Andrés Batista Cheung

MODELO ESTOCÁSTICO DE PRESSÕES DE PRODUTOS ARMAZENADOS PARA A ESTIMATIVA DA CONFIABILIDADE ESTRUTURAL DE SILOS ESBELTOS

Tese apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do Título de Doutor em Engenharia de Estruturas.

Orientador**:** Prof. Titular Carlito Calil Junior

São Carlos
2007

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

Cheung, Andrés Batista
C526m Modelo estocástico de pressões de produtos armazenados para a estimativa da confiabilidade estrutural de silos esbeltos / Andrés Batista Cheung ; orientador Carlito Calil Junior. – São Carlos, 2007.

Tese (Doutorado-Programa de Pós-Graduação e Área de Concentração : Engenharia de Estruturas) -- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2007.

1. Estatística de processos estocásticos. 2. pressões. 3. Silos 4. Verticais. 5. Esbeltos. 6. Confiabilidade. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **ANDRÉS BATISTA CHEUNG**

Tese defendida e julgada em 24/08/2007 perante a Comissão Julgadora:

APROVADO

Prof. Titular **CARLITO CALIL JUNIOR (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

Aprovado

Profª. Drª. **MARIA CECÍLIA AMORIM TEIXEIRA DA SILVA**
(Universidade Estadual de Campinas/UNICAMP)

APROVADO

Prof. Dr. **ANDRÉ TEÓFILO BECK**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

APROVADO

Prof. Titular **WALTER SAVASSI**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

Aprovado

Engenheiro **ARI ANTONIO NEGRISOLI**
(ENGESILOS)

Prof. Associado **MARCIO ANTONIO RAMALHO**
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas)

Prof. Associado **GERALDO ROBERTO MARTINS DA COSTA**
Presidente da Comissão da Pós-Graduação da EESC

A minha família que sempre me incentivou a continuar meus estudos, e em especial a minha esposa Luciana que foi companheira e corajosa em acompanhar-me nesta tarefa dispendiosa.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, que está presente em todos os dias da minha vida.

A ajuda de diversas pessoas que ajudaram direta ou indiretamente.

À Escola de Engenharia de São Carlos pelos serviços de apoio à pesquisa e a pós-graduação;

À Universidade Federal de Mato Grosso do Sul pela formação do autor;

Ao professor Titular Carlito Calil Junior, pela excelente orientação fornecida durante a elaboração deste trabalho, com sugestões e acompanhamento direto de todas as atividades desenvolvidas. Agradeço ainda, pela sua confiança e entusiasmo nos momentos de dificuldades.

Aos professores do LaMEM, Francisco Rocco e Antonio Alves Dias.

Ao professor André Teófilo Beck pelas aulas de confiabilidade estrutural, as quais foram fundamentais para o trabalho.

Ao meu irmão Peter Batista Cheung que me incentivou e ajudou a apreender a técnica dos algoritmos genéticos e aos meus pais que sempre estiveram junto comigo me incentivando a estudar.

Aos amigos do LaMEM e do SET que apoiaram e incentivaram a realização deste trabalho:

Fernanda Calmon companheira de todas as horas na realização dos experimentos.

Alexandre Miná com quem aprendi muito sobre a busca inesgotável de informação e o desenvolvimento de novas idéias;

Malton, Julio Molina, José Luís Miotto, Jorge Góes, Pedro Alcântara, Jorge Góes, André Zangiácomo, André Cristóforo, Maximiliano, Valério Almeida, Fátima, Elen e Márcio amigos que tornaram estes dias muito mais fáceis durante a estadia em São Carlos.

Em especial ao meu amigo Giovano Palma que contribuiu significamente neste estudo com seu trabalho pioneiro sobre silos esbeltos no país.

Aos técnicos que tornaram realidade às idéias e os estudos, em especial ao Jaime, Arnaldo, Aparecido, Silvio, Tânia, Roberto, Bragato e Samuel. Aos funcionários do SET-EESC, pelo suporte administrativo e empenho no atendimento do autor.

Às entidades de fomento à pesquisa e as empresas privadas que apoiaram a realização desta pesquisa.

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), pela concessão da bolsa de doutorado e pela outorga de recursos do projeto de pesquisa de apoio financeiro para realização desta pesquisa.

À Kepler Weber Industrial S/A, pela doação dos silos piloto e silo de armazenamento.

À CASP, pela doação do elevador de canecas.

"Entregue seu caminho a Javé, nele confie, e ele agirá". (Salmos, 37:5)

"As coisas impossíveis para os homens são possíveis para Deus". (Lucas, 18:27)

RESUMO

CHEUNG, A. B. **Modelo estocástico de pressões de produtos armazenados para a estimativa da confiabilidade estrutural de silos esbeltos**. 2007. 305 f . Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2007.

Os silos verticais são estruturas com elevado índice de deformações excessivas e ruptura causados, principalmente, pelo desconhecimento da variabilidade nas pressões devidas ao produto armazenado. O objetivo deste trabalho é apresentar um estudo teórico, numérico e experimental das pressões exercidas pelos produtos armazenados granulares nas paredes de silos esbeltos, com a proposta da incorporação de parâmetros com propriedades estocásticas, nos modelos de pressões apresentados na literatura. Os parâmetros mais relevantes dos modelos de pressões foram ajustados aos dados experimentais obtidos em um silo-piloto, utilizando a técnica de estimação de parâmetros por máxima verossimilhança (EMV), e, para isso, foram empregados os algoritmos genéticos (AGs) como procedimento de otimização. As avaliações experimentais no silo-piloto foram conduzidas com três produtos: soja, milho e ração. Com as variabilidades dos parâmetros dos modelos de pressões encontrados nos experimentos, a confiabilidade estrutural dos silos verticais metálicos cilíndricos de chapas onduladas e fundo plano foi avaliada por meio da técnica de simulação de Monte Carlo (SMC). Os resultados mostraram que os modelos de pressões de Janssen (1895) e de Jenike et al. (1973) podem ser utilizados para o cálculo das pressões com as variabilidades dos parâmetros representadas pela distribuição lognormal. A avaliação da probabilidade de falha para este sistema está acima dos limites recomendados internacionalmente, indicando que atenção especial deve ser dada aos projetos de silos verticais esbeltos.

Palavras-chaves: modelo estocástico, pressões, silos, verticais, esbeltos, confiabilidade.

ABSTRACT

CHEUNG, A. B. **Reliability of slender silo evaluation using a pressure stochastic model**. 2007. 305 f. Thesis (Doctoral) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2007.

Vertical silos are structures with a large number of deformations and failures mainly due to misunderstanding of pressure variability of the storage products. The aim of this work is theoretical, numerical and experimental study of wall pressure in slender silos with the incorporation of stochastic properties of the parameters in pressures models used in the international literature. The most relevant parameters of the pressure models were adjusted to the experimental data obtained from a pilot-silo using maximum likelihood function, and for this purpose, Genetic Algorithms (GA) were used in the optimization procedure. The experimental evaluation in pilot-silo was conducted with three different bulk solids, which are: maize, soy and animal feed mixture. With the pressures models parameters, the structural reliability of flat bottom corrugated cylindrical steel silos with was evaluated using Monte Carlo simulation (SMC) to simulate a stochastic process. The results showed that Janssen (1895) and Jenike et al. (1973) pressure models can be used to evaluate the pressures with the parameters uncertainties modeled to lognormal distributions. The reliability index determined in this structural system was less than international recommended values for the design of slender silos.

Keywords: stochastic model, pressures, silos, vertical, slender, reliability.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – (a) Grupos de silos elevados e (b) Silo horizontal semi-subterrâneo. 5
Figura 1.2 - (a) Silo em tela metálica e tecido e (b) Grupo de silos multicelulares poligonais. 5
Figura 1.3 – (a) Dois silos esbeltos elevados de madeira e (b) Silo baixo em elementos pré-moldados de concreto (silo búfalo). 5
Figura 1.4 – (a) Evolução da produção em relação ao armazenamento no Brasil. (b) Produtividade e área plantada no Brasil. Fonte: CONAB (2006). 10
Figura 2.1 - Estado de tensão em dois pontos do produto. 14
Figura 2.2 - Ensaio para determinação das propriedades internas do produto. Fonte**:** Adaptado de Schwedes (2002). 16
Figura 2.3 – Esquema do anel de cisalhamento, denominado "Schulze ring shear tester". Fonte: Adaptado de Schulze (1996). 17
Figura 2.4 – Teste de cisalhamento biaxial. Fonte: Adaptado de Schwedes (2002). 17
Figura 2.5 - Representação gráfica do critério de ruptura por deslizamento (Mohr-Coulomb). Fonte: Adaptado de Benink (1989). 18
Figura 2.6 - Representação gráfica do critério com a influência do tempo. Fonte: Adaptado de Benink (1989). 18
Figura 2.7 - Modelo de ruptura obtido através do ensaio de cisalhamento direto do produto. 18
Figura 2.8 – Ensaio para a determinação das propriedades do produto com a parede. Fonte: Adaptado de Jenike (1964). 19
Figura 2.9 – Deslizamento na chapa ondulada e trapezoidal. Fonte: Adaptado de PrEN 1991-4:2003. 20
Figura 2.10 – Comportamento do *K* em relação aos movimentos relativos da parede. Fonte: Adaptado de Bowles (1997). 21
Figura 2.11 – Comparação dos valores de K segundo vários pesquisadores. 24
Figura 3.1 – Gráficos que representam a dilatação da amostra no ensaio de cisalhamento direto. Fonte: Adaptado de Benink (1989). 32
Figura 3.2 – Tipos mais comuns de tremonha. 33
Figura 3.3 – Principais tipos de fluxo. Fonte: Adaptado de PrEN 1991-4:2002. 34
Figura 3.4 – Tipos de fluxo de funil em tubo possíveis em um silo. Fonte: Adaptado de PrEN 1991-4:2002. 34
Figura 3.5 – Tipos de fluxo de funil misto em um silo. Fonte: Adaptado de PrEN 1991-4:2002. 35
Figura 3.6 – Efeitos da esbeltez do silo no fluxo. Fonte: Adaptado de PrEN 1991-4:2002. 35
Figura 3.7 - Determinação do tipo de fluxo: (a) fluxo axissimétrico (b) fluxo em tremonhas planas. 39
Figura 3.8 – Determinação gráfica do tipo de fluxo. Fonte: Adaptado de AS 3774:1996. 40
Figura 3.9 - Determinação gráfica do tipo de fluxo Fonte: Adaptado de PrEN 1991-4:2002. 40
Figura 3.10 – Fluxo intermediário ou misto. Fonte: Adaptado de Benink (1989). 40
Figura 3.11 - Determinação da relação (H_{cr}/D) crítica para $\phi_w = 10^\circ$ (a) fluxo axissimétrico (b) fluxo em tremonhas planas. 42
Figura 3.12 – Padrões de fluxo. Fonte: Adaptado de Benink (1989). 43
Figura 3.13 – Ângulo de atrito com a parede para o canal de fluxo. Fonte: Adaptado de Benink (1989). 44
Figura 4.1 – Comportamento das tensões de um silo: Adaptado de Walters (1973a). 48
Figura 4.2 – Equilíbrio estático de uma fatia elementar, proposto por Janssen (1895). 50
Figura 4.3 – Representação do estudo dos valores assintóticos da pressão de Janssen. 53
Figura 4.4 – Estados de Tensão – Fluxo de Massa : Adaptado de Jenike et al. (1973). 58
Figura 4.5 – Pressões laterais em silo com fluxo de massa. 61
Figura 4.6 - Estado de Tensão – Fluxo de Funil. 62
Figura 4.7 – Equilíbrio estático de uma fatia elementar de uma tremonha. 64

Figura 4.8 – Equilíbrio estático de uma fatia elementar de uma tremonha. : Adaptado de Horne e Nedderman (1978)..... 67
Figura 4.9 – Equilíbrio estático de uma fatia elementar de uma tremonha e definição do ângulo ψ. Fonte: Adaptado Jenike (1968). 69
Figura 4.10 – Equilíbrio na parede da tremonha. Fonte: Adaptado Jenike (1973). 72
Figura 4.11 – Idealização da teoria do arco. Fonte: Benink (1989). 73
Figura 4.12 – Pico de pressão em tremonhas com fluxo de massa. Fonte: Carson e Jenkyn (1993). 77
Figura 4.13 – Programa para o cálculo da função radial de tensões segundo Jenike (1961). 78
Figura 4.14 – Função radial de tensões: (a) $\phi_e = 30^\circ$ e $\phi_{w,t} = 10^\circ$ (b) $\phi_e = 30^\circ$ e $\phi_{w,t} = 15^\circ$ 79
Figura 4.15 – Função radial de tensões: (a) $\phi_e = 30^\circ$ e $\phi_{w,t} = 20^\circ$ (b) $\phi_e = 30^\circ$ e $\phi_{w,t} = 25^\circ$ 79
Figura 4.16 – Pressões no corpo do silo e na tremonha (a) carregamento: estado estático 80
Figura 4.17 – Influência do parâmetro C nas pressões normais da tremonha. (a) $K_t = 1,0$ e (b) $K_t = 2,0$. 81
Figura 4.18 – Influência do parâmetro K_t nas pressões normais da tremonha. (a) $C = 1,5$ e (b) $C = 3,5$. 82
Figura 5.1 – Exemplos de processos estocásticos (a) realização de um movimento browniano e (b) vibração livre massa-mola. Fonte: Adaptada de Papoulis (1991). 88
Figura 5.2 – Realizações de um processo. Fonte: Papoulis (1991). 89
Figura 5.3 - Representação do funcionamento dos AGs na busca do mínimo de uma função multi-modal. 93
Figura 5.4 – Fluxograma do algoritmo dos algoritmos genéticos simples (AGs). 95
Figura 5.5 - Representação da população com seus indivíduos (cromossomos). 96
Figura 5.6 – Método roda roleta. 99
Figura 5.7 - Representação da influência da aptidão no processo de seleção. 100
Figura 5.8 – Método de seleção por escalonamento linear. 101
Figura 5.9 - Representação do espaço de soluções. Fonte: Adaptado de Gen e Cheng (1997)... 102
Figura 5.10 - Representação do espaço de soluções. Fonte: Adaptado de Gen e Cheng (1997). 103
Figura 5.11 – Exemplo de mutação. Fonte: Adaptado de Castilho (2003). 104
Figura 5.12 – Esquema do algoritmo elitista. Fonte: Silva (2001). 105
Figura 5.13 – Função teste F1. (a) Superfície (b) Curvas de nível. 107
Figura 5.14 – Convergência da função teste F1. (a) Np=10 (b) Np=20. 107
Figura 5.15 – Estatística de Kolmogorov-Smirnov. Fonte: Adaptado de Press et al. (1992)..... 119
Figura 6.1 – Áreas funcionais da Confiabilidade. Fonte: Adaptado de Scapin(1999). 124
Figura 6.2 – Problema básico R-S: representações $F_R(s).f_S(s)$. Fonte: Melchers (1987). 127
Figura 6.3 – Visualização da curva $F_R(s).f_S(s)$. Fonte: Melchers (1987)..... 127
Figura 6.4 – Influência da variabilidade na probabilidade de ruína. 128
Figura 6.5 – Visualização da região de falha e segurança. 129
Figura 6.6 - Curva típica da taxa de falhas em função do tempo. Fonte: Adaptado de Rosa (1994). 131
Figura 6.7 - Solicitação aleatória, com indicação de um provável ponto de falha, (a) sem degradação da resistência (b) com degradação da resistência. Fonte: Adaptado de Rosa (1994). 131
Figura 6.8 – Interpretação do índice de confiabilidade estrutural. 133
Figura 6.9 – Representação da probabilidade de falha. 134
Figura 6.10 – Variação do índice de confiabilidade com o tempo n. 136
Figura 6.11 – Índice de confiabilidade com o tempo $t = n$. 137

Figura 6.12 – Técnicas de simulação: (a) Monte Carlo Puro (b) Técnica de amostragem por importância. 142
Figura 7.1 – Fluxograma das atividades realizadas. 146
Figura 7.2 – (a) Coleta das amostras de milho (b) Amostras de soja acondicionadas. 148
Figura 7.3 – (a) Amostras de milho acondicionadas. (b) Amostras de ração de frango. 148
Figura 7.4 – Aparelho *flowthru*, para as medidas de umidade, temperatura e densidade. 149
Figura 7.5 – Ensaio com as amostras de soja. 149
Figura 7.6 – Aparelho de ensaio granulométrico (Solotest modelo). 149
Figura 7.7 – Ensaio de cisalhamento direto no equipamento de Jenike, modelo: TSG 70-140... 150
Figura 7.8 – Gráficos obtidos no plotter com o ensaio da ração 150
Figura 7.9 – Ensaio de cisalhamento direto no equipamento de Jenike, modelo: TSG 70-140... 151
Figura 7.10 – Tipos de paredes utilizadas no ensaio de cisalhamento com a parede 151
Figura 7.11 – Sistema de ensaio e detalhes dos anéis de medição de pressões. 153
Figura 7.12 – Sistema de vedação do silo-piloto com borrachas coladas. 154
Figura 7.13 – Sistema de medida das pressões horizontais 154
Figura 7.14 – Abertura para o poço do elevador e para as moegas. 154
Figura 7.15 – Montagem dos painéis do edifício experimental. 154
Figura 7.16 – Montagem do elevador de canecas. 155
Figura 7.17 – Montagem das canecas 155
Figura 7.18 – Montagem parcial das armaduras da laje. 155
Figura 7.19 – Laje concretada para a colocação do silo-piloto. 155
Figura 7.20 – Colocação de chumbadores para a fixação dos montantes da laje de apoio 155
Figura 7.21 – Içamento para a montagem dos anéis do silo-piloto. 155
Figura 7.22 – Içamento do corpo do silo de armazenamento 156
Figura 7.23 – Visão geral do silo de armazenamento montado. 156
Figura 7.24 – Sistema de fixação da parede ondulada e vedação dos anéis 157
Figura 7.25 – Revestimento em chapa ondulada dos anéis. 157
Figura 7.26 – Visão interna do revestimento interno. 157
Figura 7.27 – Instrumentação das tremonhas com as células de pressões. 158
Figura 7.28 – (a) Fundo plano. (b) Tremonha $\alpha = 45^{\circ}$ (c) Tremonha $\alpha = 15^{\circ}$. 159
Figura 7.29 – Instrumentação do fundo plano. 159
Figura 7.30 – Células de pressão MSI (cap.70 kPa). 159
Figura 7.31 – Sistema de aquisição de dados LYNX com as placas 2160 e 2161. 160
Figura 7.32 – Sistema em funcionamento com todos os sensores conectados. 160
Figura 7.33 – Calibração das células de carga. 160
Figura 7.34 – Articulação da célula de carga. 160
Figura 7.35 – Calibração das células de carga. 161
Figura 7.36 – Articulação da célula de carga. 161
Figura 7.37 – Colocação da lona plástica 161
Figura 7.38 – Enchimento com água. 161
Figura 7.39 – detalhe do fundo e da lona interna com água 161
Figura 7.40 – Progresso do nível de água no ensaio. 162
Figura 7.41 – Tubulação em vaso comunicante. 162
Figura 7.42 – Controle de vazão do descarregamento. 162
Figura 7.43 – Controle do nível utilizado nos ensaios 162
Figura 7.44 – Detalhe do sistema de operação dos ensaios. 163
Figura 7.45 – Ensaio com o milho. 165
Figura 7.46 – Ensaio com a ração de frango. 165
Figura 7.47 – Ensaio com a soja. 165
Figura 8.1 – Estimação e teste dos modelos de distribuição de probabilidade pelo programa P-Silos. 169

Figura 8.2 – Histograma do peso específico aparente γ_p da soja. 170
Figura 8.3 – Funções de distribuições acumuladas de probabilidade estimadas para o γ_p da soja. 170
Figura 8.4 – Programa de cálculo das propriedades físicas. 171
Figura 8.5 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o γ 173
Figura 8.6 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o ϕ_e 173
Figura 8.7 – Funções de distribuições acumuladas para a soja com a parede tipo 1. 173
Figura 8.8 – Funções de distribuições acumuladas para a soja com a parede tipo 2. 173
Figura 8.9 – Funções de distribuições acumuladas para a soja com a parede tipo 3. 173
Figura 8.10 – Funções de distribuições acumuladas para a soja com a parede tipo 4. 173
Figura 8.11 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o γ_p do milho 175
Figura 8.12 – Histograma para o peso específico aparente do milho. 175
Figura 8.13 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o peso específico(γ) do milho. 177
Figura 8.14 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o efetivo ângulo de atrito interno (ϕ_e) do milho. 177
Figura 8.15 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o milho com a parede do tipo 1. 177
Figura 8.16 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o milho com a parede do tipo 2. 177
Figura 8.17 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o milho com a parede do tipo 3. 177
Figura 8.18 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o milho com a parede do tipo 4. 177
Figura 8.19 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o γ_p da ração. 179
Figura 8.20 – Histograma para o peso específico aparente da ração. 179
Figura 8.21 – Curva granulométrica para a ração de frango 180
Figura 8.22 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o peso específico (γ) para a ração de frango 180
Figura 8.23 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o efetivo ângulo de atrito interno (ϕ_e) para a ração de frango 180
Figura 8.24 Funções de distribuições acumuladas estimadas para a ração com a parede do tipo 1. 183
Figura 8.25 Funções de distribuições acumuladas estimadas para a ração com a parede do tipo 2. 183
Figura 8.26 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para a ração com a parede do tipo 3. 183
Figura 8.27 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para a ração com a parede do tipo 4. 183
Figura 8.28 – Pressões horizontais de carregamento para fundo plano (produto: soja). 186
Figura 8.29 – Pressões horizontais de descarregamento para fundo plano (produto: soja). 186
Figura 8.30 – Pressões de atrito de carregamento para o silo com fundo plano (produto: soja). 187
Figura 8.31 – Pressões de atrito de descarregamento para o silo com fundo plano (produto: soja). 187
Figura 8.32 – Coeficientes de sobrepressões para as pressões horizontais para o silo com fundo plano (soja). 187
Figura 8.33 – Coeficientes de sobrepressões para as pressões verticais no fundo plano (soja). .. 187
Figura 8.34 – Pressões horizontais de carregamento para tremonha com $\alpha = 45^\circ$ (produto: soja). 188

Figura 8.35 – Pressões horizontais de descarregamento para tremonha com $\alpha = 45^{\circ}$ (produto: soja). 188
Figura 8.36 – Pressões normais de carregamento na tremonha com $\alpha = 45^{\circ}$ (produto: soja e altura de carregamento=5,5 m). 188
Figura 8.37 – Pressões normais de descarregamento na tremonha com $\alpha = 45^{\circ}$ (produto: soja e altura de carregamento=5,5 m). 188
Figura 8.38 – Pressões horizontais de carregamento para tremonha com $\alpha = 15^{\circ}$ (produto: soja). 189
Figura 8.39 – Pressões horizontais de descarregamento para tremonha com $\alpha = 15^{\circ}$ (produto: soja). 189
Figura 8.40 – Pressões normais de carregamento na tremonha com $\alpha = 15^{\circ}$ (produto: soja e altura de carregamento=5,5 m). 189
Figura 8.41 – Pressões normais de descarregamento na tremonha com $\alpha = 15^{\circ}$ (produto: soja e altura de carregamento=5,5 m). 189
Figura 8.42 – Programa implementado para calibração das pressões utilizando os estimadores de máxima verossimilhança. 190
Figura 8.43 – Convergência do algoritmo genético para os dados experimentais da soja no silo-piloto. 190
Figura 8.44 – Pressões horizontais de carregamento calibradas para o silo com fundo plano e parede lisa (produto: soja e altura de carregamento=5,5 m). 191
Figura 8.45 – Pressões de atrito para a condição de carregamento calibradas para o silo com fundo plano e parede lisa (produto: soja e altura de carregamento=5,5 m) 191
Figura 8.46 – Pressões horizontais de descarregamento calibradas para o silo com fundo plano e parede lisa (produto: soja e altura de carregamento=5,5 m). 191
Figura 8.47 – Pressões horizontais de descarregamento calibradas para o silo com fundo plano e parede lisa (produto: ração e altura de carregamento=5,5 m). 191
Figura 8.48 – Pressões horizontais de descarregamento calibradas para o silo com fundo plano e parede lisa (produto: milho e altura de carregamento=5,5 m). 192
Figura 8.49 – Pressões horizontais de descarregamento calibradas para o silo com fundo plano e parede ondulada (produto: milho e altura de carregamento=5,5 m) 192
Figura 8.50 – Pressões normais de carregamento calibradas para tremonha com $\alpha = 15^{\circ}$ (produto: milho e altura de carregamento 5,5 m). 192
Figura 8.51 – Pressões normais de descarregamento na tremonha com $\alpha = 15^{\circ}$ (produto: milho e altura de carregamento 5,5 m). 192
Figura 8.52 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o peso específico (γ) para a condição de carregamento e parede lisa do silo-piloto. 193
Figura 8.53 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o K para a condição de carregamento e parede lisa. 193
Figura 8.54 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o coeficiente de atrito com a parede ($\mu_{w,c}$) para a condição de carregamento e parede lisa do silo-piloto. 194
Figura 8.55 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o peso específico (γ) para a condição de descarregamento e parede lisa do silo-piloto 194
Figura 8.56 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o K para a condição de descarregamento e parede lisa. 194
Figura 8.57 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o coeficiente de atrito com a parede ($\mu_{w,c}$) para a condição de descarregamento e parede lisa do silo-piloto. 194
Figura 8.58 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o coeficiente de sobrepressão vertical para a condição de descarregamento e parede lisa. 194

Figura 8.59 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o coeficiente de sobrepressão para o atrito para a condição de descarregamento e parede lisa. 194
Figura 8.60 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o coeficiente de sobrepressão horizontal para parede lisa. 195
Figura 8.61 – Histograma de freqüências para o coeficiente de sobrepressão horizontal para o silo-piloto com parede lisa. 195
Figura 8.62 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o coeficiente K_t para a condição de carregamento, parede lisa e α=45º 197
Figura 8.63 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o coeficiente C para a condição de carregamento, parede lisa e α=45º 197
Figura 8.64 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o coeficiente K_t para a condição de descarregamento, parede lisa e α=45º 197
Figura 8.65 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o coeficiente C para a condição de descarregamento, parede lisa e α=45º 197
Figura 8.66 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o coeficiente K_t para a condição de carregamento, parede lisa e α=15º 199
Figura 8.67 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o coeficiente C para a condição de carregamento, parede lisa e α=15º 199
Figura 8.68 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o coeficiente K_t para a condição de descarregamento, parede lisa e α=15º 199
Figura 8.69 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o coeficiente C para a condição de descarregamento, parede lisa e α=15º 199
Figura 8.70 – Histograma de freqüências para o coeficiente de sobrepressão horizontal para o silo-piloto com parede ondulada (produto: soja). 202
Figura 8.71 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o coeficiente de sobrepressão horizontal para parede ondulada (produto: soja). 202
Figura 9.1 – Teoria de membrana e efeitos de flexão devidos às restrições. 229
Figura 9.2 – Elemento da parede de um silo cilíndrico. 230
Figura 9.3 – Esquema de montagem de um silo metálico com chapas onduladas. Fonte: Adaptado de Esteves (1989). 232
Figura 9.4 – Geometrias das chapas onduladas. Fonte: Adaptado de Esteves (1989). 234
Figura 9.5 – Modos de ruptura do tipo 2 e 3. 234
Figura 9.6 – Ruptura do tipo 1. Fonte: Adaptado de Esteves (1989). 235
Figura 9.7 – Ruptura do tipo 2. Fonte: Adaptado de Esteves (1989). 235
Figura 9.8 – Ruptura do tipo 3. Fonte: Adaptado de Esteves (1989). 235
Figura 9.9 – Configuração de furações usuais em silos. Fonte: Adaptado de Esteves (1989). 237
Figura 9.10 – Configuração do ensaio com esforços transversais. 237
Figura 9.11 – Problema de confiabilidade estudado. 241
Figura 9.12 – Esquema do silo exemplo estudado. 242
Figura 9.13 – Esquema da furação das chapas do silo. 243
Figura 9.14 – Simulação de Monte Carlo implementado no programa P-Silos. 244
Figura 9.15 – Distribuição Lognormal simulada para o peso específico do milho. 246
Figura 9.16 – Distribuição Lognormal simulada para o K do milho 246
Figura 9.17 – Distribuição Lognormal simulada para o $\mu_{w,c}$ do milho 246
Figura 9.18 – Distribuição Lognormal simulada para o $C_{d,h}$ do milho 246
Figura 9.19 – Distribuição Lognormal simulada para o $C_{d,a}$ do milho 246
Figura 9.20 – Distribuição Lognormal simulada para o $f_{y,M}$ do montante. 246

Figura 9.21 – Influência das equações de estado limite na falha do sistema. 247
Figura 9.22 – Índices de confiabilidade para altura na chapa. 248
Figura 9.23 – Influência das equações de estado limite na falha do sistema. 250
Figura 9.24 – Índices de confiabilidade para altura na chapa de referência. 251
Figura 9.25 – Distribuição lognormal simulada para o $C_{d,h}$ do milho 252
Figura 9.26 – Distribuição lognormal simulada para o $C_{d,a}$ do milho 252
Figura 9.27 – Índices de confiabilidade em relação ao comprimento de flambagem do montante. 254
Figura 9.28 – Distribuição Lognormal simulada para o $C_{d,h}$ da soja 255
Figura 9.29 – Distribuição Lognormal simulada para o $C_{d,a}$ da soja 255
Figura 10.1 – Extremos de máximos característicos para os coeficientes de sobrepressões da soja com a parede lisa. 259
Figura 10.2 – Extremos de máximos característicos para os coeficientes de sobrepressões da soja com a parede ondulada. 259
Figura 10.3 – Extremos de máximos característicos para os coeficientes de sobrepressões do milho com a parede lisa 259
Figura 10.4 – Extremos de máximos característicos para os coeficientes de sobrepressões do milho com a parede ondulada. 259
Figura 10.5 – Extremos de máximos característicos para os coeficientes de sobrepressões da ração de frango com a parede lisa. 260
Figura 10.6 – Extremos de máximos característicos para os coeficientes de sobrepressões da ração de frango com a parede ondulada. 260

LISTA DE TABELAS

Tabela 1.1 – Classificação de silos quanto à esbeltez 6
Tabela 2.1 – Deslocamento relativo para a mobilização do campo de tensões ativo em estruturas de contenção. Fonte: Adaptado de Bowles (1997) 22
Tabela 2.2 – Formulações para o valor de K, sugeridos por diversos pesquisadores 23
Tabela 2.3 – Formulações para o valor de K, sugeridas por diversas normas internacionais 25
Tabela 2.4 – Tabela das variabilidades utilizadas por Pham (1984) 27
Tabela 2.5 – Tabela das variabilidades para alguns dos produtos agrícolas na Russia utilizadas por Ushitskii e Yan'kov (1989) 27
Tabela 2.6 – Variabilidade típica dos principais produtos segundo o PrEN 1991-4: 2002 28
Tabela 2.7 - Designação da superfície da parede do silo segundo as normas AS 3774:1996 e PrEN 1991-4:2002 29
Tabela 2.8 - Variabilidade típica dos principais produtos segundo a norma AS 3774:1996 29
Tabela 2.9 – Variabilidades obtidas nos ensaios de cisalhamento direto. 30
Tabela 3.1 – Comparação entre os padrões de fluxo 36
Tabela 3.2 – Avaliação da inclinação do canal de fluxo para fluxo intermediário 44
Tabela 4.1 – Combinação dos limites das propriedades físicas, segundo AS 3774:1996 48
Tabela 5.1 – Comparação entre AGs e métodos baseados em gradiente 94
Tabela 5.2 – Exemplo de ordenamento linear 100
Tabela 5.3 – Valores de λ para diversos tipos de cruzamento. Fonte: Adaptado de Gen e Cheng (1997) 104
Tabela 5.4 – Funções testes. Fonte: Adaptado de Liu e Han (2003) 106
Tabela 6.1 – Relação entre a probabilidade de falha P_f e o índice de confiabilidade β 134
Tabela 6.2 – Indicação de vida útil. Adaptado do EN 1990:2002 134
Tabela 6.3 – Índices recomendados pela JCSS (2000) 135
Tabela 6.4 – Índices recomendados pela EN 1990: 2002 135
Tabela 6.5 – Índice de confiabilidade para o período de referência T_n 136
Tabela 6.6 – Taxa de mortes em várias atividades humanas. Fonte: Adaptado de Macgregor (1976) 137
Tabela 6.7 – Hierarquia dos métodos de medidas de confiabilidade estrutural. Fonte: Adaptado de Melchers (1987) 138
Tabela 7.1 – Classificação do produto de acordo com a granulometria 149
Tabela 7.2 – Resumo dos ensaios realizados no silo-piloto 164
Tabela 8.1 – Estatística descritiva para o ensaio da soja 170
Tabela 8.2 – Parâmetros das distribuições de probabilidades para o γ_p 170
Tabela 8.3 – Resultados obtidos para soja por meio do ensaio de cisalhamento direto 172
Tabela 8.4 – Resultados obtidos para soja por meio do ensaio de cisalhamento com a parede 174
Tabela 8.5 – Estatística descritiva para o ensaio da milho 175
Tabela 8.6 – Parâmetros das distribuições de probabilidades para o γ_p 176
Tabela 8.7 – Resultados obtidos para o milho por meio do ensaio de cisalhamento direto 176
Tabela 8.8 – Resultados obtidos para o milho por meio do ensaio de cisalhamento com a parede 178
Tabela 8.9 – Estatística descritiva para o ensaio da ração de frango 179
Tabela 8.10 – Parâmetros das distribuições de probabilidades para o γ_p 179
Tabela 8.11 – Resultados médios da granulometria 180
Tabela 8.12 – Resultados obtidos para a ração de frango por meio do ensaio de cisalhamento direto 181
Tabela 8.13 – Resultados obtidos para a ração de frango por meio do ensaio de cisalhamento com a parede 182

Tabela 8.14 – Matriz de correlação para as propriedades físicas da soja com a parede do tipo 1 184
Tabela 8.15 – Matriz de correlação para as propriedades físicas da soja com a parede do tipo 2 184
Tabela 8.16 – Matriz de correlação para as propriedades físicas da soja com a parede do tipo 3 184
Tabela 8.17 – Matriz de correlação para as propriedades físicas da soja com a parede do tipo 4 184
Tabela 8.18 – Matriz de correlação para as propriedades físicas do milho com a parede do tipo 1 184
Tabela 8.19 – Matriz de correlação para as propriedades físicas do milho com a parede do tipo 2 184
Tabela 8.20 – Matriz de correlação para as propriedades físicas do milho com a parede do tipo 3 184
Tabela 8.21 – Matriz de correlação para as propriedades físicas do milho com a parede do tipo 4 184
Tabela 8.22 – Matriz de correlação para as propriedades físicas da ração de frango com a parede do tipo 1 185
Tabela 8.23 – Matriz de correlação para as propriedades físicas da ração de frango com a parede do tipo 2 185
Tabela 8.24 – Matriz de correlação para as propriedades físicas da ração de frango com a parede do tipo 3 185
Tabela 8.25 – Matriz de correlação para as propriedades físicas da ração de frango com a parede do tipo 4 185
Tabela 8.26 – Resultados dos parâmetros de pressões para o corpo do silo-piloto com parede lisa (produto armazenado: soja) 195
Tabela 8.27 – Comparação do valor de K obtido para a soja com as teorias existentes 196
Tabela 8.28 – Resultados dos parâmetros de pressões para a tremonha com α=45º (produto armazenado: soja e corpo do silo-piloto com parede lisa) 198
Tabela 8.29 – Resultados dos parâmetros de pressões para a tremonha com α=15º (produto armazenado: soja e corpo do silo-piloto com parede lisa) 200
Tabela 8.30 – Comparação dos parâmetros para a condição de descarregamento e inclinação de tremonha de α=15º (produto: soja e silo-piloto com parede lisa) 200
Tabela 8.31 – Resultados dos parâmetros de pressões para o corpo do silo-piloto com parede ondulada (produto armazenado: soja) 201
Tabela 8.32 – Resultados dos parâmetros de pressões para a tremonha com α=45º (produto armazenado: soja e corpo do silo-piloto com parede ondulada) 203
Tabela 8.33 – Comparação dos parâmetros para a condição de descarregamento e inclinação de tremonha de α=15º (produto: soja e silo-piloto com parede ondulada) 204
Tabela 8.34 – Resultados dos parâmetros de pressões para a tremonha com α=15º (produto armazenado: soja e corpo do silo-piloto com parede ondulada) 204
Tabela 8.35 – Resultados dos parâmetros de pressões para o corpo do silo-piloto com parede lisa (produto armazenado: milho) 205
Tabela 8.36 – Comparação do valor de K obtido para o milho com as teorias existentes 206
Tabela 8.37 – Resultados dos parâmetros de pressões para a tremonha com α=45º (produto armazenado: milho e corpo do silo-piloto com parede lisa) 207
Tabela 8.38 – Comparação dos parâmetros para a condição de descarregamento e inclinação de tremonha de α=15º (produto: milho e silo-piloto com parede lisa) 208
Tabela 8.39 – Resultados dos parâmetros de pressões para a tremonha com α=15º (produto armazenado: milho e corpo do silo-piloto com parede lisa) 208
Tabela 8.40 – Resultados dos parâmetros de pressões para o corpo do silo-piloto com parede ondulada (produto armazenado: milho) 209
Tabela 8.41 – Resultados dos parâmetros de pressões para a tremonha com α=45º (produto armazenado: milho e corpo do silo-piloto com parede ondulada) 211

Tabela 8.42 – Comparação dos parâmetros para a condição de descarregamento e inclinação de tremonha de α=15º (produto: milho e silo-piloto com parede ondulada) 212
Tabela 8.43 – Resultados dos parâmetros de pressões para a tremonha com α=15º (produto armazenado: milho e corpo do silo-piloto com parede ondulada)..... 212
Tabela 8.44 – Resultados dos parâmetros de pressões para o corpo do silo-piloto com parede lisa (produto armazenado: ração de frango) 213
Tabela 8.45 – Comparação do valor de K obtido para a ração de frango com as teorias existentes 214
Tabela 8.46 – Resultados dos parâmetros de pressões para a tremonha com α=45º (produto armazenado: ração de frango e corpo do silo-piloto com parede lisa) 215
Tabela 8.47 – Comparação dos parâmetros para a condição de descarregamento e inclinação de tremonha de α=15º (produto: ração de frango e silo-piloto com parede lisa)..... 216
Tabela 8.48 – Resultados dos parâmetros de pressões para a tremonha com α=15º (produto armazenado: ração de frango e corpo do silo-piloto com parede lisa) 216
Tabela 8.49 – Resultados dos parâmetros de pressões para o corpo do silo-piloto com parede ondulada (produto armazenado: ração de frango)..... 217
Tabela 8.50 – Resultados dos parâmetros de pressões para a tremonha com α=45º (produto armazenado: ração de frango e corpo do silo-piloto com parede ondulada)..... 219
Tabela 8.51 – Comparação dos parâmetros para a condição de descarregamento e inclinação de tremonha de α=15º (produto: ração de frango e silo-piloto com parede ondulada) 220
Tabela 8.52 – Resultados dos parâmetros de pressões para a tremonha com α=15º (produto armazenado: ração de frango e corpo do silo-piloto com parede ondulada)..... 220
Tabela 8.53 – Matriz de correlação para a condição de carregamento da soja com o silo-piloto com parede lisa e tremonha com inclinação α=45º 221
Tabela 8.54 – Matriz de correlação para a condição de descarregamento da soja com o silo-piloto com parede lisa e tremonha com inclinação α=45º 221
Tabela 8.55 – Matriz de correlação para a condição de carregamento da soja com o silo-piloto com parede lisa e tremonha com inclinação α=15º 222
Tabela 8.56 – Matriz de correlação para a condição de descarregamento da soja com o silo-piloto com parede lisa e tremonha com inclinação α=15º 222
Tabela 8.57 – Matriz de correlação para a condição de carregamento da soja com o silo-piloto com parede ondulada e tremonha com inclinação α=45º..... 222
Tabela 8.58 – Matriz de correlação para a condição de descarregamento da soja com o silo-piloto com parede ondulada e tremonha com α=45º 222
Tabela 8.59 – Matriz de correlação para a condição de carregamento da soja com o silo-piloto com parede ondulada e tremonha com inclinação α=15º..... 222
Tabela 8.60 – Matriz de correlação para a condição de descarregamento da soja com o silo-piloto com parede ondulada e tremonha com α=15º 222
Tabela 8.61 – Matriz de correlação para a condição de carregamento do milho com o silo-piloto com parede lisa e tremonha com inclinação α=45º 223
Tabela 8.62 – Matriz de correlação para a condição de descarregamento do milho com o silo-piloto com parede lisa e tremonha com inclinação α=45º..... 223
Tabela 8.63 – Matriz de correlação para a condição de carregamento do milho com o silo-piloto com parede lisa e tremonha com inclinação α=15º 223
Tabela 8.64 – Matriz de correlação para a condição de descarregamento do milho com o silo-piloto com parede lisa e tremonha com inclinação α=15º..... 223
Tabela 8.65 – Matriz de correlação para a condição de carregamento do milho com o silo-piloto com parede ondulada e tremonha com inclinação α=45 223

Tabela 8.66 – Matriz de correlação para a condição de descarregamento do milho com o silo-piloto com parede ondulada e tremonha com α=45º 223
Tabela 8.67 – Matriz de correlação para a condição de carregamento do milho com o silo-piloto com parede ondulada e tremonha com inclinação α=15º 224
Tabela 8.68 – Matriz de correlação para a condição de descarregamento do milho com o silo-piloto com parede ondulada e tremonha com α=15º 224
Tabela 8.69 – Matriz de correlação para a condição de carregamento da ração de frango com o silo-piloto com parede lisa e tremonha com inclinação α=45º 224
Tabela 8.70 – Matriz de correlação para a condição de descarregamento da ração de frango com o silo-piloto com parede lisa e tremonha com inclinação α=45º 224
Tabela 8.71 – Matriz de correlação para a condição de carregamento da ração de frango com o silo-piloto com parede lisa e tremonha com inclinação α=15º 224
Tabela 8.72 – Matriz de correlação para a condição de descarregamento da ração de frango com o silo-piloto com parede lisa e tremonha com inclinação α=15º 224
Tabela 8.73 – Matriz de correlação para a condição de carregamento da ração de frango com o silo-piloto com parede ondulada e tremonha com inclinação α=45º 225
Tabela 8.74 – Matriz de correlação para a condição de descarregamento da ração de frango com o silo-piloto com parede ondulada e tremonha com inclinação α=45º 225
Tabela 8.75 – Matriz de correlação para a condição de carregamento da ração de frango com o silo-piloto com parede ondulada e tremonha com inclinação α=15º 225
Tabela 8.76 – Matriz de correlação para a condição de descarregamento da ração de frango com o silo-piloto com parede ondulada e tremonha com α=15º 225
Tabela 9.1 – Resistência à ruptura na tração de parafusos de aço com qualificação estrutural, de acordo com a NBR 14762:2001 233
Tabela 9.2 – Resistência ao corte dos parafusos. Fonte: Esteves (1989) 233
Tabela 9.3 – Variabilidade da constante K_2 obtida por Esteves (1989) 236
Tabela 9.4 – Variabilidade da constante K_3 obtida por Esteves (1989) 236
Tabela 9.5 – Variabilidade da constante K_4 obtida por Esteves (1989) 238
Tabela 9.6 – Tabela da espessura das chapas e dos montantes ao longo da altura 243
Tabela 9.7 – Variáveis aleatórias utilizadas no caso 1 245
Tabela 9.8 – Matriz de correlação para o modelo de Janssen (1895) 245
Tabela 9.9 – Probabilidade de falha e índice de confiabilidade obtidos para o caso 1 - modelo de pressões de Janssen (1895) 247
Tabela 9.10 – Probabilidade de falha e índice de confiabilidade obtidos ao longo da altura para cada chapa no caso 1 248
Tabela 9.11 – Variáveis aleatórias utilizadas no caso 2 249
Tabela 9.12 – Matriz de correlação para o modelo de Jenike et al. (1973) 249
Tabela 9.13 – Probabilidade de falha e índice de confiabilidade obtidos para o caso 2 com o modelo de pressões de Jenike et al. (1973) 250
Tabela 9.14 – Probabilidade de falha e índice de confiabilidade obtidos ao longo da altura para cada chapa 251
Tabela 9.15 – Parâmetros da distribuição de Gumbel para 50 realizações do processo 252
Tabela 9.16 – Probabilidade de falha e índice de confiabilidade obtidos para o caso 3 com o modelo de pressões de Janssen (1895) com distribuição de extremo para n=50 253
Tabela 9.17 – Probabilidade de falha e índice de confiabilidade obtidos para o caso 4 com o modelo de pressões de Janssen (1895) com distribuição de extremo e variação do comprimento de flambagem do montante 253
Tabela 9.18 – Variáveis aleatórias utilizadas no caso 5 254
Tabela 9.19 – Parâmetros da distribuição de Gumbel para 50 realizações do processo 255

Tabela 9.20 – Probabilidade de falha e índice de confiabilidade obtidos para o caso 5, com o modelo de pressões de Janssen (1895) com distribuição de extremo..... 255

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ACI	American Concrete Institute
AGs	Algoritmos Genéticos
ANSI	American National Standard Institute
AS	Australian Standard
ASTM	American Society for Testing and Materials
c.o.v	Coeficiente de variação
CFBC	Canadian Farm Building Code
CONAB	Companhia Nacional de Abastecimento
DEM	Discrete Element Method
DIN	Deutsches Institut für Normung
EESC	Escola de Engenharia de São Carlos
EMV	Estimadores de Máxima Verossimilhança
EN	European Committee of Standardization
FEM	Finite Element Method
FORM	First Order Reliability Method
FOSM	First Order Second Moment
ISO	International Organization for Standardization
JCSS	Joint Committee on Structural Safety
LaMEM	Laboratório de Madeiras e Estruturas de Madeira
PrEN	Draft European Committee of Standardization
P-SILOS	Programa de Pressões em Silos
SET	Departamento de Engenharia de Estruturas
SFEM	Stochastic Finite Element Method
SMC	Simulação de Monte Carlo
SNBATI	Norma Francesa
SORM	Second Order Reliability Method
USP	Universidade de São Paulo
WPMPS	Working Party on the Mechanics of Particulate Solids

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras romanas minúsculas

b_c	Orifício de saída para tremonha axissimétrica
b_p	Orifício de saída para tremonha plana
b_e	Comprimento relativo de atrito entre grão-grão
b_w	Comprimento relativo de atrito entre grão-parede
c	Coesão, constante auxiliar
cov	Coeficiente de variação
$d_{máx}$	Diâmetro máximo da partícula
$d_{mín}$	Diâmetro mínimo da partícula
d_p	Diâmetro do parafuso
d_f	Diâmetro do furo
f	Função-objetivo
f_c	Resistência normal inconfinada
f_{ic}	Resistência normal confinada
$f_{u,c}$	Resistência última do aço da chapa metálica
f_{up}	Resistência última do aço do parafuso
$f_{y,c}$	Resistência ao escoamento do aço da chapa
$f_{y,M}$	Resistência ao escoamento do aço do montante
ff	Fator fluxo da tremonha.
g	Aceleração da gravidade
$g(\mathbf{x})$	Equação de estado limite
h	Altura do silo
h_{ch}	Altura da projeção chapa de análise
l	Função log-verossimilhança
m	Número de bits
m_c	Parâmetro que depende da foram da seção do corpo do silo
m_t	Parâmetro que depende da forma da seção da tremonha
n	Expoente da função do arco na tremonha ou número de intervalos de tempo
n_i	Constante do modelo de pressões na tremonha
n_z	Esforço normal de tração na membrana na direção z
n_θ	Esforço normal de tração na membrana na direção θ
$n_{p,1}$	Número de parafusos da linha 1
$n_{p,2}$	Número de parafusos da linha 2
$n_{p,m}$	Número de parafusos no montante
p_v	Pressão vertical

$p_{v,c}$	Pressão vertical de carregamento
$p_{v,d}$	Pressão vertical de descarregamento
p_h	Pressão horizontal
$p_{h,c}$	Pressão horizontal no carregamento
$p_{h,d}$	Pressão horizontal de descarregamento
$p_{n,t}$	Pressão normal na parede da tremonha
$p_{n,t(c)}$	Pressão normal na parede da tremonha para a condição de carregamento
$p_{n,t(d)}$	Pressão normal na parede da tremonha para a condição de descarregamento
p_w	Tensão de atrito
$p_{w,t}$	Tensão de atrito na parede da tremonha
q	Variável auxiliar
r	Distância do orifício da tremonha a um ponto da parede
s	Função de tensão adimensional radial pela teoria de Jenike
s_e	Função de tensão adimensional radial para teoria do arco de Enstad
s_b	Função de tensão adimensional radial para teoria do arco de Benink
s_w	Função de tensão adimensional radial para teoria de Walters.
$sign$	Função sinal
t	Espessura do chapa do silo metálico ou tempo
w	Freqüência
$\mathbf{x}$	Vetor de dados amostrais
x	Eixo cartesiano x
y	Eixo cartesiano y
z	Eixo cartesiano y, altura de referência para o cálculo das pressões
z’	Eixo cartesiano z’ é o eixo z com direção oposta
z_0	Altura de referência de mudança de comportamento

Letras romanas maiúsculas

A	Área, função auxiliar, Teste Anderson e Darling
B	Função auxiliar
B_{wc}	Relação entre a tensão cisalhante e a tensão vertical na parede no corpo do silo
B_{wt}	Relação entre a tensão cisalhante e a tensão vertical na parede na tremonha
C	Taxa de compactação, constante da tremonha
C_d	Coeficiente de sobrepressão
$C_{d,h}$	Coeficiente de sobrepressão horizontal
$C_{d,v}$	Coeficiente de sobrepressão vertical no fundo
$C_{d,a}$	Coeficiente de sobrepressão para a força de atrito
$C\ (t_1,t_2)$	Autocovariância
D	Diâmetro do silo, Menor dimensão de um silo com forma retangular, Teste de Kolmogorov-Smirnov

D_{wc}	Relação entre a tensão vertical na parede e a tensão vertical média ao longo da seção transversal no corpo do silo
D_{wt}	Relação entre a tensão vertical na parede e a tensão vertical média ao longo da seção transversal na tremonha do silo
E_M	Módulo de elasticidade do montante
$E\,[.]$	Operador valor esperado
$F(.)$	Função cumulativa de probabilidade
$F_x(x)$	Função cumulativa de probabilidade para variável x
FF	Função fluxo
K	Relação entre a pressão horizontal e a vertical
K_1	Constante para a relação entre as pressões variando linearmente
K_2	Constante para a relação entre as pressões variando linearmente, constante do modo de ruptura 2 da chapa metálica
K_3	Constante do modo de ruptura 3 da chapa metálica
K_4	Constante do modo de ruptura 4 da chapa metálica
K_0	Relação entre a pressão horizontal e vertical para o repouso
K_f	Relação entre a pressão horizontal e vertical para a transição no fluxo de funil
K_t	Relação entre a tensão na parede e a tensão média vertical na tremonha
H	Altura do silo na cota de referência
$\mathbf{H}$	Matriz informação de Fisher
H_t	Altura da tremonha
H_{cr}	Altura crítica de carregamento
H_j	Função penalidade
L	Comprimento da abertura de um silo com tremonha em cunha, função verossimilhança
M	Constante
N	Constante
$N_{C,R}$	Resistência à compressão centrada fornecida pela NBR 14762:2001
N_p	Dimensão da população
$P\,[.]$	Operador de probabilidades
P_f	Probabilidade de falha
$P_{f,sys}$	Probabilidade de falha do sistema
R	Raio hidráulico, variável aleatória de resistência
$R_{p,v}$	Resistência do parafuso ao corte
S	Variável aleatória de solicitação
U	Perímetro, energia
U_a^e	Energia elástica para o estado ativo
U_p^e	Energia elástica para o estado passivo
U_a^c	Energia não-recuperável para o estado ativo

U_p^c	Energia não-recuperável para o estado passivo
V	Volume
$X(\xi,t)$	Processo estocástico
T	Período de tempo, temperatura
X	Constante para o modelo de pressões para fluxo de funil de Jenike
Y	Constante para o modelo de pressões para fluxo de funil de Jenike
X_w	Constante para o modelo de pressões na tremonha para teoria de Walters
Y_w	Constante para o modelo de pressões na tremonha para teoria de Walters
X_e	Constante para o modelo de pressões na tremonha para teoria de Enstad
Y_e	Constante para o modelo de pressões na tremonha para teoria de Enstad
X_b	Constante para o modelo de pressões na tremonha para teoria de Benink
Y_b	Constante para o modelo de pressões na tremonha para teoria de Benink
P_w	Força de atrito acumulada
$P_{wc,d(\max)}$	Força de atrito de descarregamento máxima acumulada
P	Probabilidade
Prob	Probabilidade

Letras gregas minúsculas

α	Ângulo da tremonha com o eixo vertical, nível de significância
α_f	Ângulo do canal de fluxo
ε	Erro, parâmetro da distribuição lognormal deslocada
γ	Peso específico, deformação angular
γ_0	Peso específico inicial
ξ	Constante; parâmetro do modelo da distribuição lognormal
ϕ_w	Ângulo de atrito entre o produto armazenado e o material da parede do corpo do silo
$\phi_{w,c}$	Ângulo de atrito entre o produto armazenado e o material da parede
$\phi_{w,t}$	Ângulo de atrito entre o produto armazenado e o material da parede do corpo do silo
ϕ_r	Ângulo de repouso do produto
ϕ_i	Ângulo de atrito interno
ϕ_e	Efetivo ângulo de atrito interno
σ	Tensão normal, desvio padrão
σ_x	Tensão normal na direção x
σ_y	Tensão normal na direção y
σ_z	Tensão normal na direção z
$\bar{\sigma}_z$	Tensão normal média na direção z
$\sigma_{z,w}$	Tensão normal na interface da parede

$\bar{\sigma}_{z,c}$	Tensão normal na direção z no corpo do silo
$\sigma_{z,0}$	Tensão normal inicial na direção z.
σ_1, σ_2	Maior e menor tensão principal
σ_r	Tensão normal na direção r
σ_θ	Tensão normal na direção θ
σ_ξ	Tensão circunferencial
σ_φ	Tensão normal na direção φ
σ_w	Tensão normal na parede
σ_p	Tensão normal de pré-cisalhamento
σ_{wtr}	Tensão na parede da transição
σ'	Tensão normal no canal de fluxo
σ_{nt}	Tensão normal na tremonha
σ_{ic}	Resistência normal inconfinada
σ_c	Resistência normal confinada
$\sigma_{ic,i}$	Resistência normal inconfinada inicial
$\sigma_{c,i}$	Resistência normal confinada inicial
$\sigma_{ic,t}$	Resistência normal inconfinada com o tempo
τ	Tensão de cisalhamento
$\tau_{r\theta}$	Tensão de cisalhamento no plano θ
τ_w	Tensão de cisalhamento na parede
τ_p	Tensão de pré-cisalhamento
ν	Coeficiente de Poisson, taxa de ultrapassagem da barreira
$\mu(t)$	Média temporal
$\mu_{w,c}$	Coeficiente de atrito entre o produto e a parede do corpo do silo
$\mu_{w,t}$	Coeficiente de atrito entre o produto e a parede da tremonha
μ_e	Coeficiente de atrito interno do produto
μ_{ef}	Coeficiente de atrito efetivo
$\rho_{i,j}$	Coeficiente de correlação entre as variáveis aleatórias i e j
$\rho(t_1, t_2)$	Função autocorrelação
$\rho(t_1, t_2)$	Função autocorrelação
λ	Multiplicador de lagrange, parâmetro de locação da distribuição lognormal
λ_1, λ_2	Constante
β	Índice de confiabilidade
β_n	Índice de confiabilidade para o tempo n
β_0	Índice de confiabilidade avaliado no tempo t=0
β_a	Ângulo entre a normal da parede e a maior tensão principal para o estado ativo
β_p	Ângulo entre a normal da parede e a maior tensão principal para o estado passivo
δ	Coeficiente de variação, deslocamento e variação

θ	Ângulo ou parâmetro a ser estimado
$\boldsymbol{\theta}$	Vetor de parâmetros
θ_1	Incerteza do modelo de resistência estrutural
θ_2	Incerteza do modelo de pressões referentes aos resíduos da calibração
Δt	Intervalo de tempo
ΔW	Peso infinitesimal do arco
ΔF_z	Acréscimo de força resultantes do arco
ΔF_{zw}	Acréscimo de força resultantes na parede

Letras gregas maiúsculas

Π^e	Funcional de energia da parte elástica
Π^c	Funcional de energia da parte plástica
Ω	Domínio
Ω_f	Domínio de falha
Ω_s	Domínio de segurança
$\Phi(.)$	Distribuição acumulada gaussiana

Lista de índices subscritos

a	Estado ativo
b	Estado passivo
d	Dinâmica ou descarregamento
c	Carregamento
w,c	Parede do corpo do silo
n	Número de operações, período de anos
max	Valor máximo
min	Valor mínimo
k	Índice
tr	Transição

Notação

$\mathbf{x}$	Negrito representa vetor ou matriz

SUMÁRIO

RESUMO ..... **I**
ABSTRACT ..... **II**
LISTA DE FIGURAS ..... **III**
LISTA DE TABELAS ..... **X**
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS ..... **XV**
LISTA DE SÍMBOLOS ..... **XVI**
1 INTRODUÇÃO **4**
1.1 Definições 4
1.2 Tipos de silos 4
1.3 Estudos realizados na Escola de Engenharia de São Carlos (USP) 6
1.4 Justificativa 9
1.5 Problema a ser estudado 10
1.6 Objetivos 11
1.7 Contribuições esperadas 12
2 PROPRIEDADES FÍSICAS DO PRODUTO ARMAZENADO **13**
2.1 Considerações iniciais 13
2.2 Estado de tensão do produto dentro de um silo 14
2.3 Fatores que influenciam nas propriedades físicas do produto e do fluxo 14
2.4 Ensaio de cisalhamento direto 15
2.5 Relação entre as pressões horizontais e verticais (K) 20
2.6 Variabilidades das propriedades físicas encontradas na literatura 26
2.7 Considerações sobre o capítulo 30
3 FLUXO EM SILOS **31**
3.1 Considerações iniciais 31
3.2 Tipos de tremonhas 32
3.3 Tipos de fluxo 33
3.4 Obstruções de fluxo 35
3.5 Vantagens e desvantagens do tipo de fluxo 36
3.6 Determinação do tipo de fluxo 36
3.7 Limites superiores para a obtenção de fluxo de massa segundo a teoria do campo de tensões radiais de Jenike (1961) 38
3.8 Identificação de fluxo segundo as normas internacionais 39
3.9 Determinação da altura crítica segundo Benink (1989) 40
3.10 Considerações sobre o capítulo 44
4 PRESSÕES EM SILOS **45**
4.1 Considerações iniciais 45
4.2 Influência das propriedades físicas nas pressões 47
4.3 Modelos analíticos de pressões no corpo do silo 48
4.4 Modelos analíticos de pressões na tremonha 64
4.5 Recomendações de Carson e Jenkyn (1993) para projeto de silos 75

4.6 Comparações entre as teorias de pressões 78
4.7 Implementação dos modelos de pressões 82
4.8 Considerações sobre o capítulo 82

5 CALIBRAÇÃO DOS MODELOS ESTOCÁSTICOS DE PRESSÕES 84

5.1 Modelos estocásticos 84
5.2 Algoritmos Genéticos (AGs) 92
5.3 Estudo das distribuições de probabilidades 107
5.4 Formulação do procedimento de calibração dos modelos de pressão 120

6 CONFIABILIDADE ESTRUTURAL 122

6.1 Considerações iniciais 122
6.2 Introdução à confiabilidade 124
6.3 Teoria clássica da confiabilidade 124
6.4 Índice de confiabilidade 131
6.5 Níveis aceitáveis da probabilidade de falha (níveis-alvo) 134
6.6 Tipos de modelos de confiabilidade 138
6.7 Métodos para calcular a probabilidade de falha 138
6.8 Métodos de simulação Monte Carlo 139
6.9 Confiabilidade de sistemas 143
6.10 Considerações sobre o capítulo 145

7 MATERIAIS E MÉTODOS 146

7.1 Considerações iniciais 147
7.2 Metodologia experimental para a obtenção das propriedades físicas dos produtos armazenados 147
7.3 Origem dos produtos ensaiados 148
7.4 Amostragem dos produtos 148
7.5 Ensaio de umidade, temperatura e peso específico aparente 149
7.6 Ensaio granulométrico 149
7.7 Ensaios de cisalhamento direto de Jenike 150
7.8 Ensaios de cisalhamento com as paredes 151
7.9 Ensaio no silo-piloto 151
7.10 Metodologia numérica 166
7.11 Considerações sobre o capítulo 167

8 RESULTADOS E DISCUSSÕES 168

8.1 Ensaios das propriedades físicas 168
8.2 Resultados das pressões e dos parâmetros calibrados dos modelos de pressões 186

9 CONFIABILIDADE ESTRUTURAL DE SILOS VERTICAIS METÁLICOS DE CHAPAS ONDULADAS 228

9.1 Modelo de análise estrutural para o estudo 228
9.2 Modelo de resistência estrutural de silos metálicos 231
9.3 Formulação das equações de estado limite 238
9.4 Problema dependente da altura 241
9.5 Exemplo de cálculo 242

9.6 Algumas considerações sobre a confiabilidade de silos metálicos 255

10 CONCLUSÕES 257

10.1 Em relação às propriedades físicas dos produtos armazenados 257
10.2 Em relação às pressões no silo-piloto 257
10.3 Em relação ao estudo da confiabilidade estrutural 260
10.4 Sugestões para trabalhos futuros 261

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 262

APÊNDICE A – DETERMINAÇÃO DO EFETIVO ÂNGULO DE ATRITO INTERNO 278

APÊNDICE B –RELAÇÕES DE TENSÕES PARA O CÍRCULO DE MOHR 284

APÊNDICE C – RELAÇÃO ENTRE AS PRESSÕES PARA O ESTADO ELÁSTICO 288

APÊNDICE D – GERAÇÃO DE NÚMEROS ALEATÓRIOS 290

APÊNDICE E – DETERMINAÇÃO DA CONSTANTE DO ANEL 295

APÊNDICE F – DETERMINAÇÃO DA RESISTÊNCIA À COMPRESSÂO DOS MONTANTES À LUZ DA NBR 14762:2001 PARA O PERFIL U 297

APÊNDICE G – DESCRIÇÂO DO PROGRAMA P-SILOS 301

1 CAPÍTULO

INTRODUÇÃO

"Uma longa viagem começa com um único passo".
Lao Tse (604 a.C.)

Este capítulo relata de forma global, o tema e apresenta as motivações que levaram a sua escolha. São mostrados também os objetivos que instigaram os estudos, a metodologia adotada e, antecipadamente, algumas contribuições científicas esperadas. O capítulo é iniciado abordando sucintamente sobre as principais definições, classificações e pesquisas sobre silos. No final enumera os objetivos para posterior explanação e revisão bibliográfica.

1.1 Definições

A palavra silo tem raiz grega sirus, que significa lugar escuro-cavernoso e escuro. Nos dias atuais, o significado da palavra silo é de um grande depósito para armazenar cereais, forragens, etc.

Assim, neste trabalho, define-se silo como uma construção destinada a armazenar e conservar qualquer produto industrial ou agrícola. O termo unidade ou conjunto de armazenagem engloba tanto o silo propriamente dito, como as máquinas de transporte, conservação, beneficiamento e mistura.

1.2 Tipos de silos

Os silos são divididos quanto ao material estrutural empregado, quanto à construção em relação ao solo e quanto a sua forma geométrica.

Os silos são construídos com os mais diversos materiais, como concreto armado, concreto protendido, chapas metálicas (lisas, corrugadas e trapezoidais), madeira, alvenaria, argamassa armada, fibras, plásticos, entre outros.

Quanto à construção em relação ao solo, podem-se dividir em 3 grupos:

Silos elevados ou aéreos: são caracterizados por serem construídos acima do nível do solo.

Silos subterrâneos: são aqueles em que os compartimentos para a estocagem se localizam abaixo do nível do solo. São construções mais simples que os silos elevados, porém são mais suscetíveis à infiltração de água e têm um descarregamento mais difícil.

Silos semi-subterrâneos: são um tipo intermediário entre os dois tipos anteriores.

(a)

(b)

Figura 1.1 – (a) Grupos de silos elevados e (b) Silo horizontal semi-subterrâneo.

(a)

(b)

Figura 1.2 - (a) Silo em tela metálica e tecido e (b) Grupo de silos multicelulares poligonais.

(a)

(b)

Figura 1.3 – (a) Dois silos esbeltos elevados de madeira e (b) Silo baixo em elementos pré-moldados de concreto (silo búfalo).

A geometria é outro fator de classificação dos silos, podendo ser divididos, segundo Palma (2005) em:

Silos baixos: são aqueles que possuem uma relação entre a altura do corpo e o diâmetro

$\left(\frac{H}{D}\right)$ menor que 1,5.

Silos esbeltos:são aqueles que possuem uma relação entre a altura do corpo e o diâmetro $\left(\frac{H}{D}\right)$ maior ou igual a 1,5.

Silos horizontais: são aqueles cuja dimensão longitudinal é preponderante sobre as outras dimensões.

A Tabela 1.1 apresenta algumas normas de classificação de silos quanto à esbeltez.

Tabela 1.1 – Classificação de silos quanto à esbeltez

NORMA	CLASSIFICAÇÃO		
	BAIXOS	**MEDIANAMENTE ESBELTOS**	**ESBELTOS**
Australiana AS 3774:1996	H/D <1,0	1,0≤ H/D ≤ 3,0	H/D > 3,0
Européias PrEN 1991-4:2002 (Draft) DIN 1055-06:2005	0,4≤ H/D ≤ 1,0	1,0≤ H/D ≤ 2,0	H/D ≥ 2,0
Americanas ACI-313:199 ANSI/ASAE EP433:2001	H/D <2,0	-	H/D > 2,0
Canadense CFBC:1983	H/D ≤1,0 ou H/D < $\tan^2(\phi_e/2+\pi/4)$	-	H/D > 1,0 e H/D≥ $\tan^2(\phi_e/2+\pi/4)$

H Nesta tabela representa a altura total do silo com a tremonha.

D Diâmetro do corpo do silo.

ϕ_e Efetivo ângulo de atrito interno.

Quanto à entrada de ar:

Silos herméticos: silos que possuem um impedimento para a troca de ar do interior da célula com o exterior.

Silos não-herméticos: silos que permitem a troca de ar com o exterior.

1.3 Estudos realizados na Escola de Engenharia de São Carlos (USP)

No Brasil, o Departamento de Engenharia de Estruturas (SET), da Escola de Engenharia de São Carlos (EESC), da Universidade de São Paulo (USP), possui uma linha de pesquisa com o intuito de aprimorar o conhecimento, comprovar as teorias existentes e desenvolver tecnologia

própria na área de silos. Até o momento, foram desenvolvidos os seguintes trabalhos de Mestrado e Doutorado:

Calil (1978), em sua dissertação de Mestrado "Estudo dos Silos de Madeira a Nível de Fazendas", propõe como alternativa para o pequeno produtor a construção de tais estruturas nas propriedades agrícolas, utilizando madeira tanto como material estrutural quanto de revestimento.

Calil (1982), em sua tese de Doutorado "Sobrepresiones en las Paredes de los Silos para Almacenamiento de Productos Pulverulentos Cohesivos", realiza estudos em modelos reduzidos, determinando os tipos de fluxo de produtos armazenados, a intensidade das pressões de carregamento e descarga para produtos granulares e para produtos pulverulentos.

Fortes Filho (1985), em sua dissertação de Mestrado "Uma Introdução ao Estudo dos Silos", aborda a problemática dos silos de maneira ampla e suficientemente profunda para as aplicações correntes, apoiando-se em uma análise de estudos teóricos e experimentais realizados por diversos autores.

Vaz (1987), em sua dissertação de Mestrado "Silos Verticais de Madeira Compensada", apresenta uma proposta de silos de madeira compensada de seção hexagonal para o pequeno produtor.

Couto (1989), em sua dissertação de Mestrado "Contribuição ao Estudo dos Silos de Argamassa Armada para o Armazenamento de Cereais", propõe uma metodologia de dosagem para argamassa armada, verificando sua viabilidade construtiva em dois silos protótipos cilíndricos.

Esteves (1989), em sua dissertação de Mestrado "Silos Metálicos de Chapa Corrugada", apresenta estudo teórico e experimental destas unidades com vistas à caracterização dos materiais e das ligações utilizadas, além de propor uma metodologia de ensaio para a avaliação dos componentes estruturais.

Calil (1990), em sua tese de Livre - Docência "Recomendações de Fluxo e de Cargas para o Projeto de Silos Verticais", realiza o estudo das teorias e práticas que envolvem as várias fases de carregamento e fluxo de produtos armazenados, propondo recomendações para o armazenamento destes produtos em silos.

Silva (1993)[1], em sua tese de Doutorado "Estudo da Variabilidade de Pressões em Silos", estuda as pressões em silos sob o ponto de vista probabilístico, com ênfase na análise da

[1] Tese apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo sob orientação do Prof. Dr. Carlito Calil Junior.

variabilidade das propriedades dos produtos armazenados e na variabilidade das pressões.

Milani (1993), em sua tese de Doutorado "Determinação das Propriedades de Produtos Armazenados para Projeto de Pressões e Fluxo em Silos", apresenta uma metodologia de ensaio para a determinação das propriedades de produtos armazenados, com base em estudos teóricos e experimentais utilizando o equipamento de translação "Jenike Shear Cell".

Fassoni (1994), em sua dissertação de Mestrado "Sistema Construtivo Modular em Madeira para Silos Horizontais", apresenta proposta de projeto de silo horizontal de madeira utilizando peças maciças e chapas de compensado, com ênfase na pré-fabricação.

Gomes (1994), em sua dissertação de Mestrado "Silos para Armazenamento de Laranjas", propõe o projeto e detalhes construtivos de um silo-protótipo, utilizando madeiras de reflorestamento para o armazenamento de laranjas, tanto em fazendas como em indústrias.

Manfrin (1994), em sua dissertação de Mestrado "Um Estudo dos Silos para Açúcar: Propriedades Físicas do Material Armazenado, Recomendações Construtivas, Normativas e Análise Estrutural", analisa as condições ideais que o açúcar deve apresentar para uma adequada armazenagem, bem como avalia a distribuição dos esforços solicitantes a partir do confronto entre uma análise discreta que, trata a estrutura como um conjunto de pilares e vigas curvas, e de outra contínua, na qual a estrutura da parede é tratada como casca.

Nascimento (1996), em sua tese de Doutorado "Estudo de Silos Prismáticos para Fábricas de Ração", desenvolve estudo teórico e experimental de painéis metálicos com conformação ziguezague horizontal, fornecendo subsídios técnicos para projetos de silos prismáticos metálicos para uso industrial.

Araújo (1997), em sua tese de Doutorado "Estudo Teórico Experimental de Tremonhas Piramidais para Silos Metálicos Elevados", realiza estudos para a determinação dos esforços em tremonhas enrijecidas e não-enrijecidas por modelo analítico, numérico e experimental, confrontando os métodos utilizados.

Andrade Jr. (1998), em sua dissertação de Mestrado "Análise Estrutural das Chapas Metálicas de Silos e de Reservatórios Cilíndricos", procura dispor conceitos claros e distintos do comportamento e dos fenômenos de perda de estabilidade do equilíbrio de reservatórios e silos metálicos, bem como estabelece configurações estruturais que apresentam maiores riscos à perda da estabilidade da estrutura e fornece relações de diâmetro/espessura e de diâmetro/altura em que é possível evitar os problemas advindos da perda de estabilidade do equilíbrio.

Gomes (2000), em sua tese de doutorado "Estudo Teórico e Experimental das Ações em

Silos Horizontais", compara resultados teóricos com os obtidos por meio de medições diretas das pressões em um modelo-piloto e um silo horizontal em escala real, com a relação entre as pressões horizontais e verticais, *K*. Com base nos resultados obtidos, propõe um novo método de cálculo fundamentado em um modelo empírico para a determinação das pressões horizontais nessas unidades.

Freitas (2001), em sua tese de doutorado "Estudo teórico e experimental das pressões em silos cilíndricos de baixa relação altura/diâmetro e fundo plano", realiza ensaios em um silo-protótipo e um silo-piloto. Com base nos resultados experimentais, propõe modelos empíricos para a determinação das pressões horizontais e verticais no fundo plano do silo para esse tipo de unidade armazenadora.

Andrade Jr. (2002), em sua tese de doutorado "Ação do Vento em Silos Cilíndricos de baixa relação altura/diâmetro", realiza estudos teóricos e experimentais em modelos aerodinâmicos e aeroelásticos sobre as ações do vento em silos, determinando coeficientes aerodinâmicos no costado e na cobertura.

Palma (2005), em sua tese de mestrado "Pressões e Fluxo em Silos Esbeltos ($h/d \geq 1,5$)", realiza estudos teóricos sobre teorias e normas vigentes sobre as pressões e fluxo em silos esbeltos.

Dentro deste contexto este trabalho tem como objetivo complementar os estudos que foram realizados pelo grupo, inserindo um tratamento estocástico nas pressões dos silos verticais esbeltos com ênfase na estimativa da confiabilidade de silos verticais cilíndricos.

1.4 Justificativa

O Brasil desempenha um papel fundamental na economia mundial sendo um dos maiores produtores de grãos do mundo, porém, por problemas de infra-estrutura, tem sua capacidade de armazenamento reduzida devido a vários fatores que podem ser desde a produção até o armazenamento. Com os avanços tecnológicos na área agrícola, o Brasil dobrou sua capacidade produtiva nos últimos 26 anos, com praticamente a mesma área plantada (Figura 1.4b), segundo os dados da Companhia Nacional de Abastecimento, CONAB (2006). Um dos maiores problemas, atualmente, é a insuficiência na capacidade de armazenamento, o que pode ser observado na Figura 1.4a. Além disso, a maior capacidade de armazenamento do país é em silos horizontais onde um dos problemas é a inadequada aeração para o produto neles armazenado. Desta forma, silos de pequena capacidade, tanto para indústrias como para os pequenos agricultores, são fundamentais para a logística de armazenamento e transporte do nosso país.

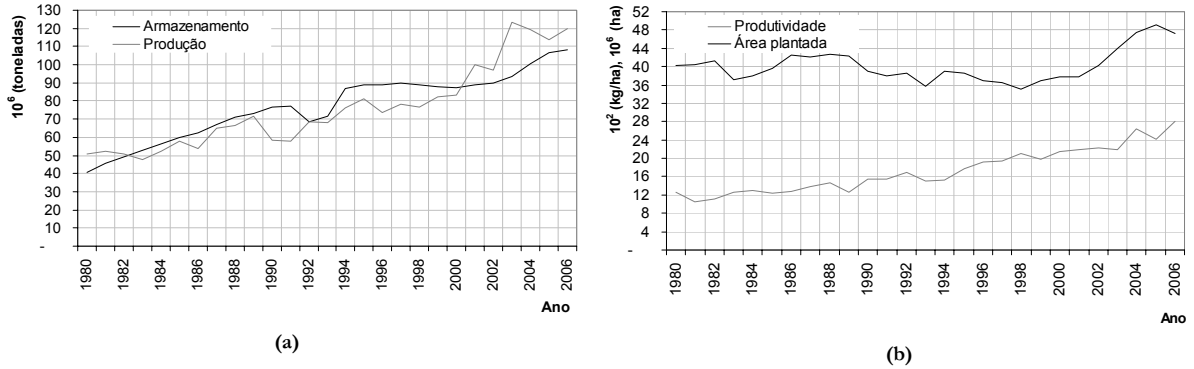


Figura 1.4 – (a) Evolução da produção em relação ao armazenamento no Brasil. (b) Produtividade e área plantada no Brasil. Fonte: CONAB (2006).

A construção de novos sistemas de armazenamento é uma premissa necessária para o armazenamento de produtos agrícolas e industriais, para que o país seja competitivo em um mundo globalizado. Porém, o Brasil ainda não possui uma norma específica para cálculo das ações em silos, sendo aqui inseridos os estudos que contribuirão para o projeto de silos verticais esbeltos, com o objetivo de investigar as incertezas na estimativa das pressões.

1.5 Problema a ser estudado

Em todos os projetos de engenharia, procura-se segurança e economia. Para isso, o primeiro passo é conhecer as ações que agem sobre o sistema, além daquelas que normalmente solicitam uma estrutura tais como peso próprio, peso de equipamentos, vento, sismos e recalques, segundo Silva (1993). Em silos, as ações provocadas pelo produto armazenado são afetadas por operações como: carregamento (enchimento), armazenamento (estocagem) e descarga (descarregamento) que ocorrem ao longo de toda a vida útil da estrutura.

No que diz respeito à segurança das estruturas, a variabilidade das ações é considerada como um fator determinante, pois a confiabilidade é sempre influenciada pelas ações e resistências.

Segundo Pham (1983), as ações em silos devidas a produtos são afetadas pela natureza aleatória das variáveis envolvidas e têm sido estudadas com bastante freqüência na literatura internacional. Uma importante ferramenta para analisar as incertezas é a teoria da confiabilidade que pode incorporá-las por meio de distribuições de probabilidades.

Silva (1993) demonstrou, a partir de dados experimentais de Calil (1982), que os parâmetros envolvidos no cálculo das pressões necessitam de um tratamento probabilístico. Porém, apesar da literatura relatar a natureza estocástica das pressões, não há evidências de que qualquer uma das normas existentes sobre o assunto tenha partido de uma base probabilística.

Com isto, o conceito de índice de confiabilidade é importante para a utilização como uma

medida da segurança estrutural. Esta medida leva em consideração a variabilidade tanto das ações quanto das resistências, segundo Ellingwood et al. (1980). Este conceito vem sendo utilizado nas normas de ações, as quais conduzem a níveis satisfatórios de segurança.

É importante lembrar que as pressões variam no espaço e no tempo e que os silos são estruturas que apresentam um grande número de falhas estruturais e de fluxo (CALIL, 1989).

Nesse contexto, pretende-se desenvolver um modelo estocástico para a determinação das pressões de produtos granulares, em silos verticais, para a elaboração de projetos seguros dentro da concepção probabilística.

1.6 Objetivos

Os objetivos específicos da tese são:

- Avaliação paramétrica das distribuições de probabilidade estimadas, para o peso específico, efetivo ângulo de atrito interno e ângulo de atrito com a parede, a partir dos dados obtidos experimentalmente por meio do ensaio no *Jenike Shear Tester*.
- Construção de um silo-piloto para avaliações das pressões experimentais para três tipos de produtos granulares.
- Proposta de um modelo estocástico parametrizado para a determinação das pressões de produtos granulares em silos verticais esbeltos.
- Determinação da probabilidade de falha P_f de silos verticais, após a construção dos modelos estocásticos.

Como objetivos gerais são propostas as seguintes etapas para o estudo:

- Realizar um estudo abrangente das pressões exercidas pelo produto sobre as paredes e no fundo dos silos verticais esbeltos, avaliando e adaptando as teorias de pressões já existentes.
- Pesquisar e implementar a aplicabilidade dos modelos estocásticos para a estimativa de pressões, determinando os modelos estocásticos de pressões, por meio da utilização dos Algoritmos Genéticos na estimação pontual dos parâmetros K, $\mu_{w,c}$, γ, C e K_t dos modelos de pressões.
- Adaptar os novos conceitos de confiabilidade atualmente em desenvolvimento no exterior para as condições nacionais, buscando alcançar, ao final do trabalho, segurança no dimensionamento estrutural de silos verticais esbeltos.

1.7 Contribuições esperadas

Espera-se com o modelo estocástico contribuir para o estudo de pressões em silos verticais esbeltos. Assim foram executados os ensaios experimentais e a implementação numérica, para a estimação de parâmetros dos modelos de pressões por meio dos Algoritmos Genéticos (AGs). Explorou-se a determinação das propriedades físicas através de ensaios de cisalhamento direto, com a finalidade de comparação com os resultados dos parâmetros encontrados no ensaio do silo-piloto. Por fim, foi aplicado o modelo estocástico para o estudo da confiabilidade estrutural dos silos verticais esbeltos.

2 CAPÍTULO

PROPRIEDADES FÍSICAS DO PRODUTO ARMAZENADO

"Aquilo que sabemos, saber que sabemos; aquilo que não sabemos, saber que não sabemos; isto que é, verdadeiramente, saber" Confúcio (551-479 a.C)

Neste capítulo são apresentadas as principais propriedades dos produtos armazenados para a estimativa de pressões em silos verticais. Discute-se a influência de cada parâmetro ϕ_i, ϕ_e, ϕ_w e γ nas pressões exercidas pelo produto, detalha-se o principal método de obtenção das mesmas e analisa-se o critério de ruptura ao deslizamento admitido nas avaliações das propriedades internas do produto. Com essa abordagem resumida é possível entender e determinar as propriedades físicas dos produtos armazenados e compará-las nas avaliações posteriores do silo-piloto.

2.1 Considerações iniciais

A determinação das propriedades físicas dos produtos armazenados é o primeiro passo para o projeto estrutural e de fluxo dos silos e deve ser conduzida nas condições mais severas daquelas esperadas que ocorram em um silo. O equipamento mais utilizado para essas determinações é o aparelho de cisalhamento de translação conhecido internacionalmente por "*Jenike Shear Cell*".

Todas as propriedades são determinadas através dos ensaios em laboratórios, a saber:

- peso específico em função da consolidação e umidade (γ);
- granulometria $(d_{máx} \text{ e } d_{mín})$;
- ângulo de repouso do produto (ϕ_r);
- ângulo de atrito interno (ϕ_i);
- efetivo ângulo de atrito interno (ϕ_e);
- ângulo de atrito $(\phi_{w,c})$ entre o produto armazenado e o material da parede (aço liso, aço rugoso, plásticos, madeira, concreto polido e outros materiais);
- fator fluxo da tremonha (ff);
- função fluxo instantânea e com o tempo de consolidação (FF).

2.2 Estado de tensão do produto dentro de um silo

Para o entendimento das pressões que ocorrem no silo é importante, primeiramente, entender as propriedades físicas dos produtos armazenados e o critério de ruptura ao deslizamento ("*yield locus*") adequado a ser utilizado.

Pode-se notar, no ponto A, que o estado de tensão tem componentes de tensão principais normais e tangenciais. Roberts (1995) afirma que a principal diferença entre os produtos armazenados e os fluidos é que os produtos armazenados são capazes de transmitir tensões tangenciais oriundas do atrito entre os grãos e as paredes. Já os fluidos possuem somente o estado de tensão hidrostática com tensões tangenciais nulas. Esse fato muda consideravelmente as pressões exercidas nas paredes dos silos, conforme ilustrado na Figura 2.1.

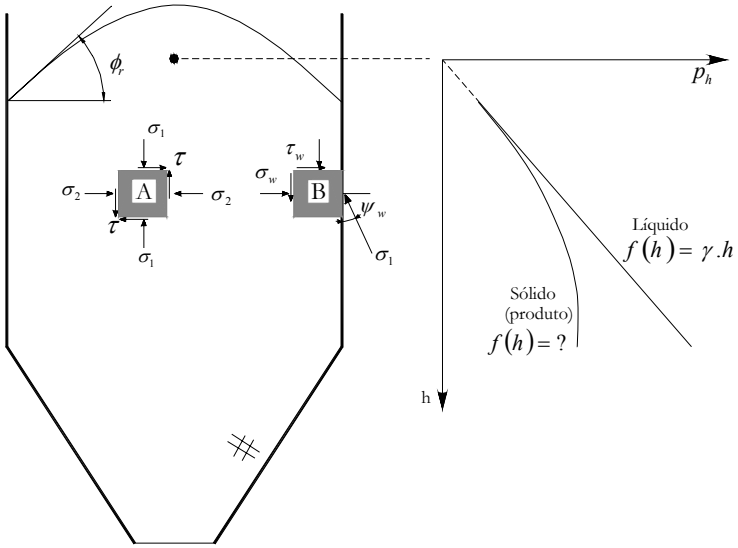


Figura 2.1 - Estado de tensão em dois pontos do produto.

Por muito tempo os silos foram projetados pela pressão hidrostática, segundo Roberts (1995). Contudo muitos pesquisadores já sabiam que um mecanismo de transferência por atrito era mobilizado nos produtos armazenados.

2.3 Fatores que influenciam nas propriedades físicas do produto e do fluxo

Diversos fatores influenciam nas propriedades físicas dos produtos armazenados. Segundo Gaylord e Gaylord (1984), os principais fatores são:

- peso específico;
- compactação;
- compressibilidade;
- tamanho e forma das partículas;

- ângulo de repouso;
- degradação;
- corrosão;
- abrasão.

Vários pesquisadores vêm estudando o comportamento das propriedades afetadas pelos fatores acima mencionados. Alguns destes pesquisadores são: Moore et al. (1984), Latincsics (1985), Ooms e Roberts (1985), Britton e Moysey (1986), Haaker (1988), Bucklin (1989), Schwedes e Schulze (1990), Schulze (1996), Moya (2002) et al. e Vinogradov e Leonenko (2003).

2.4 Ensaio de cisalhamento direto

Pesquisas vêm sendo realizadas para o estudo do comportamento das propriedades nas fases de operação de um silo (carregamento, armazenamento e descarregamento) e também procedimentos para a sua determinação que traduzam, de forma realística, o estado de tensão dentro do produto ensilado. Jenike (1964), em busca de uma forma adequada de medir tais propriedades, analisou inicialmente a aplicabilidade de equipamentos de testes utilizados em solos. Diante de resultados considerados insatisfatórios, decidiu desenvolver um aparelho denominado "*Jenike Shear Cell*" (Figura 2.2) e que vem sendo utilizado internacionalmente para a determinação das propriedades físicas dos produtos armazenados.

O aparelho é baseado no ensaio de cisalhamento direto de solos, porém alguns procedimentos de consolidação da amostra (torção ou twist) foram adicionados para representar o comportamento do produto dentro das estruturas de armazenamento. Com o intuito de avaliar a confiabilidade e a reprodutibilidade das medidas das propriedades de fluxo, um grupo denominado "*Working Party on the Mechanics of Particulate Solids"* (WPMPS), da Federação Européia de Engenheiros Químicos, coordenou vários ensaios com grupos de diferentes países com o aparelho de Jenike. Após detalhada análise dos resultados experimentais e da experiência dos membros da WPMPS, foi elaborado novo procedimento-padrão de teste, o qual fornece instruções detalhadas para a operação do aparelho de Jenike, que recebeu o nome de "*Standart Shear Testing Technique for Particulate Solids Using the Jenike Shear Cell*" (SSTT, 1989).

Em resumo, o teste de cisalhamento constitui-se de duas fases. A primeira é a consolidação da amostra para a obtenção do fluxo de estado estável e do pré-cisalhamento para a definição do lugar geométrico de deslizamento. Na segunda fase do teste, a determinação das tensões de cisalhamento é realizada com diferentes valores de tensões normais, menores que os utilizados na primeira fase, determinando as tensões de cisalhamento necessárias para o deslizamento do produto.

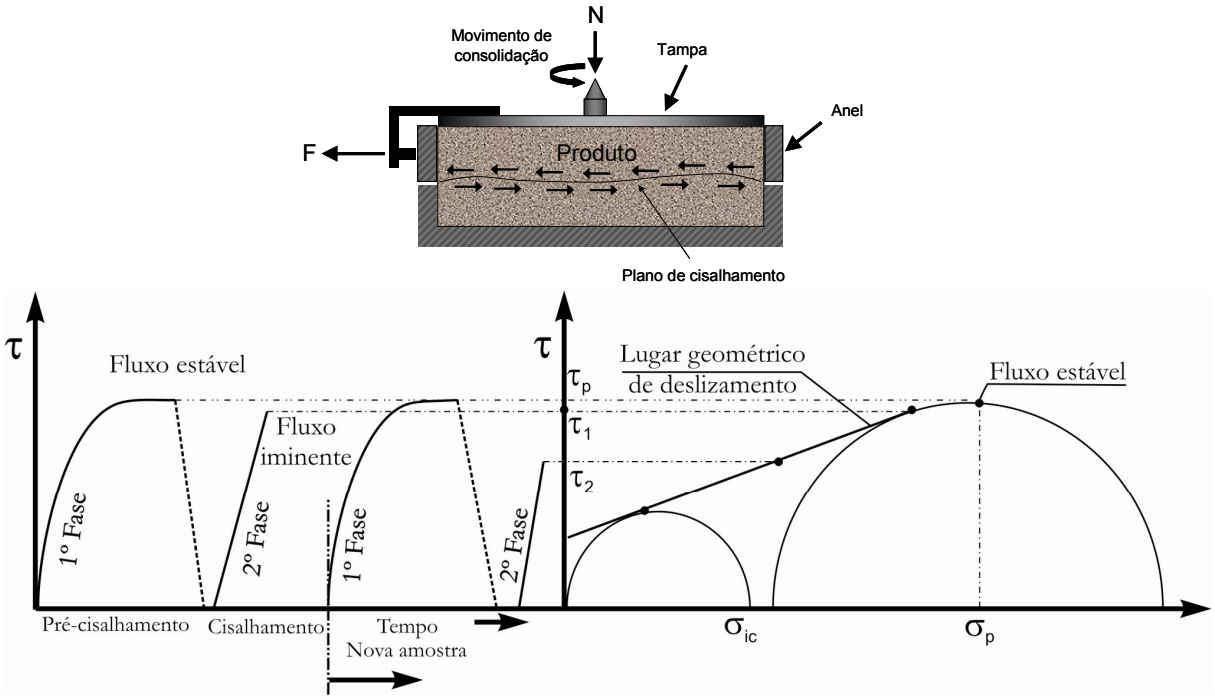


Figura 2.2 - Ensaio para determinação das propriedades internas do produto. Fonte**:** Adaptado de Schwedes (2002).

Schwedes e Schulze (1990) fizeram um trabalho experimental separando os equipamentos em 2 grupos: os ensaios de obtenção direta e os de medida indireta. Ao final do trabalho afirmaram que o equipamento triaxial fornece resultados com maior exatidão. Já o anel de cisalhamento fornece boas propriedades do produto em fluxo, pois permite altas velocidades de deslocamento angular e, consequentemente, reproduz mais fielmente o fluxo. Eles afirmam que não devem ser realizados ensaios com amostra inconfinada, pois estes não são adequados para a avaliação das propriedades físicas.

Dessa forma, a maior desvantagem do equipamento de Jenike é a baixa velocidade do cisalhamento $(2{,}5\ \text{mm/min})$ e um limite de deslocamento $(5\ \text{mm})$. Com isso alguns equipamentos vêm sendo propostos (Figura 2.3 e Figura 2.4) para produtos que necessitem de deslocamentos superiores aos obtidos pelo equipamento de Jenike (SCHULZE, 1996). Porém, apesar de avanços nos equipamentos de ensaio, ainda hoje o aparelho de Jenike é o mais utilizado para caracterização das propriedades dos produtos armazenados, pois no mesmo aparelho é possível avaliar o ângulo de atrito com a parede e, por isso, será utilizado nesta pesquisa.

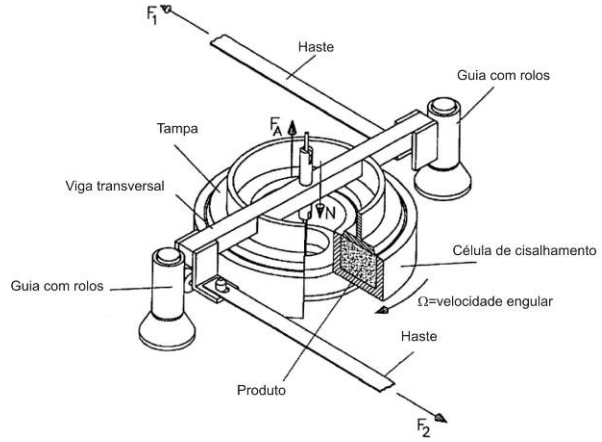


Figura 2.3 – Esquema do anel de cisalhamento, denominado "Schulze ring shear tester". Fonte: Adaptado de Schulze (1996).

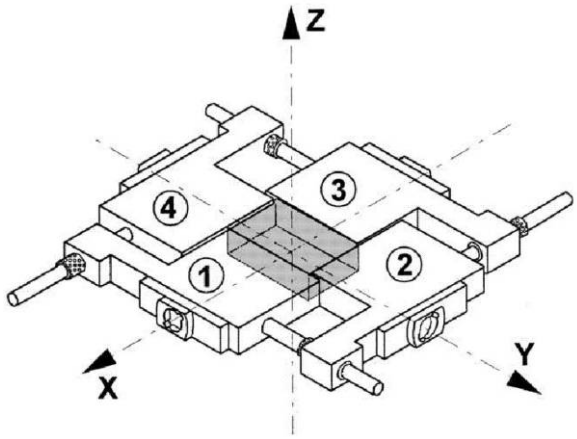


Figura 2.4 – Teste de cisalhamento biaxial. Fonte: Adaptado de Schwedes (2002).

No Brasil, Milani (1993) desenvolveu um importante trabalho com base em estudos teóricos e experimentais utilizando o equipamento de Jenike, propondo uma metodologia de ensaio para a determinação das propriedades dos produtos armazenados.

2.4.1 Critério de ruptura ao deslizamento ("Yield Locus")

Para entender as propriedades de produtos armazenados, é necessário estudar o critério de resistência com algumas particularidades sobre o estado de tensão. Os produtos armazenados podem seguir o critério de ruptura ao deslizamento de Mohr-Coulomb, o qual assume a relação linear entre a tensão normal e a tensão de cisalhamento. Segundo esse critério, admite-se que a ruptura ocorra localmente, uma vez atingido um valor-limite da tensão de cisalhamento, que é influenciada pela tensão normal atuante no mesmo plano. A expressão matemática que exprime a condição da ruptura por deslizamento é:

$$|\tau| = f(\sigma) \tag{1}$$

$$f(\sigma) = c + \sigma.\tan(\phi_i) \tag{2}$$

onde c é a coesão e ϕ_i é o ângulo de atrito interno.

Testes mostram que, para produtos coesivos, o envoltório de resistência real é uma curva convexa, mostrada na Figura 2.5. A posição do envoltório depende da pressão de consolidação do produto, do tempo de consolidação (Figura 2.6), da umidade e da temperatura. Usualmente, a umidade e a temperatura podem ser consideradas constantes para a simplificação na análise das propriedades, porém não sendo desprezíveis.

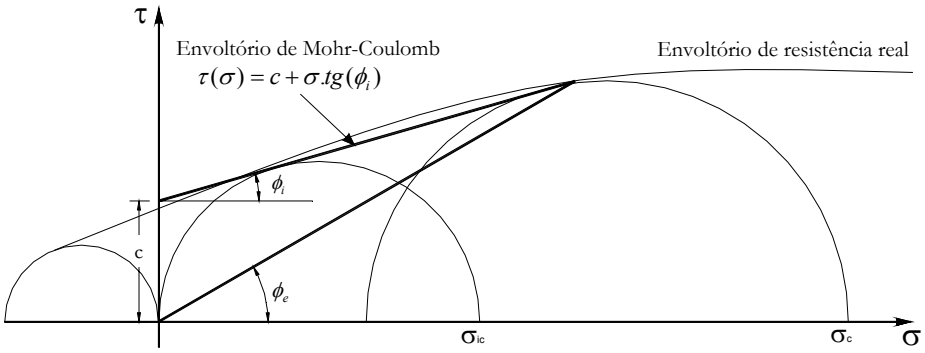


Figura 2.5 - Representação gráfica do critério de ruptura por deslizamento (Mohr-Coulomb). Fonte: Adaptado de Benink (1989).

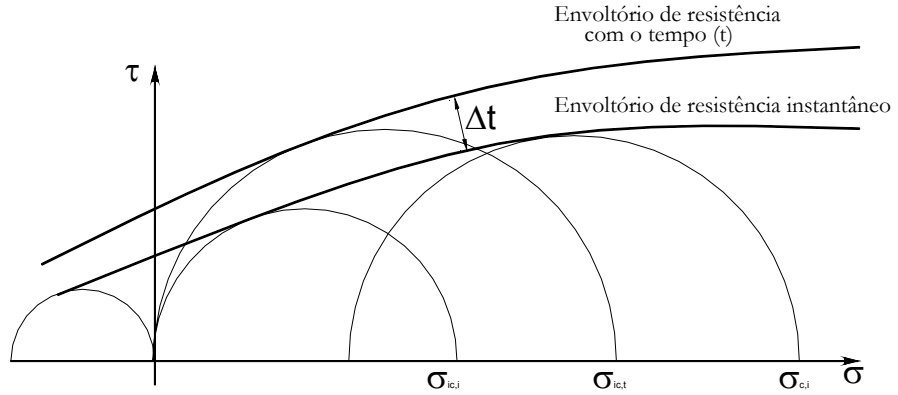


Figura 2.6 - Representação gráfica do critério com a influência do tempo. Fonte: Adaptado de Benink (1989).

A determinação das propriedades dos produtos armazenados depende do conhecimento dos envoltórios de Mohr-Coulomb (Figura 2.7) para ruptura por deslizamento determinado pela relação entre a tensão de cisalhamento e a tensão normal. Investigando duas condições principais, ou seja, o deslizamento interno e o deslizamento com a parede, é possível determinar os principais parâmetros para o critério de deslizamento dos produtos.

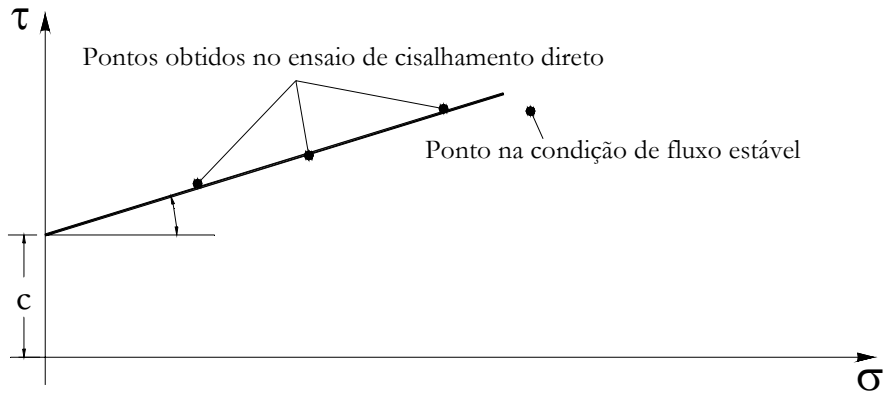


Figura 2.7 - Modelo de ruptura obtido através do ensaio de cisalhamento direto do produto.

Para o projeto e a determinação dos padrões de fluxo, deve-se conhecer a função fluxo (FF) do material. Para isso é necessária a determinação das resistências confinada e inconfinada com auxílio do envoltório de resistência de Mohr-Coulomb. No **Apêndice A**, foram deduzidas

pelo autor as expressões analíticas para determinar as resistências confinada e inconfinada, a partir do envoltório de Mohr-Coulomb, para produtos granulares e coesivos obtidos através do ensaio de cisalhamento direto.

2.4.2 Ângulo de atrito com a parede (ϕ_w)

As pressões dentro de um produto no silo são dependentes do coeficiente de atrito μ_w entre o sólido e a parede do silo. A determinação do ângulo de atrito do produto armazenado com a parede pode ser obtida, utilizando-se também o aparelho de ensaio de cisalhamento direto (*Jenike Shear Tester*). Neste caso, a base da célula de cisalhamento é substituída por uma amostra do material da parede que será avaliada. A força de cisalhamento ou a tensão de cisalhamento τ_w que são necessárias para mover a célula de cisalhamento com o produto armazenado ao longo do material da parede são medidas sob diferentes níveis de tensões normais σ_w.

Se os pares de valores medidos (σ_w, τ_w) são plotados em um diagrama τ_w versus σ_w (Figura 2.8), então a média dos resultados do ângulo de atrito com a parede para cada estado de tensão fornece o envoltório de deslizamento médio com a parede. O ângulo de atrito com a parede ϕ_w resulta da inclinação do envoltório de deslizamento com a parede com o eixo σ e pode ser determinado pela relação:

$$\phi_w = \arctan\left(\frac{\tau_w}{\sigma_w}\right) \qquad \mu_w = \tan(\phi_W) \tag{3}$$

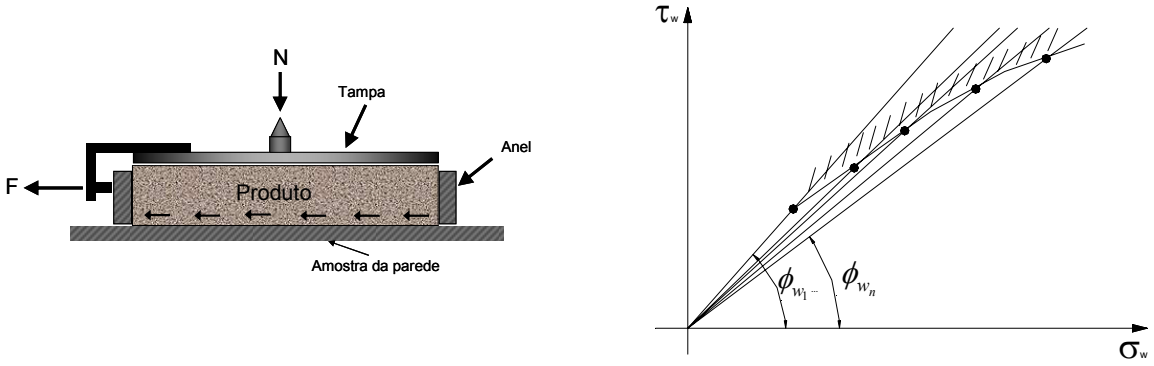


Figura 2.8 – Ensaio para a determinação das propriedades do produto com a parede. Fonte: Adaptado de Jenike (1964).

Nota-se que o envoltório pode se apresentar com uma curvatura e que isso vai depender da tensão σ_w, porém as teorias de fluxo e pressão desprezam a dependência entre ambos.

Moore et al. (1984) investigaram o atrito do produto com a parede ondulada por meio de ensaio em modelo e concluíram que o atrito é uma função do comprimento vertical projetado da

chapa e do produto armazenado.

Para o caso de paredes de chapa ondulada ou trapezoidal, o coeficiente de atrito efetivo pode ser um modelo com superfícies de deslizamento ponderadas expresso pela eq. (4), onde $\mu_{w,c}$ é o ângulo de atrito com a parede considerada plana, b_e e b_w representam os comprimentos relativos dentro de uma onda completa da parede e estão indicados na Figura 2.9. É importante observar que a proporção de deslizamento entre o produto em relação à parede e o comprimento de produto parado deve ser obtida experimentalmente. Moore et al. (1984) obtiveram valores para o trigo, para vários níveis de tensão de consolidação e velocidade de deslizamento e, ao final do estudo, detectaram que o coeficiente de atrito é ponderado com a superfície que fica parada.

$$\mu_{ef} = \frac{b_e}{b_e + b_w}.\tan(\phi_e) + \frac{b_w}{b_e + b_w}.\mu_{w,c} \text{ onde } \frac{b_e}{b_e + b_w} + \frac{b_w}{b_e + b_w} = 1 \quad (4)$$

O PrEN 1991-4:2002 recomenda para as chapas onduladas um valor de $b_w / (b_e + b_w) = 0,20$, o que representa que 20% do atrito é mobilizado entre os grãos e a chapa e 80% é mobilizado entre grão-grão.

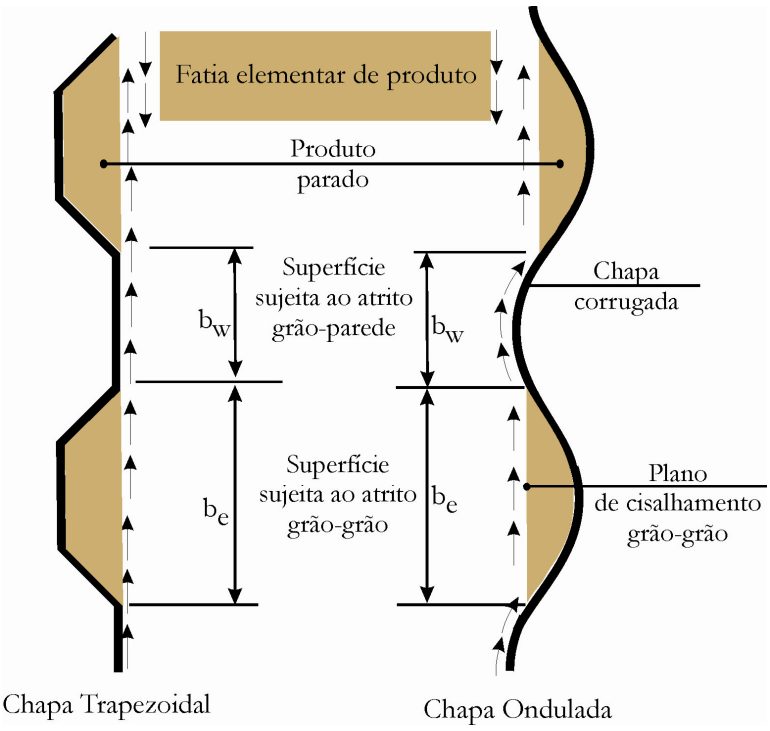


Figura 2.9 – Deslizamento na chapa ondulada e trapezoidal. Fonte: Adaptado de PrEN 1991-4:2003.

2.5 Relação entre as pressões horizontais e verticais (K)

As pressões verticais e as horizontais podem ser relacionadas por uma constante chamada de (K), que depende do movimento horizontal entre o produto armazenado e a parede. A Figura 2.10 mostra o comportamento da constante em relação aos deslocamentos relativos da

parede:

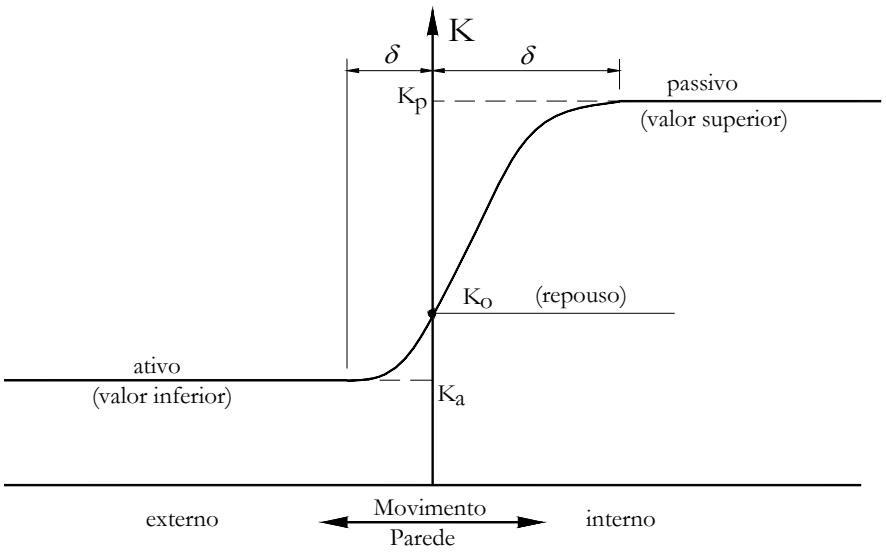


Figura 2.10 – Comportamento do *K* em relação aos movimentos relativos da parede. Fonte: Adaptado de Bowles (1997).

O valor inferior representa o estado ativo e o valor superior representa o estado passivo. Os dois limites são funções do efetivo ângulo de atrito interno e do ângulo de atrito com a parede. As fórmulas podem ser deduzidas a partir do círculo de Mohr.

Se o ângulo de atrito com a parede for zero, podem ser obtidas as relações tanto para o caso ativo como para o passivo. Estas eqs. (5) e (6) foram primeiramente sugeridas por Rankine.

$$K_a = \frac{1 - sen\phi_e}{1 + sen\phi_e} \tag{5}$$

$$K_p = \frac{1 + sen\phi_e}{1 - sen\phi_e} \tag{6}$$

Enquanto K_a e K_p podem ser determinados teoricamente, isto não se dá com os valores intermediários de K quando o material está no estado elástico e é dependente da interação com a parede do silo.

De acordo com Terzaghi (1934), os movimentos necessários para que seja mobilizado totalmente o estado passivo ou ativo na areia são de 1 a 2 mm, embora o valor de K_a possa ser alcançado com pequenos movimentos de 0,05 a 0,1mm. Para produtos armazenados granulares, os movimentos requeridos não são bem conhecidos. A primeira hipótese é que seriam movimentos maiores do que para as areias, devido à dimensão das partículas.

Bowles (1997) fornece os deslocamentos necessários para que o estado ativo seja mobilizado em estruturas de contenção de solos com altura h (Tabela 2.1). Observa-se que existe uma faixa de valores e que os valores dependem do tipo de solo e grau de compactação.

Tabela 2.1 – Deslocamento relativo para a mobilização do campo de tensões ativo em estruturas de contenção. Fonte: Adaptado de Bowles (1997)

Tipo de solo e condição de compactação	**Deslocamento necessário para desenvolver o estado ativo**
Pouco coesivo (denso)	0,001 a 0,002.h
Pouco coesivo (fofo)	0,002 a 0,004.h
Coesivo (firme)	0,01 a 0,02.h
Coesivo (mole)	0,02 a 0,05.h

onde h é a altura da estrutura de contenção.

Nilsson (1986) concluiu que os deslocamentos em um silo grande (diâmetro $D = 6\ \mathrm{m}$, altura $H = 12\mathrm{m}$), durante o estágio de enchimento, seriam de tamanho suficiente para promover movimentos relativos de tal magnitude que, completamente ou quase completamente, mobilizariam, em regiões do silo, condições de estado tanto ativo como passivo. Já em pequenos modelos de silos ($D = 1\ \mathrm{m}$ e $H = 3\ \mathrm{m}$), a fatia vertical e, conseqüentemente, também os máximos movimentos laterais de 0,01 a 1 mm seriam tão pequenos que mudanças no valor de K e nas pressões laterais seriam difíceis de detectar.

Uma conclusão preliminar indica que, durante o estágio de enchimento, padrões de pressões em grandes silos podem ser bem diferentes dos em silos-modelo. Essa diferença seria mais pronunciada devido às imperfeições do silo em tamanho real serem maiores que as dos silos-modelo.

Os resultados de medidas de pressões em silos-modelo podem então não ser válidos para grandes silos e medidas com um produto podem não ser válidas para outros produtos com propriedades diferentes de compressibilidade. A maioria das normas estão fundamentadas em ensaios em silos-protótipo de escala pouco reduzida.

Segundo Sitkei (1986), os produtos armazenados seguem um comportamento visco-elástico. Nestas condições não seria surpresa se uma relaxação de tensões acontecesse, o que provavelmente reduziria o K_p e aumentaria o K_a. Apesar de poucos estudos sobre o assunto, Zetzener e Schwedes (2002) estudaram o fenômeno de relaxação e deformação lenta de um produto na condição seca e concluíram que os produtos secos também apresentam relaxação e deformação lenta.

Em vários trabalhos de pesquisa e normas, são sugeridas diferentes recomendações para calcular a relação entre as pressões. Na maioria dessas recomendações, o parâmetro K é determinado somente com o conhecimento do efetivo ângulo de atrito interno, sendo que, em algumas formulações, o ângulo de atrito com a parede é levado também em conta. Na maioria

das recomendações existentes, pode ser visto que ainda há muita incerteza para o cálculo deste parâmetro. Ao lado do efetivo ângulo de atrito interno e do ângulo de atrito com a parede, experiências mostraram que os valores das pressões e do parâmetro K dependem de quase quarenta fatores que podem se agrupar em seis grupos primários (KAMINSKI; WIRSKA, 1998):

- as propriedades físico-químicas do produto granular;
- a forma e dimensões do silo;
- o tipo de fluxo do produto durante o descarregamento do silo;
- operação dos ensaios;
- o efeito de tempo e os parâmetros térmicos e de umidade;
- a interação entre a estrutura do silo com o produto granular.

Segundo Haaker (1999), o problema com as propostas com o parâmetro K é que elas foram obtidas somente das hipóteses de que o material está em estado de deslizamento e o atrito com a parede é mobilizado completamente. Estas hipóteses, segundo ele, não são necessariamente cumpridas na parede vertical da célula.

Na Tabela 2.2 são apresentadas as principais formulações para o valor de K propostas por diversos pesquisadores.

Tabela 2.2 – Formulações para o valor de K, sugeridos por diversos pesquisadores

Autor	Expressão Sugerida	Comentários
Rankine-Koenen[1]	$K = \frac{1 - sen\phi_e}{1 + sen\phi_e}$	Inicialmente proposta por Rankine para solos, foi sugerida por Koenen para utilização na formulação de Janssen. É válida para ângulos de atrito com a parede igual a zero.
Jaky[1]	$K = \frac{(1 - sen\phi_e)(1 + \frac{2}{3}(sen\phi_e))}{(1 + sen\phi_e)}$	Obteve uma relação para o parâmetro K para o caso do produto em repouso (estado elástico) e parede lisa e rígida
Walker[1]	$K = \frac{1 + sen^2\phi_e - 2\sqrt{(sen^2\phi_e - \mu_w{}^2 \cos^2\phi_e)}}{4\mu_w{}^2 + \cos^2\phi_e}$	Assumindo que o produto ensilado está em ruptura e, simultaneamente, está deslizando ao longo de uma parede rugosa, usou a geometria do círculo de MOHR para incluir o coeficiente de atrito com a parede.
Hartmann[1]	$K = \frac{1 - sen^2\phi_e}{1 + sen^2\phi_e}$	Apresentou a formulação baseada na teoria da elasticidade para silos de paredes rugosas
Frazer[2]	$K = \frac{1}{\frac{1 + sen^2\phi_e}{\cos^2\phi_e} + \frac{2sen\phi_e}{\cos^2\phi_e}\sqrt{1 - \frac{tg^2\phi_w}{tg^2\phi_e}}}$	Deriva sua expressão por meio da consideração do equilíbrio das forças no contorno (na superfície da parede), para o estado de ruptura incipiente.
Aoki[3]	$K = \left[1 + 2.\tan^2(\phi_e) + \frac{4.\sqrt{1 + \tan^2(\phi_e)}}{3.\mu_w{}^2}.\left\{\tan^3(\phi_e) - \left(\tan^2(\phi_e) - \mu_w{}^2\right)^{\frac{3}{2}}\right\}\right]^{-1}$	Deriva sua expressão da hipótese de Walters (1973a) e conclui utilizando a sua expressão na formulação de Janssen (1895), os valores de pressões são iguais aos obtidos por Walters (1973a).

[1] Fonte: LOHNES,1993, p.331 e 332
[2] Fonte: LENCZNER,1963, p.393
[3] Fonte: BENINK,1989, p.41

A Figura 2.11 mostra a diferença entre as formulações propostas pelos diversos

pesquisadores. Uma observação importante é ressaltada para a faixa de valores de ϕ_e (15º a 50º), geralmente utilizada para o projeto de silos, o que está mostrado no gráfico com a linha vertical tracejada. São observadas, na Figura 2.11, diferenças significativas principalmente para pequenos valores do efetivo ângulo de atrito interno.

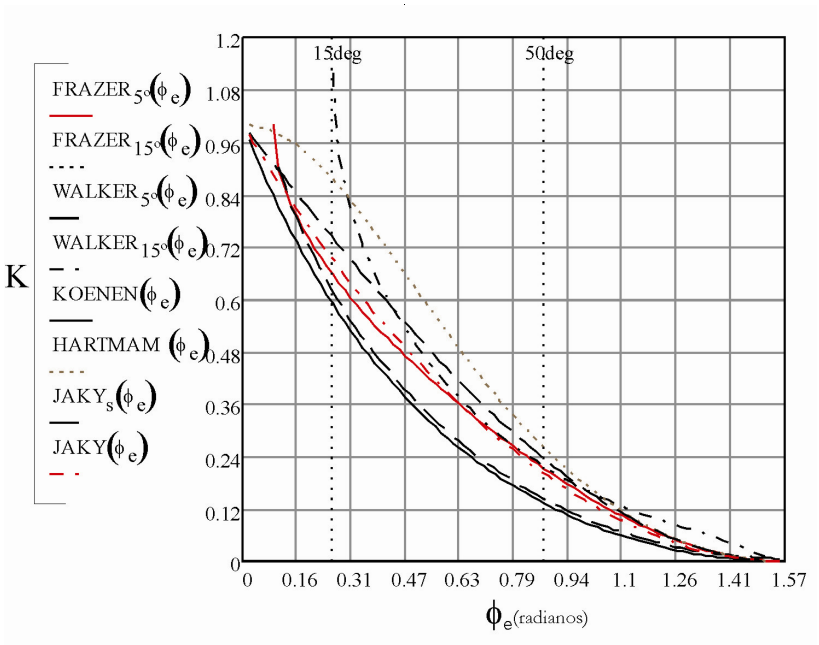


Figura 2.11 – Comparação dos valores de K segundo vários pesquisadores.

Segundo Benink (1989), o método das características fornece os limites do parâmetro K para a formulação de Janssen. Estes limites estão expressos nas eqs. (7) e (8).

$$K_{centro} = \frac{1 - sen\phi_e}{1 + sen\phi_e} \text{ (centro do silo)} \tag{7}$$

$$K_{parede} = \frac{1 + sen\phi_e.\cos(2.\beta_a)}{1 - sen\phi_e.\cos(2.\beta_a)} \text{ (na parede do silo)} \tag{8}$$

Onde, β_a para o estado ativo é:

$$\beta_a = \frac{1}{2}.\left[\frac{\pi}{2} + \phi_w + \arccos\left(\frac{sen(\phi_w)}{sen(\phi_e)}\right)\right] \tag{9}$$

A Tabela 2.3 apresenta o levantamento realizado por Freitas (2001) para o estudo do parâmetro *K* sob o ponto de vista normativo.

Tabela 2.3 – Formulações para o valor de K, sugeridas por diversas normas internacionais

Autor	Expressão Sugerida	Comentários
AS 3774:1996	$K = \frac{1 + sen^2\phi_e - 2\sqrt{(sen^2\phi_e - \mu^2 \cos^2 \phi_e)}}{4\mu_w{}^2 + \cos^2 \phi_e} \geq 0,35$	Fornece, em tabela, anexa as propriedades para 23 produtos e definem 4 categorias de paredes.
PrEN 1991-4:2002	$K = 1,1.(1 - sen\,\phi_e)$	Fornece tabela própria e método de ensaio para avaliação das propriedades físicas.
ISO 11697:1997	$K = 1,1.(1 - sen\,\phi_e)$	Fornece os valores para cinco classes de produtos.
ACI 313:1991	$K = \frac{1 - sen\phi_e}{1 + sen\phi_e}$	Fornece os limites inferiores e superiores para as propriedades físicas
BMHB:1985	Atribuído	Define valores determinísticos para o cálculo das pressões; para isso utiliza valores bem conservadores.
ANSI/ASAE EP 433:2001	0,50	Define um valor único para produtos granulares agrícolas.
DIN 1055-6:2005	$K = 1,2.(1 - sen\phi_e)$	Fornece valores para 24 produtos e possui método de ensaio para os produtos
CFBC:1983	Atribuído	Fornece os valores para oito produtos.
SNBATI: 1975	$K = \frac{1 - msen\phi_e}{1 + msen\phi_e} \cos^2 \phi_W$ $m = \sqrt{1 - (tg\,\phi_w / tg\,\phi_e)^2}$	Define valores para K conforme a condição de operação.

Freitas (2001), após analisar as normas internacionais, afirma que as normas estrangeiras propõem diversos valores de K que são dispersos entre si e podem conduzir a projetos totalmente diferentes devido à discrepância entre esses valores.

Ayuga (1995) propõe que, para a obtenção de K de forma indireta, o valor de K seja em função do tipo da parede:

- para paredes absolutamente lisas, $\phi_w = 0$, adotar a fórmula de Rankine-Koenen;
- para paredes muito rugosas, onde $\phi_e = \phi_w$, adotar a fórmula de Hartmann;
- para os casos intermediários, adotar a fórmula francesa.

