

**Wanderson Fernando Maia**

**SOBRE A ESTABILIDADE DE CANTONEIRAS DE AÇO FORMADAS  
A FRIO SUBMETIDAS À COMPRESSÃO**

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Engenharia de Estruturas.

**Orientador: Prof. Associado Maximiliano Malite**

**São Carlos  
2008**

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento  
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

M217s      Maia, Wanderson Fernando  
Sobre a estabilidade de cantoneiras de aço formadas a frio submetidas à compressão / Wanderson Fernando Maia ; orientador Maximiliano Malite. -- São Carlos, 2008.

Dissertação (Mestrado-Programa de Pós-Graduação e Área de Concentração em Engenharia de Estruturas) -- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2008.

1. Estruturas de aço. 2. Perfis de aço formados a frio. 3. Estabilidade estrutural. 4. Análise numérica não-linear. 5. Imperfeições geométricas. 6. Método da resistência direta. I. Título.

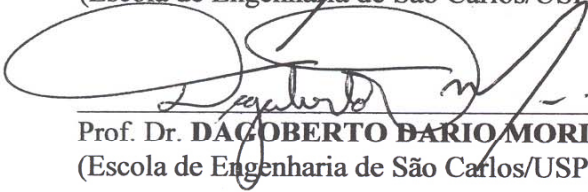
**FOLHA DE JULGAMENTO**

Candidato: Engenheiro **WANDERSON FERNANDO MAIA**

Dissertação defendida e julgada em 10/04/2008 perante a Comissão Julgadora:

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Associado **MAXIMILIANO MALITE (Orientador)**  
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

APROVADO

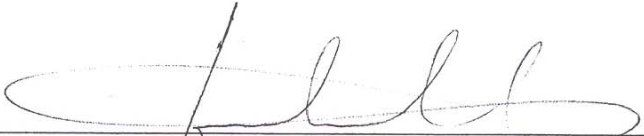
  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. **DACOBERTO BARIO MORI**  
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

APROVADO

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. **JULIO FRUCHTENGARTEN**  
(Escola Politécnica/USP)

APROVADO

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Associado **MARCIO ANTONIO RAMALHO**  
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas)

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Associado **GERALDO ROBERTO MARTINS DA COSTA**  
Presidente da Comissão da Pós-Graduação da EESC



Aos meus pais, João e Maria José,  
ao meu irmão Rodrigo, com amor e  
gratidão.



## Agradecimentos

---

À Deus, por conseguir vencer mais essa etapa na minha vida e por estar sempre me guiando.

Aos meus pais e ao meu irmão pelo amor, compreensão e apoio irrestrito.

Aos meus familiares pela torcida e pelo apoio: tios, primos, minha cunhada Ana Cláudia e em especial aos meus avós: José, Lêda, Sebastião e Maria.

A algumas pessoas sem as quais certamente não teria chegado até aqui: Cláudia, Tia Ana Rita, Tio Benedito (in memorian), Catarina e Antônio (in memorian).

Ao professor Maximiliano Malite, pela confiança, amizade, orientação e principalmente pela paciência.

Aos professores da UFV: José Luiz e Reginaldo pelo incentivo, em especial à Rita de Cássia pela confiança e pela orientação no trabalho de iniciação científica.

A todos os amigos do Departamento de Engenharia de Estruturas pelo companheirismo.

Ao Raimundo, Jônatas e Vinicius que me adotaram como integrante da república Potiguar.

Aos amigos Giovanni, Rodrigo Barros, Hugo, Vinicius, Robenson, Ana Paula, Cynthia e Renata pelo apoio, amizade e pelos momentos de alegria e descontração.

Ao Pedro e ao Saulo pela constante ajuda no ANSYS e pelos conselhos imprescindíveis para a realização do trabalho.

Ao Antônio pela parceria nas aulas de inglês, principalmente pela paciência.

Aos funcionários do Laboratório de Estruturas pela dedicação na realização dos ensaios.

À CAPES e USIMINAS pelos recursos financeiros concedidos.





## Resumo

---

Maia, W. F. **Sobre a estabilidade de cantoneiras de aço formadas a frio submetidas à compressão**. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2008.

Aparentemente, a análise estrutural de uma cantoneira simples submetida à compressão constitui um problema elementar e, portanto, já largamente conhecido. Entretanto, as cantoneiras formadas a frio, em geral com paredes delgadas (elevadas relações largura/espessura), apresentam dois modos críticos de instabilidade: (i) modo global de flexão, no caso de barras longas, e um modo coincidente local-chapa/global de flexo-torção, que é crítico para barras de menor comprimento. Embora existam procedimentos simplificados de cálculo, recomendados pelas normas, a consideração do modo de flexo-torção é controversa entre pesquisadores. Alguns trabalhos recentes indicam que é conservador considerar o modo de flexo-torção no cálculo da força normal resistente, enquanto outros trabalhos apontam para a necessidade dessa abordagem. Nesse trabalho é investigada a resposta estrutural de cantoneiras simples e enrijecida submetidas à compressão centrada e excêntrica, por meio de análise experimental e de análise numérica não-linear via elementos finitos, sendo avaliado o efeito das imperfeições geométricas iniciais na força normal resistente; também são avaliados os resultados provenientes dos procedimentos normativos: (i) o clássico método das larguras efetivas e (ii) o método da resistência direta (MRD), em que as cantoneiras não são relacionadas como perfis pré-qualificados. Os resultados da análise experimental e da análise numérica não-linear com imperfeições geométricas iniciais indicam a necessidade da consideração do modo de flexo-torção.

Palavras-chave: estruturas de aço, perfis de aço formados a frio, estabilidade estrutural, análise numérica não-linear, imperfeições geométricas, método da resistência direta.



## Abstract

---

MAIA, W. F. **On the stability of cold-formed steel angles under compression.** Dissertation (Master) – School of Engineering of Sao Carlos, University of Sao Paulo, Sao Carlos, 2008.

Apparently, the structural analysis of a simple angle under compression is an elementary problem, therefore, already largely known. However, cold-formed steel angles, mostly with slender legs, present two critical buckling modes: (i) global-flexural mode, in cases of high length members, (ii) and a coincident local-plate/global-torsional-flexural mode, which is critical for short length members. Although simplified design procedures exist, recommended by specifications, the consideration of the torsional-flexural mode is controversial among researchers. A few recent papers indicate that considering the torsional-flexural mode is conservative, while other papers point to the necessity of this approach. This work investigates the structural response of simple and lipped angles under concentrically and eccentrically compression, by means of tests and nonlinear finite element analysis, being evaluated the effect of initial geometric imperfections; also evaluating the results from design procedures: (i) the classic effective width method and (ii) the direct strength method (DSM), where the angles are not pre-qualified shapes. The results of the experimental and nonlinear numerical analysis with initial imperfections indicate the necessity of considering the torsional-flexural mode.

Keywords: steel structures, cold-formed steel members, structural stability, numerical non-linear analysis, geometric imperfections, direct strength method.



# Sumário

---

1.	Introdução .....	1
2.	Revisão bibliográfica .....	3
2.1	Modos de instabilidade.....	3
2.1.1	Instabilidade local.....	3
2.1.2	Instabilidade global .....	8
2.2	Previsões normativas .....	14
2.2.1	NAS:2004.....	14
2.2.2	Método da resistência direta .....	15
	Modo global .....	18
	Modo local .....	18
	Modo distorcional.....	19
2.3	Resultados de análise experimental.....	20
2.3.1	Cantoneira simples .....	20
2.3.2	Cantoneira enrijecida .....	32
2.4	Tensões residuais .....	37
2.5	Imperfeições geométricas iniciais.....	44
3.	Análise experimental .....	49
3.1	Caracterização dos materiais .....	49
3.2	Análise de conformidade segundo a ABNT NBR 6355:2003 .....	53
3.3	Barras ensaiadas .....	56
4.	Análise numérica.....	63
4.1	Elementos finitos utilizados .....	63
4.1.1	Elemento SHELL181.....	63

4.1.2	Elemento SOLID45.....	64
4.1.3	Elementos TARGE170 e CONTA173.....	65
4.2	Modelo reológico .....	65
4.3	Não-linearidade geométrica.....	69
4.4	Modelos numéricos construídos .....	71
4.5	Imperfeições geométricas iniciais .....	77
5.	Análise e discussão dos resultados .....	81
5.1	Análise experimental .....	81
5.1.1	Cantoneira simples.....	82
5.1.2	Cantoneira enrijecida.....	91
5.2	Método da resistência direta.....	98
5.3	Análise numérica .....	104
5.3.1	Cantoneira simples.....	104
5.3.2	Cantoneira enrijecida.....	113
6.	Conclusões .....	121
7.	Bibliografia .....	125
	Apêndice A – Resultados dos ensaios das barras.....	131
	Apêndice B – Previsões normativas para os ensaios: exemplo de cálculo...	167

## **Introdução**

---

A busca por estruturas cada vez mais leves e arrojadas levam à utilização de componentes cada vez mais esbeltos, isso faz com que a engenharia estrutural necessite sempre de procedimentos de dimensionamento que acompanhem esta evolução.

A utilização de perfis de aço formados a frio é um exemplo de aplicação que necessita cada vez mais de pesquisas. Os grandes avanços nos processos de fabricação têm levado à utilização mais corrente de aços com elevada resistência mecânica e, por consequência, reduzida espessura das chapas que compõem os perfis. Com isso, diferentes modos de instabilidade que até então não eram observados passam a merecer atenção especial. Pesquisas teóricas e experimentais têm sido realizadas a fim de se caracterizar e descrever o comportamento estrutural destes elementos, buscando soluções de cálculo e métodos de dimensionamento econômicos e seguros.

As cantoneiras são exemplos de componentes que vem sendo cada vez mais utilizados, como barras de estruturas treliçadas, barras de contraventamento e elementos auxiliares em ligações.

As tradicionais cantoneiras laminadas a quente apresentam em geral abas compactas, portanto, não sujeitas ao modo de instabilidade local e pouco propensas ao modo de instabilidade global por flexo-torção para a faixa usual de comprimento.

Entretanto, as cantoneiras simples formadas a frio, em geral com paredes delgadas (elevadas relações largura/espessura), apresentam dois modos de instabilidade: (i) modo global de flexão, dominante no caso de barras longas, e um modo coincidente local-chapa/global de flexo-torção, que é crítico para barras de menor comprimento.

Embora existam procedimentos simplificados de cálculo, recomendados pelas normas, a consideração do modo global de flexo-torção não é consenso entre os pesquisadores. Para alguns, os procedimentos de cálculo são excessivamente conservadores nesse caso, pois consideram o mesmo fenômeno duas vezes: ao se considerar o modo de instabilidade global por flexo-torção e no cálculo da largura efetiva da seção.

Em cantoneiras enrijecidas não se verifica a coincidência entre o modo local e o modo global de flexo-torção, além disso, elas apresentam um melhor desempenho estrutural, principalmente quanto à instabilidade local. Porém, para alguns autores as normas também são conservadoras para esses perfis.

O principal objetivo do trabalho é investigar de forma mais aprofundada o comportamento de cantoneiras simples e enrijecida submetidas à compressão centrada e excêntrica, de modo a confirmar a necessidade de considerar o modo global de flexo-torção.

São apresentadas opções para aplicação do Método da Resistência Direta (MRD), incorporado à NAS:2004 como um método de cálculo alternativo. Torna-se relevante e oportuno avaliar a aplicabilidade do MRD já que até o momento as cantoneiras não são relacionadas como seções pré-qualificadas para o método.

Apresenta-se também uma análise numérica não-linear via elementos finitos, onde se buscou avaliar a resposta estrutural de cantoneiras simples e enrijecida quanto à sensibilidade às imperfeições geométricas iniciais.



## Revisão bibliográfica

---

### 2.1 Modos de instabilidade

A utilização de perfis de aço formados a frio pode resultar em problemas de projeto distintos dos conhecidos para os perfis soldados ou laminados. Portanto, é necessária a utilização de critérios de dimensionamento que levem em consideração os diferentes modos de instabilidade a que estão sujeitos estes perfis. Passa-se agora a uma abordagem quanto aos possíveis modos de instabilidade. Vale salientar que o termo “flambagem”, que será aqui utilizado, indica problemas de bifurcação do equilíbrio, ou seja, para sistemas ideais.

#### 2.1.1 Instabilidade local

A instabilidade local de uma barra submetida à compressão caracteriza-se por um típico modo de instabilidade de chapa (Figura 2.1). Devido à baixa rigidez, nota-se a formação de ondas nos elementos constituintes da seção transversal, sem que haja deslocamento ou mudança nos ângulos formados nas arestas comuns a tais elementos.

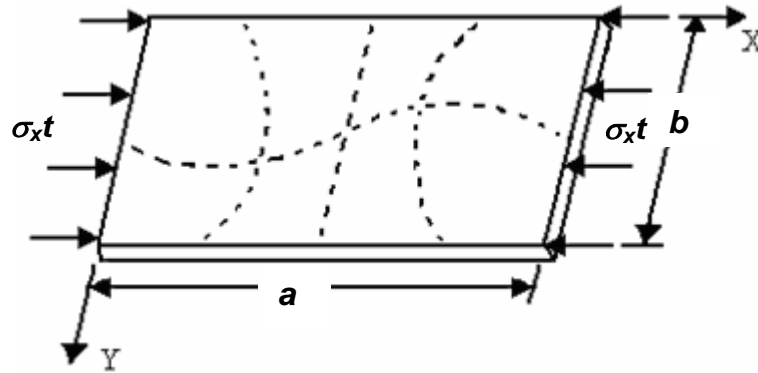


Figura 2.1 – Chapa retangular sujeita à tensão de compressão uniforme  
(Fonte: Angst (2003))

O embasamento teórico referente às formulações desenvolvidas para o modo local está fundamentado na teoria de flambagem elástica de chapas.

A equação diferencial proposta por Bryan (Expressão 2.1), em 1891, descreve o comportamento de uma chapa submetida à compressão supondo-se a hipótese de pequenos deslocamentos.

$$\frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \omega}{\partial y^4} + \frac{\sigma_x t}{D} \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} = 0 \quad (2.1)$$

Onde:

$$D = \frac{Et^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (2.2)$$

$E$  é o módulo de elasticidade do aço;

$t$  é a espessura da chapa;

$\nu$  é o coeficiente de Poisson ( $\nu = 0,3$  para aço em regime elástico);

$\omega$  é o deslocamento da chapa perpendicular à superfície;

$\sigma_x$  é a tensão de compressão na direção X.

A tensão crítica elástica foi extensivamente investigada e resumida por Timoshenko e Gere (1936), apresentada pela Expressão 2.3.

$$\sigma_{cr} = \frac{k\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (2.3)$$

Onde:

$k$  é o coeficiente de flambagem local, que para o caso geral depende das condições de vínculo das bordas da chapa, da relação  $a/b$  e da sollicitação;

$b$  é a largura da chapa;

$a$  é o comprimento da chapa.

Ao contrário dos modos de instabilidade globais, a tensão crítica de chapa não caracteriza estado limite último. A solução deste fenômeno foi proposta inicialmente por von Karman, em 1910, e é representada por um sistema de equações diferenciais de equilíbrio.

O comportamento pós-flambagem (ou pós-crítico) pode ser visualizado na Figura 2.2, em que a tensão na chapa permanece uniforme até se atingir a tensão crítica de flambagem ( $\sigma_{cr}$ ). Em seguida, ocorre uma redistribuição não-uniforme até que a tensão nas bordas da chapa (região mais rígida) atinja a resistência ao escoamento ( $f_y$ ), caracterizando o fim da capacidade resistente da chapa.

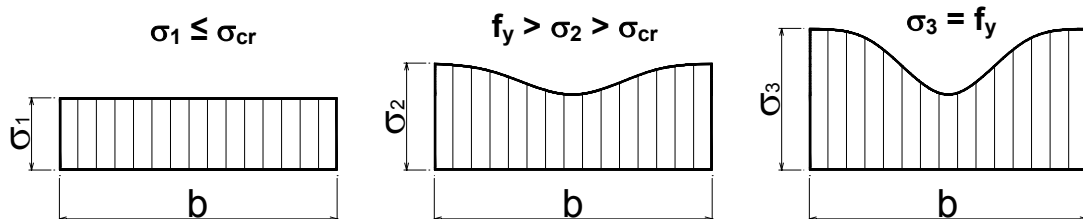


Figura 2.2 – Estágios do comportamento de chapa com bordas apoiadas submetida à compressão uniforme

De forma alternativa, foram estabelecidas expressões simplificadas para o tratamento das chapas em estado pós-crítico. Dentre estes métodos simplificados, o que teve maior aceitação foi o método das larguras efetivas. Este método, proposto

por von Karman, em 1932, considera a redução de rigidez da chapa por meio da substituição da chapa original de largura  $b$  por uma chapa de largura efetiva  $b_{ef}$ , sendo  $b_{ef} < b$  (Figura 2.3). A Expressão 2.4 mostra que a largura efetiva é obtida igualando-se a força resultante da distribuição de tensões não-uniforme à força resultante das distribuições uniformes de largura  $b_{ef}$  com intensidade de tensão  $\sigma_{max}$ .

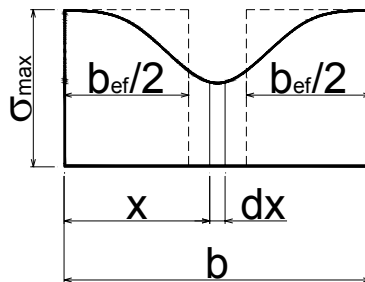


Figura 2.3 - Largura efetiva em chapa com bordas apoiadas submetida à compressão uniforme

$$\int_0^b \sigma t dx = b_{ef} t \sigma_{max} \quad (2.4)$$

A partir da expressão original de von Karman (Expressão 2.5), várias outras foram desenvolvidas com o auxílio de estudos teóricos e experimentais, a fim de se considerar as imperfeições geométricas e de material. Ressalta-se que o trabalho experimental de Winter et al. (1947) conduziu à modificação da relação proposta por von Karman et al. (1932), relativa a larguras efetivas de elementos com bordas apoiadas submetidas à compressão, sendo também generalizada para outras condições de vínculo (Expressão 2.6).

$$b_{ef} = 1,9t \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (2.5)$$

$$b_{ef} = 0,95t \sqrt{\frac{kE}{\sigma}} \left( 1 - 0,2075 \frac{t}{b} \sqrt{\frac{kE}{\sigma}} \right) \quad (2.6)$$

A expressão adotada pela ABNT NBR 14762:2001 e pela NAS:2004 é a expressão de Winter apresentada na forma parametrizada (Expressões 2.7 e 2.8).

$$b_{ef} = b(1 - 0,22/\lambda_p) / \lambda_p \quad (2.7)$$

$$\lambda_p = \frac{b/t}{0,95(kE/\sigma)^{0,5}} \quad (2.8)$$

Onde:

$b$  é a largura do elemento;

$t$  é a espessura do elemento;

$\lambda_p$  é o índice de esbeltez reduzido do elemento.

Na Figura 2.4 são ilustradas as curvas propostas por von Karman e Winter, apresentadas aqui na forma parametrizada.

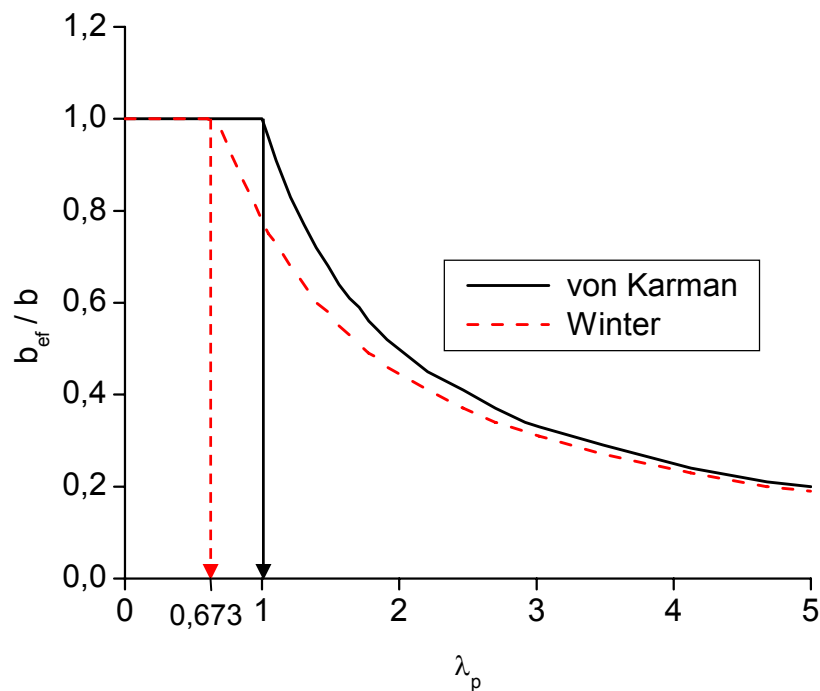


Figura 2.4 – Ilustração das curvas propostas por von Karman e Winter

Vale lembrar que von Karman propôs a formulação das larguras efetivas para elementos com bordas apoiadas, a qual foi extrapolada posteriormente também para

elementos com borda livre (Figura 2.5) para os quais também apresenta bons resultados, conforme verificado por Kalyanaraman et al. (1977).

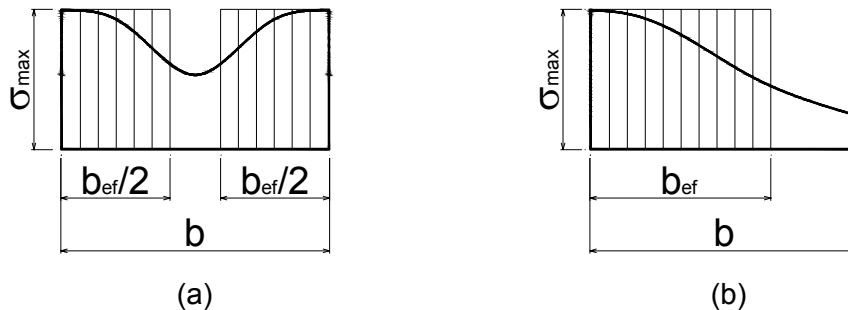


Figura 2.5 – Largura efetiva: (a) elemento com bordas apoiadas (b) elemento com borda livre

## 2.1.2 Instabilidade global

As cantoneiras de aço formadas a frio constituem seções abertas monossimétricas (Figura 2.6), com isso, dois modos de instabilidade global devem ser considerados: o de flexão e o de flexo-torção.

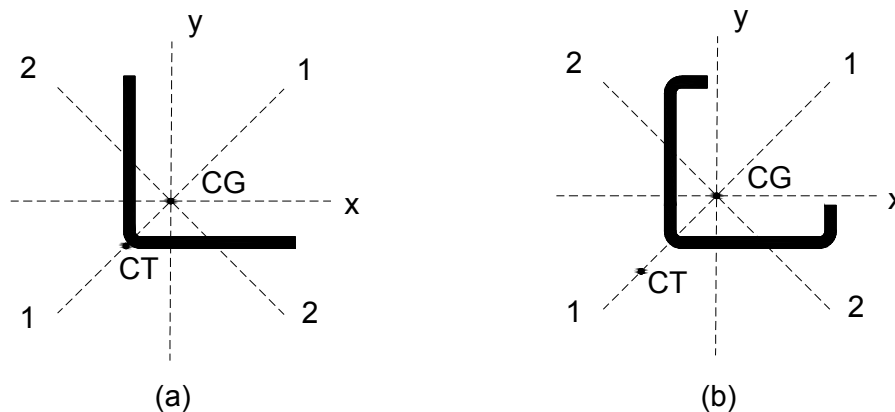


Figura 2.6 - Seção transversal (a) cantoneira simples (b) cantoneira enrijecida

### 2.1.2.1 Instabilidade por flexão

A instabilidade por flexão é caracterizada pelo movimento de corpo rígido da seção transversal em resposta ao deslocamento transversal do eixo da barra, o qual assume configuração curva (Figura 2.7). Trata-se de flexão em relação ao eixo principal de não-simetria (eixo 2).

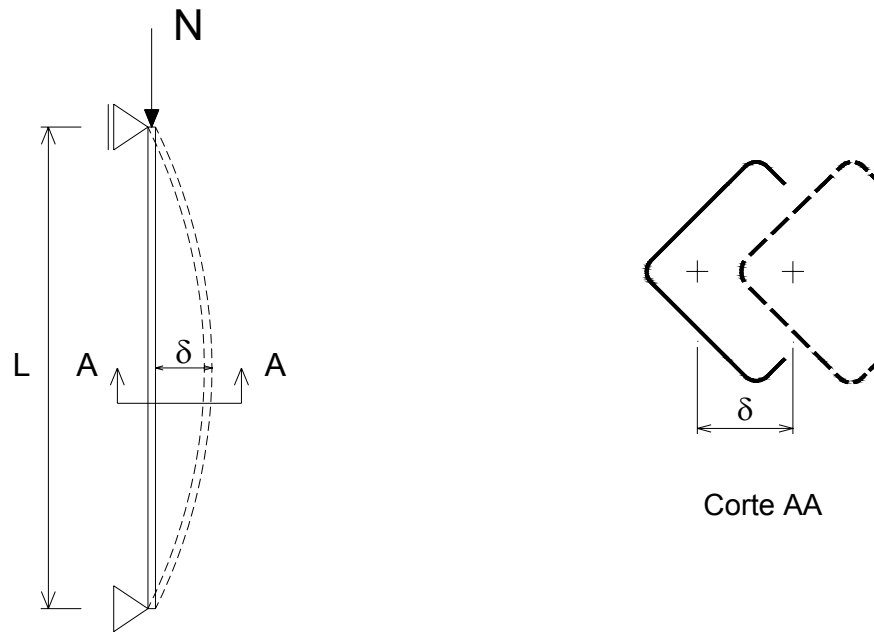


Figura 2.7 – Instabilidade por flexão

Nesse caso, a força normal de flambagem elástica (normal crítica de Euler) é dada pela clássica Expressão 2.9.

$$N_{e2} = \frac{\pi^2 EI_2}{(K_2 L)^2} \quad (2.9)$$

Onde:

$E$  é o módulo de elasticidade;

$I_2$  é o momento de inércia em relação ao eixo 2;

$K_2 L$  é o comprimento efetivo de flambagem por flexão em relação ao eixo 2.

### 2.1.2.2 Instabilidade por flexo-torção

As barras com seções monossimétricas ou assimétricas, situação em que o CG não coincide com o CT, são susceptíveis ao modo de instabilidade por flexo-torção. Nesse caso, ocorre flexão em relação ao eixo de simetria (maior inércia nesse caso) e ao mesmo tempo torção da seção transversal em relação ao CT.

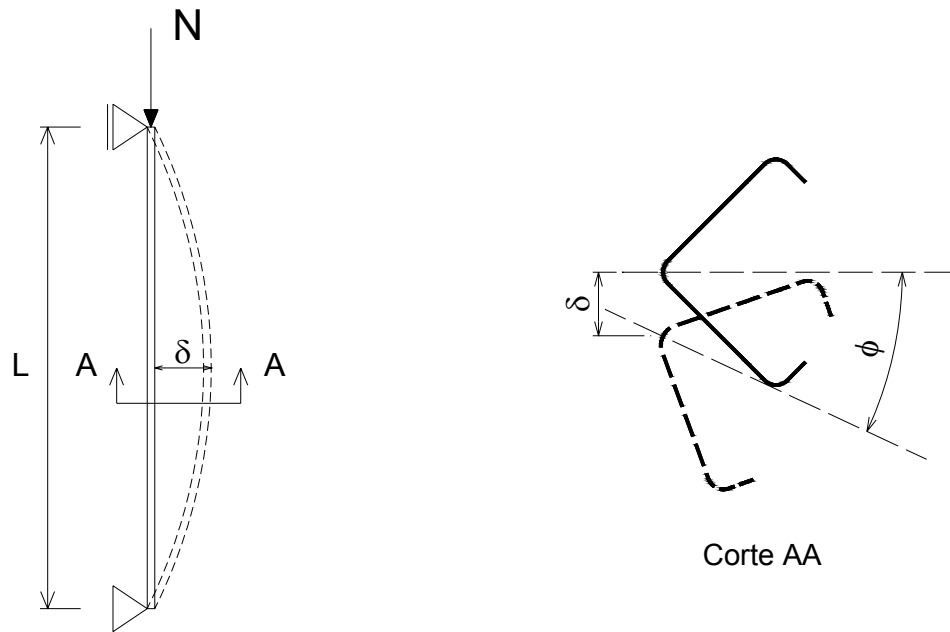


Figura 2.8 – Instabilidade por flexo-torção

De acordo com a Teoria da Estabilidade Elástica (Timoshenko 1945; Chajes e Winter 1965), a força normal de flambagem por flexo-torção de uma barra com seção monossimétrica carregada pelo centróide é dada pela Expressão 2.10.

$$N_{elt} = \frac{N_{e1} + N_{et}}{2 \left[ 1 - \left( x_0 / r_0 \right)^2 \right]} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{4N_{e1}N_{et} \left[ 1 - \left( x_0 / r_0 \right)^2 \right]}{\left( N_{e1} + N_{et} \right)^2}} \right] \quad (2.10)$$

$$N_{e1} = \frac{\pi^2 EI_1}{\left( K_1 L \right)^2} \quad (2.11)$$

$$N_{et} = \frac{1}{r_0^2} \left[ \frac{\pi^2 EC_w}{\left( K_t L \right)^2} + GI_t \right] \quad (2.12)$$

Onde:

$N_{e1}$  é a força normal de flambagem elástica por flexão em relação ao eixo 1;

$N_{et}$  é a força normal de flambagem elástica por torção;

$x_0$  é a distância do centro de gravidade ao centro de torção;



$r_0$  é o raio polar de giração;

$I_1$  é o momento de inércia em relação ao eixo 1;

$K_1L$  é o comprimento efetivo de flambagem por flexão em relação ao eixo 1;

$K_tL$  é o comprimento efetivo de flambagem por torção;

$I_t$  é o momento de inércia à torção uniforme;

$C_w$  é a constante de empenamento da seção ( $C_w \cong 0$  para as cantoneiras simples);

$G$  é o módulo de elasticidade transversal.

Apresenta-se na Figura 2.9 o exemplo de análise global de estabilidade elástica de uma cantoneira simples (L 50x3,00) submetida à compressão centrada.

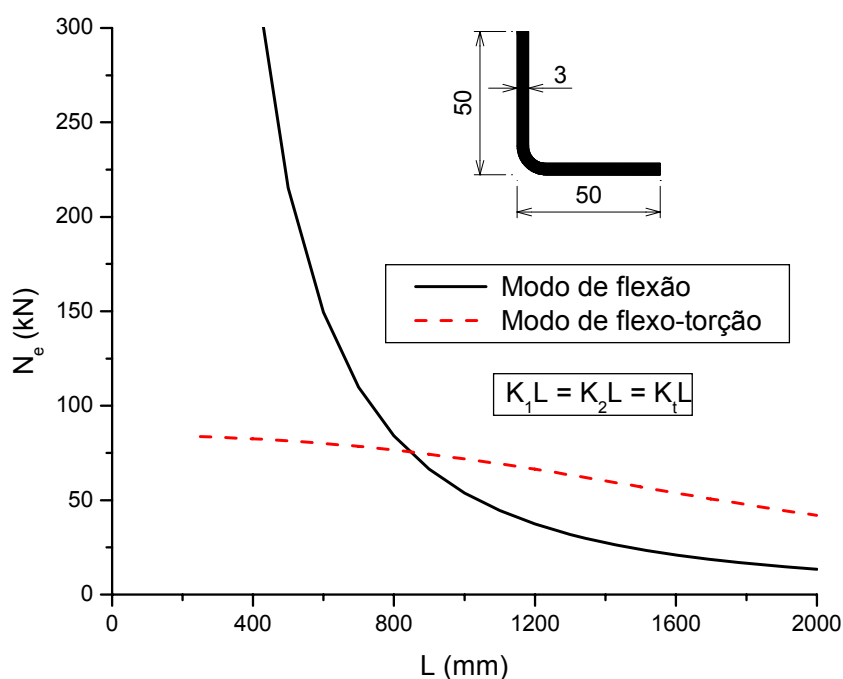


Figura 2.9 – Análise de estabilidade elástica: perfil L 50x3,00

Observa-se na Figura 2.9 que até o comprimento de 845 mm ( $\lambda_{\text{máx}} = 88$ ) o modo de flexo-torção comanda o dimensionamento, a partir desse ponto quem passa a comandar é o modo de flexão. Como  $C_w \cong 0$  para cantoneira simples,  $N_{\text{et}}$  independe do comprimento da barra, com isso, para comprimentos mais curtos  $N_{\text{e1t}} \cong N_{\text{et}}$ , tendendo assim para um valor constante.

Rasmussen (2003) mostra matematicamente a coincidência entre o modo local e o modo global de flexo-torção. Essa coincidência será aqui apresentada com algumas adaptações.

Como para comprimentos mais curtos  $N_{e1t} \cong N_{et}$ , por simplicidade pode-se partir da Expressão 2.12, que será aqui reescrita em termos de tensão para melhor visualização (Expressão 2.13).

$$\sigma_{et} = \frac{1}{Ar_0^2} \left[ \frac{\pi^2 EC_w}{(K_t L)^2} + GI_t \right] \quad (2.13)$$

Onde:

$$C_w \cong 0 \quad (2.14)$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (2.15)$$

$$I_t = \frac{2}{3} bt^3 \quad (2.16)$$

$$A \cong 2bt \quad (2.17)$$

$$r_0^2 = \frac{b^2}{3} \quad (2.18)$$

Substituindo as Expressões 2.14 a 2.18 na Expressão 2.13, obtém a Expressão 2.19.

$$\sigma_{et} = \frac{E}{2(1+\nu)} \left( \frac{t}{b} \right)^2 \quad (2.19)$$

Tomando  $\nu = 0,3$  e  $k = 0,43$  e substituindo nas Expressões 2.3 e 2.19 obtém-se as Expressões 2.20 e 2.21.

$$\sigma_{et} = 0,385E\left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (2.20)$$

$$\sigma_{cr} = 0,389E\left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (2.21)$$

## 2.2 Previsões normativas

Nesse trabalho será apresentado apenas o procedimento de cálculo da NAS:2004, tendo em vista que brevemente a ABNT NBR 14762:2001 entrará em processo de revisão. A tendência é a adoção da curva de resistência única da norma americana, com isso, os procedimentos de cálculo serão idênticos.

### 2.2.1 NAS:2004

A força normal resistente de uma barra submetida à compressão centrada é calculada de acordo com a Expressão 2.22 (com adaptações na simbologia).

$$N_{c,R} = \chi \cdot A_{ef} \cdot f_y \quad (2.22)$$

Onde:

$\chi$  é o fator de redução associado à resistência à compressão, calculado pela Expressão 2.23;

$A_{ef}$  é a área efetiva da seção transversal da barra, calculada com base nas larguras efetivas dos elementos, determinadas pela Expressão 2.7;

$f_y$  é a resistência ao escoamento do aço.

$$\chi = \begin{cases} \left(0,658^{\lambda_0^2}\right) & \text{Para } \lambda_0 \leq 1,5 \\ \left(\frac{0,877}{\lambda_0^2}\right) & \text{Para } \lambda_0 > 1,5 \end{cases} \quad (2.23)$$

Onde:

$\lambda_0$  é índice de esbeltez reduzido, calculado pela Expressão 2.24.

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_e}} \quad (2.24)$$

Onde:

$A$  é a área bruta da seção transversal da barra;

$N_e$  é a força normal de flambagem elástica da barra, mínimo entre  $N_{e1t}$  e  $N_{e2}$ ;

As barras devem ser consideradas como submetidas à compressão centrada quando a força é aplicada no centróide efetivo. Para cantoneiras com seções delgadas recomenda a aplicação de uma excentricidade adicional de  $L/1000$ . Com isso, as barras devem ser dimensionadas como submetidas à flexo-compressão.

### **2.2.2 Método da resistência direta**

As normas de dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio, geralmente utilizam o tradicional método das larguras efetivas para avaliar a redução da força resistente de barras, devido à instabilidade local.

Em 1998 Schafer e Peköz apresentaram um novo procedimento de cálculo para esses perfis, o Método da Resistência Direta (MRD), que apresenta muitas vantagens em relação ao tradicional método das larguras efetivas.

O MRD considera a interação entre as chapas que compõem o perfil, o que não é feito no método das larguras efetivas, já que neste método cada chapa é analisada isoladamente. A análise é feita em relação às propriedades geométricas da seção bruta, não necessitando recalcular as propriedades da seção. Apresenta ainda a grande vantagem de permitir considerar explicitamente o modo distorcional.

Vale dizer que o MRD foi incorporado à NAS:2004 como um método de cálculo alternativo. Para o uso do método necessita-se fazer uma análise geral de estabilidade elástica, podendo-se utilizar para isso diversos métodos. Geralmente, são utilizados métodos numéricos tais como: faixas finitas, elementos finitos, elementos de contorno, diferenças finitas ou teoria generalizada de vigas (GBT).

O AISI patrocinou a pesquisa que, em parte, conduziu ao desenvolvimento do programa CUFSM ([www.ce.jhu.edu/bschafer/cufsm](http://www.ce.jhu.edu/bschafer/cufsm)), que emprega o método das faixas finitas para a análise da estabilidade elástica de perfis com seções abertas.

O programa pode ser aplicado livremente e é de fácil utilização. Os dados de entrada são: geometria da seção transversal, propriedades elásticas do material, comprimentos de semi-onda a serem analisados e a distribuição de tensão.

O programa faz a análise de estabilidade elástica e fornece uma curva que relaciona um “*load factor*” (relação entre a tensão crítica elástica e o valor da tensão de referência informado pelo usuário) com o comprimento de semi-onda (Figura 2.10).

Com isso, obtém-se a força normal relativa à estabilidade elástica para os modos local, global e distorcional,  $N_{cr}$ ,  $N_{cre}$  e  $N_{crd}$ , necessários para o cálculo da força normal resistente.

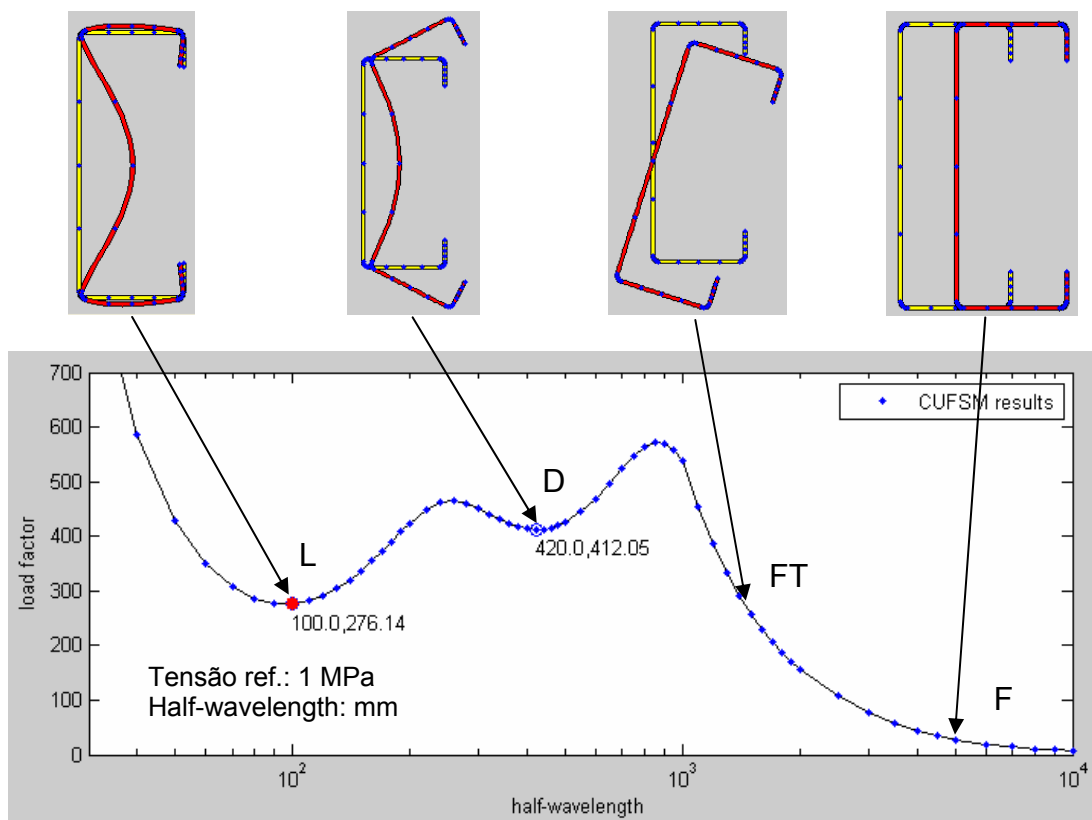


Figura 2.10 – Análise de estabilidade elástica via CUFSM: perfil Ue 125x50x17x2,00

Pode-se notar no exemplo da Figura 2.10 a presença de um mínimo local ( $\sigma_{cr1} = 276$  MPa e  $\lambda_{l1} = 100$  mm) e um mínimo distorcional ( $\sigma_{crd} = 412$  MPa e  $\lambda_{d1} = 420$  mm). Nota-se também a presença dos modos globais de flexo-torção e de flexão.

A cantoneira simples não apresenta ponto de mínimo definido, nota-se apenas dois modos: um coincidente local-chapa/global de flexo-torção e um global de flexão, conforme ilustra o exemplo da Figura 2.11 referente ao perfil L 60x25,25.

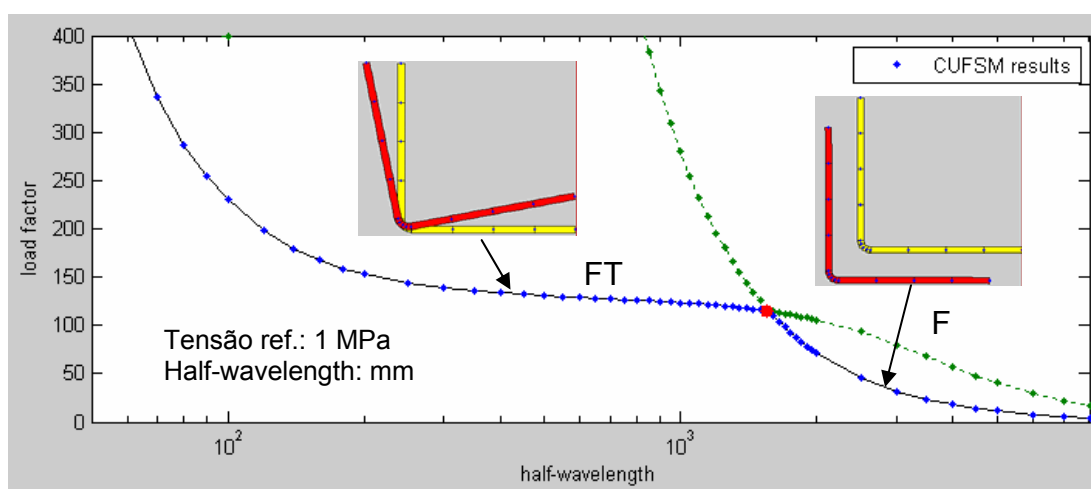


Figura 2.11 – Análise de estabilidade elástica via CUFSM: perfil L 60x25,25

A Figura 2.12 apresenta o exemplo de uma cantoneira enrijecida (Le 60x15x2,00), onde pode-se perceber um mínimo local ( $\sigma_{cr1} = 977$  MPa e  $\lambda_{l1} = 61$  mm). Nota-se também a presença dos modos globais de flexo-torção e de flexão.

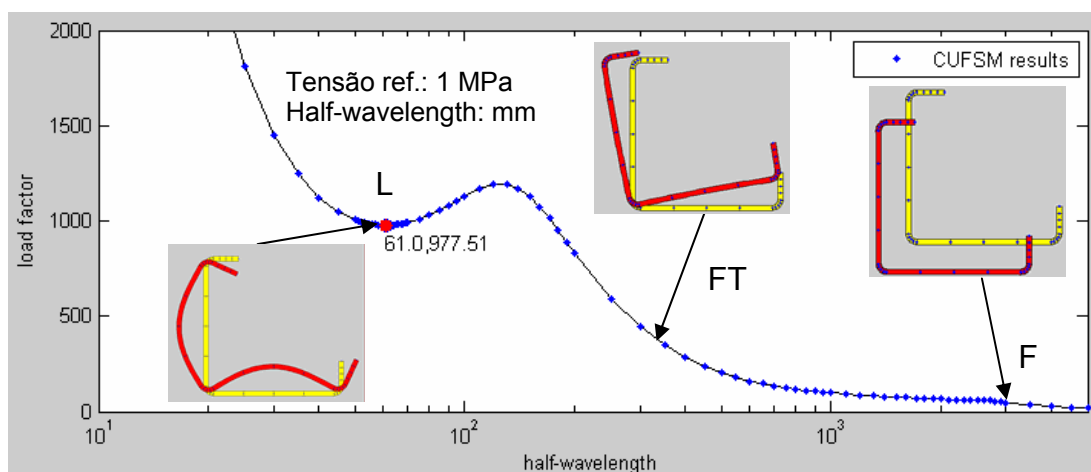


Figura 2.12 – Análise de estabilidade elástica via CUFSM: perfil Le 60x15x2,00

### 2.2.2.1 Expressões

A força normal resistente para barras submetidas à compressão é o mínimo entre os valores calculados para os modos global, local e distorcional  $N_g$ ,  $N_l$  e  $N_{dist}$ , por meio de curvas de resistência determinadas para cada modo.

#### Modo global

A força normal resistente de uma barra submetida à compressão centrada é calculada de acordo com a Expressão 2.25.

$$N_g = \begin{cases} \left(0,658^{\lambda_0^2}\right) Af_y & \text{Para } \lambda_0 \leq 1,5 \\ \left(\frac{0,877}{\lambda_0^2}\right) Af_y & \text{Para } \lambda_0 > 1,5 \end{cases} \quad (2.25)$$

Onde:

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{Af_y}{N_{cre}}} \quad (2.26)$$

$N_{cre}$  é o menor valor da força normal crítica elástica, considerando os modos globais aplicáveis (flexão, torção e flexo-torção).

#### Modo local

A força normal resistente de uma barra submetida à compressão centrada, para instabilidade local é calculada de acordo com a Expressão 2.27.

$$N_l = \begin{cases} N_g & \text{Para } \lambda_l \leq 0,776 \\ \left(1 - 0,15 \left(\frac{N_{crl}}{N_g}\right)^{0,4}\right) \left(\frac{N_{crl}}{N_g}\right)^{0,4} N_g & \text{Para } \lambda_l > 0,776 \end{cases} \quad (2.27)$$



Onde:

$$\lambda_l = \sqrt{\frac{N_g}{N_{cr1}}} \quad (2.28)$$

$N_{cr1}$  é a força normal crítica elástica relativa ao modo local.

### Modo distorcional

A força normal resistente de uma barra submetida à compressão centrada, para instabilidade por distorção é calculada de acordo com a Expressão 2.29.

$$N_{dist} = \begin{cases} Af_y & \text{Para } \lambda_{dist} \leq 0,561 \\ \left(1 - 0,25 \left(\frac{N_{crd}}{Af_y}\right)^{0,6}\right) \left(\frac{N_{crd}}{Af_y}\right)^{0,6} Af_y & \text{Para } \lambda_{dist} > 0,561 \end{cases} \quad (2.29)$$

Onde:

$$\lambda_{dist} = \sqrt{\frac{Af_y}{N_{crd}}} \quad (2.30)$$

$N_{crd}$  é a força normal crítica elástica relativa ao modo distorcional.

A curva de resistência à compressão associada ao modo global é a mesma contida no corpo da NAS:2004, enquanto as curvas associadas aos modos local e distorcional são curvas do “tipo Winter”, calibradas experimentalmente para o método da resistência direta.

É interessante notar que o MRD considera em seu procedimento a interação do modo local com o global, o mesmo não ocorrendo com o modo distorcional.

## 2.3 Resultados de análise experimental

### 2.3.1 Cantoneira simples

#### 2.3.1.1 Wilhoite et al. e Popovic et al.

Rasmussem (2003) cita os ensaios realizados por Wilhoite et al. (1984) e Popovic et al. (1999), os quais serão aqui apresentados.

Wilhoite et al. (1984) ensaiaram cantoneiras em aço de alta resistência, obtidas por dobramento, com ensaios em barras curtas (stub columns) e barras longas, com carregamento centrado. As barras articuladas foram admitidas como submetidas à compressão centrada. Entretanto, um pequeno afastamento foi construído nos rolamentos para evitar o travamento, com isso, uma excentricidade no carregamento pode ter sido induzida em consequência deste afastamento, porém, foram calibrados para que a excentricidade não excedesse  $1/1000$  do comprimento das barras mais longas. Os resultados dos ensaios são apresentados na Tabela 2.2 e comparados aos modelos de cálculo na Figura 2.13.

Popovic et al. (1999) ensaiaram cantoneiras simples em aço galvanizado, obtidas por conformação em mesas de roletes, com extremidades articuladas e engastadas. Para os ensaios em barras articuladas foi aplicado carregamento com excentricidade de  $L/1000$ , em ambos os sentidos, relativamente ao centróide, simulando uma excentricidade geralmente assumida pelas normas. Entretanto, na comparação com os resultados teóricos, tais barras foram admitidas como submetidas à compressão centrada. As imperfeições geométricas foram medidas em todas as peças, como detalhadas em Popovic et al. (1996), indicando uma imperfeição média de  $L/1305$  em relação ao eixo de menor inércia. Os resultados dos ensaios são apresentados na Tabela 2.3 e comparados aos modelos de cálculo na Figura 2.14.

As propriedades geométricas e mecânicas das barras ensaiadas são apresentadas na Tabela 2.1.

Tabela 2.1 – Propriedades geométricas e mecânicas das barras ensaiadas

Seção	$b_f$ (mm)	$t$ (mm)	$r_i$ (mm)	$f_y$ (MPa)	$E$ (MPa)
<b>Popovic et al.</b>	50,8	2,30	2,60	396	203000
<b>Wilhoite et al.</b>	69,3	3,00	3,00	465	203000

$b_f$  é a largura da aba.

$t$  é a espessura da aba.

$r_i$  é o raio interno de dobramento.

Tabela 2.2 – Ensaio realizados por Wilhoite et al. (1984)

Ensaio	Nº. ensaio	$L_e$ (mm)	$L_e/r_2$	$N_{exp}$ (kN)	$N_{exp}/N_y$
<b>Barras articuladas</b>	1	823	60,5	72,5	0,388
	2	1277	90,2	58,3	0,312
	3	1227	90,2	60,1	0,322
	4	1227	90,2	65,0	0,348
	5	1636	120,2	48,4	0,259
	6	1636	120,2	52,1	0,279
	7	1636	120,2	59,2	0,317

$L_e$  é o comprimento efetivo de flambagem.

$r_2 = 13,6$  mm (raio de giração em relação ao eixo de menor inércia).

$N_y = 186$  kN ( $N_y = A \cdot f_y$ ).

Tabela 2.3 – Ensaio realizados por Popovic et al. (1999)

Ensaio	Nº. ensaio	$L_e$ (mm)	$L_e/r_2$	$N_{exp}$ (kN)	$N_{exp}/N_y$
<b>Barras articuladas</b>	1	459	46,2	41,7	0,466
	2	458	46,1	47,2	0,528
	3	676	68,0	35,2	0,394
	4	676	68,0	40,1	0,448
	5	862	86,7	30,9	0,345
	6	863	86,8	47,5	0,531
	7	1088	109,5	25,1	0,280
	8	1088	109,5	32,1	0,359
	9	1285	129,3	17,7	0,198
	10	1286	129,4	24,7	0,276
<b>Barras engastadas</b>	1	75	7,5	71,4	0,798
	2	275	27,7	54,0	0,604
	3	485	48,8	41,5	0,464
	4	690	69,4	37,0	0,414
	5	874	87,9	31,3	0,350
	6	1100	110,6	26,4	0,295
	7	1299	130,7	22,3	0,249

$L_e$  é o comprimento efetivo de flambagem.

$r_2 = 9,94$  mm (raio de giração em relação ao eixo de menor inércia).

$N_y = 88,7$  kN ( $N_y = A \cdot f_y$ ).

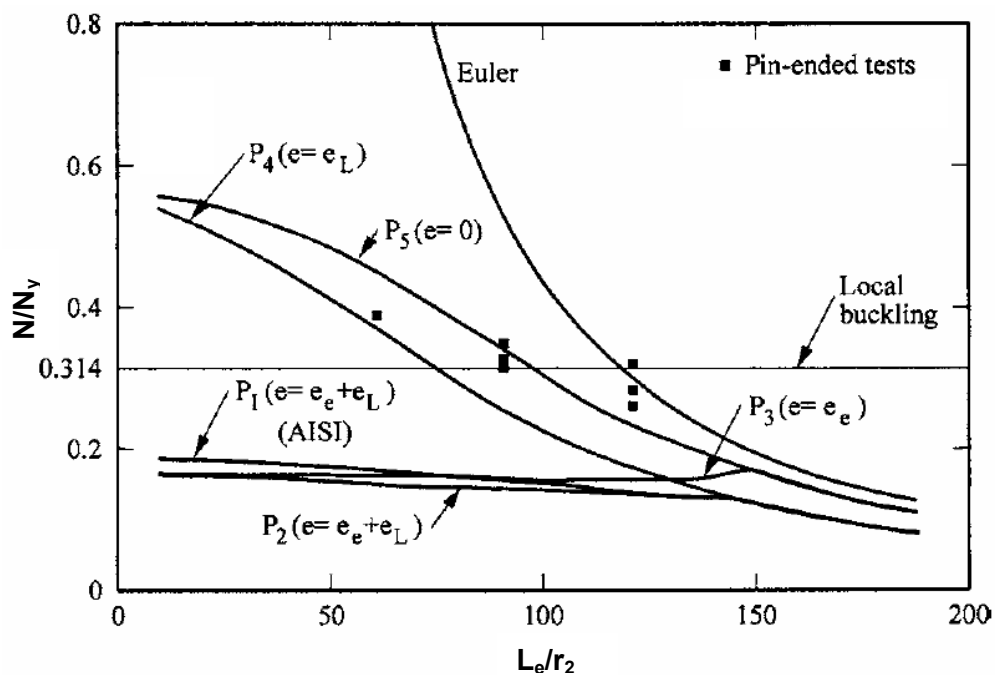


Figura 2.13 - Comparação dos resultados dos ensaios de Wilhoite et al. (1984) com os modelos de cálculo (Fonte: Rasmussem (2003))

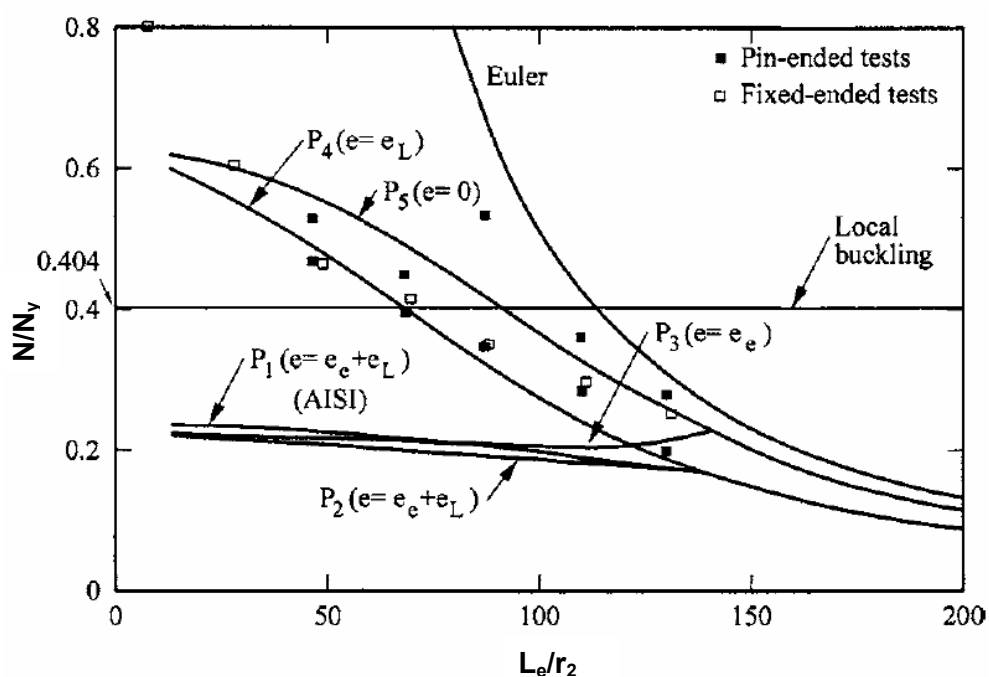


Figura 2.14 - Comparação dos resultados dos ensaios de Popovic et al. (1999) com os modelos de cálculo (Fonte: Rasmussem (2003))

No modelo de cálculo  $P_1$  considera-se o menor valor entre os modos de flexão e flexo-torção para cálculo da força normal resistente das barras. O momento resistente é calculado com base na resistência de instabilidade por flexo-torção. O modelo de cálculo  $P_1$  é o método de cálculo da atual NAS:2004.

