

LUIZ AQUINO GONÇALVES JÚNIOR

Avaliação de incertezas em modelo de dano com aplicação a prismas de alvenaria sob compressão

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas).

Área de Concentração: Engenharia de Estruturas

Orientador: Prof. Associado Marcio Antonio Ramalho

SÃO CARLOS
2008

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

G635a Gonçalves Júnior, Luiz Aquino
 Avaliação de incertezas em modelo de dano com
aplicação a prismas de alvenaria sob compressão / Luiz
Aquino Gonçalves Júnior ; orientador Marcio Antonio
Ramalho. -- São Carlos, 2008.

 Dissertação (Mestrado-Programa de Pós-Graduação e Área
de Concentração em Engenharia de Estruturas) -- Escola de
Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo,
2008.

 1. Alvenaria estrutural. 2. Mecânica do dano. 3.
Confiabilidade estrutural. 4. Incerteza de modelo. 5.
Método probabilístico. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **LUIZ AQUINO GONÇALVES JUNIOR**

Dissertação defendida e julgada em 27/08/2008 perante a Comissão Julgadora:



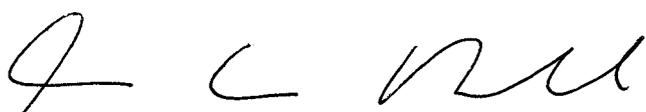
Prof. Associado **MARCIO ANTONIO RAMALHO (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP) APROVADO



Prof. Dr. **ANDRÉ TEÓFILO BECK**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP) APROVADO



Prof. Dr. **LUIZ ROBERTO PRUDENCIO JUNIOR**
(Universidade Federal de Santa Catarina/UFSC) APROVADO



Prof. Associado **MARCIO ANTONIO RAMALHO**
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas)



Prof. Associado **GERALDO ROBERTO MARTINS DA COSTA**
Presidente da Comissão da Pós-Graduação da EESC

* PARTICIPAÇÃO POR VIDEO-CONFERÊNCIA

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por ter derramado seu grande amor, dando-me razão e a alegria de viver. Estando sempre por perto quando não é possível vê-lo.

Aos meus pais Luiz Aquino e Clarice Nunes, por todo apoio e confiança nesse empreendimento. E também aos meus queridos irmãos Tomaz, Tiago e Giselle; e a meu quase irmão Carlos Fernando.

A Universidade Federal de Sergipe, nas pessoas de Jorge Lima, Josafá e Nilma; pelo apoio e dedicação na arte de lecionar.

Agradeço ao professor Marcio Ramalho por ter aceitado e contribuído com a proposta, ao professor Andre Beck por ter participado ativamente do seu desenvolvimento e ao professor Luiz Prudêncio Jr por avaliar e contribuir com a obra.

A também os funcionários e professores do departamento de Estruturas, com os quais adquiri apoio e conhecimento.

A todos os colegas e amigos do departamento de estruturas com que tive a oportunidade de conviver, em especial aos sergipanos Rodrigo Vieira e Fábio Rocha, aos amigos Erica, Marlos, Gláucia, Fernanda, Antonio, Jonatas, João, Fabio Sawasaki, Rodrigo Couto, Marcela, Isis, Raimundo, Rômulo, Jesus, Fredy, Manoel, Alexandre, Carlos, Wagner e muitos outros que fazem parte da minha história.

Agradeço aos amigos da Igreja Presbiteriana de São Carlos, Ana Cláudia, Suellen, Filipe, Felipe, Adans, Levi, Alessandro, Aledsey, Natalia, Thiago, Camila e muitos outros que sempre estiveram me apoiando e me dando suporte.

Ao CNPq pela bolsa concedida.

RESUMO

GONÇALVES JÚNIOR, Luiz Aquino. **Avaliação de incertezas em modelo de dano com aplicação a prismas de alvenaria sob compressão**. 2008. 195 p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2008

A norma brasileira de cálculo de alvenaria é baseada no método de tensões admissíveis e passa por revisão para ser escrita no método dos estados limites. A confiabilidade estrutural é um ramo da engenharia que mede segurança das estruturas, sendo muitas vezes empregada para calibrar fatores de segurança. Para medir a confiabilidade de uma estrutura deve-se conhecer as incertezas que envolvem o problema. A incerteza de modelo estima a tendência do modelo (que pode ser eventualmente ser eliminada) e a variância do modelo (uma medida da sua variabilidade). O presente trabalho propõe um método de cálculo da incerteza de um modelo numérico de um prisma formado por três unidades concreto sujeito à compressão. O estudo numérico é feito em elementos finitos com análise não-linear baseada em dano. A incerteza é avaliada através de variáveis de projeto: tensão máxima, deformação na tensão máxima e módulo de elasticidade. São aplicados métodos probabilísticos para comparar resultados numéricos e ensaios experimentais disponíveis na literatura. Confronta-se a probabilidade de falha resultante de resistências corrigidas, sem correção e obtidas experimentalmente. Conclui-se que a incerteza de modelo é importante para quantificar a medida de segurança e deve ser levada em conta na análise da confiabilidade de uma estrutura. O procedimento também é útil para qualificar e comparar modelos de cálculo, com aplicações em alvenaria ou quaisquer outros tipos de estruturas.

Palavras-chaves: alvenaria estrutural, mecânica do dano, confiabilidade estrutural, incerteza de modelo, método probabilístico.

ABSTRACT

GONÇALVES JÚNIOR, Luiz Aquino. **Evaluation of model uncertainties of a damage model with application in masonry prisms under compression.** 2008. 195 p. Dissertation (M. Sc.) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2008

The Brazilian Masonry Code is based on the allowable stress method and is currently in revision to be written in the partial safety factor format. Structural reliability is a branch of engineering which allows quantitative evaluation of the safety of structures, being useful in the calibration of safety factors. To measure structural safety, it is necessary to know the uncertainties present in the problem. Model error variables estimate the bias of the model (which can eventually be eliminated) and the variance of the model (a measure of the model variability). The present work suggests a method for evaluation of modeling uncertainty of the resistance of a prism made of three concrete units subject to compression. The numerical study is based on the finite element method and nonlinear analysis with damage mechanics. The uncertainty is evaluated by design variables: maximum stress, deformation in maximum stress and elasticity modulus of the prism. A probabilistic method is used to compare numerical results with experimental results taken from the literature. The probability of failure based on experimental resistances are compared with the probability of failure based on the model and corrected resistances. It is concluded that the model uncertainty is important to quantify safety and must be taken into account in structural reliability analysis. The procedure is also useful to qualify and compare different models, with application to masonry or other kinds of structural materials.

Keywords: structural masonry, damage mechanics, structural reliability, model uncertainty, probabilistic method.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1: Crescimento do mercado imobiliário de baixa renda.....	27
Figura 1.2: Fluxograma da dissertação.....	32
Figura 2.1: Obras em alvenaria da antiguidade: (a) Pirâmide de Djoser em Sakara, 2630 a.c.[26]; (b) maquete do Farol de Alexandria, 280 a.c.[25]..	33
Figura 2.2: Obras em alvenaria da era comum: (a) Coliseu, 80 d.c. [33]; (b) Catedral de Notre-Dame de Paris, 1163 d.c. [24].....	34
Figura 2.3: Philadelphia City Hall [23]: maior construção em alvenaria, 1901.....	34
Figura 2.4: Exemplo de funções de distribuição de probabilidades: gaussiana padrão, (a) função de densidade de probabilidade (PDF) e (b) função de probabilidade acumulada (CDF).....	40
Figura 2.5: PDF multinormal padrão.....	40
Figura 2.6: Fluxograma da aplicação do Método dos Elementos Finitos [37].....	42
Figura 2.7: Método de Newton-Raphson.....	45
Figura 2.8: Elemento de volume representativo de um sólido danificado.....	47
Figura 2.9: Acréscimo no comprimento pela abertura de fissuras.....	48
Figura 2.10: Gráfico de contorno de uma função de duas variáveis.....	50
Figura 2.11: Estágios do método de Fibonacci: (a) 0; (b) 1; (c) 2; (d) 3.....	53
Figura 2.12: Estágio quatro do método de Fibonacci.....	53
Figura 2.13: Busca de Fibonacci generalizada: (a) otimização parcial de x_1 ; (b) otimização parcial de x_2	55
Figura 2.14: Histograma da razão entre a resistência à compressão ensaiada e a resistência nominal de blocos de concreto [38].....	57
Figura 3.1: Problema $M=R-S$ básico: funções de densidade de probabilidade da resistência, da solicitação e da margem de segurança. Destaques para a interferência entre S e R , e a probabilidade de falha na função de densidade de probabilidade margem de segurança.....	62
Figura 3.2: Aproximação de uma distribuição lognormal em normal equivalente: (a) CDF; (b) PDF.....	66
Figura 3.3: Passos para transformação de funções de densidade de probabilidade marginais com correlação para o espaço normal padrão sem correlação...	67
Figura 3.4: Mapeamento de uma curva de estado limite ideal para uma curva de estado limite real.....	72
Figura 3.5: PDF de resistência idealizada é corrigida com a VA incerteza de modelo; a adoção ou não da correção do modelo reflete em diferentes probabilidades de falha.....	74
Figura 4.1: Modelo simplificado proposto por Mohamad para a ruptura dos prismas.....	78
Figura 4.2: Possibilidades de modelagem da alvenaria: a) micromodelagem altamente detalhada; b) micromodelagem detalhada; c) micromodelagem simplificada; e d) macromodelagem.....	79
Figura 4.3: Modelo reológico proposto por Papa e Talierico.....	82
Figura 4.4: Definição dos elementos da vizinhança com centros internos à circunferência de raio definido.....	87
Figura 4.5: Elemento sólido bloco de oito nós.....	88

Figura 4.6: Rede de elementos finitos tridimensionais de um prisma de concreto de três blocos. (a) prisma; (b) destaque para parte interna.....	88
Figura 4.7: Dimensões do bloco de concreto.....	89
Figura 4.8: Prisma modelado considerando dupla simetria.....	90
Figura 4.9: Redes de elementos finitos avaliadas: (a) diferentes refinamentos e (b) hipótese de dupla simetria.....	90
Figura 4.10: Comportamento numérico ao alterar os raios de dano não-local: (a) raio da unidade constante de 180 mm e variação do raio da unidade entre 50 a 100 mm; (b) raio da argamassa constante de 100 mm e variação do raio da argamassa entre 150 a 450 mm.....	92
Figura 4.11: Deslocamento vertical do prisma na tensão de pico (medidas em cm).....	93
Figura 4.12: Tensões internas no prisma na tensão de pico (tensões em kN/cm ²). .	93
Figura 4.13: Tensões externas no prisma na tensão de pico (tensões em kN/cm ²). .	94
Figura 5.1: Instrumentação e forma de ruptura dos ensaios realizados por Freitas: (a) unidade de sílico-calcário; (b) argamassa; (c) fissuração lateral do prisma de concreto; (d) ruptura do prisma.....	102
Figura 5.2: Comportamento da função objetivo, eq. (5.5), para 10000 pontos amostrais: (a) gráfico 3D e (b) gráfico de contornos.....	108
Figura 5.3: Fluxograma do módulo CUBO.....	110
Figura 5.4: Convergência do algoritmo de otimização para encontrar os parâmetros do modelo de dano para a unidade 1 da Figura 5.6: (a) início do processo, (b) 0,19 minutos, (c) 0,27 minutos e (d) 0,95 minutos.....	112
Figura 5.5: Comparação entre ajuste numéricos considerando diferentes intervalos para cálculo do módulo de elasticidade: (a) entre 5 e 33% da resistência à compressão e (b) entre 20 e 50%.....	113
Figura 5.6: Curvas tensão versus deformação dos ensaios de unidades de concreto à compressão, com tensões na área líquida.....	116
Figura 5.7: Correlações entre os parâmetros da unidade de concreto: (a) E e f b; (b) B e LAC.....	117
Figura 5.8: Ajuste estatístico das variáveis aleatórias E e B para unidade de concreto: (a) histograma e (b) gráfico q-q para B; (c) histograma e (d) gráfico q-q para E.....	119
Figura 5.9: Curvas tensão versus deformação dos ensaios de blocos de sílico-calcário à compressão, com tensões na área líquida.....	120
Figura 5.10: Correlações entre os parâmetros da unidade de sílico-calcário: (a) E e f b; (b) B e LAC.....	121
Figura 5.11: Ajuste estatístico das variáveis aleatórias E e BC para unidade de sílico-calcário: (a) histograma e (b) gráfico q-q para BC; (c) histograma e (d) gráfico q-q para E.....	122
Figura 5.12: Resultados dos ensaios de cilindros de argamassa tipo ii à compressão.....	123
Figura 5.13: Correlações entre os parâmetros da argamassa tipo ii: (a) E e f a; (b) B e LAC.....	124
Figura 5.14: Ajuste estatístico das variáveis aleatórias LA da argamassa tipo ii: (a) histograma e (b) gráfico q-q.....	124
Figura 5.15: Ajuste estatístico das variáveis aleatórias E e B da argamassa tipo ii:	

(a) histograma e (b) gráfico q-q para B; (c) histograma e (d) gráfico q-q para E.....	125
Figura 5.16: Resultados dos ensaios de cilindros de argamassa tipo iii à compressão.....	126
Figura 5.17: Correlações entre os parâmetros da argamassa tipo iii: (a) E e f a; (b) B e LAC.....	127
Figura 5.18: Ajuste estatístico das variáveis aleatórias LA da argamassa tipo iii: (a) histograma e (b) gráfico q-q.....	127
Figura 5.19: Ajuste estatístico das variáveis aleatórias E e B da argamassa tipo iii: (a) histograma e (b) gráfico q-q para B; (c) histograma e (d) gráfico q-q para E.....	128
Figura 6.1: Histograma e ajuste probabilístico das amostras (AM) de unidades de concreto, comparados com distribuição pré-definida (PD): VA (a) E e (b) B....	132
Figura 6.2: Histograma e ajuste probabilístico das amostras (AM) das argamassas, comparados com distribuição pré-definida (PD): argamassa tipo ii com VA (a) E, (b) LA e (c) BC; e argamassa tipo iii com VA (d) E, (e) LA e (f) BC.....	133
Figura 6.3: Fluxograma do módulo CNEP para resolver o problema numérico com as amostras definidas.....	135
Figura 6.4: Curvas tensão versus deformação do prisma de unidades de concreto e argamassa tipo ii: (a) exemplos de dez amostras numéricas e (b) resultados experimentais.....	136
Figura 6.5: Comparação das curvas tensão versus deformação das amostras numéricas com as curvas numéricas. Prisma com unidades de concreto e argamassa tipo ii.....	137
Figura 6.6: Curvas tensão versus deformação do prisma de unidades de concreto e argamassa tipo iii: (a) exemplos de dez amostras numéricas e (b) resultados experimentais.....	139
Figura 6.7: Comparação das curvas tensão versus deformação das amostras numéricas com as curvas numéricas. Prisma com unidades de concreto e argamassa tipo ii.....	140
Figura 6.8: Funções de densidade de probabilidade para a deformação crítica do prisma com argamassa tipo ii.....	144
Figura 6.9: Funções de densidade de probabilidade para a resistência à compressão de prisma com argamassa tipo ii.....	145
Figura 6.10: Funções de densidade de probabilidade para o módulo de elasticidade de prisma com argamassa tipo ii.....	146
Figura 6.11: Funções de densidade de probabilidade para a deformação crítica de prisma com argamassa tipo iii.....	147
Figura 6.12: Funções de densidade de probabilidade para a resistência à compressão de prisma com argamassa tipo iii.....	148
Figura 6.13: Funções de densidade de probabilidade para o módulo de elasticidade de prisma com argamassa tipo iii.....	149
Figura 6.14: Comportamento da variando a média da solicitação de deformação: (a) PDF para média da solicitação igual a 3,75E-4; (b) versus média da solicitação.....	151
Figura 6.15: Comportamento da variando a média da solicitação de deformação: (a) PDF para média da solicitação igual a 4.40E-4; (b) versus média da solicitação.....	152

Figura 6.16: Definição da ação variável a partir das parcelas ordinárias e extraordinárias [22].....	154
Figura 6.17: Comportamento da variando a relação para prisma de concreto com argamassa tipo ii: (a) residências; (b) escritórios.....	156
Figura 6.18: Comportamento da variando a relação para prisma de concreto com argamassa tipo iii: (a) residências; (b) escritórios.....	157
Figura A.1: Organização dos dados em planilha eletrônica.....	175
Figura A.2: Salvar arquivo como do tipo .CSV.....	175
Figura B.1: Histograma da resistência à compressão de blocos cerâmicos.....	186
Figura B.2: Freqüência acumulada da resistência à compressão de blocos cerâmicos.....	186
Figura B.3: Quantil da resistência à compressão de blocos cerâmicos.....	187
Figura B.4: Razão entre resistência à compressão ensaiada e resistência nominal de blocos de concreto para 80 prismas de três blocos [38].....	190
Figura B.5: Exemplo de comparação entre duas variáveis: (a) fracamente correlacionadas; (b) altamente correlacionadas.....	191

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1: Comparação da precisão de alguns métodos diretos de otimização.	54
Tabela 2.2: Resultados de ensaios de compressão simples em elementos de alvenaria realizados.....	58
Tabela 4.1: Parâmetros para análise do prisma.....	88
Tabela 4.2: Estudo do refinamento das redes do prisma.....	89
Tabela 4.3: Estudo da tolerância da rede do prisma.....	91
Tabela 5.1: Características geométricas das unidades.....	102
Tabela 5.2: Informação estatística dos parâmetros do bloco de concreto.....	117
Tabela 5.3: Correlações entre os parâmetros da unidade de concreto.....	118
Tabela 5.4: Informação estatística dos parâmetros do bloco de sílico-calcário..	121
Tabela 5.5: Correlações entre os parâmetros do bloco de sílico-calcário.....	121
Tabela 5.6: Informação estatística dos parâmetros da argamassa tipo ii.....	124
Tabela 5.7: Correlações entre os parâmetros da argamassa tipo ii.....	124
Tabela 5.8: Informação estatística dos parâmetros da argamassa tipo iii.....	127
Tabela 5.9: Correlações entre os parâmetros da argamassa tipo iii.....	127
Tabela 5.10: Distribuições escolhidas, média e desvio padrão para dos componentes.....	130
Tabela 6.1: Comparação entre correlação das VA das unidades de concreto amostradas com a correlação obtida dos ensaios experimentais.....	134
Tabela 6.2: Comparação entre correlação das VA das argamassas amostradas com a correlação obtida dos ensaios experimentais.....	134
Tabela 6.3: Estatística descritiva do módulo de elasticidade, resistência à comparação e deformação crítica; comparando os resultados numéricos e os experimentais.....	137
Tabela 6.4: Correlações das variáveis de respostas das amostras numéricas...	138
Tabela 6.5: Estatística descritiva e comparação entre resultados numéricos e experimentais.....	140
Tabela 6.6: Correlações das variáveis de respostas das amostras numéricas...	141
Tabela 6.7: parâmetros das distribuições da variável deformação crítica de prisma com argamassa tipo ii.....	144
Tabela 6.8: parâmetros das distribuições da variável resistência à compressão para de prisma com argamassa tipo ii.....	145
Tabela 6.9: parâmetros das distribuições do módulo de elasticidade do prisma com argamassa tipo ii.....	146
Tabela 6.10: parâmetros das distribuições da variável deformação crítica de prisma com argamassa tipo iii.....	147
Tabela 6.11: parâmetros das distribuições da variável resistência à compressão de prisma com argamassa tipo iii.....	148
Tabela 6.12: parâmetros das distribuições da variável módulo de elasticidade de prisma com argamassa tipo iii.....	149
Tabela 6.13: Ações variáveis médias e nominais para normas brasileira e americana.....	155
Tabela B.1: Resistência à compressão de blocos cerâmicos.....	186
Tabela B.2: Resumo da resistência à compressão de blocos cerâmicos.....	186

Tabela B.3: Valores de	188
Tabela B.4: Distribuições contínuas utilizadas e seus parâmetros.....	191

LISTA DE QUADROS

Quadro 2.1: Correspondência entre teoria dos conjuntos e teoria da probabilidade.....	37
Quadro 2.2: deformação elástica considerando a danificação do material.....	49
Quadro 5.1: Números de amostras dos dados experimentais utilizados dos ensaios de Freitas [34].....	98

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

Abreviaturas

SindusCon-SP	Sindicato da Indústria de Construção Civil do Estado de São Paulo;
FGV	Fundação Getúlio Vargas;
MEF	Método dos Elementos Finitos;
VA	variável aleatória;
PDF	função de densidade de probabilidade;
CDF	função de densidade acumulada de probabilidade;
eq.	equação;
c.v.	coeficiente de variação;
FOSM	do inglês First Order Second Moment, método da primeira ordem e segundo momento;
FORM	do inglês First Order Reliability Method, confiabilidade de primeira ordem;
SORM	do inglês Second Order Reliability Method, confiabilidade de segunda ordem;
RMEA	do inglês Relative Mean Absolute Error, erro médio absoluto relativo;
RRMSE	do inglês Relative Root Mean Squared Error, erro médio quadrático relativo;

Estatística e Probabilidade

$P[.]$	operador probabilidade;
$E[.]$	operador valor esperado;
S	espaço amostral;
f_x	função de densidade de probabilidade;
F_x	função de distribuição acumulada de probabilidades;
μ	média;
\bar{x}	média amostral;
σ	desvio padrão ou tensões;
s	desvio padrão amostral;
$Var[.]$ ou σ^2	variância;
q	quantil;

Mecânica das Estruturas

σ	tensões;
ε	deformações;
E	módulo de elasticidade;
ν	coeficiente de Poisson;
\underline{X}	representação vetorial de X ;
\underline{X}	representação matricial de X ;
F	vetor de forças nodais;
\underline{K}	matriz de rigidez;
\underline{U}	vetor de deslocamentos globais;
u	deslocamentos;
R	vetor resíduo;
S	área;
$D_{\bar{n}}$	dano associado ao plano com vetor normal \bar{n} ;
D	dano isotrópico;
C	tensor flexibilidade de quarta ordem do material danificado;
$\tilde{\sigma}$	tensão efetiva;
$\tilde{\varepsilon}$	deformação efetiva;
α	eixo do material danificado;
\mathbf{n}_α	vetores unitários normais aos planos ortogonais de simetria do material danificado;
H	$H=C$ para compressão e $H=T$ para tração;
$\langle \# \rangle$	colchetes de Macauley, que resulta a parte positiva de '#';
$y_{\alpha\alpha}$	componente de deformação descrita na eq. ();
y_{0H}	deformação crítica;
A_H, B_H e C_H	parâmetros do material;
LA_C	logaritmo de A_C ;
R_{nl}	raio do dano não-local;
f_b	resistência à compressão da unidade;
f_a	resistência à compressão da argamassa;
f_p	resistência à compressão do prisma;
E_p	módulo de elasticidade do prisma;
ε_{crit}	deformação correspondente à tensão máxima;

Confiabilidade Estrutural

S	solicitação;
R	resistência;
FS	fator de segurança;
J_{xy}	jacobiano;
C	matriz de co-variância;
$G(.)$	estado limite;
\mathcal{G}	superfície limite;
\mathcal{F}	evento falha;
$V(.)$	função mapeamento;
P_f	probabilidade de falha;
M	variável aleatória erro de modelo;
G	ação permanente;
Q	ação variável;
V	coeficiente de variação;

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	27
1.1 OBJETIVO.....	28
1.1.1 Principal.....	28
1.1.2 Secundário.....	29
1.2 JUSTIFICATIVA.....	29
1.3 DESCRIÇÃO DOS CAPÍTULOS.....	30
1.3.1 Capítulo dois: revisão da literatura.....	30
1.3.2 Capítulo três: confiabilidade estrutural.....	30
1.3.3 Capítulo quarto: análise numérica de prismas.....	30
1.3.4 Capítulo cinco: estudo estatístico dos parâmetros dos materiais.....	31
1.3.5 Capítulo seis: determinação da incerteza de modelo.....	31
2 REVISÃO DA LITERATURA.....	33
2.1 ALVENARIA ESTRUTURAL.....	33
2.1.1 Histórico.....	33
2.1.2 Características.....	35
2.1.3 Conceitos básicos.....	35
2.2 PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA PARA ENGENHARIA.....	36
2.2.1 Probabilidade	37
2.2.2 Variáveis aleatórias.....	38
2.2.2.1 Distribuições probabilísticas.....	39
2.2.2.2 Média e variância de uma variável aleatória.....	41
2.3 ANÁLISE NUMÉRICA.....	41
2.3.1 Método dos elementos finitos.....	41
2.3.2 Análise não-linear.....	43
2.3.2.1 Solução incremental-iterativa.....	44
2.3.2.2 Critérios de convergência.....	45
2.3.3 Mecânica do dano.....	46
2.3.3.1 Representação mecânica do dano.....	47
2.4 OTIMIZAÇÃO.....	49
2.4.1 Considerações gerais.....	49
2.4.1.1 Terminologia.....	50
2.4.2 Métodos de otimização.....	50
2.4.2.1 Otimização de funções com uma variável independente.....	51
2.4.2.2 Otimização de funções com múltiplas variáveis independentes..	55
2.5 ALGUNS TRABALHOS SOBRE O TEMA.....	56
3 CONFIABILIDADE ESTRUTURAL E INCERTEZA DE MODELO.....	59
3.1 REQUISITOS DE SISTEMAS ESTRUTURAIS.....	59
3.2 MEDIDAS DE VIOLAÇÃO DE ESTADOS LIMITES.....	59

3.2.1 Método das tensões admissíveis.....	60
3.2.2 Estados limites.....	61
3.2.3 Métodos probabilísticos.....	63
3.3 O PROBLEMA FUNDAMENTAL DA CONFIABILIDADE ESTRUTURAL.....	64
3.3.1 Métodos de transformação.....	64
3.3.1.1 Transformação de variáveis não-normais em variáveis normais independentes - modelo de Nataf.....	65
3.3.2 Simulação de Monte Carlo.....	69
3.4 INCERTEZAS NA ENGENHARIA.....	70
3.4.1 Incerteza relacionada ao modelo.....	71
4 ANÁLISE NUMÉRICA DE PRISMAS.....	77
4.1 INTRODUÇÃO.....	77
4.1.1 Caracterização do processo de ruptura do prisma na compressão.....	78
4.1.2 Técnicas de modelagem.....	79
4.2 FEAP - FINITE ELEMENT ANALYSIS PROGRAM.....	80
4.3 MODELO DE DANO.....	81
4.3.1 Dano local.....	82
4.3.2 Dano não-local.....	85
4.4 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS.....	87
4.4.1 Apresentação dos modelos.....	87
4.4.2 Rede de elementos finitos do prisma.....	89
4.4.2.1 Refinamento da rede.....	89
4.4.2.2 Condições de simetria.....	90
4.4.3 Critério de convergência.....	91
4.4.4 Determinação do raio de dano não-local.....	91
4.4.5 Análise das tensões no prisma.....	92
5 ESTUDO ESTATÍSTICO DOS PARÂMETROS DOS MATERIAIS.....	96
5.1 DADOS EXPERIMENTAIS.....	96
5.2 DEFINIÇÃO DOS PARÂMETROS DOS MATERIAIS.....	104
5.2.1 Resistência à compressão e deformação crítica.....	104
5.2.2 Parâmetros do modelo de dano.....	104
5.2.3 Módulo de elasticidade.....	114
5.2.4 Parâmetros adotados.....	116
5.3 ESTUDO ESTATÍSTICO DOS PARÂMETROS.....	116
5.3.1 Construção de modelos Probabilísticos.....	116
5.3.2 Distribuições escolhidas.....	119
5.3.2.1 Unidades de concreto.....	119
5.3.2.2 Unidades de sílico-calcário.....	122
5.3.2.3 Argamassa tipo ii.....	125
5.3.2.4 Argamassa tipo iii.....	128
5.3.3 Resumo das distribuições.....	131

6 DETERMINAÇÃO DA INCERTEZA DE MODELO.....	133
6.1 DETALHAMENTO DO MODELO.....	133
6.2 GERAÇÃO DAS AMOSTRAS.....	134
6.3 RESOLUÇÃO DOS MODELOS NUMÉRICOS.....	136
6.3.1 Prisma de concreto e argamassa tipo II.....	137
6.3.2 Prisma de concreto e Argamassa Tipo III.....	141
6.4 INCERTEZA DE MODELO.....	143
6.4.1 Incerteza dos parâmetros estudados.....	146
6.4.1.1 Prisma de unidades de concreto e Argamassa tipo ii.....	146
6.4.1.2 Prisma de unidades de concreto e Argamassa tipo iii.....	149
6.5 EXEMPLOS DE APLICAÇÕES NA CONFIABILIDADE ESTRUTURAL.....	152
6.5.1 Deformação crítica.....	152
6.5.1.1 Prisma de unidades de concreto e Argamassa tipo II.....	152
6.5.1.2 Prisma de unidades de concreto e Argamassa tipo III.....	153
6.5.2 Resistência à compressão.....	154
6.5.2.1 Prisma de unidades de concreto e argamassa tipo II.....	157
6.5.2.2 Prisma com argamassa tipo III.....	158
6.5.3 Comentários.....	159
7 CONCLUSÃO.....	161
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	165
APÊNDICE A – UTILIZAÇÃO DOS PROGRAMAS.....	173
A.1 FEAP – FINITE ELEMENT ANALYSIS PROGRAM.....	173
A.2 MÓDULO CUBO.....	176
A.2.1 Objetivo.....	176
A.2.2 Utilização.....	176
A.2.2.1 Arquivo de entrada.....	176
A.2.2.2 Parâmetros de execução.....	177
A.2.2.3 Execução.....	178
A.2.2.4 arquivos de saída.....	178
A.3 STRAND - STRUCTURAL RISK ANALYSIS AND DESIGN.....	179
A.3.1 Geração de amostras com simulação de Monte Carlo.....	179
A.3.2 Cálculo da probabilidade de falha via FORM.....	181
A.4 MÓDULO CNEP.....	182
A.4.1 Objetivo.....	182
A.4.2 Utilização.....	182
A.4.2.1 Arquivo de entrada.....	183
A.4.2.2 Parâmetros de execução.....	183
A.4.2.3 Execução.....	184
A.4.2.4 arquivos de saída.....	184

APÊNDICE B – ESTATÍSTICA DESCRITIVA E DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADES.....	187
B.1 ESTATÍSTICA DESCRITIVA.....	187
B.1.1 Representações Gráficas.....	187
B.1.1.1 Histograma.....	187
B.1.1.2 Quantil.....	189
B.1.1.3 Probabilidade-Probabilidade e Quantil-Quantil.....	189
B.1.2 Representações Numéricas.....	189
B.1.2.1 Quantil.....	189
B.1.2.2 Medidas de valores centrais.....	190
B.1.2.3 Medidas de dispersão.....	191
B.1.2.4 Medidas de assimetria.....	191
B.1.2.5 Medidas Correlação.....	192
B.2 DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADES.....	193
ANEXO A – GRÁFICOS.....	195
A.1 Bloco de concreto 4,5 MPa.....	195
A.2 Unidades de sílico-calcário 10,0 MPa.....	197
A.3 Argamassa tipo ii.....	199
A.4 Argamassa tipo iii.....	203

1 INTRODUÇÃO

A alvenaria estrutural é um dos sistemas mais antigos de construção de edificações. Sua característica mais importante é a simplicidade: a colocação de blocos uns sobre os outros unidos entre si por argamassa é um processo simples, eficaz e tradicional [45]. O sucesso desse sistema resulta das inúmeras funcionalidades que a parede pode exercer, aliado a possíveis vantagens econômicas. Além de prover a sustentação do edifício, as paredes dividem espaços, proporcionam isolamento térmico e acústico, como também protegem contra o fogo e penetração da água [40]. A alvenaria pode ser mais econômica do que construções tradicionais em concreto armado, durável e proporcionar arranjos arquitetônicos variados.

Nos últimos três anos, houve franca expansão nos setores da construção civil e do crédito imobiliário. Neste ano estima-se que o setor da Construção Civil brasileira apresentará um crescimento entre 10% e 14%, segundo a Fundação Getúlio Vargas (FGV) [18]. O crédito para habitações expandiu mais de 200% nos últimos dois anos. Enquanto o déficit absoluto por moradia no Brasil vem aumentando entre 1993 e 2006, em termos relativos a carência de moradias passou de 16,9% para 14,6% [35].



Figura 1.1: Crescimento do mercado imobiliário de baixa renda

Com o crescimento da demanda por edifícios “econômicos” e “super-econômicos”, a alvenaria estrutural é a alternativa construtiva preferida dos construtores. A alvenaria é um sistema com tecnologia consolidada, possibilidade de execução simultânea da alvenaria e da estrutura e os pavimentos prontos são rapidamente liberados para revestimento. A principal desvantagem é a impossibilidade

de modificação dos ambientes, uma característica de empreendimentos de alto padrão[31].

Assim, a alvenaria estrutural é um importante setor da construção civil e seu constante desenvolvimento é importante para torná-lo competitivo, confiável e econômico.

A determinação teórica e/ou empírica da resistência da alvenaria à compressão a partir dos seus componentes é de difícil solução. Essa dificuldade está relacionada com a variabilidade dos materiais, ao processo construtivo e a característica heterogênea e ortotrópica da alvenaria. Com o advento dos métodos numéricos e o avanço computacional, tornou-se possível utilizar modelos constitutivos mais robustos e acurados para prever o comportamento da estrutura.

A confiabilidade estrutural é um ramo da engenharia que mede segurança das estruturas, sendo muitas vezes empregada para calibrar fatores de segurança. A chamada probabilidade de falha representa a probabilidade de violação de um estado limite para um sistema estrutural em qualquer estágio de sua vida útil. O problema fundamental da confiabilidade estrutural é calcular a probabilidade de falha [48].

Para medir a confiabilidade, além de considerar a variabilidade dos materiais e das solicitações, é importante embutir a incerteza de modelo relacionada a um estado limite [27]. Na alvenaria, por exemplo, é importante saber qual a incerteza incorporada a um modelo numérico para determinar a resistência à compressão de um prisma.

1.1 OBJETIVO

1.1.1 Principal

O presente trabalho propõe um método de cálculo da incerteza de um modelo numérico de um prisma de concreto de três unidades sujeito à compressão. O estudo numérico é feito em elementos finitos com análise não-linear baseada em dano¹. A incerteza é avaliada através de variáveis de projeto:

¹ sugerido por La Borderie com adaptações de Papa, Taliercio e Ramalho [57][59][58][4][63];

tensão máxima, deformação na tensão máxima e módulo de elasticidade do prisma.

1.1.2 Secundário

Obtenção dos parâmetros não-lineares dos materiais para o modelo constitutivo de dano, com uso de rotina de otimização que minimize o erro entre curvas experimental e numérica ajustada.

Apresentar a aplicação de métodos probabilísticos na comparação entre resultados experimentais e previsão teórica.

Verificar a probabilidade de falha de um prisma dimensionado segundo a norma brasileira de cálculo de alvenaria, NBR 10837 (Cálculo de alvenaria estrutural de blocos vazados de concreto).

1.2 JUSTIFICATIVA

Estudos desse gênero podem servir de base na avaliação de confiabilidade de uma estrutura. Ao calcular a probabilidade de falha de uma estrutura, deve-se computar as incertezas previsíveis do problema, de forma a se aproximar da real probabilidade de falha da estrutura. Um modelo físico-matemático geralmente é uma representação idealizada da realidade, a incerteza de modelo é incorporada para considerar a falta de exatidão da resposta.

Estudos probabilísticos das ações e das resistências com aplicações na confiabilidade estrutural são bases na redação de normas que representem melhor a realidade, podendo-se obter obras com maior controle da segurança da estrutura e possivelmente² mais econômicas.

² Vantagens econômicas dependerão das características do novo procedimento: se este é mais conservador ou mais ousado que procedimento tradicional.

1.3 DESCRIÇÃO DOS CAPÍTULOS

1.3.1 Capítulo Dois: Revisão Da Literatura

São abordados ramos do conhecimento essenciais para esse trabalho que porventura não sejam do conhecimento do leitor. Aborda-se a alvenaria estrutural, a probabilidade e estatística para a engenharia, otimização e apresentação de alguns trabalhos estatísticos e/ou de confiabilidade sobre a alvenaria estrutural.

1.3.2 Capítulo Três: Confiabilidade Estrutural

É dada atenção à confiabilidade de modo a fixar conceitos sobre os requisitos de uma estrutura, noções de estados limites e o que representa a confiabilidade e probabilidade de falha de uma estrutura.

Apresentam-se algumas rotinas de cálculo da confiabilidade como os métodos de transformação, em especial o FORM³; e a simulação de Monte Carlo. Como também procedimentos e destaques da literatura sobre a incerteza de modelo.

1.3.3 Capítulo Quarto: Análise Numérica De Prismas

Aborda-se a modelagem de alvenaria em elementos finitos e o comportamento experimental até a ruptura.

O modelo constitutivo de dano é explanado, apresenta-se a rede de elementos finitos e as hipóteses da análise numérica.

3 confiabilidade de primeira ordem, do inglês *First Order Reliability Method*.

1.3.4 Capítulo Cinco: Estudo Estatístico Dos Parâmetros Dos Materiais

Com base nos ensaios experimentais de Freitas [34], avaliam-se estatisticamente os parâmetros elásticos e não-lineares do modelo constitutivo de dano. As funções de densidade de probabilidade adotadas são utilizadas para gerar um conjunto de parâmetros aleatórios que alimentam o modelo numérico.

1.3.5 Capítulo Seis: Determinação Da Incerteza De Modelo

De posse de todos os subsídios para a determinação da incerteza, estuda-se a correção do modelo através de ajuste da tendência da média e acréscimos de incertezas.

Por fim, abordam-se exemplos que avaliam a probabilidade de falha para dimensionamentos à compressão simples segundo a norma NBR 10837.

A Figura 1.2, na página seguinte, indica os processos desenvolvidos no trabalho.

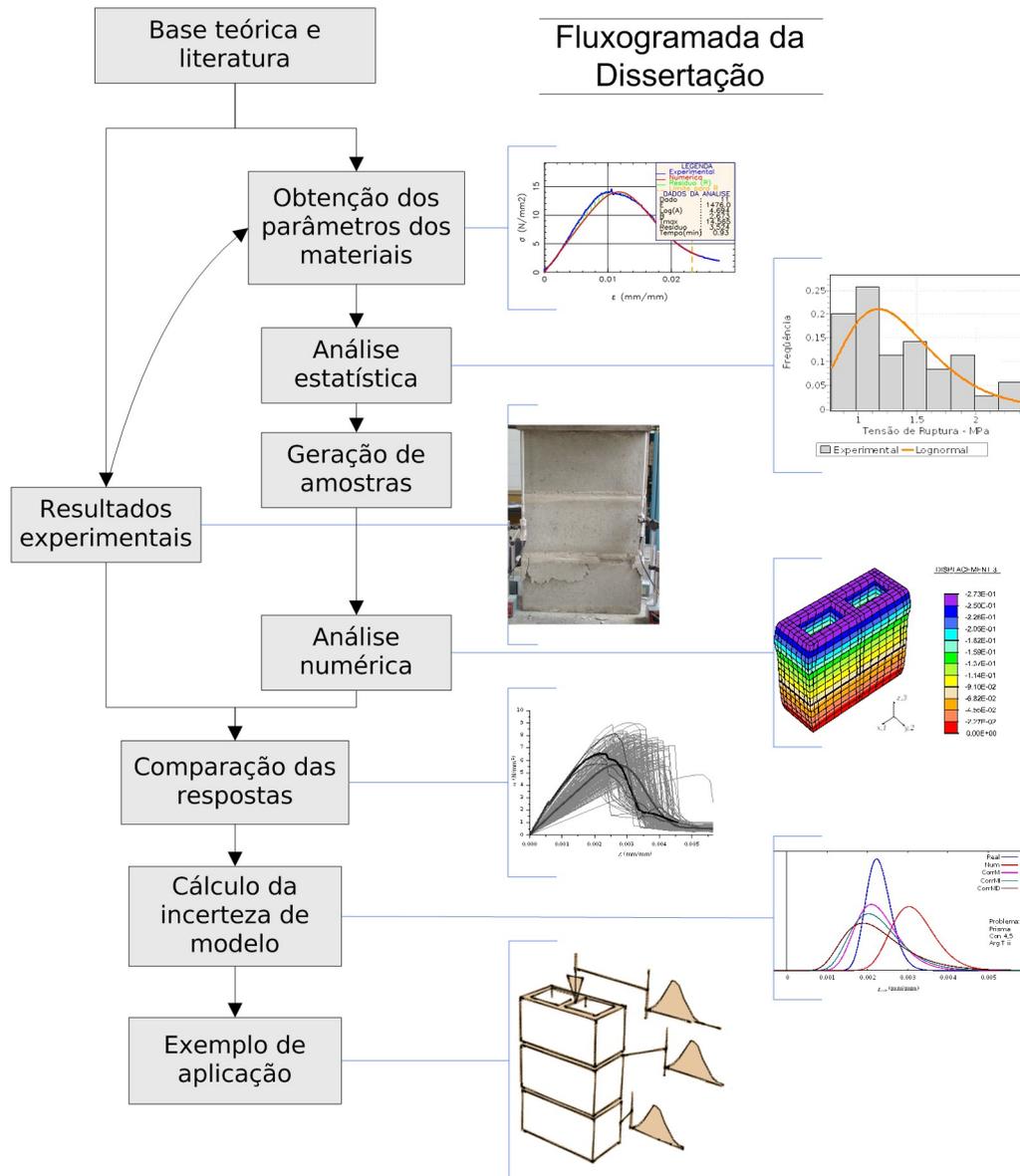


Figura 1.2: Fluxograma da dissertação

2 REVISÃO DA LITERATURA

Este capítulo trata do contexto da pesquisa e matérias necessárias no decorrer do texto, a título de revisão.

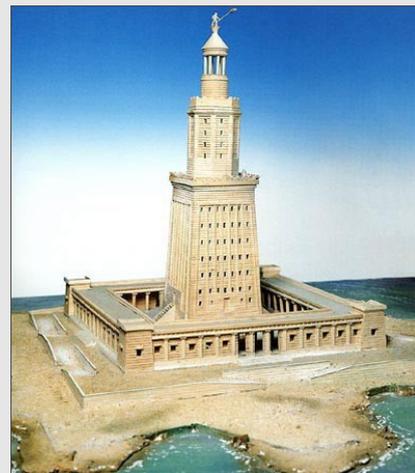
2.1 ALVENARIA ESTRUTURAL

2.1.1 Histórico

A alvenaria estrutural é um sistema construtivo tradicional, não só no Brasil como em todo o mundo. Sua origem remonta os primórdios das construções, por volta de 10.000 a.c [28]. Na antiguidade, o faraó Djoser e o arquiteto Imhotep construíram o primeiro edifício monumental em pedra do mundo, a pirâmide em degraus de Saqqara, a cerca de 2630 a.c. [73] (Figura 2.1a). Considerada uma das maiores produções da técnica da Antigüidade, o Farol de Alexandria foi construído em 280 a.c. Sobre uma base quadrada erguia-se uma esbelta torre octogonal de mármore com cerca de 130 metros de altura (Figura 2.1b), que começou a ruir no século XIV.



(a)



(b)

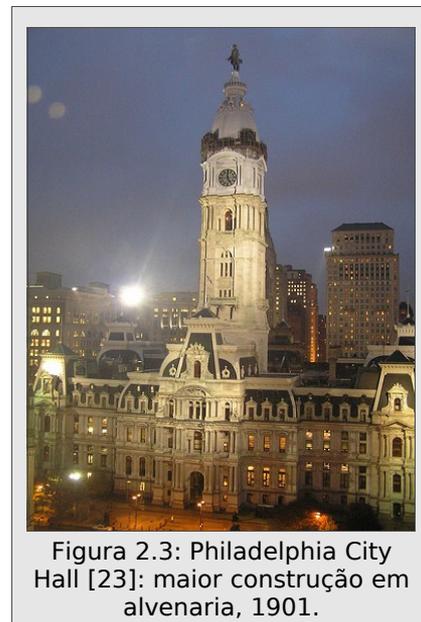
Figura 2.1: Obras em alvenaria da antiguidade: (a) Pirâmide de Djoser em Sakara, 2630 a.c.[26]; (b) maquete do Farol de Alexandria, 280 a.c.[25].

O Coliseu, uma exceção entre os anfiteatros pelo seu volume e relevo arquitetônico, foi inaugurado em 80 d.c. [72]. Construído em mármore, pedra travertina, ladrilho e pedra calcária. A sua planta elíptica mede dois eixos que se estendem aproximadamente de 190 m por 155 m. A Catedral de Notre-Dame, na França, é uma das mais antigas catedrais francesas em estilo gótico. Sua obra foi iniciada no ano de 1163.



Finalizada em 1901, a Philadelphia City Hall é a mais alta construção de alvenaria do mundo, com 167 m de altura. As paredes do primeiro pavimento que suportam a torre chegam a ter 6,7 m de espessura. O edifício de oito pavimentos possui 4,8 m de pé-direito cada, que exteriormente aparentam ser três pavimentos.

No Brasil os primeiros prédios em alvenaria estrutural com blocos de concreto foram construídos em 1966 para um conjunto habitacional com edifícios de quatro pavimentos, chamado “Central Parque Lapa”. Em 1972 foram construídos quatro edifícios de 12 pavimentos no mesmo local. Estima-se que entre 1964 e 1976 foram construídos mais de dois milhões de unidades habitacionais em alvenaria estrutural. Em 1977, foi formada a primeira comissão de estudos para o desenvolvimento de normas nacionais de alvenaria estrutural.



2.1.2 Características

Como modelo construtivo, esse sistema é aplicado principalmente em edificações multipavimentos de pequenas e médias alturas, nos quais se podem construir paredes ininterruptamente da fundação ao telhado. Nos casos em que há necessidade de espaço nos pavimentos inferiores, constroem-se pavimentos sob pilotis. Como exemplos comuns de estruturas em alvenaria têm-se edifícios residenciais de padrão médio a baixo e hotéis.

Segundo Ramalho e Corrêa [64], os pontos positivos desse sistema podem ser enumerados como sendo:

- a) Economia de fôrmas;
- b) Redução significativa no revestimento;
- c) Redução nos desperdícios de material e mão de obra;
- d) Redução no número de especialidades;
- e) Flexibilidade no ritmo de execução da obra.

E como pontos negativos têm-se:

- a) Dificuldade de adaptar a arquitetura para um novo uso;
- b) Interferência entre projetos arquitetura/estruturas/instalações;
- c) Necessidade de uma mão-de-obra qualificada;
- d) Sem modificações posteriores.

Dependendo da aplicação, a alvenaria estrutural pode ser uma escolha bastante vantajosa.

2.1.3 Conceitos Básicos

Como citam Ramalho e Corrêa [64], “o principal conceito estrutural da utilização da alvenaria é a transmissão de ações de tensões de compressão”. A alvenaria é um material composto anisotrópico formado pela união de unidades e argamassa, constituída usualmente por unidades de concreto, de cerâmica ou de sílico-calcário.

A norma brasileira de alvenaria NBR 10837 é baseada em tensões admissíveis. A resistência à compressão admissível de projeto é obtida de ensaios empíricos de prismas ou paredes, com aplicação do fator de segurança. Apesar de várias propostas de cálculo da resistência da alvenaria, a dificuldade de obter certos parâmetros dos materiais impede o uso destas propostas de cálculo na prática [39]. Algumas normas utilizam relações empíricas entre resistências dos componentes para determinar a resistência do prisma, como no Eurocode 6 [21] e na BS 5628 [16].

Uma análise precisa e acurada da carga limite da alvenaria é imprescindível para avaliar a segurança da estrutura. A análise não-linear e o método dos elementos finitos são importantes ferramentas para alcançar esse objetivo [43].

2.2 PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA PARA ENGENHARIA

Na engenharia civil, há sempre certo grau de incerteza nas variáveis com que o profissional deve trabalhar. Como por exemplo: pico de tráfego em uma determinada rodovia, chuvas anuais, resistência do concreto, carregamento em de uma ponte, entre outros.

Como o engenheiro trata com essas incertezas irá depender de cada situação. Quando a variação é pequena e esta não gera conseqüências significativas, ignora-se essa dispersão e a variável é tomada como determinística, utilizando a média dos resultados. Mas se a incerteza é significativa, pode-se optar por dois caminhos. Realizar uma estimativa conservadora, quando, por exemplo, atribui-se a resistência mínima de um bloco de concreto com 95% de confiança. Outra forma é tratar a variável como aleatória, levando em consideração sua incerteza e forma da distribuição estatística.

Neste tópico serão apresentados conceitos sobre tratamento probabilísticos das variáveis. No capítulo três será abordado noções de confiabilidade estrutural e a inserção do erro de modelo nesse contexto. No Apêndice B, a título de revisão, a estatística descritiva é explanada.

2.2.1 Probabilidade

A teoria matemática de probabilidade é a base da confiabilidade estrutural. Ela nos dá as ferramentas básicas para tratar modelos matemáticos utilizando variáveis aleatórias.

Formalmente, a probabilidade trata com *experimentos* e suas saídas. Um conjunto de todas as possibilidades de respostas de um experimento é chamado de *espaço amostral*, cada resposta individual é chamada de *ponto amostral*. Um *evento* é definido como um subconjunto de um espaço amostral tendo um ou mais pontos amostrais como seus elementos.

Quando o espaço amostral é formado por um número finito ou infinito contável de pontos amostrais, este é chamado de espaço amostral *discreto*. Se formado por número infinito e incontável, é chamado de espaço amostral *contínuo*. Como por exemplo, o conjunto dos números naturais para o espaço amostral discreto e o conjunto dos números reais para o espaço amostral contínuo.

As definições dos elementos da probabilidade se encaixam bem na teoria dos conjuntos. Todas as relações entre saídas ou eventos podem ser descritas como operações dessa teoria (ver Quadro 2.1) [70].

Quadro 2.1: Correspondência entre teoria dos conjuntos e teoria da probabilidade

Teoria dos conjuntos	Teoria da probabilidade
Espaço, S	Espaço amostral, evento certo
Conjunto vazio, \emptyset	Evento impossível
Elementos a, b, \dots	Pontos amostrais (ou eventos simples)
Conjuntos A, B, \dots	Eventos A, B, \dots
A	Ocorrência do evento A
\bar{A}	Não ocorrência do evento A
$A \cup B$	Ocorrência de um ponto amostral de A e/ou B
$A \cap B$ ou AB	Ocorrência de A e B
$A \subset B$	Ocorrência de A necessariamente implica em ocorrência de B
$A \cap B = \emptyset$	A e B são mutuamente exclusivos

A probabilidade apresenta diferentes interpretações. Se for baseada em resultados de observações empíricas, é chamada de definição frequência relativa. Como por exemplo, a razão entre N realizações do evento simples em M experimentos. Mas na engenharia há muitos eventos com pouca ou nenhuma repetição. Nesse caso, a probabilidade representa o grau de confiança de que um determinado evento ocorra, sendo assim uma definição subjetiva (ou Bayesiana).

Os axiomas da probabilidade são:

(1) A probabilidade de um evento é um número entre zero e um.

$$0 \leq P[A] \leq 1 \quad (2.1)$$

(2) A probabilidade de um evento certo é igual a um:

$$P[S]=1 \quad (2.2)$$

(3) A probabilidade da união de eventos A e B mutuamente exclusivos:

$$P[A \cup B] = P[A] + P[B] \quad (2.3)$$

em que:

$P[.]$	operador probabilidade;
A e B	eventos;
S	espaço amostral.

2.2.2 Variáveis Aleatórias

A *variável aleatória* (VA) é uma maneira matemática de representar um evento aleatório de forma analítica. Diferentemente da variável determinística, que é representada por um único valor, a variável aleatória é definida por uma faixa de valores possíveis. O comportamento desta variável é descrito por uma lei probabilística, que pode ser caracterizada de diversas formas. A mais comum é através de *funções de distribuição de probabilidades*.

A VA é representada com letra maiúscula, e realização desta variável com letra minúscula. Como por exemplo, a realização $x=0,51$ da VA $X(N(0,1))$ com comportamento de distribuição normal padrão.

2.2.2.1 DISTRIBUIÇÕES PROBABILÍSTICAS

No espaço amostral contínuo, as probabilidades estão associadas a intervalos. Uma lei de probabilidade descrita por função de densidade de probabilidade (PDF⁴), denotada por f_x , representa a probabilidade de X estar num intervalo $(a, b]$ de tal forma que [3]:

$$P[a < X \leq b] = \int_a^b f_x(x) dx \quad (2.4)$$

Outra maneira de descrever a VA é através da função de distribuição acumulada de probabilidades (CDF⁵). Dada uma VA X , a CDF, denotada por F_x , é a probabilidade de que o evento seja menor ou igual ao seu argumento, ou seja [14]:

$$F_x(x) = P[X \leq x] \quad (2.5)$$

reescrevendo de outra maneira:

$$F_x(x) = P[-\infty \leq X \leq x] = \int_{-\infty}^x f_x(u) du \quad (2.6)$$

o que implica que a PDF é a primeira derivada da CDF:

$$f_x(x) = \frac{dF_x(x)}{dx} \quad (2.7)$$

A Figura 2.4 descreve o comportamento da PDF e da CDF para uma função gaussiana (ou normal) padrão.

4 PDF: do inglês probability density function

5 CDF: do inglês cumulative distribution function

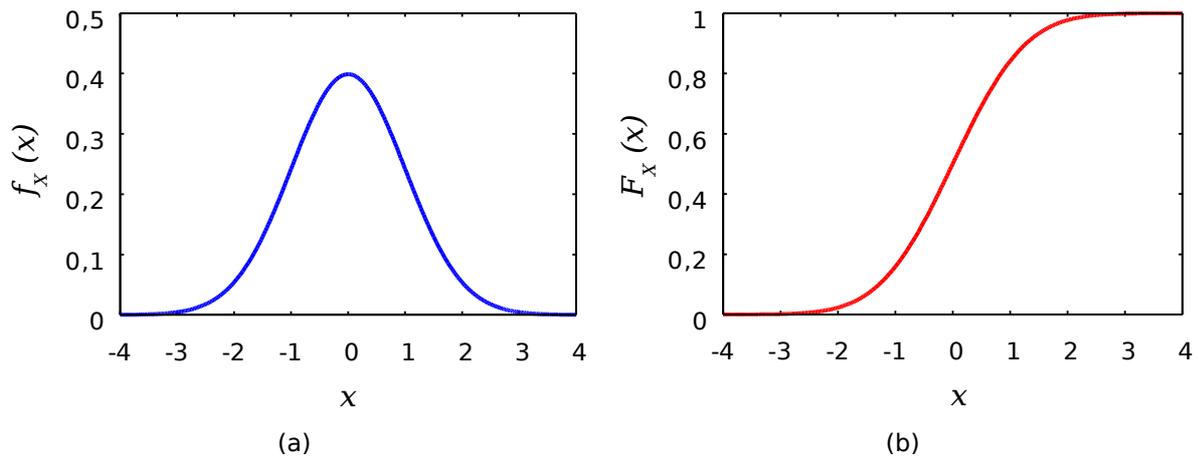


Figura 2.4: Exemplo de funções de distribuição de probabilidades: gaussiana padrão, (a) função de densidade de probabilidade (PDF) e (b) função de probabilidade acumulada (CDF).

Em muitos casos faz-se necessário utilizar funções que descrevam o comportamento de duas ou mais variáveis aleatórias, sendo chamadas de distribuição conjunta de probabilidades. Os conceitos de PDF e CDF são aplicados de forma análoga às funções de várias variáveis. Por exemplo, para duas variáveis aleatórias X e Y , a PDF conjunta pode ser equacionada por:

$$f_{XY}(x, y) = \frac{\partial^2 F_{XY}(x, y)}{\partial x \partial y} \quad (2.8)$$

Se a eq. (2.8) apresentar comportamento de uma função multinormal padrão, a PDF tem a forma da Figura 2.5.

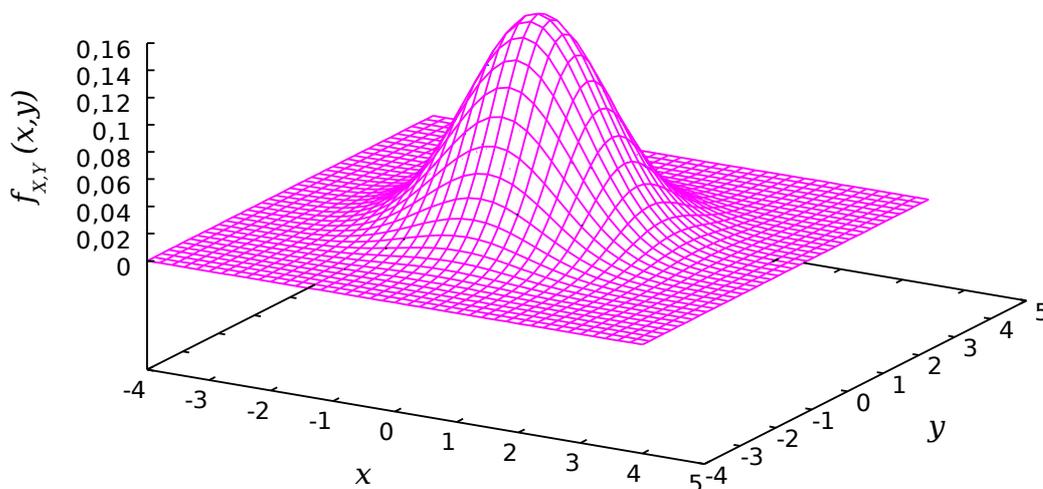


Figura 2.5: PDF multinormal padrão

Existem várias funções de distribuição de probabilidades, como: Gaussiana, Lognormal, Gamma, Exponencial, Gumbel, Beta, entre outras. As funções utilizadas neste trabalho são estudadas no Apêndice B.

