

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE ESTRUTURAS**

**ESTUDO DE PONTES DE MADEIRA COM  
TABULEIRO MULTICELULAR PROTENDIDO**

**Jorge Luís Nunes de Góes**

Tese apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Engenharia de Estruturas.

**ORIENTADOR: Prof. Dr. Antonio Alves Dias**

**ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: Engenharia de Estruturas**

*São Carlos*

*2005*

*Dedico este trabalho aos meus pais  
e ao Menino Jesus de Praga.*

## AGRADECIMENTOS

---

Meus agradecimentos são dirigidos aos amigos e familiares que prestaram os melhores incentivos para a concretização deste trabalho.

Em especial, ao Professor Dr. Antonio Alves Dias pela excelente orientação e amizade e ao Professor Dr. Carlito Calil Jr pelo incansável estímulo à pesquisa.

À FAPESP – “Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo”, pela concessão da bolsa de estudos e suporte financeiro para o desenvolvimento da pesquisa.

A todos os colegas, professores e funcionários do Laboratório de Madeiras e Estruturas de Madeiras, que direta ou indiretamente, participaram na elaboração deste trabalho.

À Bruna Ferreira Gonçalves pelo apoio, companhia e sobretudo pelo carinho durante todo o período de realização deste doutorado.

---

## SUMÁRIO

---

<b>LISTA DE FIGURAS</b> .....	vi
<b>LISTA DE TABELAS</b> .....	xvi
<b>LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS</b> .....	xviii
<b>LISTA DE SÍMBOLOS</b> .....	xix
<b>RESUMO</b> .....	xxiii
<b>ABSTRACT</b> .....	xxiv
<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	1
1.1. OBJETIVOS .....	3
<b>2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	4
2.1. HISTÓRICO E EVOLUÇÃO DAS PONTES PROTENDIDAS DE MADEIRA .....	4
2.2. COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DA MADEIRA LAMINADA PROTENDIDA .....	9
2.2.1. Efeito da frequência de juntas .....	10
2.2.2. Parâmetros elásticos e níveis de protensão .....	12
2.2.3. Perda de protensão .....	15
2.3. SISTEMA PROTENDIDO COM TABULEIRO MULTICELULAR .....	17
2.3.1. Comportamento estrutural .....	19
2.3.2. Ação composta entre mesas e nervuras .....	21
2.3.3. Efeito “Shear Lag” .....	22
2.4. MODELOS DE CÁLCULO .....	24
2.4.1. Modelo de viga equivalente .....	25

---

2.4.2. Modelo de placa ortotrópica equivalente .....	29
2.4.3. Modelo em elementos finitos .....	32
2.5. TEORIA DE PLACAS ORTOTRÓPICAS .....	38
2.5.1. Solução da equação de placas ortotrópicas (Equação de Huber) ...	43
2.6. CONCLUSÕES DA REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	46
<b>3. O PROGRAMA OTB .....</b>	<b>48</b>
3.1. VERIFICAÇÃO DA SOLUÇÃO POR SÉRIES .....	55
<b>4. AVALIAÇÃO DOS MODELOS NUMÉRICOS EM MEF APLICADOS À ANÁLISE ESTRUTURAL DE PONTES PROTENDIDAS .....</b>	<b>66</b>
4.1. AVALIAÇÃO DO MODELO PARA A NERVURA .....	67
4.2. AVALIAÇÃO DO MODELO PARA UMA VIGA DE SEÇÃO CAIXÃO .....	74
3.1. SENSIBILIDADE DO MODELO ÀS CONSTANTES ELÁSTICAS .....	78
<b>5. PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS .....</b>	<b>102</b>
5.1. FASE PRELIMINAR .....	104
5.2. ENSAIOS DE CARACTERIZAÇÃO DA MADEIRA .....	106
5.3. MONTAGEM DO MODELO REDUZIDO .....	110
5.4. INSTRUMENTAÇÃO DO MODELO REDUZIDO .....	112
5.5. ENSAIOS DO MODELO REDUZIDO .....	116
<b>6. RESULTADOS E DISCUSSÕES .....</b>	<b>122</b>
6.1. ENSAIOS DE CARACTERIZAÇÃO DA MADEIRA .....	122
6.2. ENSAIOS DO MODELO REDUZIDO .....	124
6.2.1. Influência do nível de protensão na rigidez longitudinal .....	125
6.2.2. Calibração das propriedades elásticas .....	128
6.2.3. Variação da força nas barras de protensão .....	140
6.2.4. Avaliação da distribuição de deformações e tensões no modelo ...	153
6.2.5. Fator de Distribuição de Carga experimental .....	165
<b>7. COMPARAÇÃO DOS MODELOS DE CÁLCULO .....</b>	<b>169</b>

<b>8. CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES .....</b>	<b>175</b>
<b>9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>180</b>

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1 -</b>	Ilustração de ponte de madeira com tabuleiro multicelular .....	2
<b>Figura 2 -</b>	(a) Sistema em madeira laminada pregada (MLP). (b) Detalhe do sistema de recuperação dos tabuleiros em madeira laminada pregada	4
<b>Figura 3 -</b>	Ponte em placa de madeira laminada protendida de seção simples .....	5
<b>Figura 4 -</b>	Ponte protendida formada por vigas de seção T .....	6
<b>Figura 5 -</b>	Ponte com tabuleiro multicelular protendido .....	6
<b>Figura 6 -</b>	Ponte Poverty Run. Fonte: DICKSON (1995) .....	7
<b>Figura 7 -</b>	Ponte com tabuleiro treliçado protendido. CHEUNG (2003) .....	8
<b>Figura 8 -</b>	Arranjo do tabuleiro treliçado protendido transversalmente. CHEUNG (2003) .....	8
<b>Figura 9 -</b>	Arranjo básico das placas protendidas de madeira. VELOSO (1999)	9
<b>Figura 10 -</b>	Transferência de esforços na madeira laminada protendida. CREWS (2000) .....	10
<b>Figura 11 -</b>	Frequência e espaçamento de juntas. DAVALOS & SALIM (1992)	11
<b>Figura 12 -</b>	Valores do coeficiente $C_{bj}$ em função da frequência das juntas de topo .....	12
<b>Figura 13 -</b>	$E_T$ em função do nível de protensão .....	14
<b>Figura 14 -</b>	$G_{LT}$ em função do nível de protensão .....	14
<b>Figura 15 -</b>	Perda de protensão e reprotensão em função do tempo, OKIMOTO (1997) .....	16
<b>Figura 16 -</b>	Sistema em Madeira Laminada Colada, RITTER (1992) .....	18

<b>Figura 17 -</b>	Sistema protendido com tabuleiro multicelular, WACKER et. al. (1998) e OKIMOTO (1997) .....	18
<b>Figura 18 -</b>	Comportamento estrutural do sistema com tabuleiro multicelular .....	20
<b>Figura 19 -</b>	Ação composta em uma viga celular e os esforços de cisalhamento entre as nervuras e mesas. OLIVA & RAMMER (1993) .....	22
<b>Figura 20 -</b>	Distribuição de tensões normais nas mesas da seção caixão, LAMAS(1982) .....	23
<b>Figura 21 -</b>	Esquema clássico para exemplificar o efeito “Shear Lag”, LAMAS (1982) .....	23
<b>Figura 22 -</b>	Viga transformada seção I .....	26
<b>Figura 23 -</b>	Geometria da seção transversal – Ponte protendida com tabuleiro multicelular .....	30
<b>Figura 24 -</b>	Volume elementar de um sólido e suas tensões .....	33
<b>Figura 25 -</b>	Elemento finito SHELL 63, ANSYS 5.7 (1994) .....	36
<b>Figura 26 -</b>	Exemplos de esforços nos elementos SHELL 64, ANSYS 5.7 (1994) .....	36
<b>Figura 27 -</b>	Elemento finito SOLID 64, ANSYS 5.7 (1994) .....	37
<b>Figura 28 -</b>	Elemento finito SOLID 64 e suas tensões, ANSYS 5.7 (1994) .....	37
<b>Figura 29 -</b>	Elemento infinitesimal de placa ortotrópica, TROITSKY (1987) .....	39
<b>Figura 30 -</b>	Distribuição de tensões internas, TROITSKY (1987) .....	40
<b>Figura 31 -</b>	Tabuleiro com carregamentos distribuídos em pequenas áreas, CUSENS & PAMA (1975) .....	45
<b>Figura 32 -</b>	Janela Inicial do Programa OTB .....	50
<b>Figura 33 -</b>	Dados de entrada para ponte protendida com tabuleiro multicelular ..	51
<b>Figura 34 -</b>	Caixa de diálogo – Escolha do veículo-tipo 30, 45 .....	51
<b>Figura 35 -</b>	Caixa de diálogo – Escolha do veículo-tipo 12 .....	52
<b>Figura 36 -</b>	Janela inicial com veículo tipo .....	52
<b>Figura 37 -</b>	Caixa de diálogo – Modificar Cargas .....	53
<b>Figura 38 -</b>	Janela inicial – Seção transversal deslocada .....	54
<b>Figura 39 -</b>	Janela de Visualização 3D – Vista isométrica da deformada .....	54
<b>Figura 40 -</b>	Placa 1 carregada com carga uniforme distribuída .....	56



---

<b>Figura 41 -</b>	Placa 1 carregada com carga distribuída no centro .....	56
<b>Figura 42 -</b>	Placa 1 carregada com carga distribuída na borda .....	56
<b>Figura 43 -</b>	Placa 2 carregada com carga uniforme distribuída .....	57
<b>Figura 44 -</b>	Placa 2 carregada com carga distribuída no centro .....	58
<b>Figura 45 -</b>	Placa 2 carregada com carga distribuída na borda .....	58
<b>Figura 46 -</b>	Placa 1 carregada com carga uniforme distribuída .....	59
<b>Figura 47 -</b>	Placa 1 carregada com carga distribuída no centro .....	60
<b>Figura 48 -</b>	Placa 1 carregada com carga distribuída na borda .....	61
<b>Figura 49 -</b>	Placa 2 carregada com carga uniforme distribuída .....	62
<b>Figura 50 -</b>	Placa 2 carregada com carga distribuída no centro .....	63
<b>Figura 51 -</b>	Placa 2 carregada com carga distribuída na borda .....	64
<b>Figura 52 -</b>	Viga 1 discretizada conforme Modelo 01 (VS01 e VS02) .....	68
<b>Figura 53 -</b>	Viga 2 discretizada conforme Modelo 01 (VS9 e VS10) .....	68
<b>Figura 54 -</b>	Viga 1 discretizada conforme Modelo 02 (VS05 e VS06) .....	69
<b>Figura 55 -</b>	Viga 2 discretizada conforme Modelo 02 (VS13 e VS14) .....	69
<b>Figura 56 -</b>	Viga 1 discretizada conforme Modelo 03 (VS03 e VS04) .....	70
<b>Figura 57 -</b>	Viga 2 discretizada conforme Modelo 03 (VS11 e VS12) .....	70
<b>Figura 58 -</b>	Viga 1 discretizada conforme Modelo 04 (VS07 e VS08) .....	71
<b>Figura 59 -</b>	Viga 2 discretizada conforme Modelo 04 (VS15 e VS16) .....	71
<b>Figura 60 -</b>	Viga 1 e suas formas de carregamento .....	72
<b>Figura 61 -</b>	Viga 2 e suas formas de carregamento .....	72
<b>Figura 62 -</b>	Viga Caixa discretizada conforme Modelo 01 (Box02) .....	75
<b>Figura 63 -</b>	Viga Caixa discretizada conforme Modelo 02 (Box01) .....	76
<b>Figura 64 -</b>	Viga caixa e seu carregamento .....	76
<b>Figura 65 -</b>	Representação esquemática do Modelo 01 com elementos SHELL ...	77
<b>Figura 66 -</b>	Discretização da seção transversal – Ponte 1 e 2 .....	79
<b>Figura 67 -</b>	Influência do $G_{xy}$ para as Pontes 1 e 2 .....	82

---

<b>Figura 68 -</b>	Influência do $G_{xy}$ para a Ponte 1 .....	82
<b>Figura 69 -</b>	Posicionamento do carregamento nas Pontes 1 e 2 .....	83
<b>Figura 70 -</b>	Influência do $E_y$ para a ponte 1 sob carregamento de borda .....	84
<b>Figura 71 -</b>	Influência do $E_z$ para a ponte 1 sob carregamento de borda .....	85
<b>Figura 72 -</b>	Influência do $G_{xy}$ para a ponte 1 sob carregamento de borda .....	86
<b>Figura 73 -</b>	Influência do $G_{xz}$ para a ponte 1 sob carregamento de borda .....	87
<b>Figura 74 -</b>	Influência do $G_{yz}$ para a ponte 1 sob carregamento de borda .....	88
<b>Figura 75 -</b>	Influência do $v_{xy}$ para a ponte 1 sob carregamento de borda .....	89
<b>Figura 76 -</b>	Influência do $v_{xz}$ para a ponte 1 sob carregamento de borda .....	90
<b>Figura 77 -</b>	Influência do $v_{yz}$ para a ponte 1 sob carregamento de borda .....	91
<b>Figura 78 -</b>	Influência das propriedades elásticas para a ponte 1 sob carregamento de borda .....	92
<b>Figura 79 -</b>	Influência do $E_y$ para a ponte 2 sob carregamento de borda .....	93
<b>Figura 80 -</b>	Influência do $E_z$ para a ponte 2 sob carregamento de borda .....	94
<b>Figura 81 -</b>	Influência do $G_{xy}$ para a ponte 2 sob carregamento de borda .....	95
<b>Figura 82 -</b>	Influência do $G_{xz}$ para a ponte 2 sob carregamento de borda .....	96
<b>Figura 83 -</b>	Influência do $G_{yz}$ para a ponte 2 sob carregamento de borda .....	97
<b>Figura 84 -</b>	Influência do $v_{xy}$ para a ponte 2 sob carregamento de borda .....	98
<b>Figura 85 -</b>	Influência do $v_{xz}$ para a ponte 2 sob carregamento de borda .....	99
<b>Figura 86 -</b>	Influência do $v_{yz}$ para a ponte 2 sob carregamento de borda .....	100
<b>Figura 87 -</b>	Influência das propriedades elásticas para a ponte 2 sob carregamento de borda .....	101
<b>Figura 88 -</b>	Planta baixa da ponte do Campus II da USP São Carlos .....	110
<b>Figura 89 -</b>	Seção transversal da ponte do Campus II da USP São Carlos .....	103
<b>Figura 90 -</b>	Seção transversal do modelo reduzido na configuração 1 (16 nervuras) .....	103
<b>Figura 91 -</b>	Seção transversal do modelo reduzido na configuração 2 (12 nervuras) .....	103
<b>Figura 92 -</b>	Vista lateral do modelo e o espaçamento entre as barras de protensão .....	105

---

<b>Figura 93 -</b>	Furação das peças de madeira .....	105
<b>Figura 94 -</b>	Secagem das peças de madeira .....	105
<b>Figura 95 -</b>	Instalação de extensômetros elétricos .....	106
<b>Figura 96 -</b>	Configuração do ensaio flexão estática das nervuras .....	106
<b>Figura 97 -</b>	Diagrama carga-flecha na flexão. Fonte NBR 7190 (1997) .....	107
<b>Figura 98 -</b>	Diagrama de carregamento para a determinação da rigidez à flexão. Fonte NBR 7190 (1997) .....	107
<b>Figura 99 -</b>	Configuração do ensaio flexão estática dos sarrafos (menor inércia) .	108
<b>Figura 100 -</b>	Configuração do ensaio flexão estática dos sarrafos (maior inércia) ..	108
<b>Figura 101 -</b>	Ensaio de flexão estática das nervuras .....	108
<b>Figura 102 -</b>	Ensaio de flexão estática dos sarrafos (menor e maior inércia) .....	109
<b>Figura 103 -</b>	Montagem do tabuleiro .....	111
<b>Figura 104 -</b>	Protensão do tabuleiro .....	112
<b>Figura 105 -</b>	Sistemas de aquisição de dados .....	113
<b>Figura 106 -</b>	Localização das células de carga nas barras de protensão para a configuração 1 e 2 (vista lateral esquerda do modelo) .....	114
<b>Figura 107 -</b>	Localização dos transdutores de deslocamento (planta baixa configuração 1) .....	114
<b>Figura 108 -</b>	Localização dos transdutores de deslocamento (planta baixa configuração 2) .....	114
<b>Figura 109 -</b>	Transdutores de deslocamento KYOWA e MITUTOYO .....	115
<b>Figura 110 -</b>	Localização dos extensômetros nas nervuras e mesas (vista frontal do modelo – configuração 1) .....	115
<b>Figura 111 -</b>	Localização dos extensômetros nas nervuras e mesas (vista frontal do modelo – configuração 2) .....	116
<b>Figura 112 -</b>	Posicionamento do carregamento distribuído (configuração 1) .....	119
<b>Figura 113 -</b>	Posicionamento dos carregamentos concentrados (configuração 1) ...	119
<b>Figura 114 -</b>	Posicionamento do carregamento distribuído (configuração 2) .....	120
<b>Figura 115 -</b>	Posicionamento dos carregamentos concentrados (configuração 2) ...	120
<b>Figura 116 -</b>	Arranjos dos Carregamentos .....	121

---

<b>Figura 117</b> -	Discretização da seção transversal do modelo com a configuração 1 .	125
<b>Figura 118</b> -	Discretização da seção transversal do modelo com a configuração 2 .	125
<b>Figura 119</b> -	Deslocamento vertical da seção transversal do modelo carregado com carga distribuída - $P=125$ kN.(configuração 1) .....	126
<b>Figura 120</b> -	Deslocamento vertical da seção transversal do modelo carregado com carga distribuída - $P=125$ kN.(configuração 2) .....	126
<b>Figura 121</b> -	Influência do nível de protensão na rigidez à flexão longitudinal do tabuleiro .....	128
<b>Figura 122</b> -	Flexão longitudinal do tabuleiro (Configuração 1) .....	130
<b>Figura 123</b> -	Flexão transversal do tabuleiro (Configuração 1) .....	130
<b>Figura 124</b> -	Deformada experimental e numérica otimizada do ensaio P1-X/CLE	132
<b>Figura 125</b> -	Deformada experimental e numérica otimizada do ensaio P1-X/CQE	132
<b>Figura 126</b> -	Deformada experimental e numérica otimizada do ensaio P1-X/CC ..	132
<b>Figura 127</b> -	Deformada experimental e numérica otimizada do ensaio P1-X/CQD	133
<b>Figura 128</b> -	Deformada experimental e numérica otimizada do ensaio P1-X/CLD	133
<b>Figura 129</b> -	Deformada experimental e numérica otimizada do ensaio P2-X/CLE	133
<b>Figura 130</b> -	Deformada experimental e numérica otimizada do ensaio P2-X/CQE	134
<b>Figura 131</b> -	Deformada experimental e numérica otimizada do ensaio P2-X/CC ..	134
<b>Figura 132</b> -	Deformada experimental e numérica otimizada do ensaio P2-X/CQD	134
<b>Figura 133</b> -	Deformada experimental e numérica otimizada do ensaio P2-X/CLD	135
<b>Figura 134</b> -	Deformada experimental e numérica otimizada média do ensaio P1-X/CLE .....	136
<b>Figura 135</b> -	Deformada experimental e numérica otimizada média do ensaio P1-X/CQE .....	137
<b>Figura 136</b> -	Deformada experimental e numérica otimizada média do ensaio P1-X/CC .....	137
<b>Figura 137</b> -	Deformada experimental e numérica otimizada média do ensaio P1-X/CQD .....	137
<b>Figura 138</b> -	Deformada experimental e numérica otimizada média do ensaio P1-X/CLD .....	138

---

<b>Figura 139</b> -	Deformada experimental e numérica otimizada média do ensaio P2-X/CLE .....	138
<b>Figura 140</b> -	Deformada experimental e numérica otimizada média do ensaio P2-X/CQE .....	138
<b>Figura 141</b> -	Deformada experimental e numérica otimizada média do ensaio P2-X/CC .....	139
<b>Figura 142</b> -	Deformada experimental e numérica otimizada média do ensaio P2-X/CQD .....	139
<b>Figura 143</b> -	Deformada experimental e numérica otimizada média do ensaio P2-X/CLD .....	139
<b>Figura 144</b> -	Localização das células de carga nas barras de protensão para a configuração 1 e 2 (vista lateral esquerda do modelo) .....	140
<b>Figura 145</b> -	Variação da força de protensão do ensaio P1-700/D .....	141
<b>Figura 146</b> -	Variação da força de protensão do ensaio P1-550/D .....	141
<b>Figura 147</b> -	Variação da força de protensão do ensaio P1-350/D .....	141
<b>Figura 148</b> -	Variação da força de protensão do ensaio P1-700/CLE .....	142
<b>Figura 149</b> -	Variação da força de protensão do ensaio P1-550/CLE .....	142
<b>Figura 150</b> -	Variação da força de protensão do ensaio P1-350/CLE .....	142
<b>Figura 151</b> -	Variação da força de protensão do ensaio P1-700/CQE .....	143
<b>Figura 152</b> -	Variação da força de protensão do ensaio P1-550/CQE .....	143
<b>Figura 153</b> -	Variação da força de protensão do ensaio P1-350/CQE .....	143
<b>Figura 154</b> -	Variação da força de protensão do ensaio P1-700/CC .....	144
<b>Figura 155</b> -	Variação da força de protensão do ensaio P1-550/CC .....	144
<b>Figura 156</b> -	Variação da força de protensão do ensaio P1-350/CC .....	144
<b>Figura 157</b> -	Variação da força de protensão do ensaio P1-700/CQD .....	145
<b>Figura 158</b> -	Variação da força de protensão do ensaio P1-550/CQD .....	145
<b>Figura 159</b> -	Variação da força de protensão do ensaio P1-350/CQD .....	145
<b>Figura 160</b> -	Variação da força de protensão do ensaio P1-700/CLD .....	146
<b>Figura 161</b> -	Variação da força de protensão do ensaio P1-550/CLD .....	146
<b>Figura 162</b> -	Variação da força de protensão do ensaio P1-350/CLD .....	146

---

<b>Figura 163</b> -	Variação da força de protensão do ensaio P2-700/D .....	147
<b>Figura 164</b> -	Variação da força de protensão do ensaio P2-550/D .....	147
<b>Figura 165</b> -	Variação da força de protensão do ensaio P2-350/D .....	147
<b>Figura 166</b> -	Variação da força de protensão do ensaio P2-700/CLE .....	148
<b>Figura 167</b> -	Variação da força de protensão do ensaio P2-550/CLE .....	148
<b>Figura 168</b> -	Variação da força de protensão do ensaio P2-350/CLE .....	148
<b>Figura 169</b> -	Variação da força de protensão do ensaio P2-700/CQE .....	149
<b>Figura 170</b> -	Variação da força de protensão do ensaio P2-550/CQE .....	149
<b>Figura 171</b> -	Variação da força de protensão do ensaio P2-350/CQE .....	149
<b>Figura 172</b> -	Variação da força de protensão do ensaio P2-700/CC .....	150
<b>Figura 173</b> -	Variação da força de protensão do ensaio P2-550/CC .....	150
<b>Figura 174</b> -	Variação da força de protensão do ensaio P2-350/CC .....	150
<b>Figura 175</b> -	Variação da força de protensão do ensaio P2-700/CQD .....	151
<b>Figura 176</b> -	Variação da força de protensão do ensaio P2-550/CQD .....	151
<b>Figura 177</b> -	Variação da força de protensão do ensaio P2-350/CQD .....	151
<b>Figura 178</b> -	Variação da força de protensão do ensaio P2-700/CLD .....	152
<b>Figura 179</b> -	Variação da força de protensão do ensaio P2-550/CLD .....	152
<b>Figura 180</b> -	Variação da força de protensão do ensaio P2-350/CLD .....	152
<b>Figura 181</b> -	Deformações e tensões normais máximas das nervuras - ensaio P1-700/D .....	154
<b>Figura 182</b> -	Deformações e tensões normais máximas das nervuras - ensaio P1-700/CLE .....	154
<b>Figura 183</b> -	Deformações e tensões normais máximas das nervuras - ensaio P1-700/CQE .....	154
<b>Figura 184</b> -	Deformações e tensões normais máximas das nervuras - ensaio P1-700/CC .....	155
<b>Figura 185</b> -	Deformações e tensões normais máximas das nervuras - ensaio P1-700/CQD .....	155
<b>Figura 186</b> -	Deformações e tensões normais máximas das nervuras - ensaio P1-700/CLE .....	155

---

<b>Figura 187</b> -	Deformações e tensões normais máximas das nervuras - ensaio P2-700/D .....	156
<b>Figura 188</b> -	Deformações e tensões normais máximas das nervuras - ensaio P2-700/CLE .....	156
<b>Figura 189</b> -	Deformações e tensões normais máximas das nervuras - ensaio P2-700/CQE .....	156
<b>Figura 190</b> -	Deformações e tensões normais máximas das nervuras - ensaio P2-700/CC .....	157
<b>Figura 191</b> -	Deformações e tensões normais máximas das nervuras - ensaio P2-700/CQD .....	157
<b>Figura 192</b> -	Deformações e tensões normais máximas das nervuras - ensaio P2-700/CLD .....	157
<b>Figura 193</b> -	Deformações e tensões normais máximas das nervuras – P1-X/CLE (P=60 kN) .....	159
<b>Figura 194</b> -	Deformações e tensões normais máximas das nervuras – P1-X/CQE (P=60 kN) .....	159
<b>Figura 195</b> -	Deformações e tensões normais máximas das nervuras – P1-X/CC (P=60 kN) .....	159
<b>Figura 196</b> -	Deformações e tensões normais máximas das nervuras – P1-X/CQD (P=60 kN) .....	160
<b>Figura 197</b> -	Deformações e tensões normais máximas das nervuras – P1-X/CLD (P=60 kN) .....	160
<b>Figura 198</b> -	Deformações e tensões normais máximas das nervuras - P2-X/CLE (P=60 kN) .....	160
<b>Figura 199</b> -	Deformações e tensões normais máximas das nervuras - P2-X/CQE (P=60 kN) .....	161
<b>Figura 200</b> -	Deformações e tensões normais máximas das nervuras - P2-X/CC (P=60 kN) .....	161
<b>Figura 201</b> -	Deformações e tensões normais máximas das nervuras - P2-X/CQD (P=60 kN) .....	161
<b>Figura 202</b> -	Deformações e tensões normais máximas das nervuras - P2-X/CLD (P=60 kN) .....	162
<b>Figura 203</b> -	Localização dos extensômetros nas mesas da célula central – tabuleiro 1 .....	162
<b>Figura 204</b> -	Localização dos extensômetros nas mesas da célula central – tabuleiro 2 .....	162

---

<b>Figura 205 -</b>	Deformações e tensões normais da face de cima da mesa superior - P1-700/CC (P=60 kN) .....	163
<b>Figura 206 -</b>	Deformações e tensões normais da face de baixo da mesa superior - P1-700/CC (P=60 kN) .....	163
<b>Figura 207 -</b>	Deformações e tensões normais da face de baixo da mesa inferior - P1-700/CC (P=60 kN) .....	164
<b>Figura 208 -</b>	Deformações e tensões normais da face de baixo da mesa superior - P2-700/CC (P=60 kN) .....	164
<b>Figura 209 -</b>	Deformações e tensões normais da face de baixo da mesa inferior - P2-700/CC (P=60 kN) .....	164
<b>Figura 210 -</b>	Deformações e tensões normais da face de baixo da mesa inferior - P2-700/CC (P=60 kN) .....	165
<b>Figura 211 -</b>	Fator de Distribuição de Carga do ensaio P1-700/X .....	166
<b>Figura 212 -</b>	Fator de Distribuição de Carga do ensaio P1-550/X .....	166
<b>Figura 213 -</b>	Fator de Distribuição de Carga do ensaio P1-350/X .....	166
<b>Figura 214 -</b>	Fator de Distribuição de Carga do ensaio P2-700/X .....	167
<b>Figura 215 -</b>	Fator de Distribuição de Carga do ensaio P2-550/X .....	167
<b>Figura 216 -</b>	Fator de Distribuição de Carga do ensaio P2-350/X .....	167
<b>Figura 217 -</b>	Posicionamento do veículo tipo para a análise da tensão normal e flecha (meio tabuleiro com simetria longitudinal) .....	170
<b>Figura 218 -</b>	Posicionamento do veículo tipo para a análise da tensão cisalhante (tabuleiro inteiro) .....	171
<b>Figura 219 -</b>	Deslocamento vertical da seção transversal – tabuleiro 1 .....	172
<b>Figura 220 -</b>	Deslocamento vertical da seção transversal – tabuleiro 2 .....	172



## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 1 -</b>	Valores do coeficiente $C_{bj}$ em função da frequência das juntas de topo .....	12
<b>Tabela 2 -</b>	Parâmetros elásticos em relação ao $E_L$ .....	13
<b>Tabela 3 -</b>	Parâmetros elásticos em relação ao nível de protensão .....	14
<b>Tabela 4 -</b>	Resultados da placa 1 carregada com carga uniforme distribuída .....	59
<b>Tabela 5 -</b>	Resultados da placa 1 carregada com carga distribuída no centro .....	60
<b>Tabela 6 -</b>	Resultados da placa 1 carregada com carga distribuída na borda .....	61
<b>Tabela 7 -</b>	Resultados da placa 2 carregada com carga uniforme distribuída .....	62
<b>Tabela 8 -</b>	Resultados da placa 2 carregada com carga distribuída no centro .....	63
<b>Tabela 9 -</b>	Resultados da placa 2 carregada com carga distribuída na borda .....	64
<b>Tabela 10 -</b>	Resultados das simulações realizadas para a viga 1 ( $L/h = 15$ ) .....	73
<b>Tabela 11 -</b>	Resultados das simulações realizadas para a viga 2 ( $L/h = 20$ ) .....	74
<b>Tabela 12 -</b>	Resultados das simulações realizadas para a viga caixão .....	77
<b>Tabela 13 -</b>	Resultados de flecha no centro do vão da Ponte 1 .....	81
<b>Tabela 14 -</b>	Resultados de flecha no centro do vão da Ponte 2 .....	81
<b>Tabela 15 -</b>	Influência do $E_y$ para a ponte 1 sob carregamento de borda .....	84
<b>Tabela 16 -</b>	Influência do $E_z$ para a ponte 1 sob carregamento de borda .....	85
<b>Tabela 17 -</b>	Influência do $G_{xy}$ para a ponte 1 sob carregamento de borda .....	86
<b>Tabela 18 -</b>	Influência do $G_{xz}$ para a ponte 1 sob carregamento de borda .....	87
<b>Tabela 19 -</b>	Influência do $G_{yz}$ para a ponte 1 sob carregamento de borda .....	88

---

<b>Tabela 20 -</b>	Influência do $v_{xy}$ para a ponte 1 sob carregamento de borda .....	89
<b>Tabela 21 -</b>	Influência do $v_{xz}$ para a ponte 1 sob carregamento de borda .....	90
<b>Tabela 22 -</b>	Influência do $v_{yz}$ para a ponte 1 sob carregamento de borda .....	91
<b>Tabela 23 -</b>	Influência do $E_y$ para a ponte 2 sob carregamento de borda .....	93
<b>Tabela 24 -</b>	Influência do $E_z$ para a ponte 2 sob carregamento de borda .....	94
<b>Tabela 25 -</b>	Influência do $G_{xy}$ para a ponte 2 sob carregamento de borda .....	95
<b>Tabela 26 -</b>	Influência do $G_{xz}$ para a ponte 2 sob carregamento de borda .....	96
<b>Tabela 27 -</b>	Influência do $G_{yz}$ para a ponte 2 sob carregamento de borda .....	97
<b>Tabela 28 -</b>	Influência do $v_{xy}$ para a ponte 2 sob carregamento de borda .....	98
<b>Tabela 29 -</b>	Influência do $v_{xz}$ para a ponte 2 sob carregamento de borda .....	99
<b>Tabela 30 -</b>	Influência do $v_{yz}$ para a ponte 2 sob carregamento de borda .....	100
<b>Tabela 31 -</b>	Relação de ensaios para o modelo com a primeira configuração .....	117
<b>Tabela 32 -</b>	Relação de ensaios para o modelo com a segunda configuração .....	118
<b>Tabela 33 -</b>	Módulos de elasticidade das vigas de madeira .....	122
<b>Tabela 34 -</b>	Módulos de elasticidade dos sarrafos de madeira .....	124
<b>Tabela 35 -</b>	Comparação flecha teórica x experimental dos ensaios com carga distribuída .....	127
<b>Tabela 36 -</b>	Correspondência entre os parâmetros elásticos (ANSYS x OTB) .....	131
<b>Tabela 37 -</b>	Parâmetros elásticos calibrados para cada configuração de ensaio (P1) .....	135
<b>Tabela 38 -</b>	Parâmetros elásticos calibrados para cada configuração de ensaio (P2) .....	135
<b>Tabela 39 -</b>	Resumo dos parâmetros elásticos médios calibrados .....	136
<b>Tabela 40 -</b>	Valores máximos de flecha .....	173
<b>Tabela 41 -</b>	Valores máximos de tensão normal e cisalhante .....	174