As características principais dos modelos  $P_2$  a  $P_5$  é que (i) ignoram o modo de instabilidade por flexo-torção na determinação da força normal e do momento resistentes (ii) o módulo resistente da seção é calculado com base nas larguras efetivas utilizando o coeficiente de flambagem local  $k=0,43$ .

O modelo  $P_2$  é o mesmo que  $P_1$ , exceto pelo fato de ignorar o modo de flexo-torção na determinação da força normal resistente. Pode-se observar nas Figuras 2.13 e 2.14 que a curva  $P_2$  apresenta valores inferiores a  $P_1$ , pois mesmo que a capacidade da força axial seja aumentada há um maior deslocamento do centróide efetivo ( $e_e$ ) resultando em uma maior excentricidade. Ao combinar os resultados através da expressão de interação nota-se uma ligeira queda na capacidade resistente das barras.

No modelo  $P_3$  a excentricidade adicional ( $e_L$ ) imposta pelas normas foi omitida no cálculo. Nota-se que para comprimentos intermediários a curva  $P_3$  apresenta uma ligeira alta em relação ao modelo  $P_2$ . Porém, com a redução do comprimento e conseqüente aumento da força axial o deslocamento do centróide efetivo torna-se mais significativo. No modelo  $P_4$  considerou-se apenas a excentricidade adicional, nota-se que a curva de força resistente aproxima-se dos resultados obtidos nos ensaios. Para Rasmussen (2003) o resultado é coincidente, pois o cálculo do momento resistente baseado em  $k=0,43$  é conservador, este é compensado pelo fato de se subestimar o valor da excentricidade adicional, já que este tende a zero para comprimentos curtos.

No modelo  $P_5$  as barras foram admitidas como solicitadas por força normal centrada, todas as excentricidades foram ignoradas. Nota-se que a curva de força normal resistente é mais elevada que as forças obtidas nos ensaios, enfatizando que o efeito do deslocamento do centróide efetivo necessita ser esclarecido.

Rasmussen (2003) sugere que o modo de flexo-torção seja ignorado na determinação da força normal e do momento resistentes. Apresenta também um método de cálculo que propõe que o valor de  $k$  seja calculado considerando o gradiente de tensões que os elementos estão submetidos. Apresenta ainda uma equação de interação que minimiza o efeito do deslocamento do centróide efetivo nas barras curtas.

### 2.3.1.2 Young

Young (2004) apresenta resultados de ensaios experimentais para três seções de cantoneiras simples submetidas à compressão centrada. As cantoneiras foram fabricadas com chapas de aço de alta resistência com revestimento de zinco. Nas extremidades foram soldadas chapas de aço com espessura de 25 mm para assegurar o pleno contato entre o perfil e o dispositivo de aplicação da força. As barras foram ensaiadas com as extremidades engastadas (sem rotação).

As propriedades geométricas e mecânicas das barras ensaiadas são apresentadas na Tabela 2.4. Os resultados dos ensaios são apresentados nas Tabelas 2.5 a 2.7 e nas Figuras 2.15 a 2.17.

Tabela 2.4 – Propriedades geométricas e mecânicas das barras ensaiadas

Seção	$b_f$ (mm)	$t$ (mm)	$r_i$ (mm)	$f_y$ (MPa)	$E$ (MPa)
L 70x1,20	71,7	1,17	2,60	550	208000
L 70x1,50	71,5	1,50	2,60	530	207000
L 70x1,90	72,0	1,88	2,60	500	208000

$b_f$  é a largura da aba.

$t$  é a espessura da aba.

$r_i$  é o raio interno de dobramento.

Tabela 2.5 – Ensaio realizados por Young (2004): perfil L 70x1,20

Nº. ensaio	$L_{barra}$ (mm)	$N_{exp}$ (kN)	$N_{exp}/N_{NAS}$	Modo de falha
1	250	23,8	8,96	L
2	250	23,6	8,88	L
3	1000	18,7	7,04	F + FT
4	1500	15,2	5,73	F + FT
5	2000	12,6	4,76	F + FT
6	2500	11,6	4,39	F + FT
7	2500	11,9	4,50	F + FT
8	3000	8,0	3,03	F + FT
9	3500	5,8	3,20	F + FT

$L_{barra}$  é o comprimento da barra.

L = instabilidade local.

F = instabilidade por flexão.

FT = instabilidade por flexo-torção.



Tabela 2.6 – Ensaios realizados por Young (2004): perfil L 70x1,50

Nº. ensaio	$L_{\text{barra}}$ (mm)	$N_{\text{exp}}$ (kN)	$N_{\text{exp}}/N_{\text{NAS}}$	Modo de falha
1	250	39,6	7,14	L
2	1000	31,0	5,59	F + FT
3	1500	25,2	4,55	F + FT
4	2000	17,5	3,17	F + FT
5	2500	15,7	2,85	F + FT
6	3000	13,1	2,39	F + FT
7	3500	11,5	2,11	F + FT

$L_{\text{barra}}$  é o comprimento da barra.

L = instabilidade local.

F = instabilidade por flexão.

FT = instabilidade por flexo-torção.

Tabela 2.7 – Ensaios realizados por Young (2004): perfil L 70x1,90

Nº. ensaio	$L_{\text{barra}}$ (mm)	$N_{\text{exp}}$ (kN)	$N_{\text{exp}}/N_{\text{NAS}}$	Modo de falha
1	250	56,5	5,10	L
2	250	57,7	5,21	L
3	1000	47,8	4,32	FT
4	1500	35,6	3,23	F + FT
5	2000	27,1	2,46	F + FT
6	2500	22,4	2,05	F + FT
7	3000	14,8	1,36	F + FT
8	3500	14,4	1,33	F + FT

$L_{\text{barra}}$  é o comprimento da barra.

L = instabilidade local.

F = instabilidade por flexão.

FT = instabilidade por flexo-torção.

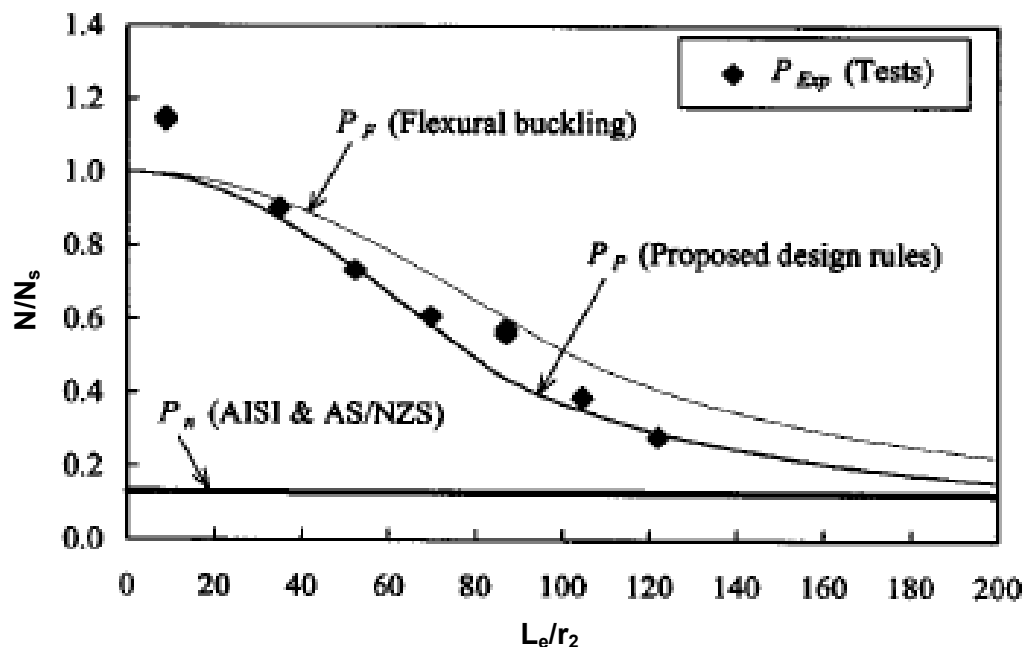


Figura 2.15 – Comparação dos resultados dos ensaios com os modelos de cálculo: perfil L 70x1,20 (Fonte: Young (2004))

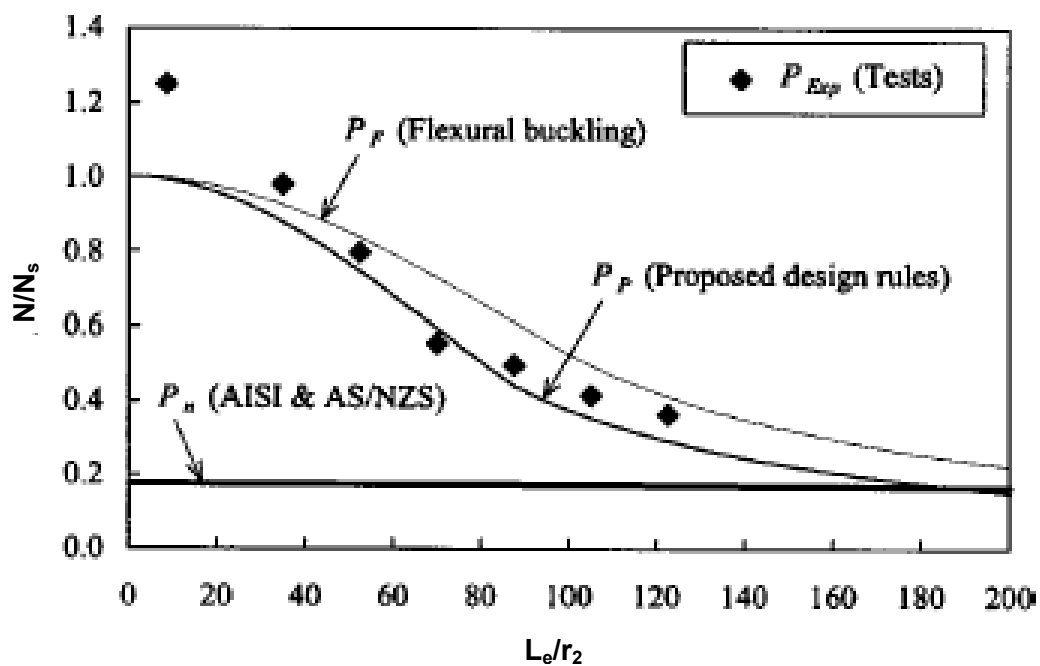


Figura 2.16 – Comparação dos resultados dos ensaios com os modelos de cálculo: perfil L 70x1,50 (Fonte: Young (2004))

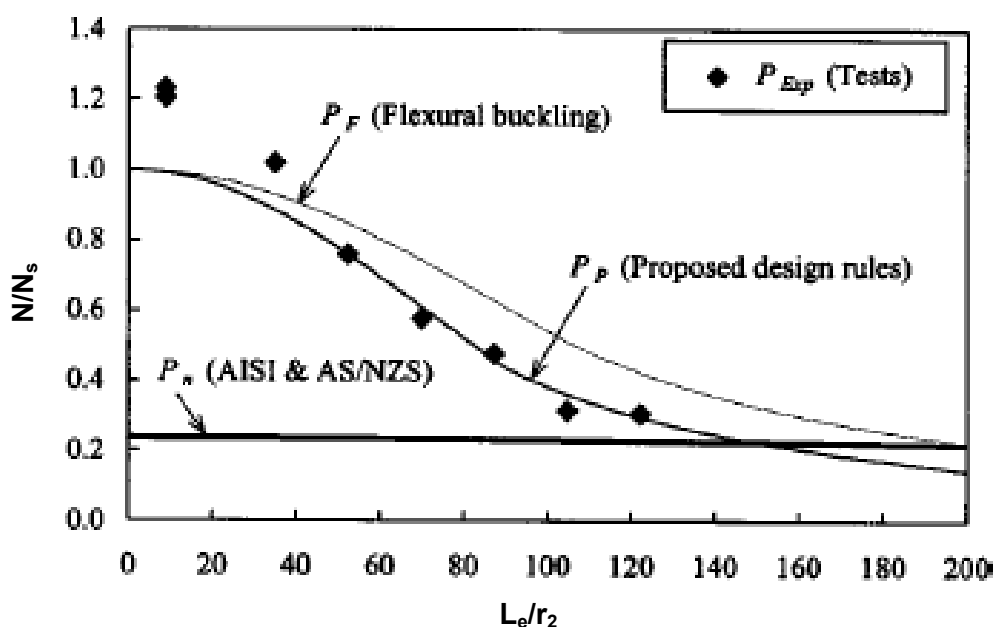


Figura 2.17 – Comparação dos resultados dos ensaios com os modelos de cálculo: perfil L 70x1,90 (Fonte: Young (2004))

Os resultados experimentais mostram que a NAS:2004 e a AS/NZS4600:1996 para cálculo de perfis de aço formados a frio são muito conservadoras. Isto ocorre, segundo o próprio Young, porque os valores de força normal de flambagem elástica por torção e por flexo-torção fornecidos pelas normas são muito inferiores aos relativos à flexão, conduzindo a resistência teórica da barra a um valor muito inferior aos obtidos nos ensaios. Tal fato conduziu à consideração, por Young, somente do modo de flexão para o cálculo da força normal resistente das barras. É importante salientar que o momento adicional recomendado pelas normas para cantoneiras com paredes delgadas não foi incluído no cálculo da força normal resistente.

### 2.3.1.3 Chodraui e Malite

Uma série de ensaios de compressão centrada em perfis de aço formados a frio, incluindo cantoneiras simples, foi recentemente realizada por Chodraui (2006).

Os dispositivos de apoio permitiram rotação em relação ao eixo de menor inércia, restringindo rotação em relação ao eixo de maior inércia, bem como torção e empenamento. O comprimento teórico ( $L_r$ ) foi admitido como sendo  $L_{\text{barra}} + 135\text{mm}$ , correspondendo à distância entre os eixos de rotação dos dispositivos de apoio inferior e superior.

As propriedades geométricas e mecânicas das barras ensaiadas são apresentadas na Tabela 2.8. Os resultados dos ensaios são apresentados na Tabela 2.9 e na Figura 2.18.

Tabela 2.8 – Propriedades geométricas e mecânicas das barras ensaiadas

Seção	$b_f$ (mm)	t (mm)	$r_i$ (mm)	$f_y$ (MPa)	E (MPa)
L 60x2,25	60,0	2,38	2,38	357	205000

$b_f$  é a largura da aba.

t é a espessura da aba.

$r_i$  é o raio interno de dobramento.

Tabela 2.9 – Ensaios realizados por Chodraui (2006): perfil L 60x2,25

Nº. ensaio	$L_r$ (mm)	$N_{\text{exp}}$ (kN)	$N_{\text{NAS}}$ (kN)	Modo de falha
1	615	31,0	26,7	FT
2	970	29,0	26,6	FT
3	1330	22,5	26,4	FT
4	1685	21,0	22,4	FT

$L_r$  é a distância entre os centros das rótulas ( $L_r = L_{\text{barra}} + 135 \text{ mm}$ ).

$N_{\text{NAS}}$  calculado de acordo com a NAS:2004, considerando carregamento centrado (ignorando o deslocamento do centróide da seção efetiva em relação à seção bruta bem como o momento adicional  $NL/1000$ ).

FT = instabilidade por flexo-torção.

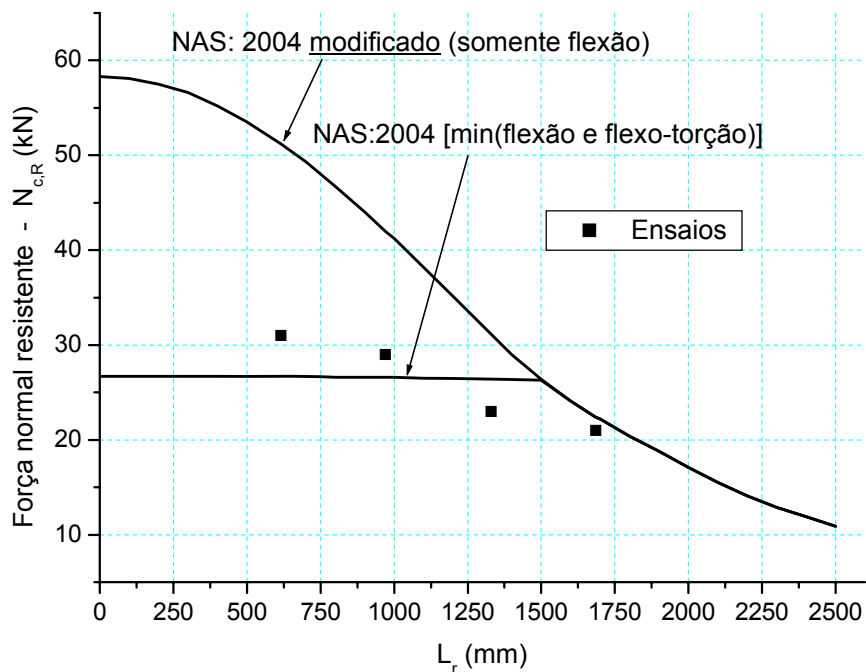


Figura 2.18 – Comparação dos resultados dos ensaios com os modelos de cálculo: perfil L 60x2,25 (Fonte: Chodraui (2006))

Ao contrário dos ensaios realizados por outros autores, os ensaios realizados por Chodraui (2006) mostram que desconsiderar o modo global de flexo-torção no cálculo da força normal resistente pode resultar contra a segurança.

Apresenta-se na Figura 2.19 o modo de instabilidade por flexo-torção observado nos ensaios experimentais.



Figura 2.19 – Instabilidade por flexo-torção (Fonte: Chodraui (2006))

### 2.3.2 Cantoneira enrijecida

Aqui são apresentados ensaios recentes de cantoneiras enrijecidas realizados por Young (2005). Foram ensaiadas cantoneiras fabricadas com chapas de aço de alta resistência com revestimento de zinco. Foram soldadas chapas de aço com espessura de 25 mm nas extremidades para assegurar o contato entre o perfil e o dispositivo de aplicação de força. Os ensaios foram realizados com extremidades engastadas (sem rotação).

As propriedades geométricas e mecânicas das barras ensaiadas são apresentadas na Tabela 2.10. Os resultados dos ensaios são apresentados nas Tabelas 2.11 a 2.13 e nas Figuras 2.20 a 2.22.

Tabela 2.10 – Propriedades geométricas e mecânicas das barras ensaiadas

Seção	$b_f$ (mm)	D (mm)	t (mm)	$r_i$ (mm)	$f_y$ (MPa)	E (MPa)
<b>Le 70x17x1,20</b>	72,3	17,0	1,20	2,60	580	211000
<b>Le 70x17x1,50</b>	73,5	16,8	1,49	2,60	505	212000
<b>Le 70x17x1,90</b>	73,6	17,7	1,89	2,60	495	213000

$b_f$  é a largura da aba.

D é a largura do enrijecedor de borda.

t é a espessura da aba.

$r_i$  é o raio interno de dobramento.

Tabela 2.11 – Ensaio realizados por Young (2005): perfil Le 70x17x1,20

Nº. ensaio	$L_{barra}$ (mm)	$N_{exp}$ (kN)	$N_{exp}/N_{NAS}$	Modo de falha
<b>1</b>	250	59,7	0,99	L
<b>2</b>	250	57,9	0,96	L
<b>3</b>	1000	40,3	1,23	L + FT
<b>4</b>	1500	33,4	1,77	L + FT
<b>5</b>	2000	30,3	2,58	L + FT
<b>6</b>	2500	27,2	3,21	L + F + FT
<b>7</b>	3000	22,3	3,35	L + F + FT
<b>8</b>	3500	19,4	3,48	L + F + FT

$L_{barra}$  é o comprimento da barra.

L = instabilidade local.

F = instabilidade por flexão.

FT = instabilidade por flexo-torção.

Tabela 2.12 – Ensaios realizados por Young (2005): perfil Le 70x17x1,50

Nº. ensaio	L <sub>barra</sub> (mm)	N <sub>exp</sub> (kN)	N <sub>exp</sub> /N <sub>NAS</sub>	Modo de falha
1	250	84,6	1,14	L
2	625	74,9	1,24	FT
3	1000	54,9	1,32	FT
4	1500	48,7	1,98	FT
5	2000	41,5	2,59	FT
6	2500	39,4	3,26	F + FT
7	3000	37,3	3,76	F + FT
8	3500	30,9	3,59	F + FT

L<sub>barra</sub> é o comprimento da barra.

L = instabilidade local.

F = instabilidade por flexão.

FT = instabilidade por flexo-torção.

Tabela 2.13 – Ensaios realizados por Young (2005): perfil Le 70x17x1,90

Nº. ensaio	L <sub>barra</sub> (mm)	N <sub>exp</sub> (kN)	N <sub>exp</sub> /N <sub>NAS</sub>	Modo de falha
1	250	130,9	1,27	L
2	625	103,5	1,21	FT
3	1000	79,8	1,23	FT
4	1000	79,8	1,23	FT
5	1500	69,3	1,85	FT
6	2000	64,3	2,52	FT
7	2500	52,9	2,65	F + FT
8	3000	47,5	2,82	F + FT
9	3500	40,4	2,69	F + FT

L<sub>barra</sub> é o comprimento da barra.

L = instabilidade local.

F = instabilidade por flexão.

FT = instabilidade por flexo-torção.



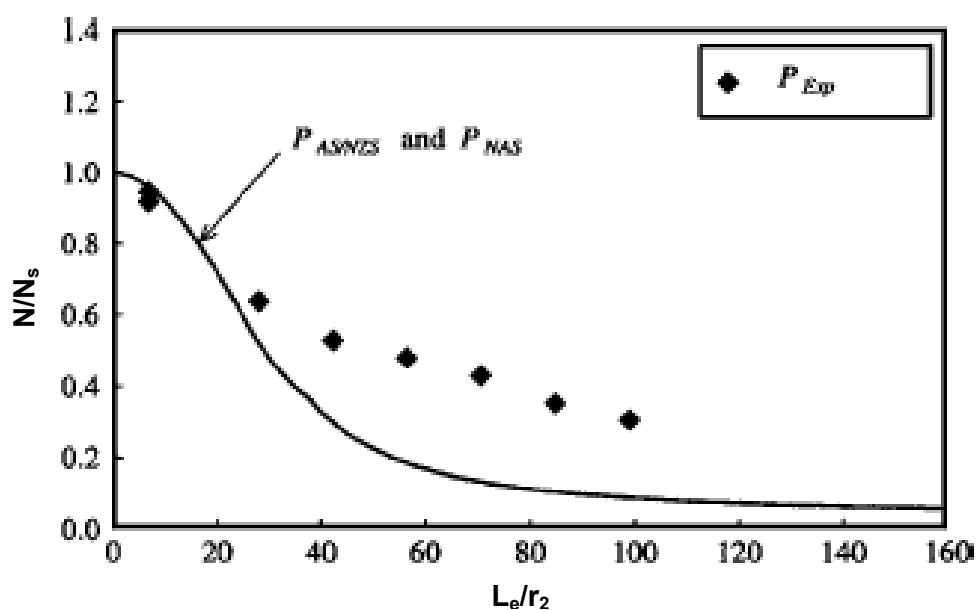


Figura 2.20 – Comparação dos resultados dos ensaios com os modelos de cálculo: perfil Le 70x17x1,20 (Fonte: Young (2005))

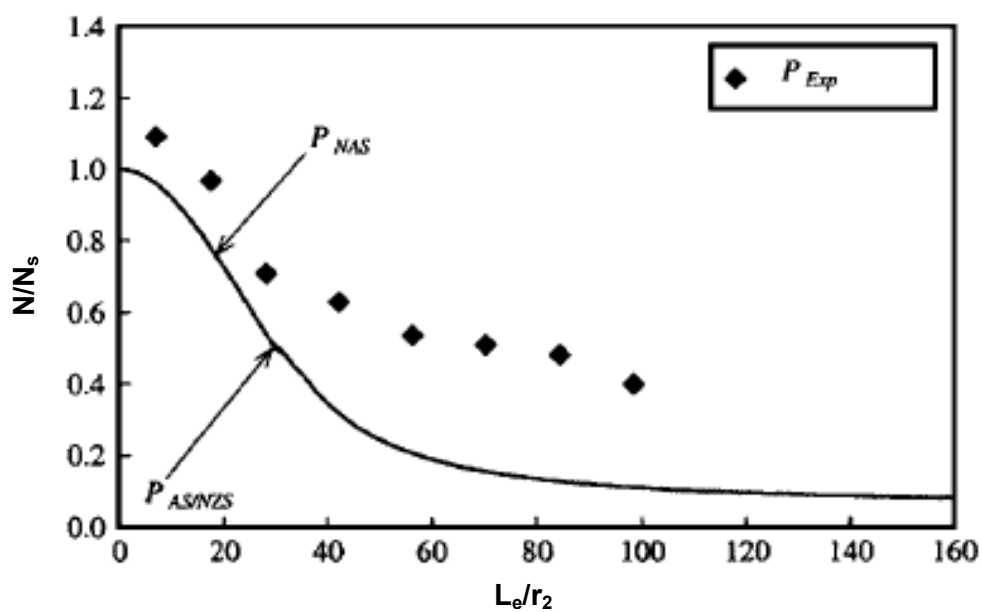


Figura 2.21 – Comparação dos resultados dos ensaios com os modelos de cálculo: perfil Le 70x17x1,50 (Fonte: Young (2005))

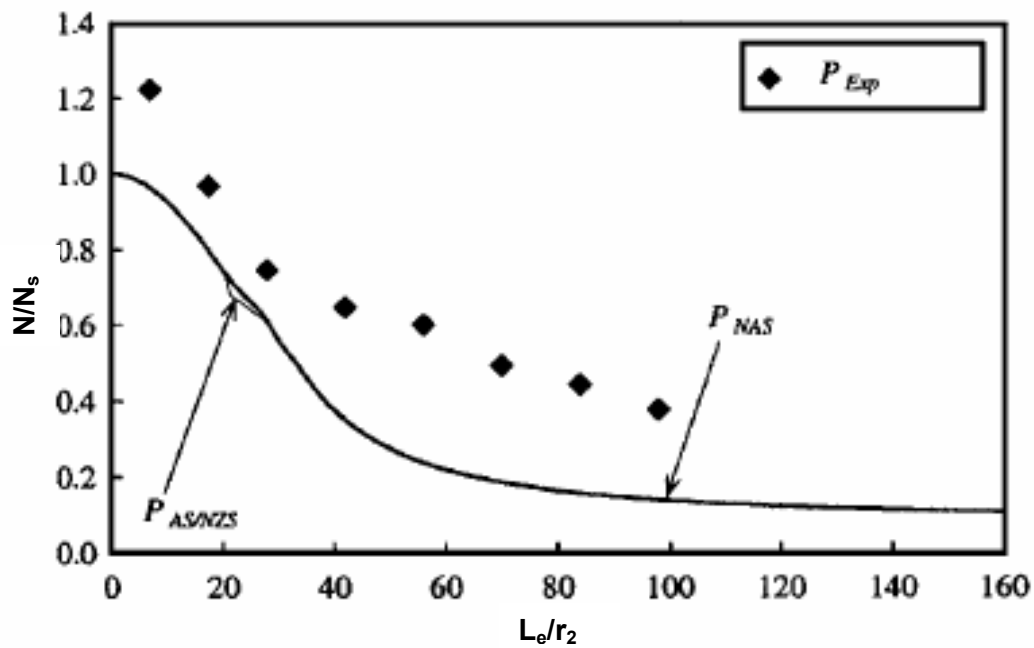


Figura 2.22 – Comparação dos resultados dos ensaios com os modelos de cálculo: perfil Le 70x17x1,90 (Fonte: Young (2005))

Os resultados dos ensaios são comparados com os valores calculados de acordo com a NAS:2004 e AS/NZS4600:1996. Nota-se que os valores calculados pelas normas são conservadores, principalmente para comprimentos mais longos. De acordo com Young (2005) a excentricidade adicional recomendada pelas normas deve ser ignorada no dimensionamento de barras de cantoneiras enrijecidas.

## 2.4 Tensões residuais

As tensões residuais estão presentes nos perfis mesmo antes destes serem colocados em uso. As principais causas do aparecimento destas tensões são: o resfriamento desigual das chapas de aço após a laminação a quente e os processos de fabricação, por exemplo, conformação a frio e soldagem. Sabe-se também que os valores e a distribuição das tensões residuais dependem basicamente da geometria da seção transversal, tipo de aço e dos processos de fabricação dos perfis.

Nos perfis laminados, as tensões residuais são de natureza térmica, pois terminado o processo de laminação as partes mais expostas dos perfis se resfriam mais rapidamente, e para conter o resfriamento do restante do perfil essas partes automaticamente resultam comprimidas e as demais conseqüentemente tracionadas. Nos perfis soldados as soldas causam um gradiente térmico adicional às tensões de fabricação das chapas, enquanto nos perfis formados a frio as tensões residuais são predominantemente de natureza mecânica.

Com isso, observa-se que os diferentes modos de inserção de tensões residuais nos perfis laminados, soldados e formados a frio geram comportamento estrutural diferente. Vale ressaltar que os perfis laminados e soldados geralmente utilizam chapas com maior espessura em relação aos perfis formados a frio, com isso, apresentam uma variação significativa no valor das tensões residuais ao longo da espessura, o que não ocorre nos perfis formados a frio.

As tensões residuais causam a redução da tensão de proporcionalidade (tensão máxima referente ao trecho linear do diagrama “tensão x deformação”), com isso, para tensões acima da tensão de proporcionalidade o regime elástico passa para o elasto-plástico.

De acordo com Huber (1954), a presença de tensões residuais é a principal causa da não-linearidade do diagrama “tensão x deformação” para tensões superiores à tensão de proporcionalidade. Com isso, para perfis sem tensão residual o comportamento deste diagrama tenderia para o elasto-plástico perfeito.

Weng e Peköz (1990) concluíram a partir de resultados experimentais em perfis de aço formados a frio tipo U que a distribuição das tensões residuais apresenta algumas particularidades:

- (i) existem tensões residuais de tração na superfície externa e de compressão na superfície interna dos perfis;
- (ii) as tensões residuais nas regiões dos cantos da seção transversal devido ao trabalho a frio podem ser desconsideradas no cálculo, pois são compensadas pelo conseqüente aumento da resistência ao escoamento;
- (iii) os valores das tensões residuais estão entre 25% e 75% da resistência ao escoamento do aço virgem;
- (iv) a forma geral de distribuição das tensões residuais segue um mesmo padrão para todas as seções transversais.

Schafer e Peköz (1998) e Schafer (1997) enfatizam que as tensões residuais nos perfis formados a frio são constituídas por duas parcelas: uma de membrana e outra de flexão (Figura 2.23). Um dos motivos pelo qual se chegou a esta conclusão é o fato de que ao medir as tensões residuais em laboratório, extensômetros colocados na mesma posição (um interno e outro externo) geralmente fornecem leituras de compressão em uma face e tração na face oposta, porém com magnitudes diferentes. Por simplicidade da análise pode-se pensar em uma sobreposição entre uma tensão de compressão constante ao longo da espessura

(tensão de membrana) e um gradiente simétrico de tensão ao longo da espessura com tração em uma face e compressão na face oposta (tensão de flexão).

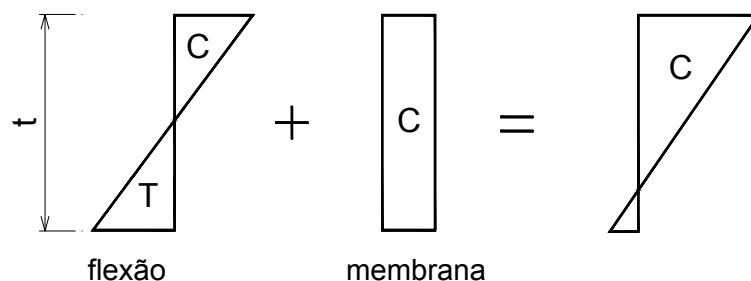


Figura 2.23 – Tensões residuais em perfis de aço formados a frio: de flexão e de membrana (Fonte: adaptado de Schafer e Peköz (1998))

Um fato importante observado é que, em geral, os perfis fabricados em mesa de roletes apresentam valores de tensões residuais mais uniformes ao longo da seção, porém com valores mais elevados nas partes planas se comparados com aqueles fabricados em prensas dobradeiras.

De acordo com Schafer (1997) a tensão residual de membrana é mais pronunciada nos perfis laminados e soldados, apresentando valores muito baixos nos formados a frio. Além disso, ocorre especialmente nas regiões das dobras dos perfis, o que torna justificável sua adoção nos modelos numéricos somente se for considerado também o efeito do trabalho a frio nestas regiões.

Por outro lado, a tensão residual de flexão normalmente apresenta valores mais elevados em relação à de membrana para os perfis formados a frio. Segundo Schafer (1997) a adoção deste tipo de tensão residual nos modelos numéricos pode ser feita, por exemplo, utilizando valores médios como os apresentados nas Figuras 2.27 e 2.28.

Young (2005) apresenta resultados de medições de tensões residuais em cantoneiras simples e enrijecida. Na Figura 2.24 são apresentadas as posições em

que foram realizadas as medições. É importante dizer que essas medições foram feitas junto à face interna dos perfis.

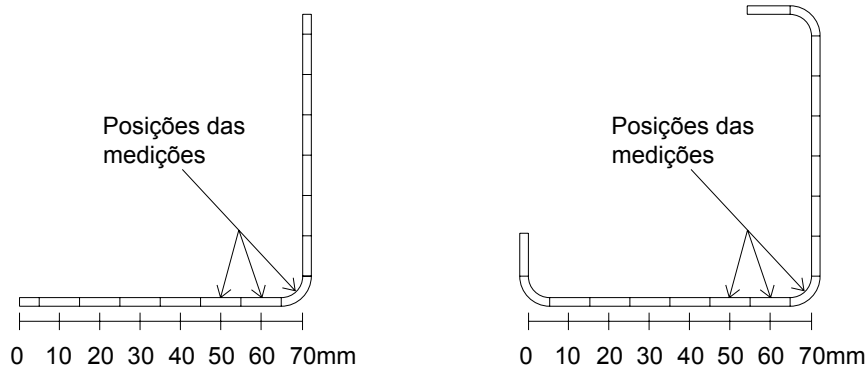


Figura 2.24 – Posições das medições de tensões residuais  
(Fonte: adaptado de Young (2005))

Nas Figuras 2.25 e 2.26 são apresentados os valores de tensões residuais obtidos por Young (2005) para cantoneiras simples e enrijecidas, respectivamente.

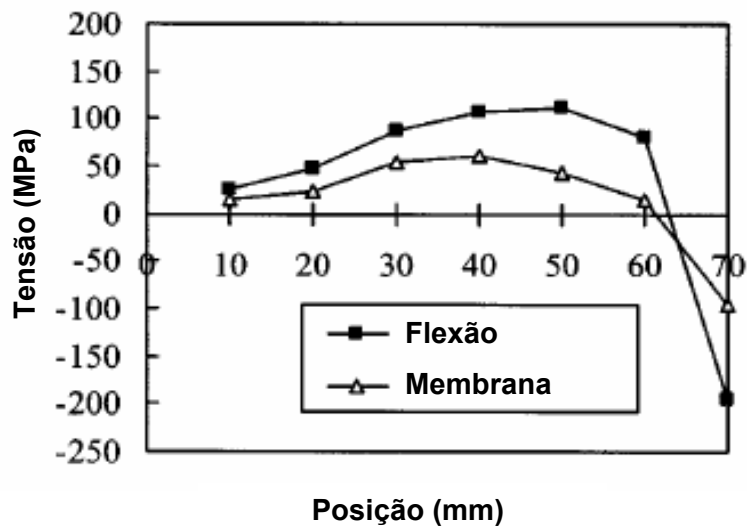


Figura 2.25 – Distribuição de tensões residuais ao longo da seção de cantoneira simples  
(Fonte: Young (2005))

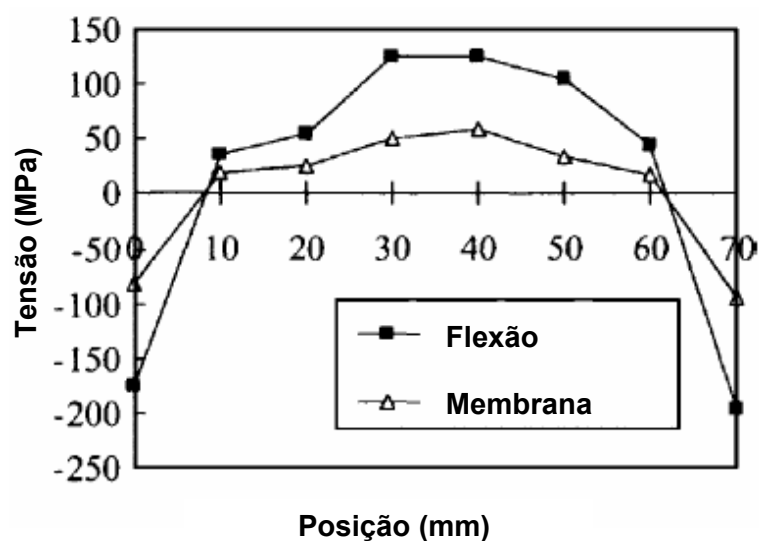


Figura 2.26 – Distribuição de tensões residuais ao longo da seção de cantoneira enrijecida (Fonte: Young (2005))

Reescrevendo as tensões residuais em função da tensão de escoamento do aço e calculando os valores médios, tem-se as distribuições apresentadas nas Figuras 2.27 e 2.28. É importante lembrar que os valores aqui apresentados referem-se às medições realizadas na parte interna dos perfis, porém, para melhor visualização estão representados na face externa. O sinal positivo refere-se à tração e o negativo à compressão.

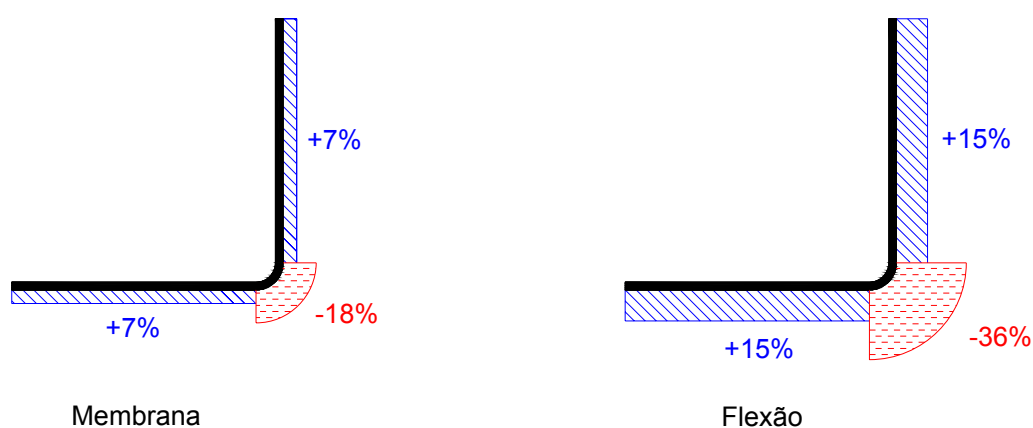


Figura 2.27 – Tensões residuais médias em cantoneira simples: porcentagem de  $f_y$  (Fonte: adaptado de Young (2005))

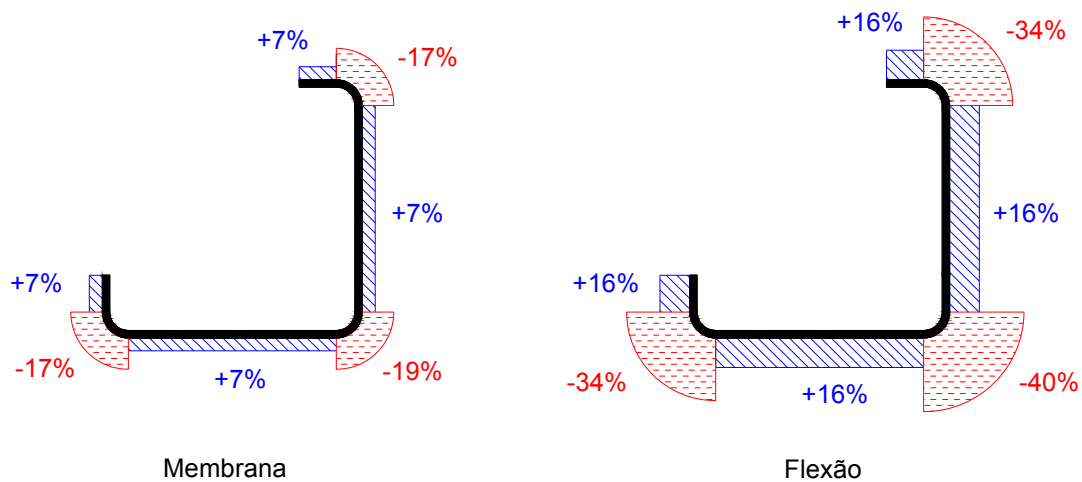


Figura 2.28 – Tensões residuais médias em cantoneira enrijecida: porcentagem de  $f_y$   
(Fonte: adaptado de Young (2005))

Como alternativa para a inserção das tensões residuais de flexão, Schafer (1997) apresenta um diagrama “tensão x deformação” modificado a partir do modelo bilinear, para ser utilizado quando as tensões residuais não forem modeladas explicitamente (Figura 2.29).

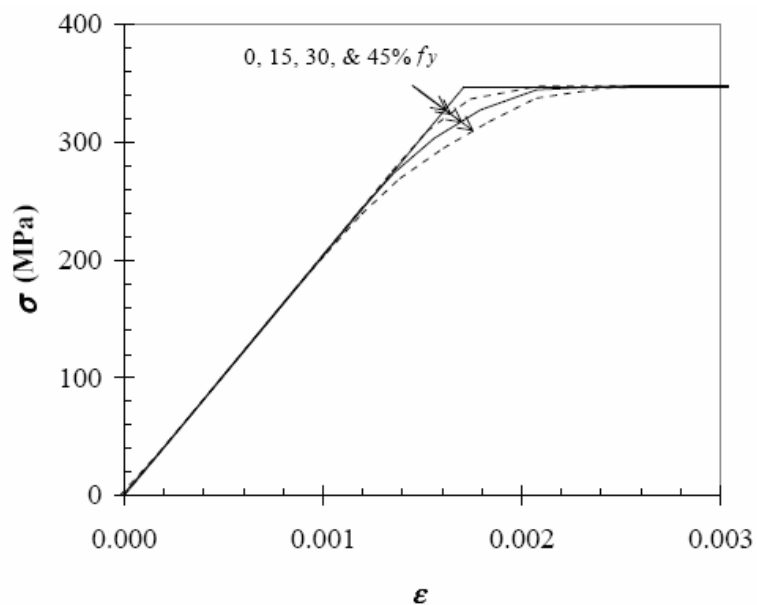


Figura 2.29 – Influência da tensão residual de flexão no diagrama “tensão x deformação”  
(Fonte: Schafer (1997))

Vale dizer que o escoamento prematuro dos elementos no modelo numérico não será observado se for utilizado o diagrama aproximado, uma vez que ele sugere



valores “tensão x deformação” para a seção como um todo, enquanto as tensões residuais de flexão variam ao longo da espessura, conforme mostrado na Figura 2.23.

O fato é que não existe consenso quanto ao aspecto das tensões residuais, principalmente em decorrência da escassez de trabalhos sobre o assunto. Com isso, muitas vezes as tensões residuais são negligenciadas nos modelos, ou se utiliza diagramas “tensão x deformação” modificados tentando considera-las de modo aproximado.

Chodraui (2006) realizou uma série de simulações inserindo tensões residuais nos modelos numéricos, as quais serão aqui brevemente comentadas.

As tensões residuais de membrana foram ignoradas, pelo fato dos perfis terem sido fabricados por prensa dobradeira, apresentando valores muito baixos. As tensões residuais de flexão foram inseridas considerando valores médios ao longo da seção, como os apresentados nas Figuras 2.27 e 2.28. Porém, ignorou o aumento na região dos cantos por não ter sido considerado o aumento da resistência ao escoamento nestas regiões.

As simulações foram realizadas aplicando o gradiente simétrico de tensões em todos os elementos das barras, sendo tração na face externa e compressão na face interna com relação à superfície dos perfis.

Com essas simulações, concluiu que as forças máximas nas barras praticamente não se alteram se comparadas às análises sem considerar as tensões residuais. Com isso, optou por não inserir nenhum tipo de tensão residual nos modelos numéricos.

## 2.5 Imperfeições geométricas iniciais

As imperfeições geométricas iniciais, assim como as tensões residuais, são geralmente oriundas do processo de fabricação dos perfis. Na prática, barras submetidas à compressão centrada resultam na verdade flexo-comprimidas. Em função dessas imperfeições podem ocorrer deslocamentos laterais nos elementos que constituem o perfil desde o início do carregamento, resultando assim em esforços adicionais que podem comprometer a resistência máxima de uma barra submetida à compressão.

Em 1807 Young propôs uma função senoidal para representar a imperfeição inicial global do eixo da barra, obviamente de modo aproximado, mas aceitável em muitos casos em virtude da variação das imperfeições verificada na prática. Vale lembrar que esta função aproximada é para representar a imperfeição global do eixo da barra, e não aborda as imperfeições localizadas dos elementos (chapas) que compõem a barra. A imperfeição máxima é admitida como localizada na metade do comprimento da barra que assume forma de uma senóide (Figura 2.30).

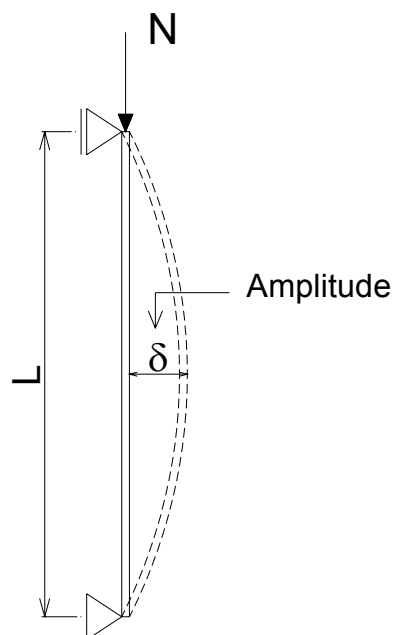


Figura 2.30 – Imperfeição global proposta por Young

Em Chodraui (2006) são apresentados resultados de medições de imperfeições realizadas em cantoneiras simples. As medidas foram efetuadas em quatro pontos da seção transversal, conforme mostrado na Figura 2.31. Porém, os deslocamentos máximos observados resultam da superposição de deslocamentos oriundos da configuração deformada do eixo da barra (global), da ondulação dos elementos (chapas) e torção da seção transversal, e não há uma maneira confiável para se desmembrar tais imperfeições relativas a cada modo.

Segundo Chodraui (2006) uma maneira é fazer a leitura desse deslocamento máximo somente nos pontos referentes aos cantos da seção transversal, que por serem partes mais rígidas sofrem menos influência de deslocamentos associados aos modos localizados. Além disso, sabe-se que a função senoidal de Young é classicamente conhecida para se avaliar a imperfeição relativa ao modo global. Com essas informações foi criada uma estratégia para avaliar as imperfeições geométricas globais, que consistiu em minimizar o erro ao longo do comprimento das barras entre os valores medidos de imperfeição e a curva senoidal clássica de Young. Os valores obtidos variaram de  $L/672$  a  $L/11950$ .

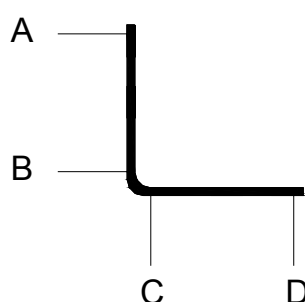


Figura 2.31 – Pontos das medições das imperfeições geométricas em cantoneira simples (Fonte: Chodraui (2006))

Em Young (2004) são apresentados resultados de imperfeições geométricas para três seções de cantoneira simples. As medições foram realizadas nas duas

abas ao longo de todo comprimento, como mostrado na Figura 2.32. Os valores máximos observados foram  $L/2950$ ,  $L/2150$  e  $L/1970$  para cada uma das seções.

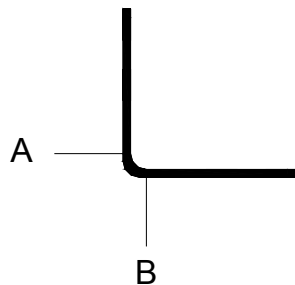


Figura 2.32 – Pontos das medições das imperfeições geométricas em cantoneira simples (Fonte: Young (2004))

Em Young (2005) são apresentados resultados de imperfeições geométricas para três seções de cantoneira enrijecida. As medições foram realizadas nas duas abas ao longo de todo comprimento, como mostrado na Figura 2.33. Os valores máximos observados foram  $L/1970$ ,  $L/1970$  e  $L/1570$  para cada uma das seções.

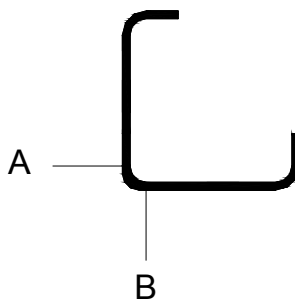


Figura 2.33 – Pontos das medições das imperfeições geométricas em cantoneira enrijecida (Fonte: Young (2005))

Para as imperfeições localizadas, Schafer & Peköz (1998) apresentam uma análise de dados coletados em vários trabalhos, referentes às imperfeições em elementos com bordas apoiadas e elementos com borda livre. Apresentam ainda uma análise CDF (função de distribuição cumulativa estimada) elegendo quantis de probabilidade de excedência das imperfeições a serem adotadas em modelos numéricos  $P(d > \Delta)$ . Os valores das imperfeições aqui apresentados são os mesmos propostos por eles, porém optou-se por apresentar o conceito inverso  $P(\Delta > d)$ , que é

mais lógica e é apresentada na Tabela 2.14. O valor típico de CDF é escrito como  $P(\Delta > d)$  e indica a probabilidade de que um valor de imperfeição selecionado aleatoriamente ( $\Delta$ ) exceda um valor de imperfeição discreto determinístico ( $d$ ), ou seja, probabilidade de que os valores de imperfeição geométrica inicial medidos e que constam desse banco de dados sejam maiores que os adotados nos modelos numéricos. Por exemplo,  $P(\Delta > d) = 0,75$  corresponde na Tabela 2.14 a um valor de  $d/t$  de 0,14 e 0,64 para os tipos 1 e 2 de imperfeição respectivamente, ou seja, adotando esses valores de relação  $d/t$ , que correspondem à imperfeições “baixas”, existe 75% de probabilidade de que o banco de dados de imperfeições coletados na literatura exceda os valores adotados para a análise numérica.

Tabela 2.14 – Análise probabilística CDF para imperfeições tipos 1 e 2  
[adaptado de Schafer & Peköz (1998)]

<b>P (<math>\Delta &gt; d</math>)</b>	<b>Tipo 1</b>	<b>Tipo 2</b>
	<b><math>d_1 / t</math></b>	<b><math>d_2 / t</math></b>
0,75	0,14	0,64
0,50	0,34	0,94
0,25	0,66	1,55
0,05	1,35	3,44
0,01	3,87	4,47

$d_1$  e  $d_2$  conforme Figura 2.34.

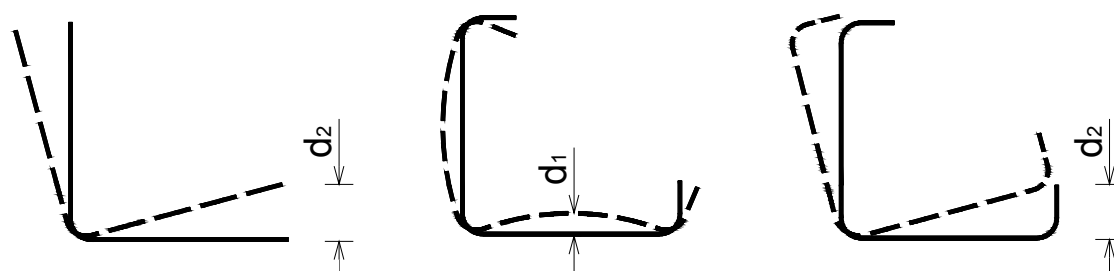


Figura 2.34 – Definição das imperfeições geométricas iniciais



## Análise experimental

### 3.1 Caracterização dos materiais

As cantoneiras simples foram fabricadas com chapas de aço CSN COR 420, com espessura nominal de 2,25mm. As cantoneiras enrijecidas foram fabricadas com chapas de aço sem qualificação estrutural, sendo utilizadas chapas com espessuras nominais de 1,50mm e 2,00mm.

Para caracterização dos aços, foram selecionadas duas barras e extraídos dois corpos-de-prova de cada uma delas, para as três seções utilizadas no trabalho, como mostrado nas Figuras 3.1 a 3.3. Os corpos-de-prova foram extraídos e ensaiados de acordo com a norma ASTM A370:2007. As dimensões dos corpos-de-prova estão indicadas na Figura 3.4.