Segundo Lohnes (1993), claramente, não existe consenso sobre o que constitui um valor apropriado para o parâmetro K, e poucos dados experimentais estão disponíveis para

comparação com cálculos teóricos. Também, segundo ele, a hipótese de o produto armazenado estar em ruptura parece irracional para condição estática, e sugere $K = K_0$ para produtos que estão confinados, mas não em ruptura.

Analisando a literatura, observa-se que os valores encontrados para o K possuem grande variação e isto deve ser levado em conta no projeto de um silo. Uma recomendação importante é, sempre que possível, deteminar em laboratório as propriedades físicas dos produtos armazenados.

2.6 Variabilidades das propriedades físicas encontradas na literatura

Os produtos granulares apresentam uma natureza fenomenológica estocástica devido à aleatoriedade espacial e temporal da distribuição do tamanho das partículas (USHITSKII; YAN'KOV, 1989).

Dessa forma, sendo este trabalho um estudo probabilístico, faz jus às informações provenientes das variabilidades encontradas das propriedades físicas na literatura nacional e internacional. É importante ressaltar que estas propriedades são fundamentais para a construção do modelo estocástico, bem como para o estudo da confiabilidade estrutural, visto que existe uma grande discrepância entre os valores adotados em diversas normas internacionais.

Apesar de existirem muitos trabalhos na área de silos que estudam vários fenômenos que afetam as pressões, poucos dão ênfase às variabilidades encontradas nas propriedades físicas e à sua magnitude.

Neste item, estão resumidos, de forma breve e sucinta os principais trabalhos nos quais estas propriedades foram estimadas, bem como as funções de distribuição de probabilidade adotadas pelos pesquisadores e normas.

Um dos trabalhos pioneiros sobre a variabilidade dos parâmetros encontrados na literatura é o de Pham (1984). O estudo foi realizado considerando somente os dois primeiros momentos dos parâmetros, como média e variância. Foi realizada uma análise de variabilidade das pressões ao longo da altura, comparando com as pressões nominais normativas. As variabilidades utilizadas por Pham (1984) foram as sugeridas pelo ACI 313:1977b e estão apresentadas na Tabela 2.4.

Pham (1989) afirmou que existiam poucos trabalhos descritos na literatura que relatavam as variabilidades dos produtos armazenados. Observou que a variabilidade dessas propriedades reflete na variabilidade das pressões de Janssen. A variabilidade causada pela variação das propriedades físicas é significante, porém não é a única componente da variabilidade total. Ele diz

que os coeficientes de variação das propriedades físicas variam de 15% a 30% (ver Tabela 2.4) e o coeficiente de variação das pressões é de, aproximadamente, 25%. Segundo Pham (1989), para silos baixos, o ϕ_e é a propriedade mais importante para a variabilidade das pressões e, para silos esbeltos, a propriedade mais importante é o $\mu_{w,c}$.

Tabela 2.4 – Tabela das variabilidades utilizadas por Pham (1984)

Parâmetro	μ	cov (δ)
γ (kN/m$^{3)}$	8,60	0,15
$\mu_{w,c}$	0,36	0,25
ϕ_e (^{o})	30,00	0,25
K	0,33	0,30

Ushitskii e Yan'kov (1989) estudaram a variabilidade das pressões de um produto granular em um silo esbelto. Para isso, utilizaram seus próprios dados para avaliar as características probabilísticas das pressões. Realizaram uma análise importante inserindo a matriz de correlação[2] entre as propriedades físicas e sugeriram a utilização de três procedimentos distintos:

- a hipótese de independência e distribuição normal para as propriedades físicas;
- a hipótese de independência e representação da não-normalidade dos dados com a aproximação da série unidimensional de Gramm-Charlie, a qual é uma aproximação de distribuições não-normais em termos de polinômios hermitanos ortogonais;
- a hipótese de correlação entre as propriedades físicas para distribuição normal.

Para a avaliação do parâmetro K, foi utilizada a expressão sugerida por Koenen (1896 apud LOHNES, 1993, p.331), que é a equação do estado ativo de Rankine. As propriedades estatísticas utilizadas por Ushitskii e Yan'kov (1989) estão apresentadas na Tabela 2.5 e na eq. (10), que descrevem a média, o coeficiente de variação e a matriz de correlação, respectivamente. Nesse estudo foram utilizadas as incertezas referentes ao peso específico, ao efetivo ângulo de atrito interno e ao coeficiente de atrito com a parede do corpo do silo.

Tabela 2.5 – Tabela das variabilidades para alguns dos produtos agrícolas na Russia utilizadas por Ushitskii e Yan'kov (1989)

Parâmetro	μ	cov (δ)
γ (kN/m$^{3)}$	7,66	0,06
$\mu_{w,c}$	0,44	0,14
μ_e	0,65	0,11

[2] É a medida da relação (linear) entre duas variáveis aleatórias.

$$\rho_{i,j} = \begin{bmatrix} 1 & -0,032 & -0,450 \\ -0,032 & 1 & 0,367 \\ -0,450 & 0,367 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

onde:

$$\rho_{1,2} = \rho_{2,1} = \rho_{\gamma,\mu_{w,c}},\ \rho_{1,3} = \rho_{3,1} = \rho_{\gamma,\mu_e},\ \rho_{2,3} = \rho_{3,2} = \rho_{\mu_{w,c},\mu_e} \quad (11)$$

Ao final do estudo, os autores chegaram à conclusão que as diferenças foram insignificantes para as pressões de enchimento quando as hipóteses de não-normalidade e correlação foram utilizadas e, dessa forma, poderiam ser desprezadas na análise probabilística. Porém ressaltam que, para problemas de flutuação de pressões, a correlação pode ser de vital importância.

A norma européia PrEN 1991-4:2002 sugere, para a avaliação das propriedades físicas, a função de distribuição de probabilidade normal, e que os percentis característicos sejam os de 10% para o limite inferior e o de 90% para o limite superior. São descritos ainda valores típicos de variabilidade para o efetivo ângulo de atrito interno e ângulo de atrito com a parede, para alguns dos principais produtos que estão mostrados na Tabela 2.6. A norma PrEN 1991-4:2002 indica também que, em geral, o coeficiente de variação para o peso específico é 0,10.

Tabela 2.6 – Variabilidade típica dos principais produtos segundo o PrEN 1991-4: 2002

Tipo de produto	Coeficiente de variação cov (δ)			
	Ângulo efetivo de atrito interno (ϕ_e)	Ângulo de atrito na parede (ϕ_w)		
		Rugosidade		
		Tipo D1	Tipo D2	Tipo D3
Alumínio	0,20	0,15	0,15	0,15
Cevada	0,10	0,20	0,10	0,15
Cimento	0,15	0,10	0,10	0,15
Carvão negro	0,25	0,30	0,25	0,30
Carvão marrom	0,25	0,20	0,20	0,20
Farinha (de trigo)	0,20	0,15	0,15	0,15
Cinza volante	0,15	0,15	0,15	0,15
Cal hidratada	0,15	0,15	0,15	0,15
Calcário em pó	0,25	0,20	0,15	0,15
Milho	0,10	0,20	0,15	0,10
Areia seca	0,15	0,20	0,10	0,15
Açúcar	0,15	0,20	0,20	0,20
Trigo	0,10	0,20	0,15	0,10

Os diferentes tipos de rugosidade da parede D1, D2 e D3 constantes na Tabela 2.6 e Tabela 2.8 estão indicados na Tabela 2.7, de acordo com a PrEN 1991-4:2002 e AS 3774:1996. Essas normas padronizam as análises baseadas no critério de rugosidade conhecido como R_a.(rugosidade normalizada).

Tabela 2.7 - Designação da superfície da parede do silo segundo as normas AS 3774:1996 e PrEN 1991-4:2002

Tipo	Descrição da superfície	Rugosidade normalizada R_a (mm)	Materiais típicos
D1	Polido	0,01 a 1	Aço inoxidável polido, plástico de polietileno extrusado de alto peso específico, aço-carbono galvanizado, alumínio.
D2	Liso	1 a 10	Aço inoxidável decapado, plástico de polietileno moldado no local de alto peso específico, aço carbono pintado, aço carbono com leve ferrugem de superfície, azulejos cerâmicos lisos, concreto liso.
D3	Rugoso	10 a 1000	Concreto aparente áspero, aço-carbono corroído, azulejos cerâmicos grosseiros.
D4	Corrugado	> 1000	Paredes com corrugação horizontal, chapas com nervuras horizontais, paredes não-padronizadas com grandes saliências

A norma australiana AS 3774:1996 fornece valores típicos de variabilidade para o efetivo ângulo de atrito interno e ângulo de atrito com a parede, para alguns dos principais produtos. A norma estabelece que, para os produtos não-contemplados na Tabela 2.8, podem ser utilizados procedimentos experimentais para sua obtenção e seus valores característicos podem ser obtidos pelo modelo de distribuição normal com o percentil 90% para o limite superior e, para o limite inferior, sugere a eq. (12).

$$x_{\inf} = \overline{x}.(0,2 - 0,3.\ln(\delta)) \tag{12}$$

Tabela 2.8 - Variabilidade típica dos principais produtos segundo a norma AS 3774:1996

Tipo de produto	Coeficiente de variação cov (δ)			
	Ângulo efetivo de atrito interno (ϕ_e)	Ângulo de atrito na parede (ϕ_w)		
		Rugosidade		
		Tipo D1	Tipo D2	Tipo D3
Alumínio	0,20	0,10	0,10	0,10
Cevada	0,10	0,20	0,10	0,10
Cimento	0,15	0,10	0,10	0,10
Carvão negro	0,25	0,20	0,15	0,20
Carvão marrom	0,25	0,15	0,10	0,20
Areia seca	0,15	0,20	0,10	0,15
Farinha (de trigo)	0,20	0,10	0,10	0,15
Cinza volante	0,15	0,15	0,15	0,15
Cal hidratada	0,15	0,15	0,15	0,15
Calcário em pó	0,25	0,20	0,10	0,15
Milho	0,10	0,20	0,15	0,10
Açúcar	0,15	0,20	0,20	0,20
Trigo	0,10	0,20	0,15	0,10

No Brasil poucas instituições possuem aparelhos para ensaios das propriedades físicas e, desta maneira, poucos dados estatísticos estão disponíveis para a sua correta avaliação. O

Laboratório de Madeiras e Estruturas de Madeira do Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo (LaMEM-SET-EESC-USP) possui um banco de dados de ensaios que é resultado de diversos estudos realizados pelo laboratórioa industrias brasileiras. Estes dados foram organizados e estão apresentados na Tabela 2.9.

Tabela 2.9 – Variabilidades obtidas nos ensaios de cisalhamento direto.

Produto	Peso específico γ (kN/m³)			Ângulo de atrito interno ϕ_i (°)			Efetivo ângulo de atrito interno ϕ_e (°)		
	μ	σ	cov (δ)	μ	σ	cov (δ)	μ	σ	cov (δ)
Açúcar Cristal	9,0	0,3	2,8%	42	1,7	4%	42	1,5	4%
Arroz	7,6	0,4	4,6%	44	4,8	11%	45	4,0	9%
Algoroba Moída	5,6	0,5	9,7%	49	6,0	12%	58	5,1	9%
Borracha Moída (Ø=0,4mm)	6,0	0,1	1,7%	40	2,2	5%	42	1,4	3%
Borracha Moída (Ø=2mm)	5,9	0,1	2,2%	37	1,1	3%	38	0,9	2%
Cimento	13,7	0,4	2,7%	38	4,7	12%	42	3,0	7%
Café (moído)	6,1	0,1	1,0%	31	4,6	15%	32	2,8	9%
Farinha de carne	9,0	0,3	3,0%	43	0,3	1%	51	0,8	2%
Farinha de pena (Tipo 1)	6,6	0,1	1,4%	33	1,9	6%	40	2,0	5%
Farinha de pena (Tipo 2)	6,9	0,3	5,0%	33	1,3	4%	38	2,7	7%
Farelo de soja	6,3	0,6	9,0%	43	4,2	10%	44	3,5	8%
Farinha de trigo	7,3	0,3	3,4%	32	6,2	20%	38	4,3	11%
Feijão	7,3	0,4	5,2%	35	4,0	12%	36	5,4	15%
Fubá (moído)	7,5	0,0	1,0%	51	1,4	3%	56	0,1	1%
Girassol (semente grande)	2,9	0,0	1,0%	33	1,9	6%	33	1,5	5%
Girassol (semente pequena)	3,5	0,0	1,0%	33	2,8	8%	33	2,8	8%
Milho	7,1	0,5	6,9%	35	5,5	16%	37	4,2	11%
Painço	6,2	0,0	0,6%	25	0,8	3%	25	0,2	1%
Pozolana (POLI-HI^{TM})	8,9	0,2	2,2%	42	1,4	4%	50	1,4	3%
PVC	5,6	0,2	3,9%	37	1,5	4%	37	1,5	4%
Ração de frangos	7,5	0,5	6,5%	43	8,1	19%	46	6,8	15%
Soja	6,5	0,4	5,8%	37	5,5	15%	38	4,6	12%
Soja Pellets	5,9	0,2	2,9%	45	3,3	7%	46	3,0	7%

Fonte: Banco de dados do LaMEM.

Pode-se observar na Tabela 2.9 que as variabilidades encontradas no banco de dados do LaMEM se encontram entre 1% e 10% para o peso específico, entre 1% e 19% para o ângulo de atrito interno e entre 1% e 15% para o efetivo ângulo de atrito interno.

2.7 Considerações sobre o capítulo

Foi observado na literatura que as propriedades físicas afetam as pressões nos silos e estas possuem natureza aleatória. São observadas diferenças nos valores sugeridos para os parâmetros físicos entre as principais normas internacionais e entre os diversos pesquisadores. Nestas condições é muito importante a determinação probabilística das propriedades físicas. Foram apresentados os valores de variabilidade para as propriedades físicas encontrados na literatura internacional e nacional.

3 CAPÍTULO

FLUXO EM SILOS

"Não se preocupe com os outros que não o compreendem. Preocupe-se com o fato de você não compreender os outros." Confúcio (551-479 A.C)

Com o objetivo de entender o comportamento das pressões em silos, foram estudadas as principais condições de fluxo dentro da massa ensilada. Sabe-se que é determinante a influência do padrão de fluxo nas pressões e que, sem o conhecimento do padrão de fluxo, é muito difícil prever os picos de pressões na região de transição entre a tremonha e o corpo do silo, bem como na transição efetiva. Muitas são as teorias para a predição de fluxo em silos. Neste capítulo são apresentados os principais conceitos envolvidos na análise do tipo de fluxo em silos bem como a sua influência no padrão de pressões.

3.1 Considerações iniciais

Experimentos mostram que as pressões nas paredes e fundos dos silos dependem do tipo de fluxo do produto. Dessa forma, para que um projeto seja seguro e economicamente viável, deve-se determinar e projetar o tipo de fluxo adequado para as condições mais severas de operação. Para isso é necessário, primeiramente, conhecer os principais parâmetros que interferem no correto funcionamento do fluxo, os quais são descritos a seguir:

- tipo do silo;
- peso específico máximo e mínimo do produto a ser armazenado;
- tolerância de segregação;
- promotores de fluxo;
- duração de armazenamento;
- vazão de descarregamento;
- função fluxo;
- fator fluxo da tremonha.

Além dos parâmetros descritos acima, Benink (1989) afirma ainda que o fluxo de um produto é consideravelmente afetado pela sua característica de dilatância. Poucos testes são capazes de quantificar essa propriedade durante o fluxo, porém sabe-se que um produto alcança uma densidade elevada na estrutura de armazenamento, requerendo uma grande dilatação

para fluir. Já os produtos não coesivos que não consolidam com o carregamento tendem a fluir com grandes dimensões de canais de fluxo e podem alcançar condições de fluxo de massa fora dos contornos definidos pela teoria de Jenike (1961).

A Figura 3.1 mostra que, durante o fluxo, a densidade do produto é uma função das tensões principais. Quando as tensões principais são constantes, o produto sofre cisalhamento sobre densidade constante. Quando as pressões aumentam, o produto compacta (sofre consolidação) e a densidade também aumenta. Quando as pressões diminuem, o produto expande, a densidade diminui e o fluxo pode prosseguir indefinidamente.

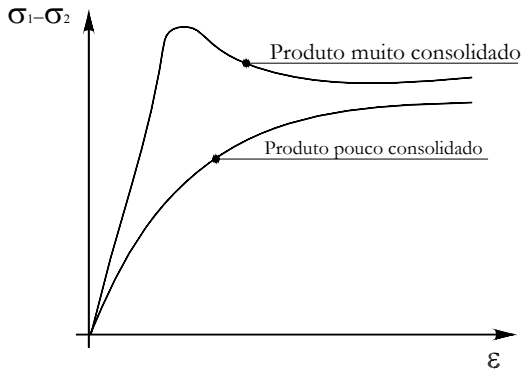


Figura 3.1 – Gráficos que representam a dilatação da amostra no ensaio de cisalhamento direto. Fonte: Adaptado de Benink (1989).

3.2 Tipos de tremonhas

Existem várias geometrias de tremonha (Figura 3.2) que podem ser escolhidas para o sistema de armazenamento. As tremonhas são divididas em dois tipos principais:

- tremonha de fluxo plano[3];
- tremonha de fluxo axissimétrico[4].

Segundo Jenike (1964), as tremonhas em cunha (fluxo plano) permitem inclinações um pouco maiores (geralmente de 8º a 10º) para produtos com as mesmas propriedades físicas, pois estas apresentam maiores tensões nos arcos estáveis na iminência do fluxo. Portanto, a tremonha em cunha necessita de menor altura quando comparada com a tremonha cônica. Sendo assim, a dimensão da boca de saída b_c para a tremonha axissimétrica é normalmente maior que a largura b_p para a tremonha em cunha. A desvantagem da tremonha em cunha é que a abertura de descarregamento tem comprimento igual à largura do silo. O comprimento mínimo da abertura é $L = 3.b_p$, que, na prática, é muito menos que a largura do silo. Por essa razão, a tremonha em transição vem sendo utilizada.

[3] Fluxo Plano: quando o produto tem seu escoamento caracterizado por um plano.
[4] Fluxo axissimétrico: quando o produto tem seu escoamento caracterizado nas 3 direções principais.

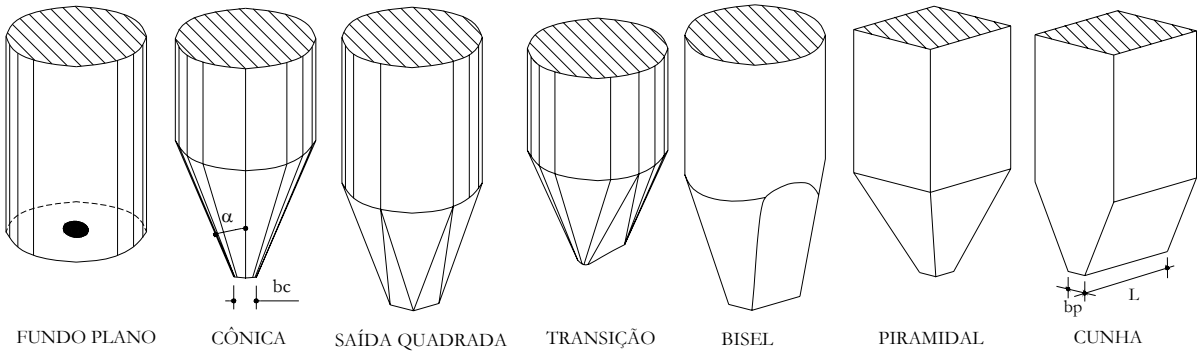


Figura 3.2 – Tipos mais comuns de tremonha.

Segundo Palma (2005), no caso de silos com fluxo de funil, o ângulo de inclinação da tremonha com a vertical é maior que para fluxo de massa. Portanto, a tremonha, para esse tipo de fluxo, tem menor altura e pode ser usada em locais onde a altura do silo é limitada. Contudo, dependendo do produto a armazenar, podem necessitar de dispositivos promotores de fluxo como "*bin inserts"* para restabelecer o fluxo, quando se forma, por exemplo, uma obstrução em forma de tubo.

3.3 Tipos de fluxo

Para o projeto da tremonha, deve-se caracterizar o tipo de fluxo que está ocorrendo. Segundo Calil (1990), o tipo de fluxo caracteriza o descarregamento do produto, o tipo de segregação, a formação ou não de zonas de produto sem movimento e se o silo pode ser esvaziado completamente. Determina, também, a distribuição das pressões nas paredes do silo e fundação, e a integridade e custo da construção.

O fluxo é dividido em dois tipos distintos (Figura 3.3):

FLUXO DE FUNIL: caracteriza-se pela formação de um canal de fluxo, alinhado com a boca de descarregamento, envolvido por uma zona na qual o produto permanece estático (zona parada ou estagnada).

FLUXO DE MASSA: é o ideal e deve ser utilizado sempre que possível. Caracteriza-se pelo fato de que todas as partículas do produto armazenado estão em movimento durante a operação de descarregamento. Desde o instante inicial de descarregamento, nenhuma partícula permanece na sua posição original, todas elas se movem, o que impede a formação de zonas estacionárias.

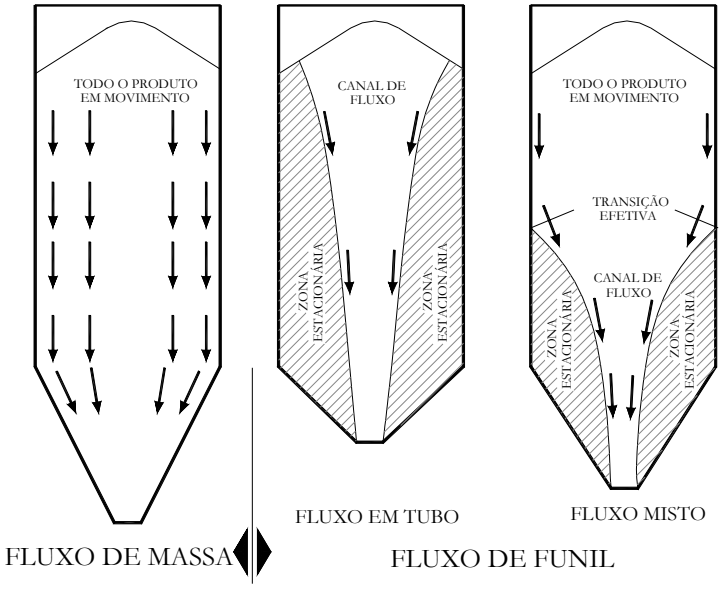


Figura 3.3 – Principais tipos de fluxo. Fonte: Adaptado de PrEN 1991-4:2002.

É importante lembrar que a saída excêntrica em silos com fluxo misto e em tubo (Figuras 3.4 e 3.5) provoca pressões assimétricas que são um problema para silos metálicos devido à pequena espessura das paredes e que, mesmo para saídas centradas, a transição efetiva pode não ocorrer na mesma altura em todo o perímetro. A Figura 3.6 mostra o efeito da esbeltez no fluxo do silo. Observa-se também que o canal de fluxo pode ser excêntrico, mesmo o silo possuindo o orifício de saída centrado.

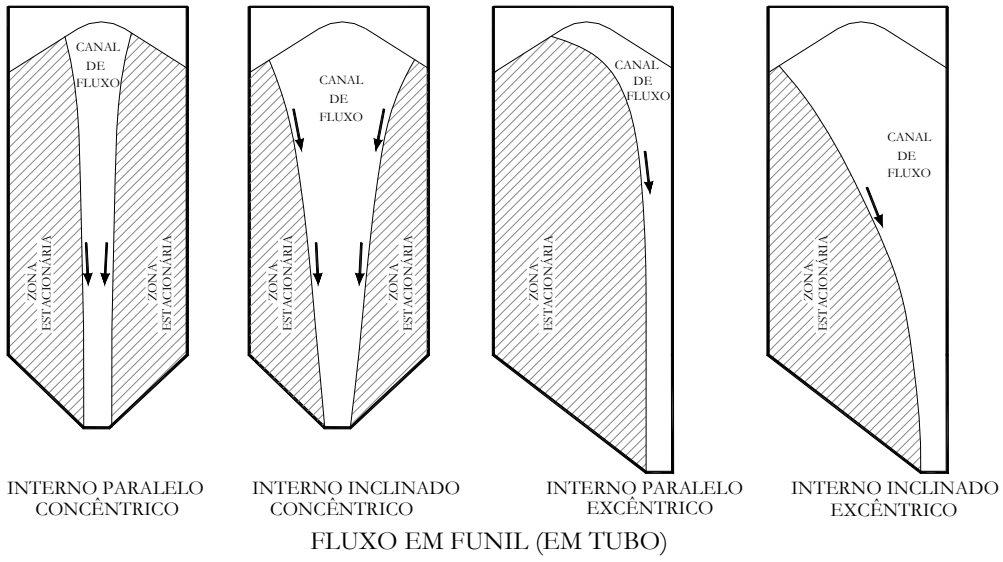


Figura 3.4 – Tipos de fluxo de funil em tubo possíveis em um silo. Fonte: Adaptado de PrEN 1991-4:2002.

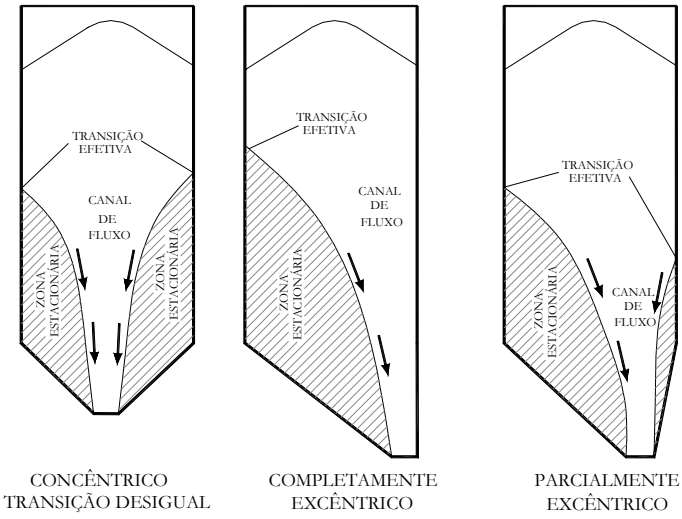


Figura 3.5 – Tipos de fluxo de funil misto em um silo. Fonte: Adaptado de PrEN 1991-4:2002.

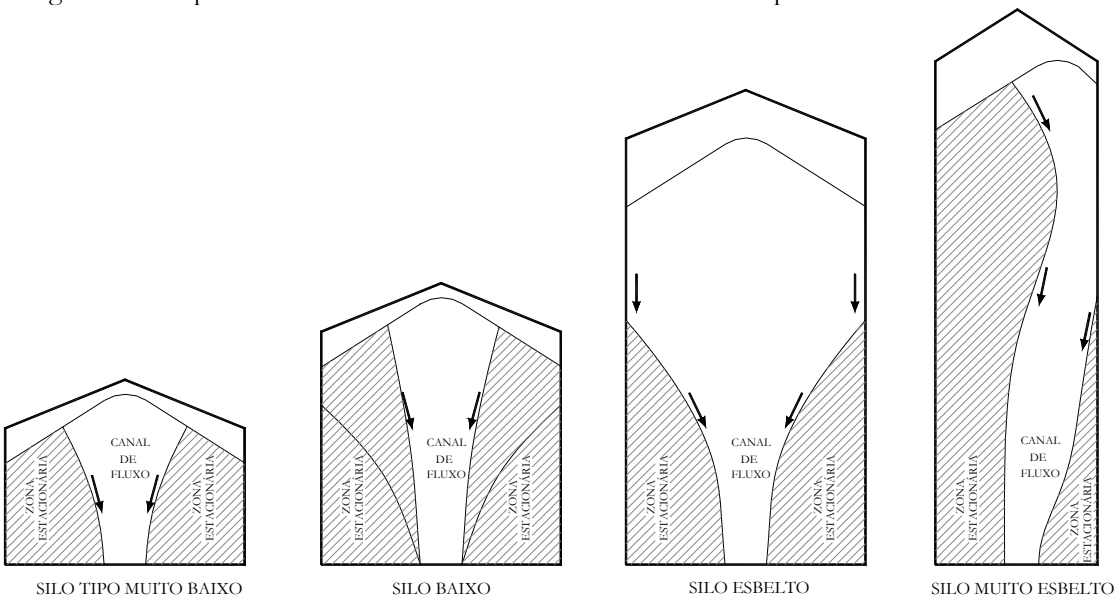


Figura 3.6 – Efeitos da esbeltez do silo no fluxo. Fonte: Adaptado de PrEN 1991-4:2002.

3.4 Obstruções de fluxo

A formação de uma obstrução de fluxo deve-se ao fato de que o produto armazenado adquire resistência suficiente para suportar seu peso próprio, devido à consolidação do produto. Existem basicamente 2 tipos de obstruções de fluxo: em arco e em tubo. Admite-se que, durante o esvaziamento do produto, se nenhuma dessas duas obstruções ocorrerem, um fluxo satisfatório acontecerá (funil ou massa).

Algumas considerações importantes sobre a obstrução de fluxo são (PALMA, 2005):

- As obstruções causam sérios danos aos silos, principalmente para a tremonha, pois quando rompem atuam como um pistão, comprimindo o ar existente na tremonha e succionando a parte superior do silo, levando a danos na boca de

descarregamento, paredes laterais e cobertura do silo.

- As obstruções dependem principalmente das propriedades físicas do produto, da geometria e dos materiais das paredes constituintes do silo.
- A Função Fluxo (FF) depende da resistência inconfinada (σ_{ic}), da tensão principal de consolidação (σ_1) e do tempo (t). É a principal propriedade do produto armazenado utilizado para a avaliação da possibilidade de obstrução.
- O fator fluxo da tremonha (ff) depende da geometria, do efetivo ângulo de atrito e do ângulo de atrito com a parede. É um fator de interação entre o produto e o silo para a avaliação da possibilidade de obstrução.
- Existem diversas soluções analíticas e teorias para a sua avaliação.

Jenike (1961) propôs o critério de fluxo e não-fluxo baseado em sua teoria de campo de tensões radiais na tremonha. Com este critério é possível obter a dimensão mínima da boca de descarga e prever o campo de tensões e fluxo em um silo com tremonha plana ou axissimétrica.

3.5 Vantagens e desvantagens do tipo de fluxo

Cada tipo de fluxo tem suas vantagens e desvantagens. A Tabela 3.1 apresenta as principais características dos tipos de fluxo, permitindo uma escolha coerente com o sistema desejado de armazenamento e processo.

Tabela 3.1 – Comparação entre os padrões de fluxo

FLUXO DE MASSA		**FLUXO DE FUNIL**	
Vantagens	**Desvantagens**	**Vantagens**	**Desvantagens**
Vazão regular	Altas tensões na transição da tremonha	Menor altura da tremonha	Flutuações na vazão
Efeitos de segregação radial é reduzido, com a melhora da homogeneidade	Desgaste superficial da parede	Diminuição das pressões dinâmicas na região da tremonha	Segregação de sólidos
Campo de tensões mais previsível	São necessárias tremonhas mais inclinadas e lisas	Menor desgaste superficial da parede	Efeitos de consolidação com o tempo podem causar obstruções no fluxo.
Toda capacidade é utilizada	Maior energia de elevação		Deterioração dos produtos por causa da região estagnada
	As partículas devem resistir à queda livre de alturas maiores		Redução da capacidade de armazenagem
Maior capacidade de armazenamento, pois não possui regiões com produto estagnado.			Formação de tubos
			Picos de pressões na região de transição efetiva

3.6 Determinação do tipo de fluxo

Os padrões de fluxo e problemas com o fluxo têm sido estudados por muitos

pesquisadores, em especial Jenike e Johanson, que desenvolveram com sucesso os fundamentos do comportamento dos produtos nos silos.

Bransby e Blair-Fish (1974) propuseram a eq. (13) para verificar se o fluxo ocorreria na transição do silo, ou seja, se o fluxo de massa ocorreria. Esse limite parece razoável para determinação dos limites do fluxo de massa, porém os autores sugerem um maior número de experimentos.

$$\alpha < arcc\,\mathrm{os}\left(\frac{sen(\phi_{w,t})}{sen(\phi_e)}\right) \tag{13}$$

Onde:

α é a inclinação da parede da tremonha com a vertical;

$\phi_{w,t}$ é o ângulo de atrito do produto com a parede da tremonha;

ϕ_e é o efetivo ângulo de atrito interno.

Benink (1989) mostra por meio dos seus experimentos que:

- O padrão de fluxo dificilmente depende do tamanho do silo.
- A vazão não interfere no tipo de fluxo que ocorre em um silo.
- Observou-se um terceiro tipo de fluxo intermediário (misto) que possui características de fluxo de massa e fluxo de funil. Este tipo de fluxo ocorre geralmente nos casos onde a teoria de Jenike (1961) prediz fluxo de funil;
- O ângulo α_f para silos com fluxo de funil está entre 30º e 60º, e depende da geometria do silo. Os ângulos medidos em silos com fluxo axissimétricos são de 5º a 10º menores que em silos com fluxo plano, embora durante o fluxo o ângulo apresente uma variação ao longo do tempo. A influência da inclinação da tremonha na inclinação do funil é pequena.
- Os resultados dos experimentos mostram que a teoria de Jenike (1961) pode ser utilizada para prever o fluxo de massa, porém, para a identificação do fluxo de funil, a teoria não se apresenta adequada. É importante ressaltar que o fluxo intermediário (misto) pode ocorrer em um grande número de silos onde as maiorias das normas predizem fluxo de funil (em tubo). Os projetistas devem estar atentos para isto, visto que as pressões nas paredes para fluxo misto são similares às pressões de fluxo de massa.

Marinelli e Carson (2002) afirmam que é possível, ou até mesmo provável, que a geometria do canal de fluxo dependa das propriedades que ainda não são habitualmente medidas (tais como

a dilatação desenvolvida pelo fluxo). Por este motivo existem discrepâncias entre as teorias e os experimentos.

Como resultado, as avaliações de fluxo em silos empregam basicamente:

- conhecimento relativo ao contorno entre fluxo de massa e funil;
- observações experimentais de fluxo de funil em modelos e silos reais;
- correlações entre os padrões de fluxo e as propriedades físicas do produto armazenado;
- conceitos mecânicos relativos às orientações dos contornos do fluxo interno;
- empirismo, simplicidade e conservadorismo.

Além disso, o processo de carregamento, a distribuição das partículas, os parâmetros de rigidez e resistência do produto, as relações de altura, a geometria e a superfície das paredes do silo, são fatores que afetam o padrão de fluxo nos silos.

3.7 Limites superiores para a obtenção de fluxo de massa segundo a teoria do campo de tensões radiais de Jenike (1961)

O projeto moderno de silos foi iniciado por Jenike (1961) pela derivação do critério de fluxo e não-fluxo, baseado na hipótese de um campo radial de tensões na tremonha. Dentro desse critério é possível a determinação de mínima abertura de saída necessária para prevenir a formação de tubos e arcos coesivos.

Para os silos com fluxo axissimétrico, Jenike (1961) mostra que o limite superior para o fluxo de massa pode ser obtido pelas eqs. (14) e (15).

$$\alpha \leq \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}.\arccos\left(\frac{1-sen(\phi_e)}{2.sen(\phi_e)}\right) - \beta_p \tag{14}$$

$$\beta_p = \frac{1}{2}.\left[\frac{\pi}{2} + \phi_{w,t} - \arccos\left(\frac{sen(\phi_{w,t})}{sen(\phi_e)}\right)\right] \tag{15}$$

onde β_p é o ângulo da tensão principal com a horizontal para o caso passivo na interface da parede.

No caso de fluxo de funil, a inclinação do funil formado pelo produto pode ser também obtida. O método das características demonstra o ângulo $\beta_p = \pi/4$. Substituindo na eq. (14), tem-se:

$$\alpha_f = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}.\arccos\left(\frac{1-sen(\phi_e)}{sen(\phi_e)}\right) \tag{16}$$

onde:

α_f é a inclinação do funil formado pelo produto dentro do silo.

Arnold et al. (1982) ajustaram empiricamente a teoria de Jenike (1961) para silos com fluxo plano, eq. (17).

$$\alpha \leq \frac{e^{\left(3{,}75.1{,}01^{(\phi_e-30)/10}\right)} - \phi_{w,t}}{0{,}725.\left(\tan(\phi_e)\right)^{0{,}2}} \tag{17}$$

onde ϕ_e está representado em graus.

Benink (1989) constata por meio de seus experimentos e afirma que a teoria de campo de tensões radiais é incorreta para identificar os limites do fluxo de funil. A Figura 3.7 mostra graficamente a eq. (14) e eq. (17).

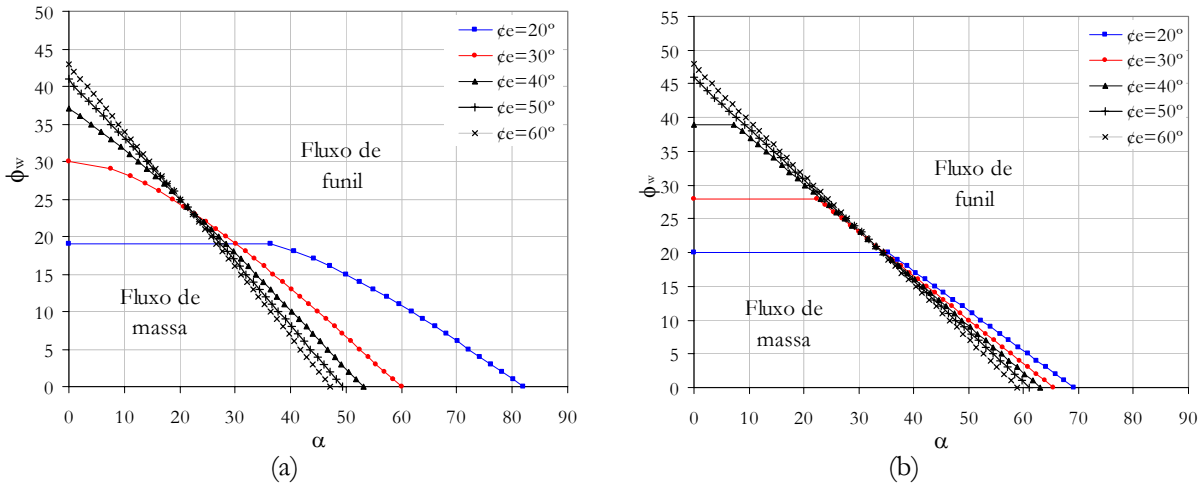


Figura 3.7 - Determinação do tipo de fluxo: (a) fluxo axissimétrico (b) fluxo em tremonhas planas.

3.8 Identificação de fluxo segundo as normas internacionais

As normas geralmente determinam graficamente o tipo de fluxo de um silo com base na teoria de Jenike (1961) e em experimentos conduzidos por outros pesquisadores. De uma forma geral o fluxo é dividido em 3 categorias:

- fluxo de massa;
- fluxo intermediário (misto);
- fluxo de funil.

As Figuras 3.8 e 3.9 apresentam os gráficos para determinação do tipo de fluxo conforme as normas australiana e européia, respectivamente. Jenike (1961) afirma que na escolha do ângulo α deve-se diminuir 3° para se obter um padrão de fluxo seguro, devido às incertezas existentes no fenômeno.

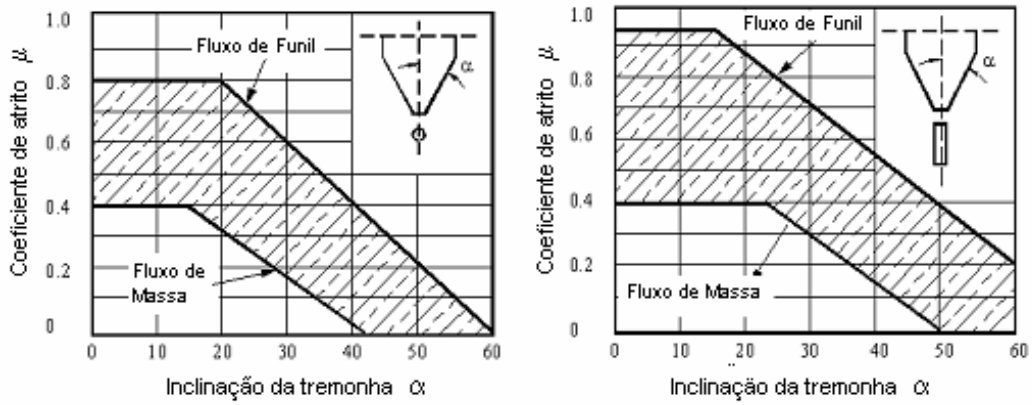


Figura 3.8 – Determinação gráfica do tipo de fluxo. Fonte: Adaptado de AS 3774:1996.

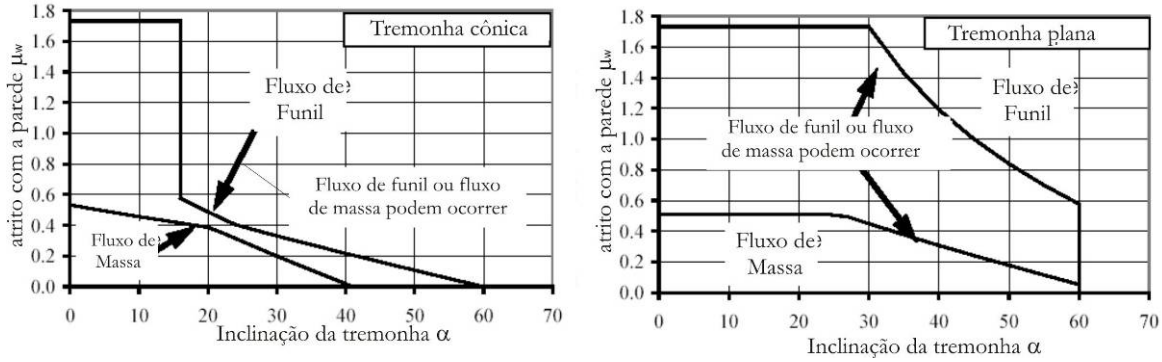


Figura 3.9 - Determinação gráfica do tipo de fluxo Fonte: Adaptado de PrEN 1991-4:2002.

3.9 Determinação da altura crítica segundo Benink (1989)

Os experimentos conduzidos por Benink (1989) indicaram que, além do fluxo de massa e de funil, um terceiro tipo de fluxo é evidenciado. Este tipo é caracterizado por uma mudança de fluxo durante o descarregamento e é chamado de intermediário (misto). Nesse caso, após o silo iniciar o descarregamento e todo produto estar em movimento, o produto alcança um nível crítico, H_{cr}, no qual aparecem zonas de produtos estagnados, conforme a Figura 3.10.

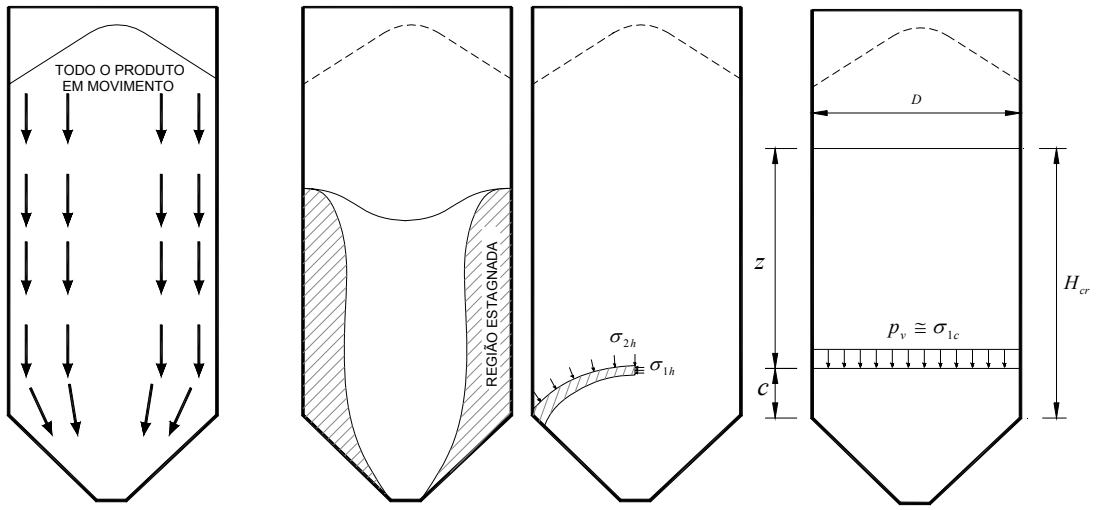


Figura 3.10 – Fluxo intermediário ou misto. Fonte: Adaptado de Benink (1989).

Com o objetivo de introduzir a influência do carregamento no tipo de fluxo, os seguintes critérios são sugeridos por Benink (1989):

- Para a obtenção do fluxo na transição, a pressão vertical deve ser pelo menos igual à menor tensão principal, de acordo com a função radial de tensões.
- No caso em que o carregamento for menor, existirá uma região estagnada na transição, isto porque a pressão vertical no cilindro é insuficiente para desenvolver o campo radial de tensões na tremonha e para provocar o fluxo do produto.

A mudança no fluxo ocorre quando o nível no cilindro alcança a altura crítica. Esta altura pode ser muito bem aproximada quando:

- a teoria de Janssen é usada para as pressões verticais no cilindro (o que será demonstrado no **capítulo 4**);
- a função de tensões radiais s_n da teoria do arco é usada para as tensões na tremonha (o que será demonstrado no **capítulo 4**).

Como a diferença entre a tensão vertical e a maior tensão principal no cilindro é pequena, a formulação de Janssen (1895) pode ser utilizada para determinar a maior tensão principal no cilindro conforme a eq. (18):

$$\sigma_{1c} = p_v \cong \frac{\gamma.D}{2.(1+m_c).K.\mu_{w,c}}\left(1 - e^{\frac{-2.(1+m_c).K.\mu_{w,c}.z}{D}}\right) \tag{18}$$

onde:

$m_c = 1$ para o estado de fluxo axissimétrico e $m_c = 0$ para o estado de fluxo plano.

A menor tensão principal na transição é obtida pela função de tensões radiais derivada da teoria do arco, expressa pela eq. (19):

$$\sigma_{2h} = \frac{1 - sen(\phi_e)}{2.sen(\alpha)}.s_b.\gamma.D \tag{19}$$

A tensão próxima da transição está representada pela Figura 3.10. Igualando as eqs. (18) e (19) é possível determinar a altura z.

$$z \cong \frac{D}{2.(1+m_c).K.\mu_{w,c}}.\ln\left(\frac{2.sen(\alpha)}{2.sen(\alpha) - (1 - 2.sen(\phi_e)).2.(1+m_c).K.\mu_{w,c}.s_b}\right) \tag{20}$$

A altura do arco c (ver Figura 3.10) é obtida por:

$$c = \frac{D}{2}.\frac{\tan(\alpha+\beta_p)}{n} \tag{21}$$

A altura crítica onde o fluxo muda é expressa por:

$$H_{cr} = z + c \tag{22}$$

$$\frac{H_{cr}}{D} \cong \frac{1}{2.(1+m_c).K.\mu_{w,c}}.\ln\left[\frac{2.sen(\alpha)}{2.sen(\alpha)-(1-sen(\phi_e)).s_b.2.(1+m_c).K.\mu_{w,c}}\right]+\frac{1}{2.n}.\tan(\alpha+\beta_p) \tag{23}$$

onde s_b e n são derivados da teoria do arco e são expressos pelas eq. (24) e (25), respectivamente.

$$s_b = \frac{\cos(\alpha)+\frac{2+m_t}{n+1+m_t}.sen(\alpha).\tan(\alpha+\beta_p)}{2.(1+m_t).sen(\phi_e).\cos(\beta_p).\frac{sen(\alpha+\beta_p)}{sen(\alpha)}-(1-sen(\phi_e))} \tag{24}$$

$$n = \left(\frac{sen(\phi_e)+sen(\phi_w)}{sen(\phi_e).sen(\phi_e)}\right)^{2-m_t} \tag{25}$$

Curvas de altura crítica podem ser obtidas da eq. (23). A Figura 3.11 apresenta as curvas para as relações críticas para a ocorrência de fluxo intermediário.

A eq. (23) não pode ser resolvida quando:

$$s_b \geq \frac{2.sen(\alpha)}{1-sen(\phi_e).2.(1+m_t).K.\mu_{w,t}} \tag{26}$$

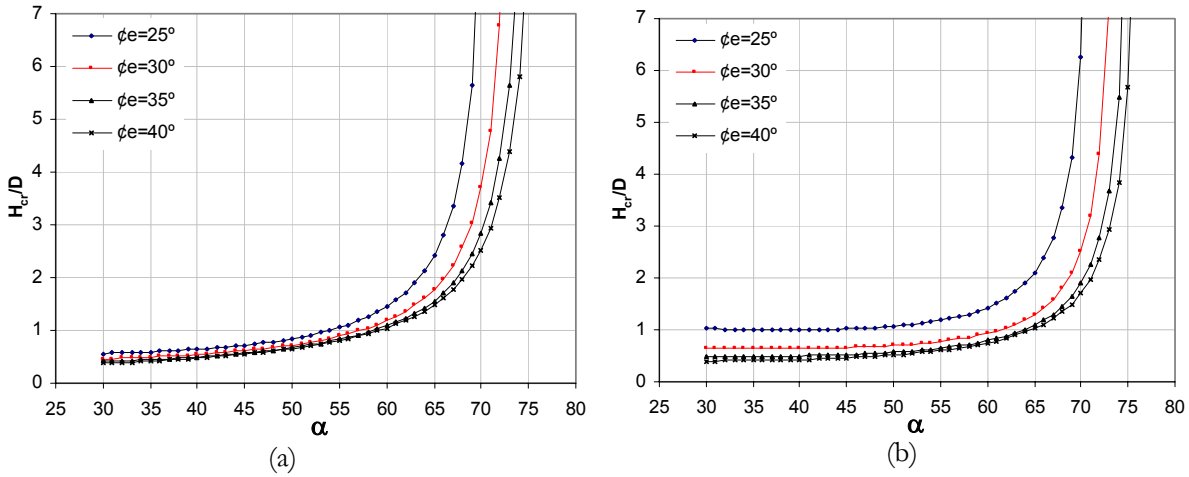


Figura 3.11 - Determinação da relação (H_{cr}/D) crítica para $\phi_w = 10^\circ$ (a) fluxo axissimétrico (b) fluxo em tremonhas planas.

Nesse caso, o fluxo de funil acontecerá independentemente da altura de carregamento e descarregamento. A Figura 3.11 mostra que, como esperado, a partir de um determinado ângulo α, a relação crítica tende ao infinito, o que confirma que, para uma determinada inclinação de tremonha a probabilidade de ocorrência do fluxo de funil é muito grande.

O limite superior da eq. (23) mostra que, quando

$$\alpha \geq \frac{\pi}{2} - \beta_p \,, \tag{27}$$

o fluxo de funil sempre ocorrerá.

Com o estudo da relação crítica expressa pela eq. (23) é possível estabelecer os três tipos de fluxo que são mostrados pela Figura 3.12. Os limites da teoria de Jenike determinam a ocorrência do fluxo de massa por meio do ϕ_e, α e $\phi_{w,t}$. Já a teoria de Benink (1989) identifica a região de fluxo de funil com a dependência de ϕ_e, β, $\phi_{w,t}$ e H/D.

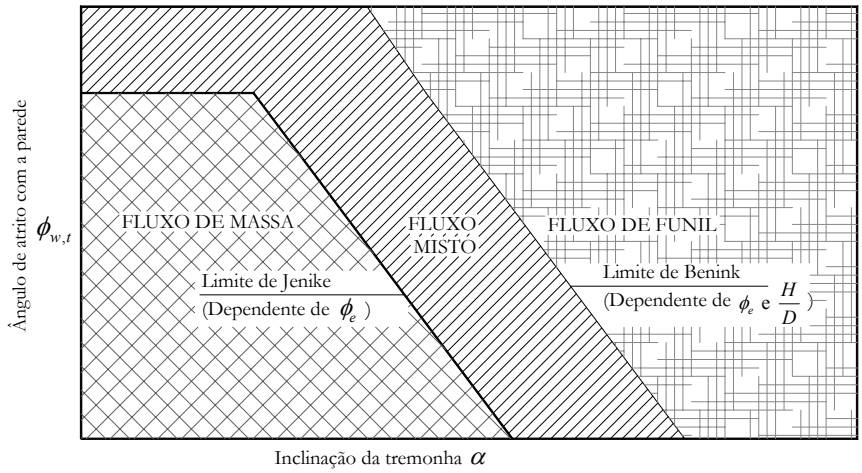


Figura 3.12 – Padrões de fluxo. Fonte: Adaptado de Benink (1989).

Comparando-se a eq. (23) e a eq. (14), nota-se que a teoria do arco conduz a inclinações ligeiramente maiores para fluxo de funil do que a teoria do campo radial apresentada por Jenike (1961).

Com o intuito de ilustrar a região estagnada para a inclinação de tremonha α, é mostrada a Figura 3.13,onde pode ser visualizado o canal de fluxo e a sua representação em formas de tensões no círculo de Mohr. O ângulo de atrito do canal de fluxo é obtido por meio do efetivo ângulo de atrito, dado pela eq. (28) (BENINK, 1989).

$$\phi_w = \arctan(sen(\phi_e)) \tag{28}$$

Utilizando-se a eq. (26) para a obtenção de α_f, substituindo-se o atrito entre o produto e o canal de fluxo pela eq. (28) e variando-se o ϕ_e e ϕ_w, é obtida a Tabela 3.2. Para este caso foi utilizada a equação de Rankine-Koenen para o valor de K.

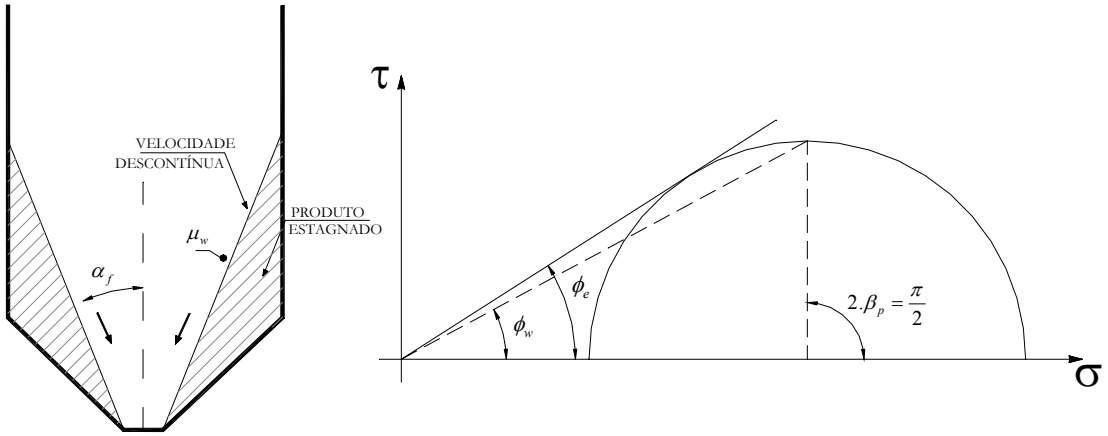


Figura 3.13 – Ângulo de atrito com a parede para o canal de fluxo. Fonte: Adaptado de Benink (1989).

Tabela 3.2 – Avaliação da inclinação do canal de fluxo para fluxo intermediário

ϕ_e	ϕ_w	α_f ângulo de inclinação	
		m_c=0	m_c=1
25	22,91	44,10	38,20
30	26,57	43,10	40,50
35	29,84	43,70	42,00
40	32,73	44,20	43,00
45	35,26	44,40	43,80

A Tabela 3.2 mostra que, para uma variação de 20º no efetivo ângulo de atrito interno, houve uma pequena variação no ângulo do canal de fluxo. Entretanto, pelos experimentos realizados por Benink (1989), o canal de fluxo pode ser encontrado em uma faixa expressa pela eq. (29).

$$\alpha_f = 45^\circ \pm 15^\circ \tag{29}$$

É importante lembrar que o canal de fluxo em silos com fluxo de funil não é estável durante o descarregamento fazendo com que seja de difícil predição.

3.10 Considerações sobre o capítulo

Conforme o tipo, os fluxos afetam as pressões nos silos e são de difícil obtenção e determinação, devido à variabilidade das propriedades dos produtos. Foram apresentados de forma sucinta e objetiva os tipos de fluxo e as características de cada um deles. Um estudo das teorias de predição de fluxo foi apresentado e uma atenção especial foi dada para a determinação da altura crítica de carregamento para que o funil se forme. É importante ressaltar que, para a construção do modelo de pressões, é fundamental o conhecimento do padrão de fluxo, pois é notória a influência do fluxo na distribuição de pressões nas paredes do silo. Foi estudada a inclinação do canal de fluxo para fluxos de funil e os limites para fluxo de massa. Com isso observou-se que existe uma incerteza referente à posição da transição efetiva e à ocorrência do fluxo de massa.

4 CAPÍTULO

PRESSÕES EM SILOS

"Quanto mais acredito na ciência, mais acredito em Deus."
Albert Einstein (1879-1955), Nobel de Física em 1921, pela descoberta do efeito foto-elétrico:

Com a finalidade da avaliação das hipóteses das teorias de pressões e sua aplicabilidade em relação aos tipos de silos e tipos de produto, são apresentadas neste capítulo as principais e mais importantes teorias de pressões em silos, que são: Janssen (1895), Walker (1966), Walters (1973), Jenike et al. (1973), Enstad (1981) e Benink (1989). Discute-se sobre a aplicabilidade de cada teoria detalhando-se as suas principais hipóteses. Os principais parâmetros são investigados para uma posterior confecção do modelo estocástico, sendo mostrados os principais fundamentos. Com esta abordagem resumida é possível entender e determinar as pressões em silos para a construção do modelo estocástico com a utilização dos resultados experimentais obtidos a partir do silo-piloto.

4.1 Considerações iniciais

Um número razoável de teorias tem sido desenvolvidas para estimar as pressões nos silos. As normas de ações em silos são baseadas em algumas dessas teorias, dentre as quais serão apresentadas as mais importantes utilizadas atualmente.

As pressões em silos são geradas devido a processos operacionais no silo como o carregamento, armazenamento e descarregamento. Para cada uma dessas etapas existe um comportamento diferente para o silo, sendo de vital importância separar cada etapa para se efetuar análises estruturais. As pressões também são fortemente afetadas pelas propriedades físicas do produto: propriedades como ângulo de atrito com a parede, efetivo ângulo de atrito interno e peso específico mudam a forma das curvas de pressões laterais, verticais e forças de atrito. Dessa forma, a determinação das propriedades físicas torna-se essencial para a análise da variabilidade encontrada no produto, que depende também da experiência do operador e da variabilidade da metodologia empregada.

Após anos de investigações sucessivas em laboratórios internacionais surgiram diversas formulações empíricas, semi-empíricas e analíticas para descrever o comportamento para as mais diversas situações de pressões em silos.

Muitos pesquisadores estudaram pressões em silos tais como: Janssen (1895), Airy (1897), Prante (1896 apud ROBERTS, 1995, p. 373), Toltz (1903), Ketchum (1919), Lufft (1904), Reimbert et al. (1943), Jenike (1961, 1964 e 1969), Johanson (1964), Walker (1969), Walters (1973), Jenike et al. (1973), Enstad (1975), Bishara et al. (1983) e Benink (1989). Estes são alguns dos pesquisadores que contribuíram historicamente para os estudos teóricos e experimentais das pressões, desenvolvendo diversos modelos matemáticos e estatísticos para avaliar as distribuições de pressões no corpo e na tremonha do silo.

Porém, apesar desses estudos, alguns dos fatores ainda permanecem sem resposta, pois diversas são as variáveis que afetam o comportamento estrutural dos silos. Para o estudo completo das pressões em silos, seriam necessários diversos estudos analisando as pressões nos silos com as características aleatórias de diversas variáveis, como:

- propriedades físicas do produto armazenado;
- material empregado na construção das paredes do silo;
- tipo de fluxo do sistema;
- forma da tremonha;
- altura e forma do carregamento;
- geometria espacial do silo;
- imperfeições geométricas da parede do silo;
- temperatura e umidade, etc;
- degradação das paredes dos silos com o tempo.

Nielsen (1998) afirma que o problema em silo, que era considerado, simples e com poucos parâmetros, tem-se tornado muito complicado, incluindo diversos fenômenos. Ele sugere que as pesquisas se tornem multidisciplinares. Para isso algumas das áreas precisariam de grandes avanços, como:

- melhores modelos constitutivos (anisotropia, deformações ao longo do tempo etc);
- simulações em DEM (*Discrete Element Method*) e FEM (*Finite Element Method*) que cobrissem um maior número de problemas;
- experimentos para verificação dos programas de simulação de fluxo e pressões;
- modelos simplificados de carregamentos que sejam simples, realistas e conservadores para utilização na prática de projetos e em normas.

Neste capítulo, serão apresentadas as principais teorias de pressões em silos verticais esbeltos, bem como a análise paramétrica para a escolha do modelo adequado para a utilização. Para a escolha do modelo a ser utilizado na calibração das pressões, acatou-se a recomendação de

Nielsen (1998) que sugere que o modelo seja simples, realista e conservador. Todos estes aspectos podem ser cumpridos com o estudo dos modelos simplificados de pressões em silos e experimentos em silos.

4.2 Influência das propriedades físicas nas pressões

Muitos pesquisadores vêm estudando a influência das propriedades dos produtos armazenados na obtenção das pressões, pois se acredita que talvez ainda não sejam conhecidas todas as propriedades. Porém, atualmente, as propriedades descritas no **capítulo 3** são as que apresentam a maior influência na determinação das pressões. Para a determinação de outras propriedades importantes não avaliadas, seria necessária a mudança de critério de ruptura de Mohr-Coulomb para incorporação de novos parâmetros no modelo de pressão.

Uma importante observação foi feita por Schwedes (1983), comparando os interesses da engenharia de processo com os da engenharia civil, no que diz respeito à determinação do ângulo de atrito com a parede. Ele observou que, para combinações idênticas entre produto armazenado e parede, as medidas desse parâmetro podem variar em até mais de 10º. Sugeriu que, para o coeficiente de atrito com a parede, seja considerado um intervalo de variação. Obviamente, podem-se estabelecer os intervalos de confiança de cada parâmetro e combiná-los para que seja elaborada uma combinação favorável ou desfavorável, o que foi feito por Silva (1993).

Calil (1984,1985) determinou, a partir de dados experimentais de pressão obtidos em um silo-modelo, os ângulos de atrito interno e os ângulos de atrito do produto armazenado com a parede e analisou sua variação em função da relação entre altura do produto armazenado e o lado da seção transversal do modelo. Verificou que existe uma oscilação das pressões para relações entre altura/lado 3,0 e 1,5. Neste intervalo, segundo o autor, os ângulos passam de um valor constante para uma variação linear e, à medida que diminui o valor do ângulo de atrito interno, aumenta o valor do ângulo de atrito com a parede.

Conforme Freitas (2001), tendo em vista que as propriedades dos produtos armazenados em silos variam, durante a vida útil do silo, e considerando o critério de dimensionamento dos estados limites, Calil (1997) propõe, de acordo com a norma australiana AS 3774:1996, que, em termos de projeto, deverão ser determinados dois limites para cada parâmetro, de modo a delimitar a sua faixa de variação e, com isso, obtém-se as combinações mais desfavoráveis para cada caso. Esses limites são o menor valor possível (limite inferior) e o maior valor possível (limite superior) para o parâmetro considerado durante a vida útil do silo. A Tabela 4.1 apresenta o emprego adequado dos limites das principais propriedades de acordo com o objetivo.

Tabela 4.1 – Combinação dos limites das propriedades físicas, segundo AS 3774:1996

APLICAÇÃO		Peso específico do produto (γ)	Ângulo de atrito com a parede ($\phi_{w,c}$)	Efetivo ângulo de atrito interno (ϕ_e)	Relação entre a pressão horizontal e vertical (K)
Tipo de fluxo	**Funil**	Inferior	Superior	Inferior	-
	Massa	Inferior	Inferior	Superior	-
Cálculo da máxima pressão horizontal na parede do silo, p_h		Superior	Inferior	Inferior	Superior
Cálculo da máxima pressão vertical, p_v		Superior	Inferior	Superior	Inferior
Força máxima de atrito na parede do silo, $p_{w,c}$		Superior	Superior	Inferior	Superior
Força vertical máxima na tremonha		Superior	Inferior	Superior	Inferior

Muitas pesquisas vêm sendo realizadas nesse campo experimental e de análise e, a seguir, será apresentado uma relação dos principais autores.

Coeficiente de atrito com a parede: Chung e Verna (1989), Schwedes (1983), Calil (1984 e 1985), Ooms et al. (1985), Britton e Moysey (1986), Haaker (1988), Mclean (1988), Zang et al. (1988), Buckling et al. (1989) e Blight (1990).

Peso específico: Latincsics (1985), Britton e Moysey (1986).

Coeficiente K: Schwedes (1983), Calil (1984), Britton e Moysey (1986), Dabrowski (1987).

Variabilidade dos parâmetros: Pham (1983), Ushitskii e Yan'kov (1989) e Silva (1993),

4.3 Modelos analíticos de pressões no corpo do silo

4.3.1 Mudança de estado de tensões dentro do silo

Segundo Walters (1973a), quando um silo é inicialmente enchido, o estado de tensões estáticas existirá como na Figura 4.1a. Durante a abertura do orifício de saída, em um fluxo por gravidade, o estado de tensões muda até a condição de fluxo estável (ver Figura 4.1c). Esta mudança (Figura 4.1b) produz efeitos dinâmicos que se iniciam no orifício de saída e se propagam ao longo do produto.

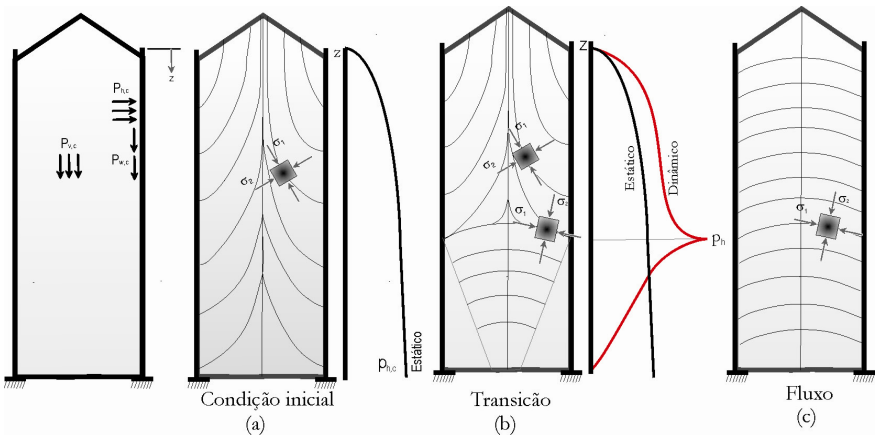


Figura 4.1 – Comportamento das tensões de um silo: Adaptado de Walters (1973a).

O tempo que esta mudança percorre o silo é muito pequeno segundo Jenike (1968). A região de transição da mudança de estado ativo para o passivo é chamada de "*switch*" e foi estudada por muitos pesquisadores. Neste trabalho será dada uma atenção especial aos trabalhos de Walters (1973), que continuou o trabalho de Walker (1966), introduzindo os efeitos dinâmicos no silo e ao trabalho de Jenike et al. (1973). Será mostrado que os valores encontrados para os efeitos dinâmicos das teorias descritas são muito altos comparativamente aos experimentos realizados por diversos pesquisadores.

4.3.2 Modelo de Janssen (1895)

Janssen (1895) investigou experimentalmente a pressão vertical atuando no fundo de um silo-modelo quadrado, de madeira, com fundo plano. O fundo foi construído com uma placa móvel acoplada a uma balança. Desta forma, as pressões no silo puderam ser medidas. O produto testado foi o trigo, para diversas alturas de carregamento.

Segundo Roberts (1995), a contribuição de Janssen na teoria de pressões de produtos armazenados e o conhecimento do atrito interno foram de grande importância. Após mais de 100 anos de sua publicação, as expressões são utilizadas em praticamente todas as normas internacionais.

Janssen (1895) propôs uma formulação através do equilíbrio estático de uma camada elementar, considerando a contribuição do atrito lateral desenvolvido nas paredes. Esse modelo é válido somente para a condição de carregamento, pois é deduzido através do equilíbrio estático. Porém a expressão, como ela é conhecida atualmente, foi deduzida por Ketchum (1902 apud ROBERTS, 1995, p.374) com a hipótese de que a relação entre as pressões horizontais e verticais é constante com a profundidade. Outro conceito atribuído a Ketchum (1902 apud ROBERTS, 1995, p.374) foi a dedução da equação diferencial para qualquer seção transversal, ficando somente em função do raio hidráulico.

Essa teoria continua sendo utilizada até hoje pela maioria das normas internacionais de silos para o cálculo da pressão estática ou inicial de carregamento em silos de seções cilíndricas e poligonais. Até mesmo para o cálculo das pressões dinâmicas, isto é, durante o fluxo, um dos métodos mais utilizados pelas mesmas é aplicar coeficientes, chamados de sobrepressão, aos valores obtidos para a condição estática.

As hipóteses simplificadoras desta teoria são:

- A pressão vertical é constante no plano horizontal.
- O valor de $\phi_{w,c}$ (ângulo de atrito do produto com a parede do corpo do silo) é

constante em todo perímetro e altura do silo.

- O peso específico do produto é uniforme $(\gamma = \rho.g)$.
- As paredes do silo são totalmente rígidas.
- A relação entre as pressões horizontais e verticais, K , é constante em toda a seção transversal e altura do silo.

Segundo Ayuga (1995), nenhuma dessas hipóteses é inteiramente correta, porém, para os casos de silos altos esbeltos com produtos granulares pouco compressíveis, os resultados experimentais mostram que as pressões de carregamento são suficientemente precisas para a condição estática.

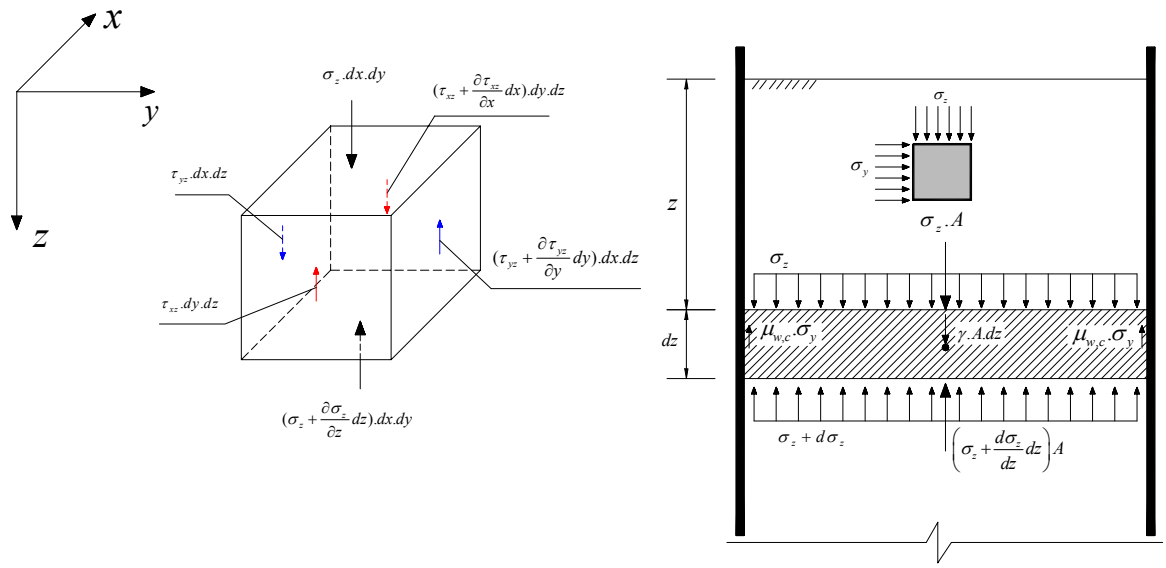


Figura 4.2 – Equilíbrio estático de uma fatia elementar, proposto por Janssen (1895).

Utilizando o equilíbrio (Figura 4.2), tem-se:

$$\sigma_z.A+\gamma.A.dz=\left(\sigma_z+\frac{d\sigma_z}{dz}dz\right).A+\sigma_y.U.\mu_{w,c}.dz \tag{30}$$

Admitindo-se a relação constante entre a tensão vertical com a tensão horizontal e dividindo-se a expressão por A, obtém-se a equação diferencial ordinária que pode ser resolvida analiticamente.

$$\gamma.dz=\frac{d\sigma_y}{K.dz}dz+\sigma_y.\frac{U}{A}.\mu_{w,c}.dz \tag{31}$$

$$dz=\frac{d\sigma_y}{K.\left(\gamma-\sigma_y.\frac{U}{A}.\mu_{w,c}\right)} \tag{32}$$

$$dz = \frac{A}{U.K.\mu_{w,c}} \frac{d\sigma_y}{\left(\frac{\gamma.A}{U.\mu} - \sigma_y\right)} \tag{33}$$

$$\frac{U.K.\mu_{w,c}}{A} \int dz = \int \frac{d\sigma_y}{\left(\frac{\gamma.A}{U.\mu_{w,c}} - \sigma_y\right)} \tag{34}$$

$$\frac{U.K.\mu_{w,c}.z}{A} = -\ln\left(\frac{\gamma.A}{U.\mu_{w,c}} - \sigma_y\right) + C1 \tag{35}$$

Aplicando as condições de contorno $(z = 0; \sigma_y = \sigma_{y0})$ na eq. (35),

$$\mathrm{C1} = \ln\left(\frac{\gamma.A}{U.\mu_{w,c}} - \sigma_{y0}\right) \tag{36}$$

e reagrupando os termos e substituindo a constante de integração, tem-se:

$$e^{\frac{-K.\mu_{w,c}.U.z}{A}} = \frac{\frac{\gamma.A}{U.\mu_{w,c}} - \sigma_y}{\frac{\gamma.A}{U.\mu_{w,c}} - \sigma_{y0}} \tag{37}$$

Sabendo que tensão na direção y é a pressão horizontal do produto aplicado na parede e que o raio hidráulico é $R = \frac{A}{U}$, obtém-se :

$$\sigma_y(z) = p_{h,c}(z) = \frac{\gamma.R}{\mu_{w,c}} + \left(\sigma_{y0} - \frac{\gamma.R}{\mu_{w,c}}\right) e^{\frac{-K.\mu_{w,c}.z}{R}} \tag{38}$$

Admitindo $(\sigma_{y0} = 0)$ na eq. (38), tem-se:

$$\sigma_y(z) = p_{h,c}(z) = \frac{\gamma.R}{\mu_{w,c}} \left(1 - e^{\frac{-K.\mu_{w,c}.z}{R}}\right) \tag{39}$$

A pressão vertical é de:

$$\sigma_z(z) = p_{v,c}(z) = \frac{\gamma.R}{K.\mu_{w,c}} \left(1 - e^{\frac{-K.\mu_{w,c}.z}{R}}\right) \tag{40}$$

E a pressão de atrito na parede é de:

$$\tau_w = \tau_{xz} = \tau_{yz} = p_{w,c} = \mu_{w,c}.p_{h,c} \tag{41}$$

O parâmetro $\mu_{w,c}$ constante da formulação de Janssen (1895) é obtido pela eq. (42):

$$\mu_{w,c} = \tan(\phi_{w,c}) \tag{42}$$

A pressão de atrito na parede $p_{w,c}$ causa esforço de compressão na parede e pode ser integrada, ao longo da altura, para o cálculo da força de compressão resultante sobre a parede $P_{w,c}(z)$, por unidade de perímetro de parede, atuando na profundidade z, fornecendo a eq. (43):

$$P_{w,c}(z) = \mu_{w,c}.\int \sigma_y.dz = \gamma A/U\left[z - \frac{A}{\mu_{w,c}.K.U}\left(1 - e^{-\mu_{w,c}.K.z.U/A}\right)\right] = \frac{A}{U}\left(\gamma.z - \sigma_z\right) \tag{43}$$

ou seja, é igual ao peso total do produto menos a pressão vertical $p_{v,c} = \sigma_z$.

De acordo com a eq. (40), a pressão vertical cresce monotonicamente com o aumento de z, sendo independente das condições de contorno na saída da tremonha e alcança um valor assintótico, conforme a eq. (44).

$$\text{Para } z = \infty \rightarrow\ p_{v,c} = \sigma_z = \frac{\gamma.R}{K.\mu_{w,c}} \tag{44}$$

Em relação a eq. (39), a pressão lateral $p_{h,c}$ também aumenta monotonicamente, com o valor assintótico conforme a eq. (45).

$$\text{Para } z = \infty \rightarrow\ p_{h,c} = \sigma_y = \frac{\gamma.R}{\mu_{w,c}} \tag{45}$$

Ou seja, para silos muito esbeltos, a partir de uma altura z_0 o valor da pressão horizontal independe da magnitude da constante K, sendo dependente somente do peso específico e do ângulo de atrito com a parede.

A variável z_0 é a altura correspondente à reta tangente no ponto $z = 0$ que corta o valor assintótico. Sendo assim, é obtido:

$$\frac{d\sigma_y}{dz} = \gamma.K.e^{-K.\mu_{w,c}.\frac{z}{R}} \tag{46}$$

$$p_{h,c}\Big|_{z \rightarrow \infty} = z_0.\frac{dp_{h,c}}{dz}\Big|_{z=0} \tag{47}$$

$$z_0 = \frac{R}{K.\mu_{w,c}} \tag{48}$$

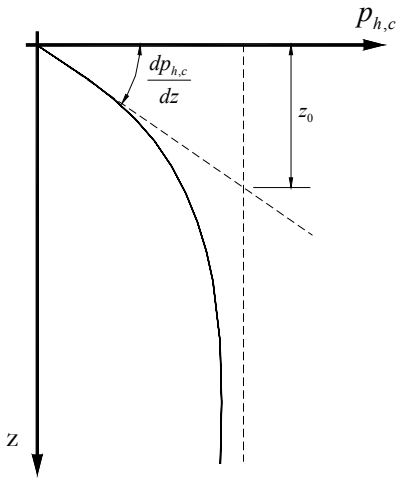


Figura 4.3 – Representação do estudo dos valores assintóticos da pressão de Janssen.

4.3.3 Algumas considerações sobre o modelo de Janssen

O modelo de Janssen (1895) considera duas hipóteses que são contestadas por muitos pesquisadores, ou seja, K constante com a profundidade e sólido incompressível. A seguir são deduzidas as expressões para cada hipótese isoladamente, seguindo as recomendações de Drecher (1991).

Admitindo que as pressões $p_{v,c}$ e $p_{h,c}$ se relacionam por uma relação linear, e esta relação não seja mais uma constante, mas dependente da maior pressão vertical, tem-se:

$$\sigma_y = K_1.\sigma_z + K_2 \tag{49}$$

Substituindo na eq. (30) e resolvendo, obtem-se:

$$d\sigma_z - \gamma.dz + \frac{K_1.\mu_{w,c}}{R}.\sigma_z.dz + \frac{K_2.\mu_{w,c}}{R}.dz = 0 \tag{50}$$

Isolando os termos diferenciais, tem-se:

$$\frac{d\sigma_z}{\frac{\gamma.R - K_1.\mu_{w,c}.\sigma_z}{R} - \frac{K_2.\mu_{w,c}}{R}.} = dz \tag{51}$$

Integrando ambos os lados da eq. (51):

$$\int \frac{dp_v}{\frac{\gamma.R - K_1.\mu_{w,c}.\sigma_z}{R} - \frac{K_2.\mu_{w,c}}{R}} = \int dz \tag{52}$$

$$z = \frac{-\ln\left(\frac{\gamma.R - K_1.\mu_{w,c}.\sigma_z}{R} - \frac{K_2.\mu_{w,c}}{R}\right)}{K_1.\mu_{w,c}}.R + C_1 \tag{53}$$

Aplicando as condições de contorno $(z = 0; p_v = \sigma_z = \sigma_{z0})$ na eq. (53).

$$C_1 = \frac{\ln\left(\frac{\gamma.R - K_1.\mu_{w,c}.\sigma_{z0}}{R} - \frac{K_2.\mu_{w,c}}{R}\right)}{K_1.\mu_{w,c}}.R \tag{54}$$

Reagrupando os termos e substituindo a constante de integração, tem-se:

$$-z = \frac{\ln\left(\frac{\gamma.R - K_1.\mu_{w,c}.\sigma_z}{R} - \frac{K_2.\mu_{w,c}}{R}\right)}{K_1.\mu_{w,c}}.R - \frac{\ln\left(\frac{\gamma.R - K_1.\mu_{w,c}.\sigma_{z0}}{R} - \frac{K_2.\mu_{w,c}}{R}\right)}{K_1.\mu_{w,c}}.R \tag{55}$$

$$e^{-z.\frac{K_1.\mu_{w,c}}{R}} = \frac{\frac{\gamma.R - K_1.\mu_{w,c}.\sigma_z}{R} - \frac{K_2.\mu_{w,c}}{R}}{\frac{\gamma.R - K_1.\mu_{w,c}.\sigma_{z0}}{R} - \frac{K_2.\mu_{w,c}}{R}} \tag{56}$$

$$p_{v,c}(z) = \sigma_z(z) = \frac{\gamma.R - K_2.\mu_{w,c}}{K_1.\mu_{w,c}} + \left[\sigma_{z0} + \frac{K_2.\mu_{w,c} - \gamma.R}{K_1.\mu_{w,c}}\right].e^{-z.\frac{K_1.\mu_{w,c}}{R}} \tag{57}$$

E a pressão horizontal é:

$$p_{h,c}(z) = \sigma_y(z) = \frac{\gamma.R - K_2.K_1.\mu_{w,c}}{\mu_{w,c}} + \left[\sigma_{y0}K_1. + \frac{K_2.\mu_{w,c} - \gamma.K_1.R}{\mu_{w,c}}\right].e^{-z.\frac{K_1.\mu_{w,c}}{R}} + K_2 \tag{58}$$

Nas deduções acima foi considerado que o peso específico é constante em toda altura do silo. Se uma relação linear do peso específico com a tensão vertical for adotada, tem-se:

$$\gamma = \gamma_0 + C.\sigma_z \tag{59}$$

Substituindo na eq. (30) e resolvendo, obtém-se:

$$d\sigma_z - \gamma_0 + \sigma_z.\left(\frac{K.\mu_{w,c}}{R} - C\right).dz = 0 \tag{60}$$

$$dz = \frac{-d\sigma_z}{-\gamma_0 + \sigma_z.\left(\frac{K.\mu_{w,c} - R.C}{R}\right)} \tag{61}$$

Integrando-se os dois lados da eq. (61), obtém-se:

$$z = \frac{-\ln\left[-\gamma_0 + \sigma_z.\left(\frac{K.\mu_{w,c} - R.C}{R}\right)\right]}{\left(\frac{K.\mu_{w,c} - R.C}{R}\right)} + C1 \tag{62}$$

Aplicando as condições de contorno $(z = 0; p_{v,c} = \sigma_z = \sigma_z)$ na eq. (62),

$$C1 = \frac{+\ln\left[-\gamma_0 + \sigma_{z0}.\left(\frac{K.\mu_{w,c} - R.C}{R}\right)\right]}{\left(\frac{K.\mu_{w,c} - R.C}{R}\right)} \tag{63}$$

Reagrupando os termos e substituindo a constante de integração, tem-se:

$$p_{v,c}(z) = \sigma_z(z) = \frac{\gamma_0.R}{K.\mu_{w,c} - R.C} + \left[\sigma_{z0} - \frac{\gamma_0.R}{K.\mu_{w,c} - R.C}\right].e^{-\frac{K.\mu_{w,c} - R.C}{R}.z} \tag{64}$$

E a pressão horizontal é:

$$p_{h,c}(z) = \sigma_y(z) = \frac{K.\gamma_0.R}{\mu_{w,c} - K.R.C} + K.\left[\sigma_{y0} - \frac{\gamma_0.R}{K.\mu_{w,c} - R.C}\right].e^{-\frac{K.\mu_{w,c} - R.C}{R}.z} \tag{65}$$

Observa-se por meio da eq. (65) que a pressão torna-se dependente de uma constante C e esta pode ser obtida através do coeficiente de compressibilidade de cada produto.

4.3.4 Teorias de Walker (1966) e Walters (1973a)

As teorias de Walker (1966) e Walters (1973a) para as pressões no corpo do silo são baseadas na teoria de Janssen (1895), ou seja, no equilíbrio de uma fatia horizontal. Uma importante diferença é que não é necessário que a tensão vertical seja constante na seção transversal. A teoria propõe o equilíbrio analogamente a Janssen (1895), porém utilizando a tensão cisalhante, ao invés da relação $\tau_w = \sigma_y.\mu_w$, e a tensão vertical média $\overline{\sigma}_z$. Com isso propuseram um estado diferenciado de tensões no centro e na parede do silo, dada pela eq. (66).

$$\overline{\sigma}_z.A + \gamma.A.dz = \left(\overline{\sigma}_z + \frac{d\overline{\sigma}_z}{dz}dz\right).A + \tau_w.U.dz \tag{66}$$

Walker (1966) e Walters (1973a) obtiveram a relação entre a tensão vertical e a tensão de cisalhamento na parede, a qual pode ser obtida do círculo de Mohr que é apresentado no **Apêndice B**, dada por:

$$B_{wc} = \frac{\text{sen}(\phi_e).sen(2\beta_{a,p})}{1 - \text{sen}(\phi_e).\cos(2\beta_{a,p})} \tag{67}$$

onde para o caso de carregamento o $\beta_{a,p} = \beta_a$ e para o caso de descarregamento $\beta_{a,p} = \beta_p$. Os valores de β_a e β_p são apresentados no **Apêndice B** e representam o ângulo entre a maior tensão principal e a horizontal, para o caso ativo e passivo, respectivamente.

O fator de distribuição da tensão vertical foi introduzido por Walker (1966), relacionando a tensão vertical na parede com a tensão média vertical.

$$D_{wc} = \frac{\sigma_{z,w}}{\overline{\sigma}_z} \tag{68}$$

Walters (1973a) derivou a expressão de D_{wc} para um cilindro axissimétrico (m=1), enquanto Clague (1973 apud BENINK, 1989, p.40) derivou D_{wc} para o estado plano de deformações ($m_c = 0$). A derivação do fator de distribuição é baseada na hipótese de que a tensão horizontal é constante e a tensão de cisalhamento é uma função linear de y, através de um plano horizontal.

$$D_{wc} = \frac{\cos(\phi_{w,c}).(1+sen^2(\phi_e)) + sign.2.\sqrt{sen^2(\phi_e) - sen^2(\phi_{w,c})}}{\cos(\phi_{w,c}).[1+sen^2(\phi_e) + sign.2.\xi.sen(\phi_e)]} \tag{69}$$

$$\xi = \left[\frac{2}{3.\chi}.\left(1-(1-\chi)^{1,5}\right)\right]^{m_c}.\left[0,5.\left(\sqrt{1-\chi} + \frac{arcsen(\sqrt{\chi})}{\sqrt{\chi}}\right)\right]^{1-m_c} \tag{70}$$

$$\chi = \left[\frac{\tan(\phi_{w,c})}{\tan(\phi_e)}\right]^2 \tag{71}$$

Onde:

$sign = 1$ para o caso estático;

$sign = -1$ para o caso dinâmico.

Walters (1973a) mostra por meio do equilíbrio de uma fatia infinitesimal que as pressões horizontais e verticais nas paredes são obtidas analogamente a Janssen (1895) substituindo $\mu_{w,c}$ e K por $B_{w,c}$ e $D_{w,c}$.

$$p_{v,c}(z) = \overline{\sigma}_z(z) = \frac{\gamma.D}{2(1+m_c).B_{wc}.D_{wc}}\left(1 - e^{\frac{-2(1+m_c).B_{wc}.D_{wc}}{D}.z}\right) \tag{72}$$

$$p_{h,c}(z) = \sigma_y(z) = \frac{\gamma.D}{2(1+m_c).\mu_w}\left(1 - e^{\frac{-2(1+m_c).B_{wc}.D_{wc}}{D}.z}\right) \tag{73}$$

Para as pressões estáticas:

$$p_{v,c}(z) \text{ e } p_{h,c}(z) \rightarrow \text{utilizando } \beta_a \text{ para condição estática} \tag{74}$$

Para as pressões dinâmicas:

$$p_{v,d}(z) \text{ e } p_{h,d}(z) \rightarrow \text{utilizando } \beta_p \text{ para condição dinâmica} \tag{75}$$

Walters sugere que a relação $(B_{wc}.D_{wc})_d / (B_{wc}.D_{wc})_e$ seja usada como fator de segurança aplicado às pressões sobre a parede para incluir os efeitos de mudança de estado estático para dinâmico nas pressões dinâmicas, onde:

$(B_{wc}.D_{wc})_e \rightarrow$ utilizando β_a para condição estática ;

$(B_{wc}.D_{wc})_d \rightarrow$ utilizando β_p para condição dinâmica .

Benink (1989) comparou as pressões de carregamento obtidas pela teoria de Walters (1973a) e a obtida pelo método das características e concluiu que os desvios são proporcionais e o máximo desvio obtido para as pressões de carregamento foi de 6%.

Aoki (1978) derivou o valor de *K* para um cilindro axissimétrico para as mesmas hipóteses de Walters (1973a) e concluiu que, para as pressões de carregamento, as expressões de Walters (1973a) e Janssen (1895) são iguais quando comparadas com o valor de K sugerido pelo autor, o que foi apresentado no **capítulo 2**.

4.3.5 Teoria de Jenike para as pressões no corpo do silo

Pode-se dizer que Jenike (1961) mudou totalmente a idéia de pressões e fluxo em silos verticais e revolucionou o projeto desde Janssen (1895). Até então os pesquisadores conheciam os efeitos de sobrepressão em silos esbeltos devido ao início de descarregamento, mas não conseguiam explicar o fenômeno. Foi então que Andrew W. Jenike e seu aluno Jerry R. Johanson apresentaram, identificaram e definiram os dois principais tipos de fluxo, estabeleceram critérios para o fluxo, determinaram as principais propriedades físicas dos produtos armazenados, assim como projetaram equipamentos para estas medições, além de desenvolver teorias para determinar as ações atuantes sobre as paredes dos silos. Isso promoveu um grande avanço no entendimento e concepção de projeto de silos (PALMA, 2005).

A teoria de Jenike et al (1973) explica o campo de tensões no produto armazenado por meio da definição de três estados, de acordo com o tipo de fluxo:

Para **silos com fluxo de massa**, Jenike et al. (1973) fazem as seguintes considerações:

1- Estático (inicial ou de carregamento, Figura 4.4a) – inicialmente, supõe-se um silo sendo carregado com produto, com o orifício de saída fechado e nenhum sólido saindo. Quando o sólido é carregado no silo, a massa contrai-se verticalmente sem deformação horizontal. Este tipo de deformação impõe um campo ativo de pressões com a maior tensão principal, $\sigma 1$, tendendo a alinhar-se na direção vertical, como mostrado na Figura 4.4a. Como o produto se acomoda com o carregamento e desliza lentamente ao longo da parede, uma tensão de atrito desenvolve-se, $p_v = p_h.\mu_{w,c}$.

2- Transição (mudança de campos de tensões, Figura 4.4b) - instantes após a abertura do orifício de saída, ocorre a passagem do estado ativo para o passivo de tensões. Para que o fluxo ocorra dentro da tremonha, a massa de produto tem uma contração lateral. Este tipo de

deformação requer um campo passivo de tensões com as linhas de maior tensão principal, σ_1, em forma de arcos na tremonha (Figura 4.4b). O tempo (fração de segundo) em que os dois estados de tensão ativo e passivo coexistem é denominado de mudança de estado. As pressões normais na parede, durante a mudança de estado é mostrada na Figura 4.4b. Deve-se observar que o princípio de conservação de massa deve ser mantido, o qual requer que a soma das componentes verticais deve ser igual ao peso total do produto no silo e, portanto, um aumento nas pressões na transição é esperada, para que a conservação de massa seja mantida. Isto se deve à diminuição no campo de pressões passivo mostrado na área A da Figura 4.4b. No local onde a mudança ocorre, um pico de pressão (sobrepressão) é exercido sobre as paredes do silo. Essa sobrepressão de descarregamento se desloca para cima, no mínimo até o nível no qual o canal intercepta o corpo do silo, isto é, no nível da transição em silos com fluxo de massa e na transição efetiva em silos com fluxo de funil. O volume preto (Figura 4.4b) de produto entre os dois carregamentos não pertence a qualquer um deles. Acima do nível da mudança, assume-se que o campo de pressões modifica e portanto o estado de tensões ativo ainda permanece.

Deve ser notado que, quando o descarregamento do produto é parado, o campo de tensões da Figura 4.4c permanece. O campo de tensões não retorna àquele da Figura 4.4a, a menos que o silo seja completamente esvaziado e carregado novamente.

3- Em fluxo (descarregamento, Figura 4.4c) – durante o fluxo estável, com o produto fluindo para fora do orifício de saída, ocorre uma expansão vertical e uma contração lateral, estabelecendo-se um estado passivo de tensões, e a direção da maior tensão principal, σ_1, tende a alinhar-se com a direção horizontal. Observa-se que, embora o produto esteja em movimento, este é, geralmente, suficientemente lento e próximo de um estado permanente, o qual implica que as forças inerciais podem ser desprezadas.

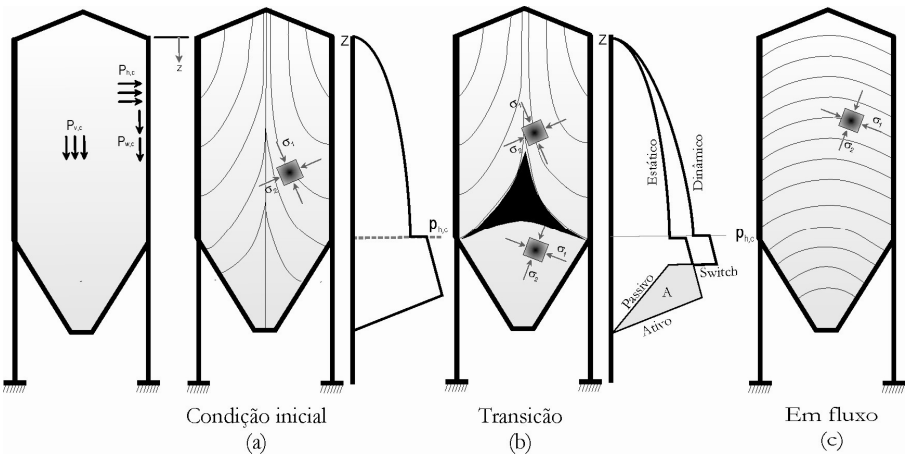


Figura 4.4 – Estados de Tensão – Fluxo de Massa : Adaptado de Jenike et al. (1973).

A seguir, apresentam-se as formulações da teoria de Jenike para a determinação das

pressões no corpo do silo baseando-se principalmente nas suas publicações de 1968 e 1973.

Condições estáticas de carregamento e armazenamento

Jenike et al. (1973) concluem que, para a condição de carregamento, o valor de $K = 0{,}4$ é recomendado e fornece uma boa relação com sua teoria de balanço de energia e que os valores encontrados desta são muitos próximos dos obtidos por Janssen (1895).

Condições dinâmicas para silos com fluxo de massa

Segundo Jenike et al. (1973), as pressões de descarregamento exercidas pela massa de produto contida por uma parede vertical de um silo são fortemente afetadas:

- pelas pequenas irregularidades do silo;
- pela camada fina instável que é formada no contorno entre o produto e a parede do silo, fazendo com que ocorra uma mudança do ângulo de atrito com a parede.

Sendo assim, afirmam que somente os limites das pressões de descarregamento podem ser estabelecidos. O limite inferior pode ser encontrado com a formulação de Janssen (1895) e o limite superior pela formulação baseada na consideração da energia de deformação da massa de produto.

Um dos artifícios que Jenike et al. (1973) utilizaram foi sobre o funcional de energia interna no silo, aplicando para isso a segunda lei da termodinâmica, ou seja, declara que o funcional de energia interna de um sistema tende a ser minimizado, ou seja:

$$\delta\Pi(U) = 0 \tag{76}$$

onde U é a energia contida no sistema.

Considere-se um silo carregado com produto como um sistema. No equilíbrio estático nenhuma energia é adicionada ao sistema. No fluxo permanente, existe uma energia potencial devido o sólido ser carregado por cima e descarregado pela parte inferior do silo, e uma parcela oriunda da coesão e do trabalho gerado pelo atrito com as paredes, porém esse se realiza sem a dissipação de calor. Assumindo temperatura constante e inércia química, existe somente a energia cinemática e a de deformação. A parcela cinemática pode ser desprezada, pois são pequenas quando comparadas com as de deformação. Desta forma, o sistema possui somente energia recuperável e não-recuperável e tende a ser minimizada para a condição de equilíbrio.

A energia não-recuperável Π^c é gasta na região de aumento da maior tensão principal na consolidação plástica do produto. A mudança do campo de tensões ativo para o campo de tensões passivo ocorre quando:

$$\overbrace{U_a^e - U_p^e}^{\Pi^e} > \overbrace{U_p^c - U_a^c}^{\Pi^c} \tag{77}$$

O termo à esquerda é a energia de deformação do produto e o termo a direita é à resistência à redistribuição das tensões para um baixo nível de energia interna. O termo à direita deve ser integrado sobre o volume total do produto no silo; o termo à direita, representa somente a mudança da densidade a qual é resultado das tensões de redistribuições.

Durante o fluxo no cilindro, leves desvios na forma do silo causam grandes mudanças na pressão e na energia de deformação. O motivo pelo qual esta mudança ocorre é devido à instabilidade da fina camada na interface entre o produto e a parede do silo as quais podem ser observadas em experimentos. Uma energia de deformação mínima é requerida para uma forma particular das paredes verticais no silo, as quais apresentam leves desvios. A formação de camadas instáveis devido aos desvios causa mudança de estado e, consequentemente, mudança da energia de deformação ocasionando sobrepressões nas paredes.

A derivação da teoria para a determinação do envoltório de máximas pressões normais na parede pode ser encontrada detalhadamente em Jenike et al (1973). Neste trabalho será somente apresentada a formulação de modo resumido e sucinto.

A pressão horizontal $p_{h,d}$ é calculada pela eq. (85):

$$M = \sqrt{2.(1-\nu)} \tag{78}$$

onde:

ν é igual a 0,3 para fluxo axissimétrico;

ν é igual a 0,2 para fluxo plano;

M é uma constante.

$$N = \frac{2.\nu}{\mu_{w,c}.M^{2.(1-m_c)}} \tag{79}$$

onde:

m_c é igual a 0 para fluxo axissimétrico;

m_c é igual a 1 para fluxo plano.

$$K_h = K_0 = K = \frac{\nu}{1-\nu} \text{ ou } \nu = \frac{K}{1+K} \tag{80}$$

$$x = \frac{\mu_{w,c}}{M^{m_c}.R}(H-z) \tag{81}$$

$$S_0 = \frac{1}{\mu_{w,c}.K}(1-e^{-\frac{\mu_{w,c}.K.z}{R}}) \tag{82}$$

$$A = \frac{-(K_h.M^{m_c}-1).(S_0-N).e^{-x} + M^{m_c}.(\mu_{w,c}{}^{-1} - K_h.N)}{(K_h.M^{m_c}+1).e^{x} - (K_h.M^{m_c}-1).e^{-x}} \tag{83}$$

$$B = S_0 - N - A \tag{84}$$

$$p_{h,d} = \frac{\gamma.R}{\mu_{w,c}}.\left(1-(A-B).\frac{\mu_{w,c}}{M^{m_c}}\right) \tag{85}$$

As pressões máximas horizontais são encontradas por meio da eq. (85) para vários níveis do silo, no entanto, esta não resulta em $p_{h,d}(z=0)=0$. Jenike et al. (1973) afirmam que isto é ocasionado pelo efeito de a mudança não se manifestar na região em que z=D e que, para valores de $z \le D$, onde D é o diâmetro do corpo do silo ou largura, as pressões na parede sejam determinadas pela multiplicação da equação de Janssen por 1,5, com K dado pelo maior valor de:

$$K = 0{,}4 \tag{86}$$

$$K = \frac{1-sen\phi_e}{1+sen\phi_e} \tag{87}$$

Outra modificação da envoltória dos picos de pressão é necessária devido à pressão horizontal dada pela eq. (85) reduzir-se para a pressão horizontal de Janssen (1895), no final do corpo do silo, devido ao produto na tremonha não ter sido levado em consideração na obtenção da equação e pela imposição da condição de contorno essencial na formulação pela teoria da mínima energia de deformação.

Com efeito, a solução é baseada na suposição que o fluxo começa a se desenvolver na base do corpo do silo ao invés da saída da tremonha. Portanto, a envoltória dos picos de pressão, nesse trecho, é substituída por uma linha vertical abaixo do ponto onde o valor de $p_{h,d}$ é máximo. (Figura 4.5).

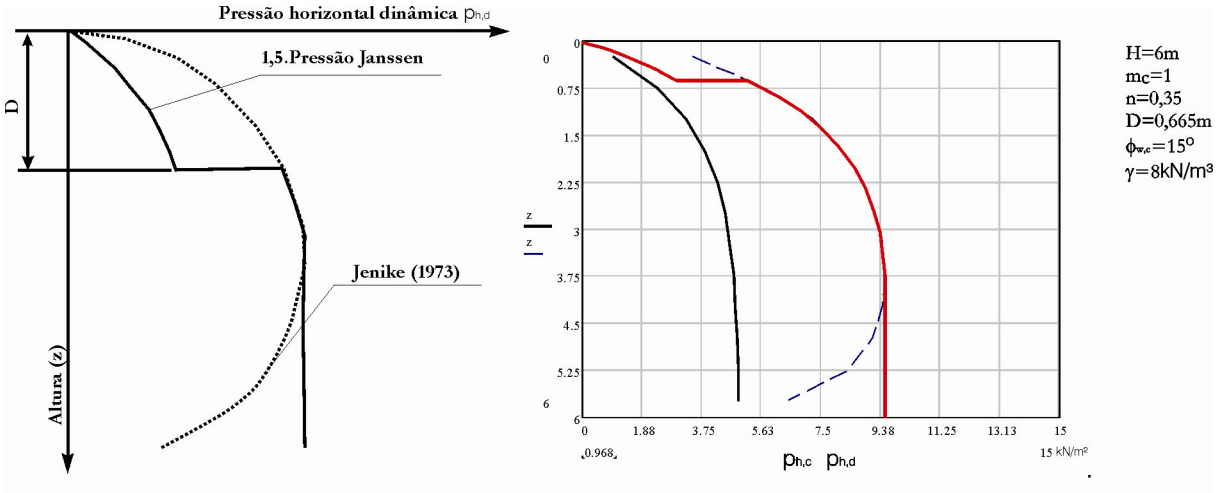


Figura 4.5 – Pressões laterais em silo com fluxo de massa.

Obs: Jenike (1977 apud PALMA, 2005, p. 54) recomenda que as pressões dadas pela eq. (85) sejam reduzidas em 15% para levar em conta o fato de que os picos de pressão teóricos são inevitavelmente arredondados na prática.

Para a força de atrito $P_{wc,d(\max)}$, obtém-se:

$$M = \sqrt{2.(1-\nu)} \tag{88}$$

$$N = \frac{2.\nu}{\mu_{w,c}.M^{2.(1-m_c)}} \tag{89}$$

$$K_h = K_0 = K = \frac{\nu}{1-\nu} \tag{90}$$

$$x = \frac{\mu_{w,c}.z}{M^{m_c}.R} \tag{91}$$

$$A = \frac{-(K_h.M^{m_c}-1).(-N).e^{-x} + M^{m_c}.(\mu^{-1} - K_h.N)}{(K_h.M^{m_c}+1).e^{x} - (K_h.M^{m_c}-1).e^{-x}} \quad \text{onde} \quad B = -A - N \tag{92}$$

$$P_{wc,d(\max)} = \frac{\gamma.L.B_a}{2.(L+B_a)}.\left(z - \frac{L.B_a}{2.(L+B_a)}.\left(Ae^{x} + Be^{-x} + N\right)\right) \quad \text{para silos retangulares} \tag{93}$$

$$P_{wc,d(\max)} = \frac{\gamma.D^2}{4}.\left(\frac{z}{D} - \frac{Ae^{x} + Be^{-x} + N}{4}\right) \quad \text{para silos cilíndricos} \tag{94}$$

Condições dinâmicas para silos com fluxo de funil

O fluxo de funil é caracterizado pelo canal de fluxo dentro de uma massa estagnada de produto (Figura 4.6). Quando o silo é suficientemente alto, o cone expande para as paredes cilíndricas do silo formando uma transição efetiva onde o produto faz o papel de tremonha. Nas paredes em contato com a massa parada de produto, as pressões são amortecidas e, na região onde o canal de fluxo intercepta a parede (transição efetiva), se desenvolvem picos de pressão. Como o local da transição efetiva depende das propriedades dos produtos armazenados e sua inclinação depende de diversos fatores, como mostrado no **capítulo 3**, é necessário levar em consideração, no cálculo das pressões, a envoltória dos picos de pressão em toda a altura da parede do silo ou em uma região com grande probabilidade de se manifestar.

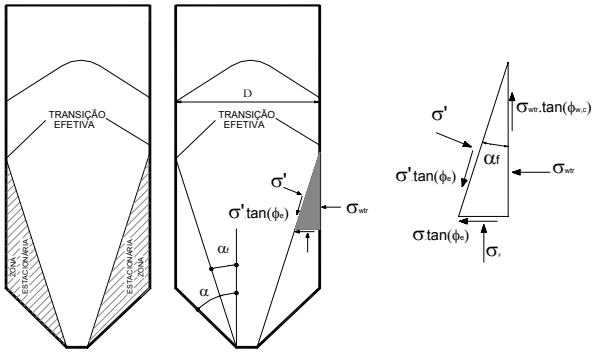


Figura 4.6 - Estado de Tensão – Fluxo de Funil.

O maior pico de pressões ocorrerá no nível da transição efetiva. A magnitude do pico dependerá da localização da transição efetiva no cilindro O máximo pico de pressão ocorre quando a pressão vertical do cilindro é máxima, isto é, para o campo de pressões de Janssen.

Este pico de pressões deve ser obtido para vários valores de z com o objetivo de determinar a envoltória dos picos de pressão. Caso seja conhecida a faixa de valores de α_f, é possível determinar a região mais provável de mudança de estado de tensões. Jenike et al. (1973) sugerem que o pico de pressão esteja compreendido na região 2<H/D<5. Isto é justificado pois, para silos com relação altura/lado menor de 2, o canal de fluxo provavelmente não interceptará as paredes do silo.

Segundo Benink (1989), acima da transição efetiva é razoável esperar os mesmos valores para pressões nas paredes que ocorrem no silo com fluxo de massa, embora o fluxo de funil seja mais instável.

É assumido que a relação entre a pressão horizontal com a pressão vertical na transição efetiva (K_f) é igual à relação no campo radial de tensões, abaixo de um canal cônico. Consequentemente, o pico de pressão na transição efetiva é expresso pela eq. (100).

$$\eta = \frac{1}{2}.\left[\phi_{w,c} + arcsen\left(\frac{sen(\phi_{w,c})}{sen(\phi_e)}\right)\right] \tag{95}$$

$$X = \frac{2^{m_t}\, sen(\phi_e)}{1 - sen(\phi_e)}\left[\frac{sen\left(2\eta + \alpha_f\right)}{sen(\alpha_f)} + 1\right] \tag{96}$$

$$Y = \frac{\left\{2\left[1 - \cos\left(\eta + \alpha_f\right)\right]\right\}^{m_t}\left(\eta + \alpha_f\right)^{1-m_t} sen(\alpha_f) + sen(\eta).sen^{1+m_t}\left(\eta + \alpha_f\right)}{\left(1 - sen(\phi_e)\right) sen^{2+m_t}\left(\eta + \alpha_f\right)} \tag{97}$$

Onde, $X\ e\ Y$ são constantes auxiliares e $(\eta + \beta_f)^{1-m_t}$ está em radianos.

$$q = \frac{\pi}{24.sen\left(\alpha_f\right)}\left[\frac{2.Y.\left(\tan\left(\alpha_f\right) + sen(\phi_e)\right)}{\left(X - 1\right).sen\left(\alpha_f\right)} - 1\right] \tag{98}$$

$$K_f = \frac{\left(24.\tan(\alpha_f) + \frac{\pi}{q}\right).\left(1 - sen(\phi_e).\tan(\alpha_f)\right)}{16.(sen(\phi_e) + \tan(\alpha_f))} \tag{99}$$

$$p_{h,d}(z) = K_f.\frac{\gamma.R}{\mu_{w,c}.K}.\left(1 - e^{-\frac{\mu_{w,c}.K.z}{R}}\right) \tag{100}$$

A pressão mínima no orifício é:

$$p_{h,d}(z) = \frac{\gamma.R}{\mu_{w,c}}.\left(1 - e^{-\frac{\mu_{w,c}.K.z}{R}}\right) \tag{101}$$

A força de atrito acumulada pode ser obtida similarmente como nos silos com fluxo de massa pelas eqs. (107) e (108). São reproduzidas as equações sugeridas por Jenike et al. (1973):

$$M = \sqrt{2(1-\nu)} \tag{102}$$

$$N = \frac{2\nu}{\mu_{wc}.M^{2(1-m)}} \tag{103}$$

$$K_h = \frac{\nu}{1-\nu} \tag{104}$$

$$x = \frac{\mu_{w,c}.z}{M^m R} \tag{105}$$

$$A = \frac{-(K_h.M^m - 1).(-N).e^{-x} + M^m.(\mu^{-1} - K_h.N)}{(K_h.M^m + 1).e^{x} - \left(K_h.M^m - 1\right).e^{-x}} \qquad B = -A - N \tag{106}$$

$$P_{wc,d(\max)} = \frac{\gamma.L.B_a}{2.(L+B_a)}.\left(z - \frac{L.B_a}{2.(L+B_a)}.\left(Ae^{x} + Be^{-x} + N\right)\right) \quad \text{para silos retangulares.} \tag{107}$$

$$P_{wc,d(\max)} = \frac{\gamma.D^2}{4}.\left(\frac{z}{D} - \frac{Ae^{x} + Be^{-x} + N}{4}\right) \quad \text{para silos cilíndricos.} \tag{108}$$

4.4 Modelos analíticos de pressões na tremonha

4.4.1 Teoria de Walker (1966) e Walters (1973b) para as tremonhas

As principais teorias existentes de pressões em tremonhas são baseadas no equilíbrio de uma fatia elementar de produto submetido a uma tensão inicial na parte superior, como mostrada na Figura 4.7. Apesar de esta proposição de equilíbrio na tremonha não ter sido proposta por Janssen (1895), a dedução baseia-se na mesma idéia do equilíbrio de uma faixa de sólido e foi obtida inicialmente por Walker (1966).

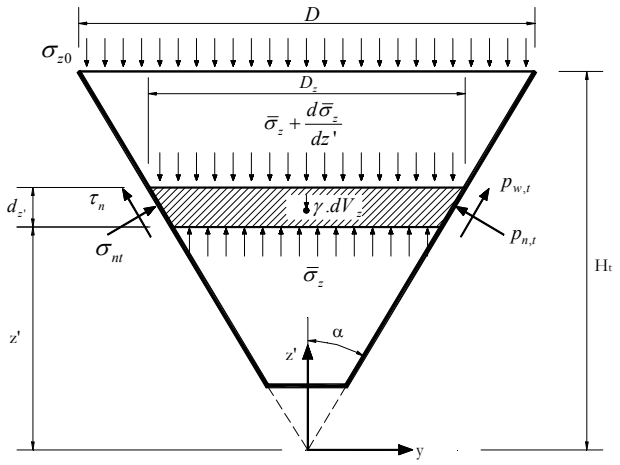


Figura 4.7 – Equilíbrio estático de uma fatia elementar de uma tremonha.

Do equilíbrio de uma fatia elementar (Figura 4.7) vem:

$$d(A.\bar{\sigma}_z) + \gamma.A.dz' - U.\sigma_{nt}.(\tan(\alpha) + \tan(\phi_{w,t})).dz' = 0 \tag{109}$$

onde:

U = perímetro da fatia elementar .

Dividindo a eq. (109) por dz' e A, obtém-se:

$$\frac{d\bar{\sigma}_z}{dz'} + \left(\frac{1.dA}{A.dz'} - \frac{U.(\tan(\alpha) + \tan(\phi_{w,t}))}{A}.K_t \right).\bar{\sigma}_z + \gamma = 0 \tag{110}$$

$$K_t = \frac{\sigma_{nt}}{\bar{\sigma}_z} \tag{111}$$

onde K_t é a relação entre a tensão na parede e a tensão média vertical ao longo de uma seção horizontal de área A na tremonha. Para os casos de tremonha com eixo simétrico e plana, a solução pode ser encontrada com as relações obtidas geometricamente:

$$\frac{1.dA}{A.dz'} = \frac{1+m_t}{z'} \tag{112}$$

$$\frac{U}{A} = \frac{1+m_t}{z'.\tan(\alpha)} \tag{113}$$

Substituindo a eq. (111) e eq. (113) na eq. (110) , tem-se:

$$\frac{d\bar{\sigma}_z}{dz'} - C.\frac{\bar{\sigma}_z}{z'} = -\gamma \tag{114}$$

onde,

$$C = (1+m_t).\left[\frac{K_t.\tan(\phi_{w,t})}{\tan(\alpha)} + K_t - 1 \right] \tag{115}$$

Resolvendo a eq. (114) e utilizando as condições de contorno de tensão inicial no topo da tremonha $\bar{\sigma}_z(z' = H_t) = \bar{\sigma}_{z,c}(z = H)$, a tensão vertical média é obtida pela eq. (116).

$$\bar{\sigma}_{z'} = \frac{\gamma.z'}{C-1}.\left[1 - \left(\frac{z'}{H_t} \right)^{C-1} \right] + \bar{\sigma}_{z,c}(z = H).\left(\frac{z'}{H_t} \right)^{C} \tag{116}$$

Esta equação é a base para as teorias propostas por Walker (1966), Walters (1973b) e Jenike et al. (1973). Observa-se que, para o campo de tensões ativo K_t resultará um valor menor que 1 e, neste caso, pode-se adotar para $C = 1$. Desta forma, a eq. (116) resulta em:

$$\bar{\sigma}_{z'} = \bar{\sigma}_{z,c}(z = H).\left(\frac{z'}{H_t} \right) - \gamma.z'.\ln\left(\frac{z'}{H_t} \right) \tag{117}$$

Se $C = 0$, a tensão vertical aumenta hidrostaticamente. Neste caso, segundo Benink (1989), o valor de K_t é obtido pela eq. (115).

$$K_t = \frac{\tan(\alpha)}{\tan(\alpha).\tan(\phi_{w,t})} \tag{118}$$

As pressões nas paredes podem ser encontradas substituindo a eq. (116) ou (117) dentro da eq. (111).

A teoria de Walker (1966), analogamente à teoria para as pressões no corpo do cilindro, utiliza o fator D_{wt} que relaciona a tensão vertical na parede do silo e a tensão média vertical ao longo da seção transversal.

$$\tau_w = B_{wt}.\sigma_{zw} \tag{119}$$

$$\sigma_{zw} = D_{wt}.\bar{\sigma}_z \tag{120}$$

Walker (1966) utiliza para C a eq. (121).

$$C = (1 + m_t).\left(\frac{B_{wt}.D_{wt}}{\tan(\alpha)}\right) \tag{121}$$

$$B_{wt} = \frac{sen(\phi_e).sen(2.\alpha + 2.\beta_{a,p})}{1 - sen(\phi_e).\cos(2.\alpha + 2.\beta_{a,p})} \tag{122}$$

Algumas características importantes destas expressões podem ser mostradas, segundo Horne e Nedderman (1978):

- Para $C > 0$, a tensão no orifício de saída é zero;
- Para $0 < C \leq 1$, o gradiente de tensões torna-se infinito;
- Para $C < 0$, as tensões no orifício tornam-se infinitas com gradiente infinito, o que fisicamente é impossível.

Walters (1973b) considerou a fatia elementar mais representativa com o acréscimo infinitesimal da área, na região do perímetro, como mostrado na Figura 4.8. A expressão de D_{wt} é baseada na hipótese que a tensão horizontal é constante e a tensão de cisalhamento é uma função linear ao longo de y.

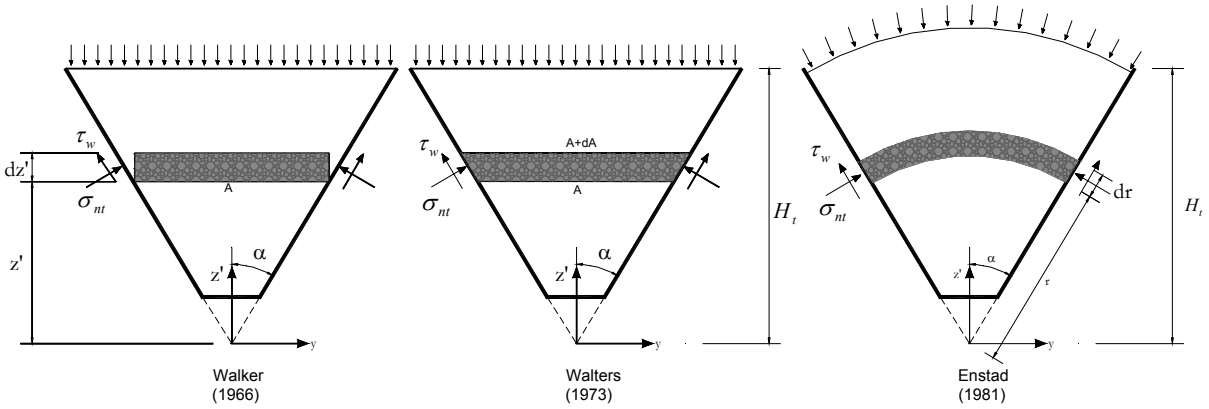


Figura 4.8 – Equilíbrio estático de uma fatia elementar de uma tremonha. : Adaptado de Horne e Nedderman (1978).

Com isso obteve-se a seguinte expressão para o C:

$$C = (1+m_t).\left(\frac{B_{wt}.D_{wt}}{\tan(\alpha)} + D_{wt} - 1\right) \tag{123}$$

A eq. (116) pode ser reformulada e expressa por:

$$\sigma_y(z') = \frac{\gamma.Y.z'}{X-1}.\left[1-\left(\frac{z'}{H_t}\right)^{X-1}\right] + \sigma_{tr}.\left(\frac{z'}{H_t}\right)^{X-1} \tag{124}$$

e dessa forma pode-se obter os valores de X e Y pelas diferentes teorias que são apresentadas a seguir, onde os valores de D_{wt} e B_{wt} são calculados pelas equações (129) e (130):

$$\beta_{a,p} = \frac{1}{2}.\left(\frac{\pi}{2} + \phi_{w,t} + sign.\arccos\left(\frac{sen(\phi_{w,t})}{sen(\phi_e)}\right)\right) \tag{125}$$

$$\eta = \arctan\left[\frac{sen(\phi_e).sen(2.(\alpha+\beta_{a,p}))}{1+sen(\phi_e).\cos(2.(\alpha+\beta_{a,p}))}\right] \tag{126}$$

$$\chi = \left(\frac{\tan(\eta)}{\tan(\phi_e)}\right)^2 \tag{127}$$

$$\xi = \left[\frac{2.\left[1-(1-\chi)^{1,5}\right]}{3.\chi}\right]^{m_t}.\left[0,5.\left(\sqrt{1-\chi} + \frac{arcsen(\sqrt{\chi})}{\sqrt{\chi}}\right)\right]^{1-m_t} \tag{128}$$

$$D_{wt} = \frac{\cos(\eta).(1+sen^2(\phi_e)) + sign.2.\sqrt{sen^2(\phi_e) - sen^2(\eta)}}{\cos(\eta).\left[1+sen^2(\phi_e)\right] - sign.2.\xi.sen(\phi_e)} \tag{129}$$

$$B_{wc} = \frac{\text{sen}(\phi_e).sen(2(\alpha+\beta_{a,p}))}{1-\text{sen}(\phi_e).\cos(2(\alpha+\beta_{a,p}))} \tag{130}$$

Os valores das variáveis X_w e Y_w são obtidos pelas equações (131) e (132) e representam os valores encontrados pela teoria de Walters (1973).

$$X_w = (1+m_t).\left(\frac{B_{wt}.D_{wt}}{\tan(\alpha)} + D_{wt} - 1\right) \tag{131}$$

$$Y_w = \frac{D_{wt}}{1 - sen(\phi_e).\cos(2.(\alpha+\beta_{a,p}))} \tag{132}$$

$$\sigma_{tr} = \frac{B_{wt}.D_{wt}}{B_{wc}.D_{wc}}.\frac{\sigma_{yc}(z=H)}{1+sen(\phi_e).\cos(2.\beta_{a,p})} \tag{133}$$

A tensão $\sigma_{yc}(z=H)$ é calculada para o caso ativo dado pela formulação de Walters(1973a).

