

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

FRANCISCO ADRIANO DE ARAÚJO

**FORMULAÇÃO DE UM MODELO DE DISSIPACÃO
CONCENTRADA PARA A ANÁLISE NÃO-LINEAR DE
ESTRUTURAS RETICULADAS PLANAS EM CONCRETO
ARMADO**

São Carlos

2007

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTES TRABALHOS, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

A663f Araújo, Francisco Adriano de
Formulação de um modelo de dissipação concentrada para a análise não-linear de estruturas reticuladas planas em concreto armado / Francisco Adriano de Araújo ; orientador Sergio Persival Baroncini Proença. -- São Carlos, 2007.

Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas e Área de Concentração em Mecânica das Estruturas -- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2007.

1. Mecânica do dano. 2. Rótulas anelásticas.
3. Histerese. I. Título.

Francisco Adriano de Araújo

**FORMULAÇÃO DE UM MODELO DE DISSIPACÃO
CONCENTRADA PARA A ANÁLISE NÃO-LINEAR DE
ESTRUTURAS RETICULADAS PLANAS EM CONCRETO
ARMADO**

Tese apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para a obtenção do Título de Doutor em Engenharia de Estruturas.

Área de concentração: Mecânica das Estruturas

Orientador: Prof. Tit. Sergio Persival Baroncini Proença

São Carlos

2007

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

A663f Araújo, Francisco Adriano de
Formulação de um modelo de dissipação concentrada para a análise não-linear de estruturas reticuladas planas em concreto armado / Francisco Adriano de Araújo ; orientador Sergio Persival Baroncini Proença. -- São Carlos, 2007.

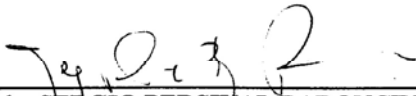
Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas e Área de Concentração em Mecânica das Estruturas -- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2007.

1. Mecânica do dano. 2. Rótulas anelásticas.
3. Histerese. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **FRANCISCO ADRIANO DE ARAUJO**

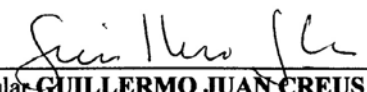
Tese defendida e julgada em 19/04/2007 perante a Comissão Julgadora:



Prof. Titular **SERGIO PERSIVAL BARONCINI PROENÇA (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP) APROVADO



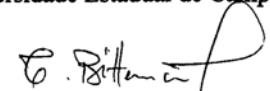
Prof. Associado **MARCIO ANTONIO RAMALHO**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP) APROVADO



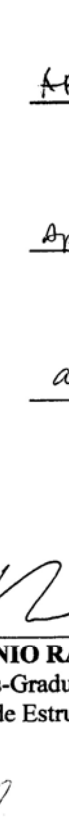
Prof. Titular **GUILLERMO JUAN CREUS**
(Universidade Federal do Rio Grande do Sul/UFRGS) APROVADO



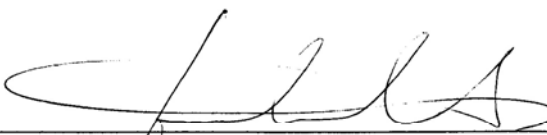
Prof. Titular **ALOISIO ERNESTO ASSAN**
(Universidade Estadual de Campinas/UNICAMP) APROVADO



Prof. Associado **TÚLIO NOGUEIRA BITTENCOURT**
(Escola Politécnica/USP) APROVADO



Prof. Associado **MARCIO ANTONIO RAMALHO**
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas)



Prof. Associado **GERALDO ROBERTO MARTINS DA COSTA**
Presidente da Comissão da Pós-Graduação da EESC

Dedico este trabalho a Luis Filipe, meu filho, com amor e carinho.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por mais esta oportunidade e alento nos momentos mais difíceis.

Ao professor Sergio P. B. Proença, pela excelente orientação fornecida durante a elaboração deste trabalho.

A minha família, eterna gratidão pelo apoio, amor, carinho e compreensão.

A coordenadoria de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES, pela bolsa de estudo concedida.

Aos colegas: Wesley Góis, Gustavo Nirschl, Michel Alves, André Christoforo, Oscar Bayardo, Alexandre Miná, Josafá Filho, Daniel Maciel, Petrus da Nóbrega e Rodrigo Paccola, pela amizade e convívio durante minha estadia em São Carlos.

Em especial a Gerson Alva pela inestimável ajuda no desenvolvimento deste trabalho.

A todos os professores e funcionários da EESC/USP que direta ou indiretamente contribuíram para o desenvolvimento deste trabalho.

RESUMO

ARAÚJO, F.A. (2007). **Formulação de um modelo de dissipação concentrada para a análise não-linear de estruturas reticuladas planas em concreto armado**. 2007. 232 f. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007.

O trabalho trata da formulação, implementação e aplicação de um modelo para análise não-linear de estruturas reticuladas planas em concreto armado, baseado no conceito simplificado de localização dos processos físicos irreversíveis (dano, plasticidade e histerese) em zonas previamente definidas denominadas “rótulas” que se localizam nas extremidades de um elemento finito de barra. O modelo proposto tem por objetivo reproduzir os deslocamentos residuais relacionados tanto ao comportamento plástico do concreto danificado quanto ao escoamento do aço, além de possibilitar a reprodução de laços de histerese observados experimentalmente em diagramas momento-rotação, ou equivalentemente força-deslocamento, quando a história de carregamento incluir ciclos de descarregamento e recarregamento. A formulação termodinâmica é desenvolvida fazendo-se referência as variáveis de tensão e deformação generalizadas em razão de sua aplicação no âmbito da teoria clássica de flexão de barras. Neste modelo a não-linearidade do elemento estrutural é totalmente decorrente da dissipação de energia localizada nas “rótulas” e é representada por três variáveis escalares a elas associadas: a variável adimensional de dano, a rotação plástica e a “rotação por escorregamento”, que representa o fenômeno físico do escorregamento entre as faces das microfissuras no concreto (encaixe e desencaixe dos agregados). Na fase de aplicações as respostas numéricas obtidas com a utilização do modelo proposto foram avaliadas mediante o confronto com diversos resultados experimentais disponíveis na literatura para estruturas de concreto armado sob solicitações estáticas e dinâmicas. Os resultados obtidos evidenciam o bom funcionamento do modelo no caso das solicitações estáticas, tendo sido obtidos resultados limitadamente satisfatórios no caso das solicitações dinâmicas.

Palavras-chave: Mecânica do Dano; Rótulas Anelásticas; Histerese.

ABSTRACT

ARAÚJO, F.A. (2007). **Formulation of a lumped dissipation model for nonlinear analysis of reinforced concrete planed frame structures**. 2007. 232 f. Thesis (Doctoral) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007.

This work deals with the formulation, implementation and application of a model for nonlinear analysis of reinforced concrete planed frame structures, based on the simplified concept of localization of the irreversible physical processes (damage, plasticity and hysteresis) in zones previously defined called “hinges” which are located in the extremities of a bar finite element. The proposed model has as objective to reproduce the residual displacements related to the plastic behavior of the damaged concrete as well as to the steel yielding, moreover making possible the reproduction of hysteresis loops experimentally observed in moment-rotation diagrams, or equivalently force-displacement, when the loading history includes unloading and reloading cycles. The thermodynamic formulation is developed referring to generalized stress and deformation variables due to their application in the scope of the classic theory of bars bending. In this model the nonlinearity of the structural element is totally due to the energy dissipation in the “hinges” and is represented by three scalar variables associated to them: the non-dimensional damage variable, the plastic rotation and the “sliding rotation”, which represents the physical phenomenon of sliding between the microcracks faces in the concrete (aggregate interlocking). In the applications phase, the numerical solutions obtained with the use of the proposed model had been evaluated by confrontation with various experimental results available in the literature of reinforced concrete structures under static and dynamic solicitations. The obtained results evidence the good performance of the model in the case of static solicitations, having been obtained limited satisfactory results in the case of dynamic solicitations.

Keywords: Damage Mechanics; Inelastic hinges; Hysteresis.

LISTA DE SÍMBOLOS

a = parâmetro característico do material;

A = área da seção transversal do elemento;

$a_b(t)$ = aceleração da base da estrutura;

A_0 = área da configuração inicial sem dano;

\tilde{A} = área efetiva resistente;

A_D = área dos defeitos;

A_C, B_C = parâmetros característicos do material em compressão;

A_{conc} = área da seção bruta de concreto;

a_p, b_p, c_p = coeficientes da equação de equilíbrio para o momento de plastificação;

A_s = área da armadura;

A_{sc} = área da armadura de compressão;

A_{st} = área da armadura de tração;

A_T, B_T = parâmetros característicos do material em tração;

a_u, b_u, c_u = coeficientes da equação de equilíbrio para o momento último;

A_1, A_2 = parâmetros característicos do material na tração e na compressão,
respectivamente;

b = parâmetro do material associado ao encruamento;

b_v = largura da seção da viga-coluna;

B_1, B_2 = parâmetros característicos do material na tração e na compressão,
respectivamente;

c, M_y, q = parâmetros do modelo de Flórez-López sem interpretação mecânica;

c_{pl} , c_{ul} = parâmetros do MDCH sem interpretação mecânica;

$C(d_n)$ = flexibilidade axial danificada;

$\underline{C}(d)$ = matriz de flexibilidade danificada;

d = dano escalar;

d_{cr} , d_{cr1} = dano crítico e dano crítico na tração monotônica pura, respectivamente;

d_i , d_j , d_n = dano associado às direções i , j e n , respectivamente;

d_p = dano correspondente ao momento de plastificação da armadura;

d_u = dano correspondente ao momento último;

d_v = altura útil da seção da viga-coluna;

d_1 , d_2 = variáveis de dano em tração e em compressão, respectivamente;

d' = distância do centróide da armadura de compressão a face mais próxima;

E = módulo de Young;

E_c = módulo de Young do concreto;

E_s = módulo de Young do aço;

F = força;

f = critério de plastificação;

f_c = resistência do concreto à compressão;

$f^{ext}(t)_k$ = vetor das forças externas no elemento k ;

$F^{ext}(t)$ = vetor global das forças externas;

F_N = força axial;

f_t = resistência do concreto à tração;

$f(\text{Tr}(\underline{\sigma}))$ = função para o fechamento e a abertura das fissuras;

\underline{F}^e = matriz de flexibilidade elástica da viga-coluna;

$\underline{F}^{ed}(d)$ = matriz de flexibilidade elásto-danificada da viga-coluna;

$f(\tilde{\varepsilon}, d)$ = critério de danificação;

f_s = critério de escorregamento;

f_y = tensão de escoamento do aço;

g = critério de danificação;

G = vetor das forças termodinâmicas conjugadas às variáveis de dano;

G_{cr} = força termodinâmica correspondente ao início da danificação;

G_1, G_2 = funções de encruamento em tração e em compressão, respectivamente;

h = altura da seção da viga-coluna;

h_m = largura da zona de localização de fissuras;

I = momento de inércia;

\mathbf{I} = tensor identidade;

I_{conc} = momento de inércia da seção bruta de concreto;

k_e = rigidez elástica da viga-coluna;

$\underline{K}_{ed}(d)$ = matriz de rigidez elasto-danificada;

$k_d(d)$ = parcela de rigidez da rótula associada à danificação;

$k_s(d)$ = parcela de rigidez da rótula associada ao escorregamento;

$\underline{K}_s(d)$ = matriz de rigidez de escorregamento;

$\ell, \Delta\ell$ = comprimento e variação no comprimento de espécimes em concreto, respectivamente;

L = comprimento do elemento;

ℓ_p = comprimento plástico equivalente;

m = massa do elemento;

M = vetor dos esforços nas extremidades do elemento;

M_{cr} = momento crítico de danificação;

M_i, M_j = esforços nas extremidades i e j do elemento, respectivamente;

M_{dp} = momento dano-plastificado;

M_k = momento de comparação no escorregamento;

M_p = momento de plastificação;

M_s = momento de escorregamento;

M_u = momento último;

$M_u^{(3,4)}$ = momento último no domínio 3 ou no domínio 4;

$M_u^{(4a,5)}$ = momento último no domínio 4a ou no domínio 5;

M_y = momento de comparação;

\mathbf{n} = versor normal;

N = esforço normal;

N_n = esforço normal na extremidade do elemento;

N_p = esforço normal correspondente ao momento de plastificação;

$N_u^{(3,4)}$ = esforço normal correspondente ao momento último no domínio 3 ou no 4;

$N_u^{(4a,5)}$ = esforço normal correspondente ao momento último no domínio 4a ou no 5;

q = parâmetro adimensional;

R = raio de curvatura;

R_c = força resultante de compressão no concreto;

R_{sc} = força resultante na armadura comprimida;

R_{st} = força resultante na armadura tracionada;

R_{s1} = força resultante na armadura tracionada ou menos comprimida;

R_{s2} = força resultante na armadura comprimida;

$S(d)$ = variável que acumula a deformação equivalente;

$S^0, S_{11}^0, S_{22}^0, S_{33}^0$ = termos de rigidez elástica;

$\text{Tr}(\underline{\sigma})$ = primeiro invariante do tensor de tensões;

Δt = passo de tempo;

u = flecha total;

u_e = parcela elástica da flecha;

u_d = parcela da flecha associada à danificação;

u_p = parcela da flecha associada à plastificação;

$U^d(M, d)$ = parcela da energia potencial complementar associada às rótulas elasto-danificadas;

$U^e(M)$ = parcela da energia potencial complementar da viga-coluna elástica;

$U^p(\alpha)$ = parcela da energia potencial complementar associada ao encruamento das rótulas plastificadas;

w = abertura das fissuras no concreto;

x = tensão de encruamento;

X = momento de encruamento;

x_L = posição da linha neutra;

x_p = posição da linha neutra para o momento de plastificação;

x_u = posição da linha neutra para o momento último;

x_∞ = valor assintótico da tensão de encruamento;

X_∞ = valor assintótico do momento de encruamento;

x

x_{23} = linha neutra na fronteira entre os domínios 2 e 3;

x_{34} = linha neutra na fronteira entre os domínios 3 e 4;

y, Y = variáveis associada ao dano;

y_t = distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada;

Y_1, Y_2 = variáveis associadas a d_1 e d_2 , respectivamente;

Y_{01}, Y_{02} = variáveis que definem o início da danificação em tração e em compressão respectivamente;

z_1, z_2 = medidas de dano acumulados em tração e em compressão, respectivamente;

Z_1, Z_2 = variáveis associadas a z_1 e z_2 , respectivamente;

Z_0 = rigidez elástica;

$Z(d)$ = rigidez danificada;

α = variável associada ao encruamento;

α_t = fator de correlação entre resistência à tração direta e à tração diametral;

α_1, α_2 = variáveis relacionadas ao dano na tração e na compressão, respectivamente;

β = vetor das forças termodinâmicas conjugadas aos parâmetros de encruamento plástico;

β_1, β_2 = parâmetros característicos relacionados às deformações anelásticas em tração e em compressão, respectivamente;

χ = potencial termodinâmico total;

χ_{dp} = parcela da energia livre associada à danificação e à plastificação;

χ_s = parcela da energia livre associada ao processo de histerese;

δ = máximo valor do módulo da rotação plástica;

δ_n = alongamento total na extremidade do elemento;

δ_n^p = parcela do alongamento associada à plastificação;

δ_n^d = parcela do alongamento associada ao dano;

$\varepsilon_1, \varepsilon_2$ = deformações específicas das direções 1 e 2, respectivamente;

$\underline{\varepsilon}$ = tensor total de deformações;

$\tilde{\varepsilon}$ = deformação equivalente;

$\underline{\varepsilon}_{an}$ = parte anelástica do tensor de deformações;

ε_c = deformação específica do concreto;

ε_{cp} = deformação de compressão no concreto para o momento de plastificação;

ε_{cu} = deformação específica última do concreto;

ε_{d0} = deformação de pico no ensaio de tração simples;

$\underline{\varepsilon}_e$ = parte elástica do tensor de deformações;

ε_s = deformação de escorregamento;

ε_{sc} = deformação específica do aço comprimido;

ε_{st} = deformação específica do aço tracionado;

ε_{s1} = deformação na armadura tracionada ou menos comprimida;

ε_{s2} = deformação na armadura mais comprimida;

ε_u = deformação específica última;

ε_y = deformação de escoamento do aço;

φ = curvatura

ϕ = vetor das deformações generalizadas totais nas extremidades do elemento;

ϕ^d = vetor das deformações nas rótulas associadas à danificação;

ϕ^p = vetor das deformações nas rótulas associadas à plastificação;

ϕ^R = vetor das deformações nas rótulas;

ϕ_d = parcela de rotação devida à danificação na rótula;

ϕ_e = parcela de rotação elástica da viga-coluna;

φ_p = curvatura correspondente ao momento de plastificação da armadura tracionada;

ϕ_p = parcela de rotação devida à danificação na rótula;

ϕ_{pu} = rotação plástica última;

ϕ_{pp} = rotação plástica correspondente ao início do escoamento do aço;

ϕ_s = rotação nas rótulas associadas ao escorregamento;

φ_u = curvatura correspondente ao momento último;

γ = parâmetro adimensional;

η = coeficiente de penalização;

$\dot{\lambda}$ = multiplicador plástico;

λ_m = ponderação da matriz de massa para a matriz de amortecimento Rayleigh;

λ_k = ponderação da matriz de rigidez para a matriz de amortecimento Rayleigh;

ν = coeficiente de Poisson;

π_s = potencial de dissipação associado ao escorregamento;

θ = parâmetro adimensional;

ρ = massa específica;

ρ_c, ρ_s = massa específica do concreto e do aço, respectivamente;

σ = tensão normal nominal;

σ_1 = tensão normal principal na direção 1;

$\tilde{\sigma}$ = tensão normal efetiva;

$\tilde{\sigma}^+, \tilde{\sigma}^-$ = tensões efetivas em tração e em compressão, respectivamente;

σ^+ , σ^- = tensões nominais em tração e em compressão, respectivamente;

σ_c = tensão de compressão no concreto;

σ_d = tensão elasto-danificada;

σ_f = tensão de fechamento das fissuras;

σ_R = tensão de ruptura;

σ_s = tensão de escorregamento;

σ_{sc} = tensão na armadura comprimida;

σ_{st} = tensão na armadura tracionada;

σ_{s1} = tensão na armadura tracionada ou menos comprimida;

σ_{s2} = tensão na armadura mais comprimida;

σ_t = máxima tensão de tração no concreto;

σ_u = tensão última;

$\underline{\sigma}$ = tensor de tensão;

$\langle \underline{\sigma} \rangle_+$, $\langle \underline{\sigma} \rangle_-$ = partes positiva e negativa do tensor de tensão, respectivamente;

σ_y = tensão de comparação no escorregamento;

ω = parâmetro do material para correção do dano em compressão;

ω_1 , ω_2 = primeira e segunda frequência natural da estrutura, respectivamente;

ξ_{cr} = amortecimento crítico;

ξ_1 , ξ_2 = primeira e segunda taxa de amortecimento crítico;

ψ = potencial de estado;

ψ_s = potencial dissipativo;

SUMÁRIO

RESUMO	i
ABSTRACT	iii
LÍSTA DE SÍMBOLOS	v
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS	1
1.2 OBJETIVOS E CONTRIBUIÇÕES	2
1.3 RESUMO DO CONTEÚDO DO TRABALHO	3
2 NÃO-LINEARIDADE FÍSICA	7
2.1 INTRODUÇÃO	7
2.2 COMPORTAMENTO MECÂNICO DO CONCRETO	7
2.2.1 Mecanismos de Danificação do Concreto	7
2.2.2 Comportamento Macroscópico do Concreto em Compressão Uniaxial	10
2.2.2.1 Carregamento Monotônico em Compressão	10
2.2.2.2 Carregamento Cíclico em Compressão	13
2.2.3 Comportamento Macroscópico do Concreto em Tração Uniaxial	15
2.2.3.1 Carregamento Monotônico em Tração	15
2.2.3.2 Carregamento Cíclico em Tração	18
2.2.4 Aspecto Unilateral no Comportamento Mecânico do Concreto	20
2.3 ELEMENTOS DA MECÂNICA DO DANO	24
2.3.1 Generalidades	24
2.3.2 Definição do Elemento de Volume Representativo (EVR)	25

2.3.3	Definição da Variável de Dano.....	26
2.3.4	Definição da Tensão Efetiva.....	28
2.3.5	Definição do Dano Crítico.....	29
3	MODELOS SIMPLIFICADOS: Breve Revisão Bibliográfica.....	31
3.1	MODELO CONSTITUTIVO DE LA BORDERIE (1991).....	32
3.3	MODELO CONSTITUTIVO DE FLÓREZ-LÓPEZ (1993, 1998).....	38
3.4	MODELO CONSTITUTIVO DE MAZARS et al. (2000).....	49
4	MODELO DE DISSIPACÃO CONCENTRADA COM HISTERESE.....	61
4.1	INTRODUÇÃO.....	61
4.2	FORMULAÇÃO DO MDCH.....	64
4.2.1	Estrutura Termodinâmica.....	64
4.2.2	Crterios para a Evoluão da Danificao, Plastificao e Escorregamento.....	69
4.2.3	Estratgia para a Inverso no Sinal do Carregamento.....	79
4.3	IMPLEMENTAÇÃO DO MDCH.....	80
4.3.1	Evoluão da Variável de Dano.....	80
4.3.2	Evoluão da Rotação Plástica.....	81
4.3.3	Evoluão das Variáveis Associadas ao Escorregamento.....	81
4.3.4	Sistema de Coordenadas com Seis Graus de Liberdade.....	83
4.4	LIMITAÇÕES DO MDCH.....	86
5	IDENTIFICAÇÃO PARAMÉTRICA DO MDCH.....	89
5.1	INTRODUÇÃO.....	89
5.2	PARAMETRIZAÇÃO DO MDCH PARA A FLEXÃO SIMPLES.....	89

5.2.1 Considerações Iniciais	89
5.2.2 Estimativa do Momento Crítico ($M_{cr}^{(est)}$).....	92
5.2.3 Estimativa do Momento de Plastificação ($M_p^{(est)}$).....	92
5.2.4 Estimativa do Momento Último ($M_u^{(est)}$).....	95
5.2.5 Estimativa da Rotação Plástica Última ($\phi_{pu}^{(est)}$).....	100
5.2.6 Estimativa da Rotação Plástica Associada ao Início do Escoamento do Aço ($\phi_{pp}^{(est)}$).....	105
5.2.7 Estimativa da Variável Adimensional γ	105
5.2.8 Estimativa das Variáveis Associadas ao Encruamento (X_∞, b, M_k).....	106
5.2.9 Exemplo de Determinação Paramétrica na Flexão Simples	106
I – Estimativa do momento crítico	107
II – Estimativa do momento de plastificação	107
III – Estimativa do momento último	108
IV – Estimativa da rotação plástica última	109
V – Confronto entre os parâmetros estimados e os experimentais	110
5.3 PARAMETRIZAÇÃO DO MDCH PARA A FLEXO-COMPRESSÃO	111
5.3.1 Introdução	111
5.3.2 Estimativa do Momento Crítico na Flexo-Compressão	114
5.3.3 Obtenção da Envoltória de Plastificação	115
5.3.4 Obtenção da Envoltória de Resistência	117
5.3.5 Estimativa da Variável Adimensional γ	122
5.3.6 Exemplo de Determinação Paramétrica na Flexo-Compressão	122
I - Estimativa do momento crítico	123
II - Estimativa da envoltória de plastificação	123

III - Estimativa da envoltória de resistência	124
IV - Confronto entre os parâmetros estimados e os experimentais	125
6 VALIDAÇÃO DO MODELO PROPOSTO	127
6.1 INTRODUÇÃO	127
6.2 EXEMPLOS DE APLICAÇÃO: SOLICITAÇÃO ESTÁTICA	128
6.2.1 Viga de MAZARS et al. (2000)	128
6.2.2 Pórtico de CIPOLLINA & FLÓREZ-LÓPEZ (1995)	133
6.2.3 Pórtico 1 de NÓBREGA (2004)	137
6.2.4 Pórtico 2 de NÓBREGA (2004)	148
6.2.5 Pórtico de VECCHIO & EMARA (1992)	150
6.2.6 Pórtico de ALVA (2004)	160
6.2.7 Pórtico de GULKAN & SOZEN (1974)	169
6.3 EXEMPLOS DE APLICAÇÃO: SOLICITAÇÃO DINÂMICA	174
6.3.1 Pórtico de GULKAN & SOZEN (1974)	178
6.3.2 Pórtico de CLOUGH & GIDWANI (1976)	192
7 CONCLUSÕES	209
7.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES	209
7.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	213
7.3 CONSIDERAÇÕES COMPLEMENTARES	214
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	223
ANEXO A	A1

Introdução

1

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O estudo do comportamento não-linear de estruturas, tanto estático quanto dinâmico, tem se desenvolvido a cada dia com a busca de modelos mecânicos-matemáticos que sejam capazes de simular com melhor precisão tal comportamento. No caso da análise estática do comportamento não-linear, físico e geométrico, de estruturas em concreto armado, os modelos mecânicos-matemáticos existentes já alcançaram um nível de aperfeiçoamento satisfatório, o que tem conduzido as pesquisas à extensão dos estudos para a simulação da resposta dinâmica com não-linearidade.

No campo da análise não-linear física, a Mecânica do Dano tem se destacado como uma ferramenta de grande potencial para a simulação de respostas numéricas de diversos materiais, pois possibilita a consideração de diferentes efeitos decorrentes da microfissuração difusa sobre a degradação das propriedades mecânicas destes materiais. Em particular, destacam-se alguns trabalhos que tratam tanto da formulação da Mecânica do Dano em meio contínuo quanto de sua aplicação a diversos materiais e que são de maior interesse para este trabalho: LEMAITRE & CHABOCHE (1985), LA BORDERIE (1991), LEMAITRE (1992), FLÓREZ-LÓPEZ (1993, 1995, 1998), MAZARS et al. (2000), RAGUENAU et al. (2000), PAULA & PROENÇA (2001) e ARAÚJO & PROENÇA (2003, 2006).

A EESC/USP vem desenvolvendo pesquisas tanto relacionadas ao emprego quando à formulação de modelos de dano baseados na Mecânica do Dano em meio contínuo, dentre os quais destacam-se: ÁLVARES (1993, 1998), DRIEMEIER (1995, 1999), BALBO (1998), BOTTA (1998), PITUBA (1998, 2003), PAULA (2001), ARAÚJO (2003), ALVA (2004) e NÓBREGA (2004).

1.2 OBJETIVOS E CONTRIBUIÇÕES

O presente trabalho insere-se no tema da análise não-linear física, estática e dinâmica, de estruturas em concreto armado mediante a utilização de modelos constitutivos de dano. Esta pesquisa é uma continuação do trabalho desenvolvido por ARAÚJO (2003). Aquele trabalho está relacionado ao tema da modelagem teórica da resposta dinâmica de estruturas em concreto armado, em decorrência da evolução do estado de fissuração do material. Para alcançar tal objetivo foi empregado um modelo constitutivo capaz de reproduzir os laços de histerese observados experimentalmente em diagramas tensão-deformação uniaxiais do concreto quando, a partir de um certo nível de sollicitação e dano correspondente, são realizados ciclos de descarregamento e recarregamento. Este modelo de dano foi proposto originalmente por MAZARS et al. (2000) e em seu trabalho ARAÚJO (2003) propôs uma versão simplificada para a análise de estruturas reticuladas planas em concreto armado.

O presente trabalho tem por objetivo inserir a formulação do modelo considerado por ARAÚJO (2003) em um modelo simplificado de elementos de barra apresentado originalmente por FLÓREZ-LÓPEZ (1993). Este modelo permite, mediante a localização dos efeitos não-lineares (dano e plasticidade) em rótulas, reproduzir o comportamento não-linear de estruturas reticuladas planas em concreto armado.

A generalização alcançada para o modelo de FLÓREZ-LÓPEZ (1993) constituiu-se num novo modelo simplificado, capaz de reproduzir deslocamentos residuais relacionados tanto ao comportamento plástico do concreto danificado quanto ao escoamento do aço (o modelo original só permitia a reprodução de deslocamentos residuais relacionados ao comportamento do aço). Além disso, com a inserção da formulação apresentada por ARAÚJO (2003), o modelo resultante permite a reprodução de laços de histerese, observados em diagramas momento-rotação ou equivalentemente força-deslocamento, mesmo sem a consideração da inversão no sinal do carregamento.

O modelo proposto foi implementado num programa para pórticos planos em concreto armado onde a análise não-linear se desenvolve empregando-se a estratégia incremental-iterativa de Newton-Raphson, com aplicação passo-a-passo do carregamento e correções sucessivas do equilíbrio. Para a integração do modelo constitutivo, incluindo-se a determinação nas rótulas, em cada iteração, das variáveis

associadas à danificação, à plastificação e à histerese, seguiu-se uma estratégia similar à apresentada por ARAÚJO (2003).

Apresentam-se aplicações para a análise de respostas estruturais em regimes de solicitações estáticas e dinâmicas. As respostas numéricas obtidas a partir da utilização do modelo simplificado em estudo são confrontadas com resultados experimentais, disponíveis na literatura. Além disso, também são geradas respostas numéricas obtidas com a utilização do modelo de LA BORDERIE (1991). No caso das solicitações estáticas avalia-se, sobretudo, a capacidade do modelo proposto em reproduzir os laços de histerese observados experimentalmente nos diagramas de momento versus rotação (ou equivalentemente, força versus deslocamento). No caso das solicitações dinâmicas analisa-se a influência da danificação sobre os processos de amortecimento nas respostas estruturais. Nota-se que no modelo de La Borderie o amortecimento é simulado utilizando-se a matriz de amortecimento viscoso de Rayleigh, já no modelo proposto o amortecimento decorre da dissipação de energia que ocorre quando da realização dos laços de histerese; porém este modelo também permite, adicionalmente, a inserção do amortecimento viscoso de Rayleigh.

Portanto, este trabalho tem como aspecto inédito e contribuição científica a formulação de um novo modelo de dano baseado nas formulações de dois modelos pré-existentes: o modelo de FLÓREZ-LÓPEZ (1993) e a versão simplificada do modelo de MAZARS et al. (2000) apresentada por ARAÚJO (2003).

1.3 RESUMO DO CONTEÚDO DO TRABALHO

O conteúdo deste trabalho está organizado como se segue:

No capítulo 2 são apresentados alguns aspectos do comportamento mecânico do concreto tais como a zona de transição entre a argamassa e o agregado e os mecanismos de danificação em tração e em compressão. Apresentam-se também os comportamentos uniaxiais do concreto sob compressão e tração, tanto para carregamentos monotônicos quanto para carregamentos cíclicos. Por fim, apresentam-se alguns conceitos clássicos da Mecânica do Dano tais como o elemento de volume representativo do material em torno de um ponto, a variável de dano, a tensão efetiva e o dano crítico.

O capítulo 3 consiste em uma revisão bibliográfica resumida de alguns modelos de dano que estão diretamente relacionados ao modelo proposto neste trabalho. São

descritos os seguintes modelos: LA BORDERIE (1991), FLÓREZ-LÓPEZ (1993, 1998) e a versão simplificada do modelo de MAZARS et al. (2000) apresentada por ARAÚJO (2003).

No capítulo 4 apresentam-se as bases da formulação termodinâmica do modelo simplificado que está sendo proposto neste trabalho, o qual foi chamado de modelo de dissipação concentrada com histerese. Apresenta-se também a estratégia para sua implementação detalhando-se os algoritmos utilizados para a obtenção da evolução das variáveis responsáveis pela obtenção da resposta não-linear do elemento de barra considerado. Por fim, apresentam-se as limitações deste modelo.

No capítulo 5 apresentam-se os critérios clássicos de dimensionamento de seções de concreto armado que podem ser utilizados como alternativa para as estimativas dos parâmetros de entrada do modelo simplificado exposto neste trabalho. São desenvolvidos dois exemplos de estimativa destes parâmetros e posteriormente apresenta-se o confronto com os valores experimentais disponíveis na literatura.

No capítulo 6 o modelo de dissipação concentrada com histerese é avaliado mediante o confronto entre resultados experimentais disponíveis na literatura e as respostas numéricas obtidas com a sua utilização. Adicionalmente, também são consideradas as respostas obtidas com a utilização do modelo de LA BORDERIE (1991) para o confronto de resultados. Os exemplos considerados são divididos em duas categorias:

- Exemplos em solicitação estática – onde se analisa principalmente a capacidade do modelo proposto em reproduzir as envoltórias de deslocamentos das estruturas levando-se em conta a danificação do concreto e a plastificação tanto do concreto quanto da armadura. Além disso, analisa-se também a capacidade deste modelo em reproduzir os laços de histerese presentes nas respostas experimentais e que são modelados como decorrentes dos deslizamentos que ocorrem entre as superfícies das microfissuras do concreto (encaixe e desencaixe de agregados). No caso da utilização do modelo de LA BORDERIE (1991) a atenção é voltada principalmente para os panoramas de danificação das estruturas fornecidos por este modelo;
- Exemplos em solicitação dinâmica – neste item são considerados dois pórticos em concreto armado que foram ensaiados sobre plataformas vibratórias

aceleradas na direção horizontal com o objetivo de simular abalos sísmicos. O confronto de resultados está principalmente voltado para a análise da simulação do amortecimento das estruturas.

No capítulo 7 são apresentadas as considerações finais, as conclusões obtidas e sugestões para trabalhos futuros. Além disso, apresenta-se uma proposta preliminar que tem o objetivo de avaliar a potencialidade do modelo de dissipação concentrada com histerese em simular a perda de rigidez que ocorre em estruturas de concreto armado devido à atuação de carregamento cíclico.

Não-Linearidade Física

2

2.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo são apresentados alguns aspectos do comportamento mecânico do concreto além de alguns conceitos básicos da Mecânica do Dano em meio contínuo. Tem-se por objetivo justificar as considerações e hipóteses adotadas na formulação dos modelos para análise não-linear, baseados na Mecânica do Dano, que são desenvolvidos neste trabalho. O texto apresentado neste capítulo está principalmente baseado em: SPOONER & DOUGILL (1975), REINHARDT (1984), VAN MIER (1984, 1997), YANKELEVSKY & REINHARDT (1987a,b, 1989), PROENÇA (1988, 2000), MAZARS et al. (1990), LEMAITRE (1992), ÁLVARES (1993), PITUBA (1998, 2003) e PAULA (2001).

2.2 COMPORTAMENTO MECÂNICO DO CONCRETO

2.2.1 Mecanismos de Danificação do Concreto

O concreto é um material de comportamento mecânico bastante complexo o que impossibilita o estabelecimento de modelos capazes de prever com exatidão absoluta este comportamento. Sob a ótica da média escala o concreto pode ser tratado como um material bifásico, composto por uma fase constituída pelos agregados e por outra fase constituída pela argamassa.

Um aspecto marcante deste material é a existência de microfissuras antes mesmo da aplicação de qualquer carregamento. Estas microfissuras iniciais se devem à existência de uma fase estável, o agregado, e de uma fase evolutiva do ponto de vista constitutivo, a argamassa, que sofre retração e liberação de calor na fase inicial de cura quando sua resistência ainda é fraca, criando degradações iniciais (dano) de natureza

irreversível. Esta diferença entre as duas fases que constituem o concreto gera uma “zona de transição” ao redor dos grãos do agregado, constituída dos mesmos elementos que a pasta, porém com resistência mais fraca.

Na zona de transição formam-se defeitos de aderência e vazios quase sempre associados à direção de moldagem como pode ser observado no esquema da figura 2.1.

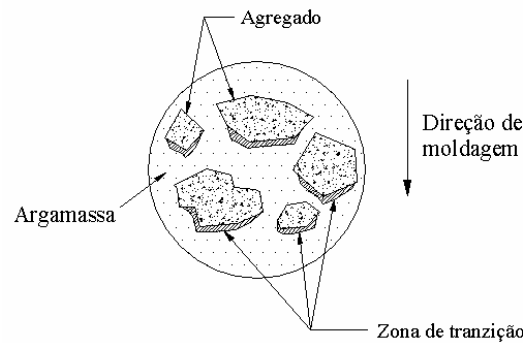


Figura 2.1 – Caracterização da zona de transição, VAN MIER (1984)

O processo de danificação consiste na evolução das microfissuras e difere de acordo com o tipo de sollicitação. Tal processo pode ser compreendido tendo-se em vista os três modos básicos de abertura de fissuras. Tem-se, então, a descrição clássica destes modos ilustrados na figura 2.2:

- Modo I: a abertura da fissura ocorre devido a um esforço perpendicular ao plano que contém o defeito;
- Modo II: a abertura da fissura se dá devido a um esforço de cisalhamento aplicado no plano de sua superfície e em direção paralela ao defeito;
- Modo III: a abertura da fissura ocorre devido a um esforço de cisalhamento aplicado no plano de sua superfície em direção perpendicular ao defeito;

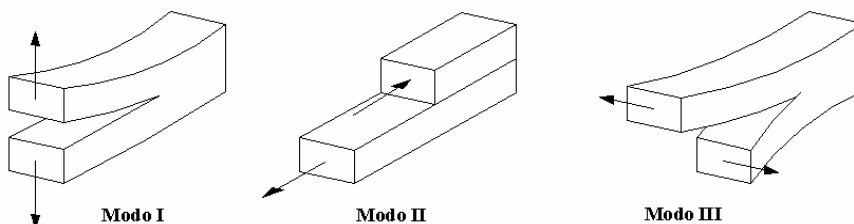


Figura 2.2 Modos básicos de abertura de fissuras, ÁLVARES (1993)

Os principais mecanismos de danificação, comuns a todos os estados de sollicitação, podem ser caracterizados a partir da observação, na média-escala, da resposta do material nos estados uniaxiais de tração e compressão.

Na figura 2.3 tem-se a representação esquemática da evolução da fissuração no concreto sob tração uniaxial, admitindo-se por simplificação que o agregado tenha uma forma circular. Neste caso a evolução da fissuração se dá em duas etapas:

- Numa primeira etapa, o desenvolvimento ocorre em modo misto de abertura e escorregamento (I e II respectivamente) ao longo de um dos hemisférios dos grãos, podendo acontecer no hemisfério superior ou no inferior a depender da distribuição dos defeitos iniciais. Chama-se a atenção neste caso para a existência de atrito entre as superfícies do agregado e da argamassa devido à ocorrência do modo II de separação da fissura nesta região;
- Na segunda etapa, completado o hemisfério, passa a ocorrer propagação instável ao longo da argamassa, em modo I de abertura, resultando em uma fissura perpendicular à direção da sollicitação.

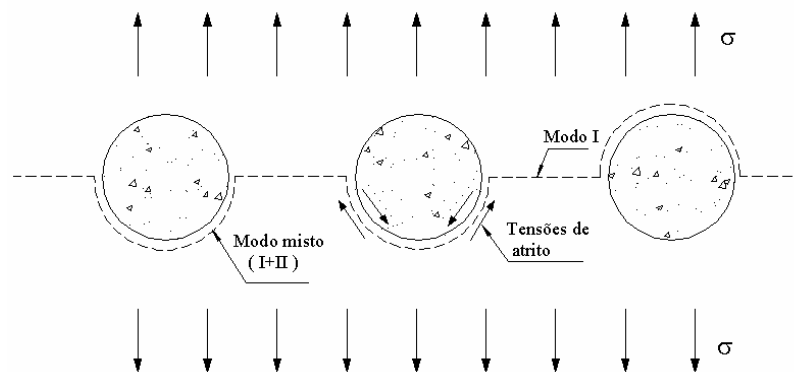


Figura 2.3 – Danificação em tração com início na zona de interface, MAZARS (1984)

No caso da compressão uniaxial, representada na figura 2.4, a danificação se dá em três etapas:

- Na primeira etapa, a fissuração aparece em modo II de abertura na região do contorno do agregado, aproximadamente a 30° em relação a horizontal, onde se desenvolvem tensões de atrito;
- Na segunda etapa, a fissura progride ao longo da interface passando a apresentar um modo I de abertura;

- Na terceira etapa, a evolução da fissuração se dá na direção da sollicitação, deixando a região de interface para se propagar na matriz de argamassa.

Para elevados níveis de sollicitação tem-se um panorama de fissuras paralelas à direção de carregamento, BUYUKOZTURK et al.(1971) apud PITUBA (2003).

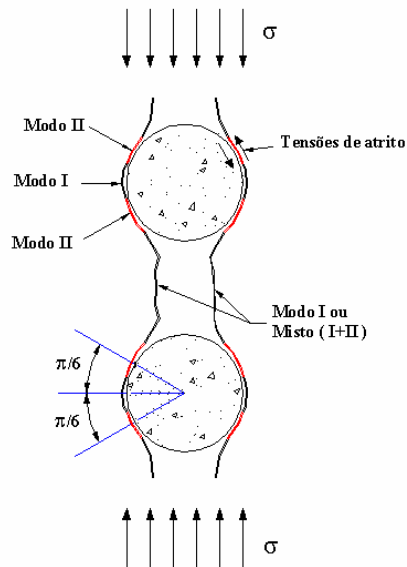


Figura 2.4 - Danificação em compressão com início na zona de interface, BUYUKOZTURK et al. (1971) apud PITUBA (2003)

2.2.2 Comportamento Macroscópico do Concreto em Compressão Uniaxial

2.2.2.1 Carregamento Monotônico em Compressão

Quando um espécime de concreto é carregado em compressão uniaxial uma curva característica da relação tensão-deformação tal qual a esquematizada na figura 2.5 é obtida. Este diagrama tem por correspondência as seguintes fases de comportamento do material, as quais são relacionadas com o processo de danificação na média-escala:

- Do estado inicial até o limite de 30 – 40% da resistência à compressão, f_c , desenvolve-se uma fase de comportamento aproximadamente elástico, assim denominada porque a configuração das microfissuras iniciais praticamente não sofre alteração. Conseqüentemente, observa-se uma certa manutenção da rigidez e do coeficiente de Poisson iniciais do material. O leve desvio de linearidade observado deve-se ao início de escorregamentos entre o agregado e a argamassa;

- A partir de um nível de tensão em torno de 40 – 50% de f_c e estendendo-se até 70 – 80% de f_c caracteriza-se uma fase não-linear estável, na qual a rigidez diminui sensivelmente enquanto o coeficiente de Poisson permanece inalterado. Nesta fase a componente de deformação plástica longitudinal cresce lentamente enquanto sua componente transversal permanece praticamente nula. Na média-escala ocorre a evolução da danificação na interface entre o agregado e a argamassa;
- Acima de 70 – 80% de f_c até o valor de pico tem-se uma fase em que crescem tanto o coeficiente de Poisson quanto a deformação plástica. Há uma forte interação entre as microfissuras resultando nas fissuras propriamente ditas, ou seja, fissuras visíveis;
- Uma vez atingida a tensão de pico, a curva apresenta um ramo descendente que se estende até que seja atingida a deformação última, ϵ_u , na qual o concreto rompe por esmagamento.

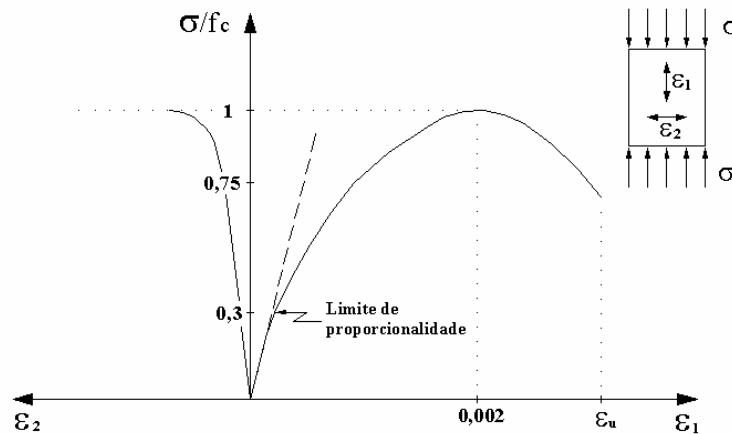


Figura 2.5 – Diagrama tensão-deformação na compressão uniaxial, PROENÇA (1988)

Um aspecto interessante da curva tensão-deformação em compressão uniaxial é que a mesma evidencia uma dependência do comportamento do material em relação à direção de moldagem do espécime, uma vez que esta seja paralela ou perpendicular à direção de carregamento. Na figura 2.6 tem-se as curvas tensão-deformação em compressão uniaxial para um espécime de concreto em que as direções de carregamento e moldagem são paralelas e para outro em que estas direções são perpendiculares.

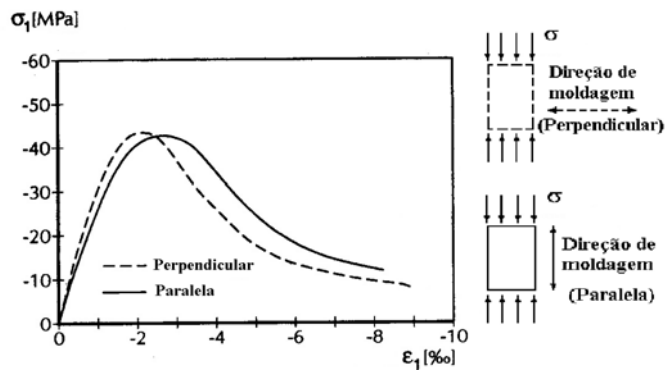


Figura 2.6 – Efeito da direção de moldagem em relação à direção de carregamento, VAN MIER (1997)

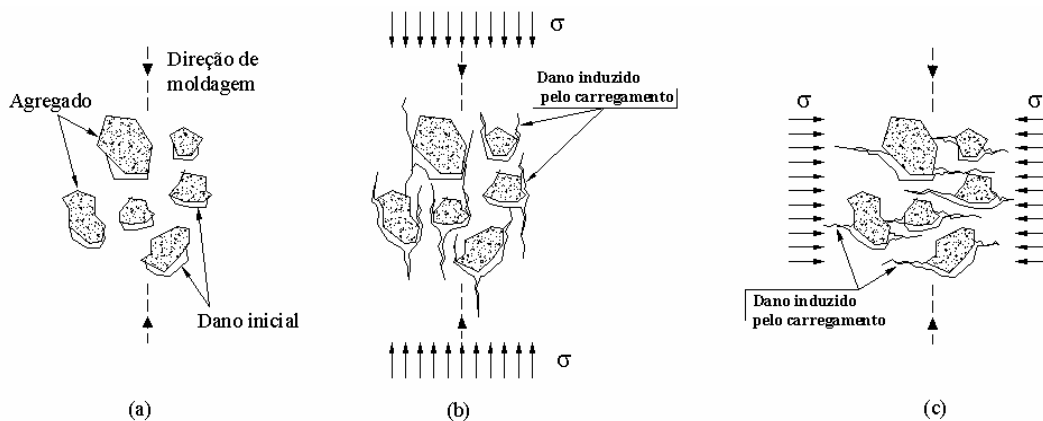


Figura 2.7 – Relação entre as direções de moldagem e de carregamento: (a) configuração sem carregamento, (b) carregamento paralelo à direção de moldagem, (c) carregamento perpendicular à direção de moldagem, adaptado de VAN MIER (1997)

A análise da figura 2.6 mostra uma diferença tanto na rigidez do material quanto nas curvaturas dos diagramas. Quando o carregamento é aplicado paralelamente à direção de moldagem o diagrama apresenta uma menor curvatura, o que sugere um atraso na evolução da danificação. De acordo com VAN MIER (1997), na média-escala, lança-se como hipótese o mecanismo apresentado na figura 2.7 para explicar as diferenças de comportamento observadas na figura 2.6. Segundo este mecanismo hipotético quando o carregamento é aplicado paralelamente à direção de moldagem (figura 2.7(b)), a orientação do dano inicial é muito desfavorável à propagação de um campo de tensão de compressão o que gera um atraso na evolução da danificação. Por outro lado, quando o carregamento é aplicado perpendicularmente à direção de moldagem (figura 2.7(c)), as fissuras são orientadas mais favoravelmente e sua

propagação ocorre de modo mais rápido. “*Nos experimentos, o atraso e o aceleração no crescimento das fissuras para moldagem paralela e perpendicular, respectivamente, parece conduzir a uma diferença nas deformações de pico, o que não ocorre para as tensões de pico*”, VAN MIER (1997).

2.2.2.2 Carregamento Cíclico em Compressão

O comportamento cíclico do concreto é de vital importância, sobretudo em situações particulares onde a estrutura é submetida a ciclos de descarregamento e recarregamento, como nas solicitações dinâmicas.

Na figura 2.8 tem-se um exemplo experimental de curva tensão-deformação em compressão uniaxial onde foram realizados cinco ciclos de descarregamento e recarregamento, para efeito de comparação também foram colocadas duas curvas de espécimes submetidos a carregamento monotônico. A primeira conclusão a que se chega a partir da análise da figura 2.8 é que, apesar da dispersão de resultados decorrente da realização de diversos ensaios, a curva tensão-deformação para carregamento monotônico é representativa da envoltória tensão-deformação para carregamento cíclico em compressão, YANKELEVSK & REINHARDT (1987a).

No espécime submetido a carregamento cíclico os três primeiros ciclos foram realizados na fase pré-pico, estes praticamente coincidem com o ramo ascendente da curva não apresentando laços de histerese bem definidos, o que evidencia uma dependência entre a histerese e o nível de danificação. O quarto ciclo foi realizado bem próximo ao pico do diagrama e apresenta de forma bem clara um laço de histerese. O quinto ciclo foi realizado na fase pós-pico e também apresenta um laço.

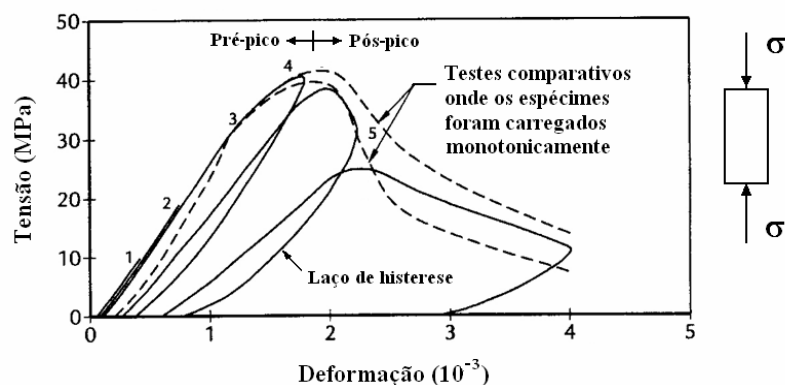


Figura 2.8 – Curva tensão-deformação do concreto em compressão cíclica, SPOONER&DOUGILL (1975)

A análise dos laços de histerese da figura 2.8 nos permite observar que na fase inicial de descarregamento a curva é bastante íngreme e na medida em que vai se aproximando do eixo das deformações sua inclinação diminui progressivamente. Na fase de recarregamento a curva cresce mais rapidamente quando comparada à fase final de descarregamento, porém é claramente visível que houve uma diminuição na inclinação quando se compara com o ramo inicial de carregamento (pré-pico). Na fase final do recarregamento a inclinação da curva diminui continuamente até que seja retomado o ramo de “softening”. Nota-se que para cada ciclo de carregamento em que se observa histerese há um aumento da deformação anelástica, o que é normalmente atribuído ao efeito do escorregamento entre as superfícies das fissuras na média-escala.

A inclinação da curva no recarregamento é usada como uma medida da quantidade de dano para o nível de sollicitação correspondente ao início do descarregamento. A progressiva diminuição desta inclinação, para os sucessivos ciclos, é associada à evolução da danificação no espécime.

De acordo com SPOONER & DOUGILL (1975) a realização dos laços de histerese é associada a um processo de dissipação de energia no concreto. Para aqueles autores o concreto em muitos aspectos se comporta similarmente a um material ideal em que a energia é dissipada por dois mecanismos como apresentado na figura 2.9:

- Num primeiro mecanismo a energia é dissipada apenas na fase de carregamento para cada um dos níveis de deformação atingidos, esta energia dissipada pode ser tomada como uma medida da danificação no material;
- Num segundo mecanismo a energia é dissipada durante a realização do laço de histerese, e é esta energia dissipada que fornece o amortecimento observado experimentalmente em materiais submetidos a sollicitações dinâmicas.

SPOONER & DOUGILL (1975) realizaram testes de emissão acústica em espécimes de concreto submetidos a carregamento cíclico em compressão e obtiveram evidências de que a evolução da danificação do material ocorre apenas durante a fase de carregamento. Portanto durante a realização do laço de histerese, fases de descarregamento e recarregamento, o dano permanece constante e volta a evoluir apenas após a obtenção do nível de deformação correspondente ao início do último descarregamento.

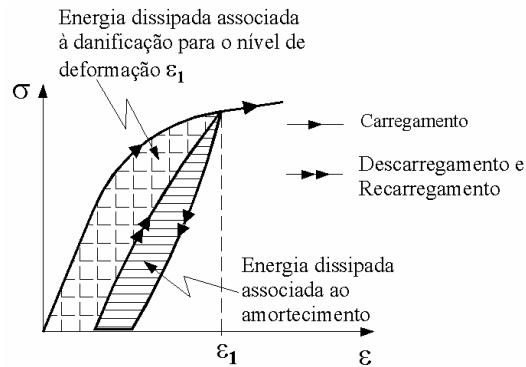


Figura 2.9 – Processos de dissipação de energia para um material ideal, SPOONER&DOUGILL (1975)

2.2.3 Comportamento Macroscópico do Concreto em Tração Uniaxial

2.2.3.1 Carregamento Monotônico em Tração

O concreto tem um comportamento sob tração diferente do seu comportamento sob compressão. Comparações entre curvas tensão-deformação para espécimes, de um mesmo concreto, submetidos à compressão e à tração uniaxial mostram as seguintes diferenças:

- Primeiramente a resistência do concreto à tração é baixa quando comparada com sua resistência à compressão, sendo f_t a resistência do concreto à tração tem-se $f_t \leq f_c / 10$;
- Apesar de em ambos os casos, compressão e tração, ser observado um ramo descendente após a obtenção da tensão de pico, este é consideravelmente mais íngreme para o caso da tração;
- A razão entre a deformação última e a deformação de pico em tração é consideravelmente maior do que no caso da compressão;
- O comportamento tensão-deformação do concreto em tração é governado por micro e macro-fissuras inseridas em uma zona de localização de fissuras.

Na figura 2.10 tem-se o esquema de um diagrama tensão-deformação em tração uniaxial, o qual apresenta duas fases bem distintas: antes da tensão de pico e após a tensão de pico. Antes do pico de tensão ($\sigma < f_t$) a curva resposta é uma reta que passa a uma forma não-linear em aproximadamente 50% de f_t devido às primeiras evoluções

da danificação na interface entre as fases agregado e argamassa. Depois do nível de pico ($\sigma > f_t$) a tensão cai fortemente, ocorrendo uma instabilidade por causa de fissuras situadas na zona de localização de fissuras.

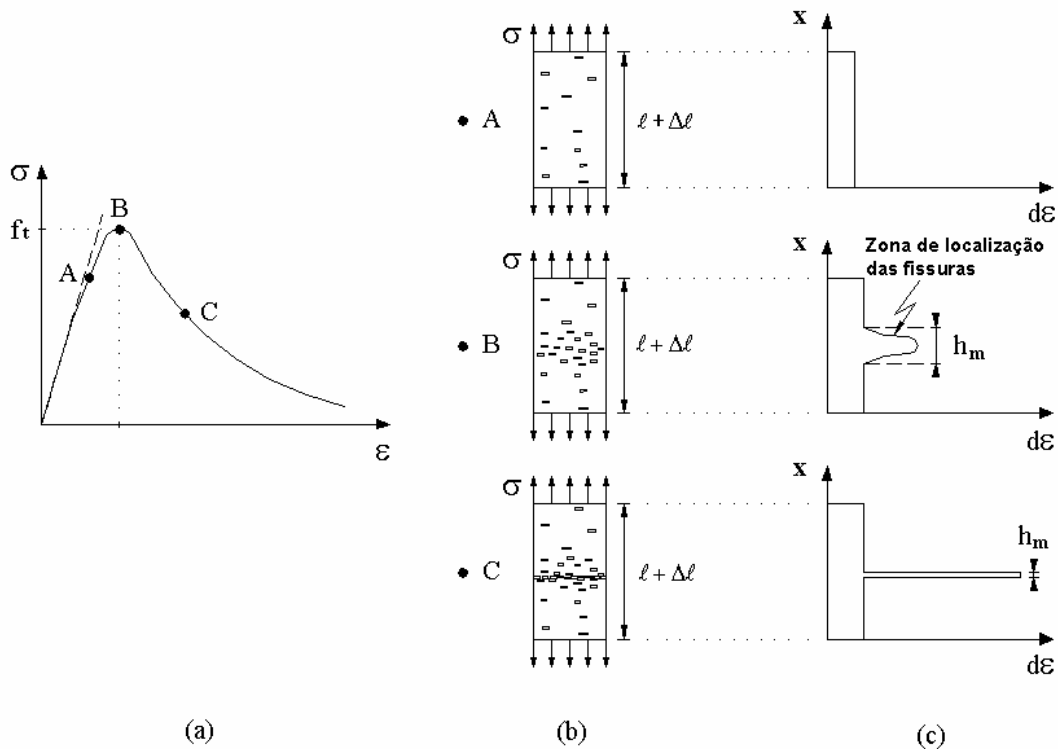


Figura 2.10 – Comportamento do concreto sob tração uniaxial: (a) diagrama tensão-deformação, (b) evolução do processo de fissuração no espécime, (c) gráficos de deformação distribuída, Boletim 230 CEB (1996)

Na figura 2.10(a) destaca-se três pontos sobre a curva tensão-deformação, o ponto “A” na fase pré-pico, o ponto “B” no pico e o ponto “C” na fase pós-pico. Na figura 2.10(b) o espécime é esboçado com o nível de fissuração correspondente a cada um dos pontos destacados sobre o diagrama de tensão. E na figura 2.10(c) tem-se os gráficos da deformação distribuída ao longo do espécime para cada um dos pontos de análise. Para o nível de deformação no ponto “A” já se observa algumas fissuras no espécime, mas como estas se distribuem de maneira aproximadamente uniforme pode-se admitir que a deformação se distribua de forma constante ao longo do comprimento do espécime. Imediatamente antes do pico, uma acumulação de microfissuras ocorre em uma parte mais fraca do espécime. Desenvolve-se, então, a chamada zona de localização das fissuras que tem uma largura h_m . Após o pico a zona de localização das

fissuras se concentra mais e mais, ocorre uma diminuição de sua largura h_m e a deformação nesta região cresce bastante enquanto o restante do espécime sofre descarregamento. No final a ruptura ocorre devido a uma única macro-fissura.

Na figura 2.11 tem-se um resultado experimental para um corpo de prova cilíndrico submetido à tração uniaxial onde se observa de forma bastante caracterizada as fases de comportamento pré e pós-pico.

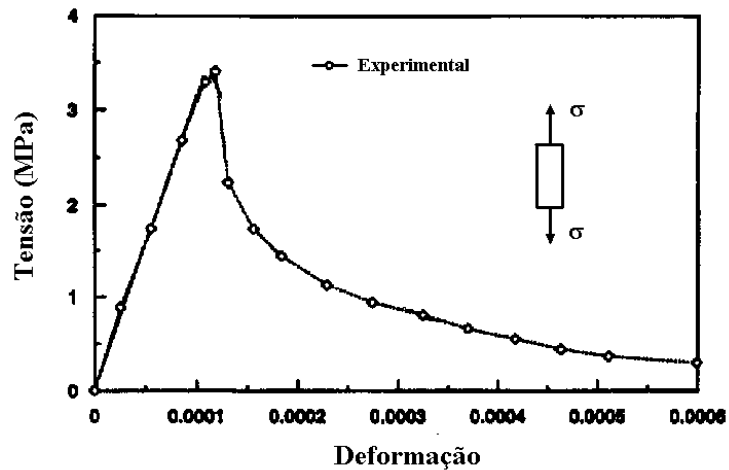


Figura 2.11 – Diagrama tensão-deformação em tração uniaxial, GOPALARATNAM&SHAH (1985)

Tendo-se em vista a resposta macroscópica observada e a localização em particular, HILLERBORG & PETERSSON (1981) apud PITUBA (2003) chegaram as seguintes conclusões quanto à representatividade do ensaio de tração:

- No início os defeitos se distribuem em todo o volume do espécime e nessas condições considera-se que o comportamento antes do pico de tensão é característico do material e pode ser representado num diagrama tensão-deformação tal como apresentado na figura 2.12(a).
- Devido à localização das deformações, a resposta depois do pico não é mais representativa do comportamento do material, mas sim da estrutura que constitui o corpo de prova ensaiado. Aqueles autores aconselham que no regime pós-pico deve-se fazer referência à relação tensão-abertura da fissura ($\sigma - w$) tal como apresentado da figura 2.12(b).

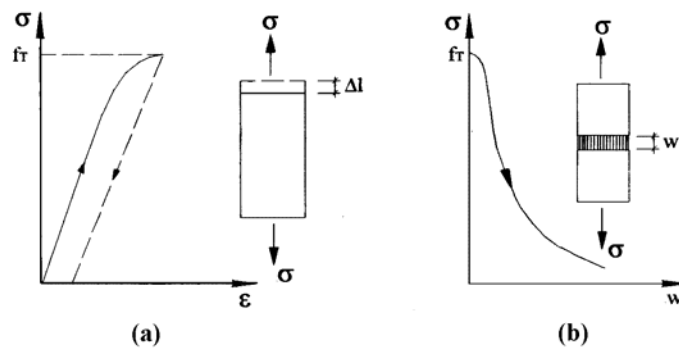


Figura 2.12 – Análise do comportamento em tração: (a) fase pré-pico, (b) fase pós-pico, HILLERBORG&PETERSSON (1981) apud PITUBA (2003)

2.2.3.2 Carregamento Cíclico em Tração

Em linhas gerais o comportamento do concreto sob solicitação cíclica em tração é bastante semelhante ao seu comportamento cíclico em compressão. Na figura 2.13 tem-se um exemplo experimental de curva tensão-deformação em tração uniaxial onde foram realizados cinco ciclos de descarregamento e recarregamento na fase pós-pico. Tal como constatado para o caso da compressão pode-se observar neste caso: a realização de laços de histerese, a diminuição da inclinação das curvas de recarregamento, o aumento das deformações anelásticas para os sucessivos ciclos de carga e a variação da inclinação das extremidades das curvas de descarregamento e recarregamento. Além disso, a curva tensão-deformação para carregamento monotônico é representativa da envoltória tensão-deformação para carregamento cíclico em tração, YANKELEVSK & REINHARDT (1989).

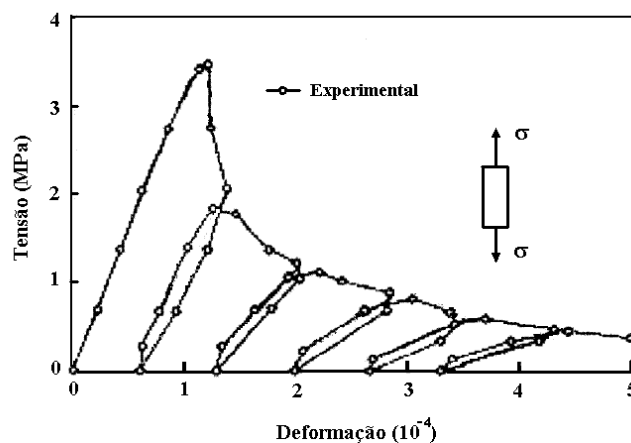


Figura 2.13 - Curva tensão-deformação do concreto em tração cíclica, GOPALARATNAM&SHAH (1985)

Apesar da certa similaridade entre o comportamento do concreto sob solicitações cíclicas em tração e em compressão, observa-se que o comportamento cíclico do concreto em tração se torna mais complexo quando o descarregamento é seguido de uma inversão no sinal, ocorrendo, então, um carregamento em compressão. Sob este aspecto dois trabalhos pioneiros que merecem destaque são REINHARDT (1984) e CORNELISSEN et al. (1986). Nestes trabalhos espécimes de concreto foram submetidos a várias histórias de carregamento que diferem quanto ao número de ciclos e níveis de tensão e deformação nos quais começam os descarregamentos e recarregamentos.

Na figura 2.14 tem-se o esquema de um dos modelos de espécimes utilizado por REINHARDT (1984). Foram feitos dois cortes de 5mm x 5mm em ambos os lados do espécime para reduzir a seção transversal efetiva para 50x50 mm². Esta redução foi suficiente para que a fratura se iniciasse nesta área.

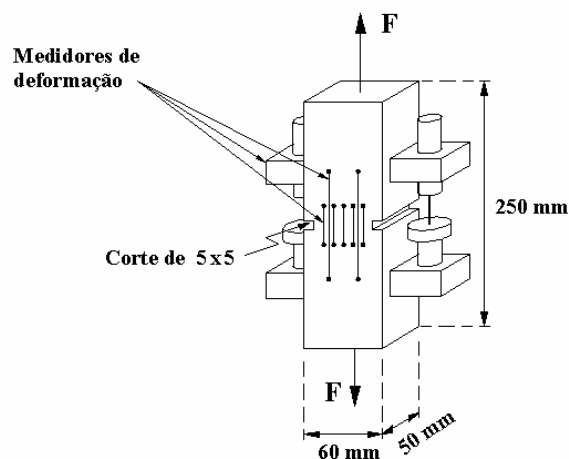


Figura 2.14 – Espécime ensaiado por REINHARDT (1984)

Na figura 2.15 tem-se os diagramas de tensão na seção reduzida versus o alongamento total medido para as diversas histórias de carregamento cíclico consideradas. Na figura 2.15(a) o carregamento cíclico foi aplicado sem inversão de sinal sendo a tensão de tração mais baixa igual a 5% de f_t . Na figura 2.15(b) houve a inversão no sinal do carregamento sendo aplicado um carregamento em compressão igual a 15% de $-f_t$. Na figura 2.15(c) também houve inversão no sinal do carregamento e a compressão máxima foi igual a $-f_t$.

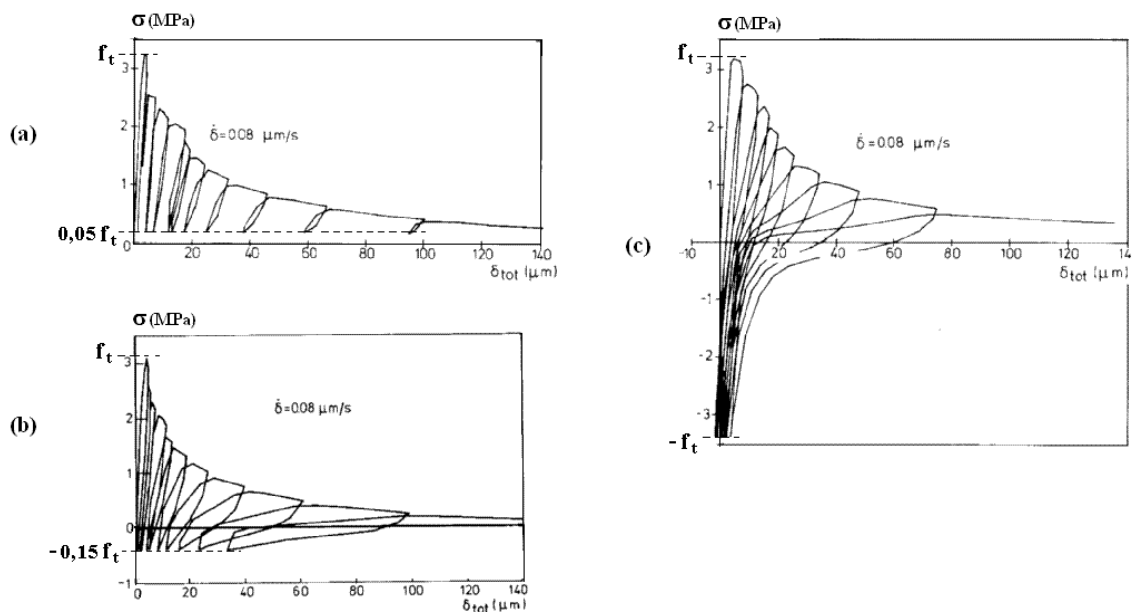


Figura 2.15 – Curvas tensão versus alongamento total: (a) tensão de tração mais baixa $0,05f_t$, (b) máxima tensão de compressão $-0,15f_t$, (c) máxima tensão de compressão $-f_t$, REINHARDT (1984)

As principais conclusões que se pode tirar da análise dos diagramas apresentados na figura 2.15 são:

- i) A deformação no descarregamento não é completamente reversível, e estas componentes de deformação permanente aumentam juntamente com a deformação total;
- ii) As curvas de descarregamento e recarregamento não são coincidentes apresentando a formação de laços de histerese;
- iii) Os laços de histerese são mais abertos para o descarregamento com inversão no sinal, e isto é mais significativo quanto maior a tensão de compressão aplicada;
- iv) Ocorre uma recuperação de rigidez com a inversão no sinal do carregamento.

2.2.4 Aspecto Unilateral no Comportamento Mecânico do Concreto

O concreto possui um comportamento unilateral em decorrência da recuperação da rigidez que ocorre com o fechamento das microfissuras quando do processo de inversão no sinal do carregamento. Neste item são apresentados dois resultados

experimentais obtidos por MAZARS et al. (1990) que evidenciam este comportamento unilateral.

No primeiro ensaio um espécime foi submetido a um carregamento uniaxial em tração até a obtenção da danificação, posteriormente inverte-se o sinal do carregamento passando-se a uma sollicitação em compressão. Na figura 2.16 tem-se o esquema do espécime ensaiado, sendo a deformação de tração induzida no concreto por meio de barras de alumínio coladas na superfície lateral do espécime para evitar a localização de deformações.

Na figura 2.17 tem-se a curva tensão-deformação onde se destaca o efeito da recuperação da rigidez que ocorre devido ao fechamento das fissuras com a inversão do sinal do carregamento. Após a aplicação do carregamento de tração, uma carga de compressão foi aplicada diretamente sobre o concreto. Na figura 2.18 tem-se a curva tensão-deformação obtida para a fase de compressão.

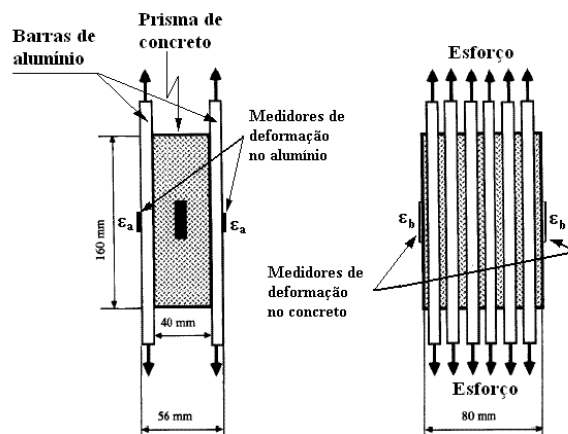


Figura 2.16 – Espécime para teste uniaxial, MAZARS et al.(1990)

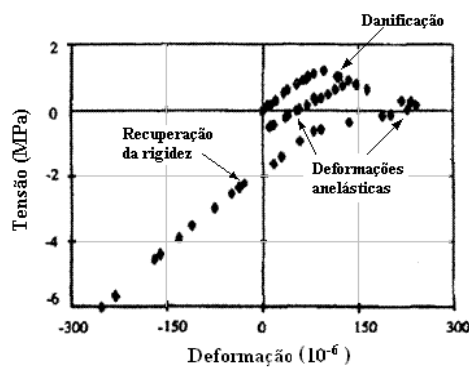


Figura 2.17 – Evidência experimental do comportamento unilateral do concreto para sollicitação uniaxial, MAZARS et al. (1990)

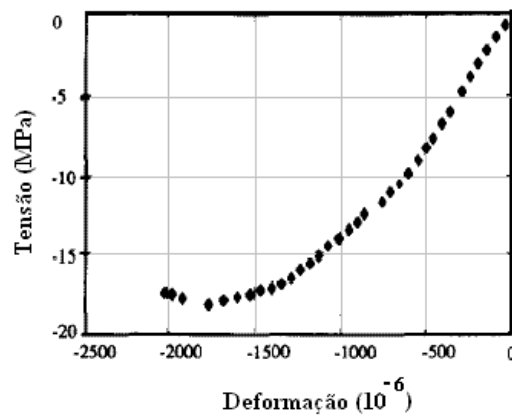


Figura 2.18 – Curva tensão-deformação para o concreto em compressão, MAZARS et al. (1990)

Neste experimento embora o concreto tenha sido completamente danificado previamente em tração, uma vez invertido o sinal do carregamento, o módulo de elasticidade inicial e a tensão de pico não foram modificados, MAZARS et al. (1990).

No segundo ensaio uma viga de concreto simples é submetida a um teste de fadiga de baixo ciclo a fim de se analisar a evolução da rigidez global. Na figura 2.19 tem-se o arranjo do teste e a geometria do espécime. Foram impostos ciclos de deslocamento com incremento de amplitude como mostrado na figura 2.20.

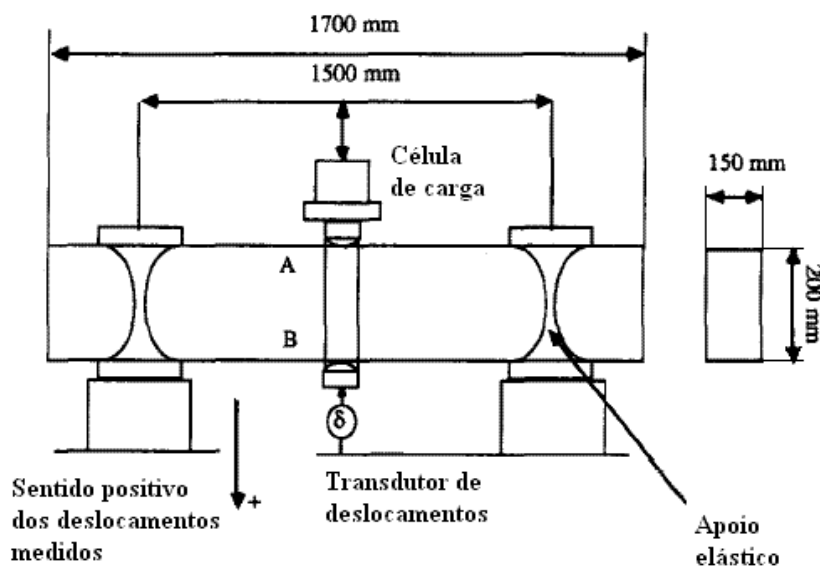


Figura 2.19 – Espécime para teste de flexão, MAZARS et al. (1990)

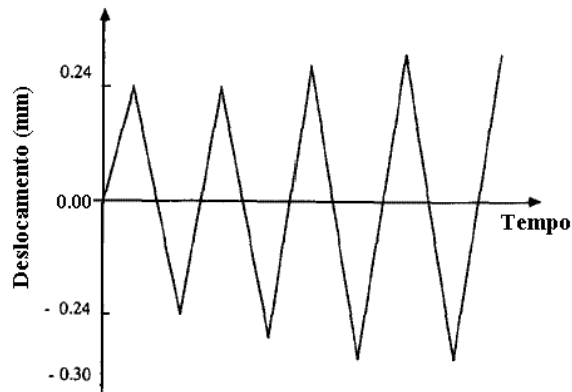


Figura 2.20 – História de deslocamento imposto, MAZARS et al. (1990)

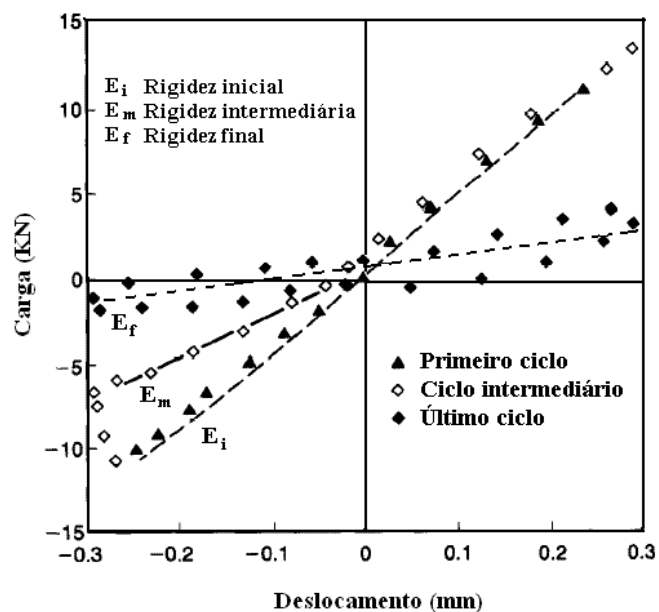


Figura 2.21 – Curva carga total versus deslocamento, MAZARS et al. (1990)

Na figura 2.21 mostra-se a curva carga total versus deslocamento obtido. Os principais aspectos a serem observados na resposta são:

- i) As rigidezes inicial E_i , intermediária E_m e final E_f , são indicadas com linhas tracejadas;
- ii) Depois de vários ciclos, uma zona danificada aparece próxima ao ponto “A” da figura 2.19. Para um deslocamento negativo, abrem-se microfissuras e a rigidez da viga decresce para o valor E_m . Neste mesmo ciclo, quando o deslocamento

se torna positivo as microfissuras de fecham e a rigidez inicial E_i foi recuperada;

iii) Quando finalmente a viga se tornou simetricamente danificada, pontos “A” e “B” da figura 2.19, a resposta global também se torna simétrica com uma rigidez constante $E_f < E_m$;

iv) No último ciclo se observa claramente a formação de um laço de histerese.

Os autores concluíram que os resultados experimentais confirmam o comportamento unilateral do concreto danificado.

2.3 ELEMENTOS DA MECÂNICA DO DANO

2.3.1 Generalidades

De acordo com PROENÇA (2000) a resposta não-linear dos sólidos, observada macroscopicamente, é uma manifestação de processos irreversíveis que ocorrem em sua microestrutura, tais como: escorregamentos relativos entre cristais, perdas de coesão em planos de clivagem ou contornos dos grãos, mudanças de porosidade, mudanças de fase, difusão de elementos químicos e outros.

A mecânica do dano em meios contínuos leva em conta os efeitos da degradação, em modo difuso e progressivo, de sólidos submetidos a ações de natureza mecânicas ou não-mecânicas, por meio de redução das propriedades de resistência e rigidez do material. É importante notar desde logo a diferença em relação à Mecânica da Fratura.

Enquanto que a Mecânica da Fratura lida com as condições de propagação de uma fratura macroscópica imersa num meio contínuo íntegro, a Mecânica do Dano se ocupa do efeito, sobre a resposta material, de um processo de microfissuração distribuída que se desenvolve numa etapa preliminar à formação da fissura discreta. Essa teoria permite descrever localmente, com base num elemento de “volume representativo” de material em torno do ponto considerado, a evolução dos fenômenos que se desenvolvem entre um estado inicial, relativo a uma situação de material íntegro, e um estado final, caracterizado pela formação de uma fissura macroscópica, que equivale à ruptura do elemento de volume.

Em síntese, a diferença entre Mecânica do Dano e Mecânica da Fratura pode ser colocada, segundo JANSON & HULT (1977) apud DRIEMEIER (1995), da seguinte forma, ver figura 2.22:

- Na Mecânica do Dano a resistência de uma estrutura carregada é determinada em função da evolução de um campo de defeitos (microfissuras ou poros) considerado continuamente distribuído;
- Na Mecânica da Fratura a resistência de uma estrutura carregada é determinada em função da evolução de um único defeito, como uma fissura pontiaguda pré-definida, num meio mecanicamente intacto.