---

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

---

AASHTO .....	- American Association of State Highway and Transportation Officials
CDE .....	- Chapa com Dentes Estampados
DT .....	- Transdutor de Deslocamento
EESC .....	- Escola de Engenharia de São Carlos
ELE .....	- Engineereing Laboratory Equipment Limited
FPL .....	- Forest Products Laboratory
LaMEM .....	- Laboratório de Madeiras e Estruturas de Madeira
LVL .....	- Laminated Veneer Lumber
MLC .....	- Madeira Laminada Colada
NBR .....	- Norma Brasileira Registrada
OHBDC .....	- Ontário Highway Bridge Design Code
SET .....	- Departamento de Engenharia de Estruturas
USDA .....	- United States Department of Agriculture
USP .....	- Universidade de São Paulo
WVU .....	- Método de Cálculo (West Virginia University)

---

## LISTA DE SÍMBOLOS

---

### Letras romanas maiúsculas:

- A ..... Área da seção transversal, área do tabuleiro contida na linha média dos banzos;
- $C_{bj}$  ..... Coeficiente de redução das juntas de topo;
- $C_e$  ..... Coeficiente de deslocamento de borda
- D ..... Matriz Constitutiva;
- $D_x$  ..... Rigidez à flexão longitudinal;
- $D_y$  ..... Rigidez à flexão transversal;
- $D_{xy}$  ..... Rigidez à torção;
- $E_{f,x}$  ..... Módulo de elasticidade à flexão da nervura na direção x;
- $E_{f,y}$  ..... Módulo de elasticidade à flexão da nervura na direção y;
- $E_L$  ..... Módulo de elasticidade à flexão longitudinal da placa ortotrópica protendida;
- $E_{L,ef}$  ..... Módulo de elasticidade à flexão longitudinal efetivo;
- $E_{L,m}$  ..... Módulo de elasticidade à flexão longitudinal médio das lâminas;
- $E_{M, ext}$  ..... Módulo de elasticidade à flexão obtido com os valores de deformação específica de cada extensômetro do ensaio;
- $E_{M, flecha}$  ... Módulo de elasticidade à flexão obtido com os valores de flecha do ensaio;
- $E_T$  ..... Módulo de elasticidade à flexão transversal da placa ortotrópica protendida;
- $E_x$  ..... Módulo de elasticidade à flexão longitudinal;
- $(E_x)_{eq}$  ..... Módulo de elasticidade à flexão longitudinal da placa ortotrópica equivalente;
- $E_y$  ..... Módulo de elasticidade à flexão longitudinal;

---

$E_{y,f}$ .....	Módulo de elasticidade à flexão transversal das mesas;
$(E_y)_{eq}$ .....	Módulo de elasticidade à flexão transversal da placa ortotrópica equivalente;
$E_w$ .....	Módulo de elasticidade à flexão da nervura;
$G_{f,xy}$ .....	Módulo de elasticidade à torção da mesa,
$G_{LT}$ .....	Módulo de elasticidade à torção da placa ortotrópica protendida;
$G_{xy}$ .....	Módulo de elasticidade à torção;
$(G_{xy})_{eq}$ .....	Módulo de elasticidade à torção da placa ortotrópica equivalente;
$I$ .....	Momento de inércia;
$I_p$ .....	Momento de inércia da placa por unidade de comprimento;
$J$ .....	Momento de inércia à torção;
$K$ .....	Parâmetro “Shear Lag”;
$L$ .....	Vão da ponte;
$M_x$ .....	Momento fletor por unidade de comprimento na direção x;
$M_y$ .....	Momento fletor por unidade de comprimento na direção y;
$M_{xy}$ .....	Momento torçor por unidade de comprimento;
$N_b$ .....	Número de nervuras;
$N_L$ .....	Número de faixas de tráfego;
$P$ .....	Carga concentrada aplicada,
$Q_x$ .....	Força de cisalhamento por unidade de comprimento na direção x;
$Q_y$ .....	Força de cisalhamento por unidade de comprimento na direção y;
$S$ .....	Distância livre entre nervuras;
$W_L$ .....	Fator de Distribuição de Carga;

**Letras romanas minúsculas:**

a ..... menor dimensão da placa;

b ..... Largura do tabuleiro;

b<sub>e</sub> ..... Largura da mesa;

b<sub>m</sub> ..... Largura da aba;

b<sub>w</sub> ..... Largura da nervura;

d ..... distância entre os centros de gravidade das mesas, espessura da placa;

h<sub>eq</sub> ..... Altura da placa ortotrópica equivalente;

h<sub>f</sub> ..... Altura da mesa;

n<sub>v</sub> ..... Número de nervuras.

**Letras gregas:**

- $\beta$  ..... Fator de Distribuição de Carga experimental;
- $\sigma$  ..... Tensão normal;
- $\sigma_{\text{máx}}$  ..... Tensão normal máxima;
- $\Delta F$  ..... Variação da força;
- $\Delta\delta$  ..... Variação da flecha;
- $\delta$  ..... Deslocamento vertical da viga ou placa;
- $\delta_e$  ..... Deslocamento da viga da borda, flecha;
- $\delta_{\text{max}}$  ..... Deslocamento vertical máximo, flecha;
- $\gamma$  ..... Distorção no plano;
- $\varepsilon$  ..... Deformação específica;
- $\nu$  ..... Coeficiente de Poisson.

## RESUMO

---

GÓES, J. L. N. (2005). *Estudo de pontes de madeira com tabuleiro multicelular protendido*. São Carlos, 2005. 184p. Tese (doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

As pontes de madeira com tabuleiro multicelular protendido são uma das mais recentes tecnologias usadas na construção das modernas pontes de madeira. Nesta tese é realizado o estudo teórico e experimental do comportamento estrutural destas pontes. Os principais métodos de cálculo são apresentados e discutidos. A investigação experimental foi realizada em dois modelos reduzidos em escala 1:3 com as mesmas dimensões externas mas diferente quantidade de nervuras. Os modelos foram ensaiados com diferentes posições de carregamento enquanto os deslocamentos, deformações e forças nas barras, eram monitorados. Os resultados obtidos demonstraram que os modelos de Placa Ortotrópica Equivalente e Elementos Finitos podem ser empregados para o dimensionamento das pontes de madeira com tabuleiro multicelular protendido. O método de Viga Equivalente pode ser empregado desde que utilizado o correto Fator de Distribuição de Carga. Os estudos realizados neste trabalho, indicam a viabilidade da utilização deste sistema estrutural para pontes com vãos de 12 a 25 m.

Palavras-chave: pontes de madeira, tabuleiro multicelular, modelos de dimensionamento.



## ABSTRACT

---

GÓES, J. L. N. (2005). *Study of timber bridges with multicellular prestressed decks*. São Carlos, 2005. 184p. Thesis (PhD) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

Timber bridges with multicellular prestressed decks is one of the most recent technology for modern timber bridges construction. In this thesis the theoretical and experimental study of the structural behavior of these bridges is accomplished. The main calculation methods are introduced and discussed. Two reduced models on scale 1:3, with the same external dimensions but different number of webs, were used for the experimental investigation. The models were tested with different load positions meanwhile displacements, strains and bar forces were measured. The obtained results have show that either model of Equivalent Orthotropic Plate or Finite Elements can be used for the design of this type of bridge. The Equivalent Beam model can also be employed as long as the correct Load Distribution Factor is chosen. The accomplished studies demonstrate that this structural system is viable for bridges with span from 12 to 25 m.

Keywords: timber bridges, multicellular decks, design models.

## **1. INTRODUÇÃO**

---

De suma importância para o desenvolvimento do país, do ponto de vista econômico e social, as estradas vicinais devem assegurar a entrada de insumos nas propriedades agrícolas, o escoamento da produção e o livre deslocamento das populações do meio rural.

Nota-se, entretanto, que o lastimável estado em que se encontram as estradas e pontes vicinais, dificultam o trânsito causando desconforto e insegurança aos usuários, além de elevar o custo do transporte para os produtores e os custos de manutenção para as prefeituras.

A maioria das pontes de madeira no Brasil não é projetada e construída por técnicos e construtores especializados em madeiras. Isto resulta em estruturas com alto custo, inseguras e de baixa durabilidade. O estado atual de degradação destas pontes reflete um quadro negativo no uso da madeira como um material estrutural.

Assim, constata-se a urgente necessidade de se implantar nas estradas municipais e estaduais os avanços tecnológicos atuais para a construção e recuperação das pontes de madeira do país.

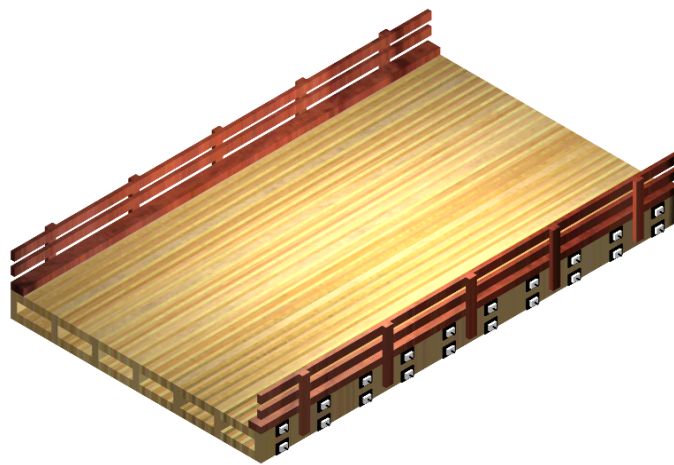
Dentre as mais recentes tecnologias empregadas na construção das modernas pontes de madeira a que mais se destaca é a da madeira laminada protendida transversalmente. Este sistema consiste de uma série de lâminas de madeira serrada dispostas lado a lado e comprimidas transversalmente por meio de barras de protensão de alta resistência, fazendo com que surjam propriedades de resistência e elasticidade na direção transversal.

Este conceito, originado no Canadá, despertou o interesse dos Estados Unidos, que investiu em pesquisas para o desenvolvimento do sistema. Devido ao grande sucesso no seu emprego, a tecnologia das pontes protendidas se estendeu a outros países como Austrália, Japão e alguns países europeus, onde técnicas foram desenvolvidas para a realidade de cada região.

As primeiras pontes em madeira laminada protendida tinham seção transversal retangular simples (placa). Estes projetos tornaram-se uma excelente opção para pontes com vãos de até 9 metros, apresentando naqueles países praticidade e baixo custo relativo. Todavia, seu momento de inércia é limitado pelo tamanho das lâminas de madeira serrada disponíveis, que possuem no máximo 35 cm de altura.

Para satisfazer a necessidade por vãos maiores, pesquisadores desenvolveram algumas variações para o sistema protendido. Dentre elas está o sistema protendido com tabuleiro multicelular.

O sistema consiste de mesas, superior e inferior, protendidas ligadas a alma (viga, que também pode ser chamada de nervura). A geometria otimizada da seção transversal aumenta significativamente a rigidez longitudinal e à torção, tornando este tipo de estrutura uma excelente opção para vãos de 10 a 25 metros (Figura 1). O material das vigas pode ser MLC (Madeira Laminada Colada), LVL (Laminated Veneer Lumber) ou PSL (Parallel-Strand Lumber).



**Figura 1** – Ilustração de ponte de madeira com tabuleiro multicelular

Apesar do custo inicial de construção ser superior aos das pontes protendidas de tabuleiro constante, seu desempenho em serviço e capacidade de vencer maiores vãos, foram os requisitos para que este tipo de ponte ganhasse a preferência dos engenheiros norte-americanos.

No Brasil, estudos do sistema protendido vêm sendo realizados desde o início da década de 90. Determinação dos efeitos de perda de protensão e avaliação do comportamento das

placas protendidas de madeira são alguns dos estudos realizados no país. Porém atualmente ainda não há registro de estudos no país sobre este sistema com tabuleiro multicelular.

Dentro deste contexto, pesquisas são necessárias para se avaliar o comportamento estrutural e a análise estrutural das pontes de madeira com tabuleiro multicelular protendido.

## **1.1 OBJETIVOS**

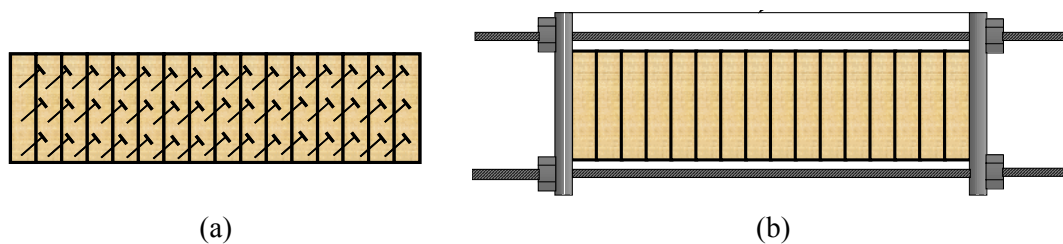
O objetivo geral desta pesquisa é o estudo teórico e experimental de pontes de madeira com tabuleiro multicelular protendido, com a finalidade de avaliar o seu comportamento estrutural. Para tanto, pretende-se atingir os seguintes objetivos específicos:

- Comparação entre os modelos teóricos, por meio de análise teórica e numérica do comportamento estrutural de tabuleiros protendidos ;
- Avaliação teórica e experimental da influência do número de nervuras (espaçamento entre nervuras) no comportamento do sistema;
- Avaliação experimental do comportamento estrutural de tabuleiros multicelulares protendidos, por meio de ensaios em laboratório de modelos reduzidos;
- Avaliação experimental da variação da força de protensão das barras em função do carregamento;
- Calibração dos modelos teóricos e numéricos com os resultados experimentais;
- Comparação dos diferentes métodos de dimensionamento estudados.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 HISTÓRICO E EVOLUÇÃO DAS PONTES PROTENDIDAS DE MADEIRA

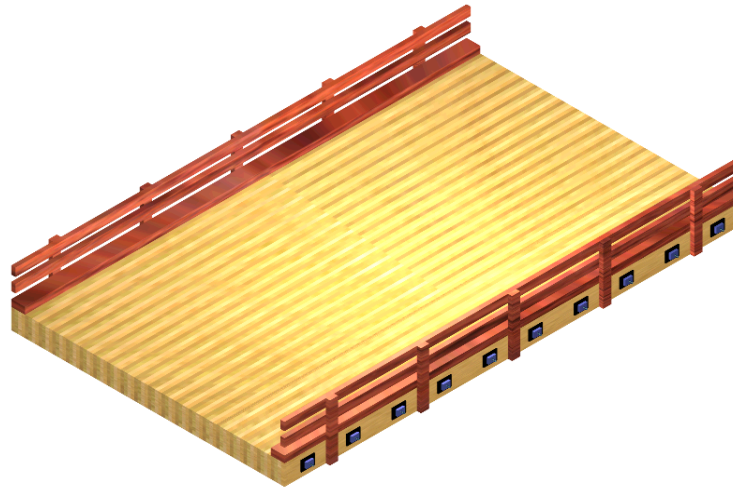
O conceito de pontes de tabuleiro laminado protendido surgiu no Canadá em 1976, na região de Ontário, onde o sistema de tabuleiro de ponte mais comumente utilizado era o laminado pregado (Figura 2-a). Devido ao carregamento cíclico e às condições químicas impostas (utilizava-se sal para o degelo), surgiram diversos problemas de delaminação dos tabuleiros laminados pregados. A solução aplicada foi a utilização de um par de barras de aço posicionadas transversalmente ao tabuleiro e tracionadas, o que provoca compressão das lâminas de madeira, restabelecendo a continuidade e garantindo a distribuição de esforços, TAYLOR & CSAGOLY (1979) (Figura 2-b).



**Figura 2** – (a) Sistema em madeira laminada pregada (MLP). (b) Detalhe do sistema de recuperação dos tabuleiros em madeira laminada pregada

Segundo TAYLOR & WALSH (1983), o sucesso do sistema no Canadá estimulou o Ministério de Transportes e Comunicações de Ontário (Ontario Ministry of Transportation and Communications – OMT) a coordenar um programa de pesquisas e de desenvolvimento que levou à construção da primeira ponte com esta nova concepção. A ponte “Fox Lake Road” foi construída sobre o “West River”, na cidade de Espanola, Ontário, em 1981. Baseado nos resultados obtidos pelas pesquisas, em 1983 foram incluídas as primeiras especificações para o dimensionamento de placas de madeira laminada protendida no Ontario Highway Bridge Design Code (OHBDC). A partir daí, várias pontes existentes

foram recuperadas e outras foram construídas na região de Ontário utilizando esse sistema (Figura 3), TAYLOR (1988); TAYLOR & RITTER (1990).



**Figura 3** – Ponte em placa de madeira laminada protendida de seção simples

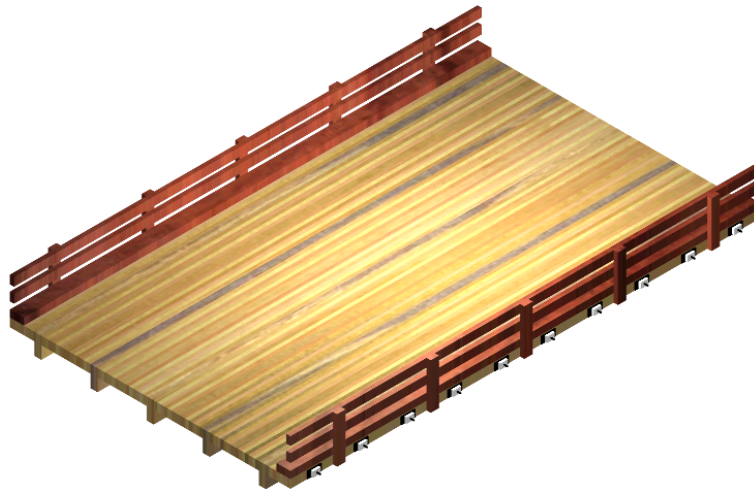
A partir de 1985, o governo americano, por meio do seu Departamento de Agricultura (USDA), em cooperação com a Universidade de Wisconsin e o Laboratório de Produtos Florestais (FPL), passou a coordenar um extenso programa de pesquisa e desenvolvimento para as pontes em madeira laminada protendida transversalmente, TAYLOR & KEITH (1994).

Como resultado destas pesquisas iniciais, em 1991 a American Association of State Highway and Transportation Officials (AASHTO) introduziu critérios de dimensionamento para este elemento estrutural, RITTER *et. al.* (2000).

As pesquisas realizadas evidenciaram a durabilidade, a praticidade na construção e o baixo custo das pontes de madeira protendida para vãos de até 9 metros. Todavia, seu momento de inércia era limitado pela altura das lâminas de madeira serrada disponíveis, no máximo 35 centímetros. Então, para alcançar maiores vãos com a tecnologia da madeira protendida, novos conceitos foram necessários.

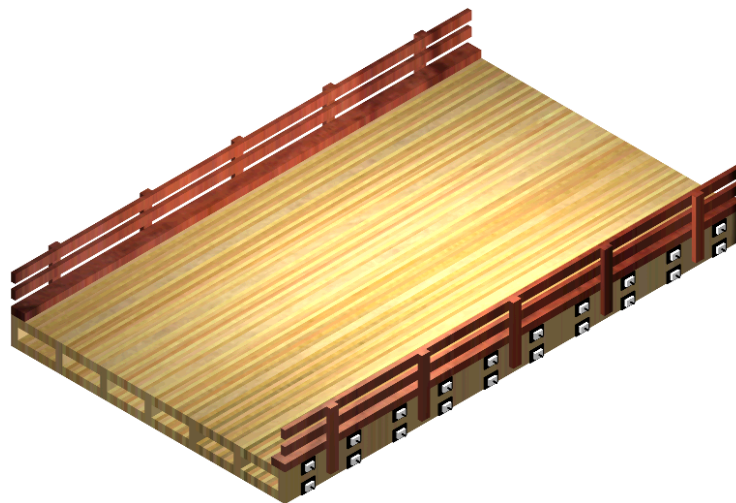
Para satisfazer a necessidade por vãos maiores, pesquisadores americanos desenvolveram o tipo de estrutura laminada protendida formada por vigas de seção T. O primeiro projeto foi idealizado pelos pesquisadores da West Virginia University (WVU) e a ponte “Barlow Drive” foi então construída, em 1989, em Charleston, West Virginia, DICKSON & GANGARAO (1990). O sistema consiste de uma mesa superior laminada protendida ligada à alma (viga, que também pode ser chamada de nervura). As nervuras aumentam

significativamente a rigidez do tabuleiro da ponte, tornando-a capaz de vencer maiores vãos (10 a 25 metros) (Figura 4). O material das vigas pode ser MLC (Madeira Laminada Colada), LVL (Laminated Veneer Lumber) ou PSL (Parallel-Strand Lumber). A ponte “Barlow Drive” utiliza alma de LVL. Iniciou-se assim a construção de dezenas de pontes protendidas formada por vigas de seção T, no estado de West Virginia.



*Figura 4 – Ponte protendida formada por vigas de seção T*

Utilizando os mesmos conceitos da seção T, os pesquisadores da West Virginia University iniciaram estudos do tabuleiro multicelular. O sistema consiste de mesa superior e inferior protendidas ligadas à alma (Figura 5). A geometria otimizada da seção transversal aumenta significativamente a rigidez à flexão longitudinal e a rigidez à torção, tornando este tipo de estrutura uma excelente opção para vãos de 10 a 30 metros, GANGARAO & LATHEEF (1991).



*Figura 5 – Ponte com tabuleiro multicelular protendido*

Segundo DICKSON (1995), a primeira ponte com tabuleiro multicelular “Fieldcrest” foi construída no ano de 1990 em Monongalia - WV. Após a construção da primeira, mais 26 pontes de madeira com tabuleiro multicelular protendido foram instaladas na West Virginia até 1994, com vãos de até 32 m. Durante 1992, outras pontes com tabuleiro multicelular protendido foram construídas na South Dakota e New York como parte do programa americano de pontes de madeira.

Apesar do custo inicial de construção ser superior aos das pontes protendidas em placas simples, seu desempenho em serviço e capacidade de vencer maiores vãos, foram os requisitos para que este tipo de ponte ganhasse a preferência dos engenheiros norte-americanos. A figura 6 ilustra a foto da ponte rodoviária Poverty Run construída em 1994, com 16,6 m de vão e 5,9 m de largura.



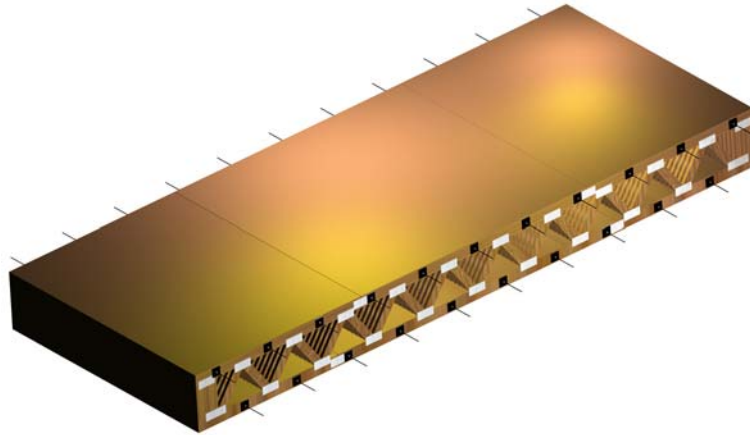
**Figura 6** – Ponte Poverty Run. Fonte: DICKSON (1995)

Neste mesmo período, pesquisadores da Austrália também iniciaram experimentos com o conceito de pontes em madeira laminada protendida, CREWS et. al. (1994), CREWS & WALTER (1996), CREWS (1999). Os primeiros trabalhos se iniciaram em 1990 e focaram o estudo do sistema em placa simples. Da mesma forma que os americanos, pensaram em estender a tecnologia para pontes de maiores vãos. A partir de 1995, várias pesquisas foram conduzidas para o desenvolvimento do sistema protendido multicelular. Seus projetos básicos utilizaram nervuras de LVL e madeira serrada para as mesas.

Outra alternativa para vãos maiores de 12m é o sistema protendido treliçado, figura 7. A partir de 1991, a Universidade de Maine e o USDA-FPL iniciaram o estudo de viabilidade para o uso de chapas com dentes estampados na confecção de treliças para pontes rurais de baixo volume de tráfego. No primeiro ano foram avaliados vários aspectos, incluindo a economia, o potencial do sistema estrutural, a fadiga e a corrosão das chapas com dentes estampados (CDE). Após efetuarem estes estudos, sugeriram vários sistemas empregando

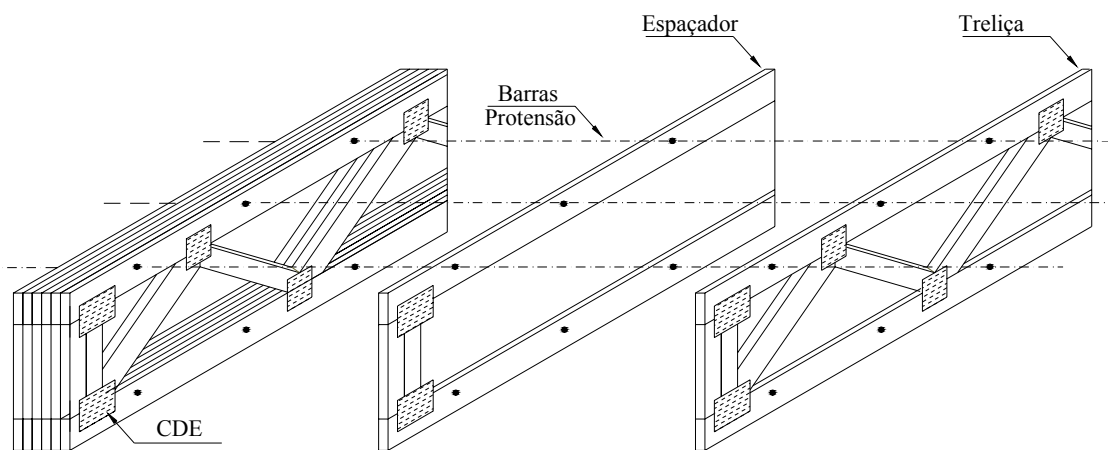


treliças com chapas com dentes estampados, sendo um deles o de aplicação de protensão transversal em tabuleiros, seguindo a tendência mundial em pontes protendidas de madeira para estradas de baixo volume de tráfego.



**Figura 7** – Ponte com tabuleiro treliçado protendido. CHEUNG (2003)

O tabuleiro tem como arranjo básico a composição de treliças e espaçadores, ambos constituídos por elementos de dimensões comerciais, sendo as ligações das treliças feitas por meio de chapa com dentes estampados (CDE), figura 8.



**Figura 8** – Arranjo do tabuleiro treliçado protendido transversalmente. CHEUNG (2003)

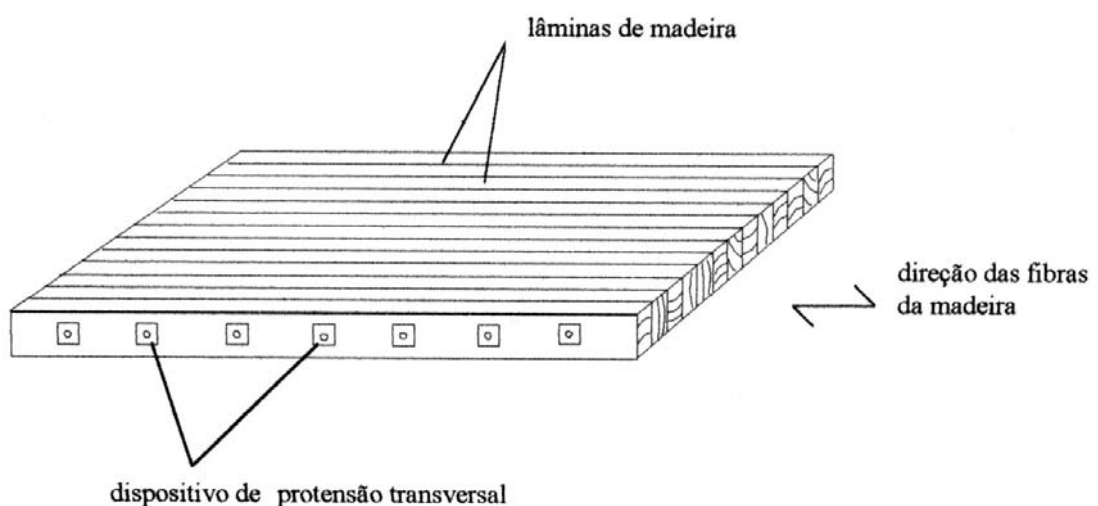
O sistema é leve e possui grande rigidez, características essenciais para uso em pontes industrializadas de madeira, possibilitando que os elementos estruturais sejam fabricados em série, com produtividade maior que aquela verificada nos sistemas convencionais utilizados nas pontes de madeira no Brasil.

Na Europa, destacam-se os trabalhos desenvolvidos durante o programa para pontes de madeira dos países nórdicos. Este programa teve início em 1994, com o apoio de países como a Dinamarca, Finlândia, Noruega e Suécia, onde foram estudados aspectos como fadiga das ligações e atrito entre as lâminas de madeira protendida. Os resultados obtidos contribuíram para com as normas europeias EUROCODE, AASHEIM (2002).

No Brasil, o primeiro trabalho dedicado ao estudo do sistema protendido foi desenvolvido por NASCIMENTO (1993). A partir daí outros trabalhos vêm sendo desenvolvidos com o objetivo de fornecer diretrizes para uma eficiente construção e utilização deste sistema de ponte, tornando-as uma opção segura, econômica e durável para as estradas vicinais do estado, PRATA (1995), OKIMOTO (1997), VELOSO (1999), OKIMOTO (2001), DIAS & PIEDADE (2002), ALVES (2002), CHEUNG (2003) e FONTE (2004).

## 2.2 COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DA MADEIRA LAMINADA PROTENDIDA

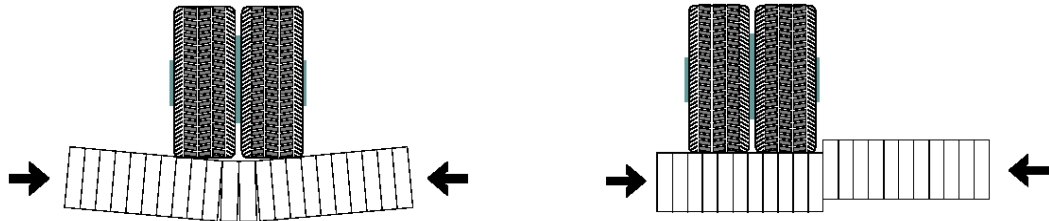
A Madeira Laminada Protendida consiste de uma série de lâminas de madeira serrada dispostas lado a lado e comprimidas transversalmente por barras de protensão de alta resistência. A força de compressão transversal aplicada pelas barras de protensão atua solidarizando as lâminas, figura 9.



**Figura 9** – Arranjo básico das placas protendidas de madeira. VELOSO (1999)

Este elemento estrutural é capaz de resistir à flexão transversal e também transferir esforços de cisalhamento por meio do atrito entre as lâminas. Na figura 10 pode-se observar o comportamento da Madeira Laminada Protendida quando solicitada. A flexão transversal produz uma tendência de afastamento das lâminas na parte inferior da placa e, o

cisalhamento produz uma tendência de escorregamento vertical entre as lâminas. Em ambos os casos, esses efeitos não irão ocorrer se a placa tiver um nível de protensão suficiente. Como consequência, a manutenção de um adequado nível de protensão é o aspecto mais importante para construções em Madeira Laminada Protendida.



