas são consideráveis. Exemplos: edifícios comerciais, industriais e residenciais, etc..

Classe 3 – Conseqüências Elevadas:  $\rho > 5$

O risco de morte, dado uma falha, é alto e as conseqüências econômicas são significativas. Exemplos: hospitais, arranha-céus, teatros, etc..

## 4.3 Procedimento de Calibração de Norma

O procedimento de calibração de norma segue um padrão. Segundo Melchers (1999), os passos essenciais para a calibração de norma são:

Definição do escopo: Como não é possível um formato de norma de projeto estrutural que represente todas as situações de projeto, é conveniente delimitar o escopo da norma a ser calibrada. Desta forma, o material e o tipo da estrutura devem ser prescritos.

Selecionando os pontos de calibração: O espaço do projeto consiste nas variáveis básicas, tais como, comprimento da viga, área da seção transversal e propriedades, tensões nominais admissíveis, variedades e tipos de ações, etc.. Estes são divididos dentro de conjuntos discretos aproximadamente iguais. Em cada ponto discreto são calculados os valores de  $\beta_c$ , índice de confiabilidade da norma existente neste ponto.

Norma de projeto existente: A norma de projeto existente é utilizada para projetar o elemento. Repete-se para todas as combinações de pontos de calibração dentro de cada zona discreta.

Definição de estados limites: As funções de estados limites são definidas e expressas em termos das variáveis básicas.

Determinação das propriedades estatísticas: As propriedades estatísticas apropriadas para cada variável básica são necessárias para a determinação do  $\beta_c$ .

Avaliação do  $\beta_c$  pela norma existente: Utilizando-se um método de análise de confiabilidade apropriado, em conjunto com as equações de estados limites e os dados estatísticos, cada projeto obtido no passo três é analisado para determinação de  $\beta_c$  para cada ponto de calibração dentro de cada zona. Os resultados podem ser arranjados de tal forma que as ações aplicadas tornam-se os principais parâmetros.

Seleção do valor de  $\beta_T$ : Após diversas análises no passo seis, as variações no  $\beta_c$  na norma existente tornam-se evidentes. No procedimento de calibração, seria apropriado o uso destas informações para determinar-se uma média ponderada do  $\beta_c$ . Esta média pode ser usada como índice de confiabilidade alvo ( $\beta_T$ ).

Observação dos fatores parciais implícitos nas normas existentes: embora não essencial, às vezes é usual ver como o formato de avaliação de segurança das normas existentes é convertidos para fatores parciais, dado que o valor de  $\beta_T$  foi fixo. O

processo para obter estes fatores parciais é essencialmente o reverso do procedimento do passo sete. Para um dado ponto de calibração, o valor de  $\beta_c$  é calculado para um determinado estado limite, usando o formato de avaliação da norma existente para determinar a resistência. Se  $\beta_c < \beta_T$  a resistência requerida é adequadamente aumentada até que  $\beta_c = \beta_T$ .

Seleção dos fatores parciais: Como apresentado no passo anterior, os fatores parciais não são constantes para um dado formato de avaliação de segurança e para um dado valor de  $\beta_T$ . Para um projeto de norma é conveniente que os fatores parciais sejam constantes pelo menos para um grande grupo de situações de projetos, com isso alguns desvios são esperados. Portanto, a seleção dos fatores parciais apropriados envolve certa quantidade de julgamentos subjetivos.

Na Figura 4.1 é apresentado um resumo de procedimento de calibração de norma.

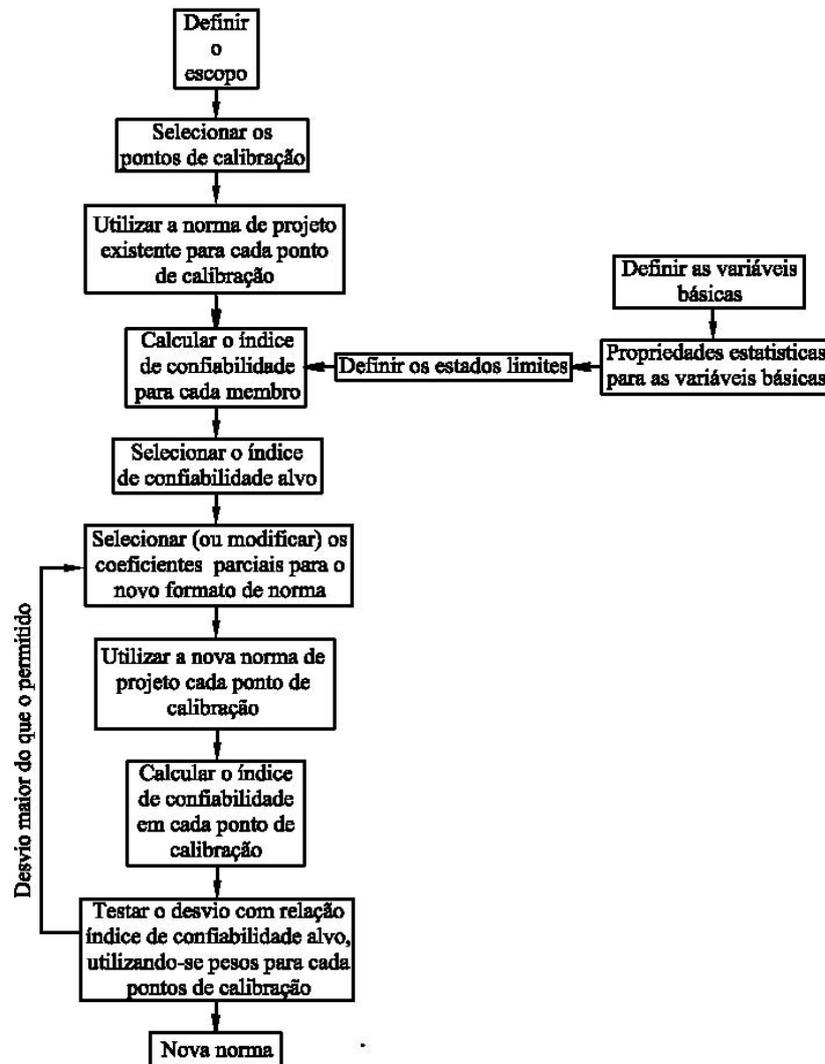


Figura 4.1: Esquema do processo de calibração de norma.

(Adaptado de Melchers, 1999)

## 4.4 Exemplo Analítico de Calibração de Norma

É realizado neste item um exemplo analítico de calibração dos coeficientes parciais de segurança, para elementos estruturais de aço sujeito a ações permanentes e variáveis.

Neste trabalho considerou-se, por simplicidade, apenas modo de falha de flexo-compressão como representação dos outros modos para elementos estruturais de aço, uma vez que as diferenças entre eles são muito pequenas.

Em Ellingwood et al. (1980) o formato de segurança, segundo o método das tensões admissíveis, para esta situação de projeto é dado por:

$$R_n = F \cdot (D_n + L_n) \quad (4.1)$$

onde:

$F$  corresponde ao coeficiente de segurança global;

$R_n$  corresponde a resistência nominal;

$D_n$  corresponde a ação permanente nominal;

$L_n$  corresponde a ação variável nominal.

A expressão (4.1) especifica a resistência, dadas as ações nominais. Em geral,  $R_n$  será função do material e das propriedades geométricas.

O problema é resolvido utilizando-se a simbologia da norma americana e somente após os coeficientes obtidos são passados para o formato da norma brasileira.

O novo formato será o da norma americana para estados limites (LRFD), para qual este exemplo é apresentado:

$$\Phi_R R_n = \gamma_D D_n + \gamma_L L_n \quad (4.2)$$

Neste exemplo as variáveis  $R_n$ ,  $D_n$  e  $L_n$  serão fixas. Isto significa que o objetivo da calibração de norma será a procura dos novos coeficientes parciais de segurança.

Para barras de aço, e uma combinação de duas ações ( $D$  e  $L$ ) a equação de estado limite no espaço das ações será:

$$H(x) = R - D - L \quad (4.3)$$

onde  $R$  é determinado pela expressão (4.1).

Os dados estatísticos de  $R$ ,  $D$  e  $L$  são obtidos de Ellingwood et al. (1980). Como há duas ações atuantes, é considerada a distribuição de probabilidade para ação variável de máximos em 50 anos ( $L_{50}$ ).

$$\frac{\mu_R}{R_n} = 1,18$$

$$V_R = 0,15$$

$$\frac{\mu_D}{D_n} = 1,05$$

$$V_D = 0,10$$

$$\frac{\mu_{L50}}{L_n} = 1,00$$

$$V_{L50} = 0,25$$

Multiplicando e dividindo estes dados por ( $D_n$ ) e usando a expressão (4.1) tem-se:

para a resistência, com  $\sigma_R = \mu_R \cdot V_R$  :

$$\begin{aligned}\mu_R &= 1,18 \cdot R_n \cdot \left(\frac{D_n}{D_n}\right) \\ &= 1,18 \cdot F \cdot \left(1 + \frac{L_n}{D_n}\right) \cdot D_n\end{aligned}\quad (4.4)$$

$$\sigma_R = 1,18 \cdot F \cdot \left(1 + \frac{L_n}{D_n}\right) \cdot D_n \cdot V_R$$

para a ação permanente, com  $\sigma_D = \mu_D \cdot V_D$ :

$$\begin{aligned}\mu_D &= 1,05 \cdot D_n \\ \sigma_D &= 1,05 \cdot D_n \cdot V_D\end{aligned}\quad (4.5)$$

para a ação variável, com  $\sigma_{L50} = \mu_{L50} \cdot V_{L50}$  :

$$\begin{aligned}\mu_{L50} &= 1,00 \cdot L_n \cdot \left(\frac{D_n}{D_n}\right) \\ &= 1,00 \cdot \frac{L_n}{D_n} \cdot D_n \\ \sigma_{L50} &= 1,00 \cdot \frac{L_n}{D_n} \cdot D_n \cdot V_{L50}\end{aligned}\quad (4.6)$$

A análise da confiabilidade será feita via método FOSM. Com a função de estado limite linear, tem-se:

$$\beta_C = \frac{H(\mu_x)}{\sigma_H}\quad (4.7)$$

sendo:

$$H(\mu_x) = \mu_R - \mu_D - \mu_{L50} \quad (4.8)$$

e

$$\sigma_H^2 = (\sigma_R)^2 + (\sigma_D)^2 + (\sigma_{L50})^2 \quad (4.9)$$

Com (4.8) e (4.9) na equação (4.7), tem-se:

$$\beta_c = \frac{\mu_R - \mu_D - \mu_{L50}}{[(\sigma_R)^2 + (\sigma_D)^2 + (\sigma_{L50})^2]^{0,5}} \quad (4.10)$$

Substituindo os valores médios e seus respectivos desvios padrão, tem-se:

$$\beta_c = \frac{1,18 \cdot F \cdot \left(1 + \frac{L_n}{D_n}\right) \cdot D_n - 1,05 \cdot D_n - 1,00 \cdot \frac{L_n}{D_n} \cdot D_n}{\left[ \left(1,18 \cdot F \cdot \left(1 + \frac{L_n}{D_n}\right) \cdot D_n \cdot V_R\right)^2 + \left(1,05 \cdot D_n \cdot V_D\right)^2 + \left(1,00 \cdot \frac{L_n}{D_n} \cdot D_n \cdot V_{L50}\right)^2 \right]^{0,5}} \quad (4.11)$$

Para  $\frac{L_n}{D_n} = 1$  a equação (4.11) fica:

$$\begin{aligned} \beta_c &= \frac{2,36 \cdot F \cdot D_n - 1,05 \cdot D_n - D_n}{\left[ \left(2,36 \cdot F \cdot D_n \cdot V_R\right)^2 + \left(1,05 \cdot D_n \cdot V_D\right)^2 + \left(D_n \cdot V_{L50}\right)^2 \right]^{0,5}} \\ &= \frac{2,36F - 2,05}{\left[ (0,1253 \cdot F^2) + 0,0735 \right]^{0,5}} \end{aligned} \quad (4.12)$$

Utilizando o coeficiente global igual a 1,7 (utilizado no método das tensões admissíveis), tem-se o seguinte valor de beta:

$$\beta_c = \frac{2,36 \cdot (1,7) - 2,05}{[(0,1253 \cdot 1,7^2) + 0,0735]^{0,5}} = 2,97 \quad (4.13)$$

Para um  $\beta_T = 3,0$ , o valor do coeficiente de segurança global seria:

$$\frac{2,36F - 2,05}{[(0,1253 \cdot F^2) + 0,0735]^{0,5}} = 3,0 \quad (4.14)$$

$$F = 1,71$$

Determinaram-se os novos coeficientes parciais de segurança pela seguinte equação:

$$\gamma_i = \frac{x_i^*}{X_{ni}} \quad (4.15)$$

Sabe-se da equação (2.37) que:

$$x_i^* = -\alpha_i^* \beta$$

e de (2.23)

$$x_i^* = x_i' \sigma_{X_i} + \mu_{X_i}$$

o que resulta em:

$$x_i^* = \mu_{X_i} - \alpha_i^* \beta \sigma_{X_i}$$

Portanto, a equação (4.15), fica

$$\gamma_i = \frac{x_i^*}{X_{ni}} = \frac{\mu_{X_i} - \alpha_i^* \beta \sigma_{X_i}}{X_{ni}} = \frac{\mu_{X_i} (1 - \alpha_i^* \beta V_{X_i})}{X_{ni}} \quad (4.16)$$

Para encontrarmos os valores do índice de sensibilidade ( $\alpha_i^*$ ), é feita a transformação das variáveis  $R$ ,  $D$  e  $L_{50}$  para o espaço reduzido (considerando a relação  $\frac{L_n}{D_n} = 1$ ), definido por:

$$y_1 = \frac{R - \mu_R}{\sigma_R} = \frac{R - 2,36 \cdot 1,71 \cdot D_n}{2,36 \cdot 1,71 \cdot D_n \cdot V_R} \quad (4.17)$$

$$\frac{R}{D_n} = 0,605y_1 + 6,667$$

$$y_2 = \frac{D - \mu_D}{\sigma_D} = \frac{D - 1,05D_n}{1,05 \cdot D_n \cdot V_D} \quad (4.18)$$

$$\frac{D}{D_n} = 0,105y_2 + 1,05$$

$$y_3 = \frac{L - \mu_{L50}}{\sigma_{L50}} = \frac{L - 1,00 \cdot D_n}{1,00 \cdot D_n \cdot V_{L50}} \quad (4.19)$$

$$\frac{L}{D_n} = 0,25y_3 + 1,00$$

No espaço reduzido a equação de estado limite torna-se agora:

$$H(\mathbf{y}) = (0,605y_1 + 6,667 - 0,105y_2 - 1,05 - 0,25y_3 - 1,00) \cdot D_n \quad (4.20)$$

As direções dos cossenos de  $\alpha_i$  são dadas por:

$$c_R = \frac{\partial H(\mathbf{y})}{\partial y_1} = 0,605 D_n \quad (4.21)$$

$$c_D = \frac{\partial H(\mathbf{y})}{\partial y_2} = -0,105 D_n \quad (4.22)$$

$$c_L = \frac{\partial H(\mathbf{y})}{\partial y_3} = -0,25 D_n \quad (4.23)$$

e

$$z = \left[ \sum_i \left( \frac{\partial H(\mathbf{y})}{\partial y_i} \right)^2 \right]^{0.5} = 0,663 D_n \quad (4.24)$$

desta forma:

$$\alpha_R = \frac{c_R}{z} = \frac{0,605 D_n}{0,663 D_n} = 0,913 \quad (4.25)$$

$$\alpha_D = \frac{c_D}{z} = \frac{0,105 D_n}{0,663 D_n} = -0,158 \quad (4.26)$$

$$\alpha_L = \frac{c_L}{z} = \frac{0,25 D_n}{0,663 D_n} = -0,377 \quad (4.27)$$

Portanto, para  $\frac{L_n}{D_n} = 1$  e beta igual a 3,0, os coeficientes parciais de segurança

são dados por:

$$\phi_R = \frac{r^*}{R_n} = \frac{\mu_R(1 - \alpha_R \beta V_R)}{R_n} = 0,70 \quad (4.28)$$

$$\gamma_D = \frac{d^*}{D_n} = \frac{\mu_D(1 - \alpha_D \beta V_D)}{D_n} = 1,10 \quad (4.29)$$

$$\gamma_L = \frac{l^*}{L_n} = \frac{\mu_{L50}(1 - \alpha_L \beta V_{L50})}{L_n} = 1,28 \quad (4.30)$$

Portanto, o conjunto de coeficiente para o novo formato, com  $\beta_T = 3,0$ , será:

$$0,70 R_n = 1,10 D_n + 1,28 L_n \quad (4.31)$$

O formato da norma brasileira NRB 8800, é dado por:

$$\frac{F_d}{\gamma_R} = \sum_{i=1}^m \gamma_{gi} F_{Gi,k} + \gamma_q F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n \gamma_{qj} \psi_{oj} F_{Qj,k} \quad (4.32)$$

O que para este exemplo se resume a:

$$\frac{F_d}{\gamma_R} = \gamma_g F_G + \gamma_q F_Q \quad (4.33)$$

onde:

$F_d$  (resistência de cálculo);

$F_G$  (ação permanente); e

$F_Q$  (ação variável).