2.2.2.2 MÉDIA E VARIÂNCIA DE UMA VARIÁVEL ALEATÓRIA

A distribuição de probabilidade contém toda informação necessária para descrever a VA. Na prática, a forma exata da distribuição é desconhecida e é interessante que um conjunto de poucos números represente o comportamento dominante da variável. Os parâmetros mais importantes são a média e o desvio padrão.

O valor esperado ($E[.]$) ou média (μ) de uma VA é definido pela integral:

$$E[X] = \mu_X = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_X(x) dx \quad (2.9)$$

A variância, denotada por $Var[.]$ ou σ^2 , mede a dispersão da variável em torno da média, eq. (2.10). O desvio padrão é dado pela eq. (2.11) e o coeficiente de variação pela eq. (2.12).

$$Var[X] = \sigma_X^2 = E[(X - \mu)^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^2 f_X(x) dx \quad (2.10)$$

$$\sigma_X = \sqrt{Var[X]} \quad (2.11)$$

$$\delta_X = \sigma_X / \mu_X \quad (2.12)$$

2.3 ANÁLISE NUMÉRICA

2.3.1 Método Dos Elementos Finitos

O Método dos Elementos Finitos (MEF) surgiu como uma nova possibilidade para resolver problemas da teoria da elasticidade, especialmente os que eram de difícil solução ou analiticamente impossíveis [5]. A aplicação do MEF é ilustrada na Figura 2.6.

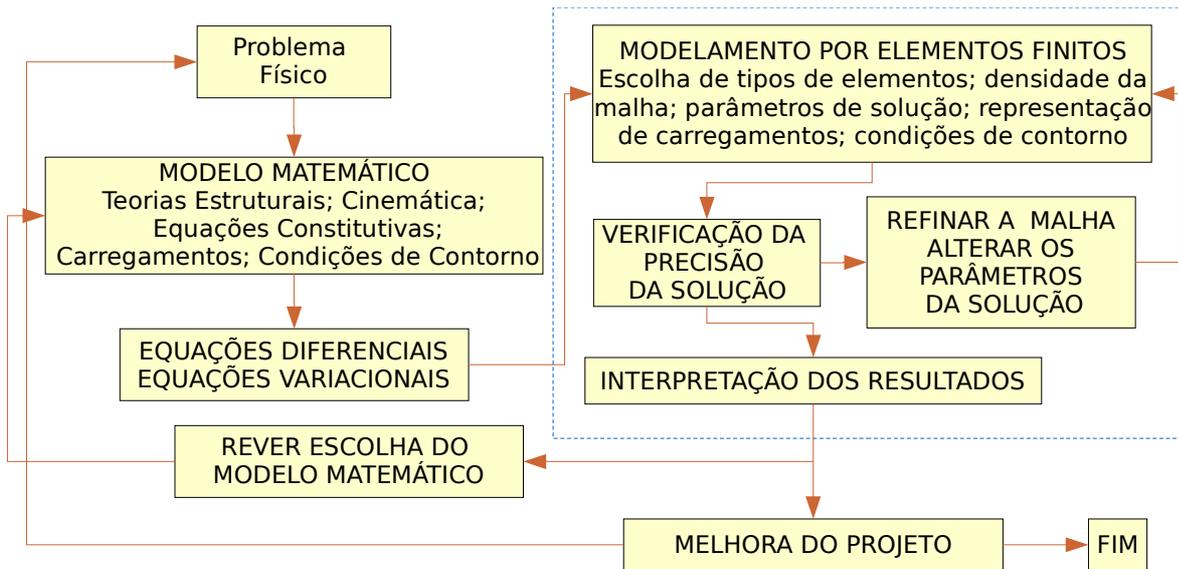


Figura 2.6: Fluxograma da aplicação do Método dos Elementos Finitos [37]

O MEF tradicional prevê a divisão do domínio de integração, contínuo, em elementos finitos, cujos domínios admite-se conhecida a forma das funções incógnitas. Com uso de teorias conhecidas da mecânica das estruturas⁶ obtém-se o relacionamento aproximado entre deslocamentos nodais e as respectivas forças [67].

Numa análise elástico-linear, admite-se que os materiais obedeçam à lei de Hooke, em que tensões (σ) são proporcionais às deformações (ε):

$$\sigma = E \varepsilon \quad (2.13)$$

onde:

E módulo de elasticidade.

A técnica de elementos finitos é utilizada para compor o sistema linear global, formado pela contribuição de cada elemento da rede.

$$\underline{K} \underline{U} = \underline{F} \quad (2.14)$$

onde:

\underline{X} representação vetorial de X
 \underline{X} representação matricial de X
 \underline{F} vetor de forças nodais
 \underline{K} matriz de rigidez

⁶ Como procedimentos diretos da mecânica, formulações variacionais ou resíduos ponderados

U vetor de deslocamentos globais

2.3.2 Análise Não-linear

Desde a década de 70, o interesse pelo domínio não-linear tem aumentado consideravelmente. O avanço das técnicas numéricas e dos computadores permitem resolver problemas de grande complexidade [44].

Apesar de a elasticidade linear ser de grande utilidade e estar bastante difundida, esta não é capaz de prever a tensão de pico. Alguns materiais têm comportamento naturalmente não-linear, e nesse domínio a lei de Hooke não é mais válida. A análise não-linear demanda mais tempo de processamento, pois a solução é obtida de maneira iterativa, e o carregamento é aplicado em intervalos. Em problemas lineares, a solução é sempre única, mas para problemas não-lineares isto poderá não se verificar.

Os tipos de não linearidade são classificados como:

- Não-linearidade física: leis constitutivas não-lineares.
- Não-linearidade geométrica: deslocamentos e/ou deformações podem ser suficientemente importantes para que a configuração inicial deixe de ser válida para exprimir o equilíbrio.
- Não-linearidade de vinculação: condições de apoio mudam com a deformação.

Neste trabalho é dada importância para a não-linearidade física. Para este caso, a rigidez do material deixa de ser considerada constante, sendo agora função dos deslocamentos (u).

A eq. (2.13) passa a ser escrita da forma [61]:

$$\sigma = E(u)\varepsilon \quad (2.15)$$

este problema pode ser resolvido pela metodologia do MEF:

$$\underline{K}(U)U = F \quad (2.16)$$

2.3.2.1 SOLUÇÃO INCREMENTAL-ITERATIVA

O sistema da eq. (2.16) é não-linear, pois a obtenção dos deslocamentos depende do próprio deslocamento da estrutura. Para determinar o estado de equilíbrio, não basta apenas discretizar o problema no espaço, mas é também necessário fazê-lo no tempo (com incrementos). E para alcançar o equilíbrio a cada incremento, utiliza-se de um algoritmo de solução iterativo. Uma estratégia bem conhecida é a estratégia de Newton-Rapson.

Admitindo-se que se tenha determinado a solução na iteração $(r-1)$, usa-se esta informação para atualizar a matriz de rigidez e determinar a iteração r como nova estimativa para a solução, a qual substitui a estimativa da iteração anterior. Nessa estratégia a eq. (2.16) fica representada como:

$$\underline{K}(\underline{U}^{r-1})\underline{U}^r = \underline{F}^a \quad (2.17)$$

em que:

\underline{F}^a nível de força aplicada no início do processo;
 \underline{U}^r deslocamento para iteração r .

Como a rigidez estará defasada, por assim dizer, em relação ao nível de deslocamento, a cada atualização de rigidez gera-se um resíduo:

$$\underline{R}(\underline{U}^r) = \underline{F}^a - \underline{K}(\underline{U}^r)\underline{U}^r \neq 0 \quad (2.18)$$

O método de Newton-Raphson tem por base a idéia de que o resíduo da iteração atual e a solução seja uma função contínua na vizinhança da solução. O método iterativo obtém-se a partir de uma série de Taylor truncada:

$$\underline{R}(\underline{U}^r) = \underline{R}(\underline{U}^{r-1}) + \nabla \underline{R}(\underline{U})|_{\underline{U}^{r-1}} \partial \underline{U} + \dots \quad (2.19)$$

É possível obter uma melhor estimativa para a solução ignorando os termos de ordem superior omitidos na eq. (2.19) e fazendo $\underline{R}(\underline{U}^r) = 0$. A (2.19) passa a fornecer uma relação para atualização dos deslocamentos. Ver Figura 2.7 e eq. (2.20):

$$\nabla \underline{R}(\underline{U})|_{\underline{U}^{r-1}} \partial \underline{U} = -\underline{R}(\underline{U}^{r-1}) \quad (2.20)$$

A derivada do resíduo ($\nabla R(\underline{U})|_{\underline{U}^{r-1}}$) é a matriz de rigidez tangente. No caso de uma análise não-linear, a matriz de rigidez tangente assume o papel de matriz de rigidez numa análise linear ainda que, no caso da análise não-linear, esta matriz relacione pequenas variações de carga com pequenas variações de deslocamentos.

Uma vez resolvido o sistema linear da eq. (2.20) obtêm-se $\partial \underline{U}$, a nova estimativa para a solução então resulta em:

$$\underline{U}^r = \underline{U}^{r-1} + \partial \underline{U} \quad (2.21)$$

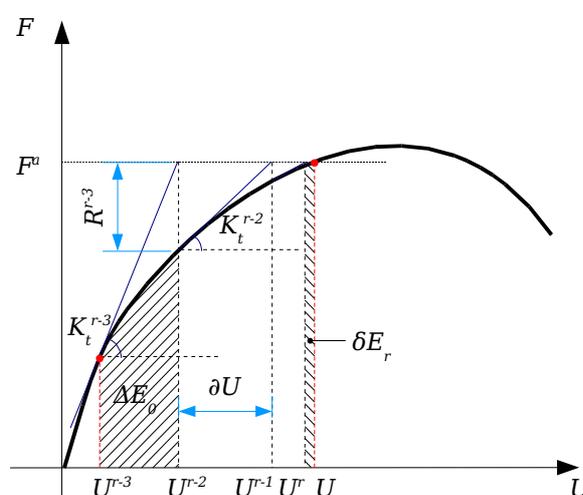


Figura 2.7: Método de Newton-Raphson

O método padrão de Newton-Raphson (Figura 2.7) usualmente necessita de poucas iterações para alcançar a convergência, mas cada iteração é lenta se comparada a outros métodos [74].

2.3.2.2 CRITÉRIOS DE CONVERGÊNCIA

O processo iterativo continua com correções adicionais ao deslocamento para que resíduo diminua progressivamente. Quando for verificada certa tolerância em relação à medida, ou norma, adotada do resíduo o processo é finalizado. Para este objetivo pode-se, por exemplo, estabelecer que:

$$\|\underline{R}\| = \sqrt{\sum_{i=1}^N R_2^i} \leq \varepsilon \quad (2.22)$$

em que:

N número de componentes do vetor resíduo.

São comuns as normas de força, deslocamento, resíduo e energia. Uma muito utilizada para checar a convergência é a norma de energia. Esta norma é composta por forças internas e deslocamentos relativos como indicado na hachura da Figura 2.7. A norma de energia pode ser tomada como a razão entre δE_r e ΔE_0 .

2.3.3 Mecânica Do Dano

O dano nos materiais é o processo físico progressivo que os leva a romper. A mecânica do dano é o estudo, através de variáveis mecânicas, dos mecanismos envolvidos na deterioração do material sujeitos ao carregamento. O estudo da danificação do pode ser feitas em três níveis [42]:

- Microescala: há acumulação de microtensões na vizinhança de defeitos ou interfaces e quebra de ligações, danificando o material;
- Mesoescala: utilização de elemento com volume representativo em que o crescimento e coalescência de microfissuras ou microvazios unidos formam uma fissura;
- Macroescala: análise do crescimento da fissura.

A micro e a mesoescala são objetos de estudo da mecânica do dano, enquanto que a macroescala é analisada pela mecânica do fraturamento.

Apesar das diferenças microscópicas dos diversos materiais utilizados na engenharia, há semelhança de comportamento entre eles. Dentre estas características cita-se: elasticidade, viscosidade, deformação plástica, ruptura frágil, ruptura dúctil, etc. Entende-se que propriedades na mesoescala podem ser explicadas por poucos mecanismos de energia de maneira similar para todos os materiais. De modo que é possível reproduzir o comportamento do material satisfatoriamente com a mecânica do contínuo e a termodinâmica dos sólidos deformáveis, que são utilizados na formulação de modelos constitutivos sem dar referências detalhadas à complexidade de sua microestrutura [42][60].

Os mecanismos físicos de deformação são classificados como:

- deformações elásticas: deslocamentos entre planos atômicos, são reversíveis depois de cessada a solitação;
- deformações permanentes:
 - no concreto: microdeformação plástica pela quebra da microcoesão agregado-cimento, com influência da água. Há escorregamento das superfícies de coesão;
 - na cerâmica: por, também, quebra da coesão entre os minerais. Deformação plástica caracterizada por microfissuras.

A descrição do dano é feita por meio de um volume representativo, que simboliza a média de danificação de certo volume. No concreto esse volume é adotado como sendo aproximadamente 100 mm^3 . De maneira geral, materiais granulares (como a cerâmica e o concreto) têm sua resposta não-linear bem representada por modelo de dano [60].

2.3.3.1 REPRESENTAÇÃO MECÂNICA DO DANO

Seja uma superfície ∂S (Figura 2.8) com orientação \vec{n} que apresenta microdefeitos. O dano será dado pela razão da área danificada sobre a área total. Desta forma representa-se microdefeitos na meso-escala. Isto é feito de forma semelhante à plasticidade, quando a deformação plástica é representada como a média de muitos escorregamentos.

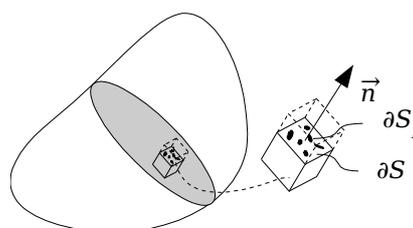


Figura 2.8: Elemento de volume representativo de um sólido danificado

Matematicamente, representa-se o dano ($D_{\vec{n}}$), associado ao plano com vetor normal \vec{n} como sendo:

$$D_{\vec{n}} = \frac{\partial S_D}{\partial S} \quad (2.23)$$

O $D_{\vec{n}}$ possui natureza tensorial, pois pode assumir valores diferentes dependendo da orientação da normal \vec{n} . O dano escalar (ou isotrópico) D corresponde à consideração da distribuição uniforme de microdefeitos no volume representativo, apresentando mesmo dano independente da orientação:

$$D = \frac{\partial S_D}{\partial S} \quad \forall \vec{n} \quad (2.24)$$

A medida de dano é um valor adimensional entre 0 e 1, se:

- $D=0$: o volume representativo não possui nenhuma danificação; e se
- $D=1$: o volume representativo está totalmente danificado, com separação das partes.

O conceito de tensão efetiva ($\tilde{\sigma}$) surge da relação entre a força (F) aplicada e a área efetivamente resistente, ainda não danificada:

$$\tilde{\sigma} = \frac{F}{S - S_D} = \frac{\sigma}{1 - D} \quad (2.25)$$

E a deformação efetiva $\tilde{\varepsilon}$ segue o mesmo raciocínio. Seja a deformação uniaxial por tração na barra da Figura 2.9, o comprimento final será a soma do comprimento inicial, abertura de fissuras e deformações outras (elásticas e plásticas, por exemplo). A abertura de fissura equivalente é dada por Δd . Define-se então a deformação efetiva pela eq (2.26).

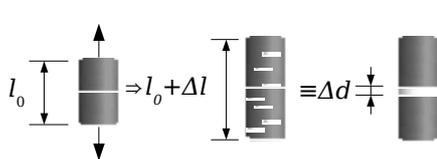


Figura 2.9: Acréscimo no comprimento pela abertura de fissuras

$$\tilde{\varepsilon} = \frac{\Delta l - \Delta d}{l_0} \quad (2.26)$$

Nos meios contínuos, uma premissa fundamental do dano é o da ação local, isto é, a relação constitutiva num ponto não depende dos elementos vizinhos, que pode conter microfissuras. Extrapolando para a mesoescala, isto significa que a relação constitutiva para um ponto na parte íntegra não é afetada pelo dano. Mas a tensão efetiva (ou verdadeiras) e deformação efetiva

devem ser consideradas. O princípio geral da resposta constitutiva é postulado como:

“A lei constitutiva do meio danificado é obtida da lei constitutiva do meio íntegro em que o tensor de tensões é substituído pelo tensor de tensão efetiva e o tensor linear de deformações pelo tensor de deformação efetiva” [42][60].

Assim, a deformação elástica é dada por:

Quadro 2.2: deformação elástica considerando a danificação do material

Material íntegro ($D=0$)	Material danificado ($0 < D < 1$)
$\varepsilon_e = \frac{\sigma}{E}$ (2.27)	$\varepsilon_e = \frac{\sigma}{\tilde{E}} = \frac{\sigma}{E(1-D)}$ (2.28)

A seção 4.3 descreve o modelo constitutivo aplicado.

2.4 OTIMIZAÇÃO

A otimização **não** é um processo de busca do melhor valor absoluto, mas a procura sistemática do **melhor prático**. A qualificação de um projeto ser ótimo resulta da hipótese de que os valores são escolhidos de tal forma que o projeto seja o único que satisfaça todas as limitações e restrições impostas resultando, de alguma forma, na melhor escolha. Se o problema estiver mal-formulado o resultado da aplicação dos métodos numéricos poderá ser irrelevante [32][54].

2.4.1 Considerações Gerais

Os problemas de otimização em engenharia podem ser enquadrados em dois grupos: formulações e modelos, para os quais a configuração ótima é representada por um vetor; e problemas em que se deseja determinar uma ou mais funções ótimas [54]. Este trabalho trata de um caso de otimização de uma função.

2.4.1.1 TERMINOLOGIA

Uma função objetivo $y(x_1, x_2, \dots, x_n)$ é a função da qual se quer obter o máximo ou o mínimo.

Os problemas são geralmente representados em duas dimensões nas variáveis independentes x_1 e x_2 com a variável dependente y e representação por curvas de nível. O ponto que apresenta maior valor da variável dependente dentro de uma região pré-definida é denominado *máximo absoluto*. Já se um ponto apresenta valor superior para uma dada sub-região, este será um *máximo local*. Esses pontos são destacados na Figura 2.10.

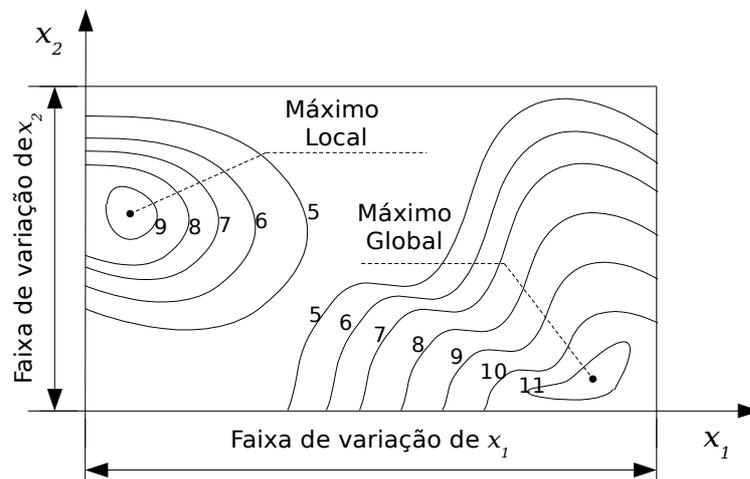


Figura 2.10: Gráfico de contorno de uma função de duas variáveis

2.4.2 Métodos De Otimização

Os métodos de otimização podem ser classificados como:

- **Métodos Indiretos:** são aqueles que não dependem da comparação dos valores numéricos assumidos em dois ou mais pontos. Fazem uso de condições necessárias para que o ponto seja considerado de máximo ou de mínimo, expressas através de condições matemáticas.
- **Métodos Diretos:** determinação do valor extremo pela comparação direta dos valores da função a otimizar em diversos pontos situados dentro do campo de

definição das variáveis independentes. Não fornece precisamente o ponto ótimo, sendo controlado com uma medida do erro.

Escolher um bom método de otimização chega a ser uma arte, devido à variedade de métodos e características. Neste trabalho a função objetivo está relacionada com a resposta numérica do modelo, descartando os métodos indiretos e os que utilizam gradiente dessa função. A função também pode apresentar derivada nula constante em um dado subintervalo; dessa forma escolheu-se o método direto de *Busca de Fibonacci generalizada*.

2.4.2.1 OTIMIZAÇÃO DE FUNÇÕES COM UMA VARIÁVEL INDEPENDENTE

Busca de Fibonacci para funções com uma variável independente

Na busca de Fibonacci é efetuada, inicialmente, a avaliação da função em dois pontos x_1 e x_2 a uma distância que utiliza a seqüência de números de Fibonacci. Sendo I_k o intervalo a avaliar depois de k iterações, demonstra-se que a melhor estratégia de definição desse intervalo é [54]:

$$I_k = \left(\frac{F_{N-k}}{F_N} \right) I_0 \quad (2.29)$$

em que:

N número inteiro escolhido a priori;
 $k=1,2,\dots,N-1$;
 F_N número de Fibonacci, dado pela série:

$$F_N = F_{N-1} + F_{N-2}, \quad \text{com } F_0 = F_1 = 1 \quad (2.30)$$

Otimização unidimensional foi utilizada para funções como a da Figura 2.12. Neste exemplo, foi aplicada a seqüência de Fibonacci para o caso $N=4$. Os primeiros pontos são localizados a distâncias iguais a $F_3 I_0 / F_4$ dos extremos do intervalo I_0 ou seja:

$$C_0 = \frac{F_3}{F_4} I_0 = \frac{3}{5} I_0 = 0,6 I_0 \quad B_0 = I_0 - \frac{F_3}{F_4} I_0 = 0,4 I_0 \quad (2.31)$$

em que:

A_k, D_k coordenadas x nos extremos do intervalo I_k ;

B_k, C_k coordenadas x no interior do intervalo I_k ;

Na Figura 2.12a, $y(C_0) > y(B_0)$ escolhe-se o intervalo a esquerda de C_0 (Figura 2.12b). O novo intervalo I_1 terá então o comprimento do extremo A_0 ao ponto C_0 , que corresponde a $I_1 = 0,6 I_0$. Tendo definido o intervalo, basta determinar a posição e o valor de $y(B_1)$, já que C_1 coincidirá com B_0 .

$$C_1 = \frac{F_2}{F_4} I_0 = 0,4 I_0 \quad B_1 = I_1 - \frac{F_2}{F_4} I_0 = 0,2 I_0 \quad (2.32)$$

Repetindo o processo $y(C_1) > y(B_1)$, assim o novo intervalo estará entre A_1 e C_1 ($I_2 = 0,4 I_0$). Na Figura 2.12c, basta determinar $y(B_2)$, pois C_2 coincidirá com B_1 . As coordenadas em x são:

$$C_2 = \frac{F_1}{F_4} I_0 = 0,2 I_0 \quad B_2 = I_2 - \frac{F_1}{F_4} I_0 = 0,2 I_0 \quad (2.33)$$

Na Figura 2.12c $y(C_2) < y(B_2)$, o novo intervalo escolhido é de B_2 a D_2 (Figura 2.12d), de comprimento $I_3 = 0,2 I_0$. Calcula-se apenas $y(C_3)$, pois nessa situação:

$$A_3 \equiv B_2 \quad B_3 \equiv C_2 \quad D_3 \equiv D_2 \quad (2.34)$$

Por fim, o intervalo I_4 é exposto na Figura 2.13.

Após a determinação das ordenadas do primeiro intervalo, os intervalos subsequentes necessitarão de apenas uma avaliação da função objetivo.

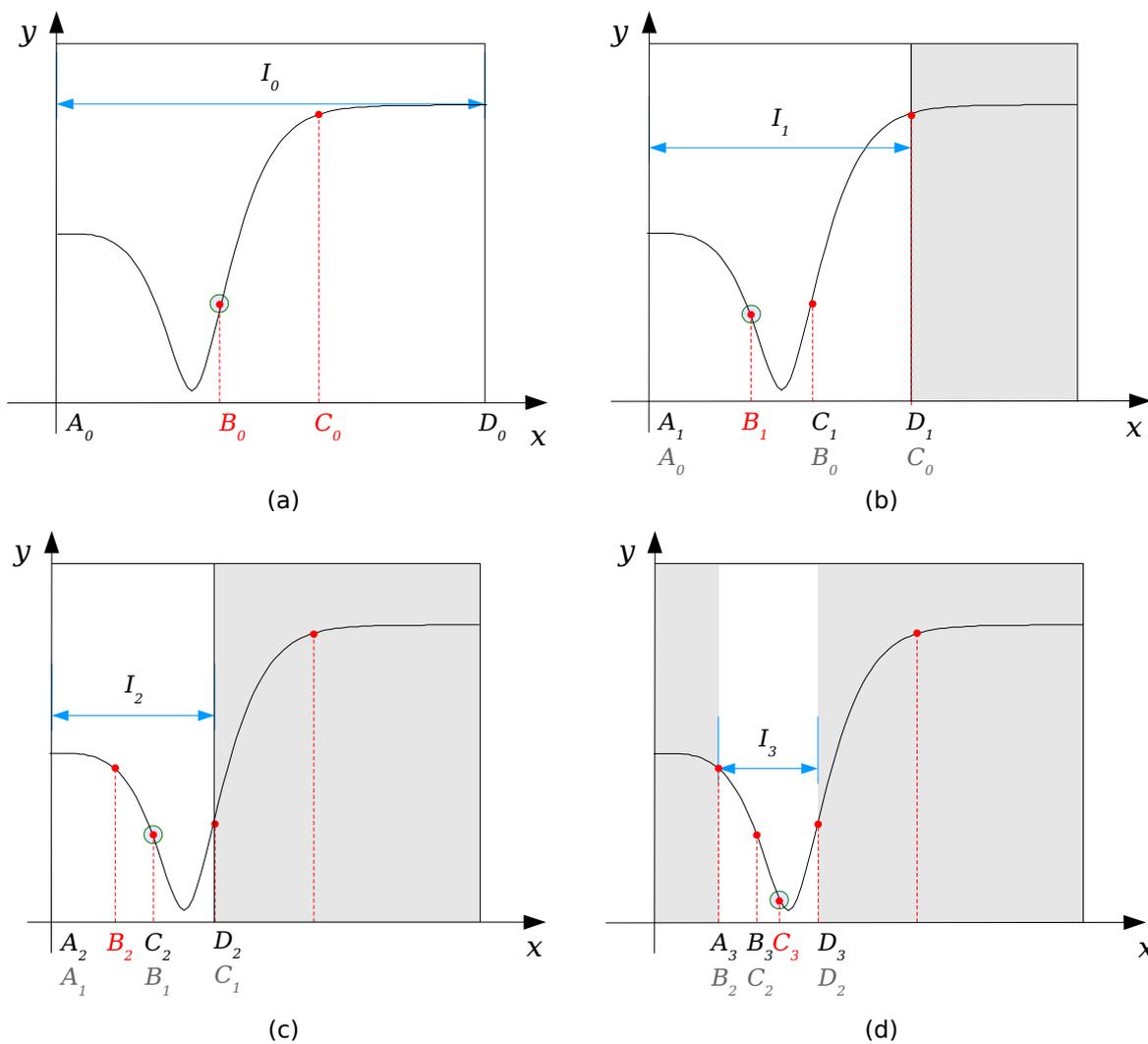


Figura 2.11: Estágios do método de Fibonacci: (a) 0; (b) 1; (c) 2; (d) 3

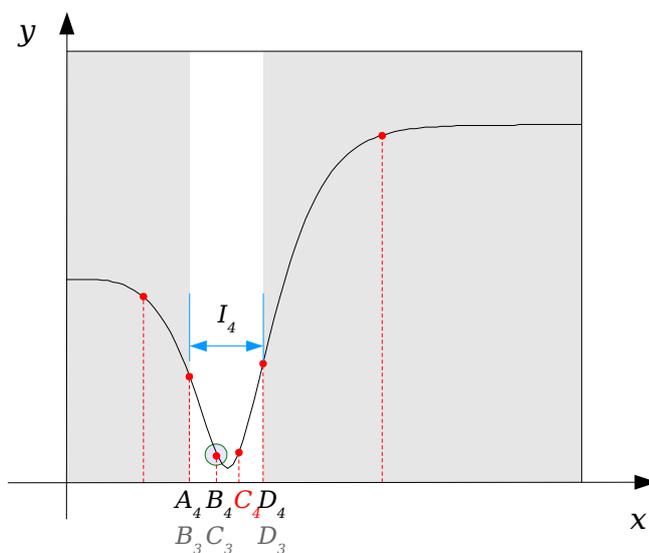


Figura 2.12: Estágio quatro do método de Fibonacci

Quanto maior o número de intervalos, maior a precisão da busca de Fibonacci. Esta precisão (ε) pode ser calculada com base na eq. (2.29), pela relação:

$$\varepsilon = \frac{I_N}{I_0} = \frac{F_0}{F_N} = \frac{1}{F_N} \quad \text{para } N=4 \rightarrow \varepsilon = \frac{1}{3} = 0,2 \quad (2.35)$$

Método da seção áurea

O método da seção áurea é derivado da busca de Fibonacci adotando uma aproximação para $N \rightarrow \infty$. Efetuando a aproximação descrita por Novaes [54], obtêm-se:

$$I_k \simeq \left(\frac{2}{1+\sqrt{5}} \right) I_0 \simeq 0,618 I_0 \quad (2.36)$$

Nessa situação a precisão é dada por:

$$\varepsilon = \frac{I_N}{I_0} = (0,618)^N \quad (2.37)$$

A Tabela 2.1 apresenta uma comparação entre a precisão de alguns métodos diretos de otimização. O método da seção áurea e a busca de Fibonacci apresentam bom desempenho.

Tabela 2.1: Comparação da precisão de alguns métodos diretos de otimização

Número de avaliações da função objetivo	Busca exaustiva	Processo de dicotomia	Busca de Fibonacci	Método da seção áurea
5	3,33E-01	1,77E-01	1,25E-01	9,01E-02
10	1,82E-01	3,14E-02	1,12E-02	8,13E-03
15	1,25E-01	5,57E-03	1,01E-03	7,33E-04
20	9,52E-02	9,86E-04	9,14E-05	6,60E-05
25	7,69E-02	1,75E-04	8,24E-06	5,95E-06

Fonte: Novaes [54]

Como o método seção áurea apresenta bom comportamento e é de fácil programação, este foi escolhido para otimização de funções unidimensionais.

2.4.2.2 OTIMIZAÇÃO DE FUNÇÕES COM MÚLTIPLAS VARIÁVEIS INDEPENDENTES.

Busca de Fibonacci generalizada

Como o próprio nome já diz, este método trata de uma expansão do processo de busca de Fibonacci por utilização de mais de uma variável. A otimização é feita por seqüências de buscas de Fibonacci unidimensionais, encaixadas uma na outra [54].

Para exemplificar esse processo, toma-se o objetivo de otimizar a função de duas variáveis independentes da Figura 2.13a (em que o ponto verde representa um máximo a ser alcançado). Inicialmente escolhe-se uma das variáveis, como x_1 de intervalo I_0 , determinam-se os pontos internos x_1^B e x_1^C . Nestes pontos, procede-se a otimização parcial em x_2 , que correspondem aos pontos x_2^* e x_2^{**} . Como $f(x_1^B, x_2^*) < f(x_1^C, x_2^{**})$, o novo intervalo I_{11} será definido.

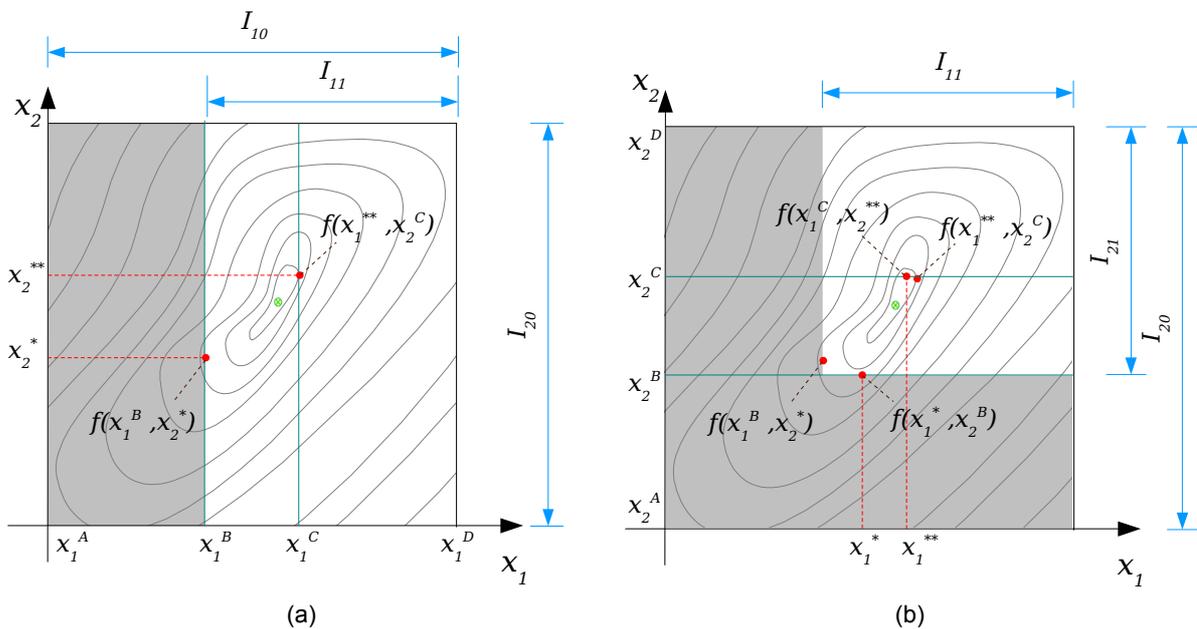


Figura 2.13: Busca de Fibonacci generalizada: (a) otimização parcial de x_1 ; (b) otimização parcial de x_2

Passa-se para a otimização parcial da derivada x_2 , que por procedimento idêntico resulta no intervalo I_{21} . Após a primeira série, o novo intervalo de análise é reduzido para a área branca da Figura 2.13b. Os estágios seguintes seguem a mesma sistemática.

Se o número de iterações⁷ por variável é m , e N é o número de variáveis; então se tem uma total de $M = m^N$ iterações.

A precisão do método é obtida de forma semelhante à eq. (2.30):

$$\varepsilon = \frac{I_m}{I_0} = \frac{1}{F_m} \quad (2.38)$$

Neste trabalho aplicou-se a aproximação do método da seção áurea para busca de Fibonacci generalizada, em que os intervalos são reduzidos na razão de $I_{k+1} = 0,618I_k$.

É importante salientar que a busca de Fibonacci generalizada não é um dos processos mais eficientes, como o de Hooke e Jeeves (apud Novaes [54]). Mas a metodologia da busca de Fibonacci tem bom desempenho e se mostrou eficiente.

2.5 ALGUNS TRABALHOS SOBRE O TEMA

Atkinson e Yan [10] (em 1990) avaliaram estatisticamente a deformação da alvenaria. Dentre os estudos, eles compilaram um banco de dados sobre ensaios de prismas de blocos de concretos à compressão. O módulo de elasticidade longitudinal apresentou comportamento de distribuição do tipo lognormal para 139 amostras. Para a deformação na tensão de pico computou-se um c.v. igual a 25,2 %.

Juste [41] identificou um c.v. de cerca de 10% tanto para o módulo de elasticidade quanto para a resistência à compressão em blocos de $f_{bkest} = 4,5$ MPa. Andolfato [2], em ensaios de 20 unidades de concreto à compressão com $f_{bkest} = 5,3$ MPa, calculou um c.v. de 15% para a resistência à compressão e 27% para o módulo de elasticidade.

Grimm [38] (em 2002) estudou o comportamento estatístico de prismas de concreto ensaiados à compressão segundo a ASTM C1314, em diversas regiões

⁷ Iterações entendido como número de avaliações da função objetivo

dos Estados Unidos. A motivação do estudo foi o fato de que, neste país, uma quantidade significativa de elementos possuía resistência menor que a especificada. A base de dados disponível para análise foi de 80 conjuntos com de três ensaios de compressão de prismas. Grimm concluiu que 15,7% dos conjuntos reprovaram a hipótese de que a 95% das amostras possuíam resistência maior ou igual à especificada. A Figura 2.14 apresenta o histograma da relação entre a resistência nominal e a experimental.

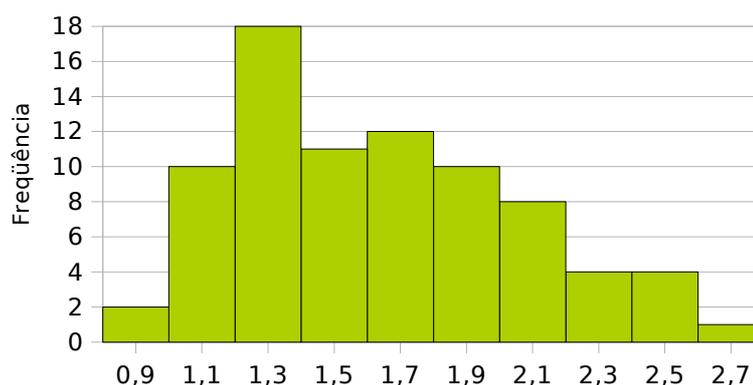


Figura 2.14: Histograma da razão entre a resistência à compressão ensaiada e a resistência nominal de blocos de concreto [38]

Rots [65] estudou vários tipos de alvenarias e encontrou boa correlação entre o módulo de elasticidade e a resistência à compressão do prisma.

Schueremans [68] (em 2001) redigiu sua tese de doutorado sobre a avaliação da confiabilidade de estruturas de alvenaria não armadas, enfocando construções históricas. Ele fez uma grande pesquisa experimental para caracterizar os materiais e análise numérica pelo método dos elementos finitos com análise não linear de modelo homogeneizado.

O objetivo de sua pesquisa experimental foi obter as distribuições probabilísticas das variáveis para, junto com um programa de elementos finitos, avaliar a confiabilidade da estrutura. Utilizou apenas um tipo de tijolo cerâmico e argamassa com número de amostras suficientemente alto para reduzir incertezas. Foram realizados um total de 450 ensaios: testes com os materiais, prismas, pilaretes e paredinhas; sendo alguns elementos moldados de forma cilíndrica. Dentre os tipos de ensaio destacam-se ensaios de compressão, cisalhamento, tração e triaxial. A Tabela 2.2 resume resultados de interesse.

Tabela 2.2: Resultados de ensaios de compressão simples em elementos de alvenaria realizados

Ensaio de compressão simples	Resistência à compressão		Módulo de Elasticidade		correlação (E,fc)
	PDF	c.v. (%)	PDF	c.v. (%)	
tijolo (cilindro de 50 mm de diâmetro)	Lognormal / Pareto	37,0%	-	-	-
argamassa	Normal truncada / lognormal	22,0%	Normal truncada / lognormal	18,0%	0,6
prisma de dois tijolos	Lognormal	30,0%	Lognormal	29,0%	0,83
pilarete	Normal / lognormal	19,0%	Normal	30,0%	0,72
paredinha	-	9,3%	-	8,5%	0,39
alvenaria	Lognormal	18,8%	Normal	7,5%	

FONTE: Schueremans [68] (adaptado).

Schueremans utilizou o procedimento de homogeneização proposto por Lourenço [43], mas acrescentando uma extensão estocástica ao problema. Os programas de elementos finitos Diana 7.2 e Atena2D foram acoplados a programa de cálculo de confiabilidade, medindo a segurança do sistema. A probabilidade de falha girou entre $1,24 \cdot 10^{-4}$ e $2,45 \cdot 10^{-5}$, que para o Eurocode [20] é um valor aceitável.

Signor [69] (em 2005) avaliou a confiabilidade de prédios de quatro pavimentos de alvenaria. Para isso utilizou um método direto de cálculo de confiabilidade, calculando a área de interferência entre populações de tensão resistente da parede e tensão solicitante. Foi feito um estudo de caso de dois prédios, um baseado na norma e outro subdimensionado. Ele calculou probabilidades de falha comum e alta, respectivamente para os casos citados.

3 CONFIABILIDADE ESTRUTURAL E INCERTEZA DE MODELO

3.1 REQUISITOS DE SISTEMAS ESTRUTURAIS

Um projeto estrutural deve garantir que a estrutura cumpra sua função por toda sua vida útil sem apresentar deflexão excessiva, fissurar ou entrar em colapso. Pode-se enumerar alguns requisitos a serem satisfeitos [12]:

- requisito de serviço: a estrutura deve manter condições apropriadas para executar funções para a qual foi projetada, durante toda a vida útil;
- requisito de segurança: suportar os carregamentos impostos durante o período de vida previsto, sem entrar em colapso ou apresentar danos severos, durante a vida útil;
- requisito de robustez: uma estrutura deve resistir a eventos acidentais como incêndio, terremotos ou erros humanos, de maneira proporcional à severidade do evento;
- requisito econômico: deve atender os três requisitos anteriores sem comprometer sua capacidade de lucro;
- requisito social: atender requisitos anteriores com níveis de risco aceitáveis ao público ou usuário.

Os requisitos básicos de sistemas estruturais podem ser equacionados na forma de estados limites. O não-cumprimento de qualquer requisito é chamado genericamente de *falha*, representando um estado indesejado da estrutura. Cada modo de falha corresponde a um estado limite [12].

3.2 MEDIDAS DE VIOLAÇÃO DE ESTADOS LIMITES

O estudo da *probabilidade de falha* diz respeito ao cálculo e a previsão de uma probabilidade de violação do estado limite para um sistema estrutural em qualquer estágio de sua vida útil [48]. A probabilidade de falha é o complemento

da confiabilidade, que representa o grau de confiança (probabilidade subjetiva ou “Bayesiana”⁸) de que o sistema atenda às especificações de projeto [12].

3.2.1 Método Das Tensões Admissíveis

Este é um método de dimensionamento das normas estruturais antigas, usualmente associado com uma análise linear [48].

Segundo Sales [66], este método induz a segurança no dimensionamento de duas maneiras:

- Nos elementos submetidos à solicitações estabilizantes, como aquelas decorrentes da tração, é utilizado o coeficiente de segurança interno;
- Nos elementos que podem apresentar flambagem como, por exemplo, pilares ou vigas que possuem adequadas contenções laterais, o método utiliza o coeficiente de segurança externo, porém, dividindo-se o carregamento teórico resistente ou de colapso para se obter o valor admissível.

Pode-se interpretar o método de tensões admissíveis como:

$$S \leq \frac{R}{FS} \quad (3.1)$$

em que:

FS	fator de segurança;
R	resistência;
S	solicitação.

A norma brasileira de alvenaria⁹ e a norma americana¹⁰ adotam o método das tensões admissíveis no dimensionamento de alvenaria à compressão. Enquanto que a inglesa¹¹ e da União Européia¹² são baseadas em estados limites, com coeficientes de segurança parciais.

8 A definição freqüentista de probabilidade está associada à múltiplas observações de um evento, enquanto que a definição subjetiva refere-se ao grau de confiança associado ao evento.

9 NBR 10837 – Cálculo de Alvenaria Estrutural de Blocos Vazados de Concreto [7]

10 ACI 530 – Building Code Requirements for Masonry Structures [52]

11 BS 5628 – Code of Practice for Use of Masonry [16]

12 Eurocode 6 – Design of Masonry Structures [21]

As normas de alvenaria estrutural geralmente limitam a tensão de compressão para alguns tipos de combinações bloco-argamassa. A tensão básica na parede é então ajustada de acordo com o coeficiente de esbeltez do elemento e a excentricidade do carregamento. A tensão admissível é geralmente derivada de testes com paredes ou prismas, com adoção de um fator de segurança suficientemente alto para evitar fissuras na carga de trabalho [40].

A determinação dos fatores de segurança é baseada em pesquisas, experiência prática, questões econômicas e, talvez, políticas; geralmente é realizada por comitês de normas técnicas [48]. Na calibração considera-se também a variabilidade das resistências dos materiais, majorando o fator de segurança em função da dispersão estatística. Quanto maior a ignorância sobre o evento maior é o fator de segurança [15].

De fato, na adoção de fator de segurança igual a cinco para cálculo da alvenaria solicitada à compressão simples (NBR 10837¹³), está embutida a dificuldade de previsão e a variabilidade da resistência da alvenaria. Como outro exemplo cita-se o coeficiente igual a três para a capacidade de carga de fundações superficiais (NBR 6122¹⁴). Com estes coeficientes se deseja alcançar uma segurança com mesma ordem de grandeza, e não uma estrutura mais segura que outra [66]. Desta diferença entre os coeficientes nota-se sua utilidade no dimensionamento, mas estes não representam uma boa medida de segurança [12].

3.2.2 Estados Limites

Um *estado limite* é o divisor entre a performance desejada e a indesejada de uma estrutura. Nowak [55] cita três tipos de estados limites na análise de segurança estrutural:

- (1) Estados Limites Últimos (ELU): são aqueles que correspondem ao esgotamento da capacidade portante da estrutura;

13 NBR 10837 – Cálculo de Alvenaria Estrutural de Blocos Vazados de Concreto [7]

14 NBR 6122 – Projeto e Execução de Fundações [8]

- (2) Estados Limites de Serviço (ELS): estão relacionados à interrupção do uso normal da estrutura, aos danos e à deterioração da mesma. Correspondem a exigências funcionais e de durabilidade da estrutura.
- (3) Estados Limites de Fadiga (ELF): para avaliar a perda de resistência sob cargas repetitivas. Especialmente importante análise de pontes e estruturas de aço, concreto armado e concreto protendido.

O método de estados limites é considerado um método semi-probabilístico de verificação da segurança, como transição entre o método de tensões admissíveis e os métodos probabilísticos.

Na prática, definidos os valores característicos R_k e S_k , aplicam-se coeficientes de cálculo para minoração da resistência e majoração da solicitação (Figura 3.1); de maneira que a resistência de cálculo R_d seja maior ou igual à solicitação de cálculo S_d .

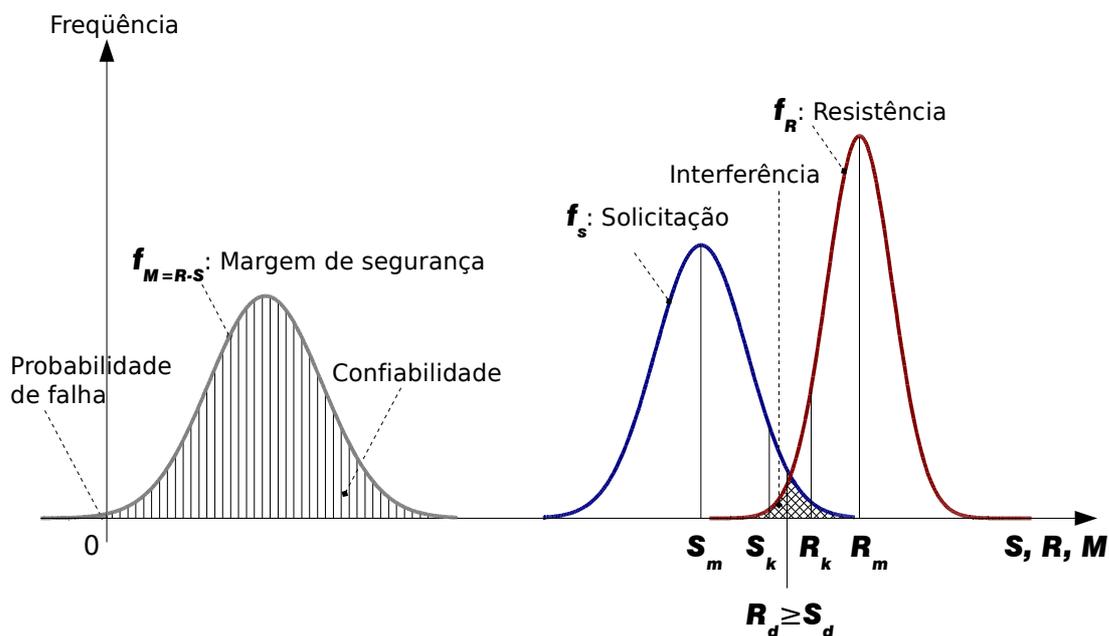


Figura 3.1: Problema $M=R-S$ básico: funções de densidade de probabilidade da resistência, da solicitação e da margem de segurança. Destaques para a interferência entre S e R , e a probabilidade de falha na função de densidade de probabilidade margem de segurança.

em que:

- X_m valor médio,
- X_k valor característico,
- X_d valor de cálculo.

3.2.3 Métodos Probabilísticos

Sejam duas variáveis aleatórias R e S . É desejável que a resistência seja maior que a solicitação para a estrutura não falhar. A diferença entre essas variáveis resulta na variável margem de segurança:

$$M=R-S \quad (3.2)$$

A probabilidade da variável margem de segurança ser menor ou igual a zero representa a probabilidade de falha do sistema. A região de interferência, indicada na Figura 3.1, é proporcional a probabilidade de falha e de grande interesse para medir o nível de segurança [12].

O método probabilístico utiliza variáveis aleatórias para modelar a incerteza e tem como objetivo calcular a probabilidade de violação de estados limites, a chamada probabilidade de falha, ou seja:

$$P_f=P[R\leq S]=P[R-S\leq 0]=P[M\leq 0] \quad (3.3)$$

Para muitos problemas a eq. (3.3) não é inteiramente adequada, pois geralmente não é possível reduzir o problema a formulação simples de R versus S estatisticamente independentes. Para generalizar o problema opta-se por trabalhar com a função de estado limite. Seja \mathbf{X} um vetor de VA básicas X_i :

$$\mathbf{X}=\{X_1, X_2, \dots, X_n\} \quad (3.4)$$

e $G(\mathbf{X})$ a equação de estado limite (ou uma função de performance), a probabilidade de falha é definida de forma geral como [48]

$$P_f=P[G(\mathbf{X})\leq 0] \quad (3.5)$$

Da qual se nota que $R-S$ da eq. (3.3) é um caso particular da eq. (3.5).

3.3 O PROBLEMA FUNDAMENTAL DA CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

Neste trabalho, a probabilidade de falha é tratada principalmente de forma conceitual a fim de contextualizar a aplicação do erro de modelo.

Seja $f_{RS}(r, s)$ a função conjunta de densidade de probabilidade de R e S (podendo ter forma semelhante a da Figura 2.5) a probabilidade de falha é determinada por

$$P_f = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^s f_{RS}(r, s) dr ds \quad (3.6)$$

se R e S são VA independentes, então:

$$P_f = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^s f_R(r) f_S(s) dr ds = \int_{-\infty}^{+\infty} F_R(s) f_S(s) ds \quad (3.7)$$

generalizando para um número qualquer de VA

$$P_f = P[G(\mathbf{X}) \leq 0] = \int_{G(\mathbf{X}) \leq 0} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (3.8)$$

Para resolver essa integral multidimensional, Melchers [48] indica três possíveis métodos:

- (1) integração direta, de rara aplicação;
- (2) integração numérica, utilizando simulação de Monte Carlo;
- (3) método de transformação: realizar a integração através da aproximação do integrando em uma função de densidade de probabilidade multinormal com aproximação do limite de integração $G(\mathbf{X})=0$, que possui resultado direto.

3.3.1 Métodos De Transformação

Por causa da simplicidade e velocidade de processamento (poucas avaliações da equação de estado limite se comparado ao método de Monte Carlo) os métodos de transformação se tornaram conhecidos. Outro fator

importante é que muitas vezes não se possui observações suficientes para determinar $f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x})$, assim esta função é aproximada com base na informação existente. Os métodos de transformação constroem uma aproximação de $G(\mathbf{X})$ no ponto de projeto. Entre os métodos destacam-se:

- FOSM¹⁵ (primeira ordem e segundo momento): utiliza apenas o primeiro e segundo momentos (a média e o desvio padrão), assumindo VA com comportamento normal. Aproxima $G(\mathbf{X})$ de forma linear.
- FORM¹⁶ (confiabilidade de primeira ordem): utiliza toda informação das VA, incluindo distribuições não-normais, correlação entre variáveis. Aproxima $G(\mathbf{X})$ de forma linear.
- SORM¹⁷ (confiabilidade de segunda ordem): semelhante ao FORM, mas aproxima $G(\mathbf{X})$ com equação de segundo grau.

Neste trabalho é de interesse a aproximação da função conjunta de probabilidades $f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x})$ e a transformação desta para o domínio normal padrão. Esta transformação faz parte do algoritmo do FORM que é destacada a seguir.

3.3.1.1 TRANSFORMAÇÃO DE VARIÁVEIS NÃO-NORMAIS EM VARIÁVEIS NORMAIS INDEPENDENTES - MODELO DE NATAF

Para calcular o índice de confiabilidade com os métodos de transformação, utiliza-se a propriedade que as distribuições de probabilidade são rotacionalmente simétricas no espaço normal padrão $S_{\mathbf{Y}}$. Se as variáveis não estão nessa condição pode-se optar por transformá-las pra esse espaço [27]. O FORM e o SORM utilizam-se de transformações de funções distribuições correlacionadas ou não para o espaço multinormal padrão.

Em muitos casos não se conhece a CDF conjunta $F_{\mathbf{x}}(\mathbf{x})$ das variáveis, apenas as CDFs marginais $F_{x_i}(x_i)$ e a matriz de correlação $\mathbf{P}=\{\rho_{ij}\}$ (para $i=1, \dots, n$).

15 do inglês *First Order Second Moment*

16 do inglês *First Order Reliability Method*

17 do inglês *Second Order Reliability Method*

O princípio da aproximação normal

O princípio consiste em determinar, para um ponto x_i^* , uma distribuição normal equivalente $F_{X_i}^{\text{neq}}(x_i^*)$ que preserve o conteúdo de probabilidade da distribuição original, ou seja,

$$F_{X_i}^{\text{neq}}(x_i^*) = F_{X_i}(x_i^*) \quad (3.9)$$

que possui média $\mu_{X_i}^{\text{neq}}$ e desvio padrão $\sigma_{X_i}^{\text{neq}}$. Uma segunda equação para determinar esses parâmetros, que não é universal mas representa uma condição natural:

$$f_{X_i}^{\text{neq}}(x_i^*) = f_{X_i}(x_i^*) \quad (3.10)$$

A Figura 3.2 ilustra a distribuição normal equivalente calculada no ponto $x_i^* = 4$ para uma distribuição lognormal.

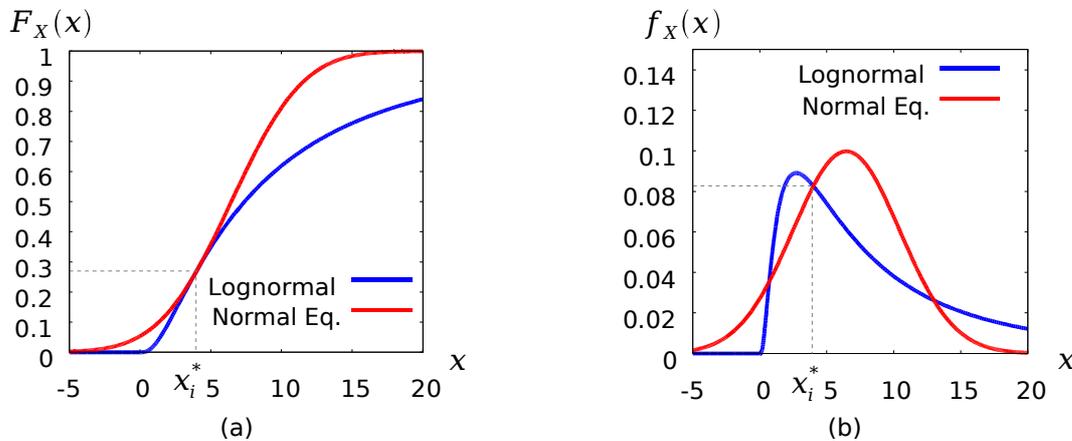


Figura 3.2: Aproximação de uma distribuição lognormal em normal equivalente: (a) CDF; (b) PDF

Através transformação de Hasofer e Lind padroniza-se as distribuições para variáveis \mathbf{Z} com distribuições marginais padrão:

$$z_i^* = \frac{x_i^* - \mu_{X_i}^{\text{neq}}}{\sigma_{X_i}^{\text{neq}}} \quad (3.11)$$

Se o problema for montado de forma matricial, seja \mathbf{M}^{neq} o vetor de médias e \mathbf{D}^{neq} os desvios padrão, a transformação de S_z para S_x resulta:

$$\mathbf{z} = (\mathbf{D}^{neq})^{-1} \cdot \{\mathbf{x} - \mathbf{M}^{neq}\} \tag{3.12}$$

Modelo de Nataf

O modelo de Nataf é uma das mais importantes transformações, pois além da transformação do espaço de variáveis S_x para o espaço normal padrão S_y , ele permite construir uma função conjunta $F_x(\mathbf{x})$ aproximada [27]. Essa transformação é também útil na geração de variáveis aleatórias [48].

O princípio da aproximação normal permite obter VA \mathbf{Z} com distribuição marginal normal padrão. Quando existe correlação entre pares de VA, esta deve ser imposta na distribuição conjunta $f_z(\mathbf{z})$. Os passos para transformação são descritos na Figura 3.3.