**Figura 10** – Mecanismos resistentes da madeira laminada protendida. CREWS (2000)

Em função da capacidade de transferência de esforços nas duas direções preferenciais (longitudinal e transversal), a Madeira Laminada Protendida pode ser representada por uma placa ortotrópica com diferentes propriedades mecânicas nas duas direções.

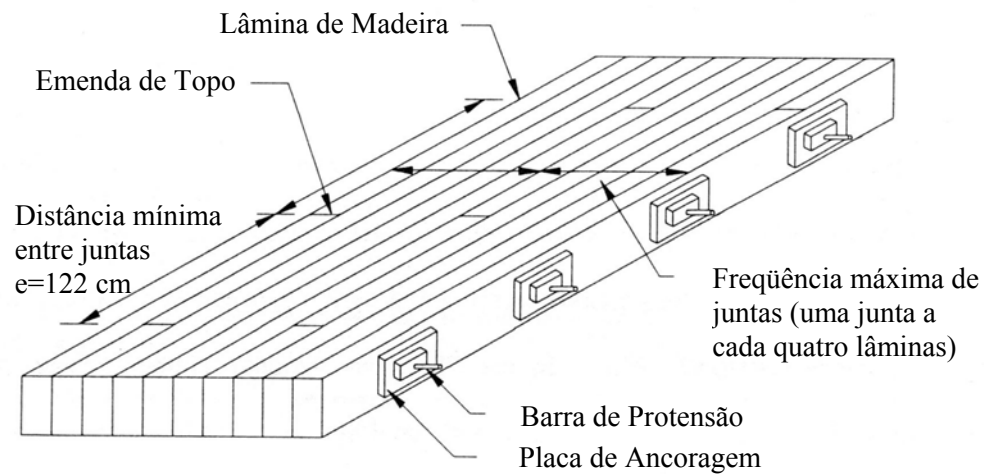
As propriedades mecânicas da placa são fortemente influenciadas por fatores como: espécie da madeira, teor de umidade da madeira, geometria da placa, frequência de juntas de topo e nível de protensão. Muitos autores estudaram estes fatores e a seguir são apresentados de forma sucinta os resultados dos principais trabalhos da área.

### 2.2.1 Efeito da frequência de juntas

As juntas de topo reduzem o comprimento necessário das lâminas de madeira para os comercialmente disponíveis, em contrapartida criam descontinuidades na placa de Madeira Laminada Protendida, resultando em um decréscimo na rigidez longitudinal, bem como uma redução da capacidade de carga.

A rigidez longitudinal de placas de Madeira Laminada Protendida depende da configuração geométrica da laminação, da frequência das juntas e também do nível de protensão.

RITTER (1992) sugere que a frequência máxima de juntas de topo é de uma a cada quatro lâminas e o espaçamento mínimo de 122 cm para juntas adjacentes. Segundo o autor, estas recomendações são necessárias para assegurar a transferência satisfatória dos esforços internos, por meio do atrito entre as lâminas. A figura 11 ilustra uma placa protendida com as respectivas recomendações máximas de frequência e espaçamento entre juntas.



**Figura 11** – Frequência e espaçamento de juntas. DAVALOS & SALIM (1992)

A maneira mais simples de considerar o efeito de juntas de topo na rigidez longitudinal da placa é reduzindo o módulo de elasticidade longitudinal por meio de um coeficiente. O módulo de elasticidade longitudinal efetivo ( $E_{L,ef}$ ) é obtido multiplicando o módulo de elasticidade longitudinal médio das lâminas ( $E_{L,m}$ ) pelo coeficiente de redução  $C_{bj}$ .

$$E_{L,ef} = C_{bj} \cdot E_{L,m} \quad (1)$$

Muitos trabalhos foram desenvolvidos com o intuito de avaliar a influência das juntas de topo no comportamento da placa de Madeira Laminada Protendida.

CREWS (1998) concluiu em seu estudo que a redução da rigidez longitudinal é mais pronunciada nas madeiras dicotiledôneas do que nas coníferas. O autor propõe as seguintes equações para o coeficiente  $C_{bj}$ :

$$\text{Dicotiledôneas: } C_{bj} = \left( \frac{n-1}{n} \right) \quad (2)$$

$$\text{Coníferas: } C_{bj} = \left( \frac{n-1}{n} \right)^{0,5}$$

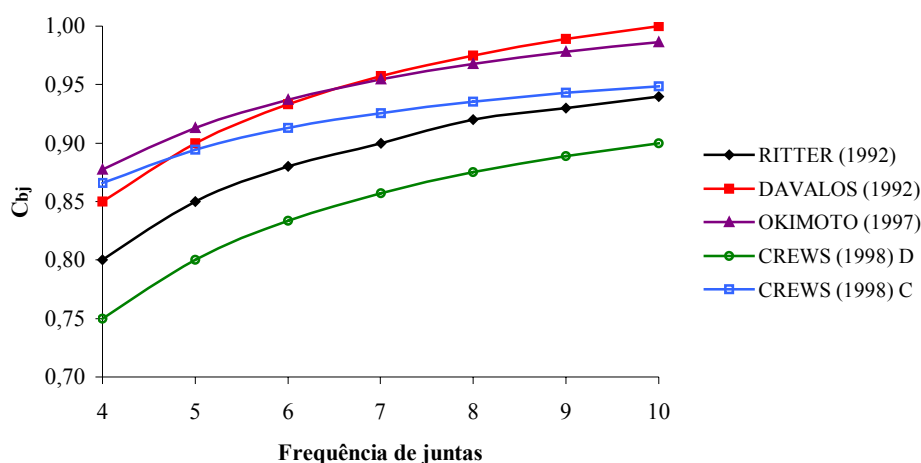
Onde:

$n$  = número de lâminas para cada junta adjacente (para uma junta a cada quatro lâminas o “ $n$ ” vale quatro)

A tabela 1 e o gráfico da figura 12 mostram os coeficientes de redução de rigidez ( $C_{bj}$ ) dos principais estudos, em função da frequência das juntas de topo.

**Tabela 1:** Valores do coeficiente  $C_{bj}$  em função da frequência das juntas de topo

Frequência das juntas de topo	RITTER (1992)	DAVALOS (1992)	OKIMOTO (1997)	CREWS (1998)	
				Dicotiledôneas	Coníferas
1 a cada 4	0,80	0,85	0,88	0,75	0,87
1 a cada 5	0,85	0,90	0,91	0,80	0,89
1 a cada 6	0,88	0,93	0,94	0,83	0,91
1 a cada 7	0,90	0,96	0,95	0,85	0,93
1 a cada 8	0,93	0,98	0,97	0,87	0,94
1 a cada 9	0,93	0,99	0,98	0,89	0,94
1 a cada 10	0,94	1,00	0,99	0,90	0,95
Sem juntas	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

**Figura 12** – Valores do coeficiente  $C_{bj}$  em função da frequência das juntas de topo

### 2.2.2 Parâmetros elásticos e níveis de protensão

Para o correto dimensionamento das pontes de Madeira Laminada Protendida, utilizando-se a teoria de placa ortotrópica, é necessário o conhecimento dos parâmetros elásticos  $E_L$ ,  $E_T$ ,  $G_{LT}$  (módulo de elasticidade longitudinal, módulo de elasticidade transversal e módulo de torção no plano longitudinal-transversal, respectivamente).

Inicialmente, TAYLOR & CSAGOLY (1979) utilizaram valores para os parâmetros elásticos referentes à madeira maciça, adotando os valores do WOOD HANDBOOK. O módulo de elasticidade transversal ( $E_T$ ) foi admitido como sendo 1/20 (5%) do longitudinal ( $E_L$ ) e o módulo de elasticidade a torção ( $G_{LT}$ ), 1/16 (6,25%) de  $E_L$ . Concluíram posteriormente que estes valores foram superestimados, pois havia discrepâncias entre os resultados obtidos pela análise teórica e os testes efetuados.

A partir daí, muitos pesquisadores estudaram o comportamento ortotrópico das placas de madeira laminada protendida para avaliar de forma mais precisa os parâmetros elásticos.

No Brasil, OKIMOTO (1997) e VELOSO (1999) dedicaram seus estudos à avaliação dos parâmetros elásticos para as espécies e condições do país. OKIMOTO (1997) propõem em seu trabalho o nível de 700kN/m<sup>2</sup> como sendo o nível “ótimo” de projeto. Em seu trabalho também investigou a influência das juntas de topo e os parâmetros elásticos para níveis de protensão (300, 500, 700, 800 e 900 kN/m<sup>2</sup>) para duas espécies de madeira, Eucalipto Citriodora (dicotiledônea) e Pinus Elliotti (conífera).

A seguir são apresentados os parâmetros elásticos obtidos pelos autores das principais pesquisas no assunto. A tabela 2 apresenta os valores dos parâmetros  $E_T$  e  $G_{LT}$  em função do  $E_L$ .

**Tabela 2 - Parâmetros elásticos em relação ao  $E_L$**

Autor	Espécie de madeira	Tensão de Protensão (MPa)	$E_T$ (% de $E_L$ )	$G_{LT}$ (% de $E_L$ )
TAYLOR & CSAGOLY (1979)	-----	0,827	5,00 %	6,25 %
TAYLOR & WALSH (1983)	-----	0,827	3,70 %	5,50 %
OLIVA & DIMAKIS (1988)	-----	1,035	1,10 %	1,20 %
ACCORSI & SARISLEY (1989)	-----	1,050	5,00 %	6,50 %
OLIVA et. al. (1990)	-----	0,345	1,29 %	1,32 %
RITTER et. al. (1990)	Douglas Fir	0,520	1,50 %	1,40 %
RITTER (1992)	Douglas Fir	0,520	1,30 %	3,00 %
DAVALOS & SALIM (1992)	-----	0,345	1,67 %	3,29 %
CREWS et. al. (1994)	Hardwood	0,700	1,50 - 1,80 %	2,20 %
	Radiata Pine	0,700	1,40 - 2,00 %	2,90 %
	Douglas Fir	0,700	1,50 %	2,50 %
PRATA (1995)	E. Citriodora	1,410	3,60 %	4,90 %
		0,500	1,80 %	2,00 %
OKIMOTO (1997)	Pinus Elliotti	0,700	2,26 %	2,18 %
		0,900	2,70 %	2,32 %
		0,500	1,34 %	1,21 %
	Eucalipto Citriodora	0,700	1,89 %	1,33 %
		0,900	2,48 %	1,35 %
VELOSO (1999)	Jatobá	0,500	0,97 %	3,30 %
		1,000	2,23 %	3,90 %
		1,500	3,71 %	4,20 %
		2,000	4,71 %	6,00 %

Tabela 3 - Parâmetros elásticos em relação ao nível de protensão

Autor	Espécie de madeira	Unidade	$E_T$	$G_{LT}$
OLIVA et. al. (1990)	-----	(psi)	$E_T = 149 \cdot \sigma_n + 15360$	$G_{LT} = 134 \cdot \sigma_n + 16600$
DAVALOS & SALIM (1992)	-----	(psi)	$E_T = 154 \cdot \sigma_n + 17383$	$G_{LT} = 268 \cdot \sigma_n + 35907$
RITTER (1996) apud OKIMOTO (1997)	-----	(kN/cm <sup>2</sup> )	$E_T = 168 \cdot \sigma_n + 10,851$	$G_{LT} = 234 \cdot \sigma_n + 26,111$
OKIMOTO (1997)	P. Elliotti	(kN/cm <sup>2</sup> )	$E_T = 167,9 \cdot \sigma_n + 5,558$	$G_{LT} = 91,0 \cdot \sigma_n + 8,400$
	E. Citriodora	(kN/cm <sup>2</sup> )	$E_T = 421,1 \cdot \sigma_n - 1,475$	$G_{LT} = 56,7 \cdot \sigma_n + 15,464$
VELOSO (1999)	Jatobá	(MPa)	$E_T = 547,5 \cdot \sigma_n - 58,5$	$G_{LT} = 364,52 \cdot \sigma_n + 48,23$

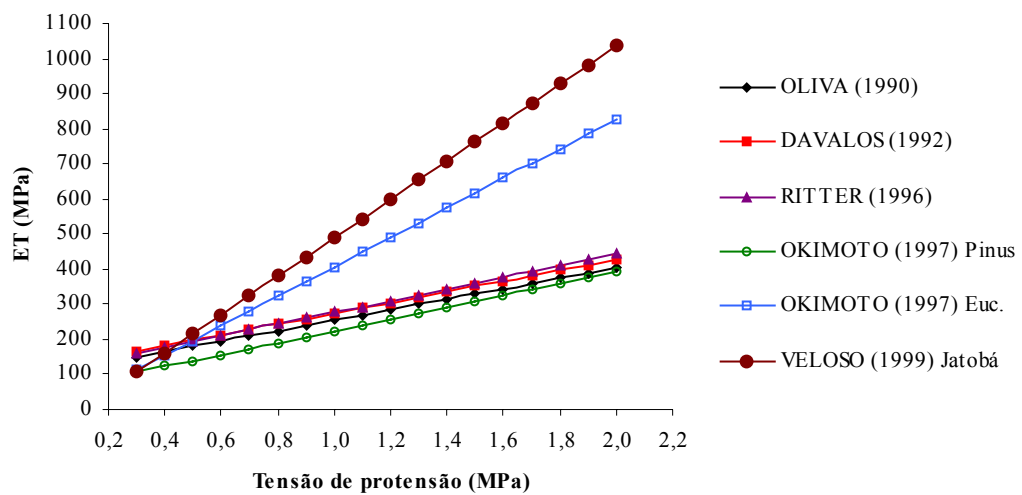


Figura 13 –  $E_T$  em função do nível de protensão

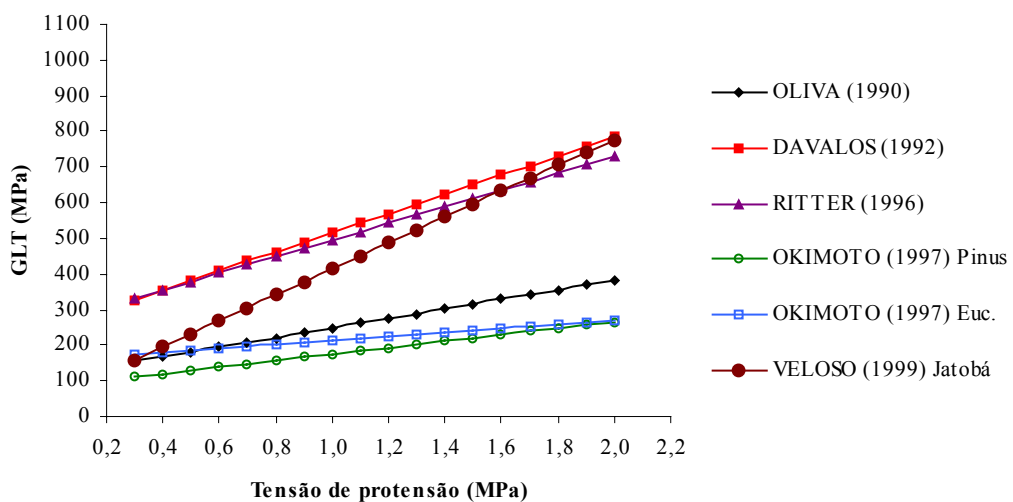


Figura 14 –  $G_{LT}$  em função do nível de protensão

Os gráficos das figuras 13 e 14 retratam as expressões elaboradas pelos pesquisadores indicados na tabela 3, que correlacionaram os parâmetros elásticos ( $E_T$  e  $G_{LT}$ ) com os níveis de protensão. É necessário destacar que os estudos foram realizados com espécies diferentes.

### **2.2.3 Perda de protensão**

Desde as primeiras aplicações da tecnologia de tabuleiros de Madeira Laminada Protendida já se percebeu a importância de avaliar as perdas de protensão ao longo do tempo.

O fator mais importante para o projeto e a manutenção dos sistemas protendidos transversalmente é alcançar e manter a força de protensão adequada entre as lâminas, de tal modo que o comportamento como placa ortotrópica seja mantido, e o tabuleiro resista efetivamente às cargas aplicadas.

Os principais fatores que influem na perda de protensão são a perda de umidade, a fluência (deformação ao longo do tempo sob tensão constante) e a relaxação da madeira (diminuição da tensão ao longo do tempo sob deformação constante). Portanto, é recomendado que a tensão de protensão aplicada seja superior à tensão de projeto, que é a tensão mínima necessária para garantir o bom funcionamento do sistema.

A definição do nível mínimo de protensão para tabuleiros laminados protendidos tem sido o foco de pesquisa de vários autores. Um pequeno valor de tensão de protensão já é suficiente para induzir o atrito e produzir o efeito de placa. Entretanto, se o atrito induzido for muito baixo, podem ocorrer perda de rigidez transversal e deslizamentos verticais.

Sendo a rigidez transversal diretamente proporcional ao nível de protensão, baixos níveis de protensão se manifestarão como uma aparente perda de rigidez longitudinal, mesmo antes que deslizamentos verticais possam ocorrer. Em situações extremas, os deslizamentos verticais podem fazer com que as barras de protensão sejam solicitadas ao corte, situação totalmente indesejada.

A norma Canadense “Ontario Highway Bridge Design Code” (OHBDC) assume que a perda total do nível de protensão da Madeira Laminada Protendida, ao longo de sua vida útil, não deve exceder 60%, isto é, o nível de protensão residual é de 40% do valor inicial (geralmente 125 psi ou 0,86 MPa). Desta forma, o valor de 50 psi (0,35 MPa) é especificado como o nível mínimo de protensão permitido para pontes em serviço.

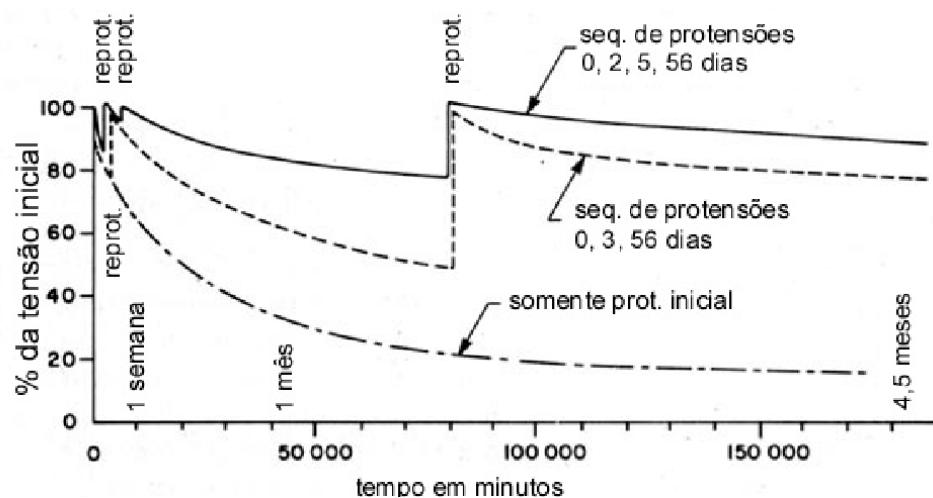


As primeiras pontes Australianas foram projetadas em conformidade com o especificado na norma Canadense. Entretanto, os resultados de ensaios em protótipos realizados na Universidade de Tecnologia de Sydney indicaram perdas de rigidez e deslizamentos interlaminares significativos para níveis de protensão inferiores a 0,5 MPa, Crews (2002).

Baseado neste estudo, os procedimentos Australianos para o projeto de pontes de madeira laminada protendida indicam o nível mínimo de 0,7 MPa para tabuleiros em Dicotiledôneas e 0,5 MPa para tabuleiros em Coníferas. Desta forma, o nível de protensão inicial recomendado na Austrália é consideravelmente superior aos praticados na América do Norte – 1,2 à 1,5 MPa para Dicotiledôneas e 1,0 à 1,3 MPa para Coníferas.

Segundo GANGARAO & LATHEEF (1991), os tabuleiros de madeira devem ser protendidos três vezes para estabilizar as forças de protensão na madeira e, conseqüentemente, minimizar a perda ao longo do tempo. Se o tabuleiro for protendido somente uma vez, ocorrerá uma perda de protensão de 80% ou mais, em um curto intervalo de tempo.

Uma ponte protendida com tabuleiro de madeira laminada funciona de acordo com as condições previstas em projeto, desde que seja mantida uma tensão de protensão suficiente entre as lâminas de madeira. Como a tensão de protensão diminui ao longo do tempo devido às características naturais da madeira (perda de umidade, fluência e relaxamento), aumenta-se a tensão aplicada no momento da montagem para compensar esta perda. Nessas condições, RITTER (1992) sugere que a protensão inicial seja 2,5 vezes o valor de projeto e que haja no mínimo 2 reprotensões com o mesmo valor da protensão inicial.



**Figura 15** – Perda de protensão e reprotensão em função do tempo, OKIMOTO (1997)

O comportamento da ponte submetida à protensão e à reprotensão (figura 15) mostra que, se o tabuleiro for protendido apenas uma vez durante a construção, a perda final será maior que 80% e a protensão atuante estará em torno de 20% da inicial, que é inferior à tensão mínima exigida.

No caso de haver duas reprotensões (uma após 3 dias, e a outra após 8 semanas), a perda final será pouco maior que 20% e a tensão final superior à tensão mínima exigida. E, quando houver três reprotensões, (uma após 2 dias, outra após 5 dias e a última após 8 semanas) a perda final não ultrapassará 10% e a tensão final será superior à tensão mínima exigida.

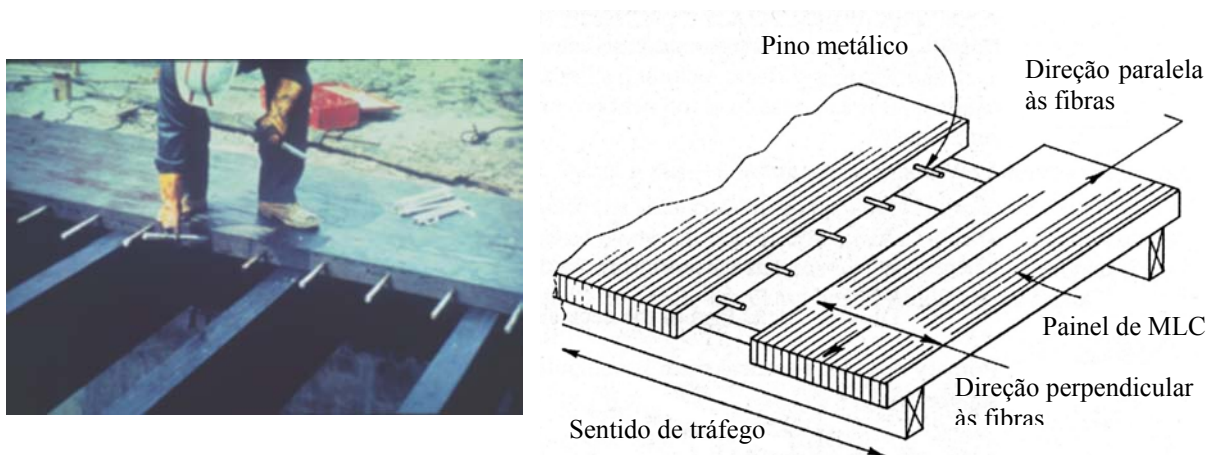
OKIMOTO (2001) analisou a perda de protensão em corpos-de-prova, e verificou que as dimensões reduzidas dos corpos de prova ensaiados não são adequadas nas análises tal como a literatura descreve. Nos tabuleiros foi possível verificar que as perdas são menores que nos corpos de prova individuais, indicando que influências de algumas variáveis são minimizadas deixando de serem significativas em conjuntos maiores como tabuleiro ou pontes completas.

### **2.3 SISTEMA PROTENDIDO COM TABULEIRO MULTICELULAR**

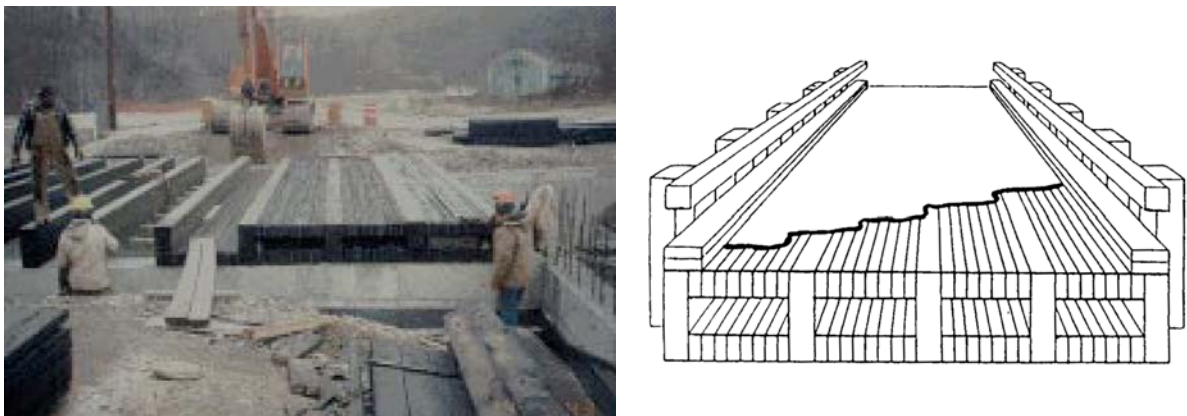
O sistema protendido de tabuleiro multicelular surgiu no final da década de 80 como uma evolução do sistema protendido simples para atender a necessidade de maiores vãos.

Naquela época, o sistema estrutural mais utilizado para a construção de pontes de madeira com vãos entre 10 e 30 metros era o sistema em Madeira Laminada Colada (MLC), que consiste em painéis de Madeira Laminada Colada formando o tabuleiro, suportado por vigas retas de Madeira Laminada Colada, (figura 16). Desta forma, a comparação do sistema protendido com tabuleiro multicelular com o sistema em Madeira Laminada Colada é inevitável.

Como vantagens, o sistema em Madeira Laminada Colada apresenta a facilidade construtiva e boa durabilidade comprovada em centenas de pontes já construídas nos EUA como também em outros países.



**Figura 16** – Sistema em Madeira Laminada Colada, RITTER (1992)



**Figura 17** – Sistema protendido com tabuleiro multicelular, WACKER et. al. (1998) e OKIMOTO (1997)

OLIVA & RAMMER (1993) afirmam que o sistema protendido com tabuleiro multicelular para as pontes de madeira possui duas grandes vantagens e uma desvantagem sobre o sistema em Madeira Laminada Colada.

A primeira vantagem é a função estrutural do tabuleiro superior. No sistema protendido, o tabuleiro é formado por uma série de lâminas de madeira serrada dispostas lado a lado e comprimidas transversalmente por barras de protensão de alta resistência. A direção longitudinal das fibras da madeira coincide com a direção de maior esforço de flexão. O tabuleiro disposto desta forma serve como superfície de tráfego da ponte bem como resiste aos esforços de flexão longitudinal, figura 17. No caso do sistema em Madeira Laminada Colada, o tabuleiro é formado por painéis de Madeira Laminada Colada posicionados no sentido transversal da ponte. Os maiores esforços de flexão ocorrem na direção perpendicular às fibras da madeira dos painéis e, como as propriedades mecânicas são menores nesta direção e as ligações entre os painéis e as vigas não são eficientes para a

transmissão do cisalhamento, os painéis do tabuleiro não contribuem efetivamente na resistência à flexão longitudinal e somente servem como superfície de tráfego da ponte, distribuindo as forças externas aplicadas para as vigas, figura 16.

Outra grande vantagem é a eficiência da seção transversal. A geometria do tabuleiro multicelular proporciona menor quantidade de material na região central próxima à linha neutra e maximiza a quantidade de material nos extremos. A espessura das mesas e almas pode ser projetada para atender simultaneamente os estados limites últimos e os estados limites de utilização. Em contrapartida, quando o projetista dimensiona as vigas do sistema em Madeira Laminada Colada, considera a situação mais crítica. Por exemplo, se a dimensão projetada prover uma adequada resistência à flexão, a rigidez e a capacidade de resistência ao cisalhamento poderão estar com valores acima do necessário para atender as condições de segurança.

De forma geral, o uso do sistema protendido com tabuleiro multicelular resulta em uma utilização mais eficiente do material. Logo, conclui-se que, para um mesmo vão e condições de carregamento, a ponte com sistema protendido tem maior economia de madeira se comparada com o sistema em Madeira Laminada Colada.

Em contrapartida, a principal desvantagem do sistema protendido, em relação ao sistema em Madeira Laminada Colada, é o custo adicional de material e mão-de-obra necessários para realizar a protensão: barras de protensão de aço de alta resistência, sistema de ancoragem, cilindros hidráulicos e mão-de-obra especializada para realizar a protensão dos elementos.

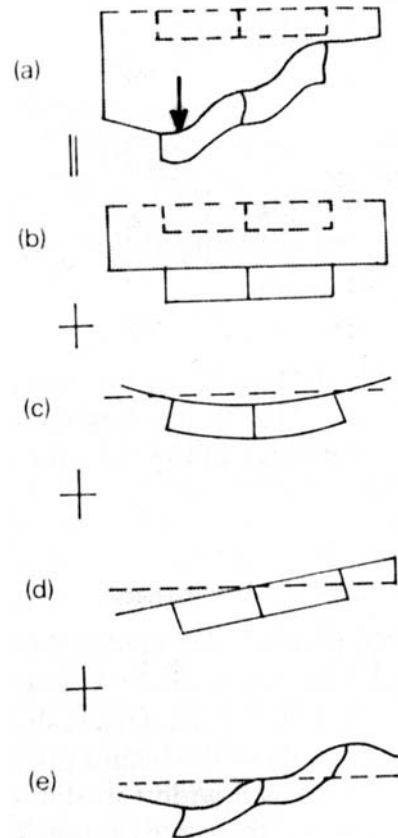
A seguir, são apresentados os conceitos relativos ao comportamento estrutural do sistema protendido com tabuleiro multicelular.

### **2.3.1 Comportamento estrutural**

Quando é submetido a um carregamento concentrado qualquer, um tabuleiro multicelular sofre uma deformação, como indicado na figura 18a.

O'BRIEN & KEOGH (1999) indicam a existência de quatro formas principais de deformação associadas aos tabuleiros com tabuleiro multicelular. O primeiro modo de deformação é o de flexão longitudinal, figura 18b. A rigidez à flexão longitudinal total do tabuleiro pode ser considerada aplicando-se os conceitos básicos da Resistência dos

Materiais, desde que haja monolitismo no conjunto (Ação Composta) e possa ser assumida a ausência de deformação cisalhante no plano horizontal do tabuleiro (Shear Lag).



**Figura 18** – Comportamento estrutural do sistema com tabuleiro multicelular

No caso da deformação devido à flexão transversal, figura 18c, de modo geral pode-se desprezar a contribuição das almas, considerando apenas a rigidez das mesas.

O terceiro modo é a torção do tabuleiro, como indicado na figura 18d. Para tabuleiros multicelulares contendo cinco ou mais células, a rigidez a torção total do tabuleiro pode ser tomada considerando apenas a seção externa como se fosse somente uma seção caixão. Esta consideração é justificada pelo fato de que em tabuleiros multicelulares, o fluxo de cisalhamento nas almas interiores é muito pequeno, e somente o fluxo em torno das mesas e almas externas é significativo.

E por fim, o quarto modo de deformação, que caracteriza as estruturas com tabuleiro multicelular, chamado de distorção, figura 18e. A distorção é causada pela flexão localizada das almas e flanges das células individuais. O comportamento é similar ao observado nas vigas Vierendeel. Os principais fatores que afetam a distorção são as dimensões das células em relação à altura total da seção e a rigidez individual das almas e mesas. Segundo WEST

(1973), apud CUSENS & PAMA (1975), o efeito da distorção deve ser considerado quando a área vazia das células exceder 60% da seção transversal total. Para os casos usuais de pontes protendidas com tabuleiro multicelular esta relação raramente excede os 50%.