Passando este resultado para o formato da norma brasileira, os coeficientes correspondentes são:

$$\gamma_R = 1,43$$

$$\gamma_g = 1,10$$

$$\gamma_q = 1,28$$

Cabe ressaltar que, como neste exemplo utilizou-se o método FOSM, não foi levado em consideração o tipo de distribuição de probabilidade das variáveis. Portanto, neste caso todas as variáveis foram consideradas com distribuição do tipo normal. Com isso, o coeficiente parcial de segurança da resistência foi o de maior valor.

No capítulo seguinte será utilizado o método FORM, que permite a utilização da distribuição mais adequada de cada variável, conduzindo assim, a resultados mais próximos da realidade.

## Capítulo 5. Resultados

---

Neste capítulo apresenta-se na primeira seção o comportamento dos índices de confiabilidade e dos coeficientes parciais de segurança, em termos das diferentes razões entre as ações variáveis. Na segunda seção realiza-se a calibração de norma no formato das normas americanas (LRFD) e na terceira seção calibram-se coeficientes para o formato de norma NBR 8681 e NBR 8800.

### 5.1 Calibração para uma única Razão de Carregamento

#### 5.1.1 Apresentação

Nesta seção é realizada a determinação de coeficientes parciais de segurança para elementos estruturais de aço sujeito a ações permanentes, variáveis e de vento, todas com o mesmo sentido. Os coeficientes são obtidos para as diferentes relações entre ações permanentes e variáveis e entre ações permanentes e de vento, e para um índice de confiabilidade alvo igual a 3,0.

O exemplo analítico do capítulo anterior foi resolvido utilizando o método FOSM para determinação dos novos coeficientes. Neste capítulo é utilizado o método FORM, de maneira a fazer uso das distribuições de probabilidade conhecidas para cada variável. Neste caso, para cada situação de projeto o  $\beta$  é calculado iterativamente utilizando um programa de computador. Depois de encontrado o  $\beta$  e o ponto de projeto  $\mathbf{x}^*$ , os coeficientes são determinados a partir de  $\gamma_i = x_i^* / X_{ni}$ .

A determinação da confiabilidade através do método FORM foi realizada utilizando o programa de análise e projeto de confiabilidade estrutural StRAnD, desenvolvido por Beck (2007) e descrito no Apêndice B.

### **5.1.2 Diferenças entre as Normas para Combinações Ações**

A norma brasileira ABNT NBR 8800:2008 e a norma americana ASCE 7-05 (2005) possuem formatos diferentes para a avaliação da segurança estrutural. O formato da norma Americana (LRFD) utiliza um conjunto de coeficientes parciais de segurança para cada combinação de ações.

A norma brasileira utiliza uma única expressão de combinação de ações, e um único conjunto de coeficientes parciais de segurança e de coeficientes de combinação de ações (para combinações normais de projeto). Na combinação das ações variáveis, uma destas é sempre considerada a ação principal, e as demais são consideradas ações secundárias. Um coeficiente parcial é utilizado para majorar a ação principal, e cada uma das ações secundárias. No entanto, para levar em conta a baixa probabilidade de ocorrência simultânea dos máximos de todas as ações, as ações secundárias são reduzidas por um coeficiente de combinação.

Nesta seção são obtidos os coeficientes parciais de segurança, de acordo com cada combinação, em formato semelhante à norma Americana, para uma razão de carregamento fixa. Este estudo preliminar serve para mostrar a influência da razão de carregamento nos índices de confiabilidade obtidos.

Na seção seguinte, a calibração dos coeficientes de segurança é feita para cada combinação de ações (formato americano), para uma combinação ponderada de razões

de carregamento. Na seção 3 a calibração é feita para a combinação de carregamentos única (formato das normas Brasileiras), também para uma combinação ponderada de razões de carregamento.

### 5.1.3 Para combinações de duas ações (*D* e *L*)

Seja uma equação de dimensionamento:  $\frac{R_n}{\gamma_R} = \gamma_D \cdot D_n + \gamma_L \cdot L_n$ .

Os valores obtidos para os coeficientes parciais segurança para as diferentes razões de  $\frac{L_n}{D_n}$  e para  $\beta_T = 3,0$ , são apresentados na tabela 5.1.

**Tabela 5.1: Coeficientes Parciais de Segurança obtidos para combinação *D* + *L* e  $\beta_T = 3,0$ :**

	$\frac{L_n}{D_n} = 0,5$	$\frac{L_n}{D_n} = 1$	$\frac{L_n}{D_n} = 2$	$\frac{L_n}{D_n} = 5$
$\gamma_R$	1,21	1,14	1,09	1,06
$\gamma_D$	1,14	1,10	1,08	1,06
$\gamma_L$	1,48	1,75	1,88	1,94

Na Figura 5.1 são apresentadas graficamente as variações dos coeficientes parciais de segurança para atingir  $\beta_T = 3,0$ , em função da razão de carregamento  $\frac{L_n}{D_n}$ . Na Figura 5.2 são apresentadas as variações do índice de confiabilidade para coeficientes parciais de segurança fixos, correspondentes a cada coluna da Tabela 5.1.

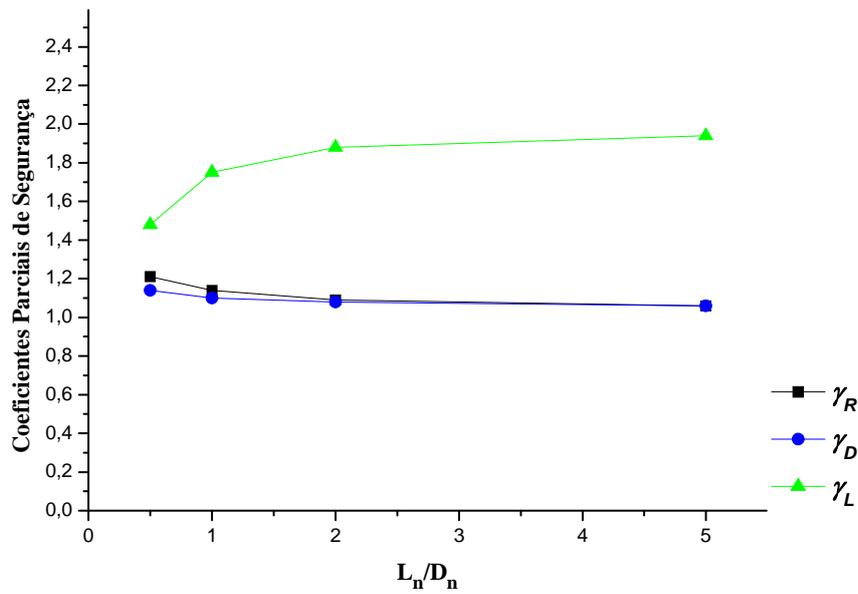


Figura 5.1: Variação dos coeficientes parciais de segurança, combinação  $D + L$ .

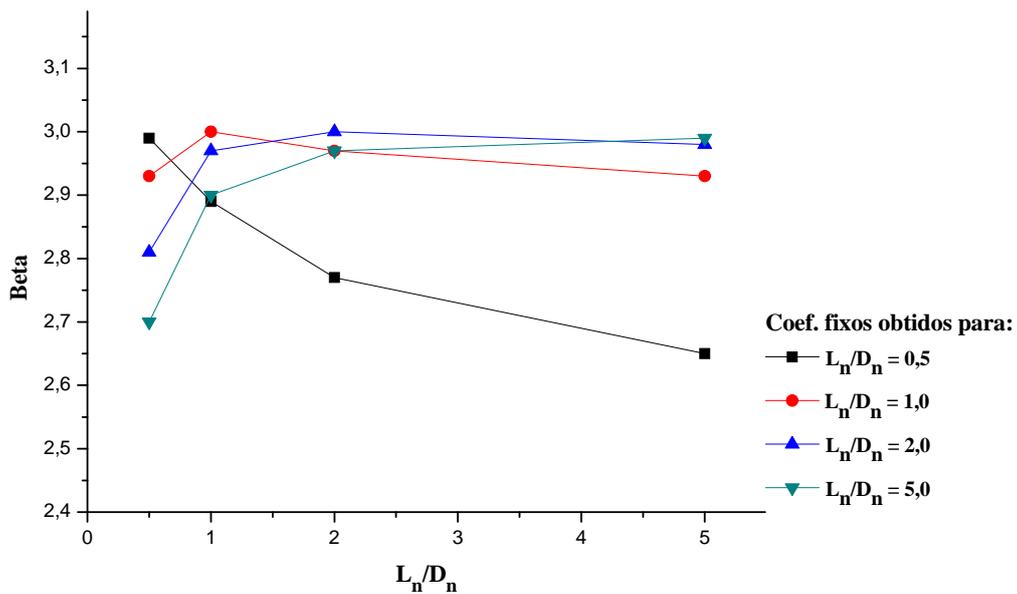


Figura 5.2: Variação do índice de confiabilidade utilizando coeficientes fixos correspondentes à relação  $\frac{L_n}{D_n}$ .

Observa-se na Figura 5.1 que maiores variações dos coeficientes parciais de segurança ocorrem entre as razões  $\frac{L_n}{D_n} = 0,5$  e  $1,0$ , sendo que o coeficiente que apresenta a maior variação é o  $\gamma_L$ . Ainda nesta figura pode-se observar que, a partir da razão

$\frac{L_n}{D_n} = 2,0$  as variações dos coeficientes são muito pequenas, principalmente para os coeficientes  $\gamma_R$  e  $\gamma_D$ .

A Figura 5.2 mostra que o conjunto de coeficientes parciais de segurança para a razão de carregamento  $\frac{L_n}{D_n} = 1,0$  leva à menor variação com relação ao  $\beta_T$ , e as maiores variações ocorrem com as razões de carregamento  $\frac{L_n}{D_n} = 0,5$  e  $\frac{L_n}{D_n} = 5,0$ .

#### 5.1.4 Para duas ações (*D* e *W*)

Procedendo-se de maneira análoga ao item anterior, obtém-se os seguintes valores para coeficientes parciais de segurança para a combinação de ações permanente e de vento (Tabela 5.2).

**Tabela 5.2: Coeficientes Parciais de Segurança obtidos para combinação *D* + *W* e  $\beta_T = 3,0$ :**

	$\frac{W_n}{D_n} = 0,5$	$\frac{W_n}{D_n} = 1$	$\frac{W_n}{D_n} = 2$	$\frac{W_n}{D_n} = 5$
$\gamma_R$	1,17	1,10	1,06	1,04
$\gamma_D$	1,13	1,09	1,07	1,06
$\gamma_W$	1,68	1,95	2,06	2,11

Na Figura 5.3 são apresentadas as variações dos coeficientes parciais de segurança para obtenção de  $\beta_T = 3,0$  e na Figura 5.4 são apresentadas as variações do índice de confiabilidade com os coeficientes parciais de segurança fixos correspondentes a cada coluna da Tabela 5.2.

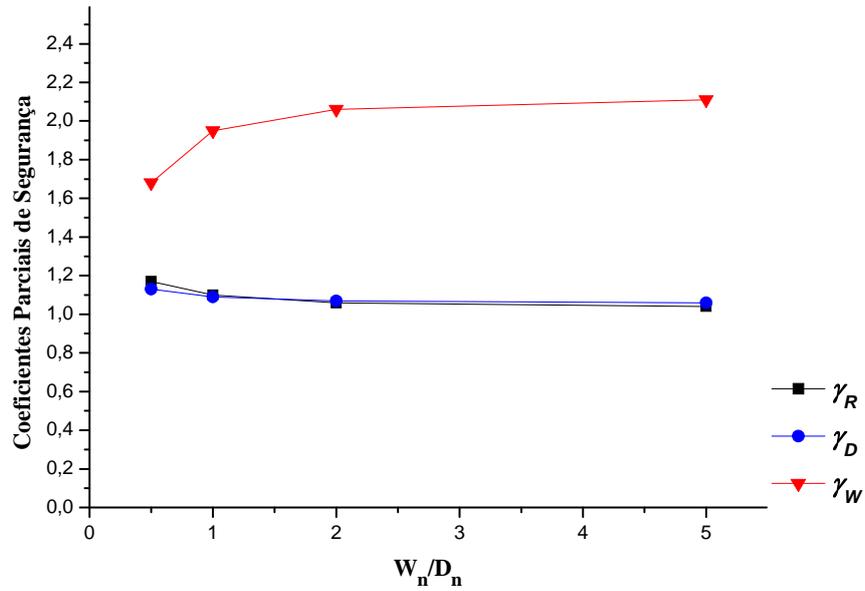


Figura 5.3: Variação dos coeficientes parciais de segurança,  $D + W$ .

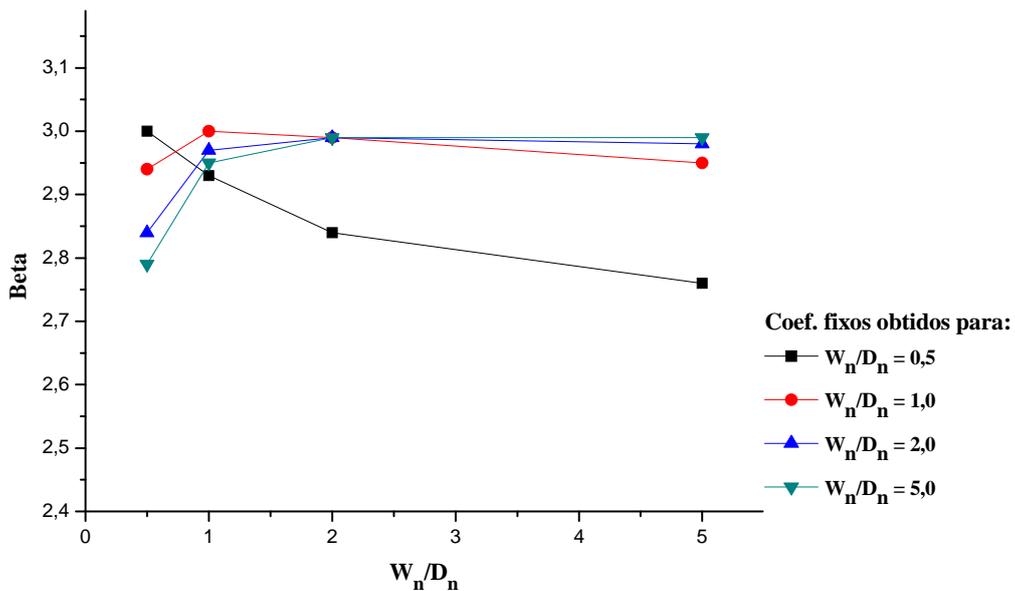


Figura 5.4: Variação do índice de confiabilidade utilizando coeficientes fixos correspondentes à relação  $\frac{W_n}{D_n}$ .