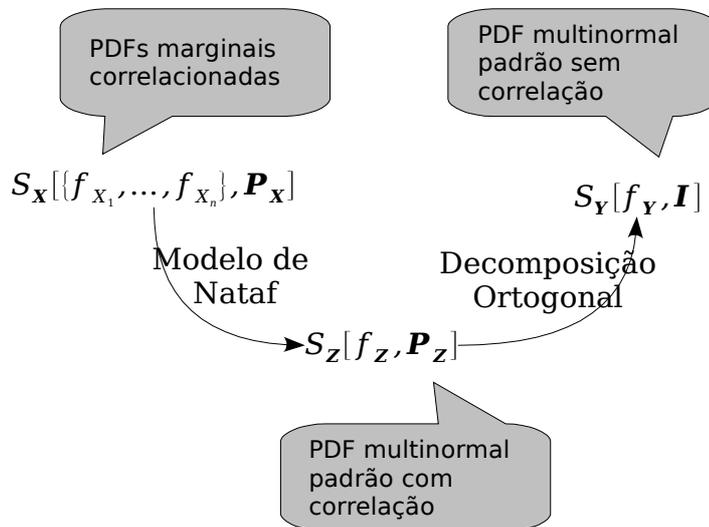


Figura 3.3: Passos para transformação de funções de densidade de probabilidade marginais com correlação para o espaço normal padrão sem correlação

A transformação de Nataf é dada por [48]:

$$\Phi(z_i) = F_{x_i}(x_i) \therefore z_i = \Phi^{-1}[F_{x_i}(x_i)] \tag{3.13}$$

em que:

$i=1, \dots, n;$

$\Phi(\cdot)$ função de distribuição acumulada normal.

Se $\mathbf{Z}=\{Z_1, \dots, Z_n\}$ é conjuntamente normal com função de densidade de probabilidade conjunta $\phi_n(\mathbf{z}, \mathbf{P}_Z)$, tendo médias zero, desvios padrões unitários e correlação \mathbf{P}_Z . A função $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$ é aproximadamente:

$$f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) = \phi_n(\mathbf{z}, \mathbf{P}_Z) \cdot |J| \quad (3.14)$$

com

$$|J| = \frac{\partial(z_1, \dots, z_n)}{\partial(x_1, \dots, x_n)} = \frac{f_{X_1}(x_1) \cdot f_{X_2}(x_2) \dots f_{X_n}(x_n)}{\phi(z_1) \cdot \phi(z_2) \dots \phi(z_n)} \quad (3.15)$$

Em geral há pequena diferença entre as correlações do espaço S_Z e S_X , $\mathbf{P}_Z = [0,9; 1,0] \mathbf{P}_X$. Podendo-se aproximar $\mathbf{P}_Z \approx \mathbf{P}_X$ [12].

Decomposição ortogonal

Seja a matriz de co-variância

$$\mathbf{C}_X = \text{cov}(X_i, X_j)_{n \times m} = (\sigma)_{n \times m} \quad (3.16)$$

Busca-se a transformação $\mathbf{y} = \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{z}$, com \mathbf{A}^T a ser determinado de forma que [12]

$$\mathbf{C}_Y = \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{C}_Z \cdot \mathbf{A} \quad (3.17)$$

com a matriz resultante \mathbf{C}_Y sendo estritamente diagonal, ou seja com a correlação entre as variáveis eliminada.

Para mais detalhes sobre a obtenção de \mathbf{A} e conhecimento de outros métodos de transformação, favor consultar Beck [12], Melchers [48] e demais referências bibliográficas citadas.

3.3.2 Simulação De Monte Carlo

O princípio da técnica de Monte Carlo é simples. Seja um vetor de variáveis aleatórias $\mathbf{X}=\{X_1, \dots, X_n\}$ com X_i de comportamento conhecido. Se sortearmos aleatoriamente uma amostra x_i de cada variável, obtemos um vetor realização

$$\mathbf{x}^{(1)}=\{x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, \dots, x_n^{(1)}\} \quad (3.18)$$

Substituindo esta realização na equação de estado limite $G(\mathbf{x}_1^{(1)})$, avalia-se o comportamento da estrutura. Se $G(\mathbf{x}^{(1)})\leq 0$ então a estrutura falhou, caso contrário ($G(\mathbf{x}^{(1)})>0$) a estrutura sobreviveu. Repetindo o procedimento com N tentativas e computando n falhas, a probabilidade de falha então é:

$$P_f \approx \frac{n}{N} \quad (3.19)$$

Este método é chamado de Monte Carlo Cru. Nota-se que quanto maior o número n de falhas em relação a N tentativas, maior a precisão da resposta.

O programa STRAND¹⁸ (ver Apêndice strand - Structural Risk Analysis and Design) utilizado baseia-se na simulação de Monte Carlo e no modelo de Nataf (seção 3.3.1.1) para gerar amostras aleatórias. As informações de entrada suficientes são apenas as funções de densidade probabilidades marginais e as correlações entre as variáveis.

No procedimento de geração de amostras, a transformação é aplicada de forma inversa a da Figura 3.3. Inicialmente sorteia-se pseudo-aleatoriamente variáveis $\mathbf{r}^{(1)}=\{r_1^{(1)}, r_2^{(1)}, \dots, r_n^{(1)}\}$ de uma distribuição uniforme entre $[0,1]$. A realização de duas amostras da PDF normal padrão f_{Y_1} pode ser dada por:

$$\begin{aligned} y_1^{(1)} &= \sqrt{-2 \ln r_1} \sin 2 \pi r_2 \\ y_1^{(2)} &= \sqrt{-2 \ln r_2} \cos 2 \pi r_1 \end{aligned} \quad (3.20)$$

18 STRAND: do inglês *Structural Risk Analysis and Design*, programa desenvolvido por Beck [13].

A amostra é transformada para o espaço S_Z através de

$$\mathbf{z}_i = \mathbf{J}_{zy} \cdot \mathbf{y}_i \quad (3.21)$$

Em que \mathbf{J}_{zy} é a matriz Jacobiana de transformação $S_Y \rightarrow S_Z$. A seguir, determina-se o vetor de probabilidades acumuladas da amostra

$$\mathbf{u}_i = \Phi(\mathbf{z}_i) \quad (3.22)$$

A amostra é finalmente obtida por:

$$\mathbf{x}_i = F_X^{-1}(\mathbf{u}_i) = F_X^{-1}(\Phi(\mathbf{J}_{zy} \cdot \mathbf{y}_i)) \quad (3.23)$$

Para mais detalhes favor consultar Beck [12], Melchers [48], Nowak [55] e demais referências bibliográficas citadas.

3.4 INCERTEZAS NA ENGENHARIA

Edificar uma estrutura envolve processos de planejamento, projeto, construção, operação/uso e demolição. Cada uma dessas etapas envolve incertezas. Elas podem ser classificadas como [30] [48]:

- Variabilidade inerente (ou intrínseca): é a variabilidade existente em processos naturais e podem ou não ser influenciadas por atividades humanas. São incertezas capazes de serem reduzidas com coleta de maiores amostras ou por controle tecnológico; mas não podem ser eliminadas.
- Incerteza devido a conhecimento inadequado (ou epistêmica): com maior conhecimento do comportamento do fenômeno diminui-se a incerteza. Também está relacionada com previsão de acontecimentos futuros, como fluxo em uma rodovia.
- Incerteza estatística: são aquelas derivadas de limitado número de amostras, negligência de variações sistemáticas ou correlações.

Mais especificamente, destacam-se as incertezas do tipo: fenomenológica, física, estatística, de previsão, de decisão, de modelo e devido a fatores humanos [12].

Este trabalho concentra-se na variabilidade inerente dos materiais e a incerteza de previsão do modelo, no estudo de prisma de alvenaria sujeito à compressão.

3.4.1 Incerteza Relacionada Ao Modelo

Na engenharia estrutural temos que idealizar o mundo real para simular o comportamento dos materiais sujeitos a solicitações. Para isso, utilizam-se modelos simplificados que sejam possíveis e viáveis de serem avaliados; e a partir deles tomam-se decisões de projeto. Esses modelos idealizados (que podem ser análises numéricas, equações, etc.) podem até ser perfeitos para condições ideais, entretanto, no mundo real eles são alimentados com variáveis sujeitas a incertezas. Numa análise da confiabilidade estrutural, além da variabilidade e incerteza das variáveis de entrada do modelo, deve-se considerar a incerteza do modelo. De forma que a probabilidade de falha represente um resultado mais verossímil [3]. Geralmente esse é o ponto inicial da formulação de um problema probabilístico [27].

Segundo Ang e Tang [3], a incerteza de modelo é considerada epistêmica e tem origem nas simplificações adotadas, na negligencia de variáveis e/ou de efeitos conhecidos. Possivelmente esse erro pode diminuir com uma formulação mais detalhada. Na prática, por limite de tempo e razões operacionais, contentamo-nos com um nível não tão sofisticado de detalhamento [27].

Uma das interpretações de Ditlevsen e Madsen [27] sobre a incerteza de modelo refere-se a uma inferência na posição do estado limite. Nessa visão, o estado limite passa a ser uma superfície aleatória de uma população de superfícies. Seja \mathcal{G}_{ideal} uma superfície limite idealizada no espaço de variáveis $\mathbf{x}=\{x_1, x_2\}$ por uma equação $G(\mathbf{x})=0$, isto é,

$$\mathcal{G}_{ideal}=\{\mathbf{x}|G(\mathbf{x})=0\} \quad (3.24)$$

e uma superfície “real” \mathcal{G}_{real} escrita como

$$\mathcal{G}_{real} = \{\mathbf{z} | G(\mathbf{x}) = 0\} \quad (3.25)$$

A superfície \mathcal{G}_{ideal} pode ser moldada para a \mathcal{G}_{real} através de funções de mapeamento ponto-a-ponto das superfícies (Figura 3.4):

$$\mathbf{z} = \mathbf{w}(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} = \mathbf{v}(\mathbf{z}) \quad (3.26)$$

de forma que, reescrevendo a eq. (3.25):

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_{real} &= \{\mathbf{z} | G(\mathbf{x}) = 0 \wedge \mathbf{z} = \mathbf{w}(\mathbf{x})\} \\ &= \{\mathbf{z} | G[\mathbf{v}(\mathbf{z})] = 0\} \\ &= \{\mathbf{x} | G[\mathbf{v}(\mathbf{x})] = 0\} \end{aligned} \quad (3.27)$$

A incerteza de modelo transporta o estado limite ideal para o estado limite real, como indica a Figura 3.4.

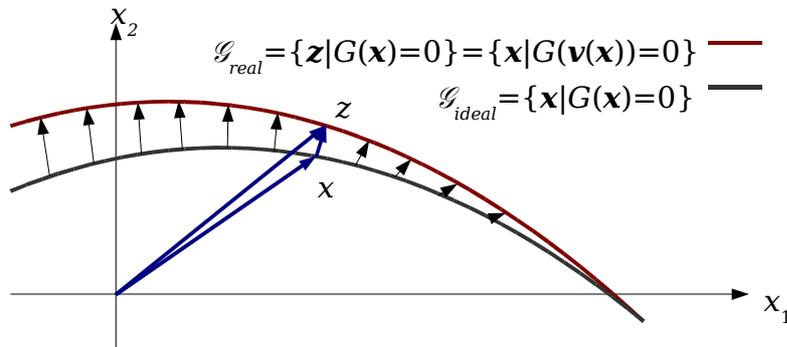


Figura 3.4: Mapeamento de uma curva de estado limite ideal para uma curva de estado limite real

Assim, \mathcal{G}_{ideal} pode ser transportada para \mathcal{G}_{real} pela aplicação de um vetor aleatório $\mathbf{W}(\mathbf{x}) - \mathbf{x} = \mathbf{z} - \mathbf{V}(\mathbf{z})$.

Se \mathcal{F}_{ideal} e \mathcal{F}_{real} são os eventos falha no espaço idealizado e real, respectivamente, a correspondência então é:

$$\mathbf{x} \in \mathcal{F}_{real} \Leftrightarrow \mathbf{V}(\mathbf{x}) \in \mathcal{F}_{ideal} \quad (3.28)$$

Dessa forma, substituem-se as variáveis de **entrada** \mathbf{x} por variáveis aleatoriamente modificadas $\mathbf{V}(\mathbf{x})$ de forma que:

$$\mathbf{Y} = G(\mathbf{V}(\mathbf{X})) \quad (3.29)$$

O mapeamento pode ter várias formas:

$$\mathbf{V}(\mathbf{X}) = \mathbf{X} + \mathbf{J} \quad \rightarrow \quad \mathbf{Y} = G(\mathbf{X} + \mathbf{J}) \quad (3.30)$$

$$\mathbf{V}(\mathbf{X}) = \mathbf{H} \mathbf{X} \quad \rightarrow \quad \mathbf{Y} = G(\mathbf{H} \mathbf{X}) \quad (3.31)$$

$$\mathbf{V}(\mathbf{X}) = \mathbf{H} \mathbf{X} + \mathbf{J} \quad \rightarrow \quad \mathbf{Y} = G(\mathbf{H} \mathbf{X} + \mathbf{J}) \quad (3.32)$$

Sendo \mathbf{J} e \mathbf{H} matrizes independentes de \mathbf{x} . A obtenção de \mathbf{J} e \mathbf{H} necessita de muitos dados e é de difícil avaliação, sendo esse método apenas para apreciação teórica.

A abordagem feita pela maioria dos autores¹⁹ (incluindo Ditlevsen e Madsen [27]) trata essa incerteza como parâmetro para calibração da **resposta** de modelos idealizados. Seja y_{exp} , por exemplo, a resistência do prisma a compressão medida; $\mathbf{x} = \{x_1, \dots, x_n\}$ os parâmetros dos materiais descritos por variáveis aleatórias $\mathbf{X} = \{X_1, \dots, X_n\}$; e a resistência prevista no modelo $Y_{\text{mod}} = f(\mathbf{X})$. A correção é feita por um fator M que multiplicado pelo valor previsto Y_{mod} se aproxime da resposta experimental Y_{exp} :

$$Y_{\text{exp}} = M \cdot Y_{\text{mod}} \quad (3.33)$$

Se M for uma constante igual a 1 o modelo é perfeito. Em geral M pode apresentar variabilidade. Se a variável $\mathbf{X} = \{X_1, \dots, X_n\}$ puder ser controlada para fornecer os valores $\mathbf{x} = \{x_1, \dots, x_n\}$, a incerteza pode ser obtida através da amostragem

$$m = \frac{y_{\text{exp}}}{y_{\text{mod}}} \quad (3.34)$$

A variável M pode ser tratada como variável aleatória que interfere diretamente nas variáveis de **resposta** do modelo.

¹⁹ como Faber [30]; Ang e Tang [3]; Melchers [48]; Val, Bljgerb e Yankelecsky [71].

A Figura 3.5 ilustra a correção de uma PDF de resistência idealizada para a PDF de resistência realista.

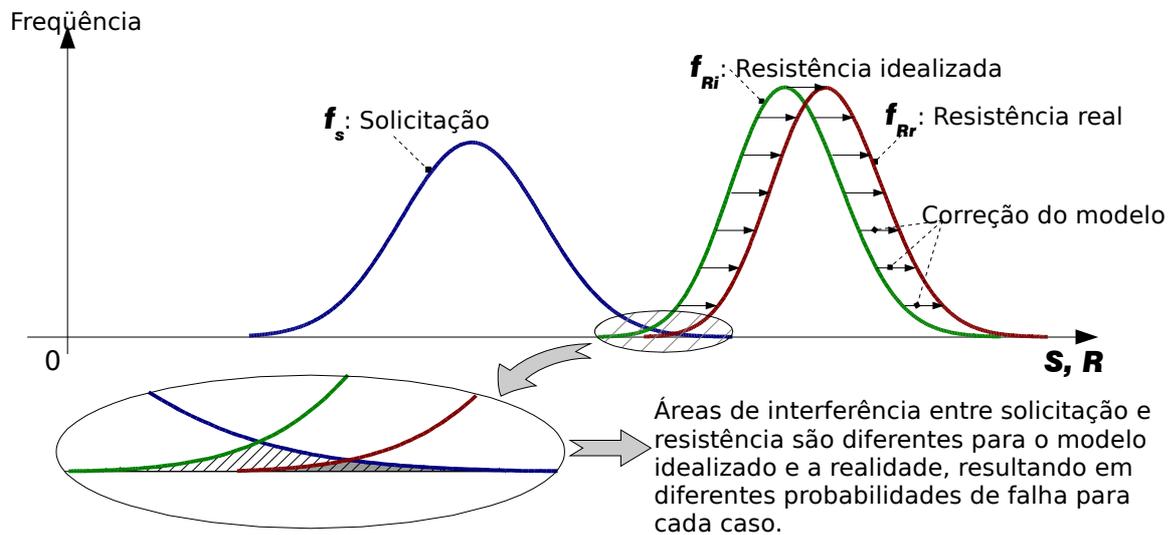


Figura 3.5: PDF de resistência idealizada é corrigida com a VA incerteza de modelo; a adoção ou não da correção do modelo reflete em diferentes probabilidades de falha.

O *Probabilistic Model Code* do *Joint Committee on Structural Safety* (JCSS) sugere algumas formas de representação dessa incerteza, semelhante às eq. (3.30), (3.31) e (3.32):

$$\mathbf{Y} = \mathbf{M} f(\mathbf{X}) \quad (3.35)$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{M} + f(\mathbf{X}) \quad (3.36)$$

$$\mathbf{Y} = f(M_1 X_1, M_2 X_2, \dots, M_n X_n) \quad (3.37)$$

em que:

\mathbf{Y}	performance estrutural;
M_i	incerteza de modelo para $i=1, \dots, n$;
X_i	variáveis aleatórias;
$f(\cdot)$	função modelo.

A calibração do erro de modelo pode ser um trabalho difícil, quando se incorporam medidas formais de incerteza. Entre as pesquisas recentes, destacam-se os métodos que utilizam a aproximação Bayesiana, como Nilsen e Aven [53], e Ditlevsen e Madsen [27].

A variável incerteza de modelo \mathbf{M} é geralmente representada por média e desvio padrão (detalhes no capítulo seis). Para calibrar a variável incerteza de modelo com, por exemplo, a eq. (3.34); a condição ideal é conhecer as propriedades dos materiais ensaiados $\mathbf{x}=\{x_1, \dots, x_n\}$. Suponha um ensaio de prisma à compressão, parâmetros lineares e não-lineares dos materiais deveriam ser conhecidos. Mas na prática essa hipótese não é válida²⁰, dispondo-se apenas do comportamento estatístico das variáveis. Por conseqüência, na avaliação da incerteza do modelo são incorporadas variabilidades dos parâmetros materiais.

Lu, Luo e Conte [46] estudaram a confiabilidade de vigas de concreto armado considerando a incerteza de modelo. O fator de incerteza de modelo foi incorporado na formulação do estado limite e tratado como variável aleatória representada por distribuição normal com média e o desvio padrão. Eles comprovaram que o índice de confiabilidade possui grande sensibilidade à carga accidental, resistência dos materiais e a incerteza do modelo.

Em enfoque dado por Malkawi, Hassan e Abdulla [47], a medida da imperfeição do modelo é dada pelo erro médio absoluto relativo (RMEA – *Relative Mean Absolute Error*) para a média e o erro médio quadrático relativo (RRMSE – *Relative Root Mean Squared Error*) para o desvio padrão:

$$\text{RMAE} = \mu_{\mathbf{M}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |e_i| \quad (3.38)$$

$$\text{RRMSE} = \sigma_{\mathbf{M}} = \sqrt{\sum_{i=1}^n e_i^2} \quad (3.39)$$

$$e_i = \frac{q_{\text{exp}_i} - q_{\text{mod}_i}}{q_{\text{exp}_i}} \quad (3.40)$$

em que:

- e_i erro relativo;
- q_{exp_i} o i -ésimo quantil da PDF dos ensaios experimentais;
- q_{mod_i} o i -ésimo quantil da PDF do modelo;
- $i = \{1, \dots, n\}$

²⁰ a hipótese não se aplica pois, por exemplo, não se conhece as propriedades não-lineares dos blocos no momento do ensaio.

No Brasil destaca-se o trabalho de Kaminski Junior, que incluiu a incerteza de modelo para no cálculo de torres de linhas de transmissão acrescentando um desvio padrão no cálculo da confiabilidade estrutural.

Para maior aprofundamento no assunto sugere-se consulta às referências citadas neste capítulo.

4 ANÁLISE NUMÉRICA DE PRISMAS

4.1 INTRODUÇÃO

Alvenaria é um material formado por blocos unidos por argamassa. Mecanicamente trata-se de um material heterogêneo com comportamento ortotrópico que depende não apenas das propriedades da unidade e da argamassa, mas também da interação entre esses elementos [56].

A determinação teórica e/ou empírica da resistência da alvenaria à compressão a partir dos seus componentes vem sendo estudada por diversos pesquisadores. Ramalho e Corrêa [64] citam alguns destes autores, mas os métodos geralmente não fornecem resultados confiáveis [50]. Para aplicações em projetos, a norma brasileira NBR 10837²¹ sugere que a determinação da resistência seja obtida pela realização de ensaios de prismas.

Com o advento dos métodos numéricos e o avanço computacional, tornou-se possível utilizar modelos constitutivos mais robustos e acurados. A comunidade acadêmica da alvenaria vêm se interessando gradativamente pelos métodos numéricos sofisticados para resolver problemas de difícil solução [43].

Muitos são os modelos numérico-matemáticos para representar o comportamento da alvenaria. Por exemplo, na literatura encontram-se leis constitutivas baseados na plasticidade [45], utilizando teoria de dano [56] e com considerações à fluência [59].

As aplicações de métodos numéricos para a alvenaria têm o objetivo de estudar seu comportamento e avaliar possíveis ganhos de resistência caso altere-se a geometria do bloco ou propriedade da argamassa. Outra aplicação desses métodos está na medição da segurança com aplicação do estudo da confiabilidade estrutural. Como medida da resistência de projeto, os ensaios resistência à compressão de prisma são atualmente insubstituíveis.

21 NBR 10837 – Cálculo de Alvenaria Estrutural de Blocos Vazados de Concreto [7]

4.1.1 Caracterização Do Processo De Ruptura Do Prisma Na Compressão

De acordo com Juste [41], para alvenaria de blocos de concreto, a ruptura normalmente ocorre por tração do bloco em tensões de compressão relativamente baixas, e a tração lateral é dominante no estado biaxial.

Hamid e Drysdale (1979), que ensaiaram 146 prismas à compressão, sugerem que a ruptura na alvenaria acontece devido ao surgimento de um estado biaxial de tração e compressão em que a tensão de compressão do bloco é transferida para a argamassa, produzindo tendência à expansão lateral. O impedimento da deformação lateral da argamassa pela unidade faz surgir tensões de confinamento na mesma e tensões laterais na unidade. Eles observaram que micro fissuras surgem quando a tensão atuante é cerca de 80% da tensão de pico. Acima desse nível, as tensões de tração laterais são relativamente pequenas quando comparadas com a resistência à tração uniaxial.

Mohamad [50], em 2007, estudou os mecanismos de ruptura da alvenaria à compressão e, na sua revisão bibliográfica, sugere que o início da perda de capacidade resistente acontece somente após o surgimento de esfacelamento na superfície do bloco superior. Ele discute que a causa da ruptura é a associação de dois modos: indução de tração no bloco e esmagamento da junta; com atuação simultânea de ambos. O pesquisador sugere uma forma idealizada de observar a seqüência de degradação dos prismas como indica a Figura 4.1.

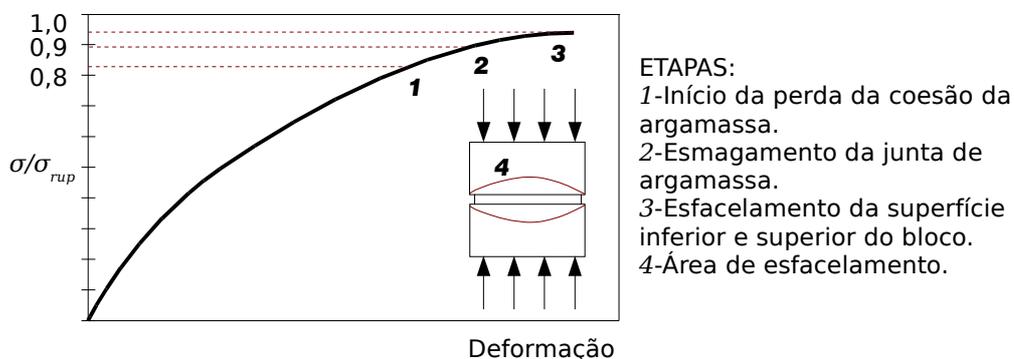


Figura 4.1: Modelo simplificado proposto por Mohamad para a ruptura dos prismas

Vários autores (como Hendry [40], Mohamad [50], Garcia [36] e Camacho [17]) apresentam uma série de fatores que influenciam a resistência à compressão da alvenaria, destacam-se:

- resistências da unidade e da argamassa;
- geometria da unidade e espessura da junta de argamassa;
- tipo de argamassamento (se somente lateral ou completo);
- relação entre módulos de elasticidade da unidade e da argamassa;
- sucção das unidades;
- retenção de água da argamassa e
- mão de obra.

4.1.2 Técnicas De Modelagem

A análise numérica da alvenaria é geralmente executada pelo método dos elementos finitos, e segue duas abordagens: a micromodelagem e a macromodelagem.

A micromodelagem se divide em:

- micromodelagem altamente detalhada: com continuidade de elementos para as unidades, continuidade de elementos para a junta e elementos de interface para as áreas de adesão;
- micromodelagem detalhada: continuidade de elementos para as unidades e juntas, sem elementos de interface.
- micromodelagem simplificada: a junta é simplificada por um elemento de interface equivalente e as unidades têm suas dimensões expandidas, agregando a espessura da junta.

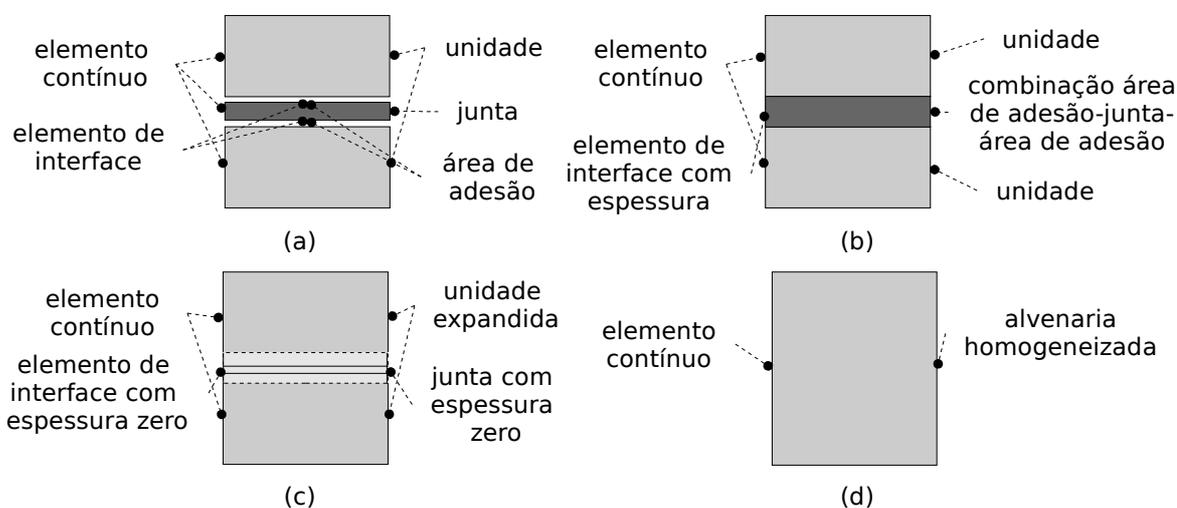


Figura 4.2: Possibilidades de modelagem da alvenaria: a) micromodelagem altamente detalhada; b) micromodelagem detalhada; c) micromodelagem simplificada; e d) macromodelagem.

Na micromodelagem (a) e (c), os elementos de interface representam planos potenciais de fissuração e deslizamento. A junta de argamassa na modelagem (c) é simulada por interface de espessura zero e unidades com dimensões expandidas para manter a característica geométrica da alvenaria. Essa simplificação apresenta uma perda na precisão por desprezar o efeito Poisson da argamassa [45].

A macromodelagem parte da idéia de que as unidades e juntas estão naturalmente organizadas de forma periódica, em que estudando a célula básica da alvenaria representa-se o comportamento global da estrutura. Para isso, utilizam-se técnicas de homogeneização²² que podem ser analíticas, numéricas ou expressões empíricas. Assim, determina-se a matriz de rigidez de um material homogêneo fictício que é mecanicamente equivalente a alvenaria.

Além da escolha entre as estratégias de micro ou macromodelagem (Figura 4.2) e do modelo constitutivo não-linear, deve-se especificar o comportamento do modelo numérico ante à fissuração. Os tipos de fissuração são descritos geralmente entre fissuras discretas ou espalhadas²³. O modelo discreto estabelece descontinuidades no material, modelados na alvenaria com elementos de interface. E no modelo de fissuras espalhadas o material fissurado é representado por um contínuo equivalente, para o qual as falhas são continuamente distribuídas [56].

Todas as estratégias de modelagem são válidas dependendo da finalidade para as quais são propostas. A micromodelagem é útil para observar fissuração local em prismas e paredes e verificar precisamente a influência da junta no comportamento da alvenaria. Já a macromodelagem é útil para analisar grandes estruturas, em que apenas o comportamento global é primordial.

4.2 FEAP - FINITE ELEMENT ANALYSIS PROGRAM

O FEAP é um programa equivalente às plataformas comerciais de análise de estruturas em elementos finitos. Foi desenvolvido sob a coordenação do Prof.

²² como por exemplo: Zucchini e Lourenço[76] (2004); PAPA[56] (2001); Cecchi e Di Marco[19] (2002); Milani, Lourenço e Tralli[49] (2005)

²³ Conhecidas no inglês como *smearred crack* para fissuras espalhadas, e *discrete crack* para fissuras discretas

Robert Taylor na Universidade da Califórnia em Berkeley, com objetivos de pesquisa e educação. Trata-se de um programa não-gratuito de código aberto.

Esse programa foi desenvolvido totalmente em Fortran e apresenta compatibilidade multiplataforma (Windows, Mac OS X, UNIX ou LINUX). Seu código aberto possibilita a vantagem de alterar todas as fases do processo de cálculo, incluindo programação de modelos materiais e elementos.

A última versão lançada é a 8.2 (de novembro de 2007), o Departamento de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos possui, atualmente, a versão 7.5.

Detalhes sobre utilização do programa no apêndice FEAP – finite element analysis program.

4.3 MODELO DE DANO

No Departamento de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos, avança o estudo de aplicações do modelo constituído em dano proposto por Papa e Taliércio [59][34] com extensões feitas por Ramalho et al. [63]. Este modelo foi concebido para representar o comportamento de materiais frágeis, com destaque para o concreto e a alvenaria. Papa e Taliércio vêm estudando modelos baseados em dano para materiais frágeis há algum tempo [56][59][57].

Anzani et al. [4], Ramalho et al. [63] comparam resultados experimentais de alvenaria de pedra com os modelos numéricos baseados em dano. Os resultados encontrados foram considerados bem satisfatórios. No Departamento de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos, Freitas [34] estudou a aplicação do modelo em materiais da alvenaria estrutural utilizados no Brasil; como unidades de concreto, cerâmica e sílico-calcário. Os resultados experimentais de Freitas [34] e o modelo de dano [59] foram a base da análise numérica para a avaliação da incerteza de modelo. Mais detalhes sobre os dados experimentais são explanados no capítulo 5.

4.3.1 Dano Local

A lei constitutiva de Papa e Taliercio [57][59][58] foi desenvolvida para considerar carregamento monotônico ou cíclico, com considerações a viscoelasticidade e à fluência. O modelo reológico proposto da Figura 4.3 foi programado no FEAP por Ramalho [4]. Como o trabalho trata de ensaios monotônicos [34] a fluência e a viscosidade são desconsideradas, ativando-se apenas a mola de Maxwell (E^M), que representa a resposta elástica do material.

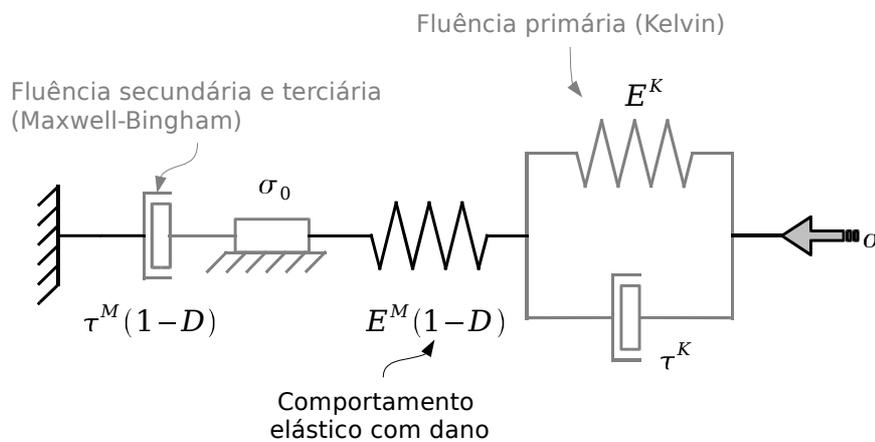


Figura 4.3: Modelo reológico proposto por Papa e Taliercio

O material virgem é suposto isotrópico e elástico-linear que quando danificado geralmente torna-se ortotrópico. O dano ocorre macroscopicamente levando em conta a simetria do tensor de segunda ordem \mathbf{D} . Seja a relação não-linear de tensão-deformação:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{C}(\mathbf{D})\boldsymbol{\sigma} \quad (4.1)$$

em que:

\mathbf{C} tensor flexibilidade de quarta ordem do material danificado.

O dano não é considerado apenas uma variável escalar, mas possui uma descrição mais complexa. A danificação é diferenciada para as direções ortogonais $\alpha=I, II, III$ e possui valores distintos para H , nos casos $H=C$ para compressão e $H=T$ para tração.

Os autovalores e autovetores normalizados do tensor de dano são denotados por D_α e por \mathbf{n}_α , com \mathbf{n}_α representado vetores unitários normais aos

planos ortogonais de simetria do material danificado. Uma vez que a danificação é ativada, são fixados os eixos de dano α e a ortotropia é induzida pelo dano associado ao plano de microfissuras no sólido. O modelo é assim qualificado como de fissuração distribuída com direção fixa [63].

A variável de controle do progresso da danificação é a deformação equivalente na forma:

$$\mathbf{y} = 1/2(\boldsymbol{\varepsilon}^{el})^2 \quad (4.2)$$

Os valores críticos de \mathbf{y} são definidos por y_{0c} para compressão e y_{0T} para tração, que se excedidos ocorre a fixação das direções do dano \mathbf{n}_α . Neste ponto, o comportamento não-linear é regido pela lei de degradação do módulo de elasticidade [63][4][62], que tem semelhança na relação empírica proposta por La Borderie et al.²⁴ (apud PAPA e TALIERCIO [59]).

$$D_\alpha = 1 - \frac{C_H}{1 + A_H \langle y_{\alpha\alpha} - y_{0H} \rangle^{B_H}} \quad (4.3)$$

em que:

$\alpha = I, II, III$	direções principais do dano;
H	$H=C$ para compressão e $H=T$ para tração;
$\langle \# \rangle$	colchetes de Macauley, que resulta a parte positiva de '#';
$y_{\alpha\alpha}$	componente de deformação descrita na eq. (4.2);
y_{0H}	deformação crítica;
A_H, B_H e C_H	parâmetros do material.

Aplicando o método dos elementos finitos, as tensões e deformações no sistema cartesiano de coordenadas são:

$$\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}^T = \{\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, 2\varepsilon_{xy}, 2\varepsilon_{yz}, 2\varepsilon_{zx}\}^T \quad (4.4)$$

$$\underline{\boldsymbol{\sigma}}^T = \{\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}\}^T \quad (4.5)$$

²⁴ La BORDERIE, C.; BERTHAUD, T.; PIJAUDIER-CABOT, G. Crack closure effect in continuum damage mechanics: numerical implementation. In: PROCEEDINGS OF THE 2ND INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPUTER AIDED ANALYSIS AND DESIGN OF CONCRETE STRUCTURES, 2., 1990, Zell am See, p. 975-986.

O giro dos eixos cartesianos para os eixos de dano α faz-se por matriz de transformação q (detalhada em [63]), resultando em:

$$\underline{\varepsilon} = q^T \hat{\underline{\varepsilon}}, \quad \underline{\sigma} = q^{-1} \hat{\underline{\sigma}} \quad (4.6)$$

em que:

$\underline{\varepsilon}$	deformação em coordenadas globais
$\hat{\underline{\varepsilon}}$	deformação em coordenadas locais
q	matriz de transformação
$\underline{\sigma}$	tensão em coordenadas globais
$\hat{\underline{\sigma}}$	tensão em coordenadas locais

Num dado instante de tempo t_i , a relação entre deformação e tensão nos eixos locais é dada por:

$$\hat{\underline{\varepsilon}}_{(i)} = \hat{\underline{C}}_{(i)} \hat{\underline{\sigma}}_{(i)} \quad (4.7)$$

com

$$\hat{\underline{C}}_{(i)} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} \frac{1}{\psi_{I,I}} & \frac{-\nu}{\psi_{I,II}} & \frac{-\nu}{\psi_{I,III}} & 0 & 0 & 0 \\ & \frac{1}{\psi_{II,II}} & \frac{-\nu}{\psi_{II,III}} & 0 & 0 & 0 \\ & & \frac{1}{\psi_{III,III}} & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{2(1+\nu)}{\psi_{I,II}} & 0 & 0 \\ & sim. & & & \frac{2(1+\nu)}{\psi_{II,III}} & 0 \\ & & & & & \frac{2(1+\nu)}{\psi_{I,III}} \end{bmatrix}_{t=t_{(i-1)}} \quad (4.8)$$

$$\psi_{\alpha,\beta} = [(1-D_\alpha)(1-D_\beta)]^{1/2} \quad (\alpha, \beta = I, II, III) \quad (4.9)$$

em que:

E	módulo de elasticidade (idêntico a E^M da Figura 4.3)
ν	coeficiente de Poisson.

Esta matriz pode ser convertida para as coordenadas globais, novamente com a matriz de transformação:

$$\underline{C}_{(i)} = \underline{q}^T \hat{C}_{(i)} \underline{q} \quad (4.10)$$

Assim, a não-linearidade física é imposta por degradação das propriedades elásticas do material inicialmente íntegro.

Ressalta-se que o modelo de dano considera o ajuste dos parâmetros de forma externa, através da curva tensão versus deformação do ensaio de compressão global (dos prismas, das argamassas ou dos blocos). Internamente, através do estado de deformação do material, a lei de dano prevê a degradação do material de forma que represente o comportamento do material. Assim, é imposto que o modelo numérico simule o comportamento experimental em todos os seus aspectos, de forma que medidas internas de compressão e tração são consideradas de forma indireta.

4.3.2 Dano Não-local

Apesar do modelo de dano local representar bem o comportamento do material, as simulações indicaram uma resposta extremamente frágil no desenvolvimento do pós-pico, com queda brusca da tensão. Quanto mais refinada a rede, mais frágil o material aparenta ser na resposta pós-pico. Esse efeito está relacionado com deformações localizadas e concentração de tensões em alguns elementos [4].

Para contornar esse problema considera-se que a danificação é distribuída em certa região e não mais concentrada em cada elemento; de modo que a perda de rigidez de cada elemento contribui para a danificação de uma dada vizinhança. Para proceder essa formulação, é computada uma média ponderada das variáveis locais sobre uma vizinhança de pontos que são examinados. Foi selecionado um ponderador de estado de deformação, que segue [63]:

$$\varepsilon_a(x) = \frac{\int_V f(x-x_s) \varepsilon(x_s) dV}{\int_V f(x-x_s) dV} \quad (4.11)$$

em que:

ε_a deformação média no ponto atual x ;

$f(x-x_s)$	função ponderadora que depende da distância entre x e x_s ;
$\varepsilon(x_s)$	deformação em qualquer ponto fonte x_s que faz parte da vizinhança
V	volume da vizinhança definida.

A função ponderadora pode ser arbitrária, sendo adotada no modelo a função de Gauss na forma:

$$f(x-x_s) = \exp \left\{ - \left[\frac{2(x-x_s)}{R_{nl}} \right]^2 \right\} \quad (4.12)$$

em que:

R_{nl}	raio da esfera centrada no ponto x que delimita a vizinhança do elemento, considerado um parâmetro do material.
----------	---

Em elementos finitos, tensões e deformações são usualmente calculadas para os pontos de Gauss. Assim, a eq. (4.11) pode ser reescrita como

$$\varepsilon_a(x_i) = \frac{\sum_{x_j \in V} f(x_i - x_j) \omega(x_j) J(x_j) \varepsilon(x_j)}{\sum_{x_j \in V} f(x_i - x_j) \omega(x_j) J(x_j)} \quad (4.13)$$

em que:

$\omega(x_j)$	peso de Gauss no ponto x_j
$J(x_j)$	jacobiano da transformação para o ponto x_j

A Figura 4.4 ilustra o processo de seleção dos elementos pertencentes a certa vizinhança em uma rede 2D. O comprimento em destaque é usado na função de ponderação.

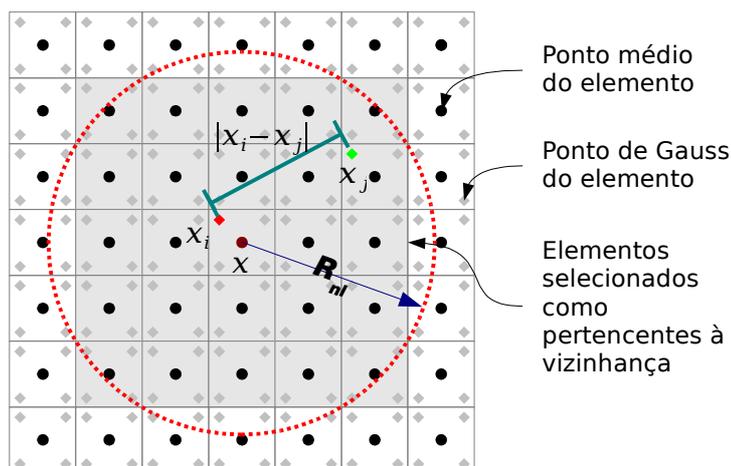


Figura 4.4: Definição dos elementos da vizinhança com centros internos à circunferência de raio definido.

4.4 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

4.4.1 Apresentação Dos Modelos

Dois modelos mecânicos são avaliados. Um prisma de três unidades de concreto foi discretizado em rede de elementos sólidos (Figura 4.6), e outro modelo formado apenas por um elemento finito sólido (Figura 4.5). Todos os elementos utilizados são do tipo tridimensional de oito nós, com três graus de liberdade (deslocamentos nas direções x , y e z) por nó.

A partir da análise numérica do prisma obtêm-se as variáveis de análise: módulo de elasticidade, resistência à compressão e deformação na tensão resistente do prisma. Como objetivo secundário da análise está o comportamento da curva tensão-deformação. O modelo da Figura 4.5, composto por um único elemento, serve para calcular os parâmetros do modelo de dano para cada material da alvenaria. Esta seção ocupa-se apenas em apresentar as condições da análise, o procedimento de cálculo dos parâmetros e respostas dos modelos são discutidos nos capítulos posteriores.

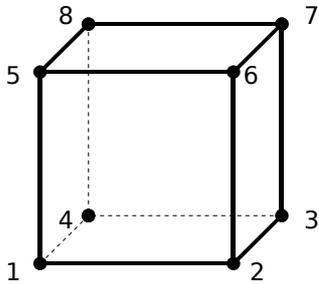


Figura 4.5: Elemento sólido bloco de oito nós

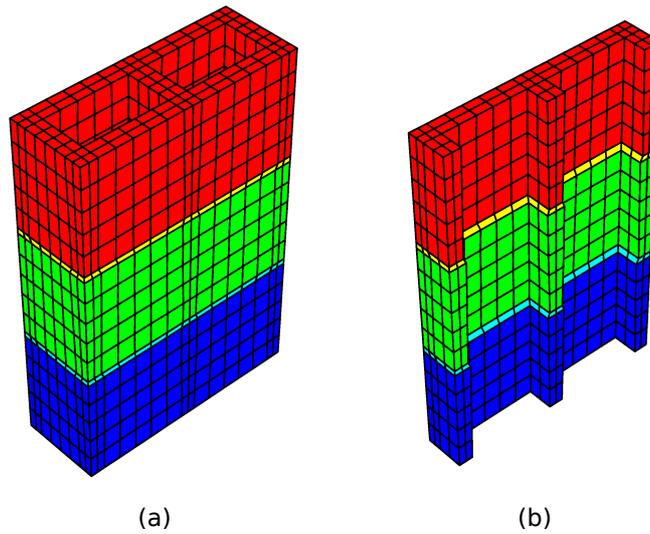


Figura 4.6: Rede de elementos finitos tridimensionais de um prisma de concreto de três blocos. (a) prisma; (b) destaque para parte interna

Os dados do prisma utilizados nas comparações a seguir são descritos na Tabela 4.1, com raio de dano não-local para a unidade foi 300 mm e para a argamassa 30 mm.

Tabela 4.1: Parâmetros para análise do prisma

Parâmetro	Unidades (conforme Figura 4.6)			Argamassas
	1 (vermelho)	2 (verde)	3 (azul)	
E (MPa)	2368,01	5040,15	3498,20	2840,97
A_c	6565882	966368	5248795	381,82
B_c	3,163	2,768	3,116	1,118

4.4.2 Rede De Elementos Finitos Do Prisma

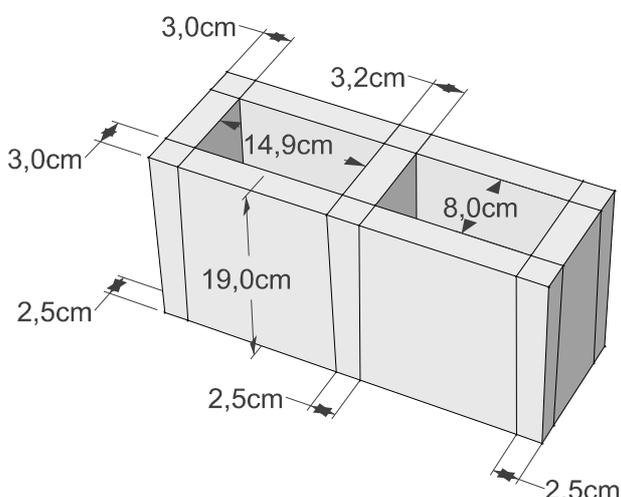


Figura 4.7: Dimensões do bloco de concreto

Como se trata de uma análise detalhada, é importante incluir o comportamento da argamassa. O prisma foi então estudado com enfoque de micromodelo detalhado, mas sem a inserção de elementos de interface. As unidades têm dimensões como indicado na Figura 4.7, e as juntas possuem espessura de dez milímetros. A espessura variável das paredes dos blocos

de concreto foi modelada para representar melhor o comportamento da estrutura.

Como o estudo do problema é probabilístico, a mesma rede de elementos finitos foi resolvida várias vezes alterando-se os parâmetros dos materiais. Neste tipo de análise é interessante otimizar a resolução do modelo para minimizar o custo computacional preservando a precisão dos resultados.

4.4.2.1 REFINAMENTO DA REDE

Três tipos de refinamento foram avaliados (Tabela 4.2), tomando como referência uma rede extremamente refinada.

Tabela 4.2: Estudo do refinamento das redes do prisma

Refinamento	Número de elementos	Erro: raiz dos mínimos quadrados²⁵	Tempo de processamento²⁶ (hs)
Mínimo	1184	8,8753	1,66
Médio	1496	0,2161	2,32
Alto	2050	0,1892	4,21
<i>Extremo</i>	6912	-	24,65

²⁵ erro = $\sqrt{\sum (y_i^0 - y_i)^2}$

²⁶ O tempo de processamento, quando citado, refere-se a execução de um problema com vinte passos de carga, em processador Intel® Core™ 2 Duo 2,66 GHz e 2 GB de RAM.

A rede com baixo refinamento apresentou tensão de pico diferente das demais, sendo descartada. A rede de médio refinamento é de rápida resolução e aparenta boa concordância com o resultado base (Figura 4.9a).

4.4.2.2 CONDIÇÕES DE SIMETRIA

Dentre as redes estudadas, está a possibilidade de considerar simetrias nos eixos x e y . O ganho em custo computacional nessa situação é notório, o quarto de prisma (Figura 4.8) resolveu o problema teste oito vezes mais rápido que um prisma completo.

Os trechos lineares e de pico apresentam boa acurácia (Figura 4.9b), mas o comportamento pós-pico foi prejudicado. Isto se deve a ausência de elementos vizinhos aos eixos de simetria, havendo menor contribuição da vizinhança na danificação. Por conta disso a simetria foi descartada.

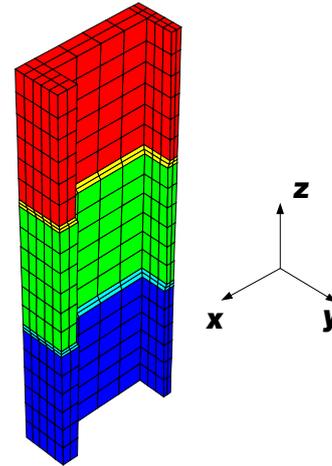


Figura 4.8: Prisma modelado considerando dupla simetria

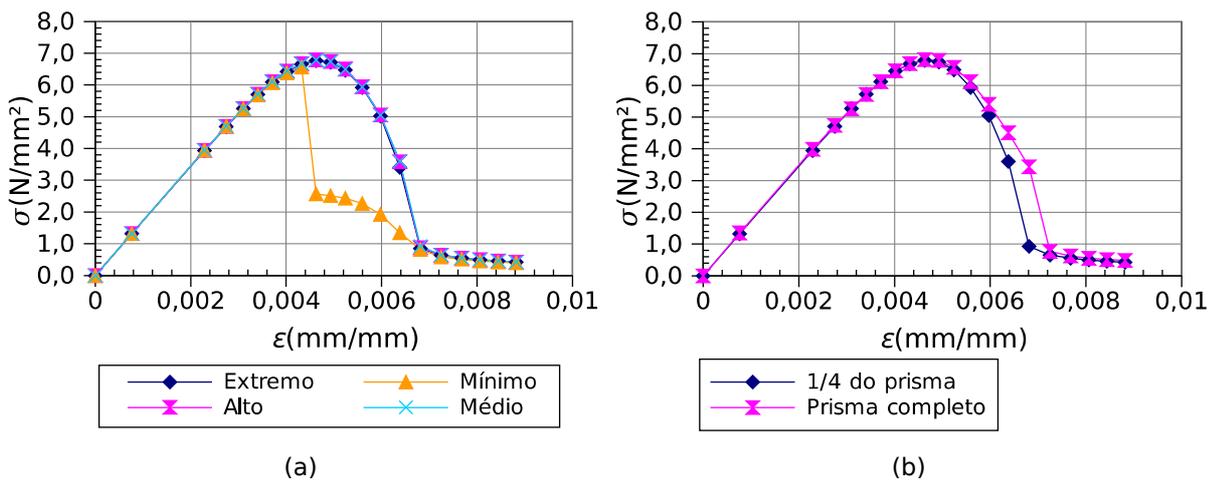


Figura 4.9: Redes de elementos finitos avaliadas: (a) diferentes refinamentos e (b) hipótese de dupla simetria.

4.4.3 Critério De Convergência

O FEAP utiliza a norma de energia como critério de convergência. A tolerância padrão é de $1.0E-16$, este é um valor significativamente baixo se comparado com tolerância utilizada usualmente nos programas comerciais de elementos finitos (por exemplo DIANA [74]).

Na prática, para escolher adequadamente a tolerância executa-se o problema com diferentes níveis de aceitação e comparam-se as discrepâncias encontradas. Foram testados tolerâncias da Tabela 4.3, adotado $1.0E-16$ como referencial. A tolerância de $1.0E-6$ é suficiente para a análise.

Tabela 4.3: Estudo da tolerância da rede do prisma

Tolerância	Erro: raiz dos mínimos quadrados	Tempo de processamento	
		Absoluto (hs)	Relativo
1,0E-04	0,30439	0,9	27,72%
1,0E-06	0,02672	1,27	39,10%
1,0E-08	0,00269	1,77	54,27%
1,0E-09	0,00084	1,88	57,91%
1,0E-10	0,00031	2,13	65,34%
1,0E-16	-	3,25	100,00%

4.4.4 Determinação Do Raio De Dano Não-local

O raio de dano não-local é tratado como variável determinística. A diretriz para definir o comprimento do raio não-local é encontrar o menor valor do raio que não produza um comportamento extremamente frágil do material ou divergências numéricas (informação verbal)²⁷. Referências bibliográficas que tratam do raio não-local para a alvenaria são escassas, a escolha do raio é geralmente feita de forma subjetiva [63].

Foram feitas tentativas de definição de raios de dano não-local da unidade de concreto e das argamassas. Mantendo o raio da unidade constante e variando o raio da argamassa, a tensão máxima do prisma varia proporcionalmente (a

²⁷ Informação fornecida por Freitas em São Carlo, em 2007

Figura 4.10a demonstra esse comportamento). Se agora fixamos o raio da argamassa e alterarmos o raio da unidade, a tensão máxima permanece e o trecho de amolecimento pós-pico é tão suave quanto maior o comprimento do raio adotado (ver Figura 4.10b). É importante notar que quanto maior o raio, maior será o tempo de processamento.

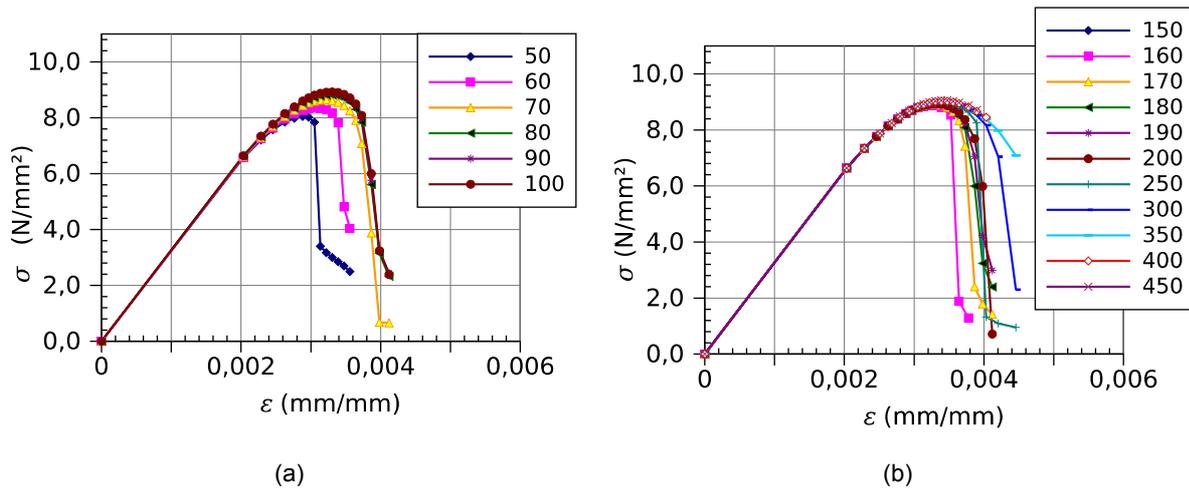


Figura 4.10: Comportamento numérico ao alterar os raios de dano não-local: (a) raio da unidade constante de 180 mm e variação do raio da unidade entre 50 a 100 mm; (b) raio da argamassa constante de 100 mm e variação do raio da argamassa entre 150 a 450 mm.

Optou-se pelos raios: para argamassa $R_{\text{arg}}=30$ mm e para a unidade de concreto $R_{\text{uni}}=150$ mm. A escolha para a argamassa implica em menor tensão resistente (Figura 4.10a). A definição do raio da unidade deve-se a experiência na aplicação deste valor por Freitas [34] e para proporcionar um menor custo computacional com estabilidade numérica. Mesmo que em algumas situações o material apresente comportamento frágil, as respostas de interesse (módulo de elasticidade, tensão e deformação de pico) são bem estimadas.

4.4.5 Análise Das Tensões No Prisma

A seguir são indicadas as tensões para um prisma com as propriedades definidas na Tabela 4.1. O deslocamento vertical do bloco para o carregamento de pico na configuração deformada consta na Figura 4.11. A unidade superior é mais flexível que as demais, resultando em maior abaulamento. A unidade do meio é mais rígida e mais solicitada a tensões de tração como indica as tensões principais 1 (ilustração superior esquerda das Figura 4.12 e 4.13).

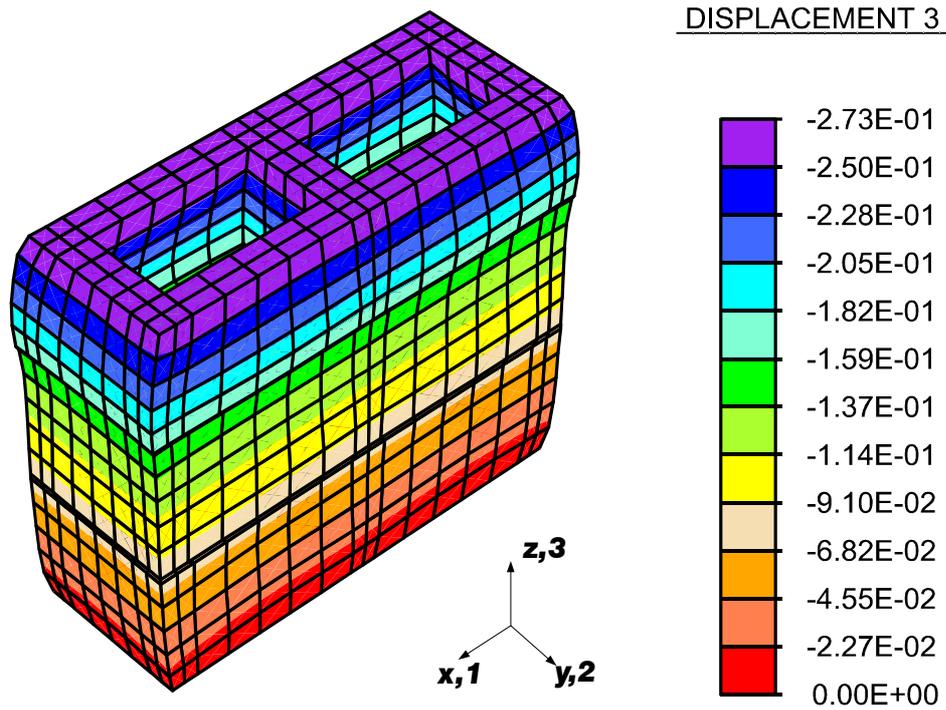


Figura 4.11: Deslocamento vertical do prisma na tensão de pico (medidas em cm).