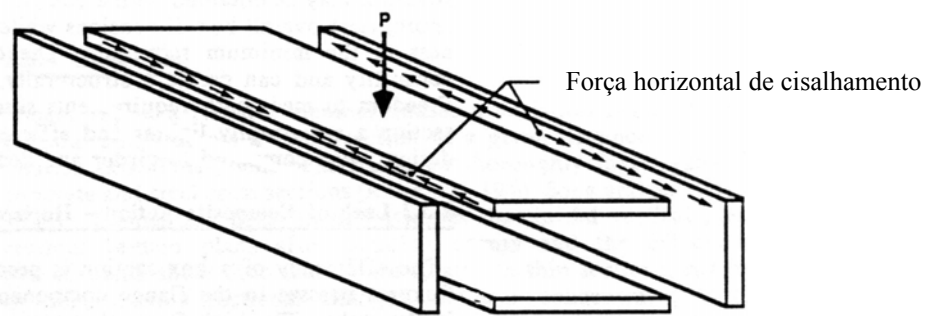
### **2.3.2 Ação composta entre mesas e nervuras**

O sistema protendido com tabuleiro multicelular consiste de mesas, superior e inferior, protendidas ligadas à alma (viga, que também pode ser chamada de nervura). O material das almas pode ser MLC (Madeira Laminada Colada) ou LVL (Laminated Veneer Lumber), e nas mesas são utilizadas peças de madeira serrada com dimensões comerciais.

Como todo elemento estrutural formado por elementos individuais, o tabuleiro multicelular tem comportamento estrutural influenciado pela forma de transmissão de esforços entre os elementos.

A ação composta refere-se à habilidade de componentes individuais agirem efetivamente em combinação para resistir as forças aplicadas. Em estruturas não compostas, os elementos não estão ligados e atuam independentes para resistir às forças aplicadas. Surgem então deslizamentos entre os elementos e a capacidade da seção é igual à soma das capacidades individuais. Nas seções compostas, as ligações entre os elementos individuais restringem a deformação, fazendo com que eles ajam em conjunto para resistir à força aplicada. O efeito da composição dessas peças é desenvolvido eliminando ou reduzindo o deslizamento entre os elementos. Com a restrição dos deslizamentos, surgem esforços de cisalhamento distribuídas na região de contato entre as peças, sendo que o sistema de ligação deve suportar essas tensões de cisalhamento. Desse modo, é estabelecido um certo grau de monolitismo entre as peças justapostas.

A ação composta em tabuleiros multicelulares pode ser alcançada conectando as mesas e as almas (nervuras). As nervuras são responsáveis para resistir aos esforços de cisalhamento vertical, enquanto que as mesas servem primordialmente para resistir aos momentos fletores. Nas pontes protendidas com tabuleiro multicelular, o monolitismo é gerado pelo atrito entre os componentes, criada pela força normal das barras de protensão (figura 19).



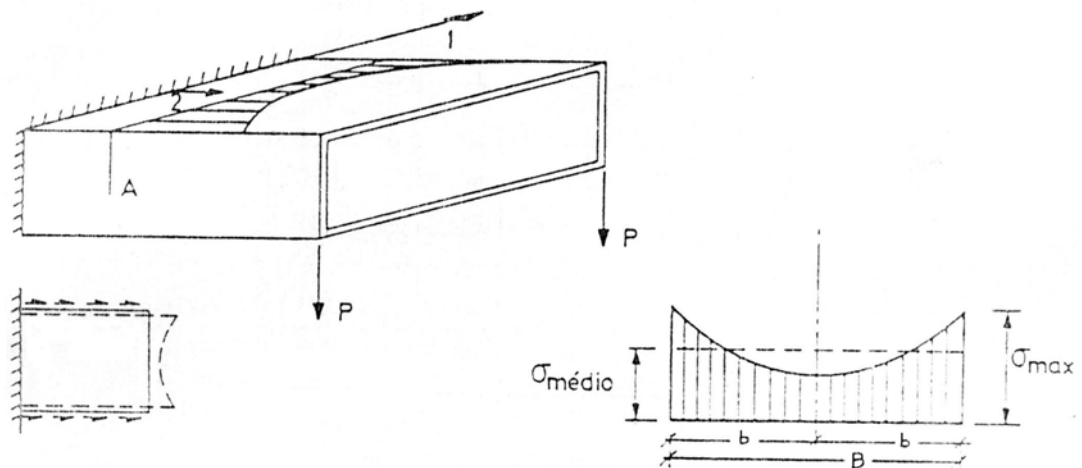
**Figura 19** – Ação composta em uma viga celular e os esforços de cisalhamento entre as nervuras e mesas. OLIVA & RAMMER (1993)

Nos tabuleiros multicelulares são esperadas altas tensões normais nas mesas e de cisalhamento nas almas. As tensões normais nas mesas são geradas por uma soma das tensões de cisalhamento horizontais transferidas pelas nervuras. Uma vez que a força de cisalhamento horizontal exceda a resistência de atrito entre a nervura e a mesa no sistema protendido, deslizamentos irão ocorrer, comprometendo a rigidez e a capacidade de carga da viga. Após o deslizamento ter ocorrido e a força ser removida, uma deformação residual permanecerá devido à incapacidade do sistema de deslizar de volta à posição original por causa da resistência ao atrito existente.

A eficiência estrutural será significativamente reduzida se houver uma perda do comportamento de composição total devido ao escorregamento entre componentes adjacentes ou deformação da seção como o efeito “Shear Lag”, OLIVA & RAMMER (1993).

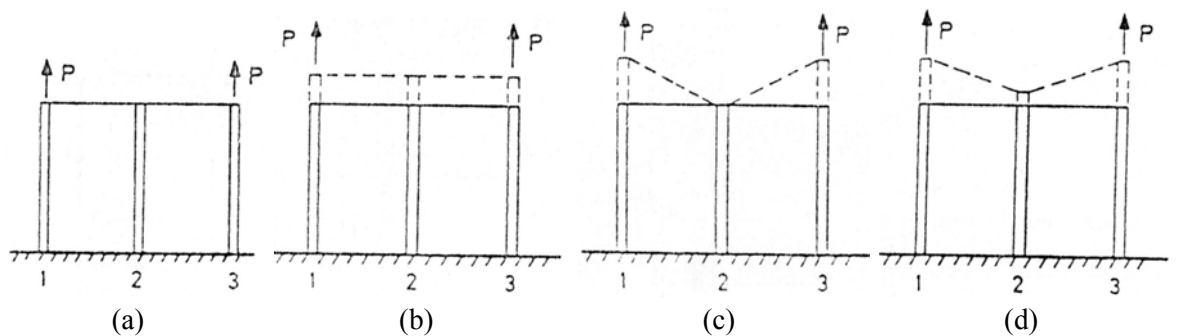
### 2.3.3 Efeito “Shear Lag”

As mesas dos tabuleiros multicelulares podem ser consideradas como placas carregadas ao longo das bordas por tensões de cisalhamento. Estas produzem, em seções transversais, tensões normais com uma distribuição não uniforme. As mesas se deformam como indicado na figura 20, e as tensões normais possuem distribuição não uniforme com valor máximo junto da ligação mesa-nervura. Este fenômeno designa-se por “Shear Lag”, LAMAS (1982).



**Figura 20** – Distribuição de tensões normais nas mesas da seção caixão, LAMAS (1982)

O efeito “Shear Lag” pode ser entendido no esquema da figura 21. Considerando três barras, de mesmas áreas e materiais, unidas entre si por chapas finas, que só possuem rigidez ao cisalhamento. Quando se aplicam forças nas barras exteriores (figura 21-a), podem ser consideradas duas situações extremas: a rigidez ao corte das chapas é infinita e a barra central alonga-se o mesmo que as externas (figura 21-b) e; a rigidez ao corte é desprezível e o alongamento da barra central é nulo (figura 21-c). Na situação real a rigidez ao corte é finita e o alongamento da barra central é inferior ao das barras externas (figura 21-d).



**Figura 21** – Esquema clássico para exemplificar o efeito “Shear Lag”, LAMAS (1982)

LAMAS (1982), afirma que não existe um termo em português para designar este fenômeno. Deve-se então, utilizar o termo original como se faz, aliás, nos países de língua francesa. A melhor definição talvez fosse dissipação ou difusão das tensões por corte.

Apesar de produzir nas mesas uma distribuição não uniforme das tensões normais, o efeito “Shear Lag” não deixa de ser um fenômeno do âmbito linear.



Segundo LAMAS (1982), o efeito “Shear Lag” não permite a utilização direta da teoria geral da flexão de viga para a determinação da distribuição não uniforme de tensões em mesas largas, pois está associado a uma deformação por cisalhamento das mesas, contrariando a hipótese das seções planas se manterem planas.

Para efeitos de projeto, no âmbito elástico linear, é corrente recorrer ao conceito de largura efetiva das mesas, admitindo-se variação uniforme das tensões normais, de modo que a teoria geral da flexão possa ser utilizada para estimar as tensões máximas e a rigidez.

## **2.4 MODELOS DE CÁLCULO**

Os métodos de análise de estruturas tiveram um grande impulso com o advento dos computadores. O atual estágio de evolução dos computadores tornou menos exaustivo o trabalho do engenheiro calculista. No passado, uma quantidade considerável de pesquisa teórica e experimental era necessária para analisar pontes com seções transversais complexas.

Mesmo com a evolução dos computadores os métodos simplificados de cálculo continuam como uma importante ferramenta. Geralmente são utilizados para o dimensionamento preliminar ou quando não se tem acesso aos programas computacionais.

A forma mais prática e simples de se considerar uma ponte em placa é fazendo uma analogia à viga. Este método é chamado de Modelo de Viga Equivalente. Nesse modelo, a complexidade do tabuleiro da ponte é reduzida para uma viga simplesmente apoiada com determinada largura efetiva. Devido à simplicidade de análise e razoável aproximação, este modelo ainda é apresentado pelas normas nacionais e internacionais como um possível modelo de cálculo.

Um outro método de cálculo é o Modelo de Placa Ortotrópica Equivalente. Neste modelo, a superestrutura da ponte em placa com ortotropia física e/ou geométrica (natural e/ou artificial) pode ser reduzida para uma placa equivalente com propriedades elásticas em duas direções principais: longitudinal e transversal. Este modelo é reconhecido como um método preciso para o cálculo de deslocamentos, deformações e tensões de placas ortotrópicas.

E, por fim, a análise de estruturas pelo Modelo em Elementos Finitos. O método dos elementos finitos (MEF) é sem dúvida o método numérico de maior aplicação na atualidade. Existem diversos softwares disponíveis para a sua utilização. Com estes programas os deslocamentos, reações, forças internas e momentos podem ser encontrados para diversas configurações de carregamento, geometria da estrutura, e vinculação. Os erros usuais introduzidos na análise numérica por MEF devem ser minimizados principalmente por meio da escolha correta dos elementos finitos, de acordo com o comportamento esperado do modelo mecânico, da divisão adequada do modelo e da aplicação das condições de contorno. O'BRIEN & KEOGH (1999) comentam que há um grande risco quando usuários sem muita experiência tentam analisar complexas estruturas sem o conhecimento do seu real comportamento estrutural.

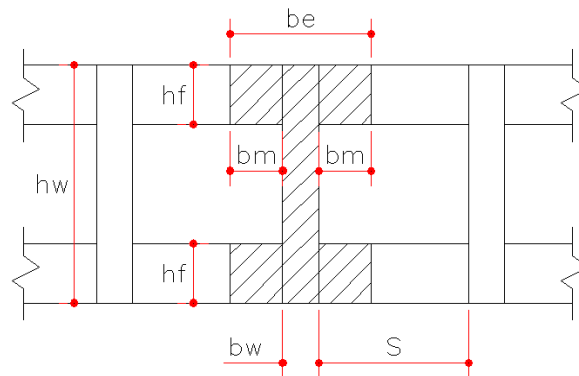
Segundo HAMBLY (1991), independente do método de cálculo utilizado, a precisão depende da capacidade de representar três complexas características: as propriedades mecânicas e físicas dos materiais utilizados, a geometria da estrutura, e o carregamento externo aplicado.

A seguir, são apresentados, com maiores detalhes, os três métodos de cálculo para as pontes protendidas de madeira com tabuleiro multicelular.

### **2.4.1 Modelo de viga equivalente**

As pontes protendidas de madeira com tabuleiro multicelular são sistemas tipicamente ortotrópicos e necessitam de modelos analíticos sofisticados para estimar seu comportamento estrutural sob carregamentos de projeto. As análises via elementos finitos e via aproximação de placa ortotrópica são precisas para predizer o comportamento em serviço dessas pontes. Todavia, a complexidade destes modelos pode ser limitante se não houver um computador disponível, e o desenvolvimento de procedimentos simplificados de cálculo torna-se indispensável.

Segundo TAYLOR et. al. (2000), estudos na West Virginia University (WVU) resultaram em procedimentos para o dimensionamento de pontes com tabuleiro multicelular. Estes critérios de dimensionamento são baseados na análise da superestrutura da ponte como sendo formada pelo conjunto de vigas de seção I ou Caixa, onde as vigas de MLC são consideradas como sendo a alma da viga equivalente e o tabuleiro protendido, como sendo as mesas, figura 22.



**Figura 22** – Viga transformada seção I

### Largura efetiva

A largura da aba da seção da viga equivalente é determinada por uma equação desenvolvida a partir da análise de placas ortotrópicas, equação 3.

$$b_m = \frac{S}{2} \cdot \left( \frac{1 + \nu_{xy} \left( \frac{S}{L} \right)^2}{1 + \frac{E_x}{G_{xy}} \left( \frac{S}{L} \right)^2} \right) \quad (3)$$

Onde:

$b_m$  = largura da aba;

$S$  = distância livre entre as nervuras,

$L$  = vão da ponte;

$\nu_{xy}$  = coeficiente de Poisson;

$E_x$  = módulo de elasticidade na direção longitudinal

$G_{xy}$  = módulo de elasticidade à torção

A direção “x” corresponde à direção longitudinal (orientação do tráfego) da ponte e a direção “y” corresponde à direção transversal.

A equação 3 foi então modificada para considerar o comportamento altamente ortotrópico das pontes de Madeira Laminada Protendida, tornando o coeficiente de Poisson nulo e introduzindo o parâmetro “Shear Lag” (K).

$$b_m = \frac{\frac{S}{2}}{1 + \left( K \frac{S}{2L} \right)^2} \quad (4)$$

$$\text{Onde, } K = 2 \sqrt{\frac{E_x}{G_{xy}}} \text{ (parâmetro "Shear Lag")} \quad (5)$$

Baseado em testes realizados na West Virginia University e no FPL, TAYLOR et. al. (2000) sugerem  $E_x/G_{xy}=60$ , ou seja,  $K=15,5$ . Este valor é válido para tabuleiros de madeira serrada.

TAYLOR et. al. (2000) indicam que, a partir da largura da aba ( $b_m$ ), a largura efetiva ou largura da mesa da viga interna equivalente de seção I pode ser estimada como sendo:

$$b_e = 2b_m + b_w \quad (6)$$

Para vigas externas, a largura efetiva ou largura da mesa é dada por:

$$b_e = b_m + b_w \quad (7)$$

Com  $b_w$  = largura da nervura.

### Efeitos da distorção

Os efeitos da distorção podem ser desprezados se obedecidos certos limites geométricos. Segundo CREWS (2002), pesquisadores da WVU estudaram os efeitos da distorção e indicam os seguintes limites para as relações entre espaçamento entre vigas, largura e espessura dos tabuleiros.

$$\frac{S}{2 \cdot h_f} \leq 2,5 \quad \text{e} \quad S \leq 127 \text{ cm} \quad (8)$$

$$\frac{S + b_w}{h_f} \leq 6,0 \quad \text{e} \quad S + b_w \leq 152 \text{ cm} \quad (9)$$

Seguindo os limites descritos acima pode-se afirmar que a largura da aba contribuinte para tabuleiros de seção caixão é:

$$b_m \geq 0,34 \cdot S \quad (10)$$

### Fator de Distribuição de Carga

O valor máximo do Fator de Distribuição de Carga é apresentado na equação 11. Segundo CREWS (2002), esta equação foi obtida teoricamente, a partir de Séries de Fourier para placas.

$$W_L = \frac{1 + C_e}{\left(\frac{2}{\pi} + C_e\right) \cdot N_b - \frac{2}{\pi}} \quad (11)$$

Onde:

$W_L$  = Fator de Distribuição de Carga;

$N_b$  = número total de vigas ao longo da seção transversal;

$C_e$  = coeficiente de deslocamento da borda.

$$C_e = \frac{\delta_e}{\delta - \delta_e} \quad (12)$$

Onde:

$\delta_e$  = flecha da viga da borda;

$\delta$  = flecha máxima do tabuleiro.

Logicamente, quanto maior for a rigidez transversal do tabuleiro, maior será o valor de  $C_e$ . Da mesma forma o coeficiente  $C_e$  é proporcional à rigidez à torção do tabuleiro. Como já observado anteriormente, o sistema protendido com tabuleiro multicelular possui elevada rigidez à torção. Portanto, nesse caso, os valores de  $C_e$  são relativamente maiores que os de outros sistemas.

Para as pontes protendidas com tabuleiro multicelular, foi adotado o valor  $C_e = 2$ . Apesar dos resultados experimentais em campo demonstrarem grande variação, este valor foi adotado como padrão, pois os erros envolvidos pareceram não ser significantes, CREWS (2002).

Considerando as simplificações acima descritas, o valor do Fator de Distribuição de Carga pode ser expresso da seguinte forma:

$$W_L = \frac{3N_L}{2,64N_b - 0,64} \quad (13)$$

Onde:

$N_L$  = número de faixas de tráfego,

$N_b$  = número de vigas ao longo da seção transversal.

## 2.4.2 Modelo de placa ortotrópica equivalente

As pontes protendidas transversalmente podem ser modeladas como uma placa ortotrópica com rigidez equivalente que leva em conta as dimensões, forma, e materiais utilizados. Portanto, a complexidade da ortotropia física (material) e geométrica da ponte pode ser reduzida para uma placa ortotrópica simples com propriedades elásticas equivalentes.

O conceito de se considerar a estrutura do tabuleiro de ponte como sendo uma placa ortotrópica equivalente para a determinação dos esforços vem sendo estudada há muitos anos. Segundo CUSENS & PAMA (1975), em 1914, Huber utilizou pela primeira vez a teoria de placas ortotrópicas na análise de pontes de concreto nervuradas. Guyon, em 1946, utilizou o método para analisar tabuleiro com pequena rigidez à torção. Mais tarde, Massonet, em 1950, estendeu o método para incluir rigidez à torção em tabuleiros.

A seguir são apresentadas as equações para a determinação da Rigidez à Flexão ( $D_x$  e  $D_y$ ) e da Rigidez à Torção ( $D_{xy}$ ). Esses valores de rigidez são utilizados para o cálculo das propriedades elásticas  $(E_x)_{eq}$ ,  $(E_y)_{eq}$  e  $(G_{xy})_{eq}$  da Placa Equivalente (ver equações 14, 15 e 16).

$$(E_x)_{eq} = 12 \frac{D_x}{h_{eq}^3} (1 - \nu_{xy} \nu_{yx}) \quad (14)$$

$$(E_y)_{eq} = 12 \frac{D_y}{h_{eq}^3} (1 - \nu_{xy} \nu_{yx}) \quad (15)$$

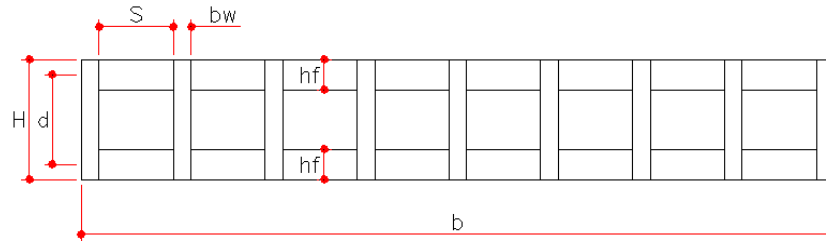
$$(G_{xy})_{eq} = 6 \frac{D_{xy}}{h_{eq}^3} \quad (16)$$

Onde:

$h_{eq}$  = espessura da placa equivalente.

De forma geral, para as pontes protendidas de madeira, os coeficientes de Poisson podem ser atribuídos nulos, por representarem pequena influência no comportamento destas placas quando bi-apoiadas, Taylor (2000), Crews (2002).

Com os valores das propriedades elásticas equivalentes  $(E_x)_{eq}$ ,  $(E_y)_{eq}$  e  $(G_{xy})_{eq}$ , pode-se calcular os esforços internos com a Teoria de Placas Ortotrópicas descrita no item 2.5 deste texto. A seguir é apresentado o esquema geométrico da ponte protendida com tabuleiro multicelular.



**Figura 23** – Geometria da seção transversal – Ponte protendida com tabuleiro multicelular

#### Rigidez à flexão longitudinal ( $D_x$ )

A rigidez à flexão da ponte na direção “x” é expressa pelo produto “EI” dividido pela largura da ponte.

$$D_x = \frac{E_x \cdot I}{b} \quad (17)$$

Para uma seção transversal com a geometria ilustrada na figura 23, a equação 17 fica:

$$D_x = \frac{1}{b} \left[ \left( n_v \cdot E_{x,w} \cdot \frac{b_w \cdot H^3}{12} \right) + (n_v - 1) \cdot \left( 4 \cdot E_{x,f} \cdot \frac{b_m \cdot h_f^3}{12} + h_f \cdot b_m \cdot \left( \frac{d}{2} \right)^2 \right) \right] \quad (18)$$

onde:

$E_{x,w}$  = módulo de elasticidade à flexão na direção “x” das almas (vigas de MLC).

$E_{x,f}$  = módulo de elasticidade à flexão na direção “x” das mesas (tabuleiro protendido).

$b_w$  = largura das vigas.

$h_f$  = espessura do tabuleiro.

$b_m$  = largura da aba.

$d$  = distância entre os centros de gravidade das mesas.

$H$  = altura das vigas.

$b$  = largura da ponte.

**Rigidez à flexão transversal ( $D_y$ )**

A rigidez à flexão da ponte na direção “y” é expressa pelo produto “EI” dividido pelo comprimento da ponte.

$$D_y = \frac{E \cdot I}{L} \quad (19)$$

Para uma seção transversal com a geometria ilustrada na Figura 23, a equação 19 fica:

$$D_y = \frac{1}{L} \cdot 2 \cdot E_{y,f} \cdot \left( \frac{L \cdot h_f^3}{12} + h_f \cdot L \cdot \left( \frac{d}{2} \right)^2 \right) \quad (20)$$

onde:

$E_{y,f}$  = módulo de elasticidade à flexão na direção “y” das mesas (tabuleiro protendido).

**Rigidez à torção ( $D_{xy}$ )**

Para o tabuleiro ser tratado como uma placa ortótropa equivalente, a rigidez a torção depende da torção nas duas direções ortogonais. Assim, a rigidez à torção “ $D_{xy}$ ” pode ser expressa como metade da rigidez a torção total dividida pela largura do tabuleiro conforme CUSENS & PAMA (1975).

$$D_{xy} = \frac{G \cdot J}{2 \cdot b} \quad (21)$$

A rigidez a torção, GJ, é avaliada pelo fluxo de cisalhamento em torno da seção transversal. Para uma estrutura onde a área das nervuras são pequenas comparadas as outras dimensões da seção, CUSENS & PAMA (1975) sugerem que a rigidez a torção seja tomada por:

$$GJ = \frac{4A^2 G_{xy}}{\sum \frac{ds}{h}} + \sum G_{xy}(ds) \frac{h^3}{3} \quad (22)$$

Onde:

A = área do tabuleiro contida na linha média dos banzos.

$\sum \frac{ds}{h}$  = representa o perímetro da linha média da seção transversal.



Essa equação aproximada é justificada pelo fato que, em tabuleiros com essa geometria, o fluxo de cisalhamento nas nervuras interiores é negligenciado e somente os fluxos de cisalhamento das mesas e almas externas são considerados.

Substituindo a equação 22 na equação 21, tem-se:

$$D_{xy} = \frac{1}{2 \cdot b} \left[ 2 \cdot G_{xy} \left( \frac{(b \cdot d)^2}{\frac{b}{h_f} + \frac{d}{b_w}} \right) + \frac{2}{3} G_{xy} (b \cdot h_f^3 + d \cdot b_w^3) \right] \quad (23)$$

### 2.4.3 Modelo em elementos finitos

O Método dos Elementos Finitos (MEF) foi primeiramente utilizado na indústria aeronáutica, em meados da década de 1950. Muito foi desenvolvido desde que ele foi utilizado pela primeira vez e, atualmente, existem muitos textos voltados para descrever o método.

A técnica dos Elementos Finitos consiste basicamente em dividir o meio contínuo em uma quantidade finita de elementos discretos que são interligados por pontos conhecidos como nós. O princípio da divisão do meio contínuo em pequenos elementos pode ser aplicado a estruturas de várias formas e complexidade. Conseqüentemente, o MEF é conhecido como o método mais versátil para a análise de estruturas.

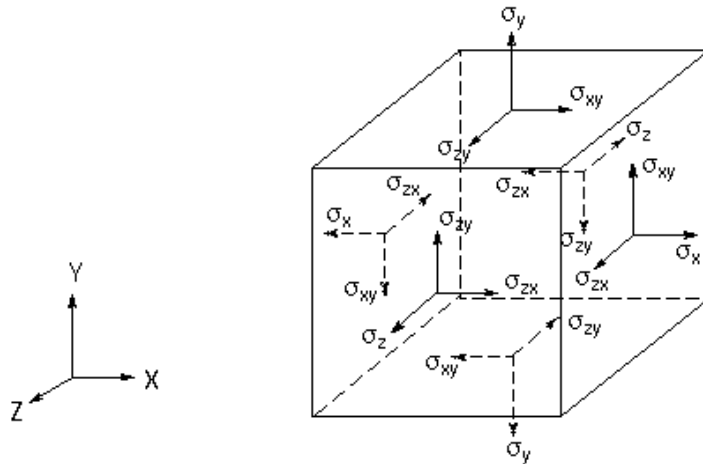
Existe uma grande quantidade de tipos de elementos disponíveis para a simulação de estruturas. Para o caso de estruturas de pontes em placas podem ser utilizados os elementos bidimensionais de Casca ou os tridimensionais de Volume. Para o caso das pontes de madeira, o elemento escolhido deve ser capaz de representar o material com propriedades ortotrópicas.

O software utilizado nas análises numéricas deste trabalho é o ANSYS versão 5.7.

Antes de apresentar os elementos utilizados para a análise de pontes de madeira em placa, se faz necessário um sucinto comentário sobre o modelo ortotrópico.

**O material ortotrópico**

Considerando um elemento de volume infinitesimal de uma estrutura em equilíbrio sujeita a um carregamento externo qualquer. Este volume elementar possui tensões internas como mostrado na figura 24.



**Figura 24** – Volume elementar de um sólido e suas tensões

Para um material elástico linear, as tensões se relacionam com as deformações a partir de uma matriz conhecida como Matriz Constitutiva do Material ([D]).

$$\{\sigma\} = [D] \cdot \{\varepsilon\} \text{ ou, de outra maneira, } \{\varepsilon\} = [D]^{-1} \cdot \{\sigma\} \tag{24}$$

As equações 24 são conhecidas como a lei de Hooke generalizada. Para os materiais ortótropos a lei de Hooke generalizada pode ser escrita da seguinte forma.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & -\frac{\nu_{yx}}{E_y} & -\frac{\nu_{zx}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{xy}}{E_x} & \frac{1}{E_y} & -\frac{\nu_{zy}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{xz}}{E_x} & -\frac{\nu_{yz}}{E_y} & \frac{1}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xz}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{yz}} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} \tag{25}$$

Onde  $E_x$  é o módulo de elasticidade na direção x,  $\nu_{xy}$  é o coeficiente de Poisson relativo à deformação na direção y no estado uniaxial de tensão em x e  $G_{xy}$  é o módulo de elasticidade

transversal relativo à distorção no plano xy. Trocando-se os índices dessas propriedades elásticas, identificam-se as demais propriedades que ocorrem na equação anterior.

Em face da simetria das componentes de tensão e de deformação, tem-se:

$$\frac{\nu_{xy}}{E_x} = \frac{\nu_{yx}}{E_y} \quad (26)$$

$$\frac{\nu_{xz}}{E_x} = \frac{\nu_{zx}}{E_z} \quad (27)$$

$$\frac{\nu_{yz}}{E_y} = \frac{\nu_{zy}}{E_z} \quad (28)$$

Estas relações reduzem o número de parâmetros de 12 para 9 constantes independentes ( $E_x$ ,  $E_y$ ,  $E_z$ ,  $\nu_{xy}$ ,  $\nu_{xz}$ ,  $\nu_{yz}$ ,  $G_{xy}$ ,  $G_{xz}$  e  $G_{yz}$ ).

Resolvendo o sistema de equações 25 em termos das componentes de tensão, tendo-se em conta as equações 26, 27 e 28, obtém-se:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & D_{22} & D_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & D_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & G_{xy} & 0 & 0 \\ & & & & G_{xz} & 0 \\ \text{sim.} & & & & & G_{yz} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} \quad (29)$$

Onde:

$$D_{11} = \frac{(E_y - \nu_{yz}^2 \cdot E_z) \cdot E_x^2}{\lambda} \quad (30)$$

$$D_{22} = \frac{(E_x - \nu_{xz}^2 \cdot E_z) \cdot E_y^2}{\lambda} \quad (31)$$

$$D_{33} = \frac{(E_x - \nu_{xy}^2 \cdot E_y) \cdot E_y \cdot E_z}{\lambda} \quad (32)$$

$$D_{12} = \frac{(\nu_{xy} \cdot E_y + \nu_{xz} \cdot \nu_{yz} \cdot E_z) \cdot E_x \cdot E_y}{\lambda} \quad (33)$$

$$D_{13} = \frac{(\nu_{xy} \cdot \nu_{yz} + \nu_{xz}) \cdot E_x \cdot E_y \cdot E_z}{\lambda} \quad (34)$$

$$D_{23} = \frac{(\nu_{yz} \cdot E_x + \nu_{xz} \cdot \nu_{xy} \cdot E_y) \cdot E_y \cdot E_z}{\lambda} \quad (35)$$

$$\lambda = E_x \cdot E_y - \nu_{yz}^2 \cdot E_x \cdot E_z - \nu_{xy}^2 \cdot E_y^2 - 2 \cdot \nu_{xy} \cdot \nu_{yz} \cdot E_y \cdot E_z - \nu_{xz}^2 \cdot E_y \cdot E_z \quad (36)$$

As constantes da Matriz Constitutiva ([D]) não podem assumir quaisquer valores. Usando a análise da termodinâmica uma série de limites podem ser impostos sobre estes valores. Segundo MENDONÇA (2001), análises feitas com a energia de deformação, mostraram que a Matriz Constitutiva deve ser positiva definida, isto é, possuir todos os autovalores positivos. O autor apresenta algumas restrições para as constantes de engenharia:

$$E_x, E_y, E_z, G_{xy}, G_{xz}, G_{yz} > 0 \quad (37)$$

$$(1 - \nu_{xy} \cdot \nu_{yx}), (1 - \nu_{xz} \cdot \nu_{zx}), (1 - \nu_{yz} \cdot \nu_{zy}) > 0 \quad (38)$$

$$1 - \nu_{xy} \cdot \nu_{yx} - \nu_{xz} \cdot \nu_{zx} - \nu_{yz} \cdot \nu_{zy} - 2 \cdot \nu_{xy} \cdot \nu_{yz} \cdot \nu_{zx} > 0 \quad (39)$$

Tomando a equação 38 e as relações 26, 27 e 28, tem-se:

$$|\nu_{xy}| < \left( \frac{E_x}{E_y} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad |\nu_{yx}| < \left( \frac{E_y}{E_x} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (40)$$

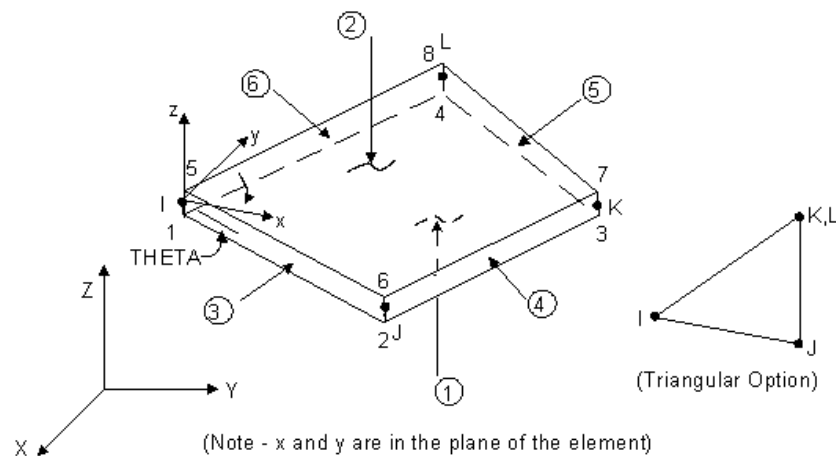
$$|\nu_{xz}| < \left( \frac{E_x}{E_z} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad |\nu_{zx}| < \left( \frac{E_z}{E_x} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (41)$$

$$|\nu_{yz}| < \left( \frac{E_y}{E_z} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad |\nu_{zy}| < \left( \frac{E_z}{E_y} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (42)$$

Os elementos finitos disponíveis no software ANSYS 5.7 para a utilização nas análises são apresentados a seguir:

### Elemento finito de casca elástica SHELL 63

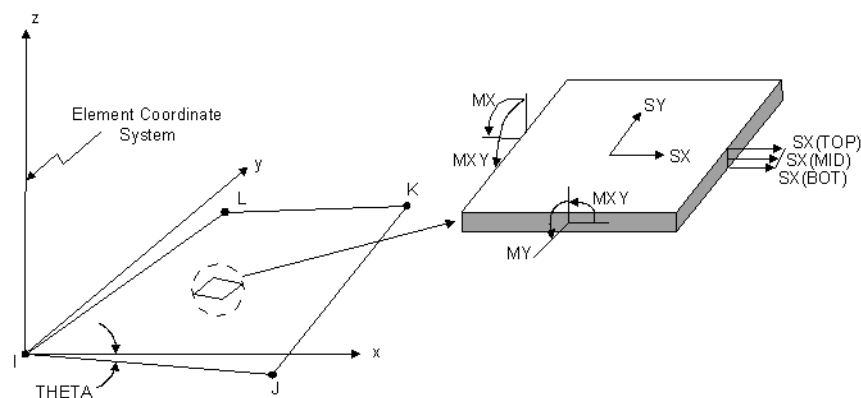
É o elemento finito de casca elástica com propriedades ortotrópicas e resistência à flexão e de membrana que permite a consideração de carregamentos no plano do elemento e transversalmente ao mesmo. Tem seis graus de liberdade para cada nó: translações nodais nas direções x, y e z, além de rotações em torno dos eixos cartesianos. Pode apresentar formato quadrangular ou triangular, de acordo com a figura 25 e é indicado para ser aplicado a cascas não curvas.