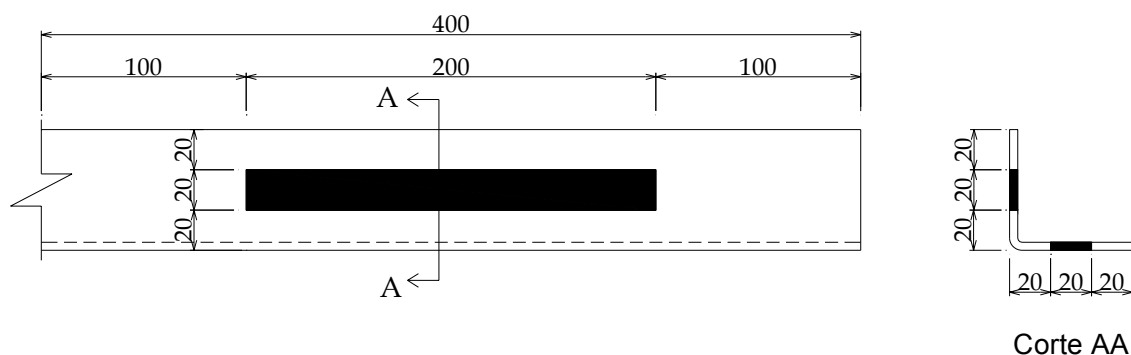


Figura 3.1 – Localização dos corpos-de-prova na barra: perfil L 60x2,25 (dimensões em mm)

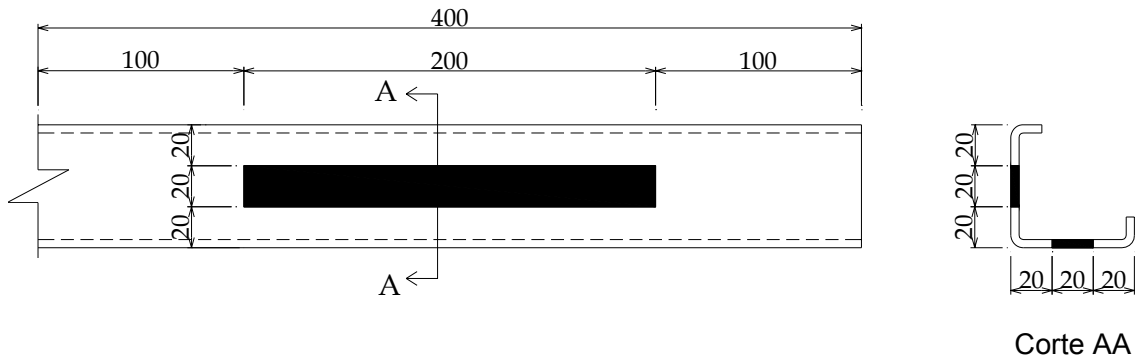


Figura 3.2 – Localização dos corpos-de-prova na barra: perfil Le 60x15x2,00 (dimensões em mm)

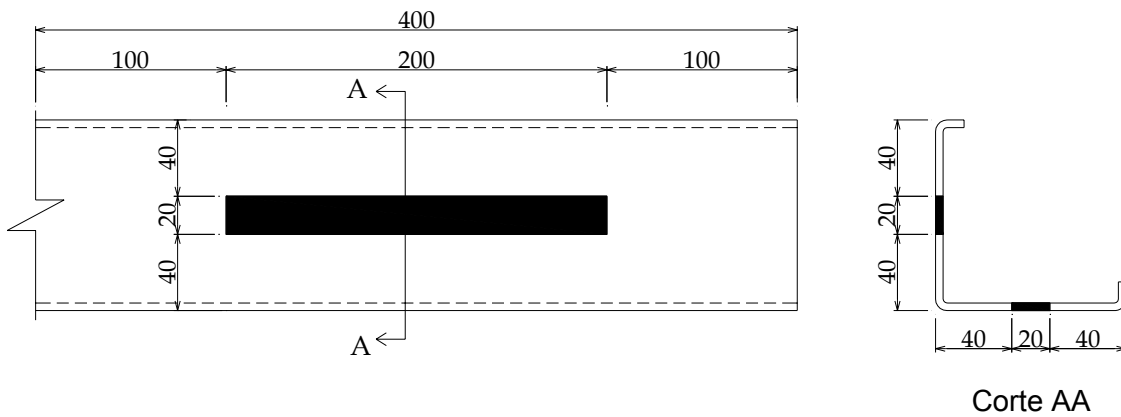


Figura 3.3 – Localização dos corpos-de-prova na barra: perfil Le 100x15x1,50 (dimensões em mm)

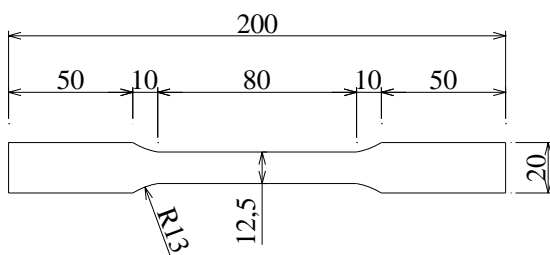


Figura 3.4 – Dimensões dos corpos-de-prova conforme ASTM A370:2007 (dimensões em mm)

Os resultados (resistência ao escoamento e à ruptura, e também o alongamento dos corpos-de-prova com base de medida de 50mm) são apresentados na Tabela 3.1.



Tabela 3.1 – Resultados dos ensaios de caracterização dos aços

Perfil	Área do CP (cm <sup>2</sup> )	Escoamento			Ruptura			Alongamento (%) (L = 50mm)
		Força (kN)	Tensão (MPa)	Tensão média (MPa)	Força (kN)	Tensão (MPa)	Tensão média (MPa)	
L 60x2,25	0,295	10,1	342,8		14,6	495,6		28,0
	0,291	11,6	399,2	357,6	15,6	536,9	500,3	22,0
	0,297	10,7	358,4		14,7	493,2		28,1
	0,300	9,9	329,8		14,3	475,4		30,9
Le 60x15x2,00	0,254	6,8	269,2		9,9	388,8		38,0
	0,254	6,9	270,1	272,5	9,9	388,6	391,5	38,0
	0,260	7,2	277,7		10,3	396,7		38,0
	0,258	7,0	272,9		10,1	391,9		39,0
Le 100x15x1,50	0,197	4,3	216,7		6,0	304,2		37,8
	0,186	3,8	205,4	205,1	5,9	316,9	309,6	38,5
	0,191	3,8	200,4		5,9	308,2		34,9
	0,187	3,7	197,9		5,8	309,0		37,9

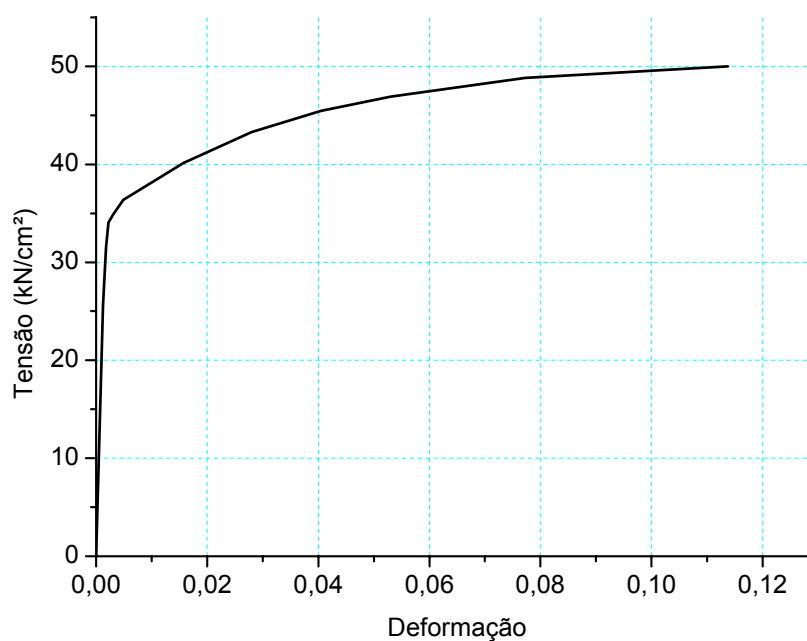


Figura 3.5 – Curva média tensão x deformação: corpos-de-prova extraídos do perfil L 60x2,25

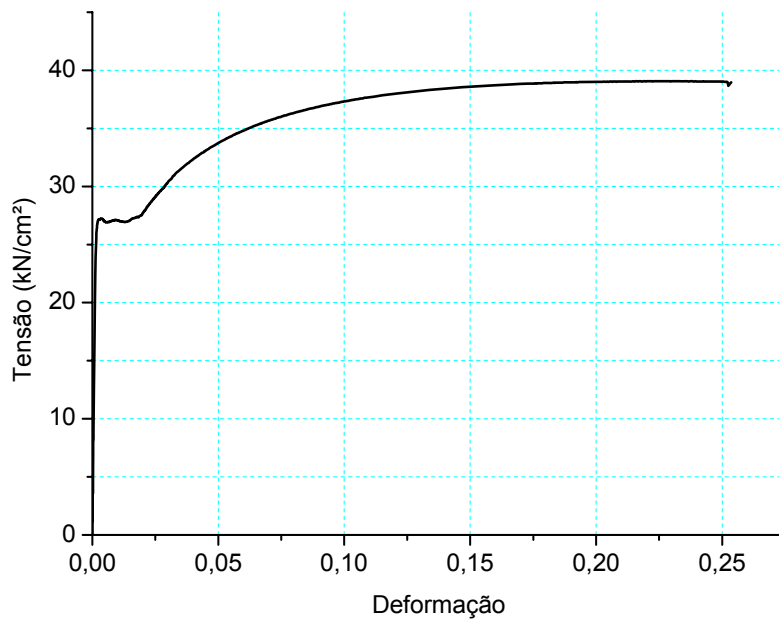


Figura 3.6 – Curva média tensão x deformação: corpos-de-prova extraídos do perfil Le 60x15x2,00

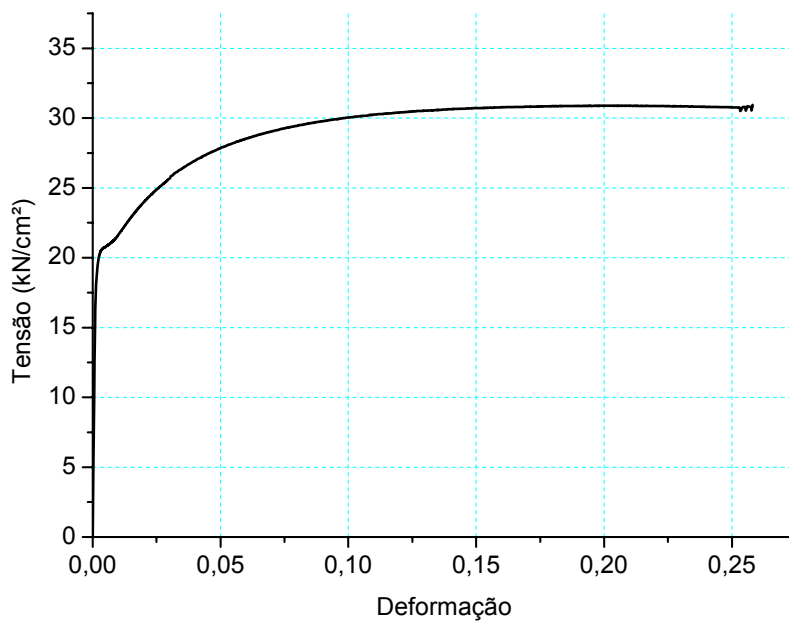


Figura 3.7 – Curva média tensão x deformação: corpos-de-prova extraídos do perfil Le 100x15x1,50

## 3.2 Análise de conformidade segundo a ABNT NBR 6355:2003

Foram realizadas medidas das dimensões da seção transversal e de imperfeições para todos os perfis utilizados nos ensaios. As dimensões foram verificadas em três seções: duas próximas às extremidades e uma no centro da barra. Nas Figuras 3.8 a 3.12 são ilustradas as dimensões e imperfeições verificadas. Os valores médios estão apresentados na Tabela 3.2 e são comparados com as tolerâncias estabelecidas na ABNT NBR 6355:2003.

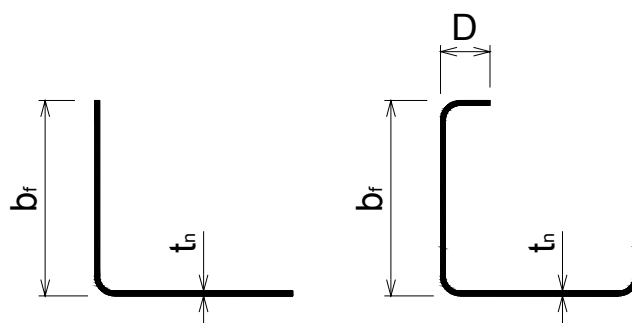


Figura 3.8 – Dimensões da seção transversal

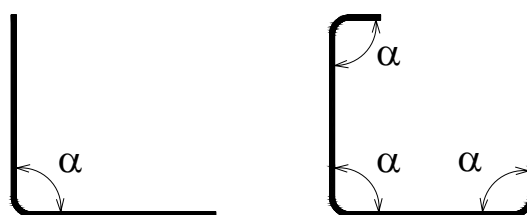


Figura 3.9 – Ângulo formado por elementos adjacentes

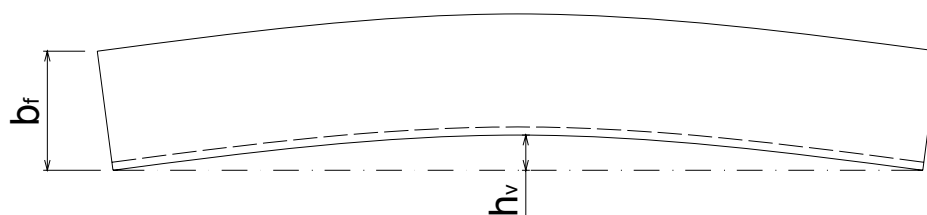


Figura 3.10 – Flecha do perfil

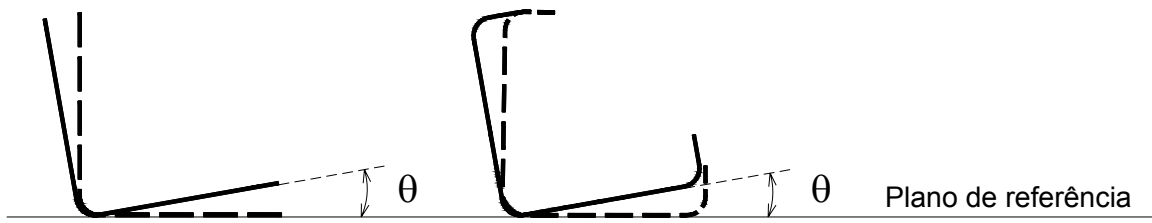


Figura 3.11 – Torção do perfil

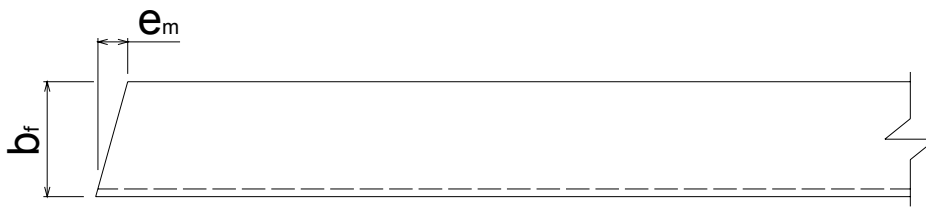


Figura 3.12 – Esquadro da extremidade do perfil

Tabela 3.2 – Análise de conformidade dos perfis segundo a ABNT NBR 6355:2003

Tipo	Seção	Variável	Parâmetro	Valor médio	Diferença	Tolerância
<b>Dimensões da seção transversal</b>	L 60x2,25	$b_f$		61,32	1,32	$\pm 1,5\text{mm}$
		D		NA	-	-
	Le 60x15x2,00	$b_f$	$t_n \leq 4,75\text{mm}$	60,00	0,00	$\pm 1,5\text{mm}$
		D		14,87	-0,13	$\pm 2,0\text{mm}$
	Le 100x15x1,50	$b_f$		99,96	-0,04	$\pm 1,5\text{mm}$
		D		15,33	0,33	$\pm 2,0\text{mm}$
<b>Espessura da parte plana<sup>(1)</sup></b>	L 60x2,25			2,38	0,13	+ 0,22mm
	Le 60x15x2,00	$t_n$	-	2,06	0,06	+ 0,18mm
	Le 100x15x1,50			1,50	0	+ 0,15mm
<b>Ângulo formado por elementos adjacentes</b>	L 60x2,25			91,00	1,00	
	Le 60x15x2,00	$\alpha$	Qualquer	90,10	0,10	$\pm 1^\circ$
	Le 100x15x1,50			90,40	0,40	
<b>Comprimento do perfil</b>	L 60x2,25		$t_n \leq 4,75\text{mm}$	2925 <sup>(2)</sup>	0,0	+ 3,0mm
	Le 60x15x2,00	L	Qualquer	3005 <sup>(3)</sup>	5,0	+ 10,0mm
	Le 100x15x1,50			3003 <sup>(3)</sup>	3,0	
<b>Flecha do perfil</b>	L 60x2,25			3,40	3,40	5,85
	Le 60x15x2,00	$\delta_h$	Qualquer	1,36	1,36	6,00
	Le 100x15x1,50			2,50	2,50	
<b>Torção do perfil</b>	L 60x2,25			0,98°/metro	0,98°/m	
	Le 60x15x2,00	$\theta$	Qualquer	0,44°/metro	0,44°/m	1°/m
	Le 100x15x1,50			0,43°/metro	0,43°/m	
<b>Esquadro de extremidade</b>	L 60x2,25			1,00	<b>1,00</b>	0,60mm
	Le 60x15x2,00	$e_m$	Qualquer	0,51	0,51	0,60mm
	Le 100x15x1,50			0,28	0,28	1,00mm

<sup>(1)</sup> Conforme projeto de revisão ABNT NBR 11888 (Outubro:2007) Bobinas e chapas finas a frio e a quente de aço-carbono e aço de baixa liga e alta resistência – Requisitos gerais

<sup>(2)</sup> Comprimento ajustado: especificado pelo consumidor

<sup>(3)</sup> Comprimento padrão: usualmente comercializado.

### 3.3 Barras ensaiadas

Foi realizada uma série de ensaios em cantoneiras simples e enrijecidas formadas a frio, para diferentes condições de apoio, como mostrado a seguir. Os ensaios tipos I, II, III e IV referem-se à cantoneira simples e os tipos V e VI à cantoneira enrijecida. Os ensaios de cantoneira simples foram realizados com a mesma seção estudada por Chodraui e Malite (2006), perfil L 60x2,25. Para a cantoneira enrijecida foram utilizadas duas seções, perfis Le 60x15x2,00 e Le 100x15x1,50.

Para as barras tipos I, V e VI, os dispositivos de apoio permitiram giro em relação ao eixo de menor inércia, restringindo giro em relação ao eixo de maior inércia, bem como torção e empenamento, como ilustrado na Figura 3.13. O comprimento teórico ( $L_r$ ) foi admitido como sendo  $L_{\text{barra}} + 135$  mm, correspondendo à distância entre os eixos de rotação dos dispositivos de apoio inferior e superior. As barras tipo II foram ensaiadas com as extremidades engastadas (sem rotação).

Previamente aos ensaios de compressão centrada, foram soldadas chapas de aço com espessura de 12,5 mm nas extremidades das barras para assegurar o contato entre o perfil e o dispositivo de aplicação de força. Para facilitar o posicionamento centrado da barra na máquina de ensaio foi inserido um dispositivo de centragem (Figura 3.14).

As barras tipos III e IV foram submetidas à compressão excêntrica com força aplicada na aba por meio de parafusos, sendo as barras do tipo III por um parafuso e tipo IV por dois parafusos, como ilustrado na Figura 3.15.

Os ensaios foram realizados na máquina servo-controlada INSTRON 8506 com capacidade para aplicação de carregamento de até 2.500 kN. Foi aplicada condição de carregamento monotônico, utilizando-se para as leituras o sistema de

aquisição de dados SYSTEM 5000. Os ensaios foram realizados com controle de deslocamento a uma taxa de 0,005 mm/segundo, velocidade mínima da máquina de ensaio.

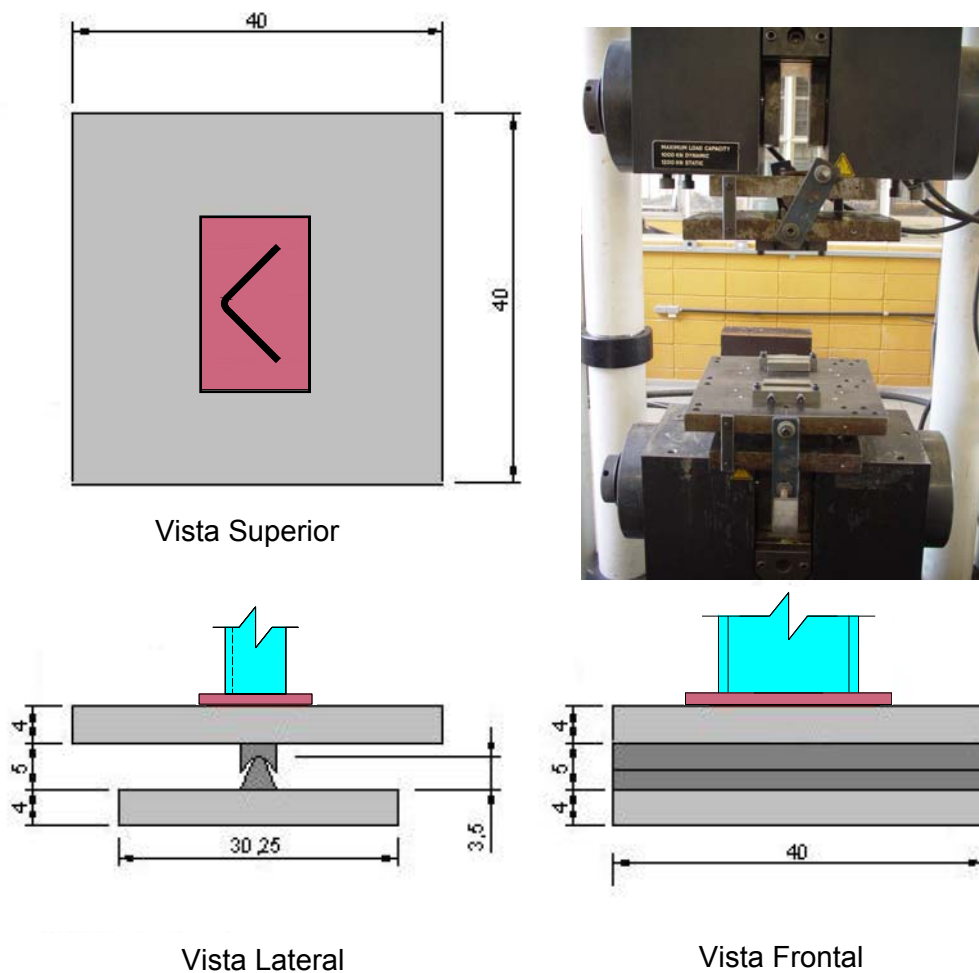
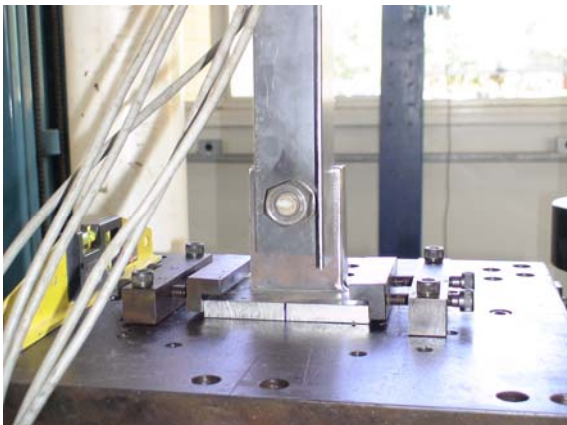


Figura 3.13 – Esquema e dimensões das rótulas (medidas em centímetros)



Figura 3.14 – Dispositivo de centragem da barra na máquina de ensaio



(a)



(b)

Figura 3.15 – Cantoneiras parafusadas (a) tipo III (b) tipo IV

Quanto à instrumentação dos ensaios, foram utilizados extensômetros elétricos de resistência com base de medida de 5 mm para medição das deformações específicas e transdutores de deslocamento com curso de 100 mm, fixados na metade do comprimento das barras, para medição de deslocamentos transversais. As Figuras 3.16 e 3.17 mostram a instrumentação utilizada no perfil L 60x2,25.



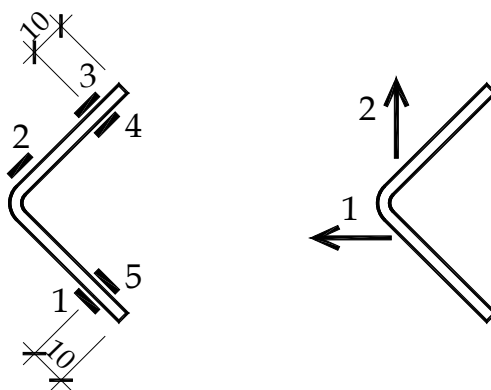


Figura 3.16 – Posição dos extensômetros e transdutores de deslocamento: perfil L 60x2,25: barras tipos I e II (dimensões em mm)

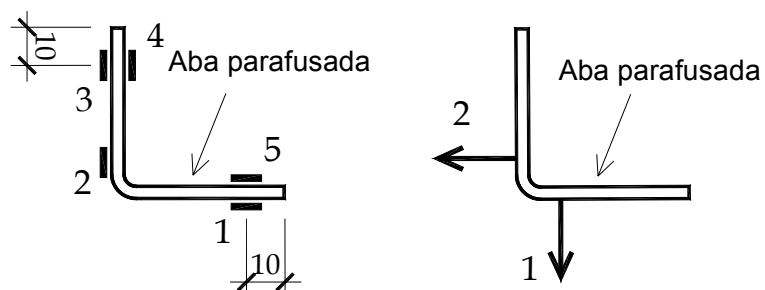


Figura 3.17 – Posição dos extensômetros e transdutores de deslocamento: perfil L 60x2,25: barras tipos III e IV (dimensões em mm)



Figura 3.18 – Instrumentação perfil L 60x2,25 (barra tipo II)

Para o perfil Le 60x15x2,00 foram utilizados dois modelos de instrumentação: no modelo 1 foram utilizados três extensômetros (Figura 3.19), e no modelo 2 foram utilizados oito extensômetros (Figura 3.20). Para os dois modelos foram utilizados dois transdutores de deslocamento.

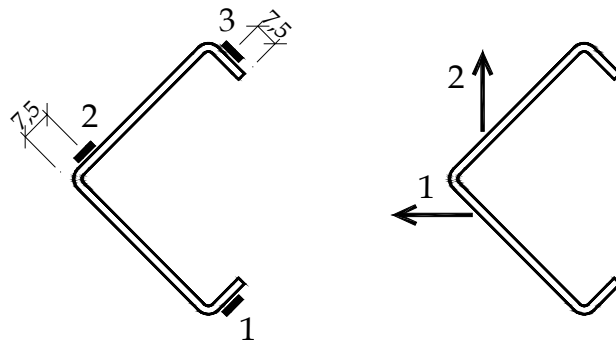


Figura 3.19 – Posição dos extensômetros e transdutores de deslocamento: perfil Le 60x15x2,00: modelo 1 (dimensões em mm)

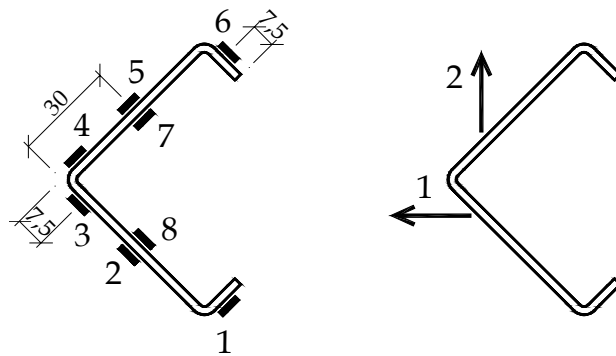


Figura 3.20 – Posição dos extensômetros e transdutores de deslocamento: perfil Le 60x15x2,00: modelo 2 (dimensões em mm)



Figura 3.21 – Instrumentação perfil Le 60x15x2,00 (modelo 2)

Para o perfil Le 100x15x1,50 foram utilizados sete extensômetros e dois transdutores de deslocamento, conforme mostrado na Figura 3.22.

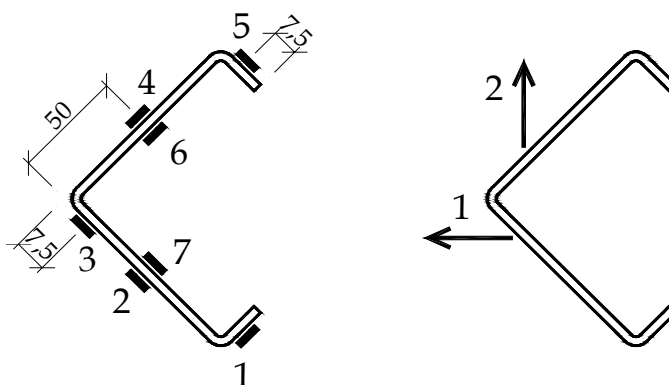


Figura 3.22 – Posição dos extensômetros e transdutores de deslocamento: perfil Le 100x15x1,50 (dimensões em mm)



Figura 3.23 – Instrumentação perfil Le 100x15x1,50

## **Análise numérica**

---

As simulações numéricas deste trabalho foram realizadas utilizando o programa ANSYS v9.0, elaborado com base no Método dos Elementos Finitos, o qual disponibiliza ao usuário os recursos necessários para a obtenção dos resultados de interesse.

### **4.1 Elementos finitos utilizados**

Para a representação dos ensaios foram utilizados quatro elementos que podem ser encontrados na biblioteca interna do ANSYS. Foi utilizado um elemento de casca denominado SHELL181, um elemento sólido denominado SOLID45 e dois elementos de contato denominados TARGE170 e CONTA173.

#### **4.1.1 Elemento SHELL181**

O elemento SHELL181 (Figura 4.1) foi utilizado para a modelagem do perfil. De acordo com as informações da biblioteca interna do ANSYS, o elemento é ideal para análise não-linear de cascas de pequena espessura sujeitas a grandes deformações e rotações.

O elemento possui quatro nós com seis graus de liberdade por nó, translação na direção dos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$  ( $U_x$ ,  $U_y$  e  $U_z$ ) e rotação em relação aos mesmos eixos ( $ROT_x$ ,  $ROT_y$  e  $ROT_z$ ).

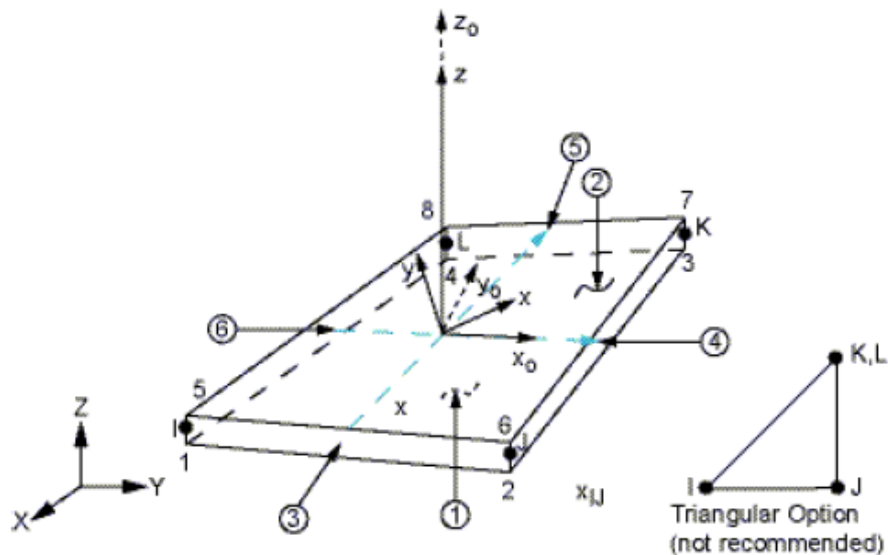


Figura 4.1 – Elemento finito SHELL181 (Fonte: Manual do ANSYS)

#### 4.1.2 Elemento SOLID45

O elemento SOLID45 (Figura 4.2) foi utilizado para a modelagem dos dispositivos de extremidade. O elemento possui oito nós com três graus de liberdade por nó, translação na direção dos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$  ( $U_x$ ,  $U_y$  e  $U_z$ ).

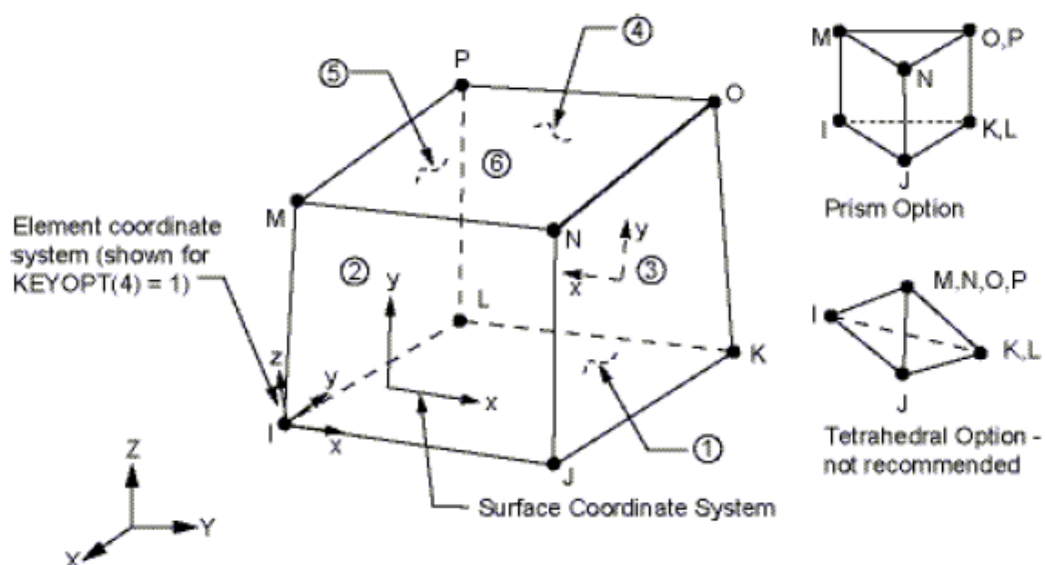


Figura 4.2 – Elemento finito SOLID45 (Fonte: Manual do ANSYS)

### 4.1.3 Elementos TARGE170 e CONTA173

Os elementos TARGE170 e CONTA173 (Figura 4.3) foram utilizados para representar o contato entre o perfil e o dispositivo de aplicação de força, para as barras com carregamento aplicado pela aba por meio de parafusos (tipos III e IV).

Os elementos de contato simulam a pressão de contato entre o perfil e o aparelho de apoio permitindo ao mesmo tempo a separação dos mesmos, também consideram o atrito entre os dois elementos.

Nas análises numéricas realizadas o elemento TARGE170 que representa a superfície alvo (target), foi associado ao perfil enquanto o elemento CONTA173 (contact) foi associado ao dispositivo de aplicação da força.

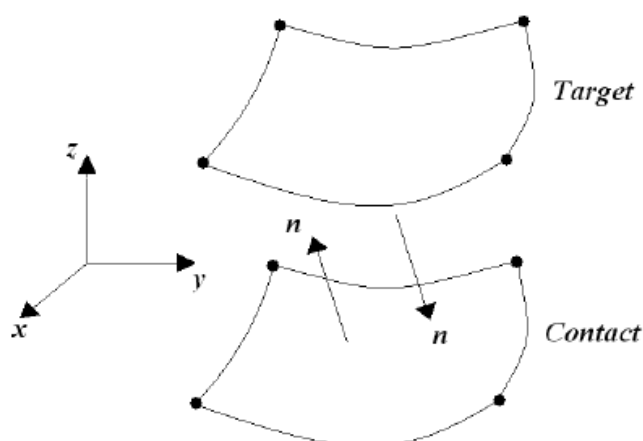


Figura 4.3 – Elementos finitos TARGE170 e CONTA173 (Fonte: Manual do ANSYS)

## 4.2 Modelo reológico

Vale salientar que os diagramas “tensão x deformação” obtidos nos ensaios de caracterização do aço são valores que se referem à área inicial dos corpos-de-prova utilizados nos ensaios de tração, ou seja, não consideram a estricção que ocorre nos corpos-de-prova. Estes valores são denominados “convencionais” (engineering values).

Os programas em elementos finitos que fazem análise não-linear para grandes deformações, utilizam rotinas para pares “tensão x deformação” denominados valores corrigidos (true values). De acordo com Hancock (2004) essa conversão de tensões e deformações convencionais para valores corrigidos considerando a variação sofrida pelo corpo-de-prova pode ser feita de acordo com as Expressões 4.1 e 4.2.

$$\sigma_t = \sigma_e(1 + \varepsilon_e) \quad (4.1)$$

$$\varepsilon_t = \ln(1 + \varepsilon_e) \quad (4.2)$$

Onde:

$\sigma_t$  é a tensão corrigida (true);

$\varepsilon_t$  é a deformação corrigida (true);

$\sigma_e$  é a tensão convencional (engineering);

$\varepsilon_e$  é a deformação convencional (engineering).

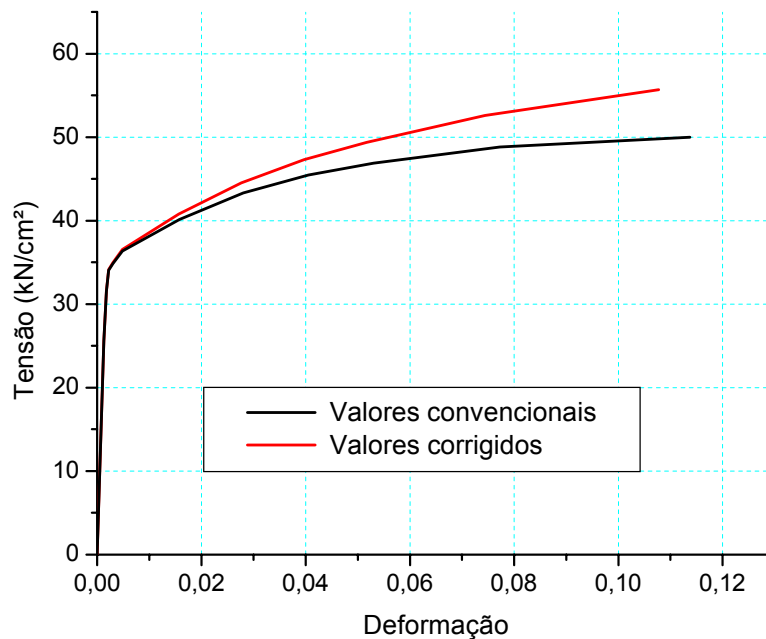


Figura 4.4 – Curva média tensão x deformação: perfil L 60x2,25



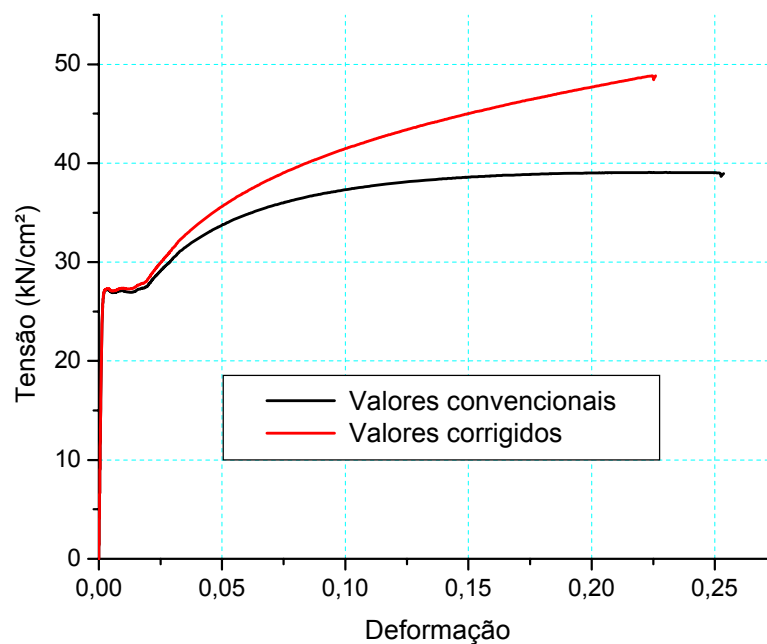


Figura 4.5 – Curva média tensão x deformação: perfil Le 60x15x2,00

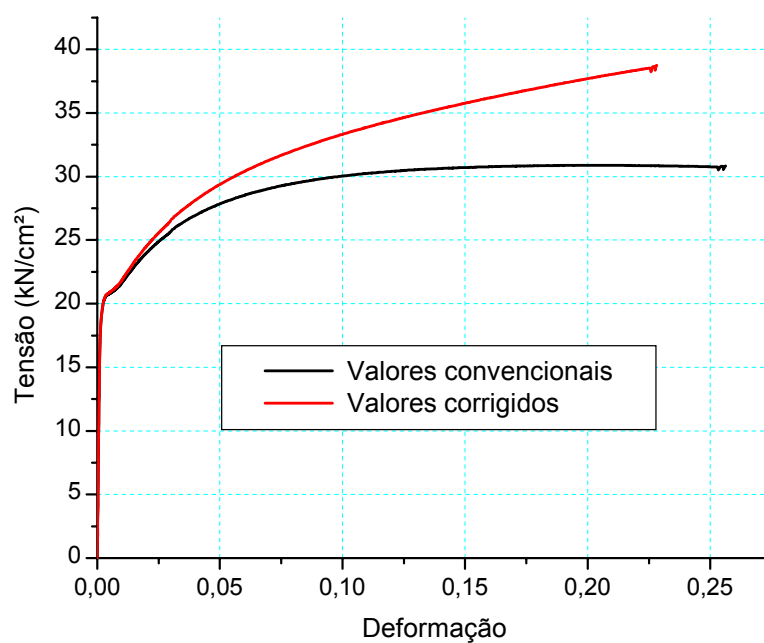


Figura 4.6 – Curva média tensão x deformação: perfil Le 100x15x1,50

Nota-se que para pequenas deformações os valores convencionais e corrigidos praticamente se confundem, sendo mais acentuada a diferença para grandes deformações.

Para as análises numéricas realizadas no trabalho verificou-se que as tensões máximas atingidas (tensões de von Mises) foram relativamente baixas, geralmente abaixo da tensão de escoamento ( $f_y$ ), e portanto no campo das pequenas deformações. Com isso, não foram observadas diferenças significativas na resistência das barras. Porém, foram utilizados os valores corrigidos do diagrama “tensão x deformação” por se tratar de um procedimento mais correto.

Também foram feitas simulações utilizando o modelo reológico aproximado trilinear (Figura 4.7). Os resultados mostraram que este modelo pode ser considerado como uma aproximação satisfatória quando não se dispõe de resultados de ensaios de caracterização.

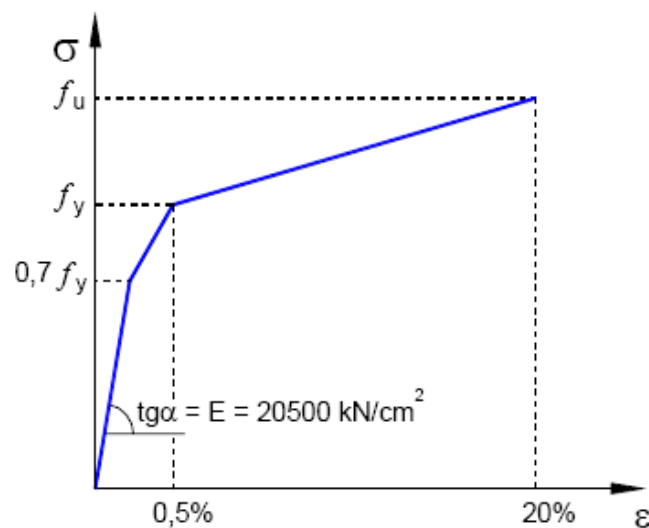


Figura 4.7 – Curva tensão x deformação: modelo aproximado trilinear

### 4.3 Não-linearidade geométrica

Na análise não-linear geométrica o equilíbrio é estudado considerando-se a configuração atual da estrutura, isto é, levando-se em conta os deslocamentos e deformações ocorridas, independente de serem grandes ou pequenas. O objetivo básico é a descrição da chamada trajetória de equilíbrio pela representação das configurações equilibradas em correspondência aos sucessivos níveis de força aplicada.

Para a resolução do sistema não-linear foi utilizado o método iterativo e incremental Newton-Raphson Completo (“Newton-Raphson Full”) que atualiza a matriz de rigidez tangente a cada iteração. O carregamento foi aplicado de forma incremental utilizando-se da ferramenta do ANSYS conhecida como “Automatic Load Stepping”. Esta ferramenta faz com que o programa atualize automaticamente o incremento de deslocamento a ser acrescido, porém foram introduzidos limites superior e inferior de incrementos.

Foi utilizado o critério de convergência em termos de deslocamentos. O critério de convergência verifica se a solução obtida possui a precisão julgada suficiente. Segundo Lourenço (1999), o critério de convergência em termos de deslocamentos é dado por  $\|\delta \underline{u}\| < \beta \|\underline{u}\|$  em que  $\delta \underline{u}$  são as correções iterativas dos deslocamentos,  $\underline{u}$  são os deslocamentos totais e  $\beta$  é a tolerância ou erro máximo admitido. No presente trabalho foi adotado como tolerância ( $\beta$ ) o valor 0,001.

Para Lourenço (1999) uma limitação dos processos iterativos é o fato deles não serem globalmente convergentes, isto é, convergentes para alguma solução do sistema de equações não-lineares a partir de praticamente qualquer solução inicial. Para melhor convergência dos modelos foi adotada a ferramenta “Line-Search”, que

faz a estimativa de uma solução exterior ao raio de convergência do método de Newton-Raphson.

## 4.4 Modelos numéricos construídos

Todos os elementos são aproximadamente quadrados (elemento de casca) ou cúbicos (elemento sólido), com lado de aproximadamente 1 cm, com exceção dos cantos que foram discretizados em dois elementos.

Todas as seções foram construídas utilizando as medidas da linha de esqueleto e cantos arredondados com raio igual a 1,5 vezes a espessura.

Para as barras articuladas, a espessura do dispositivo de extremidade foi adotada como sendo a soma da espessura da chapa do dispositivo de extremidade (rótula) (55mm) mais a espessura da chapa de topo (12,5mm), sendo então adotada a espessura total de 67,5mm para cada extremidade. Com isso, o comprimento entre as rótulas ( $L_r$ ) é o comprimento da barras ( $L_{barra}$ ) mais 135mm (duas vezes 67,5mm). As Figuras 4.8 e 4.9 ilustram as malhas adotadas nas análises numéricas.

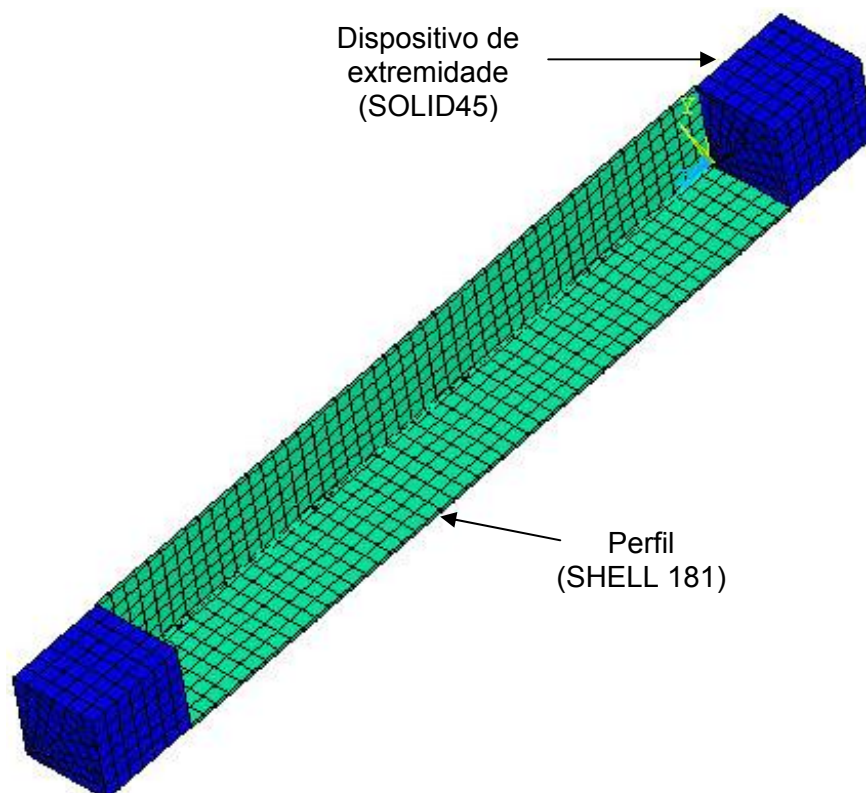


Figura 4.8 – Ilustração da malha para o perfil L 60x2,25 (barras tipos I e II)

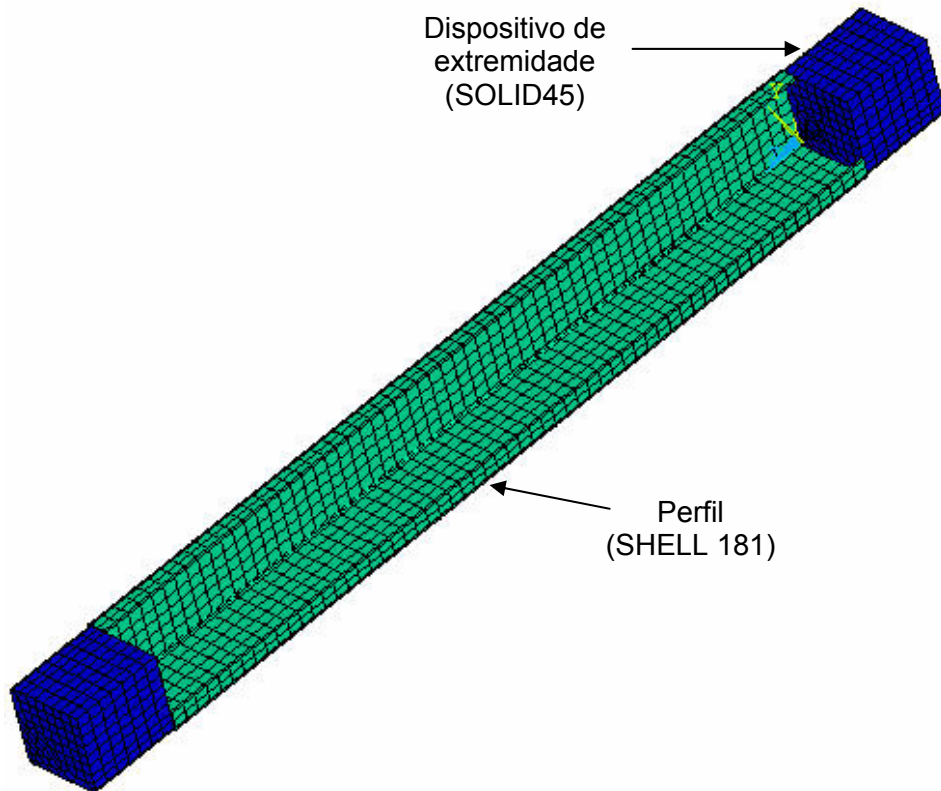


Figura 4.9 – Ilustração da malha para o perfil Le 60x15x2,00

Para que a análise numérica representasse a compressão centrada realizada na análise experimental, e para simular as rótulas, os dispositivos de extremidade dos modelos foram construídos de modo que uma linha de nós da sua malha passasse pelo CG da seção transversal da barra, coincidindo com o eixo de menor inércia (Figura 4.10). A Tabela 4.1 mostra as restrições adotadas nos dispositivos de extremidade.

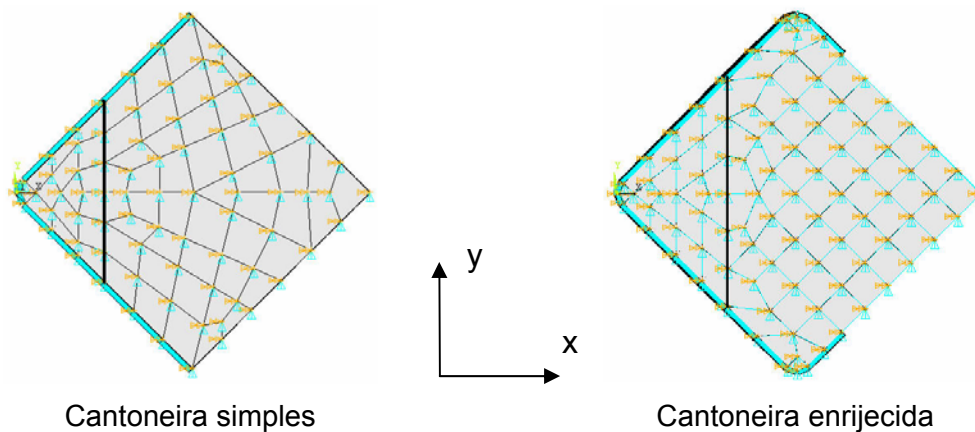


Figura 4.10 – Posição da linha que passa pelo CG

Tabela 4.1 – Restrições adotadas nos apoios: barras articuladas

<b>Posição</b>	<b>Graus de liberdades restringidos</b>
Nós da extremidade das chapas de topo	Uy, ROTx, ROTz
Nós da linha que passa pelo CG (aplicação do deslocamento)	Acoplamento Uz Ux, Uy, ROTx, ROTz
Nós da linha que passa pelo CG (oposta à aplicação dos deslocamentos)	Ux, Uy, Uz, ROTx, ROTz

Nota: eixo z ao longo do comprimento da barra

Para as barras com extremidades engastadas foi adotada a mesma estratégia, porém, todos os graus de liberdade dos nós das extremidades foram restringidos, obviamente os nós de uma das extremidades tiveram o deslocamento liberado na direção longitudinal, porém foram acoplados.

Nos modelos com força aplicada pela aba foram feitas várias simulações. Na primeira foram modelados o perfil e os dispositivos de apoio, considerando também a interação entre eles, inserindo elemento de contato (Figuras 4.11 e 4.12). As condições nas extremidades foram as mesmas adotadas para as barras com extremidades engastadas (sem rotação), portanto as rotações são oriundas apenas da ligação do perfil com o dispositivo de apoio.

Para transferência da força do dispositivo de apoio para o perfil foram feitas algumas simplificações. Os nós que delimitam o furo tiveram os deslocamentos acoplados nas direções x e y, e na direção z foram feitas duas simulações, na primeira foram acoplados metade dos nós e na segunda um quarto dos nós, simulando a área de contato do parafuso. O carregamento foi aplicado na extremidade do dispositivo de apoio. Em todos os modelos os furos foram adotados com diâmetro padrão de 21 mm ( $d_{\text{parafuso}} + 1,5 \text{ mm}$ ).

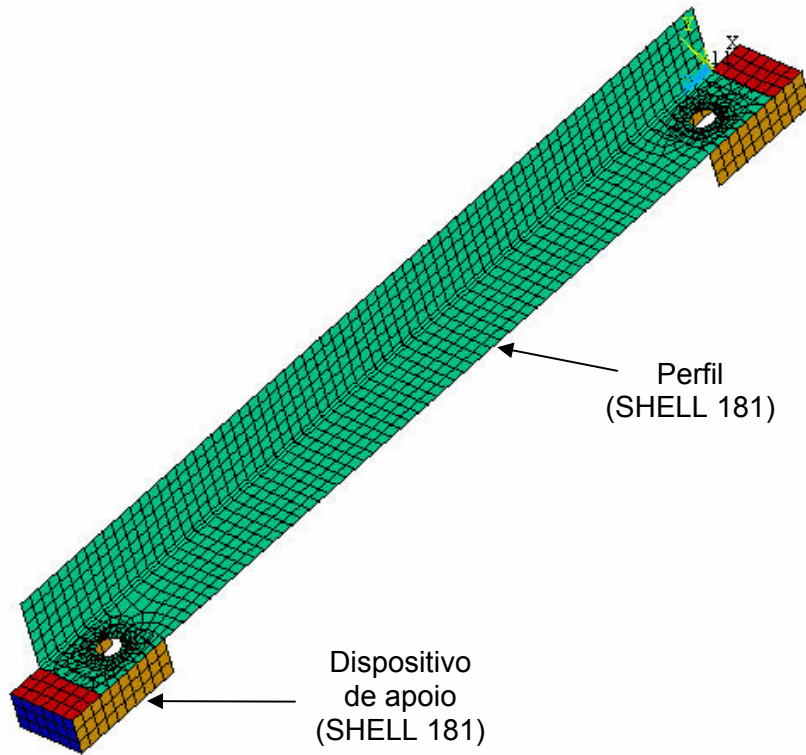


Figura 4.11 – Ilustração da malha para o perfil L 60x2,25 (barras tipo III)

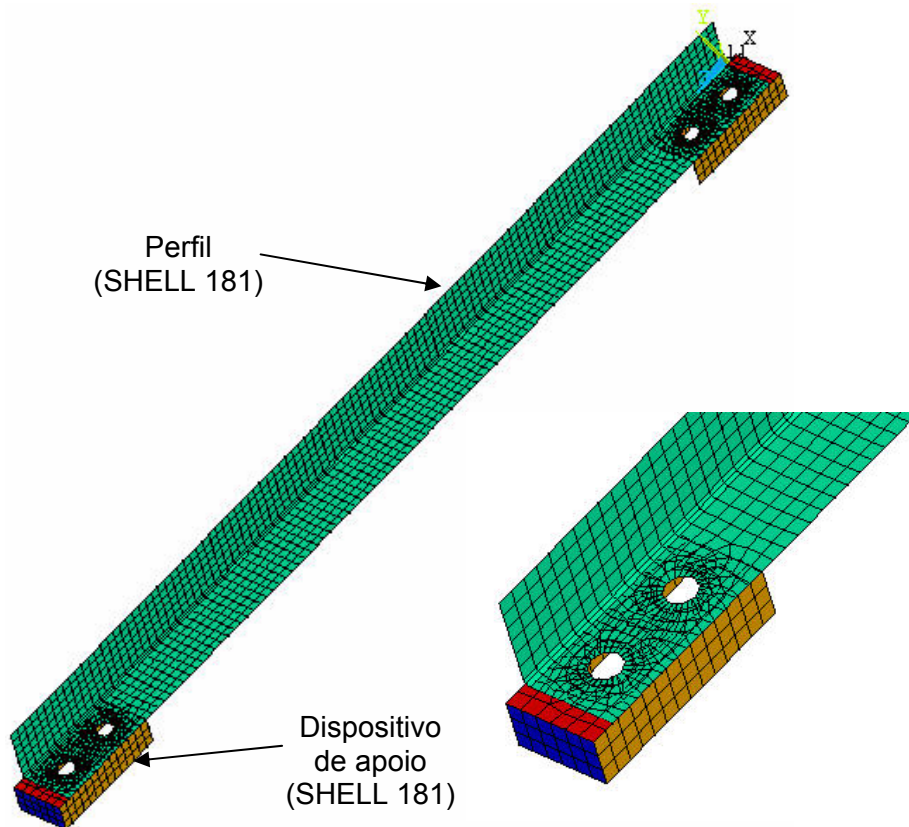


Figura 4.12 – Ilustração da malha para o perfil L 60x2,25 (barras tipo IV)



Na segunda simulação apenas o perfil foi modelado (Figuras 4.13 e 4.14). Os nós que delimitam o furo tiveram os deslocamentos impedidos nas direções x e y, e na direção z foram feitas duas simulações, na primeira foram acoplados metade dos nós e na segunda um quarto dos nós. O carregamento foi aplicado diretamente no perfil.