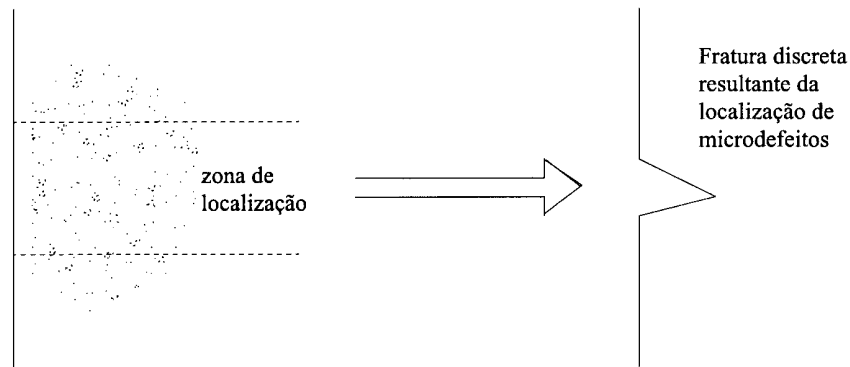


Figura 2.22 – Processo de transição entre dano e fratura, DRIEMEIER (1995)

A Mecânica do Dano em meio contínuo teve origem em proposta de penalização da rigidez originalmente introduzida por KACHANOV em 1958. Segundo essa teoria, as equações constitutivas são escritas incluindo-se uma variável, a variável de dano, que quantifica o processo de deterioração numa etapa preliminar a formação das fissuras. Portanto, a Mecânica do Dano permite considerar os efeitos dos processos de deterioração no comportamento mecânico macroscópico.

2.3.2 Definição do Elemento de Volume Representativo (EVR)

Considere-se um sólido com defeitos em sua microestrutura. Um *elemento de volume representativo*, de material em torno de um ponto considerado, possui dimensões suficientemente grandes para que se possa admitir a continuidade e a homogeneidade para a distribuição dos defeitos nele contido. Mas ao mesmo tempo essas dimensões devem ser suficientemente pequenas para que se evitem gradientes

elevados das grandezas locais de interesse, como a deformação. Dessa forma, pode-se admitir continuidade para as funções representativas dos fenômenos que ocorrem no elemento e as propriedades nele são valores médios que podem ser associados a pontos materiais nele contidos.

Na figura 2.23 ilustra-se o conceito de elemento de volume representativo em torno de um ponto do meio, orientado a partir de um versor normal de direção \mathbf{n} e solicitado por uma força uniaxial F .

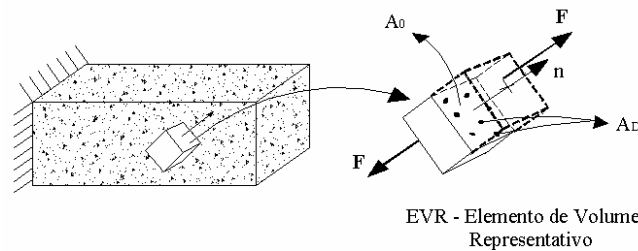


Figura 2.23 – Elemento de volume representativo, adaptado de PAULA (2001)

Considerando-se os fenômenos que ocorrem na média escala, uma vez definido o elemento de volume representativo (EVR) em forma de um cubo, tal como apresentado na figura 2.23, a dimensão aproximada de suas arestas é proposta por LEMAITRE (1992) para diversos materiais como sendo os valores apresentados na tabela 2.1.

Tabela 2.1 – Dimensão do EVR, LEMAITRE (1992)

Material	Aresta (mm)
Metais e cerâmicas	0,1
Polímeros e compostos	1
Madeiras	10
Concreto	100

2.3.3 Definição da Variável de Dano

O processo de deterioração ou danificação é relativo à fissuração, ao nível da média escala, que causa crescimento e união das microfissuras e outros tipos de

cavidades com distribuição e orientação não uniformes. Os principais efeitos do dano no comportamento mecânico macroscópico dos materiais são: a redução das propriedades elásticas (como o módulo de Young) e da resistência (amolecimento).

Considere-se uma situação de solicação uniaxial sobre o elemento de volume definido no item anterior, constituída por forças F aplicadas nas faces opostas entre se e com normais paralelas ao versor \mathbf{n} . Seja A_0 a área nominal da seção transversal média de normal \mathbf{n} no interior do elemento, ver figura 2.23. Nessas condições, $\sigma = F/A_0$ é a tensão nominal em qualquer ponto da seção considerada.

Admitindo-se que o conjunto de defeitos seja totalmente incapaz de transferir tensões, pode-se definir uma tensão dita efetiva levando-se em conta somente à parte íntegra da seção do elemento representativo. Nesse sentido, seja \tilde{A} a parcela íntegra da área total considerada. Então a diferença:

$$A_D = A_0 - \tilde{A} \quad (2.1)$$

define a área dos defeitos A_D .

Por definição, LEMAITRE & CHABOCHE (1985) e LEMAITRE (1992), o dano d_n , no caso associado a um plano de normal \mathbf{n} , fica definido pela relação:

$$d_n = \frac{A_D}{A_0} \quad (2.2)$$

Nota-se que a variável de dano assume valores contidos no intervalo $0 \leq d_n \leq 1$, sendo que $d_n = 0$ tem correspondência com a situação de material íntegro e $d_n = 1$ indica um estado de total deterioração.

Observa-se que no mesmo ponto a variável d_n pode assumir valores diferentes de acordo com a orientação da normal \mathbf{n} . Essa característica indica uma natureza anisotrópica para a variável que representa o dano no elemento de volume.

O chamado dano escalar tem correspondência com uma situação em que os microdefeitos apresentam, no elemento de volume, uma distribuição mais ou menos uniforme, de modo que segundo qualquer plano a medida de dano resulta a mesma, ou

seja, independentemente da normal \mathbf{n} . Em outras palavras, um único valor da variável de dano é suficiente para caracterizar completamente o estado local de deterioração.

$$d = d_n \quad \forall \mathbf{n} \quad (2.3)$$

Para efeito de simplificação as próximas definições levarão em conta o conceito de dano escalar, apesar de serem perfeitamente generalizáveis ao conceito de dano anisotrópico.

2.3.4 Definição da Tensão Efetiva

Considerando-se a situação de solitação uniaxial sobre o EVR apresentado na figura 2.23, a tensão efetiva $\tilde{\sigma}$ é definida por:

$$\tilde{\sigma} = \frac{F}{\tilde{A}} \quad (2.4)$$

A parcela de seção do EVR que efetivamente resiste à solitação pode ser expressa em função da variável de dano como:

$$\tilde{A} = A_0 - A_D = A_0(1 - d) \quad (2.5)$$

Levando-se em conta a relação (2.5) obtém-se a relação entre as tensões nominal e efetiva:

$$\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{(1 - d)} \quad (2.6)$$

Como a área íntegra é menor do que a nominal, para uma mesma força aplicada, a tensão efetiva num meio danificado resulta comparativamente maior do que a tensão nominal. Em particular, nota-se que:

$$\tilde{\sigma} = \sigma \quad \text{para material localmente íntegro;}$$

$$\tilde{\sigma} \rightarrow \infty \quad \text{para material totalmente danificado localmente.}$$

Apesar de a tensão efetiva ter sido definida para o EVR sob uma solitação de tração, ver figura 2.23, geralmente o comportamento dos materiais não é o mesmo para

tração e compressão. Então, pode-se considerar que a tensão efetiva leva em conta esta distinção de comportamento, LEMAITRE (1992):

$$\tilde{\sigma}^+ = \frac{\sigma^+}{1-d} \quad (2.7a)$$

$$\tilde{\sigma}^- = \frac{\sigma^-}{1-\omega d} \quad (2.7b)$$

onde:

- $\tilde{\sigma}^+, \tilde{\sigma}^-$ são as tensões efetivas em tração e em compressão, respectivamente;
- σ^+, σ^- são as tensões nominais em tração e em compressão, respectivamente;
- ω é um parâmetro do material ($\omega \approx 0,2$).

2.3.5 Definição do Dano Crítico

A ruptura na média escala é definida como uma fissura que se distribui ao longo de toda a seção do EVR, ou seja, $A_D = A_0 \Rightarrow d = 1$. Porém, os experimentos mostram que em muitos casos depois de uma certa quantidade de dano, $d_{cr} < 1$, a ruptura é causada por um processo de instabilidade que repentinamente induz a perda de coesão dos átomos na área resistente remanescente, $A_D < A_0$. Esta quantidade de dano d_{cr} é chamada de dano crítico, o qual é principalmente dependente do material e do tipo de sollicitação.

Tomando-se no teste de tração monotônica pura a tensão última (σ_u) e a tensão de ruptura (σ_R) como parâmetros característicos do material, ver figura 2.24, o correspondente dano crítico d_{cr1} , considerado como uma característica do material, é determinado por:

$$d_{cr1} = 1 - \frac{\sigma_R}{\sigma_u} \quad (2.8)$$

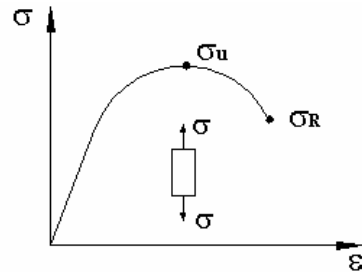


Figura 2.24 – Dano crítico em tração

Para o concreto tem-se $d_{cr1} \approx 0,2$, LEMAITRE (1992).

Modelos Simplificados: Breve Revisão Bibliográfica

3

3.1 INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas têm surgido diferentes modelos que permitem simular de modo cada vez mais próximo do real o comportamento de estruturas sob diferentes condições de carregamento e vinculação. Neste sentido a mecânica do dano contínuo, originalmente introduzida por KACHANOV (1958), tem se tornado uma das principais ferramentas para simular o comportamento em regime de ruptura de diferentes materiais.

No caso do concreto têm sido formulados inúmeros modelos baseados na mecânica do dano, os quais visam reproduzir de forma realística seu comportamento mecânico. Porém, dada a natureza complexa do comportamento deste material, muitas das relações constitutivas formuladas, apesar de consistentes, acabam por apresentar uma estrutura matemática muito complexa o que dificulta sua implementação computacional e aplicação prática. Por outro lado, os chamados modelos constitutivos simplificados têm se destacado na simulação do comportamento do concreto, combinando o reduzido grau de complexidade de suas formulações com capacidade para considerar o acoplamento de diferentes fenômenos.

Neste capítulo tem-se por objetivo apresentar de forma resumida uma revisão bibliográfica que contemple alguns modelos de dano que estão diretamente relacionados ao modelo proposto neste trabalho. São descritos os modelos de:

- LA BORDERIE (1991) – este é um modelo que simula o comportamento tensão-deformação do concreto permitindo a representação de fenômenos tais como: a perda de rigidez devido à danificação, a obtenção de deformação residual e o aspecto unilateral de recuperação da rigidez com o fechamento das

microfissuras. As respostas obtidas a partir da utilização deste modelo serão confrontadas com as respostas obtidas com o modelo proposto neste trabalho;

- FLÓREZ-LÓPEZ (1993, 1998) – este é um modelo simplificado de danificação e plastificação localizadas nas extremidades de elementos estruturais de barras. Fundamentalmente, este modelo estende os conceitos dos modelos clássicos de plasticidade concentrada, “lumped plasticity models”, introduzindo uma variável de dano para quantificar a microfissuração do concreto. Este modelo será generalizado dando origem ao modelo proposto neste trabalho. A generalização consiste em permitir a obtenção de deformação plástica associada apenas ao comportamento do concreto danificado, como também a reprodução de laços de histerese obtidos nas etapas de descarregamento e recarregamento nos diagramas momento-rotação.
- MAZARS et al. (2000) – este modelo é capaz de reproduzir os laços de histerese verificados experimentalmente em diagramas tensão-deformação uniaxiais do concreto quando, a partir de um certo nível de solitação e danificação correspondente, passam-se a realizar ciclos de descarregamento e recarregamento. O modelo propõe que os laços de histerese resultam da dissipação conjunta decorrente do dano evolutivo e do fenômeno de fricção interna nas faces das fissuras. Este modelo será apresentado em sua versão simplificada sugerida por ARAÚJO (2003). A estratégia utilizada neste modelo para a obtenção dos laços de histerese nos diagramas tensão-deformação do concreto será adaptada para a generalização do modelo de FLÓREZ-LÓPEZ (1993, 1998), dando, então, origem ao modelo proposto neste trabalho.

3.2 MODELO CONSTITUTIVO DE LA BORDERIE (1991)

Carregamentos dinâmicos que apresentam natureza cíclica, com ou sem inversão de sinal, geram, no concreto, respostas com características particulares. Nessas situações alguns dos fenômenos mais importantes que devem ser levados em conta são:

- i) Diminuição da rigidez com a abertura das microfissuras;
- ii) Deformação anelástica simultaneamente à danificação;
- iii) Recuperação da rigidez com a ocorrência do fechamento das fissuras.

LA BORDERIE (1991) formulou, para o concreto, um modelo constitutivo baseado na Mecânica do Dano Contínuo, que permite a consideração de todos os fenômenos citados anteriormente.

Tendo-se em vista o aspecto unilateral, que se caracteriza pela recuperação da rigidez com o fechamento das fissuras (ver figura 2.17), definem-se duas variáveis escalares de dano, representativas do dano em tração d_1 e do dano em compressão d_2 . A ativação de um ou outro processo de danificação, por efeito do fechamento ou abertura de microfissuras, quando da inversão do processo de carregamento, é feita mediante um controle sobre o sinal das tensões principais.

O potencial termodinâmico escolhido para derivar as relações de estado é a energia livre de Gibbs, a qual, como função de σ , é expressa como se segue:

$$\begin{aligned} \chi(\underline{\sigma}, d_1, d_2, z_1, z_2) = & \frac{\langle \underline{\sigma} \rangle_+ : \langle \underline{\sigma} \rangle_+}{2E(1-d_1)} + \frac{\langle \underline{\sigma} \rangle_- : \langle \underline{\sigma} \rangle_-}{2E(1-d_2)} + \frac{\nu}{2E} (\underline{\sigma} : \underline{\sigma} - \text{Tr}^2(\underline{\sigma})) + \\ & + \frac{\beta_1 d_1}{E(1-d_1)} f(\text{Tr}(\underline{\sigma})) + \frac{\beta_2 d_2}{E(1-d_2)} \text{Tr}(\underline{\sigma}) + G_1(z_1) + G_2(z_2) \end{aligned} \quad (3.1)$$

onde:

- $\langle \underline{\sigma} \rangle_+$ é a parte positiva do tensor de tensão;
- $\langle \underline{\sigma} \rangle_-$ é a parte negativa do tensor de tensão;
- $\text{Tr}(\underline{\sigma})$ é o primeiro invariante do tensor de tensão;
- ν é o coeficiente de Poisson do material virgem;
- E é o módulo de elasticidade do material íntegro;
- β_1 e β_2 são parâmetros a serem identificados, relacionados ao aparecimento de deformações anelásticas;
- z_1 e z_2 são as medidas de dano acumulado;
- $G_1(z_1)$ e $G_2(z_2)$ são funções de encruamento;
- σ_f é a tensão de fechamento das fissuras, parâmetro a ser identificado;

- $f(\text{Tr}(\underline{\sigma}))$ é a função que permite levar em conta a abertura e o fechamento de fissuras, assumindo diferentes expressões de acordo com a relação entre os valores de $\text{Tr}(\underline{\sigma})$ e da tensão de fechamento de fissuras.

As expressões propostas para $f(\text{Tr}(\underline{\sigma}))$ são:

$$f(\text{Tr}(\underline{\sigma})) = \text{Tr}(\underline{\sigma}) \quad \text{quando} \quad \text{Tr}(\underline{\sigma}) \in [0, \infty[\quad (3.2a)$$

$$f(\text{Tr}(\underline{\sigma})) = \left(1 + \frac{\text{Tr}(\underline{\sigma})}{2\sigma_f}\right) \text{Tr}(\underline{\sigma}) \quad \text{quando} \quad \text{Tr}(\underline{\sigma}) \in]-\sigma_f, 0[\quad (3.2b)$$

$$f(\text{Tr}(\underline{\sigma})) = -\frac{\sigma_f}{2} \text{Tr}(\underline{\sigma}) \quad \text{quando} \quad \text{Tr}(\underline{\sigma}) \in]-\infty, -\sigma_f] \quad (3.2c)$$

Mediante derivadas parciais, as leis de estado são derivadas do potencial de estado dado pela equação (3.1) e definem as variáveis associadas às variáveis de estado. Assim, o tensor de deformações resulta de:

$$\underline{\varepsilon} = \frac{\partial \chi}{\partial \underline{\sigma}} = \underline{\varepsilon}_e + \underline{\varepsilon}_{an} \quad (3.3)$$

sendo $\underline{\varepsilon}_e$ a parcela de deformações elásticas e $\underline{\varepsilon}_{an}$ o tensor de deformações anelásticas.

Tais componentes são dadas, respectivamente, por:

$$\underline{\varepsilon}_e = \frac{\langle \underline{\sigma} \rangle_+}{E(1-d_1)} + \frac{\langle \underline{\sigma} \rangle_-}{E(1-d_2)} + \frac{\nu}{E} (\underline{\sigma} - \text{Tr}(\underline{\sigma})\mathbf{I}) \quad (3.4)$$

$$\underline{\varepsilon}_{an} = \frac{\beta_1 d_1}{E(1-d_1)} \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} + \frac{\beta_2 d_2}{E(1-d_2)} \mathbf{I} \quad (3.5)$$

onde \mathbf{I} é o tensor identidade.

No trabalho de PAULA (2001), adotaram-se as seguintes expressões, modificadas em relação ao modelo original de La Borderie, propostas em PITUBA (1998), para a determinação das variáveis associadas às variáveis de dano:

$$Y_1 = \frac{\partial \chi}{\partial d_1} = \frac{\langle \sigma \rangle_+ : \langle \sigma \rangle_+ + 2\beta_1 f(\sigma) \alpha_1}{2E(1-d_1)^2} \quad (3.6a)$$

$$Y_2 = \frac{\partial \chi}{\partial d_2} = \frac{\langle \sigma \rangle_- : \langle \sigma \rangle_- + 2\beta_2 \text{Tr}(\sigma) \alpha_2}{2E(1-d_2)^2} \quad (3.6b)$$

onde os coeficientes α_i ($i = 1, 2$) assumem o valor unitário quando a variável de dano d_i for diferente de zero, caso contrário esses coeficientes são nulos.

As variáveis Z_i , associadas às z_i , poderiam ser definidas de forma análoga, tomando-se a variação do potencial em relação a z_i . Entretanto, em lugar de explicitar as G_i , que aparecem na equação (3.1), e a partir delas, por derivação, obter aquelas variáveis, pode-se empregar diretamente as expressões para Z_i resultantes de ajustes sobre resultados experimentais. A forma geral dessas expressões é:

$$Z_i = \left[Y_{0i} + \frac{1}{A_i} \left(\frac{d_i}{1-d_i} \right)^{1/B_i} \right] \quad (i = 1, 2) \quad (3.7)$$

onde A_i , B_i e Y_{0i} são parâmetros a serem identificados experimentalmente.

Nota-se que as variáveis Z_i tem valores iniciais dados por $Z_i(d_i = 0) = Y_{0i}$. As expressões (3.7) aparecem, na verdade, nas funções critério de danificação: $f_i = Y_i - Z_i \leq 0$, as quais caracterizam condições para a evolução ou não do dano em tração ou em compressão. Tais condições são:

- Se $Y_i < Z_i$ então $\dot{d}_i = 0$ e a resposta imediata é elástica linear;
- Se $Y_i = Z_i$ e $\dot{Y}_i > 0$, então $\dot{Y}_i = \dot{Z}_i$ e $\dot{d}_i \neq 0$.

Havendo evolução do dano pode-se determinar d_i a partir da equação (3.8), a qual deriva da equação (3.7) fazendo-se $Z_i = Y_i$:

$$d_i = 1 - \frac{1}{1 + [A_i(Y_i - Y_{0i})]^{B_i}} \quad (3.8)$$

Nas figuras 3.1(a) e 3.1(b) ilustram-se os digramas tensão-deformação desse modelo para carregamentos monotônicos em tração e em compressão uniaxial, respectivamente. A figura 3.1(c) apresenta a resposta tensão-deformação para um carregamento uniaxial onde o espécime é submetido inicialmente à tração, descarregado e submetido à compressão, novamente descarregado e submetido à tração.

Na figura 3.1(c) tem-se três fases de comportamento bastante distintas:

fase 1: quando a tensão varia de 0 a σ_t o dano é representado pela variável de dano em tração d_1 , enquanto a variável de dano em compressão d_2 permanece sem sofrer evolução;

fase 2: quando a tensão varia de 0 a $-\sigma_f$ é utilizada a chamada função de fechamento das fissuras para representar o efeito unilateral de recuperação gradual da rigidez inicial e as variáveis de dano d_1 e d_2 permanecem constantes;

fase 3: para tensões inferiores a $-\sigma_f$ o dano é representado pela variável de dano em compressão d_2 enquanto d_1 permanece constante;

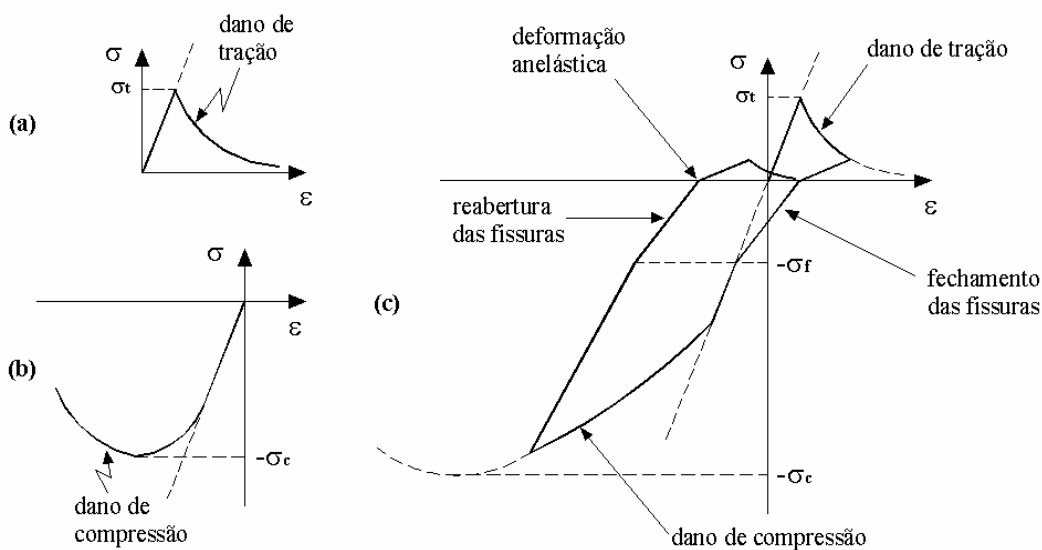


Figura 3.1 – Respostas tensão-deformação do modelo de La Borderie: (a) monotônico em tração, (b) monotônico em compressão, (c) carregamento com inversão de sinal

Detalhes sobre a implementação deste modelo para o caso unidimensional são apresentados em PAULA (2001), e em PITUBA (1998) são apresentadas sugestões para a calibração dos parâmetros considerados no modelo.

A fim de avaliar o desempenho do modelo proposto, LA BORDERIE (1991) apresenta uma comparação entre a resposta experimental e a simulação numérica de uma ligação viga-pilar interno. Na figura 3.2 apresentam-se os dados geométricos da estrutura ensaiada e na figura 3.3 tem-se o confronto dos resultados. O carregamento consiste na aplicação de uma força axial, $F_N = 200\text{KN}$, no pilar, sendo então realizado um ciclo completo com amplitude de deslocamento igual a $\pm 33\text{mm}$ na extremidade livre do pilar na direção horizontal. A análise da figura 3.3 mostra que o modelo apresenta uma resposta bastante satisfatória reproduzindo de forma coerente o comportamento global da estrutura.

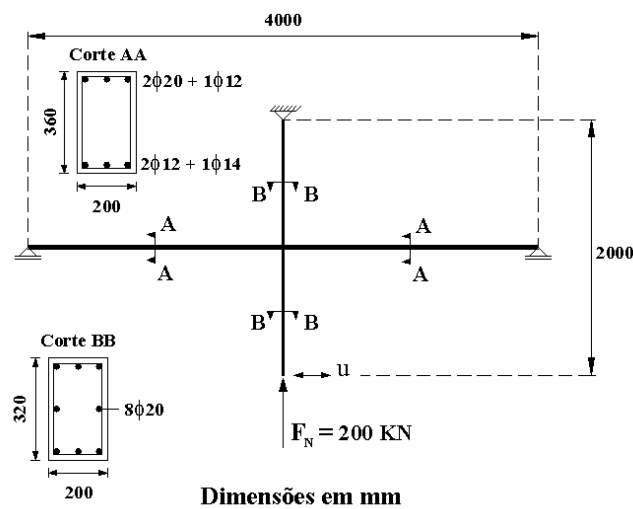


Figura 3.2 – Geometria da ligação viga-pilar, adaptado de LA BORDERIE (1991)

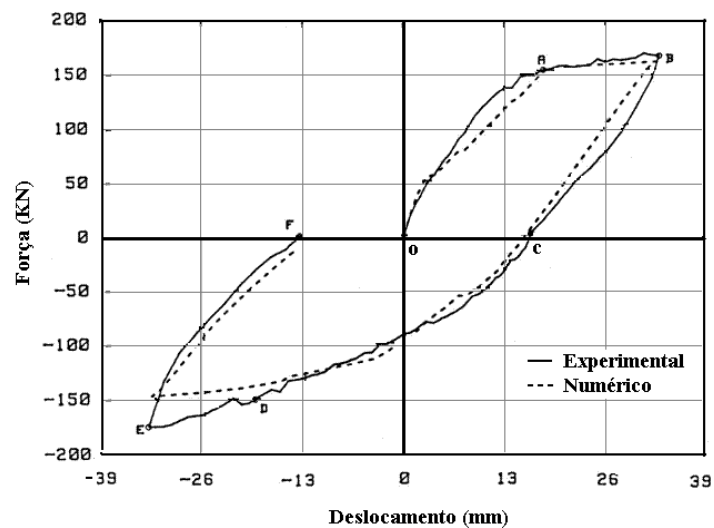


Figura 3.3 – Resposta global da ligação viga-pilar, LA BORDERIE (1991)

3.3 MODELO CONSTITUTIVO DE FLÓREZ-LÓPEZ (1993, 1998)

Sabe-se que a plastificação é, em geral, restrita a uma região muito limitada da estrutura. Modelos que incorporam a noção de localização da plasticidade para análise não-linear de estruturas de concreto armado, pré-moldado ou protendido, são chamados modelos de plasticidade concentrada “lumped plasticity models”, dentre os quais se têm como referências clássicas: MACCHI (1972), MAIER et al. (1973), COHN & FRANCCHI (1979) e RIVA & COHN (1990). Estes modelos consideram que a dissipação de energia responsável pela resposta não-linear da estrutura decorre de processos de plastificação que se concentram em regiões previamente estabelecidas chamadas rótulas plásticas.

O modelo de FLÓREZ-LÓPEZ (1993, 1998) é uma generalização dos modelos de plasticidade concentrada, pois considera que a dissipação de energia em elementos de barra se deve tanto a danificação do concreto quanto a plastificação da armadura tracionada, encontrando-se concentrada em rótulas plásticas de comprimento nulo dispostas nas extremidades de um elemento puramente elástico, ver figura 3.4. Portanto, a inovação do modelo em relação aos modelos clássicos de plasticidade concentrada consiste em introduzir na rótula plástica uma variável de dano que quantifica o processo de microfissuração difusa no concreto.

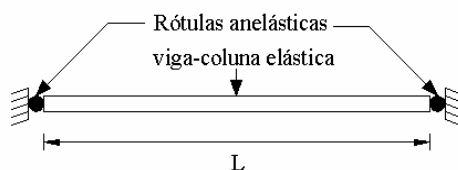


Figura 3.4 – Elemento de barra dos modelos de dissipação concentrada

Para este modelo o vetor de deformações nodais generalizadas de um elemento, tal qual o apresentado na figura 3.4, é expresso por:

$$\phi = \underbrace{F^e M}_{\text{Parcela elástica}} + \phi^R \quad (3.9)$$

onde:

- ϕ é o vetor das deformações generalizadas totais nas extremidades do elemento;
- F^e é a matriz de flexibilidade elástica da viga-coluna;
- M é o vetor dos esforços nas extremidades do elemento;
- ϕ^R é o vetor das deformações nas “rótulas”.

Na figura 3.5 tem-se a representação das deformações generalizadas totais e dos esforços correspondentes nas extremidades i e j do elemento de viga-coluna, incluindo o esforço axial (deformações por cortante não são consideradas neste modelo).

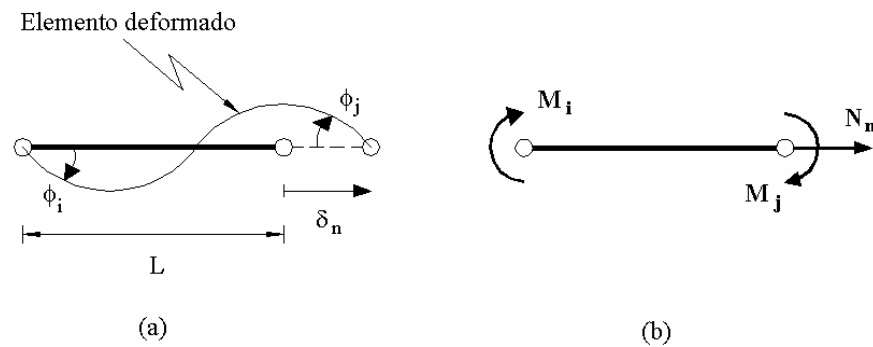


Figura 3.5 – Modelo de dissipação concentrada: (a) deformações generalizadas totais, (b) esforços nodais, ou tensões generalizadas

O modelo admite ainda que as deformações nas rótulas sejam compostas por parcelas associadas à danificação (ϕ^d) e à plastificação (ϕ^p), como apresentado na equação (3.10):

$$\phi^R = \phi^d + \phi^p \tag{3.10}$$

Uma componente importante na formulação é a matriz de flexibilidade danificada, que relaciona ϕ^d com os esforços nodais M . Para exemplificar de modo simplificado a obtenção dos elementos desta matriz, considere-se o caso particular de um elemento de treliça, com um único grau de liberdade nodal. Neste caso apenas tensões e deformações axiais têm de ser levadas em conta. Empregando-se a hipótese da tensão efetiva, equação (2.6), a variação do comprimento da barra por efeitos do dano e da plastificação pode ser expressa por:

$$\delta_n = \frac{N_n}{(1-d_n)S_{33}^0} + \delta_n^p \quad (3.11)$$

onde:

- δ_n é o alongamento total na extremidade do elemento;
- N_n é o esforço normal;
- d_n é a variável escalar de dano;
- $S_{33}^0 = \frac{EA}{L}$, E é o módulo de Young, A é a área da seção transversal, L é o comprimento do elemento;

comprimento do elemento;

- δ_n^p é a parcela do alongamento associada à plastificação.

A partir da hipótese apresentada na equação (3.9), a equação (3.11) pode tomar a forma:

$$\delta_n = \underbrace{\frac{1}{S_{33}^0}}_{\text{Parcela elástica}} N_n + \delta_n^d + \delta_n^p \quad (3.12)$$

Portanto, da igualdade das relações (3.11) e (3.12) resulta que a parcela de alongamento devido ao dano é dada por:

$$\delta_n^d = C(d_n)N_n \quad (3.13)$$

onde $C(d_n) = \frac{d_n}{(1-d_n)S_{33}^0}$ representa a flexibilidade danificada.

No caso do elemento apresentado na figura 3.4 com os graus de liberdade indicados na figura 3.5, o modelo, em analogia com a equação (3.13), postula um conjunto de parâmetros $d^T = \{d_i, d_j, d_n\}$, contidos no intervalo $[0, 1]$, e correspondentes, respectivamente, aos graus de liberdade associados às rotações ϕ_i e ϕ_j , e à deformação axial δ_n . Portanto a parcela de deformação devido ao dano nas rótulas é dada por:

$$\phi^d = \underline{C(d)} M \quad (3.14)$$

onde $\underline{C(d)}$ é a matriz de flexibilidade danificada de um elemento com duas rótulas nas extremidades. Esta matriz é apresentada como indicado em seguida, FLÓREZ-LÓPEZ (1993):

$$\underline{C(d)} = \begin{bmatrix} \frac{d_i}{(1-d_i)S_{11}^0} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{d_j}{(1-d_j)S_{22}^0} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{d_n}{(1-d_n)S_{33}^0} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

sendo $S_{11}^0 = S_{22}^0 = \frac{4EI}{L}$, onde I é o momento de inércia da viga-coluna.

A forma diagonal da matriz de flexibilidade danificada resulta da hipótese de independência dos processos de danificação em cada um dos graus de liberdade. A partir das relações (3.9), (3.10) e (3.14) define-se a relação esforço-deformação nas extremidades de um elemento elástico com “rótulas” nas suas extremidades:

$$\phi - \phi^p = \underline{F^{ed}(d)} M \quad (3.16)$$

onde

$$\underline{F^{ed}(d)} = \underline{F^e} + \underline{C(d)} \quad (3.17)$$

é a matriz de flexibilidade elasto-danificada do elemento da figura 3.4.

Se os parâmetros de dano (d_i, d_j) assumem valores nulos então o modelo em questão recai no modelo de plasticidade concentrada padrão; se os valores de dano são unitários, na ausência de plasticidade diz-se que a situação é de rótula totalmente danificada reproduzindo efeito de uma articulação perfeita.

A partir da inversão de $\underline{F^{ed}(d)}$ tem-se a matriz de rigidez elasto-danificada:

$$\underline{K}_{ed}(\underline{d}) = \begin{bmatrix} \frac{(1-d_i)(4-d_j)4EI}{4-d_id_j} \frac{1}{L} & \frac{4(1-d_i)(1-d_j)2EI}{4-d_id_j} \frac{1}{L} & 0 \\ \frac{4(1-d_i)(1-d_j)2EI}{4-d_id_j} \frac{1}{L} & \frac{(1-d_j)(4-d_i)4EI}{4-d_id_j} \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & 0 & (1-d_n)\frac{EA}{L} \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Pode-se observar que quando $d_i = d_j = d_n = 0$, obtém-se a matriz de rigidez de uma barra com comportamento elástico. Por outro lado, para $d_i = d_j = 1$ e $d_n = 0$ obtém-se a matriz de rigidez de uma barra de treliça.

Para a definição das forças termodinâmicas associadas às variáveis internas, o modelo postula a utilização de um potencial termodinâmico expresso da seguinte forma:

$$\chi = U^e(\underline{M}) + U^d(\underline{M}, \underline{d}) + U^p(\underline{\alpha}) \quad (3.19a)$$

$$U^e(\underline{M}) = \frac{1}{2} \underline{M}^T \underline{F}^e \underline{M} \quad (3.19b)$$

$$U^d(\underline{M}, \underline{d}) = \frac{1}{2} \underline{M}^T \underline{C}(\underline{d}) \underline{M} \quad (3.19c)$$

onde:

- χ é o potencial total de estado;
- $U^e(\underline{M})$ é a parcela da energia potencial complementar da viga-coluna elástica;
- $U^d(\underline{M}, \underline{d})$ é a parcela da energia potencial complementar associada às rótulas elasto-danificadas;
- $U^p(\underline{\alpha})$ é a parcela da energia potencial complementar associada ao encruamento das rótulas plastificadas;
- $\underline{\alpha}^T = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots\}$ são as variáveis internas associadas ao processo de encruamento nas rótulas plastificadas.

Na figura 3.6 apresenta-se uma interpretação gráfica simplificada para a equação (3.19a), tem-se o diagrama momento-rotação para a extremidade i do elemento da figura 3.4.

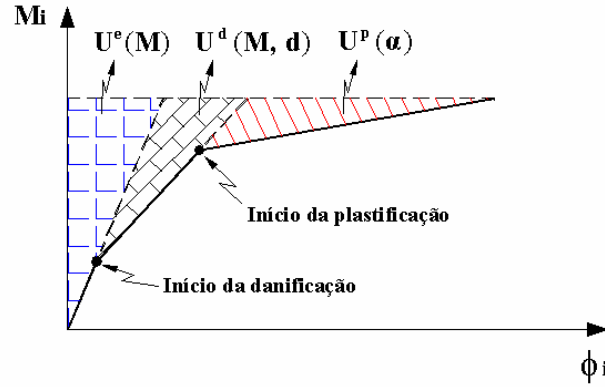


Figura 3.6 – Representação gráfica das parcelas da energia potencial complementar

As leis de estado podem agora ser definidas na forma:

$$\phi^e + \phi^d = \phi - \phi^p = \frac{\partial \chi}{\partial M} \tag{3.20}$$

As forças termodinâmicas conjugadas às variáveis de dano são definidas de forma similar por:

$$G = -\frac{\partial \chi}{\partial d} \tag{3.21}$$

Essas forças podem ser interpretadas como taxas de energia disponibilizada para a evolução do dano. Elas têm as seguintes expressões:

$$G_i = -\frac{\partial \chi}{\partial d_i} = \frac{1}{2S_{11}^0} \left[\frac{M_i}{(1-d_i)} \right]^2 \tag{3.22a}$$

$$G_j = -\frac{\partial \chi}{\partial d_j} = \frac{1}{2S_{22}^0} \left[\frac{M_j}{(1-d_j)} \right]^2 \tag{3.22b}$$

$$G_n = -\frac{\partial \chi}{\partial d_n} = \frac{1}{2S_{33}^0} \left[\frac{N_n}{(1-d_n)} \right]^2 \quad (3.22c)$$

As forças termodinâmicas conjugadas aos parâmetros de encruamento plástico são:

$$\beta = -\frac{\partial \chi}{\partial \alpha} \quad (3.23)$$

Em FLÓREZ-LÓPEZ (1993, 1998) apresenta-se um procedimento para a identificação das leis de evolução das variáveis de dano e de plasticidade a fim de definir completamente o modelo. De modo simplificado o ensaio está esquematizado da figura 3.7. O modelo de dissipação concentrada equivalente está ilustrado na figura 3.7(c), tomando-se partido da simetria da estrutura.

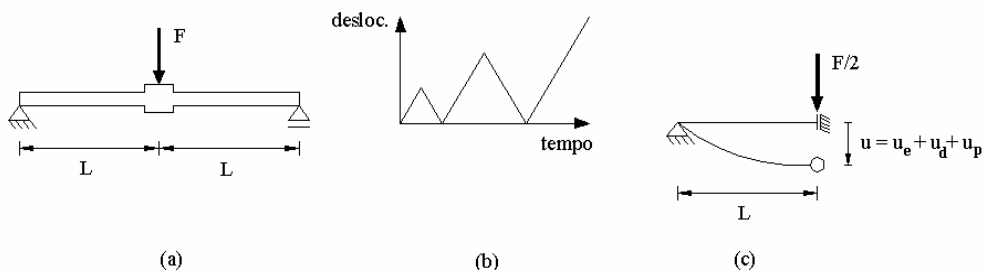


Figura 3.7 – Ensaio para identificação paramétrica: (a) espécime, (b) história de carregamento, (c) modelo de dissipação concentrada, FLÓREZ-LÓPEZ (1993)

As séries de carregamento e descarregamento permitem a partir do gráfico força aplicada F contra flecha medida u , a determinação experimental da rigidez elástica Z_0 , da rigidez danificada $Z(d)$ e da parcela plástica u_p do deslocamento. A força F relacionada com o dano e a rotação plástica na extremidade j do elemento podem ser expressas pelas relações:

$$F = Z(d)(u - u_p) \quad (3.24a)$$

$$Z(d) = (1 - d_j)Z_0 \quad (3.24b)$$

$$Z_0 = \frac{6EI}{L} \tag{3.24c}$$

$$u_p = L \phi_j^p \tag{3.24d}$$

Um diagrama força versus deslocamento típico é apresentado na figura 3.8, onde se apresenta a relação para a medição do dano.

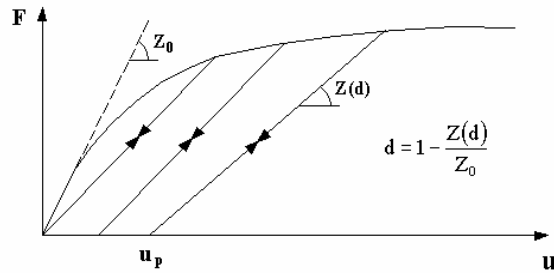


Figura 3.8 – Diagrama força versus deslocamento

Uma vez medido o valor do dano para os vários níveis de carregamento, obtêm-se os diagramas de: dano versus força termodinâmica associada e momento versus rotação plástica da seção. Na figura 3.9 são apresentados tais diagramas e os parâmetros M_{cr} , M_p , M_u e ϕ_{pu} necessários à calibração do modelo, uma vez que se realizem vários ciclos de carga e descarga.

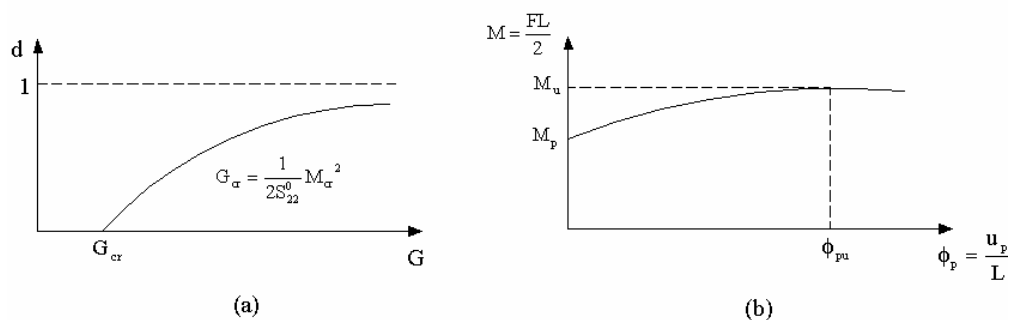


Figura 3.9 – Parâmetros do modelo de Flórez-López: (a) dano versus força termodinâmica, (b) momento versus rotação plástica

Na figura 3.10 tem-se a resposta do ensaio na forma do diagrama momento versus rotação total, onde é mostrada a influência dos parâmetros experimentais.

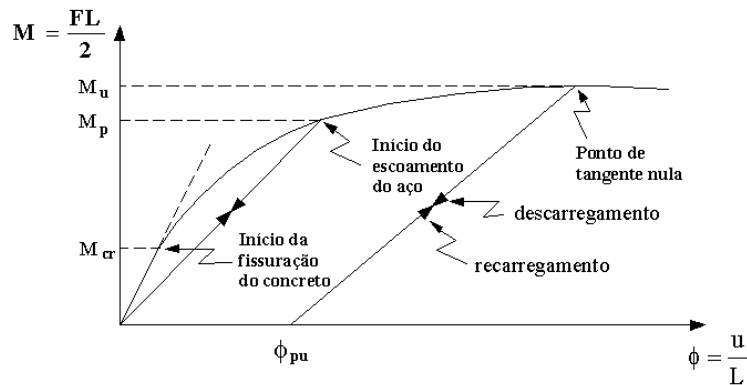


Figura 3.10 – Diagrama momento versus rotação, modelo de Flórez-López (1993)

Portanto o modelo apresenta como parâmetros experimentais:

- M_{cr} é o momento crítico, correspondente ao início da danificação da seção;
- M_p é o momento de plastificação, correspondente ao início do escoamento do aço tracionado;
- M_u é o momento último, correspondente ao máximo valor de momento no diagrama momento versus rotação;
- ϕ_{pu} é a rotação plástica última, ou rotação plástica correspondente a M_u .

Para a aplicação do modelo estes parâmetros podem ser obtidos de forma experimental, de acordo com o ensaio esquematizado na figura 3.7, ou a partir dos cálculos clássicos para dimensionamento de seções em concreto armado, FLÓREZ-LÓPEZ (1993). O modelo se completa com as leis de evolução das variáveis de dano e rotação plástica.

As funções calibradas por FLÓREZ-LÓPEZ (1998) para a avaliação da evolução das variáveis de dano e da rotação plástica, uma vez considerando d como função de G e ϕ_p como função de M , são respectivamente:

$$g = G - \left(G_{cr} + \frac{q \ln(1-d)}{1-d} \right) \leq 0 \quad (3.25)$$

$$f = \left| \frac{M}{1-d} - c\phi_p \right| - M_y \leq 0 \quad (3.26)$$

onde G_{cr} , q , c e M_y são constantes características do elemento e que não têm interpretação mecânica bem definida. Estes parâmetros são calculados de forma indireta pela resolução das seguintes equações:

A resolução da equação (3.27) fornece o parâmetro G_{cr} :

$$M = M_{cr} ; d = 0 ; G = G_{cr} \Rightarrow G_{cr} = \frac{M_{cr}^2}{2S_{11}^0} \quad (3.27)$$

A resolução do sistema não-linear (3.28) fornece os valores dos parâmetros d_u e q .

$$\begin{cases} g = 0 ; \frac{\partial(M^2)}{\partial d} = 0 ; d = d_u \Rightarrow -2(1-d_u)G_{cr} - q[\ln(1-d_u) + 1] = 0 \\ g = 0 ; M = M_u ; d = d_u \Rightarrow (1-d_u)^2 G_{cr} + q(1-d_u)\ln(1-d_u) - \frac{M_u^2}{2S_0} = 0 \end{cases} \quad (3.28)$$

onde d_u é o dano correspondente ao momento último.

A resolução da equação não-linear (3.29) fornece o parâmetro d_p :

$$g = 0, M = M_p, d = d_p \Rightarrow \frac{M_p^2}{2(1-d_p)^2 S_{11}^0} - G_{cr} - \frac{q \ln(1-d_p)}{1-d_p} = 0 \quad (3.29)$$

onde d_p é dano correspondente ao momento de plastificação da armadura.

Utilizando-se as equações (3.30) e (3.31) obtém-se as constantes M_y e c , completando-se assim a formulação do modelo:

$$f = 0 ; M = M_p ; d = d_p ; \phi_p = 0 \Rightarrow M_y = \frac{M_p}{1-d_p} \quad (3.30)$$

$$f = 0 ; M = M_u ; d = d_u ; \phi_p = \phi_{pu} \Rightarrow c = \frac{1}{\phi_{pu}} \left(\frac{M_u}{1-d_u} - M_y \right) \quad (3.31)$$

Uma vez que o critério de evolução da danificação, equação (3.25), seja violado, a evolução do dano pode ser calculada mediante a imposição da nulidade deste critério mediante a aplicação do algoritmo de Newton-Raphson, por exemplo. Estratégia semelhante pode ser utilizada na equação (3.26) para a obtenção da evolução da rotação plástica.

Dois aspectos interessantes que se pode observar na figura 3.9 é que o modelo **desconsidera** a ocorrência de deformações plásticas relacionadas ao comportamento do concreto. Sendo as deformações permanentes consideradas apenas a partir do escoamento do aço. Além disso, o modelo **não** é capaz de reproduzir os laços de histerese que se verificam experimentalmente neste tipo de ensaio, uma vez que nas etapas de descarregamento e recarregamento segue-se a mesma trajetória.

A fim de avaliar o desempenho do modelo proposto, CIPOLLINA, LÓPEZ-INOJOSA & FLÓREZ-LÓPEZ (1995) apresentam uma comparação entre a resposta experimental e a simulação numérica de uma viga de concreto armado. Na figura 3.11 apresentam-se os dados geométrico da estrutura ensaiada e na figura 3.12 tem-se o confronto dos resultados que evidencia um bom funcionamento do modelo.

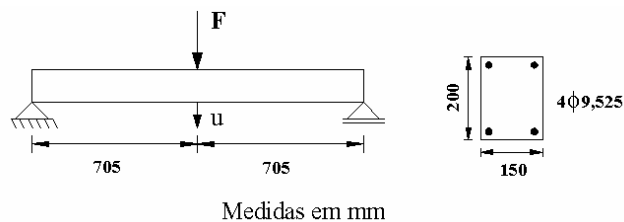


Figura 3.11 – Geometria da viga ensaiada

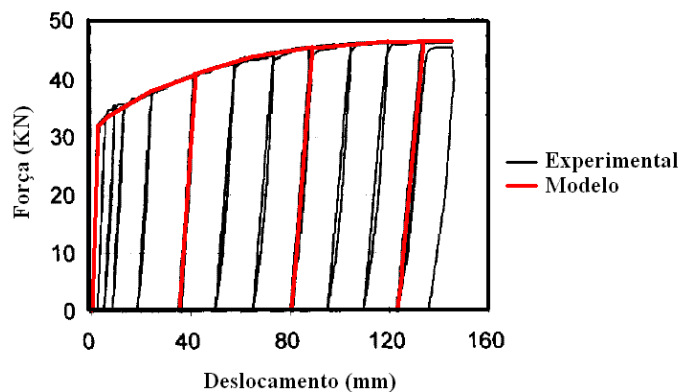


Figura 3.12 – Confronto de resultados, CIPOLLINA, LÓPEZ-INOJOSA & FLÓREZ-LÓPEZ (1995)

3.4 MODELO CONSTITUTIVO DE MAZARS et al. (2000)

Este modelo foi proposto para a aplicação ao estudo do comportamento dinâmico não-linear de estruturas de concreto armado. Essas estruturas apresentam aumento do amortecimento em decorrência da evolução do estado de fissuração do material como tendência geral de sua resposta dinâmica. O modelo em análise visa reproduzir esta tendência de comportamento. Para alcançar tal objetivo propõe-se a realização de laços de histerese, no digrama tensão-deformação do concreto, pela consideração conjunta do processo de dano evolutivo e do fenômeno de fricção interna nas faces das fissuras. O fenômeno de fricção interna está relacionado à suposição de que as fissuras não se abrem simplesmente por separação formando faces com superfícies lisas, mas tendem a combinar modos de separação e deslizamento formando superfícies com uma certa rugosidade. O deslizamento entre as faces das fissuras dá origem a uma deformação por escorregamento, assumida como responsável por um comportamento plástico, com encruamento cinemático não-linear, do meio danificado. Neste modelo os termos deslizamento e escorregamento são usados como sinônimos e se referem sempre à consideração do deslizamento entre as superfícies das fissuras no concreto (encaixe e desencaixe de agregados), o modelo **não** considera a ocorrência de deslizamento entre o concreto e a armadura.

Será apresentada aqui a versão unidimensional resultante da proposta simplificadora sugerida por ARAÚJO (2003) para este modelo. Tal proposta considera o dano por meio de uma variável escalar, ao invés de um tensor de segunda ordem como no modelo original.

O modelo postula como potencial termodinâmico a energia específica livre de Helmholtz $\rho\psi$ (por unidade de volume). De acordo com RAGUENEAU et al. (2000) propõe-se para ela a seguinte relação:

$$\rho\psi = \frac{1}{2}(1-d)\varepsilon E \varepsilon + \frac{1}{2}(\varepsilon - \varepsilon_s) Ed (\varepsilon - \varepsilon_s) + \frac{1}{2} b \alpha^2 \quad (3.32)$$

onde:

- ρ é a massa específica;
- ψ é o potencial de estado (por unidade de massa);

- E é o módulo de Young;
- d é a variável escalar de dano;
- ε é a deformação total;
- ε_s é a deformação de escorregamento entre as superfícies das fissuras do concreto;
- α é a variável associada ao encruamento;
- b é um parâmetro do material, associado ao encruamento.

A primeira parcela do lado direito da equação (3.32) corresponde à energia livre do meio que sofreu um processo de danificação, a segunda parcela corresponde à energia livre do meio que sofreu um processo de deformação residual por escorregamento e a terceira parcela corresponde à energia livre associada ao processo de encruamento.

A fim de definir as leis de estado, o modelo deve ser termodinamicamente admissível. Essa condição é verificada uma vez atendida a desigualdade de Clausius-Duhem (que define a energia dissipada pela diferença entre energia interna e energia livre, movimentadas num processo de deformação). Nesse sentido, ignorando-se qualquer efeito térmico, para aquela desigualdade vale a relação:

$$\sigma \dot{\varepsilon} - \rho \dot{\psi} \geq 0 \quad (3.33)$$

onde a primeira parcela é a taxa de energia interna e o ponto sobre uma variável designa a derivada desta em relação ao tempo.

Assumindo que o potencial termodinâmico possa ser linearizado ao redor dos valores correntes de todas as variáveis de estado, segue que:

$$\dot{\psi} = \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon} \dot{\varepsilon} + \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon_s} \dot{\varepsilon}_s + \frac{\partial \psi}{\partial d} \dot{d} + \frac{\partial \psi}{\partial \alpha} \dot{\alpha} \quad (3.34)$$

Pode-se agora substituir o potencial linearizado na equação (3.33) resultando:

$$\left(\sigma - \rho \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon} \right) \dot{\varepsilon} - \rho \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon_s} \dot{\varepsilon}_s - \rho \frac{\partial \psi}{\partial d} \dot{d} - \rho \frac{\partial \psi}{\partial \alpha} \dot{\alpha} \geq 0 \quad (3.35)$$

A última inequação deve ser válida para qualquer processo, inclusive um puramente reversível em que: $\dot{\varepsilon}_s = \dot{d} = \dot{\alpha} = 0$. Segue daí a seguinte condição:

$$\sigma = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon} = E (1 - d) \varepsilon + E d (\varepsilon - \varepsilon_s) \quad (3.36)$$

que define σ como a variável termodinâmica associada a ε . Por analogia, podem ser definidas variáveis termodinâmicas associadas às outras variáveis de estado:

$$\sigma_s = -\rho \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon_s} = E d (\varepsilon - \varepsilon_s) \quad (3.37)$$

$$y = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial d} = -\frac{E \varepsilon_s}{2} (2 \varepsilon - \varepsilon_s) \quad (3.38)$$

$$x = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \alpha} = b \alpha \quad (3.39)$$

Assim, σ_s , y e x são as variáveis termodinâmicas associadas respectivamente às variáveis internas ε_s , d e α . Em particular, x será aqui denominada por tensão de encruamento cinemático e y pode ser entendida como a parcela de energia disponibilizada para a evolução do dano.

O que se pode observar das equações (3.36) e (3.37) é que a tensão total resulta dividida em duas parcelas: uma componente elasto-danificada e uma componente dita de escorregamento, pois está associada à deformação de escorregamento, e que somente existe se houver danificação. Então $\sigma = \sigma_d + \sigma_s$, com:

$$\sigma_d = E (1 - d) \varepsilon \quad (3.40a)$$

$$\sigma_s = E d (\varepsilon - \varepsilon_s) \quad (3.40b)$$

Considerando-se a inequação de Clausius-Duhem e as leis de estado previamente definidas, a positividade da energia dissipada pode ser expressa como:

$$\sigma_s \dot{\varepsilon}_s - y \dot{d} - x \dot{\alpha} \geq 0 \quad (3.41)$$

Em relação às parcelas de deslizamento, pode-se demonstrar que a dissipação positiva é automaticamente verificada uma vez que as leis de evolução das variáveis internas associadas a esse fenômeno sejam derivadas de um potencial de dissipação convexo, como será feito no próximo item, RAGUENEAU et al. (2000). Considerando-se a parcela de dissipação devida ao dano, é necessário assegurar que $-y\dot{d} \geq 0$, pois tal fenômeno pode existir sem estar acompanhado da fricção interna. Como para o modelo em análise a variável de dano pode apenas crescer ($\dot{d} > 0$), a obediência à positividade da dissipação é assegurada pela inequação $-y \geq 0$, ou:

$$\varepsilon_s E(2\varepsilon - \varepsilon_s) \geq 0 \quad (3.42)$$

Portanto, a condição de dissipação positiva impõe uma relação entre a deformação total e a deformação de escorregamento, o que é fisicamente coerente, RAGUENEAU et al. (2000). Uma representação reológica de tal modelo pode ser encontrada na figura 3.13.

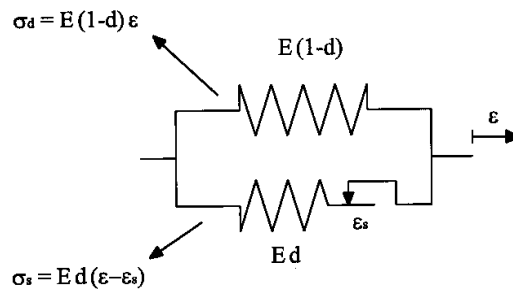


Figura 3.13 – Representação reológica do modelo, RAGUENEAU et al. (2000)

Neste modelo devido à partição da tensão total, devem ser definidos dois critérios: um para o dano e outro para o escorregamento. Tal característica permite, como se verá, a descrição dos ciclos de histerese.

O critério de danificação adotado é o mesmo, baseado em deformação, proposto por MAZARS (1984):

$$f(\tilde{\varepsilon}, d) = \tilde{\varepsilon} - S(d) \leq 0 \quad (3.43)$$

onde $\tilde{\varepsilon}$ é uma medida do estado local de extensão e calculada em função das partes positivas das deformações principais no ponto, no caso uniaxial $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon$ se $\varepsilon > 0$ ou $\tilde{\varepsilon} = -\nu\sqrt{2\varepsilon}$ se $\varepsilon < 0$ sendo ν o coeficiente de Poisson do concreto. A parcela $S(d)$ tem para valor inicial, $S(0)$, a deformação específica correspondente ao pico de tensão num ensaio de tração simples e uma vez que o critério seja violado $S(d)$ assume o máximo valor de $\tilde{\varepsilon}$.

Uma vez que o estado local de deformação indique evolução da danificação, a variável de dano passa a ser atualizada, em função do estado de extensão, por uma ou outra das relações seguintes:

$$d = 1 - \frac{\varepsilon_{d0}(1 - A_T)}{\tilde{\varepsilon}} - \frac{A_T}{\exp[B_T(\tilde{\varepsilon} - \varepsilon_{d0})]} \quad (3.44a)$$

$$d = 1 - \frac{\varepsilon_{d0}(1 - A_C)}{\tilde{\varepsilon}} - \frac{A_C}{\exp[B_C(\tilde{\varepsilon} - \varepsilon_{d0})]} \quad (3.44b)$$

dependendo se o estado uniaxial de solitação é de tração ou de compressão, respectivamente. Nas relações anteriores, A_T , B_T e ε_{d0} são parâmetros a serem identificados a partir de resultados de ensaios de tração simples com deformação controlada. Os parâmetros A_C e B_C são parâmetros a serem identificados por ensaios de compressão simples com controle de deformação.

O critério de escorregamento utilizado para esta versão unidimensional é expresso na forma:

$$f_s = |\sigma_s - x| - \sigma_y \leq 0 \quad (3.45)$$

onde σ_y é uma tensão de referência, que deve ser identificada experimentalmente.

A inequação (3.45) estabelece que em correspondência com um certo estado de deformação os níveis totais de tensão por escorregamento e encruamento serão admissíveis se $f_s \leq 0$. Esse critério é empregado nas etapas de carregamento, descarregamento e recarregamento.

Do mesmo modo como na plasticidade clássica, a fim de derivar as leis de evolução das variáveis internas associadas ao deslizamento, expressas por relações

envolvendo $\dot{\epsilon}_s$ e $\dot{\alpha}$, define-se um potencial dissipativo. Neste modelo, a expectativa de um encruamento não-linear impõe o uso de uma lei não-associativa, LEMAITRE (1992). Nessas condições, adota-se para o potencial de dissipação a seguinte forma, RAGUENEAU et al. (2000):

$$\pi_s = |\sigma_s - x| + \frac{3}{4} a x^2 + \frac{c \sigma_s}{3} - \sigma_y \tag{3.46}$$

onde a e c são parâmetros do material. A parcela $\frac{3}{4} a x^2$ é responsável pela não-linearidade do encruamento, enquanto a parcela $\frac{c \sigma_s}{3}$ foi mantida por uma questão de compatibilidade com a formulação geral multi-axial. Na formulação multi-axial, não tratada neste trabalho, essa parcela permite a representação da dilatância.

Impondo-se então uma condição de normalidade, LEMAITRE (1992), as leis de evolução das variáveis internas resultam:

$$\dot{\epsilon}_s = \dot{\lambda} \frac{\partial \pi_s}{\partial \sigma_s} \tag{3.47a}$$

$$\dot{\alpha} = -\dot{\lambda} \frac{\partial \pi_s}{\partial x} \tag{3.47b}$$

onde $\dot{\lambda}$ é denominado multiplicador plástico e o sinal negativo na expressão de $\dot{\alpha}$ garante dissipação positiva.

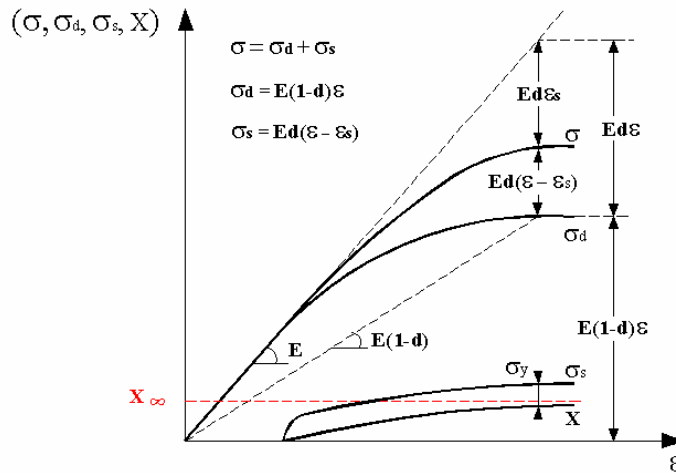


Figura 3.14 – Parcelas de tensão apresentadas no modelo, ARAÚJO (2003)

Na figura 3.14 estão indicadas as parcelas de tensão que compõem o modelo, bem como as tensões de encruamento e de referência σ_y . A tensão de encruamento cinemático não-linear tem uma evolução exponencial assintótica em altas deformações para o valor x_∞ , que também deve ser identificado experimentalmente.

A histerese é aqui caracterizada pelo laço resultante da não coincidência das curvas definidas nas etapas de descarregamento e recarregamento no diagrama tensão-deformação do concreto. O modelo em análise visa reproduzir o laço de histerese gerado num ciclo de descarregamento e recarregamento, como indicado na figura 3.15.

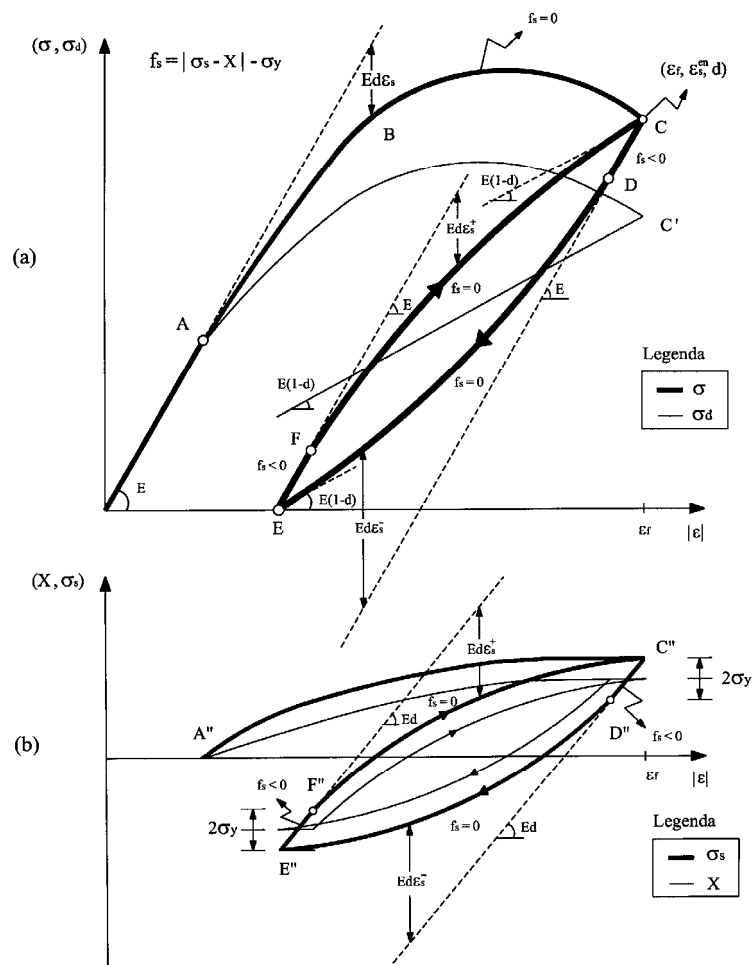


Figura 3.15 - Execução do laço de histerese: (a) tensões σ e σ_d , (b) tensões σ_s e x , ARAÚJO (2003)

Na descrição do laço são essenciais as variáveis de dano e deformação por escorregamento. Uma suposição básica é que a variável d está relacionada com o número e o tamanho das fissuras, enquanto a variável ϵ_s reflete um efeito dependente da forma que essas fissuras apresentam. Portanto uma variação para d tem

correspondência com uma alteração no número e/ou no tamanho das fissuras, enquanto ε_s varia em decorrência de alterações nas formas resultantes de processos combinados de abertura, ou fechamento, com escorregamento das fissuras. A partir dessas suposições o modelo considera que durante o descarregamento e o recarregamento somente a forma das fissuras se altera, por isso num ciclo d se mantém constante enquanto ε_s varia.

Os dez itens a seguir explicam a obtenção do laço de histerese. Observa-se na figura 3.15(a) que:

1. Durante a etapa de carregamento (descrita pelo trecho $A-B-C$), uma vez que haja danificação ($d > 0$) haverá a evolução da deformação por escorregamento. Num certo nível de deformação, como o indicado no ponto B, a deformação ε_s será tal que as tensões σ_s e x atendam ao critério: $f_s = |\sigma_s - x| - \sigma_y = 0$. A tensão total pode ser dada pela expressão $\sigma = E\varepsilon - E d \varepsilon_s$ e portanto a parcela $-E d \varepsilon_s$ é responsável por sua não-linearidade;
2. Ao se iniciar o descarregamento (ponto C) num nível de deformação ε_f , a correspondente deformação por escorregamento vale ε_s^{en} . Por sua vez o dano apresenta valor d e permanecerá constante durante toda a execução do laço, pois o critério de danificação deixa de ser violado. De fato, observando-se a curva da tensão elasto-danificada σ_d (descrita na figura 3.15(a) por uma linha em traço fino), a partir do ponto (C') passa-se a percorrer uma reta com inclinação $E(1-d)$, tanto no descarregamento quanto no recarregamento;
3. No trecho inicial de descarregamento (trecho $C-D$), a inclinação da curva que o descreve vale E . De fato, a relação que descreve o trecho é: $\sigma = E\varepsilon - E d \varepsilon_s$ e o produto $d\varepsilon_s$ é constante uma vez que os critérios de danificação e escorregamento deixam de ser violados. A deformação ε_s se manterá no valor ε_s^{en} enquanto o critério de escorregamento não voltar a ser ultrapassado;
4. Na figura 3.15(b) inclui-se a curva de x em traço fino. Procura-se ilustrar com o trecho ($C''-D''$), o intervalo de variação da diferença $|\sigma_s - x|$ dentro do qual o critério não é violado;

5. O laço se inicia no ponto (D), a partir do qual o critério de escorregamento volta a ser violado. A deformação por escorregamento passa a diminuir e tem valor total dado pela expressão: $\varepsilon_s = \varepsilon_s^{\text{en}} - \varepsilon_s^-$, onde ε_s^- é a parcela de deformação por escorregamento acumulada no descarregamento. A correspondente tensão por escorregamento diminui continuamente sendo calculada por $\sigma_s = E d \varepsilon - E d \varepsilon_s^{\text{en}} + E d \varepsilon_s^-$. A tensão por encruamento x também diminui devido ao decréscimo da deformação por escorregamento, conforme ilustrado na figura 3.15(b). A tensão total, por sua vez, passa a ser calculada por $\sigma = E \varepsilon - E d \varepsilon_s^{\text{en}} + E d \varepsilon_s^-$. Observa-se que a parcela $E d \varepsilon_s^-$ é responsável pela não-linearidade da resposta global no descarregamento;
6. Prosseguindo-se o descarregamento a tensão por encruamento, devido à lei de evolução adotada, apresenta tendência a um valor assintótico x_∞ . Em razão da retificação do critério com $f_s = |\sigma_s - x| - \sigma_y = 0$, a tensão por escorregamento também tenderá a um limite constante. Portanto a inclinação da curva da tensão total tenderá ao mesmo valor $E(1-d)$ (no ponto E da figura 3.15(a)) correspondente à inclinação da curva da tensão danificada, pois $\sigma = \sigma_d + \sigma_s$;
7. Iniciando-se o recarregamento, o critério de escorregamento deixa de ser violado novamente (ao longo do trecho $E-F$). Com isso a deformação por escorregamento permanece com o valor calculado no fim do descarregamento (no ponto E), a curva da tensão por escorregamento apresenta inclinação $E d$ enquanto a curva da tensão total tem inclinação E ;
8. Prosseguindo-se o recarregamento o critério de escorregamento volta a ser violado a partir do ponto (F), e disso resulta uma nova evolução da deformação por escorregamento. Essa deformação passa a ser representada por $\varepsilon_s = (\varepsilon_s^{\text{en}} - \varepsilon_s^-) + \varepsilon_s^+$, onde ε_s^+ é a parcela da deformação por escorregamento gerada no recarregamento. A tensão total resulta a partir da expressão: $\sigma = E \varepsilon - E d (\varepsilon_s^{\text{en}} - \varepsilon_s^-) - E d \varepsilon_s^+$, onde a parcela $-E d \varepsilon_s^+$ é a correção responsável por sua não-linearidade. A tensão por escorregamento passa a ser representada pela expressão: $\sigma_s = E d \varepsilon - E d (\varepsilon_s^{\text{en}} - \varepsilon_s^-) - E d \varepsilon_s^+$;

9. No final do recarregamento a tensão por encruamento tende novamente a um valor assintótico e devido à imposição de $f_s = |\sigma_s - x| - \sigma_y = 0$ a tensão por escorregamento tende a um valor constante. Assim a inclinação da curva da tensão total tenderá ao mesmo valor $E(1-d)$ correspondente à inclinação da curva da tensão danificada.
10. Quando a deformação retorna para o valor ε_f , e uma vez que x tenda para x_∞ , a deformação por escorregamento volta a ter o valor ε_s^{en} , uma vez que neste nível de deformação $\varepsilon_s^+ = \varepsilon_s^-$. Portanto, conclui-se que toda a variação na deformação ε_s e nas tensões σ, σ_s e x , durante o descarregamento, é desfeita no recarregamento.

A integração do modelo constitutivo pode ser feita a partir de um algoritmo iterativo, composto de etapas de previsão e correção, originalmente proposto por ORTIZ & SIMO (1986).

Para o cálculo de $\varepsilon_{s_{n+1}}^{(i+1)}$, onde $i+1$ refere-se à iteração e $n+1$ ao passo de carga, a superfície representativa do critério de deslizamento ($f_s = 0$) é linearizada a partir do valor corrente das variáveis de estado na iteração i do mesmo passo, MAZARS et al. (2000):

$$f_s^{(i+1)} = f_s^{(i)} + \left. \frac{\partial f_s}{\partial \sigma_s} \right|^{(i)} (\sigma_s^{(i+1)} - \sigma_s^{(i)}) + \left. \frac{\partial f_s}{\partial x} \right|^{(i)} (x^{(i+1)} - x^{(i)}) = 0 \quad (3.48)$$

Sabendo-se que:

$$\dot{x}^{(i)} = b \dot{\alpha}^{(i)} = -b \left(\dot{\lambda} \frac{\partial \pi_s}{\partial x} \right)^{(i)} \quad (3.49)$$

$$\dot{\sigma}_s^{(i)} = -E d \dot{\varepsilon}_s^{(i)} = -E d \left(\dot{\lambda} \frac{\partial \pi_s}{\partial \sigma_s} \right)^{(i)} \quad (3.50)$$

onde, d se refere a variável de dano calculada no passo $n+1$, e adotando-se uma relação explícita tal que: $\dot{x}^{(i)} \Delta t = x^{(i+1)} - x^{(i)}$ e $\dot{\sigma}_s^{(i)} \Delta t = \sigma_s^{(i+1)} - \sigma_s^{(i)}$, pela substituição das equações (3.49) e (3.50) na equação (3.48), obtém-se o multiplicador plástico:

$$\Delta\lambda^{(i)} = \dot{\lambda}^{(i)} \Delta t = \frac{f_s^{(i)}}{\left. \frac{\partial f_s}{\partial \sigma_s} \right|^{(i)} E d \left. \frac{\partial \pi_s}{\partial \sigma_s} \right|^{(i)} + \left. \frac{\partial f_s}{\partial X} \right|^{(i)} b \left. \frac{\partial \pi_s}{\partial X} \right|^{(i)}} \quad (3.51)$$

Na figura 3.16 tem-se dois exemplos de digramas tensão-deformação, para o concreto, obtidos com a utilização do modelo em análise onde se destaca a realização dos laços de histerese.

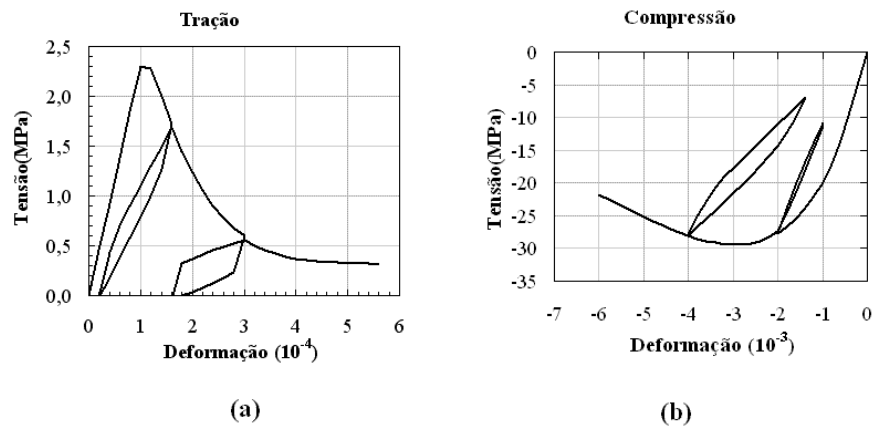


Figura 3.16 – Diagramas tensão-deformação: (a) tração, (b) compressão, ARAÚJO (2003)

Maiores detalhes sobre a implementação e a aplicação do modelo podem ser encontrados em ARAÚJO (2003).

Modelo de Dissipação Concentrada com Histerese

4

4.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo tem-se por objetivo apresentar a formulação do modelo de dissipação concentrada com histerese (MDCH). Além das hipóteses fundamentais adotadas e relações matemáticas de interesse descrevem-se, também, a estratégia para sua implementação e as limitações do modelo.

Como dito anteriormente, este modelo é uma generalização do modelo simplificado proposto originalmente por FLÓREZ-LÓPEZ (1993), resultante da inserção da formulação apresentada por ARAÚJO (2003) para permitir a obtenção de laços de histerese no diagrama momento versus rotação. Sendo este um modelo de dissipação concentrada para a análise de estruturas de barras em concreto armado, as variáveis tensão e deformação do modelo apresentado por ARAÚJO (2003) são substituídas por seus equivalentes generalizados na seção, mais apropriados para a abordagem atrelada à teoria clássica de flexão adotada nos modelos simplificados, ver figura 3.4.

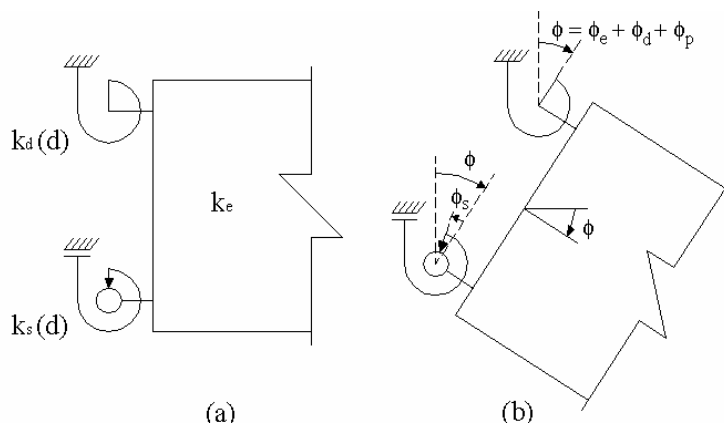
Neste modelo a não-linearidade do comportamento estrutural, totalmente decorrente da dissipação localizada nas rótulas, é representada por três variáveis escalares a elas associadas e descritas a seguir:

- i) A primeira variável é a variável adimensional de dano, que está associada com a densidade das microfissuras difusas no concreto;
- ii) A segunda variável é a rotação plástica, que incorpora as deformações permanentes do concreto e do aço;
- iii) A terceira variável é a “rotação por escorregamento”, que representa o fenômeno físico do escorregamento entre as faces das microfissuras no concreto (encaixe e

desencaixe de agregados), e permite descrever o comportamento de histerese do material, responsável pelo amortecimento observado experimentalmente em materiais submetidos a solicitações cíclicas.

A rotação por escorregamento tem sua evolução dependente do sinal da solicitação sendo, no modelo, governada por uma função similar às funções típicas que descrevem o encruamento cinemático não-linear na teoria da plasticidade, LEMAITRE & CHABOCHE (1985). Por esta analogia com a plasticidade, diz-se que a rotação por escorregamento corresponde um certo nível de encruamento.

A rotação total das rótulas resulta, portanto, do efeito de diferentes fenômenos: deformação elástica da barra, danificação e plastificação do concreto, plastificação do aço e o escorregamento entre as faces das microfissuras. Cada uma das parcelas está ilustrada na figura 4.1 pelo confronto entre as configurações indeformada (a), e deformada (b), de uma das extremidades do elemento. É importante ressaltar que com relação ao campo de deslocamentos vale a hipótese cinemática de Navier-Bernoulli: seções transversais planas e ortogonais ao eixo da barra antes da deformação permanecem planas e normais ao eixo após a deformação deste.



**Figura 4.1 – Representação física da rigidez e das rotações que atuam nas rótulas:
(a) configuração indeformada, (b) configuração deformada**

Na figura 4.1 tem-se:

- k_e é a rigidez elástica da viga-coluna;
- $k_d(d)$ é a parcela de rigidez da rótula associada à danificação;
- $k_s(d)$ é a parcela de rigidez da rótula associada ao escorregamento;
- ϕ é o rotação total na rótula;

- ϕ_e é a parcela de rotação devido à deformação elástica da viga-coluna;
- ϕ_d é a parcela de rotação na rótula devido à danificação;
- ϕ_p é a parcela de rotação na rótula devido à plastificação;
- ϕ_s é a parcela de rotação por escorregamento.

Em correspondência às parcelas de rotação por danificação, plastificação e fricção interna (escorregamento), o momento total na extremidade do elemento é dividido em uma parcela dita momento por danificação e plastificação e em outra denominada momento por escorregamento, também dependente do nível de danificação da estrutura. O momento por escorregamento está relacionado com a rotação por escorregamento, a qual, diferentemente da variável de dano e da rotação plástica, pode evoluir tanto no processo de carregamento quanto em ciclos de descarregamento e recarregamento, sendo este aspecto diretamente responsável pela obtenção do laço de histerese.

Três critérios são então introduzidos no modelo:

- i) O critério de danificação, que acusa a possibilidade de evolução da variável de dano;
- ii) O critério de plastificação, que indica a possibilidade de evolução da rotação plástica;
- iii) O critério de escorregamento, que acusa a possibilidade de evolução da rotação por escorregamento e da variável associada ao encruamento não-linear cinemático que governa essa evolução.