**Figura 25** – Elemento finito SHELL 63, ANSYS 5.7 (1994)

Os resultados apresentados após o processamento podem ser de duas maneiras:

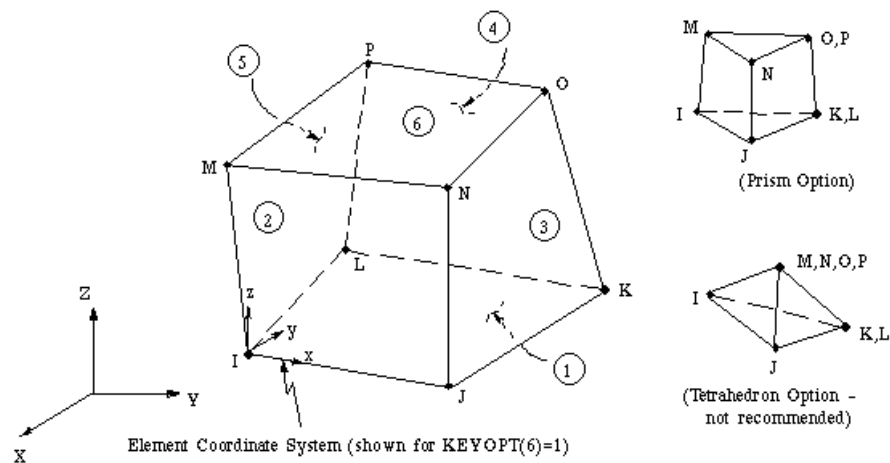
- Deslocamentos nodais, e todas as soluções nodais associadas;
- Esforços nos elementos, entre eles momentos fletores por unidade de comprimento, em torno dos eixos cartesianos  $x$  e  $y$ , aqui denominados  $M_y$  e  $M_x$ , respectivamente; momentos torçores  $M_{xy}$  e tensões nas direções paralelas aos eixos cartesianos, de acordo com a figura 26.



**Figura 26** – Exemplos de esforços nos elementos SHELL 64, ANSYS 5.7 (1994)

### Elemento finito de volume elástico SOLID 64

É o elemento finito de volume tridimensional com propriedades anisotrópicas ou ortotrópicas SOLID 64 (ver Figura 27). O elemento é definido com 8 nós e 3 graus de liberdade por nó (três deslocamentos nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ ).



**Figura 27** – Elemento finito SOLID 64, ANSYS 5.7 (1994)

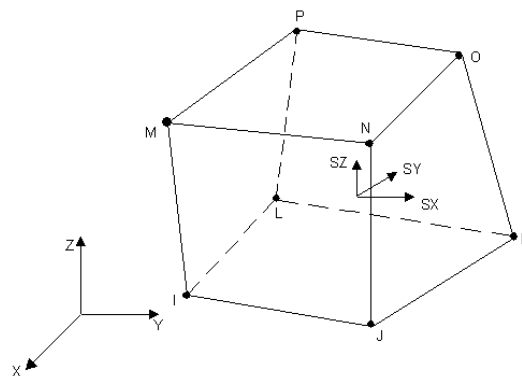
Dados de entrada:

Propriedades elásticas normais =  $E_x$ ,  $E_y$  e  $E_z$ .

Coefficientes de Poisson =  $\nu_{xy}$ ,  $\nu_{yz}$  e  $\nu_{xz}$ .

Propriedades elásticas de torção =  $G_{xy}$ ,  $G_{yz}$  e  $G_{xz}$ .

Nota-se que existe a possibilidade de entrada de propriedades elásticas diferentes nas três direções principais, ou seja, este elemento permite simular estruturas com materiais de propriedades ortotrópicas.



**Figura 28** – Elemento finito SOLID 64 e suas tensões, ANSYS 5.7 (1994)

Os resultados apresentados após o processamento podem ser de duas maneiras:

- Deslocamentos nodais, e todas as soluções nodais associadas;
- Esforços nos elementos, entre eles momentos tensões e deformações nas direções dos eixos cartesianos  $x$ ,  $y$  e  $z$ , de acordo com a figura 28, e tensões principais.

## 2.5 TEORIA DE PLACAS ORTOTRÓPICAS

Conforme a Teoria de Elasticidade, os elementos que possuem uma das dimensões pequena em relação às outras duas são chamados de Elementos Laminares ou Elementos de Superfície e podem ser classificados como Placas, Chapas ou Cascas.

As placas ou chapas são definidas como estruturas simétricas em relação a um plano chamado de plano médio ou superfície média, cuja dimensão normal a este plano (espessura da placa ou chapa) é pequena em relação às demais dimensões definidas no plano das superfícies limites. A diferença está na direção de aplicação dos esforços externos. Quando os esforços são aplicados perpendicularmente ao plano do elemento, este é chamado de Placa e, se aplicados no plano do elemento este é chamado de Chapa.

As Cascas são definidas como estruturas que possuem superfície média curva, poliédrica, prismática, etc., também com pequena espessura em relação às demais dimensões, e os esforços externos são aplicados em qualquer direção.

As Placas podem ser ortótropas ou isotrópicas. Diz-se que elas são ortótropas de forma quando são constituídas de material isotrópico, porém, apresentam formas diferentes em duas direções ortogonais, o que garante a ortotropia.

As Placas podem ser classificadas quanto à espessura da seguinte forma:

- Espessas quando:  $\frac{d}{a} > \frac{1}{5}$

- Delgadas quando:  $\frac{1}{5} \geq \frac{d}{a} \geq \frac{1}{100}$

- Muito Delgada quando:  $\frac{d}{a} < \frac{1}{100}$

Onde:

d = espessura da placa.

a = menor dimensão da placa.

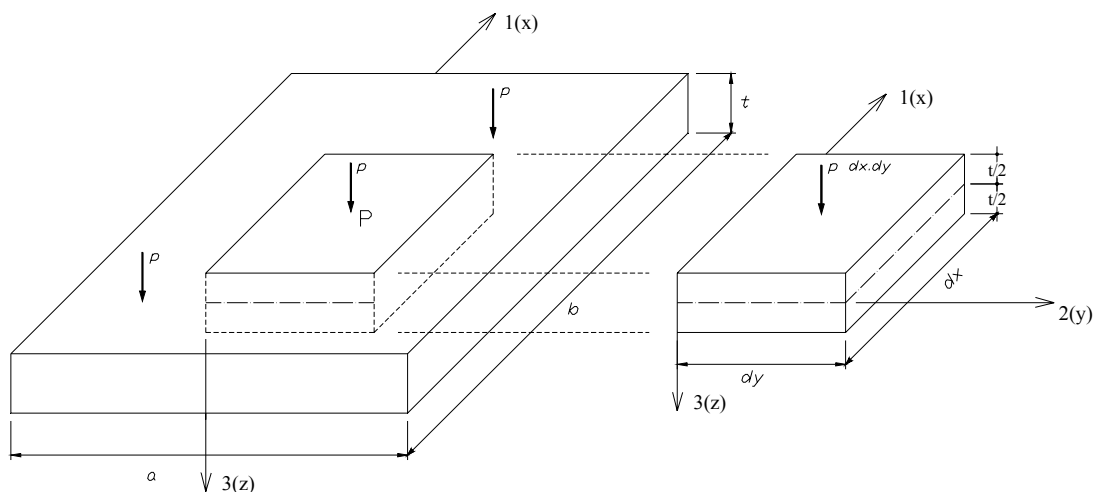
Existem algumas teorias para o cálculo das Placas. Dentre elas podem ser citadas:

- Teoria de Kirchhoff, na qual são desprezadas as deformações por cisalhamento nos planos perpendiculares à Placa ( $\gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$ )

- Teoria de Reissner, na qual se consideram as deformações por cisalhamento desprezadas por Kirchhoff.
- Teoria de Von Karman, na qual se consideram grandes deslocamentos.

Neste trabalho será considerada a Teoria de Kirchhoff (Teoria de Placas Delgadas) e suas hipóteses simplificadoras, descritas a seguir:

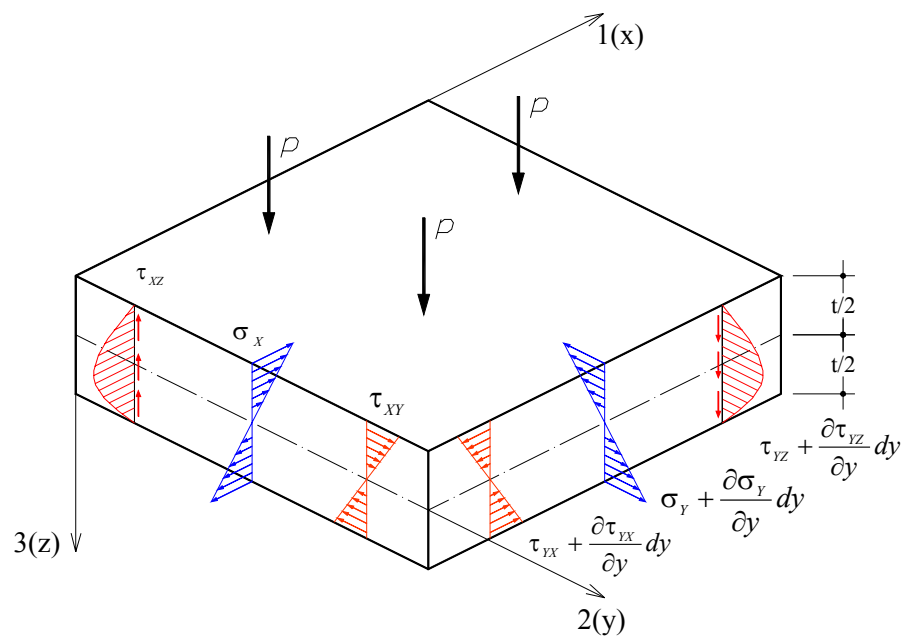
- O material é elástico linear;
- A espessura da placa é muito pequena;
- Os deslocamentos são muito menores que a espessura;
- As seções planas permanecem planas após as deformações (uma reta normal à superfície média mantém-se normal à superfície deformada após a aplicação do carregamento);
- As tensões  $\sigma_z$  são desprezadas, visto que são muito pequenas em relação às tensões de flexão e normais à seção transversal;
- As tensões  $\tau_{xz}$  e  $\tau_{yz}$  são consideradas no equilíbrio do elemento; porém, as deformações causadas por elas ( $\gamma_{xz}$  e  $\gamma_{yz}$ ) são desprezadas.



**Figura 29** – Elemento infinitesimal de placa ortotrópica, TROITSKY (1987)

Assumindo as hipóteses anteriores, toma-se um elemento infinitesimal de uma placa ortotrópica com carregamento distribuído “p” atuando na superfície, figura 29.





**Figura 30** – Distribuição de tensões internas, TROITSKY (1987)

O problema consiste em determinar os esforços internos para uma condição de carregamento arbitrária, figura 30.

As resultantes são obtidas integrando os campos de tensões sendo expressas em unidade de comprimento, conforme as expressões abaixo:

$$M_x = \int_{-t/2}^{+t/2} \sigma_x \cdot z \cdot dz \quad (43)$$

$$M_y = \int_{-t/2}^{+t/2} \sigma_y \cdot z \cdot dz \quad (44)$$

$$M_{xy} = \int_{-t/2}^{+t/2} \tau_{xy} \cdot z \cdot dz \quad (45)$$

$$Q_x = \int_{-t/2}^{+t/2} \tau_{xz} \cdot dz \quad (46)$$

$$Q_y = \int_{-t/2}^{+t/2} \tau_{xy} \cdot z \cdot dz \quad (47)$$

Onde:

$M_x$  e  $M_y$  são momentos fletores por unidade de comprimento;

$M_{xy}$  é o momento torçor por unidade de comprimento;

$Q_x$  e  $Q_y$  são forças de cisalhamento por unidade de comprimento.

Fazendo o equilíbrio entre as forças e momentos internos, e a força atuante, obtém-se três equações de equilíbrio:

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} = -p \quad (48)$$

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{yx}}{\partial y} - Q_x = 0 \quad (49)$$

$$\frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} - Q_y = 0 \quad (50)$$

As três equações acima descrevem por completo o equilíbrio do volume elementar. Pode-se eliminar as forças de cisalhamento  $Q_x$  e  $Q_y$  das equações de equilíbrio. Para isso deve-se derivar a equação 49 em relação à “X” e a equação 50 em relação à “Y”, e substituir na equação 48, tem-se:

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} = p(x, y) \quad (51)$$

Até o momento, tem-se cinco variáveis desconhecidas ( $M_x$ ,  $M_y$ ,  $M_{xy}$ ,  $Q_x$  e  $Q_y$ ) e apenas três equações de equilíbrio (48, 49 e 50). Deve-se então recorrer às relações entre deslocamentos, tensões e deformações, dadas pela Teoria da Elasticidade:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \text{e} \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (52)$$

O deslocamento de um ponto qualquer da placa, a uma distância “Z” do plano central da placa, na direção “X” (u) e na direção “Y” (v), são os seguintes:

$$\begin{aligned} u &= -z \text{sen} \varphi_x \approx -z \varphi_x \approx -z \frac{\partial w}{\partial x} \\ v &= -z \text{sen} \varphi_y \approx -z \varphi_y \approx -z \frac{\partial w}{\partial y} \end{aligned} \quad (53)$$

Substituindo os deslocamentos das equações 53, nas equações de deformação 52, tem-se:

$$\varepsilon_x = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad \varepsilon_y = -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \quad \text{e} \quad \gamma_{xy} = -2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (54)$$

As relações entre tensões e deformações são dadas segundo a Lei de Hooke generalizada. As equações abaixo exprimem tais relações:

$$\sigma_x = \frac{E_x}{1 - \nu_{xy} \nu_{yx}} (\varepsilon_x + \nu_{yx} \varepsilon_y) \quad (55)$$

$$\sigma_y = \frac{E_y}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} (\epsilon_y + \nu_{xy}\epsilon_x) \quad (56)$$

$$\tau_{xy} = G_{xy} \cdot \gamma_{xy} \quad (57)$$

Substituindo as relações entre deformações e deslocamentos das equações 54, nas relações entre tensões e deformações das equações 55, 56 e 57 obtêm-se:

$$\sigma_x = -\frac{E_x \cdot z}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu_{yx} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (58)$$

$$\sigma_y = -\frac{E_y \cdot z}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (59)$$

$$\tau_{xy} = -2G_{xy}z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2 \partial y^2} \quad (60)$$

Desprezando o efeito das forças de cisalhamento  $Q_x$  e  $Q_y$ , e da tensão  $\sigma_z$ , e assumindo pequenos deslocamentos, então o deslocamento “w” é independente de “Z”. Substituindo as equações 55, 56 e 57 nas equações 43, 44 e 45, têm-se:

$$M_x = -D_x \cdot \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu_{yx} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (61)$$

$$M_y = -D_y \cdot \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (62)$$

$$M_{xy} = -2D_{xy} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (63)$$

Onde as constantes  $D_x$  e  $D_y$  são chamadas de rigidez à flexão da placa ortotrópica e  $D_{xy}$  de rigidez à torção. Os valores das constantes são descritos nas equações a seguir:

$$D_x = \frac{E_x h^3}{12(1 - \nu_{xy}\nu_{yx})} \quad (64)$$

$$D_y = \frac{E_y h^3}{12(1 - \nu_{xy}\nu_{yx})} \quad (65)$$

$$D_{xy} = \frac{G_{xy} h^3}{6} \quad (66)$$

Substituindo as equações 64, 65 e 66 na equação 51, obtêm-se a equação diferencial de placa ortótropa deduzida por Huber, conhecida no meio técnico como “Equação de Huber”.

$$D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = p(x, y) \quad (67)$$

O termo  $2H$ , expresso na equação 67, é definido como rigidez efetiva à torção da placa ortotrópica.

$$2H = D_x \nu_{yx} + D_y \nu_{xy} + 4D_{xy} \quad (68)$$

Substituindo as equações de equilíbrio 49 e 50 e os valores dos momentos das equações 61, 62 e 63, determinam-se as expressões das forças cortantes.

$$Q_x = -\frac{\partial}{\partial x} \left( D_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + H \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (69)$$

$$Q_y = -\frac{\partial}{\partial y} \left( D_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + H \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (70)$$

As tensões podem então ser encontradas segundo as equações 71, 72 e 73. Nota-se a variação linear do campo de tensões, que atua no plano da placa, com relação à espessura “ $Z$ ”.

$$\sigma_x = \frac{M_{x.z}}{I_p} \quad (71)$$

$$\sigma_y = \frac{M_{y.z}}{I_p} \quad (72)$$

$$\tau_{xy} = \frac{M_{xy.z}}{I_p} \quad (73)$$

Onde  $I_p = \frac{h^3}{12}$  é denotado como momento de inércia da placa por unidade de comprimento.

### 2.5.1 Solução da equação de placas ortotrópicas (Equação de Huber)

A solução da equação diferencial não homogênea de Huber (equação 74) consiste na superposição de duas soluções:

$$D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = p(x, y) \quad (74)$$

$$w = w_h + w_p \quad (75)$$

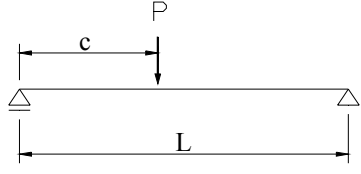
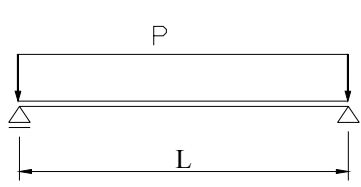
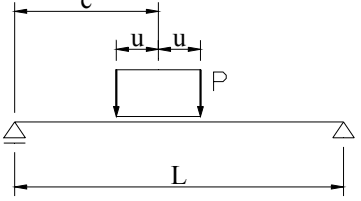
Onde “ $w_h$ ” representa a solução da equação diferencial homogênea e “ $w_p$ ” representa uma solução particular da equação diferencial não homogênea.

Para resolver a Equação de Huber pode-se utilizar os métodos numéricos conhecidos e será escolhida a solução por séries encontrada em CUSENS & PAMA (1975).

A equação tem diferentes soluções dependendo das relações entre os três parâmetros de rigidez ( $D_x$ ,  $D_y$  e  $H$ ) e as condições de contorno. Para avaliar a influência destes parâmetros no comportamento da placa, deve ser considerado o problema de flexão para placa de largura infinita com dois lados simplesmente apoiados e duas bordas livres.

Como o caso a ser estudado é de placas simplesmente apoiadas, têm-se algumas das expressões sugeridas na tabela 4 para a representação dos carregamentos em forma de Série de Fourier Senoidal.

**Tabela 4** - Funções típicas para alguns tipos carregamento.

	$H_n = \frac{2P}{L} \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi c}{L}\right)$
	$H_n = \frac{4P}{L} \operatorname{sen}^2\left(\frac{n\pi}{2}\right)$
	$H_n = \frac{4P}{n\pi} \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi c}{L}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi u}{L}\right)$

Em nosso caso, serão avaliadas as pontes rodoviárias sujeitas a um carregamento normalizado. Estes carregamentos são em geral cargas isoladas distribuídas sob uma pequena área, chamada área de contato das rodas.

Considerando esta particularidade das pontes rodoviárias, CUSENS & PAMA (1975) apresentam a solução da Equação de Huber para este tipo de carregamento.

A figura 31 mostra o esquema geométrico de uma placa solicitada por uma força distribuída “p” sobre uma área isolada “ $2v \times 2u$ ”.

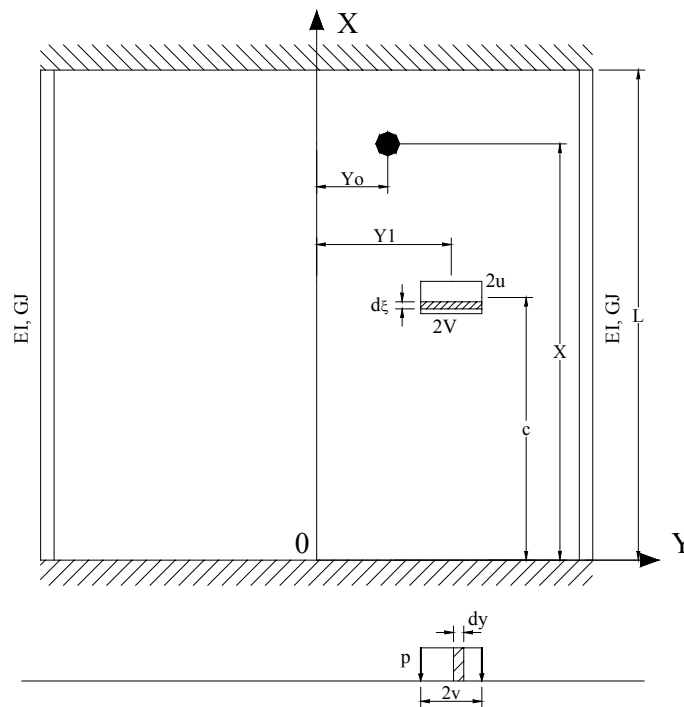
$$p = \frac{P}{2u \cdot 2v} \tag{76}$$

A solução da Equação de Huber é dada pela equação 77.

$$w = \frac{PL^4}{uv\pi^5} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^5} \text{sen}\alpha_n c \text{ sen}\alpha_n u \text{ sen}\alpha_n x K_1^* \tag{77}$$

$$K_1^* = \frac{1}{2b} \int_{Y_1-V}^{Y_1+V} K_1 dy \tag{78}$$

$$\alpha_n = \frac{n\pi}{L} \tag{79}$$



**Figura 31** – Tabuleiro com carregamentos distribuídos em pequenas áreas, CUSENS & PAMA (1975)

Os esforços internos podem ser obtidos substituindo a solução da Equação de Huber (equação 74) nas equações 61, 62, 63, 69 e 70.

$$M_x = \frac{PL^2}{uv\pi^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \text{sen}\alpha_n u \text{ sen}\alpha_n c \text{ sen}\alpha_n x \left( K_1^* - \frac{D_1}{D_x} K_2^* \right) \tag{80}$$

$$M_y = \frac{-PL^2}{uv\pi^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \text{sen}\alpha_n u \text{ sen}\alpha_n c \text{ sen}\alpha_n x \left( \frac{D_y}{D_x} K_2^* + \frac{D_2}{D_x} K_1^* \right) \tag{81}$$

$$M_{xy} = \frac{PL^2}{uv\pi^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \text{sen}\alpha_n u \text{ sen}\alpha_n c \text{ cos}\alpha_n x \left( \frac{D_{xy}}{D_y} K_3^* \right) \tag{82}$$

$$M_{yx} = \frac{-PL^2}{uv\pi^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \text{sen}\alpha_n u \text{ sen}\alpha_n c \text{ cos}\alpha_n x \left( \frac{D_{yx}}{D_y} K_3^* \right) \quad (83)$$

$$Q_x = \frac{PL}{uv\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \text{sen}\alpha_n u \text{ sen}\alpha_n c \text{ cos}\alpha_n x \left( K_1^* - \frac{D_1 + D_{xy}}{D_x} K_2^* \right) \quad (84)$$

$$Q_x = \frac{-PL}{uv\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \text{sen}\alpha_n u \text{ sen}\alpha_n c \text{ cos}\alpha_n x \left( K_4^* - \frac{D_2 + D_{xy}}{D_y} K_3^* \right) \quad (85)$$

Os coeficientes  $K_1^*$ ,  $K_2^*$ ,  $K_3^*$  e  $K_4^*$  são expressos conforme a geometria do carregamento, e foram deduzidos por CUSENS & PAMA (1975) para todos os casos de tabuleiros ortotrópicos.

## 2.6. CONCLUSÕES DA REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Os estudos desenvolvidos nos países da América do Norte, Europa e Oceania sobre pontes protendidas de madeira indicam a viabilidade técnica e econômica da utilização deste sistema como alternativa de uso em estradas vicinais de baixo volume de tráfego.

O sistema protendido com tabuleiro multicelular surgiu no final da década de 80 como uma evolução natural do sistema protendido simples, para atender a necessidade de maiores vãos. Enquanto o sistema protendido simples atinge no máximo 9m de vão, o sistema protendido com tabuleiro multicelular torna-se viável para vãos de 12 à 25m.

A grande vantagem deste sistema é a eficiência da seção transversal. A geometria do tabuleiro multicelular proporciona menor quantidade de material na região central próxima à linha neutra e maximiza a quantidade de material nos extremos. A espessura das mesas e das almas pode ser projetada para atender simultaneamente os estados limites últimos e de utilização, isto é, a seção transversal pode ser otimizada. De forma geral, o uso do sistema protendido com tabuleiro multicelular resulta em uma utilização mais eficiente do material. Para um mesmo vão e condição de carregamento, a ponte com sistema protendido apresenta maior economia de madeira se comparada com o sistema tradicional em Madeira Laminada Colada.

O sistema protendido com tabuleiro multicelular se comportará de forma monolítica desde que não haja deslizamentos entre os elementos das mesas e almas. Para tanto, a tensão

mínima de protensão deve ser assegurada. Os pesquisadores dos Estados Unidos recomendam a tensão mínima de 0,35MPa, enquanto que os pesquisadores da Austrália recomendam uma tensão consideravelmente superior: 0,5MPa, para tabuleiros com espécies de Coníferas, e 0,7MPa para Dicotiledôneas.

A definição dos parâmetros elásticos  $E_x$ ,  $E_y$  e  $G_{xy}$ , respectivamente módulo de elasticidade na direção longitudinal, módulo de elasticidade na direção transversal e módulo de elasticidade transversal no plano longitudinal-transversal, é de suma importância para o correto dimensionamento das pontes de madeira protendida. Vários autores dedicaram seus estudos à avaliação destes parâmetros. Todavia, nota-se que não há consenso entre os resultados dos pesquisadores. Torna-se necessário o estudo dos parâmetros elásticos que regem o comportamento estrutural das pontes de madeira com tabuleiro multicelular protendido.

As pontes protendidas de madeira com tabuleiro multicelular são sistemas tipicamente ortotrópicos e necessitam de modelos analíticos e/ou numéricos sofisticados para estimar seu comportamento estrutural sob carregamentos de projeto. Dentre os vários modelos de cálculo se destacam o Modelo de Viga equivalente, Modelo de Placa Ortotrópica Equivalente e Modelo em Elementos Finitos.

No Modelo de Viga Equivalente, a complexidade do tabuleiro da ponte é reduzida para uma viga simplesmente apoiada com determinada largura efetiva. Devido à simplicidade de análise, e razoável aproximação, este modelo ainda é apresentado pelas normas nacionais e internacionais, como um possível modelo de cálculo.

No Modelo de Placa Ortotrópica Equivalente à superestrutura da ponte em placa com ortotropia física e/ou geométrica é reduzida para uma placa equivalente com propriedades elásticas em duas direções principais: longitudinal e transversal. Este modelo é reconhecido como um método preciso para o cálculo de deslocamentos, deformações e tensões de placas ortotrópicas.

No modelo em Elementos Finitos não são necessárias as aproximações feitas nos outros modelos. Com um computador com capacidade suficiente e as reais propriedades elásticas dos materiais, pode-se modelar, com precisão, o comportamento estrutural de qualquer tipo de estrutura. Entretanto, se a escolha da discretização e do tipo de elemento para cada caso for incorreta, os resultados podem ser desastrosos.



### **3. O PROGRAMA OTB**

---

O primeiro programa para cálculo dos esforços internos de pontes protendidas de madeira foi desenvolvido por Joe Murphy, pesquisador do FPL, CALIL (2001). O pesquisador empregou a teoria para solução da Equação Diferencial de Placa Ortotrópica, utilizando o método citado no livro de CUSENS & PAMA (1975). O programa foi implementado em linguagem BASIC.

OKIMOTO (2001), utilizou os mesmos princípios do pesquisador americano e implementou o programa em linguagem Turbo Pascal, fazendo uso do compilador DELPHI para criar elementos visuais. Ao programa resultante, deu o nome de AEP 1.0.

Com o intuito de adequar o programa para utilização em pontes treliçadas protendidas transversalmente, CHEUNG (2003) introduziu conceitos necessários para a transformação da placa com ortotropia geométrica em uma placa ortótropa equivalente. Desta forma, surgiu a versão 2.0.

Com o objetivo de revisar a teoria utilizada, verificar os passos e conceitos, e implementar as entradas para outros tipos de pontes, foi desenvolvido um novo programa compilado na linguagem Borland C++ Builder. O programa não se baseou totalmente no AEP 2.0, mas utilizou-o como referência para sua elaboração.

O novo programa tem por objetivos ser tão eficiente quanto o AEP 2.0 e permitir o cálculo de vários tipos de pontes de madeira com sistema em placa ortotrópica.