A tensão normal (pressão normal) na parede da tremonha é determinada pela decomposição de tensões e é expressa pela eq. (135).

$$\sigma_y(z') = p_h(z') = \frac{\gamma.Y_w.z'}{X_w - 1}.\left[1 - \left(\frac{z'}{H_t}\right)^{X_w - 1}\right] + \sigma_{tr}.\left(\frac{z'}{H_t}\right)^{X_w - 1} \tag{134}$$

$$p_{n,t}(z') = \sigma_{nt}(z') = (1+sen(\phi_e).\cos(2.\beta_{a,p})).\sigma_y(z') \tag{135}$$

O coeficiente D_{wt} depende do estado de tensões (ativo ou passivo). O coeficiente C muda de sinal se $\alpha + \beta_{a,p} > 90^\circ$, o que pode ocorrer no campo ativo de tensões. Um valor negativo para C, como já explanado, resulta em um aumento infinito de tensões verticais próximo ao orifício, o qual é fisicamente impossível. Seguindo a recomendação de Benink (1989) é proposto que a tensão vertical aumente hidrostaticamente se $\alpha + \beta_{a,p} > 90^\circ$. Isto pode ser derivado da expressão de Walker (1966) para pressões nas paredes e, neste caso, pode ser obtido substituindo $C = 0$ na eq. (116) e na eq. (111) usando K_t obtida pela eq. (118), obtendo-se:

$$p_{n,t}(z') = \sigma_{nt}(z') = \frac{\tan(\alpha)}{\tan(\alpha) + \tan(\phi_{w,t})}.\left[\gamma.(H_t - z') + \tilde{\sigma}_{zc}(z=H)\right] \tag{136}$$

Segundo Benink (1989), a eq. (136) deve ser sempre aplicada quando $\alpha \geq 30^\circ$, lembrando também que a tensão $\sigma_{z,c}(z=H) \rightarrow$ caso ativo no corpo do silo dado pela formulação de Walters (1973a).

4.4.2 Teoria do campo radial de tensões de Jenike (1961) para tremonha

Jenike (1961), aplica para a análise das pressões na tremonha, o campo radial de tensões na região do orifício de saída como uma alternativa de simplificação da solução do problema. Esta é uma das mais famosas teorias do comportamento das tensões dentro da tremonha. O critério de fluxo e não-fluxo para a tremonha é baseado no campo radial de tensões, como já apresentado no **capítulo 3**.

Basicamente Jenike (1961), utilizando a simetria em torno do eixo z' (Figura 4.9), equaciona o equilíbrio de forças em coordenadas polares (para o caso plano) e esféricas (para o caso axissimétrico).

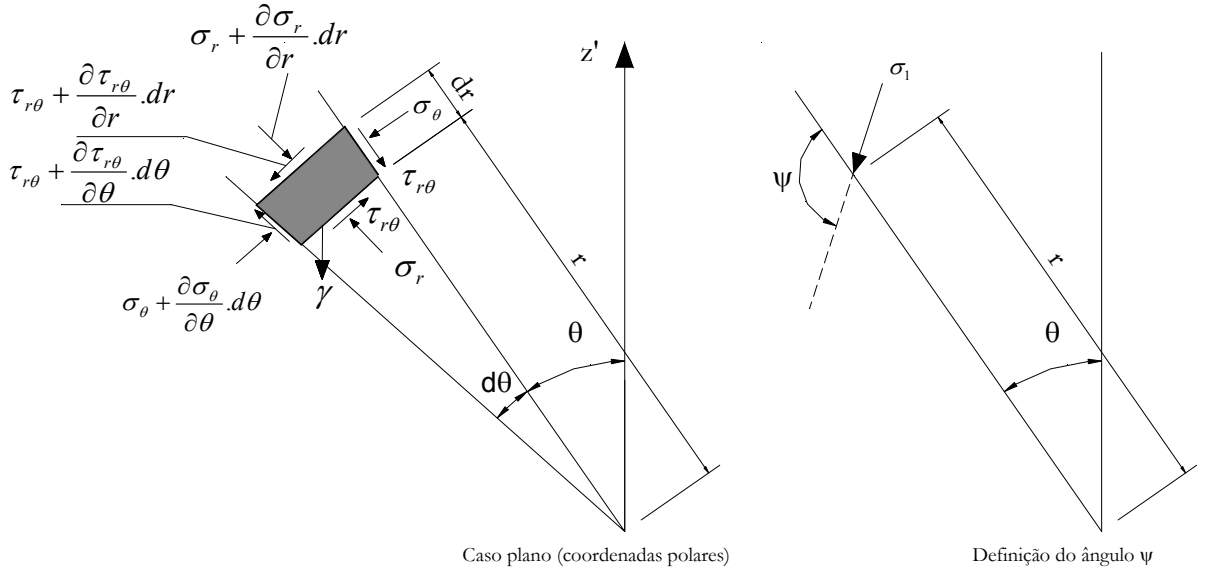


Figura 4.9 – Equilíbrio estático de uma fatia elementar de uma tremonha e definição do ângulo ψ. Fonte: Adaptado Jenike (1968).

Do equilíbrio da direção r e θ, obtem-se a eq. (137) e (138).

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r}.\frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{1}{r}.[\sigma_r - \sigma_\theta + m_t.(\sigma_r - \sigma_\varphi) + m_t.\tau_{r\theta}.\cot an(\theta)] + \gamma.\cos(\theta) = 0 \quad (137)$$

$$\frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r}.\frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{r}.[m_t.(\sigma_\theta - \sigma_\varphi).\cot an(\theta) + (2 + m_t).\tau_{r\theta}] - \gamma.\mathrm{s}\,en(\theta) = 0 \quad (138)$$

Para a solução do problema Jenike (1961) utilizou as seguintes hipóteses:

- O campo de tensões plástico é assumido com a superfície de plastificação expressa pelo critério de resistência de Mohr-Coulomb.
- O sólido é considerado incompressível e nenhuma relação de tensão-deformação é introduzida.
- As tensões aumentam linearmente com a distância medida do orifício.

$$\sigma_r = \gamma.r.s(1 + sen(\phi_e).\cos(2\psi)) \quad (139)$$

$$\sigma_\theta = \gamma.r.s(1 - sen(\phi_e).\cos(2\psi)) \quad (140)$$

$$\tau_{r\theta} = \gamma.r.s.sen(\phi_e).sen(2\psi) \quad (141)$$

- Para tremonhas axissimétricas a hipótese de Haar-Von Karman é utilizada para as tensões circunferenciais.

$$\sigma_\xi = \gamma.r.s.(1 + sen(\phi_e)) \quad (142)$$

- As tensões na tremonha aumentam linearmente com a distância medida do orifício de saída, expressa pela eq. (143).

$$\sigma = r.\gamma.s(\theta) \tag{143}$$

- O peso específico do produto é considerado constante.
- As forças inerciais são negligenciadas.

Substituindo as eqs. (139), (140), (141) e (142) nas equações de equilíbrio, obtém-se duas equações diferenciais ordinárias que podem ser resolvidas por integração numérica, as quais foram resolvidas neste trabalho pelo método de Runge-Kutta.

$$\frac{d\psi}{d\theta} = -1 - \frac{m_t.s.sen(\phi_e).[1+sen(\phi_e)].[\text{cotan}(\theta).\text{s}en(2.\psi)+\cos(2.\psi)-1]}{2.s.sen(\phi_e).[\cos(2.\psi)-sen(\phi_e)]} + .. \\ .. + \frac{\cos(\theta)-sen(\phi_e).\cos(\theta+2.\psi)+s.\cos^2(\phi_e)}{2.s.sen(\phi_e).[\cos(2.\psi)-sen(\phi_e)]} \tag{144}$$

$$\frac{ds}{d\theta} = \frac{s.sen(2.\psi)+sen(\theta+2.\psi)+m_t.s.sen(\phi_e).\{\text{cotan}(\theta).[1+\cos(2.\psi)]-sen(2.\psi)\}}{\cos(2.\psi)-sen(\phi_e)} \tag{145}$$

As duas condições de contorno são baseadas na direção da maior tensão principal.

$$\psi(\theta=0) = \frac{\pi}{2} \text{ e } \psi(\theta=\alpha) = \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2}\left[\phi_{w,t} + arcsen\left(\frac{sen(\phi_{w,t})}{sen(\phi_e)}\right)\right] \tag{146}$$

O método numérico para a determinação $\psi(\theta)$ e $s(\theta)$ necessita que valores iniciais sejam utilizados para $\psi(\theta=0)$ e $s(\theta=0)$, embora somente $\psi(\theta=0)$ seja conhecido. Dessa forma é necessário um procedimento iterativo para que a condição de contorno seja verificada $\psi(\theta=\alpha)=\pi/2-\beta_p$.

Jenike (1977 apud BENINK, 1989, p.48) derivou K_t para o estado de tensões passivo. Substituindo a eq. (115) e (116) em (111), obtém-se a pressão próximo do orifício ($z' << H_t$) onde a teoria radial de tensões é válida.

$$p_{nt}(z') = \sigma_n(z') = \gamma.z'.\frac{K_t}{C-1} = \gamma.r.\frac{\cos(\alpha).K_t}{(1+m_t).K_t.\left(1+\frac{\tan(\phi_{w,t})}{\tan(\alpha)}\right)-(2+m_t)} \tag{147}$$

Aplicando a função radial de tensões, eq. (143), e sabendo que $\beta_p = \frac{\pi}{2} - \psi_w$ na interface da parede, é obtida a função radial de tensões adimensional dada pela eq. (148).

$$\frac{\sigma_n}{\gamma.r} = s.(1+sen(\phi_e).\cos(2.\beta_p)) \tag{148}$$

Substituindo a eq. (148) na eq. (147), obtém-se:

$$K_t = \left[\frac{1+m_t}{2+m_t} . \left(1 + \frac{\tan(\phi_{w,t})}{\tan(\alpha)} \right) - \frac{\cos(\alpha)}{(2+m_t).(1+sen(\phi_e).\cos(2.\beta_p)).s} \right]^{-1} \quad (149)$$

Rearranjando as equações segundo Benink (1989) para a obtenção da pressão normal na parede pela eq. (124), para comparação das teorias, obtém-se:

$$C = (1+m_t).\left[\frac{K_t.\tan(\phi_{w,t})}{\tan(\alpha)} + K_t - 1 \right] \quad (150)$$

Lembrando que a tensão média vertical na tremonha é expressa pela eq. (151) e a relação entre a pressão vertical e normal na parede é dada pela eq. (152), pode-se obter a pressão normal na parede com a eq. (153).

$$\tilde{\sigma}_z(z') = \frac{\gamma.z'}{C-1}.\left[1 - \left(\frac{z'}{H_t} \right)^{C-1} \right] + \tilde{\sigma}_{zc}(z=H).\left(\frac{z'}{H_t} \right)^{C} \quad (151)$$

$$K_t = \frac{\sigma_{nt}}{\tilde{\sigma}_z} \quad (152)$$

$$p_{n,t}(z') = \sigma_{nt}(z') = K_t.\left[\frac{\gamma.z'}{C-1}.\left[1 - \left(\frac{z'}{H_t} \right)^{C-1} \right] + \tilde{\sigma}_{zc}(z=H).\left(\frac{z'}{H_t} \right)^{C} \right] \quad (153)$$

onde s = função radial de tensões .

Jenike (1977 apud BENINK, 1989, p.48) recomenda que K_t varie de um valor máximo de fluxo $K_{t,\max}$, na transição para um valor estático na parte mais baixa da tremonha, e que a escolha seja feita para cada altura de forma a maximizar o valor de $p_{n,t}$. O valor de $K_{t,\max}$ é apresentado na forma de gráficos por Jenike (1977) em função de ϕ_e, α e $\phi_{w,t}$.

Para a condição estática, as recomendações de Jenike (1977) são as mesmas de Walker (1966).

Considerações de Jenike et al. (1973) para fluxo de funil

Para fluxo de funil, Jenike (1973) faz um equilíbrio de um elemento conforme mostrado na Figura 4.10.

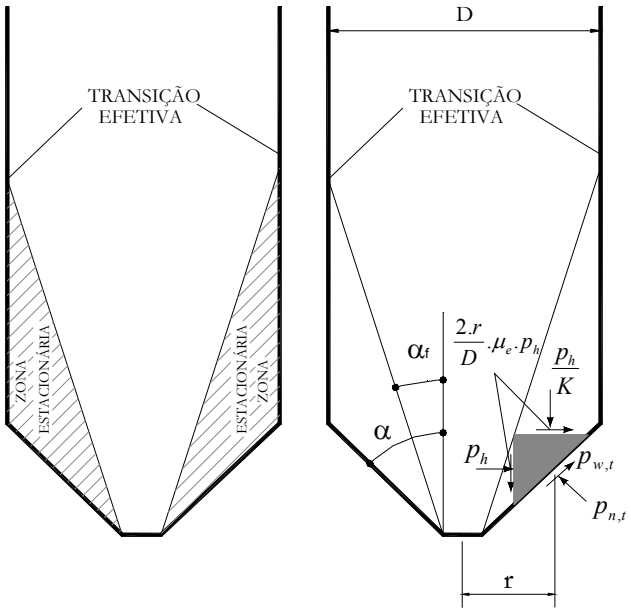


Figura 4.10 – Equilíbrio na parede da tremonha. Fonte: Adaptado Jenike (1973).

Jenike et al. (1973) assumiu que o campo de pressões determinado para o corpo do silo se estende para dentro da tremonha.

$$p_{n,t} = p_{h,c}(z=H).\left[\left(\frac{\text{sen}^2(\alpha)}{K}+\cos^2(\alpha)\right)+\left(\frac{2r}{D}.\mu_w.\left(1+\frac{1}{K}\right).\text{sen}(\alpha).\cos(\alpha)\right)\right] \quad (154)$$

$$p_{w,t} = p_{h,c}(z=H).\left[\left(\frac{1}{K}-1\right)\text{sen}(\alpha).\cos(\alpha)+\frac{2r}{D}\mu_w.\left(\cos^2(\alpha)-\frac{\text{sen}^2(\alpha)}{K}\right)\right] \quad (155)$$

onde:

$p_{h,c}(z=H)$ é a pressão horizontal de Janssen na transição;

$K=0,4$ é sugerido para a equação.

O fator $2.r/D$ é introduzido para permitir que a tensão de cisalhamento decresça linearmente até zero no orifício ou eixo de simetria.

Para silo com fundo plano, as equações (156) e (157) reduzem-se a:

$$p_{n,t} = \frac{p_{h,c}}{K} \quad (156)$$

$$p_{w,t} = \frac{-2.r.\mu_w.p_{h,c}}{D.K} \quad (157)$$

4.4.3 Teoria do arco de Enstad (1981) e Benink (1989)

A teoria radial de tensões, apresentada anteriormente, é precisa próximo do orifício de saída. Esta teoria pode ser utilizada para o cálculo das tensões na tremonha, contudo a principal desvantagem do campo radial de tensões é que a função radial de tensões não pode ser deduzida analiticamente, pois depende da geometria da tremonha, do efetivo ângulo de atrito interno e do ângulo de atrito com a parede e, com isso, é difícil sua aplicação em códigos normativos.

Uma aproximação da teoria de Jenike (1961) foi a realizada por Enstad (1981) e Benink (1989). Esta teoria foi primeiramente formulada por Enstad (1975) e impõe que a tensão principal na tremonha é constante em um arco circular, conforme mostrado na Figura 4.8. Benink (1989), com o objetivo de modificar a teoria do arco para que ela fornecesse resultados mais próximos da teoria de Jenike (1961), propôs que o equilíbrio fosse realizado em uma fatia de arcos circulares não-concêntricos, como mostrado na Figura 4.11 Cada arco representa a linha de atuação da maior tensão principal. As seguintes hipóteses foram formuladas por Benink (1989):

- A relação entre a maior tensão principal e a menor tensão principal é constante.
- O fluxo é somente possível quando o produto está em estado plástico.
- O peso específico é considerado constante.
- As forças inerciais são desconsideradas.
- O atrito com a parede é completamente mobilizado.
- As curvas de tensões principais são contínuas e podem ser descritas como uma função polinomial de ordem n (Figura 4.11).

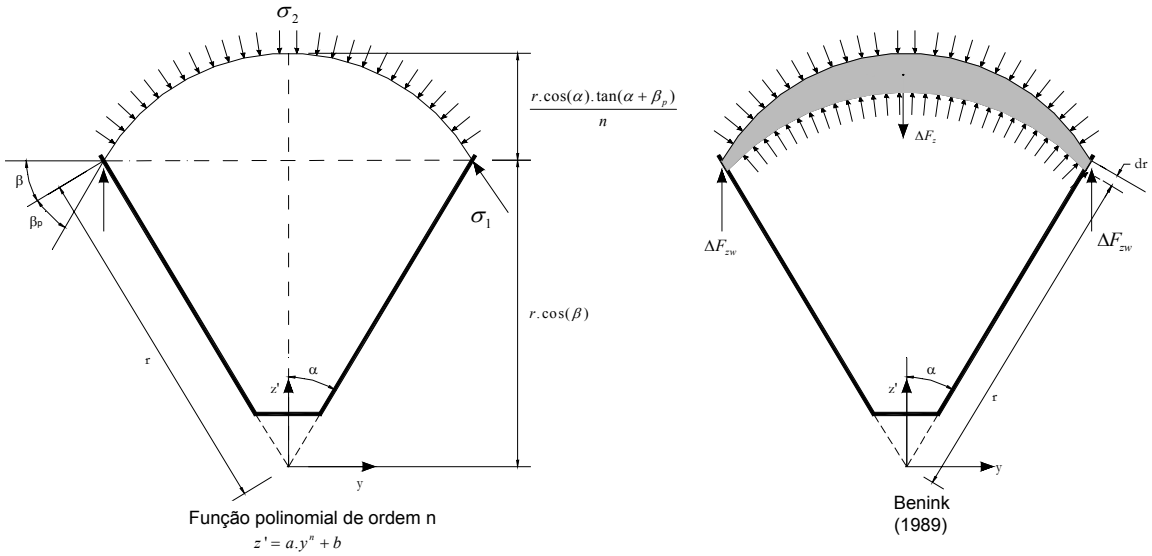


Figura 4.11 – Idealização da teoria do arco. Fonte: Benink (1989).

Benink (1989) utilizou a teoria do arco para ajustar a teoria do campo de tensões radiais de Jenike (1961), por considerar estas precisas quando comparadas com o Método dos Elementos

Finitos e o Método das Características.

A teoria é deduzida por meio do equilíbrio infinitesimal, eq. (158), de um arco no estado ativo, porém na iminência do fluxo. A partir do equilíbrio das forças mostradas na Figura 4.11, obtém-se:

$$\Delta W + \Delta F_z = \Delta F_{zw} \tag{158}$$

A seguir são apresentadas as formulações resultantes para as pressões na tremonha para o descarregamento, segundo Enstad (1981) e Benink (1989). As deduções das teorias serão omitidas com objetivo de apresentar sucintamente o equacionamento final. Drescher (1991) apresenta a formulação para esta teoria com um arco côncavo, ou seja, com curvatura negativa.

A formulação sugerida para pressão de descarregamento, Enstad (1981), foi:

$$Y_e = \frac{sen(\beta_p).sen(\alpha+\beta_p)^{1+m_t} + \left[2.(1-\cos(\alpha+\beta_p))\right]^{m_t}.(\alpha+\beta_p)^{1-m_t}.sen(\alpha)}{\cos(\alpha).(1-sen(\phi_e)).sen^{2+m_t}(\alpha+\beta_p)} \tag{159}$$

$$X_e = \frac{(1+m_t).sen(\phi_e)}{1-sen(\phi_e)}.\left[1+\frac{sen(\alpha+2.\beta_p)}{sen(\alpha)}\right] \tag{160}$$

$$\sigma_{tr} = \frac{1}{1-sen(\phi_e)}.\left[\frac{\sigma_{yc}(z=H)}{K} - \frac{\gamma.D}{2.(1+m_t)}.\left(\frac{[2.(1-\cos(\alpha+\beta_p)]^{m_t}.(\alpha+\beta_p)^{1-m_t}}{sen^{2+m_t}(\alpha+\beta_p)} - \frac{1}{\tan(\alpha+\beta_p)}\right)\right] \tag{161}$$

$$\sigma_y(z') = p_{h,c}(z') = \frac{\gamma.Y_e.z'}{X_e-1}.\left[1-\left(\frac{z'}{H_t}\right)^{X_e-1}\right] + \sigma_{tr}.\left(\frac{z'}{H_t}\right)^{X_e-1} \tag{162}$$

$$p_{n,t}(z') = \sigma_{nt}(z') = (1+sen(\phi_e).\cos(2.\beta_{a,p}).\sigma_y(z') \tag{163}$$

A formulação sugerida para pressão de descarregamento, Benink (1989), foi:

$$Y_b = \frac{1+\frac{2+m_t}{n+1+m_t}.\tan(\alpha).\tan(\alpha+\beta_p)}{1-sen(\phi_e)} \tag{164}$$

$$X_b = \frac{2.(1+m).sen(\phi_e).\cos(\beta_p).sen(\alpha+\beta_p)}{(1-sen(\phi_e)).sen(\alpha)} \tag{165}$$

$$n = \left(\frac{sen(\phi_e)+sen(\phi_{w,t})}{sen(\phi_e)+sen(\phi_e)}\right)^{2-m_t} \tag{166}$$

$$\sigma_{tr} = \frac{1}{1-sen(\phi_e)}.\left[\frac{\sigma_{yc}(z=H)}{K} - \frac{\gamma.D}{2.(n+1+m_t)}.\tan(\alpha+\beta_p)\right] \tag{167}$$

$$\sigma_y(z') = p_{h,c}(z') = \frac{\gamma.Y_b.z'}{X_b-1}.\left[1-\left(\frac{z'}{H_t}\right)^{X_b-1}\right] + \sigma_{tr}.\left(\frac{z'}{H_t}\right)^{X_b-1} \tag{168}$$

$$p_{n,t}(z') = \sigma_{nt}(z') = (1+sen(\phi_e).\cos(2.\beta_{a,p}).\sigma_y(z') \tag{169}$$

4.5 Recomendações de Carson e Jenkyn (1993) para projeto de silos

Este item foi adicionado ao trabalho para fornecer uma experiência prática em projetos de armazenamento dos pesquisadores Carson e Jenkyn (1993), esperando, com isso, somar conhecimentos teóricos com a prática do projeto de silos.

Carson e Jenkyn (1993) apresentam algumas recomendações para o cálculo das pressões na tremonha e no corpo do silo, seguindo a experiência de vários projetos de sucessos conduzidos pela JENIKE & JOHANSON™ Incorporated. De 1988 a 1993 eles foram chamados para investigar mais de 50 falhas estruturais em silos, apesar de não possuírem dados estatísticos suficientes, estimaram que a cada ano 100 silos (entre industriais, agrícolas e tremonhas) entrem em estado limite último.

Preocupados com o grande número de acidentes ocorridos em silos devido à incorreta determinação das condições de carregamento e descarregamento pelos projetistas, Carson e Jenkyn (1993) descreveram procedimentos a serem seguidos para o projeto de silos.

Segundo os autores, se o ponto de carregamento do silo coincide com a linha central do silo, as pressões desenvolvidas sobre as paredes do silo serão geralmente menores que aquelas induzidas pelo fluxo e, portanto, de menor interesse para o projeto estrutural. Se por alguma razão existe interesse em considerar estas pressões, recomenda-se o equacionamento proposto por Janssen com $K = 0{,}4$. Por outro lado, caso as condições de carregamento não coincidam com o centro do silo, o que geralmente acontece se o silo não possuir alimentador, as pressões terão um campo assimétrico no contorno do silo, causando ovalizações em silos com baixa rigidez transversal e fissuração em silos de concreto não dimensionados para esta condição.

Esta patologia é também ressaltada por Nielsen (1998), afirmando que diferentes mecanismos de carregamento têm mostrado vários tipos de fenômenos e distribuição de pressões assimétricas ao longo da circunferência do silo. Muitos silos de concreto têm apresentado fissuras longitudinais em regiões específicas causadas provavelmente pela distribuição assimétrica de pressões.

Para os casos de condição de carregamento assimétrico, Carson e Jenkyn (1993) recomendam uma metodologia empírica. Por meio de um plano horizontal imaginário em uma altura z_1, onde provavelmente o produto intercepta a parede, deve-se calcular a resultante do volume de carregamento acima desta fatia horizontal de altura z_2, dividindo pela área do plano horizontal imaginário. Esta pressão fornece um efeito adicional acima do plano imaginário. Com isso, deve-se aplicar a equação de Janssen (1895) com $z = z_1 + z_2$.

Para o caso de tremonhas cônicas, não importando o tipo de fluxo que ocorra durante o descarregamento, as pressões iniciais ou de carregamento que atuam normalmente nas paredes da tremonha são representadas pela teoria de Walker (1966). É importante lembrar que na teoria de Walker (1966) para a condição de carregamento, as tensões (pressões) na tremonha aumentam linearmente com a profundidade e podem ser expressas pelas equações (170) e (171).

$$p_{n,t}(z') = \gamma \left[\frac{H_t - z'}{n_i} + \left(\frac{p_v(z=H)}{\gamma} - \frac{H_t}{n_i} \right) \left(1 - \frac{z'}{H_t} \right)^{n_i+1} \right] \tag{170}$$

$$n_i = 2\left(1 + \frac{\tan(\phi_{w,t})}{\tan(\alpha)} \right) - 3 \tag{171}$$

onde:

$p_{v,c}(z=H)$ = dado pela equação de Janssen com K = 0,4 e $z \rightarrow$ na transição.

Para as pressões de descarregamento em tremonhas cônicas com fluxo de massa, Carson e Jenkyn (1993) recomendam usar o equacionamento sugerido por Jenike (1977 apud CARSON; JENKYN, 1993 p. 7) que adota o campo radial de tensões na tremonha. As pressões normais na tremonha podem ser calculadas pelas eqs. (172) , (173) e (174).

$$p_{n,t}(z') = \gamma . K_f \left[\frac{H_t - z'}{n_f} + \left(\frac{p_v(z=H)}{\gamma} - \frac{H_t}{n_f} \right) \left(1 - \frac{z'}{H_t} \right)^{n_f+1} \right] \tag{172}$$

$$K_f = \frac{1}{\left[1{,}5\left(1 + \frac{\tan(\phi_{w,t})}{\tan(\alpha)} \right) - \frac{1}{6\left(\sigma'/\gamma.b \right)\tan(\alpha)} \right]} \tag{173}$$

$$n_f = 2K_f\left(1 + \frac{\tan(\phi_{w,t})}{\tan(\alpha)} \right) - 3 \tag{174}$$

onde:

$p_{v,c}(z=H)$ pressão vertical na transição, dada pela equação de Janssen com $0{,}25 \le K < 0{,}6$ e $z = transição$;

$\sigma'/\gamma.b = s$ função radial do campo de tensões de Jenike (1964).

Caso seja necessário um valor conservador para K, recomenda-se $K = 0{,}25$ para a obtenção de uma pressão vertical mais elevada e, consequentemente, um maior pico de tensões na transição.

Devido à rápida mudança do estado de tensões que ocorre na transição do corpo do silo com a tremonha, é esperado um aumento de pressão sobre a parede do corpo do silo. Para levar em conta esta possibilidade, recomenda-se que o pico de pressão seja estendido ao longo da parede vertical, como mostrado na Figura 4.12. Carson e Jenkyn (1993) propõem o seguinte procedimento: primeiramente, desenhar um arco circular centrado no vértice teórico da tremonha cônica, passando pela linha da base do cone (tremonha). A altura do ponto mais alto do arco é aproximadamente a máxima altura que o pico de pressão alcançaria. A distribuição de pressão abaixo desta altura pode ser considerada linear (PALMA, 2005).

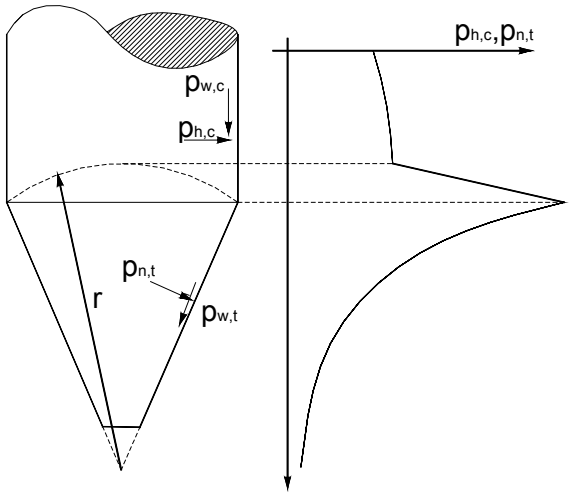


Figura 4.12 – Pico de pressão em tremonhas com fluxo de massa. Fonte: Carson e Jenkyn (1993).

Para silos com fluxo de funil, é adequado considerar que as pressões de projeto atuando normalmente nas paredes da tremonha são as mesmas que ocorrem durante a condição estática.

Para o corpo do silo com fluxo de funil, há duas situações a considerar:

- Se o canal de fluxo não intercepta a parede do silo, é seguro assumir que as pressões atuando contra as paredes serão as mesmas do carregamento. (Janssen (1895) com $K = 0,4$).
- Se o canal de fluxo intercepta a parede do corpo do silo na mesma altura em toda a circunferência, então o canal de fluxo é centrado e pode-se assumir o campo de tensão de Janssen acima da efetiva transição.

Segundo Palma (2005), na efetiva transição, onde o canal de fluxo encontra a parede, existe um rápido aumento da pressão na parede devido à convergência pela qual o produto está passando. Dentro do próprio canal de fluxo, é razoável assumir que as pressões variarão como se fosse uma tremonha com fluxo de massa, mas com o ângulo do canal de fluxo e também com o ângulo de atrito com a parede substituído pelo ângulo de atrito interno. Como esta distribuição de pressão é transmitida para as paredes do silo não está muito bem definido pelas teorias

existentes. É seguro, mas provavelmente um pouco conservador, assumir que a pressão que atua nas paredes do corpo do silo é a mesma pressão que atua no canal de fluxo.

4.6 Comparações entre as teorias de pressões

Nesta seção, foram calculados os valores para função radial de tensões pela teoria de Jenike (1961), pela teoria do arco e pela teoria de Walters (1973b) com o objetivo de comparação dos modelos de pressões na tremonha. Para isso foi implementado o método de Runge-Kutta de 4 ordem para a resolução do sistema de equações diferenciais ordinárias (eq. (144) e eq. (145)), com as condições de contorno dadas pela eq. (146). A função radial de tensões obtida pela teoria do arco e pela teoria de Walters(1973b) foi calculada pelas eqs. (175), (176) e (177).

$$s_e = \frac{Y_e}{X_e - 1} \text{ para a formulação de Enstad (1981)} \tag{175}$$

$$s_b = \frac{Y_b}{X_b - 1} \text{ para a formulação de Benink (1989)} \tag{176}$$

$$s_w = \frac{Y_w}{X_w - 1} \text{ para a formulação de Walters (1973b)} \tag{177}$$

A Figura 4.13 mostra os resultados obtidos pelo programa P-Silos implementado em C++ Builder 5, neste trabalho (**Apêndice G**), para as inclinações de tremonha cônica com eixo simétrico ($m_t = 1$) variando de $(\alpha = 4,2^\circ - 42^\circ)$ e $(\phi_{w,t} = 10^\circ \text{ e } \phi_e = 30^\circ)$, utilizando a teoria do campo de tensões radiais. A teoria de Jenike (1961) não obtém solução numérica para o campo radial de tensões para uma inclinação limite e é dessa forma que o limite entre o fluxo de massa e o fluxo de funil é encontrado. Porém, para o cálculo das pressões na tremonha, esse limite impõe uma restrição na resolução do sistema de equações diferenciais. Sendo assim, as comparações foram efetuadas até o limite entre os fluxos de massa e funil.

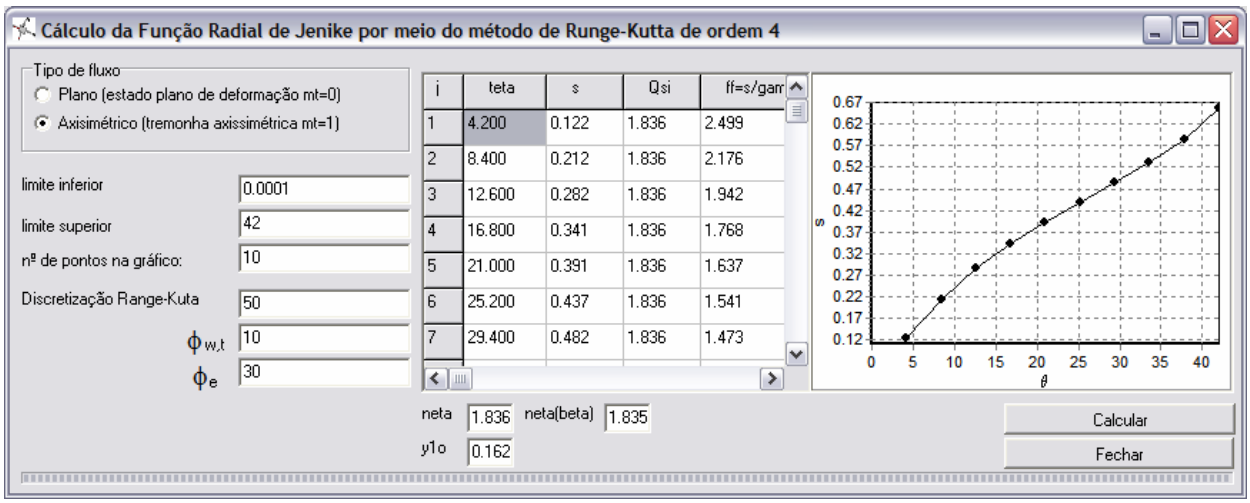


Figura 4.13 – Programa para o cálculo da função radial de tensões segundo Jenike (1961).

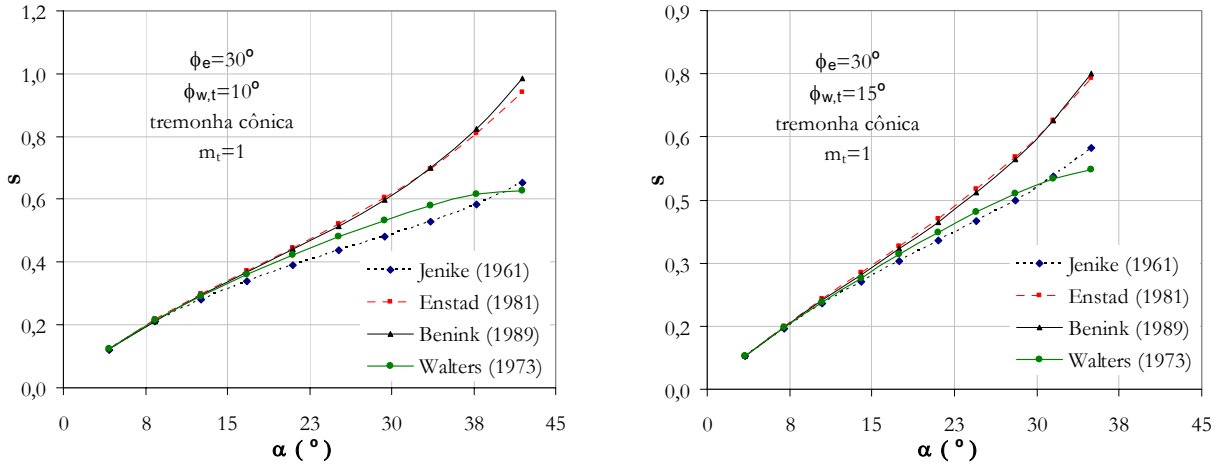


Figura 4.14 – Função radial de tensões: (a) $\phi_e = 30^\circ$ e $\phi_{w,t} = 10^\circ$ (b) $\phi_e = 30^\circ$ e $\phi_{w,t} = 15^\circ$.

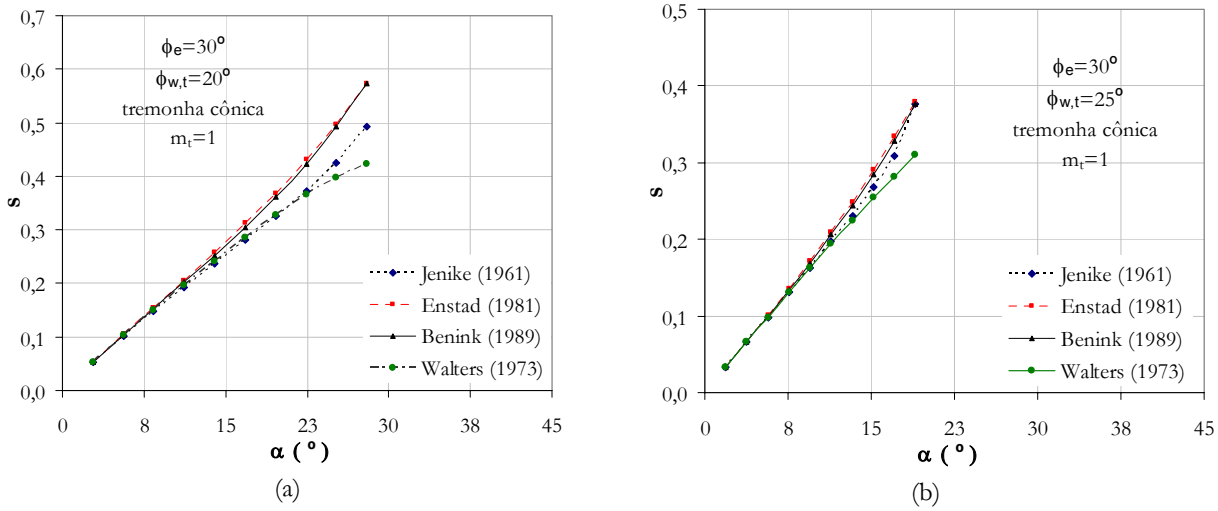


Figura 4.15 – Função radial de tensões: (a) $\phi_e = 30^\circ$ e $\phi_{w,t} = 20^\circ$ (b) $\phi_e = 30^\circ$ e $\phi_{w,t} = 25^\circ$.

Da análise dos resultados ilustrados na Figura 4.14 e Figura 4.15 nota-se que a função radial obtida pela teoria do arco é precisa em relação à teoria de Jenike (1961), para pequenas inclinações de tremonha e a diferença entre os valores convergem assintoticamente com o crescimento do valor do ângulo de atrito com a parede da tremonha. Já a Teoria de Walters (1973b) apresenta uma melhor aderência aos dados que a teoria do arco (ENSTAD, 1981; BENINK, 1989) para todos os valores de ângulo de atrito com a parede.

Para uma análise mais detalhada das diferenças encontradas com as várias teorias propostas pelos pesquisadores referenciados, foi utilizada uma análise comparativa entre as diversas formulações para o silo-piloto, para as condições estáticas no corpo do silo e pressões dinâmicas na tremonha. As comparações entre os modelos de pressões foram realizadas a partir dos seguintes valores de referência:

$H = 5,5m$; D=0,706m; $\alpha = 15^{\circ}$ (tremonha cônica);

$\phi_{w,c} = 13^{\circ}$; $\phi_{w,t} = 13^{\circ}$; $\phi_e = 30^{\circ}$; $\gamma = 7,9kNm^2$

Para o cálculo das pressões de carregamento foram utilizados os valores de K correspondentes às teorias dadas abaixo, com exceção das pressões obtidas pela teoria de Walters (1973a), pois esta não usa este parâmetro, utilizando somente o fator $D_{wt} \cdot B_{wt}$.

$p_{h,c} \rightarrow$ Foi utilizada a teoria de Janssen(1895) com K:

Janssen(1895) $\rightarrow K =$ Koenen, Jenike(1961) $\rightarrow K = 0,4$ e Benink(1989) $\rightarrow K = 0,3$

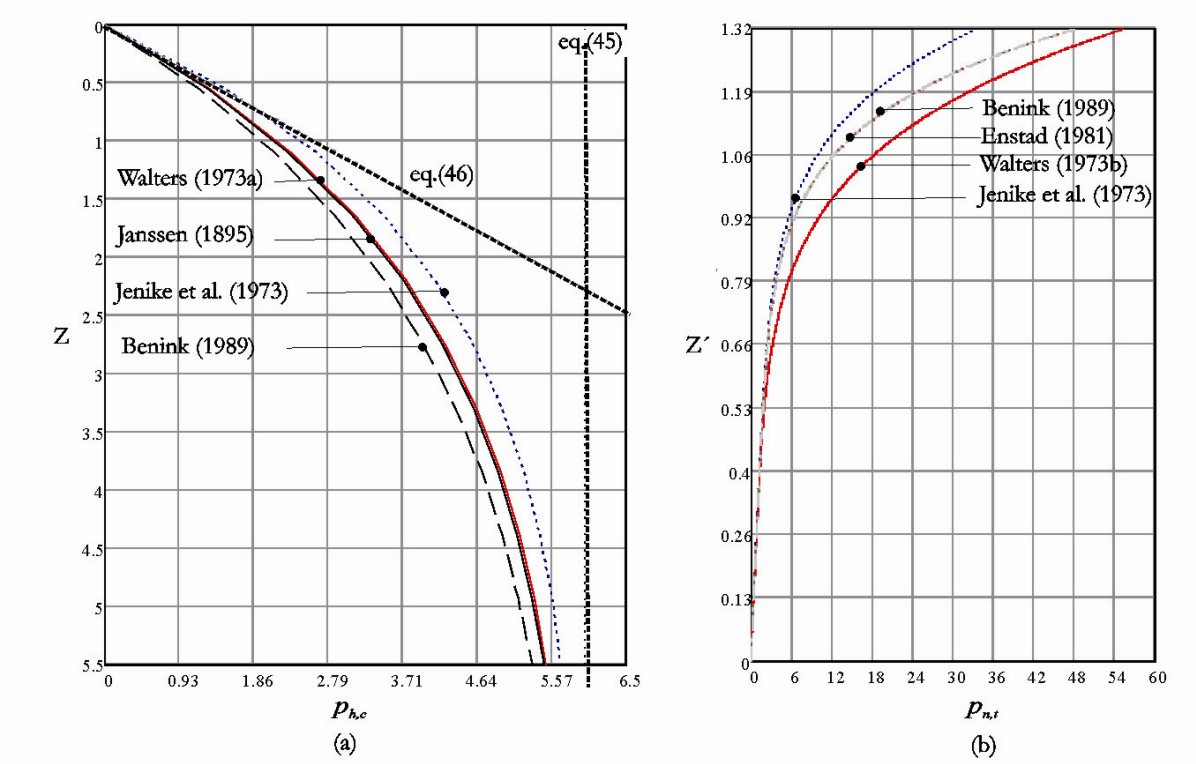


Figura 4.16 – Pressões no corpo do silo e na tremonha (a) carregamento: estado estático (b) descarregamento na tremonha: estado dinâmico.

A partir da análise da Figura 4.16a e da Figura 4.16b, pode-se observar:

- Os valores encontrados para as pressões estáticas no corpo do silo foram muito próximos e os valores de pressão crescem assintoticamente para o valor da eq. (45).
- As pressões obtidas pela Teoria de Walters (1973a) e a Teoria de Janssen (1895) são praticamente iguais para o caso de ângulo de atrito com a parede pequeno. Isto era esperado, pois a formulação de Walters (1973a) se diferencia da formulação de Janssen (1895) para paredes de silo rugosas.
- As teorias de Benink (1989) e Enstad (1981) apresentaram os mesmos resultados para a pressão normal na tremonha, e isso era esperado pelo fato de apresentarem

praticamente o mesmo resultado para função radial de tensões.

- As diferenças encontradas entre as teorias são minimizadas quando os valores das pressões verticais na transição são admitidos com a mesma magnitude em todas as teorias.

A partir das análises efetuadas anteriormente, fica evidente que os modelos de pressões diferem entre si, mas possuem valores próximos de pressões. Para o caso estático na tremonha, todos os autores sugerem a formulação baseada em Walker (1966) e modificada por Walters (1973b).

Dessa forma, é proposto o estudo do modelo de pressão para o caso dinâmico a partir da equação fundamental do equilíbrio expressa pelas constantes C e K_t.

$$p_{n,t}(z') = \sigma_{nt}(z') = K_t.\left[\frac{\gamma.z'}{C-1}.\left[1-\left(\frac{z'}{H_t}\right)^{C-1}\right]+\tilde{\sigma}_{zc}(z=H).\left(\frac{z'}{H_t}\right)^{C}\right] \tag{178}$$

Em relação aos parâmetros C e K_t, as quatro figuras seguintes ilustram a influência de cada um dos parâmetros em relação à pressão normal na parede da tremonha. Os quatro ensaios numéricos foram elaborados a partir dos seguintes valores de referência.

$$H = 5,5\text{m}$$
$$\text{D=0,706m} \quad \gamma = 8kNm^2$$
$$\alpha = 15^\circ \qquad \phi_e = 30^\circ$$
$$\phi_{w,c} = 13^\circ \quad \phi_{w,t} = 13^\circ$$

Nas Figuras 4.17 e 4.18, ilustram-se a influência da variação individual dos parâmetros C e K_t, nas curvas de pressão normal na tremonha.

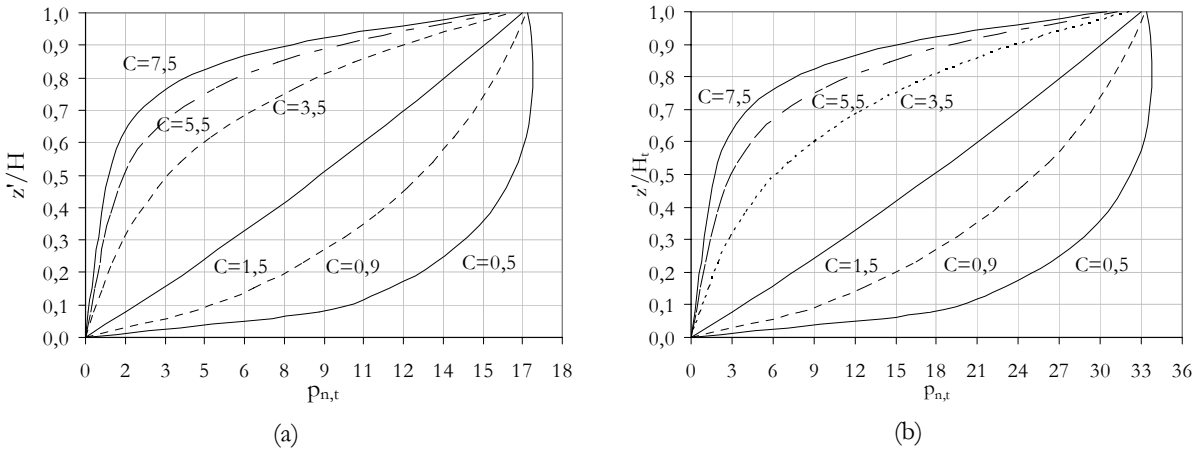


Figura 4.17 – Influência do parâmetro C nas pressões normais da tremonha. (a) $K_t = 1,0$ e (b) $K_t = 2,0$.

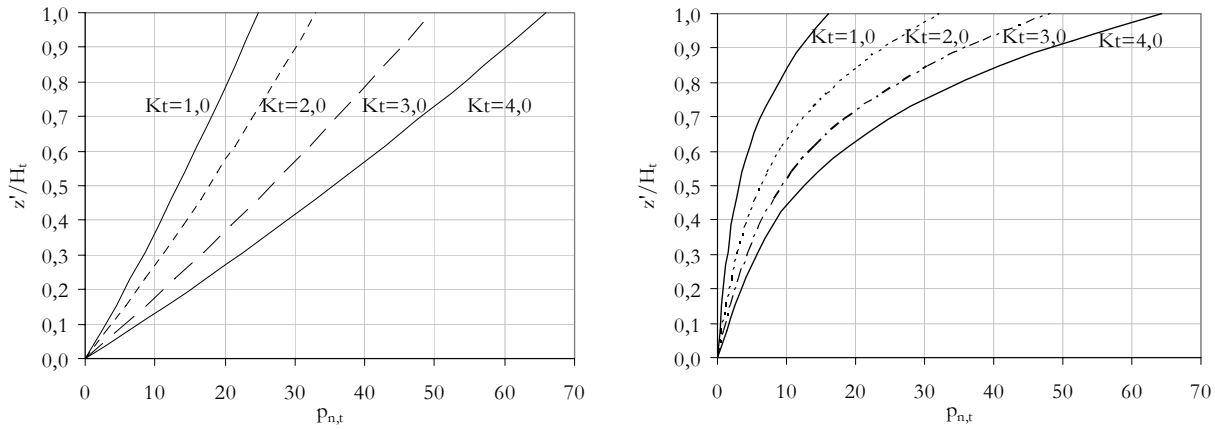


Figura 4.18 – Influência do parâmetro K_t nas pressões normais da tremonha. (a) $C = 1,5$ e (b) $C = 3,5$.

Com base na Figura 4.17 e Figura 4.18, observa-se que o parâmetro C muda a forma da curva de pressões, porém a magnitude da pressão na transição é preservada. Já o parâmetro K_t aumenta o pico de pressão na transição e influencia a forma da curva de pressão, pois, ao mudar a magnitude da pressão na transição, as formas das curvas de pressões são alteradas.

4.7 Implementação dos modelos de pressões

Para esta tese foram implementados os modelos de pressões com o objetivo de comparação paramétrica entre os modelos. Com base no estudo conclui-se que os melhores modelos adequados para calibração dos parâmetros que serão apresentados nos capítulos posteriores são:

- Para pressão de carregamento é escolhido o modelo de Janssen (1895), por apresentar simplicidade e consistência.
- Para pressão de descarregamento, o modelo de Jenike et al. (1973), ou por meio dos coeficientes de sobrepressão.
- Para a tremonha, o modelo genérico (eq. 178) com as constantes C e K_t a serem calibradas com os dados experimentais.

4.8 Considerações sobre o capítulo

Neste contexto é visível que as pressões em silos devem ser estimadas com o auxílio de uma rigorosa análise estatística e levando-se em consideração as flutuações de pressões devido à sua natureza estocástica. Nota-se que o modelo de pressão proposto por Janssen (1985) é adequado para as pressões de carregamento (estática) e de esvazimaneto, desde que o modelo incorpore os coeficientes de sobrepressão. O modelo de Jenike et al. (1973) é uma alternativa para modelo de pressões de descarregamento (dinâmicas), porém os valores obtidos de

sobrepressões com este modelo apresentam-se um pouco elevados quando comparados com os valores obtidos em ensaios em silos reais, com isso esperou-se obter com os ensaios no silo-piloto valores mais realistas destes coeficientes.

5 CAPÍTULO

CALIBRAÇÃO DOS MODELOS ESTOCÁSTICOS DE PRESSÕES

"A obra mais eficaz, segundo a Mecânica Quântica, é a obra de Deus"
Erwin Schorödinger (1887-1961)

Os modelos estocásticos[5] de pressões propostos neste trabalho foram desenvolvidos a partir da calibração dos modelos de pressões com os ensaios realizados em um silo-piloto que é descrito no capítulo Materiais e Métodos. Os modelos de pressões foram calibrados a partir da equação de Janssen (1895) para o estado de carregamento e de Jenike et al. (1973) para o estado de descarregamento. Para esta finalidade foram utilizados os Algoritmos Genéticos, por sua simplicidade de aplicação e robustez para solução de problemas complexos. A partir dos parâmetros calibrados foram estimadas as distribuições de probabilidades dos mesmos para o posterior estudo de confiabilidade.

5.1 Modelos estocásticos

Devido ao caráter aleatório das pressões medidas em um silo, conforme citado por Pham (1983), Ooi et al. (1989), Ushitskii e Yan´kov (1989), Dahlhaus e Eibl (1998) e Ditlevsen e Berntsen (1999), neste capítulo é apresentado um resumo do modelo estocástico que será utilizado para reproduzir as flutuações de pressões ao longo da altura em silos verticais esbeltos.

5.1.1 Considerações iniciais

Um problema freqüente na área científica surge quando é necessário analisar uma variável aleatória que é observada ao longo do tempo ou espaço. Nestes casos a variável aleatória de interesse aparece indexada $\{X_t, t \geq 0\}$ e esta variação ao longo do tempo/espaço caracteriza o processo estocástico. O principal objetivo, ao se analisar um processo estocástico é determinar qual a lei probabilística que rege esse processo e se essa lei é invariante para qualquer translação no tempo, ou seja, se o processo é estacionário (DOOB, 1990).

O estudo das variações nas pressões está intimamente ligado ao estudo de processos estocásticos, segundo Ooi et al. (1989), Ushitskii e Yan´kov (1989). Vibrações aleatórias, conjunto de valores aleatórios, análise de séries temporais ou processos estocásticos são várias

[5] Está relacionado ao acaso e a respeito do que só é possível enunciar probabilidades.

formas de mencionar um mesmo fenômeno de flutuação. Muitas vezes, a noção de processo estocástico serve também para caracterizar fenômenos aleatórios[6].

A palavra estocástico, normalmente sinônimo de conjectura ou de natureza aleatória, provém do grego *"stokhastikós"* que significa habilidoso no objetivo. Posteriormente, a palavra passou a ter o significado de conjectura ou de tentativa de obtenção de um resultado, tendo sido finalmente adaptada para descrever um fenômeno aleatório (AZEVEDO, 1996).

O conceito matemático dos processos estocásticos tem-se revelado adequado para descrever alguns fenômenos físicos. Entre estes, pode citar-se a caracterização de ruído nas transmissões por rádio, o estudo das ondas cerebrais, as flutuações nos mercados das bolsas de valores, a determinação dos índices de desempenho em ambiente paralelos/distribuídos heterogêneos para processamento em computador, a previsão da altura de ondas marítimas, etc. Na engenharia civil, processos estocásticos têm sido essencialmente utilizados para proceder à caracterização das ações sísmicas, do vento e seus efeitos sobre as construções, e ainda para estudar vibrações em estruturas e, de forma indireta, avaliar as suas características dinâmicas e a geração de séries temporais de vazões em rios (VANMARCKE, 1983).

Com efeito, em aplicações na engenharia civil e especialmente em engenharia de estruturas, torna-se necessário analisar os fenômenos que causam flutuações em carregamentos nas construções, pois estes influenciam na segurança estrutural e têm um papel decisivo na escolha dos coeficientes parciais de segurança estabelecidos pelas normas de ações.

5.1.2 Conceitos de processos determinísticos e estocásticos

O conceito de processo determinístico radica-se na oposição ao conceito de processo estocástico. Suponha-se que se anotem várias vezes, e sempre sob as mesmas condições, as vibrações de um dado equipamento, obtendo-se um conjunto de registros que caracterizam o processo em curso. Admita-se ainda que os registros obtidos (realizações desse processo) sejam idênticos, quer regulares ou irregulares. Pode-se então dizer que esse processo é determinístico (portanto não-estocástico), já que as características de uma próxima realização desse processo são conhecidas "*a priori*". Um exemplo de um processo determinístico é um conjunto de movimentos de um mesmo pêndulo em que as condições iniciais (posição e velocidade) são inequivocamente conhecidas. Nessas condições, é possível deduzir uma expressão matemática que traduz, inequivocamente, o movimento do pêndulo, para cada vez que ele for colocado em movimento. No entanto, se os registros efetuados (cada uma das realizações do processo) diferirem entre si,

[6] Fenômeno aleatório é um processo que ocorre ao longo de um contínuo (espaço/tempo).

ainda que as condições sejam idênticas, então o processo diz-se estocástico ou de natureza aleatória. As diferenças encontradas de registro para registro derivam, neste caso, de variabilidades naturais e não podem ser controladas pelo observador (AZEVEDO, 1996).

Exemplos relacionados com a engenharia de estruturas correspondem à caracterização da resistência dos materiais e à quantificação dos vários tipos de ações: sismos, vento, outras ações variáveis e até carregamentos permanentes que podem variar no tempo e no espaço.

5.1.3 Tópicos de processos estocásticos

De maneira mais formal, um processo estocástico consiste em uma família de variáveis aleatórias $\{X(t),\ t \in T\}$, definido em um espaço de probabilidades comum onde t é um subconjunto de $(-\infty,+\infty)$ e onde todas as variáveis aleatórias são definidas sobre o mesmo espaço de probabilidades (Ω), (DOOB, 1990).

Segundo Papoulis (1991), se t assume apenas valores reais, tem-se um processo contínuo no tempo; se t assume apenas valores inteiros, tem-se um processo discreto no tempo. Dessa forma, um processo discreto no tempo é uma seqüência de variáveis aleatórias. Cada seqüência é representada por x_n e representa uma realização do processo.

Usa-se a notação $X(\xi,t)$ para representar um processo estocástico. O processo pode depender do resultado de um experimento ξ_i do espaço amostral Ω. Dessa forma $X(t)$ tem a seguinte interpretação:

- a variável t representa o tempo ou qualquer outro parâmetro contínuo onde o processo estocástico é realizado;
- uma família de funções do tempo $X(t,\xi)$ (t variável e ξ variável);
- é uma função simples no tempo (t variável e ξ fixo);
- se t é fixo, então o processo é uma variável aleatória no estado de tempo t_i;
- se t e ξ são fixos, então $X(t)$ é um número real, ou seja, um valor determinístico.

Um exemplo de um processo estocástico pode ser dado pelo carregamento existente na parede de um silo em um sistema de armazenamento. A pressão é função específica do instante em que são feitas as observações, principalmente se considerando a intensa variação de pressão apresentada nos instantes iniciais de descarregamento, ou como uma variação espacial das pressões ao longo do perímetro e da altura, e esta última será abordada nesta tese.

Os processos estocásticos podem ser definidos formalmente como:

***Processos estacionários*:** essa classe de processos é identificada pela propriedade estatística invariante em relação ao tempo (variável independente t). Um processo $X(t)$ é dito estacionário quando as suas estatísticas não mudam em relação a uma translação no tempo, i.e., os processos $X(t)$ e $X(t+k)$ têm as mesmas estatísticas para qualquer ε.Caso essa propriedade não seja satisfeita, o processo é então chamado de processo estocástico não-estacionário.

***Processos ergódicos*:** essa classe de processos é a que possui a propriedade de toda a estatística do processo, no sentido de sua caracterização completa (conhecimento de todas as funções de densidade de probabilidades envolvidas na descrição do processo) estar contida em cada função-amostra com probabilidade igual a 1. Ergodicidade implica em: se $X(t,\xi)$ é um processo ergódico, então todos os momentos estatísticos (ou estatísticas de envelope) são iguais aos correspondentes moemntos temporais (estatísticas temporais).

***Processos de Markov*:** um processo estocástico $X(t,\xi)$ é definido como markoviano se para qualquer seqüência ordenada de tempos $\{t_1,t_2,t_3,\ldots,t_k\}$ com $t_1 < t_2 < t_3 < \ldots < t_k$ e qualquer k inteiro, a função de densidade de probabilidade de $X(t_k)$, condicionada à observação de realizações do processo em instantes anteriores $t_{k-1},t_{k-2},\ldots,t_1$, depender apenas da observação mais recente $X(t_{k-1}) = X_{k-1}$.

***Processos de incrementos independentes*:** esses processos são casos particulares de processos markovianos, cujas variações sobre intervalos disjuntos de tempo são independentes. Mais precisamente, um processo de incremento independente é um processo markoviano que respeita a seguinte propriedade: para qualquer seqüência de tempos $\{t_1,\ t_2,\ t_3,\ t_4\}$ ordenados de modo que $t_1 < t_2 < t_3 < t_4$, as variáveis z_1 e z_2: $z_1 = x(t_2) - x(t_1)$ e $z_2 = x(t_4) - x(t_3)$ são independentes. Todos os processos do tipo incrementos independentes são sempre processos markovianos.

***Processos de Poisson*:** um processo de Poisson $N(t)$ é um processo de contagem de eventos aleatórios que assume apenas valores inteiros, ou seja, $N(t) \in \mathbb{Z}$.

***Processos Gaussianos*:** um processo $X(t)$ é tido como um processo estocástico gaussiano se, para qualquer conjunto de tempos $\{t_1,t_2,\ldots,t_n\}$ e $\forall n$, as variáveis aleatórias $X(t_1),\ X(t_2),\ \ldots X(t_n)$ são variáveis conjuntamente gaussianas, isto é, são as componentes de um vetor aleatório gaussiano x de dimensão n.

Teoricamente a análise completa de um evento aleatório ou estocástico exige o conhecimento de um número infinito de momentos e de momentos compostos de ordem superior, a fim de que se possa estabelecer uma família completa de funções de distribuição de probabilidade para descrever o processo. Nos casos de interesse prático estas distribuições de probabilidade, em número infinito, não podem ser deduzidas teoricamente nem podem evidentemente ser medidas. Assim sendo, é possível contemplar apenas com o estudo de alguns parâmetros estatísticos.

5.1.4 Tipos de processos

Pode-se dividir os processos estocásticos em 2 tipos principais:

- Processo estocástico parametrizado, que corresponde a uma realização determinística no tempo ou espaço;
- Processo estocástico como função de variáveis aleatórias, que associa pontos amostrais de um experimento a números reais.

Segundo Papoulis (1991), um exemplo de realização de um processo estocástico pode ser obtido pelo movimento de partículas microscópicas com moléculas de um fluido (movimento browniano). Uma simples realização desse processo pode ser visualizada na Figura 5.1a. Um outro exemplo de realização de um processo estocástico na área da engenharia de estruturas é a vibração livre de um sistema massa-mola e pode ser expresso pela eq. (179). Se a amplitude, a freqüência e o ângulo de fase são idealizados como variáveis aleatórias, o processo possui uma família de funções no tempo. Na Figura 5.1b é mostrada apenas uma realização deste processo.

$$x(t) = A(\xi).\cos(w(\xi).t + \varphi(\xi)) \tag{179}$$

onde A é a amplitude do movimento, w é a freqüência da vibração e φ é o ângulo de fase.

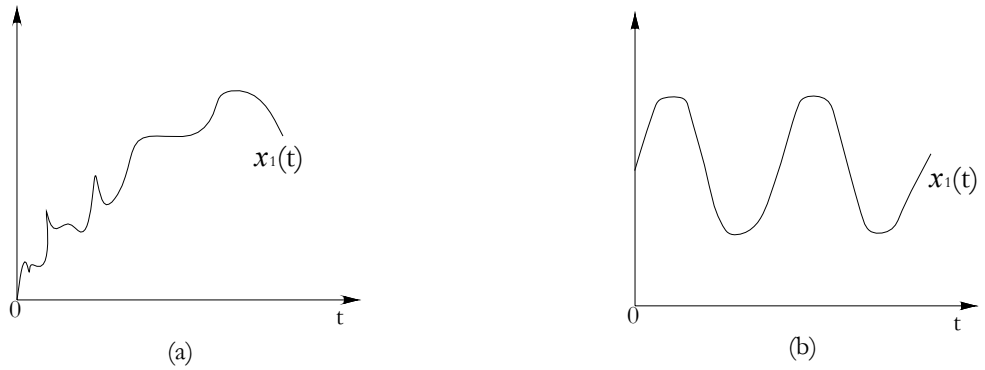


Figura 5.1 – Exemplos de processos estocásticos (a) realização de um movimento browniano e (b) vibração livre massa-mola. Fonte: Adaptada de Papoulis (1991).

5.1.5 Estatísticas do processo estocástico

Um processo estocástico pode ser definido como um número incontável de variáveis

aleatórias, uma para cada t. Para $t = t_1$, $X(t)$ é uma variável aleatória com distribuição:

$$F(x,t) = P\left[\left\{X(\xi,t) \le x\right\}\right] \tag{180}$$

Esta função depende de t, e é igual à probabilidade do evento $\left\{X(\xi,t) \le x\right\}$ ser menor que x para todos os experimentos de ξ no tempo específico t_1. A função $F(x,t)$ é chamada de distribuição cumulativa de primeira ordem do processo $X(t)$ e sua função densidade é obtida derivando-se em relação à x.

$$f(x,t) = \frac{\partial F(x,t)}{\partial x} \tag{181}$$

Uma interpretação freqüentista do processo pode ser inferida, segundo Papoulis (1991). Se um experimento for realizado n vezes, então n funções $x(\xi_i,t)$ são observadas, sendo uma para cada tentativa (Figura 5.2). Denotando por $n_t(x)$ o número de ensaios que são menores que o valor x, pode-se concluir, para um número de realizações tendendo ao infinito, que a função cumulativa é expressa pela eq. (182).

$$F(x,t) \simeq \frac{n_t(x)}{n} \tag{182}$$

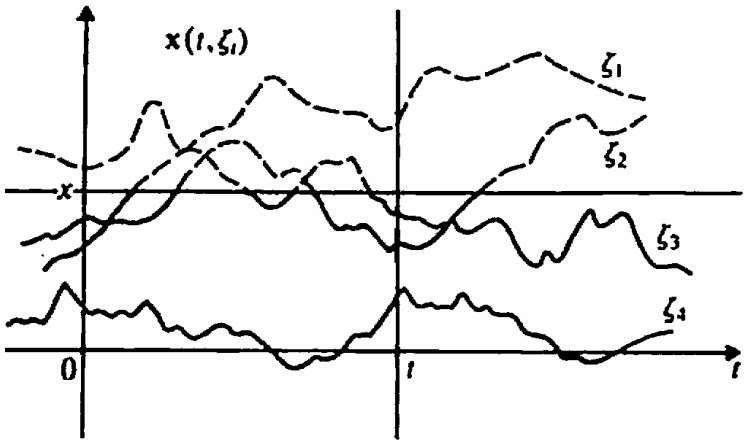


Figura 5.2 – Realizações de um processo. Fonte: Papoulis (1991).

A distribuição de segunda ordem do processo $X(t)$ é uma distribuição conjunta de variáveis aleatórias $X(t_1)$ e $X(t_2)$, eq. (183):

$$F(x_1,x_2;t_1,t_2) = P\left[\left\{X(t_1) \le x_1, X(t_2) \le x_2\right\}\right] \tag{183}$$

A sua densidade de probabilidade é expressa por:

$$f(x_1,x_2;t_1,t_2) = \frac{\partial^2 F(x_1,x_2;t_1,t_2)}{\partial x_1 . \partial x_2} \tag{184}$$

Pela condição de consistência é obtida a distribuição marginal.

$$F(x_1,t_1) = F(x_1,\infty;t_1,t_2) \text{ e } f(x_1,t_1) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x_1,x_2;t_1,t_2).dx_2 \quad (185)$$

Considerando um conjunto finito de pontos $\{t_1,t_2,...,t_n\}$ para variáveis aleatórias $\{X(t_1),X(t_2),...,X(t_n)\}$ há uma função cumulativa de probabilidades que pode ser expressa pela eq. (186).

$$F(x_1,x_2,...,x_n;t_1,t_2,...,t_n) = P\left[\{X(t_1) \le x_1, X(t_2) \le x_2,..., X(t_n) \le x_n\}\right] \quad (186)$$

A generalização para a obtenção de distribuições de ordem n do processo $X(t)$ é obtida facilmente e expressa pela eq. (187).

$$f(x_1,x_2,...,x_n;t_1,t_2,...,t_n) = \frac{\partial^n F_n(x_1,x_2,...,x_n;t_1,t_2,...,t_n)}{\partial x_1.\partial x_2..\partial x_n} \quad (187)$$

5.1.6 Propriedades estatísticas de segunda ordem de processos estocásticos

Para a determinação das propriedades estatísticas dos processos estocásticos, um conhecimento das distribuições conjuntas cumulativas para todos os valores de x_i e t_i em n pontos é necessário. Segundo Papoulis (1991), para muitas aplicações práticas, somente os dois primeiros momentos são utilizados, em particular o valor esperado de $X(t)$ e de $X^2(t)$. Estas propriedades podem ser expressas em termos de propriedades de segunda ordem de $X(t)$.

Média

A média $\mu(t)$ de $X(t)$ é o valor esperado da variável aleatória $X(t)$ para t fixo.

$$\mu(t) = E\left[X(t)\right] = \int_{-\infty}^{\infty} x.f_1(x(t)).dx \quad (188)$$

lembrando que $\mu(t)$ é uma função do tempo. Generalizando, para a obtenção de momentos de ordem k, obtém-se:

$$\mu^k(t) = E\left[(X(t))^k\right] = \int_{-\infty}^{\infty} x^k.f_1(x(t)).dx \quad (189)$$

Autocorrelação

A autocorrelação $R(t_1,t_2)$ de $X(t)$ é o valor esperado do momento conjunto $X(t_1).X(t_2)$:

$$R(t_1,t_2) = E\left[X(t_1).X(t_2)\right] = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} x_1.x_2.f(x_1.x_2;t_1.t_2)dx_1.dx_2 \quad (190)$$

Quando atribui-se $t = t_1 = t_2$, obtém-se a média quadrática de $X(t)$:

$$E\left[X(t)^2\right] = R(t,t) \tag{191}$$

Autocovariância

A autocovariância $C(t_1,t_2)$ de $X(t)$ é a covariância das variáveis aleatórias $X(t_1)$ e $X(t_2)$:

$$C(t_1,t_2) = R(t_1,t_2) - \mu(t_1).\mu(t_2) \tag{192}$$

Quando atribui-se $t = t_1 = t_2$, obtém-se a variância de $X(t)$:

$$C(t,t) = \sigma(t_1)^2 = R(t,t) - \mu(t)^2 \tag{193}$$

A função de autocorrelação pode ser expressa por:

$$\rho(t_1,t_2) = \frac{E\left[\left(X(t_1) - \mu(t_1)\right)\left(X(t_2) - \mu(t_2)\right)\right]}{\sigma(t_1).\sigma(t_2)} \tag{194}$$

5.1.7 Propriedade de estacionaridade

Segundo Papoulis (1991), um processo estocástico $\{X(t), t \geq 0\}$ é dito estritamente estacionário (no sentido forte) se suas propriedades estatísticas são invariantes para um deslocamento da origem, no tempo ou no espaço, ou seja:

$$F(x_{t_1},...x_{t_n}) = F(x_{t_1+k},...x_{t_n+k}) \tag{195}$$

Um processo estocástico $\{X(t), t \geq 0\}$ é estacionário no sentido fraco se:

$E\left[X(t)\right] = \mu(t)$ (média constante independente de t);

$V\left[X(t)\right] = \sigma^2(t)$ (variância constante independente de t);

$COV\left[X(t), X(t+k)\right] = \gamma(k)$ (covariância entre $X(t)$ e $X(t=k)$ é dependente apenas de k).

5.1.8 Detalhe do Modelo estocástico proposto para os silos

Sabe-se que as pressões dos silos seguem uma tendência que é aquela esperada pelos modelos já estudados e que, em geral, para a condição de armazenamento é o de Janssen (1895) e para as condições de descarregamento é o de Jenike et al. (1973). Assim podem-se estimar os parâmetros dos modelos de pressão por dois princípios:

- Estimadores de Mínimos Quadrados (EMQ);
- Estimadores de Máxima Verossimilhança (EMV).

Estas duas técnicas precisam de algoritmos de otimização para sua estimativa, caso os modelos sejam não-lineares, que é o caso das pressões em silos. Com isso, após a calibração das pressões para cada realização de ensaio foram estimadas as distribuições de probabilidades para os parâmetros estimados. Entende-se neste trabalho t como h, ou seja, o modelo estocástico proposto tem uma aleatoriedade espacial com a altura do silo que é construído de forma parametrizada.

5.2 Algoritmos Genéticos (AGs)

Os Algoritmos Genéticos (AGs) se apresentam na atualidade como uma das ferramentas mais versáteis para problemas de otimização, pois apresentam facilidade de adaptação a vários tipos de problemas. Neste capítulo são apresentados os fundamentos dos AGs, considerando que estes foram utilizados na estimação paramétrica dos modelos de pressões.

5.2.1 Considerações iniciais

Os Algoritmos Genéticos (AGs) vêm sendo aplicados em todos os campos da ciência para problemas de otimização. Eles pertencem à classe dos algoritmos evolutivos e estão sendo aplicados em problemas clássicos como: caixeiro viajante, *mastermind*, torres de hanói , programação genética, síntese de circuitos analógicos, otimização multi-critério, gerenciamento de carteiras de fundos de investimento, topologia e outros.

Algoritmos genéticos são métodos de busca estocástica que imitam matematicamente os mecanismos de evolução natural das espécies, compreendendo processos da genética das populações, sobrevivência e adaptação dos indivíduos (GEN e CHENG, 1996). Cabe destacar que os AGs são aceitáveis não só pela sua imitação aos sistemas naturais mas também porque são teoricamente providos de busca robusta nos espaços complexos.

Os AGs foram inicialmente desenvolvidos por John Holland, em 1975, porém quem os popularizou foi um dos seus alunos (GOLDBERG, 1989). Os objetivos destes pesquisadores foram investigar e projetar sistemas artificiais, análogos aos mecanismos naturais das espécies.

Em termos formais, dada uma função f de n variáveis $x_1, x_2 ..., x_n$, a otimização da função consiste em encontrar a combinação de valores de x_i tal que $f(x_1, x_2 ..., x_n)$ seja máximo ou mínimo.

Os AGs diferem das técnicas de busca convencionais, pois iniciam o processo gerando um conjunto inicial de soluções aleatoriamente. Cada vetor solução deste conjunto inicial é então melhorado a cada iteração pelos operadores característicos (operadores genéticos) e representam uma possível solução completa para o problema. Basicamente, os algoritmos genéticos

transformam uma população de indivíduos, cada um com um valor associado de adaptabilidade, chamado de aptidão, numa nova geração de indivíduos usando os princípios Darwinianos de reprodução e sobrevivência dos mais aptos, pela aplicação de operações genéticas tais como recombinação e mutação (DA SILVA, 2002).

Os AGs têm sido utilizados na engenharia estrutural por diversos autores, nas mais diversas aplicações. Podem-se destacar os trabalhos de Jenkis (1991), Oliveira (1998), Lemonge (1999), Argolo (2000), Silva (2001), Borges (2002), Castilho (2003), Olivieri (2004) e Cheung et al. (2004).

A Figura 5.3 ilustra as operações do algoritmo genético para uma população de tamanho 12, para um problema de dimensão 2. Na concepção da ilustração, as soluções vão se aproximando e concentram-se nas proximidades do ótimo global. É importante notar que a função é multi-modal, o que aumenta o grau de complexidade da otimização.

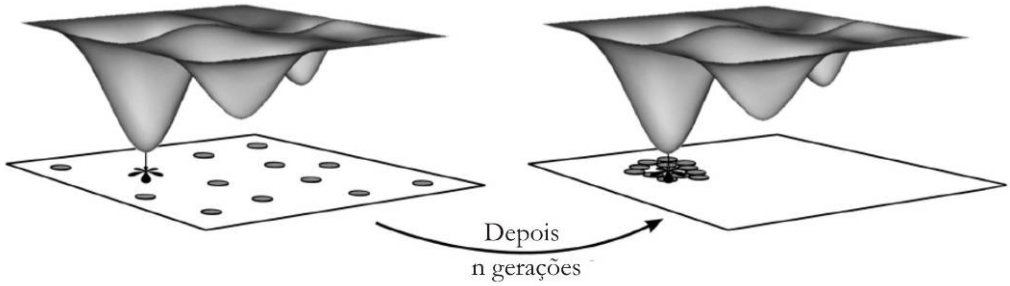


Figura 5.3 - Representação do funcionamento dos AGs na busca do mínimo de uma função multi-modal.

5.2.2 Fundamentos dos Algoritmos Genéticos simples (AG´s)

Os AGs possuem vários elementos que os caracterizam. Essas características podem ser utilizadas baseando-se em diferentes especificações, dependendo do problema a ser tratado. Nesta seção são descritos resumidamente alguns conceitos relacionados aos AGs, a fim de facilitar o entendimento deste trabalho.

5.2.3 Vantagens e desvantagem dos AGs

As principais vantagens e desvantagens na utilização dos AGs são:

- podem ser utilizados em problemas complexos com muitas variáveis e um espaço de solução de dimensão elevada;
- não há necessidade de se calcular os gradientes da função objetivo e, portanto, um algoritmo genético pode ser utilizado sem nenhuma modificação, para otimizar funções não diferenciáveis;
- trabalham com uma população de soluções candidatas simultaneamente e não com uma única solução;

- são versáteis, no sentido de que o mecanismo de evolução é separado da representação particular do problema considerado;
- são mais resistentes a se prender em ótimos locais[7] e a ruídos;
- utilizam regras de transição probabilísticas e não determinísticas.
- são flexíveis para trabalhar com restrições arbitrárias e otimizar múltiplas funções com objetivos conflitantes;
- são facilmente hibridizados com outras técnicas e heurísticas[8].

Segundo Silva (2001), existem algumas desvantagens quando comparados aos métodos clássicos de otimização:

- são computacionalmente "lentos" quando comparados a métodos de subida de encosta e outros;
- para alguns problemas podem ser de difícil implementação.

Segundo Lacerda e Carvalho (1999), de uma forma geral os AGs são muito eficientes na busca de soluções ótimas ou aproximadamente ótimas, em uma grande diversidade de problemas, pois não impõem limitações que são encontradas, na maioria das vezes, nos métodos convencionais de busca.

Uma importante comparação com os métodos baseados em gradiente é apresentada na Tabela 5.1, segundo Liu e Han (2003).

Tabela 5.1 – Comparação entre AGs e métodos baseados em gradiente

Item	AGs	Otimização baseada em gradientes
Base de busca	Grupo de pontos	Ponto simples
Chute inicial	Nenhum	Necessário
Funções	Somente o objetivo	Função objetivo e suas derivadas
Regra de Busca	Natureza Probabilística	Leis determinísticas
Convergência	Rápida no começo e devagar no estágio final	Lento no começo e rápido no estágio final
Aplicabilidade	Busca do ótimo global para problemas com muitos ótimos locais.	Busca de ótimo local para problemas unimodais.
Eficiência	Computacionalmente ineficiente	Eficiente

Uma das maiores desvantagens dos AGs é a convergência lenta. Com isso tem sido recomendada a utilização de técnicas híbridas conciliando o alto grau de convergência das técnicas de otimização clássicas baseadas no gradiente.

[7] Entende-se ótimo local um ponto de inflexão na função objetivo.
[8] Arte de inventar e fazer descobertas.

5.2.4 Implementação e aplicação dos AGs

Diversas são as possibilidades de implementação e aplicação dos AGs. Um esquema geral do funcionamento dos AGs é apresentado na Figura 5.4.

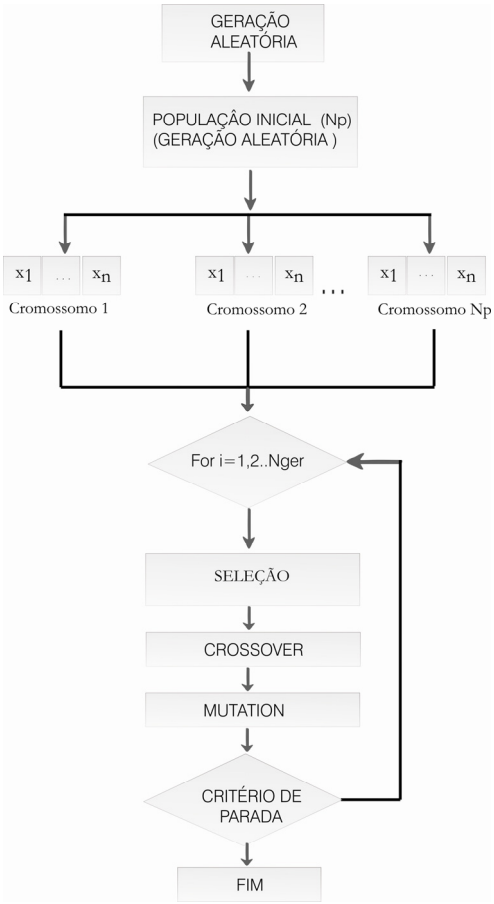


Figura 5.4 – Fluxograma do algoritmo dos algoritmos genéticos simples (AGs).

5.2.5 Nomenclatura dos AG´s

Segundo Castilho (2003), um AG pode ser entendido como uma tentativa de metáfora da Evolução Darwiniana, que incorpora conceitos da Genética. Isto explica a razão dos AGs possuírem muitos termos originados da Biologia. Os principais termos encontrados na literatura e de relevância para este trabalho são:

Cromossomo (genótipo): cadeia de bits que representa uma solução possível para o problema.

Gene: representação de cada parâmetro de acordo com o alfabeto utilizado (binário, inteiro ou real).

Fenótipo: cromossomo modificado.

População: conjunto de indivíduos (cromossomos) que representam os atuais pontos que fazem parte do espaço de soluções.

Geração: iteração completa do AG que gera uma nova população.

Aptidão bruta: função que "mede" a adequabilidade de um cromossomo. Geralmente usada no mecanismo de seleção, para identificar quais indivíduos irão "sobreviver" e recombinar. Está ligada ao valor da função objetivo (ver Seção 6.6) e pode incluir uma função penalidade.

Aptidão normalizada: Aptidão bruta normalizada, entrada para o algoritmo de seleção.

Aptidão máxima: melhor indivíduo da população corrente.

Aptidão média: aptidão média da população corrente.

5.2.6 População inicial

Um Algoritmo Genético começa com uma população de indivíduos com as características representadas pelos cromossomos. O cromossomo é um vetor unidimensional (*string*) cujos valores (variáveis de decisão) representam características (genes) da possível solução do problema e podem ser codificados através da representação binária ou real, entre outras. A codificação depende do problema que está sendo tratado. Por exemplo, em problemas combinatoriais, a codificação mais apropriada é a binária. Já em problemas que contemplam funções contínuas, a codificação real é a mais adequada. A partir dessa escolha inicial, os vetores soluções (indivíduos) são gerados aleatoriamente através de rotinas computacionais. Cabe observar que, se uma pequena população for gerada, alguns locais no espaço de busca podem não estar sendo representados.

Os AGs diferem das técnicas de busca convencionais, pois começam o procedimento computacional gerando um conjunto inicial de soluções possíveis aleatoriamente, denominado "população" (Figura 5.5). Vários conjuntos de soluções (populações) são produzidos ao longo do processo iterativo. Cada vetor solução (indivíduo) pertencente a estes conjuntos (população), intuitivamente denominado "cromossomo", constitui uma representação completa da solução para o problema. Estes cromossomos tendem a evoluir gradativamente através de sucessivas iterações, produzindo novas "gerações" de indivíduos melhores, em termos de uma função de aptidão.

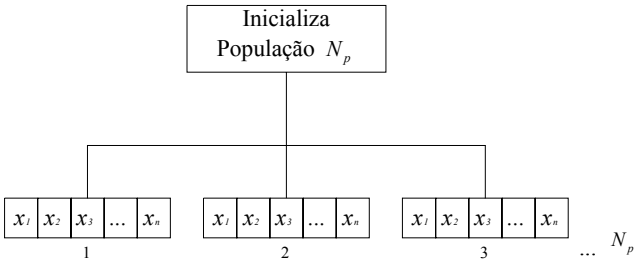


Figura 5.5 - Representação da população com seus indivíduos (cromossomos).

5.2.7 Representação dos parâmetros

O primeiro passo para resolver um problema via AGs é a representação dos parâmetros na forma de cromossomo. Para isso, pode ser utilizada a representação binária ou real, conforme já descrito anteriormente. Nesta seção serão apresentadas de forma sucinta as representações binária e real.

Segundo Castilho (2003) no caso de uma variável contínua a determinação do número de bits (m) para representar seus possíveis valores depende dos limites inferior (b) e superior (c) do intervalo de valores que essa variável pode assumir, no domínio do problema, bem como da precisão que a solução vai requerer, dada pelo parâmetro k. Isso é feito determinando-se o número inteiro m m que satisfaz a seguinte equação:

$$2^{m-1} \leq (c-b).10^{k} \leq 2^{m}-1 \tag{196}$$

Aqui é apresentado o exemplo realizado por Castilho (2003) para ilustrar a codificação binária com variáveis contínuas. Supondo-se um problema que envolva três variáveis x_1, x_2 e x_3, cada uma delas com valores no intervalo [−1,0 2,0] e que exija precisão 2 e usando a eq. (196), o valor encontrado para m é 9 e, portanto, cada uma das variáveis será representada no cromossomo por uma cadeia de 9 bits. Supondo-se que uma possível solução inicial, gerada randomicamente, seja:

$$s_i = 100001011 \mid 101110101 \mid 000111110 \tag{197}$$

onde podem ser identificados os seguintes valores para cada uma das variáveis:

$$x_1 = 100001011 \; x_2 = 101110101 \; x_3 = 000111110 \tag{198}$$

ao término do algoritmo genético, a solução está codificada em binário. A decodificação do valor binário de uma variável para o correspondente valor decimal, num intervalo [b,c], é dada pela eq. (199):

$$x = b + (c-b)\frac{b_{10}}{2^{m}-1} \tag{199}$$

onde:

b_{10} corresponde ao número decimal referente à cadeia de bits e

m ao tamanho da cadeia de bits.

A título de ilustração, como o intervalo de variação da variável x_1 do exemplo considerado é [−1,0 2,0], o seu correspondente valor decimal, de acordo com eq. (200), é:

$$x = -1 + (2-(-1))\frac{267}{2^{9}-1} = 0,57 \tag{200}$$

De maneira análoga podem ser obtidos os valores decimais associados às variáveis x_2 e x_3.

Portanto o cromossomo s_1 "traduzido" para a representação decimal é:

$$s_1 = 0{,}57;\ 1{,}19;\ -0{,}64 \tag{201}$$

A representação de números reais em forma binária possui limitações com relação à precisão. Já quando as variáveis possuem a forma discreta, a forma binária torna-se adequada.

Segundo Castilho (2003), a representação de um cromossomo utilizando números reais é mais facilmente entendida pelo ser humano do que aquela usando uma cadeia de bits. Além disso, a representação usando números reais requer menos memória de computador. Outra vantagem da representação real é a sua versatilidade quando da criação de novos operadores e variações dos operadores existentes.

5.2.8 Seleção

O processo de seleção baseia-se no princípio de sobrevivência dos melhores indivíduos. Nesse processo, os indivíduos com melhor aptidão têm maior probabilidade de serem escolhidos para reprodução ou cruzamento. Em contrapartida, os indivíduos com baixa aptidão podem não ser considerados para reprodução, conforme a pressão de seleção do esquema utilizado (DA SILVA, 2002). Assim, o objetivo da seleção é escolher os indivíduos que servirão de base (pais) para o processo de reprodução. Existem várias formas de efetuar a seleção, podendo-se citar a seleção por posição (*rank*), seleção proporcional à aptidão (*roulette wheel*), seleção por torneio, dentre outras (LEMONGE, 1999).

5.2.9 Função de aptidão (Função objetivo)

A avaliação da população é realizada pela função de aptidão, que representa uma medida que avalia o vetor-solução (a qualidade de cada indivíduo na população) durante o processo de evolução. Seu valor servirá como referência (qualidade da resposta) na classificação dessas soluções, indicando a chance de alguns vetores-solução estarem presentes na população da próxima geração. A classificação pode ser feita através de uma ordenação das soluções de forma decrescente ou crescente em relação às suas aptidões, representando, respectivamente, o problema de maximização ou minimização. Assim, para problemas de otimização, a função de aptidão está intimamente ligada à função-objetivo (DA SILVA, 2002). Uma função-objetivo é uma função contínua, discreta ou mista que precisa ser maximizada ou minimizada, considerando um número finito de restrições ou condições (SIERKSMA, 1996). Porém, os valores da função-objetivo nem sempre são adequados para serem utilizados como valores de aptidão, pois a função-objetivo pode fornecer valores negativos ou valores muito próximos entre os indivíduos presentes na população. No caso de valores negativos, alguns métodos de seleção não funcionam,

como, por exemplo, o roda roleta.

O método clássico proposto por Holland (1975), denominado seleção proporcional ou roda roleta, tem como idéia básica determinar a probabilidade de seleção para cada cromossomo proporcionalmente ao seu valor de aptidão. Para cada cromossomo k, cuja avaliação é f_k, a probabilidade de seleção p_k pode ser calculada conforme a eq. (202).

$$p_k = \frac{f_k}{\sum_{k=1}^{N_p} f_k} \tag{202}$$

O método roda roleta (Figura 5.6) tem a desvantagem de possuir uma alta variância, podendo levar a um grande número de cópias de um bom cromossomo, diminuindo a variabilidade da população. Uma outra idéia é abandonar a magnitude da aptidão de cada elemento e utilizar somente a posição ("*ranking*") de cada indivíduo na população, como critério de seleção.

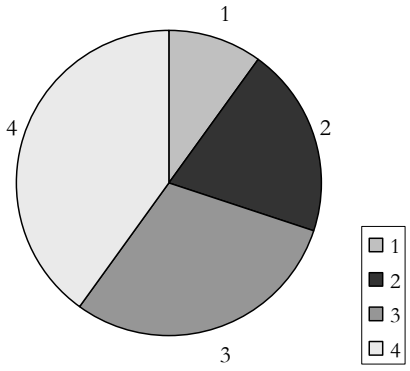


Figura 5.6 – Método roda roleta.

Em se tratando de valores de aptidão muito próximos entre os indivíduos pertencentes à população, aumenta-se a possibilidade de se encontrar na próxima geração uma solução ruim. Com isso, deve-se buscar outro procedimento de seleção, como, por exemplo, a seleção por torneio ou ainda aplicar algum procedimento de parametrização como o dado pela eq. (203):

$$f_k = m_{\min} + (m_{\max} - m_{\min})\left(\frac{N_p - k}{N_p - 1}\right) \tag{203}$$

Esta parametrização é baseada no método de ordenamento linear (BAKER, 1987), onde k é o índice do cromossomo na população em ordem decrescente do valor da função-objetivo. Vale notar que, deste modo, a aptidão (f_k) representa o número de filhos esperados do cromossomo e $(m_{\max} - m_{\min})$ representa a pressão de seleção. Geralmente, tem-se $1 \le m_{\max} \le 2$ e $m_{\max} + m_{\min} = 2$. Um exemplo de ordenamento linear é mostrado na Tabela 5.2.

Tabela 5.2 – Exemplo de ordenamento linear

Cromossomo	Função objetivo		f_k	Probabilidade de seleção
1,0	100,9	ordem decrescente	2,0	0,4
2,0	100,5		1,5	0,3
3,0	100,2		1,0	0,2
4,0	99,8		0,5	0,1
5,0	97,2		0,0	0,0

A Figura 5.7 mostra o controle da pressão de seleção utilizando o ordenamento linear. Na Figura 5.7a, a alta pressão de seleção favorece os melhores cromossomos, direcionando a busca ao encontro das melhores soluções encontradas até então. Na Figura 5.7b, a baixa pressão de seleção favorece os cromossomos de baixa aptidão, direcionando a busca para regiões desconhecidas do espaço de busca.

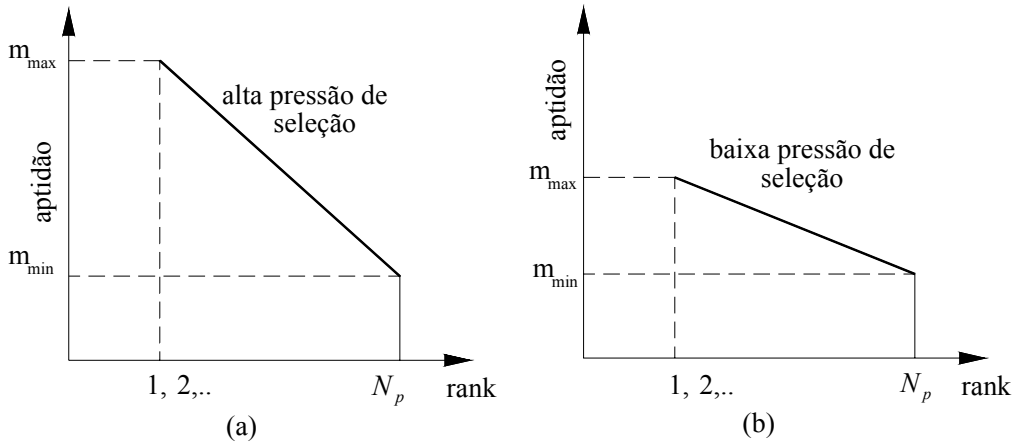


Figura 5.7 - Representação da influência da aptidão no processo de seleção.

Segundo Lacerda e Carvalho (1999), pode-se utilizar um método semelhante ao descrito anteriormente, chamado escalonamento linear, onde a função aptidão é dada pela eq. (204) .

$$f_k = a.g + b \tag{204}$$

onde g é o valor da função-objetivo (Figura 5.8). Os coeficientes a e b são determinados limitando o número esperado de filhos dos cromossomos (filhos em excesso causam perda de diversidade). O escalonamento linear (GOLDBERG, 1989) transforma as aptidões de modo que a aptidão média se torna igual ao valor médio da função objetivo (i.e. $f_{\max} = C.\overline{g}$). Tipicamente, o valor de C está entre 1,2 e 2,0. Quando o escalonamento gera aptidões negativas, os coeficientes a e b são calculados de outro modo (impondo $f_{\min} = 0$).

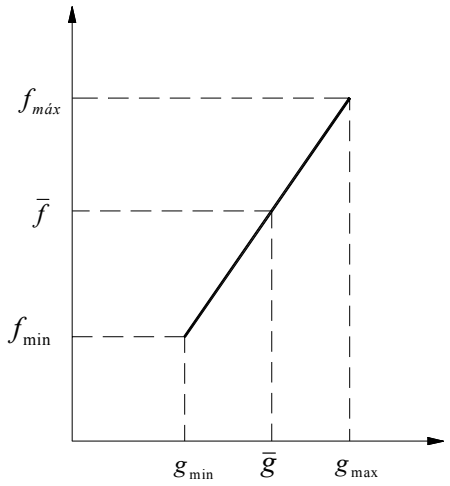


Figura 5.8 – Método de seleção por escalonamento linear.

Uma alternativa interessante é o ordenamento exponencial, onde a aptidão de um cromossomo k é m vezes maior do que a aptidão do cromossomo $k+1$, ou seja:

$$f_k = m^{i-1} \tag{205}$$

sendo $m \in [0,1]$. Valores baixos de m causam alta pressão de seleção e, geralmente, convergência prematura. Por exemplo, para uma população de 100 cromossomos e $m = 0,9$, a pressão de seleção é ≈ 10. Com a mesma população e $m = 0,998$, a pressão é $\approx 1,1$.

Uma observação importante é feita por Silva (2001) a respeito da função objetivo, a qual, para alguns problemas, pode ser bastante complicada demandando, assim, um alto custo computacional. Por exemplo, há problemas em que, para avaliar um cromossomo, é necessária uma simulação completa do processo, o que pode consumir horas de execução do AG. Haupt e Haupt (2004) fornecem algumas sugestões para lidar com tais funções-objetivo, propondo cuidados a serem tomados para não avaliar cromossomos idênticos mais de uma vez, reutilizando a avaliação feita anteriormente e economizando no número de cálculos realizados pelo AG.

Para resolver o problema cuja função-objetivo deve satisfazer determinadas restrições, emprega-se o método das restrições, que consiste em atribuir aptidão zero aos cromossomos infactíveis (i.é, aqueles que não satisfazem as restrições). Porém, cromossomos infactíveis próximos das regiões factíveis podem conter informações importantes para gerar filhos factíveis. Dessa forma pode-se, ao invés de zerar a aptidão de tais cromossomos, apenas penalizar sua aptidão. Para tal, utiliza-se uma função de penalização $H_j(x)$, que define o quanto a solução x viola a restrição j (i.é, quão distante o cromossomo infactível está da região factível).

O problema de otimização torna-se irrestrito pela soma da antiga função-objetivo com o termo de penalização, isto é:

$$\text{minimizar ou maximizar } g(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) + \lambda . \sum_{j=1}^{m} H_j(\mathbf{x}) \qquad (206)$$
$$x \in \mathbb{R}_n$$

Gen e Cheng (1997) afirmam que o problema central para a aplicação de AGs a problemas de otimização com restrições é como tratar tais restrições, dado que os operadores genéticos utilizados para manipular os cromossomos freqüentemente produzem filhos infactíveis (Figura 5.9). Gen e Cheng (1997) descrevem as principais técnicas para o tratamento de restrições:

- estratégia de rejeição*:* despreza os cromossomos infactíveis (soluções que não satisfazem alguma restrição) criados ao longo das gerações;
- estratégia de reparação: transforma um cromossomo infactível em um factível, através de alguma estratégia de reparação;
- estratégia de modificação de operadores genéticos: cria operadores genéticos específicos para o problema, de maneira a manter a factibilidade dos cromossomos.
- estratégia de penalidade: adiciona à função-objetivo uma função de penalização tornando este individuo menos apto.

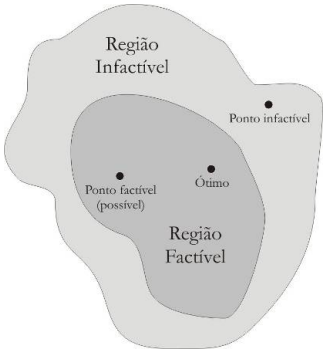


Figura 5.9 - Representação do espaço de soluções. Fonte: Adaptado de Gen e Cheng (1997).

5.2.10 Operadores genéticos

Os operadores genéticos são os principais mecanismos de busca dos AGs para explorar regiões desconhecidas no espaço de busca. O processo de seleção não introduz novos indivíduos na população, apenas os chamados genitores, que servirão como "pais" para a nova geração, composta pelos "filhos". É na etapa de reprodução que o algoritmo tenta criar novas e melhores soluções (indivíduos mais aptos). Para isso, os seguintes operadores genéticos são utilizados:

- cruzamento (*crosssover*);
- mutação.

Estes operadores genéticos são os fatores responsáveis pela evolução dos AGs e têm, como finalidade principal, a obtenção de conjuntos de soluções melhores (populações) através de sucessivas iterações (gerações). Goldberg (1989), estudando tais operadores, afirma que, através

do processo iterativo, podem-se perder informações (características) relativas à solução ótima, e o operador de mutação faz com que estas informações sejam novamente incorporadas no processo de busca.

5.2.11 Cruzamento (crossover)

O operador de cruzamento ou recombinação é aplicado em pares de cromossomos retirados da população (pais) para gerar seus descendentes (filhos). Segundo Dejong (1975), deve-se escolher uma probabilidade de cruzamento igual para cada par, em geral entre 0,6 a 0,9. Uma alta taxa de recombinação permite uma exploração maior do espaço de solução e reduz as chances de convergência para um ótimo local. Entretanto, se essa taxa for muito alta, pode resultar na perda de tempo computacional devido à exploração de regiões não-promissoras dentro do espaço de soluções.

Várias técnicas de recombinação são propostas na literatura. Para a representação binária, as mais comuns são: cruzamento simples (Figura 5.10a), cruzamento multiponto (Figura 5.10b), cruzamento uniforme (Figura 5.10c). Maiores detalhes sobre técnicas de recombinação podem ser obtidas em Deb (2001).

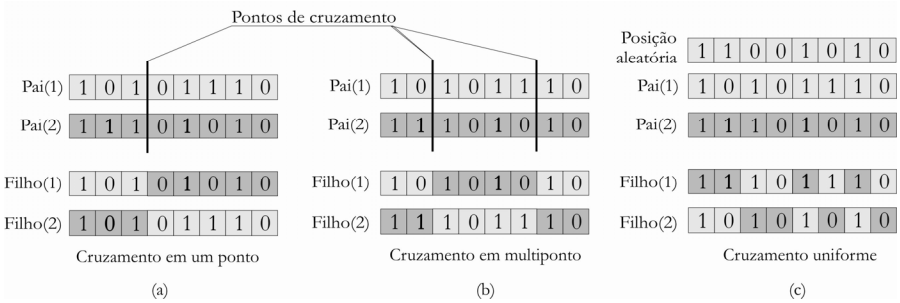


Figura 5.10 - Representação do espaço de soluções. Fonte: Adaptado de Gen e Cheng (1997).

Considerando a representação real, os cromossomos pai, mãe e filhos, seguindo a notação adotada por Castilho (2003), são representados por:

$$\begin{aligned} pai(1) &= [p_1, p_2, ..., p_n] \\ mãe &= [m_1, m_2, ..., m_n] \\ filho(1) &= [a_1, a_2, ..., a_n] \\ filho(2) &= [b_1, b_2, ..., b_n] \end{aligned} \tag{207}$$

sendo os cromossomos filhos resultantes do cruzamento entre os cromossomos pai e mãe, calculados como:

$$
\begin{aligned}
&a_i = \lambda_1 . m_i + \lambda_2 . p_i \\
&b_i = \lambda_1 . p_i + \lambda_2 . m_i \\
&\lambda_1 + \lambda_2 = 1 \\
&Onde \\
&\lambda_1 > 0,\ \lambda_2 > 0 \text{ e } i = 1,..,n
\end{aligned}
\tag{208}
$$

Dependendo dos valores de λ_1 e λ_2, alguns cruzamentos recebem nomes especiais, como mostra a Tabela 5.3.

Tabela 5.3 – Valores de λ para diversos tipos de cruzamento. Fonte: Adaptado de Gen e Cheng (1997)

Cruzamento	λ_1	λ_2
média	0,5	0,5
affine	1,5	-0,5
linear $-\lambda_1 + \lambda_2 \leq 2$	>0	>0

Um crossover interessante é proposto por Michalewicz (1992), sendo os filhos obtidos pelas eqs. (209).

$$
\begin{aligned}
a_i &= u . m_i + (1-u) . p_i \\
b_i &= (1-u) . p_i + u . m_i
\end{aligned}
\tag{209}
$$

onde u é um número aleatório de uma distribuição uniforme no intervalo[0,1].

5.2.12Mutação

O operador de mutação é necessário para a introdução e manutenção da diversidade genética entre os novos indivíduos na população. Ele fornece meios para que novos indivíduos sejam inseridos na população, aumentando assim a cobertura do espaço de busca com o intuito de contornar o problema de ótimos locais (DA SILVA, 2002). Este operador é utilizado após a aplicação dos operadores de recombinação.

No caso de codificação binária, o operador de mutação efetua uma troca aleatória num *bit* qualquer, de 1 para 0 ou de 0 para 1. Na codificação real, a troca aleatória respeita os limites de cada variável de decisão, de forma que o valor atual do ponto escolhido para se realizar a mutação é substituído por um valor qualquer dentro de seus limites (ver Figura 5.11). Mutação uniforme, mutação não-uniforme e mutação de deslocamento são algumas das técnicas de mutação propostas na literatura (DEB, 2001).

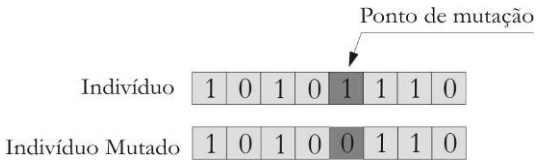


Figura 5.11 – Exemplo de mutação. Fonte: Adaptado de Castilho (2003).

O operador de mutação é aplicado aos indivíduos segundo uma probabilidade de ocorrência da mesma que é dada pela taxa de mutação. Geralmente se utiliza uma taxa de mutação pequena, em torno de 1% a 10%, já que a mutação é um operador genético secundário (DA SILVA, 2002).

5.2.13 Tipos de Algoritmos Genéticos (AGs)

Os AGs podem ser classificados em: geracional, geracional elitista e estacionário (*steady state*). Nos AGs geracionais, todas as soluções são avaliadas (funções de aptidão) e substituídas a cada iteração (geração). Nos AGs geracionais elitistas, a estratégia de evolução do método garante que as melhores soluções de cada geração sejam preservadas para compor a próxima geração. Nos AGs estacionários, algumas soluções (por exemplo, duas soluções) são geradas inicialmente a mais que a dimensão da população total, previamente estipulada (N_p). Por exemplo, geram-se $N_p + 2$ soluções iniciais que são avaliadas e classificadas em ordem decrescente ao valor de suas respectivas funções de aptidão. Uma análise estatística é realizada nessa etapa, onde apenas as N_p melhores soluções são escolhidas e as duas piores soluções são descartadas. Depois disso, duas novas soluções são selecionadas e avaliadas para substituir os vetores descartados e constituir novamente uma população com dimensão $N_p + 2$. A partir da segunda geração, a avaliação da função de aptidão, no caso dos AGs estacionários, é realizada apenas para dois novos indivíduos e não para todos, como nos AGs geracionais.

A Figura 5.12 ilustra esquematicamente o funcionamento dos AGs eletistas onde, em cada geração, o indivíduo com menor (minimização) valor da função-objetivo é copiado para geração seguinte sem nenhuma alteração, garantindo, desta forma, que sempre a melhor solução encontrada em qualquer uma das gerações será mantida até o final do processo (SILVA, 2001).

Geração [k-1]					
Indivíduo					f_k
0	1	1	1	0	21
1	0	1	1	1	12
1	1	1	1	1	11
1	**1**	**0**	**1**	**1**	**9**
1	1	0	0	0	20
0	0	0	1	0	18
0	0	0	1	1	28

Geração [k]					
Indivíduo					f_k
1	**1**	**0**	**1**	**1**	**9**
0	0	0	0	0	12
1	0	1	1	1	12
0	0	0	1	0	18
1	1	0	1	1	9
1	0	0	1	1	11
1	**0**	**0**	**0**	**1**	**8**

Geração [k+1]					
Indivíduo					f_k
1	**0**	**0**	**0**	**1**	**8**
0	1	1	1	0	21
1	1	1	0	0	7
0	1	1	1	1	6
1	1	1	0	0	13
1	1	1	0	0	13
1	0	1	1	0	7

O melhor indivíduo de cada geração está sendo deslocado para a geração seguinte.

Figura 5.12 – Esquema do algoritmo elitista. Fonte: Silva (2001).

5.2.14 Critério de parada

Determinada a primeira geração, o procedimento de busca se repete até que o critério de parada seja satisfeito. Normalmente o critério de parada considera a convergência e/ou número

máximo de gerações permitido. Quando uma das duas condições for satisfeita, tem-se a população final, que é o conjunto de possíveis soluções do problema. A convergência consiste em verificar a proximidade da aptidão com um valor esperado. Fica a cargo do usuário estabelecer um limite entre o valor esperado e o valor de parada. Como alternativa ao teste de convergência, pode ser estabelecido um número máximo de gerações a serem avaliadas. Essa estratégia é utilizada como meio de garantir que o algoritmo não fique executando por um tempo muito longo, já que não se sabe quando ele irá (e se irá) convergir (DA SILVA, 2002).

O algoritmo termina quando o critério de parada é satisfeito. Segundo Castilho (2003), os critérios de parada encontrados na literatura são:

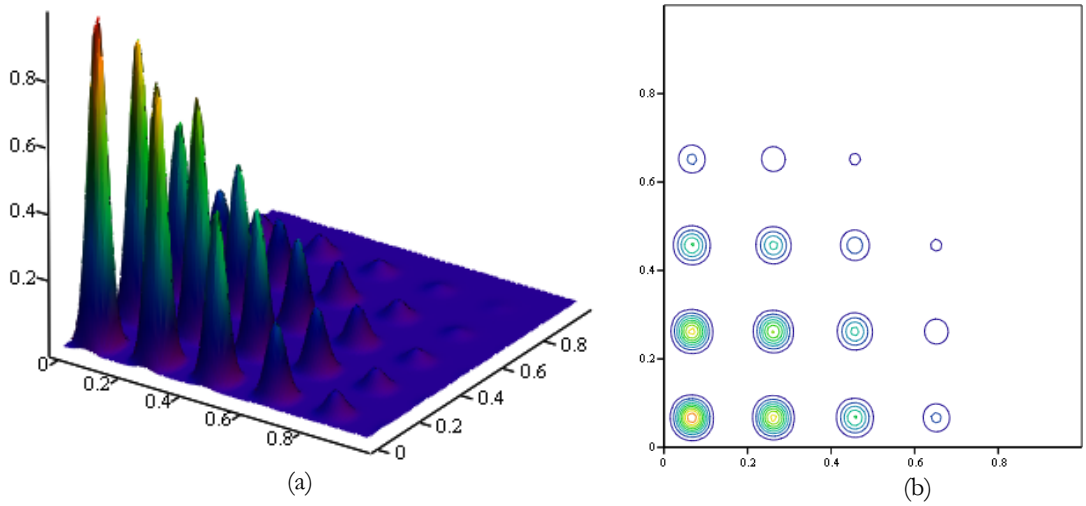
- número de gerações ou tempo-limite.
- quando um alto percentual da população possuir o mesmo valor de função aptidão.

5.2.15 Funções testes

Existem muitas variações dos AGs, cada uma delas mais indicada para um determinado tipo de problema. A Tabela 5.4 apresenta um conjunto de funções para testar a implementação do AGs, as quais foram obtidas de Liu e Han (2003). A função utilizada para validar o AG utilizado neste trabalho foi a função F1 (Figura 5.13). A implementação utilizada considera a representação real do conjunto de solução, o escalonamento linear, a seleção por ranking; o número de indivíduos da população foi 5, a probabilidade de mutação foi 0,05 e a probabilidade de crossover, 0,9.

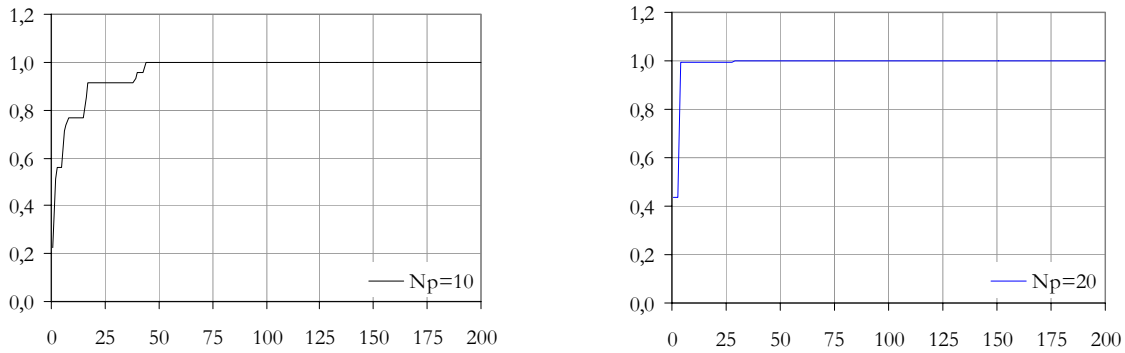
Tabela 5.4 – Funções testes. Fonte: Adaptado de Liu e Han (2003)

n	Função objetivo	Limites das variáveis	Ótimo Global	Valor da função Obj. no ótimo global	
F1	$f(x_1,x_2)=\prod_{i=1}^{2}[\sin(5.1px_i+0.5)]^6\exp\frac{-4(\log 2)(x_i-0.0667)^2}{0.64}$ $p=3.14159$	$0<x_i<1.0$ $i=1,2$	(0.0669, 0.0669)	1.0	Máximo
F2	$f(x_1,x_2)=\sum_{i=1}^{5}i\cos((i+1)x_1+i)\sum_{i=1}^{5}i\cos((i+1)x_2+i)$	$-10<x_i<10$ $i=1,2$	(4.8581, –7.0835) (–1.4251, –0.8003) (–0.8003, –1.4251)	–186.7309	Mínimo
F3	$f(x_1,x_2)=x_1^4/4-x_1^2/2+x_1/10+x_2^2/2$	$-10<x_i<10$ $i=1,2$	(–1.0467, 0.0)	–0.3524	Mínimo
F4	$f(x_1,x_2,x_3)=\sum_{i=1}^{3}((x_1-x_i^2)^2+(x_i-1)^2)$	$-5<x_i<5$ $i=1,2,3$	(1.0, 1.0, 1.0)	0.0	Mínimo
F5	$f(x_1,x_2,x_3)=\sum_{i=1}^{3}((ax_1-bx_i^2)^2+(cx_i-d)^2)$ $0.999\le a, b, c, d\le 1.001$ randomly	$-5<x_i<5$ $i=1,2,3$	(1.0, 1.0, 1.0)	0.0	Mínimo
F6	$f(x_1,x_2,x_3,x_4)=\sum_{i=1}^{5}\frac{-1}{\sum_{j=1}^{4}(x_j-d(j,i))^2+c(i)}$ $d[4, 5] = (4, 4, 4, 4; 1, 1, 1, 1; 8, 8, 8, 8; 6, 6, 6, 6; 3, 7, 3, 7)$ $c[5] = (0.1, 0.2, 0.2, 0.4, 0.4)$	$0<x_i<10.0$ $i=1,2,3,4$	(4.0, 4.0, 4.0, 4.0)	–10.1532	Mínimo



(a) (b)

Figura 5.13 – Função teste F1. (a) Superfície (b) Curvas de nível.



(a) (b)

Figura 5.14 – Convergência da função teste F1. (a) Np=10 (b) Np=20.

Observa-se que o AG convergiu para o ponto de ótimo global, onde o máximo é $f(0,0699;0,0699)=1,0$. Os outros exemplos foram testados, porém não serão apresentados neste trabalho, por não serem essenciais para o estudo.

5.3 Estudo das distribuições de probabilidades

Uma distribuição de probabilidade descreve, por meio de um modelo analítico, a informação sobre a incerteza da variável aleatória que representa este fenômeno. Para cada distribuição de probabilidade, pode-se associar parâmetros, os quais fornecem informações estatísticas pertinentes à incerteza da variável aleatória.

No problema estudado nesta tese é necessário estimar as distribuições de probabilidades mais adequadas para representar os parâmetros dos modelos de pressões calibrados. Desta forma, nesta seção são estudadas as distribuições de probabilidades mais importantes para este trabalho.

Há várias distribuições de probabilidades e, a seguir, são apresentadas algumas das mais importantes:

Distribuição normal ou gaussiana: é uma distribuição contínua que pode assumir qualquer valor dentro de um intervalo previamente definido. Para uma variável normalmente distribuída, o intervalo é $(-\infty \ +\infty)$, o que significa que ela pode assumir, pelo menos em princípio, qualquer valor real. É utilizada em todos os tipos de análises de dados com a propriedade do limite central que afirma que uma soma de variáveis aleatórias tende a uma distribuição gaussiana para uma amostra infinita de dados.

Distribuição Lognormal: é uma distribuição contínua derivada da distribuição normal (gaussiana) que é utilizada para explicar dados que não são explicados por uma normal, mas que através de uma transformação passa a apresentar características de simetria como a normal. É utilizada na engenharia para: carregamentos permanentes, resistência, módulo de elasticidade, erro, geometria etc. Uma vantagem no emprego da distribuição lognormal é que ela não assume valores negativos, o que a torna adequada para uso em engenharia de estruturas.

Distribuição uniforme: constitui uma distribuição contínua que especifica que valores compreendidos entre um máximo e um mínimo são equiprováveis. O uso dessa distribuição geralmente se faz quando há um total desconhecimento da variável aleatória, conhecendo-se apenas seus limites.

Distribuição exponencial: é a distribuição cuja probabilidade de acontecer um evento em um pequeno intervalo de tempo é proporcional ao tamanho desse intervalo. Se a probabilidade de ocorrência de mais de um evento nesse intervalo for nula e se a probabilidade de ocorrência de um evento for independente da ocorrência de outros, então o intervalo entre ocorrências possuirá uma distribuição exponencial. Essa distribuição possui a propriedade denominada "*memoryless"*, isto é, os dados obtidos agora independem dos obtidos anteriormente.

*Distribuição hiperexponencial***:** é um caso particular de distribuição exponencial que admite uma variância muito grande em relação à média.

Distribuições Weibull e Gumbel: são distribuições contínuas de extremo utilizadas geralmente para interpretações de carregamentos acidentais como: onda do mar, vento, tráfego de veículos e outros fenômenos aleatórios.

Distribuição Birbaum-Saunders: é uma distribuição contínua baseada em dois parâmetros e foi desenvolvida considerando as características básicas dos processos de fadiga. Pode representar dados que tenham a forma assimétrica.

*Processo ou distribuição de Poisson***:** é um caso particular da distribuição binomial e origina-se de uma seqüência de Bernoulli que ocorre ao longo de um contínuo (tempo ou espaço), com

intervalos (de tempo ou de espaço) tendendo a zero. O número de tentativas de Bernoulli tendendo a infinito e a probabilidade de ocorrência do evento de interesse em cada tentativa tendendo a zero, origina um processo chamado Poisson.

5.3.1 Estimadores paramétricos

Um problema em quase todas as áreas da pesquisa científica é a estimação pontual de parâmetros de uma distribuição de probabilidade (modelo analítico estatístico), relacionada a um conjunto de dados experimentais. Existem alguns métodos para a estimação de parâmetros como:

- método dos mínimos quadrados;
- método dos momentos de ordem "n";
- método da máxima verossimilhança.

Neste trabalho foram utilizados os estimadores de máxima verossimilhança para a obtenção dos parâmetros das distribuições de probabilidade, bem como, na calibração dos parâmetros dos modelos de pressões. A seguir será descrito, resumidamente, o método de máxima verossimilhança para as três distribuições de probabilidades utilizadas.

5.3.1.1 Estimadores de máxima verossimilhança (EMVs)

O método de máxima verossimilhança[9] é um dos mais famosos métodos para a obtenção de um estimador pontual de um parâmetro. Uma das vantagens desse método, além da flexibilidade e eficiência, é o "princípio da invariância". Seja $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ o EMV de um parâmetro qualquer $\boldsymbol{\theta}$ e seja $h(\boldsymbol{\theta})$ uma função qualquer deste parâmetro. Então o EMV $h(\boldsymbol{\theta})$ é $h(\hat{\boldsymbol{\theta}})$. Este método pode apresentar maiores dificuldades quando comparado ao método dos momentos, mas possui um número de propriedades muito atraentes, as quais são especialmente aplicadas na análise de confiabilidade e engenharia de risco (FABER, 2006).

O princípio do método consiste na obtenção dos parâmetros da função densidade de probabilidade $f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x};\boldsymbol{\theta})$ que maximiza a propensão da amostra aleatória. Supondo que $\mathbf{x}$ é uma variável aleatória com distribuição de probabilidade $f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x};\boldsymbol{\theta})$, onde $\boldsymbol{\theta}$ é um parâmetro desconhecido e, sendo $x_1, x_2, ..x_n$ valores observados de uma amostra aleatória de tamanho n, o estimador de máxima verossimilhança (EMV) de um parâmetro $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ é o valor de $\boldsymbol{\theta}$ que maximiza a função de verossimilhança $L(\boldsymbol{\theta})$ dada pela eq. (210),

[9] Esta técnica foi desenvolvida em meados de 1920 por um estatístico britânico, R. A. Fisher.

$$L(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{x}) = \prod_{i=1}^{n} f_X(\hat{x}_i|\hat{\boldsymbol{\theta}}) \tag{210}$$

onde $f_X(\hat{x}_i;\hat{\boldsymbol{\theta}})$ é a função densidade de probabilidade discreta ou contínua com os parâmetros da distribuição a ser estimada $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \left(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \ldots, \hat{\theta}_n\right)^T$ e $\hat{x}_i$ representa os valores amostrais. Observa-se que $f_X(\hat{x}_i;\hat{\boldsymbol{\theta}})$ pode ter mais de um parâmetro.

