

MARCELA DE ARRUDA FABRIZZI

**Contribuição para o projeto e dimensionamento de  
edifícios de múltiplos andares com elementos  
estruturais mistos aço - concreto**

Dissertação apresentada à Escola de  
Engenharia de São Carlos da Universidade de  
São Paulo para obtenção do título de mestre  
em Engenharia.

Área de Concentração: Engenharia de Estruturas  
Orientador: Prof. Dr. Roberto Martins  
Gonçalves

SÃO CARLOS

2007

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

F129c      Fabrizzi, Marcela de Arruda  
Contribuição para o projeto e dimensionamento de edifícios de múltiplos andares com elementos estruturais mistos aço-concreto / Marcela de Arruda Fabrizzi ; orientador Roberto Martins Gonçalves. -- São Carlos, 2007.

Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação e Área de Concentração em Engenharia de Estruturas -- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo.

1. Estruturas de aço. 2. Estruturas mistas aço-concreto. 3. Lajes mistas aço-concreto. 4. Vigas mistas aço-concreto. 5. Pilares mistos aço-concreto. 6. Edifícios. I. Título.

*Dedico este trabalho aos meus pais,  
Cleide e Bruno, por sempre acreditarem que  
seria possível.*

## **AGRADECIMENTOS**

Prof. Dr. Roberto Martins Gonçalves pela orientação precisa, paciência, dedicação, confiança e amizade além do privilégio de conviver com uma pessoa tão especial.

Todos os Professores do SET.

Todos os funcionários do SET, em especial à Rosi pela disposição em ajudar.

Aos meus pais pelo incentivo e por tudo, pois sem eles não seria possível.

Em especial ao Alexei pela compreensão e apoio incondicional para que fosse possível a realização deste trabalho.

À minha família pelo constante apoio, em especial à minha tia Vilma pelo incentivo.

À minha irmã Juliana e ao Gustavo por serem presentes na minha vida.

A todos da Fabrizzi Engenharia pelo apoio e dedicação.

À D. Marli Gomes que fez a revisão ortográfica com primor.

## RESUMO

FABRIZZI, M.A. **Contribuição para o projeto e dimensionamento de edifícios de múltiplos andares com elementos estruturais mistos aço–concreto.** 2007. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007.

Este trabalho objetivou o estudo dos edifícios de múltiplos andares constituídos por elementos mistos aço-concreto, com enfoque acadêmico, porém abordando aspectos e recomendações normativas diretamente aplicadas na prática corrente da engenharia estrutural. A revisão bibliográfica foi realizada com base em estudos acadêmicos e normativos além do estudo de um edifício exemplo constituído por elementos mistos. Os elementos mistos lajes, vigas e pilares foram abordados inicialmente de forma isolada, com base nas recomendações normativas, sendo que ao final os elementos foram interligados, apresentando ao leitor os principais aspectos teóricos e normativos para o dimensionamento de um edifício completo constituído de elementos estruturais mistos.

Palavras-chave: Estruturas mistas aço-concreto, estruturas de aço, elementos mistos aço-concreto, lajes mistas aço-concreto, vigas mistas aço-concreto, pilares mistos aço-concreto, edifícios.

## **ABSTRACT**

**FABRIZZI, M.A. Contribution for the design of multiple storey buildings with composite elements steel-concrete. 2007. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007.**

This study aims the multiple storey buildings formed by composite elements steel-concrete, with academic emphasis, however approaching standard recommendations and aspects directly applied to the structural engineering. A bibliographic review based on academic and standard studies was made, besides the design of an example building formed by composite elements. The composite elements: slabs, beams and columns were firstly approached based on standard aspects, and in the end, the elements were interconnected and presented to the reader the main theoretical and standard aspects to the design of a complete building formed by composite structural elements.

Keywords: Composite structures steel-concrete, composite elements steel-concrete, steel structures, composite slabs steel-concrete, composite beams steel-concrete, composite columns steel-concrete, buildings.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Shopping Frei Caneca – São Paulo – Fonte: <a href="http://www.cbca-ibs.org.br">www.cbca-ibs.org.br</a> .....	29
Figura 2.2 - Edifício Sede da ABM – São Paulo – Fonte: <a href="http://www.cbca-ibs.org.br">www.cbca-ibs.org.br</a> .....	29
Figura 2.3 - Núcleos rígidos de concreto .....	32
Figura 2.4 - Edifício San Paolo (1999) – São Paulo Fonte: <a href="http://www.cbca-ibs.org.br">www.cbca-ibs.org.br</a> .....	33
Figura 2.5 - Centro Cultural Itaú (1995) – São Paulo Fonte: <a href="http://www.cbca-ibs.org.br">www.cbca-ibs.org.br</a> .....	34
Figura 2.6 - Sistema Tubular .....	35
Figura 2.7 - Principais tipos de vigas mistas .....	36
Figura 2.8 - Esquema de um pavimento misto formado por laje de vigota pré-moldada .....	38
Figura 2.9 - Perfis de aço e conectores para compor viga mista com laje pré-fabricada .....	38
Figura 2.10 - Distribuição de tensões: perfil isolado, interação total e interação parcial .....	39
Figura 2.11 - Comparação do comportamento de vigas mistas contínuas em regiões de momentos positivo e negativo .....	42
Figura 2.12 - Vigas mistas escoradas .....	43
Figura 2.13 - Vigas mistas não escoradas .....	44
Figura 2.14 - Comportamento dos conectores rígidos e flexíveis .....	46
Figura 2.15 - Tipos de conectores .....	47
Figura 2.16 - Comportamento dos conectores ao longo da viga mista .....	47
Figura 2.17 - Ensaio “push-out” com conectores tipo pino com cabeça .....	48
Figura 2.18 - Principais tipos de lajes mistas .....	50
Figura 2.19 - Tipos de Pilares Mistos .....	52
Figura 2.20 - Modelo para a rigidez do conjunto da ligação mista (NBR 8800 – rev. 2006) ..	55
Figura 2.21 - Edifício Exemplo .....	56
Figura 3.1 - Valor de $c$ conforme EUROCODE 3 “Design of Steel Structures. Part 1-1: General rules and rules for buildings” (2003) .....	66

Figura 3.2 - Largura Efetiva para cálculo de tensões.....	68
Figura 3.3 - Comprimento $L_{0,a}$ segundo o NBR 8800 (rev. 2006).....	69
Figura 3.4 - Comprimento $L_{0,b}$ segundo o EUROCODE 4 (2004).....	69
Figura 3.5 - Comprimento $L_{0,c}$ segundo o BSI 5950 (1990).....	69
Figura 3.6 - Distribuição da força de cisalhamento longitudinal em vigas contínuas.....	71
Figura 3.7 - Valor $e_{mh}$ a ser tomado.....	73
Figura 3.8 - Geometria das lajes com fôrma incorporada para EUROCODE 4 (2005), BSI 5950 (1990) e AISC-LFRD (1994).....	75
Figura 3.9 - Conectores tipo perfil “U” laminado.....	78
Figura 3.10 - Superfícies típicas de cisalhamento longitudinal – lajes maciças.....	83
Figura 3.11 - Superfícies típicas de cisalhamento longitudinal – lajes mistas.....	83
Figura 3.12 - Distribuição plástica das tensões na seção transversal da viga mista.....	86
Figura 3.13 - Altura desprezada da alma comprimida segundo a BSI 5950 (1990).....	88
Figura 3.14 - Distribuição plástica de tensões com interação parcial.....	89
Figura 3.15 - Seções analisadas para montagem do gráfico da figura 3.16.....	91
Figura 3.16 - Gráfico comparativo – Perfil isolado; Interação Parcial; Interação Total.....	92
Figura 3.17 - Distribuição de tensões – Momento Negativo.....	93
Figura 3.18 - Distribuição elástica das tensões.....	97
Figura 3.19 - Distribuição de tensões para verificação de interação momento fletor-força cortante – EUROCODE 4 (2004).....	102
Figura 3.20 - Rigidez à flexão ao longo de uma viga mista contínua considerando análise elástica.....	104
Figura 3.21 - Distribuição das tensões pelo método fissurado em regiões de momentos negativos.....	104
Figura 3.22 - Flambagem lateral com distorção.....	106

Figura 3.23 - Deslocamento ao longo do tempo .....	119
Figura 3.24 - Exemplo de viga mista parcialmente revestida no concreto.....	123
Figura 3.25 - Forças atuantes numa abertura.....	125
Figura 3.26 - Pavimento tipo do edifício exemplo – Viga mista biapoiada – V3 .....	127
Figura 3.27 - Esquema estático da viga V3 do edifício exemplo .....	127
Figura 3.28 - Seção transversal da viga mista V3 do edifício exemplo.....	129
Figura 3.29 - Linha Neutra da mesa de concreto .....	130
Figura 3.30 - Pavimento tipo do edifício exemplo – Viga mista contínua – V5 .....	133
Figura 3.31 - Diagramas de esforços solicitantes de cálculo da viga V5 do edifício exemplo .....	134
Figura 3.32 - Seções transversais típicas da viga V5 do edifício exemplo .....	135
Figura 3.33 - Resistência ao momento fletor positivo – viga V5 do edifício exemplo.....	136
Figura 3.34 - Resistência ao momento fletor negativo – viga V5 do edifício exemplo.....	137
Figura 4.1 - Tipos de pilares mistos .....	144
Figura 4.2 - Pilar misto tipo “battened” .....	144
Figura 4.3 - Curva de interação linear – Momento X força normal segundo o EUROCODE 4 (2004) .....	159
Figura 4.4 - Curva de flambagem segundo o AISC-LFRD (1994).....	164
Figura 4.5 - Efeitos $P-\Delta$ e $P-\delta$ (ASCE-1997).....	166
Figura 4.6 - Modelos para análise.....	169
Figura 4.7 - Interação flexo-compressão combinada com força cortante .....	174
Figura 4.8 - Força de atrito adicional devido colocação de conectores tipo pino com cabeça .....	176
Figura 4.9 - Perfis tubulares preenchidos parcialmente carregados .....	177
Figura 4.10 - Arranjo de estribos .....	178

Figura 4.11 - Áreas diretamente e não diretamente conectadas de concreto para dimensionamento da armadura transversal EUROCODE 4 (2004) .....	178
Figura 4.12 - Edifício exemplo - Pilar.....	183
Figura 4.13 - Esforços solicitantes de cálculo – primeiro lance pilar do eixo 3B do edifício exemplo .....	184
Figura 4.14 - Seção transversal do pilar 3B do edifício exemplo.....	184
Figura 4.15 - Pilar misto – região de apoio das vigas .....	187
Figura 5.1 - Dois modos típicos de comportamento de lajes mistas.....	191
Figura 5.2 - Seção típica da laje mista proposta por Andrade et. al. (2004) .....	192
Figura 5.3 - Seções críticas das lajes mistas.....	193
Figura 5.4 - Exemplo de análise de laje contínua .....	193
Figura 5.5 - Distribuição das tensões para momento positivo – Linha neutra plástica acima da fôrma de aço .....	195
Figura 5.6 - Distribuição de tensão para momento positivo – Linha neutra plástica na fôrma de aço .....	196
Figura 5.7 - Distribuição de tensões para momento negativo .....	197
Figura 5.8 - Largura plana dos elementos da fôrma de aço.....	198
Figura 5.9 - Perímetro crítico para determinação da punção.....	201
Figura 5.10 - Método empírico para avaliação do cisalhamento longitudinal .....	203
Figura 5.11 - Resistência ao cisalhamento longitudinal por meio de conectores soldados através da fôrma de aço e deformação nos extremos do vão ou deformação das nervuras ...	204
Figura 5.12 - Distribuição das cargas concentradas ou lineares.....	206
Figura 5.13 - Armaduras adicionais na laje.....	211
Figura 5.14 - Comprimento mínimo de apoio .....	213
Figura 5.15 - Pavimento tipo – Exemplo de laje mista.....	214

Figura 5.16 - Esquema estático da laje do edifício exemplo.....	214
Figura 5.17 - Diagramas de esforços solicitantes de cálculo na laje do edifício exemplo....	215
Figura 5.18 - Seção da laje mista do edifício exemplo .....	215
Figura 6.1 - Edifício Exemplo .....	220
Figura 6.2 - Seção transversal da laje mista do pavimento do edifício exemplo.....	220
Figura 6.3 - Viga V3 do edifício exemplo.....	221
Figura 6.4 - Viga V5 do edifício exemplo.....	221
Figura 6.5 - Seção transversal do pilar eixo 3B do edifício exemplo.....	222

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Vantagens e desvantagens das seções de pilares mistos.....	53
Tabela 2.2 - Ações permanentes atuantes no edifício - exemplo.....	57
Tabela 2.3 - Características dos materiais que compõem os elementos do edifício-exemplo .	58
Tabela 3.1 - Panorama dos trabalhos realizados sobre vigas mistas aço-concreto.....	61
Tabela 3.2 - Limites para dimensionamento plástico – Perfis I .....	65
Tabela 3.3 - Comparação dos limites para análise rígido-plástica da esbeltez dos elementos.	67
Tabela 3.4 - Valores de largura efetiva segundo as normas para cada lado da linha de centro da viga mista.....	69
Tabela 3.5 - Resistência nominal de conectores tipo pino com cabeça em lajes maciças, segundo a BSI 5950 (1990) (KN) .....	74
Tabela 3.6 - Valores limites do coeficiente $k_t$ segundo o EUROCODE 4 (2004).....	76
Tabela 3.7 - Resistência nominal de conectores tipo perfil “U” laminado e barra chata segundo a BSI 5400 (1979) em KN – Material do conector – Grau 43 da BSI 4360 (1972) equivalente ao aço ASTM A-36 .....	79
Tabela 3.8 - Espaçamentos longitudinais máximos e mínimos dos conectores tipo pino com cabeça segundo a NBR 8800 (rev. 2006).....	81
Tabela 3.9 - Seções das lajes maciças sujeitas a cisalhamento longitudinal (figura 3.10).....	83
Tabela 3.10 - Seções das lajes mistas sujeitas a cisalhamento longitudinal (figura 3.11) .....	84
Tabela 3.11 - Coeficientes para cálculo da posição da linha neutra plástica .....	85
Tabela 3.12 - Roteiro de cálculo – Momento Positivo – Análise Plástica – Interação Total...	87
Tabela 3.13 - Roteiro de cálculo – Momento Positivo – Análise Plástica – Interação Parcial	89
Tabela 3.14 - Parâmetros para cálculo do momento resistente sob análise plástica em regiões de momento negativo .....	94
Tabela 3.15 - Cálculo das propriedades da seção transformada.....	98

Tabela 3.16 - Verificação à força cortante segundo a norma brasileira.....	100
Tabela 3.17 - Limites para redistribuição de momentos negativos nos apoios, em porcentagem em relação ao momento inicial, segundo o EUROCODE 4 (2004) .....	105
Tabela 3.18 - Valores de $\alpha$ segundo a NBR 8800 (rev. 2006).....	108
Tabela 3.19 - Modelos analíticos a serem adotados para verificação de deslocamentos e fissuras segundo o EUROCODE 4 (2004) .....	110
Tabela 3.20 - Valores máximos recomendados para flechas segundo a NBR 8800 (rev. 2006) .....	115
Tabela 3.21 - Fator $n$ para adequação do módulo de elasticidade do concreto para efeito da fluência segundo o EUROCODE 4 (2004).....	120
Tabela 3.22 - Valores usuais dos coeficientes de homogeneização conforme a BSI 5950 (1990) para concreto de densidade normal.....	120
Tabela 4.1 - Panorama dos trabalhos realizados sobre pilares mistos aço-concreto.....	142
Tabela 4.2 - Resistência limite de cisalhamento entre o aço e o concreto ( $\tau_{Rd}$ ) para dispensa do uso de conectores em (N/mm <sup>2</sup> ) .....	146
Tabela 4.3 - Contribuição dos elementos para a resistência plástica da seção de pilares mistos revestidos e retangulares preenchidos.....	152
Tabela 4.4 - Contribuição dos elementos para a resistência plástica da seção transversal de pilares mistos tubulares preenchidos por concreto .....	153
Tabela 4.5 - Coeficiente $C_1$ e $C_2$ conforme a BSI 5400 (1979).....	154
Tabela 4.6 - Rigidez equivalente dos pilares mistos ( $(EI)_e$ ) segundo as Normas.....	155
Tabela 4.7 - Valores dos coeficientes de flambagem por flexão $K_x$ ou $K_y$ para elementos isolados.....	156
Tabela 4.8 - Resistência do pilar misto à compressão axial segundo as Normas.....	158
Tabela 4.9 - Limites de resistência à flambagem local dos elementos de aço .....	172

Tabela 4.10 - Recomendações de projetos quanto aos materiais empregados .....	179
Tabela 4.11 - Recomendações de projetos quanto aos pilares mistos revestidos .....	180
Tabela 4.12 - Recomendações de projetos quanto aos pilares mistos preenchidos .....	181
Tabela 5.1 - Alguns trabalhos recentes sobre lajes mistas aço-concreto .....	191
Tabela 5.2 - Tensão Resistente de cisalhamento do concreto ( $\tau_{Rk}$ ) segundo a NBR 8800 (rev. 2006).....	200
Tabela 5.3 - Disposições construtivas para lajes mistas segundo a NBR 8800 (rev. 2006)..	212
Tabela 5.4 - Disposições construtivas segundo o EUROCODE 4 (2004) .....	213
Tabela 6.1 - Quantidades estimadas da estrutura do edifício exemplo .....	222
Tabela 6.2 - Estimativa de consumo de aço para uma estrutura similar à estrutura do edifício exemplo composta por elementos de aço isolados.....	223
Tabela 6.3 - Comparação entre consumo de aço para elementos mistos e elementos de aço isolados.....	224

## LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

A	Área da seção transversal do perfil de aço
$A_c$	Área da mesa de concreto
$A_s$	Área da armadura
$A_{cs}$	Área da seção transversal do conector
$A_w$	Área da alma do perfil de aço
$b_{ef}$	Largura efetiva da mesa de concreto
$b_f$	Largura da mesa do perfil de aço
$b_F$	Largura da nervura da fôrma de aço
C	Resultante de compressão na laje
C'	Resultante de compressão no perfil de aço
d	Altura total do perfil de aço
$d_{cs}$	Diâmetro do corpo do conector tipo pino com cabeça
$D_{cs}$	Diâmetro da cabeça do conector tipo pino com cabeça
E	Módulo de elasticidade do aço
$E_c$	Módulo de elasticidade longitudinal do concreto
$f_{ck}$	Resistência característica do concreto à compressão
$f_{cd}$	Tensão de compressão de cálculo no concreto
$f_{sy}$	Tensão de escoamento da armadura
$f_y$	Tensão de escoamento do aço do perfil
$f_{ucs}$	Resistência à ruptura do aço do conector
$f_{yF}$	Tensão de escoamento do aço da fôrma de aço incorporada
$\gamma_a$	Coefficiente de ponderação da resistência do aço do perfil
$\gamma_c$	Coefficiente de ponderação da resistência do concreto
$\gamma_{cs}$	Coefficiente de ponderação da resistência do conector
$\gamma_f$	Coefficiente de ponderação do esforço solicitante
$\gamma_s$	Coefficiente de ponderação da resistência do aço da armadura
H	Altura livre da alma de perfis I e H
$h_{cs}$	Altura total do conector de cisalhamento
$h_F$	Altura nominal da nervura da laje com fôrma de aço incorporada
LNP	Linha neutra plástica

$M_{Rd,pl}$	Momento fletor resistente plástico de cálculo
$M_{Sd}$	Momento fletor máximo solicitante de cálculo
$n_{cs}$	Número de conectores de cisalhamento
$N_{Rd,pl}$	Resistência plástica da seção transversal a carregamentos axiais
$Q_{Rd}$	Resistência do conector de cisalhamento
$\sigma$	Tensão
$T$	Resultante de tração no perfil de aço ou na armadura
$t_c$	Espessura da laje de concreto
$t_f$	Espessura da mesa do perfil de aço
$t_F$	Espessura da fôrma de aço
$t_w$	Espessura da alma do perfil de aço
$V_h$	Força de cisalhamento longitudinal atuante na conexão
$V_{hd}$	Força de cisalhamento longitudinal atuante de cálculo na conexão
$y_c$	Altura comprimida do perfil de aço
$y_t$	Altura tracionada do perfil de aço
$Z_{pl}$	Módulo de resistência plástico

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>CAPÍTULO 1: INTRODUÇÃO.....</b>	<b>21</b>
1.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	21
1.2	OBJETIVOS.....	22
<b>2</b>	<b>CAPÍTULO 2: ASPECTOS GERAIS .....</b>	<b>25</b>
2.1	TIPOS DE SISTEMAS ESTRUTURAIS.....	25
2.1.1	SISTEMAS DE PISO .....	26
2.1.2	SISTEMAS RESISTENTES A CARREGAMENTOS HORIZONTAIS .....	29
2.1.2.1	Sistemas Aporticados .....	30
2.1.2.2	Sistemas com Núcleo Resistente.....	31
2.1.2.3	Sistemas Treliçados.....	34
2.1.2.4	Sistemas Tubulares.....	35
2.2	VIGAS MISTAS .....	36
2.2.1	VIGAS MISTAS BI-APOIADAS .....	40
2.2.2	VIGAS MISTAS CONTÍNUAS .....	41
2.2.3	EFEITOS DO ESCORAMENTO.....	43
2.2.4	CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	44
2.3	CONECTORES DE CISALHAMENTO.....	45
2.4	LAJES MISTAS (“STEEL-DECK”).....	49
2.5	PILARES MISTOS.....	52
2.6	LIGAÇÕES MISTAS.....	54
2.7	EDIFÍCIO EXEMPLO.....	56
<b>3</b>	<b>CAPÍTULO 3: VIGAS MISTAS DIMENSIONAMENTO .....</b>	<b>61</b>
3.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	61

3.2	CLASSIFICAÇÃO DAS SEÇÕES .....	63
3.3	LARGURA EFETIVA.....	67
3.4	CISALHAMENTO LONGITUDINAL .....	70
3.4.1	CONECTORES TIPO PINO COM CABEÇA.....	71
3.4.2	OUTROS TIPOS DE CONECTORES .....	78
3.4.3	ESPAÇAMENTO E ASPECTOS CONSTRUTIVOS DOS CONECTORES	79
3.4.4	CISALHAMENTO LONGITUDINAL NA LAJE DE CONCRETO.....	82
3.5	RESISTÊNCIA AO MOMENTO FLETOR – ANÁLISE PLÁSTICA .....	84
3.5.1	VIGAS MISTAS BI-APOIADAS – INTERAÇÃO TOTAL .....	86
3.5.2	VIGAS MISTAS BI-APOIADAS – INTERAÇÃO PARCIAL.....	88
3.5.3	VIGAS CONTÍNUAS – INTERAÇÃO TOTAL .....	92
3.6	ANÁLISE ELÁSTICA .....	95
3.6.1	ANÁLISE ELÁSTICA - INTERAÇÃO TOTAL.....	96
3.6.2	ANÁLISE ELÁSTICA - INTERAÇÃO PARCIAL.....	98
3.7	RESISTÊNCIA À FORÇA CORTANTE.....	99
3.7.1	INTERAÇÃO MOMENTO FLETOR - FORÇA CORTANTE .....	101
3.8	CONDIÇÕES ESPECIAIS PARA VIGAS MISTAS CONTÍNUAS .....	103
3.8.1	FLAMBAGEM LATERAL COM DISTORÇÃO.....	106
3.9	ESTADOS LIMITES DE UTILIZAÇÃO .....	108
3.9.1	ESTADO LIMITE DE FISSURAÇÃO .....	111
3.9.2	ESTADO LIMITE DE DESLOCAMENTO EXCESSIVO.....	113
3.10	EFEITOS DA RETRAÇÃO E DA FLUÊNCIA DO CONCRETO NA VIGA MISTA.....	117
3.11	EFEITO DO ESCORAMENTO.....	121
3.12	OUTROS TIPOS DE VIGA MISTA.....	121

3.13	CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	126
3.14	EXEMPLOS PRÁTICOS .....	127
<b>4</b>	<b>CAPÍTULO 4: PILARES MISTOS DIMENSIONAMENTO .....</b>	<b>141</b>
4.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS .....	141
4.2	COMPORTAMENTO ESTRUTURAL .....	145
4.2.1	ADERÊNCIA ENTRE O AÇO E O CONCRETO .....	145
4.2.2	EFEITO DO CONFINAMENTO DO CONCRETO.....	148
4.2.3	PROPRIEDADES DO CONCRETO.....	149
4.3	RESISTÊNCIA DA SEÇÃO TRANSVERSAL À COMPRESSÃO AXIAL.....	151
4.4	ESBELTEZ RELATIVA E RIGIDEZ.....	154
4.5	RESISTÊNCIA DO ELEMENTO À COMPRESSÃO AXIAL .....	157
4.6	RESISTÊNCIA À FLEXO-COMPRESSÃO .....	158
4.6.1	EUROCODE 4 (2004) .....	159
4.6.2	NBR 8800 (REV. 2006).....	161
4.6.3	AISC-LFRD (1994) .....	163
4.6.4	BSI 5400 (1979).....	164
4.7	IMPERFEIÇÕES E EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM SEGUNDO A NBR 8800 (REV. 2006).....	165
4.7.1	MÉTODO DA AMPLIFICAÇÃO DOS MOMENTOS PELA NBR 8800 (REV. 2006).....	169
4.8	FLAMBAGEM LOCAL.....	172
4.9	FORÇA CORTANTE.....	173
4.9.1	REGIÕES DE INTRODUÇÃO DE CARGA .....	174
4.10	RECOMENDAÇÕES E RESTRIÇÕES DAS NORMAS APRESENTADAS.....	179
4.11	EXEMPLO PRÁTICO – PILAR MISTO PARCIALMENTE REVESTIDO.....	182

<b>5</b>	<b>CAPÍTULO 5: LAJES MISTAS DIMENSIONAMENTO .....</b>	<b>189</b>
5.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS .....	189
5.2	DIMENSIONAMENTO DE LAJES MISTAS .....	192
5.3	RESISTÊNCIA AO MOMENTO FLETOR POSITIVO .....	195
5.4	RESISTÊNCIA AO MOMENTO FLETOR NEGATIVO .....	197
5.5	FLAMBAGEM LOCAL DA FÔRMA DE AÇO .....	198
5.6	RESISTÊNCIA À FORÇA CORTANTE E À PUNÇÃO .....	199
5.6.1	PUNÇÃO .....	200
5.7	RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO LONGITUDINAL .....	201
5.8	INTERAÇÃO PARCIAL .....	205
5.9	CARGAS CONCENTRADAS NA LAJE MISTA .....	206
5.10	ESTADOS LIMITES DE SERVIÇO .....	208
5.10.1	FISSURAÇÃO DO CONCRETO .....	208
5.10.2	DESLOCAMENTO VERTICAL .....	209
5.10.3	DESLIZAMENTO HORIZONTAL .....	210
5.11	ABERTURAS EM LAJES MISTAS .....	210
5.12	DISPOSIÇÕES CONSTRUTIVAS .....	212
5.13	EXEMPLO PRÁTICO .....	214
<b>6</b>	<b>CAPÍTULO 6: CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES .....</b>	<b>219</b>
6.1	ELEMENTOS MISTOS COMPONENTES DO EDIFÍCIO EXEMPLO .....	219
6.2	CONCLUSÕES SOBRE OS RESULTADOS OBTIDOS NO EDIFÍCIO EXEMPLO .....	222
6.3	CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	225
6.4	SUGESTÕES PARA NOVAS PESQUISAS .....	227
<b>7</b>	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>229</b>

# CAPÍTULO 1: INTRODUÇÃO

---

## 1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Os materiais aço e concreto são a combinação mais utilizada, atualmente, para compor as estruturas de edificações. Eles podem ser utilizados em uma estrutura com elementos compostos por um dos materiais e também formando elementos mistos, trabalhando em conjunto.

As características dos dois materiais são diferentes e complementares. O concreto alia resistência à compressão, elevada rigidez e proteção contra corrosão e incêndio. O aço, como características complementares, apresenta elevada resistência à tração e esbeltez dos elementos. Além disso, ambos os materiais apresentam coeficientes de dilatação térmicos próximos, não ocasionando deformações térmicas diferenciais significativas.

Os dois materiais já são utilizados em um mesmo edifício em larga escala porém, muitas vezes, não se utiliza seu trabalho conjunto. Até poucos anos, nos pilares mistos revestidos, o concreto era considerado apenas como elemento de proteção contra incêndio e em pilares tubulares preenchidos de concreto, o aço era considerado apenas uma fôrma<sup>(1)</sup> permanente para o pilar de concreto.

<sup>(1)</sup> O acento na palavra fôrma foi a maneira mais adequada para diferenciar de forma, o que poderia induzir o leitor a erro.

No caso de pavimentos mistos, a laje de concreto ou mista aço-concreto é um elemento quase sempre presente, porém, a sua resistência à flexão no plano da viga era desprezada. Com a introdução dos conectores, que são elementos de custo relativamente baixo, pode-se considerar os elementos trabalhando em conjunto com grande eficiência.

Logicamente que os materiais e as combinações de materiais têm suas diferentes aplicações dentro da Engenharia e o melhor sistema estrutural depende de vários fatores, como:

- Utilização da edificação;
- Projeto arquitetônico;
- Ações atuantes;
- Vãos a serem vencidos;
- Método construtivo;
- Mão de obra e tecnologia disponíveis;
- Prazo de execução da obra;
- Custo das fundações;
- Custo final da obra;
- Retorno do capital investido.

## 1.2 OBJETIVOS

O objetivo deste trabalho é apresentar os procedimentos de dimensionamento dos elementos mistos que compõem um edifício. Estes procedimentos serão baseados nas principais normas nacionais e internacionais, além de uma revisão bibliográfica sobre o assunto.

Pretende-se abranger aspectos relativos ao projeto dos elementos mistos aço-concreto apresentando uma análise crítica com ênfase nos aspectos didáticos e normativos. Destina-se a estudantes do assunto e também a engenheiros projetistas de estruturas.

Este trabalho também é oportuno em função da Norma Brasileira NBR 8800 “Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios” (rev. Abril 2006) estar em fase de revisão, ressaltando-se que irá apresentar os aspectos normativos para os elementos mistos.



## CAPÍTULO 2: ASPECTOS GERAIS

---

Neste capítulo serão apresentados aspectos gerais das estruturas mistas, bem como os sistemas estruturais associados aos elementos mistos: vigas, conectores, lajes e pilares.

Os sistemas estruturais são descritos de maneira abrangente, dando ao leitor subsídios iniciais para a escolha do mais adequado para cada situação.

Serão introduzidos conceitos básicos para o dimensionamento dos elementos sendo que cada elemento será abordado novamente em capítulos específicos.

### 2.1 TIPOS DE SISTEMAS ESTRUTURAIS

A combinação de elementos de aço e concreto é bastante utilizada e deve ser cuidadosamente estudada, levando em consideração, as características dos materiais, suas combinações, o projeto da edificação, as condições locais, o processo construtivo e a questão econômica.

Um sistema estrutural pode ser dividido em dois subsistemas:

- Resistente às ações verticais (gravitacionais);
- Resistente às ações horizontais (vento, basicamente, no Brasil).

As lajes e vigas fazem parte do primeiro subsistema e, além disto, têm participação na distribuição dos esforços horizontais. Para que isso ocorra é necessário que os elementos possuam certa rigidez no plano horizontal. Quando a laje é de concreto moldada 'in-loco' esta rigidez é alcançada facilmente. Já no caso de lajes pré-moldadas deve-se cuidar para que a espessura do capeamento seja suficiente para esta redistribuição.

Os pilares, paredes, núcleos resistentes e elementos de contraventamento fazem parte do subsistema estrutural resistente a esforços horizontais, além de transmitir os esforços verticais à fundação.

### 2.1.1 SISTEMAS DE PISO

A definição do sistema de piso adequado para cada projeto depende de muitos fatores, podendo ser citados como principais os seguintes:

- Utilização do pavimento;
- Sobrecargas atuantes;
- Vãos livres necessários;
- Prazo de execução da obra;
- Método executivo a ser utilizado;
- Possibilidade de escoramentos;
- Passagem de tubulações.

Em edifícios residenciais geralmente os vãos das lajes não precisam ultrapassar 5 a 6 metros devido à presença das paredes internas e o espaçamento entre vigas e entre pilares pode estar neste intervalo. Nestes casos, as lajes maciças ou pré-moldadas apresentam custos competitivos, porém ambas requerem escoramento.

Já em edifícios comerciais, onde espaços livres sem a presença de pilares são valorizados, bem como a utilização de divisórias móveis que conferem flexibilidade ao “lay-out”, a utilização das lajes mistas (conhecidas como “steel-deck”) pode ser a melhor solução por vencer vãos maiores e minimizar ou até eliminar a necessidade de escoramento.

O subsistema resistente às ações horizontais também influencia na escolha do sistema de piso, isto porque, as vigas que fazem parte de um sistema aporticado terão seus esforços

diferentes de vigas biapoiadas que possuem função apenas de suportar esforços provenientes das lajes.

Normalmente, costuma-se relacionar a hiperestiticidade de uma estrutura a ganhos quanto à economia. Porém, no caso de vigas mistas, isto pode não ser uma realidade. Em vigas mistas biapoiadas, a mesa de concreto está sempre comprimida, a mesa do perfil de aço, quando comprimida é travada lateralmente pelo concreto e o restante do perfil, tracionado. Em vigas biengastadas ou contínuas, a mesa inferior do perfil de aço é submetida à compressão, havendo necessidade de enrijecê-la para impedir sua flambagem local.

Sendo assim, na prática, os pisos mistos mais econômicos são aqueles compostos por vigas isostáticas e muitos projetistas preferem utilizar este sistema e aplicar contraventamentos para resistir aos esforços horizontais. Com este sistema é possível também economizar nas ligações, pois as ligações rígidas são mais caras.

Os vãos das vigas influenciam diretamente a escolha do tipo de viga a ser utilizado, conforme os vão crescem pode-se utilizar vigas de aço, vigas mistas ou treliças metálicas com ou sem a composição com as lajes.

A disposição das vigas deve prever o encaminhamento das tubulações de facilidades como dutos de ar-condicionado, elétrica, hidráulica, lógica, telefonia e outros. Para que o pé direito do edifício não seja aumentado em demasia devido à presença destes dutos algumas medidas podem ser tomadas como as seguintes:

- Passar tubulações paralelas às vigas principais, interceptando-as apenas em alguns pontos;
- Prever aberturas na alma das vigas;
- Em casos extremos, utilizar treliças metálicas ou camadas superpostas de perfis ou viga tipo “vierendell”;

O sistema construtivo e o prazo necessário para término da obra também devem ser considerados no processo de escolha do sistema de pavimento. Elementos pré-fabricados, facilidade de montagem e execução das ligações são fatores que diminuem o prazo da obra, porém, a disponibilidade de material, mão-de-obra e tecnologia, além dos custos finais devem ser estudados para cada projeto.

O escoramento das lajes e vigas mistas deve ser avaliado perante as dificuldades que pode provocar. Muitas vezes o ganho econômico que possa ser obtido com o uso do escoramento pode não compensar as dificuldades encontradas durante a execução.

Hoje em dia, os métodos de análise estrutural mais desenvolvidos e a constante busca pela economia de material resultam em elementos estruturais cada vez mais esbeltos. Além disso, está ocorrendo uma diminuição de massa de todos os elementos que compõem uma edificação como contrapiso, divisórias internas, revestimentos de paredes entre outros. Isto ocasiona uma diminuição geral da massa da edificação podendo conduzir à vibração do piso levando desconforto ao usuário.

Estas vibrações são introduzidas pela ação do vento ou mesmo pelas ações verticais aplicadas ao pavimento como pessoas caminhando, dançando, praticando esportes, ginástica de maneira rítmica ou não, máquinas, tráfego de veículos entre outros. Não é possível eliminar estas vibrações, portanto deve-se utilizar de uma análise entre frequências fundamentais, amortecimento e massa da estrutura para que não sejam atingidas frequências que causem desconforto humano.

A figura 2.1 apresenta uma obra com pavimento composto de lajes mistas e estrutura de aço. Tratando-se de um “shopping-center” em uma região central da cidade de São Paulo, a esbeltez dos elementos, vãos livres que proporcionem vagas para estacionamento nos pisos inferiores e rapidez na execução foram fatores que certamente contribuíram para a escolha dos projetistas estruturais.



*Figura 2.1 - Shopping Frei Caneca – São Paulo – Fonte: [www.cbca-ibs.org.br](http://www.cbca-ibs.org.br)*

A figura 2.2 mostra a construção do pavimento do Edifício Sede da ABM formado por vigas mistas com aberturas nas almas por razões estéticas ou para passagem de tubulações.



*Figura 2.2 - Edifício Sede da ABM – São Paulo – Fonte: [www.cbca-ibs.org.br](http://www.cbca-ibs.org.br)*

Os tipos de laje que compõem um pavimento misto podem ser: maciça, “steel-deck”, pré-fabricada treliçada, alveolar entre outros.

## 2.1.2 SISTEMAS RESISTENTES A CARREGAMENTOS HORIZONTAIS

Estes subsistemas são compostos por pilares, pórticos, paredes, núcleos resistentes, contraventamentos, treliças entre outros.

Em Sáles (1995) foi apresentada uma classificação em quatro grupos principais que será também adotada neste trabalho:

- Sistemas aporticados;
- Sistemas com núcleo resistente;
- Sistemas treliçados;
- Sistemas tubulares.

### **2.1.2.1 Sistemas Aporticados**

Este sistema, apesar da evolução constante dos sistemas estruturais, ainda apresenta uma solução clássica para edifícios de pequena altura (até por volta de 5 pavimentos). Como vantagens de sua aplicação, temos:

- Simplicidade de formação podendo ser decomposto em vários pórticos planos que são facilmente analisados;
- Menor relação altura viga/vão comparando à de vigas biapoiadas;

Até aproximadamente 10 andares esta solução é viável, porém, como ocorre a necessidade de elevadores e caixas de escada a solução com núcleo resistente que será apresentada a seguir pode se tornar mais adequada.

Um equívoco possível de ocorrer durante a concepção de um edifício é a analogia com uma estrutura de concreto. Neste caso, a ligação resistente ao momento se dá devido às peças serem monolíticas enquanto que ligações rígidas ou semi-rígidas entre elementos de aço ou mistos podem se tornar trabalhosas e onerosas. Deve-se lembrar que para cada tipo de material e para cada projeto existe um sistema estrutural adequado.

Como regra geral, os pilares devem ser dispostos de maneira que o seu eixo de maior inércia esteja na direção com menor número de pilares. Vale lembrar que as ligações semi-rígidas são difíceis de executar devido à presença do concreto principalmente no eixo de

menor inércia. Em pilares de canto aparece a dificuldade de ancoragem da armadura tracionada da mesa de concreto. Em pilares parcial ou totalmente revestidos, o concreto dificulta a formação de uma ligação que transmita momentos fletores tal como é normalmente executado em estruturas de aço.

É muito comum a utilização de pilares mistos formados por perfis “I” parcialmente revestidos. Normalmente, no seu eixo de menor inércia, são executadas ligações que transmitam momentos fletores formando pórticos nesta direção. Na outra direção as vigas ficam rotuladas nos pilares e são previstos elementos de contraventamento para resistir aos esforços horizontais. Este será o modelo adotado para o edifício exemplo deste trabalho.

#### **2.1.2.2 Sistemas com Núcleo Resistente**

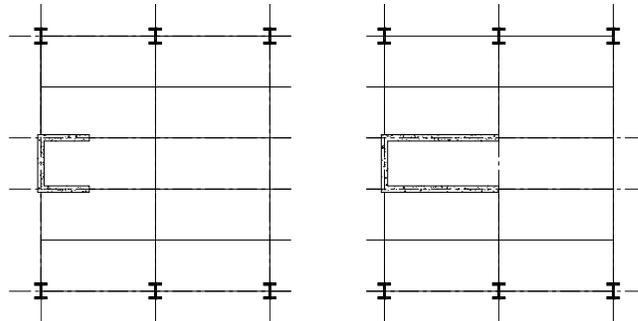
Em edifícios de múltiplos andares normalmente são necessárias torres de escadas, elevadores, passagens verticais de tubulação (“shafts”) ou outros serviços que por imposição arquitetônica podem se localizar no núcleo do edifício. É bastante comum que seja tomado partido estrutural da presença deste núcleo.

Este núcleo pode ser formado basicamente pelos seguintes elementos:

- Pilares e vigas formando pórticos nas duas direções através de ligações rígidas ou semi-rígidas entre eles;
- Pilares e vigas com ligações flexíveis entre si e elementos de contraventamento nas duas direções;
- Pilares e vigas aporticados em uma direção e contraventados na outra;
- Paredes de concreto (“shear walls”);
- Paredes mistas aço-concreto.

Os núcleos resistentes normalmente são projetados para resistir à totalidade das ações horizontais, sendo que os elementos periféricos resistem apenas aos esforços gravitacionais.

Isto ocasiona uma concentração maior de material no núcleo e conseqüentemente elementos mais esbeltos fora dele.



*Figura 2.3 - Núcleos rígidos de concreto*

Cada sistema deve ser avaliado dentro do contexto do edifício a ser projetado e quando se trata de estruturas mistas alguns aspectos devem ser especialmente analisados:

- Ligações que transmitam momentos podem ser de difícil execução com a presença do concreto;
- Possibilidade de deixar elementos de aço aparentes;
- Velocidade de execução e tolerância de dimensões das peças de concreto em relação aos elementos de aço.

Os sistemas contraventados em uma ou ambas as direções têm a vantagem das ligações flexíveis o que facilita a execução e como mencionado anteriormente, pode ser mais econômico trabalhar com vigas mistas biapoiadas ao invés de engastadas.

Os núcleos de concreto resultam em menor consumo de aço contrabalanceado pelo maior consumo de concreto o que pode resultar em custo mais baixo, porém, a precisão das peças de concreto é diferente das de aço e podem ser necessárias adaptações para que se consiga uma estrutura de fácil montagem. Além disso, a velocidade de execução das peças de concreto é inferior às de aço o que pode acarretar atrasos no cronograma da obra. Os núcleos de concreto também ocasionam maiores esforços nas fundações devido ao seu peso próprio.

Os núcleos mistos aço-concreto (figura 2.3) têm como vantagens a possibilidade de ligações clássicas aço-aço e também a possibilidade de execução dos pilares anteriormente à execução das paredes de concreto sem prejuízo ao andamento da obra mesmo que se façam necessários contraventamentos provisórios.

O modelo estrutural para os núcleos resistentes pode ser simplificado associado a uma barra engastada na fundação e livre na extremidade superior resistindo a todas as ações horizontais aplicadas ao edifício.

Quando da escolha da posição dos núcleos resistentes deve-se atentar para a simetria da edificação. É sempre interessante que o centro de massa dos núcleos coincida com o centro de massa da edificação. Caso isto não seja possível, é necessária a verificação da estrutura a um esforço de torção caracterizado pela força horizontal aplicada com excentricidade.

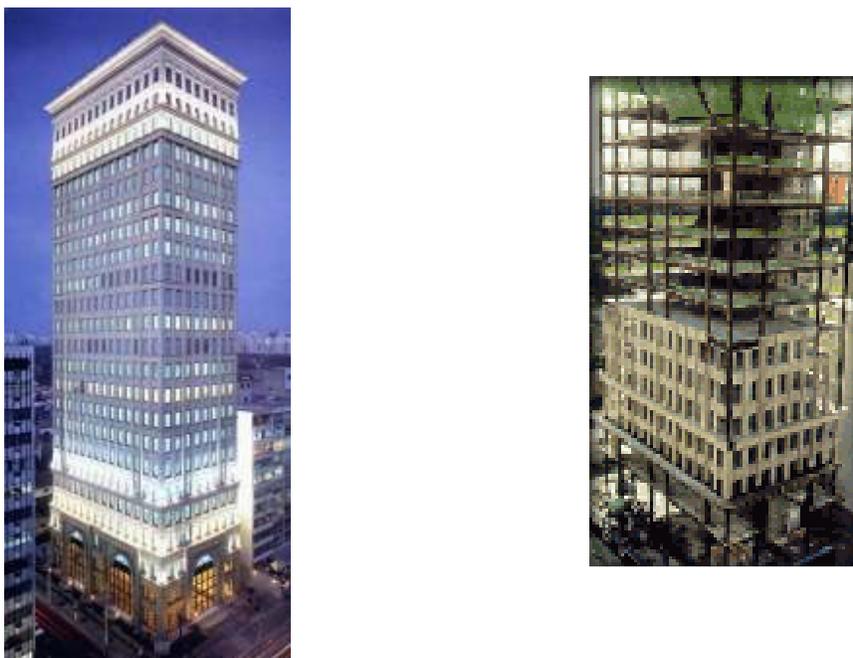


Figura 2.4 - Edifício San Paolo (1999) – São Paulo Fonte: [www.cbca-ibs.org.br](http://www.cbca-ibs.org.br)

O edifício da figura 2.4 é composto por núcleo rígido de concreto e elementos de aço. Esta obra tem como particularidade utilização de estrutura metálica combinada com

elementos de fechamento de fachada em painéis pré-fabricados, fato inédito no Brasil até então.

### 2.1.2.3 Sistemas Treliçados

Os sistemas apresentados anteriormente partem do pressuposto de concentrar os esforços no centro da edificação. Porém os esforços de torção e tombamento provenientes da ação do vento ocasionam reações maiores no perímetro da edificação.

Uma maneira de resistir aos esforços horizontais é enrijecer os pórticos afastados do núcleo através de treliças (figura 2.5). Este sistema possui um resultado altamente satisfatório porém, a localização das treliças deve ser avaliada considerando a ocupação e a circulação interna dos pavimentos.

As treliças podem ser criadas nos núcleos onde já existem obstáculos à circulação ou ser dispostas nas fachadas alternando andares por exemplo. Ou ainda pode-se dispor de treliças apenas em alguns andares conforme a necessidade, por exemplo no último andar e aproximadamente na meia altura do edifício.

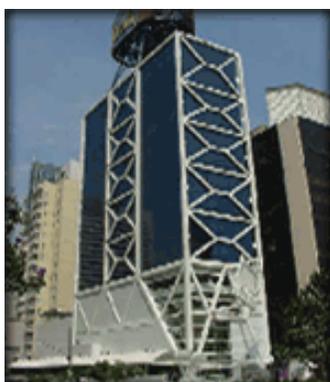


Figura 2.5 - Centro Cultural Itaú (1995) – São Paulo Fonte: [www.cbca-ibs.org.br](http://www.cbca-ibs.org.br)

A concepção do prédio do Centro Cultural Itaú é um pórtico único formado por treliças e elementos interligados semi-rigidamente entre si. No caso deste edifício os elementos de aço foram deixados aparentes formando um conjunto visual agradável.

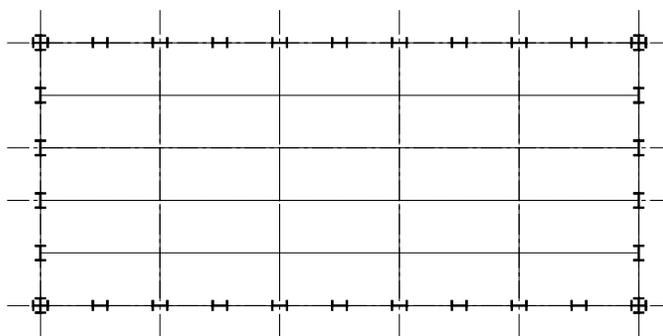
#### 2.1.2.4 Sistemas Tubulares

Os sistemas tubulares consistem na disposição de pilares próximos uns aos outros no perímetro do edifício ligados às vigas de fachada formando um pórtico de modo que as ações horizontais sejam resistidas por estes elementos.

A grande vantagem deste sistema é a concentração de esforços no perímetro da edificação e o aumento da resistência à torção e ao tombamento da estrutura. Para edifícios que não necessitem de grandes aberturas na fachada e sim vãos livres internos, esta pode ser a melhor solução.

A disposição dos pilares deve ser, na medida do possível, tal que o seu eixo de maior inércia esteja na direção do pórtico.

Este sistema pode ser subdividido em módulos tubulares que resistam a parcelas das ações horizontais ou podem ainda ser combinados com treliças.



*Figura 2.6 - Sistema Tubular*

Como pôde ser visto, a escolha do sistema estrutural de um edifício é complexa e envolve muitos fatores, portanto, no início de um projeto, deve ser feito um estudo minucioso da arquitetura, instalações, métodos construtivos e condições locais antes do cálculo e dimensionamento da estrutura. Este é o primeiro passo para um projeto bem sucedido. Os sistemas apresentados podem ser combinados entre si e adaptados para as inúmeras situações reais de projeto.

## 2.2 VIGAS MISTAS

As vigas mistas são elementos compostos por perfis de aço (geralmente tipo “I”) e laje de concreto ou tipo “steel-deck” <sup>(2)</sup> interligados por conectores. Estes três elementos passam, então, a trabalhar em conjunto.