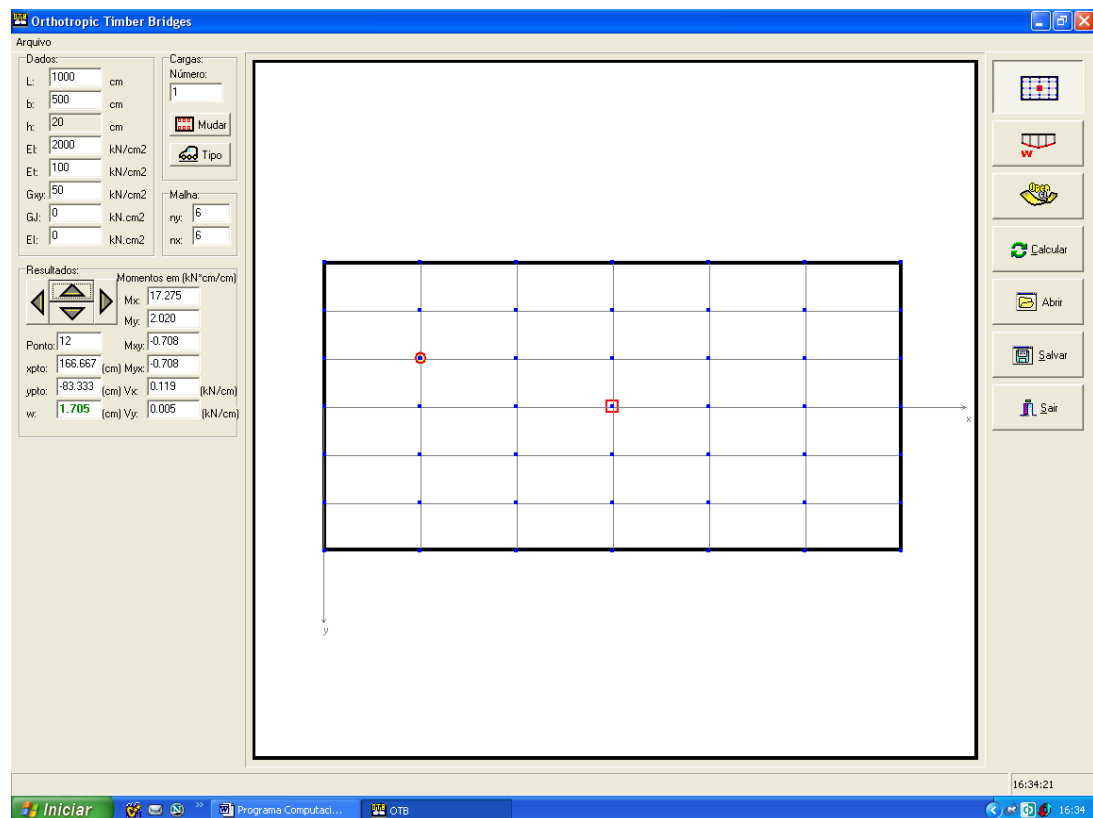
O programa foi desenvolvido em parceria pelos engenheiros Jorge Luís Nunes de Góes e Malton Lindquist. Ao programa deu-se o nome de OTB (Orthotropic Timber Bridges). O OTB utiliza o Modelo de Placa Ortotrópica Equivalente e a Teoria de Placas Ortotrópicas descritos nos itens 2.4.2 e 2.5 deste trabalho.

O programa OTB possibilita o cálculo de cinco tipos diferentes de pontes (ponte mista madeira-concreto, ponte protendida de seção simples, ponte protendida formadas por vigas de seção T, ponte protendida com tabuleiro multicelular (formada por vigas de seção caixão) e ponte protendida treliçada).

Os conceitos iniciais do programa são:

- 1 – Geração automática dos pontos de resultado, de acordo com uma malha pré-estabelecida pelo usuário; a malha simplesmente define os pontos nos quais serão apresentados resultados, não significando discretização e não tendo influência na precisão dos resultados;
- 2 – Visualização da localização das cargas automaticamente, com a finalidade de facilitar a compreensão do usuário;
- 3 – Visualização da posição dos pontos de resultados gerados;
- 4 – Visualização dos resultados na própria janela inicial, facilitando a interface com o usuário;
- 5 – Possibilidade de aplicação de cargas do Veículo Tipo automaticamente, incluindo as cargas de multidão respectivas para cada tipo de classe de carregamento;
- 6 – Visualização das cargas aplicadas com cores diferentes, para identificação das cargas de rodas e de multidão;
- 7 – Possibilidade de modificação de qualquer parâmetro das cargas do Veículo Tipo para os casos em que sejam utilizadas provas de carga com ações diferentes dos valores normalizados;
- 8 – Visualização da seção transversal deformada para qualquer seção de pontos existente;
- 9 – Número de pontos de cargas aplicadas e de leitura limitados apenas pela velocidade de cálculo do computador em questão; (um computador doméstico com processador PIV 1,7 MHZ demora aproximadamente 2 segundos para fazer os cálculos para 300 pontos de resultados e 10 pontos de carga);
- 10 – Visualização da estrutura deformada em 3 dimensões com todos os recursos de visualização OpenGL.

O programa OTB, executado em Windows XP, tem como janela inicial a seguinte:



**Figura 32** – Janela Inicial do Programa OTB

Na Figura 32 é ilustrada uma ponte de 10 metros de vão com 5 metros de largura, sendo avaliado o ponto número 12, mostrado com um círculo. Somente uma carga está sendo aplicada no centro da placa. As características da ponte podem ser vistas no GroupBox Dados, no canto superior esquerdo da janela.

O GroupBox “Resultados”, um pouco mais abaixo, mostra os resultados para o ponto em questão, tendo o valor do deslocamento do ponto selecionado destacado em verde. Acionando-se os botões com setas pode ser modificado o ponto que tem seus resultados mostrados.

O GroupBox “Cargas” mostra o número de cargas aplicadas, podendo-se alterá-las com o clicar no botão correspondente. Na ponte da figura 32 está aplicada uma carga de 100 kN, com dimensões de 20cm x 20cm, conforme o desenho. Utilizando-se o botão no qual está escrito “Tipo” pode ser aplicado o carregamento com o veículo-tipo normalizado. No GroupBox “Malha” são especificados os números de pontos na direção “x” e “y”, segundo a convenção de eixos mostrada na figura 32.

O programa permite a entrada de dados para cinco tipos diferentes de pontes (ponte mista madeira-concreto, ponte protendida de seção simples, ponte protendida formada por vigas de seção T, ponte protendida com tabuleiro multicelular e ponte protendida treliçada). Na figura 33 está ilustrada a caixa de diálogo para as pontes protendidas com tabuleiro multicelular (ou também chamado de tabuleiro formado por vigas de seção caixão).

**Ponte Seção Caixão**

Dados de Entrada:

Largura (b):	500.0
Comprimento (L):	1000.0
Altura (H):	80
Número de Vigas (nv):	16
Largura da Viga (tw):	12
Espessura da Mesa (tf):	20
Classe da Madeira:	
Tabuleiro:	Coníferas C25
Vigas:	Coníferas C25
Juntas de Topo a Cada:	4
Nível de Protensão (MPa):	0.70

OK Cancel

Figura 33 – Dados de entrada para ponte protendida com tabuleiro multicelular

**Escolha do Trem Tipo**

TIPOS 45 E 30

Classe de Carregamento: 45

x (cm)	y (cm)
Classe 45: 500	0.000000

OK

Figura 34 – Caixa de diálogo – Escolha do veículo-tipo 30, 45

Acionando-se o botão para adicionar cargas do veículo-tipo, surge a caixa de diálogo mostrada na figura 34. Para a classe 45 e 30, surge à esquerda o desenho do veículo-tipo em questão. No centro pode ser visualizado o veículo-tipo com as cargas de roda e de multidão.

Se a opção de carregamento for a classe 12 então, surge a caixa de diálogo ilustrada na figura 35.

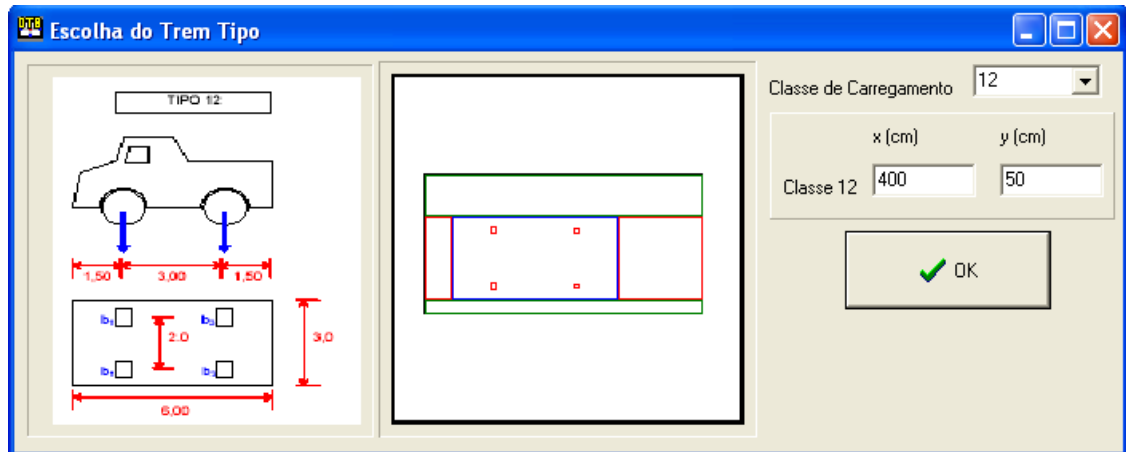


Figura 35 – Caixa de diálogo – Escolha do veículo-tipo 12

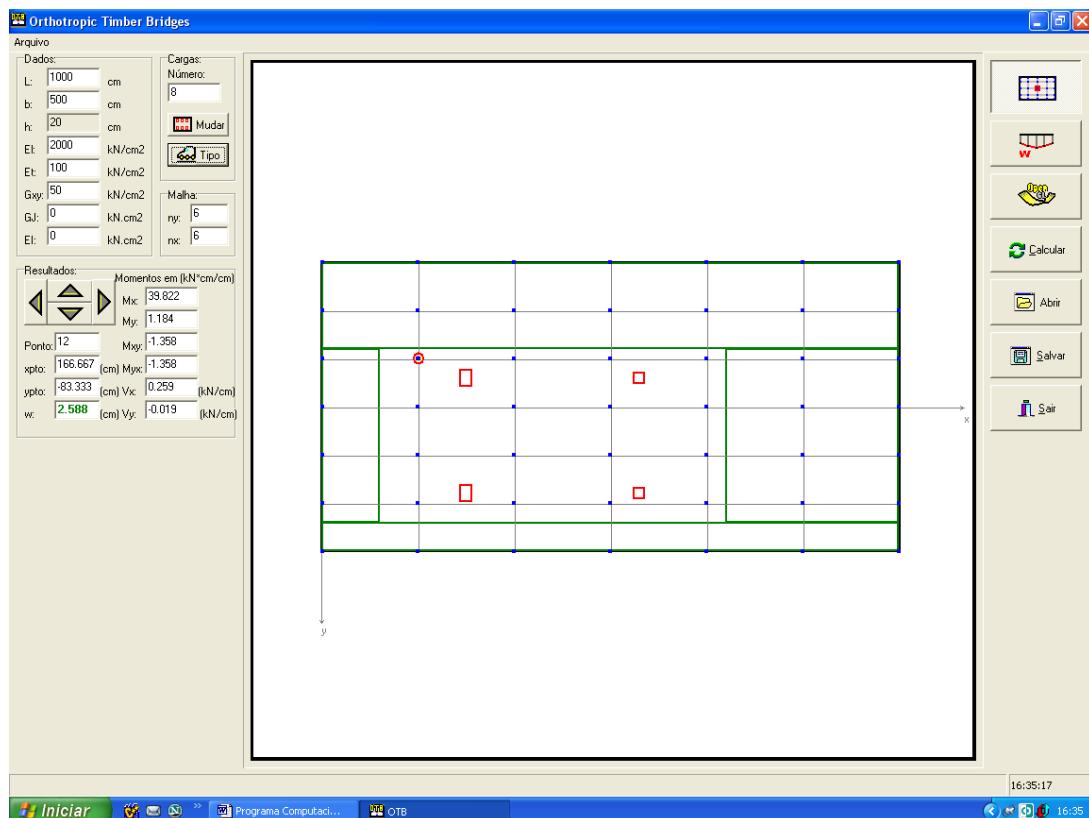
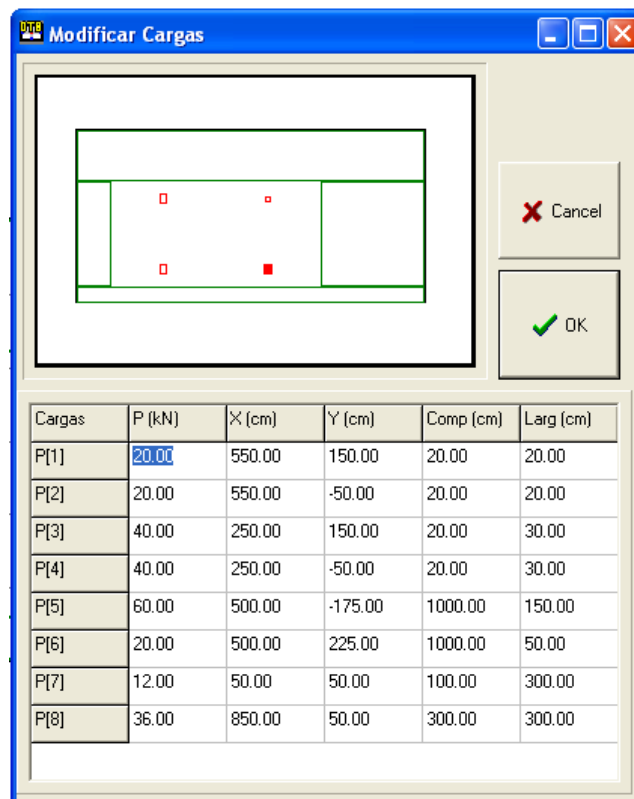


Figura 36 – Janela inicial com veículo tipo

Retornando-se a janela inicial, pode-se verificar o veículo-tipo escolhido posicionado sobre a ponte, figura 36.

Acionando-se o botão “Mudar Cargas” o usuário tem a opção de alterar a quantidade, valor, posicionamento e dimensões das cargas em função da sua necessidade, figura 37. Qualquer modificação de dimensão ou posicionamento das cargas será automaticamente vista no desenho.



*Figura 37 – Caixa de diálogo – Modificar Cargas*

O programa OTB possibilita a visualização da seção transversal da ponte deslocada. Acionando-se os botões de setas pode-se visualizar a deformada para as várias seções transversais ao longo da ponte, figura 38.

O usuário também pode observar a deformação em três dimensões da estrutura. Acionando-se o botão “OpenGL” será mostrada a superfície deformada com escala de cores, sendo que quanto mais claro o tom amarelo, maior o deslocamento vertical, figura 39. A cor azul destaca os pontos com deslocamento vertical negativo.

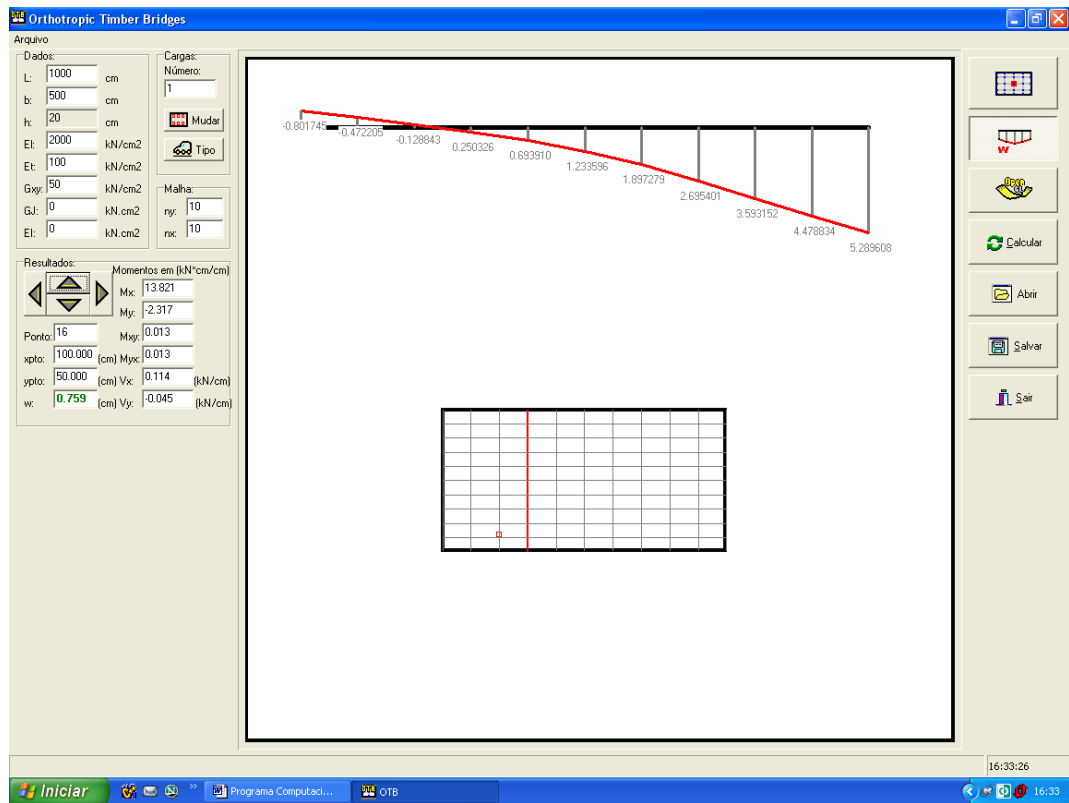


Figura 38 – Janela inicial – Seção transversal deslocada

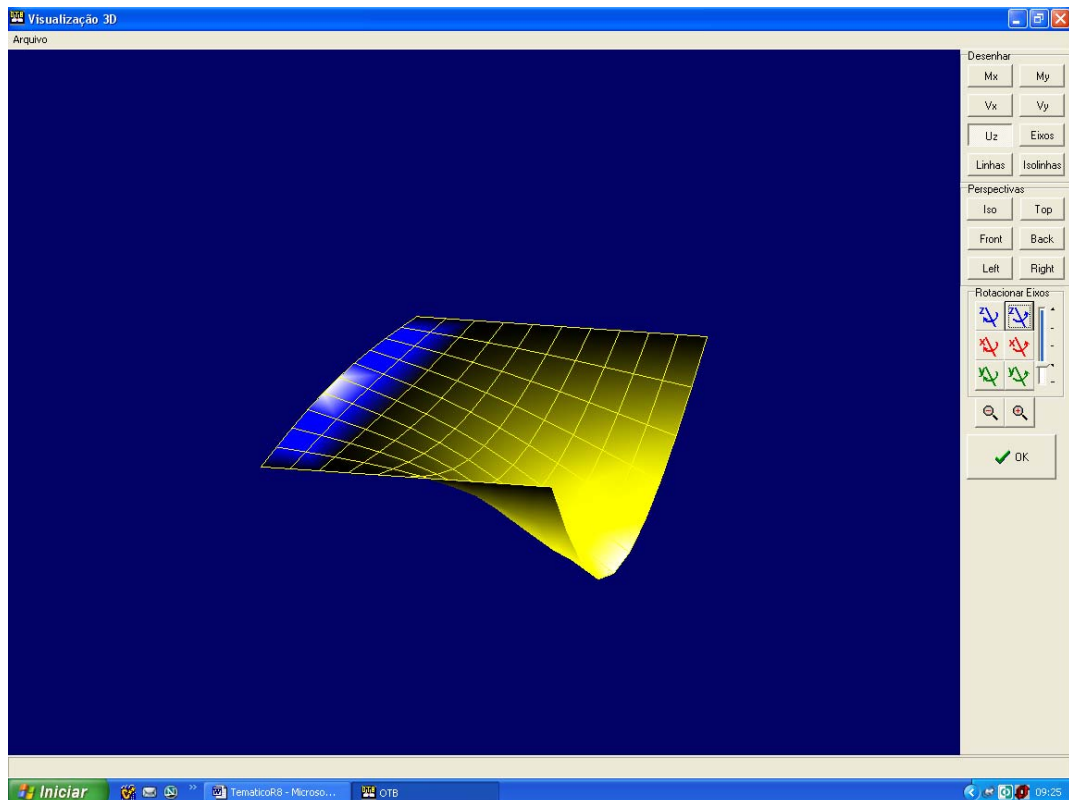


Figura 39 – Janela de Visualização 3D – Vista isométrica da deformada

### 3.1 VERIFICAÇÃO DA SOLUÇÃO POR SÉRIES

O programa OTB utiliza a solução por séries apresentada no item 2.5.1 para resolver a equação de placas ortotrópicas. Com o intuito de verificar a validade desta solução, alguns exemplos numéricos são efetuados utilizando o software comercial de elementos finitos AnSYS 5.7 e os resultados obtidos comparados com os resultados do programa OTB.

Para esta comparação numérica são utilizados elementos de casca SHELL 63 com capacidade de representar materiais com propriedades ortotrópicas.

Os parâmetros de análise são os deslocamentos verticais e as tensões normais na direção longitudinal, no centro do vão.

Para esta análise foram escolhidas duas placas ortotrópicas com relações geométricas distintas. A primeira placa possui relação  $L/b = 1$  (onde  $L$  é o comprimento e  $b$  é a largura), ou seja, uma placa quadrada. A segunda placa possui relação  $L/b = 2$ .

Esta escolha foi motivada pelo fato de grande parte das pontes protendida de madeira apresentarem geometria em planta contida neste intervalo, sendo  $L/b = 1$  o limite inferior, e  $L/b = 2$  o limite superior.

#### Placa 1 ( $L/b = 1$ )

A primeira placa possui as seguintes propriedades geométricas e de elasticidade:

$L = 600$  cm (comprimento)

$b = 600$  cm (largura)

$h = 20$  cm (espessura)

$E_x = 20000$  MPa (módulo de elasticidade longitudinal)

$E_y = 400$  MPa (módulo de elasticidade transversal – 2% de  $E_x$ )

$E_z = 1000$  MPa (5% de  $E_x$  – conforme NBR 7190)

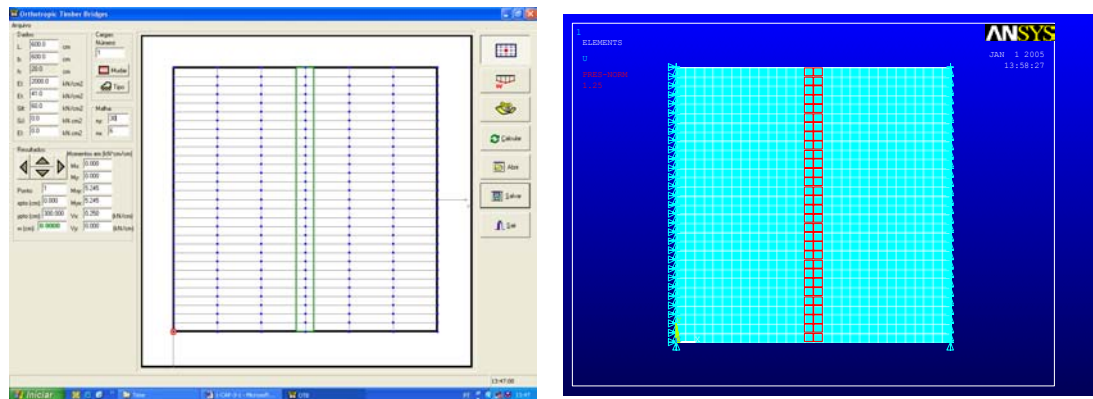
$G_{xy} = 600$  MPa (módulo de elasticidade à torção – 3% de  $E_x$ )

$G_{xz} = G_{yz} = 1000$  MPa (5% de  $E_x$  – conforme NBR 7190)

$\nu_{xy} = \nu_{xz} = \nu_{yz} = 0$

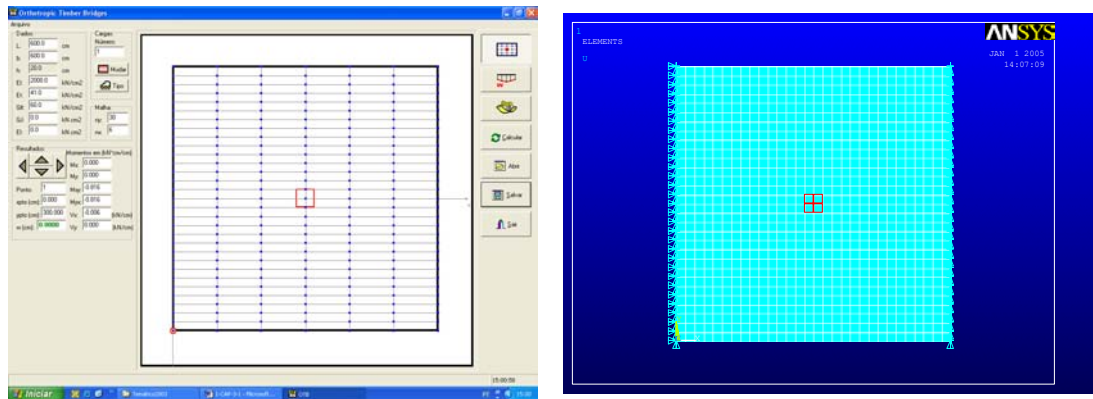
A placa foi simulada com três casos de carregamento. No primeiro caso, foi carregada com carga uniforme distribuída no centro do vão, ao longo de toda a largura, como ilustra a figura 40. A carga total foi de 300 kN com uma área de 40 x 600 cm, formando uma pressão de 125 kN/m<sup>2</sup>.





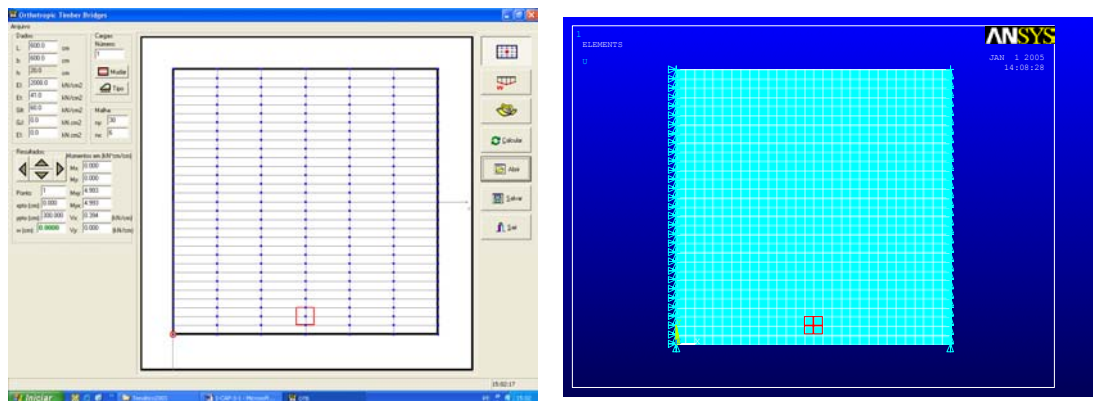
**Figura 40** – Placa 1 carregada com carga uniforme distribuída

No segundo caso de carregamento, a placa foi solicitada por uma carga de 100 kN distribuída em uma área de 40 x 40 cm ( $625 \text{ kN/m}^2$ ) no centro geométrico da mesma (figura 41).



**Figura 41** – Placa 1 carregada com carga distribuída no centro

E no terceiro caso de carregamento a placa foi solicitada pela mesma carga de 100 kN distribuída em uma área de 40 x 40 cm, mas deslocada para uma borda (figura 42).



**Figura 42** – Placa 1 carregada com carga distribuída na borda

**Placa 2 ( $L/b = 2$ )**

A segunda placa possui as seguintes propriedades geométricas e de elasticidade:

$L = 1200$  cm (comprimento)

$b = 600$  cm (largura)

$h = 40$  cm (espessura)

$E_x = 20000$  MPa (módulo de elasticidade na direção x)

$E_y = 400$  MPa (módulo de elasticidade na direção y – 2% de  $E_x$ )

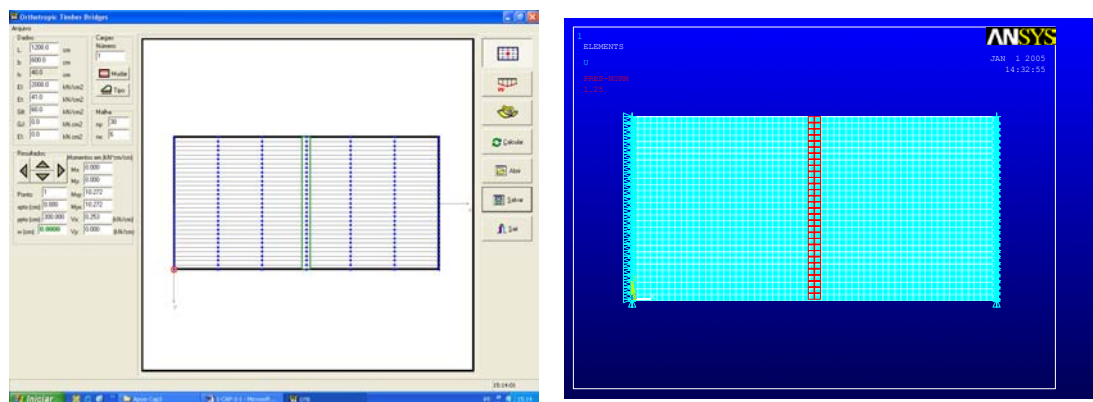
$E_z = 1000$  MPa (5% de  $E_x$  – conforme NBR 7190)

$G_{xy} = 600$  MPa (módulo de elasticidade transversal no plano xy – 3% de  $E_x$ )

$G_{xz} = G_{yz} = 1000$  MPa (5% de  $E_x$  – conforme NBR 7190)

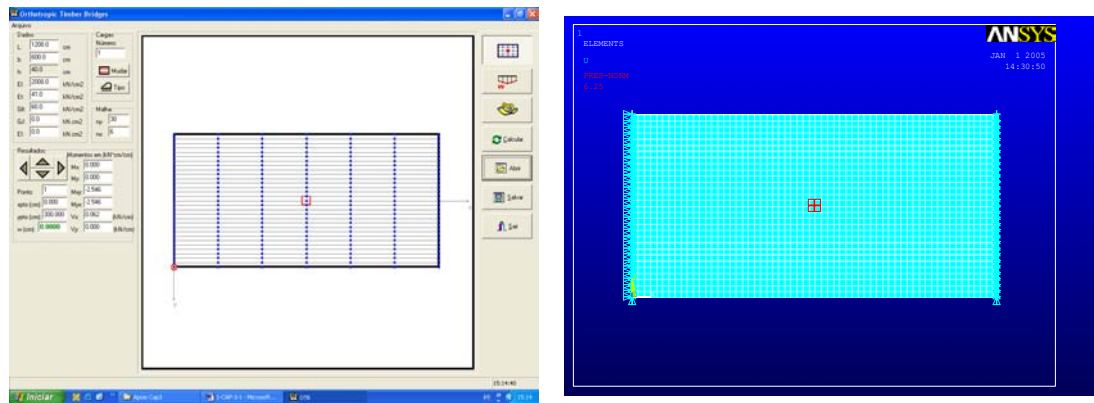
$\nu_{xy} = \nu_{xz} = \nu_{yz} = 0$

Da mesma forma que a primeira, a placa foi simulada com três casos de carregamento. No primeiro caso, foi carregada com carga uniforme distribuída no centro do vão, ao longo de toda a largura, como ilustra a figura 43. A carga total foi de 300 kN com uma área de 40 x 600 cm, formando uma pressão de 125 kN/m<sup>2</sup>.



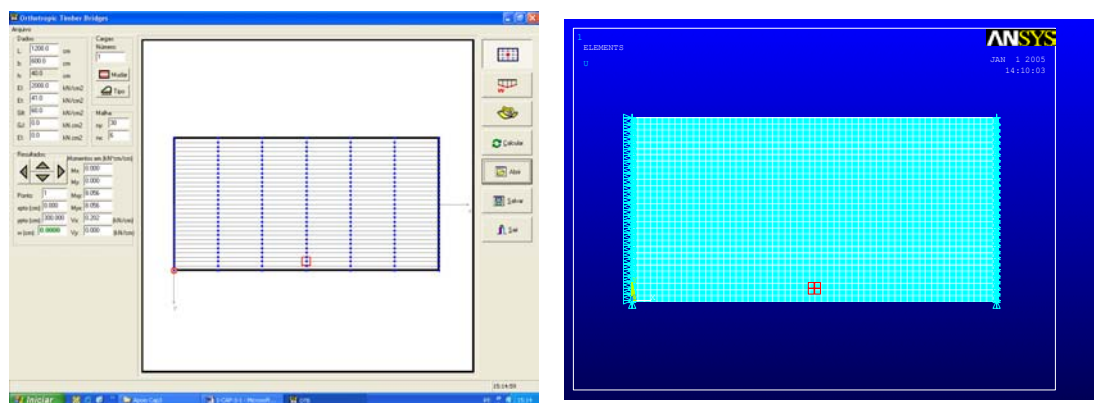
**Figura 43** – Placa 2 carregada com carga uniforme distribuída

No segundo caso de carregamento a placa foi solicitada por uma carga de 100 kN distribuída em uma área de 40 x 40 cm (625 kN/m<sup>2</sup>) no centro geométrico da mesma (figura 44).