Observa-se na Figura 5.3 que, comparando-se com a combinação anterior ( $L + D$ ), as variações dos coeficientes parciais de segurança ocorrem de maneira semelhante. Sendo que, a maior variação ocorre com o coeficiente  $\gamma_W$ .

Pode-se notar na Figura 5.4 que o conjunto de coeficientes obtidos para a razão  $\frac{W_n}{D_n} = 1,0$  provoca as menores variações com relação ao  $\beta_T$ , e as razões de carregamento  $\frac{W_n}{D_n} = 0,5$  e  $\frac{W_n}{D_n} = 5,0$  as maiores variações.

### 5.1.5 Para três ações ( $D$ , $L$ e $W$ )

A análise de confiabilidade na combinação de três ações é realizada com base na regra de Turkstra (1970). Segundo esta regra empírica, o valor máximo da ação combinada (soma) é obtido combinando (somando) o máximo de uma das ações, considerada principal na combinação, com o valor de ponto arbitrário da ação considerada secundária. Assim, quando as ações variáveis  $L$  e  $W$  são combinadas, duas situações são consideradas. Quando  $L$  é considerada a ação principal na combinação, a análise de confiabilidade é feita utilizando a distribuição de extremos ( $L_{50}$ ) e a distribuição de máximos anuais para o vento ( $W_a$ ). Quando o vento é considerado ação principal, combina-se o vento extremo de 50 anos ( $W_{50}$ ) com o valor de ponto arbitrário da ação variável ( $L_{APT}$ ). Este procedimento leva em conta que a probabilidade de coincidência dos extremos de ambas as ações seja muito pequena. A regra de Turkstra erra ligeiramente para o lado não-conservativo, mas ainda assim é uma regra muito utilizada na combinação de ações em normas de projeto.

A determinação dos coeficientes parciais de segurança para três ações atuantes é feita para dois casos. Em ambos os casos a equação de dimensionamento é:

$$\frac{R_n}{\gamma_R} = \gamma_D \cdot D_n + \gamma_L \cdot L_n + \gamma_W \cdot W_n \quad (5.1)$$

A seguir são apresentados apenas os coeficientes parciais de segurança obtidos para a razão  $\frac{W_n}{D_n} = 1,0$  (Tabela 5.3) e  $\frac{L_n}{D_n} = 1,0$  (Tabela 5.4), correspondentes ao primeiro caso e o segundo caso respectivamente. Os resultados para as demais razões de  $\frac{L_n}{D_n}$  e  $\frac{W_n}{D_n}$  para os dois casos em estudo, utilizados para construir os gráficos das Figuras 5.5 e 5.6, são apresentados no Anexo A (Tabelas de A.1 a A.6).

**Tabela 5.3: Coeficientes Parciais de Segurança obtidos para a combinação  $D + L + W$ , sendo  $L$  a ação principal, razão  $\frac{W_n}{D_n} = 1$  e  $\beta_T = 3,0$**

	$\frac{L_n}{D_n} = 0,5$	$\frac{L_n}{D_n} = 1$	$\frac{L_n}{D_n} = 2$	$\frac{L_n}{D_n} = 5$
$\gamma_R$	1,19	1,16	1,11	1,07
$\gamma_D$	1,12	1,10	1,07	1,06
$\gamma_L$	1,25	1,63	1,83	1,93
$\gamma_W^*$	0,60	0,44	0,36	0,32

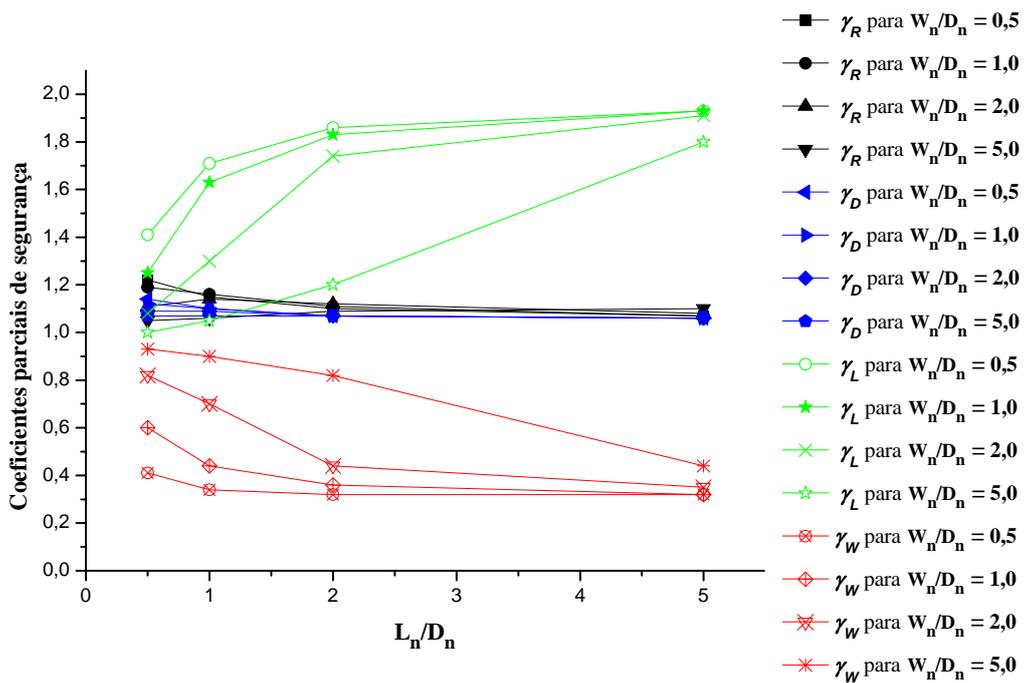
\*  $\gamma_W$  corresponde a  $\Psi_W \cdot \gamma_W$  na norma ABNT NBR 8800:2008.

**Tabela 5.4: Coeficientes Parciais de Segurança obtidos para a combinação  $D + L + W$ , sendo  $W$  a ação principal, razão  $\frac{L_n}{D_n} = 1$  e  $\beta_T = 3,0$**

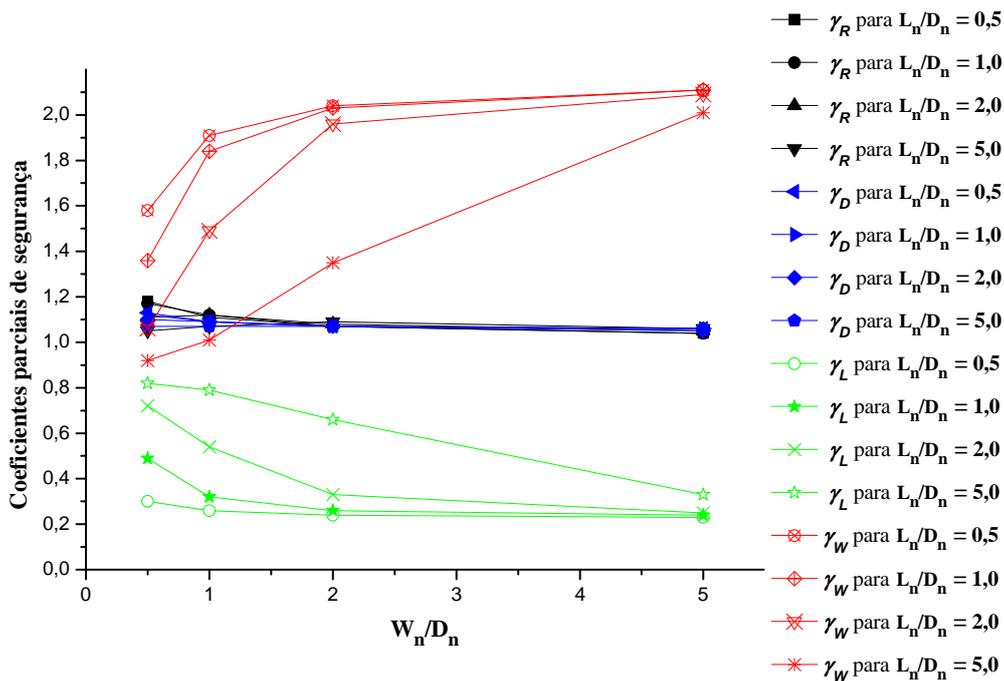
	$\frac{W_n}{D_n} = 0,5$	$\frac{W_n}{D_n} = 1$	$\frac{W_n}{D_n} = 2$	$\frac{W_n}{D_n} = 5$
$\gamma_R$	1,17	1,12	1,07	1,04
$\gamma_D$	1,12	1,09	1,07	1,06
$\gamma_L^*$	0,49	0,32	0,26	0,24
$\gamma_W$	1,30	1,84	2,03	2,11

\*  $\gamma_L$  corresponde a  $\Psi_L \cdot \gamma_L$  na norma ABNT NBR 8800:2008.

Nas Figuras 5.5 e 5.6 são apresentadas as variações dos coeficientes parciais de segurança, para atingir  $\beta_T$ , para o primeiro e segundo caso respectivamente, variando-se as razões de carregamento, ou seja, cada curva mostra quais são os valores que os coeficientes possuem para alcançar o  $\beta_T$  de acordo com a razão de carregamento utilizada.



**Figura 5.5: Variação dos coeficientes parciais de segurança as diferentes razões de ações, combinação  $D + L + W$ , sendo  $L$  a ação principal e  $\beta_T = 3,0$ .**



**Figura 5.6: Variação dos coeficientes parciais de segurança para as diferentes razões de ações, da combinação  $D + L + W$ , sendo  $W$  a ação principal, e  $\beta_T = 3,0$ .**

As Figura 5.5 e 5.6 mostram que, para as diferentes razões de carregamento os coeficientes  $\gamma_L$  e  $\gamma_W$  são aqueles que apresentaram as maiores variações. Os coeficientes  $\gamma_R$  e  $\gamma_D$  apresentam variações muito pequenas.

### 5.1.6 Análise dos Resultados

Os resultados obtidos neste capítulo mostram que, quando fixado o valor de beta, os coeficientes parciais de segurança apresentam variações para as diferentes relações entre ações. Para um conjunto fixo de coeficientes, ocorrem desvios do índice de confiabilidade em relação ao índice de confiabilidade alvo, ao variarmos as razões entre as ações.

Nos gráficos que apresentam as variações dos coeficientes parciais de segurança para a combinação de duas ações, verifica-se que à medida que aumentamos o valor da ação variável ou de vento há um aumento do coeficiente correspondente que a multiplica e uma diminuição dos coeficientes correspondentes a ação permanente e resistência. Isto se deve ao fato de a ação permanente e a resistência terem contribuições menores que a ação variável e a de vento na probabilidade de falha. Isto ocorre também para a combinação de três ações, onde o coeficiente parcial de uma ação variável aumenta à medida que a proporção desta ação aumenta.

Utilizar um conjunto de coeficientes distintos para cada situação de projeto seria inviável na prática. Ao buscar-se um único conjunto de coeficientes para todas as situações de projeto, ocorrerão inevitavelmente variações em relação ao  $\beta_T$ .

Por fim, ao comparar-se os coeficientes parciais de segurança obtidos para a combinação de duas ações (**D** e **L**), obtidos neste capítulo (terceira coluna da Tabela 5.1) com os do capítulo anterior (item 4.4), verifica-se que os coeficientes correspondentes a resistência e a ação variável apresentam valores bem diferentes. Isto se deve principalmente pela consideração da distribuição de probabilidade Lognormal para resistência e Gumbel para a ação variável. Já para a ação permanente, nota-se que ocorre pouca variação, uma vez que a distribuição de probabilidade permaneceu a mesma nos dois casos.

## 5.2 Calibração para cada Combinação de Ações

### 5.2.1 Apresentação

Na seção anterior foi possível observar que os coeficientes parciais de segurança não são constantes para um mesmo índice de confiabilidade alvo, quando variam-se as razões entre as ações. O procedimento de calibração consiste em encontrar o conjunto de coeficientes parciais de segurança que provocam o menor desvio em relação ao índice de confiabilidade alvo, ( $\beta_T = 3,0$ ) para as diversas razões de ações.

A função empregada para realizar esta minimização para este formato de norma é:

$$D = \sum_{i=1}^m (\beta_T - \beta_{ci}(\gamma_R, \gamma_D, \gamma_L, \gamma_W))^2 \cdot w_i \quad (5.2)$$

onde:

$D$ : é a soma ponderada do quadrado dos desvios em relação ao índice de confiabilidade alvo;

$\beta_T$ : é o índice de confiabilidade alvo;

$\beta_{ci}$ : é o valor de beta para o  $i$ -ésimo ponto de calibração;

$w_i$ : é o peso do  $i$ -ésimo ponto de calibração.

Os pontos de calibração e os respectivos pesos foram escolhidos conforme proposto por Ellingwood et al.(1980). Para resolver a minimização utilizou-se o algoritmo de Particle Swarm Optimization (PSO).

Para esta calibração optou-se por utilizar um valor fixo para o coeficiente parcial de segurança correspondente a resistência, uma vez que este fator não deveria ser dependente da combinação. Com isso será adotado o valor de  $\gamma_R = 1,10$ , pois na seção anterior verificou-se que este valor é o valor médio encontrado para este coeficiente. Para os outros coeficientes obtidos a minimização fornecerá valores múltiplos de 0,05, pois na norma brasileira os coeficientes parciais são múltiplos deste valor.

Nos itens a seguir, são determinados os coeficientes parciais de segurança que produzem os menores desvios com relação ao índice de confiabilidade alvo, para cada combinação de ações.

### 5.2.2 Para duas ações ( $L$ e $D$ )

Os pontos de calibração são:

$$\frac{L_n}{D_n} = \{0,5, 1, 1,5, 2, 3, 5\}$$

e seus respectivos pesos:

$$w_i = \{10, 20, 25, 35, 7, 3\}$$

Encontra-se que o novo formato, que provoca o menor desvio em relação ao  $\beta_{alvo}$ , considerando apenas estas duas ações, é:

$$\frac{R_n}{1,10} = 1,10D_n + 1,85L_n \quad (5.3)$$

Analisando os coeficientes parciais de segurança obtidos para esta combinação, nota-se que estes podem ser comparados com os coeficientes da terceira e quarta coluna da Tabela 5.1 (razão  $L_n/D_n = 1,0$  e  $L_n/D_n = 2,0$ ), que apresentaram as menores variações em relação ao  $\beta_T$ .

### 5.2.3 Para duas ações ( $D$ e $W$ )

Com os pontos de calibração:

$$\frac{W_n}{D_n} = \{0,5, 1, 1,5, 2, 3, 5\}$$

e com seus respectivos pesos:

$$w_i = \{10, 20, 25, 35, 7, 3\}$$

O novo formato encontrado, ao resolver o problema de otimização, é:

$$\frac{R_n}{1,10} = 1,10D_n + 1,95W_n \quad (5.4)$$

Os coeficientes parciais de segurança obtidos para estas combinações apresentaram valores próximos dos coeficientes da terceira coluna da Tabela 5.2 ( $W_n/D_n = 1,0$ ), sendo estes coeficientes, como verificado na Figura 5.4, os que apresentaram a menores variações em relação ao índice de confiabilidade alvo.