Vale observar que uma vez que o escorregamento está associado à movimentação das superfícies das microfissuras do concreto, só haverá rotação por escorregamento se houver danificação.

A formulação do modelo segue uma abordagem termodinâmica aplicada aos sólidos, LEMAITRE (1992). Neste sentido, adota-se para o potencial termodinâmico a energia específica livre de Helmholtz e para o fenômeno de fricção interna emprega-se uma abordagem não-associativa.

4.2 FORMULAÇÃO DO MDCH

4.2.1 Estrutura Termodinâmica

Neste modelo a abordagem termodinâmica é apresentada considerando-se um elemento típico de barra, com “rótulas” nas suas extremidades, conforme ilustrado na figura 4.2. Nesta mesma figura, apresentam-se as convenções positivas para os graus de liberdade de interesse.

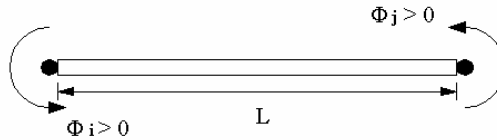


Figura 4.2 – Elemento de barra em estudo, convenção positiva das rotações nas extremidades

Adotando-se como potencial termodinâmico a energia específica livre de Helmholtz, e admitindo-se que o elemento apresente um certo nível de danificação, rotação plástica, rotação por escorregamento e encruamento a ele associado, propõe-se para a energia livre a seguinte relação:

$$\chi = \chi_{dp} + \chi_s \quad (4.1a)$$

$$\chi_{dp} = \frac{1}{2} (\phi - \phi_p)^T \underline{K}_{ed}(d) (\phi - \phi_p) \quad (4.1b)$$

$$\chi_s = \frac{1}{2} (\phi - \phi_s)^T \underline{K}_s(d) (\phi - \phi_s) + \frac{1}{2} b \alpha^T \alpha \quad (4.1c)$$

onde:

- χ é o potencial termodinâmico total;
- χ_{dp} é a parcela da energia livre associada à danificação e à plastificação;
- χ_s é a parcela da energia livre associada ao processo de histerese;
- $\phi = \begin{Bmatrix} \phi_i \\ \phi_j \end{Bmatrix}$ é o vetor das rotações totais nas extremidades do elemento;

- $\phi_P = \begin{Bmatrix} \phi_{Pi} \\ \phi_{Pj} \end{Bmatrix}$ é o vetor das rotações plásticas nas extremidades do elemento;

- $\phi_S = \begin{Bmatrix} \phi_{Si} \\ \phi_{Sj} \end{Bmatrix}$ é o vetor das rotações por escorregamento nas extremidades do

elemento;

- $\alpha = \begin{Bmatrix} \alpha_i \\ \alpha_j \end{Bmatrix}$ é o vetor das variáveis associadas ao encruamento em cada

extremidade;

- b é um parâmetro do material do elemento;

- $K_{ed}(d)$ é a matriz de rigidez elasto-danificada do elemento;

- $K_s(d)$ é a matriz de rigidez de escorregamento na rótula do elemento.

Cabe observar que a energia livre é a parcela de energia que, após um determinado processo de deformação, o sistema pode disponibilizar para a realização de trabalho. Na figura 4.3 tem-se uma interpretação gráfica para a energia livre associada à rótula da extremidade i do elemento da figura 4.2. Apresentam-se, em particular, as parcelas de energia dissipada, energia livre e energia irrecuperável associada com o encruamento.

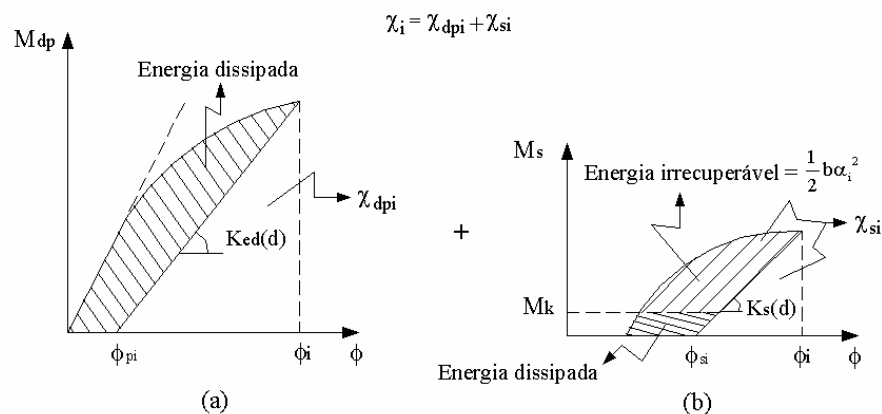


Figura 4.3 – Parcelas de energia: (a) associadas ao dano e a plastificação, (b) associadas ao escorregamento e ao encruamento

Adota-se para a matriz de rigidez elasto-danificada uma expressão similar à apresentada por FLÓREZ-LÓPEZ (1993), equação (4.2), sendo esta matriz dada pela soma da rigidez elástica da viga-coluna com a rigidez da parcela danificada das rótulas.

$$\underline{K}_{ed}(d) = \begin{bmatrix} \frac{(1-d_i)(4-d_j)4EI}{4-d_id_j} \frac{1}{L} & \frac{4(1-d_i)(1-d_j)2EI}{4-d_id_j} \frac{1}{L} \\ \frac{4(1-d_i)(1-d_j)2EI}{4-d_id_j} \frac{1}{L} & \frac{(1-d_j)(4-d_i)4EI}{4-d_id_j} \frac{1}{L} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

onde:

- d_i , d_j são as variáveis que quantificam a danificação nas rótulas das extremidades i e j , respectivamente;

- $E = \frac{E_c(A - A_s) + E_s A_s}{A}$ é o módulo de Young homogeneizado;

- E_c , E_s são os módulos de Young do concreto e do aço, respectivamente;

- A , A_s são as áreas da seção e da armadura total, respectivamente;

- I é o momento de inércia;

- L é o comprimento do elemento.

Postula-se para a matriz de rigidez introduzida pela parcela de escorregamento das rótulas a expressão apresentada na equação (4.3):

$$\underline{K}_s(d) = \begin{bmatrix} \frac{4EI}{L} d_i & 0 \\ 0 & \frac{4EI}{L} d_j \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

A escolha de introduzir a dependência do nível de dano na matriz de rigidez por escorregamento é proposital e pretende reproduzir o acoplamento entre dano e escorregamento, ou seja, a dependência do segundo em relação ao primeiro. A justificativa para este acoplamento decorre da evidência de que todo fenômeno

anelástico no concreto resulta do aparecimento e evolução de microfissuras, RAGUENEAU et al. (2000).

A fim de definir as leis de estado, o modelo deve ser termodinamicamente admissível. Essa condição é dada pela desigualdade de Clausius-Duhem, ou de dissipação não-negativa. Nesse sentido ignorando-se qualquer efeito térmico, vale a relação:

$$M \cdot \dot{\phi} - \dot{\chi} \geq 0 \quad (4.4)$$

Onde a primeira parcela é a taxa de energia interna envolvida no processo de flexão e o ponto sobre a variável designa a derivada desta em relação ao tempo.

Assumindo-se que o potencial termodinâmico possa ser linearizado ao redor dos valores correntes das variáveis de estado, segue que:

$$\dot{\chi} = \frac{\partial \chi}{\partial \phi} \cdot \dot{\phi} + \frac{\partial \chi}{\partial \phi_p} \cdot \dot{\phi}_p + \frac{\partial \chi}{\partial \phi_s} \cdot \dot{\phi}_s + \frac{\partial \chi}{\partial d} \cdot \dot{d} + \frac{\partial \chi}{\partial \alpha} \cdot \dot{\alpha} \quad (4.5)$$

Pode-se agora substituir o potencial linearizado na equação (4.4) resultando:

$$\left(M - \frac{\partial \chi}{\partial \phi} \right) \cdot \dot{\phi} - \frac{\partial \chi}{\partial \phi_p} \cdot \dot{\phi}_p - \frac{\partial \chi}{\partial \phi_s} \cdot \dot{\phi}_s - \frac{\partial \chi}{\partial d} \cdot \dot{d} - \frac{\partial \chi}{\partial \alpha} \cdot \dot{\alpha} \geq 0 \quad (4.6)$$

A última inequação deve ser válida para qualquer processo, inclusive um puramente reversível em que: $\dot{\phi}_p = \dot{\phi}_s = \dot{d} = \dot{\alpha} = 0$. Uma forma de garantir que esse processo esteja incluído na inequação (4.6) consiste em impor a seguinte condição:

$$M = \frac{\partial \chi}{\partial \phi} = \underline{K_{ed}(d)}(\phi - \phi_p) + \underline{K_s(d)}(\phi - \phi_s) \quad (4.7)$$

que define M como a variável termodinâmica associada a ϕ . Por analogia, podem ser definidas variáveis termodinâmicas associadas às outras variáveis de estado:

$$M_{dp} = - \frac{\partial \chi}{\partial \phi_p} = \underline{K_{ed}(d)}(\phi - \phi_p) \quad (4.8)$$

$$M_S = -\frac{\partial \chi}{\partial \phi_S} = \underline{K_S(d)}(\phi - \phi_S) \quad (4.9)$$

$$Y = \frac{\partial \chi}{\partial d} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial d} [(\phi - \phi_p)^T \underline{K_{ed}(d)}(\phi - \phi_p)] + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial d} [(\phi - \phi_S)^T \underline{K_S(d)}(\phi - \phi_S)] \quad (4.10)$$

$$X = \frac{\partial \chi}{\partial \alpha} = b\alpha \quad (4.11)$$

Assim, M_{dp} , M_S , Y , X são as variáveis termodinâmicas associadas respectivamente às variáveis internas ϕ_p , ϕ_S , d e α . Em particular, X será aqui denominado de momento por encruamento cinemático, enquanto Y pode ser entendido como a energia disponibilizada para a evolução do dano.

O que se pode observar das equações (4.7), (4.8) e (4.9) é que o momento total nas extremidades do elemento resulta dividido em duas parcelas $M = M_{dp} + M_S$: uma componente por dano e plastificação e uma componente dita por escorregamento, pois está associada à rotação por escorregamento e somente existe se houver danificação. Então, esta divisão do momento em duas parcelas possibilita a obtenção do laço de histerese.

Considerando-se a inequação de Clausius-Duhem e as leis de estado previamente definidas, a positividade da energia dissipada pode ser expressa como:

$$M_{dp} \cdot \dot{\phi}_p + M_S \cdot \dot{\phi}_S - Y \cdot \dot{d} - X \cdot \dot{\alpha} \geq 0 \quad (4.12)$$

Há que se garantir na modelagem que a condição anterior seja sempre obedecida. Em relação às parcelas atreladas ao efeito de escorregamento, pode-se demonstrar que a dissipação positiva é automaticamente verificada uma vez que as leis de evolução das variáveis internas associadas a esse fenômeno (ϕ_S e α) sejam derivadas de um potencial de dissipação convexo, RAGUENEAU et al. (2000) (este aspecto será retomado no próximo item). Quanto às parcelas de dissipação devidas à plastificação e ao dano, é necessário assegurar que $M_{dp} \cdot \dot{\phi}_p \geq 0$ e $-Y \cdot \dot{d} \geq 0$, pois estes fenômenos podem acontecer de forma não-simultânea e também de forma independente em relação à fricção interna.

Como o momento M_{dp} e a taxa de rotação plástica $\dot{\phi}_p$ terão sempre o mesmo sinal, a condição $M_{dp} \cdot \dot{\phi}_p \geq 0$ ficará automaticamente verificada. É necessário, finalmente, assegurar na modelagem que $-Y \cdot \dot{d} \geq 0$; esta desigualdade será verificada uma vez que se imponha $-Y_i \geq 0$ e $-Y_j \geq 0$, tendo-se em vista que $\dot{d}_i \geq 0$ e $\dot{d}_j \geq 0$. Esta condição será, neste trabalho, atendida de modo equivalente utilizando-se o critério de danificação proposto por ALVA (2004), identificado a partir do confronto com resultados experimentais.

4.2.2 Critérios para a Evolução da Danificação, Plastificação e Escorregamento

Considerando-se a realização de um ensaio simplificado como o esquematizado na figura 4.4, o MDCH considera que a resposta do sistema possa ser representada pelo diagrama de momento no meio do vão versus rotação, tal como apresentado na figura 4.5.

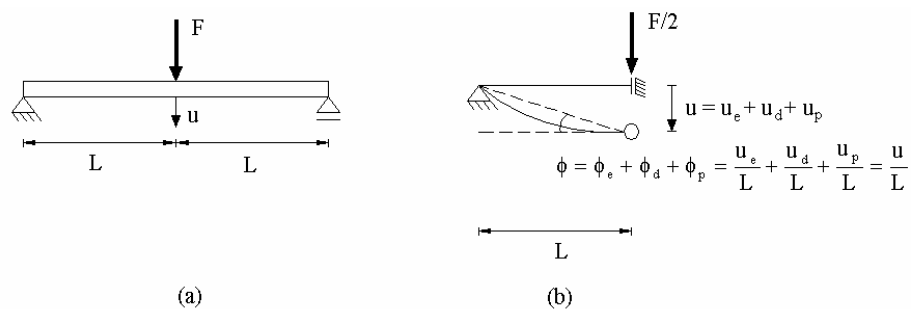


Figura 4.4 – Ensaio de flexão: (a) espécime, (b) modelo

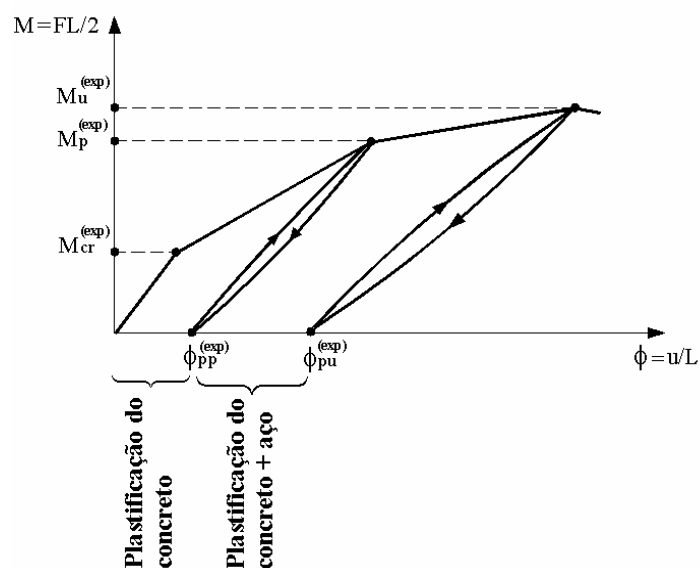


Figura 4.5 – Diagrama de momento versus rotação

Na figura 4.5 destacam-se os valores experimentais dos parâmetros clássicos de entrada no MDCH:

- $M_{cr}^{(exp)}$ é o momento crítico, correspondente ao início da danificação do concreto;
- $M_p^{(exp)}$ é o momento de plastificação, correspondente ao início da plastificação do aço;
- $M_u^{(exp)}$ é o momento último, correspondente ao máximo valor do momento atuante;
- $\phi_{pp}^{(exp)}$ é a rotação residual por dano no concreto em correspondência ao início da plastificação do aço;
- $\phi_{pu}^{(exp)}$ é a rotação plástica última, correspondente ao máximo valor do momento.

Estes parâmetros podem ser obtidos experimentalmente mediante a realização do ensaio esquematizado na figura 4.4, ou estimados a partir de critérios clássicos para dimensionamento de seções de concreto armado como será apresentado no capítulo 5.

O momento total obtido experimentalmente deve ser reproduzido pelo modelo simplificado, o qual, entretanto, propõe o momento total dividido em duas parcelas ($M = M_{dp} + M_s$). Os valores experimentais dos momentos apresentados na figura 4.5 ($M_{cr}^{(exp)}$, $M_p^{(exp)}$, $M_u^{(exp)}$) são utilizados apenas na determinação da parcela de momento associada ao dano e à plastificação, pois se admite que tais valores não influenciam na determinação da parcela M_s . Esta decorre da descrição que venha a ser adotada para a evolução dos laços de histerese. Assim sendo, para fins de identificação de M_{dp} , os valores experimentais serão penalizados, adotando-se a seguinte estratégia:

$$\begin{cases} M_{cr} = \eta \cdot M_{cr}^{(exp)} \\ M_p = \eta \cdot M_p^{(exp)} \\ M_u = \eta \cdot M_u^{(exp)} \end{cases} \quad (4.13)$$

onde η é um coeficiente que depende da largura média dos laços de histerese. No presente trabalho, tendo-se em vista os exemplos considerados, adotou-se $\eta = 0,9$.

Na figura 4.6 são representados os valores experimentais e os valores numéricos dos momentos considerados pelo modelo, assim é possível uma interpretação simples para o sistema de equações (4.13).

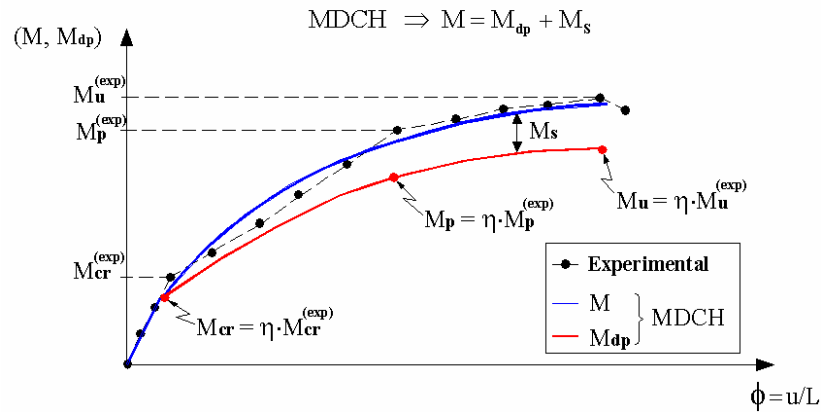


Figura 4.6 – Interpretação da penalização dos momentos

Tendo-se em vista, em primeiro lugar, os efeitos de danificação e plastificação, adota-se para a função de danificação em cada rótula a proposta apresentada por ALVA (2004). Já para a função de plastificação adota-se uma expressão inspirada em FLÓREZ-LÓPEZ (1998). Assim sendo, seguem respectivamente:

$$g = G - G_{cr} - \theta \frac{q \ln(1-d)}{1-d} \leq 0 \tag{4.14a}$$

$$f = \left| \frac{M_{dp}}{1-d} - c\phi_p \right| - M_{cr} \leq 0 \tag{4.14b}$$

onde $G = \frac{1}{2S_0} \left[\frac{M_{dp}}{1-d} \right]^2$; $S_0 = \frac{4EI}{L}$; $G_{cr} = \frac{M_{cr}^2}{2S_0}$; $\theta = \exp[-\gamma(1-d)]$; d é o dano na extremidade do elemento; ϕ_p é a rotação plástica, γ , c e q são parâmetros sem interpretação mecânica bem definida, obtidos de forma indireta como será apresentado a seguir.

A expressão (4.14a) originalmente apresentada por ALVA (2004), introduz θ como um novo parâmetro, o qual leva à necessidade de calibração da constante γ . Esta

constante influenciará diretamente a descrição da envoltória numérica momento versus rotação.

Mediante a realização do experimento esquematizado na figura 4.4(a), a calibração de γ pode ser feita uma vez que se obtenham valores experimentais do dano na rótula. O dano será medido por meio da relação entre a inclinação da curva experimental no descarregamento e a inclinação da curva antes da fissuração de acordo com a figura 4.7.

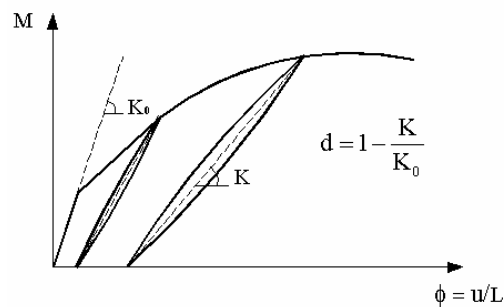


Figura 4.7 – Esquema da determinação dos valores experimentais do dano

Uma vez determinado o dano, o valor de γ será calibrado a partir do confronto entre a curva experimental e a curva numérica no diagrama do dano versus o momento termodinâmico G , para efeito de calibração G será calculado com o momento total, ver figura 4.8. A calibração de γ visa tornar a curva numérica o mais próxima possível da curva experimental, calibrando-se assim um $\gamma_{\text{ótimo}}$, tal que se $\gamma < \gamma_{\text{ótimo}}$ o dano fica subestimado, porém se $\gamma > \gamma_{\text{ótimo}}$ o dano fica superestimado.

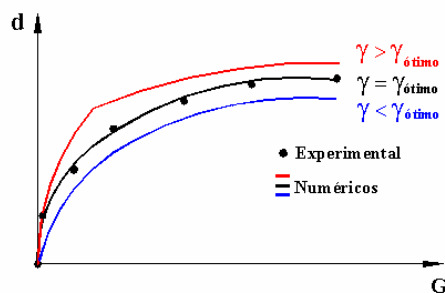


Figura 4.8 – Calibração da variável γ

ALVA (2004) apresenta um estudo relativo à calibração de γ para várias estruturas analisadas em seu trabalho. Porém, como já mencionado anteriormente, neste modelo o momento total nas extremidades do elemento é dividido em duas parcelas

$M = M_{dp} + M_S$, tendo a constante γ influência direta no comportamento da parcela M_{dp} . Além disso, o modelo utilizado por ALVA (2004) não era capaz de reproduzir os deslocamentos residuais produzidos pelo comportamento plástico do concreto, mas apenas do aço. Em consequência da consideração da plastificação do concreto resulta que os valores desta constante utilizados neste modelo são maiores do que os calibrados naquele trabalho.

Particularmente para que seja possível a consideração dos processos de plastificação do concreto e do conjunto aço-concreto, o parâmetro c na equação (4.14b) tem o comportamento apresentado na figura 4.9. Basicamente ela apresenta dois valores (c_{pl} , c_{ul}) que correspondem às situações de plastificação citadas, havendo entre eles uma transição para evitar problemas numéricos.

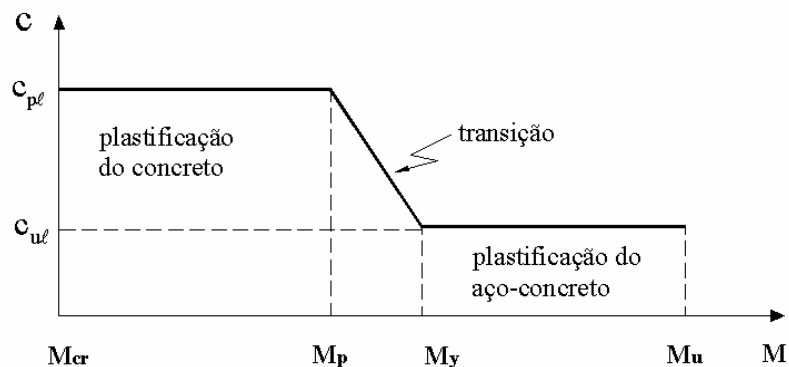


Figura 4.9 – Comportamento do parâmetro c

O momento M_y é, portanto, utilizado como referência para o trecho de transição entre os valores de c . Particularmente no presente trabalho adota-se $M_y = \frac{3M_p + M_u}{4}$ que corresponde à divisão do intervalo (M_p, M_u) em quatro subintervalos igualmente espaçados sendo M_y um dos extremos do primeiro subintervalo.

Os parâmetros c_{pl} , c_{ul} e q não têm interpretações mecânicas bem definidas, sendo seus valores determinados de maneira indireta. A resolução do sistema não-linear (4.15) fornece as constantes q e d_u . A primeira equação impõe que ao se igualar a zero a expressão do critério de danificação a parcela de momento M_{dp} , como uma função do

dano, tem em seu ponto crítico, $\frac{\partial(M_{dp}^2)}{\partial d} = 0$, um valor de dano igual a d_u . A segunda equação impõe que, uma vez igualado a zero a expressão do critério de danificação, sendo o dano igual a d_u o correspondente momento será M_u .

$$\begin{cases} g = 0; \frac{\partial(M_{dp}^2)}{\partial d} = 0; d = d_u \Rightarrow -2(1-d_u)G_{cr} - \theta_u q [h_u \ln(1-d_u) + 1] = 0 \\ g = 0; M_{dp} = M_u; d = d_u \Rightarrow (1-d_u)^2 G_{cr} + \theta_u q (1-d_u) \ln(1-d_u) - \frac{M_u^2}{2S_0} = 0 \end{cases} \quad (4.15)$$

onde $\theta_u = \exp[-\gamma(1-d_u)]$, $h_u = 1 + \gamma d_u - \gamma$ e d_u é o dano correspondente ao momento último.

A resolução da equação não-linear (4.16) fornece a constante d_p . Esta equação impõe que, uma vez igualado a zero a expressão do critério de danificação, se a parcela de momento M_{dp} é igual ao momento de plastificação M_p o dano correspondente será d_p .

$$g = 0; M_{dp} = M_p; d = d_p \Rightarrow \frac{M_p^2}{2(1-d_p)^2 S_0} - G_{cr} - \theta_p \frac{q \ln(1-d_p)}{1-d_p} = 0 \quad (4.16)$$

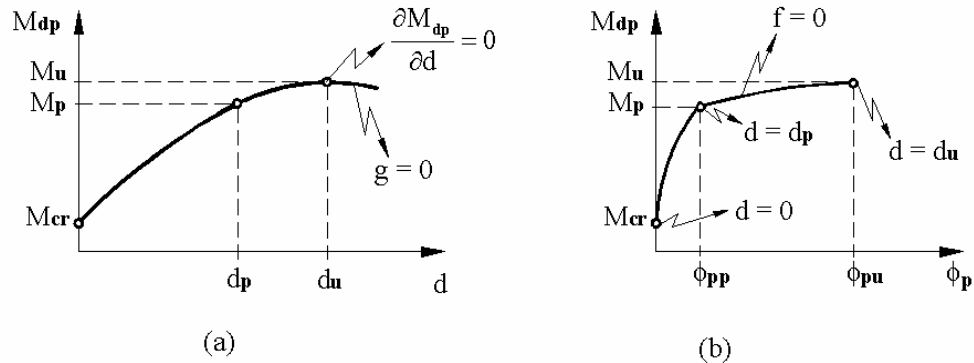
onde $\theta_p = \exp[-\gamma(1-d_p)]$, d_p é o dano correspondente ao momento de plastificação.

As constantes $c_{p\ell}$ e $c_{u\ell}$ são obtidas através das equações (4.17) e (4.18) respectivamente, completando-se assim a obtenção dos parâmetros relacionados ao dano e a plastificação. A primeira equação impõe que, uma vez igualado a zero a expressão do critério de plastificação, se a parcela de momento M_{dp} é igual a M_p , conseqüentemente o dano é d_p e, portanto, a rotação plástica é ϕ_{pp} . Já a segunda equação impõe que, uma vez igualado a zero a expressão do critério de plastificação, se a parcela de momento M_{dp} é igual a M_u , conseqüentemente o dano é d_u e, portanto, a rotação plástica é ϕ_{pu} .

$$f = 0; M_{dp} = M_p; d = d_p; \phi_p = \phi_{pp} \Rightarrow c_{p\ell} = \frac{1}{\phi_{pp}} \left(\frac{M_p}{1-d_p} - M_{cr} \right) \quad (4.17)$$

$$f = 0; M_{dp} = M_u; d = d_u; \phi_p = \phi_{pu} \Rightarrow c_{u\ell} = \frac{1}{\phi_{pu}} \left(\frac{M_u}{1-d_u} - M_{cr} \right) \quad (4.18)$$

Na figura 4.10(a) ilustra-se uma interpretação gráfica para as equações (4.15) e (4.16), enquanto na figura 4.10(b) apresenta-se a interpretação gráfica para as equações (4.17) e (4.18).



**Figura 4.10 – Interpretação gráfica para a determinação paramétrica indireta :
(a) equações (4.15) e (4.16); (b) equações (4.17) e (4.18)**

Por outro lado, o critério de escorregamento nas rótulas é expresso na forma:

$$f_s = |M_s - X| - M_k \leq 0 \quad (4.19)$$

onde M_k é uma constante que deve ser tomada suficientemente pequena para que a evolução do escorregamento se dê simultaneamente à evolução da danificação, lembrando que X é o momento de encruamento.

A inequação (4.19) estabelece que em correspondência a um certo estado de solicitação os níveis de momento de escorregamento e encruamento serão admissíveis se $f_s \leq 0$. Este critério aplica-se nas etapas de carregamento, descarregamento e recarregamento. Como será visto mais adiante, na estratégia de resolução, a violação da condição $f_s \leq 0$, servirá para caracterizar a evolução ou não do processo de escorregamento no presente passo de carga.

Do mesmo modo como na plasticidade clássica, define-se um potencial dissipativo para se obter as leis de evolução das variáveis internas associadas ao deslizamento, expressas por relações para $\dot{\phi}_s$ e $\dot{\alpha}$. Normalmente, postulando-se a validade da regra da associatividade, tal potencial é feito coincidir com a relação que descreve o critério de escorregamento na condição de igualdade ($f_s = 0$). No entanto, neste modelo, para a descrição do encruamento não-linear impõe-se o uso de uma lei não-associativa. Uma alternativa para contemplar essa condição, é representar o potencial por uma expressão que possa vir a ser particularizada para o caso associativo, recuperando a relação do critério de escorregamento.

Nessas condições, propõe-se para o potencial dissipativo a seguinte forma:

$$\psi_s = |M_s - X| + \frac{3}{4}aX^2 - M_k \quad (4.20)$$

onde a é um parâmetro do material. A parcela $\frac{3}{4}aX^2$ é responsável pela não-linearidade do momento de encruamento, pois faz com que este tenda a um valor assintótico, como será mostrado a seguir.

Impondo-se então uma condição de normalidade, LEMAITRE (1992), as leis de evolução das variáveis internas resultam:

$$\dot{\phi}_s = \dot{\lambda} \frac{\partial \psi_s}{\partial M_s} \quad (4.21)$$

$$\dot{\alpha} = -\dot{\lambda} \frac{\partial \psi_s}{\partial X} \quad (4.22)$$

onde $\dot{\lambda}$ é denominado multiplicador plástico, e o sinal negativo na expressão de $\dot{\alpha}$ garante dissipação positiva.

O momento por encruamento cinemático não-linear tem a relação com ϕ apresentada na figura 4.11 onde X_∞ é o valor assintótico de X para grandes valores da rotação. Para a obtenção deste valor considere-se a relação (4.11) que fornecerá $\dot{X} = b\dot{\alpha}$, e considerando-se (4.22) e (4.20) obtém-se:

$$\dot{X} = b\lambda \left(\text{sign}(M_s - X) - \frac{3}{2} aX \right) \tag{4.23}$$

Admitindo-se que $\text{sign}(M_s - X) = 1$ e uma vez que $\frac{3}{2} aX \rightarrow 1$, conseqüentemente $\dot{X} \rightarrow 0$; portanto, o valor assintótico para X resulta: $X_\infty = \frac{2}{3a}$. A curva apresentada na figura 4.11(a) é obtida a partir da integração da expressão (4.23) a qual será detalhada no item relativo à implementação.

Na figura 4.11(b) está representada a influência do parâmetro b na obtenção da curva de X , são considerados três valores de diferentes intensidades que mostram que para valores mais altos de b o momento de encruamento tende mais rapidamente para o seu valor assintótico.

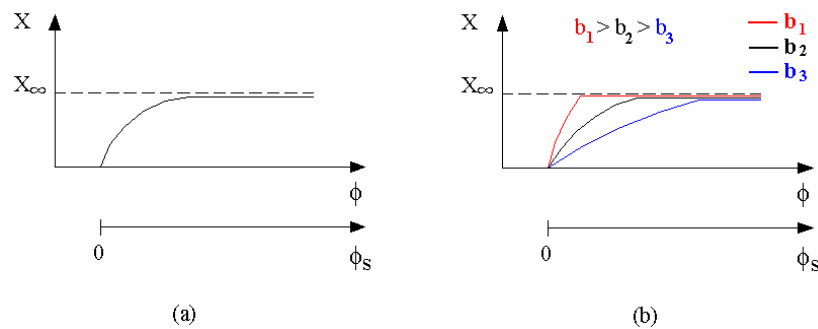


Figura 4.11 – Momento de encruamento: (a) valor assintótico X_∞ , (b) influência do parâmetro b

Os significados de todas as parcelas de momentos consideradas neste modelo são apresentados na figura 4.12, lembrando-se que as curvas são relativas aos momentos que atuam na extremidade i de um elemento.

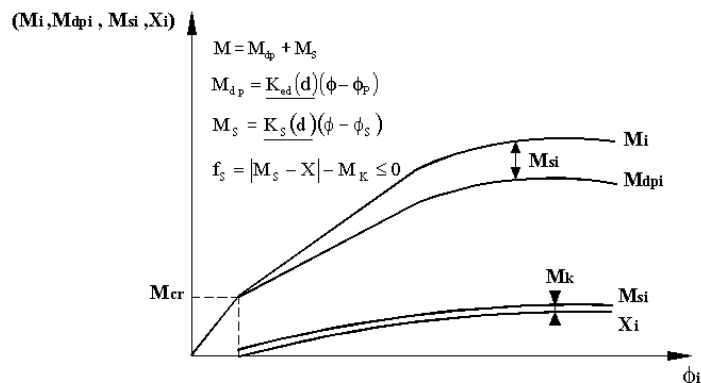


Figura 4.12 – Parcelas de momentos apresentadas no MDCH

A histerese é aqui caracterizada pelo laço resultante da não coincidência das curvas definidas nas etapas de descarregamento e recarregamento no diagrama momento-rotação ou, equivalentemente, força-deslocamento. O modelo em análise visa gerar um laço de histerese num ciclo de descarregamento e recarregamento tal como indicado esquematicamente na figura 4.13.

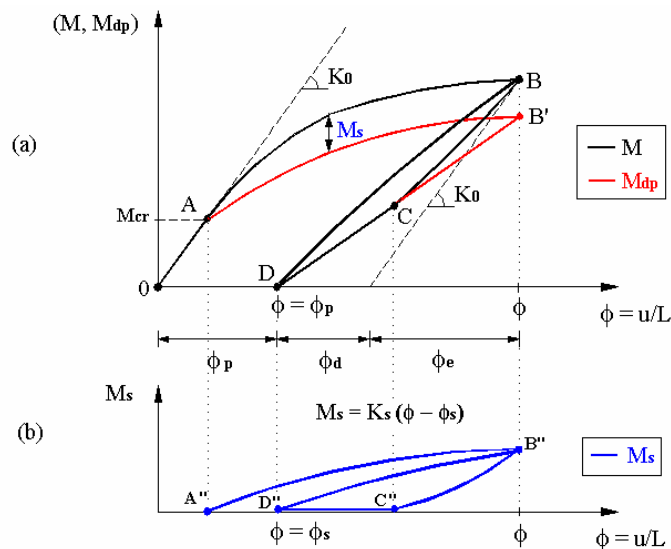


Figura 4.13 – Laço de histerese: (a) M, M_{dp} versus ϕ , (b) M_s versus ϕ

Na figura 4.13(a) tem-se a representação da contribuição das diversas parcelas de rotação (ϕ_e, ϕ_p, ϕ_d) na composição da rotação total para o nível de carregamento correspondente ao ponto “B”, $\phi = \phi_e + \phi_p + \phi_d$.

Os quatro itens a seguir explicam a obtenção do laço de histerese. Observa-se na figura 4.13(a) que:

1. No ponto (A) as fissuras começam a se abrir, os critérios de danificação, plastificação e escorregamento passam a ser violados resultando em evoluções da variável de dano, da rotação plástica e da rotação por escorregamento, as quais são responsáveis pela não-linearidade da resposta;
2. No ponto (B) tem início o descarregamento, os critérios de danificação e plastificação deixam de ser violados, de forma que a variável de dano e a rotação plástica permanecem constantes durante as etapas de descarregamento e recarregamento, o que faz com que a parcela M_{dp} siga uma trajetória linear (B'–C–D–C–B') nestas etapas. Por outro lado, o critério de escorregamento

pode ser violado e a rotação por escorregamento passa a decrescer, sendo responsável pelo decréscimo não-linear da parcela M_s como pode ser observado na figura 4.13(b).

3. No trecho (C–D) o momento total coincide com a parcela M_{dp} , isso ocorre porque como pode ser observado no trecho (C''–D'') da figura 4.13(b) o momento de escorregamento vai a zero. Isto é uma imposição necessária, pois no final do descarregamento (Carga = 0) obtem-se $M_{dp} = 0$, sendo, portanto, necessário $M_s = 0$ para se obter $M = 0$.
4. No trecho (D–B) tem-se a etapa de recarregamento, o momento total deixa de coincidir com a parcela M_{dp} , pois M_s se torna diferente de zero como pode ser observado no trecho (D''–B'') da figura 4.13(b). Portanto, conclui-se que o laço de histerese realizado pelo momento total advém do laço realizado pela parcela M_s , uma vez que a parcela M_{dp} segue a mesma trajetória nas etapas de descarregamento e recarregamento.

4.2.3 Estratégia para a Inversão no Sinal do Carregamento

Para que seja possível a consideração da inversão no sinal do carregamento, fato comum em solicitações sísmicas, aplica-se a estratégia adotada em FLÓREZ-LÓPEZ (1995). Neste caso utilizam-se dois conjuntos de variáveis independentes, um associado às ações positivas e outro associado às ações negativas de acordo com a convenção apresentada na figura 4.14. Tendo-se em vista a representação do comportamento unilateral do concreto, são consideradas duas variáveis escalares de dano: d^+ para $M > 0$ e d^- para $M < 0$, ambas com comportamentos independentes. Porém, para a rotação plástica ϕ_p assim como para a rotação de escorregamento ϕ_s , continua sendo utilizada apenas uma variável, o que muda, em ambos os casos, são as leis de evolução as quais dependerão do sinal dos esforços.

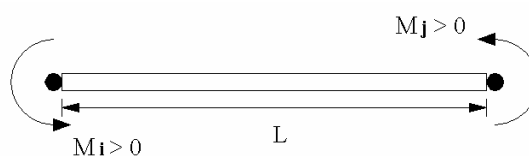


Figura 4.14 – Convenção positiva dos momentos nas extremidades

Tem-se para as ações positivas:

$$g^+ = G^+ - G_{cr}^+ - \theta^+ \frac{q^+ \ln(1-d^+)}{1-d^+} \leq 0 \quad (4.24)$$

$$f^+ = \left| \frac{M_{dp}^+}{1-d^+} - \delta c^+ \phi_p \right| - [(1-\delta)c^+ p + M_{cr}^+] \leq 0 \quad (4.25)$$

$$f_s^+ = |M_s^+ - X^+| - M_k^+ \leq 0 \quad (4.26)$$

onde $p = \max|\phi_p|$ e $0 \leq \delta \leq 1$, para os exemplos considerados neste trabalho adota-se $\delta = 0,5$.

Tem-se para as ações negativas:

$$g^- = G^- - G_{cr}^- - \theta^- \frac{q^- \ln(1-d^-)}{1-d^-} \leq 0 \quad (4.27)$$

$$f^- = \left| \frac{M_{dp}^-}{1-d^-} - \delta c^- \phi_p \right| - [(1-\delta)c^- p + M_{cr}^-] \leq 0 \quad (4.28)$$

$$f_s^- = |M_s^- - X^-| - M_k^- \leq 0 \quad (4.29)$$

4.3 IMPLEMENTAÇÃO DO MDCH

4.3.1 Evolução da Variável de Dano

Em cada rótula a evolução da variável de dano será obtida impondo-se a nulidade do critério de danificação, equação (4.14a), uma vez que este tenha sido violado. Assim se na iteração i ($g^{(i)} > 0$), para a iteração $i+1$ tem-se:

$$\Delta d^{(i+1)} = \frac{-g^{(i)}}{\left. \frac{\partial g}{\partial d} \right|^{(i)}} = \frac{g^{(i)}}{\left[\theta q \left(\frac{\ln(1-d)-1}{(1-d)^2} \right) + \gamma \theta q \frac{\ln(1-d)}{1-d} + \frac{2G}{1-d} \right]^{(i)}} \quad (4.30)$$

Feita a atualização do dano ($d^{(i+1)} = d^{(i)} + \Delta d^{(i+1)}$) o critério de danificação é verificado, caso haja violação ($g^{(i+1)} > 0$), a atualização é feita novamente $i = i + 1$, e assim sucessivamente até que o critério seja atendido ($g^{(i+1)} \leq 0$).

4.3.2 Evolução da Rotação Plástica

A evolução da rotação plástica em cada rótula também será obtida impondo-se a nulidade do critério de plastificação, equação (4.14b), uma vez que este tenha sido violado. Assim, se na iteração i ($f^{(i)} > 0$), para a iteração $i + 1$ tem-se:

$$\Delta\phi_p^{(i+1)} = \frac{-f^{(i)}}{\left.\frac{\partial f}{\partial\phi_p}\right|^{(i)}} = \frac{f^{(i)}}{[\text{sign}(\lambda) c]^{(i)}} \quad (4.31)$$

$$\text{onde } \lambda = \frac{M}{1-d} - c\phi_p, \quad \text{sign}(\lambda) = \begin{cases} +1 & \text{se } \lambda > 0 \\ -1 & \text{se } \lambda < 0 \end{cases}$$

Uma vez feita a atualização da rotação plástica ($\phi_p^{(i+1)} = \phi_p^{(i)} + \Delta\phi_p^{(i+1)}$) o critério de plastificação é verificado, caso haja violação ($f^{(i+1)} > 0$), a atualização é feita novamente $i = i + 1$, e assim sucessivamente até que o critério seja atendido ($f^{(i+1)} \leq 0$).

4.3.3 Evolução das Variáveis Associadas ao Escorregamento

Seguindo-se uma estratégia similar a apresentada por ARAÚJO (2003), a integração para a obtenção da rotação de escorregamento e da variável associada ao encruamento não-linear cinemático é feita a partir de um algoritmo iterativo, composto de etapas de previsão e correção, proposto por ORTIZ & SIMO (1986).

Considerando-se a rótula j do elemento finito, tal qual apresentado na figura 4.2, para o cálculo de $\phi_{S_{n+1}}^{(i+1)}$, onde $(i + 1)$ refere-se à iteração e $n + 1$ ao passo de carga, toma-se a superfície representativa do critério de deslizamento ($f_s^{(i+1)} = 0$) linearizada no mesmo passo a partir dos valores das variáveis de estado na iteração i :

$$f_s^{(i+1)} = f_s^{(i)} + \left.\frac{\partial f_s}{\partial M_s}\right|^{(i)} (M_s^{(i+1)} - M_s^{(i)}) + \left.\frac{\partial f_s}{\partial X}\right|^{(i)} (X^{(i+1)} - X^{(i)}) = 0 \quad (4.32)$$

Sabendo-se que para a rótula j na iteração i :

$$\dot{M}_s^{(i)} = -K_{s22} \dot{\phi}_s^{(i)} = -K_{s22} \left(\dot{\lambda} \frac{\partial \psi_s}{\partial M_s} \right)^{(i)} \quad (4.33)$$

$$\dot{X}^{(i)} = b \dot{\alpha}^{(i)} = -b \left(\dot{\lambda} \frac{\partial \psi_s}{\partial X} \right)^{(i)} \quad (4.34)$$

adotando-se uma relação explícita tal que: $\dot{M}_s^{(i)} \Delta t = M_s^{(i+1)} - M_s^{(i)}$ e $\dot{X}^{(i)} \Delta t = X^{(i+1)} - X^{(i)}$, pela substituição das equações (4.34) e (4.33) na equação (4.32), obtém-se o multiplicador plástico:

$$\Delta \lambda^{(i)} = \dot{\lambda}^{(i)} \Delta t = \frac{f_s^{(i)}}{\left. \frac{\partial f_s}{\partial M_s} \right|^{(i)} K_{s22} \left. \frac{\partial \psi_s}{\partial M_s} \right|^{(i)} + \left. \frac{\partial f_s}{\partial X} \right|^{(i)} b \left. \frac{\partial \psi_s}{\partial X} \right|^{(i)}} \quad (4.35)$$

onde:

$$- \left. \frac{\partial f_s}{\partial M_s} \right|^{(i)} = \text{sign}(M_s^{(i)} - X^{(i)});$$

$$- \left. \frac{\partial \psi_s}{\partial M_s} \right|^{(i)} = \text{sign}(M_s^{(i)} - X^{(i)});$$

$$- \left. \frac{\partial f_s}{\partial X} \right|^{(i)} = -\text{sign}(M_s^{(i)} - X^{(i)});$$

$$- \left. \frac{\partial \psi_s}{\partial X} \right|^{(i)} = \text{sign}(M_s^{(i)} - X^{(i)}) + \frac{3}{2} a X^{(i)};$$

$$- a = \frac{2}{3X_\infty};$$

$$- \text{sign}(M_s^{(i)} - X^{(i)}) = \begin{cases} +1 & \text{se } (M_s^{(i)} - X^{(i)}) > 0 \\ -1 & \text{se } (M_s^{(i)} - X^{(i)}) < 0 \end{cases}$$

procedimento semelhante é aplicado para a rótula i onde neste caso o elemento da matriz de escorregamento que entra no multiplicador plástico é K_{s11} , de acordo com o que é apresentado na equação (4.3).

Portanto uma vez que o critério de escorregamento, equação (4.19), tenha sido violado, a atualização das variáveis internas para a iteração $(i + 1)$ do passo de carga é feita como demonstra as equações a seguir:

$$\phi_s^{(i+1)} = \phi_s^{(i)} + \Delta\lambda^{(i)} \left. \frac{\partial \psi_s}{\partial M_s} \right|^{(i)} \quad (4.36)$$

$$X^{(i+1)} = X^{(i)} - \Delta\lambda^{(i)} \mathbf{b} \left. \frac{\partial \psi_s}{\partial X} \right|^{(i)} \quad (4.37)$$

$$M_s^{(i+1)} = K_{s22} (\phi - \phi_s^{(i+1)}) \quad (4.38)$$

feita esta atualização o critério de escorregamento é verificado, caso haja violação ($f_s > 0$), a atualização é feita novamente, e assim sucessivamente até que o critério seja atendido ($f_s \leq 0$).

4.3.4 Sistema de Coordenadas com Seis Graus de Liberdade

Vale salientar que neste modelo uma vez que os processos dissipativos estão relacionados apenas às rotações nas extremidades do elemento, sua formulação é inteiramente apresentada considerando-se apenas os dois graus de liberdade de rotação, tal como mostrado na figura 4.2. Porém, em termos de aplicações numéricas é necessária a consideração dos seis graus de liberdade clássicos dos elementos finitos convencionais de pórticos planos para que seja possível a simulação da aplicação das solicitações convencionais (forças nas direções x , y e z).

Neste sentido aplica-se o princípio da equivalência da energia de deformação, que permite passar de dois para quatro graus de liberdade. Além disso, se considera a hipótese de pequenas deformações e giros, admitindo-se que os deslocamentos axiais são desacoplados dos efeitos de flexão e não produzem danificação. Pode-se, então, acrescentar os graus de liberdade relacionados ao deslocamento axial, resultando num

elemento com seis graus de liberdade. Na figura 4.15 tem-se a representação do elemento com os seis graus de liberdade orientados na convenção positiva.

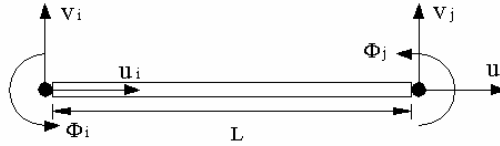


Figura 4.15 – Elemento de dissipação concentrada com seis graus de liberdade

Portanto, a matriz de rigidez elasto-danificada e a matriz de rigidez por escorregamento, considerando-se os seis graus de liberdade, são dadas respectivamente por:

$$\underline{K}_{ed}(d) = \begin{bmatrix} K_{ed}^{11} & K_{ed}^{12} & K_{ed}^{13} & K_{ed}^{14} & K_{ed}^{15} & K_{ed}^{16} \\ & K_{ed}^{22} & K_{ed}^{23} & K_{ed}^{24} & K_{ed}^{25} & K_{ed}^{26} \\ & & K_{ed}^{33} & K_{ed}^{34} & K_{ed}^{35} & K_{ed}^{36} \\ & & & K_{ed}^{44} & K_{ed}^{45} & K_{ed}^{46} \\ & \text{Simetria} & & & K_{ed}^{55} & K_{ed}^{56} \\ & & & & & K_{ed}^{66} \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

onde:

$$K_{ed}^{11} = \frac{EA}{L};$$

$$K_{ed}^{12} = K_{ed}^{13} = 0;$$

$$K_{ed}^{14} = -K_{ed}^{11};$$

$$K_{ed}^{15} = K_{ed}^{16} = 0;$$

$$K_{ed}^{22} = \frac{12EI}{L^3} \left(\frac{2d_i d_j - 3d_i - 3d_j + 4}{4 - d_i d_j} \right);$$

$$K_{ed}^{23} = \frac{6EI}{L^2} \left(\frac{2d_i d_j - 4d_i - 2d_j + 4}{4 - d_i d_j} \right);$$

$$K_{ed}^{24} = 0;$$

$$K_{ed}^{25} = -K_{ed}^{22} ;$$

$$K_{ed}^{26} = \frac{6EI}{L^2} \left(\frac{2d_i d_j - 2d_i - 4d_j + 4}{4 - d_i d_j} \right) ;$$

$$K_{ed}^{33} = \frac{4EI}{L} \left(\frac{d_i d_j - 4d_i - d_j + 4}{4 - d_i d_j} \right) ;$$

$$K_{ed}^{34} = 0 ;$$

$$K_{ed}^{35} = -K_{ed}^{23} ;$$

$$K_{ed}^{36} = \frac{2EI}{L} \left(\frac{4d_i d_j - 4d_i - 4d_j + 4}{4 - d_i d_j} \right) ;$$

$$K_{ed}^{44} = K_{ed}^{11} ;$$

$$K_{ed}^{45} = K_{ed}^{46} = 0 ;$$

$$K_{ed}^{55} = K_{ed}^{22} ;$$

$$K_{ed}^{56} = -K_{ed}^{26} ;$$

$$K_{ed}^{66} = \frac{4EI}{L} \left(\frac{d_i d_j - d_i - 4d_j + 4}{4 - d_i d_j} \right) .$$

$$\underline{K_S(d)} = \begin{bmatrix} K_S^{11} & K_S^{12} & K_S^{13} & K_S^{14} & K_S^{15} & K_S^{16} \\ & K_S^{22} & K_S^{23} & K_S^{24} & K_S^{25} & K_S^{26} \\ & & K_S^{33} & K_S^{34} & K_S^{35} & K_S^{36} \\ & & & K_S^{44} & K_S^{45} & K_S^{46} \\ & \text{Simetria} & & & K_S^{55} & K_S^{56} \\ & & & & & K_S^{66} \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

onde:

$$K_S^{11} = K_S^{12} = K_S^{13} = K_S^{14} = K_S^{15} = K_S^{16} = 0 ;$$

$$K_S^{22} = \frac{4EI}{L^3}(d_i + d_j);$$

$$K_S^{23} = \frac{4EI}{L^2}d_i;$$

$$K_S^{24} = 0;$$

$$K_S^{25} = -K_S^{22};$$

$$K_S^{26} = \frac{4EI}{L^2}d_j;$$

$$K_S^{33} = \frac{4EI}{L}d_i;$$

$$K_S^{34} = 0;$$

$$K_S^{35} = -K_S^{23};$$

$$K_S^{36} = 0;$$

$$K_S^{44} = K_S^{45} = K_S^{46} = 0;$$

$$K_S^{55} = K_S^{22};$$

$$K_S^{56} = -K_S^{26};$$

$$K_S^{66} = \frac{4EI}{L}d_j.$$

4.4 LIMITAÇÕES DO MDCH

Sendo este um modelo que propõem a concentração da danificação e da plastificação em rótulas dispostas nas extremidades do elemento, o mesmo só apresentará resultados satisfatórios quando o comportamento real da estrutura em análise tender a apresentar um comportamento em ruína com o surgimento de fissuras localizadas em regiões relativamente restritas.

Mesmo que o modelo seja adequado para a simulação da estrutura em análise, devem-se observar as seguintes limitações:

1. O modelo requer o conhecimento prévio tanto da quantidade quanto do posicionamento adequado das rótulas, sob a pena de fornecer uma resposta incoerente caso estas condições não sejam atendidas, por exemplo: a consideração de um número excessivo de rótulas gera uma resposta extremamente flexível, enquanto a consideração de um número insuficiente de rótulas gera uma resposta extremamente rígida;
2. As hipóteses adotadas na formulação do modelo prevêm que os elementos da estrutura são levados no máximo ao ponto de ruína (M_u, ϕ_{pu}) , verifica-se que o modelo não funciona de forma adequada além deste ponto, pois fornece, neste caso, uma danificação exagerada e uma plastificação insuficiente, o exemplo 6.2.5 do capítulo 6 ilustra este tipo de limitação;
3. O modelo não considera deformações por cisalhamento e, portanto, não é capaz de reproduzir de forma adequada o comportamento de uma estrutura que é levada à ruína por efeito do cisalhamento;
4. Após a inversão no sinal do carregamento, o modelo recupera imediatamente a rigidez correspondente ao sinal da solicitação atuante, ao invés de considerar uma recuperação progressiva. Esta estratégia pode gerar uma resposta inicialmente muito rígida uma vez invertido o sinal do carregamento, o exemplo 6.2.7 do capítulo 6 ilustra este tipo de limitação;

Identificação Paramétrica do MDCH

5

5.1 INTRODUÇÃO

Este capítulo tem por objetivo apresentar os critérios clássicos de dimensionamento de seções de concreto armado que são utilizados para as estimativas dos parâmetros de calibração do modelo simplificado proposto neste trabalho. O texto apresentado neste capítulo está principalmente baseado em: PARK & PAULAY (1975), FUSCO (1981), LEONHARDT (1981), NAWY (1996), MONTOYA et al. (2000), NBR 6118 (2003) e ALVA (2006).

5.2 PARAMETRIZAÇÃO DO MDCH PARA A FLEXÃO SIMPLES

5.2.1 Considerações Iniciais

A melhor forma de se identificar os parâmetros introduzidos no MDCH é a partir da realização do ensaio esquematizado na figura 5.1(a). Porém, dependendo do objetivo da análise, torna-se necessária a proposição e aplicação de procedimentos simplificados, que permitam uma boa estimativa inicial de tais parâmetros conhecendo-se apenas as resistências dos materiais aço e concreto, avaliadas por meio de ensaios usuais em corpos de prova.

Na figura 5.1(a) tem-se uma viga de concreto armado simplesmente apoiada e submetida a carregamento crescente. A seção central desta viga passa por três níveis de deformações, denominados estádios, que caracterizam o comportamento da estrutura até a sua ruína como apresentado na figura 5.1(b). Na mesma figura destacam-se os momentos característicos dos limites de cada estádio.

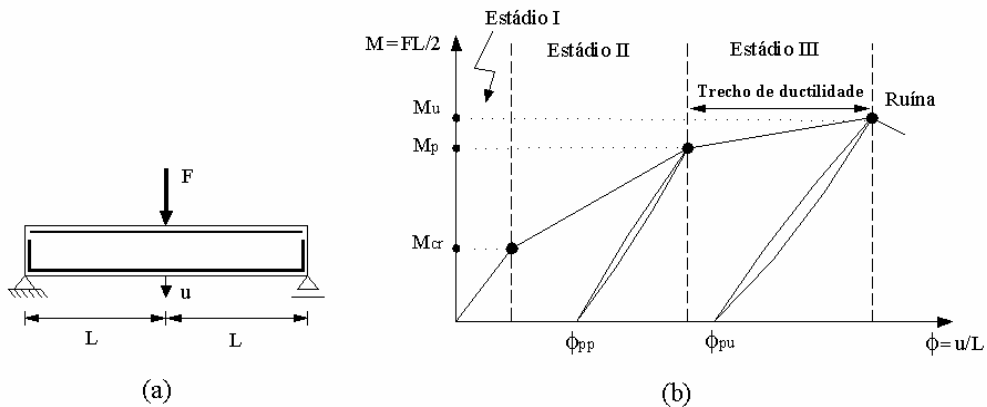


Figura 5.1 – Comportamento da estrutura até a ruína (a) viga em flexão, (b) diagrama momento versus rotação, adaptado de NAWY (1996)

No sentido de melhor caracterizar cada um destes estádios, na figura 5.2 identificam-se as deformações e as tensões no aço e no concreto e as resultantes destas tensões para a seção crítica de uma viga submetida à flexão pura. De acordo com MONTOYA et al. (2000) os estádios podem ser caracterizados para uma viga de concreto armado em flexão normal pura como:

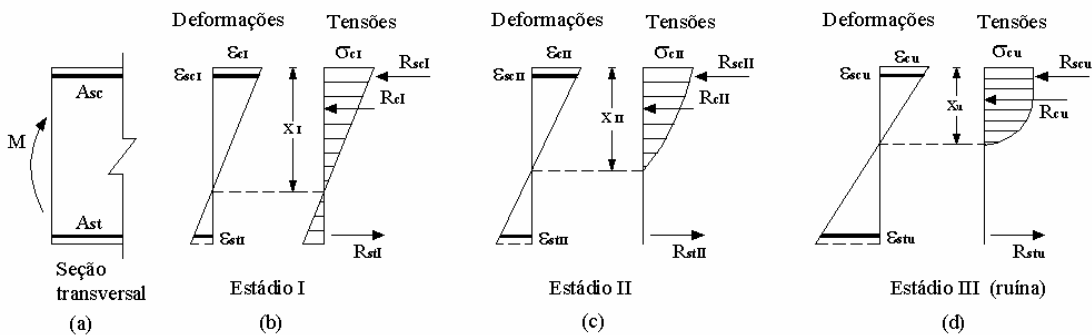


Figura 5.2 – Comportamento da seção transversal de uma viga de concreto armado: (a) seção crítica da viga, (b) diagramas de deformação e tensão no estágio I, (c) estágio II, (d) estágio III, adaptado de MONTOYA et al.(2000)

Estádio I (estado elástico): sob a ação de um momento fletor de pequena intensidade, $M < M_{cr}$:

- A tensão de tração no concreto não ultrapassa sua resistência à tração f_t ;
- O diagrama de tensão normal no concreto ao longo da seção transversal é linear;
- Não há fissuras visíveis;

Estádio II (estado de fissuração): aumentando-se o valor do momento fletor até um valor próximo do início do escoamento da armadura, $M_{cr} \leq M < M_p$:

- As deformações de tração na maioria dos pontos abaixo da linha neutra terão valores superiores à deformação correspondente à resistência à tração f_t do concreto, considera-se que apenas o aço passa a resistir aos esforços de tração. Admite-se, portanto, que o concreto abaixo na linha neutra já atingiu o dano crítico e não tem mais condições de resistir aos esforços de tração, ver item 2.3.5 do capítulo 2;
- O diagrama de tensão de compressão do concreto começa a apresentar um certo encurvamento, mas para efeito de cálculo ainda pode ser considerado como linear;
- As fissuras de tração no concreto são visíveis;

Estádio III (estado de plastificação): aumentando-se o valor do momento fletor até se chegar à ruína da estrutura, $M_p \leq M \leq M_u$:

- A fibra mais comprimida do concreto começa a escoar $\epsilon_c \geq 2 \text{‰}$, atingindo a deformação específica última $\epsilon_{cu} = 3,5 \text{‰}$ a partir da qual o concreto é esmagado;
- Admite-se que a distribuição de tensão no concreto ocorra segundo um diagrama parábola-retângulo;
- O aço tracionado começa a escoar em $\epsilon_{st} \geq \epsilon_y$;
- A peça fica bastante fissurada, a zona tracionada aumenta consideravelmente e as fissuras avançam ao longo da altura da seção, conseqüentemente a zona comprimida fica menor.

Pode-se dizer simplifcadamente que os estádios I e II correspondem às ações de serviço, e que o estágio III corresponde ao estado-limite último que só ocorreria em situações extremas, como por exemplo em abalos sísmicos.

5.2.2 Estimativa do Momento Crítico ($M_{cr}^{(est)}$)

De acordo com a NBR 6118 (2003), o momento crítico (momento de fissuração) pode ser estimado pela seguinte expressão aproximada:

$$M_{cr}^{(est)} = \frac{\alpha_t f_t I_{conc}}{y_t} \quad (5.1)$$

onde:

- α_t é o fator que correlaciona aproximadamente a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta, $\alpha_t = 1,2$ para seções T ou duplo T, ou $\alpha_t = 1,5$ para seções retangulares;

- f_t é a resistência do concreto à tração direta;

- I_{conc} é o momento de inércia da seção bruta de concreto;

- y_t é a distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada;

OBS.: Tendo-se em vista que um dos ensaios mais utilizados para se determinar a resistência do concreto à tração é o ensaio de compressão diametral, vale observar o que diz MEHTA & MOTEIRO (2000): “comparado com o ensaio de tração direta, o ensaio de compressão diametral sabidamente superestima a resistência à tração do concreto de 10 a 15%”.

5.2.3 Estimativa do Momento de Plastificação ($M_p^{(est)}$)

De acordo com PARK & PAULAY (1975) o momento de plastificação pode ser considerado como sendo o momento correspondente ao início do escoamento do aço tracionado. Além disso, o cálculo será realizado admitindo-se que a seção se encontra no estágio II e que por isso o diagrama de tensão de compressão no concreto tem uma forma linear. Segundo aqueles autores o diagrama tensão-deformação para o concreto é aproximadamente linear até $0,7f_c$, onde f_c é a resistência do concreto à compressão obtida em ensaios com corpos de prova cilíndricos. Portanto, será admitido neste trabalho que a tensão máxima no concreto para o cálculo da estimativa do momento de plastificação será $\sigma_c = 0,7f_c$.

Na figura 5.3 tem-se uma seção transversal retangular de uma viga de concreto armado para a qual será apresentado o cálculo estimado do momento de plastificação.

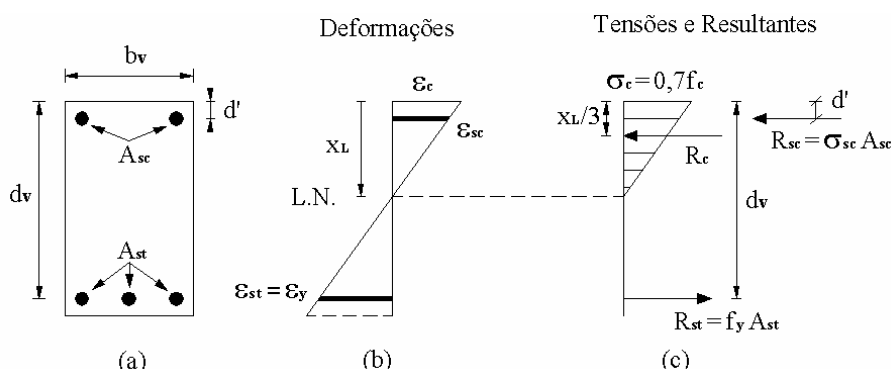


Figura 5.3 – Estimativa do momento de plastificação: (a) seção transversal, (b) diagrama de deformações, (c) diagrama de tensões e resultantes

Na figura 5.3 emprega-se a seguinte simbologia:

- b_v é a largura da viga-coluna;
- d_v é a altura útil da viga-coluna;
- d' é a distância do centróide da armadura de compressão à face mais próxima;
- A_{st} é a área da armadura de tração;
- A_{sc} é a área da armadura de compressão;
- ε_{st} é a deformação específica no aço tracionado;
- ε_{sc} é a deformação específica no aço comprimido;
- ε_c é a deformação específica na fibra mais comprimida do concreto;
- ε_y é a deformação específica correspondente ao início da plastificação do aço;
- x_L é a posição da linha neutra, medida a partir do bordo comprimido;
- R_{st} é a força resultante no aço tracionado;
- f_y é a tensão de escoamento do aço;
- R_{sc} é a força resultante no aço comprimido;
- σ_{sc} é a tensão no aço comprimido;
- R_c é a força resultante da compressão no concreto;
- σ_c é a tensão máxima de compressão no concreto;

A partir da análise do diagrama de tensões e resultantes da figura 5.3(c) tem-se que o momento na seção, tomando-se como referência a altura da armadura tracionada é:

$$M_p^{(est)} = R_c \left(d_v - \frac{x_L}{3} \right) + R_{sc} (d_v - d') \quad (5.2)$$

Por equilíbrio das forças atuantes na seção, tem-se:

$$R_{st} = R_c + R_{sc} \Rightarrow f_y A_{st} = \sigma_c b_v \frac{x_L}{2} + \sigma_{sc} A_{sc} \quad (5.3)$$

Admitindo-se que a armadura de tração está no início do escoamento, portanto: $\varepsilon_{st} = \varepsilon_y$. A deformação na armadura de compressão pode ser calculada a partir da análise da figura 5.3(b) por compatibilidade de deformações, resultando:

$$\frac{\varepsilon_{sc}}{x_L - d'} = \frac{\varepsilon_y}{d_v - x_L} \Rightarrow \varepsilon_{sc} = \left(\frac{x_L - d'}{d_v - x_L} \right) \varepsilon_y \quad (5.4)$$

Admitindo-se ainda, como hipótese inicial, que a armadura de compressão se encontra em regime elástico, $\varepsilon_{sc} \leq \varepsilon_y$, valendo a lei de Hooke:

$$\sigma_{sc} = E_s \varepsilon_{sc} = E_s \left(\frac{x_L - d'}{d_v - x_L} \right) \varepsilon_y \quad (5.5)$$

onde E_s é o módulo de elasticidade do aço.

Substituindo-se a equação (5.5) na equação (5.3) resulta:

$$a_p x_L^2 + b_p x_L + c_p = 0 \quad (5.6)$$

onde:

$$a_p = \frac{\sigma_c b_v}{2};$$

$$b_p = - \left(\frac{\sigma_c b_v d_v}{2} + A_{st} f_y + A_{sc} f_y \right);$$

$$c_p = f_y (A_{st} d_v + A_{sc} d').$$

A raiz x_p da equação (5.6) que está dentro dos limites da seção da viga ($d' < x_p < d_v$) fornece a posição da linha neutra correspondente ao momento de plastificação da seção. Substituindo-se este valor na equação (5.4) encontra-se o valor da deformação específica na armadura comprimida. Se $\varepsilon_{sc} \leq \varepsilon_y$ a hipótese de comportamento elástico da armadura comprimida é válida e o valor calculado para a posição da linha neutra x_p é correto. Porém, se $\varepsilon_{sc} > \varepsilon_y$ a armadura de compressão está plastificada. Nesse caso, pode-se considerar o modelo elastoplástico perfeito para o aço e adotar $\sigma_{sc} = f_y$. A partir da substituição deste valor na equação (5.3) se calcula o valor correto da posição da linha neutra, que neste caso é dado pela equação (5.7):

$$x_p = \frac{2f_y}{\sigma_c b_v} (A_{st} - A_{sc}) \quad (5.7)$$

Uma vez calculado o valor da posição da linha neutra x_p , o valor estimado do momento de plastificação é calculado pela equação (5.8).

$$M_p^{(est)} = \sigma_c b_v \frac{x_p}{2} \left(d_v - \frac{x_p}{3} \right) + A_{sc} \sigma_{sc} (d_v - d') \quad (5.8)$$

$$\text{onde } \begin{cases} \sigma_c = 0,7f_c \\ \varepsilon_{sc} = \left(\frac{x_p - d'}{d_v - x_p} \right) \varepsilon_y \\ \sigma_{sc} = E_s \varepsilon_{sc} \quad \text{se } \varepsilon_{sc} \leq \varepsilon_y \\ \sigma_{sc} = f_y \quad \text{se } \varepsilon_{sc} > \varepsilon_y \end{cases}$$

5.2.4 Estimativa do Momento Último ($M_u^{(est)}$)

A estimativa do momento último é calculada para o estágio III. Este momento é alcançado quando a fibra mais comprimida de concreto sofre esmagamento caracterizado por uma deformação específica igual ao valor último convencional ε_{cu} .

No estado limite último, em geral, o estudo da capacidade resistente das peças submetidas a solicitações normais é feito com as seguintes hipóteses básicas:

- As seções transversais permanecem planas, sendo, portanto, as deformações em cada ponto da seção proporcionais a sua distância em relação à linha neutra (hipótese de Bernoulli);
- Admite-se aderência perfeita entre o concreto e a armadura; dessa forma, a deformação específica de uma barra da armadura, em tração ou compressão, é igual à deformação específica do concreto adjacente;
- A resistência à tração do concreto é desprezada;
- O encurtamento específico de ruptura no concreto vale: $\varepsilon_{cu} = 2\text{‰}$ na compressão simples, $\varepsilon_{cu} = 3,5\text{‰}$ na flexão simples e $2\text{‰} \leq \varepsilon_{cu} \leq 3,5\text{‰}$ na flexo-compressão;
- Para o caso do aço tracionado a tensão nas armaduras é obtida de acordo com o diagrama tensão-deformação elastoplástico com encruamento linear, sendo E_{st} o módulo elastoplástico tangente. Porém, para o aço comprimido, tendo-se em vista que a deformação correspondente ao início do escoamento é um valor relativamente próximo à deformação de esmagamento do concreto, considera-se um modelo elastoplástico perfeito, visando com isso simplificar os cálculos, ver figura 5.4. Portanto a tensão no aço calcula-se de acordo com o sistema de equações (5.9);

$$\left\{ \begin{array}{ll} \sigma_{st} = E_s \varepsilon_{st} & \text{se } \varepsilon_{st} \leq \varepsilon_y \\ \sigma_{st} = f_y + E_{st} (\varepsilon_{st} - \varepsilon_y) & \text{se } \varepsilon_{st} > \varepsilon_y \\ \sigma_{sc} = E_s \varepsilon_{sc} & \text{se } \varepsilon_{sc} \leq \varepsilon_y \\ \sigma_{sc} = f_y & \text{se } \varepsilon_{sc} > \varepsilon_y \end{array} \right. \quad (5.9)$$

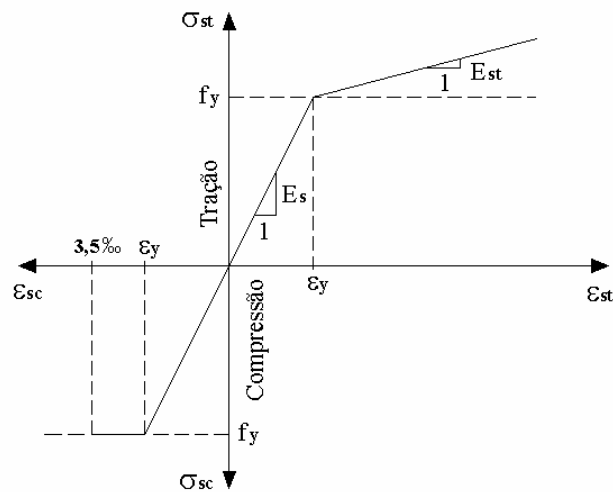


Figura 5.4 – Diagramas tensão-deformação considerado para o aço

- A distribuição das tensões normais no concreto ao longo da altura da seção segue o diagrama parábola-retângulo apresentado na figura 5.5(c). Porém, permite-se sua substituição por um diagrama retangular de altura igual a $0,8x_L$ e largura igual a $0,85f_c$, para as seções em que a largura permanece constante ou aumenta. Já o valor $0,80f_c$ é dado para seções em que a largura diminui, partindo da linha neutra até a borda mais comprimida, de acordo com o que é ilustrado na figura 5.5(d).

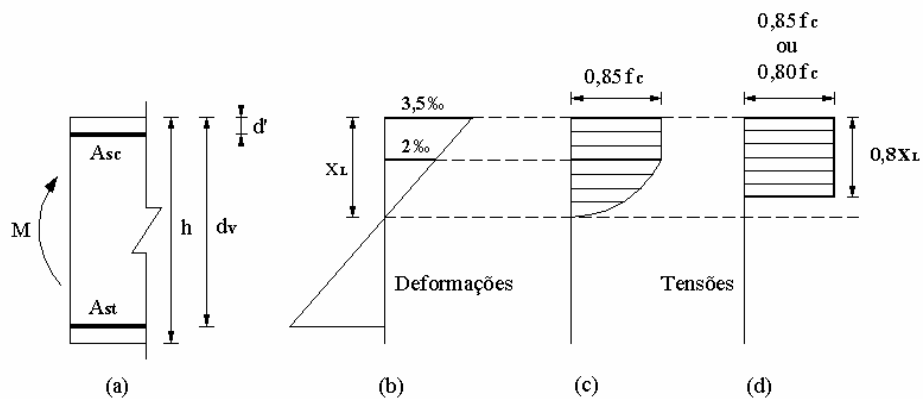


Figura 5.5 – Diagrama de tensão do concreto no estado limite último: (a) seção transversal, (b) digrama de deformação; (c) diagrama de tensão parábola-retângulo; (d) diagrama retangular de tensão no concreto

Na figura 5.6 tem-se uma seção transversal retangular de uma viga de concreto armado submetida à flexão simples para a qual será apresentado o equacionamento para a estimativa do momento último.

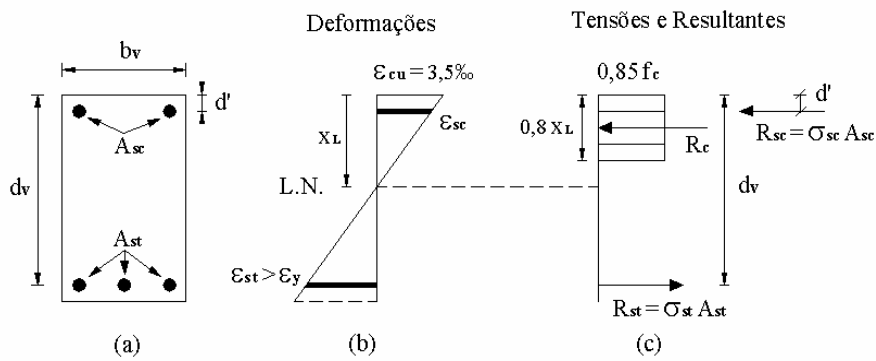


Figura 5.6 – Estimativa do momento último: (a) seção transversal, (b) diagrama de deformações, (c) diagrama de tensões e resultantes

A partir da análise do diagrama de tensões e resultantes da figura 5.6(c), tem-se que o momento na seção tomando-se como referência a altura da armadura tracionada, na iminência da ruína, é:

$$M_u^{(est)} = R_c (d_v - 0,4x_L) + R_{sc} (d_v - d') \quad (5.10)$$

Por equilíbrio das forças atuantes na seção, tem-se:

$$R_{st} = R_c + R_{sc} \Rightarrow \sigma_{st} A_{st} = 0,68f_c b_v x_L + \sigma_{sc} A_{sc} \quad (5.11)$$

A deformação na armadura de tração pode ser calculada a partir da análise da figura 5.6(b), por compatibilidade de deformações:

$$\frac{\epsilon_{st}}{d_v - x_L} = \frac{\epsilon_{cu}}{x_L} \Rightarrow \epsilon_{st} = 0,0035 \left(\frac{d_v - x_L}{x_L} \right) \quad (5.12)$$

Por hipótese, uma vez que o momento de plastificação da seção já foi excedido, a armadura de tração está plastificada, $\epsilon_{st} > \epsilon_y$. Portanto, do sistema de equações (5.9) a tensão na armadura de tração vale:

$$\sigma_{st} = f_y + E_{st} (\epsilon_{st} - \epsilon_y) = f_y + E_{st} \left(0,0035 \left(\frac{d_v - x}{x_L} \right) - \epsilon_y \right) \quad (5.13)$$

A deformação na armadura de compressão também pode ser calculada a partir da análise da figura 5.6(b), por compatibilidade de deformações:

$$\frac{\varepsilon_{sc}}{x_L - d'} = \frac{\varepsilon_{cu}}{x_L} \Rightarrow \varepsilon_{sc} = 0,0035 \left(\frac{x_L - d'}{x_L} \right) \quad (5.14)$$

Admitindo-se como hipótese inicial que a armadura de compressão se encontra em regime elástico, $\varepsilon_{sc} \leq \varepsilon_y$, do sistema de equações (5.9) a tensão na armadura de compressão vale:

$$\sigma_{sc} = E_s \varepsilon_{sc} = 0,0035 E_s \left(\frac{x_L - d'}{x_L} \right) \quad (5.15)$$

Substituindo-se as equações (5.13) e (5.15) na equação (5.11) resulta:

$$a_u x_L^2 + b_u x_L + c_u = 0 \quad (5.16)$$

onde:

$$a_u = 0,68 f_c b_v;$$

$$b_u = 0,0035 (A_{sc} E_s + A_{st} E_{st}) + A_{st} (E_{st} \varepsilon_y - f_y);$$

$$c_u = -0,0035 (A_{sc} E_s d' + A_{st} E_{st} d_v).$$

A raiz da equação (5.16) que corresponde a uma posição nos limites da seção da viga é a posição da linha neutra, x_u ($d' < x_u < d_v$), e em função dela determina-se o momento último da seção. Substituindo-se este valor na equação (5.14) encontra-se o valor da deformação específica na armadura comprimida. Se esse valor resultar tal que $\varepsilon_{sc} \leq \varepsilon_y$ a hipótese de comportamento elástico da armadura comprimida é comprovada e o valor calculado para a posição da linha neutra x_u é correto. Porém, se $\varepsilon_{sc} > \varepsilon_y$ a armadura de compressão está plastificada. Nessa condição, considerando-se o modelo elastoplástico perfeito para o aço comprimido tem-se $\sigma_{sc} = f_y$; a partir da substituição deste valor na equação (5.11), os coeficientes da equação (5.16) assumem como novos valores:

$$a_u = 0,68 f_c b_v;$$

$$b_u = A_{st} E_{st} (0,0035 + \varepsilon_y) + f_y (A_{sc} - A_{st});$$

$$c_u = -0,0035A_{st}E_{st}d_v.$$

Resolvendo-se novamente a equação (5.16) para os novos coeficientes calculados, a raiz que corresponde a uma posição nos limites da seção da viga é a posição correta da linha neutra, x_u ($d' < x_u < d_v$).

Uma vez calculado o valor da posição da linha neutra x_u , o valor estimado do momento último é calculado pela equação (5.17).

$$M_u^{(est)} = 0,68f_c b_v x_u (d_v - 0,4x_u) + A_{sc} \sigma_{sc} (d_v - d') \quad (5.17)$$

$$\text{onde } \begin{cases} \varepsilon_{sc} = 0,0035 \left(\frac{x_u - d'}{x_u} \right) \\ \sigma_{sc} = E_s \varepsilon_{sc} \quad \text{se } \varepsilon_{sc} \leq \varepsilon_y \\ \sigma_{sc} = f_y \quad \text{se } \varepsilon_{sc} > \varepsilon_y \end{cases}$$

5.2.5 Estimativa da Rotação Plástica Última ($\phi_{pu}^{(est)}$)

A figura 5.7(a) apresenta uma viga simplesmente apoiada de concreto armado em sua configuração deformada, onde é destacado um elemento infinitesimal de comprimento dx . A figura 5.7(b) mostra, em escala ampliada, o elemento infinitesimal de comprimento dx destacando-se a rotação relativa entre suas seções devido à atuação do momento fletor M . Sendo R o raio da curvatura do elemento o qual como ilustrado é medido a partir da linha neutra da seção.