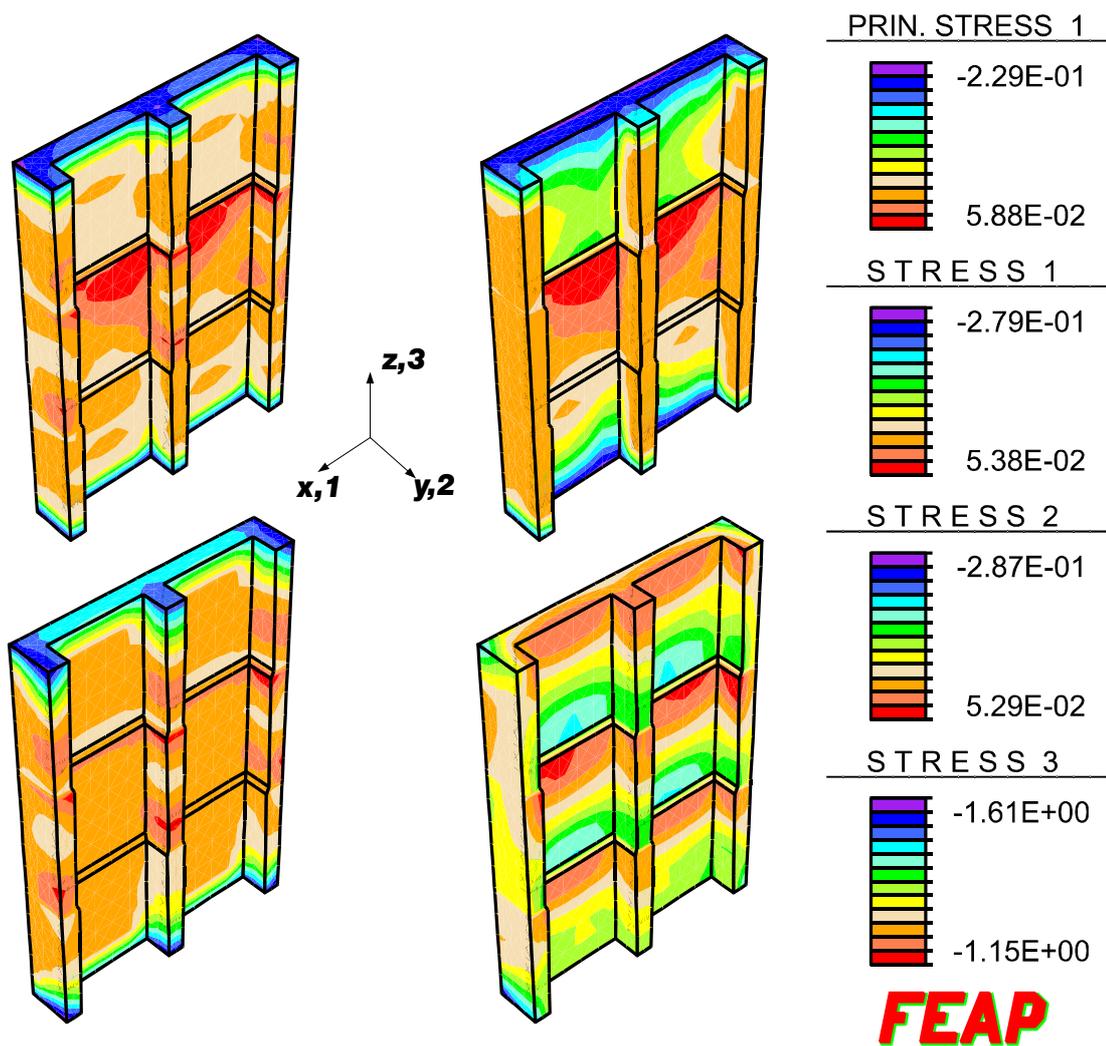


Figura 4.12: Tensões internas no prisma na tensão de pico (tensões em kN/cm²)

FEAP

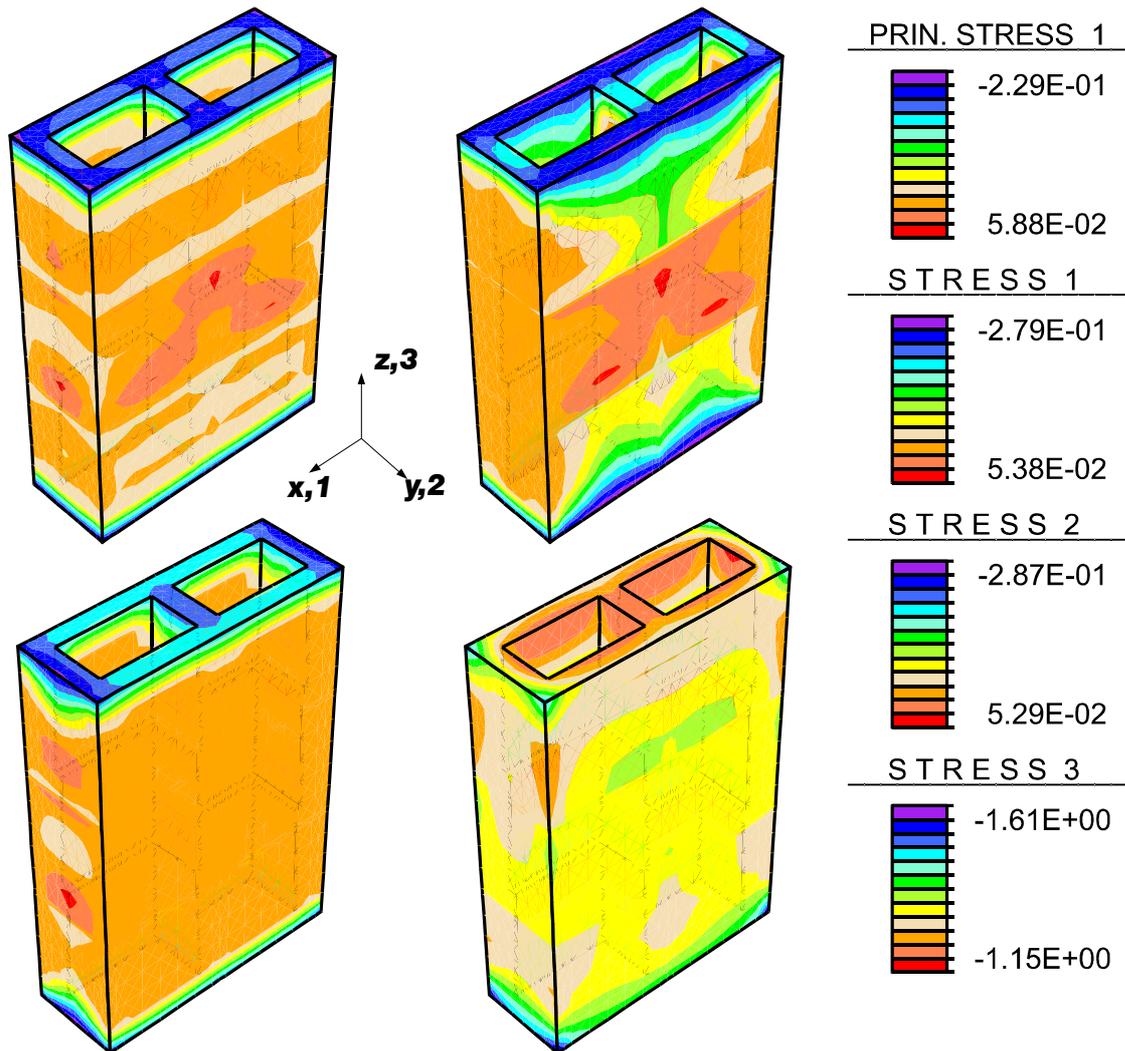


Figura 4.13: Tensões externas no prisma na tensão de pico (tensões em kN/cm^2)

O bloco superior tem menor resistência e é mais deformável, a interação entre bloco superior, a argamassa e o bloco de meio formam o mecanismo de ruptura por tração na unidade e esmagamento da argamassa.

5 ESTUDO ESTATÍSTICO DOS PARÂMETROS DOS MATERIAIS

No capítulo quatro foi apresentado o modelo constitutivo dos materiais e detalhes sobre a modelagem em elementos finitos. Este capítulo trata da determinação dos parâmetro lineares e não-lineares do modelo com abordagem estatística.

5.1 DADOS EXPERIMENTAIS

Na análise estatística, quanto mais dados forem disponíveis sobre determinado fenômeno, maior a confiança nas hipóteses adotadas. A informação necessária para determinar os parâmetros de dano é curva tensão versus deformação do material, que contemple o trecho linear, de pico e pós-pico. Deve-se conhecer as curvas tanto das unidades quanto das argamassas. Pesquisou-se em bibliografias nacionais e internacionais ensaios de elementos de alvenaria estrutural solicitados à compressão.

Internacionalmente, mesmo contando com pesquisas que caracterizarem toda a curva, como Schueremans [68]; a publicação deste tipo de informação é escassa. Schueremans [68] comenta que como as normas são baseadas em tensões admissíveis e estados limites; os cientistas geralmente necessitam publicar apenas médias e coeficientes de variação das variáveis. Esse tipo de dado é insuficiente para descrever bem a função de densidade de probabilidade e inviabiliza a determinação dos parâmetros de dano A_c , B_c e C_c . Zarnic e Turk [75] tentaram criar uma base de dados de ensaios de alvenaria na internet, a European Masonry Data Bank²⁸ (EMDB). É um feito louvável, mas infelizmente o projeto ainda não vingou.

Muitos ensaios de compressão de alvenaria foram realizados no Brasil, mas a grande maioria não avaliou o comportamento pós-pico dos componentes por não ser de interesse imediato para o pesquisador e pela dificuldade de se efetuar tal medida. A alvenaria apresenta ruptura frágil e para evitar dano nos

²⁸ Em português, Banco de Dados de Alvenaria Europeu

equipamentos (como nos relógios comparadores) estes são retirados antes da ruptura. Tal dificuldade não permite o acompanhamento do ensaio até o final [17].

A exceção se restringe a Freitas [34], que capturou o comportamento pós-pico de ensaios de compressão axial dos materiais da alvenaria, prismas de dois e três blocos, e paredinhas. Dentre os materiais ensaiados estão unidades de concreto, cerâmico e de sílico-calcário; e argamassas de classe ii e iii (segundo a classificação da BS 5628 [16]).

Os resultados experimentais de [34] são atualizados neste trabalho. Os materiais estudados, número de amostras ensaiadas e ensaios de prismas disponíveis são descritos no Quadro 5.1.

Quadro 5.1: Números de amostras dos dados experimentais utilizados dos ensaios de Freitas [34].

Descrição	Número amostras ensaiadas à compressão
Componentes	
<i>Unidades</i>	
Concreto 4,5 MPa	12
Sílico-calcário 10 MPa	11
<i>Argamassa (cimento:cal:areia – em volume)</i>	
Tipo ii (1:0,5:4,5), resistência média	29
Tipo iii (1:1:6), resistência baixa	35
Primas de três blocos de concreto	
com argamassa tipo ii	3
com argamassa tipo iii	3

Na análise estatística, o número de amostras é muitas vezes definido subjetivamente. Uma maneira possível para essa determinação é através da escolha de um intervalo de confiança e um erro admissível.

Seja \bar{x} uma média amostral de n amostras de uma população normal com variância σ^2 , um *intervalo de confiança* de $100(1-\alpha)\%$ é dado por [51]:

$$\bar{x} - z_{\alpha/2} \sigma / \sqrt{n} \leq \mu \leq \bar{x} + z_{\alpha/2} \sigma / \sqrt{n} \quad (5.1)$$

em que:

$z_{\alpha/2}$ ponto da porcentagem superior $100\alpha/2$ de uma distribuição

normal padrão. Por exemplo, para confiança de 95%, $\alpha=0,05\%$ e $z_{0,05/2}=1,96$.

O intervalo de confiança indica que há probabilidade de $100(1-\alpha)\%$ da média da população estar presente nesse intervalo. A precisão do intervalo de confiança na eq. (5.1) é $2z_{\alpha/2}\sigma/\sqrt{(n)}$. Na estimativa da média μ com a média amostral \bar{x} , obtemos um erro $e=|\bar{x}-\mu|$ que é menor ou igual a $z_{\alpha/2}\sigma/\sqrt{(n)}$ com $100(1-\alpha)\%$ de confiança.

Pressupondo uma distribuição normal com desvio padrão σ conhecido, uma escolha apropriada de tamanho n da amostra é feita de forma que o erro admissível seja

$$e=z_{\alpha/2}\sigma/\sqrt{(n)} \quad (5.2)$$

assim,

$$n=\left(\frac{z_{\alpha/2}\sigma}{e}\right)^2 \quad (5.3)$$

Seja estimar número de amostras para determinar o módulo de elasticidade de blocos de concreto. Suponha que $\sigma=1000,0$ MPa e o erro máximo da média com 95% de confiança seja $e=500$ MPa. Assim:

$$n=\left(\frac{z_{\alpha/2}\sigma}{e}\right)^2=\left(\frac{1,96\cdot 1000}{500}\right)^2=15,37\approx 16 \quad (5.4)$$

Efetuada o mesmo procedimento para determinar o número de prismas necessários para representar a resistência à compressão, com confiança de 95%, $\sigma=1,0$ MPa e $e=0,7$ MPa; seriam necessárias 8 amostras.

Os dados disponíveis (Quadro 5.1) de ensaios de argamassas são suficientes, mas os ensaios de unidades e principalmente de prismas são em números insuficientes. Assim, o foco do trabalho é apresentar um procedimento que possa futuramente ser alimentado com mais dados experimentais.

As dimensões das unidades são descritas na Tabela 5.1.

Tabela 5.1: Características geométricas das unidades.

Bloco	Área líquida (cm ²)	Área bruta (cm ²)	Dimensões (LxAxC em cm)
Concreto	286	546	14x19x39
Sílico-calcário	249	335	14x11,3x24

As medidas de deslocamento de todos os ensaios foram feitas com transdutores de deslocamentos posicionados nos pratos de aplicação da carga (Figura 5.1). Destaque para a fissuração lateral no prisma (Figura 5.1c) e ruptura do bloco inferior (Figura 5.1d).

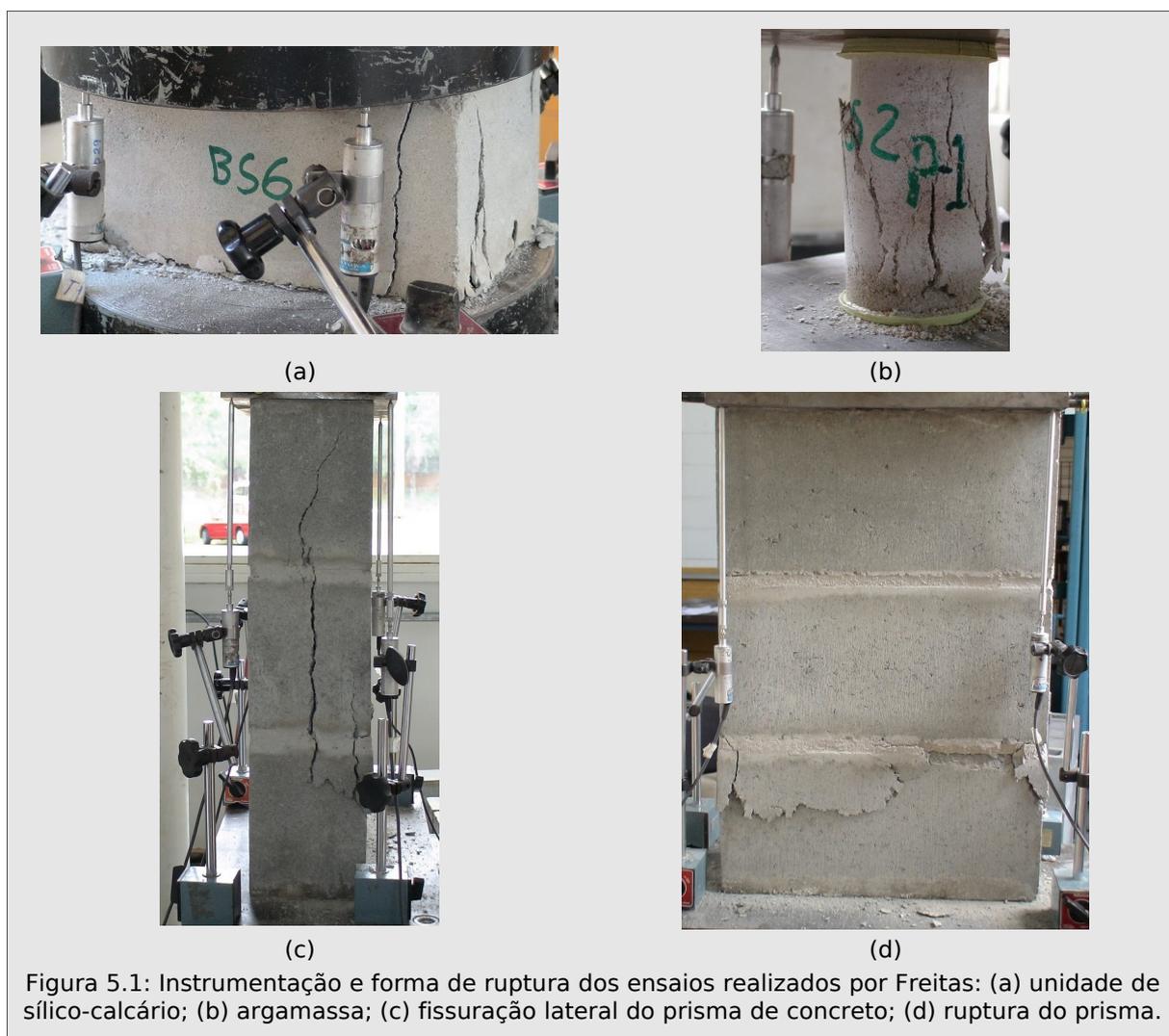


Figura 5.1: Instrumentação e forma de ruptura dos ensaios realizados por Freitas: (a) unidade de sílico-calcário; (b) argamassa; (c) fissuração lateral do prisma de concreto; (d) ruptura do prisma.

Na Figura 5.1 e observa-se que a instrumentação utilizada para realizar o ensaio de compressão do bloco e da argamassa não é a ideal, pois as condições de contorno imposta e a formas de obtenção de dados difere das condições de contorno aplicadas as unidades e argamassa que compõe o prisma. Há

diferenças, por exemplo, em medir a argamassa no corpo de prova ou medir sua deformabilidade diretamente na junta de em um prisma por influências do confinamento [50]. A configuração dos ensaios realizados por Freitas [34] foi adotada por possibilitar a aplicação de carga até a ruptura dos materiais, incorporando o trecho pós-pico. Outro motivo é que como objetivo futuro é reproduzir o comportamento do prisma a partir de ensaios simples de seus componentes (informação verbal)²⁹. Essa negligência sobre o comportamento do material constitui uma parcela da incerteza de modelo.

5.2 DEFINIÇÃO DOS PARÂMETROS DOS MATERIAIS

Foi desenvolvido um programa computacional, batizado de módulo CUBO, para determinar os parâmetros do material a partir da curva tensão versus deformação do ensaios experimental.

5.2.1 Resistência À Compressão E Deformação Crítica

A resistência à compressão é a tensão máxima alcançada e a deformação crítica a deformação correspondente.

5.2.2 Parâmetros Do Modelo De Dano

Os parâmetros A_C , B_C e C_C do modelo não-linear da eq. (4.3) são escolhidos de forma que a curva numérica se aproxime ao máximo à curva experimental [59][57]. Na prática, a curva numérica é originada de uma avaliação da aplicação de deslocamento em apenas um elemento finito cúbico (Figura 4.5). Restringem-se os graus de liberdade dos nós da base do elemento e aplicam-se os deslocamentos. O modelo constitutivo é o de dano local, da eq. (4.3).

Esse estudo paramétrico é geralmente feito por tentativa e erro (informação verbal)³⁰. Esse processo pode não levar a condição ótima e está

²⁹ Informação fornecida por Ramalho em São Carlos, em 2008.

³⁰ Informação fornecida por Ramalho em São Carlos, em 2007.

sujeito a subjetividade do operador. No módulo CUBO foi desenvolvido um procedimento para obter os parâmetros ótimos de forma rápida e objetiva.

O passo inicial no processo de otimização é a definição da função objetivo a ser minimizada, que foi definida como a raiz dos mínimos quadrados entre pontos das curvas experimental e numérica; ou seja,

$$f(A_C, B_C) = \sqrt{\sum_{i=1}^n [y_{exp}(i) - f_{num}(i, A_C, B_C)]^2} \quad (5.5)$$

em que:

i	passo de carga;
n	número total de passos de carga;
$y_{exp}(i)$	valor da tensão da curva experimental no ponto i ;
$f_{num}(i, A_C, B_C)$	valor da tensão da curva numérica no ponto i para parâmetros de tentativa A_C e B_C .

A variável C_C foi igualada a um

$$C_C = 1 \quad (5.6)$$

por ter sido agregada ao modelo original [58] para transpor a dificuldade de calibrar os parâmetros adequadamente [4]. Com adoção do método otimizado, essa variável foi desagregada.

É evidente que quanto menor o resíduo calculado pela eq. (5.5), melhor estarão definidos os parâmetros do modelo. Para perceber o comportamento geral da função objetivo, escolheram-se faixas de valores de A_C e B_C gerando-se 10000 combinações das variáveis.

Dessa análise, a primeira ressalva faz-se sobre o comportamento do parâmetro A_C . Se dividirmos essa variável em dez partes iguais entre 0 e $10 \cdot 10^4$, teremos $A_C = \{1 \cdot 10^4, 2 \cdot 10^4, \dots, 10 \cdot 10^4\}$. Mas concluiu-se que o comportamento da curva numérica para valores de A_C com mesma ordem de grandeza não apresentam diferenças significativas. O parâmetro é mais bem trabalhado se posto na forma logarítmica:

$$\begin{aligned}
 A_C &= 10^{LA_C} \\
 \log A_C &= \log 10^{LA_C} \\
 LA_C &= \log A_C
 \end{aligned}
 \tag{5.7}$$

Agora, dividindo LA_C em dez partes iguais entre 0 e 5:

$$\begin{aligned}
 LA_C &= \{0,5; 1,0; 1,5; 2,0; \dots; 4,5; 5,0\} \\
 A_C &= \{3,2; 1,0 \cdot 10^1; 3,2 \cdot 10^1; 1,0 \cdot 10^2; \dots; 3,2 \cdot 10^4; 1,0 \cdot 10^5\}
 \end{aligned}
 \tag{5.8}$$

O intervalo dividido dessa maneira sensibiliza de forma consistente o resíduo. A equação de dano pode ser reescrita como

$$D_\alpha = 1 - \frac{1}{1 + 10^{LA_C} \langle y_{\alpha\alpha} - y_{0C} \rangle^{B_C}}
 \tag{5.9}$$

Nota-se que as variáveis LA_C e B_C são expoentes na eq. (5.9) e (como será visto adiante) apresentam a mesma ordem de grandeza. De posse de uma curva experimental de ensaio de bloco sílico-calcário, observou-se o comportamento da função objetivo variando os parâmetros $LA_C =]0,8]$ e $B_C =]0,4]$ para as 10000 combinações. Nas Figura 5.2a e Figura 5.2b observa-se o resultado dessa análise crua, com esforço computacional de cerca de 20 minutos.

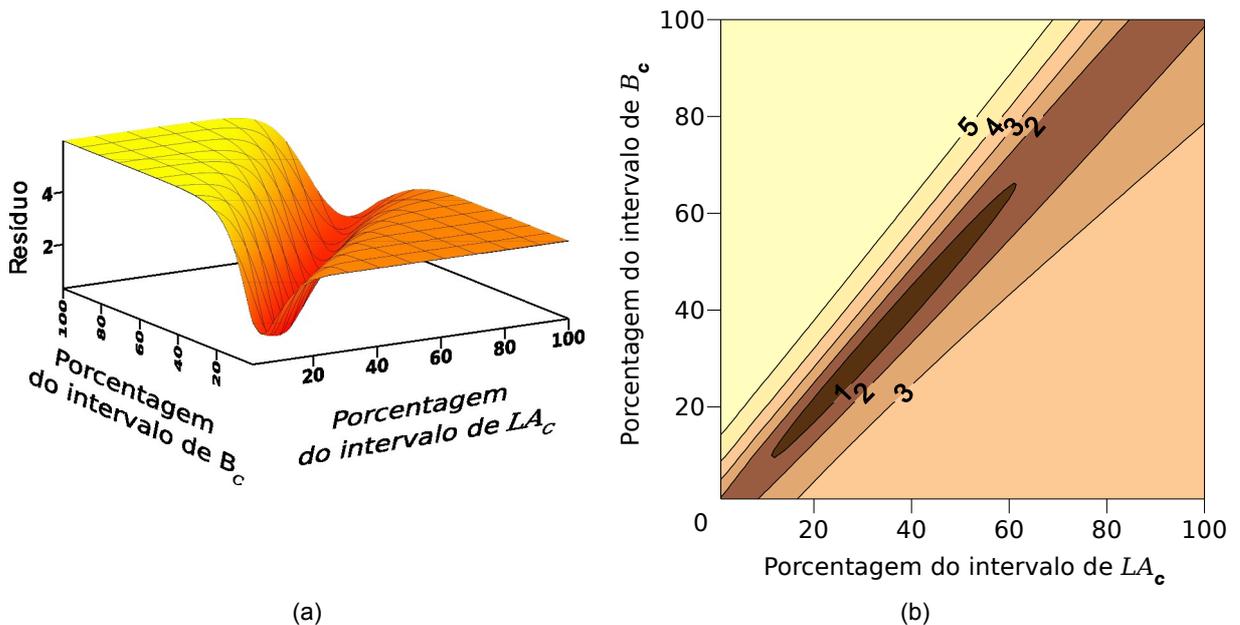


Figura 5.2: Comportamento da função objetivo, eq. (5.5), para 10000 pontos amostrais: (a) gráfico 3D e (b) gráfico de contornos

Na função objetivo existe um mínimo global e dois patamares em que a derivada é nula: um com resíduo acima de cinco e outro acima de três, nos cantos superior esquerdo e inferior direito da Figura 5.2b. Esses patamares dificultam o uso de algumas rotinas de otimização, como o método da caminhada aleatória [32]. O método de otimização aplicado foi de Fibonacci generalizado, como discutido na seção 2.4, que busca o mínimo pela diminuição dos intervalos de análise. O método foi programado em linguagem Fortran na sub-rotina *saurea_bi*, contida no arquivo iterativo.f90. Apresenta-se o módulo CUBO pelo fluxograma da Figura 5.3. Detalhes de utilização do programam constam no apêndice A.2.

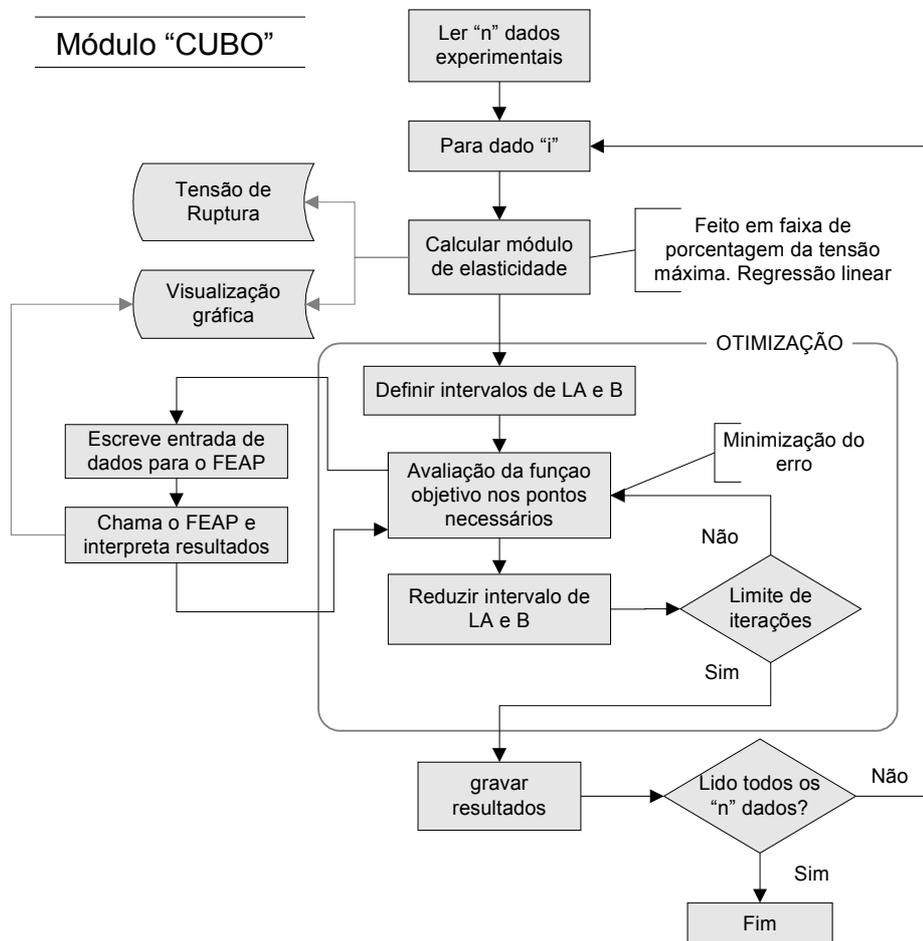


Figura 5.3: Fluxograma do módulo CUBO.

Seja o problema encontrar o módulo de elasticidade e os parâmetros de dano (eq. (5.9)) dos blocos de concreto ensaiados a compressão. Após o cálculo do módulo de elasticidade, os intervalos de avaliação dos parâmetros de dano LA_C e B_C são minimizados até se completar os passos pré-estabelecidos para determinado nível de convergência. O operador deve limitar a extensão da

análise da função objetivo. Como exemplo, a reta pontilhada na Figura 5.4a indica que os pontos com deformação maior que $\epsilon_{limite}=0,01$ mm/mm não são computados no cálculo do resíduo (função objetivo).

A Figura 5.4 apresenta alguns passos do módulo em ação. A curva experimental é o primeiro dado dos blocos de concreto (seção 5.3.2.1). As retas verdes na Figura 5.4a são medidas de erro a serem minimizadas, e a linha laranja pontilhada o limite de análise. Ao final do processo (Figura 5.4d) a curva numérica está visualmente bem ajustada com a curva experimental; num processo que durou aproximadamente um minuto.

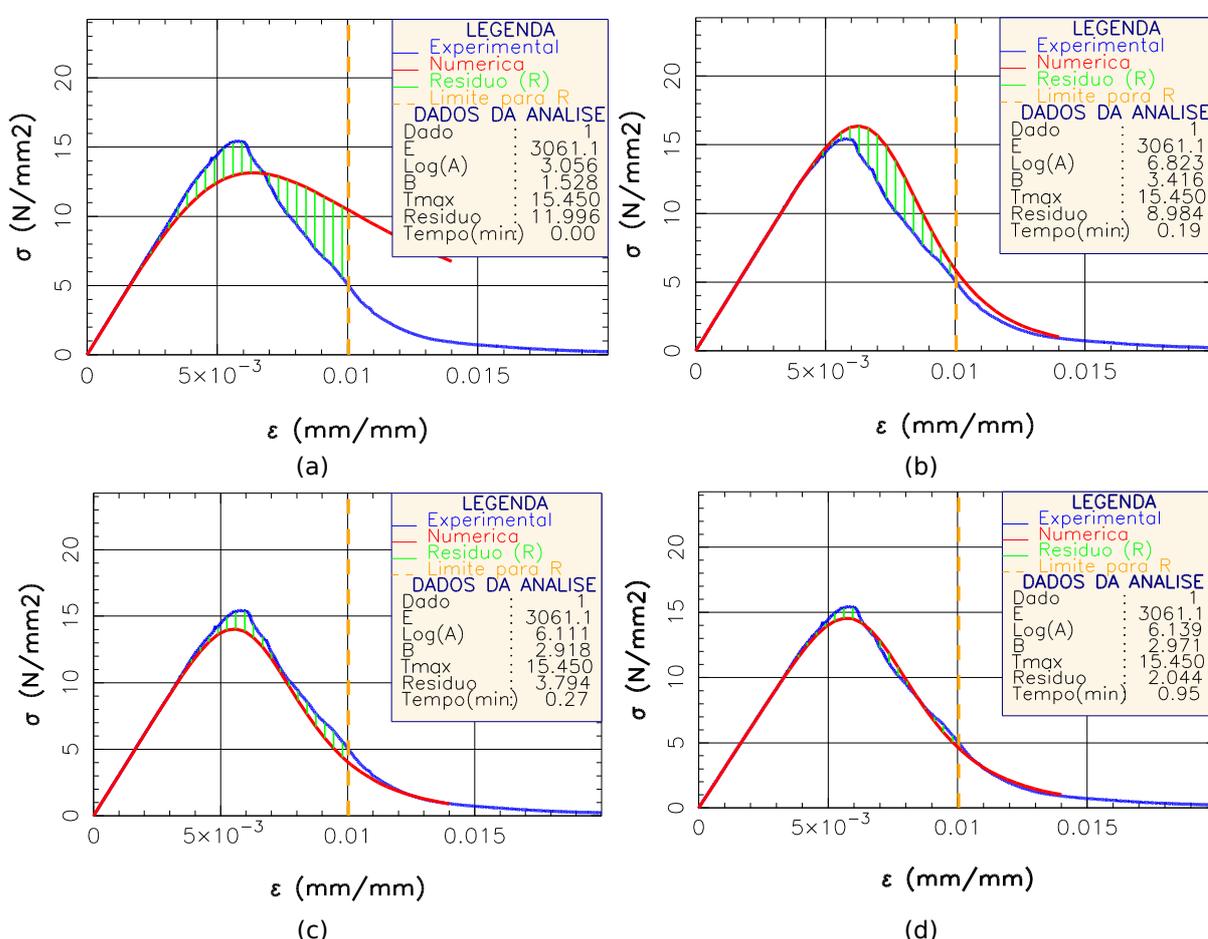


Figura 5.4: Convergência do algoritmo de otimização para encontrar os parâmetros do modelo de dano para a unidade 1 da Figura 5.6: (a) início do processo, (b) 0,19 minutos, (c) 0,27 minutos e (d) 0,95 minutos

O algoritmo provou ser estável e com desempenho satisfatório para todos os casos estudados. No Anexo A constam os demais gráficos das curvas otimizadas para apreciação do leitor.

5.2.3 Módulo De Elasticidade

O módulo de elasticidade dos materiais é calculado por regressão linear em intervalos definidos pelo usuário através de porcentagens da resistência à compressão. A literatura [65][28][60] sugere o cálculo do módulo tangente inicial seja tomado entre 5% e 35% da resistência à compressão. Neste trabalho convencionou-se calcular o módulo com os pontos entre 20 e 50% da resistência. A Figura 5.5 ilustra a tentativa de ajuste entre curvas numéricas e experimentais de uma unidade de sílico-calcário: na Figura 5.5a entre 5 e 33% da resistência e na Figura 5.5b entre 20 e 50%. Percebe-se que a primeira apresenta maior resíduo e na segunda os trechos lineares das curvas numérica e experimental são coincidentes.

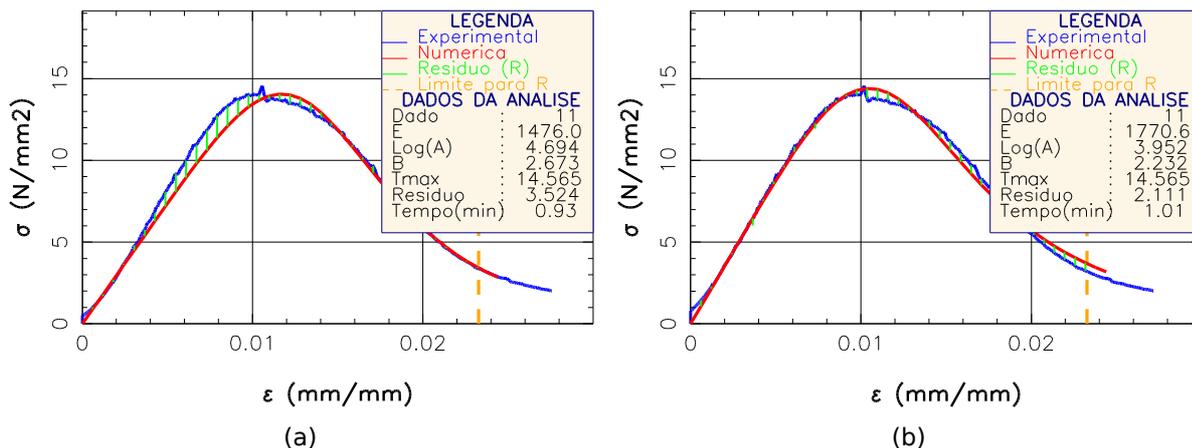


Figura 5.5: Comparação entre ajuste numéricos considerando diferentes intervalos para cálculo do módulo de elasticidade: (a) entre 5 e 33% da resistência à compressão e (b) entre 20 e 50%

Uma vez calculada a reta que fornece o módulo de elasticidade por regressão linear, a curva experimental é transladada para ter origem no ponto zero. A critério do usuário, os pontos da curva experimental abaixo de, por exemplo, do limite inferior (20%) são substituídos pela reta calculada. Essa atitude justifica a linearidade nos trechos de acomodação das curvas explicitadas adiante.

5.2.4 Parâmetros Adotados

O coeficiente de Poisson é de difícil determinação, este parâmetro foi admitido como sendo igual a 0,20. Barbosa [11] fez ensaios com corpos de prova cilíndricos com o material que compõe as unidades de concreto de seu trabalho, o coeficiente de Poisson medido nessa situação foi de 0,19. Um resultado próximo do 0,20 empregado quando não se há informação experimental.

O valor de y_{0C} na eq. (4.3), que determina o início da danificação, foi adotado como pequeno ($5.0E-20$) para dar início ao modelo com pequenas deformações.

Optou-se pelos raios não locais para a argamassa $R_{arg}=30$ mm e para a unidade de concreto $R_{uni}=150$ mm (como discutido na seção 4.4.4).

5.3 ESTUDO ESTATÍSTICO DOS PARÂMETROS

Concluída a primeira fase de aquisição dos dados passou-se a estudar o comportamento estatístico destes. Mesmo dispondo de poucas amostras (Quadro 5.1), procedeu-se um ajuste estatístico dos dados para distribuições probabilísticas usuais.

5.3.1 Construção De Modelos Probabilísticos

A formulação de modelos probabilísticos pode ser baseada apenas em dados (formulação freqüentista), mas geralmente os dados são escassos. Em tais casos é usualmente possível basear a construção do modelo em argumentos físicos, experiência e julgamento (informação subjetiva). A combinação de informações freqüentista e subjetiva resulta num modelo com natureza Bayesiana [30].

Um bom modelo deve ser suficientemente simples e acurado. Faber [30] descreve o processo de construção do modelo em cinco partes:

- Avaliação e quantificação dos dados disponíveis;
- Selecionar uma função de distribuição;
- Estimar os parâmetros da distribuição;
- Verificar modelo;
- Atualizar dados.

O passo seguinte após a seleção da função de distribuição é a estimação de seus parâmetros, como média e desvio padrão. A estimação dos parâmetros do modelo pode ser feita pelo método da máxima verossimilhança [14] ou por papel de probabilidade [3].

Definida uma distribuição probabilística, esta pode ser verificada, comparada ou reprovada por testes de ajuste de distribuição (em inglês *goodness-of-fit*). Dois testes são normalmente usados para esse propósito: o Qui-quadrado (χ^2) e o Kolmogorov-Smirnov (K-S); um terceiro teste é o Anderson-Darling (A-D) que é particularmente útil quando a cauda da distribuição é importante [3].

A análise estatística foi feita com auxílio do programa computacional EasyFit³¹. Seu objetivo é ajustar curvas probabilísticas a dados estatísticos. A estimação dos parâmetros se dá pelo método da máxima verossimilhança e os três testes de ajuste de distribuição são efetuados.

Na análise foram adotadas as hipóteses:

- comportamento normal ou lognormal para o módulo de elasticidade e resistência à compressão, conforme experiência (seção 2.5);
- as distribuições foram estudadas considerando a simplicidade e a disponibilidade no programa STRAND.

³¹ versão demonstração disponível em <http://www.mathwave.com/>

5.3.2 Distribuições Escolhidas

5.3.2.1 UNIDADES DE CONCRETO

As curvas tensão versus deformação dos ensaios compressão de blocos de concreto com resistência nominal $f_{bk, nominal} = 4,5$ MPa são expostas na Figura 5.6, com tensões em relação à área líquida.

A resistência característica do bloco na área bruta, calculada de acordo com a NBR 6136 e procedimento descrito no apêndice Quantil, é de $f_{bk, amostra} = 6,5$ MPa.

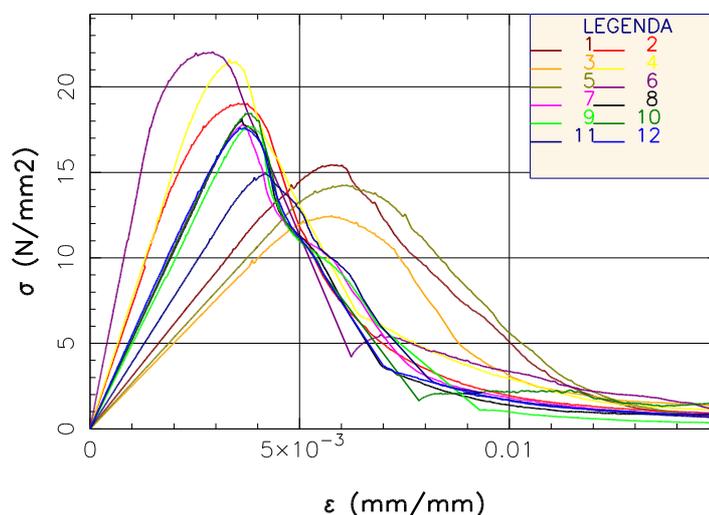


Figura 5.6: Curvas tensão versus deformação dos ensaios de unidades de concreto à compressão, com tensões na área líquida.

Percebe-se na Figura 5.6 uma variação considerável dos resultados no módulo de elasticidade e na tensão de pico. A Tabela 5.2, que sintetiza os dados, indica um alto coeficiente de variação (c.v.) de 48,57% para o módulo de elasticidade e uma grande diferença entre valores máximo e mínimo. Essa variação pode ter sido causada por dificuldades nos ensaios. As correlações entre as variáveis constam na Tabela 5.3.

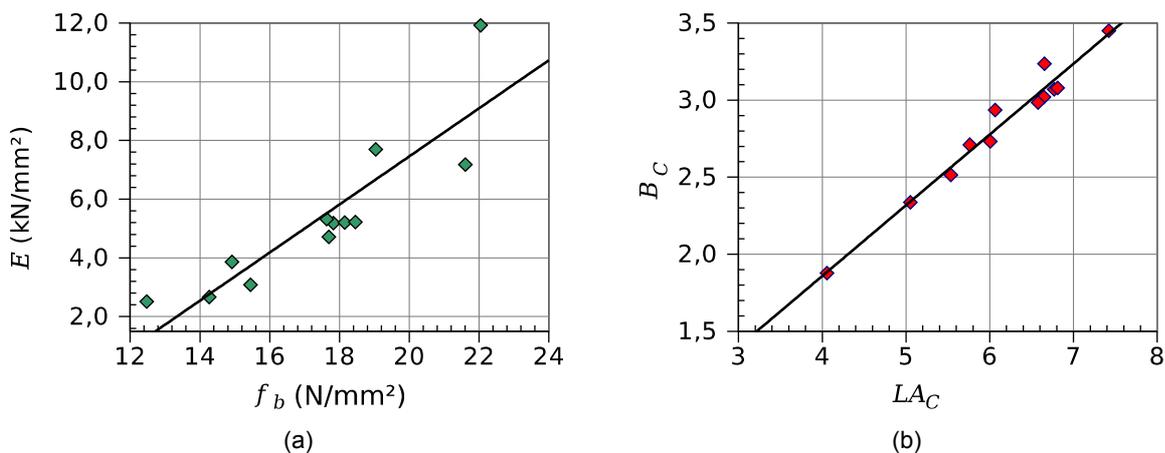
Tabela 5.2: Informação estatística dos parâmetros do bloco de concreto

Informação estatística	E (MPa)	LA_C	B_C	f_b (MPa)	ε_{crit} (mm/mm)
Média	5379,9	6,112	2,828	17,46	0,00415
Desvio padrão	2613,0	0,917	0,428	2,83	0,00106
Coefficiente de variação	48,57%	15,00%	15,12%	16,20%	25,61%
Máximo	11921,0	7,422	3,449	22,04	0,00601
Mínimo	2509,4	4,056	1,878	12,47	0,00292

Tabela 5.3: Correlações entre os parâmetros da unidade de concreto

Correlações	E	LA_C	B_C	f_b	ε_{crit}
E	1,000				
LA_C	-0,863	1,000			
B_C	-0,898	0,984	1,000		
f_b	0,886	-0,759	-0,799	1,000	
ε_{crit}	-0,781	0,560	0,679	-0,863	1,000

A correlação entre LA_C e B_C em destaque na Tabela 5.3 e na Figura 5.7b revela forte dependência entre as variáveis. Sendo a correlação $R=0,984$, o coeficiente de determinação entre as variáveis é $R^2=0,968$; ou seja, 96,8% da variação de LA_C pode ser descrita pela variação de B_C (ou vice-versa). A Figura 5.7a ilustra a boa correlação entre a resistência à compressão e o módulo de elasticidade.

Figura 5.7: Correlações entre os parâmetros da unidade de concreto: (a) E e f_b ; (b) B e LA_C

Nesse estágio, estabeleceu-se que a variável LA_C é linearmente dependente da variável B_C . Por regressão linear formula-se

$$LA_C = 2,1096B_C + 0,1454 \quad (5.10)$$

Com uma variável independente a menos, apenas E e B_C são as variáveis aleatórias que representam as características da unidade de concreto para o estudo da compressão.

Substituindo a eq. (5.10) na eq. (5.9), a equação de dano é reescrita de forma ilustrativa na eq. (5.11). Ressalta-se que essa equação é específica para a unidade de concreto e sua forma original (eq. (4.3)) não foi modificada na rotina do material no FEAP; apenas aplicaram-se os parâmetros no programa de maneira coerente com as hipóteses (eq. (5.6), (5.7) e (5.10)).

$$D_\alpha = 1 - \frac{1}{1 + 1,3977(128,72 \langle y_{\alpha\alpha} - y_{0C} \rangle)^{B_C}} \quad (5.11)$$

Os resultados experimentais de LA_C foram substituídos na eq. (5.10) para gerar mais informação sobre B_C e alimentar o ajuste estatístico; de modo que B_C passou de doze para vinte e quatro amostras.

Procedendo aos passos descritos na seção 5.3.1, foi adotada a distribuição Gumbel para mínimos para a variável B e lognormal para a variável E (Figura 5.8a e c). Os gráficos quantil-quantil (QQ plot) apresentam a comparação entre os quantis do modelo ajustado e os quantis dos dados experimentais (Figura 5.8b e d).

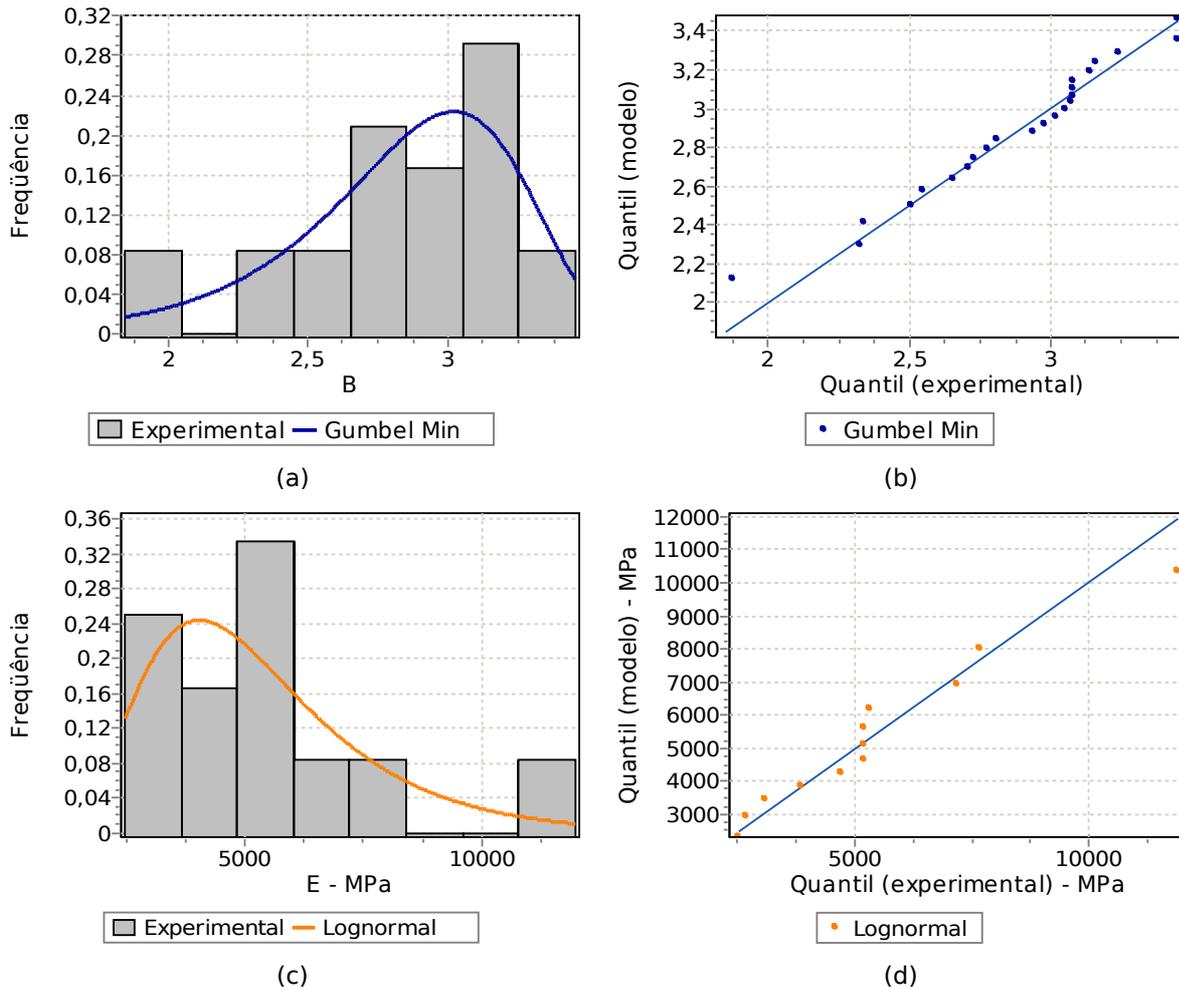


Figura 5.8: Ajuste estatístico das variáveis aleatórias E e B para unidade de concreto: (a) histograma e (b) gráfico q-q para B ; (c) histograma e (d) gráfico q-q para E .

Os parâmetros das distribuições desse material e dos demais componentes do prisma são reunidos na Tabela 5.10 (página 120).

5.3.2.2 UNIDADES DE SÍLICO-CALCÁRIO

As curvas tensão versus deformação dos ensaios compressão de blocos de sílico-calcário com resistência nominal $fb_k=10,0$ MPa são expostas na Figura 5.9, com tensões em relação à área líquida.

A resistência característica do bloco na área bruta, calculada de acordo com a NBR 6136 e procedimento descrito no apêndice Quantil, é de $f_{bk,amostra}=9,87$ MPa.

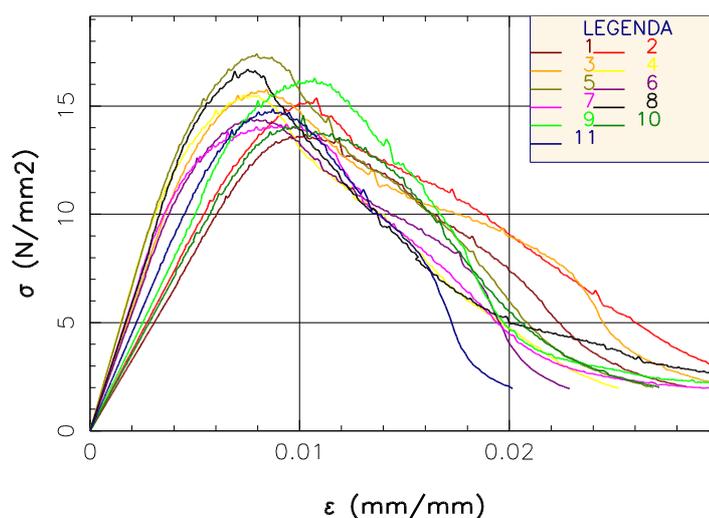


Figura 5.9: Curvas tensão versus deformação dos ensaios de blocos de sílico-calcário à compressão, com tensões na área líquida.

As curvas tensão versus deformação das unidades de sílico-calcário (Figura 5.9) apresentaram resultados com menor dispersão que os as unidades de concreto (Figura 5.6). A Tabela 5.4 informa a estatística dos dados em que se destaca a resistência à compressão, que resultou num coeficiente de variação (c.v.) de apenas 7,43%. A Tabela 5.5 informa a correlação entre as variáveis.

Tabela 5.4: Informação estatística dos parâmetros do bloco de sílico-calcário

Informação estatística	E (MPa)	LA_C	B_C	f_b (MPa)	ϵ_{crit} (mm/mm)
Média	2509,8	3,150	1,744	15,35	0,01020
Desvio Padrão	636,5	0,537	0,337	1,14	0,00128
Coefficiente de variação	25,36%	17,04%	19,33%	7,43%	12,58%
Máximo	3380,2	4,083	2,365	17,41	0,01164
Mínimo	1631,4	2,451	1,349	13,69	0,00801

Tabela 5.5: Correlações entre os parâmetros do bloco de sílico-calcário

Correlações	E	LA_C	B_C	f_b	ϵ_{crit}
E	1,000				
LA_C	-0,720	1,000			
B_C	-0,770	0,990	1,000		
f_b	0,477	-0,135	-0,101	1,000	
ϵ_{crit}	-0,840	0,757	0,784	-0,241	1,000

Novamente, há forte correlação entre LA_C e B_C (Figura 5.10b) para as unidades de sílico-calcário, sendo ainda mais expressiva do que a correlação para o bloco de concreto ($R=0,990$ e $R=0,984$, respectivamente). O coeficiente de determinação é $R^2=0,980$, ou seja, 98% da variação de LA_C pode ser descrita pela variação de B_C (ou vice-versa). A Figura 5.10a ilustra a fraca correlação entre E e f_b .

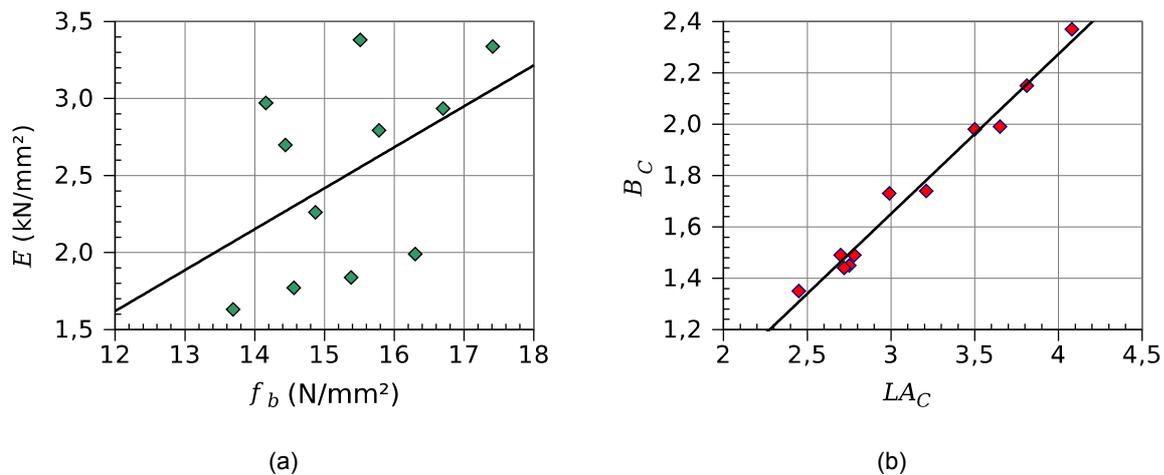


Figura 5.10: Correlações entre os parâmetros da unidade de sílico-calcário: (a) E e f_b ; (b) B_C e LA_C

Estabeleceu-se uma relação linear entre LA_C e B_C :

$$LA_C = 1,5755 B_C + 0,4020 \quad (5.12)$$

Substituindo a eq. (5.12) na eq. (5.9), a equação de dano é reformulada de forma ilustrativa na eq. (5.13). Sendo válida apenas para unidades de sílico-calcário.

$$D_\alpha = 1 - \frac{1}{1 + 2,52348 (37,627 \langle y_{\alpha\alpha} - y_{0C} \rangle)^{B_C}} \quad (5.13)$$

Os resultados experimentais de LA_C foram substituídos na eq. (5.12) para gerar mais informação sobre B_C e alimentar o ajuste estatístico; de maneira que B_C passou de onze para vinte e duas amostras.