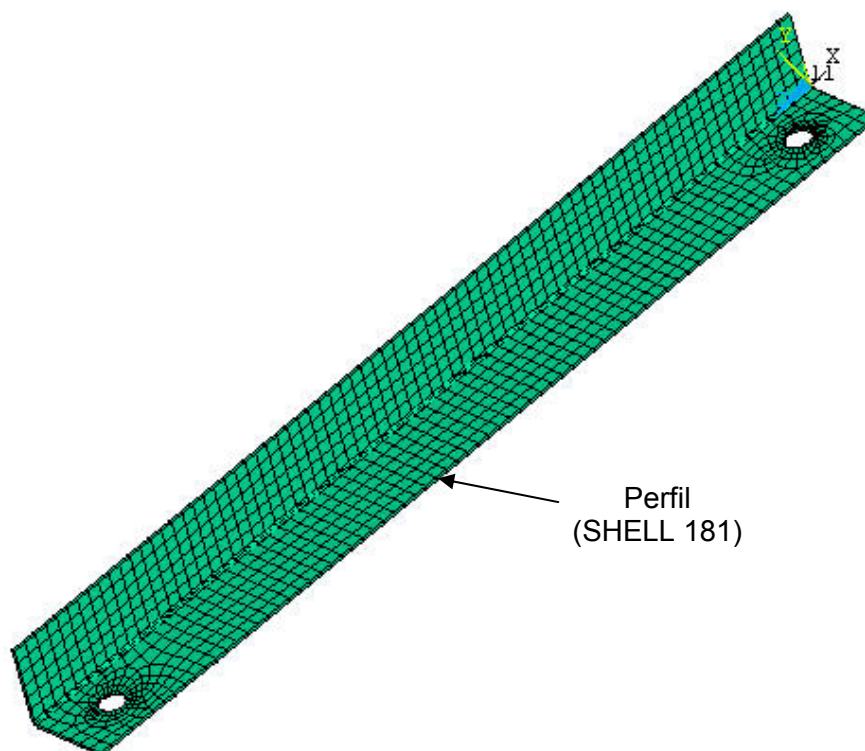


Figura 4.13 – Ilustração da malha para o perfil L 60x2,25 (barras tipo III)

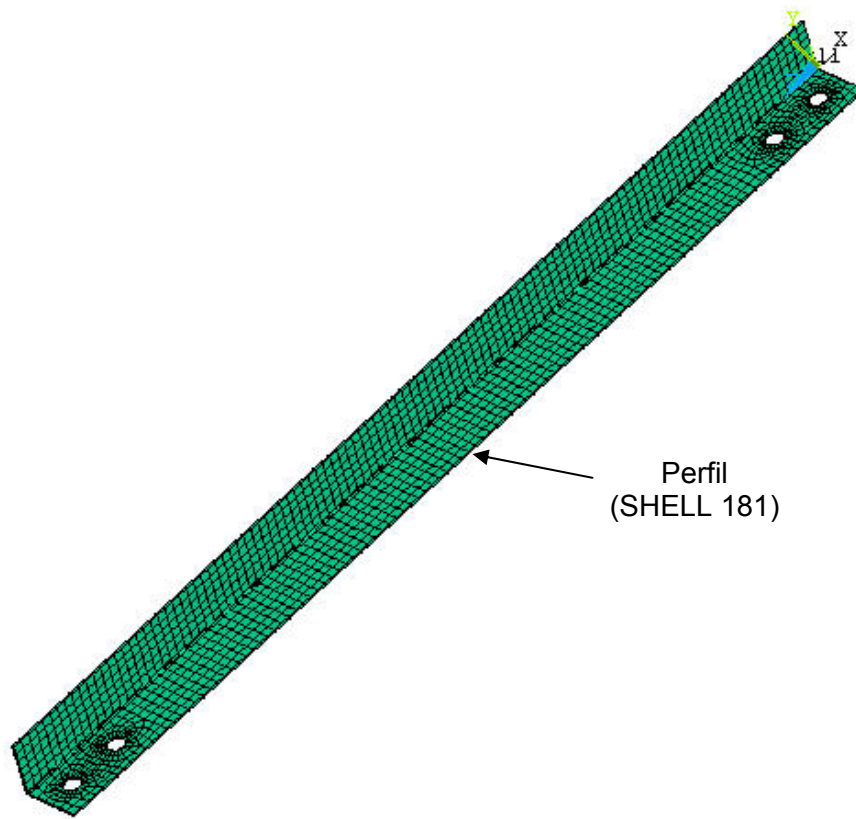


Figura 4.14 – Ilustração da malha para o perfil L 60x2,25 (barras tipo IV)

## 4.5 Imperfeições geométricas iniciais

Um aspecto muito importante quanto à análise numérica não-linear de perfis de aço formados a frio consiste na consideração das imperfeições geométricas iniciais. Diferentes panoramas podem mudar completamente a resposta dos modelos. Além disso, não existe um consenso dos pesquisadores quanto à magnitude, forma e modo de aplicação das imperfeições a serem utilizadas nos modelos numéricos.

A estratégia adotada para inserção de imperfeições geométricas iniciais foi a mesma utilizada por Chodraui (2006) e Almeida (2007). Inicialmente, foi realizada uma análise de autovalor utilizando-se o programa ANSYS, que fornece como resultado tanto o autovalor (valor de força crítica) como o autovetor (deformada da barra) para os modelos. Nesta análise buscou-se identificar os modos críticos isolados: globais de flexo-torção e de flexão para cantoneira simples (Figura 4.15); local, globais de flexo-torção e de flexão para cantoneira enrijecida (Figuras 4.16 e 4.17).

A partir da configuração deformada referente a cada um dos modos críticos escolhidos para cada caso, foi adotado um critério a fim de se amplificar ou reduzir esta amplitude, obtendo assim uma nova geometria de todos os nós da malha de elementos finitos da barra. Vale frisar que houve uma sobreposição das imperfeições, procurando sempre a combinação mais desfavorável. Para cantoneira simples, percebeu-se que a combinação mais crítica é quando se combina o modo de flexo-torção com o mesmo sinal fornecido pelo ANSYS e o modo de flexão com o sinal contrário, ou seja, quando há compressão nas bordas livres e tração na parte enrijecida. Para a cantoneira enrijecida, a combinação mais crítica é quando se combina os modos local e de flexo-torção com os mesmos sinais fornecidos pelo

ANSYS e o modo de flexão com o sinal contrário, ou seja, quando há compressão nos enriquecedores de borda e tração na parte enrijecida.

Para a cantoneira simples foram adotadas imperfeições do tipo 2 para o modo de flexo-torção, enquanto para a cantoneira enrijecida foram adotadas imperfeições do tipo 1 para o modo local e do tipo 2 para o modo de flexo-torção, conforme definido na Tabela 2.14 e Figura 2.34.

Para a imperfeição global de flexão foram adotados os valores de  $L/1500$ ,  $L/1000$  e  $L/500$ .

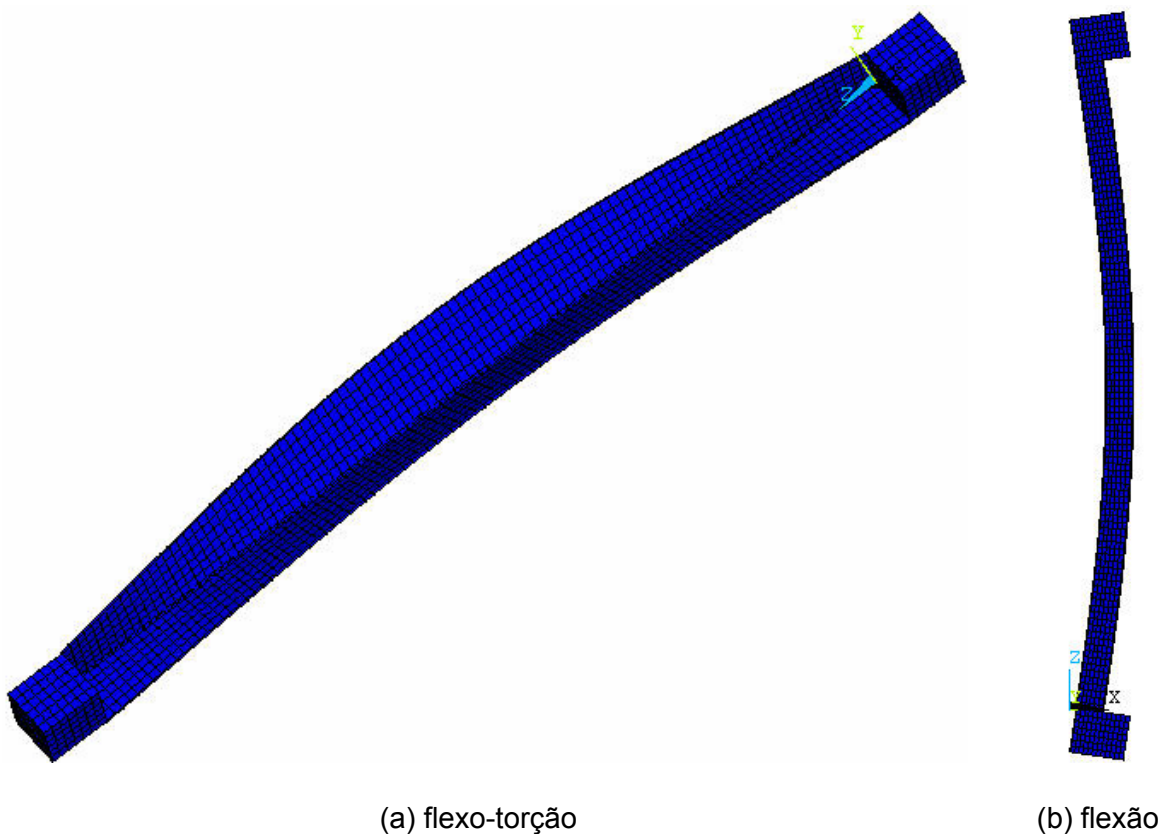
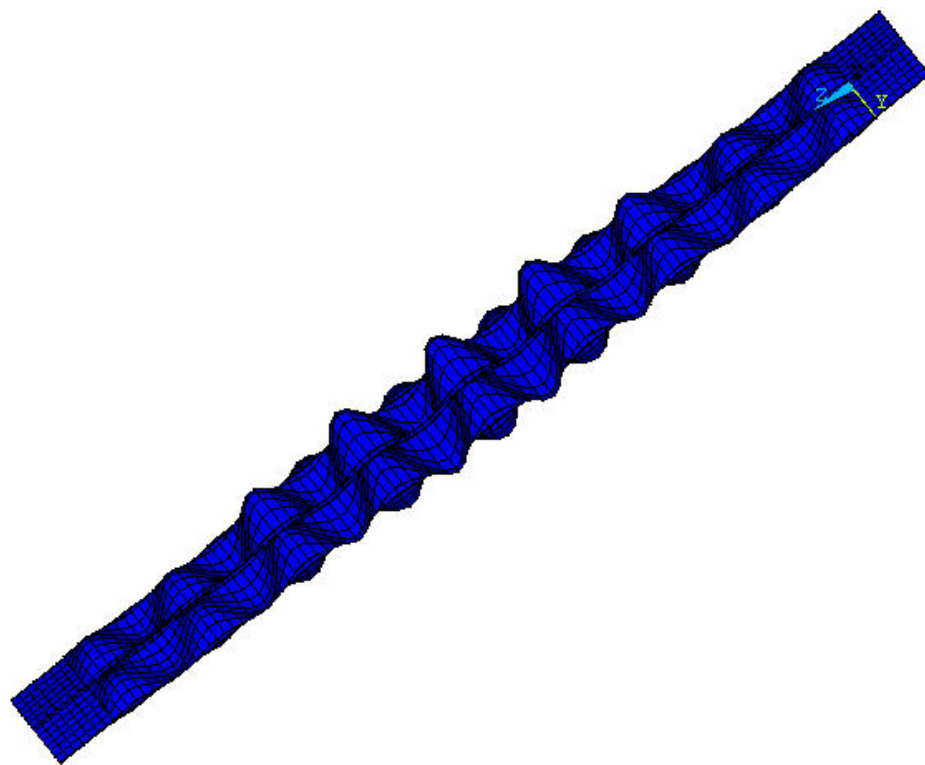
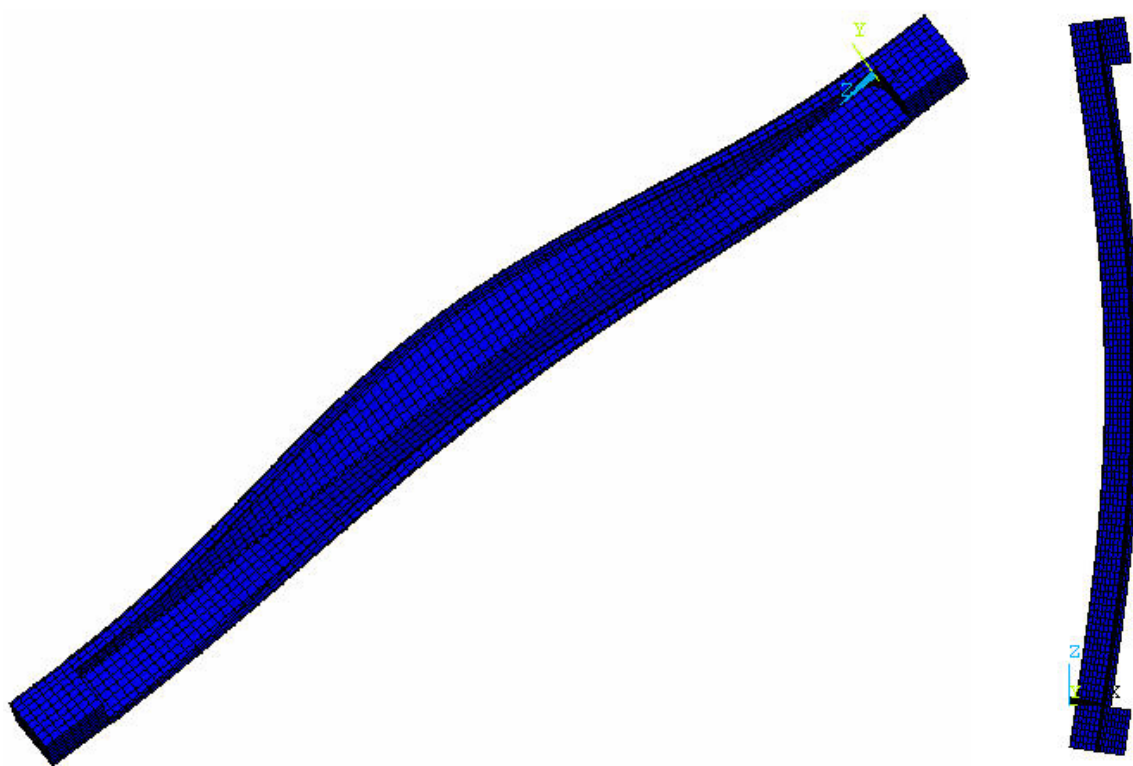


Figura 4.15 – Configuração das imperfeições adotadas para o perfil L 60x2,25



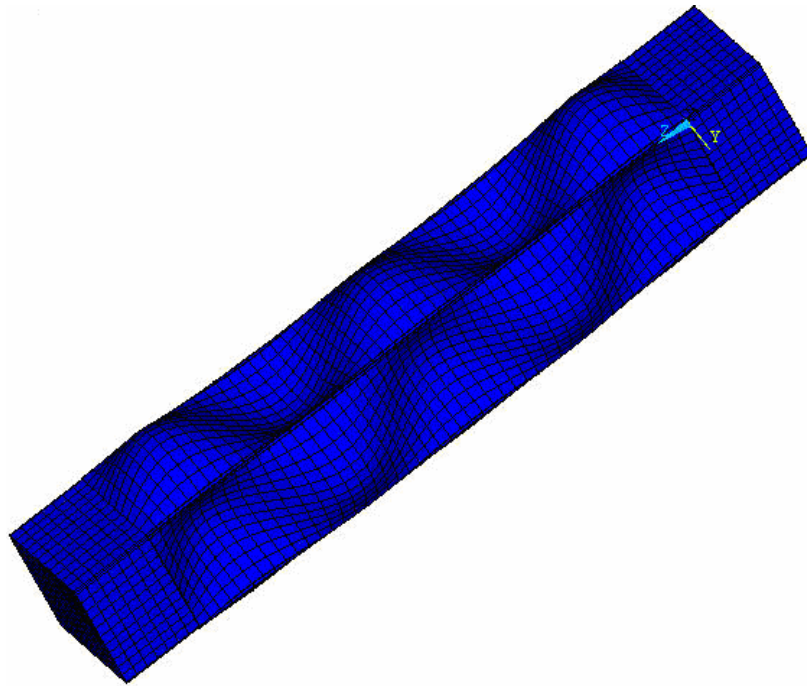
(a) local



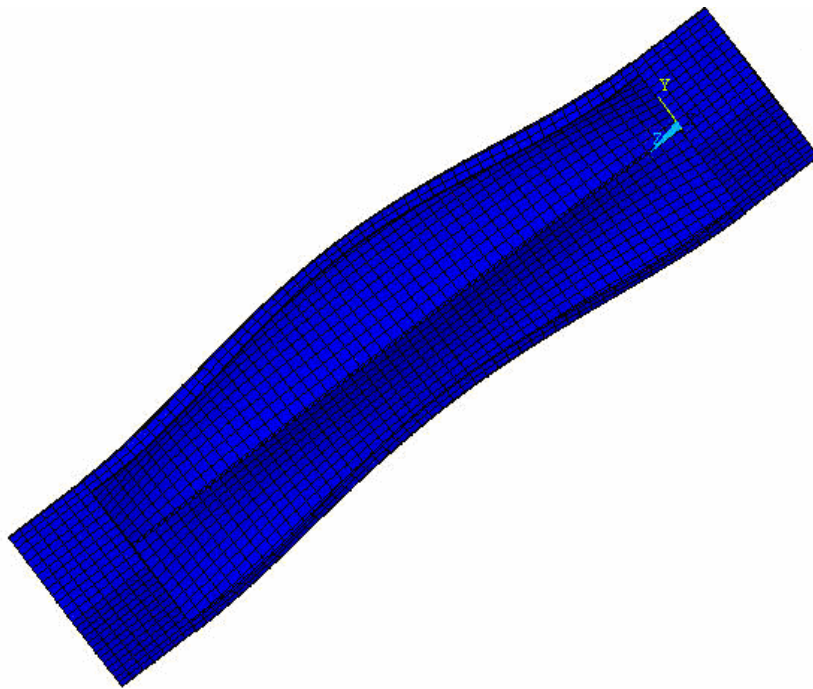
(b) flexo-torção

(c) flexão

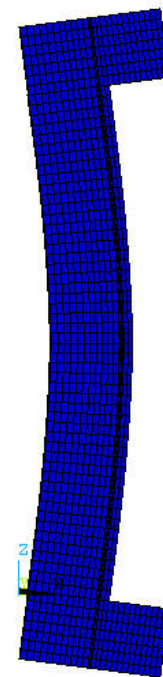
Figura 4.16 – Configuração das imperfeições adotadas para o perfil Le 60x15x2,00



(a) local



(b) flexo-torção



(c) flexão

Figura 4.17 – Configuração das imperfeições adotadas para o perfil Le 100x15x1,50

## **Análise e discussão dos resultados**

---

### **5.1 Análise experimental**

Para as previsões teóricas dos ensaios realizados foi adotado o procedimento de cálculo da NAS:2004, uma vez que os trabalhos realizados por outros pesquisadores utilizam essa norma. Isso permite que se faça uma comparação direta entre os resultados obtidos neste trabalho e os obtidos por outros autores.

Para comparação dos resultados, examinou-se a aplicação do método das larguras efetivas em cantoneiras sob compressão centrada, desconsiderando o deslocamento do centróide da seção bruta para a seção efetiva, sendo a força normal de compressão resistente calculada com base (i) no caso geral de estabilidade elástica que utiliza o mínimo entre flexão e flexo-torção e (ii) no caso particular que utiliza apenas flexão, como recomendado por alguns autores.

Para a cantoneira simples foi adotado um terceiro procedimento de cálculo que utiliza o mínimo entre flexão e flexo-torção, porém não faz nenhuma redução da área ( $A_{ef} = A$ ). Como há uma coincidência entre os modos local e de flexo-torção, alguns autores acreditam que o mesmo fenômeno é considerado duas vezes, ao se considerar o modo de flexo-torção e ao calcular a largura efetiva da seção.

### 5.1.1 Cantoneira simples

Na Tabela 5.1 são apresentados os resultados dos ensaios de compressão em cantoneiras simples.

Tabela 5.1 – Descrição das barras ensaiadas e resultados: perfil L 60x2,25 ( $f_y = 357$  MPa)

Tipo	$L_r$ <sup>(1)</sup> (mm)	$K_1 L_1$ <sup>(2)</sup> (mm)	$K_2 L_2$ <sup>(3)</sup> (mm)	$K_t L_t$ (mm)	Modo de instabilidade global <sup>(4)</sup>	$N_{c,R}$ <sup>(5)</sup> (kN)	Experimental	
							Modo de falha	$N_{exp}$ (kN)
<b>Tipo I – Extremidades engastadas com flexão livre em relação ao eixo de menor inércia</b>								
<b><math>K_2 = 1,0</math> e <math>K_1 = K_t = 0,5</math></b>								
I.1	615	307,5	615	307,5	FT	26,7	FT	31,0
I.2	970	485	970	485	FT	26,6	FT	29,0
I.3	1330	665	1,330	665	FT	26,4	FT	22,5
I.4	1685	842,5	1685	842,5	F	22,4	FT	21,0
I.5	785	392,5	785	392,5	FT	26,6	FT	36,1
I.6	1135	567,5	1135	567,5	FT	26,5	F	39,8
I.7	1485	742,5	1485	742,5	FT	26,3	F	28,5
<b>Tipo II – Similar ao tipo I, mas com extremidades engastadas para ambos os eixos principais</b>								
<b><math>K_1 = K_2 = K_t = 0,5</math></b>								
II.1	615		307,5		FT	26,7	FT	40,9
II.2	970		485		FT	26,6	FT	34,5
II.3	1330		665		FT	26,4	FT	30,6
II.4	1685		842,5		FT	26,2	FT	26,7
<b>Tipo III – Carga excêntrica: cantoneira conectada por um parafuso (diâmetro 19mm) – caso usual</b>								
<b><math>K_1 = K_2 = K_t = 1,0</math></b>								
III.1	615		615		FT	26,5	FT	26,1
III.2	970		970		FT	26,0	FT	22,8
III.3	1330		1330		FT	25,3	FT	21,9
III.4	1685		1685		F	22,4	FT	17,7

...continua na próxima página



...continuação – Tabela 5.1

Tipo	$L_r$ <sup>(1)</sup> (mm)	$K_1L_1$ <sup>(2)</sup> (mm)	$K_2L_2$ <sup>(3)</sup> (mm)	$K_tL_t$ (mm)	Modo de instabilidade global <sup>(4)</sup>	$N_{c,R}$ <sup>(5)</sup> (kN)	Experimental	
							Modo de falha	$N_{exp}$ (kN)
<b>Tipo IV – Carga excêntrica: cantoneira conectada por dois parafusos (diâmetro 19mm) – caso usual</b>								
$K_1 = K_2 = K_t = 1,0$								
IV.1	970		970		FT	26,0	FT	38,0
IV.2	1330		1330		FT	25,3	FT	29,0

<sup>(1)</sup>  $L_r$  é a distância entre os centros das rótulas para o tipo I, comprimento da barra para o tipo II, distância entre os centros dos furos para o tipo III (Figura 5.1a), distância entre as ligações para o tipo IV (Figura 5.1b);

<sup>(2)</sup> eixo de maior inércia (1-1);

<sup>(3)</sup> eixo de menor inércia (2-2);

<sup>(4)</sup> avaliado admitindo compressão centrada;

<sup>(5)</sup>  $N_{c,R}$  calculado de acordo com a NAS:2004, considerando carregamento centrado (ignorando o deslocamento do centróide da seção efetiva em relação à seção bruta e a excentricidade induzida pela ligação parafusada bem como o momento adicional  $NL/1000$ ).

Para o tipo III,  $N_n = 45,6$  kN para a força no furo ( $f_u = 500$  MPa). Para o tipo IV,  $N_n = 91,2$  kN para a força nos furos.

F = Instabilidade por flexão; FT = Instabilidade por flexo-torção.

Na Figura 5.1 são ilustrados os comprimentos efetivos de flambagem ( $L_r$ ) adotados para as barras submetidas à compressão excêntrica, com um e dois parafusos por ligação (tipos III e IV).

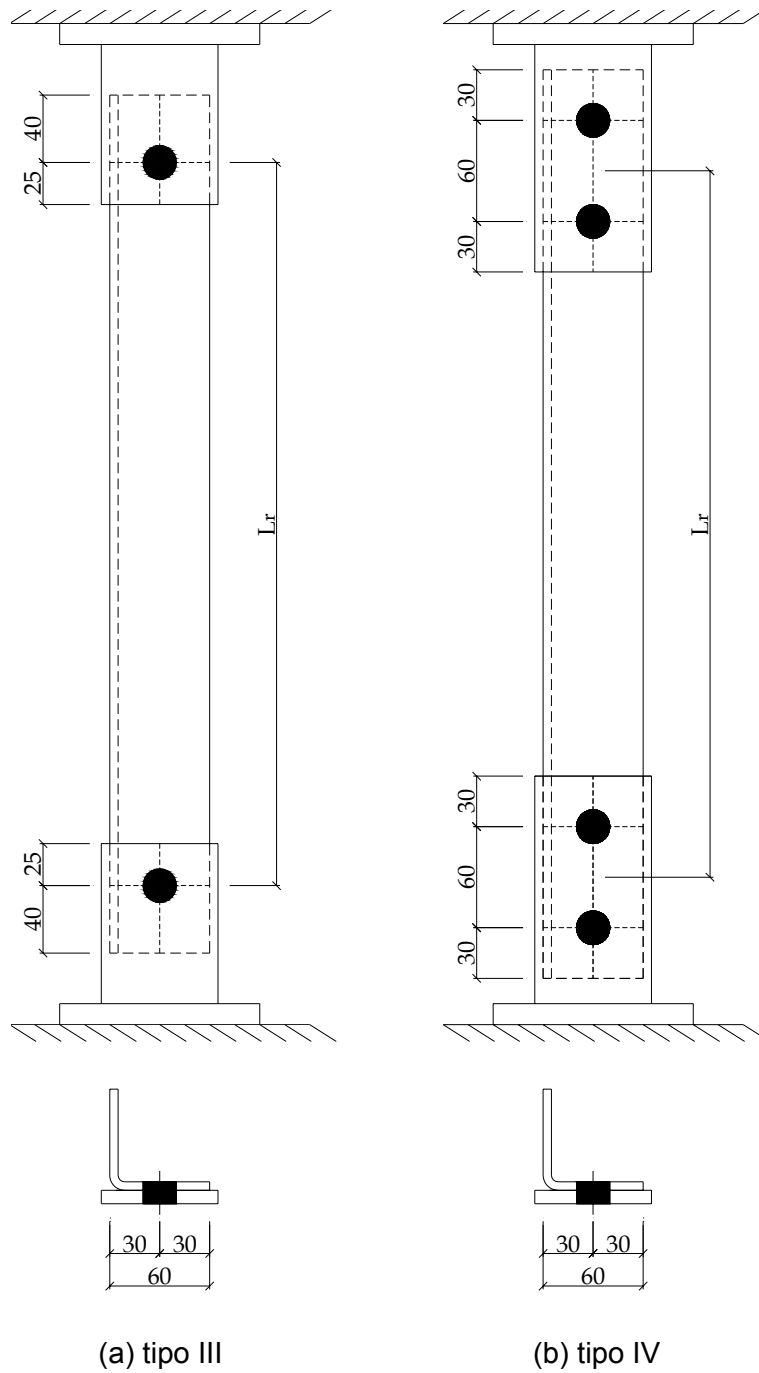


Figura 5.1 – Cantoneiras conectadas por um e dois parafusos

Nas Figuras 5.2 a 5.4 os resultados dos ensaios de cantoneira simples são comparados com os procedimentos de cálculo adotados.

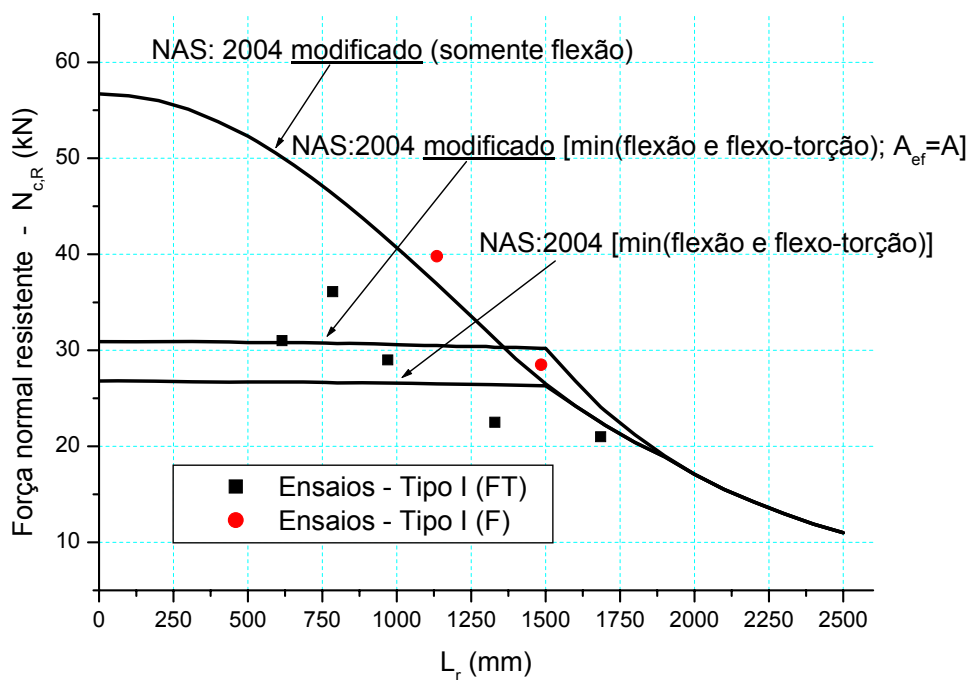


Figura 5.2 – Ensaio tipo I comparados com a NAS:2004

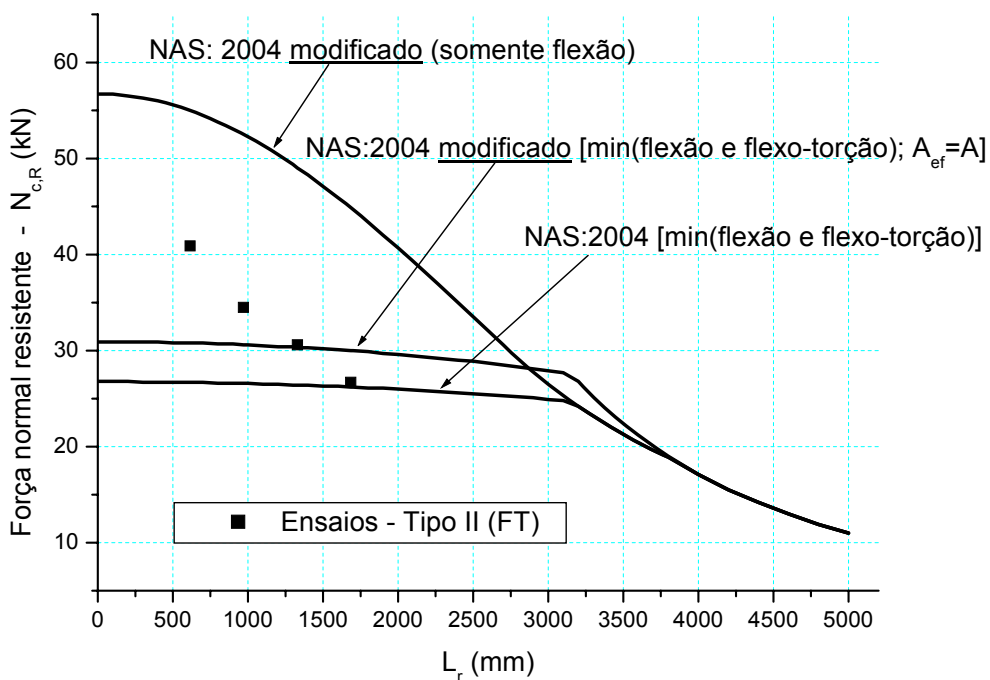


Figura 5.3 – Ensaio tipo II comparados com a NAS:2004

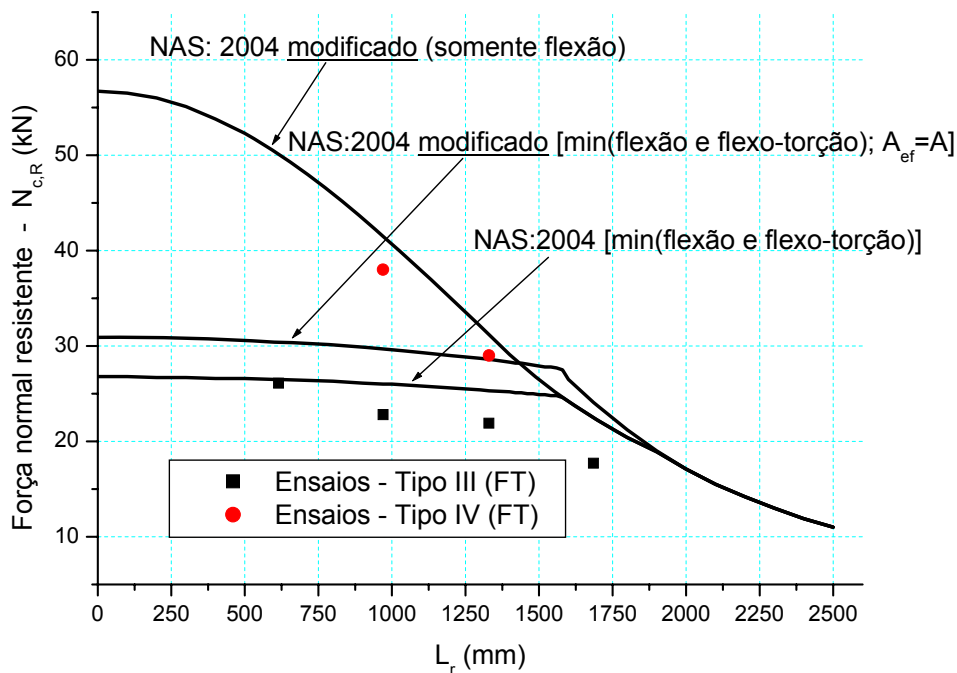


Figura 5.4 – Ensaio tipos III e IV comparados com a NAS:2004

Nota-se que a maioria das barras apresentou instabilidade por flexo-torção. Nos ensaios tipo I (Figura 5.2) duas barras apresentaram instabilidade por flexão, porém nota-se que não foi um fato observado com frequência. O fato de terem apresentado tal modo pode estar ligado às imperfeições geométricas iniciais, pois diferentes panoramas podem induzir diferentes modos de instabilidade, como será mostrado nos resultados da análise numérica.

Os ensaios tipo II (Figura 5.3) mostram que a resistência das barras foram superiores aos valores calculados de acordo com a NAS:2004, principalmente para as barras mais curtas. Porém pode-se observar que os resultados foram inferiores aos valores calculados considerando apenas o caso particular de estabilidade elástica por flexão.

Para os ensaios com carregamento excêntrico, todas as barras apresentaram instabilidade por flexo-torção. Nota-se que para as barras conectadas por apenas um parafuso a força normal resistente foi inferior à calculada de acordo com a





Figura 5.6 – Instabilidade por flexo-torção: perfil L 60x2,25 (tipo III,  $L_r = 970$  mm)



Figura 5.7 – Instabilidade por flexo-torção: perfil L 60x2,25 (tipo IV,  $L_r = 970$  mm)

Como exemplo, nas Figuras 5.8 a 5.10 são apresentados os gráficos com os resultados obtidos no ensaio da barra II.2 (Figura 5.5). No Apêndice A são apresentados os gráficos e fotos para todos os ensaios realizados.

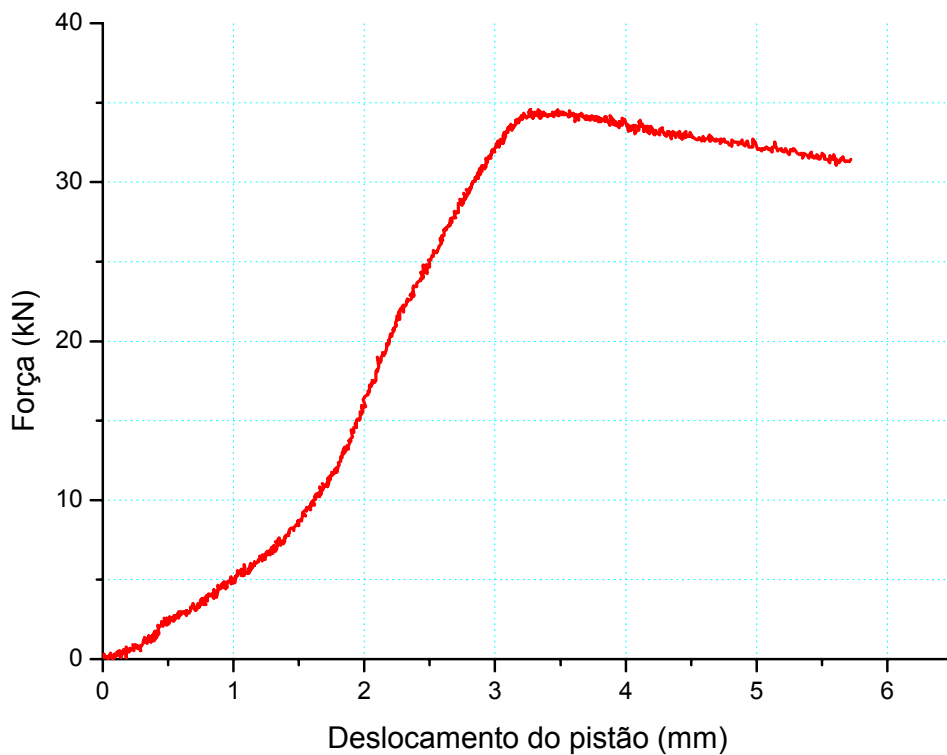


Figura 5.8 – Diagrama força x deslocamento do pistão:  
perfil L 60x2,25 (tipo II,  $L_r = 970$  mm)

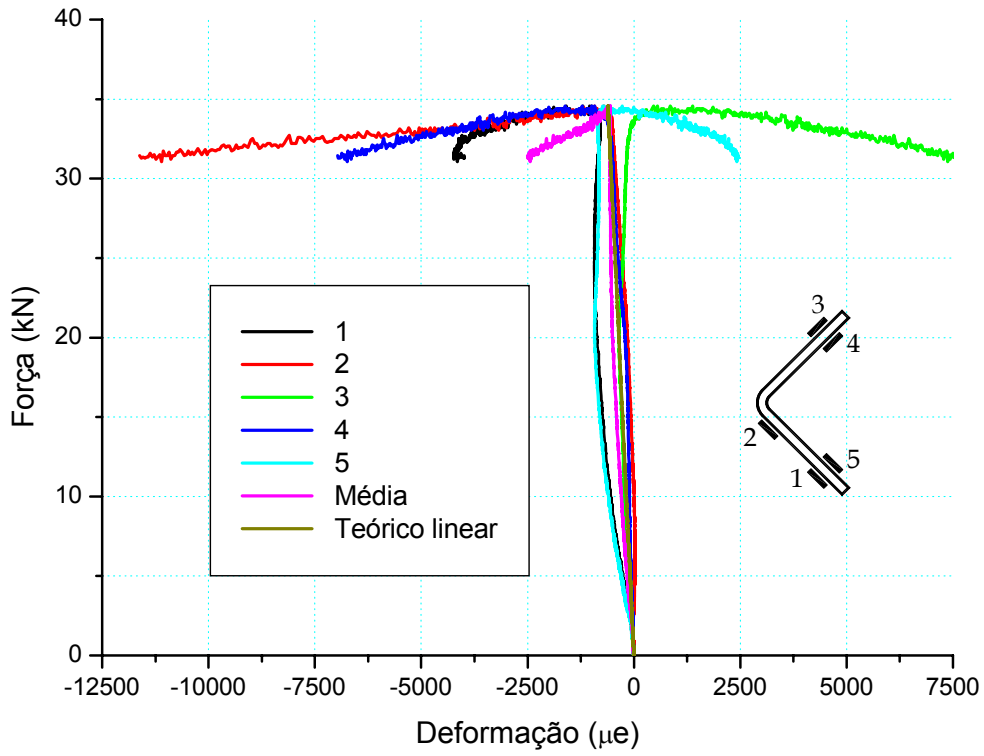


Figura 5.9 – Diagrama força x deformação específica nos extensômetros: perfil L 60x2,25 (tipo II,  $L_r = 970$  mm)

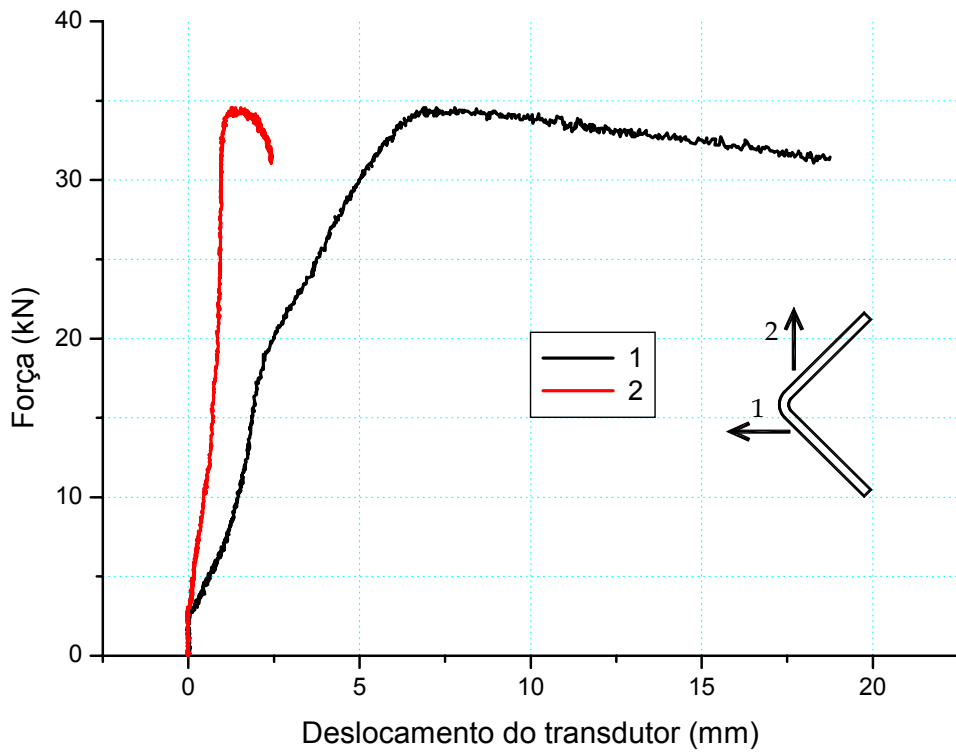


Figura 5.10 – Diagrama força x deslocamento dos transdutores: perfil L 60x2,25 (tipo II,  $L_r = 970$  mm)



Na Figura 5.8 é apresentado o diagrama “força x deslocamento do pistão”. Nota-se que como o ensaio é realizado com controle de deslocamento é possível continuá-lo após se atingir a resistência máxima da barra.

O comportamento da barra fica nítido ao se observar as deformações apresentadas pelos extensômetros (Figura 5.9). Inicialmente todos apresentam encurtamento, porém no decorrer do ensaio os extensômetros 1, 2 e 4 aumentam a deformação, enquanto os extensômetros 3 e 5 mudam o sentido, passando de encurtamento para alongamento, proveniente da configuração deformada da barra (Figura 5.5).

Quanto aos deslocamentos transversais (Figura 5.10), o transdutor 2 apresentou valores muito baixos se comparados aos referentes ao transdutor 1. Isso já era esperado, pois o transdutor 2 registrou flexão em relação ao eixo de maior inércia.

### **5.1.2 Cantoneira enrijecida**

Nas Tabelas 5.2 e 5.3 são apresentados os resultados dos ensaios de compressão em cantoneira enrijecida.

Tabela 5.2 – Descrição das barras ensaiadas e resultados: perfil Le 60x15x2,00  
( $f_y = 273$  MPa)

Tipo	$L_r$ <sup>(1)</sup> (mm)	$K_1L_1$ <sup>(2)</sup> (mm)	$K_2L_2$ <sup>(3)</sup> (mm)	$K_tL_t$ (mm)	Modo de instabilidade global	$N_{c,R}$ <sup>(4)</sup> (kN)	Experimental	
							Modo de falha	$N_{exp}$ (kN)
<b>Tipo V – Extremidades engastadas com flexão livre em relação ao eixo de menor inércia</b>								
<b><math>K_2 = 1,0</math> e <math>K_1 = K_t = 0,5</math></b>								
V.1	510	255	510	255	FT	65,4	FT	76,3
V.2	730	365	730	365	FT	56,0	FT	62,5
V.3	730	365	730	365	FT	56,0	FT	58,9
V.4	1090	545	1090	545	FT	42,4	FT	43,1
V.5	1090	545	1090	545	FT	42,4	FT	43,8
V.6	1310	655	1310	655	FT	36,2	F	40,0
V.7	1310	655	1310	655	FT	36,2	FT	36,9
V.8	1530	765	1530	765	FT	31,3	F	36,5
V.9	1530	765	1530	765	FT	31,3	FT	32,0
V.10	1750	875	1750	875	FT	27,6	FT	27,3
V.11	1970	985	1970	985	FT	24,9	F	25,7

<sup>(1)</sup>  $L_r$  é a distância entre os centros das rótulas;

<sup>(2)</sup> eixo de maior inércia (1-1);

<sup>(3)</sup> eixo de menor inércia (2-2);

<sup>(4)</sup>  $N_{c,R}$  calculado de acordo com a NAS:2004, considerando carregamento centrado (ignorando o deslocamento do centróide da seção efetiva em relação à seção bruta bem como o momento adicional  $NL/1000$ ).

F = Instabilidade por flexão; FT = Instabilidade por flexo-torção.

Tabela 5.3 – Descrição das barras ensaiadas e resultados: perfil Le 100x15x1,50  
( $f_y = 205$  MPa)

Tipo	$L_r$ <sup>(1)</sup> (mm)	$K_1L_1$ <sup>(2)</sup> (mm)	$K_2L_2$ <sup>(3)</sup> (mm)	$K_tL_t$ (mm)	Modo de instabilidade global	$N_{c,R}$ <sup>(4)</sup> (kN)	Experimental	
							Modo de falha	$N_{exp}$ (kN)
<b>Tipo VI – Extremidades engastadas com flexão livre em relação ao eixo de menor inércia</b>								
<b><math>K_2 = 1,0</math> e <math>K_1 = K_t = 0,5</math></b>								
VI.1	535	267,5	535	267,5	FT	42,2	L	32,1
VI.2	535	267,5	535	267,5	FT	42,2	L	48,8
VI.3	635	317,5	635	317,5	FT	40,1	FT	40,4
VI.4	635	317,5	635	317,5	FT	40,1	FT	43,8
VI.5	735	367,5	735	367,5	FT	37,8	FT	39,9
VI.6	735	367,5	735	367,5	FT	37,8	FT	47,5
VI.7	1135	567,5	1135	567,5	FT	28,1	FT	25,1
VI.8	1135	567,5	1135	567,5	FT	28,1	FT	24,0

<sup>(1)</sup>  $L_r$  é a distância entre os centros das rótulas;

<sup>(2)</sup> eixo de maior inércia (1-1);

<sup>(3)</sup> eixo de menor inércia (2-2);

<sup>(4)</sup>  $N_{c,R}$  calculado de acordo com a NAS:2004, considerando carregamento centrado (ignorando o deslocamento do centróide da seção efetiva em relação à seção bruta bem como o momento adicional  $NL/1000$ ).

L = Instabilidade local; FT = Instabilidade por flexo-torção.

Nas Figuras 5.11 e 5.12 os resultados dos ensaios de cantoneira enrijecida são comparados com os procedimentos de cálculo adotados.

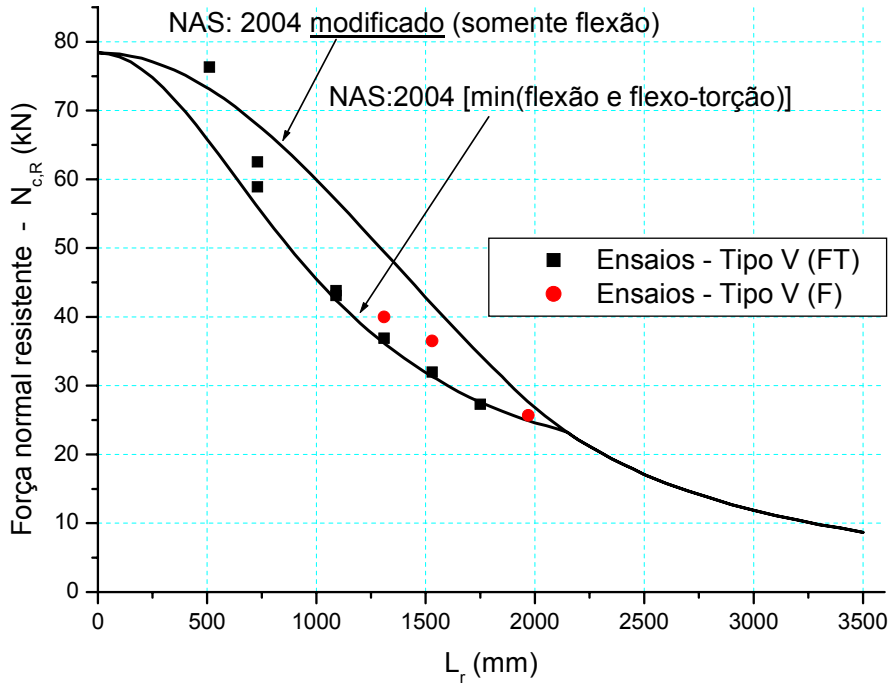


Figura 5.11 – Ensaio tipo V comparados com a NAS:2004

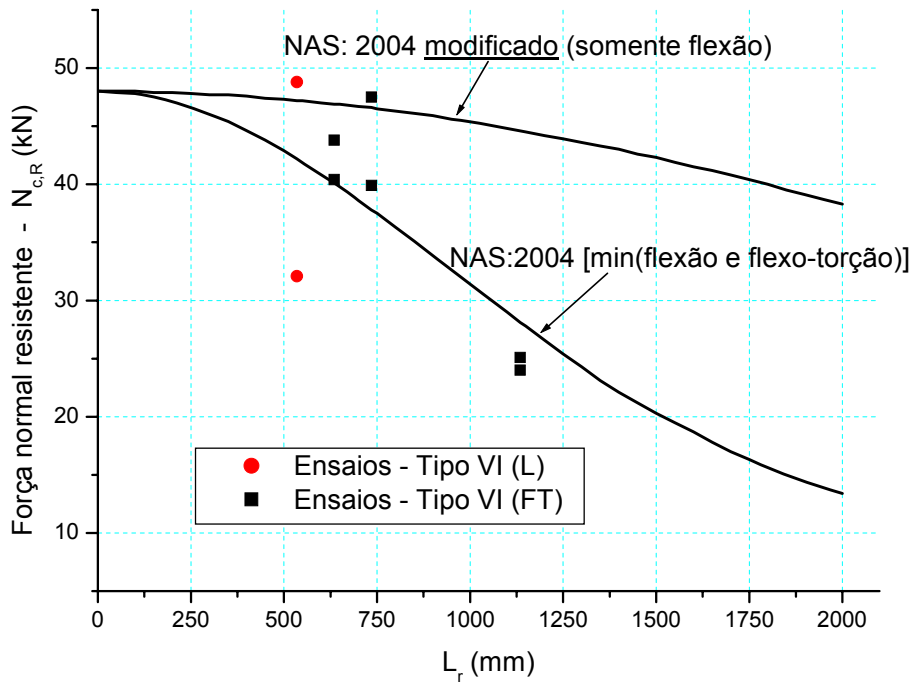


Figura 5.12 – Ensaio tipo VI comparados com a NAS:2004

Para as barras tipo V foram observados modos de instabilidade por flexo-torção e flexão. Um fato interessante observado é que barras com mesmo comprimento apresentaram modos de instabilidade diferentes, porém apresentando forças normais resistentes muito próximas. Esse fato pode estar ligado à presença de imperfeições geométricas iniciais, como será mostrado nos resultados da análise numérica.

Pode-se observar na Figura 5.11 que os resultados experimentais das barras tipo V foram muito próximos aos valores calculados de acordo com a NAS:2004.

Nas Figuras 5.13 e 5.14 são ilustrados os modos de instabilidade observados nos ensaios tipo V.



Figura 5.13 – Instabilidade por flexo-torção: perfil Le 60x15x2,00 (  $L_r = 1090$  mm)



Figura 5.14 – Instabilidade por flexão: perfil Le 60x15x2,00 ( $L_r = 1530$  mm)

Para as barras tipo VI foram observados modos de instabilidade local e por flexo-torção. Nota-se que os resultados apresentam uma maior variabilidade em relação aos valores calculados de acordo com a NAS:2004 (Figura 5.12), porém contrariam os ensaios apresentados por Young (2005), para os quais a NAS:2004 mostrou-se muito conservadora.

Nas Figuras 5.15 e 5.16 são ilustrados os modos de instabilidade observados nos ensaios tipo VI.