Como mostrado na figura 5.7(b) a rotação entre as extremidades do elemento infinitesimal, considerando-se semelhança de triângulos, é dada por:

$$\frac{dx}{R} = \frac{\varepsilon_c dx}{x_L} = \frac{\varepsilon_{st} dx}{d_v - x_L} \Rightarrow \frac{1}{R} = \frac{\varepsilon_c}{x_L} = \frac{\varepsilon_{st}}{d_v - x_L} \quad (5.18)$$

Da figura 5.7(b) tem-se $dx = R d\phi \Rightarrow 1/R = d\phi/dx$, sendo $1/R$ a curvatura do elemento (rotação por unidade de comprimento do elemento) e adotando-se o símbolo

$$\varphi = \frac{1}{R} = \frac{d\phi}{dx} \text{ tem-se:}$$

$$\varphi = \frac{\varepsilon_c}{x_L} = \frac{\varepsilon_{st}}{d_v - x_L} = \frac{\varepsilon_c + \varepsilon_{st}}{d_v} \tag{5.19}$$

Como pode ser observado na figura 5.7(c) a curvatura φ define o gradiente do perfil de deformação ao longo da seção transversal do elemento.

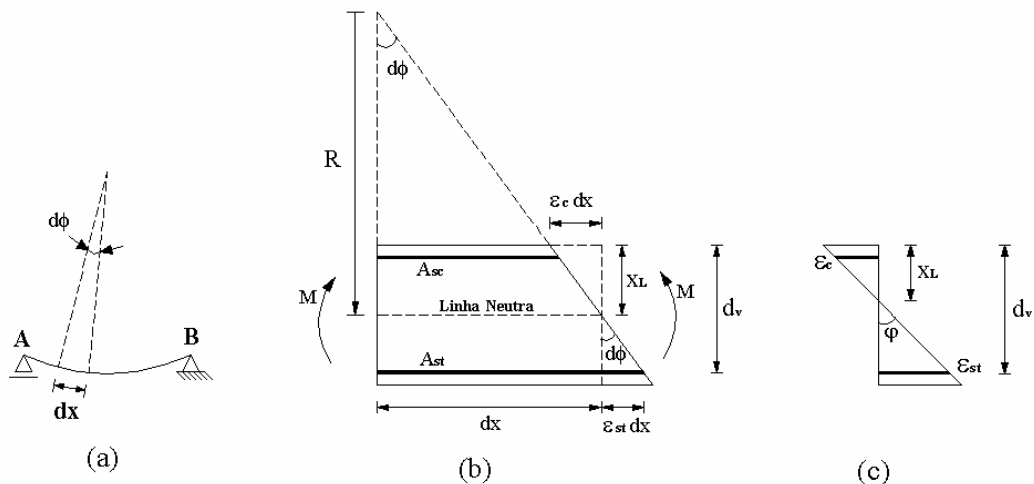


Figura 5.7 – Definição da curvatura: (a) viga fletida, (b) elemento infinitesimal, (c) diagrama de deformações

A rotação do elemento pode ser calculada pela integração de φ ao longo do seu comprimento. Assim, a rotação entre os pontos “A” e “B” do elemento da figura 5.7(a) pode ser calculada pela expressão:

$$\phi_{AB} = \int_A^B \varphi \, dx \tag{5.20}$$

Se no trecho onde o valor do momento fletor é alto, como por exemplo no ponto máximo do diagrama (embaixo de uma carga concentrada, ou no apoio intermediário de uma viga contínua, ou na face da ligação viga-pilar em pórticos), o aço no banzo tracionado atinge o limite de escoamento, com o aumento da carga, a curvatura aumenta rapidamente naquele local para um pequeno aumento do momento. Dependendo da porcentagem de armadura na seção, este aumento plástico e localizado da curvatura pode atingir do dobro ao triplo do valor elástico correspondente ao limite de escoamento da armadura. Neste caso forma-se uma “rótula plástica” (*plastic hinge*), LEONHARDT (1981).

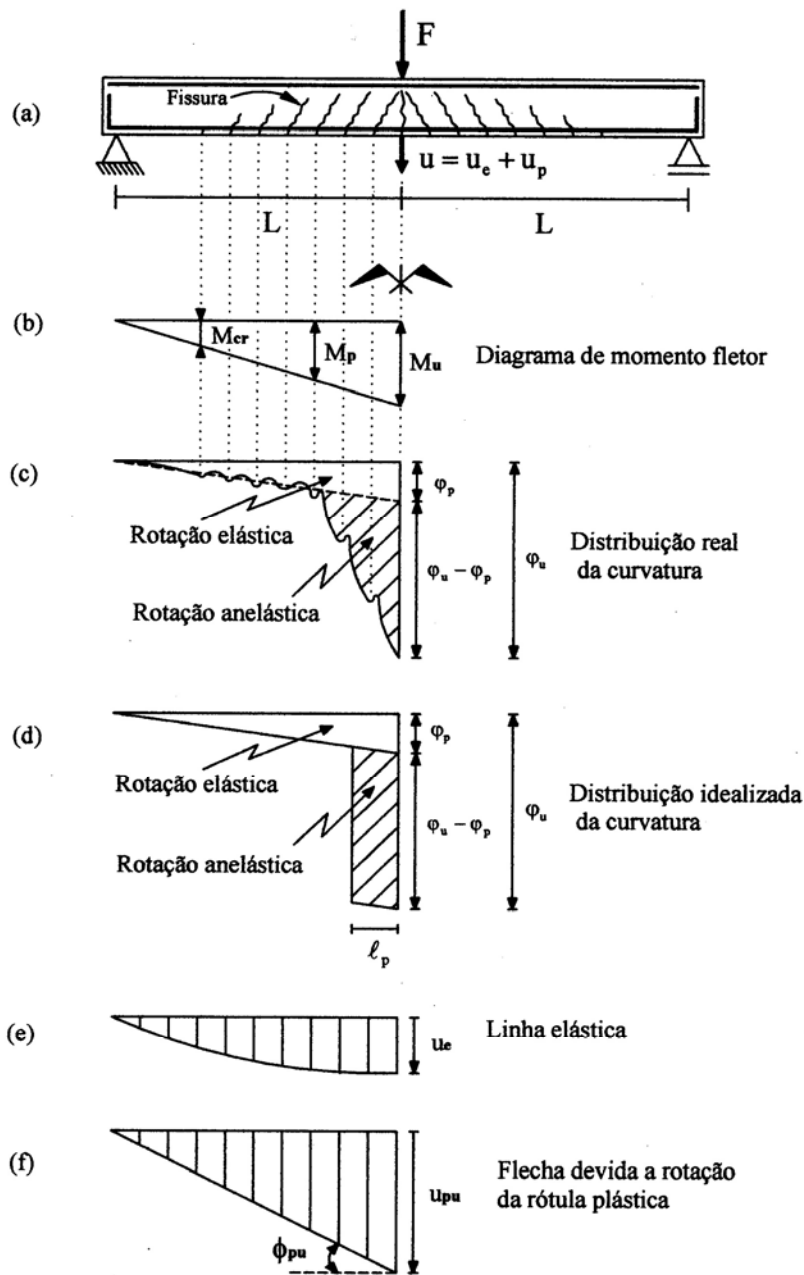


Figura 5.8 - Análise da rotação plástica: (a) viga em flexão simples, (b) diagrama de momento, (c) distribuição real da curvatura, (d) distribuição idealizada da curvatura, (e) linha elástica, (f) flecha devida a rotação da rótula plástica, adaptado de PARK&PAULAY (1975)

Na figura 5.8(a) ilustra-se uma viga de concreto armado para a qual a seção central atingiu o momento último e, portanto, a curvatura atingiu o seu valor último (são desprezados os efeitos do cisalhamento).

Na figura 5.8(b) tem-se o digrama de momento fletor ao longo da viga, fazendo-se uso da simetria da estrutura. Destacando-se os pontos onde os momentos nas seções atingiram o momento crítico, o momento de plastificação e o momento último.

Na figura 5.8(c) apresenta-se a distribuição real da curvatura ao longo do elemento, a região de curvatura anelástica, área hachurada, se distribui ao longo do elemento localizando-se a partir dos pontos onde o momento fletor excedeu o momento de plastificação da seção. Ao longo da viga, a curvatura varia tanto por causa da variação da posição da linha neutra, quanto por causa do aumento da rigidez entre fissuras consecutivas, o que faz com que a curvatura apresente picos associados à posição de cada uma destas fissuras, PARK & PAULAY (1975). A área hachurada da figura 5.8(c) é a rotação anelástica e pode ser usada para determinar a rotação na “rótula plástica” na vizinhança da seção central. Isto é, a área hachurada representa a rotação plástica que ocorre em adição a rotação elástica no estágio último do elemento.

Na figura 5.8(d) tem-se uma distribuição idealizada da curvatura ao longo da viga, a área não hachurada é a rotação elástica e a área hachurada é a rotação anelástica. A área correspondente à rotação anelástica real pode ser substituída por um retângulo equivalente de altura $\varphi_u - \varphi_p$ e largura ℓ_p , tendo a mesma área correspondente a rotação anelástica da curvatura real na figura 5.8(c), isto é, a área hachurada da figura 5.8(c) é igual à área hachurada da figura 5.8(d). Calculando-se a área hachurada da figura 5.8(d) tem-se que a rotação plástica última para um lado da seção central é:

$$\phi_{pu} = (\varphi_u - \varphi_p)\ell_p \quad (5.21)$$

onde:

- φ_u é a curvatura correspondente ao momento último;
- φ_p é a curvatura correspondente ao momento de plastificação da armadura tracionada;
- ℓ_p é o comprimento plástico equivalente.

Na figura 5.8(e) tem-se a linha elástica da viga, parcela elástica do deslocamento total da viga, e na figura 5.8(f) tem-se a flecha devido à rotação da rótula plástica onde é apresentada a rotação plástica última ϕ_{pu} para a seção central.

Portanto o valor estimado da rotação plástica última resulta em:

$$\phi_{pu}^{(est)} = (\phi_u - \phi_p) \ell_p = \left(\frac{\varepsilon_{cu}}{x_u} - \frac{\varepsilon_{cp}}{x_p} \right) \ell_p \quad (5.22)$$

onde:

- ε_{cp} é a deformação específica na fibra mais comprimida de concreto

correspondente ao momento de plastificação, $\varepsilon_{cp} = x_p \left(\frac{\varepsilon_y}{d_v - x_p} \right)$ ver figura 5.9;

Observa-se que estas variáveis são calculadas durante a realização dos cálculos correspondentes as estimativas de M_p e M_u . Seu significado físico é apresentado na figura 5.9.

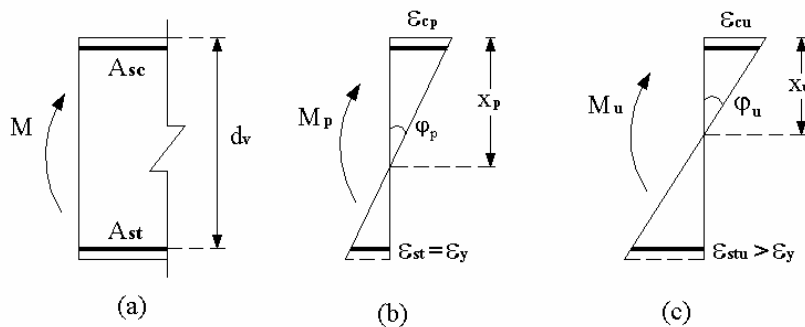


Figura 5.9 – Diagramas de deformação em uma viga para o cálculo da rotação plástica última:

(a) seção transversal, (b) diagrama de deformação associado a M_p ,

(c) diagrama de deformação associado a M_u

Na tabela 5.1 tem-se diversas expressões empíricas propostas por pesquisadores para o cálculo do comprimento plástico equivalente ℓ_p , apud PARK & PAULAY (1975) e PAULAY et al. (1992).

Tabela 5.1: Expressões empíricas para o cálculo de ℓ_p

Expressões	Definições das variáveis
BAKER(1956) $\ell_p = k_1 k_2 k_3 d_v \left(\frac{z}{d_v} \right)^{0,25}$	$k_1 = 0,7$ para aços de dureza natural e $0,9$ para aços encruados; $k_2 = 1,0$ (para vigas); $k_3 = 0,6$ para $0,85f_c = 35,2\text{MPa}$ e $0,9$ para $0,85f_c = 11,7\text{MPa}$ d_v é a altura útil da viga; z é a distância da rótula plástica à seção de momento nulo.
SAWYER(1964) $\ell_p = 0,25d_v + 0,075z$	d_v é a altura útil da viga; z é a distância da rótula plástica à seção de momento nulo.
CORLEY (1966) $\ell_p = 0,5d_v + 0,2\sqrt{d_v} \left(\frac{z}{d_v} \right)$	d_v é a altura útil da viga em in ; z é a distância da rótula plástica à seção de momento nulo (in).
MATTOCK(1967) $\ell_p = 0,5d_v + 0,05z$	d_v é a altura útil da viga; z é a distância da rótula plástica à seção de momento nulo.
PAULAY et al. (1992) $\ell_p = 0,08z + 0,022f_y \phi_b$	z é a distância da rótula plástica à seção de momento nulo (m); f_y é a resistência ao escoamento do aço em MPa ; ϕ_b é o diâmetro das barras longitudinais da viga (m).

5.2.6 Estimativa da Rotação Plástica Associada ao Início do Escoamento do

Aço ($\phi_{pp}^{(est)}$)

No caso da rotação plástica associada ao início do escoamento do aço não foi encontrado na literatura técnica nenhum procedimento relacionado ao seu cálculo, embora os resultados experimentais evidenciem a sua existência. Porém, inspirado nos exemplos considerados neste trabalho, propõem-se o seguinte intervalo para o valor a ser adotado para uma estimativa de ϕ_{pp} :

$$0 < \phi_{pp}^{(est)} < 0,5\phi_{pu} \quad (5.23)$$

5.2.7 Estimativa da Variável Adimensional γ

Para a função de danificação foi adotada a proposta apresentada por ALVA (2004), equação (4.14a). Esta expressão leva à necessidade de calibração da variável γ ,

a qual é feita de acordo com os procedimentos indicados nas figuras 4.7 e 4.8. Quanto à sua estimativa, inspirado nos exemplos considerados neste trabalho, propõe-se o seguinte intervalo de valores:

$$4 \leq \gamma^{(\text{est})} \leq 11 \quad (5.24)$$

5.2.8 Estimativa das Variáveis Associadas ao Encruamento (X_∞ , b , M_k)

O momento por encruamento cinemático não-linear tem a relação com ϕ apresentada na figura 4.11 onde X_∞ é o valor assintótico de X para grandes valores da rotação. Propõe-se como estratégia para a calibração desta variável:

$$X_\infty = (1 - \eta) \cdot M_u^{(\text{exp})} \quad (5.25)$$

onde $\eta = 0,9$, ver figura 4.6.

A influência da variável b na obtenção do momento de encruamento está apresentada na figura 4.11(b), em termos do diagrama momento total versus rotação. Este parâmetro influencia diretamente na largura média do laço de histerese. Baseado nos resultados experimentais considerados neste trabalho propõe-se para o parâmetro b o seguinte intervalo de valores:

$$300 \leq \frac{b}{X_\infty} \leq 1600 \quad (5.26)$$

No critério de escorregamento, equação 4.19, tem-se a constante M_k , cujo significado está apresentado na figura 4.12, seu valor deve ser suficientemente pequeno para que a evolução do escorregamento se dê simultaneamente a evolução da danificação. Neste sentido, propõem-se como estratégia para a calibração de M_k :

$$M_k = 0,01 \cdot X_\infty \quad (5.27)$$

5.2.9 Exemplo de Determinação Paramétrica na Flexão Simples

Na figura 5.10 tem-se os dados geométricos da seção transversal da viga do pórtico apresentado por ALVA (2004), sendo a distância entre a rótula plástica e a seção

de momento nulo dada por: $z = 170\text{cm}$. Esta estrutura será novamente considerada no item 6.2.6 do capítulo 6 para o confronto de resultados.

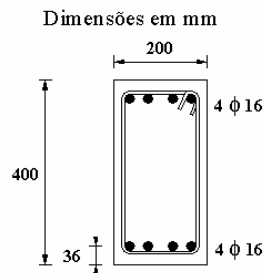


Figura 5.10 – Seção transversal da viga do pórtico de Alva

Na tabela 5.2 tem-se as propriedades dos materiais que constituem esta estrutura.

Tabela 5.2 – Propriedades dos materiais: pórtico de Alva

Concreto	Aço
$E_c = 2.831,5 \text{ kN/cm}^2$	$E_s = 21.300 \text{ kN/cm}^2$
$f_c = 2,389 \text{ kN/cm}^2$	$f_y = 59,4 \text{ kN/cm}^2$
$f_t^{(\text{diametral})} = 0,195 \text{ kN/cm}^2$	$E_{ST} = 426 \text{ kN/cm}^2$

I – Estimativa do momento crítico

$$M_{cr}^{(est)} = \frac{\alpha_t f_t I_{conc}}{y_t}$$

Sendo: $\alpha_t = 1,5$; $f_t = 0,195 \text{ kN/cm}^2$; $I_{conc} = 106.667 \text{ cm}^2$; $y_t = 20 \text{ cm}$.

Resulta: $M_{cr}^{(est)} = 1.560 \text{ kN} \cdot \text{cm}$

II – Estimativa do momento de plastificação

Posição da linha neutra, hipótese $\varepsilon_{sc} \leq \varepsilon_y$:

$$a_p x_L^2 + b_p x_L + c_p = 0; \quad \text{onde:} \quad a_p = \frac{\sigma_c b_v}{2}; \quad b_p = -\left(\frac{\sigma_c b_v d_v}{2} + A_{st} f_y + A_{sc} f_y \right);$$

$$c_p = f_y (A_{st} d_v + A_{sc} d')$$

Sendo: $\sigma_c = 1,6723 \text{ kN/cm}^2$; $b_v = 20 \text{ cm}$; $d_v = 36,4 \text{ cm}$; $A_{st} = A_{sc} = 8,04 \text{ cm}^2$;
 $f_y = 59,4 \text{ kN/cm}^2$; $\varepsilon_y = 2,789 \times 10^{-3}$; $d' = 3,6 \text{ cm}$.

Resulta:

$$16,723 \cdot x_L^2 - 1563,869 \cdot x_L + 19103,04 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_L^{(1)} = 14,45 \text{ cm} \\ x_L^{(2)} = 79,07 \text{ cm (fora da seção!)} \end{cases}$$

Logo, $x_p = 14,45 \text{ cm}$.

Verificação da hipótese $\varepsilon_{sc} \leq \varepsilon_y$: $\varepsilon_{sc} = \left(\frac{x_p - d'}{d - x_p} \right) \varepsilon_y$.

$\varepsilon_{sc} = 1,379 \times 10^{-3} < 2,789 \times 10^{-3}$ hipótese atendida!

Tensão na armadura de compressão: $\sigma_{sc} = E_s \varepsilon_{sc}$; $\sigma_{sc} = 29,36 \text{ kN/cm}^2$.

Momento de Plastificação: $M_p^{(est)} = \sigma_c b_v \frac{x_p}{2} \left(d_v - \frac{x_p}{3} \right) + A_{sc} \sigma_{sc} (d_v - d')$.

Resulta: $M_p^{(est)} = 15.375 \text{ kN} \cdot \text{cm}$.

III – Estimativa do momento último

Posição da linha neutra, hipótese $\varepsilon_{sc} \leq \varepsilon_y$:

$a_u x_L^2 + b_u x_L + c_u = 0$; onde: $a_u = 0,68 f_c b_v$;

$b_u = 0,0035 (A_{sc} E_s + A_{st} E_{st}) + A_{st} (E_{st} \varepsilon_y - f_y)$; $c_u = -0,0035 (A_{sc} E_s d' + A_{st} E_{st} d_v)$.

Resulta:

$$32,49 \cdot x_L^2 + 143,346 \cdot x_L - 2594,125 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_L^{(1)} = 7,0 \text{ cm} \\ x_L^{(2)} = -11,41 \text{ cm (fora da seção!)} \end{cases}$$

Logo, $x_u = 7,0 \text{ cm}$.

Verificação da hipótese $\varepsilon_{sc} \leq \varepsilon_y$: $\varepsilon_{sc} = 0,0035 \left(\frac{x_u - d'}{x_u} \right)$.

$\varepsilon_{sc} = 1,7 \times 10^{-3} < 2,789 \times 10^{-3}$ hipótese atendida!

Tensão na armadura de compressão: $\sigma_{sc} = E_s \varepsilon_{sc}$; $\sigma_{sc} = 36,21 \text{ kN/cm}^2$.

Momento último: $M_u^{(est)} = 0,68 f_c b_v x_u (d_v - 0,4 x_u) + A_{sc} \sigma_{sc} (d_v - d')$.

Resulta: $M_u^{(est)} = 17.191 \text{ kN} \cdot \text{cm}$.

IV – Estimativa da rotação plástica última

Curvatura plástica: $\varphi_p = \frac{\varepsilon_{cp}}{x_p}$, sendo $\varepsilon_{cp} = x_p \left(\frac{\varepsilon_y}{d_v - x_p} \right)$ e $x_p = 14,45 \text{ cm}$.

Resulta: $\varphi_p = 1,271 \times 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$.

Curvatura última: $\varphi_u = \frac{\varepsilon_{cu}}{x_u}$, sendo $\varepsilon_{cu} = 0,0035$ e $x_u = 7,0 \text{ cm}$.

Resulta: $\varphi_u = 5 \times 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$.

Rotação plástica última: $\phi_{pu} = (\varphi_u - \varphi_p) \ell_p$, sendo $(\varphi_u - \varphi_p) = 3,729 \times 10^{-4}$.

Estimativas para o comprimento plástico equivalente apud PARK & PAULAY (1975):

BAKER (1956):

$$\ell_p = k_1 k_2 k_3 d_v \left(\frac{z}{d_v} \right)^{0,25}$$

$$\ell_p = 0,7 \cdot 1 \cdot 0,6 \cdot 36,4 \cdot \left(\frac{170}{36,4} \right)^{0,25} = 22,47 \text{ cm}$$

$$\phi_{pu}^{(est)} = 8,36 \times 10^{-3} \text{ rad}.$$

SAWYER (1964):

$$\ell_p = 0,25 d_v + 0,075 z$$

$$\ell_p = 0,25 \cdot 36,4 + 0,075 \cdot 170 = 22,6 \text{ cm}$$

$$\phi_{pu}^{(est)} = 8,43 \times 10^{-3} \text{ rad}.$$

CORLEY (1966):

$$\ell_p = 0,5d_v + 0,2\sqrt{d_v}\left(\frac{z}{d_v}\right)$$

$$\ell_p = 0,5 \cdot 14,33 + 0,2\sqrt{14,33}\left(\frac{63,93}{14,33}\right) = 10,7\text{in} = 27,18\text{cm}$$

$$\phi_{pu}^{(est)} = 10,1 \times 10^{-3} \text{ rad.}$$

MATTOCK (1967):

$$\ell_p = 0,5d_v + 0,05z$$

$$\ell_p = 0,5 \cdot 36,4 + 0,05 \cdot 170 = 26,7$$

$$\phi_{pu}^{(est)} = 9,96 \times 10^{-4} \text{ rad.}$$

PAULAY et al. (1992):

$$\ell_p = 0,08z + 0,022f_y\phi_b$$

$$\ell_p = 0,08 \cdot 1,7 + 0,022 \cdot 594 \cdot 16 \times 10^{-3} = 0,345\text{m} = 34,5\text{cm}$$

$$\phi_{pu}^{(est)} = 12,87 \times 10^{-3} \text{ rad.}$$

OBSERVAÇÃO: no caso dos demais parâmetros necessários à calibração do modelo, não foram propostas expressões para as suas estimativas, no entanto, foram propostos intervalos de valores baseados nos exemplos considerados neste trabalho. Portanto, não serão apresentadas estimativas para os demais parâmetros neste item, pois tais parâmetros estão apresentados no item 6.2.6 do capítulo 6, ver tabela 6.15.

V – Confronto entre os parâmetros estimados e os experimentais

Na tabela 5.3 tem-se o confronto entre os valores estimados para os momentos e os respectivos valores experimentais fornecidos por ALVA (2004).

Na tabela 5.4 tem-se o confronto entre os valores estimados para a rotação plástica última e o seu valor experimental fornecido ALVA (2004).

Tabela 5.3 – Confronto de momentos

-	Experimental	Estimado
M_{cr} (KN.cm)	1.300	1.560
M_p (KN.cm)	15.500	15.375
M_u (KN.cm)	18.600	17.191

Tabela 5.4 – Confronto da rotação plástica última

Experimental $\phi_{pu} = 11 \times 10^{-3}$ rad	Estimado (rad)
BAKER (1956)	$8,36 \times 10^{-3}$
SAWYER (1964)	$8,43 \times 10^{-3}$
CORLEY (1966)	$10,1 \times 10^{-3}$
MATTOCK (1967)	$9,96 \times 10^{-3}$
PAULAY et al. (1992)	$12,87 \times 10^{-3}$

5.3 PARAMETRIZAÇÃO DO MDCH PARA A FLEXO-COMPRESSÃO

5.3.1 Introdução

No caso de estruturas submetidas à flexo-compressão a estratégia para a estimativa dos parâmetros do MDCH muda apenas para o cálculo do momento crítico, do momento de plastificação da seção e do momento último, além do parâmetro adimensional γ ; para as outras variáveis (ϕ_{pp} , ϕ_{pu} , X_{∞} , b , M_k) utilizam-se as mesmas estratégias apresentadas anteriormente.

Na figura 5.11 tem-se as deformações limites de seções transversais caracterizando os domínios de ruína no estado limite último para as solicitações normais. Será considerado neste estudo que a ruína da estrutura possa ocorrer nos domínios 3, 4, 4a ou 5, por se entender que estes são os domínios mais prováveis de ocorrerem devido ao tipo de solicitação considerada (flexo-compressão).

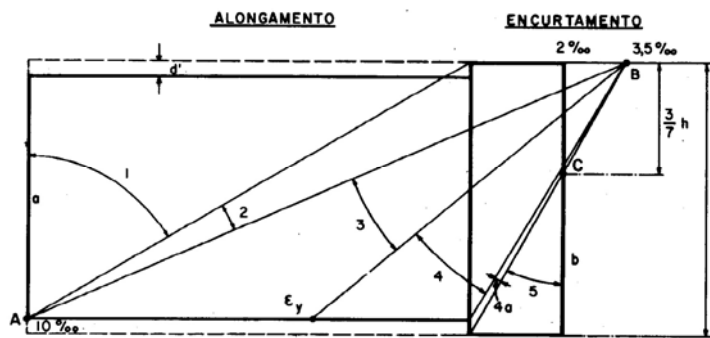


Figura 5.11 – Domínios de deformações para solitações normais, FUSCO (1981)

No caso de estruturas submetidas à flexão normal composta, o momento último é o momento máximo que se pode aplicar para uma determinada força normal atuante, e o momento de plastificação é o momento correspondente ao início do escoamento da armadura tracionada caso a ruína se processe no domínio 3. Como se mostra em seguida, conhecidas as dimensões da seção e os parâmetros de resistência do concreto e do aço, pode-se determinar o momento máximo a partir da envoltória de resistência da seção, assim como se determina o momento de plastificação a partir da envoltória de plastificação da seção.

As envoltórias de plastificação e resistência são diagramas momento versus esforço normal obtidos de forma iterativa conforme os seguintes procedimentos:

1. Assumidas as hipóteses relacionadas à obtenção de cada uma das envoltórias, fixam-se vários valores para a posição da linha neutra na seção;
2. A partir das equações de compatibilidade calculam-se as deformações correspondentes nas armaduras;
3. Então a partir das equações de equilíbrio se determina o par momento e esforço normal correspondente.

Duas hipóteses comuns consideradas tanto para a obtenção da envoltória de plastificação quanto da envoltória de resistência são:

- Considera-se que a estrutura se encontra no estágio III e, portanto, adota-se um diagrama retangular para as tensões de compressão no concreto;
- Adota-se o modelo elastoplástico com encruamento linear para o aço.

Traçadas as envoltórias de resistência e plastificação, traça-se a trajetória de sollicitação definindo uma seqüência de pares momento fletor e esforço normal atuantes na seção crítica em análise. O momento de plastificação é correspondente ao ponto onde a trajetória de sollicitação intercepta a envoltória de plastificação, caso a ruína de processe com escoamento da armadura tracionada. O momento último é correspondente ao ponto onde a trajetória de sollicitação intercepta a envoltória de resistência.

Na figura 5.12(a) tem-se a esquematização de uma estrutura onde a viga está submetida à flexão simples e o pilar está submetido à flexão normal composta. Admite-se que a sollicitação consiste na aplicação de uma força axial constante F_N na extremidade do pilar, para simular ações gravitacionais, e de uma força variável e inversível F_V na extremidade da viga. Na figura 5.12(b) tem-se o diagrama de esforço normal e na figura 5.12(c) o diagrama de momento fletor.

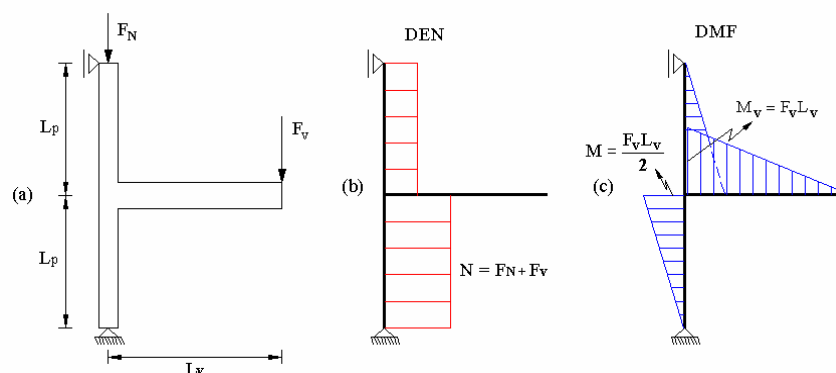


Figura 5.12 – Esquema de sollicitação: (a) estrutura carregada, (b) diagrama de esforço normal, (c) diagrama de momento fletor

De acordo com o carregamento aplicado e lembrando-se que F_V é inversível enquanto F_N é constante, o esforço normal atuante no pilar é dado por $N = F_N + F_V$ e o momento fletor na seção do pilar correspondente ao nó de ligação com a viga é dado por $M = F_V L_v / 2$. Observa-se que tanto o momento fletor quanto o esforço normal são funções biunívocas. Portanto, para a seção do pilar correspondente ao nó de ligação com a viga a trajetória de sollicitação é dada por: $M = (N - F_N) L_v / 2$, que é a composição do momento fletor com o esforço normal.

Na figura 5.13 tem-se a esquematização das envoltórias de resistência e plastificação, assim como três trajetórias possíveis de sollicitação para a seção central do

pilar da figura 5.12. Na sollicitação 1 a ruína ocorre no domínio 3, na sollicitação 2 a ruína ocorre no domínio 4 e na sollicitação 3 a ruína ocorre no domínio 5.

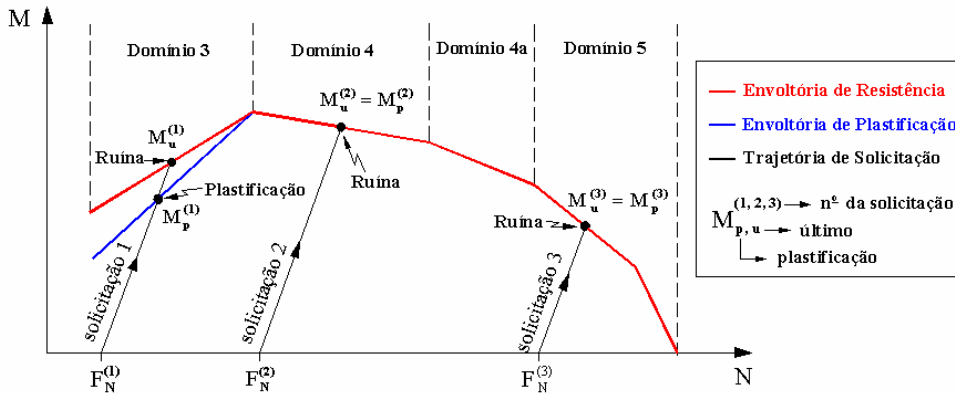


Figura 5.13 – Envoltórias de plastificação e de resistência

Na flexo-compressão, dependendo da força normal atuante, pode não haver o escoamento da armadura tracionada, requisito essencial para o cálculo do momento de plastificação, pois a ruína devido o esmagamento do concreto comprimido pode ocorrer antes da armadura escoar. Se a ruína da estrutura ocorrer nos domínios 4, 4a ou 5, sem o escoamento da armadura tracionada, adota-se $M_p^{(est)} = M_u^{(est)}$, $\phi_{pp}^{(est)} = \phi_{pu}^{(est)} = 0$, porém se a ruína ocorrer no domínio 3 tem-se $M_p^{(est)} \neq M_u^{(est)}$ e é possível estimar os valores das rotações plásticas associadas ao comportamento do concreto e do aço. Portanto é essencial o conhecimento do domínio em que ocorre a ruína para que se possibilite a estimativa dos parâmetros do modelo.

Apresentam-se nos próximos itens as estratégias para a obtenção das envoltórias de plastificação e resistência.

5.3.2 Estimativa do Momento Crítico na Flexo-Compressão

Embora a NBR 6118(2003) não mencione a obtenção do momento de fissuração para elementos flexo-comprimidos, tal momento pode ser determinado incluindo a parcela de tensão de compressão decorrente da força normal, ALVA (2006):

$$M_{cr}^{(est)} = \left(\alpha_t f_t + \frac{N}{A_{conc}} \right) \frac{I_{conc}}{y_t} \tag{5.28}$$

onde:

- N é o esforço normal de compressão;
- A_{conc} é a área da seção bruta de concreto.

5.3.3 Obtenção da Envoltória de Plastificação

Na figura 5.14 tem-se a representação de uma seção transversal submetida à flexão composta. Quando $M = 0$ a seção está em sua configuração indeformada quanto à rotação. Se $M = M_p$ a seção está em sua configuração plastificada, a qual está associada a uma deformação específica na armadura tracionada igual a ϵ_y . Quando $M = M_u$ a seção está em sua configuração última, a qual está associada a uma deformação específica na fibra mais comprimida de concreto igual a 3,5‰. Portanto, da análise da figura 5.14 entende-se que se a ruína da seção ($\epsilon_c = 3,5\text{‰}$) ocorrer com o escoamento da armadura tracionada ($\epsilon_{s1} > \epsilon_y$) o momento de plastificação é obtido quando a deformação na armadura tracionada vale ϵ_y e a deformação na fibra mais comprimida de concreto vale ϵ_{cp} .

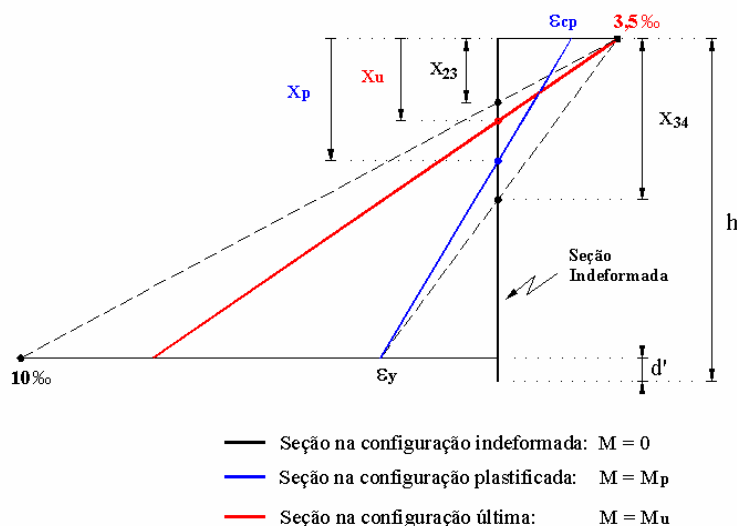


Figura 5.14 – Limites da linha neutra para a obtenção da envoltória de plastificação

Adotam-se como hipóteses complementares para a obtenção da envoltória de plastificação:

- A deformação específica na armadura tracionada vale $\varepsilon_{s1} = \varepsilon_y$, portanto a tensão para esta armadura vale f_y ;
- Sendo $x_p \leq x_u$ e uma vez que se considere que a ruína ocorre no domínio 3, adota-se o seguinte intervalo para os possíveis valores da posição da linha neutra: $x_{23} \leq x_p \leq x_{34}$, onde x_{23} e x_{34} são as posições da linha neutra correspondentes às fronteiras entre os domínios 2 e 3 e os domínios 3 e 4, respectivamente, e seus valores podem ser obtidos por compatibilidade de deformações a partir análise da figura 5.14:

$$x_{23} = 0,259(h - d') \tag{5.29a}$$

$$x_{34} = \frac{0,0035}{\varepsilon_y + 0,0035}(h - d') \tag{5.29b}$$

Na figura 5.15 tem-se a seção transversal retangular de uma estrutura de concreto armado submetida à flexão normal composta para a qual será apresentada a estratégia para a obtenção da envoltória de plastificação, onde A_{s1} é a armadura tracionada ou menos comprimida e A_{s2} é a armadura mais comprimida.

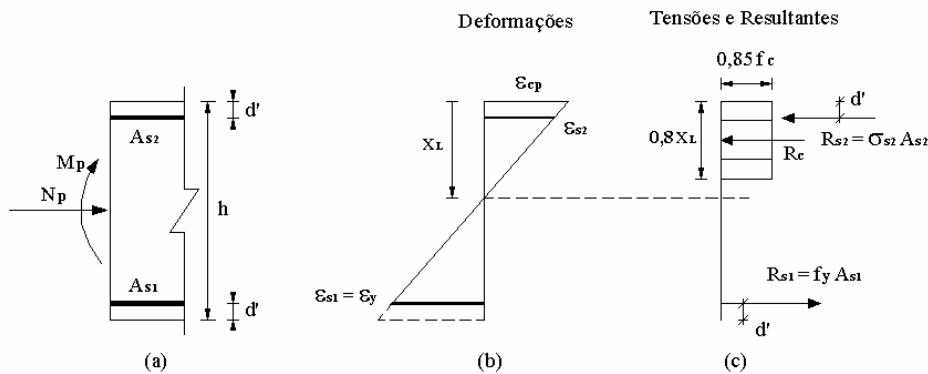


Figura 5.15 – Obtenção da envoltória de plastificação: (a) seção transversal retangular, (b) diagrama de deformações, (c) diagrama de tensões e resultantes

A deformação na armadura mais comprimida pode ser calculada a partir da análise da figura 5.15(b) por compatibilidade de deformações, resultando:

$$\frac{\varepsilon_{s2}}{x_L - d'} = \frac{\varepsilon_y}{h - d' - x_L} \Rightarrow \varepsilon_{s2} = \varepsilon_y \left(\frac{x_L - d'}{h - d' - x_L} \right) \quad (5.30)$$

Uma vez considerado o modelo elastoplástico com encruamento linear, a tensão na armadura comprimida vale:

$$\sigma_{s2} = \begin{cases} E_s \varepsilon_{s2} & \text{se } \varepsilon_{s2} \leq \varepsilon_y \\ f_y + E_{st} (\varepsilon_{s2} - \varepsilon_y) & \text{se } \varepsilon_{s2} > \varepsilon_y \end{cases} \quad (5.31)$$

Por equilíbrio das forças atuantes na seção da figura 5.15 tem-se:

$$N_p = R_c - R_{s1} + R_{s2} \quad (5.32)$$

$$\text{onde: } \begin{cases} R_c = 0,68 f_c b_v x_L \\ R_{s1} = f_y A_{s1} \\ R_{s2} = \sigma_{s2} A_{s2} \end{cases}$$

O equilíbrio dos momentos na altura do centro geométrico da seção fornece:

$$M_p = R_c \left(\frac{h}{2} - 0,4 x_L \right) + (R_{s1} + R_{s2}) \left(\frac{h}{2} - d' \right) \quad (5.33)$$

Portanto, atribuindo-se diversos valores para a posição da linha neutra, $x_{23} \leq x_L \leq x_{34}$, obtêm-se os pares (N_p, M_p) a partir das equações (5.32) e (5.33), e traça-se a envoltória de plastificação.

5.3.4 Obtenção da Envoltória de Resistência

Adota-se como hipótese complementar para a obtenção da envoltória de resistência:

- O concreto na fibra mais comprimida rompe por esmagamento com deformação específica pertencente ao intervalo $2\% \leq \varepsilon_{cu} \leq 3,5\%$, a qual depende do domínio no qual ocorre a ruína.

A obtenção da envoltória de resistência se divide em dois casos: quando se tem uma armadura tracionada e outra comprimida e quando se tem as duas armaduras comprimidas.

CASO 1: Uma armadura tracionada e outra comprimida, a ruína ocorre no domínio 3 ou no domínio 4.

Na figura 5.16 tem-se a seção transversal retangular de uma estrutura de concreto armado submetida à flexão normal composta, para a qual será apresentada a estratégia para a obtenção da parte da envoltória correspondente a ruína da estrutura com uma armadura tracionada e outra comprimida.

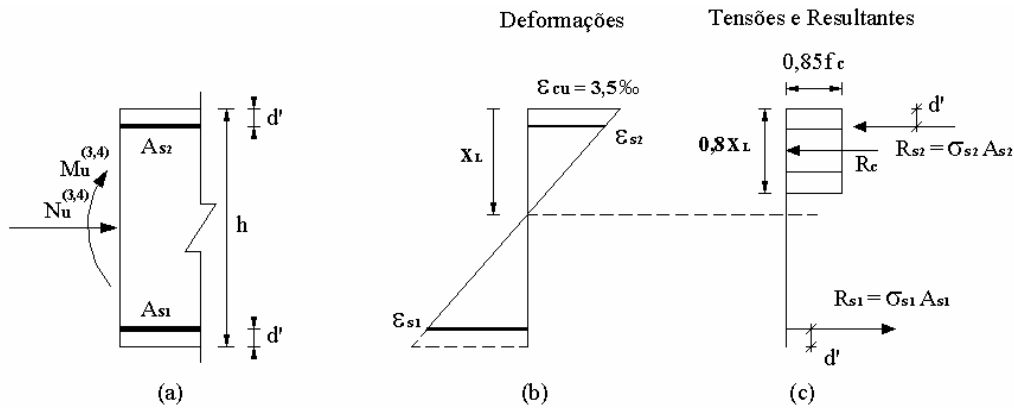


Figura 5.16 – Obtenção da envoltória de resistência para o caso 1: (a) seção transversal retangular, (b) diagrama de deformações, (c) diagrama de tensões e resultantes

As deformações nas armaduras podem ser calculadas a partir da análise da figura 5.16(b) por compatibilidade de deformações, resultando:

$$\frac{\epsilon_{s1}}{h - d' - x_L} = \frac{\epsilon_{cu}}{x_L} \Rightarrow \epsilon_{s1} = 0,0035 \left(\frac{h - d' - x_L}{x_L} \right) \quad (5.34)$$

$$\frac{\epsilon_{s2}}{x_L - d'} = \frac{\epsilon_{cu}}{x_L} \Rightarrow \epsilon_{s2} = 0,0035 \left(\frac{x_L - d'}{x_L} \right) \quad (5.35)$$

Uma vez considerado o modelo elastoplástico com encruamento linear, as tensões nas armaduras valem:

$$\sigma_{s1} = \begin{cases} E_s \varepsilon_{s1} & \text{se } \varepsilon_{s1} \leq \varepsilon_y \\ f_y + E_{st} (\varepsilon_{s1} - \varepsilon_y) & \text{se } \varepsilon_{s1} > \varepsilon_y \end{cases} \quad (5.36)$$

$$\sigma_{s2} = \begin{cases} E_s \varepsilon_{s2} & \text{se } \varepsilon_{s2} \leq \varepsilon_y \\ f_y + E_{st} (\varepsilon_{s2} - \varepsilon_y) & \text{se } \varepsilon_{s2} > \varepsilon_y \end{cases} \quad (5.37)$$

Por equilíbrio das forças atuantes na seção da figura 5.16 tem-se:

$$N_u^{(3,4)} = R_c - R_{s1} + R_{s2} \quad (5.38)$$

$$\text{onde: } \begin{cases} R_c = 0,68 f_c b_v x_L \\ R_{s1} = \sigma_{s1} A_{s1} \\ R_{s2} = \sigma_{s2} A_{s2} \end{cases}$$

O equilíbrio dos momentos na altura do centro geométrico da seção fornece:

$$M_u^{(3,4)} = R_c \left(\frac{h}{2} - 0,4 x_L \right) + (R_{s1} + R_{s2}) \left(\frac{h}{2} - d' \right) \quad (5.39)$$

Portanto, atribuindo-se diversos valores para a posição da linha neutra, lembrando que no caso 1 a ruína pode ocorrer no domínio 3 ou no domínio 4 ($x_{23} \leq x_L \leq h - d'$), obtêm-se os pares $(N_u^{(3,4)}, M_u^{(3,4)})$ a partir das equações (5.38) e (5.39), e traça-se a parte da envoltória de resistência correspondente ao caso 1.

CASO 2: As duas armaduras comprimidas, a ruína ocorre no domínio 4a ou 5.

A partir do domínio 4a, $(h - d') \leq x_L \leq h$, dá-se início à compressão da armadura inferior (nível 1) antes tracionada, a qual desenvolve pequenas deformações em relação à armadura superior (nível 2). A fibra mais comprimida do concreto permanece com a deformação limite $\varepsilon_{cu} = 3,5\%$.

No domínio 5 a linha neutra fica fora da seção, $h < x_L < +\infty$, a qual se encontra inteiramente comprimida. A deformação na fibra mais comprimida do concreto deixa de ser constante, $2\% \leq \varepsilon_{cu} \leq 3,5\%$. As deformações no concreto e nas armaduras ficam definidas a partir de um ponto fixo do diagrama de deformações, situado à $(3/7)h$ da borda mais comprimida e com deformação constante igual a 2%, ver figura 5.11. Por

meio da rotação da deformada da seção sobre este ponto característico define-se todo o intervalo de deformações possíveis para o concreto e para as armaduras.

Na figura 5.17 tem-se a representação dos diagramas de deformação e das posições da linha neutra associadas aos domínios 4a e 5.

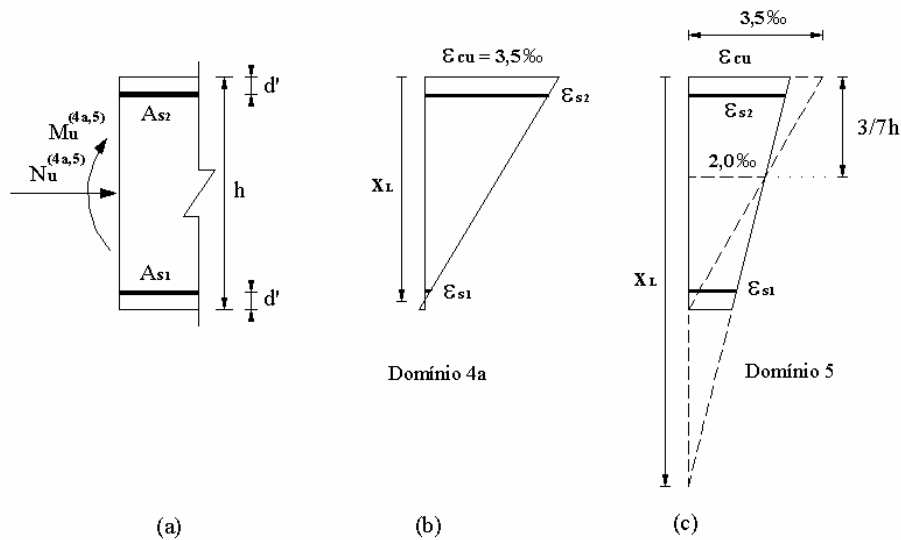


Figura 5.17 – Diagramas de deformação para as duas armaduras comprimidas:
(a) seção transversal, (b) domínio 4a, (c) domínio 5

As deformações nas armaduras para a ruína no domínio 4a podem ser obtidas por compatibilidade de deformações a partir da análise da figura 5.17(b).

$$\frac{\varepsilon_{s1}}{x_L - (h - d')} = \frac{\varepsilon_{cu}}{x_L} \Rightarrow \varepsilon_{s1} = 0,0035 \frac{x_L - (h - d')}{x_L} \quad (5.40)$$

$$\frac{\varepsilon_{s2}}{x_L - d'} = \frac{\varepsilon_{cu}}{x_L} \Rightarrow \varepsilon_{s2} = 0,0035 \frac{x_L - d'}{x_L} \quad (5.41)$$

As deformações nas armaduras para a ruína no domínio 5 também podem ser obtidas por compatibilidade de deformações a partir da análise da figura 5.17(c).

$$\frac{\varepsilon_{s1}}{x_L - (h - d')} = \frac{0,002}{x_L - \frac{3}{7}h} \Rightarrow \varepsilon_{s1} = 0,002 \frac{x_L - (h - d')}{x_L - \frac{3}{7}h} \quad (5.42)$$

$$\frac{\varepsilon_{s2}}{x_L - d'} = \frac{0,002}{x_L - \frac{3}{7}h} \Rightarrow \varepsilon_{s2} = 0,002 \frac{x_L - d'}{x_L - \frac{3}{7}h} \quad (5.43)$$

Uma vez considerado o modelo elastoplástico com encruamento linear, as tensões nas armaduras são obtidas utilizando-se as equações (5.36) e (5.37):

Na dedução das equações de equilíbrio devem-se analisar duas situações possíveis para a equação de equilíbrio dos momentos na altura do centro geométrico da seção:

- ✓ A primeira situação ocorre quando a altura do bloco das tensões de compressão no concreto ($0,8x_L$) for menor que a altura da seção (h). A resultante de compressão no concreto R_c contribui como parcela resistente no equilíbrio de momentos, pois R_c não é centrada como apresentado na figura 5.18(b);
- ✓ A segunda situação ocorre para $0,8x_L \geq h$. Logo a resultante das tensões de compressão no concreto R_c é centrada e, portanto, não contribui como parcela resistente na equação de equilíbrio de momentos, ver figura 5.18(c).

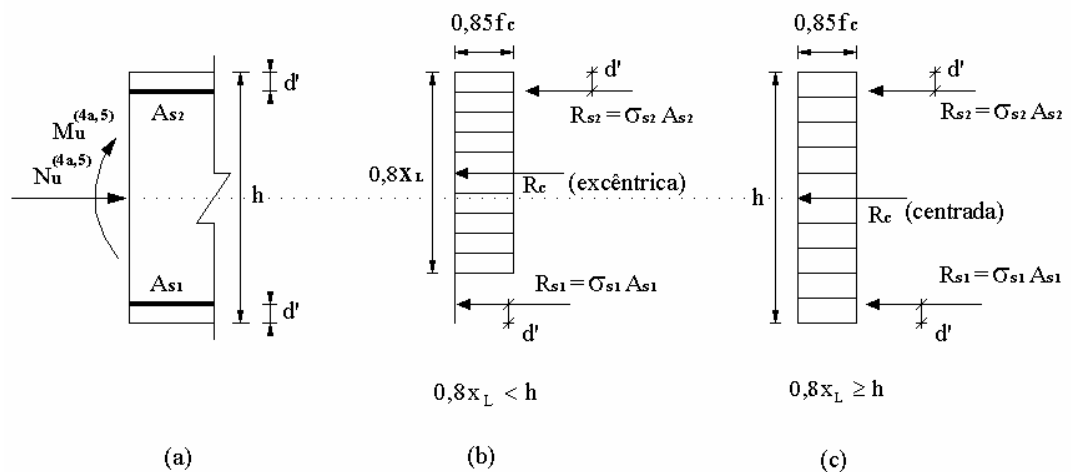


Figura 5.18 – Posições possíveis para R_c : (a) seção transversal, (b) R_c excêntrica, (c) R_c centrada

No caso da resultante das tensões de compressão no concreto ser excêntrica, $0,8x_L < h$, tem-se respectivamente a equação de equilíbrio de forças e de momentos:

$$N_u^{(4a,5)} = R_c + R_{s1} + R_{s2} \quad (5.44)$$

$$\text{onde: } \begin{cases} R_c = 0,68f_c b_v x_L \\ R_{s1} = \sigma_{s1} A_{s1} \\ R_{s2} = \sigma_{s2} A_{s2} \end{cases}$$

$$M_u^{(4a,5)} = R_c \left(\frac{h}{2} - 0,4x_L \right) + (R_{s2} - R_{s1}) \left(\frac{h}{2} - d' \right) \quad (5.45)$$

No caso da resultante das tensões de compressão no concreto ser centrada, $0,8x \geq h$, tem-se respectivamente a equação de equilíbrio de forças e de momentos:

$$N_u^{(4a,5)} = R_c + R_{s1} + R_{s2} \quad (5.46)$$

$$\text{onde: } \begin{cases} R_c = 0,85f_c b_v h \\ R_{s1} = \sigma_{s1} A_{s1} \\ R_{s2} = \sigma_{s2} A_{s2} \end{cases}$$

$$M_u^{(4a,5)} = (R_{s2} - R_{s1}) \left(\frac{h}{2} - d' \right) \quad (5.47)$$

Portanto, atribuindo-se diversos valores para a posição da linha neutra, lembrando que no caso 2 a ruína pode ocorrer no domínio 4a ou no domínio 5 ($h - d' \leq x_L < \infty$), obtêm-se os pares $(N_u^{(4a,5)}, M_u^{(4a,5)})$ a partir das equações (5.44) e (5.45) para $0,8x_L < h$, ou a partir das equações (5.46) e (5.47) para $0,8x_L \geq h$, e traça-se a parte da envoltória de resistência correspondente ao caso 2.

5.3.5 Estimativa da Variável Adimensional γ

No caso da flexo-compressão, inspirado nos exemplos considerados neste trabalho, propõe-se o seguinte intervalo de valores para a variável γ :

$$0 \leq \gamma^{(est)} \leq 5 \quad (5.48)$$

5.3.6 Exemplo de Determinação Paramétrica na Flexo-Compressão

Na figura 5.19 tem-se os dados geométricos da seção transversal do pilar do pórtico apresentado por ALVA (2004), sendo a trajetória de solicação dada por:

$M = 85(N - 240)$ [kN.cm]. Esta estrutura será novamente considerada no item 6.2.6 do capítulo 6 para o confronto de resultados.

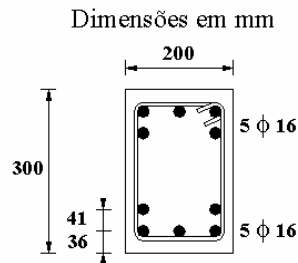


Figura 5.19 – Seção transversal do pilar do pórtico de Alva

I – Estimativa do momento crítico

$$M_{cr}^{(est)} = \left(\alpha_t f_t + \frac{N}{A_{conc}} \right) \frac{I_{conc}}{y_t}$$

Sendo: $\alpha_t = 1,5$; $f_t = 0,195 \text{ kN/cm}^2$; $N = 240 \text{ kN}$; $A_{conc} = 600 \text{ cm}^2$

$I_{conc} = 45.000 \text{ cm}^2$; $y_t = 15 \text{ cm}$.

Resulta: $M_{cr}^{(est)} = 2.077 \text{ kN} \cdot \text{cm}$

II – Estimativa da envoltória de plastificação

Posições limites para a linha neutra: $x_{23} \leq x_L \leq x_{34}$, sendo $x_{23} = 0,259(h - d')$ e

$$x_{34} = \frac{0,0035}{\varepsilon_y + 0,0035} (h - d').$$

Resulta:

$$x_{23} = 0,259(30 - 5,25) = 6,41 \text{ cm}$$

$$x_{34} = \frac{0,0035}{2,79 \times 10^{-3} + 0,0035} (30 - 5,25) = 13,77 \text{ cm}$$

Portanto, atribuindo-se diversos valores para a posição da linha neutra, $6,41 \text{ cm} \leq x_L \leq 13,77 \text{ cm}$, obtêm-se os pares (N_p, M_p) a partir das equações (5.32) e (5.33), e traça-se a envoltória de plastificação de acordo com a figura 5.20.

III – Estimativa da envoltória de resistência

CASO 1: uma armadura tracionada e outra comprimida, a ruína pode ocorrer no domínio 3 ou no domínio 4, sendo $x_{23} \leq x_L \leq h - d'$ o que resulta em: $6,41\text{cm} \leq x_L \leq 24,75\text{cm}$.

Portanto, atribuindo-se diversos valores para a posição da linha neutra, $6,41\text{cm} \leq x_L \leq 24,75\text{cm}$, obtêm-se os pares $(N_u^{(3,4)}, M_u^{(3,4)})$ a partir das equações (5.38) e (5.39), e traça-se a parte da envoltória de resistência correspondente ao caso 1, como apresentado na figura 5.20.

CASO 2: as duas armaduras comprimidas, a ruína pode ocorrer no domínio 4a ou no domínio 5, sendo $h - d' \leq x_L < +\infty$, porém, ao invés do infinito adota-se como limite superior para a linha neutra $x_L = 100h = 3.000\text{cm}$; o que resulta em: $24,75\text{cm} \leq x_L \leq 3.000\text{cm}$.

Portanto, atribuindo-se diversos valores para a posição da linha neutra, $24,75\text{cm} \leq x_L \leq 3.000\text{cm}$, obtêm-se os pares $(N_u^{(4a,5)}, M_u^{(4a,5)})$ a partir das equações (5.44) e (5.45) para $0,8x_L < 30\text{cm}$, ou a partir das equações (5.46) e (5.47) para $0,8x_L \geq 30\text{cm}$, e traça-se a parte da envoltória de resistência correspondente ao caso 2, como apresentado na figura 5.20.

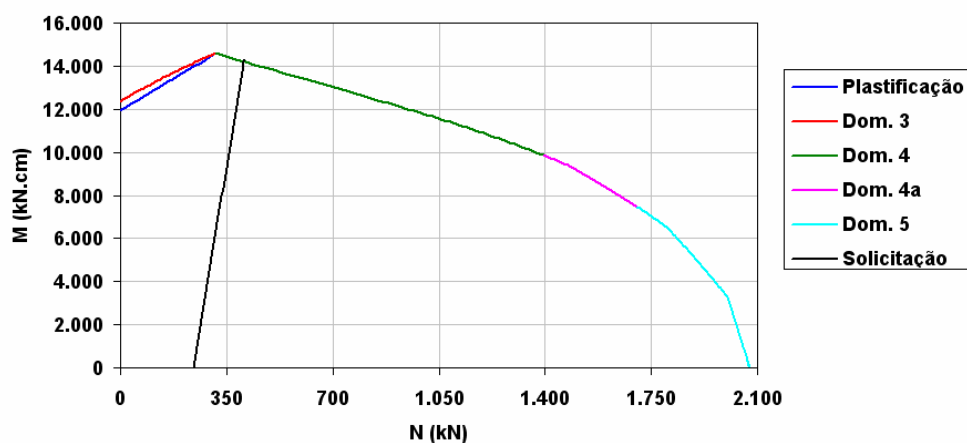


Figura 5.20 – Envoltórias de plastificação e resistência do pilar do pórtico de Alva

Portanto, observa-se na figura 5.20 que a trajetória de solitação intercepta apenas a envoltória resistência, o que resulta em: $x_p = x_u = 14,3\text{cm}$;

$$N_p = N_u = 408\text{kN}; M_p^{(\text{est})} = M_u^{(\text{est})} = 14.280\text{kN} \cdot \text{cm}; \phi_{pp}^{(\text{est})} = \phi_{pu}^{(\text{est})} = 0.$$

Os demais parâmetros necessários à calibração do modelo estão apresentados no item 6.2.6 do capítulo 6, ver tabela 6.15.

IV – Confronto entre os parâmetros estimados e os experimentais

Na tabela 5.5 tem-se o confronto entre os valores estimados obtidos neste item e os respectivos valores experimentais fornecidos por ALVA (2004).

Tabela 5.5 – Confronto de resultados

-	Experimental	Estimado
M_{cr} (KN.cm)	1.900	2.077
M_p (KN.cm)	13.100	14.280
M_u (KN.cm)	14.500	14.280
ϕ_{pu} (rad)	4×10^{-3}	0

Observa-se, por fim, que nem os parâmetros estimados nem os experimentais apresentados neste exemplo estão penalizados pela estratégia considerada na equação (4.13).

Validação do Modelo Proposto

6

6.1 INTRODUÇÃO

O presente capítulo tem por objetivo avaliar o desempenho do modelo proposto neste trabalho na simulação do comportamento de estruturas reticulares planas em concreto armado sob diversos tipos de solicitações. Os resultados obtidos com o modelo são comparados com resultados experimentais disponíveis na literatura e adicionalmente, com respostas fornecidas pelo modelo de LA BORDERIE (1991).

O modelo proposto foi implementado no programa para a análise não-linear de pórticos planos em concreto armado desenvolvido por PAULA (2001) e todas as simulações numéricas foram realizadas com a utilização deste programa. Detalhes sobre a obtenção da matriz de rigidez e do vetor das forças internas no caso da utilização do modelo de LA BORDERIE (1991) são apresentados em PAULA (2001).

Os exemplos considerados são divididos em duas categorias: solicitação estática e solicitação dinâmica. Nas legendas as respostas numéricas simuladas a partir da utilização do modelo proposto são referenciadas como “MDCH” (modelo de dissipação concentrada com histerese), enquanto que as respostas simuladas com a utilização do modelo de LA BORDERIE (1991) são referenciadas como “La Borderie”.

No caso da utilização do modelo proposto a consideração da armadura está implícita na adoção de um módulo de Young homogeneizado, ver equação 4.2, e na calibração dos parâmetros de entrada, portanto, não é feita uma discretização da armadura. No caso da utilização do modelo de LA BORDERIE (1991) a armadura é discretizada de acordo com a técnica apresentada em PAULA (2001) e, neste caso, considera-se o modelo elastoplástico com encruamento linear cinemático para o aço.

6.2 EXEMPLOS DE APLICAÇÃO: SOLICITAÇÃO ESTÁTICA

6.2.1 Viga de MAZARS et al. (2000)

Na figura 6.1 tem-se os dados geométricos e a distribuição das armaduras da viga apresentada por MAZARS et al. (2000). Trata-se de uma viga de concreto armado simplesmente apoiada de seção quadrada submetida a uma força concentrada aplicada no meio do vão.

Na tabela 6.1 indicam-se as propriedades dos materiais que constituem a viga. Na tabela 6.2 estão os parâmetros utilizados para a calibração do modelo de La Borderie, com valores médios sugeridos por PITUBA (1998). Na tabela 6.3 tem-se os parâmetros utilizados para a calibração do modelo proposto, calibrados baseando-se no próprio resultado experimental.

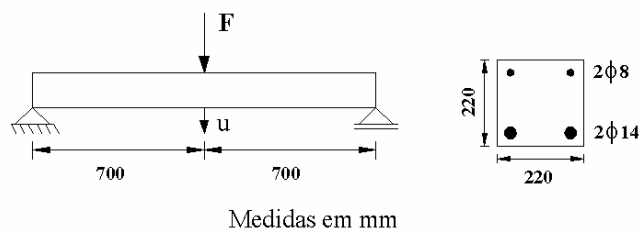


Figura 6.1 – Geometria e armação da viga, MAZARS et al. (2000)

Tabela 6.1 – Propriedades dos materiais: viga de Mazars

Concreto	Aço
$E_C = 28.000 \text{ MPa}$	$E_S = 200.000 \text{ MPa}$
$\nu = 0,2$	$f_y = 450 \text{ MPa}$
$\gamma_c = 2.500 \text{ kg/m}^3$	$E_{ST} = 4.000 \text{ MPa}$
$f_c = 25 \text{ MPa}$	$\gamma_S = 7.850 \text{ kg/m}^3$

Tabela 6.2 – Parâmetros do modelo de La Borderie : viga de Mazars

$\beta_1 = 1 \text{ MPa}$	$y_{02} = 5 \times 10^{-3} \text{ MPa}$	$B_1 = 0,95$
$\beta_2 = -10 \text{ MPa}$	$A_1 = 4,0 \times 10^3 \text{ MPa}^{-1}$	$B_2 = 0,7705$
$y_{01} = 3,05 \times 10^{-4} \text{ MPa}$	$A_2 = 6,8 \text{ MPa}^{-1}$	$\sigma_f = 2,6 \text{ MPa}$

Tabela 6.3 – Parâmetros do modelo proposto: viga de Mazars

$M_{cr} = 5,04 \text{ KN.m}$	$\gamma = 6$	$X_{\infty} = 3,15 \text{ KN.m}$
$M_p = 26,1 \text{ KN.m}$	$\phi_{pp} = 1,8 \times 10^{-3} \text{ rad}$	$b = 5.000 \text{ KN.m}$
$M_u = 28,35 \text{ KN.m}$	$\phi_{pu} = 7,0 \times 10^{-3} \text{ rad}$	$M_k = 0,0315 \text{ KN.m}$

No caso da utilização do modelo de La Borderie a viga foi discretizada em 14 elementos finitos iguais, como apresentado na figura 6.2 (a). Para a obtenção da matriz de rigidez e do vetor dos esforços internos cada elemento finito foi integrado com 6 pontos de Gauss-Lobatto ao longo do comprimento. Para a integração ao longo da seção transversal foram considerados 10 pontos de Gauss-Lobatto, sendo a armadura tratada como apresentado na figura 6.2(b). Na figura 6.3 representa-se o conjunto de pontos de Gauss também empregados na construção dos panoramas de danificação da estrutura para três níveis de carregamento.

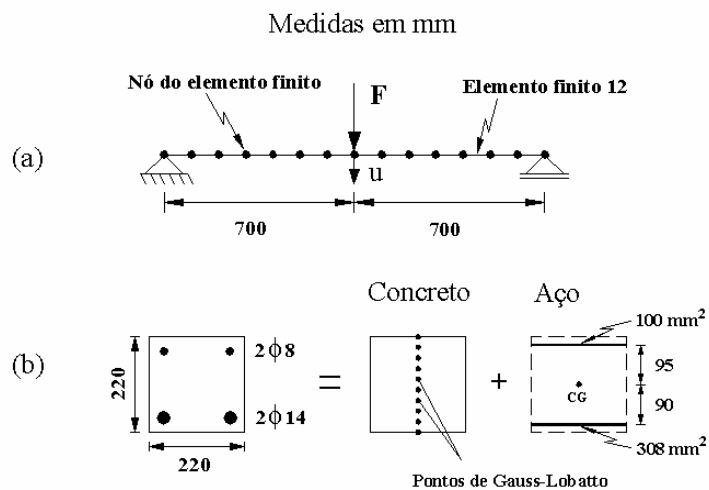


Figura 6.2 – Modelo de La Borderie, viga de Mazars: (a) discretização da viga, (b) discretização da seção

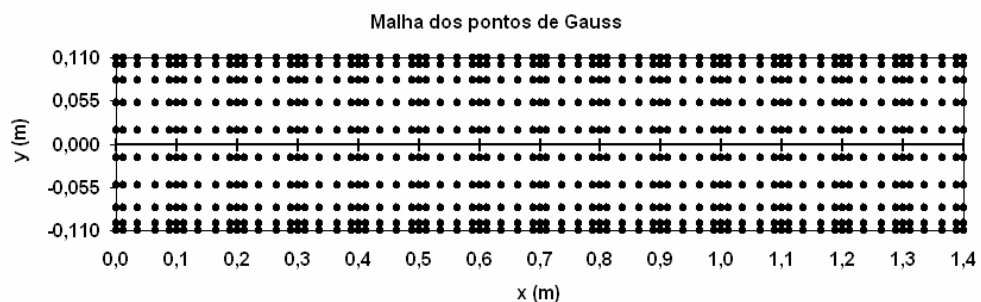


Figura 6.3 – Modelo de La Borderie, viga de Mazars: malha dos pontos de Gauss

No caso da utilização do modelo proposto a viga foi discretizada em dois elementos finitos iguais, com a consideração de uma única rótula anelástica no meio do vão, como indicado na figura 6.4.

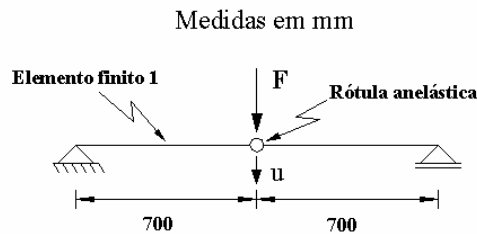


Figura 6.4 – Modelo proposto, viga de Mazaris: discretização

Na figura 6.5 tem-se a curva experimental e as curvas numéricas força aplicada versus deslocamento medido no meio do vão da viga. Observa-se que o modelo de La Borderie reproduz de forma bastante satisfatória a envoltória de deslocamentos. Porém, este modelo não é capaz de reproduzir os laços de histerese que se observam na resposta experimental, e, além disso, os deslocamentos residuais após a plastificação do aço afastam-se consideravelmente dos valores experimentais. O modelo proposto também apresenta uma boa resposta para a envoltória de deslocamentos. Observa-se a capacidade deste modelo em reproduzir da forma satisfatória os laços de histerese, apresentando ainda valores bem razoáveis para os deslocamentos residuais.

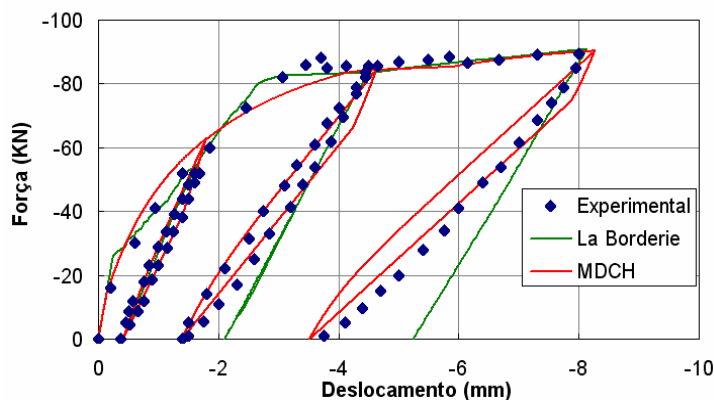


Figura 6.5 – Curva força/deslocamento, viga de Mazaris

Na figura 6.6 tem-se o panorama de danificação da viga, para a força aplicada correspondente ao início do primeiro descarregamento, obtido com a utilização do modelo de La Borderie. As variáveis de dano de tração e dano de compressão foram plotadas na posição correspondente a cada um dos pontos de Gauss da malha

apresentada na figura 6.3. Observa-se para este nível de sollicitação uma intensa danificação em tração enquanto o dano de compressão é praticamente insignificante.

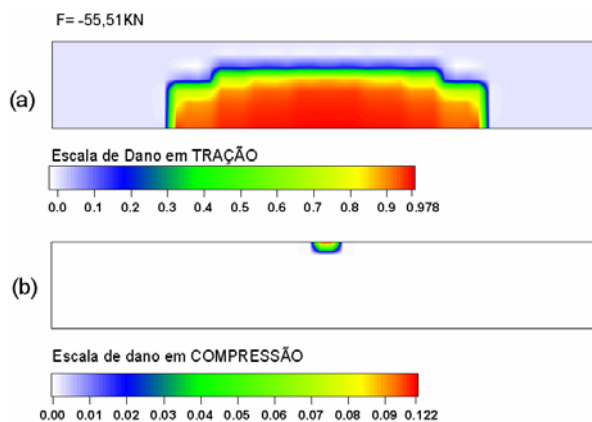


Figura 6.6 – Modelo de La Borderie, viga de Mazars, $F= -55,51$ KN: (a) dano em tração, (b) dano em compressão

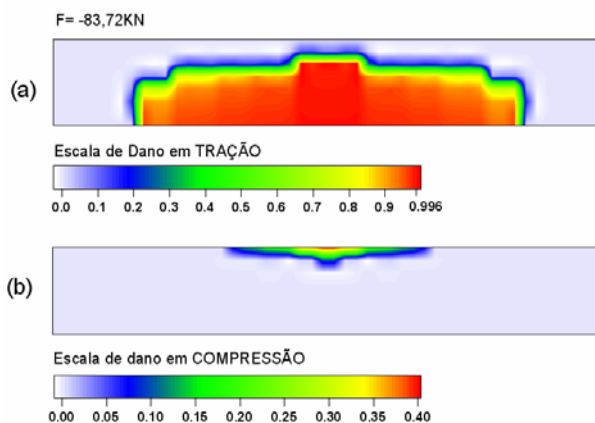


Figura 6.7 – Modelo de La Borderie, viga de Mazars, $F= -83,72$ KN: (a) dano em tração, (b) dano em compressão

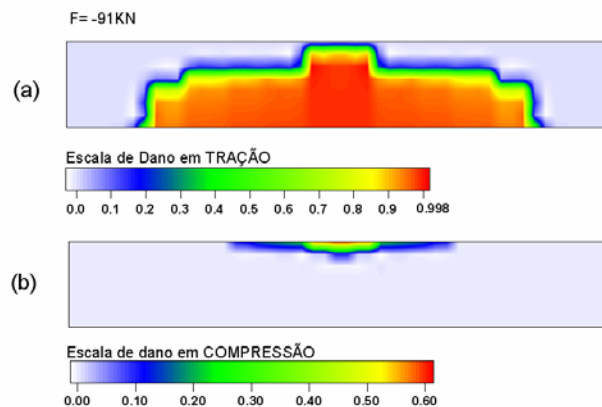


Figura 6.8 – Modelo de La Borderie, viga de Mazars, $F= -91$ KN: (a) dano em tração, (b) dano em compressão

Na figura 6.7 apresenta-se o panorama de danificação da viga, para a força aplicada correspondente ao início do segundo descarregamento. Observa-se uma evolução considerável tanto da danificação em tração quanto do dano em compressão.

Na figura 6.8 tem-se o panorama de danificação da viga, para o máximo valor da força aplicada. Observa-se que o dano em tração se distribui ao longo de uma extensão considerável da viga.

Quanto às principais variáveis responsáveis pela obtenção da resposta não-linear fornecida pelo modelo proposto, na figura 6.9 ilustra-se a rotação de escorregamento ϕ_s e a rotação plástica ϕ_p , no meio do vão da viga, versus o tempo de análise. Pode-se observar que ϕ_s apresenta a capacidade de variar tanto no carregamento, uma vez que $d > 0$, quanto nos ciclos de descarregamento e recarregamento, sendo este aspecto um dos responsáveis pela obtenção dos laços de histerese. No início do descarregamento ϕ_s passa a decrescer até que no final do descarregamento (Força = 0) tem-se $\phi_s = \phi_p$. Iniciando-se o recarregamento ϕ_s cresce até atingir o valor correspondente ao início do descarregamento, completando assim o laço de histerese. Diferentemente da rotação de escorregamento a rotação plástica permanece constante nos ciclos de descarregamento e recarregamento, o que é termodinamicamente consistente.

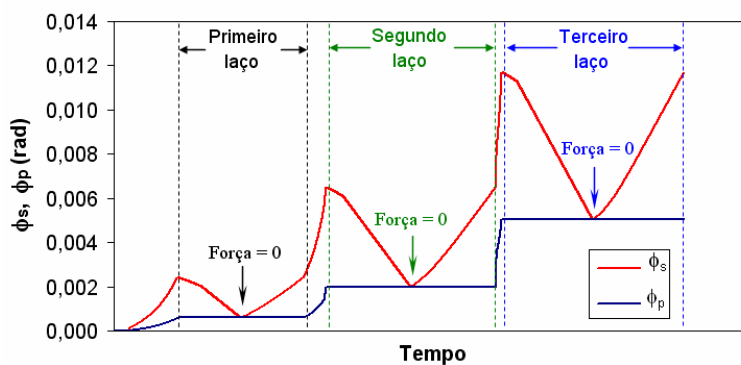


Figura 6. 9 – Modelo proposto, viga de Mazars: ϕ_s , ϕ_p versus o tempo de análise

A figura 6.10 apresenta o comportamento da variável escalar de dano d no meio do vão versus o tempo de análise. Observa-se uma elevada taxa de crescimento no início do carregamento dado o valor de γ adotado. Observa-se também que d permanece constante durante a realização dos laços de histerese.

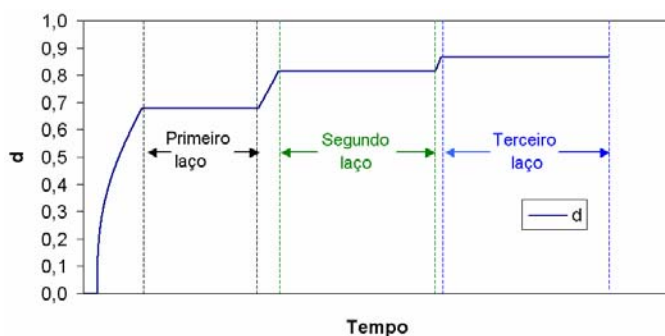


Figura 6.10 – Modelo proposto, viga de Mazars: dano versus tempo de análise

6.2.2 Pórtico de CIPOLLINA & FLÓREZ-LÓPEZ (1995)

Na figura 6.11 ilustram-se os dados geométricos e a distribuição das armaduras do pórtico apresentado por CIPOLLINA & FLÓREZ-LÓPEZ (1995). Trata-se de um pórtico de concreto armado, em forma de “L”, simplesmente apoiado, de seção quadrada e submetido a uma força horizontal aplicada no apoio móvel.

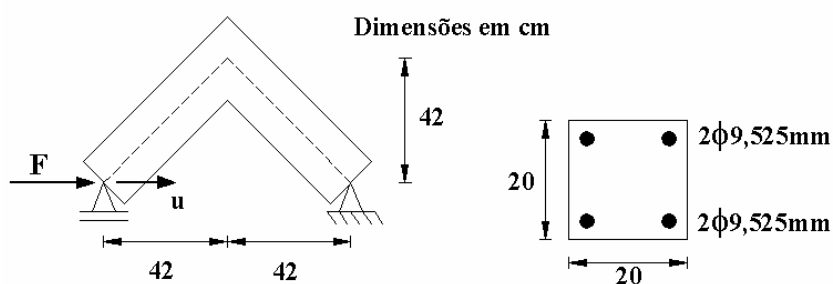


Figura 6.11 – Geometria e armação do pórtico de Cipollina & Flórez-López

Na tabela 6.4 tem-se as propriedades dos materiais que constituem o pórtico. Na tabela 6.5 indicam-se os parâmetros utilizados para a calibração do modelo de La Borderie (valores médios para um concreto com esta resistência).

Tabela 6.4 – Propriedades dos materiais: pórtico de Cipollina & Flórez-López

Concreto	Aço
$E_C = 30.000 \text{ MPa}$	$E_S = 210.000 \text{ MPa}$
$\nu = 0,2$	$f_y = 690 \text{ MPa}$
$f_c = 40 \text{ MPa}$	$E_{ST} = 4.200 \text{ MPa}$

Na tabela 6.6 apresentam-se os parâmetros utilizados para a calibração do modelo proposto, calibrados baseando-se nos parâmetros fornecidos por aqueles autores para o modelo simplificado considerado naquele trabalho.