Os principais tipos de vigas mistas são os seguintes:

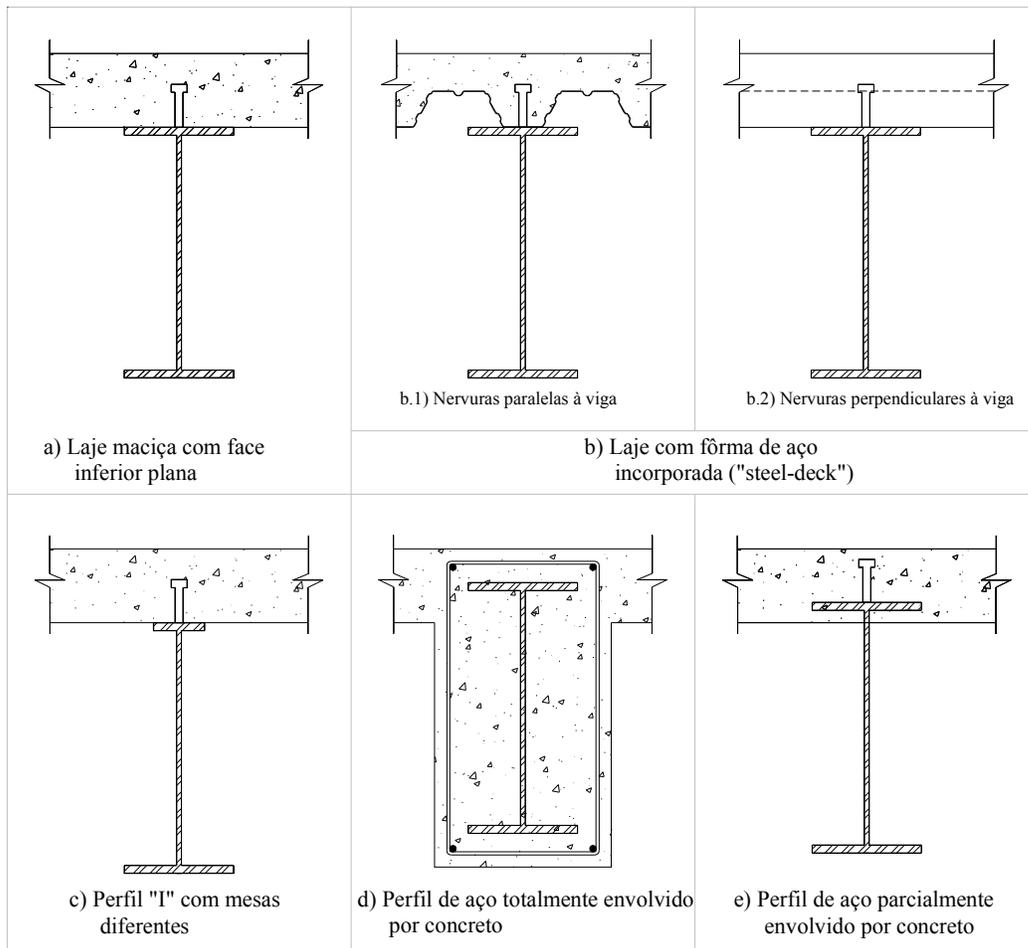


Figura 2.7 - Principais tipos de vigas mistas

<sup>(2)</sup> A terminologia “steel-deck” será utilizada neste trabalho para designar laje mista de aço-concreto com fôrma de aço incorporada.

A viga mista é uma combinação de dois elementos já presentes na maioria dos edifícios de aço: o perfil de aço e a laje de concreto ou “steel-deck”. O elemento adicional, o conector, não representa custo elevado no contexto geral da estrutura.

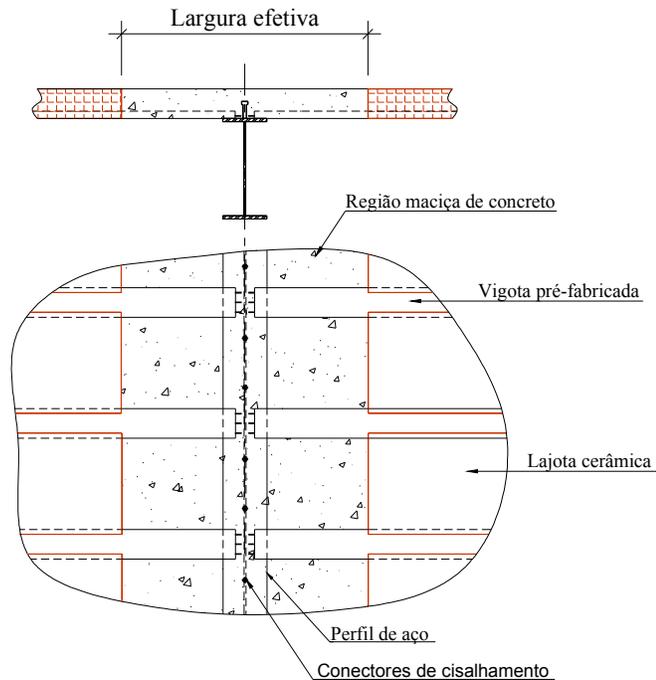
A combinação dos dois elementos pode ser feita de inúmeras maneiras, sendo as apresentadas na figura 2.7 as mais usuais. Porém, desde que seja garantida a transmissão parcial ou total dos esforços cisalhantes longitudinais, seja por utilização de conectores, seja por embutimento do perfil, a viga pode ser considerada mista.

Existem hoje no mercado inúmeros tipos de lajes e é constante o surgimento de outros, porém de uma maneira geral é possível garantir a interação entre os dois elementos. Os principais tipos de laje utilizados para compor vigas mistas são:

- Lajes de concreto maciças onde os conectores são soldados à mesa superior do perfil e incorporados à laje (figura 2.7.a);
- Lajes mistas (“steel-deck”) moldadas ‘in-loco’ com fôrma de aço incorporada (figura 2.7.b) onde o conector é soldado através da fôrma de aço à mesa do perfil;
- Laje pré-fabricada: laje contendo elementos pré-fabricados e moldados ‘in-loco’. Neste caso, as vigotas são espaçadas da largura das lajotas cerâmicas de enchimento, apóiam-se na mesa superior das vigas metálicas e os conectores são soldados a esta mesa nos intervalos entre as vigotas (figura 2.8).

No Brasil, a utilização de vigotas pré-fabricadas para lajes é bastante comum; portanto é importante salientar ser possível utilizarmos conjuntamente uma viga metálica com um piso em lajes tipo vigotas, de forma a compor uma viga mista.

A figura 2.8 mostra, de maneira esquemática, um pavimento composto de laje pré-moldada e vigas mistas. A largura efetiva da mesa de concreto é definida pela faixa maciça de concreto ao longo do perfil de aço.



*Figura 2.8 - Esquema de um pavimento misto formado por laje de vigota pré-moldada*

A figura 2.9 apresenta um edifício projetado por esta autora com subsolo para estacionamento e limitação de altura deste nível. Foram utilizadas lajes com vigotas treliçadas, conectores tipo perfil U e perfil I laminado.



*Figura 2.9 - Perfis de aço e conectores para compor viga mista com laje pré-fabricada*

É importante observar que, neste caso, a concepção de viga mista foi adaptada para a situação da obra. Além da utilização deste tipo de laje, o tipo de conector utilizado foi o de mais fácil obtenção na cidade de Botucatu, no interior do estado de São Paulo. Mesmo dentro do contexto de uma obra de pequeno porte, a utilização da viga mista foi vantajosa e viável. Os fatores que contribuíram para a escolha deste tipo de viga foram: limitação de pé-direito devido à declividade do terreno e necessidade de vãos de 8m no pavimento inferior para abrigar vagas de estacionamento.

A interação entre o aço e o concreto pode ser analisada através da figura 2.10. Em vigas de aço isoladas (figura 2.10.a) o escorregamento na interface aço-concreto é permitido e formam-se duas linhas neutras. A resistência da laje no plano de flexão da viga não é considerada.

No caso de interação parcial, ocorre a formação de duas linhas neutras, porém com escorregamento relativo inferior ao da viga isolada (figura 2.10.b). E, por fim, no caso de interação total considera-se que o deslocamento relativo na interface possa ser desprezado e assim ocorre a formação de apenas uma linha neutra (figura 2.10.c).

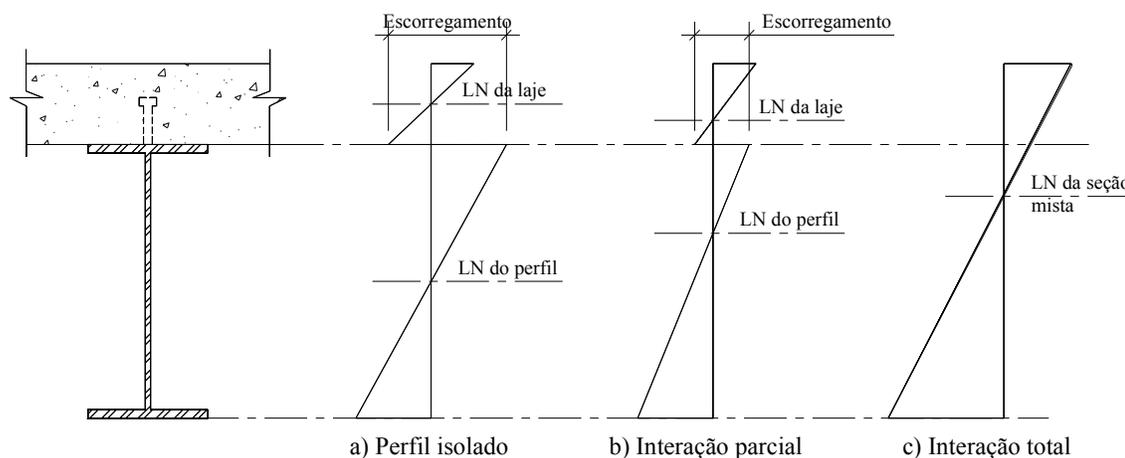


Figura 2.10 - Distribuição de tensões: perfil isolado, interação total e interação parcial

Existem 2 classificações distintas de interação nas vigas mistas relativas à:

- Resistência;
- Rigidez.

A primeira é aquela em que a resistência da viga é determinada pela resistência ao momento fletor e não pelo cisalhamento da conexão, ou seja, em caso de colapso, haverá rompimento do aço ou do concreto, não dos conectores.

Em relação à rigidez, uma conexão é dita flexível quando utiliza conectores flexíveis, por exemplo, tipo pino com cabeça, sendo permitido, desta maneira, a deformação do conector.

O uso de vigas mistas acrescenta resistência e rigidez à seção em relação ao mesmo perfil isolado. Como resultado, temos economia de material e diminuição da altura da estrutura.

Para dimensionamento das vigas mistas, é feita uma analogia com uma viga “T” em concreto armado. Porém, é necessário considerar as diferenças entre os dois materiais (aço e concreto) em relação à resistência e deformabilidade.

Além disso, não existe uma interação ou aderência natural entre os dois materiais; portanto, para que o escorregamento na interface seja impedido ou minimizado é necessária a utilização de conectores de cisalhamento. Este dispositivo resiste aos esforços cisalhantes longitudinais à viga, permitindo que os dois materiais trabalhem em conjunto.

### 2.2.1 VIGAS MISTAS BI-APOIADAS

Em vigas mistas biapoiadas, os materiais aço e concreto são solicitados da maneira mais adequada. Como o carregamento usual em edifícios é gravitacional, os momentos fletores gerados aplicam compressão na fibra superior e tração na fibra inferior.

Quando a linha neutra (L.N.) se situa na mesa de concreto, apenas a sua parcela comprimida é considerada e o perfil de aço encontra-se totalmente tracionado. Quando a linha

neutra está na mesa superior do perfil, esta, apesar de parcialmente comprimida, está travada lateralmente pelo concreto e por este motivo os efeitos da flambagem local são minimizados. O restante do perfil encontra-se tracionado.

Quando a L.N. se localiza na alma do perfil, este deve ser verificado à flambagem local ou lateral por distorção como em vigas de aço isoladas.

Sendo os dois primeiros casos de posicionamento da L.N. os mais comuns, as vigas mistas biapoiadas aproveitam as características mais adequadas de cada material. Esta configuração de apoio, apesar de não ser possível rotular totalmente uma viga a um pilar, ou seja, sempre irá ocorrer momento de engastamento nesta ligação, é bastante comum de ser assumida. Isto se deve ao fato que requer maior resistência que a consideração de ligação semi-flexível e pela simplicidade de dimensionamento e execução da ligação. Apesar destas vantagens, como não transmite momentos fletores, não resiste a ações horizontais.

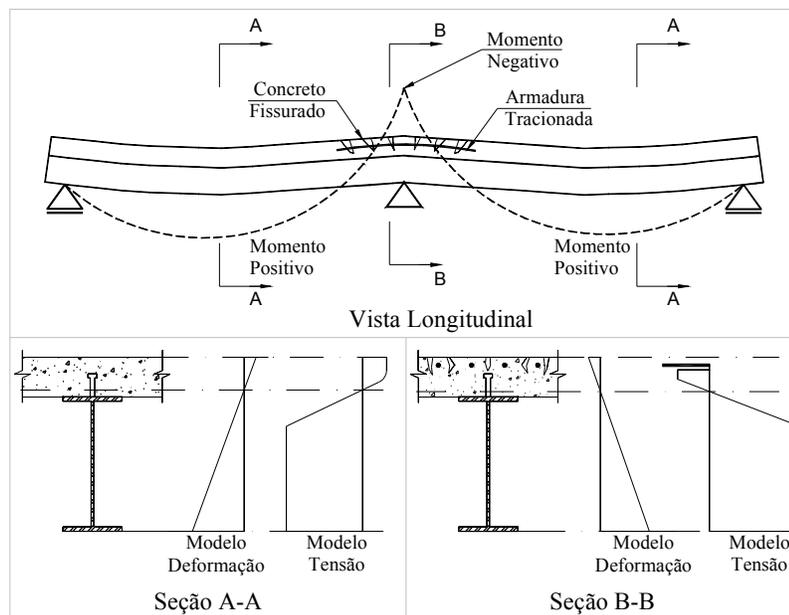
## 2.2.2 VIGAS MISTAS CONTÍNUAS

Nas regiões de momento negativo que ocorre nas vigas mistas contínuas aparece uma situação oposta àquela assumida para as vigas biapoiadas:

- Mesa de concreto tracionada;
- Perfil de aço comprimido.

A resistência do concreto à tração é desprezada e considera-se apenas a armadura devidamente ancorada. Já o perfil de aço, como está comprimido, irá sofrer os efeitos da instabilidade. Além disso, a laje de concreto irá fissurar, podendo até apresentar um estado limite de utilização.

A figura 2.11 apresenta simplificada a diferença de comportamento entre regiões de momento positivo e negativo.



*Figura 2.11 - Comparação do comportamento de vigas mistas contínuas em regiões de momentos positivo e negativo*

Este tipo de viga tem algumas vantagens em relação às vigas bi-apoiadas:

- Sob mesmo carregamento e mesma distância entre os apoios, são obtidos momentos fletores positivos menores;
- Como ocorre a transferência de momento fletor para os pilares, a viga forma um pórtico juntamente com o pilar, resistindo a carregamentos horizontais.
- Muitas vezes, vigas simplesmente apoiadas são tidas como contínuas nos apoios intermediários sem a necessidade de ligações especiais entre os dois elementos;

Outra situação comum em vigas mistas contínuas é a presença de esforços cortantes e momentos fletores atuando simultaneamente nos apoios intermediários podendo levar à necessidade de verificação de interação entre os dois esforços.

A utilização de vigas mistas bi-apoiadas ou contínuas irá depender da geometria do edifício, método de execução, sistema estrutural adotado, disponibilidade de materiais e serviços.

### 2.2.3 EFEITOS DO ESCORAMENTO

Outro aspecto importante no dimensionamento de estruturas mistas é a verificação da condição durante a construção, pois o concreto necessita de um período, para atingir a sua resistência de projeto, e as solicitações impostas durante esta fase podem ser diferentes da situação definitiva.

Muitas vezes, a dimensão necessária do perfil de uma viga mista pode ser determinada pela sua capacidade de resistir isoladamente às solicitações durante a construção, inclusive o peso do concreto anteriormente à sua cura.

No caso de construção escorada (figura 2.12), os elementos somente serão solicitados em conjunto; desta forma os pesos próprios e demais ações permanentes e acidentais serão resistidas pela seção mista. As deflexões também serão as da seção mista; portanto, menores que da seção isolada. Não há necessidade de verificação na situação de construção, uma vez que, nesta fase, a seção não estará sendo solicitada.

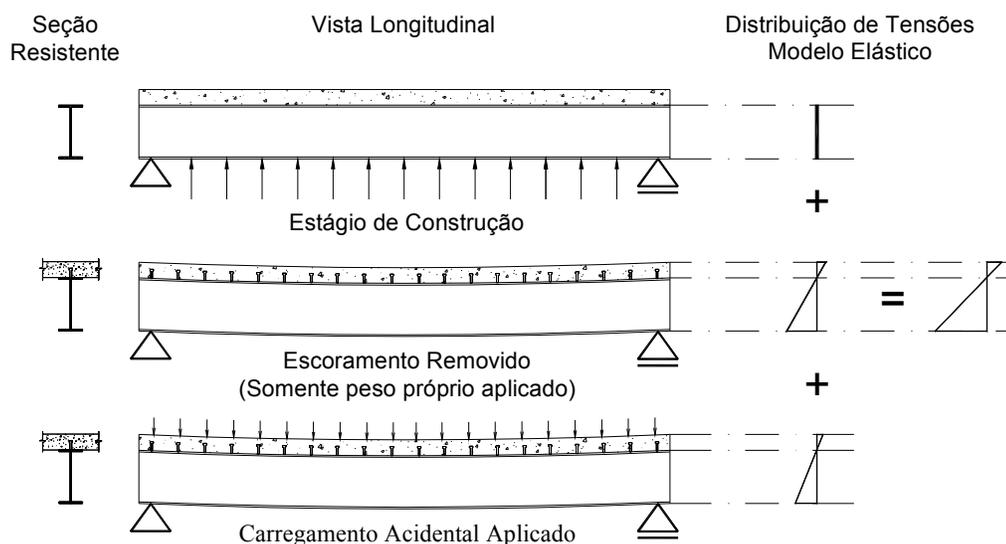
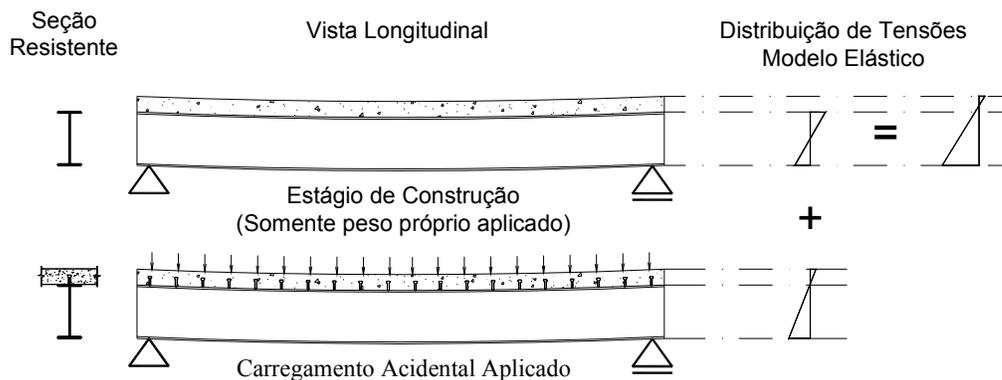


Figura 2.12 - Vigas mistas escoradas

Os perfis de aço de vigas mistas não escoradas (figura 2.13) devem ser dimensionados para resistir a todos os esforços aplicados antes que o concreto esteja curado. Durante esta

fase tanto o concreto, quanto os conectores não estão sendo solicitados. Após a cura do concreto, o carregamento acidental será resistido pela seção mista, no entanto, ocorre uma sobreposição das tensões aplicadas antes e depois da cura do concreto.

O peso próprio do concreto é normalmente substancial e, por isto, a situação de construção pode ser condicionante, em construções não-escoradas, resultando em seções maiores que a mesma viga escorada.



*Figura 2.13 - Vigas mistas não-escoradas*

O período de escoramento pode variar de acordo com o tipo de cimento utilizado, relação carregamento durante a construção/carregamento total e condições ambientais. Para que o concreto atinja a sua resistência de projeto são necessários 28 dias; porém, o projetista pode especificar a idade do concreto e a sua resistência para que o escoramento possa ser retirado. Isto porque, durante esta fase, as cargas acidentais de projeto não terão sido aplicadas e a resistência do concreto pode ser inferior à final.

## 2.2.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com base nestas informações básicas, dois estados limites das vigas mistas devem ser considerados:

- Resistência da seção mista à flexão;

- Resistência da conexão ao cisalhamento longitudinal.

Além destas, existem outras situações que devem ser consideradas no dimensionamento das vigas mistas:

- Flambagem local em seções esbeltas;
- Deformações excessivas;
- Fissuração do concreto;
- Força cortante;
- Flambagem local e lateral por distorção em regiões de momentos negativos;
- Interação momento fletor-força cortante.

Os itens apresentados anteriormente são os principais aspectos a serem considerados durante o dimensionamento das vigas mistas. O objetivo é fazer com que o leitor tenha conhecimentos básicos para poder efetuar escolhas acertadas para cada projeto. O capítulo 3 apresenta aspectos específicos para o dimensionamento das vigas mistas.

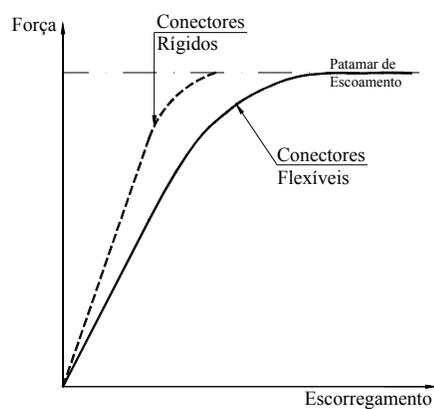
## 2.3 CONECTORES DE CISALHAMENTO

Os conectores de cisalhamento são fundamentais para proporcionar o comportamento misto aço-concreto. As duas funções principais destes elementos são:

- Transmitir os esforços cisalhantes longitudinais entre a mesa de concreto e o perfil de aço;
- Não permitir que ocorra deslocamento vertical na interface entre os dois materiais.

A primeira é efetivamente necessária e a segunda é normalmente negligenciada pois é pouco provável que a diferença de deslocamento entre a laje e o perfil possa causar o descolamento entre eles.

Existem dois grupos principais de conectores: os rígidos e os flexíveis. No primeiro tipo, a ruptura se dá de maneira frágil, isto é, não apresenta patamar de escoamento. O segundo tipo apresenta este patamar e consequentemente apresenta ruptura dúctil (figura 2.14).



*Figura 2.14 - Comportamento dos conectores rígidos e flexíveis*

Os principais tipos de conectores utilizados estão apresentados na figura 2.15, porém, podem ser criados dispositivos diferentes desde que sua resistência e seu comportamento possam ser comprovados.

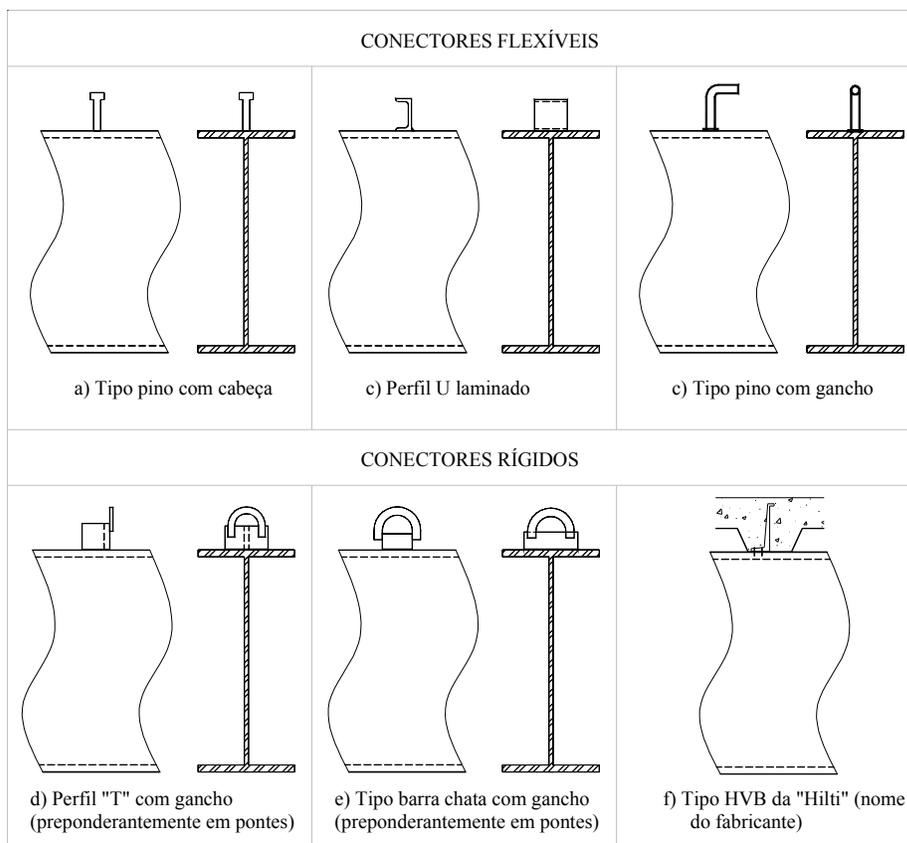


Figura 2.15 - Tipos de conectores

A distribuição das tensões cisalhantes em uma viga biapoiada é próxima ao modelo de força cortante para este tipo de viga. Isto é, esforço máximo nos apoios variando linearmente e esforço nulo no meio do vão.

Com a capacidade de deformação dos conectores flexíveis antes da ruptura é possível considerar uma redistribuição (figura 2.16) das tensões do conector mais solicitado (próximo ao apoio) ao menos solicitado (no meio do vão).

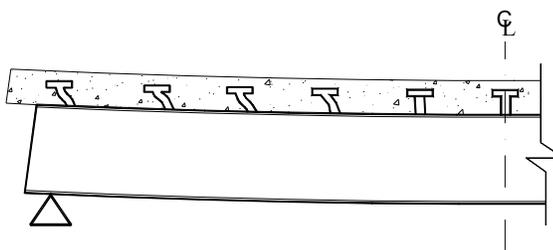


Figura 2.16 - Comportamento dos conectores ao longo da viga mista

Como pode ser observado na figura 2.16, os conectores próximos ao apoio são mais solicitados que aqueles do meio do vão, porém, no caso de conectores dúcteis, quando a resistência máxima é atingida, ocorre a deformação e a transferência do esforço para o conector vizinho, e assim por diante dos apoios para o meio do vão, admitindo-se plastificação total dos conectores. Desta maneira, pode-se projetar o conector e seu espaçamento constantes ao longo de todo o vão.

Em vigas mistas a interação parcial ocorre quando o estado limite último é a ruptura da conexão e a interação total quando este estado é atingido pela resistência da seção mista à flexão.

No caso de vigas não escoradas pode-se colocar conectores para resistir aos esforços aplicados apenas após a cura do concreto caracterizando uma interação parcial o que não acarretará prejuízo quanto à resistência da seção mista.

A resistência dos conectores é normalmente analisada por meio de ensaios tipo “push out” cujo esquema está apresentado na figura 2.17.

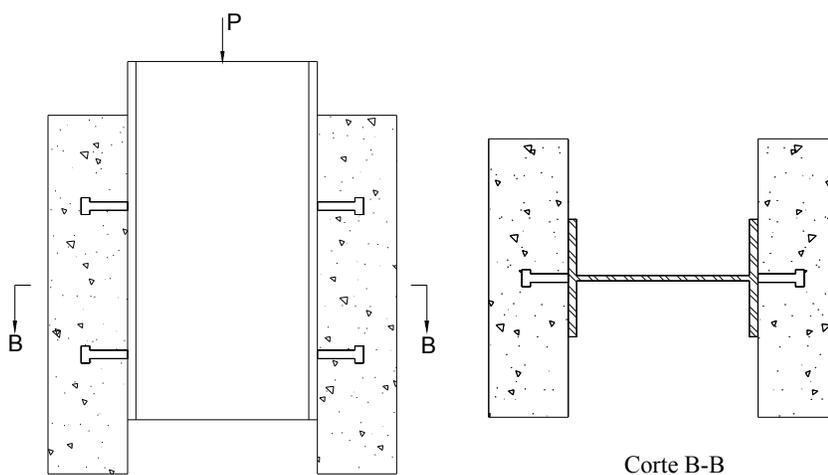


Figura 2.17 - Ensaio “push-out” com conectores tipo pino com cabeça

## 2.4 LAJES MISTAS (“STEEL-DECK”)

As lajes tipo “steel-deck” são elementos formados por fôrma de aço e camada de concreto moldada ‘in-loco’ agindo conjuntamente. As principais vantagens deste tipo de laje são:

- Diminuição ou até mesmo eliminação do escoramento;
- Utilização da fôrma de aço como plataforma de serviço e proteção aos operários que trabalham nos andares inferiores durante a construção;
- Fôrma de aço funciona como armadura positiva da laje;
- Alta qualidade de acabamento da face interna da laje;
- Dispensa de escoramento e redução dos gastos com desperdício de material;
- Facilidade de instalação e maior rapidez construtiva;
- Apresenta facilidade para a passagem de dutos das diversas instalações, favorecendo também a fixação de forros.

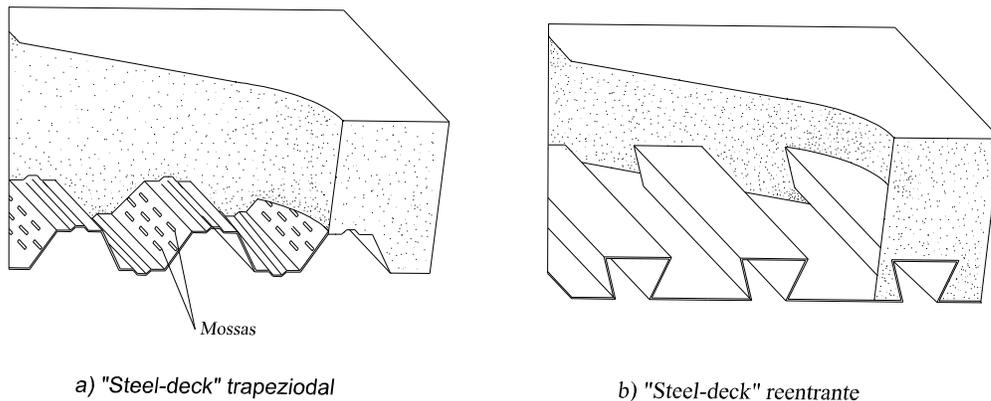
O comportamento misto pode ser obtido de diversas maneiras, desde que seja permitida a transferência de esforços cisalhantes longitudinais na interface entre o aço e o concreto. Para limitar futuras situações o EUROCODE 4 (2004) “*Design of Composite Steel and Concrete Structures. Parte 1-1: General rules for buildings*” permite que o cisalhamento longitudinal seja resistido por:

- Meios mecânicos através de reentrâncias e mossas no perfil da chapa metálica;
- Atrito entre a superfície de concreto e de aço;
- Ancoragem nos extremos proporcionada por conectores soldados.

Os tipos de lajes mistas variam por forma, profundidade e espaçamento das nervuras e espessura da chapa. A escolha do tipo de laje mista a ser utilizada deve levar em consideração basicamente duas situações:

- Vãos em que não haja necessidade de escoramento: neste caso a situação de construção é mais crítica, já que a fôrma de aço deverá suportar o peso próprio do concreto não curado. Assim, são recomendadas fôrmas trapezoidais (figura 2.18.a) com resistência ao cisalhamento vertical limitada e alta ductilidade;

- No caso de vãos com necessidade de escoramento, a situação final de carregamento tensiona mais a seção mista. Portanto, fôrmas que tenham maior resistência ao cisalhamento longitudinal devem ser utilizadas, por exemplo, “steel-deck” com reentrâncias (figura 2.18.b).



*Figura 2.18 - Principais tipos de lajes mistas*

De acordo com Johnson (1994), por várias décadas as lajes tipo “steel-deck” são o sistema mais utilizado na América do Norte. Devido a isto, muitos avanços tecnológicos foram obtidos, sendo hoje muito utilizadas na Europa e em outros lugares do mundo. No Brasil, especialmente em edifícios comerciais, industriais e administrativos, esta é uma solução com alguma representatividade.

A resistência do concreto estrutural e da armadura são os mesmos descritos para as vigas mistas. A chapa de aço tem espessura comercial variando entre 0,75 e 1,50mm aproximadamente, e como ficará exposta ao meio ambiente, é necessário que seja galvanizada para protegê-la contra a corrosão. Inicialmente, as fôrmas utilizadas possuíam 3m de vão e

50mm de profundidade e, desta maneira, não necessitavam de escoramento. Hoje, com a utilização do escoramento, são produzidas fôrmas de maior profundidade e apropriadas para vãos de até aproximadamente 5m.

O deslocamento vertical é uma função da rigidez da laje e, muitas vezes, é o estado limite de utilização que governa o dimensionamento da mesma, portanto, a utilização de aço com alta resistência pode não ser vantajosa. O aço normalmente utilizado nas fôrmas de aço incorporadas é o ASTM A653 grau 40, com tensão de escoamento 280MPa.

Usualmente, os fabricantes deste tipo de laje fornecem, em forma de catálogos ou especificações técnicas, sobrecarga, vão e outras características da fôrma de aço.

O concreto da laje pode ter armadura inferior adicional à fôrma de aço e deve ter armadura superior para controle de fissuração ou para resistir a momentos negativos conferidos pela continuidade da laje em apoios intermediários.

O dimensionamento das lajes mistas deve considerar duas situações distintas:

- Durante a construção: peso próprio da chapa e do concreto não endurecido, além de sobrecargas de construção, inclusive carregamentos devido a armazenamento de materiais, quando aplicáveis.

- Durante a vida útil da estrutura como laje mista, considerando o estado limite último e os estados limites de utilização.

Na situação de construção, todo escoramento deve ser considerado. Esta situação não será apresentada neste trabalho, porém consiste no dimensionamento similar ao de telhas metálicas, podendo ser encontrado em bibliografia referente a estruturas de aço.

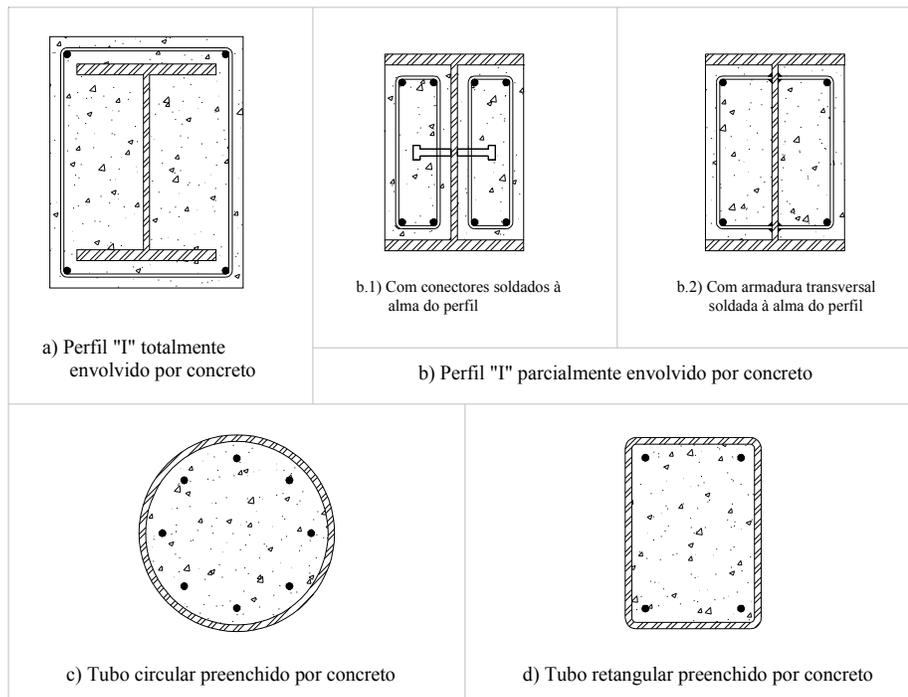
O comportamento das lajes mistas está entre o da laje maciça de concreto armado e da viga mista. De certa maneira, o “steel-deck” comporta-se como armadura incorporada ao concreto, porém com a desvantagem de não estar totalmente envolvido pelo concreto. Mas

também possui rigidez à flexão como uma viga mista, podendo se deformar sob carregamento.

## 2.5 PILARES MISTOS

A questão do incêndio sempre foi problemática para as estruturas de aço. Inicialmente, um concreto de baixa resistência era aplicado sobre o perfil de aço e a sua contribuição era desprezada. Ao longo dos anos, percebeu-se que, utilizando concreto de maior resistência seria possível acrescentar resistência e estabilidade ao pilar.

Hoje existem muitas variações de seções de pilares mistos, porém as usuais são as descritas na figura 2.19.



*Figura 2.19 - Tipos de Pilares Mistos*

Os quatro tipos acima apresentam vantagens e desvantagens, sendo que as principais estão descritas na tabela 2.1.

Tabela 2.1 - Vantagens e desvantagens das seções de pilares mistos

Tipos	Proteção ao fogo	Superfície metálica	Armadura adicional	Necessidade de fôrma	Efeito de confinamento
a)	Sim	Não	Sim	Sim	Não
b)	Sim, porém parcial	Sim	Sim	Sim/Não	Não
c)	Não	Sim	Sim/Não	Não	Sim
d)	Não	Sim	Sim/Não	Não	Não

A principal vantagem dos pilares mistos é o ganho de resistência e rigidez proporcionado por um material de custo atualmente menor que o aço, o concreto. Como regra geral, o concreto contribui para a resistência da seção à compressão e também diminui os efeitos da esbeltez local.

Os pilares mistos preenchidos por concreto têm como vantagem a utilização do próprio perfil de aço como fôrma. Pilares mistos parcialmente envolvidos podem receber o concreto antes da montagem enquanto o perfil está na posição horizontal. Concreta-se de um lado e, após um ou dois dias, o perfil é rotacionado e concretado o lado oposto, não necessitando utilização de fôrmas.

Os pilares tubulares têm como vantagem sobre todos os outros tipos de seção o efeito do confinamento que acarreta aumento da resistência do concreto.

A presença de superfície metálica é uma vantagem de execução, pois as ligações com as vigas ou outros elementos metálicos podem ser as mesmas utilizadas em estruturas de aço.

Outra vantagem dos pilares mistos é a arquitetônica. É possível, com uma mesma seção externa de um pilar misto, resultar em resistências diferentes. Isto se aplica aos edifícios de múltiplos andares, onde a carga vertical varia ao longo dos andares e pode facilitar a disposição arquitetônica dos pilares sem aumentar o custo da estrutura.

No dimensionamento de pilares mistos é admitido que exista interação total entre os materiais aço-concreto, desde que as tensões cisalhantes longitudinais não ultrapassem certos valores. Claramente, as diferenças e não linearidades dos dois materiais devem ser observadas; porém uma análise minuciosa só seria possível com a utilização de métodos computacionais. A consideração de seção mista com interação completa é bastante aceitável para os métodos atuais de cálculos.

## 2.6 LIGAÇÕES MISTAS

As ligações influenciam o custo final da estrutura, bem como o processo de fabricação e montagem. Além disso, tem papel importante na rigidez da estrutura e dos elementos que a compõem.

Uma ligação é dita mista quando o concreto participa da transmissão de momento fletor de uma viga mista para um pilar misto ou para outra viga. O estudo das ligações mistas é objeto de muitas pesquisas e o objetivo neste trabalho é apenas atentar para a importância que possuem no contexto geral da estrutura.

Existem duas classificações para as ligações mistas. São elas:

- Quanto à rigidez, ou seja, à capacidade de rotação da ligação, flexível (rotulada), semi-rígida e rígida;
- Quanto à resistência, ou seja, em relação à resistência dos elementos que a compõem, de rotulada à parcial e total.

Tanto as ligações perfeitamente rotuladas como as totalmente engastadas são difíceis de obter na prática, demandando elevada dificuldade de execução e conseqüentemente, custo. No entanto, a dificuldade maior está na determinação da parcela de momento absorvido e da capacidade de rotação da ligação.

O concreto e sua armadura acrescentam rigidez à ligação e também maior complexidade de avaliação. Quando submetida a momentos positivos, o que pode ocorrer em pórticos resistentes a ações laterais, o concreto está comprimido e, portanto geralmente não necessita maiores cuidados. Já quando submetida a momentos negativos, o concreto tracionado é desprezado e apenas a armadura é considerada na resistência da ligação.

A figura 2.20 apresenta o comportamento em relação à rigidez de uma ligação mista. A determinação dos coeficientes de mola para cada elemento é feito através da obtenção das rigidezes translacionais e rotacionais dos elementos.

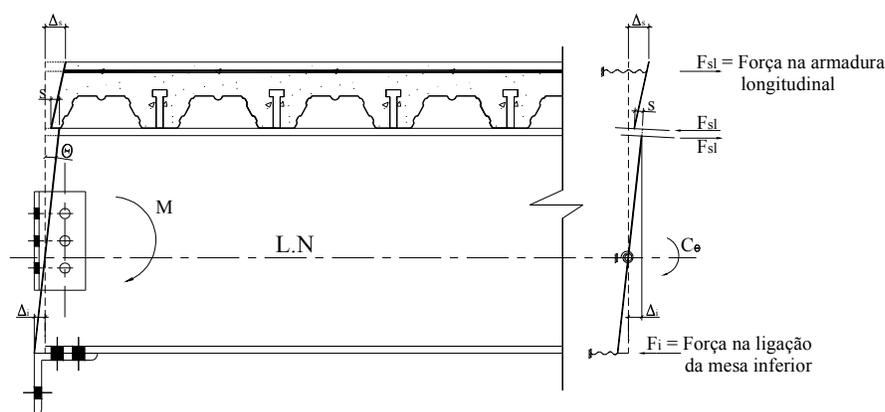


Figura 2.20 - Modelo para a rigidez do conjunto da ligação mista (NBR 8800 – rev. 2006)

A figura 2.20 apresenta os deslocamentos e os esforços em cada elemento da ligação submetida a momento negativo: armadura, perfil de aço e elementos de ligação (cantoneiras, chapas, parafusos, etc.). A rigidez da ligação depende dos elementos que a compõem bem como da forma como são ligados.

## 2.7 EDIFÍCIO EXEMPLO

Será dimensionado ao longo deste trabalho um edifício exemplo conforme esquema da figura 2.21. Este edifício é baseado no exemplo apresentado por Sáles (1995) para que possamos comparar os resultados obtidos por este autor num edifício de aço.

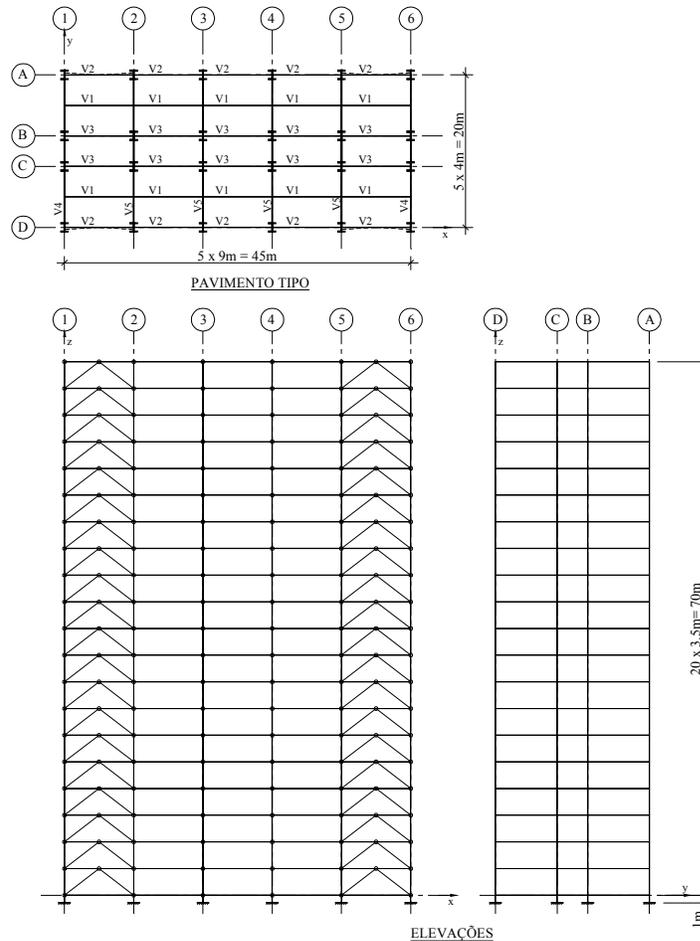


Figura 2.21 - Edifício Exemplo

O edifício é composto por 20 andares com  $900\text{m}^2$  de área por pavimento. O espaçamento entre pisos, vigas e pilares podem ser visualizados na figura 2.21. Entre os eixos B e C supõe-se que exista um núcleo com escadas, elevadores e serviços por isso o espaçamento menor entre pilares.

O sistema resistente a carregamentos laterais será caracterizado por pórtico na direção de maior inércia dos pilares (eixo y da figura 2.21) e contraventamento na outra direção. Todas as vigas paralelas ao eixo y serão consideradas engastadas nos pilares e as vigas paralelas ao eixo x, articuladas. As lajes mistas serão consideradas como travamentos interpavimentos.

Os pilares serão compostos por perfis “I” parcialmente revestidos e serão considerados engastados na fundação. As lajes serão tipo “steel-deck” e apoiadas na direção y.

As ações consideradas foram retiradas de Sáles (1995) e estão descritas na tabela 2.2.

*Tabela 2.2 - Ações permanentes atuantes no edifício - exemplo*

Ações Permanentes		
Nos pisos		Na cobertura
Laje mista:	2,5 KN/m <sup>2</sup>	2,4 KN/m <sup>2</sup>
Argamassa de nivelamento:	Não será considerada	—
Forro, revestimento e serviços (incluindo divisórias internas):	1,50 KN/m <sup>2</sup>	0,50 KN/m <sup>2</sup>
Paredes externas (vidro duplo, persianas os cortintas):	3,0 KN/m <sup>2</sup>	

A sobrecarga de utilização considerada nos pisos e na cobertura será 2,0 KN/m<sup>2</sup>.

Para o dimensionamento será feita a redução de sobrecarga conforme a NBR-6120 (1980) “Cargas para o cálculo de estruturas de edificações”:

- Até três pavimentos: 0%;
- Quarto pavimento: 20%;
- Quinto pavimentos: 40%;
- Sexto pavimento e superiores: 60%

As ações do vento foram retiradas de Sáles (1995), partindo da premissa que as lajes atuam como diafragmas rígidos em seu plano igualando os deslocamentos de todos os pórticos.

Para o dimensionamento de todos os elementos a estrutura será considerada escorada e, portanto, os elementos serão verificados somente como mistos.

Tabela 2.3 - Características dos materiais que compõem os elementos do edifício-exemplo

	Elemento	Características	
Viga Mista	Concreto	Resistência à compressão:	$f_{ck} = 3\text{KN} / \text{cm}^2$
		Resistência à tração:	$f_{ctm} = 0,3\text{KN} / \text{cm}^2$
		Módulo de Elasticidade Longitudinal:	$E_c = 2610\text{KN} / \text{cm}^2$
	Armadura (aço CA-50)	Tensão de escoamento à tração e compressão:	$f_{sy} = 50\text{KN} / \text{cm}^2$
	Perfil de aço (ASTM A572 G50)	Resistência à tração e compressão:	$f_y = 34,5\text{KN} / \text{cm}^2$ $f_u = 45\text{KN} / \text{cm}^2$
		Módulo de Elasticidade Longitudinal:	$E = 21.000\text{KN} / \text{cm}^2$
	Conectores (ASTM A108 Gr1010 a 1020)	Resistência à tração e compressão:	$f_{yCS} = 34,5\text{KN} / \text{cm}^2$ $f_{uCS} = 41,5\text{KN} / \text{cm}^2$
		Módulo de Elasticidade Longitudinal:	$E = 21.000\text{KN} / \text{cm}^2$
Laje tipo "steel-deck"	Concreto	O mesmo que para as vigas	
	Fôrma de aço (ASTM A653 G 40)	Resistência à tração e compressão:	$f_{yF} = 28\text{KN} / \text{cm}^2$
		Módulo de Elasticidade Longitudinal:	$E = 21.000\text{KN} / \text{cm}^2$

	<i>Elemento</i>	<i>Características</i>	
<i>Pilar Misto</i>	<i>Concreto</i>	<i>Resistência à compressão:</i>	$f_{ck} = 4\text{KN} / \text{cm}^2$
		<i>Resistência à tração:</i>	$f_{ctm} = 0,4\text{KN} / \text{cm}^2$
		<i>Módulo de Elasticidade Longitudinal:</i>	$E_c = 3000\text{KN} / \text{cm}^2$
	<i>Perfil de aço (ASTM A-36)</i>	<i>Resistência à tração e compressão:</i>	$f_y = 25\text{KN} / \text{cm}^2$ $f_u = 40\text{KN} / \text{cm}^2$
		<i>Módulo de Elasticidade Longitudinal:</i>	$E = 21.000\text{KN} / \text{cm}^2$
<i>Conectores</i>	<i>O mesmo que para as vigas</i>		

Nota: O módulo de elasticidade do aço foi tomado como 21.000 KN/cm<sup>2</sup> para compatibilizar com o edifício exemplo dado em Sales (1995).



# CAPÍTULO 3: VIGAS MISTAS DIMENSIONAMENTO

---

## 3.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O objetivo deste capítulo é capacitar o leitor ao dimensionamento das vigas mistas, apresentar uma seqüência lógica deste processo, abrangendo os principais itens.

Para tanto, serão apresentadas as recomendações das Normas estudadas, bibliografia publicada e aplicações práticas das vigas mistas.

A tabela 3.1 apresenta um panorama geral dos trabalhos envolvendo vigas mistas ao longo nos anos no Brasil e no mundo.

*Tabela 3.1 - Panorama dos trabalhos realizados sobre vigas mistas aço-concreto*

Pesquisador(es) ou ano	Observações sobre os trabalhos realizados
MALITE (1990)	Apresentou conceitos para dimensionamento de vigas mistas em sua dissertação de mestrado.
DEKKER, TRINCHEIRO (1995)	Apresentaram um estudo do comportamento das vigas mistas contínuas em regiões de momento positivo e negativo e a relação entre esbeltez dos elementos e arranjo dos vãos. Foi apresentado um modelo teórico para o estudo da restrição à distorção lateral que a laje proporciona ao perfil de aço e os resultados obtidos foram comparados com modelos experimentais.
OEHLERS et. al. (1997)	Foi apresentado um estudo em que, mesmo quando a conexão é total, a interação entre o aço e o concreto pode ser parcial, pois existirá uma região elástica de tensões onde o elemento não atingirá a sua tensão máxima, porém, na maioria dos casos, o dimensionamento atual está dentro das condições de segurança.