### 5.2.4 Para três ações ( $D$ , $L$ e $W$ ) com $L$ como ação variável principal

Com os pontos de calibração e seus respectivos pesos:

$$w_i = \begin{matrix} & & & & & & W_n/D_n \\ & & & & & & \left. \begin{matrix} 0.5 \\ 1 \\ 1.5 \\ 2 \\ 3 \\ 5 \end{matrix} \right\} \\ \left[ \begin{matrix} 20 & 30 & 35 & 45 & 17 & 13 \\ 30 & 40 & 45 & 55 & 27 & 23 \\ 35 & 45 & 50 & 60 & 32 & 28 \\ 45 & 55 & 60 & 70 & 42 & 38 \\ 17 & 27 & 32 & 42 & 14 & 10 \\ 13 & 23 & 28 & 38 & 10 & 6 \end{matrix} \right] & & & & & & \end{matrix}$$

$$L_n/D_n = \{0.5 \quad 1 \quad 1.5 \quad 2 \quad 3 \quad 5\}$$

O novo formato encontrado, ao resolver o problema de otimização, é:

$$\frac{R_n}{1,10} = 1,10D_n + 1,70L_n + 0,60W_n \quad (5.5)$$

Para esta combinação os coeficientes parciais de segurança obtidos foram mais próximos dos valores dos coeficientes da terceira da Tabela 5.3 (razão  $L_n/D_n = 1,0$ ).

### 5.2.5 Para três ações ( $D$ , $L$ e $W$ ) com $W$ como ação variável principal

Para esta combinação utilizam-se os mesmos pontos de calibração e pesos que no item anterior. O novo formato encontrado, ao resolver o problema de otimização, é:

$$\frac{R_n}{1,10} = 1,05D_n + 0,50L_n + 1,80W_n \quad (5.6)$$

Para esta combinação os coeficientes parciais de segurança obtidos foram mais próximos dos valores dos coeficientes da 2ª coluna da Tabela 5.4. (razão  $W_n/D_n = 1,0$ ).

### 5.2.6 Resumo dos coeficientes obtidos

Na Tabela 5.5 são apresentados os o resumo dos coeficientes parciais de segurança obtidos para cada combinação de ações (formato LRFD).

**Tabela 5.5: Resumo dos coeficientes parciais de segurança calibrados para o formato LRFD.**

Combinação	$\gamma_R$	$\gamma_D$	$\gamma_L$	$\gamma_W$
$D$	1,10	1,40		
$D + L$	1,10	1,10	1,85	-
$D + W$	1,10	1,10	-	1,95
$D + L_{50} + W_a$	1,10	1,10	1,70	0,60
$D + L_{APT} + W_{50}$	1,10	1,05	0,50	1,80

Nas Figuras 5.7 e 5.8 apresentam-se as variações do índice de confiabilidade dos coeficientes calibrados para o formato LRFD (Tabela 5.5) em comparação com os coeficientes calibrados para o formato da NBR8800 (Tabela 5.6).

## 5.3 Calibração para todas as Combinações de Ações (formato NBR)

### 5.3.1 Apresentação

Para a obtenção de um conjunto único de coeficientes parciais de segurança, formato semelhante ao utilizado nas normas da NBR, utilizou-se a equação de dimensionamento geral da ABNT NBR8800:2008:

$$S \left[ \gamma_D D_n + \gamma_i Q_{ni} + \sum_{j=2}^n \psi_j \gamma_j Q_{nj} \right] \leq R \left[ \frac{R_k}{\gamma_R} \right] \quad (5.7)$$

onde:

$\gamma$  corresponde aos coeficientes parciais de segurança;

$\psi$  corresponde aos fatores de combinação;

O índice  $i$  corresponde a ação principal;

O índice  $j$  corresponde as ações secundárias.

Assumindo o comportamento linear de  $S[ ]$  e  $R[ ]$  para as combinações estudadas neste trabalho, tem-se 5 equações de dimensionamento:

$$R_{n1} \geq \gamma_R (\gamma_D D_n) \quad (5.8)$$

$$R_{n2} \geq \gamma_R (\gamma_D D_n + \gamma_L L_n) \quad (5.9)$$

$$R_{n3} \geq \gamma_R (\gamma_D D_n + \gamma_W W_n) \quad (5.10)$$

$$R_{n4} \geq \gamma_R (\gamma_D D_n + \gamma_L L_n + \gamma_W \psi_W W_n) \quad (5.11)$$

$$R_{n5} \geq \gamma_R (\gamma_D D_n + \gamma_L \psi_L L_n + \gamma_W W_n) \quad (5.12)$$

A condição de projeto é feita para a maior das 5 equações de dimensionamento.

$$R_n = \text{Max} [R_{n1}, R_{n2}, R_{n3}, R_{n4}, R_{n5}] \quad (5.13)$$

Para estas 5 equações de dimensionamento tem-se 5 problemas de confiabilidade e conseqüentemente 5 valores de Beta:

$$g_1(x) = R - (D) \quad \Rightarrow \quad \beta_{c1} \quad (5.14)$$

$$g_2(x) = R - (D + L_{50}) \quad \Rightarrow \quad \beta_{c2} \quad (5.15)$$

$$g_3(x) = R - (D + W_{50}) \quad \Rightarrow \quad \beta_{c3} \quad (5.16)$$

$$g_4(x) = R - (D + L_{50} + W_a) \quad \Rightarrow \quad \beta_{c4} \quad (5.17)$$

$$g_5(x) = R - (D + L_{apt} + W_{50}) \quad \Rightarrow \quad \beta_{c5} \quad (5.18)$$

Portanto, para a realização da calibração de norma para este formato será empregada a seguinte função de minimização:

$$D = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (\beta_T - \underbrace{\text{Min}}_k [\beta_{ijk}(\gamma_R, \gamma_D, \gamma_L, \gamma_W, \psi_L, \psi_W, )])^2 \cdot w_{ij} \quad (5.19)$$

onde

$n$  corresponde ao número de razões  $L_n/D_n$ ;

$m$  corresponde ao número de razões  $W_n/D_n$ ;

$\beta_{ijk}$  corresponde ao índice de confiabilidade para a situação razão de ação  $ij$  e a  $k$ -ésima combinação de ação.

$w_{ij}$  corresponde ao peso dos pontos de razão de ação  $ij$

Os pontos de calibração e os respectivos pesos utilizados nesta calibração retirados de Ellingwood et al. (1980) são:

$$w_{ij} = \begin{matrix} & & & & & & & W_n/D_n \\ & & & & & & & \left. \begin{matrix} 0,0 \\ 0,5 \\ 1,0 \\ 1,5 \\ 2,0 \\ 3,0 \\ 5,0 \end{matrix} \right\} \\ \begin{matrix} 40 & 10 & 20 & 25 & 35 & 7 & 3 \\ 10 & 20 & 30 & 35 & 45 & 17 & 13 \\ 20 & 30 & 40 & 45 & 55 & 27 & 23 \\ 25 & 35 & 45 & 50 & 60 & 32 & 28 \\ 35 & 45 & 55 & 60 & 70 & 42 & 38 \\ 7 & 17 & 27 & 32 & 42 & 14 & 10 \\ 3 & 13 & 23 & 28 & 38 & 10 & 6 \end{matrix} & & & & & & & \end{matrix} \quad (5.20)$$

$$L_n/D_n = \{0,0 \ 0,5 \ 1,0 \ 1,5 \ 2,0 \ 3,0 \ 5,0\}$$

O conjunto de coeficientes parciais de segurança e fatores de combinação obtidos para as cinco situações de projeto é mostrado na Tabela 5.6.

### 5.3.2 Coeficientes Parciais de Segurança e Combinações Utilizadas na Norma Brasileira (ABNT NBR 8800:2008)

É utilizada a Combinação Última Normal (ABNT NBR8800:2008) dada pela seguinte expressão:

$$F_d = \sum_{i=1}^m (\gamma_{gi} F_{Gi,k}) + \gamma_{q1} F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n (\gamma_{qj} \psi_{0j} F_{Qj,k}) \quad (5.21)$$

O conjunto de coeficientes parciais de segurança e fatores de combinação obtidos para as situações de projeto estudadas são mostrado na tabela a seguir.

**Tabela 5.6: Coeficientes de Segurança Parciais e Fatores de Combinação de Norma (ABNT NBR8800:2008 e ABNT NBR8681:2003) e Calibrados para  $\beta_T = 3,0$ .**

Nome	Símbolo	Valores Calibrados	Valores da NBR8800 e NBR8681
Coeficiente para ação permanente:	$\gamma_D$	1,35	1,40
Coeficiente para ação variável:	$\gamma_L$	1,65	1,50
Coeficiente para ação de vento:	$\gamma_W$	1,70	1,40
Coeficiente para resistência	$\gamma_R$	1,10	1,10
Fator de combinação para ação variável:	$\psi_L$	0,30	0,70
	$\psi_L \cdot \gamma_L$	0,50	1,05
Fator de combinação para ação de vento:	$\psi_W$	0,30	0,60
	$\psi_W \cdot \gamma_W$	0,51	0,84

Nota-se na Tabela 5.6 que os coeficientes parciais obtidos neste trabalho, a partir do procedimento de calibração, são significativamente distintos dos coeficientes utilizados nas normas ABNT NBR8800:2008 e ABNT NBR8681:2003. Os coeficientes calibrados majoram mais as ações consideradas principais na combinação, mas levam a um valor reduzido de combinação para as ações secundárias. O efeito destes coeficientes parciais nos índices de confiabilidade resultantes pode ser visto nas Figuras 5.9 e 5.10.

### 5.3.3 Calibração para a Norma Brasileira ABNT NBR 8681:2003

Será apresentada nesta seção, a calibração feita para ABNT NBR88681:2003 que tem a seguinte equação de dimensionamento:

$$F_d = \sum_{i=1}^m (\gamma_{gi} F_{Gi,k}) + \gamma_q \left[ F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n (\psi_{0j} F_{Qi,k}) \right] \quad (5.22)$$

Como esta equação de dimensionamento é diferente da anterior (NBR 8800) foram feitas as seguintes mudanças nas equações (5.11) e (5.12), para o procedimento de calibração com relação ao procedimento anterior:

$$R_{n4} \geq \gamma_R (\gamma_D D_n + \gamma_L (L_n + \psi_W W_n)) \quad (5.23)$$

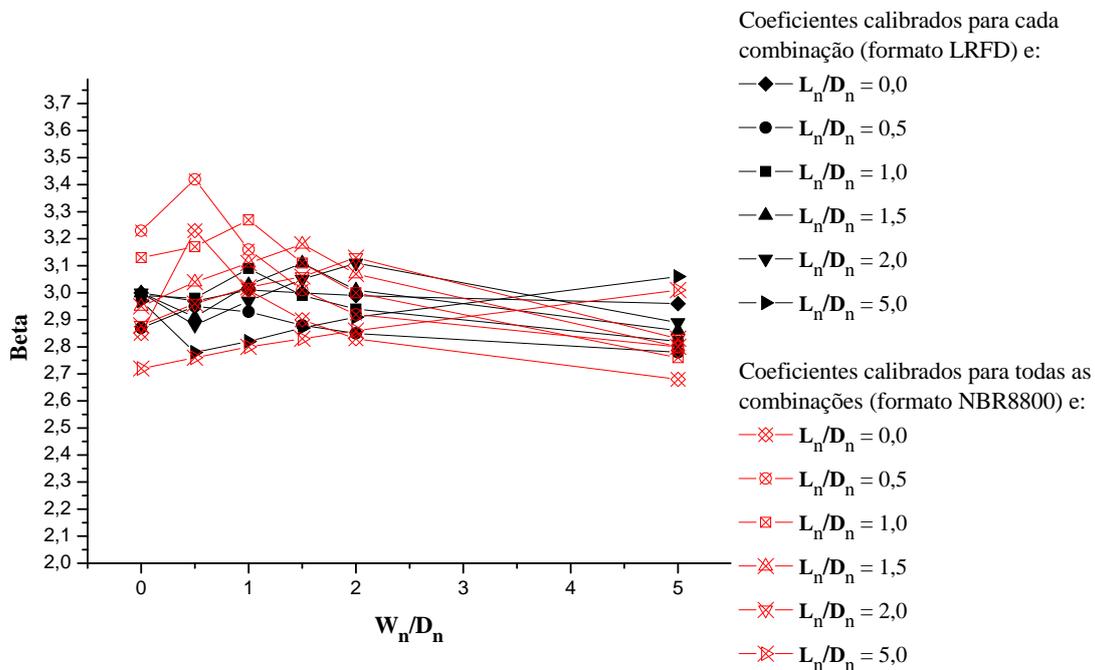
$$R_{n5} \geq \gamma_R (\gamma_D D_n + \gamma_W (\psi_L L_n + W_n)) \quad (5.24)$$

Mesmo com estas mudanças os coeficientes parciais de segurança e fatores de combinação calibrados foram iguais aos obtidos anteriormente (valores da quarta coluna da Tabela 5.6).

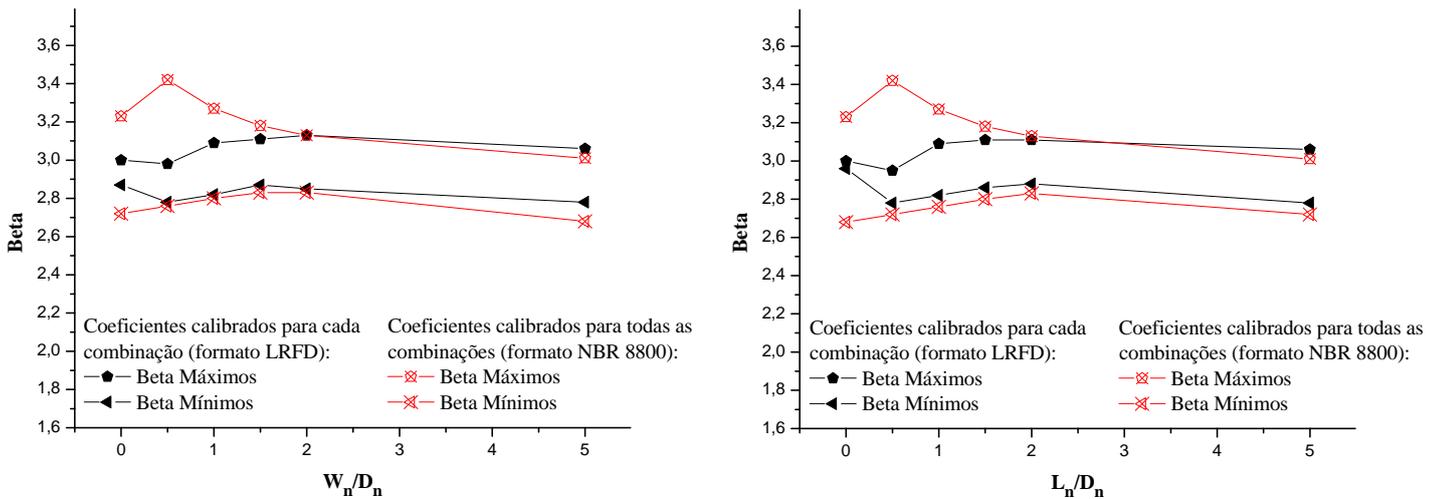
A variação do índice de confiabilidade para coeficientes calibrados para o formato da NBR8681 e dos coeficientes prescritos na ABNT NBR8681:2003 são comparados nas Figura 5.11 e 5.12. Na Figura 5.13 apresenta-se a comparação de variação de índice de confiabilidade entre os coeficientes calibrados para o formato da NBR8800 e NBR 8681 e na Figura 5.14 apresenta-se a comparação entre os coeficientes prescritos nas normas ABNT NBR8681:2003 e ABNT NBR8800:2008.