**Figura 44** – Placa 2 carregada com carga distribuída no centro

E no terceiro caso de carregamento a placa foi solicitada pela mesma carga de 100 kN distribuída em uma área de 40 x 40 cm ( $625 \text{ kN/m}^2$ ), mas deslocada para uma borda (figura 45).



**Figura 45** – Placa 2 carregada com carga distribuída na borda

## Resultados

As tabelas 4, 5, 6, 7, 8 e 9 apresentam os resultados obtidos das simulações realizadas nas placas descritas acima. Também são apresentados, para cada simulação, os diagramas de flecha e tensões normais da seção transversal no centro do vão (figuras 46, 47, 48, 49, 50, e 51).

Tabela 4 – Resultados da placa 1 carregada com carga uniforme distribuída

Posição (cm)	Flecha			Tensão Normal		
	OTB (cm)	AnSYS (cm)	Diferença (%)	OTB (MPa)	AnSYS (MPa)	Diferença (%)
0	-1,684	-1,687	-0,16	-10,884	-10,973	-0,81
20	-1,684	-1,685	-0,07	-10,884	-10,897	-0,12
40	-1,684	-1,684	-0,01	-10,884	-10,902	-0,17
60	-1,684	-1,683	0,03	-10,884	-10,905	-0,19
80	-1,684	-1,683	0,05	-10,884	-10,905	-0,19
100	-1,684	-1,683	0,07	-10,884	-10,905	-0,19
120	-1,684	-1,683	0,07	-10,884	-10,905	-0,19
140	-1,684	-1,683	0,08	-10,884	-10,905	-0,19
160	-1,684	-1,683	0,08	-10,884	-10,905	-0,19
180	-1,684	-1,683	0,08	-10,884	-10,905	-0,19
200	-1,684	-1,683	0,08	-10,884	-10,905	-0,19
220	-1,684	-1,683	0,07	-10,884	-10,905	-0,19
240	-1,684	-1,683	0,07	-10,884	-10,905	-0,19
260	-1,684	-1,683	0,07	-10,884	-10,905	-0,19
280	-1,684	-1,683	0,07	-10,884	-10,905	-0,20
300	-1,684	-1,683	0,07	-10,884	-10,905	-0,20
320	-1,684	-1,683	0,07	-10,884	-10,905	-0,20
340	-1,684	-1,683	0,07	-10,884	-10,905	-0,19
360	-1,684	-1,683	0,07	-10,884	-10,905	-0,19
380	-1,684	-1,683	0,07	-10,884	-10,905	-0,19
400	-1,684	-1,683	0,08	-10,884	-10,905	-0,19
420	-1,684	-1,683	0,08	-10,884	-10,905	-0,19
440	-1,684	-1,683	0,08	-10,884	-10,905	-0,19
460	-1,684	-1,683	0,08	-10,884	-10,905	-0,19
480	-1,684	-1,683	0,07	-10,884	-10,905	-0,19
500	-1,684	-1,683	0,07	-10,884	-10,905	-0,19
520	-1,684	-1,683	0,05	-10,884	-10,905	-0,19
540	-1,684	-1,683	0,03	-10,884	-10,905	-0,19
560	-1,684	-1,684	-0,01	-10,884	-10,905	-0,17
580	-1,684	-1,685	-0,07	-10,884	-10,905	-0,12
600	-1,684	-1,687	-0,16	-10,884	-10,905	-0,81

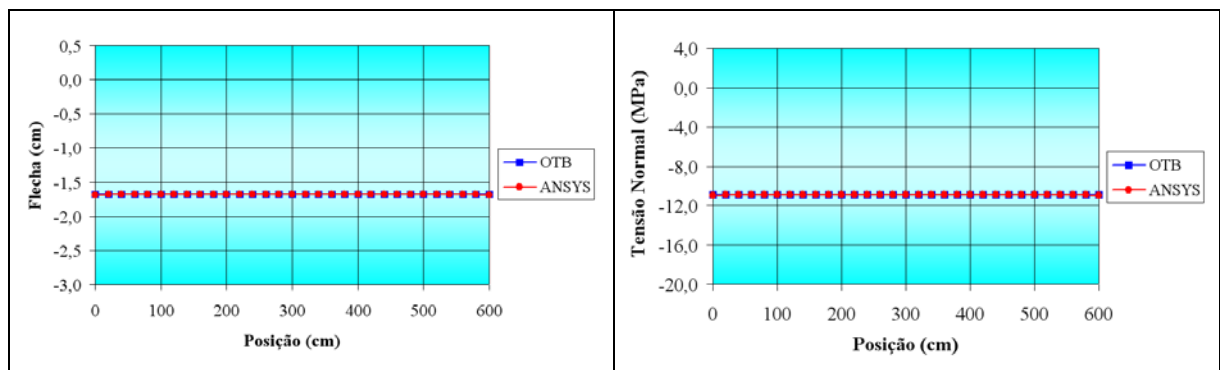


Figura 46 – Placa 1 carregada com carga uniforme distribuída

Tabela 5 – Resultados da placa 1 carregada com carga distribuída no centro

Posição (cm)	Flecha			Tensão Normal		
	OTB (cm)	AnSYS (cm)	Diferença (%)	OTB (MPa)	AnSYS (MPa)	Diferença (%)
0	0,031	0,033	-6,01	0,171	0,183	-6,43
20	-0,008	-0,007	9,46	-0,045	-0,039	13,87
40	-0,050	-0,051	-1,18	-0,275	-0,275	0,04
60	-0,097	-0,099	-1,92	-0,533	-0,538	-0,89
80	-0,153	-0,156	-1,93	-0,835	-0,844	-1,04
100	-0,219	-0,223	-1,84	-1,194	-1,206	-0,95
120	-0,298	-0,302	-1,59	-1,624	-1,637	-0,77
140	-0,392	-0,397	-1,34	-2,135	-2,147	-0,55
160	-0,502	-0,508	-1,04	-2,739	-2,749	-0,35
180	-0,629	-0,634	-0,76	-3,448	-3,454	-0,19
200	-0,772	-0,775	-0,46	-4,279	-4,282	-0,06
220	-0,926	-0,927	-0,17	-5,269	-5,267	0,04
240	-1,084	-1,083	0,10	-6,500	-6,517	-0,27
260	-1,236	-1,230	0,52	-8,186	-8,360	-2,09
280	-1,360	-1,344	1,22	-11,008	-11,040	-0,29
300	-1,412	-1,389	1,67	-12,834	-12,588	1,96
320	-1,360	-1,344	1,22	-11,008	-11,040	-0,29
340	-1,236	-1,230	0,52	-8,186	-8,360	-2,09
360	-1,084	-1,083	0,14	-6,500	-6,517	-0,27
380	-0,926	-0,927	-0,17	-5,269	-5,267	0,04
400	-0,772	-0,775	-0,46	-4,279	-4,282	-0,06
420	-0,629	-0,634	-0,76	-3,448	-3,454	-0,19
440	-0,502	-0,508	-1,04	-2,739	-2,749	-0,35
460	-0,392	-0,397	-1,34	-2,135	-2,147	-0,55
480	-0,298	-0,302	-1,59	-1,624	-1,637	-0,77
500	-0,219	-0,223	-1,84	-1,194	-1,206	-0,95
520	-0,153	-0,156	-1,93	-0,835	-0,844	-1,04
540	-0,097	-0,099	-1,92	-0,533	-0,538	-0,89
560	-0,050	-0,051	-1,18	-0,275	-0,275	0,04
580	-0,008	-0,007	9,46	-0,045	-0,039	13,87
600	0,031	0,033	-6,01	0,171	0,183	-6,43

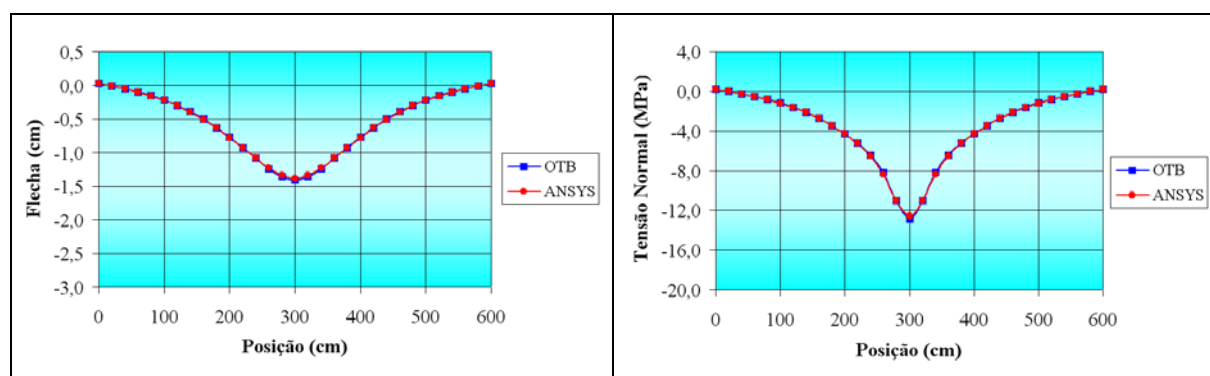


Figura 47 – Placa 1 carregada com carga distribuída no centro

Tabela 6 – Resultados da placa 1 carregada com carga distribuída na borda

Posição (cm)	Flecha			Tensão Normal		
	OTB (cm)	AnSYS (cm)	Diferença (%)	OTB (MPa)	AnSYS (MPa)	Diferença (%)
0	0,005	0,006	-5,45	0,029	0,030	-5,22
20	0,007	0,007	-6,34	0,038	0,040	-5,76
40	0,009	0,009	-5,70	0,047	0,050	-6,02
60	0,010	0,011	-6,47	0,057	0,061	-6,20
80	0,013	0,013	-5,80	0,068	0,073	-6,22
100	0,015	0,016	-6,05	0,080	0,085	-6,25
120	0,017	0,018	-6,13	0,092	0,098	-6,33
140	0,019	0,020	-5,84	0,102	0,109	-6,46
160	0,020	0,021	-6,07	0,110	0,118	-6,72
180	0,021	0,022	-6,24	0,113	0,122	-7,25
200	0,020	0,021	-6,22	0,107	0,117	-8,07
220	0,016	0,017	-7,47	0,088	0,098	-9,98
240	0,009	-0,010	-188,35	0,050	0,060	-16,54
260	-0,003	-0,002	48,94	-0,015	-0,006	173,70
280	-0,021	-0,021	2,25	-0,118	-0,109	8,31
300	-0,049	-0,049	-0,12	-0,269	-0,261	3,02
320	-0,088	-0,089	-0,79	-0,483	-0,477	1,38
340	-0,142	-0,144	-1,04	-0,778	-0,772	0,70
360	-0,214	-0,217	-1,06	-1,171	-1,166	0,41
380	-0,308	-0,311	-1,00	-1,683	-1,678	0,30
400	-0,428	-0,432	-0,90	-2,336	-2,330	0,27
420	-0,578	-0,583	-0,75	-3,155	-3,146	0,28
440	-0,762	-0,766	-0,60	-4,170	-4,158	0,29
460	-0,981	-0,985	-0,44	-5,420	-5,404	0,29
480	-1,237	-1,240	-0,28	-6,967	-6,947	0,29
500	-1,527	-1,529	-0,12	-8,926	-8,927	-0,01
520	-1,846	-1,844	0,10	-11,553	-11,716	-1,39
540	-2,176	-2,166	0,47	-15,582	-15,622	-0,26
560	-2,479	-2,463	0,62	-18,949	-18,778	0,91
580	-2,724	-2,717	0,26	-19,051	-19,271	-1,14
600	-2,938	-2,942	-0,12	-18,345	-18,734	-2,08

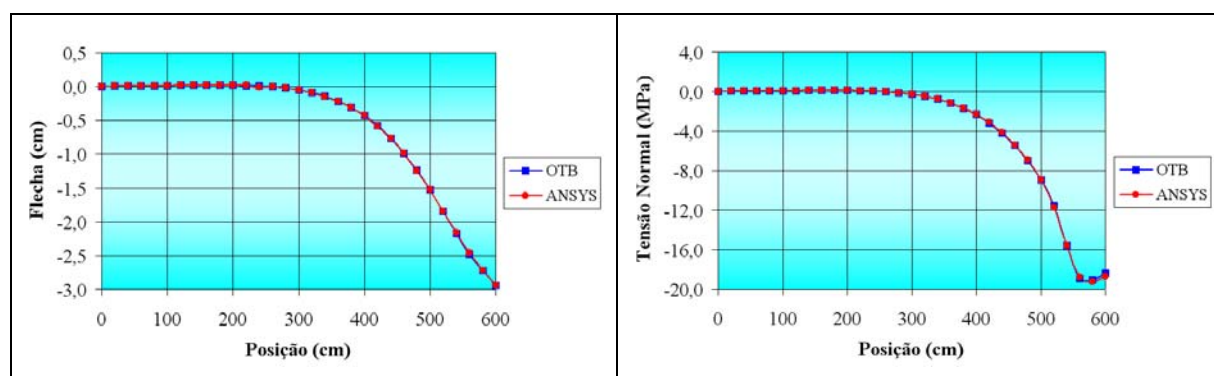


Figura 48 – Placa 1 carregada com carga distribuída na borda

Tabela 7 – Resultados da placa 2 carregada com carga uniforme distribuída

Posição (cm)	Flecha			Tensão Normal		
	OTB (cm)	AnSYS (cm)	Diferença (%)	OTB (MPa)	AnSYS (MPa)	Diferença (%)
0	-1,687	-1,687	-0,04	-5,519	-5,556	-0,66
20	-1,687	-1,687	-0,02	-5,519	-5,537	-0,32
40	-1,687	-1,687	-0,01	-5,519	-5,538	-0,34
60	-1,687	-1,687	0,00	-5,519	-5,539	-0,36
80	-1,687	-1,687	0,01	-5,519	-5,539	-0,36
100	-1,687	-1,686	0,01	-5,519	-5,539	-0,36
120	-1,687	-1,686	0,02	-5,519	-5,539	-0,36
140	-1,687	-1,686	0,02	-5,519	-5,539	-0,36
160	-1,687	-1,686	0,02	-5,519	-5,539	-0,36
180	-1,687	-1,686	0,02	-5,519	-5,539	-0,36
200	-1,687	-1,686	0,02	-5,519	-5,539	-0,36
220	-1,687	-1,686	0,03	-5,519	-5,539	-0,36
240	-1,687	-1,686	0,03	-5,519	-5,539	-0,36
260	-1,687	-1,686	0,03	-5,519	-5,539	-0,36
280	-1,687	-1,686	0,03	-5,519	-5,539	-0,35
300	-1,687	-1,686	0,03	-5,519	-5,539	-0,35
320	-1,687	-1,686	0,03	-5,519	-5,539	-0,35
340	-1,687	-1,686	0,03	-5,519	-5,539	-0,36
360	-1,687	-1,686	0,03	-5,519	-5,539	-0,36
380	-1,687	-1,686	0,03	-5,519	-5,539	-0,36
400	-1,687	-1,686	0,02	-5,519	-5,539	-0,36
420	-1,687	-1,686	0,02	-5,519	-5,539	-0,36
440	-1,687	-1,686	0,02	-5,519	-5,539	-0,36
460	-1,687	-1,686	0,02	-5,519	-5,539	-0,36
480	-1,687	-1,686	0,02	-5,519	-5,539	-0,36
500	-1,687	-1,686	0,01	-5,519	-5,539	-0,36
520	-1,687	-1,687	0,01	-5,519	-5,539	-0,36
540	-1,687	-1,687	0,00	-5,519	-5,539	-0,36
560	-1,687	-1,687	-0,01	-5,519	-5,538	-0,34
580	-1,687	-1,687	-0,02	-5,519	-5,537	-0,32
600	-1,687	-1,687	-0,04	-5,519	-5,556	-0,66

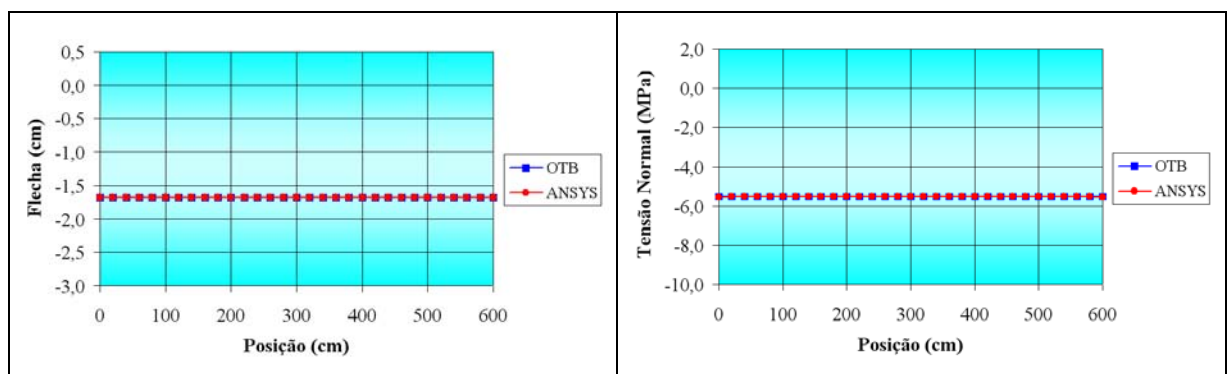


Figura 49 – Placa 2 carregada com carga uniforme distribuída

Tabela 8 – Resultados da placa 2 carregada com carga distribuída no centro

Posição (cm)	Flecha			Tensão Normal		
	OTB (cm)	AnSYS (cm)	Diferença (%)	OTB (MPa)	AnSYS (MPa)	Diferença (%)
0	-0,312	-0,313	-0,32	-0,845	-0,847	-0,17
20	-0,343	-0,344	-0,28	-0,931	-0,933	-0,16
40	-0,374	-0,375	-0,26	-1,018	-1,020	-0,14
60	-0,406	-0,407	-0,23	-1,109	-1,110	-0,13
80	-0,439	-0,440	-0,20	-1,204	-1,205	-0,11
100	-0,473	-0,474	-0,18	-1,305	-1,307	-0,10
120	-0,508	-0,509	-0,14	-1,415	-1,416	-0,09
140	-0,545	-0,545	-0,10	-1,535	-1,537	-0,08
160	-0,581	-0,582	-0,08	-1,670	-1,671	-0,07
180	-0,619	-0,619	-0,03	-1,823	-1,824	-0,07
200	-0,656	-0,655	0,01	-2,002	-2,003	-0,06
220	-0,691	-0,691	0,05	-2,219	-2,220	-0,02
240	-0,724	-0,723	0,11	-2,499	-2,505	-0,23
260	-0,753	-0,751	0,19	-2,898	-2,943	-1,52
280	-0,774	-0,771	0,34	-3,553	-3,598	-1,26
300	-0,782	-0,779	0,45	-3,967	-3,980	-0,32
320	-0,774	-0,771	0,34	-3,553	-3,598	-1,26
340	-0,753	-0,751	0,19	-2,898	-2,943	-1,52
360	-0,724	-0,723	0,11	-2,499	-2,505	-0,23
380	-0,691	-0,691	0,05	-2,219	-2,220	-0,02
400	-0,656	-0,655	0,02	-2,002	-2,003	-0,06
420	-0,619	-0,619	-0,03	-1,823	-1,824	-0,07
440	-0,581	-0,582	-0,08	-1,670	-1,671	-0,07
460	-0,545	-0,545	-0,10	-1,535	-1,537	-0,08
480	-0,508	-0,509	-0,14	-1,415	-1,416	-0,09
500	-0,473	-0,474	-0,18	-1,305	-1,307	-0,10
520	-0,439	-0,440	-0,20	-1,204	-1,205	-0,11
540	-0,406	-0,407	-0,23	-1,109	-1,110	-0,13
560	-0,374	-0,375	-0,26	-1,018	-1,020	-0,14
580	-0,343	-0,344	-0,28	-0,931	-0,933	-0,16
600	-0,312	-0,313	-0,32	-0,845	-0,847	-0,17

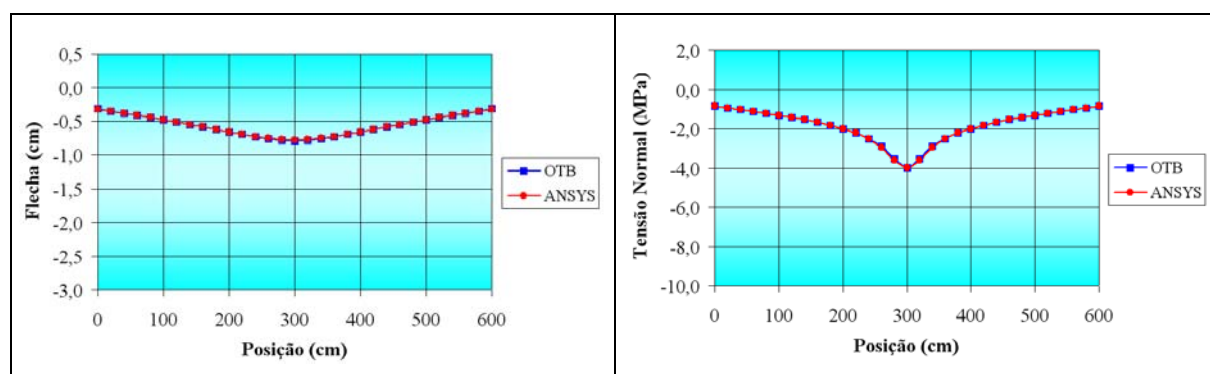


Figura 50 – Placa 2 carregada com carga distribuída no centro



Tabela 9 – Resultados da placa 2 carregada com carga distribuída na borda

Posição (cm)	Flecha			Tensão Normal		
	OTB (cm)	AnSYS (cm)	Diferença (%)	OTB (MPa)	AnSYS (MPa)	Diferença (%)
0	0,064	0,066	-1,68	0,177	0,179	-1,63
20	0,048	0,049	-1,93	0,131	0,134	-1,98
40	0,031	0,032	-2,52	0,085	0,087	-2,76
60	0,014	0,014	-4,26	0,037	0,039	-5,50
80	-0,005	-0,004	12,90	-0,013	-0,011	16,92
100	-0,025	-0,024	1,79	-0,067	-0,065	2,66
120	-0,046	-0,045	0,66	-0,125	-0,123	1,23
140	-0,069	-0,069	0,29	-0,188	-0,187	0,73
160	-0,094	-0,094	0,00	-0,258	-0,256	0,47
180	-0,123	-0,123	0,00	-0,335	-0,334	0,33
200	-0,154	-0,154	-0,13	-0,420	-0,419	0,25
220	-0,189	-0,189	-0,11	-0,515	-0,514	0,20
240	-0,228	-0,228	-0,13	-0,621	-0,620	0,17
260	-0,271	-0,272	-0,15	-0,739	-0,738	0,15
280	-0,320	-0,320	-0,15	-0,870	-0,869	0,14
300	-0,373	-0,374	-0,16	-1,016	-1,015	0,13
320	-0,432	-0,433	-0,14	-1,179	-1,177	0,13
340	-0,497	-0,498	-0,14	-1,359	-1,358	0,13
360	-0,568	-0,569	-0,11	-1,561	-1,559	0,13
380	-0,646	-0,646	-0,09	-1,785	-1,783	0,14
400	-0,730	-0,731	-0,08	-2,037	-2,035	0,14
420	-0,821	-0,821	-0,06	-2,322	-2,315	0,29
440	-0,918	-0,919	-0,04	-2,645	-2,642	0,13
460	-1,022	-1,023	-0,03	-3,019	-3,015	0,13
480	-1,133	-1,133	0,00	-3,461	-3,456	0,14
500	-1,248	-1,248	0,02	-4,001	-4,001	-0,01
520	-1,367	-1,366	0,06	-4,705	-4,746	-0,86
540	-1,488	-1,486	0,13	-5,723	-5,769	-0,80
560	-1,606	-1,603	0,16	-6,576	-6,607	-0,46
580	-1,716	-1,714	0,10	-6,689	-6,781	-1,35
600	-1,822	-1,821	0,02	-6,602	-6,699	-1,45

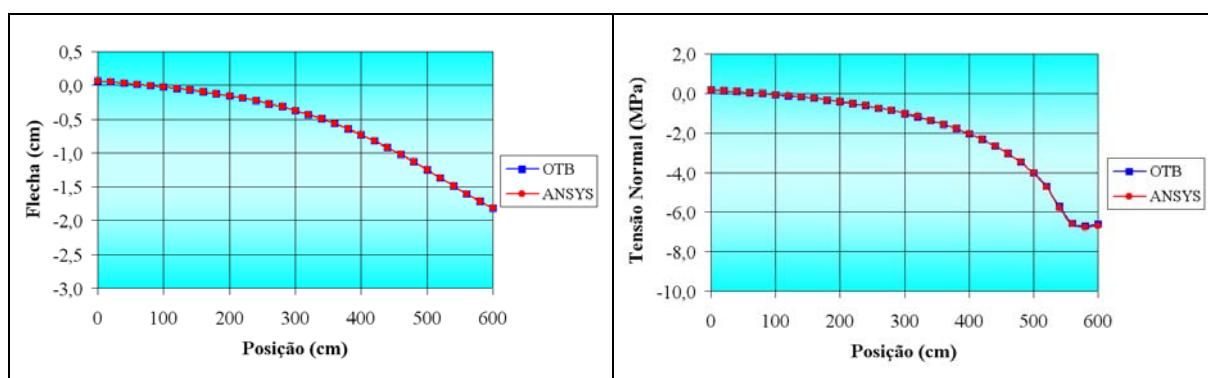


Figura 51 – Placa 2 carregada com carga distribuída na borda

Observando os resultados obtidos, pode-se afirmar que o programa OTB proporciona resposta similar à do AnSYS (elementos finitos).

Em todos os casos estudados foram observadas diferenças mínimas entre as respostas dos dois métodos, comprovando a eficiência da teoria empregada. Desta forma fica constatada a validade da solução de placas ortotrópicas por séries utilizada no programa OTB.

O programa OTB demonstrou ser uma ferramenta útil, de fácil utilização e com interface amigável, para a análise de placas ortotrópicas bi-apoiadas.

## **4. AVALIAÇÃO DOS MODELOS NUMÉRICOS EM MEF APLICADOS À ANÁLISE ESTRUTURAL DE PONTES PROTENDIDAS**

---

Na atualidade, o método numérico mais utilizado para a análise de estruturas é, sem dúvida, o Método dos Elementos Finitos (MEF). Existem diversos softwares disponíveis para a simulação de estruturas. Entretanto, é imprescindível que o engenheiro compreenda as características do método, atentando para as diferentes possibilidades de simulação e ocorrência de erros.

Os erros podem ser minimizados principalmente pela escolha adequada dos elementos finitos, de acordo com o comportamento esperado da estrutura, da discretização adequada do modelo e da aplicação correta das condições de contorno do sistema.

Com o intuito de verificar a validade dos modelos em MEF aplicados neste trabalho, alguns exemplos numéricos são efetuados utilizando o software ANSYS 5.7. Os parâmetros de análise são os deslocamentos máximos e as tensões normais máximas.

Foram escolhidos para as análises dois tipos de elementos finitos disponíveis no ANSYS 5.7: o elemento SHELL 63 e o elemento SOLID 64. O elemento SHELL possui 4 nós e 6 graus de liberdade por nó (três translações nodais e três rotações nodais em relação ao eixo global cartesiano), já o elemento SOLID possui 8 nós e 3 graus de liberdade por nó (três translações em relação ao eixo global cartesiano).

Inicialmente, são avaliados os modelos para as nervuras, independentemente das mesas superior e inferior. Desta forma, são realizados estudos em vigas simplesmente apoiadas solicitadas por cargas concentradas e distribuídas.

Em seguida, são avaliados os modelos para uma porção singular do tabuleiro, formada por vigas de seção caixão.

Por fim, é avaliada a sensibilidade do modelo frente a variações nas propriedades elásticas dos materiais.

## 4.1 AVALIAÇÃO DO MODELO PARA A NERVURA

Para esta avaliação foram escolhidas duas vigas bi-apoiadas com relação L/h de 15 e 20 respectivamente. Entende-se que as nervuras de grande parte das pontes protendidas com seção multicelular apresentam relações L/h contidas neste intervalo.

Cada viga é simulada com carregamento concentrado no centro do vão, e também com carga distribuída uniforme em todo o comprimento.

Em todos os modelos a vinculação foi realizada por meio de restrições nas translações para os nós das extremidades inferiores. Para um apoio foram restritas as translações em x, y e z, enquanto que no outro foram restritas somente as translações y e z. (o eixo x indica a direção longitudinal e o z indica a direção do carregamento).

A seguir são listadas as propriedades geométricas e de elasticidade usadas nas simulações, e também o valor do carregamento:

### Viga 1

L = 600 cm (comprimento e vão)

b = 10 cm (largura)

h = 30 cm (altura)

E = 10723 MPa (módulo de elasticidade)

$\nu = 0,3$

Carga concentrada: 10 kN

Carga distribuída: 1,667 kN/m

### Viga 2

L = 600 cm (comprimento e vão)

b = 10 cm (largura)

h = 40 cm (altura)

E = 10723 MPa (módulo de elasticidade)

$\nu = 0,3$

Carga concentrada: 20 kN

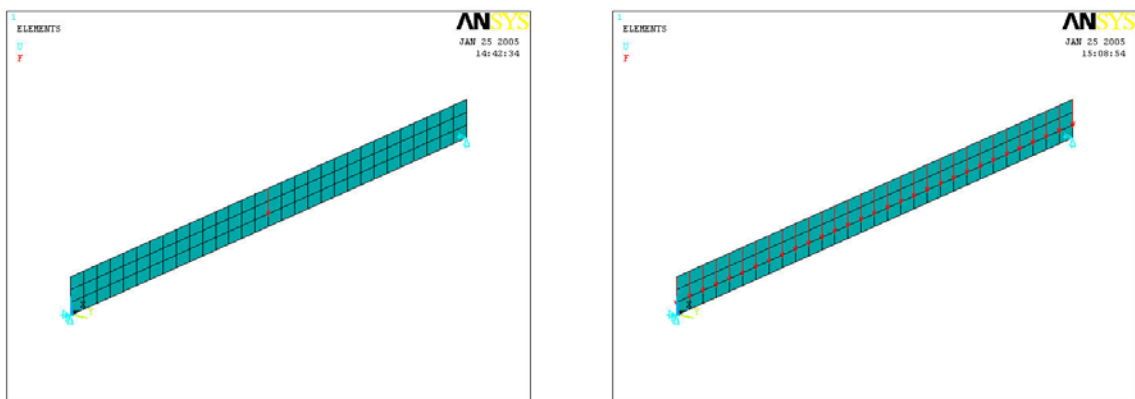
Carga distribuída: 3,333 kN/m

As vigas foram simuladas de 4 diferentes formas (modelos) e os valores comparados com os resultados do método analítico (teoria de vigas).