MALITE et. al. (1998)	Propuseram uma nova expressão para o cálculo da capacidade de conectores tipo perfil “U” e cantoneira formados a frio.
ALVA (2000)	Apresentou um estudo prático em relação ao dimensionamento dos elementos mistos que compõem um edifício.
CHUNG (2001)	Apresenta de maneira simplificada um estudo sobre vigas mistas com aberturas na alma. Além do dimensionamento destes elementos, auxilia na definição do posicionamento e dimensão destas aberturas.
FABBROCINO et. al. (2001)	Foi analisada a influência da ductilidade da armadura do concreto na capacidade de rotação em vigas mistas na região de momento negativo.
TRISTÃO (2002)	Analizou numericamente o comportamento de conectores tipo pino com cabeça e tipo perfil “U” formados a frio em comparação com resultados experimentais de ensaios tipo “push-out”.
AMADIO (2002)	Propôs uma nova avaliação da largura efetiva da mesa de concreto para vigas mistas biapoiadas.
KIRCHHOF (2004)	Apresentou um estudo numérico e uma análise bibliográfica do comportamento das vigas mistas em temperatura ambiente e em situação de incêndio.
AMADIO (2004)	Estudou os efeitos da largura efetiva em vigas mistas contínuas em regiões de momento negativo.
FRUCHTENGARTEN (2005)	Utilizou o programa computacional PEFSYS <sup>(1)</sup> , fez análises paramétricas relativas à flambagem local de vigas, comparando os valores encontrados com as expressões propostas pelas Normas atuais. A comparação mostrou que as Normas estão sempre a favor da segurança, em alguns casos excessivamente.
CATAI (2005)	Analizou os efeitos da retração e da fluência do concreto em vigas mistas.

TRISTÃO (2006)	Apresentou uma análise teórica e experimental do comportamento de ligações mistas vigas-pilares e desenvolveu um estudo numérico válido para análises paramétricas.
KOTINDA (2006)	Analisou numericamente uma série de vigas mistas aço-concreto simplesmente apoiadas para o estudo da interface laje-viga.

<sup>(1)</sup> PEFSYS: Programa desenvolvido no Laboratório de Mecânica Computacional da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

## 3.2 CLASSIFICAÇÃO DAS SEÇÕES

De maneira prática podemos dividir a análise das vigas mistas em dois tipos:

- Análise plástica;
- Análise elástica.

A análise plástica leva em consideração a resistência dos elementos, assumindo que atinjam sua capacidade total. Para que isto ocorra, é necessário que possuam determinada rigidez para que os esforços internos sejam redistribuídos ao longo da seção. Claramente, esta é uma suposição do que ocorre internamente numa peça, pois existem os chamados fatores de segurança para impedir que os esforços máximos ocorram.

Já a análise elástica é baseada na rigidez dos elementos imaginando-se que os esforços internos variam linearmente ao longo do elemento. No caso das vigas mistas, a seção é homogeneizada para uma seção teórica de aço e assim são determinados os esforços solicitantes na seção estudada.

A análise elástica é sempre utilizada na determinação dos estados limites de utilização. Esta análise pode ser utilizada sempre, pois é mais conservadora que a plástica, logicamente respeitando-se os limites de flambagem local dos elementos que compõem o perfil de aço.

Para que seja possível a análise plástica, é preciso que alguns limites de esbeltez sejam respeitados. Assim como em peças comprimidas de aço, as vigas mistas são divididas em classes de forma que seja determinado o tipo de análise a ser empregada.

As seções transversais são divididas em quatro, como segue:

- Classe 1: seções transversais capazes de formar rótula plástica sem diminuição da resistência;
- Classe 2: seções transversais capazes de atingir resistência plástica a momento, porém com capacidade de rotação limitada por flambagem local;
- Classe 3: seções capazes de atingir a tensão de escoamento na fibra mais comprimida, porém a flambagem local impede que se desenvolva a resistência plástica ao momento;
- Classe 4: flambagem local ocorre antes de atingida a tensão de escoamento em pelo menos um dos elementos do perfil de aço.

A seção mista deve ser classificada conforme o elemento de aço comprimido com maior classe segundo as acima descritas.

Uma seção mista pode ser dimensionada através da análise plástica desde que esteja nas classes 1 ou 2. Seções nas demais classes devem ser verificadas através da análise elástica e verificados os estados limites de flambagem local dos elementos que a compõem. A tabela 3.2 pretende reunir os limites para análise plástica segundo as normas estudadas para perfis tipo “I” que são os mais utilizados em vigas mistas.

A Tabela 3.2 apresenta os valores limites máximos para que se possa calcular determinada viga mista através de uma análise plástica em relação à alma e à mesa comprimida.

Tabela 3.2 - Limites para dimensionamento plástico – Perfis I

	Alma	Mesa comprimida ligada ao concreto	Mesa comprimida isolada
NBR 8800 (rev. 2006)	$2y_c/t_w \leq 3,76 \cdot \sqrt{E/f_y}$	Devidamente ligada à laje maciça de concreto	$\frac{b_f}{2t_f} \leq 0,38 \sqrt{E/f_y}$
EUROCODE 4 (2004)	Para : $\frac{y_c}{h} > 0,5: h/t_w \leq \frac{456\varepsilon}{13\left(\frac{y_c}{h}\right) - 1}$ $\frac{y_c}{h} \leq 0,5: h/t_w \leq \frac{41,5\varepsilon}{\left(\frac{y_c}{h}\right)}$	Devidamente ligada à laje de concreto	$\frac{c}{t_f} \leq 10\varepsilon$
BSI 5950 <sup>(1)</sup> (1990)	$h/t_w \leq \frac{76\varepsilon'}{1+r}$	Devidamente ligada à laje mista, desde que atendendo a certas condições.	Perfis soldados $\frac{b_f}{t_f} \leq 15 \cdot \varepsilon'$ Perfis laminados $\frac{b_f}{t_f} \leq 17 \cdot \varepsilon'$
AISC-LFRD (1994) <sup>(2)</sup>	$h/t_w \leq 3,76 \cdot \sqrt{E/f_y}$	Devidamente ligada à laje de concreto	$\frac{b_f}{2t_f} \leq 0,38 \sqrt{E/f_y}$

<sup>(1)</sup> BSI 5950 (1990) – “Structural use of steelwork in building. Parte 3: Section 3.1:

Code of practice for design of simple and continuous composite beams”

<sup>(2)</sup> AISC-LFRD – “Load and resistance resistance design”

Sendo:

- $\varepsilon = \sqrt{235/f_y}$  com  $f_y$  em MPa;
- $y_c$  a altura comprimida da alma;
- $\varepsilon'$  uma constante da Norma Britânica equivalente a:  $\sqrt{275/f_y}$  ;
- $c$  a parte reta da mesa comprimida conforme figura 3.1;

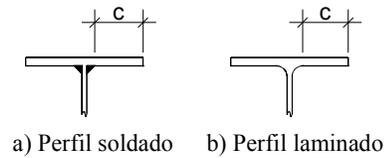


Figura 3.1 - Valor de  $c$  conforme EUROCODE 3 “Design of Steel Structures. Part 1-1: General rules and rules for buildings” (2003)

•  $r = \frac{y_c - y_t}{h}$ , sendo  $y_c$  e  $y_t$  as alturas comprimida e tracionada da alma respectivamente.

A condição da BSI 5950 (1990) para que a mesa superior do perfil de aço conectada a uma laje mista possa ser dimensionada por análise plástica é a seguinte:

• Nervuras da laje formam com a viga um ângulo maior que  $45^\circ$ , ou a largura da nervura localizada diretamente sobre a viga de aço é maior que a metade da largura da mesa de aço;

Para a NBR 8800 (rev. 2006), mesa comprimida isolada considerada classe 2, passa a ser considerada classe 1; mesa comprimida isolada considerada classe 3, passa a ser considerada classe 2, desde que devidamente ligada à laje de concreto.

Para demais tipos de perfis deverão ser consultadas as normas de estruturas de aço sendo feitas as devidas adaptações para seções mistas.

A tabela 3.3 apresenta uma breve comparação entre os valores limites de esbeltez de alma e mesa comprimida dos perfis de aço laminados tipo “I” segundo as normas. Para isto, foi considerada uma seção com alma comprimida em 40% da sua altura e tracionada em 60%. A mesa foi considerada totalmente comprimida. O aço do perfil é do tipo ASTM A572 ( $f_y = 34,5 \text{KN/cm}^2$ ). Para o EUROCODE 4 (2004) foi considerado:  $c = 0,4b_f$ .

Tabela 3.3 - Comparação dos limites para análise rígido-plástica da esbeltez dos elementos

Normas	NBR 8800 (rev. 2006)	EUROCODE 4 (2004)	BSI 5950 (1990)	AISC-LFRD (1994)
Alma $\left(\frac{h}{t_w}\right)$	116	85	85	93
Mesa $\left[\frac{b_f}{t_f}\right]$	18,8	20,6	15,2	18,8

### 3.3 LARGURA EFETIVA

A distribuição das tensões na laje de concreto não é uniforme e não se deve considerar que a largura total da laje contribua para a resistência da seção mista. Este efeito é conhecido como “shear lag” e pode ser visualizado simplifadamente na figura 3.2. A largura efetiva utilizada nos cálculos das vigas mistas é uma simplificação deste efeito. Quando a mesa de concreto é muito grande, as tensões axiais não são uniformes na largura da viga. Para simular este efeito, a largura da laje é reduzida, de modo que se possa assumir que as tensões sejam uniformes nesta largura.

De forma simplificada, a largura efetiva poderia ser calculada como:

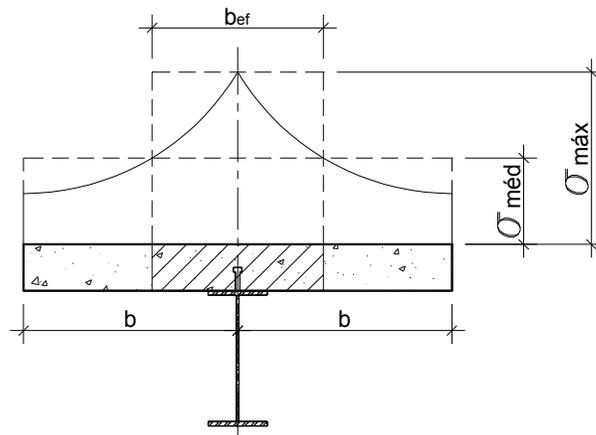
$$b_{ef} = \frac{\sigma_{méd}}{\sigma_{máx}} \cdot b \quad (1)$$

Sendo:

$\sigma_{méd}$  a tensão média atuante na largura total da mesa de concreto;

$\sigma_{máx}$  a tensão máxima atuante na largura efetiva da mesa de concreto que produza resultante igual a distribuição real das tensões;

$b$  a largura de concreto para cada lado do eixo do perfil de aço.



*Figura 3.2 - Largura Efetiva para cálculo de tensões*

A determinação da distribuição real das tensões na mesa de concreto seria muito laboriosa, sendo assim, são propostos valores práticos para o cálculo das larguras efetivas (Tabela 3.4) em relação a parâmetros como:

- Configuração do pavimento;
- Geometria da seção transversal mista;
- Condições de apoio da viga mista;
- Vãos da viga mista;
- Tipos de carregamento;
- Armadura longitudinal da viga mista.

Tabela 3.4 - Valores de largura efetiva segundo as normas para cada lado da linha de centro da viga mista

Referência	NBR 8800 (rev. 2006)	EURO CODE 4 (2004)	BSI 5950 (1990)	AISC-LFRD (1994)
Vão da viga mista ( $L$ )	—	—	—	$\frac{L}{8}$
Distância entre pontos de momento nulo da viga mista ( $L_0$ ) (Ver figuras 3.3 a 3.5)	$\frac{L_{0,a}}{8}$	$\frac{L_{0,b}}{8}$	$\frac{L_{0,b}}{8}$	—
Distância entre eixos das vigas adjacentes ( $a_1$ e $a_2$ )	$\frac{a}{2}$	$\frac{a}{2}$	$0,8 \cdot \frac{a}{2}$	$\frac{a}{2}$

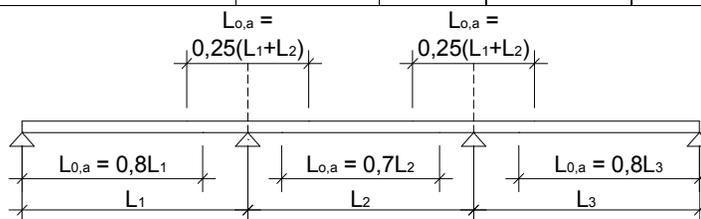


Figura 3.3 - Comprimento  $L_{0,a}$  segundo o NBR 8800 (rev. 2006)

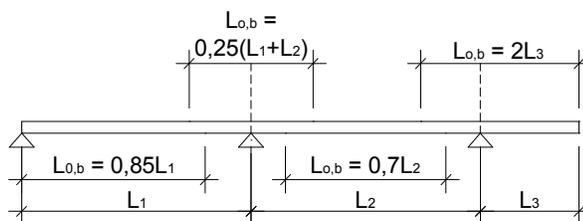


Figura 3.4 - Comprimento  $L_{0,b}$  segundo o EUROCODE 4 (2004)

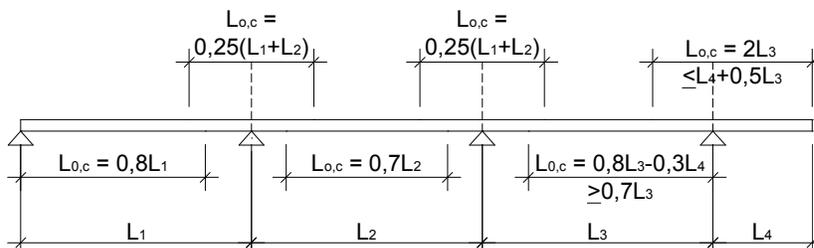


Figura 3.5 - Comprimento  $L_{0,c}$  segundo o BSI 5950 (1990)

Segundo a NBR 8800 (rev. 2006) para as vigas mistas em balanço a largura efetiva pode ser calculada conforme tabela 3.4 tomando-se o vão como o comprimento do balanço. Em casos de vigas mistas com trecho em balanço a largura efetiva deve ser calculada da mesma maneira tomando-se o vão da viga mista a distância real entre o extremo do balanço e o ponto de momento nulo adjacente.

Portanto, os valores de  $L_0$  devem ser tomados conforme explicitado acima nas respectivas regiões da viga mista, de maneira diversa para os momentos positivos e negativos.

### 3.4 CISALHAMENTO LONGITUDINAL

As tensões de cisalhamento longitudinais nas vigas são de suma importância uma vez que, sem elas, o comportamento misto não acontece. Por esta razão, será descrito neste item a resistência desta conexão.

A força de cisalhamento longitudinal que se forma na interface entre o perfil de aço e o concreto deve ser resistida pelos conectores de cisalhamento.

Foi estabelecido, no capítulo 2, que a interação total se daria quando a força resistida pelos conectores fosse maior que a força resistida pelo concreto ou pelo perfil de aço entre a seção crítica e o apoio.

No caso de vigas bi-apoiadas, esta força é o menor valor entre  $F_c$  e  $F_t$  na seção crítica, ou seja:

$$V_h = F_c \text{ ou } F_t \quad (2)$$

Onde:

$F_c$  é a força resistente de compressão da mesa de concreto;

$F_t$  é a força resistente de tração do perfil de aço.

No caso de vigas contínuas, esta força de cisalhamento deve ser calculada como  $V_h = F_c + F_s$  conforme figura 3.6.

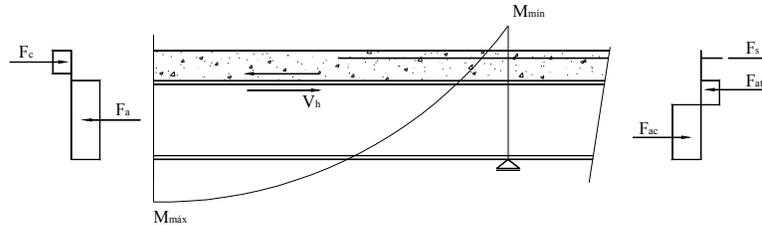


Figura 3.6 - Distribuição da força de cisalhamento longitudinal em vigas contínuas

Portanto a força de cálculo atuante nos conectores, deverá ser:

$$V_{hd} = \gamma_f \cdot V_h \quad (3)$$

Sendo:

$\gamma_f$  de acordo com a condição de carregamento, obedecendo à NBR 8681 (2003)

“Ações e segurança nas estruturas”.

No caso de interação parcial, a resistência dos conectores será o estado limite último da viga mista e a tensão cisalhante longitudinal ( $V_{hd}$ ) será determinada pelo número de conectores.

Serão apresentados a seguir as expressões para determinação da resistência dos principais conectores de cisalhamento utilizados em edifícios.

### 3.4.1 CONECTORES TIPO PINO COM CABEÇA

A NBR 8800 (rev. 2006) apresenta as seguintes expressões para determinação da resistência de conectores tipo pino com cabeça, devendo ser considerado o menor dos seguintes valores:

$$Q_{Rd} = \frac{1}{2} \cdot \frac{A_{cs} \sqrt{f_{ck} E_c}}{\gamma_{cs}} \quad (4)$$

$$Q_{Rd} = \frac{R_g R_p A_{cs} f_{ucs}}{\gamma_{cs}} \quad (5)$$

Onde:

$A_{cs}$  é a área de seção transversal do conector

$f_{ucs}$  é a resistência à ruptura do aço do conector

$E_c$  é o módulo de elasticidade do concreto dado por

$$E_c = 4760\sqrt{f_{ck}} \text{ (MPa) segundo a NBR 8800 (rev. 2006)} \quad (6)$$

$\gamma_{cs}$  é o coeficiente de ponderação da resistência do conector; 1,25 para combinações últimas de ações normais, especiais ou de construção e 1,10 para combinações excepcionais.

$R_g$  :

- 1,00; (a) para um conector soldado em uma nervura de fôrma de aço perpendicular ao perfil de aço; (b) para qualquer número de conectores em uma linha soldados diretamente no perfil de aço; (c) para qualquer número de conectores em uma linha soldados através de uma fôrma de aço em uma nervura paralela ao perfil de aço e com relação

$b_F/h_F$  igual ou superior a 1,5;

- 0,85; (a) para dois conectores soldados em uma nervura de fôrma de aço perpendicular ao perfil de aço; (b) para um conector soldado através de uma fôrma de aço em uma nervura paralela ao perfil de aço e com relação  $b_F/h_F$  inferior a 1,5;

- 0,70 para três ou mais conectores soldados em uma nervura de fôrma de aço perpendicular ao perfil de aço.

$R_p$  :

- 1,00; (a) para conectores soldados diretamente no perfil de aço e, no caso de haver uma nervura paralela a esse perfil, a mesma deve possuir uma base com largura de no mínimo 50% da largura da mesa superior do perfil;
- 0,75; (a) para conectores soldados em uma laje mista com as nervuras perpendiculares ao perfil de aço e  $e_{mh}$  igual ou superior a 50mm; (b) para conectores soldados através de uma fôrma de aço e embutidos em uma laje mista com nervuras paralelas ao perfil de aço;
- 0,60 para conectores soldados em uma laje mista com nervuras perpendiculares ao perfil de aço e  $e_{mh}$  inferior a 50mm.

Onde  $e_{mh}$  é a distância da borda do fuste do conector à alma da nervura da fôrma de aço, medida à meia altura da nervura no sentido da força cortante que atua no conector, conforme figura 3.7.

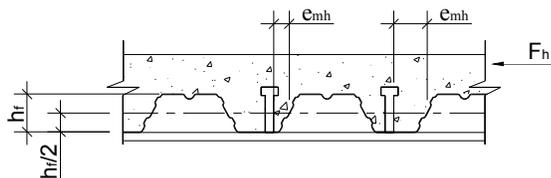


Figura 3.7 - Valor  $e_{mh}$  a ser tomado

O EUROCODE 4 (2004) apresenta as seguintes expressões para a determinação da resistência dos conectores tipo pino com cabeça em lajes maciças de concreto, devendo ser tomado o menor entre os dois valores:

$$Q_{Rd} = \frac{0,29 \alpha d_{cs}^2 \sqrt{f_{ck} E_c}}{\gamma_{CS}} \quad (7)$$

$$Q_{Rd} = \frac{0,8 f_{ucs} A_{cs}}{\gamma_{CS}} \quad (8)$$

Sendo:

$$\text{Para } 3 \leq \frac{h_{cs}}{d_{cs}} \leq 4, \alpha = 0,2 \cdot \left( \frac{h_{cs}}{d_{cs}} + 1 \right);$$

$$\text{Para } \frac{h_{cs}}{d_{cs}} > 4, \alpha = 1,0;$$

$h_{cs}$  a altura do conector acima da fôrma de aço;

$\gamma_{cs} = 1,25$  segundo o EUROCODE 4 (2004).

A BSI 5950 (1990) traz os valores das resistências deste tipo de conectores em lajes maciças de concreto em forma de tabela:

*Tabela 3.5 - Resistência nominal de conectores tipo pino com cabeça em lajes maciças, segundo a BSI 5950 (1990) (KN)*

Dimensões do conector		Resistência do concreto - $f_{ck}$ (KN / cm <sup>2</sup> )			
Diâmetro	Altura				
(mm)	(mm)	2,5	3,0	3,5	4,0
25	100	146	154	161	168
22	100	119	126	132	139
19	100	95	100	104	109
19	75	82	87	91	96
16	75	70	74	78	82
13	65	44	47	49	52
Para concretos com $f_{ck} > 4,0$ KN/cm <sup>2</sup> , utilizar $f_{ck} = 4,0$ KN/cm <sup>2</sup> .					
Para conectores com alturas maiores que as tabeladas, utilizar o valor correspondente à maior altura tabelada.					

Os valores dados na tabela 3.5 deverão ser divididos pelo coeficiente  $\gamma_{cs}$  que deverá ser 1,25 sob momento positivo e 1,67 sob momento negativo pela BSI 5950 (1990).

O AISC-LFRD (1994) propõe expressões similares às da NBR 8800 (rev. 2006) (4) e (5) para determinação da resistência dos conectores tipo pino com cabeça em lajes maciças de concreto, porém não considera a redução proposta pela Norma Brasileira com os coeficientes  $R_g$  e  $R_p$ .

O EUROCODE 4 (2004) dá os seguintes valores de coeficientes de redução da resistência dos conectores em lajes mistas:

- Para nervuras paralelas à viga:

$$k_t = \left[ 0,6 \cdot \left( \frac{b_0}{h_F} \right) \cdot \left( \frac{h_{cs}}{h_F} - 1 \right) \right] \leq 1,0; \quad (9)$$

- Para nervuras perpendiculares à viga:

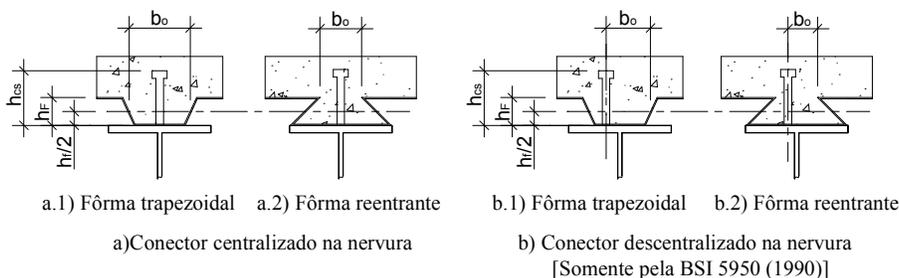
$$k_t = \left[ \frac{0,7}{\sqrt{n_{cs}}} \cdot \left( \frac{b_0}{h_F} \right) \cdot \left( \frac{h_{cs}}{h_F} - 1 \right) \right] \quad (10)$$

Sendo:

$b_0$ ,  $h_{cs}$  e  $h_F$  conforme figura 3.7;

$h_{cs} \leq h_F + 75\text{mm}$ ;

$n_{cs}$  o número de conectores por nervura que não deverá exceder 2.



*Figura 3.8 - Geometria das lajes com fôrma incorporada para EUROCODE 4 (2005), BSI 5950 (1990) e AISC-LFRD (1994)*

Os valores de  $k_t$  pelo EUROCODE 4 (2004) não deverão ser superiores aos valores dados na tabela 3.6:

Tabela 3.6 - Valores limites do coeficiente  $k_t$  segundo o EUROCODE 4 (2004)

Número de conectores por nervura	Espessura da fôrma de aço (mm)	$d_{cs} \leq 20mm$ e soldados através da fôrma de aço	Fôrma de aço com furos e $d_{cs} = 19$ ou $22mm$
$n_{cs} = 1$	$\leq 1,0$	0,85	0,75
	$\leq 1,0$	1,0	0,75
$n_{cs} = 2$	$\leq 1,0$	0,70	0,60
	$\leq 1,0$	0,80	0,60

Para  $k_t$  determinado conforme descrito acima:  $h_f \leq 85mm$  e o diâmetro dos conectores não poderá ultrapassar 20mm para os soldados através da fôrma de aço e 22mm para aqueles soldados diretamente no perfil através de furos da fôrma.

Quando os conectores têm como finalidade promover o comportamento misto tanto da laje quanto da viga mista, o EUROCODE 4 (2004) propõe que seja verificada a seguinte expressão:

$$\frac{F_l^2}{Q_{l,Rd}^2} + \frac{F_t^2}{Q_{t,Rd}^2} \leq 1,0 \quad (11)$$

Sendo:

$F_l$  a força de cálculo causada pela ação mista da viga;

$F_t$  a força de cálculo causada pela ação mista da laje;

$Q_{l,Rd}$  e  $Q_{t,Rd}$  as respectivas resistências de cálculo dos conectores conforme expressões (7) e (8).

A BSI 5950 (1990) propõe os seguintes valores para o coeficiente de redução com vigas mistas conectadas a lajes mistas:

- Para nervuras paralelas à viga:

$$k_{t1} = \left[ 0,6 \cdot \left( \frac{b_0}{h_F} \right) \cdot \left( \frac{h_{cs}}{h_F} - 1 \right) \right] \leq 1 \text{ quando } \frac{b_0}{h_f} < 1,5 \quad (12)$$

$$k_{t2} = 1,0 \text{ quando } \frac{b_0}{h_F} \geq 1,5 \quad (13)$$

- Para nervuras perpendiculares à viga:

$$k_{t1} = \left[ 0,85 \cdot \left( \frac{b_0}{h_F} \right) \cdot \left( \frac{h_{cs}}{h_F} - 1 \right) \right] \leq 1 \text{ para 1 conector por nervura} \quad (14)$$

$$k_{t1} = \left[ 0,6 \cdot \left( \frac{b_0}{h_F} \right) \cdot \left( \frac{h_{cs}}{h_F} - 1 \right) \right] \leq 0,8 \text{ para 2 conectores por nervura} \quad (15)$$

$$k_{t1} = \left[ 0,5 \cdot \left( \frac{b_0}{h_F} \right) \cdot \left( \frac{h_{cs}}{h_F} - 1 \right) \right] \leq 1 \text{ para 3 ou mais conectores por nervura} \quad (16)$$

Sendo:

$b_0$ ,  $h_{cs}$  e  $h_F$  conforme figura 3.8;

Para  $k_{t1}$ ,  $h_{cs} \leq 2h_F$  ou  $h_{cs} \leq h_F + 75mm$ .

A BSI 5950 (1990) prevê o caso de nervuras formando outros ângulos com a viga mista e propõe:

$$k = k_{t1} \cdot \text{sen}^2 \theta + k_{l1} \cdot \text{cos}^2 \theta \quad (17)$$

Sendo:

$k_{t1}$  e  $k_{l1}$  conforme expressões (12) a (16);

$\theta$  o ângulo formado entre as nervuras e a viga mista.

O AISC-LFRD propõe coeficientes de redução para lajes mistas similares aos da BSI 5950 (1990), conforme expressões (12) a (16).

### 3.4.2 OUTROS TIPOS DE CONECTORES

Um tipo de conector bastante utilizado é o perfil “U”. Este tipo de perfil é encontrado laminado e formado a frio (chapa dobrada). A expressão que a NBR 8800 (rev. 2006) e o AISC-LFRD (1994) trazem é a seguinte:

$$Q_{Rd} = \frac{0,3 \cdot (t_{fs} + 0,5 \cdot t_{ws}) \cdot L_{cs} \cdot \sqrt{f_{ck} \cdot E_c}}{\gamma_{cs}} \quad (18)$$

Sendo:

$t_{fs}$ ,  $t_{ws}$  e  $L_{cs}$  conforme figura 3.9 em mm;

$\gamma_{cs}$  conforme item 3.4.1.

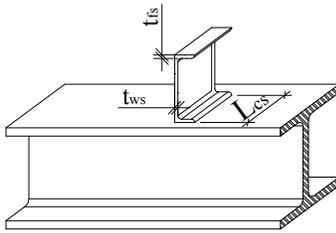


Figura 3.9 - Conectores tipo perfil “U” laminado

Os perfis tipo “U” devem ter altura superior a 75 mm, ser totalmente embutidos na laje de concreto e ter o plano da alma assentado perpendicularmente ao eixo longitudinal da viga. Os perfis formados a frio deverão ter as espessuras da alma e da mesa iguais à da chapa e devem ser tomados cuidados especiais para evitar o aparecimento de trincas na região das dobras.

A BSI 5400 (1979) “Steel, concrete and composite bridges. Parte 5: Code of practice for design of composite bridges” que trata sobre as pontes mistas apresenta em forma de tabela a resistência dos conectores tipo barra chata com gancho (figura 2.15.e) e perfis tipo “U” conforme tabela 3.7.

*Tabela 3.7 - Resistência nominal de conectores tipo perfil “U” laminado e barra chata segundo a BSI 5400 (1979) em KN – Material do conector – Grau 43 da BSI 4360 (1972) equivalente ao aço ASTM A-36*

	Dimensões do conector (mm)	Resistência do concreto - $f_{ck}$ ( $KN/cm^2$ )			
		2,0	3,0	4,0	5,0
Barra chata com gancho (mm)		697	830	963	1096
		348	415	482	548
Perfil tipo “U”	127mm x 64mm x (14,90kg/m) x 150mm	351	397	419	442
	102mm x 51mm x (10,42kg/m) x 150mm	293	337	364	390
	76mm x 38mm x (6,70kg/m) x 150mm	239	283	305	326

### 3.4.3 ESPAÇAMENTO E ASPECTOS CONSTRUTIVOS DOS CONECTORES

No caso de análise elástica em que todos os componentes da viga mista (perfil de aço, mesa de concreto e conectores) estejam trabalhando sob tensões elásticas, é conveniente que o espaçamento entre os conectores seja diferenciado ao longo da viga, concentrando-se nos apoios e em regiões de carregamento concentrado.

Nos casos possíveis de utilização de análise rígido-plástica, em vigas mistas submetidas a ações uniformemente distribuídas, pode-se considerar espaçamento constante

entre os conectores desde que estes sejam dúcteis, isto é, sejam capazes de redistribuir as tensões.

Logicamente, esta é uma situação idealizada, que não chegará a acontecer, devido aos coeficientes e fatores aplicados ao carregamento e à resistência dos conectores. O detalhamento com espaçamento constante é bastante simples, porém requer cuidados no caso de ações concentradas.

O número de conectores de cisalhamento a serem colocados numa viga conforme as condições acima descritas entre o ponto de momento mínimo e o de momento máximo é:

$$n_{cs} = \frac{V_{hd}}{Q_{Rd}} \quad (19)$$

Sendo:

$V_{hd}$  conforme (2);

$Q_{Rd}$  conforme itens (3.4.1) e (3.4.2);

O espaçamento entre os conectores pode ser uniforme de acordo com as condições acima descritas. No entanto, algumas recomendações adicionais devem ser tomadas:

Em casos de ação concentrada, o número de conectores entre a seção de aplicação desta ação e a seção adjacente de momento nulo (ambas do mesmo lado em relação à seção de momento máximo), segundo a NBR 8800 (rev. 2006) não deve ser inferior a:

$$n'_{cs} = n_{cs} \left[ \frac{M_{Psd} - M_{aRd}}{M_{sd} - M_{aRd}} \right] \quad (20)$$

Onde:

$M_{Psd}$  é o momento fletor de cálculo no ponto da carga concentrada (inferior ao momento máximo);

$M_{aRd}$  é a resistência de cálculos ao momento fletor da viga de aço isolada, baseada no estado limite de flambagem local da alma (FLA);

$M_{sd}$  é o momento fletor máximo de cálculo;

$n_{cs}$  é o número de conectores de cisalhamento a serem colocados de cada lado da seção de momento fletor máximo;

Quando a estabilidade do elemento do perfil de aço é garantida pela conexão com o concreto, o espaçamento entre os conectores deve obedecer a certos limites. A tabela 3.8 descreve os valores recomendados pela NBR 8800 (rev. 2006).

*Tabela 3.8 - Espaçamentos longitudinais máximos e mínimos dos conectores tipo pino com cabeça segundo a NBR 8800 (rev. 2006)*

Tipo de laje	Máximo			Mínimo		
	Maciça	Mista		Maciça	Mista	
		Nervura Perpendicular	Nervura Paralela		Nervura Perpendicular	Nervura Paralela
NBR 8800 (rev. 2006)	$8h_c$	$8h_c$ 915mm	$8h_c$	$6d_{cs}$	$4d_{cs}$	$4d_{cs}$

Sendo:

$h_c$  a altura total da laje;

$d_{cs}$  o diâmetro do conector.

O espaçamento mínimo na direção transversal da viga mista, segundo a NBR 8800 (rev. 2006), entre conectores tipo pino com cabeça deverá ser  $4d_{cs}$ . Entre conectores tipo perfil U deverá ser a maior dimensão entre a altura e o comprimento do conector.

As demais normas fazem outros tipos de limitações quanto ao espaçamento dos conectores, porém, estas não serão citadas pois pouco influenciam na resistência final da viga mista.

Quanto aos detalhes construtivos dos conectores tipo pino com cabeça, as normas também são ao mesmo tempo repetitivas e discordantes. Serão citados os aspectos de detalhamento considerados mais relevantes retirados das normas, como:

- $d_{cs} \leq 2,5t_f$  ou  $d_{cs} \leq 1,5t_f$  em elementos submetidos à tração e fadiga, respectivamente;
- Cobrimento lateral não inferior a  $20mm$  ou conforme classe de agressividade ambiental de acordo com as normas de concreto pertinentes;
- Cobrimento superior conforme normas de estruturas de concreto pertinentes;
- $h_{cs} \geq 3d_{cs}$  ;
- Diâmetro da cabeça do conector maior que  $1,5d_{cs}$  e altura,  $0,4d_{cs}$  ;
- Distância horizontal entre a face do conector e a face da mesa superior do perfil não deve ser inferior a  $20mm$  e entre a face do conector e a face da nervura da fôrma mista,  $50mm$ ;

Observa-se, portanto, que as normas propõem valores, recomendações e limitações semelhantes porém, podem ocorrer situações não previstas. Nestes casos, desde que a segurança seja mantida nos níveis previstos em normas, quer por ensaios ou métodos numéricos válidos, poderão ser utilizados outros tipos de conectores com configurações diversas.

#### 3.4.4 CISALHAMENTO LONGITUDINAL NA LAJE DE CONCRETO

A verificação ao cisalhamento longitudinal em lajes de concreto não é um procedimento comum, sendo feito apenas em situações extremas. Porém, no caso de lajes fazendo parte de vigas mistas esta situação se faz necessária.

As principais superfícies de cisalhamento típicas em lajes são apresentadas nas figuras 3.10 e 3.11:

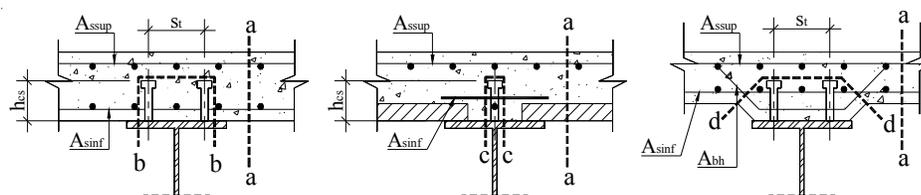


Figura 3.10 - Superfícies típicas de cisalhamento longitudinal – lajes maciças

Tabela 3.9 - Seções das lajes maciças sujeitas a cisalhamento longitudinal (figura 3.10)

Seção	Comprimento da seção	Armadura resistente
		$A_s/s$
a-a	$h_c$	$A_{s_{sup}} + A_{s_{inf}}$
b-b	$2h_{cs} + D_{sc} + s_t$ para duas linhas de conector	$2A_{s_{inf}}$
c-c	$2h_{cs} + D_{cs}$ para uma linha de um conector	$2A_{s_{inf}}$
d-d	Determinado geometricamente	$2A_{bh}$

Sendo:

$D_{cs}$  o diâmetro da cabeça do conector

No caso de lajes mistas as seções de cisalhamento longitudinal são as descritas na figura 3.11:

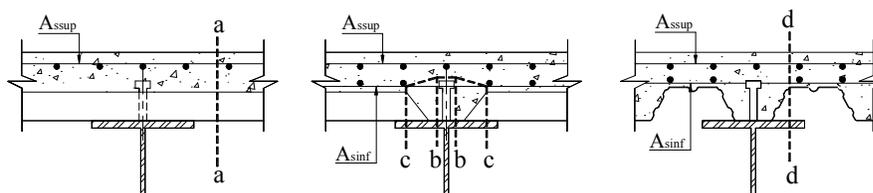


Figura 3.11 - Superfícies típicas de cisalhamento longitudinal – lajes mistas

Tabela 3.10 - Seções das lajes mistas sujeitas a cisalhamento longitudinal (figura 3.11)

Seção	Armadura resistente
	$A_s / s$
a-a	$A_{s_{sup}}$
b-b	$2A_{s_{inf}}$
c-c	$2A_{s_{inf}}$
d-d	$2A_{s_{sup}} + A_{s_{inf}}$

### 3.5 RESISTÊNCIA AO MOMENTO FLETOR – ANÁLISE PLÁSTICA

Será descrito a seguir o procedimento de cálculo da resistência ao momento fletor assumindo uma análise plástica, ou seja, os elementos que compõem a viga mista são capazes de desenvolver sua capacidade máxima com redistribuição de tensões. Os perfis de aço a serem tratados desta maneira são os de classe 1 ou 2, sendo que os perfis tipo “I” têm suas propriedades descritas na tabela 3.2.

O cálculo é semelhante ao das normas estudadas, variando basicamente os coeficientes de resistência adotados. Como padrão para o restante do trabalho serão adotadas as seguintes resistências de cálculo:

$$\text{Concreto: } f'_{cd} = \gamma_r \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c}; \quad (21)$$

$$\text{Aço do perfil: } f_{yd} = \frac{f_y}{\gamma_a}; \quad (22)$$

$$\text{Aço do conector: } f_{csyd} = \frac{f_{csy}}{\gamma_{cs}}; \quad (23)$$

$$\text{Aço da armadura de concreto: } f_{syd} = \frac{f_{sy}}{\gamma_s}. \quad (24)$$

Sendo:

$f_{ck}, f_y, f_{csy}, f_{sy}$  as resistências características dos respectivos materiais;

$\gamma_c, \gamma_a, \gamma_{cs}, \gamma_s$  os respectivos coeficientes de resistência dos materiais;

$\gamma_r$  é um coeficiente que leva em consideração o efeito Rüsç, normalmente tomado igual a 0,85.

Além dos coeficientes de minoração das resistências, é aplicado um fator de segurança aos esforços solicitantes conforme a Norma de ações e segurança nas estruturas (NBR 8681: 2003 - “Ações e segurança nas estruturas”).

A tabela 3.11 descreve os coeficientes adotados pelas Normas:

*Tabela 3.11 - Coeficientes para cálculo da posição da linha neutra plástica*

Coeficientes	$\gamma_c$ (Compressão no concreto)		$(\gamma_t)_a$ (Tração no perfil de aço)		$(\gamma_c)_a$ (Compressão no perfil de aço)		$\gamma_s$ (Tração na armadura)		$\gamma_r$ (Efeito Rüsç)
NBR 8800 (rev. 2006)	1,4		~1,1		~1,1		—		0,85
EUROCODE 4 (2004)	1,5	1,3 <sup>1</sup>	1,1	1,0 <sup>1</sup>	1,1	1,0 <sup>1</sup>	1,1	1,0 <sup>1</sup>	0,85
BSI 5950 (1990)	2,22		1		1		1,15		1
AISC-LFRD (1994)	1,0		1,0		1,0		1,0		0,85

<sup>1</sup> Combinações fundamentais e acidentais, respectivamente.

A NBR 8800 (rev. 2006) propõe um coeficiente ( $\beta_{vm}$ ) que deve ser aplicado somente nas vigas semicontínuas, conforme a capacidade de rotação necessária para a ligação variando de 0,85 a 0,95. Para vigas mistas biapoiadas ou contínuas,  $\beta_{vm} = 1,0$ .

O que ocorre, portanto, são coeficientes que no final não representam diferença significativa no dimensionamento.

### 3.5.1 VIGAS MISTAS BI-APOIADAS – INTERAÇÃO TOTAL

As vigas mistas de edifícios simplesmente apoiadas utilizam os materiais aço e concreto da sua melhor forma. O concreto à compressão e o aço à tração.

Além disso, o concreto aumenta a capacidade da mesa comprimida do perfil de aço quanto à flambagem local. Por estes motivos, as vigas mistas simplesmente apoiadas são elementos mistos de grande aplicação prática.

Três casos podem acontecer, dependendo da geometria da seção e resistência dos materiais: linha neutra na mesa de concreto, linha neutra na mesa do perfil de aço e linha neutra na alma do perfil de aço. O roteiro de cálculo do momento fletor resistente é descrito na tabela 3.12, lembrando que os coeficientes aplicados para as quatro normas estudadas estão descritos na tabela 3.11.

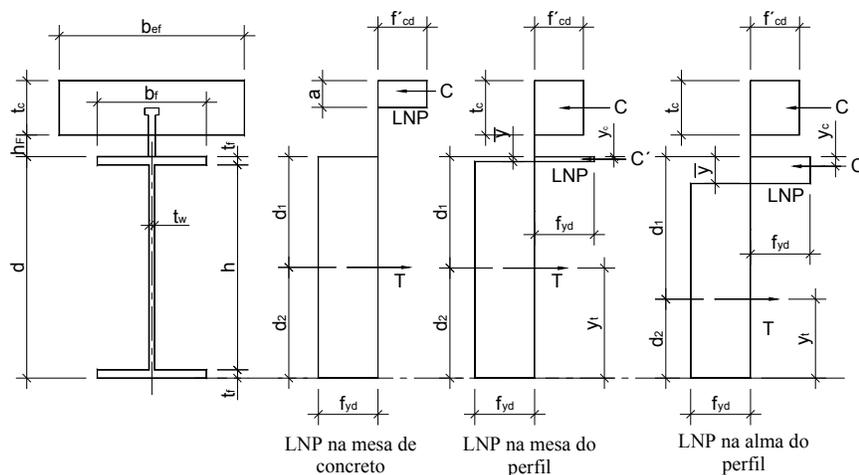


Figura 3.12 - Distribuição plástica das tensões na seção transversal da viga mista

Tabela 3.12 - Roteiro de cálculo – Momento Positivo – Análise Plástica – Interação Total

Posição da LNP	Mesa de concreto	Mesa do perfil	Alma do Perfil
Condição	$f'_{cd} \cdot t_c \cdot b_{ef} \geq Af_{yd}$	$A_w f_{yd} \leq f'_{cd} \cdot t_c \cdot b_{ef} < Af_{yd}$	$f'_{cd} \cdot t_c \cdot b_{ef} < A_w f_{yd}$
C	$f'_{cd} \cdot (b_{ef} \cdot a)$	$f'_{cd} \cdot (b_{ef} \cdot t_c)$	$f'_{cd} \cdot (b_{ef} \cdot t_c)$
C'	—	$\frac{1}{2} \cdot [A \cdot f_{yd} - C]$	$\frac{1}{2} \cdot [A \cdot f_{yd} - C]$
T	$A \cdot f_{yd}$	$A \cdot f_{yd} - C'$	$A \cdot f_{yd} - C'$
a	$\frac{Af_{yd}}{f'_{cd} \cdot b_{ef}} < t_c$	—	—
$\bar{y}$	—	$\frac{C'}{f_{yd} \cdot b_f}$	$\frac{t_f + Af_y - C \cdot \left[ \frac{(y_t)_a}{\gamma_c} \right] - 2 \cdot b_f \cdot t_f \cdot f_y}{2 \cdot t_w \cdot f_y}$
$M_{Rd}$	$Af_{yd} \cdot \left[ \begin{array}{l} d_1 + h_F + \\ t_c - a/2 \end{array} \right]$	$C' \cdot (d - y_c - y_t) +$ $C \cdot \left( d + h_F + \frac{t_c}{2} - y_t \right)$	$C' \cdot (d - y_c - y_t) +$ $C \cdot \left( d + h_F + \frac{t_c}{2} - y_t \right)$

Quando a LNP se localiza na alma do perfil de aço, a norma britânica (BSI 5950: 1990) despreza uma parcela da altura da alma, para o cálculo da resistência plástica ao momento da seção transversal conforme figura 3.13.

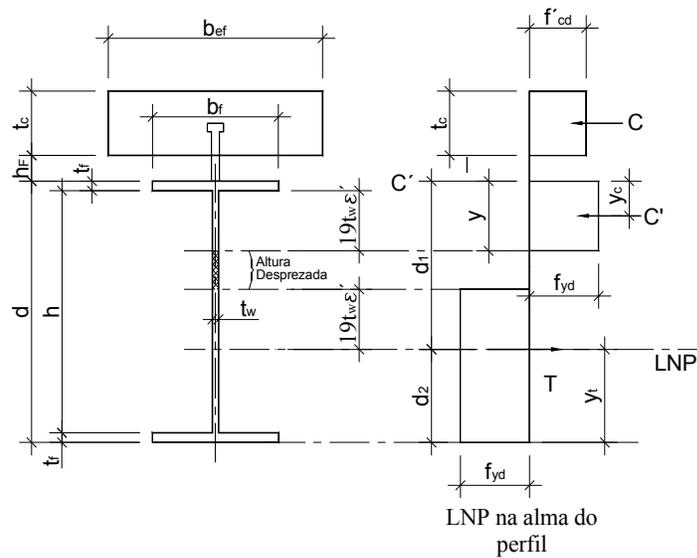


Figura 3.13 - Altura desprezada da alma comprimida segundo a BSI 5950 (1990)

Sendo:

$$\cdot \quad \varepsilon = \sqrt{235/f_y} \text{ com } f_y \text{ em MPa;}$$

### 3.5.2 VIGAS MISTAS BI-APOIADAS – INTERAÇÃO PARCIAL

A interação entre a laje de concreto e o perfil de aço é considerada parcial quando a resistência dos conectores é menor que a resistência da laje de concreto e do perfil de aço.

Desta maneira, o colapso ocorre por ruptura da ligação, ao invés de escoamento do aço ou esmagamento do concreto, como acontece na interação total. Assim sendo, o escorregamento na interface dos dois materiais é permitido, formando-se então duas linhas neutras plásticas, uma na laje de concreto e outra no perfil de aço.

A interação parcial pode ser considerada apenas em regiões de momento positivo. Em regiões de momento negativo, a quantidade de conectores deve ser tal que permita o escoamento da armadura da laje.

A distribuição plástica das tensões está representada na figura 3.14.

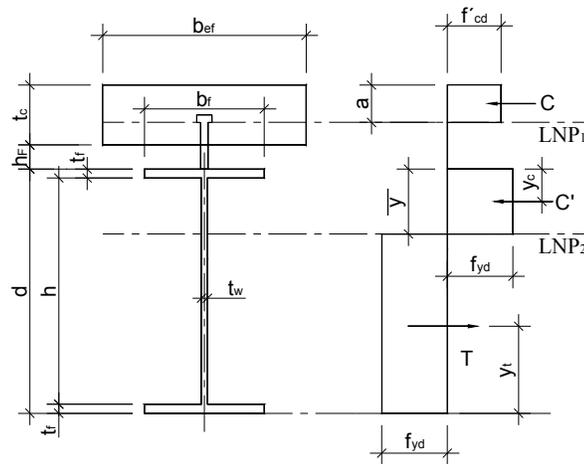


Figura 3.14 - Distribuição plástica de tensões com interação parcial

O roteiro de cálculo está apresentado na tabela 3.13, desprezando-se a área de concreto submetida à tração.

Tabela 3.13 - Roteiro de cálculo – Momento Positivo – Análise Plástica – Interação Parcial

Condição	$\sum Q_{Rd} < A_c f'_{cd} e$ $\sum Q_{Rd} < A \cdot f_{yd}$
C	$\frac{\sum Q_{Rd} \cdot \gamma_{cs}}{\gamma_c}$
C'	$A \cdot f_{yd} - T$
T	$C + C'$
$\bar{y}$	$t_f + \frac{A f_y - C \cdot \left[ \frac{(\gamma_t)_a}{\gamma_c} \right] - 2 \cdot b_f \cdot t_f \cdot f_y}{2 \cdot t_w \cdot f_y}$
$M_{Rd,pl}$	$C' \cdot (d - y_t - y_c) + C \cdot \left( t_c - \frac{a}{2} + h_F + d - y_t \right)$

O grau de conexão mínimo ( $\eta_i$ ) da seção mista deve, segundo a NBR 8800 (rev. 2006), ser:

- Quando os perfis de aço que compõem a viga mista têm mesas de áreas iguais:
- $\eta_i = 1 - \frac{E}{578f_y} (0,75 - 0,03L_e) \geq 0,40$  para  $L_e \leq 25m$  ;
- $\eta_i = 1$  para  $L_e > 25m$  .
- Quando os perfis de aço que compõem a viga mista têm mesa inferior com área

igual a três vezes a área da mesa superior:

- $\eta_i = 1 - \frac{E}{578f_y} (0,30 - 0,015L_e) \geq 0,40$  para  $L_e \leq 20m$  ;
- $\eta_i = 1$  para  $L_e > 20m$  .
- Para outras situações entre as duas acima, pode-se interpolar linearmente.