### 5.3.4 Variações do Índice de Confiabilidade para Diferentes Situações de Projeto

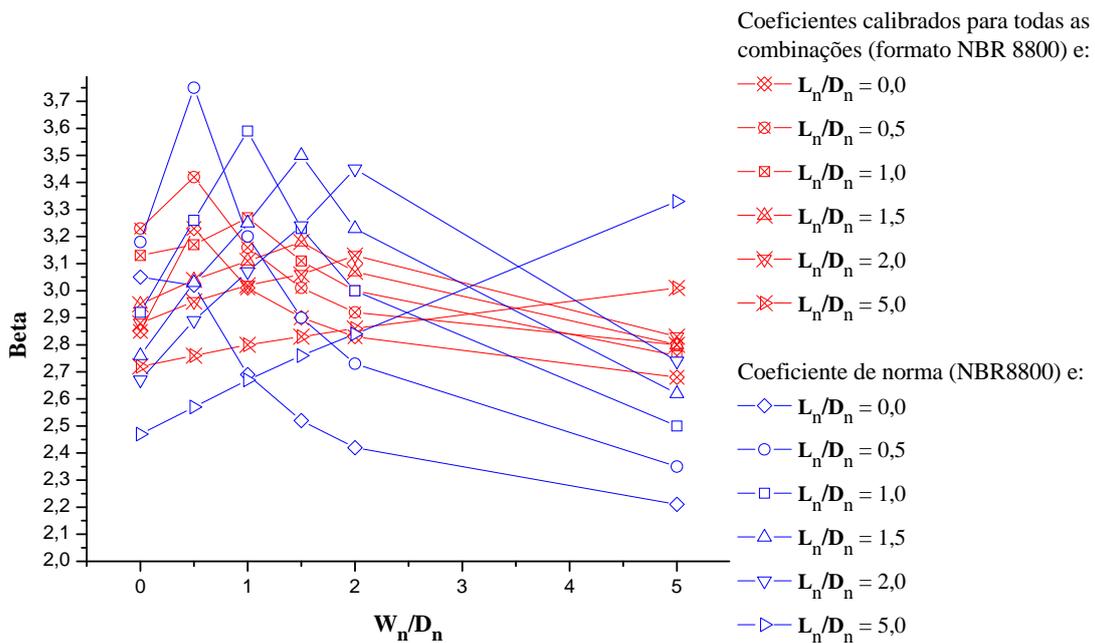
Nesta seção serão apresentadas as variações do índice de confiabilidade para diferentes razões de ações, onde são comparados os coeficientes calibrados para cada combinação de ações (valores obtidos na seção anterior), os coeficientes calibrados para todas as combinações (valores obtidos neste capítulo) e os coeficientes fornecidos pela norma brasileira (ABNT NBR8800:2008 e ABNT NBR8681:2003).



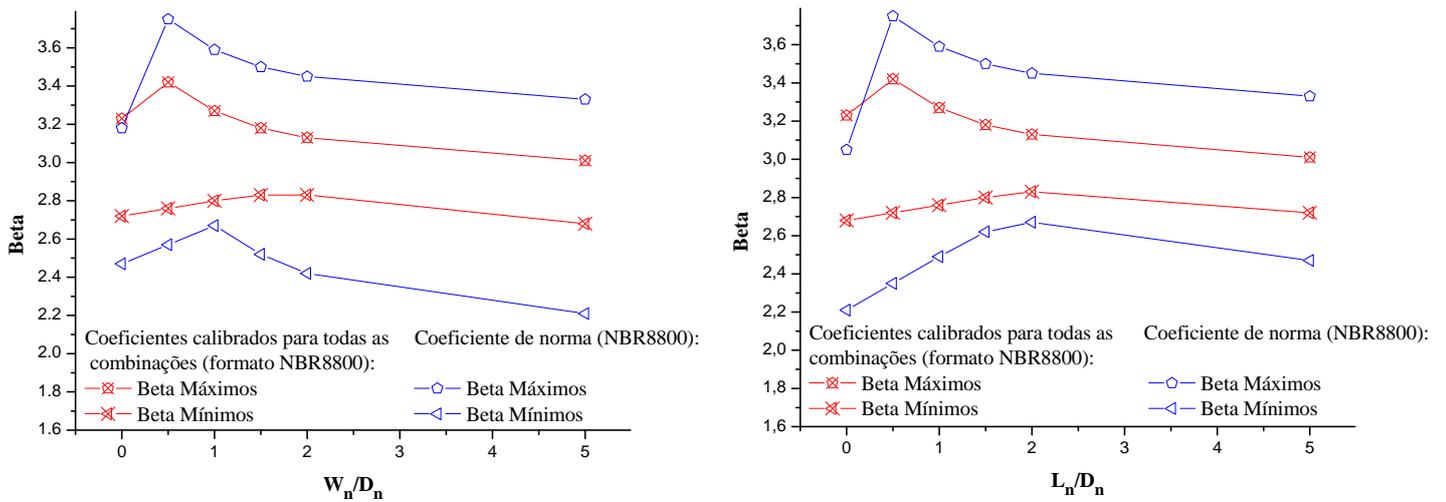
**Figura 5.7: Variação do índice de confiabilidade para os coeficientes calibrados para cada combinação de ações (formato LRFD) e para todas combinações de ações (formato NBR8800),  $\beta_T = 3,0$ .**



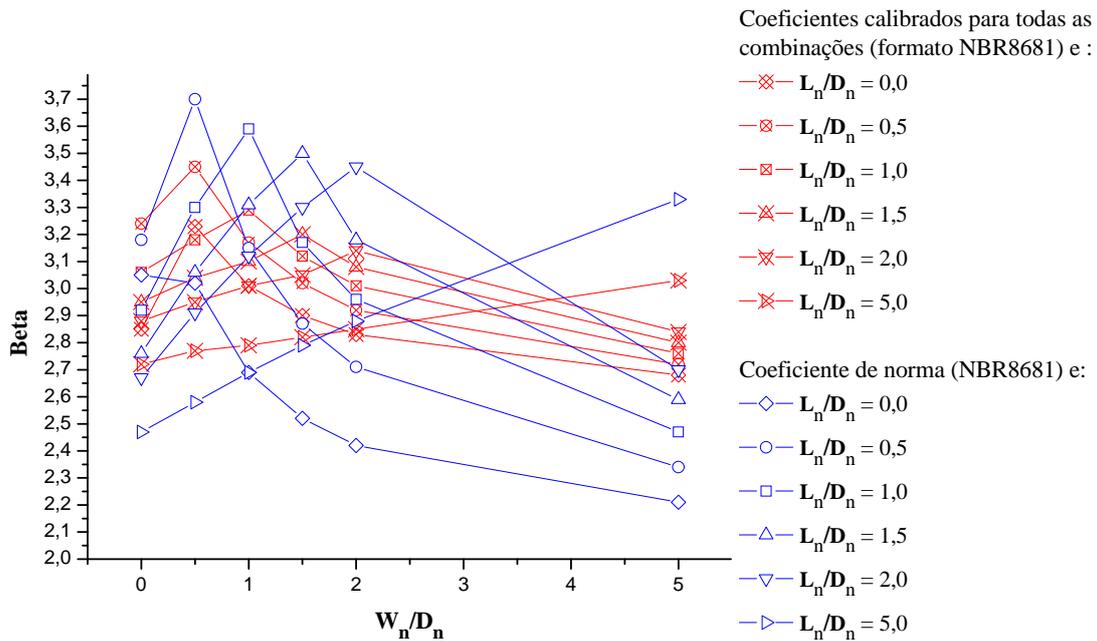
**Figura 5.8: Variações limite do índice de confiabilidade para os coeficientes calibrados para cada combinação de ações (formato LRFD) e para todas combinações de ações (formato NBR8800),  $\beta_T = 3, 0$ .**



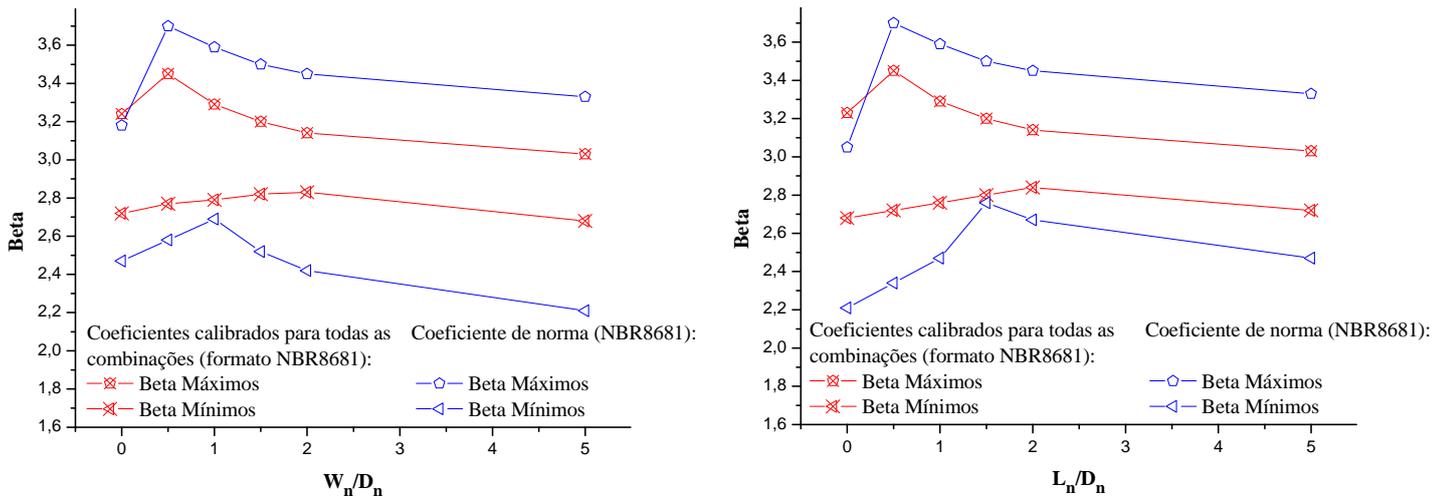
**Figura 5.9: Variação do índice de confiabilidade para os coeficientes calibrados para todas combinação de ações (formato NBR8800) e para os coeficientes prescritos em norma (ABNT NBR8800:2008),  $\beta_T = 3, 0$ .**



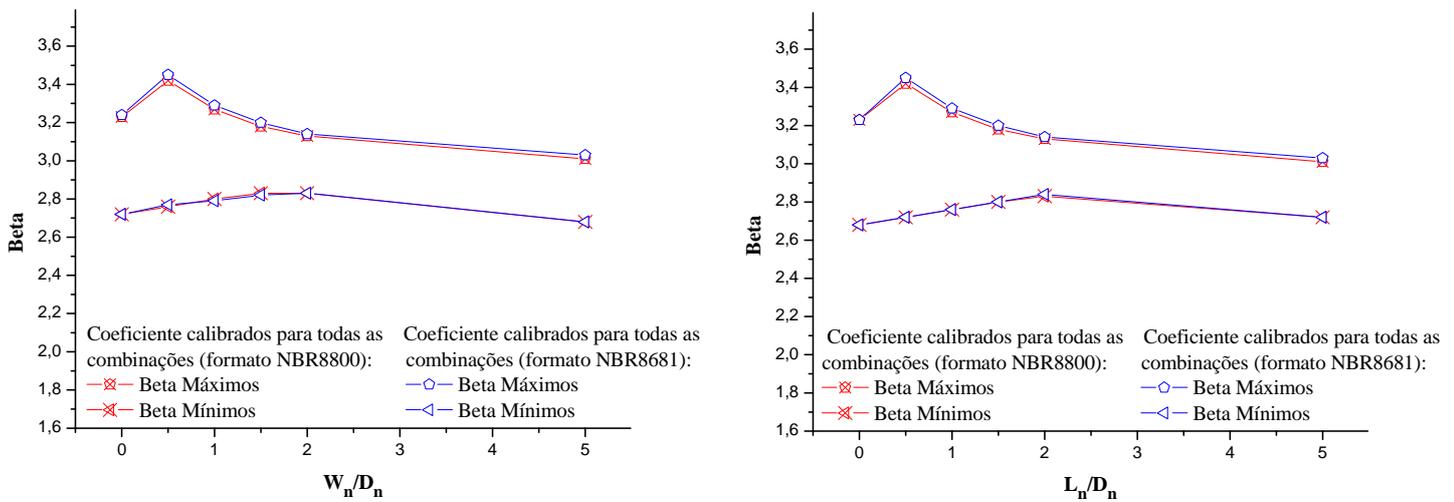
**Figura 5.10: Variações limite do índice de confiabilidade para os coeficientes calibrados para cada combinação de ações (formato NBR8800) e para os coeficientes prescritos em norma (ABNT NBR8800:2008),  $\beta_T = 3, 0$ .**



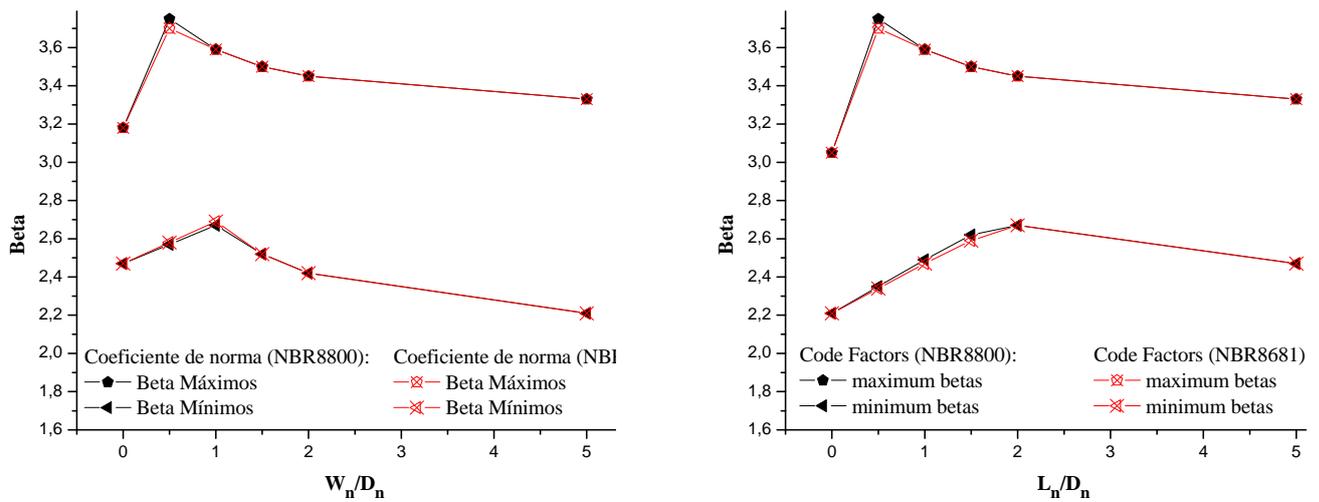
**Figura 5.11: Variação do índice de confiabilidade para os coeficientes calibrados para todas combinação de ações (formato NBR8681) e para os coeficientes prescritos em norma (ABNT NBR8681:2003),  $\beta_T = 3, 0$ .**



**Figura 5.12: Limites do índice de confiabilidade para coeficientes calibrados para todas as combinações de ações (formato NBR8681) e para os coeficientes prescritos em norma (ABNT NBR8681:2003),  $\beta_T = 3, 0$ .**



**Figura 5.13: Limites do índice de confiabilidade para coeficientes calibrados para todas as combinações de ações (formatos NBR8800 e NBR8681),  $\beta_T = 3, 0$ .**



**Figura 5.14: Limites do índice de confiabilidade para coeficientes prescritos nas normas ABNT NBR8800:2008 e ABNT NBR8681:2003.**

### 5.3.5 Coeficientes Parciais de Segurança Calibrados para Diferentes Índices de Confiabilidade Alvo.

Nesta seção apresentam-se os coeficientes parciais de segurança calibrados de maneira análoga ao realizado nesta seção e na anterior, variando-se apenas os índices de confiabilidade alvo. Escolheu-se o valor de beta igual a 3,8, pois este valor é sugerido no Eurocode em seu Anexo C, para dimensionamento em estado limite último e período de referência de 50 anos.