Tabela 6.5 – Parâmetros do modelo de La Borderie : pórtico de Cipollina & Flórez-López

$\beta_1 = 1 \text{ MPa}$	$y_{02} = 2,5 \times 10^{-2} \text{ MPa}$	$B_1 = 1,2$
$\beta_2 = -40 \text{ MPa}$	$A_1 = 4,0 \times 10^3 \text{ MPa}^{-1}$	$B_2 = 1,5$
$y_{01} = 4,1 \times 10^{-4} \text{ MPa}$	$A_2 = 4 \text{ MPa}^{-1}$	$\sigma_f = 3,5 \text{ MPa}$

Tabela 6.6 – Parâmetros do modelo proposto: pórtico de Cipollina & Flórez-López

$M_{cr} = 7,64 \text{ KN.m}$	$\gamma = 4$	$X_{\infty} = 3,11 \text{ KN.m}$
$M_p = 24,0 \text{ KN.m}$	$\phi_{pp} = 2,0 \times 10^{-3} \text{ rad}$	$b = 5.000 \text{ KN.m}$
$M_u = 28,0 \text{ KN.m}$	$\phi_{pu} = 2,13 \times 10^{-2} \text{ rad}$	$M_k = 0,0311 \text{ KN.m}$

No caso do emprego do modelo de La Borderie o pórtico foi discretizado em 6 elementos finitos iguais como apresentado na figura 6.12(a). Para a obtenção da matriz de rigidez e do vetor dos esforços internos cada elemento finito foi integrado com 6 pontos de Gauss-Lobatto ao longo do comprimento. Para a integração ao longo da seção transversal foram considerados 10 pontos de Gauss-Lobatto e a armadura foi tratada como apresentado na figura 6.12(b). A figura 6.13 apresenta a malha dos pontos de Gauss também empregada na construção dos panoramas de danificação da estrutura para quatro níveis de solicitação. No caso da utilização do modelo proposto o pórtico foi discretizado apenas em dois elementos finitos iguais com a consideração de uma única rótula anelástica no nó de união das barras, como indicado na figura 6.14.

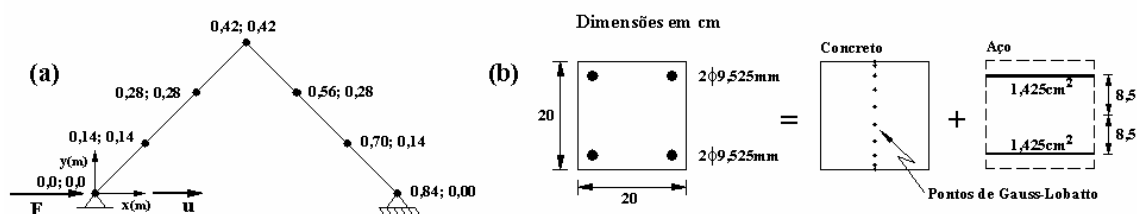


Figura 6.12 – Modelo de La Borderie, pórtico de Cipollina & Flórez-López:

(a) discretização do pórtico, (b) discretização da seção

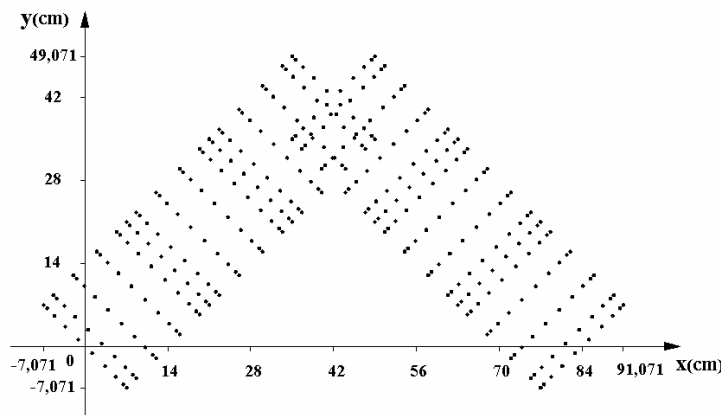


Figura 6.13– Modelo de La Borderie, pórtico de Cipollina & Flórez-López: malha dos pontos de Gauss

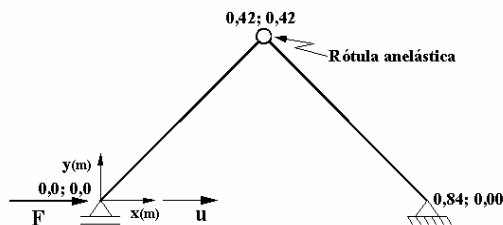


Figura 6.14 – Modelo proposto, discretização do pórtico de Cipollina & Flórez-López

Na figura 6.15 tem-se a curva experimental e as curvas numéricas força aplicada versus o deslocamento medido no apoio móvel. Observa-se que o modelo de La Borderie reproduz de forma razoável a envoltória de deslocamentos. Este modelo apresentou um problema de localização excessiva da danificação, o que se traduz na resposta numérica como pequenas oscilações na trajetória da curva e a reprodução de um amolecimento generalizado. O modelo proposto apresenta uma boa resposta para a envoltória de deslocamentos, além de reproduzir de forma satisfatória os laços de histerese.

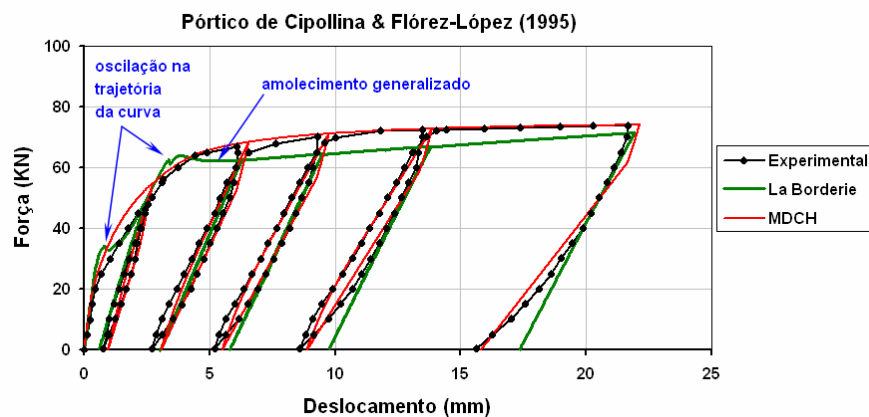


Figura 6.15 – Curva força/deslocamento, pórtico de Cipollina & Flórez-López

Na figura 6.16 tem-se os panoramas de danificação do pórtico, para a força $F = 34,2\text{KN}$ correspondente a primeira oscilação na trajetória da curva, obtidos com a utilização do modelo de La Borderie. Para este nível de força não há dano de compressão, as variáveis de dano de tração foram plotadas na posição correspondente a cada um dos pontos de Gauss da malha apresentada na figura 6.13. Observa-se o acréscimo na danificação da estrutura quando o deslocamento passa de $0,80\text{mm}$ para $1,19\text{mm}$, responsável pela primeira forte perturbação no gráfico da figura 6.15.

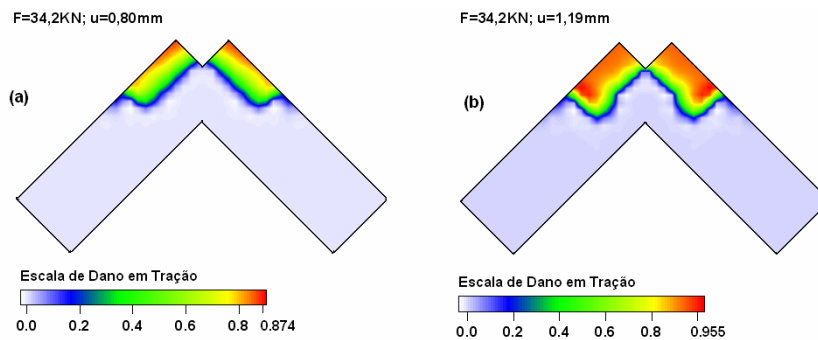


Figura 6.16 – Modelo de La Borderie, pórtico de Cipollina & Flórez-López, $F = 34,2\text{ KN}$:

(a) $u=0,80\text{mm}$ dano em tração, (b) $u=1,19\text{mm}$ dano em tração

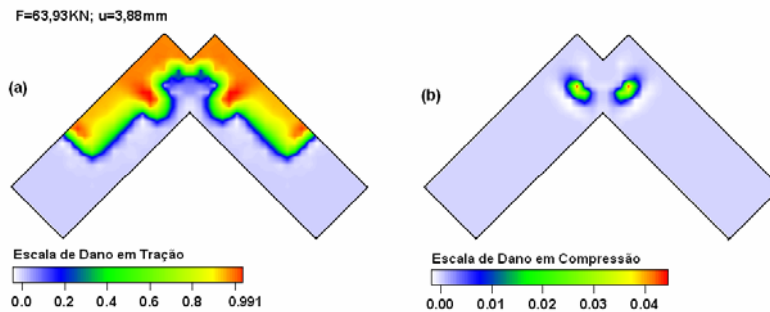


Figura 6.17 – Modelo de La Borderie, pórtico de Cipollina & Flórez-López, $F = 63,93\text{ KN}$:

(a) dano em tração, (b) dano em compressão

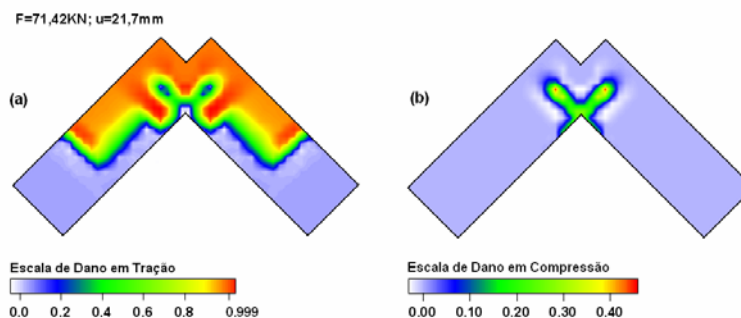


Figura 6.18 – Modelo de La Borderie, pórtico de Cipollina & Flórez-López, $F = 71,42\text{ KN}$:

(a) dano em tração, (b) dano em compressão

Na figura 6.17 apresenta-se o panorama de danificação do pórtico para a força correspondente ao início do escoamento da armadura. Observa-se uma evolução considerável da danificação em tração enquanto o dano em compressão é praticamente insignificante.

Na figura 6.18 tem-se o panorama de danificação do pórtico para a máxima força aplicada. Observa-se que o dano em tração se distribui ao longo de uma extensão considerável do pórtico enquanto o dano em compressão permanece bastante localizado.

6.2.3 Pórtico 1 de NÓBREGA (2004)

Na figura 6.19 apresentam-se os dados geométricos e a distribuição das armaduras para o pórtico 1 apresentado por NÓBREGA (2004). Trata-se de um pórtico de concreto armado de um único andar com viga e pilares de seções retangulares. Os apoios são constituídos por chapas de base fixadas à laje de reação por meio de parafusos. A solicitação consiste em uma força aplicada lateralmente na altura do eixo da viga, sendo medido o deslocamento horizontal correspondente na outra extremidade da viga.

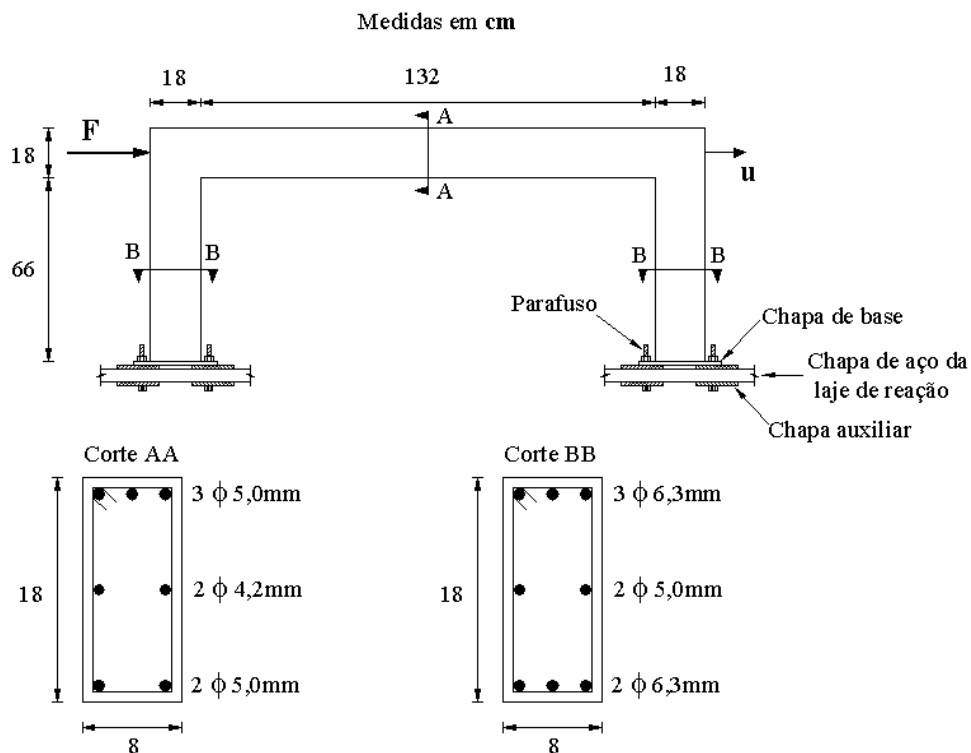


Figura 6.19 – Dados geométricos do pórtico 1 de Nóbrega

As bases metálicas são de chapa de aço SAE-1020. Quanto à fixação com a armadura do pilar as seis barras de $\phi 6,3\text{mm}$ foram soldadas enquanto as duas barras de $\phi 5,0\text{mm}$ não foram fixadas na chapa de base. Na figura 6.20 indica-se o detalhamento da geometria da chapa de base assim como o esquema da execução da ligação com as barras do pilar.

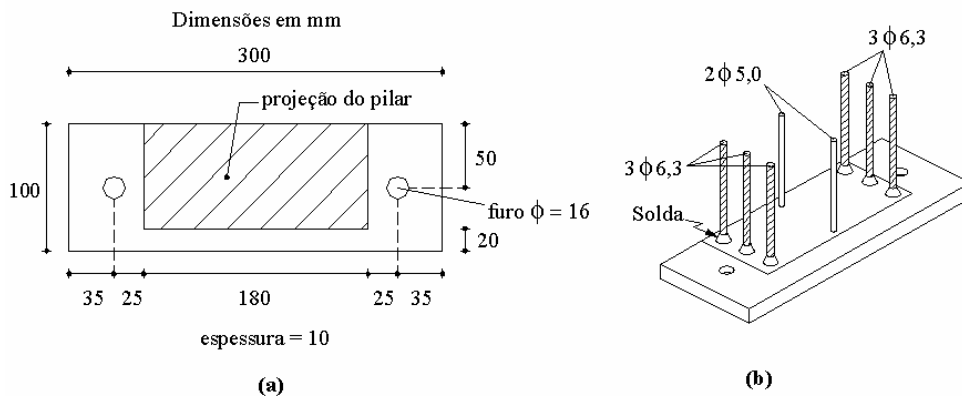


Figura 6.20 – Detalhamento da chapa de base: (a) geometria, (b) esquema de fixação com as barras do pilar, NÓBREGA (2004)

Na figura 6.21(a) mostra-se a laje de reação do laboratório e na figura 6.21(b) o detalhe da fixação do pórtico nesta laje de reação.



Figura 6.21 – Fixação do pórtico 1: (a) laje de reação, (b) detalhe da fixação, NÓBREGA (2004)

Na tabela 6.7 indicam-se as propriedades dos materiais que constituem o pórtico. Na tabela 6.8 apresentam-se os parâmetros utilizados para a calibração do modelo de La Borderie, são utilizados os parâmetros sugeridos por NÓBREGA (2004). Na tabela 6.9

tem-se os parâmetros utilizados para a calibração do modelo proposto, os quais foram estimados a partir das estratégias apresentadas no capítulo 5.

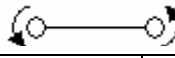
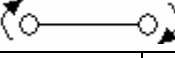
Tabela 6.7 – Propriedades dos materiais: pórtico 1 de Nóbrega

Concreto	Aço
$E_c = 38.338 \text{ MPa}$	$E_s = 200.000 \text{ MPa}$
$f_c = 70 \text{ MPa}$	$f_y = 600 \text{ MPa}$
$f_{ct} = 5,5 \text{ MPa}$	$E_{sT} = 1.370 \text{ MPa}$

Tabela 6.8 – Parâmetros do modelo de La Borderie: pórtico 1 de Nóbrega

$\beta_1 = 1 \text{ MPa}$	$y_{02} = 5 \times 10^{-3} \text{ MPa}$	$B_1 = 0,95$
$\beta_2 = -10 \text{ MPa}$	$A_1 = 3,5 \times 10^3 \text{ MPa}^{-1}$	$B_2 = 0,7705$
$y_{01} = 3,05 \times 10^{-4} \text{ MPa}$	$A_2 = 6,8 \text{ MPa}^{-1}$	$\sigma_f = 2,6 \text{ MPa}$

Tabela 6.9 – Parâmetros do modelo proposto: pórtico 1 de Nóbrega

Pilares / $M^+ = M^- = M$		
$M_{cr} = 3,15 \text{ KN.m}$	$\gamma = 5$	$X_\infty = 1,17 \text{ KN.m}$
$M_p = 9,54 \text{ KN.m}$	$\phi_{pp} = 1,3 \times 10^{-3} \text{ rad}$	$b = 1.170 \text{ KN.m}$
$M_u = 10,53 \text{ KN.m}$	$\phi_{pu} = 5,0 \times 10^{-3} \text{ rad}$	$M_k = 1,17 \times 10^{-2} \text{ KN.m}$
Viga / $M > 0$ 		
$M_{cr}^+ = 3,15 \text{ KN.m}$	$\gamma^+ = 5$	$X_\infty^+ = 7,88 \times 10^{-1} \text{ KN.m}$
$M_p^+ = 6,28 \text{ KN.m}$	$\phi_{pp}^+ = 1,43 \times 10^{-3} \text{ rad}$	$b^+ = 788 \text{ KN.m}$
$M_u^+ = 7,10 \text{ KN.m}$	$\phi_{pu}^+ = 6,95 \times 10^{-3} \text{ rad}$	$M_k^+ = 7,88 \times 10^{-3} \text{ KN.m}$
Viga / $M < 0$ 		
$M_{cr}^- = 3,15 \text{ KN.m}$	$\gamma^- = 5$	$X_\infty^- = 5,85 \times 10^{-1} \text{ KN.m}$
$M_p^- = 4,46 \text{ KN.m}$	$\phi_{pp}^- = 1,3 \times 10^{-3} \text{ rad}$	$b^- = 585 \text{ KN.m}$
$M_u^- = 5,27 \text{ KN.m}$	$\phi_{pu}^- = 5,0 \times 10^{-3} \text{ rad}$	$M_k^- = 5,85 \times 10^{-3} \text{ KN.m}$

No caso da utilização do modelo de La Borderie o pórtico foi discretizado em 28 elementos finitos como apresentado na figura 6.22. Cada elemento finito foi integrado com 6 pontos de Gauss-Lobatto ao longo do comprimento. Para a integração ao longo da seção transversal são considerados 10 pontos de Gauss-Lobatto. As armaduras da viga e dos pilares são consideradas como apresentado na figura 6.23. Na figura 6.24 ilustra-se o conjunto dos pontos de Gauss também empregados na construção dos panoramas de danificação do pórtico.

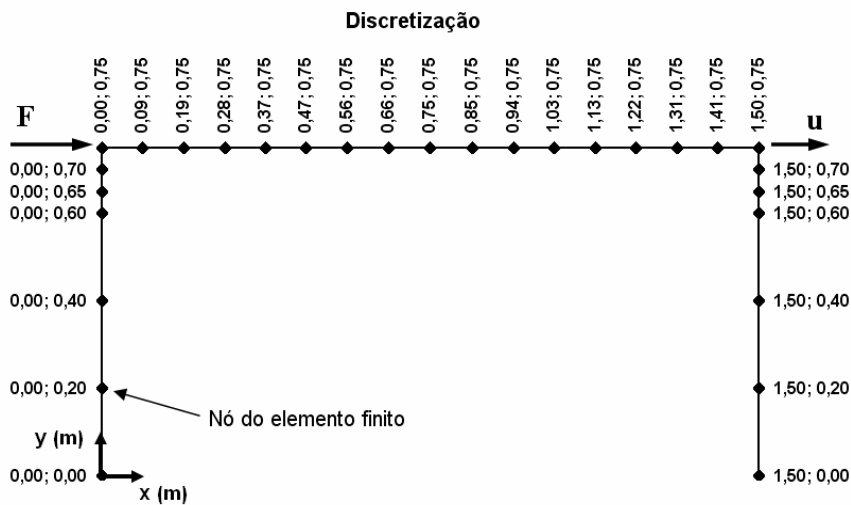


Figura 6.22 – Modelo de La Borderie: discretização do pórtico 1 de Nóbrega

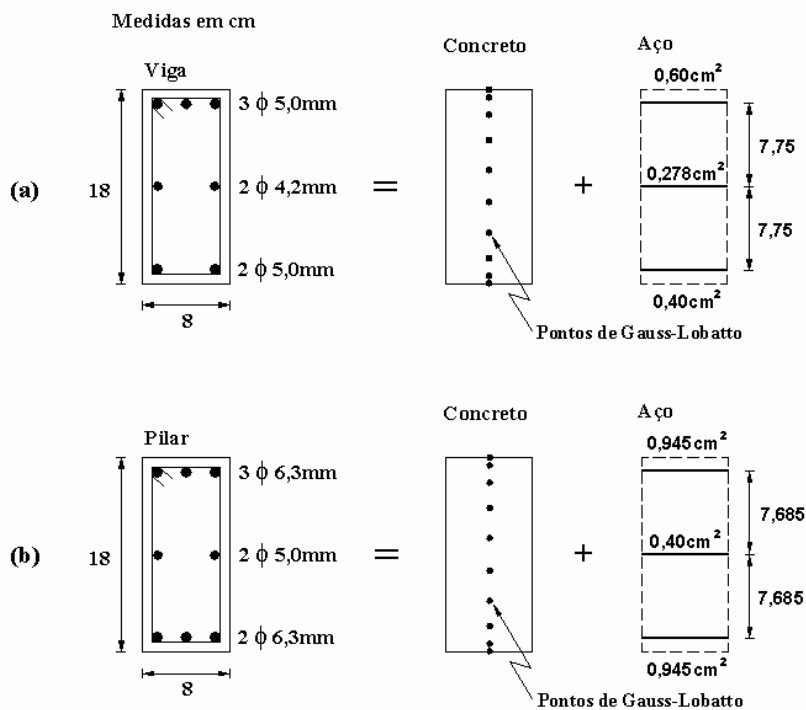


Figura 6.23 – Modelo de La Boderie, discretização das seções do pórtico 1 de Nóbrega:

(a) viga, (b) pilares

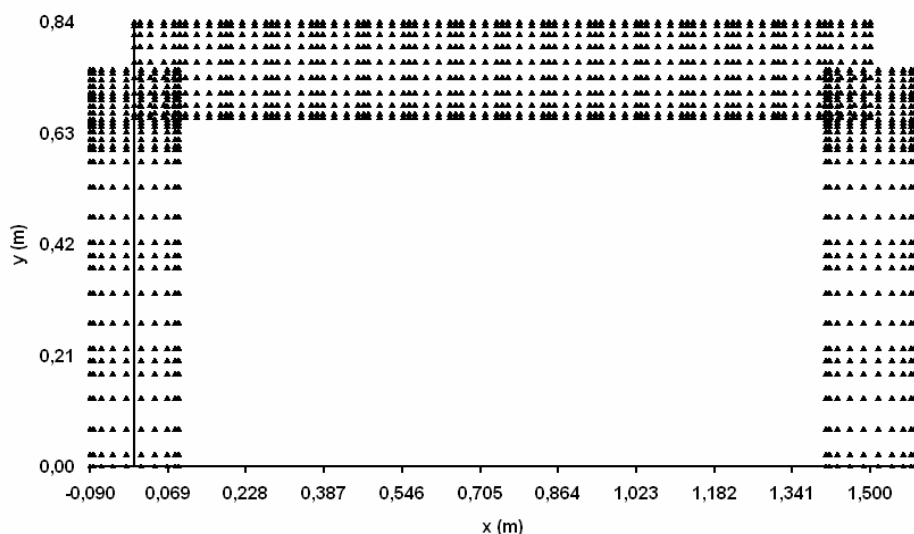


Figura 6.24 – Modelo de La Boderie: malha dos pontos de Gauss, pórtico 1 de Nóbrega

No caso da utilização do modelo proposto o pórtico foi discretizado em três elementos finitos com a consideração de quatro rótulas anelásticas, como indicado na figura 6.25.

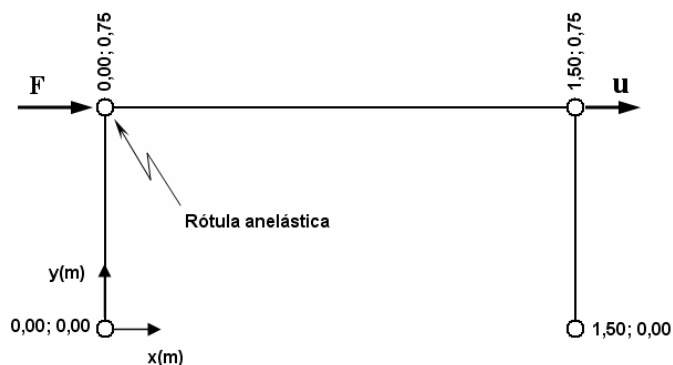


Figura 6.25 – Modelo proposto: discretização do pórtico 1 de Nóbrega

A obtenção de uma boa resposta numérica para este pórtico, independentemente do modelo de dano utilizado, depende de uma modelagem adequada das vinculações dos pilares, tendo-se em vista que estas são constituídas por chapas metálicas parafusadas em uma laje de reação. Neste sentido serão consideradas três modelagens distintas para as vinculações dos apoios, são elas: articulação perfeita, engaste perfeito e ligação semi-rígida, constituída por uma mola de rotação. Na figura 6.26 ilustram-se os esquemas das vinculações consideradas. O objetivo com este estudo é analisar a

influência da vinculação sobre o comportamento da estrutura, além de propor uma modelagem que melhor represente a resposta experimental do pórtico.

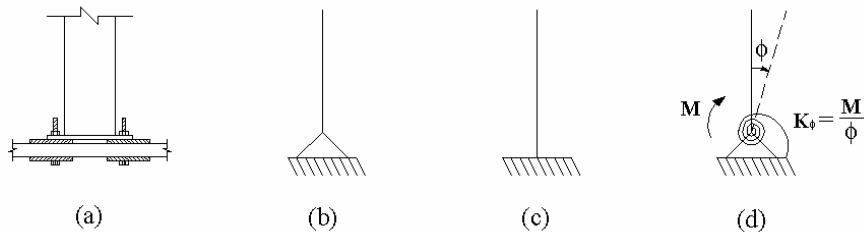


Figura 6.26 – Vinculações dos pilares: (a) esquema real, (b) articulação perfeita, (c) engaste perfeito, (c) ligação semi-rígida

Na figura 6.27 mostra-se a curva experimental e as curvas numéricas força aplicada versus o deslocamento medido considerando-se que as vinculações dos pilares são articulações perfeitas. Observa-se claramente que o modelo de articulação perfeita é inadequado para representar as vinculações, pois quando ocorre a danificação da estrutura as respostas numéricas obtidas com ambos os modelos de dano são excessivamente flexíveis. Porém, é interessante observar que a reprodução da parcela elástica da resposta é satisfatória.

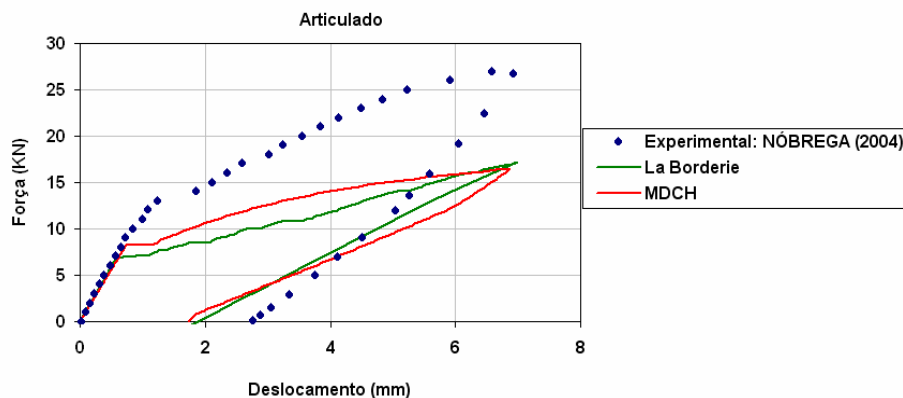


Figura 6.27 – Curva força/deslocamento, articulação perfeita, pórtico 1 de Nóbrega

Na figura 6.28 ilustra-se a curva experimental e as curvas numéricas força aplicada versus o deslocamento medido considerando-se que as vinculações dos pilares são engastes perfeitos. Observa-se claramente que o modelo de engaste perfeito é inadequado para representar as vinculações, pois as respostas numéricas obtidas são extremamente rígidas e se afastam consideravelmente do resultado experimental até mesmo no trecho inicial de comportamento elástico.

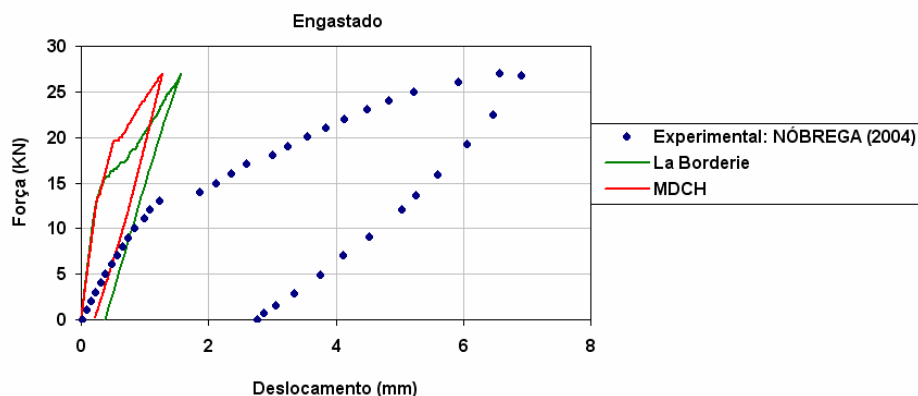


Figura 6.28 – Curva força/deslocamento, engaste perfeito, pórtico 1 de Nóbrega

NÓBREGA (2004) propôs que as vinculações dos pilares fossem modeladas como ligações semi-rígidas. Inicialmente aquele autor propôs que as molas de rotação nas vinculações dos pilares teriam uma rigidez média igual a: $K_{\phi} = 700\text{KN}\cdot\text{m}/\text{rad}$. Na figura 6.29 tem-se a curva experimental e as curvas numéricas força aplicada versus o deslocamento medido considerando-se que as vinculações dos pilares são ligações semi-rígidas, com uma rigidez a rotação constante igual a $700\text{KN}\cdot\text{m}/\text{rad}$. Observa-se neste caso uma melhora substancial nas respostas numéricas obtidas por ambos os modelos de dano. A mola com rigidez constante se mostra satisfatória para representar o comportamento da estrutura na fase inicial de solicitação, quando a resposta é elástica, e também logo após o início da danificação. Porém, quando a força aplicada se torna superior a aproximadamente 17kN as respostas numéricas obtidas com ambos os modelos de dano se tornam mais rígidas que a resposta experimental, o que conduz a um deslocamento máximo bem inferior ao resultado experimental para o nível de solicitação considerado.

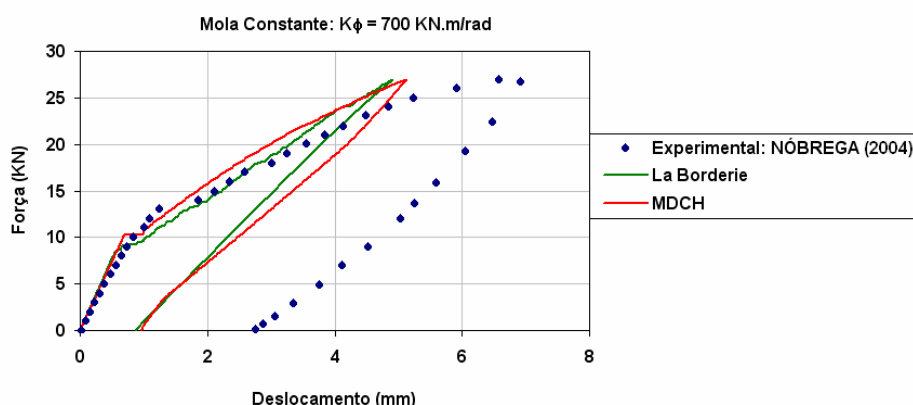


Figura 6.29 – Curva força/deslocamento, mola constante, pórtico 1 de Nóbrega

NÓBREGA (2004) constatou que a utilização de molas de rotação com rigidez constante era uma simplificação que permitia a obtenção de respostas razoáveis. Porém, baseado no estudo do comportamento força versus deslocamento para pilares isolados similares aos pilares do pórtico 1, aquele autor propôs modelar as vinculações dos pilares do pórtico 1 com molas de rotação em que a rigidez decaí linearmente de 1050 para 450 KN.m/rad durante a fase de carregamento. O autor considerou que na fase de descarregamento as rigidezes das molas permanecem constantes e iguais a 450 KN.m/rad.

Na figura 6.30 tem-se a curva experimental e as curvas numéricas força aplicada versus o deslocamento medido, considerando-se nas vinculações dos pilares a existência de molas de rotação onde a rigidez é variável de acordo com a proposta de NÓBREGA (2004). Observa-se que a modelagem da vinculação dos pilares com molas com rigidezes variáveis conduz a respostas bastante satisfatórias na etapa de carregamento, para ambos os modelos de dano considerados. Porém, a reprodução da etapa de descarregamento se afasta consideravelmente do resultado experimental em ambos os casos.

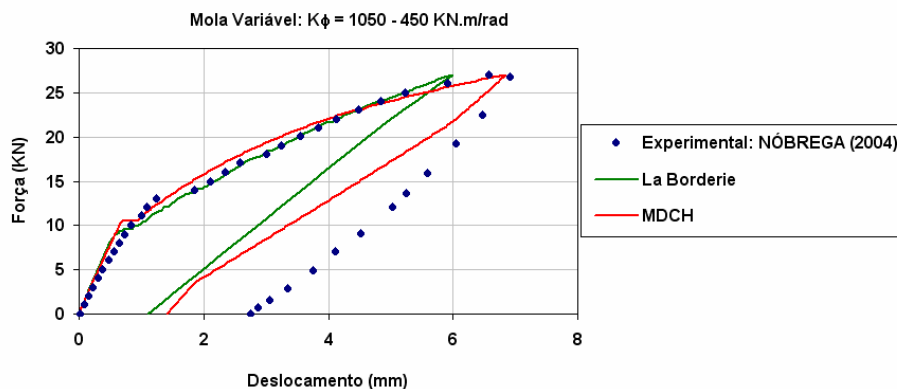


Figura 6.30 – Curva força/deslocamento, mola variável, pórtico 1 de Nóbrega

A mola com rigidez variável proposta por NÓBREGA (2004), apesar de possibilitar a obtenção de respostas razoáveis na etapa de carregamento, tem o inconveniente de não reproduzir um efeito de plastificação relacionado à chapa de base da ligação do pilar com a laje de reação. Isso faz com que o dígrama momento-rotação para a mola proposta seja não-linear na etapa de carregamento, mas linear e sem rotação residual na fase de descarregamento, ou seja, na fase de descarregamento o diagrama momento-rotação volta para a origem. Provavelmente este tipo de comportamento das

molares dos apoios, sem plastificação, deve ser responsável pela baixa qualidade das respostas numéricas na fase de descarregamento do pórtico. Isso porque, uma vez que as molares não possuem rotações residuais, na etapa de descarregamento do pórtico elas sempre atuam aplicando um momento que tende a restituir o pórtico para sua configuração inicial.

Como dito anteriormente a proposta de uma mola com rigidez variável linearmente surgiu do estudo de pilares isolados. Porém, as chapas de base não foram analisadas após a aplicação da solicitação para se verificar a ocorrência ou não de plastificação nas mesmas. Apesar da falta de resultados experimentais, tomando-se por base o diagrama momento-rotação da mola com rigidez variável proposta por NÓBREGA (2004), propõe-se uma mola elastoplástica com encruamento linear para simular o comportamento das chapas de base do pórtico 1. Na figura 6.31 tem-se o diagrama momento-rotação para as duas molares propostas por NÓBREGA (2004) e para a mola elastoplástica proposta no presente trabalho. A mola elastoplástica tem rigidez inicial de 720KN.m/rad com momento de plastificação igual a $2,10\text{KN.m}$ e rigidez elastoplástica de 300KN.m/rad . As curvas da figura 6.31 foram obtidas para a mola do pilar esquerdo do pórtico 1 simulada com rigidez constante, rigidez variável e elastoplástica, quando utilizado o modelo de dano proposto neste trabalho.

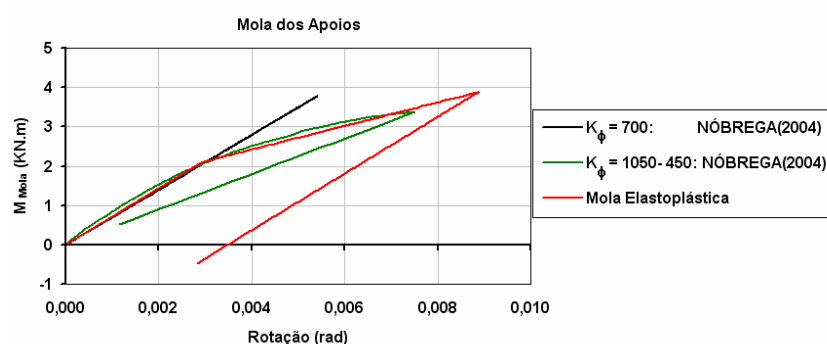


Figura 6.31 – Diagrama momento-rotação para as molares dos apoios do pórtico 1 de Nóbrega

Na figura 6.32 mostra-se a curva experimental e as curvas numéricas força aplicada versus o deslocamento medido, considerando-se nas vinculações dos pilares a existência de molares elastoplásticas com o comportamento apresentado na figura 6.31. Observa-se que as respostas obtidas com ambos os modelos de dano, uma vez que se considere as molares elastoplásticas nas vinculações, reproduzem de forma satisfatória o comportamento experimental da estrutura. Na etapa de carregamento praticamente não

houve mudanças em relação à consideração da mola com rigidez variável proposta por NÓBREGA (2004), porém na etapa de descarregamento a consideração de uma rotação residual na mola da vinculação melhorou as respostas numéricas, sobretudo a resposta obtida com a utilização do modelo de dano proposto.

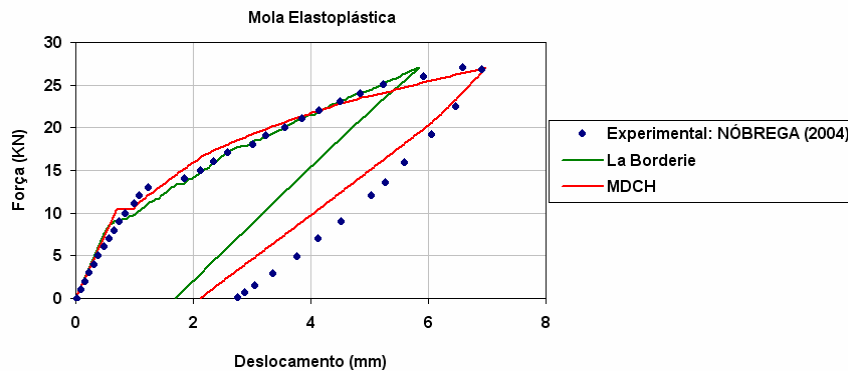


Figura 6.32 – Curva força/deslocamento, mola elastoplástica, pórtico 1 de Nóbrega

Nas figuras a seguir apresentam-se os panoramas de danificação para o pórtico 1 de Nóbrega quando da utilização do modelo de dano de La Borderie. São plotadas as variáveis de dano de tração e dano de compressão para as posições correspondentes aos pontos de Gauss-Lobatto apresentados na malha da figura 6.24 quando a força aplicada atinge o seu valor máximo.

Na figura 6.33 ilustra-se o panorama de danificação uma vez que se considerem as vinculações do pórtico como articulações perfeitas. Observa-se uma intensa danificação de tração próxima às ligações da viga com os pilares, porém o dano de compressão se mostra bem insignificante uma vez comparado com o dano de tração. Na figura 6.34 as vinculações do pórtico foram consideradas como engastes perfeitos. É interessante observar que neste caso a danificação se distribui entre as ligações da viga com os pilares e as regiões dos engastes. Na figura 6.35 foram consideradas as molas de rigidez constante nas vinculações dos pilares. Observa-se neste caso que a danificação se torna intermediária entre as situações de articulação e engaste perfeito. Na figura 6.36 foram consideradas as molas de rigidez variável nas vinculações dos pilares. Observa-se que esta modelagem conduz a uma danificação menos intensa na região dos apoios e um aumento da danificação nas ligações da viga com o pilar quando comparada com a resposta da mola de rigidez constante. Na figura 6.37 foram consideradas as molas elastoplásticas nas vinculações dos pilares. Observa-se que a danificação obtida é bastante semelhante ao caso anterior.

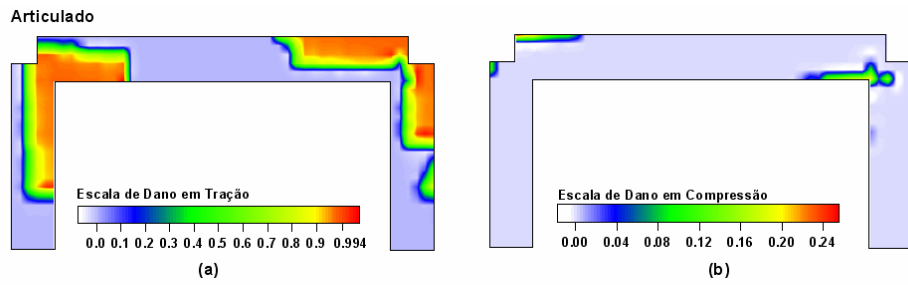


Figura 6.33 – Pórtico 1 de Nóbrega, articulado: (a) dano em tração, (b) dano em compressão

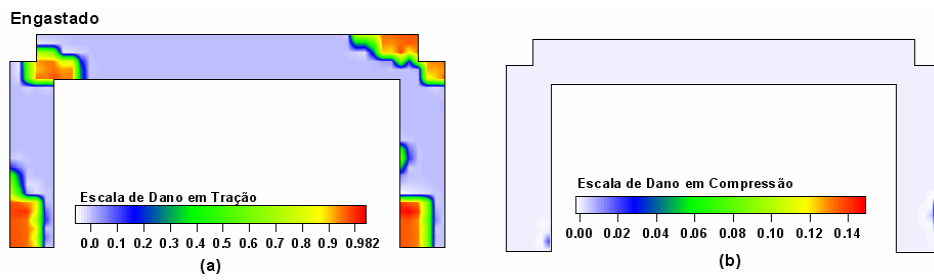


Figura 6.34 – Pórtico 1 de Nóbrega, engastado: (a) dano em tração, (b) dano em compressão

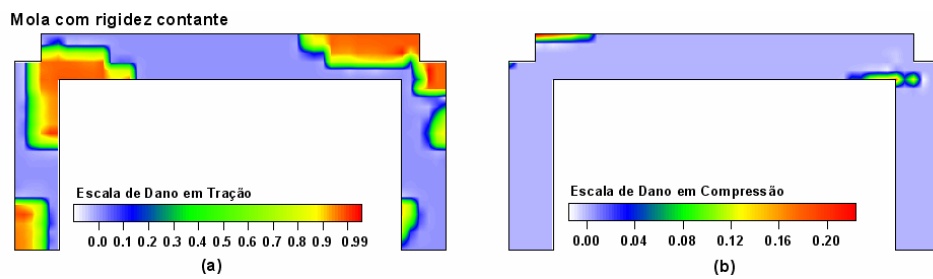


Figura 6.35 – Pórtico 1 de Nóbrega, mola constante: (a) dano em tração, (b) dano em compressão

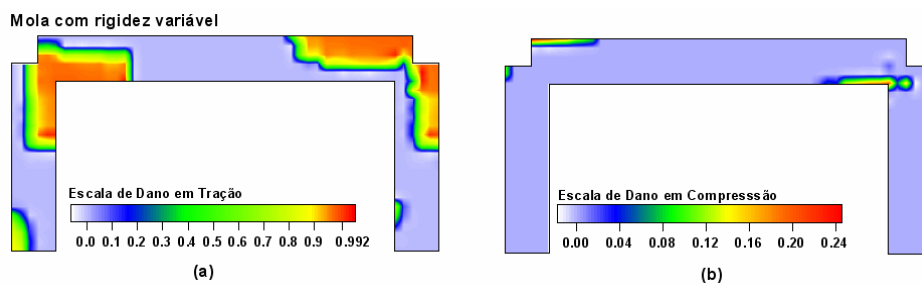


Figura 6.36 – Pórtico 1 de Nóbrega, mola variável: (a) dano em tração, (b) dano em compressão

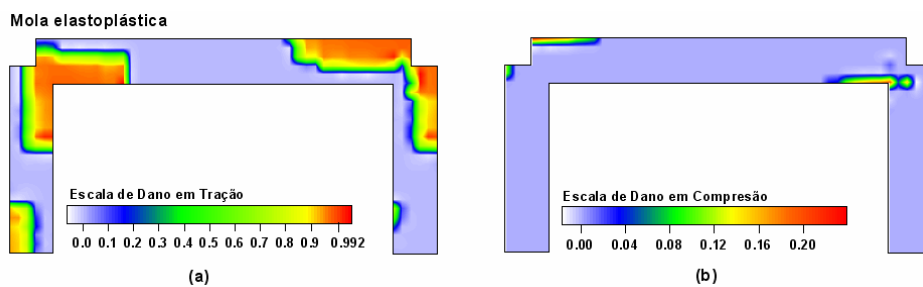


Figura 6.37 – Pórtico 1 de Nóbrega, mola elastoplástica: (a) dano em tração, (b) dano em compressão

6.2.4 Pórtico 2 de NÓBREGA (2004)

O pórtico 2 apresentado por NÓBREGA (2004) tem a mesma geometria do pórtico 1 mudando apenas o tipo de vinculação e a sollicitação. Neste caso o pórtico não foi parafusado na laje de reação para que as vinculações simulassem articulações perfeitas e a sollicitação é constituída por duas forças verticais aplicadas na viga, sendo medido o deslocamento no meio do vão, ver figura 6.38.

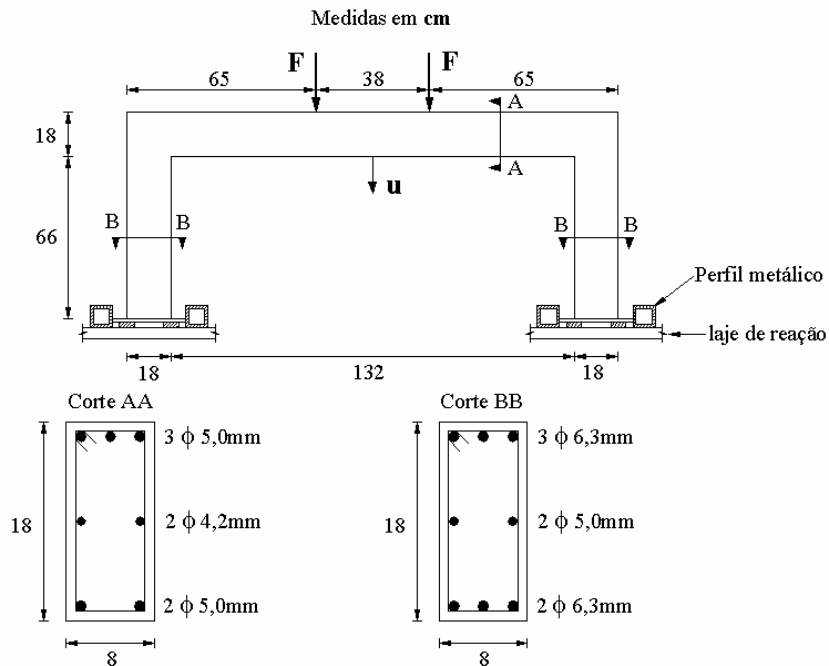


Figura 6.38 – Dados geométricos do pórtico 2 de Nóbrega

Para a fixação deste pórtico utilizaram-se perfis metálicos para conferir estabilidade ao modelo sem impor restrição à rotação. Na figura 6.39(a) apresenta-se o processo de montagem do ensaio e na figura 6.39(b) mostra-se o detalhe do apoio.



(a)

(b)

Figura 6.39 – Fixação do pórtico 2: (a) montagem, (b) detalhe da fixação, NÓBREGA (2004)

As propriedades dos materiais e os parâmetros para o modelo de La Borderie e o modelo proposto forma considerados como sendo os mesmos apresentados para o pórtico 1, tabelas 6.7, 6.8 e 6.9.

No caso da utilização do modelo de La Borderie considerou-se a mesma discretização apresentada para o pórtico 1, ver figuras 6.22, 6.23 e 6.24. As forças foram aplicadas nos nós de coordenadas $(5,60;0,75)$ e $(9,40;0,75)$, e o deslocamento foi medido no nó de coordenadas $(0,75;0,75)$, de acordo com o que é apresentado na figura 6.22.

No caso do modelo proposto o pórtico foi discretizado em quatro elementos finitos com a consideração de três rótulas anelásticas, e o carregamento foi substituído pelas cargas nodais equivalentes, como indicado na figura 6.40.

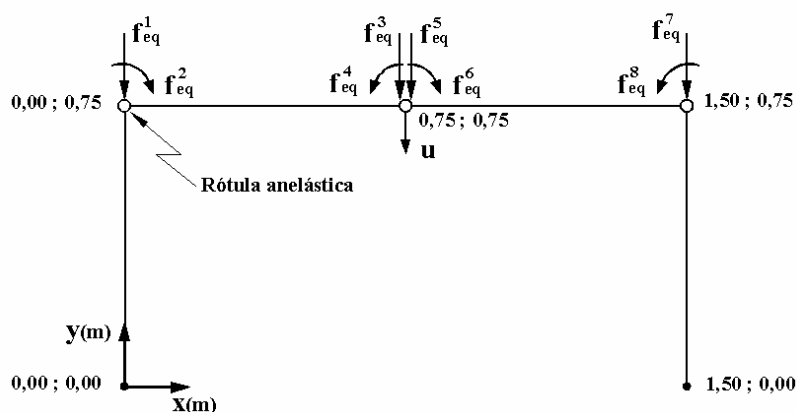


Figura 6.40 – Modelo proposto: discretização do pórtico 2 de Nóbrega

Na figura 6.41 apresenta-se a curva experimental e as curvas numéricas força aplicada versus o deslocamento medido, considerando-se que as vinculações dos pilares são articulações perfeitas. Observa-se que ambos os modelos de dano reproduzem de forma satisfatória o comportamento experimental da estrutura. Um problema numérico comum aos dois modelos de dano é a concentração excessiva da danificação que se traduz nos diagramas por um deslocamento horizontal nos gráficos.

Na figura 6.42 ilustra-se o panorama de danificação da estrutura para o carregamento máximo uma vez que se considere o modelo de dano de La Borderie, notando-se apenas dano em tração.

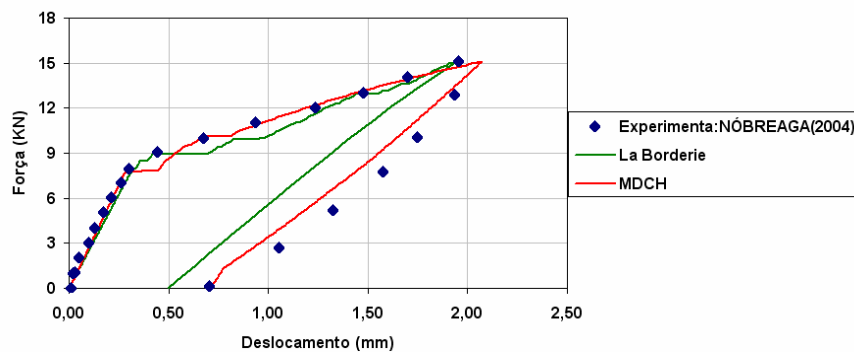


Figura 6.41 - Curva força/deslocamento, pórtico 2 de Nóbrega

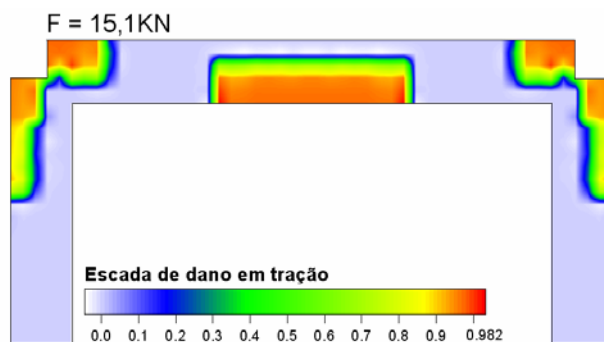


Figura 6.42– Panorama de danificação, pórtico 2 de Nóbrega

6.2.5 Pórtico de VECCHIO & EMARA (1992)

Na figura 6.43 ilustram-se os dados geométricos e a distribuição das armaduras para o pórtico apresentado por VECCHIO & EMARA (1992). Trata-se de um pórtico de concreto armado com dois andares, onde a distância entre os eixos dos pilares é de 3,5m (vão das vigas) e a altura de cada um dos andares é de 2,0m. Os pilares e as vigas possuem seções retangulares com base de 0,30m e altura de 0,40m. Todos os membros foram armados com oito barras de $\phi 20$ mm simetricamente distribuídas de acordo com o detalhe apresentado na figura 6.44. A base da estrutura foi rigidamente fixada no piso do laboratório, pois os autores pretendiam que as condições de contorno nas bases das colunas fossem engastes perfeitos devido à largura utilizada para a viga de base (80 cm). A solicitação consiste na aplicação de duas forças axiais de 700kN nos pilares, para simular ações gravitacionais, e de uma força aplicada lateralmente na altura do eixo da viga superior, sendo medido o deslocamento horizontal correspondente na outra extremidade desta viga.

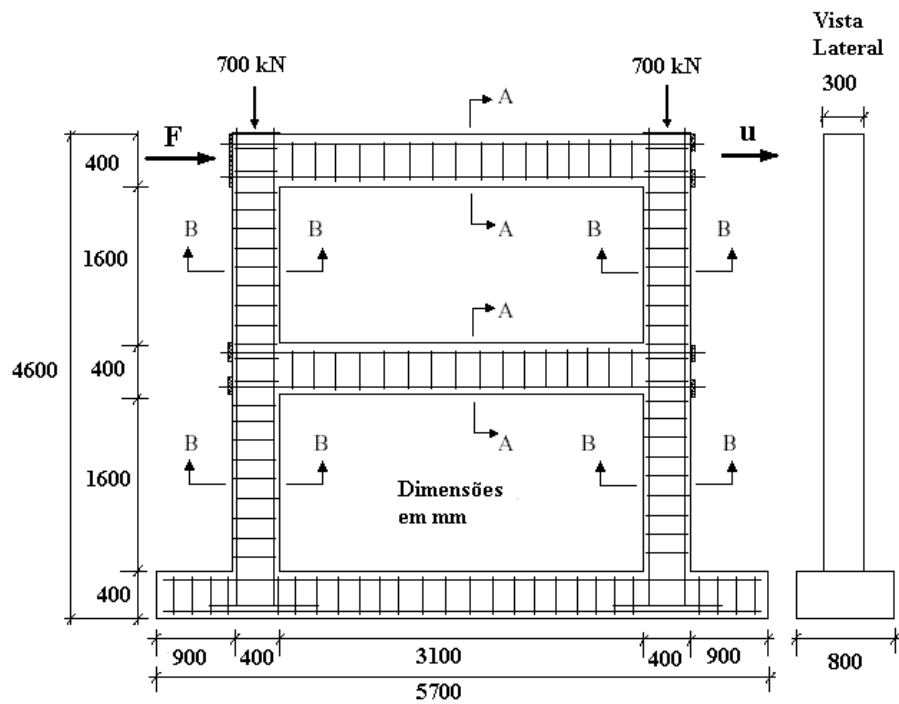


Figura 6.43 – Dados geométricos do pórtico de VECCHIO & EMARA (1992)

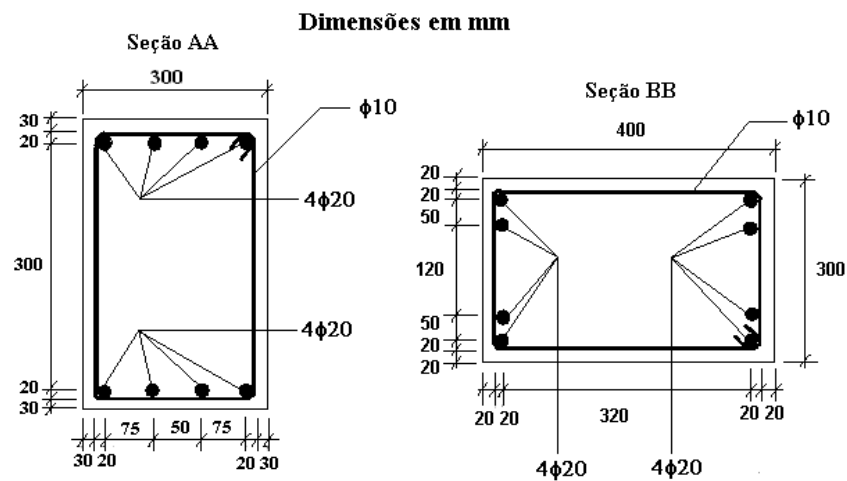


Figura 6.44 – Detalhamento das seções, VECCHIO & EMARA (1992)

Na tabela 6.10 indicam-se as propriedades dos materiais que constituem o pórtico. Na tabela 6.11 apresentam-se os parâmetros para a calibração do modelo de La Borderie, são considerados valores médios para o concreto com esta resistência. Na tabela 6.12 tem-se os parâmetros para a calibração do modelo proposto, os quais foram estimados a partir das estratégias apresentadas no capítulo 5.

Tabela 6.10 – Propriedades dos materiais: pórtico de Vecchio & Emara

Concreto	Aço
$E_C = 26.330 \text{ MPa}$	$E_S = 192.500 \text{ MPa}$
$\nu = 0,2$	$f_y = 400 \text{ MPa}$
$f_c = 30 \text{ MPa}$	$E_{ST} = 500 \text{ MPa}$

Tabela 6.11 – Parâmetros do modelo de La Borderie: pórtico de Vecchio & Emara

$\beta_1 = 1 \text{ MPa}$	$y_{02} = 5 \times 10^{-3} \text{ MPa}$	$B_1 = 0,95$
$\beta_2 = -10 \text{ MPa}$	$A_1 = 3,5 \times 10^3 \text{ MPa}^{-1}$	$B_2 = 0,7705$
$y_{01} = 3,05 \times 10^{-4} \text{ MPa}$	$A_2 = 6,8 \text{ MPa}^{-1}$	$\sigma_f = 2,6 \text{ MPa}$

Tabela 6.12 – Parâmetros do modelo proposto: pórtico de Vecchio & Emara

Pilares / $M^+ = M^- = M$		
$M_{cr} = 73,8 \text{ KN.m}$	$\gamma = 2$	$X_\infty = 27,3 \text{ KN.m}$
$M_p = 227,7 \text{ KN.m}$	$\phi_{pp} = 0,20 \times 10^{-3} \text{ rad}$	$b = 44.000 \text{ KN.m}$
$M_u = 245,7 \text{ KN.m}$	$\phi_{pu} = 6,00 \times 10^{-3} \text{ rad}$	$M_k = 0,273 \text{ KN.m}$
Vigas / $M^+ = M^- = M$		
$M_{cr} = 31,32 \text{ KN.m}$	$\gamma = 4$	$X_\infty = 20 \text{ KN.m}$
$M_p = 145 \text{ KN.m}$	$\phi_{pp} = 5,0 \times 10^{-3} \text{ rad}$	$b = 32.000 \text{ KN.m}$
$M_u = 170 \text{ KN.m}$	$\phi_{pu} = 16,7 \times 10^{-3} \text{ rad}$	$M_k = 0,2 \text{ KN.m}$

No caso da utilização do modelo de La Borderie o pórtico foi discretizado em 60 elementos finitos como apresentado na figura 6.45. Cada elemento finito foi integrado com 6 pontos de Gauss-Lobatto ao longo do comprimento. Para a integração ao longo da seção transversal são considerados 20 pontos de Gauss-Lobatto. As armaduras das vigas e dos pilares são consideradas como apresentado na figura 6.46. Na figura 6.47 ilustra-se o conjunto dos pontos de Gauss também empregados para a construção dos panoramas de danificação do pórtico.

No caso da utilização do modelo proposto o pórtico foi discretizado em seis elementos finitos com a consideração de seis rótulas anelásticas, como indicado na figura 6.48.

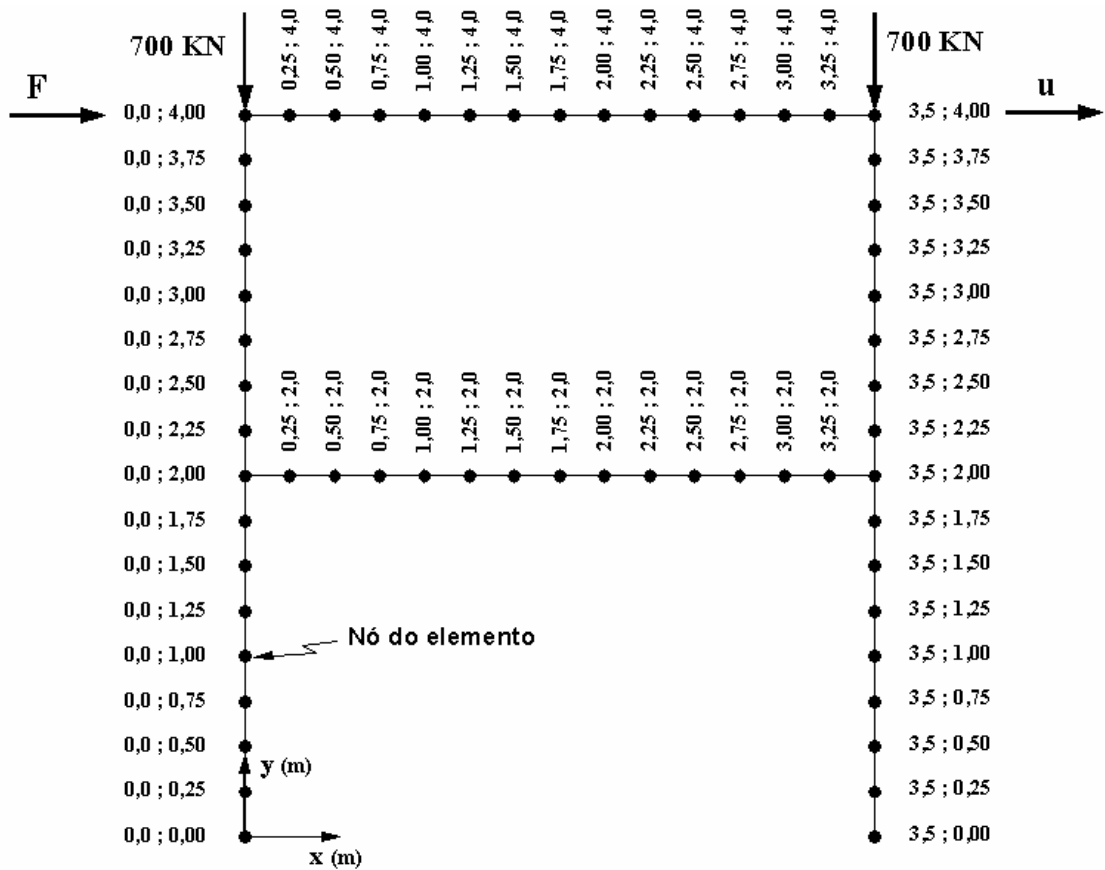


Figura 6.45 – Modelo de La Borderie: discretização do pórtico de Vecchio & Emara

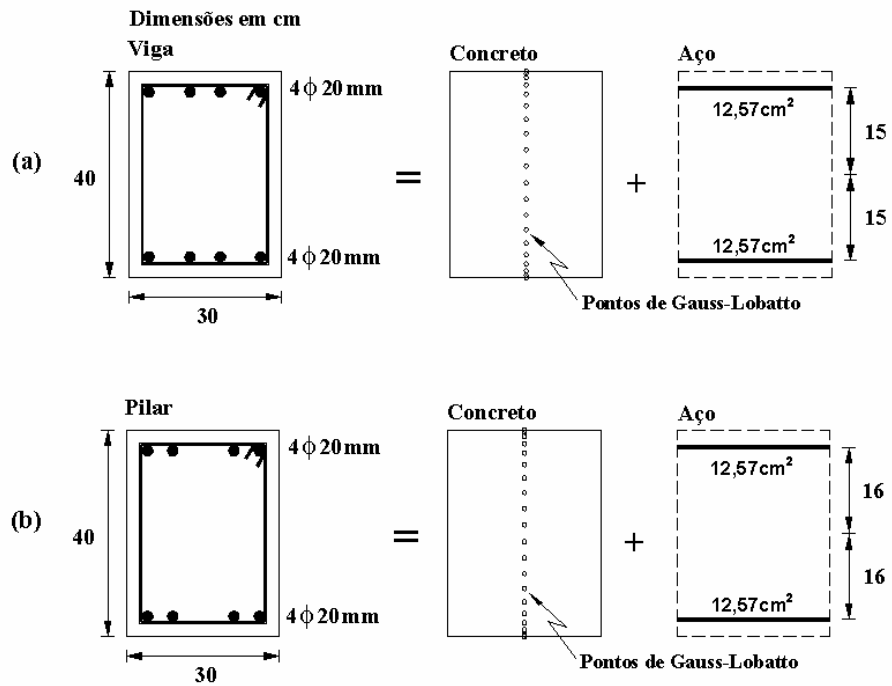


Figura 6.46 – Modelo de La Boderie, discretização das seções do pórtico de Vecchio & Emara:

(a) viga, (b) pilar

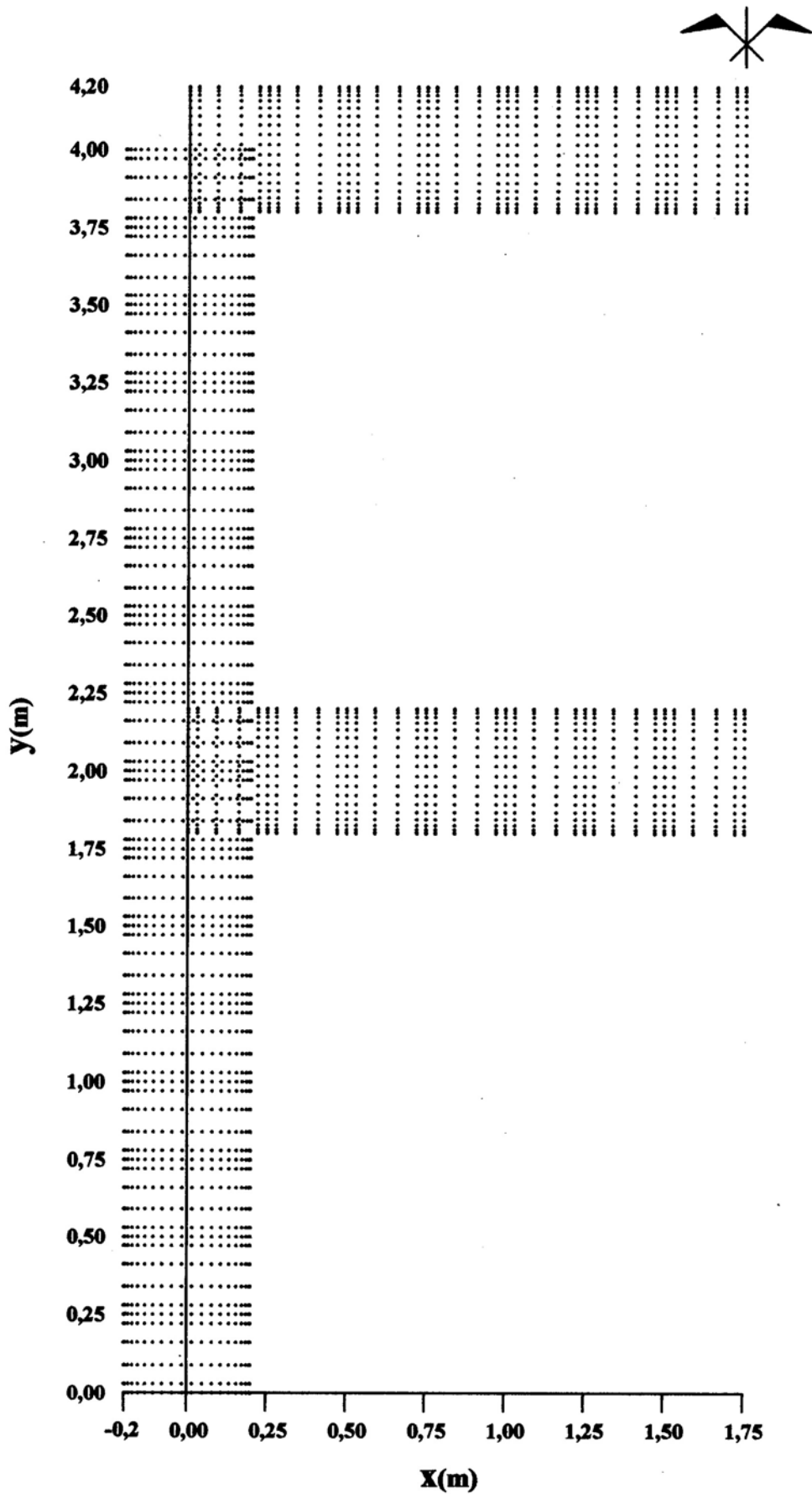


Figura 6.47 – Modelo de La Boderie: malha dos pontos de Gauss, pórtico de Vecchio & Emara

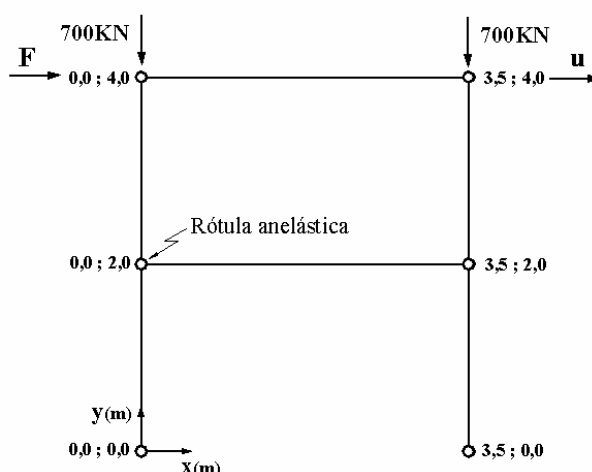


Figura 6.48 – Modelo proposto: discretização do pórtico de Vecchio & Emara

Na figura 6.49 apresenta-se a curva experimental e as curvas numéricas força aplicada versus o deslocamento medido considerando-se que as vinculações dos pilares são articulações perfeitas. Observa-se que ambos os modelos de dano apresentam respostas similares, evidenciando claramente que esta modelagem para as vinculações dos pilares é inadequada, pois fornece respostas extremamente flexíveis.

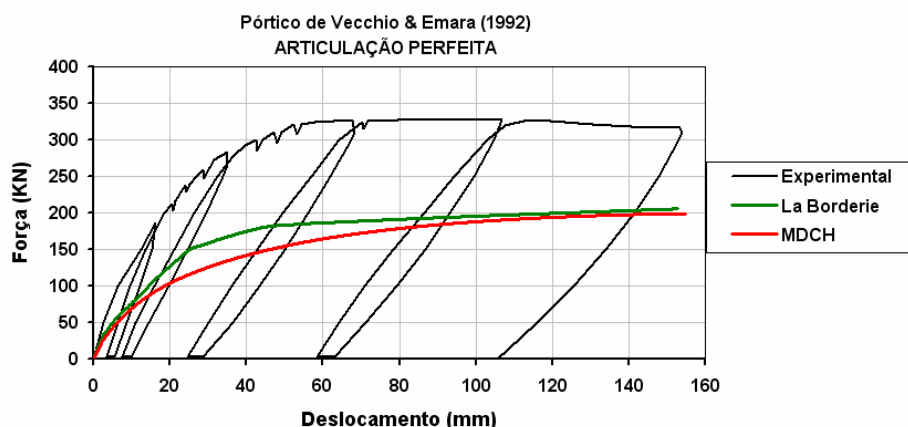


Figura 6.49 – Curva força/deslocamento, articulação perfeita, pórtico de Vecchio & Emara

Na figura 6.50 mostra-se a curva experimental e as curvas numéricas força aplicada versus o deslocamento medido considerando-se que as vinculações dos pilares são engastes perfeitos. Observa-se que o modelo de La Borderie fornece uma resposta inicialmente muito rígida, porém, após a ocorrência da plastificação das armaduras sua resposta numérica se aproxima da resposta experimental. Além disso, os deslocamentos residuais são superiores aos valores experimentais. Na fase inicial de carregamento o

modelo proposto fornece uma resposta mais próxima dos valores experimentais do que o modelo de La Borderie, os laços de histerese são reproduzidos de forma adequada até a realização do terceiro ciclo de descarregamento.

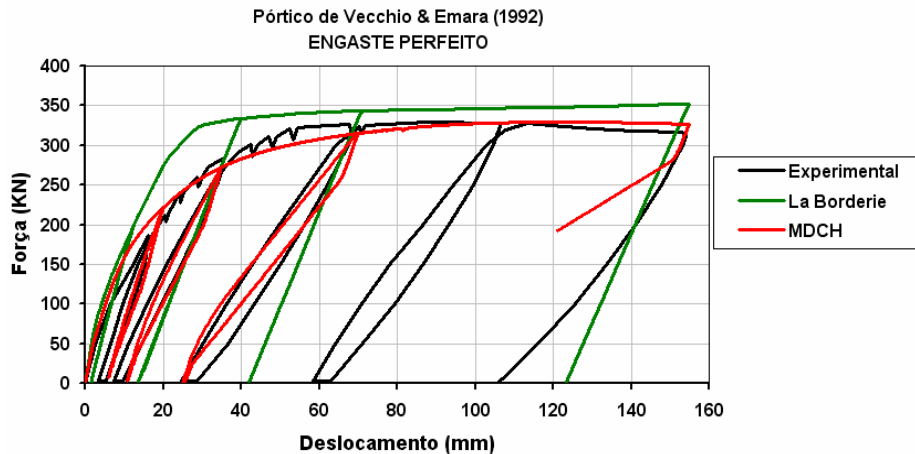


Figura 6.50 – Curva força/deslocamento, engaste perfeito, pórtico de Vecchio & Emara

Este é um exemplo que ilustra uma das limitações do modelo proposto, uma vez que após a realização do terceiro ciclo de carga o modelo não consegue mais reproduzir de forma adequada os deslocamentos residuais como pode ser observado na figura 6.50. Isso ocorre porque no caso desta estrutura os pilares são carregados além do ponto de máximo (M_u, ϕ_{pu}) dos seus diagramas de momento, de forma que estes diagramas passam a apresentar um ramo de amolecimento “softening” no qual o modelo não é capaz de reproduzir de forma adequado a evolução da rotação plástica.

Na figura 6.51 apresenta-se o digrama da parcela de momento dano-plastificado (M_{dp}) na base do pilar versus o deslocamento total do pórtico. Pode-se observar que o momento último foi obtido para um deslocamento total de aproximadamente 80mm. A partir deste nível de deslocamento o modelo passa a reproduzir o amolecimento do pilar.

Na figura 6.52 ilustra-se o diagrama da rotação plástica (ϕ_p) na base do pilar versus o deslocamento total do pórtico. Observa-se que a rotação plástica última (ϕ_{pu}) foi obtida para um deslocamento total de aproximadamente 80mm. A partir deste nível de deslocamento a curva da rotação plástica se torna menos íngreme gerando uma rotação plástica subestimada que é responsável pela má qualidade da resposta global do pórtico na fase de descarregamento.

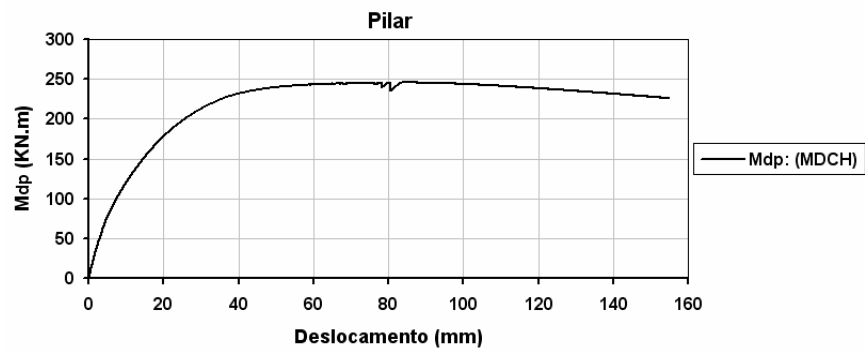


Figura 6.51 – Curva M_{dp} /deslocamento total, pilar do pórtico de Vecchio & Emara

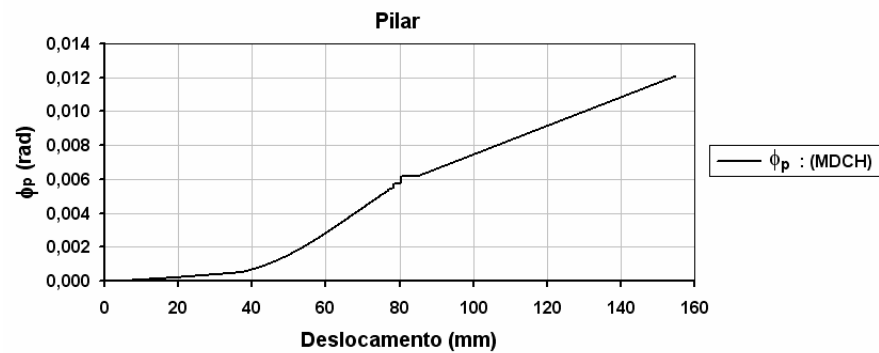


Figura 6.52 – Curva ϕ_p /deslocamento total, pilar do pórtico de Vecchio & Emara

Na figura 6.53 tem-se o diagrama dano (d) na base do pilar versus o deslocamento total do pórtico. Pode-se observar que a partir do nível de deslocamento total de aproximadamente 80mm a curva do dano se torna mais íngreme. Provavelmente o modelo gera este excesso de danificação para compensar a insuficiência de plastificação e assim é possível a reprodução de uma boa envoltória de deslocamento na fase de carregamento.

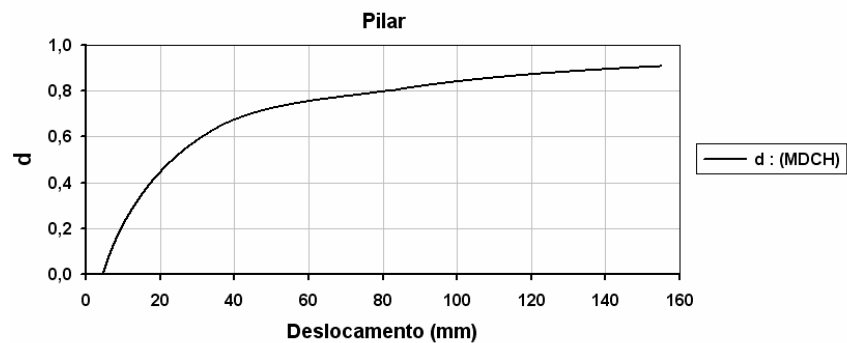


Figura 6.53 – Curva d /deslocamento total, pilar do pórtico de Vecchio & Emara

Na figura 6.54 ilustra-se o panorama de danificação do pórtico para o nível máximo de força horizontal aplicada, uma vez que se considerem as vinculações dos pilares como articulações perfeitas. Na figura 6.54(a) apresenta-se o dano de tração e na figura 6.54(b) mostra-se o dano de compressão. Observa-se uma intensa danificação nas extremidades das vigas e dos pilares.