Procedendo aos passos descritos na seção 5.3.1, foi adotado a distribuição Gumbel para máximos para a variável B_C e lognormal para a variável E (Figura

5.11a e c). Os gráficos quantil-quantil (QQ plot) apresentam a comparação entre a curva ajustada e os dados experimentais (Figura 5.11b e d).

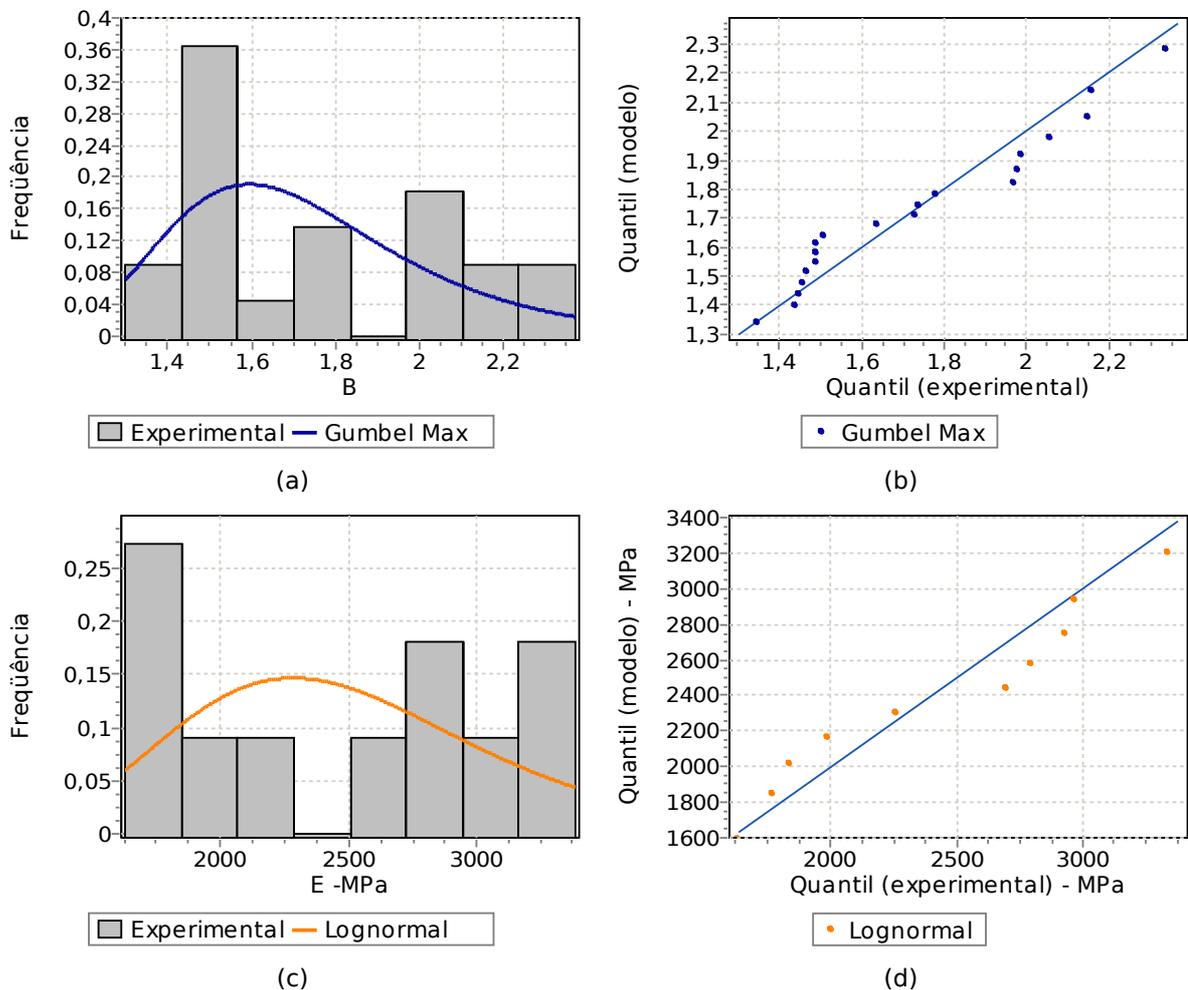


Figura 5.11: Ajuste estatístico das variáveis aleatórias E e B_c para unidade de sílico-calcário: (a) histograma e (b) gráfico q-q para B_c ; (c) histograma e (d) gráfico q-q para E .

Os parâmetros das distribuições desse material e dos demais componentes do prisma são reunidos na Tabela 5.10 (página 120).

5.3.2.3 ARGAMASSA TIPO II

Os resultados dos ensaios compressão das amostras de argamassa tipo ii são expostos na Figura 5.12.

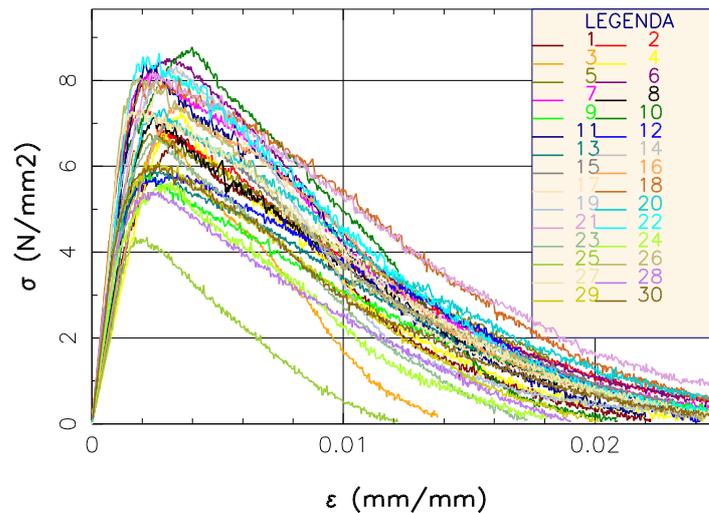


Figura 5.12: Resultados dos ensaios de cilindros de argamassa tipo ii à compressão.

Os trechos pós-pico das argamassas (Figura 5.12) apresentaram comportamento aproximadamente paralelo, mas com dispersão considerável na resistência à compressão. A Tabela 5.6 informa as estatísticas dos dados e a Tabela 5.7 a correlação entre as variáveis. Destaca-se que a resistência à compressão máxima da argamassa foi o dobro da mínima.

Tabela 5.6: Informação estatística dos parâmetros da argamassa tipo ii

Informação estatística	E (MPa)	LA_C	B_C	f_a (MPa)	ϵ_{crit} (mm/mm)
Média	4503,3	2,870	1,084	7,11	0,00277
Desvio Padrão	993,2	0,275	0,115	1,13	0,00060
Coefficiente de variação	22,06%	9,57%	10,58%	15,95%	21,80%
Máximo	6138,9	3,918	1,370	8,78	0,00420
Mínimo	2702,3	2,495	0,892	4,35	0,00160

Tabela 5.7: Correlações entre os parâmetros da argamassa tipo ii

Correlações	E	LA_C	B_C	f_a	ϵ_{crit}
E	1,000				
LA_C	-0,704	1,000			
B_C	-0,718	0,865	1,000		
f_b	0,359	-0,342	0,112	1,000	
ϵ_{crit}	-0,074	-0,141	0,116	0,360	1,000

As variáveis LA_C e B_C apresentam alta correlação $R=0,865$ (ver Figura 5.13b), mas não o suficiente para criar dependência direta entre as variáveis,

como no procedimento efetuado para as unidades. O coeficiente de determinação é 75%. A Figura 5.13a ilustra a fraca correlação entre E e f_a .

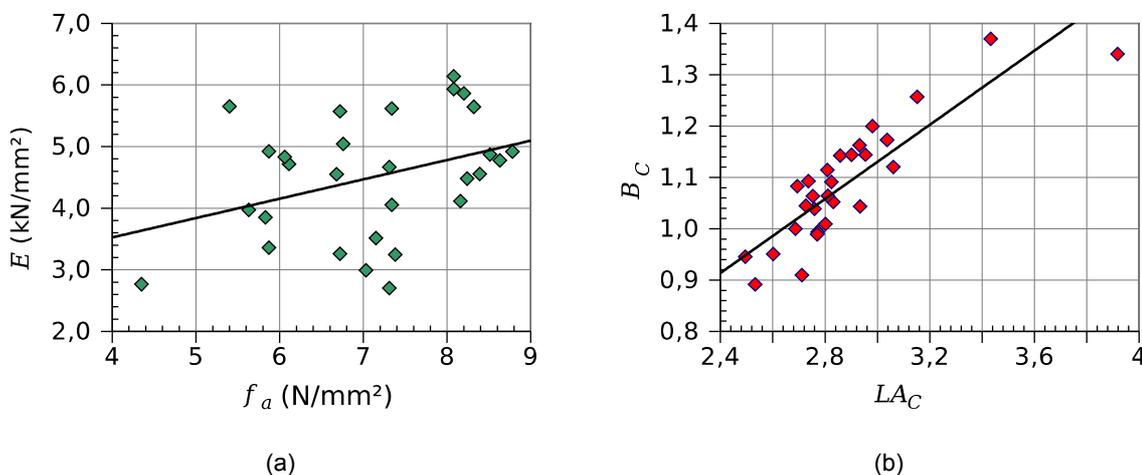


Figura 5.13: Correlações entre os parâmetros da argamassa tipo ii: (a) E e f_a ; (b) B e LA_C

Procedendo aos passos descritos na seção 5.3.1, foi adotado a distribuição Gumbel para máximos para a variável LA_C , lognormal para a variável B_C e normal para E (Figura 5.14 e Figura 5.15). Ressalta-se que o módulo de elasticidade não possui valores negativos, assim a distribuição normal é limitada a valores maiores que zero. Os gráficos Q-Q apresentam a comparação entre a curva ajustada e os dados experimentais (Figura 5.14b, Figura 5.15b e d).

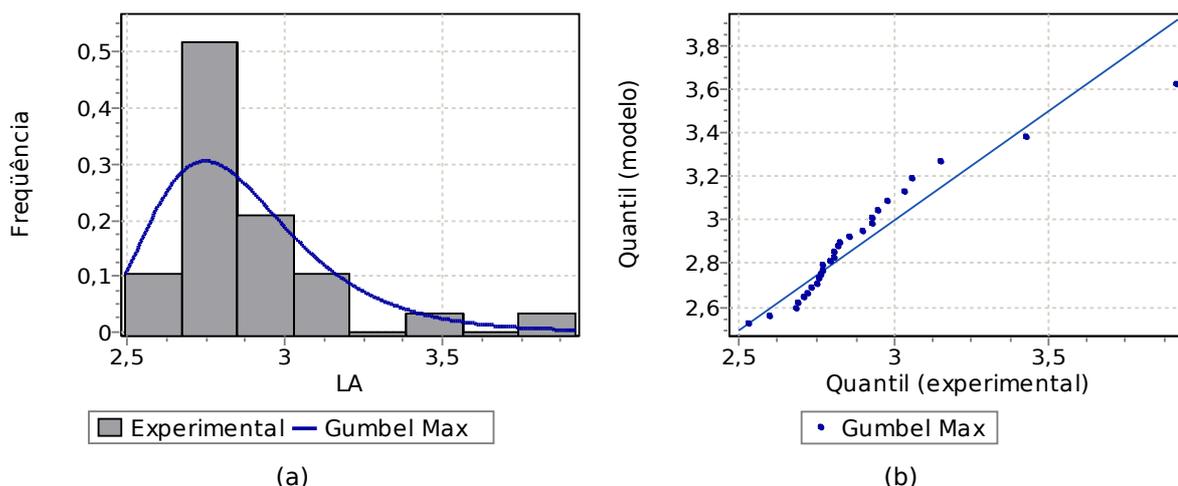


Figura 5.14: Ajuste estatístico das variáveis aleatórias LA da argamassa tipo ii: (a) histograma e (b) gráfico q-q.

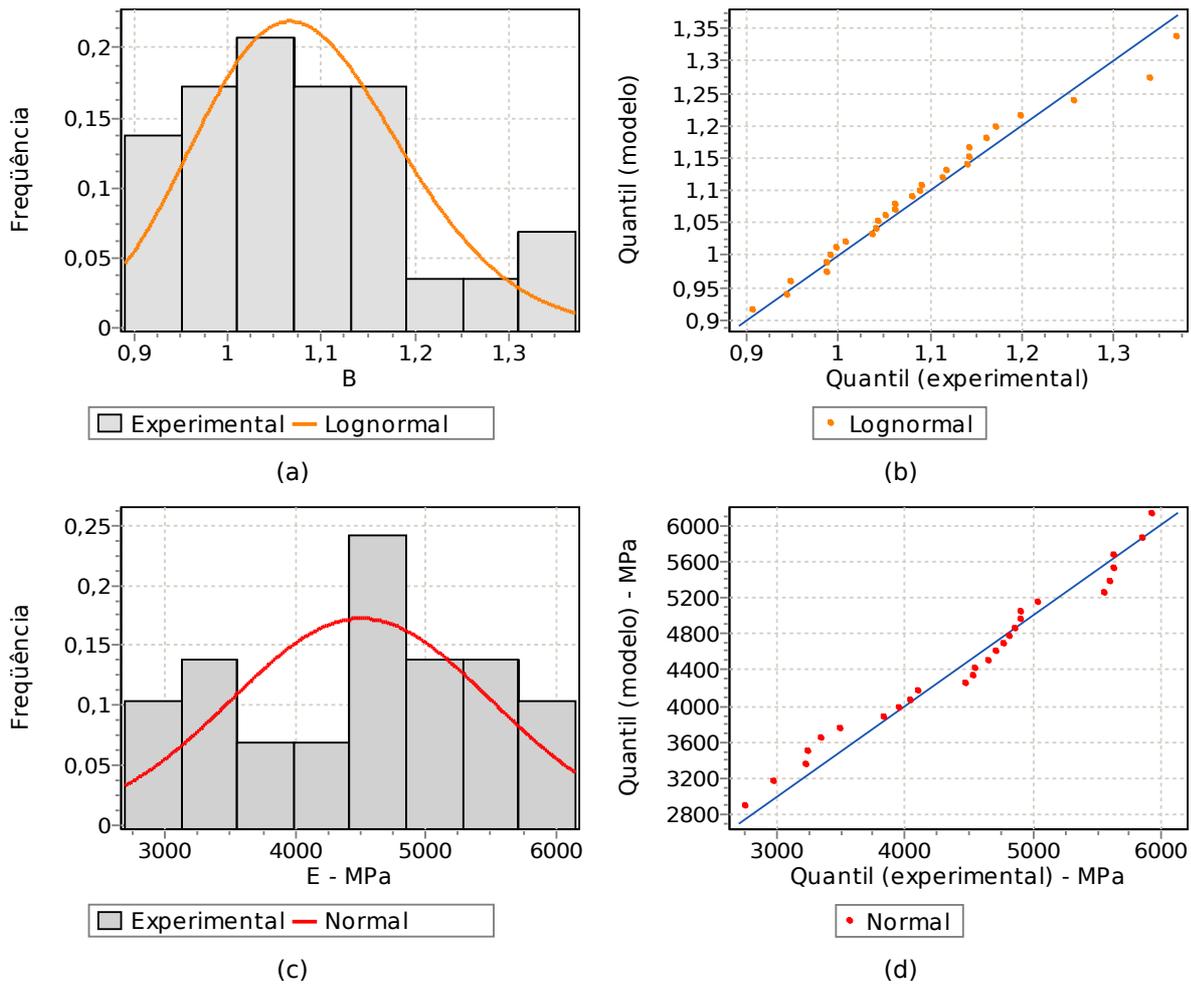


Figura 5.15: Ajuste estatístico das variáveis aleatórias E e B da argamassa tipo ii: (a) histograma e (b) gráfico q-q para B ; (c) histograma e (d) gráfico q-q para E .

Os parâmetros das distribuições desse material e dos demais componentes do prisma são reunidos na Tabela 5.10 (página 120).

5.3.2.4 ARGAMASSA TIPO III

Os resultados dos ensaios compressão das amostras de argamassa tipo iii são expostos na Figura 5.16.

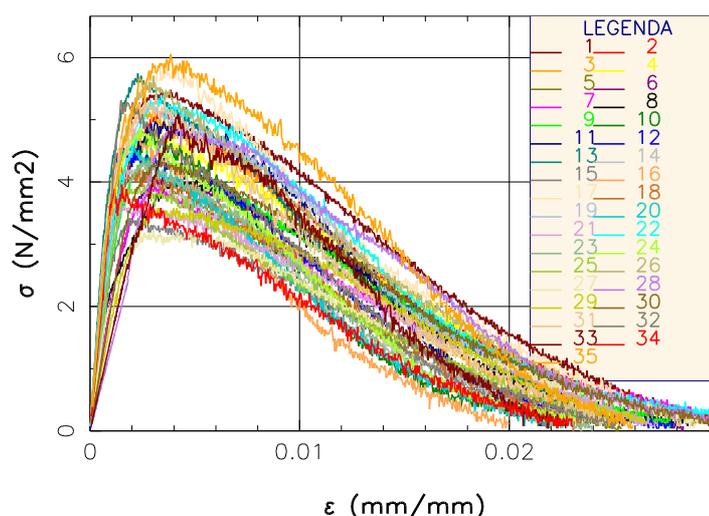


Figura 5.16: Resultados dos ensaios de cilindros de argamassa tipo iii à compressão.

A argamassa tipo iii (Figura 5.16) apresentou comportamento semelhante à argamassa tipo ii, mas com menor resistência à compressão e menor rigidez. A Tabela 5.8 descreve as estatísticas e a Tabela 5.9 a correlação entre as variáveis.

Tabela 5.8: Informação estatística dos parâmetros da argamassa tipo iii

Informação estatística	E (MPa)	LA_C	B_C	f_a (MPa)	ε_{crit} (mm/mm)
Média	3355,4	2,759	0,968	4,69	0,00277
Desvio Padrão	971,7	0,180	0,105	0,73	0,00080
Coefficiente de variação	28,96%	6,52%	10,85%	15,66%	28,88%
Máximo	4951,8	3,418	1,349	6,06	0,00440
Mínimo	1331,6	2,520	0,799	3,23	0,00140

Tabela 5.9: Correlações entre os parâmetros da argamassa tipo iii

Correlações	E	LA_C	B_C	f_a	ε_{crit}
E	1,000				
LA_C	-0,574	1,000			
B_C	-0,609	0,904	1,000		
f_b	0,495	-0,066	203	1,000	
ε_{crit}	-0,304	-0,002	0,322	0,318	1,000

As variáveis LA_C e B_C apresentam alta correlação de $R=0,904$ (ver Figura 5.17b), mas não o suficiente para criar dependência direta entre as variáveis. O

coeficiente de determinação é de 82%. A Figura 5.17a ilustra a fraca correlação entre E e f_a .

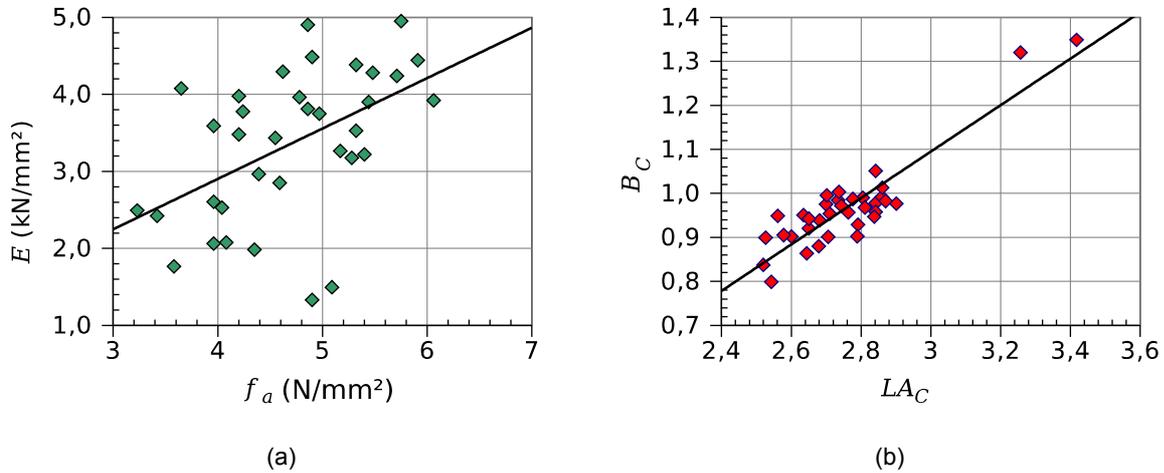


Figura 5.17: Correlações entre os parâmetros da argamassa tipo iii: (a) E e f_a ; (b) B e LA_C

Adotou-se a distribuição Gumbel para máximos para as variáveis LA_C e B_C (Figuras 5.18 e 5.19), e normal para a variável E (Figura 5.19). Os gráficos Q-Q apresentam a comparação entre a curva ajustada e os dados experimentais (Figuras 5.18b, 5.19b e d).

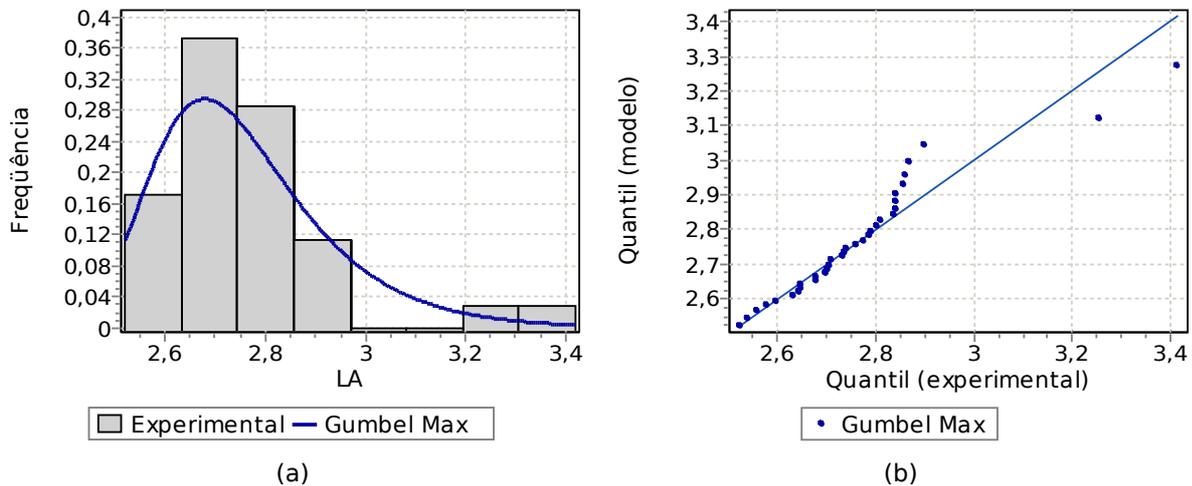


Figura 5.18: Ajuste estatístico das variáveis aleatórias LA da argamassa tipo iii: (a) histograma e (b) gráfico q-q.

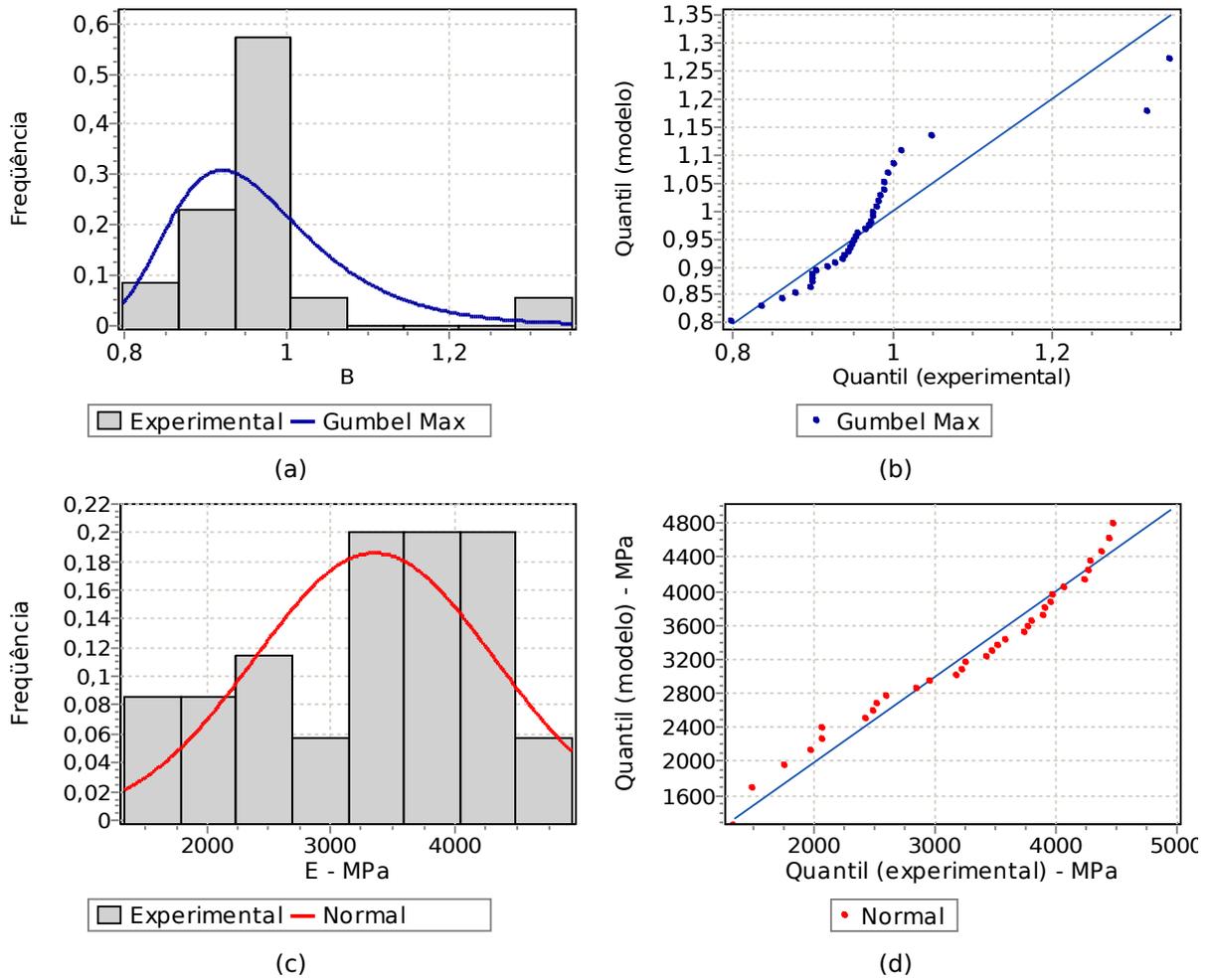


Figura 5.19: Ajuste estatístico das variáveis aleatórias E e B da argamassa tipo iii: (a) histograma e (b) gráfico q-q para B ; (c) histograma e (d) gráfico q-q para E .

Os parâmetros das distribuições desse material e dos demais componentes do prisma são reunidos na Tabela 5.10.

5.3.3 Resumo Das Distribuições

A Tabela 5.10 compila todos os dados dos ajustes das distribuições apresentadas acima. Os prismas estudados para avaliar a incerteza de modelo foram compostos apenas por unidades de concreto e um tipo de cada argamassa. As VA do problema foram E , LA_C e B_C para as argamassas e E e B_C para a unidade de concreto.

Tabela 5.10: Distribuições escolhidas, média e desvio padrão para dos componentes.

Componentes	Distribuição	Média	Desvio Padrão	K-S	A-D	χ^2
<i>Argamassa tipo ii</i>						
E (MPa)	Normal	4503,3	993,23	0,11	0,40	1,99
LA_C	Gumbel Max	2,62	0,27	0,16	0,91	0,22
B_C	Lognormal	1,08	0,11	0,07	0,22	0,15
f_a (MPa)	Normal	7,11	1,13	0,15	0,49	2,09
ε_{crit} (mm/mm)	Normal	0,00277	0,00060	0,11	0,25	2,53
<i>Argamassa tipo iii</i>						
E (MPa)	Normal	3355,4	971,66	0,11	0,50	9,39
LA_C	Gumbel Max	2,6	0,18	0,14	0,64	7,77
B_C	Gumbel Max	0,87	0,11	0,19	1,80	12,94
f_a (MPa)	Lognormal	1,36	0,43	0,10	0,36	1,91
ε_{crit} (mm/mm)	Normal	0,00277	0,00080	0,13	0,40	2,25
<i>Unidades de concreto 4,5 MPa</i>						
E (MPa)	Lognormal	5366,15	2435,72	0,17	0,31	0,52
B_C	Gumbel Min	2,83	0,42	0,21	2,21	5,90
f_b (MPa)	Normal	17,46	2,83	0,19	0,30	-
ε_{crit} (mm/mm)	Uniforme a: 0,00231 b: 0,00599	0,00415	0,00106	0,26	4,85	-
<i>Unidades de sílico-calcário 10 MPa</i>						
E (MPa)	Lognormal	2511,95	642,8	0,20	0,47	0,03
B_C	Gumbel Max	1,45	0,33	0,21	0,73	5,27
f_b (MPa)	Normal	15,35	1,14	0,12	0,16	0,03
ε_{crit} (mm/mm)	Uniforme a: 0,00798 b: 0,01242	0,01020	0,00128	0,19	0,49	1,26

O teste de ajuste Kolmogorov-Smirnov (K-S na Tabela 5.10) indica que de forma geral as argamassas foram mais bem ajustadas que as unidades, pois quanto menor a resposta melhor o ajuste. Ressalta-se que o ajuste estatístico é influenciado pelo número de amostras (Quadro 5.1).

O capítulo seguinte demonstra a aplicação das variáveis aleatórias aqui definidas na avaliação da incerteza de modelo.

6 DETERMINAÇÃO DA INCERTEZA DE MODELO

Este capítulo discute o procedimento para estabelecer a incerteza do modelo.

6.1 DETALHAMENTO DO MODELO

As hipóteses do modelo numérico são discutidas na seção 4.4, o detalhamento dos parâmetros no capítulo 5 e a aplicação de conceitos probabilísticos para determinar a incerteza de modelo no capítulo 3. Unindo essas conceitos, pretende-se obter o comportamento probabilístico e a incerteza de previsão dos parâmetros:

E_p	módulo de elasticidade do prisma – avaliar a incerteza de homogeneização na direção de aplicação da carga;
f_p	resistência à compressão do prisma – variável de projeto mais importante, destaca a resistência do conjunto;
ε_{crit}	deformação correspondente à tensão máxima – outra forma de impor um estado limite.

As variáveis aleatórias do prisma de concreto são: os parâmetros E e B_C para cada uma das três unidades; e os mesmos parâmetros E , LA_C e B_C para as duas juntas de argamassas, num total de nove variáveis aleatórias. Essas variáveis são descritas por distribuições probabilísticas descritas na Tabela 5.10. Há possibilidades de reduzir o número de variáveis aleatórias do problema, com por exemplo medir o módulo de elasticidade dos blocos que compõe o prisma e realizar medidas diretas do módulo de elasticidade da argamassa.

Estudou-se dois modelos: prismas de três unidades de concreto unidas com argamassas do tipo ii e outro prismas três com unidades de concreto e argamassa do tipo iii.

6.2 GERAÇÃO DAS AMOSTRAS

O termo *amostra* nesse capítulo refere-se às realizações aleatórias das distribuições probabilísticas definidas. Sua geração é feita pelo método de Monte Carlo (seção 3.3.2) através do programa computacional STRAND.

O STRAND foi desenvolvido em Fortran por André T. Beck do departamento de estruturas EESC-USP [13]. Este é pacote computacional se propõe a cálculos de confiabilidade por métodos de transformação e Monte Carlo, construir superfícies de resposta; e, para o caso corrente, obter distribuições de resposta de um estado limite.

Os dados de entrada para o STRAND foram as seis VA das unidades de concreto, as três VA de um tipo de argamassa (Tabela 5.10), e a matriz de correlação conjunta dos parâmetros das unidades (Tabela 5.3) e de um tipo de argamassa (por exemplo Tabela 5.7). Optou-se por gerar 200 amostras (que correspondem a 200 realizações das VA) do prisma de concreto com argamassa tipo ii, e outras 200 amostras do prisma de concreto com argamassa tipo iii.

Para avaliar a coerência das amostras, realizou-se o ajuste probabilístico destas (denominado de AM) e comparou-se visualmente com as distribuições pré-definidas (PD). A Figura 6.1 e a Figura 6.2 (a seguir) indicam a boa concordância das amostras com as distribuições escolhidas.

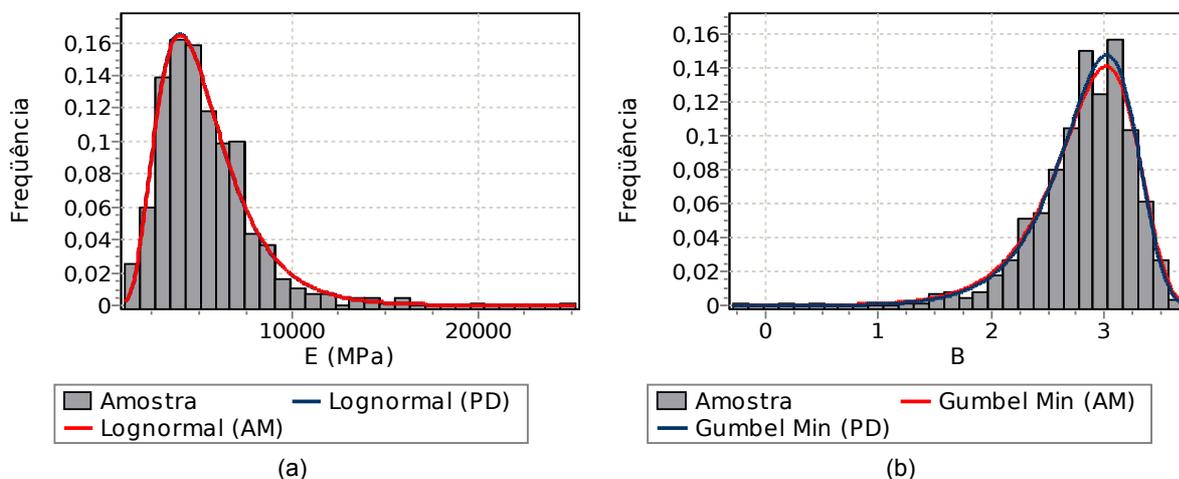


Figura 6.1: Histograma e ajuste probabilístico das amostras (AM) de unidades de concreto, comparados com distribuição pré-definida (PD): VA (a) E e (b) B

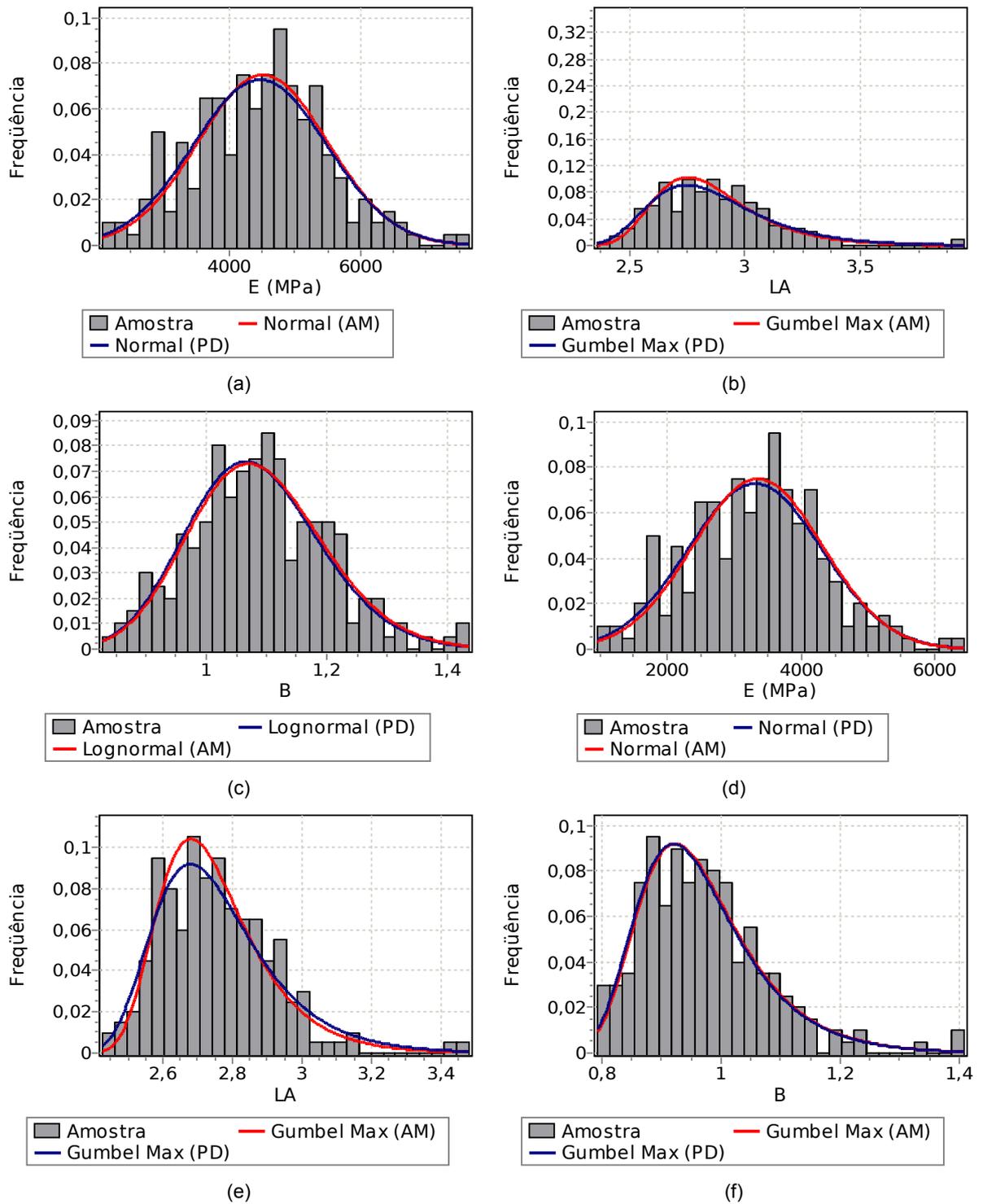


Figura 6.2: Histograma e ajuste probabilístico das amostras (AM) das argamassas, comparados com distribuição pré-definida (PD): argamassa tipo ii com VA (a) E , (b) LA e (c) B^C ; e argamassa tipo iii com VA (d) E , (e) LA e (f) B^C .

A correlação resultante das amostras são comparadas com as correlações obtidas experimentalmente dos ensaios de Freitas [34] nas Tabelas 6.1 e 6.2. Essas tabelas são apenas comparativas, pois as correlações utilizadas são as obtidas experimentalmente.

Tabela 6.1: Comparação entre correlação das VA das unidades de concreto amostradas com a correlação obtida dos ensaios experimentais

Correlações	Amostra		Experimental	
	E	B_c	E	B_c
E	1,000		1,000	
B_c	-0,911	1,000	-0,898	1,00

Tabela 6.2: Comparação entre correlação das VA das argamassas amostradas com a correlação obtida dos ensaios experimentais

Correlações		Amostra			Experimental		
		E	LA_c	B_c	E	LA_c	B_c
Argamassa tipo ii	E	1,000			1,000		
	LA_c	-0,683	1,000		-0,704	1,000	
	B_c	-0,693	0,880	1,000	-0,718	0,865	1,000
Argamassa tipo iii	E	1,000			1,000		
	LA_c	-0,520	1,000		-0,574	1,000	
	B_c	-0,566	0,906	1,000	-0,609	0,904	1,000

Verifica-se uma boa concordância entre as condições definidas a partir dos ensaios experimentais e as amostras resultantes, dessa forma o número de amostras (200) foi considerado suficiente. Avaliações desse tipo são importantes para assegurar que os parâmetros amostrados são coerentes e que não houve erros nas fases do processo.

Detalhes sobre a utilização do STRAND, tanto para encontrar distribuição de resposta ou para calcular a probabilidade de falha, são expostos no apêndice A.3.

6.3 RESOLUÇÃO DOS MODELOS NUMÉRICOS

De posse das amostras, desenvolveu-se um pequeno programa computacional, chamado de módulo CNEP, que automatiza a resolução paramétrica do modelo. Para cada realização das variáveis aleatórias do prisma, o programa escreve um arquivo de entrada, executa o FEAP e dos arquivos de saída extraem-se as informações importantes. Os processos são apresentados na Figura 6.3. Para agilizar o processamento, cópias do programa foram alocadas em alguns computadores para realizar um paralelismo por “força bruta”.

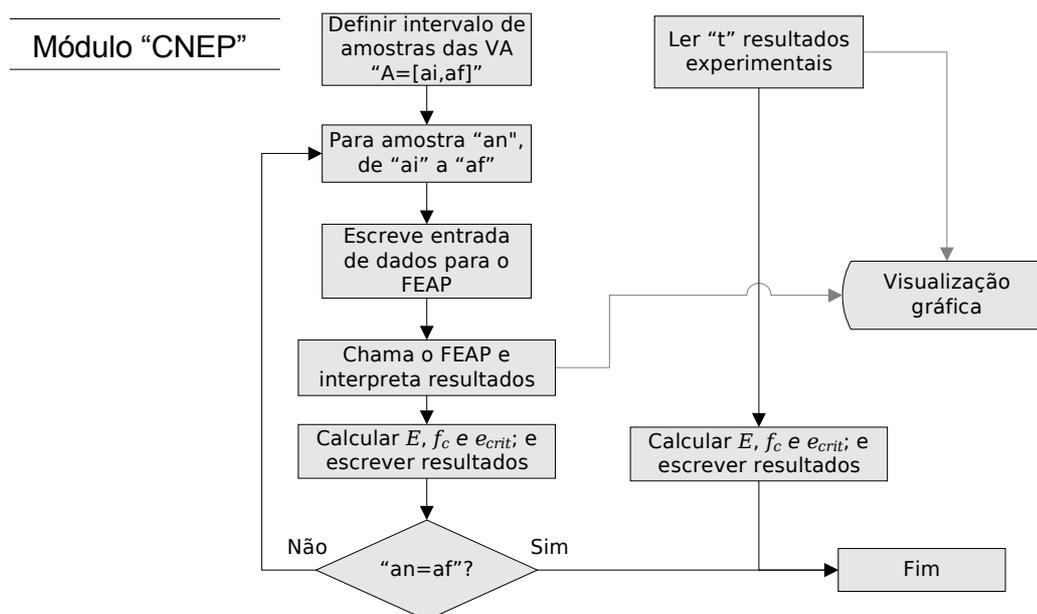


Figura 6.3: Fluxograma do módulo CNEP para resolver o problema numérico com as amostras definidas

No processamento utilizou-se 26 passos de carga para contemplar as diferentes combinações de materiais. Os deslocamentos aplicados são de magnitudes diferentes: no trecho considerado linear em que não há problemas de convergência os deslocamentos são maiores; e nos trechos de pico e pós-pico os passos são menores para garantir a convergência e capturar melhor o traçado da curva.

Cada processamento consumiu cerca de uma hora e meia³². Se forem utilizados cinco computadores de processador duplo, o trabalho é finalizado em cerca de 30 horas.

Os procedimentos e mais detalhes sobre o módulo CENP são descritos no apêndice A.4.

6.3.1 Prisma De Concreto E Argamassa Tipo II

Com os modelos executados para todos os parâmetros amostrados, prossegue-se para a análise das respostas.

³² O tempo de processamento refere-se a execução em processador Intel® Core™ 2 Duo 2,66 GHz com 2 GB de RAM.

A Figura 6.4a apresenta o comportamento tensão versus deformação de dez amostras das 200 do prisma; a fim de exemplificar os resultados. Nessa figura a amostra 152 e a 195 têm forma coerente ao resultado experimental da Figura 6.4b, no que se refere a pós-pico. Mas maioria dos resultados das amostras da Figura 6.4a manifesta com comportamento frágil. O comportamento pós-pico não é o foco do trabalho, mas as variáveis descritas na seção 6.1.

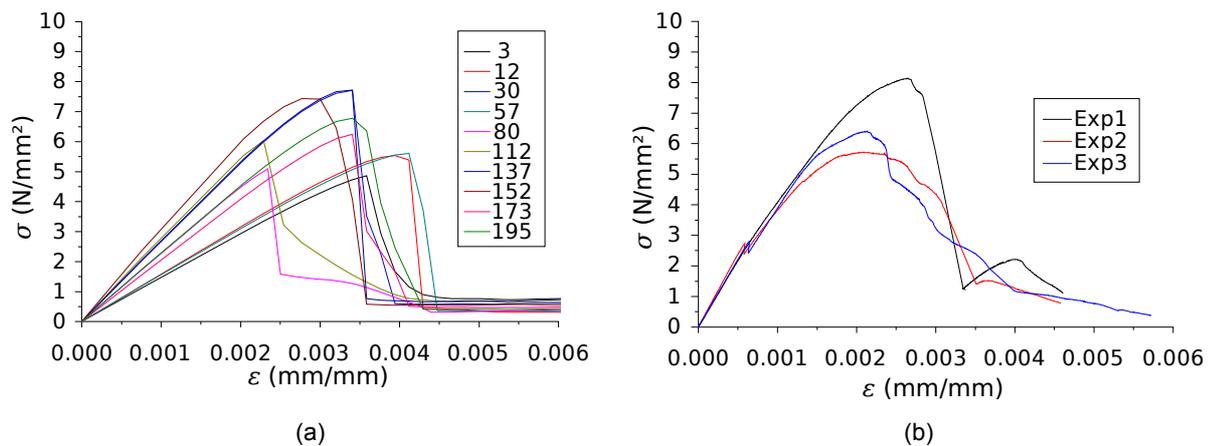


Figura 6.4: Curvas tensão versus deformação do prisma de unidades de concreto e argamassa tipo ii: (a) exemplos de dez amostras numéricas e (b) resultados experimentais

A Figura 6.5 condensa as Figuras 6.4a e b, mas com todas as 200 amostras e as curvas médias das amostra e dos ensaios experimentais. Na Figura 6.5, as linhas mais finas representam todas as amostras numéricas executadas, as ligeiramente grossas são os resultados experimentais obtidos por Freitas [34] para esse prisma. As curvas espessas representam a média de tensões de todas as curvas para cada valor de deformação. É destacada também a curva numérica utilizando os valores médios das unidades e das argamassas.

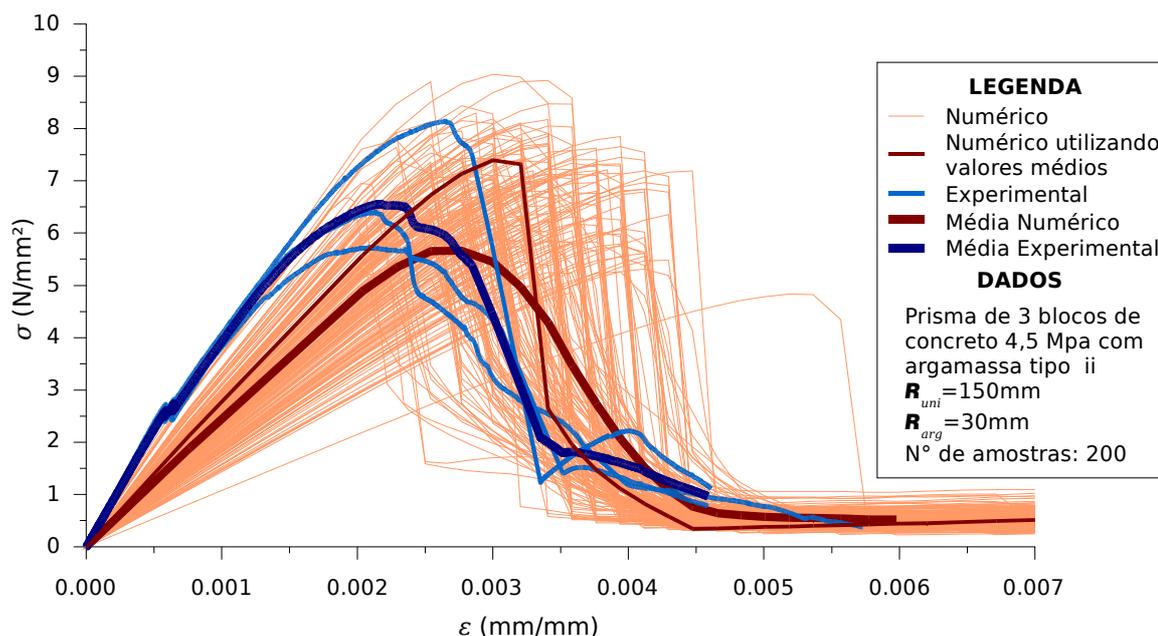


Figura 6.5: Comparação das curvas tensão versus deformação das amostras numéricas com as curvas numéricas. Prisma com unidades de concreto e argamassa tipo ii.

É desejável que as curvas numéricas sobreponham ao máximo às curvas experimentais. A Figura 6.5 aparenta boa concordância na comparação entre resultados numéricos e experimentais para a tensão máxima, mas grande dispersão no módulo de elasticidade e na deformação. De cada curva numérica e experimental obteve-se o E_p , a ϵ_{crit} e a f_p ; sintetizados na Tabela 6.3. Verifica-se que a resistência à compressão numérica foi bastante coerente com a experimental, pois a diferença entre elas é de apenas $-1,35\%$. Já a deformação crítica e o módulo de elasticidade resultaram em diferenças consideráveis de $38,37\%$ e $-33,42\%$, respectivamente.

Tabela 6.3: Estatística descritiva do módulo de elasticidade, resistência à comparação e deformação crítica; comparando os resultados numéricos e os experimentais

Estatística		ϵ_{crit}	f_p (MPa)	E_p (MPa)
EXPERIMENTAL	Média	0,00229	6,764	3716,82
	Desvio padrão	0,00031	1,247	267,97
	Coeficiente de variação	13,59%	18,44%	7,21%
NUMÉRICO	Média	0,00317	6,673	2474,50
	Desvio padrão	0,00054	0,926	575,06
	Coeficiente de variação	17,14%	13,87%	23,24%
	Máximo	0,00519	9,034	4248,41
	Mínimo	0,00194	4,277	1073,48
DIFERENÇA ENTRE MÉDIAS	Absoluta	0,00088	-0,091	-1242,32
	Relativa	38,37%	-1,35%	-33,42%

Avaliando os resultados da resistência à compressão com intervalo de 95% de confiança, a média experimental está entre $5,353 \leq \mu_{f_{pexp}} \leq 8,175$ e a média numérica entre $6,545 \leq \mu_{f_{pnum}} \leq 6,801$. Dessa forma, pode-se afirmar com 95% de confiança que a média numérica da resistência à compressão é igual à experimental.

As correlações entre as variáveis estudadas, tanto para a resposta numérica quanto para a experimental, são expostas na Tabela 6.4.

Tabela 6.4: Correlações das variáveis de respostas das amostras numéricas

Correlações	Numérico			Experimental		
	ε_{crit}	f_p	E_p	ε_{crit}	f_p	E_p
ε_{crit}	1,000			1,00		
f_p	-0,055	1,000		0,98	1,00	
E_p	-0,699	0,708	1,000	0,78	0,64	1,00

Os resultados numéricos mostram boas correlações de E_p com ε_{crit} e E_p com f_p ; e correlação praticamente nula ε_{crit} e f_p . No capítulo anterior, as correlações entre ε_{crit} e f_p para as unidades estudadas apresentam valores negativos, e as argamassas valores positivos; enquanto a resposta numérica resultou em correlação próxima de zero. Essa correlação para os ensaios experimentais, entretanto, foi próxima de um. Uma discrepância semelhante ocorre na correlação entre E_p e ε_{crit} , com valor positivo para o experimental e negativo para o numérico; mesmo que os materiais constituintes do prisma apontem para uma correlação negativa. As correlações numéricas e experimentais entre E_p e f_p foram coerentes entre si e com a literatura [65].

As unidades e as argamassas apresentaram variação significativa no módulo de elasticidade, e naturalmente essa variabilidade foi reproduzida nos resultados numéricos. As unidades de concreto apresentaram c.v.³³ de 48,6% no módulo de elasticidade e a argamassa com c.v. de 22,1%. Na análise numérica o prisma resultou num c.v. de 17,1%, enquanto que os resultados experimentais apresentou c.v. de apenas 13,6%.

³³ Coeficiente de variação (do inglês coefficient of variation)

É importante ressaltar que os três prismas ensaiados foram moldados no mesmo dia com a mesma argamassa, isso contribuiu para a baixa variação do módulo de elasticidade dos prismas ensaiados. Nessa situação poder-se-ia impor correlações entre prismas na análise numérica; mas preferiu-se adotar independência entre eles, a fim de generalizar o problema no caso de prismas moldados em dias diferentes.

6.3.2 Prisma De Concreto E Argamassa Tipo III

A Figura 6.6a apresenta o comportamento tensão versus deformação de dez amostras das 200 do prisma, com unidades de concreto e argamassa tipo iii. Nessa figura, a maioria das amostra tem forma coerente ao resultado experimental da Figura 6.6b. Na análise numérica, os trechos de amolecimento pós-pico são mais suaves que na Figura 6.5, por consequência da baixa resistência e do baixo módulo de elasticidade da argamassa.

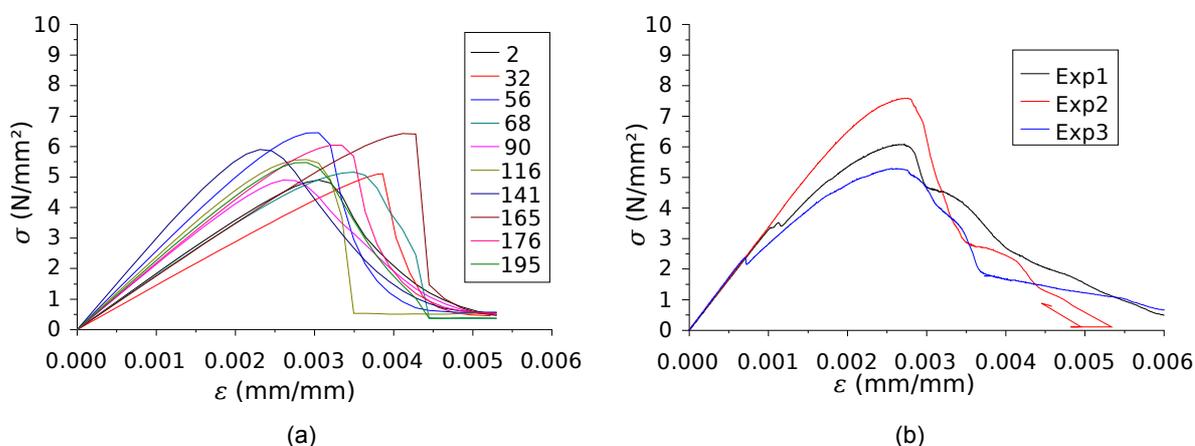


Figura 6.6: Curvas tensão versus deformação do prisma de unidades de concreto e argamassa tipo iii: (a) exemplos de dez amostras numéricas e (b) resultados experimentais

As figuras 6.6a e b são agrupadas na Figura 6.7, com todas as amostras e curvas médias. A deformação crítica foi bem definida tanto para os ensaios experimentais quanto para as análises numéricas. A resistência à compressão não apresentou um resultado tão bom quanto a argamassa tipo ii, mas está bem enquadrada.

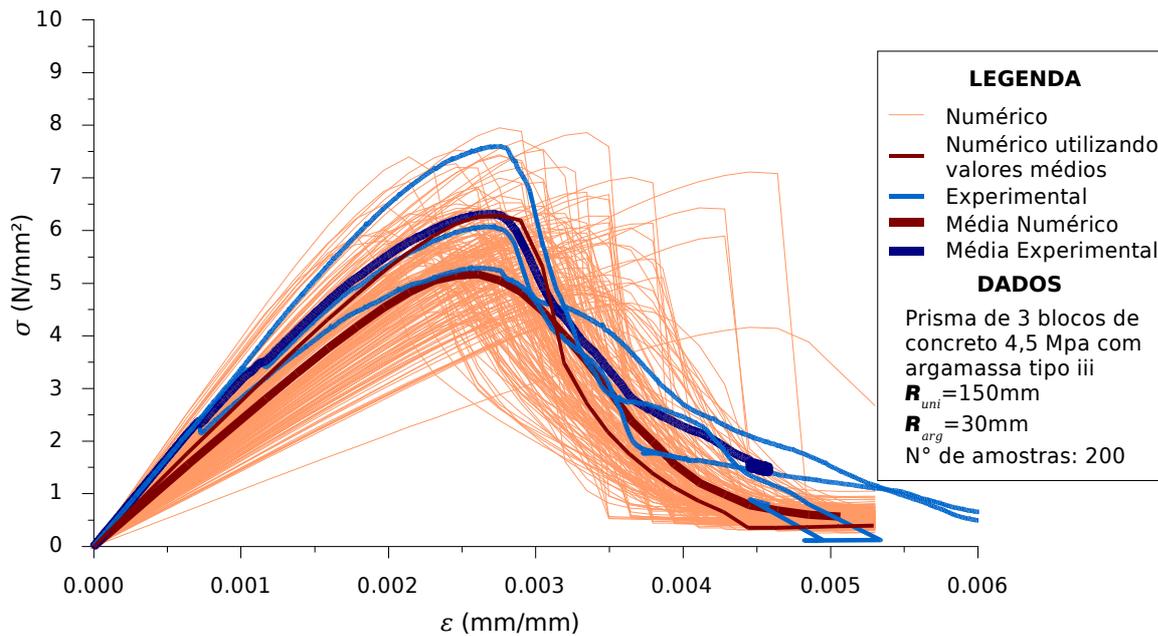


Figura 6.7: Comparação das curvas tensão versus deformação das amostras numéricas com as curvas numéricas. Prisma com unidades de concreto e argamassa tipo ii.