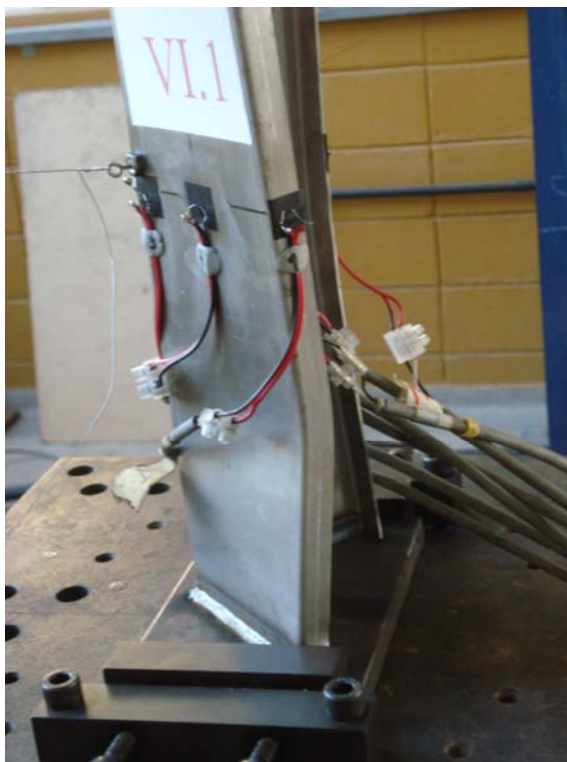


Figura 5.15 – Instabilidade local: perfil Le 100x15x1,50 ( $L_r = 535$  mm)



Figura 5.16 – Instabilidade por flexo-torção: perfil Le 100x15x1,50 ( $L_r = 1135$  mm)

## 5.2 Método da resistência direta

No trabalho são apresentadas duas opções de aplicação para o MRD. Na opção 1, para o modo global, considera-se o mínimo entre flexão e flexo-torção. Na opção 2, considera-se apenas flexão para o modo global. Como a cantoneira simples não apresenta ponto de mínimo definido, utiliza-se para o modo local o ponto onde as curvas FT e F se interceptam (Figura 5.17). Entende-se que é um procedimento prático para ser utilizado em projetos. As opções propostas estão resumidas na Tabela 5.4.

Tabela 5.4 – Opções para aplicação do MRD

	Opção 1	Opção 2
<b>Perfil L 60x2,25</b>		
<b>N<sub>cre</sub> (global)</b>	min (FT, F)	F
<b>N<sub>cri</sub> (local)</b>	FT*	FT*
<b>Perfil Le 100x15x1,50</b>		
<b>N<sub>cre</sub> (global)</b>	min (FT, F)	F
<b>N<sub>cri</sub> (local)</b>	L	L

F = modo de flexão  
 FT = modo de flexo-torção  
 FT\* = ponto onde as curvas FT e F se interceptam (Figura 5.17)  
 L = modo local



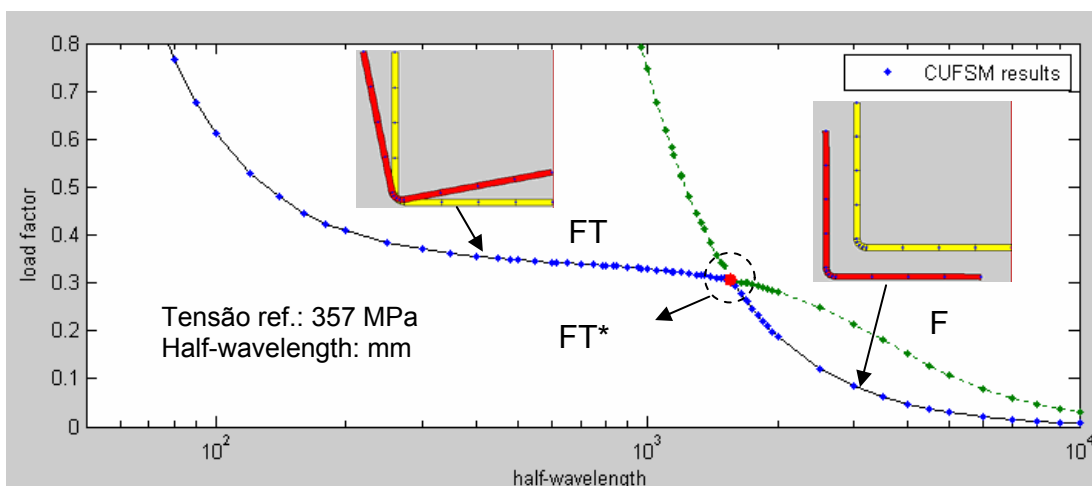


Figura 5.17 – Análise da estabilidade elástica (CUFSM): perfil L 60x2,25

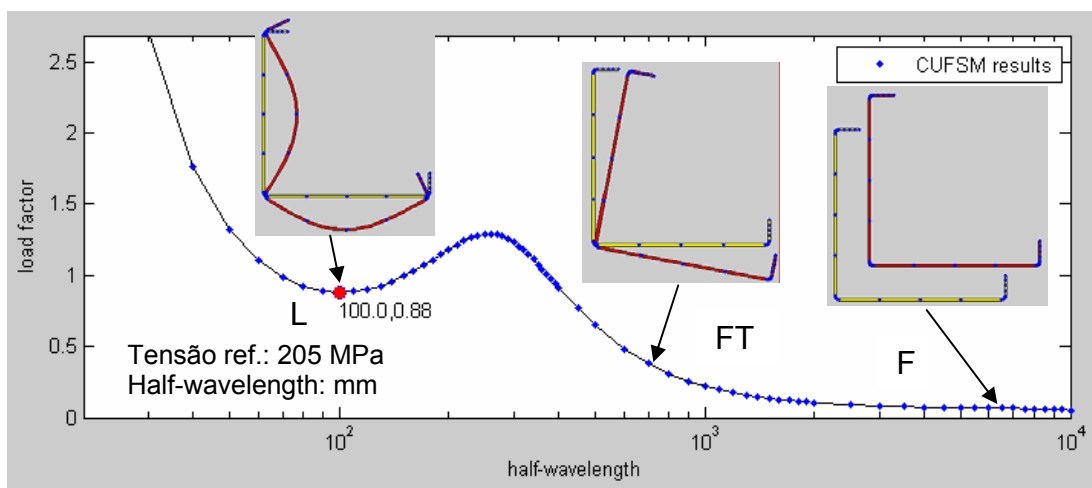


Figura 5.18 – Análise da estabilidade elástica (CUFSM): perfil Le 100x15x1,50

Na Tabela 5.5 e Figuras 5.19 a 5.22 são apresentados os resultados dos ensaios comparados com as opções propostas para aplicação do MRD.

Tabela 5.5 – Opções para aplicação do MRD comparadas com os resultados dos ensaios

Modelo	N <sub>Exp</sub> (kN)	Opção 1		Opção 2	
		N <sub>MRD</sub> (kN)	N <sub>Exp</sub> /N <sub>MRD</sub>	N <sub>MRD</sub> (kN)	N <sub>Exp</sub> /N <sub>MRD</sub>
I.1	31,0	26,5	1,17	51,2	0,61
I.2	29,0	26,4	1,10	41,8	0,69
I.3	22,5	26,2	0,86	30,9	0,73
I.4	21,0	22,5	0,93	22,5	0,93
I.5	36,1	26,4	1,37	47,0	0,77
I.6	39,8	26,3	1,51	36,9	1,08
I.7	28,5	26,1	1,09	26,6	1,07
<b>Média</b>			<b>1,15</b>		<b>0,84</b>
<b>Desvio Padrão</b>			<b>0,21</b>		<b>0,17</b>
II.1	40,9	26,5	1,54	56,7	0,72
II.2	34,5	26,4	1,31	53,9	0,64
II.3	30,6	26,2	1,17	50,1	0,61
II.4	26,7	26,0	1,03	45,5	0,59
<b>Média</b>			<b>1,26</b>		<b>0,64</b>
<b>Desvio Padrão</b>			<b>0,19</b>		<b>0,05</b>
VI.1	32,1	49,2	0,65	54,9	0,58
VI.2	48,8	49,2	0,99	54,9	0,89
VI.3	40,4	46,8	0,86	54,6	0,74
VI.4	43,8	46,8	0,94	54,6	0,80
VI.5	39,9	44,2	0,90	54,2	0,74
VI.6	47,5	44,2	1,07	54,2	0,88
VI.7	25,1	31,8	0,79	52,0	0,48
VI.8	24,0	31,8	0,75	52,0	0,46
<b>Média</b>			<b>0,87</b>		<b>0,70</b>
<b>Desvio Padrão</b>			<b>0,13</b>		<b>0,16</b>

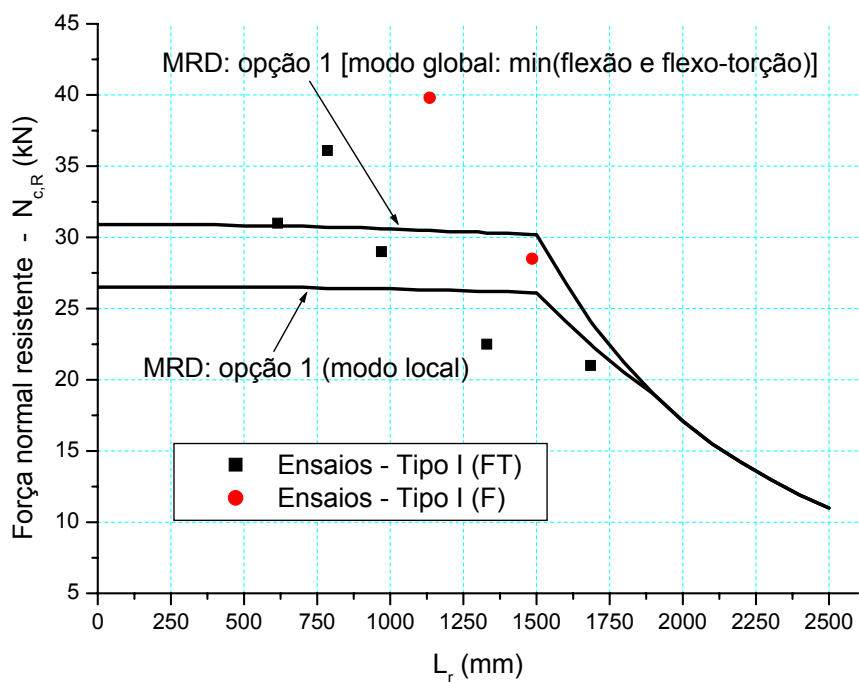


Figura 5.19 – Ensaios tipo I comparados com a opção 1 do MRD

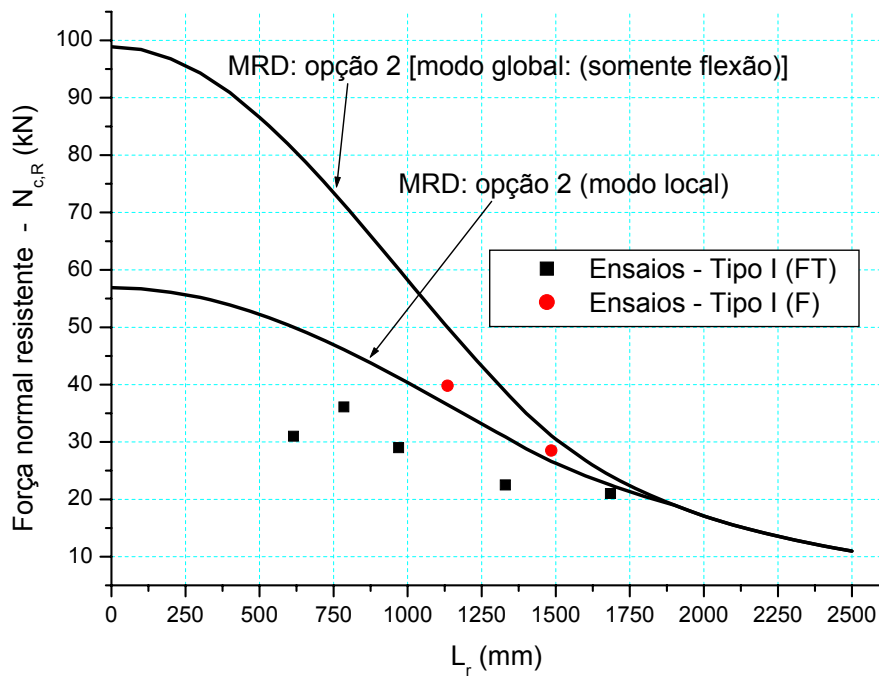


Figura 5.20 – Ensaios tipo I comparados com a opção 2 do MRD

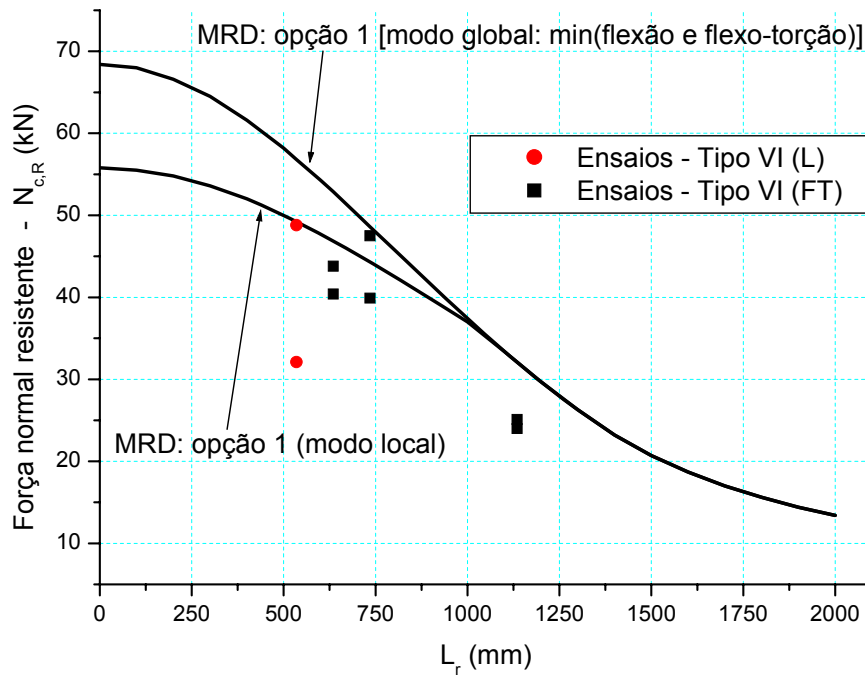


Figura 5.21 – Ensaio tipo VI comparados com a opção 1 do MRD

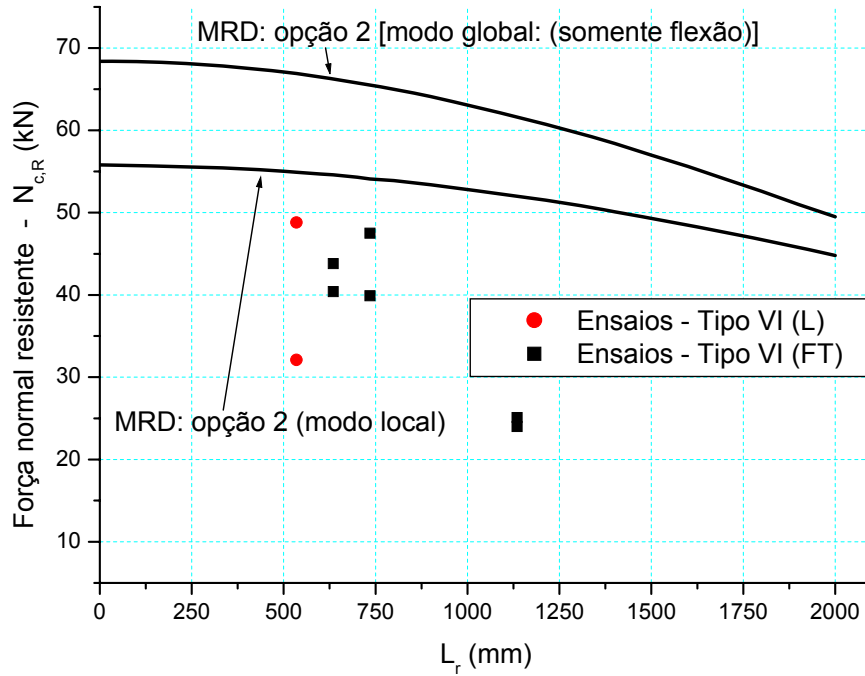


Figura 5.22 – Ensaio tipo VI comparados com a opção 2 do MRD

Para a cantoneira simples (tipos I e II), a opção 1 foi mais coerente com os resultados dos ensaios. Quando comparados com a opção 2 nota-se que a maioria dos resultados resultam contra a segurança, reafirmando a necessidade de se considerar o modo global de flexo-torção.

Para a cantoneira enrijecida, vale dizer que a seção Le 60x15x2,00 não apresenta redução da força normal resistente devido ao modo local. Com isso, não foi possível avaliar a eficiência do MRD.

Para a seção Le 100x15x1,50 (tipo VI), a opção 1 foi a que mais aproximou dos resultados experimentais, porém nota-se que a maioria dos resultados resultaram contra a segurança.

## 5.3 Análise numérica

### 5.3.1 Cantoneira simples

Para as barras tipos I e II, inicialmente foi investigada a sensibilidade com relação à imperfeição de flexo-torção. A imperfeição de flexão foi fixada em  $L/1500$ . Os resultados são apresentados na Tabela 5.6.

Tabela 5.6 – Análise de sensibilidade às imperfeições: perfil L 60x2,25 (tipos I e II)

Tipo	$L_r$ (mm)	Análise de estabilidade elástica: modo crítico	Experimental		Imperfeição de flexo-torção			
					$d_2/t = 0,64$		$d_2/t = 1,55$	
			$N_{Exp}$ (kN)	Modo de falha	$N_{EF}$ (kN)	Modo de falha	$N_{EF}$ (kN)	Modo de falha
I.1	615	FT	31,0	FT	29,7	FT	26,2	FT
I.5	785	FT	36,1	FT	29,2	FT	26,6	FT
I.2	970	FT	29,0	FT	28,4	FT	26,2	FT
I.6	1135	FT	<b>39,8</b>	<b>F</b>	27,2	FT	25,2	FT
I.3	1330	FT	22,5	FT	25,5	FT	23,5	FT
I.7	1485	FT	<b>28,5</b>	<b>F</b>	23,9	FT	21,9	FT
I.4	1685	F	<b>21,0</b>	<b>FT</b>	21,3	FT	19,6	FT
II.1	615	FT	40,9	FT	49,7	FT	50,5	FT
II.2	970	FT	34,5	FT	41,0	FT	42,0	FT
II.3	1330	FT	30,6	FT	37,3	FT	38,5	FT
II.4	1685	FT	26,7	FT	34,9	FT	36,5	FT

F = Instabilidade por flexão.  
FT = Instabilidade por flexo-torção.

Em geral, os resultados da análise numérica em que foram adotadas as imperfeições de  $0,64t$  para o modo de flexo-torção e de  $L/1500$  para o modo de flexão foram bastante coerentes com os resultados dos ensaios (Tabela 5.6).

Comparando os resultados dos ensaios das barras tipo I com os valores da análise numérica obteve-se uma média de 1,12, com  $0,88 \leq N_{Exp}/N_{EF} \leq 1,46$ . Para as barras tipo II, nota-se que os resultados dos ensaios foram ligeiramente inferiores aos valores da análise numérica, apresentando uma média de 0,81, com  $0,76 \leq N_{Exp}/N_{EF} \leq 0,84$ . Além disso, as barras se mostraram pouco sensíveis às imperfeições iniciais.

Para as barras I.5, I.6 e I.7 foi realizada uma análise mais detalhada, além da imperfeição de flexo-torção variou-se também a imperfeição de flexão, adotando os valores de L/1000 e L/500. Os resultados são apresentados na Tabela 5.7.

Tabela 5.7 – Análise de sensibilidade às imperfeições: perfil L 60x2,25 (tipo I)

$L_r$ (mm)	Imperfeição de flexão	Imperfeição de flexo-torção							
		$d_2/t = 0$		$d_2/t = 0,15$		$d_2/t = 0,64$		$d_2/t = 1,55$	
		$N_{EF}$ (kN)	Modo de Falha	$N_{EF}$ (kN)	Modo de Falha	$N_{EF}$ (kN)	Modo de Falha	$N_{EF}$ (kN)	Modo de Falha
785	0	-	-	32,7	FT	29,3	FT	26,6	FT
	L/1500	71,9	F	32,2	FT	29,2	FT	26,6	FT
	L/1000	70,2	F	32,0	FT	29,1	FT	26,6	FT
	L/500	66,4	F	31,5	FT	28,9	FT	26,4	FT
1135	0	-	-	31,6	FT	27,9	FT	25,5	FT
	L/1500	48,9	F	30,0	FT	27,2	FT	25,2	FT
	L/1000	47,0	F	29,4	FT	26,9	FT	25,1	FT
	L/500	42,9	F	27,8	FT	25,9	FT	24,5	FT
1485	0	-	-	30,0	FT	25,8	FT	22,6	FT
	L/1500	31,2	F	26,2	FT	23,9	FT	21,9	FT
	L/1000	30,2	F	25,1	FT	23,2	FT	21,5	FT
	L/500	27,9	F	22,7	FT	21,5	FT	20,3	FT

F = Instabilidade por flexão.

FT = Instabilidade por flexo-torção.

Nas Figuras 5.23 a 5.25 os resultados da análise numérica são comparados com os resultados dos ensaios.

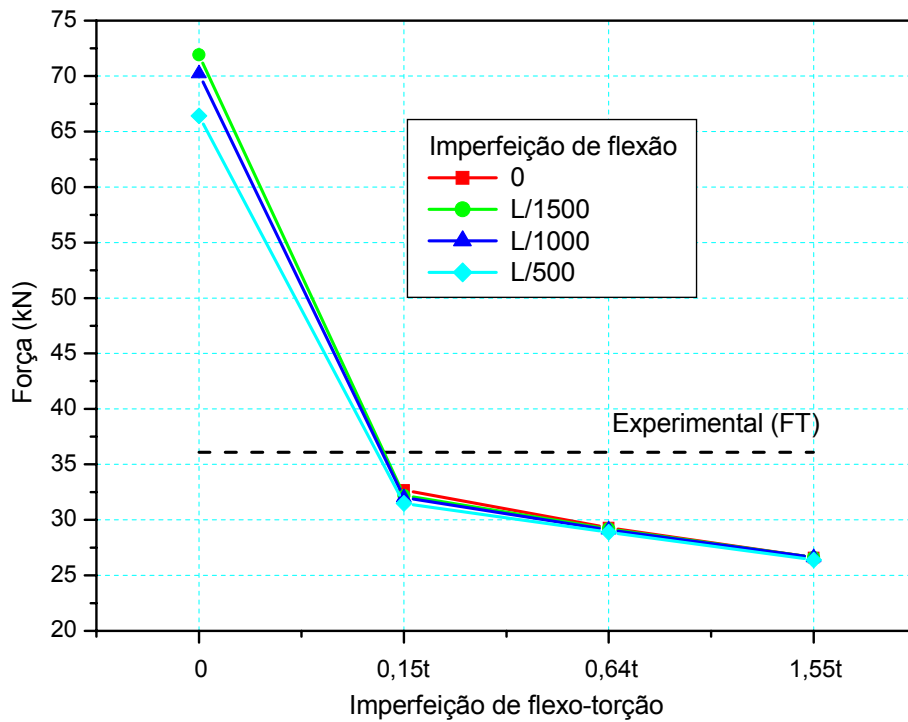


Figura 5.23 – Sensibilidade às imperfeições: perfil L 60x2,25 (barra I.5,  $L_r=785$  mm)

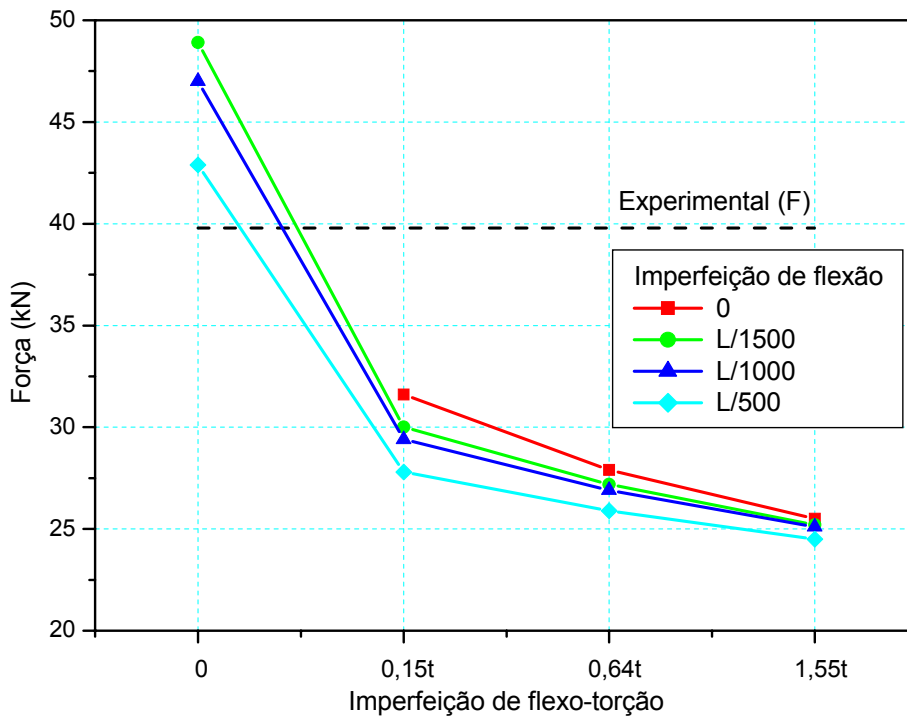


Figura 5.24 – Sensibilidade às imperfeições: perfil L 60x2,25 (barra I.6,  $L_r=1135$  mm)



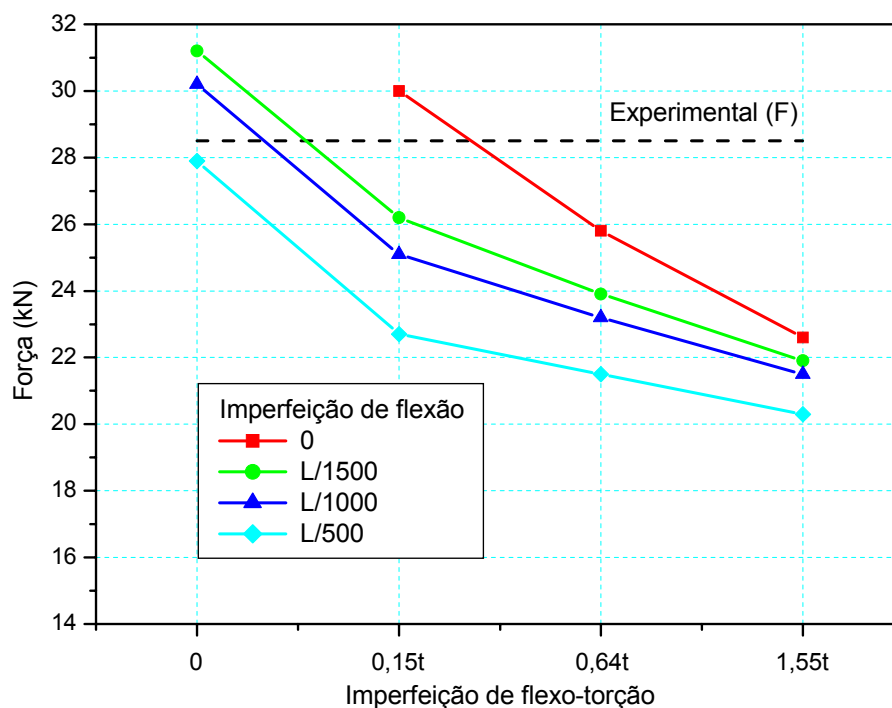


Figura 5.25 – Sensibilidade às imperfeições: perfil L 60x2,25 (barra I.7,  $L_r=1485$  mm)

Observa-se na Figura 5.23 que ao considerar a barra I.5 sem imperfeição de flexo-torção a força normal resistente resulta muito superior ao valor obtido no ensaio. Esse fato pode ser explicado pelo fato de ser uma barra curta, e como a imperfeição de flexão adotada é função do comprimento, resulta em imperfeições muito baixas. Ao adotar uma imperfeição de flexo-torção de  $0,15t$  os resultados foram muito próximos ao valor do ensaio, independente da imperfeição de flexão adotada. Além disso, apresenta instabilidade por flexo-torção como no ensaio.

As barras I.6 e I.7 apresentaram instabilidade por flexão nos ensaios. Na análise numérica observa-se que ao adotar uma imperfeição de flexão de  $L/500$ , os valores foram muito próximos aos dos ensaios (Figuras 5.24 e 5.25) apresentando também instabilidade por flexão.

Um fato interessante observado na análise numérica de cantoneira simples submetida à compressão centrada é que ao adotar imperfeição de flexo-torção,

independente de sua amplitude, as barras sempre apresentam instabilidade por flexo-torção, independente da imperfeição de flexão adotada.

Como exemplo, apresenta-se na Figura 5.26 o modo de instabilidade por flexo-torção observado na análise numérica da barra I.2. A mesma figura ilustra o panorama de tensões de von Mises observado no instante em que a barra atinge a resistência máxima.

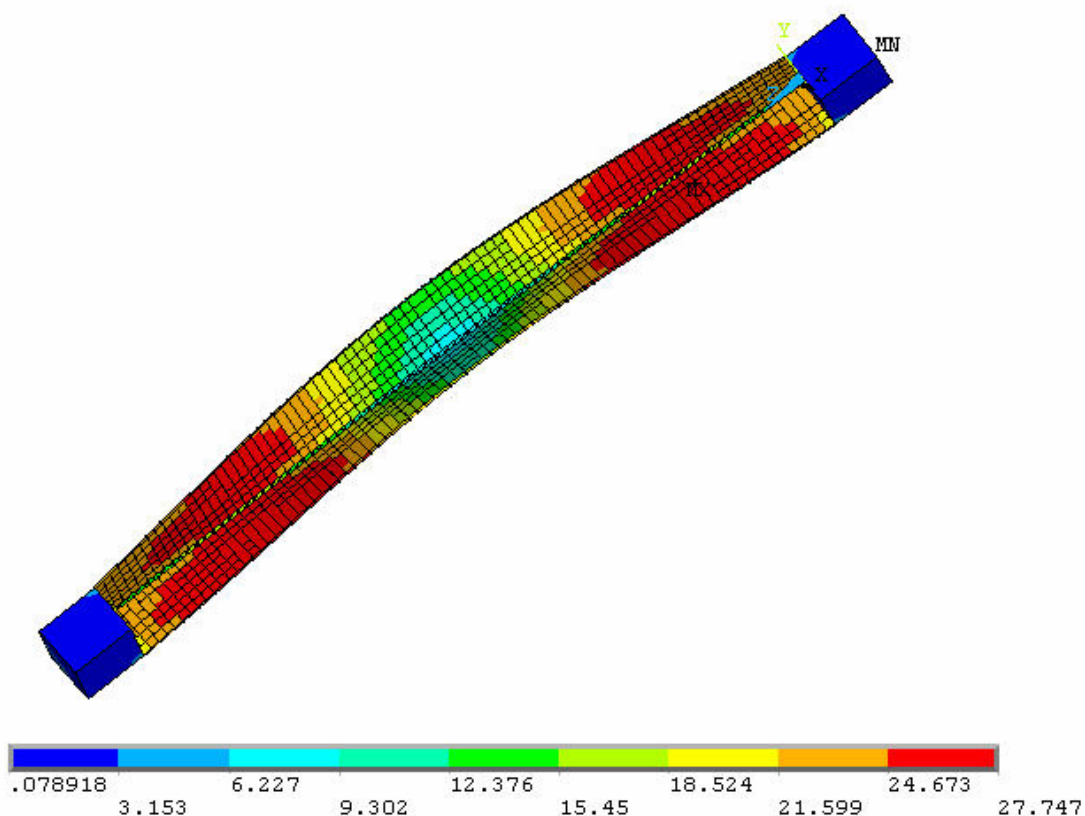


Figura 5.26 – Instabilidade por flexo-torção e distribuição de tensões de von Mises: (barra I.2,  $L_r = 970$  mm) imperfeições:  $FT = 0,64t$  e  $F = L/1500$

Apresenta-se a seguir os resultados da análise numérica realizada para as barras submetidas à compressão excêntrica (tipos III e IV). Inicialmente são apresentados os resultados para os dois modelos propostos, sem a inserção de imperfeições geométricas (Tabela 5.8).

Tabela 5.8 – Resultados para os dois modelos propostos: perfil L 60x2,25 (tipos III e IV)

Tipo	L <sub>r</sub> (mm)	Análise de estabilidade elástica: modo crítico	Nós acoplados nos furos (direção z)	Modelo			
				1		2	
				N <sub>EF</sub> (kN)	Modo de falha	N <sub>EF</sub> (kN)	Modo de falha
III.1	615	FT	Metade	33,8	FT	33,4	FT
		FT	1/4	31,5	FT	30,4	FT
III.2	970	FT	Metade	31,7	FT	31,1	FT
		FT	1/4	29,0	FT	28,3	FT
III.3	1330	FT	Metade	26,6	FT	25,9	FT
		FT	1/4	25,8	FT	25,0	FT
III.4	1685	FT	Metade	21,0	FT + F	20,4	FT + F
		FT	1/4	20,9	FT + F	20,1	FT + F
IV.1	970	FT	Metade	37,8	FT	35,9	FT
		FT	1/4	37,4	FT	35,6	FT
IV.2	1330	FT	Metade	31,5	FT	29,6	FT
		FT	1/4	31,4	FT	29,6	FT

Modelo 1: com dispositivo de apoio e elemento de contato.

Modelo 2: sem dispositivo de apoio.

F = Instabilidade por flexão.

FT = Instabilidade por flexo-torção.

Pode-se observar que não há diferenças significativas na força normal resistente das barras para os dois modelos propostos (Tabela 5.8). Com isso, optou-se por utilizar o modelo mais simples (sem dispositivos de apoio).

Definido o modelo, foi realizada a análise de sensibilidade às imperfeições iniciais (Tabela 5.9).

Tabela 5.9 – Análise de sensibilidade às imperfeições: perfil L 60x2,25 (tipos III e IV)

Tipo	$L_r$ (mm)	Experimental		Nós acoplados nos furos (direção z)	Imperfeições		$N_{EF}$ (kN)	Modo de falha
		$N_{Exp}$ (kN)	Modo de falha		Flexão	Flexo- torção		
III.1	615	26,1	FT	Metade	0	0	33,4	FT
					L/1500	0,64t	33,4	FT
					L/1500	1,55t	33,8	FT
				1/4	0	0	30,4	FT
					L/1500	0,64t	30,1	FT
					L/1500	1,55t	30,3	FT
III.2	970	22,8	FT	Metade	0	0	31,1	FT
					L/1500	0,64t	30,5	FT
					L/1500	1,55t	30,2	FT
				1/4	0	0	28,3	FT
					L/1500	0,64t	27,6	FT
					L/1500	1,55t	27,4	FT
III.3	1330	21,9	FT	Metade	0	0	25,9	FT
					L/1500	0,64t	24,8	FT
					L/1500	1,55t	24,0	FT
				1/4	0	0	25,0	FT
					L/1500	0,64t	24,3	FT
					L/1500	1,55t	23,5	FT
III.4	1685	17,7	FT	Metade	0	0	20,4	FT + F
					L/1500	0,64t	19,3	FT + F
					L/1500	1,55t	18,8	FT + F
				1/4	0	0	20,1	FT + F
					L/1500	0,64t	19,1	FT + F
					L/1500	1,55t	18,6	FT + F

...continua na próxima página

...continuação Tabela 5.9.

Tipo	$L_r$ (mm)	Experimental		Nós acoplados nos furos (direção z)	Imperfeições		$N_{EF}$ (kN)	Modo de falha
		$N_{Exp}$ (kN)	Modo de falha		Flexão	Flexo- torção		
IV.1	970	38,0	FT	Metade	0	0	35,9	FT
				1/4	0	0	35,6	FT
					L/1500	0,64t	35,0	FT
						1,55t	34,7	FT
IV.2	1330	29,0	FT	Metade	0	0	29,6	FT
				1/4	0	0	29,6	FT
					L/1500	0,64t	28,5	FT
						1,55t	28,0	FT

F = Instabilidade por flexão.

FT = Instabilidade por flexo-torção.

Os resultados mostram que as imperfeições pouco interferem na força normal resistente das barras, isso se justifica pelo fato das imperfeições serem muito baixas se comparadas à excentricidade imposta. Além disso, o modelo com 1/4 dos nós com deslocamento acoplado em z foi mais coerente com os resultados dos ensaios. Para comparação com os resultados dos ensaios serão aqui adotados os valores da análise numérica com imperfeições de flexo-torção de 0,64t e de flexão de L/1500.

Para as barras tipo III, os resultados dos ensaios foram ligeiramente inferiores aos valores da análise numérica, com média de 0,88, com  $0,83 \leq N_{Exp}/N_{EF} \leq 0,93$ . Para as barras tipo IV os valores foram de 1,09 e 1,02 para as duas barras ensaiadas.

Nas Figuras 5.27 e 5.28 são apresentados exemplos do modo instabilidade por flexo-torção observado na análise numérica das barras tipos III e IV. As mesmas

figuras ilustram o panorama de tensões de von Mises observado no instante em que a barra atinge a resistência máxima.

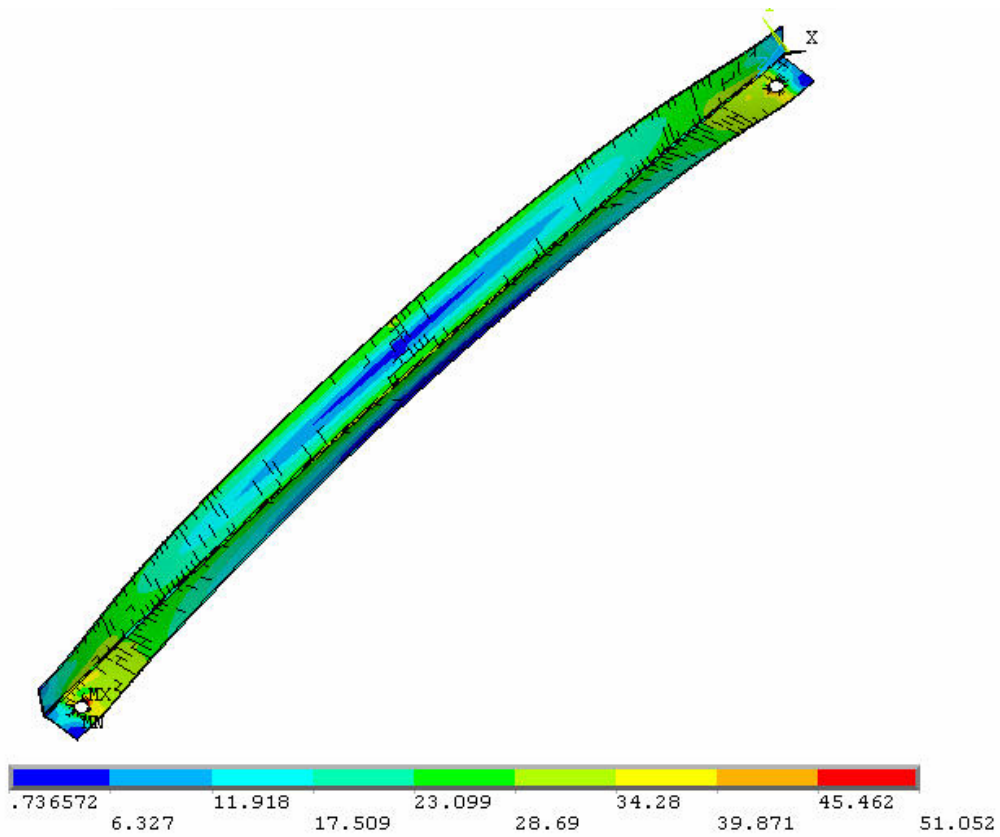


Figura 5.27 – Instabilidade por flexo-torção e distribuição de tensões de von Mises: (barra III.3,  $L_r = 1330$  mm) imperfeições:  $FT = 0,64t$  e  $F = L/1500$

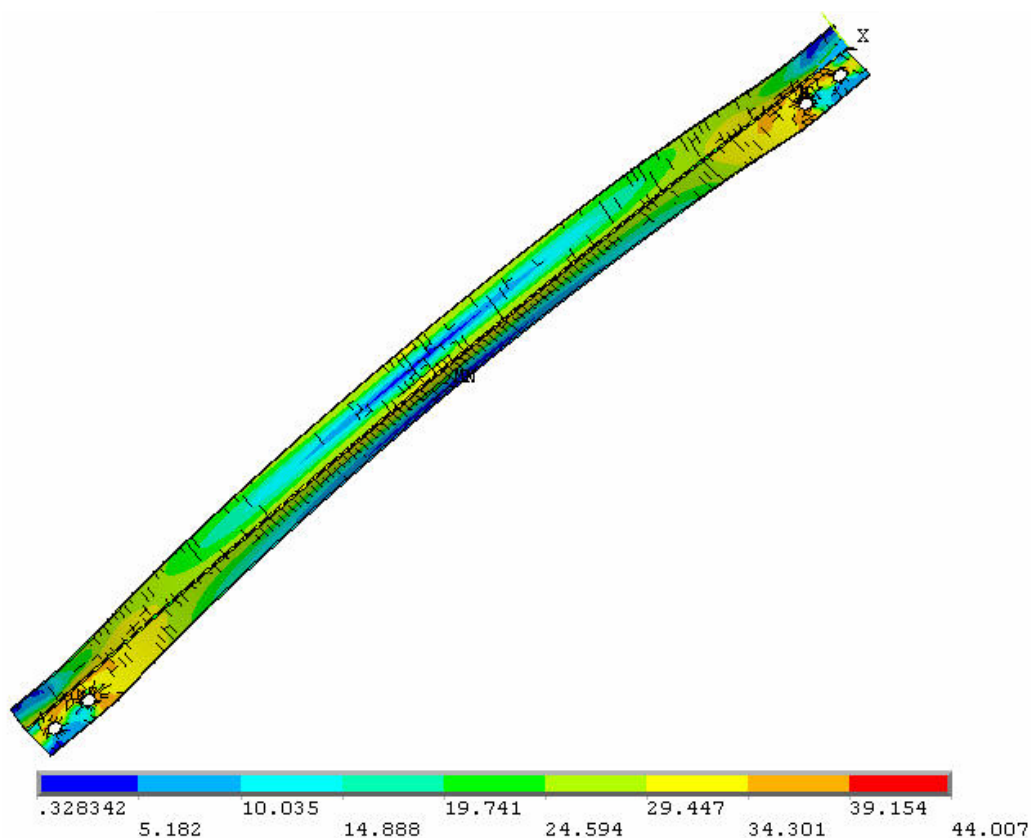


Figura 5.28 – Instabilidade por flexo-torção e distribuição de tensões de von Mises: (barra IV.2,  $L_r = 1330$  mm) imperfeições:  $FT = 0,64t$  e  $F = L/1500$

### 5.3.2 Cantoneira enrijecida

Inicialmente foi investigada a sensibilidade com relação às imperfeições local e global de flexo-torção. A imperfeição global de flexão foi fixada em  $L/1500$ . Os resultados são apresentados na Tabela 5.10.

Tabela 5.10 – Análise de sensibilidade às imperfeições: perfis Le 60x15x2,00 e Le 100x15x1,50

Tipo	L <sub>r</sub> (mm)	Análise de estabilidade elástica: modo crítico	Experimental		Imperfeições local/flexo-torção			
					d <sub>1</sub> /t = 0,14 d <sub>2</sub> /t = 0,64		d <sub>1</sub> /t = 0,66 d <sub>2</sub> /t = 1,55	
			N <sub>Exp</sub> (kN)	Modo de falha	N <sub>EF</sub> (kN)	Modo de falha	N <sub>EF</sub> (kN)	Modo de falha
V.1	510	FT	76,3	FT	59,7	FT	47,0	L + FT
V.2	730	FT	62,5	FT	52,0	FT	41,3	L + FT
V.3			58,9	FT				
V.4	1090	FT	43,1	FT	39,3	FT	32,4	FT
V.5			43,8	FT				
V.6	1310	FT	<b>40,0</b>	<b>F</b>	32,6	FT	27,8	FT
V.7			36,9	FT				
V.8	1530	FT	<b>36,5</b>	<b>F</b>	27,4	FT + F	23,5	FT + F
V.9			32,0	FT				
V.10	1750	FT	27,3	FT	23,3	FT + F	20,4	FT + F
V.11	1970	FT	<b>25,7</b>	<b>F</b>	20,2	FT + F	18,0	FT + F
VI.1	535	FT	32,1	L	42,4	L	34,6	L + FT
VI.2			48,8	L				
VI.3	635	FT	40,4	FT	40,0	L + FT	30,7	L + FT
VI.4			43,8	FT				
VI.5	735	FT	39,9	FT	39,8	L + FT	31,0	L + FT
VI.6			47,5	FT				
VI.7	1135	FT	25,1	FT	26,1	FT	21,2	FT
VI.8			24,0	FT				

L = Instabilidade local.

F = Instabilidade por flexão.

FT = Instabilidade por flexo-torção.



Pode-se observar na Tabela 5.10 que os resultados da análise numérica com imperfeições de 0,14t, 0,64t e L/1500 para os modos local, de flexo-torção e de flexão, respectivamente, foram mais coerentes com os ensaios, apresentando média de 1,19, com  $1,10 \leq N_{Exp}/N_{EF} \leq 1,33$ . Para as barras tipo VI, a média foi de 1,01, com  $0,76 \leq N_{Exp}/N_{EF} \leq 1,19$ .

Para as barras V.6, V8 e V.11 foi realizada uma análise mais detalhada, além das imperfeições local e de flexo-torção variou-se também a imperfeição de flexão, adotando os valores de L/1000 e L/500. Os resultados são apresentados na Tabela 5.11.

Tabela 5.11 – Análise de sensibilidade às imperfeições: perfil Le 60x15x2,00

L <sub>r</sub> (mm)	Imperfeição de flexão	Imperfeição local/flexo-torção							
		d <sub>1</sub> /t = 0 d <sub>2</sub> /t = 0		d <sub>1</sub> /t = 0,14 d <sub>2</sub> /t = 0,14		d <sub>1</sub> /t = 0,14 d <sub>2</sub> /t = 0,64		d <sub>1</sub> /t = 0,66 d <sub>2</sub> /t = 1,55	
		N <sub>EF</sub> (kN)	Modo de falha	N <sub>EF</sub> (kN)	Modo de falha	N <sub>EF</sub> (kN)	Modo de falha	N <sub>EF</sub> (kN)	Modo de falha
1310	0	-	-	40,4	FT	34,4	FT	28,9	FT
	L/1500	49,1	F	37,7	FT	32,6	FT	27,8	FT
	L/1000	47,6	F	36,5	FT + F	31,9	FT + F	27,3	FT + F
	L/500	43,2	F	34,1	FT + F	30,1	FT + F	26,0	FT + F
1530	0	-	-	33,3	FT	29,1	FT	24,7	FT
	L/1500	41,2	F	30,9	FT + F	27,4	FT + F	23,5	FT + F
	L/1000	39,4	F	30,0	FT + F	26,6	FT + F	23,1	FT + F
	L/500	35,5	F	27,7	FT + F	25,1	FT + F	22,0	FT + F
1970	0	-	-	25,4	FT	21,9	FT	19,0	FT
	L/1500	27,4	F	22,3	FT + F	20,2	FT + F	18,0	FT + F
	L/1000	26,4	F	21,5	FT + F	19,7	FT + F	17,6	FT + F
	L/500	24,1	F	19,9	FT + F	18,5	FT + F	16,9	FT + F

F = Instabilidade por flexão.

FT = Instabilidade por flexo-torção.

Nas Figuras 5.29 a 5.31 os resultados da análise numérica são comparados com os resultados dos ensaios.

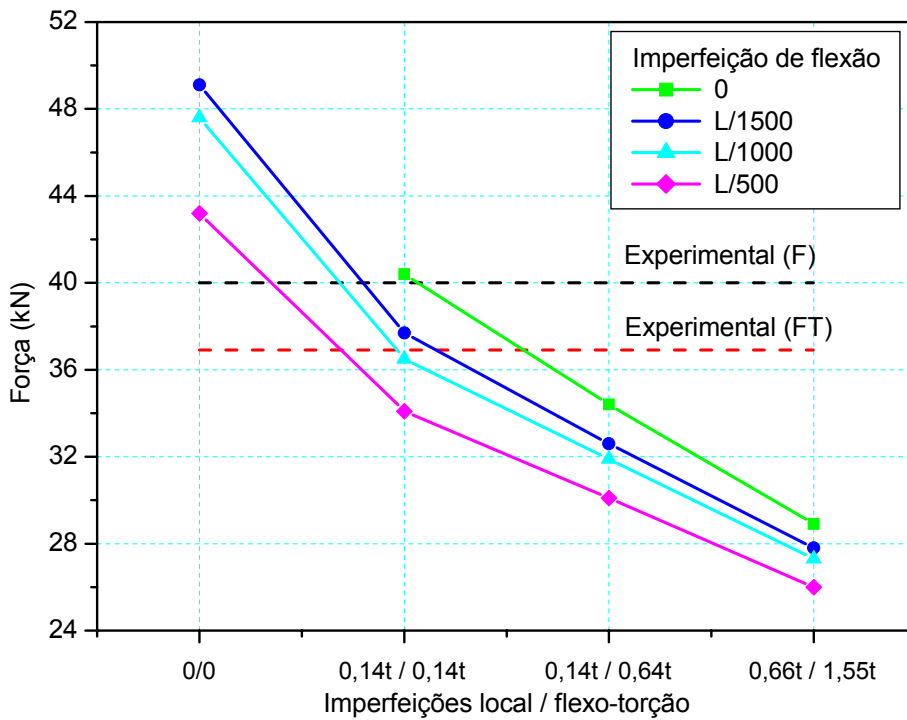


Figura 5.29 – Sensibilidade às imperfeições: perfil Le 60x15x2,00 (barras V.6 e V.7,  $L_r=1310$  mm)

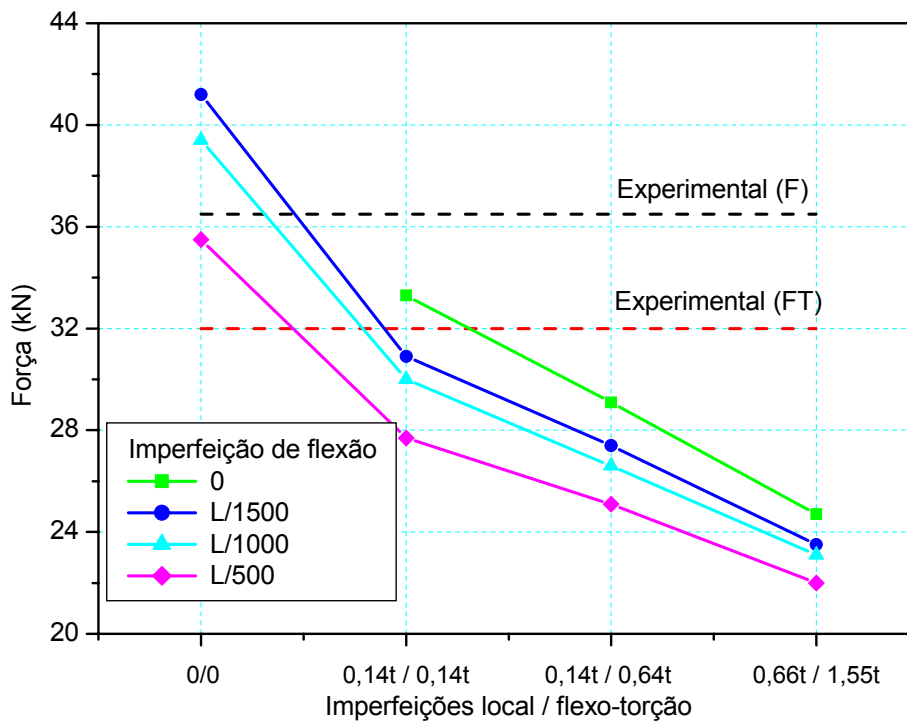


Figura 5.30 – Sensibilidade às imperfeições: perfil Le 60x15x2,00 (barras V.8 e V.9,  $L_r=1530$  mm)

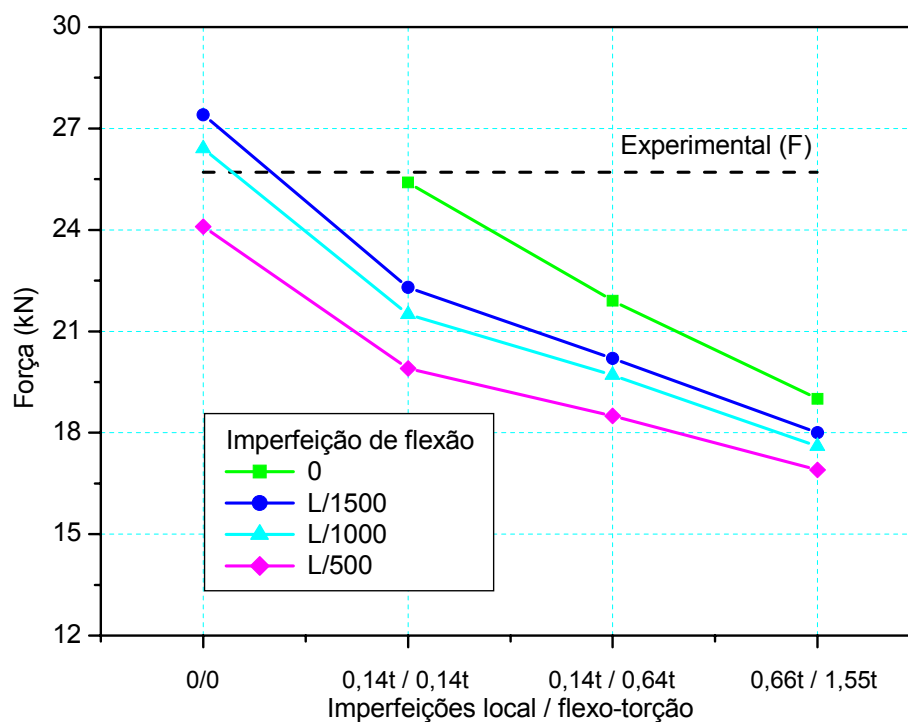


Figura 5.31 – Sensibilidade às imperfeições: perfil Le 60x15x2,00 (barra V.11,  $L_r=1970$  mm)

Nas Figuras 5.32 a 5.35 são apresentados os modos de instabilidade observados na análise numérica das barras tipos V e VI. As mesmas figuras ilustram o panorama de tensões de von Mises observado no instante em que a barra atinge a resistência máxima.