Para um melhor entendimento pode-se utilizar uma variável discreta. A função máxima verossimilhança $L(\boldsymbol{\theta})$ é de ocorrência simultânea dos dados observados x_n.

$$L(\boldsymbol{\theta}) = P(X_1 = \hat{x}_1, X_2 = \hat{x}_2, .., X_n = \hat{x}_n) \tag{211}$$

Dessa forma, a função $L(\boldsymbol{\theta})$ é um estimador que maximiza a probabilidade de ocorrência dos valores amostrais. Observa-se que $L(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{x})$ são produtos de termos, o que facilita trabalhar com logaritmos, pois o logaritmo do produto é a soma dos logaritmos dos fatores. Assim o logaritmo da função de verossimilhança é naturalmente o logaritmo de $L(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{x})$, isto é:

$$l(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{x}) = \ln[L(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{x})] \tag{212}$$

O problema pode também ser escrito de duas formas, eqs. (213) e (214).

$$\max_{\theta} = \{\ln[L(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{x})]\} \tag{213}$$

$$\min_{\theta} = \{-\ln[L(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{x})]\} \tag{214}$$

Assim, os valores de $\hat{\boldsymbol{\theta}}$, que maximizam $\ln(L(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{x}))$, do mesmo modo maximizam a $L(\boldsymbol{\theta})$. Cabe destacar que, na prática, em geral é mais fácil trabalhar com o logaritmo da função de verossimilhança. Assim os EMV $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ são os valores de $\boldsymbol{\theta}$ que maximizam o logaritmo da função de verossimilhança e, portanto, para o cálculo de $\boldsymbol{\theta}$, é necessário maximizar $l(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{x})$ para todos os possíveis valores de θ. Isto geralmente é feito pela diferenciação do $l(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{x})$ com relação a $\boldsymbol{\theta}$ e fazendo a derivada igual a zero, encontra-se $\hat{\boldsymbol{\theta}}$, quando a função de verossimilhança é unimodal.

A eq. (212) em alguns casos especiais pode ser resolvida algebricamente e o valor de $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ pode ser obtido diretamente da formulação. No entanto, em muitas situações, é necessário resolver esta função através de métodos iterativos ou métodos numéricos clássicos. Os métodos iterativos de cálculo dos EMV são bastante utilizados na prática e, em geral, mostram-se imprescindíveis quando a dimensão do espaço de parâmetros é grande (CORDEIRO, 1992).

Algumas dificuldades em relação à utilização destes métodos podem ser citadas:

necessidade de derivar $l(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{x})$, grande número de parâmetros e necessidade da verificação de convergência. Além disso, os métodos numéricos clássicos podem não garantir a obtenção do ótimo global. Portanto, para minimizar e/ou evitar estas dificuldades, podemos utilizar os métodos evolucionários conhecidos como AGs.

Segundo Cheung et al. (2003), uma das vantagens dos AGs é que as derivadas do logaritmo da função de verossimilhança não necessitam ser calculadas e que os resultados obtidos com os AGs são eficientes e precisos para a estimação de tais parâmetros.

Além disso, atualmente existem diversos trabalhos publicados em que os Algoritmos Genéticos são aplicados a problemas estatísticos clássicos e bayesianos, destacando a seguinte literatura: Knan et al. (2002); Pelikan et al. (1999), Petrovski et al. (1998), Chatterje et al. (1996).

O método de máxima verossimilhança é freqüentemente o método de estimação preferido pelos estatísticos, segundo Montgomery e Runger (2002). A razão dessa escolha é devido à facilidade e às boas características estatísticas:

- são não-viesados (tendenciosos), ou seja, $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ é um estimador não-tendencioso para $\boldsymbol{\theta}[E(\hat{\boldsymbol{\theta}}) \cong \boldsymbol{\theta}]$;
- possuem variância mínima entre todos os estimadores não-tendenciosos;
- $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ tem uma distribuição normal assintótica quando "n" é grande;
- são consistentes $\lim_{x\to\infty} P[\left|\hat{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta}\right| \geq \varepsilon] = 0 \;\; \varepsilon > 0$;
- são suficientes $f_{\mathbf{x}|\hat{\boldsymbol{\theta}}}(\hat{\mathbf{x}} \,|\, \hat{\boldsymbol{\theta}})$, ou seja, não depende de $\boldsymbol{\theta}$.

Segundo Faber (2006), uma das propriedades mais interessantes do método da máxima verossimilhança é que, quando o número de amostra n é suficientemente grande, a distribuição dos parâmetros estimados converge a uma distribuição normal com média $\boldsymbol{\mu}_\theta$ igual às estimativas pontuais, isto é:

$$\boldsymbol{\mu}_\theta = \left(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, ...\hat{\theta}_n\right)^T \tag{215}$$

A matriz covariância $\mathbf{C}_{\Theta\Theta}$ para os pontos estimados pode ser obtida pela eq. (216).

$$\mathbf{C}_{\Theta\Theta} = \mathbf{H}^{-1} \tag{216}$$

onde $\mathbf{H}$ é a matriz-informação de Fisher com as componentes determinadas pelas derivadas parciais de segunda ordem da função verossimilhança, calculada no ponto ótimo, e é expresso pela eq. (217):

$$\mathbf{H}_{ij} = \left. \frac{\partial^2 (-l(\boldsymbol{\theta}|\hat{\mathbf{x}}))}{\partial\theta_i \partial\theta_j} \right|_{\boldsymbol{\theta}=\hat{\boldsymbol{\theta}}} \tag{217}$$

Para entender melhor a matriz informação de Fisher, basta lembrar que, pode-se aproximar uma função por uma série de Taylor e sendo assim, a matriz Hessiana apresenta a propriedade de avaliar a variação da função no ponto onde os parâmetros foram estimados por meio da técnica de máxima verossimilhança.

Montgomery e Runger (2002) afirmam que, apesar de o método de máxima verossimilhança ser uma excelente técnica, às vezes algumas complicações aparecem com o seu uso.

5.3.1.2 Distribuição Gaussiana ou Normal

A função densidade de probabilidade Gaussiana ou normal é expressa pela eq. (218):

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2.\pi}.\sigma}.e^{-\frac{1}{2}.\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \tag{218}$$

Os parâmetros da distribuição são a média (μ) e o desvio padrão (σ). A função de probabilidade acumulada pode ser obtida integrando a função densidade de probabilidade.

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sigma.\sqrt{2.\pi}}.e^{-\frac{1}{2}.\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}.dx \tag{219}$$

Fazendo $\hat{\theta}_1 = \sigma$ e $\hat{\theta}_2 = \mu$ na eq. (218) quando $x = \hat{x}$, e obtendo o logaritmo da função máxima verossimilhança, obtém-se para a distribuição normal, a função verossimilhança, expressa pela eq. (220).

$$L(\boldsymbol{\theta}|\hat{\mathbf{x}}) = \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{2.\pi}.\hat{\theta}_1}.e^{-\frac{1}{2}.\left(\frac{\hat{x}_i-\hat{\theta}_2}{\hat{\theta}_1}\right)^2} \tag{220}$$

que pode ser escrita na forma de um somatório,

$$L(\boldsymbol{\theta}|\hat{\mathbf{x}}) = \left(\frac{1}{\sqrt{2.\pi}.\hat{\theta}_1}\right)^n.e^{-\frac{1}{2}.\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\hat{x}_i-\hat{\theta}_2}{\hat{\theta}_1}\right)^2} \tag{221}$$

Aplicando o logaritmo, a função verossimilhança pode ser escrita como:

$$l(\boldsymbol{\theta}|\hat{\mathbf{x}}) = n.\ln\left(\frac{1}{\sqrt{2.\pi}.\hat{\theta}_1}\right) - \frac{1}{2}.\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\hat{x}_i-\hat{\theta}_2}{\hat{\theta}_1}\right)^2 \tag{222}$$

Os parâmetros então podem ser estimados resolvendo as seguintes equações:

$$\frac{\partial l}{\partial \hat{\theta}_1} = \frac{-n}{\hat{\theta}_1} + \frac{1}{\hat{\theta}_1^3}\sum_{i=1}^{n}(\hat{x}_i - \hat{\theta}_2)^2 = 0 \tag{223}$$

$$\frac{\partial l}{\partial \hat{\theta}_2} = \frac{1}{\hat{\theta}_1^2}\sum_{i=1}^{n}(\hat{x}_i - \hat{\theta}_2) = 0 \tag{224}$$

Os parâmetros são expressos pela eqs (225) e (226) e representam a média e a variância da amostra.

$$\hat{\theta}_1 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(\hat{x}_i - \hat{\theta}_2)^2}{n}} \tag{225}$$

$$\hat{\theta}_2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\hat{x}_i \tag{226}$$

Para a distribuição normal, os estimadores de máxima verossimilhança fornecem os mesmos resultados dos obtidos pelo método dos momentos. Porém, pode-se, com o método da máxima verossimilhança, estimar a variabilidade dos parâmetros envolvidos por meio da eq. (227) obtêm-se:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \dfrac{-n}{\hat{\theta}_1^2} + \dfrac{3\sum_{i=1}^{n}(\hat{x}_i - \hat{\theta}_2)^2}{\hat{\theta}_1^4} & \dfrac{2\sum_{i=1}^{n}(\hat{x}_i - \hat{\theta}_2)}{\hat{\theta}_1^3} \\ \dfrac{2\sum_{i=1}^{n}(\hat{x}_i - \hat{\theta}_2)}{\hat{\theta}_1^3} & \dfrac{n}{\hat{\theta}_1^2} \end{pmatrix} \tag{227}$$

A matriz inversa de H fornece as informações necessárias para o tratamento das incertezas estatísticas associadas aos parâmetros estimados. Assim, a eq. (227) representa a incerteza dos parâmetros estimados da variável gaussiana e pode ser utilizada na análise de confiabilidade (FABER, 2006). Uma importante observação diz respeito a matriz que deve ser positiva definida para que o ponto $(\hat{\theta}_1;\hat{\theta}_2)$ seja máximo da função $L(\theta|\hat{\mathbf{x}})$.

5.3.1.3 Distribuição Lognormal

A função densidade de probabilidade lognormal é expressa pela eq. (228).

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2.\pi}.\zeta.x}.e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(x)-\lambda}{\zeta}\right)^2} \tag{228}$$

Os parâmetros da distribuição são de locação (λ) e de escala (ζ). A função de probabilidade acumulada pode ser obtida integrando a função densidade de probabilidade.

$$F_X(x) = \Phi\left(\frac{\ln(x) - \lambda}{\zeta}\right) \tag{229}$$

Os momentos de uma variável lognormal são:

$$\mu = \exp\left(\lambda + \frac{\zeta^2}{2}\right) \tag{230}$$

$$\sigma = \mu.\sqrt{\exp(\zeta^2) - 1} \tag{231}$$

Para a distribuição lognormal, a função verossimilhança é dada pela eq. (232)

$$L(\boldsymbol{\theta}|\hat{\mathbf{x}}) = \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{\hat{x}_i.\sqrt{2.\pi}.\zeta}.e^{-\frac{1}{2}.\left(\frac{\ln(\hat{x}_i)-\lambda}{\zeta}\right)^2} \tag{232}$$

Fazendo $\hat{\theta}_1 = \zeta$ e $\hat{\theta}_2 = \lambda$, e obtendo o logaritmo da função máxima verossimilhança, obtém-se:

$$l(\boldsymbol{\theta}|\hat{\mathbf{x}}) = \ln\left(\frac{1}{\sqrt{2.\pi}.\hat{\theta}_1}\right)^n + \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\hat{x}_i} - \frac{1}{2}.\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\ln(\hat{x}_i) - \hat{\theta}_2}{\hat{\theta}_1}\right)^2 \tag{233}$$

Simplificando a eq. (233), obtém-se a eq. (234),

$$l(\boldsymbol{\theta}|\hat{\mathbf{x}}) = -n.\ln\left(\hat{\theta}_1.\sqrt{2.\pi}\right) - \sum_{i=1}^{n}\hat{x}_i - \frac{1}{2}.\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\ln(\hat{x}_i) - \hat{\theta}_2}{\hat{\theta}_1}\right)^2 \tag{234}$$

Pode-se derivar a função de máxima verossimilhança para encontrar as estimativas dos parâmetros:

$$\frac{\partial l(\boldsymbol{\theta}|\hat{\mathbf{x}})}{\partial \hat{\theta}_1} = \frac{-n}{\hat{\theta}_1} + \frac{1}{\hat{\theta}_1^3}.\sum_{i=1}^{n}\left(\ln(\hat{x}_i) - \hat{\theta}_2\right)^2 = 0 \tag{235}$$

$$\frac{\partial l(\boldsymbol{\theta}|\hat{\mathbf{x}})}{\partial \hat{\theta}_2} = \frac{1}{\hat{\theta}_1^2}.\sum_{i=1}^{n}\left(\ln(\hat{x}_i) - \hat{\theta}_2\right) = 0 \tag{236}$$

Pode ser observado que as estimativas da função máxima verossimilhança são as mesmas obtidas com a distribuição normal, com a diferença do logaritmo nos valores dos dados amostrais.

Os parâmetros estimados são expressos como:

$$\hat{\theta}_1 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(\ln(\hat{x}_i) - \hat{\theta}_2)^2}{n}} \tag{237}$$

$$\hat{\theta}_2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\ln(\hat{x}_i) \tag{238}$$

A matriz hessiana apresenta os seguintes componentes:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \dfrac{-n}{\hat{\theta}_1^2} + \dfrac{3.\sum_{i=1}^{n}(\ln(\hat{x}_i)-\hat{\theta}_2)^2}{\hat{\theta}_1^4} & \dfrac{2\sum_{i=1}^{n}(\ln(\hat{x}_i)-\hat{\theta}_2)}{\hat{\theta}_1^3} \\ \dfrac{2\sum_{i=1}^{n}(\ln(\hat{x}_i)-\hat{\theta}_2)}{\hat{\theta}_1^3} & \dfrac{n}{\hat{\theta}_1^2} \end{pmatrix} \tag{239}$$

5.3.1.4 Distribuição Lognormal (deslocada)

A função densidade de probabilidade lognormal (deslocada) é expressa pela eq. (240):

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2.\pi}.\zeta.(x-\varepsilon)}.e^{-\frac{1}{2}.\left(\frac{\ln(x-\varepsilon)-\lambda}{\zeta}\right)^2} \tag{240}$$

Os parâmetros da distribuição são de locação (λ), escala (ζ) e corte (ε). A função de probabilidade acumulada pode ser obtida integrando a função densidade de probabilidade.

$$F_X(x) = \Phi\left(\frac{\ln(x-\varepsilon)-\lambda}{\zeta}\right) \tag{241}$$

Os momentos de uma variável lognormal:

$$\mu = \varepsilon + \exp\left(\lambda + \frac{\zeta^2}{2}\right) \tag{242}$$

$$\sigma = \exp\left(\lambda + \frac{\zeta^2}{2}\right).\sqrt{\exp(\zeta^2)-1} \tag{243}$$

Neste caso, os parâmetros não podem ser obtidos diretamente necessitando de métodos iterativos. Kottegoda e Rosso (1997) sugerem o cálculo da assimetria para introduzir mais uma equação no problema para a busca do parâmetro iterativamente. Para isso, sugerem a eq. (244) que é obtida a partir do momento de 3º ordem:

$$\gamma_1 = 3.\frac{\sigma_{\mathbf{X}-\varepsilon}}{\mu_{\mathbf{X}-\varepsilon}} + \left(\frac{\sigma_{\mathbf{X}-\varepsilon}}{\mu_{\mathbf{X}-\varepsilon}}\right)^3 = 3.\frac{\sigma}{\mu-\varepsilon} + \left(\frac{\sigma}{\mu-\varepsilon}\right) \tag{244}$$

onde μ, σ e γ_1 são média, desvio e coeficientes de assimetria da amostra. Porém, para a solução, é necessária a obtenção da raiz da eq. (245) e para isso neste trabalho foi utilizado o método da bisseção.

$$\gamma_1.(\mu-\varepsilon)^3 - 3.(\mu-\varepsilon)^2.\sigma - \sigma^3 = 0 \tag{245}$$

Após a obtenção do ε, é necessária a obtenção dos outros parâmetros:

$$\zeta = \sqrt{\ln\left[1+\left(\frac{\sigma}{\mu-\varepsilon}\right)^2\right]} \tag{246}$$

$$\lambda = \ln(\mu-\varepsilon) - \frac{1}{2}.\ln\left[1+\left(\frac{\sigma}{\mu-\varepsilon}\right)^2\right] \tag{247}$$

Para a distribuição lognormal deslocada, a função verossimilhança é dada pela eq. (248):

$$L(\boldsymbol{\theta}|\hat{\mathbf{x}}) = \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{(\hat{x}_i-\varepsilon).\zeta.\sqrt{2.\pi}}.e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(\hat{x}_i-\varepsilon)-\lambda}{\zeta}\right)^2} \tag{248}$$

Fazendo $\hat{\theta}_1 = \zeta$, $\hat{\theta}_2 = \lambda$ e $\hat{\theta}_3 = \varepsilon$, e obtendo o logaritmo da função máxima verossimilhança, obtém-se:

$$l(\boldsymbol{\theta}|\hat{\mathbf{x}}) = \ln\left(\frac{1}{\sqrt{2.\pi}.\hat{\theta}_1}\right)^n + \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{(\hat{x}_i-\hat{\theta}_3)} - \frac{1}{2}.\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\ln(\hat{x}_i-\hat{\theta}_3)-\hat{\theta}_2}{\hat{\theta}_1}\right)^2 \tag{249}$$

Utilizando alguma álgebra, chega-se a:

$$l(\boldsymbol{\theta}|\hat{\mathbf{x}}) = -n.\ln\left(\hat{\theta}_1.\sqrt{2.\pi}\right) - \sum_{i=1}^{n}(\hat{x}_i-\hat{\theta}_3) - \frac{1}{2}.\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\ln(\hat{x}_i-\hat{\theta}_3)-\hat{\theta}_2}{\hat{\theta}_1}\right)^2 \tag{250}$$

Pode-se derivar a função de máxima verossimilhança para encontrar as estimativas dos parâmetros.

$$\frac{\partial l(\boldsymbol{\theta}|\hat{\mathbf{x}})}{\partial\hat{\theta}_1} = \frac{-n}{\hat{\theta}_1} + \frac{1}{\hat{\theta}_1^3}.\sum_{i=1}^{n}\left(\ln(\hat{x}_i-\hat{\theta}_3)-\hat{\theta}_2\right)^2 = 0 \tag{251}$$

$$\frac{\partial l(\boldsymbol{\theta}|\hat{\mathbf{x}})}{\partial\hat{\theta}_2} = \frac{1}{\hat{\theta}_1^2}.\sum_{i=1}^{n}\left(\ln(\hat{x}_i-\hat{\theta}_3)-\hat{\theta}_2\right) = 0 \tag{252}$$

$$\frac{\partial l(\boldsymbol{\theta}|\hat{\mathbf{x}})}{\partial\hat{\theta}_3} = n + \frac{1}{\hat{\theta}_1^2}.\sum_{i=1}^{n}(\ln(\hat{x}_i-\hat{\theta}_3)-\hat{\theta}_2).\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\hat{x}_i-\hat{\theta}_3} = 0 \tag{253}$$

Pode-se observar que, para a obtenção dos parâmetros é necessária a resolução das 3 equações simultaneamente. Para a análise da incerteza dos parâmetros, é obtida a matriz hessiana.

A matriz hessiana será apresentada separadamente, pois os termos são extensos.

$$H_{11} = \left(\frac{-n}{\hat{\theta}_1^2} + \frac{3\sum_{i=1}^{n}(\ln(\hat{x}_i-\hat{\theta}_3)-\hat{\theta}_2)^2}{\hat{\theta}_1^4}\right) \tag{254}$$

$$H_{12} = H_{21} = \frac{2\sum_{i=1}^{n}(\ln(\hat{x}_i - \hat{\theta}_3) - \hat{\theta}_2)}{\hat{\theta}_1^3} \tag{255}$$

$$H_{13} = H_{31} = \frac{2}{\hat{\theta}_1^3}.\sum_{i=1}^{n}(\ln(\hat{x}_i - \hat{\theta}_3) - \hat{\theta}_2).\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{(\hat{x}_i - \hat{\theta}_3)} \tag{256}$$

$$H_{22} = \frac{n}{\hat{\theta}_1^2} \tag{257}$$

$$H_{23} = H_{32} = \frac{1}{\hat{\theta}_1^2}.\sum_{i=1}^{n}(\ln(\hat{x}_i - \hat{\theta}_3) - \hat{\theta}_2).\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\hat{x}_i - \hat{\theta}_3} \tag{258}$$

$$H_{33} = \frac{1}{\theta_1^2}.\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\hat{x}_i - \hat{\theta}_3}.\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\hat{x}_i - \hat{\theta}_3} - \frac{1}{\hat{\theta}_1^2}.\left[\sum_{i=1}^{n}(\ln(\hat{x}_i - \hat{\theta}_3) - \hat{\theta}_2)\right].\frac{n}{\hat{\theta}_3^2} \tag{259}$$

5.3.2 Testes de validação dos modelos analíticos de distribuições de probabilidades

Após a estimação paramétrica pontual por meio dos dados obtidos nos ensaios das propriedades físicas, é necessária a validação dos modelos analíticos estimados para as variáveis aleatórias estudadas com testes de hipóteses (*goodness-of-fit*).

5.3.2.1 Teste de χ^2 Qui-Quadrado

O teste qui-quadrado é um teste de significância baseado na distribuição de probabilidade qui-quadrado. A estatística é originada pela soma de quadrados de variáveis independentes padronizadas. Os principais passos são o ordenamento dos dados, dividindo pelo número de classes dependendo da magnitude do intervalo e a estimativa da distribuição de probabilidade empírica. O teste estatístico é

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{l}\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \tag{260}$$

onde O_i e E_i são as freqüências observadas e esperadas, respectivamente, para cada classe i, de um total de l classes, dentro do conjunto de dados amostrais ordenados de n observações. A distribuição da amostra X^2 tende, quando n se aproxima de ∞, para uma distribuição χ_ν^2, onde $\nu = l - 1 - k$ representa os graus de liberdade e k é o número de parâmetros estimados da amostra. O teste é aplicável para variáveis discretas e variáveis contínuas, com um mínimo de 5 valores por classe, segundo Kottegoda e Rosso (1997).

5.3.2.2 Teste de Kolmogorov-Smirnov

Este teste estatístico é chamado também de KS, segundo Kottegoda e Rosso (1997) e é muito útil para a validação da estimação pontual dos parâmetros da distribuição de probabilidade

empírica. O teste KS é um teste não-paramétrico que relaciona a função de probabilidade acumulada em lugar da função densidade de probabilidade de uma variável contínua. Este teste não é aplicado a variáveis discretas. O teste KS é uma medida simples, definida como a máxima distância vertical absoluta entre duas funções de probabilidade acumulada.

Para uma variável contínua $\mathbf{x}$, $x_1, x_2, ..., x_{i=n}$ são observações ordenadas em ordem crescente de uma amostra de tamanho n. A função distribuição de probabilidade acumulada amostral ou empírica $F_i(x)$ é uma função passo ou descontínua. Isto fornece a proporção de valores que não excedem x e é definida como:

$$F_i(x) = \begin{cases} 0 \text{ para } x < x_1 \\ \dfrac{i}{n} \text{ para } x_i \le x \le x_{i+1} \\ 1 \text{ para } x > x_n \end{cases} \tag{261}$$

Dada $F_X(x)$ como uma função de distribuição de probabilidade acumulada como completamente especificada, a hipótese nula H_0 é que a verdadeira distribuição de probabilidade acumulada seja idêntica a $F_i(x)$:

$$\lim_{i\to\infty} P\left[F_i(x) - F_X(x)\right] = 1 \tag{262}$$

O critério do teste é a máxima diferença absoluta (eq. (263)) entre $F_i(x)$ e $F_X(x)$, formalmente definida como:

$$D = \max_{i=1}^{n} \left|F_i(x) - F_X(x_i)\right| = \max_{i=1}^{n} \left|\frac{i}{n} - F_X(x_i)\right| \tag{263}$$

Para grandes valores de n, Smirnov (1959 apud Kottegoda e Rosso, 1997, p.286) apresenta o limite da distribuição de $\sqrt{n}D$ como:

$$\lim_{n\to\infty}\left[P\left(\sqrt{n}.D \le z\right)\right] = \frac{\sqrt{2.\pi}}{z}\sum_{k=1}^{\infty} e^{\frac{-(2.k-1)^2.\pi^2}{8.z^2}} \tag{264}$$

O valor z é dado aproximadamente por:

$$z \cong \left(\sqrt{n} + 0{,}12 + \frac{0{,}11}{\sqrt{n}}\right).D \tag{265}$$

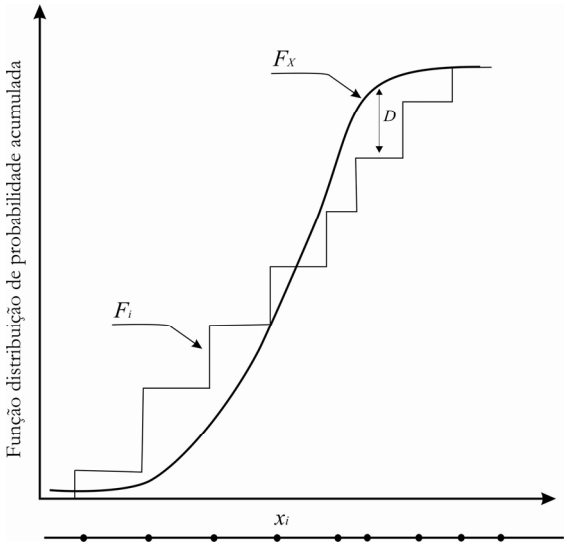


Figura 5.15 – Estatística de Kolmogorov-Smirnov. Fonte: Adaptado de Press et al. (1992).

Os valores críticos de D_α para grandes amostras, $n > 35$, são respectivamente $1,3581/\sqrt{n}$ e $1,6276/\sqrt{n}$ para os níveis de significância $\alpha = 0,05$ e $0,01$, que correspondem às probabilidades de $0,95$ e $0,99$, respectivamente, ou seja, se $D > D_\alpha$ a hipótese H_0 é rejeitada o que significa que a distribuição estimada não pode representar os dados experimentais ao nível de significância α.

5.3.2.3 Teste de Anderson-Darling

Segundo Kottegoda e Rosso (1997), o teste de Anderson-Darling é recomendado para aumentar a ponderação na cauda da distribuição de probabilidade, onde geralmente estão presentes altos e baixos valores, que são chamados de "*outliers*". Isto é possível com a divisão da diferença entre a distribuição cumulativa de probabilidade empírica e a hipotética, $F_i(x)$ e $F_X(x)$, por $\sqrt{F_X(x).[1-F_X(x)]}$. Dessa forma, o teste torna-se:

$$A^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \left[F_i(x) - F_X(x)\right]^2 \frac{1}{F_X(x).\left[1-F_X(x)\right]}.f_X(x).dx \tag{266}$$

onde $f_X(x)$ é a função distribuição densidade de probabilidade. Anderson e Darling (1954 apud Kottegoda e Rosso,1997, p.290) mostram que isto é equivalente à eq. (267):

$$A^2 = -n - \sum_{i=1}^{n} \frac{(2i-1)\left\{\ln(F_X(x_i)) + \ln\left[1-F_X(x_{n-i+1})\right]\right\}}{n} \tag{267}$$

onde $x_1, x_2, ..., x_{i=n}$ são observações ordenadas em ordem crescente. Para valores do teste estatístico A^2 maior que os valores críticos, a hipótese nula que $F_i(x)$ e $F_X(x)$ têm a mesma distribuição é rejeitada. Para grandes amostras, os valores críticos para níveis de confiança de 0,05

e 0,01 são respectivamente $A^2_{0,05} = 2,492$ e $A^2_{0,01} = 3,857$ que apresentam uma boa aproximação quando $n \geq 10$.

Neste trabalho foram utilizados ambos os testes estatísticos, para a validação dos modelos de distribuição de probabilidades, das propriedades físicas e parâmetros dos modelos de pressões que foram calibrados.

5.4 Formulação do procedimento de calibração dos modelos de pressão

Para cada ensaio foram calibrados[10] os parâmetros dos modelos de pressão que melhor se ajustavam aos dados de pressões experimentais. Para isso, foi utilizado o modelo de Janssen, (1895) para as pressões de carregamento, e o de Jenike et al. (1973), para as pressões de descarregamento.

Para que o modelo teórico fosse ajustado às pressões obtidas experimentalmente foi utilizada a técnica de máxima verossimilhança a qual transforma o problema de calibração em um problema de maximização. A função a ser maximizada é expressa pela eq. (268):

$$\max_{\theta} = L(\boldsymbol{\theta} \,|\, \mathbf{x}) \tag{268}$$

onde $\boldsymbol{\theta}$ é o vetor dos parâmetros a serem estimados e $\mathbf{x}$ as pressões obtidas experimentalmente.

Aplicando a eq. (268) ao problema de calibração dos parâmetros das pressões, obtém-se as eq. (269), eq. (270) e eq. (271). Para o desenvolvimento das expressões de máxima verossimilhança, foi utilizada a distribuição de probabilidade normal para explicar os resíduos entre o modelo teórico e as pressões obtidas experimentalmente.

$$\max[\ln(L(\sigma,\gamma,K,\mu_{w,c}\,|\,p_i))] = -\frac{n}{2}.\ln(2\pi) - \frac{n}{2}\ln(\sigma^2) - \frac{1}{2.\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(p_i - p_{h,c(Janssen)}) \tag{269}$$

$$\max[\ln(L(\sigma,\gamma,K,\mu_{w,c}\,|\,p_i))] = -\frac{n}{2}.\ln(2\pi) - \frac{n}{2}\ln(\sigma^2) - \frac{1}{2.\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(p_i - p_{h,c(Jenike)}) \tag{270}$$

$$\max[\ln(L(\sigma,C,K_t\,|\,p_i))] = -\frac{n}{2}.\ln(2\pi) - \frac{n}{2}\ln(\sigma^2) - \frac{1}{2.\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(p_i - p_{n,t(genérico)}) \tag{271}$$

onde:

p_i representa a pressão experimental obtida no silo-piloto para o ponto i;

$p_{h,c(Janssen)}$ representa o modelo de pressões de Janssen (1895); para a condição de carregamento, conforme a eq. (39);

[10] Calibrar consiste em estabelecer grau de um valor.

$p_{h,c(Jenike)}$ representa o modelo de pressões de Jenike et al. (1973); para a condição de descarregamento é expressa pela eq. (85);

$p_{n,t(genérico)}$ representa o modelo de pressões para a tremonha conforme a eq. (178).

Dessa forma, para a obtenção dos estimadores de máxima verossimilhança, é necessário um algoritmo de otimização o qual deve maximizar a propensão de ocorrência dos dados experimentais. Neste trabalho, foram utilizados os algoritmos genéticos, para resolver o problema de otimização e para isso foram implementadas rotinas computacionais na plataforma de programação Builder C++ e incorporadas no programa P-Silos desenvolvido nesta tese.

5.4.1 Considerações sobre o capítulo

Nesta tese será utilizado o modelo de Janssen (1895), para as pressões de carregamento, e o modelo de Jenike et al. (1973), para as pressões de descarregamento. Para isso foram estudados os principais conceitos e resultados relacionados aos AGs, com o objetivo de estabelecer claramente a terminologia e conceituações utilizadas, bem como evidenciar os aspectos relevantes desta técnica. Após análise da literatura existente, verificou-se que os algoritmos genéticos se apresentam como uma alternativa para a calibração das pressões teóricas em silos, por meio de ensaios experimentais, pois são fáceis de serem implementados e são providos de busca estocástica no espaço de soluções. Após a calibração das pressões experimentais com o modelo teórico, por meio dos AGs, foram ajustadas as distribuições de probabilidades para os parâmetros encontrados e com isso construído os modelos estocásticos de pressões para o carregamento e descarregamento.

6 CAPÍTULO

CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

"Siga os bons e aprenda com eles"
Provérbio Chinês

Neste capítulo são apresentados os conceitos que regem a segurança em engenharia e os fundamentos para o estudo da confiabilidade para o projeto de silos esbeltos. Discute-se sobre a segurança das estruturas e a complexidade de se implantar a confiabilidade no projeto. Apresentam-se os principais métodos para o cálculo da confiabilidade, com ênfase naqueles que serão utilizados.

6.1 Considerações iniciais

Embora a estatística não seja avaliada no Brasil, todo ano um elevado número de silos falha devido a erros de projeto, uso impróprio, execução, manutenção ou à combinação destes, o que leva estas estruturas a serem uma das mais inseguras na área de engenharia. Muitas falhas são resultados das condições de carregamento não previstas nos projetos, ou seja, o desconhecimento fenomenológico, por parte do projetista, dos efeitos dinâmicos provocados pelo descarregamento do produto.

Sabe-se que nas construções da engenharia está embutido um nível de incertezas referente aos parâmetros de projeto, resistência dos materiais e solicitações[11] ao longo do tempo. Estas vêm sendo tratadas por coeficientes de segurança global (Método das Tensões Admissíveis) e coeficientes parciais de segurança (Método dos Estados Limites) que tentam incorporar todas estas variabilidades. Deve-se lembrar que nenhum coeficiente de segurança, economicamente aceitável, pode incorporar situações em que as condições do local, propriedades físicas do produto não-previstas, forças não contabilizadas, ou um cálculo ou análise inadequada pode assegurar um nível de segurança satisfatório.

Porém estes coeficientes devem contemplar as variabilidades encontradas no processo, como nas etapas que estão sendo consideradas e não podem ser controladas por um procedimento de qualidade.

[11] Solicitação é definida como ação de causa exterior capaz de produzir ou alterar a deformação de um corpo ou o estado de tensão de seus elementos. Fonte: Langendonck (1989).

Segundo Beck (2006) as incertezas em problemas de engenharia podem ser classificadas em intrínseca e epistêmica.

"A incerteza epistêmica é aquela que pode ser reduzida ou eliminada por meio da coleta de mais dados sobre os processos envolvidos ou através do melhor conhecimento sobre o problema (BECK, 2006, p. 70)".

"A incerteza intrínseca é aquela que faz parte da natureza dos processos envolvidos, e portanto não pode ser eliminada. (BECK, 2006, p. 70)"

A identificação das incertezas no processo é um importante fator para a determinação da confiabilidade estrutural. Muitas outras incertezas, além das que normalmente são estudadas como propriedades do material e carregamento, afetam a confiabilidade estrutural, tais como: condições ambientais, manufatura, erros humanos e eventos futuros. A identificação das incertezas em sistemas complexos não é uma tarefa fácil.

Melchers (1987) classifica as incertezas em sete principais tipos:

- incerteza fenomenológica;
- incerteza de decisão;
- incerteza do modelo;
- incerteza da predição;
- incerteza física;
- incerteza estatística;
- incerteza devida aos fatores humanos.

Diferentes tipos de incertezas são inerentes ao projeto de silos e podem ser agrupadas em quatro categorias:

- incerteza na determinação das solicitações;
- incerteza associada à variabilidade dos produtos armazenados;
- incerteza nos métodos de obtenção dos parâmetros físicos do produto;
- incerteza associada ao modelo analítico que representa o comportamento das pressões e do fluxo em silos.

Todas as incertezas relacionadas acima podem ser quantificadas explicitamente ou implicitamente. Ao contrário, erros grosseiros, incluindo erros humanos ou omissões que ocorrem na prática, raramente podem ser quantificados no projeto, mas podem ser reduzidos pelo controle de qualidade.

6.2 Introdução à confiabilidade

A segurança é um requisito presente na humanidade desde a antiguidade. Como exemplo, pode-se citar o código de Hamurabi[12] onde está a primeira norma de construção relatada nos documentos históricos. Com o passar do tempo, a tecnologia da construção desenvolveu-se com o avanço dos modelos matemáticos e o entendimento do comportamento dos materiais e com isso, uma quantificação mais realista tornou-se necessária.

O conceito de confiabilidade, segundo Scapin (1999), surgiu através da indústria aeronáutica, após a primeira guerra mundial. Em conseqüência do aumento do transporte aéreo e do desenvolvimento dos programas espaciais, cresceram sensivelmente os acidentes e os riscos de insucesso. Por conseguinte se fez necessário o uso da teoria da confiabilidade. Através dos estudos realizados sobre a segurança dos aviões equipados com somente um motor, comparados com os resultados dos estudos realizados com aviões equipados com dois motores, surgiram os aviões equipados com três motores. Após este acontecimento, a confiabilidade vem sendo aplicada em várias áreas da ciência, principalmente nas engenharias (Figura 6.1). Borges e Castanheta (1971) atribuem a Max Mayer, em 1926, os primeiros estudos de conceitos estatísticos para a avaliação da segurança estrutural. A principal contribuição de Mayer foi a identificação de que o carregamento e a resistência são variáveis aleatórias e então, para cada estrutura, existe uma probabilidade finita de falha.

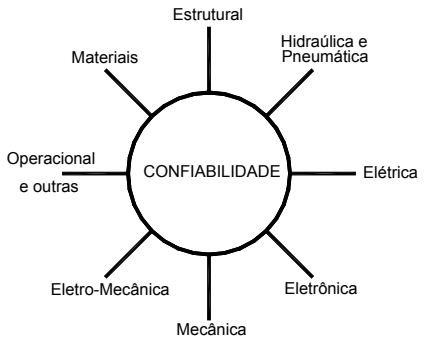


Figura 6.1 – Áreas funcionais da Confiabilidade. Fonte: Adaptado de Scapin(1999).

6.3 Teoria clássica da confiabilidade

A teoria da confiabilidade tenta quantificar as incertezas usando a teoria da probabilidade, e introduz os principais conceitos para que um projeto possa ser efetuado com uma determinada probabilidade de falha, ou um risco mensurável.

Os métodos probabilísticos reconhecem que as falhas não podem ser eliminadas completamente, mas que o engenheiro pode e deve minimizar o número esperado de insucessos

[12] Acredita-se que foi escrito na Babilônia em 1750 a.C., pelo rei Hamurabi.

para estar dentro de um nível aceito pela sociedade dentro dos conceitos de economia (FOSCHI, 2003).

Antes de se definir confiabilidade, é necessário definir o que significa falha. Falha é a incapacidade do componente ou do sistema de funcionar como foi projetado. A condição de falha deve ser determinada em relação a um cenário ou modo de ruptura específico.

As falhas em engenharia são geralmente expressas pelas equações de estados limites. Estas equações representam o limite entre o cumprimento de um requisito de segurança, serviço, estética e economia. Caso a estrutura ultrapasse uma das equações de estados limites, define-se que a estrutura apresentou falha em relação ao requisito para o qual foi projetada.

É importante lembrar que os modos de falhas são idealizados para representar as falhas nas estruturas. Geralmente os modelos são baseados em ensaios laboratoriais ou experiência em estruturas reais.

Segundo Beck (2006), a ultrapassagem de um estado limite último é em geral irreversível, ou seja, a primeira ocorrência deste evento caracteriza falha na estrutura. Desta forma, a confiabilidade pode ser definida como sendo a probabilidade de que um componente, ou sistema, operando dentro dos limites de projeto, não falhe durante o período de tempo previsto para a sua vida, dentro das condições de agressividade do meio (produtos ou equipamentos).

De acordo com a norma britânica BS 4778:1991, o termo confiabilidade é definido como a capacidade de um item desempenhar satisfatoriamente a função requerida, sob condições de operação estabelecida, por um período de tempo determinado. Em termos quantitativos, pode ser definido como o complemento da probabilidade de falha.

É importante notar, da definição acima, que quatro elementos importantes são ressaltados (HOLICKÝ et al, 2005):

- operação estabelecida (definição de falha);
- período de trabalho (avaliação do período de vida útil);
- nível de confiabilidade (avaliação da probabilidade de falha);
- condições de uso (geralmente especificado em projeto).

Em princípio, a probabilidade de falha deve ser considerada para todos os riscos possíveis, incluindo a presença de carregamentos externos, baixas qualidades dos materiais e erros grosseiros.

Para problemas invariantes no tempo, isto é, se $R(t) = R$ e $S(t) = S$, e ambos R e S são variáveis aleatórias, o problema da estimativa da segurança é reduzido à clássica teoria de

confiabilidade estrutural.

Conhecendo-se as funções densidade de probabilidade de R e S e as suas acumuladas, $f_R(r)$, $F_R(r)$, $f_S(s)$ e $F_S(s)$, a probabilidade de falha pode ser formulada como:

$$P_f = P\left[R \le S\right] = \sum P\left[R \le S \middle| S = s\right].P\left[S = s\right] \tag{272}$$

Se a resistência e a solicitação, R e S, são estatisticamente independentes, isto é,

$$P\left[R \le S \middle| S = s\right] = P\left[R \le s\right] \tag{273}$$

a equação (272) pode ser representada, segundo Melchers (1987), como:

$$P_f = P\left[\left\{R - S \le 0\right\}\right] = \iint_{\Omega_f} f_{RS}(r,s)drds \tag{274}$$

Quando a resistência e a solicitação, R e S, são estatisticamente independentes, $f_{RS}(r,s) = f_R(r).f_S(s)$, então a equação (274) pode ser representada por:

$$P_f = P\left[\left\{R - S \le 0\right\}\right] = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{s} f_R(r).f_S(s).dr.ds \tag{275}$$

Para uma variável aleatória r a função distribuição acumulada marginal $F_R(s)$ é dada por:

$$F_R(s) = P\left[R \le s\right] = \int_{-\infty}^{s} f_R(r)dr \tag{276}$$

Integrando-se $f_R(r).dr$, na eq. (275), para o caso particular de duas variáveis independentes, tem-se:

$$P_f = P\left[\left\{R - S \le 0\right\}\right] = \int_{-\infty}^{\infty} F_R(s).f_S(s)ds \tag{277}$$

onde:

$f_S(s)$ é a função marginal de densidade de probabilidade de solicitação;

$F_R(s)$ é a função marginal de distribuição cumulativa de probabilidades de resistência.

A integral da eq. (277) é também conhecida como "integral convolução" e pode ser visualizada na Figura 6.2. $F_R(s)$ é a probabilidade de que $R \le s$, ou seja, a probabilidade de a resistência R do elemento ser menor do que algum valor de s. O termo $f_S(s)$ representa a probabilidade de que o efeito da solicitação S, atuando no elemento, tenha um valor entre s e $s + \Delta s$ no limite, com $\Delta s \to 0$. A probabilidade de falha é obtida considerando todos os valores possíveis de s, isto é, tomando a integral ao longo de s. Isto também pode ser observado na

Figura 6.2, onde a função densidade marginal $f_R(s)$ e $f_S(s)$ tenha sido representada no mesmo eixo.

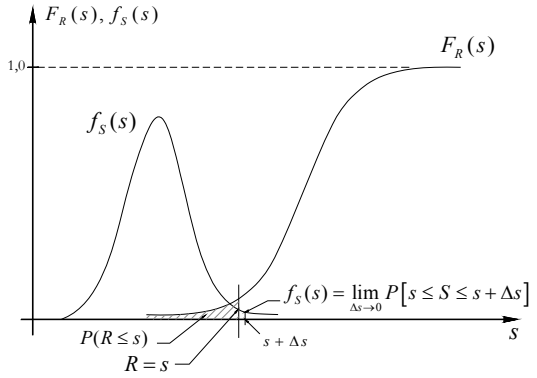


Figura 6.2 – Problema básico R-S: representações $F_R(s).f_S(s)$. Fonte: Melchers (1987).

A probabilidade de falha é a área abaixo da curva $F_R(s).f_S(s)$. Nota-se que esta área é proporcional, mas não idêntica à área de interferência nas distribuições de R e S, mostrada na Figura 6.3 (BECK, 2006). Com isso as normas resolvem o problema utilizando coeficientes parciais de segurança, com o objetivo de afastar as curvas e, conseqüentemente, diminuir a interferência das populações. É importante mostrar que o controle de qualidade diminui a variabilidade dos materiais e, desta forma, aumenta a confiabilidade do componente.

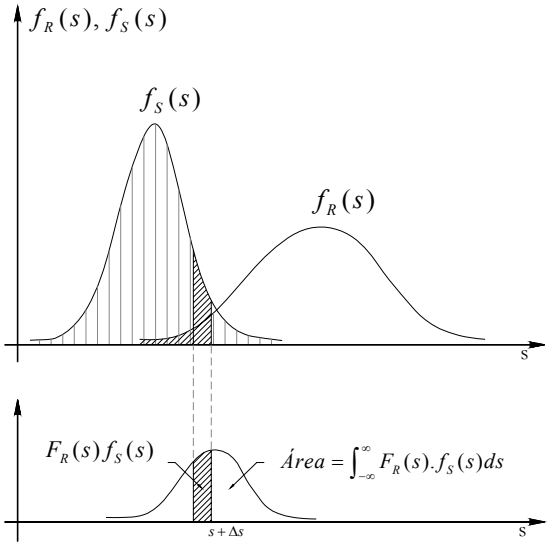


Figura 6.3 – Visualização da curva $F_R(s).f_S(s)$. Fonte: Melchers (1987).

Porém, para muitos problemas, a simples formulação da eq. (277) não é adequada quando não for possível reduzir a confiabilidade estrutural para um problema com variáveis independentes R e S, ou seja, sem a consideração da dependência entre as variáveis aleatórias. Segundo Melchers (1987), nos problemas de engenharia estrutural a variável R é uma função das propriedades dos materiais, elementos e dimensão estrutural, enquanto S é uma função dos

carregamentos aplicados Q, densidade do material e dimensão da estrutura, o que indica uma dependência entre as variáveis R e S.

Outro problema freqüente é que nem sempre é possível descrever cada variável básica pela sua própria distribuição de probabilidade e, desta forma, é apropriado representar esta incerteza pelos dois primeiros momentos, média e variância. Isto então é conhecido como uma representação de segundo momento e sua distribuição de probabilidade é admitida como sendo normal (isto é, a normal é descrita somente pela média e sua variância que são os dois primeiros momentos). Embora outras distribuições de probabilidade pudessem ser mais apropriadas, nos casos práticos geralmente são conhecidos somente os dois primeiros momentos.

A Figura 6.4 mostra que, para uma mesma média de R e S, obtêm-se probabilidades de ruínas diferentes pela sobreposição das duas funções densidades e isso demonstra a influência da variabilidade no problema de confiabilidade estrutural.

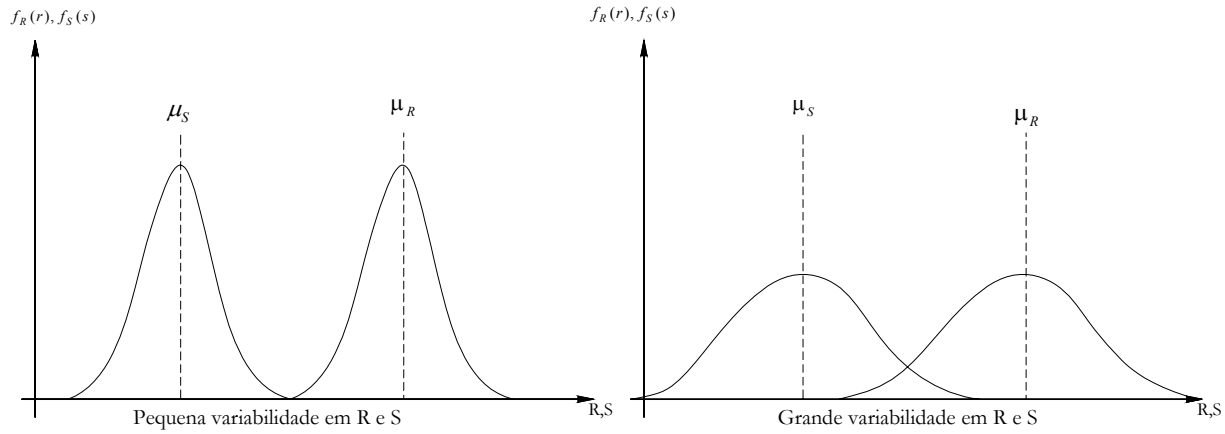


Figura 6.4 – Influência da variabilidade na probabilidade de ruína.

Além disso, a confiabilidade de uma estrutura normalmente diminui com o tempo por causa do uso, degradação da resistência, fadiga e do aumento da ocorrência de carregamentos extremos.

6.3.1 Generalização das equações de estados limites

Após a identificação das variáveis básicas de projeto e suas distribuições estatísticas determinadas, a função de estado limite na forma $R - S$ pode ser generalizada em uma versão expressa diretamente em termos das variáveis básicas.

Se o vetor $\mathbf{x}$ representa as variáveis básicas do problema, então a resistência R poderia ser expressa como $R(\mathbf{x})$ e os carregamentos como $S(\mathbf{x})$. As funções $R(\mathbf{x})$ e $S(\mathbf{x})$ podem ser não-lineares e, geralmente, a função conjunta de distribuição de probabilidade acumulada F_R deve ser obtida pela integração múltipla das variáveis básicas relevantes.

$$F_R(r) = \int \cdots \int f_{\mathbf{x}}(r)dr \tag{278}$$

Uma expressão similar pode ser obtida para s e F_S. Quando as funções $R(\mathbf{x})$ e $S(\mathbf{x})$ são usadas em $g(R,S)$, a função limite resultante pode ser escrita como $g(\mathbf{x})$, onde $\mathbf{x}$ é o vetor de todas as variáveis básicas relevantes e $g(\mathbf{x})$ é alguma função que relaciona o estado limite e a variável básica. A equação de estado limite $g(\mathbf{x}) = 0$ define o limite da segurança se $g > 0$ (seguro) e $g \leq 0$ (inseguro ou insatisfatório), no domínio n-dimensional no espaço das variáveis básicas (Figura 6.5). (Deve ser notado que $\mathbf{x} = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$ define um ponto particular "$\mathbf{x}$").

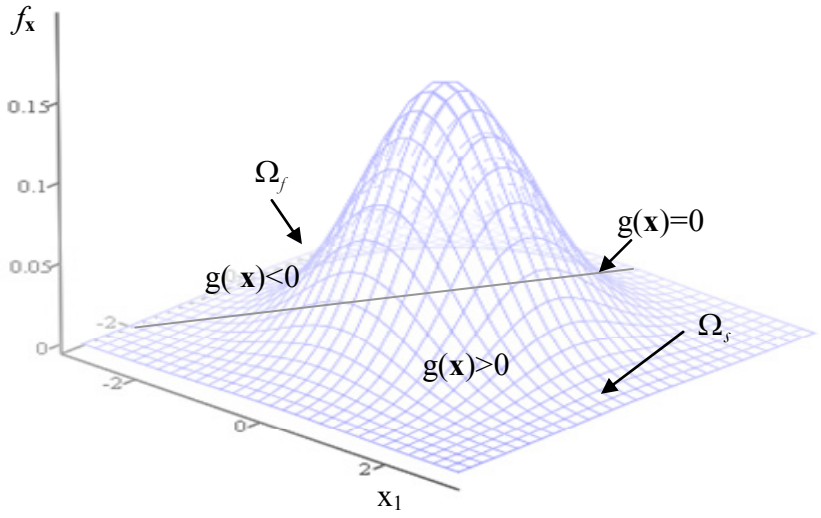


Figura 6.5 – Visualização da região de falha e segurança.

Os domínios de falhas e segurança podem ser definidos como:

$$\begin{aligned} \Omega_f &= \{\mathbf{x} | g(\mathbf{x}) \leq 0\} \\ \Omega_s &= \{\mathbf{x} | g(\mathbf{x}) > 0\} \end{aligned} \tag{279}$$

O domínio de falha Ω_f é formado por todos os pontos do espaço amostral de $\mathbf{x}(\mathbb{R}^n)$ que conduzem à falha da estrutura.

A probabilidade de falha pode ser obtida com a função de estado limite $g(\mathbf{x})$. A generalização da eq. (275) é dada por:

$$P_f = P(g(\mathbf{x}) \leq 0) = \int \ldots \int_{g(X) \leq 0} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})d\mathbf{x} \tag{280}$$

onde $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$ é a função probabilidade conjunta para o n vetor $\mathbf{x}$ das variáveis básicas. Em geral é preferível que as variáveis sejam independentes e, neste caso, $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$ é obtida pela equação

$$f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) = \prod_{i=1}^{n} f_{x_i}(x_i) = f_{x_1}(x_1).f_{x_2}(x_2).f_{x_3}(x_3)\ldots \tag{281}$$

onde $f_{x_i}(x_i)$ é a função densidade de probabilidade marginal para as variáveis básicas x_i.

A eq. (280) deve ser integrada para região $g(\mathbf{x}) \le 0$, que representa o limite da região de segurança. A integração do domínio de falha não pode ser resolvido analiticamente na maioria dos casos práticos, exceto para alguns casos especiais. Desta forma, para a resolução do problema, existem essencialmente dois tipos de resolução:

- integração multidimensional do problema original por meio da aproximação numérica por simulação;
- transformação do problema original em um modelo para a função densidade de probabilidade conjunta normal e linearização do domínio de falha.

Segundo Beck (2006), a equação de estado limite e, portanto, os domínios de falha e não-falha podem ser função do tempo, conforme explícitos na eq. (282):

$$\begin{aligned} &g(\mathbf{x},t) = 0 \\ &\Omega_f = \left\{\mathbf{x} \middle| g(\mathbf{x},t) \le 0\right\} \\ &\Omega_s = \left\{\mathbf{x} \middle| g(\mathbf{x},t) > 0\right\} \end{aligned} \tag{282}$$

Este problema é definido como confiabilidade estrutural dependente do tempo e corresponde à avaliação da probabilidade de que o processo estocástico de carregamento $S(t)$ exceda a resistência $R(t)$ da estrutura a qualquer instante durante o período T de vida útil da mesma. Segundo Beck (2006), como qualquer ocorrência deste evento leva à falha da estrutura, independentemente do instante t em que ocorra, a probabilidade de falha é calculada a partir do mínimo valor da equação de estado limite durante o período de interesse, dado por:

$$P_f(T) = P\left[\min_{0 \le t \le T} g(R,S,t) \le 0\right] \tag{283}$$

Quando não interessa o instante particular em que a falha ocorra e, sim, a primeira ocorrência que conduz à falha, é definida como modelo de falha à primeira sobrecarga.

Segundo Rosa (1994), a taxa de falhas no tempo tem sua curva característica, como a mostrada na Figura 6.6, sendo esta dividida em três regiões ou períodos de vida bem distintos. No período inicial, têm-se as chamadas falhas prematuras, ou de infância, onde o elemento apresenta um elevado número de falhas decorrentes de elementos que foram colocados em operação, mas que estão fora das especificações. Assim, esta região tem, como ponto central, a qualidade do componente, ou seja, a gestão da qualidade é que atua sobre a intensidade da taxa de

falhas. No período intermediário, que inicia após o instante t_1, a taxa de falhas tem um comportamento que é praticamente constante, assumindo um valor mínimo. Neste período, as falhas ocorrem de uma maneira totalmente aleatória, como conseqüência de sobrecargas eventuais que o elemento pode sofrer. O valor da taxa de falhas depende da distância relativa entre os níveis de solicitação e de resistência do componente. Isto está relacionado com o grau de segurança utilizado no projeto do elemento. Esta região corresponde ao período de vida útil do produto, onde a taxa de falhas é denominada taxa média de falhas, T_m.

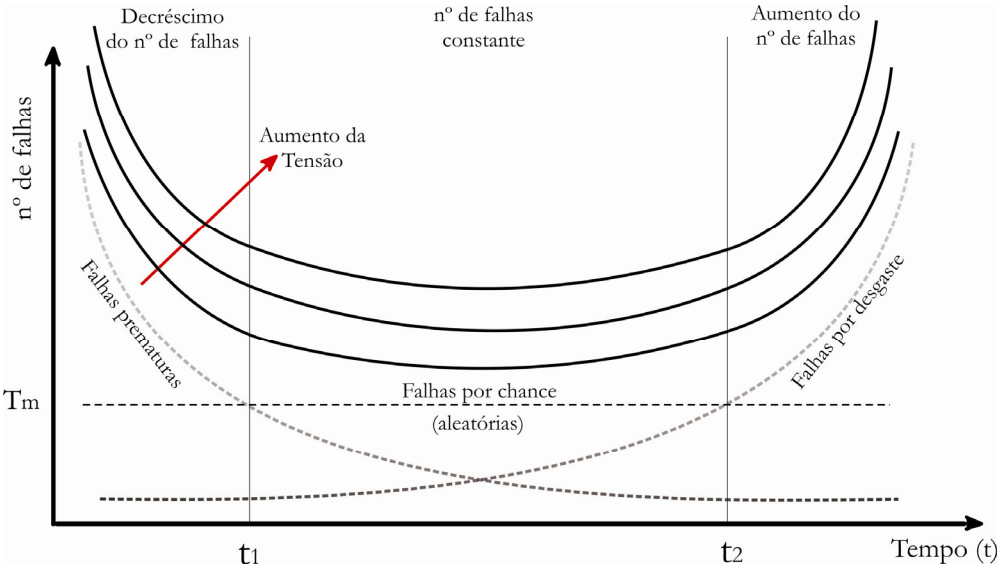


Figura 6.6 - Curva típica da taxa de falhas em função do tempo. Fonte: Adaptado de Rosa (1994).

Já para o período final, a taxa de falha é causada por problemas de manutenção e degradação da estrutura, devido aos fatores climáticos e à mudança de utilização, entre outros (Figura 6.7).

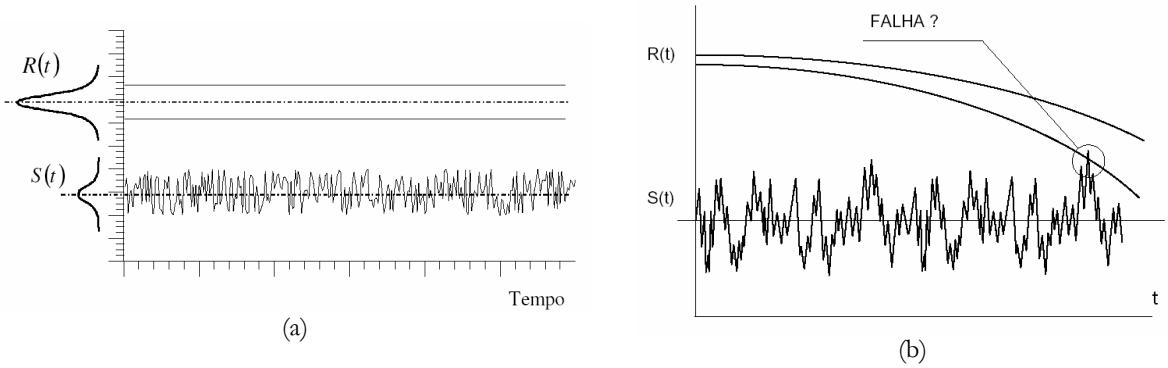


Figura 6.7 - Solicitação aleatória, com indicação de um provável ponto de falha, (a) sem degradação da resistência (b) com degradação da resistência. Fonte: Adaptado de Rosa (1994).

6.4 Índice de confiabilidade

Inicialmente o índice de confiabilidade foi formulado em termos da função margem de segurança e é expresso pela eq. (284).

$$g(R,S) = R - S \tag{284}$$

Lembrando que uma função de variáveis aleatórias pode ser aproximada por uma série de Taylor, em torno do ponto médio, tem-se:

$$g(\mathbf{x}) \approx g(\mu_{\mathbf{x}}) + g'(\mu_{\mathbf{x}})(\mathbf{x} - \mu_{\mathbf{x}}) + \frac{g''(\mu_{\mathbf{x}})(\mathbf{x} - \mu_{\mathbf{x}})^2}{2} + \ldots \tag{285}$$

E o operador valor esperado da função $g(\mathbf{x})$ é calculado, desprezando os termos de ordem superior a um, obtém-se:

$$\begin{aligned} E[\mathbf{y}] &\approx E[g(\mu_{\mathbf{x}})] + E[g'(\mu_{\mathbf{x}})(\mathbf{x} - \mu_{\mathbf{x}})] \\ E[\mathbf{y}] &\approx g(\mu_{\mathbf{x}}) + g'(\mu_{\mathbf{x}}).\underbrace{E[(\mathbf{x} - \mu_{\mathbf{x}})]}_{0} \\ E[\mathbf{y}] &\approx g(\mu_{\mathbf{x}}) \end{aligned} \tag{286}$$

Para a obtenção da variância, segue-se o mesmo procedimento, resultando em:

$$\begin{aligned} Var[\mathbf{y}] &\approx E[g(\mathbf{x})^2] - E^2[g(\mathbf{x})] \\ Var[\mathbf{y}] &\approx Var[\mathbf{x}].\left(\left. \frac{dg(\mathbf{x})}{dx} \right|_{\mu_x} \right)^2 \end{aligned} \tag{287}$$

Aplicando o valor esperado da função margem de segurança, obtém-se:

$$E[g(R,S)] = \mu_R - \mu_S \tag{288}$$

Calculando a variância da função margem de segurança obtém-se a eq. (289).

$$Var[g(R,S)] = {\sigma_R}^2 + {\sigma_S}^2 \tag{289}$$

Transformando a função margem de segurança em uma variável normal padrão Z (com média nula e desvio-padrão unitário):

$$Z = \frac{g(R,S) - \mu_g}{\sigma_g} \tag{290}$$

Logo, é possível o cálculo da probabilidade de falha do sistema considerando o ponto $g(R,S) = 0$.

$$P_f = P\left[\left\{g(r,S) \le 0\right\}\right] = F_g(0) = \Phi\left[\frac{-\mu_g}{\sigma_g}\right] \tag{291}$$

Substituindo a eq. (288) e (289) em (291), tem-se:

$$P_f = \Phi\left[-\beta\right] = \Phi\left[-\frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}}\right] \tag{292}$$

Generalizando para funções estado limite com mais de duas variáveis aleatórias, escreve-se:

$$\beta = \frac{\mu_{g(\mathbf{x})}}{\sigma_{g(\mathbf{x})}} \tag{293}$$

Este índice foi primeiramente proposto por Cornell (1969 apud NOWAK; COLLINS, 2000 p. 3). Porém foi Hasofer e Lind (1974) que formularam o índice de confiabilidade invariante ou geométrico cuja interpretação é definida como uma medida geométrica da probabilidade de falha (Figura 6.8) que corresponde à mínima distância entre a equação de estado limite e a origem do espaço normal padrão (reduzido) Y (eq.(294)).

$$\beta = d_{mín} \tag{294}$$

O ponto $\left(y_1^*, y_2^*\right)$ sobre a equação de estado limite que corresponde à mínima distância à origem é chamado ponto de projeto (BECK, 2006). O ponto de projeto é o ponto no domínio de falha com maior probabilidade de ocorrência. Isto se deve à simetria radial da distribuição multi-normal com curvas de nível com círculos concêntricos centradas na origem.

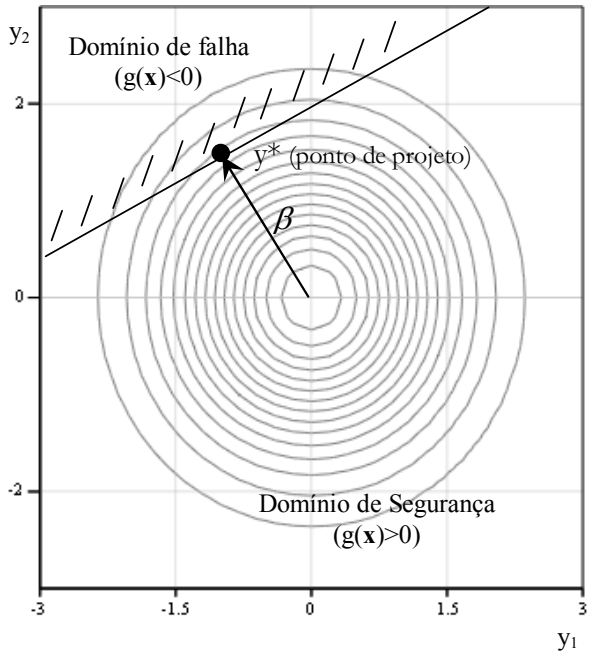


Figura 6.8 – Interpretação do índice de confiabilidade estrutural.

É possível encontrar a probabilidade de falha (P_f) por meio do índice de confiabilidade ou vice-versa, como descrito na eq. (295).

$$P_f = \Phi(-\beta) \text{ ou } \beta = -\Phi^{-1}(P_f) \tag{295}$$

onde Φ representa a função distribuição normal acumulada padronizada e Φ^{-1} sua inversa.

É importante lembrar que o índice de confiabilidade e a probabilidade de falha estão sempre relacionados, como pode ser observado na Tabela 6.1 e na Figura 6.9.

Tabela 6.1 – Relação entre a probabilidade de falha P_f e o índice de confiabilidade β

β	P_f	β	P_f
0,5	3,1E-01	5,0	2,9E-07
1,0	1,6E-01	5,5	1,9E-08
1,5	6,7E-02	6,0	9,9E-10
2,0	2,3E-02	6,5	4,0E-11
2,5	6,2E-03	7,0	1,3E-12
3,0	1,3E-03	7,5	3,2E-14
3,5	2,3E-04	8,0	6,2E-16
4,0	3,2E-05	8,5	9,5E-18
4,5	3,4E-06	9,0	1,1E-19

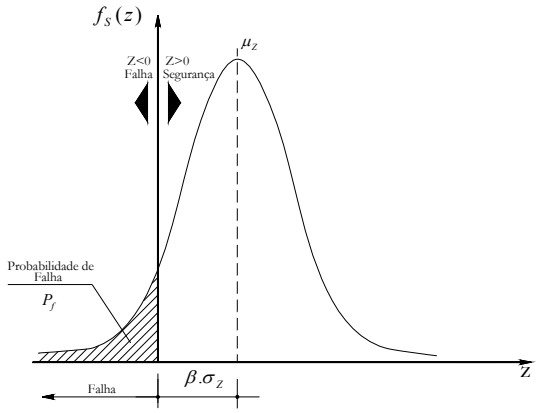


Figura 6.9 – Representação da probabilidade de falha.

6.5 Níveis aceitáveis da probabilidade de falha (níveis-alvo)

Para estimar a probabilidade aceitável de projeto para uma determinada estrutura é importante entender o conceito de vida útil. A vida útil T_d é assumida como o período de tempo no qual uma estrutura, ou parte dela, será utilizada com uma manutenção planejada, mas sem a necessidade de grandes reparos. A norma européia EN 1990:2002 indica valores de T_d para cinco categorias de estruturas, conforme mostra a Tabela 6.2.

Tabela 6.2 – Indicação de vida útil. Adaptado do EN 1990:2002

Categoria	Vida útil de projeto T_d (anos)	Descrição das estruturas
1	10	Estruturas temporárias
2	10 a 25	Partes substituíveis
3	15 a 30	Estruturas agrícolas
4	50	Estruturas comuns
5	>100	Monumentos e pontes

Holicky et al. (2005) afirmam que, embora algumas normas especifiquem o tempo de vida útil de projeto para o qual uma estrutura deva ser projetada, nenhuma delas apresenta os procedimentos para a escolha da vida útil de projeto para estruturas não-relacionadas.

Segundo Freitas (1978), os métodos de projeto baseados em probabilidade e a minimização do custo generalizado durante a vida útil da estrutura, incluindo custos de possíveis falhas, têm sido recomendados como um possível critério para estabelecer o valor de P_f. Todavia, quando a vida humana está envolvida, as conseqüências de falhas não podem ser expressas em termos de custos.

Outro caminho natural é a calibração dos parâmetros envolvidos no projeto probabilístico a fim de resultar em estruturas essencialmente da mesma ordem ou com mais alto grau de segurança do que as projetadas por métodos convencionais. Este tipo de calibração é usualmente recomendado para fases iniciais de mudança de critérios de segurança em normas técnicas.

Atualmente as normas se tornam cada vez mais probabilísticas pelo avanço dos experimentos laboratoriais. A Tabela 6.3 apresenta os índices recomendados pelo *Joint Committee on Structural Safety*, JCSS (2000), para o projeto relacionando com o tipo de conseqüência e riscos de vida associados à ruína da estrutura.

Tabela 6.3 – Índices recomendados pela JCSS (2000)

Custo relativo da medida de segurança	Estado Limite de Serviço	Estado Limite último		
		Consequências esperadas dada uma falha		
		Pequena	Moderada	Grande
Elevado	1,0	β=3,1	β=3,7	β=3,7
Moderado	1,5	β=3,7	β=4,2	β=4,4
Baixo	2,0	β=4,2	β=4,4	β=4,7

O custo relativo da medida de segurança corresponte ao capital financeiro necessário para que a probabilidade de falha seje minimizada ao máximo e esteja dentro o índice de confiabilidade exigido.

As conseqüências de falhas, segundo a norma européia EN 1990: 2002, são agrupadas em três classes de risco distintas, e os valores para os índices de confiabilidade recomendados estão apresentados na Tabela 6.4.

Classe 1 (conseqüências pequenas): Risco econômico e de vida são pequenos (estruturas agrícolas, silos e mastros).

Classe 2 (conseqüências moderadas): Risco de vida médio e econômico considerável (escritórios, residências, apartamentos).

Classe 3 (grandes conseqüências): Risco de vida e econômico consideráveis (pontes, teatros, hospitais e edifícios altos).

Tabela 6.4 – Índices recomendados pela EN 1990: 2002

Classes de risco	Valor mínimo de β	
	Período de referência de 1 ano	Período de referência de 50 anos
Classe 1	4,2	3,3
Classe 2	4,7	3,8
Classe 3	5,2	4,3

Quando as variáveis são dependentes do tempo, então a probabilidade de falha P_f é também variável com o tempo e deve sempre ser relacionada com um período de referência T, o qual pode ser diferente da vida útil T_d. Considerando uma estrutura com um dado nível de índice de confiabilidade, a probabilidade de projeto $P_{f,d} = P_{f,n}$ está relacionada a um período de referência $T_n = n$. Para estimar a probabilidade de projeto no ano n, Holicky et al. (2005) sugerem a seguinte expressão aproximada.

$$P_{f,n} = 1-(1-P_{f,0})^n \tag{296}$$

Esta fórmula é precisa quando as probabilidades de sobrevivências são consideradas independentes. Esta formulação considera um processo estocástico discreto, eq. (297), em n intervalo de tempo chamado de processo de Ferry-Borges e Castanheta (MELCHERS, 1987).

$$P_{f,n} = 1-P\left[\{g(\mathbf{x},t_1)>0\}\cap\{g(\mathbf{x},t_2)>0\}\cap\ldots\{g(\mathbf{x},t_n)>0\}\right] \tag{297}$$

Lembrando que, $P_f = \Phi(-\beta)$, pode-se obter os índices de confiabilidade no tempo de referência n, como mostra a eq. (298).

$$\Phi(\beta_n) = \left[\Phi(\beta_0)\right]^n \tag{298}$$

A Tabela 6.5 bem como a Figura 6.10 mostram a comparação do índice de confiabilidade em função do tempo n. Esta metodologia fornece a informação necessária para a avaliação da confiabilidade dado um tempo de vida útil da estrutura. Observa-se que os valores calculados na Tabela 6.5, em negrito, são os mesmos valores sugeridos pelo eurocódigo EN 1990:2002 (ver Tabela 6.4).

Tabela 6.5 – Índice de confiabilidade para o período de referência T_n

β_0	β_n			
	5	25	50	100
1,5	0,6			
2,0	1,2	0,2		
2,5	1,9	1,1	0,6	0,1
3,0	2,5	1,8	1,5	1,1
3,8	3,4	2,9	**2,7**	2,5
4,0	3,6	3,2	3,0	2,7
4,2	3,8	3,4	**3,2**	3,0
4,7	4,4	4,0	**3,8**	3,7
5,0	4,7	4,3	4,2	4,0
5,5	5,2	4,9	4,8	4,6

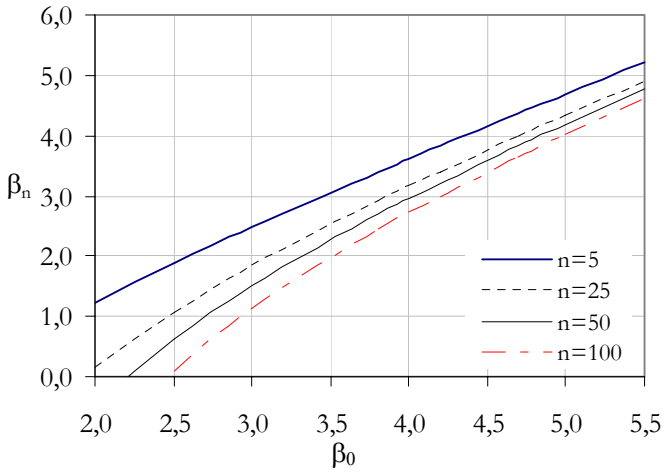


Figura 6.10 – Variação do índice de confiabilidade com o tempo n.

Observando-se a Figura 6.11, que relaciona o índice de confiabilidade no tempo t, nota-se que a confiabilidade tem um decaimento exponencial com o tempo t e que, para diferentes índices de confiabilidade inicial, ou seja, no tempo t_0, diferentes curvas são obtidas.

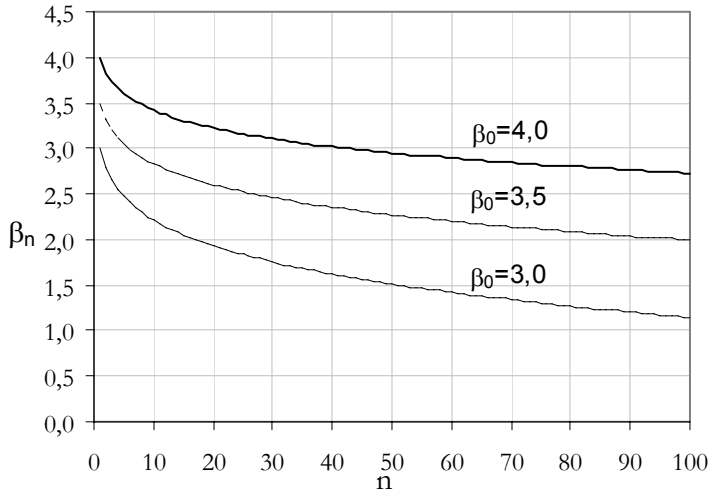


Figura 6.11 – Índice de confiabilidade com o tempo $t = n$.

Segundo Holicky et al. (2005), o nível de confiabilidade pode ser especificado para diferentes períodos de referência, os quais podem não coincidir com o tempo de vida útil de projeto. Este procedimento torna-se prático quando as variáveis básicas de projeto são obtidas experimentalmente para um determinado tempo de referência.

É importante lembrar que diferentes valores de referência podem ser encontrados em outras recomendações internacionais. A seguir são apresentados os riscos levantados em várias áreas da sociedade (ver Tabela 6.6), para uma comparação freqüentista.

Tabela 6.6 – Taxa de mortes em várias atividades humanas. Fonte: Adaptado de Macgregor (1976)

Atividade	**Taxa de mortes de pessoas por ano**	
	Praticantes	**Toda população**
Corrida de motocicleta	5.10^{-4}	
Escalada em montanha	5.10^{-3}	
Mineração	7.10^{-4}	
Natação	1.10^{-4}	2.10^{-5}
Viagem automobilística		$3{,}6.10^{-4}$
Viagem áerea	1.10^{-4}	
Fogo em edificações		2.10^{-5}
Envenenamento		$1{,}1.10^{-5}$
Raio		5.10^{-7}
Vacinações e inoculações		1.10^{-8}
Colapso estrutural		
Durante a construção	3.10^{-5}	
todas as outras		2.10^{-7}

6.6 Tipos de modelos de confiabilidade

A tabela abaixo apresenta os modelos para o cálculo da confiabilidade estrutural. Para um melhor entendimento sobre as características de cada um deles, vários autores dividem em níveis de confiabilidade estrutural, como mostrado na Tabela 6.7.

Tabela 6.7 – Hierarquia dos métodos de medidas de confiabilidade estrutural. Fonte: Adaptado de Melchers (1987)

Nível	Métodos de Cálculo	Distribuição de Probabilidades	Equações de Estado Limite	Incertezas nos dados	Resultado
1 Normas técnicas	(Calibração com regras normativas utilizando Nível 2 ou 3)	Não são utilizadas	Geralmente funções lineares	Fatores arbitrários	Fatores de segurança parciais γ_g, γ_q e γ_m
2 Métodos de segundo momento	Álgebra em segundo momento	Somente distribuição normal	Linear ou linearmente aproximada por um hiperplano	Podem ser incluídas apenas as estatísticas de segundo momento	Probabilidade de falha nominal P_{fn}
3 Métodos exatos*	Transformação	Distribuição normal equivalente	Linear ou aproximada por um hiperplano, parabolóide ou outros	Podem ser incluídas como variáveis aleatórias	Probabilidade de falha P_f
	Integração numérica	Utilização plena	Qualquer forma		
4 Métodos de decisão	Qualquer dos métodos acima mais informações sobre o custo caso exista falha.				Otimização Multiobjetivo (custo mínimo com um máximo benefício)

* Entende-se por métodos exatos, aqueles cujo procedimento estatístico é exato. Porém, só uma análise freqüentista baseada em um número inifinito de experimentos reais fornece uma probabilidade próxima da exata.

6.7 Métodos para calcular a probabilidade de falha

Existem muitos métodos para calcular a probabilidade de falha. Muitos pesquisadores vêm sugerindo diferentes aproximações. Alguns dos principais trabalhos são: Ditlevsen e Madsen (2005); Hong (1999); Kiureghian et al. (1987); Melchers (1987); Agusti et al. (1984); Ang e Tang (1984); Hasofer e Lind (1974). O método mais direto e utilizado para as aferições é a simulação de Monte Carlo, porém existem outros métodos aproximados que são mais eficientes computacionalmente, e que são baseados no cálculo de índice de confiabilidade β (*First Order Second Moment* - FOSM, *First Order Reliability Method* - FORM e *Second Order Reliability Method* - SORM).

Os métodos de obtenção da probabilidade de falha são descritos resumidamente como:

- Analítico: somente em poucos casos é possível encontrar a solução analítica e esta depende do vetor de variáveis aleatórias que devem ser independentes e normalmente distribuídas.
- FOSM (Método de primeira ordem e segundo momento): neste método a equação

de estado limite é aproximada por um hiperplano[13] no ponto mais representativo (ponto de projeto), e a informação estatística para construção da função conjunta de distribuição $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$ se limita aos dois primeiros momentos (média μ e variância σ^2).

- FORM (Método de confiabilidade de primeira ordem): similarmente ao FOSM, este método aproxima a equação de estado limite por um hiperplano, porém utiliza as informações estatísticas das variáveis envolvidas como o tipo da distribuição marginais não-gaussianas e seus coeficientes de correlação entre pares de variáveis.
- SORM (Método de confiabilidade de segunda ordem): este método utiliza todas as características anteriores diferenciando-se pela aproximação de uma função de segunda ordem (quadrática) no ponto de projeto, isto é, por uma hiperesfera[14].
- Simulação: Todas as informações estatísticas são consideradas e a confiabilidade é obtida pelos experimentos aleatórios simulando n realizações das variáveis aleatórias.

Dentre os métodos para o cálculo da probabilidade de falha, neste trabalho foi escolhido o método de simulação Monte Carlo, por este apresentar simplicidade na sua aplicação.

6.8 Métodos de simulação Monte Carlo

Segundo Ang e Tang (1984), um método de simulação é um processo que tenta reproduzir o mundo real com base em um número de hipóteses e modelos que tentam representar a realidade. Dentre os métodos de simulação, o mais utilizado é o Monte Carlo, pois tem características atrativas para seu emprego, devido a sua robustez, simplicidade e flexibilidade. Este método apresenta a desvantagem de o número de simulações necessário para se reduzir o erro da estimativa da solução procurada ser grande, o que tende, na prática, a tornar o método lento.

Segundo a literatura, o uso de simulações pelo método Monte Carlo foi empregado primeiramente pelos cientistas que desenvolveram a bomba atômica, em 1942. A denominação do método provém da cidade de Monte Carlo, no Principado de Mônaco, famosa pelos seus cassinos e jogos de roleta, que são dispositivos que produzem números aleatórios.

Para problemas envolvendo variáveis aleatórias com distribuições de probabilidades conhecidas, o método de simulação Monte Carlo pode ser utilizado. Para uma definição menos formal, supondo que um gerador de números aleatórios seja utilizado, valores de $\mathbf{x}$ são criados

[13] Linearização de uma equação não-linear multidimensional.
[14] Transformação das equações de estado limite em funções de segunda ordem.

de acordo com a função acumulada de probabilidade. Conhecendo-se $\mathbf{x}$, é possível calcular a correspondente $g(\mathbf{x})$. Se $g(\mathbf{x}) > 0$, então o critério de performance é conhecido. Por outro lado, se $g(\mathbf{x}) < 0$, a combinação de $\mathbf{x}$ conduz à falha. Se esta avaliação for repetida N vezes, e N_f for número de eventos de falha, a probabilidade de falha pode ser aproximada pela eq. (299), segundo Foschi (2003).

$$P_f \cong \frac{N_f}{N} \tag{299}$$

Em uma descrição mais formal, a probabilidade de falha é obtida pela integração multidimensional da eq. (300).

$$P_f = \int_{\Omega_f} f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \tag{300}$$

O domínio de falha pode ser representado por uma única equação de estado limite ou por qualquer combinação de estados limites em série e/ou em paralelo:

$$\Omega_f = \bigcup_{i=1}^{n} \Omega_{f_i} (série) \tag{301}$$

$$\Omega_f = \bigcap_{i=1}^{n} \Omega_{f_i} (paralelo) \tag{302}$$

Utilizando uma função indicação $I(\mathbf{x})$, o método consiste em calcular a probabilidade da violação do estado limite por meio da eq. (303).

$$P_f = \int \cdots \int_{\Omega_f} I[g(\mathbf{x}) \le 0] f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \tag{303}$$

$$I(x) = \begin{cases} 1 \text{ se x} \in \Omega_{\text{f}} \\ 0 \text{ se x} \notin \Omega_{\text{f}} \end{cases} \tag{304}$$

onde $I[\ .]$ é uma "função indicação" da P_f.

A análise é repetida N vezes com variáveis aleatórias geradas segundo a função densidade de probabilidade e, como a simulação utiliza técnicas discretas, a esperança matemática dos valores $I[g(\mathbf{x}) \le 0]$ é uma estimativa de P_f e pode ser representada por um somatório.

$$P_f \cong \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} I[g(\mathbf{x}_i) \le 0] \tag{305}$$

A esperança matemática de $\overline{P}_f$ é dada pela eq. (306).

$$\overline{P}_f = \frac{1}{N} \sum_{i}^{N} I[\mathbf{x}_i] \tag{306}$$

A variância de $\overline{P}_f$ é dada pela eq. (307).

$$Var\left[\overline{P}_f\right] \cong \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}\left(I\left[\mathbf{x}_i\right]-\overline{P}_f\right)^2 \tag{307}$$

O resultado da simulação será diferente se o processo for repetido por outra amostra de N seleções. A variabilidade nos resultados depende de N, diminui quando N aumenta, e a estimativa convergirá para a probabilidade exata, quando N se tornar grande e o estimador for não-tendencioso. Embora a técnica seja de fácil implementação, se o sistema que está sendo analisado possuir uma probabilidade baixa, por exemplo, 10^{-6}, serão necessárias 10^6 repetições para que seja encontrada uma falha.

A incerteza da simulação é medida pela variância, a qual pode ser obtida pela eq. (307). A equação mostra que a incerteza diminui à medida que o número de simulações N aumenta, tendendo a 0 quando $N \to \infty$. Segundo Beck (2006), a eq. (308) pode estimar o número de simulações necessárias para manter o erro abaixo de um limite especificado.

$$N > \frac{-\ln(1-c)}{P_f} \tag{308}$$

Dado um nível de confiança $c = 95\%$ e $P_f = 10^{-3}, 10^{-4}$ e 10^{-5}, a eq. (308) fornece um número de simulações de 2996, 29957 e 299957, respectivamente. Como a probabilidade de falha em problemas de confiabilidade estrutural é da ordem de 10^{-3} a 10^{-6}, o número de simulações necessárias é muito grande para a obtenção de alguns pontos no domínio de falha (Figura 6.12a).

A aplicação direta da metodologia descrita acima para a obtenção da probabilidade de falha $\left(P_f\right)$ é designada como simulação Monte Carlo (puro). Nesta simulação, as realizações de $\mathbf{x}$ são determinadas segundo a função distribuição conjunta de probabilidade das variáveis $\mathbf{x}$. Como o método se apresenta lento, muitas técnicas vêm sendo desenvolvidas as quais permitem a estimação da probabilidade com a redução do número de repetições. Chamadas de técnicas de redução de variância, elas selecionam vetores $\mathbf{x}$ somente nas regiões de importância (Figura 6.12b), dentro das quais a falha é localizada mais facilmente. Estes procedimentos são muito eficientes e inteligentes. Detalhes destes podem ser encontrados em: Ang e Tang (1984), Schueller et al. (1989), Ditilevsen (2005) e Beck (2006). Uma descrição detalhada é realizada por Beck (2006), que apresenta a amostragem por importância nos pontos de projeto.

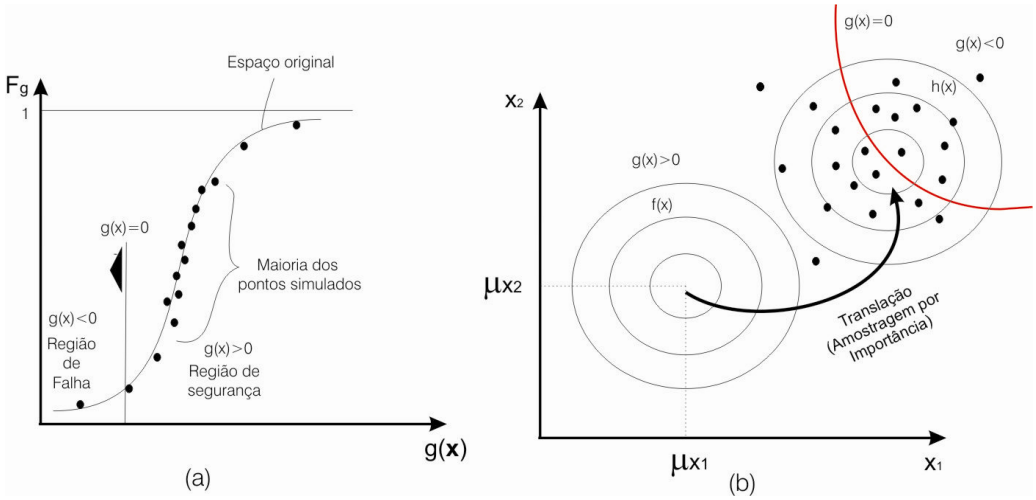


Figura 6.12 – Técnicas de simulação: (a) Monte Carlo Puro (b) Técnica de amostragem por importância.

A aplicação do Monte Carlo (puro) consiste basicamente nos seguintes passos:

- Geração aleatória das variáveis pseudo-aleatórias com as distribuições marginais de probabilidade independentes ou correlacionadas.
- Realização da análise determinística do modelo analítico ou numérico para a verificação da equação de estado limite (sobrevivência ou falha). Para tal, utiliza-se a função indicadora para as N realizações do processo.
- Cálculo da probabilidade de falha média, dos intervalos de confiança e da variância da probabilidade de falha.

O método de simulação Monte Carlo realiza a geração de conjuntos de números aleatórios $\mathbf{x}_i = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$, sendo n o número de variáveis básicas do problema que devem ser obtidas a partir da função conjunta de densidade de probabilidades $f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x})$. Geralmente as distribuições conjuntas não são disponíveis para a simulação. Nestes casos, as distribuições marginais são utilizadas juntamente com os índices de correlação entre pares de variáveis aleatórias.

Quando as variáveis do problema não possuem correlação, a geração pode ser efetuada de forma independente. Contudo, quando a correlação está presente no problema, uma decomposição deve ser utilizada para a transformação em variáveis independentes e nos casos práticos é utilizada a transformação de Nataf. Esta decomposição pode ser realizada pela matriz de decomposição de Cholesky. Utilizando a decomposição de Cholesky para a geração de variáveis independentes, obtém-se a eq. (313).

$$\mathbf{u} = U[0,1] \tag{309}$$

$$\mathbf{y} = \Phi^{-1}(\mathbf{u}) \tag{310}$$

$$\mathbf{z} = \mathbf{J}_{zy}.\mathbf{y} \tag{311}$$

$$\mathbf{u} = \Phi^{-1}(\mathbf{z}) \tag{312}$$

$$\mathbf{x} = F_{\mathbf{x}}^{-1}(\mathbf{u}) \tag{313}$$

$$\mathbf{J}_{zy} = \mathbf{L} \tag{314}$$

A matriz $\mathbf{J}_{zy}$ é obtida pela decomposição de Cholesky. Para a geração das variáveis pseudo-aleatórias $U[0,1]$ é utilizado o gerador mersenne twister que está descrito no **Apêndice D**, juntamente com exemplos de geração aleatória das distribuições de probabildiades utilizadas neste trabalho.

6.9 Confiabilidade de sistemas

Nas aplicações práticas em engenharia, as estruturas apresentam múltiplos modos de falha ou falhas de múltiplos elementos. Além disso, as estruturas apresentam múltiplos elementos, o que é chamado de sistema estrutural. A confiabilidade de sistemas depende da confiabilidade de cada elemento analisado isoladamente que depende dos carregamentos aplicados, da resistência dos materiais e dos diversos fatores que são incertos, bem como da correlação entre propriedades de elementos em diferentes partes da estrutura.

Na análise de sistemas complexos, uma alternativa é subdividi-los em sistemas com associações elementares que são divididos em duas categorias:

- sistemas em série;
- sistemas em paralelo.

Como neste trabalho foi utilizado o método de simulação Monte Carlo, a avaliação da confiabilidade do sistema é obtida diretamente dos experimentos numéricos, como já descrito na seção 6.8.

6.9.1 Sistema em série

Quando a falha de um elemento conduz ao colapso da estrutura, este sistema caracteriza-se em um sistema em série, mesmo, quando a falha é determinada pelo elo mais fraco ou "*weakest link system*". A falha do sistema é determinada pela união das falhas dos n elementos.

$$P_{f,sys} = P\left[\bigcup_{i=1}^{n} F_i\right] \tag{315}$$

O evento F_i corresponde à falha do elemento i. Deve-se considerar, na avaliação desta probabilidade, a dependência entre os eventos. O cálculo da probabilidade de falha de sistemas é determinado pelos limites entre modos de falha e pode ser aproximado para sistemas em série pela eq. (316):

Os limites unimodais para esta probabilidade são dados por:

$$\underset{i=1}{\overset{n}{Max}}\left[P(F_i)\right] \le P_{f,sys} \le Min\left[\sum_{i=1}^{n} P(F_i), 1\right] \tag{316}$$

Os limites unimodais apresentam um grande intervalo de probabilidade de falha, principalmente quando nenhum modo de falha é dominante, e desta forma são imprecisas para aplicações práticas.

Segundo Beck (2006), os limites bimodais da probabilidade de falha do sistema são obtidos incluindo os termos de segunda ordem $\left(P\left[F_i \cap F_j\right]\right)$. Desconsiderando os termos de terceira ordem, ou seja, intersecções com três ou mais modos de falhas, e utilizando o operador $\max[.]$ para garantir que contribuições negativas não sejam adicionadas, Beck (2006) sugere a seguinte expressão para o cálculo dos limites da probabilidade de falha:

$$P\left[F_1\right] + \sum_{i=2}^{n} \max\left[0, P\left[F_i\right] - \sum_{j=1}^{i-1} P(F_i \cap F_j)\right] \le P_f \tag{317}$$

Para a obtenção do limite é necessário ordenar os modos de falha em escala de importância, o que é obtido com o ordenamento decrescente de probabilidade individual. O limite superior é obtido, segundo Beck (2006) por:

$$P_f \le \sum_{i=1}^{n} P\left[F_1\right] - \sum_{i=2}^{n} \underbrace{\max}_{i>j}\left[P(F_i \cap F_j)\right] \tag{318}$$

Os limites bimodais da probabiliade de falha de sistemas com múltiplos modos de falha (associados em série) podem ser avaliados a partir de uma aproximação de primeira ordem das equações de estado limite. A versão fraca dos limites bimodais expresso nas equações (317) e (318) foi proposta por Ditlevsen (1979) para variáveis Gaussianas.

6.9.2 Sistema em paralelo

Para que uma estrutura falhe, geralmente devem-se manifestar múltiplos modos de falha ou de elementos. Desta forma, define-se sistema em paralelo aquele que necessita mais do que um modo de falha e/ou mais do que um elemento para que o sistema falhe.

A falha de um sistema puramente paralelo com m elementos é dada pela eq. (319):

$$P_{f,sys} = P\left[\bigcap_{i=1}^{m} E_i\right] \text{ ou } P_{f,sys} = P\left[\bigcap_{i=1}^{m} (g(\mathbf{x}) < 0)\right] \tag{319}$$

Os limites unimodais podem ser calculados como:

$$\prod_{i=1}^{n} P(F_i) \le P_{f,sys} \le \underset{i=1}{\overset{n}{Min}}\left[P(F_i)\right] \tag{320}$$

O limite inferior representa o caso onde os elementos estão todos não-correlacionados e o sistema falha somente quando todos os elementos falham. Por outro lado, o limite superior representa o caso nos quais todos os elementos são perfeitamente correlacionados e, neste caso, a segurança de um elemento determina a probabilidade de falha.

6.10 Considerações sobre o capítulo

Após análise da literatura existente, verificou-se que existem muitos métodos para estimar a confiabilidade estrutural. Notou-se ainda que as distribuições de probabilidades são vitais na estimativa da confiabilidade, pois representam a incerteza das variáveis básicas envolvidas no cálculo da confiabilidade. Assim, neste trabalho são utilizadas as medidas experimentais das pressões em silos esbeltos para estimação paramétrica das distribuições de probabilidade que, posteriormente, foram utilizadas para o método de simulação Monte Carlo para simular o problema de processo estocástico não estacionário ao longo da altura. As análises de confiabilidade foram conduzidas ao longo da altura do silo, idealizando o silo com um sistema em série com múltiplos modos de falha pelas equações de estado limite e pelas chapas do costado, para isso foi simulado várias realizações do processo estocástico para a obtenção da probabilidade de falha.

7 CAPÍTULO

MATERIAIS E MÉTODOS

"Vê mais longe a gaivota que voa mais alto"
Richard Bach

Este trabalho foi desenvolvido com um estudo numérico e experimental, utilizando, na parte experimental, o aparelho de cisalhamento de Jenike para a determinação das propriedades físicas dos produtos armazenados e um silo-piloto para determinação das pressões nas paredes e no fundo. Com estes dados foi realizada a calibração dos parâmetros dos modelos de pressões para a determinação de suas distribuições de probabilidades e posterior avaliação de confiabilidade, com base em um exemplo de silo cilíndrico metálico de chapa ondulada. Este capítulo descreve ainda a concepção e a construção do silo-piloto, os ensaios realizados e os principais objetivos que direcionaram o estudo das pressões no silo-piloto. Justifica-se a escolha do modelo adotado tecendo-se comentários sobre a sua representatividade em relação às estruturas em escala real. Também é detalhada a construção do silo experimental e são informados os materiais utilizados para a sua confecção. Por fim, é descrita a metodologia numérica utilizada para a análise dos resultados. A Figura 7.1 apresenta, de forma sucinta, as atividades desenvolvidas neste trabalho.

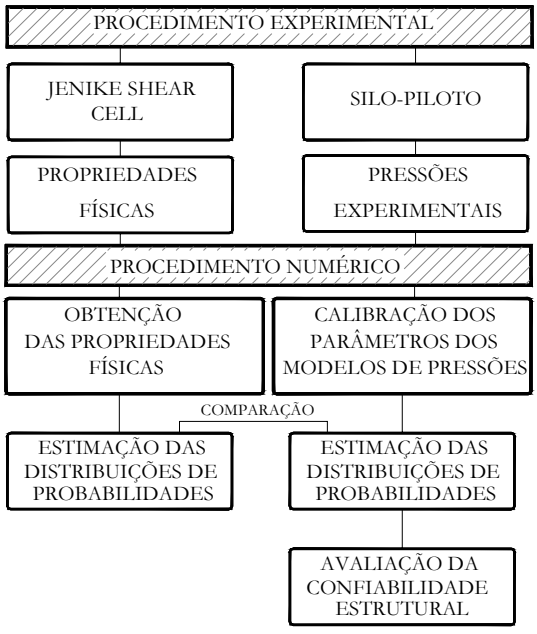


Figura 7.1 – Fluxograma das atividades realizadas.

7.1 Considerações iniciais

Foi constatado no estudo bibliográfico que as pressões nos silos são afetadas por diversos parâmetros como tempo, umidade, temperatura, metodologia para determinação das propriedades físicas, consolidação, tipo de fluxo, característica de carregamento e descarregamento, geometria e rigidez da estrutura do silo. Os modelos teóricos usados para a determinação de pressões apresentam grandes diferenças entre eles, não havendo um consenso. Desta forma, verifica-se que a solução é um modelo de pressão que incorpore as flutuações de pressões para a determinação da envoltória de pressões, o que somente será possível com muitos ensaios experimentais, chegando a um modelo estocástico que reúne as principais variáveis aleatórias do processo de determinação das pressões.

Conforme mostrado no **capítulo 4**, o modelo de Jenike é o mais adequado para a simulação das pressões de descarregamento, contudo nenhum estudo que o utilize para calibrações das pressões obtidas experimentalmente é encontrado na literatura. Sendo assim, este trabalho tem a finalidade de apresentar esta metodologia.

7.2 Metodologia experimental para a obtenção das propriedades físicas dos produtos armazenados

Para a realização dos ensaios foram escolhidos três produtos: milho, soja e ração de frango. A escolha foi feita a partir da grande produção nacional e especialmente, da forma geométrica das partículas desses produtos, visto ela ter grande influência no padrão de pressões de descarregamento.

A soja é um produto granular que apresenta forma geométrica esférica e de fluxo livre. Em contrapartida, o milho apresenta forma irregular e, apesar de ter um peso específico próximo ao da soja, possui propriedades físicas distintas das obtidas nos ensaios com a soja. Já a ração de frango apresenta pequena quantidade de finos e diâmetro das partículas bem inferiores aos da soja e do milho, o que justifica o estudo deste produto.

Não foram estudados os produtos pulverulentos coesivos, visto que estes tipos de produtos apresentam um comportamento muito diferente dos granulares que são o foco.

Os ensaios experimentais foram divididos em 2 categorias:

- **Ensaios das propriedades físicas do produto armazenado:** as propriedades físicas dos produtos armazenados foram obtidas pelos ensaios descritos nas seções (7.5 a 7.8) e são essenciais para a utilização no modelo de pressão;
- **Ensaio no silo-piloto:** foi o ensaio principal da pesquisa, pois serve de base para a

construção do modelo estocástico de pressão. Com ele foram obtidos os parâmetros do modelo de pressão, bem como os coeficientes de sobrepressão C_d. Com a repetição dos ensaios de carregamento e descarregamento, foi estudada a variabilidade dos parâmetros dos modelos de pressões para a aplicação no estudo da confiabilidade estrutural.

7.3 Origem dos produtos ensaiados

Os produtos foram adquiridos na região de São Carlos e, provavelmente, são oriundos de propriedades do estado de São Paulo. Em particular, a soja foi obtida na Semel, na cidade de Matão-SP.

7.4 Amostragem dos produtos

As amostras foram retiradas aleatoriamente das embalagens originais (Figura 7.2a) e embaladas em sacos plásticos transparentes, lacrados com fita adesiva para evitar a perda de umidade (Figura 7.2b e Figura 7.3a e b). As amostras foram armazenadas na sala de ensaios de propriedades físicas do LaMEM.

(a) (b)

Figura 7.2 – (a) Coleta das amostras de milho (b) Amostras de soja acondicionadas.

(a) (b)

Figura 7.3 – (a) Amostras de milho acondicionadas. (b) Amostras de ração de frango.

Foram retiradas 23 amostras para o milho, 21 amostras para ração e 21 para a soja seguindo

o planejamento fatorial efetuado antes do início dos ensaios experimentais. Todas as amostras foram embaladas para que o produto ficasse bem conservado. Para cada amostra foram efetuados os ensaios de cisalhamento, umidade, peso específico aparente e granulometria, com o objetivo da obtenção da variabilidade oriunda da massa ensilada.

7.5 Ensaio de umidade, temperatura e peso específico aparente

Para a caracterização da condição do produto recebido, foram coletadas amostras dos produtos armazenados para a determinação de seus teores de umidade, temperatura e peso específico "*in-natura*". Estes ensaios foram executados com Medidor de Umidade Digital modelo G800, por meio da tecnologia "*flowthru*" (Figura 7.4 e Figura 7.5).

Figura 7.4 – Aparelho *flowthru*, para as medidas de umidade, temperatura e densidade.

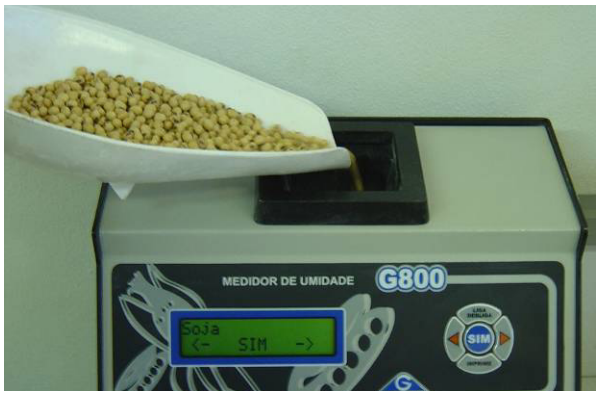


Figura 7.5 – Ensaio com as amostras de soja.

7.6 Ensaio granulométrico

O procedimento de classificação granulométrica dos produtos armazenados foi realizado de acordo com as recomendações de Milani (1993) que pesquisou as propriedades e metodologias para a determinação das propriedades físicas dos produtos, utilizando o aparelho de granulometria da Solotest (Figura 7.6). O método sugerido foi o do peneiramento, o qual, segundo Calil (1984), pode ser utilizado para classificação dos produtos quanto à coesão e ao fluxo, de acordo com a Tabela 7.1.

Tabela 7.1 – Classificação do produto de acordo com a granulometria

Diâmetro das partículas	Classificação
D> 0,42 mm	Granulares
0,42 < D < 0,149	Pulverulentos coesivos
0,149 < D< 0,079	Pulverulentos coesivos finos
D < 0,079	Pulverulentos coesivos extrafinos

Fonte: Calil (1984)

Figura 7.6 – Aparelho de ensaio granulométrico (Solotest modelo).

7.7 Ensaios de cisalhamento direto de Jenike

O equipamento utilizado nos ensaios foi o aparelho de cisalhamento direto TSG 70-140 - AVT (Figura 7.7 e Figura 7.8), conhecido internacionalmente como "*Jenike Shear Tester*". O procedimento de ensaio utilizado foi o sugerido pelo manual "*Standart Shear Testing Technique for Particulate Solids Using the Jenike Shear Cell*" (SSTT, 1989), elaborado pela Federação Européia de Engenharia Química.

Figura 7.7 – Ensaio de cisalhamento direto no equipamento de Jenike, modelo: TSG 70-140.

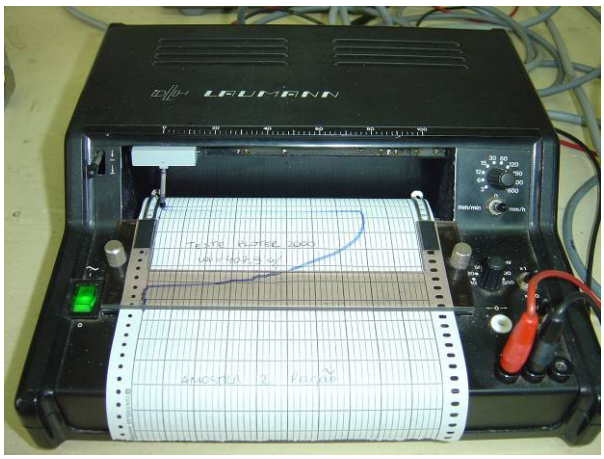


Figura 7.8 – Gráficos obtidos no plotter com o ensaio da ração.

A célula de cisalhamento de Jenike pode ser usada para a obtenção dos principais parâmetros dos produtos armazenados, tais como:

- ϕ_e é o efetivo ângulo de atrito interno;
- γ é o peso específico consolidado;
- ϕ_i é o ângulo de atrito interno;
- FF é a função fluxo instantânea;
- f_c é a resistência ao deslizamento da amostra confinada;
- f_{ic} é a resistência ao deslizamento da amostra inconfinada;
- todas as propriedades acima podem ser determinadas em função do tempo de consolidação.

A célula de cisalhamento de Jenike é um dos aparelhos com maior precisão para a determinação das propriedades físicas dos produtos armazenados. Por outro lado, procedimentos de operação devem ser cuidadosamente seguidos para que os resultados entre diferentes operadores não produzam resultados com grande dispersão. A transformação dos dados medidos é uma das etapas mais importantes, pois requer experiência para sua interpretação. Portanto, para a obtenção das propriedades físicas acima relacionadas, foi utilizado um software implementado pelo autor deste trabalho. O **Apêndice A** apresenta as formulações utilizadas na implementação

deste software.

7.8 Ensaios de cisalhamento com as paredes

A determinação do ângulo de atrito do produto armazenado com a parede pode também ser obtida no aparelho de cisalhamento direto TSG 70-140 - AVT (Figura 7.9). Neste caso, a base da célula de cisalhamento é substituída por uma amostra do material da parede que será avaliada. Para a soja, milho e a ração foram realizados ensaios de cisalhamento com 7 tipos de materiais de paredes (Figura 7.10).

Figura 7.9 – Ensaio de cisalhamento direto no equipamento de Jenike, modelo: TSG 70-140.

Figura 7.10 – Tipos de paredes utilizadas no ensaio de cisalhamento com a parede.

Os materiais de parede utilizados foram:

1. aço galvanizado a fogo (origem Kepler Weber);

2. aço galvanizado CSN (origem Kepler Weber);

3. aço rugoso;

4. aço liso;

5. poliestireno;

6. concreto (alisado);

7. madeira (pinus).

7.9 Ensaio no silo-piloto

Para avaliação das pressões experimentais nos silos reais foi projetado um silo-piloto com base no modelo confeccionado por Pieper e Schütz (1980). Para isso foi construída uma estação experimental que consiste em um silo auxiliar de armazenamento, um elevador de canecas e um silo-piloto (Figura 7.11). Os ensaios com o silo-piloto foram realizados no LaMEM-SET-EESC-USP (Laboratório de Madeira e Estruturas de Madeira do Departamento de Engenharia de

Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo).

7.9.1 Modelo de Pieper e Schütz (1980)

O modelo proposto por Pieper e Schütz (1980), do ponto de vista da análise experimental, é um equipamento concebido para realizar medições indiretas das ações do produto na célula, no silo. As pressões são medidas a partir das deformações dos anéis que são instrumentados com células de carga.

O silo usado neste estudo pode ser denominado modelo piloto, considerando a classificação de testes em silos (BROWN; NIELSEN, 1998):

- ***Classe A:*** silos industriais;
- ***Classe B:*** estações experimentais em escala real;
- ***Classe C:*** modelos pilotos;
- ***Classe D:*** modelos em escala pouco reduzida;
- ***Classe E:*** modelos em escala muito reduzida (centrifugação).

O silo-piloto é definido como aquele em que os efeitos de escala são insignificantes, pois suas dimensões e as dimensões do produto são compatíveis com as estruturas reais. Assim sendo, os resultados obtidos podem ser utilizados no estudo de estruturas reais, ou seja, o comportamento do modelo piloto pode ser considerado idêntico (qualitativamente e quantitativamente) ao comportamento em escala 1:1, segundo Pieper e Schutz (1980).

O silo-piloto construído tem escala geométrica de 1:4 - 1:7, ou seja, superior a 1:10. Se forem consideradas as dimensões usuais de protótipos de células verticais, e respeitado o limite mínimo sugerido de $40.d_{p,máx}$ (quarenta vezes o diâmetro máximo do grão), os resultados obtidos no modelo podem ser extrapolados para escala real. Se for considerado um diâmetro máximo de grãos de 10mm, o diâmetro mínimo do silo seria de aproximadamente 40cm.

7.9.2 Modelo de silo-piloto construído para os ensaios

O silo-piloto cilíndrico, baseado nos estudos de Wenzel (1963 apud PIEPER; SCHULTZ, 1980, p. 5), foi utilizado como padrão pela norma alemã DIN 1055: 1987. O silo-piloto construído nesta pesquisa é formado por 12 anéis independentes suspensos de modo estaticamente determinado, cada um com 50 cm de altura (Figura 7.11), com um diâmetro interno de 70,6 cm de parede interna lisa e 64,36 cm de parede interna ondulada, com uma altura total de 600 cm, capacidade de armazenamento de 2,55 m³ para produto granular quando utilizada a tremonha axissimétrica com $\alpha = 15^o$.

Foi projetada uma espessura de parede de 10mm para que a deformação do anel permanecesse pequena, de tal modo que não tivesse influência nas medições das pressões devido a ovalização do anel. Cada anel foi calandrado em dois semi-cilindros soldados (Figura 7.13) continuamente na vertical, e o outro lado unido por duas braçadeiras/presilhas (células de carga – 8kN) horizontais de medição, que são pré-tracionadas por meio de três molas helicoidais, mantendo assim um esforço de tração inicial (Figura 7.11 e Figura 7.13). Os anéis também são suspensos por braçadeiras/presilhas (célula de carga – 8kN) verticais de medição para determinação da força de atrito nas paredes. Todas as ligações das presilhas são articuladas nos apoios e nos anéis, cuja conexão se dá por meio de pinos de aço inoxidável. Sob duas colunas do silo foram instaladas células de carga para medição da força total mobilizada pelo atrito. Os dispositivos de descarregamento (tremonhas e fundo plano) são suspensos por presilhas (células de carga) e parafusados nas colunas de medição (Figura 7.11). As células de carga foram confeccionadas em alumínio com liga especial pela MSI (Micro Sensores Industriais).

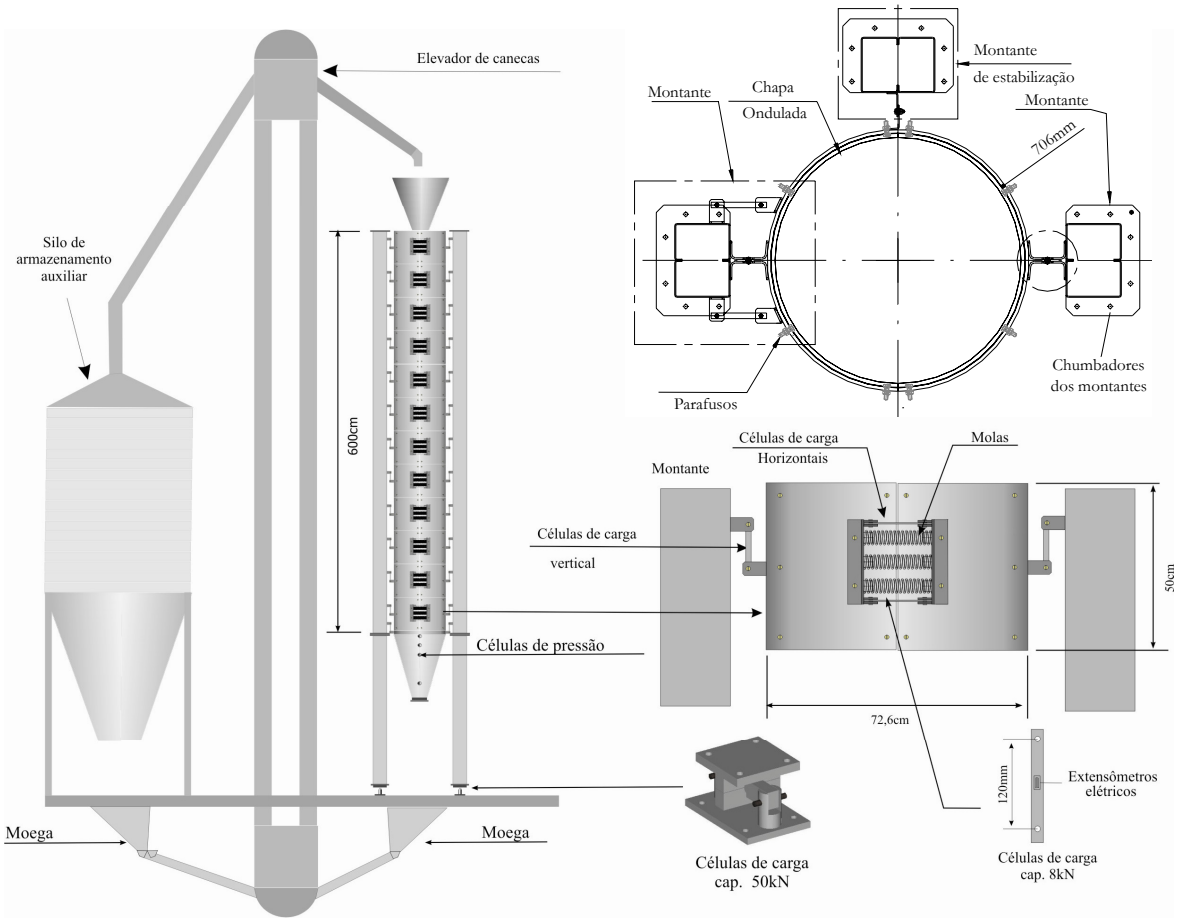


Figura 7.11 – Sistema de ensaio e detalhes dos anéis de medição de pressões.

Entre os anéis foram coladas borrachas internas de vedação, que se deterioraram ao longo dos ensaios, sendo necessário sua remoção e recolocação. Além das borrachas internas, foi adicionada uma faixa de borracha entre os anéis, formando uma cinta de calafetação (Figura 7.12).

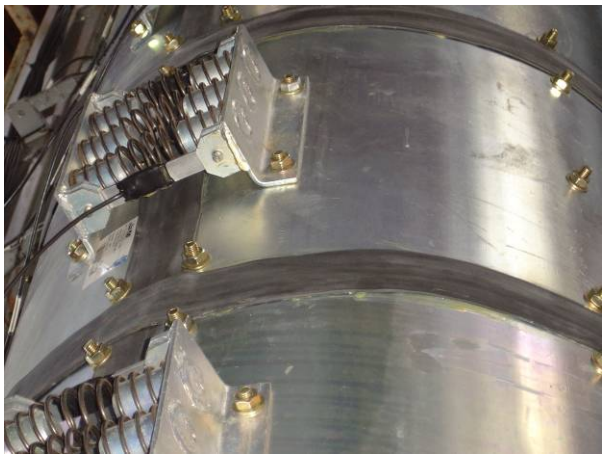


Figura 7.12 – Sistema de vedação do silo-piloto com borrachas coladas.

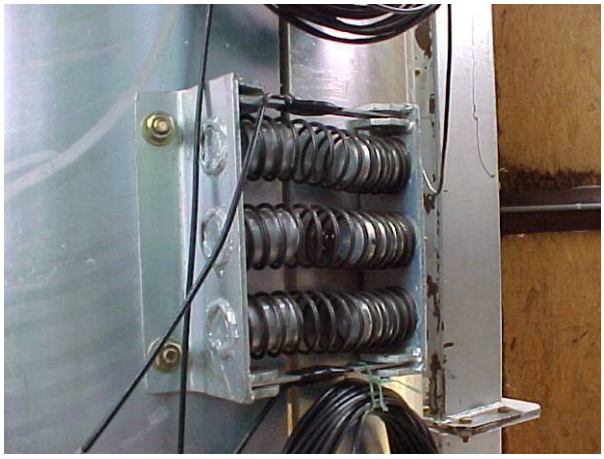


Figura 7.13 – Sistema de medida das pressões horizontais.

O silo-piloto utilizado nos ensaios foi montado na parte interna de um edifício de madeira, construído no LaMEM, especialmente para esta finalidade.

Para a elaboração de todo o sistema experimental (silo-piloto, silo de armazenamento, elevador e diversos), várias etapas foram elaboradas e muitos serviços foram necessários para que a estrutura ficasse pronta dentro do prazo para a realização desta pesquisa. As Figuras 7.14 e 7.15 mostram algumas dessas atividades.

Figura 7.14 – Abertura para o poço do elevador e para as moegas.

Figura 7.15 – Montagem dos painéis do edifício experimental.

Depois de concluída a construção do edifício experimental, prosseguiu-se com os trabalhos internos, com a montagem do elevador de canecas (Figura 7.16 e Figura 7.17).

Figura 7.16 – Montagem do elevador de canecas.

Figura 7.17 – Montagem das canecas.

Posteriormente à montagem do elevador de canecas, foi construída uma laje de 15 cm de altura para a montagem do silo-piloto (Figura 7.18 e Figura 7.19).

Figura 7.18 – Montagem parcial das armaduras da laje.

Figura 7.19 – Laje concretada para a colocação do silo-piloto.

Construída a laje de fundo, os montantes foram chumbados e colocados na posição vertical para que os anéis pudessem ser içados e posicionados no local (Figura 7.20 e Figura 7.21). Após todos os anéis terem sido colocados na posição correta, o silo-piloto foi instrumentado. Este procedimento foi realizado para que as células de carga não fossem danificadas devido à montagem inicial.

Figura 7.20 – Colocação de chumbadores para a fixação dos montantes da laje de apoio.

Figura 7.21 – Içamento para a montagem dos anéis do silo-piloto.

Já a montagem do silo auxiliar foi conduzida paralelemente à montagem do silo-piloto e está mostrada na Figura 7.22 e Figura 7.23.

Figura 7.22 – Içamento do corpo do silo de armazenamento.

Figura 7.23 – Visão geral do silo de armazenamento montado.

As vantagens deste silo-piloto para as medidas de pressões são:

- pontos de medição em quantidade suficiente para determinar todas as possíveis pressões;
- medição de carregamentos integrados sobre grandes superfícies, tal que não sejam medidos picos de carregamento não-importantes na avaliação dos coeficientes de sobrepressão;
- grande relação altura diâmetro, "domínio infinito", tal que as máximas pressões no silo sejam medidas sem a influência da superfície livre superior e do fundo;
- possibilidade de instalação de vários tipos de paredes lisas e onduladas para que a influência da rugosidade da parede possa ser quantificada. Para ensaios com paredes onduladas foram parafusados internamente semi-anéis de chapa ondulada (Figuras 7.24, 7.25 e 7.26).

A Figura 7.24 mostra os detalhes de fixação e vedação dos anéis, bem como o posicionamento das chapas onduladas.

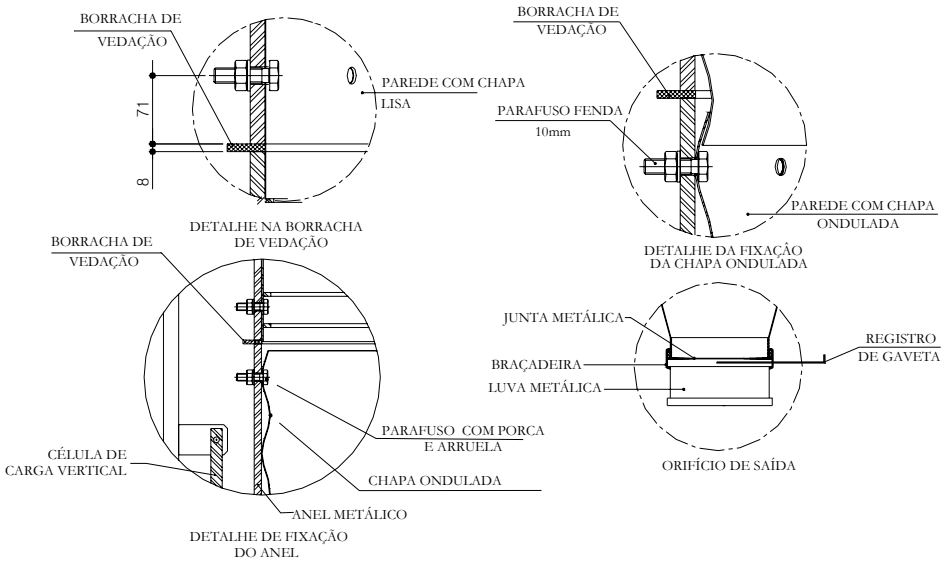


Figura 7.24 – Sistema de fixação da parede ondulada e vedação dos anéis.