De maneira geral, os erros da comparação das amostras numéricas e experimentais para prisma de unidades de concreto com argamassa tipo iii foram menores que o prisma com a argamassa tipo ii (conforme indica a Tabela 6.5). A média da resistência à compressão prevista difere $-9,48\%$ da experimental, que é um bom resultado. A deformação crítica foi bem representada com apenas $5,70\%$ de diferença.

Tabela 6.5: Estatística descritiva e comparação entre resultados numéricos e experimentais

Estatística		ϵ_{crit}	f_p (MPa)	E_p (MPa)
EXPERIMENTAL	Média	0,00268	6,327	3118,06
	Desvio padrão	0,00011	1,165	485,17
	Coeficiente de variação	3,95%	18,42%	15,56%
NUMÉRICO	Média	0,00283	5,727	2421,90
	Desvio padrão	0,00047	0,777	560,43
	Coeficiente de variação	16,46%	13,56%	23,14%
	Máximo	0,00445	7,948	3993,18
	Mínimo	0,00178	4,158	1063,12
DIFERENÇA ENTRE MÉDIAS	Absoluta	0,00015	-0,600	-696,16
	Relativa	5,70%	-9,48%	-22,33%

Avaliando os resultados da resistência à compressão com intervalo de 95% de confiança, a média experimental está entre $5,009 \leq \mu_{f_{pexp}} \leq 7,645$ e à

numérica entre $5,619 \leq \mu_{f_{pnum}} \leq 5,835$. Dessa forma, pode-se afirmar com 95% de confiança que a média numérica da resistência à compressão é igual a média experimental.

A correlação entre as variáveis é descrita na Tabela 6.6, tanto dos resultados numéricos quanto dos experimentais. A análise das correlações para a argamassa tipo iii é semelhante à discutida para prisma com argamassa do tipo ii (Tabela 6.4), com diferenças nas correlações E_p com ε_{crit} e f_p com ε_{crit} .

Tabela 6.6: Correlações das variáveis de respostas das amostras numéricas

Correlações	Numérico			Experimental		
	ε_{crit}	f_p	E_p	ε_{crit}	f_p	E_p
ε_{crit}	1,000			1,00		
f_p	-0,076	1,000		0,88	1,00	
E_p	-0,765	0,639	1,000	0,99	0,80	1,00

Uma quantidade maior de ensaios experimentais incrementariam a precisão nos resultados na comparação das respostas numéricas com as experimentais, mas, mesmo assim, os resultados numéricos corresponderam satisfatoriamente às três amostras para cada tipo de argamassa. Além do que, o enfoque do trabalho é o procedimento para avaliar a incerteza de modelo.

6.4 INCERTEZA DE MODELO

Dos resultados obtidos da análise probabilística, procedeu-se o ajuste estatístico das respostas experimentais e numéricas. As distribuições das variáveis experimentais foram admitidas como do mesmo tipo das distribuições das variáveis numéricas, pois não é possível obter um modelo probabilístico a partir de apenas três amostras.

Todas as variáveis (E_p , ε_{crit} e f_p) foram ajustadas para distribuições do tipo lognormal. Os resultados experimentais utilizados não são suficientes (como descrito na seção 5.1) para efetuar a calibração do modelo, de forma que o procedimento a seguir apresenta uma sugestão de como a calibração pode ser feita.

A correção objetiva eliminar a tendência do modelo e acrescentar incertezas referente a este. A incerteza de modelo é geralmente definida como uma variável aleatória com média e desvio padrão. A forma com que a correção do modelo é introduzida neste trabalho é semelhante à eq. (3.36), ou seja,

$$Y = M + g_{\text{mod}}(\mathbf{X}) \quad (6.1)$$

em que:

Y	resposta corrigida do modelo;
\mathbf{X}	vetor de VA do modelo numérico;
M	VA incerteza de modelo;
$g_{\text{mod}}(\mathbf{X})$	resposta do modelo.

Como a comparação direta (com por exemplo a eq. (3.33)) não é possível por relacionar diretamente uma resposta experimental com uma resposta numérica, a incerteza de modelo é avaliada através das distribuições das respostas. Seja Y_{exp} uma VA representada por uma distribuição de probabilidade resultante do ajuste da resposta $g_{\text{exp}}(\mathbf{X})$, e Y_{mod} a VA ajustada a partir de $g_{\text{mod}}(\mathbf{X})$; determina-se M por

$$M = Y_{\text{exp}} - Y_{\text{mod}} \quad (6.2)$$

$$\mu_M = \mu_{\text{exp}} - \mu_{\text{mod}} \quad (6.3)$$

$$\sigma_M = \sqrt{\sigma_{\text{exp}}^2 + \sigma_{\text{mod}}^2} \quad (6.4)$$

Dado n número de amostras, o desvio padrão da média é:

$$\sigma_{\mu_M} = \frac{\sigma_M}{\sqrt{n}} \quad (6.5)$$

A utilização de M representada pela média e o desvio padrão geralmente aumenta demasiadamente a incerteza do problema corrigido. Pois σ_M reflete incertezas referentes não só ao modelo numérico, mas também incerteza dos materiais.

Uma solução é utilizar apenas a média de M para corrigir a tendência da resposta, e outra possibilidade é utilizar a média e a incerteza referente a essa

média, com a eq. (6.5). Assim, são destacados três forma de aplicação da variável M designadas por

- CorrMD: variável aleatória M representada por μ_M e σ_M ;

$$Y = M + g_{\text{mod}}(\mathbf{X}) \quad (6.6)$$

$$E[Y] = \mu_M + E[g_{\text{mod}}(\mathbf{X})] = \mu_M + \mu_{\text{mod}} \quad (6.7)$$

$$\text{Var}[Y] = \text{Var}[M] + \text{Var}[g_{\text{mod}}(\mathbf{X})] = \sigma_M^2 + \sigma_{\text{mod}}^2 \quad (6.8)$$

- CorrM: apenas μ_M , como fator de correção determinístico;

$$Y = \mu_M + g_{\text{mod}}(\mathbf{X}) \quad (6.9)$$

$$E[Y] = \mu_M + E[g_{\text{mod}}(\mathbf{X})] = \mu_M + \mu_{\text{mod}} \quad (6.10)$$

$$\text{Var}[Y] = \text{Var}[Y_{\text{mod}}] = \sigma_{\text{mod}}^2 \quad (6.11)$$

- CorrMI: a média μ_M e a incerteza associada σ_{μ_M}

$$Y = \mu_M + g_{\text{mod}}(\mathbf{X}) \quad (6.12)$$

$$E[Y] = E[\mu_M] + E[g_{\text{mod}}(\mathbf{X})] = \mu_M + \mu_{\text{mod}} \quad (6.13)$$

$$\text{Var}[Y] = \text{Var}[\mu_M] + \text{Var}[g_{\text{mod}}(\mathbf{X})] = (\sigma_M / \sqrt{n})^2 + \sigma_{\text{mod}}^2 \quad (6.14)$$

A variável n representa o tamanho da amostra, que foi atribuída como o número de ensaios de prismas, isto é, $n=3$.

Supôs-se que as variáveis aleatórias Y e M apresentam distribuições probabilísticas semelhantes a Y_{mod} , ou seja, se Y_{mod} é representada por uma distribuição lognormal, Y e M também o são.

6.4.1 Incerteza Dos Parâmetros Estudados

6.4.1.1 PRISMA DE UNIDADES DE CONCRETO E ARGAMASSA TIPO II

Deformação crítica

As medidas de erro definidas nas eq. (3.38), (3.39) e (3.40) para ϵ_{crit} : RMAE=27,2% e RRMSE=27,4%, e a diferença entre médias experimental e numérica é de 38,4%. A Tabela 6.7 apresenta os parâmetros das distribuições do tipo lognormal e a Figura 6.8 as representa graficamente.

Tabela 6.7: parâmetros das distribuições da variável deformação crítica de prisma com argamassa tipo ii

Tipo	Média(mm\mm)	Desvio padrão (mm\mm)	Cov
Experimental	2,291E-3	3,115E-4	13,6%
Numérico	3,171E-3	5,509E-4	17,4%
CorrM	2,292E-3	5,509E-4	24,0%
CorrMI	2,292E-3	6,608E-4	28,8%
CorrMD	2,292E-3	8,384E-4	36,6%

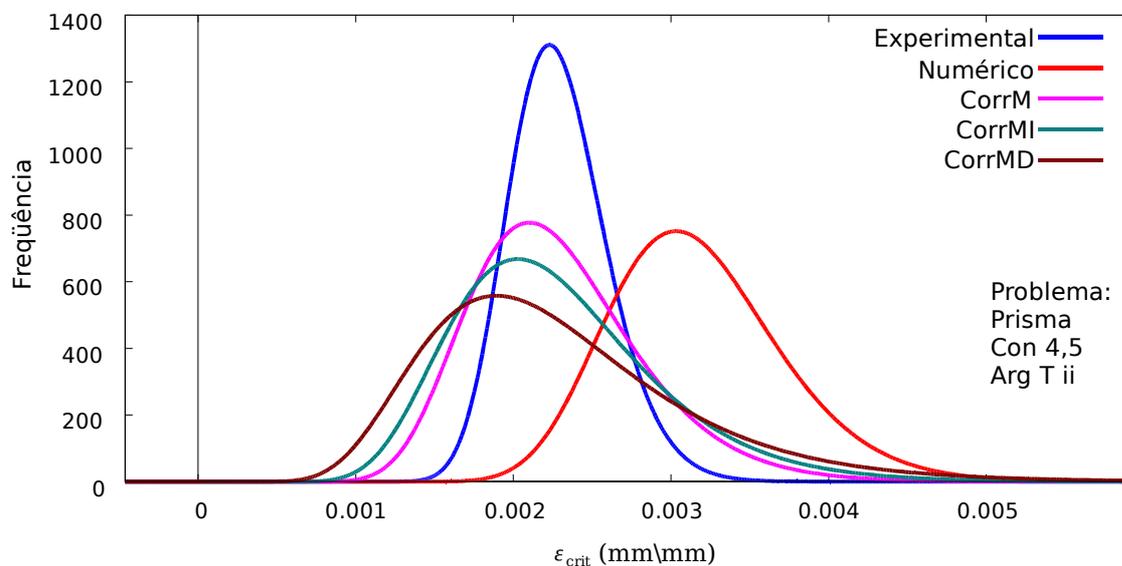


Figura 6.8: Funções de densidade de probabilidade para a deformação crítica do prisma com argamassa tipo ii

A correção CorrM (na Figura 6.8) translada a resposta numérica para ter mesma média da resposta experimental. As correções CorMI e CorrMD fazem o mesmo, mas acrescentando incerteza ao resultado.

Resistência à compressão

As medidas de erro para f_p são $RMAE=-0,4\%$ e $RRMSE=5,25\%$, e a diferença entre médias experimental e numérica é de $-1,36\%$. A Tabela 6.8 apresenta os parâmetros das distribuições do tipo lognormal e a Figura 6.9 as representa graficamente.

Tabela 6.8: parâmetros das distribuições da variável resistência à compressão para de prisma com argamassa tipo ii

Tipo	Média (MPa)	Desvio padrão (MPa)	c.v.
Experimental	6,673	0,925	13,9%
Numérico	6,764	1,247	18,4%
CorrM	6,673	1,247	18,7%
CorrMI	6,673	1,536	23,1%
CorrMD	6,673	1,993	29,9%

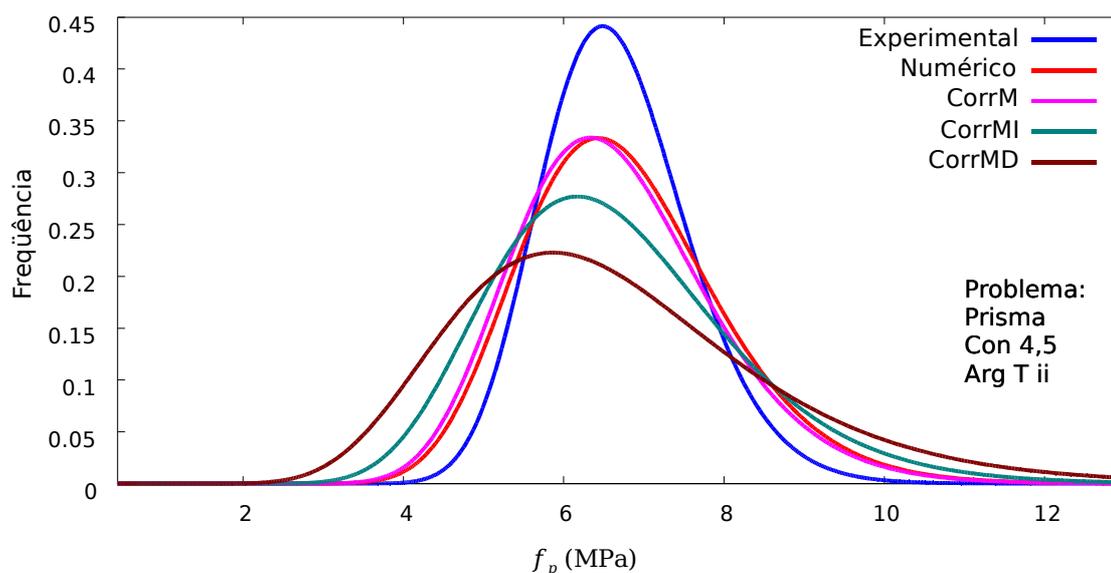


Figura 6.9: Funções de densidade de probabilidade para a resistência à compressão de prisma com argamassa tipo ii

Essa variável foi que apresentou menor erro, que representa uma boa acurácia do modelo. A correção CorrMI faz uma pequena translação e adiciona incerteza ao resultado, a correção CorrM acrescenta grande incerteza.

Módulo de elasticidade

As medidas de erro para E_p são RMAE=55,9% e RRMSE=61,4%, e a diferença entre médias experimental e numérica é de 33,4%. Como a correlação entre E_p e ε_{crit} numérica é de sinal contrário a experimental, o modelo subestimou o E_p e superestimou a ε_{crit} . A Tabela 6.9 apresenta os parâmetros das distribuições do tipo lognormal e a Figura 6.10 as representa graficamente.

Tabela 6.9: parâmetros das distribuições do módulo de elasticidade do prisma com argamassa tipo ii

Tipo	Média (MPa)	Desvio padrão (MPa)	c.v.
Experimental	3716,8	268,0	7,2%
Numérico	2475,6	588,0	23,8%
CorrM	3716,8	588,0	15,8%
CorrMI	3716,8	696,3	18,7%
CorrMD	3716,8	873,6	23,5%

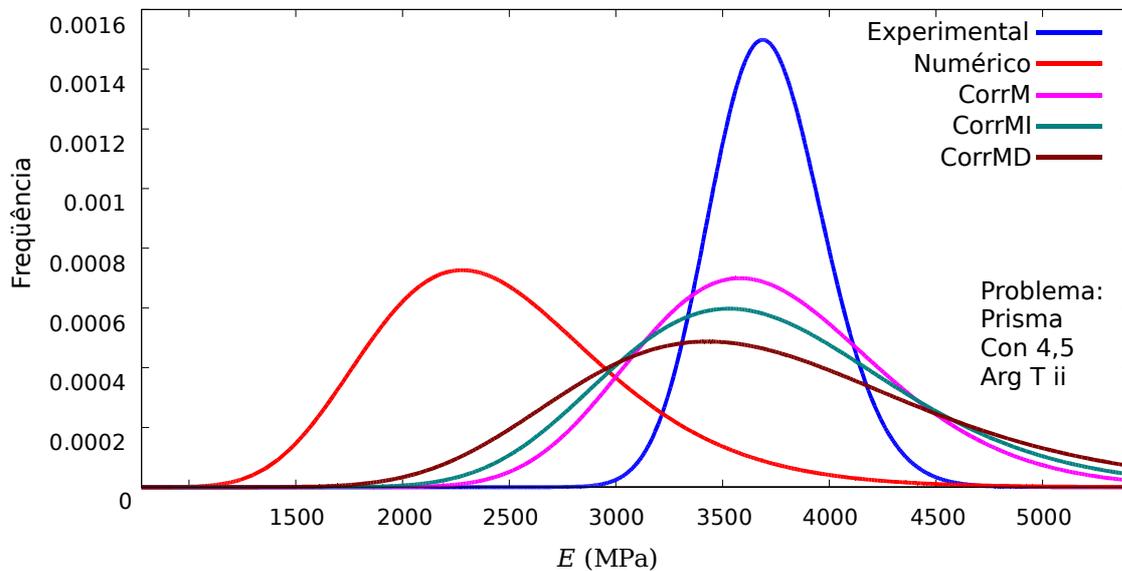


Figura 6.10: Funções de densidade de probabilidade para o módulo de elasticidade de prisma com argamassa tipo ii

Como era esperado por conta da grande dispersão do módulo de elasticidade das unidades de concreto (Tabela 5.2), o módulo de elasticidade dos modelos numéricos apresentam dispersão maior que a experimental.

6.4.1.2 PRISMA DE UNIDADES DE CONCRETO E ARGAMASSA TIPO III

Deformação crítica

As medidas de erro para ε_{crit} são RMAE=3,5% e RRMSE=12,3%, e a diferença entre médias experimental e numérica é de 5,7%. A Tabela 6.10 apresenta os parâmetros das distribuições do tipo lognormal e a Figura 6.11 as representa graficamente.

Tabela 6.10: parâmetros das distribuições da variável deformação crítica de prisma com argamassa tipo iii

Tipo	Média (mm/mm)	Desvio padrão (mm/mm)	c.v.
Experimental	2,681E-3	1,060E-4	4,0%
Numérico	2,834E-3	4,614E-4	16,3%
CorrM	2,681E-3	4,614E-4	17,2%
CorrMI	2,681E-3	5,363E-4	20,0%
CorrMD	2,681E-3	6,611E-4	24,7%

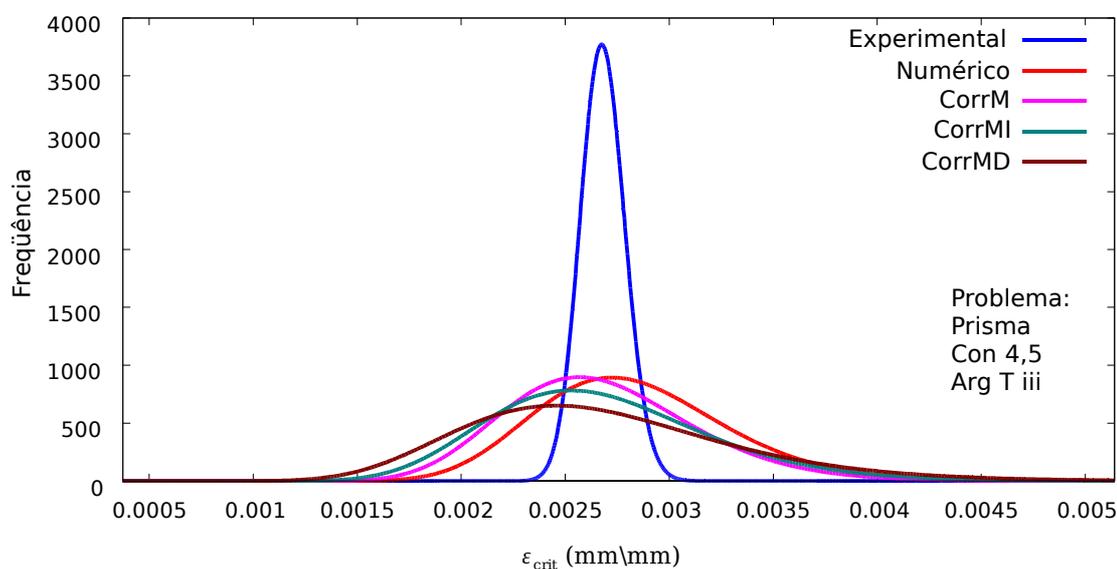


Figura 6.11: Funções de densidade de probabilidade para a deformação crítica de prisma com argamassa tipo iii

A deformação crítica do prisma com argamassa tipo iii apresentou boa acurácia para representar média. Destaca-se a variação mínima (c.v. de 4%) do resultado experimental, que se configurou no salto da Figura 6.11.

Resistência à compressão

As medidas de erro para f_p são $RMAE=-9,8\%$ e $RRMSE=11,1\%$, e a diferença entre médias experimental e numérica é de $9,5\%$. A Tabela 6.11 apresenta os parâmetros das distribuições do tipo lognormal e a Figura 6.12 as representa graficamente.

Tabela 6.11: parâmetros das distribuições da variável resistência à compressão de prisma com argamassa tipo iii

Tipo	Média (MPa)	Desvio padrão (MPa)	c.v.
Experimental	6,327	1,165	18,4%
Numérico	5,727	0,776	13,6%
CorrM	6,327	0,776	12,3%
CorrMI	6,327	1,121	17,7%
CorrMD	6,327	1,601	25,3%

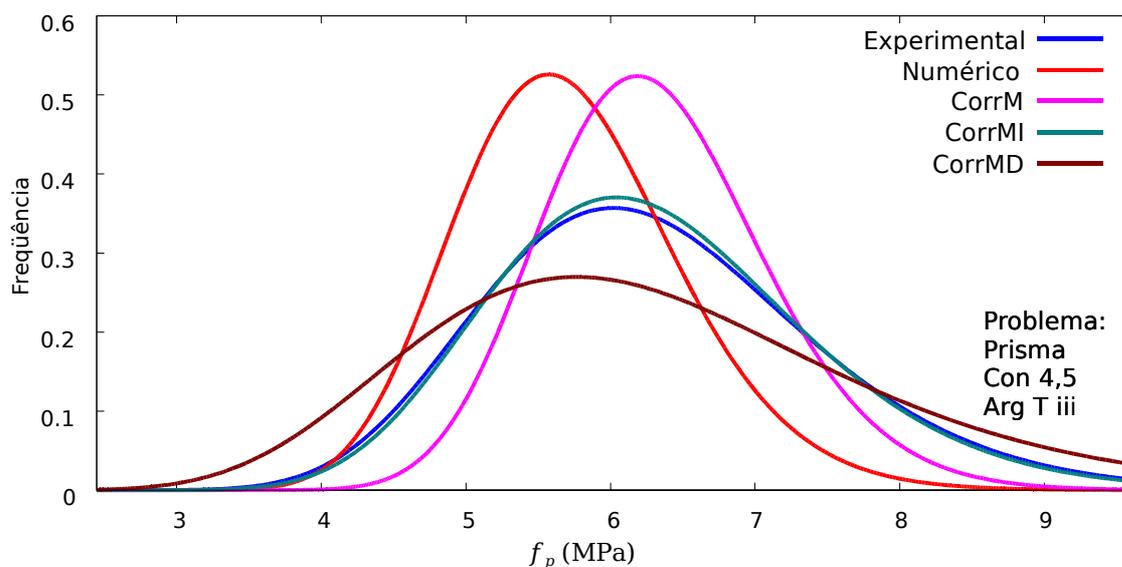


Figura 6.12: Funções de densidade de probabilidade para a resistência à compressão de prisma com argamassa tipo iii

Um fenômeno interessante é que nesse caso a correção CorrMI coincidiu muito bem sobre a curva experimental. O modelo apresentou pequena tendência para esse prisma de argamassa tipo iii e comportamento praticamente não-tendencioso para prisma anterior com argamassa tipo ii.

Módulo de elasticidade

As medidas de erro para E_p são $RMAE=31,1\%$ e $RRMSE=32,7\%$, a diferença entre médias experimental e numérica é de $22,3\%$. A Tabela 6.12 apresenta os parâmetros das distribuições do tipo lognormal e a Figura 6.13 as representa graficamente.

Tabela 6.12: parâmetros das distribuições da variável módulo de elasticidade de prisma com argamassa tipo iii

Tipo	Média (MPa)	Desvio padrão (MPa)	c.v.
Experimental	3118,1	485,2	15,6%
Numérico	2422,9	573,0	23,7%
CorrM	3118,1	573,0	18,4%
CorrMI	3118,1	718,5	23,0%
CorrMD	3118,1	944,5	30,3%

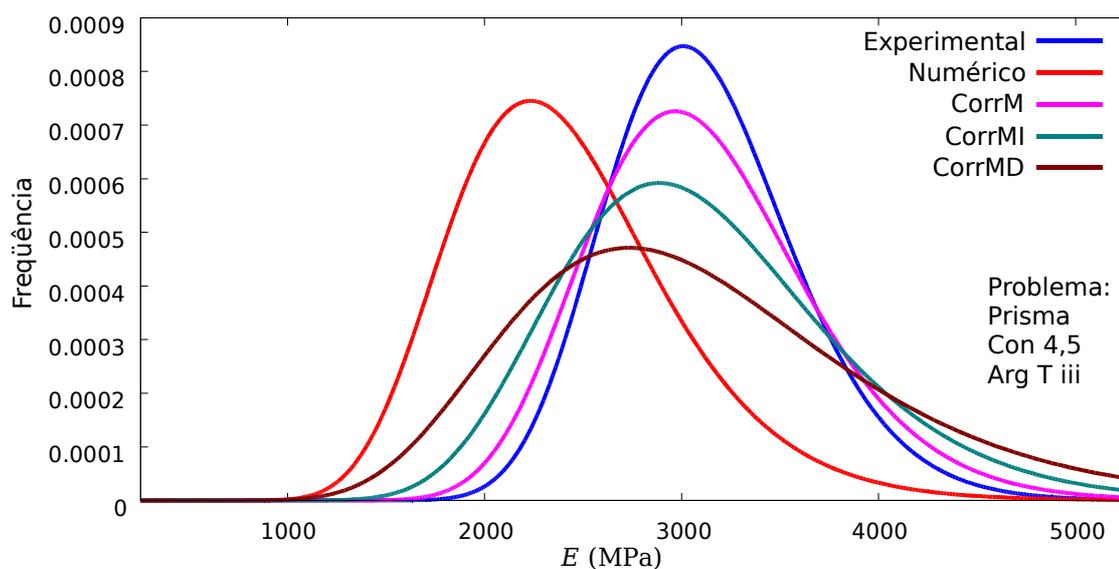


Figura 6.13: Funções de densidade de probabilidade para o módulo de elasticidade de prisma com argamassa tipo iii

O módulo de elasticidade calculado dos ensaios experimentais apresentaram dispersão próxima a do resultado numérico. Nessa situação a correção CorrM é suficiente para representar o comportamento experimental.

6.5 EXEMPLOS DE APLICAÇÕES NA CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

A fim de exemplificar a importância do emprego da incerteza de modelo em análise de confiabilidade estrutural, são apresentados alguns exemplos hipotéticos.

As avaliações referem-se à probabilidade da solicitação ultrapassar a deformação crítica ou a resistência à compressão. Seja a probabilidade de falha alvo $P_f = 7,2 \cdot 10^{-5}$ (segundo o Eurocode 0 [20]) a condição de segurança aceitável e econômica.

6.5.1 Deformação Crítica

O primeiro exemplo apresenta a probabilidade de falha de a deformação aplicada ultrapassar a deformação crítica.

Suponha-se que o prisma sujeito a uma deformação S com comportamento lognormal, média variável e coeficiente de variação igual a 0,60. Calcula-se a probabilidade de falha resolvendo a integral da eq. (3.7) para a média da solicitação adotada e os modelos de resistência R abordados³⁴.

6.5.1.1 PRISMA DE UNIDADES DE CONCRETO E ARGAMASSA TIPO II

Na Figura 6.14a tem-se a PDF de solicitação com média $\mu_S = 3,75E-4$ (mm/mm) junto com as PDF de resistência. Sabe-se que quanto maior a interferência entre as caudas de R e S , maior a probabilidade de falha do sistema.

³⁴ 4 modelos de resistência abordados: experimental, modelo numérico, modelo corrigido com a média da incerteza de modelo (CorrM), modelo corrigido com a média e desvio padrão da média (CorrMI), e modelo corrigido com média e desvio padrão (CorrMD).

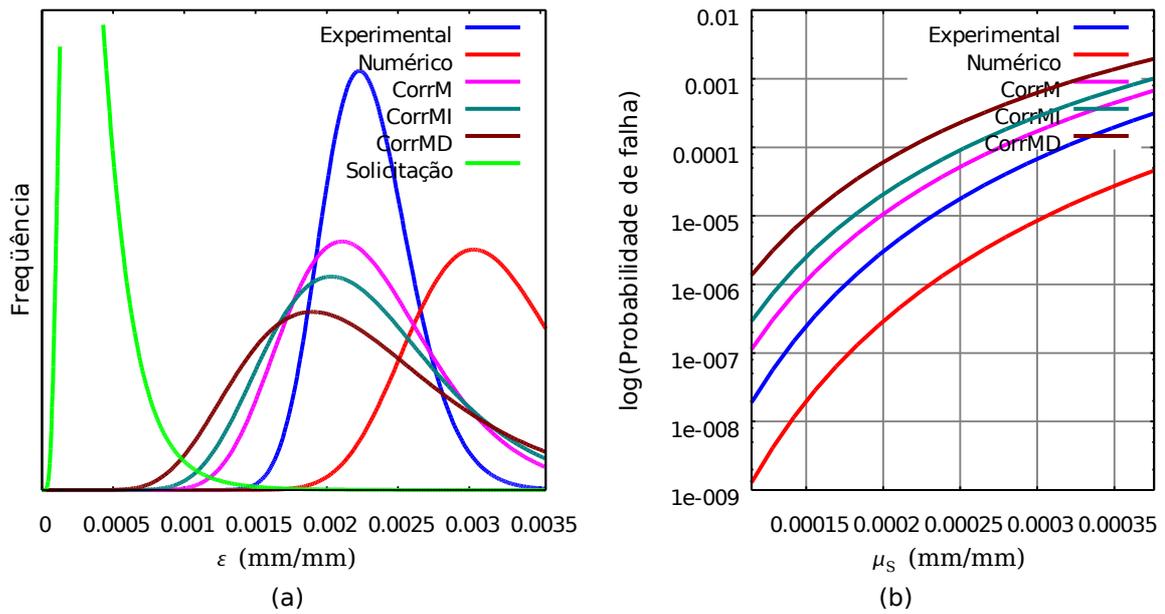


Figura 6.14: Comportamento da P_f variando a média da solicitação de deformação: (a) PDF para média da solicitação igual a 3,75E-4; (b) P_f versus média da solicitação.

A Figura 6.14b acima mostra como o modelo numérico superestimou a deformação crítica, resultando em probabilidade de falha menor que a experimental. Observa-se que a correção da media (CorrM) foi suficiente para estimar a P_f a favor da segurança.

6.5.1.2 PRISMA DE UNIDADES DE CONCRETO E ARGAMASSA TIPO III

Na Figura 6.15a tem-se a PDF de solicitação com média $\mu_s=4,40E-4$ (mm/mm) junto com as PDF de resistência.

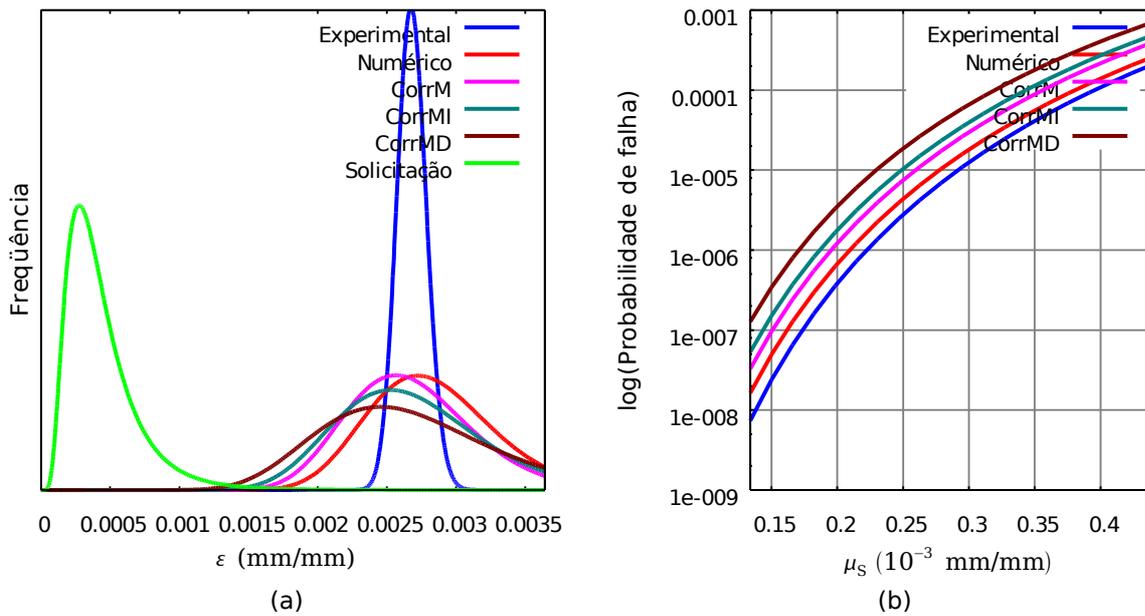


Figura 6.15: Comportamento da P_f variando a média da solicitação de deformação: (a) PDF para média da solicitação igual a $4.40E-4$; (b) P_f versus média da solicitação.

A Figura 6.15b indica que tanto as respostas numéricas e corrigidas estão próximas da experimental e a favor da segurança. Esse comportamento é influenciado pelo baixo coeficiente de variação experimental e a boa estimativa da média obtida numericamente. Nessas condições a correção seria dispensável.

6.5.2 Resistência À Compressão

Passa-se a estudar a probabilidade de falha de uma estrutura com utilização do modelo numérico para avaliar a resistência do prisma. O dimensionamento é feito para a compressão simples que obedece a norma NBR 10837, com ações dos tipos permanentes e variáveis.

O dimensionamento de uma parede à compressão simples é comumente realizado em função da resistência do prisma, que, para qualquer tipo de argamassa, é dado por:

$$f_{\text{alv,c}} \leq 0,20 f_p R \quad (6.15)$$

em que:

$f_{\text{alv,c}}$ tensão atuante na parede devido à compressão simples;

f_p	resistência à compressão média do prisma;
R	fator de redução da resistência associado à esbeltez;
0,20	fator de segurança global.

Seja uma parede com altura $h=270$ cm e espessura $t=14$ cm, o fator redução devido à esbeltez é:

$$R=1-\left(\frac{h}{40t}\right)^3=1-\left(\frac{270}{40\cdot 14}\right)^3=0,88792 \quad (6.16)$$

A tensão aplicada é a soma do peso próprio nominal G_n e a ação variável nominal Q_n , ou seja:

$$f_{\text{alv,c}}=G_n+Q_n \quad (6.17)$$

Impondo a relação

$$\begin{aligned} \frac{Q_n}{G_n} &= d \\ Q_n &= G_n \cdot d \end{aligned} \quad (6.18)$$

na eq. (6.17) e substituindo $f_{\text{alv,c}}$ pela eq. (6.15) com eq. (6.16), as ações nominais que obedecem a condição limite são

$$\begin{aligned} f_{\text{alv,c}} &= G_n + Q_n \\ \frac{f_{\text{alv,c}}}{G_n} &= \frac{G_n}{G_n} + \frac{Q_n}{G_n} \\ \frac{f_{\text{alv,c}}}{G_n} &= 1 + d \\ G_n &= \frac{f_{\text{alv,c}}}{(1+d)} \\ G_n &= \frac{0,178 f_p}{(1+d)} \end{aligned} \quad (6.19)$$

Para a análise da probabilidade de falha, deve-se conhecer o comportamento probabilísticos das solicitações e das resistências e das solicitações. As distribuições das resistências são conhecidas, a seguir

demonstra-se como encontrar o comportamento das solicitações a partir de seus valores normativos.

A ação permanente é composta pelo peso da própria estrutura (como paredes e lajes) mais equipamentos permanentes, telhados e etc. A função de distribuição de probabilidades é aproximadamente normal com média $\bar{G}=1,05 G_n$ maior que a nominal e coeficiente de variação típico é $V_G=0,10$ [29].

A ação variável é geralmente dividida em dois tipos: ação ordinária, composta por mobílias e pessoas que normalmente ocupam o local; e ação extraordinária, usualmente associada a eventos especiais com alta concentração de pessoas. A ação total é a soma destes dois componentes, e o seu máximo representa o maior carregamento em uma determinada área do pavimento durante a vida útil da estrutura. A Figura 6.16 destaca a ação total máxima [22].

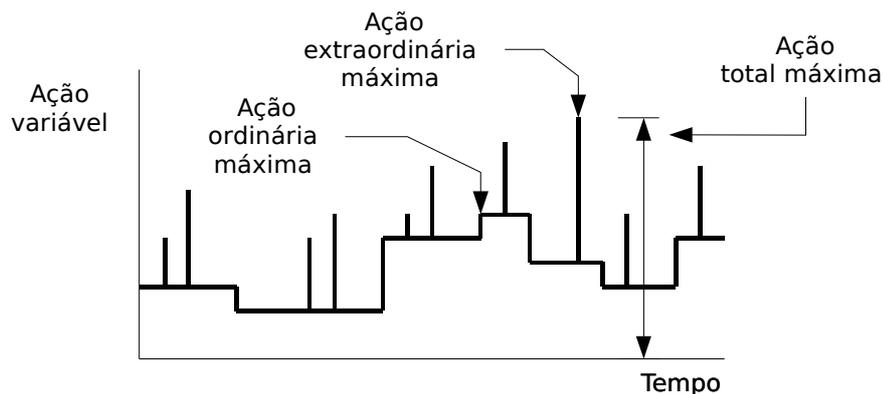


Figura 6.16: Definição da ação variável a partir das parcelas ordinárias e extraordinárias [22].

Chalk [22] estudou a combinação destas duas parcelas e, dentre os resultados, descreve que a ação total máxima segue uma distribuição de extremos Tipo I, com média e desvio padrão descritos na Tabela 6.13.

Tabela 6.13: Ações variáveis médias e nominais para normas brasileira e americana

Ocupação	Ação total máxima em 50 anos [22]		Norma americana [1]		Norma brasileira [6]	
	\bar{Q} (kN/m ²)	V_Q	Q_n (kN/m ²) ³⁵	\bar{Q}/Q_n	Q_n (kN/m ²)	\bar{Q}/Q_n
Residencial (máxima)	1,82	0,19	1,92	0,950	2,00	0,910
Escritório	2,63	0,19	2,39	1,100	2,00	1,317

em que:

- \bar{Q} média da ação variável total máxima ;
 Q_n ação variável nominal (ou normativa);
 V_Q coeficiente de variação da ação variável total máxima.

Ellingwood et al. [29] sugere que o c.v. da ação variável, considerando também incertezas de cálculo da carga máxima, seja de $V_Q=0,25$; e a distribuição do tipo Gumbel para máximos (Tipo I) [3].

A ação variável então, considerando a norma brasileira, é do tipo Gumbel para máximos com média $\bar{Q}=0,910Q_n$ para residências e $\bar{Q}=1,317Q_n$ para escritórios, e c.v. de 25 %.

O estado limite a ser avaliado então é:

$$0,88792 f_p - G - Q \geq 0 \quad (6.20)$$

A resistência f_p representa as variáveis aleatórias de resistência à compressão estudadas.

A probabilidade de falha foi avaliada via FORM com o pacote computacional STRAND variando a razão Q_n/G_n , as ocupações de tipo residencial ou escritório (última coluna da Tabela 6.13).

6.5.2.1 PRISMA DE UNIDADES DE CONCRETO E ARGAMASSA TIPO II

Seja a relação $Q_n/G_n=0,80$ usual em edifícios residenciais. As probabilidades de falha dos modelos numérico e corrigidos, tanto para

³⁵ Ação variável mínima para área de até 18,58 m²

residências ou escritórios, possuem probabilidade aceitável, ou seja, $P_f < 7,2 \cdot 10^{-5}$.

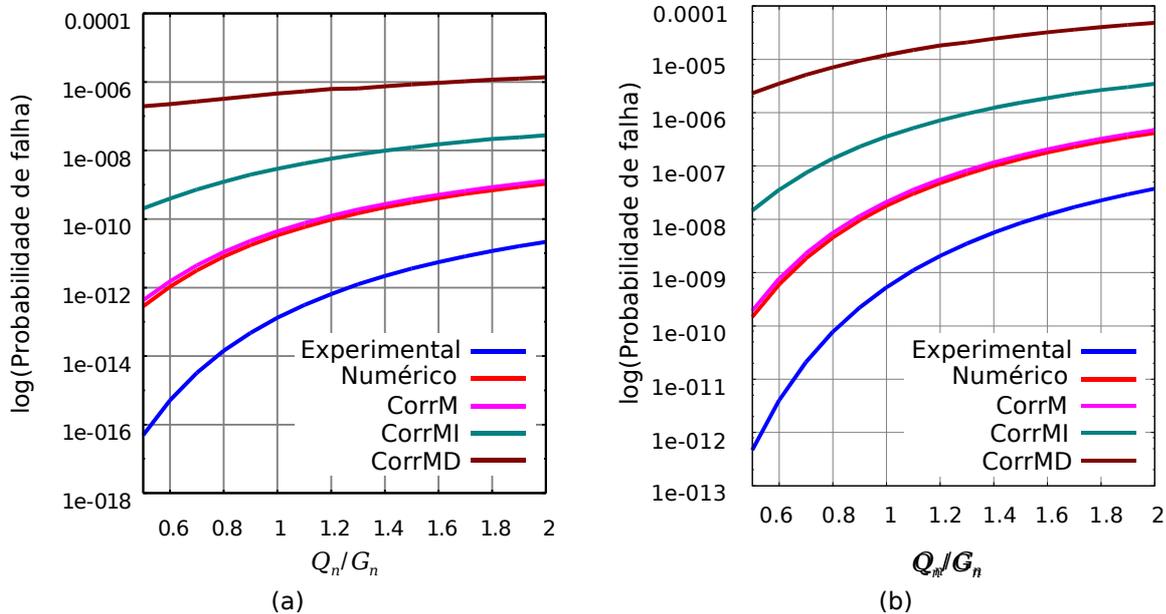


Figura 6.17: Comportamento da P_f variando a relação Q_n/G_n para prisma de concreto com argamassa tipo ii: (a) residências; (b) escritórios.

A Figura 6.17 mostra que se calcula diferentes níveis de segurança para cada de modelo de resistência adotado. A consideração ou não da incerteza, e a forma como ela é incorporada ao modelo de resistência interfere na probabilidade de falha de maneira significativa. As incertezas acrescentadas com os modelos CorrMI e CorrMD superestimam a probabilidade de falha em relação ao resultado experimental.

Há uma tendência das diferenças entre as probabilidades de falha dos modelos diminuir com o aumento de Q_n/G_n .

6.5.2.2 PRISMA COM ARGAMASSA TIPO III

Como pode ser comprovado na Figura 6.18, as probabilidades de falhas dos modelos numérico e CorrM são contra a segurança por estimarem uma P_f menor que a da resposta experimental. Mesmo com a situação desconfortável os modelos numérico e CorrM, todos eles passam no critério $P_f < 7,2 \cdot 10^{-5}$ em $Q_n/G_n = 0,80$ tanto para residências quanto para escritórios.

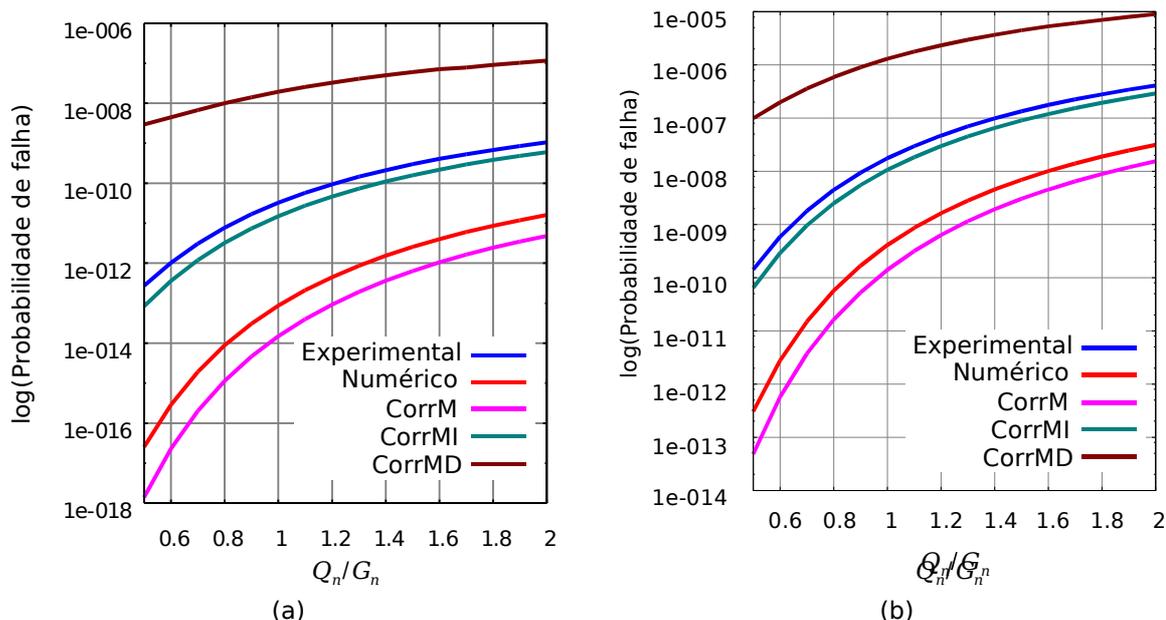


Figura 6.18: Comportamento da P_f variando a relação Q_n/G_n para prisma de concreto com argamassa tipo iii: (a) residências; (b) escritórios.

A CorrMI foi suficiente para aproximar a resposta numérica à experimental, de forma semelhante da Figura 6.12.

6.5.3 Comentários

Salienta-se que o estudo para a tensão de ruptura é apenas sobre o dimensionamento à compressão simples, sem verificar a compressão na flexão que envolve a ação do vento. Além do que, as incertezas do problema são apenas referentes ao modelo numérico e dos materiais, em que não foram incluídas outras incertezas como: imperfeições geométricas, de mão-de-obra, de cálculo, de geometria, erro humano, etc.

Nos exemplos de resistência à compressão percebe-se que a CorrM posiciona-se acima ou abaixo da curva numérica dependendo de como este estima o resultado experimental. Se o modelo é a favor da segurança a CorrM irá aumentar a probabilidade de falha, e se o modelo for contra a segurança a CorrM irá diminuir a probabilidade de falha. Já com as correções CorrMD e CorrMI são acrescentadas incertezas, que sempre aumentam a probabilidade de falha.

Dentre os resultados apresentados, sugere-se o emprego da correção CorrMI, que translada a média para retirar a tendência da resposta numérica e acrescenta uma incerteza não tão grande quanto a correção CorrMD.

7 CONCLUSÃO

Este trabalho avaliou um procedimento para obtenção da incerteza de um modelo numérico em elementos finitos com análise não-linear baseada em dano, para representar o comportamento de prisma de concreto sujeito à compressão.

O comportamento mecânico do prisma foi idealizado com uso do método dos elementos finitos e análise não-linear com modelo constitutivo de dano. O modelo de dano foi o proposto por Papa e Taliércio [59] com adaptações para danificação não-local incluídas por Ramalho [63].

Os parâmetros dos materiais do modelo constitutivo de dano foram calculados com auxílio de uma rotina de otimização programada em FORTRAN. A rotina almeja minimizar o resíduo entre curvas experimental e numérica de tentativa. Dessa forma, garante-se que a determinação dos parâmetros não-lineares de forma objetiva e rápida.

Na aplicação do método probabilístico, as propriedades dos materiais são definidas como variáveis aleatórias que possuem um comportamento definido.

Foram utilizados os ensaios experimentais de Freitas [34]. A variabilidade dos parâmetros que descrevem o comportamento dos materiais (unidades de concreto, de sílico-calcário e argamassas tipo ii e iii) foram estudadas estatisticamente. Os módulo de elasticidade (E) das argamassas comportaram-se como distribuições normais, e os das unidades como distribuições lognormais. Para a resistência à compressão das argamassas (f_a) obtiveram-se distribuições normais e para a resistência das unidades (f_b), distribuições lognormais.

Nos ensaios de compressão das unidades e argamassas, a correlação entre E e o parâmetro de dano B_c foi boa, entre [-0,90;-0,61], e mais expressiva que a correlação entre E e f_a ou f_b , que ficou entre [0,36;0,89]. A alta correlação entre os parâmetros não-lineares LA_c e B_c das unidades permitiu a eliminação de um parâmetro do modelo

Num contexto probabilístico, comparou-se resultados experimentais e previsões teóricas. O modelo numérico apresentou ótimos resultados para representar a tensão máxima do prisma de concreto com argamassas tipo ii e tipo iii, com diferenças entre as médias numéricas e experimentais de 1,35% e 9,48%, para prismas com respectivas argamassas. A diferença das médias de deformação no pico para prisma com argamassa tipo iii também foi bem satisfatória, de 5,70%. O fato de o modelo resultar em diferenças principalmente no módulo de elasticidade de prisma, está relacionado à grande variabilidade das unidades de concreto o pequeno número de ensaios experimentais de prismas.

A variável incerteza de modelo é adicionada à resposta numérica para representar melhor o comportamento real. Três maneiras de representar a incerteza foram avaliadas: correção apenas com adição da média (CorrM), correção com a média e o desvio padrão (CoorMD) e correção com média e incerteza dessa média (CoorMI).

Como exemplos, avaliou-se a aplicação de uma solicitação arbitrária para avaliar a probabilidade de falha para a deformação crítica (ϵ_{crit}); e a aplicação de solicitações de projeto em um prisma dimensionado à compressão simples segundo a NBR 10837. O dimensionamento segundo a norma foi considerado seguro nos testes avaliados. Na ϵ_{crit} para prisma com argamassa tipo ii e na f_p para prisma com argamassa tipo iii, evidenciou-se a necessidade de correção da tendência do modelo. Na ϵ_{crit} para prisma com argamassa tipo iii e na f_p para prisma com argamassa tipo ii, a correção não foi essencial e poderia ser dispensada. Julga-se razoável, de maneira geral, utilizar a incerteza que corrige a média e acrescente incerteza a esta (CorrMI), a fim de calcular uma probabilidade de falha mais realista sem acrescentar incerteza demasiada ao problema. Comprovou-se a importância da identificação e consideração da incerteza de modelo numa análise de confiabilidade estrutural.

O objetivo do trabalho foi estudar o procedimento de obtenção e avaliar a incerteza de modelo. Dentre as sugestões de trabalhos futuros cita-se:

- realizar mais ensaios experimentais de prismas para reavaliar os resultados;

-
- aplicar o estudo da incerteza de modelo para comparar previsões de modelos numéricos ou de equações normativas;
 - avaliar a incerteza de modelo para outros tipos de estruturas, como aço e concreto armado;
 - estudar a composição das demais incertezas que compõe o sistema estrutural e avaliar a confiabilidade mais amplamente, com determinação detalhada dos esforços atuantes numa parede.
 - fazer estudo semelhante avaliando o comportamento de parâmetros de dano para um macromodelo, em que a alvenaria é homogeneizada.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS. **Minimum design loads for buildings and other structures**. New York: American Society of Civil Engineers, 1990.
- [2] ANDOLFATO, R. P.. **Estudo teórico e experimental da interação de paredes em edifícios de alvenaria estrutural**. 2005. 203 p. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2005.
- [3] ANG, Alfredo Hua-Sing; TANG, Wilson H.. **Probability concepts in engineering**: Emphasis on applications in civil & environmental engineering. 2nd ed. New York: Wiley. 2007. 406p.
- [4] ANZANI, A.; BINDA, L.; RAMALHO, M. A.; TALIERCIO, A.. Historic multi-leaf masonry walls: experimental and numerical research. **Masonry International**, v. 18, no. 3, p. 101-114, Winter, 2005.
- [5] ASSAN, Aloísio Ernesto. **Método dos elementos finitos**: primeiros passos. 2ª ed. Campinas: Unicamp. 2003.
- [6] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6120**: Cargas para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro, 1980.
- [7] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 10837**: Cálculo de alvenaria estrutural de blocos vazados de concreto. Rio de Janeiro, 1989.
- [8] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6122**: Projeto e execução de fundações. Rio de Janeiro, 1996.
- [9] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6136**: Bloco vazado de concreto simples para alvenaria estrutural. Rio de Janeiro, 2007.
- [10] ATKINSON, R. H.; YAN G. G.. Results of a statistical study of masonry deformability. **The Masonry Society Journal**, v. 9, no. 1, p. 81-94, Agosto, 1990.
- [11] BARBOSA, C.S.. **Resistência e deformabilidade de blocos vazados de concreto e suas correlações com as propriedades mecânicas do material constituinte**. 2004. 162 p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2004.

- [12] BECK, Andre T.. **Confiabilidade estrutural**. 2006. 212 p. Notas de aula - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2006.
- [13] BECK, Andre Teófilo. **STRAND: Structural risk analysis and design**. 2007. p. Programa computacional - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007.
- [14] BENJAMIN, Javk R.; CORNELL, C. Allin. **Probability, statistics, and decision for civil engineers**: . ed. New York: McGraw-Hill. 1970. 684p.
- [15] BLOCKLEY, David I. (editor). **Engineering safety**: . ed. London: McGraw-Hill. 1992.
- [16] BRITIHS STANDARDS INSTITUTION. **BS 5628**: Code of practice for use of masonry - Part 1: Unreinforced masonry. London, 1992.
- [17] CAMACHO, Jefferson Sidney. **Contribuição ao estudo de modelos físicos reduzidos de alvenaria estrutural cerâmica**. 1995. 118 p. Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1995.
- [18] CASTELO, A. M.; GARCIA, F.. Boom ou um novo patamar de crescimento?. **Revista conjuntura da construção**, v. ano V, no. 4, p. 22-24, Dez., 2007.
- [19] CECCHI, Antonella; DI MARCO, Robert. Homogenized strategy toward constitutive identification of masonry. **Journal Of Engineering Mechanics**, v. 128, no. 6, p. 688-697, Jun., 2002.
- [20] CENTRE EUROPÉEN DE NORMALISATION (CEN). **Eurocode 0**: Basis of structural design. Bruxelles, 2001.
- [21] CENTRE EUROPÉEN DE NORMALISATION (CEN). **Eurocode 6**: Design of masonry structures - Part 1-1: Common rules for reinforced and unreinforced. Bruxelles, 2001.
- [22] CHALK, Philip L.; COROTIS, Ross B.. Probability model for design live loads. **Journal of the Structural Division**, v. 106, no. 10, p. 2017-2033, October, 1980.
- [23] DESCONHECIDO. **Philly.jpg**. Disponível em: <http://farm2.static.flickr.com/1003/922177461_90b70e8dae.jpg>. Acesso em: 17 jan. 2008.

- [24] DESCONHECIDO. **NotreDameI.jpg**. Disponível em: <<http://en.wikipedia.org/wiki/Image:NotreDameI.jpg>>. Acesso em: 17 jan. 2008.
- [25] DESCONHECIDO. **IPharosLighthouseAlexandria.jpg**. Disponível em: <<http://www.utexas.edu/courses/introtogreece/lect34/IPharosLighthouseAlexandria.jpg>>. Acesso em: 17 jan. 2008.
- [26] DESCONHECIDO. **Saqqaraperi.JPG**. Disponível em: <<http://pt.wikipedia.org/wiki/Imagem:Saqqaraperi.JPG>>. Acesso em: 17 mai. 2007.
- [27] DITLEVSEN, O.; MADSEN, H. O.. **Structural reliability methods**: . ed. Chichester: John Wiley & Sons. 1996.
- [28] DRYSDALE, Robert G.; HAMID, Ahmad A.; BAKER, Lewrie R.. **Masonry structures**: behaviour and design. ed. New Jersey: Prentice Hall. 1994. 182-204p.
- [29] ELLINGWOOD, B.; MACGREGOR, J. G.; GALAMBOS, T. V.; CORNELL, C. A.. **Development of a probability based load criterion for american national standard A58**: . ed. Washington, DC: National Bureau of Standards Special Publication No. 577. 1980.
- [30] FABER, M. H.. **Risk and safety in civil: surveying and environmental engineering**. Lecture Notes - Swiss Federal Institute of Technology, ETHZ, Switzerland, 2006.
- [31] FARIA, Fernando. Torres econômicas. **Revista técnica**, v. ano 16, no. 130, p. 30-34, Janeiro, 2008.
- [32] FOX, Richard L.. **Optimization methods for engineering design**: . ed. Massachusetts: Addison-Wesley Publishing Company. 1971.
- [33] FRANTZ, Ricardo André. **Coliseu14.jpg**. Disponível em: <<http://pt.wikipedia.org/wiki/Imagem:Coliseu14.jpg>>. Acesso em: 30 jun. 2008.
- [34] FREITAS, Alexandre A. **Análise numérica e experimental do comportamento de prismas e miniparedes submetidos à compressão**. 2008. 315 p. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2008.
- [35] GARCIA, F.; DIAS; E. C.. Rumo a 2020: a demanda por moradias e o efeito

do crescimento econômico. **Revista conjuntura da construção**, v. ano V, no. 4, p. 15-17, Dez., 2007.