**Tabela 5.7: Coeficientes parciais de segurança obtido para as diferentes combinações, para  $\gamma_R = 1, 10$  e  $\beta_T = 2, 0$ :**

Combinação	$\gamma_D$	$\gamma_L$	$\gamma_W$	$\psi_L$	$\psi_W$	$\gamma_L \cdot \psi_L$	$\gamma_W \cdot \psi_W$
$D + L$	1,05	1,30	-	-	-	-	-
$D + W$	1,05	-	1,30	-	-	-	-
$D + L_{50} + W_a$	1,05	1,25	0,45	-	-	-	-
$D + L_{APT} + W_{50}$	1,05	0,35	1,25	-	-	-	-
Coeficiente único para todas combinações	1,15	1,15	1,25	0,30	0,40	0,35	0,5
Coeficientes de Norma (NBR8800:2008 e NBR8681:2003)	1,40	1,50	1,40	0,70	0,60	1,05	0,84

**Tabela 5.8: Coeficientes parciais de segurança obtido para as diferentes combinações, para  $\gamma_R = 1, 10$  e  $\beta_T = 3, 8$ :**

Combinação	$\gamma_D$	$\gamma_L$	$\gamma_W$	$\psi_L$	$\psi_W$	$\gamma_L \cdot \psi_L$	$\gamma_W \cdot \psi_W$
$D + L$	1,20	2,40	-	-	-	-	-
$D + W$	1,20	-	2,20	-	-	-	-
$D + L_{50} + W_a$	1,20	2,10	0,80	-	-	-	-
$D + L_{APT} + W_{50}$	1,25	0,80	1,95	-	-	-	-
Coeficiente único para todas combinações	1,50	2,10	2,35	0,20	0,25	0,42	0,59
Coeficientes de Norma (NBR8800:2008 e NBR8681:2003)	1,40	1,50	1,40	0,70	0,60	1,05	0,84

## 5.4 Avaliação dos custos iniciais

Uma alteração, ou mesmo sugestão de alteração, de coeficientes parciais de segurança de uma norma técnica deve ser necessariamente acompanhada de um estudo dos custos destas alterações.

Em termos de segurança, o impacto dos coeficientes calibrados neste trabalho pode ser observado nas Figuras 5.8 e 5.9, onde os índices de confiabilidade resultantes do uso destes coeficientes são comparados com índices correspondentes aos coeficientes de norma. Nesta seção é realizado um estudo dos custos iniciais de eventual alteração dos coeficientes parciais.

Para avaliar o custo, é necessário considerar o espectro de aplicação da norma, em termos dos diversos materiais envolvidos, e das diferentes razões de carregamento. O estudo realizado nesta seção se limita ao impacto dos coeficientes de majoração de carregamento. Para tanto, diferentes razões de carregamento, e os mesmos pesos considerados no processo de calibração, são utilizados (equação (5.20)).

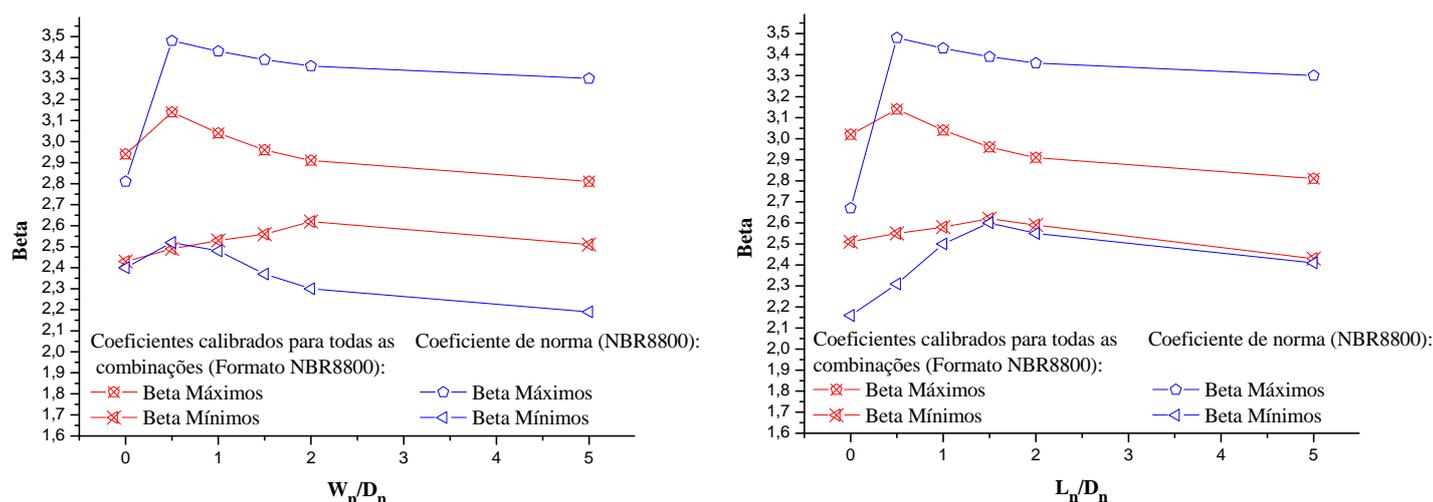
O custo inicial dos coeficientes de majoração dos carregamentos é avaliado considerando-se uma ação permanente unitária, e fazendo uma soma ponderada de todas as ações de projeto resultantes do uso de cada conjunto de coeficientes. Esta soma envolve todas as razões de carregamento indicadas na equação (5.20), ponderadas pelos respectivos pesos, e considerando sempre como ação de projeto a maior ação resultante da combinação.

O estudo, desenvolvido em planilha Excel, mostra que os coeficientes calibrados para todas as combinações (formato NBR8800) levam a um aumento de 3% na ação de projeto ponderada, em relação aos coeficientes utilizados na norma ABNT

NBR8800:2008 (os coeficientes são apresentados na tabela 5.6). Assumindo custos proporcionais a ação de projeto, isto corresponde a um aumento de 3% nos custos. Na Figura 5.10 fica claro que este aumento de custos está associado a um aumento do nível de confiabilidade médio.

Uma redução do índice de confiabilidade alvo para  $\beta_T = 2$ , que produziu os coeficientes parciais mostrados na Tabela 5.7, resulta em índices de confiabilidade menores do que os existentes na norma ABNT NBR8800:2008, mas produz redução de custos de 22%.

Calibrando novamente para valores de índice de confiabilidade que levassem a uma flutuação próxima dos valores mínimos da ABNT NBR8800:2008. Com isso obteve-se o valor de  $\beta_T = 2,8$ , que apresentou valores limite mínimos de beta próximos aos da ABNT NBR8800:2008 (Figura 5.15), e calculando novamente os custos chega-se uma redução de aproximadamente 3%.



**Figura 5.15: Limite do índice de confiabilidade para coeficientes calibrados para todas combinações de ações (formato NBR8800) e para coeficientes prescritos em norma(ABNT NBR8800:2008),  $\beta_T = 2,8$ .**

## 5.5 Análise dos Resultados

Com os resultados obtidos neste capítulo pode-se perceber que os coeficientes parciais de segurança calibrados para cada combinação foram os que resultaram no menor desvio do índice de confiabilidade. Os coeficientes especificados na norma, ao contrário, foram os que apresentaram o maior desvio. Um resultado intermediário foi obtido para o conjunto de coeficientes único calibrado neste trabalho.

Nas Figuras 5.8 e 5.10 pode-se notar que, o intervalo dos valores limite de Beta a partir da razão  $\frac{W_n}{D_n} = 2,0$  e  $\frac{L_n}{D_n} = 2,0$  tendem a serem constantes tanto para os coeficientes calibrados como para os coeficientes de norma.

Pode-se se notar nas Figuras 5.7 e 5.8 que os coeficientes calibrados para cada combinação tiveram índices de confiabilidades mínimos de até, aproximadamente, 7% abaixo do  $\beta_T$ . Já para os coeficientes calibrados para todas combinações de ações, os valores mínimos chegaram a ser até 10% menores que o índice de confiabilidade alvo. Isto pode ser um fato indesejado, e deve-se a função desvio utilizada, pois o procedimento empregado para a minimização consistia na busca por índices de confiabilidade em torno do  $\beta_T$ , sem penalização de valores inferiores ao alvo.

As Figuras 5.13 e 5.14 mostram que as diferenças nos valores limite de confiabilidade tanto utilizando a equação de dimensionamento da ABNT NBR8800:2008 como da ABNT NBR8681:2003 são mínimas.

Determinou-se também para outros índices de confiabilidade alvo, os coeficientes parciais de segurança que provocassem o menor desvio para variações das relações entre ações. Com isto pode-se notar que ocorre uma grande variação nos

coeficientes parciais de segurança para as ações variáveis e de vento, para alcançamos os diferentes índice de confiabilidade alvo.

A avaliação de custos iniciais possibilitou verificar que calibrando coeficientes para os valores mínimos de confiabilidade maiores ou iguais a de norma (ABNT NBR8800:2008) resultou em um índice de confiabilidade alvo de 2,8 e pelos critérios adotados para o cálculo de custo uma redução de 3%. Esta redução poderia até ter sido maior se a calibração destes coeficientes fosse realizada para valores limite mínimos médios de confiabilidade, uma vez o limite mínimo de confiabilidade médio da norma foi de aproximadamente 2,35 e dos coeficientes calibrados de 2,5.



## **Capítulo 6. Conclusões e Considerações Finais**

---

### **6.1 Apresentação**

O presente trabalho teve por objetivo o estudo do procedimento de calibração de normas e dos coeficientes parciais de segurança utilizados nas normas brasileiras ABNT NBR8681:2003 e ABNT NBR8800:2008. Este estudo envolveu a teoria de confiabilidade estrutural, conforme exposto no capítulo 2. No capítulo 3 estudaram-se os métodos de dimensionamento, incluindo o método das tensões admissíveis e o método dos estados limites. Os parâmetros de resistência e das ações e seus respectivos valores representativos também foram abordados.

No capítulo 4 abordou-se a calibração de normas. Foi apresentada a metodologia do processo de calibração e as propostas para escolha dos índices de confiabilidade alvo para a calibração. Neste capítulo, também foi realizado um exemplo analítico de calibração de norma, seguindo a metodologia descrita.

As verificações feitas na primeira seção do capítulo 5 permitiram analisar o comportamento dos índices de confiabilidade e dos coeficientes parciais de segurança, em termos das diferentes razões entre as ações variáveis.

Na segunda seção do capítulo 5, realizou-se a calibração de norma no formato das normas americanas (LRFD). Diferentes conjuntos de coeficientes parciais foram encontrados, um para cada expressão de combinação de ações. Na terceira seção do capítulo 5, foi encontrado um único conjunto de coeficientes para todas as combinações de ações, seguindo o formato da NBR8800. A calibração também foi realizada para o

formato da NBR8681, mas resultou no mesmo conjunto de coeficientes parciais de segurança.

Os coeficientes encontrados neste trabalho, a partir da calibração de norma, foram comparados com os coeficientes atualmente em uso nas respectivas normas de projeto brasileiras. Os índices de confiabilidade resultantes do uso dos diferentes conjuntos de coeficientes também foram comparados.

## **6.2 Conclusões**

Os estudos feitos neste trabalho permitem concluir que só é possível atingir o índice de confiabilidade alvo de forma exata, para todas as situações de projeto, se os coeficientes parciais de segurança dependerem da razão entre as ações. Isto, porém, não seria um procedimento prático.

É possível fazer a calibração dos coeficientes parciais ao projetar-se obras especiais como realizado, por exemplo, na construção do London Eye. Neste projeto, os coeficientes de alguns elementos estruturais foram calibrados para índices de confiabilidade diferentes dos utilizados no Eurocode (EUROCODE NEWS, 2003).

A comparação da calibração realizada para cada combinação de ações (formato da norma americana) e para todas as combinações (formato das normas brasileira e européia) mostrou que a primeira produziu menores desvios em relação ao índice de confiabilidade alvo. Isto significa que a norma americana é mais flexível quando se trata de combinação de ações. Conclui-se que o formato da norma americana é melhor, em termos de proporcionar melhor uniformização dos índices de confiabilidade.

Os coeficientes parciais de segurança, obtidos neste trabalho a partir do procedimento de calibração, se mostraram razoavelmente distintos dos coeficientes atualmente em uso nas normas ABNT NBR8800:2008 e ABNT NBR8681:2003. Os coeficientes de majoração das ações consideradas principais na combinação resultaram maiores do que os coeficientes de norma, enquanto que os valores reduzidos de combinação resultaram significativamente menores.

A diferença entre os conjuntos de coeficientes calibrados e de norma se reflete na variação dos índices de confiabilidade obtidos com o uso destes coeficientes. Verificou-se que os coeficientes parciais de segurança prescritos em norma brasileira apresentaram ampla variação dos índices de confiabilidade, para as diferentes combinações e razões de ações estudadas. Os índices de confiabilidade obtidos oscilaram entre um máximo de 3,5 e um mínimo de 2,15. Em comparação, os coeficientes calibrados para  $\beta_T = 3,0$  resultaram em uma variação entre um máximo de 3,45 e um mínimo de 2,7. Na média, os coeficientes calibrados para  $\beta_T = 3,0$  resultaram em índices de confiabilidade maiores do que os obtidos a partir dos coeficientes de norma.

Uma análise econômica mostrou que os coeficientes calibrados neste trabalho para  $\beta_T = 3,0$  resultam em um aumento de 3% em custos (valor ponderado de ações combinadas), em comparação aos coeficientes de norma. Este custo está associado a um aumento do índice de confiabilidade médio, bem como a uma maior uniformidade destes índices. A calibração realizada para  $\beta_T = 2,8$  resultou em índices de confiabilidade compatíveis com os valores mínimos obtidos por norma, com uma redução de custos da ordem de 3%. Os índices de confiabilidade obtidos para  $\beta_T = 2,8$

são mais uniformes, e ligeiramente maiores do que os menores valores obtidos utilizando os coeficientes de norma.

### **6.3 Sugestão para Trabalhos Futuros**

Este é um primeiro trabalho, desenvolvido no Departamento de Engenharia de Estruturas da EESC/USP, a abordar o processo de calibração de normas. Dada a dimensão do problema, vários aspectos do mesmo não puderam ser abordados neste primeiro trabalho. Sendo assim, os seguintes tópicos são sugeridos para trabalhos futuros:

Levantamento de dados estatísticos próprios para a realidade brasileira, a respeito de:

ações permanentes e acidentais;

resistência de materiais;

pesos indicativos da importância relativa das diferentes situações de projeto;

Calibração incluindo modelos de resistência mais precisos;

Calibração de coeficientes parciais de segurança incluindo as propriedades estatísticas de resistência de outros materiais, como concreto armado e madeira;

Estudo de conseqüências de falha para fins de determinação de índices de confiabilidade alvo mais apropriados para diferentes classes de estruturas.

## Referências

---

ALLEN, D.E. (1992). *The Role of Regulations and Codes – Engineering Safety*/Edited By David Blockley. England: McGraw-Hill.

ANSI/AISC 360 (2005). *Specification for Structural Steel Buildings*. American Institute of Steel Construction. Chicago, Illinois.

ASCE 7-05 (2005). *Minimum Design Loads for Buildings and Other Structures*, American Society of Civil Engineers. Virginia

ANG, A. H-S.; TANG, W. H. (2007). *Probability Concepts in Engineering: Emphasis on Applications to Civil and Environmental Engineering*. 2nd Edition. USA: John Wiley & Sons.

ANG, A. H-S.; TANG, W. H. (1984). *Probability Concepts in Engineering Planning and Design*. Vol. 2 – Decision, Risk, and Reliability. New York: John Wiley & Sons.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1988). NBR 6123: *Forças devidas ao vento em edificações*. Rio de Janeiro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2003). NBR 8681: *Ações e Segurança nas Estruturas – Procedimento*. Rio de Janeiro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2008). NBR 8800. *Projeto e execução de estruturas de aço e de estruturas mistas aço-concreto de edifícios: Procedimento*. Rio de Janeiro.