Figura 7.25 – Revestimento em chapa ondulada dos anéis.

Figura 7.26 – Visão interna do revestimento interno.

Para a escolha dos tipos de tremonha foram utilizados os critérios de fluxo (**capítulo 3**) e de utilização em silos reais no Brasil. As tremonhas escolhidas para os ensaios foram:

- fundo plano;
- tremonha com 15º;
- tremonha com 45º.

Em todas as tremonhas foram instaladas células de pressões do tipo diafragma de 70 kPa de capacidade nominal para as medidas de pressão normal, sendo fixadas nas paredes com o auxílio de uma base de madeira compensada e parafusos passantes. As células foram dispostas ao longo da altura, com a geometria apresentada na Figura 7.27.

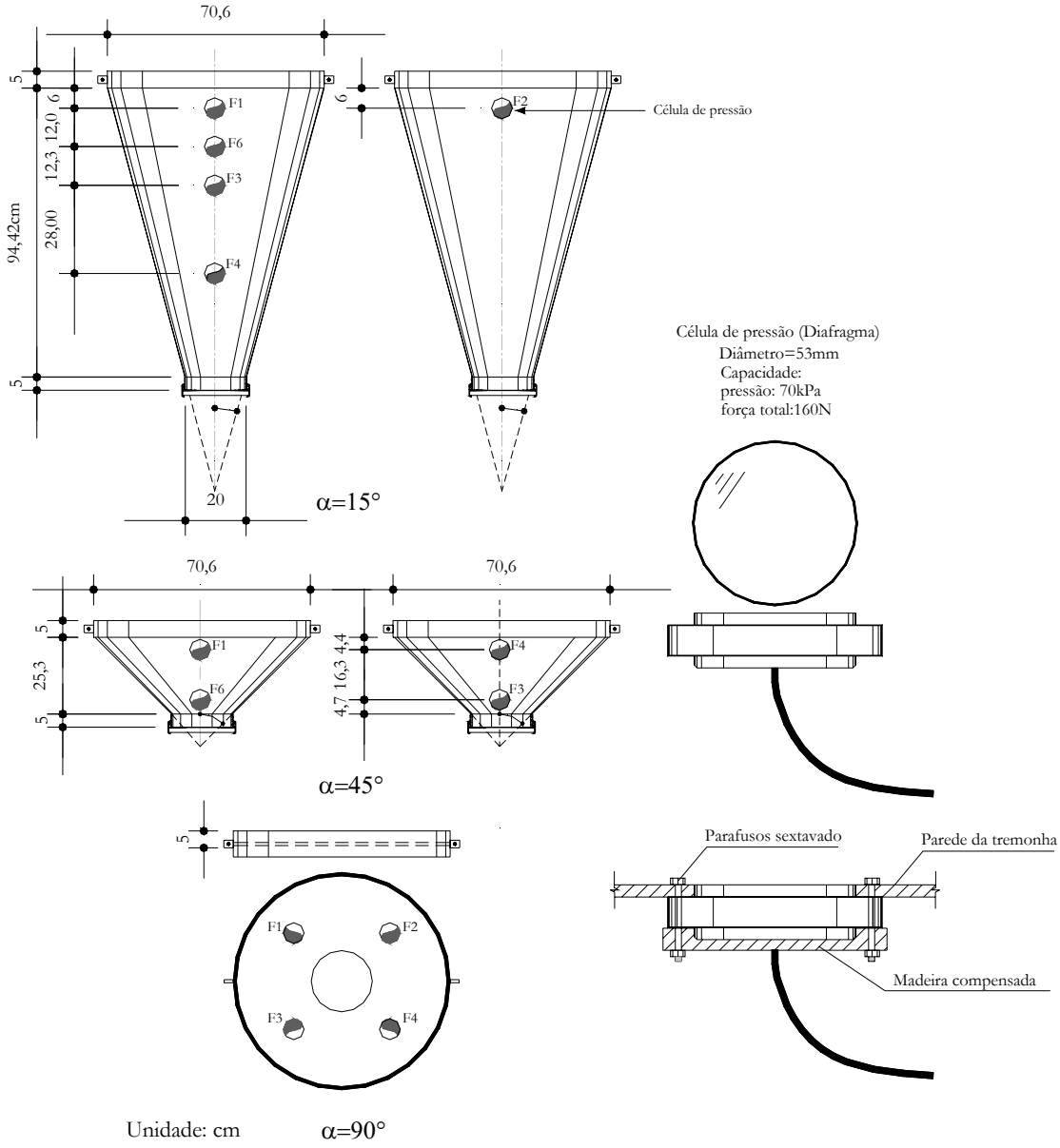
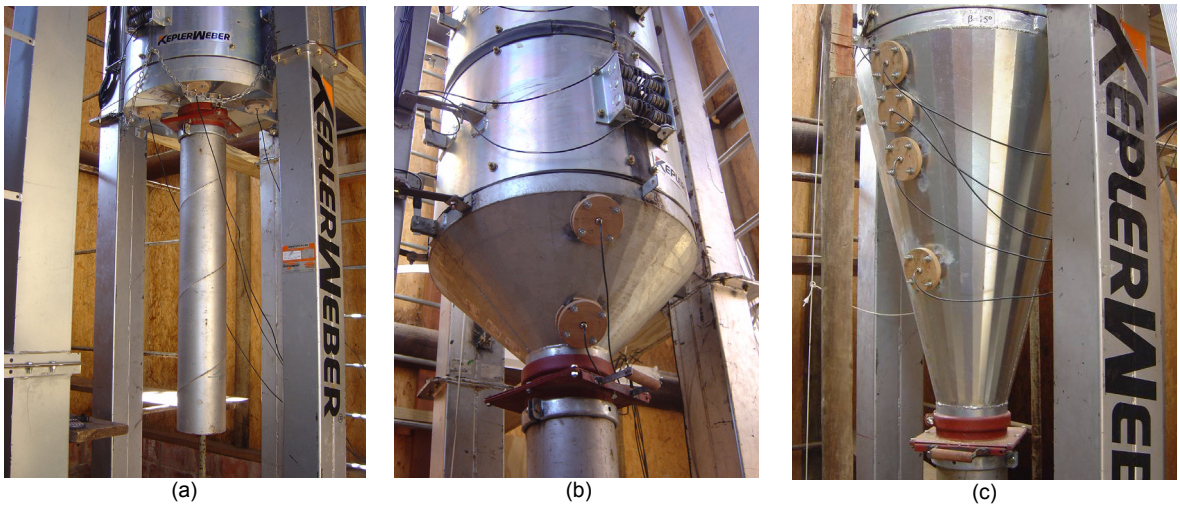


Figura 7.27 – Instrumentação das tremonhas com as células de pressões.

A Figura 7.28a,b,c e Figura 7.30 mostram as tremonhas instrumentadas na execução dos ensaios. São mostradas todas as inclinações utilizadas, bem como o posicionamento das células de pressões.



(a) (b) (c)

Figura 7.28 – (a) Fundo plano. (b) Tremonha $\alpha = 45^{\circ}$ (c) Tremonha $\alpha = 15^{\circ}$.

Figura 7.29 – Instrumentação do fundo plano.

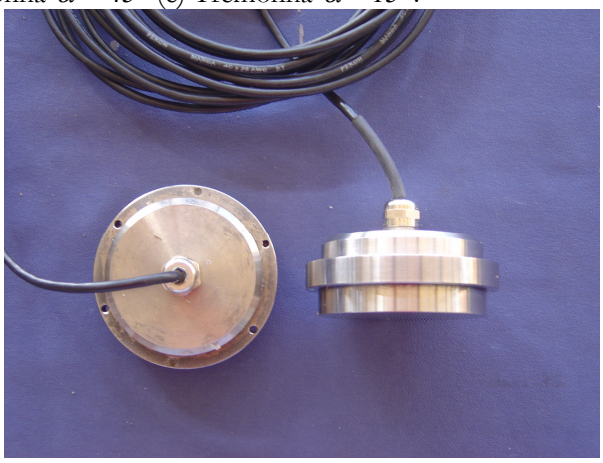


Figura 7.30 – Células de pressão MSI (cap.70 kPa).

7.9.3 Aquisição de dados do silo-piloto

A aquisição de sinais foi realizada através do sistema de aquisição de dados LYNX (AD 2122), com 4 placas de aquisição, sendo 2 (2160) e 2 (2161), perfazendo um total de 64 canais (ver Figura 7.31 e Figura 7.32). Este sistema possui uma freqüência de amostragem máxima de 65,5 kHz. Porém, foram utilizadas duas freqüências de amostragem, uma para o período de carregamento e armazenamento, no valor de 1Hz, e outra para o período descarregamento, no valor de 1kHz. Essas freqüências foram adotadas após ensaios preliminares e mostraram-se adequadas por não apresentarem vazamentos de dados "*leakage*" após a utilização de técnicas de análise de sinais.

Figura 7.31 – Sistema de aquisição de dados LYNX com as placas 2160 e 2161.

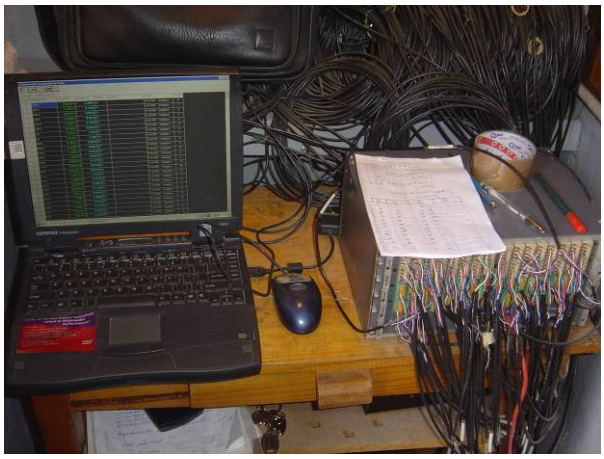


Figura 7.32 – Sistema em funcionamento com todos os sensores conectados.

7.9.4 Calibração das células de cargas e células de pressões

Para a medição das forças nos anéis, foram adquiridas células de carga de capacidade nominal de 80 kN, da empresa Micro Sensores Industrial (MSI). Para as medições das pressões ao longo da parede da tremonha do silo-piloto, foram utilizadas células de pressão do tipo diafragma de 5,3 cm de diâmetro, de aço inoxidável, também da MSI, com capacidade nominal de 70 kPa.

A calibração das células de carga foi realizada em uma máquina universal de ensaios, a AMSLER (Figura 7.33 e Figura 7.34), e constituiu-se na aplicação de uma força de tração. As células estavam conectadas ao sistema de aquisição de dados para a leitura e comparação das forças de tração.

Figura 7.33 – Calibração das células de carga.

Figura 7.34 – Articulação da célula de carga.

Para as células de pressões do tipo diafragma, foi utilizado um sistema de calibração com água. Este sistema constituiu-se de um tubo de PVC de 65 mm de diâmetro, com um anel torneado em PVC para a colocação de um revestimento plástico. A célula é apoiada sobre um suporte de madeira com uma saliência interna e com a face sensível disposta dentro do tubo. Para que as medidas fossem comparadas, foi adicionada uma mangueira transparente conectada em

sistema de vasos comunicantes (Figura 7.35 e Figura 7.36). Avaliaram-se as pressões em incrementos de 0,5m de coluna de água até uma altura de 2 m.

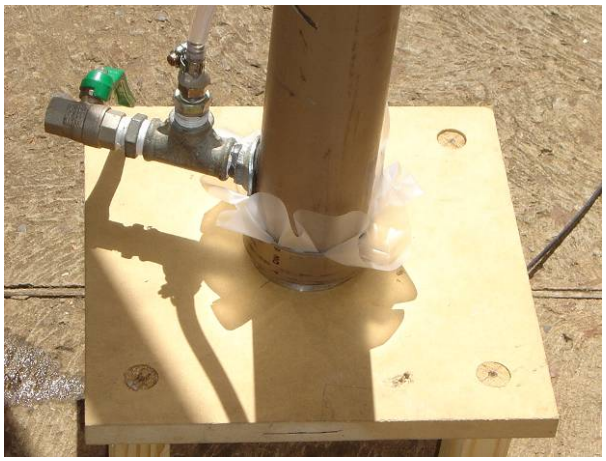


Figura 7.35 – Calibração das células de carga.

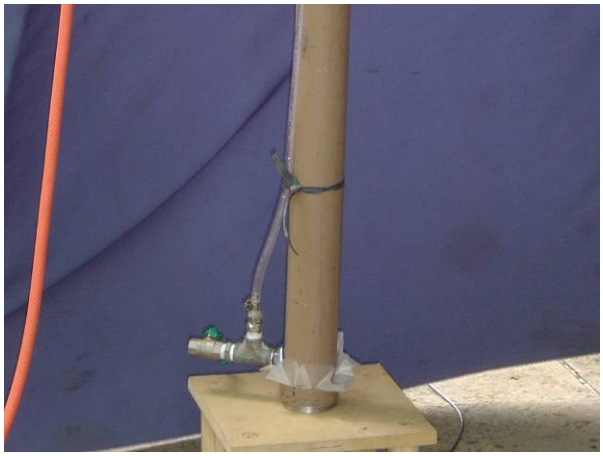


Figura 7.36 – Articulação da célula de carga.

7.9.5 Calibração das constantes dos anéis da parede do silo-piloto

Para a calibração das constantes do anel do silo-piloto com relação às pressões horizontais, foi construído um revestimento em lona plástica que foi enchido com diferentes alturas de água. Uma mangueira plástica translúcida foi utilizada para a visualização da altura da água e as leituras correspondentes (ver Figuras 7.37, 7.38 e 7.39). Com este procedimento foi possível obter as constantes de calibração para as pressões horizontais para os doze anéis. No **Apêndice E**, é mostrada a obtenção teórica da constante do anel por meio do principio dos trabalhos virtuais que foi utilizada como referência.

Para cada tipo de parede foi feita a recalibração do silo-piloto pois a fixação da nova parede ondulada adicionou rigidez ao sistema e, conseqüentemente, mudança da constante de calibração. Para o descarregamento da água foi adicionado um registro esférico, acoplado a um flange no fundo do silo, que estava apoiado em uma placa em madeira compensada com somente um furo para saída da tubulação, Figura 7.41.

Figura 7.37 – Colocação da lona plástica.

Figura 7.38 – Enchimento com água.

Figura 7.39 – detalhe do fundo e da lona interna com água.

Figura 7.40 – Progresso do nível de água no ensaio.

Figura 7.41 – Tubulação em vaso comunicante.

Figura 7.42 – Controle de vazão do descarregamento.

A Figura 7.40 mostra o controle do nível de água nas proximidades do ponto de parada. É importante lembrar que a calibração foi realizada anel por anel, até o anel de número 11. Cabe ressaltar também que, tanto no enchimento como no esvaziamento do silo, foram adquiridos dados contínuos a 1 Hz e com vazão controlada por meio de balança (Figura 7.42).

7.9.6 Controle do nível do produto

Como o silo-piloto foi ensaiado para várias combinações de tremonha, rugosidade da parede e relações de altura/lado, foi desenvolvido um controle de nível de produto manual para a avaliação de várias alturas de enchimento (ver Figura 7.43).

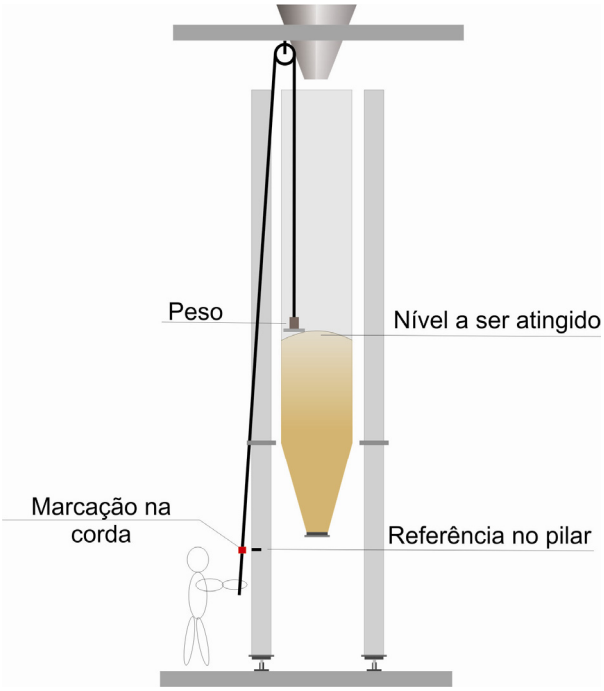


Figura 7.43 – Controle do nível utilizado nos ensaios.

7.9.7 Operação e execução dos ensaios

O modelo foi equipado de forma a realizar as operações de carregamento e descarregamento de forma automatizada. A Figura 7.44 mostra que o sistema inteiro possui 2 silos, sendo um para os ensaios (silo-piloto) e outro para o armazenamento. No centro do conjunto está localizado um elevador de canecas para a operação de enchimento do silo.

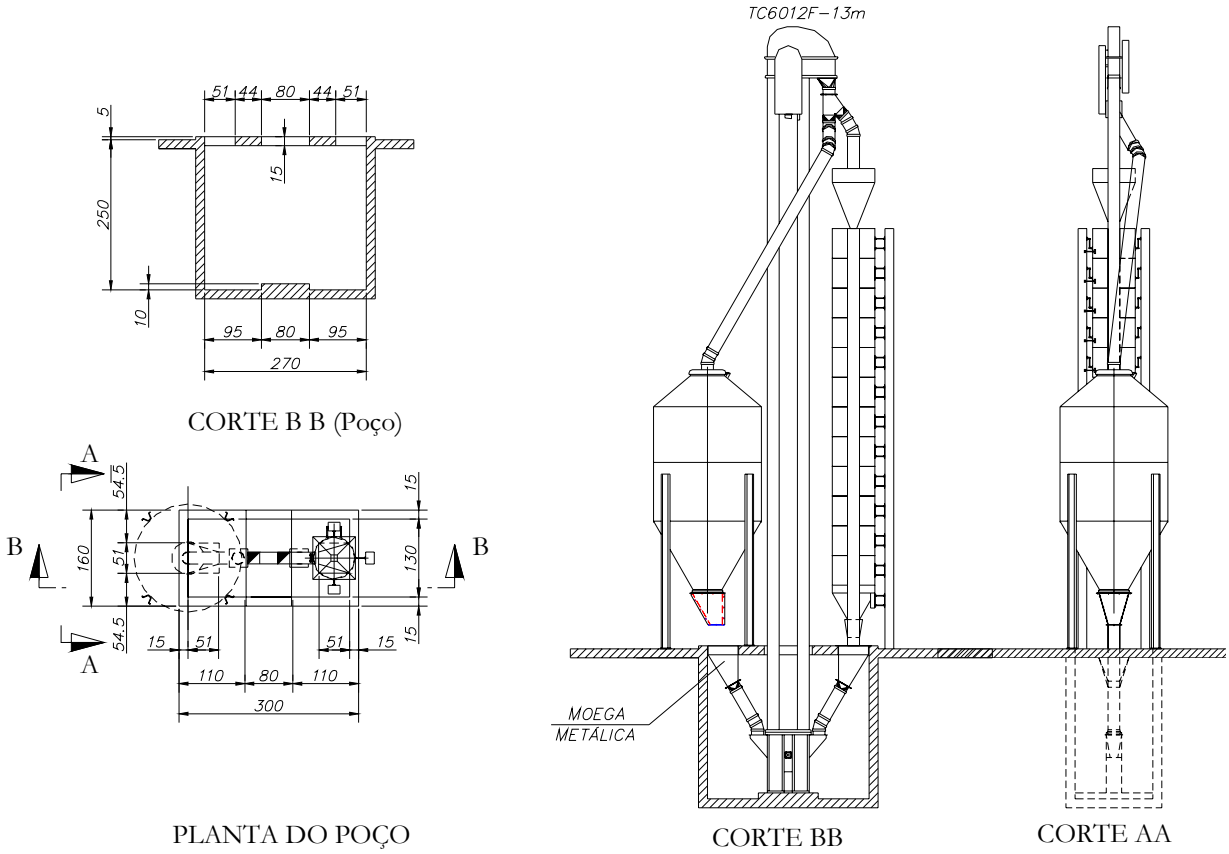


Figura 7.44 – Detalhe do sistema de operação dos ensaios.

Os ensaios foram conduzidos com as seguintes configurações:

- quatro relações de altura/lado (H/D) foram consideradas: 2,17 (3 anéis), 4,34 (6 anéis), 6,51 (9 anéis) e 7,96 (11 anéis);
- três tipos de produtos, já descritos anteriormente, foram utilizados: soja, milho e ração de frango;
- três tipos de inclinação de tremonha foram utilizados: 15º, 45º e fundo plano;
- dois tipos de parede foram utilizados: lisa e ondulada.

A Tabela 7.2 mostra um resumo dos ensaios realizados no silo-piloto.

Tabela 7.2 – Resumo dos ensaios realizados no silo-piloto

Volume máximo do silo-piloto 2,55 m³					
Produto	**Tipo da parede do silo-piloto**	**Inclinação da tremonha (α°)**	**Umidade aprox. (%)**	**H/D**	**Réplicas (ciclos de enchimento e esvaziamento)**
Soja (Produto granular com forma esférica)	chapa lisa	Fundo Plano	12%	2,17 (3 anéis)	6
			12%	4,34 (6 anéis)	6
			12%	6,51 (9 anéis)	6
			12%	7,96 (11 anéis)	6
		45	12%	2,17 (3 anéis)	6
			12%	4,34 (6 anéis)	6
			12%	6,51 (9 anéis)	6
			12%	7,96 (11 anéis)	6
		15	12%	2,17 (3 anéis)	6
			12%	4,34 (6 anéis)	6
			12%	6,51 (9 anéis)	6
			12%	7,96 (11 anéis)	6
	chapa ondulada	Fundo Plano	12%	2,17 (3 anéis)	6
			12%	4,34 (6 anéis)	6
			12%	6,51 (9 anéis)	6
			12%	7,96 (11 anéis)	6
		45	12%	2,17 (3 anéis)	6
			12%	4,34 (6 anéis)	6
			12%	6,51 (9 anéis)	6
			12%	7,96 (11 anéis)	6
		15	12%	2,17 (3 anéis)	6
			12%	4,34 (6 anéis)	6
			12%	6,51 (9 anéis)	7
			12%	7,96 (11 anéis)	7
Milho (Produto granular com forma irregular)	chapa lisa	Fundo Plano	12%	2,17 (3 anéis)	12
			12%	4,34 (6 anéis)	12
			12%	6,51 (9 anéis)	12
			12%	7,96 (11 anéis)	12
		45	12%	2,17 (3 anéis)	6
			12%	4,34 (6 anéis)	6
			12%	6,51 (9 anéis)	6
			12%	7,96 (11 anéis)	6
		15	12%	2,17 (3 anéis)	6
			12%	4,34 (6 anéis)	6
			12%	6,51 (9 anéis)	6
			12%	7,96 (11 anéis)	6
	chapa ondulada	Fundo Plano	12%	2,17 (3 anéis)	6
			12%	4,34 (6 anéis)	6
			12%	6,51 (9 anéis)	6
			12%	7,96 (11 anéis)	6
		45	12%	2,17 (3 anéis)	6
			12%	4,34 (6 anéis)	6
			12%	6,51 (9 anéis)	6
			12%	7,96 (11 anéis)	6
		15	12%	2,17 (3 anéis)	6
			12%	4,34 (6 anéis)	6
			12%	6,51 (9 anéis)	6
			12%	7,96 (11 anéis)	6

Tabela 7.2 – Resumo dos ensaios realizados no silo-piloto (continuação)

Volume máximo do silo-piloto 2,55 m³					
Produto	**Tipo da parede do silo-piloto**	**Inclinação da tremonha (α°)**	**Umidade aprox. (%)**	**H/D**	**Réplicas (ciclos de enchimento e esvaziamento)**
Ração de frango (forma granular fino)	chapa lisa	Fundo Plano	12%	2,17 (3 anéis)	6
			12%	4,34 (6 anéis)	6
			12%	6,51 (9 anéis)	6
			12%	7,96 (11 anéis)	6
		45	12%	2,17 (3 anéis)	6
			12%	4,34 (6 anéis)	6
			12%	6,51 (9 anéis)	6
			12%	7,96 (11 anéis)	6
		15	12%	2,17 (3 anéis)	6
			12%	4,34 (6 anéis)	6
			12%	6,51 (9 anéis)	6
			12%	7,96 (11 anéis)	6
	chapa ondulada	45	12%	2,17 (3 anéis)	6
			12%	4,34 (6 anéis)	6
			12%	6,51 (9 anéis)	6
			12%	7,96 (11 anéis)	6
		15	12%	2,17 (3 anéis)	6
			12%	4,34 (6 anéis)	6
			12%	6,51 (9 anéis)	6
			12%	7,96 (11 anéis)	6
TOTAL DE ENSAIOS NO SILO-PILOTO					**434**

Para cada condição de combinação foram realizadas seis réplicas, perfazendo um total de 434 ensaios, com exceção do milho com chapa lisa (12 réplicas) e fundo plano e a soja com chapa ondulada e inclinação $(\alpha = 15^{\circ})$ (7 réplicas). Para o milho, o motivo para a realização de um número maior de réplicas foi a adequação dos ensaios e verificação da variabilidade com o aumento do número de réplicas. Para a soja, o motivo foi a incerteza da leitura correta de um ensaio com a posterior repetição, para a verificação e validade da réplica de ensaio.

As Figuras 7.45, 7.46 e 7.47 mostram os ensaios realizados com o milho, a ração de frango e a soja, respectivamente.

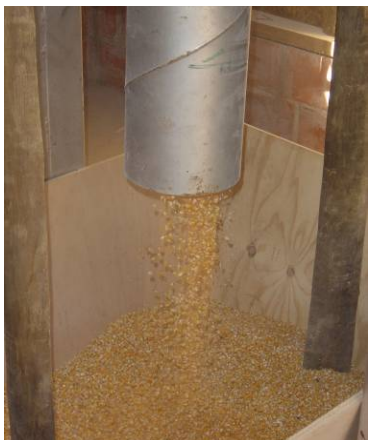


Figura 7.45 – Ensaio com o milho.

Figura 7.46 – Ensaio com a ração de frango.

Figura 7.47 – Ensaio com a soja.

7.10 Metodologia numérica

Após a realização dos ensaios experimentais foi conduzida a etapa de análise de resultados e avaliação da confiabilidade estrutural. Esta etapa foi divida em três partes:

- análise das propriedades físicas dos produtos armazenados com a respectiva estimação paramétrica das distribuições de probabilidades;
- calibração dos modelos estocásticos de pressão com a incorporação dos parâmetros estocásticos;
- avaliação da confiabilidade de um silo metálico exemplo.

7.10.1 Estimativa das distribuições de probabilidade para as propriedades físicas

Como as propriedades físicas influenciam as pressões, foram estimadas as distribuições de probabilidade dos ensaios realizados no *Jenike Shear Cell,* para a comparação com os modelos de pressão, utilizando os parâmetros calibrados. As propriedades físicas que foram investigadas são γ, μ_w e ϕ_e. Neste estudo foram utilizadas a técnica de máxima verossimilhança juntamente com os Algoritmos Genéticos (AGs) para as distribuições que não puderam ser estimadas analiticamente.

7.10.2 Calibração dos modelos de pressão

Os modelos de pressão foram calibrados com os resultados experimentais. Para as pressões de carregamento foi utilizado o modelo de Janssen (1895) e para as pressões de descarregamento foi utilizado o modelo de Jenike et al. (1973). Para a estimativa dos parâmetros dos modelos de pressão, foram utilizados os estimadores de máxima verossimilhança (EMVs), juntamente aos Algoritmos Genéticos (AGs). Foi ainda analisado um modelo simplificado por meio dos coeficientes de sobrepressões, e, para isso, foram estimadas as distribuições de probabilidade para estes coeficientes.

7.10.3 Determinação da confiabilidade estrutural

Para a determinação da confiabilidade estrutural foi escolhido, como exemplo, um silo metálico de chapas onduladas e a confiabilidade calculada utilizando o método de simulação de Monte Carlo. Para a determinação da resistência das ligações foram utilizados os dados experimentais de Esteves (1989), que ensaiou chapas onduladas submetidas à tração.

7.10.4Implementações

Os modelos de pressões, bem como a simulação de Monte Carlo, foram implementados em C++ Builder 5, com suporte computacional da biblioteca GAlib (WALL, 1996), também escrita na linguagem C++. A biblioteca GAlib é uma biblioteca de domínio público desenvolvida pelo Departamento de Engenharia Mecânica do MIT (*Massachusetts Institute of Technology*). Ela possui ferramentas que auxiliam a implementação dos AGs, bem como fornece estatísticas da evolução do algoritmo ao longo das iterações.

A avaliação de confiabilidade foi implementada no programa P-Silos, utilizando o método de simulação de Monte Carlo.

7.11 Considerações sobre o capítulo

Os ensaios realizados com o silo-piloto ocorreram sem nenhum contratempo, inclusive as operações de carregamento e descarregamento do silo que foram executadas pelo autor. As células de pressão, as células de carga, bem como o sistema de aquisição de dados, apresentaram-se adequados para o experimento.

A construção do silo-piloto e os ensaios de cisalhamento direto e de pressões no silo-piloto levaram cerca de três anos. As maiores dificuldades encontradas foram durante a montagem e a calibração do silo. Um trabalho adicional foi exigido para a reinstalação da borracha do sistema de calafetação entre anéis, ao longo dos ensaios. Foram realizados aproximadamente 63 ensaios de cisalhamento direto, cada um com três "*Yield Locus*[15]" e mais de 441 ensaios de cisalhamento com a parede. Para o silo-piloto foram conduzidos 434 ensaios para as diferentes configurações. Fica evidente o grande número de ensaios realizados para a validação dos modelos sugeridos.

Os resultados e discussões dos experimentos serão apresentados nos próximos capítulos, bem como a análise exemplo de confiabilidade de silos esbeltos cilíndricos de chapa ondulada.

[15] Lugar geométrico de deslizamento.

8 CAPÍTULO

RESULTADOS E DISCUSSÕES

"Eu estou convencido que estes ataques são meramente baseados no mau entendimento".
Ludwig Boltzmann, 1896

Neste capítulo são analisados os resultados obtidos nos ensaios das propriedades físicas dos produtos armazenados, determinados no Jenike Shear Cell, e os de pressões obtidos no silo-piloto e das pressões experimentais obtidas no silo-piloto. Foram estimadas as distribuições de probabilidades para os dados obtidos experimentalmente, tanto para as propriedades físicas como para os parâmetros do modelo de pressão. Por fim, calculou-se a confiabilidade de um silo exemplo por meio dos modelos de pressões calibrados com a utilização do método de simulação Monte Carlo. Para as análises estatísticas dos resultados foram desenvolvidos rotinas e programas para facilitar e otimizar as análises.

8.1 Ensaios das propriedades físicas

Embora os ensaios de propriedades físicas tenham sido realizados por diversos pesquisadores da área, pouca importância é dada ao tipo da função de densidade de probabilidade a ser adotada para o estudo da variabilidade das propriedades físicas. As propriedades físicas foram ensaiadas com o procedimento descrito no **capítulo 7**. Para a obtenção do peso específico consolidado, ângulo de atrito interno, efetivo ângulo de atrito, coesão, resistência confinada e inconfinada, para os produtos ensaiados, foi elaborado um programa em linguagem C++ Builder, apresentado no **Apêndice A.**

Os ensaios foram divididos em dois grupos:

- ensaios de umidade, temperatura, densidade aparente e granulometria;
- ensaios de cisalhamento no "*Jenike Shear Tester*".

8.1.1 Testes escolhidos para a análise das propriedades físicas

Para a análise dos dados foram utilizados os testes de Kolmogorov-Smirnov e o teste de Anderson-Darling. Estes testes são os mais adequados para a avaliação da aderência dos modelos de distribuições de probabilidade aos dados ensaiados, lembrando que o teste de Anderson-Darling é apropriado para avaliação das caudas da distribuição de probabilidade. Para isso foram implementados os testes estatísticos dentro do programa P-Silos desenvolvido nesta tese e

mostrado na Figura 8.1. O programa calcula ainda os parâmetros da distribuição normal, lognormal e lognormal deslocada, bem como a matriz de covariância e correlação de Fisher que representa a incerteza dos parâmetros das distribuições estimadas.

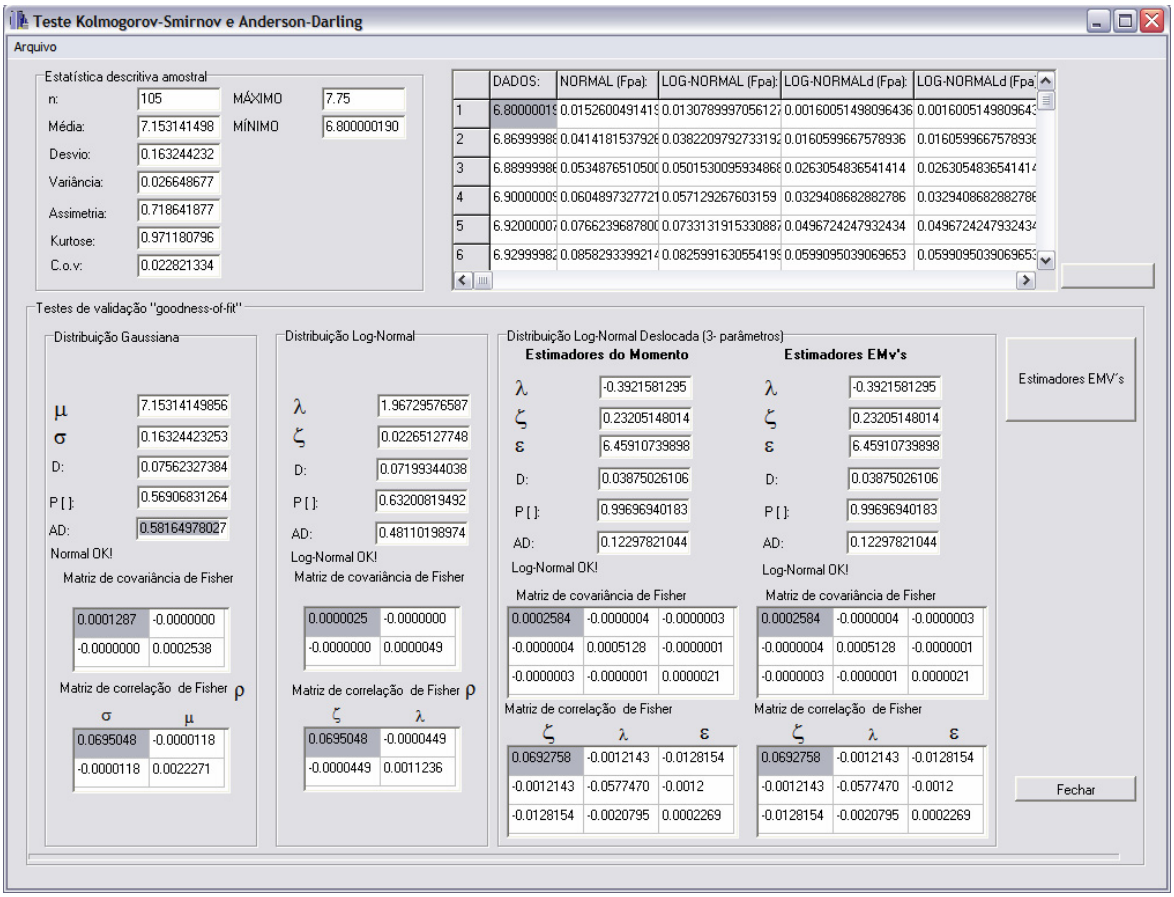


Figura 8.1 – Estimação e teste dos modelos de distribuição de probabilidade pelo programa P-Silos.

8.1.2 *Resultados das propriedades físicas da soja*

A seguir, apresentam-se os resultados obtidos para as propriedades físicas da soja. São mostrados os resumos dos valores encontrados e as distribuições que mais se ajustaram aos dados obtidos.

8.1.2.1 Ensaio de umidade, peso específico aparente e granulometria

Os resultados dos ensaios de umidade, temperatura e peso específico aparente para a soja são apresentados na Tabela 8.1. A amostra encontrava-se com a umidade média de 11%, com peso específico aparente de 7,15 kN/m³, a uma temperatura média de 24,75 ºC. O ensaio de granulometria não é apresentado, pois todas as partículas ficaram retidas na abertura de peneira superior, a 0,42mm, fazendo com que o produto seja classificado como granular. Na Tabela 8.2 são apresentados os parâmetros das distribuições estimadas assim como a incerteza associada aos parâmetros estimados por meio do programa desenvolvido.

Tabela 8.1 – Estatística descritiva para o ensaio da soja

Estatística Básica	Umidade (%)	Peso específico aparente (γ) (kN/m³)	T (ºC)
Média (μ)	10,99	7,15	24,75
Desvio (σ)	0,24	0,16	0,16
Cov (δ)	0,02	0,02	0,01
Máximo	11,50	7,75	25,00
Mínimo	10,50	6,80	24,40

As Figuras 8.2 e 8.3 mostram o histograma de freqüências e a distribuição de probabilidade acumulada ajustada aos dados experimentais da soja, respectivamente. Para a verificação da adequabilidade dos modelos de distribuições de probabilidade foram realizados os testes estatísticos de Kolmogorov-Smirnov e Anderson-Darling, ao nível de significância de 5%, que estão apresentados na Figura 8.3. Como em qualquer estimação paramétrica existem incertezas em relação aos parâmetros das distribuições de probabilidade e estas incertezas devem ser calculadas por meio da matriz de informação de Fisher, apresentada na Tabela 8.2, observa-se que a incerteza referente ao segundo parâmetro das distribuições é bem maior que em relação ao primeiro parâmetro e apresentou um valor de coeficiente de variação de 6,95%.

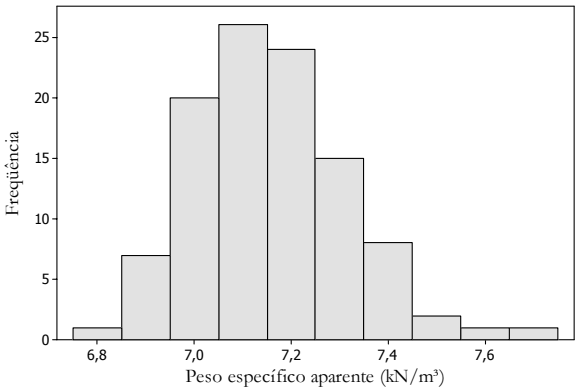


Figura 8.2 – Histograma do peso específico aparente γ_p da soja.

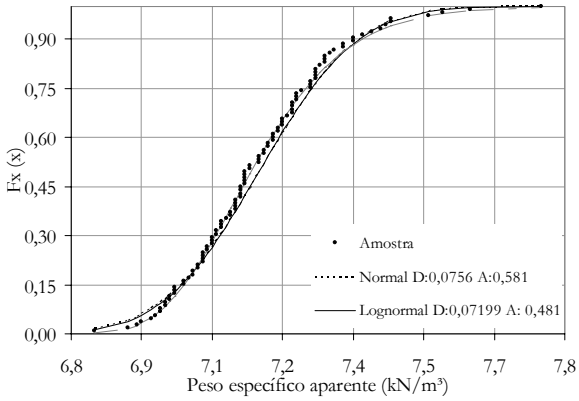


Figura 8.3 – Funções de distribuições acumuladas de probabilidade estimadas para o γ_p da soja.

Tabela 8.2 – Parâmetros das distribuições de probabilidades para o γ_p

	μ ou λ	δ_μ ou δ_λ	σ ou ζ	δ_σ ou δ_ζ
Normal	7,15	0,22%	0,163	6,95%
Lognormal	1,967	0,11%	0,023	6,95%

8.1.3 Ensaios de cisalhamento com a soja

Para análise das propriedades físicas, foi utilizado o programa desenvolvido nesta tese para a obtenção dos envoltórios de resistência "*Yield Locus*", conforme mostrado na Figura 8.4. Este programa foi desenvolvido na linguagem C++ Builder 5.0, que oferece, como principal vantagem, a possibilidade de utilização de componentes visuais e programação orientada a objetos.

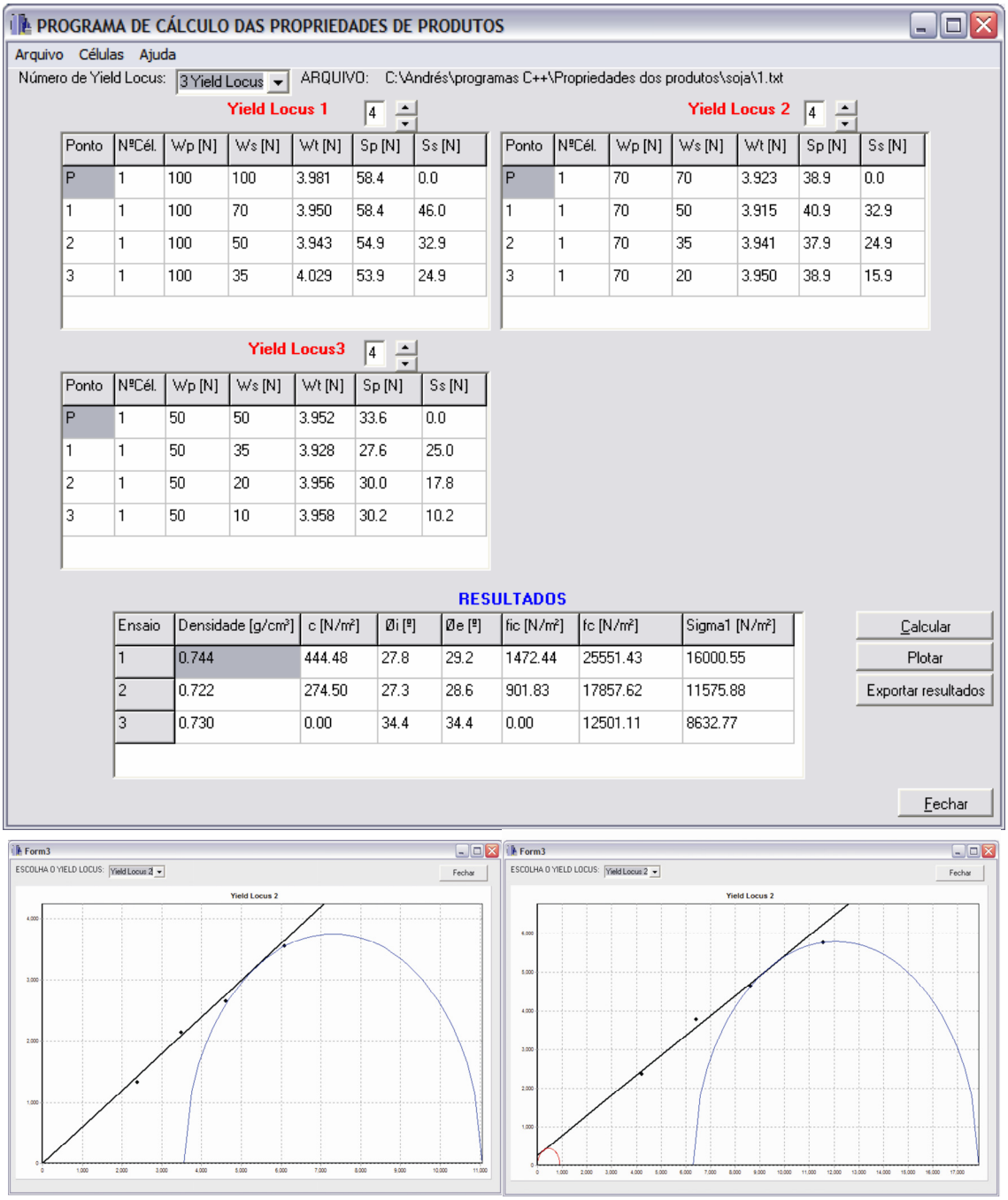


Figura 8.4 – Programa de cálculo das propriedades físicas.

Os resultados obtidos para o peso específico (γ), coesão (c), ângulo de atrito interno (ϕ_i), efetivo ângulo de atrito interno (ϕ_e), resistência inconfinada (f_{ic}) e resistência confinada (f_c) estão apresentados na Tabela 8.3.

Na Tabela 8.3, as regiões que estão simbolizadas com um traço (-) mostram as variáveis não-representativas para o produto ou apresentam um valor para ε negativo, para a distribuição lognormal deslocada. Deve-se lembrar que, apesar de aparecer uma pequena coesão para o produto, este valor é insignificante, como pode ser observado na Figura 8.4, e portanto é

considerado granular não-coesivo.

Tabela 8.3 – Resultados obtidos para soja por meio do ensaio de cisalhamento direto

	Estatística Básica	Peso específico γ (kN/m³)	Coesão c (kPa)	ϕ_i (°)	ϕ_e (°)	f_{ic} (kPa)	f_c (kPa)
Normal	μ	7,18 (0,2%)	0,23	34,81 (0,09%)	35,71 (0,1%)	0,84	23,73
	σ	0,11 (9,0%)	-	2,67 (9,02%)	2,80 (9,01%)	-	6,00
	cov(δ)	2%	-	8%	8%	-	25%
	A (Anderson-Darling)	0,148	-	0,499	0,165	-	-
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,049	-	0,078	0,051	-	-
	Distribuição válida para o nível de significância α=5%	ok!	-	ok!	ok!	-	-
Lognormal (2 parâmetros)	λ	1,97 (0,1%)	-	3,55 (0,02%))	3,57 (0,03%)	-	-
	ζ	0,0159 (9,0%)	-	0,079 (9,01%)	0,079 (9,01%)	-	-
	A (Anderson-Darling)	0,145	-	0,741	0,295	-	-
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,050	-	0,086	0,066	-	-
	Distribuição válida para o nível de significância α=5%	ok!	-	ok!	ok!	-	-
Lognormal (3 parâmetros - EMV)	λ	0,89 (0,15%)	-	-	-	-	-
	ζ	0,047 (8,9%)	-	-	-	-	-
	ε	4,72 (0%)	-	-	-	-	-
	A (Anderson-Darling)	0,148	-	-	-	-	-
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,052	-	-	-	-	-
	Distribuição válida para o nível de significância α=5%	ok!	-	-	-	-	-
Máximo		7,48	-	40,30	43,00	-	36,06
Mínimo		6,92	-	27,30	28,60	-	12,50
Assimetria		0,127	-	-0,536	-	-	-
Kurtose		-0,097	-	0,708	-	-	-

OBS: O valor entre parênteses representa a incerteza estatística do parâmetro estimado.

As Figuras 8.5 e 8.6 mostram que as distribuições de probabilidades ajustadas têm uma boa concordância com os dados experimentais, sendo possível a utilização dos modelos Normal ou Lognormal. Porém, o melhor ajuste foi para o modelo lognormal com dois parâmetros.

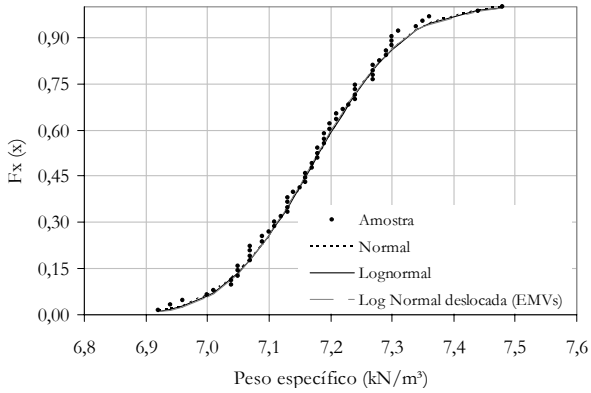


Figura 8.5 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o γ.

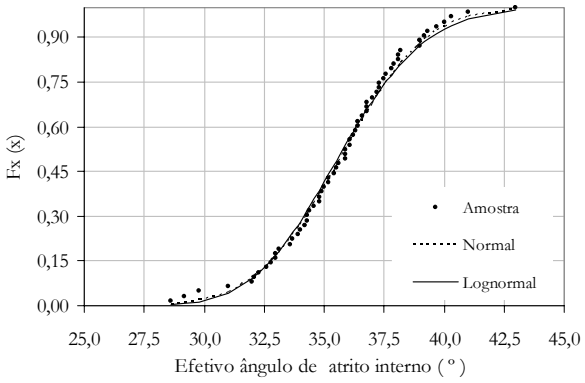


Figura 8.6 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o ϕ_e.

8.1.4 Ensaio de cisalhamento da soja com as paredes

As Figuras 8.7, 8.8, 8.9 e 8.10 mostram as distribuições ajustadas com os dados experimentais para os ângulos de atrito com a parede, para os materiais 1, 2, 3 e 4. A Tabela 8.4 mostra que somente para a parede 7 não foi obtido um bom ajuste do parâmetro da distribuição de probabilidade.

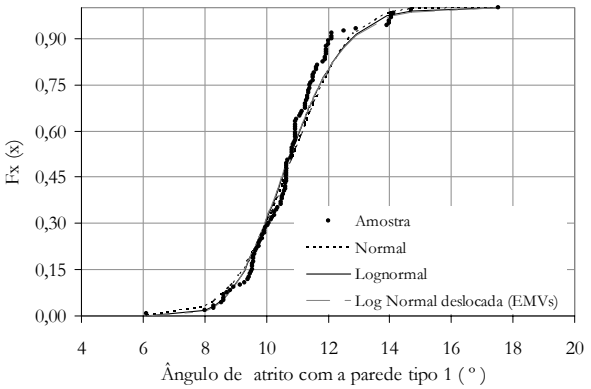


Figura 8.7 – Funções de distribuições acumuladas para a soja com a parede tipo 1.

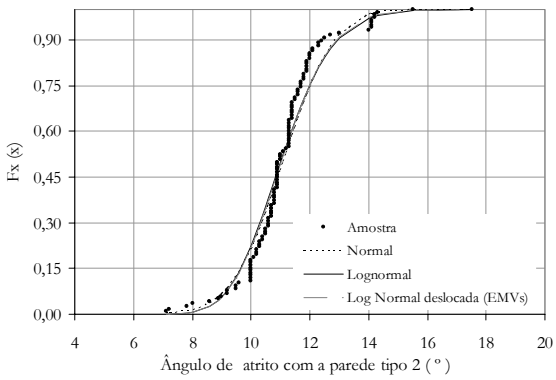


Figura 8.8 – Funções de distribuições acumuladas para a soja com a parede tipo 2.

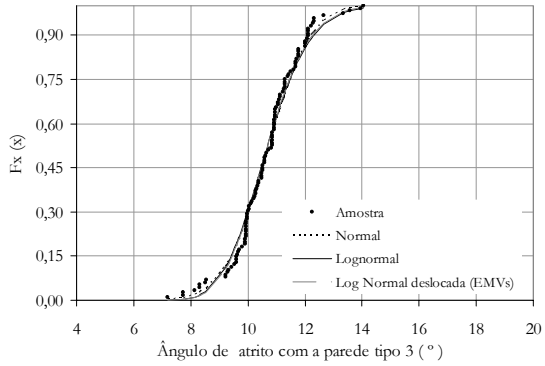


Figura 8.9 – Funções de distribuições acumuladas para a soja com a parede tipo 3.

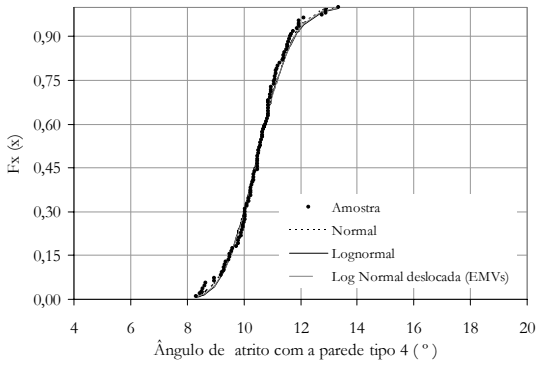


Figura 8.10 – Funções de distribuições acumuladas para a soja com a parede tipo 4.

A Tabela 8.4 mostra que os coeficientes de variações encontrados para as paredes ensaiadas apresentam-se entre 9,2% e 17,7%. Pode-se observar também que a diferença entre aços lisos e

rugosos não foi significativa e que o aumento do valor do ângulo de atrito com a parede, para o concreto liso, foi muito pequeno.

Tabela 8.4 – Resultados obtidos para soja por meio do ensaio de cisalhamento com a parede

Estatística Básica		ϕ_w (°)						
		1	2	3	4	5	6	7
Normal	μ	11,10 (1,14%)	10,80 (1,27%)	10,68 (1,04%)	10,53 (0,8%)	11,24 (1,6%)	12,50 (1,1%)	14,22 (0,9%)
	σ	1,37 (6,6%)	1.4964 (6,5%)	1,21 (6,6%	0,97 (6,7%)	1,99 (6,4%)	1,48 (6,6%)	1,44 (6,4%)
	cov(δ)	12,4%	13,8%	11,3%	9,2%	17,7%	11,8%	10,1%
	A (Anderson-Darling)	2,550	2,01	0,715	0,401	1,88	0,425	2,83
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,111	0,10	0,083	0,050	0,11	0,058	0,16
	Distribuição válida para o nível de significância α=5%	ok!	ok!	ok!	ok!	ok!	ok!	não ok!
Lognormal (2 parâmetros)	λ	2,40 (0,48%)	2,37 (0,05%)	2,36 (0,45%)	2,35 (0,37%)	2,40 (0,6%)	2,518 (0,44%)	2,65 (0,4%)
	ζ	0,13 (6,6%)	0,136 (6,5%)	0,12 (6,6%)	0,10 (6,8%)	0,17 (6,4%)	0.12 (6,6%)	0,11 (6,4%)
	A (Anderson-Darling)	2,52	1,50	1,048	0,539	0,88	0,659	4,283
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,12	0,09	0,099	0,064	0,09	0,078	0,183
	Distribuição válida para o nível de significância α=5%	ok!	ok!	ok!	ok!	ok!	ok!	não ok!
Lognormal (3 parâmetros - EMV)	λ	-	2,06 (0,84%)	-	-	1,875 (1,37%)	-	-
	ζ	-	0,189 (6,8%)	-	-	0,283 (6,43%)	-	-
	ε	-	2,828 (2,27%)	-	-	4,452 (0,39%)	-	-
	A (Anderson-Darling)	-	1,63	-	-	0,51	-	-
	D (Kolmogorov-Smirnov)	-	0,10	-	-	0,08	-	-
	Distribuição válida para o nível de significância α=5%	ok!	ok!	ok!	ok!	ok!	ok!	não ok!
Máximo		15,50	17,53	14,06	13,35	17,39	18,73	16,82
Mínimo		7,10	6,12	7,20	8,31	7,34	8,57	9,95
Assimetria		0,24	0,86	-0,04	0,13	0,83	0,34	-1,07
Kurtose		1,60	3,37	0,76	0,34	0,41	1,86	1,09

1	Aço galvanizado a fogo (origem Kepler Weber);
2	Aço galvanizado CSN (origem Kepler Weber);
3	Aço rugoso;
4	Aço liso;
5	Poliestileno;
6	Concreto (alisado);
7	Madeira (pinus).

OBS: O valor entre parênteses representa a incerteza estatística do parâmetro estimado.

8.1.5 Resultados das propriedades físicas do milho

A seguir, apresentam-se os resultados obtidos para as propriedades físicas do milho. São mostrados os resumos dos valores encontrados e as distribuições que mais se ajustaram aos dados.

8.1.5.1 Ensaio de umidade, peso específico aparente e granulometria

Os resultados dos ensaios de umidade, temperatura e densidade aparente para o milho são apresentados nas Tabela 8.5 e 8.6. A amostra encontrava-se com a umidade média de 13,57%, com peso específico aparente médio de 7,90 kN/m³, a uma temperatura média de 21,84 ºC. O ensaio de granulometria não é apresentado, pois todas as partículas ficaram retidas na abertura de peneira superior, a 0,42mm, fazendo com que o produto seja classificado como granular.

Tabela 8.5 – Estatística descritiva para o ensaio da milho

Estatística Básica	Umidade (%)	Peso específico aparente (γ_p) (kN/m³)	T (ºC)
Média (μ)	13,57	7,90	21,84
Desvio (σ)	0,15	0,21	0,73
Cov (δ)	0,01	0,03	0,03
Máximo	13,90	8,54	23,30
Mínimo	13,20	7,44	20,50

Para verificar a adequabilidade das distribuições de probabilidade representativas do peso específico aparente do milho, foram utilizados os testes estatísticos de Kolmogorov-Smirnov e Anderson-Darling, e os valores obtidos estão mostrados na Figura 8.11. Uma análise mais qualitativa pode ser realizada observando o histograma de freqüências mostrado na Figura 8.12. As incertezas dos parâmetros das distribuições ajustados por meio da matriz de informação de Fisher também foram calculadas e os valores são apresentados na Tabela 8.6.

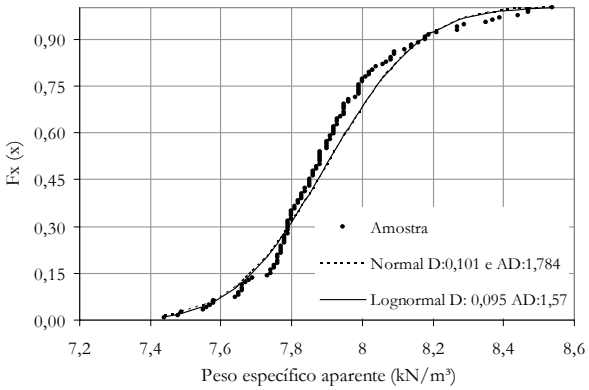


Figura 8.11 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o γ_p do milho

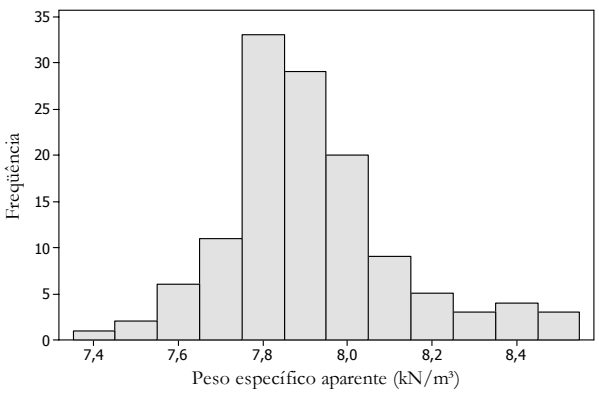


Figura 8.12 – Histograma para o peso específico aparente do milho.

Tabela 8.6 – Parâmetros das distribuições de probabilidades para o γ_p

	μ ou λ	δ_μ ou δ_λ	σ ou ζ	δ_σ ou δ_ζ
Normal	7,903	0,24%	0,210	6,30%
Lognormal	2,066	0,03%	0,026	6,30%

8.1.5.2 Ensaios de cisalhamento com o milho

A Tabela 8.7 apresenta os resultados obtidos para o peso específico (γ), coesão (c), ângulo de atrito interno (ϕ_i), efetivo ângulo de atrito interno (ϕ_e), resistência inconfinada (f_{ic}) e resistência confinada (f_c) para o milho.

Tabela 8.7 – Resultados obtidos para o milho por meio do ensaio de cisalhamento direto

	Estatística Básica	Peso específico γ (kN/m³)	Coesão c (kPa)	ϕ_i (°)	ϕ_e (°)	f_{ic} (kPa)	f_c (kPa)
Normal	μ	8,10 (0,4%)	0,04	29,53 (1,07%)	29,78 (0,1%)	0,11	10,28
	σ	0,27 (9,01%)	-	2,51 (9,01%)	2,18 (9,01%)	-	2,47
	cov(δ)	3,29%	-	8,50%	7,30%	-	24,00%
	A (Anderson-Darling)	0,510	-	0,22	0,48	-	-
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,083	-	0,07	0,10	-	-
	Distribuição válida para o nível de significância α=5%	ok!	-	ok!	ok!	-	-
Lognormal (2 parâmetros)	λ	2,09 (0,2%)	-	3,38 (0,32%)	3,39 (0,2%)	-	-
	ζ	0,033 (9,01%)	-	0,086 (9,01%)	0,072 (9,01%)	-	-
	A (Anderson-Darling)	0,597	-	0,24	0,36	-	-
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,087	-	0,74	0,09	-	-
	Distribuição válida para o nível de significância α=5%	ok!	-	ok!	ok!	-	-
Lognormal (3 parâmetros - EMV)	λ	-	-	-	2,15 (0,68%)	-	-
	ζ	-	-	-	0,246 (9,11%)	-	-
	ε	-	-	-	20,94 (0,2%)	-	-
	A (Anderson-Darling)	-	-	-	0,29	-	-
	D (Kolmogorov-Smirnov)	-	-	-	0,09	-	-
	Distribuição válida para o nível de significância α=5%	ok!	-	-	ok!	-	-
Máximo		8,70	-	35,30	35,30	-	15,34
Mínimo		7,46	-	23,10	25,90	-	6,51
Assimetria		-0,35	-	0,02	0,44	-	-
Kurtose		-0,08	-	-0,30	-0,41	-	-

OBS: O valor entre parênteses representa a incerteza estatística do parâmetro estimado.

As Figura 8.13 e 8.14 mostram que as distribuições de probabilidade normal, lognormal e lognormal deslocada podem ser utilizadas para representação probabilística dos dados experimentais do peso específico e do efetivo ângulo de atrito interno.

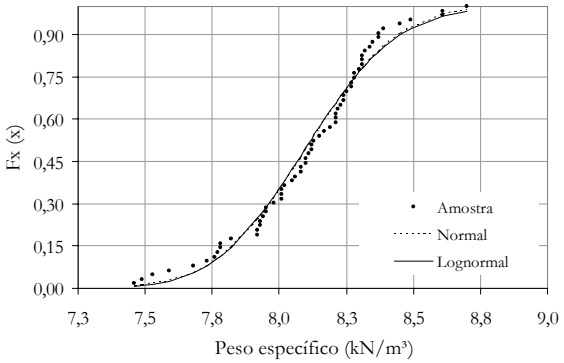


Figura 8.13 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o peso específico(γ) do milho.

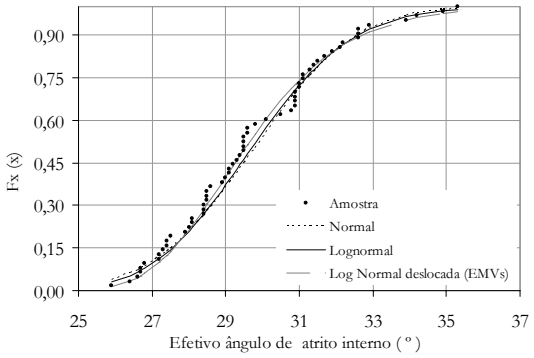


Figura 8.14 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o efetivo ângulo de atrito interno (ϕ_e) do milho.

8.1.5.3 Ensaio de cisalhamento do milho com as paredes

Como nos ensaios anteriores, foram analisados os resultados obtidos para as sete diferentes paredes. As Figuras 8.15, 8.16, 8.17 e 8.18 mostram as distribuições de probabilidade acumulada ajustadas para as paredes 1, 2, 3 e 4. A Figura 8.15 mostra que para esta condição nenhuma das distribuições analisadas parece apropriada.

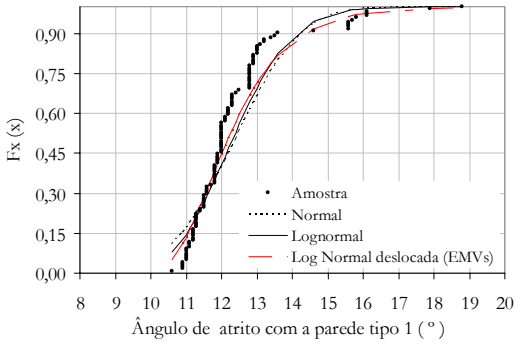


Figura 8.15 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o milho com a parede do tipo 1.

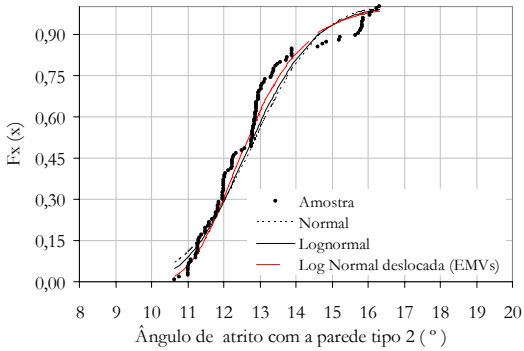


Figura 8.16 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o milho com a parede do tipo 2.

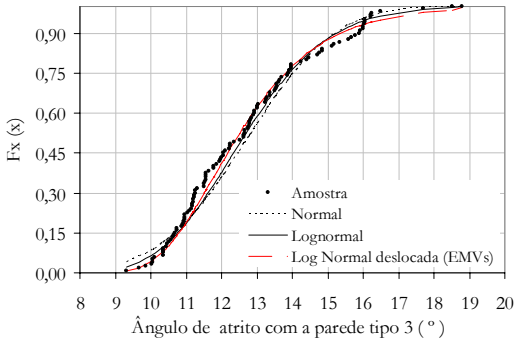


Figura 8.17 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o milho com a parede do tipo 3.

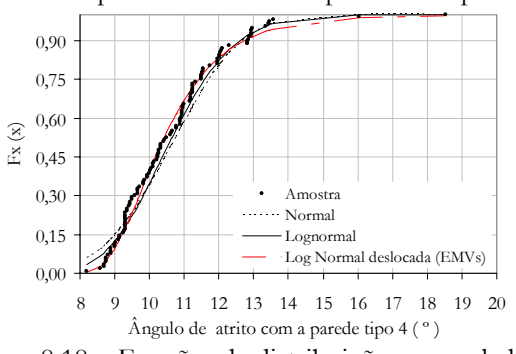


Figura 8.18 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o milho com a parede do tipo 4.

A Tabela 8.8 mostra os resultados obtidos para todas as paredes ensaiadas. Observa-se que a distribuição normal não pode ser utilizada para parede 1 e 2, segundo os testes estatísticos efetuados. Analogamente à soja, a distribuição lognormal é a que melhor representa os dados experimentais, obtendo os melhores valores para o A (Anderson-Darling) e o D (Kolmogorov-Smirnov).

Tabela 8.8 – Resultados obtidos para o milho por meio do ensaio de cisalhamento com a parede

	Estatística Básica	ϕ_w (°)						
		1	2	3	4	5	6	7
Normal	μ	12,38 (1,06%)	12,81 (1,0%)	12,72 (1,4%)	10,66 (1,37%)	11,52 (1,6%)	13,23 (1,08%)	13,99 (0,82%)
	σ	1,45 (6,47%)	1,45 (6,4%)	1,96 (6,5%)	1,58 (6,6%)	2,01 (6,7%)	1,55 (6,57%)	1,27 (6,4%)
	cov(δ)	11,7%	11,3%	15,3%	14,8%	17,4%	11,7%	9,0%
	A (Anderson-Darling)	7,97	4,17	1,69	1,90	1,09	1,34	1,26
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,19	0,14	0,10	0,09	0,08	0,11	0,12
	Distribuição válida para o nível de significância α=5%	não ok!	não ok!	ok!	ok!	ok!	ok!	ok!
Lognormal (2 parâmetros)	λ	2,51 (0,4%)	2,54 (0,4%)	2,53 (0,5%)	2,36 (0,54%)	2,429 (0,6%)	2,58 (0,42%)	2,63 (0,3%)
	ζ	0,1069 (6,5%)	0,108 (6,4%)	0,15 (6,49%)	0,14 (6,6%)	0,171 (6,7%)	0,118 (6,57%)	0,094 (6,4%)
	A (Anderson-Darling)	0,17	2,96	1,283	0,997	0,65	0,977	1,23
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,00	0,12	0,073	0,070	0,07	0,089	0,10
	Distribuição válida para o nível de significância α=5%	não ok!	não ok!	ok!	ok!	ok!	ok!	ok!
Lognormal (3 parâmetros - EMV)	λ	0,74 (7,0%)	1,48 (1,75%)	1,63 (2,01%)	1,08 (3,9%)	1,95 (1,3%)	-	-
	ζ	0,55 (10,6%)	0,29 (6,1%)	0,36 (6,4%)	0,46 (6,56%)	0,27 (6,7%)	-	-
	ε	9,95 (0,1%)	8,21 (0,1%)	7,30 (0,2%)	7,38 (0,1%)	4,20 (0,5%)	-	-
	A (Anderson-Darling)	1,685	1,62	0,554	0,511	0,58	-	-
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,097	0,08	0,062	0,075	0,08	-	-
	Distribuição válida para o nível de significância α=5%	ok!	ok!	ok!	ok!	ok1	ok!	ok!
Máximo		18,80	16,32	18,51	18,52	17,43	18,35	16,79
Mínimo		10,60	10,65	9,32	8,19	8,34	8,00	8,16
Assimetria		2,00	0,93	0,60	1,52	0,52	3,99	-0,42
Kurtose		4,42	0,05	-0,38	4,50	-0,42	29,16	2,32

1 Aço galvanizado a fogo (origem Kepler Weber);
2 Aço galvanizado CSN (origem Kepler Weber);
3 Aço rugoso;
4 Aço liso;
5 Poliestileno;
6 Concreto (alisado);
7 Madeira (pinus).

OBS: O valor entre parênteses representa a incerteza estatística do parâmetro estimado.

8.1.6 Resultados das propriedades físicas da ração de frango

A seguir apresentam-se os resultados obtidos para as propriedades físicas da ração de frango. São mostrados os resumos dos valores encontrados e as distribuições que mais se ajustaram aos dados.

8.1.6.1 Ensaio de umidade, peso específico aparente e granulometria

Os resultados dos ensaios de umidade, temperatura e densidade aparente para a ração de frango são apresentados na Tabela 8.9. A amostra encontrava-se com a umidade média de 13,57%, com peso específico aparente de 7,91 kN/m³, a uma temperatura média de 21,65 ºC.

Tabela 8.9 – Estatística descritiva para o ensaio da ração de frango

Estatística Básica	Umidade (%)	Peso específico aparente (γ_p) (kN/m³)	T (ºC)
Média (μ)	13,57	7,91	21,65
Desvio (σ)	0,13	0,20	0,72
Cov (δ)	0,01	0,03	0,03
Máximo	13,90	8,41	23,00
Mínimo	13,20	7,33	20,50

As distribuições de probabilidades ajustadas foram verificadas por meio dos testes estatísticos de Kolmogorov-Smirnov e Anderson-Darling e os valores obtidos estão mostrados na Figura 8.19. Uma análise mais qualitativa pode ser realizada observando o histograma de freqüências mostrado na Figura 8.20. Analogamente ao produto anterior foram calculadas as incertezas estatísticas dos parâmetros ajustados, as quais são apresentadas na Tabela 8.10.

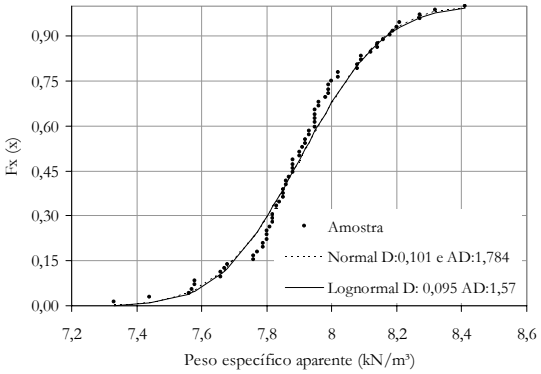


Figura 8.19 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o γ_p da ração.

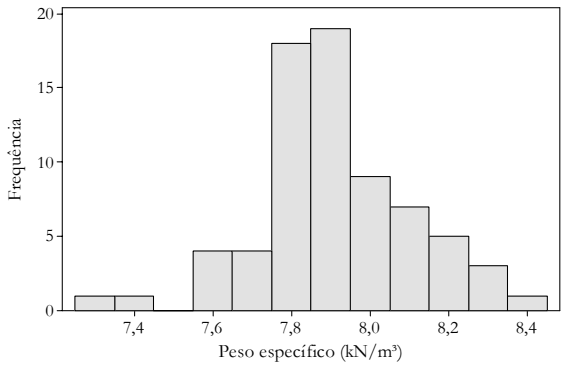


Figura 8.20 – Histograma para o peso específico aparente da ração.

Tabela 8.10 – Parâmetros das distribuições de probabilidades para o γ_p

	μ ou λ	δ_μ ou δ_λ	σ ou ζ	δ_σ ou δ_ζ
Normal	7,91	0,30%	0,20	8,40%
Lognormal	2,07	0,14%	0,03	8,42%

A Tabela 8.11 apresenta o resultado médio dos ensaios granulométricos e mostra que 94,53% do produto ficou retido na peneira nº 10. A curva granulométrica é apresentada na Figura

8.21. Observa-se pela curva granulométrica obtida experimentalmente que a ração possui uma pequena quantidade de finos, caracterizando-se como um produto granular.

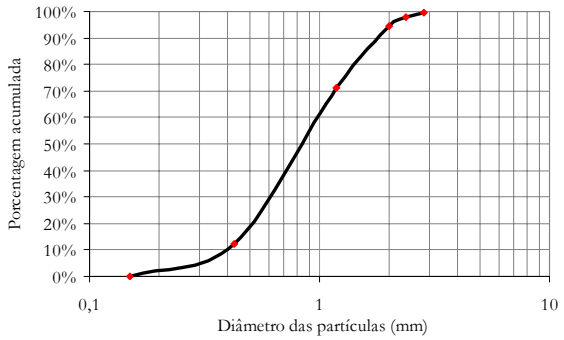


Figura 8.21 – Curva granulométrica para a ração de frango.

Tabela 8.11 – Resultados médios da granulometria da ração de frango

Peneira		Média da Porcentagem Acumulada
ABNT / ASTM	mm	
100	0,149	0,12%
40	0,425	12,10%
16	1,18	71,17%
10	2,00	94,53%
8	2,38	97,69%
7	2,83	99,79%
Fundo		0,11%

8.1.6.2 Ensaio de cisalhamento com a ração de frango

As Figuras 8.22 e 8.23 mostram as distribuições de probabilidade normal, lognormal e lognormal deslocada ajustadas aos dados experimentais do peso específico e do efetivo ângulo de atrito interno da ração de frango, respectivamente. Pode-se observar que ambas as distribuições de probabilidades podem ser utilizadas e isto é confirmado por meio dos testes estatísticos de Anderson-Darling e Kolmogorov-Smirnov, apresentados na Tabela 8.12.

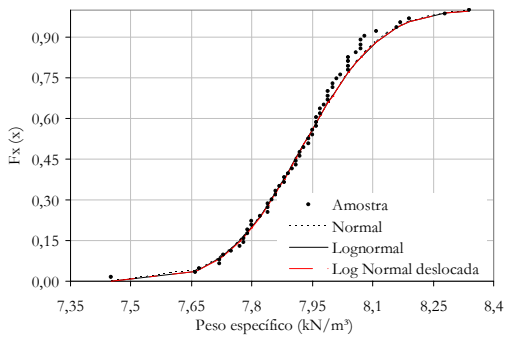


Figura 8.22 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o peso específico (γ) para a ração de frango.

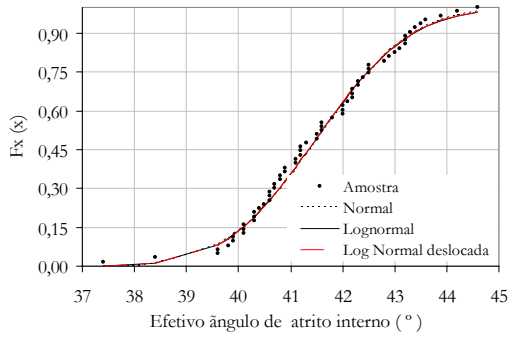


Figura 8.23 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o efetivo ângulo de atrito interno (ϕ_e) para a ração de frango.

A Tabela 8.12 mostra que a ração de frango apresentou uma variabilidade menor que as variabilidades encontradas no milho e na soja. Comparando os valores experimentais obtidos, foi verificado que o coeficiente de variação encontrado para o efetivo ângulo de atrito interno (ϕ_e) da ração foi de 3,4%, enquanto o do milho foi de 7,3%.

Pode-se observar também que o produto apresentou uma pequena coesão, o que é explicado pela pequena quantidade de finos. Devido à presença desta coesão, o produto é classificado como pouco coesivo.

Tabela 8.12 – Resultados obtidos para a ração de frango por meio do ensaio de cisalhamento direto

	Estatística Básica	Peso específico γ (kN/m³)	Coesão c (kPa)	ϕ_i (°)	ϕ_e (°)	f_{ic} (kPa)	f_c (kPa)
Normal	μ	7,928 (0,24%)	0,90	37,98 (0,45%)	41,54 (0,4%)	3,63	24,70
	σ	0,151 (9,01%)	0,35	2,362 (8,8%)	1,41 (9,01%)	1,31	5,58
	cov(δ)	1,9%	39,1%	6,2%	3,4%	36,2%	22,6%
	A (Anderson-Darling)	0,27	-	0,43	0,28	-	-
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,06	-	0,10	0,06	-	-
	Distribuição válida para o nível de significância (α=5%)	ok!	-	ok!	ok!	-	-
Lognormal (2 parâmetros)	λ	2,07 (0,11%)	-	3,64 (0,22%)	3,73 (0,1%)	-	-
	ζ	0,0191 (9,01%)	-	0,063 (9,01%)	0,03 (9,02%)	-	-
	A (Anderson-Darling)	0,27	-	0,58	0,28	-	-
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,06	-	0,11	0,06	-	-
	Distribuição válida para o nível de significância α=5%	ok!	-	ok!	ok!	-	-
Lognormal (3 parâmetros - EMV)	λ	2,003 (0,13%)	-	3,57 (0,22%)	3,70 (0,12%)	-	-
	ζ	0,02 (8,9%)	-	0,067 (8,9%)	0,03 (8,9%)	-	-
	ε	0,508 (0,08%)	-	2,357 (0,3%)	1,25 (0,4%)	-	-
	A (Anderson-Darling)	0,25	-	0,58	0,29	-	-
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,06	-	0,10	0,06	-	-
	Distribuição válida para o nível de significância α=5%	ok!	-	ok!	ok!		
Máximo		8,34	1,64	42,59	44,59	6,12	35,38
Mínimo		7,45	0,22	29,80	37,40	1,00	15,83
Assimetria		-0,07	-	-0,56	-0,19	-	-
Kurtose		0,89	-	0,95	-0,02	-	-

OBS: O valor entre parênteses representa a incerteza estatística do parâmetro estimado.

8.1.6.3 Ensaio de cisalhamento da ração de frango com as paredes

Como nos ensaios anteriores, foram analisados os resultados obtidos para as sete diferentes paredes que estão mostrados na Tabela 8.13. Observa-se, pelos testes estatísticos de Kolmogorov-Smirnov e Anderson-Darling, que somente os dados das paredes do tipo 3, 4 e 6 apresentam normalidade. As outras paredes podem ser bem ajustadas pela distribuição lognormal ou lognormal deslocada.

Tabela 8.13 – Resultados obtidos para a ração de frango por meio do ensaio de cisalhamento com a parede

	Estatística Básica	ϕ_w (°)						
		1	2	3	4	5	6	7
Normal	μ	17,59 (1,14%)	17,36 (1,22%)	18,17 (0,88%)	12,78 (0,7%)	13,26 (1,47%)	21,72 (0,1%)	24,47 (0,70%)
	σ	2,19 (6,5%)	2,34 (6,49%)	1,79 (6,38%)	1,01 (6,8%)	2,15 (6,49%)	1,99 (7,27%)	1,88 (6,6%)
	cov(δ)	12,4%	13,4%	10%	7,9%	16,2%	9,2%	7,7%
	A (Anderson-Darling)	3,06	3,25	0,74	0,87	3,22	2,15	3,57
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,13	0,13	0,08	0,70	0,13	0,13	0,15
	Distribuição válida para o nível de significância α=5%	não ok!	não ok!	ok!	ok!	não ok!	ok!	não ok!
Lognormal (2 parâmetros)	λ	2,86 (0,39%)	2,85 (0,4%)	2,90 (0,3%)	2,54 (0,28%)	2,572 (0,54%)	3,07 (0,3%)	3,19 (0,21%)
	ζ	0,124 (6,5%)	0,127 (6,49%)	0,098 (6,38%)	0,077 6,75%)	0,151 (6,49%)	0,093 (7,27%)	0,073 (6,55%)
	A (Anderson-Darling)	2,31	1,95	0,53	1,232	1,62	2,107	2,72
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,11	0,11	0,07	0,092	0,10	0,138	0,14
	Distribuição válida para o nível de significância α=5%	ok!	ok!	ok!	ok!	ok!	ok!	não ok!
Lognormal (3 parâmetros - EMV)	λ	2,64 (0,7%)	1,40 (3,22%)	2,73 (0,38%)	1,078 (2,84%)	1,57 (2,28%)	-	1,96 (1,1%)
	ζ	0,154 (6,3%)	0,494 (6,4%)	0,11 (6,36%)	0,323 (6,91%)	0,39 (6,42%)	-	0,24 (6,6%)
	ε	3,40 (0,32%)	12,79 (0,11%)	2,67 (0,49%)	9,675 (0,09)	8,07 (0,1%)	-	17,13 (0,06%)
	A (Anderson-Darling)	2,293	0,19	0,52	0,626	0,63	-	1,39
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,110	0,04	0,07	0,069	0,08	-	0,11
	Distribuição válida para o nível de significância α=5%	ok!	ok!	ok!	ok!	ok!	-	ok!
Máximo		23,70	24,69	23,04	16,17	20,65	27,90	32,07
Mínimo		11,80	13,82	14,15	10,95	9,89	15,09	21,06
Assimetria		0,60	1,11	0,29	0,87	1,25	0,22	1,42
Kurtose		1,35	0,82	-0,09	0,70	1,76	2,36	2,81

1	Aço galvanizado a fogo (origem Kepler Weber);
2	Aço galvanizado CSN (origem Kepler Weber);
3	Aço rugoso;
4	Aço liso;
5	Poliestileno;
6	Concreto (alisado);
7	Madeira (pinus).

OBS: O valor entre parênteses representa a incerteza estatística do parâmetro estimado.

As Figura 8.24, 8.25, 8.26 e 8.27 mostram as funções de distribuições acumuladas ajustadas para os ensaios de cisalhamento com a ração utilizando as paredes 1, 2, 3 e 4.

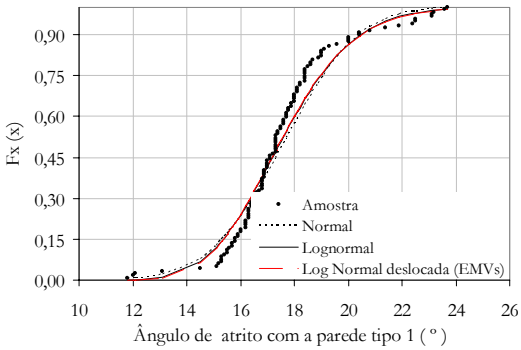


Figura 8.24 Funções de distribuições acumuladas estimadas para a ração com a parede do tipo 1.

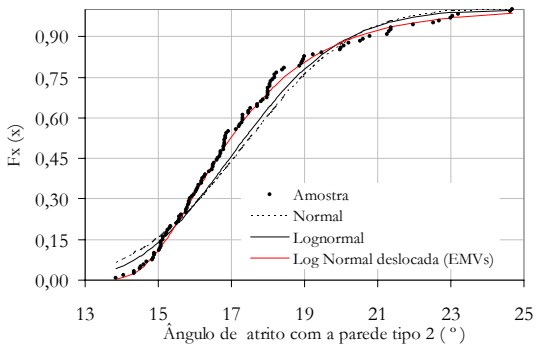


Figura 8.25 Funções de distribuições acumuladas estimadas para a ração com a parede do tipo 2.

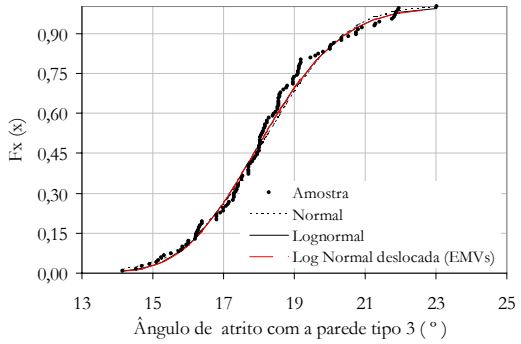


Figura 8.26 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para a ração com a parede do tipo 3.

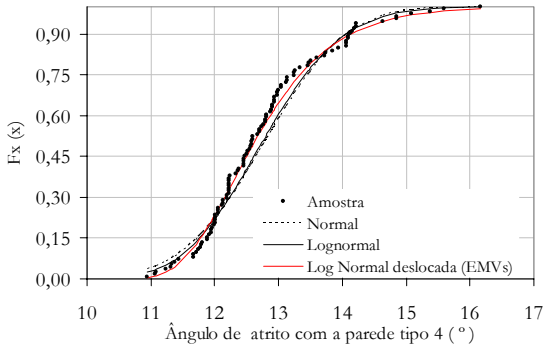


Figura 8.27 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para a ração com a parede do tipo 4.

8.1.7 Análise da correlação entre as propriedades físicas para o Jenike Shear Cell

Uma importante estatística para a avaliação da confiabilidade é a correlação[16] entre as variáveis aleatórias. Foram obtidas as correlações entre as propriedades físicas e expressas em uma matriz de correlação, como mostra a eq. (321).

$$\rho_{i,j} = \begin{pmatrix} \rho_{\gamma,\gamma} & \rho_{\gamma,\phi_e} & \rho_{\gamma,\phi_w} \\ \rho_{\phi_e,\gamma} & \rho_{\phi_e,\phi_e} & \rho_{\phi_e,\phi_w} \\ \rho_{\phi_w,\gamma} & \rho_{\phi_w,\phi_e} & \rho_{\phi_w,\phi_w} \end{pmatrix} \tag{321}$$

onde $\rho_{i,j}$ representa o coeficiente de correlação da propriedade i com a j, ou seja, a dependência linear entre as propriedades.

[16] Indica a dependência linear entre duas variáveis aleatórias.

8.1.7.1 Correlação entre as propriedades físicas da soja

As matrizes de correlações obtidas para a soja são expressas pelas Tabelas 8.14, 8.15, 8.16 e 8.17. Elas foram obtidas somente para as paredes tipo 1, 2, 3 e 4.

Tabela 8.14 – Matriz de correlação para as propriedades físicas da soja com a parede do tipo 1

	γ	ϕ_e	ϕ_w
γ	1,00	-0,21	-0,15
ϕ_e		1,00	0,09
ϕ_w	Simétrica		1,00

Tabela 8.15 – Matriz de correlação para as propriedades físicas da soja com a parede do tipo 2

	γ	ϕ_e	ϕ_w
γ	1,00	-0,21	-0,32
ϕ_e		1,00	-0,13
ϕ_w	Simétrica		1,00

Tabela 8.16 – Matriz de correlação para as propriedades físicas da soja com a parede do tipo 3

	γ	ϕ_e	ϕ_w
γ	1,00	-0,21	-0,32
ϕ_e		1,00	-0,13
ϕ_w	Simétrica		1,00

Tabela 8.17 – Matriz de correlação para as propriedades físicas da soja com a parede do tipo 4

	γ	ϕ_e	ϕ_w
γ	1,00	-0,21	-0,32
ϕ_e		1,00	0,13
ϕ_w	Simétrica		1,00

8.1.7.2 Correlação entre as propriedades físicas do milho

As matrizes de correlações obtidas para o milho são expressas pela Tabela 8.18, 8.19, 8.20 e 8.21. Elas foram obtidas somente para as paredes tipo 1, 2, 3 e 4.

Tabela 8.18 – Matriz de correlação para as propriedades físicas do milho com a parede do tipo 1

	γ	ϕ_e	ϕ_w
γ	1,00	-0,01	-0,15
ϕ_e		1,00	-0,25
ϕ_w	Simétrica		1,00

Tabela 8.19 – Matriz de correlação para as propriedades físicas do milho com a parede do tipo 2

	γ	ϕ_e	ϕ_w
γ	1,00	-0,01	0,07
ϕ_e		1,00	-0,20
ϕ_w	Simétrica		1,00

Tabela 8.20 – Matriz de correlação para as propriedades físicas do milho com a parede do tipo 3

	γ	ϕ_e	ϕ_w
γ	1,00	-0,01	0,12
ϕ_e		1,00	-0,19
ϕ_w	Simétrica		1,00

Tabela 8.21 – Matriz de correlação para as propriedades físicas do milho com a parede do tipo 4

	γ	ϕ_e	ϕ_w
γ	1,00	-0,01	0,00
ϕ_e		1,00	-0,14
ϕ_w	Simétrica		1,00

8.1.7.3 Correlação entre as propriedades físicas da ração de frango

As matrizes de correlações obtidas para a ração de frango são expressas pelas Tabelas 8.22,

8.23, 8.24 e 8.25. Elas foram obtidas somente para as paredes tipo 1, 2, 3 e 4.

Tabela 8.22 – Matriz de correlação para as propriedades físicas da ração de frango com a parede do tipo 1

	γ	ϕ_e	ϕ_w
γ	1,00	-0,01	-0,15
ϕ_e		1,00	-0,25
ϕ_w	Simétrica		1,00

Tabela 8.23 – Matriz de correlação para as propriedades físicas da ração de frango com a parede do tipo 2

	γ	ϕ_e	ϕ_w
γ	1,00	-0,01	0,07
ϕ_e		1,00	-0,20
ϕ_w	Simétrica		1,00

Tabela 8.24 – Matriz de correlação para as propriedades físicas da ração de frango com a parede do tipo 3

	γ	ϕ_e	ϕ_w
γ	1,00	-0,01	0,12
ϕ_e		1,00	-0,19
ϕ_w	Simétrica		1,00

Tabela 8.25 – Matriz de correlação para as propriedades físicas da ração de frango com a parede do tipo 4

	γ	ϕ_e	ϕ_w
γ	1,00	-0,01	0,00
ϕ_e		1,00	-0,14
ϕ_w	Simétrica		1,00

8.1.8 Discussão sobre os resultados das propriedades físicas

A partir dos resultados obtidos fica evidente que as distribuições lognormal e lognormal deslocada são as que melhor representam os dados amostrais. Em alguns casos, é possível utilizar a distribuição normal, como pode ser visto pelos testes estatísticos apresentados anteriormente, porém recomenda-se, neste trabalho, a utilização da distribuição de probabilidade lognormal, pois pode ser facilmente transformada na normal e representa melhor os dados amostrais das propriedades físicas dos produtos armazenados.

As incertezas obtidas por meio da matriz de informação de Fisher apresentaram-se menores que 10%, para os desvios padrões amostrais, e inferiores a 2%, para a estimativa da média amostral. A partir dessas incertezas é possível identificar a incerteza estatística dos dados amostrais e, conseqüentemente, introduzi-las no cálculo de confiabilidade estrutural.

As correlações encontradas nas propriedades físicas apresentaram-se abaixo de 0,5 e diferiram muito entre produtos e entre paredes. Esperava-se que a correlação entre os parâmetros de um mesmo produto para diferentes paredes fosse da mesma ordem de grandeza, o que não aconteceu nos experimentos. Porém, estes valores são de vital importância na análise de confiabilidade afetando a forma da distribuição conjunta de probabilidades e mudando o valor da probabilidade de falha e do índice de confiabilidade. Valores de correlação da ordem de grandeza de 0,3 não podemser ignorados em análises de confiabilidade.

8.2 Resultados das pressões e dos parâmetros calibrados dos modelos de pressões

Nesta seção são analisados os resultados das pressões obtidos experimentalmente nos ensaios de carregamento e descarregamento do silo-piloto. Os resultados foram utilizados para a calibração dos parâmetros dos modelos de pressões para o corpo e tremonha do silo-piloto.

8.2.1 Definição do coeficiente de sobrepressão

Um procedimento importante para a avaliação das pressões de descarregamento é por meio dos coeficientes de sobrepressão que foram utilizados para analisar os resultados das pressões obtidas experimentalmente. O coeficiente de sobrepressão é definido como a relação entre a pressão de descarregamento e a pressão de carregamento, expressa pela eq. (322).

$$C_d = \frac{p_{h,d}}{p_{h,c}} \tag{322}$$

8.2.2 Resultados de pressões obtidos no ensaio do silo-piloto

Neste trabalho foi realizado um grande número de ensaios os quais estão apresentados, resumidamente, a seguir. Como exemplos são apresentados somente os resultados das pressões obtidos para a soja, com a configuração de tremonhas fundo plano, 45º, 15º (Figura 8.28 a 8.41).

8.2.2.1 Silo com fundo plano e parede lisa

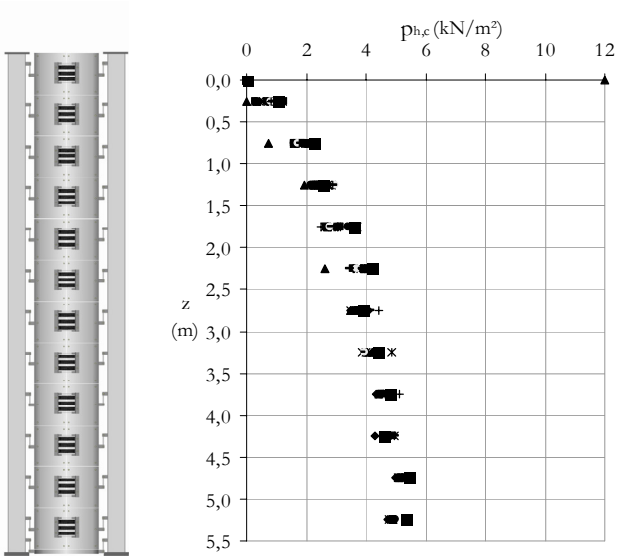


Figura 8.28 – Pressões horizontais de carregamento para fundo plano (produto: soja).

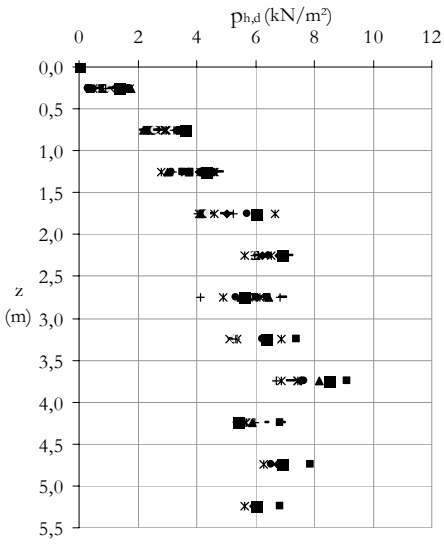


Figura 8.29 – Pressões horizontais de descarregamento para fundo plano (produto: soja).

Nota-se que a pressão horizontal de carregamento mostrada na Figura 8.28 apresenta uma tendência exponencial, o que pode ser representado pelo modelo de pressões de Janssen (1895). Observa-se também, na Figura 8.29, que a pressão horizontal de descarregamento segue a mesma

tendência exponencial e esta pode ser estudada por meio dos coeficientes de sobrepressão ou pelo modelo de Jenike et al. (1973). Comparando as Figuras 8.28 e 8.29 observa-se uma redução das pressões horizontais no trecho inferior do corpo do silo, indicando a influência da tremonha nas pressões horizontais.

No gráfico da Figura 8.32, constata-se que o coeficiente de sobrepressão horizontal apresenta valores que ultrapassam, em duas vezes, os valores da pressão de carregamento. Já o coeficiente de sobrepressão vertical no fundo do silo-piloto apresenta valor médio de 1,2 e possui uma distribuição praticamente uniforme de pressões.

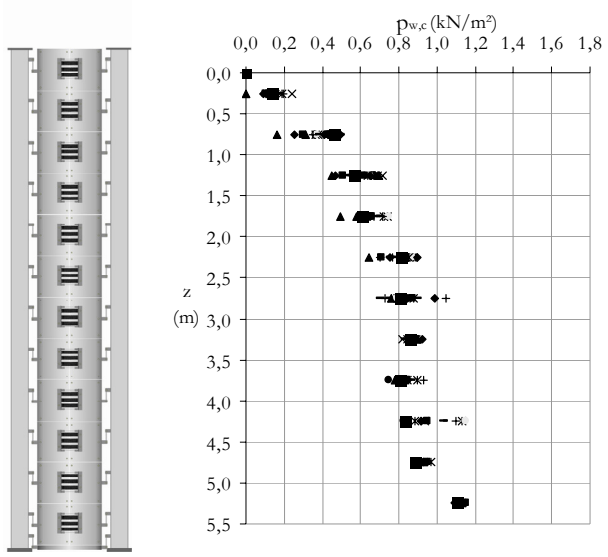


Figura 8.30 – Pressões de atrito de carregamento para o silo com fundo plano (produto: soja).

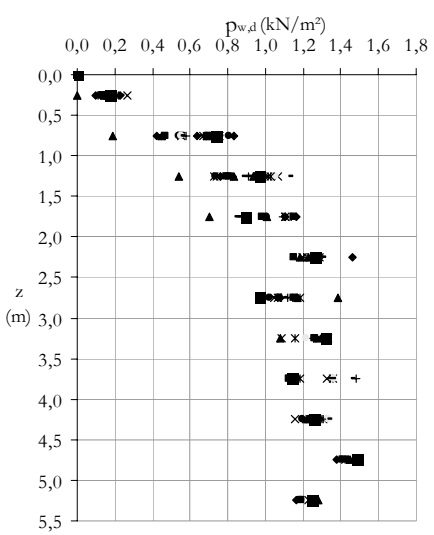


Figura 8.31 – Pressões de atrito de descarregamento para o silo com fundo plano (produto: soja).

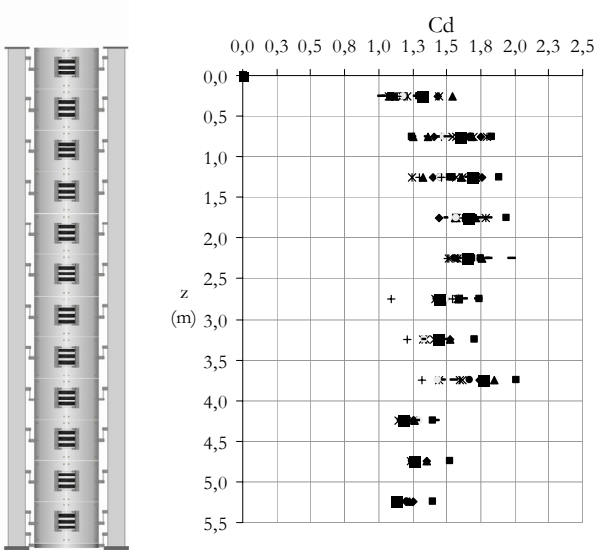


Figura 8.32 – Coeficientes de sobrepressões para as pressões horizontais para o silo com fundo plano (soja).

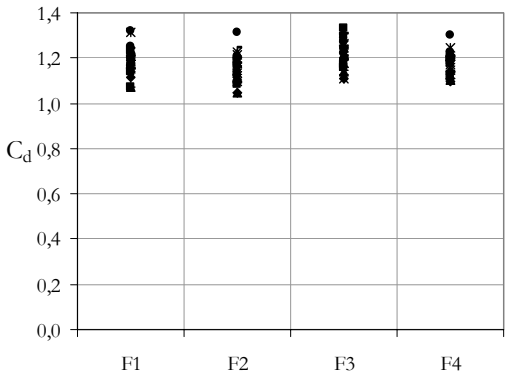


Figura 8.33 – Coeficientes de sobrepressões para as pressões verticais no fundo plano (soja).

8.2.2.2 Silo com tremonha α=45º e parede lisa

As Figuras 8.34 e 8.35 apresentam as pressões horizontais de carregamento e de descarregamento para o silo-piloto com a parede lisa e inclinação de tremonha α=45º. A partir destas é possível verificar que as pressões horizontais de carregamento e de descarregamento seguem a tendência exponencial. Observa-se, também, que a variabilidade obtida para a pressão de descarregamento é superior à de carregamento.

As Figuras 8.36 e 8.37 mostram que as pressões normais na tremonha possuem uma variabilidade maior na região próxima à transição entre o corpo do silo-piloto. Nota-se ainda que, para a condição de descarregamento, as pressões próximas ao orifício de saída diminuem em relação à pressão de carregamento, o que não acontece com a pressão próxima à transição, e esta apresenta um aumento de aproximadamente 3 vezes as pressões de carregamento.

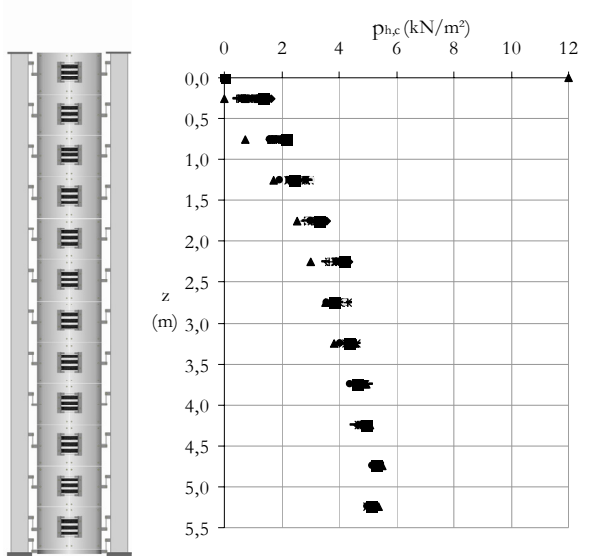


Figura 8.34 – Pressões horizontais de carregamento para tremonha com $\alpha = 45^{\circ}$ (produto: soja).

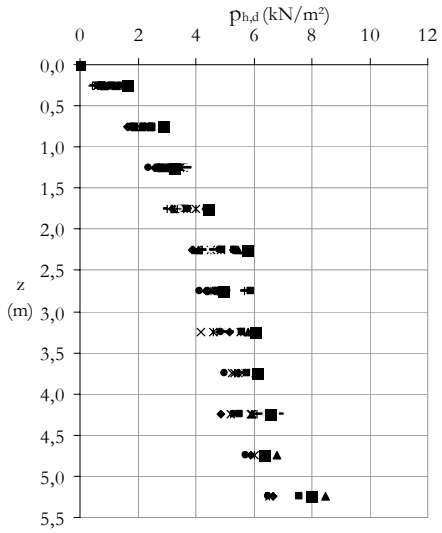


Figura 8.35 – Pressões horizontais de descarregamento para tremonha com $\alpha = 45^{\circ}$ (produto: soja).

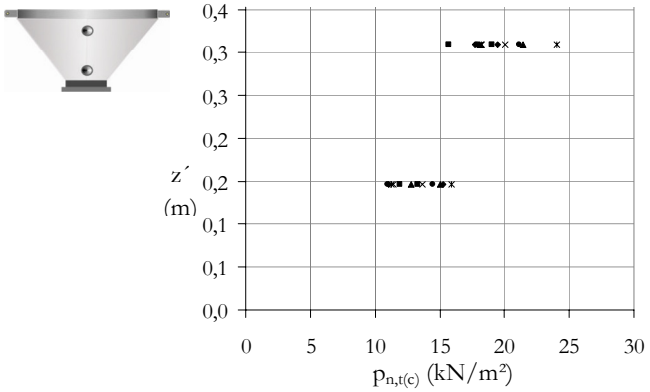


Figura 8.36 – Pressões normais de carregamento na tremonha com $\alpha = 45^{\circ}$ (produto: soja e altura de carregamento=5,5 m).

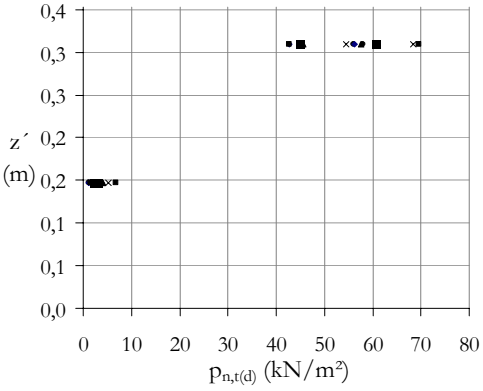


Figura 8.37 – Pressões normais de descarregamento na tremonha com $\alpha = 45^{\circ}$ (produto: soja e altura de carregamento=5,5 m).

8.2.2.3 Silo com tremonha α=15º e parede lisa

As Figuras 8.38 e 8.39 apresentam as pressões horizontais de carregamento e descarregamento para o silo-piloto com a parede lisa e inclinação de tremonha α=15º, e as Figuras 8.40 e 8.41 apresentam as pressões normais de carregamento e descarregamento na tremonha. Observa-se a mesma tendência que foi descrita para a tremonha com inclinação de 45º, com exceção da forma da curva de pressões normais na tremonha que se apresenta mais acentuada para a tremonha com inclinação de 15º. Observa-se ainda, na Figura 8.41, que a magnitude das pressões na transição é menor que a encontrada na tremonha com inclinação de 45º, o que é decorrente da menor inclinação da tremonha.

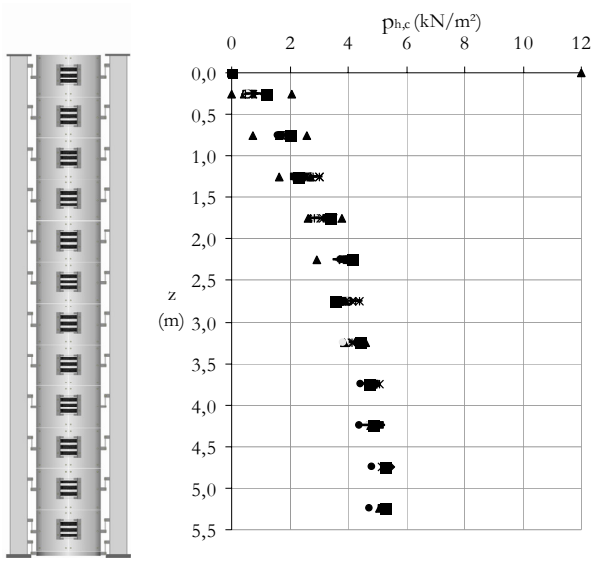


Figura 8.38 – Pressões horizontais de carregamento para tremonha com $\alpha = 15^{\circ}$ (produto: soja).

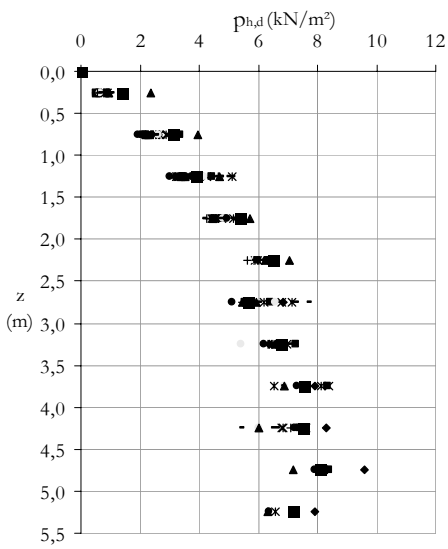


Figura 8.39 – Pressões horizontais de descarregamento para tremonha com $\alpha = 15^{\circ}$ (produto: soja).

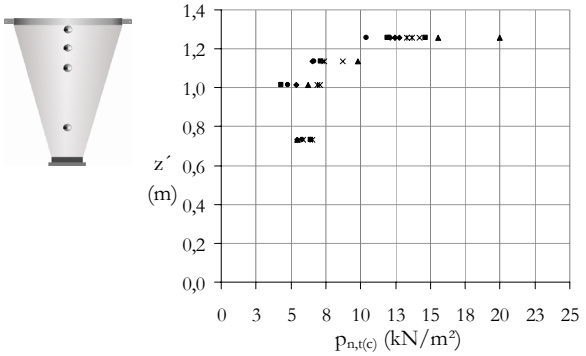


Figura 8.40 – Pressões normais de carregamento na tremonha com $\alpha = 15^{\circ}$ (produto: soja e altura de carregamento=5,5 m).

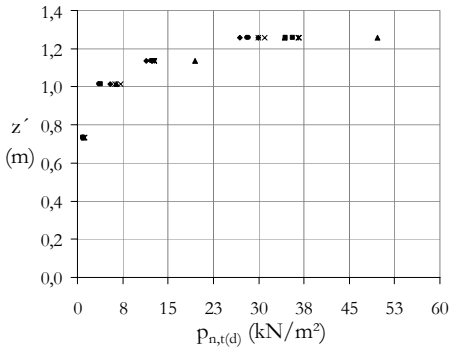


Figura 8.41 – Pressões normais de descarregamento na tremonha com $\alpha = 15^{\circ}$ (produto: soja e altura de carregamento=5,5 m).

8.2.3 Calibração dos parâmetros dos modelos de pressões

A partir dos dados acima mostrados, observa-se que as pressões de carregamento apresentam uma tendência exponencial, o que pode ser muito bem representado pelo modelo de

pressão de Janssen (1895). Já para as pressões de descarregamento, o modelo de Jenike et al. (1973) oferece um melhor ajuste aos dados experimentais. Com os dados obtidos foram calibrados os parâmetros dos modelos de pressões com a rotina computacional implementada, neste trabalho, no programa P-Silos, seguindo a metodologia descrita na seção 5.4 (Figura 8.42). Os parâmetros dos algoritmos genéticos utilizados foram: representação real com escalonamento linear, seleção por ranking, população (150), probabilidade de mutação (0,05), probabilidade de crossover (0,9). Para a escolha dos parâmetros acima descritos foi realizada uma análise de convergência para os dados experimentais da soja, com fundo plano e parede lisa e com uma altura de carregamento de 5,5m. A Figura 8.43 apresenta a influência do aumento da população na convergência da função máxima verossimilhança e mostra que, para valores de população acima de 25, o ganho de convergência é insignificante. Ao final do estudo, concluiu-se que, com uma população de tamanho 25, foram obtidos resultados satisfatórios e este parâmetro foi o utilizado para a calibração de pressões.

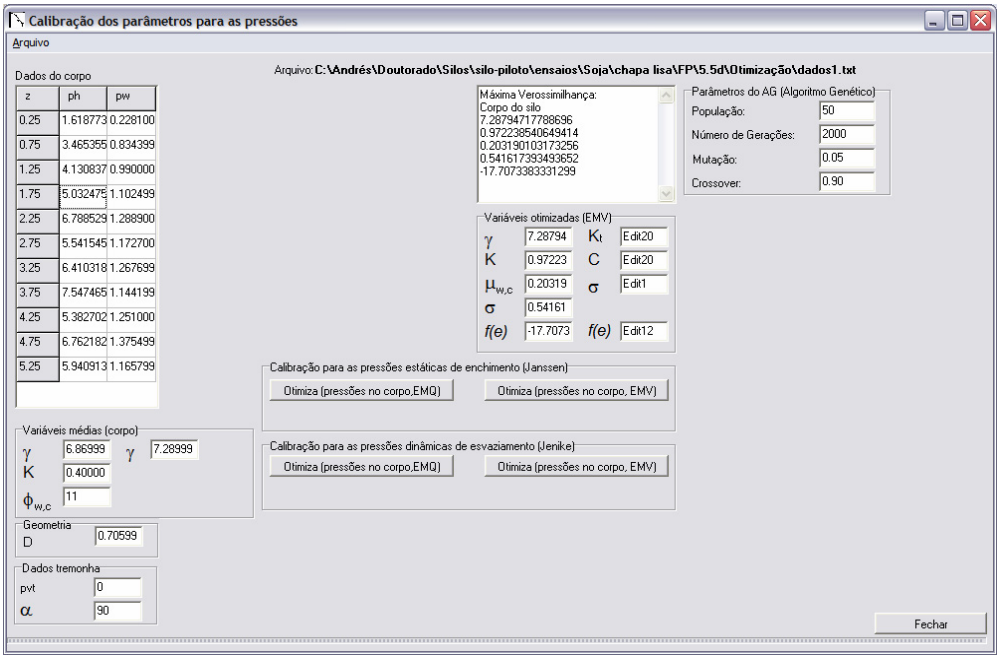


Figura 8.42 – Programa implementado para calibração das pressões utilizando os estimadores de máxima verossimilhança.

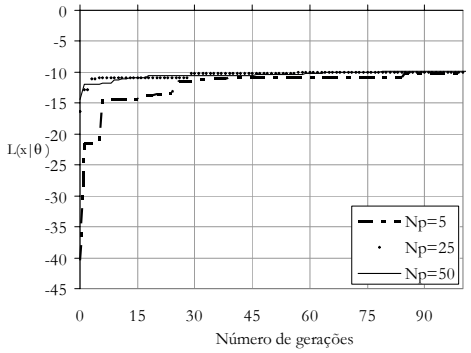


Figura 8.43 – Convergência do algoritmo genético para os dados experimentais da soja no silo-piloto.

Com o objetivo de ilustrar os procedimentos de calibração dos parâmetros γ, K e $\mu_{w,c}$, são apresentados os ajustes dos modelos de pressões realizados a partir dos dados experimentais de pressões no corpo do silo-piloto, que estão mostrados graficamente nas Figuras 8.44, 8.45, 8.46, 8.47, 8.48 e 8.49. As curvas representam graficamente a expressão de Janssen e Jenike com os parâmetros ajustados.

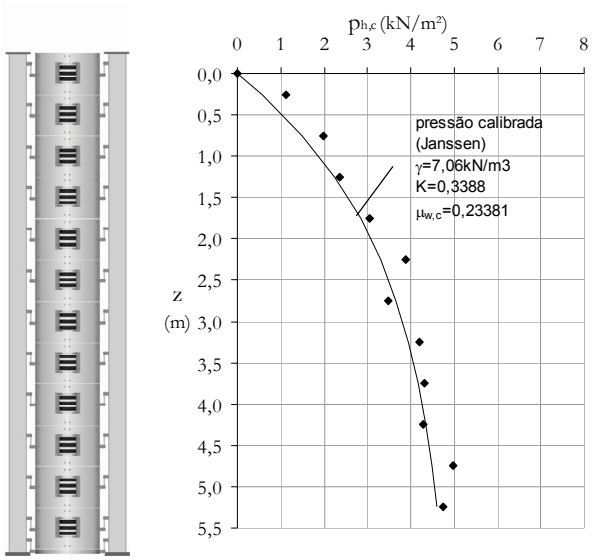


Figura 8.44 – Pressões horizontais de carregamento calibradas para o silo com fundo plano e parede lisa (produto: soja e altura de carregamento=5,5 m).

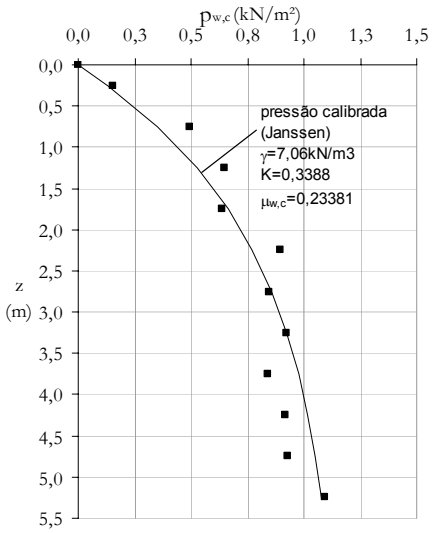


Figura 8.45 – Pressões de atrito para a condição de carregamento calibradas para o silo com fundo plano e parede lisa (produto: soja e altura de carregamento=5,5 m).

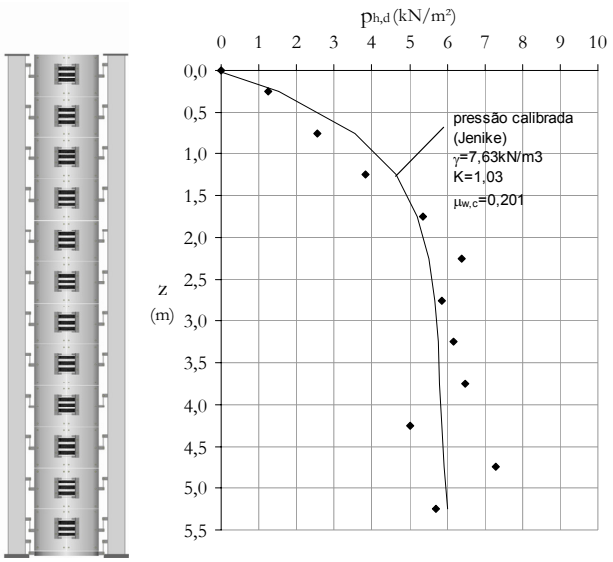


Figura 8.46 – Pressões horizontais de descarregamento calibradas para o silo com fundo plano e parede lisa (produto: soja e altura de carregamento=5,5 m).

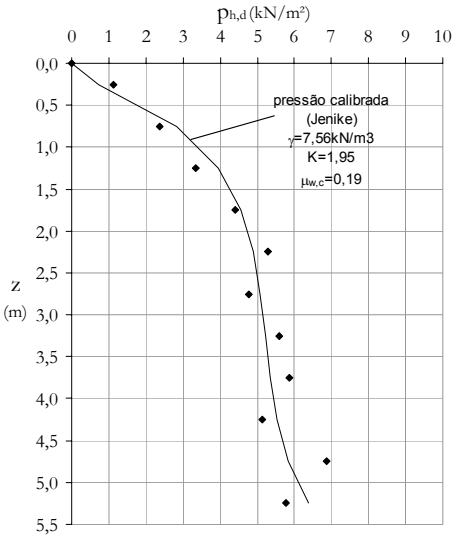


Figura 8.47 – Pressões horizontais de descarregamento calibradas para o silo com fundo plano e parede lisa (produto: ração e altura de carregamento=5,5 m).

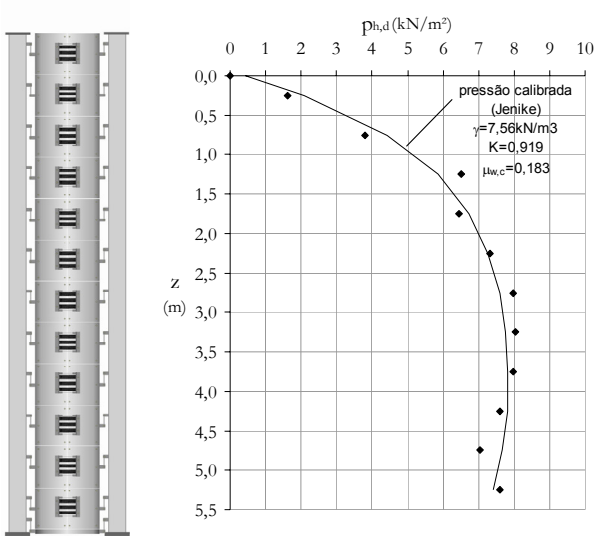


Figura 8.48 – Pressões horizontais de descarregamento calibradas para o silo com fundo plano e parede lisa (produto: milho e altura de carregamento=5,5 m).

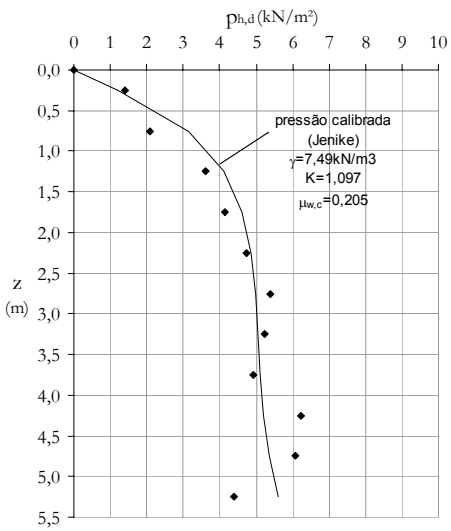


Figura 8.49 – Pressões horizontais de descarregamento calibradas para o silo com fundo plano e parede ondulada (produto: milho e altura de carregamento=5,5 m).

As Figuras 8.44, 8.45, 8.46, 8.47, 8.48 e 8.49 mostram que as pressões foram bem ajustadas aos modelos de pressões. Os resíduos obtidos apresentaram flutuações, mesmo após o ajuste, e isso pode ser explicado pela natureza aleatória das pressões. Neste trabalho, o resíduo será modelado por uma distribuição de probabilidades que será introduzido no modelo.