Sendo:

$$\eta_i = \frac{\sum Q_{Rd}}{V_{hd}} \quad (25)$$

$V_{hd}$  o menor dos seguintes valores:  $A_c f'_{cd}$  e  $A f_{yd}$

$L_e$  o comprimento do trecho de momento positivo, em metro, podendo ser tomado como  $L_0$  dado no item 3.3.

O EUROCODE 4 (2004) apresenta limitações similares às da NBR 8800 (rev. 2006). Já a BSI 5950 (1990) coloca como limite mínimo de 40% de grau de conexão para vãos até 10m e propõe que vãos maiores que 16m não devam ser calculados com interação parcial ( $\eta_i = 1,0$ ) e interpolação linear para valores intermediários.

O EUROCODE 4 (2004) apresenta um método simplificado para cálculo de vigas mistas com interação parcial. Este método propõe que seja feita uma interpolação linear entre

o momento resistente do perfil isolado e este momento com interação total (26). As linhas tracejadas da figura 3.16 representam os resultados obtidos por este método. É possível observar que existe uma redução do momento resistente em relação ao método apresentado anteriormente, porém é válido devido à simplificação que acarreta nos cálculos.

$$M_{Rd,p} = M_a + (M_{Rd,t} - M_a) \cdot \eta_i \quad (26)$$

Sendo:

$M_{Rd,p}$  o momento resistente com interação parcial

$M_a$  o momento resistente da seção de aço isolada

$M_{Rd,t}$  o momento resistente com interação total

$\eta_i$  o grau de conexão definido em (25)

A seguir será demonstrado através de um gráfico o ganho de resistência da seção através do aumento da interação entre os elementos (de 0 a 100%). Também é feita uma comparação entre o método apresentado anteriormente e o método de interpolação linear proposto pelo EUROCODE 4 (2004).

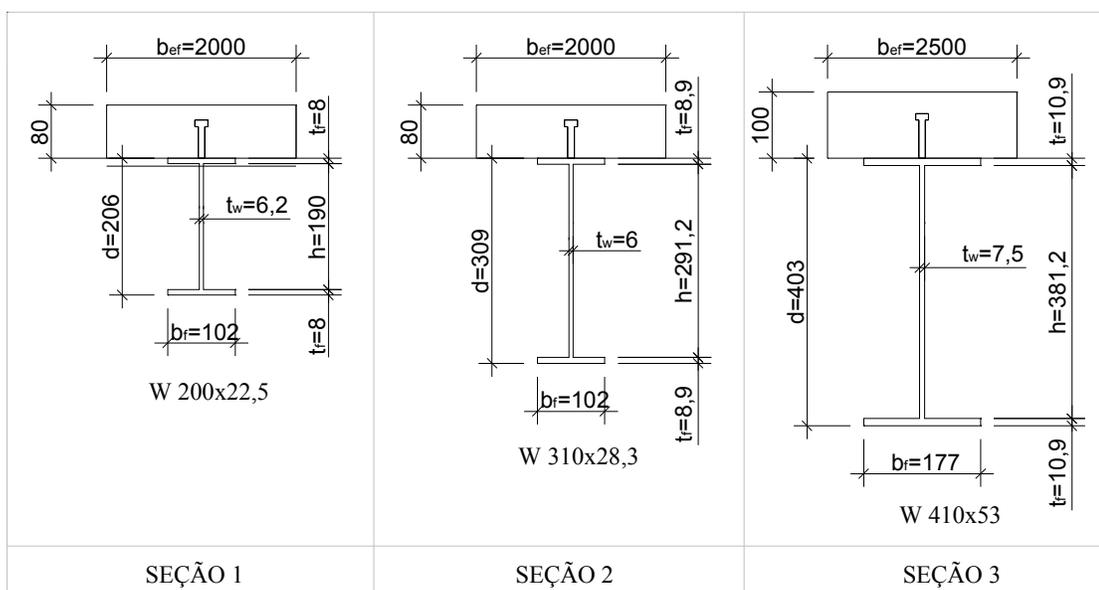


Figura 3.15 - Seções analisadas para montagem do gráfico da figura 3.16

As linhas cheias representam o cálculo pelo método plástico, com determinação das linhas neutras e todo o roteiro da tabela 3.12. As linhas tracejadas, o método simplificado proposto pelo EUROCODE 4 (2004) (26). Observa-se que a diferença entre os dois métodos é relativamente pequena, sendo que o método simplificado está a favor da segurança, podendo ser utilizado em determinadas situações para facilitar o dimensionamento da peça.

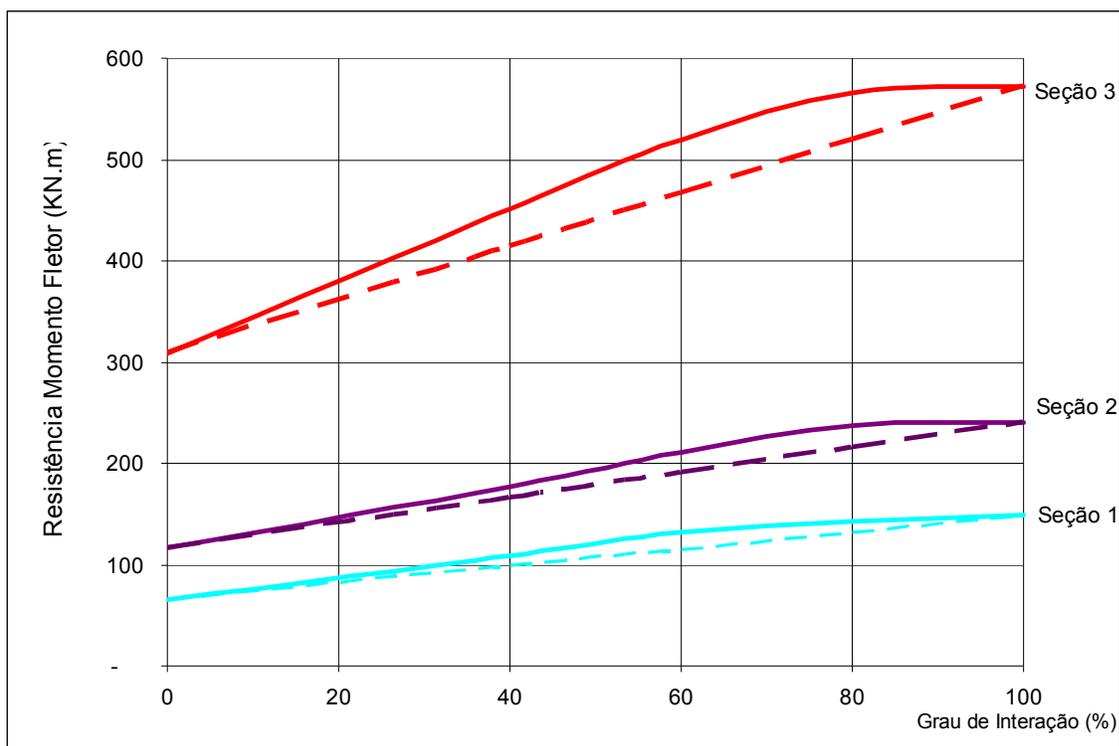


Figura 3.16 - Gráfico comparativo – Perfil isolado; Interação Parcial; Interação Total

### 3.5.3 VIGAS CONTÍNUAS – INTERAÇÃO TOTAL

As vigas mistas contínuas e semicontínuas, nas regiões de momento negativo, possuem seção mista composta do perfil de aço atuando em conjunto com a armadura tracionada distribuída na largura efetiva do concreto. Geralmente, o concreto tracionado é desprezado.

Como o perfil está submetido à compressão outros estados limites poderão ocorrer antes de atingida a sua resistência total, são eles: flambagem local da alma (FLA) flambagem local da mesa (FLM) e flambagem lateral com distorção que é uma variação da flambagem lateral com torção de perfis isolados com restrição ao movimento da mesa superior do perfil pela presença da laje de concreto.

Será descrita a seguir a determinação da resistência plástica ao momento fletor negativo e em seguida serão abordados os estados limites ligados à instabilidade da seção.

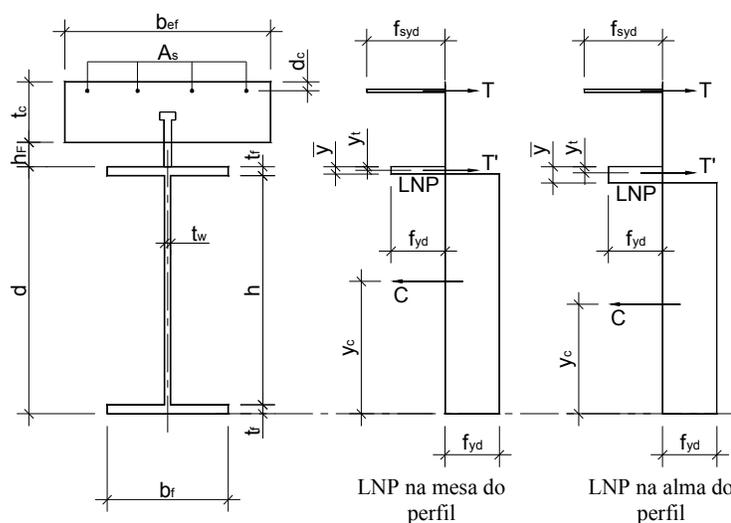


Figura 3.17 - Distribuição de tensões – Momento Negativo

A seguir os parâmetros para cálculo do momento negativo resistente.

Tabela 3.14 - Parâmetros para cálculo do momento resistente sob análise plástica em regiões de momento negativo

Posição da LNP	Mesa do perfil	Alma do perfil
Condição	$Af_{yd} > A_s f_{syd} \geq A_w f_{yd}$	$A_s f_{syd} < A_w f_{yd}$
T	$A_s f_{syd}$	
T'	$\frac{Af_{yd} - A_s f_{syd}}{2}$	
C	$\frac{A_s f_{syd} + Af_{yd}}{2}$	

O momento fletor resistente pode ser calculado como:

- Para LNP na mesa do perfil de aço:

$$M_{Rd,pl}^- = Af_{yd} \cdot \frac{d}{2} + A_s f_{syd} (h_F + t_c - d_c) - \frac{(Af_{yd} - A_s f_{syd})^2}{b_f \cdot t_f \cdot f_{yd}} \cdot \frac{t_f}{4} \quad (27)$$

- Para LNP na alma do perfil de aço:

$$M_{Rd,pl}^- = M_a + A_s f_{syd} \cdot \left( \frac{d}{2} + h_F + t_c - d_c \right) - \frac{(A_s \cdot f_{syd})^2}{A_w f_{yd}} \cdot \frac{h}{4} \quad (28)$$

- Para LNP na armadura da laje de concreto:

$$M_{Rd,pl}^- = Af_{yd} \cdot \left( \frac{d}{2} + h_F + t_c - d_c \right) \quad (29)$$

### 3.6 ANÁLISE ELÁSTICA

As seções transversais de perfis de aço consideradas semi-esbeltas, aquelas que não pertencem aos limites apresentados na tabela 3.2, devem ser calculadas pelo processo elástico. São seções que não atingem a plastificação total (classes 3 e 4), não sendo possível, portanto, a consideração da distribuição de tensões de forma retangular.

Os perfis tipo “I” a serem dimensionados pela análise elástica devem ter esbeltez da alma  $d/t_w$  entre  $3,76\sqrt{E/f_y}$  e  $5,7\sqrt{E/f_y}$ .

As tensões devem ser calculadas pelo processo elástico, considerando-se as propriedades da seção mista homogeneizada. A seção de concreto homogeneizada deve ser calculada como a área de concreto dividida por:

$$\eta = E/E_c \quad (30)$$

Sendo:

$E$  o módulo de elasticidade do aço;

$E_c$  o módulo de elasticidade do concreto.

Fazendo esta homogeneização, consideramos que os dois materiais têm deformações unitárias equivalentes, podendo ser calculados pelo modelo elástico. A interação é completa se a resistência dos conectores é maior que as resistências plásticas da mesa de concreto ou do perfil de aço, como no modelo plástico.

Portanto, para interação completa:

$$\sum Q_{Rd} \geq A_c f'_{cd} \text{ ou } A f_{yd} \quad (31)$$

As tensões na fibra mais tracionada do perfil de aço e na mais comprimida da laje de concreto são determinadas respectivamente por:

$$\sigma_{dt} = \frac{M_{sd}}{(W_{tr})_i} \quad (32)$$

$$\sigma_{dc} = \frac{M_{sd}}{\eta(W_{tr})_s} \quad (33)$$

Sendo:

$M_{sd}$  o momento solicitante de cálculo;

$(W_{tr})_i$  e  $(W_{tr})_s$  os módulos de resistência elásticos inferior e superior da seção mista transformada.

A deformação lenta e a duração das ações aplicadas à seção influenciam no módulo de elasticidade do concreto e devem ser consideradas na análise elástica. Estes fatores serão analisados em tópico posterior ainda neste capítulo.

### 3.6.1 ANÁLISE ELÁSTICA - INTERAÇÃO TOTAL

A figura 3.18 representa a distribuição elástica das tensões numa seção submetida a momento positivo. As tensões calculadas em (32) e (33) devem ser inferiores às resistências de cálculo do aço ( $f_{yd}$ ) e do concreto ( $f_{cd}$ ) respectivamente.

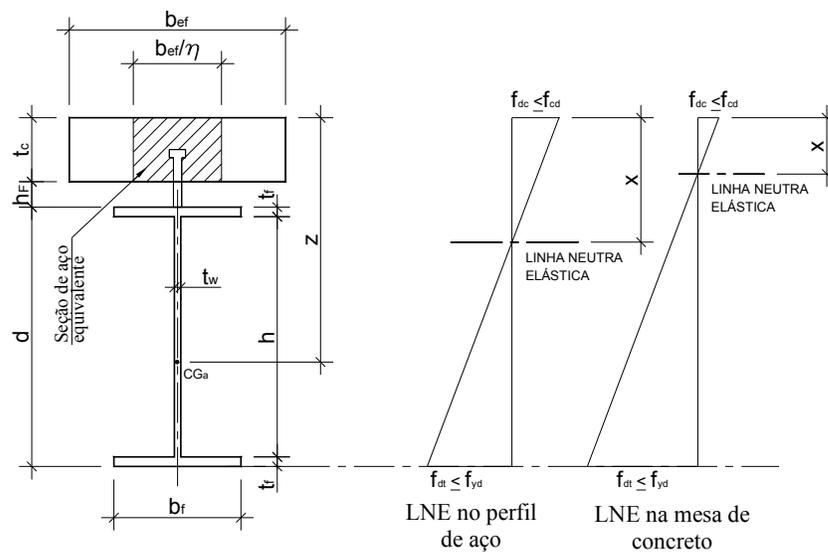


Figura 3.18 - Distribuição elástica das tensões

Sendo:

$CG_a$  o centro da gravidade da viga de aço isolada

$z$  a distância do  $CG_a$  da viga de aço isolada até o topo da laje de concreto

$x$  a distância do topo de laje de concreto até a linha neutra elástica (L.N.E.)

Tabela 3.15 - Cálculo das propriedades da seção transformada

Posição da LNE	Mesa de concreto	Perfil de aço
Condição	$A(z - t_c) < \frac{1}{2} b_{ef} \frac{t_c^2}{\eta}$	$A(z - t_c) > \frac{1}{2} b_{ef} \frac{t_c^2}{\eta}$
$x$	$\frac{\eta A}{b_{ef}} \left( \sqrt{1 + \frac{2b_{ef} z}{\eta A}} - 1 \right)$	$\frac{A \cdot z + \frac{b_{ef} t_c^2}{2\eta}}{A + \frac{b_{ef} t_c}{\eta}}$
$I_{tr}$	$I + A(z - x)^2 + \frac{b_{ef} \cdot x^3}{3\eta}$	$I + A(z - x)^2 + \frac{b_{ef} t_c}{\eta} \cdot \left[ \frac{t_c^2}{12} + \left( x - \frac{t_c}{2} \right)^2 \right]$
$(W_{tr})_i$	$\frac{I_{tr}}{t_c + h_F + d - x}$	
$(W_{tr})_s$	$\frac{I_{tr}}{x}$	

Sendo:

$A$  a área do perfil de aço isolado;

$I_{tr}$  o momento de inércia da seção transformada;

$I$  o momento de inércia do perfil de aço isolado;

$f_{dt}$  - a tensão de cálculo na fibra de aço mais tracionada;

$f_{dc}$  - a tensão de cálculo na fibra mais comprimida de concreto.

### 3.6.2 ANÁLISE ELÁSTICA - INTERAÇÃO PARCIAL

Na situação de interação parcial, a verificação da tensão se dá da mesma forma que no item anterior, alterando-se apenas o valor de  $(W_{tr})_i$ , considerando-se o efeito do escorregamento, para:

$$W_{ef} = W_a + \sqrt{\frac{\sum Q_{Rd}}{V_{hd}}} \cdot [(W_{tr})_i - W_a] \quad (34)$$

Sendo:

$W_a$  o módulo resistente inferior ou superior do perfil de aço;

$\sum Q_{Rd}$  a somatória das resistências dos conectores de cisalhamento;

$V_{hd}$  o menor dos seguintes valores:  $A_c \cdot 0,85 \cdot f_{ck}$  e  $A \cdot f_{yd}$ ;

$(W_{tr})_i$  o módulo de resistência elástico inferior da seção mista homogeneizada.

Com isso é considerada a perda de rigidez da seção devido à interação parcial.

### 3.7 RESISTÊNCIA À FORÇA CORTANTE

A contribuição da laje de concreto para a resistência à força cortante é pequena e normalmente desprezada. Portanto, esta resistência é calculada como para perfil de aço isolado, excluindo o efeito do campo de tração. Apenas a área da alma é considerada na resistência à força cortante.

A resistência à força cortante está relacionada à esbeltez da alma do perfil sendo dividida em três níveis: seções compactas ( $\lambda \leq \lambda_p$ ), seções semi-compactas ( $\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$ ) e esbeltas ( $\lambda > \lambda_r$ ).

Sendo:

$$\lambda = \frac{h}{t_w}; \quad (35)$$

$$\lambda_p = 1,10 \sqrt{\frac{k_v E}{f_y}}; \quad (36)$$

$$\lambda_r = 1,37 \sqrt{\frac{k_v E}{f_y}}; \quad (37)$$

$$k_v = 5,0 \text{ para } \frac{a}{h} > 3 \text{ ou } \frac{a}{h} > \left[ \frac{260}{(h/t_w)} \right]^2; \quad (38)$$

$$k_v = 5 + \frac{5}{(a/h)^2} \text{ para os demais casos}; \quad (39)$$

$a$  a distância entre as linhas de centro de dois enrijecedores transversais adjacentes.

A resistência da seção transversal é reduzida com o aumento da sua esbeltez. A resistência correspondente à plastificação total da seção da alma é dada por:

$$V_{pl} = 0,60 A_w f_y \quad (40)$$

Sendo:

$A_w$  a área da alma da seção;

$f_y$  a tensão de escoamento do aço.

A tabela 3.16 traz os valores das resistências à força cortante de acordo com a esbeltez da alma:

*Tabela 3.16 - Verificação à força cortante segundo a norma brasileira*

Esbeltez	NBR 8800 (rev. 2006)
$\lambda \leq \lambda_p$	$V_{Rd} = \frac{V_{pl}}{\gamma}$
$\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$	$V_{Rd} = \frac{\lambda_p}{\lambda} \frac{V_{pl}}{\gamma}$
$\lambda > \lambda_r$	$V_{Rd} = 1,24 \left( \frac{\lambda_p}{\lambda} \right)^2 \frac{V_{pl}}{\gamma}$

A contribuição dos enrijecedores na resistência da alma à força cortante para perfis tipo “I” e “H” pode ser considerada se os seguintes requisitos forem atendidos, segundo a NBR 8800 (rev. 2006):

a) os enrijecedores transversais devem ser soldados à(s) alma(s) e às mesas do perfil, podendo, entretanto, do lado da mesa tracionada, ser interrompidos de forma que a distância entre os pontos mais próximos das soldas mesa/alma e enrijecedor/alma fique entre  $4t_w$  e  $6t_w$ ;

b) a relação entre largura e espessura dos elementos que formam os enrijecedores não pode ultrapassar  $0,56\sqrt{E/f_y}$ ;

c) o momento de inércia da seção de um enrijecedor singelo ou de um par de enrijecedores (um de cada lado da alma) em relação ao eixo no plano médio da alma não pode ser inferior a  $at_w^3j$ , onde  $j = [2,5/(a/h)^2] - 2 \geq 0,5$ ;

d) quando  $h/t_w$  for igual ou superior a 260, a relação  $a/h$  não pode ultrapassar 3 e nem  $[260/(h/t_w)]^2$ ;

e) se os enrijecedores são ligados à alma por parafusos, o espaçamento máximo entre os centros desses parafusos não pode ultrapassar 305mm. Se forem usados filetes de solda intermitentes, a distância livre entre esses filetes não pode superar 16 vezes a espessura da alma, nem 250mm.

### 3.7.1 INTERAÇÃO MOMENTO FLETOR - FORÇA CORTANTE

O EUROCODE 4 (2004) e a BSI 5950 (1990): parte 3 prevêm uma verificação adicional da interação entre a força cortante e a resistência ao momento fletor da seção transversal. Esta é uma situação que ocorre principalmente na região dos apoios intermediários de vigas contínuas, quando ocorrem ações concentradas ou em vigas que compõem pórticos resistentes a esforços laterais.

Como a alma do perfil é responsável pela sua resistência à força cortante, quando esta ultrapassa metade da resistência plástica, deve-se utilizar uma resistência reduzida ( $f_{yd,red}$ ) no cálculo do momento fletor resistente.

$$0,5 < \frac{V_{sd}}{V_{Rd}} \leq 1,0 \quad (41)$$

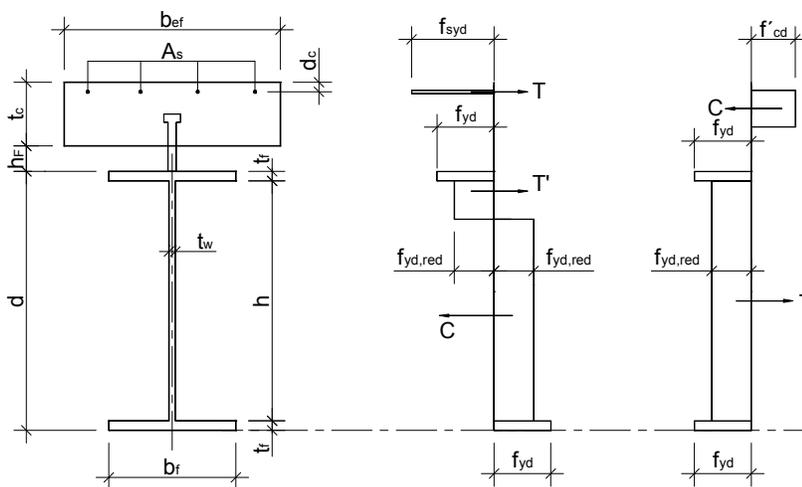
Para seções classe 1 ou 2, a tensão reduzida na alma do perfil de aço deve ser considerada:

$$f_{yd,red} = (1 - \rho_1) \cdot f_{yd} \quad (42)$$

Onde:

$$\rho_1 = \left[ \left( \frac{2V_d}{V_{Rd}} \right) - 1 \right]^2 \quad (43)$$

A distribuição de tensões passa a ser a mostrada na Figura 3.19:



*Figura 3.19 - Distribuição de tensões para verificação de interação momento fletor-força cortante – EUROCODE 4 (2004)*

Para seções classes 3 e 4, deverá ser consultado o item 7.1 do EN 1993-1-5 com as tensões solicitantes na seção.

Assim, o momento resistente, neste caso, passa a ser limitado por:

$$M_{Rd,pl,red} \leq M_{fRd,pl} + (M_{Rd,pl} - M_{fRd,pl}) \cdot [1 - \rho_1] \quad (44)$$

Sendo:

$M_{Rd,pl}$  o momento resistente plástico calculado conforme item 3.5;

$M_{fRd,pl}$  o momento resistente plástico considerando apenas as mesas.

### 3.8 CONDIÇÕES ESPECIAIS PARA VIGAS MISTAS CONTÍNUAS

Em vigas mistas contínuas, nas regiões em que o perfil de aço está predominantemente comprimido devem ser verificadas outras situações pertinentes, entre elas:

- Flambagem local da alma;
- Flambagem local da mesa;
- Flambagem lateral com distorção;
- Continuidade da viga mista;
- Fissuração do concreto nos apoios;

É usual, além de desprezar o concreto tracionado, em regiões de momento negativo não considerar a armadura em uma análise elástica, ou seja, a viga mista passa a ser dimensionada como uma viga de aço isolada, em regiões de momento negativo. Porém o EUROCODE 4 (2004) e a BSI 5950 (1990) apresentam dois métodos para a consideração da rigidez à flexão em vigas mistas contínuas:

- Método não fissurado: baseado na largura efetiva do meio do vão, ignorando armadura longitudinal;
- Método fissurado: considera a seção no apoio, onde o perfil de aço está comprimido e a armadura devidamente ancorada está tracionada.

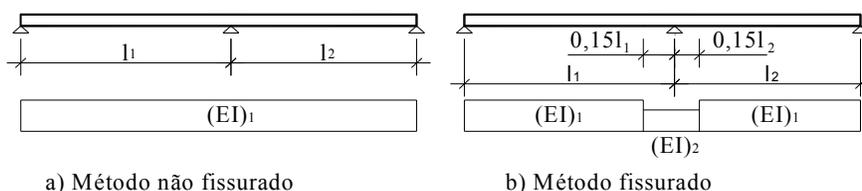


Figura 3.20 - Rigidez à flexão ao longo de uma viga mista contínua considerando análise elástica

Pelo método não fissurado, a rigidez  $(EI)_1$  é calculada, em regiões de momento positivo ou negativo, com base no momento de inércia da seção homogeneizada de aço e concreto, considerando que o concreto tracionado não esteja fissurado.

Pelo método fissurado, o momento de inércia  $I_2$ , em região de momento negativo (aproximadamente 15% do vão para cada lado do apoio) conforme figura 3.20, é obtido pela homogeneização da seção transversal, desprezando-se o concreto tracionado e considerando a armadura longitudinal tracionada. Os momentos solicitantes passam a ser calculados com base nesta rigidez.

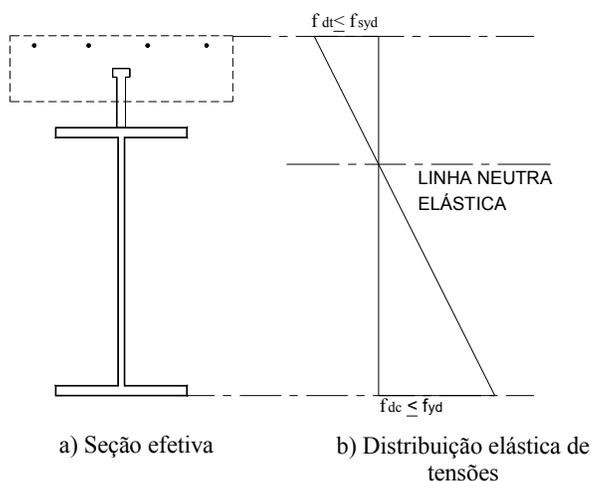


Figura 3.21 - Distribuição das tensões pelo método fissurado em regiões de momentos negativos

O momento negativo elástico em vigas contínuas pode ser reduzido, conforme percentagem máxima dada na tabela 3.17, segundo o EUROCODE 4 (2004). O momento positivo resultante deve ser calculado por equilíbrio estático, ou seja, a diminuição do momento negativo irá provocar aumento no momento positivo.

*Tabela 3.17 - Limites para redistribuição de momentos negativos nos apoios, em percentagem em relação ao momento inicial, segundo o EUROCODE 4 (2004)*

Classe da seção em região de momento negativo	1	2	3	4
Para análise elástica método não-fissurado	40	30	20	10
Para análise elástica método fissurado	25	15	10	0

Sendo, segundo o EUROCODE 4 (2004):

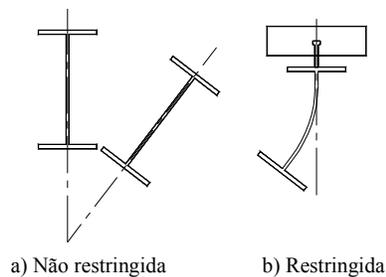
- Classe 1:  $\frac{c}{t_f} \leq 9\varepsilon$ ;
- Classe 2:  $9\varepsilon < \frac{c}{t_f} \leq 14\varepsilon$ ;
- Classe 3:  $14\varepsilon < \frac{c}{t_f} \leq 20\varepsilon$ ;
- Classe 4:  $\frac{c}{t_f} > 20\varepsilon$ .
- $\frac{c}{t_f}$  conforme figura 3.1;
- $\varepsilon = \sqrt{235/f_y}$ .

Como se pode observar, quanto mais esbelta a seção, menor a possibilidade de redistribuição de momento negativo. A razão disso é que, por exemplo, uma seção classe 3 em que se considere uma redução de momento negativo maior do que a real, pode ocorrer flambagem local da seção. Já uma seção classe 1 possui capacidade de rotação; por isso, a redistribuição de momento pode ser maior. Pelo método fissurado, como é considerada uma

rigidez reduzida na região dos apoios, a porcentagem de redistribuição de momentos é inferior à do método não-fissurado que trabalha com uma rigidez maior nesta região.

### 3.8.1 FLAMBAGEM LATERAL COM DISTORÇÃO

A flambagem lateral com distorção é uma variação da flambagem lateral com torção de uma viga de aço isolada, uma vez que a laje de concreto impede que a mesa superior do perfil sofra rotação (figura 3.22).



*Figura 3.22 - Flambagem lateral com distorção*

Em regiões de momento positivo, a laje de concreto impede que a mesa superior comprimida sofra esse tipo de flambagem. Porém, em regiões de momento negativo é necessário assegurar que não seja atingida tensão que provoque esta flambagem.

A NBR 8800 (rev. 2006) propõe que o momento fletor de cálculo deve ser calculado por:

$$M_{Rd,pl,dist}^- = X_{dist} \cdot M_{Rd,pl}^- \quad (45)$$

Onde:

$M_{Rd,pl}^-$  é o momento resistente de cálculo dado por (27) a (29);

$X_{dist}$  é o fator de redução para flambagem lateral com distorção da seção transversal, dependendo da curva de resistência à compressão como para perfis isolados, porém em função do parâmetro de esbeltez  $\lambda_{dist}$ ;

$$\lambda_{dist} = \sqrt{\frac{M_{Rk}^-}{M_{cr}}} \quad (46)$$

Sendo:

$M_{Rk}^-$  o momento resistente de cálculo tomando-se os coeficientes de ponderação iguais a 1,0;

$M_{cr}$  o momento crítico elástico.

O cálculo do momento crítico elástico envolve muitas variáveis, porém a NBR 8800 (rev. 2006) propõe a seguinte expressão simplificada para os perfis simétricos, a favor da segurança:

$$\lambda_{dist} = 5,0 \left( 1 + \frac{t_w h_s}{4 b_f t_f} \right) \left[ \left( \frac{f_y}{E C_{bdist}} \right)^2 \left( \frac{h_s}{t_w} \right)^3 \left( \frac{t_f}{b_f} \right) \right]^{0,25} \quad (47)$$

Sendo:

$C_{bdist}$  é um coeficiente que depende da distribuição de momentos fletores no comprimento  $L$ , dado na tabela Q.2 da NBR 8800 (rev. 2006).

$h_s$  a distância entre os CG<sub>S</sub> das mesas do perfil de aço;

Para demais seções, deve-se seguir o roteiro apresentado pela Norma.

O fator  $X_{dist}$  deve ser obtido pelas tabelas de resistência à compressão dadas no item 5.3.3 da NBR 8800 (rev. 2006), utilizando-se:

- Curva a para perfis laminados e soldados fabricados por deposição de material de solda com chapas cortadas a maçarico;

• Curva c para os demais perfis soldados, em função do parâmetro  $\lambda_{dist}$  calculado simplificadamente para seções duplamente simétricas conforme (46).

*Tabela 3.18 - Valores de  $\alpha$  segundo a NBR 8800 (rev. 2006)*

	Flexão	Flexo - Tração
Curvas	$\alpha$	
A	0,21	0,34
B	0,34	
C	0,49	
D	0,76	

O EUROCODE 4 (2004) apresenta um cálculo similar ao descrito acima e, além disso, determina algumas condições que, atendidas, eliminam a necessidade da verificação à flambagem lateral com distorção.

### 3.9 ESTADOS LIMITES DE UTILIZAÇÃO

Uma estrutura deve atender a certos aspectos relativos à sua utilização como: aparência, durabilidade e condições de uso. A verificação dos estados limites de utilização deve considerar estes aspectos.

Os estados limites de utilização a serem verificados normalmente são:

- Deslocamento vertical;
- Abertura de fissuras no concreto;
- Vibração.

Neste trabalho, serão contemplados os dois primeiros, visto que, uma análise de vibração requer conceitos de análise dinâmica que não são objeto deste estudo, além de não ser necessária sua verificação para a maioria das estruturas de edifícios.

Vale lembrar que o custo de um futuro reparo, devido a um problema de utilização da estrutura, torna-se muito superior comparado ao custo de se fazer uma obra considerando os estados limites de utilização.

O procedimento usual de cálculo de estruturas é o seguinte: faz-se a verificação no estado limite último e verificam-se posteriormente os estados limites de utilização pertinentes a cada caso.

A verificação dos estados limites de utilização deve ser feita com os esforços de serviço, ou seja,  $\gamma_f = 1,0$  e através de uma análise elástica. A tabela 3.19 apresenta de forma simplificada as recomendações do EUROCODE 4 (2004) em relação aos modelos analíticos a serem utilizados.

Tabela 3.19 - Modelos analíticos a serem adotados para verificação de deslocamentos e fissuras segundo o EUROCODE 4 (2004)

	Método	Rigidez à flexão para análise elástica	Redistribuição de momentos	Comentários
Fissuração	1	$(EI)_1$ na viga toda	Não	Uso geral
	2	$(EI)_1$ na viga toda; $(EI)_2$ numa região de 15% do vão para cada lado e re-análise do modelo todo	Não	Apenas para seções expostas a ambiente moderado
Deslocamento vertical	1	$(EI)_1$ na viga toda depois reduzindo 40% do momento fletor no apoio, desde que $\sigma_{ct} < 0,15f_{ck}$ , aumentando o momento no vão	Sim	Para perfis classes 1,2 ou 3
	2	$(EI)_2$ numa região de 15% do vão para cada lado e re-análise do modelo todo	Não	Para uso geral

Sendo:

$(EI)_1$  a rigidez à flexão da seção transformada considerando-se o concreto não fissurado;

$(EI)_2$  a rigidez à flexão da seção desprezando-se o concreto tracionado, considerando-se o perfil de aço e a armadura tracionada.

### 3.9.1 ESTADO LIMITE DE FISSURAÇÃO

A fissuração em estruturas de concreto é praticamente inevitável e sua aparição é considerada normal e aceitável. O concreto, logo no início de sua “vida”, quando sua resistência é praticamente nula, já apresenta fissuras provenientes da retração e dos efeitos de temperatura. Em serviço, o concreto fissa sob níveis relativamente baixos de tração. O dimensionamento não permitindo que ocorram fissuras seria inviável economicamente. No entanto, o que se faz é limitar a abertura máxima das fissuras, sendo preferível um maior número de pequenas fissuras a um menor número de grandes fissuras.

A fissuração excessiva de uma peça de concreto armado pode afetar sua durabilidade por permitir que água ou substâncias agressivas atinjam a armadura, porém, é importante salientar que a porosidade do concreto pode ser mais relevante que as fissuras em relação a este aspecto. As fissuras podem, também, afetar sua aparência, dependendo de fatores como distância do observador, superfície do concreto, incidência de luz a que está submetida a peça. No caso de fissuras visíveis, muitas vezes, apesar de não causarem a ruína total da estrutura, podem trazer um grau de insegurança aos usuários devendo ser fechadas e tratadas.

O processo de fissuração inicia-se com a perda de aderência entre o concreto e a armadura, no entanto, a barra restringe a abertura da fissura e, por esta razão, a largura é maior na superfície do que próxima à barra. Da mesma forma, a fissura é maior entre duas barras do que próximo a elas. Do ponto de vista de aparência, a fissura mais larga é de maior importância, porém, em relação à durabilidade a fissura mais próxima à barra é mais importante.

As fissuras têm basicamente duas causas:

- Restrição à deformação imposta;
- Solicitação de tração no concreto.

Existem duas formas para se evitar a fissuração excessiva:

- Tomar precauções relativas a armaduras mínimas ou valores tabelados por normas;
- Calcular a abertura das fissuras por meio de formulações.

No entanto, como citado anteriormente, as fissuras fazem parte de toda estrutura de concreto, e a dimensão das fissuras depende dos seguintes fatores:

- Diâmetro das barras da armadura;
- Espaçamento entre as barras da armadura;
- Tração aplicada às barras da armadura;
- Módulo de elasticidade do aço da armadura;
- Resistência do concreto à tração.

De forma bastante simplificada, a abertura da fissura é o alongamento da barra de aço sob a tensão aplicada. Desta forma, deve-se limitar esta tensão e o diâmetro da barra, pois quanto maior o diâmetro da barra mais força ela é capaz de suportar, maior será seu alongamento e, portanto maior a abertura da fissura.

A limitação da abertura das fissuras depende diretamente do ambiente em que a estrutura está inserida. Quanto mais agressivo o ambiente, logicamente, menor devem ser as fissuras.

O EUROCODE 4 (2004) propõe algumas recomendações para lajes contínuas sobre vigas mistas, para evitar a fissuração:

- 0,4% da seção de concreto para construção escorada;
- 0,6% da seção de concreto para construção não escorada.

- Esta armadura deverá se estender por  $\frac{1}{4}$  de vão para cada lado da viga mista ou 0,5 do balanço.

### 3.9.2 ESTADO LIMITE DE DESLOCAMENTO EXCESSIVO

O deslocamento vertical, ou flecha, de uma viga mista depende de vários fatores, entre eles:

- Variação de rigidez ao longo do elemento devido fissuração ou variação da armadura;
- Efeito da resistência do concreto à tração em regiões onde não esteja fissurado;
- Variação do módulo de elasticidade do concreto ao longo do tempo;
- Retração e fluência do concreto;
- Escoamento do perfil de aço;
- Escorregamento na interface aço-concreto;
- “Shear lag”, ou seja, distribuição real das tensões na laje de concreto;
- Temperatura e umidade do ambiente.

Alguns destes efeitos dependem de como o concreto é solicitado ao longo do tempo, dos componentes do concreto e de características do ambiente, como temperatura e umidade.

Porém, é comum a adoção de métodos simples para determinação da flecha, considerando-se estes efeitos por meio de coeficientes ou expressões pré-determinados.

A NBR 8800 (rev. 2006) faz uma separação entre as deformações ocorridas ao longo da viga útil da viga mista:

$$\delta_{tot} = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \delta_4 - \delta_o \quad (48)$$

Onde:

$\delta_1$  é a flecha por ações permanentes antes da cura do concreto, portanto com a rigidez do perfil de aço isolado;  $\delta_1 = 0$  para construções escoradas.

$\delta_2$  é a flecha por ações variáveis de curta duração após a cura do concreto com a rigidez da seção transformada;

$\delta_3$  é a flecha por ações variáveis de longa duração somadas às ações permanentes atuantes após a cura do concreto. Deve-se utilizar a rigidez da seção homogeneizada, porém dividindo-se o módulo de elasticidade do concreto por 3 para simular o efeito da fluência; em construções escoradas devem ser incluídas as ações permanentes antes da cura do concreto;

$\delta_4$  é a flecha causada pela retração do concreto que pode ser desprezada para vigas contínuas e semicontínuas. Em vigas biapoiadas, esta flecha precisa ser calculada nos seguintes casos:

- Se a relação entre o vão e a altura total da viga mista exceder 20;
- Deformação de retração livre do concreto,  $\varepsilon_{cs}$ , exceder 0,04% o que geralmente em ambiente com umidade relativa normal (acima de 55%) não ocorre. Para o cálculo desta flecha deverá ser consultada a NBR 6118 (2003) “*Projeto de estruturas de concreto – Procedimento*”.

- O EUROCODE 4 (2004) propõe as seguintes condições para que haja necessidade de cálculo do deslocamento por retração: vigas mistas com vãos maiores que 12m em ambientes extremamente secos e quentes;

$\delta_o$  é a contraflecha da viga, que pode ser utilizada para combater a deformação proveniente de cargas permanentes.

Os valores de flechas máximos recomendados pelas diferentes normas são muito próximos, sendo que a tabela 3.20 apresenta os determinados pela NBR 8800 (rev. 2006).

Tabela 3.20 - Valores máximos recomendados para flechas segundo a NBR 8800 (rev. 2006)

Situação	$\delta_{tot}$	$\delta_2 + \delta_3 + \delta_4$
Vigas de cobertura em geral	$L / 200$	$L / 250$
Vigas de cobertura sujeitas à sobrecarga de pessoas	$L / 250$	$L / 300$
Vigas de pisos em geral	$L / 250$	$L / 300$
Vigas de pisos e de cobertura suportando acabamentos sujeitos à fissuração (alvenaria, painéis rígidos, etc.) e esquadrias	$L / 250$	$L / 350$
Vigas de pisos suportando pilares	$L / 400$	$L / 500$
Quando $\delta_{tot}$ pode comprometer a aparência	$L / 250$	-

A limitação da flecha é necessária devido aos seguintes fatores:

- Adequação da estrutura ao seu uso;
- Danos a elementos não estruturais como acabamentos, caixilhos e alvenaria;
- Acúmulo de água;
- Aparência da estrutura.

A fluência e a retração do concreto são consideradas no cálculo das deformações  $\delta_3$  e  $\delta_4$  respectivamente. Outro fator que deve ser considerado é o grau interação entre o perfil de aço e a mesa de concreto. A norma brasileira recomenda a utilização do momento de inércia efetivo conforme expressão abaixo:

$$I_{ef} = I_a + \sqrt{\frac{\sum Q_{Rd}}{V_{hd}}} [(I_{tr})_i - I_a] \quad (49)$$

Sendo:

$I_a$  o momento de inércia do perfil de aço;

$\sum Q_{Rd}$  a somatória das resistências dos conectores de cisalhamento;

$V_{hd}$  o menor dos seguintes valores:  $A_c \cdot 0,85 \cdot f_{ck}$  e  $A \cdot f_{yd}$ ;

( $I_{tr}$ ) o momento de inércia da seção mista homogeneizada.

O EUROCODE 4 (2004) e a BSI 5950 (1990) recomendam que seja utilizada a seguinte expressão para o cálculo da flecha em vigas mistas com interação parcial:

$$\frac{\delta}{\delta_c} = 1 + C \cdot (1 - \eta_i) \cdot \left( \frac{\delta_a}{\delta_c} - 1 \right) \quad (50)$$

Onde:

$\eta_i$  é o grau de interação no estado limite último

$\delta_c$  é a flecha calculada para interação completa

$\delta_a$  é a flecha calculada para a viga de aço isolada

$C$  é um coeficiente igual a 0,3 para construção não-escorada e 0,5 para construção escorada

A verificação da flecha em vigas contínuas pode ser feita através da seguinte expressão simplificada proposta pelo EUROCODE 4 (2004) e pela BSI 5950 (1990):

$$\delta = \delta_0 \cdot \left( 1 - C \cdot \frac{M_1 + M_2}{M_0} \right) \quad (51)$$

Onde:

$C = 0,6$  para carga uniformemente distribuída ou cargas pontuais simétricas;

$C = 0,5$  para carga pontual no centro da viga;

$M_0$  e  $\delta_0$  são os momentos e flecha no meio do vão para a viga simplesmente apoiada;

$M_1$  e  $M_2$  são os momentos negativos nos apoios para a mesma condição de carregamento, reduzidos para fissuração e plastificação, conforme descrito acima.

### 3.10 EFEITOS DA RETRAÇÃO E DA FLUÊNCIA DO CONCRETO NA VIGA MISTA

O concreto é um material que, ao contrário do aço, sofre os efeitos do tempo e do ambiente ao longo de sua vida. Desde os primeiros instantes de sua “vida”, o concreto sofre os efeitos da temperatura e da umidade do ar. A temperatura liberada durante o processo de hidratação ocasiona a expansão do concreto, enquanto a perda de água para o ambiente provoca uma diminuição volumétrica do mesmo.

O primeiro fenômeno é chamado expansão térmica e normalmente existe sentido em estudá-lo em obras com grandes volumes de concreto, como barragens ou grandes blocos de fundação. O segundo fenômeno é conhecido como retração e este, sim, é um fenômeno que deve ser considerado algumas vezes em vigas mistas.

A retração do concreto tem como principais causas as seguintes:

- Retração química: provocada pelas contrações da água quimicamente combinada;
- Retração por perda de água adsorvida através da evaporação, ou seja, evaporação parcial de água capilar;
- Retração por carbonatação, ocasionando diminuição de volume;
- Retração devido ao processo de hidratação do cimento;

Os fatores que influenciam a retração são relativos ao ambiente de exposição e à composição do concreto, como seguem:

- Geometria da peça: proporção entre volume e superfície exposta; quanto maior a superfície exposta maior a retração;
- Idade do concreto: a retração é mais efetiva nas primeiras idades do concreto, justamente quando este apresenta menor resistência;

- Fator água cimento (a/c): quanto maior esta relação, maior a evaporação de água e conseqüentemente maior a retração;
- Composição química do cimento;
- Quantidade de armadura, pois esta combate os efeitos da retração;
- Aditivos utilizados na produção do concreto;
- Cura do concreto: hidratação contínua do concreto durante sua cura diminui a evaporação de água, diminuindo a retração.

A hidratação do concreto é um processo expansivo, porém tem ordem de grandeza muito inferior à retração e, portanto, geralmente não é considerada.

Já que normalmente a estrutura é parcial ou totalmente restringida, a redução volumétrica causada pela retração provoca esforços de tração no concreto e, conseqüentemente, fissuras. A perda de rigidez provocada pelas fissuras, por sua vez, ocasiona aumento das deformações.

A retração do concreto é também influenciada pela modificação do módulo de elasticidade do concreto ao longo da sua vida e também pelo efeito da fluência.

A fluência é também conhecida como deformação lenta do concreto. É o fenômeno em que o concreto, solicitado por uma força externa constante, apresenta deformação crescente.

Simplificadamente, pode-se dizer que, aplicada uma força de compressão, inicialmente os cristais se acomodam e, se esta força permanecer, a água capilar caminhará para capilares mais finos, causando tensões internas e deformação lenta (retardada).

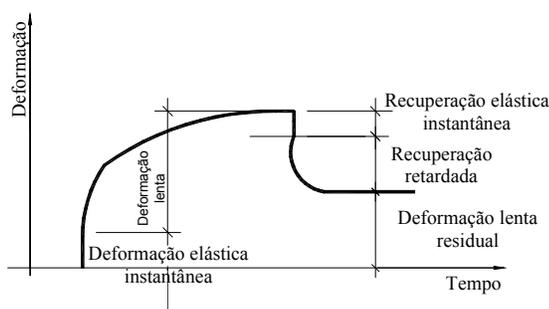
Os fatores que influenciam a fluência são praticamente os mesmos que afetam a retração e estão descritos a seguir:

- Composição do concreto;
- Processo de cura;
- Geometria da peça: quanto mais esbelta maiores os efeitos da fluência;

- Umidade do ambiente: quanto maior a variação da umidade, maior a fluência;
- Temperatura do ambiente: quanto maior a temperatura, maiores os efeitos da fluência;
- Exposição da peça: quanto mais exposta maior a fluência;
- Idade do concreto no momento da aplicação do carregamento e duração do mesmo;
- Nível de tensões aplicadas: quanto maior, maior a fluência.

As teorias sobre fluência consideram que a deformação lenta varia linearmente com o esforço aplicado, o que é razoável para níveis comuns de tensão. No caso de necessidade de um estudo mais específico, as normas relativas a estruturas de concreto armado deverão ser consultadas.

A figura 3.23 representa a deformação de uma peça solicitada por um esforço constante durante determinado período. Neste momento, a solitação é removida e nota-se que persiste uma deformação residual.



*Figura 3.23 - Deslocamento ao longo do tempo*

Este fenômeno está relacionado à diminuição do módulo de elasticidade do concreto e deve ser considerado na determinação do deslocamento total da viga mista, considerando-se ainda a duração do carregamento. Simplificadamente, a tabela 3.21 apresenta uma recomendação do EUROCODE 4 (2004) do fator  $n$  que deve dividir o módulo de elasticidade do concreto para consideração da fluência ou deformação lenta.

Tabela 3.21 - Fator  $n$  para adequação do módulo de elasticidade do concreto para efeito da fluência segundo o EUROCODE 4 (2004)

Idade do concreto	Ambiente	
	Interno	Externo
7	4,5	3,8
14	4,0	3,4
28	3,5	3,0
90	3,0	2,5

Outro efeito relacionado à fluência é a chamada relaxação do concreto. Quando submetido a uma deformação imposta constante, a tensão diminui ao longo do tempo. Este fenômeno também está ligado à diminuição do módulo de elasticidade do concreto.