- [36] GARCIA, Patricia Domingues. **Contribuições ao estudo da resistência à compressão de paredes de alvenaria de blocos cerâmicos**. 2000. 173 p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2000.
- [37] GÓIS, Wesley. **Introdução à análise de estruturas de superfície pelo método dos elementos finitos generalizados**. 2006. 20 p. Palestra profetida na UFS - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, Aracaju, 2006.
- [38] GRIMM, Clayford T.. Quality control of concrete masonry compressive strength. **The Masonry Society**, v. 20, no. 1, p. 81-84, Dezembro, 2002.
- [39] Hendry, A. W.. **Design of masonry structures**: . 1st ed. New York: E & FN Spon. 1997. 271p.
- [40] HENDRY, Arnold W.. **Structural masonry**: . 2nd ed. Houndmills, Basingstoke: Macmillan. 1998.
- [41] JUSTE, Andrea Elizabeth. **Estudo da resistência e da deformabilidade da alvenaria de blocos de concreto submetida a esforços de compressão**. 2001. 255 p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2001.
- [42] LEMAITRE, Jean. **A course on damage mechanics**: . 2nd rev. and enl. ed. Berlin: Springer. 1996. 228p.
- [43] LOURENÇO, P. B.. **Computational strategies for masonry structures**. 1996. 220 p. Tese (Doutorado) - Civil Engineering Department, Delft University of Technology, Países Baixos, 1996.
- [44] LOURENÇO, P. B.. **Métodos computacionais na mecânica dos sólidos não-linear**. 1999. 124 p. Notas de aula - Departamento de Engenharia Civil, Universidade do Minho, Guimarães, 1999.
- [45] LOURENÇO, Paulo B.. Um Micro-Modelo Para a Análise de Estruturas de Alvenaria. **Engenharia Civil, Universidade do Minho**, v. 3, no. , p. 15-28, , 1996.
- [46] LU, Renjian; LUO, Yuanhui; CONTE, Joel P.. Reliability evaluation of reinforced concrete beams. **Structural Safety**, v. 14, no. 4, p. 277-298,

July, 1994.

- [47] MALKAWI, Abdallah I. Husein; HASSAN, Waleed F.; ABDULLA, Fayez A.. Uncertainty and reliability analysis applied to slope stability. **Structural Safety**, v. 22, no. 2, p. 161-187, , 2000.
- [48] MELCHERS, Robert E.. **Structural reability analysis and prediction:** . 2nd ed. Australia: John Wiley & Sons. 1999. 400p.
- [49] MILANI, G.; LOURENÇO, P.B.; TRALLI, A. . Homogenised limit analysis of masonry walls, part i: failure surfaces. **Computers and Structures**, v. 84, no. 3-4, p. 166–180, October, 2006.
- [50] MOHAAD, Gihad. **Mecanismo de ruptura da alvenaria de blocos à compressão.** 2007. 312 p. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia, Universidade do Minho, Guimarães, 2007.
- [51] MONTGOMERY, Douglas C.; RUNGER, George C. Runger. **Applied statisticsand probability for engineers:** . 3rd ed. United States of America: John Wiley & Sons. 2003.
- [52] MSJC. **ACI 530/ASCE 5/TMS 402:** Building code requirements for masonry structures. Boulder Co., 1999.
- [53] NILSEN, T.; AVEN, T.. Models and model uncertainty in the context of risk analysis. **Reliability Engineering & System Safety**, v. 79, no. 3, p. 309-317, July, 2003.
- [54] NOVAES, Antonio Galvão. **Métodos de otimização:** aplicações aos transportes. ed. São Paulo: Editora Edgard Blücher LTAD. 1978.
- [55] NOWAK, Andrzej S.; COLLINS, Kevin R.. **Realiability of structures:** . ed. London: McGraw-Hill. 2000. 91-120p.
- [56] PAPA, E.. Damage and failure models In: . **Computational modelling of masonry, brickwork and blockwork structures.** . Escócia: Saxe-Coburg Publications, 2001. p.1-26.
- [57] PAPA, Enrico; TALIERCIO, Alberto. Anisotropic damage model for the multiaxial static and fatigue behaviour of plain concrete. **Engineering Fracture Mechanics**, v. 55, no. 2, p. 163-179, September, 1996.
- [58] PAPA, Enrico; TALIERCIO, Alberto. A non-rotating anisotropic damage

model for brittle materials. In: International center for numerical methods in engineering, 8., 2005, Barcelona. **Anais...** Barcelona. 4.

- [59] PAPA, Enrico; TALIERCIO, Alberto. A visco-damage model for brittle materials under monotonic and sustained stresses. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, v. 29, no. 3, p. 287-310, Janeiro, 2005.
- [60] PROENÇA, Sergio Persival Baroncini. **Fundamento de mecânica dos materiais**. 2001. 50 p. Notas de aula - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2001.
- [61] PROENÇA, Sergio Persival Baroncini. **Análise não-linear de estruturas**. 2007. 195 p. Notas de aula - Escola de Engenharia de São Carlos, Univerdidade de São Paulo, São Carlos, 2007.
- [62] RAMALHO M., PAPA E., TALIERCIO A., BINDA L.. A numerical model for multi-leaf stone masonry. In: International congress on fracture , 11., 2005, Torino. **Anais...** CD-ROM. .
- [63] RAMALHO, M. A.; TALIERCIO, A.; ANZANI, A.; BINDA, L.; PAPA, E. . A numerical model for the description of the nonlinear behaviour of multi-leaf masonry walls. **Advances in Engineering Software**, v. 39, no. 4, p. 149-257, April, 2008.
- [64] RAMALHO, Marcio A.; CORRÊA. **Projeto de edifícios de alvenaria estrutural**: . ed. São Paulo: PINI. 2003.
- [65] ROTS, J. G.. **Structural masonry**: an experimental/numerica basis for practical design rules. ed. Rotterdam: A. A. Balkema. 1997.
- [66] SALES, J. J. et al. **Segurança nas estruturas**: . ed. São Carlos: Escola de Engenharia de São Carlos. 2005. 34-67p.
- [67] SAVSSI, Walter. **Introdução ao método dos elementos finitos**: em análise linear de estruturas. ed. São Carlos: Escola de Engenharia de São Carlos. 1996.
- [68] SCHUEREMANS, Luc. **Probabilistic evaluation of structural unreinforced masonry**. 2001. 273 p. Tese (Doutorado) - Faculteit Toegepaste Wetenschappen, Katholieke Universiteit Leuven, Heverlee, 2001.
- [69] SIGNOR, Régis. **Desenvolvimento de uma ferramenta para avaliação**

da confiabilidade de prédios estruturados em alvenaria. 2005. 107 p.
Tese (Doutorado) - Departamento de Engenharia de Produção e Sistemas,
Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2005.

- [70] SOONG, T. T.. **Fundamentals of probability and statistics for engineers:** . ed. England: John Wiley & Sons. 2004. 408p.
- [71] VAL, Dimitri; BLJUGERB, Fiodor; YANKELECSKY, David. Reliability evaluation in nonlinear analysis of reinforced concrete structures. **Structural Safety**, v. 19, no. 2, p. 203-217, , 1997.
- [72] WIKIPÉDIA. **Coliseu de roma.** Disponível em:
<<http://pt.wikipedia.org/wiki/Coliseu> >. Acesso em: 17 mai. 2007.
- [73] WIKIPÉDIA. **Sakara.** Disponível em: <<http://pt.wikipedia.org/wiki/Saqqara> >. Acesso em: 17 mai. 2007.
- [74] WITTE, FRITS C.; KIKSTRA; WIJTZE PIETER. **DIANA User's manual: analysis procedures:** . Países Baixos: TNO DIANA BV, 2005.
- [75] ZARNIC, Roko; TURK, Žiga. **EMDB: European masonry data bank.** Disponível em: <<http://itc.fgg.uni-lj.si/emdb/> >. Acesso em: 1996.
- [76] ZUCCHINI, A.; LOURENÇO, P. B.. A coupled homogenisation–damage model for masonry cracking. **Computers and Structures**, v. 82, no. 11-12, p. 917-929, May, 2004.

APÊNDICE A – UTILIZAÇÃO DOS PROGRAMAS

A.1 FEAP - FINITE ELEMENT ANALYSIS PROGRAM

A utilização do FEAP segue a regra comum de qualquer programa de elementos finitos: pré-processamento, processamento e pós-processamento.

A rede de elementos finitos foi construída com auxílio do programa GiD³⁶, um pré/pós-processador que possibilita a geração da rede de maneira personalizada. Na Politecnico Di Milano foi montado a personalização do GiD para saída em arquivo de cálculos do compatível com o FEAP. O arquivo de entrada segue a seqüência de dados iniciais com características do problema, coordenadas nodais, conectividade e tipos de elementos, descrição dos materiais, condições de contorno e carregamento. A segunda parte do arquivo de entrada informa o processamento a ser executado, contendo especificações das saídas a serem impressas.

No contexto probabilístico, é interessante utilizar a parametrização, assim, todas as variáveis aleatórias do problema e as constantes de controle são escritas no arquivo de forma mais clara. A seguir são transcritas seções importantes do arquivo de entrada:

```
1 FEAP Prisma
2   2322   1496     5     3     3     8
3
4 PARAMeter
5   e1 =      236.80131531   ! E do bloco 1
6   a1 =    6565882.00000000   ! A do bloco 1 (função de B)
7   b1 =         3.16255999   ! B do bloco 1
8   e2 =         504.01473999   ! E do bloco 2
9   a2 =    966368.43750000   ! A do bloco 2 (função de B)
10  b2 =         2.76811004   ! B do bloco 2
11  e3 =         349.81964111   ! E do bloco 3
12  a3 =    5248795.50000000   ! A do bloco 3 (função de B)
13  b3 =         3.11647010   ! B do bloco 3
14  e4 =         284.09710693   ! E da argamassa
15  a4 =         381.82122803   ! A da argamassa
16  b4 =         1.11773002   ! B da argamassa
17  e5 =         284.09710693   ! = e4
18  a5 =         381.82122803   ! = a4
19  b5 =         1.11773002   ! = b4
20  de =          -0.30       ! deslocamento
21  rp =          15         ! número de passos
```

³⁶ O GiD pode ser obtido em <http://gid.cimne.upc.es>

```

22 ps =          0.05          ! fator de aplicação da carga
23 rb =          30          ! raio de DAN2 do bloco
24 ra =          3          ! raio de DAN2 da argamassa
25
26
27 MATE          1
28 SOLId
29 UCON DAN2 e1 0. 0. 0. 0.2
30           5.0E-20 a1 b1 1.0 10000. 0. 0. 0.
31           0. 0. 0. 0. 1 rb 2 1 1
32 [...]
33 PRIN
34
35 COOR
36 1 0 39 14 59
37 2 0 39 12.5 59
38 3 0 37.5 14 59
39 4 0 37.5 12.5 59
40 [...]
41 ELEM
42 1 0 3 2267 2256 2297 2303 2266 2255 2296 2302
43 2 0 3 2278 2267 2303 2311 2277 2266 2302 2310
44 3 0 3 2217 2198 2256 2267 2216 2196 2255 2266
45 [...]
46 BOUN
47 1 0 1.0000000 1.0000000 1.0000000
48 2 0 1.0000000 1.0000000 1.0000000
49 3 0 1.0000000 1.0000000 1.0000000
50 4 0 1.0000000 1.0000000 1.0000000
51 [...]
52 DISPlacement
53 1 0 0.0000000 0.0000000 de
54 2 0 0.0000000 0.0000000 de
55 [...]
56 END
57
58
59 BATCh
60 TPLOt
61 PROP,,1
62 END
63 SUMS,3,3,0,0.01          ! TPLOt
64 0,0 1,1 2,2 50,50      ! PROP
65
66 INTERactive
67
68
69 BATCh
70 TOL,ENER,1.0e-2
71 PRINT,less
72 PLOT PERS 1          ! Preparar plotagem
73 PLOT TIME,OFF
74 PLOT HIDE
75 PLOT POST 5          ! plotar deformada e tensões
76 PLOT LOGO
77 PLOT MESH
78 PLOT POST
79 PLOT POST 5          ! plotar deformada e tensões
80 PLOT LOGO
81 PLOT MESH
82 PLOT POST
83 PLOT POST 5          ! plotar deformada e tensões
84 PLOT LOGO
85 PLOT WIPE
86 PLOT FILL
87 PLOT POST

```

```

88 DT,,ps
89 LOOP,time,rp           ! inicia resolução
90   COMM,"PASSO"        !informa usuário
91   DATA,DT             !passo de garga variável
92   TIME                 !incrementa tempo atual com passo de carga
93   AUTO,TIME,5,200,3   !passo de carga auto. se não atingir convergência
94   AUTO,DT,ps*0.05,ps*10
95   LOOP,iter,200       ! Newton-Rapson
96     TANG,,1
97     COMM," tangente"  !informa usuário
98     NEXT,iter
99     PLOT POST 5        ! Plotar tensão principal e tensão zz
100    PLOT LOGO
101    PLOT CLIP 2 0 8
102    PLOT FRAME 1
103    PLOT RANGE,-0.400,0.20
104 [...]
105    PLOT POST
106    DISP,,1
107    REAC,coord,3,0    ! gravar reação
108    NEXT,time
109    DISP ALL           ! salva deslocamentos finais
110    STRE ALL          ! salva tensões finais
111 [...]
112 END
113 0                    ! Plot persp
114 150.,150.,200.      ! Plot persp
115 0.,0.,1.0           ! Plot persp
116 DT,,ps*3            ! 1º passo de carga
117 DT,,ps*6            ! 2º passo de carga
118 DT,,ps*1.8          ! 3º passo de carga
119 DT,,ps*1.4          ! 4º passo de carga
120 DT,,ps*1.2          ! 5º passo de carga
121 DT,,ps*1.2          ! 6º passo de carga
122 DT,,ps*1.2          ! 7º passo de carga
123 DT,,ps*1.2          ! 8º passo de carga
124 DT,,ps*1.2          ! 9º passo de carga
125 DT,,ps*1.2          ! 10º passo de carga
126 DT,,ps*1.2          ! 11º passo de carga
127 DT,,ps*1.4          ! 12º passo de carga
128 DT,,ps*1.7          ! 13º passo de carga
129 DT,,ps*1.8          ! 14º passo de carga
130 DT,,ps*2.05         ! 15º passo de carga
131
132 STOP

```

Da linha 4 a linha 24 são definidos os parâmetros de uma determinada execução. Entre as linhas 27-56 constam descrições da geometria e carregamentos. A partir da linha 56 é definida a resolução do problema e as saídas de pós-processamento. Na execução, destaca-se os passos variados de carga nas linhas 116-130, com primeiros trechos lineares com passos maiores e trechos seguintes passos menores. Os comandos de PLOT referem-se às saídas gráficas de pós-processamento.

Com o deslocamento imposto, a força de reação é capturada com o comando da linha 107.

A.2 MÓDULO CUBO

A.2.1 Objetivo

Obter os parâmetros ótimos do material para o modelo de dano, a partir da análise do gráfico experimental tensão-deformação.

A análise é feita pela simulação de um cubo unitário homogêneo no *FEAP*. Os parâmetros são calibrados de forma que a curva numérica se aproxime da melhor forma à curva experimental. A resolução é feita de maneira otimizada com o algoritmo de Fibonacci Generalizado.

A.2.2 Utilização

Para o correto funcionamento da parte gráfica, a pasta *PGPLOT* deve constar na raiz do disco C ([C:\PGPLOT](#)). São necessários arquivos contendo os pontos de curvas tensão-deformação dos componentes ensaiados e a saída são resumos dos resultados e, opcionalmente, respostas gráficas.

A.2.2.1 ARQUIVO DE ENTRADA

A entrada principal do programa se dá por um arquivo do tipo **.CSV** (do inglês *comma separated values*) constando resultados experimentais de tensão (kN/cm^2) e deformação. Esse pode ser editado em algum programa de planilha eletrônica, configurado com “.” para separador decimal. No exemplo da Figura A.1 utilizou-se a suíte BrOffice.

O arquivo deve ser organizado com dados dispostos em colunas do tipo **YXYX** (Deformação x Tensão) com as respostas de cada ensaio. Por exemplo:

	A	B	C	D	E	F
1	BC4-1		BC4-2		BC4-3	
2	Deformação	Tensão	Deformação	Tensão	Deformação	Tensão
3	2.63E-06	8.05E-04	0.00E+00	0.00E+00	1.07E-06	2.68E-04
4	5.26E-06	1.61E-03	4.74E-06	3.49E-03	0.00E+00	0.00E+00
5	1.05E-05	3.22E-03	4.74E-06	3.49E-03	1.07E-06	2.68E-04
6	1.49E-05	4.56E-03	5.47E-06	4.02E-03	2.14E-06	5.37E-04
7	1.58E-05	4.83E-03	5.83E-06	4.29E-03	3.21E-06	8.05E-04
8	1.84E-05	5.63E-03	6.56E-06	4.83E-03	2.14E-06	5.37E-04
9	2.02E-05	6.17E-03	6.20E-06	4.56E-03	3.21E-06	8.05E-04
10	2.45E-05	7.51E-03	6.93E-06	5.10E-03	2.14E-06	5.37E-04

Figura A.1: Organização dos dados em planilha eletrônica

As primeiras duas linhas não são lidas pelo programa, sendo úteis para fazer comentários. Após a edição, se grava o arquivo em formato **.CSV** (Figura A.2).

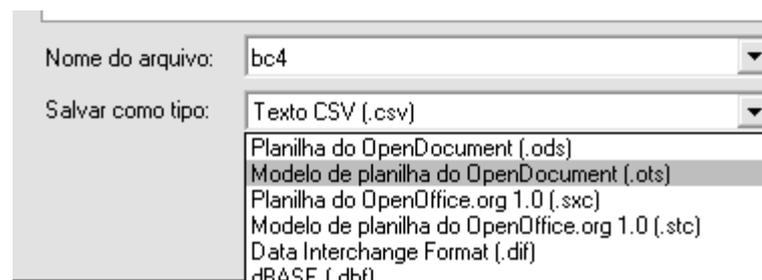


Figura A.2: Salvar arquivo como do tipo .CSV

Abrindo o arquivo salvo em um bloco de notas:

```

1 "BC4-1";;"BC4-2";;"BC4-3";
2 "Deformação";"Tensão";"Deformação";"Tensão";"Deformação";"Tensão"
3 2.630E-6;8.049E-4;0.000E+0;0.000E+0;1.069E-6;2.683E-4
4 5.259E-6;1.610E-3;4.738E-6;3.488E-3;0.000E+0;0.000E+0
5 1.052E-5;3.220E-3;4.738E-6;3.488E-3;1.069E-6;2.683E-4
6 1.490E-5;4.561E-3;5.467E-6;4.025E-3;2.138E-6;5.366E-4
7 [...]

```

A.2.2.2 PARÂMETROS DE EXECUÇÃO

Antes de compilar o programa, na sub-rotina *parametros* no arquivo *cubo.f90* deve-se configurar os dados da análise:

```

1 ! Dados da resolução do problema
2     limite=.FALSE.           ! .TRUE. >> limdef; .FALSE. >> ldf
3     limdef=1.0              ! limite de análise do resíduo baseado na deformação

```

```

4      ldf = 5.0           ! limite de análise do resíduo baseado na tensão
5      rep=40            ! nº de pontos (40)
6      de=-0.014        ! deslocamento aplicado ao cubo (-0.012)
7      C=1.0            !
8      ne=15            ! controle de iterações (15)
9      cda = 0          ! contador inicial dos dados
10     graf=.false.     ! opção de desenhar gráficos a cada iteração.

```

As três primeiras variáveis indicam o limite de análise adotado, as duas seguintes o número de passos de carga e o carregamento aplicado, e as duas últimas variáveis configurações de impressão. A variável *graf* como *false* irá produzir resultado gráfico apenas para as respostas finais calculadas.

A.2.2.3 EXECUÇÃO

Na compilação do módulo CUBO, pode-se optar por chamadas ao FEAP de forma interna (com as bibliotecas pré-compiladas) ou de forma externa (com chamada do executável). Nos testes executados a chamada interna foi quatro vezes mais rápida que a chamada externa, sendo recomendada.

Durante a execução especifica-se o arquivo de entrada, visualiza-se os gráficos experimentais e defini-se um limite de deformação máxima para o conjunto.

A saída gráfica pode ser feita em arquivo ou visualização na tela. Podendo-se escolher */W9* para o monitor ou */CPS* para saída em arquivo *post script*.

A.2.2.4 ARQUIVOS DE SAÍDA

São gerados arquivos com prefixo “F” para cada dado, constando dados de cada iteração. O arquivo com prefixo “R” contém o resumo final dos resultados. A seguir alguns exemplos.

Arquivo de prefixo *F-**:

```

1  limite,limdef,ldf,rep,de,C,ne,cda
2  T   1.000000      2.000000      40 -7.0000002E-03   1.000000
3      15          0
4  dado,E,Deformação na TenMax,TenMax

```

```

5          1  3083.125      5.7720090E-03  15.44967
6 contador,Log(A),B,Resíduo,tempo
7          1  3.05573      1.52786      17.1251  0.625000E-02
8          2  3.05573      2.47214      76.5532  0.122333E-01
9          3  3.05573      0.944272     44.3851  0.182167E-01
10 [...]

```

Arquivo de prefixo "R":

```

1 Resposta de BC4
2 dado,E,Log(A),B,Resíduo,Deformação na TenMax,TenMax
3  1  3083.12      6.06461      2.93513      1.99482      0.577201E-02  15.4497
4  2  7693.49      5.05261      2.33618      2.07264      0.353218E-02  19.0396
5  3  2509.44      7.42185      3.44893      1.10290      0.575333E-02  12.4712
6  4  7179.30      5.76139      2.70988      3.11043      0.331609E-02  21.6077
7 [...]

```

Os gráficos resultantes são semelhantes aos do anexo A.

A.3 STRAND - STRUCTURAL RISK ANALYSIS AND DESIGN

Duas aplicações foram aplicadas de maneiras distintas: geração de amostras com simulação de Monte Carlo e cálculo da probabilidade de falha via FORM.

A.3.1 Geração De Amostras Com Simulação De Monte Carlo

O primeiro passo é acrescentar algumas linhas de programação no programa principal que utiliza a biblioteca pré-compilada do STRAND. Como nesta fase deseja-se apenas amostrar as variáveis aleatoriamente, acrescenta-se a função RESPONSE_LIMIT_STATE o comando da linha 7 abaixo:

```

1  FUNCTION RESPONSE_LIMIT_STATE(NRV,LS_NUMBER,NR,X,TIME,THETA)
2  IMPLICIT NONE
3  INTEGER,INTENT(IN) :: NRV,LS_NUMBER,NR
4  REAL*8, INTENT(IN) :: X(NRV),TIME,THETA
5  REAL*8              RESPONSE_LIMIT_STATE(NR)
6  ! X(1),X(2),X(3),X(4),X(5),X(6),X(7),X(8),X(9)
7  write (200,'(9F15.6)') X
8  [...]
9  RETURN
10 END FUNCTION RESPONSE_LIMIT_STATE

```

O segundo passo é configurar o arquivo de entrada de dados, opta-se por Response Distribution em ANALYSIS_TYPE. O procedimento abaixo gera 200 amostras das variáveis aleatórias do prisma de concreto.

```

1 *****
2 *TITLE: Amostras do prisma
3 *****
4 ANALYSIS OPTIONS
5 *****
6
7 *ANALYSIS_TYPE:
8 1 Response Distribution
9 0 Random Variable Analysis
10 0 Random Process Analysis
11 [...]
12
13 *****
14 RESPONSE DISTRIBUTION PROBLEM
15 *****
16
17 *RESPONSE_OPTIONS:
18 0 FORM Response Distribution
19 1 MCS Response Distribution
20
21 *MC_RESPONSE_OPTIONS:
22 200 Number of samples in Monte Carlo evaluation
23 1111111 Seed of Monte carlo simulation
24 [...]
25 *NUMBER_RESPONSE_RV_PARAMETERS:
26 9 - NRV
27
28 BE,BB,BE,BB,BE,BB,AE,ALA,AB --> 1
29
30 *RESPONSE_RV_DATA:
31 3, M, 5366.3, 2435.8, 0.0, 0.0, ! E do bloco 1
32 7, M, 2.82870, 0.42201, 0.0, 0.0, ! B do bloco 1
33 3, M, 5366.3, 2435.8, 0.0, 0.0, ! E do bloco 2
34 7, M, 2.82870, 0.42201, 0.0, 0.0, ! B do bloco 2
35 3, M, 5366.3, 2435.8, 0.0, 0.0, ! E do bloco 3
36 7, M, 2.82870, 0.42201, 0.0, 0.0, ! B do bloco 3
37 2, M, 3355.40, 971.660, 0.0, 0.0, ! E da argamassa
38 8, M, 2.75890, 0.17995, 0.0, 0.0, ! LA da argamassa
39 8, M, 0.96788, 0.10501, 0.0, 0.0, ! B da argamassa
40
41 *RESPONSE_RV_CORRELATION:
42 1.000
43 -0.898 1.000
44 0.000 0.000 1.000
45 0.000 0.000 -0.898 1.000
46 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000
47 0.000 0.000 0.000 0.000 -0.898 1.000
48 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000
49 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 -0.574 1.000
50 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 -0.609 0.904 1.000

```

A resolução do problema poderia ser feita diretamente no STRAND, mas por conta do elevado tempo de processamento do problema e controle de execução, utilizou-se apenas a geração de amostras.

A.3.2 Cálculo Da Probabilidade De Falha Via FORM

As equações devem estar contidas no código do STRAND para realizar o cálculo da probabilidade de falha. Seja $x(1), x(2)$ ações no prisma e $x(3)$ a resistência, basta acrescentar as equações nas sub-rotinas abaixo:

```

1  FUNCTION LIMIT_STATE(NRV,LS_NUMBER,NR,X,TIME,THETA)
2  IMPLICIT NONE
3  INTEGER,INTENT(IN) :: NRV,LS_NUMBER,NR
4  REAL*8,INTENT(IN) :: X(NRV),TIME,THETA
5  REAL(8)
6  REAL(8),PARAMETER :: DELTA = 12.D0
7  SELECT CASE(LS_NUMBER)
8  CASE(1); LIMIT_STATE(1) = 0.8879*X(3)-X(1)-X(2)
9  CASE(2); LIMIT_STATE(1) = 0.8879*X(3)-X(1)-X(2)
10 CASE DEFAULT; LIMIT_STATE = 0.D0
11 END SELECT
12 RETURN
13 END FUNCTION LIMIT_STATE
14 [...]
15 SUBROUTINE LIMIT_STATE_GRADIENT(NRV,LS_NUMBER,X,GRAD,TIME,THETA)
16 IMPLICIT NONE
17 INTEGER,INTENT(IN) :: NRV,LS_NUMBER
18 REAL*8,INTENT(IN) :: X(NRV),TIME,THETA
19 REAL(8) GRAD(NRV)
20 REAL(8),PARAMETER :: DELTA = 12.D0
21 GRAD = 0.D0
22 SELECT CASE(LS_NUMBER)
23 CASE(1);
24     GRAD(1) = -1.0d0
25     GRAD(2) = -1.0d0
26     GRAD(3) = +0.8879d0
27 CASE DEFAULT; GRAD = 0.D0
28 END SELECT
29 RETURN
30 END SUBROUTINE LIMIT_STATE_GRADIENT

```

O arquivo de entrada deve estar adequadamente editado com as distribuições de probabilidades especificadas e demais opções de execução:

```

1  *****
2  *TITLE: PF COMPRESSAO SIMPLES
3  *****
4  ANALYSIS OPTIONS
5  *****
6
7  *ANALYSIS_TYPE:
8  0  Response Distribution
9  1  Random Variable Analysis
10 0  Random Process Analysis
11 [...]
12 *****
13 RANDOM VARIABLE PROBLEM
14 *****
15
16 *NUMBER_LIMIT_STATES:

```

```

17 1 - NLS
18
19 *NUMBER_RV:
20 3 - NRV
21
22 *RV_DATA:
23   2, M,          0.25393E+00, 0.25393E-01,    0.001, 5000.00,    ! x(1)
24   8, M,          0.12419E+01, 0.31047E+00,    0.0,    0.00,      ! x(2)
25   3, M,          0.66730E+01, 0.92500E+00,    0.001,    0.00,      ! x(3)
26 [...]
27 *RV_CORRELATION:
28   0.00
29
30 *RV_RELIABILITY_OPTIONS:
31 1 FORM - First Order Reliability Analysis
32 [...]

```

A.4 MÓDULO CNEP

Esse módulo segue procedimentos semelhantes ao módulo CUBO

A.4.1 Objetivo

Calcular o módulo de elasticidade, resistência à compressão e deformação na tensão máxima de prisma de concreto numérico com parâmetros dos materiais aleatórios.

A.4.2 Utilização

Para o correto funcionamento dos gráficos, a pasta *PGPLOT* deve constar na raiz do disco C (*C:\PGPLOT*). Na impressão de tensões e deslocamentos em arquivos PDF, é importante instalar dos programas livres GhostScript³⁷ e do Pdf toolkit³⁸. As pastas “bin” e “lib” do GhostScript devem estar na variável ambiente “PATH” do sistema, como também o executável do Pdf toolkit.

São necessários arquivos contendo os pontos de curvas tensão-deformação dos prismas ensaiados e os parâmetros amostrados no STRAND. A saída principal é o arquivo “RNF.txt” que contém as respostas e pontos do gráfico tensão versus deformação da análise numérica.

³⁷ pode ser obtido em <http://www.ghostscript.com/awki>

³⁸ pode ser obtido em <http://www.accesspdf.com/pdftk/>

A.4.2.1 ARQUIVO DE ENTRADA

A entrada principal do programa se dá por dois arquivos do tipo **.CSV**. O primeiro constando os dados experimentais de tensão (kN/cm²) e deformação dos prismas, de forma idêntica ao da Figura A.1. O arquivo deve ser organizado com dados dispostos em colunas do tipo XYXY (Deformação x Tensão) com as respostas de cada ensaio. O arquivo deve ser salvo separado por ponto e vírgula (;), como no exemplo abaixo.

```

1 "PC4-1";;"PC4-2";;"PC4-3";
2 "Deformação";"Tensão";"Deformação";"Tensão";"Deformação";"Tensão"
3 2.630E-6;8.049E-4;0.000E+0;0.000E+0;1.069E-6;2.683E-4
4 5.259E-6;1.610E-3;4.738E-6;3.488E-3;0.000E+0;0.000E+0
5 1.052E-5;3.220E-3;4.738E-6;3.488E-3;1.069E-6;2.683E-4
6 1.490E-5;4.561E-3;5.467E-6;4.025E-3;2.138E-6;5.366E-4
7 [...]
```

O segundo arquivo deve conter as amostras obtidas do STRAND (seção A.1). Cada variável é organizada por tipo e por colunas, começando com as unidades e por fim a argamassa. Dessa vez, a separação das colunas é feita por espaços simples e não mais por ponto e vírgula. O exemplo abaixo indica como os dados devem estar organizados:

```

1 "BC4-E1" "BC4-B1" "BC4-E2" "BC4-B2" "BC4-E3" "BC4-B3" "AT2-E" "AT2-LA" "AT2-B"
2 2368.06 3.159523 5040.28 2.767019 3498.282 3.11577 4969.5 2.6355 0.9688
3 4668.06 2.813694 3273.40 3.224633 3091.114 3.07847 3697.4 2.8640 1.084113
4 3.224633 3091.114 5040.28 2.767019 3498.282 3.11577 4969.5 2.6355 0.9688
5 [...]
```

A.4.2.2 PARÂMETROS DE EXECUÇÃO

Antes de compilar o programa, na sub-rotina *parametros* no arquivo *cubo.f90* deve-se configurar os dados da análise:

```

1 ! Dados da resolução do problema
2     rep=40           ! nº de pontos (40)
3     de=-0.014       ! deslocamento aplicado ao cubo (-0.012)
4     C=1.0           !
5     Abl=2.1096475   ! Coeficiente angular da relação "LA = Abl*B + Bbl"
6     Bbl=0.14540627  ! Coeficiente linear
7     graf=.false.    ! opção de desenhar gráficos a cada iteração.
8     esc=1.5         ! escala do texto (1.5)
9     lsc=1.5         ! espessura das linhas
10    Esct=10.0       ! escala tensão (10.0=N/mm², 1.0=kN/cm²)
11    emin=20.0,emax=50.0 ! limites para módulo de elasticidade
```

As duas primeiras variáveis relacionam-se com a aplicação do carregamento. As linha 5 e 6 são os coeficientes angular e linear da relação linear estabelecida entre LA_c e B_c . Na linha 11 especifica-se o intervalo do cálculo do módulo de elasticidade. As linhas 7 a 10 são opções para saída gráfica.

A.4.2.3 EXECUÇÃO

Durante a execução especifica-se os dois arquivos de entrada e o intervalo de amostra a ser calculado, por exemplo, amostras 52 a 85.

É impresso na tela o gráfico experimental do prisma lido no arquivo.

A.4.2.4 ARQUIVOS DE SAÍDA

Os arquivos **PDF** com prefixo “FP” e arquivos **TXT** com prefixos “L” e “O” referem-se ao pós-processamento de cada conjunto de parâmetros do prisma. Esses arquivos **PDF** são respostas tensões e deformações em escala de cores, como na seção 4.4.5.

Arquivos com prefixo “L” possuem informações sobre convergência e tempo de processamento. Enquanto que os com prefixo “O” contém descrições detalhadas da execução e resultados de deslocamentos e tensões

O arquivo “EXP.TXT” contém as variáveis E , f_p e ε_{crit} dos prismas experimentais. O arquivo de saída do cálculo é o “RNF.TXT”, que contém as variáveis E , f_p e ε_{crit} para as resoluções numéricas. O exemplo deste arquivo é descrito abaixo:

```

1 EM_19/03/2008 01:38:08 EM_19/03/2008 05:01:47
2 Dado: 6 Dado: 7
3 Def_na_Rup: 3.71186E-03 Def_na_Rup: 3.71186E-03
4 Tensão_Rup: 8.47368E+00 Tensão_Rup: 8.26597E+00
5 Mod_Young: 2.83735E+03 Mod_Young: 2.75333E+03
6 -DEFORM- -TENSÃO- -DEFORM- -TENSÃO-
7 0.00000E+00 0.00000E+00 0.00000E+00 0.00000E+00
8 7.62712E-04 2.16408E+00 7.62712E-04 2.10000E+00
9 2.28814E-03 6.32559E+00 2.28814E-03 6.16674E+00
10 2.74576E-03 7.36930E+00 2.74576E-03 7.19509E+00
11 3.10169E-03 7.99901E+00 3.10169E-03 7.81451E+00

```

| 12 [...]]

Além desses, é criado o arquivo com prefixo "GRAF" que contém as curvas tensão versus deformação do experimentais e numéricas justapostas.

APÊNDICE B – ESTATÍSTICA DESCRITIVA E DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADES

O primeiro passo para estudar uma variável é investigar os dados disponíveis (como observações de acontecimentos e resultados de ensaios), avaliando a natureza e o grau de sua incerteza. A estatística descritiva é simplesmente uma ferramenta de representação e redução destes dados, tornando-os de fácil apresentação e avaliação. Estas representações podem ser gráficas e/ou numéricas.

B.1 ESTATÍSTICA DESCRITIVA

B.1.1 Representações Gráficas

Existem vários tipos de representações gráficas, aqui são apresentados o histograma, a distribuição de freqüência cumulativa, a Probabilidade-Probabilidade (P-P) e o Quantil-Quantil (Q-Q).

B.1.1.1 HISTOGRAMA

O histograma é a representação mais comum, em que os dados são descritos em forma de gráficos de barras. A base de cada barra corresponde ao intervalo de classe e a sua altura à respectiva freqüência de acontecimento. Considere como exemplo os resultados da resistência à compressão de blocos ensaiados por Garcia [36] constantes na Tabela B.1. Escolhendo os intervalos convenientemente, como na Tabela B.2, pode-se montar o histograma da Figura B.1 e a freqüência acumulada da Figura B.2.

Tabela B.1: Resistência à compressão de blocos cerâmicos

Corpo de Prova	σ_{rup} (MPa)	Quantil
1	10,63	0,08
2	11,09	0,15
3	11,1	0,23
4	11,27	0,31
5	11,29	0,38
6	11,91	0,46
7	12,36	0,54
8	12,39	0,62
9	13,27	0,69
10	13,36	0,77
11	13,53	0,85
12	13,58	0,92
Média	12,15	
Desv Padrão	1,08	

Tabela B.2: Resumo da resistência à compressão de blocos cerâmicos

Intervalos			Nº de ocorrências	Frequência	Frequência acumulada
Superior	Inferior	Médio			
10,5	11,0	10,8	1	8,3%	0,08
11,0	11,5	11,3	4	33,3%	0,42
11,5	12,0	11,8	1	8,3%	0,50
12,0	12,5	12,3	2	16,7%	0,67
12,5	13,0	12,8	0	0,0%	0,67
13,0	13,5	13,3	2	16,7%	0,83
13,5	14,0	13,8	2	16,7%	1,00

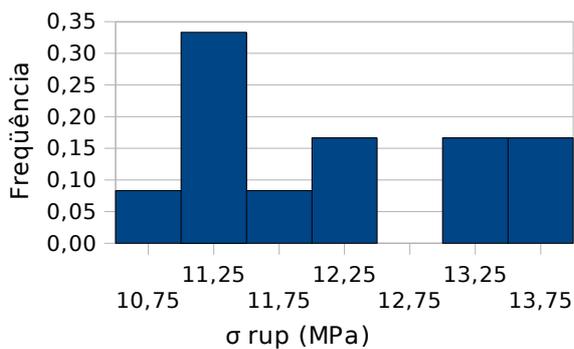


Figura B.1: Histograma da resistência à compressão de blocos cerâmicos

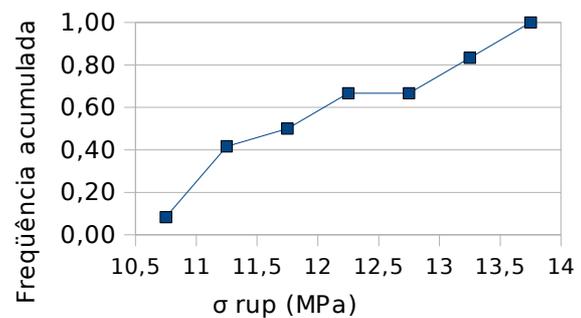


Figura B.2: Frequência acumulada da resistência à compressão de blocos cerâmicos

B.1.1.2 QUANTIL

É a representação dos quantis. A partir dos dados da Tabela B.1 monta-se o Figura B.3.

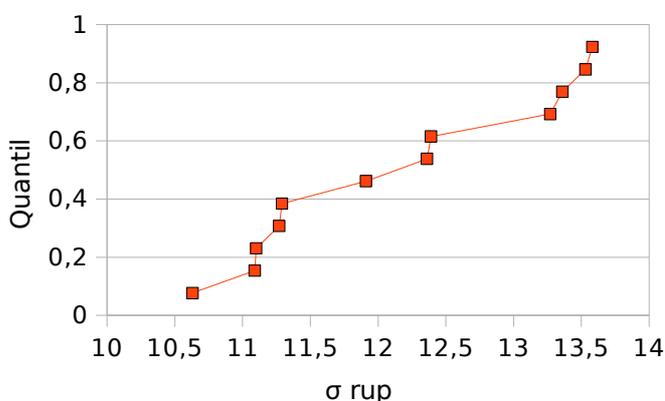


Figura B.3: Quantil da resistência à compressão de blocos cerâmicos

B.1.1.3 PROBABILIDADE-PROBABILIDADE E QUANTIL-QUANTIL

Conhecidos como *PP* e *QQ Plot*, são gráficos utilizados para comparar dados de um mesmo tipo de amostra. Estes tipos de representação são úteis para comparações entre dados experimentais com ajustes de funções estatísticas; ou entre duas amostras, como por exemplo, fluxo de carros numa direção e na direção contrária.

Neste trabalho são adotadas curvas *QQ* para avaliar os ajustes estatísticos efetuados.

B.1.2 Representações Numéricas

B.1.2.1 QUANTIL

Uma descrição simples de quantil: uma quantidade q de um conjunto de dados é um número na escala de tal forma que $q\%$ das medidas são maiores ou iguais a este valor, enquanto $(1-q)\%$ são maiores ou iguais [30]. Por exemplo, o quantil 5% para um concreto ensaiado resultar 35 MPa, significa que 5% das amostras tem resistência menores ou iguais 35 MPa e 95 % são maiores ou iguais.

A norma NBR 6136 [9] – Bloco vazado de concreto simples para alvenaria estrutural – indica uma fórmula para determinar o quantil de 5% que representa o $f_{bk,est}$ (eq. B.1). Sendo que o $f_{bk,est}$ não deve ser maior que 85% da média dos blocos da amostra nem menor que $\psi_6 \cdot f_{b1}$, sendo ψ_6 definido na Tabela B.3.

$$f_{bk,est} = 2 \frac{f_{b1} + f_{b2} + \dots + f_{bm-1}}{m-1} - f_{bm} \quad (B.1)$$

em que:

$f_{b1}, f_{b2} \dots f_{bn}$ valores de resistência à compressão dos blocos da amostra em ordem crescente, isto é, f_{b1} é o menor e f_{bn} é o maior;

$m = n/2$ se n for par;

$m = \frac{n+1}{2}$ se n for ímpar;

n número de blocos da amostra.

Tabela B.3: Valores de ψ_6

Nº de amostras	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
ψ_6	0,89	0,91	0,93	0,94	0,96	0,97	0,98	0,99	1,00	1,01

FONTE: NBR 6136 [9].

A resistência dos blocos ensaiados por Garcia [36] (Tabela B.1) resulta num $f_{bk,est} = 10,24$ MPa.

B.1.2.2 MEDIDAS DE VALORES CENTRAIS

Em uma seqüência de observações denotadas por x_1, x_2, \dots, x_n a *média amostral* \bar{x} é simplesmente:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (B.2)$$

A média amostral é o valor que tem maior probabilidade de ocorrência em uma dada distribuição.

A *mediana* é o valor que representa o quantil de 50 %. O valor que apresenta maior frequência de ocorrência é chamado de *moda*. Estas duas medidas usualmente têm pouco significado na engenharia [14].

B.1.2.3 MEDIDAS DE DISPERSÃO

A variabilidade ou *dispersão* de um conjunto de amostras é uma importante característica dos dados. A dispersão pode ser dada pela *variância amostral* s^2 :

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n-1} \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2 \right) \quad (\text{B.3})$$

O *desvio padrão amostral* é definido como a raiz quadrada da variância amostral. O *coeficiente de variação* v é útil para comparar diferentes conjuntos de dados de forma adimensional, sendo definido como:

$$v = \frac{s}{\bar{x}} \quad (\text{B.4})$$

B.1.2.4 MEDIDAS DE ASSIMETRIA

Assim como a variância é um segundo momento médio sobre a média, o coeficiente amostral de *skewness* (η) está relacionado com o terceiro momento e o coeficiente de *kurtosis* (κ) com o quarto momento. Para torná-los adimensionais, os coeficientes são divididos pelo desvio padrão elevado, respectivamente, ao cubo e à quarta.

$$\eta = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{s^3} \quad \kappa = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4}{s^4} \quad (\text{B.5})$$

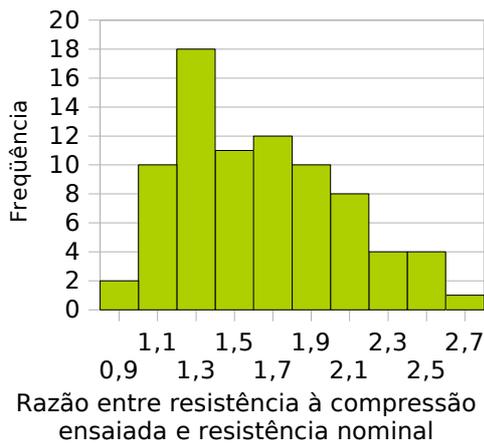


Figura B.4: Razão entre resistência à compressão ensaiada e resistência nominal de blocos de concreto para 80 prismas de três blocos [38]

O coeficiente de skewness é uma medida de simetria da distribuição. Se este é negativo, há concentração no lado esquerdo da medida, se positivo há concentração no lado direito. A Figura B.4 é um exemplo de skewness negativo.

Enquanto o kurtosis é uma medida de achatamento da distribuição dos dados. Como uma gaussiana (normal) uma medida igual a 3, é comum considerar apenas o excesso de kurtosis em relação à distribuição normal. O ensaio de resistência

dos blocos (Tabela B.1) apresenta kurtosis -1,68; indicando que os dados são bem espalhados.

B.1.2.5 MEDIDAS CORRELAÇÃO

Quando duas características são observadas simultaneamente, pode-se analisar a dependência entre elas. A covariância amostral s_{XY} é uma medida linear da relação entre duas variáveis aleatórias de forma que

$$s_{XY} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \quad (\text{B.6})$$

Uma medida adimensional da covariância entre duas variáveis aleatórias é dado pelo coeficiente de correlação r_{XY} da eq. (B.7). Este tem a propriedade de estar limitado ao intervalo $-1 \leq r_{XY} \leq 1$ e os valores extremos indicam que os dados são perfeitamente correlacionados.

$$r_{XY} = \frac{1}{n} \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{s_X s_Y} \quad (\text{B.7})$$

A Figura B.5a indica variáveis sem correlação e a Figura B.5b variáveis fortemente correlacionadas.

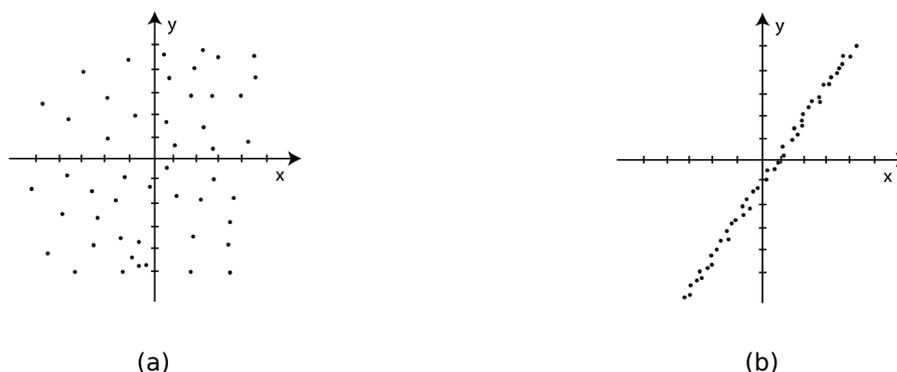


Figura B.5: Exemplo de comparação entre duas variáveis: (a) fracamente correlacionadas; (b) altamente correlacionadas

B.2 DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADES

A Tabela B.4 resume as distribuições de probabilidades utilizadas nessa dissertação.

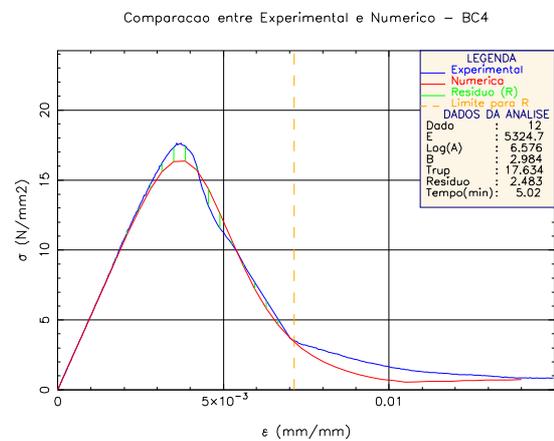
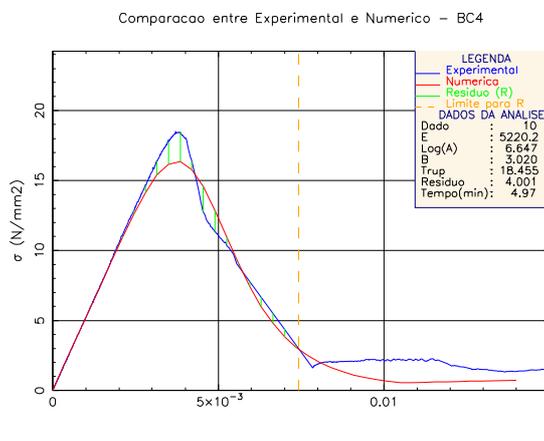
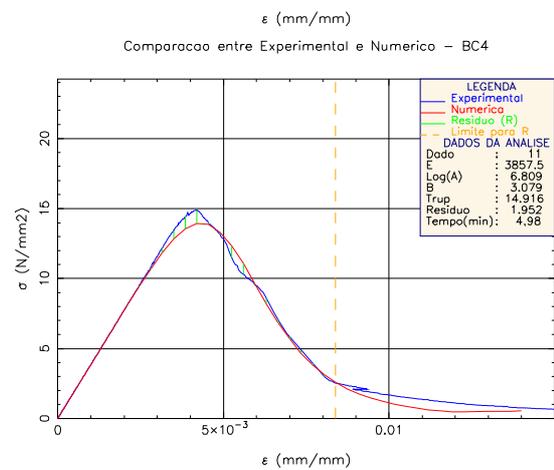
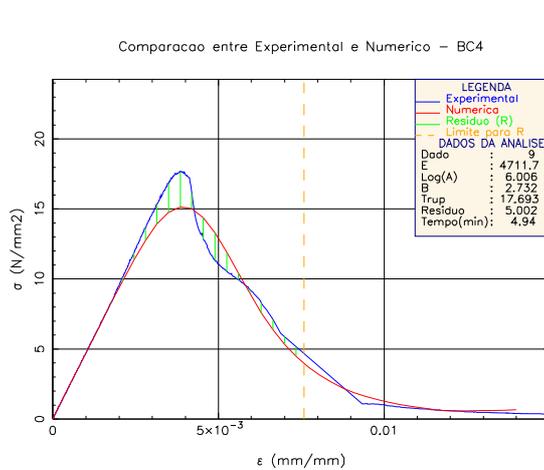
Tabela B.4: Distribuições contínuas utilizadas e seus parâmetros

Distribuição	$f_x(x)$	Parâmetros		Média	Variância
		p1	p2	μ	σ^2
Uniforme	$\frac{1}{b-a}$	a	b	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{(b-a)^2}{12}$
Normal	$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]$	μ	σ	μ	σ^2
Lognormal	$\frac{1}{\zeta x\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \lambda}{\zeta}\right)^2\right] \quad x \geq 0$	λ	ζ	$\exp[\lambda + 0,5\zeta^2]$	$\mu^2[\exp(\zeta^2) - 1]$
Gumbel mínimos	$\beta \exp[\beta(x-u_1) - e^{-\beta(x-u_1)}]$	u_1	β	$u_1 - \frac{\gamma}{\beta}$	$\frac{\pi^2}{6\beta^2}$
Gumbel máximos	$\beta \exp[\beta(x-u_1) - e^{\beta(x-u_1)}]$	u_n	β	$u_n - \frac{\gamma}{\beta}$	$\frac{\pi^2}{6\beta^2}$

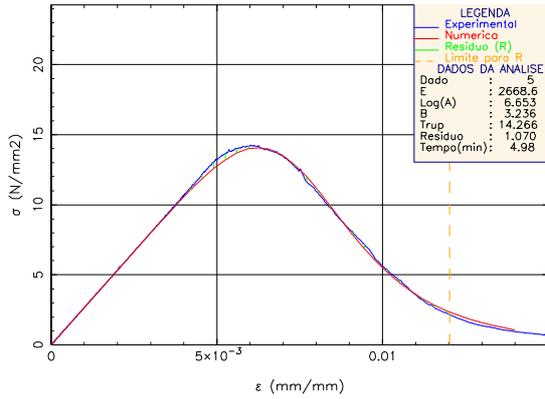
ANEXO A – GRÁFICOS

A seguir são apresentados gráficos tensão versus deformação dos ajustes numéricos dos materiais estudados, a fim de se obter os parâmetros do modelo de dano.