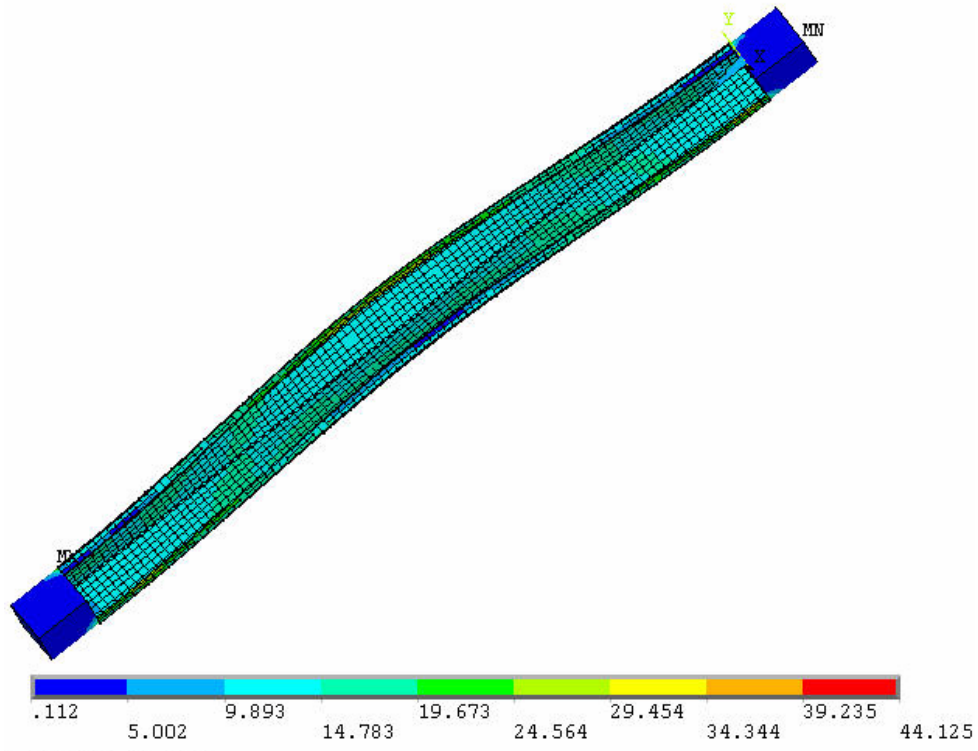


Figura 5.32 – Instabilidade por flexo-torção e distribuição de tensões de von Mises: (barras V.4 e V.5,  $L_r = 1090$  mm) imperfeições:  $L = 0,14t$ ,  $FT = 0,64t$  e  $F = L/1500$

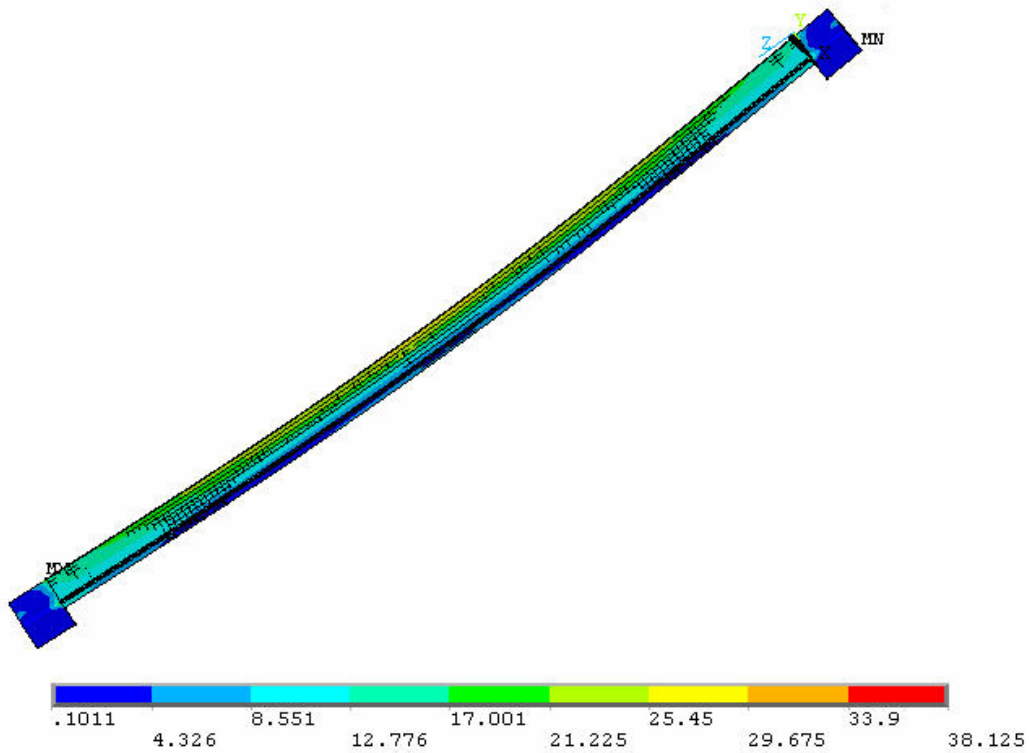


Figura 5.33 – Instabilidade por flexão e distribuição de tensões de von Mises: (barras V.8 e V.9,  $L_r = 1530$  mm) imperfeições:  $L = 0$ ,  $FT = 0$  e  $F = L/500$

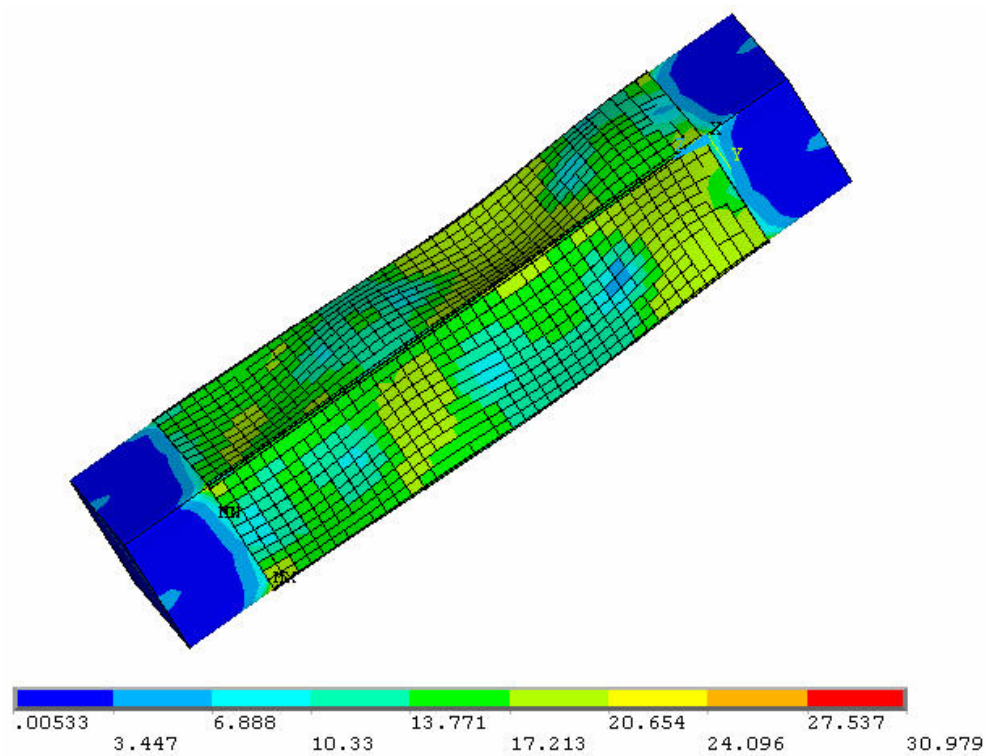


Figura 5.34 – Instabilidade local e distribuição de tensões de von Mises: (barras VI.1 e VI.2,  $L_r = 535$  mm) imperfeições:  $L = 0,14t$ ,  $FT = 0,64t$  e  $F = L/1500$

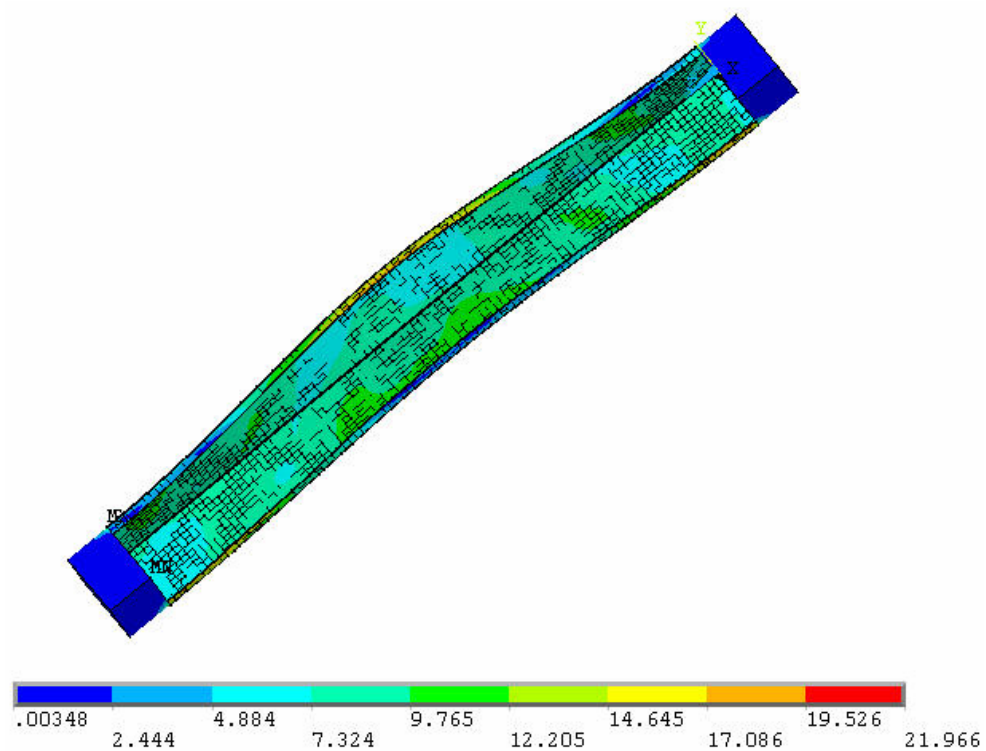


Figura 5.35 – Instabilidade por flexo-torção e distribuição de tensões de von Mises: (barras VI.7 e VI.8,  $L_r = 1135$  mm) imperfeições:  $L = 0,14t$ ,  $FT = 0,64t$  e  $F = L/1500$



## Conclusões

---

Com base nesse trabalho, as seguintes conclusões podem ser registradas:

Para as cantoneiras submetidas à compressão centrada os resultados experimentais apresentaram, de modo geral, valores intermediários entre os obtidos com base nos procedimentos teóricos apresentados. Portanto, considerar no cálculo da força normal resistente apenas o modo global de flexão conduz a resultados contra a segurança, por outro lado, considerar o modo de flexo-torção implica em resultados conservadores. Considerando o procedimento teórico sem redução da área ( $A_{ef} = A$ ), para a cantoneira simples, os resultados apresentaram pequenas diferenças em relação ao procedimento normativo que considerou a área efetiva, em média houve um aumento de 15% no valor teórico de resistência das barras nos casos aqui estudados.

Para a cantoneira enrijecida com aba de elevada esbeltez (tipo VI) obteve-se resultados experimentais sensivelmente abaixo dos valores teóricos enquanto outros resultaram acima dos mesmos (Figura 5.12), refletindo a significativa sensibilidade da resposta quanto às imperfeições locais, o que foi confirmado pela análise numérica.

Para as cantoneiras submetidas à compressão excêntrica (ligação parafusada) pôde-se constatar que nas barras conectadas por um único parafuso (tipo III), o procedimento teórico considerando compressão centrada resultou contra

a segurança. Considerando os mesmos casos, porém com dois parafusos na ligação (tipo IV), os resultados experimentais apresentaram valores sensivelmente mais elevados que o procedimento teórico que considerou o modo de flexo-torção e abaixo do procedimento que considerou apenas o modo de flexão (Figura 5.4). Nesse caso a ligação proporcionou uma maior restrição à rotação das extremidades no plano da aba conectada (flexão) e também em relação ao eixo longitudinal (torção). Portanto, pode-se concluir que para dois ou mais parafusos na direção da solicitação o modelo teórico admitindo compressão centrada resulta satisfatório.

Com relação ao método da resistência direta, as conclusões foram as mesmas obtidas para o método das larguras efetivas, ou seja, considerar apenas o modo de flexão resultou contra a segurança, e considerar o modo de flexo-torção resultou ligeiramente conservador.

Sobre a análise numérica desenvolvida nesse trabalho, os resultados com imperfeições para o quantil de 75% de probabilidade de excedência (imperfeições baixas, conforme apresentado por Schafer & Peköz (1998)), para os modos local e de flexo-torção e  $L/1500$  para o modo de flexão foram os que mais se aproximaram dos resultados experimentais.

Um fato interessante observado na análise numérica de cantoneira simples submetida à compressão centrada foi que ao adotar imperfeição de flexo-torção, independente de sua amplitude, as barras sempre apresentaram instabilidade por flexo-torção, independente da imperfeição de flexão adotada, realçando a predominância da imperfeição de flexo-torção em relação à de flexão.

Os resultados mostraram que as imperfeições pouco interferiram na força normal resistente das barras sob compressão excêntrica (tipos III e IV), pelo fato das



imperfeições serem muito baixas quando comparadas à excentricidade imposta pela ligação parafusada.

Para a cantoneira enrijecida com aba de elevada esbeltez (tipo VI) os resultados da análise numérica confirmaram a grande sensibilidade desse perfil quanto às imperfeições geométricas locais.

Como conclusão geral, pode-se relatar que a resposta das cantoneiras é muito sensível ao tipo e amplitude das imperfeições. Assim, a força normal de compressão resistente das barras com imperfeições locais e de flexo-torção tenderam para os valores do procedimento teórico que considerou o modo de flexo-torção, enquanto barras com imperfeições de flexão tenderam para o modelo teórico que considerou apenas o modo de flexão. Em vista do carácter aleatório das imperfeições, as quais dependem de diversos fatores que não podem ser contabilizados em projeto, entende-se que seja prudente considerar como procedimento de cálculo aquele que considera o modo de flexo-torção.



## Bibliografia

---

ALMEIDA, S. J. C. (2007). Análise numérica de perfis de aço formados a frio comprimidos considerando imperfeições geométricas iniciais. São Carlos. Dissertação de Mestrado – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

AMERICAN IRON AND STEEL INSTITUTE (1996). Cold-Formed Steel Design Manual. Washington: AISI.

AMERICAN IRON AND STEEL INSTITUTE (2001). North American Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members. Washington: AISI.

AMERICAN IRON AND STEEL INSTITUTE (2004). Supplement 2004 to the North American Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members. Washington: AISI.

AMERICAN IRON AND STEEL INSTITUTE (2006). Direct Strength Method (DSM) Design Guide CF06-1. Washington, DC.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS (2007a). ASTM A370: Standard test methods and definitions for mechanical testing of steel products. Pennsylvania

ANGST, A. J. (2003). Estudo crítico das metodologias de cálculo para perfis dobrados a frio de vigas tipo canal sem enrijecedores de borda. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

ANSYS (1997). Structural nonlinearities: user's guide for revision 5.5. Houston. v.1.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2001). NBR 14762: Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio. Rio de Janeiro: ABNT.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2003). NBR 6355: Perfis estruturais de aço formados a frio. Rio de Janeiro: ABNT.

AUSTRALIAN/NEW ZEALAND STANDARD (1996). AS/NZS 4600:1996: Cold-formed steel structures.

BATISTA, E. M. (2000) Reliability and Progress in design Codes, in Proceedings of the Third Int. Conference on Coupled Instabilities in Metal Structures - CIMS'2000, Ed. Camotim, D; Dubina, D. e Rondal, J., Imperial College Press, Lisboa, 661-671.

BATISTA, E. M. et al. (2000). Estudos dos modos de instabilidade local de placa e distorcional em perfis de chapa dobrada de aço. In: JORNADAS SUDAMERICANAS DE INGENIERIA ESTRUCTURAL, 29, Punta Del Este, Uruguay, nov. 2000. Memorias. 14p.

BATISTA, E. M. et al. (2001). Curso paralelo de perfis formados a frio. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL O USO DE ESTRUTURAS METÁLICAS NA CONSTRUÇÃO CIVIL, 4./ CONGRESSO INTERNACIONAL DA CONSTRUÇÃO METÁLICA, 1., nov. 2001, São Paulo.

BATISTA, E. M. et al. (2002). Stability analysis of cold-formed members: finite element and finite strip method results. In: INT. COLLOQUIUM. Budapest, 2002. 8p.

BATISTA, E. M.; CAMOTIM, D.; PROLA, L. C.; VAZQUEZ, E. (1998). On the stability and strength of steel columns affected by distortional buckling. Journal of Constructional Steel Research, v.46, n.1-3, p.129-131.

CHAJES, A.; FANG, P.J.; WINTER, G. (1966). Torsional-flexural buckling, elastic and inelastic, of cold-formed thin-walled columns. Cornell University, Engineering Research Bulletin 66-1.

CHAJES, A.; WINTER, G. (1965). Torsional-flexural buckling of thin-walled members. *Journal of the Structural Division, ASCE*, v. 91.

CHEUNG, Y.K. (1976). *Finite strip method in structural analysis*. New York, Pergamon Press.

CHODRAUI, G. M. B. (2003a). *Flambagem por distorção da seção transversal em perfis de aço formados a frio submetidos à compressão centrada e à flexão*. São Carlos. 173p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

CHODRAUI, G. M. B. (2006). *Análise teórica e experimental de perfis de aço formados a frio submetidos à compressão*. São Carlos. Tese de Doutorado – Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo.

CHODRAUI et al. (2006b). "Cold-formed steel angles under axial compression", In: LaBOUBE, R.A.; YU, W.W. (Ed.). *Recent research and developments in cold-formed steel design and construction (18th International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures, Orlando, USA, Oct. 26-27, Rolla, University of Missouri-Rolla, 2006*.

DAVIES, J. M. (2000). Recent research advances in cold-formed steel structures. *Journal of Constructional Steel Research*, v.55, p.267-288.

DESMOND, T. P.; PEKÖZ, T.; WINTER, G. (1981). Edge stiffeners for thin-walled members. *Journal of the Structural Division, ASCE*.

European Committee for Standardization (1996). ENV 1993-1-3: Eurocode 3: Design of steel structures, Part 1.3: General rules, Supplementary rules for cold-formed members and sheeting. Brussels.

ELLOBODY, E.; YOUNG, B. (2005). Behavior of cold-formed steel plain angle columns. *Journal of Structural Engineering*, v. 131, n. 3, p. 457-466.

FRUCHTENGARTEN, J. (1995) *Sobre a estabilidade de perfis de seção aberta*. Tese de Doutorado – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo.

HANCOCK, G. J.; MURRAY, T. M.; ELLIFRITT, D. S. (2001). Cold-formed steel structures to the AISI specification. New York: Marcel Dekker.

HANCOCK, G. J. (2003). Cold-formed steel structures – Review article. *Journal of Constructional Steel Research*, v.59, p.473-487.

HUBER, A. W.; BEEDLE, L. S. (1992). Residual stress and compressive strength of steel. *Welding Journal*, v.33, n.12, p.589s-614s.

MALITE, M.; SÁLES, J.J. (1993). Estruturas de aço constituídas por perfis de chapa dobrada: dimensionamento de barras. São Carlos: EESC-USP. 97p.

POPOVIC, D.; HANCOCK, G.J. and RASMUSSEN, K.J.R (1999). Axial compression tests of cold-formed angles. *Journal of Structural Engineering*, American Society of Engineers, v. 125, n. 5, p. 515-523.

Projeto de Revisão da NBR 8800: Projeto e execução de estruturas de aço e de estruturas mistas aço-concreto de edifícios – Procedimento, janeiro 2007. Disponível em: <http://www.dees.ufmg.br/edu/app> . Acesso em 26 janeiro 2007.

Projeto de Revisão da NBR 11888: Bobinas e chapas finas a frio e a quente de aço-carbono e aço de baixa liga e alta resistência – Requisitos gerais, outubro 2007.

RASMUSSEN, K. J. R.; YOUNG, B. (2000). Inelastic bifurcation of cold-formed singly symmetric columns. *Thin Walled Structures*, v. 36, p. 213-230.

RASMUSSEN, K.J.R. (2003). Design of angle columns with locally unstable legs. Department of Civil Engineering, Research Report No. R830, University of Sydney. Australia.

RASMUSSEN, K. J. R. (2005). "Design of angle columns with locally unstable legs." ASCE, *Journal of Structural Engineering*, v. 131, n. 10, p. 1553-1560.

SCHAFER, B.W. (1997). Cold-formed steel behavior and design: analytical and numerical modeling of elements and members with longitudinal stiffeners. PhD. dissertation, Cornell University, Ithaca

SCHAFER, B. W.; PEKÖZ, T. (1998). Computational modeling of cold-formed steel: characterizing geometric imperfections and residual stresses. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 47, p. 193-210, January.

SCHAFER, B.W. (2001). Finite strip analysis of thin-walled members. In: CUFSM: Cornell University – Finite Strip Method.

SCHAFER, B. W. (2002). Design manual for direct strength method of cold-formed steel design. Draft for American Iron and Steel Institute – Committee on Specifications, January, 2002.

SILVESTRE, N.; CAMOTIM, D. (2003). “Nonlinear generalized beam theory for cold-formed steel members”. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, 3 (4): 461-490.

TIMOSHENKO, S. P.; GERE, J. M. (1961). *Theory of elastic stability*. 2.ed. New York: McGraw-Hill. 541p.

VAZQUEZ, E. G. (2002). Análise teórica e experimental da instabilidade torsional de perfis formados a frio sob compressão centrada. Tese (Doutorado) - COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro.

VAZQUEZ, E.G. (1998). Estudo do comportamento pós-crítico de paredes esbeltas de perfis metálicos. Dissertação (Mestrado) - COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro.

VLASOV, V.Z. (1961). *Thin-walled elastic beams*. 2.ed. Jerusalem, Israel Program for Scientific Translations.

Von KARMAN, T.; SECHLER, E.E.; DONNELL, L.H. (1932). Strength of thin plates in compression. *Transactions of the ASME*, v. 54, p. 53-57.

WENG, C.C.; PEKÖZ, T. (1990). Residual stresses in cold-formed steel members. *Journal of Structural Engineering, ASCE*, v.116, n.6, p.1230-1246, May.

WILHOITE, G.; ZANDONINI, R. and ZAVELANI, A. (1984). “Behaviour and strength of angles in compression: An experimental investigation.” ASCE, Proceedings of the Structures Congress, San Francisco.

WINTER, G. (1959). Cold-formed, light-gauge steel construction. *Journal of the Structural Engineering, ASCE*, v. 85, n. ST9, p. 151-173, November.

YOUNG, B.; RASMUSSEN, KIM, J. R. (2000). Inelastic bifurcation of cold-formed singly symmetric columns. *Thin Walled Structures*, v. 36, p. 213-230.

YOUNG, B. (2004). Tests and design of fixed-ended cold-formed steel plain angle columns. *Journal of Structural Engineering*, v. 130, n. 12, p. 1931-1940.

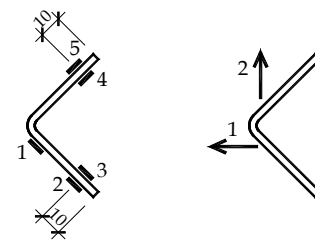
YOUNG, B. (2005). Experimental investigation of cold-formed steel lipped angle concentrically loaded compression members. *Journal of Structural Engineering*, v. 131, n. 9, p. 1390-1396.

YOUNG, B.; ELLOBODY, E. (2005). Buckling analysis of cold-formed steel lipped angle columns. *Journal of Structural Engineering*, v. 131, n. 10, p. 1570-1579.

YU, W. W. (2000). *Cold-formed steel design*. New York: John Wiley & Sons. 756p.

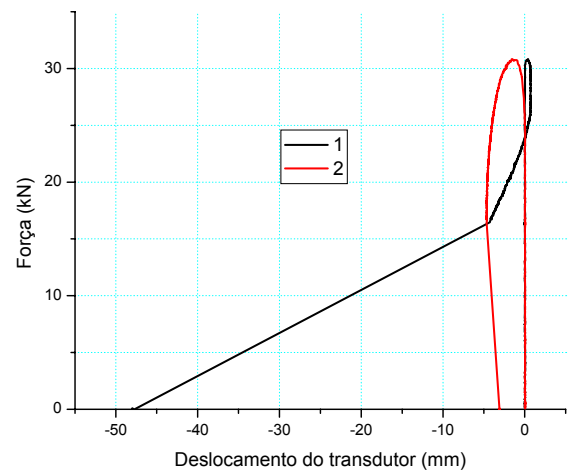
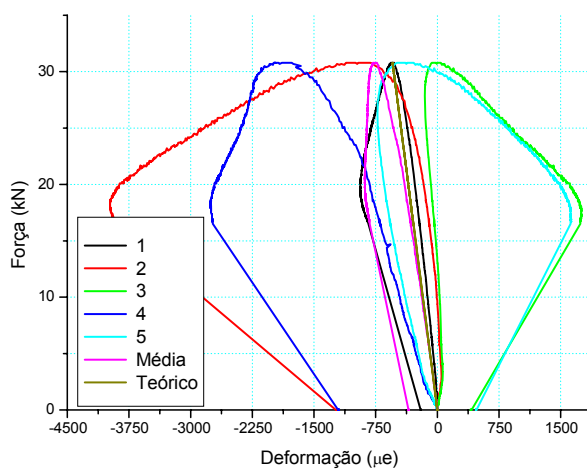
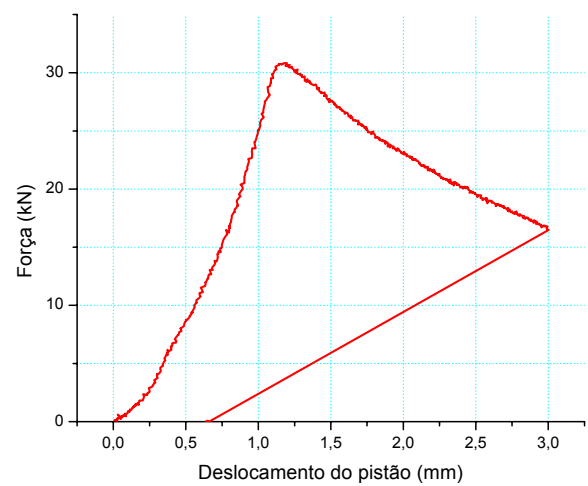


## Apêndice A – Resultados dos ensaios das barras



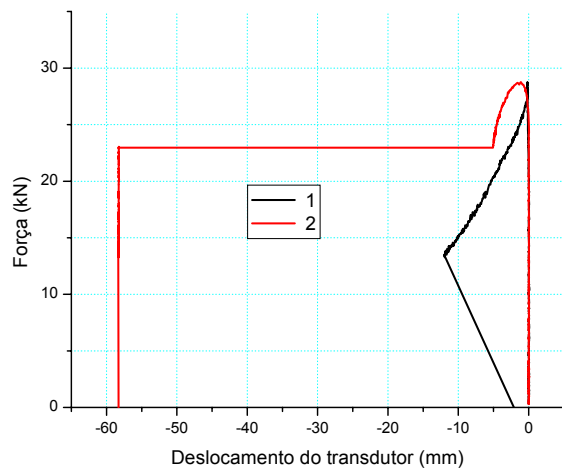
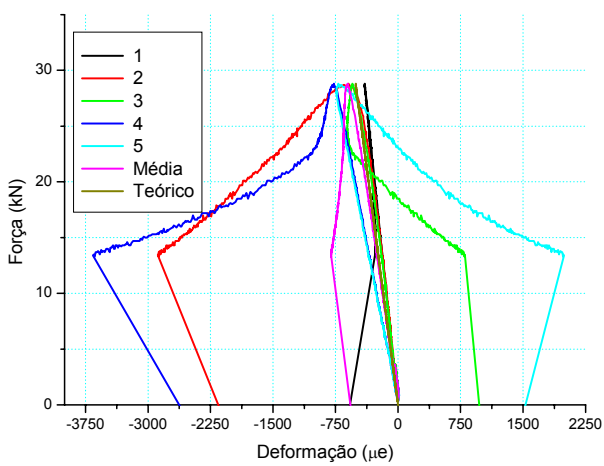
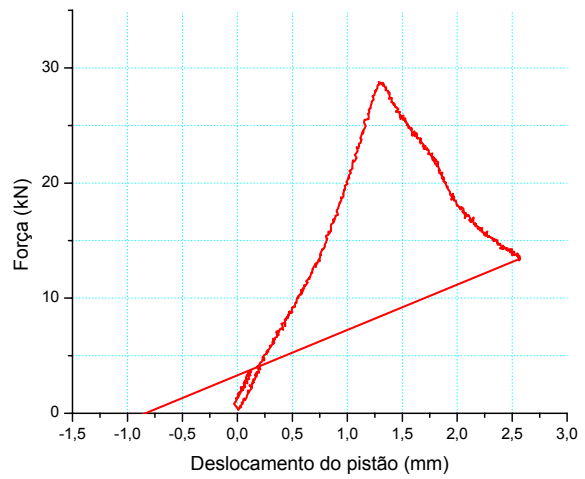
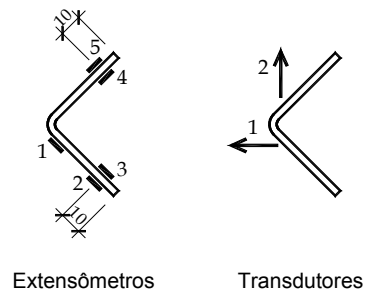
Extensômetros

Transdutores



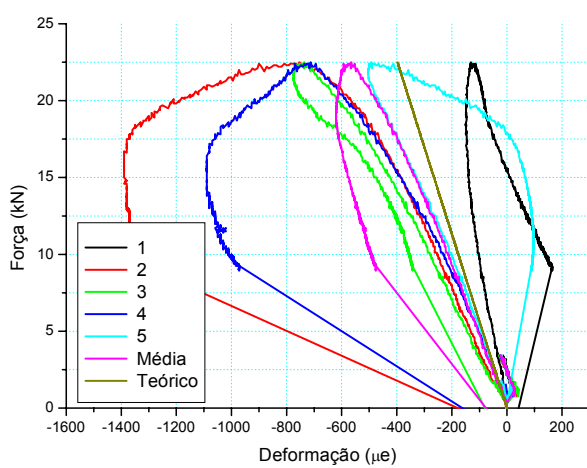
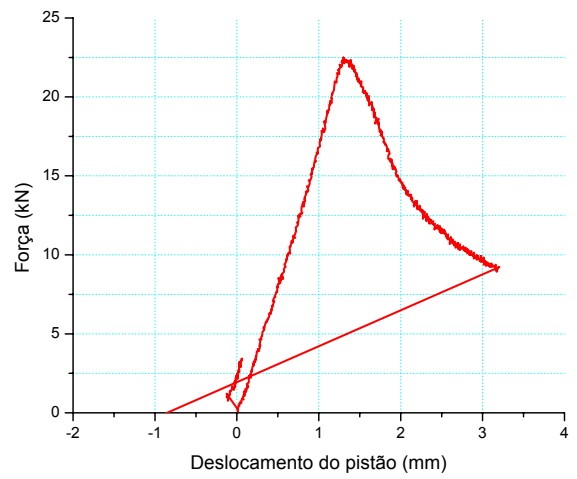
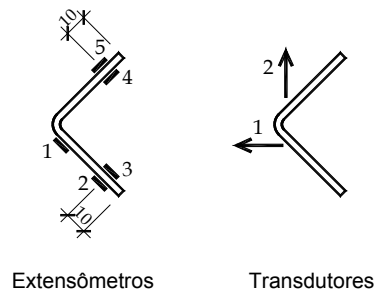
$$\text{Teórico: } \varepsilon = \frac{N}{E \cdot A}$$

Figura A.1 – Barra I.1



Teórico:  $\varepsilon = \frac{N}{E.A}$

Figura A.2 – Barra I.2



Teórico:  $\varepsilon = \frac{N}{E.A}$

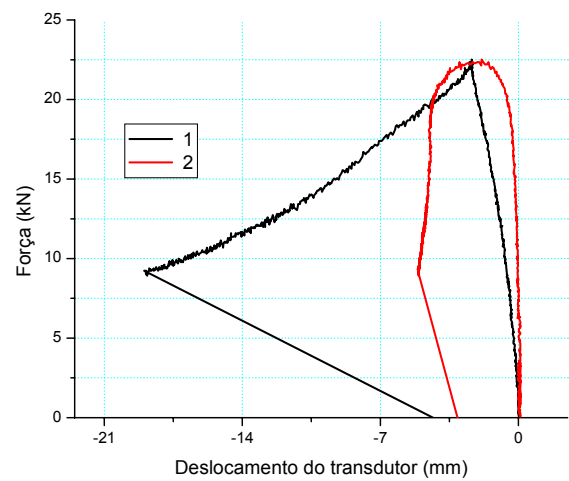
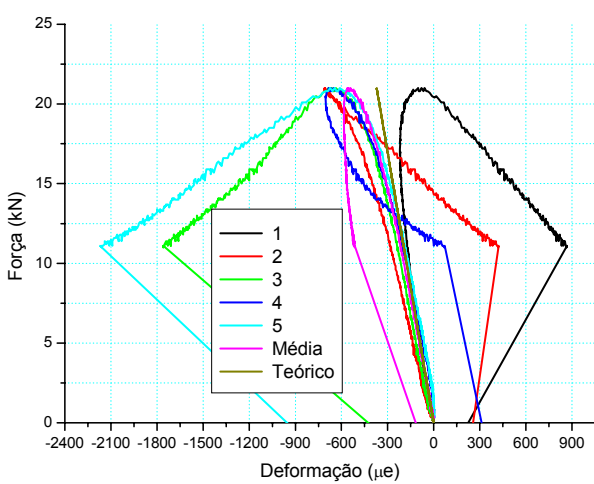
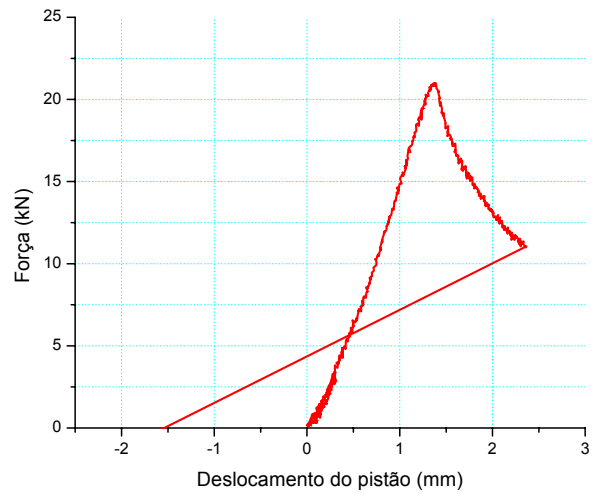
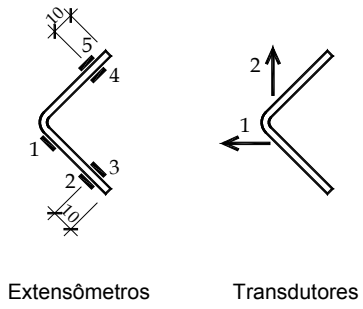


Figura A.3 – Barra I.3



Teórico:  $\epsilon = \frac{N}{E.A}$

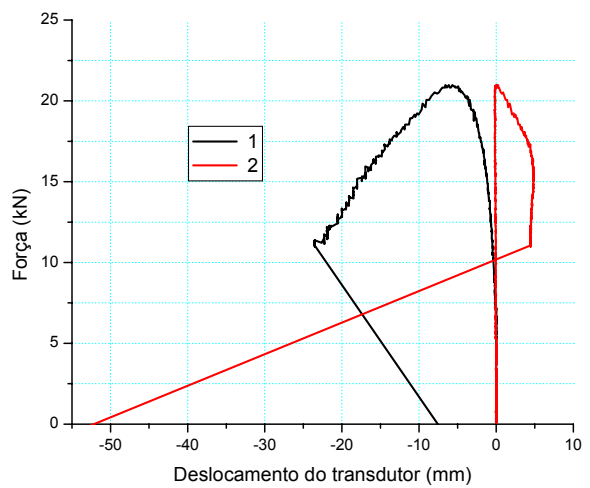
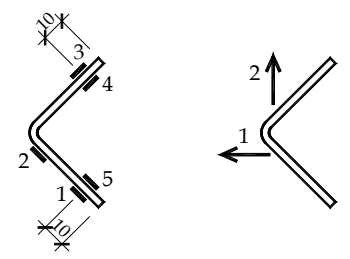
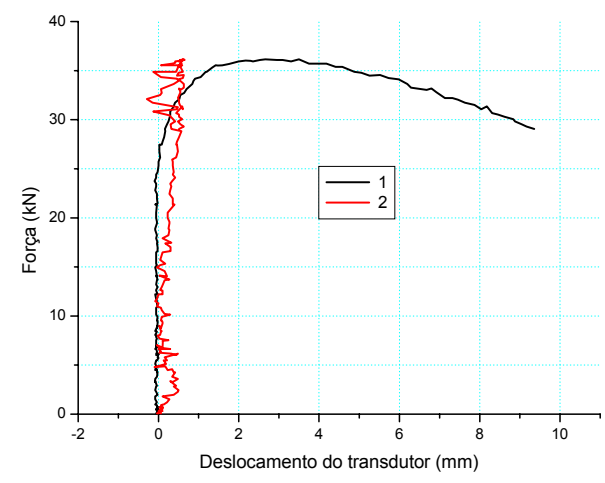
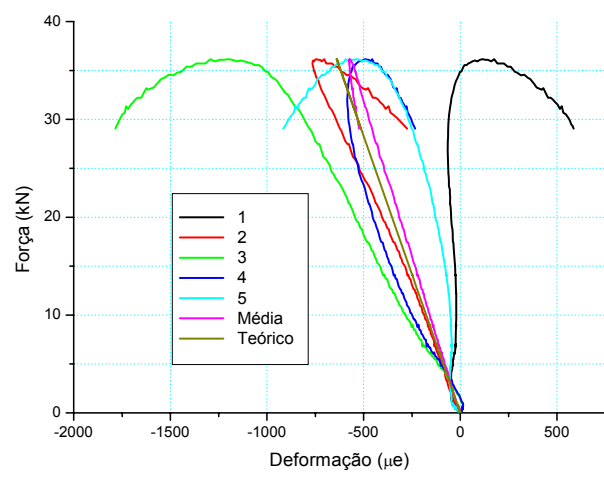
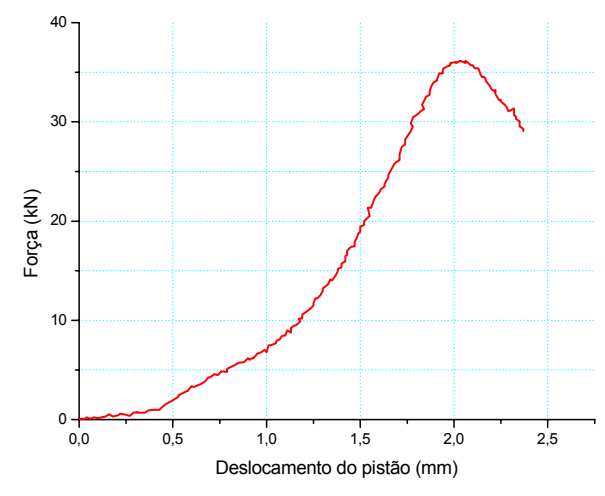


Figura A.4 – Barra I.4

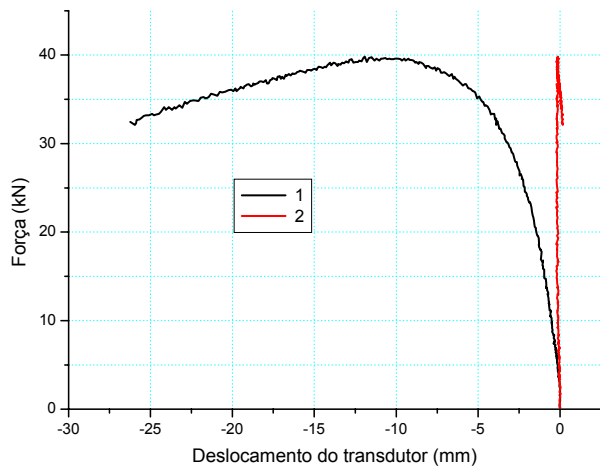
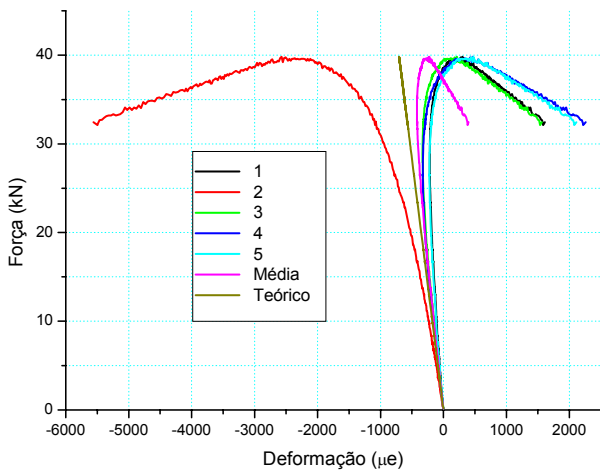
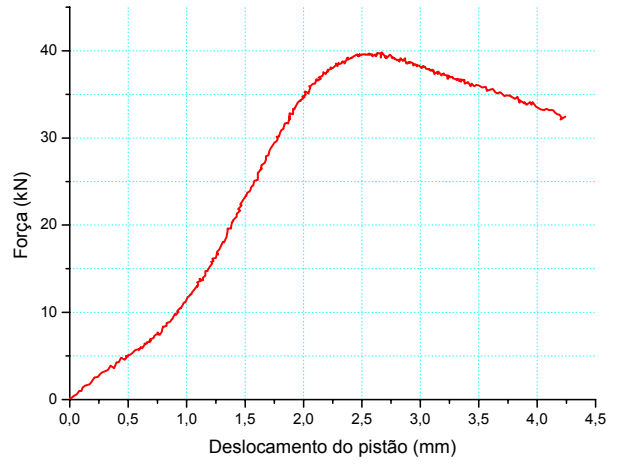
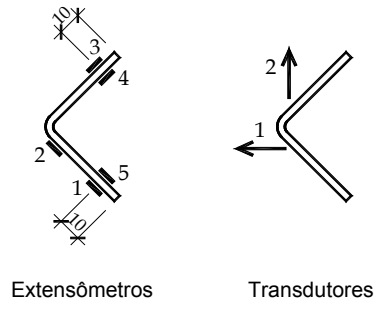


Extensômetros      Transdutores



Teórico:  $\epsilon = \frac{N}{E.A}$

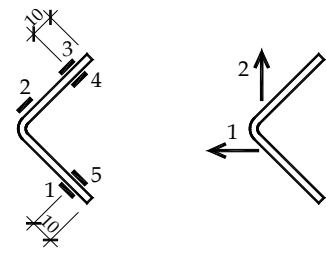
Figura A.5 – Barra I.5



Teórico:  $\varepsilon = \frac{N}{E.A}$

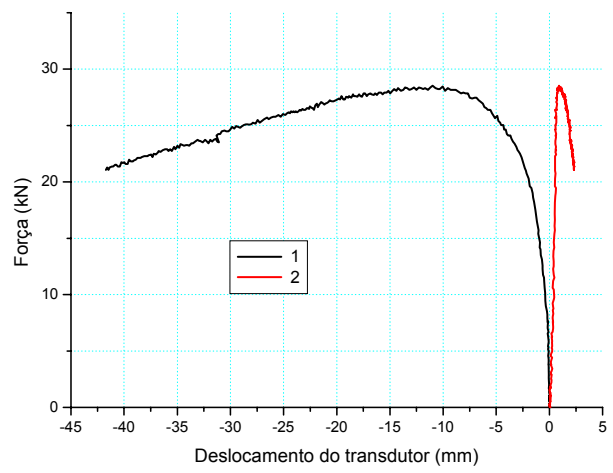
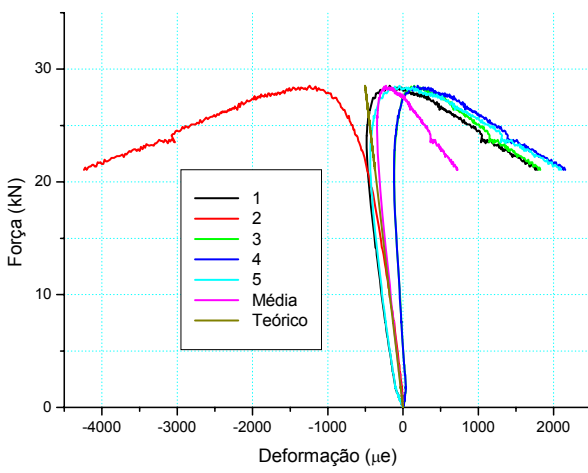
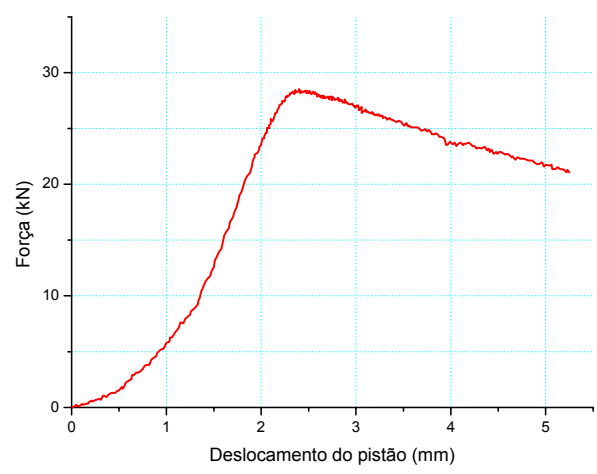
Figura A.6 – Barra I.6





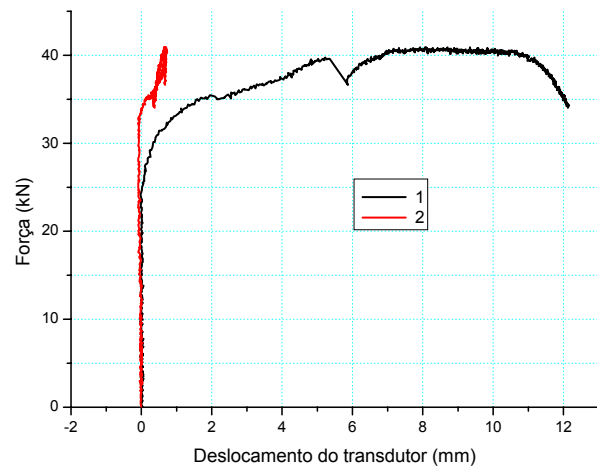
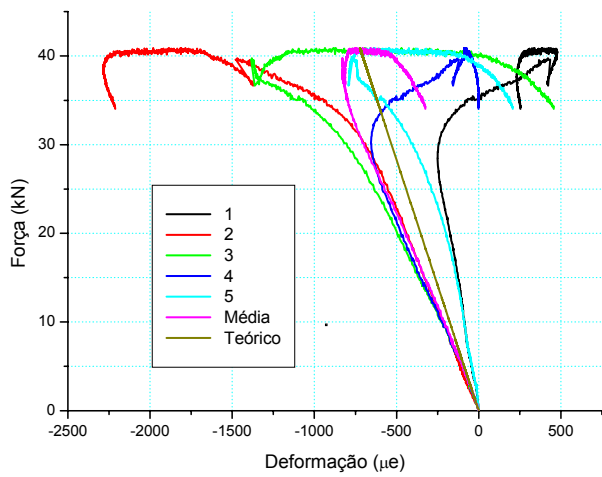
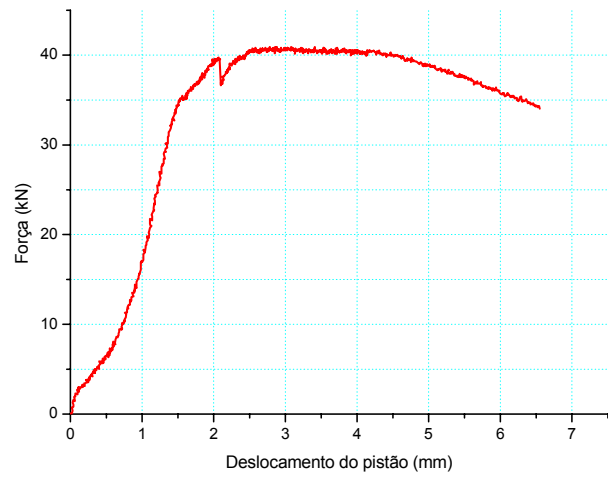
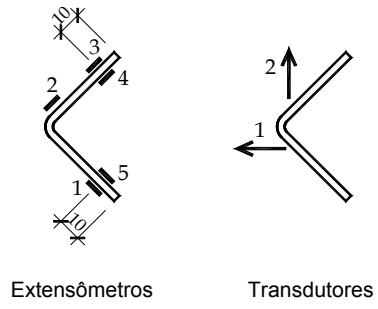
Extensômetros

Transdutores



Teórico:  $\epsilon = \frac{N}{E.A}$

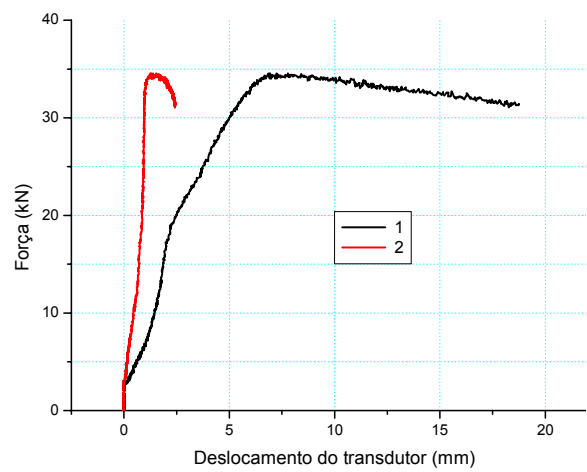
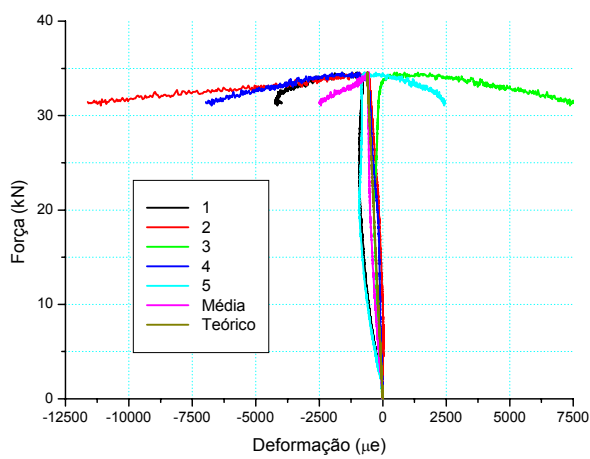
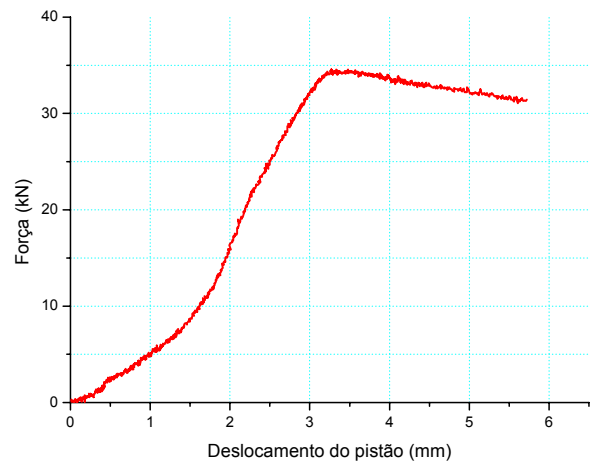
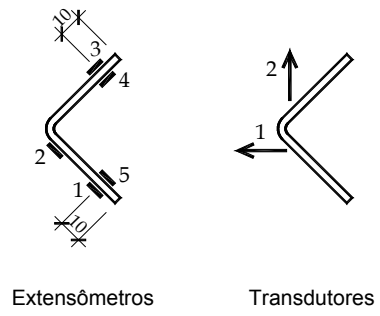
Figura A.7 – Barra I.7



Teórico:  $\varepsilon = \frac{N}{E.A}$

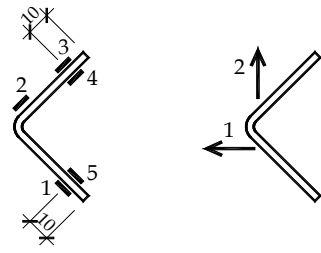
Figura A.8 – Barra II.1





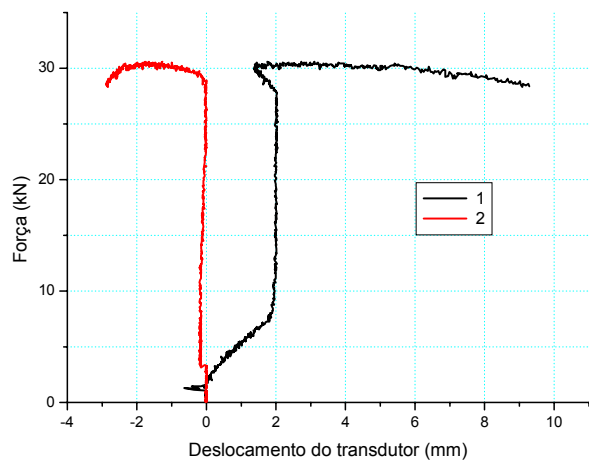
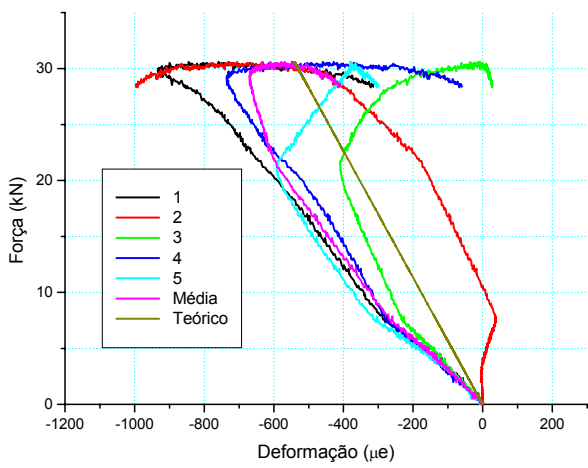
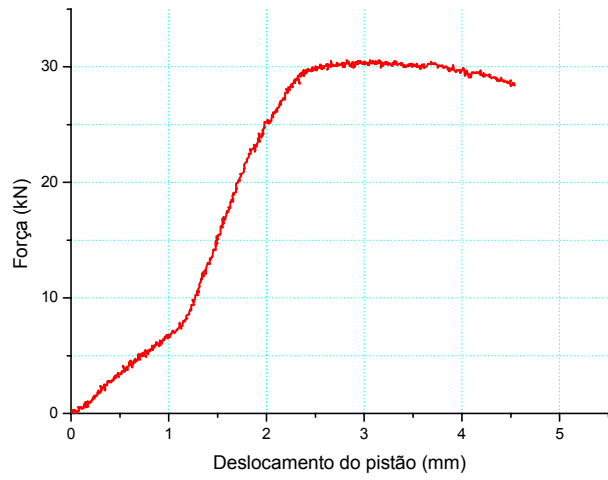
Teórico:  $\epsilon = \frac{N}{E.A}$

Figura A.9 – Barra II.2



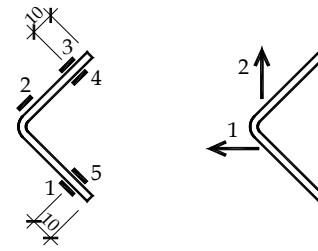
Extensômetros

Transdutores



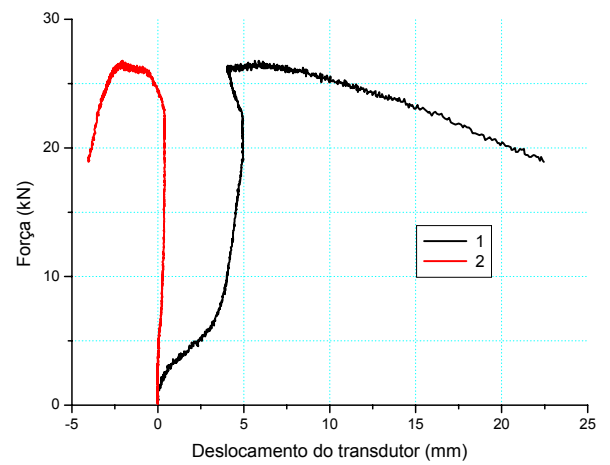
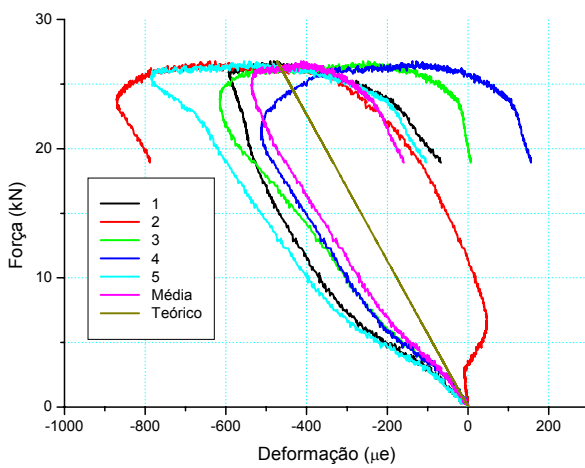
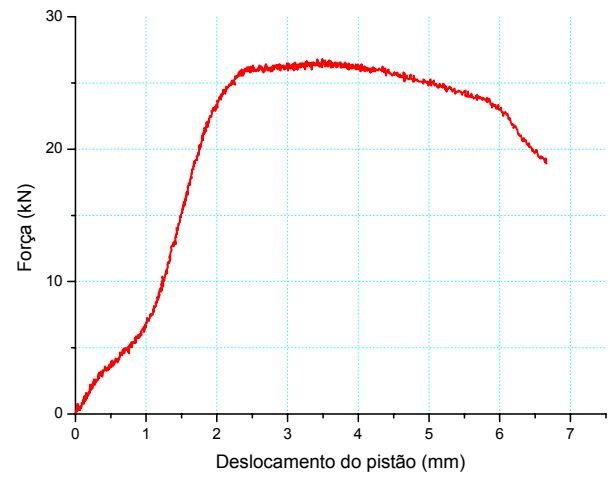
Teórico:  $\epsilon = \frac{N}{E.A}$