A BSI 5950 (1990) faz uma diferenciação no cálculo do coeficiente de homogeneização da seção em relação à proporção de carregamento de curta e longa duração, para consideração dos efeitos do tempo na viga mista, expresso por:

$$\alpha_e = \alpha_s + \rho_l \cdot (\alpha_l + \alpha_s) \quad (52)$$

Onde:

$\alpha_s$  é o coeficiente de homogeneização para ações de curta duração;

$\alpha_l$  é o coeficiente de homogeneização para ações de longa duração;

$\rho_l$  é a razão entre as ações de longa duração e a soma de todas as ações.

A tabela 3.22 cita os valores de  $\alpha_s$ ,  $\alpha_l$  e  $\alpha_e$  usualmente utilizados em cálculos de edifícios:

Tabela 3.22 - Valores usuais dos coeficientes de homogeneização conforme a BSI 5950 (1990) para concreto de densidade normal

$\alpha_s$	$\alpha_l$	$\alpha_e$
6	16	10

### 3.11 EFEITO DO ESCORAMENTO

Outro fator que deve ser avaliado em vigas mistas é a presença do escoramento. O concreto é um material estrutural que tem como particularidade a resistência praticamente nula no momento do seu lançamento e o ganho progressivo de resistência.

A NBR 8800 (rev. 2006) apresenta duas exigências adicionais a serem atendidas para vigas mistas bi-apoiadas não escoradas:

- O perfil de aço isolado deve suportar todas as ações de cálculo até o momento que o concreto atinja  $0,75f_{ck}$ .

- Para vigas com  $3,76\sqrt{E/f_y} < h/t_w \leq 5,70\sqrt{E/f_y}$  a mesa inferior da seção mais

solicitada deve atender à seguinte expressão:

$$\left( \frac{M_{sd,G_0}}{W_a} \right) + \left( \frac{M_{sd,L}}{W_{ef}} \right) \leq \frac{f_y}{\gamma_a} \quad (53)$$

Sendo:

$M_{sd,G_0}$  e  $M_{sd,L}$  os momentos fletores solicitantes de cálculo devido às ações atuantes, respectivamente, antes e depois da resistência do concreto atingir  $0,75f_{ck}$ .

Da mesma forma, as deformações devem ser calculadas separadamente antes e depois do concreto atingir sua resistência e, posteriormente, estas deformações devem ser sobrepostas.

### 3.12 OUTROS TIPOS DE VIGA MISTA

O dimensionamento apresentado anteriormente trata de vigas mistas formadas por perfis de alma cheia, em especial perfis tipo I conectados à laje de concreto. Porém existem

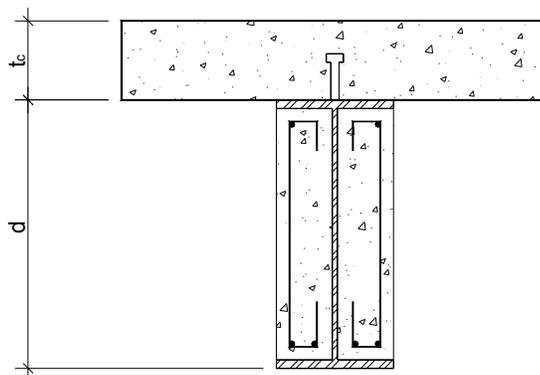
outros tipos de vigas mistas que devem ser avaliados, pois possuem vantagens que, muitas vezes, podem ser mais adequadas para determinado projeto.

- *Vigas mistas revestidas por concreto:*

As vigas mistas revestidas têm como principais vantagens sobre os demais tipos, a proteção ao fogo e a contribuição para a resistência à flambagem local dos membros do perfil de aço, pois estes estão travados pelo concreto.

Algumas vantagens destas vigas compartilhadas com sistemas de pré-moldados de concreto e estruturas de aço:

- No caso de concretagem no local da obra, o processo de transporte das peças é facilitado;
- No caso de concretagem no canteiro ou na fábrica, exclui-se a necessidade de fôrmas;
- Elementos estruturais com boa resistência ao fogo;
- Execução de ligações como em estruturas de aço, mais simples que estruturas pré-moldadas;
- Ausência ou diminuição da quantidade de fôrmas, pois o perfil de aço cumpre este papel;
- Contribui para a resistência à flambagem lateral;
- Aumenta a rigidez da seção de aço.



*Figura 3.24 - Exemplo de viga mista parcialmente revestida no concreto*

O dimensionamento da viga parcialmente revestida é similar ao demonstrado nos itens anteriores. No caso de análise elástica deve-se homogeneizar a seção, dividindo-se a largura da seção de concreto por  $n = E / E_c$ , desprezando-se o concreto tracionado. No caso de análise plástica, também devem ser considerados os diagramas retangulares de tensões como para vigas mistas convencionais, desprezando-se o concreto tracionado.

O EUROCODE 4 (2004) faz algumas recomendações especiais para o dimensionamento deste tipo de viga:

- O concreto deve ser armado com barras longitudinais e estribos ou tela soldada;
- A viga mista deve ser mecanicamente ligada à mesa de concreto por conectores, barras soldadas ou barras com furos;
- O concreto de embutimento deve prevenir flambagem da alma e qualquer parte comprimida da mesa em relação à alma;
- Alma de classe 3 pode ser representada por uma alma de seção 2;
- Contribui para a resistência à flambagem lateral, flambagem por cisalhamento e flambagem lateral por distorção. Para almas com  $d/t_w > 124 \cdot \varepsilon$ , a resistência à flambagem por cisalhamento deve ser verificada por ensaios.  $\varepsilon$  conforme tabela 3.2.

- Vigas mistas totalmente revestidas:

A viga de aço totalmente revestida por concreto, executada em conjunto com a laje, pode ser considerada interligada ao concreto por efeito da aderência, sem a necessidade de conectores complementares, desde que sejam seguidas as seguintes recomendações da NBR 8800 (rev. 2006):

- O cobrimento mínimo de concreto em toda a volta da viga de aço seja 50mm ou a face superior da viga de aço esteja, pelo menos, 40mm abaixo da face superior e 50 mm acima da face inferior da laje.

- O concreto de cobrimento esteja armado convenientemente em toda a sua volta para evitar desagregação;

- A viga de aço não seja pintada;

- A viga de aço deve ter  $\frac{h}{t_w} \leq 5,6 \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}}$

Desta forma, o dimensionamento das vigas mistas totalmente revestidas por concreto devem seguir os mesmos conceitos das vigas mistas. A NBR 8800 (rev. 2006) propõe uma simplificação de cálculo da viga mista totalmente revestida por concreto que consiste no seguinte:

- Resistência de cálculo da viga mista =  $\phi_b \cdot M_n$  onde  $\phi_b = 1,0$ , calculado como a viga de aço isolada.

- Vigas mistas com aberturas na alma:

Vigas mistas com aberturas na alma são muitas vezes utilizadas em edifícios de múltiplos andares para diminuição do peso da estrutura, passagem de tubulações ou até mesmo por efeito estético.

Uma verificação importante a ser feita neste caso é em relação à força cortante, pois a parcela da força cortante interagindo com o momento fletor passa a ser considerável.

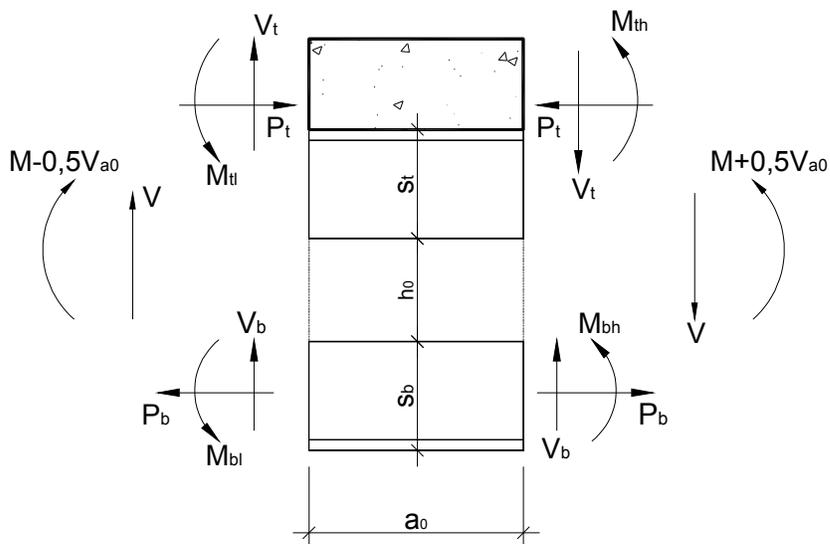


Figura 3.25 - Forças atuantes numa abertura

A figura 3.25 mostra as forças atuantes numa região de abertura sujeita a momento fletor e força cortante. A parte superior da viga está submetida a uma compressão, uma força cortante e momentos fletores à esquerda e à direita. A parte inferior está sujeita a uma tração, uma força cortante e momentos fletores à esquerda e à direita.

- Vigas mistas treliçadas:

As treliças mistas podem apresentar grandes vantagens quando há a necessidade de vencer grandes vãos e também quando são desejáveis passagens de tubulação e possível utilização desta altura livre.

A nova versão da Norma Brasileira traz algumas recomendações para este tipo de viga:

- Ser biapoiada;

- Ter interação completa com a laje de concreto;
- Área do banzo superior desprezada na determinação do momento fletor positivo e flecha;
- Resistência dos conectores de cisalhamento baseada na resistência do banzo inferior.

Em relação à determinação dos deslocamentos esta norma recomenda, no caso de uma análise não muito precisa que sejam adotados os seguintes critérios:

- Para ações solicitantes antes da cura do concreto, deve ser considerado momento de inércia formado pelas cordas inferiores e superiores da seção de aço reduzido em 15%, para levar em conta os efeitos das deformações por cisalhamento;
- Para ações após a cura do concreto, tomar o momento de inércia da seção formada pelas cordas superiores e inferiores da treliça de aço para consideração das deformações por cisalhamento.

A partir destas recomendações, a treliça mista deve ser dimensionada analogamente a uma viga mista de alma cheia, considerando-se a distribuição de esforços como treliça.

### 3.13 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Foram apresentados neste capítulo os principais aspectos relativos ao dimensionamento de vigas mistas, destacando-se os pontos relevantes para um bom projeto, com o objetivo de unificar os conceitos para que o leitor possa utilizá-los de maneira prática e objetiva.

No capítulo a seguir serão expostos, da mesma maneira, os aspectos dimensionais dos pilares mistos.

### 3.14 EXEMPLOS PRÁTICOS

- Viga mista biapoiada

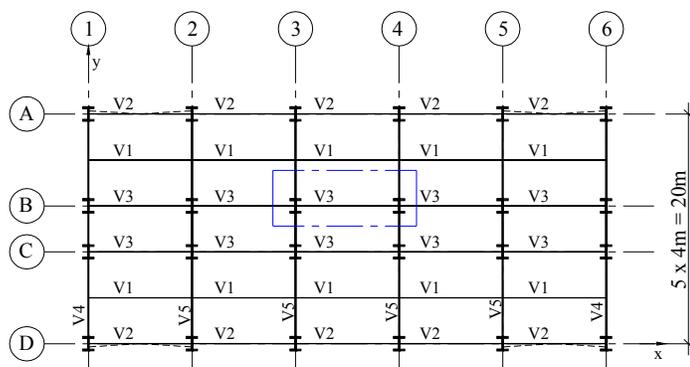


Figura 3.26 - Pavimento tipo do edifício exemplo – Viga mista biapoiada – V3

A viga mista a ser dimensionada será a V3 do edifício exemplo dado no capítulo 2. O esquema estático da viga mista está descrito na figura 3.27.

Carregamento proveniente da laje:

- Peso próprio:  $2,5 \text{ KN/m}^2$ ;
- Forro/revestimento/serviços:  $1,5 \text{ KN/m}^2$ ;
- Sobrecarga:  $2,0 \text{ KN/m}^2$
- Distância entre vigas =  $4,0 \text{ m}$
- Peso próprio do perfil:  $0,5 \text{ KN/m}$

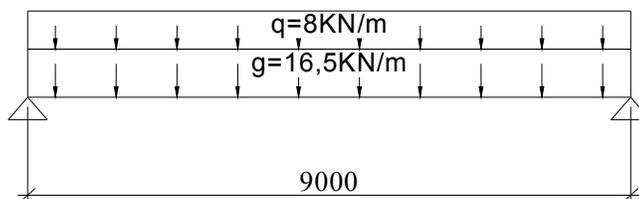


Figura 3.27 - Esquema estático da viga V3 do edifício exemplo

Sendo “g” o carregamento permanente e “q” o carregamento acidental (sobrecarga).

Desta maneira, temos:

- $M_g = 167KNm$  e  $M_q = 81KNm$  os momentos fletores devido ao carregamento permanente e acidental respectivamente.

- $V_g = 74,3KN$  e  $V_q = 36KN$  as forças cortantes devido ao carregamento permanente e acidental respectivamente.

As combinações a serem utilizadas, serão, segundo a NBR 8681 (2003):

- Combinações últimas normais, para verificação do estado limite último dos elementos:

$$F_d = \sum_{i=1}^m \gamma_{gi} F_{Gi,k} + \gamma_q \left[ F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n \psi_{0j} F_{Qj,k} \right] \quad (54)$$

Onde:

$F_{Gi,k}$  é o valor característico das ações permanentes;

$F_{Q1,k}$  é o valor característicos da ação variável considerada como principal para a combinação;

$\psi_{0j} F_{Qj,k}$  é o valor reduzido de combinação de cada uma das demais ações variáveis.

Segundo a NBR 8681 (2003), para uma edificação com as características do exemplo deste trabalho:

- $\gamma_g = \gamma_q = 1,4$ ;
- $\psi_0 = 0,5$  quando aplicado às ações acidentais;
- $\psi_0 = 0,6$  quando aplicado às ações do vento;
- Combinações freqüentes de serviço, para verificação dos estados limites de serviço:

$$F_{d,uti} = \sum_{i=1}^m F_{Gi,k} + \psi_1 F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n \psi_{2j} F_{Qj,k} \quad (55)$$

Sendo:

$\psi_1 = 0,6$  e  $\psi_2 = 0,4$  para ações acidentais;

$\psi_1 = 0,3$  e  $\psi_2 = 0$  para ações de vento;

Como no caso desta viga biapoada temos apenas uma ação acidental (sobrecarga), obtemos os seguintes valores dos esforços últimos:

$$M_{sd} = 347,2 \text{KNm}; V_{sd} = 154,4 \text{KN}.$$

Para a verificação do estado limite de deslocamento excessivo, temos o seguinte valor do carregamento a ser considerado:

$$q = 21,3 \text{KN/m}$$

O perfil de aço adotado para compor a viga mista é o perfil laminado W 360x44 da “Gerdau”. O aço que o compõe é o ASTM A572 Gr 50 que possui tensão de escoamento  $f_y = 34,5 \text{KN/cm}^2$ . A laje mista adotada tem altura total de 140mm e altura acima da fôrma de aço de 65mm com nervuras perpendiculares ao eixo da viga.

A largura efetiva da mesa de concreto será um oitavo do vão da viga, ou seja 1125 mm para cada lado do eixo da viga mista. A seção transversal completa da viga mista a ser dimensionada está apresentada na figura 3.28.

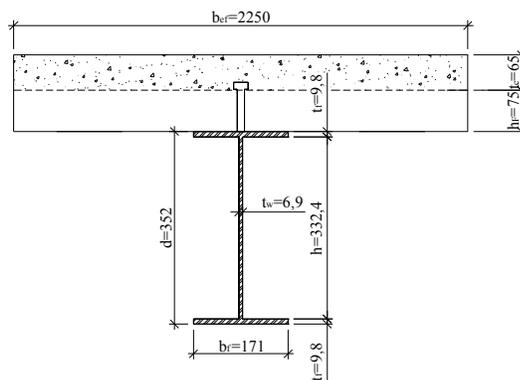


Figura 3.28 - Seção transversal da viga mista V3 do edifício exemplo

Dados do perfil:

$$A = 57,7 \text{ cm}^2; I_x = 12258 \text{ cm}^4.$$

Classificação da seção transversal:  $\frac{h}{t_w} = 48$  portanto a seção pode ser calculada com

base numa análise plástica.

O dimensionamento da viga mista será baseado na NBR 8800 (rev. 2006), viga mista com interação total e conectores tipo pino com cabeça.

Posição da linha neutra plástica (LNP):

$$f'_{cd} \cdot t_c \cdot b_{ef} = 0,85 \cdot \frac{3}{1,4} \cdot 6,5 \cdot 225 = 2663,7 \text{ KN}$$

$$A f_{yd} = 57,7 \cdot \frac{34,5}{1,15} = 1731 \text{ KN}$$

A LNP encontra-se na mesa de concreto.

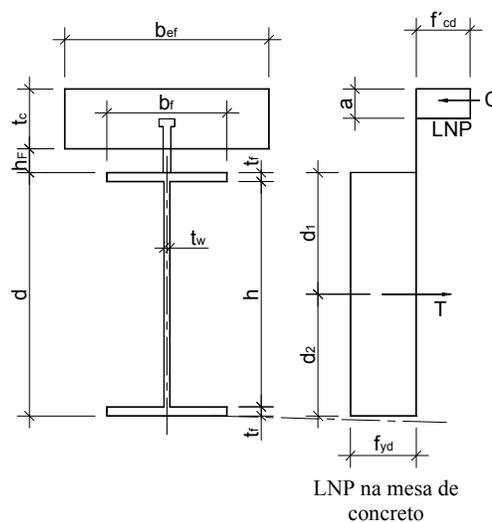


Figura 3.29 - Linha Neutra da mesa de concreto

Seguindo o formulário dado na tabela 3.12, temos:

$$T = C = 1731 \text{ KN}$$

$$a = \frac{Af_{yd}}{f_{cd}b_{ef}} = \frac{1731}{1,82 \cdot 225} = 4,22cm$$

$$M_{Rd,pl} = Af_{yd} \cdot \left[ d_1 + h_F + t_c - \frac{a}{2} \right] = 1731 \cdot \left[ 17,6 + 7,5 + 6,5 - \frac{4,22}{2} \right] = 510,5KNm$$

$$M_{Sd} = 347,2KNm$$

Como  $M_{Sd} < M_{Rd}$  a verificação está atendida.

A seguir o dimensionamento dos conectores de cisalhamento com base no item 3.4.

$$V_h = 1731KN$$

$$V_{hd} = 1,4 \cdot 1731 = 2423KN$$

$$d_{cs} = 25mm ; A_{cs} = 5cm^2 ; f_{ycs} = 34,5KN/cm^2 ; f_{ucs} = 41,5KN/cm^2 .$$

$$Q_{Rd} = \frac{1}{2} \cdot \frac{A_{cs} \sqrt{f_{ck} E_c}}{\gamma_{cs}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{5 \sqrt{3 \cdot 2610}}{1,25} = 177KN$$

$$Q_{Rd} = \frac{R_s R_p A_s f_{ucs}}{\gamma_{cs}} = \frac{1,0 \cdot 1,0 \cdot 5 \cdot 41,5}{1,25} = 166KN$$

$$n_{cs} = \frac{V_{hd}}{Q_{Rd}} = \frac{2423}{166} = 14,6 \text{ conectores entre o ponto de momento máximo e o apoio;}$$

espaçamento entre conectores de 270mm, ou seja, um conector por nervura.

Dimensionamento à força cortante baseado no item 3.7.

$$\lambda = \frac{h}{t_w} = \frac{332,4}{6,9} = 48$$

$$\lambda_p = 1,1 \cdot \sqrt{\frac{k_v E}{f_y}} = 1,1 \sqrt{\frac{5 \cdot 210000}{34,5}} = 61$$

$$V_{pl} = 0,60 A_w f_y = 0,6 \cdot 22,9 \cdot 34,5 = 474KN$$

$$V_{Rd} = \frac{V_{pl}}{\gamma} = \frac{474}{1,4} = 338KN$$

$$V_{Sd} = 154,4KN$$

Como  $V_{sd} < V_{Rd}$  a verificação está atendida.

Seguiremos para a verificação ao estado limite de deslocamento vertical.

Determinação da seção homogeneizada, considerando módulo de elasticidade do concreto para cargas de longa duração igual a  $E_c/3$ .

$$\eta = \frac{21000}{2610/3} = 24$$

$$b_{ef}/n = \frac{225}{24} = 9,4cm$$

Determinação do momento de inércia da seção homogeneizada:

$$I_r = 36305cm^4$$

Cálculo da flecha:

$$\delta = \frac{5qL^4}{384EI} = \frac{5 \cdot 0,213 \cdot 900^4}{384 \cdot 21000 \cdot 36305} = 2,4cm$$

A flecha máxima, segundo os dados da tabela 3.20 deveria ser:

$$L/250 = 900/250 = 3,6cm$$

Portanto, a verificação está atendida.

O estado limite de fissuração excessiva não será descrito neste item por se tratar de um cálculo diretamente ligado às estruturas de concreto podendo ser facilmente encontrado na NBR 6118 (2003).

- Viga mista contínua

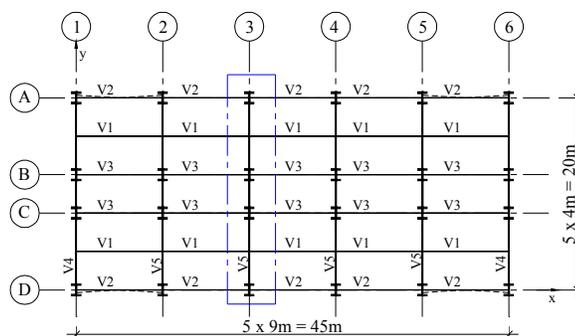


Figura 3.30 - Pavimento tipo do edifício exemplo – Viga mista contínua – V5

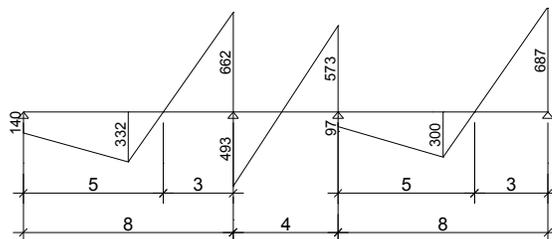
Como exemplo será tomada a viga V5 do primeiro pavimento do edifício exemplo dado no capítulo 2. Serão feitas as verificações pelo estado limite último. Para os estados limites de utilização devem ser analisados os cálculos realizados para a viga mista biapoiada com as devidas adaptações.

Esta viga faz parte do pórtico resistente às ações laterais, sendo que o diagrama de momentos fletores e forças cortantes foram retirados de uma análise estrutural por meio de programa computacional e estão demonstrados na figura 3.31.

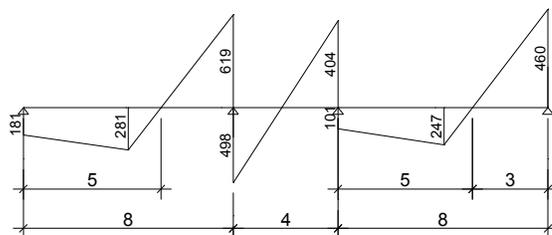
Teremos duas combinações últimas:

- Combinação 1: carregamento acidental como ação variável principal;
- Combinação 2: vento como ação variável principal.

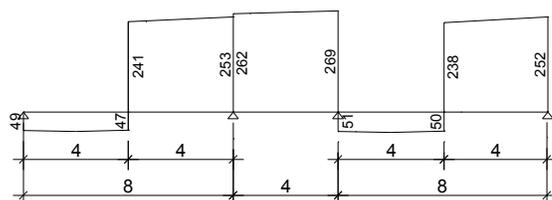
A largura efetiva na região de momento negativo será considerada  $L_0/8$ , sendo  $L_0 = 3,0m$  retirado do diagrama da figura 3.31. A largura efetiva na região de momento positivo será  $L_0/8$ , sendo  $L_0 = 5,0m$  também retirado do diagrama acima.



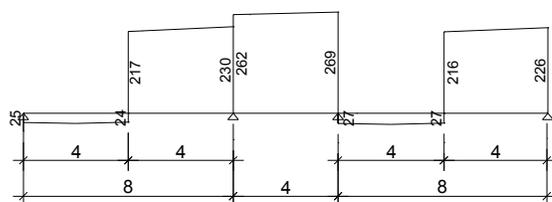
a) Momentos fletores (KNm) - Combinação 1



b) Momentos fletores (KNm) - Combinação 2



c) Força cortante (KN) - Combinação 1



d) Força cortante (KN) - Combinação 2

Figura 3.31 - Diagramas de esforços solicitantes de cálculo da viga V5 do edifício exemplo

Portanto, as seções mistas consideradas para as duas regiões estão descritas na figura 3.32 e as nervuras da laje mista estão paralelas à viga.

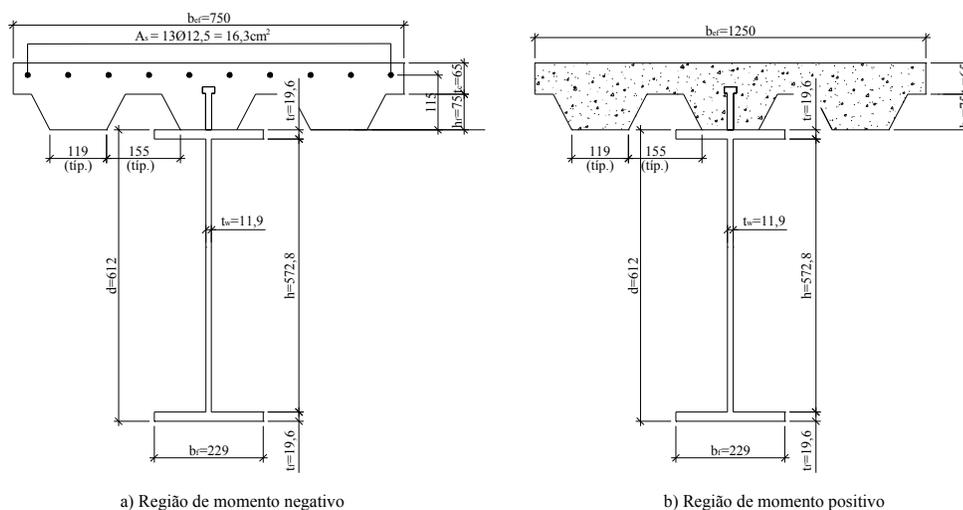


Figura 3.32 - Seções transversais típicas da viga V5 do edifício exemplo

Dados do perfil:

$$A = 160,1 \text{ cm}^2 ; I_x = 99184 \text{ cm}^4 ; Z_x = 3697 \text{ cm}^3$$

O perfil de aço adotado para compor a viga mista é o perfil laminado W 610x125 da “Gerdau”. O aço que o compõe é o ASTM A572 Gr 50 que possui tensão de escoamento  $f_y = 34,5 \text{ KN/cm}^2$ . A laje mista adotada tem altura total de 140mm e altura acima da fôrma de aço de 65mm com nervuras paralelas ao eixo da viga.

Para que a seção possa ser dimensionada pela análise plástica devemos verificar a esbeltez da seção transversal. Para a alma, segundo a NBR 8800 (rev. 2006), a relação entre duas vezes a altura comprimida da alma e a sua espessura deverá ser inferior a  $3,76 \sqrt{E/f_y}$  :

$$\text{Se considerarmos, a favor da segurança } h/t_w = 57,28/1,19 = 48$$

$$3,76 \sqrt{E/f_y} = 3,76 \sqrt{21000/34,5} = 93$$

Para a mesa comprimida, devemos ter:

$$b_f/2t_f < 0,38 \sqrt{E/f_y}$$

$$b_f / 2t_f = 22,9 / 2 \cdot 1,96 = 5,84$$

$$0,38 \sqrt{E/f_y} = 0,38 \sqrt{21000/34,5} = 9,37$$

Portanto, a seção pode ser dimensionada utilizando-se a análise plástica sem a necessidade de verificação à flambagem local da alma e da mesa inferior.

A seguir o cálculo da resistência plástica ao momento fletor positivo:

• Posição da linha neutra plástica (LNP):

$$f_{cd} \cdot t_c \cdot b_{ef} = 0,85 \cdot \frac{3}{1,4} \cdot 6,5 \cdot 125 = 1480 \text{ KN}$$

$$A f_{yd} = 160,1 \cdot \frac{34,5}{1,15} = 4803 \text{ KN}$$

$$A_w f_{yd} = 68,2 \cdot \frac{34,5}{1,15} = 2046 \text{ KN}$$

A LNP encontra-se na alma do perfil de aço.

Seguindo o formulário dado na tabela 3.12, temos:

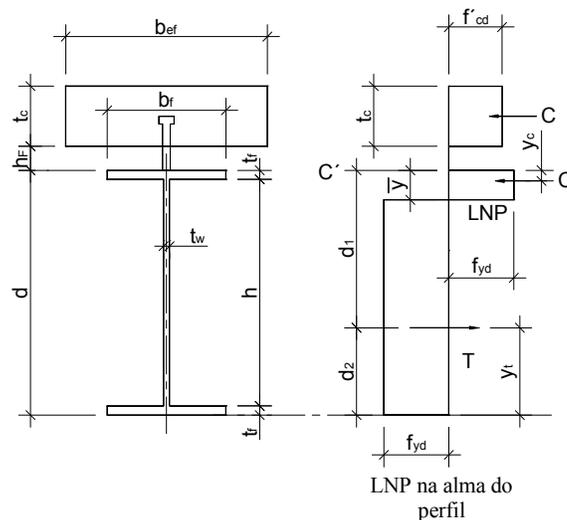


Figura 3.33 - Resistência ao momento fletor positivo – viga V5 do edifício exemplo

$$C = 1480 \text{ KN}$$

$$C' = \frac{1}{2} [Af_{yd} - C] = \frac{1}{2} [4803 - 1480] = 1661 \text{ KN}$$

$$T = Af_{yd} - C' = 4803 - 1661 = 3142 \text{ N}$$

$$\bar{y} = t_f + \frac{Af_y - C \cdot \left[ \frac{(\gamma_t)_a}{\gamma_c} \right] - 2 \cdot b_f \cdot t_f \cdot f_y}{2 \cdot t_w \cdot f_y} = 1,19 +$$

$$\frac{5523 - 1480 \left[ \frac{1,15}{1,4} \right] - 2 \cdot 22,9 \cdot 1,96 \cdot 34,5}{2 \cdot 1,19 \cdot 34,5} = 14,7 \text{ cm}$$

$$M_{Rd} = C' \cdot (d - y_c - y_t) + C \cdot \left( d + h_F + \frac{t_c}{2} - y_t \right) = 1661 \cdot (61,2 - 2,8 - 13,5) +$$

$$1480 \left( 61,2 + 7,5 + \frac{6,5}{2} - 13,5 \right) = 1610 \text{ KNm}$$

$$M_{Sd\text{máx}} = 493 \text{ KNm}$$

Como  $M_{Sd} < M_{Rd,pl}$  a verificação está atendida.

A seguir a verificação da resistência ao momento fletor negativo conforme o item 3.5.

Determinação da posição da linha neutra plástica (LNP):

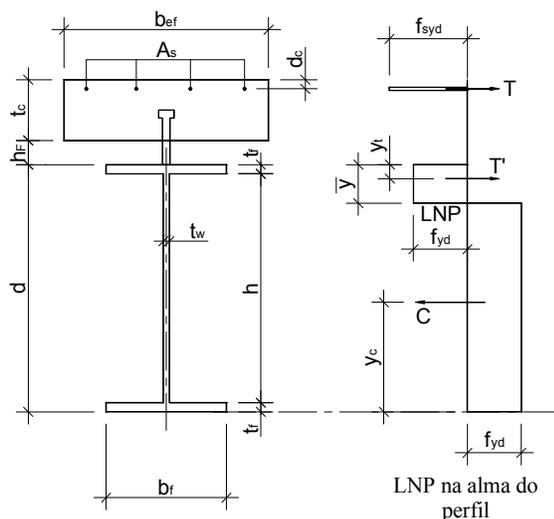


Figura 3.34 - Resistência ao momento fletor negativo – viga V5 do edifício exemplo

$$Af_{yd} = 160,1 \cdot \frac{34,5}{1,15} = 4803 \text{ KN}$$

$$A_s f_{syd} = 16,3 \cdot 43,5 = 709 \text{ KN}$$

$$A_w f_{yd} = 68,2 \cdot \frac{34,5}{1,15} = 2046 \text{ KN}$$

Como  $A_s f_{syd} < A_w f_{yd}$  a LNP encontra-se na alma do perfil.

$$M_{Rd}^- = M_a + A_s f_{syd} \left( \frac{d}{2} + h_F + t_c - d_c \right) - \frac{(A_s f_{syd})^2 h}{A_w f_{yd} 4}$$

$$M_{Rd}^- = 108687 + 709 \cdot \left( \frac{61,2}{2} + 7,5 + 6,5 - 2,5 \right) - \frac{(709)^2 \cdot 57,3}{2046 \cdot 4} = 1420 \text{ KNm}$$

Como a viga mista está submetida a momento fletor negativo, deve ser verificada a flambagem lateral com distorção de acordo com 3.8.1.

$$M_{Rd,dist}^- = \chi_{dist} M_{Rd}^-$$

$$\lambda_{dist} = 5,0 \left( 1 + \frac{t_w h_s}{4 b_f t_f} \right) \left[ \left( \frac{f_y}{EC_{bdist}} \right)^2 \left( \frac{h_s}{t_w} \right)^3 \left( \frac{t_f}{b_f} \right) \right]^{0,25}$$

$$C_{bdist} = 8,0$$

$$\lambda_{dist} = 5,0 \left( 1 + \frac{1,19 \cdot 59,2}{4 \cdot 22,9 \cdot 1,96} \right) \left[ \left( \frac{34,5}{21000 \cdot 8} \right)^2 \left( \frac{59,22}{1,19} \right)^3 \left( \frac{1,96}{22,9} \right) \right]^{0,25} = 1,01$$

$$X_{dist} = 0,659$$

$$M_{Rd,dist}^- = 0,659 \cdot 1420 = 935 \text{ KNm}$$

$$M_{Sdmin} = 687 \text{ KNm}$$

Como  $M_{Sdmin} < M_{Rd,dist}^-$  a verificação está atendida.

Verificação à força cortante:

$$\lambda = \frac{h}{t_w} = \frac{57,28}{1,19} = 48$$

$$\lambda_p = 1,1 \cdot \sqrt{\frac{k_v E}{f_y}} = 1,1 \cdot \sqrt{\frac{5 \cdot 210000}{34,5}} = 191$$

$$V_{pl} = 0,60 A_w f_y = 0,6 \cdot 68,2 \cdot 34,5 = 1411 \text{ KN}$$

$$V_{Rd} = \frac{V_{pl}}{\gamma} = \frac{1411}{1,4} = 1008 \text{ KN}$$

$$V_{Sdm\acute{a}x} = 269 \text{ KN}$$

Como  $V_{Sd} < \frac{1}{2} V_{Rd}$  não há necessidade de verificação da interação força cortante – momento fletor.

Como a viga mista é contínua, a força de cisalhamento longitudinal atuante deve ser calculada por:

$$V_h = F_c + F_s$$

Sendo:

$$F_c = 0,85 \cdot b_{ef} \cdot a \cdot f_{cd} = 0,85 \cdot 125 \cdot 6,5 \cdot \frac{3}{1,4} = 1480 \text{ KN}$$

$$F_s = A_s f_{syd} = 16,3 \cdot 43,5 = 709 \text{ KN}$$

$$V_h = 1480 + 709 = 2189 \text{ KN}$$

$$V_{hd} = 1,4 \cdot 2189 = 3065 \text{ KN}$$

$$d_{cs} = 25 \text{ mm}; A_{cs} = 5 \text{ cm}^2; f_{ycs} = 34,5 \text{ KN/cm}^2; f_{ucs} = 41,5 \text{ KN/cm}^2.$$

$$Q_{Rd} = \frac{1}{2} \cdot \frac{A_{cs} \sqrt{f_{ck} E_c}}{\gamma_{cs}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{5 \sqrt{3 \cdot 2610}}{1,25} = 177 \text{ KN}$$

$$Q_{Rd} = \frac{R_s R_p A_s f_{ucs}}{\gamma_{cs}} = \frac{1,0 \cdot 1,0 \cdot 5 \cdot 41,5}{1,25} = 166 \text{ KN}$$

$$n_{cs} = \frac{V_{hd}}{Q_{Rd}} = \frac{3065}{166} = 18,5 \text{ conectores entre o ponto de momento máximo e o apoio;}$$

espaçamento entre conectores de 200 mm.



# CAPÍTULO 4: PILARES MISTOS

## DIMENSIONAMENTO

---

### 4.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Os pilares mistos têm aplicações não apenas em edifícios de pequeno porte como galpões, mas também em edifícios altos. Normalmente as vantagens como proteção ao fogo, corrosão, impacto ou estética precedem à escolha deste tipo de pilar e proporcionam, como consequência, um ganho estrutural em edificações pequenas e médias.

Outra aplicação atual dos pilares mistos é a recuperação de estruturas. É possível, com certa facilidade, transformar um pilar de aço ou de concreto em pilar misto sem grandes modificações de arquitetura ou layout. No primeiro caso, com a utilização de fôrmas e acréscimos de armaduras, é possível aumentar a rigidez facilmente. No segundo caso, pode-se “colar” ou chumbar chapas metálicas ao redor do pilar de concreto, criando um pilar misto mais resistente.

Em estruturas sujeitas a carregamento sísmico, os pilares mistos revestidos têm sido preferidos devido ao fato de que, sob esforços elevados de flexão, apesar da fissuração diminuir a rigidez, o núcleo de aço possui grande resistência à cortante e comportamento dúctil a carregamentos cíclicos.

As principais vantagens dos pilares mistos são:

- Capacidade resistente a partir do momento da montagem diferentemente da estrutura de concreto;
- Utilização do aço como fôrma para o concreto;

- Redução de consumo de aço, com utilização de perfil com espessuras menores, uma vez que o concreto possui resistência à compressão;
- Melhor comportamento quando submetido a ações cíclicas.

A tabela 4.1 apresenta um panorama dos estudos realizados sobre pilares mistos aço-concreto.

*Tabela 4.1 - Panorama dos trabalhos realizados sobre pilares mistos aço-concreto*

Pesquisador(es) ou ano	Observações sobre os trabalhos realizados
COMITÉ EURO-INTERNACIONAL DU BÉTON (CEB) (1979)	Primeira recomendação sobre dimensionamento de pilares mistos.
JONHSON (1994)	Nesta publicação, foi feita uma apresentação didática das estruturas mistas com exemplos práticos.
UY (1996)	Propôs uma nova avaliação para o comportamento de pilares mistos preenchidos retangulares após a flambagem local da parede do perfil.
KATO (1996)	Apresentou um estudo das curvas de flambagem dos pilares mistos demonstrando que as curvas utilizadas para perfis de aço isolados podem ser aplicáveis para pilares mistos com algumas adaptações.
UY (1998)	Realizou ensaios com pilares mistos tubulares axialmente comprimidos e concluiu que o comprimento da onda formada na região com flambagem local é igual ao lado da seção no caso de seções quadradas.
FIGUEIREDO (1998)	Dissertação de mestrado voltada a aspectos práticos de projeto e construção de pilares mistos aço-concreto.
DE NARDIN (1999)	Apresentou um estudo teórico-experimental de pilares mistos compostos por tubos de aço

	preenchidos por concreto de alta resistência.
WANG (1999)	Foram realizados testes com pilares mistos esbeltos com o intuito de calibrar resultados para o EUROCODE 4 (2004) com a BSI 5950 (1900) e verificar a precisão de um novo método.
SHANMUGAM, LAKSHMI (2001)	Apresentaram um estado da arte atual dos pilares mistos revestidos e preenchidos com ênfase em estudos experimentais e analíticos.
ZHA (2003)	Estudou através do Método dos elementos finitos a resistência de pilares circulares preenchidos sob condição de incêndio.
DE NARDIN (2003)	Apresentou um estudo sobre as ligações viga-pilar em pilares mistos preenchidos.
LIN-HAI HAN (2005)	Foi estudado o comportamento de pilares mistos circulares preenchidos submetidos a carregamentos cíclicos axial e de flexão.
DÓRIA (2007)	Apresentou um estudo da estabilidade dos pórticos de aço com base em cargas fictícias.

Neste capítulo serão tratados os principais aspectos dimensionais dos pilares mistos parcial e totalmente revestidos por concreto, preenchidos retangulares e tubulares, conforme seções transversais apresentadas na figura 4.1.

Os tipos de pilares mistos mais comuns são os descritos na figura 4.1:

- a) Pilar misto formado por perfil de aço totalmente revestido por concreto;
- b) Pilar misto formado por perfil de aço parcialmente revestido por concreto;
- c) Pilar misto formado por perfil tubular retangular preenchido por concreto;
- d) Pilar misto formado por perfil tubular circular preenchido por concreto.

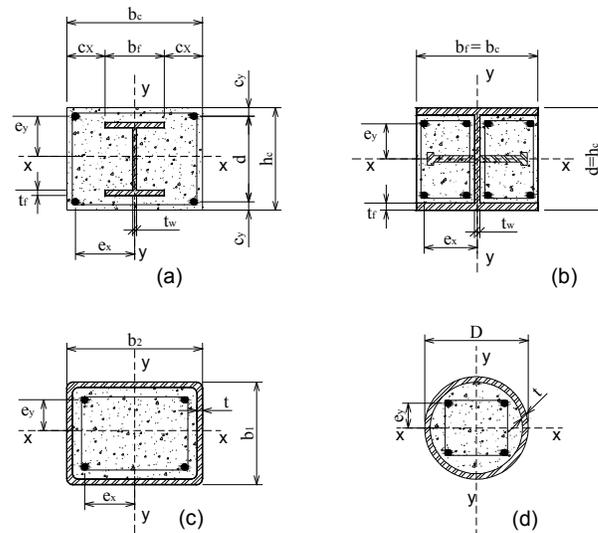


Figura 4.1 - Tipos de pilares mistos

Estes tipos de pilares são os mais utilizados, tanto por maior disponibilidade do perfil quanto por serem os mais estudados e presentes nas principais Normas, porém, existem inúmeros tipos de pilares que podem ser criados devido a imposições arquitetônicas ou outra circunstância especial.

- Os pilares tipo “battened” (figura 4.2) são formados por um núcleo central de concreto, perfis em “U” nas laterais interligados por chapas.

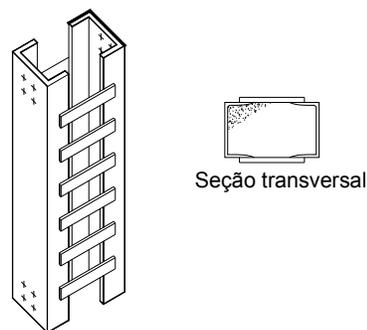


Figura 4.2 - Pilar misto tipo “battened”

Este tipo de pilar não é citado em Normas Nacionais e Internacionais, porém pode ser dimensionado de maneira análoga aos pilares mistos revestidos, o que pode ser extrapolado para outros tipos que sejam requeridos por circunstâncias específicas.

## 4.2 COMPORTAMENTO ESTRUTURAL

As Normas e procedimentos de cálculos de pilares mistos podem ser divididos em duas linhas de raciocínio:

- Pilares de concreto com armaduras especiais constituídas pelo perfil de aço;
- Pilares de aço com resistência e rigidez modificadas pela presença do concreto.

O tratamento dos pilares mistos não seria possível por nenhum dos raciocínios acima sem algumas considerações especiais, portanto, alguns dos principais fatores que interferem no comportamento e na resistência dos pilares mistos serão delineados a seguir.

### 4.2.1 ADERÊNCIA ENTRE O AÇO E O CONCRETO

Normalmente, os pilares mistos são considerados com interação completa entre o aço e o concreto por serem elementos essencialmente comprimidos, não submetidos a esforços de cisalhamento longitudinal elevados.

As normas atuais apresentam valores máximos de aderência nesta interface, de modo que esforços abaixo destes limites dispensam a necessidade de utilização de conectores de cisalhamento.

Tabela 4.2 - Resistência limite de cisalhamento entre o aço e o concreto ( $\tau_{Rd}$ ) para dispensa do uso de conectores em ( $N/mm^2$ )

	NBR 8800 (rev. 2006)	EUROCODE 4 (2004)	BSI 5400 (1979)	AISC-LFRD (1994)
Perfis I totalmente envolvidos por concreto	0,30	0,30	0,60	Quando $\frac{N_{Sd}}{N_{Rd,pl}} \leq 0,3$ , não há necessidade de conectores. <sup>1</sup>
Mesas de perfis I parcialmente envolvidos por concreto	0,20	0,20	—	
Almas de perfis I parcialmente envolvidos por concreto	0,00	—	—	
Perfis tubulares retangulares preenchidos por concreto	0,40	0,40	0,40	
Perfis tubulares circulares preenchidos por concreto	0,55	0,55	0,40	

<sup>1</sup> Nos demais casos devem ser previstos conectores como para vigas mistas, atuando apenas para o momento fletor.

A NBR 8800 (rev. 2006) e o EUROCODE (2004) propõem o valor dado na tabela 4.2 para pilares mistos totalmente revestidos com cobrimentos mínimos exigidos. Para cobrimentos maiores e armaduras adequadas, a tensão de cisalhamento limite ( $\tau_{Rd}$ ) pode ser multiplicada por:

$$\beta_c = 1 + 0,02c_z \left( 1 - \frac{c_{z\min}}{c_z} \right) \leq 2,5 \quad (56)$$

Sendo:

$c_z$  o cobrimento nominal do concreto em mm

$$c_{z\min} = 40\text{mm}$$

Ensaio têm mostrado que estas tensões podem não acontecer, ocorrendo o deslocamento do concreto antes destes valores serem atingidos, porém sem interferência na resistência final do pilar.

Analisando a tabela 4.2 podemos dizer que pilares preenchidos possuem maior aderência que os revestidos, devido ao efeito do confinamento e que os circulares possuem aderência ainda maior, pois este efeito é mais acentuado.

O uso de conectores de cisalhamento pode ser necessário no caso de ser excedido o valor admissível apresentado acima, o que pode acontecer na presença de uma carga concentrada aplicada, ou em caso de carregamento dinâmico ou sísmico.

Os principais fatores que podem influenciar a aderência entre o aço e o concreto são:

- Reentrâncias ou irregularidades do perfil;
- Pressão na interface;
- Fissuração do concreto sob flexão;
- Confinamento do concreto.

Na falta de ensaios experimentais ou outra forma de comprovar a aderência entre os materiais, devem ser utilizados como limite os valores das Normas, instalando-se conectores nas regiões onde a tensão de cisalhamento ultrapassá-los.

Pilares mistos parcialmente revestidos solicitados por momento fletor no seu eixo de menor inércia devem, segundo o EUROCODE 4 (2004), possuir conectores de cisalhamento. Caso não seja considerado que o aço resista totalmente ao esforço cortante, deve-se colocar armadura transversal, e esta deverá ser soldada à alma ou passante à alma do perfil de aço.

Para o cálculo da tensão de cisalhamento na interface aço-concreto, Johnson (1994) propõe que seja utilizada a seguinte expressão:

$$\tau_{sd} = \frac{N_{s,c}}{\mu_a \cdot L_v} \quad (57)$$

Sendo  $N_{s,c}$  a força cortante na interface, podendo-se admitir como uma parcela de

$N_{sd}$  :

$$N_{s,c} = N_{sd} \left( 1 - \frac{A_a}{A_{tr}} \right) \quad (58)$$

Onde:

$A_a$  é a seção transversal do perfil de aço;

$A_{tr}$  é a área da seção transversal homogeneizada do pilar misto;

$L_v$  o comprimento de transferência de carga, sendo que o EUROCODE 4 (2004) propõe que não se utilize comprimento maior que o dobro da dimensão contrária ao eixo em que o pilar está fletido.

$\mu_a$  é o perímetro do perfil de aço.

Os valores dados pelas Normas podem ser excedidos desde que se utilize uma das duas formas de prevenir o colapso por cisalhamento:

- Diminuir o espaçamento entre os estribos próximos às vigas;
- Adicionar conectores de cisalhamento.

#### 4.2.2 EFEITO DO CONFINAMENTO DO CONCRETO

Os pilares mistos revestidos por concreto apresentam regiões de concreto parcialmente confinadas entre os elementos do perfil de aço que podem aumentar sua resistência. Já seções preenchidas por concreto apresentam confinamento total do concreto; porém somente os perfis circulares preenchidos apresentam, nas normas, a consideração deste efeito.

O efeito do confinamento pode ser entendido da seguinte forma: como o coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) do concreto, sob um determinado nível de compressão, é maior que o do aço e o concreto tende a se deformar transversalmente mais que o aço, porém este restringe esta deformação, criando uma distribuição de tensões tridimensional que provoca o aumento da resistência do concreto.

O coeficiente de Poisson do concreto em regime elástico está entre 0,15 e 0,20 e, portanto, menor que o do aço. Assim o aço não faz restrição à deformação transversal do concreto. Já quando o concreto passa para o regime inelástico, sob tensões maiores, o coeficiente de Poisson do concreto pode chegar a 0,5. Nesta situação, o perfil tubular de aço impede a deformação lateral total do concreto, submetendo-o a um esforço triaxial. Por consequência, o perfil tubular é submetido a um esforço de tração tangencial. Assim, ocorrem dois fenômenos simultaneamente:

- O concreto é capaz de atingir resistência maior à compressão axial devido aos esforços triaxiais a que está submetido;
- O perfil de aço não é capaz de atingir a tensão de escoamento sob compressão devido ao esforço de tração a que está submetido.

Desta forma, são aplicados coeficientes de majoração e minoração das resistências do concreto e do aço, respectivamente, para consideração deste efeito sendo que, normalmente, o ganho na resistência do concreto ultrapassa a perda de resistência do aço.