BECK, A. T. (2006). *Curso de Confiabilidade Estrutural: Notas de Aula*. São Carlos: EESC-USP

BECK, A. T. (2007). *StRAnD: Manual do Usuário*. São Carlos: EESC-USP.

DITLEVSEN, O.; MADSEN, H.O. (1996) *Structural Reliability Methods*. England: John Wiley & Sons.

DINIZ, S. (2005). *Structural reliability methods: rational tools for design code development*, Proceedings of the XXVI Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering.

ELLINGWOOD, B.; GALAMBOS, T. V.; MACGREGOR, J. G.; CORNELL, C. A. (1980). Development of a Probability Based Load Criterion for American National Standard A58. US National Bureau of Standard Special Publication 577, Washington, D.C..

ELLINGWOOD, B.; GALAMBOS, T. V. (1982). Probability-Based Criteria for Structural Design. *Structural Safety* 1, 15-26

EUROCODE (2001) “prEN 1990: Basis of Structural Design – Annex C: Basis for Partial Factor Design and Reliability Analysis”. European Committee for Standardization, Brussels, “Final Draft”.

EUROCODE NEWS (2003). Newsletter of Eurocodes Experts. Issue 1. London. Thomas Telford Ltd.

FABER, M. H. (2006). Risk and Safety in Civil, Surveying and Environmental Engineering: Lecture Notes of the Group Risk and Safety. Zurich. Swiss Federal Institute of Technology.

FUSCO, P. B. (1977). Estruturas de Concreto. Fundamentos Estatísticos da Segurança das Estruturas. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, LTDA.

FUSCO, P. B. (1993). Calibração das Normas Estruturais. In: III Simpósio EPUSP Sobre Estruturas De Concreto. São Paulo SP.

GALAMBOS, T. V.; ELLINGWOOD, B.; MACGREGOR, J. G.; CORNELL, C. A. (1982). Probability Based Load Criteria: Assessment of |Current Design Practice, *Journal of Structural Division, ASCE*, Vol. 108, N°5.

GALAMBOS, T.V. (1992). Design Codes – Engineering Safety/Edited By David Blockley. England: McGraw-Hill.

HASOFER, A.M.; LIND, N. (1974). An exact and invariant first order reliability format. *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, v.100, p.111-121, February.

JCSS (Joint Committee on Structural Safety) (2001). Probabilistic Model Code – Part 1 – Basis of Design. 12<sup>th</sup> draft.

MADSEN, H. O.; KRENK, S.; LIND, N. C. (2006). Methods of Structural Safety. New York: Prentice-Hall.

MELCHERS, R. E. (1999). Structural Reliability Analysis and Prediction. 2nd Edition. John Wiley & Sons.

MEYER, P. L. (1983). Probabilidade: Aplicações à Estatística. 2<sup>a</sup> ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos Científicos.

MONTGOMERY, Douglas C. and RUNGER, George C. (2003) Applied statistics and probability for engineers. John Wiley & Sons

NOWAK, A. S.; COLLINS, K. R. (2000). Reliability of Structures. McGraw-Hill Education.

RIERA, J.D. and ROCHA, M.M., 1998: Load definition for wind design and reliability assessments: extreme wind climate. Published in: Wind effects on Buildings and Structures, Rieira and Davenport (eds.), Balkema, Rotterdam .

SANTOS, L. W. S. (1989). Regionalização das Velocidades Extremas e Temperaturas do Vento no Centro-Sul do Brasil. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre.

SHINOZUKA, M. (1983). Basic Analysis of Structural Safety, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 109, N° 3.

SILVA, F. C. (2003). Análise de Segurança e Confiabilidade Fundações Profundas em Estacas. Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos.

SOONG, T. T. (2004). Fundamentals of Probability and Statistics for Engineers. New York: John Wiley & Sons.

TURKSTRA, C.J. (1970). Theory of Structural Design Decisions, Study No. 2, Solid Mechanics Division, University of Waterloo, Waterloo, Ontario.

TURKSTRA, C.J. and MADSEN, H.O., (1980). Load Combinations in Codified Structural Design, Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 116, No. ST12, pp. 2527 - 2543.



## Anexo A

---

Neste anexo apresentam-se os coeficientes parciais de segurança obtidos para outras razões de ações para a combinação de três ações realizada no item 5.1.5.

**Tabela A.1: Coeficientes Parciais de Segurança obtido para a combinação  $L + W + D$ , com  $L$  como principal, razão  $\frac{W_n}{D_n} = 0,5$  e  $\beta_T = 3,0$ :**

	$\frac{L_n}{D_n} = 0,5$	$\frac{L_n}{D_n} = 1$	$\frac{L_n}{D_n} = 2$	$\frac{L_n}{D_n} = 5$
$\gamma_R$	1,22	1,15	1,10	1,07
$\gamma_D$	1,14	1,10	1,07	1,06
$\gamma_L$	1,41	1,71	1,86	1,93
$\gamma_W$	0,41	0,34	0,32	0,32

\*  $\gamma_W$  corresponde a  $\Psi_W \cdot \gamma_W$  na norma ABNT NBR 8800:2008.

**Tabela A.2: Coeficientes Parciais de Segurança obtido para a combinação  $L + W + D$ , com  $L$  como principal, razão  $\frac{W_n}{D_n} = 2$  e  $\beta_T = 3,0$ :**

	$\frac{L_n}{D_n} = 0,5$	$\frac{L_n}{D_n} = 1$	$\frac{L_n}{D_n} = 2$	$\frac{L_n}{D_n} = 5$
$\gamma_R$	1,11	1,09	1,07	1,06
$\gamma_D$	1,09	1,09	1,07	1,06
$\gamma_L$	1,08	1,30	1,74	1,91
$\gamma_W$	0,82	0,70	0,44	0,35

\*  $\gamma_W$  corresponde a  $\Psi_W \cdot \gamma_W$  na norma ABNT NBR 8800:2008.

**Tabela A.3: Coeficientes Parciais de Segurança obtido para a combinação  $L + W + D$ , com  $L$  como principal, razão  $\frac{W_n}{D_n} = 5, 0$  e  $\beta_T = 3, 0$ :**

	$\frac{L_n}{D_n} = 0,5$	$\frac{L_n}{D_n} = 1$	$\frac{L_n}{D_n} = 2$	$\frac{L_n}{D_n} = 5$
$\gamma_R$	1,05	1,06	1,09	1,10
$\gamma_D$	1,07	1,07	1,07	1,06
$\gamma_L$	1,00	1,05	1,20	1,80
$\gamma_W$	0,93	0,90	0,82	0,44

\*  $\gamma_W$  corresponde a  $\Psi_W \cdot \gamma_W$  na norma ABNT NBR 8800:2008.

**Tabela A.4: Coeficientes Parciais de Segurança obtido para a combinação  $L + W + D$ , com  $W$  como principal, razão  $\frac{L_n}{D_n} = 0, 5$  e  $\beta_T = 3, 0$ :**

	$\frac{W_n}{D_n} = 0,5$	$\frac{W_n}{D_n} = 1$	$\frac{W_n}{D_n} = 2$	$\frac{W_n}{D_n} = 5$
$\gamma_R$	1,18	1,11	1,07	1,04
$\gamma_D$	1,13	1,09	1,07	1,06
$\gamma_L$	0,30	0,26	0,24	0,23
$\gamma_W$	1,58	1,91	2,04	2,11

\*  $\gamma_L$  corresponde a  $\Psi_L \cdot \gamma_L$  na norma ABNT NBR 8800:2008.

**Tabela A.5: Coeficientes Parciais de Segurança obtido para a combinação  $L + W + D$ , com  $W$  como principal, razão  $\frac{L_n}{D_n} = 2,0$  e  $\beta_T = 3,0$ :**

	$\frac{W_n}{D_n} = 0,5$	$\frac{W_n}{D_n} = 1$	$\frac{W_n}{D_n} = 2$	$\frac{W_n}{D_n} = 5$
$\gamma_R$	1,11	1,12	1,08	1,05
$\gamma_D$	1,10	1,09	1,07	1,05
$\gamma_L$	0,72	0,54	0,33	0,25
$\gamma_W$	1,06	1,49	1,96	2,09

\*  $\gamma_L$  corresponde a  $\Psi_L \cdot \gamma_L$  na norma ABNT NBR 8800:2008.

**Tabela A.6: Coeficientes Parciais de Segurança obtido para a combinação  $L + W + D$ , com  $W$  como principal, razão  $\frac{L_n}{D_n} = 5,0$  e  $\beta_T = 3,0$ :**

	$\frac{W_n}{D_n} = 0,5$	$\frac{W_n}{D_n} = 1$	$\frac{W_n}{D_n} = 2$	$\frac{W_n}{D_n} = 5$
$\gamma_R$	1,05	1,07	1,09	1,06
$\gamma_D$	1,07	1,07	1,07	1,06
$\gamma_L$	0,82	0,79	0,66	0,33
$\gamma_W$	0,92	1,01	1,35	2,01

\*  $\gamma_L$  corresponde a  $\Psi_L \cdot \gamma_L$  na norma ABNT NBR 8800:2008.



## Apêndice A: Distribuições de Probabilidade

---

### A.1 Distribuição Normal ou Gaussiana.

A distribuição normal ou gaussiana é a mais importante distribuição de probabilidade tanto em teoria como em aplicação.

Uma variável aleatória  $X$  é gaussiana ou normal se sua função de densidade de probabilidades ( $f_X(x)$ ) é da forma:

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right], x \in \mathcal{R}. \quad (\text{A.1})$$

onde média ( $\mu$ ) e desvio padrão ( $\sigma$ ) são os dois parâmetros, com as condições  $\mu \in \mathcal{R}$ ,  $\sigma \in \mathcal{R}^+$ .

Sua correspondente função de distribuição acumulada de probabilidade ( $F_X(x)$ ) é:

$$F_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{(u-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) du, x \in \mathcal{R}. \quad (\text{A.2})$$

na qual não pode ser expressa em forma fechada analiticamente, mas pode ser numericamente calculada para valores de  $x$ .

## A.2 Distribuição Lognormal.

Se uma variável  $Y$  tem distribuição normal, então a variável  $X = \exp[Y]$  tem distribuição lognormal ( $X \sim \ln(\lambda, \xi)$ ). As funções de probabilidade são:

$$f_X(x) = \frac{1}{x \xi \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\ln(x) - \lambda}{\xi} \right)^2 \right], x \in \mathcal{R}^+. \quad (\text{A.3})$$

$$F_X(x) = \frac{1}{\xi \sqrt{2\pi}} \int_0^x \frac{1}{u} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\ln(u) - \lambda}{\xi} \right)^2 \right] du, x \in \mathcal{R}^+. \quad (\text{A.4})$$

Os momentos de uma variável lognormal são:

$$\mu = \exp[\lambda + 0,5 \xi^2];$$

$$\sigma = \mu \sqrt{(\exp[\xi^2] - 1)}.$$

e os parâmetros são calculados a partir dos momentos por:

$$\lambda = \ln(\mu) - 0,5 \xi^2;$$

$$\xi = \sqrt{\ln(1 + \delta^2)}.$$

### A.3 Distribuição Gamma.

A distribuição gamma pode ser definida como a probabilidade da  $k$ -ésima ocorrência de um evento se dê num período de tempo  $T$ .

A distribuição é generalizada quando  $k$  não é inteiro. A função de densidade e a função de distribuição acumulada são respectivamente:

$$f_T(t) = \frac{\nu(\nu t)^{k-1}}{\Gamma(k)} e^{-\nu t}, \quad t \geq 0 \quad (\text{A.5})$$

$$F_T(t) = 1 - \sum_{x=0}^{k-1} \frac{(\nu t)^x}{x!} e^{-\nu t}, \quad t \geq 0 \text{ e } k \text{ inteiro} \quad (\text{A.6})$$

$$F_T(t) = \frac{\Gamma(k, \nu t)}{\Gamma(k)}, \quad t \geq 0 \text{ e } k \text{ qualquer} \quad (\text{A.7})$$

onde:

$$\Gamma(k) = \int_0^{\infty} e^{-u} u^{k-1} du = (k-1)! \text{ para } k \text{ inteiro } > 0; \text{ e}$$

$$\Gamma(k, x) = \int_0^x \int_0^{\infty} e^{-u} u^{k-1} du.$$

As relações dos parâmetros são:

$$\mu_T = \frac{k}{\nu};$$

$$\sigma_T = \frac{\sqrt{k}}{\nu};$$

$$\frac{E(T-\mu_T)^3}{\sigma_T^3} = 2k^{-1/2}, \text{ (Coeficiente de assimetria).}$$

## A.4 Distribuição de Valores Extremos do tipo I ou Gumbel para Máximos.

A distribuição de valores máximos aplica-se, especialmente a fenômenos naturais como o vento, as cheias, ações acidentais, etc.

A função de densidade e a função de distribuição acumulada são respectivamente da seguinte forma:

$$f_X(x) = \alpha \exp[-\alpha(x-u) - e^{-\alpha(x-u)}], \quad \alpha > 0 \text{ e } x \in \mathcal{R} \quad (\text{A.8})$$

$$F_X(x) = \exp[-e^{-\alpha(x-u)}], \quad \alpha > 0 \text{ e } x \in \mathcal{R} \quad (\text{A.9})$$

Os parâmetros são a moda  $\mu$  da distribuição e  $\alpha$  a medida da dispersão da distribuição e ambos podem ser obtidos através dos momentos  $\mu_x$  e  $\sigma_x$

$$\mu_x = \frac{u+\gamma}{\alpha};$$

$$\sigma_x = \frac{\pi}{\sqrt{6}\alpha};$$

$$\gamma = 0,5772156649 \dots, \text{ (constante de Euler)}$$

## **Apêndice B: StRAnD (Structural Risk Analysis and Design)**

---

Desenvolvido por Beck (2007) no Departamento de Engenharia de Estruturas da EESC/USP, StRAnD é um programa de análise de confiabilidade. Este programa é disponibilizado através de um projeto Developer Studio, contendo a biblioteca StRAnD.LIB e mais algumas rotinas em Fortran.

A entrada de dados é feita através do arquivo StRAnD\_INPUT.txt, sendo que, neste arquivo é definido o número de equações de estado limite e o de variáveis aleatórias, bem com as distribuições estatísticas destas variáveis e também seus coeficientes de correlação. Neste arquivo, ainda é possível selecionar métodos para análise e o critério de convergência.

Na sub-rotina MAIN.F90 é possível escrever o problema que se deseja analisar (nesta dissertação foi o local onde programou-se a minimização). A sub-rotina LIMIT\_STATE\_FUNCTION.F90 é utilizada para programar a equação do estado limite do problema. Estas sub-rotinas devem ser compiladas para criação da versão executável do programa.

Após o processamento do problema analisado, os resultados referentes a cada análise requerida, encontram-se no arquivo de texto StRAnD\_OUTPUT.txt e também, para o procedimento de calibração, um arquivo texto que fornece os coeficientes parciais de segurança calibrados.

A seguir apresentam-se os arquivos de entrada de dados e as sub-rotinas modificadas no programa StRAnD para realização do procedimento de calibração de norma.