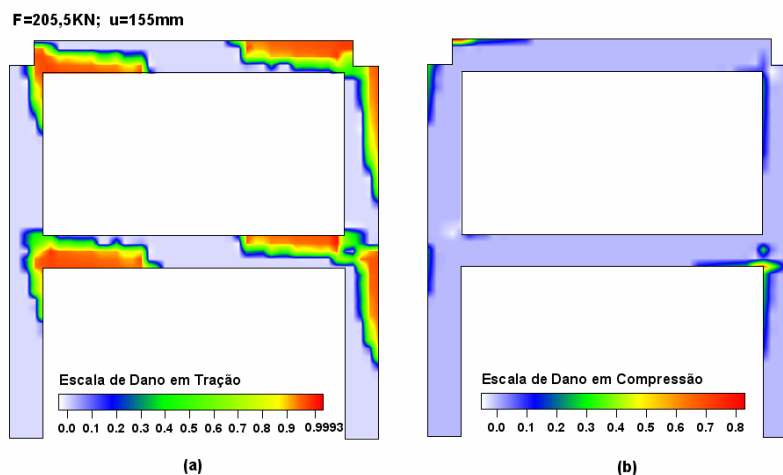


Figura 6.54 – Pórtico de Vecchio & Emara, articulado: (a) dano em tração, (b) dano em compressão

Na figura 6.55 ilustra-se o panorama de danificação do pórtico para a força horizontal de 100kN, uma vez que se considerem as vinculações dos pilares como engastes perfeitos. Para este nível de sollicitação não houve danificação em compressão.



Figura 6.55 – Pórtico de Vecchio & Emara, engatado F=100kN, dano em tração

Nas figuras 6.56 a 6.58 apresentam-se os panoramas de danificação para três diferentes níveis da força horizontal, uma vez que se considerem as vinculações dos pilares como engastes perfeitos.

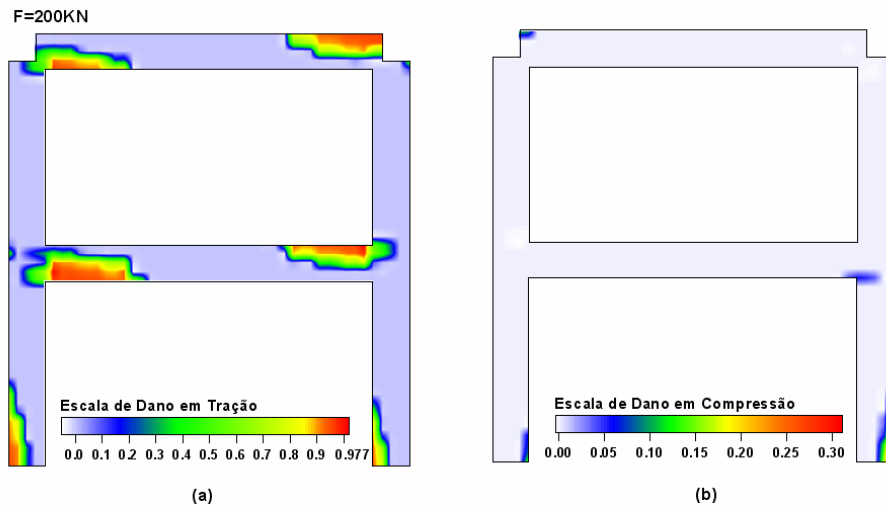


Figura 6.56 – Pórtico de Vecchio & Emara, engatado F=200KN: (a) dano em tração, (b) dano em compressão

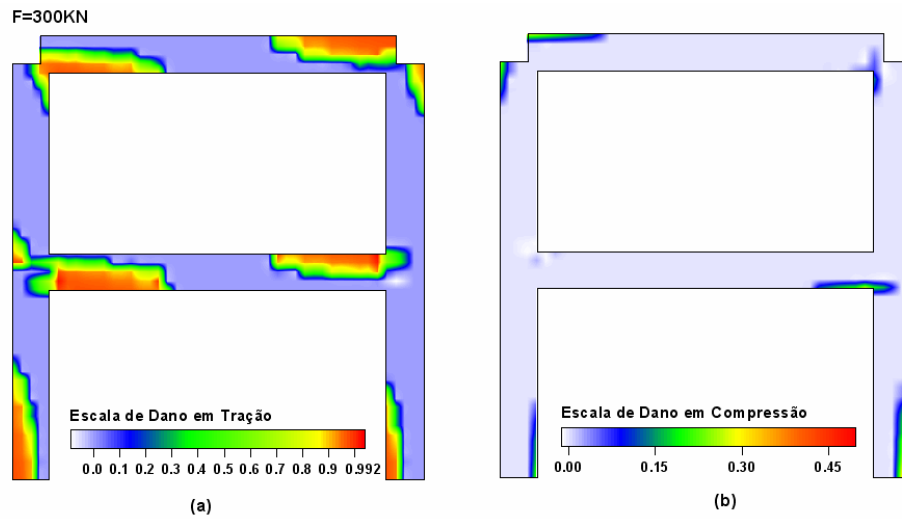


Figura 6.57 – Pórtico de Vecchio & Emara, engatado F=300KN: (a) dano em tração, (b) dano em compressão

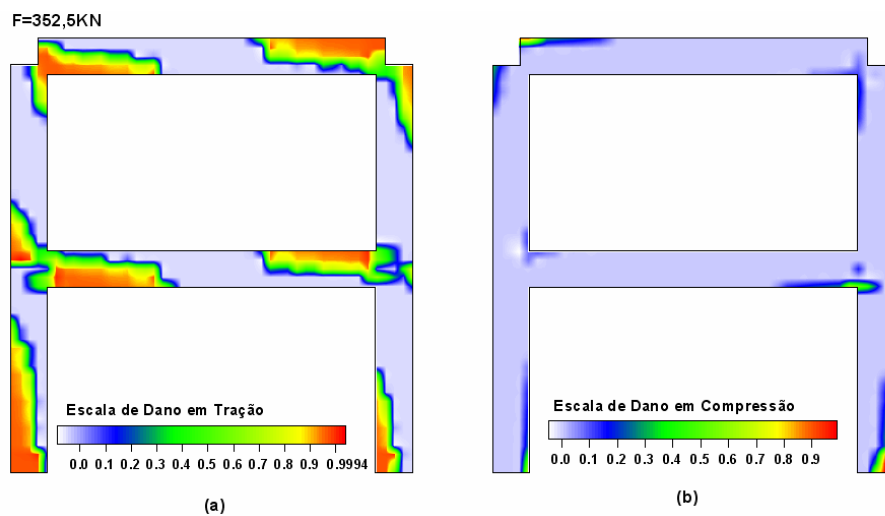


Figura 6.58 – Pórtico de Vecchio & Emara, engatado F=352,5KN: (a) dano em tração, (b) dano em compressão

6.2.6 Pórtico de ALVA (2004)

Visando constatar a eficiência do modelo proposto em reproduzir o comportamento de uma estrutura submetida a carregamento com inversão no sinal, apresentam-se os resultados da análise experimental e das análises numéricas realizadas sobre o pórtico ensaiado por ALVA (2004). Na figura 6.59 ilustram-se os dados geométricos e a distribuição das armaduras, a estrutura consiste em um nó de pórtico de ligação viga pilar de extremidade.

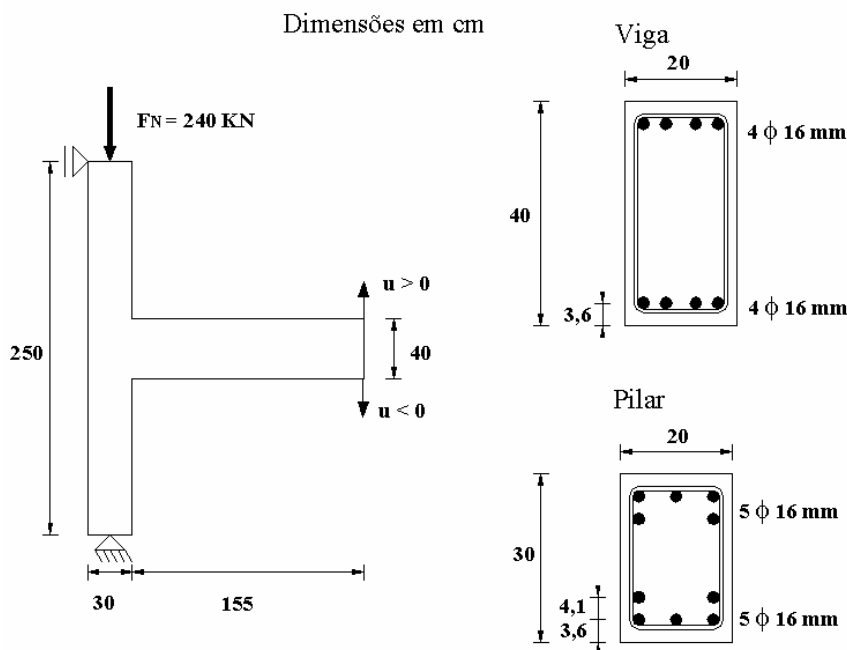


Figura 6.59 – Dados geométricos do pórtico de ALVA(2004)

Neste experimento o procedimento geral de carregamento consistiu na aplicação de uma força axial constante no pilar, $F_N = 240 \text{ kN}$, para simular ações gravitacionais, e de uma força variável da extremidade da viga, visando simular ações cíclicas em edifícios de múltiplos andares, ALVA (2004). Estes carregamentos constam de picos mínimos/máximos de: $\mp 10 \text{ kN}$; $\mp 20 \text{ kN}$; $\mp 30 \text{ kN}$; $\mp 40 \text{ kN}$; $\mp 50 \text{ kN}$; $\mp 60 \text{ kN}$ (as forças negativas são aplicadas primeiro), totalizando seis ciclos, a convenção adotada para o sinal tanto da força aplicada quanto dos deslocamentos medidos na extremidade da viga está indicada na figura 6.59.

Na tabela 6.13 indicam-se as propriedades dos materiais que constituem o pórtico. Na tabela 6.14 apresentam-se os parâmetros para a calibração do modelo de La Borderie, são utilizados parâmetros médios. Na tabela 6.15 tem-se os parâmetros para a

calibração do modelo proposto, os quais foram calibrados baseando-se nos parâmetros experimentais apresentados por ALVA (2004).

Tabela 6.13 – Propriedades dos materiais: pórtico de Alva

Concreto	Aço
$E_c = 28.315 \text{ MPa}$	$E_s = 213.000 \text{ MPa}$
$f_c = 23,89 \text{ MPa}$	$f_y = 594 \text{ MPa}$
$f_t^{(\text{diam.})} = 1,95 \text{ MPa}$	$E_{ST} = 4.260 \text{ MPa}$

Tabela 6.14 – Parâmetros do modelo de La Borderie: pórtico de Alva

$\beta_1 = 0,8 \text{ MPa}$	$y_{02} = 1 \times 10^{-3} \text{ MPa}$	$B_1 = 0,85$
$\beta_2 = -10 \text{ MPa}$	$A_1 = 8,0 \times 10^3 \text{ MPa}^{-1}$	$B_2 = 0,7705$
$y_{01} = 1,0 \times 10^{-4} \text{ MPa}$	$A_2 = 6,8 \text{ MPa}^{-1}$	$\sigma_f = 2,6 \text{ MPa}$

Tabela 6.15 – Parâmetros do modelo proposto: pórtico de Alva

Pilar / $M^+ = M^- = M$		
$M_{cr} = 17,5 \text{ KN.m}$	$\gamma = 5$	$X_\infty = 14,5 \text{ KN.m}$
$M_p = 117,9 \text{ KN.m}$	$\phi_{pp} = 1,0 \times 10^{-3} \text{ rad}$	$b = 7.000 \text{ KN.m}$
$M_u = 130,5 \text{ KN.m}$	$\phi_{pu} = 4,00 \times 10^{-3} \text{ rad}$	$M_k = 0,145 \text{ KN.m}$
Viga/ $M^+ = M^- = M$		
$M_{cr} = 11,7 \text{ KN.m}$	$\gamma^+ = 9 / \gamma^- = 10$	$X_\infty = 18,6 \text{ KN.m}$
$M_p = 139,5 \text{ KN.m}$	$\phi_{pp} = 3,5 \times 10^{-3} \text{ rad}$	$b = 7.000 \text{ KN.m}$
$M_u = 167,4 \text{ KN.m}$	$\phi_{pu} = 11,0 \times 10^{-3} \text{ rad}$	$M_k = 0,186 \text{ KN.m}$

No caso da utilização do modelo de La Borderie o pórtico foi discretizado em 17 elementos finitos como apresentado na figura 6.60. Cada elemento finito foi integrado com 6 pontos de Gauss-Lobatto ao longo do comprimento. Para a integração ao longo da seção transversal são considerados 20 pontos de Gauss-Lobatto. As armaduras da viga e do pilar são consideradas como apresentado na figura 6.61. Na figura 6.62 ilustra-se o conjunto dos pontos de Gauss também empregados na construção dos panoramas de danificação do pórtico.

No caso da utilização do modelo proposto o pórtico foi discretizado em três elementos finitos com a consideração de uma rótula anelástica, como indicado na figura 6.63.

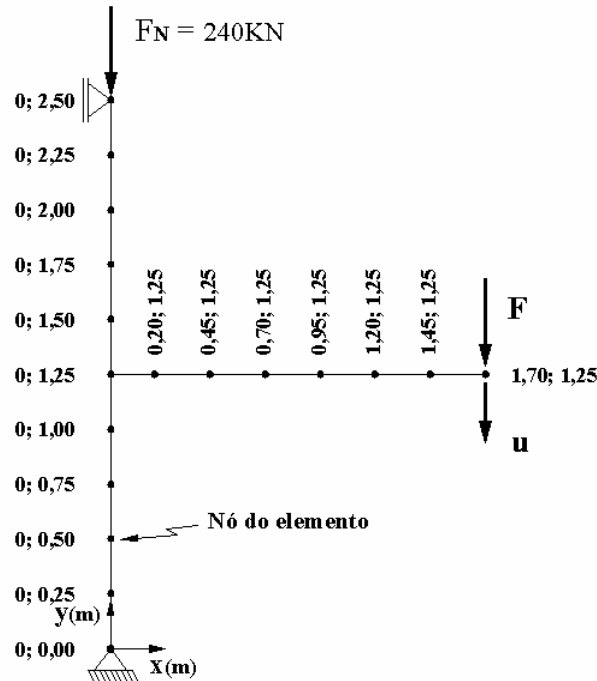


Figura 6.60 – Modelo de La Borderie: discretização do pórtico de Alva

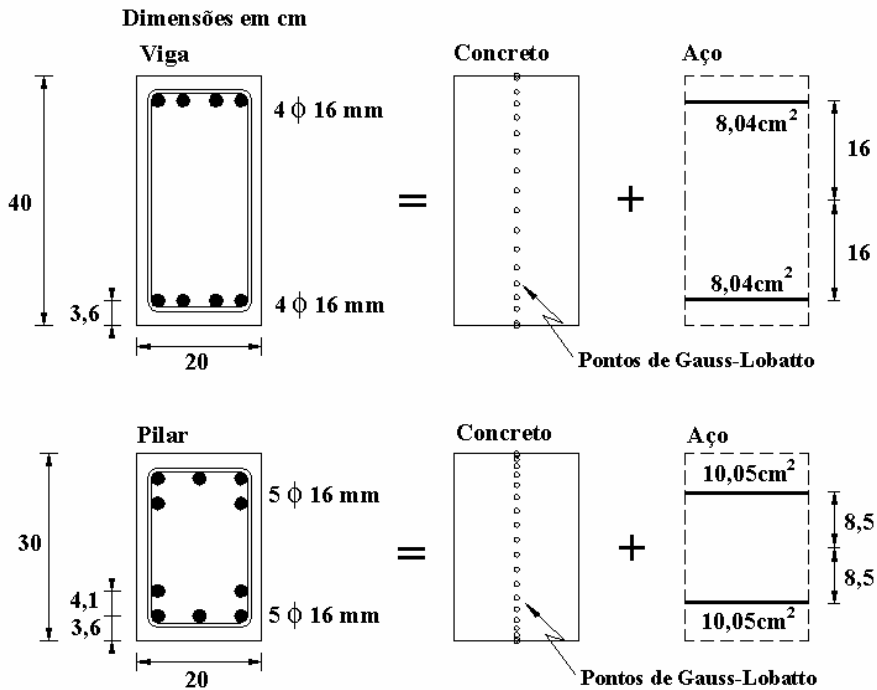


Figura 6.61 – Modelo de La Boderie, discretização das seções do pórtico de Alva

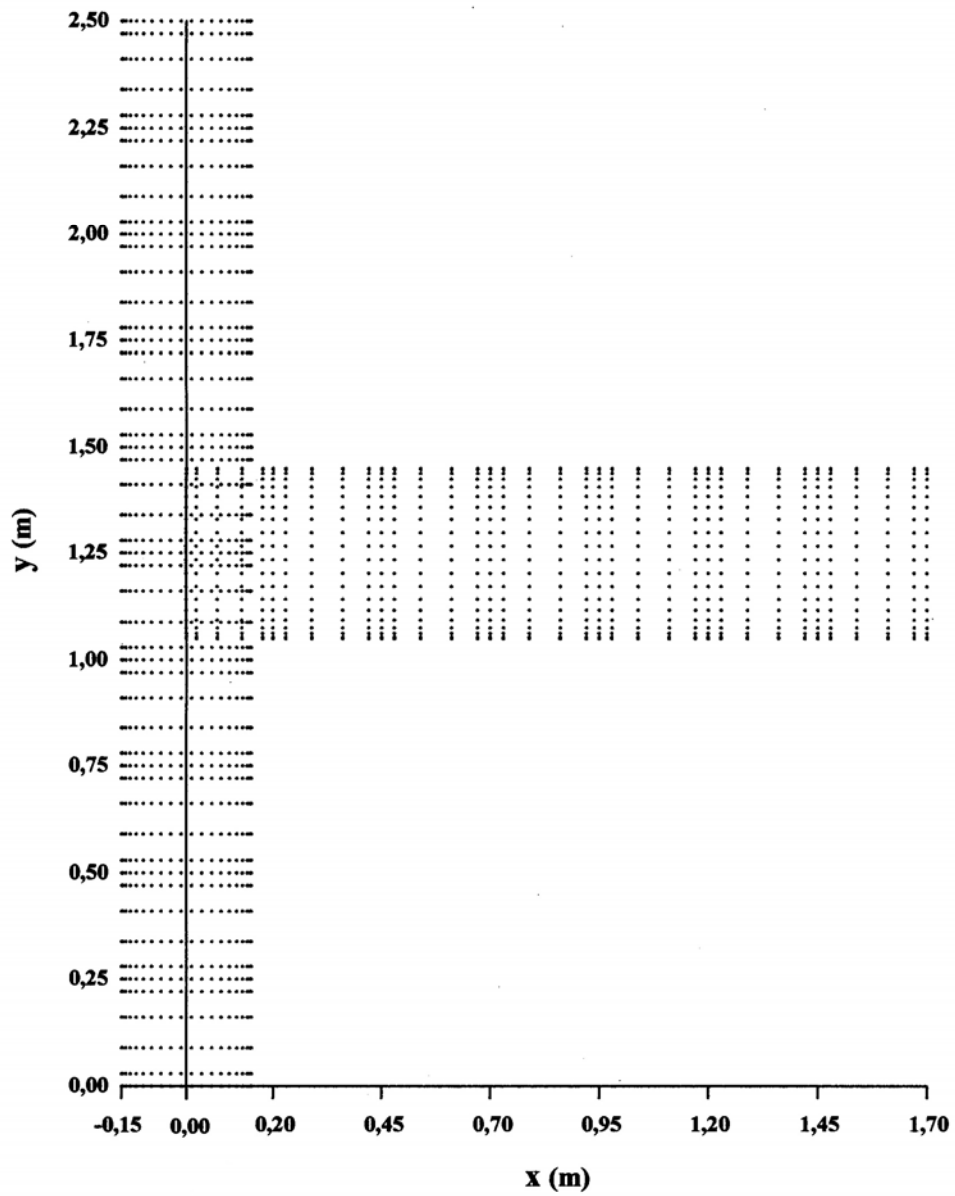


Figura 6.62 – Modelo de La Boderie: malha dos pontos de Gauss, pórtico de Alva

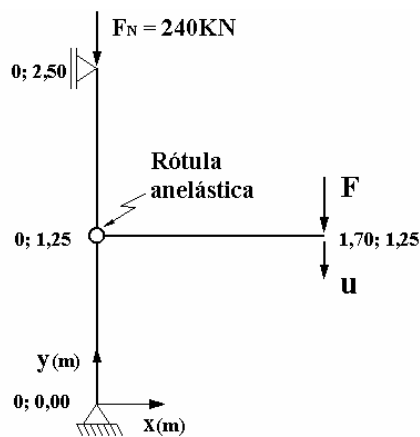


Figura 6.63 – Modelo proposto: discretização do pórtico de Alva

A figura 6.64 mostra a curva experimental força versus o deslocamento na extremidade da viga para o pórtico ensaiado por ALVA (2004).

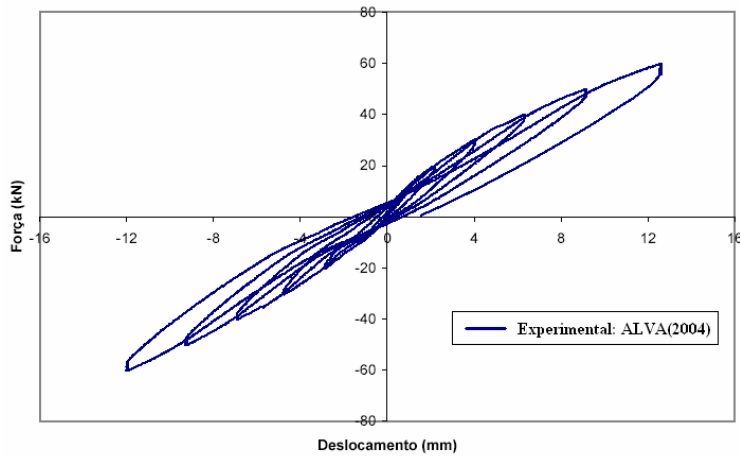


Figura 6.64 – Curva força/deslocamento na extremidade da viga, experimental, ALVA(2004)

Na figura 6.65 ilustra-se a resposta numérica obtida a partir da utilização do modelo de La Borderie. Observa-se que o modelo fornece uma resposta satisfatória, porém apesar de ser capaz de reproduzir as deformações plásticas associadas ao concreto a resposta numérica subestima o deslocamento residual verificado experimentalmente. Observa-se também que a trajetória de descarregamento é descrita segundo uma linha praticamente reta, o que se distancia um pouco da verificação experimental.

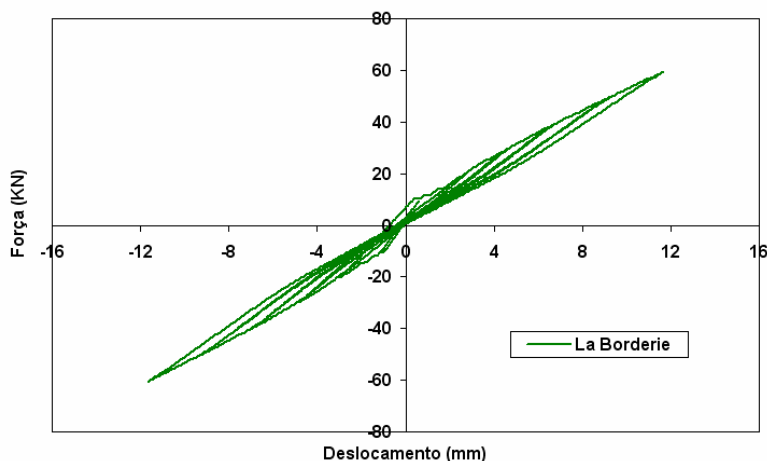


Figura 6.65 – Curva força/deslocamento na extremidade da viga do pórtico de Alva, modelo de La Borderie

A figura 6.65 apresenta a resposta numérica obtida a partir da utilização do modelo proposto. Observa-se que o comportamento da estrutura é reproduzido de forma satisfatória e o modelo permite uma boa reprodução dos deslocamentos residuais associados ao comportamento plástico do concreto danificado.

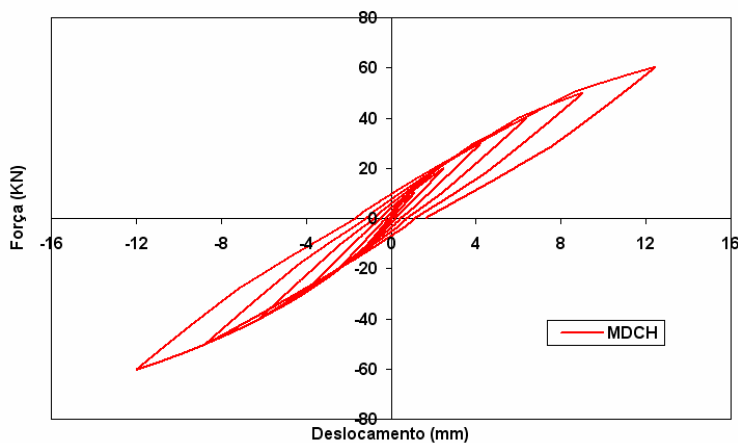


Figura 6.66 – Curva força/deslocamento na extremidade da viga do pórtico de Alva, modelo proposto

Na figura 6.67 apresentam-se as envoltórias da resposta experimental e das respostas numéricas. Observa-se que nas etapas de carregamento ambos os modelos fornecem respostas satisfatórias, porém nas etapas de descarregamento o modelo proposto se aproxima um pouco mais do resultado experimental do que o modelo de La Borderie.

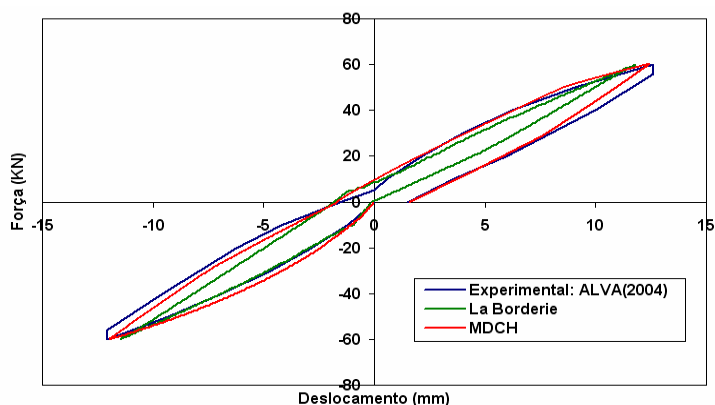


Figura 6.67 – Curva força/deslocamento na extremidade da viga do pórtico de Alva, envoltória

Nas figuras 6.68 a 6.72 ilustram-se os panoramas de danificação da estrutura para os diversos ciclos de carga. Observa-se que o modelo de La Borderie fornece uma intensa danificação da viga.

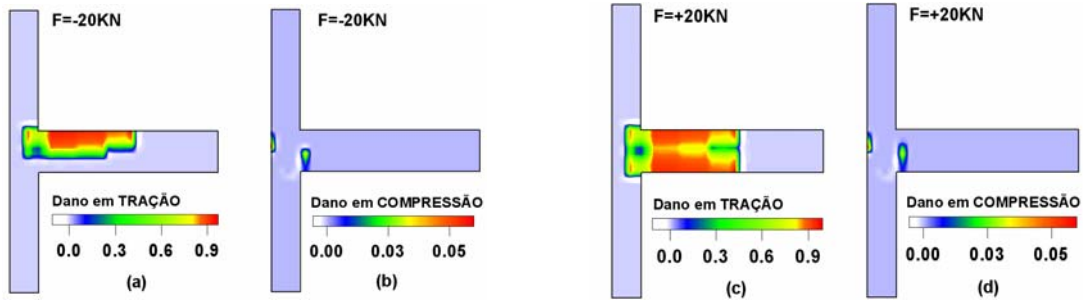


Figura 6.68 - Pórtico de Alva: (a) $F=-20\text{KN}$, d_1 ; (b) $F=-20\text{KN}$, d_2 ; (c) $F=+20\text{KN}$, d_1 ; (d) $F=+20\text{KN}$, d_2

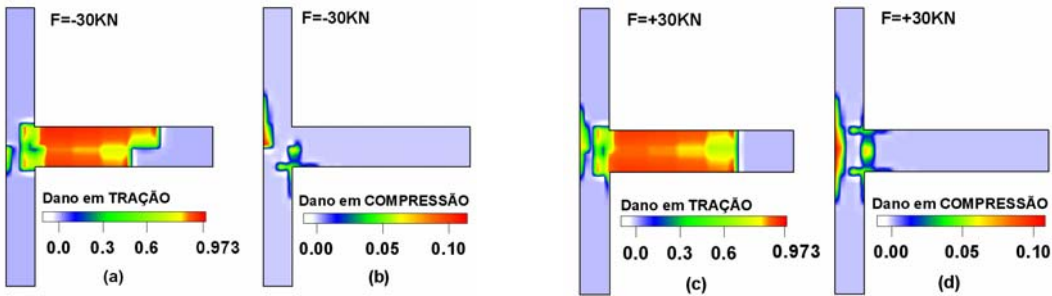


Figura 6.69 - Pórtico de Alva: (a) $F=-30\text{KN}$, d_1 ; (b) $F=-30\text{KN}$, d_2 ; (c) $F=+30\text{KN}$, d_1 ; (d) $F=+30\text{KN}$, d_2

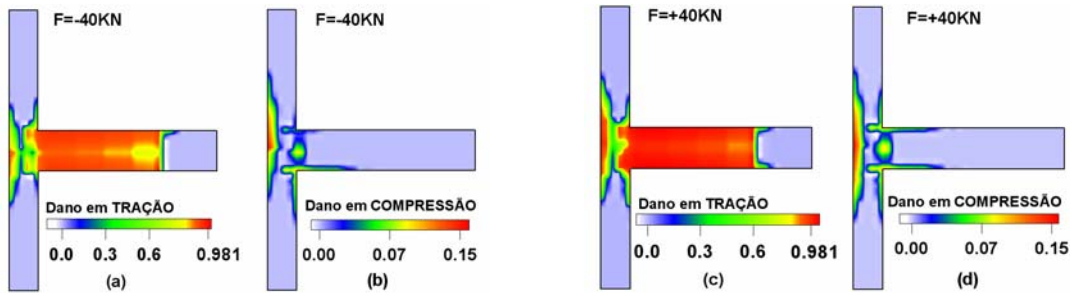


Figura 6.70 - Pórtico de Alva: (a) $F=-40\text{KN}$, d_1 ; (b) $F=-40\text{KN}$, d_2 ; (c) $F=+40\text{KN}$, d_1 ; (d) $F=+40\text{KN}$, d_2

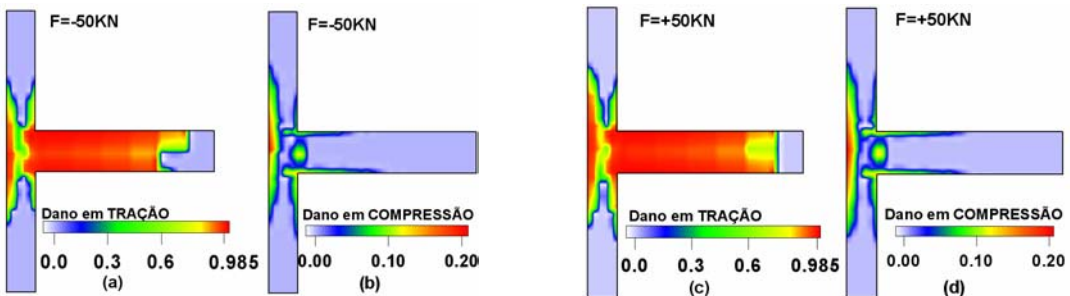


Figura 6.71 - Pórtico de Alva: (a) $F=-50\text{KN}$, d_1 ; (b) $F=-50\text{KN}$, d_2 ; (c) $F=+50\text{KN}$, d_1 ; (d) $F=+50\text{KN}$, d_2

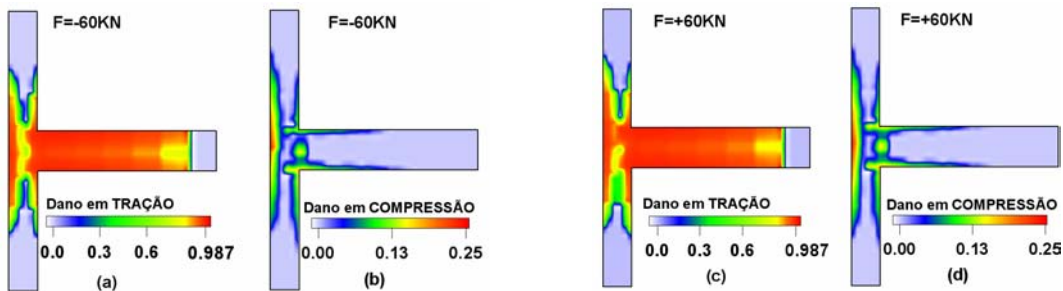


Figura 6.72 - Pórtico de Alva: (a) $F=-60\text{KN}$, d_1 ; (b) $F=-60\text{KN}$, d_2 ; (c) $F=+60\text{KN}$, d_1 ; (d) $F=+60\text{KN}$, d_2

As figuras a seguir mostram as fotos do pórtico ensaiado por ALVA (2004). Destaca-se o posicionamento e o tamanho das fissuras obtidas em cada um dos ciclos de carga. As fissuras destacadas em preto foram obtidas para os deslocamentos negativos, ver figura 6.59, enquanto que as fissuras destacadas em vermelho foram obtidas para os deslocamentos positivos. Os números escritos ao lado das fissuras correspondem às respectivas forças que as causaram. Todas as fotos foram fornecidas como cortesia por Gerson Moacyr Sisniegas Alva autor do trabalho referenciado como ALVA (2004).



Figura 6.73 – Pórtico ensaiado por ALVA(2004)

É interessante observar que coerentemente com o resultado experimental o modelo de La Borderie só forneceu danificação a partir da aplicação de ciclo 2 de carga, $F = \mp 20\text{KN}$. A microfissuração fornecida pelo modelo de La Borderie é bem mais distribuída ao longo da estrutura do que as fissuras visíveis. O modelo também forneceu uma intensa danificação no pilar, enquanto que experimentalmente as fissuras visíveis no pilar ficaram concentradas na região de ligação com a viga.

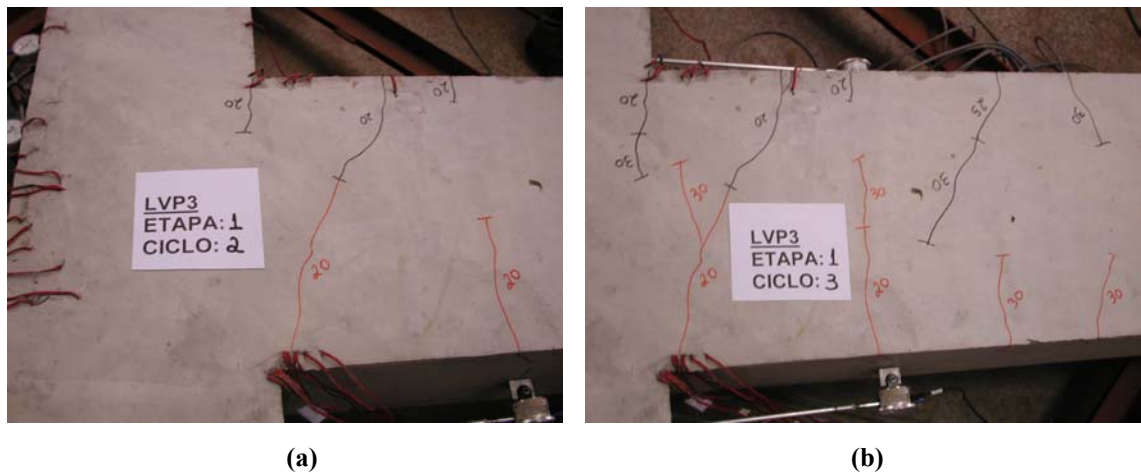


Figura 6.74 – Detalhe das fissuras do pórtico de Alva: (a) $F = \mp 20\text{KN}$, (b) $F = \mp 30\text{KN}$

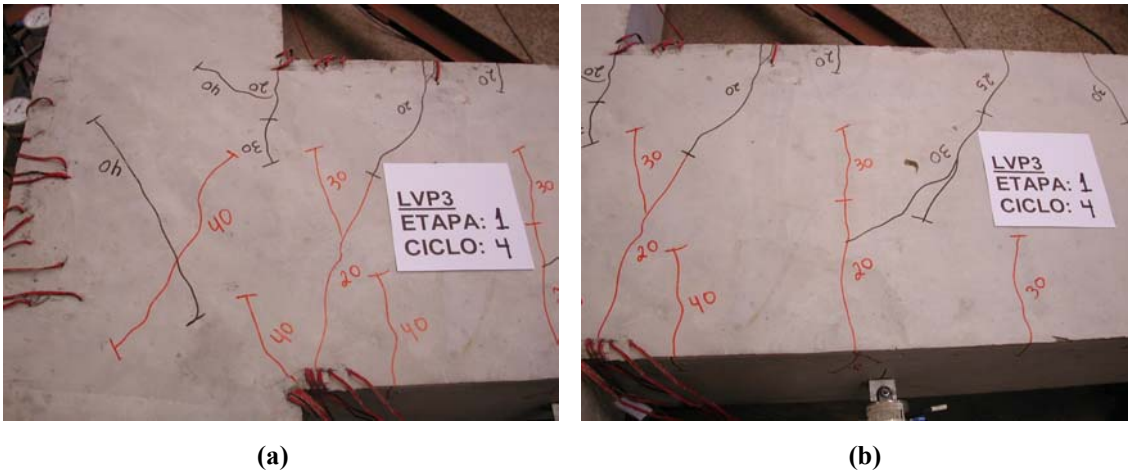


Figura 6.75 – Detalhe das fissuras do pórtico de Alva, $F = \mp 40\text{KN}$: (a) nó, (b) viga

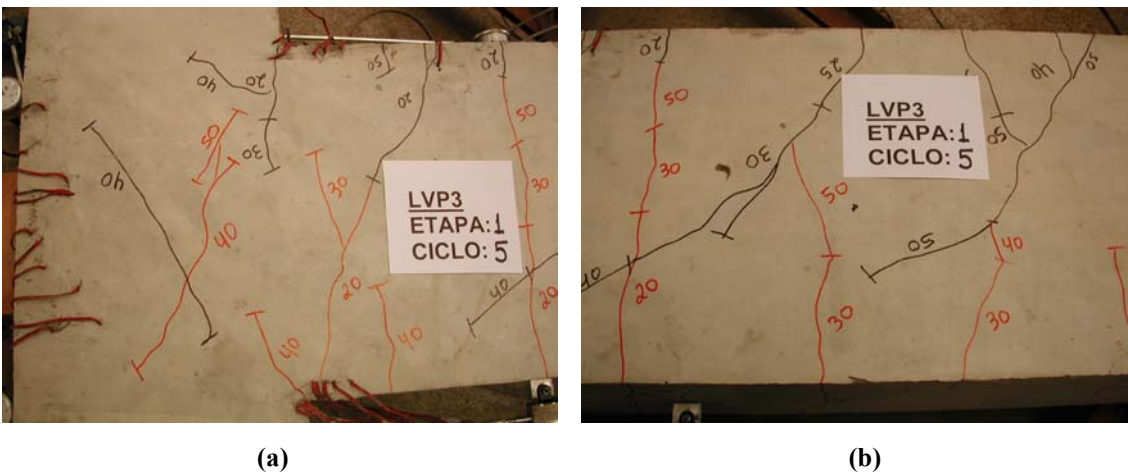


Figura 6.76 – Detalhe das fissuras do pórtico de Alva, $F = \mp 50\text{KN}$: (a) nó, (b) viga

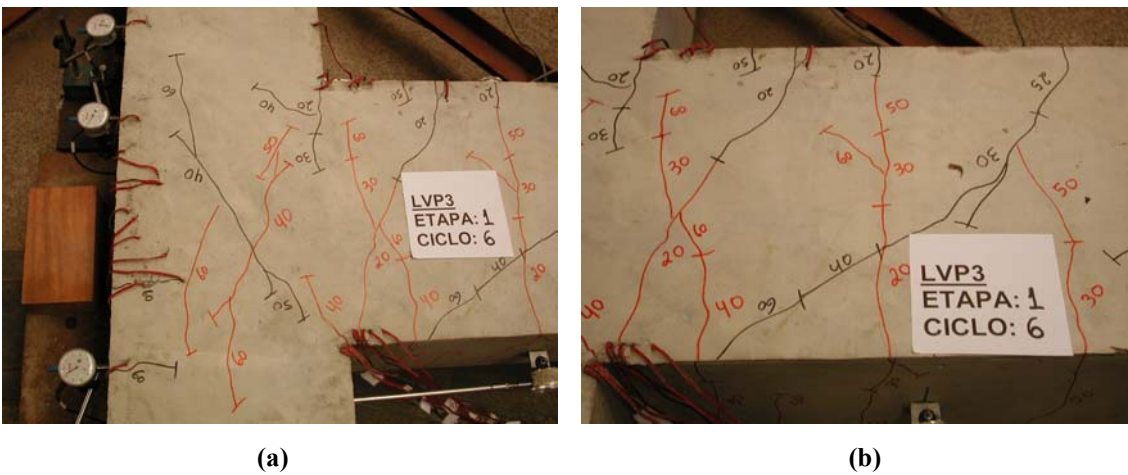


Figura 6.77 – Detalhe das fissuras do pórtico de Alva, $F = \mp 60\text{KN}$: (a) nó, (b) viga

6.2.7 Pórtico de GULKAN & SOZEN (1974)

Na figura 6.78 indicam-se os dados geométricos e a distribuição das armaduras para o pórtico apresentado por GULKAN & SOZEN (1974). Trata-se de um pórtico de concreto armado de um único andar com viga e pilares de seções retangulares. As ligações dos pilares com a viga de base constituem engastes rígidos. A solicitação consiste em uma força aplicada lateralmente na altura do eixo da viga, sendo medido o deslocamento horizontal correspondente na outra extremidade desta viga.

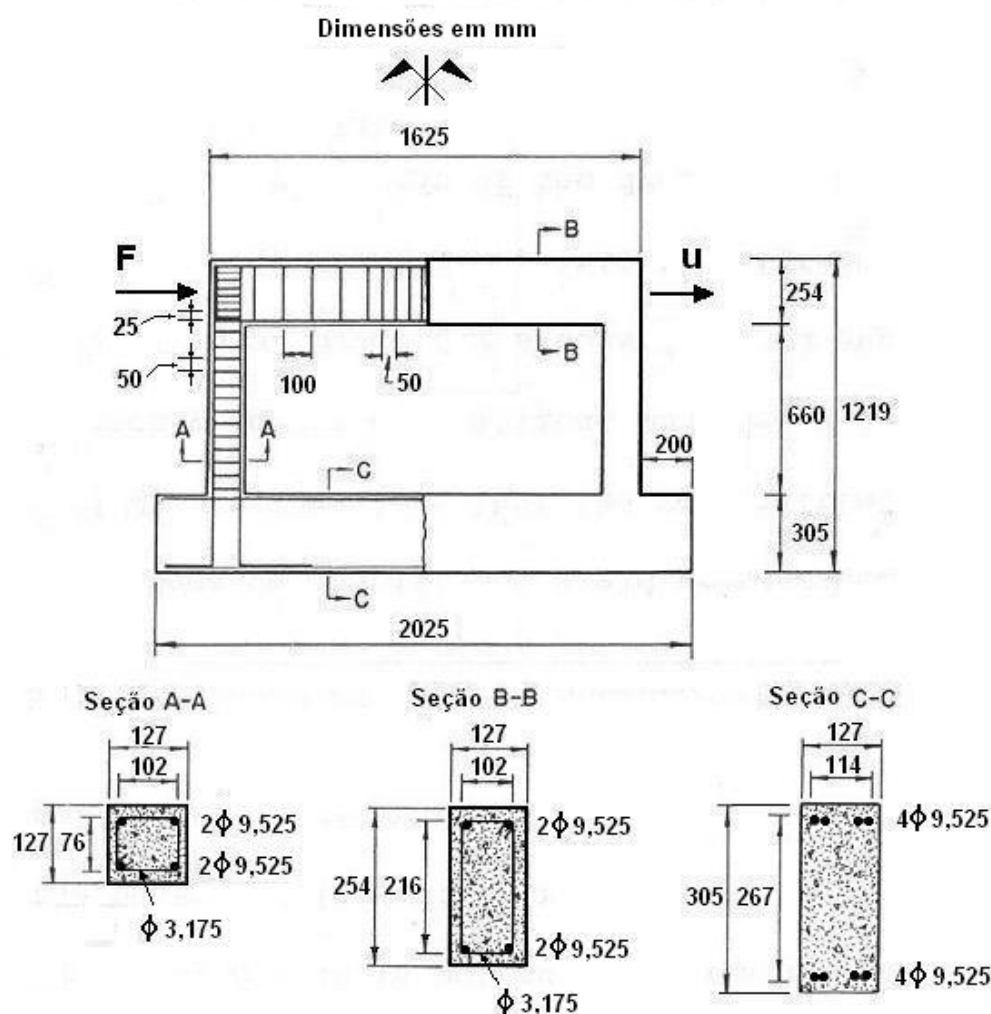


Figura 6.78 – Dados geométricos do pórtico de GULKAN & SOZEN (1974)

Na tabela 6.16 indicam-se as propriedades dos materiais que constituem o pórtico. Na tabela 6.17 apresentam-se os parâmetros para a calibração do modelo de La Borderie, são utilizados parâmetros médios. Na tabela 6.18 tem-se os parâmetros para a calibração do modelo proposto, os quais foram estimados baseando-se nos procedimentos apresentados no capítulo 5.

Tabela 6.16 – Propriedades dos materiais: pórtico de Gulkan & Sozen

Concreto	Aço
$E_c = 22.000 \text{ MPa}$	$E_s = 200.000 \text{ MPa}$
$f_c = 32 \text{ MPa}$	$f_y = 400 \text{ MPa}$
$f_t = 2,8 \text{ MPa}$	$E_{sT} = 5.000 \text{ MPa}$

Tabela 6.17 – Parâmetros do modelo de La Borderie: pórtico de Gulkan & Sozen

$\beta_1 = 1,0 \text{ MPa}$	$y_{02} = 5 \times 10^{-3} \text{ MPa}$	$B_1 = 0,98$
$\beta_2 = -10 \text{ MPa}$	$A_1 = 3,5 \times 10^3 \text{ MPa}^{-1}$	$B_2 = 0,7705$
$y_{01} = 2,05 \times 10^{-4} \text{ MPa}$	$A_2 = 6,8 \text{ MPa}^{-1}$	$\sigma_f = 2,6 \text{ MPa}$

Tabela 6.18 – Parâmetros do modelo proposto: pórtico de Gulkan & Sozen

Pilares / $M^+ = M^- = M$		
$M_{cr} = 1,38 \text{ KN.m}$	$\gamma = 4$	$X_\infty = 0,752 \text{ KN.m}$
$M_p = 5,00 \text{ KN.m}$	$\phi_{pp} = 3 \times 10^{-3} \text{ rad}$	$b = 1.200 \text{ KN.m}$
$M_u = 6,77 \text{ KN.m}$	$\phi_{pu} = 14 \times 10^{-3} \text{ rad}$	$M_k = 0,00752 \text{ KN.m}$
Viga/ $M^+ = M^- = M$		
$M_{cr} = 5,5 \text{ KN.m}$	$\gamma = 4$	$X_\infty = 1,44 \text{ KN.m}$
$M_p = 9,7 \text{ KN.m}$	$\phi_{pp} = 4 \times 10^{-3} \text{ rad}$	$b = 2.310 \text{ KN.m}$
$M_u = 13,0 \text{ KN.m}$	$\phi_{pu} = 18 \times 10^{-3} \text{ rad}$	$M_k = 0,0144 \text{ KN.m}$

No caso da utilização do modelo de La Borderie o pórtico foi discretizado em 22 elementos finitos como apresentado na figura 6.79. Cada elemento finito foi integrado com 6 pontos de Gauss-Lobatto ao longo do comprimento. Para a integração ao longo da seção transversal são considerados 10 pontos de Gauss-Lobatto e as armaduras da viga e do pilar são consideradas como apresentado na figura 6.80. A figura 6.81 representa o conjunto de pontos de Gauss também empregados na construção dos panoramas de danificação do pórtico.

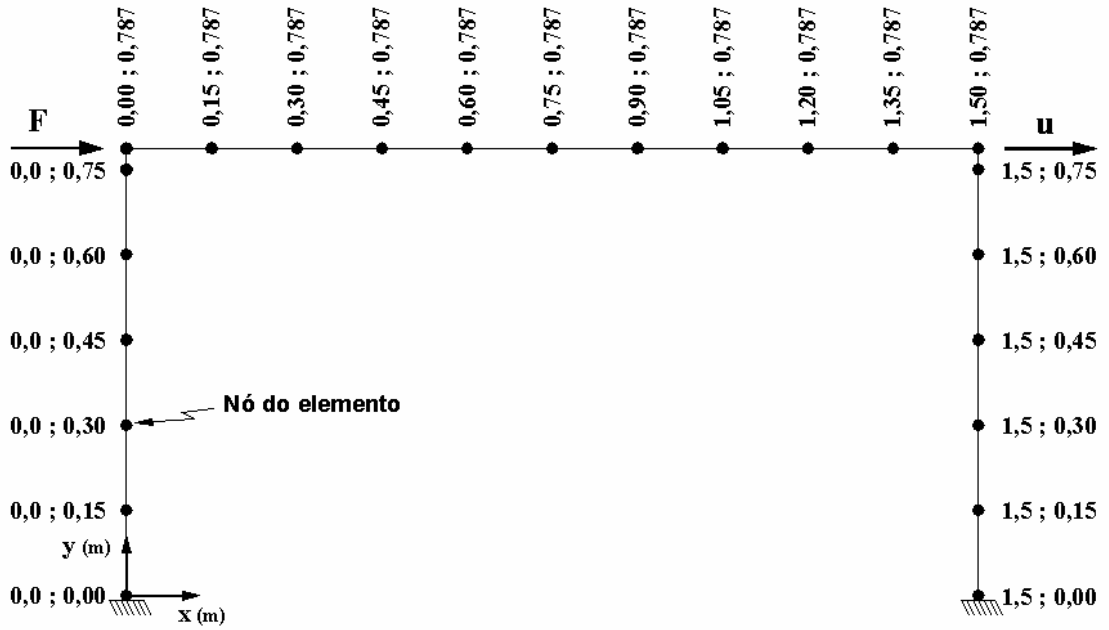


Figura 6.79 – Modelo de La Borderie: discretização do pórtico de Gulkan & Sozen

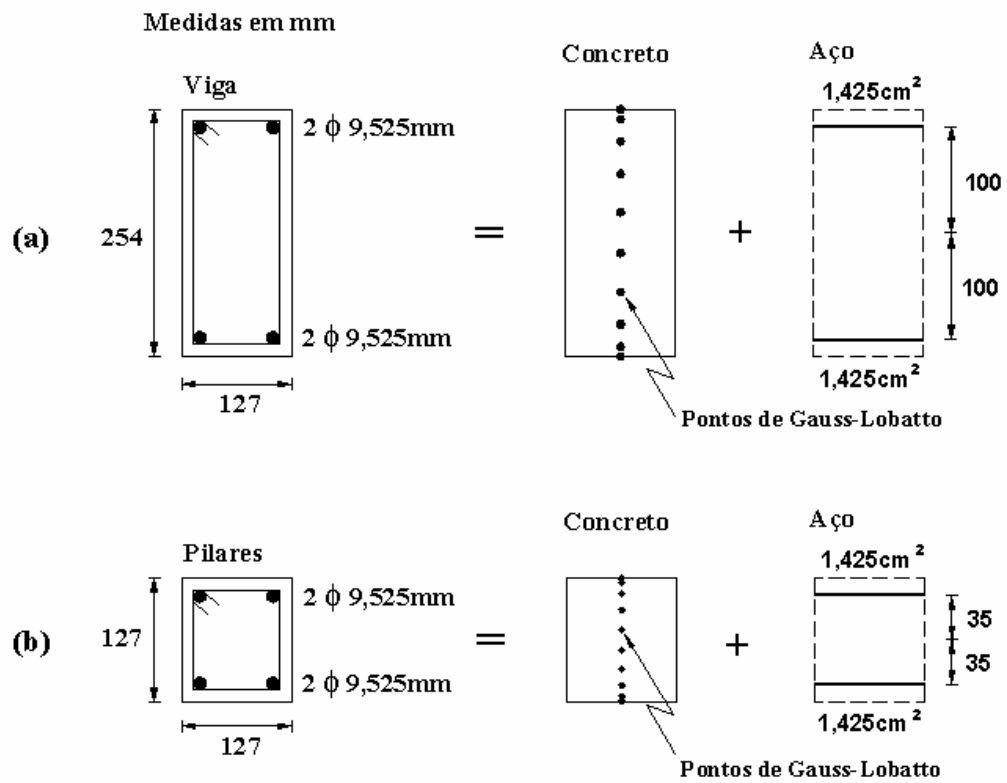


Figura 6.80 – Modelo de La Boderie, discretização das seções do pórtico de Gulkan & Sozen

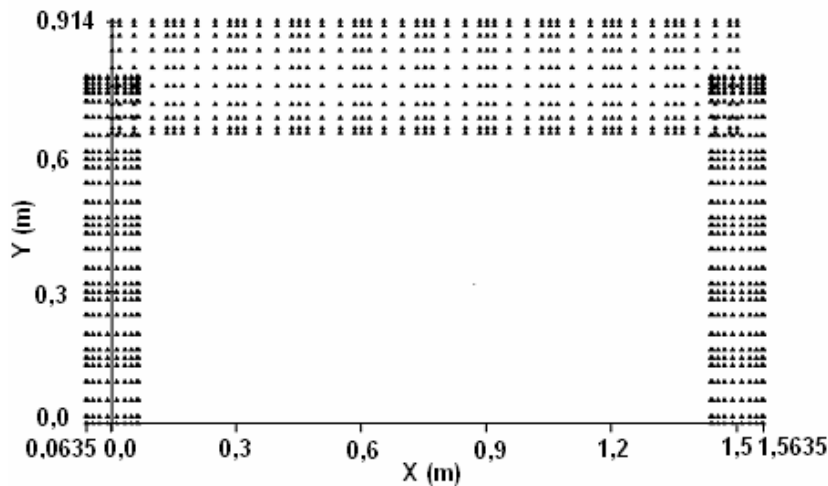


Figura 6.81 – Modelo de La Borderie: malha dos pontos de Gauss, pórtico de Gulkan & Sozen

No caso da utilização do modelo proposto o pórtico foi discretizado em três elementos finitos com a consideração de quatro rótulas anelásticas, como indicado na figura 6.82.

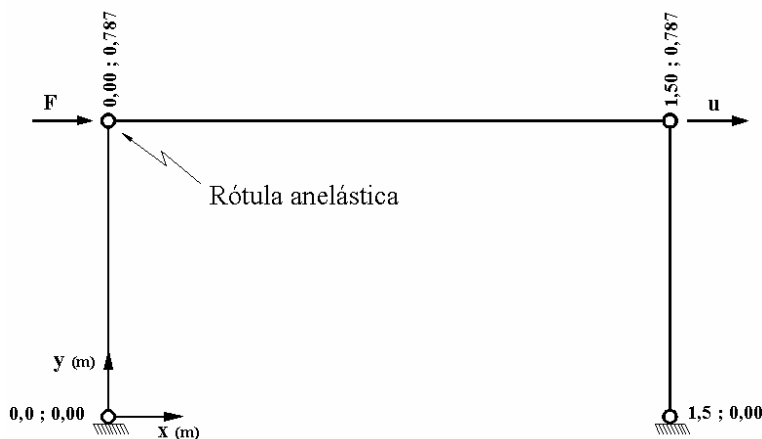


Figura 6.82 – Modelo proposto: discretização do pórtico de Gulkan & Sozen

A figura 6.83 apresenta a curva experimental e as curvas numéricas força aplicada versus o deslocamento medido, adotando-se engastes perfeitos para as vinculações dos pilares. Observa-se que o modelo de La Borderie fornece uma resposta bastante satisfatória tanto na fase da força positiva quanto na fase da força negativa. Neste exemplo fica evidente o bom funcionamento da estratégia do modelo em considerar uma fase de fechamento das fissuras antes de alcançar a restituição da rigidez inicial do concreto com a inversão no sinal do carregamento. Uma vez que após a inversão no sinal da força a curva experimental e a numérica não se distanciam muito. O modelo proposto fornece uma resposta razoável para a aplicação da força positiva.

Porém, com a inversão no sinal da força torna-se evidente a limitação do modelo em considerar a restituição íntegra da rigidez, uma vez que a curva numérica obtida se mostra bem mais rígida que a experimental.

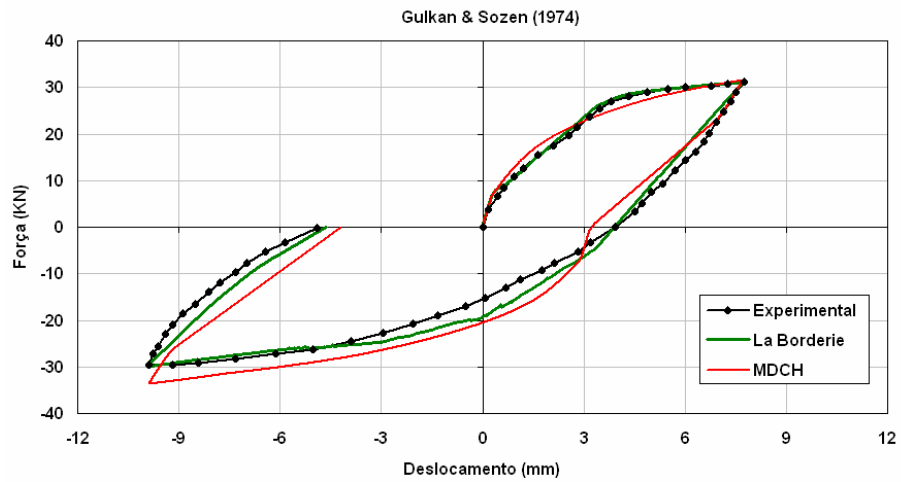


Figura 6.83 – Curvas força/deslocamento, pórtico de Gulkan & Sozen

Na figura 6.84 ilustram-se os panoramas de danificação do pórtico para o valor máximo do deslocamento positivo ($u = +7,75\text{mm}$) e na figura 6.85 é considerado o valor máximo do deslocamento negativo ($u = -9,88\text{mm}$).

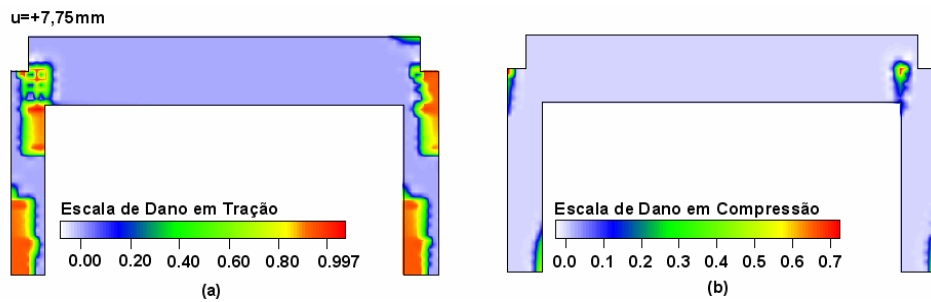


Figura 6.84 – Pórtico de Gulkan & Sozen, $u = +7,75\text{mm}$: (a) dano em tração, (b) dano em compressão

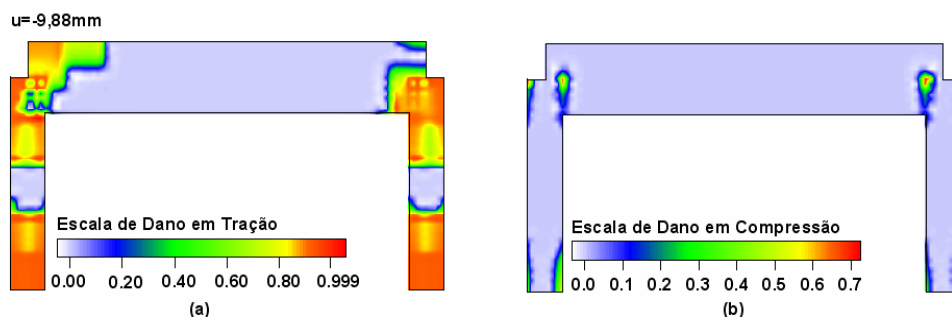


Figura 6.85 – Pórtico de Gulkan & Sozen, $u = -9,88\text{mm}$: (a) dano em tração, (b) dano em compressão

6.3 EXEMPLOS DE APLICAÇÃO: SOLICITAÇÃO DINÂMICA

Neste item apresentam-se os confrontos entre respostas experimentais disponíveis na literatura, para pórticos planos em concreto armado submetidos a solicitações dinâmicas, e as respostas numéricas obtidas por meio da utilização do modelo proposto e do modelo de LA BORDERIE (1991).

As estruturas consideradas neste estudo foram ensaiadas sobre plataformas vibratórias, aceleradas na direção horizontal com o objetivo de simular abalos sísmicos. Este tipo de solicitação é aqui simulada aplicando-se a técnica apresentada por CLOUGH & PENZIEN (1993), a qual está ilustrada no apêndice A para um sistema estrutural de um grau de liberdade.

Segundo esta técnica, para uma estrutura com número de nós igual a “no” e número de elementos igual a “ne” o vetor das forças externas é dado por:

$$F^{ext}(t) = \sum_{k=1}^{ne} f^{ext}(t)_k \tag{6.1}$$

onde, para o elemento finito “k”, ver figura 4.15, com nó inicial “i” e nó final “j”, tem-se:

$$f^{ext}(t)_k \underbrace{(3no \times 1)}_{DIMENSÃO} = -a_b(t) \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ m/2 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ m/2 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1 \\ 2 \\ 3 \\ \\ i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ \\ j_1 \\ j_2 \\ j_3 \\ \\ n_1 \text{ direção x} \\ n_2 \text{ direção y} \\ n_3 \text{ direção z} \end{array} ;$$

graus de liberdade

- $a_b(t)$ é o valor da aceleração horizontal da base em cada instante de tempo;
- $m = (\rho_c (A - A_s) + \rho_s A_s) L$;
- ρ_c, ρ_s são as massas específicas do concreto e do aço, respectivamente;
- A, A_s são a área da seção transversal e a área total de aço, respectivamente;
- L é o comprimento do elemento;
- $i_1 = 3 \cdot i - 2$; $i_2 = 3 \cdot i - 1$; $i_3 = 3 \cdot i$;
- $j_1 = 3 \cdot j - 2$; $j_2 = 3 \cdot j - 1$; $j_3 = 3 \cdot j$;
- $n_1 = 3 \cdot no - 2$; $n_2 = 3 \cdot no - 1$; $n_3 = 3 \cdot no$.

Como se sabe, nas estruturas elásticas o amortecimento decorre de processos dissipativos por atrito na vinculação. Nesse sentido a equação do movimento apresenta uma parcela dita de amortecimento viscoso. O modelo de Rayleigh, COOK et al. (1989), pressupõe que o amortecimento viscoso é proporcional às matrizes de massa e rigidez estrutural elástica:

$$\underline{C} = \lambda_m \underline{M} + \lambda_k \underline{K}_0 \quad (6.2)$$

onde:

- \underline{C} é a matriz de amortecimento viscoso de Rayleigh;
- \underline{M} é a matriz de massa da estrutura (dado o tipo de solitação considerada será adotada a matriz de massa concentrada);
- \underline{K}_0 é a matriz de rigidez elástica da estrutura;
- $\lambda_m = \frac{2\omega_1\omega_2(\xi_1\omega_2 - \xi_2\omega_1)}{(\omega_2^2 - \omega_1^2)}$;
- $\lambda_k = \frac{2(\xi_2\omega_2 - \xi_1\omega_1)}{(\omega_2^2 - \omega_1^2)}$;
- ω_1 é a primeira frequência natural da estrutura;

- ω_2 $\left\{ \begin{array}{l} \text{no caso de solicitação harmônica, é a frequência da solicitação;} \\ \text{nos demais casos, é a segunda frequência natural da estrutura;} \end{array} \right.$
- ξ_1, ξ_2 são as taxas de amortecimento crítico associadas a ω_1 e ω_2 , respectivamente.

Quanto aos valores a serem considerados para as taxas de amortecimento crítico, os mesmos são funções do tipo do material e do sistema estrutural empregado. Observa-se que o amortecimento crítico é representado pela unidade ($\xi_i = \xi_{cr} = 1$), correspondendo à fronteira entre a resposta oscilatória e a resposta não-oscilatória, ou seja, para $\xi_i > \xi_{cr}$ a resposta estrutural é não-oscilatória enquanto para $\xi_i < \xi_{cr}$ a resposta é oscilatória. Para estruturas convencionais os valores de ξ_i são sempre menores que a unidade, particularmente para estruturas em concreto armado adota-se: $2,0\% \leq \xi_i \leq 15\%$, COOK et al. (1989).

Porém, a danificação também pode introduzir uma parcela adicional de amortecimento. Assim, um dos objetivos neste trabalho é observar a diferença de resposta obtida quando nas simulações numéricas com o modelo proposto o amortecimento é considerado apenas devido à dissipação causada pela realização dos laços de histerese (o que não exige a parcela de amortecimento viscoso na equação do movimento) ou quando ele é modelado pelo artifício da utilização da matriz de amortecimento viscoso de Rayleigh nas simulações numéricas com o modelo de LA BORDERIE (1991). Numa análise complementar, nas simulações numéricas com o modelo proposto, o amortecimento será simulado pela combinação do amortecimento devido à histerese com o amortecimento viscoso. Essa combinação pode fazer sentido, uma vez que se considere tanto a influência da danificação quanto da dissipação por atrito nos vínculos para a geração do amortecimento global da estrutura. Nas respostas obtidas a partir da utilização do modelo de La Borderie o amortecimento é simulado exclusivamente por meio da utilização da matriz de amortecimento viscoso de Rayleigh.

O quadro 1 apresenta o algoritmo de integração numérica de Newmark combinado com o procedimento de Newton-Raphson, PAULA (2001), utilizado para a integração da equação de equilíbrio dinâmico no domínio do tempo para ambos os modelos de dano. É importante observar que no algoritmo apresentado no quadro 1, \underline{C} é a matriz de amortecimento viscoso de Rayleigh. No caso de se considerar apenas o

modelo proposto para reproduzir exclusivamente o amortecimento da estrutura, será adotado $\xi_1 = \xi_2 = 0\%$ que resulta em: $\underline{C} = \underline{0}$.

Passo inicial: $t_0 = 0$, calcula-se:

a força externa aplicada na estrutura $\rightarrow F^{\text{ext}}(0)$

faz-se $u_0 = 0$; $\dot{u}_0 = 0$ e calcula-se a aceleração inicial $\rightarrow \ddot{u}_0 = \underline{M}^{-1} \{F^{\text{ext}}(0)\}$

$n = 1$

Passo 1: “Loop” incremental do tempo $\rightarrow t_n = t_{n-1} + \Delta t$;

Passo 2: etapa de previsão:

$$\begin{cases} \ddot{u}_n = \ddot{u}_{n-1} \\ \dot{u}_n = \dot{u}_{n-1} + \Delta t(1-\gamma)\ddot{u}_{n-1} + \Delta t \gamma \ddot{u}_n \\ u_n = u_{n-1} + \Delta t \dot{u}_{n-1} + \left(\frac{1}{2} - \beta\right)\Delta t^2 \ddot{u}_{n-1} + \beta \Delta t^2 \ddot{u}_n \end{cases}, \text{ sendo } \gamma = \frac{1}{2} \text{ e } \beta = \frac{1}{4}$$

Passo 3: Atualização do dano de acordo com o modelo constitutivo utilizado;

Passo 4: Cálculo do vetor resíduo: $\Psi = F^{\text{ext}} - (\underline{M}\ddot{u}_n + \underline{C}\dot{u}_n + F^{\text{int}})$

Passo 5: Teste da convergência: $\|\Psi\| \leq \text{TOL} ?$ $\begin{cases} \text{sim} \rightarrow \text{ir ao passo 1} \\ \text{não} \rightarrow \text{ir ao passo 6} \end{cases}$

Passo 6: Cálculo do acréscimo de deslocamento: $\left[\underline{M} \frac{1}{\beta \Delta t^2} + \underline{C} \frac{\gamma}{\beta \Delta t} + \underline{K}(d) \right] \Delta u_n = \Psi$

Passo 7: Correção: $\begin{cases} u_n = u_n + \Delta u_n \\ \dot{u}_n = \dot{u}_n + \frac{\gamma}{\beta \Delta t} \Delta u_n \\ \ddot{u}_n = \ddot{u}_n + \frac{1}{\beta \Delta t^2} \Delta u_n \end{cases}$

Passo 8: Ir ao passo 3

Quadro 1 – Algoritmo de Newmark com Newton-Raphson, PAULA (2001)

Quanto ao passo de tempo a ser considerado, baseado nos estudos apresentados por PAULA (2001) e ARAÚJO (2003), adota-se: $\Delta t = 1 \times 10^{-4} \text{ s}$.

6.3.1 Pórtico de GULKAN & SOZEN (1974)

Na figura 6.86 ilustram-se os dados geométricos e a distribuição das armaduras para o pórtico apresentado por GULKAN & SOZEN (1974). Trata-se de um pórtico semelhante ao apresentado no item 6.2.7, porém foram fixadas chapas de aço no meio do vão da viga para aumentar a inércia da estrutura, estas chapas dão à estrutura uma massa adicional $m = 1.814 \text{ kg}$. Este pórtico foi ensaiado em uma plataforma vibratória na Universidade de Illinois.

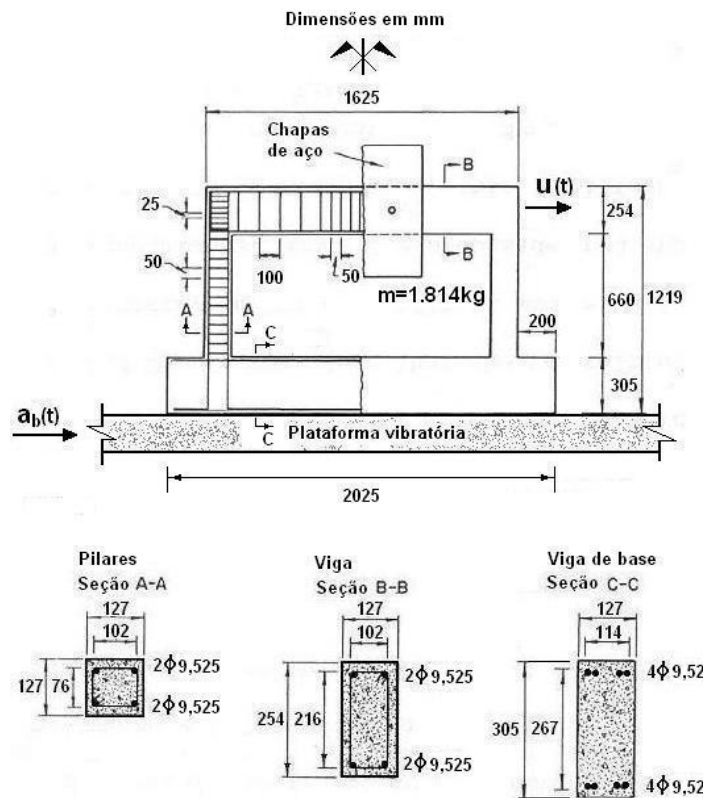


Figura 6.86 – Dados geométricos do pórtico, GULKAN & SOZEN (1974)

Na tabela 6.19 apresentam-se os valores experimental e numéricos para a primeira frequência natural íntegra da estrutura.

Tabela 6.19 – Primeira frequência natural do pórtico de Gulkan & Sozen

-	Experimental	La Borderie	MDCH
ω_1 (rad/s)	100	110,6	110,0

A figura 6.87 mostra o gráfico de valores experimentais da aceleração aplicada na plataforma vibratória. Esta aceleração é aproximadamente senoidal com período $T = 1/13\text{ s}$ e pico de $1,25\text{ g}$, onde $g = 9,81\text{ m/s}^2$, porém a primeira metade do primeiro ciclo tem período $T/3$ o qual é iniciado em $0,05\text{ s}$. A aceleração é aplicada até aproximadamente $4,5\text{ s}$. Na figura 6.88 apresenta-se o gráfico de valores experimentais do deslocamento $u(t)$ medido na extremidade da viga, ver figura 6.86.

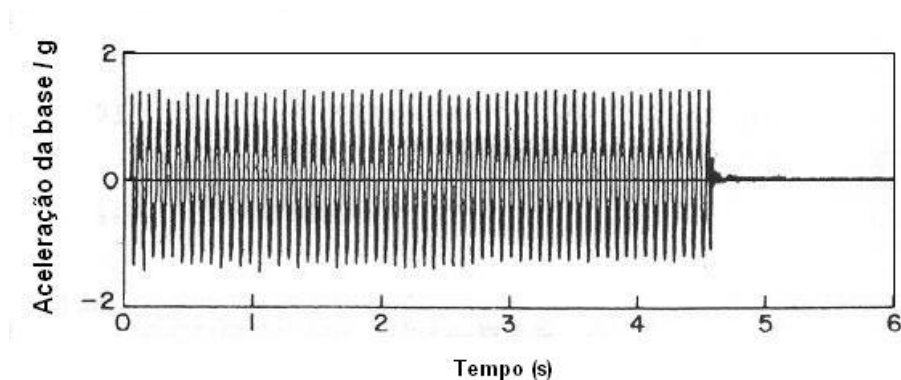


Figura 6.87 – Aceleração na plataforma vibratória, GULKAN & SOZEN (1974)

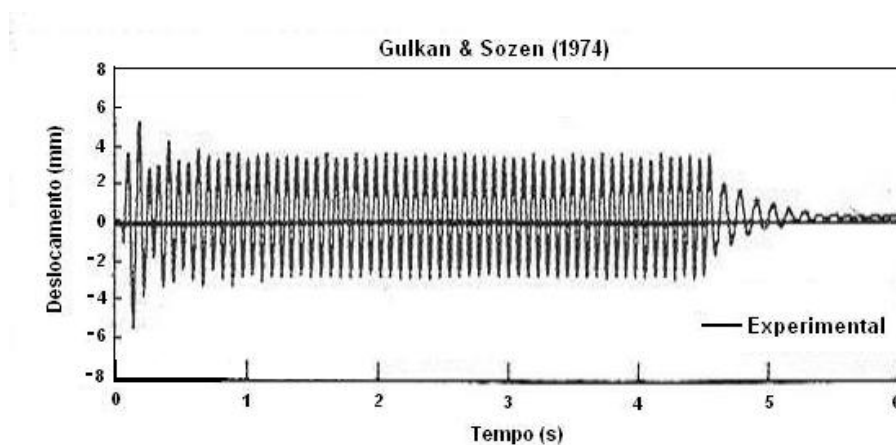


Figura 6.88 – Deslocamento na extremidade da viga, GULKAN & SOZEN (1974)

As propriedades dos materiais e os parâmetros utilizados no modelo de La Borderie e no modelo proposto são os mesmos considerados no item 6.2.7, assim como as discretizações para os respectivos modelos. Como o programa computacional utilizado tem a opção de aplicar forças senoidais e a aceleração aplicada na plataforma vibratória é aproximadamente senoidal, ao invés de aplicar a técnica apresentada na equação (6.1), neste exemplo a solitação dinâmica foi modelada, para ambos os modelos de dano, mediante forças senoidais aplicadas nas extremidades da viga como

mostra a figura 6.89, a qual mostra também a modelagem empregada para a consideração da massa do sistema.

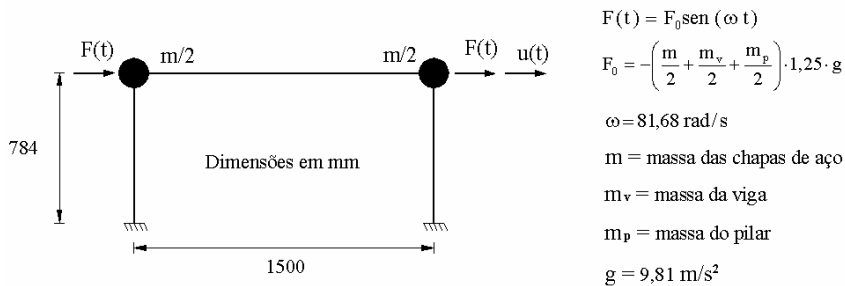


Figura 6.89 – Modelagem da solicitação dinâmica no pórtico de Gulkan & Sozen

A figura 6.90 mostra o gráfico da força senoidal aplicada, a qual torna-se diferente de zero em 0,05s e deixa de atuar em 4,5s. Na figura 6.91 apresenta-se em detalhe a redução do período na primeira metade do primeiro ciclo da força senoidal aplicada.

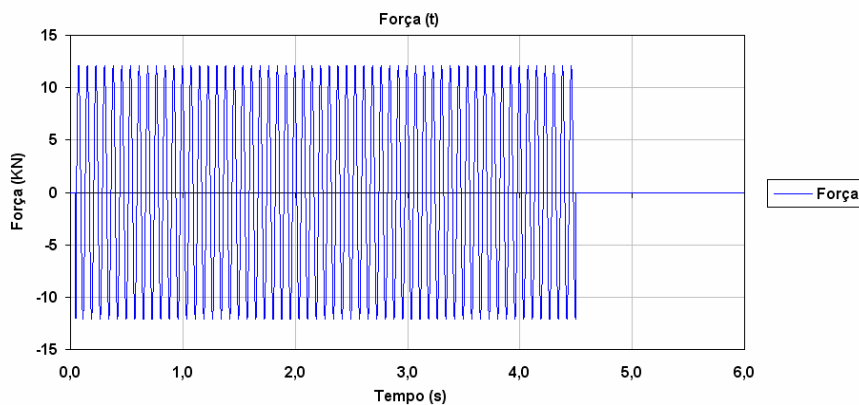


Figura 6.90 – Força senoidal aplicada no pórtico de Gulkan & Sozen

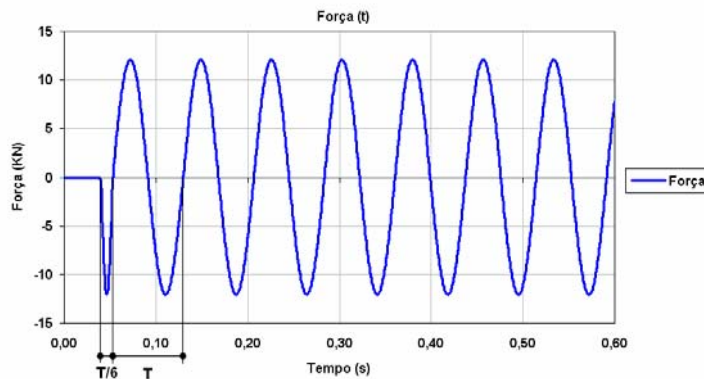


Figura 6.91 – Detalhe da força senoidal aplicada no pórtico de Gulkan & Sozen

Na figura 6.92 apresenta-se a resposta do pórtico simulado como meio elástico e sem a consideração do modelo de amortecimento viscoso de Rayleigh, $\xi_1 = \xi_2 = 0\%$. Enquanto na figura 6.93 o pórtico também foi simulado como meio elástico, porém impondo-se taxas de amortecimento crítico $\xi_1 = \xi_2 = 2\%$ para o modelo de Rayleigh. Nestes casos o pórtico foi discretizado em três elementos finitos e a armadura foi considerada por meio da homogeneização do módulo de Young.