Os principais fatores que diminuem o efeito do confinamento são:

- Aplicação de momento fletor, pois diminui a compressão axial do concreto e consequentemente a expansão lateral do mesmo;
- Esbeltez do pilar, uma vez que os efeitos de segunda ordem aumentam o momento fletor aplicado, diminuindo a compressão axial.

### 4.2.3 PROPRIEDADES DO CONCRETO

A resistência do concreto está claramente relacionada ao ganho de resistência do pilar misto, porém é mais significativa em pilares curtos e com perfil de aço com limite de escoamento menor.

A deformação lenta, ou fluência, do concreto em pilares mistos deve ser considerada principalmente em pilares esbeltos. As normas apresentam diferentes maneiras de tratar este fenômeno:

- BS 5400: Part 5 (1979) sugere a redução de 18% na resistência do concreto.
- O EUROCODE 4 (2004) e a NBR 8800 (rev. 2006) propõem que o módulo de elasticidade do concreto seja tomado ao invés de  $E_c$  como  $E_{cr}$  dado por:

$$E_{cr} = \frac{E_c}{1 + \varphi \left( \frac{N_{Sd,G}}{N_{Sd}} \right)} \quad (59)$$

Sendo:

$E_c$  o módulo de elasticidade do concreto dado por:

$$E_c = 4760 \sqrt{f_{ck}} \text{ (MPa)};$$

$\varphi$  o coeficiente de fluência do concreto que pode adotado 2,5 para seções total ou parcialmente revestidas por concreto e zero para seções tubulares preenchidas em que  $\frac{N_{Sd,G}}{N_{Sd}}$  seja igual a 0,6. Em outras situações deverá ser calculado conforme a NBR 6118 (2003);

Onde:

$N_{Sd}$  é a força axial solicitante de cálculo;

$N_{Sd,G}$  é a força axial solicitante correspondente às ações permanentes e quase permanentes.

- O EUROCODE 4 (2004) sugere um limite de esbeltez ( $\lambda_{rel}$ ) para que estes efeitos possam ser desprezados: 0,8 para estruturas contraventadas e 0,5 para estruturas não-contraventadas. Sendo  $\lambda_{rel}$  calculado conforme item 4.4.

Utilizando-se módulo reduzido de elasticidade do concreto, serão obtidos deslocamentos maiores; porém os efeitos da retração e da fluência do concreto não irão alterar a resistência final do pilar misto.

Atualmente, com os avanços tecnológicos, é possível produzir concretos e aços mais resistentes; entretanto deve-se atentar para a perda de ductilidade à medida que a resistência aumenta. Isto é, quanto mais resistente o material, menor será a ductilidade podendo conduzir a uma ruptura frágil.

### 4.3 RESISTÊNCIA DA SEÇÃO TRANSVERSAL À COMPRESSÃO AXIAL

Por serem elementos essencialmente comprimidos, o início do cálculo dos pilares mistos se dá pela resistência plástica da seção transversal a carregamentos axiais ( $N_{Rd,pl}$ ), sem a consideração do comprimento do pilar e suas condições de contorno, exceto para a consideração do confinamento do concreto em pilares mistos tubulares preenchidos.

Para as seções transversais formadas por perfis parcial ou totalmente envolvidos e perfis retangulares preenchidos, esta resistência é calculada pela soma da contribuição do aço, do concreto e da armadura, sendo que as Normas aplicam fatores diferentes a estas contribuições, como pode ser visto na tabela 4.3.

Tabela 4.3 - Contribuição dos elementos para a resistência plástica da seção de pilares mistos revestidos e retangulares preenchidos

	Aço ( $N_{Rd,pla}$ )	Concreto ( $N_{Rd,plc}$ )	Armadura ( $N_{Rd,pls}$ )
NBR 8800 (Rev. 2006)	$A \cdot \frac{f_y}{\gamma}$	$\alpha_1 \cdot A_c \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$	$A_s \cdot \frac{f_{ys}}{\gamma_s}$
EUROCODE 4 (2004)	$A \cdot \frac{f_y}{\gamma}$	$\alpha_2 \cdot A_c \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$	$A_s \cdot \frac{f_{ys}}{\gamma_s}$
BSI 5400 (1979)	$0,91 \cdot A \cdot f_y$	$0,45 \cdot A_c \cdot f_{ck}$	$0,87 \cdot A_s \cdot f_{ys}$
AISC – LFRD (1994)	$A \cdot f_y$	$c_2 \cdot A_c \cdot f_{ck}$	$c_1 \cdot f_{ys} \cdot A_s$

$$N_{Rd,pl} = N_{Rd,pla} + N_{Rd,plc} + N_{Rd,pls} \quad (60)$$

Sendo:

$\gamma_a$ ,  $\gamma_c$  e  $\gamma_s$  os fatores de resistência do aço, concreto e armadura, respectivamente, dados pelas normas;

$\alpha_1$  igual a 0,95 para seções tubulares circulares preenchidas e 0,85 para as demais seções;

$\alpha_2$  igual a 1,0 para seções preenchidas e 0,85 para as demais seções;

$c_1$  igual a 1,0 para pilares preenchidos e 0,7 para pilares revestidos;

$c_2$  igual a 0,85 para pilares preenchidos e 0,6 para pilares revestidos.

Para que o pilar seja dimensionado como misto a contribuição do aço

$\left( \delta_a = \frac{N_{Rd,pla}}{N_{Rd,pl}} \right)$  deve estar entre 0,2 e 0,9, segundo o EUROCODE 4 (2004) e a NBR

8800 (rev. 2006). Se estiver abaixo de 0,2 deverá ser dimensionado como pilar de concreto e acima de 0,9 como pilar de aço.

A BSI 5940 (1979) propõe que a contribuição do concreto  $\left( \delta_c = \frac{N_{Rd,plc}}{N_{Rd,pl}} \right)$  deva estar entre 0,15 e 0,80 para seções revestidas e entre 0,10 e 0,80 para seções preenchidas.

Perfis tubulares preenchidos por concreto apresentam, como descrito anteriormente, o efeito do confinamento do concreto, causando compressão axial no concreto, aumentando sua resistência. Ao mesmo tempo, este efeito provoca uma diminuição da resistência do perfil de aço por submetê-lo a uma tração tangencial.

A tabela 4.4 apresenta os valores das contribuições do perfil de aço, do concreto e da armadura para pilares tubulares circulares preenchidos por concreto.

*Tabela 4.4 - Contribuição dos elementos para a resistência plástica da seção transversal de pilares mistos tubulares preenchidos por concreto*

	Aço ( $N_{Rd,pla}$ )	Concreto ( $N_{Rd,plc}$ )	Armadura ( $N_{Rd,pls}$ )
NBR 8800 (rev. 2006)	$A_a \cdot \frac{f_y}{\gamma_a}$	$\alpha_1 \cdot A_c \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$	$A_s \cdot \frac{f_{ys}}{\gamma_s}$
EUROCODE 4 (2004)	$\eta_a \cdot \frac{f_y}{\gamma_a} \cdot A_a$	$A_c \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \left( 1 + \eta_c \cdot \frac{t}{d} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{ck}} \right)$	$A_s \cdot \frac{f_{sy}}{\gamma_s}$
BSI 5400 (1979)	$0,91 \cdot C_2 \cdot f_y \cdot A_a$	$0,45 \cdot \left( f_{ck} \cdot C_1 \cdot \frac{t}{d} \cdot f_y \right) A_c$	_____
AISC – LFRD (1994)	$A_a \cdot f_y$	$c_2 \cdot A_c \cdot f_{ck}$	$c_1 \cdot f_{ys} \cdot A_s$

$$N_{Rd,pl} = N_{Rd,pla} + N_{Rd,plc} + N_{Rd,pls} \quad (61)$$

Sendo:

$$\eta_a = \eta_{ao} + (1 - \eta_{ao}) \cdot \frac{10e}{d} \quad (62)$$

$$\eta_{ao} = 0,25(3 + 2\lambda_{rel}) \quad (63)$$

$\lambda_{rel}$  - é a esbeltez relativa dada no item 4.4;

$$\eta_c = 1 + \eta_{co} \cdot \left(1 - \frac{10e}{d}\right) \left(\frac{t}{d}\right) \cdot \frac{f_y}{f_{ck}} \quad (64)$$

$$\eta_{co} = 4,9 - 18,5 \cdot \lambda_{rel} + 17 \cdot \lambda_{rel}^2 \geq 0 \quad (65)$$

$e = \frac{M_{sd,max}}{N_{sd}}$  que é a excentricidade do carregamento;

Quando  $\lambda_{rel} > 0,5$  ou  $e > D/10$  deve-se tomar  $\eta_a = 1,0$  e  $\eta_c = 0$ .

Pela BSI 5950 (1990), os valores dos coeficientes  $C_1$  e  $C_2$  são dados pela tabela 4.5:

*Tabela 4.5 - Coeficiente  $C_1$  e  $C_2$  conforme a BSI 5400 (1979)*

KL/D	$C_1$	$C_2$
0	9,47	0,76
5	6,40	0,80
10	3,81	0,85
15	1,8	0,90
20	0,48	0,95
25	0	1,0

E pelo AISC-LFRD (1994), os valores de  $c_1$  e  $c_2$  são 1,0 e 0,85 respectivamente.

## 4.4 ESBELTEZ RELATIVA E RIGIDEZ

Para o cálculo da resistência de um pilar misto é necessário que outros parâmetros, como esbeltez e rigidez, estejam envolvidos. A esbeltez do pilar misto está diretamente ligada à carga crítica de instabilidade global, ou seja, à carga de compressão a partir da qual o pilar perde a sua estabilidade lateral no plano considerado.

A esbeltez relativa do pilar misto é, usualmente, o parâmetro utilizado e pode ser calculado pela seguinte expressão:

$$\lambda_{rel} = \sqrt{\frac{N_{pl,R}}{N_e}} \quad (66)$$

Sendo:

$N_{pl,R}$  a resistência plástica de seção transversal tomando-se os valores dos fatores de resistência ( $\gamma$ ) iguais a 1,0.

$N_e$  a força axial de instabilidade elástica, dada por:

$$N_e = \frac{\pi^2 \cdot (EI)_e}{(KL)^2} \quad (67)$$

A rigidez efetiva à flexão  $(EI)_e$  deve ser determinada similarmente ao cálculo da resistência da seção transversal, pela soma das componentes relativas aos elementos que compõem o pilar misto conforme tabela 4.6:

Tabela 4.6 - Rigidez equivalente dos pilares mistos  $((EI)_e)$  segundo as Normas

NBR 8800 (REV. 2006)	$EI + 0,7E_{cr}I_c + E_sI_s$
EUROCODE 4 (2004)	$EI + 0,6E_{cr}I_c + E_sI_s$
BSI 5400 (1979)	$EI + E_cI_c + E_sI_s$
AISC – LFRD (1994)	$I \left( E + c_3 E_c \frac{A_c}{A_s} \right)$

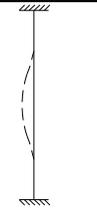
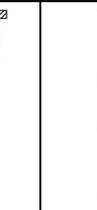
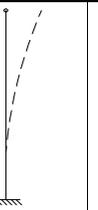
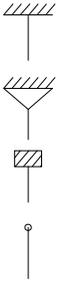
Onde :

$c_3$  deve ser tomado como 0,4 para pilares preenchidos e 0,2 para pilares revestidos;

$E_{cr}$  é o módulo de elasticidade reduzido do concreto dado pela expressão (59)

O comprimento de flambagem ( $l_e = KL$ ) depende da vinculação da barra e pode ser calculado simplifcadamente como descrito na tabela 4.7:

Tabela 4.7 - Valores dos coeficientes de flambagem por flexão  $K_x$  ou  $K_y$  para elementos isolados

Condições de apoio						
Valores teóricos de K	0,50	0,70	1,0	1,0	2,0	2,0
Valores recomendados NBR 8800 (rev. 2006)	0,65	0,80	1,2	1,0	2,1	2,0
Valores recomendados BSI 5400 (1979)	0,70	0,85	—	1,0	2,0	—
Código para condição de apoio	 <p>Rotação e translação impedidas</p> <p>Rotação livre e translação impedida</p> <p>Rotação impedida, translação livre</p> <p>Rotação e translação livres</p>					

O AISC-LFRD (1994) apresenta os valores da esbeltez, rigidez e resistência ao escoamento modificados da seguinte maneira:

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_{pm}} \quad (68)$$

Onde:

$$\lambda = \frac{KL}{r_m} \quad (69)$$

Sendo que  $r_m$  é o raio de giração modificado da seguinte maneira:

- Para elementos preenchidos,  $r_m$  é o próprio raio de giração do perfil de aço;
- Para elementos revestidos o valor de  $r_m$  deve ser, no mínimo, 30% da dimensão do pilar misto no plano de flambagem considerado.

$$\lambda_{pm} = \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot E_m}{f_{my}}} \quad (70)$$

Onde  $E_m$  e  $f_{my}$  são valores modificados dados por:

$$f_{my} = f_y + c_1 \cdot f_{ys} \cdot \frac{A_s}{A_a} + c_2 \cdot f_{ck} \cdot \frac{A_c}{A_a} \quad (71)$$

$$E_m = E_a + c_3 \cdot E_c \cdot \left( \frac{A_c}{A_a} \right) \quad (72)$$

Sendo:

$$E_c = 42\gamma^{1,5} \sqrt{f_{ck}}, \text{ sendo } E_c \text{ e } f_{ck} \text{ em MPa, } \gamma \text{ o peso específico do concreto em KN/m}^3.$$

Para pilares preenchidos os valores  $c_1$ ,  $c_2$  e  $c_3$  são 1,0, 0,85 e 0,40 respectivamente.

Para pilares revestidos: 0,7; 0,6 e 0,2 respectivamente.

## 4.5 RESISTÊNCIA DO ELEMENTO À COMPRESSÃO AXIAL

Como no cálculo de pilares de aço, para pilares mistos também é necessário que sejam verificados problemas relativos à instabilidade do elemento comprimido. Para tanto, é aplicado um fator de redução ( $\chi$ ) à resistência à compressão axial da seção transversal.

Portanto:

$$N_{sd} \leq \chi \cdot N_{Rd,pl} \quad (73)$$

Sendo:

$N_{sd}$  a força axial aplicada de cálculo;

$\chi$  o fator de redução aplicado de acordo com a curva de flambagem correspondente;

$N_{Rd,pl}$  a resistência plástica da seção transversal calculada no item 4.3.

O fator de redução  $\chi$  é aplicado de maneiras diferentes pelas normas, como descrito na tabela 4.8, e depende do tipo de seção transversal e da esbeltez do pilar.

Tabela 4.8 - Resistência do pilar misto à compressão axial segundo as Normas

	Resistência	Fatores
NBR 8800 (rev. 2006)	$\chi \cdot N_{Rd,pl}$	$\chi = \frac{1}{\beta + \sqrt{\beta^2 - \lambda_{rel}^2}} \leq 1,0$ $\beta = 0,5 \cdot [1 + \alpha \cdot (\lambda_{rel} - 0,2) + \lambda_{rel}^2]$
EUROCODE 4 (2004)	$\chi \cdot N_{Rd,pl}$	$\chi = \frac{1}{\beta + \sqrt{\beta^2 - \lambda_{rel}^2}} \leq 1,0$ $\beta = 0,5 \cdot [1 + \alpha \cdot (\lambda_{rel} - 0,2) + \lambda_{rel}^2]$
BSI 5400 (1979)	$0,85 \cdot K_1 \cdot N_{Rd,pl}$	$K_{1y}$ é um parâmetro similar ao $\chi$ da NBR 8800 (rev. 2006) e EUROCODE 4 (2004)
AISC-LFRD (1994)	$\phi_c \cdot 0,658^{\lambda^2} \cdot N_{Rd,pl} \quad p/\bar{\lambda} < 1,5$ $\phi_c \cdot \left( \frac{0,877}{\bar{\lambda}} \right) \cdot N_{Rd,pl}$ $p/\bar{\lambda} \geq 1,5$	$\phi_c = 0,5$ para sistemas indesejáveis $\phi_c = 0,75$ para sistemas desejáveis

Sendo:

$\alpha$  igual a 0,21 para pilares mistos tubulares preenchidos (curva a); 0,34 para perfis tipo I mistos revestidos com flambagem em torno do eixo de maior inércia (curva b) e 0,49 para perfis tipo I revestidos com flambagem em torno do eixo de menor inércia (curva c);

Outros parâmetros conforme item 4.4.

## 4.6 RESISTÊNCIA À FLEXO-COMPRESSÃO

A maior parte dos pilares mistos é solicitada por esforços de compressão e flexão simultaneamente. O primeiro, devido a sua função principal de transferir os esforços verticais das lajes e vigas para as fundações. O segundo, devido a sua função de garantir a estabilidade global do edifício e, para tanto, absorver os esforços laterais de vento, além do efeito de

continuidade entre pavimentos e ligações rígidas e semi-rígidas com as vigas, o que lhes confere momentos aplicados.

#### 4.6.1 EUROCODE 4 (2004)

O EUROCODE 4 (2004) apresenta um método simplificado para a verificação da interação da força axial e momento fletor (figura 4.3). Vários métodos foram estudados por diversos autores, porém o método adotado pelo EUROCODE 4 (2004) é de fácil utilização e compreensão.

A curva da figura 4.3 pode ser determinada calculando-se a posição da linha neutra e determinando-se os momentos fletores e forças normais resistentes. No entanto, isto seria possível apenas por meio de análise numérica através do uso de programas computacionais.

O EUROCODE 4 (2004) apresenta uma aproximação linear desta curva que pode ser adotada sem prejuízo significativo à maioria dos objetivos do dimensionamento.

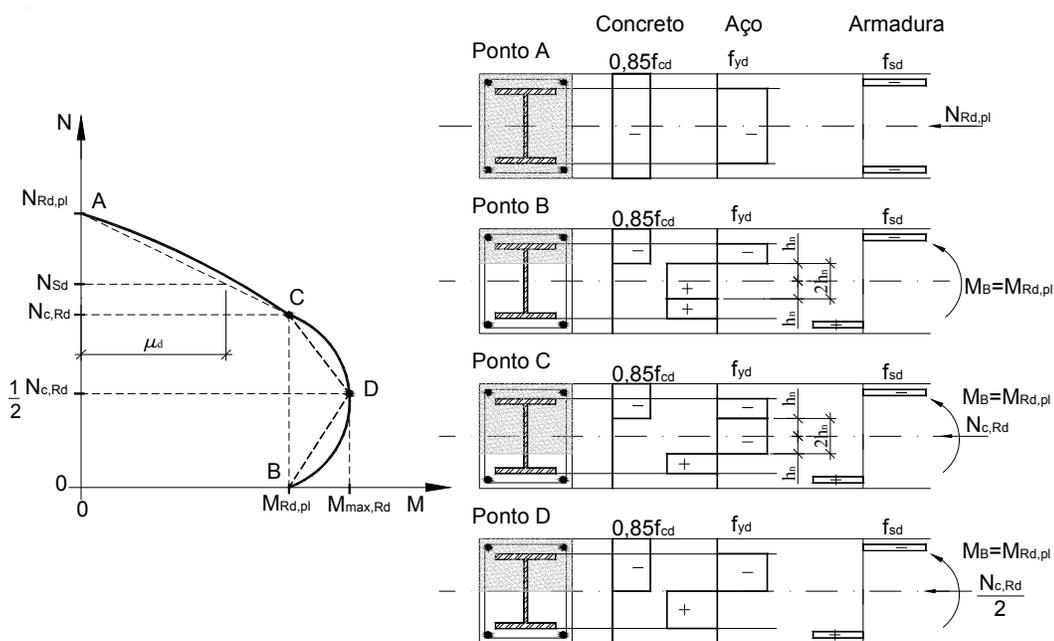


Figura 4.3 - Curva de interação linear – Momento X força normal segundo o EUROCODE 4 (2004)

Sendo:

$N_{Rd,pl}$  conforme item 4.3;

$M_{Rd,pl}$  como calculado no capítulo 3 para vigas mistas;

$N_{c,Rd} = 0,85 A_c f_{cd}$ ;

$h_n$  a distância da linha neutra até o centro de gravidade da seção transversal para a determinação do momento de resistência plástico de maneira análoga à apresentada para vigas mistas no capítulo 3. A NBR 8800 (rev. 2006) apresenta expressões para determinação de  $h_n$  para diversos tipos de seção transversal.

A verificação feita pelo EUROCODE 4 (2004) é dada pela seguinte expressão:

$$\frac{M_{Sd}}{\mu_d M_{Rd,pl}} \leq \alpha_M \quad (74)$$

Onde:

$M_{Sd}$  é o maior momento fletor ao longo do pilar já considerando imperfeições e efeitos de segunda ordem.

$\alpha_M = 0,90$  para aço graus S235 e S355 e  $0,80$  para aço graus S420 e S460.<sup>(3)</sup>

A verificação à flexo-compressão oblíqua pelo EUROCODE 4 (2004) deve atender à seguinte expressão:

$$\frac{M_{x,Sd}}{\mu_{d,x} M_{Rd,pl,x}} + \frac{M_{y,Sd}}{\mu_{d,y} M_{Rd,pl,y}} \leq 1 \quad (75)$$

Onde as grandezas foram todas determinadas anteriormente,  $\mu_{d,x}$  e  $\mu_{d,y}$  obtidos graficamente.

<sup>(3)</sup> Aços tipo S235, S355, S420 e S460 possuem tensão de escoamento de 235, 355, 420 e 460 N/mm<sup>2</sup> respectivamente.

#### 4.6.2 NBR 8800 (REV. 2006)

A NBR 8800 (rev. 2006) propõe dois modelos de cálculo. O modelo I é uma adaptação do cálculo de pilares de aço, sendo que devem ser atendidas as limitações dadas pelas seguintes expressões:

a) Para  $\frac{N_{Sd}}{N_{Rd,pl}} \geq 0,2$ :

$$\frac{N_{Sd}}{N_{Rd,pl}} + \frac{8}{9} \left( \frac{M_{Sd,x}}{M_{Rd,pl,x}} + \frac{M_{Sd,y}}{M_{Rd,y}} \right) \leq 1,0 \quad (76)$$

b) Para  $\frac{N_{Sd}}{N_{Rd,pl}} < 0,2$ :

$$\frac{N_{Sd}}{2N_{Rd,pl}} + \left( \frac{M_{Sd,x}}{M_{Rd,pl,x}} + \frac{M_{Sd,y}}{M_{Rd,y}} \right) \leq 1,0 \quad (77)$$

Onde:

$N_{Rd,pl}$  é a força axial de compressão resistente de cálculo;

$M_{Rd,pl,x}$  é o momento fletor resistente de cálculo em relação ao eixo x do pilar misto podendo ser considerado  $M_{Rd,pl,x}$  como calculado para vigas mistas no capítulo 3; analogamente para o eixo y.

Serão apresentadas a seguir as expressões para o cálculo através do modelo II apresentado por esta norma, além da seguinte limitação:  $N_{Sd} \leq N_{Rd,pl}$ :

$$\frac{M_{sd,x} + \mu_x \cdot M_{d,x}}{M_{d,x}} + \frac{M_{sd,y} + \mu_y \cdot M_{d,y}}{M_{d,y}} \leq 1,0 \quad (78)$$

Onde:

$\mu_x = 0$  se  $M_{sd,x} = 0$ , caso contrário:

Para  $N_{sd} \leq \frac{N_c}{2}$

$$\mu_x = \left( \frac{M_{d,x} - M_{c,x}}{M_{d,x}} \right) \left( 1 - \frac{2N_{sd}}{N_c} \right) \quad (79)$$

Para  $\frac{N_c}{2} < N_{sd} < N_c$

$$\mu_x = 2 \left( \frac{M_{d,x} - M_{c,x}}{N_c} \right) \left( \frac{N_{sd} - \frac{N_c}{2}}{M_{d,x}} \right) \quad (80)$$

Para  $N_{sd} \geq N_c$

$$\mu_x = \left( \frac{M_{d,x} - M_{c,x}}{M_{d,x}} \right) + \left( \frac{M_{c,x}}{N_{Rd,pl} - N_c} \right) \left( \frac{N_{sd} - N_c}{M_{d,x}} \right) \quad (81)$$

Para o cálculo de  $\mu_y$  devem-se seguir as mesmas expressões, trocando-se as referências  $x$  por  $y$ .

Sendo:

$$N_c = \frac{\alpha_1 \cdot f_{ck} \cdot A_c}{\gamma_c}, \text{ sendo que estas grandezas foram definidas no item 4.3;} \quad (82)$$

$N_{Rd,pl}$  é a força axial resistente de cálculo da seção transversal definida no item 4.3;

$N_{sd}$  é a força axial solicitante de cálculo;

$M_{c,x}$  e  $M_{c,y}$  são, respectivamente,  $0,9M_{Rd,pl,x}$  e  $0,9M_{Rd,pl,y}$  sendo estes valores obtidos conforme mostrado a seguir;

$M_{d,x}$  e  $M_{d,y}$  são, respectivamente,  $0,8M_{\max,Rd,pl,x}$  e  $0,8M_{\max,Rd,pl,y}$  sendo estes valores mostrados a seguir;

$M_{sd,x}$  e  $M_{sd,y}$  são os momentos solicitantes de cálculo contemplando as imperfeições e efeitos de segunda ordem.

$$M_{Rd,pl} = f_{yd}(Z_a - Z_{an}) + 0,5f_{cd}(Z_c - Z_{cn}) + f_{sd}(Z_s - Z_{sn}) \quad (83)$$

$$M_{\max,Rd,pl} = f_{yd}(Z_a) + 0,5f_{cd}(Z_c) + f_{sd}(Z_a) \quad (84)$$

Onde:

$Z_a$ ,  $Z_c$  e  $Z_s$  são, respectivamente, os módulos de resistência plástico da seção do perfil de aço, do concreto não fissurado e da armadura do concreto respectivamente;

$Z_{an}$ ,  $Z_{cn}$  e  $Z_{sn}$  são os módulos de resistência plástico da seção do perfil de aço, do concreto e da armadura do concreto compreendida na região de altura  $2h_n$  conforme figura 4.3;

Para a obtenção dos valores relativos ao eixo y, apenas deve-se trocar o índice x pelo y e seguir os mesmos procedimentos.

#### 4.6.3 AISC-LFRD (1994)

O AISC-LFRD (1994) apresenta as seguintes expressões para verificação à flexo-compressão oblíqua de pilares mistos:

$$\frac{N_{sd}}{\phi_c \cdot N_n} + \frac{8}{9} \left( \frac{M_{Sd,x}}{\phi_b \cdot M_{Rd,pl,x}} + \frac{M_{Sd,y}}{\phi_b \cdot M_{Rd,pl,y}} \right) \leq 1,0 \quad \text{para} \quad \frac{N_{sd}}{\phi_c N_n} \geq 0,2 \quad (85)$$

$$\frac{N_{sd}}{2\phi_c \cdot N} + \left( \frac{M_{Sd,x}}{\phi_b \cdot M_{Rd,pl,x}} + \frac{M_{Sd,y}}{\phi_b \cdot M_{Rd,pl,y}} \right) \leq 1,0 \quad \text{para} \quad \frac{N_{sd}}{\phi_c N_n} < 0,2 \quad (86)$$

Sendo:

$$\phi_c N_n = 0,85 \cdot A_a \cdot f_{cr} \quad (87)$$

Onde  $f_{cr}$  é a tensão crítica de flambagem obtida pela curva de flambagem da figura 4.4;

$$\phi_b = 0,9;$$

$M_{nx}$  e  $M_{ny}$  são os momentos fletores resistentes em torno dos eixos x e y respectivamente.

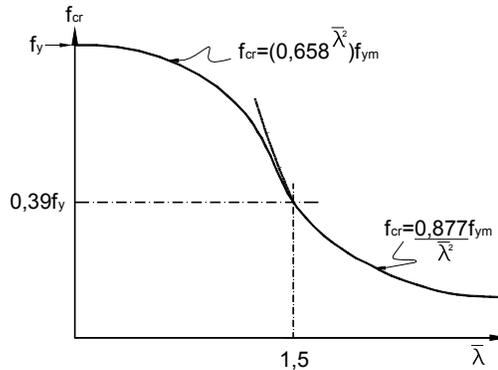


Figura 4.4 - Curva de flambagem segundo o AISC-LFRD (1994)

#### 4.6.4 BSI 5400 (1979)

A BSI 5400 (1979) separa a verificação em quatro situações:

a) Pilares submetidos à flexão em torno do eixo de menor inércia (y):

$$N_{sd} \leq N_y = N_{Rd,pl} \left[ K_{1y} - (K_{1y} - K_{2y} - 4K_3) \frac{M_{Sd,y}}{M_{Rd,pl,y}} - 4K_3 \left( \frac{M_{Sd,y}}{M_{Rd,pl,y}} \right)^2 \right] \quad (88)$$

$$M_{Sd,y} \leq M_{Rd,pl} \quad (89)$$

b) Pilares submetidos à flexão no eixo de maior inércia (x), restritos no eixo de menor inércia:

$$M_{Sd,x} \leq M_{Rd,pl,x} \quad (90)$$

$$N_{sd} \leq N_x = N_{Rd,pl} \left[ K_{1x} - (K_{1x} - K_{2x} - 4K_3) \frac{M_{Sd,x}}{M_{Rd,pl,x}} - 4K_3 \left( \frac{M_{Sd,x}}{M_{Rd,pl,x}} \right)^2 \right] \quad (91)$$

c) Pilares submetidos à flexão no eixo de maior inércia (x), não restritos no eixo de menor inércia (y).

Nesta situação, além da verificação em relação ao momento plástico na direção  $y$ , deve-se limitar a normal de cálculo ( $N_{sd}$ ) a  $N_{xy}$ , calculada para flexão oblíqua conforme item (d), considerando:

d) Pilares submetidos à flexão oblíqua:

$$N_{sd} \leq N_{xy} \quad (92)$$

$$\frac{1}{N_{xy}} = \frac{1}{N_x} + \frac{1}{N_y} + \frac{1}{K_{1x} \cdot N_{Rd,pl}} \quad (93)$$

Sendo:  $N_x$  e  $N_y$  conforme disposto acima.

$K_{1x}$ ,  $K_{2x}$ ,  $K_{3x}$ ,  $K_{1y}$ ,  $K_{2y}$ ,  $K_{3y}$ , coeficientes calculados conforme anexo C da BS 5400: Part. 5 (1979).

## 4.7 IMPERFEIÇÕES E EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM SEGUNDO A NBR 8800 (REV. 2006)

O dimensionamento de todo tipo de pilar deve considerar, além dos esforços verticais e horizontais provenientes diretamente de ações externas, excentricidades devido a imperfeições do elemento estrutural ou efeitos de segunda ordem.

Os efeitos de segunda ordem podem ser definidos como o efeito do carregamento aplicado à estrutura na posição deslocada.

A estabilidade de uma estrutura está relacionada a vários aspectos dentre os quais podemos citar:

- Efeito  $P-\Delta$ : efeito da força axial associada ao deslocamento transversal relativo entre as extremidades da barra devido à rotação da corda (figura 4.5);
- Efeito  $P-\delta$ : efeito da força axial associada aos deslocamentos do eixo da barra em relação à corda (figura 4.5);

- Imperfeições iniciais;
- Plastificação ao longo dos elementos e tensões residuais;
- Rigidez das ligações e dos elementos de contraventamento.



Figura 4.5 - Efeitos  $P-\Delta$  e  $P-\delta$  (ASCE-1997)

A análise precisa dos efeitos de segunda ordem de uma estrutura é bastante trabalhosa, demandando o uso de programas computacionais. As Normas atuais apresentam diversas maneiras de aplicar estes efeitos às estruturas. Neste trabalho será apresentado o método da amplificação dos esforços solicitantes dado na NBR 8800 (rev. 2006).

Para que seja possível desprezar o efeito local de segunda ordem ( $P\delta$ ) deve ser garantido que em todas as barras cuja rigidez contribua para a estabilidade lateral da estrutura:

$$N_{c,Sd} < \frac{0,15\pi^2(EI)_e}{L^2} \quad (94)$$

Sendo:

$N_{c,Sd}$  a força axial de compressão solicitante de cálculo;

$(EI)_e$  a rigidez à flexão no plano equivalente da barra;

$L$  é o comprimento da barra.

A NBR 8800 (rev. 2006) divide as estruturas em três categorias:

- Pequena deslocabilidade: quando o deslocamento lateral relativo à base obtido na análise de segunda ordem não ultrapasse 1,1 vezes o obtido pela análise de primeira ordem em todas as combinações de ações;

- Média deslocabilidade: quando o deslocamento lateral relativo à base obtido na análise de segunda ordem esteja entre 1,1 e 1,5 vezes o obtido pela análise de primeira ordem em todas as combinações de ações;

- Grande deslocabilidade: quando o deslocamento lateral relativo à base obtido na análise de segunda ordem for superior a 1,5 vezes o obtido pela análise de primeira ordem em todas as combinações de ações;

A NBR 8800 (rev. 2006) propõe que as imperfeições iniciais sejam consideradas da seguinte maneira, separadamente para as duas direções ortogonais da estrutura::

a) Estruturas de pequena deslocabilidade:

- Deve ser considerado em cada andar um deslocamento horizontal relativo de  $\frac{h}{500}$  sendo  $h$  a distância entre eixo das vigas;

- Deve-se aplicar em cada andar uma força horizontal equivalente (nocional) de 0,2% do valor de todas as ações gravitacionais aplicadas em todos os pilares e outros elementos resistentes a ações verticais no andar considerado, não sendo necessário somá-las às reações de apoio;

- Não é preciso considerar os efeitos das imperfeições de materiais.

b) Estruturas de média deslocabilidade:

- Deve ser considerado em cada andar um deslocamento horizontal relativo de  $\frac{h}{333}$  sendo  $h$  a distância entre eixo das vigas;

- Deve-se considerar força nocional conforme item a) igual a 0,3% das ações gravitacionais do pavimento;

Os efeitos das imperfeições de materiais deverão ser considerados reduzindo a rigidez à flexão ( $EI$ ) e a rigidez axial ( $EA$ ) a 80% dos valores originais.

Em estruturas de pequena e média deslocabilidade, pode-se determinar os esforços por meio de análise de primeira ordem desde que:

As forças axiais de barras cuja rigidez à flexão contribua para a estabilidade lateral da estrutura não ultrapasse 50% da resistência ao escoamento das barras;

Adicione-se às combinações, forças nocionais ( $F_n$ ) em todos os andares iguais a :

$$F_n = 2,1 \left( \frac{\Delta_{1y}}{h} \right) P_{Sd,an} \geq 0,0042 P_{Sd,an} \quad (95)$$

Sendo:

$\Delta_{1y}$  o deslocamento horizontal relativo entre os níveis superior e inferior do andar considerado em análise de primeira ordem. Se  $\Delta_{1y}$  possuir valores diferentes em um mesmo andar deverá ser tomado um valor ponderado em função da proporção das ações gravitacionais ou o maior valor;

$P_{Sd,an}$  a soma das ações gravitacionais aplicadas no andar.

Os efeitos locais de segunda ordem devem ser calculados pelo método de amplificação de momentos utilizando-se o coeficiente  $B_1$  em todas as barras da estrutura.

No caso de pilares mistos, as imperfeições podem ocorrer por falha na fabricação do perfil e/ou durante a execução do pilar misto na obra. Segundo a NBR 8800 (rev. 2006), na falta de uma análise mais rigorosa, os momentos devido às imperfeições devem ter os valores obtidos anteriormente neste mesmo item somados a:

$$\frac{N_{Sd} \cdot L_x}{200 \cdot \left( 1 - \frac{N_{Sd}}{N_{e2,x}} \right)} \text{ ou } \frac{N_{Sd} \cdot L_y}{150 \cdot \left( 1 - \frac{N_{Sd}}{N_{e2,y}} \right)} \quad (96)$$

Em relação ao eixo x e y respectivamente, sendo L o comprimento destravado do pilar entre contenções laterais.

Sendo:

$$N_{e2,x} = \frac{\pi^2 (EI)_{e,x}}{L_x^2} \text{ e } N_{e2,y} = \frac{\pi^2 (EI)_{e,y}}{L_y^2} \quad (97)$$

Onde  $(EI)_{e,x}$  e  $(EI)_{e,y}$  calculados conforme 4.4 e considerando o pior caso segundo a expressão de interação apresentada.

#### 4.7.1 MÉTODO DA AMPLIFICAÇÃO DOS MOMENTOS PELA NBR 8800 (REV. 2006)

O método da amplificação dos esforços solicitantes proposto pela NBR 8800 (rev. 2006) considera os efeitos do  $P-\Delta$  e  $P-\delta$  como sendo a somatória ponderada dos efeitos considerando-se os dois modelos descritos na figura 4.6:

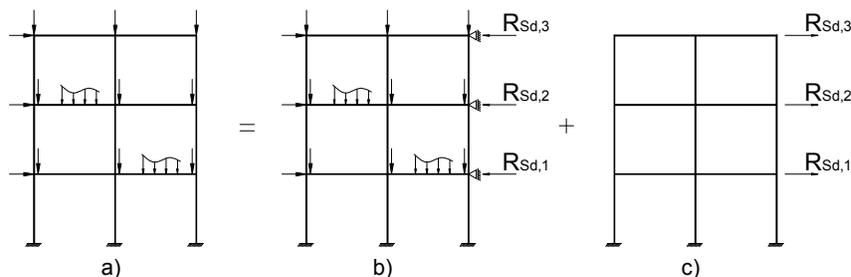


Figura 4.6 - Modelos para análise

As expressões analíticas de amplificação dos esforços devido aos efeitos de segunda ordem são:

$$M_{Sd} = B_1 M_{nt} + B_2 M_{lt} \quad (98)$$

$$N_{Sd} = N_{nt} + B_2 N_{lt} \quad (99)$$

Onde:

$M_{nt}$  e  $N_{nt}$  são, respectivamente, o momento fletor e a força axial solicitante de cálculo determinadas por análise elástica de primeira ordem, com os nós da estrutura impedidos de se deslocar horizontalmente, utilizando-se contenções horizontais fictícias (figura 4.6.b). O índice  $nt$  significa “no translation” (sem translação);

$M_{lt}$  e  $N_{lt}$  são, respectivamente, o momento fletor e a força axial solicitante de cálculo obtidos através de análise elástica de primeira ordem com os esforços fictícios correspondentes às reações de apoio em sentido contrário obtidos na análise da estrutura fictícia dada pela figura 4.6.c. O índice  $lt$  significa “lateral translation” (translação lateral);

$B_1$  é o coeficiente de amplificação devido ao efeito  $P-\delta$  dado por:

$$B_1 = \frac{C_m}{1 - \frac{N_{sd1}}{N_e}} \geq 1,0; \quad (100)$$

Onde:

$N_e$  é a força axial de instabilidade elástica no plano de atuação do momento fletor, calculada com o comprimento real da barra;

$N_{sd1}$  é a força axial solicitante de cálculo obtida por análise de primeira ordem;

$C_m$  é um coeficiente de equivalência de momentos, dado por:

• Se não houver forças transversais entre as extremidades da barra no plano de flexão:

$$C_m = 0,60 - 0,40 \frac{M_1}{M_2} \quad (101)$$

Sendo  $M_1$  e  $M_2$  o menor e o maior momento fletor solicitante de cálculo no plano de flexão, nas extremidades apoiadas da barra, em análise de primeira ordem, tomada como

positiva quando os momentos provocarem curvatura reversa e negativa quando provocarem curvatura simples.

- Se houver forças transversais ao longo do comprimento destravado do pilar no plano de flexão, o valor de  $C_m$  deverá ser calculado por análise racional ou ser tomado conservadoramente igual a 1,0.

$B_2$  é o coeficiente de amplificação dos esforços devido ao efeito do  $P-\Delta$  e deve ser calculado pela seguinte expressão:

$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{1}{R_m} \cdot \frac{\Delta_{h1}}{h} \cdot \frac{\sum N_{sd}}{\sum H_{sd}}} \quad (102)$$

De forma que:

$\sum N_{sd}$  é a soma de todas as forças axiais de cálculo em todos os pilares e outros elementos resistentes a ações verticais no andar considerado;

$R_m$  é um coeficiente igual a 0,85 em estruturas onde o sistema resistente a ações horizontais é constituído apenas por subestruturas de contraventamentos formados por pórticos nos quais a estabilidade lateral é assegurada pela rigidez à flexão das barras e pela capacidade de transmissão de momentos das ligações e igual a 1,0 para outras situações;

$\Delta_{h1}$  é o deslocamento horizontal relativo entre os níveis superior e inferior do pavimento considerado, obtido por análise de primeira ordem. Se  $\Delta_{h1}$  possuir valores diferentes num mesmo andar deverá ser tomado um valor ponderado em função da proporção das ações gravitacionais ou o maior valor;

$\sum H_{sd}$  é a somatória das forças cortantes do andar produzidas pelas forças horizontais atuantes utilizadas para determinar  $\Delta_{h1}$ ;

$h$  é a altura do andar (distância entre os eixos das vigas).

## 4.8 FLAMBAGEM LOCAL

No dimensionamento pelo estado limite último é considerado que a peça irá atingir a sua capacidade resistente total. Porém, devemos assegurar que não ocorra colapso prematuro dos membros esbeltos de aço devido à instabilidade local.

Claramente, os perfis mistos revestidos e preenchidos possuem resistência à flambagem local superior aos perfis de aço correspondentes. No entanto é necessário que sejam estabelecidos limites, para que seja impedida a flambagem local dos elementos de aço.

A tabela 4.9 apresenta os valores limites dados pelas normas:

Tabela 4.9 - Limites de resistência à flambagem local dos elementos de aço

	I ou H Perfil parcialmente revestido	Perfil tubular preenchido	Perfis tubulares retangulares preenchidos
NBR 8800 (rev. 2006)	$\frac{b_f}{t_f} \leq 1,4 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$	$\frac{D}{t} \leq 0,15 \cdot \frac{E}{f_y}$	$\frac{b_i}{t} \leq 2,26 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$ <sup>1</sup>
EUROCODE 4 (2004)	$\frac{b_f}{t_f} \leq 44 \sqrt{\frac{235}{f_y}}$	$\frac{D}{t} \leq 90 \cdot \frac{235}{f_y}$	$\frac{b_i}{t} \leq 52 \sqrt{\frac{235}{f_y}}$
BSI 5400 (1979)	$\frac{D}{t} \leq \sqrt{\frac{f_y}{8E_s}}$	—	$\frac{b_i}{t} \leq \frac{f_y}{3E_s}$

<sup>1</sup> Sendo  $b_i$  a maior dimensão paralela a um eixo de simetria de uma seção tubular retangular.

Em seções totalmente revestidas por concreto, considerando-se que este impede a flambagem local do elemento de aço, desde que sejam satisfeitas as seguintes condições segundo a NBR 8800 (rev. 2006) e o EUROCODE 4 (2004).

- $40mm \leq c_y \leq 0,3d$  e  $c_y \geq b_f / 6$ ;
- $40mm \leq c_x \leq 0,4b_f$  e  $c_x \geq b_f / 6$

Comparando-se com a seção de aço isolada, observa-se que há o seguinte ganho em relação à flambagem local:

- Seções tubulares retangulares preenchidos: 60%;
- Seções I ou H parcialmente revestidas: 25%;
- Seções circulares preenchidas: 35%.

Isto significa que seções de aço mais esbeltas passam a ser dimensionadas pelo processo plástico, isto é, têm a sua capacidade da carga determinada até o escoamento do aço.

## 4.9 FORÇA CORTANTE

Da mesma maneira que para as vigas mistas, a verificação da força cortante em pilares mistos despreza a presença do concreto e deve ser verificada quando:

$$V_{sd} \geq 0,5V_{pla} \quad (103)$$

Sendo:

$V_{sd}$  a força cortante solicitante;

$V_{pla}$  a força cortante resistente pelo perfil de aço isolado.

A força cortante em pilares é calculada pela relação  $(M_1 - M_2)/L$  sendo  $M_1$  e  $M_2$  os valores dos momentos fletores nas extremidades do trecho do pilar com  $M_1$  o maior valor absoluto entre os dois. No caso de força transversal aplicada, esta deve ser acrescida ao cálculo analogamente ao cálculo de viga.

Quando a expressão (103) for verdadeira, deve ser utilizada a resistência reduzida na área da alma do perfil de aço conforme descrito na figura 4.7.

Desta forma, utilizando-se a área reduzida pode-se calcular a interação entre momento fletor e força cortante, conforme método simplificado demonstrado para vigas mistas no capítulo 3.

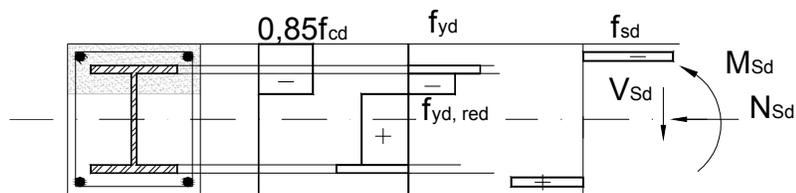


Figura 4.7 - Interação flexo-compressão combinada com força cortante

Sendo  $f_{yd,red} = (1 - \rho)f_{yd}$  com  $\rho$  determinado conforme item 3.7.1.

#### 4.9.1 REGIÕES DE INTRODUÇÃO DE CARGA

Regiões de introdução de carga são aquelas onde ocorre variação de esforços solicitantes devido ligação de viga com pilar ou onde ocorre interrupção da armadura longitudinal, como em emendas do pilar ou bases. Nestas regiões devem ser verificadas duas situações:

- Os componentes individuais da seção transversal sejam carregados de acordo com suas respectivas resistências;
- Não ocorra escorregamento na interface entre os dois materiais.

O comprimento de introdução de carga ( $L_e$ ) pode ser determinado como:

$L_e \leq 2d$  ou  $L/3$ , sendo  $d$  a menor dimensão do pilar misto e  $L$  a distância entre os pontos de introdução de carga.

A NBR 8800 (rev. 2006) propõe que, para evitar estes problemas, devam ser instalados conectores para transferir a força cortante e o momento fletor do elemento que recebe a carga para o outro elemento, sendo que estes esforços de cálculos podem ser obtidos da seguinte forma:

- Quando a viga estiver ligada ao perfil de aço:

$$V_{sd,l} = V_{sd} \cdot \left( 1 - \frac{N_{Rda,pl}}{N_{Rd,pl}} \right) \quad (104)$$

$$M_{sd,l} = M_{sd} \cdot \left( 1 - \frac{M_{Rda,pl}}{M_{Rd,pl}} \right) \quad (105)$$

- Quando a viga estiver ligada ao concreto:

$$V_{sd,l} = V_{sd} \cdot \frac{N_{Rda,pl}}{N_{Rd,pl}} \quad (106)$$

$$M_{sd,l} = M_{sd} \cdot \frac{M_{Rda,pl}}{M_{Rd,pl}} \quad (107)$$

Sendo:

$V_{sd,l}$  e  $M_{sd,l}$  a força cortante e o momento fletor de cálculo localizados a serem transferidos;

$N_{Rda,pl}$  e  $M_{Rda,pl}$  as resistências plásticas de cálculo à compressão e ao momento fletor respectivamente;

$V_{sd}$  e  $M_{sd}$  a força cortante e o momento fletor de cálculo aplicados na ligação;

$N_{Rd,pl}$  e  $M_{Rd,pl}$  as resistências plásticas de cálculo à compressão axial e ao momento fletor respectivamente.

As tensões cisalhantes obtidas com os esforços de cálculo ( $V_{sd,l}$  e  $M_{sd,l}$ ) não devem ultrapassar os valores de ( $\tau_{Rd}$ ) dados na tabela 4.2.

Normalmente, em perfis parcial ou totalmente revestidos utilizam-se conectores tipo pino com cabeça na região próxima à viga. A NBR 8800 (rev 2006) assume que, além da resistência dos conectores, seja adicionada uma parcela de resistência devido ao atrito entre o concreto e o perfil de aço. Esta resistência pode ser calculada para cada mesa e cada linha diagonal de conectores conforme figura 4.8.

$$R = \mu \frac{Q_{rd}}{2} \quad (108)$$

Sendo:

$Q_{rd}$  a resistência de um único conector conforme item 3.4;

$\mu$  o coeficiente de atrito entre o aço e o concreto que pode ser tomado igual a 0,5 para superfícies não pintadas.

A distância livre entre as mesas do perfil não devem exceder o disposto na figura 4.8.

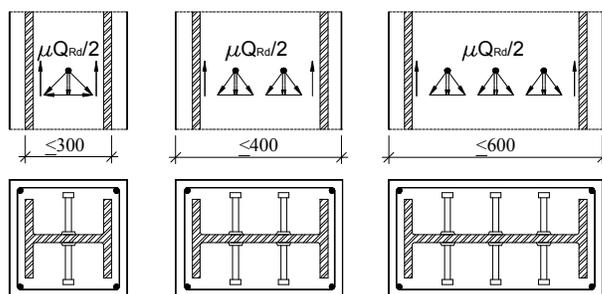


Figura 4.8 - Força de atrito adicional devido colocação de conectores tipo pino com cabeça

No caso de seções preenchidas parcialmente carregadas, conforme figura 4.9, a distribuição da carga pode ser feita considerando-se uma inclinação de 1:2,5. Assim, a tensão no concreto deve ser verificada pela seguinte expressão:

$$\sigma_{c,Rd} = f_{cd} \left( 1 + \eta_{cl} \frac{t}{a} \cdot \frac{f_y}{f_{ck}} \right) \sqrt{\frac{A_c}{A_1}} \quad (109)$$

Sendo que  $\sigma_{c,Rd}$  deve ser limitada por  $\frac{A_c f_{cd}}{A_1}$  ou  $f_{yd}$ , o menor dos dois valores.