Arquivo de entrada de dados: StRAnD\_INPUT.txt

```

*ANALYSIS_TYPE:
0  Response Distribution
1  Random Variable Analysis
0  Random Process Analysis

*OUTPUT_LEVEL:
1
0  No output
1  Minimal output
2  Medium output
3  Lots of output

*ERROR_CHECKING_LEVEL:
1
0  No error checking
1  Limited error checking
2  Lots of error checking

*****
RANDOM VARIABLE PROBLEM
*****

*NUMBER_LIMIT_STATES:
4 - NLS

*NUMBER_RV:
9 - NRV

Dist code,      P:          p1,          p2,          min,          max,
                M:          mean,          sdev,          min,          max,
                C:          mean,          cov,          min,          max,

P:M:C - CAPS LOCK - Allows Parameters (P), Moments (M) or Correlation coef.
(C) to be specified

Distribution codes:
0 - Deterministic
1 - Uniform
2 - Normal
3 - Lognormal
4 - Exponential
5 - Raleigh
6 - Logistic          - P only -
7 - Gumbel minima
8 - Gumbel maxima
9 - Frechet minima
10 - Frechet maxima
11 - weibull minima
12 - weibull maxima
13 - Truncated Normal
14 - Gamma
15 - Beta          - P only -

```

```

*RV_CORRELATION:
  0.00
  0.50 1.00
  0.20 0.50 1.00
  0.00 0.00 0.00 1.00
  0.00 0.00 0.00 0.30 1.00
  0.00 0.00 0.00 0.00 0.30 1.00

*RV_RELIABILITY_OPTIONS:
  1 FORM - First Order Reliability Analysis
  0 SORM - Second Order Reliability Analysis
  0 BIMODAL - Bi-modal failure bounds evaluation
  0 SIMC - Simple Sampling Monte Carlo
  0 ISMC - Importance Sampling Monte Carlo
  0 RSSI - Responce Surface Simple Sampling Monte Carlo
  0 RSIS - Responce Surface Importance Sampling Monte Carlo

*FORM_CONVERGENCE_CRITERIA:
  100, 1, 1, 1.D-12, 1.D-12, REL
MAX_ITER, N_TRIES, CONV_OPTION, CONV_TOLERANCE, LS_TOLERANCE, REL/ABS

convergence options:
  0 - Orthogonality with limit state
  1 - change in Beta
  2 - change in Y vector
REL/ABS - REL_ative or ABS_olute limit state convergence

*FD_GRADIENT_PARAMETERS:
  0.2 1.D-4
SDEV FRACTION, MIN FRACTION

*FORM_INITIAL_POINTS:
  0.00 5.00 5.00 9.00 11.00 13.00

*RESPONSE_SURFACE_OPTIONS:
  .TRUE. CROSS_TERMS
  1 number of redundant points - NRED
  1.0, 1.0, delta x where limit state function is evaluated
  dx1, dx2, up to number of redundant points

Number of limit state evaluation points:
NEVAL = (1+NRV+NRV**2)*NRED
NEVAL = (1+ NRV*2 )*NRED
!

*RV_SIMPLE_SIM_OPTIONS:
  10000, 11111111, 1, 0.95
NSAMPLES, SEED, NSF, BOUNDS

*RV_IMPORTANCE_SIM_OPTIONS:
  1000, 11111111, 3, 0.95
NSAMPLES, SEED, NSF, BOUNDS

```

```

NSF      Number of sampling functions:
         0 - simple MC simulation
         2 or more - Importance sampling MC
         maximum - number of limit states

*NUMBER_CRP:
0

*NUMBER_DRP:
0

*RV_DATA:
  3  M      19.54139      2.54038      0.00000      0.00000
  3  M      10.77340      1.40054      0.00000      0.00000
  3  M      18.43160      2.39611      0.00000      0.00000
  3  M       4.02380      0.52309      0.00000      0.00000
  2  M       1.05000      0.10500      0.00000      0.00000
  8  M       5.00000      1.25000      0.00000      0.00000
 14  M       1.25000      0.75000      0.00000      0.00000
  8  M       0.90000      0.12600      0.00000      0.00000
  8  M       0.40000      0.13200      0.00000      0.00000

```

## Sub-rotina: MAIN.F90

```

-----
Andre Teofilo Beck, Ph.D.                      Created: 05/01/06
Engenharia de Estruturas   EESC / USP         Last Updated: 05/01/06
-----

```

```

Program Main

```

```

Use Design_Point_Data

```

```

Integer JWG, JQG, Count1, Ct
Real*8 PF
Real*8 Aux_GammaR, GammaR, Aux_GammaG, GammaG, Aux_GammaQ, GammaQ, Aux_GammaW, GammaW, PsiQ, PsiW
Real*8 Sum, Min, BetaT
Real*8 Print_GammaR, Print_GammaG, Print_GammaQ, Print_GammaW
Real*8 Rk1_Mean, Rk1_Dev, Rk2_Mean, Rk2_Dev, Rk3_Mean, Rk3_Dev, Rk4_Mean, Rk4_Dev
Real*8 Gk_Mean, Gk_Dev, Qk_Mean, Qk_Dev, Qka_Mean, Qka_Dev, Wk_Mean, Wk_Dev, Wka_Mean, Wka_Dev
Integer, Dimension(:), Allocatable :: Wcp, Qcp
Real*8, Dimension(:), Allocatable :: WeightW, WeightQ
Character*15 Fileout, Keyword, Word

```

```

! Wcp = Calibration Points of the Wind Load
! Qcp = Calibration Points of the Live Load
! WeightW = Weights for each Point of Calibration of the Wind Load
! WeightQ = Weights for each Point of Calibration of the Live Load
! JWG = Amount of Calibration Points of the Wind
! JQG = Amount of Calibration Points of the Load Variable
! BetaT = Index of Reliability Target
! GammaR = Resistance Factor
! GammaG = Dead Load Factor
! GammaQ = Live Load Factor
! GammaW = Wind Load Factor
! BETA = Index of Reliability for each Factor Combinations
! Keyword = Key Word Used to Update the Random Variables

```

```
Open(20,File='Saida_All.sai',Status='unknown')
```

```
Ct = 0  
BetaT = 3.8  
GammaR = 0.d0  
GammaG = 0.d0  
GammaQ = 0.d0  
GammaW = 0.d0  
Wk = 0.d0  
Qk = 0.d0  
Gk = 0.d0  
Rk = 0.d0  
Min = 100000.d0  
Keyword = '*RV_DATA:'
```

```
! Calibration Points
```

```
Allocate (Wcp(6))
```

```
Allocate (Qcp(6))
```

```
Wcp(1)=5  
Wcp(2)=10  
Wcp(3)=15  
Wcp(4)=20  
Wcp(5)=30  
Wcp(6)=50
```

```
Qcp(1)=5  
Qcp(2)=10  
Qcp(3)=15  
Qcp(4)=20  
Qcp(5)=30  
Qcp(6)=50
```

```
! Weights of Calibration Points
```

```
Allocate (WeightW(50))
```

```
Allocate (WeightQ(50))
```

```
WeightW(5)=10  
WeightW(10)=20  
WeightW(15)=25  
WeightW(20)=35  
WeightW(30)=7  
WeightW(50)=3
```

```
WeightQ(5)=10  
WeightQ(10)=20  
WeightQ(15)=25  
WeightQ(20)=35  
WeightQ(30)=7  
WeightQ(50)=3
```

```
GammaR = 0.95  
GammaG = 0.95  
GammaQ = 0.95  
GammaW = 0.95  
PsiQ = 0.10  
PsiW = 0.10
```

```

! Search for the Minimum
Sum = 0.d0
Do Aux_GammaR = 1,7
  GammaR = GammaR + 0.05
  GammaG = 0.95
  GammaQ = 0.95
  GammaW = 0.95
  PsiQ = 0.10
  PsiW = 0.10
Do Aux_GammaG = 1,7
  GammaG = GammaG + 0.05
  GammaQ = 0.95
  GammaW = 0.95
  PsiQ = 0.10
  PsiW = 0.10
Do Aux_GammaQ = 1,30
  GammaQ = GammaQ + 0.05
  GammaW = 0.95
  PsiQ = 0.10
  PsiW = 0.10
Do Aux_GammaW = 1,30
  GammaW = GammaW + 0.05
  PsiQ = 0.10
  PsiW = 0.10
Do Aux_PsiQ = 1,18
  PsiQ = PsiQ + 0.05
  PsiW = 0.10
Do Aux_PsiW = 1,18
  PsiW = PsiW + 0.05
  Sum = 0.d0
Do JQG = 1,6
  Do JWG = 1,6

    Wk = Wcp(JWG)*0.1
    Qk = Qcp(JQG)*0.1
    Gk = 1
    RK1 = GammaR * (GammaG * Gk + GammaQ * Qk + GammaW*PsiW * Wk)
    RK2 = GammaR * (GammaG * Gk + GammaW * Wk + GammaQ*PsiQ * Qk)
    RK3 = GammaR * (GammaG * Gk + GammaQ * Qk)
    RK4 = GammaR * (GammaG * Gk + GammaW * Wk)

    Open(FN_IN,File='STRAND_INPUT.txt',Status='old')
    Read(FN_IN,*) Word
    Do While (Word /= Keyword)
      Read(FN_IN,*) Word
    enddo

```

```

Rk1_Mean = 1.18*Rk1
Rk1_Dev  = 0.13*Rk1_Mean
Rk2_Mean = 1.18*Rk2
Rk2_Dev  = 0.13*Rk2_Mean
Rk3_Mean = 1.18*Rk3
Rk3_Dev  = 0.13*Rk3_Mean
Rk4_Mean = 1.18*Rk4
Rk4_Dev  = 0.13*Rk4_Mean
Gk_Mean  = 1.05*Gk
Gk_Dev   = 0.10*Gk_Mean
Qk_Mean  = 1.00*Qk
Qk_Dev   = 0.25*Qk_Mean
Qka_Mean = 0.25*Qk
Qka_Dev  = 0.60*Qka_Mean
Wk_Mean  = 0.90*Wk
Wk_Dev   = 0.14*Wk_Mean
Wka_Mean = 0.40*Wk
Wka_Dev  = 0.33*Wka_Mean

Write(FN_IN,257)      3,      Rk1_Mean,      Rk1_Dev,      0.0,      0.0
Write(FN_IN,257)      3,      Rk2_Mean,      Rk2_Dev,      0.0,      0.0
Write(FN_IN,257)      3,      Rk3_Mean,      Rk3_Dev,      0.0,      0.0
Write(FN_IN,257)      3,      Rk4_Mean,      Rk4_Dev,      0.0,      0.0
Write(FN_IN,257)      2,      Gk_Mean,      Gk_Dev,      0.0,      0.0
Write(FN_IN,257)      8,      Qk_Mean,      Qk_Dev,      0.0,      0.0
Write(FN_IN,257)     14,      Qka_Mean,     Qka_Dev,     0.0,      0.0
Write(FN_IN,257)      8,      Wk_Mean,      Wk_Dev,      0.0,      0.0
Write(FN_IN,257)      8,      Wka_Mean,     Wka_Dev,     0.0,      0.0

Close(FN_IN)

Call STRAND(PF)

Sum = Sum + (WeightW(Wcp(JWG)) + WeightQ(Qcp(JQG)))* (BetaT - BETA(1))*(BetaT - BETA(1))
Sum = Sum + (WeightW(Wcp(JWG)) + WeightQ(Qcp(JQG)))* (BetaT - BETA(2))*(BetaT - BETA(2))
Sum = Sum + WeightQ(Qcp(JQG))*((BetaT - BETA(3))*(BetaT - BETA(3)))
Sum = Sum + WeightW(Wcp(JWG))*((BetaT - BETA(4))*(BetaT - BETA(4)))

enddo

enddo

If (Sum <= Min) then

Min = Sum
Print_GammaR = GammaR
Print_GammaG = GammaG
Print_GammaQ = GammaQ
Print_GammaW = GammaW
Print_PsiQ   = PsiQ
Print_PsiW   = PsiW

Write(20,258)Sum,Min,GammaR, GammaG,GammaQ ,GammaW,PsiQ,PsiW

endif

enddo

enddo

enddo

enddo

enddo

enddo

257 Format(I5,' M',4F13.5)
258 Format(8F15.5)

endprogram Main
!-----

```

Sub-rutina: LIMIT\_STATE\_FUNCTION.F90

## LIMIT STATE FUNCTION

Andre Teofilo Beck, Ph.D.

Created: 13/07/06

Last Updated: 27/03/07

Engenharia de Estruturas EESC / USP

## EXTERNAL VARIABLES:

NRV Number of random variables of the random variable set  
 IS\_NUMBER Number of the limit state currently being evaluated  
 X Vector containing R and S values where limit state is to be evaluated:  
   First positions for resistance (R) variables  
   Last positions for load (S) variables, including load derivative  
 RDEGRAD Resistance degradation factor, equals 1 (one) if time not present

MODULE USER\_PROGRAMMED\_LIMIT\_STATE\_FUNCTION

CONTAINS

FUNCTION LIMIT\_STATE(NRV, IS\_NUMBER, NR, X, TIME, THETA)

IMPLICIT NONE

INTEGER, INTENT(IN) :: NRV, IS\_NUMBER, NR

REAL\*8, INTENT(IN) :: X(NRV), TIME, THETA

REAL(8) LIMIT\_STATE(NR)

REAL(8), PARAMETER :: DELTA = 12.D0

SELECT CASE(IS\_NUMBER)

CASE(1): LIMIT\_STATE(1) = X(1)-X(5)-X(6)-X(9)

CASE(2): LIMIT\_STATE(1) = X(2)-X(5)-X(7)-X(8)

CASE(3): LIMIT\_STATE(1) = X(3)-X(5)-X(6)

CASE(4): LIMIT\_STATE(1) = X(4)-X(5)-X(8)

CASE(5):

LIMIT\_STATE(1) = X(1)-X(5)-X(6)-X(9)

LIMIT\_STATE(2) = X(2)-X(5)-X(7)-X(8)

LIMIT\_STATE(3) = X(3)-X(5)-X(6)

LIMIT\_STATE(4) = X(4)-X(5)-X(8)

LIMIT\_STATE(5) = MIN( LIMIT\_STATE(1), LIMIT\_STATE(2), LIMIT\_STATE(3), LIMIT\_STATE(4))

CASE DEFAULT: LIMIT\_STATE = 0.D0

END SELECT

RETURN

END FUNCTION LIMIT\_STATE

! FUNCTION RESISTANCE\_DEGRADATION(NRV, IS\_NUMBER, NR, X, TIME, THETA, FLAG) RESULT(R\_DEGRAD)

! R\_DEGRAD = 1.D0 - 0.2D0 \* TIME / 100.D0

! R\_DEGRAD = 1.D0

! RETURN

! END FUNCTION RESISTANCE\_DEGRADATION

---

 GRADIENT OF LIMIT STATE FUNCTION
 

---

## EXTERNAL VARIABLES:

```

      NRV Number of random variables of the random variable set
      LS_NUMBER Number of the limit state currently being evaluated
      X Vector containig R and S values where limit state is to be evaluated:
        First positions for resistance (R) variables
        Last positions for load (S) variables, including load derivative
  
```

---

```

SUBROUTINE LIMIT_STATE_GRADIENT(NRV, LS_NUMBER, X, GRAD, TIME, THETA)

```

```

! USE CLASS_LIMIT_STATE

```

```

IMPLICIT NONE

```

```

INTEGER, INTENT(IN) :: NRV, LS_NUMBER

```

```

REAL*8, INTENT(IN) :: X(NRV), TIME, THETA

```

```

REAL(8) :: GRAD(NRV)

```

```

REAL(8), PARAMETER :: DELTA = 12.D0

```

```

GRAD = 0.D0

```

```

SELECT CASE(LS_NUMBER)

```

```

  CASE(1):

```

```

    GRAD(1) = 1
    GRAD(5) = -1
    GRAD(6) = -1
    GRAD(9) = -1

```

```

  CASE(2):

```

```

    GRAD(2) = 1
    GRAD(5) = -1
    GRAD(7) = -1
    GRAD(8) = -1

```

```

  CASE(3):

```

```

    GRAD(3) = 1
    GRAD(5) = -1
    GRAD(6) = -1

```

```

  CASE(4):

```

```

    GRAD(4) = 1
    GRAD(5) = -1
    GRAD(8) = -1

```

```

  CASE DEFAULT: GRAD = 0.D0

```

```

END SELECT

```

```

RETURN

```

```

END SUBROUTINE LIMIT_STATE_GRADIENT

```

```

END MODULE USER_PROGRAMMED_LIMIT_STATE_FUNCTION

```