Da mesma forma, as pressões normais na tremonha foram ajustadas aos dados experimentais com a calibração dos parâmetros C e K_t que podem ser visualizadas nas Figuras 8.50 e 8.51. As figuras mostram ainda que as pressões apresentam diferentes comportamentos para condição de carregamento e descarregamento, sendo a primeira uma função linear e a segunda, uma função exponencial. Conforme pode ser observado, as pressões nas tremonhas também ajustaram-se bem aos dados experimentais.

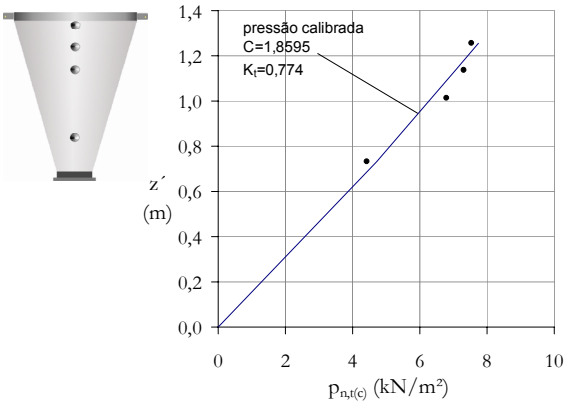


Figura 8.50 – Pressões normais de carregamento calibradas para tremonha com $\alpha = 15^{\circ}$ (produto: milho e altura de carregamento 5,5 m).

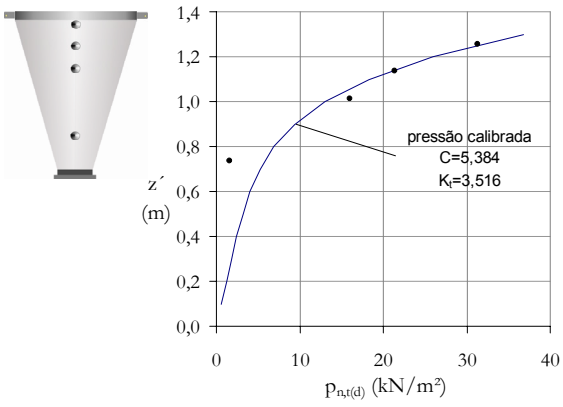


Figura 8.51 – Pressões normais de descarregamento na tremonha com $\alpha = 15^{\circ}$ (produto: milho e altura de carregamento 5,5 m).

8.2.4 *Distribuições de probabilidades estimadas para os parâmetros dos modelos de pressões*

Com os parâmetros ajustados a partir dos modelos de pressões elaborados na seção anterior, construiu-se o modelo estocástico parametrizado a partir das distribuições de probabilidades para cada parâmetro ajustado. As distribuições de probabilidades foram estimadas e testadas pelo mesmo programa utilizado para a determinação das distribuições de probabilidades para as propriedades físicas. Os parâmetros estimados são apresentados em forma de tabelas e elas foram divididas conforme a configuração utilizada nos ensaios. Analogamente às propriedades físicas, os testes estatísticos de Kolmogorov-Smirnov e Anderson-Darling foram utilizados com um nível de significância $\alpha = 5\%$.

8.2.4.1 Distribuições estimadas para os parâmetros dos modelos de pressões para a soja

As Figuras 8.52 e 8.53 mostram as funções de distribuições acumuladas normal, lognormal e lognormal deslocada ajustadas aos dados experimentais do peso específico e do K da soja. Pode-se observar que ambas as distribuições podem ser utilizadas e isto é confirmado por meio dos testes estatísticos de Anderson-Darling e Kolmogorov-Smirnov apresentados na Tabela 8.26.

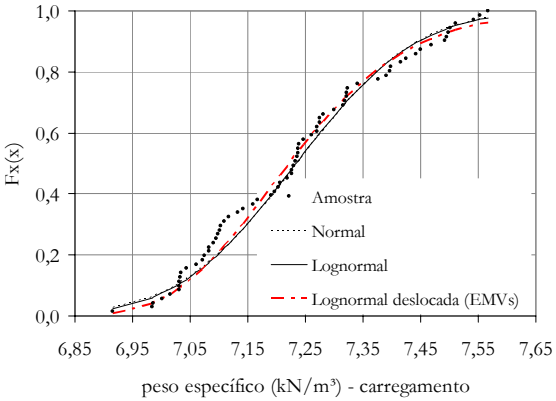


Figura 8.52 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o peso específico (γ) para a condição de carregamento e parede lisa do silo-piloto.

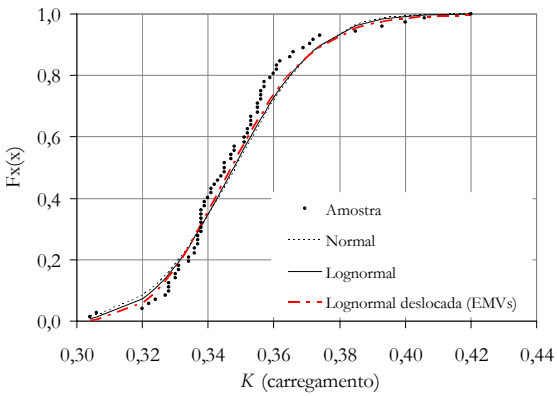


Figura 8.53 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o K para a condição de carregamento e parede lisa.

As Figuras 8.54, 8.57 e 8.59 mostram que a distribuição lognormal deslocada se apresenta melhor ajustada aos dados experimentais do que a distribuição normal e lognormal. Já as Figuras 8.55, 8.56, 8.58 e 8.60 mostram que os dados experimentais podem ser representados pelas distribuições normal e lognormal, sendo confirmados pelos testes estatísticos de aderência. A Figura 8.61 mostra o histograma de freqüências para o coeficiente de sobrepressão horizontal, com o objetivo de observar a hipótese de normalidade dos dados experimentais obtidos neste trabalho.

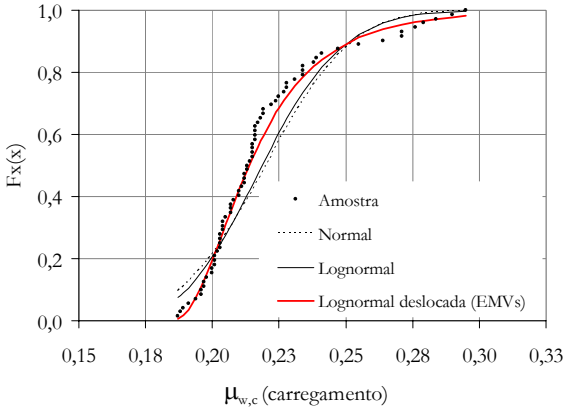


Figura 8.54 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o coeficiente de atrito com a parede ($\mu_{w,c}$) para a condição de carregamento e parede lisa do silo-piloto.

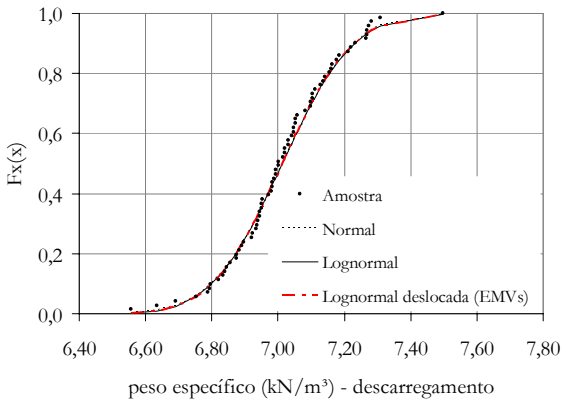


Figura 8.55 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o peso específico (γ) para a condição de descarregamento e parede lisa do silo-piloto

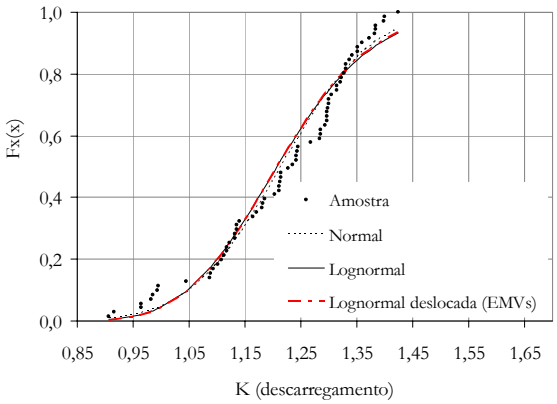


Figura 8.56 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o K para a condição de descarregamento e parede lisa.

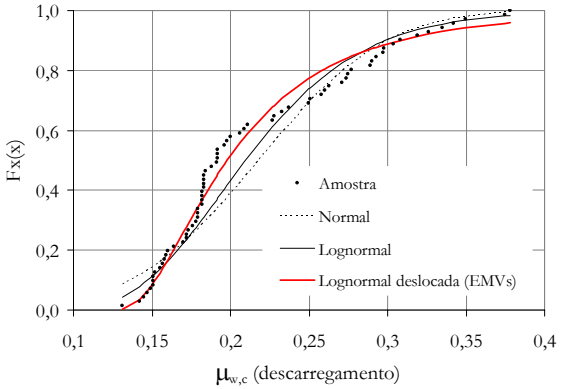


Figura 8.57 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o coeficiente de atrito com a parede ($\mu_{w,c}$) para a condição de descarregamento e parede lisa do silo-piloto.

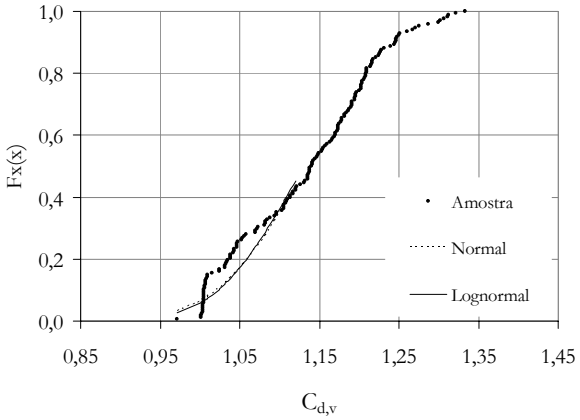


Figura 8.58 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o coeficiente de sobrepressão vertical para a condição de descarregamento e parede lisa.

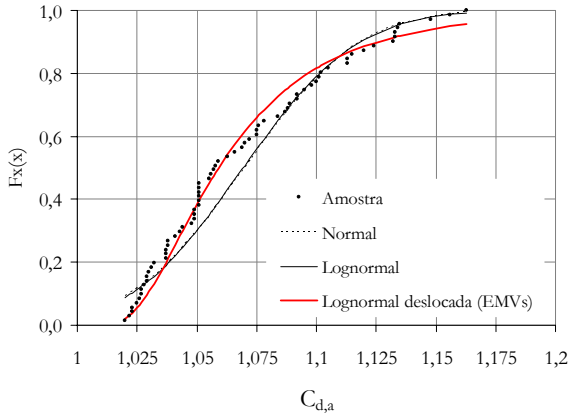


Figura 8.59 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o coeficiente de sobrepressão para o atrito para a condição de descarregamento e parede lisa.

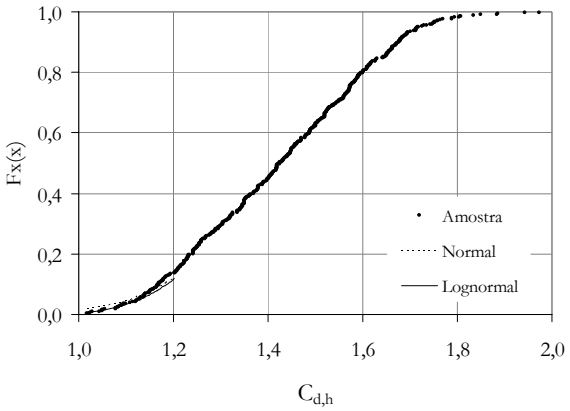


Figura 8.60 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o coeficiente de sobrepressão horizontal para parede lisa.

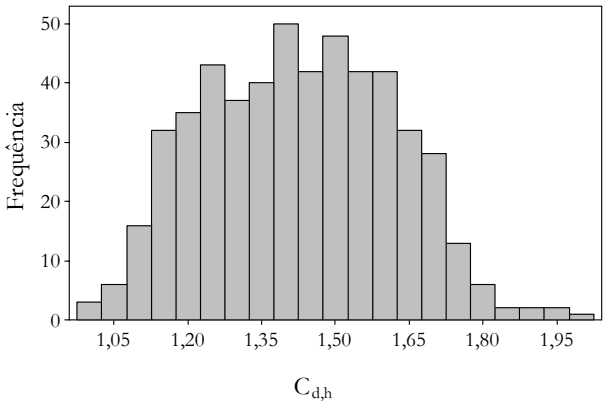


Figura 8.61 – Histograma de freqüências para o coeficiente de sobrepressão horizontal para o silo-piloto com parede lisa.

Tabela 8.26 – Resultados dos parâmetros de pressões para o corpo do silo-piloto com parede lisa (produto armazenado: soja)

Estatística		Parâmetros (pressão carregamento)			Parâmetros (pressão descarregamento)			Coeficientes de sobrepressões		
		γ (kN/m³)	K	μ_w	γ (kN/m³)	K	μ_w	$C_{d,h}$ (horizontal)	$C_{d,v}$ (vertical)	$C_{d,a}$ (atrito)
Normal	μ	7,235 (0,27%)	0,348 (0,5%)	0,220 (1,35%)	7,014 (0,28%)	1,214 (1,25%)	0,218 (3,47%)	1,426 (0,59%)	1,148 (0,06%)	1,070 (0,41%)
	σ	0,164 (8,48%)	0,020 (8,4%)	0,025 (8,42%)	0,168 (8,5%)	0,129 (8,4%)	0,064 (8,48%)	0,192 (3,09%)	0,082 (5,8%)	0,038 (8,48%)
	cov(δ)	3,0%	5,9%	11,5%	2,4%	10,6%	29,0%	13,4%	7,1%	3,5%
	A (Anderson-Darling)	0,658	1,405	3,620	0,201	1,036	2,807	1,779	0,855	1,584
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,089	0,113	0,196	0,062	0,128	0,194	0,052	0,065	0,143
	Distribuição válida para o nível de significância α=5%	ok!	ok!	não ok!	ok!	ok!	ok!	ok!	ok!	ok!
Lognormal (2 parâmetros)	λ	1,979 (0,14%)	-1,06 (0,6%)	-1,520 (0,83%)	1,948 (0,14%)	0,188 (6,96%)	-1,562 (2,09%)	0,346 (1,7%)	0,136 (4,32%)	0,067 (6,2%)
	ζ	0,023 (8,48%)	0,057 (8,42%)	0,108 (8,42%)	0,024 (8,48%)	0,111 (8,5%)	0,275 (8,48%)	0,136 (3,09%)	0,072 (5,8%)	0,035 (8,48%)
	A (Anderson-Darling)	0,623	1,091	2,691	0,199	1,448	1,765	2,396	1,149	1,472
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,089	0,101	0,174	0,058	0,134	0,160	0,054	0,071	0,140
	Distribuição válida para o nível de significância α=5%	ok!	ok!	não ok!	ok!	ok!	ok!	ok!	ok!	ok!
Lognormal (3 parâmetros - EMV)	λ	-0,101 (13,1%)	-2,4138 (0,91%)	-3,338 (2,02%)	1,159 (0,55%)	0,1770 (7,40%)	-2,544 (3,17%)	-	-	-2,923 (2,55%)
	ζ	0,182 (8,5%)	0,2174 (8,4%)	0,5556 (8,5%)	0,054 (9,0%)	0,110 (8,32%)	0,682 (8,40%)	-	-	0,627 (8,34%)
	ε	6,315 (0,04%)	0,2568 (0,10%)	0,178 (0,53%)	3,825 (0,07%)	0,0136 (0,17%)	0,1192 (0,27%)	-	-	1,005 (0,004%)
	A (Anderson-Darling)	0,585	0,702	0,447	0,063	1,470	0,780	-	-	0,690
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,087	0,079	0,081	0,056	0,136	0,097	-	-	0,085
	Distribuição válida para o nível de significância α=5%	ok!	ok!	ok!	ok!	ok!	ok!	-	-	ok!
Máximo		7,567	0,420	0,295	7,497	1,425	0,378	2,013	1,333	1,163
Mínimo		6,916	0,304	0,187	6,555	0,907	0,131	1,017	0,971	1,020
Assimetria		0,242	1,001	1,341	-0,001	-0,559	0,806	0,095	0,034	0,636
Kurtose		-0,924	1,954	1,127	0,328	-0,549	-0,482	-0,635	-0,959	-0,662

OBS: O valor entre parênteses representa a incerteza estatística do parâmetro estimado.

A Tabela 8.26 mostra que o peso específico e o coeficiente de atrito com a parede do silo-piloto para o estado de carregamento são maiores que para o estado de descarregamento, o que não acontece com o coeficiente K que aumenta para a condição de descarregamento. A tabela mostra, ainda, que as distribuições normal e lognormal são adequadas para representar as incertezas dos parâmetros dos modelos de pressão, com exceção do coeficiente de atrito com a parede para a condição de carregamento, o qual pode ser melhor ajustado pela distribuição lognormal deslocada.

Comparando o valor médio do peso específico para o estado de carregamento, obtido por meio do ensaio no silo-piloto, com o valor obtido nos ensaios de propriedades físicas, observa-se que o valor encontrado no silo-piloto é 0,7% maior. Já o coeficiente de variação obtido no silo-piloto é 1% maior que o obtido nos ensaios das propriedades físicas no equipamento de Jenike, o que indica boa concordância entre as duas metodologias.

A Tabela 8.27 apresenta a comparação dos valores teóricos de K com os valores obtidos experimentalmente com o silo-piloto carregado com a soja. Observa-se que o valor experimental está contido entre o valor sugerido por Koenen e o dos outros pesquisadores. Nota-se ainda que o valor de Jaky é o que mais se aproxima do valor experimental, com uma diferença de apenas 4,9%.

Tabela 8.27 – Comparação do valor de K obtido para a soja com as teorias existentes

Valor de K						
Experimental	Koenen	Jaky	Hartman	Walker	Frazer	Aoki
0,348	0,263	0,365	0,492	0,327	0,370	0,549

A diferença encontrada para o coeficiente de atrito com a parede entre o silo-piloto e o aparelho de Jenike foi de 10,8% para a parede do tipo 1. Já os coeficientes de variação encontrados em ambas as metodologias experimentais apresentaram-se em torno de 12%, o que mostra que a variabilidade estimada pelo aparelho de Jenike é da mesma magnitude da obtida no silo-piloto. Os valores médios para os coeficientes de atrito com a parede, para a condição de carregamento e descarregamento, apresentaram-se próximos para a soja, porém a variabilidade encontrada para o coeficiente de atrito com a parede, para a condição de descarregamento, foi superior à condição de carregamento, o que é justificado pela instabilidade na distribuição de tensões de atrito na interface entre o produto e a parede, na condição de descarregamento.

Analisando os coeficientes de sobrepressões, verificou-se que o valor do coeficiente de sobrepressão horizontal, bem como sua variabilidade, é superior aos valores dos coeficientes de sobrepressão vertical e de atrito.

As Figuras 8.62, 8.63, 8.64 e 8.65 apresentam as funções de distribuições acumuladas estimadas para os coeficientes C e K_t para o silo-piloto com parede lisa e tremonha com $\alpha = 45^{\circ}$.

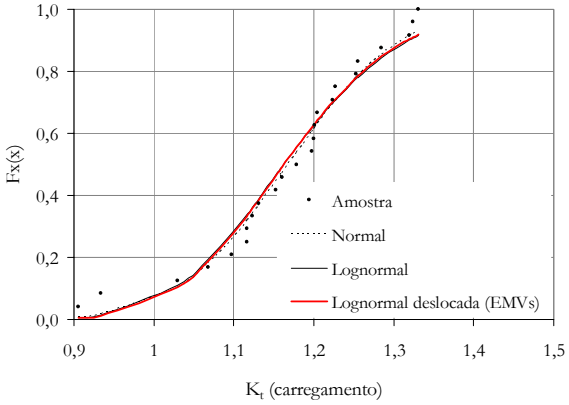


Figura 8.62 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o coeficiente K_t para a condição de carregamento, parede lisa e α=45º.

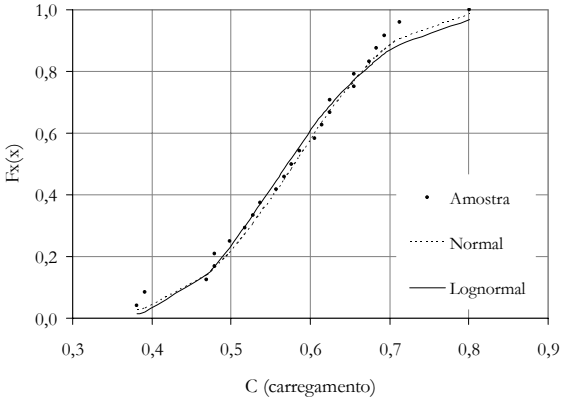


Figura 8.63 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o coeficiente C para a condição de carregamento, parede lisa e α=45º.

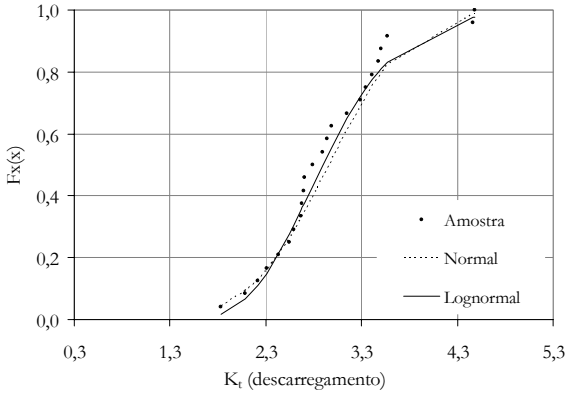


Figura 8.64 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o coeficiente K_t para a condição de descarregamento, parede lisa e α=45º.

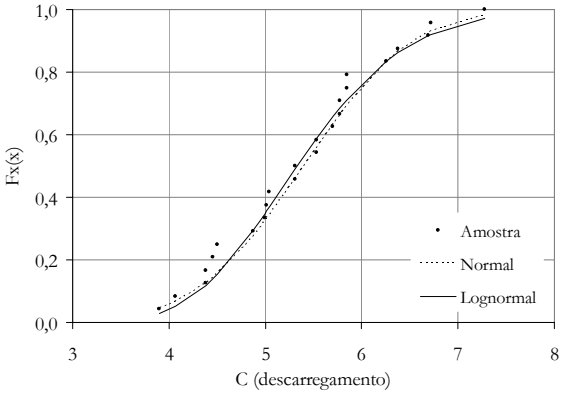


Figura 8.65 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o coeficiente C para a condição de descarregamento, parede lisa e α=45º.

A partir das figuras acima, é possível verificar que as distribuições normal e lognormal podem ser utilizadas para representar as incertezas dos parâmetros dos modelos de pressões para a tremonha com inclinação de 45º, o que pode ser verificado nos testes estatísticos mostrados na Tabela 8.28.

Uma observação importante diz respeito aos coeficientes de variação encontrados nos parâmetros dos modelos de pressões que estão contidos em um intervalo de 9,4% a 19,0%. Observa-se ainda que a variabilidade encontrada para o coeficiente K_t, para a condição de carregamento, é menor que para a condição de descarregamento, indicando a presença do pico de pressões na região próxima à transição que contribui para o aumento da variabilidade. Constata-

se ainda que, para o coeficiente C, não houve um aumento significativo da variabilidade, sendo que o valor teve um pequeno decréscimo. É importante lembrar que o parâmetro *C* influencia a forma da curva e o parâmetro K_t, a magnitude das pressões na tremonha.

Tabela 8.28 – Resultados dos parâmetros de pressões para a tremonha com α=45º (produto armazenado: soja e corpo do silo-piloto com parede lisa)

Estatística		Parâmetros (pressão carregamento)		Parâmetros (pressão descarregamento)	
		K_t	C	K_t	C
Normal	μ	1,168 (1,93%)	0,580 (4,76%)	5,782 (3,85%)	5,398 (3,34%)
	σ	0,110 (14,9%)	0,102 (14,9%)	1,096 (14,8%)	0,884 (14,9%)
	cov(δ)	9,4%	17,6%	19,0%	16,4%
	A (Anderson-Darling)	0,356	0,133	0,328	0,202
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,110	0,061	0,115	0,099
	Distribuição válida para o nível de significância (α=5%)	ok!	ok!	ok!	ok!
Lognormal (2 parâmetros)	λ	0,151 (13,3%)	-0,561 (4,05%)	1,737 (2,24%)	1,673 (2,01%)
	ζ	0,099 (14,9%)	0,183 (14,9%)	0,191 (14,9%)	0,165 (14,9%)
	A (Anderson-Darling)	0,526	0,261	0,225	0,207
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,130	0,087	0,091	0,096
	Distribuição válida para o nível de significância α=5%	ok!	ok!	ok!	ok!
Lognormal (3 parâmetros - EMV)	λ	0,147 (13,7%)	-	-	-
	ζ	0,097 (14,4%)	-	-	-
	ε	0,004 (0,43%)	-	-	-
	A (Anderson-Darling)	0,522	-	-	-
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,127	-	-	-
	Distribuição válida para o nível de significância α=5%	ok!	-	-	-
Máximo		1,331	0,801	7,836	7,280
Mínimo		0,906	0,381	3,753	3,897
Assimetria		-0,630	-0,047	0,251	0,204
Kurtose		-0,082	-0,553	-0,756	-0,821

OBS: O valor entre parênteses representa a incerteza estatística do parâmetro estimado.

As Figuras 8.66, 8.67, 8.68 e 8.69 as funções de distribuições acumuladas estimadas para os coeficientes C e K_t para o silo-piloto com parede lisa e tremonha com $\alpha = 15^{\circ}$.

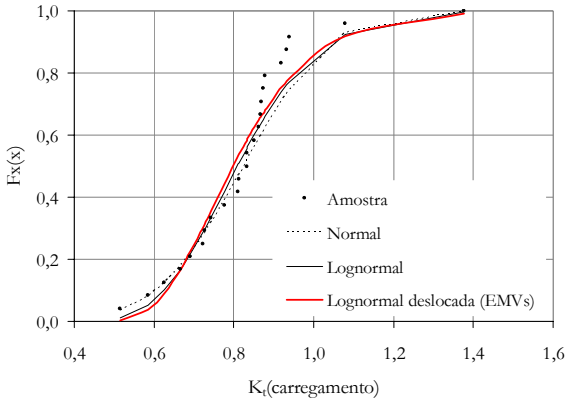


Figura 8.66 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o coeficiente K_t para a condição de carregamento, parede lisa e α=15º.

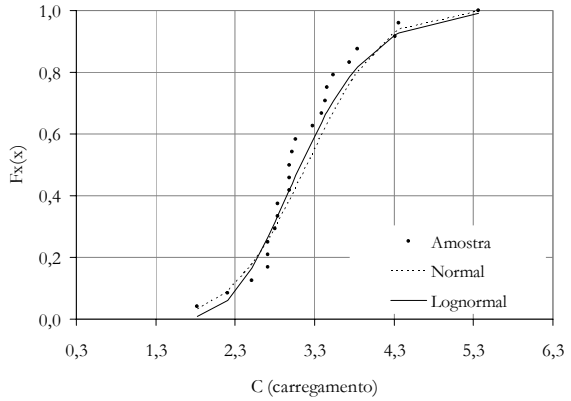


Figura 8.67 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o coeficiente C para a condição de carregamento, parede lisa e α=15º.

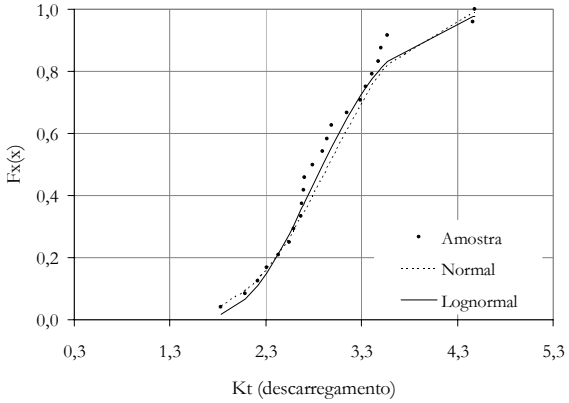


Figura 8.68 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o coeficiente K_t para a condição de descarregamento, parede lisa e α=15º.

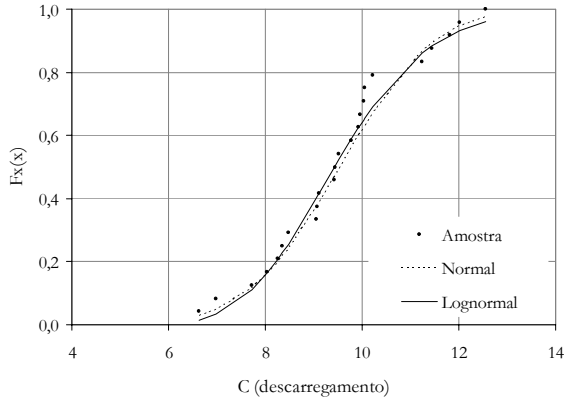


Figura 8.69 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o coeficiente C para a condição de descarregamento, parede lisa e α=15º.

A partir dos testes estatísticos apresentados na Tabela 8.29, conclui-se que os parâmetros de pressões C e K_t podem ser representados pelas distribuição normal e lognormal e observa-se também que os coeficientes de variação dos parâmetros encontrados são superiores aos obtidos para a tremonha com α=45º, exceto o coeficiente de variação do C para o caso de descarregamento.

Os valores encontrados para o coeficiente K_t da tremonha com inclinação α=15º foram inferiores aos obtidos da tremonha com inclinação α=45º. A Tabela 8.30 apresenta a comparação dos valores obtidos experimentalmente com os valores teóricos para a tremonha com α=15º. Pode-se observar que os valores médios dos parâmetros experimentais se apresentam próximos dos obtidos teoricamente a partir das expressões apresentadas no **capítulo 4**.

Tabela 8.29 – Resultados dos parâmetros de pressões para a tremonha com α=15º (produto armazenado: soja e corpo do silo-piloto com parede lisa)

Estatística		Parâmetros (pressão carregamento)		Parâmetros (pressão descarregamento)	
		K_t	C	K_t	C
Normal	μ	0,825 (4,25%)	3,205 (4,77%)	2,961 (4,53%)	9,548 (3,27%)
	σ	0,172 (14,9%)	0,748 (14,9%)	0,657 (14,9%)	1,529 (14,9%)
	cov(δ)	20,8%	23,3%	22,1%	16,0%
	A (Anderson-Darling)	0,710	0,638	0,432	0,253
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,171	0,157	0,110	0,121
	Distribuição válida para o nível de significância (α=5%)	ok!	ok!	ok!	ok!
Lognormal (2 parâmetros)	λ	-0,212 (19,2%)	1,140 (4,05%)	1,063 (4,17%)	2,244 (1,48%)
	ζ	0,200 (14,9%)	0,226 (14,9%)	0,2171 (14,9%)	0,163 (14,9%)
	A (Anderson-Darling)	0,529	0,382	0,213	0,247
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,146	0,141	0,085	0,111
	Distribuição válida para o nível de significância (α=5%)	ok!	ok!	ok!	ok!
Lognormal (3 parâmetros - EMV)	λ	-0,488 (9,1%)	-	-	2,238 (9,15%)
	ζ	0,258 (14,07%)	-	-	0,160 (14,07%)
	ε	0,189 (1,04%)	-	-	0,051305 (0,95%)
	A (Anderson-Darling)	0,542	-	-	0,252
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,145	-	-	0,109
	Distribuição válida para o nível de significância (α=5%)	ok!	-	-	ok!
Máximo		1,376	5,361	4,485	12,562
Mínimo		0,515	1,826	1,833	6,623
Assimetria		1,057	0,883	0,660	0,113
Kurtose		2,383	1,014	0,057	-0,665

OBS: O valor entre parênteses representa a incerteza estatística do parâmetro estimado.

Tabela 8.30 – Comparação dos parâmetros para a condição de descarregamento e inclinação de tremonha de α=15º (produto: soja e silo-piloto com parede lisa)

Parâmetro	Teorias de pressões para o estado de descarregamento tremonha com inclinação α=15º				
	Experimento	Walters	Jenike	Benink	Enstad
K_t	2,96	2,90	2,90	4,00	4,00
C	9,55	8,00	8,20	10,51	10,51

Após a apresentação dos resultados da soja para a condição do silo-piloto com parede lisa, são apresentados os resultados para o silo-piloto com a parede ondulada, nas Tabelas 8.31, 8.32, 8.33 e 8.34.

Tabela 8.31 – Resultados dos parâmetros de pressões para o corpo do silo-piloto com parede ondulada (produto armazenado: soja)

Estatística		Parâmetros (pressão carregamento)			Parâmetros (pressão descarregamento)			Coeficientes de sobrepressões		
		γ (kN/m³)	K	μ_w	γ (kN/m³)	K	μ_w	$C_{d,h}$ (horizontal)	$C_{d,v}$ (vertical)	$C_{d,a}$ (atrito)
Normal	μ	7,270 (0,33%)	0,344 (1,35%)	0,363 (0,69%)	6,876 (0,3%)	1,312 (0,63%)	0,225 (3,57%)	1,418 (0,57%)	1,151 (0,41%)	1,098 (0,32%)
	σ	0,209 (8,3%)	0,040 (8,3%)	0,022 (8,3%)	0,170 (8,42%)	0,070 (8,42%)	0,068 (8,42%)	0,188 (3,04%)	0,051 (6,52%)	0,030 (8,3%)
	cov(δ)	2,9%	11,6%	6,0%	2,5%	5,4%	30,4%	13,3%	4,5%	2,7%
	A (Anderson-Darling)	0,459	0,890	1,290	0,884	0,437	3,494	1,262	2,726	0,834
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,106	0,110	0,105	0,097	0,081	0,211	0,032	0,132	0,085
	Distribuição válida para o nível de significância (α=5%)	ok!	ok!	ok!	ok!	ok!	não ok!	ok!	ok!	ok!
Lognormal (2 parâmetros)	λ	1,980 (0,17%)	-1,073 (1,25%)	-1,015 (0,7%)	1,928 (0,15%)	0,270 (2,4%)	-1,533 (2,1%)	0,340 (1,65%)	0,139 (2,85%)	0,093 (3,42%)
	ζ	0,029 (8,3%)	0,115 (8,3%)	0,061 (8,3%)	0,025 (8,42%)	0,054 (8,42%)	0,278 (8,42%)	0,131 (3,04%)	0,043 (6,5%)	0,027 (8,3%)
	A (Anderson-Darling)	0,519	0,742	1,535	0,971	0,566	1,998	0,652	2,196	0,730
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,112	0,100	0,116	0,100	0,088	0,165	0,035	0,122	0,082
	Distribuição válida para o nível de significância (α=5%)	ok!	ok!	ok!	ok!	ok!	ok!	ok!	ok!	ok!
Lognormal (3 parâmetros - EMV)	λ	1,299 (0,52%)	-1,26 (1,26%)	-1,028 (0,69%)	1,767 (0,19%)	0,261 (2,34%)	-2,616 (3,34%)	-	-2,26 (1,69%)	-2,100 (1,23%)
	ζ	0,058 (9,50%)	0,137 (8,27%)	0,061 (8,1%)	0,029 (8,33%)	0,055 (8,2%)	0,7429 (8,36%)	-	0,417 (6,41%)	0,238 (8,35%)
	ε	3,61 (0,10%)	0,059 (0,09%)	0,0051 (0,05%)	1,019 (0,10%)	0,012 (0,08%)	0,130 (0,29%)	-	1,036 (0,03%)	0,972 (0,004%)
	A (Anderson-Darling)	0,529	0,735	1,519	0,954	0,560	0,542	-	0,356	0,270
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,112	0,104	0,111	0,097	0,089	0,103	-	0,065	0,058
	Distribuição válida para o nível de significância (α=5%)	ok!	ok!	ok!	ok!	ok!	ok!	-	ok!	ok!
Máximo		7,705	0,475	0,399	7,373	1,483	0,440	2,343	1,370	1,186
Mínimo		6,758	0,256	0,301	6,421	1,082	0,142	1,039	1,074	1,038
Assimetria		-0,198	0,507	-0,690	-0,284	-0,411	1,049	0,532	1,493	0,635
Kurtose		-0,485	1,157	-0,195	0,735	0,526	0,178	0,694	3,280	0,098

OBS: O valor entre parênteses representa a incerteza estatística do parâmetro estimado.

A Tabela 8.31 mostra que o peso específico e o coeficiente de atrito com a parede do silo-piloto para o estado de carregamento são maiores que para o estado de descarregamento, o que não acontece com o coeficiente K, que aumenta para a condição de descarregamento. A tabela mostra, ainda, que as distribuições normal e lognormal são adequadas para representar as incertezas dos parâmetros dos modelos de pressão com exceção do coeficiente de atrito com a parede para a condição de descarregamento, o qual pode ser bem ajustado pelas distribuições lognormal e lognormal deslocada.

Comparando o valor do coeficiente K para a condição de carregamento obtido no silo-piloto com a parede ondulada, com o valor obtido no silo-piloto com a parede lisa, observa-se que os valores são praticamente iguais, indicando que a rugosidade da parede não influenciou os valores do coeficiente K para a soja.

O ângulo de atrito com a parede obtido no silo-piloto com a parede ondulada foi maior que para o silo-piloto com a parede lisa, o que já era esperado. A proporção de deslizamento do produto em relação à parede foi obtida experimentalmente e está apresentada na eq. (323). Este valor apresenta-se diferente do sugerido pelo prEN 1991-4: 2002, que é de 0,8.

$$b_e /(b_e + b_w) = 0,318 \tag{323}$$

A maior variabilidade foi encontrada para o coeficiente de atrito com a parede, para o estado de descarregamento, e este apresenta o valor de 30,4%. O aumento da variabilidade é decorrente da fina camada instável que se forma na condição de descarregamento, na região de contato entre o produto e a parede, o que provoca as sobrepressões.

Nota-se que os coeficientes de sobrepressão são praticamente os mesmos dos obtidos com a parede lisa, com exceção do coeficiente de sobrepressão para força de atrito, que apresentou um valor superior.

As Figuras 8.71 e a 8.70 mostram o histograma de freqüências e a função de distribuição acumulada para o coeficiente de sobrepressão horizontal com o objetivo de observar a hipótese de normalidade dos dados experimentais obtidos neste trabalho. Observa-se que, apesar de a suposição de normalidade ser satisfeita, existe uma assimetria nos dados e, desta forma, a distribuição lognormal é mais adequada para representar a incerteza.

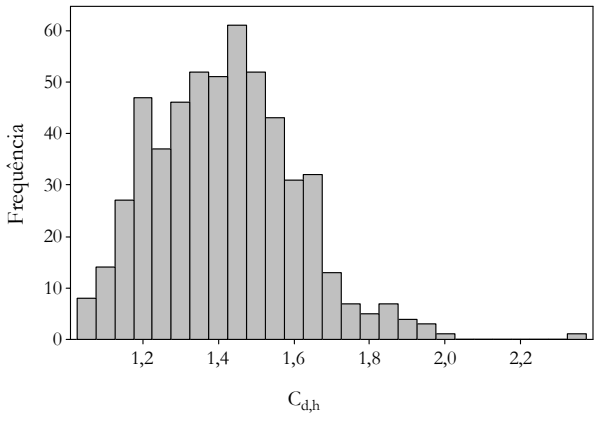


Figura 8.70 – Histograma de freqüências para o coeficiente de sobrepressão horizontal para o silo-piloto com parede ondulada (produto: soja).

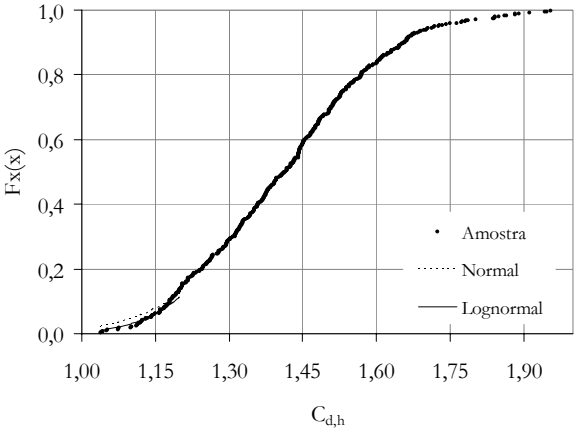


Figura 8.71 – Funções de distribuições acumuladas estimadas para o coeficiente de sobrepressão horizontal para parede ondulada (produto: soja).

A Tabela 8.32 mostra os resultados dos parâmetros de pressões para a tremonha com

inclinação de 45º e parede do silo-piloto ondulada. Observa-se que as incertezas dos parâmetros podem ser representadas pelas distribuições normal e lognormal. Verifica-se também que o valor encontrado para o parâmetro K_t, para o estado de carregamento, foi diferente do valor obtido para o silo-piloto com parede lisa, indicando a influência da rugosidade da parede.

Tabela 8.32 – Resultados dos parâmetros de pressões para a tremonha com α=45º (produto armazenado: soja e corpo do silo-piloto com parede ondulada)

Estatística		Parâmetros (pressão carregamento)		Parâmetros (pressão descarregamento)	
		K_t	C	K_t	C
Normal	μ	1,235 (2,10%)	0,497 (4,6%)	3,047 (5,2%)	4,554 (5,56%)
	σ	0,127 (14,9%)	0,112 (14,9%)	0,785 (14,9%)	1,242 (14,9%)
	cov(δ)	10,3%	22,6%	25,8%	27,3%
	A (Anderson-Darling)	0,501	0,213	0,439	1,206
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,129	0,089	0,112	0,247
	Distribuição válida para o nível de significância (α=5%)	ok!	ok!	ok!	ok!
Lognormal (2 parâmetros)	λ	0,205 (10,8%)	-0,726 (6,6%)	1,080 (5,15%)	1,480
	ζ	0,109 (14,9%)	0,238 (14,9%)	0,273 (14,9%)	0,277
	A (Anderson-Darling)	0,726	0,245	0,365	1,030
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,149	0,085	0,088	0,213
	Distribuição válida para o nível de significância (α=5%)	ok!	ok!	ok!	ok!
Lognormal (3 parâmetros - EMV)	λ	0,206 (10,6%)	-0,727 (6,3%)	-	-
	ζ	0,107 (14,6%)	0,224 (13,5%)	-	-
	ε	0,001 (0,05%)	0,001 (0,63%)	-	-
	A (Anderson-Darling)	0,680	0,282	-	-
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,138	0,094	-	-
	Distribuição válida para o nível de significância (α=5%)	ok!	ok!		
Máximo		1,439	0,703	4,328	6,487
Mínimo		0,912	0,274	1,435	2,480
Assimetria		-0,752	0,000	0,063	0,208
Kurtose		0,343	-0,935	-1,079	-1,516

OBS: O valor entre parênteses representa a incerteza estatística do parâmetro estimado.

Os valores encontrados para o coeficiente K_t da tremonha com inclinação α=15º foram inferiores aos obtidos da tremonha com inclinação α=45º. A Tabela 8.33 mostra que os

parâmetros do modelo de pressão obtidos experimentalmente para a tremonha com inclinação α=15º, na condição de descarregamento, foram diferentes dos valores obtidos pelas teorias do **capítulo 4**. O valor de K_t apresentou-se menor que o apresentado pelas teorias e o valor de C ficou contido entre os valores teóricos. A Tabela 8.34 mostra ainda que as incertezas dos parâmetros podem ser modeladas pelas distribuições normal e lognormal.

Tabela 8.33 – Comparação dos parâmetros para a condição de descarregamento e inclinação de tremonha de α=15º (produto: soja e silo-piloto com parede ondulada)

Parâmetro	Teorias de pressões para o estado de descarregamento tremonha com inclinação α=15º				
	Experimental	Walters	Jenike	Benink	Enstad
K_t	2,26	2,90	2,90	4,00	4,00
C	9,05	8,00	8,20	10,51	10,51

Tabela 8.34 – Resultados dos parâmetros de pressões para a tremonha com α=15º (produto armazenado: soja e corpo do silo-piloto com parede ondulada)

Estatística		Parâmetros (pressão carregamento)		Parâmetros (pressão descarregamento)	
		K_t	C	K_t	C
Normal	μ	0,965 (3,37%)	3,069 (4,4%)	2,260 (4,89%)	9,048 (4,07%)
	σ	0,166 (14,3%)	0,688 (14,3%)	0,542 (14,9%)	1,805 (14,9%)
	cov(δ)	17,2%	22,4%	24,0%	20,0%
	A (Anderson-Darling)	0,222	0,385	0,509	0,505
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,108	0,146	0,122	0,158
	Distribuição válida para o nível de significância (α=5%)	ok!	ok!	ok!	ok!
Lognormal (2 parâmetros)	λ	-0,051 (7,05%)	1,097 (4,07%)	0,788 (6,21%)	2,182 (1,97%)
	ζ	0,183 (14,3%)	0,228 (14,3%)	0,240 (14,9%)	0,211 (14,9%)
	A (Anderson-Darling)	0,468	0,425	0,311	0,738
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,142	0,135	0,104	0,173
	Distribuição válida para o nível de significância (α=5%)	ok!	ok!	ok!	ok!
Máximo		1,261	4,901	3,229	11,928
Mínimo		0,605	1,807	1,403	6,053
Assimetria		-0,341	0,412	0,341	-0,234
Kurtose		-0,573	0,278	-1,145	-1,200

OBS: O valor entre parênteses representa a incerteza estatística do parâmetro estimado.

As variabilidades encontradas para os parâmetros do modelo de pressão para a tremonha indicam um coeficiente de variação máximo de 24% para o valor de K_t, na condição de

descarregamento. Mostra-se com isso que os valores de pico de pressão possuem alta variabilidade, o que pode ocasionar problemas nas análises de pressões.

8.2.4.2 Distribuições estimadas para os parâmetros dos modelos de pressões para o milho

A Tabela 8.35 apresenta os resultados obtidos para os parâmetros dos modelos de pressões para o milho, no silo-piloto com parede lisa, e os respectivos testes estatísticos para a verificação da adequabilidade das distribuições de probabilidades estimadas. A partir das análises, é possível verificar que as distribuições de probabilidade normal e lognormal podem ser utilizadas.

Tabela 8.35 – Resultados dos parâmetros de pressões para o corpo do silo-piloto com parede lisa (produto armazenado: milho)

Estatística		Parâmetros (pressão carregamento)			Parâmetros (pressão descarregamento)			Coeficientes de sobrepressões		
		γ (kN/m³)	K	μ_w	γ (kN/m³)	K	μ_w	$C_{d,h}$ (horizontal)	$C_{d,v}$ (vertical)	$C_{d,a}$ (atrito)
Normal	μ	8,154 (0,38%)	0,409 (0,92%)	0,264 (1,74%)	7,791 (0,42%)	1,117 (0,75%)	0,198 (2,91%)	1,608 (0,52%)	1,206 (0,54%)	1,078 (0,19%)
	σ	0,307 (7,27%)	0,037 (7,27%)	0,045 (7,27%)	0,319 (7,27%)	0,083 (7,27%)	0,057 (7,27%)	0,224 (2,68%)	0,096 (4,84%)	0,021 (7,27%)
	cov(δ)	3,8%	9,1%	17,1%	4,1%	7,4%	28,6%	14,0%	8,0%	1,9%
	A (Anderson-Darling)	0,575	0,724	0,769	0,302	0,296	4,609	2,253	0,613	0,337
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,084	0,093	0,067	0,052	0,075	0,169	0,048	0,042	0,064
	Distribuição válida para o nível de significância (α=5%)	ok!	ok!	ok!	ok!	ok!	não ok!	ok!	ok!	ok!
Lognormal (2 parâmetros)	λ	2,098 (0,18%)	-0,899 (1,01%)	-1,346 (1,37%)	2,052 (0,20%)	0,108 (7,03%)	-1,654 (1,56%)	0,465 (1,18%)	0,184 (2,95%)	0,074 (2,64%)
	ζ	0,038 (7,27%)	0,089 (7,2%)	0,182 (7,27%)	0,041 (7,27%)	0,074 (7,27%)	0,254 (7,27%)	0,145 (2,68%)	0,080 (4,83%)	0,019 (7,27%)
	A (Anderson-Darling)	0,500	0,419	1,719	0,259	0,236	2,307	5,774	0,865	0,337
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,076	0,076	0,095	0,045	0,062	0,131	0,076	0,052	0,062
	Distribuição válida para o nível de significância (α=5%)	ok!	ok!	ok!	ok!	ok!	ok!	não ok!	ok!	ok!
Lognormal (3 parâmetros - EMV)	λ	0,9691 (1,20%)	-1,849 (1,25%)	-1,349 (1,28%)	2,020 (0,13%)	-	-2,6441 (2,36%)	-	-	-
	ζ	0,114 (7,13%)	0,227 (7,18%)	0,170 (6,54%)	0,042 (7,27%)	-	0,6132 (7,18%)	-	-	-
	ε	5,501 (0,005%)	0,247 (0,11%)	0,001	0,249 (0,25%)	-	0,1115 (0,17%)	-	-	-
	A (Anderson-Darling)	0,451	0,235	1,942	0,269	-	0,407	-	-	-
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,068	0,053	0,091	0,045	-	0,059	-	-	-
	Distribuição válida para o nível de significância (α=5%)	ok!	ok!	ok!	ok!	-	ok!	-	-	-
Máximo		8,998	0,504	0,356	8,444	1,337	0,419	2,299	1,640	1,144
Mínimo		7,349	0,338	0,163	7,112	0,926	0,121	1,005	1,003	1,022
Assimetria		0,315	0,485	-0,383	0,089	0,194	1,438	-0,208	0,257	0,044
Kurtose		0,447	-0,315	-0,578	-0,708	-0,237	1,841	-0,360	0,944	0,633

OBS: O valor entre parênteses representa a incerteza estatística do parâmetro estimado.

A Tabela 8.35 mostra que o peso específico e o coeficiente de atrito com a parede do silo-piloto para o estado de carregamento são maiores que para o estado de descarregamento, o que

não acontece com o coeficiente K, que aumenta para a condição de descarregamento.

Comparando o valor médio do peso específico para o estado de carregamento, obtido por meio do ensaio no silo-piloto, com o valor obtido nos ensaios de propriedades físicas, observa-se que o valor encontrado no silo-piloto é 0,6% maior. Já o coeficiente de variação obtido no silo-piloto é 0,5% maior que o obtido nos ensaios das propriedades físicas no equipamento de Jenike, o que indica boa concordância entre as duas metodologias.

A Tabela 8.36 apresenta a comparação dos valores teóricos do parâmetro K com os valores obtidos experimentalmente com o silo-piloto carregado com o milho. Observa-se que o valor experimental está contido entre o valor sugerido por Koenen e dos outros pesquisadores. Nota-se ainda que o valor de Jaky é o que mais se aproxima do valor experimental, possuindo uma diferença de apenas 9,5% do valor médio.

Tabela 8.36 – Comparação do valor de K obtido para o milho com as teorias existentes

Valor de K						
Experimental	Koenen	Jaky	Hartman	Walker	Frazer	Aoki
0,409	0,336	0,448	0,604	0,473	0,461	0,747

A diferença encontrada para o coeficiente de atrito com a parede entre o silo-piloto e o aparelho de Jenike, para a parede do tipo 1, foi de 20%, sendo que o coeficiente de variação encontrado no silo-piloto apresentou um valor maior que o encontrado no equipamento de Jenike.

O valor médio encontrado para o coeficiente de atrito com a parede para a condição de descarregamento apresentou um valor 25% menor que o valor encontrado para a condição de carregamento. Outra importante observação diz respeito ao aumento do coeficiente de variação para a condição de descarregamento, o que é decorrente da camada de instabilidade na interface entre o produto e a parede.

Analisando os coeficientes de sobrepressões, verifica-se que o valor do coeficiente de sobrepressão horizontal é superior aos valores de sobrepressão vertical e de atrito. Observa-se, ainda, que a variabilidade encontrada para o coeficiente de sobrepressão horizontal é maior que a variabilidade obtida para o coeficiente vertical e de atrito. O valor médio encontrado para o coeficiente de sobrepressão horizontal para o milho foi de 1,608 e sua incerteza pode ser bem representada pela distribuição normal.

A Tabela 8.37 mostra os resultados dos parâmetros de pressões para a tremonha com inclinação de 45º e parede do silo-piloto lisa. Observa-se que as incertezas dos parâmetros podem ser representadas pelas distribuições normal e lognormal. Nota-se ainda que a variabilidade

encontrada para o K_t, para a condição de descarregamento, foi maior que para a condição de carregamento.

Tabela 8.37 – Resultados dos parâmetros de pressões para a tremonha com α=45º (produto armazenado: milho e corpo do silo-piloto com parede lisa)

Estatística		Parâmetros (pressão carregamento)		Parâmetros (pressão descarregamento)	
		K_t	C	K_t	C
Normal	μ	0,899 (2,37%)	0,437 (7,32%)	3,884 (5,74%)	4,951 (5,97%)
	σ	0,105 (14,9%)	0,157 (14,9%)	1,093 (14,9%)	1,450 (14,9%)
	cov(δ)	11,6%	35,9%	28,1%	29,3%
	A (Anderson-Darling)	0,116	0,417	0,326	0,973
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,172	0,139	0,124	0,179
	Distribuição válida para o nível de significância (α=5%)	ok!	ok!	ok!	ok!
Lognormal (2 parâmetros)	λ	-0,113 (21,3%)	-0,934 (12,2%)	1,319 (4,39%)	1,565 (3,39%)
	ζ	0,118 (14,9%)	0,562 (14,9%)	0,284 (14,9%)	0,260 (14,9%)
	A (Anderson-Darling)	0,573	1,949	0,296	0,387
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,157	0,218	0,136	0,121
	Distribuição válida para o nível de significância (α=5%)	ok!	ok!	ok!	ok!
Máximo		1,153	0,674	6,961	9,550
Mínimo		0,678	0,059	1,957	3,255
Assimetria		0,141	-0,706	0,616	1,442
Kurtose		0,338	-0,135	0,557	2,011

OBS: O valor entre parênteses representa a incerteza estatística do parâmetro estimado.

Os valores encontrados para o coeficiente K_t da tremonha com inclinação α=15º foram inferiores aos obtidos da tremonha com inclinação α=45º. A Tabela 8.38 apresenta a comparação dos valores obtidos experimentalmente com os valores obtidos teoricamente para a tremonha com α=15º.

As teorias de Benink e Enstad apresentam uma diferença de 10% em relação ao valor de K_t obtido experimentalmente; contudo, para o valor de C, a teoria de Jenike e a de Walters apresentaram valores mais próximos dos valores experimentais.

Tabela 8.38 – Comparação dos parâmetros para a condição de descarregamento e inclinação de tremonha de α=15º (produto: milho e silo-piloto com parede lisa)

Parâmetro	Teorias de pressões para o estado de descarregamento tremonha com inclinação α=15º				
	Experimento	Walters	Jenike	Benink	Enstad
K_t	3,47	2,30	2,40	3,10	3,10
C	5,96	6,50	6,70	8,06	8,06

A Tabela 8.39 mostra os resultados dos parâmetros de pressões para a tremonha com inclinação de 15º e parede do silo-piloto lisa. Observa-se que as incertezas dos parâmetros podem ser representadas pelas distribuições normal e lognormal. As variabilidades obtidas para o parâmetro K_t e C apresentam-se com o mesmo comportamento da tremonha com inclinação de 45º, ou seja, a variabilidade de K_t aumenta para o estado de descarregamento e a do parâmetro C diminui. Este comportamento está ligado à forma da curva de pressões para os dois estados, o que já foi discutido no **capítulo 4**.

Tabela 8.39 – Resultados dos parâmetros de pressões para a tremonha com α=15º (produto armazenado: milho e corpo do silo-piloto com parede lisa)

Estatística		Parâmetros (pressão carregamento)		Parâmetros (pressão descarregamento)	
		K_t	C	K_t	C
Normal	μ	0,834 (3,69%)	1,767 (5,31%)	3,472 (5,77%)	5,956 (3,51%)
	σ	0,151 (14,9%)	0,460 (14,9%)	0,982 (14,9%)	1,0254 (14,9%)
	cov(δ)	18,1%	26,1%	28,3%	17,2%
	A (Anderson-Darling)	0,584	0,917	0,999	0,315
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,107	0,164	0,179	0,136
	Distribuição válida para o nível de significância (α=5%)	ok!	ok!	ok!	ok!
Lognormal (2 parâmetros)	λ	-0,196 (18,3%)	0,539 (9,28%)	1,211 (4,39%)	1,77 (1,97%)
	ζ	0,176 (14,9%)	0,245 (14,9%)	0,261 (14,95)	0,172 (14,9%)
	A (Anderson-Darling)	0,388	0,554	0,484	0,172
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,098	0,138	0,140	0,107
	Distribuição válida para o nível de significância (α=5%)	ok!	ok!	ok!	ok!
Máximo		1,118	2,842	5,839	8,452
Mínimo		0,639	1,153	2,180	4,019
Assimetria		0,520	0,824	1,048	0,402
Kurtose		-0,974	-0,485	0,241	-0,275

OBS: O valor entre parênteses representa a incerteza estatística do parâmetro estimado.

A Tabela 8.40 apresenta os resultados obtidos para os parâmetros dos modelos de pressões

para o milho, no silo-piloto com parede ondulada, e os respectivos testes estatísticos para a verificação da adequabilidade das distribuições de probabilidades estimadas. A partir das análises é possível verificar que as distribuições de probabilidade normal e lognormal podem ser utilizadas.

Comparando o valor do coeficiente K para a condição de carregamento, obtido no silo-piloto com a parede ondulada, com o valor obtido no silo-piloto com a parede lisa, observa-se que os valores são pouco diferentes e que a rugosidade da parede pouco influenciou no coeficiente.

Tabela 8.40 – Resultados dos parâmetros de pressões para o corpo do silo-piloto com parede ondulada (produto armazenado: milho)

Estatística		Parâmetros (pressão carregamento)			Parâmetros (pressão descarregamento)			Coeficientes de sobrepressões		
		γ (kN/m³)	K	μ_w	γ (kN/m³)	K	μ_w	$C_{d,h}$ (horizontal)	$C_{d,v}$ (vertical)	$C_{d,a}$ (atrito)
Normal	μ	8,168 (0,54%)	0,427 (1,37%)	0,380 (1,14%)	8,041 (0,60%)	1,143 (1,09%)	0,227 (2,51%)	1,536 (0,67%)	1,131 (0,43%)	1,159 (0,7%)
	σ	0,374 (8,42%)	0,050 (8,42%)	0,037 (8,42%)	0,409 (8,42%)	0,106 (8,42%)	0,048 (8,42%)	0,232 (3,1%)	0,063 (5,47%)	0,069 (8,42%)
	cov(δ)	4.57%	11,7%	9,7%	5,1%	9,3%	21,4%	15,2%	5,6%	6,0%
	A (Anderson-Darling)	0,328	0,958	0,374	0,713	0,334	0,819	1,245	0,644	1,665
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,070	0,086	0,077	0,100	0,061	0,088	0,047	0,054	0,136
	Distribuição válida para o nível de significância (α=5%)	ok!	ok!	ok!	ok!	ok!	ok!	ok!	ok!	ok!
Lognormal (2 parâmetros)	λ	2,099 (0,26%)	-0,857 (1,55%)	-0,973 (1,19%)	2,083 (0,28%)	0,129 (8,67%)	-1,505 (1,61%)	0,417 (1,63%)	0,122 (3,5%)	0,146 (4,75%)
	ζ	0,0458 (8,42%)	0,113 (8,42%)	0,098 (8,42%)	0,051 (8,42%)	0,095 (8,42%)	0,207 (8,42%)	0,156 (3,1%)	0,055 (5,47%)	0,059 (8,42%)
	A (Anderson-Darling)	0,311	0,560	0,512	0,664	0,560	0,290	2,954	0,437	1,471
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,070	0,066	0,089	0,104	0,080	0,073	0,066	0,045	0,131
	Distribuição válida para o nível de significância (α=5%)	ok!	ok!	ok!	ok!	ok!	ok!	não ok!	ok!	ok!
Lognormal (3 parâmetros - EMV)	λ	2,056 (0,25%)	-1,339 (1,59%)	-1,024 (1,18%)	0,732 (3,13%)	0,119 (9,4%)	-1,619 (1,70%)	-	-	-2,396 (3,30%)
	ζ	0,047 (8,4%)	0,182 (8,33%)	0,103 (8,36%)	0,1946 (8,42%)	0,096 (8,33%)	0,235 (8,33%)	-	-	0,6705 (8,49%)
	ε	0,459 (0,18%)	0,1599 (0,13%)	0,0192 (0,08%)	5,9198 (0,01%)	0,011 (0,14%)	0,023 (0,14%)	-	-	1,046 (0,07%)
	A (Anderson-Darling)	0,327	0,471	0,511	0,618	0,573	0,238	-	-	0,717
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,0716	0,074	0,086	0,115	0,080	0,067	-	-	0,093
	Distribuição válida para o nível de significância (α=5%)	ok!	ok!	ok!	ok!	ok!	ok!	-	-	ok!
Máximo		8,996	0,628	0,450	8,932	1,344	0,370	2,110	1,300	1,333
Mínimo		7,264	0,300	0,299	7,306	0,884	0,150	1,017	1,006	1,067
Assimetria		0,003	0,986	-0,109	0,205	-0,307	0,727	-0,092	0,327	0,685
Kurtose		-0,671	2,767	-0,820	-0,985	-0,528	0,098	-0,650	-0,434	-0,557

OBS: O valor entre parênteses representa a incerteza estatística do parâmetro estimado.

O ângulo de atrito com a parede, obtido no silo-piloto com a parede ondulada, foi maior

que para o silo-piloto com a parede lisa, o que já era esperado. A proporção de deslizamento do produto em relação à parede foi obtida experimentalmente e está apresentada na eq. (324). Este valor apresenta-se muito diferente do sugerido pelo prEN 1991-4: 2002 que é de 0,8.

$$b_e /(b_e + b_w) = 0,455 \tag{324}$$

A maior variabilidade encontrada para o coeficiente de atrito com a parede, para o estado de descarregamento, foi de 21,4%. O aumento da variabilidade é decorrente da fina camada instável que se forma na condição de descarregamento, na região de contato entre o produto e a parede, e provoca as sobrepressões.

Os coeficientes de sobrepressões horizontal e vertical obtidos para o silo-piloto com parede ondulada foram respectivamente, 5,0% e 6,1% menores que os do silo-piloto com parede lisa. Já o coeficiente de sobrepressão para força de atrito apresentou um valor 7,2% maior que o obtido para parede lisa. Observa-se ainda que, para o coeficiente de sobrepressão horizontal, somente a distribuição normal é confirmada nos testes estatísticos de Kolmogorov-Smirnov e de Anderson-Darling, para a representação de sua incerteza, e o seu valor médio foi de 1,54.

Uma importante constatação diz respeito ao coeficiente de sobrepressão para a força de atrito, que apresentou um valor superior ao obtido para o silo-piloto com a parede lisa. Este resultado foi análogo ao da soja, indicando que silos com paredes onduladas tendem a gerar sobrepressões de atrito superiores aos silos de parede lisa.

Observa-se a mesma tendência de diminuição do peso específico para o estado de descarregamento, o que também é observado para o coeficiente de atrito com a parede. As variabilidades encontradas para o peso específico com os parâmetros calibrados apresentam-se maiores que as obtidas nos ensaios de propriedades físicas.

A Tabela 8.41 mostra os resultados dos parâmetros de pressões para a tremonha com inclinação de 45º e parede do silo-piloto ondulada. Observa-se que as incertezas dos parâmetros podem ser representadas pelas distribuições normal e lognormal. Nota-se ainda que a variabilidade encontrada para o K_t, na condição de descarregamento foi maior que na condição de carregamento, o que já foi constatado para os ensaios anteriores. O coeficiente de variação de C, diferentemente do K_t, é menor na condição de descarregamento do silo-piloto.

É importante notar que os valores encontrados para esta condição de tremonha são diferentes dos obtidos para o silo-piloto com a parede lisa, indicando, assim, que a rugosidade da parede do corpo do silo-piloto influencia nos valores de K_t e C.

Tabela 8.41 – Resultados dos parâmetros de pressões para a tremonha com α=45º (produto armazenado: milho e corpo do silo-piloto com parede ondulada)

Estatística		Parâmetros (pressão carregamento)		Parâmetros (pressão descarregamento)	
		K_t	C	K_t	C
Normal	μ	0,950 (1,73%)	0,498 (5,87%)	3,041 (3,6%)	3,752 (1,99%)
	σ	0,081 (14,9%)	0,143 (14,9%)	0,535 (14,9%)	0,366 (14,9%)
	cov(δ)	8,5%	28,8%	17,6%	9,8%
	A (Anderson-Darling)	0,395	0,934	0,748	0,436
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,146	0,190	0,182	0,141
	Distribuição válida para o nível de significância (α=5%)	ok!	ok!	ok!	ok!
Lognormal (2 parâmetros)	λ	-0,055 (30,6%)	-0,734 (7,6%)	1,100 (3,03%)	1,318 (1,48%)
	ζ	0,083 (14,9%)	0,273 (14,9%)	0,163 (14,9%)	0,096 (14,9%)
	A (Anderson-Darling)	0,298	0,436	0,407	0,359
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,136	0,148	0,154	0,124
	Distribuição válida para o nível de significância (α=5%)	ok!	ok!	ok!	ok!
Lognormal (3 parâmetros - EMV)	λ	-1,336 (4,32%)	-1,010 (7,12%)	0,156 (5,13%)	0,58 (6,99%)
	ζ	0,283 (14,9%)	0,3526 (14,5%)	0,393 (14,5%)	0,1989 (15,1%)
	ε	0,6752 (0,07%)	0,110 (0,008%)	1,776 (1,23%)	1,93 (1,0%)
	A (Anderson-Darling)	0,193	0,367	0,205	0,329
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,105	0,132	0,108	0,139
	Distribuição válida para o nível de significância (α=5%)	ok!	ok!	ok!	ok!
Máximo		0,136	0,850	4,726	4,706
Mínimo		0,813	0,264	2,229	3,187
Assimetria		0,694	0,907	1,285	0,611
Kurtose		0,086	0,100	1,894	0,068

OBS: O valor entre parênteses representa a incerteza estatística do parâmetro estimado.

Os valores encontrados para o coeficiente K_t da tremonha com inclinação α=15º foram inferiores aos obtidos da tremonha com inclinação α=45º. A Tabela 8.42 apresenta a comparação dos valores obtidos experimentalmente, com os valores obtidos teoricamente, para a tremonha com α=15º.

A teoria de Walters apresentou uma diferença de 11% em relação ao valor de K_t, obtido experimentalmente, e 2,52% para o valor de C. Para esta condição de ensaio, a teoria de Walters

apresentou-se como a melhor e mais próxima dos dados experimentais

Tabela 8.42 – Comparação dos parâmetros para a condição de descarregamento e inclinação de tremonha de α=15º (produto: milho e silo-piloto com parede ondulada)

Parâmetro	Teorias de pressões para o estado de descarregamento tremonha com inclinação α=15º				
	Experimental	Walters	Jenike	Benink	Enstad
K_t	2,07	2,30	2,40	3,10	3,10
C	6,34	6,50	6,70	8,06	8,06

A Tabela 8.43 mostra os resultados dos parâmetros de pressões para a tremonha com inclinação de 15º e parede do silo-piloto ondulada. Observa-se que as incertezas dos parâmetros podem ser representadas pelas distribuições normal e lognormal. A maior variabildiade encontrada foi do parâmetro K_t para a condição de carregamento.

Tabela 8.43 – Resultados dos parâmetros de pressões para a tremonha com α=15º (produto armazenado: milho e corpo do silo-piloto com parede ondulada)

Estatística		Parâmetros (pressão carregamento)		Parâmetros (pressão descarregamento)	
		K_t	C	K_t	C
Normal	μ	0,746 (2,63%)	3,570 (4,67%)	2,065 (4,2%)	6,343 (4,07%)
	σ	0,096 (14,9%)	0,817 (14,9%)	0,425 (14,9%)	1.267 (14,9%)
	cov(δ)	12,9%	22,8%	20,6%	20,0%
	A (Anderson-Darling)	0,678	0,225	0,632	0,429
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,166	0,105	0,192	0,170
	Distribuição válida para o nível de significância (α=5%)	ok!'	ok!	ok!	ok!
Lognormal (2 parâmetros)	λ	-0,302 (8,88%)	1,248 (3,7%)	0,705 (5.97%)	1,828 (2,23%)
	ζ	0,131 (14,9%)	0,226 (14,9%)	0,206 (14,9%)	0,200 (14,9%)
	A (Anderson-Darling)	0,750	0,150	0,548	0,309
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,178	0,073	0,166	0,132
	Distribuição válida para o nível de significância (α=5%)	ok!	ok!	ok!	ok!
Máximo		0,899	5,692	2,906	8,877
Mínimo		0,603	2,276	1,377	4,290
Assimetria		-0,087	0,542	0,278	0,299
Kurtose		-1,531	-0,141	-1,146	-1,023

OBS: O valor entre parênteses representa a incerteza estatística do parâmetro estimado.

8.2.4.3 Distribuições estimadas para os parâmetros dos modelos de pressão para a ração de frango

A Tabela 8.44 apresenta os resultados obtidos para os parâmetros dos modelos de pressões para a ração de frango, no silo-piloto com parede lisa, e os respectivos testes estatísticos para a verificação da adequabilidade das distribuições de probabilidades estimadas. Observa-se, nesta tabela, que alguns dos parâmetros estimados não podem ser representados pelas distribuições normal e lognormal. Contudo é possível visualizar que todos os parâmetros podem ser representados pela distribuição lognormal deslocada, que foi validada pelos testes estatísticos de Kolmogorov-Smirnov e de Anderson-Darling.

Tabela 8.44 – Resultados dos parâmetros de pressões para o corpo do silo-piloto com parede lisa (produto armazenado: ração de frango)

Estatística		Parâmetros (pressão carregamento)			Parâmetros (pressão descarregamento)			Coeficientes de sobrepressões		
		γ (kN/m³)	K	μ_w	γ (kN/m³)	K	μ_w	$C_{d,h}$ (horizontal)	$C_{d,v}$ (vertical)	$C_{d,a}$ (atrito)
Normal	μ	8,011 (0,25%0	0,289 (1,28%)	0,226 (2,59%)	7,759 (0,385%)	1,306 (0,71%)	0,237 (3,59%)	1,227 (0,467%)	1,052 (0,33%)	1,076 (0,28%)
	σ	0,172 (8,42%)	0,031 (8,42%)	0,050 (8,42%)	0,254 (8,42%)	0,079 (8,42%)	0,072 (8,42%)	0,131 (3,09%)	0,045 (5,47%)	0,026 (8,42%)
	cov(δ)	2,2%	10,9%	22,0%	3,3%	6,0%	30,5%	10,7%	4,3%	2,4%
	A (Anderson-Darling)	0,255	0,676	3,910	0,314	0,723	4,658	3,385	7,373	1,585
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,071	0,084	0,173	0,061	0,098	0,196	0,062	0,173	0,123
	Distribuição válida para o nível de significância (α=5%)	ok!	ok!	não ok!	ok!	ok!	não ok!	não ok!	não ok!	ok!
Lognormal (2 parâmetros)	λ	2,081 (0,122%)	-1,246 (1,04%)	-1,506 (1,54%)	2,048 (0,188%)	0,266 (2,71%)	-1,477 (2,14%)	0,199 (2,3%)	0,050 (6,38%)	0,073 (3,82%)
	ζ	0,022 (8,42%)	0,110 (8,42%)	0,197 (8,42%)	0,033 (8,42%)	0,061 (8,42%)	0,269 (8,42%)	0,105 (3,09%)	0,042 (5,47%)	0,024 (8,42%)
	A (Anderson-Darling)	0,290	0,685	2,498	0,323	0,847	2,808	1,781	6,850	1,455
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,074	0,086	0,161	0,064	0,104	0,143	0,046	0,168	0,120
	Distribuição válida para o nível de significância (α=5%)	ok!	ok!	não ok!	ok!	ok!	ok!	ok!	não ok!	ok!
Lognormal (3 parâmetros - EMV)	λ	1,986 (0,14%)	-1,249 (1,03%)	-3,0622 (2,87%)	1,995 (0,202%)	0,217 (3,45%)	-2,602 (3,20%)	-0,368 (2,19%)	-2,246 (1,31%)	-2,476 (1,37%)
	ζ	0,024 (8,36%)	0,109 (8,21%)	0,762 (7,2%)	0,034 (8,35%)	0,064 (8,32%)	0,708 (8,24%)	0,185 (3,14%)	0,381 (6,51%)	0,289 (8,92%)
	ε	0,721 (0,09%)	0,001 (0,08%)	0,1635 (0,4%)	0,400 (0,13%)	0,062 (0,09%)	0,1424 (0,29%)	0,523 (0,03%)	0,939 (0,027%)	0,989 (0,034%)
	A (Anderson-Darling)	0,289	0,717	0,311	0,326	0,839	0,775	1,002	2,535	0,417
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,074	0,089	0,064	0,063	0,103	0,093	0,037	0,096	0,072
	Distribuição válida para o nível de significância (α=5%)	ok!	ok!	ok!	ok!	ok!	ok!	ok!	ok!	ok!
Máximo		8,388	0,374	0,390	8,536	1,500	0,454	1,673	1,218	1,146
Mínimo		7,591	0,208	0,170	7,127	1,079	0,152	1,003	1,001	1,040
Assimetria		-0,204	0,002	1,490	0,073	-0,145	1,349	0,565	1,247	0,911
Kurtose		-0,252	-0,391	1,784	0,057	0,838	0,924	-0,114	1,099	0,192

OBS: O valor entre parênteses representa a incerteza estatística do parâmetro estimado.

A Tabela 8.44 mostra que o peso específico para o estado de carregamento é maior que para o estado de descarregamento, o que não acontece com o coeficiente K, que aumenta para a condição de descarregamento.

Comparando o valor médio do peso específico para o estado de carregamento, obtido por meio do ensaio no silo-piloto, com o valor obtido nos ensaios de propriedades físicas, obsevou-se que o valor encontrado no silo-piloto é 1% maior. Já o coeficiente de variação obtido no silo-piloto é 0,3% maior que o obtido nos ensaios das propriedades físicas, no equipamento de Jenike o que indica boa concordância entre as duas metodologias.

A Tabela 8.45 apresenta a comparação dos valores teóricos de K com os valores obtidos, experimentalmente, com o silo-piloto carregado com a ração de frango. Observa-se que o valor experimental está contido entre o valor sugerido por Koenen e o dos outros pesquisadores. Nota-se ainda que o valor de Jaky é o que mais se aproxima do valor experimental, possuindo uma diferença de 1%.

Tabela 8.45 – Comparação do valor de K obtido para a ração de frango com as teorias existentes

Valor de K						
Experimental	Koenen	Jaky	Hartman	Walker	Frazer	Aoki
0,289	0,203	0,292	0,389	0,335	0,311	0,381

A diferença encontrada para o valor médio do coeficiente de atrito com a parede, entre o silo-piloto e o aparelho de Jenike, foi de 29% quando comparado com a parede do tipo 1. Da mesma forma, a variabilidade encontrada no silo-piloto difere da encontrada no aparelho de cisalhamento de Jenike.

O valor médio encontrado para o coeficiente de atrito com a parede, para a condição de descarregamento, apresentou um valor 4% maior que o encontrado para a condição de carregamento. Outra importante observação diz respeito ao aumento do coeficiente de variação para a condição de descarregamento, o que é decorrente da camada de instabilidade na interface entre o produto e a parede.

Analisando os coeficientes de sobrepressões, verificou-se que o valor e a variabilidade do coeficiente de sobrepressão horizontal são superiores aos valores de sobrepressão vertical e de atrito. O valor médio encontrado para o coeficiente de sobrepressão horizontal foi de 1,227 e sua incerteza pode ser representada pela distribuição lognormal.

Os coeficientes de sobrepressões apresentaram valores inferiores aos obtidos para a soja e para o milho, mostrando que são dependentes do tipo de produto armazenado e de suas propriedades físicas.

A Tabela 8.46 mostra os resultados dos parâmetros de pressões para a tremonha com inclinação de 45º e parede do silo-piloto lisa. Observa-se que as incertezas dos parâmetros podem ser representadas pelas distribuições normal e lognormal e que a variabilidade encontrada para o K_t para a condição de descarregamento, foi maior que para a condição de carregamento, o que confirma a tendência apresentada no ensaio do milho e da soja.

A Tabela 8.46 apresenta ainda um grande valor para o coeficiente K_t na condição de descarregamento, o que indica uma grande sobrepressão na transição entre a tremonha e o corpo do silo-piloto.

Tabela 8.46 – Resultados dos parâmetros de pressões para a tremonha com α=45º (produto armazenado: ração de frango e corpo do silo-piloto com parede lisa)

Estatística		Parâmetros (pressão carregamento)		Parâmetros (pressão descarregamento)	
		K_t	C	K_t	C
Normal	μ	1,302 (2,50%)	0,618 (8,39%)	7,020 (4,71%)	6,121 (5,44%)
	σ	0,160 (14,9%)	0,254 (14,9%)	1,623 (14,9%)	1,600 (15,24%)
	cov(δ)	12,3%	41,1%	23,1%	26,1%
	A (Anderson-Darling)	0,379	0,172	0,207	0,405
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,164	0,083	0,085	0,123
	Distribuição válida para o nível de significância (α=5%)	ok!	ok!	ok!	ok!
Lognormal (2 parâmetros)	λ	0,256 (10,2%)	-0,578 (16,9%)	1,923 (2,46%)	1,780 (2,99%)
	ζ	0,128 (14,9%)	0,479 (14,9%)	0,232 (14,9%)	0,256 (15,24%)
	A (Anderson-Darling)	0,495	0,513	0,179	0,267
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,185	0,159	0,111	0,110
	Distribuição válida para o nível de significância (α=5%)	ok!	ok!	ok!	ok!
Máximo		1,538	1,172	10,883	9,565
Mínimo		0,943	0,176	4,369	4,039
Assimetria		-0,391	0,154	0,418	0,550
Kurtose		-0,821	-0,731	-0,402	-0,680

OBS: O valor entre parênteses representa a incerteza estatística do parâmetro estimado.

Os valores encontrados para o coeficiente K_t da tremonha com inclinação α=15º foram inferiores aos obtidos da tremonha com inclinação α=45º. A Tabela 8.47 apresenta a comparação dos valores obtidos experimentalmente com os valores obtidos teoricamente para a tremonha com α=15º e mostra que as teorias de Jenike e de Walters foram as que mais se aproximaram dos

dados experimentais.

Tabela 8.47 – Comparação dos parâmetros para a condição de descarregamento e inclinação de tremonha de α=15º (produto: ração de frango e silo-piloto com parede lisa)

Parâmetro	Teorias de pressões para o estado de descarregamento tremonha com inclinação α=15º				
	Experimental	Walters	Jenike	Benink	Enstad
K_t	3,47	2,80	2,80	5,00	5,00
C	8,49	10,40	10,30	17,07	17,07

A Tabela 8.48 mostra os resultados dos parâmetros de pressões para a tremonha com inclinação de 15º e parede do silo-piloto lisa e indica que as incertezas podem ser representadas pelas distribuições normal e lognormal.

Tabela 8.48 – Resultados dos parâmetros de pressões para a tremonha com α=15º (produto armazenado: ração de frango e corpo do silo-piloto com parede lisa)

Estatística		Parâmetros (pressão carregamento)		Parâmetros (pressão descarregamento)	
		K_t	C	K_t	C
Normal	μ	1,053 (3,88%)	2,674 (6,05%)	3,468 (5,44%)	8,490 (5,82%)
	σ	0,201 (14,9%)	0,792 (14,9%)	0,924 (14,9%)	2,423 (14,9%)
	cov(δ)	19,1%	29,6%	26,7%	28,5%
	A (Anderson-Darling)	1,117	0,637	0,414	0,397
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,177	0,160	0,133	0,128
	Distribuição válida para o nível de significância (α=5%)	ok!	ok!	ok!	ok!
Lognormal (2 parâmetros)	λ	0,037 (9,74%)	0,945 (6,07%)	1,208 (4,6%)	2,101 (2,73%)
	ζ	0,175 (14,9%)	0,281 (14,9%)	0,273 (14,9%)	0,282 (14,9%)
	A (Anderson-Darling)	0,683	0,331	0,296	0,287
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,153	0,112	0,105	0,113
	Distribuição válida para o nível de significância (α=5%)	oK!	ok!	ok!	ok!
Máximo		1,612	4,706	5,160	14,854
Mínimo		0,811	1,728	1,845	4,790
Assimetria		1,291	0,809	0,220	0,594
Kurtose		1,110	-0,215	-1,230	-0,224

OBS: O valor entre parênteses representa a incerteza estatística do parâmetro estimado.

A Tabela 8.49 apresenta os resultados obtidos para os parâmetros dos modelos de pressões para a ração de frango, no silo-piloto com parede ondulada, e os respectivos testes estatísticos para a verificação da adequabilidade das distribuições de probabilidades estimadas. A partir das

análises foi possível verificar que as distribuições de probabilidade normal e lognormal podem ser utilizadas para os parâmetros de pressões, com exceção do ângulo de atrito com a parede, para a condição de descarregamento, que somente pode ser representado pelas distribuições lognormal e lognormal deslocada.

Comparando o valor do coeficiente K para a condição de carregamento, obtido no silo-piloto com a parede ondulada, com o valor obtido no silo-piloto com a parede lisa, observa-se uma diferença de 10% entre os valores experimentais.

Tabela 8.49 – Resultados dos parâmetros de pressões para o corpo do silo-piloto com parede ondulada (produto armazenado: ração de frango)

Estatística		Parâmetros (pressão carregamento)			Parâmetros (pressão descarregamento)			Coeficientes de sobrepressões		
		γ (kN/m³)	K	μ_w	γ (kN/m³)	K	μ_w	$C_{d,h}$ (horizontal)	$C_{d,v}$ (vertical)	$C_{d,a}$ (atrito)
Normal	μ	8,086 (0,36%)	0,259 (2,46%)	0,319 (2,37%)	7,653 (0,58%)	1,314 (1,30%)	0,287 (5,53%)	1,270 (0,58%)	1,126 (0,60%)	1,134 (0,54%)
	σ	0,204 (10,4%)	0,044 (10,4%)	0,053 (10,4%)	0,312 (10,4%)	0,116 (10,4%)	0,110 (10,4%)	0,138 (3,8%)	0,047 (10,4%)	0,043 (10,4%)
	cov(δ)	2,5%	17,1%	16,5%	4,1%	8,8%	38,3%	10,9%	4,1%	3,8%
	A (Anderson-Darling)	0,290	0,545	0,867	0,220	1,119	3,570	1,006	1,219	0,606
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,065	0,095	0,113	0,060	0,132	0,222	0,050	0,158	0,106
	Distribuição válida para o nível de significância (α=5%)	ok!	ok!	ok!	ok!	ok!	não ok!	ok!	ok!	ok!
Lognormal (2 parâmetros)	λ	2,090 (0,18%)	-1,365 (1,84%)	-1,154 (2,0%)	2,034 (0,28%)	0,269 (4,77%)	-1,309 (3,73%)	0,233 (2,50%)	0,118 (5,0%)	0,125 (4,37%)
	ζ	0,025 (10,4%)	0,174 (10,4%)	0,160 (10,4%)	0,041 (10,4%)	0,089 (10,4%)	0,339 (10,4%)	0,109 (3,8%)	0,041 (10,4%)	0,038 (10,36%)
	A (Anderson-Darling)	0,325	0,758	0,505	0,237	1,147	2,203	0,965	1,106	0,624
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,069	0,129	0,086	0,064	0,140	0,164	0,048	0,150	0,103
	Distribuição válida para o nível de significância (α=5%)	ok!	ok!	ok!	ok!	ok!	ok!	ok!	ok!	ok!
Lognormal (3 parâmetros - EMV)	λ	2,029 (0,17%)	-	-2,062 (2,67%)	-	0,258 (4,98%)	-	-	-0,989 (1,78%)	0,108 (5,1%)
	ζ	0,027 (10,4%)	-	0,382 (10,2%)	-	0,089 (10,2%)	-	-	0,122 (10,3%)	0,038 (10,0%)
	ε	0,4772 (0,16%)	-	0,182 (0,32%)	-	0,015 (0,21%)	-	-	0,751 (0,21%)	0,019 (0,08%)
	A (Anderson-Darling)	0,316	-	0,405	-	1,194	-	-	0,980	0,606
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,068	-	0,080	-	0,142	-	-	0,135	0,101
	Distribuição válida para o nível de significância (α=5%)	ok!	-	ok!	-	ok!	-	-	ok!	ok!
Máximo		8,522	0,358	0,459	8,436	1,496	0,561	1,667	1,270	1,241
Mínimo		7,370	0,180	0,237	7,016	1,109	0,178	1,001	1,011	1,004
Assimetria		-0,595	0,114	0,630	0,061	-0,096	1,142	0,257	0,612	-0,109
Kurtose		1,597	-0,578	-0,437	-0,518	-1,442	-0,035	-0,443	1,496	1,046

OBS: O valor entre parênteses representa a incerteza estatística do parâmetro estimado.

Observa-se a tendência de diminuição do peso específico, para o estado de descarregamento, e também para o coeficiente de atrito com a parede. As variabilidades

encontradas para o peso específico com os parâmetros calibrados apresentam-se ligeiramente maiores que as obtidas nos ensaios de propriedades físicas.

O ângulo de atrito com a parede, obtido no silo-piloto com a parede ondulada, foi maior que para o silo-piloto com a parede lisa, o que já era esperado. A proporção de deslizamento do produto em relação à parede, obtida experimentalmente, está apresentada na eq. (325) e seu valor é diferente do valor sugerido pelo prEN 1991-4: 2002 que é de 0,8.

$$b_e /(b_e + b_w) = 0{,}114 \tag{325}$$

A maior variabilidade foi encontrada para o coeficiente de atrito com a parede, para o estado de descarregamento, e foi de 38,3%. O aumento da variabilidade é decorrente da fina camada instável que se forma na condição de descarregamento, na região de contato entre o produto e a parede e provoca as sobrepressões.

Na Tabela 8.49, pode-se observar que o valor de K, obtido para o silo-piloto com a parede ondulada, não foi afetado pela rugosidade da parede e isto pode ser confirmado pelo fato de a ração mobilizar uma pequena parcela (0,114) de atrito grão-grão, na interface da parede ondulada, com o produto armazenado.

Comparando os resultados da Tabela 8.49 com os obtidos na Tabela 8.44, observa-se que as variabilidades encontradas para o silo-piloto com a parede ondulada são maiores que as do silo-piloto com a parede lisa, com exceção do coeficiente de sobrepressão vertical.

Os coeficientes de sobrepressões obtidos para a parede ondulada, com a ração de frango, foram superiores aos encontrados com a parede lisa, e as maiores diferenças foram para os coeficientes de sobrepressão vertical e de atrito. O valor médio do coeficiente de sobrepressão horizontal obtido foi de 1,27, com um coeficiente de variação de 10,9%.

Uma importante constatação diz respeito ao coeficiente de sobrepressão, para a força de atrito, que apresentou um valor superior ao obtido para o silo-piloto com a parede lisa. Este resultado foi análogo ao da soja e ao do milho, indicando que silos com paredes onduladas tendem a gerar sobrepressões de atrito superiores aos silos de parede lisa.

A Tabela 8.50 mostra os resultados dos parâmetros de pressões para a tremonha com inclinação de 45º e parede do silo-piloto ondulada. Observa-se que as incertezas dos parâmetros podem ser representadas pelas distribuições normal e lognormal.

O valor de K_t para a condição de carregamento e silo-piloto com parede ondulada é apenas 5% maior que para a condição de carregamento e silo-piloto com parede lisa e, na condição de descarregamento, esta diferença é de 20,3%.

Tabela 8.50 – Resultados dos parâmetros de pressões para a tremonha com α=45º (produto armazenado: ração de frango e corpo do silo-piloto com parede ondulada)

Estatística		Parâmetros (pressão carregamento)		Parâmetros (pressão descarregamento)	
		K_t	C	K_t	C
Normal	μ	1,375 (2,31%)	0,697 (7,41%)	8,446 (2,11%)	9,591 (0,16%)
	σ	0,1558 (14,9%)	0,253 (14,9%)	0,877 (14,9%)	0,077 (14,9%)
	cov(δ)	11,3%	36,3%	10,4%	0,8%
	A (Anderson-Darling)	0,631	0,292	0,545	0,972
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,148	0,111	0,127	0,172
	Distribuição válida para o nível de significância (α=5%)	ok!	ok!	ok!	ok!
Lognormal (2 parâmetros)	λ	0,312 (7,68%)	-0,439 (20,1%)	2,129 (0,97%)	2,261 (0,07%)
	ζ	0,117 (14,9%)	0,433 (14,9%)	0.10149 (14,9%)	0,008 (14,9%)
	A (Anderson-Darling)	0,737	0,885	0,493	0,987
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,161	0,195	0,134	0,173
	Distribuição válida para o nível de significância (α=5%)	ok!	ok!	ok!	ok!
Lognormal (3 parâmetros - EMV)	λ	-	-	1,504 (2,57%)	1,418 (0,26%)
	ζ	-	-	0,189 (15,39%)	0,0184 (15,69%)
	ε	-	-	3,862 (1,08%)	5,462 (0,06%)
	A (Anderson-Darling)	-	-	0,441	0,949
	D (Kolmogorov-Smirnov)	-	-	0,131	0,175
	Distribuição válida	-	-	ok!	ok!
Máximo		1,569	1,201	10,545	9,757
Mínimo		1,078	0,235	7,417	9,392
Assimetria		-0,428	-0,158	0,581	-0,739
Kurtose		-1,189	-0,849	-0,647	0,924

OBS: O valor entre parênteses representa a incerteza estatística do parâmetro estimado.

Os valores encontrados para o coeficiente K_t da tremonha com inclinação α=15º foram inferiores aos obtidos da tremonha com inclinação α=45º. A Tabela 8.51 apresenta a comparação dos valores obtidos experimentalmente, com os valores obtidos teoricamente, para a tremonha com α=15º e mostra que os valores experimentais estão contidos entre os intervalos dos valores

obtidos com as teorias de pressões para tremonhas. Para esta condição de ensaio, a teoria de Walters (1973b) apresentou-se como a melhor e mais próxima dos dados experimentais

Tabela 8.51 – Comparação dos parâmetros para a condição de descarregamento e inclinação de tremonha de α=15º (produto: ração de frango e silo-piloto com parede ondulada)

Parâmetro	Teorias de pressões para o estado de descarregamento tremonha com inclinação α=15º				
	Experimental	Walters	Jenike	Benink	Enstad
K_t	3,97	2,80	2,80	5,00	5,00
C	11,82	10,40	10,30	17,07	17,07

A Tabela 8.52 mostra os resultados dos parâmetros de pressões para a tremonha com inclinação de 15º e parede do silo-piloto ondulada e indica que as incertezas podem ser representadas pelas distribuições normal e lognormal. Assim como o milho e a soja, a ração de frango apresentou o mesmo comportamento, ou seja, o coeficiente de variação dos parâmetros aumentou para a condição de descarregamento.

Tabela 8.52 – Resultados dos parâmetros de pressões para a tremonha com α=15º (produto armazenado: ração de frango e corpo do silo-piloto com parede ondulada)

Estatística		Parâmetros (pressão carregamento)		Parâmetros (pressão descarregamento)	
		K_t	C	K_t	C
Normal	μ	1,229 (2,27%)	3,201 (5,40%)	3,969 (6,0%)	11,818 (5,64%)
	σ	0,137 (14,9%)	0,846 (14,9%)	1,176 (14,9%)	3,267 (14,9%)
	cov(δ)	11,1%	26,4%	29,6%	27,6%
	A (Anderson-Darling)	0,631	0,411	1,144	1,175
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,177	0,128	0,205	0,240
	Distribuição válida para o nível de significância (α=5%)	ok!	ok!	ok!	ok!
Lognormal (2 parâmetros)	λ	0,201 (11,66%)	1,126 (5,18%)	1,342 (4,13%)	2,435 (2,21%)
	ζ	0,115 (14,9%)	0,286 (14,9%)	0,272 (14,9%)	0,264 (14,9%)
	A (Anderson-Darling)	0,692	0,416	0,543	0,806
	D (Kolmogorov-Smirnov)	0,184	0,107	0,149	0,188
	Distribuição válida para o nível de significância (α=5%)	ok!	ok!	ok!	ok!
Máximo		1,454	4,639	7,032	20,302
Mínimo		0,962	1,348	2,357	7,037
Assimetria		-0,303	0,111	1,196	0,922
Kurtose		-1,164	-0,505	0,996	0,493

OBS: O valor entre parênteses representa a incerteza estatística do parâmetro estimado.

8.2.5 *Análise da correlação entre os parâmetros dos modelos de pressões*

Uma importante estatística para a avaliação da confiabilidade é a correlação entre as variáveis aleatórias, sendo, neste caso, obtidas as correlações entre os parâmetros dos modelos de pressões calibrados. A forma da matriz de correlação é expressa pela eq. (326):

$$\rho_{i,j} = \begin{pmatrix} \rho_{\gamma,\gamma} & \rho_{\gamma,K} & \rho_{\gamma,\mu_w} & \rho_{\gamma,K_t} & \rho_{\gamma,C} & \rho_{\gamma,C_{d,h}} & \rho_{\gamma,C_{d,v}} & \rho_{\gamma,C_{d,a}} \\ & \rho_{K,K} & \rho_{K,\mu_w} & \rho_{K,K_t} & \rho_{K,C} & \rho_{K,C_{d,h}} & \rho_{K,C_{d,v}} & \rho_{K,C_{d,a}} \\ & & \rho_{\mu_w,\mu_w} & \rho_{\mu_w,K_t} & \rho_{\mu_w,C} & \rho_{\mu_w,C_{d,h}} & \rho_{\mu_w,C_{d,v}} & \rho_{\mu_w,C_{d,a}} \\ & \textit{Simétrica} & & \rho_{K_t,K_t} & \rho_{K_t,C} & \rho_{K_t,C_{d,h}} & \rho_{K_t,C_{d,v}} & \rho_{K_t,C_{d,a}} \\ & & & & \rho_{C,C} & \rho_{C,C_{d,h}} & \rho_{C,C_{d,v}} & \rho_{C,C_{d,a}} \\ & & & & & \rho_{C_{d,h},C_{d,h}} & \rho_{C_{d,h},C_{d,v}} & \rho_{C_{d,h},C_{d,a}} \\ & & & & & & \rho_{C_{d,v},C_{d,v}} & \rho_{C_{d,v},C_{d,a}} \\ & & & & & & & \rho_{C_{d,a},C_{d,a}} \end{pmatrix} \quad (326)$$

onde

$\rho_{i,j}$ representa o coeficiente de correlação entre o parâmetro i com j;

$C_{d,h}$ representa o coeficiente de sobrepressão horizontal;

$C_{d,v}$ representa o coeficiente de sobrepressão vertical;

$C_{d,a}$ representa o coeficiente de sobrepressão para força de atrito.

8.2.5.1 Correlação entre os parâmetros obtidos para a soja

As matrizes de correlação para o silo-piloto, com parede lisa e tremonha com inclinação de 45º e 15º, são apresentadas nas Tabelas 8.53, 8.54, 8.55 e 8.56.

Tabela 8.53 – Matriz de correlação para a condição de carregamento da soja com o silo-piloto com parede lisa e tremonha com inclinação α=45º

	γ	K	μ_w	K_t	C	$C_{d,h}$	$C_{d,v}$	$C_{d,a}$
γ	1,00	0,17	0,07	0,15	-0,13	0,00	-0,07	0,19
K		1,00	-0,01	0,06	-0,06	0,06	-0,17	-0,09
μ_w			1,00	-0,30	-0,16	-0,12	0,09	0,12
K_t				1,00	0,83	0,25	0,11	-0,25
C					1,00	0,21	0,23	-0,40
$C_{d,h}$		Simétrica				1,00	0,59	0,15
$C_{d,v}$							1,00	0,07
$C_{d,a}$								1,00

Tabela 8.54 – Matriz de correlação para a condição de descarregamento da soja com o silo-piloto com parede lisa e tremonha com inclinação α=45º

	γ	K	μ_w	K_t	C	$C_{d,h}$	$C_{d,v}$	$C_{d,a}$
γ	1,00	0,25	0,11	0,16	0,01	-0,08	-0,18	-0,11
K		1,00	0,60	0,36	0,37	-0,56	-0,39	-0,15
μ_w			1,00	-0,04	0,35	-0,57	-0,38	0,14
K_t				1,00	0,70	0,36	-0,36	-0,25
C					1,00	0,16	-0,46	-0,05
$C_{d,h}$		Simétrica				1,00	0,59	0,15
$C_{d,v}$							1,00	0,07
$C_{d,a}$								1,00

Tabela 8.55 – Matriz de correlação para a condição de carregamento da soja com o silo-piloto com parede lisa e tremonha com inclinação α=15º

	γ	K	μ_w	K_t	C	$C_{d,h}$	$C_{d,v}$	$C_{d,a}$
γ	1,00	0,17	0,07	-0,26	-0,12	0,00	-0,07	0,19
K		1,00	-0,01	0,30	0,19	0,06	-0,17	-0,09
μ_w			1,00	-0,19	-0,17	-0,12	0,09	0,12
K_t				1,00	0,68	0,28	0,01	0,11
C					1,00	0,21	0,13	-0,03
$C_{d,h}$		Simétrica				1,00	0,59	0,15
$C_{d,v}$							1,00	0,07
$C_{d,a}$								1,00

Tabela 8.56 – Matriz de correlação para a condição de descarregamento da soja com o silo-piloto com parede lisa e tremonha com inclinação α=15º

	γ	K	μ_w	K_t	C	$C_{d,h}$	$C_{d,v}$	$C_{d,a}$
γ	1,00	0,25	0,11	0,12	0,09	-0,08	-0,18	-0,11
K		1,00	0,60	0,27	-0,01	-0,56	-0,39	-0,15
μ_w			1,00	0,42	-0,27	-0,57	-0,38	0,14
K_t				1,00	0,19	-0,36	-0,73	0,44
C					1,00	0,29	0,15	-0,37
$C_{d,h}$		Simétrica				1,00	0,59	0,15
$C_{d,v}$							1,00	0,07
$C_{d,a}$								1,00

As matrizes de correlação para o silo-piloto, com parede ondulada e tremonha com inclinação de 45º e 15º, são apresentadas nas Tabelas 8.57, 8.58, 8.59 e 8.60.

Tabela 8.57 – Matriz de correlação para a condição de carregamento da soja com o silo-piloto com parede ondulada e tremonha com inclinação α=45º

	γ	K	μ_w	K_t	C	$C_{d,h}$	$C_{d,v}$	$C_{d,a}$
γ	1,00	-0,19	0,08	-0,07	-0,10	0,03	-0,01	0,11
K		1,00	-0,25	0,01	0,10	-0,20	0,05	-0,40
μ_w			1,00	-0,29	-0,32	-0,05	-0,13	-0,17
K_t				1,00	0,54	0,05	-0,07	0,12
C					1,00	0,10	0,08	0,03
$C_{d,h}$		Simétrica				1,00	-0,34	0,30
$C_{d,v}$							1,00	0,27
$C_{d,a}$								1,00

Tabela 8.58 – Matriz de correlação para a condição de descarregamento da soja com o silo-piloto com parede ondulada e tremonha com α=45º

	γ	K	μ_w	K_t	C	$C_{d,h}$	$C_{d,v}$	$C_{d,a}$
γ	1,00	0,08	-0,22	-0,09	-0,04	-0,14	-0,12	-0,22
K		1,00	-0,21	-0,18	-0,09	0,12	-0,11	0,25
μ_w			1,00	0,39	0,31	-0,35	0,34	0,47
K_t				1,00	0,95	0,40	0,19	0,60
C					1,00	0,41	0,14	0,48
$C_{d,h}$		Simétrica				1,00	-0,34	0,30
$C_{d,v}$							1,00	0,27
$C_{d,a}$								1,00

Tabela 8.59 – Matriz de correlação para a condição de carregamento da soja com o silo-piloto com parede ondulada e tremonha com inclinação α=15º

	γ	K	μ_w	K_t	C	$C_{d,h}$	$C_{d,v}$	$C_{d,a}$
γ	1,00	-0,19	0,08	-0,18	-0,26	0,03	-0,01	0,11
K		1,00	-0,25	-0,03	-0,11	-0,20	0,05	-0,40
μ_w			1,00	-0,27	-0,12	-0,05	-0,13	-0,17
K_t				1,00	0,72	0,04	0,21	0,01
C					1,00	-0,01	0,13	-0,05
$C_{d,h}$		Simétrica				1,00	-0,34	0,30
$C_{d,v}$							1,00	0,27
$C_{d,a}$								1,00

Tabela 8.60 – Matriz de correlação para a condição de descarregamento da soja com o silo-piloto com parede ondulada e tremonha com α=15º

	γ	K	μ_w	K_t	C	$C_{d,h}$	$C_{d,v}$	$C_{d,a}$
γ	1,00	0,08	-0,22	-0,16	-0,10	-0,14	-0,12	-0,22
K		1,00	-0,21	-0,02	0,01	0,12	-0,11	0,25
μ_w			1,00	-0,08	0,03	-0,35	0,34	0,47
K_t				1,00	0,70	-0,36	-0,73	0,44
C					1,00	0,29	0,15	-0,37
$C_{d,h}$		Simétrica				1,00	-0,34	0,30
$C_{d,v}$							1,00	0,27
$C_{d,a}$								1,00

8.2.5.2 Correlação entre os parâmetros obtidos para o milho

As matrizes de correlação para o silo-piloto com parede lisa e tremonha com inclinação de 45º e 15º são apresentadas nas Tabelas 8.61, 8.62, 8.63 e 8.64.

Tabela 8.61 – Matriz de correlação para a condição de carregamento do milho com o silo-piloto com parede lisa e tremonha com inclinação α=45º

	γ	K	μ_w	K_t	C	$C_{d,h}$	$C_{d,v}$	$C_{d,a}$
γ	1,00	0,00	0,02	0,17	0,33	0,04	0,04	-0,06
K		1,00	-0,34	0,04	0,11	-0,17	0,04	0,04
μ_w			1,00	0,27	0,46	0,27	0,10	0,02
K_t				1,00	0,61	-0,10	0,13	-0,05
C					1,00	0,38	-0,16	0,59
$C_{d,h}$		Simétrica				1,00	0,03	0,30
$C_{d,v}$							1,00	0,40
$C_{d,a}$								1,00

Tabela 8.62 – Matriz de correlação para a condição de descarregamento do milho com o silo-piloto com parede lisa e tremonha com inclinação α=45º

	γ	K	μ_w	K_t	C	$C_{d,h}$	$C_{d,v}$	$C_{d,a}$
γ	1,00	-0,08	-0,06	0,18	0,13	0,10	0,16	0,03
K		1,00	0,38	0,38	0,50	-0,51	0,16	-0,08
μ_w			1,00	-0,04	0,12	-0,72	-0,01	-0,23
K_t				1,00	0,84	0,04	0,25	-0,39
C					1,00	-0,11	0,38	-0,53
$C_{d,h}$		Simétrica				1,00	0,03	0,30
$C_{d,v}$							1,00	0,40
$C_{d,a}$								1,00

Tabela 8.63 – Matriz de correlação para a condição de carregamento do milho com o silo-piloto com parede lisa e tremonha com inclinação α=15º

	γ	K	μ_w	K_t	C	$C_{d,h}$	$C_{d,v}$	$C_{d,a}$
γ	1,00	0,00	0,02	-0,32	-0,27	0,04	0,04	-0,06
K		1,00	-0,34	0,04	0,04	-0,17	0,04	0,04
μ_w			1,00	-0,10	-0,17	0,27	0,10	0,02
K_t				1,00	0,85	0,01	-0,03	-0,30
C					1,00	-0,05	0,04	-0,15
$C_{d,h}$		Simétrica				1,00	0,03	0,30
$C_{d,v}$							1,00	0,40
$C_{d,a}$								1,00

Tabela 8.64 – Matriz de correlação para a condição de descarregamento do milho com o silo-piloto com parede lisa e tremonha com inclinação α=15º

	γ	K	μ_w	K_t	C	$C_{d,h}$	$C_{d,v}$	$C_{d,a}$
γ	1,00	-0,08	-0,06	0,13	0,26	0,10	0,16	0,03
K		1,00	0,38	-0,40	0,10	-0,51	0,16	-0,08
μ_w			1,00	-0,27	0,07	-0,72	-0,01	-0,23
K_t				1,00	0,49	0,16	-0,08	0,15
C					1,00	-0,05	-0,11	0,11
$C_{d,h}$		Simétrica				1,00	0,03	0,30
$C_{d,v}$							1,00	0,40
$C_{d,a}$								1,00

As matrizes de correlação para o silo-piloto, com parede ondulada e tremonha com inclinação de 45º e 15º, são apresentadas nas Tabelas 8.65, 8.66, 8.67 e 8.68.

Tabela 8.65 – Matriz de correlação para a condição de carregamento do milho com o silo-piloto com parede ondulada e tremonha com inclinação α=45

	γ	K	μ_w	K_t	C	$C_{d,h}$	$C_{d,v}$	$C_{d,a}$
γ	1,00	-0,02	-0,26	0,06	0,21	-0,15	0,12	0,15
K		1,00	-0,26	0,06	-0,18	0,17	-0,24	-0,20
μ_w			1,00	0,17	0,21	0,37	0,23	0,17
K_t				1,00	0,75	0,04	0,31	0,13
C					1,00	0,06	0,49	0,41
$C_{d,h}$		Simétrica				1,00	-0,16	0,05
$C_{d,v}$							1,00	0,63
$C_{d,a}$								1,00

Tabela 8.66 – Matriz de correlação para a condição de descarregamento do milho com o silo-piloto com parede ondulada e tremonha com α=45º

	γ	K	μ_w	K_t	C	$C_{d,h}$	$C_{d,v}$	$C_{d,a}$
γ	1,00	-0,06	-0,15	-0,11	-0,18	0,17	0,39	-0,13
K		1,00	-0,15	-0,35	-0,33	-0,55	0,09	0,08
μ_w			1,00	-0,59	-0,60	-0,77	0,16	-0,06
K_t				1,00	0,91	0,59	-0,10	0,40
C					1,00	0,59	0,01	0,41
$C_{d,h}$		Simétrica				1,00	-0,16	0,05
$C_{d,v}$							1,00	0,63
$C_{d,a}$								1,00

Tabela 8.67 – Matriz de correlação para a condição de carregamento do milho com o silo-piloto com parede ondulada e tremonha com inclinação α=15º

	γ	K	μ_w	K_t	C	$C_{d,h}$	$C_{d,v}$	$C_{d,a}$
γ	1,00	-0,02	-0,26	0,04	0,36	-0,15	0,12	0,15
K		1,00	-0,26	0,19	0,02	0,17	-0,24	-0,20
μ_w			1,00	0,11	-0,05	0,37	0,23	0,17
K_t				1,00	0,80	0,02	-0,05	0,27
C					1,00	-0,03	0,28	0,21
$C_{d,h}$		Simétrica				1,00	-0,16	0,05
$C_{d,v}$							1,00	0,63
$C_{d,a}$								1,00

Tabela 8.68 – Matriz de correlação para a condição de descarregamento do milho com o silo-piloto com parede ondulada e tremonha com α=15º

	γ	K	μ_w	K_t	C	$C_{d,h}$	$C_{d,v}$	$C_{d,a}$
γ	1,00	-0,06	-0,15	0,25	-0,12	0,17	0,39	-0,13
K		1,00	-0,15	-0,32	0,21	-0,55	0,09	0,08
μ_w			1,00	-0,52	0,21	-0,77	0,16	-0,06
K_t				1,00	0,55	0,41	0,08	-0,05
C					1,00	-0,23	0,25	0,17
$C_{d,h}$		Simétrica				1,00	-0,16	0,05
$C_{d,v}$							1,00	0,63
$C_{d,a}$								1,00

8.2.5.3 Correlação entre os parâmetros obtidos para a ração de frango

As matrizes de correlação para o silo-piloto, com parede lisa e tremonha com inclinação de 45º e 15º, são apresentadas nas Tabelas 8.69, 8.70, 8.71 e 8.72.

Tabela 8.69 – Matriz de correlação para a condição de carregamento da ração de frango com o silo-piloto com parede lisa e tremonha com inclinação α=45º

	γ	K	μ_w	K_t	C	$C_{d,h}$	$C_{d,v}$	$C_{d,a}$
γ	1,00	0,07	0,13	0,24	0,29	0,03	0,00	0,03
K		1,00	-0,12	-0,21	-0,03	-0,18	0,08	0,22
μ_w			1,00	0,26	0,17	0,43	0,06	0,05
K_t				1,00	0,75	0,19	0,26	0,01
C					1,00	0,19	0,07	0,13
$C_{d,h}$		Simétrica				1,00	0,07	0,10
$C_{d,v}$							1,00	0,37
$C_{d,a}$								1,00

Tabela 8.70 – Matriz de correlação para a condição de descarregamento da ração de frango com o silo-piloto com parede lisa e tremonha com inclinação α=45º

	γ	K	μ_w	K_t	C	$C_{d,h}$	$C_{d,v}$	$C_{d,a}$
γ	1,00	0,09	0,14	-0,06	0,08	0,00	0,07	0,20
K		1,00	0,20	0,27	0,23	-0,51	0,46	0,28
μ_w			1,00	0,43	0,60	-0,21	-0,18	0,25
K_t				1,00	0,91	-0,30	-0,35	0,00
C					1,00	-0,30	-0,42	0,10
$C_{d,h}$		Simétrica				1,00	0,07	0,10
$C_{d,v}$							1,00	0,37
$C_{d,a}$								1,00

Tabela 8.71 – Matriz de correlação para a condição de carregamento da ração de frango com o silo-piloto com parede lisa e tremonha com inclinação α=15º

	γ	K	μ_w	K_t	C	$C_{d,h}$	$C_{d,v}$	$C_{d,a}$
γ	1,00	0,07	0,13	0,04	0,11	0,03	0,00	0,03
K		1,00	-0,12	0,20	0,18	-0,18	0,08	0,22
μ_w			1,00	0,30	0,34	0,43	0,06	0,05
K_t				1,00	0,90	0,42	0,36	0,29
C					1,00	0,47	0,26	0,17
$C_{d,h}$		Simétrica				1,00	0,07	0,10
$C_{d,v}$							1,00	0,37
$C_{d,a}$								1,00

Tabela 8.72 – Matriz de correlação para a condição de descarregamento da ração de frango com o silo-piloto com parede lisa e tremonha com inclinação α=15º

	γ	K	μ_w	K_t	C	$C_{d,h}$	$C_{d,v}$	$C_{d,a}$
γ	1,00	0,09	0,14	0,13	0,07	0,00	0,07	0,20
K		1,00	0,20	0,01	0,17	-0,51	0,46	0,28
μ_w			1,00	-0,08	0,30	-0,21	-0,18	0,25
K_t				1,00	0,88	0,18	0,10	-0,02
C					1,00	0,36	0,22	0,23
$C_{d,h}$		Simétrica				1,00	0,07	0,10
$C_{d,v}$							1,00	0,37
$C_{d,a}$								1,00

As matrizes de correlação para o silo-piloto, com parede ondulada e tremonha com inclinação de 45º e 15º, são apresentadas nas Tabelas 8.73, 8.74, 8.75 e 8.76.

Tabela 8.73 – Matriz de correlação para a condição de carregamento da ração de frango com o silo-piloto com parede ondulada e tremonha com inclinação α=45º

	γ	K	μ_w	K_t	C	$C_{d,h}$	$C_{d,v}$	$C_{d,a}$
γ	1,00	0,02	0,07	-0,10	0,14	0,20	-0,29	0,11
K		1,00	-0,68	-0,37	-0,01	0,30	-0,17	0,22
μ_w			1,00	0,18	0,12	-0,17	0,07	-0,27
K_t				1,00	0,65	-0,47	0,34	-0,28
C			Simétrica		1,00	0,02	-0,15	-0,37
$C_{d,h}$						1,00	-0,26	-0,04
$C_{d,v}$							1,00	-0,04
$C_{d,a}$								1,00

Tabela 8.74 – Matriz de correlação para a condição de descarregamento da ração de frango com o silo-piloto com parede ondulada e tremonha com inclinação α=45º

	γ	K	μ_w	K_t	C	$C_{d,h}$	$C_{d,v}$	$C_{d,a}$
γ	1,00	0,07	-0,14	0,10	0,03	0,07	-0,08	-0,02
K		1,00	0,63	-0,11	-0,38	-0,57	0,10	-0,16
μ_w			1,00	-0,04	-0,23	-0,84	0,35	-0,09
K_t				1,00	0,25	0,09	-0,12	-0,08
C			Simétrica		1,00	0,27	-0,22	0,10
$C_{d,h}$						1,00	-0,26	-0,04
$C_{d,v}$							1,00	-0,04
$C_{d,a}$								1,00

Tabela 8.75 – Matriz de correlação para a condição de carregamento da ração de frango com o silo-piloto com parede ondulada e tremonha com inclinação α=15º

	γ	K	μ_w	K_t	C	$C_{d,h}$	$C_{d,v}$	$C_{d,a}$
γ	1,00	0,02	0,07	-0,15	0,01	0,20	-0,29	0,11
K		1,00	-0,68	-0,33	-0,06	0,30	-0,17	0,22
μ_w			1,00	0,30	0,16	-0,17	0,07	-0,27
K_t				1,00	0,79	-0,25	0,09	0,06
C			Simétrica		1,00	0,14	-0,09	0,22
$C_{d,h}$						1,00	-0,26	-0,04
$C_{d,v}$							1,00	-0,04
$C_{d,a}$								1,00

Tabela 8.76 – Matriz de correlação para a condição de descarregamento da ração de frango com o silo-piloto com parede ondulada e tremonha com α=15º

	γ	K	μ_w	K_t	C	$C_{d,h}$	$C_{d,v}$	$C_{d,a}$
γ	1,00	0,07	-0,14	0,06	0,02	0,07	-0,08	-0,02
K		1,00	0,63	0,65	0,62	-0,57	0,10	-0,16
μ_w			1,00	0,57	0,58	-0,84	0,35	-0,09
K_t				1,00	0,97	-0,54	0,13	0,14
C			Simétrica		1,00	-0,56	0,06	0,15
$C_{d,h}$						1,00	-0,26	-0,04
$C_{d,v}$							1,00	-0,04
$C_{d,a}$								1,00

8.2.6 Algumas considerações sobre os resultados de pressões obtidos no silo-piloto

A partir dos dados analisados, é possível notar que as variabilidades encontradas para o silo-piloto foram, em geral, superiores às obtidas no equipamento de cisalhamento de Jenike e isto é causado provavelmente pelo volume estimado do produto.

Os resultados experimentais mostram que as pressões de carregamento são bem representadas pela teoria de Janssen (1895) e as pressões de descarregamento podem ser bem representadas pela teoria de Jenike et al. (1973). Uma alternativa possível e recomendada pelas normas técnicas é a utilização dos coeficientes de sobrepressões em conjunto com a formulação de Janssen (1895) que é válida para o equilíbrio do produto na condição estática ou de carregamento.

Observam-se também, nos dados obtidos, que as distribuições normal e lognormal podem representar bem as incertezas dos parâmetros dos modelos de pressões, o que foi confirmado

pelos testes estatísticos de Kolmogorov-Smirnov e de Anderson-Darling.

A calibração dos modelos de pressões, utilizando os estimadores de máxima verossimilhança acoplados aos algoritmos genéticos, mostrou-se adequada para a obtenção dos parâmetros dos modelos de pressões, sendo estes obtidos no ajuste, para cada realização do ensaio, dos valores teóricos, a partir dos dados experimentais.

Os resultados encontrados no equipamento de cisalhamento direto foram próximos dos obtidos no silo-piloto, com exceção da ração, que apresentou uma diferença de 29% para o coeficiente de atrito com a parede. Porém, sabendo-se da grande variabilidade apresentada na determinação das pressões em silos, é recomendada a utilização do ensaio de cisalhamento direto para a determinação das propriedades físicas.

A formulação de Jaky foi a que apresentou a melhor aproximação para o valor do parâmetro K, para a condição de carregamento, para todos os produtos. Esta formulação é dependente somente do efetivo ângulo de atrito interno e é deduzida a partir do estado de repouso do produto. Contudo, neste trabalho, observou-se que a obtenção do parâmetro K, por meio do silo-piloto, é a mais indicada, porém a mais trabalhosa.

Observa-se a tendência de diminuição do peso específico para o estado de descarregamento, o que também é observado para o coeficiente de atrito com a parede. As variabilidades encontradas para o peso específico com os parâmetros calibrados apresentam-se ligeiramente maiores que as obtidas nos ensaios de propriedades físicas.

As incertezas dos parâmetros C e K_t da tremonha podem ser representadas pelas distribuições normal e lognormal e nota-se, ainda, que a variabilidade encontrada para o K_t para a condição de descarregamento foi maior que para a condição de carregamento, que é influenciado pelos picos de pressões na transição entre a tremonha e o corpo do silo-piloto.

As variabilidades encontradas para os parâmetros do modelo de pressão para a tremonha indicaram um alto valor para o coeficiente de variação, mostrando com isso que, os valores de pico de pressão possuem alta variabilidade, o que pode ocasionar problemas nas análises de pressões.

Comparando o valor do coeficiente K para a condição de carregamento obtido no silo-piloto com a parede ondulada, com o valor obtido no silo-piloto com a parede lisa, observa-se que os valores são praticamente iguais, indicando que a rugosidade da parede não influenciou os valores do coeficiente K para a soja.

O coeficiente de sobrepressão horizontal médio apresentou valores diferentes entre os produtos analisados e entre paredes, o que indica que, para cada produto, é necessária a sua determinação no silo-piloto. Dessa forma, é sugerido neste trabalho que procedimentos experimentais sejam conduzidos para produtos com características diferentes dos ensaiados, como, por exemplo, produtos pulverulentos, pulverulentos coesivos e de geometria irregular.

Os coeficientes médios de sobrepressão vertical e de atrito apresentaram o mesmo comportamento do coeficiente de sobrepressão horizontal, porém as variabilidades encontradas entre os produtos analisados e os tipos de parede foram bem menores que a variabilidade encontrada para o coeficiente de sobrepressão horizontal.

Uma importante constatação diz respeito ao coeficiente de sobrepressão para a força de atrito, que apresentou um valor superior ao obtido para o silo-piloto com a parede lisa. Esta observação foi constatada para todos os produtos ensaiados, indicando que silos com paredes onduladas tendem a gerar sobrepressões de atrito superiores aos silos de parede lisa.

As correlações encontradas entre os parâmetros dos modelos de pressões apresentaram valores baixos, em quase todas as análises efetuadas. Além disso, observou-se que, com diferentes tipos de condições de ensaios e produtos, foram encontrados diferentes valores de correlações. É sugerido, neste trabalho, que as correlações entre as propriedades físicas e entre os parâmetros dos modelos de pressões sejam utilizadas com cautela e que também seja estudada a independência entre as variáveis aleatórias para a determinação da confiabilidade estrutural.

9 CAPÍTULO

CONFIABILIDADE ESTRUTURAL DE SILOS VERTICAIS METÁLICOS DE CHAPAS ONDULADAS

"O conhecimento nos faz responsáveis".
Ernesto Che Guevara, 1928 - 1967

Com a finalidade de demonstrar a aplicação do estudo de confiabilidade no estudo da segurança estrutural de silos, apresenta-se um exemplo de um silo vertical esbelto metálico de chapa ondulada com fundo plano. Para isto foram desenvolvidas as seguintes atividades:

- Foram formuladas as equações de estado limite para os modos de ruptura (tração na chapa, rasgamento, esmagamento, corte no parafuso e compressão do montante).
- Foram introduzidas as variabilidades da resistência das ligações em chapas onduladas obtidas por Esteves (1989).
- Foi utilizada a teoria de membrana para a determinação dos esforços na casca.
- Foram utilizados múltiplos modos de falha ao longo da altura do silo.
- Foram introduzidas as variabilidades dos produtos armazenados nos modelos de pressão de Janssen e dos coeficientes de sobrepressão utilizando as variabilidades obtidas neste trabalho.
- Foi utilizado também o modelo de Jenike para o estado de descarregamento.
- Foi utilizado o método de simulação de Monte Carlo para o cálculo da probabilidade de falha do sistema.