Onde:

$n_{cl} = 4,9$  e  $3,5$  para perfis circular e retangular respectivamente;

$t$  = espessura da chapa;

$a$  = diâmetro do tubo ou largura da seção retangular;

$A_c$  = área de concreto total da seção;

$A_1$  = área carregada sob a chapa “gusset”.

Sendo  $\frac{A_c}{A_1} \leq 20$

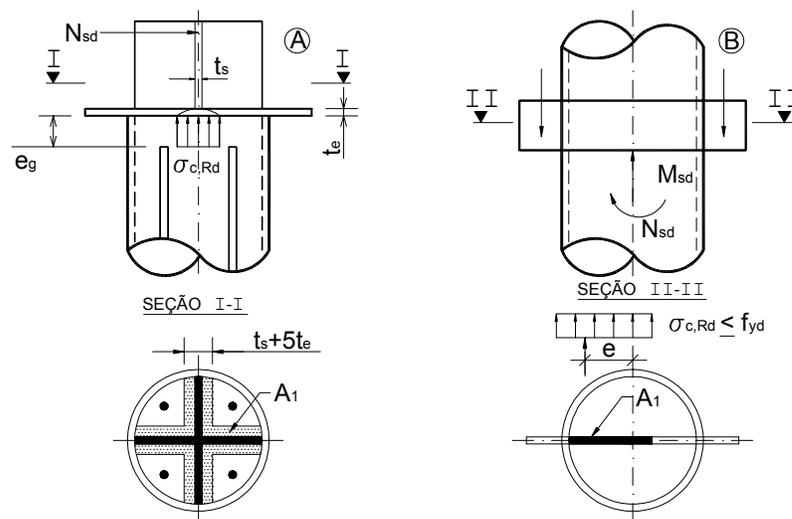


Figura 4.9 - Perfis tubulares preenchidos parcialmente carregados

Portanto, com o carregamento aplicado ( $N_{sd}$  e  $M_{sd}$ ) temos a posição da linha neutra e em conjunto com a área de aplicação da carga temos a tensão aplicada,  $\sigma_{sd}$ :

$$\sigma_{sd} = \frac{N_{sd}}{A_1} + \frac{M_{sd}}{Z_{pl} \cdot A_1} \leq \sigma_{c,Rd} \quad (110)$$

Sendo:

$N_{sd}$  a força axial solicitante de cálculo;

$A_1$  a área sob a chapa;

$Z_{pl}$  o módulo de resistência plástico da seção transversal.

Armadura de pilares mistos circulares preenchidos podem ser consideradas nesta verificação, desde que a distância livre entre a chapa e a armadura seja inferior a 30mm.

A armadura transversal deverá ser dimensionada conforme pilares de concreto e, no caso de pilares mistos parcialmente revestidos, os estribos deverão ser dispostos conforme a figura 4.10.



Figura 4.10 - Arranjo de estribos

No caso de cargas introduzidas através somente do perfil ou do concreto, para perfis totalmente envolvidos, a armadura transversal deverá ser dimensionada para transmitir a força normal ( $N_{c1}$  na figura 4.11) das partes diretamente conectadas ao perfil por conectores de cisalhamento para as não conectadas. O dimensionamento e detalhamento dos estribos deverão ser feitos utilizando-se o método da treliça com a biela de compressão a  $45^\circ$  do eixo do elemento, analogamente ao dimensionamento de viga de concreto armado à força cortante.

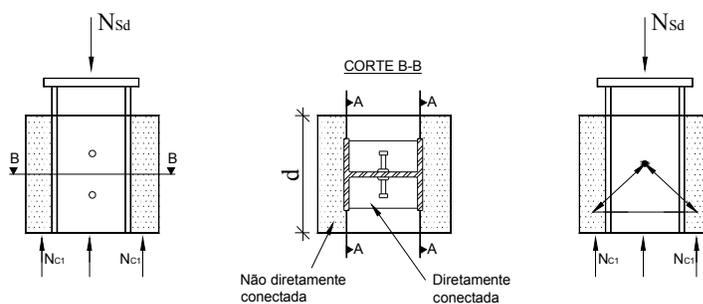


Figura 4.11 - Áreas diretamente e não diretamente conectadas de concreto para dimensionamento da armadura transversal EUROCODE 4 (2004)

Quando houver interrupção das barras da armadura do concreto, a resistência do pilar misto deve ser reduzida. Nestes casos, devem ser instalados conectores que transmitam os esforços da armadura para elementos de aço adicionais, a fim de restaurar a resistência do pilar misto. O comprimento ao longo do qual os conectores devem ser instalados deverá ser

igual ao comprimento de ancoragem, segundo as Normas de projetos de estruturas de concreto armado (NBR 6118 - 2003).

O EUROCODE 4 (2004) apresenta mais detalhes sobre o dimensionamento nestas regiões. Segundo esta Norma, não há necessidade de colocação de conectores de cisalhamento quando a ligação for feita por chapas de topo e a interface entre a chapa e o concreto estiver permanentemente comprimida, considerando-se os efeitos da retração e da fluência.

## 4.10 RECOMENDAÇÕES E RESTRIÇÕES DAS NORMAS APRESENTADAS

Os métodos de dimensionamento apresentados anteriormente possuem algumas recomendações adicionais, descritas nas tabelas abaixo:

*Tabela 4.10 - Recomendações de projetos quanto aos materiais empregados*

Quanto ao concreto utilizado	
AISC-LRFD (1994)	$20MPa \leq f_{ck} \leq 55MPa$
EUROCODE 4 (2004)	$f_{ck} \geq 20MPa$
BS 5400: Parte 5 (1979)	$f_{ck} \geq 25MPa$ - pilares revestidos
	$f_{ck} \geq 20MPa$ - pilares preenchidos
	$\gamma \geq 2.300Kg / m^3$ (densidade)
NBR 8800 (rev. 2006)	Concreto deve ter densidade normal
Quanto ao aço do perfil	
AISC-LRFD (1994)	$f_y \leq 380MPa; \epsilon_{lim} = 0,0018$
EUROCODE 4 (2004)	$f_y \leq 450MPa$

A limitação da tensão máxima de escoamento do perfil deve-se à deformação máxima do concreto à compressão que é aproximadamente 0,2%.

Tabela 4.11 - Recomendações de projetos quanto aos pilares mistos revestidos

Espaçamento dos estribos	
AISC-LRFD (1994)	$\leq 2/3$ da menor dimensão da seção composta
BS 5400: Parte 5 (1990)	$\leq 200mm$
Armadura necessária	
AISC-LRFD (1994)	Área mínima de $0,018cm^2 / cm$ de espaçamento da barra
EUROCODE 4 (2004)	Deverá ser no mínimo $0,3\%$ da área de concreto na seção transversal e, para áreas maiores que $0,4\%$ , só deve se considerar o dimensionamento até este limite
BS 5400: Parte 5 (1990)	Pelo menos 4 barras longitudinais
NBR 8800 (rev. 2006)	Deve estar entre $0,3$ e $4\%$ da seção de concreto
Quanto ao recobrimento de concreto necessário	
AISC-LRFD (1994)	Mínimo: $40mm$
EUROCODE 4 (2004)	Mínimo: $40mm$ ; Máximo: $1/6$ da largura da mesa para seções assimétricas Mínimo: $40mm$ ; Máximo: $0,4$ da mesa do perfil na direção da mesa Mínimo: $40mm$ ; Máximo: $0,23$ da altura do perfil na direção da altura
NBR 8800 (rev. 2006)	$40mm \leq c_y < 0,3d$ e $c_y \geq \frac{b_f}{6}$ $40mm \leq c_x < 0,4b_f$ e $c_x \geq \frac{b_f}{6}$ Sendo as grandezas definidas na figura 4.1
BS 5400: Parte 5 (1990)	Mínimo de $50mm$
Dimensões do perfil de aço	
AISC-LRFD (1994)	$A_s \geq 0,04A_t$ - para que possa ser considerada seção mista e não de concreto armado ( $A_s$ - área do perfil de aço; $A_t$ - área total da seção)
Esbeltez	
EUROCODE 4 (2004)	$\bar{\lambda} \leq 2,0$

NBR 8800 (rev. 2006)	
BS 5400: Parte 5 (1990)	$\frac{KL}{b} \leq 20$ sendo b a menor dimensão do pilar misto para pilares revestidos
	$\frac{KL}{b} \leq 55$ para pilares circulares preenchidos
	$\frac{KL}{b} \leq 65$ para pilares retangulares preenchidos
AISC-LFRD (1994)	$\lambda \leq \frac{KL}{r_m} \leq 200$ para perfis I totalmente envolvidos

A NBR 8800 (rev. 2006) exige também que pilares mistos total ou parcialmente revestidos devem possuir armaduras transversal e longitudinal que garantam a integridade do concreto. Em pilares mistos parcialmente revestidos, a armadura longitudinal deverá ser devidamente ancorada ao perfil de aço por meio de conectores ou furos na alma do perfil e seu espaçamento não deverá exceder 500mm.

Tabela 4.12 - Recomendações de projetos quanto aos pilares mistos preenchidos

Quanto à espessura da parede do tubo	
AISC-LRFD (1994) BS 5400: Parte 5 (1990)	$t \leq b\sqrt{f_y/3E}$ - tubos retangulares; b-largura da parede $t \leq D\sqrt{f_y/8E}$ - tubos circulares, D-diâmetro externo
EUROCODE 4 (2004)	$\frac{h}{t} \leq 52\sqrt{\frac{235}{f_y}}$ - tubos retangulares, h-largura da parede
	$\frac{D}{t} \leq 90\sqrt{\frac{235}{f_y}}$ - tubos circulares, D-diâmetro externo
	$\frac{b}{t_f} \leq 44\sqrt{\frac{235}{f_y}}$ - pilares parcialmente revestidos; b e $t_f$ - espessura e largura da mesa, respectivamente de um perfil I
Obs: $f_y$ em MPa	
Outras dimensões	
AISC-LRFD (1994)	$A_s \geq 0,04A_t$ - para que possa ser considerada seção mista

	e não de concreto armado ( $A_s$ - área do perfil de aço; $A_t$ - área total da seção)
Outras recomendações	
NBR 8800 (rev. 2006)	Podem ser fabricados sem armadura, exceto para atender a situação de incêndio conforme NBR 8800 (rev. 2006)

A NBR 8800 (rev. 2006) limita a relação entre as dimensões de seções retangulares que deve estar entre 0,2 e 5,0.

#### 4.11 EXEMPLO PRÁTICO – PILAR MISTO PARCIALMENTE REVESTIDO

Tomaremos como exemplo um dos pilares principais do edifício exemplo, localizado na intersecção dos eixos 3 e B (figura 4.12). Será analisado, como exemplo, o primeiro lance deste pilar, ou seja, o trecho entre a fundação e o primeiro pavimento.

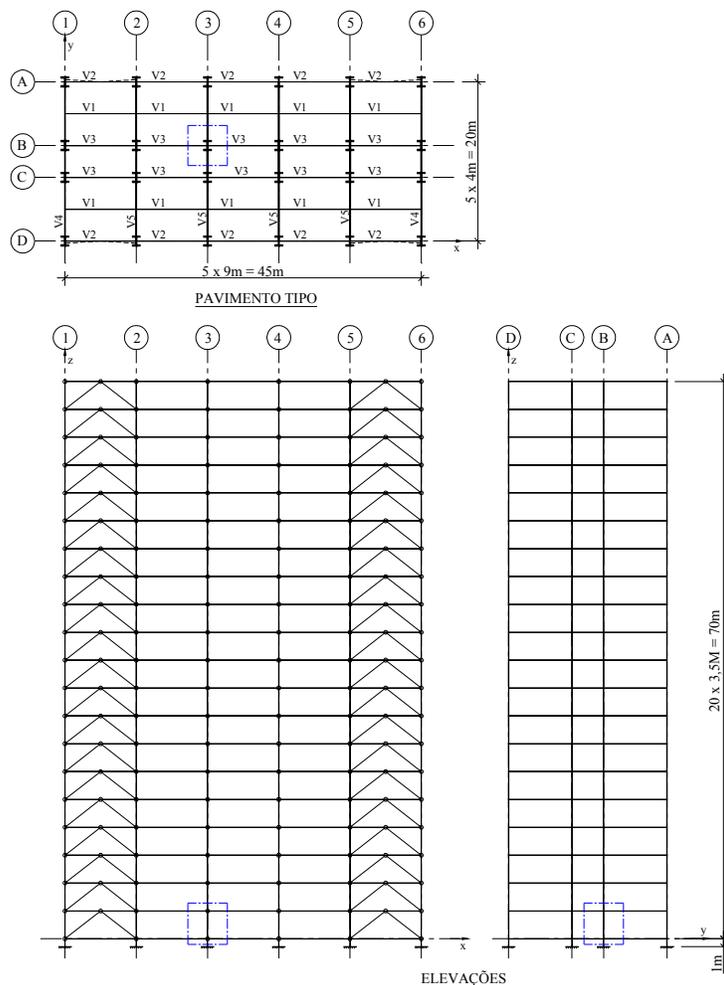


Figura 4.12 - Edifício exemplo - Pilar

A força axial atuante neste lance foi considerada da seguinte forma:

- a) Tomou-se uma área de influência de  $54\text{m}^2$ ;
- b) Força axial devido às ações permanentes, sobrecarga acidentada e ação do vento;
- c) Aplicou-se um coeficiente de redução da sobrecarga de:
  - 20% no quarto pavimento;
  - 40% no quinto pavimento;
  - 60% a partir do sexto pavimento;
- d) Tomou-se os valores dos momentos fletores obtidos pelo processamento em análise de primeira ordem do pórtico em questão;

e) Admitiu-se como situação mais desfavorável o carregamento vertical descrito acima e o vento atuando na direção y.

A combinação última tomada para o dimensionamento do lance do pilar em questão é:

$$F_d = \sum_{i=1}^m \gamma_{gi} F_{Gi,k} + \gamma_q \left[ F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n \psi_{0j} F_{Qj,k} \right], \text{ sendo que a ação variável principal}$$

considerada é a sobrecarga na laje e a segunda ação variável é a ação do vento na direção y.

Os esforços foram retirados do processamento realizado em programa computacional e estão descritos na figura 4.13.

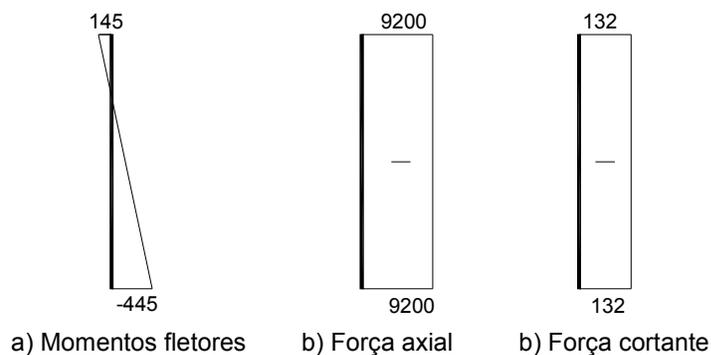


Figura 4.13 - Esforços solicitantes de cálculo – primeiro lance pilar do eixo 3B do edifício exemplo

A seção do pilar misto considerada é a seguinte (figura 4.14):

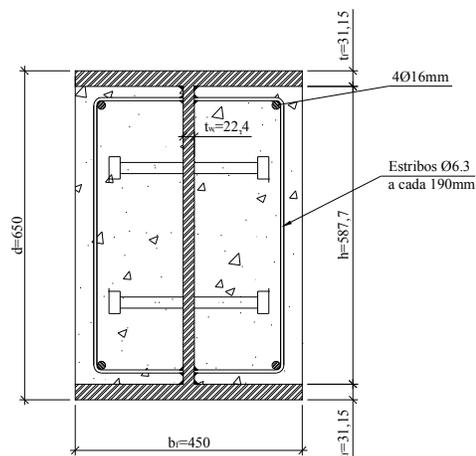


Figura 4.14 - Seção transversal do pilar 3B do edifício exemplo

O perfil de aço que compõe a seção mista é uma CVS 650x326, aço ASTM A-36. O concreto dos pilares mistos terá  $f_{ck} = 4KN / cm^2$

Dados do perfil de aço:

$$A = 415cm^2; I_x = 309117cm^4; I_y = 47896cm^4; Z_{ax} = 10609cm^3.$$

- Resistência da seção transversal à compressão axial

Para a determinação desta resistência serão consideradas a seção do perfil de aço e de concreto. A área da armadura do concreto não será considerada para esta resistência.

$$N_{pl,Rd} = Af_{yd} + \alpha_1 A_c f_{cd} = 415 \cdot 21,7 + 0,85 \cdot 2510 \cdot 2,85 = 15085KN$$

- Esbeltez Relativa e Rigidez

$$\lambda_{rel} = \sqrt{\frac{N_{pl,R}}{N_e}}$$

$$N_{pl,R} = Af_y + \alpha_1 A_c f_{ck} = 415 \cdot 25 + 0,85 \cdot 2510 \cdot 4 = 18909KN$$

$$N_e = \frac{\pi^2 (EI)_e}{(KL)^2}$$

$$E_{cr} = \frac{E_c}{1 + \varphi \left( \frac{N_{Sd,D}}{N_{Sd}} \right)} = \frac{3000}{1 + 2,5 \cdot (0,80)} = 1000KN/cm^2$$

$$(EI)_e = EI + 0,7 \frac{E_{cr}}{3} I_c = 21000 \cdot 309117 + 0,7 \cdot 1000 \cdot 723308 = 699777KNm^2$$

$$N_e = \frac{\pi^2 699777}{(4,50)^2} = 340717KN$$

$$\lambda_{rel} = \sqrt{\frac{18909}{340717}} = 0,24$$

Pela tabela 5b da NBR 8800 (rev. 2006), temos:

$$\chi = 0,986$$

$$\chi \cdot N_{pl,Rd} = 0,986 \cdot 15085 = 14874KN$$

- Resistência à flexo-compressão

Através do método de amplificação dos esforços solicitantes para efeitos de segunda ordem e considerando imperfeições iniciais para estrutura de pequena deslocabilidade foram encontrados os seguintes esforços solicitantes:

$$M_{sd} = 720KNm$$

$$N_{sd} = 8856KN$$

$$N_c = 0,85 \cdot 2510 \cdot \frac{4}{1,4} = 6095KN$$

Como  $N_{sd} > N_c$

Cálculo do momento de resistência plástico da seção ( $M_{Rd,pl}$ ):

$$h_n = \frac{A_c f_{cd}}{2b_c f_{cd} + 2t_w (2f_{yd} - f_{cd})} = 16,8cm$$

$$Z_a = 10609cm^4; Z_{an} = 632cm^3; Z_c = 36922cm^3; Z_{cn} = 12068cm^3;$$

$$M_{Rd,pl} = f_{yd}(Z_a - Z_{an}) + 0,5f_{cd}(Z_c - Z_{cn})$$

$$M_{Rd,pl} = \frac{25}{1,15}(10609 - 632) + 0,5 \cdot \frac{4}{1,4}(36922 - 12068) = 2524KNm$$

$$M_{max,pl,Rd} = f_{yd}(Z_a) + 0,5f_{cd}(Z_c)$$

$$M_{max,pl,Rd} = \frac{25}{1,15}(10609) + 0,5 \cdot \frac{4}{1,4}(36922) = 2834KNm$$

$$M_{d,x} = 0,8M_{max,pl,Rd} = 0,8 \cdot 2834 = 2267KNm$$

$$M_{c,x} = 0,9M_{Rd,pl,x} = 0,9 \cdot 2524 = 2271KNm$$

$$\mu_x = \left( \frac{M_{d,x} - M_{c,x}}{M_{d,x}} \right) + \left( \frac{M_{c,x}}{N_{pl,Rd} - N_c} \right) \left( \frac{N_{sd} - N_c}{M_{d,x}} \right)$$

$$\mu_x = (0) + \left( \frac{2271}{15085 - 6095} \right) \left( \frac{8856 - 6095}{2267} \right) = 0,31$$

$$\frac{M_{sd,x} + \mu_x \cdot M_{d,x}}{M_{d,x}} \leq 1,0$$

$$\frac{720 + 0,31 \cdot 2267}{2267} = 0,63 - \text{OK!}$$

Necessidade de conectores na região de ligação com as vigas:

$$\tau_{Sd} = \frac{N_{s,c}}{\mu_a L_v}$$

$$N_{s,c} = N_{sd} \left( 1 - \frac{A_a}{A_{tr}} \right) = 453 \left( 1 - \frac{415}{773} \right) = 210 \text{KN}$$

Serão colocados 8 conectores  $\phi 3/4"$  na região de apoio das vigas conforme figura

4.15.

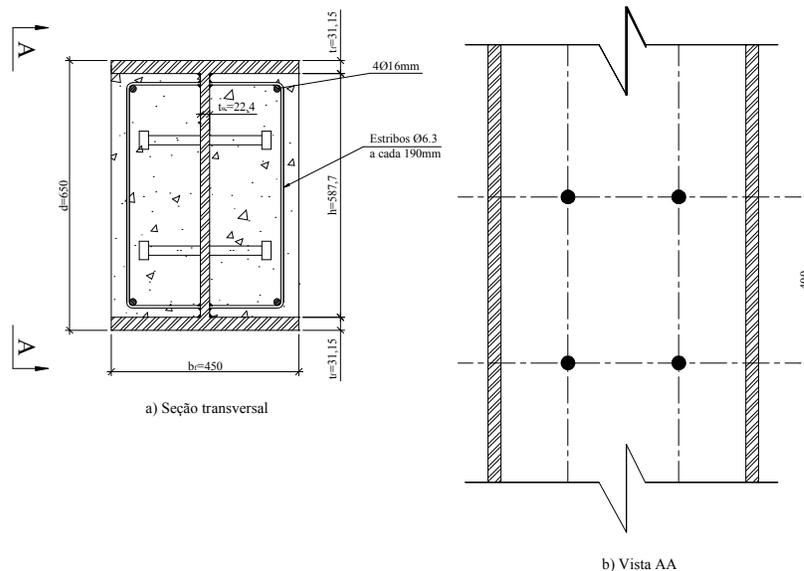


Figura 4.15 - Pilar misto – região de apoio das vigas



# CAPÍTULO 5: LAJES MISTAS

## DIMENSIONAMENTO

---

### 5.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

As lajes mistas formadas por fôrma de aço (“steel-deck”) incorporada ao concreto possuem três funções principais:

- Plataforma segura para os operários durante a construção;
- Fôrma para o concreto;
- Armadura positiva da laje.

As duas primeiras funções são úteis antes da cura do concreto, ou seja, a fôrma de aço deve ser verificada isoladamente com os carregamentos de pesos próprios do aço e do concreto, sobrecarga de operários e equipamentos e, eventualmente, sobrecarga de estocagem de materiais. No entanto, esta situação não será escopo deste trabalho, sendo que este dimensionamento pode ser encontrado em Normas e bibliografias de chapas ou telhas de aço.

O comportamento das lajes mistas difere de outras formas de construção mista, como lajes de concreto armado e vigas mistas aço-concreto. A diferença está na maneira como ocorre a transferência dos esforços entre os dois materiais:

- Em estruturas de concreto armado, a transferência se dá por aderência entre os dois materiais proveniente das nervuras na face das barras. Como isto está comprovado por testes, considera-se que ocorre interação total entre os dois materiais e, portanto, a capacidade das barras é tomada como sua tensão de escoamento.

- Em vigas mistas, a transferência de esforços é conferida por conectores de cisalhamento, sendo possível a consideração de interação total ou parcial entre os dois elementos.

O comportamento da laje mista está entre os dois. A fôrma, com suas mossas e reentrâncias, pode ser comparada à armadura, apesar de não ser beneficiada pelo envolvimento total no concreto; porém possui rigidez à flexão, podendo ser tratada como o perfil de aço da viga mista.

Por meio de ensaios e estudos teóricos, podemos dividir o comportamento das lajes mistas em dois tipos (figura 5.1):

- Modo 1:

Comportamento inicial linear, representando um material homogêneo interligado por aderência química, mecânica ou por atrito, sem deslizamento relativo significativo na interface. À medida que a tensão cresce, a rigidez diminui, devido à formação de fissuras na região de concreto tracionado. Em certo ponto, a aderência é quebrada e, portanto, somente a aderência mecânica formada pelas mossas e reentrâncias deverá transferir os esforços.

Com a ruptura da aderência ocorre um decréscimo da resistência e logo em seguida uma recuperação de resistência, não sendo possível, no entanto, atingir a resistência do primeiro trecho;

- Modo 2:

A fase inicial é similar ao modo 1. Porém, após um decréscimo de resistência, correspondente à ruptura da aderência entre o aço e o concreto, a resistência aumenta novamente para um nível superior ao do primeiro trecho. Isto mostra que a conexão mecânica é capaz de transferir toda a força de cisalhamento longitudinal até que ocorra a ruptura por flexão (interação total) ou cisalhamento longitudinal (interação parcial).

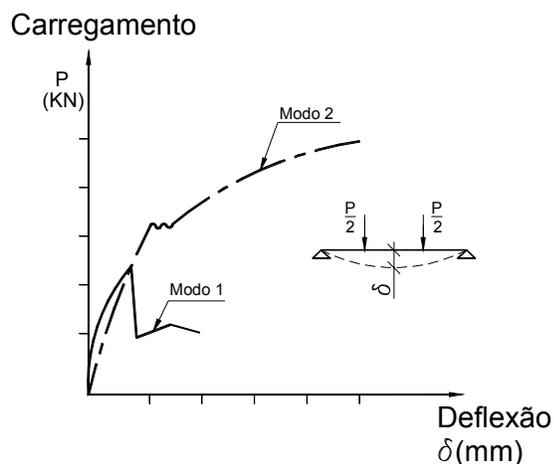


Figura 5.1 - Dois modos típicos de comportamento de lajes mistas

As lajes tipo “steel-deck” foram muito estudadas até a década de 1960 e a tabela 5.1 apresenta trabalhos recentes realizados sobre lajes mistas aço-concreto.

Tabela 5.1 - Alguns trabalhos recentes sobre lajes mistas aço-concreto

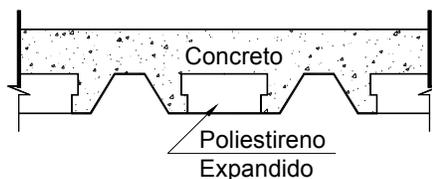
Pesquisador (es) ou ano	Observações sobre os trabalhos realizados
EASTERLING & YOUNG (1992)	Apresentaram um método analítico aproximado para dimensionamento de lajes tipo “steel-deck” baseado no cálculo convencional de lajes de concreto armado.
HAMERLINCK (1995)	Apresentou as considerações que devem ser feitas para o dimensionamento de lajes tipo “steel-deck” em situação de incêndio.
CRISINEL & MARIMON (2004)	Propuseram um método simplificado para o dimensionamento de lajes tipo “steel-deck” baseado em estudos experimentais.
ANDRADE et al. (2004)	Apresentaram um estudo para determinação da seção ótima de lajes tipo “steel-deck” além de propor uma nova seção com uso de poliestireno expandido como material de enchimento (figura 5.2)

A primeira utilização de lajes tipo “steel-deck” data do final da década de 30, como substituição das lajes de concreto armado. Atualmente este é um sistema amplamente utilizado na Europa, Japão e Estado Unidos e no Brasil este sistema vem ganhando espaço.

Além das vantagens já citadas, este tipo de laje pode contraventar o edifício lateralmente, resistindo aos esforços de vento e funcionando como um diagrama, da mesma maneira que lajes de concreto.

No Brasil, é muito comum a utilização de lajes pré-moldadas ou pré-lajes de concreto com elementos de preenchimento tipo lajota cerâmica ou poliestireno expandido, principalmente em construções de baixo custo. Pensando nisto, foi proposto em Andrade et. al. (2004) um novo tipo de laje mista.

A seção proposta está apresentada na figura 5.2 e a laje “steel-deck” irá trabalhar da seguinte maneira: a fôrma de aço suporta as tensões de tração e o concreto trabalha basicamente comprimido.



*Figura 5.2 - Seção típica da laje mista proposta por Andrade et. al. (2004)*

## 5.2 DIMENSIONAMENTO DE LAJES MISTAS

A análise de lajes tipo “steel-deck” deve considerar, no caso do estado limite último, as seguintes verificações (Figura 5.3):

- Seção I: resistência ao momento fletor positivo;
- Seção II: resistência ao momento fletor negativo;
- Seções III e IV: resistência à força cortante;

- Seção V: resistência ao cisalhamento longitudinal.

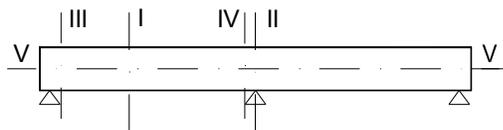


Figura 5.3 - Seções críticas das lajes mistas

A determinação dos momentos fletores atuantes na laje mista deve considerar a continuidade nos apoios. Quando isso ocorrer, a laje pode ser dimensionada de três maneiras:

- Considerando-se inércia constante ao longo da viga, determinando-se os momentos elásticos (Figura 5.4 - linha 1);
- Considerando-se uma rigidez inferior (concreto fissurado) nos apoios ou reduzindo-se arbitrariamente o momento fletor negativo nos apoios e, conseqüentemente, aumentando o momento fletor positivo (Figura 5.4 - linha 2);
- Tratando a laje mista contínua como uma série de lajes mistas biapoiadas, colocando-se apenas armaduras sobre os apoios intermediários para evitar a fissuração (Figura 5.4 - linha 3).

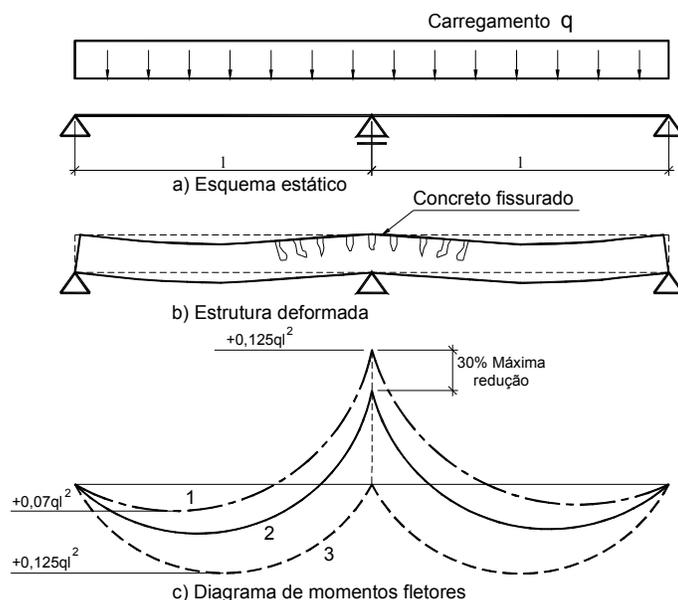


Figura 5.4 - Exemplo de análise de laje contínua

Geralmente, a força cortante é resistida apenas pela seção de concreto, desprezando-se a seção de aço. Já o cisalhamento longitudinal é de grande importância no dimensionamento de lajes mistas, uma vez que pode determinar o estado limite último do elemento. Todas estas verificações serão detalhadas nos itens seguintes.

Os estados limites de serviço das lajes mistas a serem verificados são os seguintes:

- Deslocamento vertical excessivo;
- Fissuração excessiva do concreto;
- Deslizamento excessivo na interface aço-concreto;
- Vibração do pavimento.

Pode-se utilizar uma rigidez efetiva  $(EI)_e$  igual à média das rigidezes das seções fissuradas e não – fissuradas. O EUROCODE 4 (2004) propõe que, mesmo para esforços de longa duração, esta média possa ser considerada. No entanto, é necessária a consideração do escorregamento na interface, o que pode influenciar bastante a deformação da laje.

Os três primeiros estados limites de utilização serão estudados à frente. Considerando que as atividades humanas regulares possuem frequências entre 1 e 4Hz e que a frequência natural de sistemas de lajes mistas está fora destes limites, pode-se dizer que este estado limite não será violado. Somente em casos de carregamentos especiais é que a vibração deverá ser considerada.

Os procedimentos de cálculo demonstrados a seguir foram baseados nas recomendações da NBR 8800 (rev. 2006) e nos casos de omissão desta norma, seguiram o EUROCODE 4 (2004).

### 5.3 RESISTÊNCIA AO MOMENTO FLETOR POSITIVO

Da mesma forma que para vigas mistas, a principal solicitação das lajes mistas é a flexão. A resistência ao momento fletor pode ser calculada pela análise plástica da seguinte forma:

Linha neutra plástica acima da fôrma de aço:

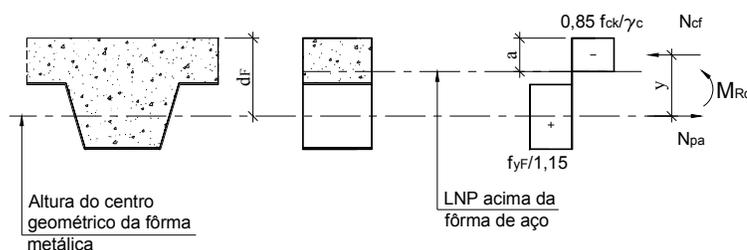


Figura 5.5 - Distribuição das tensões para momento positivo – Linha neutra plástica acima da fôrma de aço

$$M_{Rd,pl} = N_{pa} (d_F - 0,5a) \quad (111)$$

$$N_{pa} = A_{F,ef} \cdot \frac{f_{yF}}{\gamma_F} \quad (112)$$

Sendo:

$A_{F,ef}$  a área da seção efetiva da fôrma, desprezando-se a área das mossas, a menos que seja demonstrado por ensaios que possa ser utilizada;

$d_F$  a distância entre a face superior do concreto e o centro geométrico da fôrma de aço;

$$a = \frac{N_{pa}}{0,85 \cdot \frac{f_{ck} \cdot b}{\gamma_c}} \quad (113)$$

Esta hipótese acontece quando:

$$N_{pa} > 0,85 \cdot A_c \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_F} \quad (114)$$

Linha neutra plástica na fôrma de aço:

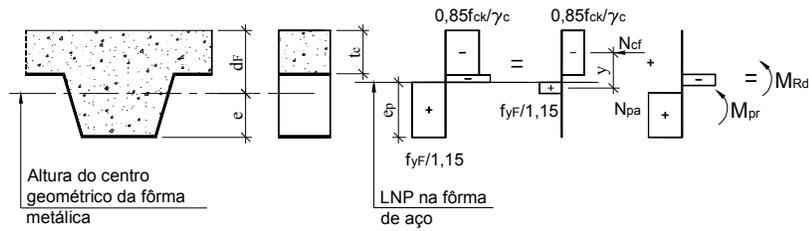


Figura 5.6 - Distribuição de tensão para momento positivo – Linha neutra plástica na fôrma de aço

$$M_{Rd,pl} = N_{cF} \cdot y + M_{pr} \quad (115)$$

Sendo:

$$N_{cF} = t_c \cdot b \cdot \left( 0,85 \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \right), \text{ a força de compressão na seção de concreto acima da fôrma}$$

de aço;

$$\text{Esta hipótese ocorre quando: } N_{pa} < 0,85 \cdot A_c \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_F}$$

$$y = h_t - 0,5t_c - e_p + (e_p - e) \cdot \frac{N_{cf}}{N_{pa}} \quad (116)$$

$$N_{pa} = A_p \cdot \frac{f_{yp}}{\gamma_{ap}} \quad (117)$$

$M_{pr}$  é o momento de plastificação da fôrma de aço, reduzido pela presença da força axial:

$$M_{pr} = 1,25 \cdot M_{pa} \left( 1 - \frac{N_{cF}}{N_{pa}} \right) \leq M_{pa} \quad (118)$$

Onde  $M_{pa}$  é o momento de plastificação total da fôrma de aço, considerando sua seção efetiva, dividido por 1,10.

Na maioria dos casos a linha neutra situa-se acima da fôrma de aço, em fôrmas mais profundas pode acontecer da linha neutra se localizar na fôrma de aço. Quando existir armadura positiva adicional está deverá ser considerada no cálculo.

## 5.4 RESISTÊNCIA AO MOMENTO FLETOR NEGATIVO

Sobre apoios intermediários de lajes contínuas, em regiões de momento negativo, a laje mista deve ser considerada como uma laje de concreto armado. Por simplicidade, a área da fôrma de aço comprimida é desprezada e a resistência é obtida pela seção de concreto comprimida e a armadura tracionada. Segundo o EUROCODE 4 (2004) a resistência ao momento fletor negativo pode ser obtida da seguinte forma:

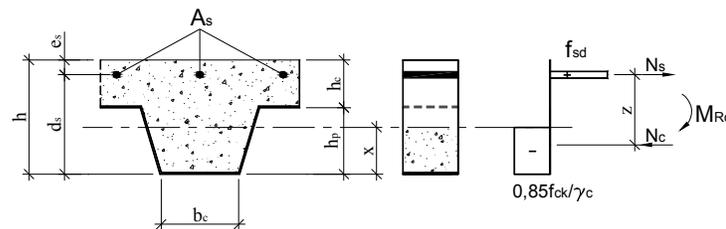


Figura 5.7 - Distribuição de tensões para momento negativo

Assim:

$$M_{Rd,pl} = A_s \cdot f_{sd} \cdot z \quad (119)$$

$$N_c = 0,85 f_{cd} \cdot b_c \cdot x = A_s \cdot f_{sd} \quad (120)$$

$$x = \frac{A_s \cdot f_{sd}}{0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_c} \quad (121)$$

$$z = d_s - \frac{x}{2} \quad (122)$$

Sendo  $b_c$  a largura de concreto comprimida no interior das nervuras.

## 5.5 FLAMBAGEM LOCAL DA FÔRMA DE AÇO

A presença do concreto ajuda a combater a flambagem local da fôrma de aço, porém não a impede, uma vez que não a envolve totalmente. Assim, há a necessidade de prevenir esta instabilidade, limitando a relação entre espessura e largura reta do elemento. Esta situação deverá ser verificada sempre que a linha neutra plástica estiver situada na fôrma de aço, ou seja, sempre que a sua resistência à compressão for levada em consideração.

Para que a instabilidade local da fôrma de aço não ocorra, a NBR 8800 (rev. 2006) propõe que a largura plana de todos os elementos da fôrma de aço não ultrapasse os seguintes valores:

$$b_F \leq \frac{26,49 \cdot \sqrt{\frac{E_a}{f_{yF}}}}{(13\alpha - 1)} \cdot t_F \quad \text{quando } \alpha \geq 0,5 \quad (123)$$

$$b_F \leq \frac{2,40 \cdot \sqrt{\frac{E_a}{f_{yF}}}}{\alpha} \cdot t_F \quad \text{quando } \alpha < 0,5 \quad (124)$$

Sendo:

$\alpha$  a relação entre a parte comprimida e a largura total do elemento.

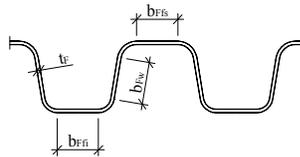


Figura 5.8 - Largura plana dos elementos da fôrma de aço

## 5.6 RESISTÊNCIA À FORÇA CORTANTE E À PUNÇÃO

Geralmente a resistência da laje mista à força cortante e à punção é calculada apenas considerando a seção de concreto. O EUROCODE 4 (2004) não propõe expressão para esta verificação, enquanto a NBR 8800 (rev. 2006) propõe a seguinte:

$$V_{Rd,v} = \frac{1000 \cdot b_o \cdot d_F \cdot \tau_{Rk} \cdot k_v (1,2 + 40\eta)}{\gamma_c \cdot b_n} \quad (125)$$

Sendo:

$V_{Rd,v}$  a resistência de cálculo à força cortante

$$\eta = \frac{A_F}{b_o \cdot d_F} \leq 0,02 \quad (126)$$

$$k_v = \left( 1,6 - \frac{d_F}{1000} \right) \geq 1 \quad (127)$$

$b_o$  a largura média das nervuras de fôrmas trapezoidais ou larguras mínimas das nervuras para fôrmas reentrantes, em milímetro;

$b_n$  é a largura entre duas nervuras consecutivas, em milímetros;

$A_F$  é a área da fôrma de aço calculada com largura igual a  $b_o$ , em milímetro quadrado;

$\tau_{Rk}$  é a tensão de cisalhamento resistente do concreto dado pela tabela 5.2;

$d_F$  é a distância da face superior da laje até o centro de gravidade da fôrma de aço em mm.

Tabela 5.2 - Tensão Resistente de cisalhamento do concreto ( $\tau_{Rk}$ ) segundo a NBR 8800 (rev. 2006)

$f_{ck}$ (KN/cm <sup>2</sup> )	$\tau_{Rk}$ (KN/cm <sup>2</sup> )
2,0	0,037
2,5	0,045
3,0	0,050
3,5	0,055
4,0	0,062

Como podemos observar nesta expressão, a contribuição da fôrma de aço é considerada podendo até duplicar a tensão resistente do concreto quando  $\eta = 0,02$  e  $k_v = 1,0$ . A expressão (125) é uma adaptação da Norma Brasileira de Projeto de Estruturas de Concreto (NBR 6118:2003).

Caso a força cortante ultrapasse os valores apresentados acima, temos a possibilidade de armar a laje tipo “steel-deck” ao cisalhamento. A verificação passa a ser feita como viga de concreto armado e, segundo a NBR 6118 (2003), a resistência dos estribos, permitindo-se interpolação linear, deve ser limitada a:

- 250MPa para lajes com espessura até 15cm;
- 435MPa para lajes com espessura maior que 35cm.

### 5.6.1 PUNÇÃO

A punção é crítica em casos de lajes pouco espessas submetidas a ações concentradas. A verificação é feita de maneira análoga à de lajes maciças de concreto. A partir da seção de aplicação da carga, com um ângulo de 45° é determinado um perímetro crítico.

A resistência à punção da laje mista, segundo a NBR 8800 (rev. 2006) pode ser calculada pela seguinte expressão:

$$V_{Rd,p} = \frac{\mu_{cr} \cdot t_c \cdot \tau_{Rk} \cdot k_v (1,2 + 40\eta)}{\gamma_c} \quad (128)$$

Sendo:

$\mu_{cr}$  o perímetro crítico conforme figura 5.9;

$t_c$  a altura de concreto acima da fôrma de aço;

$\eta$ ,  $k_v$  e  $\tau_{Rk}$  conforme apresentado anteriormente.

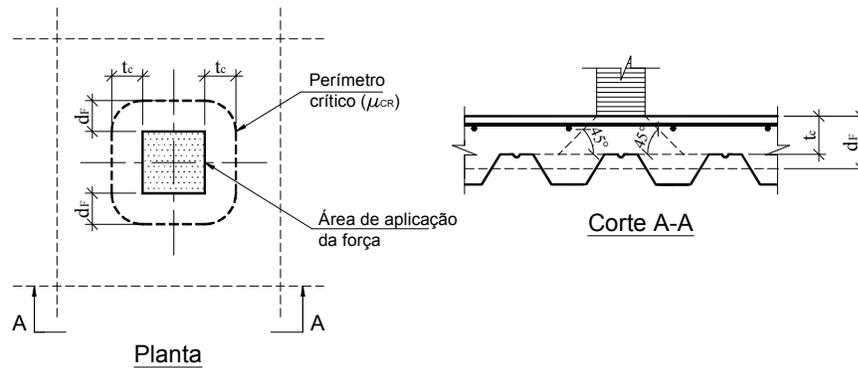


Figura 5.9 - Perímetro crítico para determinação da punção

A tensão atuante deve ser calculada como:

$$\tau_{sd} = \frac{N_{sd}}{\mu_{cr} \cdot d} \quad (129)$$

A expressão para o cálculo da resistência à punção é uma adaptação da expressão para a resistência à força cortante.

## 5.7 RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO LONGITUDINAL

A resistência longitudinal das lajes mistas pode, com freqüência, ser um estado limite último. Esta resistência depende de muitos fatores como atrito entre o aço e o concreto,

reentrâncias e mossas na fôrma de aço e presença de conectores, e a sua determinação só é possível por meio de testes.

O EUROCODE 4 (2004) apresenta o método semi-empírico (m-k) que também é adotado pela NBR 8800 (rev. 2006) para determinação da resistência ao cisalhamento longitudinal. Este método originou-se nos Estados Unidos e é baseado em, no mínimo, seis testes de lajes mistas biapoiadas, o que determina os valores dos coeficientes m e k. Assim, a partir destes testes é possível a determinação da resistência ao cisalhamento longitudinal.

$$V_{Rd,l} = \frac{b \cdot d_F \left[ \left( \frac{m A_{F,ef}}{b \cdot L_s} \right) + k \right]}{\gamma_{sl}} \quad (130)$$

Onde:

$m$  e  $k$  são constantes empíricas cujos procedimentos encontram-se no item 10.3.1 do EUROCODE 4 (2004) ou no catálogo do fabricante da fôrma de aço;

$b$  é a largura unitária da laje, tomada como 1000mm;

$L_s$  é o vão de cisalhamento, em milímetro;

$\gamma_{sl} = 1,25$ , coeficiente de ponderação da resistência da fôrma de aço, que pode ser determinado por Norma ou especificação estrangeira.

O vão de cisalhamento  $L_s$ , segundo a NBR 8800 (rev. 2006), deve ser tomado como:

- $L_F / 4$  para cargas uniformemente distribuídas, sendo  $L_F$  o vão teórico das lajes; para lajes contínuas este vão deve ser a distância entre os pontos com momento nulo (0,9L para vãos extremos e 0,8L para vãos internos);
- a distância entre a carga aplicada e o apoio mais próximo para duas cargas concentradas simétricas;

• a relação entre o máximo momento e a maior reação de apoio, para outras condições de carregamento, incluindo combinação de cargas distribuídas ou cargas concentradas assimétricas (podem ser efetuadas avaliações através de ensaios).

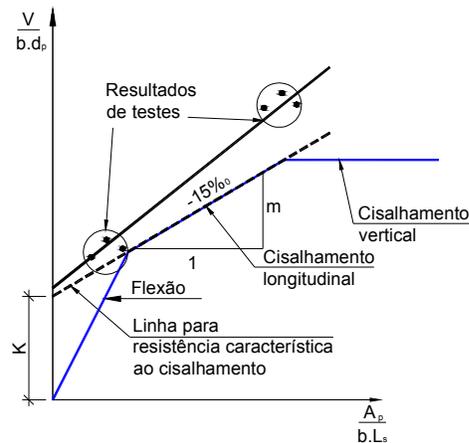


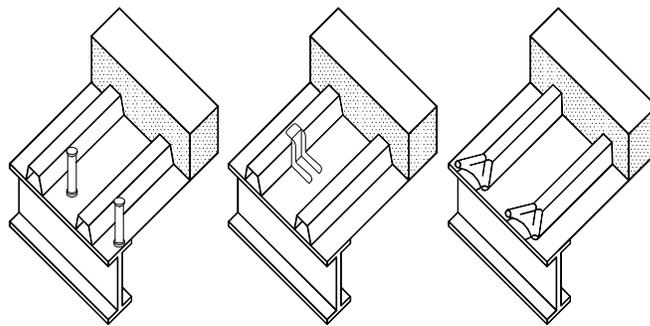
Figura 5.10 - Método empírico para avaliação do cisalhamento longitudinal

Este método consiste na realização de ensaios e determinação de esforços máximos resistidos pelas lajes. Então, os dados são colocados no gráfico com abscissas  $A_p/(bL_s)$  e ordenadas  $V/(bd_p)$  e, por um método numérico de regressão linear, são determinados os valores de  $m$  e  $k$ .

O comportamento das lajes tipo “steel-deck” está descrito linearmente pela linha azul sendo que três modos de colapso podem ocorrer:

- flexão;
- cisalhamento horizontal;
- cisalhamento vertical.

A resistência ao cisalhamento longitudinal pode ser aumentada pelo uso de conectores nos extremos do vão ou por deformação das nervuras (figura 5.11).



*Figura 5.11 - Resistência ao cisalhamento longitudinal por meio de conectores soldados através da fôrma de aço e deformação nos extremos do vão ou deformação das nervuras*

Este acréscimo de resistência deverá ser determinado por testes. O EUROCODE 4 (2004) propõe que a resistência ( $P_{pb,Rd}$ ) de um conector tipo pino com cabeça deverá ser menor que a determinada para conectores de vigas mistas (Capítulo 3) ou a resistência da fôrma de aço determinada pela seguinte expressão:

$$P_{pb,Rd} = K_{\varphi} \cdot d_{do} \cdot t \cdot f_{ypd} \quad (131)$$

$$K_{\varphi} = 1 + \frac{a}{d_{do}} \leq 6,0 \quad (132)$$

Onde:

$d_{do}$  é o diâmetro do cordão de solda devendo ser tomado 1,1 vezes o diâmetro do conector;

$a$  é a distância do centro do conector até o fim da fôrma, não devendo ser inferior a  $1,5d_{do}$ ;

$f_{ypd}$  a resistência de cálculo da fôrma de aço incorporada.

O método “ $m - k$ ” provou ser adequado para aplicação em lajes tipo “steel-deck” com pequenos vãos e comportamento frágil, o que foi largamente utilizado na América do Norte. Para os perfis dúcteis atuais o método mais apropriado é o da interação parcial descrito a seguir.

Os principais inconvenientes do método “ $m - k$ ” são:

- Não é baseado num modelo mecânico, sendo necessárias premissas conservadoras quando as situações reais diferem dos testes;
- Muitos testes adicionais são necessários para que se amplie a aplicação dos resultados, quando existe necessidade de modificação na configuração da laje mista;
- A avaliação dos testes é o mesmo para fôrmas com comportamento frágil ou dúctil.

## 5.8 INTERAÇÃO PARCIAL

Segundo o EUROCODE 4 (2004), o método da interação parcial é um método alternativo ao método “ $m - k$ ” e somente pode ser utilizado em lajes tipo “steel-deck” com comportamento dúctil.