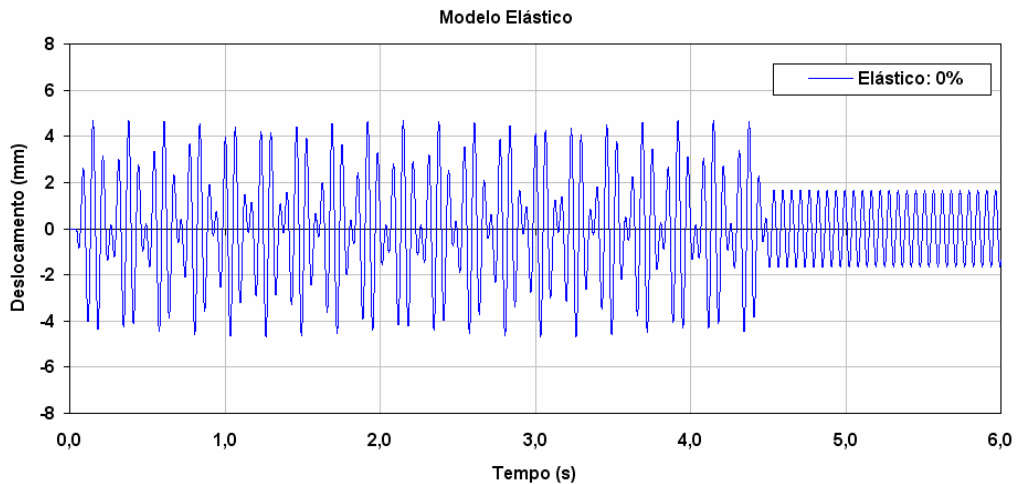


Figura 6.92 – Modelo elástico, pórtico de Gulkan & Sozen, $\xi_1 = \xi_2 = 0\%$

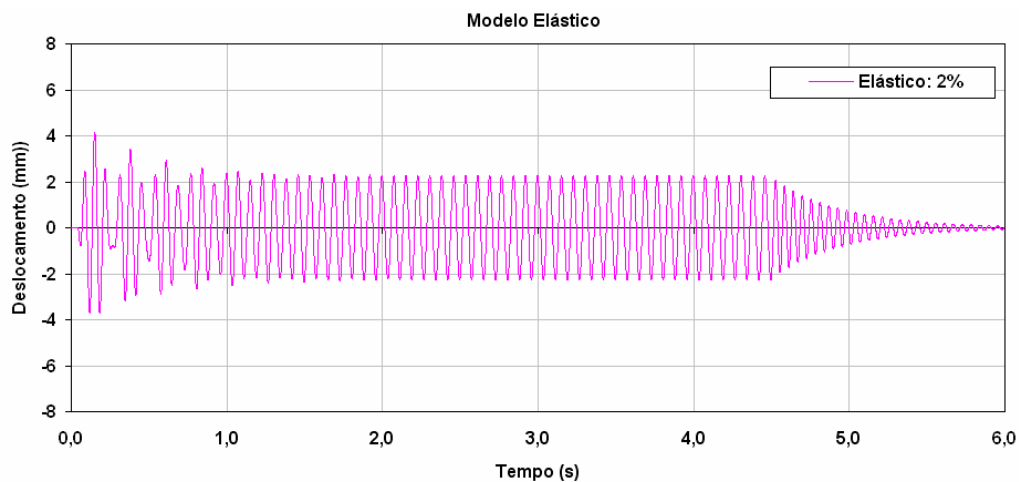


Figura 6.93 – Modelo elástico, pórtico de Gulkan & Sozen, $\xi_1 = \xi_2 = 2\%$

No caso de não se considerar o amortecimento de Rayleigh o modelo elástico apresenta uma resposta extremamente diferente da tendência do comportamento experimental, pois alterna picos elevados de deslocamentos com valores baixos de deslocamentos, se distanciando bastante da tendência harmônica regular da resposta

experimental. Após 4,5s a vibração passa a ser livre ($F(t) = 0$) e o modelo elástico sem amortecimento descreve uma vibração harmônica com amplitude de deslocamentos inferiores a 2mm.

A resposta fornecida pelo modelo elástico combinado com o modelo de amortecimento viscoso apresenta uma tendência de comportamento mais próxima da resposta experimental. Neste caso a resposta numérica exibe uma tendência similar de elevados picos de deslocamento no início da sollicitação. A atuação do amortecimento gera uma estabilização dos deslocamentos que passam a apresentar uma tendência de comportamento harmônico com picos próximos aos da resposta experimental. Cessada a sollicitação o modelo Rayleigh fornece o amortecimento da estrutura a qual, no limite, não apresenta deslocamento residual.

A figura 6.94 destaca o confronto entre a resposta experimental e as respostas numéricas elásticas com e sem amortecimento viscoso para o intervalo dos primeiros 0,6s. Observa-se que a resposta experimental apresenta inicialmente deslocamentos superiores aos fornecidos pelos modelos elásticos, além de apresentar frequência inferior de vibração.

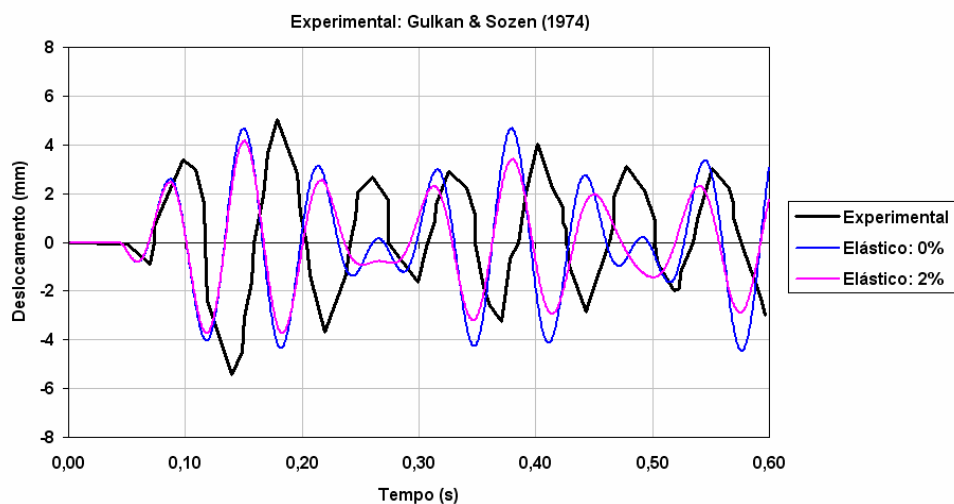


Figura 6.94 – Modelo elástico, pórtico de Gulkan & Sozen, detalhe inicial das respostas

Na figura 6.95 tem-se o confronto entre a resposta experimental e as respostas elásticas para o intervalo de 2,5s a 3,5s. Observa-se que o modelo elástico, independentemente da consideração ou não da parcela de amortecimento viscoso de Rayleigh, não reproduz adequadamente a resposta desta estrutura. A resposta elástica

obtida ao se considerar $\xi_1 = \xi_2 = 2\%$ apesar de fornecer uma oscilação estável apresenta níveis de deslocamentos inferiores em módulo aos da resposta experimental. É interessante observar que testes numéricos complementares mostraram que a consideração de taxas menores que 2% não geram aumento nos níveis de deslocamento da estrutura para este intervalo de tempo, mas reduzem substancialmente o amortecimento na fase de vibração livre.

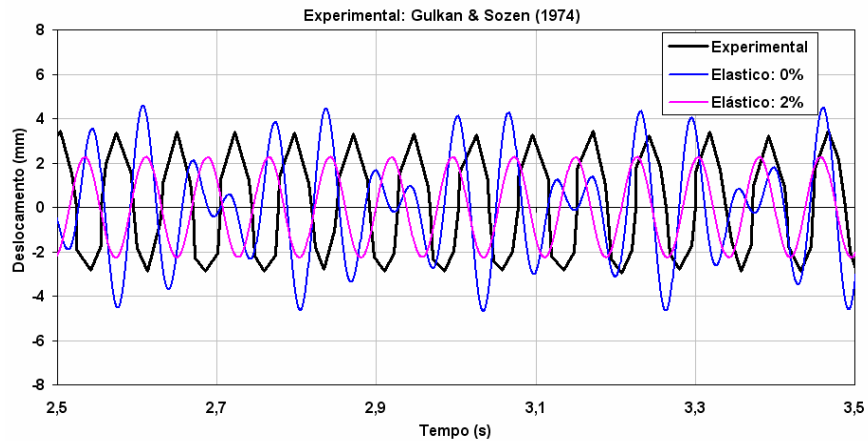


Figura 6.95 – Modelo elástico, pórtico de Gulkan & Sozen, detalhe intermediário das respostas

A figura 6.96 destaca o confronto entre a resposta experimental e as respostas elásticas para o intervalo de 4,2s a 6,0s. É interessante observar que uma vez cessada a solicitação dinâmica a resposta experimental apresenta uma diminuição considerável na frequência de vibração em relação à fase em que a estrutura está solicitada externamente com tendência clara para um deslocamento residual, porém nem o modelo elástico amortecido nem o sem amortecimento conseguem reproduzir esta tendência de comportamento.

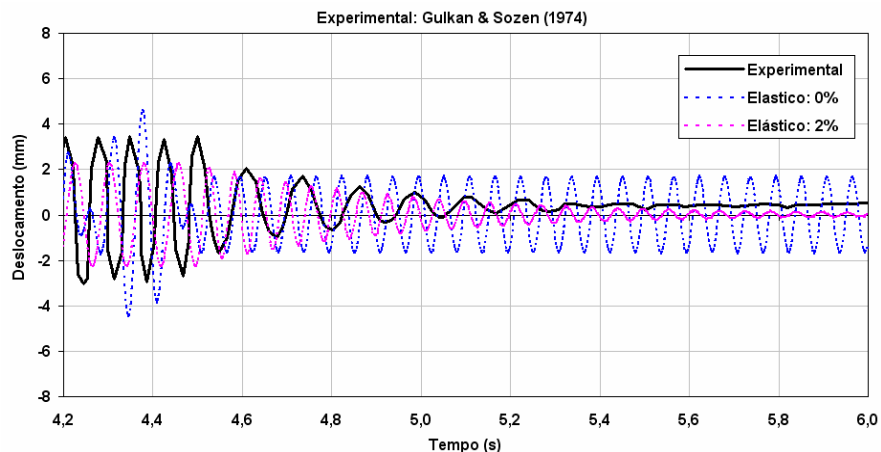


Figura 6.96 – Modelo elástico, pórtico de Gulkan & Sozen, detalhe final das respostas

Na figura 6.97 tem-se a resposta fornecida pelo modelo de La Borderie para as taxas de amortecimento crítico $\xi_1 = \xi_2 = 0,1\%$.

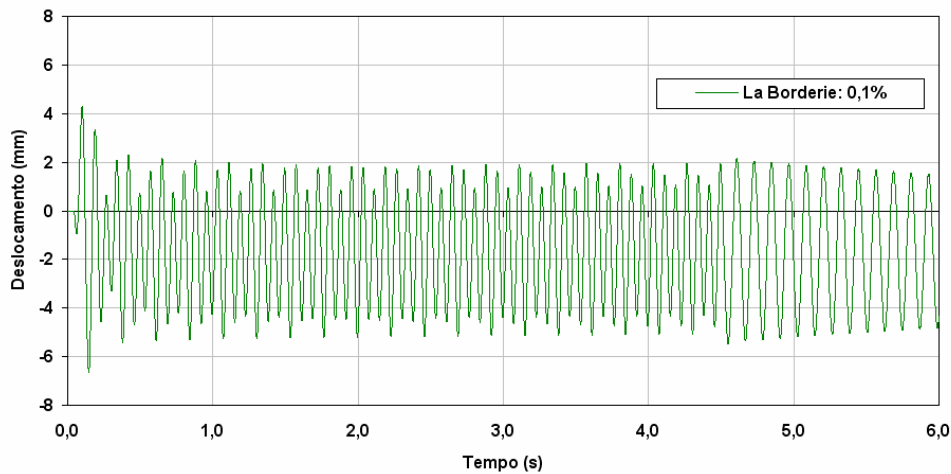


Figura 6.97 – Modelo de La Borderie, pórtico de Gulkan & Sozen, $\xi_1 = \xi_2 = 0,1\%$

Um aspecto interessante que pode ser observado de imediato no gráfico da figura 6.97 é que o modelo de La Borderie forneceu uma intensidade de deslocamentos negativos, em módulo, bem superiores aos deslocamentos positivos. Este comportamento, no entanto, é contrário à verificação experimental apresentada na figura 6.88, pois experimentalmente a resposta tem uma leve tendência a apresentar deslocamentos positivos maiores que os negativos em módulo. Outro aspecto interessante é que se acreditava, antes da obtenção desta resposta, que as taxas de amortecimento críticas baixas contribuiriam para estabilizar a resposta sem, no entanto, fornecer um amortecimento perceptível no intervalo de vibração livre (4,5s a 6,0s). Porém, é perceptível a existência de amortecimento neste intervalo de vibração livre.

Na figura 6.98 apresenta-se a resposta fornecida pelo modelo de La Borderie para as taxas de amortecimento crítico $\xi_1 = \xi_2 = 4\%$. Observa-se neste caso que a consideração de taxas de amortecimento superiores às utilizadas anteriormente, atenuam a tendência do modelo em fornecer deslocamentos negativos em módulo superiores aos positivos. Porém, o deslocamento residual amortecido continua negativo contrariando a verificação experimental. Provavelmente esse fato evidencia a limitada representatividade da modelagem do amortecimento estrutural neste caso.

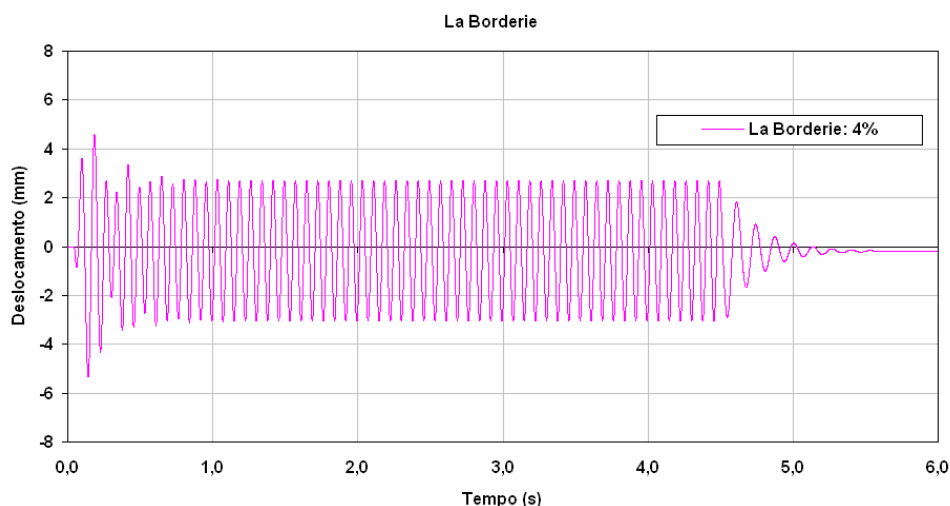


Figura 6.98 – Modelo de La Borderie, pórtico de Gulkan & Sozen, $\xi_1 = \xi_2 = 4\%$

A figura 6.99 destaca o confronto para os primeiros 0,6s entre a resposta experimental e as respostas numéricas obtidas com a utilização do modelo de La Borderie para os dois níveis de amortecimento considerados anteriormente. Observa-se que em ambos os casos o modelo de La Borderie consegue reproduzir aproximadamente a frequência inicial verificada na resposta experimental evidenciando assim a importância da consideração da danificação da estrutura. Observa-se também que a resposta numérica obtida com a consideração de $\xi_1 = \xi_2 = 4\%$ reproduz de forma mais satisfatória a tendência do comportamento experimental da estrutura para este intervalo de tempo.

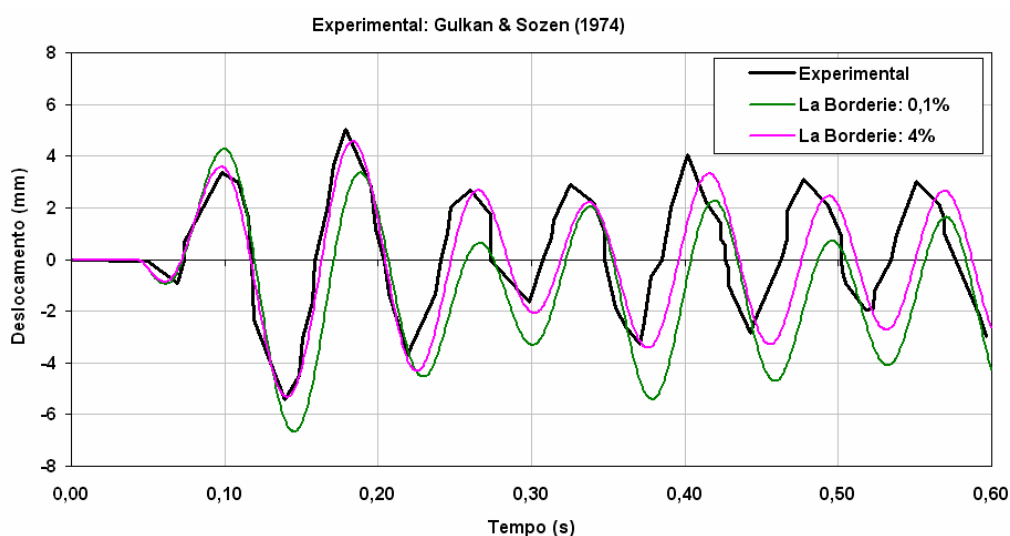


Figura 6.99 – Modelo de La Borderie, pórtico de Gulkan & Sozen, detalhe inicial das respostas

Na figura 6.100 tem-se o confronto entre a resposta experimental e as respostas fornecidas pelo modelo de La Borderie para o intervalo de 2,5s a 3,5s. Observa-se que a resposta numérica obtida com a consideração de $\xi_1 = \xi_2 = 4\%$ reproduz de forma razoável a tendência do comportamento experimental da estrutura para este intervalo de tempo, porém ao longo do intervalo a frequência de vibração tende a se mostrar um pouco inferior à experimental.

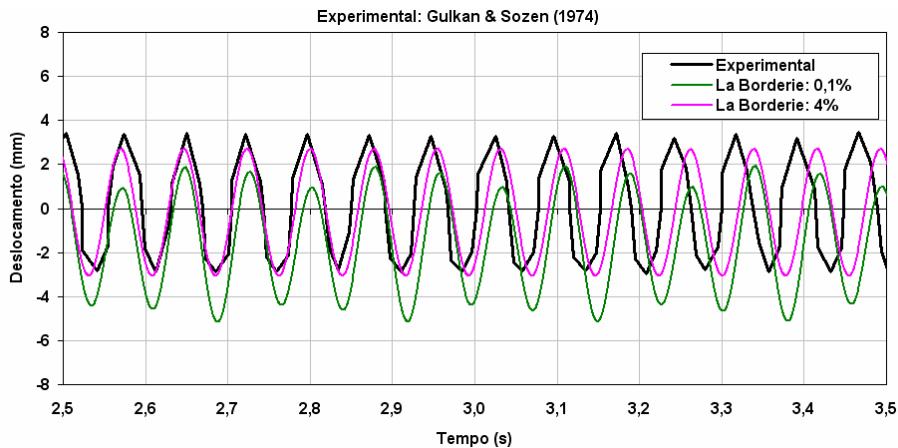


Figura 6.100 – Modelo de La Borderie, pórtico de Gulkan & Sozen, detalhe intermediário das respostas

A figura 6.101 ilustra o confronto entre a resposta experimental e as respostas fornecidas pelo modelo de La Borderie para o intervalo de 4,2s a 6,0s. É interessante observar que uma vez cessada a solicitação dinâmica o modelo de La Borderie, além do amortecimento, consegue reproduzir uma tendência de diminuição na frequência de vibração em relação à fase em que a estrutura está solicitada externamente, tal qual se verifica experimentalmente.

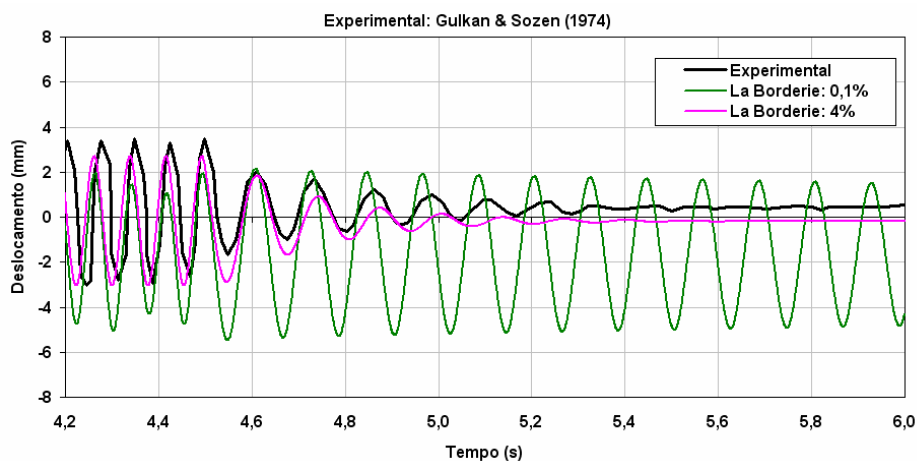


Figura 6.101 – Modelo de La Borderie, pórtico de Gulkan & Sozen, detalhe final das respostas

Na figura 6.102 tem-se a resposta fornecida pelo modelo proposto, sendo o amortecimento obtido única e exclusivamente da dissipação de energia decorrente da realização dos laços de histerese, ou seja, $\xi_1 = \xi_2 = 0$. É interessante observar que, diferentemente do modelo de La Borderie, o modelo proposto não necessita da matriz de amortecimento viscoso de Rayleigh para fornecer uma resposta harmônica bastante semelhante à resposta experimental. Porém, a análise da fase de vibração livre (4,5s a 6s) evidencia que o amortecimento fornecido por este modelo é inferior ao observado experimentalmente. Provavelmente este fato se deve a necessidade de se reproduzir nesta fase a parcela de amortecimento decorrente da dissipação de energia que ocorre por efeito da vinculação da estrutura.

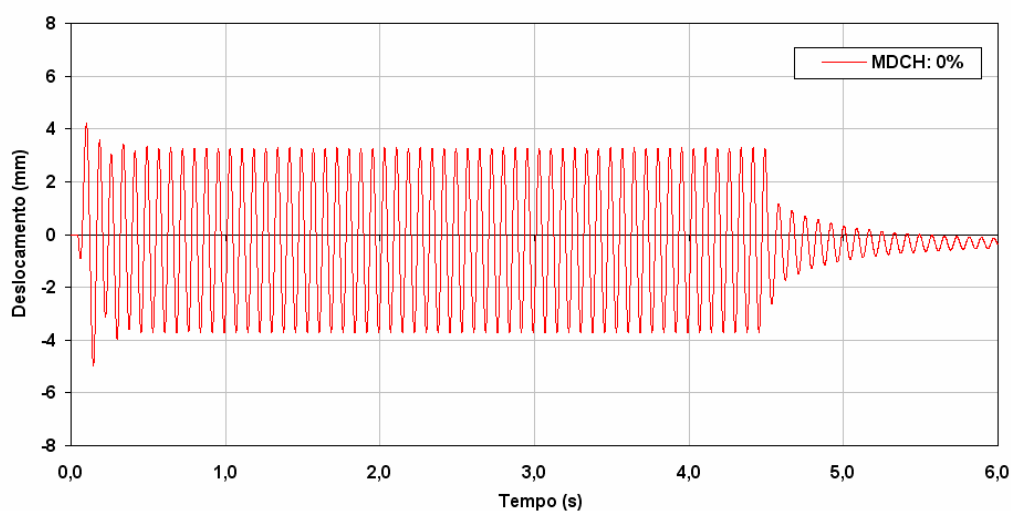


Figura 6.102 – MDCH, pórtico de Gulkan & Sozen, $\xi_1 = \xi_2 = 0\%$

A figura 6.103 apresenta a resposta fornecida pelo modelo proposto uma vez que se considere, adicionalmente, o modelo de amortecimento viscoso de Rayleigh para reproduzir a dissipação de energia associada à vinculação da estrutura, adota-se $\xi_1 = \xi_2 = 2\%$. A superposição dos dois processos de amortecimento foi obtida com sucesso, porém observa-se que similarmente ao que ocorreu com o modelo de La Borderie o modelo proposto forneceu um deslocamento residual amortecido negativo, contrariando a verificação experimental.

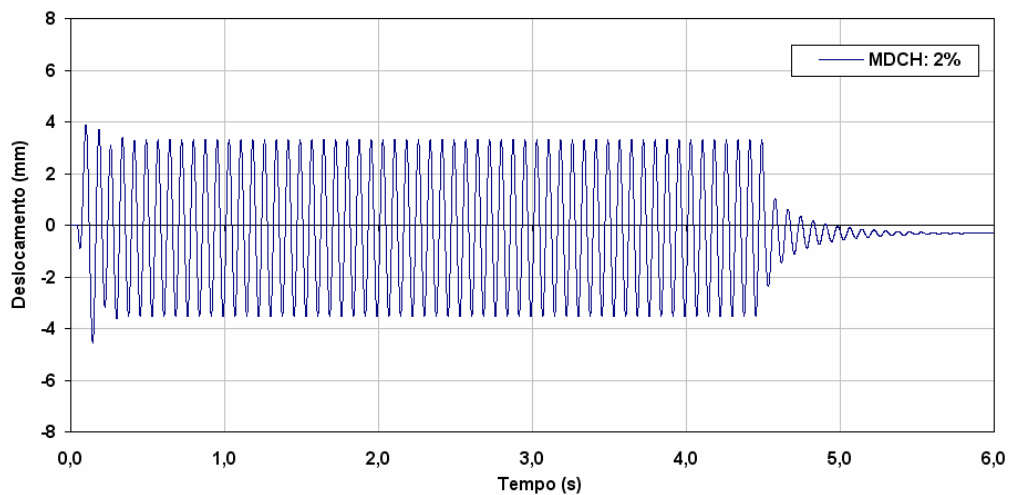


Figura 6.103 – MDCH, pórtico de Gulkan & Sozen, $\xi_1 = \xi_2 = 2\%$

A figura 6.104 destaca o confronto para os primeiros 0,6s entre a resposta experimental e as respostas numéricas obtidas para o modelo proposto sem e com a consideração do modelo de Rayleigh para simular o amortecimento estrutural. Observa-se que em ambos os casos o modelo proposto consegue reproduzir aproximadamente a frequência verificada na resposta experimental. É interessante observar a extrema proximidade entre ambas as respostas numéricas, evidenciando que para esta estrutura o amortecimento devido à dissipação nos vínculos é irrelevante neste intervalo de análise.

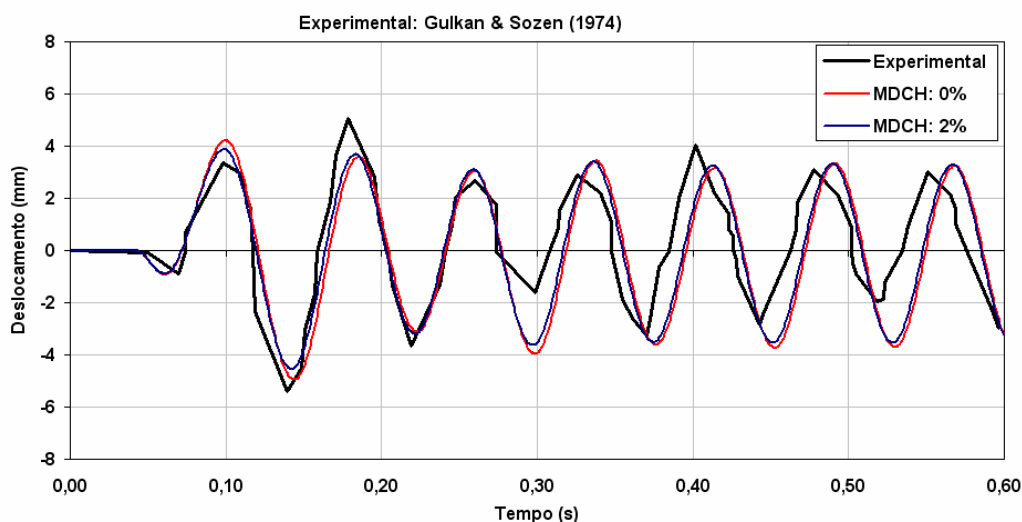


Figura 6.104 – MDCH, pórtico de Gulkan & Sozen, detalhe inicial das respostas

Na figura 6.105 tem-se o confronto entre a resposta experimental e as respostas fornecidas pelo modelo proposto para o intervalo de 2,5s a 3,5s. Observa-se que ambas

as respostas numéricas reproduzem de forma satisfatória os picos de deslocamentos positivos, porém superestimam os picos de deslocamentos negativos e as frequências numéricas observadas são inferiores à experimental (uma possível explicação é que o dano estimado pode estar sendo exagerado).

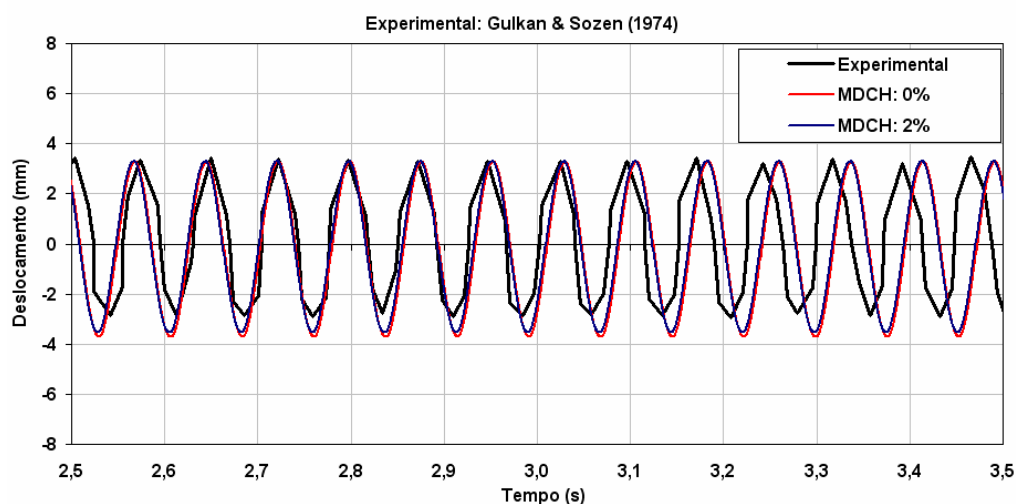


Figura 6.105 – MDCH, pórtico de Gulkan & Sozen, detalhe intermediário das respostas

A figura 6.106 destaca o confronto entre a resposta experimental e as respostas fornecidas pelo modelo proposto para o intervalo de 4,2s a 6,0s. Sem o amortecimento viscoso, na fase de vibração livre o modelo proposto tende a apresentar uma vibração residual. Porém, mesmo com a superposição do amortecimento de Rayleigh o modelo proposto não reproduz de forma satisfatória o amortecimento verificado experimentalmente, tendendo a um deslocamento residual negativo.

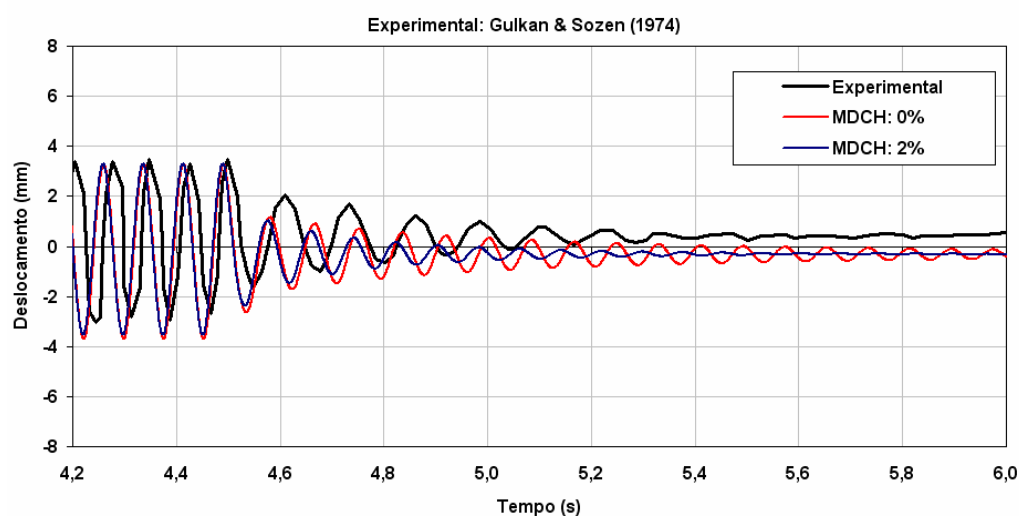


Figura 6.106 – MDCH, pórtico de Gulkan & Sozen, detalhe final das respostas

A figura 6.107 ilustra o confronto para os primeiros 0,6s entre a resposta experimental e as respostas numéricas fornecidas pelo modelo de La Borderie ($\xi_1 = \xi_2 = 4\%$) e pelo modelo proposto ($\xi_1 = \xi_2 = 2\%$). Observa-se que o modelo de La Borderie reproduz uma variação na intensidade dos picos de deslocamentos que se aproxima mais do resultado experimental do que a resposta fornecida pelo modelo proposto.

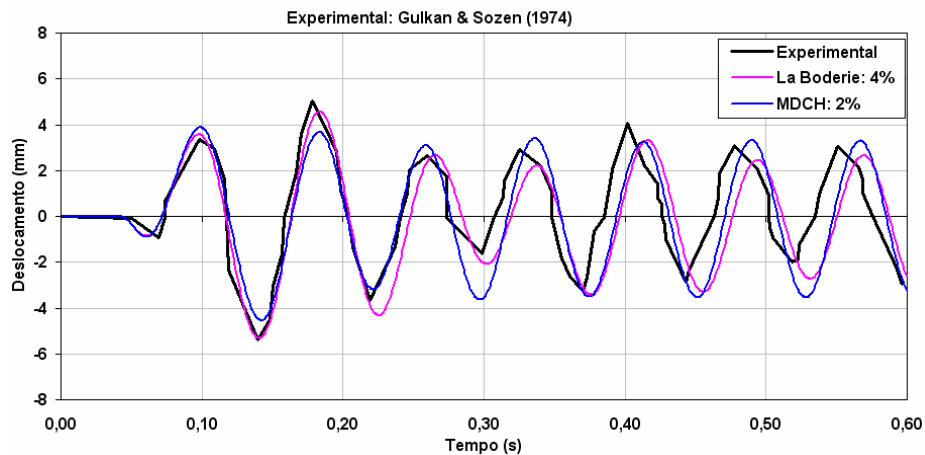


Figura 6.107 – Confronto de modelos, pórtico de Gulkan & Sozen, detalhe inicial das respostas

Na figura 6.108 tem-se o confronto entre a resposta experimental e as respostas fornecidas pelo modelo de La Borderie ($\xi_1 = \xi_2 = 4\%$) e pelo modelo proposto ($\xi_1 = \xi_2 = 2\%$) para o intervalo de 2,5s a 3,5s. Observa-se que a amplitude dos picos de deslocamentos é um pouco maior para o modelo proposto do que para o modelo de La Borderie.

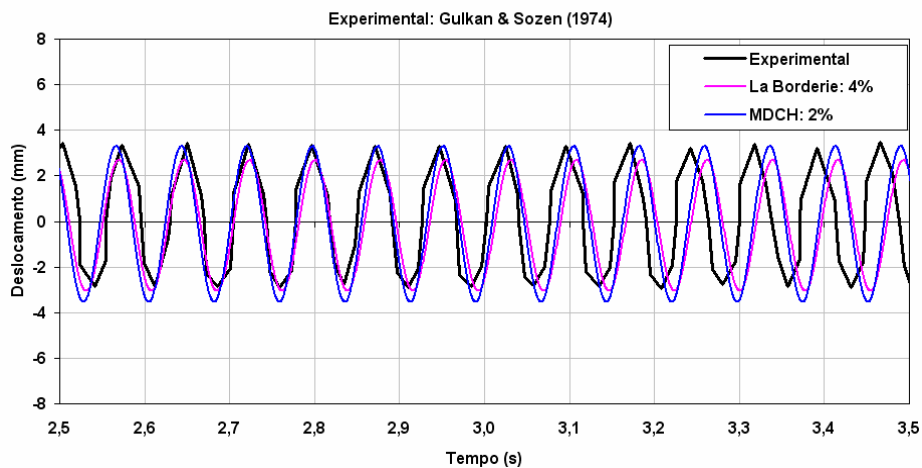


Figura 6.108 – Confronto de modelos, pórtico de Gulkan & Sozen, detalhe intermediário das respostas

A figura 6.109 ilustra o confronto entre a resposta experimental e as respostas fornecidas pelo modelo de La Borderie ($\xi_1 = \xi_2 = 4\%$) e pelo modelo proposto ($\xi_1 = \xi_2 = 2\%$) para o intervalo de 4,2s a 6,0s. Observa-se que apesar de ambos os modelos fornecerem um deslocamento residual amortecido negativo, na fase de vibração livre a resposta fornecida pelo modelo de La Borderie é mais próxima do resultado experimental do que a resposta fornecida pelo modelo proposto.

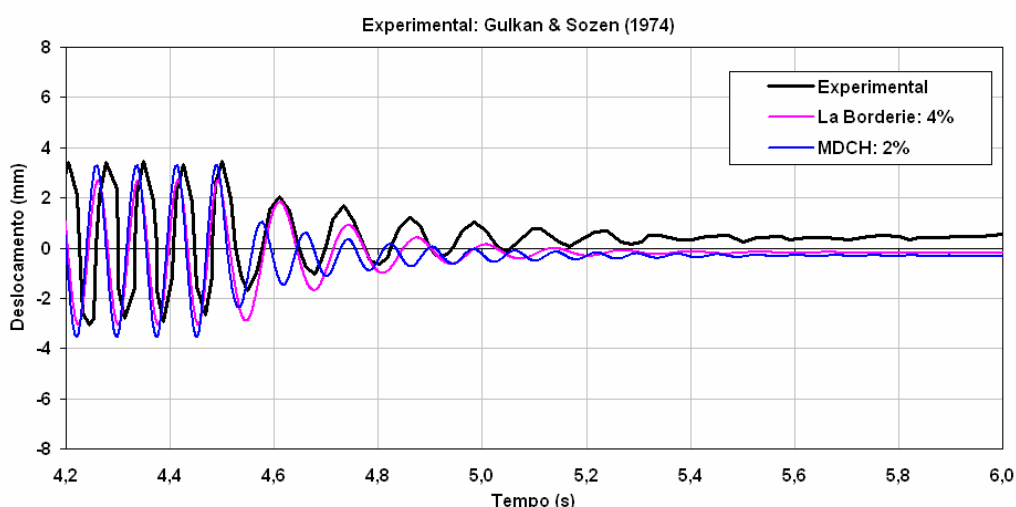


Figura 6.109 – Confronto de modelos, pórtico de Gulkan & Sozen, detalhe final das respostas

A tabela 6.20 apresenta os tempos gastos no processamento do pórtico de Gulkan & Sozen para o modelo elástico, o modelo de La Borderie e o modelo proposto. Utilizou-se um microcomputador Pentium 4 com 2,8GHz.

Tabela 6.20 – Tempo de processamento para o pórtico de Gulkan & Sozen

-	$\xi_1 = \xi_2 = 0\%$	$\xi_1 = \xi_2 = 0,1\%$	$\xi_1 = \xi_2 = 2\%$	$\xi_1 = \xi_2 = 4\%$
Elástico	50 segundos	-	31 segundos	-
La Borderie	-	5 horas	-	1 hora e 41 min.
MDCH	1 minuto	-	55 segundos	-

A análise dos dados da tabela 6.20 evidencia que a grande vantagem do modelo proposto em relação ao modelo de La Borderie é o tempo consumido no processamento.

6.3.2 Pórtico de CLOUGH & GIDWANI (1976)

A figura 6.110 ilustra o pórtico ensaiado por GLOUGH & GIDWANI (1976) na plataforma vibratória da Universidade da Califórnia em Berkeley. Trata-se de um pórtico espacial de concreto armado de um único vão com dois andares. Este pórtico foi submetido a movimentações no seu plano longitudinal com o objetivo de causar uma danificação significativa por efeito da flexão. Adicionalmente, foram instalados cabos de aço dispostos na direção transversal para impedir movimentos transversais e torção do pórtico. Estes cabos foram tensionados o suficiente para impedir movimentos fora do plano da estrutura, porém sem induzir tensões estáticas ou dinâmicas significativas nas colunas. Sobre as vigas do pórtico foram colocados blocos de concreto com o objetivo de aumentar as forças de inércia induzidas durante o ensaio e também fornecer frequências de vibração apropriadas para o modelo, ver figura 6.110.

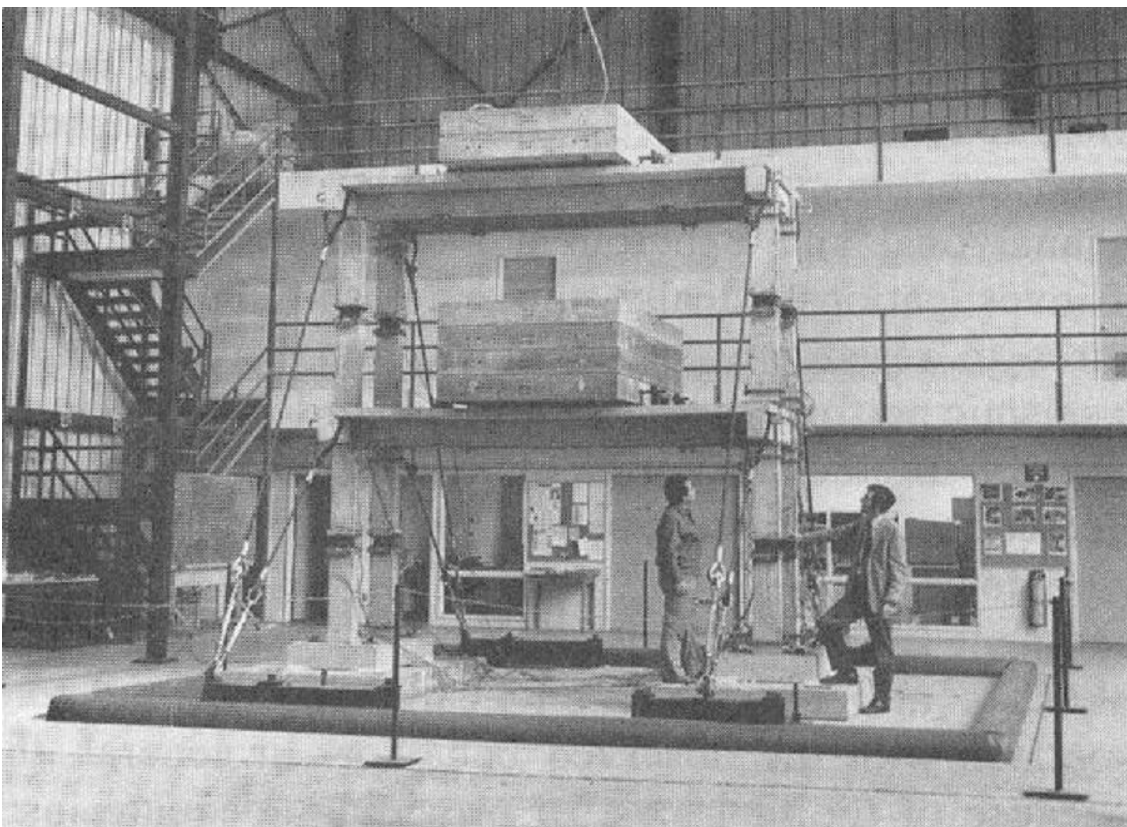


Figura 6.110 – Pórtico de CLOUGH & GIDWANI (1976)

As figuras 6.111 e 6.112 ilustram os dados geométricos e a distribuição das armaduras para este pórtico.

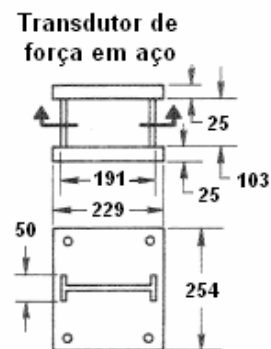
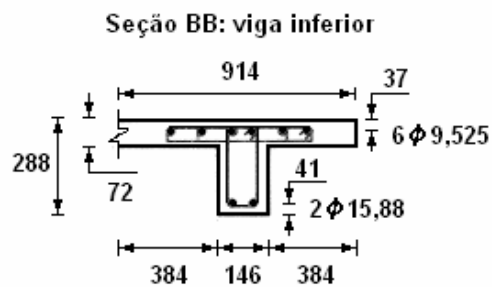
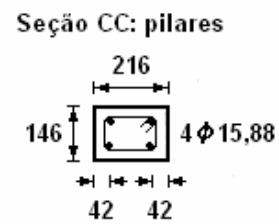
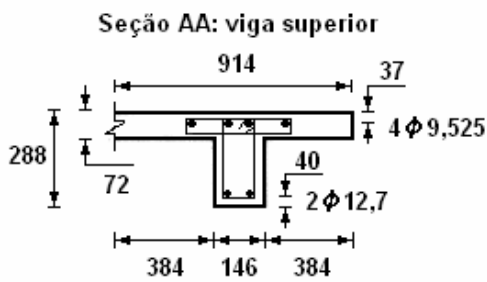
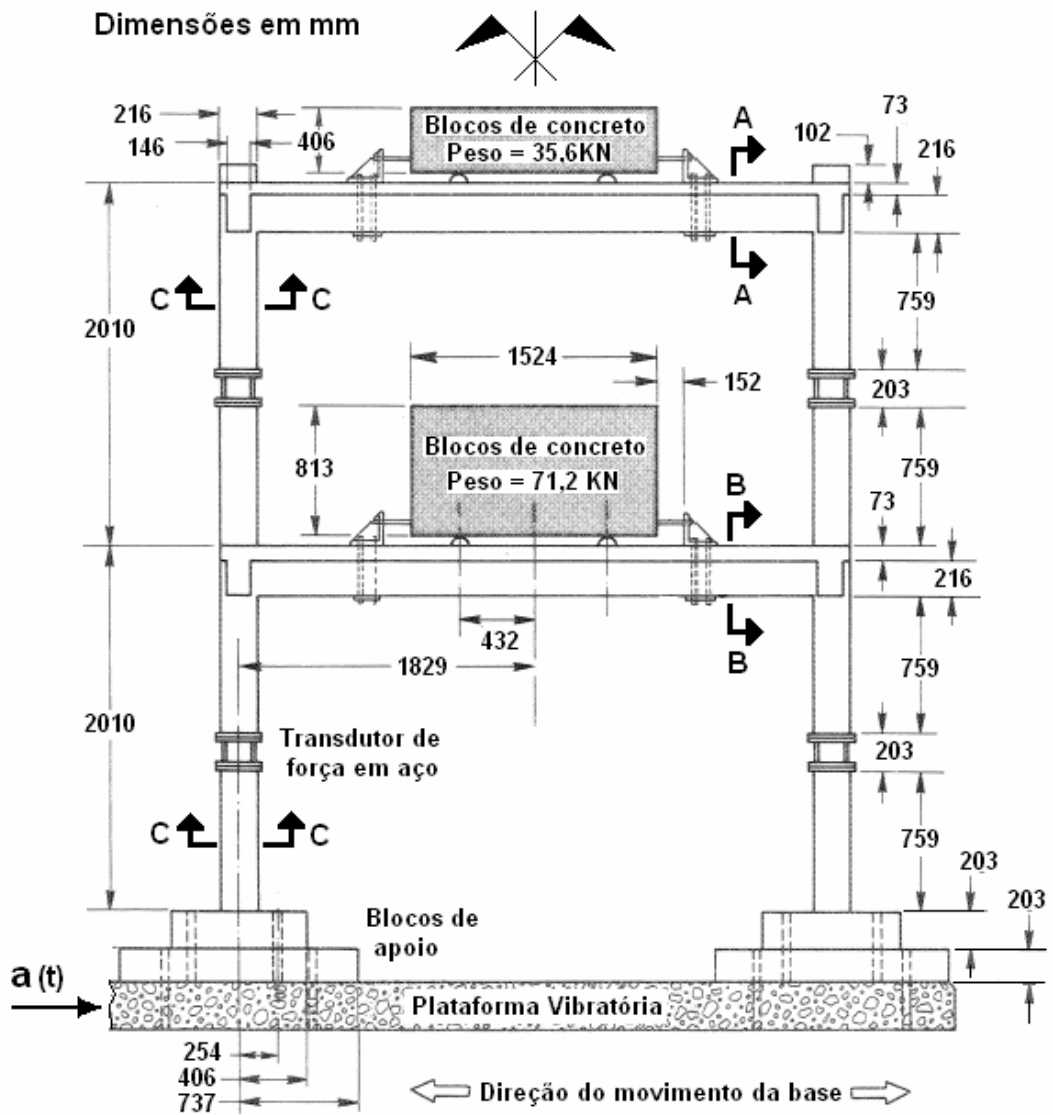


Figura 6.111 – Vista longitudinal do pórtico, CLOUGH & GIDWANI (1976)

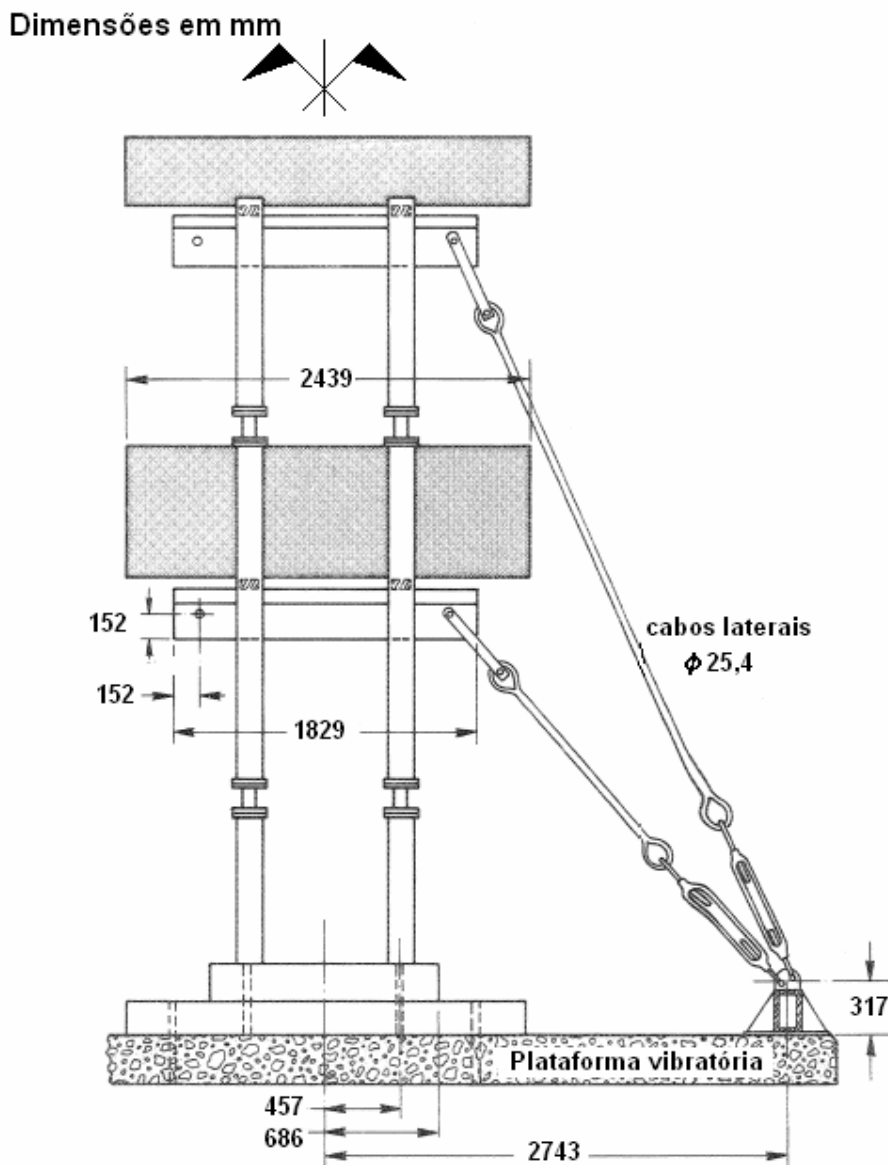


Figura 6.112 - Vista transversal do pórtico, CLOUGH & GIDWANI (1976)

O pórtico foi submetido a três histórias consecutivas de aceleração, tendo por base o relatório do acelerograma N69W do terremoto “Arvin-Tahachapi” ocorrido em 21 de julho de 1952. Os ensaios foram realizados com o acelerograma escalonado em três diferentes picos de aceleração: 0,095g ; 0,57g e 0,65g . Estes três testes foram referenciados respectivamente como: W1, W2 e W3. O pórtico foi primeiramente submetido ao ensaio W1 com o objetivo de simular as condições iniciais de fissuração de uma estrutura em serviço. Este ensaio provocou uma moderada danificação do concreto sem, no entanto, causar o escoamento das armaduras, CLOUGH & GIDWANI (1976).

Porém, neste estudo será considerado apenas o segundo ensaio, W2, pois este teste demonstra o desempenho da estrutura quando submetida a uma movimentação de base severa o suficiente para causar uma danificação significativa no concreto e o escoamento da armadura tracionada. A figura 6.113 ilustra o acelerograma do ensaio W2 escalonado com pico máximo de aceleração igual a 0,57g e que é considerado para a simulação das respostas numéricas.

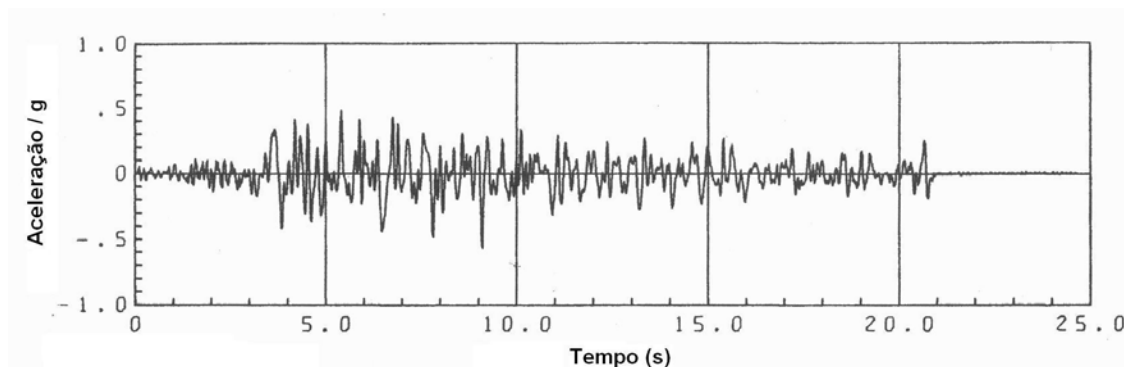


Figura 6.113 – N69W escalonado para 0,57g, BLONDET et al. (1980)

Na tabela 6.21 indicam-se as propriedades dos materiais que constituem o pórtico. A tabela 6.22 contém os parâmetros calibrados para o modelo de La Borderie. Na tabela 6.23 tem-se os parâmetros identificados para o modelo proposto.

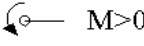
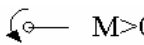
Tabela 6.21 – Propriedades dos materiais: pórtico de Clough & Gidwani

Concreto	Aço
$E_c = 18.200 \text{ MPa}$	$E_s = 200.000 \text{ MPa}$
$f_c = 20 \text{ MPa}$	$f_y = 400 \text{ MPa}$
$f_t = 2 \text{ MPa}$	$E_{ST} = 2.000 \text{ MPa}$
$\gamma_c = 2.500 \text{ kg/m}^3$	$\gamma_s = 7.850 \text{ kg/m}^3$

Tabela 6.22 – Parâmetros do modelo de La Borderie : pórtico de Clough & Gidwani

$\beta_1 = 1 \text{ MPa}$	$y_{02} = 5 \times 10^{-3} \text{ MPa}$	$B_1 = 0,98$
$\beta_2 = -10 \text{ MPa}$	$A_1 = 3,5 \times 10^3 \text{ MPa}^{-1}$	$B_2 = 0,7705$
$y_{01} = 2,05 \times 10^{-4} \text{ MPa}$	$A_2 = 6,8 \text{ MPa}^{-1}$	$\sigma_f = 2,6 \text{ MPa}$

Tabela 6.23 – Parâmetros do modelo proposto: pórtico de Clough & Gidwani

Pilares: $M^+ = M^-$		
$M_{cr} = 3,62 \text{ kN.m}$	$\phi_{pd} = 3 \times 10^{-3} \text{ rad}$	$X_{\infty} = 2,83 \text{ kN.m}$
$M_p = 24 \text{ kN.m}$	$\phi_{pu} = 12 \times 10^{-3} \text{ rad}$	$b = 4.533 \text{ kN.m}$
$M_u = 25,5 \text{ kN.m}$	$\gamma = 4$	$M_k = 2,83 \times 10^{-2} \text{ kN.m}$
Viga inferior:  $M > 0$		
$M_{cr}^+ = 14,4 \text{ kN.m}$	$\phi_{pd}^+ = 4 \times 10^{-3} \text{ rad}$	$X_{\infty}^+ = 9,44 \text{ kN.m}$
$M_{cr}^- = 5,85 \text{ kN.m}$	$\phi_{pd}^- = 2 \times 10^{-3} \text{ rad}$	$X_{\infty}^- = 3 \text{ kN.m}$
$M_p^+ = 73 \text{ kN.m}$	$\phi_{pu}^+ = 20 \times 10^{-3} \text{ rad}$	$b^+ = 15.110 \text{ kN.m}$
$M_p^- = 24 \text{ kN.m}$	$\phi_{pu}^- = 12 \times 10^{-3} \text{ rad}$	$b^- = 4.800 \text{ kN.m}$
$M_u^+ = 85 \text{ kN.m}$	$\gamma^+ = 4$	$M_k^+ = 9,44 \times 10^{-2} \text{ kN.m}$
$M_u^- = 27 \text{ kN.m}$	$\gamma^- = 4$	$M_k^- = 3 \times 10^{-2} \text{ kN.m}$
Viga superior:  $M > 0$		
$M_{cr}^+ = 14,4 \text{ kN.m}$	$\phi_{pd}^+ = 3,5 \times 10^{-3} \text{ rad}$	$X_{\infty}^+ = 8,67 \text{ kN.m}$
$M_{cr}^- = 5,85 \text{ kN.m}$	$\phi_{pd}^- = 1,8 \times 10^{-3} \text{ rad}$	$X_{\infty}^- = 2,78 \text{ kN.m}$
$M_p^+ = 65 \text{ kN.m}$	$\phi_{pu}^+ = 18 \times 10^{-3} \text{ rad}$	$b^+ = 13.780 \text{ kN.m}$
$M_p^- = 21 \text{ kN.m}$	$\phi_{pu}^- = 10 \times 10^{-3} \text{ rad}$	$b^- = 4.440 \text{ kN.m}$
$M_u^+ = 78 \text{ kN.m}$	$\gamma^+ = 4$	$M_k^+ = 8,67 \times 10^{-2} \text{ kN.m}$
$M_u^- = 27 \text{ kN.m}$	$\gamma^- = 4$	$M_k^- = 2,78 \times 10^{-2} \text{ kN.m}$

Nas simulações numéricas o pórtico foi modelado como uma estrutura plana. De acordo com essa idealização a distribuição das cargas no plano da estrutura foi feita como ilustrado na figura 6.114 onde se apresentam as reações das vigas transversais,

das lajes e dos blocos. Na figura 6.115 apresenta-se a idealização das massas adicionais resultantes destas cargas.

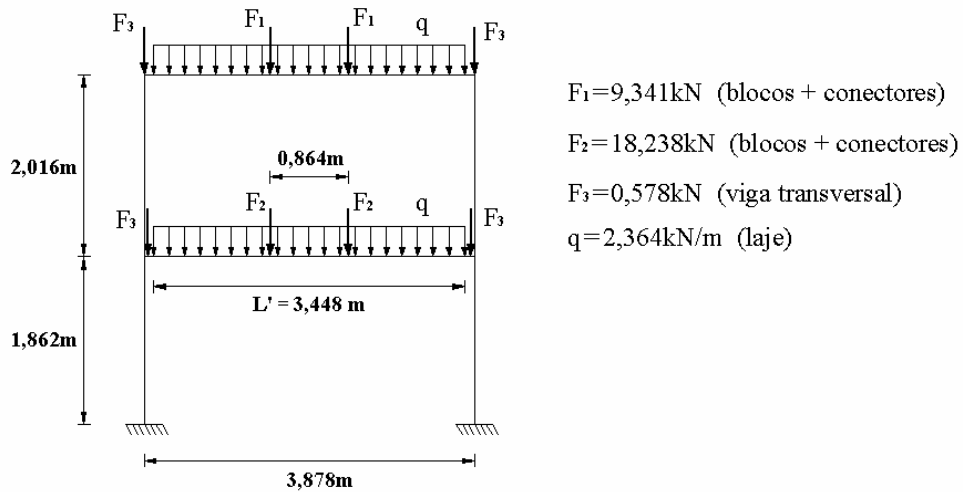


Figura 6.114 – Idealização plana do pórtico: distribuição das cargas, CLOUGH & GIDWANI (1976)

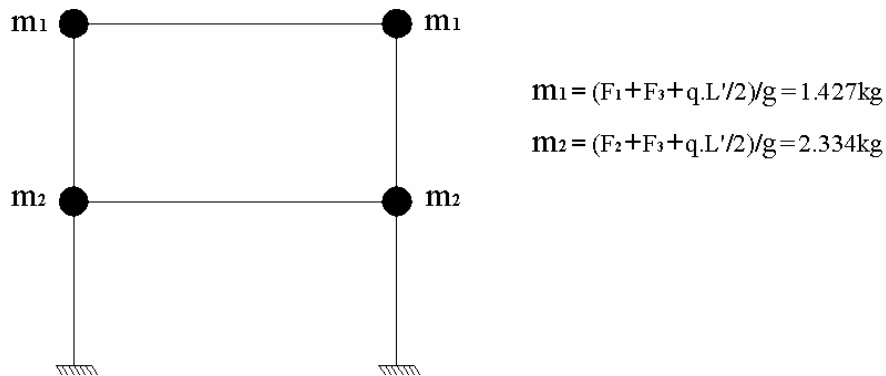


Figura 6.115 – Idealização plana do pórtico de Clough & Gidwani: modelagem das massas adicionais

No caso da utilização do modelo de La Borderie o pórtico foi discretizado em 67 elementos finitos como apresentado na figura 6.116. Cada elemento finito foi integrado com 10 pontos de Gauss-Lobatto ao longo do comprimento. Para a integração ao longo das seções transversais são considerados 13 estratos e as armaduras das vigas e dos pilares são consideradas como ilustrado na figura 6.117. No caso da utilização do modelo proposto o pórtico foi discretizado em 6 elementos finitos com a consideração de 6 rótulas anelásticas como indicado na figura 6.118. Para a simulação elástica a estrutura também foi discretizada em apenas seis elementos finitos. Os apoios foram considerados como engastes perfeitos em todas as simulações.

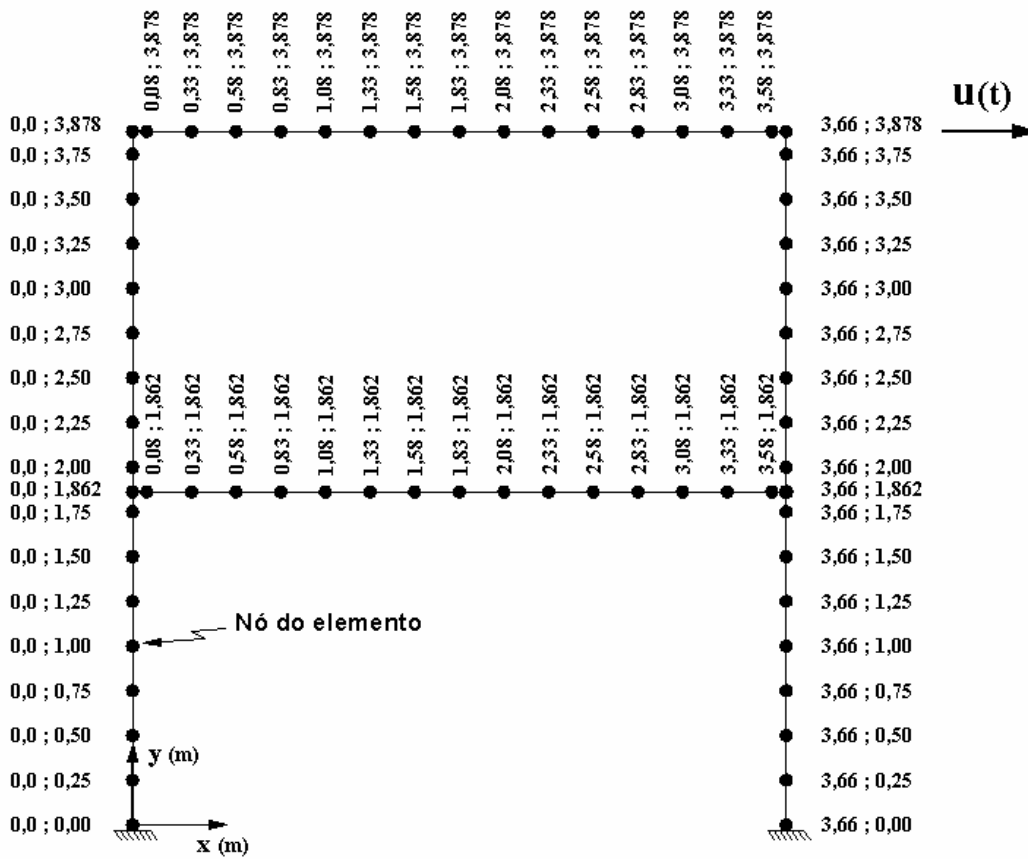


Figura 6.116 – Modelo de La Borderie: discretização do pórtico de Clough & Gidwani

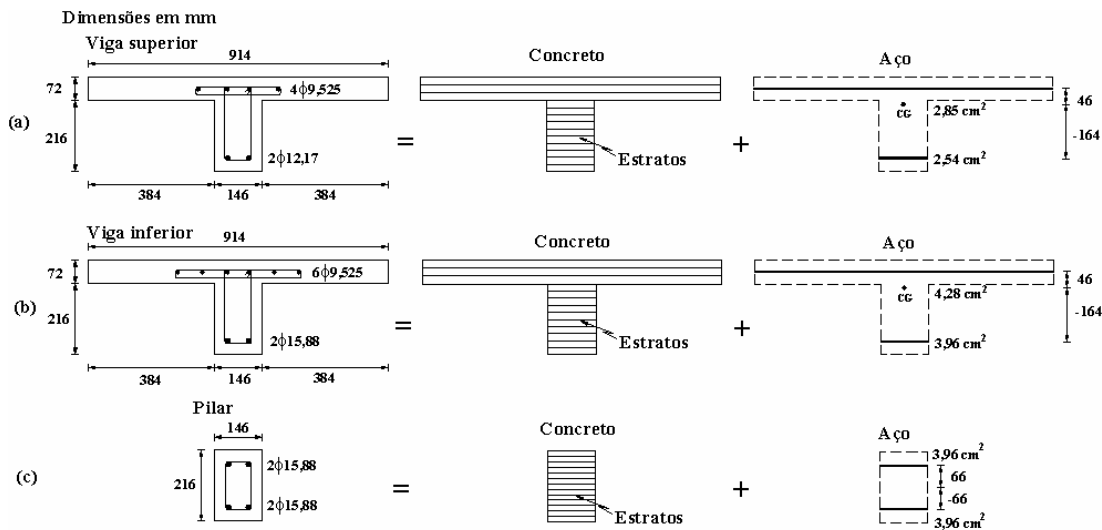


Figura 6.117 – Modelo de La Borderie, discretização das seções do pórtico de Clough & Gidwani:

(a) viga superior, (b) viga inferior, (c) pilares

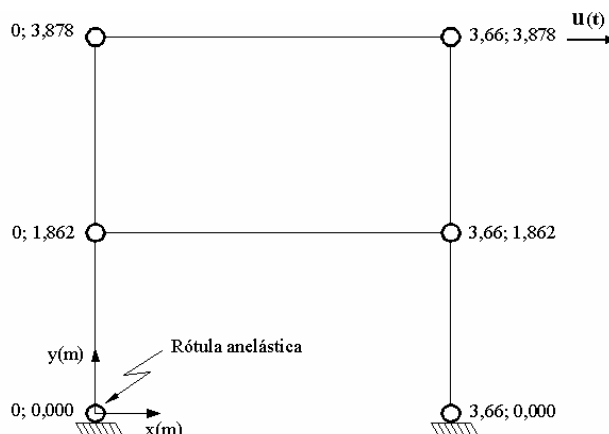


Figura 6.118 – MDCH, discretização do pórtico de Clough & Gidwani

Na tabela 6.24 ilustram-se os valores experimentais e numéricos para a primeira e a segunda frequência natural íntegra da estrutura, a excelente concordância entre os resultados experimentais e os resultados numéricos evidencia o bom funcionamento das idealizações apresentadas nas figuras 6.114 e 6.115.

Tabela 6.24 – Frequências naturais íntegras do pórtico de Clough & Gidwani

-	Experimental	La Borderie	MDCH
ω_1 (rad/s)	23,88	23,53	23,59
ω_2 (rad/s)	61,57	61,07	61,96

Na figura 6.119 tem-se o resultado experimental para o deslocamento horizontal na extremidade da viga superior versus o tempo de análise.

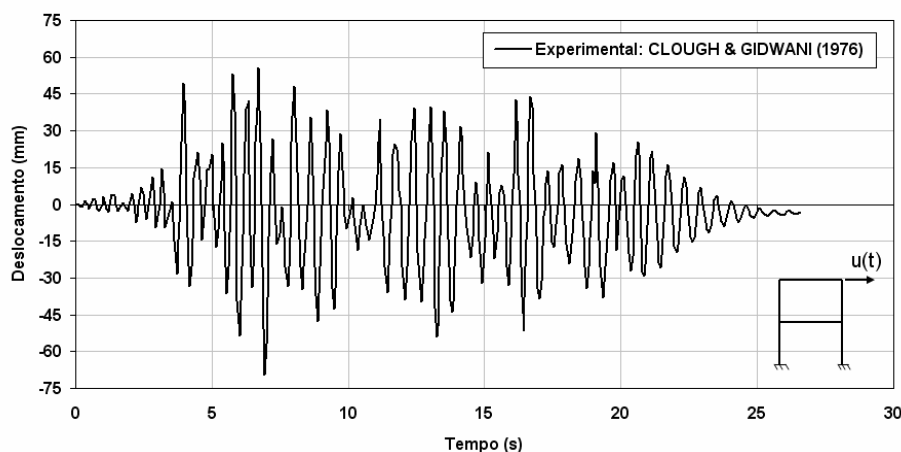


Figura 6.119 – Deslocamento versus tempo, CLOUGH & GIDWANI (1976)

Na figura 6.120 ilustra-se a resposta do pórtico simulado como meio elástico e sem a consideração do modelo de amortecimento viscoso de Rayleigh, $\xi_1 = \xi_2 = 0\%$. Enquanto na figura 6.121 o pórtico também foi simulado como elástico, porém considerando-se como taxas de amortecimento crítico os valores médios sugeridos por CLOUGH & GIDWANI (1976): $\xi_1 = \xi_2 = 3\%$.

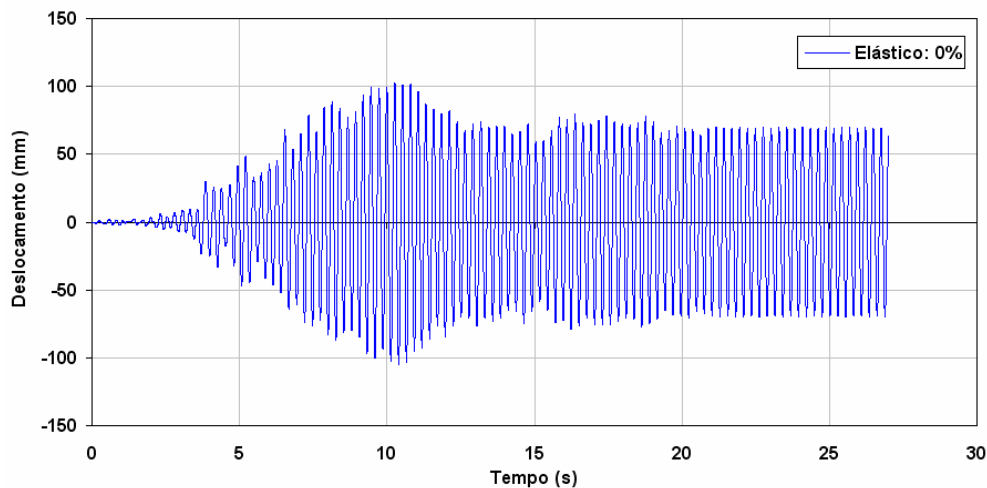


Figura 6.120 – Modelo elástico, pórtico de Clough & Gidwani, $\xi_1 = \xi_2 = 0\%$

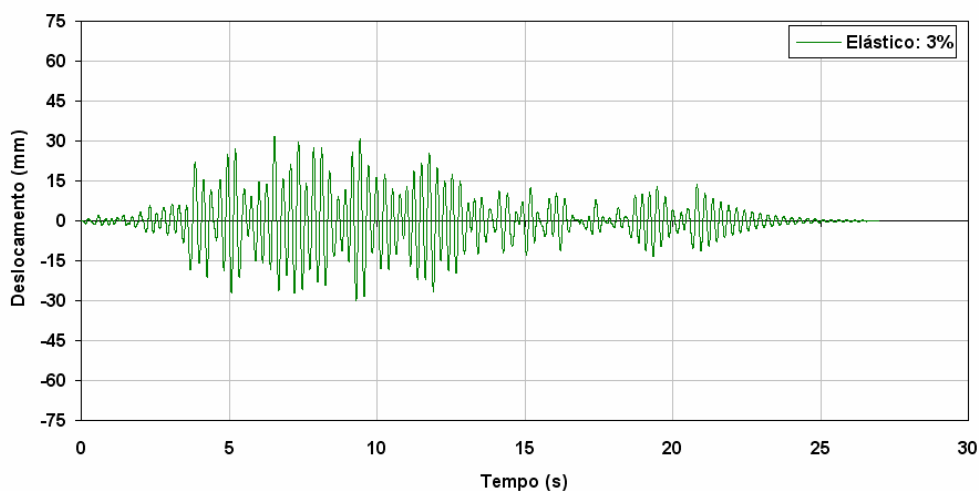


Figura 6.121 – Modelo elástico, pórtico de Clough & Gidwani, $\xi_1 = \xi_2 = 3\%$

No caso de se considerar a vibração não-amortecida, $\xi_1 = \xi_2 = 0\%$, o modelo elástico fornece uma resposta tanto com frequência de vibração quanto com picos de deslocamentos superiores aos verificados experimentalmente. O modelo elástico considerando o amortecimento viscoso de Rayleigh, $\xi_1 = \xi_2 = 3\%$, continua fornecendo

a frequência de vibração superior à verificada experimentalmente, porém os picos de deslocamento passaram a ser inferiores aos valores experimentais. Portanto, observa-se que em ambos os casos o modelo elástico se mostra totalmente inadequado para a simulação do comportamento desta estrutura, evidenciando, assim, a necessidade da consideração de efeitos não-lineares como a danificação da estrutura para a obtenção de uma resposta mais coerente com a verificação experimental.

Na figura 6.122 tem-se a resposta fornecida pelo modelo de La Borderie para as taxas de amortecimento crítico $\xi_1 = \xi_2 = 0,1\%$ para o modelo de amortecimento viscoso de Rayleigh. Foi necessária a adoção destas taxas de amortecimento para a estabilização da resposta, uma vez que a simulação de uma vibração não-amortecida ($\xi_1 = \xi_2 = 0\%$) não gerou convergência da resposta.

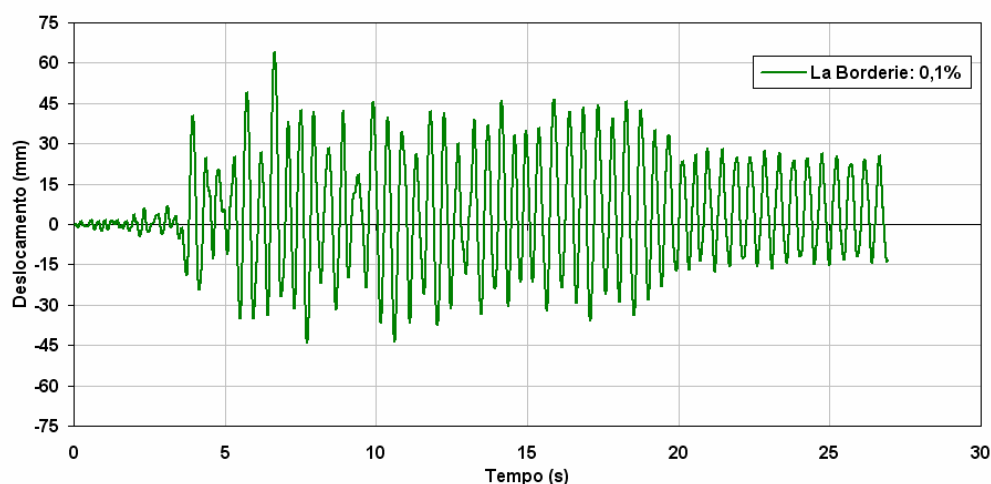
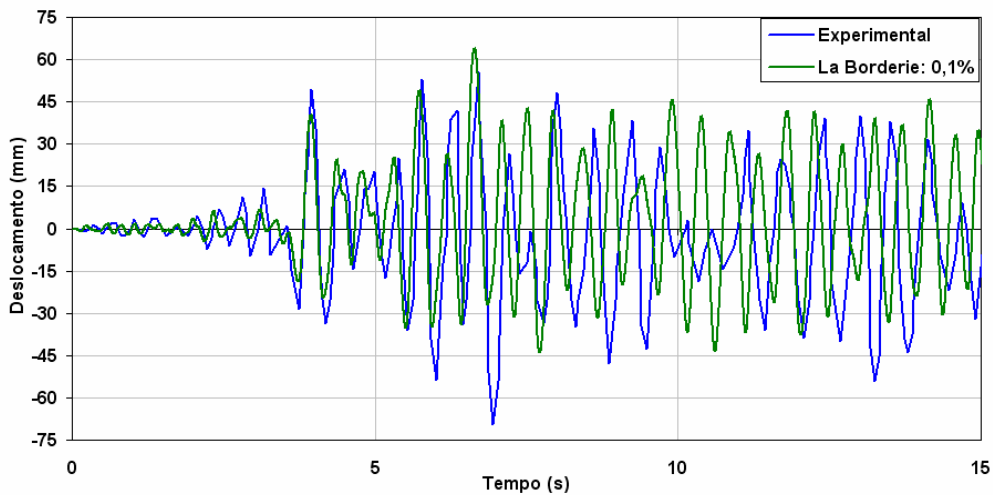


Figura 6.122 – Modelo de La Borderie, pórtico de Clough & Gidwani, $\xi_1 = \xi_2 = 0,1\%$

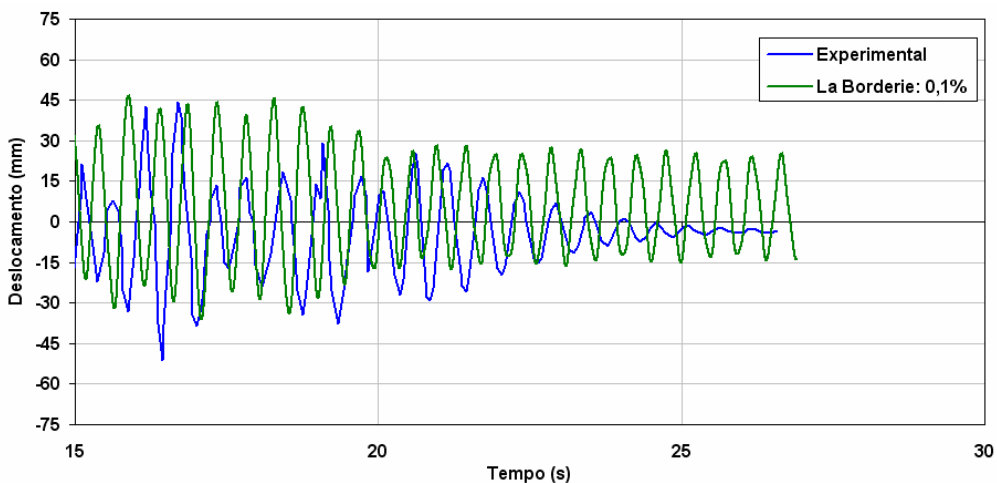
A análise da figura 6.122 permite observar que a resposta fornecida apresenta uma leve tendência de fornecer picos de deslocamentos positivos superiores aos negativos em módulo. O valor considerado de 0,1% para as taxas de amortecimento crítico de fato leva a um amortecimento pouco perceptível na fase de vibração livre (após 21s).