9.1 Modelo de análise estrutural para o estudo

Em silos, na maioria das vezes, são aplicadas duas teorias simplificadas de análise estrutural. A teoria de membrana ignora toda flexão da parede. A teoria de flexão de cascas axissimétricas inclui os efeitos de flexão meridionais, porém desprezando o efeito de momentos gerados por carregamentos assimétricos.

A teoria de membrana é satisfatória para uma fase inicial de projeto, abrangendo a determinação aproximada das forças nos anéis, enrijecedores e elementos de suporte. Perto das restrições, mudança de seção da parede e regiões de forças concentradas, a teoria de membrana conduz a resultados que não refletem a realidade e os efeitos de flexão local devem ser avaliados

(Figura 9.1). Apesar disto, na maioria dos projetos de silos verticais metálicos é utilizada a teoria de membrana devido a sua simplicidade e à liberdade que o silo tem para deslocar-se radialmente (FORTES FILHO, 1985).

Quando um silo é submetido a um carregamento simétrico com o respectivo eixo, a teoria de membrana usualmente fornece uma análise satisfatória para pontos distantes dos contornos, apoios, junções e pontos de carregamento.

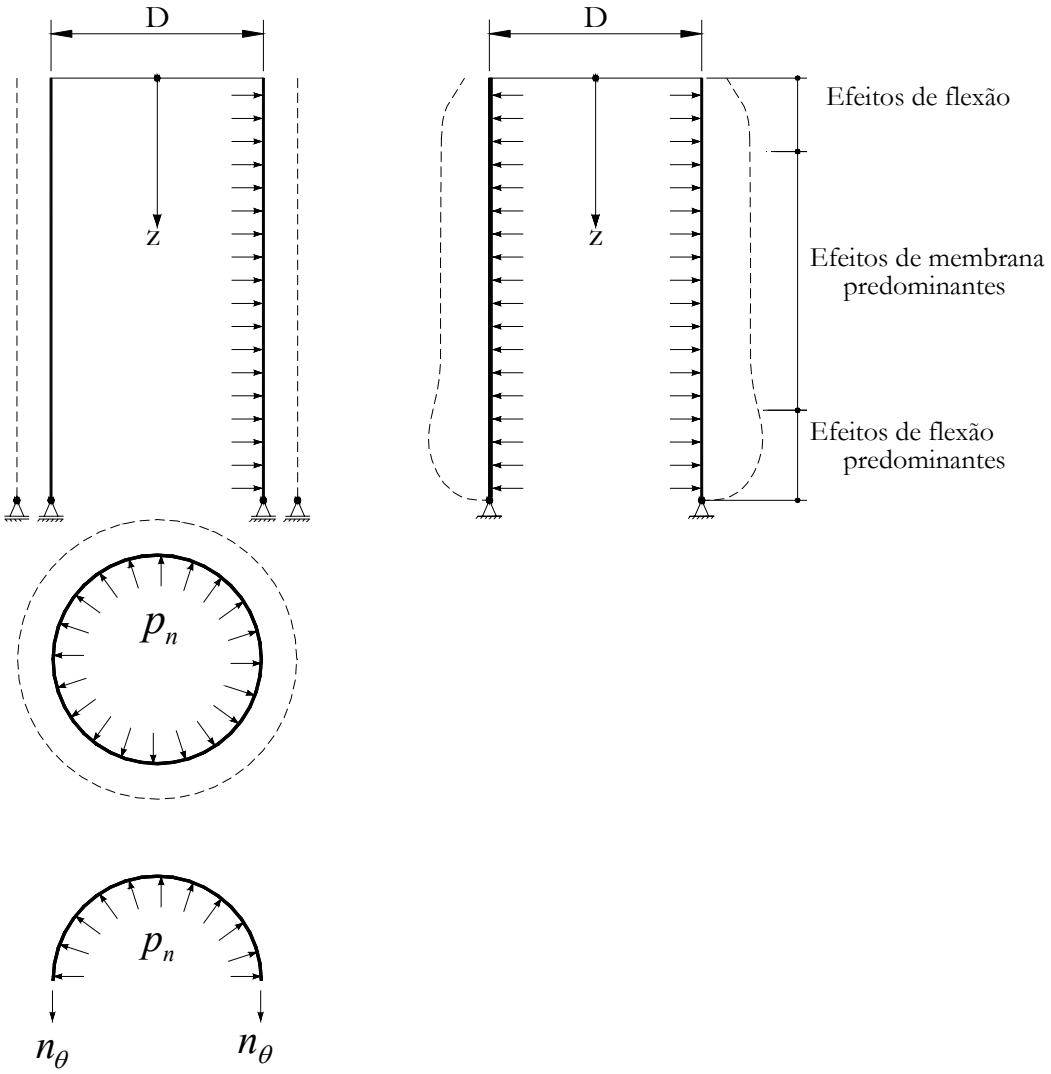


Figura 9.1 – Teoria de membrana e efeitos de flexão devidos às restrições.

Um estudo bem detalhado da teoria de membrana, para silos, foi apresentado por Rotter (1985a), para vários tipos de carregamento e condições de contorno. Deste estudo apresenta-se, a seguir, um resumo, cuja aplicação fornece os esforços nas paredes de um silo cilíndrico.

A Figura 9.2 apresenta as pressões atuantes (à esquerda) e os esforços solicitantes (à direita).

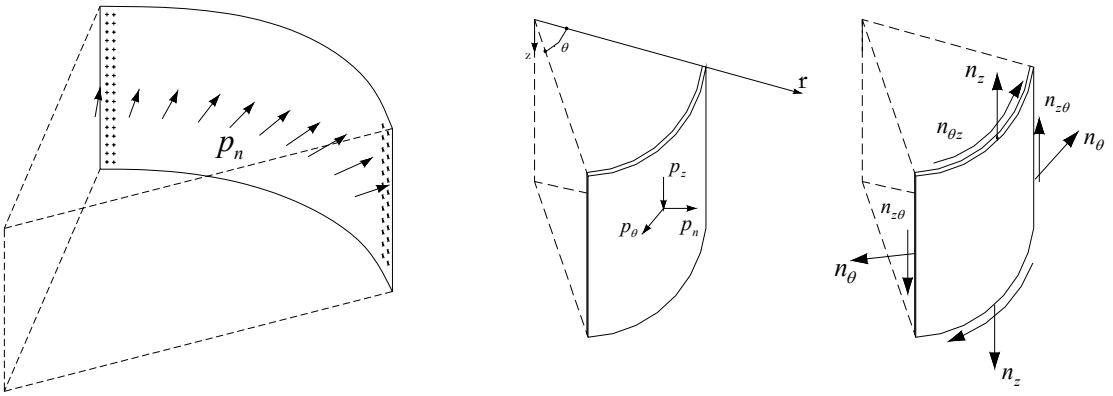


Figura 9.2 – Elemento da parede de um silo cilíndrico.

Os esforços solicitantes, admitindo-se que as tensões sejam constantes ao longo da espessura da parede, são definidos como:

$$n_z = t.\sigma_z \tag{327}$$

$$n_\theta = t.\sigma_\theta \tag{328}$$

$$n_{z\theta} = t.\tau_{z\theta} \tag{329}$$

onde:

n_z, n_θ - esforços normais;

$n_{z\theta}$ - esforço tangencial;

t - espessura da parede do silo;

Equilibrando-se os esforços com as pressões atuantes, obtém-se:

$$n_\theta = p_n.\frac{D}{2} \tag{330}$$

$$\frac{\partial n_{z\theta}}{\partial z} = -\frac{\partial p_n}{\partial \theta} - p_\theta \tag{331}$$

$$\frac{\partial n_z}{\partial z} = -\frac{2.\partial n_{z\theta}}{D.\partial \theta} - p_z \tag{332}$$

Para as condições axissimétricas, as resultamtes de tensões tornam-se:

$$n_\theta = p_n.\frac{D}{2} \tag{333}$$

$$n_z = n_{z\theta} - \int_0^z p_z.d_z \tag{334}$$

$$n_{z\theta} = 0 \tag{335}$$

A distribuição de pressões internas $p_n = p_h$ e a pressão de atrito $p_z = \mu_{w,c}.p_h$, comumente encontradas em silos e tanques, podem ser substituídas nas eqs. (333), (334) e (335). Diferentes carregamentos podem ser considerados admitindo superposição dos efeitos. Porém neste trabalho será utilizada somente a distribuição de pressões simétricas e, portanto, não será

apresentada a teoria de membrana para carregamentos assimétricos.

9.2 Modelo de resistência estrutural de silos metálicos

No dimensionamento de silos cilíndricos metálicos de chapas onduladas são verificados os vários modos de ruptura[17]. Uma atenção especial é sempre importante nas chapas tracionadas do costado e nos montantes comprimidos pela força de atrito proveniente do produto armazenado.

Devem-se diferenciar aqui os dois fenômenos básicos de maior importância, que são a ruptura dos materiais e o colapso[18] das estruturas. O aparecimento da ruptura física de um material estrutural caracteriza a ocorrência de um estado limite último de resistência. No entanto, a ocorrência de um estado de ruptura do material não corresponde necessariamente ao estado de colapso da estrutura (FUSCO, 1976).

O modo de colapso da estrutura está, portanto, associado à sua capacidade de acomodação plástica, isto é, à sua capacidade de absorver esforços superiores àqueles correspondentes ao esgotamento da capacidade resistente do elemento mais fraco.

Dessa forma, neste trabalho, são abordados os modos de ruptura referentes à ruptura das chapas por tração, ao cisalhamento nos parafusos e do montante à compressão centrada e que podem ser subdivididos por:

- modo de ruptura por corte do parafuso;
- tração na área bruta das chapas (costado);
- tração na área líquida das chapas (costado);
- ruptura por rasgamento entre furos ou entre furo e borda;
- modo de ruptura por esmagamento na região dos furos por pressão de contato;
- modo de ruptura por compressão do montante (coluna).

As forças de atrito provenientes do produto geram um modo de ruptura do montante por compressão, e geralmente, o comprimento de flambagem devido à perda de estabilidade é considerado convencionalmente em projetos como a distância entre duas chapas consecutivas do costado.

Nas ligações dos elementos estruturais de silos, as uniões parafusadas são as utilizadas para a sua montagem, pois facilitam a fabricação, transporte, montagem e desmontagem. A Figura 9.3 mostra o posicionamento de montagem dos elementos estruturais de um silo metálico de chapa ondulada.

---

[17] Ruptura é o fenômeno de desagregação da matéria sólida sob ação de solicitações mecânicas (FUSCO, 1976).
[18] Colapso provém do latim *collapsus*, particípio passado do verbo *collabi* = *con* (junto) +*labi* (cair) (FUSCO, 1976).

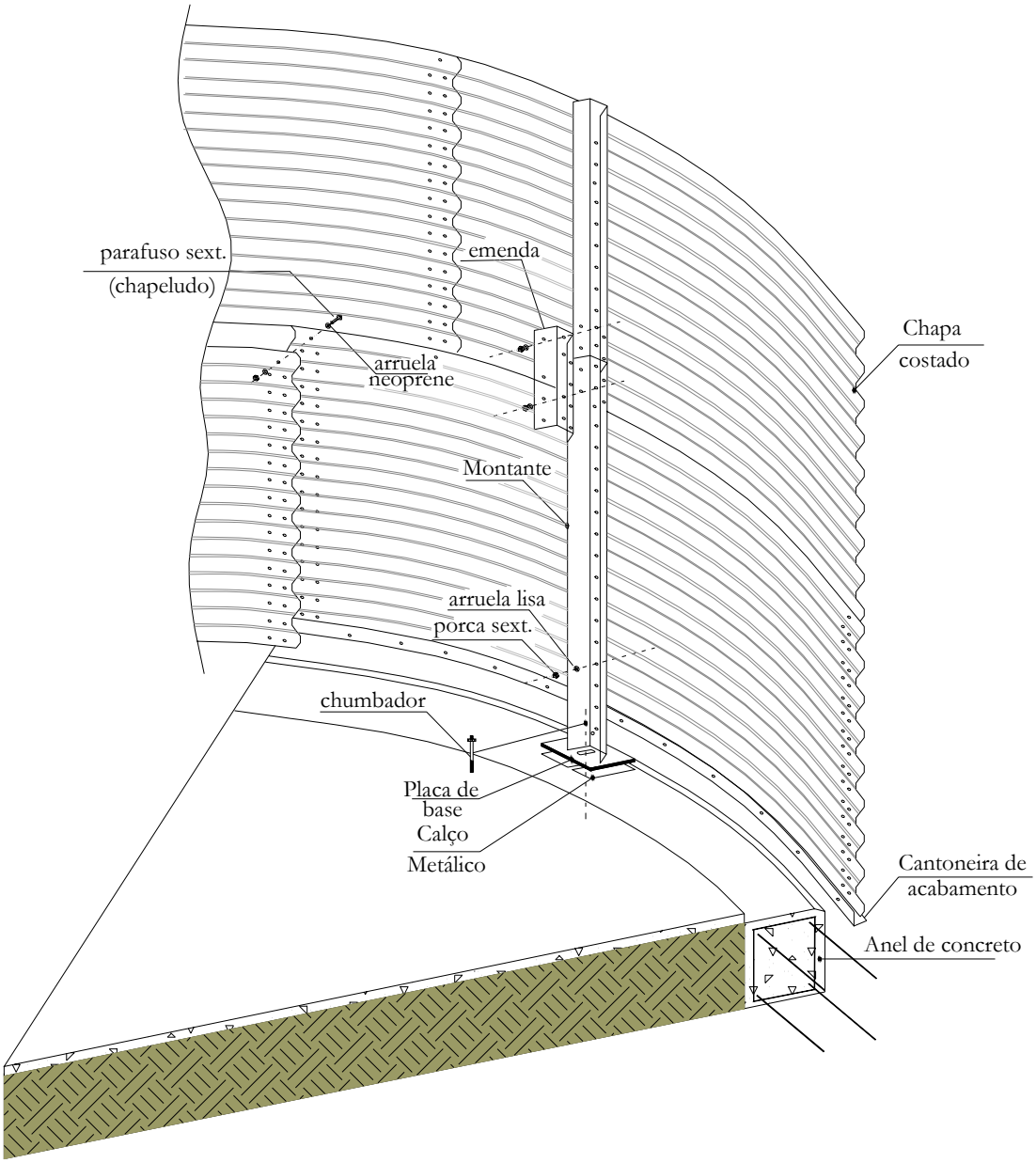


Figura 9.3 – Esquema de montagem de um silo metálico com chapas onduladas. Fonte: Adaptado de Esteves (1989).

A partir dos resultados de Esteves (1989), são apresentados os modos de ruptura estudados experimentalmente por meio de ensaios em corpos de prova. A seguir serão apresentados os modos de ruptura, bem como as variabilidades encontradas nos ensaios.

9.2.1 Modo de ruptura ao corte simples do parafuso

Os parafusos usados nas ligações de silos têm uma arruela estampada para a fixação do neoprene de vedação (ver Figura 9.3), sendo também protegidos da corrosão por um revestimento de zinco. A arruela de neoprene que se encaixa na cabeça do parafuso, no lado externo do silo, impede a infiltração de água pela folga entre o furo e o corpo do parafuso, para dentro do silo, devendo apresentar plasticidade suficiente para deformar-se sob pressão do

parafuso, bem como resistência aos raios utravioletas e ao envelhecimento precoce (ESTEVES, 1989).

Nos silos, normalmente, são utilizados os parafusos de alta resistência e estas características são dadas na Tabela 9.1.

Atualmente os parafusos, porcas e arruelas tendem a ser fabricados obedecendo a normas internacionais (ISO - International Organization for Standardization), embora as normas nacionais sejam usadas como complementação de documentos.

Pela ISO, as propriedades mecânicas dos parafusos são definidas pelo código "X.Y". O "X" equivale a 1/100 da resistência última à tração do parafuso em MPa, e o "Y" equivale a 10 vezes a relação entre a resistência ao escoamento e a resistência última, ou seja, $10.(f_y / f_u)$. Nem todas as designações fornecem valores exatos, mas valores nominais.

Tabela 9.1 – Resistência à ruptura na tração de parafusos de aço com qualificação estrutural, de acordo com a NBR 14762:2001

ESPECIFICAÇÃO	TIPO	Diâmetro nominal do parafuso (d_p) mm	Resistência à ruptura do parafuso na tração f_{up} *(MPa)*	Resistência ao escoamento do parafuso na tração f_y *(MPa)*
ASTM A307 - grau A	Comum	$6,3 \le d_p < 12,5$ $d_p \ge 12,5$	370 415	-
ISO 898 - grau 4.6	Comum	$d_p \ge 6,0$	400	-
ASTM A325	Alta resistência	$12,5 \le d_p < 38$	825	-
ASTM A354 (grauBD)	Alta resistência	$d_p \ge 6,3$	1035	-
ASTM A394 (tipo 0) ASTM A394 (tipos1,2 e 3)	Comum Alta resistência	$12,5 \le d_p < 25$ $12,5 \le d_p < 25$	510 825	-
ASTM A449	Alta resistência	$d_p \ge 6,3$	825	-
ASTM A490	Alta resistência	$12,5 \le d_p < 38$	1035	-
ISO 7411 - grau 8.8	Alta resistência	$d_p \ge 6,0$	800	640
ISO 7411 - grau 10.9	Alta resistência	$d_p \ge 6,0$	1000	900

Com o objetivo de obter as variabilidades das resistências dos parafusos ao corte, Esteves (1989) realizou ensaios de corte simples nos dois tipos de parafusos mais usados em silos. Foram realizados 38 ensaios com parafusos ISO 7411 - grau 8.8 de 8 e 10 mm de diâmetro. A Tabela 9.2 apresenta o resultado dos ensaios e suas respectivas variabilidades.

Tabela 9.2 – Resistência ao corte dos parafusos. Fonte: Esteves (1989)

Parafuso (ISO 7411 - grau 8.8)	Força média ($R_{p,v}$) de corte simples (kN)	Desvio Padrão (σ) (kN)	Coeficiente de variação
8mm (M8)	20,43	1,22	6,0%
10mm (M10)	33,19	2,22	6,7%

9.2.2 Modo de ruptura das chapas onduladas parafusadas submetidas à tração

As paredes dos silos metálicos são em geral formadas por chapas onduladas em um processo de prensagem onda por onda, em chapas previamente esquadrejadas e perfuradas, embora alguns fabricantes de silos utilizem o processo contínuo de conformação a partir de bobinas de chapas zincadas.

Existem basicamente duas geometrias (Figura 9.4) de chapas onduladas utilizadas na fabricação de silos.

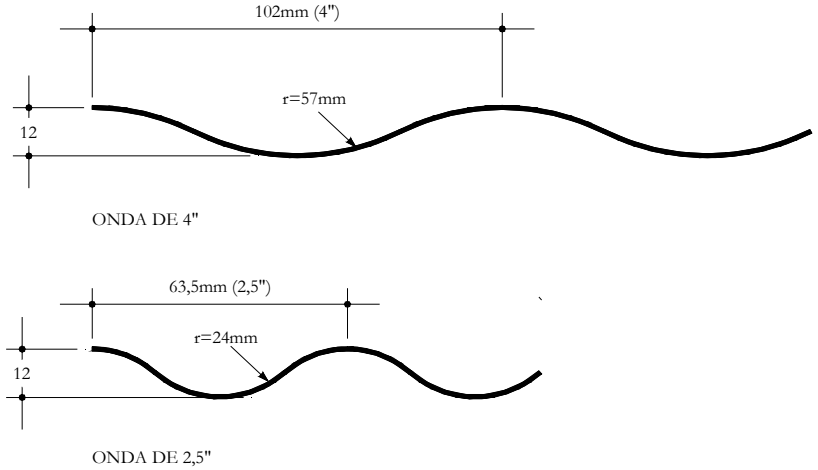


Figura 9.4 – Geometrias das chapas onduladas. Fonte: Adaptado de Esteves (1989).

As chapas dos silos podem apresentar 3 modos de ruptura:

- cisalhamento da chapa entre furos ou entre furo e borda (ruptura do tipo 1);
- esmagamento por compressão da chapa (ruptura do tipo 2);
- tração na chapa (ruptura do tipo 3).

As rupturas do tipo 2 e 3, obtidas nos ensaios de Esteves (1989), estão mostradas na Figura 9.5.

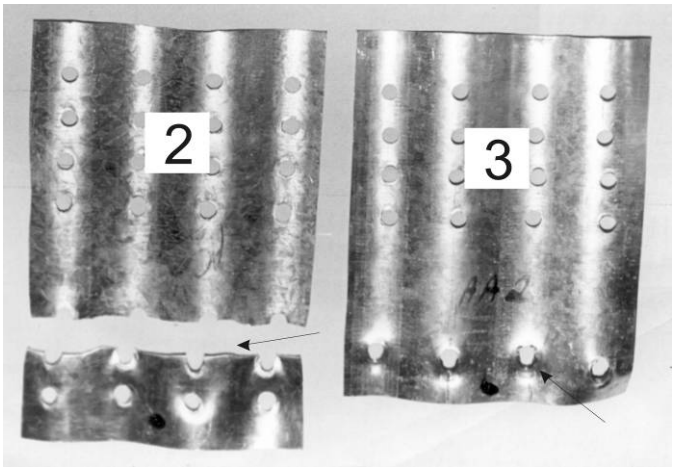


Figura 9.5 – Modos de ruptura do tipo 2 e 3.

A ruptura do tipo 1 por cisalhamento da chapa ocorre quando a distância (e) entre a borda da chapa e o centro do parafuso é pequena, observando-se o cisalhamento da chapa, conforme indicado na Figura 9.6.

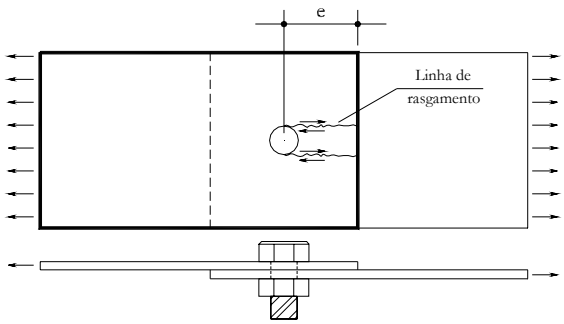


Figura 9.6 – Ruptura do tipo 1. Fonte: Adaptado de Esteves (1989).

A ruptura do tipo 2 ocorre quando a distância (e) entre a borda da chapa e o centro do furo do parafuso é grande, observando-se o esmagamento por compressão da chapa, conforme indicado na Figura 9.7.

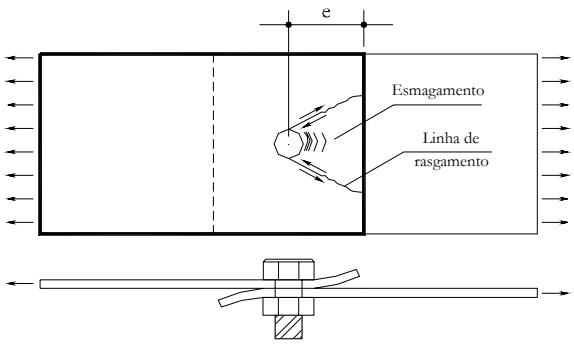


Figura 9.7 – Ruptura do tipo 2. Fonte: Adaptado de Esteves (1989).

A ruptura do tipo 3 ocorre quando a área líquida da chapa é insuficiente para o esforço solicitante, fazendo com que ocorra uma ruptura por tração.

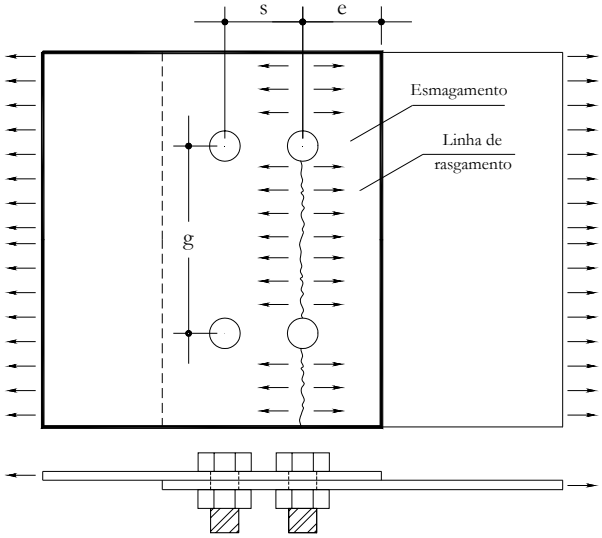


Figura 9.8 – Ruptura do tipo 3. Fonte: Adaptado de Esteves (1989).

Com o objetivo de obter as variabilidades das resistências das ligações, Esteves (1989) realizou 60 ensaios em ligações de chapas onduladas (ondas de 4") e calibrou as constantes do modelo de Winter (1956) e da norma AISI (1980). As expressões sugeridas por Esteves (1989), sem os coeficientes de segurança, estão apresentadas nas eqs. (336) e (337):

$$N_{t,Rd} = 0,8.K_2.t.d_p.f_{u,c} \text{ modo de ruptura do tipo 2 para um parafuso.} \quad (336)$$

$$N_{t,Rd} = 0,8.K_3.f_{u,c}.t.(B_t - N_p.d_f) \text{ modo de ruptura do tipo 3} \quad (337)$$

onde K_2 e K_3 são, respectivamente, as constantes dos modos de ruptura 2 e 3; t é a espessura da chapa; d_p é o diâmetro do parafuso; $f_{u,c}$ é a tensão última da chapa; B_t é a largura da chapa conectada e N_p é o número de parafusos em uma linha de ruptura.

O coeficiente 0,8 foi adaptado por Esteves (1989) e indica que somente 2,4% das ligações terão um deslocamento superior a 1,57mm. As Tabelas 9.3 e 9.4 apresentam as variabilidades obtidas para os parâmetros K_2 e K_3 por meio dos ensaios experimentais realizados.

Esteves (1989) sugere que as equações sejam expressas em relação a $f_{u,c}$ (resistência última da chapa) e não em relação a $f_{y,c}$ (resistência ao escoamento da chapa), como sugerido por Winter (1956), por apresentar as seguintes vantagens:

- menor dispersão dos valores de $K_{2,3}$;
- possibilidade de se utilizar a dureza da chapa como parâmetro para controle de sua qualidade da chapa, considerando que a dureza apresenta boa correlação com a resistência em aços.

Tabela 9.3 – Variabilidade da constante K_2 obtida por Esteves (1989)

Diâmetro do parafuso	K_2		
	μ	σ	δ
8 mm	3,182	0,278	8,7%
10 mm	3,021	0,236	7,8%

Tabela 9.4 – Variabilidade da constante K_3 obtida por Esteves (1989)

Linhas de parafusos	K_3		
	μ	σ	δ
1 linha de parafusos	0,952	0,026	2,7%
2 linhas de parafusos	0,964	0,011	1,1%

Os valores calibrados por Esteves (1989) são válidos para as geometrias de furação normalmente utilizadas em silos, mostradas na Figura 9.9.

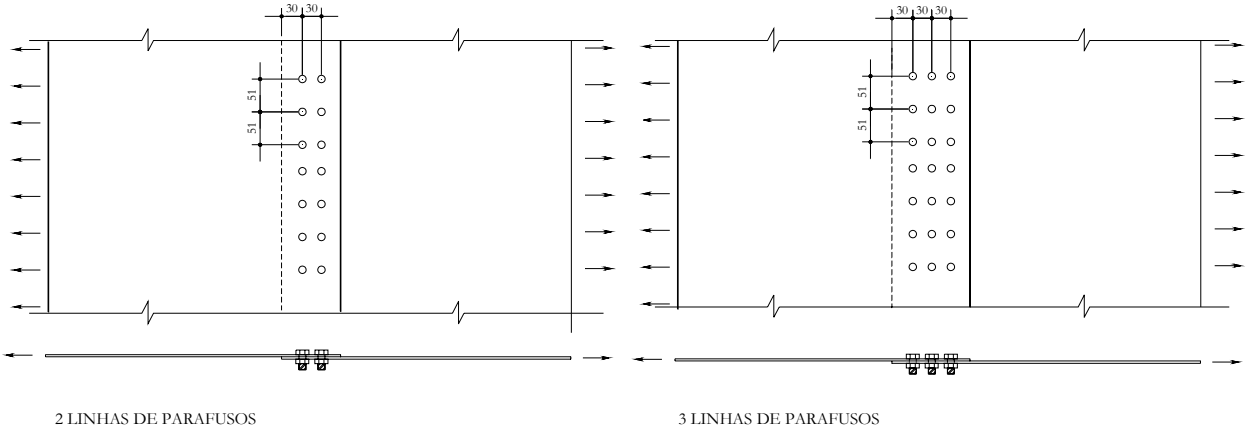


Figura 9.9 – Configuração de furações usuais em silos. Fonte: Adaptado de Esteves (1989).

9.2.3 Modo de ruptura das chapas onduladas parafusadas submetidas a esforços transversais

Este modo de ruptura está associado à ligação entre o montante e as chapas onduladas do silo. Analogamente aos modos de ruptura anteriores, neste trabalho serão utilizados os ensaios realizados por Esteves (1989). Estes ensaios foram executados com uma garra especial, como mostra a Figura 9.10.

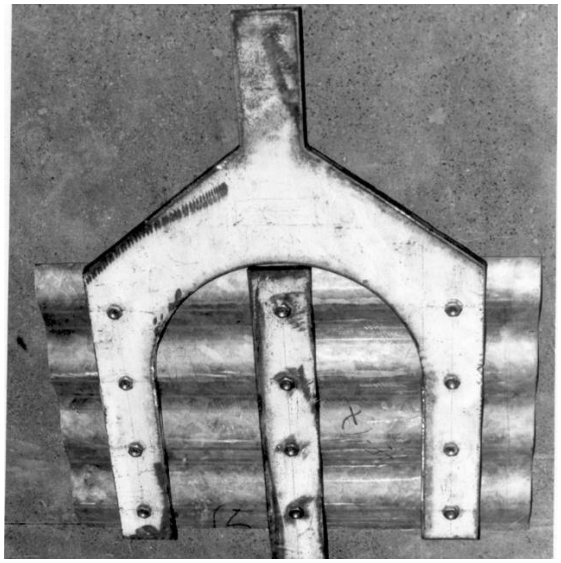


Figura 9.10 – Configuração do ensaio com esforços transversais.

Com o objetivo de obter as variabilidades das resistências das ligações, Esteves (1989) realizou 25 ensaios em ligações de chapas onduladas (ondas de 4") e calibrou as constantes do modelo da norma AISI (1980). A expressão sugerida por Esteves (1989), sem o coeficiente de segurança, é apresentada na eq. (338). A Tabela 9.5 apresenta as variabilidades obtidas para o parâmetro K_4, por meio dos ensaios experimentais para dois diâmetros de parafusos.

$$N_{v,Rd} = 0,8.K_4.t.d_p.f_{u,c} \quad \text{modo de ruptura por amassamento no sentido transversal} \qquad (338)$$

Analogamente ao modo de ruptura anterior, o coeficiente 0,8 foi adaptado por Esteves

(1989) e indica que somente 2,4% das ligações terão um deslocamento superior a 1,57mm.

Tabela 9.5 – Variabilidade da constante K_4 obtida por Esteves (1989)

Diâmetro do parafuso	K_4		
	μ	σ	δ
8 mm	3,552	0,237	6,7%
10 mm	2,877	0,187	6,5%

9.2.4 Modo de ruptura dos montantes à compressão centrada

Os silos metálicos esbeltos podem apresentar modo de ruptura por instabilidade dos enrijecedores verticais que são os montantes. Os montantes dos silos, geralmente fabricados com chapas de aço dobradas a frio, são solicitados a esforços de compressão axial, proveniente do atrito do material armazenado com as paredes do silo. As forças de atrito são transmitidas das chapas onduladas para as colunas, por meio de parafusos, e das colunas para as fundações dos silos, por meio de placas de base soldadas nas colunas e fixadas no concreto por meio de chumbadores (Figura 9.3).

Como o montante é um elemento conformado a frio, um dos principais modos de ruptura é a instabilidade local do perfil. Neste trabalho, a verificação do montante submetido a esforços de compressão centrada será realizada de acordo com a NBR 14762:2001, e este procedimento é apresentado no **Apêndice F.**

9.3 Formulação das equações de estado limite

A metodologia apresentada foi aplicada à verificação do silo aos estados limites referentes aos múltiplos modos de falhas, considerando as equações de estado limite, e também em relação à altura do silo. Serão calculadas as pressões por dois procedimentos:

- pressão de Janssen (1895) com os coeficientes de sobrepressões;
- pressão de descarregamento de Jenike et al. (1973).

9.3.1 EQUAÇÕES DE ESTADO LIMITE UTILIZANDO O MODELO DE PRESSÕES DE JANSSEN (1895)

Equação de estado limite 1 (corte nos parafusos):

$$g_1(R_{p,v}, C_{d,h}, \gamma, \mu_{w,c}, K, \theta_1, \theta_2) = (n_{p,1} + n_{p,2}).R_{p,v}.\theta_1 - C_{d,h}.h_{ch}.\frac{D}{2}.p_{h,janssen}(\gamma, \mu_{w,c}, K, z).\theta_2 \quad (339)$$

Equação de estado limite 2 (esmagamento da chapa por pressão de contato):

$$g_2(f_u, K_2, C_{d,h}, \gamma, \mu_{w,c}, K, \theta_1, \theta_2) = 0,8.K_2.t.d_p.f_{u,c}.(n_{p,1} + n_{p,2}).\theta_1 - C_{d,h}.h_{ch}.\frac{D}{2}.p_{h,janssen}(\gamma, \mu_{w,c}, K, z).\theta_2 \quad (340)$$

Equação de estado limite 3 (escoamento da chapa):

$$g_3(f_u, K_3, C_{d,h}, \gamma, \mu_{w,c}, K, \theta_1, \theta_2) = 0,8.K_3.f_{u,c}.t.[B_t - (n_{p,1} + n_{p,2}).d_f].\theta_1 - C_{d,h}.h_{ch}.\frac{D}{2}.p_{h,janssen}(\gamma, \mu_{w,c}, K, z).\theta_2 \quad (341)$$

Equação de estado limite 4 (amassamento da chapa):

$$g_4(f_u, K_4, C_{d,h}, \gamma, \mu_{w,c}, K, \theta_1, \theta_2) = 0,8.K_4.t.d_p.f_{u,c}.n_{p,m}.\theta_1 - C_{d,h}.h_{ch}.d_M.p_{w,janssen}(\gamma, \mu_{w,c}, K, z).\theta_2 \quad (342)$$

Equação de estado limite 5 (compressão no montante):

$$g_5(E, f_{y,m}, G, C_{d,a}, \gamma, \mu_{w,c}, R, K, \theta_1, \theta_2) = N_{C,R}(E_M, f_{y,M}).\theta_1 - d_M\left\{G + C_{d,a}.P_{w,janssen}(\gamma, \mu_{w,c}, K, z).\theta_2\right\} \quad (343)$$

onde as variáveis são:

$C_{d,h}$	coef. de sobrepressão horizontal;	$p_{h,janssen}$	pressão horizontal de Janssen;
$C_{d,a}$	coef. de sobrepressão para força de atrito;	$p_{w,janssen}$	pressão de atrito de Janssen;
d_p	diâmetro do parafuso;	$P_{w,janssen}$	força de atrito de Janssen;
d_f	diâmetro do furo;	$R_{p,v}$	resistência do parafuso ao corte;
d_M	distância entre montantes;	t	espessura da chapa ondulada;
E_M	módulo de elasticidade do montante;	γ	peso específico do produto na condição de carregamento;
$f_{u,c}$	resistência à ruptura da chapa;	$\mu_{w,c}$	coeficiente de atrito para a condição de carregamento;
$f_{y,M}$	resistência ao escoamento do aço do montante;	K	relação entre a pressão horizontal com a vertical;
G	carregamento permanente por unidade de perímetro;	K_2	constante do modo de ruptura 2 ;
h_{ch}	altura da projeção da chapa de análise;	K_3	constante do modo de ruptura 3 ;
$n_{p,1}$	número de parafusos da linha 1;	K_4	constante do modo de ruptura 4 ;
$n_{p,2}$	número de parafusos da linha 2;	$n_{p,m}$	número de parafusos no montante;
$N_{C,R}$	resistência à compressão centrada fornecida pela NBR 14762:2001;	z	altura de referência da análise;
θ_1	incerteza do modelo de resistência;	θ_2	incerteza do modelo de pressões referente aos resíduos da calibração;

9.3.2 EQUAÇÕES DE ESTADO LIMITE UTILIZANDO O MODELO DE PRESSÕES DE JENIKE ET AL. (1973)

Equação de estado limite 1 (corte nos parafusos):

$$g_1(R_{p,v},\gamma,\mu_{w,c},K,\theta_1,\theta_2)=(n_{p,1}+n_{p,2}).R_{p,v}.\theta_1-h_{ch}.\frac{D}{2}.p_{h,jenike}(\gamma,\mu_{w,c},K,z).\theta_2 \quad (344)$$

Equação de estado limite 2 (esmagamento da chapa por pressão de contato):

$$g_2(f_u,K_2,\theta_1,\gamma,\mu_{w,c},K,\theta_1,\theta_2)=0,8.K_2.t.d_p.f_{u,c}.(n_{p,1}+n_{p,2}).\theta_1-h_{ch}.\frac{D}{2}.p_{h,jenike}(\gamma,\mu_{w,c},K,z).\theta_2 \quad (345)$$

Equação de estado limite 3 (escoamento da chapa):

$$g_3(f_u,K_3,\gamma,\mu_{w,c},K,\theta_1,\theta_2)=0,8.K_3.f_{u,c}.t.[B_t-(n_{p,1}+n_{p,2}).d_f].\theta_1-h_{ch}.p_{h,jenike}(\gamma,\mu_{w,c},K,z).\theta_2 \quad (346)$$

Equação de estado limite 4 (amassamento da chapa):

$$g_4(f_u,K_4,\gamma,\mu_{w,c},K,\theta_1,\theta_2)=0,8.K_4.t.d_p.f_{u,c}.n_{p,m}.\theta_1-h_{ch}.d_M.p_{w,jenike}(\gamma,\mu_{w,c},K,z).\theta_2 \quad (347)$$

Equação de estado limite 5 (compressão no montante):

$$g_5(E,f_{y,m},G,C_{d,a},\gamma,\mu_{w,c},R,K,\theta_1,\theta_2)=N_{c,R}(E_M,f_{y,M}).\theta_1-d_M\left\{G+C_{d,a}.P_{w,jenike}(\gamma,\mu_{w,c},K,z).\theta_2\right\} \quad (348)$$

onde as variáveis são:

$p_{h,jenike}$ pressão horizontal de Jenike;

$p_{w,jenike}$ pressão de atrito de Jenike;

d_p diâmetro do parafuso;

$P_{w,jenike}$ força de atrito de Jenike;

d_f diâmetro do furo;

$R_{p,v}$ resistência do parafuso ao corte;

d_M distância entre montantes;

t espessura da chapa ondulada;

E_M módulo de elasticidade do montante;

γ peso específico do produto na condição de carregamento;

$f_{u,c}$ resistência à ruptura da chapa;

$\mu_{w,c}$ coeficiente de atrito para a condição de carregamento;

$f_{y,M}$ resistência ao escoamento do aço do montante;

K relação entre a pressão horizontal com a vertical;

G carregamento permanente por unidade de perímetro;

K_2 constante do modo de ruptura 2 ;

h_{ch} altura da projeção da chapa de análise;

K_3 constante do modo de ruptura 3 ;

$n_{p,1}$ número de parafusos da linha 1;

K_4 constante do modo de ruptura 4 ;

$n_{p,2}$ número de parafusos da linha 2;

$n_{p,m}$ número de parafusos no montante;

$N_{C,R}$ resistência à compressão centrada fornecida pela NBR 14762:2001;

z altura de referência da análise;

θ_1 incerteza do modelo de resistência;

θ_2 incerteza do modelo de pressões referente aos resíduos da calibração;

9.4 Problema dependente da altura

O problema de confiabilidade tratado neste trabalho foi abordado analogamente como um problema dependente do tempo onde a altura é entendida como o tempo. A Figura 9.11 mostra o problema de maneira clara para um melhor entendimento.

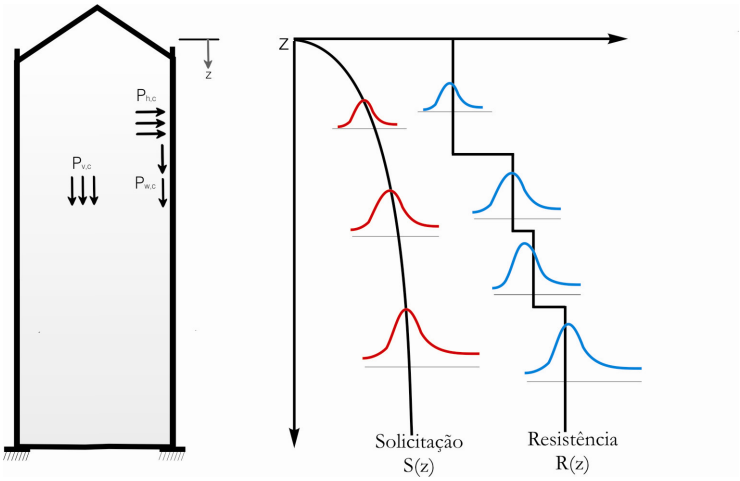


Figura 9.11 – Problema de confiabilidade estudado.

A solução pode ser obtida utilizando a confiabilidade dependente da altura, segundo Beck (2006) pode ser obtida calculando-se a taxa de ultrapassagem da barreira.

$$\nu(r,z)=\lim_{\Delta z\to 0}\frac{\text{Prob}}{\Delta z}\left[\begin{array}{l}\text{ocorrência de uma sobrecarga em } \{z, z+\Delta z\} \\ \text{dado que:} \\ \text{a) processo seja invariante no domínio discretizado} \\ \text{b)nenhuma sobrecarga tenha ocorrido antes de z}\end{array}\right] \tag{349}$$

$$\nu(r,z)=\lim_{\Delta z\to 0}\frac{\text{Prob}}{\Delta z}\left[\mathrm{g}\left(\mathbf{x}_R,\mathbf{x}_S,z\right)>0\cap\mathrm{g}\left(\mathbf{x}_R,\mathbf{x}_S,z+\Delta z\right)<0\right] \tag{350}$$

Para processos não ergódicos com variação lenta em relação a solicitação, pode-se utilizar a eq. (351).

$$P_f(z)=P_{f_0(z)}+\left[1-\exp\left(-\int_0^z \nu(z).dz\right)\right],\ \text{onde}\ \nu(z)=\int_{R(z)}\nu(r,z).f_{r(z)}.dr \tag{351}$$

Neste trabalho a taxa de ultrapassagem da barreira foi calculada simulando o processo estocástico de solicitação e resistência por meio da SMC.

9.5 Exemplo de cálculo

Com a finalidade de exemplificar a utilização das equações propostas, foi considerado o estudo de um silo real (CALIL; CHEUNG, 2005), por meio da simulação de Monte de Carlo, para a determinação da confiabilidade de um sistema com múltiplos modos de falha. A confiabilidade calculada foi considerada como um sistema em série para as equações de estado limite e para as alturas de chapas verificadas. Para isso foi utilizada a técnica de simulação de Monte Carlo para a geração do campo estocástico parametrizado para as distribuições de pressões ao longo da altura. A avaliação da falha consistiu na verificação da falha para cada chapa e para cada equação de estado limite imposta ao problema ao longo da altura.

Analisou-se um silo esbelto vertical com chapa ondulada e fundo plano, mostrado na Figura 9.12. Este silo apresentou um estado limite último (colapso por compressão do montante) e por isso foi utilizado para verificar sua segurança estrutural.

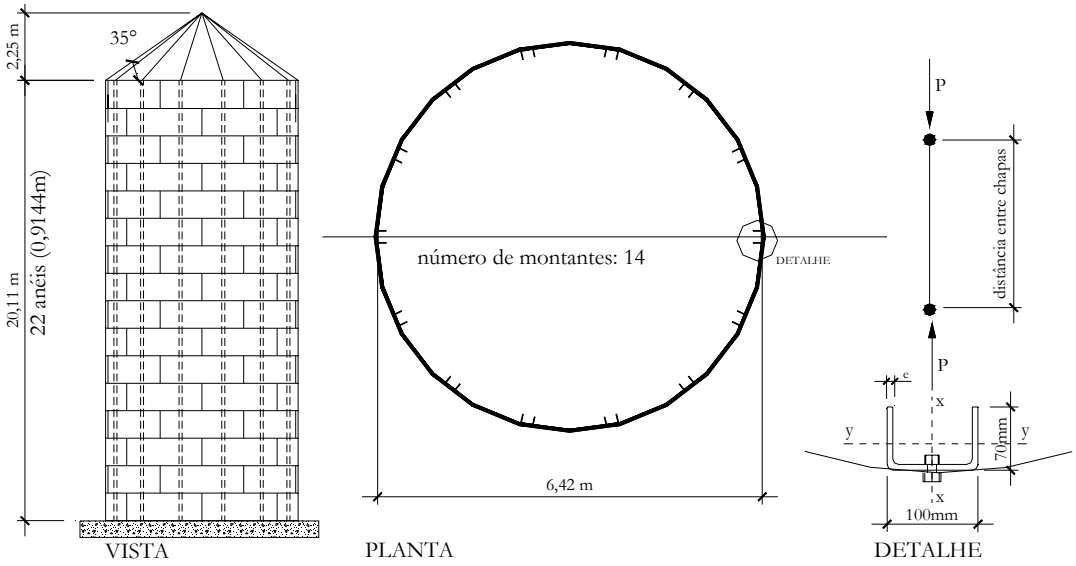


Figura 9.12 – Esquema do silo exemplo estudado.

O padrão de furações adotado neste exemplo é mostrado na Figura 9.13 e as espessuras das chapas do costado e dos montantes estão apresentadas na Tabela 9.6.

Caso 1

Em um primeiro caso adotou-se para o comprimento de instabilidade do perfil em relação ao eixo y, a distância entre os anéis, e em relação ao eixo x, a distância entre parafusos consecutivos dos montantes (Figura 9.12).

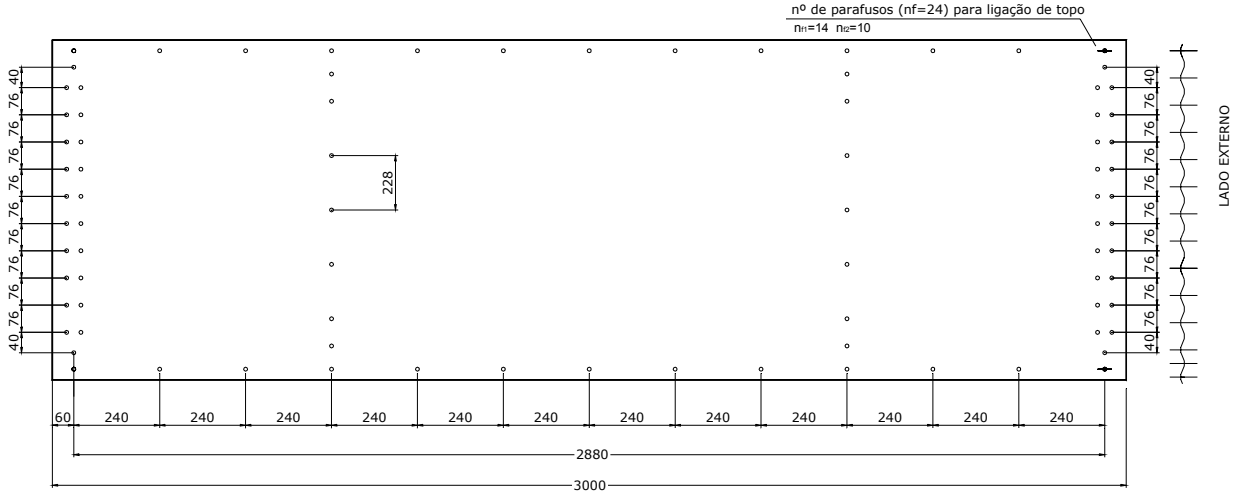


Figura 9.13 – Esquema da furação das chapas do silo.

Para as variáveis que não foram consideradas aleatórias, são apresentados os seus valores determinísticos.

$n_{p,1}=14$; $n_{p,2}=10$; $n_{p,m}=9$;

d_p 10 mm; $d_f=11{,}5$ mm

t, e Tabela 9.6; $K_y.L=1{,}0.hch$; $K_x.L=K_t.L=0{,}25.hch$;

d_M 1,44 m; $D=6{,}42$m

$H=20{,}90$ m altura de referência do silo z altura de referência da análise;

Tabela 9.6 – Tabela da espessura das chapas e dos montantes ao longo da altura

Chapa	z (m)	CHAPA LATERAL t (mm)	MONTANTE Perfil U 100 x 70 x e (mm)
-	0,8	-	-
1	1,7	1,2	2,7
2	2,6	1,2	2,7
3	3,5	1,5	2,7
4	4,4	1,5	2,7
5	5,3	1,8	2,7
6	6,2	1,8	2,7
7	7,2	1,0	3,0
8	8,1	1,0	3,0
9	9,0	1,2	3,0
10	9,9	1,2	3,0
11	10,8	1,2	4,8
12	11,7	1,2	4,8
13	12,6	1,2	4,8
14	13,6	1,2	4,8
15	14,5	1,2	4,8
16	15,4	1,8	4,8
17	16,3	1,8	4,8
18	17,2	1,8	6,3
19	18,1	1,9	6,3
20	19,0	1,9	6,3
21	20,0	1,9	6,3
22	20,9	1,9	6,3

O produto utilizado nesta análise foi o milho, para a condição de descarregamento, e as variabilidades utilizadas para a simulação de Monte Carlo foram obtidas por meio da calibração do silo-piloto com parede ondulada, mostradas no **capítulo 8**. Já as variabilidades das resistências das chapas onduladas submetidas à tração foram as encontradas experimentalmente por Esteves (1989). Para as propriedades mecânicas dos aços foram utilizadas as recomendações sugeridas pelo JCSS (2000).

Para o estudo da confiabilidade estrutural foi utilizado o método de simulação de Monte Carlo, por meio de um programa implementado em C++ (Figura 9.14), e a justificativa desta escolha foi que a avaliação das equações de estado limite, para o caso estudado, não demanda muito esforço computacional, podendo utilizar um grande número de realizações. Foram empregados dois modelos de pressões para avaliação das pressões de descarregamento, o modelo de Janssen (1895), com coeficientes de sobrepressão, e o modelo de Jenike et al. (1973).

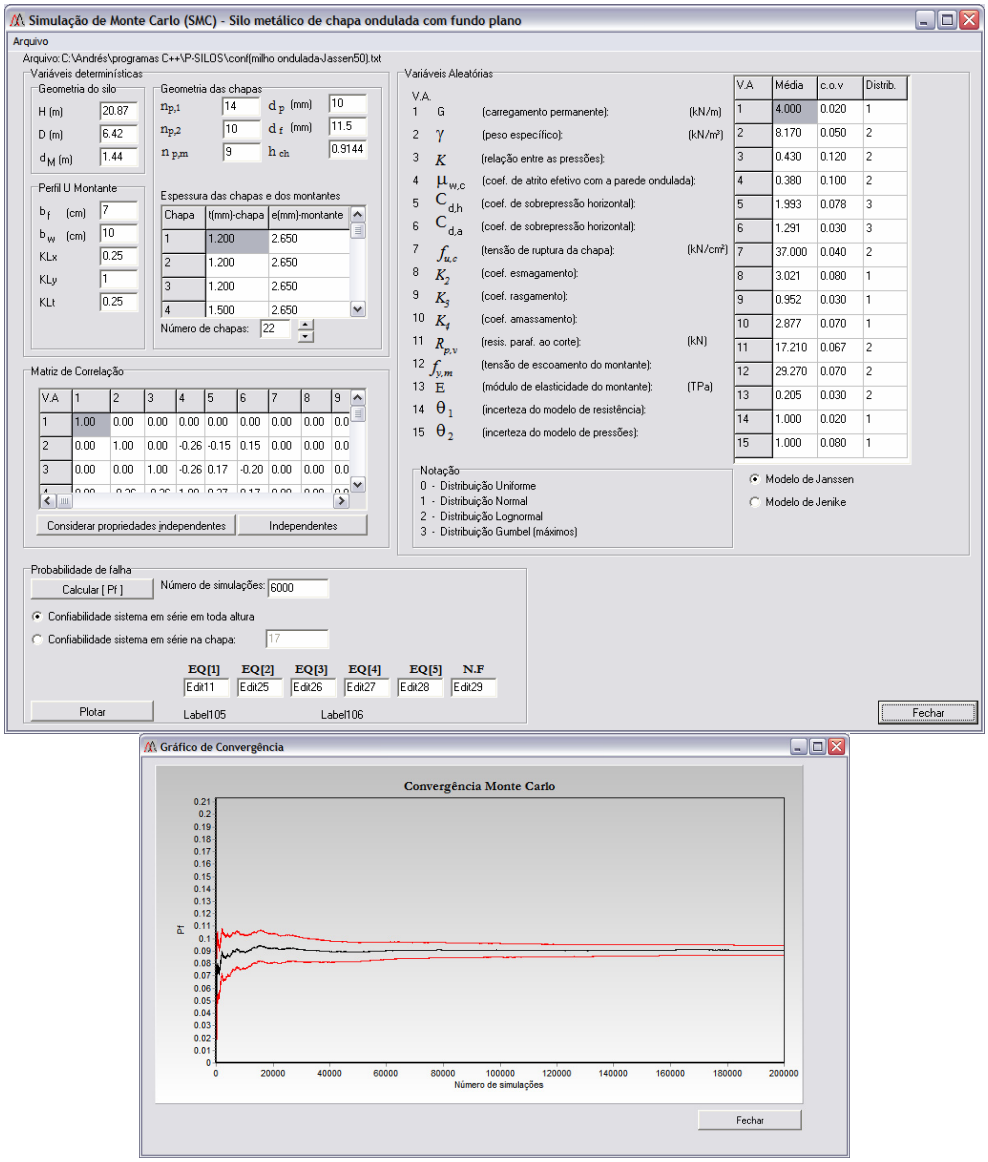


Figura 9.14 – Simulação de Monte Carlo implementado no programa P-Silos.

A Tabela 9.7 apresenta as variabilidades utilizadas para a avaliação da confiabilidade estrutural utilizando o modelo de Janssen (1895). As correlações utilizadas para o estudo estão apresentadas na Tabela 9.8 e foram obtidas experimentalmente neste trabalho.

Tabela 9.7 – Variáveis aleatórias utilizadas no caso 1

N	Variáveis básicas	Símbolo	Distribuição	Unidades	Média	c.o.v	Fonte
1	Ação permanente	G	Normal	kN/m	4,000	0,02	JCSS (2001)
2	Peso específico do produto	γ	Lognormal	kN/m³	8,170	0,05	Experimento realizado
3	Relação entre as pressões horizontais e verticais	K	Lognormal	-	0,430	0,12	Experimento realizado
4	Coeficiente de atrito com a parede	$\mu_{w,c}$	Lognormal	-	0,380	0,10	Experimento realizado
5	Coeficiente de sobrepressão para as pressões horizontais	$C_{d,h}$	Lognormal	-	1,536	0,15	Experimento realizado
6	Coeficiente de sobrepressão para as forças de atrito	$C_{d,a}$	Lognormal	-	1,159	0,06	Experimento realizado
7	Resistência última das chapas	$f_{u,c}$	Lognormal	kN/cm²	37,000	0,04	JCSS (2000)
8	Coeficiente para o modo de ruptura por esmagamento	K_2	Normal	-	3,021	0,08	ESTEVES (1989)
9	Coeficiente para o modo de ruptura por rasgamento (para duas linhas)	K_3	Normal	-	0,952	0,03	ESTEVES (1989)
10	Coeficiente para o modo de ruptura por amassamento	K_4	Normal	-	2,877	0,07	ESTEVES (1989)
11	Resistência ao corte dos parafusos (M10)	$R_{p,v}$	Lognormal	kN	17,210	0,07	ESTEVES (1989)
12	Resistência ao escoamento dos montantes	$f_{y,M}$	Lognormal	kN/cm²	29,270	0,07	JCSS (2000)
13	Módulo de elasticidade do aço do montante	E_M	Lognormal	TPa	0,205	0,03	JCSS (2000)
14	Incerteza do modelo de resistência	θ_1	Normal	-	1,000	0,02	ESTEVES (1989)
15	Incerteza do modelo de pressões	θ_2	Normal	-	1,000	0,08	Experimento realizado

Tabela 9.8 – Matriz de correlação para o modelo de Janssen (1895)

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
		G	γ	K	$\mu_{w,c}$	$C_{d,h}$	$C_{d,a}$	$f_{u,c}$	K_2	K_3	K_4	$R_{p,v}$	$f_{y,m}$	E	θ_1	θ_2
1	G	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	γ	0	1	0	0,08	0	0,11	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	K	0	0	1	-0,25	-0,20	-0,40	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	$\mu_{w,c}$	0	0,08	-0,25	1	-0,05	-0,17	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	$C_{d,h}$	0	0	-0,20	0,37	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	$C_{d,a}$	0	0,11	-0,40	0,17	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	$f_{u,c}$	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
8	K_2	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
9	K_3	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
10	K_4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
11	$R_{p,v}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
12	$f_{y,m}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
13	E	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
14	θ_1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
15	θ_2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

Foram realizadas 1.000.000 simulações para a avaliação da probabilidade de falha do silo e as Figuras 9.15, 9.16, 9.17, 9.18, 9.19 e 9.20 apresentam as distribuições simuladas pelo procedimento de Monte Carlo para 6 das 15 variáveis aleatórias utilizadas para o estudo. Observa-se que as distribuições simuladas seguiram os modelos de distribuições idealizados. Os valores da Tabela 9.7 estão representados pela média e pelo coeficiente de variação, e desta forma, a comparação com os valores dos gráficos necessitam ser calculados pela eq. (230) e (231).

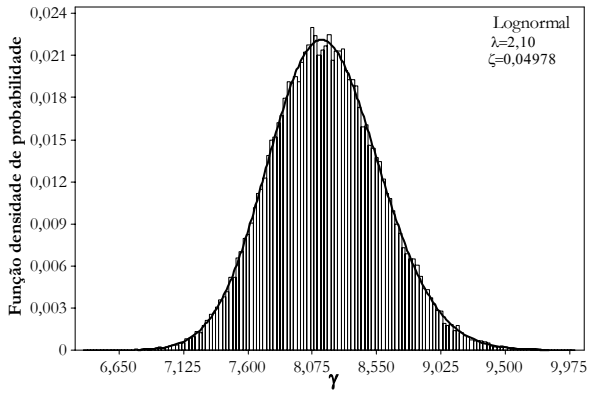


Figura 9.15 – Distribuição Lognormal simulada para o peso específico do milho.

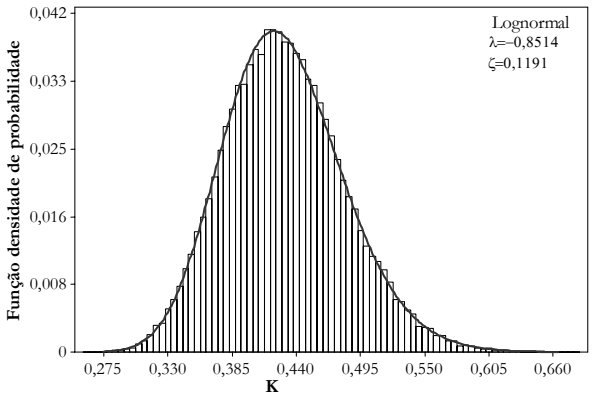


Figura 9.16 – Distribuição Lognormal simulada para o K do milho

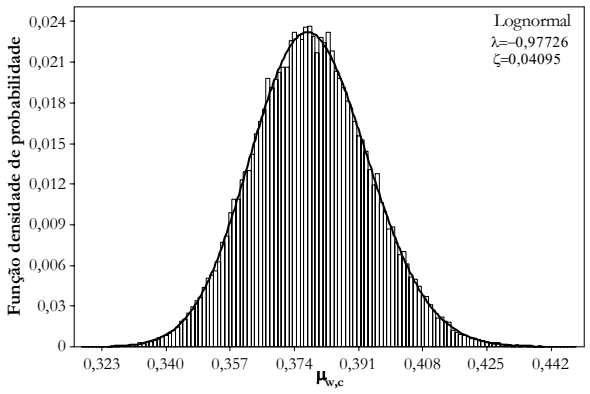


Figura 9.17 – Distribuição Lognormal simulada para o $\mu_{w,c}$ do milho

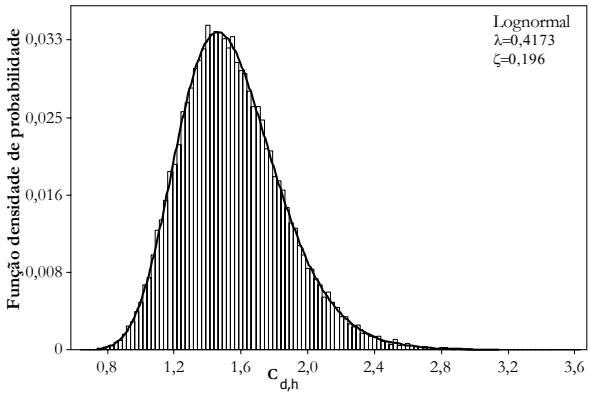


Figura 9.18 – Distribuição Lognormal simulada para o $C_{d,h}$ do milho

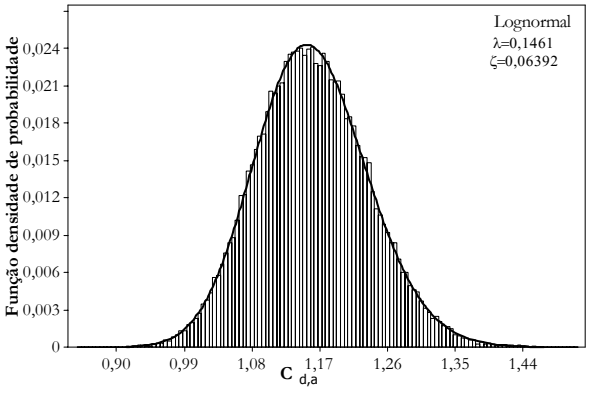


Figura 9.19 – Distribuição Lognormal simulada para o $C_{d,a}$ do milho

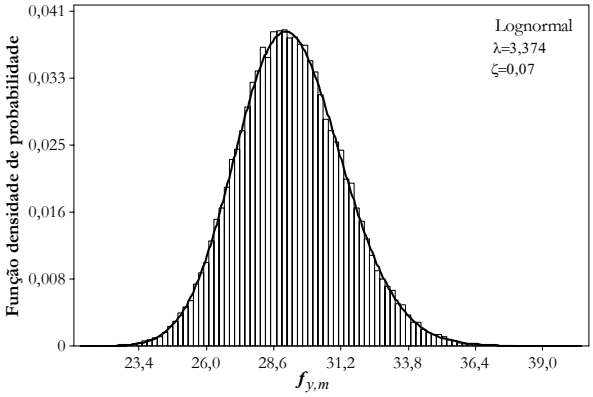


Figura 9.20 – Distribuição Lognormal simulada para o $f_{y,M}$ do montante.

Após a realização de 10^7 simulações de Monte Carlo, os resultados mostrados na Tabela 9.9 mostram a probabilidade de falha e o índice de confiabilidade obtido para o sistema estrutural do

silo em questão, para o modelo de Janssen (1895), com os coeficientes de sobrepressões. O valor encontrado mostra um índice de confiabilidade abaixo do recomendado pelo JCSS (2000) que é, no mínimo, de 3,8.

Tabela 9.9 – Probabilidade de falha e índice de confiabilidade obtidos para o caso 1 - modelo de pressões de Janssen (1895)

$P_{f,sys}$			β_{sys}		
$P_{f,\alpha=5\%}$	$\overline{P}_f$	$P_{f,\alpha=95\%}$	$\beta_{\alpha=5\%}$	$\overline{\beta}$	$\beta_{\alpha=95\%}$
0,0476	0,0503	0,0530	1,616	1,642	1,669

A Figura 9.21 mostra a influência de cada equação de estado limite na probabilidade de falha do sistema e indica que a equação de estado limite 5 é a mais importante para o problema em questão. As equações de estado limite 1 e 4 apresentaram poucas falhas, comparadas às outras equações de estado limite.

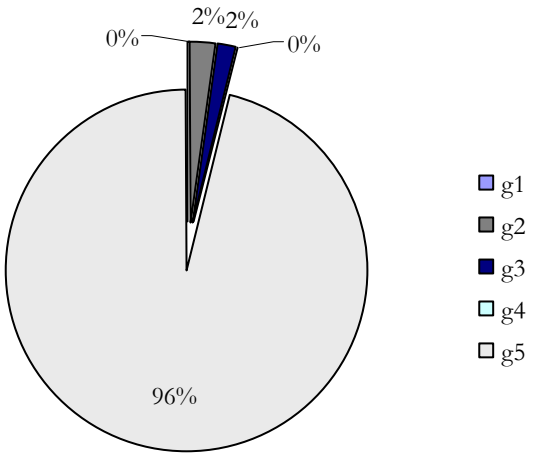


Figura 9.21 – Influência das equações de estado limite na falha do sistema.

A Tabela 9.10 apresenta a probabilidade de falha para cada chapa do silo estudado e mostra que as chapas 22 e 18 apresentam as maiores probabilidades de falha. Observa-se ainda que a probabilidade de falha do sistema é menor que a dos elementos isolados e isto é decorrente de os modos de falhas estarem dispostos em um sistema em série.

A Figura 9.22 mostra que as probabilidades de falha, ao longo da altura, são variáveis e estão abaixo do valor recomendado pelo JCSS (2000), que está representado por uma linha vermelha. Pode-se observar que na chapa 18 ocorre a mudança de espessura e, por isso, ocorre também uma diminuição da segurança. Como sugestão, propõe-se que exista uma uniformização do índice de confiabilidade ao longo da altura do silo estudado.

Tabela 9.10 – Probabilidade de falha e índice de confiabilidade obtidos ao longo da altura para cada chapa no caso 1

Chapa	$P_{f,\alpha=5\%}$	$\overline{P}_f$	$P_{f,\alpha=95\%}$	$\beta_{\alpha=5\%}$	$\overline{\beta}$	$\beta_{\alpha=95\%}$
8	9,8E-05	1,5E-04	2,0E-04	3,53	3,61	3,72
9	3,2E-04	4,3E-04	5,3E-04	3,27	3,33	3,41
10	1,9E-04	2,6E-04	3,2E-04	3,41	3,40	3,54
11	4,4E-03	5,1E-03	5,8E-03	2,52	2,57	2,62
12	1,5E-04	2,4E-04	3,1E-04	3,42	3,50	3,60
13	3,2E-04	4,4E-04	5,5E-04	3,26	3,33	3,41
14	5,4E-04	7,4E-04	9,4E-04	3,11	3,18	3,27
15	8,7E-04	1,1E-03	1,3E-03	3,01	3,07	3,13
16	2,2E-03	2,9E-03	3,6E-03	2,69	2,76	2,84
17	8,2E-03	9,0E-03	9,8E-03	2,33	2,37	2,40
18	3,4E-02	3,7E-02	4,0E-02	1,75	1,78	1,82
19	5,6E-04	8,2E-04	1,1E-03	3,07	3,15	3,26
20	3,8E-03	4,6E-03	5,3E-03	2,55	2,61	2,67
21	1,3E-02	1,6E-02	1,8E-02	2,09	2,15	2,22
22	4,5E-02	4,8E-02	5,1E-02	1,63	1,66	1,70

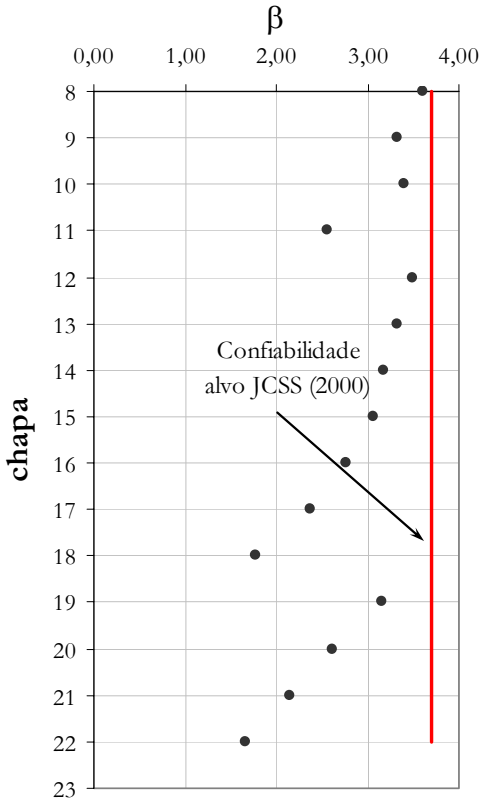


Figura 9.22 – Índices de confiabilidade para altura na chapa.

Caso 2

Com a finalidade de comparar os dois procedimentos de cálculo das pressões, a Tabela 9.11 apresenta as variabilidades utilizadas para a avaliação da confiabilidade estrutural, utilizando o modelo de Jenike et al. (1973). As correlações utilizadas para o estudo estão apresentadas na Tabela 9.12 e foram obtidas experimentalmente neste trabalho.

Tabela 9.11 – Variáveis aleatórias utilizadas no caso 2

N	Variáveis básicas	Símbolo	Distribuição	Unidades	Média	c.o.v	Fonte
1	Ação permanente	G	Normal	kN/m	4,00	0,02	JCSS (2001)
2	Peso específico do produto	γ	Lognormal	kN/m³	8,04	0,05	Experimento realizado
3	Relação entre as pressões horizontais e verticais	K	Lognormal	-	1,14	0,09	Experimento realizado
4	Coeficiente de atrito com a parede	$\mu_{w,c}$	Lognormal	-	0,23	0,21	Experimento realizado
5	Coeficiente de sobrepressão para as pressões horizontais	$C_{d,h}$	Lognormal	-	1,00	0,00	Experimento realizado
6	Coeficiente de sobrepressão para as forças de atrito	$C_{d,a}$	Lognormal	-	1,00	0,00	Experimento realizado
7	Resistência última das chapas	$f_{u,c}$	Lognormal	kN/cm²	37,00	0,04	JCSS (2000)
8	Coeficiente para o modo de ruptura por esmagamento	K_2	Normal	-	3,02	0,08	ESTEVES (1989)
9	Coeficiente para o modo de ruptura por rasgamento (para duas linhas)	K_3	Normal	-	0,95	0,03	ESTEVES (1989)
10	Coeficiente para o modo de ruptura por amassamento	K_4	Normal	-	2,88	0,07	ESTEVES (1989)
11	Resistência ao corte dos parafusos (M10)	$R_{p,v}$	Lognormal	kN	17,21	0,07	ESTEVES (1989)
12	Resistência ao escoamento dos montantes	$f_{y,M}$	Lognormal	kN/cm²	29,27	0,07	JCSS (2000)
13	Módulo de elasticidade do aço do montante	E_M	Lognormal	TPa	0,205	0,03	JCSS (2000)
14	Incerteza do modelo de resistência	θ_1	Normal	-	1,000	0,02	ESTEVES (1989)
15	Incerteza do modelo de pressões	θ_2	Normal	-	1,000	0,08	Experimento realizado

Tabela 9.12 – Matriz de correlação para o modelo de Jenike et al. (1973)

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
		G	γ	K	$\mu_{w,c}$	$C_{d,h}$	$C_{d,a}$	$f_{u,c}$	K_2	K_3	K_4	$R_{p,v}$	$f_{y,M}$	E_M	θ_1	θ_2
1	G	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	γ	0	1	0,14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	K	0	0,14	1	0,20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	$\mu_{w,c}$	0	0	0,20	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	$C_{d,h}$	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	$C_{d,a}$	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	$f_{u,c}$	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
8	K_2	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
9	K_3	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
10	K_4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
11	$R_{p,v}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
12	$f_{y,M}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
13	E_M	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
14	θ_1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
15	θ_2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

A probabilidade de falha do silo foi estimada utilizando o modelo de pressões de Jenike et

al. (1973) e, após a realização de 10^6 simulações, foi obtida a probabilidade de falha e o índice de confiabilidade, para o sistema estrutural, mostrados na Tabela 9.13.

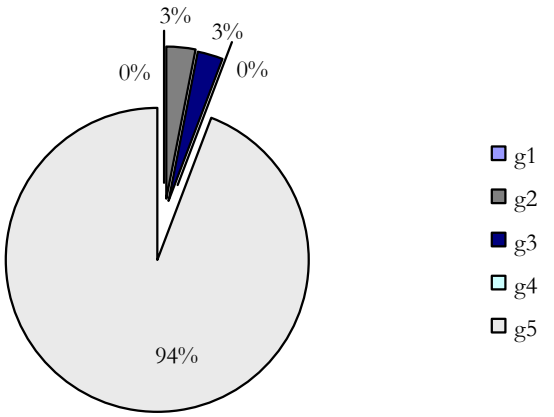


Figura 9.23 – Influência das equações de estado limite na falha do sistema.

A Figura 9.23 mostra a influência de cada equação de estado limite na probabilidade de falha do sistema e indica que a equação de estado limite 5 é a mais importante para o problema em questão. As equações dos estados limites 1, 2, 3 e 4 apresentaram poucas falhas, comparada com a outra equação de estado limite 5.

Tabela 9.13 – Probabilidade de falha e índice de confiabilidade obtidos para o caso 2 com o modelo de pressões de Jenike et al. (1973)

$P_{f,sys}$			β_{sys}		
$P_{f,\alpha=5\%}$	$\overline{P}_f$	$P_{f,\alpha=95\%}$	$\beta_{\alpha=5\%}$	$\overline{\beta}$	$\beta_{\alpha=95\%}$
0,0575	0,0610	0,0644	1,519	1,547	1,576

A Tabela 9.14 apresenta a probabilidade de falha e o índice de confiabilidade para cada chapa do silo estudado e mostra que, analogamente ao caso anterior, as chapas 22 e 18 apresentam as maiores probabilidades de falha.

A Figura 9.24 mostra que as probabilidades de falha, ao longo da altura, são variáveis e estão abaixo dos valores recomendados pelo JCSS (2000), que estão representados por uma linha vermelha. Pode-se observar que o modelo de Jenike et al. (1973) não mudou a localização da região mais fragilizada do silo estudado. Constatou-se também que o índice de confiabilidade é decrescente com a altura e isto é decorrente do modelo de pressões para força de atrito acumulado aumentar exponencialmente com a variável z.

Após as simulações realizadas com o modelo de pressões de Jenike et al. (1973), observou-se que a probabilidade de falha do sistema foi maior que a obtida com o modelo de pressões de Janssen (1895). Constatou-se, também, que o modelo de Jenike et al. (1973) apresentou uma não-uniformidade em relação às probabilidades de falhas individuais de cada chapa.

Tabela 9.14 – Probabilidade de falha e índice de confiabilidade obtidos ao longo da altura para cada chapa

Chapa	$P_{f,\alpha=5\%}$	$\overline{P}_f$	$P_{f,\alpha=95\%}$	$\beta_{\alpha=5\%}$	$\overline{\beta}$	$\beta_{\alpha=95\%}$
8	1,8E-05	3,4E-05	5,0E-05	3,88	3,98	4,14
9	2,9E-04	4,4E-04	5,8E-04	3,25	3,33	3,44
10	3,9E-03	4,5E-03	5,1E-03	2,57	2,61	2,66
11	3,1E-02	3,4E-02	3,7E-02	1,79	1,82	1,87
12	1,2E-04	1,7E-04	2,2E-04	3,51	3,58	3,67
13	2,0E-04	4,3E-04	6,5E-04	3,21	3,33	3,53
14	8,0E-04	1,1E-03	1,4E-03	2,99	3,06	3,15
15	2,3E-03	2,8E-03	3,3E-03	2,72	2,77	2,83
16	7,1E-03	8,4E-03	9,7E-03	2,34	2,39	2,45
17	1,6E-02	1,7E-02	1,9E-02	2,07	2,11	2,15
18	4,6E-02	5,4E-02	6,2E-02	1,54	1,61	1,68
19	6,3E-04	9,7E-04	1,3E-03	3,01	3,10	3,22
20	4,1E-03	4,9E-03	5,6E-03	2,53	2,59	2,65
21	1,4E-02	1,6E-02	1,9E-02	2,08	2,13	2,19
22	4,0E-02	4,4E-02	4,7E-02	1,67	1,71	1,75

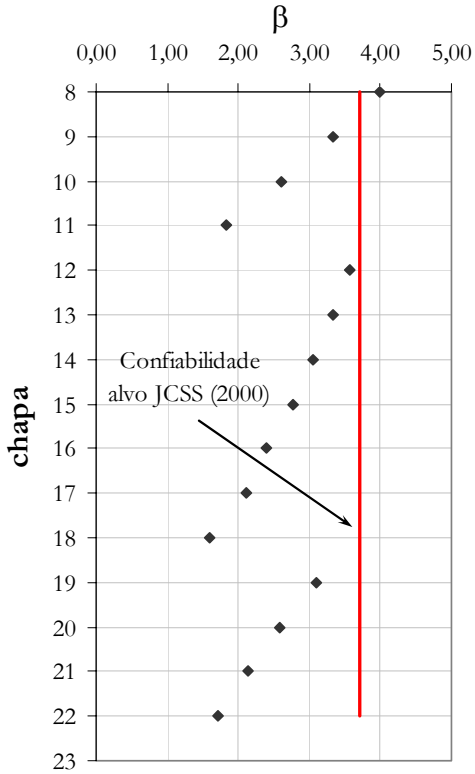


Figura 9.24 – Índices de confiabilidade para altura na chapa de referência.

Caso 3

Para avaliação da probabilidade de falha ao longo do tempo, foi transformado o problema dependente do tempo em um problema independente, por meio da teoria de valores extremos, que afirma que os valores de máximos e mínimos podem ser representados por variáveis aleatórias, com distribuição estatística própria. Neste trabalho foi utilizada a distribuição de extremo de Gumbel, que é uma distribuição que possui uma cauda com decrescimento exponencial. A função densidade de probabilidade é dada pela eq. (352).

$$f_x(x) = a.e^{-e^{-a.(x-b)}}.e^{-a.(x-b)} \tag{352}$$

A distribuição acumulada é dada pela eq. (353).

$$F_x(x) = e^{-e^{-a.(x-b)}} \tag{353}$$

lembrando que o valor máximo de um processo estocástico $X(t,\xi)$, em um período de referência T fixo, é uma variável aleatória (BECK, 2006).

$$X_T(\xi) = \max_{0\le t\le T}[X_T(t,\xi)] \tag{354}$$

Desta forma, a distribuição acumulada para n realizações de um processo estocástico é expressa pela eq. 355. Neste trabalho entende-se n como o número de operação de enchimento completo de um silo ao longo de sua vida útil. Foi utilizado para esta análise um número de 50 realizações ao longo de 25 anos de vida útil deste tipo de estrutura de armazenamento.

$$F_{X_n}(x) = [F_X(x)]^n \tag{355}$$

Para a avaliação ao longo do tempo, foi utilizada a distribuição de máximos para o coeficiente de sobrepressão horizontal e de atrito. Para isso foi gerada a distribuição de probabilidades acumulada para os dois coeficientes que estão mostradas nas Figuras 9.25 e 9.26.

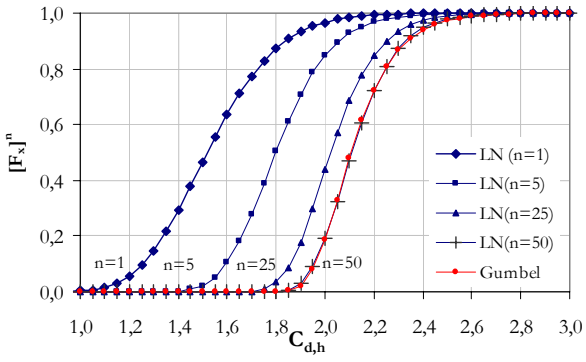


Figura 9.25 – Distribuição lognormal simulada para o $C_{d,h}$ do milho

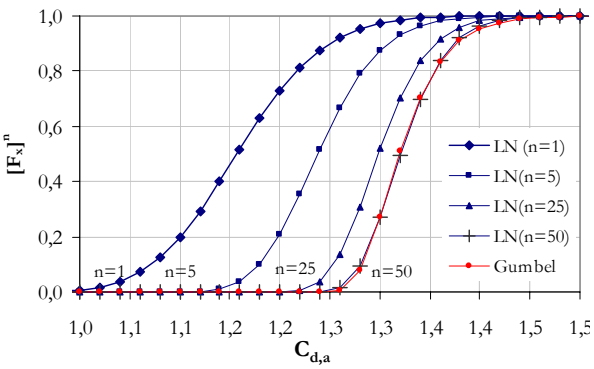


Figura 9.26 – Distribuição lognormal simulada para o $C_{d,a}$ do milho

Observa-se, nas figuras acima, que a distribuição Gumbel foi bem ajustada para n=50. O procedimento de ajuste utilizou o algoritmo de Levenberg-Marquardt para a minimização dos resíduos. Os parâmetros ajustados estão mostrados na Tabela 9.15, em forma dos dois primeiros momentos.

Tabela 9.15 – Parâmetros da distribuição de Gumbel para 50 realizações do processo

$C_{d,h}$		$C_{d,a}$	
μ	c.o.v	μ	c.o.v
1,993	0,078	1,291	0,030

Recalculando a confiabilidade com os coeficientes de sobrepressões, modelados pelas

distribuições de extremo de Gumbel, obtém-se a probabilidade de falha do sistema expressa na Tabela 9.16.

Tabela 9.16 – Probabilidade de falha e índice de confiabilidade obtidos para o caso 3 com o modelo de pressões de Janssen (1895) com distribuição de extremo para n=50

$P_{f,sys}$			β_{sys}		
$P_{f,\alpha=5\%}$	$\overline{P}_f$	$P_{f,\alpha=95\%}$	$\beta_{\alpha=5\%}$	$\overline{\beta}$	$\beta_{\alpha=95\%}$
0,1777	0,1729	0,1681	0,924	0,943	0,962

Nota-se que o valor do índice de confiabilidade foi 40% menor que o obtido para o modelo de Janssen (1895), sem a consideração da distribuição de extremo. O valor encontrado foi menor que o valor recomendado ($\beta = 3,3$ - classe de risco 1) pela norma EN 1990: 2002, para um período de referência de 50 anos.

Caso 4

O quarto caso é o mesmo do elaborado anteriormente, com exceção da alteração dos comprimentos de flambagem dos montantes. Foi efetuada uma análise da influência do comprimento de flambagem, obtendo-se diferentes probabilidades de falha do sistema estudado. Nesta comparação foi utilizada a distribuição de extremo estimada anteriormente e o modelo de Janssen (1895) para representar as pressões de descarregamento com os coeficientes de sobrepressões.

Tabela 9.17 – Probabilidade de falha e índice de confiabilidade obtidos para o caso 4 com o modelo de pressões de Janssen (1895) com distribuição de extremo e variação do comprimento de flambagem do montante

K_x	K_y	K_t	$P_{f,sys}$			β_{sys}		
			$P_{f,\alpha=5\%}$	$\overline{P}_f$	$P_{f,\alpha=95\%}$	$\beta_{\alpha=5\%}$	$\overline{\beta}$	$\beta_{\alpha=95\%}$
1,0	1,0	1,0	0,34	0,35	0,37	0,339	0,372	0,405
0,9	0,9	0,9	0,25	0,26	0,27	0,627	0,646	0,665
0,8	0,8	0,8	0,18	0,18	0,19	0,877	0,900	0,923
0,7	0,7	0,7	0,122	0,13	0,13	1,111	1,138	1,167
0,6	0,6	0,6	0,08	0,09	0,10	1,307	1,356	1,410
0,5	0,5	0,5	0,06	0,06	0,06	1,530	1,557	1,585
0,4	0,4	0,4	0,04	0,04	0,05	1,693	1,715	1,738
0,3	0,3	0,3	0,03	0,03	0,03	1,857	1,881	1,906
0,2	0,2	0,2	0,02	0,03	0,03	1,901	1,937	1,975
0,1	0,1	0,1	0,02	0,03	0,03	1,898	1,943	1,992

A Tabela 9.17 mostra a probabilidade de falha do sistema para cada relação do comprimento de flambagem em relação à altura da chapa. Nota-se que, para o silo estudado, o comprimento de flambagem afetou significamente os resultados e que, para um valor de

$K_x = K_y = K_t = 0,3$, o aumento da confiabilidade estabilizou. Isto ocorreu porque a resistência do perfil é afetada somente pela instabilidade local para essa região e, dessa forma, não depende do fenômeno de instabilidade global (Figura 9.27). O caso quatro mostra ainda que, mesmo considerando um comprimento de flambagem pequeno, onde ocorre somente instabilidade local, a probabilidade de ruína está acima dos valores recomendados pela norma EN 1990: 2002.

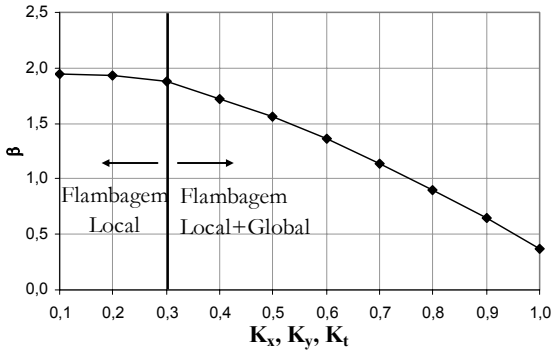


Figura 9.27 – Índices de confiabilidade em relação ao comprimento de flambagem do montante.

Caso 5

Para a verificação da confiabilidade com outro produto armazenado, foi realizada a estimativa da probabilidade de falha com a soja ensaiada. A geometria e os parâmetros das chapas e dos montantes foram os mesmos utilizados no exemplo anterior.

Tabela 9.18 – Variáveis aleatórias utilizadas no caso 5

N	Variáveis básicas	Símbolo	Distribuição	Unidades	Média	c.o.v	Fonte
1	Ação permanente	G	Normal	kN/m	4,000	0,02	JCSS (2001)
2	Peso específico do produto	γ	Lognormal	kN/m³	7,270	0,03	Experimento realizado
3	Relação entre as pressões horizontais e verticais	K	Lognormal	-	0,344	0,12	Experimento realizado
4	Coeficiente de atrito com a parede	$\mu_{w,c}$	Lognormal	-	0,363	0,06	Experimento realizado
5	Coeficiente de sobrepressão para as pressões horizontais	$C_{d,h}$	Lognormal	-	1,418	0,13	Experimento realizado
6	Coeficiente de sobrepressão para as forças de atrito	$C_{d,a}$	Lognormal	-	1,098	0,03	Experimento realizado
7	Resistência última das chapas	$f_{u,c}$	Lognormal	kN/cm²	37,000	0,04	JCSS (2000)
8	Coeficiente para o modo de ruptura por esmagamento	K_2	Normal	-	3,021	0,08	ESTEVES (1989)
9	Coeficiente para o modo de ruptura por rasgamento (para duas linhas)	K_3	Normal	-	0,952	0,03	ESTEVES (1989)
10	Coeficiente para o modo de ruptura por amassamento	K_4	Normal	-	2,877	0,07	ESTEVES (1989)
11	Resistência ao corte dos parafusos (M10)	$R_{p,v}$	Lognormal	kN	17,210	0,07	ESTEVES (1989)
12	Resistência ao escoamento dos montantes	$f_{y,M}$	Lognormal	kN/cm²	29,270	0,07	JCSS (2000)
13	Módulo de elasticidade do aço do montante	E_M	Lognormal	TPa	0,205	0,03	JCSS (2000)
14	Incerteza do modelo de resistência	θ_1	Normal	-	1,000	0,02	ESTEVES (1989)
15	Incerteza do modelo de pressões	θ_2	Normal	-	1,000	0,08	Experimento realizado

As propriedades físicas do produto armazenado foram consideradas variáveis aleatórias independentes. Já para a avaliação ao longo do tempo, foi utilizada a distribuição de extremos para o coeficiente de sobrepressão horizontal e de atrito. Para isso foi gerada a distribuição de probabilidades acumulada de máximos para os dois coeficientes que estão mostradas nas Figuras 9.28 e 9.29 e, posteriormente, ajustada a distribuição de extremos de Gumbel para máximos com n=50. Os parâmetros ajustados estão mostrados na Tabela 9.19, em forma dos dois primeiros momentos.

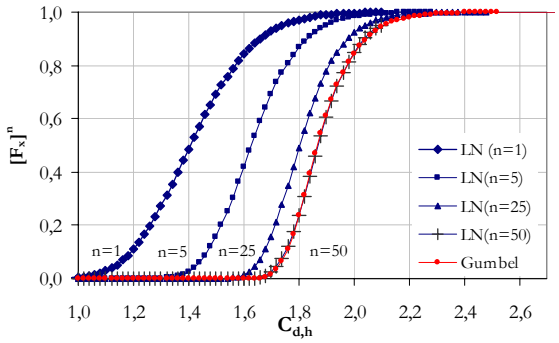


Figura 9.28 – Distribuição Lognormal simulada para o $C_{d,h}$ da soja

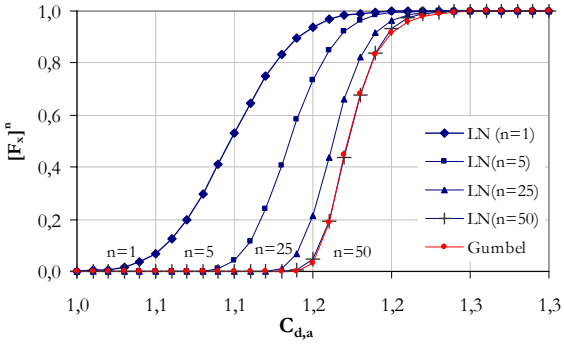


Figura 9.29 – Distribuição Lognormal simulada para o $C_{d,a}$ da soja

Tabela 9.19 – Parâmetros da distribuição de Gumbel para 50 realizações do processo

$C_{d,h}$		$C_{d,a}$	
μ	c.o.v	μ	c.o.v
1,780	0,120	1,159	0,017

Calculando-se a confiabilidade com os coeficientes de sobrepressões modelados por distribuições de extremo de Gumbel para máximos com n=50, obtém-se a probabilidade de falha do sistema expressa na Tabela 9.20.

Tabela 9.20 – Probabilidade de falha e índice de confiabilidade obtidos para o caso 5, com o modelo de pressões de Janssen (1895) com distribuição de extremo

$P_{f,sys}$			β_{sys}		
$P_{f,\alpha=5\%}$	$\overline{P}_f$	$P_{f,\alpha=95\%}$	$\beta_{\alpha=5\%}$	$\overline{\beta}$	$\beta_{\alpha=95\%}$
1,8E-05	3,2E-05	4,6E-05	3,91	4,00	4,13

Nota-se que o valor do índice de confiabilidade foi adequado às recomendações sugeridas pela norma EN 1990: 2002, para um período de referência de 50 anos, para a soja como produto armazenado. Com isso, dependendo do produto armazenado o silo atenderá ou não a condição de segurança, sendo de vital importância a identificação dos possíveis produtos a serem utilizados ao longo da vida útil do silo na propriedade agrícola ou industrial.

9.6 Algumas considerações sobre a confiabilidade de silos metálicos

Os resultados mostraram que, para o milho, o silo estudado apresentou valores de

probabilidade de falha superiores aos recomendados pelas normas internacionais do JCSS (2000) e do EN 1990: 2002. Já para a soja, a probabilidade de falha encontrada atendeu as recomendações de probabilidade-alvo, o que sugere que um mesmo silo, armazenando diferentes tipos de produtos, pode apresentar diferentes níveis de confiabilidade. Desta forma, lembrando que no Brasil um silo agrícola pode armazenar diferentes tipos de produtos, ao longo de sua vida útil, recomenda-se que os silos agrícolas sejam projetados para a condição mais desfavorável de armazenamento de produtos.

Foi observado, nas análises de confiabilidade, que a segurança do silo estudado foi fortemente afetada pela escolha do comprimento de flambagem do montante. Ravenet (1992) sugere que o comprimento de flambagem seja tomado como a distância entre chapas, porém, se esse comprimento for utilizado, a probabilidade de ruína do silo decresce devido à ocorrência de instabilidade global com interação com a local. Lembra-se ainda que, no caso 1, foi considerado um comprimento pequeno para as direções x e t, idealizando uma possível restrição decorrente da pressão horizontal atuante do produto e dos parafusos de ligação entre o montante e a chapa.

Dos exemplos estudados, conclui-se que o comprimento de flambagem deve ser estudado por pesquisas posteriores a esta, para que o modelo mecânico da resistência seja o mais condizente com os experimentos. Sugere-se, neste trabalho, que o comprimento de flambagem seja considerado a distância entre chapas, devido à falta de estudos conclusivos sobre esse assunto, considerando que, em algum momento do descarregamento, possa ocorrer um desconfinamento da parede e possivelmente um aumento da região de instabilidade.

Propõe-se também, neste trabalho, que a abordagem da segurança dos silos seja realizada pelo número de operações de carregamento e descarregamento esperadas pelo período do projeto adotado. Por exemplo, silos industriais devem possuir um valor de índice de confiabilidade mais alto que silos de propriedades agrícolas, pois são submetidos a mais ciclos de carregamento e descarregamento. Para isso pode ser utilizada a metodologia proposta neste trabalho, utilizando a distribuição de extremos de Gumbel para máximos, onde "n" representa o número de operações esperadas durante a vida útil da estrutura.

10 CAPÍTULO

CONCLUSÕES

"Pesquisas são limitadas. Criatividade é ilimitada."
(autor desconhecido)

Neste capítulo são apresentadas, resumidamente, as conclusões finais do trabalho e as sugestões para futuros estudos. Embora as análises e discussões dos ensaios experimentais tenham sido conduzidas ao longo do trabalho, faz-se uma síntese das principais conclusões.

10.1 Em relação às propriedades físicas dos produtos armazenados

Os resultados encontrados no equipamento de cisalhamento direto foram próximos dos obtidos no silo-piloto, com exceção da ração que apresentou uma diferença de até 29% para o coeficiente de atrito com a parede. Porém, sabendo-se da grande variabilidade apresentada na determinação das pressões em silos, pode-se utilizar o ensaio de cisalhamento direto para a determinação das propriedades físicas, considerando que a determinação em silo-piloto é de trabalhosa execução.

A distribuição lognormal foi a que melhor se ajustou aos dados experimentais, o que foi confirmado com os testes estatísticos de Kolmogorov-Smirnov e de Anderson-Darling. Já as correlações entre as propriedades físicas apresentaram-se abaixo de 0,5 e diferiram muito entre produtos e entre tipos de paredes.

10.2 Em relação às pressões no silo-piloto

O silo-piloto apresentou-se adequado para as medidas experimentais de pressões dos produtos armazenados, com boas respostas para a avaliação das pressões de carregamento e descarregamento, por meio do sistema de instrumentação utilizado. Os resultados experimentais mostraram que as pressões de carregamento são bem representadas pela teoria de Janssen (1895) e as pressões de descarregamento são bem representadas pela teoria de Jenike et al. (1973). Uma alternativa possível e recomendada neste trabalho é a utilização dos coeficientes de sobrepressões em conjunto com a formulação de Janssen (1895), dada a facilidade de sua aplicação.

Observou-se, analogamente às propriedades físicas, que a distribuição lognormal pode representar bem as incertezas dos parâmetros dos modelos de pressões o que foi confirmado pelos testes estatísticos de Kolmogorov-Smirnov e de Anderson-Darling.

A calibração dos modelos de pressões, utilizando os estimadores de máxima verossimilhança acoplados aos Algoritmos Genéticos, mostrou-se adequada para a obtenção dos parâmetros dos modelos de pressões, sendo estes obtidos no ajuste, para cada realização do ensaio, a partir dos dados experimentais.

A formulação de Jaky foi a que apresentou a melhor aproximação para o valor do parâmetro K, para a condição de carregamento para todos os produtos. Esta formulação é dependente somente do efetivo ângulo de atrito interno e é deduzida a partir do estado de repouso do produto. Neste trabalho, observou-se que a obtenção do parâmetro K por meio do silo-piloto é a mais indicada, porém muito mais trabalhosa.

Comparando o valor do coeficiente K para a condição de carregamento obtido no silo-piloto com a parede ondulada, com o valor obtido no silo-piloto com a parede lisa, observa-se que os valores são praticamente iguais, indicando que a rugosidade da parede não influenciou os valores do coeficiente K para a soja.

O coeficiente de sobrepressão horizontal médio apresentou valores diferentes entre os produtos analisados e entre os tipos de paredes, o que indica que para cada produto, é necessária a sua determinação no silo-piloto. Dessa forma, sugere-se que procedimentos experimentais sejam conduzidos para produtos com características diferentes dos ensaiados, como, por exemplo, produtos pulverulentos, pulverulentos coesivos e de geometria irregular. Os estudos e ensaios realizados indicaram, para o coeficiente de sobrepressão horizontal, os seguintes valores:

- Soja: $C_{d,h} = 1,426$ (parede lisa), $C_{d,h} = 1,418$ (parede ondulada).
- Milho: $C_{d,h} = 1,608$ (parede lisa), $C_{d,h} = 1,536$ (parede ondulada).
- Ração de frango: $C_{d,h} = 1,227$ (parede lisa), $C_{d,h} = 1,270$ (parede ondulada).

Os coeficientes médios de sobrepressão vertical e de atrito apresentaram o mesmo comportamento do coeficiente de sobrepressão horizontal, sendo que as variabilidades encontradas entre os produtos analisados e os tipos de parede foram bem menores que a variabilidade encontrada para o coeficiente de sobrepressão horizontal. Uma importante constatação diz respeito ao coeficiente de sobrepressão para a força de atrito com a parede ondulada, pois esta apresentou um valor superior ao obtido para o silo-piloto com a parede lisa. Os estudos e ensaios realizados indicaram, para os coeficientes de sobrepressão vertical e de

atrito médios, os seguintes valores:

- Soja : $C_{d,v} = 1,148$ (parede lisa), $C_{d,v} = 1,151$ (parede ondulada).

  $C_{d,a} = 1,07$ (parede lisa), $C_{d,v} = 1,098$ (parede ondulada).
- Milho: $C_{d,v} = 1,206$ (parede lisa), $C_{d,v} = 1,131$ (parede ondulada).

  $C_{d,a} = 1,078$ (parede lisa), $C_{d,v} = 1,159$ (parede ondulada).
- Ração de frango: $C_{d,v} = 1,052$ (parede lisa), $C_{d,v} = 1,126$ (parede ondulada).

  $C_{d,a} = 1,076$ (parede lisa), $C_{d,v} = 1,134$ (parede ondulada).

Os coeficientes de sobrepressões para silos esbeltos são apresentados baseados na teoria de valores extremos e nos ensaios experimentais desta tese. Os máximos característicos são plotados nas Figuras 10.1 a 10.6 e foram obtidos por meio da distribuição de extremos para máximos de Gumbel. Eles podem ser usados conhecendo-se o número de operações esperadas durante a vida útil do silo e obtendo-se assim o extremo de máximo característico.

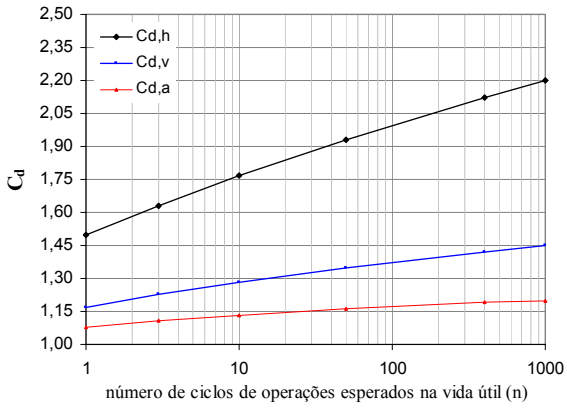


Figura 10.1 – Extremos de máximos característicos para os coeficientes de sobrepressões da soja com a parede lisa.

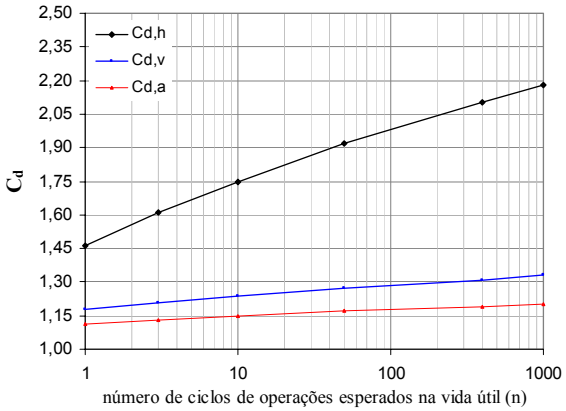


Figura 10.2 – Extremos de máximos característicos para os coeficientes de sobrepressões da soja com a parede ondulada.

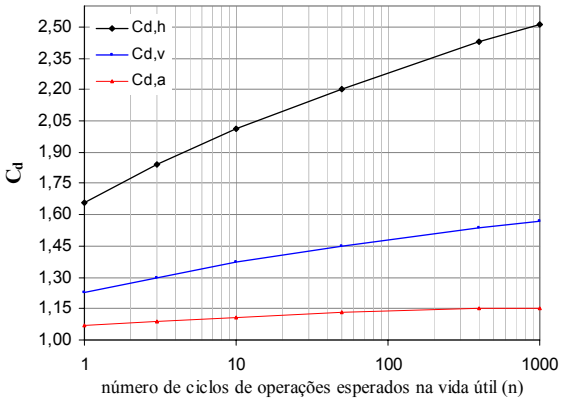


Figura 10.3 – Extremos de máximos característicos para os coeficientes de sobrepressões do milho com a parede lisa.

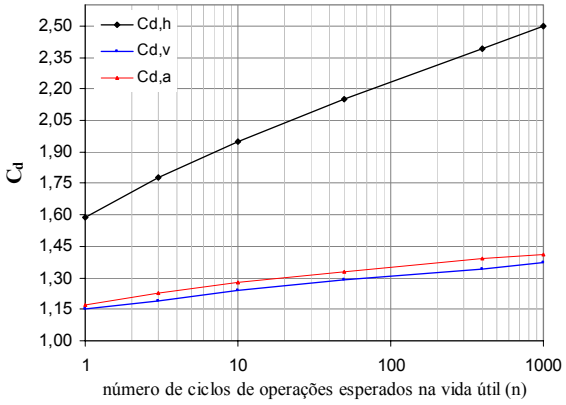


Figura 10.4 – Extremos de máximos característicos para os coeficientes de sobrepressões do milho com a parede ondulada.

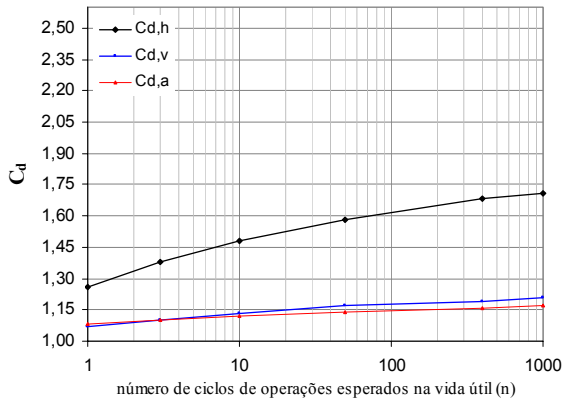


Figura 10.5 – Extremos de máximos característicos para os coeficientes de sobrepressões da ração de frango com a parede lisa.

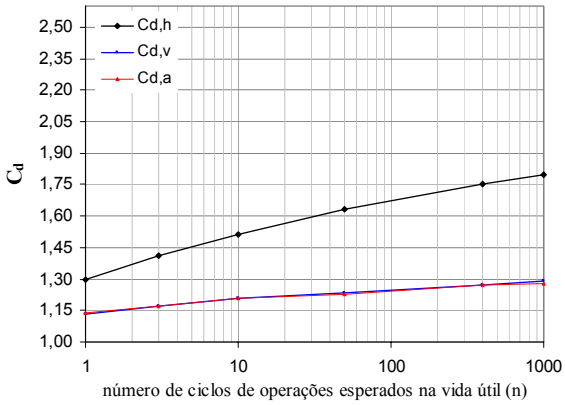


Figura 10.6 – Extremos de máximos característicos para os coeficientes de sobrepressões da ração de frango com a parede ondulada.

O modelo estocástico parametrizado proposto foi consistente e pode ser utilizado para a avaliação das flutuações das pressões ao longo da altura. Com a incorporação da variabilidade dos parâmetros de pressões, o modelo torna-se simples e de fácil aplicação em problemas práticos de projetos. O modelo de Jenike et al. (1973) é o mais recomendado, porém de difícil aplicação em projetos correntes, devido a sua complexidade. Desta forma, sugere-se a adoção do modelo simplificado de Janssen (1895) com os coeficientes de sobrepressões, por este apresentar simplicidade.

A partir da calibração das pressões na tremonha, foi possível observar que o modelo de Walters (1973b) e o de Jenike (1961) podem ser utilizados para a avaliação das pressões na tremonha. Constatou-se também que o parâmetro C foi o que apresentou a maior variabilidade, porém este não apresenta grande influência na pressão da transição entre o corpo do silo e a tremonha.

Recomenda-se a utilização do modelo de Walters (1973b), para a determinação das pressões de descarregamento em silos com fluxo de massa, pela sua simplicidade. Para silos com fluxo de funil, pode ser utilizado o modelo de Walters (1973b) com uma tremonha fictícia formando um ângulo α_f com a vertical. Já para as pressões de carregamento, pode-se utilizar a formulação de Walters (1973b) modificada como uma alternativa conservadora, o que implica em um aumento linear nas pressões com a profundidade..

10.3 Em relação ao estudo da confiabilidade estrutural

O estudo da confiabilidade mostrou que o silo vertical metálico investigado apresentou valores de probabilidade de falha acima dos valores recomendados internacionalmente, o que está de acordo com a grande ocorrência de falhas estruturais em silos metálicos ocorridas nos últimos anos. Para o silo metálico exemplificado, o modo de ruptura mais importante foi por compressão

do montante, devido a relação entre a altura lado.

Foi mostrado que a utilização da distribuição de extremos para a consideração do número de operações que podem ocorrer em um silo é adequada para a avaliação da confiabilidade estrutural ao longo do tempo de vida útil.

10.4 Sugestões para trabalhos futuros

Como continuidade do trabalho, recomenda-se que sejam estudados outros tipos de produtos armazenados que não apresentem as mesmas características dos produtos aqui apresentados.

Sugere-se um trabalho experimental no silo-piloto para o descarregamento excêntrico, avaliando-se a distribuição de pressões ao longo do perímetro e da altura, no corpo do silo e na tremonha.

Considera-se relevante, também, pesquisar as pressões de carregamento e descarregamento em silos verticais esbeltos reais (em campo), com a utilização de células de pressões para a comparação dos valores obtidos no silo-piloto. Acredita-se que pesquisas em campo para pressões de atrito mobilizadas no montante, sejam de grande importância para a verificação da estabilidade de silos verticais esbeltos de chapas onduladas.

Um importante objeto de pesquisa é referente à avaliação do comprimento de flambagem dos montantes metálicos da casca ortotrópica. É recomendado um estudo numérico e experimental que simule a interação produto-estrutura na contribuição do confinamento do montante.

Embora a simulação de Monte Carlo tenha sido bem sucedida na avaliação da probabilidade de falha, sugere-se que sejam aplicados outros métodos aproximados, como o FORM e o SORM, para a avaliação da confiabilidade de silos verticais esbeltos. A razão para isto é a diminuição do tempo de processamento, principalmente quando o problema é acoplado aos métodos dos elementos finitos para a avaliação das deformações e tensões na casca cilíndrica.

Por fim, sugere-se que a teoria de confiabilidade seja aplicada para os critérios de fluxo e não-fluxo que são, em geral, um dos maiores problemas operacionais das indústrias de processamento de produtos agrícolas e industriais. Desta forma, o fluxo poderia ser projetado para uma probabilidade compatível com a importância para o qual ele é necessário.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABRAMOWITZ, M.; STEGUN, I.S. **Handbook of Mathematical Functions**. New York: Dover Publications, 1972, 932p.

AGUSTI, G.; BARATTA, A.; CASCIATI, F. **Probabilistic Methods in Structural Engineering**. New York: Chapman and Hall, 1984.

AOKI, R. Stresses of powders and granular materials in bins and hoppers. Theory and **Applicated Mechanics**, v.26, p. 9-24, 1978.

AIRY, W. The pressure of grain. In: PROCEEDINGS OF INSTITUTION OF CIVIL ENGINEERS, CXXXI, 1897. **Anais..** London: Institution of civil engineers. v. 131, p. 507-512, 1897.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 313:** Standard Practice for Design and Construction of Concrete Silos and Stacking Tubes for Storing Granular Materials. EUA, 1977b.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 313:** Standard Practice for Design and Construction of Concrete Silos and Stacking Tubes for Storing Granular Materials. EUA, 1991.

AMERICAN IRON AND STEEL INSTITUTE. **AISI**. Specification for the design of cold-formed steel structural members.Washington D.C., EUA, 1980.

AMERICAN NATIONAL STANDARDS INSTITUTE. **ANSI/ASAE EP 433:1991** (reaffirmed DEC/2001). Loads exerted by free-flowing grain on shallow storage structures. EUA, 2003.

ANDRADE JÚNIOR, L. J. **Análise Estrutural das Chapas Metálicas de Silos e de Reservatórios Cilíndricos.** 1998. 208f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1998.

_____. **Ação do Vento em Silos Cilíndricos de baixa relação altura/diâmetro**. 2002, 151f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Escola de Engenharia de São Carlos. São Carlos. 2002.

ANG, A.H.S.; TANG, W.H. **Probability concepts in engineering planning and design**: Decision, risk and reliability. New York: John Wiley & Sons, v. 2, 1984, 562p.

ARAUJO, E.C. **Estudo Teórico e Experimental de Tremonhas Piramidais para Silos Metálicos Elevados**. 1997, 317f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Escola de Engenharia de São Carlos. São Carlos. 1997.

ARGOLO, W. P. **Otimização de Seções de Concreto Armado Submetidas a Flexo-Compressão Reta Utilizando Algoritmos Genéticos.** 2000. Dissertação (Mestrado em

Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio de Janeiro , COPPE, Rio de Janeiro, 2000.

ARNOLD, P. C.; MCLEAN, A. G.; ROBERTS, A. W. **Bulk solids: Storage, flow and handling.** Newcastle, Australia, University of Newcastle, 1982.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8681:** Ações e Segurança nas Estruturas. Rio de Janeiro, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **TB-374:** Silos cilíndricos para grãos vegetais. Rio de Janeiro, 1990.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **TB-377:** Componentes de silos cilíndricos metálicos para grãos vegetais. Rio de janeiro, 1990.

AUSTRALIAN STANDARD. **AS 3774 Supplement 1**: Loads on bulk containers. Sydney, 1997.

AUSTRALIAN STANDARD. **AS 3774**: Loads on bulk containers. Sydney, 1996.

AYUGA, F. Los Empujes Del Material Almacenado en Silos. **Informes de la Construcción**, v.46, n. 436, p. 582-616, 1995.

AZEVEDO, J. J. R. T. **Vibrações Aleatórias e Dinâmica Estocástica**. Apontamentos da Disciplina de Dinâmica e Engenharia Sísmica. Lisboa, Instituto Superior Técnico, 1996.

BAKER, J. Reducing Bias and Inefficiency in the Selection Algorithm. In: GREFENSTETTE, J. (ED.). PROCEEDINGS OF THE SECOND INTERNATIONAL CONFERENCE ON GENETIC ALGORITHMS AND THEIR APPLICATIONS, 1987, New Jersey. **Anais…** New Jersey: Hillsdale: Lawrence Erlbaum Association, 1987. p.14-21.

BENINK, E.J. **Flow and stress analysis of cohesionless bulk materials in silos related to codes**. 1989, 162f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) -Universiteit Twente. The Netherlands, 1989.

BENJAMIM, J.R.; CORNELL, C.A. **Statistics and Decision for Civil Engineering**. New York: McGraw-Hill, 1970.

BECK, A. T. **Confiabilidade Estrutural.** Notas de aula do curso de confiabilidade estrutural. São Carlos, SP, Escola de Engenharia de São Carlos, 2006, 210p.

BISCHARA, A.G. Interaction of bin and stored bulk solids. In: ROTTER, J.M. **Design of steel bins for storage of bulk solids.** Sydney: Civil and Mining Engineering Foundation, 1985. p.27-33.

BISCHARA, A.G.; AYOUB, S. F.; MAHDY,A.S. Static pressure in concrete circular silos storing granular materials. **ACI Structural Journal (American Concrete Institute)**, Detroit, n. 80-21, p.210-216, Maio/Jun., 1983.

BLIGHT, G. E. Silo wall friction and wall roughness. **Power Handling & Processing**, v.2, n.3, p. 235-238, 1990.

BORGES, F. P. S. Otimização Via AG do Processo Construtivo de Estruturas de Concreto Submetidos à Retração Restringida Tendo em Vista a Fissuração nas Primeiras Idades. 2002. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio de Janeiro , COPPE, Rio de Janeiro,2002.

BORGES, J., CASTANHETA, M. **Structural safety**. Lisboa: Laboratório Nacional de Engenharia Civil, 1971, 2 ed., 324p.

BOVEY, H. T. **Trans. Canadian Society of Civil Engineers**, 1903 Vol.XVII.

BOWLES, J. E. **Foundation Analysis and Design**, London: MacGraw-Hill, 5 ed., 1997, 1175p.

BLAIR-FISH, P. M.; BRANSBY, P.L. Flow patterns and wall stresses in a mass-flow bunker. **Journal Engineering Industry Transaction**, **ASME**, p.1-10, 1972.

BRITISH MATERIALS HANDLING BOARD **BMHB**. Draft code of practice for the design of silos, bins, bunkers and hoppers. Berkshire, 1985.

BRITISH STANDARD INSTITUTION **BS 4778-3.1:** Quality Vocabulary - Part 3: Availability, Reliability and Maintainability Terms - Section 3.1. Guide to Concepts and Related Definitions, London, 1991.

BRITTON, M. G.; MOYSEY, E. B. Grain properties in the proposed new engineering practice on bin loads. St. Joseph: **American Society of Agriculture Engineers (ASAE)**, n.86, 45-47p., 1986.

BROWN, C. J.; NIELSEN, J. **Silos: Fundamentals of theory, behaviour and design**. London: E & FN Spon, 1998, 836p.

BUCKLIN, R.A.; THOMPSON, S.A.; ROSS, I.J.; BIGGS, R.H. . Apparent coefficient of friction of wheat on bin wall material. St. Joseph: **Transactions of ASAE**, v.32, n.5, Set./Out., p. 1769-1773, ISSN: 0001-2351, 1989.

CALIL, JÚNIOR C.; CHEUNG, A. B. **Relatório técnico de colapso de um silo metálico cilíndrico de chapa corrugada**. São Carlos, EESC-USP, 2005, 12p. (Relatório técnico, nº1/2005).

CALIL, JÚNIOR C. **Silos de Madeira**. 1978. 198f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1978.

_____. **Sobrepresiones en las paredes de los silos para almacenamiento de productos pulverulentos cohesivos**. 1982. 184f. Tese (Doutorado em Engenharia Insdustrial) - Escola Politécnica de Barcelona, Espanha. Publicação do Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos, USP, 1982.

_____. Cargas para o dimensionamento de silos. In: JORNADAS SUL-AMERICANAS DE ENGENHARIA ESTRUTURAL, 23, 1985, **Anais...**Buenos Aires: Associação Sul-

Americana de Engenharia Estrutural, T.5, p. 1359-1379.

_____. Determinação das propriedades físicas de materiais granulares e pulverulentos para o projeto estrutural. **Revista Brasileira de Armazenagem**, Viçosa, v.9-10, n.1-2, p. 3-6, 1984-1985.

_____. **Recomendações de Cargas para o dimensionamento de Silos**. São carlos: EESC-USP, 1989. 106p. (Relatório de pesquisa de pós-doutorado. São Carlos).

_____. **Recomendações de Fluxo e de Cargas para o Projeto de Silos Verticais**. 1990. 198f. Tese de Livre Docência em Engenharia de Estruturas. - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1990.

CALIL, JÚNIOR C.; NASCIMENTO, J.W.B. Ações em silos pelo método dos estados limites: proposta de norma brasileira. **Engenharia Agrícola**, Jaboticabal. v.16, n. 4, p.110-117, 1997.

CANADIAN FARM BUILDING CODE. **CFBC Part 2**, Structural design, Ottawa, Canada, 1983.

CARSON, J. W.; JENKYN, R. T. Load Development and Structural Considerations in Silo Design. In. RELIABLE FLOW OF PARTICULATE SOLIDS II, 1993. Oslo, Norway. **Anais...**, 1993.

CASTILHO, V. C. **Otimização de Componentes de Concreto Pré-Moldado Protendidos mediante Algoritmos Genéticos**. 2003, 283f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Escola de Engenharia de São Carlos. São Carlos. 2003.

CHATTERJEE, S.; LAUDATO, M.; LYNCH, L. Genetic algorithms and their statistical applications: an introduction. **Computational Statistics and Data Analysis**, 22, 6, pp. 633-651, 1996.

CHEN, J. F.; ROTTER, J. M.; OOI, J. Y. Statistical inference of unsymmetrical silo pressures from comprehensive wall strain measurements. **Thin-Walled Structures**, Elsevier, v.31, p.117-136, 1998.

CHEUNG, A., B.; MARTINEZ,M.; CHEUNG, P. B. Estimação de parâmetros de distribuições de probabilidade utilizando algoritmos genéticos. **Revista Brasileira de Estatística**, Rio de Janeiro, v.64, n. 221, p. 43-66, 2003.

CHEUNG, A. B.; LINDQUIST, M.; CALIL, C. J. **Calibração das propriedades elásticas de uma placa ortótropa utilizando algoritmos genéticos**. Revista Sul-Americana de Engenharia Estrutural (ASAEE), v.2, p. 75-95, 2004.

CHUNG, J. H.; VERMA, L. R. Determination of friction coefficients of beans and peanuts. St. Joseph: **Transactions of ASAE**, v.32, n.2, p. 745-750, 1989.

CONAB: **Quantidade de armazéns no Brasil**. In: COMPANHIA NACIONAL DE

ABASTECIMENTO Disponível em: <http://www.conab.com.br/>. Acesso em: 10 nov. 2006.

CORDEIRO, G. Introdução à teoria de verossimilhança. In: 10º SIMPÓSIO NACIONAL DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA (SINAPE), 1992, Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro: Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1992.

COUTO, L.G. **Contribuição ao Estudo dos Silos de Argamassa Armada para Armazenamento de Cereais**. 1989. 147f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1989.

DA SILVA, A. R. **Projeto e Implementação de uma Ferramenta para o Pós-Processamento de Regras de conhecimento utilizando Algoritmos Genéticos**. São Carlos: ICMC-USP, Nov-2002.

DABROWSKI, R. Remarks on static silo pressure. Wroclaw: **Wydawnictwo Politechniki Wroclawskiej**, p. 59-64, 1987.

DAHLHAUS, F.; EIBL, J. Stochastic finite element analysis of filling pressures. In: BROWN C. J.; NELSEN J. **Silos - Fundamentals of theory, behaviour and design**. London: E & FN Spon, 1998, Cap. 28, p. 509-517.

DEB, K. **Multi-Objective Using Evolutionary Algorithms**. London: John Wiley & Sons, Ltd, 2001.

DEJONG, K. **The Analysis and Behavior of a Class of Genetic Adaptive Systems**. 1975. (PhD thesis) - University of Michigan, 1975.

DEUTSCHE NORM - **DIN 1055-6:** Basis of design and actions on structures – Part 6: design loads for buildings and loads in silo bins. Berlin, Verlaz, 2005.