Assim como para vigas mistas, é possível dimensionar lajes mistas sob condição de interação parcial. Desta forma, a resistência ao momento fletor é governada pela resistência da laje tipo “steel-deck” ao cisalhamento longitudinal. O momento fletor resistente ( $M_{Rd,pl}$ ) pode ser calculado conforme mostrado anteriormente, porém, substituindo-se  $N_{cF}$  por:

$$N_c = \tau_{u,Rd} \cdot b \cdot L_x \leq N_{cF} \quad \text{e} \quad (133)$$

$$z = h - 0,5x - e_p + (e_p - e) \frac{N_c}{A_{F,ef} \cdot f_{ypd}} \quad (134)$$

Sendo:

$A_{F,ef}$  a área efetiva da seção transversal da fôrma de aço incorporada;

$f_{ypd}$  a resistência de cálculo da fôrma de aço incorporada;

$\tau_{u,Rd}$  é a resistência ao cisalhamento longitudinal ( $\tau_{Rdk} / \gamma_{vs}$ ) obtida por meio de testes;

$L_x$  é a distância da seção considerada até o apoio mais próximo.

A determinação do grau de interação  $\left( \frac{N_c}{N_{cF}} \right)$  é uma função do comprimento de cisalhamento ( $L_s$ ) e da distribuição de tensão cisalhante ( $\tau$ ), diferentemente das vigas mistas cujo grau de interação é uma função do número de conectores.

Atualmente, testes e estudos vêm sendo desenvolvidos para simplificar a análise de lajes tipo “steel-deck” sob interação parcial.

## 5.9 CARGAS CONCENTRADAS NA LAJE MISTA

Em edifícios, é comum a presença de carregamentos lineares diretamente sobre a laje, como alvenarias, por exemplo. Portanto, nestas regiões é necessário um tratamento especial. Quando a carga linear está paralela à nervura da laje ou a carga é concentrada, pode-se considerá-las como distribuídas em uma largura:

$$b_m = b_p + 2(t_c + h_r), \text{ conforme figura 5.12.} \quad (135)$$

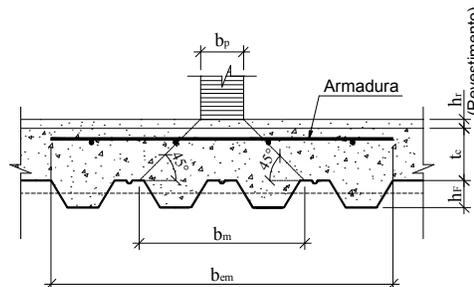


Figura 5.12 - Distribuição das cargas concentradas ou lineares

Para cargas perpendiculares às nervuras, a mesma expressão pode ser utilizada tomando-se  $b_p$  como o comprimento da carga linear.

Para o cálculo da resistência, deve ser determinada uma largura efetiva ( $b_{em}$ ) que irá suportar toda a carga:

- a) Para momento fletor e cisalhamento longitudinal:

- Vigas biapoiadas e vãos extremos de lajes contínuas:

$$b_{em} = b_m + 2L_p \left( 1 - \frac{L_p}{L_F} \right) \quad (136)$$

- Tramos internos de lajes contínuas:

$$b_{em} = b_m + 1,33 \cdot L_p \left( 1 - \frac{L_p}{L_F} \right) \quad (137)$$

- b) Para cisalhamento vertical:

$$b_{ev} = b_m + L_p \left( 1 - \frac{L_p}{L_F} \right) \quad (138)$$

Onde:

$L_p$  é a distância do centro da carga até o apoio mais próximo;

$L_F$  é o vão teórico da laje na direção das nervuras;

$b_{em}$  e  $b_v \leq 2700 \left( \frac{t_c}{h_F + t_c} \right)$  em milímetros exceto para carregamentos

perpendiculares às nervuras e para qualquer situação em que a armadura de distribuição for maior ou igual a 0,2% da área de concreto acima da fôrma de aço. Além, logicamente, de ser inferior à largura da laje.

Para que se possa considerar a distribuição das cargas conforme descrito acima, deve ser prevista uma armadura de distribuição que resista ao seguinte momento, segundo a NBR 8800 (rev. 2006):

$$M_{Rd,d} = \frac{F(b_{em} \text{ ou } b_{ev})}{15w} \quad (139)$$

Onde:

$F$  é a carga concentrada aplicada

$$w = \frac{L_F}{2} + b_1 \leq L_F \quad (140)$$

$b_1$  é a largura da carga concentrada na direção paralela ao vão da laje.

Para carga linear paralela ao vão pode ser adotada a carga  $F$  no comprimento  $b_1$  ou  $L_F$ , o menor entre os dois.

O EUROCODE 4 (2004) propõe que, caso as cargas não ultrapassem  $7,5KN$  (concentrada) e  $5,0KN/m^2$  (distribuída), deve ser prevista uma armadura de distribuição nominal igual a 0,2% da área de concreto acima das nervuras.

Na ausência de armadura de distribuição, deve-se considerar a largura  $b_m$  como efetiva no caso de carga linear perpendicular ao vão e adotar armadura de 0,1% da área de concreto acima da nervura.

## 5.10 ESTADOS LIMITES DE SERVIÇO

### 5.10.1 FISSURAÇÃO DO CONCRETO

Sempre que a laje estiver exposta a ambiente agressivo, haja alguma restrição relativa à impermeabilização ou à aparência que justifique a verificação da fissuração excessiva do concreto, esta verificação deverá ser feita conforme as Normas de estruturas de concreto e apresentado no capítulo 3. A face inferior da laje está protegida pela fôrma de aço e, portanto, somente ocorrerá fissuração na parte superior. A fissuração irá ocorrer nos apoios intermediários e será maior caso a laje seja dimensionada como bi-apoiada ao invés de contínua, e também no caso de ter sido escorada durante a etapa de construção.

Para evitar a fissuração devido aos efeitos de retração e temperatura, em lajes calculadas como bi-apoiadas, deve-se colocar uma armadura nominal, preferencialmente a 20mm do topo do concreto:

- Segundo a NBR 8800 (rev. 2006),  $A_{smin} = 0,10\%A_c$  ;
- Segundo o EUROCODE 4 (2004): para lajes escoradas durante a concretagem  $A_{smin} = 0,4\%A_c$  ; para lajes não-escoradas  $A_{smin} = 0,20\%A_c$  .

Sendo  $A_c$  a área de concreto acima da fôrma de aço.

Esta armadura nominal não garante que a abertura das fissuras não exceda os valores prescritos nas normas. Caso o ambiente seja agressivo, a verificação deverá ser feita conforme lajes e vigas de concreto armado.

### 5.10.2 DESLOCAMENTO VERTICAL

A verificação ao deslocamento vertical excessivo deverá ser feita para a fôrma de aço isolada, no caso de construção não-escorada e para a laje tipo “steel-deck” nas condições de utilização aplicáveis.

O EUROCODE 4 (2004) prevê que não é necessária a verificação ao deslocamento vertical quando:

a) Relação vão/espessura da laje não exceder os seguintes valores:

- Lajes biapoiadas: 25;
- Lajes contínuas: 32 para vãos externos e 35 para vãos internos;
- Lajes em balanço: 10;

b) A carga de deslizamento inicial exceder 1,2 vezes a carga de serviço.

O cálculo da flecha em lajes mistas deve ser feito com base nas propriedades elásticas da seção podendo-se, segundo o EUROCODE 4 (2004), utilizar as seguintes aproximações:

- Rigidez média entre os valores da seção fissurada e não-fissurada;
- Módulo de elasticidade médio do concreto para carga de longa e curta duração.

A NBR 8800 (rev. 2006) determina que o deslocamento vertical deva ser inferior a  $L_F / 350$ , considerando-se apenas a sobrecarga onde  $L_F$  é o vão teórico da laje na direção das nervuras.

### 5.10.3 DESLIZAMENTO HORIZONTAL

O deslizamento relativo entre o aço e o concreto na extremidade da laje mista só é possível de determinação por meio de ensaios. Segundo o EUROCODE 4 (2004), as cargas de serviço não devem provocar deslizamento horizontal que ultrapasse o deslizamento inicial (deslizamento na extremidade = 0,5mm determinado por testes) dividido por 1,2. Caso este estado limite seja atingido, devem ser colocadas ancoragens nas extremidades.

## 5.11 ABERTURAS EM LAJES MISTAS

É usual, especialmente em edifícios industriais, a necessidade de aberturas na laje. Queiroz (2001) classifica em aberturas pequenas aquelas cuja maior dimensão não ultrapassa 200mm e, para que não haja necessidade de reforço é exigido que:

- A distância entre eixos de duas aberturas ultrapasse duas vezes sua maior dimensão;
- No caso da abertura estar localizada na região da largura efetiva de uma viga, a distância mínima entre aberturas deverá ser maior que cinco vezes sua dimensão.

Devem ser tratadas como aberturas aquelas que não ultrapassam 600mm. Acima disto, deve-se providenciar vigamento secundário em torno da abertura.

A armadura de reforço pode ser de maneira simplificada dada por:

$$A_{sl} = A_F \left( \frac{b}{1000} \right) \cdot \left( \frac{f_{yF}}{f_{ys}} \right) \quad (141)$$

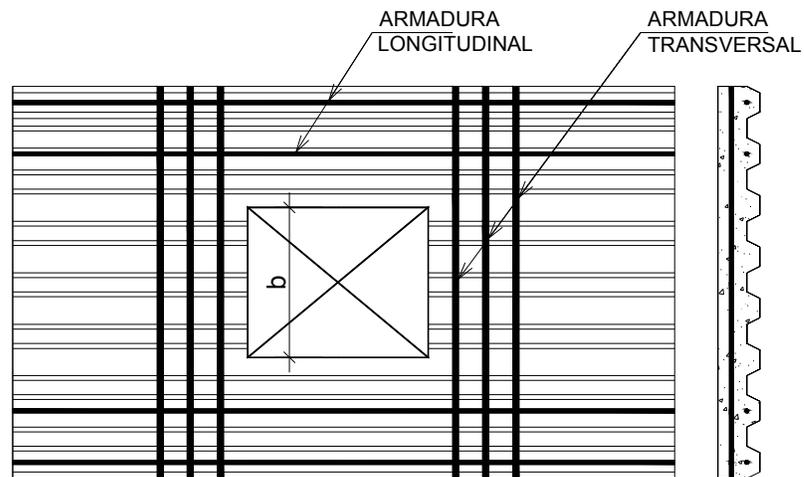
Sendo:

$A_F$  : área transversal da fôrma de aço correspondente a uma largura de  $1000mm$  ;

$b$  : a largura da abertura na direção transversal às nervuras (em mm);

$f_{yF}$  e  $f_{ys}$  as tensões de escoamento da fôrma e da armadura, respectivamente.

Assim, ocorre uma substituição da área de fôrma de aço recortada por armadura devidamente ancorada (figura 5.13).



*Figura 5.13 - Armaduras adicionais na laje*

A armadura transversal deve ser:

- 20% da armadura longitudinal;
- Ao menos três barras de diâmetro  $6,3mm$  , espaçadas de  $150mm$  ;

A armadura longitudinal deve ser levada até os apoios e ancorada neste ponto, sendo colocada dentro das nervuras.

A armadura transversal deve ser colocada a  $20mm$  acima da fôrma de aço e deve se estender em duas nervuras, mais o comprimento de ancoragem. Em ambos os casos não é recomendado utilizar barras de diâmetro maior que  $10mm$  .

## 5.12 DISPOSIÇÕES CONSTRUTIVAS

As Normas Brasileiras e Européias propõem algumas disposições construtivas que devem ser seguidas para um bom projeto de lajes tipo “steel-deck”. Estas considerações são baseadas em experiências de projetos, estudos ou ensaios.

*Tabela 5.3 - Disposições construtivas para lajes mistas segundo a NBR 8800 (rev. 2006)*

Espessura mínima de concreto sobre a fôrma de aço	50mm
Dimensão máxima do agregado graúdo	0,40 $t_c$ $b_o / 3$ 30mm
Armadura adicional para momento positivo e para momento negativo	Deverão obedecer às prescrições da NBR 6118 (2003)
Comprimento mínimo do apoio	Evitar o enrugamento da alma da fôrma ou esmagamento do apoio, não devendo ser inferior a 75m para apoio em elemento de aço ou concreto e 100mm para apoio em outro material. Estes valores podem ser reduzidos para 50 e 70mm, respectivamente, para as extremidades da fôrma.

Sendo:

$t_c$  a espessura do concreto acima da fôrma de aço;

$b_o$  a largura média das nervuras trapezoidais ou a largura mínima das fôrmas reentrantes.

Tabela 5.4 - Disposições construtivas segundo o EUROCODE 4 (2004)

Altura mínima total da laje	80mm 90mm (quando agindo em conjunto com uma viga ou como diafragma)
Espessura mínima de concreto acima da fôrma de aço	40mm 50mm (quando agindo em conjunto com uma viga ou como diafragma)
Dimensão máxima do agregado graúdo	$0,40t_c$ $b_o / 3$ 30mm
Armaduras mínimas transversal e longitudinal na altura $h_c$ de concreto	$80mm^2 / m$ em cada direção
Espaçamento máximo das armaduras	$2h$ ou 350mm
Agregado graúdo	Idem NBR 8800 (rev. 2006)
Comprimento de apoio	- para lajes apoiadas em concreto ou aço: $l_{bc} = 75mm$ - para lajes apoiadas em outro material: $l_{bc} = 100mm$ e $l_{bs} = 70mm$

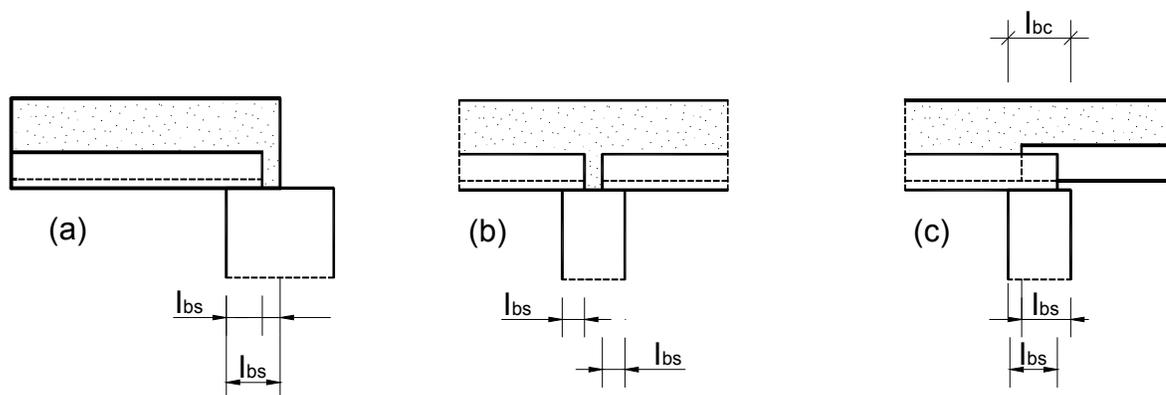


Figura 5.14 - Comprimento mínimo de apoio



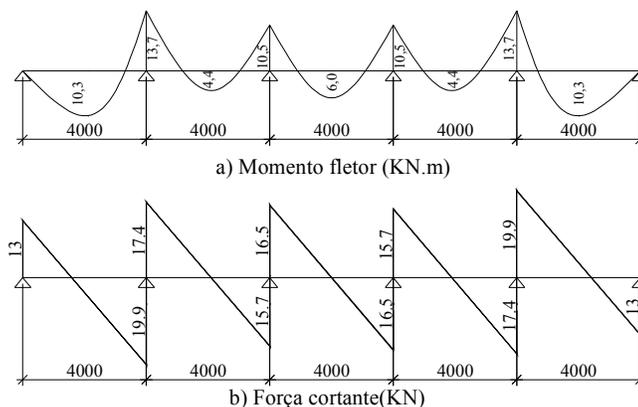


Figura 5.17 - Diagramas de esforços solicitantes de cálculo na laje do edifício exemplo

Como existe apenas um carregamento considerado acidental (sobrecarga) a combinação última será a soma dos esforços provenientes dos carregamentos permanentes e acidental multiplicados pelos fatores  $\gamma_g = \gamma_q = 1,4$ .

A seção da laje mista considerada está descrita na figura 5.18. O perfil da fôrma de aço é “Steel Deck” MF-75 com espessura de  $1,25\text{mm}$ , aço ZAR-280 ( $f_y = 28\text{KN} / \text{cm}^2$ ), concreto  $f_{ck} = 3\text{KN} / \text{cm}^2$ .

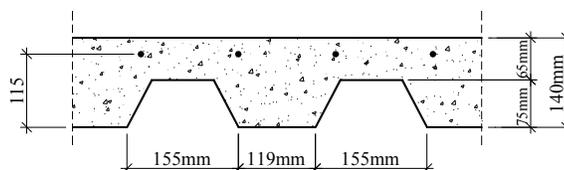


Figura 5.18 - Seção da laje mista do edifício exemplo

A análise à flexão será feita com uma redução de 30% nos momentos negativos sobre os apoios e consequentemente aumento dos momentos positivos.

O momento fletor mínimo de cálculo a ser considerado será:

$$M_{Sdmin} = 0,70 \cdot 1370 = 960\text{KNcm} / m$$

O momento fletor máximo de cálculo a ser considerado será:

$$M_{Sdmax} = 1030 + 0,30 \cdot 1370 = 1441\text{KNcm} / m$$

O esforço cortante máximo a ser considerado será:

$$V_{Sd} = 19,9KN / m$$

O esforço cisalhante longitudinal máximo deve ser tomado como:

$$V_{Sd,l} = 19,9KN / m$$

A verificação ao momento fletor positivo tem por base o formulário apresentado no item 5.3.

- Posição da linha neutra plástica:

$$N_{pa} = A_{F,ef} \cdot \frac{f_{yF}}{\gamma_F}$$

$$A_{F,ef} = 17,71cm^2 \text{ dado pelo fabricante;}$$

$$N_{pa} = 17,71 \frac{28}{1,15} = 431,2KN$$

$$N_c = 0,85 \cdot 650 \cdot \frac{3}{1,4} = 1183,9KN$$

Como  $N_c > N_{pa}$  a LNP encontra-se acima da fôrma de aço.

Portanto:

$$M_{Rd,pl} = N_{pa} (d_F - 0,5a)$$

$$d_F = 102,7mm \text{ dado pelo fabricante;}$$

$$a = \frac{N_{pa}}{0,85 \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \cdot b} = \frac{431,2}{0,85 \cdot \frac{3}{1,4} \cdot 100} = 2,37cm$$

Sendo assim:

$$M_{Rd,pl} = 431,2 \cdot (10,3 - 0,5 \cdot 2,37) = 3930KNcm / m$$

$$M_{Sd} = 1441KNcm / m$$

Como  $M_{Sd} < M_{Rd,pl}$  a verificação está atendida.

A verificação da resistência ao momento fletor negativo está baseada no item 5.4

$$M_{Rd,pl} = A_s \cdot f_{sd} \cdot x$$

$$N_c = 0,85 f_{cd} b_c x$$

$$b_c = 119 \text{ mm}$$

$$x = \frac{A_s f_{sd}}{0,85 f_{cd} b_c}$$

Será considerada armadura de  $\phi 8$  a cada 125mm, sendo  $A_s = 4 \text{ cm}^2 / \text{ m}$ .

$$x = \frac{4 \cdot 43,5 \cdot 0,274}{0,85 \cdot \frac{3}{1,4} \cdot 11,9} = 2,2 \text{ cm}$$

$$z = d_s - \frac{x}{2} = 11,5 - \frac{2,2}{2} = 10,4 \text{ cm}$$

$$N_c = \frac{0,85 \cdot \frac{3}{1,4} \cdot 11,9 \cdot 2,2}{0,274} = 174 \text{ KN / m}$$

$$M_{Rd,pl} = 4 \cdot 43,5 \cdot 10,4 = 1810 \text{ KNcm / m}$$

$$M_{sd} = 960 \text{ KNcm / m}$$

Como  $M_{sd} < M_{Rd,pl}$  a verificação está atendida.

A verificação à força cortante se baseia no formulário do item 5.6.

$$V_{Rd,V} = \left[ \frac{1000 b_o d_F \tau_{Rd} k_v (1,2 + 40\eta)}{\gamma_c \cdot b_n} \right]$$

$$\tau_{Rd} = 0,036 \text{ KN / cm}^2 \text{ (Tabela 5.2)}$$

Dados do fabricante:

$$b_o = 137 \text{ mm}$$

$$b_n = 274 \text{ mm}$$

$$d_F = 10,3 \text{ cm}$$

$$A_F = 17,71 \cdot \frac{137}{1000} = 2,43 \text{ cm}^2$$

$$\eta = \frac{A_F}{b_o d_p} = \frac{2,43}{13,7 \cdot 10,3} = 0,017 < 0,02$$

$$k_v = \left( 1,6 - \frac{d_p}{1000} \right) = 1,6 - \frac{10,3}{1000} = 1,59 > 1,0$$

$$V_{Rd,V} = \frac{1000 \cdot 13,7 \cdot 10,3 \cdot 0,036 \cdot 1,59 (1,2 + 40 \cdot 0,017)}{274 \cdot 1,4}$$

$$V_{Rd,V} = 39,6 \text{ KN / m}$$

$$V_{Sd} = 19,9 \text{ KN / m}$$

Como  $V_{Sd} < V_{Rd,V}$  a verificação está atendida.

A verificação ao cisalhamento longitudinal está baseada no método semi-empírico (m-

k) descrito em 5.7.

$$V_{Rd,l} = \frac{b \cdot d_F \left[ \frac{m}{b} \cdot \frac{A_p}{L_s} + k \right]}{\gamma_{sl}}$$

Dados do fabricante:

$$m = 152,14$$

$$k = 0,001697$$

$$L_s = \frac{L_f}{4} = 0,9 \cdot \frac{4}{4} = 0,90 \text{ m}$$

$$V_{Rd,l} = \frac{103,7 \left( \frac{152,14 \cdot 1771}{1000 \cdot 900} + 0,001697 \right)}{1,25} = 25 \text{ KN / m}$$

$$V_{Sd} = 19,9 \text{ KN / m}$$

Como  $V_{Sd,l} < V_{Rd,l}$  a verificação está atendida.

# CAPÍTULO 6: CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES

---

## 6.1 ELEMENTOS MISTOS COMPONENTES DO EDIFÍCIO EXEMPLO

Nesta fase do trabalho serão apresentados os elementos constituintes do edifício exemplo dimensionados nos capítulos anteriores. O esquema estrutural do edifício está novamente descrito na figura 6.1. Os pavimentos são compostos de lajes mistas apoiadas na direção do eixo  $y$ , compondo vigas mistas com perfis tipo “I” interconectados às lajes por meio de conectores tipo pino com cabeça. O sistema resistente às ações horizontais é composto de contraventamentos entre os eixos 1 e 2 e entre os 5 e 6, nos eixos A e D e pórticos, com ligações rígidas entre pilares e vigas, na direção  $y$  em todos os eixos, de 1 a 6.

O dimensionamento dos elementos seguiu as recomendações da NBR 8800 (rev. 2006) e os resultados estão baseados nos procedimentos desta Norma.

Para obtenção dos esforços provenientes da ação do vento e continuidade das vigas, foi utilizado o programa de análise estrutural SAP 2000.

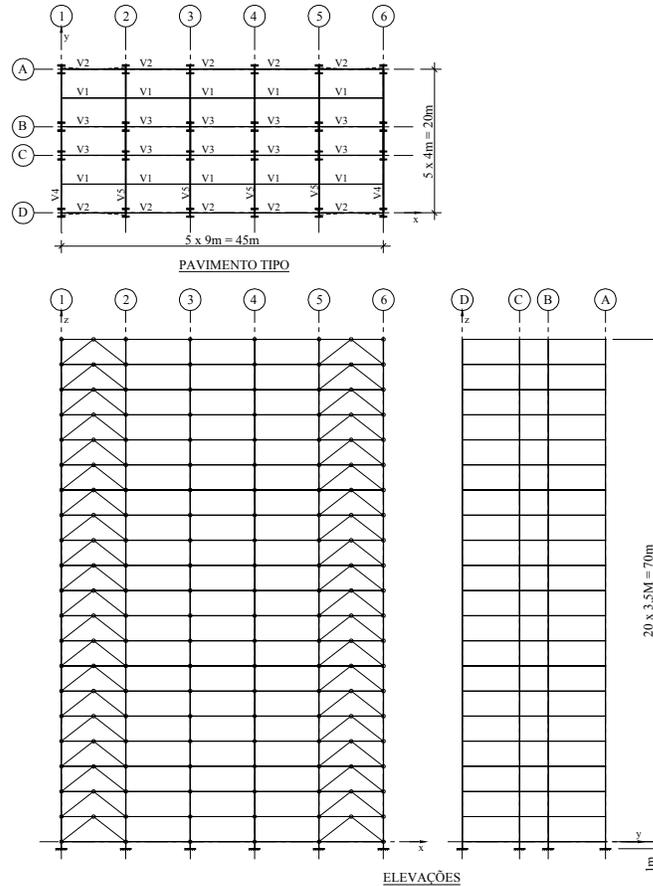


Figura 6.1 - Edifício Exemplo

O pavimento tipo do edifício exemplo é composto basicamente dos seguintes elementos:

a) Laje mista conforme figura 6.2:

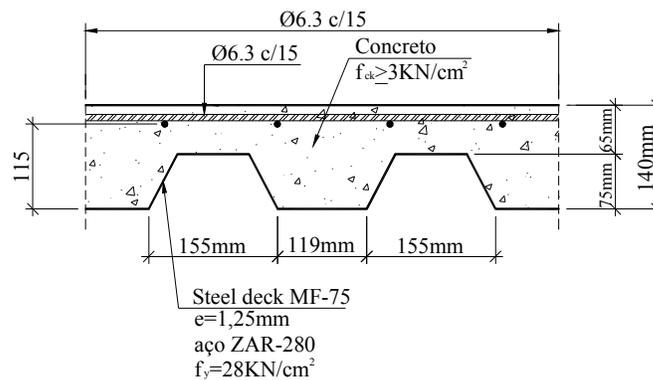


Figura 6.2 - Seção transversal da laje mista do pavimento do edifício exemplo

A viga V3, biapoiada, dimensionada no capítulo 3 do presente trabalho está descrita na figura 6.3:

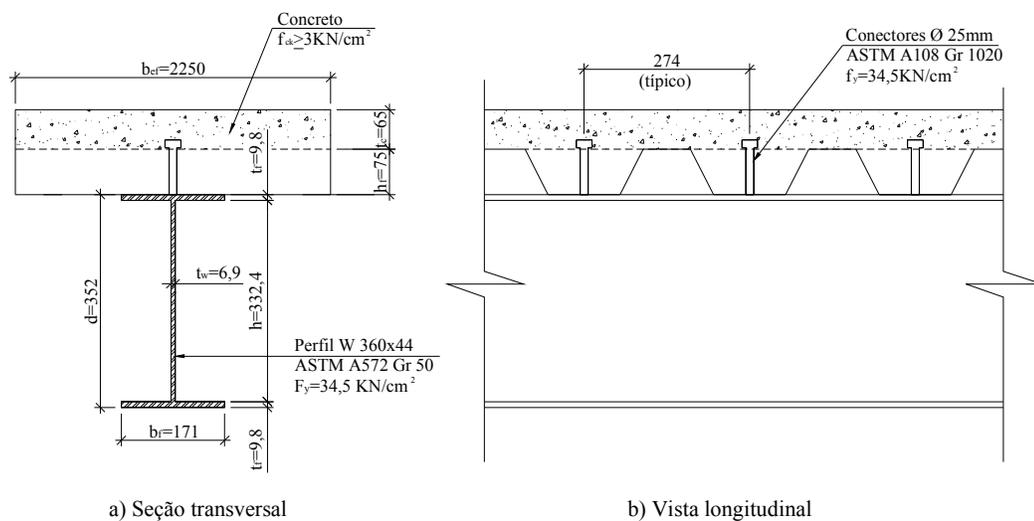


Figura 6.3 - Viga V3 do edifício exemplo

A viga V5, contínua, dimensionada também no capítulo 3, está descrita na figura 6.4:

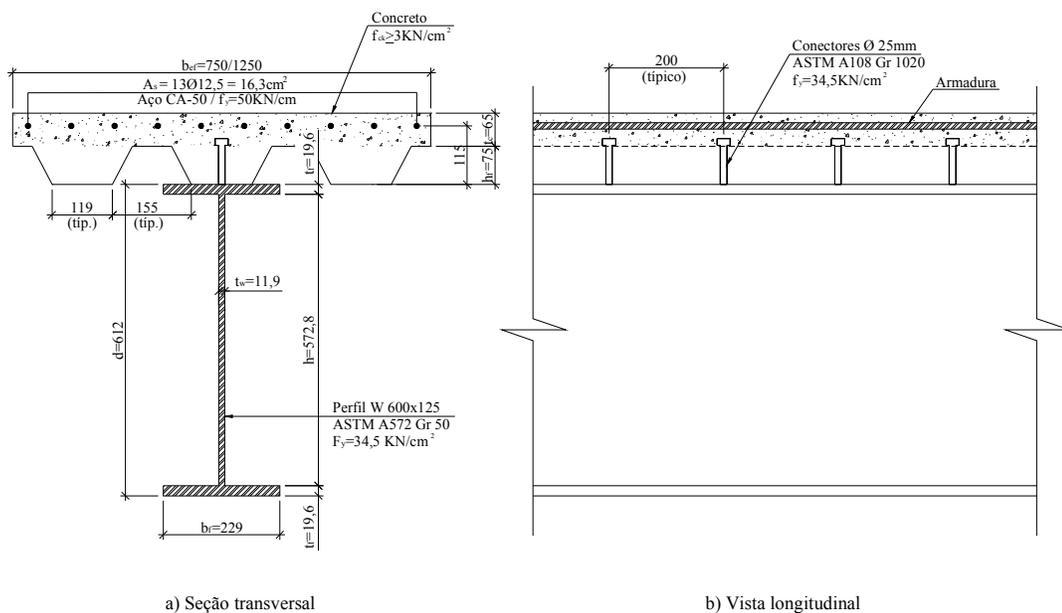


Figura 6.4 - Viga V5 do edifício exemplo

A seção do primeiro lance de um dos pilares principais do edifício, o pilar entre no encontro dos eixos 3 e B está descrita na figura 6.5:

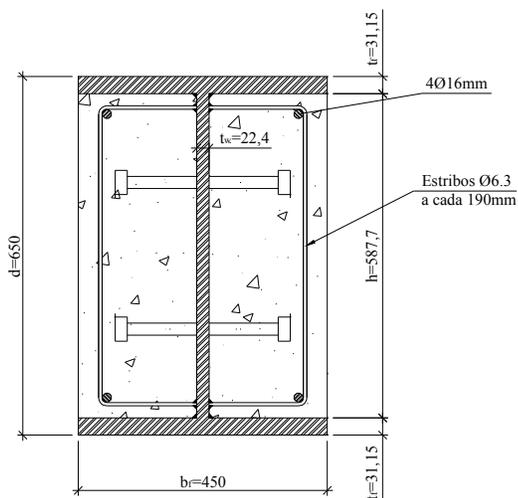


Figura 6.5 - Seção transversal do pilar eixo 3B do edifício exemplo

## 6.2 CONCLUSÕES SOBRE OS RESULTADOS OBTIDOS NO EDIFÍCIO EXEMPLO

As quantidades estimadas para a estrutura do edifício exemplo estão descritas na tabela 6.1.

Tabela 6.1 - Quantidades estimadas da estrutura do edifício exemplo

ELEMENTOS		Aço (t)	Concreto (m <sup>3</sup> )	Armadura (t)
Vigas mistas	Biapoiadas	220	—	—
	Contínuas	280	—	—
Lajes mistas		300	1900	60
Pilares mistos		380	230	15
Contraventamentos		70	—	—
TOTAL		1250	2130	75

A somatória do consumo de aço para vigas e pilares resultou nos dados apresentados a seguir:

ELEMENTOS	Aço (t)	Concreto (m <sup>3</sup> )	Armadura (t)
VIGAS + PILARES	880	230	15

Serão feitas três comparações separadamente: vigas biapoiadas, vigas contínuas (parte do pórtico) e pilares mistos. A comparação entre lajes tipo “steel-deck” e qualquer outro tipo de laje ultrapassaria uma análise apenas de consumo de material, uma vez que a laje mista possui vantagens como utilização como fôrma, plataforma de trabalho, acabamento inferior da laje, possibilidade de diminuição ou ausência de escoramento, além da sua função de armadura positiva. Por estes motivos, não será feita comparação entre tipos de lajes neste trabalho.

A tabela 6.2 apresenta uma simulação de consumo de aço para uma estrutura de aço com aproximadamente as mesmas características do edifício exemplo.

*Tabela 6.2 - Estimativa de consumo de aço para uma estrutura similar à estrutura do edifício exemplo composta por elementos de aço isolados*

ELEMENTOS DE AÇO		Aço (t)
Vigas	Biapoiadas	400
	Contínuas	350
Pilares *		470
TOTAL (VIGAS + PILARES)		820

\* Sáles (1995): edifício com as mesmas características do edifício exemplo; modelo estrutural com treliças, consumo de aço das diagonais = 100t.

Foi feita uma comparação com o edifício exemplo retirado de Sáles (1995) apenas para os pilares mistos, pois as vigas já haviam sido tratadas como mistas por Sáles (1995). As quantidades de aço para as vigas foi estimadas por cálculos durante o presente estudo.

Com os dados das tabelas 6.1 e 6.2 é possível fazer uma breve comparação entre o consumo de aço para elementos mistos e elementos de aço isolados, o que está demonstrado na tabela 6.3.

*Tabela 6.3 - Comparação entre consumo de aço para elementos mistos e elementos de aço isolados*

Elementos		Consumo de aço (t)		Porcentagem de economia de aço
		Mistos	Isolados	
Vigas	Biapoiadas	220	400	45%
	Contínuas	280	350	20%
Pilares		380	470	19%
Total (vigas + pilares)		880	1220	28%

A composição das vigas mistas, na maioria dos edifícios, necessita apenas do acréscimo dos conectores e armaduras para as regiões de momento negativo, sendo que a laje, mista ou não, já é um elemento presente. Como era esperado, para as vigas mistas biapoiadas a redução do consumo foi maior do que para as vigas contínuas. Isto se deve ao fato do concreto trabalhar essencialmente à compressão e o perfil de aço à tração como já foi demonstrado anteriormente.

A redução de consumo de aço para os pilares mistos (19%) também é de grande importância ainda que tenhamos que acrescentar o custo do concreto e das armaduras. Há uma economia substancial na estrutura, comprovando que a composição entre aço e concreto para pilares também é bastante vantajosa. Deve ser considerado também que há um acréscimo no peso transmitido às fundações devido à inclusão do concreto (em média 20t por pilar).

Neste item foi claramente demonstrado que os elementos mistos possuem vantagens econômicas (em média da ordem de 25%) em relação a elementos de aço isolados, mas existem outros aspectos que devem ser avaliados durante a tomada de decisão do partido estrutural que será adotado.

### 6.3 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo de abordar aspectos dos estudos acadêmicos e práticos relativos ao dimensionamento dos elementos mistos aço-concreto dentro do conceito deste trabalho foi alcançado.

A combinação aço-concreto apresenta algumas vantagens em relação aos elementos isolados de aço e de concreto. Assim, em determinadas situações, podem ser a melhor solução.

A definição do tipo de estrutura a ser utilizada numa edificação deve ser um processo minucioso que procure analisar todos os fatores da obra como ambientais, construtivos, arquitetônicos, relativos ao conforto e à utilização da edificação.

O dimensionamento das vigas mistas biapoiadas já está bastante estudado e este tipo de elemento vem sendo largamente utilizado, pois combina dois elementos já presentes na maioria dos edifícios com vigas de aço. Os conectores de cisalhamento mais utilizados são os tipo pino com cabeça e o perfil U laminado, mas dependendo da localização da obra e disponibilidade de material, o conector pode ser adaptado desde que garantida a sua resistência e considerada a sua ductilidade.

As vigas mistas contínuas devem ser dimensionadas considerando as situações de flambagem local da mesa e da alma, flambagem lateral com distorção, além da verificação do estado limite de fissuração do concreto lembrando que, em muitos casos, sua adoção não apresenta vantagens em termos de consumo de aço.

Os pilares mistos também apresentam como principais vantagens a esbeltez em relação aos pilares de concreto, maior rigidez em relação aos pilares metálicos e proteção contra a corrosão e contra incêndio. Devem ser dimensionados considerando as curvas de flambagem dos pilares metálicos adaptadas aos pilares mistos. Os efeitos de segunda ordem têm papel importante no dimensionamento destes elementos.

Os sistemas de contraventamento influenciam bastante o resultado final da estrutura, para o caso do edifício exemplo deste trabalho, foi considerado um sistema aporticado na direção em que os pilares possuem maior inércia e um sistema de contraventamento com ligações articuladas na outra direção. As vigas mistas dispostas na direção dos pórticos foram consideradas contínuas e todas as demais ligações nesta direção foram tratadas como aporticadas. Mais uma vez, a escolha do tipo de sistema resistente às ações horizontais deve considerar as condições específicas de cada edifício, bem como as condições locais.

As lajes tipo “steel-deck” são os elementos mistos que apresentam a melhor relação custo-benefício e, cada vez mais, os fabricantes brasileiros disponibilizam para os projetistas e construtores informações técnicas e construtivas para a utilização destas lajes. Deve-se lembrar que situações específicas, como ações concentradas e aberturas na laje, precisam ser verificadas separadamente.

Outro aspecto que necessita cuidados especiais numa edificação composta por elementos mistos são as ligações. Estas devem ser bem estudadas anteriormente ao dimensionamento e detalhamento da estrutura como um todo, pois podem onerar o custo final, bem como provocar trabalhos excessivos no canteiro de obras. No entanto, as ligações mistas não foram escopo deste trabalho.

## 6.4 SUGESTÕES PARA NOVAS PESQUISAS

Como sugestões para novas pesquisas com este mesmo enfoque temos:

- Estudos experimentais e também desenvolvimento de modelos teóricos e analíticos de ligações mistas;
- Estudos das tensões cisalhantes em lajes mistas e pilares mistos;
- Estudo mais aprofundado dos efeitos de segunda ordem em pilares mistos;
- Estudos sobre vibrações em lajes tipo “ steel-deck” e estruturas mistas em geral;
- Estudos dos elementos mistos em situação de incêndio.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

- ALVA, G.M.S. (2000). *Sobre o projeto de edifícios em estrutura mistas aço-concreto*. 277p. Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- AMADIO,C.; FRAGIACOMO, M. (2002). *Effective width evaluation for steel-concrete composite beams*. *Journal of Construction Steel Research*, v.58, n.3, p. 373-388.
- AMADIO,C.; FEDRIGO, C.; FRAGIACOMO, M.; MACORINI, L. (2004). *Experimental evaluation of effective width in steel-concrete composite beams..* *Journal of Construction Steel Research*, v.60, n.2, p. 199-220.
- AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION (1994). *AISC-LFRD – Load and resistance resistance design*. Chicago.
- AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS – ASCE (1997). *Effective Length and Notional Load Approaches for Assessing Frame Stability: implications for American steel design*. By the Task Comitee on Effective Length. New York.
- ANDRADE, S.A.L; VELASCO, P.C.G.; SILVA, J.G. S.; TAKEY, T.H. (2004). *Standardized composite slab systems for building constructions*. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 60. 493-524.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1999). *NBR 14323 - Dimensionamento de estruturas de aço de edifícios em situação de incêndio*. Rio de Janeiro.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1980). *NBR 6120 - Cargas para o cálculo de estruturas de edificações*. Rio de Janeiro.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2004). *NBR 8681 - Ações e segurança nas estruturas*. Rio de Janeiro.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1986). *NBR 8800 – Projeto e execução de estruturas de aço de edifícios*. Rio de Janeiro.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2003). *NBR 6118 – Projeto de estruturas de concreto - Procedimento*. Rio de Janeiro.
- BRITISH STANDARD INSTITUTION (1979). *BS 5400 – Steel, concrete and composite bridges*. Parte 5: Code of practice for design of composite bridges. Londres.
- BRITISH STANDARD INSTITUTION (1990). *BS 5950 – Structural use of steelwork in building*. Parte 3: Section 3.1: Code of practice for design of simple and continuous composite beams. Londres.
- CANADIAN STANDARDS ASSOCIATION (1994). *CAN/CSA-S16.1-94 – Limit States Design of Steel Structures*. Toronto, Ontario.

- CATAI, E. (2005). *Análise dos efeitos da retração e fluência em vigas mistas*. São Carlos. 156p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo.
- CHUNG, K.F.; LAWSON, R.M. (2001). *Simplified design of composite beams with large web openings to EUROCODE 4*. Journal of Constructional Steel Research, v.57, n.1, p135-163.
- CORRÊA, M.R.S. (1991). *Aperfeiçoamento de modelos usualmente empregados no projeto de sistemas estruturais de edifícios*. São Carlos. 329p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo.
- CRISINEL, M; O’LEARY, D. (1996). *Composite floor slab design and construction*. Structural Engineering International, v.6, n.1, p.41-6, february.
- CRISINEL, M.; MARIMON, F. (2004). *A new simplified method for the design of composite slabs*. Journal of Constructional Steel Research, v. 60 (2004) 481-491.
- DANIELS, B. J.; CRISINEL, M. (1993). *Composite slab behavior strength analysis. Part I: Calculation Procedure*. Journal of Structural Engineering, v.119, n.1, p.16-35, january.
- DANIELS, B. J.; CRISINEL, M. (1993). *Composite slab behavior strength analysis. Part II: Comparison with test and parametric analysis results Procedure*. Journal of Structural Engineering, v.119, n.1, p.16-48, january.
- DAVID, D.L. (2003). *Vigas mistas com lajes treliçadas e perfis formados a frio: análise do comportamento estrutural*. Goiânia.217p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia Civil – Universidade Federal de Goiás.
- DE NARDIN, S. (1999). *Estudo teórico-experimental de pilares mistos compostos por tubos de aço preenchidos com concreto de alta resistência*. São Carlos. 148p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo.
- DE NARDIN, S. (2003). *Pilares mistos preenchidos*. São Carlos, 340p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo.
- DEKKER, N. W.; KEMP, A. R.; TRINCHEIRO, P. (1995). *Factors Influencing the Strength of Continuous Beams in Negative Bending*. Journal of Construction Steel Research, v.34, n.2-3, p.161-185.
- DÓRIA, A. S. (2007). *Análise da estabilidade de pórticos planos de aço com base no conceito de forças horizontais fictícias*. São Carlos. 119p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo.
- EASTERLING, W.S.; YOUNG, C.S. (1992). *Strength of composite slabs*. Journal of Structural Engineering, v.118, n.9, p.2370-89, September.
- EUROCODE 2 (2003 draft of prEN 1992-1-1) – *Design of Concrete Structures*. Part 1-1: General rules and rules for buildings. Bruxelas.

- EUROCODE 3 (2003 draft of prEN 1993-1-1) – *Design of Steel Structures*. Part 1-1: General rules and rules for buildings. Bruxelas.
- EUROCODE 4 (2004 draft of prEN 1994-1-1) – *Design of Composite Steel and Concrete Structures*. Parte 1-1: General rules for buildings. Bruxelas.
- EUROPEAN CONVENTION FOR CONSTRUCTIONAL STEELWORK (ECCS) (1981). *Composite Structures*. Londres, The Construction Press.
- EUROPEAN CONVENTION FOR CONSTRUCTIONAL STEELWORK (ECCS) (1993). *Composite Beams and Columns to Eurocode 4*. Bruxelas, ECCS.
- FABBROCINO, G.; MANFREDI, G.; COSENZA, E. (2000). *Ductility of composite beams under negative bending: an equivalence index for reinforcing steel classification*. Journal of Constructional Steel Research, v.57, n.2, p.185-202.
- FIGUEIREDO, L.M.B. (1998). *Projeto e construção de pilares mistos aço-concreto*. São Carlos. 142p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- FURLONG, R.W. (1988). *Steel-concrete composite columns-II*. In: NARAYANAN, R. Steel-concrete composite structures: stability and strength. London, Elsevier. cap 7, p.195-220.
- FRUCHTENGARTEN, J. (2005). *Sobre o estudo da flambagem lateral de vigas de aço por meio da utilização de uma teoria não linear geometricamente exata*. São Paulo. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.
- GOMES, N.S. (1994). *Pilares mistos tubulares de aço e concreto*. São Paulo. Tese(Doutorado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.
- GRIFFIS, L.G. (1994). *The 1994 T.R. High Lecture: Composite Frame Construction*. In: National Steel Construction Conference, Pittsburg, Pennsylvania, 18 – 20 maio, 1994. Proceedings. New York, AISC, v.1, p.1.1-1.72.
- HAMERLINCK, R.; TWILT, L. (1995). *Fire resistance of composite slabs*. Journal of Constructional Steel Research, v.33, p. 71-85.
- JOHNSON, R.P. (1994). *Composite Structures of Steel and Concrete*, v.1, 2.ed. Oxford, Blackwell Scientific Publications.
- KATO, B. (1996). *Column curves of steel-concrete composite members*. Journal of Constructional Steel Research. V. 39. n. 2. pp. 121-135.
- KIRCHHOF, L.D. (2004). *Uma contribuição ao estudo de vigas mistas aço-concreto simplesmente apoiadas em temperatura ambiente e em situação de incêndio*. 142p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo.
- KOTINDA, T. I. (2006). *Modelagem numérica de vigas mistas aço-concreto simplesmente apoiadas: ênfase ao estudo da interface laje-viga*. 121p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo.

- LIN-HAI HAN; YOU-FU YANG. (2005). *Cyclic performance of concrete filled steel CHS columns under flexural loading*. Journal of constructional Steel Research, v.61, p. 423-452.
- MAGGI, Y. I. (2004). *Análise do comportamento estrutural de ligações parafusadas vigapilar com chapa de topo estendida*. 269p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo.
- MALITE, M. (1990). *Sobre o Cálculo de vigas mistas aço-concreto: ênfase em edifícios*. São Carlos. 144p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo.
- MALITE, M. (1993). *Análise do comportamento estrutural de vigas mistas aço-concreto constituídas por perfis de chapa dobrada*. São Carlos. 2v. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo.
- MARÍ, A.; MIRAMBELL, E.; ESTRADA, I. (2003). *Effects of construction process and slab prestressing on the serviceability behavior of composite bridges*. Journal of Constructional Steel Research, v. 59, p. 135-163.
- NBR 8800 (rev. Abril 2006) (texto base de revisão) – *Projeto de estruturas de aço e estruturas mistas de aço e concreto de edifícios*.
- NETHERCOT, D. A. (1986) *Limit States Design of Structural Steelwork*. Van Nostrand Reinhold (UK) Co.
- OEHLERS, D.J.; COUGHLAN, C.G. (1986). The shear stiffness of stud shear connectors in composite beams. *Journal of Constructional Steel Research*, v.6, n.4, p.273-84, october.
- OEHLERS, D.J.; NGUYEN, N.T.; AHMED, M.; BRADFORD, M.A (1997). *Partial interaction in composite steel and concrete beams with full shear connection*. Journal of Constructional Steel Research. Vol 41. n. 2/3. pp. 235-248.
- QUEIROZ, G.; PIMENTA, R.J. (2001). *Elementos das estruturas mistas aço-concreto*. Editora O Lutador. Belo Horizonte. 332 p.
- RONDAL, J.; RASMUSSEN, K.J.R. (2004). *On the strength of cast iron columns*. Journal of Constructional Steel Research, v. 60, p. 1257-1270.
- SÀLES, J.J (1995). *Estudo do projeto e construção de edifícios de andares múltiplos com estruturas de aço*. São Carlos. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo.
- SHANMUGAM, N.E.; LAKSHMI, B. (2001). *State of the art report on steel-concrete composite columns*. Journal of Constructional Steel Research. v. 57. pp 1041-1080.
- SHAKIR-KHALIL, H. (1988). *Steel-concrete composite columns-I*. In: NARAYANAN, R. Steel-concrete composite structures: stability and strength. London, Elsevier. cap 6, p.163-193.

- SHAKIR-KHALIL, H., (1991a) *Bond strength in concrete-filled steel hollow sections*. International Conference on Steel and Aluminum Structures, ICSAS 91, Singapore, 22-24 May.
- SHAKIR-KHALIL, H. (1993a). *Push out strength of concrete-filled steel hollow sections*. The Structural Engineer, v.71, n.13, p.230-233, Jul. 143
- SHAKIR-KHALIL, H. (1993b). *Resistance of concrete-filled steel tubes to push out forces*. The Structural Engineer, v.71, n.13, p.234-243, Jul.
- SILVA, R. D. (2003). *Estudo da aderência aço-concreto em pilares mistos preenchidos*. São Carlos. 154p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo.
- TRISTÃO, G.A (2002). *Comportamento de conectores de cisalhamento em vigas mistas aço-concreto com análise da resposta numérica*. São Carlos. 146p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo.
- TRISTÃO (2006). *Análise teórica e experimental de ligações viga mista-pilar de extremidade com cantoneiras de assento e alma*. São Carlos. 282p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo.
- UY, B. (1996). *Behavior and design of thin-walled concrete-filled steel box columns*. Australian civil/structural Engineering transactions, V.C.E39, n.1, p. 31-38.
- UY, B.; DAS. S. (1997). *Wet concrete loading of thin-walled steel box columns during the construction of a tall building*. Journal of Constructional Steel Research, v. 42, n2, p. 95-119.
- UY, B. (1998). *Local and post-local buckling of concrete filled steel welded box columns*. Journal of Constructional Steel Research, v.47, p. 47-72.
- WANG, Y.C. (1999). *Test on slender composite columns*. Journal of Constructional Steel Research, v. 49, p. 25-41.
- ZHA X.X. (2003). *FE analysis of fire resistance of concrete filled CHS columns*. Journal of Constructional Steel Research, v. 59, p. 769-779.