As figuras 123 e 124 apresentam o confronto entre a resposta experimental e a resposta fornecida pelo modelo de La Borderie para $\xi_1 = \xi_2 = 0,1\%$. Observa-se que num intervalo inicial de respostas a consideração da danificação da estrutura fornecida pelo modelo permite reproduzir de forma razoável a frequência de vibração verificada

experimentalmente. Porém, observando-se todo o intervalo de análise, nota-se que a resposta numérica não foi capaz de reproduzir o maior pico de deslocamento negativo presente na resposta experimental. Além disso, o modelo forneceu alguns picos de deslocamentos positivos exagerados quando comparados aos valores experimentais. A análise da fase de vibração livre permite observar que, como esperado, esta resposta numérica não reproduz o amortecimento verificado experimentalmente.



**Figura 6.123 – Modelo de La Borderie, pórtico de Clough & Gidwani, $\xi_1 = \xi_2 = 0,1\%$:
detalhe inicial da resposta**



**Figura 6.124 – Modelo de La Borderie, pórtico de Clough & Gidwani, $\xi_1 = \xi_2 = 0,1\%$:
detalhe final da resposta**

Na figura 6.125 tem-se a resposta fornecida pelo modelo de La Borderie considerando-se o modelo de amortecimento viscoso de Rayleigh com taxas de

amortecimento crítico $\xi_1 = \xi_2 = 3\%$. Observa-se que a consideração de taxas de amortecimento superiores às utilizadas anteriormente diminui a intensidade tanto dos picos de deslocamentos positivos quanto dos negativos, além de reproduzir de forma mais realista o amortecimento observado experimentalmente na fase de vibração livre.

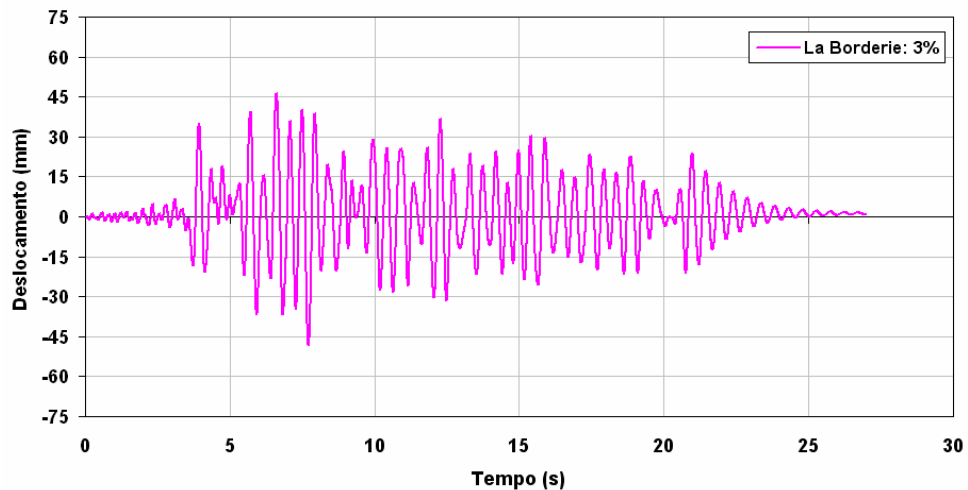


Figura 6.125 – Modelo de La Borderie, pórtico de Clough & Gidwani, $\xi_1 = \xi_2 = 3\%$

As figuras 126 e 127 apresentam o confronto entre a resposta experimental e a resposta fornecida pelo modelo de La Borderie para $\xi_1 = \xi_2 = 3\%$. Observa-se que o modelo de La Borderie mesmo superposto com o modelo de amortecimento viscoso de Rayleigh considerando como taxas de amortecimento crítico os valores médios sugeridos por CLOUGH & GIDWANI (1976) fornece, no todo, uma resposta pouco satisfatória quando comparada ao resultado experimental.

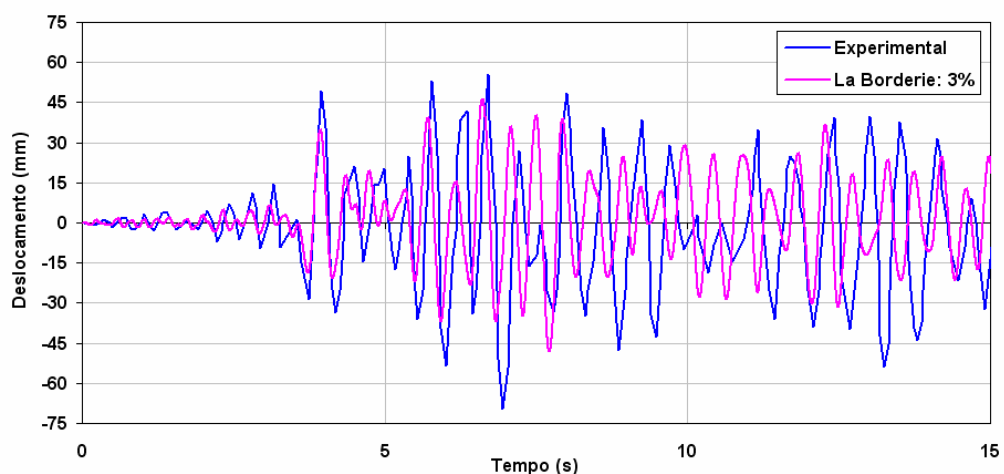
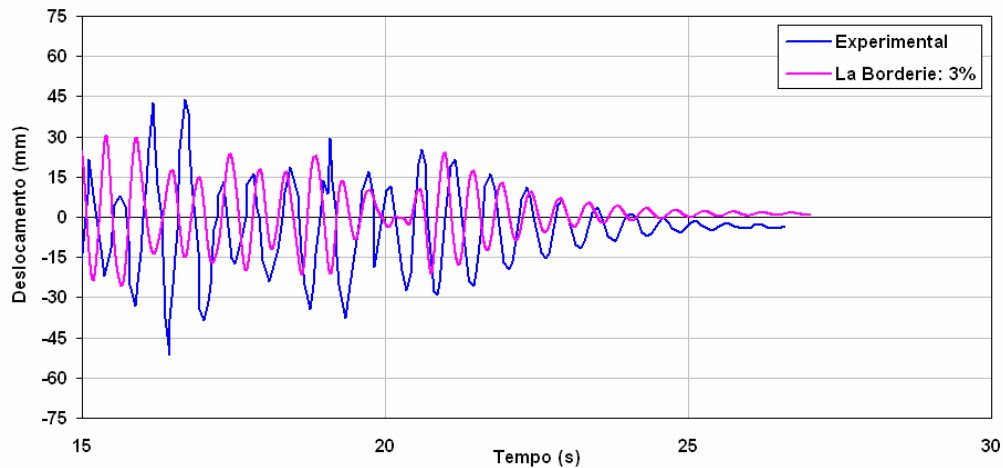


Figura 6.126 – Modelo de La Borderie, pórtico de Clough & Gidwani, $\xi_1 = \xi_2 = 3\%$:
detalhe inicial da resposta



**Figura 6.127 – Modelo de La Borderie, pórtico de Clough & Gidwani, $\xi_1 = \xi_2 = 3\%$:
detalhe final da resposta**

A figura 6.128 ilustra a resposta fornecida pelo modelo proposto, sendo o amortecimento obtido única e exclusivamente da dissipação de energia decorrente da realização dos laços de histerese, ou seja, $\xi_1 = \xi_2 = 0$. É interessante observar que diferentemente do modelo de La Borderie este modelo não apresenta a tendência de fornecer picos de deslocamentos positivos superiores aos negativos em módulo.

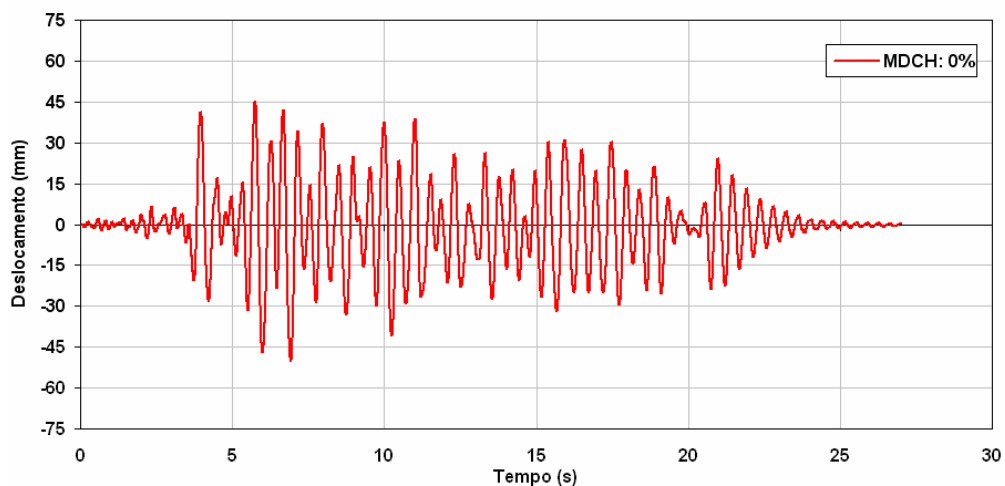
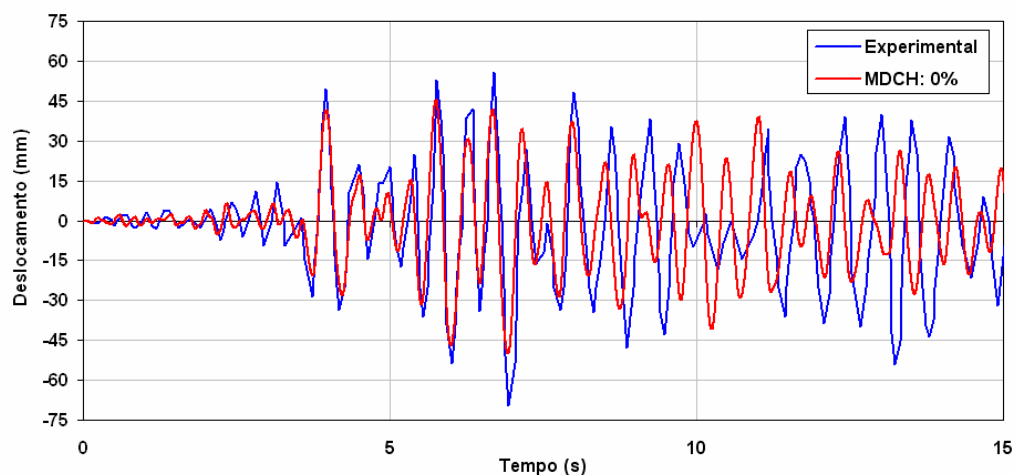


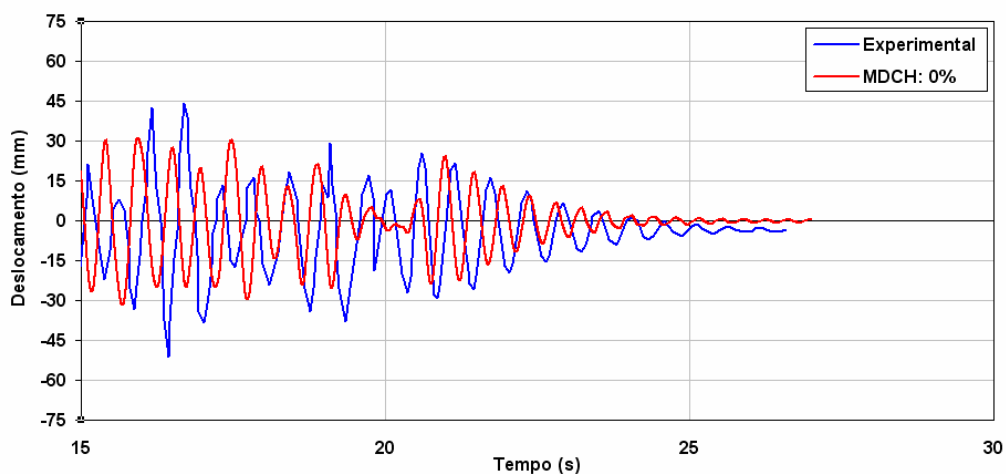
Figura 6.128 – MDCH, pórtico de Clough & Gidwani, $\xi_1 = \xi_2 = 0\%$

As figuras 129 e 130 apresentam o confronto entre a resposta experimental e a resposta fornecida pelo modelo proposto considerando-se $\xi_1 = \xi_2 = 0\%$. É interessante observar que embora o máximo deslocamento negativo, em módulo, fornecido pelo modelo seja um pouco inferior ao valor experimental a posição onde ele ocorre é

coincidente com o resultado experimental, fato este não reproduzido pelo modelo de La Borderie. Na fase de vibração livre, após 21s, o modelo fornece uma intensidade de amortecimento similar ao resultado experimental, porém observa-se que a frequência de vibração numérica é superior à experimental.



**Figura 6.129 – MDCH, pórtico de Clough & Gidwani, $\xi_1 = \xi_2 = 0\%$:
detalhe inicial da resposta**



**Figura 6.130 – MDCH, pórtico de Clough & Gidwani, $\xi_1 = \xi_2 = 0\%$:
detalhe final da resposta**

Na figura 6.131 tem-se a resposta fornecida pelo modelo proposto uma vez que se considere, adicionalmente, o modelo de amortecimento viscoso de Rayleigh para reproduzir a dissipação de energia associada à vinculação da estrutura, adotaram-se $\xi_1 = \xi_2 = 1,5\%$. A superposição dos dois processos de amortecimento foi obtida com

sucesso, porém observa-se que esta estratégia reduziu um pouco a intensidade dos picos de deslocamento sendo mais perceptível na fase de vibração livre.

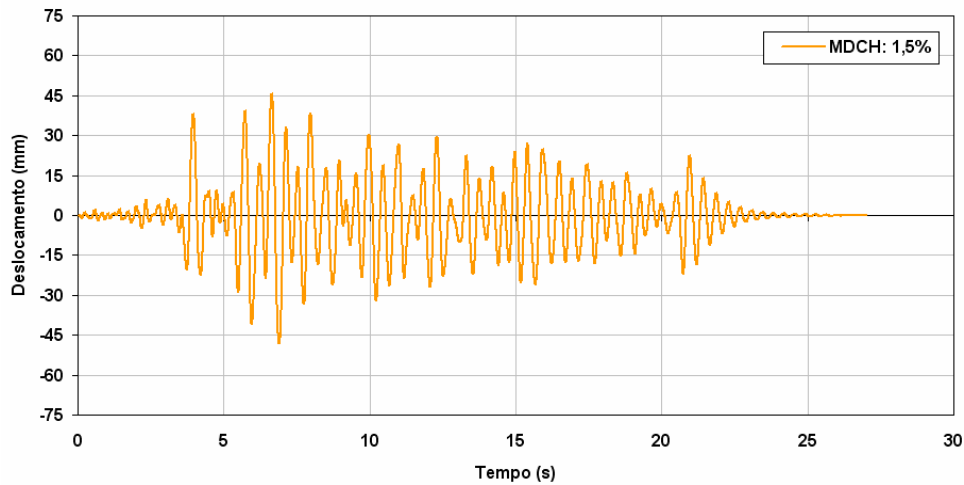


Figura 6.131 – MDCH, pórtico de Clough & Gidwani, $\xi_1 = \xi_2 = 1,5\%$

As figuras 132 e 133 ilustram o confronto entre a resposta experimental e a resposta fornecida pelo modelo proposto considerando-se $\xi_1 = \xi_2 = 1,5\%$. É interessante observar que na fase de vibração livre (após 21s) a superposição do amortecimento relacionado aos laços de histerese com o relacionado à dissipação de energia nos vínculos reproduz uma resposta excessivamente amortecida. Este fato evidencia que provavelmente a parcela de amortecimento relacionada aos laços de histerese é mais significativa que o amortecimento decorrente da vinculação na composição do amortecimento estrutural.

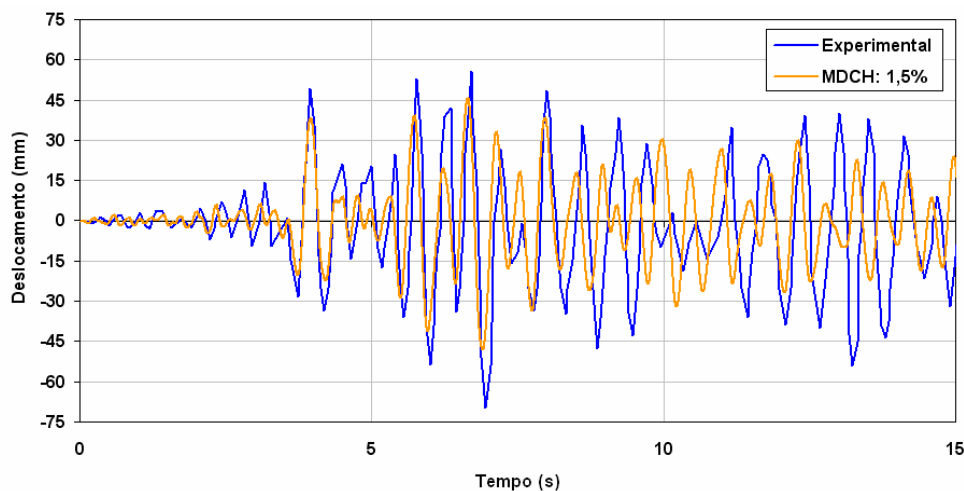
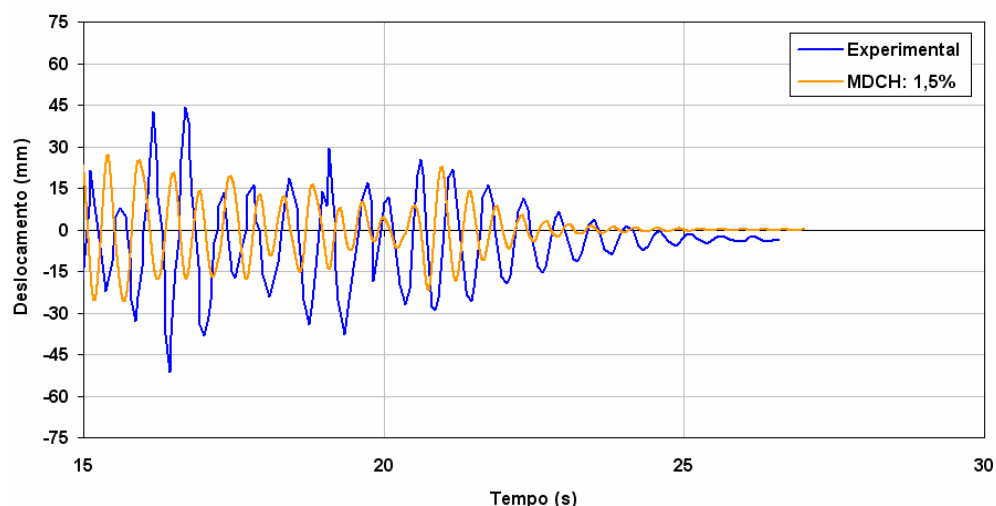


Figura 6.132 – MDCH, pórtico de Clough & Gidwani, $\xi_1 = \xi_2 = 1,5\%$:
detalhe inicial da resposta



**Figura 6.133 – MDCH, pórtico de Clough & Gidwani, $\xi_1 = \xi_2 = 1,5\%$:
detalhe final da resposta**

A tabela 6.25 apresenta os tempos consumidos no processamento do pórtico de Clough & Gidwani para o modelo elástico, o modelo de La Borderie e o modelo proposto.

Tabela 6.25 – Tempo de processamento para o pórtico de Clough & Gidwani

-	$\xi_1 = \xi_2 = 0\%$	$\xi_1 = \xi_2 = 0,1\%$	$\xi_1 = \xi_2 = 1,5\%$	$\xi_1 = \xi_2 = 3\%$
Elástico	4 minutos	-	-	4 minutos
La Borderie	-	24 horas	-	18 horas
MDCH	5 minutos	-	4,8 minutos	-

Evidentemente, apesar de ambos os modelos de dano fornecerem respostas pouco satisfatórias quando comparadas ao resultado experimental, o custo de processamento do modelo proposto é consideravelmente menor que o custo do modelo de La Borderie.

A figura 6.134 ilustra o confronto entre a resposta fornecida pelo modelo de La Borderie e a resposta advinda da utilização do modelo proposto. É interessante observar que apesar do modelo de La Borderie ser bem mais completo, no caso particular desta

estrutura, sua curva deslocamento versus tempo foi menos satisfatória que a curva fornecida pelo modelo proposto.

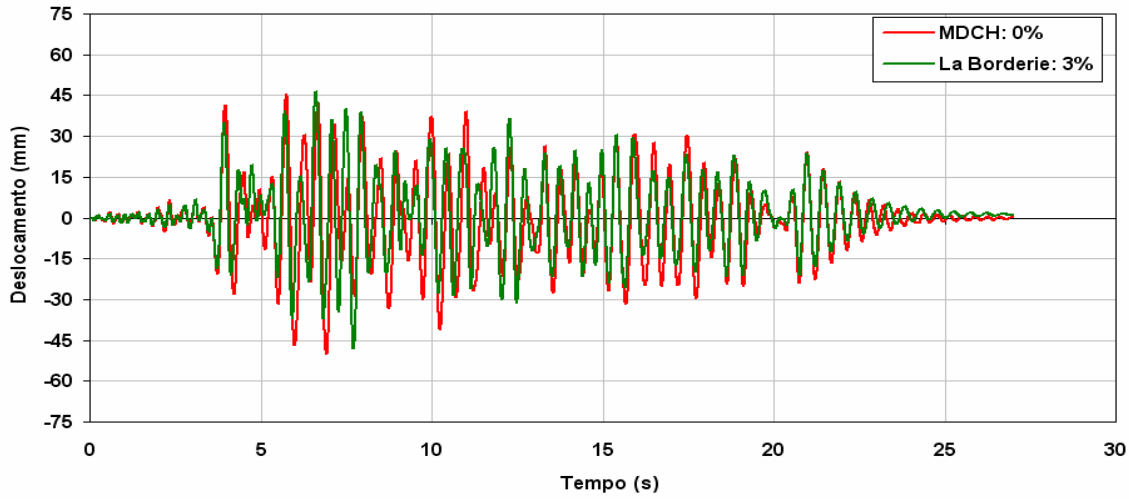


Figura 6.134 – Confronto de modelos, pórtico de Clough & Gidwani

Conclusões

7

7.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES

Este trabalho insere-se no campo da análise numérica não-linear estática e dinâmica de estruturas reticulares planas em concreto armado, sendo a não-linearidade física do concreto considerada mediante a utilização de modelos constitutivos de dano. Fundamentalmente o trabalho consiste na extensão da pesquisa desenvolvida por ARAÚJO (2003), que aborda o tema da modelagem teórica da resposta dinâmica de estruturas em concreto armado em decorrência da evolução do estado de fissuração do material.

Inicialmente foram comentados aspectos do comportamento mecânico do concreto e conceitos básicos da Mecânica do Dano tomando-se por base alguns trabalhos disponíveis na literatura técnica sobre estes assuntos. Finalizando a parte de revisão bibliográfica foram apresentados de forma resumida três modelos de dano que estão diretamente relacionados ao modelo simplificado proposto neste trabalho, são eles: LA BORDERIE (1991), FLÓREZ-LÓPEZ (1993, 1998) e a versão simplificada do modelo de MAZARS et al. (2000) apresentada por ARAÚJO (2003).

A fase de desenvolvimento consiste na formulação de um modelo simplificado de dano e plasticidade localizados em rótulas dispostas nas extremidades de um elemento finito de barra. Este modelo permite reproduzir os laços de histerese verificados experimentalmente em diagramas de momento versus rotação para pórticos planos em concreto armado, mesmo sem a consideração da inversão no sinal do carregamento. O modelo proposto é uma generalização do modelo simplificado de dano e plasticidade apresentado originalmente por FLÓREZ-LÓPEZ (1993, 1998) onde foi feita a inserção da formulação considerada por ARAÚJO (2003) para possibilitar a realização dos laços de histerese nos diagramas momento-rotação.

Na fase de revisão bibliográfica constatou-se que no trabalho de FLÓREZ-LÓPEZ (1993) e nos diversos trabalhos advindos de sua continuação, os autores não tiveram a preocupação de apresentar estratégias gerais para a calibração dos parâmetros do modelo. Observa-se que em boa parte das fases de aplicações os procedimentos adotados nas experimentações eram estrategicamente voltados para possibilitar a obtenção dos parâmetros de calibração do modelo.

Porém, uma vez formulado o modelo apresentado neste trabalho, o objetivo de recuperar resultados experimentais disponíveis na literatura evidenciou a necessidade de estabelecer estratégias alternativas para a estimativa dos parâmetros, uma vez que as informações disponíveis nem sempre são suficientes para uma rigorosa calibração. Para contornar esta dificuldade propôs-se a aplicação de procedimentos simplificados baseados nos diagramas de deformação das seções correspondentes aos estados limites previstos em normas. Tal alternativa permite uma boa estimativa inicial dos parâmetros do modelo, conhecendo-se apenas as resistências dos materiais aço e concreto, avaliadas por meio de ensaios usuais em corpos de prova.

Na fase final de desenvolvimento, as respostas numéricas obtidas com a utilização do modelo proposto foram avaliadas mediante o confronto com diversos resultados experimentais disponíveis na literatura para estruturas de concreto armado em solicitações estáticas e dinâmicas. Adicionalmente, também foram consideradas as respostas obtidas com a utilização do modelo de LA BORDERIE (1991) para o confronto de resultados, destacando-se principalmente os panoramas de danificação das estruturas fornecidos por este modelo.

Os resultados obtidos nos diversos exemplos considerados evidenciaram os seguintes aspectos:

- O objetivo de generalização do modelo de FLÓREZ-LÓPEZ (1993) no sentido de possibilitar a obtenção de deslocamentos residuais tanto relacionados ao comportamento plástico do concreto danificado quanto ao escoamento do aço, além de, permitir a descrição de laços de histerese nos diagramas momento-rotação, foi alcançado, levando a formulação do modelo apresentado neste trabalho;
- As estratégias alternativas para a estimativa dos parâmetros do modelo proposto, baseadas nos critérios clássicos de dimensionamento de seções de concreto

armado, permitiram a obtenção de resultados satisfatórios quando comparados aos resultados experimentais estáticos disponíveis na literatura e considerados neste trabalho;

- Apesar de o modelo proposto ser consideravelmente mais simplificado e apresentar um custo computacional muito menor que o modelo de LA BORDERIE (1991), no caso das estruturas analisadas neste trabalho as respostas numéricas fornecidas por ambos os modelos de dano se mostraram praticamente equivalentes em termos da envoltória de força versus deslocamento. Outra vantagem é que, nas fases de descarregamento e recarregamento o modelo proposto possibilitou a reprodução, de forma satisfatória, dos laços de histerese verificados experimentalmente, enquanto o modelo de La Borderie não permite esta reprodução. No entanto, o modelo de La Borderie permite a obtenção dos panoramas de danificação da estrutura, o que enriquece consideravelmente suas repostas numéricas;
- O modelo apresentado não funcionou de forma adequada além do ponto de ruína (M_u, ϕ_{pu}) , pois nesse caso verificou-se que o dano se tornou superestimado enquanto a rotação plástica ficou subestimada. Porém, esta é uma limitação advinda das próprias hipóteses de formulação do modelo, que não levam em conta o comportamento do elemento estrutural além da ruína;
- No caso de inversão no sinal do carregamento o modelo proposto alterna imediatamente a rigidez correspondente sem considerar uma transição progressiva. Esta estratégia não gera problemas se a história de solicitação à qual a estrutura foi submetida até a inversão não tiver produzido uma diferença significativa entre as rigidezes associadas às solicitações positiva e negativa. No entanto, se houver uma diferença significativa pode-se gerar uma resposta inicialmente muito rígida em comparação à resposta experimental, uma vez invertido o sinal do carregamento;
- Constatou-se que a representação da movimentação relativa entre as superfícies das fissuras, no concreto, tem grande importância para a consideração mais apurada dos efeitos da danificação sobre o comportamento estrutural.

- A integração da equação do movimento mesmo sem o termo proporcional à velocidade indica um efeito de amortecimento quando se emprega o modelo proposto. Tal efeito é totalmente decorrente da danificação e está relacionado com a realização dos laços de histerese nas fases de descarregamento e recarregamento. Porém, esta parcela de amortecimento não é capaz de gerar o amortecimento total da estrutura também decorrente da dissipação por atrito nos vínculos;
- A realização da superposição do amortecimento de Rayleigh com o amortecimento por histerese foi testada e produz, evidentemente, um efeito de aumento do amortecimento global da estrutura. Essa superposição pode fazer sentido, uma vez que se considere tanto a influência da danificação quanto da dissipação por atrito nos vínculos, para a geração do amortecimento global da estrutura. Porém, observou-se para os exemplos considerados que a superposição dos dois processos de amortecimento é mais significativa na fase de vibração livre;
- As respostas numéricas obtidas com ambos os modelos de dano para os dois pórticos sob solicitações dinâmicas se mostraram limitadamente satisfatórias por diferentes possíveis motivos. Em primeiro lugar, o emprego de parâmetros médios para ambos os modelos de dano considerados, dada a falta de resultados experimentais que permitissem uma calibração mais adequada, pode ter contribuído para a baixa qualidade das respostas obtidas. Deformações por cisalhamento, atuantes na experimentação e não reproduzidas pelos modelos de dano, também podem ter contribuído para a baixa qualidade das respostas. Outro aspecto de vital importância que deve ser considerado são as aproximações introduzidas nas simulações das solicitações dinâmicas, uma vez que não se dispunha das planilhas com os valores exatos das acelerações aplicadas. Por exemplo, no caso do pórtico de GULKAN & SOZEN (1974) a solicitação experimental aplicada é aproximadamente senoidal, porém podem ser observadas algumas variações na amplitude do acelerograma apresentado na figura 6.84, enquanto a solicitação simulada numericamente é exatamente senoidal. Já no caso do pórtico de CLOUGH & GIDWANI (1976), os valores numéricos para a simulação da aceleração aplicada da base da estrutura foram obtidos considerando-se alguns pontos do gráfico do acelerograma da figura

6.109. A estratégia consistiu em escanear o acelerograma e medir as posições dos pontos extremos de cada um dos trechos do gráfico que visualmente pareciam lineares. Os valores intermediários entre os pontos obtidos do gráfico do acelerograma foram interpolados linearmente. Porém, observa-se que apesar da figura escaneada ter sido ampliada o máximo possível, muitas vezes ocorriam dúvidas quanto a real trajetória seguida pelo gráfico devido sua pouca legibilidade.

7.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Sugere-se, inicialmente, o desenvolvimento de um programa experimental em laboratório para gerar novos resultados de confronto. Um objetivo específico a ser alcançado, a partir de ensaios de deformação controlada sobre elementos de barra, é possibilitar o estabelecimento de uma função de danificação que elimine a necessidade de utilização da variável γ introduzida na função de danificação considerada neste trabalho.

Em termos de solicitação dinâmica sugere-se um estudo experimental que permita quantificar e identificar na energia total dissipada, responsável pelo amortecimento global da estrutura, quais são as parcelas associadas à dissipação nos vínculos e no processo de fissuração do material. Isso possibilitaria o desenvolvimento de um critério mais representativo para a combinação do amortecimento de Rayleigh com o amortecimento por histerese.

Um possível desenvolvimento no sentido da obtenção de resultados mais satisfatórios que os obtidos nesta pesquisa, principalmente no caso das solicitações dinâmicas, é a introdução da matriz de rigidez do modelo simplificado de dano proposto por ÁLVARES (1999). Tal modelo considera a dependência dos processos de danificação nas rótulas e leva em conta deformações por cisalhamento.

A extensão do modelo proposto nesta pesquisa para possibilitar a análise de estruturas de barra tais como grelhas e pórticos espaciais em concreto armado pode ser desenvolvida, por exemplo, a partir da formulação apresentada por MARANTE & FLÓREZ-LÓPEZ (2002). Um resultado experimental de um pórtico espacial em solicitação dinâmica, em que as barras estão submetidas à flexão oblíqua, que pode ser utilizado para o confronto de resultados é apresentado por OLIVA (1980).

Sugere-se, finalmente, a extensão da formulação dos modelos simplificados de dissipação concentrada para o estudo de placas em concreto armado. Nesta nova formulação o elemento finito considerado possuiria charneiras em suas arestas, onde estariam localizados os processos dissipativos de danificação e plastificação. IRAWAN & MAEKAWA (1997) apresentam diversos resultados experimentais de placas em concreto armado em solitação estática que poderiam ser utilizados para a calibração do modelo e confronto de resultados.

7.3 CONSIDERAÇÕES COMPLEMENTARES

As considerações apresentadas neste item também podem ser consideradas como proposta para trabalhos futuros.

Adicionalmente à pesquisa que foi desenvolvida apresentam-se algumas considerações preliminares sobre a potencialidade do modelo proposto em simular a perda de rigidez que ocorre em estruturas de concreto armado devido à atuação de carregamento cíclico. Porém, adverte-se que estudos complementares sobre os fenômenos físicos envolvidos nesta perda de rigidez ainda precisam ser considerados antes de se propor uma formulação definitiva. Neste sentido alguns trabalhos que podem ser considerados tanto para o desenvolvimento da formulação quanto para a obtenção de resultados experimentais de confronto são: DRIEMEIER (1995), BENDITO et al. (1997), THOMSON et al. (1998), PICÓN & FLÓREZ-LÓPEZ (2000), ALVA (2004) e OLIVEIRA FILHO (2005).

O critério de danificação apresentado na equação (4.14a) pode ser colocado na forma, $g = G - R \leq 0$ onde $R = G_{cr} + \theta \frac{q \ln(1-d)}{1-d}$ é a quantidade de energia específica que deve ser disponibilizada para vencer a resistência à evolução da fissuração. De acordo com a formulação apresentada, uma vez que o critério de danificação tenha sido violado, calcula-se a evolução da variável de dano de forma a se obter $g = 0$. Porém, no caso da perda de rigidez progressiva associada à ação de carregamento cíclico, o critério de danificação dado pela equação (4.14a) torna-se inadequado, pois não é possível haver evolução do dano na etapa de recarregamento enquanto $G < R$.

Assim sendo, pode-se pensar em introduzir uma modificação no modelo proposto para permitir a simulação da perda de rigidez observada experimentalmente em estruturas submetidas a ações cíclicas. Para alcançar tal objetivo sugere-se uma

generalização do critério de evolução da danificação, baseado em PICÓN & FLÓREZ-LÓPEZ (2000), que estabelece como pontos principais:

- a) O critério de danificação ainda relaciona a evolução do dano com a taxa de restituição de energia \dot{G} ;
- b) Durante a aplicação de um carregamento monotônico tem-se a mesma resposta obtida a partir da aplicação da equação (4.14a);
- c) Não há evolução do dano durante a fase de descarregamento caracterizada por $\dot{G} < 0$;
- d) A evolução do dano é possível no recarregamento, isto é, $\dot{G} > 0$ e $G < R$, o que permite a evolução da danificação devido à aplicação de carregamento cíclico;
- e) Apenas uma variável, a qual é calibrada de acordo com a estrutura considerada, deve ser introduzida.

Estabelece-se a nova lei de evolução da danificação baseando-se na proposta apresentada por PICÓN & FLÓREZ-LÓPEZ (2000):

$$\begin{cases} \dot{d} = \left(\frac{G}{R}\right)^Z \frac{\langle \dot{G} \rangle}{\frac{\partial R}{\partial d}} & \text{se } G \geq G_{cr} \\ \dot{d} = 0 & \text{se } G < G_{cr} \end{cases} \quad (7.1)$$

$$\text{onde } \langle \dot{G} \rangle = \begin{cases} \dot{G} & \text{se } \dot{G} \geq 0 \\ 0 & \text{se } \dot{G} < 0 \end{cases}, \quad Z \in [0; +\infty[.$$

Observa-se que para carregamentos monotônicos as equações (4.14a) e (7.1) fornecem a mesma evolução da variável de dano, qualquer que seja o valor de $Z \geq 0$. De fato, para $\dot{d} > 0$ depois de aplicada a equação (4.14a) se obtém $G = R$, ou equivalentemente:

$$\frac{(G)^{Z+1}}{Z+1} = \frac{(R)^{Z+1}}{Z+1} \quad \forall \quad Z \geq 0.$$

Derivando-se com o tempo,

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{(G)^{Z+1}}{Z+1} \right) = \frac{d}{dt} \left(\frac{(R)^{Z+1}}{Z+1} \right) \Rightarrow \frac{d}{dG} \left(\frac{(G)^{Z+1}}{Z+1} \right) \frac{dG}{dt} = \frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{(R)^{Z+1}}{Z+1} \right) \frac{\partial R}{\partial d} \frac{\partial d}{\partial t}$$

$$\frac{Z+1}{Z+1} G^Z \dot{G} = \frac{Z+1}{Z+1} R^Z \frac{\partial R}{\partial d} \dot{d} \Rightarrow \dot{d} = \left(\frac{G}{R} \right)^Z \frac{\langle \dot{G} \rangle}{\frac{\partial R}{\partial d}}$$

Na última igualdade aplica-se o operador $\langle \rangle$ pois $\dot{d} \geq 0$.

Pode-se notar que para carregamentos cíclicos a evolução do dano gerada pela equação (7.1) tende à evolução gerada pela equação (4.14a) uma vez que $Z \rightarrow \infty$. De fato, para valores da taxa de liberação de energia tais que não seja ultrapassada a resistência à evolução das fissuras, $G < R$, a relação $(G/R)^Z$ tende a zero quando Z tende ao infinito. Disso resulta que a evolução do dano só é possível a partir de $G = R$. Portanto o máximo efeito de perda de rigidez por aplicação de carregamento cíclico é obtido para $Z = 0$, e não há este efeito para $Z \rightarrow \infty$.

Em termos de implementação é necessária a aplicação de uma estratégia que substitua o incremento de danificação em taxa (\dot{d}) por um incremento discreto (Δd). Neste sentido adota-se a mesma estratégia sugerida por ALVA (2004), ver equação (7.2).

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta d = \left(\frac{1}{2} \frac{(G + G_{\text{ant}})}{R} \right)^Z \cdot \frac{(G - G_{\text{ant}})}{\frac{\partial R}{\partial d}}, \quad \text{se } G > G_{\text{cr}} \text{ e } G - G_{\text{ant}} > 0 \\ \Delta d = 0, \quad \text{se } G \leq G_{\text{cr}} \text{ ou } G > G_{\text{cr}} \text{ e } G - G_{\text{ant}} \leq 0 \end{array} \right. \quad (7.2)$$

onde:

- G - é calculado para a iteração atual de verificação do equilíbrio global da estrutura no presente passo de carga;
- G_{ant} - na primeira iteração do passo de carga atual é o valor obtido com a convergência do passo de carga anterior; a partir da segunda iteração do passo de carga atual é o valor obtido na iteração anterior deste mesmo passo;

$$\bullet \quad \frac{\partial R}{\partial d} = \gamma\theta \frac{q \ln(1-d)}{1-d} + \theta q \left(\frac{\ln(1-d)-1}{(1-d)^2} \right).$$

No caso da inversão no sinal do carregamento consideram-se as duas variáveis de dano: d^+ para $M > 0$ e d^- para $M < 0$, ambas com comportamentos independentes, como apresentado no item 4.2.3.

Visando avaliar a eficiência da modificação introduzida no modelo proposto, apresenta-se a seguir o confronto entre a resposta numérica obtida com a utilização desta nova versão do modelo e os resultados experimental e numérico apresentados por ALVA (2004).

Em seu trabalho, ALVA (2004) realizou um estudo teórico e experimental de nós de pórtico de ligação viga-pilar de concreto armado submetidos a ações cíclicas. Na etapa experimental foram realizados ensaios em cinco modelos físicos chamados de LVP1, LVP2, LVP3, LVP4 e LVP5, que tinham o objetivo de simular uma situação real de ligação entre uma viga e um pilar de extremidade em edifício de múltiplos andares. As variáveis analisadas nesta etapa foram: o número de estribos no nó de pórtico e a forma do carregamento aplicado. As dimensões dos modelos, as armaduras longitudinais e as armaduras transversais foram mantidas fixas, exceto o número de estribos na região do nó de pórtico. Na etapa teórica foi proposta uma nova função de danificação para o modelo simplificado de dano e plasticidade proposto originalmente por FLÓREZ-LÓPEZ (1993). Também foi utilizada uma adaptação do modelo de PICÓN & FLÓREZ-LÓPEZ (2000) para simular as respostas das estruturas às ações cíclicas. Alva utilizou estes dois modelos para simular numericamente as estruturas consideradas na etapa experimental do seu trabalho.

Das cinco estruturas ensaiadas por ALVA (2004) apenas a ligação LVP2, a qual está ilustrada na figura 7.1, é considerada neste item, porém as demais ligações também podem ser avaliadas em trabalhos futuros.

O procedimento geral de carregamento na ligação LVP2 consistiu na aplicação de uma força axial constante no pilar, $F_N = 360\text{KN}$, para simular ações gravitacionais. Após a aplicação da força axial inicia-se a segunda fase do experimento que consiste na aplicação de uma força variável e inversível na extremidade da viga para simular ações cíclicas em edifícios de múltiplos andares, ALVA (2004). Para a ligação LVP2 a

segunda fase do experimento foi dividida em três etapas de carregamentos, porém serão consideradas neste trabalho apenas as duas primeiras etapas deste carregamento.

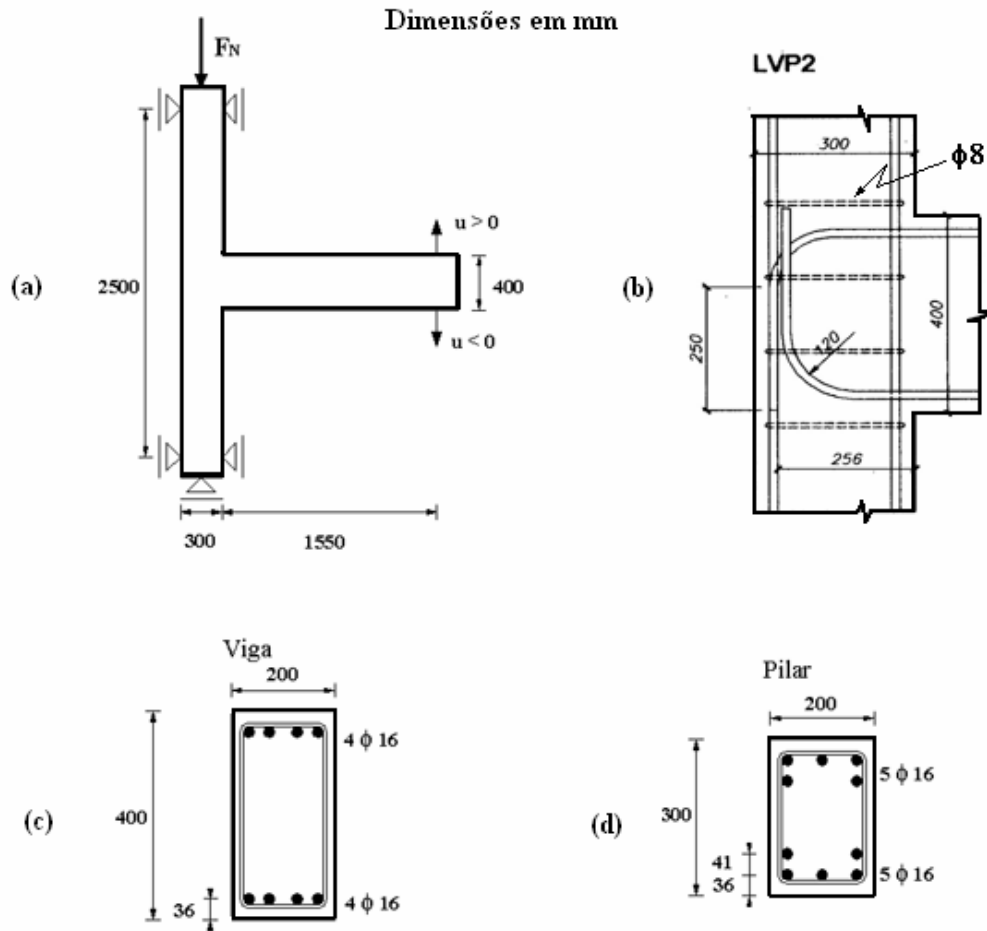


Figura 7.1 – Pórtico de Alva: (a) geometria e carregamento, (b) detalhe dos estribos em LVP2, (c) seção da viga, (d) seção do pilar

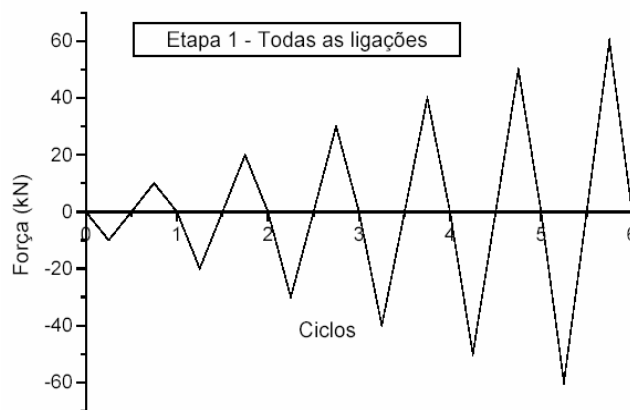


Figura 7.2 – Carregamento aplicado na etapa 1 para todas as ligações, ALVA (2004)

Na etapa 1 dos ensaios, comum a todas as ligações, a força aplicada na extremidade da viga teve picos mínimos/máximos de: $\mp 10\text{KN}$; $\mp 20\text{KN}$; $\mp 30\text{KN}$; $\mp 40\text{KN}$; $\mp 50\text{KN}$; $\mp 60\text{KN}$, totalizando seis ciclos como pode ser observado na figura 7.2. A convenção adotada para o sinal dos deslocamentos medidos na extremidade da viga está indicada na figura 7.1. Na etapa 2 dos ensaios as estruturas foram submetidas a diversos ciclos de carga com amplitudes constantes de força de $\mp 60\text{KN}$.

Para a utilização do modelo proposto o pórtico foi discretizados em três elementos finitos com a consideração de uma rótula anelástica, como indicado na figura 6.60. Quanto à variável Z , para que fosse possível reproduzir o acréscimo de danificação verificado experimentalmente com a aplicação dos ciclos de carregamento com amplitude constante de força $F = \mp 60\text{KN}$, utilizou-se a expressão $Z = 30 \cdot (1 - d)$.

Na tabela 7.1 estão as propriedades dos materiais da ligação LVP2 e na tabela 7.2 os parâmetros utilizados para a calibração do modelo proposto, os quais foram calibrados a partir dos valores experimentais fornecidos por ALVA (2004).

Tabela 7.1 – Propriedades dos materiais: ligação LVP2 de Alva

Concreto	Aço
$E_c = 33.603 \text{ MPa}$	$E_s = 212.400 \text{ MPa}$
$f_c = 44,18 \text{ MPa}$	$f_y = 594 \text{ MPa}$
$f_t^{(\text{diam.})} = 3,30 \text{ MPa}$	$E_{ST} = 4.248 \text{ MPa}$

Tabela 7.2 – Parâmetros do modelo proposto: ligação LVP2 de Alva

Pilar / $M^+ = M^- = M$		
$M_{cr} = 27,9 \text{ KN.m}$	$\gamma = 5$	$X_\infty = 15,8 \text{ KN.m}$
$M_p = 135,9 \text{ KN.m}$	$\phi_{pp} = 1,0 \times 10^{-3} \text{ rad}$	$b = 7.000 \text{ KN.m}$
$M_u = 142,2 \text{ KN.m}$	$\phi_{pu} = 5,00 \times 10^{-3} \text{ rad}$	$M_k = 0,158 \text{ KN.m}$
Viga/ $M^+ = M^- = M$		
$M_{cr} = 19,8 \text{ KN.m}$	$\gamma^+ = 8 / \gamma^- = 10$	$X_\infty = 20,5 \text{ KN.m}$
$M_p = 146,7 \text{ KN.m}$	$\phi_{pp} = 1,7 \times 10^{-3} \text{ rad}$	$b = 7.000 \text{ KN.m}$
$M_u = 184,5 \text{ KN.m}$	$\phi_{pu} = 12,0 \times 10^{-3} \text{ rad}$	$M_k = 0,205 \text{ KN.m}$

Etapal

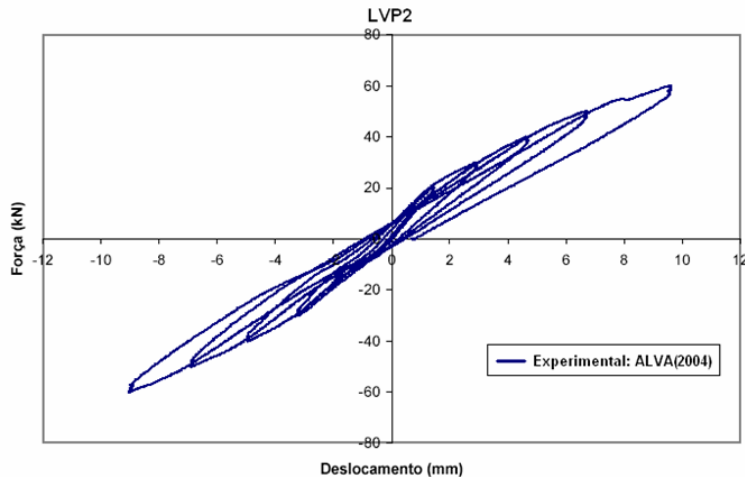


Figura 7.3 – LVP2: curva força/deslocamento na extremidade da viga,experimental, ALVA(2004)

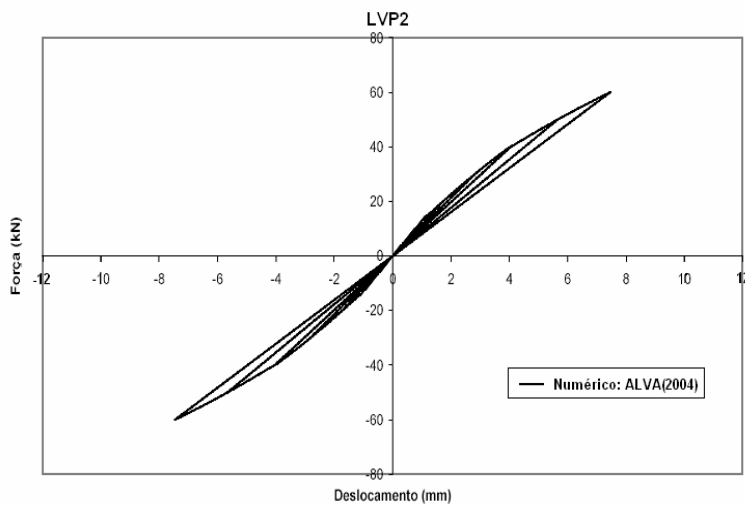


Figura 7.4 – LVP2: curva força/deslocamento na extremidade da viga, numérico, ALVA(2004)

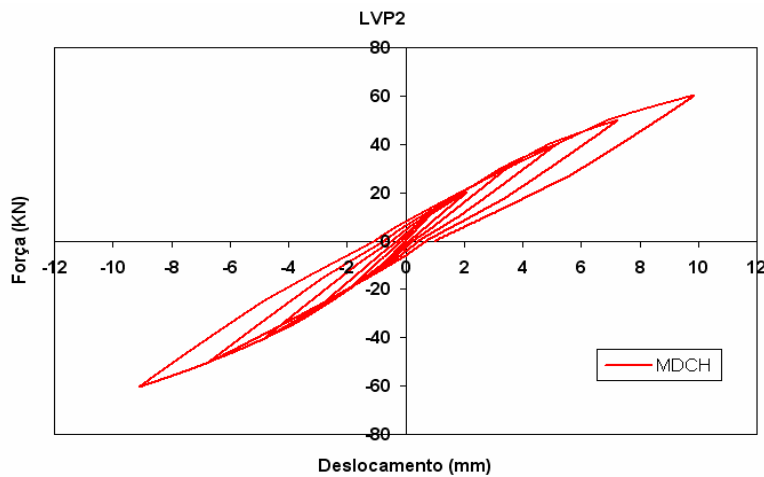


Figura 7.5 – LVP2: curva força/deslocamento na extremidade da viga, MDCH

Na figura 7.3 mostra-se a curva experimental força versus o deslocamento na extremidade da viga para a ligação LVP2 e na figura 7.4 tem-se a curva numérica, ambas obtidas por ALVA (2004). Observa-se que o modelo utilizado por Alva tende a reproduzir a resposta experimental, porém sua resposta numérica se mostra um pouco mais rígida. Observa-se também que não há a reprodução dos deslocamentos residuais verificados experimentalmente, isso ocorre porque o modelo utilizado por Alva só considera a ocorrência de deslocamentos residuais associados ao escoamento da armadura. Porém, os deslocamentos residuais verificados experimentalmente são causados pelo comportamento plástico do concreto danificado.

A figura 7.5 apresenta a resposta numérica da ligação LVP2 obtida a partir da utilização do modelo proposto. Observa-se que o comportamento da estrutura é reproduzido de forma satisfatória e o modelo permite uma boa reprodução dos deslocamentos residuais verificados experimentalmente.

Na figura 7.6 apresenta-se o confronto entre as envoltórias da resposta experimental e das respostas numéricas para o carregamento máximo $\mp 60\text{KN}$.

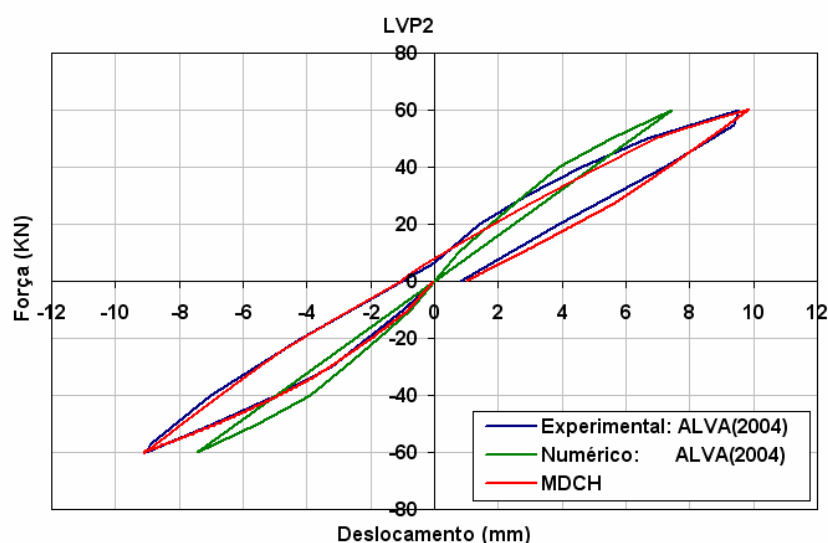


Figura 7.6 – LVP2: curva força/deslocamento na extremidade da viga, envoltória $F = \mp 60\text{KN}$

Etapa2

Na ligação LVP2, a etapa 2 consistiu na aplicação de 1000 ciclos de carregamentos alternados com amplitude de força constante de $\mp 60\text{KN}$. Na figura 7.7 tem-se a resposta experimental e as respostas numéricas para o incremento de

deslocamento negativo com o número de ciclos. Na figura 7.8 mostram-se a resposta experimental e as respostas numéricas para o incremento de deslocamento positivo com o número de ciclos.

Os gráficos das figuras 7.7 e 7.8 indicam um aumento dos deslocamentos experimentais em virtude dos ciclos de carregamento impostos, nota-se que esses aumentos de deslocamentos são mais intensos nos ciclos iniciais, porém tendem a uma estabilização nos ciclos finais. As respostas numéricas obtidas por Alva forneceram curvas com uma tendência satisfatória de aumento dos deslocamentos, apesar das diferenças nos deslocamentos no final da etapa 1. No caso da utilização do modelo proposto a tendência de aumento dos deslocamentos com o número de ciclos de carregamento impostos é bastante satisfatória, tanto para os deslocamentos negativos quanto para os deslocamentos positivos. Porém, reitera-se que a expressão adotada para a variável Z não é uma expressão geral e definitiva, pois ela foi calibrada particularmente para a estrutura em análise neste item, portanto, estudos complementares ainda são necessários.

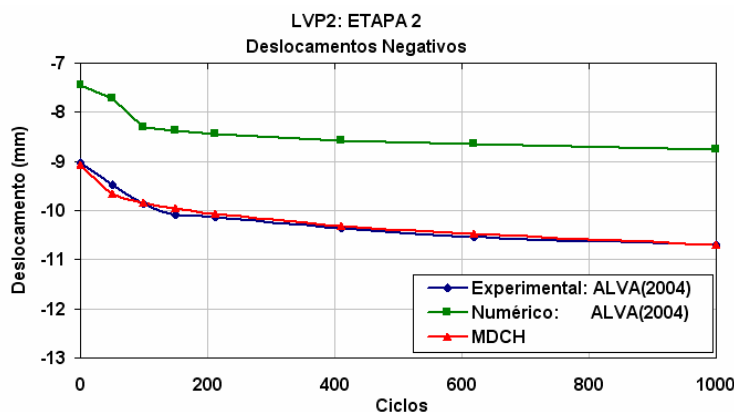


Figura 7.7 – LVP2: curvas deslocamento negativo na extremidade da viga/número de ciclos

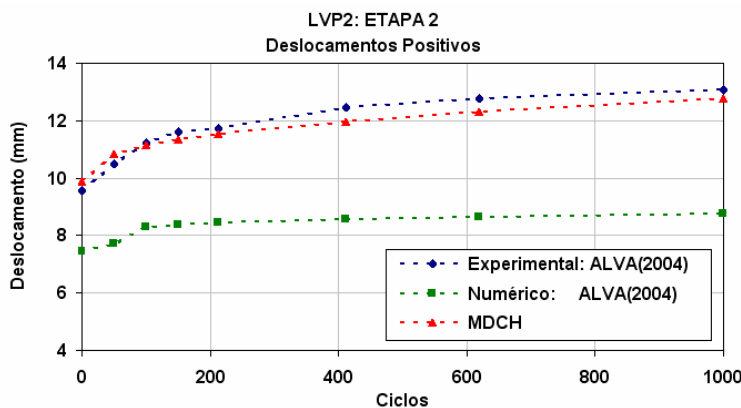


Figura 7.8 – LVP2: curvas deslocamento positivo na extremidade da viga/número de ciclos

Referências Bibliográficas

- ALVA, G. M. S. (2004). *Estudo teórico-experimental do comportamento de nós de pórticos de concreto armado submetidos a ações cíclicas*. 218f. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 2004.
- ALVA, G. M. S. (2006). *Modelos de dissipação concentrada aplicados na análise estrutural de elementos lineares de concreto armado segundo a NBR 6118*. In: 48º Congresso Brasileiro do Concreto - IBRACON, Rio de Janeiro.
- ÁLVARES, M. S. (1993). *Estudo de um modelo de dano para o concreto: formulação, identificação paramétrica e aplicação com o emprego do método dos elementos finitos*. 123f. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 1993.
- ÁLVARES, M. S. (1999). *Contribuição ao estudo e emprego de modelos simplificados de dano e plasticidade para a análise de estruturas de barra em concreto armado*. 123f. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 1999.
- ARAÚJO, F. A. (2003). *Contribuição ao emprego da mecânica do dano para a análise do comportamento dinâmico não-linear de vigas em concreto armado*. 85f. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 2003.

- ARAÚJO, F. A.; PROÊNÇA, S. P. B. (2003). *Aplicação de um modelo de dano para o concreto com a consideração de deformações residuais e ciclos de histerese*. [CD-ROM]. In: V Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto, São Paulo.
- ARAÚJO, F. A.; PROÊNÇA, S. P. B. (2006). *Aplicação de um modelo de dissipação concentrada para o concreto com a consideração de deformações residuais e ciclos de histerese*. [CD-ROM]. In: VI Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto, São Paulo.
- ARGYRIS, J.; MLEJNEK, H. P. (1991). *Dynamics of structures*. Noth-Holland. v.5
- ASSAN, A. E. (1999). *Método dos elementos finitos: primeiros passos*. Campinas: UNICAMP.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2003). NBR 6118: *Projeto de estruturas de concreto - procedimentos*. Rio de Janeiro.
- BAKER, A. L. L. (1956). *Ultimate load theory applied to the design of reinforced and prestressed concrete frames*. London: Concrete Publications.
- BALBO, A. R. (1998). *Contribuição à formulação matemática de modelos constitutivos para materiais com dano contínuo*. 222f. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 1998.
- BATHE, K. J. (1996). *Finite element procedures*. New Jersey: Prentice Hall.
- BENDITO, A.; THOMSON, E.; FLÓREZ-LÓPEZ, J. (1997). *Fatiga oligocíclica en elementos estructurales de concreto armado*. In: XXVIII JORNADAS SUL-AMERICANAS DE ENGENHARIA ESTRUTURAL. Anais. São Carlos, Brasil, p.2079-2087.

- BLONDET, J. M.; CLOUGH, R. W.; MAHIN, S. A. (1980). *Evaluation of a shaking table test program on response behavior of two story reinforced concrete frame*. Berkeley: Earthquake Engineering Research Center, University of California, Report n. EERC 80-42.
- BOTTA, A. S. (1998). *Cálculo de esforços e deslocamentos em estrutura reticuladas considerando-se a mecânica do dano para a modelagem do concreto armado*. 98f. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 1998.
- BUYUKOZTURK, O.; NILSON, A. H.; SLATE, F. O. (1972). *Deformation and fracture of particulate composite*. Journal of the Engineering Mechanics Division, v. 98, n.3, p.581-593.
- CIPOLLINA, A.; FLÓREZ-LÓPEZ, J. (1995). *Modelos simplificados de dano en pórticos de concreto armado*. Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería, v. 11, n.1, p.3-22.
- CIPOLLINA, A.; LÓPEZ-INOJOSA; FLÓREZ-LÓPEZ, J. (1995). *A simplified damage mechanics approach to nonlinear analysis of frames*. Computer and Structures, v. 54, n.6, p.1113-1126.
- CLOUGH, R. W.; GIDWANI, J. (1976). *Reinforced concrete frame 2: seismic testing and analytical correlation*. Berkeley: Earthquake Engineering Research Center, University of California, Report n. EERC 76-15.
- CLOUGH, R. W.; PENZIEN, J. (1993). *Dynamics of structures*. 2 ed. New York: McGraw-Hill
- COHN, M. Z.; FRANCHI, A. (1979). *Structural plasticity computer system: STRUPL*. Journal of the Structural Division, ASCE, v.105, n.4, p.789-804.
- COMITEE EURO-INTERNATIONAL DU BETON - CEB (1996). *RC elements under cyclic loading*. Bulletin d'Information, n.230.

- COOK, R. D.; MALKUS, D. S.; PLESHA, M. E. (1989). *Concepts and applications of element analysis*. New York: John Wiley.
- CORLEY, W. G. (1966). *Rotational capacity of reinforced concrete beams*. Journal of the Structural Division, ASCE, v.92, n.5, p.121-146.
- CRISFIELD, M. A. (1991). *Non-linear finite element analysis of solids and structures*. New York: John Wiley. v.1.
- DRIEMEIER, L. (1995). *Considerações sobre a fadiga em metais e o comportamento do concreto sob solicitação cíclica*. 120f. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 1995.
- FLÓREZ-LÓPEZ, J. (1993). *Calcul simplifié de portiques endommageables*. Revue Européenne des Éléments Finis, v.2, n.1, p.47-74.
- FLÓREZ-LÓPEZ, J. (1995). *Simplified model of unilateral damage for RC frames*. Journal of Structural Engineering, v.121, n.12, p.1765-1772.
- FLÓREZ-LÓPEZ, J. (1998). *Frame analysis and continuum damage mechanics*. European Journal of Mechanics. A/Solids. v.17, n.2, p.269-283.
- FUSCO, P. B. (1981). *Estruturas de concreto, solicitações normais*. Rio de Janeiro : Guanabara Dois.
- GOPALARATNAM, V. S.; SHAH, S. P. (1985). *Softening response of plain concrete in direct tension*. ACI Journal, v.82, n.3, p.310-323.
- GULKAN, P.; SOZEN, M. A. (1974). *Inelastic responses of reinforced concrete structures to earthquake motions*. ACI Journal, v.71, n.11, p.604-610.
- HIDALGO, P.; CLOUGH, R. W. (1974). *Earthquake simulator study of a reinforced concrete frame*. Berkeley: Earthquake Engineering Research Center, University of California, Report n. EERC 74-13.

- HILLERBORG, A.; PETERSSON, P. E. (1981). *Fracture mechanical calculations, test methods and results and similar materials*. Advances in Fracture Research (ICF 5 - Cannes), v.4, p.1515-1522.
- IRAWAN, P.; MAEKAWA, K. (1997). *Path-dependent nonlinear analysis of reinforced concrete shells*. Journal of Materials, Concrete Structures and Pavements. v.557, n.34, p.121-134.
- JANSON, J.; HULT, J. (1977). *Fracture mechanics and damage mechanics a combined approach*. Journal de Mécanique Appliquée. v.1, n.1, p.69-84.
- KACHANOV, L. M. (1958). *Time of the rupture process of non-linear solid mechanics*. Otd. Tech. Nauk, v.8, p.28-31.
- LA BORDERIE, C. (1991). *Phenomenes unilateraux dans un materiau endommageable: modelisation et application a l'analyse de structures en beton*. 150f. These de Doctorat de L'Universite Paris. Paris, 1991.
- LEMAITRE, J. (1992). *A course on damage mechanics*. Springer: Verlag.
- LEMAITRE, J.; CHABOCHE, J-L. (1985). *Mechanics of solid materials*. Cambridge: University Press.
- LEONHARDT, F. (1981). *Construções de concreto: verificação da capacidade de utilização*. v.4. Rio de Janeiro: Interciência.
- MACCHI, G. (1972). *Analysis of hyperstatic structures with the imposed rotations methods*. C.E.B., Annexes aux recommandations internationals pour le calcul et l'execution des ouvrages en béton, AITEC, Rome, Italy, p.313-368.
- MAIER, G.; DE DONATO, L.; CORRADI, L. (1973). *Inelastic analysis of reinforced concrete frames by quadratic programming*. In: Symposium on Inelasticity and Nonlinearity in Structural Concrete. University of Waterloo, Canada, p.265-288.

- MARANTE, M. E.; FLÓREZ-LÓPEZ, J. (2002). *Model of damage for RC elements subjected to biaxial bending*. Engineering Structures, v.24, p.1141-1152.
- MATTOCK, A. H. (1967). *Discussion of "Rotational capacity of reinforced concrete beams" by W. G. Corley*. Journal of the Structural Division, ASCE, v.93, n.2, p.519-522.
- MAZARS, J. (1984). *Application de la mécanique de l'endommagement au compotaement non lineaire at à la rupture du béton de eststructure*. 180f. PhD thesis, Université Paris. 1984.
- MAZARS, J.; BERTHAUD, Y.; RANTANI, S. (1990). *The unilateral behavior of damaged concrete*. Engineering Fracture Mechanics. v.35, n.4/5, p.629-635.
- MAZARS, J.; RAGUENEAU, F.; PIJAUDIER-CABOT, G. (2000). *Continuum damage modelling for concrete structures in dynamic situations*. In: CONTINUUM DAMAGE MECHANICS OF MATERIALS, Cachan, France, oct. 2000. Damage mechanics of materials and structures. Cachan, CNRS. 36f. (Lectures series).
- MEHTA, P. K.; MONTEIRO, P. J. M. (2000). *Concreto: estrutura propriedades e material*. São Paulo: PINI.
- MONTOYA, P. J.; MESEGUER, A. G.; CABRÉ, F. M. (2000). *Hormigón armado*. 14.ed. Barcelona: Gustavo Gili.
- NAWY, E. G. (1996). *Reinforced concrete: a fundamental approach*. 3.ed. Upper Saddle River: Prentice Hall.
- NÓBREGA, P. G. B. (2004). *Análise dinâmica de estruturas de concreto: estudo experimental e numérico das condições de contorno de estruturas pré-moldadas*. 285f. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 2004.

- NÓBREGA, P. G .B.; ARAÚJO, F. A.; PROENÇA, S. P. B. (2005). *Modelagem de pórtico de concreto considerando a não-linearidade do material e das condições de contorno*. [CD-ROM]. In: XXVI CILAMCE, Guarapari.
- OLIVA, M. G. (1980). *Shaking table testing of a reinforced concrete frame with biaxial response*. Berkeley: Earthquake Engineering Research Center, University of California, Report n. EERC 80-28.
- OLIVEIRA FILHO, J. (2005). *Estudo teórico-experimental da influência das cargas cíclicas na rigidez de vigas de concreto armado*. 218f. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 2005.
- ORTIZ, M.; SIMO, J. C. (1986). *An analysis of a new class of integration algorithms for elastoplastic constitutive relations*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, v.23, p.353-366.
- PARK, R.; PAULAY, T. (1975). *Reinforced concrete structures*. New York: John Wiley and Sons.
- PAULA, C. F. (2001). *Contribuição ao estudo das respostas numéricas não-lineares estática e dinâmica de estruturas reticuladas planas*. 128f. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 2001.
- PAULA, C. F.; PROENÇA, S. P. B. (2001). *Avaliação do modelo de amortecimento viscoso de Rayleigh na resposta dinâmica não-linear de uma viga em concreto armado*. [CD-Rom]. In: XXII CILAMCE, São Paulo.
- PAULAY, T. et al. (1992). *Seismic design of reinforced concrete and masonry buildings*. New York: John Wiley and Sons.
- PAZ, M. (1991). *Structural dynamics: theory and computation*. New York: VNR.

- PICÓN, R. A.; FLÓREZ-LÓPEZ, J. (2000). *Evolucion de la degradacion de rigidez en porticos de concreto armado*. [CD-ROM]. In: XXIX JORNADAS SUDAMERICANAS DE INGENIERIA ESTRUCTURAL. Punta del Leste, Uruguay.
- PITUBA, J. J. C. (1998). *Estudo e aplicação de modelo constitutivo para o concreto fundamentado na mecânica do dano contínuo*. 130f. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 1998.
- PITUBA, J. J. C. (2003). *Sobre a formulação de um modelo de dano para o concreto*. 189f. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 2003.
- PROENÇA, S. P. B. (1988). *Sobre modelos matemáticos do comportamento não-linear do concreto: análise crítica e contribuições*. 330f. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 1988.
- PROENÇA, S. P. B. (2000). *Introdução a Mecânica do Dano e Fratura*. 300f. Notas de aula. São Carlos.
- RAGUENEAU, F.; LA BORDERIE, C.; MAZARS, J. (2000). *Damage model for concrete-like materials coupling cracking and friction, contribution towards structural damping: first uniaxial applications*. Mechanics of Cohesive-frictional Materials. v.5, p.607-625.
- REINHARDT, H. W. (1984). *Fracture mechanics of an elastic softening material like concrete*. Heron, v. 29, n.2, p.1-42.
- RIVA, P. COHN, M. Z. (1990). *Engineering approach to nonlinear analysis of concrete structures*. Journal of the Structural Division, ASCE, v.116, n.8, p.2162-2186.

- SAWYR, H. A. (1964). *Design of concrete frames for two failure states*. In: PROCEEDINGS OF THE INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON THE FLEXURAL MECHANICS OF REINFORCED CONCRETE, ASCE-ACI. Miami, USA. p.405-431.
- SPOONER, D. C.; DOUGILL, J. W. (1975). *A quantitative assessment of damage sustained in concrete during compressive loading*. Magazine of Concrete Research, v. 27, n.92, p.151-160.
- THOMSON, E.; BENDITO, A.; FLÓREZ-LÓPEZ, J. (1998). *Simplified model of low cycle fatigue for RC frames*. Journal of Structural Engineering, ASCE, v. 124, n.9, p.1082-1085.
- VAM MIER, J. G. M. (1984). *Strain-softening of concrete under multiaxial loading conditions*. PhD Thesis, Eindhoven Tech. Univ. 1984.
- VAM MIER, J. G. M. (1997). *Fracture processes of concrete*. Boca Raton: CRC.
- VECCHIO, F. J.; EMARA, M. B. (1992). *Shear deformations in reinforced concrete frames*. ACI Structural Journal, v. 89, n.1, p.48-56.
- WARBURTON, G. B. (1976). *The dynamical behavior of structures*. 2.ed. Oxford-Pergamon.
- YANKELEVSKY, D. Z.; REINHARDT, H. W. (1987a). *Model for cyclic compressive behavior of concrete*. Journal of Structural Engineering, ASCE, v. 113, n.2, p.228-240.
- YANKELEVSKY, D. Z.; REINHARDT, H. W. (1987b). *Response of plain concrete to cyclic tension*. ACI Material Journal, v. 84, n.5, p.365-373.
- YANKELEVSKY, D. Z.; REINHARDT, H. W. (1989). *Uniaxial behavior of concrete in cyclic tension*. Journal of Structural Engineering, ASCE, v. 115, n.1, p.166-182.

ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L. (1989). *The finite element method*. 4.ed.

London: McGraw-Hill.

Anexo

A

INFLUÊNCIA DA MOVIMENTAÇÃO HORIZONTAL DA BASE DA ESTRUTURA

Um modelo simplificado para simular a solicitação dinâmica causada pela movimentação horizontal da base de uma estrutura tal como ilustrada na figura A.1 para um sistema de um único grau de liberdade é apresentado em CLOUGH & PENZIEN (1993).

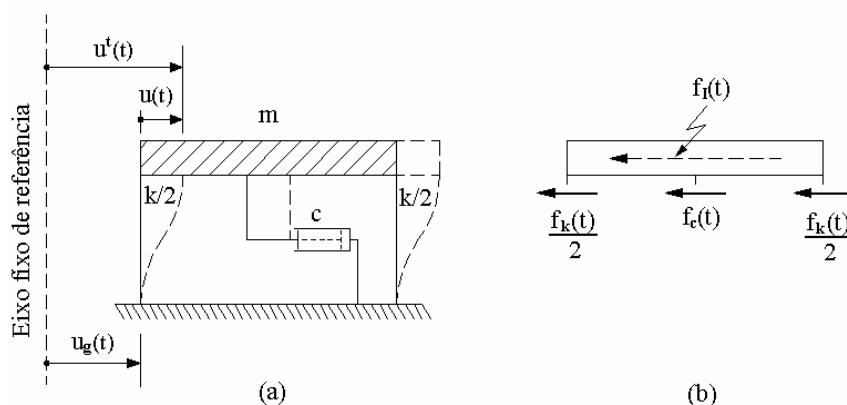


Figura A.1 – Movimentação horizontal da base da estrutura: (a) movimentos do sistema, (b) equilíbrio de forças, CLOUGH & PENZIEN (1993)

Na estrutura apresentada na figura A.1(a) a viga é assumida como rígida e concentra toda a massa da estrutura. As colunas são, portanto, consideradas com massas desprezíveis e ainda inextensíveis na direção axial. A resistência ao deslocamento da viga provida por cada coluna é representada pela rigidez (constante de mola) $k/2$. No meio do vão da viga representa-se o dispositivo com constante de amortecimento c que provê resistência proporcional à velocidade do movimento relativo da massa. O movimento horizontal imposto à base da estrutura em relação a um eixo fixo de referência é indicado por $u_g(t)$; $u^t(t)$ é o movimento total da massa em relação ao eixo fixo, enquanto $u(t)$ é o movimento relativo da massa em relação à configuração indeformada da estrutura.

A figura A.1(b) mostra o conjunto de forças para este sistema, cuja condição de equilíbrio pode ser escrita como:

$$f_1(t) + f_c(t) + f_k(t) = 0 \quad (\text{A.1})$$

onde:

- $f_1(t) = m \frac{d^2 u^t(t)}{dt^2} = m \ddot{u}^t(t)$ é a força associada à inércia da estrutura;

- $f_c(t) = c \frac{du(t)}{dt} = c \dot{u}(t)$ é a força associada ao amortecimento da estrutura;

- $f_k(t) = k u(t)$ é a força associada à rigidez da estrutura.

Observa-se que enquanto a força de inércia é calculada considerando-se o deslocamento total da estrutura em relação ao eixo fixo, as forças de amortecimento e rigidez são calculadas considerando-se o deslocamento relativo da estrutura em relação à sua configuração indeformada. No entanto, o deslocamento total pode ser colocado da seguinte forma, ver figura A.1(a):

$$u^t(t) = u(t) + u_g(t) \quad (\text{A.2})$$

A diferenciação dupla da equação (A.2) com o tempo fornece:

$$\ddot{u}^t(t) = \ddot{u}(t) + \ddot{u}_g(t) \quad (\text{A.3})$$

Substituindo-se a equação (A.3) na equação (A.1) obtém-se:

$$m \ddot{u}(t) + c \dot{u}(t) + k u(t) = -m \ddot{u}_g(t) \quad (\text{A.4})$$

A equação (A.4) mostra que a resposta dinâmica causada pela movimentação da base da estrutura $u_g(t)$, pode ser simulada por meio da consideração de uma força externa igual a $-m \ddot{u}_g(t)$ na equação do movimento. O sinal negativo indica que a força externa definida se opõe ao sentido do movimento da base. Esta equação pode ser perfeitamente generalizada para um sistema estrutural com “n” graus de liberdade.