DEUTSCHE NORM **DIN 1055 Part 6:** Design loads for buildings; Loads in silos bins. Berlin, Verlaz, 1987.

DEUTSCHE NORM **DIN 18914**: Thin-walled cylindrical steel tower silos. Berlin, Verlaz, 1985.

DITLEVSEN, O. Model uncertainty in structural reability. **Structural Safety**. v.1, n.1, p.73-86, 1982.

DITLEVSEN, O.; BERNTSEN, N.K. Empirically Based Gamma-Distributed Random Wall Pressures Field in Silo. **Journal of Engineering Mechanic**s. v.125, n.5, p.561-569, 1995.

DITLEVSEN, O. Narrow Reliability bounds for structural. **Journal of Structural Mechanic**s. n.7, p.453-472, 1979.

DITLEVSEN, O.; MUNCH-ANDERSEN, J. Empirical Stochastic Silo Model. I: Correlation Theory. **Journal of Engineering Mechanic**s. v.121, n.9, p.973-980, 1995.

DITLEVSEN, O.; MADESEN, H.O. **Structural Safety**. Lyngby: Internet edtion 2.2.2. of the

Department of Mechanical Engineering (DTU – Technical University of Denmark), Disponível em: <http://www.mek.dtu.dk/staff/od/books.htm.>, 2005. Acessado em: 23 jun. 2005.

DOOB, J. L. **Stochastic Processes**. New York: Wiley Classics Library Edition Published John Wiley & Sons, 1990, 651p.

DRESCHER, A. **Analytical Methods in Bin-Load Analysis**. Amsterdam: Elsevier, 1991, 255p.

ELLINGWOOD, B.; GALAMBOS, T. V.; MACGREGOR, J. G. ; CORNELL, C. A. **Development of a Probability Based Load Criterion for American National Standard A58**. US National Bureau of Standard Special Publication 577, 1980.

ENSTAD, G. On the theory of arching in mass flow hoppers. **Chemical Engineering Science**, v.30, p. 1273-1283, 1975.

_____. **A novel theory on arching and doming in mass flow hoppers**. 1981, 262f. Thesis – The Chr. Michelsen Inst., Bergen, 1981.

ESTEVES JÚNIOR, P. **Silos Metálicos de Chapa Corrugada**. 1989. 118f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1989.

EUROPEAN COMMITTEE OF STANDARDIZATION. **PrEN 1991- 4:** Actions on silos and tanks. CEN, Brussels. 2002.

EUROPEAN COMMITTEE OF STANDARDIZATION. **EN 1990:** Basis of Structural design. CEN, Brussels. 2002

FABER, M. H. **Risk and Safety in Civil, Surveying and Environmental Engineering**. Zurich. Swiss Federal Institute of Technology: Lecture Notes of the Group Risk and Safety. (Institute of Structural Engineering), Disponível em: <http://www.ibk.ethz.ch/ fa/ education/lecture_notes/index_EN >, 2006. Acessado em: 12 jul. 2006. 290 p.

FASSONI, D.P. ***Sistema Construtivo Modular em Madeira para Silos Horizontais***. 1994. 150f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1994.

FORTES FILHO, J. **Uma introdução ao estudo dos silos**. 1985. 427f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1985.

FOSCHI, R. O. **Reliability of Structures with Timber and Wood-Based Products**. Lecture, Module 1, Shanghai, 2003, 57p.

FREITAS E. G. **Estudo teórico e experimental das pressões em silos cilíndricos de baixa relação altura/diâmetro e fundo plano**. 2001. 175f. Tese (Doutorado em Engenharia

Civil) - Escola de Engenharia de São Carlos. São Carlos. 2001.

FREITAS, A. R. **Probabilistic approach in the design of wood structures in Brazil based on the variability of 23 species**. São Paulo: Instituto de pesquisas tecnológicas do estado de São Paulo (Divisão de Madeiras), São Paulo, Brasil, Nº1198, 1978.

FUSCO, P. B. **Estruturas de concreto:** Fundamentos do Projeto Estrutural Estatísticos da Segurança das Estruturas. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1976, v.1, 298p.

_____. **Estruturas de concreto:** Fundamentos Estatísticos da Segurança das Estruturas. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1976, v.2, 274p.

GAYLORD Jr., E.H.; GAYLORD, C.N. **Design of steel bins for storage of bulk solids**. New Jersey :Prentice-Hall, INC., 1984, 359p.

GEN, M.; CHENG, R. **Genetic Algorithms and Engineering Design**. London: John Wiley & Sons, INC, 1996.

GOLDBERG, D.E. Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning. Massachusetts: Addison-Wesley, Reading, 1989.

GOMES, F.C. **Estudo teórico e experimental das ações em silos horizontais**. 2000, 205p. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Escola de Engenharia de São Carlos. São Carlos. 2000.

GOMES, F.C. **Silos para armazenamento de Laranjas**. 1994. 107 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1994.

HAAKER, G; LAAN A. Load measurements on silos: Influence of the own stiffness of the measuring instrument on the results. In: FIRST INTERNATIONAL PARTICLE TECHNOLOGY FORUM, 1994, Denver. **Anais…** Denver, 1994.

HAAKER, G. Measurement of wall friction and wear in bulk solids handling. In. SILO – FORSCHUNG UND PRAXIS, Karlsruhe. TAGUNG´88 in KARLSRUHE, 1988,. **Anais…** p. 389-403 Karlsruhe: University of Karlsruhe, 1988.

HAAKER, G.; RADEMACHER J.C. A modified Triaxial Tester for measuring the flowproperties of Bulk Solids. In: PROCEEDINGS OF INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON POWDER TECHONOLOGY, 1981,. **Anais…** .. Karlsruhe: University of Karlsruhe, 1981. p. 126-132.

HAAKER, G. **An introduction to the storage of bulk solids in silos**. Twente: University of Twente, The Netherlands, 1999, 45p.

HASOFER, A. M.; LIND, N. An Exact and Invariant First-Order Reliability Format. **Journal of Engineering Mechanics**, v.100, n. EM1, , p.111-121, 1974.

HASOFER, A. M.; Reliability Index and Failure Probability. **Journal of Structural Mechanics**,

v.3, p.25-27, 1974.

HAUPT, R. L.; HAUPT, S. E. **Pratical Genetic Algorithms**. New York: John Wiley & Sons, INC, 2004, 2 ed., 253p.

HOLAND, J. H. **Adaptation in natural en artificial systems**. MIT Press, 1975.

HORNE, R.M.; NEDDERMAN, R. M. Stress Distribution in Hoppers. **Powder Technology**, v.19 p. 243-254, 1978.

HOLICKÝ, M.; MATERNA, A.; SEDLACEK, G.; ARTEAGA, A.; SANPAOLESI, L.; VROUWENVELDER, T.; KOVSE, I.; GULVANESSIAN, H. **Implementation of Eurocodes - Handbook 2 – Reliability Backgrounds**.: Leonardo da Vinci Pilot Project CZ/02/B/F/PP-134007. Prague, 2005, 254p.

HONG, H. Simple aprosimations for improving Second-order reliability estimates. **Journal of Engineering Mechanics**,n .3, p.592-595, 1999.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDART **ISO 11697:** Bases for design of structures: Loads due to bulk materials, London, 1995.

JANSSEN, H. A. Versuche ¨uber Getriededruck in Silozellen. Z. **Verein Deutcher Ingenieure** v. 39, p. 1045-1049, 1895.

JENIKE, A. W.; JOHANSON, J. R. Bin Loads. **Journal of the Structural Division**, ASCE, v.95, nºST4, 1968.

JENIKE, A. W. **Gravity flow of bulk solids**. Salt Lake City: University of Utah, 1961. (Bulletin. Utah Engineering Experiment Station, nº108).

_____ . Gravity flow of bulk solids.**Trans. Instn Chem. Engrs**, v.40, p. 264-271, 1962.

_____ . **Storage and flow of solids**. Salt Lake City: University of Utah, 1964. (Bulletin. Utah Engineering Experiment Station, nº123).

_____ . A theory of Flow of Particulate Solids in Converging and Diverging Channels Based on a Conical Yield Function. **Powder Technology**, v.50 p. 229-236, 1987.

_____ . New developments in the theory of particulate solids flow. In: EFCE, Serie Nº 49, Bergen,. **Anais…** Norway, 7 p., 1985.

_____ . Load assumption and distributions in silo design, **Norway society of chartered Engineers, construction of concrete silo symposium**, 1977, 20p.

JENKIS, W. M. Steady-State towards structural optimization via the algorithm genetic**. Computers & Structures**, v.40, n.5, p. 1321-1327, 1991.

JENIKE, A. W; JOHANSON, J. R.; CARSON, J. W. Bin loads in 3 parts. **Journal of engineering for Industry**, ASCE, v.95. p. 1-5, 6-12, 13-20, 1973.

JOHANSON, J. R. Method of Calculation Rate of Discharge from Hoppers and Bins. **Trans.**

Min. Engrs. AIME, v.232, p. 69-80, 1965.

_____ . Stress and velocity fields in gravity flow of bulk solids. **Journal Apllication Mechanics**,Trans. ASME, p. 499-506, 1964.

JCSS (Joint Committee on Structural Safety). **Probabilistic Model Code – Part 1 – Basis of Design**. 12th draft. 62 p, 2000.

KALBFLEISCH, J.G. **Probability and Statistical Inference**. New York: Spring-Verlag, 2 ed., v. 2, 1985.

KAMINSKI, M.; WIRSKA, E. Variation of pressures in flexible walled silo model. **Powder Handling & Processing**. V.10 n.4, p.349-355. October/December, 1998.

KETCHUM, M.S. **The design of walls, Bins and Grain Elevators**. London: McGraw Hill, 3 ed., 1919.

KNAN, N.; GOLDBERG, D.E.; PELIKAN M. **Multi-objective Bayesian optimization algorithm.** Illinois Genetic Algorithms Laboratory. University of Illinois at Urbana-Champaing. IlliGAL report No. 200209. Mar-2002.

KOTTEGODA, N. T.; ROSSO, R. **Statistics, Probability and reliability for civil and environmental engineers.** Singapore: McGraw-Hill Book Company, v.1, 1997, 733p.

KOVACS, Z. L. **Teoria da probabilidade e processos estocásticos : com aplicacões em engenharia de sistemas e processamento de sinais**. São Paulo, 1996, 120p.

KIUREGHIAN, A. D., LIN, H-Z. E HWANG, S-J., Second Order Reliability Approximations, **Journal of Engineering Mechanics**, v. 113, n. 8, p. 1208-1225, 1987.

KIUREGHIAN, A. D., LIU, P-L, Structural reliability under incomplete probability information, **Journal of Engineering Mechanics**, v. 112, n. 1, p. 85-104, 1986.

LACERDA, E. G. M. ; CARVALHO, A. C. P. L. F. Introdução aos algoritmos genéticos. In: GALVÃO, C. O. ; VALENÇA, M. J. S. **Sistemas inteligentes: aplicações a recursos hídricos e ciências ambientais**. Porto Alegre: Ed. Universidade/UFRG/ABRH. p. 99-150, 1999

LANGENDONCK, T. V. **Vocabulário de teoria das estruturas**. São Paulo: Associação Brasileira de Cimento Portland (ABCP). São Paulo, 1989, 50p.

LATINCSICS, N.K. Silos and storage vessels: inlfuence of compressibility of the stored solids on the design methods, the process and conflicts in existing codes. **Bulk Solids Handling**, v.5, n.1, p.219-224, 1985.

LEMAIRE, M. Reability and mechanical design. **Reability Engineering & System Safety**. v.55, n.1, p.163-170, 1997.

LEMONGE, A. C. de C. **Aplicação de Algoritmos Genéticos em Otimização Estrutural**.

1999, 202p. Tese (Doutorado). Universidade Federal do Rio de Janeiro – Rio de Janeiro. 1999.

LENCZNER, A. Investigation into the behaviour of sand in model silo. **The Structural Engineer**, v.41, n.12, p. 389-398, 1963.

LIND, N. C. Consistent partial safety factors. **ASCE J. of the Struct. Div**. 97(ST 6):1651-1669, 1971.

LIU, G.R.; HAN, X. **Computational inverse techniques in nondestructive evaluation**. New York: CRC PRESS, 2003.

LOHNES R. A.. Lateral stress ratios for particulate materials. **Powder Handling & Processing.** v. 5, n.4 p 331-336, 1993.

LUFFT, E. **Engineering News**, Vol. LII, 1904.

MACGREGOR, J. G. Safety and limit states design for reinforced concrete. **Can. J. of Civil Eng**. 3(4):484-513, 1976.

MANFRIN, I.M.S. **Um Estudo dos Silos para Açúcar: Propriedades Físicas do Material Armazenado, Recomendações Construtivas, Normativas e Análise Estrutural**. 1994, 82f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1994.

MARINELLI, J., CARSON, J. Solve solids flow problems in bins, hoppers and feeders.Jenike & Johanson, 2002. Disponível em: <http://www.jenike.com/>. Acesso em: 10 jan. 2005.

MARINHO, G. A. **Métodos Estocásticos para Previsão de Carga em Sistemas de Energia Elétrica**. São Carlos: Notas Didáticas do Instituto de Ciências Matemáticas de São Carlos – ICMC-USP, 2001,110p.

MCLEAN, A.G. A closer examination of rhe variation of wall friction angle with major consolidation stress**. Bulk Solids Handling**, v.8, n.4, p. 407-411, 1988.

MARTÍNEZ, M. E. **Desenvolvimento de um Modelo Estatístico para Aplicação no Estudo de Fadiga em Emendas Dentadas de Madeira**. 2001. Tese (Doutorado em Ciências dos materiais) - Escola de Engenharia de São Carlos/Instituto de Física de São Carlos/Instituto de Química de São Carlos - Universidade de São Paulo, 2001.

MATSUMOTO, M.; NISHIMURA, T. Mersenne Twister: A 623-dimensionaly equidistributed uniform pseudo-random number generator. **ACM Transactions on Modeling and Computer Simulation**, v.8, n.1, p. 3-30, 1998.

MELCHERS, R. **Structural Reability: Analysis and Prediction**. London: Ellis Horwood Limited, U.K., 1987, 400p.

MICHALEWICZ, Z. **Genetic Algorithms + Data Structures =** Evolution Programs. New

York: Springer-Verlag , 1992.

MILANI, A. P. **Determinação das propriedades de produtos armazenados para o projeto de pressões e fluxo em silos**. 1993, 272f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Escola de Engenharia de São Carlos. São Carlos. 1993.

MOORE, D. W., WHITE, G. M., ROSS, I. J. Friction of wheat on Corrugated Metal Surfaces. **Transactions of the ASAE**, v.84, n.1, p. 1842-1847, 1984.

MOYA, M., AYUGA, F., GUAITA, M., AGUADO, P. J. (2002). Mechanical Properties of Granular Agricultural Materials Considered in Silos Design. IN: 15TH ASCE ENGINEERING MECHANICS CONFERENCE, 2002, New York. **Anais…** New York: Columbia University , 2002.

MONTGOMERY, D.; RUNGER, G. C. **Applied statistic and probability for engineeres**. New York: John Wiley & Sons, 3 ed., 2002, 706p.

MUNCH-ANDERSEN, J.; DITLEVSEN, O.; CHRISTENSEN, C.; RANDRUP-THOMSEN, S.; HOFFMEYER, P. Empirical Stochastic Silo Load Model. II: data analysis. **Journal of Engineering Mechanic**s, ASCE. v.121, n.9, p.981-986, 1995.

NASCIMENTO J.W. **Estudo de Silos Metálicos Prismáticos para Fábricas de Ração**. 1996, 152f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Escola de Engenharia de São Carlos. São Carlos. 1996.

NEVES, R. A. D**esenvolvimento de Modelos Mecânico-Probabilísticos para Estruturas de Pavimentos de Edifícios**. 2004, 200f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Escola de Engenharia de São Carlos. São Carlos. 2004.

NIELSEN, J.; KRISTIANSEN, N. O. Related measurements of pressure conditions in full-scale barley silo and in model silo. In. INTERNACIONAL COFERENCE ON DESIGN OF SILOS FOR STRENGTH AND FLOW, Landcaster, 1980, London. **Anais…**section 5, p. 1- 24., 1980.

NIELSEN, J.. J. Pressures from flowing granular solids in silos. **Phil. Trans. Royal Society Lond.**, v. 356, p. 2667-2684, 1998.

NILSSON, L. The effect of imperfections on the pressure in grain silos. **Bulk Solids Handling**, v. 6, n. 5, p. 407-409, 1986.

NOWAK, A. S.; COLLINS, K. R. **Reliability of structures**. MacGraw-Hill Education, 2000, 338 p.

OLIVEIRA, S. R. **O algoritmo genético na otimização do projeto estrutural de embarcações.** 1998. Tese (Doutorado em Engenharia de Civil) - Escola de Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo.

OLIVIERI, B. P. **Otimização do Projeto de Pontes Protendidas Pré-Moldadas pelo Método dos Algoritmos Genéticos**. 2004. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio de Janeiro , COPPE, Rio de Janeiro, 2004.

OOI, J. Y; PHAM, L.; ROTTER, J. M. Systematic and random features of measured pressures on full-scale silo walls. In: THIRD INTERNATIONAL CONFERENCE ON BULK MATERIALS, STORAGE, HANDLING AND TRANSPORTATION, 3, 1989, Newcastle. . **Anais…**Newcaste: University of Newcastle, 27-29 June 1989, p.256-263.

OOMS, M. ; ROBERTS, A. W. Significant Influence on Wall Friction in the Gravity Flow of Bulk Solids. **Bulk Solids Handling**, v.5, n.6, p.1271-1277, Dez-1985.

PALMA, G. **Pressões e Fluxo em silos esbeltos (h/d ≥ 1,5).** 2005, 109f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2005.

PAPOULIS, A. **Probability, random variables and stochastic processes**. New York: MacGraw-Hill, 3ed. , 1991, 666p.

PELIKAN M.; GOLDBERG, D.E.; CANTÚ-PAZ, E. BOA: **The bayesian optimization algorithm**. Illinois Genetic Algorithms Laboratory. University of Illinois at Urbana-Champaing. **IlliGAL report** No. 99003. Jan 1999.

PETROVSKI, A.; WILSON, A.; McCALL, J. **Statistical analysis of genetic algorithms and inference about optimal factors**. School of Computer and Mathematical Sciences. Faculty of Science and Technology. The Robert Gordon University. SCMS Technical Report 1998/2. Dez 1998.

PHAM, L. Variability of bin loads due to bulk solids for strucutural design. IN. CIVIL ENGINNERING TRANSPORTATION, 22-24, 1983. Newcastle , **Anais…** Newcastle : University of Newcastle, 1983, p. 302-306.

PIEPER, K.; SCHÜTZ, M. **Bericht Über das Forschungsvorhaben - Norm-Mess-Silo für Schüttguteigenschaften**. Technische Universität Braunschweig - Lehrstuhl für Hochbaustatik, Deutschland, 1980, 109p.

PITTMAN, J.; MURTHY, C.A. Fitting optimal piecewise linear functions using Genetic Algorithms. **IEEP Pattern Analysis and Machine Intelligence**, 22, 7, p. 701-718, 2000.

RACKWITZ, R.; FIESSLER, B. Structural reliability under combined random load sequences. **Computers and Structures**, v.9, p. 489-494, 1978.

RAVANET, J. **Deformaciones, Falhas, Explosiones, Prevención de acidentes**. Barcelona: Editores Técnicos Asociados, A.S. , 1978, 364p.

_____ . **Silos: Flujo de vaciado de sólidos, Formacion de bóvedas, Efectos**.

Barcelona: Editores Técnicos Asociados, A.S. , 1977, 335p.

_____ . **Silos: Teoria, Investigation, Construction**. Barcelona: Editores Técnicos Asociados, A.S. , 1977, 381p.

_____ . **Silos**. IMGESA: Edición Láser Fotocomposición, Barcelona, ,1992, 508 p.

REIMBERT, M.; REIMBERT, A. **Recherches novelles sur les efforts exercs par les matieres pulverulentos ensilees sur les parois des silos**. Annales Institute Technique du Batiment et des Travaux Publics. Series I. Nº 11, p. 49-60, 1943.

ROBERTS, A. W. ; McLEAN, A. G.; ARNOLD, P.C. Determination of bin geometry. Paper 5. **Storage, Flow and Handling of Bulk Solids**, 1987d.

ROBERTS, A. W. 100 years of Janssen. **Storage.Bulk Solids Handling**, v. 15, n. 3, p. 369-383, 1995.

_____ . Introduction – Storage and flow of bulk solids: Paper 1. **Storage, Flow and Handling of Bulk Solids**, 1987a.

_____ . Fundamental principles of storage bin and discharge system design for bulk solids handling: Paper 2. **Storage, Flow and Handling of Bulk Solids**, 1987b.

_____ . Wall pressures in mass flow bins: Paper 7. **Storage, Flow and Handling of Bulk Solids,** 1987c.

ROSA, E. (1994). **Fadiga e confiabilidade**. Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina. Notas de aula. Edição da internet 1. Disponível em: <http://geocities.yahoo.com.br/projetos_ctm/>. Acesso em: 10 fev. 2005.

ROSENBLUETH, E. On computing normal reliabilities. **Structural Safety**, v. 2, p.165-167, 1985.

ROTTER, J. M.; PHAM, L.; NIELSEN, J. On the specification of loads for the structural design of bins and silos. In:PROC. SECOND INTERNATIONAL CONFERENCE ON BULK MATERIALS STORAGE, HANDLING AND TRANSPORTATION, INSTITUTION OF ENGINEERS, 2, 1986, Wollongong: **Anais…** Wollongong : University of Wollongong, July, 1986, p.241-247.

ROTTER, J.M. **Design of steel bins for storage of bulk solids**. Sydney: Civil and Mining Engineering Foundation, University of Sidney., 1985, 242p.

ROTTER, J.M. et al. Properties of the stored granular material. . In: BROWN C. J.; NIELSEN J. **Silos: Fundamentals of theory, behaviour and design**. London: E & FN Spon, 1998. Cap. 41.2, p. 650-664.

PRESS, W.H.; TEUKOLSKY, S.A.; VETTERLING, W. T.; FLANNERY, B. P. **Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing**. 2 ed. Cambridge, Cambridge University

Press, 1992, 994p.

MARTÍNEZ, E. M.; LOUZADA, F. N.; CALIL, C. J. A Multiple Orthogonal Polynomial Birnbaum-Saunders Model for Fatigue Data. Artigo submetido à publicação na **Revista de matemática e Estatística**, 2003.

Sindicato Nacional del Hormigón Armado y Técnicas Industrializadas S.N.B.A.T.I: Reglas para Proyecto Y Calculo de Silos de Hórmigon. Francia, 1977.

SCAPIN, C. A. **Análise sistêmica de falhas**. Belo Horizonte: Editora de Desenvolvimento Gerencial, 1999, 132p.

SCHUELLER, G. I.; BUCHER, C. G.; BOURGUND, U. On efficient Computational Schemes to Calculate Structural Failure Probabilities. **Probabilistic Engineering Mechanics**, v.4, n.1, p.10-18, 1989.

SCHULZE, D. Flowability and Time Consolidation Measurements Using a Ring Shear Tester. **Powder Handling & Processing 8,** v.3, p. 221-226, 1996.

SCHWEDES, J. Consolidation and flow of cohesive bulk solids. **Chemical Engineering Science.** v.57, p.287–294, 2002.

_____. Evolution of bulk solids technology since 1974. Separata da **Revista Bulk Solids Handling**, USA, v.3, n.1, p.1-5, 1983.

_____ . Measurement of flow properties of bulk solids. **Powder Technology**. v.88, p.285-290, 1996.

SCHWEDES, J., SCHULZE, D. Measurement of Flow Properties of Bulk Solids. In: PROCEDINGS OF SECOND WORLD CONGRESS PARTICLE TECHNOLOGY, 2, 1990, Kyoto. **Anais…** Kyoto: University of Kyoto, Set. 19-22, 1990, p. 61-71.

SIERKSMA, G. **Linear and Integer Programming:** Theory and Practice. New York: Marcel Dekker, Inc, 1996.

SILVA, E. E. **Otimização de estruturas de concreto armado utilizando algoritmos genéticos**. 2001,131f. . Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2001.

SILVA, F. C. **Critérios de segurança e confiabilidade do sistema de fundação.** São Carlos: Revisão Bibliográfica apresentada ao Departamento de Geotecnia – Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2003.

SILVA, M. C. **Estudo da variabilidade de pressões em silos**. 1993, 192f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1993.

SITKEI, G. **Mechanics of Agricultural Materials**. Budapest: Akadémial Kiadó, 1986, 487p.

SOARES, R.C. **Um estudo sobre modelos mecânico-probabilísticos para pórticos de**

concreto armado. 2001, 253f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Escola de Engenharia de São Carlos. São Carlos. 2001.

SOARES, R.C., VENTURINI, W. S. **Introdução à análise de confiabilidade**. São Carlos: Notas de aula do Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2001.

STOFFERS, H. Tests for pressures. In: BROWN C. J.; NELSEN J. **Silos - Fundamentals of theory, behaviour and design**. London: E & FN Spon, 1998. Cap. 40.1, p. 622-629.

TERZAGHI, K., Pressure of Dry Sand. **Engineering News Record**, 1934.

TOLTZ, M. Trans. Canadian Society of Civil Engineers, Vol. XVII., 1903.

TÜZUN, U.; NEDDERMAN, R. M. An Investigation of the flow boundary during Steady-State discharge from a funnel-flow bunker. **Powder Technology**, v.31 p. 27-43, 1982.

USHITSKII, M. U.; YAN´KOV, V. Y. **Probabilistic characteristics of pressure of granular**. Moscow: Plenum Publishing Corporation, 1989,p. 424-428.

VANMARCKE, E.H. **Random Fields, Analysis and Synthesis.** MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1983.

VAZ, J. **Silos Verticais de Madeira Compensada**. 1987, 346f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1987.

VINOGRADOV, O., LEONENKO, Y. Numerical Investigation of Statistical Properties of Microslips in Silos. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 129, n. 6, 2003.

WALKER, D. M. An Approximate Theory for Pressures and Arching in Hoppers. **Chemical Engineering Science**., v. 21, p. 975-997, 1966.

WALL, M. *Galib:* **A C++ Library of Genetic Algorithm Components (version 2.4).** Mechanical Engineering Department, Massachusetts Institute of Technology, 1996.

WALTERS, J. K. A theoretical analysis of stresses in silos with vertical walls. **Chemical Engineering Science**, v. 28, p. 13 – 21, 1973a.

_____ A theoretical analysis of stresses in axially-symmetric hoppers and bunkers. **Chemical Engineering Science**, v. 28, p. 779-789, 1973b.

WINTER, G. Strenght of thin steel compression flanges. **Journal of Structural Engineering, ASCE,** v. 112, p. 920-1 - 920-25 , 1956.

SSTT **Standart Shear Testing Technique for Particulate Solids Using the Jenike Shear Cell**. England: UK: Institution of Chemical Engineers, 1989, 46p.

ZAKRZEWSKI, M. S. Design of silo for grain storage. In: **DIE SIVIELE INGENIEUR. SOUTH AFRICA**, 1959, p.68-69.

ZHANG, Q.; PURI, V.M.; MANBECK, H. B. Model for frictional behavior of wheat on

structural materials. **Trans. ASAE**, v.31, n.3, p. 898-903, 1988.

ZETZENER, H.; SCHWEDES, J. Relaxation and Creep of Dry Bulk Solids. **Part. Syst. Charact**. v.19, p.144 -148, 2002.

APÊNDICE A – DETERMINAÇÃO DO EFETIVO ÂNGULO DE ATRITO INTERNO

A.1 Determinação do ângulo de atrito interno (ϕ_i) e ângulo de atrito efetivo (ϕ_e)

Produtos granulares desconsolidados não possuem resistência, mas ganham resistência por meio da consolidação e do confinamento quando estão armazenados no silo. Os produtos ganham um acréscimo de resistência da mesma maneira. Cada um apresentará um ganho diferente de resistência em função da tensão principal σ. De maneira geral, os produtos apresentam um envoltório convexo para baixo, e a curvatura é mais acentuada para o ponto de tensões com baixos valores. O ângulo de atrito interno é um dos parâmetros do critério de resistência e é mais acentuado para produtos sem coesão. A relação entre as tensões principais no produto de massa semi-infinita é dada por:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} \leq \frac{1+sen\phi_i}{1-sen\phi_i} + \frac{2.c}{\sigma_2}.\frac{\cos\phi_i}{1-sen\phi_i} \tag{356}$$

onde c é a coesão, que varia com o grau de consolidação. A eq. (356) representa um estado elástico de tensões e a igualdade um estado plástico.

Medidas experimentais de tensões principais durante o fluxo mostram que a relação entre σ_1/σ_2 é praticamente constante para grandes valores de tensão σ_1 e é dado por:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{1+sen\phi_e}{1-sen\phi_e} \tag{357}$$

onde ϕ_e é o ângulo de atrito efetivo e representa graficamente a linha que sai da origem com ângulo ϕ_e e tangencia o círculo de Mohr, e o envoltório resultante é chamado de efetivo envoltório de deslizamento (Figura A.1).

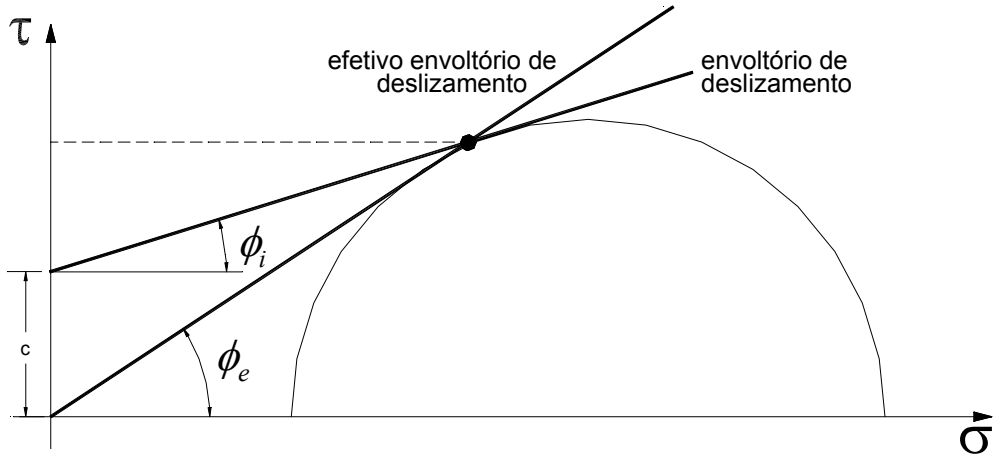


Figura A.1 -Envoltório de deslizamento efetivo.

As Figuras A.2 e A.3 apresentam, respectivamente, os comportamentos típicos de produtos coesivos e granulares no ensaio de cisalhamento direto.

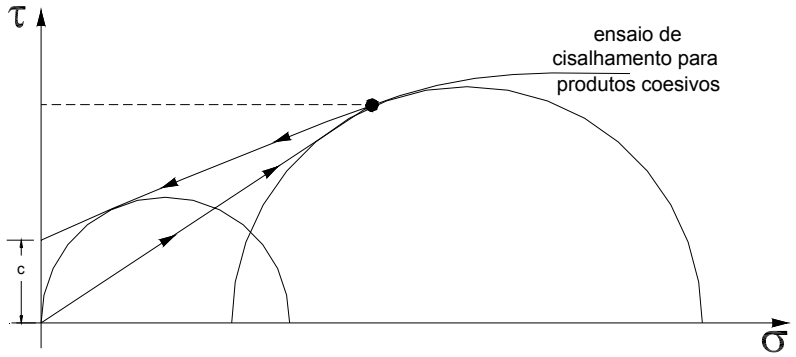


Figura A.2 -Típico ensaio de cisalhamento em produtos coesivos.

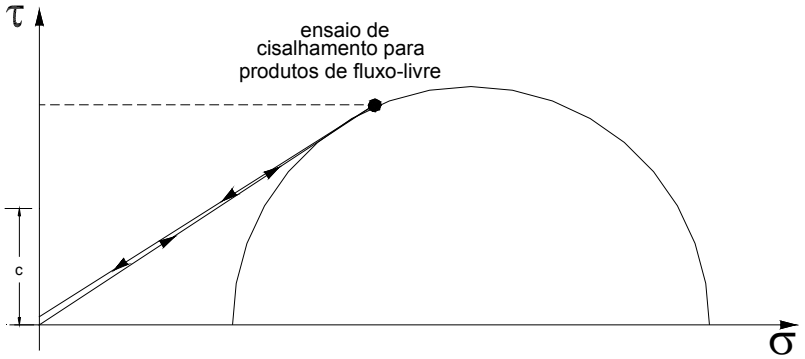


Figura A.3 - Típico ensaio de cisalhamento em produtos granulares e de fluxo-livre.

A.2 Resistência para $(\sigma_{ic};\sigma_{1c};\sigma_{2c})$ produtos coesivos

Os produtos coesivos são aqueles que apresentam, além do atrito interno entre os grãos uma coesão entre as partículas que fornecem a ele um acréscimo de resistência devido à coesão (Figura A.4). O critério de ruptura proposto por Mohr-Coulomb é adequado para os produtos coesivos, pois tem a parcela de resistência coesiva como mostrada na eq. (356).

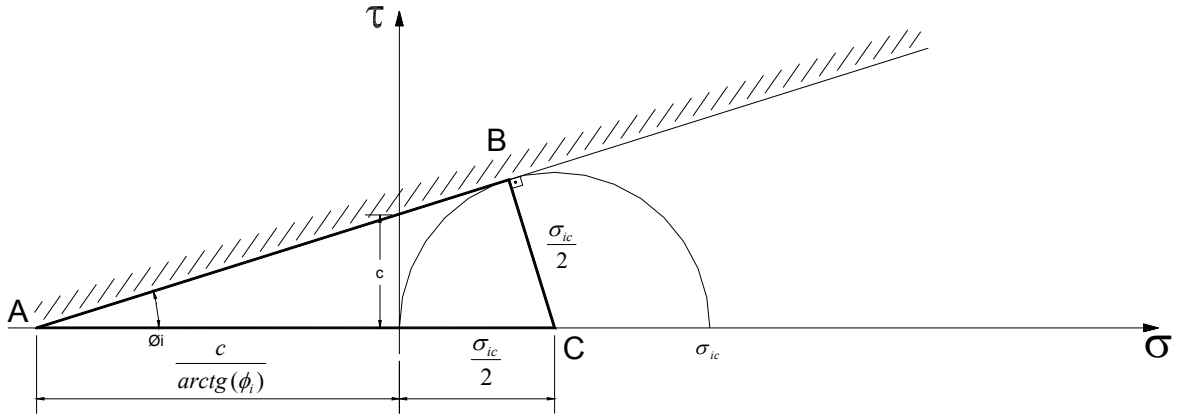


Figura A.4 - Determinação da tensão de compressão inconfinada para produtos coesivos.

A determinação da tensão de compressão inconfinada é diretamente obtida pela eq. (359), utilizando o triângulo ABC da Figura A.5.

$$sen\phi_i = \frac{\frac{\sigma_{ic}}{2}}{\frac{c}{arctg(\phi_i)} + \frac{\sigma_{ic}}{2}} \tag{358}$$

$$\frac{\sigma_{ic}}{2} = \frac{sen\phi_i \cdot \frac{c}{arctg(\phi_i)}}{1 - sen\phi_i} \tag{359}$$

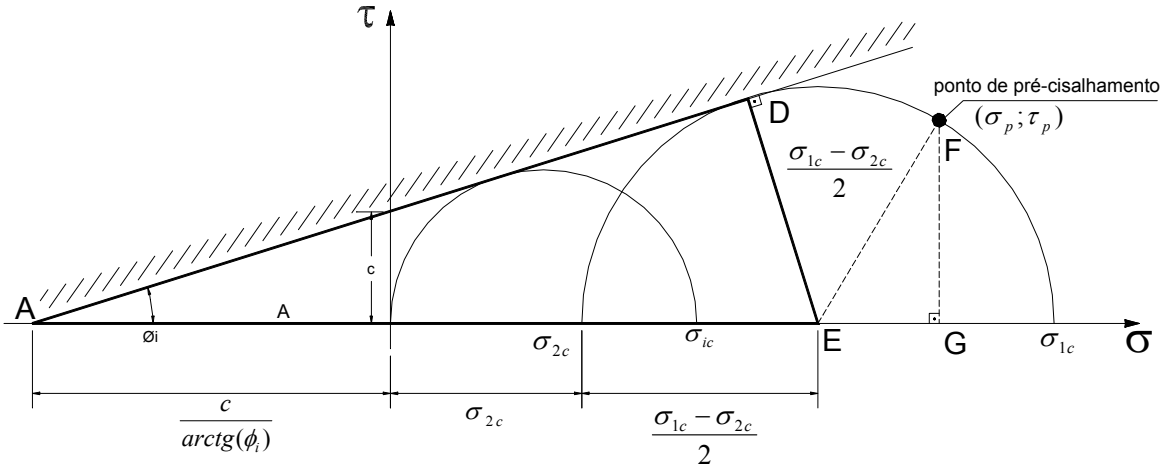


Figura A.5 - Determinação da tensão de compressão confinada (estado duplo de tensões).

Renomeadas as variáveis para facilitar o desenvolvimento das deduções tem-se:

$$r = \frac{\sigma_{1c} - \sigma_{2c}}{2} \tag{360}$$

$$\Delta = \frac{c}{arctg(\phi_i)} \tag{361}$$

$$z = \sigma_{2c} \tag{362}$$

Utilizando o triângulo com vértices ADE:

$$sen\phi_i = \frac{r}{\Delta + z + r} \tag{363}$$

$$z = \frac{r - r.sen\phi_i - \Delta.sen\phi_i}{sen\phi_i} \tag{364}$$

Utilizando o triângulo EFG:

$$r^2 = {\tau_p}^2 + (\sigma_p - r - z)^2 \tag{365}$$

Substituindo a eq. (360) e (364) na eq. (365) tem-se:

$$\sigma_p{}^2+\tau_p{}^2-2.r.\sigma_p-\frac{2.r.\sigma_p}{sen\phi_i}+\frac{2.r.\sigma_p.sen\phi_i}{sen\phi_i}+\frac{2.\sigma_p.\Delta.sen\phi_i}{sen\phi_i}+\frac{2.r^2}{sen\phi_i}-\ldots$$
$$\ldots-\frac{2.r^2.sen\phi_i}{sen\phi_i}-\frac{2.r.\Delta.sen\phi_i}{sen\phi_i}+\frac{r^2}{sen^2\phi_i}-\frac{r^2.sen\phi_i}{sen^2\phi_i}-\frac{r.\Delta.sen\phi_i}{sen^2\phi_i}-\frac{r^2.sen\phi_i}{sen^2\phi_i}+\ldots \quad (366)$$
$$\ldots+\frac{r^2.sen^2\phi_i}{sen^2\phi_i}+\frac{r.\Delta.sen^2\phi_i}{sen^2\phi_i}-\frac{r.\Delta.sen\phi_i}{sen^2\phi_i}+\frac{r.\Delta.sen^2\phi_i}{sen^2\phi_i}+\frac{\Delta^2.sen^2\phi_i}{sen^2\phi_i}=0$$

agrupando termos com r^2,

$$\frac{2.r^2}{sen\phi_i}-\frac{2.r^2.sen\phi_i}{sen\phi_i}+\frac{r^2}{sen^2\phi_i}-\frac{r^2.sen\phi_i}{sen^2\phi_i}-\frac{r^2.sen\phi_i}{sen^2\phi_i}=$$
$$\frac{2.r^2.sen\phi_i-2.r^2.sen^2\phi_i+r^2-r^2.sen\phi_i-r^2.sen\phi_i+-r^2.sen^2\phi_i}{sen^2\phi_i}= \quad (367)$$
$$\frac{-r^2.sen^2\phi_i+r^2}{sen^2\phi_i}=r^2\left(\frac{1}{sen^2\phi_i}-1\right)$$

agrupando termos com r:

$$-\frac{2.r.\sigma_p}{sen\phi_i}-\frac{2.r.\Delta.sen\phi_i}{sen\phi_i}-\frac{r.\Delta.sen\phi_i}{sen^2\phi_i}+\frac{r.\Delta.sen^2\phi_i}{sen^2\phi_i}-\frac{r.\Delta.sen\phi_i}{sen^2\phi_i}+\frac{r.\Delta.sen^2\phi_i}{sen^2\phi_i}=$$
$$\frac{-2.r.\sigma_p.sen\phi_i-2.r.\Delta.sen^2\phi_i-r.\Delta.sen\phi_i+r.\Delta.sen^2\phi_i-r.\Delta.sen\phi_i+r.\Delta.sen^2\phi_i}{sen^2\phi_i}= \quad (368)$$
$$\frac{-2.r.\sigma_p.sen\phi_i-2.r.\Delta.sen\phi_i}{sen^2\phi_i}=-r\left(\frac{2.\sigma_p+2.\Delta}{sen\phi_i}\right)$$

agrupando os termos independentes:

$$\sigma_p{}^2+\tau_p{}^2+\frac{2.\sigma_p.\Delta.sen\phi_i}{sen\phi_i}+\frac{\Delta^2.sen^2\phi_i}{sen^2\phi_i}=\sigma_p{}^2+\tau_p{}^2+2.\sigma_p.\Delta+\Delta^2 \quad (369)$$

Assim, com a resolução da equação de 2ºgrau, obtém-se a solução fechada do problema de determinação das tensões principais confinadas:

$$\left(\frac{1}{sen^2\phi_i}-1\right)\cdot\left(\frac{\sigma_{1c}-\sigma_{2c}}{2}\right)^2-\left(\frac{2.\sigma_p+2.\dfrac{c}{arctg(\phi_i)}}{sen\phi_i}\right)\cdot\left(\frac{\sigma_{1c}-\sigma_{2c}}{2}\right)+\ldots$$
$$\ldots+(\sigma_p{}^2+\tau_p{}^2+2.\sigma_p.\frac{c}{arctg(\phi_i)}+\left(\frac{c}{arctg(\phi_i)}\right)^2)=0 \quad (370)$$

Após a determinação dos círculos de Mohr, é necessária a determinação do ângulo de atrito efetivo, pois para produtos coesivos, essa coesão pode fornecer para casos especiais condições favoráveis e a adoção do ângulo de atrito efetivo torna-se necessária. O plano crítico de

deslizamento efetivo é obtido saindo da origem e tangenciando o círculo de estado de tensões principais $(\sigma_{1c};\sigma_{2c})$ como os raios determinados pela eq. (370). Na Figura A.6, é representado graficamente o envoltório de deslizamento efetivo.

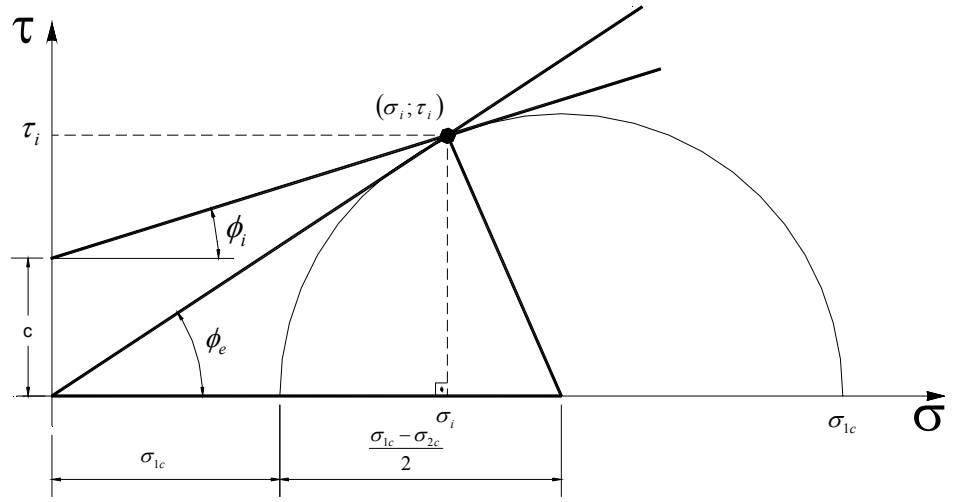


Figura A.6 - Visualização do ângulo de atrito interno (ϕ_i) e ângulo de atrito efetivo (ϕ_e).

Para encontrar o ponto de intersecção da reta com o círculo desenvolvem-se as expressões abaixo.

A equação do plano crítico de deslizamento efetivo é dada por:

$$\tau_i = \tan\phi_e.\sigma_i \tag{371}$$

$$\tan\phi_i = \frac{\tau_i - c}{\sigma_i} \tag{372}$$

A equação do estado de tensão é dada por, com as substituições de variáveis:

$$\tau_i = \sqrt{r^2 - (\sigma_i - (z+r))^2} \tag{373}$$

Igualando as eq. (373) com a eq(371), tem-se:

$$(\tan\phi_i.\sigma_i + c)^2 = r^2 - (\sigma_i - (z+r))^2 \tag{374}$$

Renomeando as variáveis, obtém-se uma equação do 2º grau onde a menor raiz nos dá o ponto de intersecção das duas funções:

$$\left[(\tan\phi_i)^2 + 1\right]\sigma_i^{\,2} + \left[2.\tan\phi_i.c - \sigma_{1c} - \sigma_{2c}\right]\sigma_i + c^2 + \sigma_{1c}.\sigma_{2c} + \sigma_{2c}^{\,2} = 0 \tag{375}$$

Com isto é possível a determinação da tensão σ_i, substituindo na eq. (373), obtém-se o τ_i e com isso é possível à obtenção do ângulo de atrito efetivo ϕ_e.

$$\phi_e = arctg\left(\frac{\sqrt{\frac{\sigma_{1c}-\sigma_{2c}}{2}^2 - (\sigma_i - (\sigma_{2c} + \frac{\sigma_{1c}-\sigma_{2c}}{2}))^2}}{\sigma_i}\right) \tag{376}$$

A.3 Resistência para $(\sigma_{1c};\sigma_{2c})$ produtos granulares

Os produtos granulares são aqueles que apresentam, na grande maioria, somente o atrito interno entre os grãos. Dessa maneira a parcela de coesão não é incorporada no critério de ruptura, sendo o critério expresso somente pela tensão de cisalhamento em função da tensão de confinamento (Figura A.7). Obviamente para produtos granulares, não será obtida a resistência inconfinada, sendo obtida somente a resistência confinada. Segundo Gaylord e Gaylord (1984) para produtos granulares o ângulo de atrito interno é aproximadamente igual ao ângulo de atrito efetivo, porém isto não é uma verdade absoluta, pois pode depender da forma das partículas do produto e de outros parâmetros.

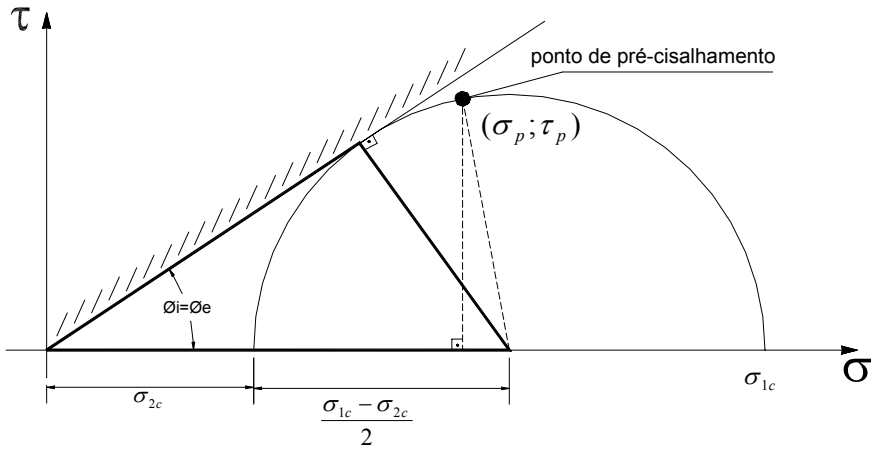


Figura A.7 - Determinação da tensão de compressão confinada para produtos granulares.

Logo, admitindo $c = 0$ na eq. (370) e com a resolução da equação de 2ºgrau, obtém-se o raio do círculo e com a eq. (378) e (379) é possível determinar a tensão principal inferior e superior do estado confinado.

$$\left(\frac{1}{sen^2\phi_i} - 1\right)\cdot\left(\frac{\sigma_{2c}-\sigma_{1c}}{2}\right)^2 - \left(\frac{2.\sigma_p}{sen\phi_i}\right)\cdot\left(\frac{\sigma_{2c}-\sigma_{1c}}{2}\right) + (\sigma_p{}^2 + \tau_p{}^2) = 0 \tag{377}$$

$$\sigma_{1c} = \frac{\left(\frac{\sigma_{2c}-\sigma_{1c}}{2}\right) - \left(\frac{\sigma_{2c}-\sigma_{1c}}{2}\right).sen\phi_i}{sen\phi_i} \tag{378}$$

$$\sigma_{2c} = \frac{\left(\frac{\sigma_{2c}-\sigma_{1c}}{2}\right) - \left(\frac{\sigma_{2c}-\sigma_{1c}}{2}\right).sen\phi_i}{sen\phi_i} + 2.\left(\frac{\sigma_{2c}-\sigma_{1c}}{2}\right) \tag{379}$$

APÊNDICE B –RELAÇÕES DE TENSÕES PARA O CÍRCULO DE MOHR

As relações entre as tensões obtêm-se por meio dos círculos de Mohr (Figura B.1), sendo expressas pela média das tensões principais σ com o ângulo de atrito efetivo ϕ_e, e a direção da maior tensão principal ψ. No cilindro ψ é o ângulo entre a direção de σ_1 e a vertical, nas tremonhas ψ é o ângulo entre a direção de σ_1 e o raio r, a Figura B.1 mostra estas componentes de tensões:

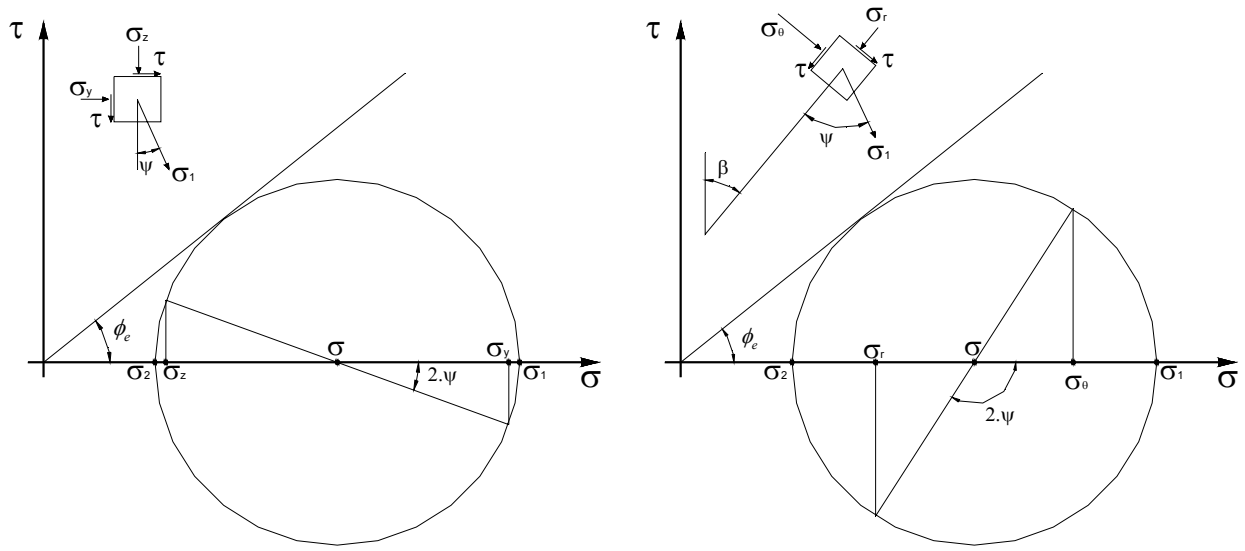


Figura B.1 – Componentes de tensões.

$$\sigma_1 = \sigma.(1 + sen(\phi_e)) \quad (380)$$

$$\sigma_2 = \sigma.(1 - sen(\phi_e)) \quad (381)$$

$$\sigma_z = \sigma.(1 + sen(\phi_e).\cos(2.\psi)) \quad (382)$$

$$\sigma_y = \sigma.(1 - sen(\phi_e).\cos(2.\psi)) \quad (383)$$

$$\tau = \sigma.sen(\phi_e).sen(2.\psi) \quad (384)$$

$$\sigma_r = \sigma.(1 + sen(\phi_e).\cos(2.\psi)) \quad (385)$$

$$\sigma_\theta = \sigma.(1 - sen(\phi_e).\cos(2.\psi)) \quad (386)$$

Geralmente um estado ativo de tensões desenvolve-se durante o enchimento e ele é chamado de estado estático, as tensões verticais são maiores do que as tensões horizontais. A direção da maior tensão principal, σ_1, próximo da parede, pode ser obtida do círculo de Mohr (Figura B.2).

$$\psi_w = \frac{1}{2}.\left[\frac{\pi}{2} - \phi_w - \arccos\frac{sen(\phi_w)}{sen(\phi_e)}\right] \quad (387)$$

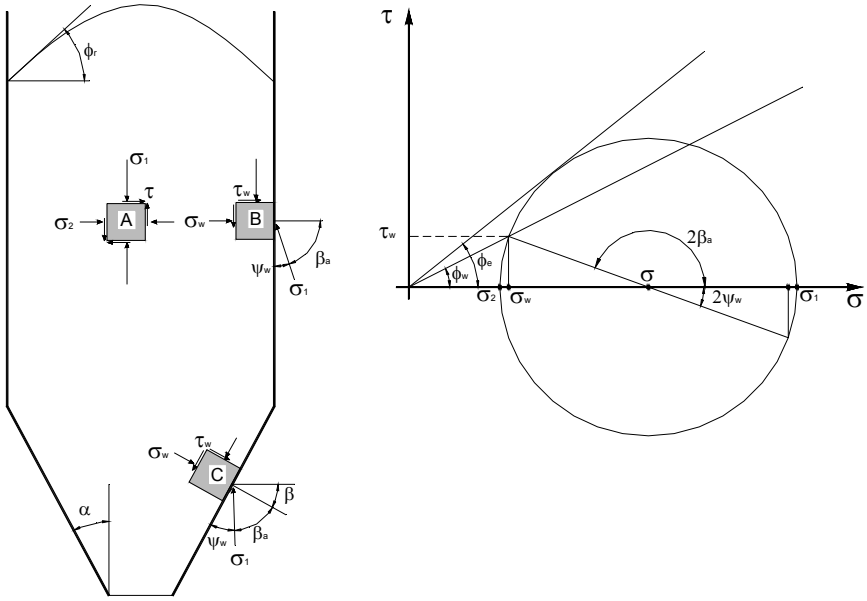


Figura B.2 – Campo ativo de tensões.

Um estado passivo de tensões desenvolve-se durante o enchimento. Este estado de tensões que é também chamado de estado dinâmico, as tensões horizontais são maiores do que as tensões verticais. A direção da maior tensão principal, σ_1, próximo da parede, pode ser obtida do círculo de Mohr (Figura B.3).

$$\psi_w = \frac{1}{2}.\left[\frac{\pi}{2} - \phi_w + \arccos\frac{sen(\phi_w)}{sen(\phi_e)}\right] \tag{388}$$

Ao invés de ψ_w, é conveniente utilizar o $\beta_{a,p}$, o qual é o ângulo entre a direção principal e a normal da parede.

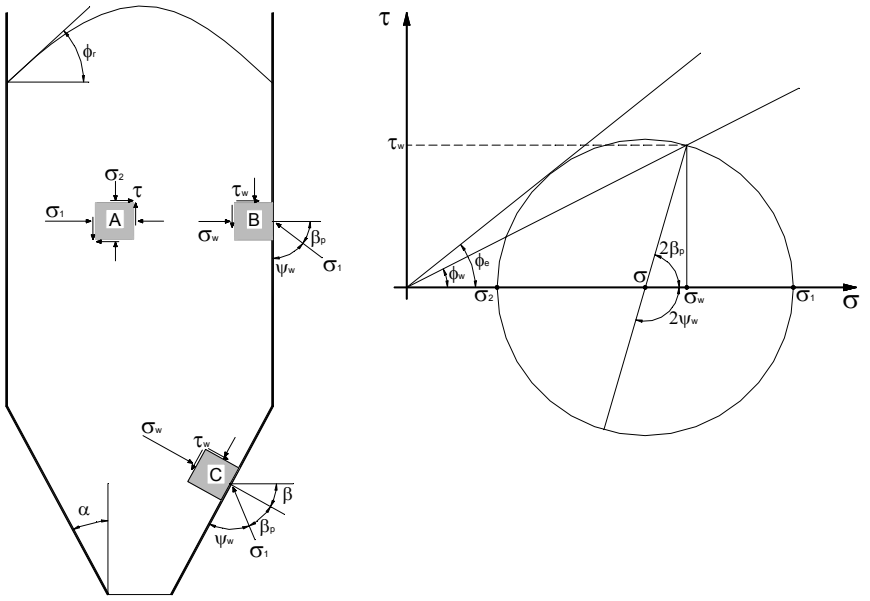


Figura B.3 – Campo passivo de tensões.

$$\beta_{a,p} = \frac{\pi}{2} - \psi_w \tag{389}$$

Substituindo as equações obtém-se:

$$\beta_{a,p} = \frac{1}{2}.\left[\frac{\pi}{2} + \phi_w + sign.\arccos\frac{sen(\phi_w)}{sen(\phi_e)}\right] \tag{390}$$

Onde:

$sign = 1$ para o caso ativo (β_a)
$sign =$ -1 para o caso passivo (β_p)

Com as devidas substituições obtém-se para as tensões nas paredes:

$$\sigma_w = \sigma.(1 + sen(\phi_e).\cos(2.\beta_{a,p}) \tag{391}$$

A obtenção da relação entre a tensão vertical e a tensão de cisalhamento na parede o qual pode ser obtida do círculo de Mohr. A tensão cisalhante $(\tau_{xz})_w$ pode ser relacionada com $(\sigma_z)_w$ pela geometria da Figura B.4.

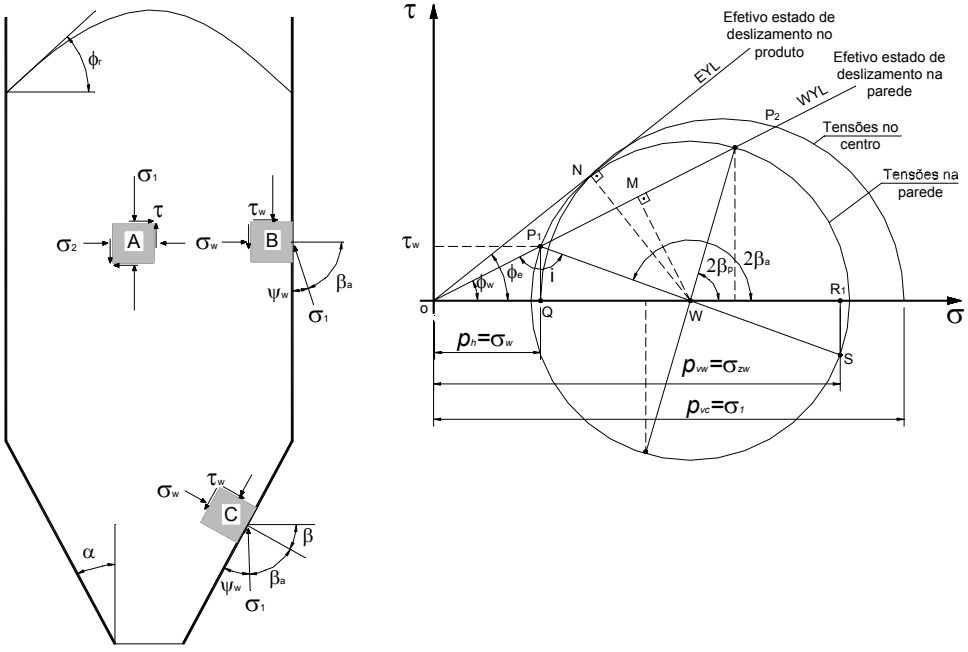


Figura B.4 – Tensões estáticas e dinâmicas na parede.

$$P_1W = NW = P_2W = x \tag{392}$$

$$OW = \frac{x}{sen(\phi_e)} \tag{393}$$

$$MW = OW.sen(\phi_e) = x.\frac{sen(\phi_w)}{sen(\phi_e)} \tag{394}$$

$$\measuredangle P_1WM = \measuredangle P_2WM = \cos^{-1}\left(\frac{MW}{x}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{sen(\phi_w)}{sen(\phi_e)}\right) \tag{395}$$

$$\measuredangle MWR_1 = \frac{\pi}{2} + \phi_w \tag{396}$$

$$2\beta_{a,p} = \frac{\pi}{2} + \phi_w + sign.\cos^{-1}\left(\frac{sen(\phi_w)}{sen(\phi_e)}\right) \tag{397}$$

Onde:

$sign = 1$ para o caso ativo (β_a)
$sign =$ -1 para o caso passivo (β_p)

Lembrando que:

$$\left(\tau_{xz}\right)_w = PQ = x.sen(2\beta_{a,p}) \text{ e } \left(\sigma_z\right)_w = OR = OW + WR = x/sen(\phi_e) - x.\cos(2\beta_{a,p}) \tag{398}$$

Consequentemente a relação entre as tensões fornece:

$$\frac{\left(\tau_{xz}\right)_w}{\left(\sigma_z\right)_w} = B_{wc} \tag{399}$$

Onde B_{wc} é o mesmo fator obtido por Walker (1966).

$$B_{wc} = \frac{sen(\phi_e).sen(2.\beta_{a,p})}{1 - sen(\phi_e).\cos(2.\beta_{a,p})} \tag{400}$$

Utilizando propriedades de geometria e rearranjando, tem-se:

$$B_{wc} = \frac{sen(\phi_w).\cos^2(\phi_e)}{\cos(\phi_w).(1 + sen^2(\phi_e)) + sign.2.(sen^2(\phi_e) - sen^2(\phi_w))^{\frac{1}{2}}} \tag{401}$$

APÊNDICE C – RELAÇÃO ENTRE AS PRESSÕES PARA O ESTADO ELÁSTICO

Pela Teoria da Elasticidade, as deformações e tensões de um produto homogêneo e isotrópico podem ser relacionadas e são dadas pelas eqs. (402) e (403).

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}.\left(\sigma_z - 2.\sigma_y.\nu\right) \tag{402}$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}.\left(\sigma_y - \nu.(\sigma_z + \sigma_y)\right) \tag{403}$$

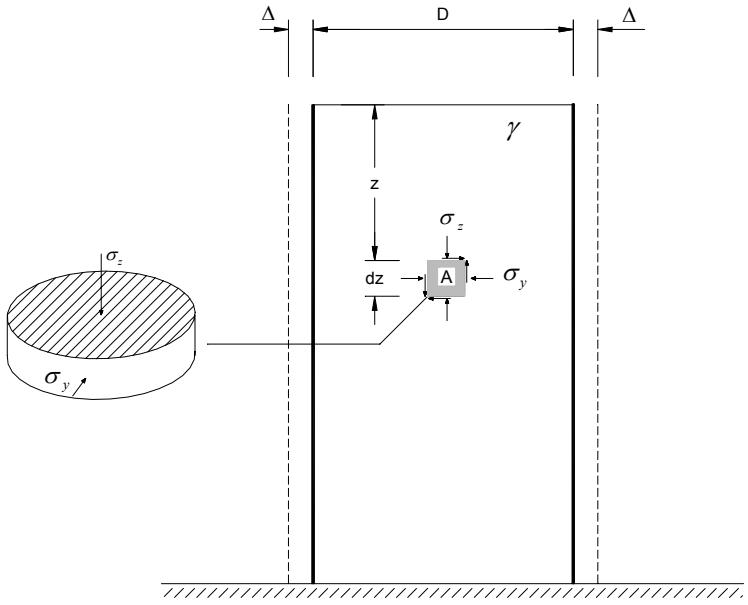


Figura C.1 – Estado elástico de tensões.

Onde $\sigma_z = p_v$ e $\sigma_y = p_h$ para o estado elástico (Figura C.1).

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}.\left(p_v - 2.p_h.\nu\right) \tag{404}$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}.\left(p_h - \nu.(p_h + p_v)\right) \tag{405}$$

Lembrando que,

$$K = \frac{p_h}{p_v} \tag{406}$$

e substituindo eq. (406) em (405), tem-se:

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}.\left(K.p_v - \nu.(p_v + K.p_v)\right) \tag{407}$$

Sendo:

ν Coeficiente de Poisson dos produtos

E Módulo de elasticidade dos grãos.

Assim isolando o K_e, obtem-se:

$$K_e = \frac{\left(\frac{\varepsilon_y . E}{p_v} + \nu \right)}{(1-\nu)} \tag{408}$$

Sendo

K_e Relação entre pressões no estado elástico.

Considerando-se ε_y constante ao longo da altura do silo e p_v variável, verifica-se, pela eq. (408), que K não é constante.

Deve-se ter em conta que o valor de K não pode ultrapassar os limites plásticos. Dessa forma, tem-se:

$$K_a \le K_e = \frac{\left(\frac{\varepsilon_h . E}{p_v} + \nu \right)}{(1-\nu_p)} \le K_p \tag{409}$$

Quando as paredes forem rígidas, $\varepsilon_h = 0$, obter-se-á o coeficiente de empuxo neutro ou em repouso:

$$K_0 = \frac{\nu}{(1-\nu)} \tag{410}$$

APÊNDICE D – GERAÇÃO DE NÚMEROS ALEATÓRIOS

Para a simulação de qualquer fenômeno físico existe a necessidade de gerar números aleatórios das distribuições de probabilidades que representam as variáveis aleatórias envolvidas no processo. Uma vez que um modelo de distribuição de probabilidade tenha sido escolhido, um algoritmo para geração da variável aleatória deve ser utilizado.

D.1 Método para geração computacional de números aleatórios

A partir de experimentos físicos aleatórios, podem-se gerar números aleatórios, associando o resultado de cada experimento a um número. Entretanto, isto se torna inviável quando é necessário gerar uma grande quantidade de números aleatórios. Além disto, como não se pode garantir que o experimento será realmente aleatório, os números gerados desta maneira também não serão totalmente aleatórios.

Computacionalmente, existem métodos de geração de variáveis aleatórias que são baseados em números aleatórios uniformemente distribuídos entre zero e um. Estes números aleatórios com distribuição uniforme podem ser usados para gerar números com probabilidades arbitrárias.

Um problema que ocorre com a geração de um número aleatório no intervalo [0,1], é que há infinitos números neste intervalo, porém o computador é limitado a representar números com precisão finita. Outra dificuldade é a necessidade de gerar longas seqüências de números aleatórios, o que exige muito do processador e da memória (geralmente os métodos utilizam recursão e operações de divisão).

D.2 Geração de números aleatórios Uniformes

Para a geração dos números aleatórios uniformes foi utilizado o gerador Mersenne Twister (MT). O Mersenne Twister é um gerador de números pseudo-aleatórios desenvolvido por Matsumoto e Nishimura (1998) que tem uma periodicidade de $2^{19937}-1$. O gerador é baseado em números primos mersênicos e é considerado um dos melhores geradores aleatórios da atualidade.

D.3 Geração de distribuições probabilidades

Invariavelmente, é necessário gerar números aleatórios com distribuição definida diferente da uniforme. Existem alguns métodos para isso.

Um método para geração de números aleatórios de distribuição diferente da uniforme envolve a execução dos seguintes passos:

- Gerar variável aleatória U uniformemente distribuída entre 0 e 1.

- Fazer $x = F_X^{-1}(U)$, onde F_X é a função densidade de probabilidade acumulada da distribuição que se deseja gerar.

Este método é válido apenas quando a função de transformação for monotônica, ou seja, crescente ou decrescente durante todo o intervalo de transformação.

A seguir serão dado exemplos de geração de números aleatórios não uniformes: a distribuição exponencial, gaussiana, lognormal, weibull e gumbel.

D.3.1 Geração de números aleatórios com distribuição Gaussiana (normal)

A variável aleatória gaussiana possui uma distribuição de probabilidade acumulada, eq. (411), cuja integral não pode ser resolvida analiticamente. Mas a variável aleatória gaussiana pode ser gerada usando uma extensão do método de transformação:

$$F_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2.\pi.\sigma^2}} . \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2.\sigma^2}} .dx \tag{411}$$

onde μ é a média e σ é o desvio padrão.

Considerando duas variáveis aleatórias gaussianas x e y independentes com média zero e variância 1, e a seguinte transformação nas variáveis aleatórias R^2 e θ mostradas nas eqs. (412) e (413):

$$R^2 = x^2 + y^2 \tag{412}$$

$$\theta = arctg(\frac{x}{y}) \tag{413}$$

Considerando ainda as respectivas inversas das eqs. (412) e (413) apresentadas nas eqs. (414) e (415):

$$x = R.\cos(\theta) \tag{414}$$

$$y = R.\mathrm{s}\,en(\theta) \tag{415}$$

obtêm-se as eqs. (416) e (417), calculando a função densidade conjunta de R^2 e θ , e suas funções de densidade marginais:

$$f_{R^2}(s) = \frac{1}{2} .e^{-\frac{s}{2}} \tag{416}$$

$$f_\theta(t) = \frac{1}{2.\pi} \tag{417}$$

Mas θ pode ser gerado pela transformação de uma variável aleatória uniforme (U_1) no intervalo [0,1], conforme eq. (418):

$$\theta = 2.\pi.U_1 \tag{418}$$

E R^2 pode ser gerado pela transformação de uma variável aleatória uniforme (U_2) no intervalo [0,1], conforme Eq. (419):

$$R^2 = -2.\ln(U_2) \tag{419}$$

Então, para gerar números aleatórios independentes (X e Y) com distribuição gaussiana com média zero e variância 1, a partir de números aleatórios de distribuição uniforme (U1 e U2 independentes) no intervalo [0,1], utilizam-se as eqs. (420) e (421) que foram sugeridas por Box e Muller (1958):

$$z_1 = \sqrt{-2.\ln(U_1)}.\cos(2.\pi.U_2) \tag{420}$$

$$z_2 = \sqrt{-2.\ln(U_1)}.\mathrm{s}\,en(2.\pi.U_2) \tag{421}$$

Para a geração de um número aleatório com distribuição normal com média (μ) e desvio (σ) basta utilizar as eqs. (422) e (423).

$$x = \left[\sqrt{-2.\ln(U_1)}.\cos(2.\pi.U_2)\right].\sigma + \mu \tag{422}$$

$$y = \left[\sqrt{-2.\ln(U_1)}.\mathrm{s}\,en(2.\pi.U_2)\right].\sigma + \mu \tag{423}$$

D.3.2 Geração de números aleatórios com a distribuição lognormal

A distribuição lognormal pode ser gerada a partir da distribuição normal, e as eqs. (424) e (425) mostram como isso pode ser realizado.

$$x = \exp\left\{\left[\sqrt{-2.\ln(U_1)}.\cos(2.\pi.U_2)\right].\sigma + \mu\right\} \tag{424}$$

$$y = \left\{\left[\sqrt{-2.\ln(U_1)}.\mathrm{s}\,en(2.\pi.U_2)\right].\sigma + \mu\right\} \tag{425}$$

D.3.3 Geração de números aleatórios com a distribuição Gumbel

A variável aleatória Gumbel possui uma distribuição de probabilidade cuja inversa é dada pela eq. (426).

$$F(x) = e^{\left(-e^{-a(x-b)}\right)} \tag{426}$$

Onde a e b são parâmetros da distribuição, também relacionados com a média e o desvio padrão de x. Assim pode ser mostrado que esta distribuição é uma representação assintótica do valor máximo de um grande número de amostras de x e pode ser utilizado para representar dados de demanda. A eq. (426) pode ser reescrita para a geração das variáveis aleatórias.

$$x = b + \frac{1}{a}\left\{-\log\left[-\log(F(x))\right]\right\} \tag{427}$$

Onde $F_X(x)$ está contido em um intervalo de 0 a 1 e pode ser gerado por uma distribuição uniforme.

D.4 Exemplo de cálculo do programa de geração de números aleatórios

Aqui são mostrados os exemplos da utilização do programa de geração de números aleatórios para as distribuições descritas acima. Foi utilizado a linguagem C++ para a implementação do programa. Esse programa foi utilizado para avaliação da confiabilidade estrutural utilizando o método de simulação Monte Carlo. Para a construção do histograma foi utilizado o programa Minitab 14. As Figuras D.1, D.2, D.3, D.4, D.5, D.6, D.7 e D.8 apresentam os exemplos da aplicação do programa de geração de números aleatórios.

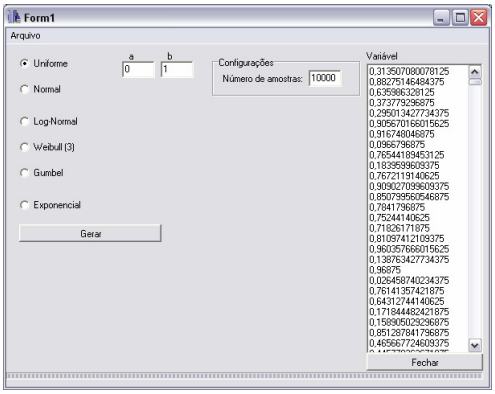


Figura D.1 - Geração para a distribuição uniforme.

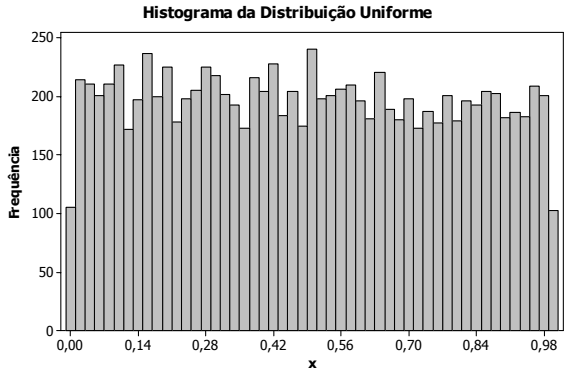


Figura D.2 – Histograma das amostras simuladas.

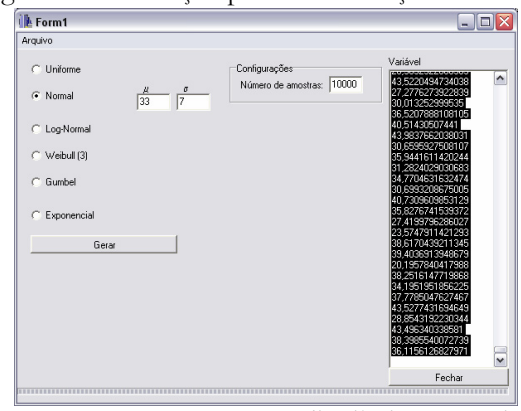


Figura D.3 - Geração para a distribuição gaussiana.

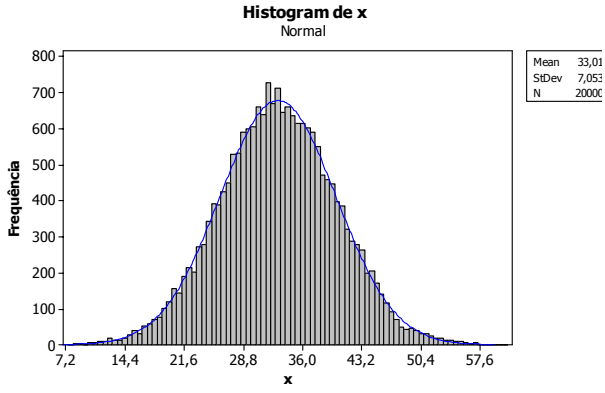


Figura D.4 – Histograma das amostras simuladas.

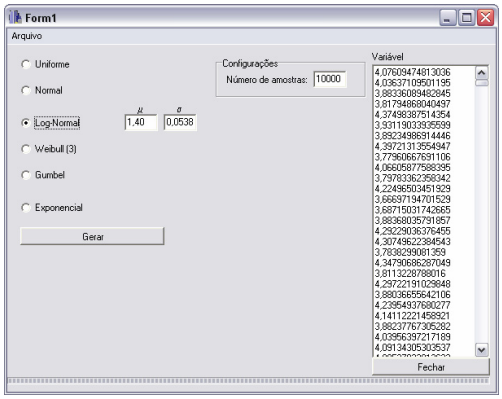


Figura D.5 - Geração para a distribuição lognormal.

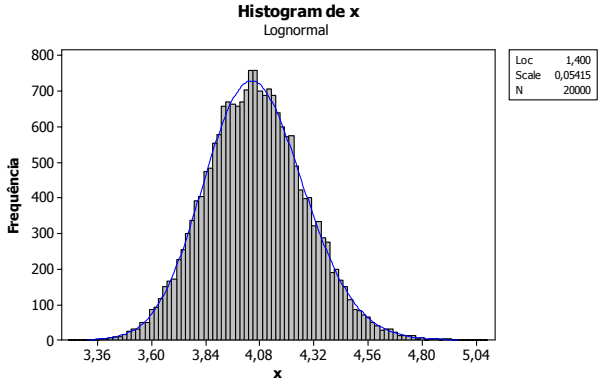


Figura D.6 – Histograma das amostras simuladas.

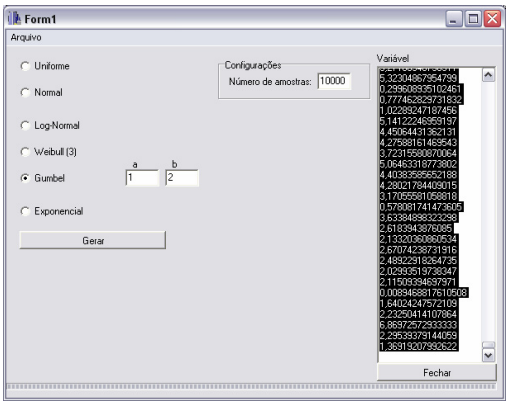


Figura D.7 - Geração para a distribuição Gumbel.

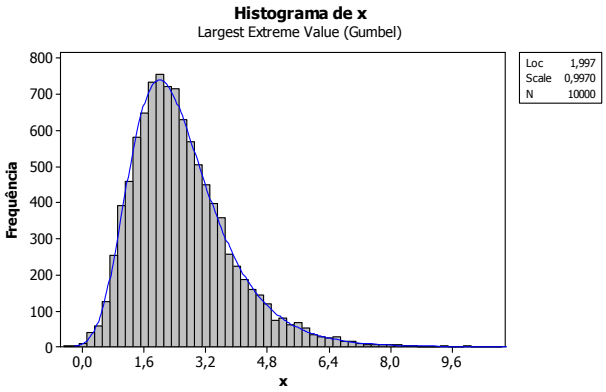


Figura D.8 – Histograma das amostras simuladas.

As pressões de atrito na parede do silo são obtidas por:

$$p_w = \frac{2.F_{célula}}{\pi.D_i.h} \tag{428}$$

Já para a obtenção das pressões horizontais, é necessário a aplicação do P.T.V. que é mostrada na Figua E.1.

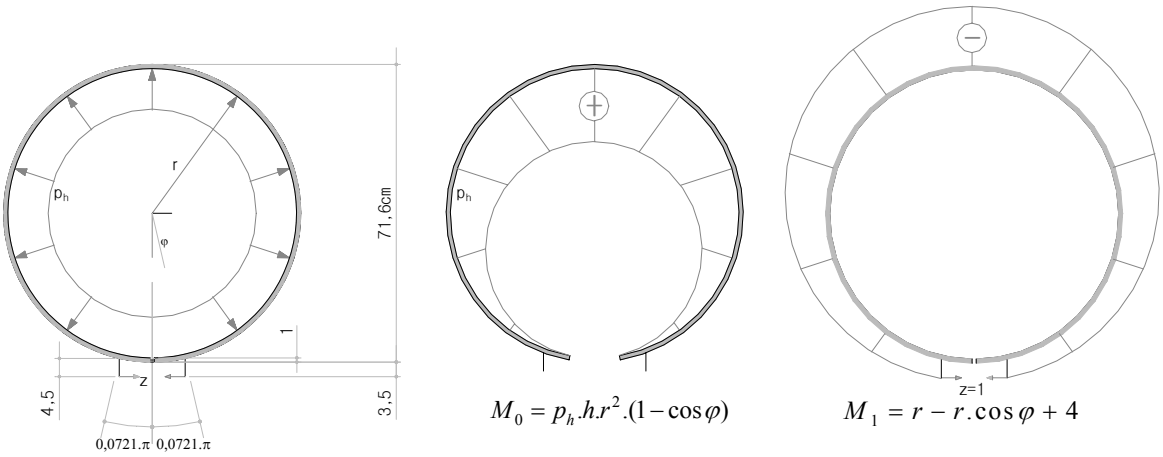


Figura E.1 - Esquema estático para aplicação do P.T.V.

Pelo P.T.V, pode-ser encontrar o deslocamento provocado pela força unitária $z = 1$.

$$z = F_{célulaS} + F_{célulaI} = \frac{\int M_0.M_1}{\int M_1^2} r.d\varphi \tag{429}$$

$$z = \frac{\int_{0,0721.\pi}^{1,9279.\pi} p_h.h.r^2.(1-\cos\varphi)(r - r.\cos\varphi + 4).r.d\varphi}{\int_{0,0721.\pi}^{1,9279.\pi} (r - r.\cos\varphi + 4)^2.r.d\varphi} \tag{430}$$

$$z = \frac{p_h.h.\int_{0,0721.\pi}^{1,9279.\pi} r^2.(1-\cos\varphi)(r - r.\cos\varphi + 4).r.d\varphi}{\int_{0,0721.\pi}^{1,9279.\pi} (r - r.\cos\varphi + 4)^2.r.d\varphi} \tag{431}$$

Para $r = \frac{(0,716 - 0,01)}{2} = 0,353cm$

$$F_{célulaS} + F_{célulaI} = 0,32759.p_h.h \tag{432}$$

$$p_h = \frac{F_{célulaS} + F_{célulaI}}{0,32759.h} \tag{433}$$

A capacidade máxima de armazenamento do silo é calculada abaixo, com o auxílio da Figura E.2:

Volume do silo para parede lisa (cilindro)

$$V_{i,s} = \frac{\pi.D_i^2}{4}.h = \frac{\pi.0,706^2}{4}.6 = 2,35m^3 \tag{434}$$

Volume da tremonha

$$h_2 = \frac{\frac{D_i}{2}}{\tan(\alpha)} \tag{435}$$

$$V_{i,t} = \frac{1}{3}.\pi.\left(\frac{D_i}{2}\right)^2.\frac{\frac{D_i}{2}}{\tan(\alpha)} + \frac{1}{3}.\pi.\left(\frac{b_i}{2}\right)^2.\frac{\frac{b_i}{2}}{\tan(\alpha)} + \frac{\pi.D_i^2}{4}.h_1 + \frac{\pi.b_i^2}{4}.h_3 \tag{436}$$

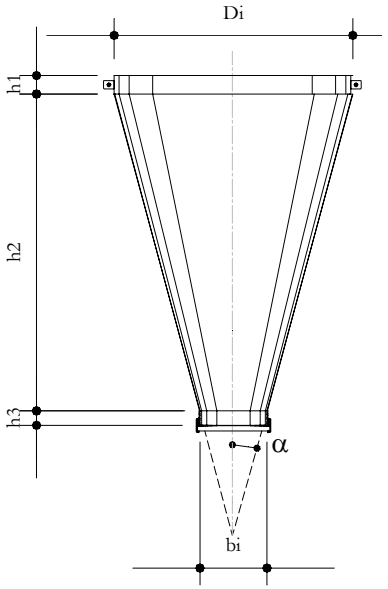


Figura E.2 – Geometria das tremonhas

$$V = V_{i,t} + V_{i,s} \tag{437}$$

Para inclinação $\beta = 15^\circ$ o volume total do silo é de aproximadamente:

$V = 2,55m^3$

APÊNDICE F – DETERMINAÇÃO DA RESISTÊNCIA À COMPRESSÂO DOS MONTANTES À LUZ DA NBR 14762:2001 PARA O PERFIL U

O cálculo dos perfis U utilizados em silos deve ser realizado pela NBR 14762:2001. Para isso é apresendao o procedimento utilizado no trabalho com o programa MathCad.

PROPRIEDADES MECÂNICAS

$f_y := 250\ MPa$

$E := 205000\ MPa$

$G := \frac{E}{2\cdot(1+\nu)}$

G:=78846,2 MPa

PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS

$b_w := 100\ mm$

$K_x := 1$

$K_y := 1$

$K_t := 1$

$b_f := 50\ mm$

$t := 2\ mm$

$L := 1\ m$

RESULTADOS DAS PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS

$r_m := t\cdot 1.5$ $\quad r_m = 3\,mm$

$b_m := b_f - \frac{t}{2}$ $\quad b_m = 49\,mm$

$b := b_f - r_m - \frac{t}{2}$ $\quad b = 46\,mm$

$a_m := b_w - t$ $\quad a_m = 98\,mm$

$a := b_w - 2\cdot\left(r_m + \frac{t}{2}\right)$ $\quad a = 92\,mm$

$u_1 := \pi\cdot\frac{r_m}{2}$ $\quad u_1 = 4{,}721\ mm$

$\frac{b_f}{t} = 25 \qquad \frac{b_w}{t} = 50$

$A := t\cdot(a + 2\cdot b + 2\cdot u_1)$ $\quad A = 3{,}87\ cm^2$

$P := (2\cdot b + a + 2\cdot u_1 + t)\cdot 2$ $\quad P = 39{,}085\ cm$

$x_g := \left(\frac{2\cdot t}{A}\right)\cdot\left[\left[b\cdot\left(\frac{b}{2} + r_m\right)\right] + \left[u_1\cdot(0.363\cdot r_m)\right]\right] + \frac{t}{2}$ $\quad x_g = 1{,}342\ cm$

$x_0 := b_m\cdot\left(\frac{3\cdot a_m^{\,2}\cdot b_m}{a_m^{\,3} + 6\cdot a_m^{\,2}\cdot b_m}\right) + x_g - \frac{t}{2}$ $\quad x_0 = 3{,}079\ cm$, $y_0 = 0\ cm$

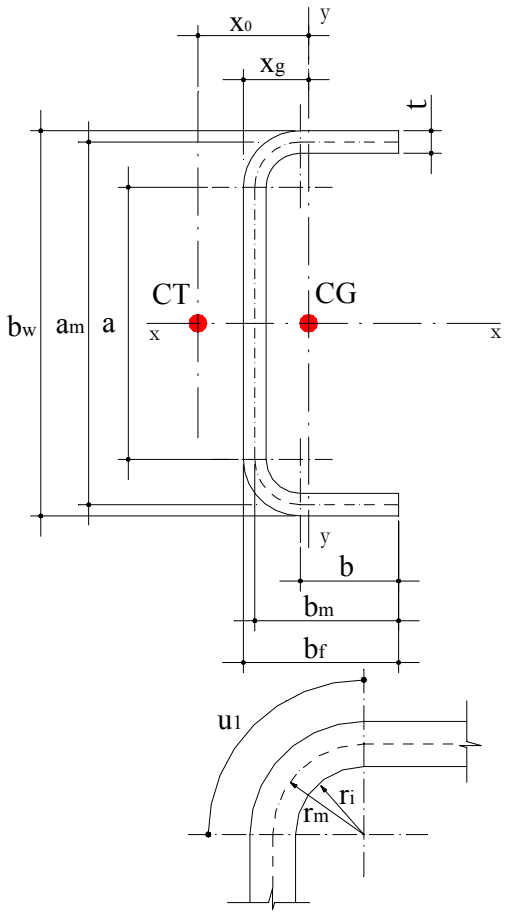


Figura F.1 – Configurações geométricas do perfil U simples.

$I_x := 2\cdot t\cdot\left[0.042\cdot a^3 + b\cdot(0.5\cdot a + r_m)^2 + u_1\cdot(0.5\cdot a + 0.637\cdot r_m)^2 + 0.149\cdot r_m^{\,3}\right]$ $\quad I_x = 61{,}59\ cm^4$

$I_y := 2\cdot t\cdot\left[b\cdot(0.5\cdot b + r_m)^2 + \frac{b^3}{12} + 0.356\cdot r_m^{\,3}\right] - \left[A\cdot(x_g - 0.5\cdot t)^2\right]$ $\quad I_y = 9{,}72\ cm^4$

$$I_t := \frac{t^3}{3}\cdot\left(a + 2\cdot b + 2\cdot u_1\right) \qquad I_t=0{,}05\ cm^4$$

$$C_w := \frac{a_m^{\,2}\cdot b_m^{\,2}\cdot t}{12}\left(\frac{2\cdot a_m^{\,3}\cdot b_m + 3\cdot a_m^{\,2}\cdot b_m^{\,2}}{6\cdot a_m^{\,2}\cdot b_m + a_m^{\,3}}\right) \qquad C_w=164{,}777\ cm^6$$

$$r_x := \sqrt{\frac{I_x}{A}} \qquad r_x=3{,}99\ cm$$

$$r_y := \sqrt{\frac{I_y}{A}} \qquad r_y=1{,}585\ cm$$

$$r_0 := \sqrt{r_y^{\,2} + r_x^{\,2} + y_0^{\,2} + x_0^{\,2}} \qquad r_0=5{,}284\ cm$$

RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO - FLAMBAGEM GLOBAL

$$N_{ex} := \frac{\pi^2\cdot E\cdot I_x}{\left(K_x\cdot L\right)^2} \qquad N_{ex}=1246{,}107\ kN$$

$$N_{ey} := \frac{\pi^2\cdot E\cdot I_y}{\left(K_y\cdot L\right)^2} \qquad N_{ey}=196{,}656\ kN$$

$$N_{et} := \frac{1}{r_0^{\,2}}\cdot\left[\frac{\pi^2\cdot E\cdot C_w}{\left(K_t\cdot L\right)^2} + G\cdot I_t\right] \qquad N_{et}=133{,}993\ kN$$

$$N_{ext} := \frac{N_{ex} + N_{et}}{2\cdot\left[1 - \left(\frac{x_0}{r_0}\right)^2\right]}\cdot\left[1 - \sqrt{1 - \frac{4\cdot N_{ex}\cdot N_{et}\cdot\left[1 - \left(\frac{x_0}{r_0}\right)^2\right]}{\left(N_{ex} + N_{et}\right)^2}}\right] \qquad N_{ext}=128{,}938\ kN$$

$$Ne := \min\left(N_{ex}, N_{ey}, N_{et}, N_{ext}\right) \qquad N_e=128{,}938\ kN$$

Determinação da largura efetiva

- Cálculo da tensão atuante (curvas de flambagem)

$$\lambda_0 := \sqrt{\frac{A\cdot f_y}{Ne}} \qquad \lambda_0=0{,}866$$

$$\alpha := \text{if}\left(Ne = N_{ext}, 0.34, 0.49\right) \qquad \alpha=0{,}34$$

$$\beta := 0.5\cdot\left[1 + \alpha\cdot\left(\lambda_0 - 0.2\right) + \lambda_0^{\,2}\right] \qquad \beta=0{,}988$$

$$\rho := \frac{1}{\beta + \left(\beta^2 - \lambda_0^{\,2}\right)^{0.5}} \qquad \rho=0{,}683$$

$$\sigma := \rho\cdot f_y \qquad \sigma=170{,}731\ MPa$$

- Alma comprimida

$a := b_w - 4 \cdot t$ a=9,2 cm

$\frac{a}{t} = 46$ $a/t_{max} = 90$

$k := 4$ (elemento AA)

$\lambda_p := \frac{\frac{a}{t}}{0.95 \cdot \sqrt{\frac{k \cdot E}{\sigma}}}$ λ_p=0,699

$a_{ef} := if\left[\lambda_p \le 0.673, a, a \cdot \frac{\left(1 - \frac{.22}{\lambda_p}\right)}{\lambda_p}\right]$ a_{ef}=90,214 mm

$a_{ret} := a - a_{ef}$ a_{ret}=1,79 mm

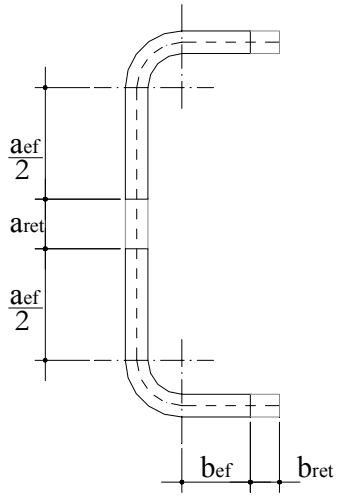


Figura F.2 – Geometrias efetivas considerando a instabilidade local.

- Mesa comprimida

$b := b_f - 2 \cdot t$ b=4,6 cm

$\frac{b}{t} = 23$ $b/t_{max} = 30$

$k := 0.43$ (elemento AL)

$\lambda_p := \frac{\frac{b}{t}}{0.95 \cdot \sqrt{\frac{k \cdot E}{\sigma}}}$ λ_p=1,065

$b_{ef} := if\left(\lambda_p \le 0.673, b, b \cdot \frac{1 - \frac{.22}{\lambda_p}}{\lambda_p}\right)$ b_{ef}=34,258 mm

$b_{ret} := b - b_{ef}$ b_{ret}=11,74 mm

- Cálculo da área efetiva

$A_{ret} := t \cdot (2b_{ret} + a_{ret})$

$A_{ef} := A - A_{ret}$ A_{ef}=3,363 cm²

- Resistência a flambagem global

$Nc_{Rd.flambagemglobal} := \rho \cdot A_{ef} \cdot \frac{f_y}{1.1}$ $N_{c,Rd\ (flambagem\ global)}$=52,199 kN

RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO - FLAMBAGEM LOCAL

- Alma comprimida

$a := b_w - 4 \cdot t$ a=9,2 cm

$\frac{a}{t} = 46$ $a/t_{max} = 90$

$k := 4$ (elemento AA)

$$\lambda_p := \frac{\frac{a}{t}}{0.95\sqrt{\frac{k \cdot E}{\sigma}}} \qquad \lambda_p = 0{,}845$$

$$a_{ef} := \text{if}\left[\lambda_p \le 0.673, a, a \cdot \frac{\left(1 - \frac{.22}{\lambda_p}\right)}{\lambda_p}\right] \qquad a_{ef} = 80{,}5 \text{ mm}$$

$$a_{ret} := a - a_{ef} \qquad a_{ret} = 11{,}5 \text{ mm}$$

- Mesa comprimida

$$b := b_f - 2 \cdot t \qquad b = 4{,}6 \text{ cm}$$

$$\frac{b}{t} = 23 \qquad b/t_{max} = 30$$

$$k := 0.43 \qquad \text{(elemento AL)}$$

$$\lambda_p := \frac{\frac{b}{t}}{0.95\sqrt{\frac{k \cdot E}{\sigma}}} \qquad \lambda_p = 1{,}289$$

$$b_{ef} := \text{if}\left(\lambda_p \le 0.673, b, b \cdot \frac{1 - \frac{.22}{\lambda_p}}{\lambda_p}\right) \qquad b_{ef} = 29{,}59 \text{ mm}$$

$$b_{ret} := b - b_{ef} \qquad b_{ret} = 16{,}41 \text{ mm}$$

- Cálculo da área efetiva

$$A_{ret} := t \cdot \left(2b_{ret} + a_{ret}\right)$$

$$A_{ef} := A - A_{ret} \qquad A_{ef} = 2{,}982 \text{ cm}^2$$

- Resistência a flambagem local

$$Nc_{Rd.flambagemlocal} := A_{ef} \cdot \frac{f_y}{1.1} \qquad N_{c,Rd\ (flambagem\ local)} = 67{,}775 \text{ kN}$$

RESISTÊNCIA DE CÁLCULO

$$Nc_{Rd} := \min\left(Nc_{Rd.flambagemglobal}, Nc_{Rd.flambagemlocal}\right) \qquad N_{c,Rd} = 52{,}199 \text{ kN}$$

APÊNDICE G – DESCRIÇÃO DO PROGRAMA P-SILOS

Um programa, denominado P-Silos, foi desenvolvido, neste trabalho, para realizar os seguintes procedimentos:

- determinar as propriedades físicas dos produtos armazenados;
- calcular as pressões no corpo e nas paredes do silo;
- calibrar os modelos de pressões de Janssen (1895) e de Jenike et al. (1973) com os Algoritmos Genéticos;
- calcular as vazões do silo;
- calcular a função radial por meio do método de Runge-Kutta de 4^a ordem;
- calcular a confiabilidade de silos metálicos de chapa ondulada e fundo plano por meio de simulação de Monte Carlo;
- estimar os parâmetros das distribuições de probabilidades a partir dos dados experimentais das propriedades físicas aplicando os testes de Kolmogorov-Smirnov e de Anderson-Darling.

O programa foi implementado na linguagem de programação C++ na plataforma Borland C++ Builder 5. Esta plataforma oferece a vantagem da programação utilizando componentes visuais com a utilização da orientação a objetos. Como a programação foi elaborada de forma clara, os campos na tela do programa são auto-explicativos sendo de fácil utilização.

Serão apresentadas as principais telas do programa para facilitar a sua visualização. A Figura G.1 mostra a tela principal do programa que calcula as pressões horizontais na parede do silo.

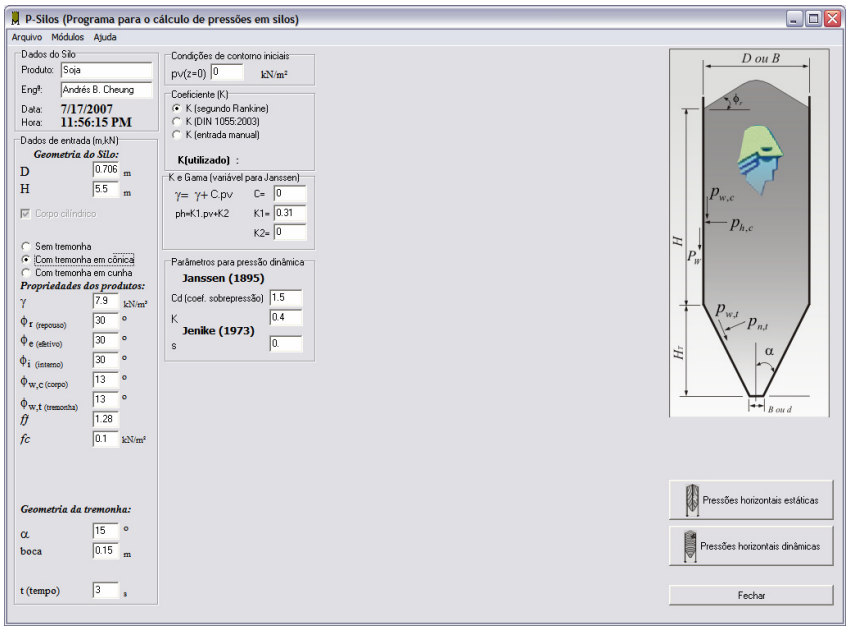


Figura G.1 – Tela principal do programa.

As Figuras G.2 e G.3 mostram as pressões de carregamento e descarregamento no corpo e na tremonha de um silo e observa-se também que o programa calcula o tipo de fluxo e a vazão máxima esperada para esta configuração de tremonha e orifício de saída.

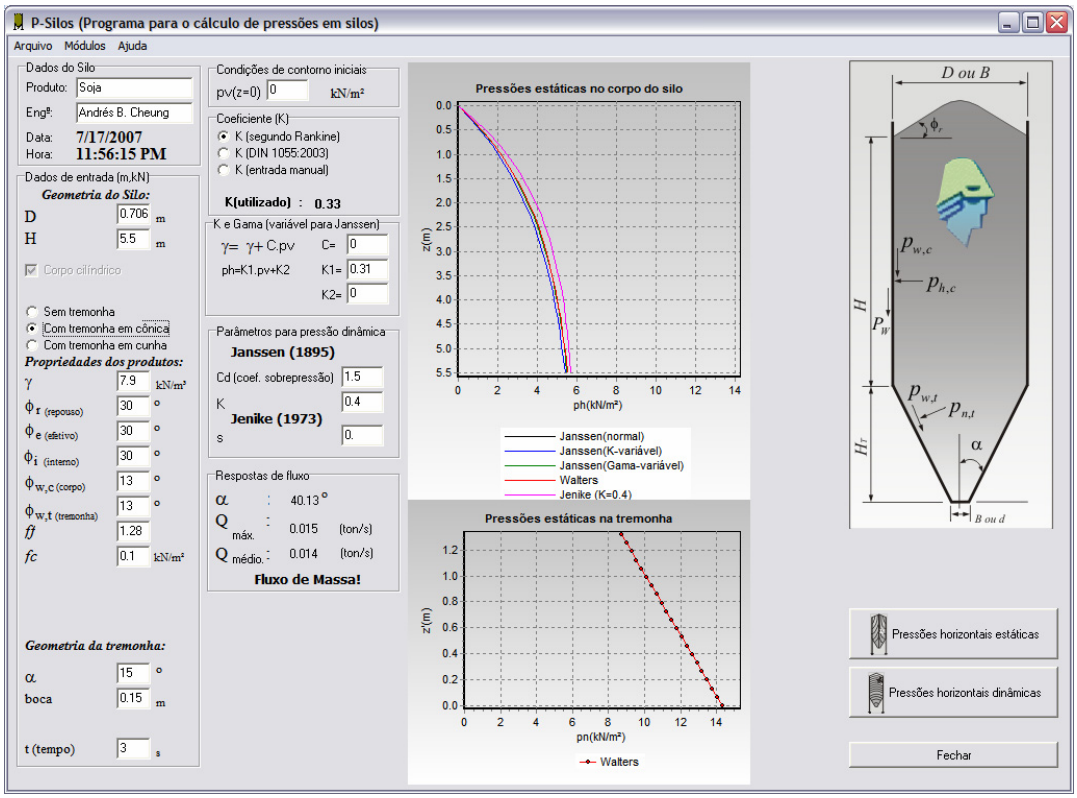


Figura G.2 – Pressões de carregamento calculadas.

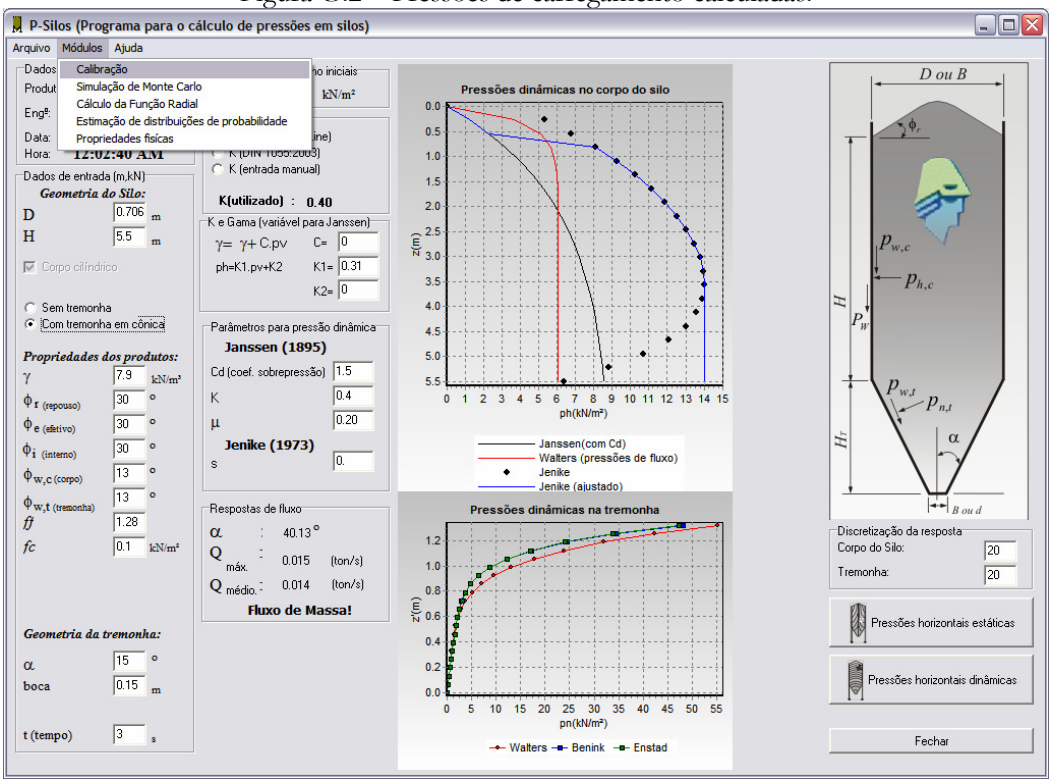


Figura G.3 – Pressões de descarregamento calculadas e visualização dos módulos disponíveis.

A Figura G.4 mostra o módulo do programa que calibra os parâmetros dos modelos de pressões para o corpo e para tremonha a partir dos dados experimentais. Os dados das pressões experimentais são fornecidos em um arquivo de texto com as características geométricas e do produto utilizado nos ensaios experimentais. A Figura G.5 mostra o módulo de simulação de Monte Carlo, onde os dados são lidos de um arquivo texto ou podem ser introduzidos pelo usuário nos campos pré-estabelecidos.

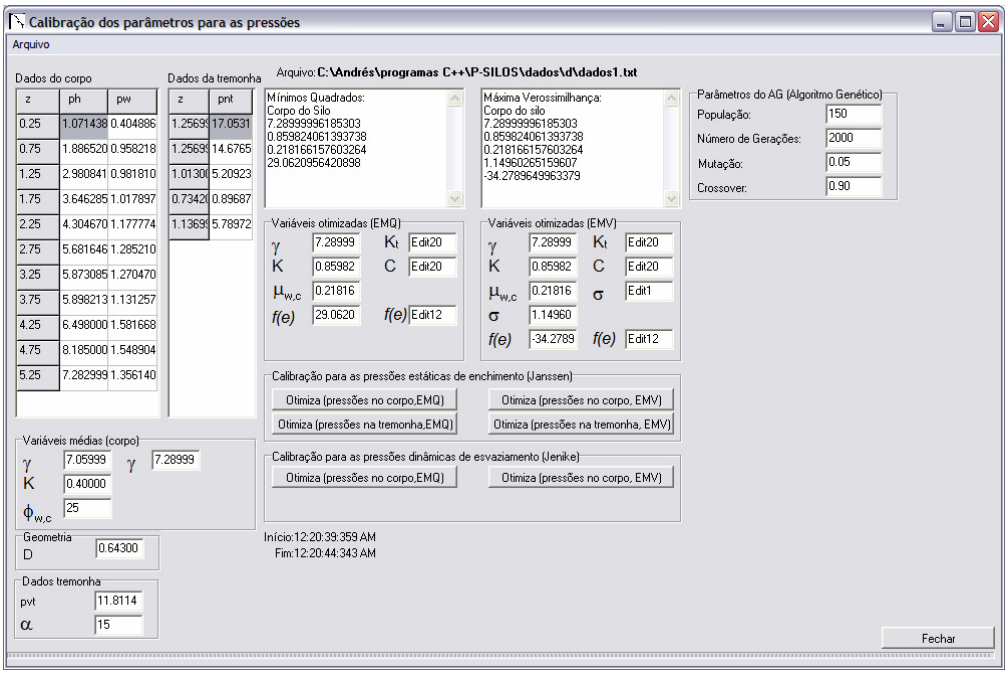


Figura G.4 – Módulo de calibrações das pressões utilizando os AGs.

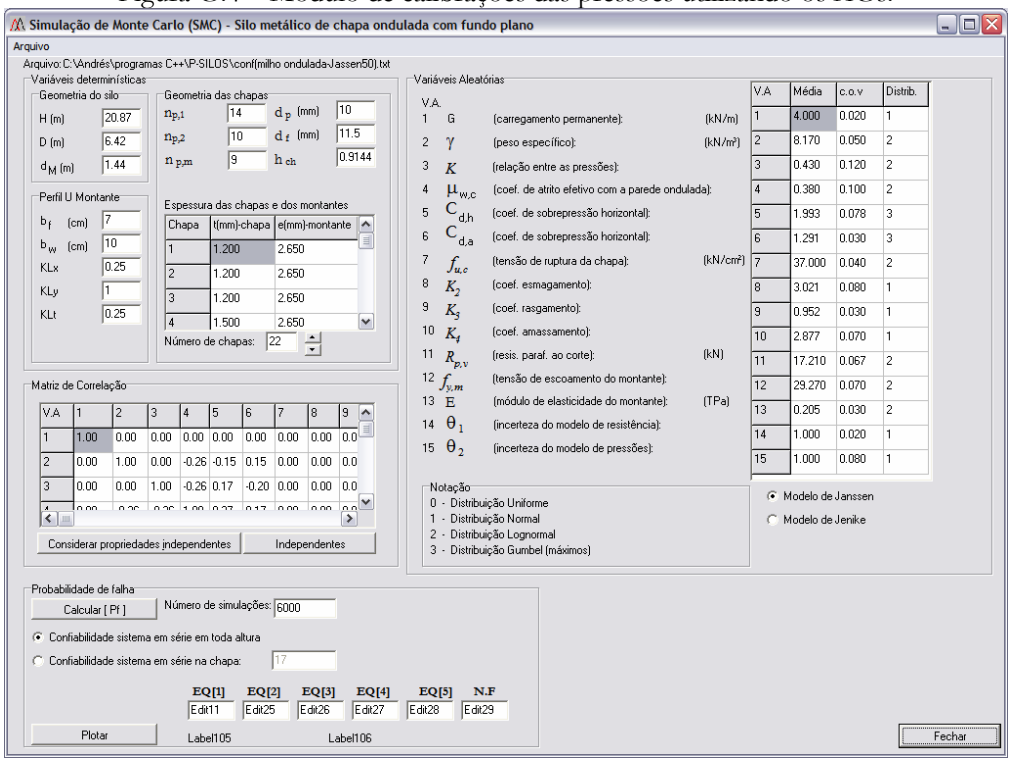


Figura G.5 – Módulo para o cálculo da confiabilidade.

A Figura G.6 apresenta o módulo de estimação das distribuições de probabilidade normal, lognormal e lognormal deslocada. Os dados são fornecidos por meio de um arquivo texto previamente configurado pelo usuário.

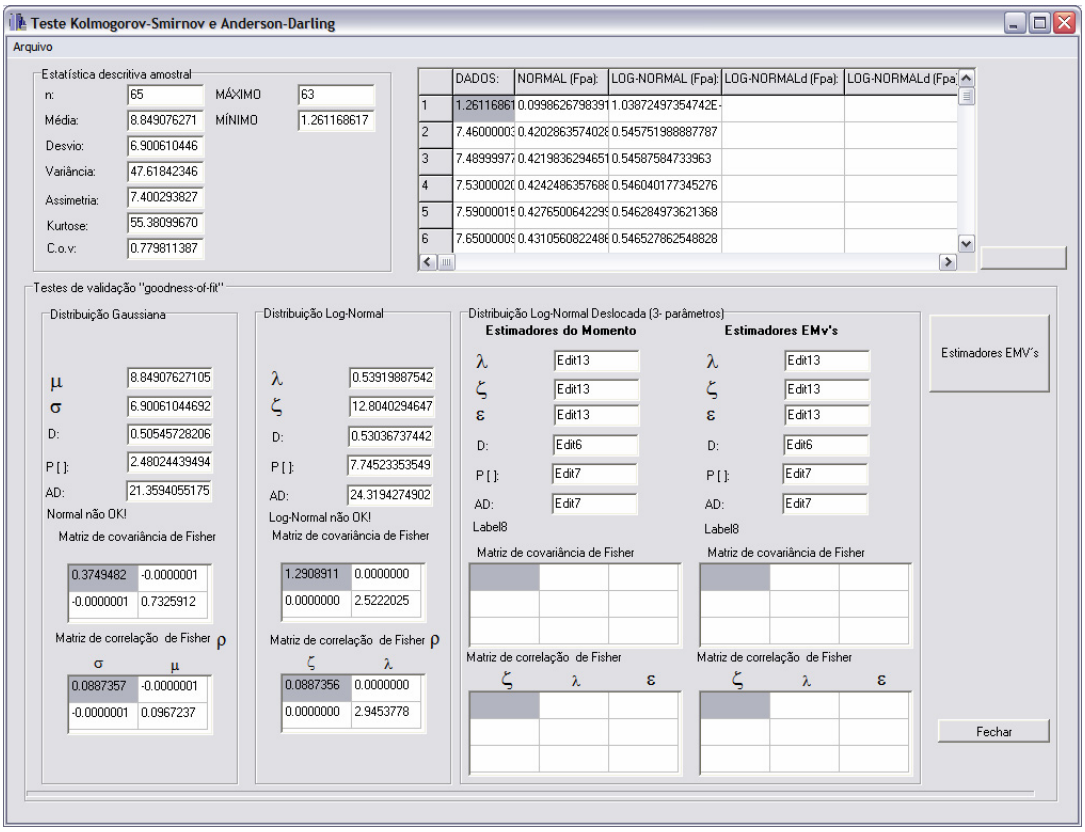


Figura G.6 – Módulo para a estimação dos parâmetros das distribuições de probabilidades.

A Figura G.7 mostra o módulo que calcula a função radial de tensões da teoria de Jenike (1961) por meio do método de Runge-Kutta de quarta ordem. Neste módulo as informações são fornecidas ao programa nos campos pré-estabelecidos. Pode-se ainda gerar valores da função radial para diversas inclinações de tremonha bem como o fator fluxo da tremonha.

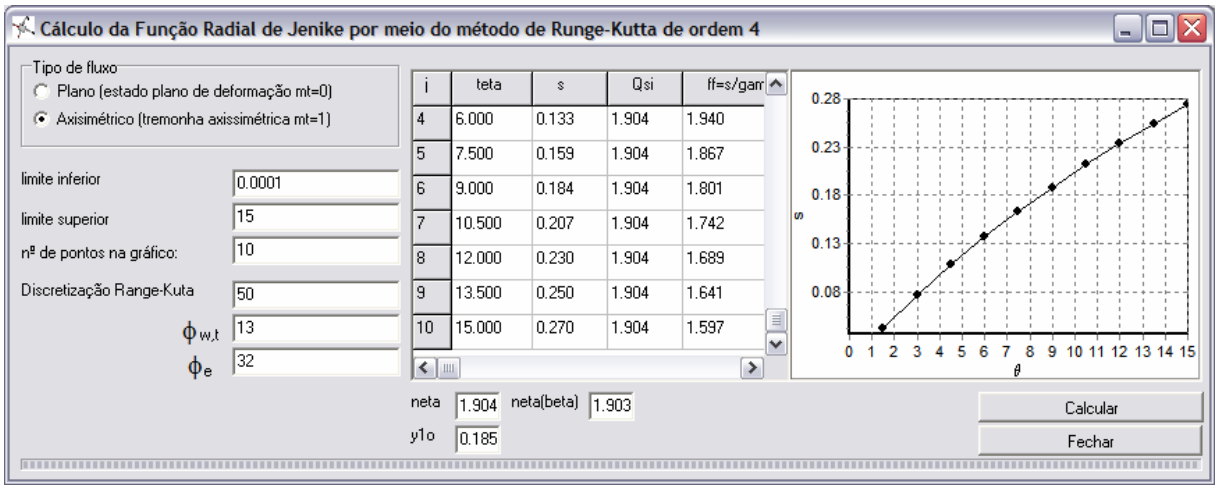


Figura G.7 – Módulo da função radial de tensões.

A Figura G.8 mostra o programa que determina o envoltório de resistência para a determinação das propriedades físicas do produto com exceção do ângulo de atrito com a parede. Os dados são introduzidos em tabela para cada envoltório de resistência efetuado. A capacidade do programa é de somente quatro envoltórios de resistência por análise. A Figura G.9 apresenta o recurso do programa em mostrar o envoltório de resistência para cada ensaio individual.

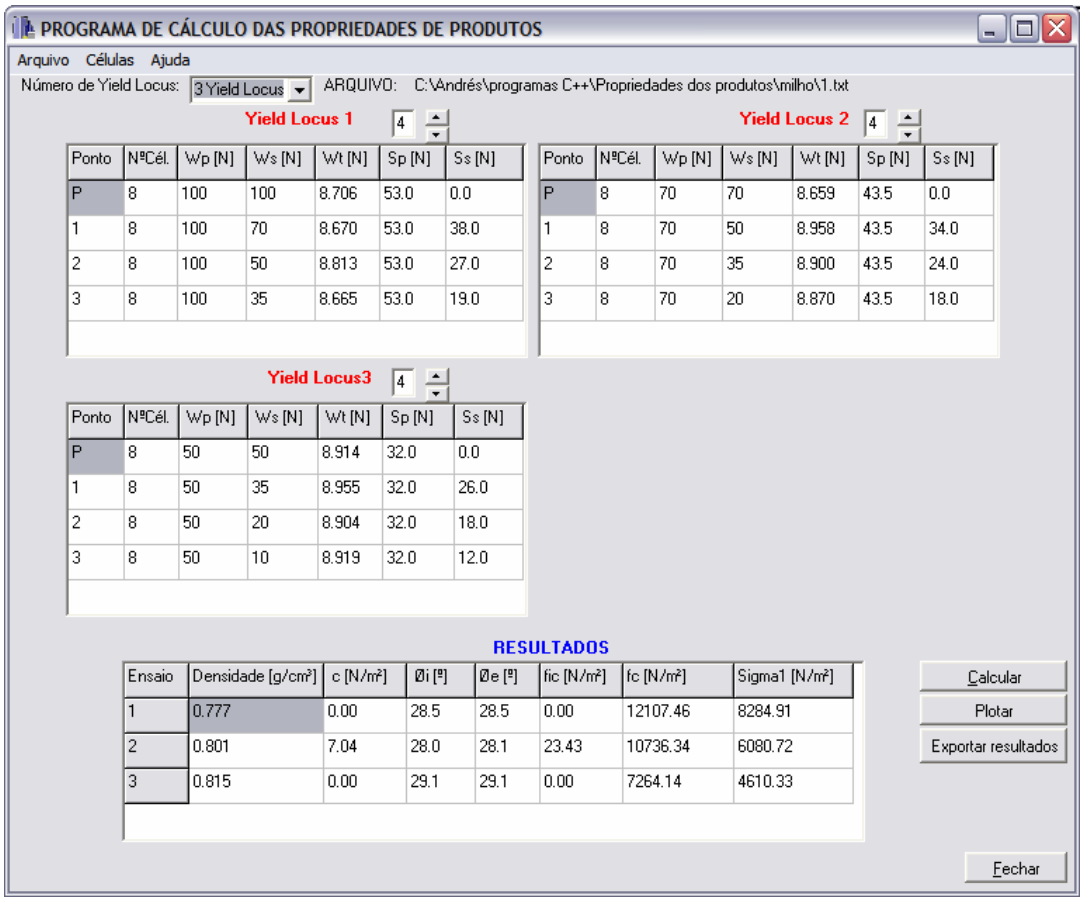


Figura G.8 – Módulo para o cálculo das propriedades físicas.

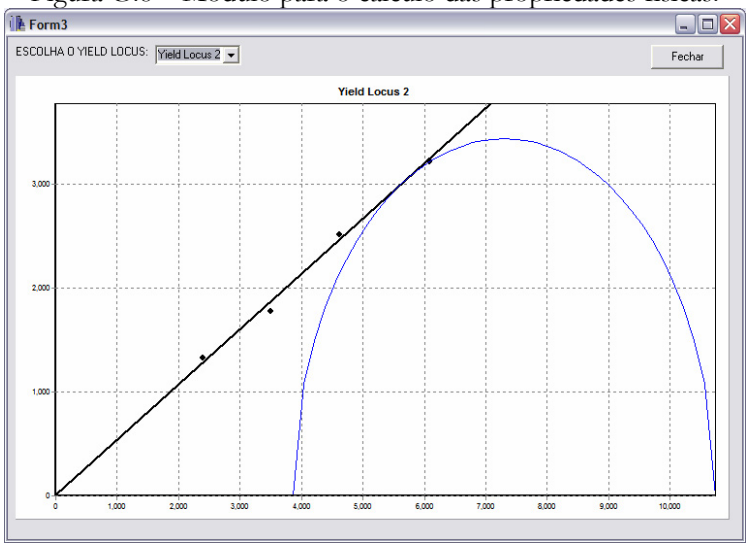


Figura G.9 – Apresentação do envoltório de cisalhamento do programa de propriedades físicas.