Figura A.10 – Barra II.3



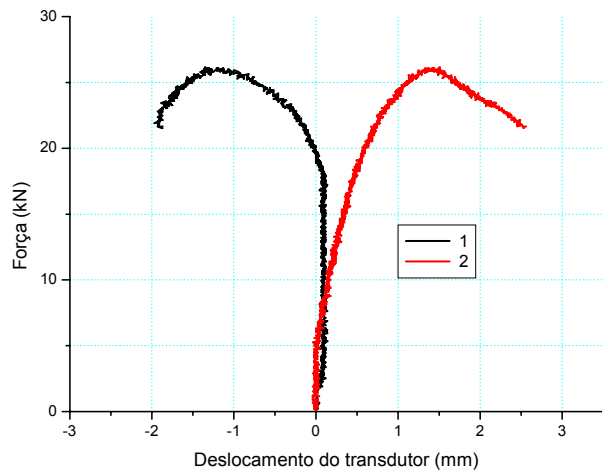
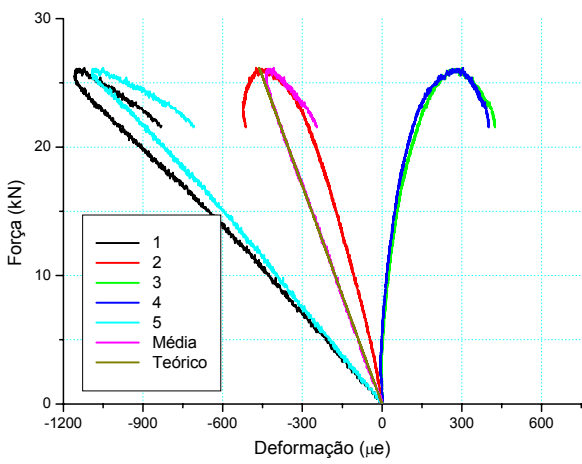
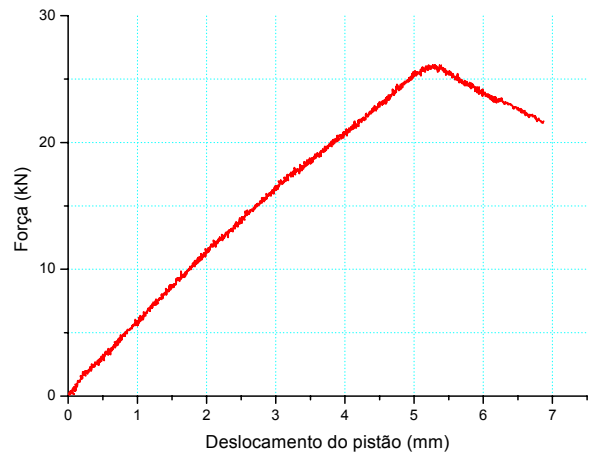
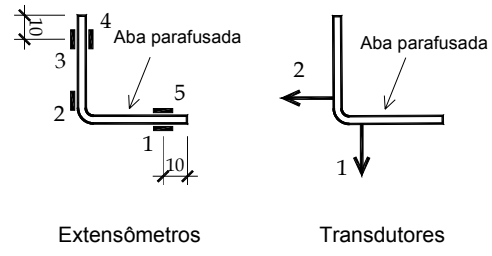
Extensômetros

Transdutores



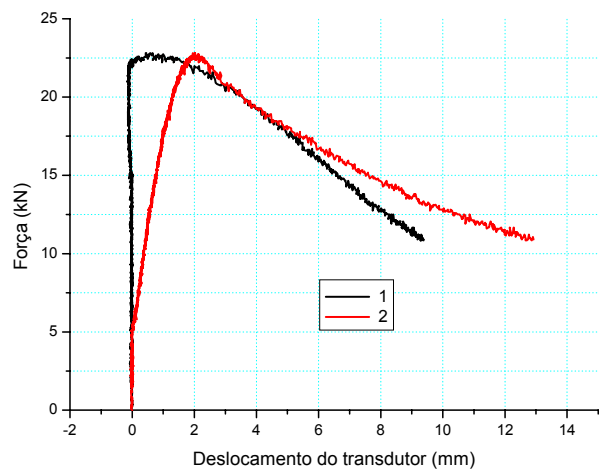
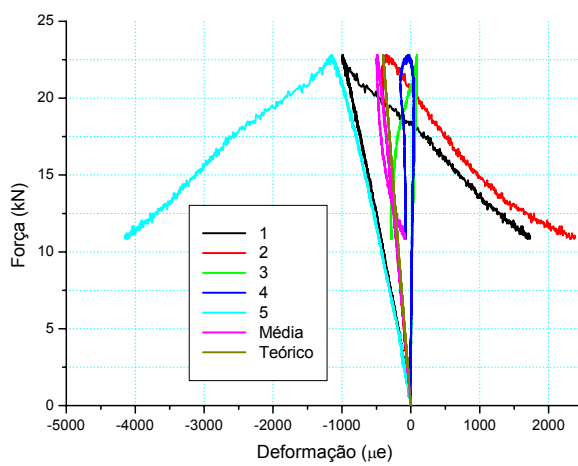
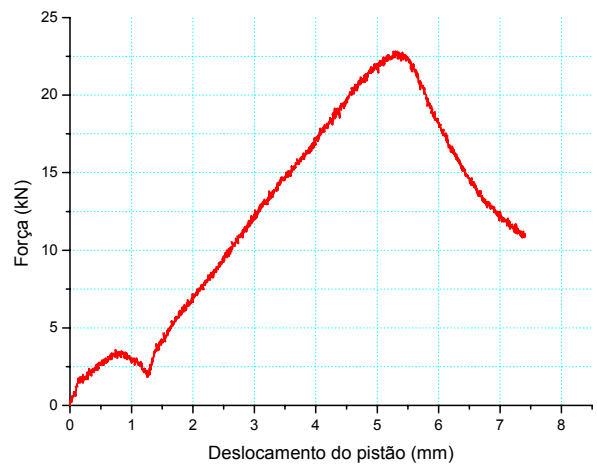
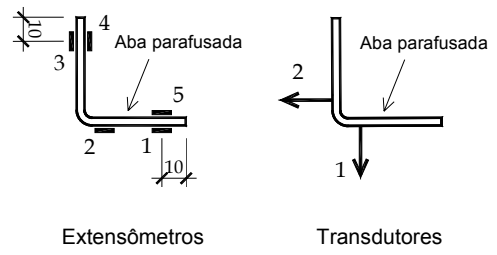
Teórico:  $\varepsilon = \frac{N}{E \cdot A}$

Figura A.11 – Barra II.4



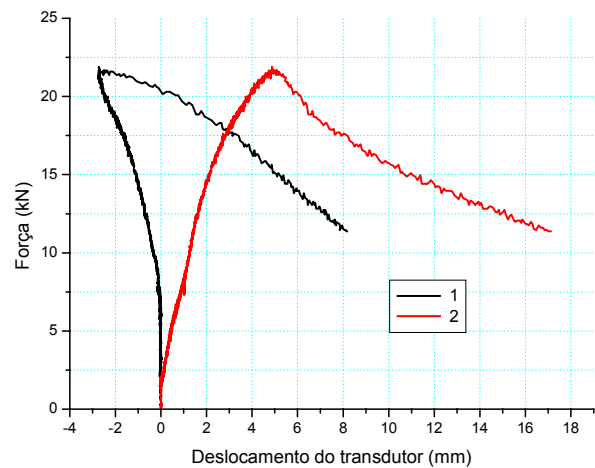
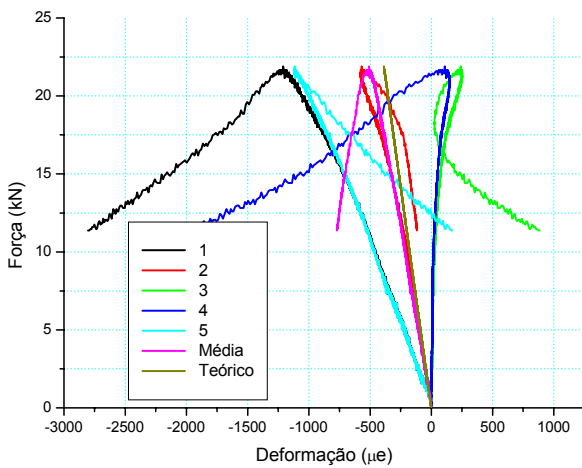
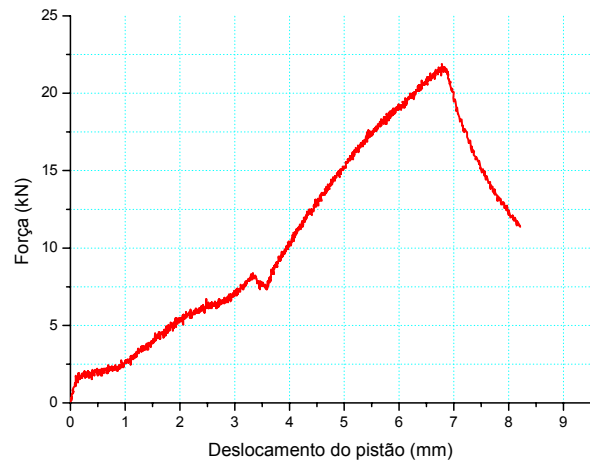
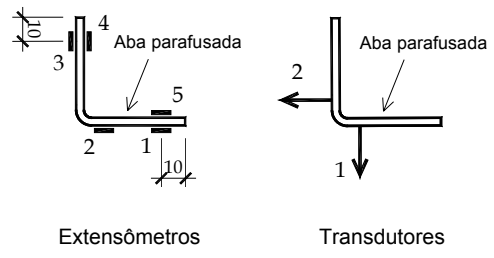
Teórico: 
$$\varepsilon = \frac{N}{E.A}$$

Figura A.12 – Barra III.1



Teórico:  $\epsilon = \frac{N}{E.A}$

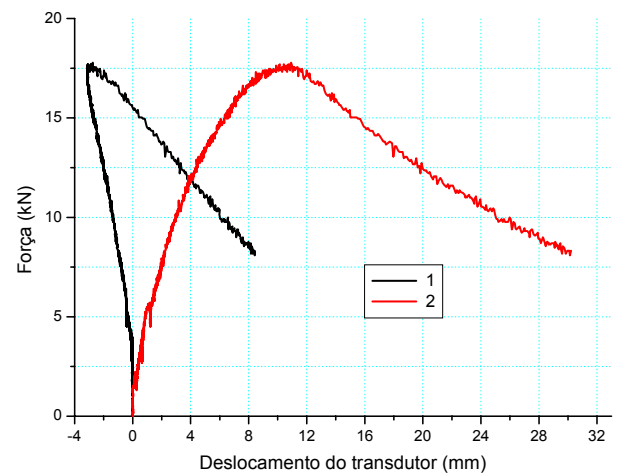
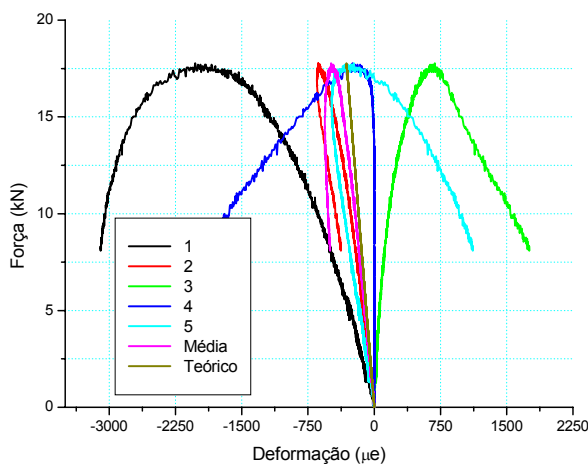
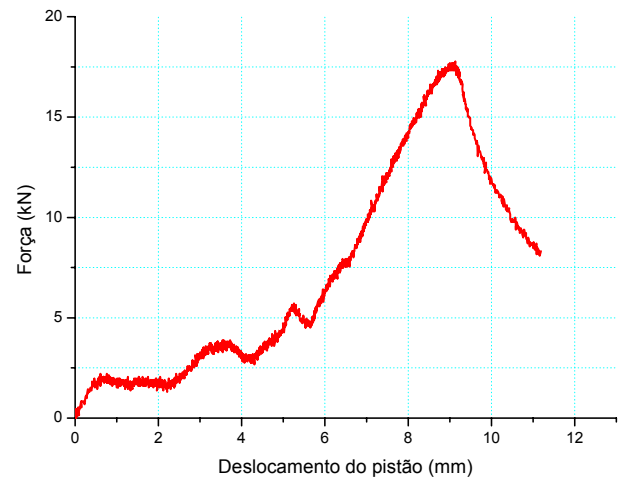
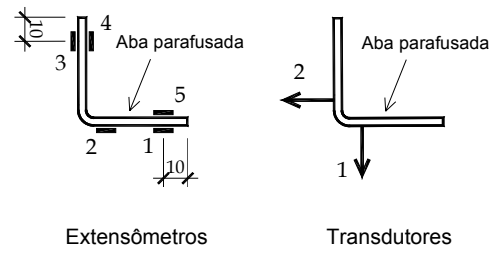
Figura A.13 – Barra III.2



Teórico:  $\epsilon = \frac{N}{E.A}$

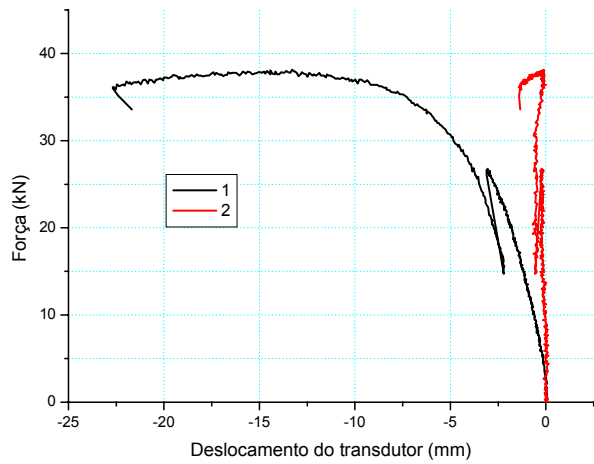
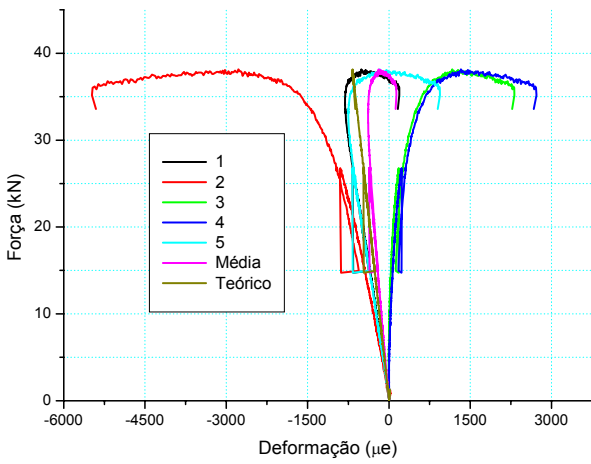
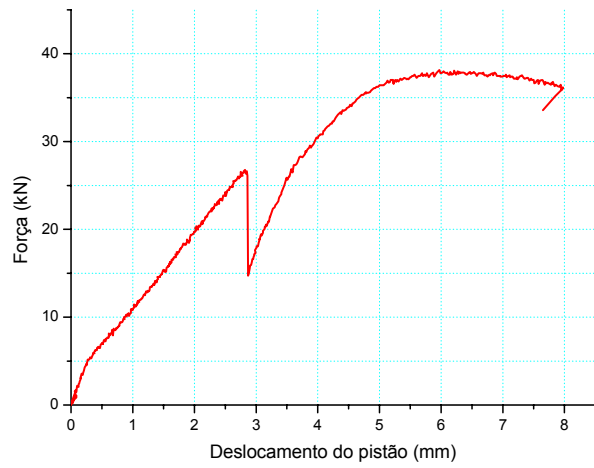
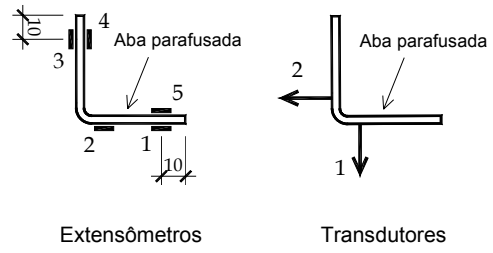
Figura A.14 – Barra III.3





Teórico:  $\epsilon = \frac{N}{E.A}$

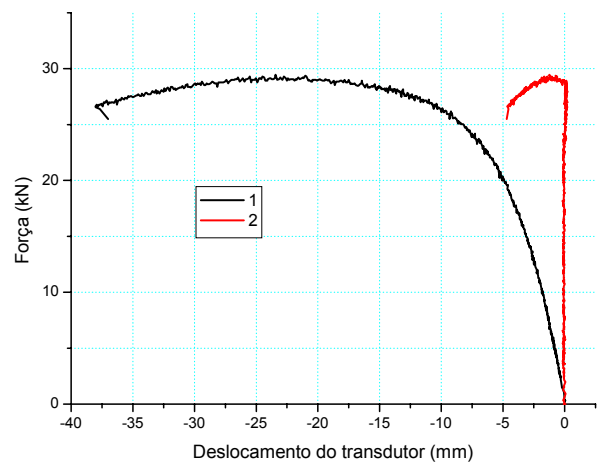
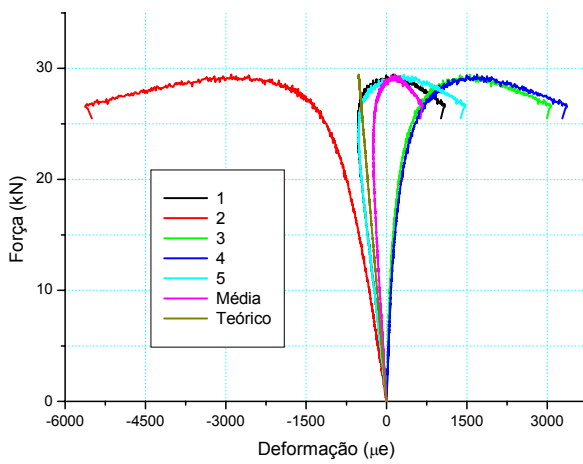
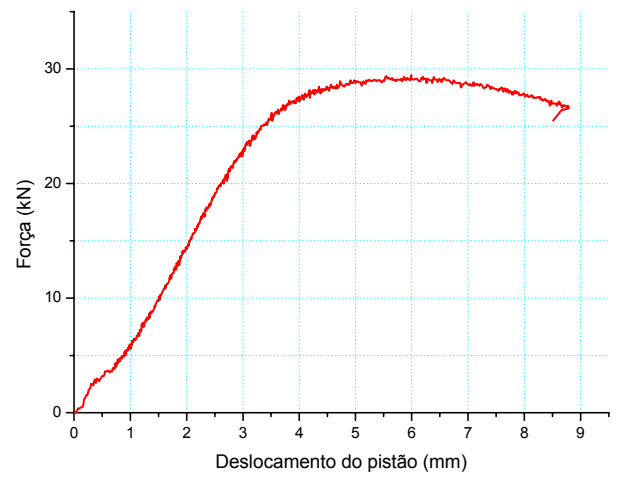
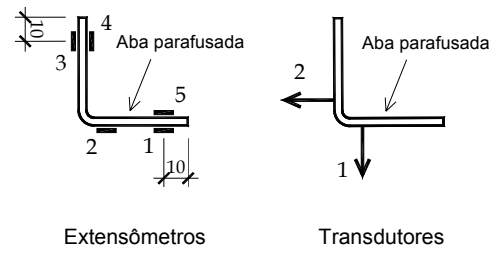
Figura A.15 – Barra III.4



Teórico:  $\varepsilon = \frac{N}{E \cdot A}$

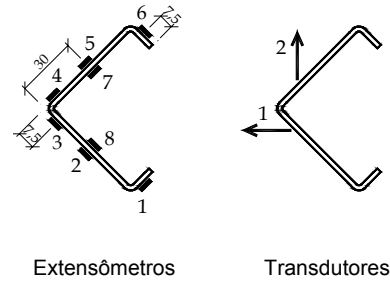
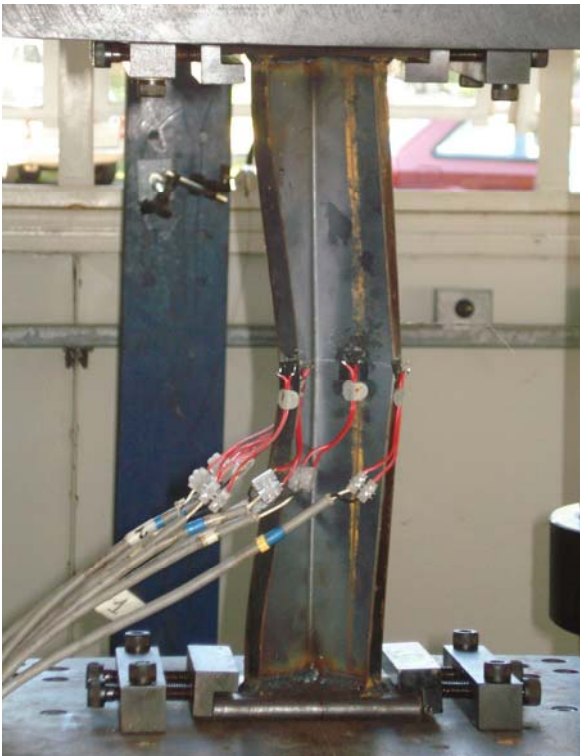
Figura A.16 – Barra IV.1



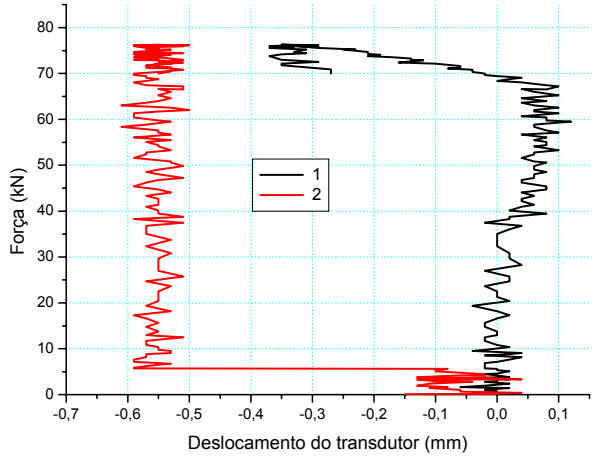
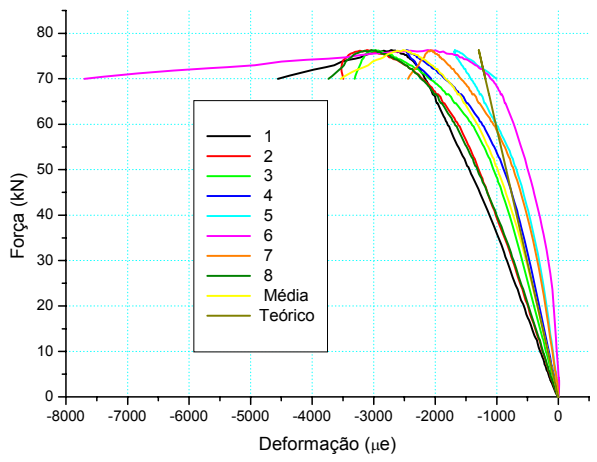
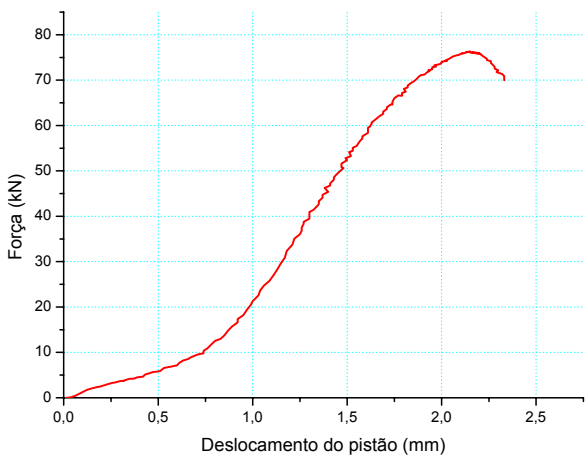


Teórico:  $\epsilon = \frac{N}{E.A}$

Figura A.17 – Barra IV.2

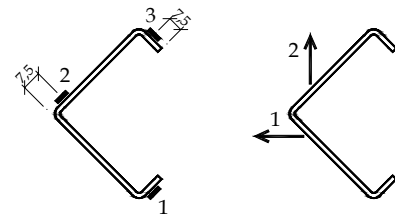


Extensômetros      Transdutores



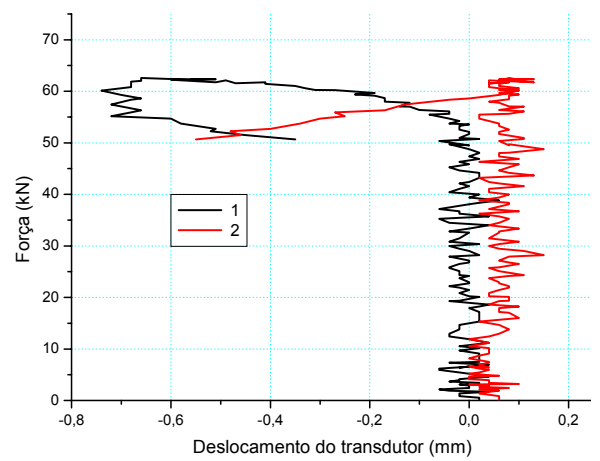
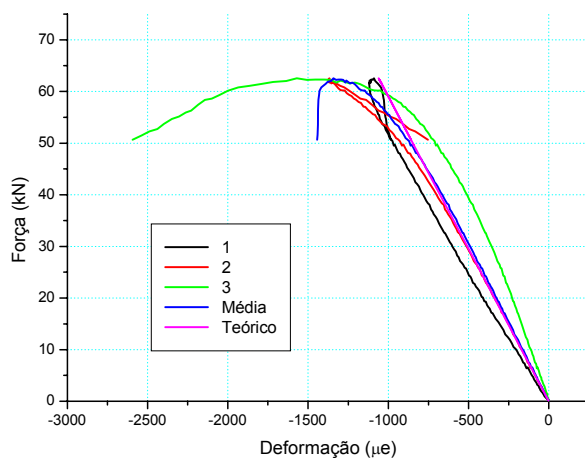
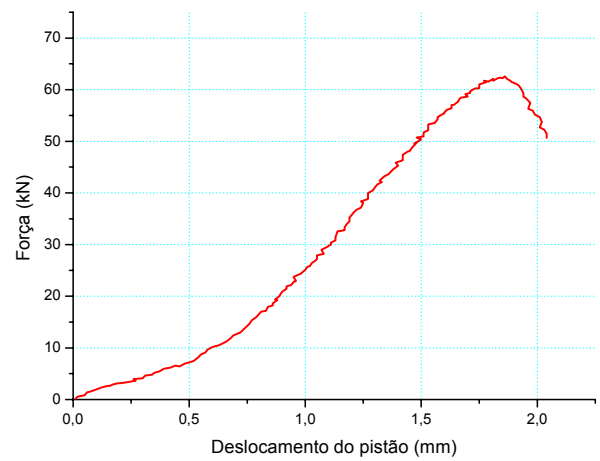
Teórico:  $\varepsilon = \frac{N}{E.A}$

Figura A.18 – Barra V.1



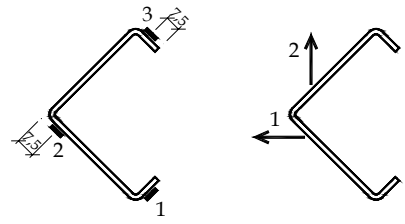
Extensômetros

Transdutores



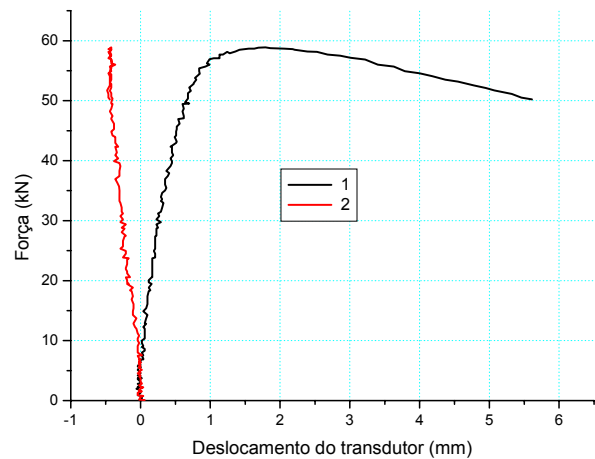
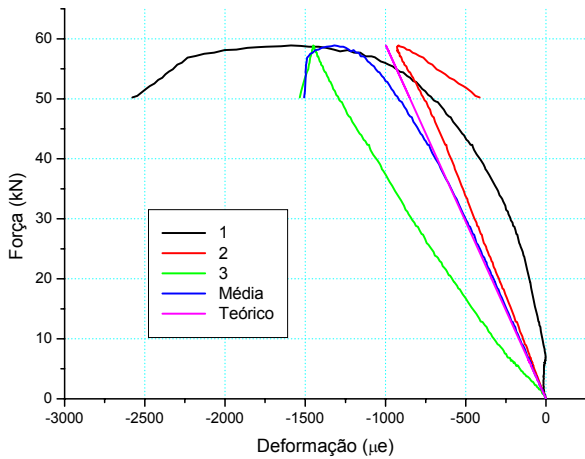
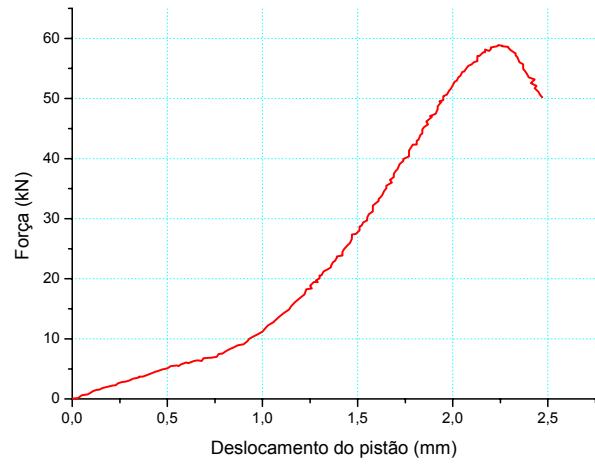
Teórico:  $\varepsilon = \frac{N}{E.A}$

Figura A.19 – Barra V.2



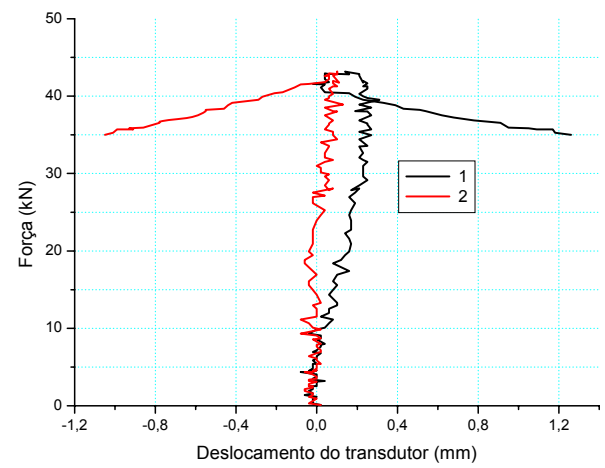
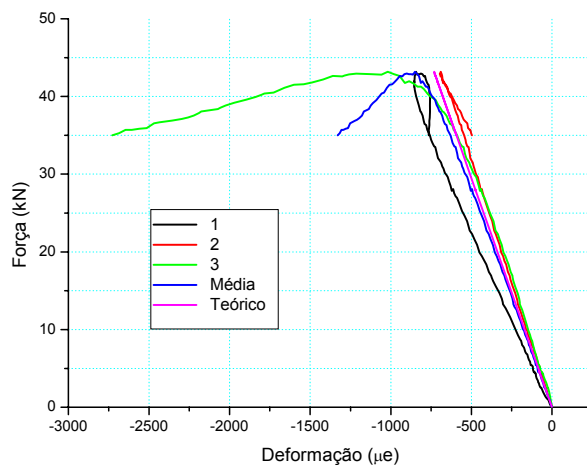
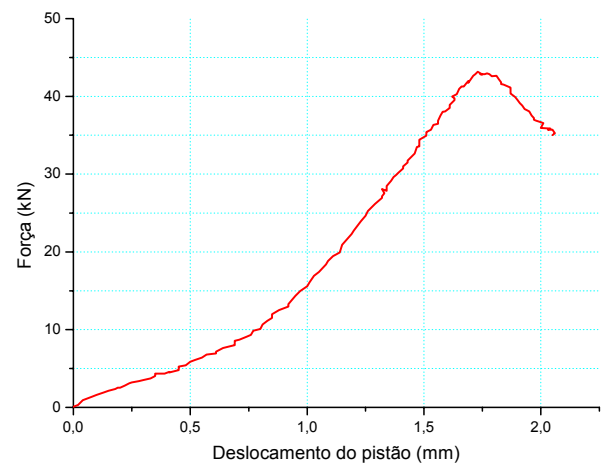
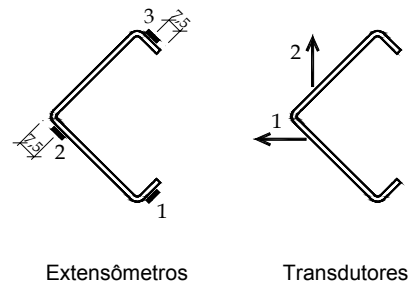
Extensômetros

Transdutores



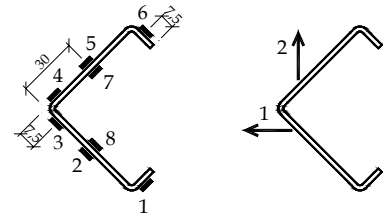
Teórico:  $\varepsilon = \frac{N}{E.A}$

Figura A.20 – Barra V.3



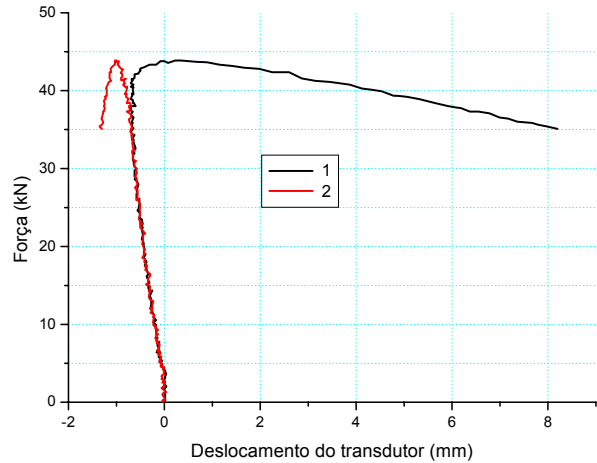
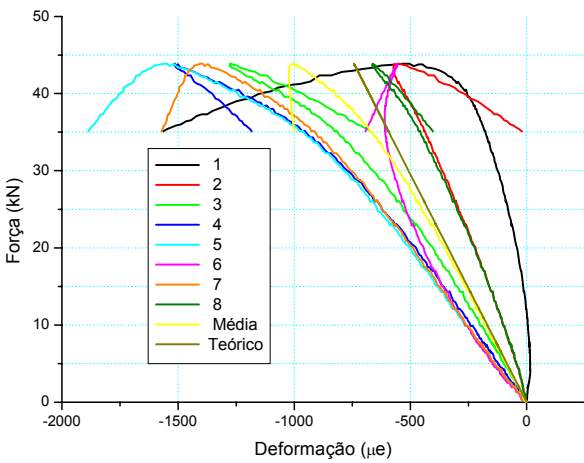
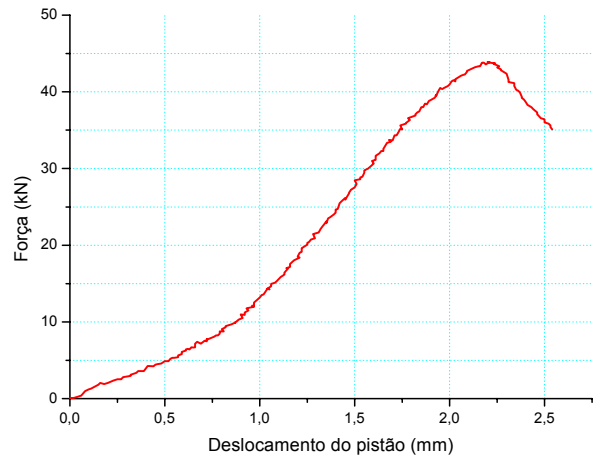
Teórico:  $\varepsilon = \frac{N}{E.A}$

Figura A.21 – Barra V.4



Extensômetros

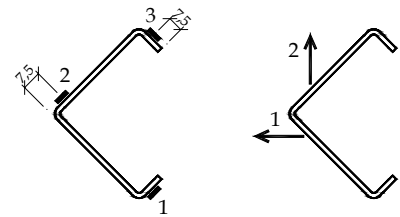
Transdutores



Teórico:  $\epsilon = \frac{N}{E.A}$

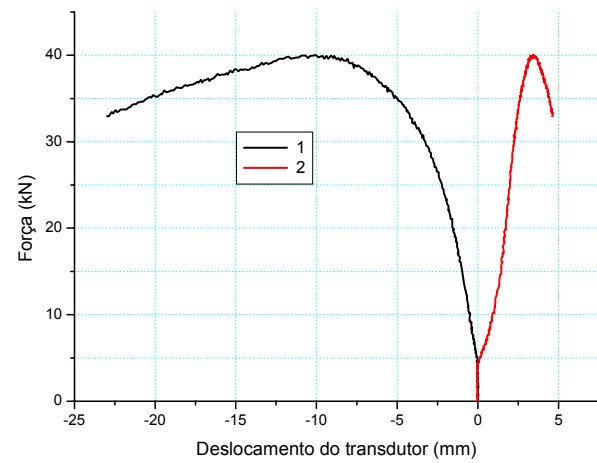
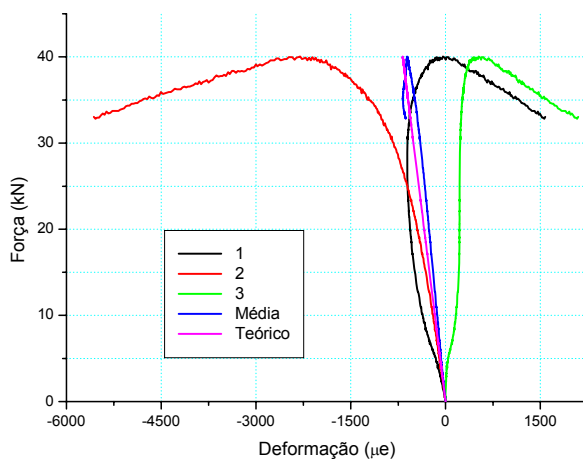
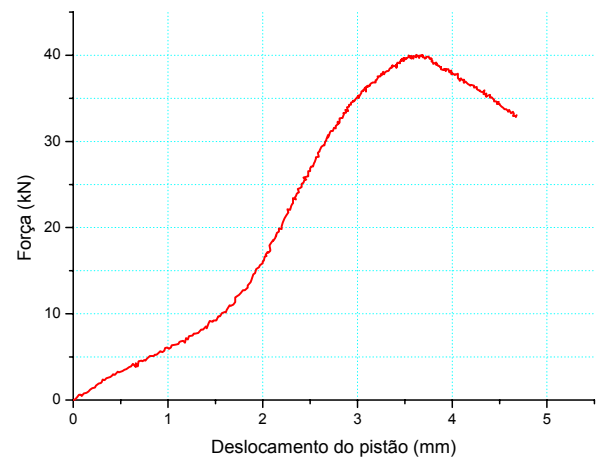
Figura A.22 – Barra V.5





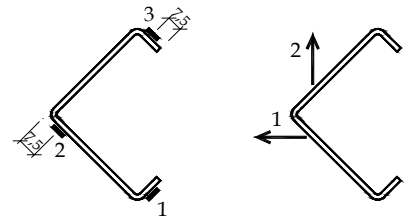
Extensômetros

Transdutores



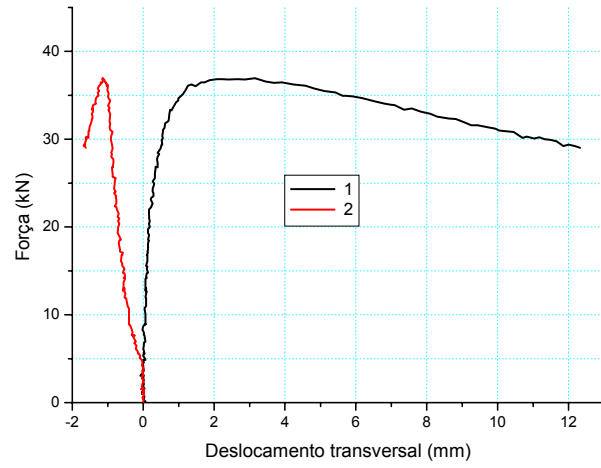
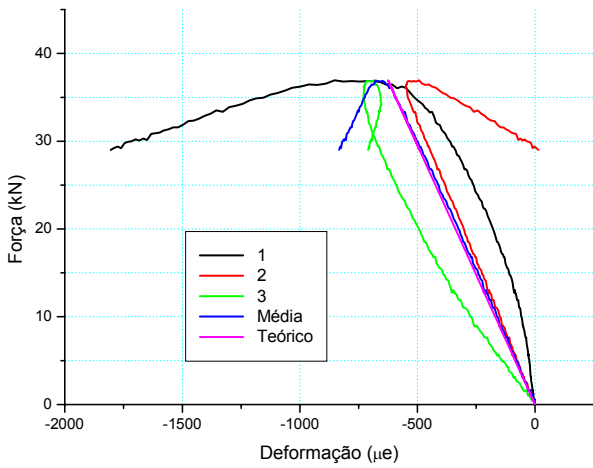
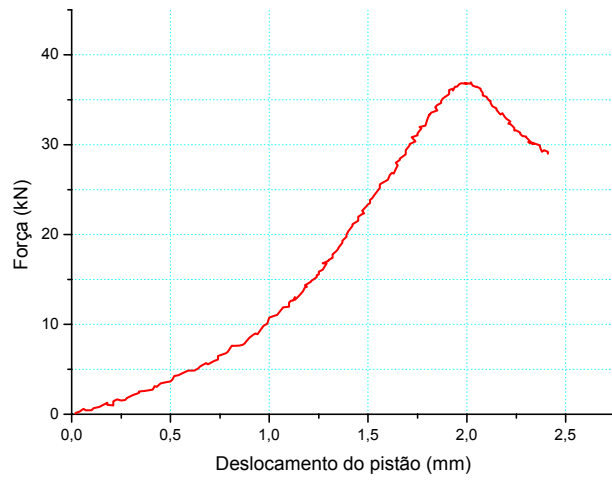
Teórico:  $\epsilon = \frac{N}{E.A}$

Figura A.23 – Barra V.6



Extensômetros

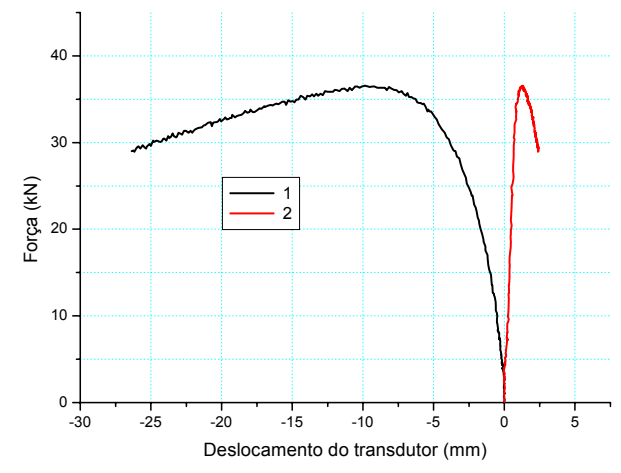
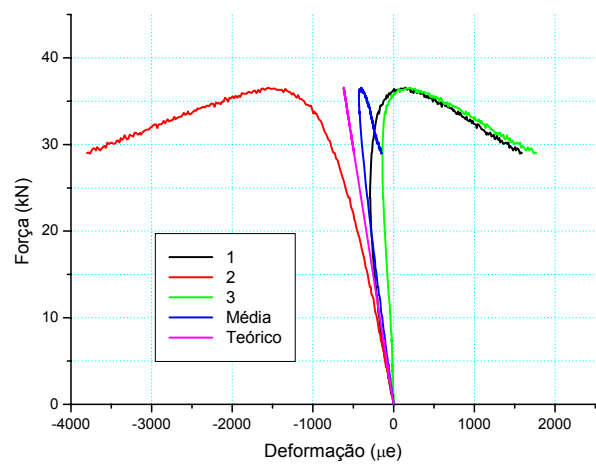
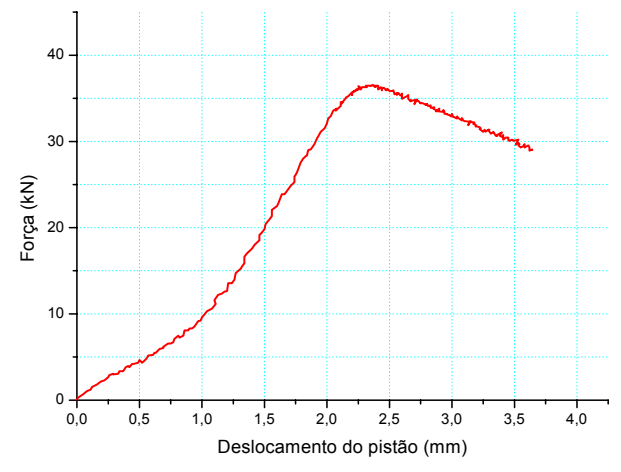
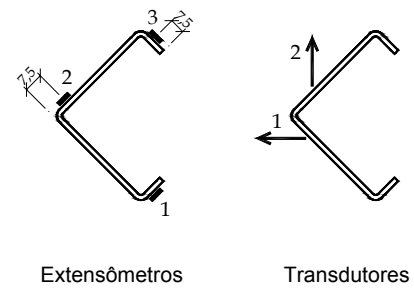
Transdutores



Teórico:  $\epsilon = \frac{N}{E.A}$

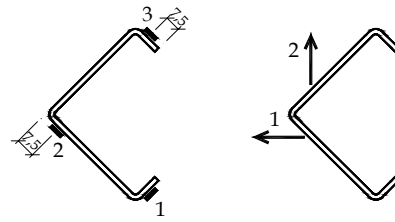
Figura A.24 – Barra V.7





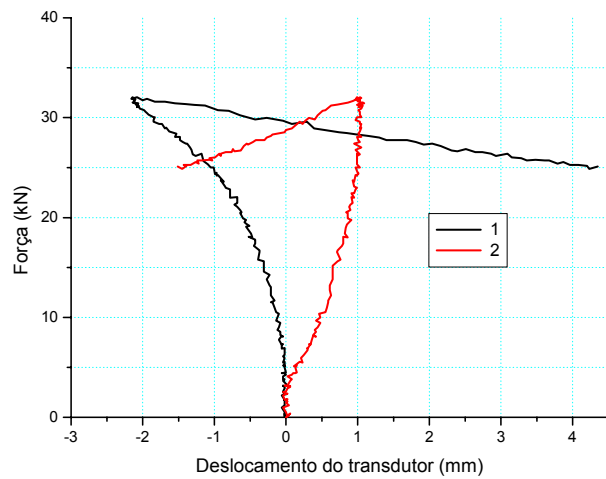
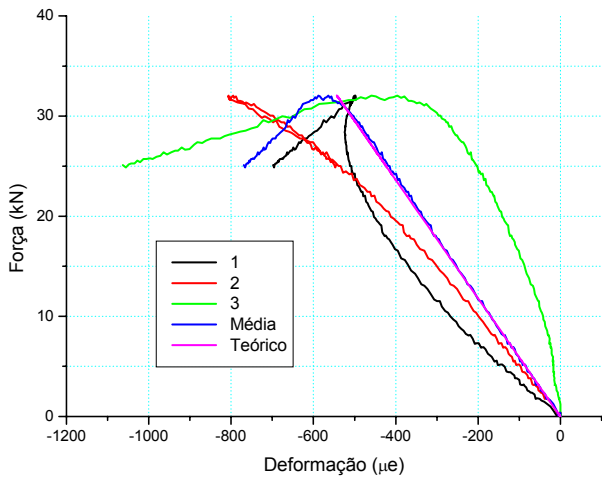
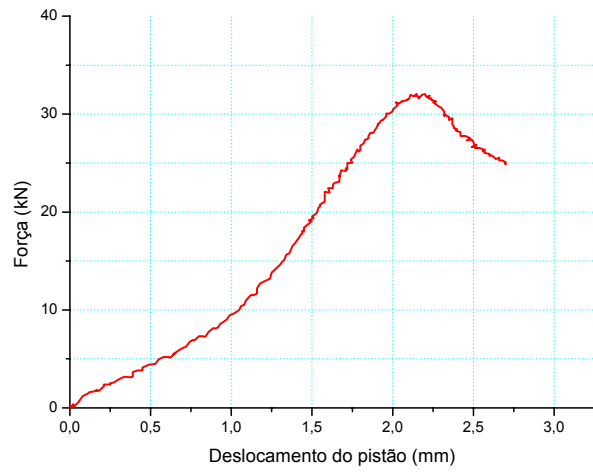
Teórico:  $\epsilon = \frac{N}{E.A}$

Figura A.25 – Barra V.8



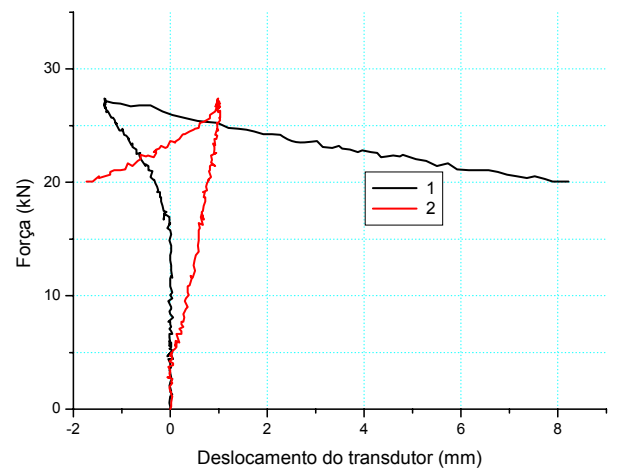
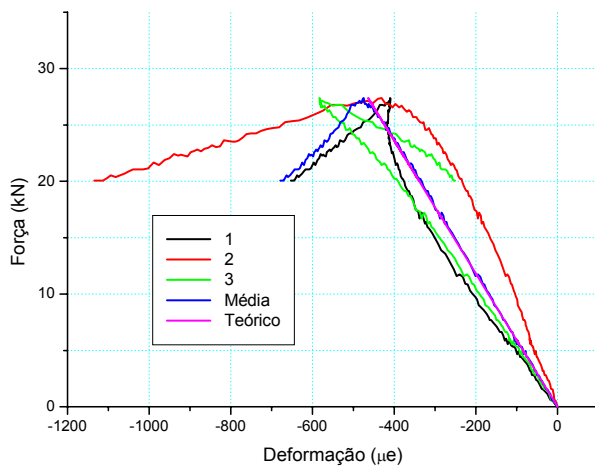
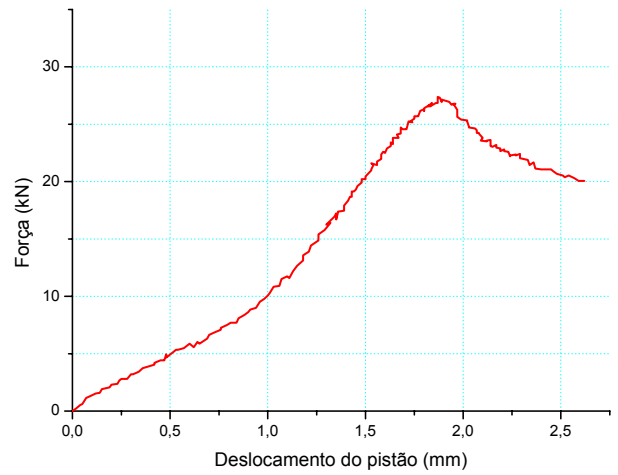
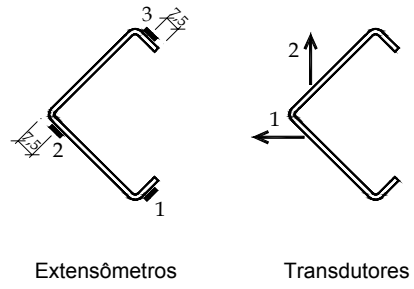
Extensômetros

Transdutores



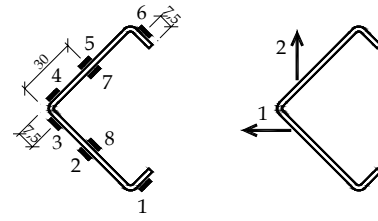
Teórico:  $\epsilon = \frac{N}{E.A}$

Figura A.26 – Barra V.9



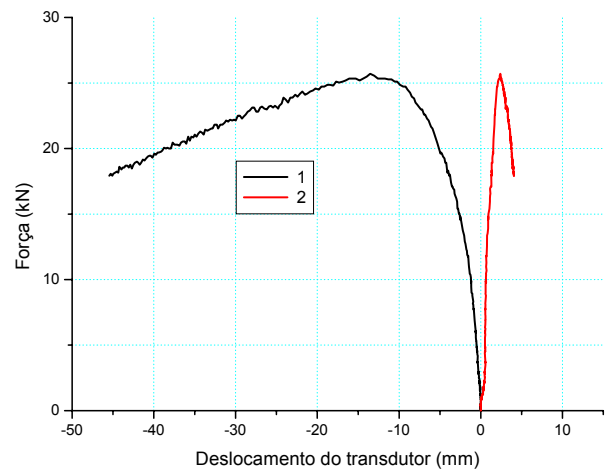
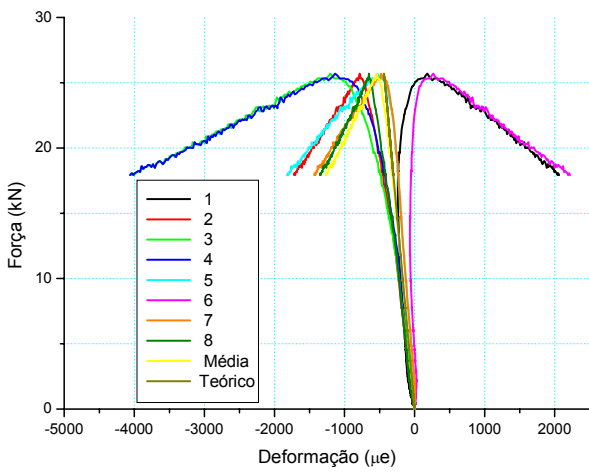
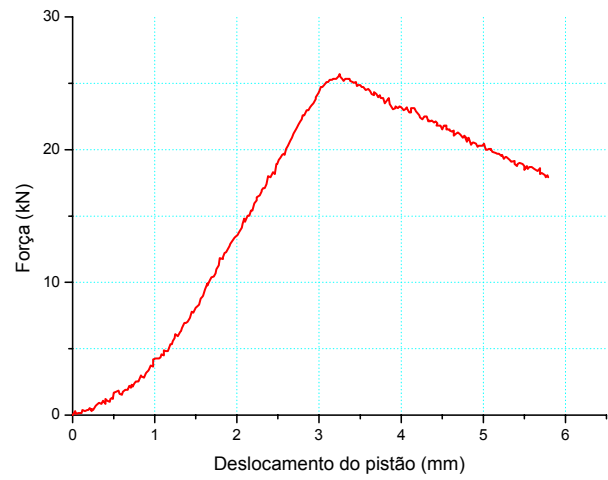
Teórico:  $\epsilon = \frac{N}{E.A}$