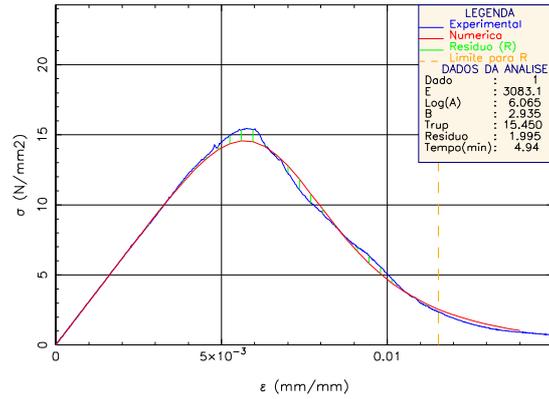
A.1 BLOCO DE CONCRETO 4,5 MPA



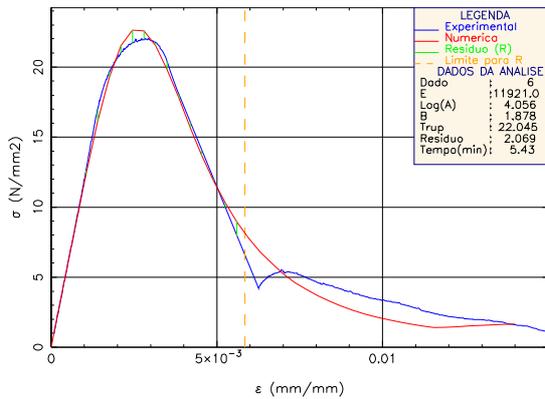
Comparacao entre Experimental e Numerico – BC4



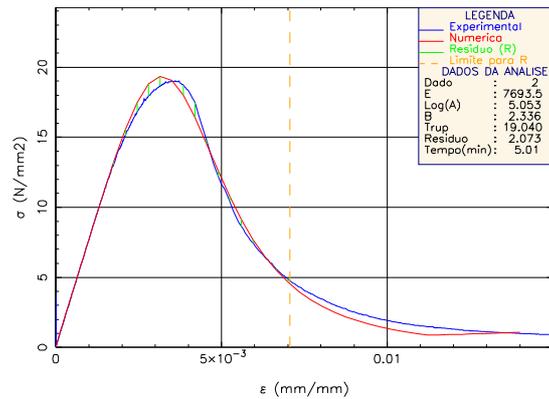
Comparacao entre Experimental e Numerico – BC4



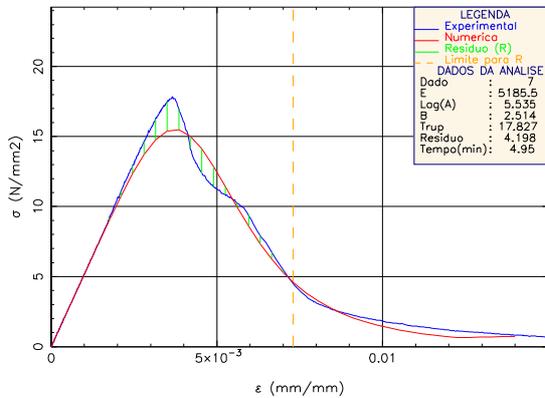
Comparacao entre Experimental e Numerico – BC4



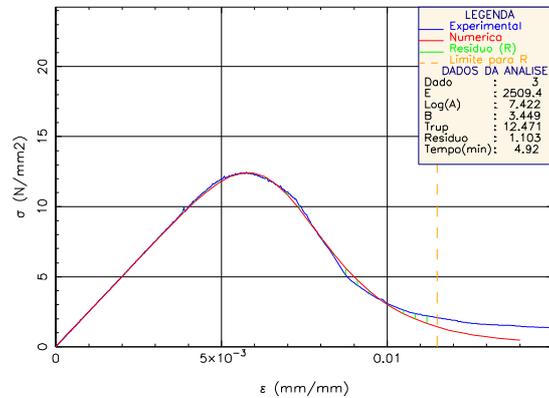
Comparacao entre Experimental e Numerico – BC4



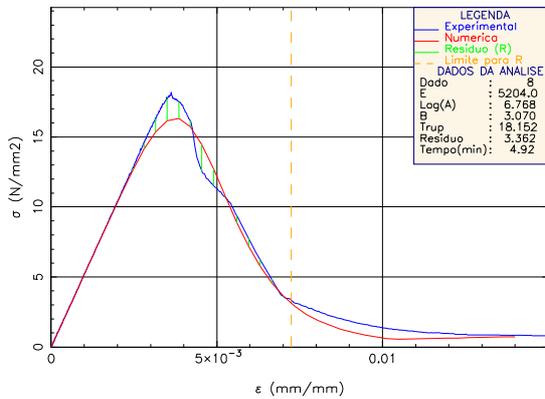
Comparacao entre Experimental e Numerico – BC4



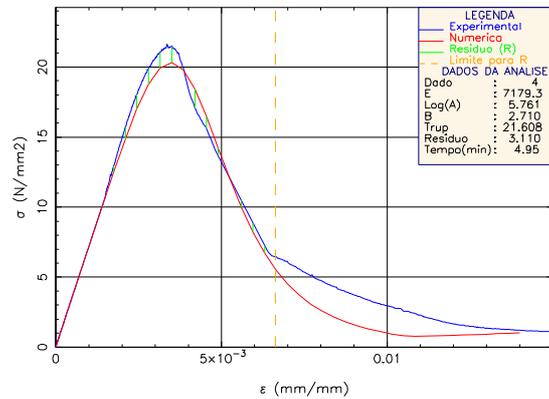
Comparacao entre Experimental e Numerico – BC4



Comparacao entre Experimental e Numerico – BC4

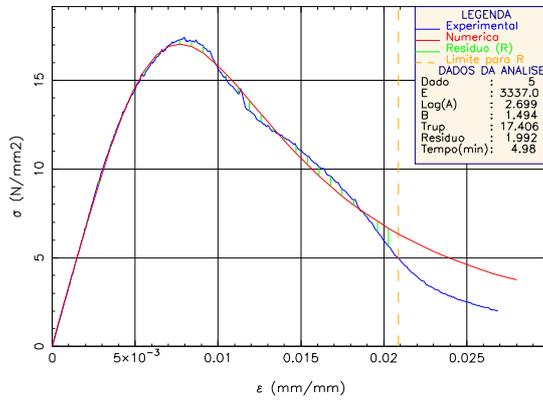


Comparacao entre Experimental e Numerico – BC4

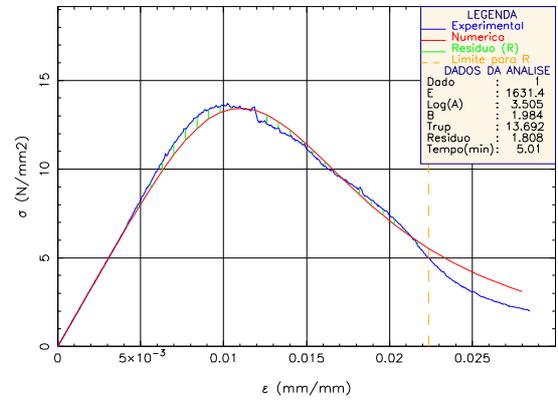


A.2 UNIDADES DE SÍLICO-CALCÁRIO 10,0 MPA

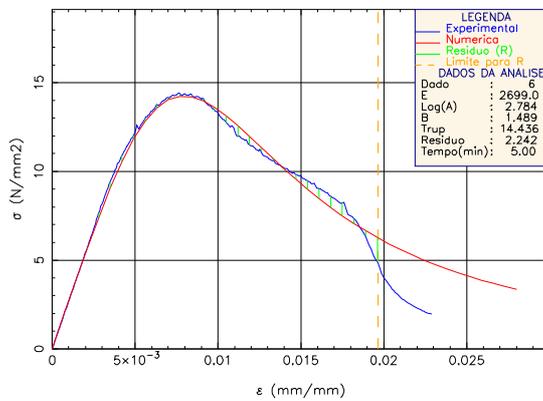
Comparacao entre Experimental e Numerico - BS1



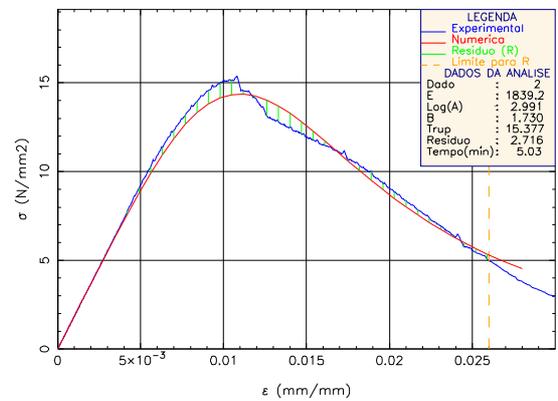
Comparacao entre Experimental e Numerico - BS1



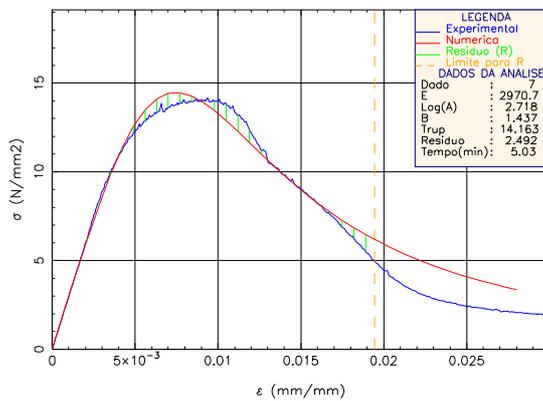
Comparacao entre Experimental e Numerico - BS1



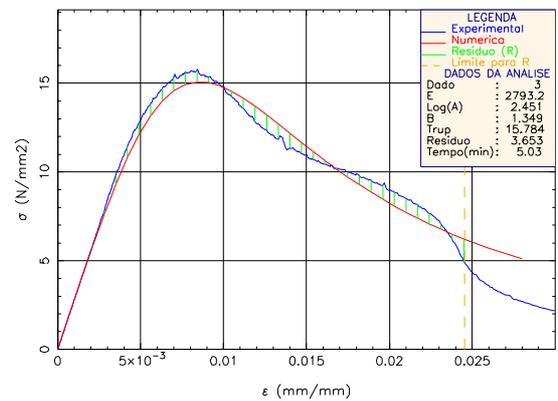
Comparacao entre Experimental e Numerico - BS1



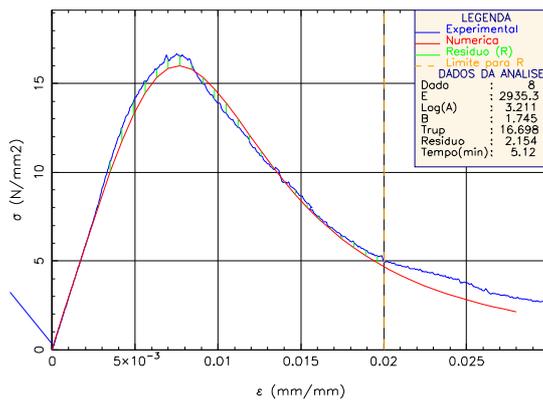
Comparacao entre Experimental e Numerico - BS1



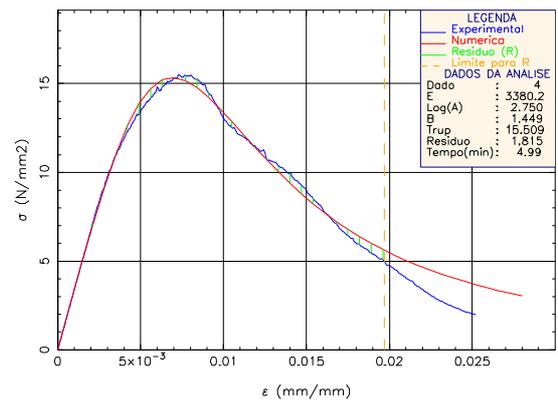
Comparacao entre Experimental e Numerico - BS1



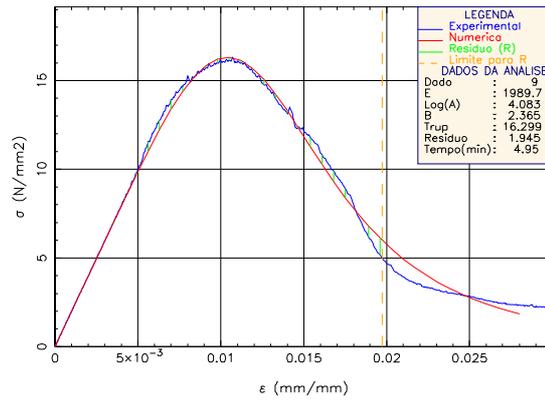
Comparacao entre Experimental e Numerico - BS1



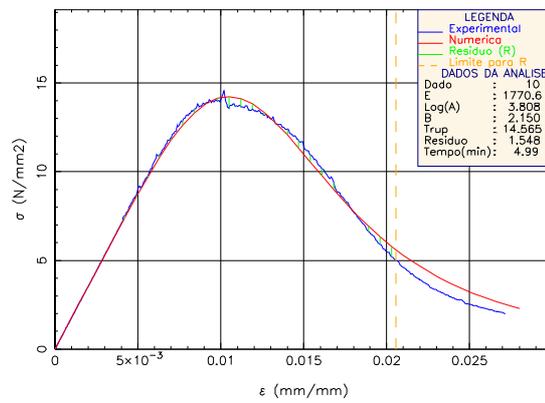
Comparacao entre Experimental e Numerico - BS1



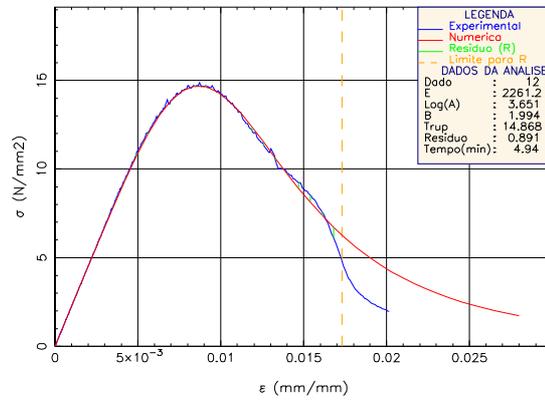
Comparação entre Experimental e Numerico - BS1



Comparação entre Experimental e Numerico - BS1

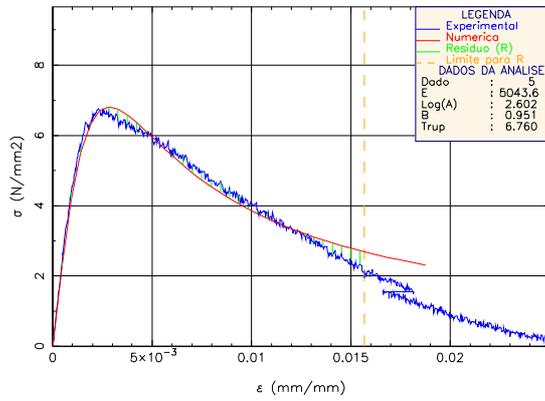


Comparação entre Experimental e Numerico - BS1

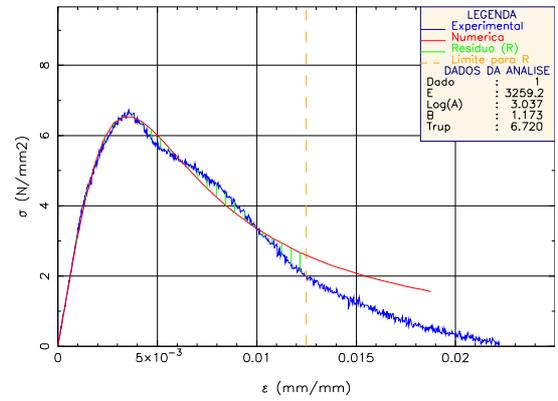


A.3 ARGAMASSA TIPO II

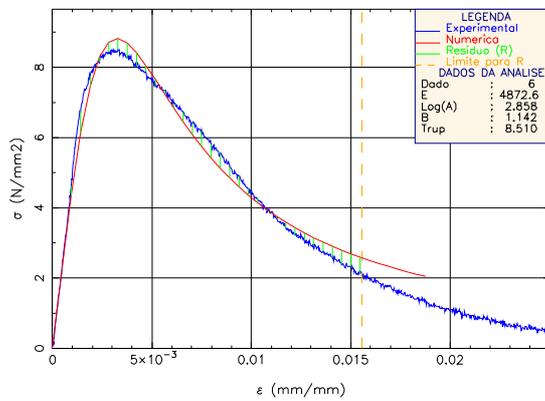
Comparacao entre Experimental e Numerico – AT1



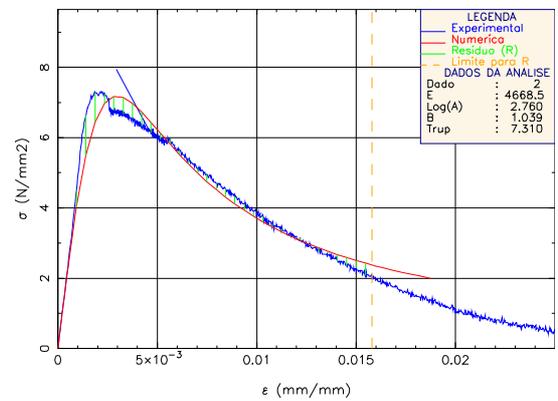
Comparacao entre Experimental e Numerico – AT1



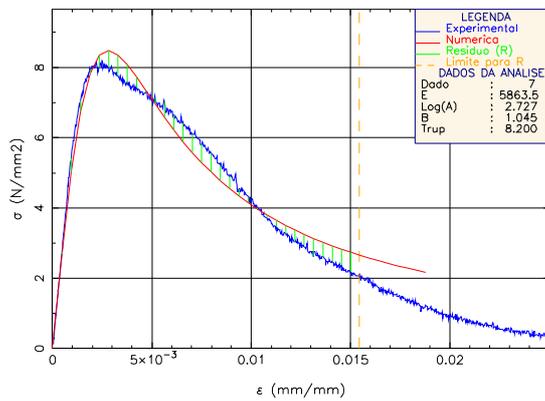
Comparacao entre Experimental e Numerico – AT1



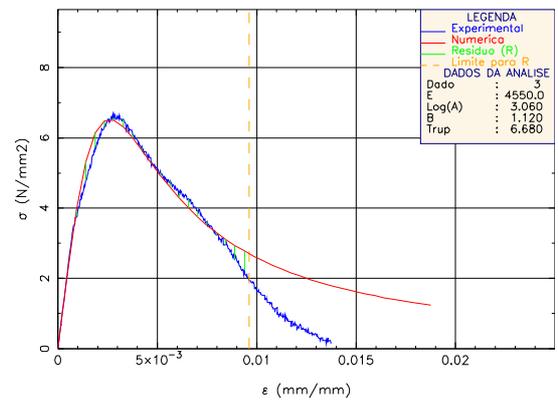
Comparacao entre Experimental e Numerico – AT1



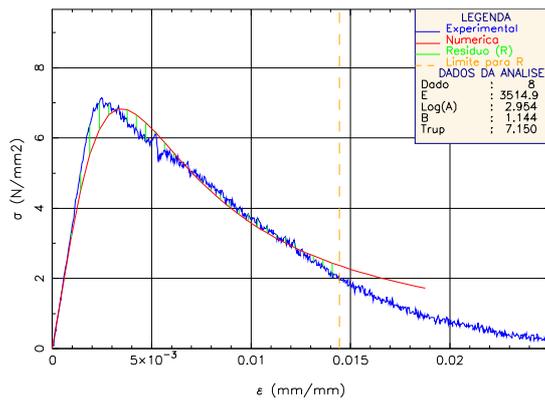
Comparacao entre Experimental e Numerico – AT1



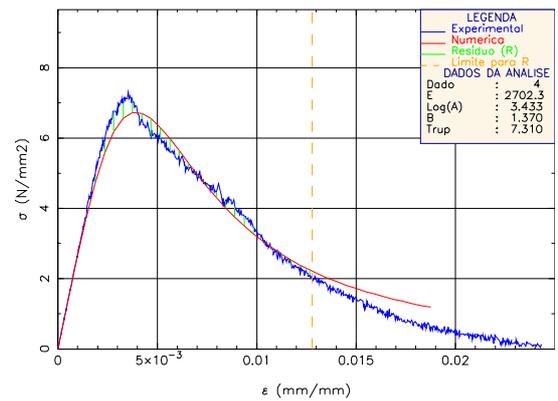
Comparacao entre Experimental e Numerico – AT1



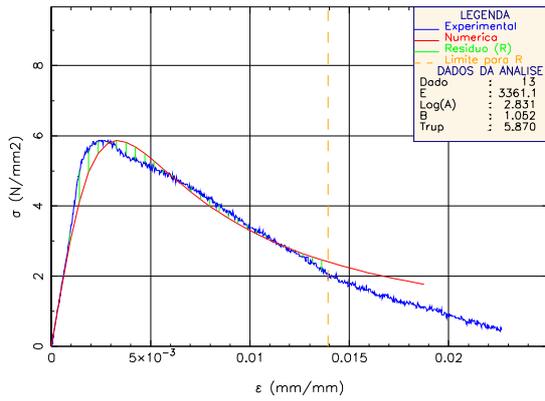
Comparacao entre Experimental e Numerico – AT1



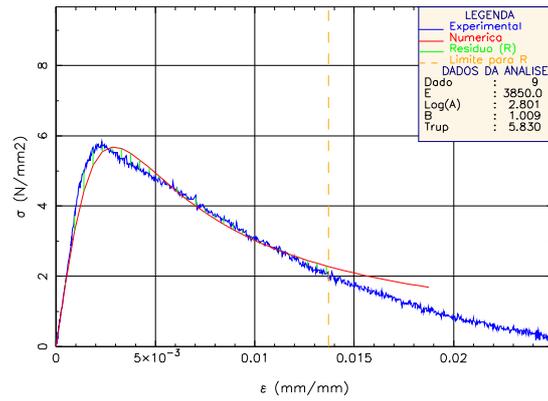
Comparacao entre Experimental e Numerico – AT1



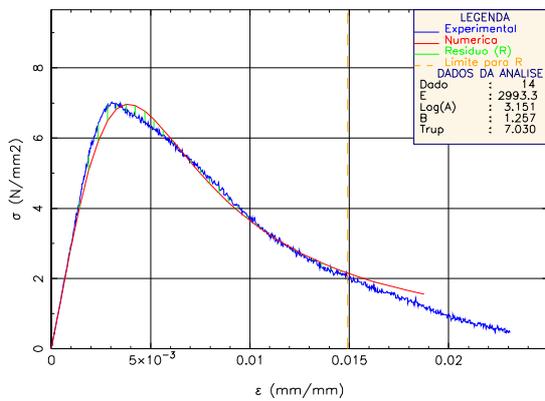
Comparacao entre Experimental e Numerico – AT1



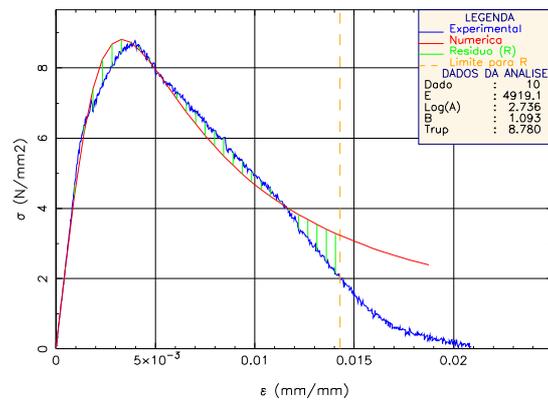
Comparacao entre Experimental e Numerico – AT1



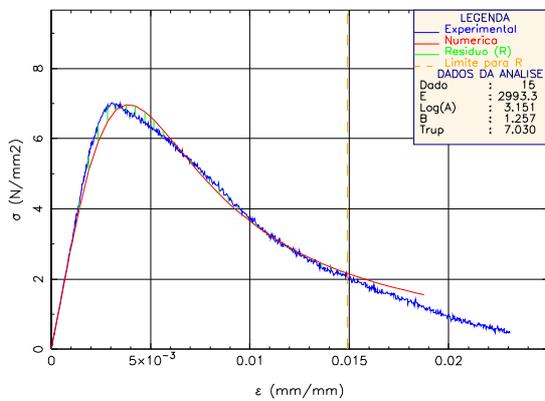
Comparacao entre Experimental e Numerico – AT1



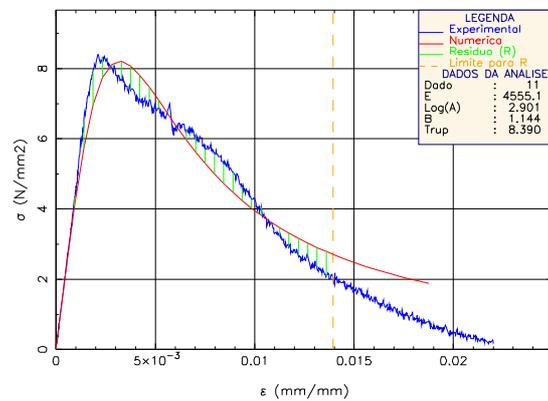
Comparacao entre Experimental e Numerico – AT1



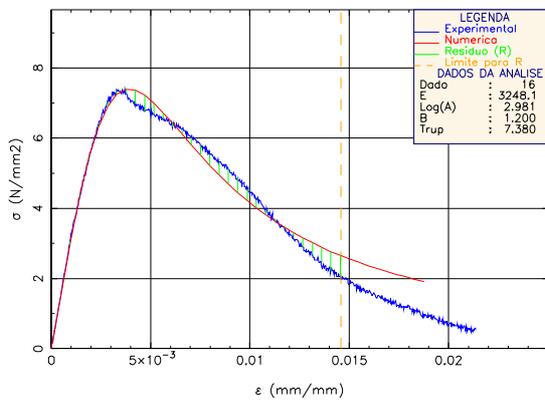
Comparacao entre Experimental e Numerico – AT1



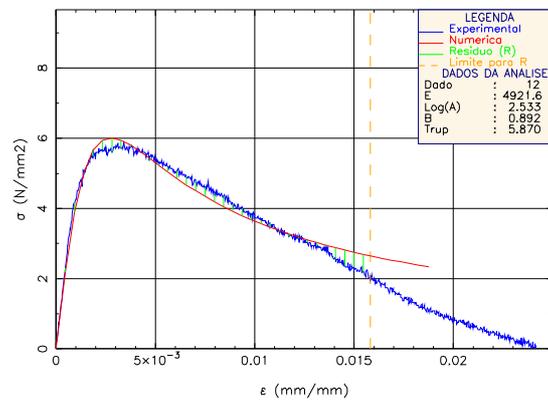
Comparacao entre Experimental e Numerico – AT1



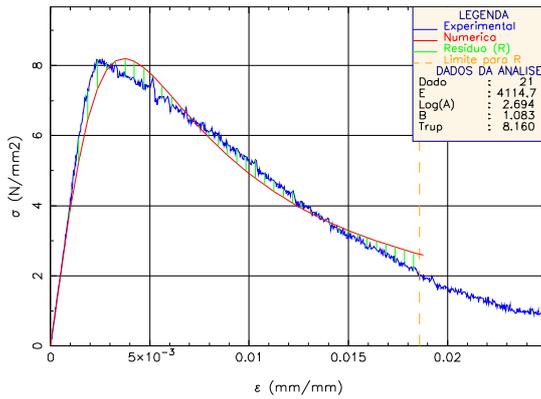
Comparacao entre Experimental e Numerico – AT1



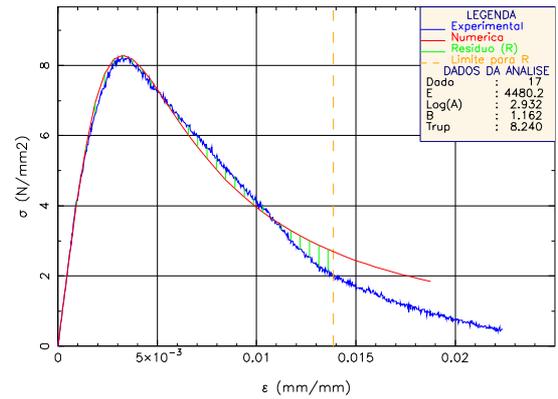
Comparacao entre Experimental e Numerico – AT1



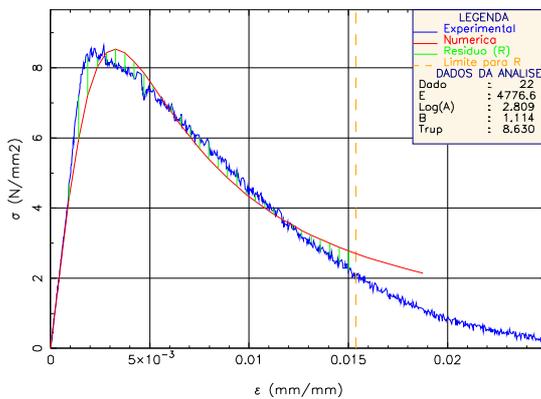
Comparacao entre Experimental e Numerico - AT1



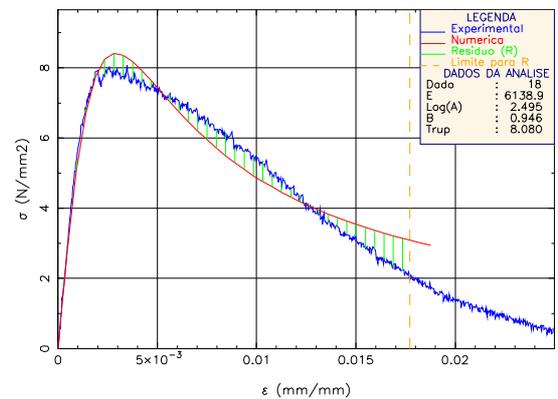
Comparacao entre Experimental e Numerico - AT1



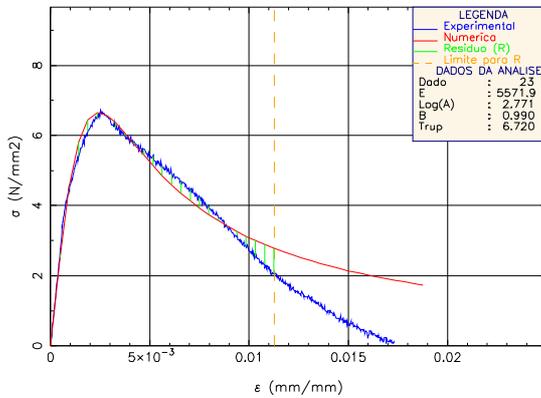
Comparacao entre Experimental e Numerico - AT1



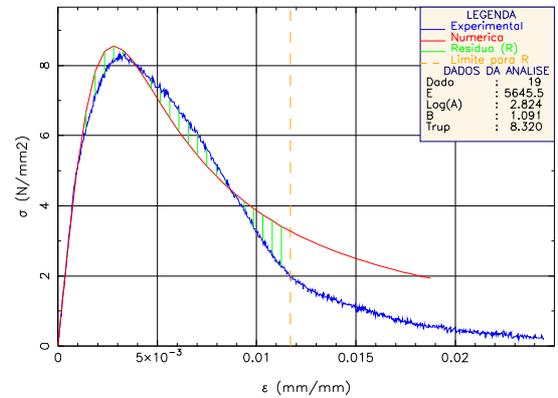
Comparacao entre Experimental e Numerico - AT1



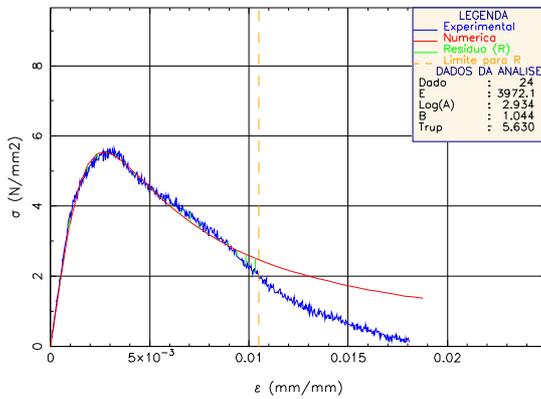
Comparacao entre Experimental e Numerico - AT1



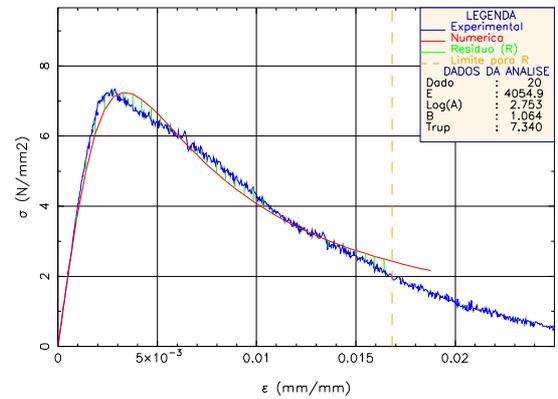
Comparacao entre Experimental e Numerico - AT1



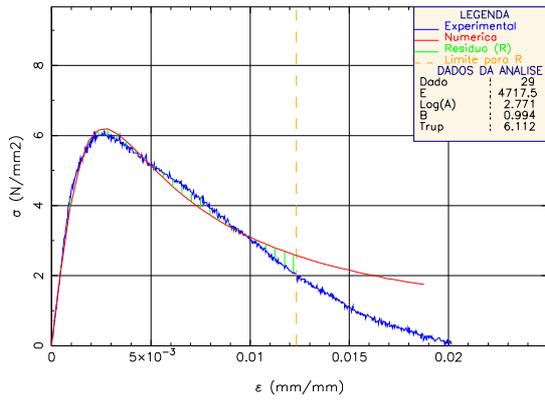
Comparacao entre Experimental e Numerico - AT1



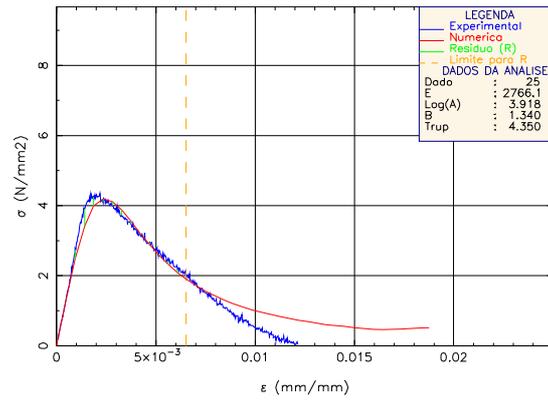
Comparacao entre Experimental e Numerico - AT1



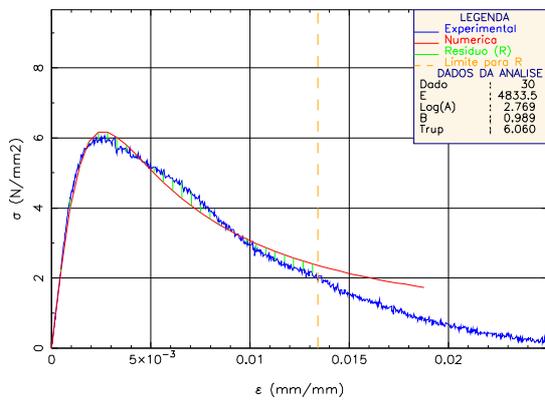
Comparacao entre Experimental e Numerico – AT1



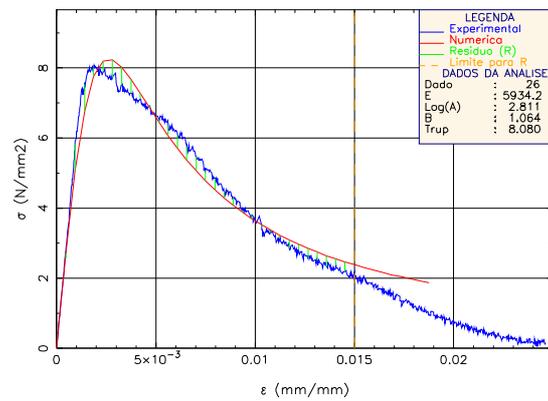
Comparacao entre Experimental e Numerico – AT1



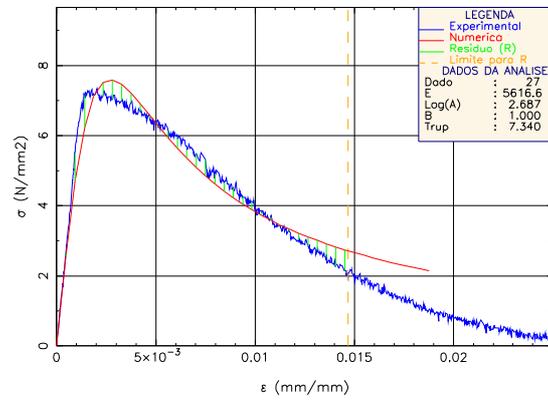
Comparacao entre Experimental e Numerico – AT1



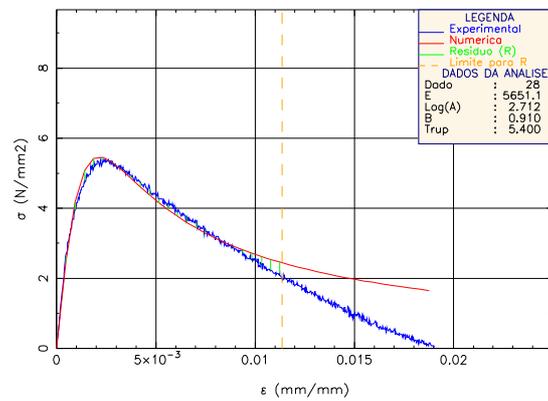
Comparacao entre Experimental e Numerico – AT1



Comparacao entre Experimental e Numerico – AT1

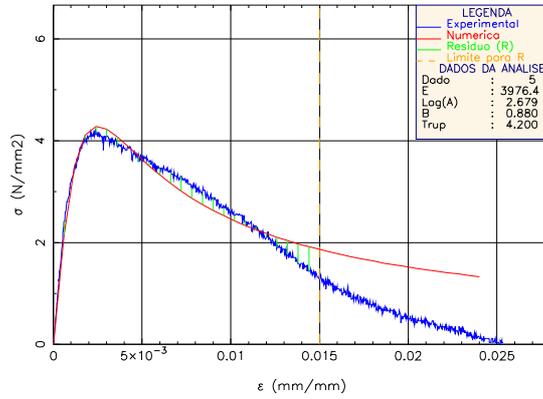


Comparacao entre Experimental e Numerico – AT1

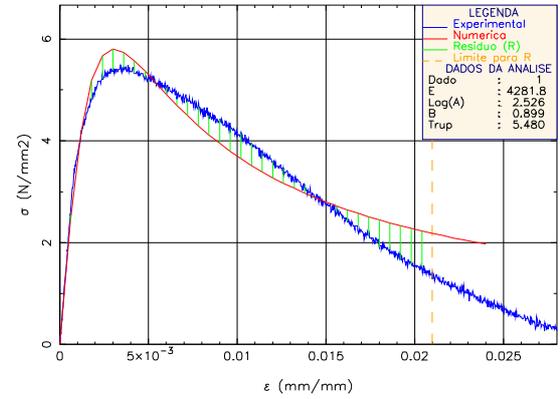


A.4 ARGAMASSA TIPO III

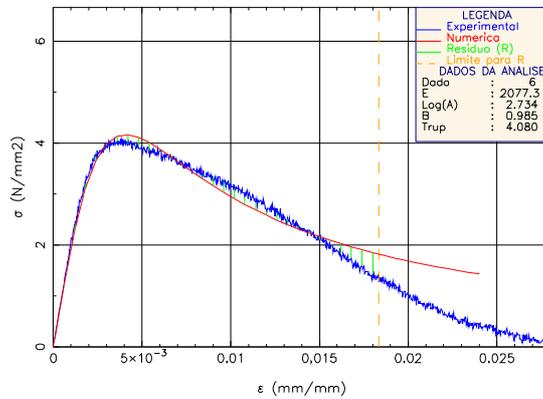
Comparação entre Experimental e Numerico – AT2



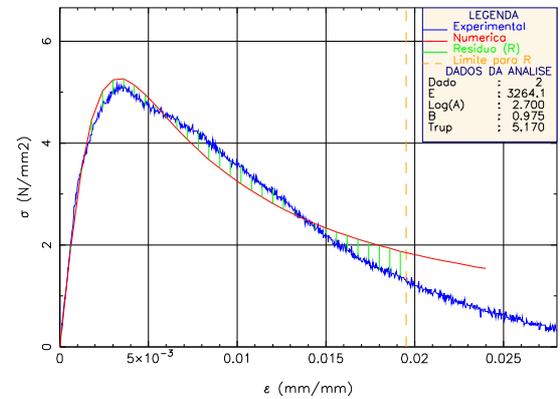
Comparação entre Experimental e Numerico – AT2



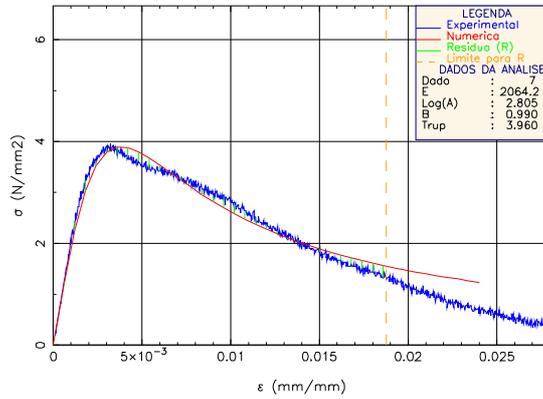
Comparação entre Experimental e Numerico – AT2



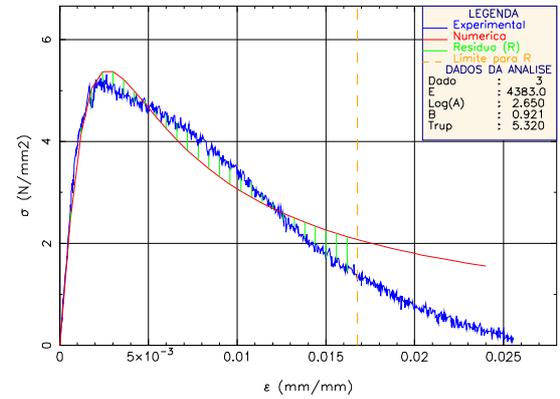
Comparação entre Experimental e Numerico – AT2



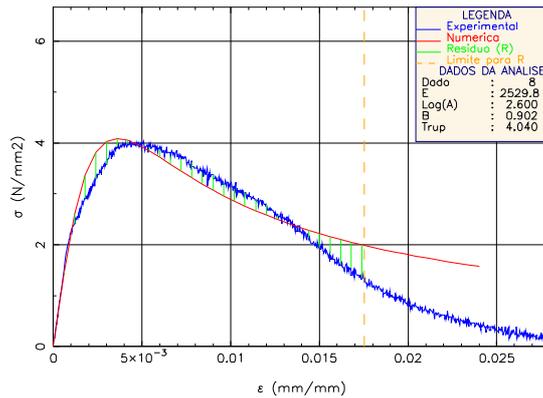
Comparação entre Experimental e Numerico – AT2



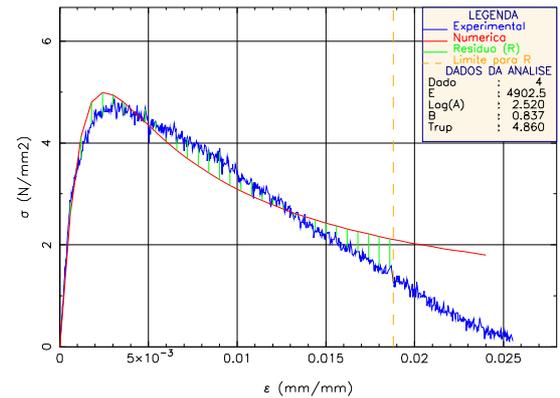
Comparação entre Experimental e Numerico – AT2



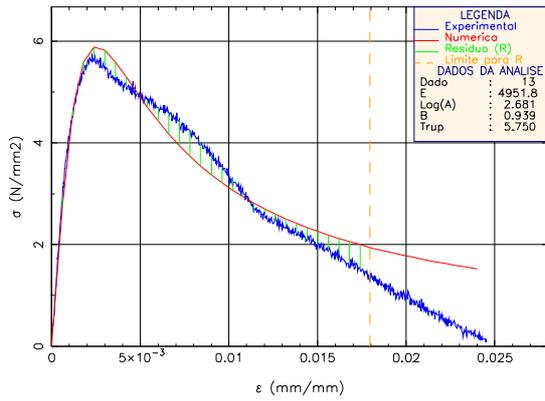
Comparação entre Experimental e Numerico – AT2



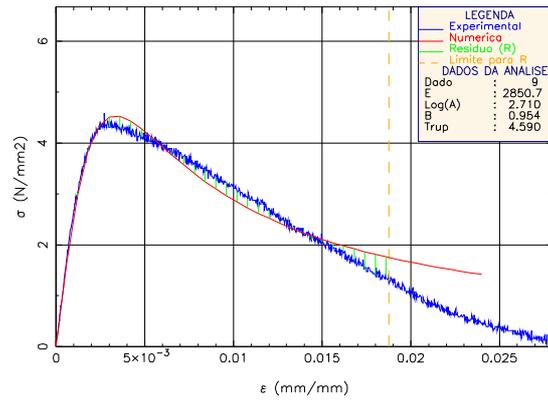
Comparação entre Experimental e Numerico – AT2



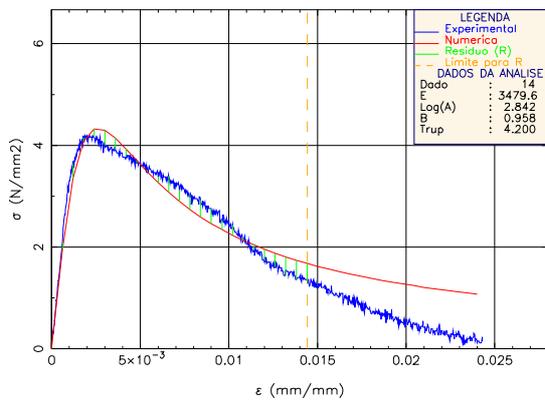
Comparacao entre Experimental e Numerico – AT2



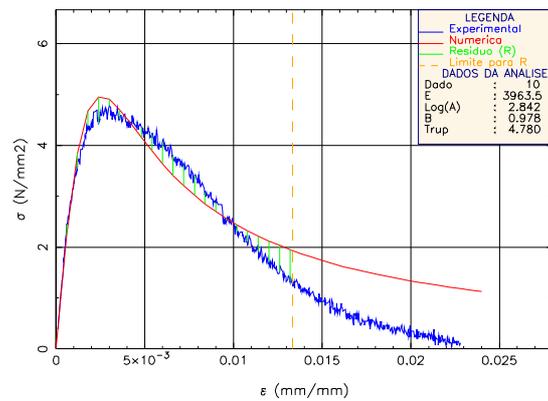
Comparacao entre Experimental e Numerico – AT2



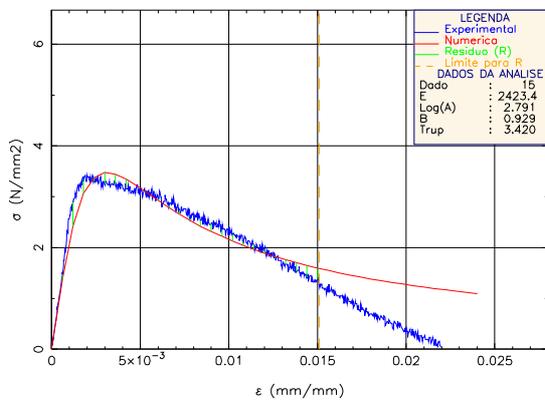
Comparacao entre Experimental e Numerico – AT2



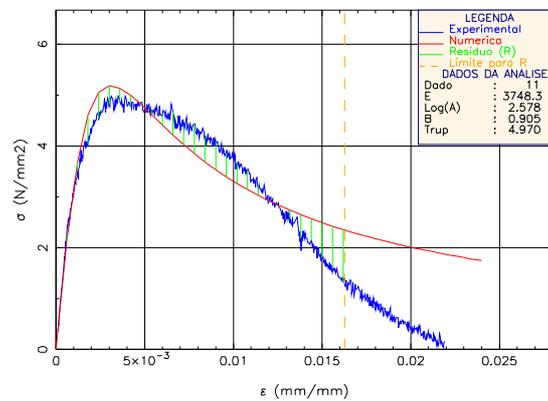
Comparacao entre Experimental e Numerico – AT2



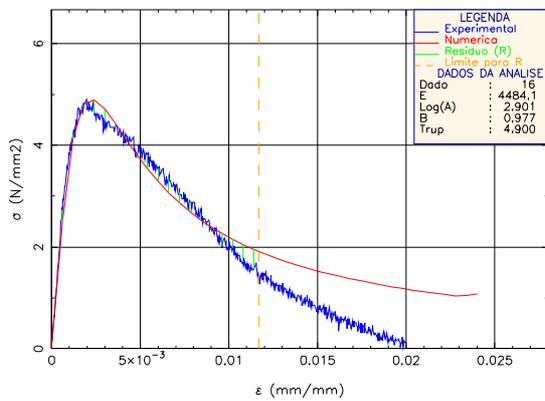
Comparacao entre Experimental e Numerico – AT2



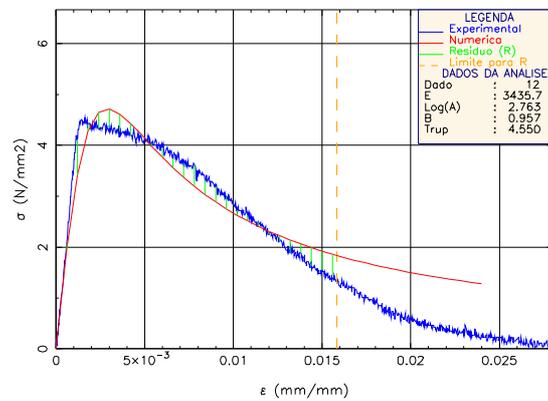
Comparacao entre Experimental e Numerico – AT2



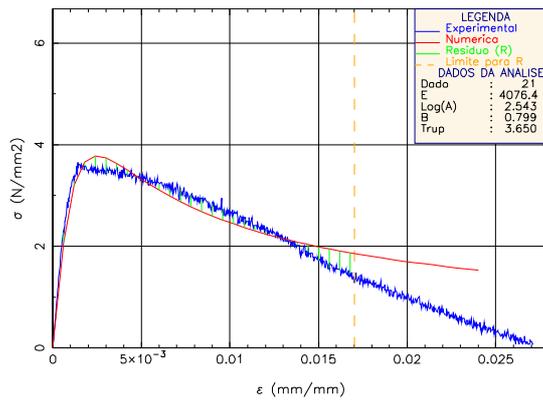
Comparacao entre Experimental e Numerico – AT2



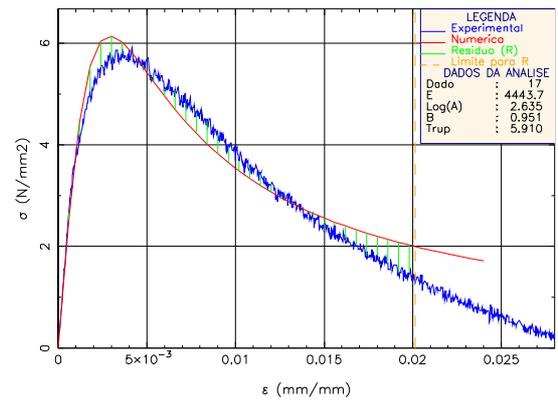
Comparacao entre Experimental e Numerico – AT2



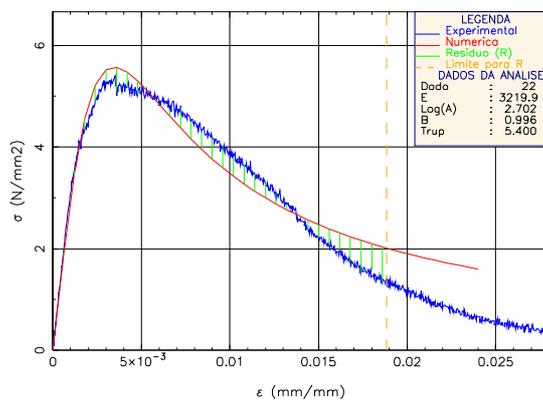
Comparacao entre Experimental e Numerico - AT2



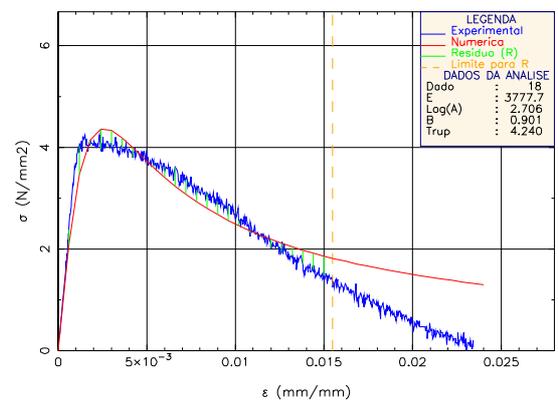
Comparacao entre Experimental e Numerico - AT2



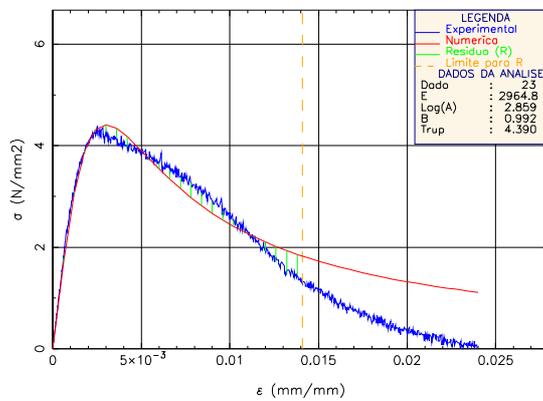
Comparacao entre Experimental e Numerico - AT2



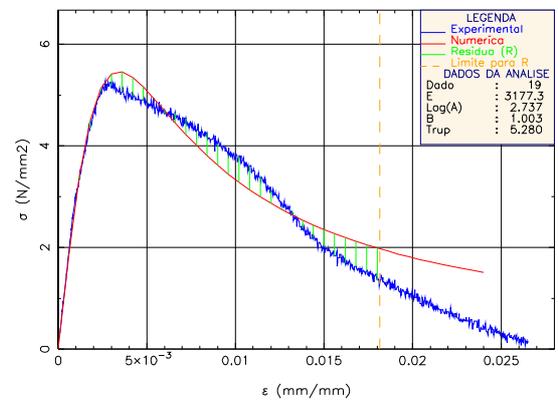
Comparacao entre Experimental e Numerico - AT2



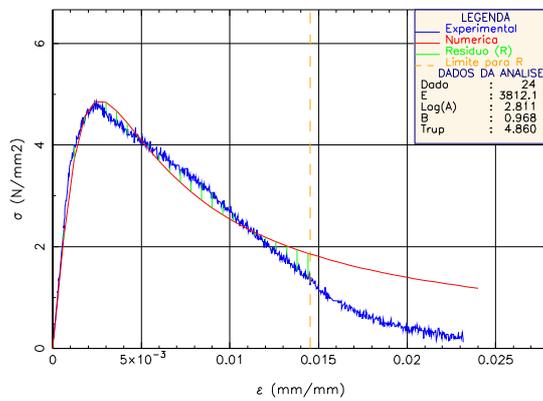
Comparacao entre Experimental e Numerico - AT2



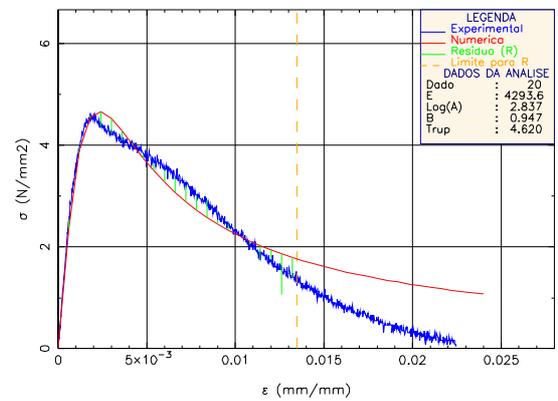
Comparacao entre Experimental e Numerico - AT2



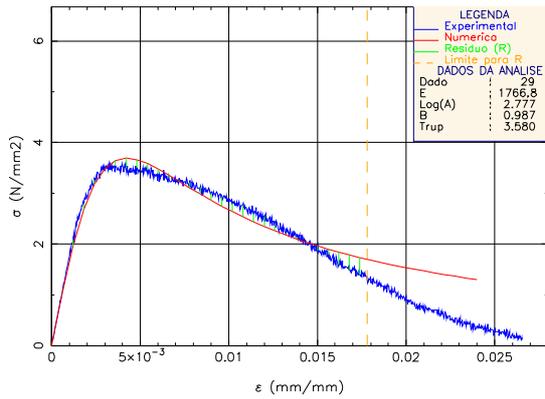
Comparacao entre Experimental e Numerico - AT2



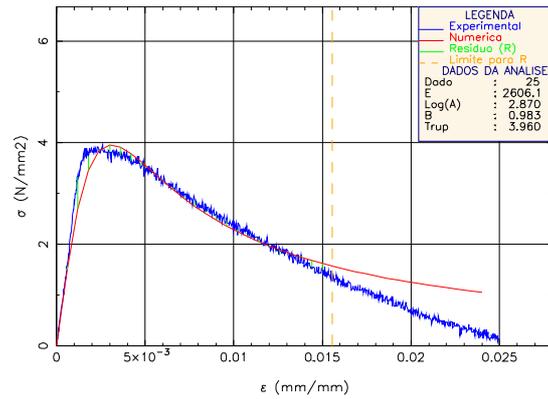
Comparacao entre Experimental e Numerico - AT2



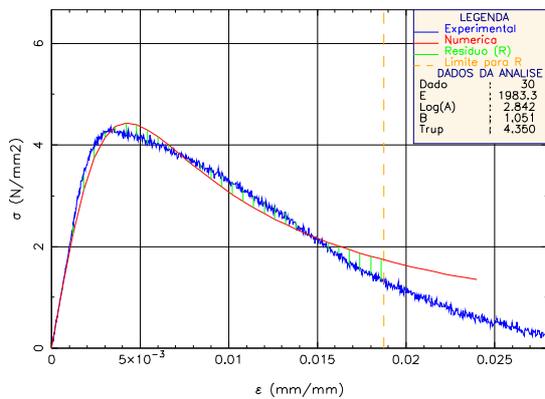
Comparacao entre Experimental e Numerico – AT2



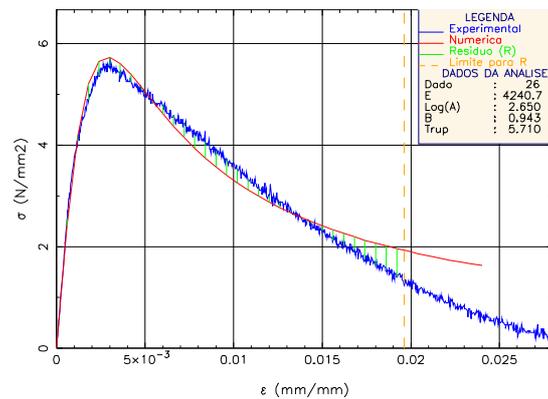
Comparacao entre Experimental e Numerico – AT2



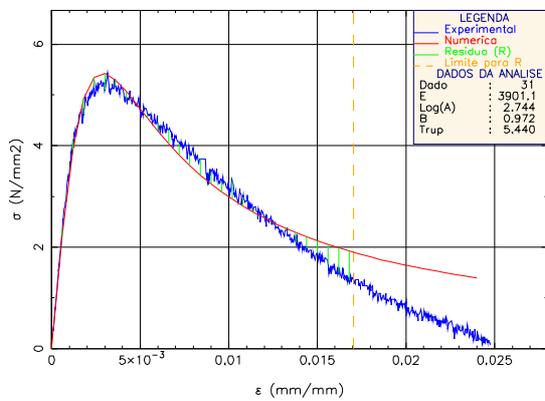
Comparacao entre Experimental e Numerico – AT2



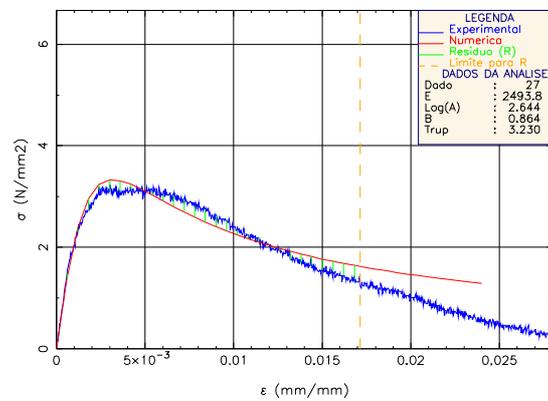
Comparacao entre Experimental e Numerico – AT2



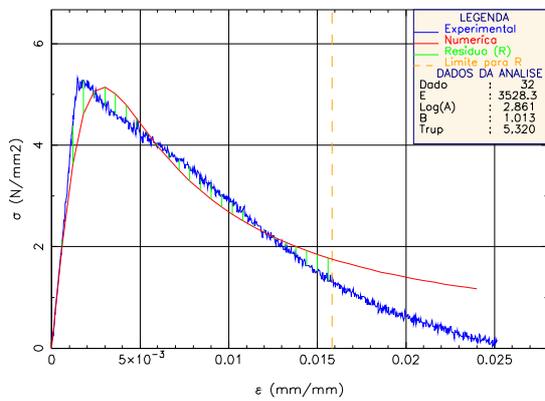
Comparacao entre Experimental e Numerico – AT2



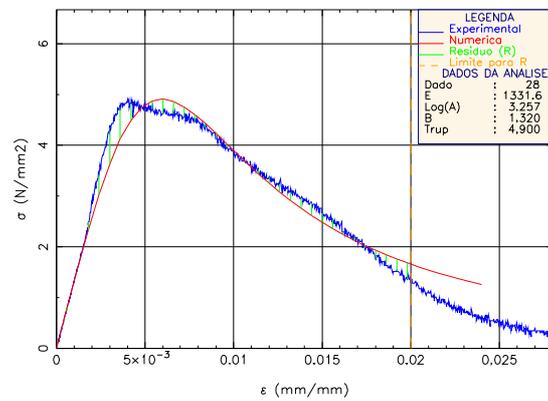
Comparacao entre Experimental e Numerico – AT2



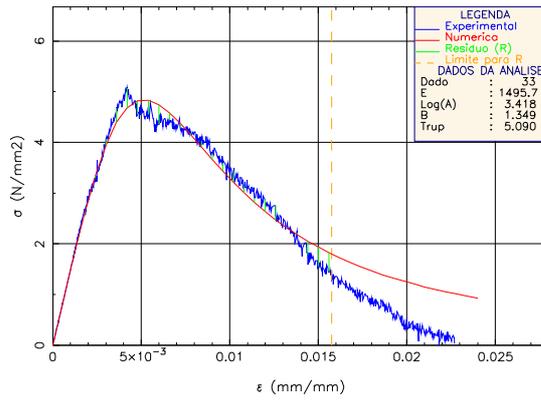
Comparacao entre Experimental e Numerico – AT2



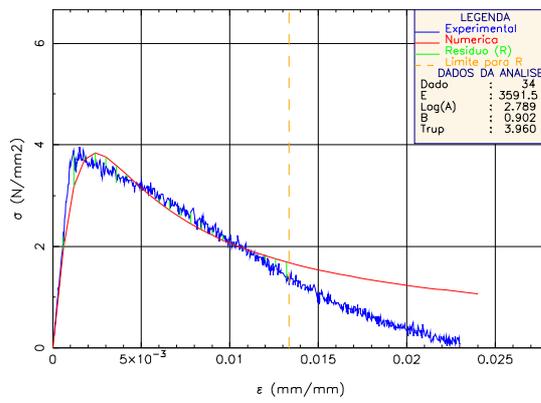
Comparacao entre Experimental e Numerico – AT2



Comparacao entre Experimental e Numerico - AT2



Comparacao entre Experimental e Numerico - AT2



Comparacao entre Experimental e Numerico - AT2