Figura A.27 – Barra V.10



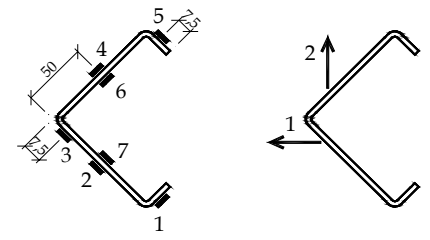
Extensômetros

Transdutores

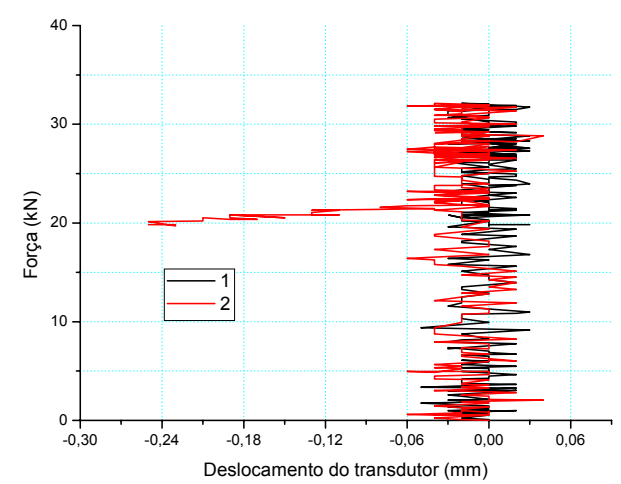
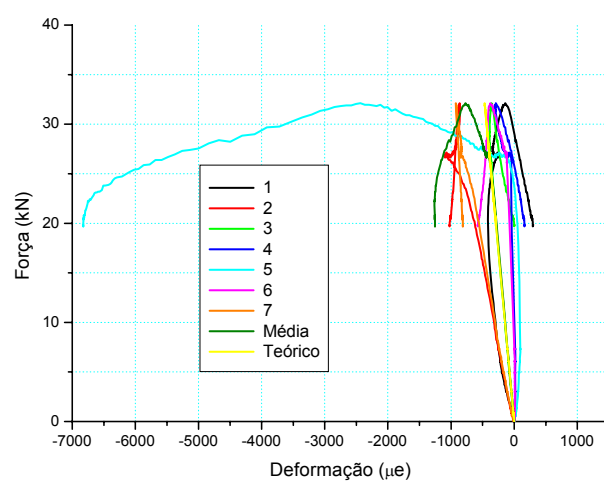
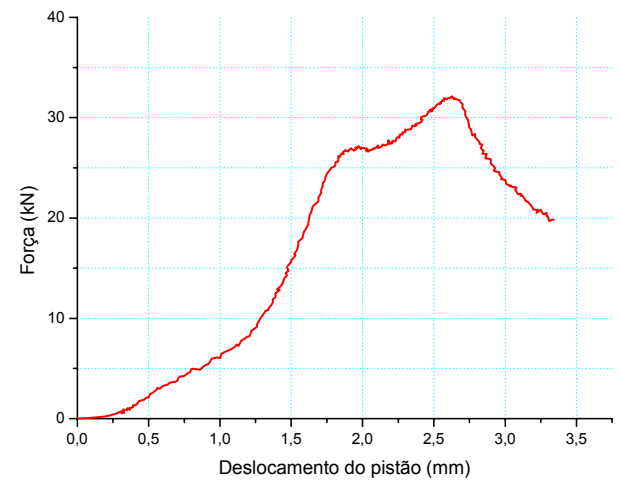


Teórico:  $\epsilon = \frac{N}{E \cdot A}$

Figura A.28 – Barra V.11

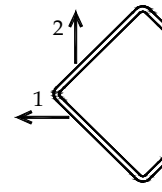
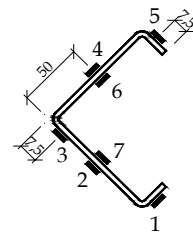


Extensômetros      Transdutores



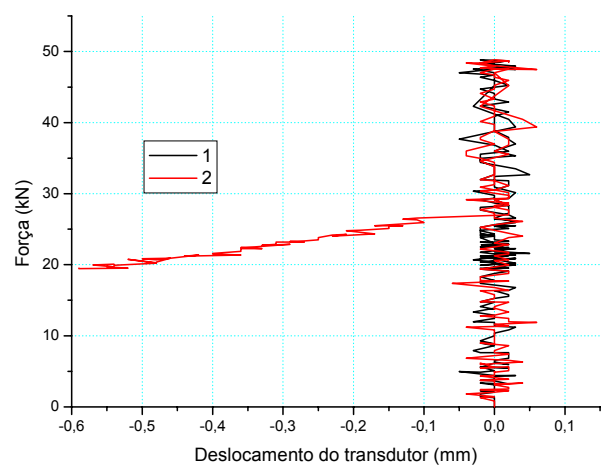
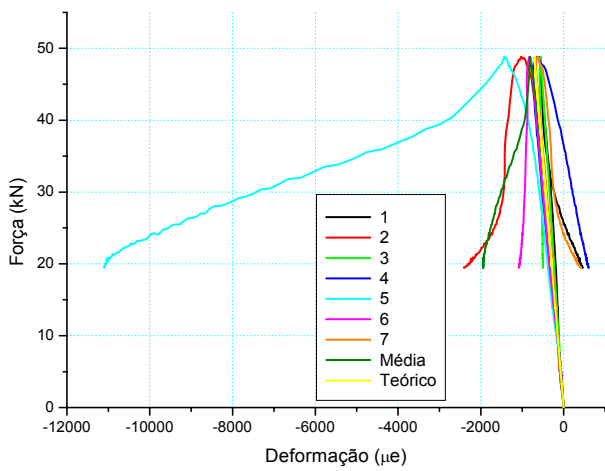
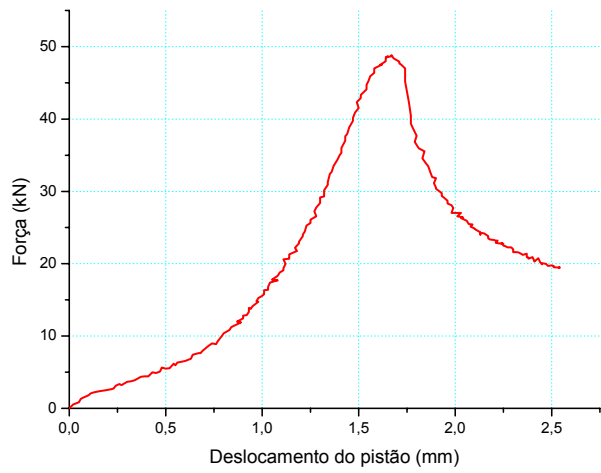
Teórico:  $\varepsilon = \frac{N}{E.A}$

Figura A.29 – Barra VI.1



Extensômetros

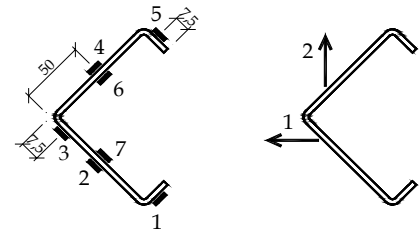
Transdutores



Teórico:  $\varepsilon = \frac{N}{E.A}$

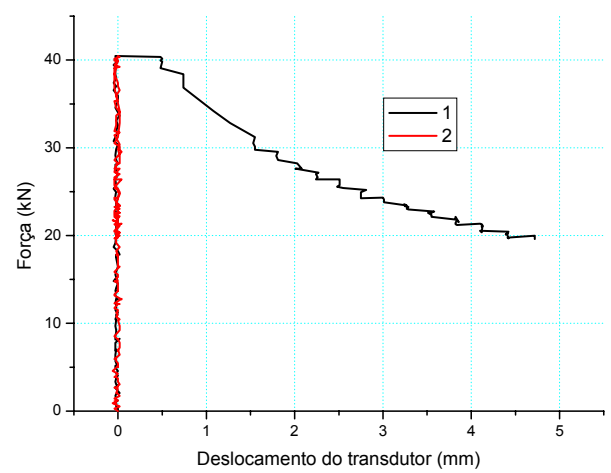
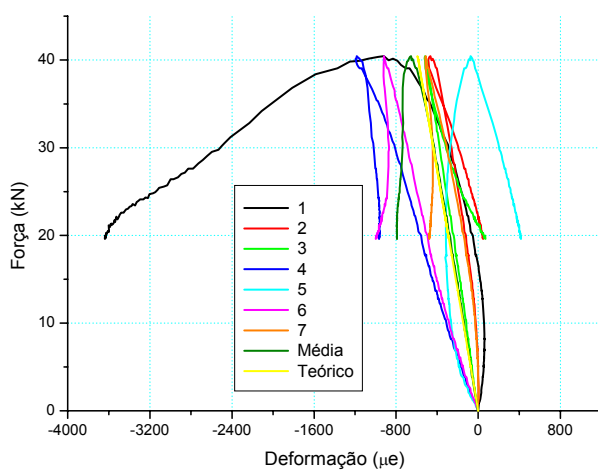
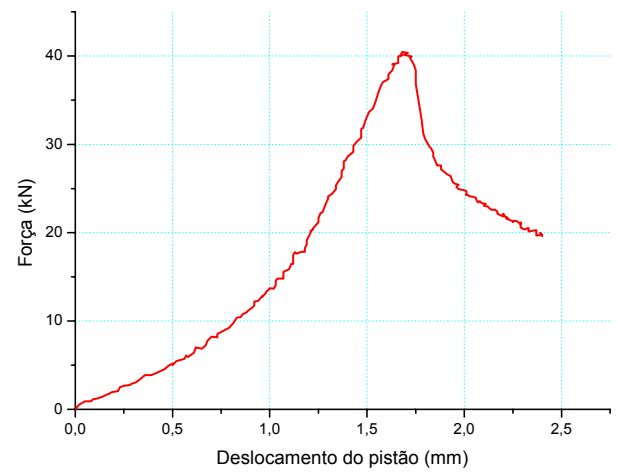
Figura A.30 – Barra VI.2





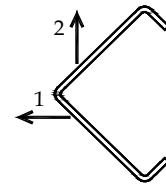
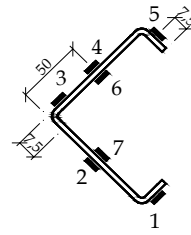
Extensômetros

Transdutores



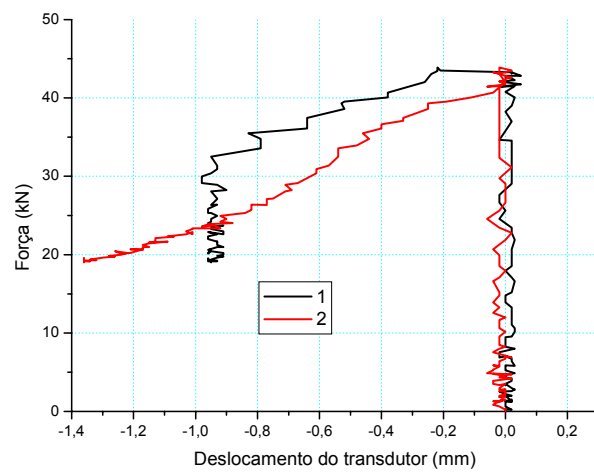
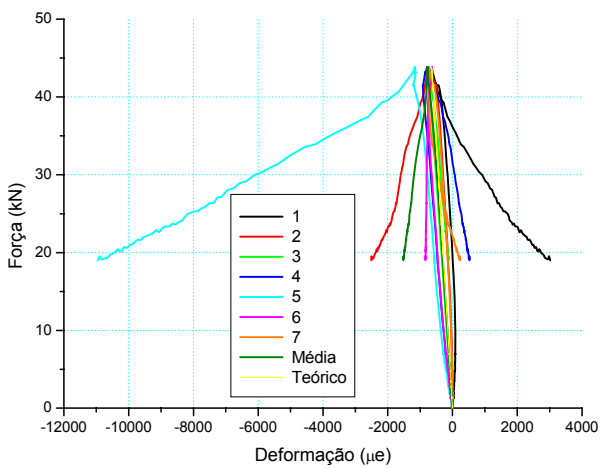
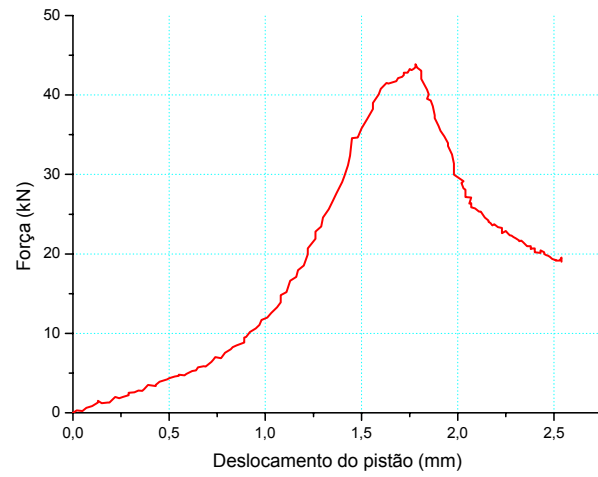
Teórico:  $\varepsilon = \frac{N}{E.A}$

Figura A.31 – Barra VI.3



Extensômetros

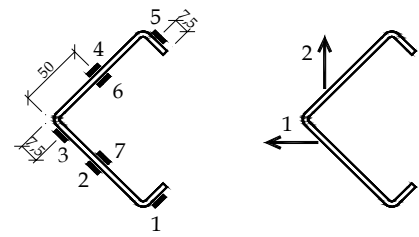
Transdutores



Teórico:  $\epsilon = \frac{N}{E.A}$

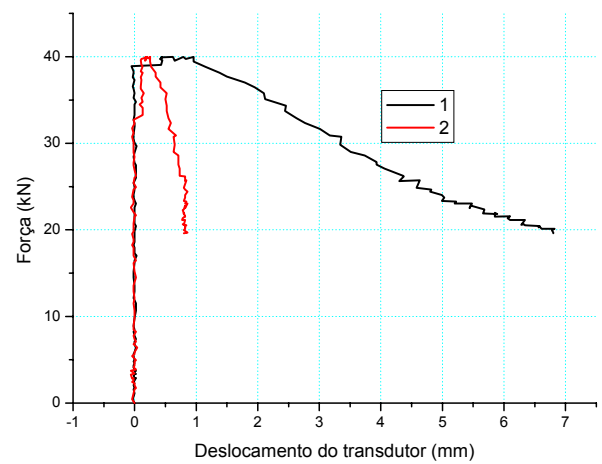
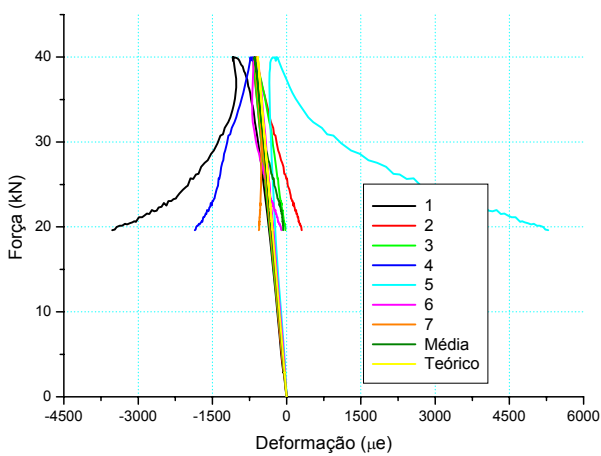
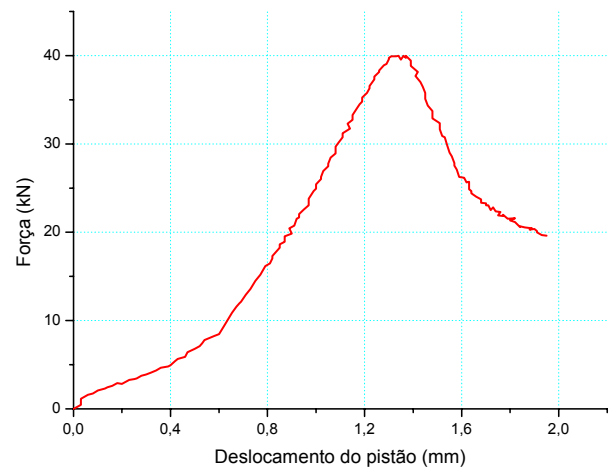
Figura A.32 – Barra VI.4





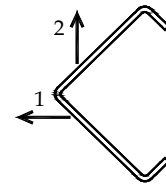
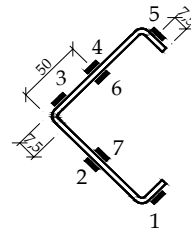
Extensômetros

Transdutores



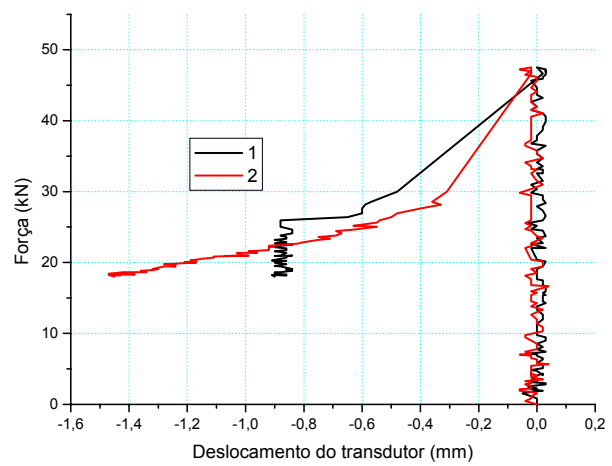
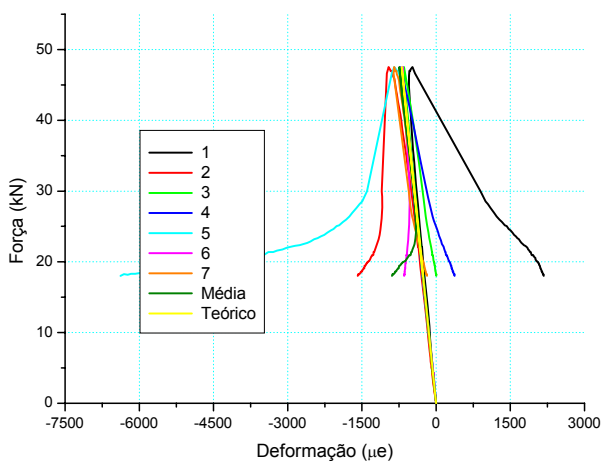
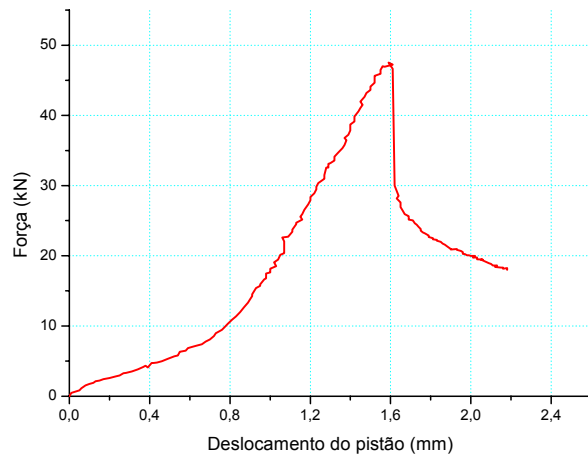
Teórico: 
$$\varepsilon = \frac{N}{E \cdot A}$$

Figura A.33 – Barra VI.5



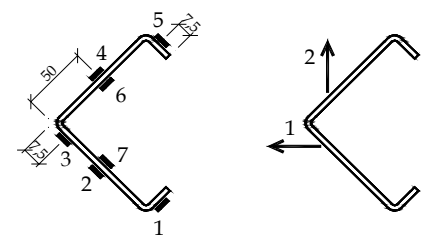
Extensômetros

Transdutores

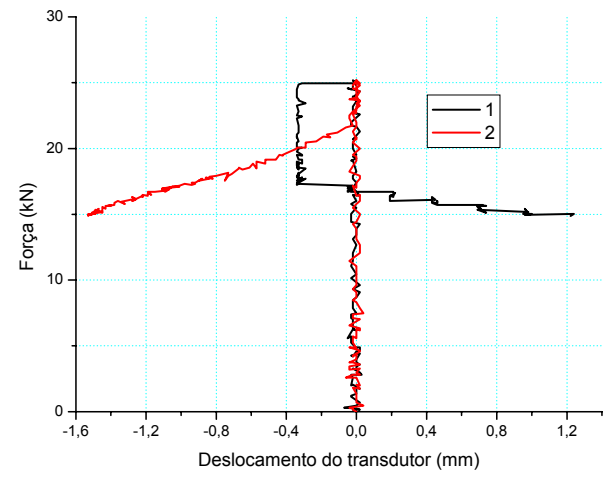
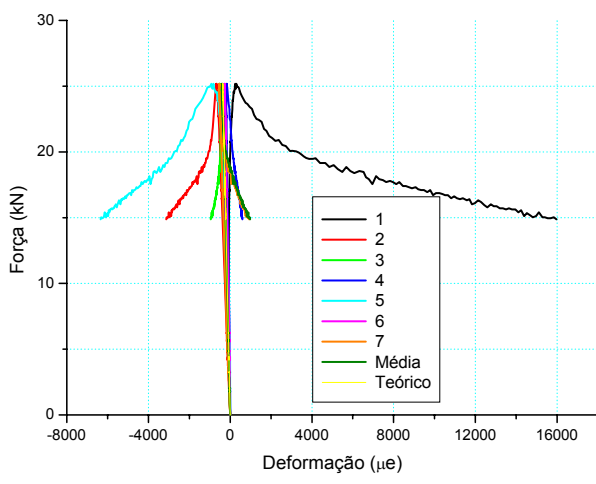
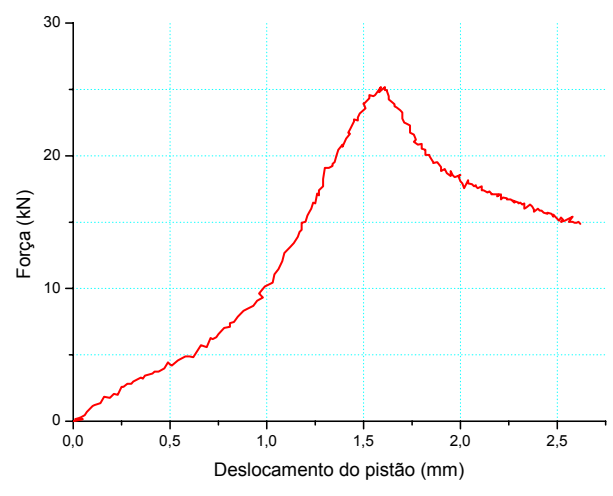


Teórico:  $\epsilon = \frac{N}{E.A}$

Figura A.34 – Barra VI.6

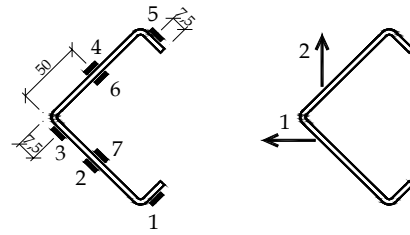


Extensômetros                      Transdutores



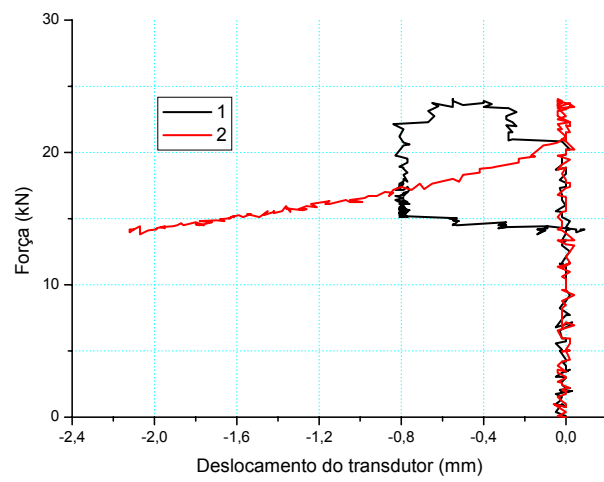
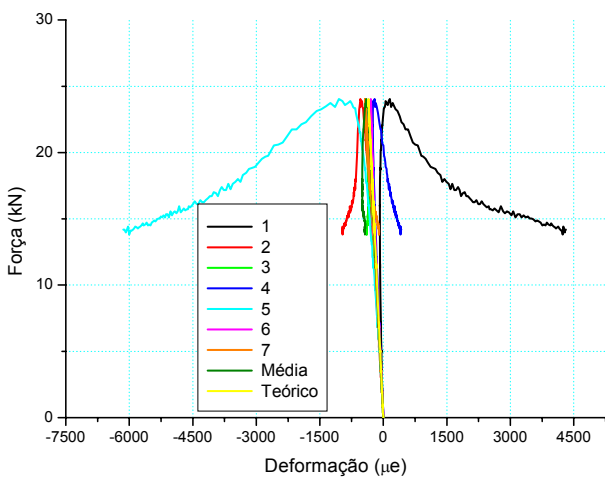
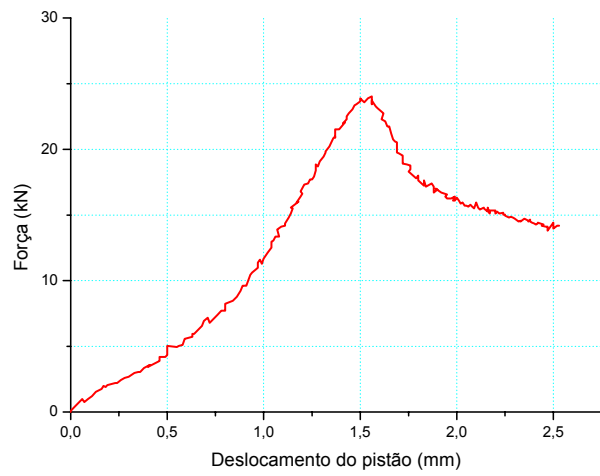
Teórico:  $\varepsilon = \frac{N}{E.A}$

Figura A.35 – Barra VI.7



Extensômetros

Transdutores

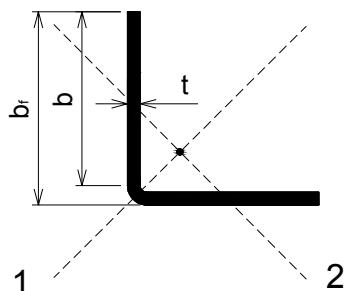


Teórico:  $\varepsilon = \frac{N}{E.A}$

Figura A.36 – Barra VI.8

## Apêndice B – Previsões normativas para os ensaios: exemplo de cálculo

### Perfil L 60x2,25



$$b_f = 60,0 \text{ mm}$$

$$I_t = 0,0522 \text{ cm}^4$$

$$b = 55,2 \text{ mm}$$

$$C_w = 0$$

$$t = 2,38 \text{ mm}$$

$$x_0 = 2,11 \text{ cm}$$

$$A = 2,76 \text{ cm}^2$$

$$r_0 = 3,42 \text{ cm}$$

$$I_1 = 16,14 \text{ cm}^4$$

$$f_y = 35,7 \text{ kN/cm}^2$$

$$I_2 = 3,86 \text{ cm}^4$$

$$E = 20500 \text{ kN/cm}^2$$

### Ensaio tipo I – Extremidades engastadas com flexão livre em relação ao eixo de menor inércia

$$K_1 = K_t = 0,5$$

$$K_2 = 1,0$$

$$L_r = 970 \text{ mm}$$

### Cálculo da força normal de estabilidade elástica

#### Flexão

$$N_{e2} = \frac{\pi^2 EI_2}{(K_2 L)^2}$$

$$N_{e2} = \frac{\pi^2 \cdot 20500 \cdot 3,86}{(1,0 \cdot 97)^2}$$

$$N_{e2} = 83,0 \text{ kN}$$

#### Flexo-torção

$$N_{elt} = \frac{N_{e1} + N_{et}}{2 \left[ 1 - \left( x_0 / r_0 \right)^2 \right]} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{4 N_{e1} N_{et} \left[ 1 - \left( x_0 / r_0 \right)^2 \right]}{\left( N_{e1} + N_{et} \right)^2}} \right]$$

$$N_{e1} = \frac{\pi^2 EI_1}{(K_1 L)^2}$$

$$N_{e1} = \frac{\pi^2 \cdot 20500 \cdot 16,14}{(0,5 \cdot 97)^2}$$

$$N_{e1} = 1388,3 \text{ kN}$$

$$N_{et} = \frac{1}{r_0^2} \left[ \frac{\pi^2 EC_w}{(K_t L)^2} + GI_t \right]$$

$$N_{et} = \frac{1}{(3,42)^2} \left[ \frac{\pi^2 \cdot 20500 \cdot 0}{(0,5 \cdot 97)^2} + 7892,5 \cdot 0,0522 \right] \quad N_{et} = 35,2kN$$

$$N_{elt} = \frac{1388,3 + 35,2}{2[1 - (2,11/3,42)^2]} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{4 \cdot 1388,3 \cdot 35,2 [1 - (2,11/3,42)^2]}{(1388,3 + 35,2)^2}} \right]$$

$$N_{elt} = 34,9kN$$

### Cálculo da força normal resistente – Método das larguras efetivas

**Opção 1: caso geral de estabilidade elástica que utiliza mínimo entre flexão e flexo-torção (NAS:2004)**

$$N_e = 34,9kN$$

Cálculo do índice de esbeltez reduzido:

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_e}} \quad \lambda_0 = \sqrt{\frac{2,76 \cdot 35,7}{34,9}} \quad \lambda_0 = 1,680$$

Fator de redução associado à resistência à compressão:

$$\chi = \begin{cases} \left( 0,658^{\lambda_0^2} \right) & \text{Para } \lambda_0 \leq 1,5 \\ \left( \frac{0,877}{\lambda_0^2} \right) & \text{Para } \lambda_0 > 1,5 \end{cases}$$

$$\chi = \frac{0,877}{1,680^2} \quad \chi = 0,311$$

Cálculo da área efetiva:

$$b_{ef} = b(1 - 0,22/\lambda_p)/\lambda_p$$

$$\lambda_p = \frac{b/t}{0,95(kE/\sigma)^{0,5}} \quad \lambda_p = \frac{55,2/2,38}{0,95(0,43 \cdot 20500/0,311 \cdot 35,7)^{0,5}} \quad \lambda_p = 0,866$$

$$b_{ef} = 55,2(1 - 0,22/0,866)/0,866 \quad b_{ef} = 47,6mm$$

$$A = t(2b + u_1)$$

$$u_1 = 1,571r_m$$

$$r_m = r_i + 0,5t \quad r_m = 2,38 + 0,5 \cdot 2,38 \quad r_m = 3,57mm$$

$$u_1 = 1,571 \cdot 3,57 \quad u_1 = 5,61mm$$

$$A_{ef} = 0,238(2 \cdot 4,76 + 0,561) \quad A_{ef} = 2,40cm^2$$

$$N_{c,R} = \chi \cdot A_{ef} \cdot f_y \quad N_{c,R} = 0,311 \cdot 2,40 \cdot 35,7$$

$$N_{c,R} = 26,6kN$$

### Opção 2: caso particular que utiliza apenas flexão

$$N_e = 83,0kN$$

Cálculo do índice de esbeltez reduzido:

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_e}} \quad \lambda_0 = \sqrt{\frac{2,76 \cdot 35,7}{83,0}} \quad \lambda_0 = 1,090$$

Fator de redução associado à resistência à compressão:

$$\chi = \begin{cases} (0,658^{\lambda_0^2}) & \text{Para } \lambda_0 \leq 1,5 \\ \left( \frac{0,877}{\lambda_0^2} \right) & \text{Para } \lambda_0 > 1,5 \end{cases}$$

$$\chi = 0,658^{1,090^2} \quad \chi = 0,608$$

Cálculo da área efetiva:

$$b_{ef} = b(1 - 0,22/\lambda_p)/\lambda_p$$

$$\lambda_p = \frac{b/t}{0,95(kE/\sigma)^{0,5}} \quad \lambda_p = \frac{55,2/2,38}{0,95(0,43 \cdot 20500/0,608 \cdot 35,7)^{0,5}} \quad \lambda_p = 1,211$$

$$b_{ef} = 55,2(1 - 0,22/1,211)/1,211 \quad b_{ef} = 37,3mm$$

$$A = t(2b + u_1)$$

$$u_1 = 5,61mm$$

$$A_{ef} = 0,238(2 \cdot 3,73 + 0,561) \quad A_{ef} = 1,91cm^2$$

$$N_{c,R} = \chi \cdot A_{ef} \cdot f_y$$

$$N_{c,R} = 0,608 \cdot 1,91 \cdot 35,7$$

$$N_{c,R} = 41,5kN$$

**Opção 3: caso geral de estabilidade elástica que utiliza mínimo entre flexão e flexo-torção, porém sem redução da área**

$$N_e = 34,9kN$$

Cálculo do índice de esbeltez reduzido:

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_e}} \quad \lambda_0 = \sqrt{\frac{2,76 \cdot 35,7}{34,9}} \quad \lambda_0 = 1,680$$

Fator de redução associado à resistência à compressão:

$$\chi = \begin{cases} (0,658^{\lambda_0^2}) & \text{Para } \lambda_0 \leq 1,5 \\ \left( \frac{0,877}{\lambda_0^2} \right) & \text{Para } \lambda_0 > 1,5 \end{cases}$$

$$\chi = \frac{0,877}{1,680^2} \quad \chi = 0,311$$

$$A_{ef} = A = 2,76cm^2$$

$$N_{c,R} = \chi \cdot A_{ef} \cdot f_y$$

$$N_{c,R} = 0,311 \cdot 2,76 \cdot 35,7$$

$$N_{c,R} = 30,6kN$$



### Cálculo da força normal resistente – Método da Resistência Direta

**Opção 1: caso geral de estabilidade elástica que utiliza mínimo entre flexão e flexo-torção**

$$N_{cre} = 34,9kN$$

Modo global

$$N_g = \begin{cases} (0,658^{\lambda_0^2}) Af_y & \text{Para } \lambda_0 \leq 1,5 \\ \left(\frac{0,877}{\lambda_0^2}\right) Af_y & \text{Para } \lambda_0 > 1,5 \end{cases}$$

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cre}}} \qquad \lambda_0 = \sqrt{\frac{2,76 \cdot 35,7}{34,9}} \qquad \lambda_0 = 1,680$$

$$N_g = \left(\frac{0,877}{1,680^2}\right) 2,76 \cdot 35,7 \qquad N_g = 30,6kN$$

Modo local

$$N_l = \begin{cases} N_g & \text{Para } \lambda_l \leq 0,776 \\ \left(1 - 0,15 \left(\frac{N_{crl}}{N_g}\right)^{0,4}\right) \left(\frac{N_{crl}}{N_g}\right)^{0,4} N_g & \text{Para } \lambda_l > 0,776 \end{cases}$$

$$\lambda_l = \sqrt{\frac{N_g}{N_{crl}}}$$

Da Figura 5.17, tem-se:

$$\frac{\sigma_{crl}}{f_y} = 0,33$$

$$\sigma_{crl} = 0,33 \cdot 35,7$$

$$\sigma_{crl} = 11,78kN / cm^2$$

$$N_{crl} = \sigma_{crl} \cdot A$$

$$N_{crl} = 11,78 \cdot 2,76$$

$$N_{crl} = 32,5kN$$

$$\lambda_l = \sqrt{\frac{30,6}{32,5}}$$

$$\lambda_l = 0,970$$

$$N_l = \left( 1 - 0,15 \left( \frac{32,5}{30,6} \right)^{0,4} \right) \left( \frac{32,5}{30,6} \right)^{0,4} 30,6$$

$$N_l = 26,4kN$$

$$N_{c,R} = 26,4kN$$

### Opção 2: caso particular que utiliza apenas flexão

$$N_{cre} = 83,0kN$$

Modo global

$$N_g = \begin{cases} (0,658^{\lambda_0^2}) Af_y & \text{Para } \lambda_0 \leq 1,5 \\ \left( \frac{0,877}{\lambda_0^2} \right) Af_y & \text{Para } \lambda_0 > 1,5 \end{cases}$$

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cre}}}$$

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{2,76 \cdot 35,7}{83,0}}$$

$$\lambda_0 = 1,090$$

$$N_g = (0,658^{1,090^2}) 2,76 \cdot 35,7$$

$$N_g = 60,0kN$$

Modo local

$$N_l = \begin{cases} N_g & \text{Para } \lambda_l \leq 0,776 \\ \left( 1 - 0,15 \left( \frac{N_{crl}}{N_g} \right)^{0,4} \right) \left( \frac{N_{crl}}{N_g} \right)^{0,4} N_g & \text{Para } \lambda_l > 0,776 \end{cases}$$

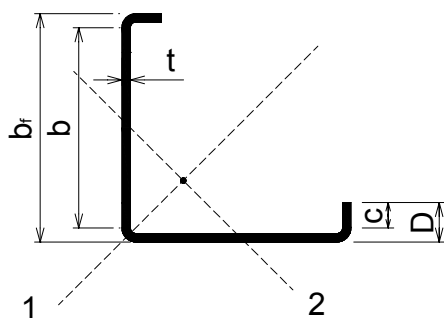
$$N_{crl} = 32,5kN$$

$$\lambda_l = \sqrt{\frac{N_g}{N_{crl}}} \quad \lambda_l = \sqrt{\frac{60,0}{32,5}} \quad \lambda_l = 1,359$$

$$N_l = \left(1 - 0,15 \left(\frac{32,5}{60,0}\right)^{0,4}\right) \left(\frac{32,5}{60,0}\right)^{0,4} 60,0 \quad N_l = 41,8kN$$

$$N_{c,R} = 41,8kN$$

### Perfil Le 60x15x2,00



$$b_f = 60,0 \text{ mm}$$

$$b = 51,8 \text{ mm}$$

$$D = 15,0 \text{ mm}$$

$$c = 10,9 \text{ mm}$$

$$t = 2,06 \text{ mm}$$

$$A = 2,88 \text{ cm}^2$$

$$I_1 = 19,93 \text{ cm}^4$$

$$I_2 = 6,06 \text{ cm}^4$$

$$I_t = 0,0407 \text{ cm}^4$$

$$C_w = 9,50 \text{ cm}^6$$

$$x_0 = 2,92 \text{ cm}$$

$$r_0 = 4,19 \text{ cm}$$

$$f_y = 27,3 \text{ kN/cm}^2$$

$$E = 20500 \text{ kN/cm}^2$$

### Ensaio tipo V – Extremidades engastadas com flexão livre em relação ao eixo de menor inércia

$$K_1 = K_t = 0,5$$

$$K_2 = 1,0$$

$$L_r = 1310 \text{ mm}$$

### Cálculo da força normal de estabilidade elástica

#### Flexão

$$N_{e2} = \frac{\pi^2 EI_2}{(K_2 L)^2}$$

$$N_{e2} = \frac{\pi^2 \cdot 20500 \cdot 6,06}{(1,0 \cdot 131)^2}$$

$$N_{e2} = 71,4kN$$

**Flexo-torção**

$$N_{elt} = \frac{N_{e1} + N_{et}}{2 \left[ 1 - \left( x_0 / r_0 \right)^2 \right]} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{4N_{e1}N_{et} \left[ 1 - \left( x_0 / r_0 \right)^2 \right]}{\left( N_{e1} + N_{et} \right)^2}} \right]$$

$$N_{e1} = \frac{\pi^2 EI_1}{(K_1 L)^2} \quad N_{e1} = \frac{\pi^2 \cdot 20500 \cdot 19,93}{(0,5 \cdot 131)^2} \quad N_{e1} = 939,9 \text{ kN}$$

$$N_{et} = \frac{1}{r_0^2} \left[ \frac{\pi^2 EC_w}{(K_t L)^2} + GI_t \right]$$

$$N_{et} = \frac{1}{(4,19)^2} \left[ \frac{\pi^2 \cdot 20500 \cdot 9,50}{(0,5 \cdot 131)^2} + 7892,5 \cdot 0,0407 \right] \quad N_{et} = 43,8 \text{ kN}$$

$$N_{elt} = \frac{939,9 + 43,8}{2 \left[ 1 - \left( 2,92 / 4,19 \right)^2 \right]} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{4 \cdot 939,9 \cdot 43,8 \left[ 1 - \left( 2,92 / 4,19 \right)^2 \right]}{\left( 939,9 + 43,8 \right)^2}} \right]$$

$$N_{elt} = 42,8 \text{ kN}$$

**Cálculo da força normal resistente – Método das larguras efetivas**

**Opção 1: caso geral de estabilidade elástica que utiliza mínimo entre flexão e flexo-torção (NAS:2004)**

$$N_e = 42,8 \text{ kN}$$

Cálculo do índice de esbeltez reduzido:

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_e}} \quad \lambda_0 = \sqrt{\frac{2,88 \cdot 27,3}{42,8}} \quad \lambda_0 = 1,355$$

Fator de redução associado à resistência à compressão:

$$\chi = \begin{cases} \left(0,658^{\lambda_0^2}\right) & \text{Para } \lambda_0 \leq 1,5 \\ \left(\frac{0,877}{\lambda_0^2}\right) & \text{Para } \lambda_0 > 1,5 \end{cases}$$

$$\chi = 0,658^{1,355^2} \qquad \chi = 0,464$$

Cálculo da área efetiva:

Enrijecedor de borda

$$\lambda_p = \frac{b/t}{0,95(kE/\sigma)^{0,5}} \qquad \lambda_p = \frac{10,9/2,06}{0,95(0,43 \cdot 20500/0,464 \cdot 27,3)^{0,5}}$$

$$\lambda_p = 0,211 \qquad \text{Como } \lambda_p < 0,673 \text{ não há redução!}$$

Aba

$k = 3,0$  (calculado de acordo com o item B4.2 da NAS:2004)

$$\lambda_p = \frac{51,8/2,06}{0,95(3 \cdot 20500/0,464 \cdot 27,3)^{0,5}} \qquad \lambda_p = 0,380$$

Como  $\lambda_p < 0,673$  não há redução!

$$A_{ef} = A = 2,88\text{cm}^2$$

$$N_{c,R} = \chi \cdot A_{ef} \cdot f_y \qquad N_{c,R} = 0,464 \cdot 2,88 \cdot 27,3$$

$$N_{c,R} = 36,5\text{kN}$$

**Opção 2: caso particular que utiliza apenas flexão:**

$$N_e = 71,4\text{kN}$$

Cálculo do índice de esbeltez reduzido:

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_e}} \qquad \lambda_0 = \sqrt{\frac{2,88 \cdot 27,3}{71,4}} \qquad \lambda_0 = 1,049$$

Fator de redução associado à resistência à compressão:

$$\chi = \begin{cases} \left(0,658^{\lambda_0^2}\right) & \text{Para } \lambda_0 \leq 1,5 \\ \left(\frac{0,877}{\lambda_0^2}\right) & \text{Para } \lambda_0 > 1,5 \end{cases}$$

$$\chi = 0,658^{1,049^2}$$

$$\chi = 0,631$$

Cálculo da área efetiva:

Enrijecedor de borda

$$\lambda_p = \frac{b/t}{0,95(kE/\sigma)^{0,5}} \quad \lambda_p = \frac{10,9/2,06}{0,95(0,43 \cdot 20500/0,631 \cdot 27,3)^{0,5}}$$

$$\lambda_p = 0,246$$

Como  $\lambda_p < 0,673$  não há redução!

Aba

$$k = 3,0$$

$$\lambda_p = \frac{51,8/2,06}{0,95(3 \cdot 20500/0,631 \cdot 27,3)^{0,5}} \quad \lambda_p = 0,443$$

Como  $\lambda_p < 0,673$  não há redução!

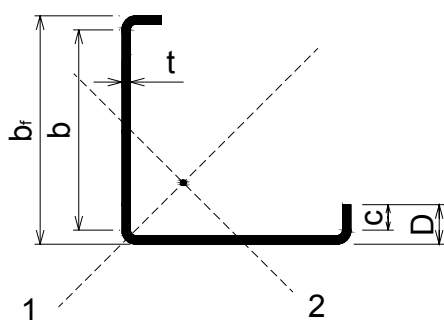
$$A_{ef} = A = 2,88 \text{ cm}^2$$

$$N_{c,R} = \chi \cdot A_{ef} \cdot f_y$$

$$N_{c,R} = 0,631 \cdot 2,88 \cdot 27,3$$

$$N_{c,R} = 49,6 \text{ kN}$$

## Perfil Le 100x15x1,50



$$b_f = 100,0 \text{ mm}$$

$$b = 94,0 \text{ mm}$$

$$D = 15,0 \text{ mm}$$

$$c = 12,0 \text{ mm}$$

$$t = 1,50 \text{ mm}$$

$$A = 3,34 \text{ cm}^2$$

$$I_1 = 64,24 \text{ cm}^4$$

$$I_2 = 17,42 \text{ cm}^4$$

$$I_t = 0,0250 \text{ cm}^4$$

$$C_w = 22,65 \text{ cm}^6$$

$$x_0 = 4,27 \text{ cm}$$

$$r_0 = 6,53 \text{ cm}$$

$$f_y = 20,50 \text{ kN/cm}^2$$

$$E = 20500 \text{ kN/cm}^2$$

## Ensaio tipo VI – Extremidades engastadas com flexão livre em relação ao eixo de menor inércia

$$K_1 = K_t = 0,5$$

$$K_2 = 1,0$$

$$L_r = 635 \text{ mm}$$

## Cálculo da força normal de estabilidade elástica

### Flexão

$$N_{e2} = \frac{\pi^2 EI_2}{(K_2 L)^2}$$

$$N_{e2} = \frac{\pi^2 \cdot 20500 \cdot 17,42}{(1,0 \cdot 63,5)^2}$$

$$N_{e2} = 874,1 \text{ kN}$$

### Flexo-torção

$$N_{elt} = \frac{N_{e1} + N_{et}}{2 \left[ 1 - \left( x_0 / r_0 \right)^2 \right]} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{4 N_{e1} N_{et} \left[ 1 - \left( x_0 / r_0 \right)^2 \right]}{\left( N_{e1} + N_{et} \right)^2}} \right]$$

$$N_{e1} = \frac{\pi^2 EI_1}{(K_1 L)^2}$$

$$N_{e1} = \frac{\pi^2 \cdot 20500 \cdot 64,24}{(0,5 \cdot 63,5)^2}$$

$$N_{e1} = 12893,5 \text{ kN}$$

$$N_{et} = \frac{1}{r_0^2} \left[ \frac{\pi^2 EC_w}{(K_t L)^2} + GI_t \right]$$

$$N_{et} = \frac{1}{(6,53)^2} \left[ \frac{\pi^2 \cdot 20500 \cdot 22,65}{(0,5 \cdot 63,5)^2} + 7892,5 \cdot 0,0250 \right]$$

$$N_{et} = 111,2 \text{ kN}$$

$$N_{elt} = \frac{12893,5 + 111,2}{2[1 - (4,27/6,53)^2]} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{4 \cdot 12893,5 \cdot 111,2 [1 - (4,27/6,53)^2]}{(12893,5 + 111,2)^2}} \right]$$

$$N_{elt} = 110,8kN$$

### Cálculo da força normal resistente – Método das larguras efetivas

**Opção 1: caso geral de estabilidade elástica que utiliza mínimo entre flexão e flexo-torção (NAS:2004)**

$$N_e = 110,8kN$$

Cálculo do índice de esbeltez reduzido:

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_e}} \quad \lambda_0 = \sqrt{\frac{3,34 \cdot 20,5}{110,8}} \quad \lambda_0 = 0,786$$

Fator de redução associado à resistência à compressão:

$$\chi = \begin{cases} (0,658^{\lambda_0^2}) & \text{Para } \lambda_0 \leq 1,5 \\ \left( \frac{0,877}{\lambda_0^2} \right) & \text{Para } \lambda_0 > 1,5 \end{cases}$$

$$\chi = 0,658^{0,786^2} \quad \chi = 0,772$$

Cálculo da área efetiva:

Enrijecedor de borda

$$\lambda_p = \frac{b/t}{0,95(kE/\sigma)^{0,5}} \quad \lambda_p = \frac{12,0/1,50}{0,95(0,43 \cdot 20500/0,772 \cdot 20,5)^{0,5}}$$

$$\lambda_p = 0,357 \quad \text{Como } \lambda_p < 0,673 \text{ não há redução!}$$

Aba

k = 2,64 (calculado de acordo com o item B4.2 da NAS:2004)



$$\lambda_p = \frac{94,0/1,50}{0,95(2,64 \cdot 20500/0,772 \cdot 20,5)^{0,5}} \quad \lambda_p = 1,128$$

$$b_{ef} = 94,0(1 - 0,22/1,128)/1,128 \quad b_{ef} = 67,1mm$$

$$A = t(2b + 3u_1 + 2c)$$

$$u_1 = 1,571r_m$$

$$r_m = r_i + 0,5t \quad r_m = 1,50 + 0,5 \cdot 1,50 \quad r_m = 2,25mm$$

$$u_1 = 1,571 \cdot 2,25 \quad u_1 = 3,53mm$$

$$A_{ef} = 0,150(2 \cdot 6,71 + 3 \cdot 0,353 + 2 \cdot 1,20) \quad A_{ef} = 2,53cm^2$$

$$N_{c,R} = \chi \cdot A_{ef} \cdot f_y$$

$$N_{c,R} = 0,772 \cdot 2,53 \cdot 20,5$$

$$N_{c,R} = 40,1kN$$

### Opção 2: caso particular que utiliza apenas flexão

$$N_e = 874,1kN$$

Cálculo do índice de esbeltez reduzido:

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_e}} \quad \lambda_0 = \sqrt{\frac{3,34 \cdot 20,5}{874,1}} \quad \lambda_0 = 0,280$$

Fator de redução associado à resistência à compressão:

$$\chi = \begin{cases} (0,658^{\lambda_0^2}) & \text{Para } \lambda_0 \leq 1,5 \\ \left( \frac{0,877}{\lambda_0^2} \right) & \text{Para } \lambda_0 > 1,5 \end{cases}$$

$$\chi = 0,658^{0,280^2}$$

$$\chi = 0,968$$

Enrijecedor de borda

$$\lambda_p = \frac{b/t}{0,95(kE/\sigma)^{0,5}} \quad \lambda_p = \frac{12,0/1,50}{0,95(0,43 \cdot 20500/0,968 \cdot 20,5)^{0,5}}$$

$$\lambda_p = 0,400$$

Como  $\lambda_p < 0,673$  não há redução!

Aba

$$k = 2,64$$

$$\lambda_p = \frac{94,0/1,50}{0,95(2,64 \cdot 20500/0,968 \cdot 20,5)^{0,5}} \quad \lambda_p = 1,263$$

$$b_{ef} = 94,0(1 - 0,22/1,263)/1,263$$

$$b_{ef} = 61,5mm$$

$$A = t(2b + 3u_1 + 2c)$$

$$u_1 = 3,53mm$$

$$A_{ef} = 0,150(2 \cdot 6,15 + 3 \cdot 0,353 + 2 \cdot 1,20)$$

$$A_{ef} = 2,36cm^2$$

$$N_{c,R} = \chi \cdot A_{ef} \cdot f_y$$

$$N_{c,R} = 0,968 \cdot 2,36 \cdot 20,5$$

$$N_{c,R} = 46,9kN$$

### Cálculo da força normal resistente – Método da Resistência Direta

**Opção 1: caso geral de estabilidade elástica que utiliza mínimo entre flexão e flexo-torção**

$$N_{cre} = 110,8kN$$

Modo global

$$N_g = \begin{cases} (0,658^{\lambda_0^2}) Af_y & \text{Para } \lambda_0 \leq 1,5 \\ \left(\frac{0,877}{\lambda_0^2}\right) Af_y & \text{Para } \lambda_0 > 1,5 \end{cases}$$

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cre}}} \qquad \lambda_0 = \sqrt{\frac{3,34 \cdot 20,5}{110,8}} \qquad \lambda_0 = 0,786$$

$$N_g = (0,658^{0,786^2}) 3,34 \cdot 20,5 \qquad N_g = 52,9 \text{ kN}$$

Modo local

$$N_l = \begin{cases} N_g & \text{Para } \lambda_l \leq 0,776 \\ \left(1 - 0,15 \left(\frac{N_{crl}}{N_g}\right)^{0,4}\right) \left(\frac{N_{crl}}{N_g}\right)^{0,4} N_g & \text{Para } \lambda_l > 0,776 \end{cases}$$

$$\lambda_l = \sqrt{\frac{N_g}{N_{crl}}}$$

Da Figura 5.18, tem-se:

$$\frac{\sigma_{crl}}{f_y} = 0,88$$

$$\sigma_{crl} = 0,88 \cdot 20,5$$

$$\sigma_{crl} = 18,04 \text{ kN} / \text{cm}^2$$

$$N_{crl} = \sigma_{crl} \cdot A$$

$$N_{crl} = 18,04 \cdot 3,34$$

$$N_{crl} = 60,3 \text{ kN}$$

$$\lambda_l = \sqrt{\frac{52,9}{60,3}}$$

$$\lambda_l = 0,937$$

$$N_l = \left(1 - 0,15 \left(\frac{60,3}{52,9}\right)^{0,4}\right) \left(\frac{60,3}{52,9}\right)^{0,4} 52,9$$

$$N_l = 46,8 \text{ kN}$$

$$N_{c,R} = 46,8 \text{ kN}$$

**Opção 2: caso particular que utiliza apenas flexão**

$$N_{cre} = 874,1kN$$

Modo global

$$N_g = \begin{cases} (0,658^{\lambda_0^2}) Af_y & \text{Para } \lambda_0 \leq 1,5 \\ \left(\frac{0,877}{\lambda_0^2}\right) Af_y & \text{Para } \lambda_0 > 1,5 \end{cases}$$

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cre}}} \qquad \lambda_0 = \sqrt{\frac{3,34 \cdot 20,5}{874,1}} \qquad \lambda_0 = 0,280$$

$$N_g = (0,658^{0,280^2}) 3,34 \cdot 20,5 \qquad N_g = 66,3kN$$

Modo local

$$N_l = \begin{cases} N_g & \text{Para } \lambda_l \leq 0,776 \\ \left(1 - 0,15 \left(\frac{N_{crl}}{N_g}\right)^{0,4}\right) \left(\frac{N_{crl}}{N_g}\right)^{0,4} N_g & \text{Para } \lambda_l > 0,776 \end{cases}$$

$$N_{crl} = 60,3kN$$

$$\lambda_l = \sqrt{\frac{N_g}{N_{crl}}} \qquad \lambda_l = \sqrt{\frac{66,3}{60,3}} \qquad \lambda_l = 1,049$$

$$N_l = \left(1 - 0,15 \left(\frac{60,3}{66,3}\right)^{0,4}\right) \left(\frac{60,3}{66,3}\right)^{0,4} 66,3 \qquad N_l = 54,6kN$$

$$N_{c,R} = 54,6kN$$