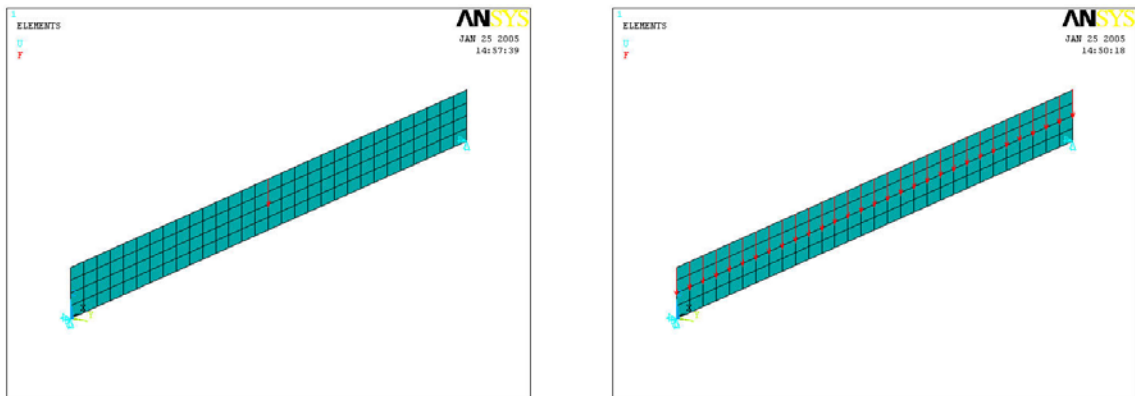
**Modelo 01 – SHELL 63**

As duas vigas são simuladas por elementos discretos SHELL 63 com 10 cm de altura e 20 cm de comprimento. Perfazendo um total de 90 elementos para a viga 1 e 120 elementos para a viga 2. Nos dois casos, o carregamento é aplicado como carga concentrada nos nós.

As figuras 52 e 53 mostram a discretização, o carregamento e as vinculações para as vigas 1 e 2, respectivamente.



*Figura 52 – Viga 1 discretizada conforme Modelo 01 (VS01 e VS02)*

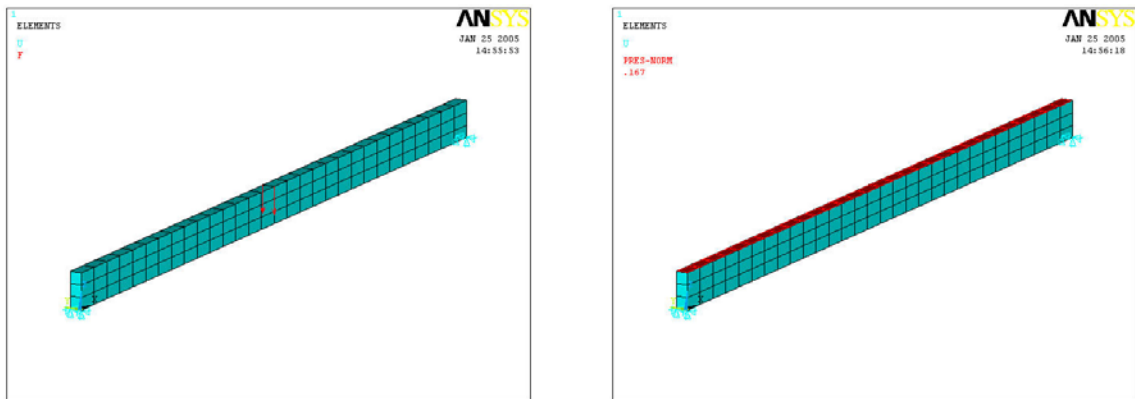


*Figura 53 – Viga 2 discretizada conforme Modelo 01 (VS9 e VS10)*

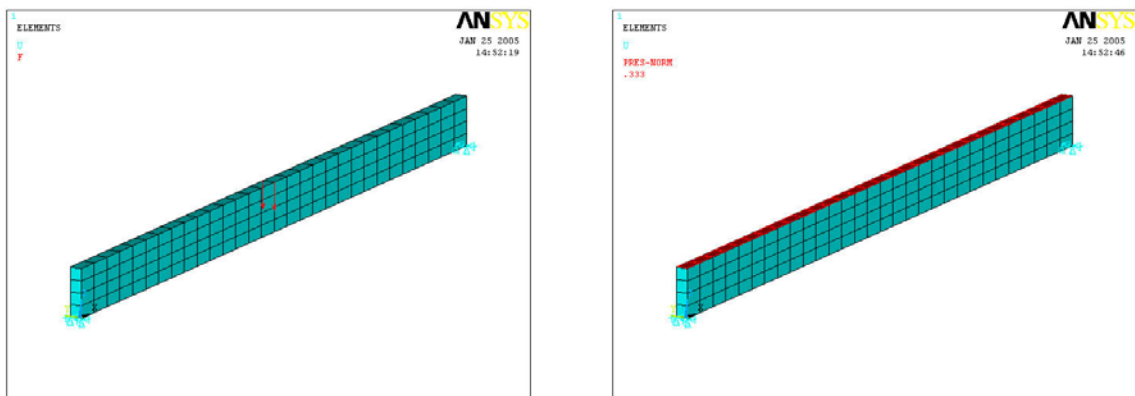
**Modelo 02 – SOLID 64**

As vigas são simuladas por elementos discretos SOLID 64 com 10 cm de altura, 10 cm de largura e 20 cm de comprimento. Perfazendo um total de 90 elementos para a viga 1 e 120 elementos para a viga 2. Nas simulações com carga concentrada no centro do vão, os modelos foram carregados por cargas concentradas nos nós, já no caso da carga distribuída, os modelos foram carregados com pressão na superfície superior do modelo.

As figuras 54 e 55 mostram a discretização, o carregamento e as vinculações para as vigas 1 e 2, respectivamente.



*Figura 54 – Viga 1 discretizada conforme Modelo 02 (VS05 e VS06)*

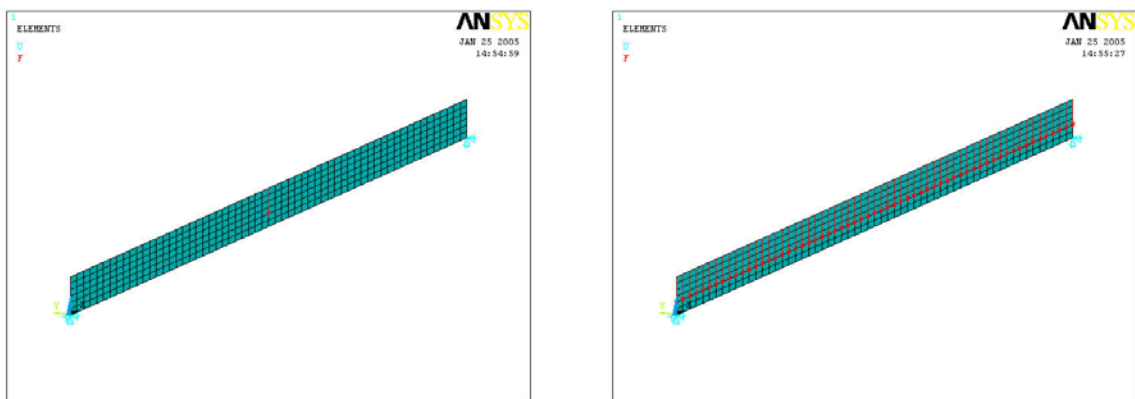


*Figura 55 – Viga 2 discretizada conforme Modelo 02 (VS13 e VS14)*

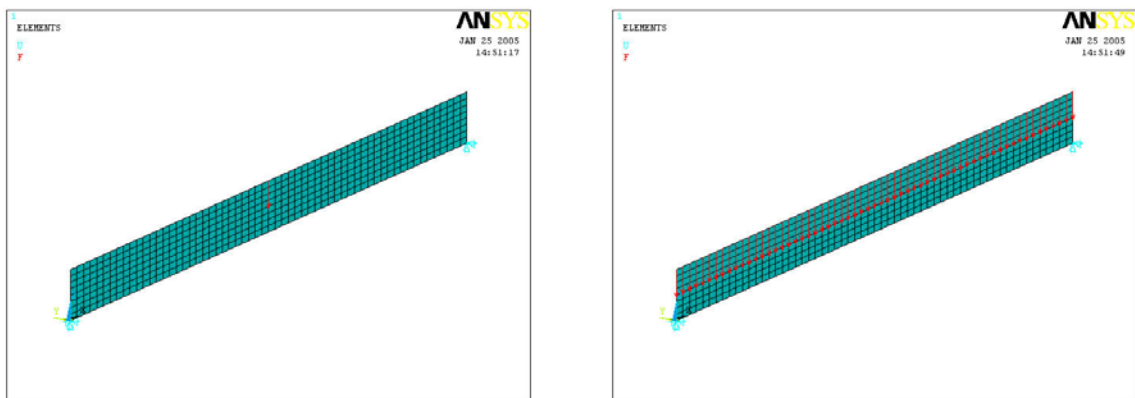
**Modelo 03 – SHELL 63 refinado**

As duas vigas são simuladas por elementos discretos SHELL 63 com 5 cm de altura e 10 cm de comprimento. Perfazendo um total de 360 elementos para a viga 1 e 480 elementos para a viga 2. Nos dois casos, o carregamento é aplicado como carga concentrada nos nós.

As figuras 56 e 57 mostram a discretização, o carregamento e as vinculações para as vigas 1 e 2, respectivamente.



*Figura 56 – Viga 1 discretizada conforme Modelo 03 (VS03 e VS04)*

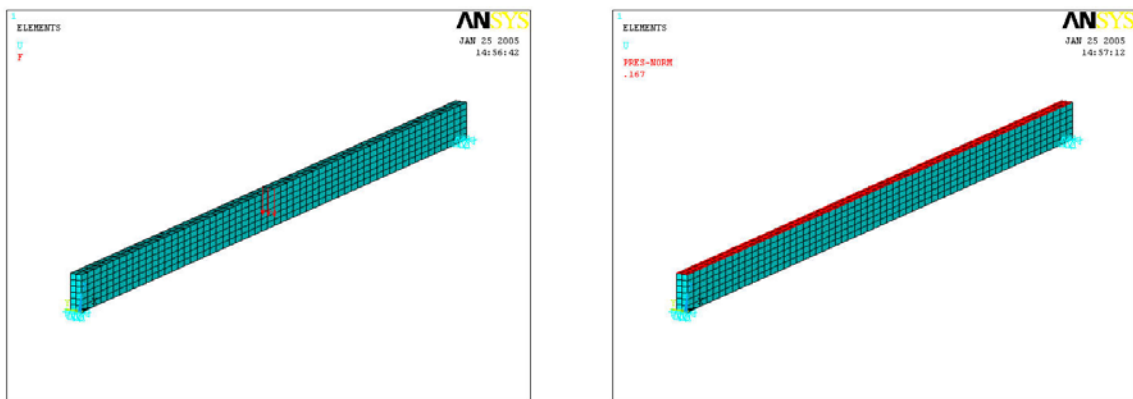


*Figura 57 – Viga 2 discretizada conforme Modelo 03 (VS11 e VS12)*

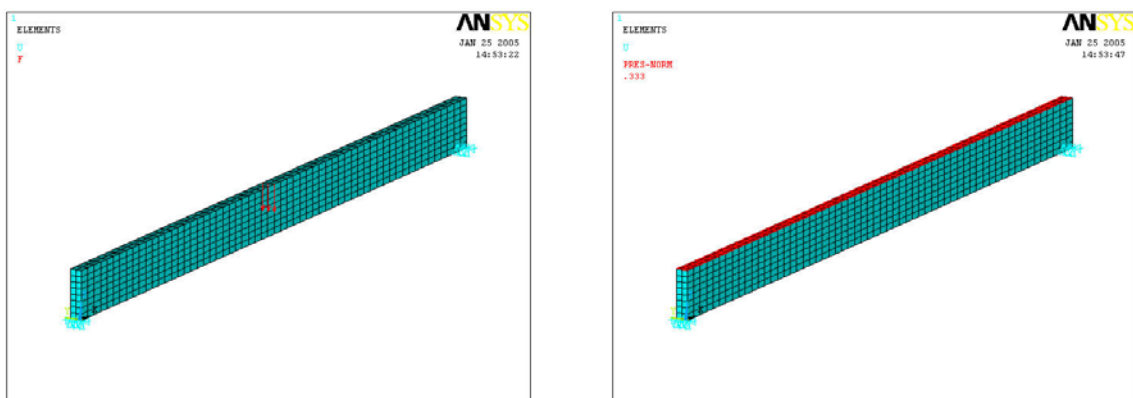
**Modelo 04 – SOLID 64 refinado**

As vigas são simuladas por elementos discretos SOLID 64 com 5 cm de altura, 5 de largura e 10 cm de comprimento. Perfazendo um total de 720 elementos para a viga 1 e 960 elementos para a viga 2. Nas simulações com carga concentrada no centro do vão, os modelos foram carregados por cargas concentradas nos nós, já no caso da carga distribuída, os modelos foram carregados com pressão na superfície superior do modelo.

As figuras 58 e 59 mostram a discretização, o carregamento e as vinculações para as vigas 1 e 2, respectivamente.



**Figura 58** – Viga 1 discretizada conforme Modelo 04 (VS07 e VS08)

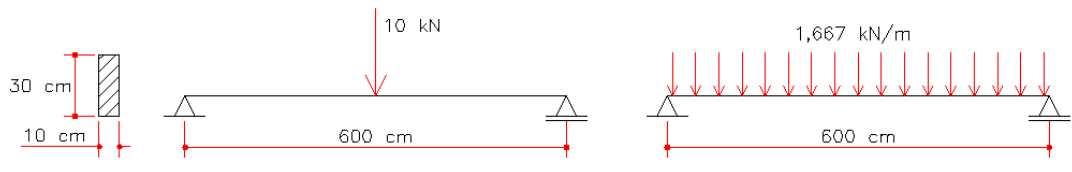


**Figura 59** – Viga 2 discretizada conforme Modelo 04 (VS15 e VS16)



### Analítico– Teoria de flexão de vigas

As vigas bi-apoiadas 1 e 2 foram calculadas segundo a teoria ordinária de vigas. A figura 60 ilustra a geometria e os carregamentos da viga 1.



**Figura 60** – Viga 1 e suas formas de carregamento

Para a situação de carga concentrada tem-se:

$$\delta_{\text{máx}} = \frac{P \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I} = \frac{10 \cdot 600^3}{48 \cdot 1072 \cdot \frac{10 \cdot 30^3}{12}} = 1,865 \text{ cm}$$

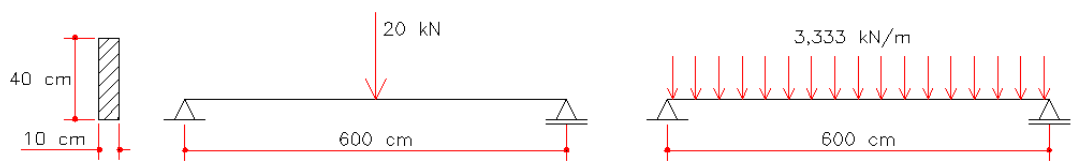
$$\sigma_{\text{máx}} = \frac{M}{I} \cdot y = \frac{P \cdot L}{4 \cdot I} \cdot \frac{h}{2} = \frac{10 \cdot 600}{4 \cdot \frac{10 \cdot 30^3}{12}} \cdot \frac{30}{2} = 1,000 \text{ kN/cm}^2 = 10,000 \text{ MPa}$$

No caso da carga distribuída:

$$\delta_{\text{máx}} = \frac{5 \cdot P \cdot L^3}{384 \cdot E \cdot I} = \frac{5 \cdot 10 \cdot 600^3}{48 \cdot 1072 \cdot \frac{10 \cdot 30^3}{12}} = 1,166 \text{ cm}$$

$$\sigma_{\text{máx}} = \frac{M}{I} \cdot y = \frac{P \cdot L}{8 \cdot I} \cdot \frac{h}{2} = \frac{10 \cdot 600}{8 \cdot \frac{10 \cdot 30^3}{12}} \cdot \frac{30}{2} = 0,500 \text{ kN/cm}^2 = 5,000 \text{ MPa}$$

A figura 61 ilustra a geometria e os carregamentos da viga 2.



**Figura 61** – Viga 2 e suas formas de carregamento

Para a situação de carga concentrada tem-se:

$$\delta_{\text{máx}} = \frac{P \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I} = \frac{20 \cdot 600^3}{48 \cdot 1072 \cdot \frac{10 \cdot 40^3}{12}} = 1,574 \text{ cm}$$

$$\sigma_{\text{máx}} = \frac{M}{I} \cdot y = \frac{P \cdot L}{4 \cdot I} \cdot \frac{h}{2} = \frac{20 \cdot 600}{4 \cdot \frac{10 \cdot 40^3}{12}} \cdot \frac{40}{2} = 1,125 \text{ kN/cm}^2 = 11,250 \text{ MPa}$$

No caso da carga distribuída:

$$\delta_{\text{máx}} = \frac{5 \cdot P \cdot L^3}{384 \cdot E \cdot I} = \frac{5 \cdot 20 \cdot 600^3}{48 \cdot 1072 \cdot \frac{10 \cdot 40^3}{12}} = 0,984 \text{ cm}$$

$$\sigma_{\text{máx}} = \frac{M}{I} \cdot y = \frac{P \cdot L}{8 \cdot I} \cdot \frac{h}{2} = \frac{20 \cdot 600}{8 \cdot \frac{10 \cdot 40^3}{12}} \cdot \frac{40}{2} = 0,5625 \text{ kN/cm}^2 = 5,625 \text{ MPa}$$

## Resultados

A seguir são apresentados os resultados obtidos das simulações realizadas. As tabelas 10 e 11 mostram os resultados obtidos das várias simulações realizadas para as vigas 1 e 2, respectivamente.

**Tabela 10** – Resultados das simulações realizadas para a viga 1 ( $L/h = 15$ )

Modelo	Carga concentrada		Carga distribuída	
	$\delta_{\text{máx}}$ (cm)	$\sigma_{\text{máx}}$ (MPa)	$\delta_{\text{máx}}$ (cm)	$\sigma_{\text{máx}}$ (MPa)
Modelo 01 – (SHELL)	1,874	9,658	1,170	4,990
Modelo 02 – (SOLID)	1,874	9,638	1,172	4,999
Modelo 03 – (SHELL refinado)	1,877	9,827	1,172	5,000
Modelo 04 – (SOLID refinado)	1,877	9,820	1,175	5,010
Analítico	1,865	10,000	1,166	5,000

**Tabela 11** – Resultados das simulações realizadas para a viga 2 ( $L/h = 20$ )

Modelo	Carga concentrada		Carga distribuída	
	$\delta_{\text{máx}}$ (cm)	$\sigma_{\text{máx}}$ (MPa)	$\delta_{\text{máx}}$ (cm)	$\sigma_{\text{máx}}$ (MPa)
Modelo 01 – (SHELL)	1,590	10,869	0,992	5,617
Modelo 02 – (SOLID)	1,589	10,851	0,991	5,610
Modelo 03 – (SHELL refinado)	1,593	11,041	0,995	5,628
Modelo 04 – (SOLID refinado)	1,593	11,035	0,994	5,622
Analítico	1,574	11,250	0,984	5,625

Os resultados obtidos indicam boa concordância entre os valores numéricos (ANSYS) e os valores da teoria de vigas. Os dois tipos de elementos finitos utilizados nas análises – SOLID e SHELL – indicaram ser adequados para as análises futuras.

As maiores diferenças foram encontradas nas situações com carga concentrada (até 3,5% para a tensão normal). Isto pode ser explicado pela perturbação das tensões na região da aplicação da carga concentrada.

Ignorando este fato, os outros resultados expressam diferenças de no máximo 1% tanto para flecha quanto para tensão normal.

Fica evidente também que, com a malha mais refinada dos modelos 02 e 04, os resultados tendem a ser melhores. Todavia, a diferença é tão pequena que pode-se afirmar ser satisfatório o nível de discretização empregado nos modelos 01 e 02, para as análises que serão realizadas adiante neste trabalho.

## 4.2 AVALIAÇÃO DO MODELO PARA UMA VIGA DE SEÇÃO CAIXÃO

No item anterior ficou evidente que os elementos finitos tipo SOLID e SHELL podem ser empregados nas análises das nervuras. Da mesma forma, pretende-se, neste item, avaliar uma viga de seção caixão modelada por elementos SOLID e SHELL.

Para esta avaliação foi selecionada uma viga bi-apoiada com relação  $L/h$  de 15, sendo simulada com carregamento concentrado no centro do vão.

A mesma viga foi simulada por elementos SOLID e SHELL com vinculação por meio de restrições nas translações para os nós das extremidades inferiores. Para um apoio foram

restritas as translações em x, y e z, já no segundo foram restritas somente as translações y e z. (o eixo x indica a direção longitudinal e o z indica a direção vertical do carregamento).

A seguir são listadas as propriedades geométricas e de elasticidade usadas nas simulações, e também o valor do carregamento:

### Viga Caixaão

L = 600 cm (comprimento e vão)

b = 60 cm (largura total)

h = 40 cm (altura total)

e = 10 cm (espessura das mesas e almas)

E = 20000 MPa (módulo de elasticidade)

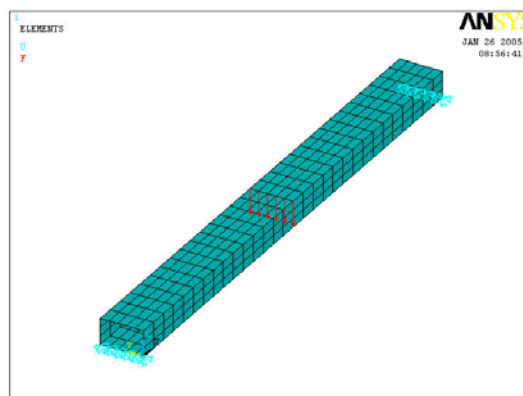
$\nu = 0,3$

Carga concentrada: 200 kN

### Modelo 01 – SHELL 63

A viga caixaão é simulada por elementos discretos SHELL 63 com 10 cm de altura ou largura e 20 cm de comprimento, perfazendo um total de 480 elementos. O carregamento é aplicado como carga concentrada nos nós.

A figura 62 mostra a discretização, o carregamento e as vinculações para a viga de seção caixaão.

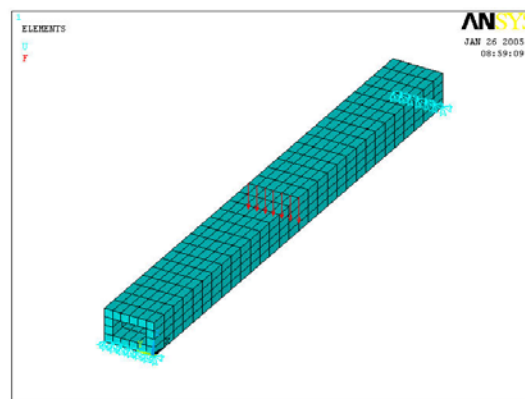


**Figura 62** – Viga Caixaão discretizada conforme Modelo 01 (Box02)

**Modelo 02 – SOLID 64**

A viga caixão é simulada por elementos discretos SOLID 64 com 10 cm de altura, 10 de largura e 20 cm de comprimento, perfazendo um total de 480 elementos. O carregamento é aplicado como carga concentrada nos nós.

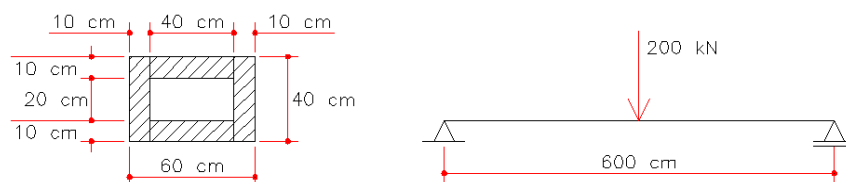
A figura 63 mostra a discretização, o carregamento e as vinculações para a viga de seção caixão.



**Figura 63** – Viga Caixão discretizada conforme Modelo 02 (Box01)

**Analítico– Teoria de vigas**

A viga caixão bi-apoiada foi calculada segundo a teoria ordinária de vigas. A figura 64 ilustra a geometria e o carregamento da mesma.



**Figura 64** – Viga caixão e seu carregamento

Para a carga concentrada tem-se:

$$\delta_{\text{máx}} = \frac{P \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I} = \frac{200 \cdot 600^3}{48 \cdot 2000 \cdot 2 \cdot \left( \frac{40 \cdot 10^3}{12} + 40 \cdot 10 \cdot 15^2 + \frac{10 \cdot 40^3}{12} \right)} = 1,530 \text{ cm}$$

$$\delta_{\text{máx}} = \frac{M}{I} \cdot y = \frac{P \cdot L}{4 \cdot I} \cdot \frac{h}{2} = \frac{200 \cdot 600}{4 \cdot 2 \cdot \left( \frac{40 \cdot 10^3}{12} + 40 \cdot 10 \cdot 15^2 + \frac{10 \cdot 40^3}{12} \right)} \cdot \frac{40}{2}$$

$$\delta_{\text{máx}} = 2,045 \text{ kN/cm}^2 = 20,450 \text{ MPa}$$

## Resultados

A tabela 12 mostra os resultados obtidos das simulações realizadas para a viga caixão.

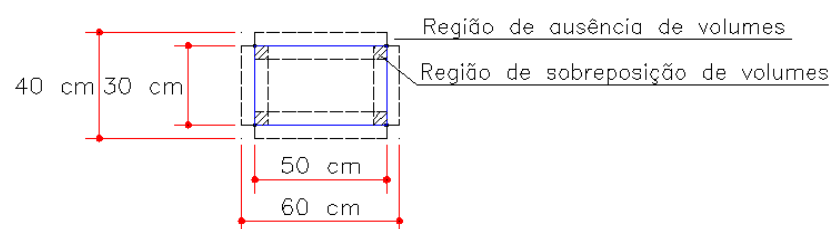
**Tabela 12** – Resultados das simulações realizadas para a viga caixão

Modelo	Carga concentrada	
	$\delta_{\text{máx}}$ (cm)	$\sigma_{\text{máx}}$ (MPa)
Modelo 01 – (SHELL)	1,689	22,797
Modelo 02 – (SOLID)	1,589	20,477
Analítico	1,530	20,450

Os resultados encontrados indicam que o Modelo 02 manifesta melhores resultados que o Modelo 01.

Comparando com o resultado analítico, a simulação com elemento SOLID, apresenta, diferenças de 3,8% para flecha e 0,1% para tensão normal. A simulação com elemento SHELL apresenta diferenças de 10,4% para flecha e 11,5% para tensão normal.

Essa considerável diferença pode ser explicada pela forma de considerar a região do encontro entre as nervuras e mesas, como mostra a figura 65:



**Figura 65** – Representação esquemática do Modelo 01 com elementos SHELL

A figura 65 mostra que ocorre uma parcela de sobreposição de volumes (parte hachurada) e ao mesmo tempo uma parcela de ausência. Esta falha proporciona resultados incompatíveis com o esperado.

É fácil perceber também que esta incompatibilidade é maior para os casos onde as nervuras e mesas são mais espessas. Quando as espessuras são pequenas em relação às outras dimensões, como no caso de perfis metálicos, esta interferência torna-se desprezível.

No caso das pontes com tabuleiro multicelular protendido, onde as espessuras não são pequenas, torna-se insatisfatória a utilização de modelos numéricos discretizados com elementos tipo SHELL.

Desta forma, elege-se o modelo 02 discretizado por elementos SOLID, como o ideal para as análises numéricas em pontes com tabuleiro multicelular protendido.

### **4.3 SENSIBILIDADE DO MODELO ÀS CONSTANTES ELÁSTICAS**

Neste item pretende-se avaliar o comportamento do modelo em função da variação das propriedades elásticas, apontando as de maior interesse.

Duas pontes com tabuleiro multicelular protendido são simuladas. A primeira apresenta relação  $L/b = 1$  e a segunda  $L/b = 2$ .

Inicialmente as pontes são simuladas com carga distribuída no centro do vão e seus resultados são comparados com a teoria de vigas.

Em seguida são realizadas várias simulações com carga distribuída em uma região próxima da borda direita.

As pontes 1 e 2 possuem as seguintes propriedades geométricas:

#### **Ponte 1**

$L = 1200$  cm (comprimento e vão)

$b = 1185$  cm (largura total)

$H = 60$  cm (altura das nervuras - vigas)

$S = 50$  cm (distância livre entre as nervuras)

$h_f = 15$  cm (espessura das mesas - tabuleiro)

$b_w = 15$  cm (largura das nervuras – vigas)

### Ponte 2

$L = 1200$  cm (comprimento e vão)

$b = 600$  cm (largura total)

$H = 60$  cm (altura das nervuras - vigas)

$S = 50$  cm (distância livre entre as nervuras)

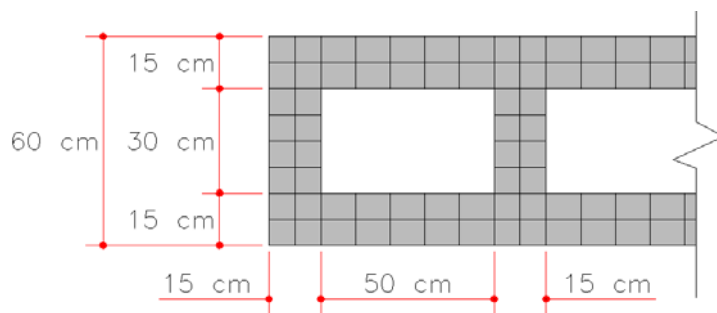
$h_f = 15$  cm (espessura das mesas - tabuleiro)

$b_w = 15$  cm (largura das nervuras – vigas)

As pontes foram discretizadas com elementos SOLID 64 com vinculação por meio de restrições nas translações para os nós das extremidades inferiores. Foram restritas as translações em y e z (o eixo y indica a direção transversal e o z indica a direção vertical do carregamento).

Por motivos de economia de processamento, as pontes foram simuladas pela metade fazendo-se uso da condição de simetria longitudinal.

As duas pontes utilizam as mesmas dimensões de elementos. A ponte 1 é formada por um total de 19920 elementos e 29295 nós (meia ponte), e a ponte 2 possui 10200 elementos e 15066 nós (meia ponte). Os elementos têm comprimento padrão de 20cm. A figura 66 mostra a discretização da seção transversal das pontes.



**Figura 66** – Discretização da seção transversal – Ponte 1 e 2

A seguir são apresentados os resultados das simulações para cada tipo de carregamento.

### Carregamento distribuído no centro do vão



A ponte 1 foi carregada por uma carga distribuída no centro do vão, numa faixa de 40 cm na direção longitudinal e 1185 cm na direção transversal. Nesta área foi aplicada uma pressão de 0,1 MPa (0,01 kN/cm<sup>2</sup>) perfazendo um total de 474 kN.

Na ponte 2 foi aplicada a mesma pressão em uma área de 40 cm na direção longitudinal e 600 cm na direção transversal, perfazendo um total de 240 kN.

Para realizar a comparação entre os resultados obtidos da simulação e o de teoria de viga, foram admitidas as seguintes propriedades elásticas para as pontes:

Nervuras (material isotrópico)  $\Rightarrow E = 20000 \text{ MPa} = 2000 \text{ kN/cm}^2$

$$\nu = 0,3$$

Mesas (material ortotrópico)  $\Rightarrow E_x = E_y = E_z = G_{xy} = G_{xz} = G_{yz} = 20000 \text{ MPa} = 2000 \text{ kN/cm}^2$

$$\nu_{xy} = \nu_{xz} = \nu_{yz} = 0$$

Estas são as propriedades utilizadas como a base para as simulações e o resultado pode ser conferido na linha “Numérico” das tabelas 13 e 14.

Em seguida foram realizadas outras simulações alterando-se cada uma das variáveis em estudo, dentro do intervalo pré-determinado de 1% até 5% de  $E_x$ .

O resultado analítico foi calculado utilizando a analogia de viga bi-apoiada com carga concentrada, como segue.

$$\delta_{\text{máx}}(P1) = \frac{P \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I} = \frac{474 \cdot 1200^3}{48 \cdot 2000 \cdot \left[ 19 \cdot \left( \frac{15 \cdot 60^3}{12} \right) + 36 \cdot \left( \frac{50 \cdot 15^3}{12} + 15 \cdot 50 \cdot 22,5^2 \right) \right]}$$

$$\delta_{\text{máx}}(P1) = 0,4400 \text{ cm}$$

$$\delta_{\text{máx}}(P2) = \frac{P \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I} = \frac{240 \cdot 1200^3}{48 \cdot 2000 \cdot \left[ 10 \cdot \left( \frac{15 \cdot 60^3}{12} \right) + 18 \cdot \left( \frac{50 \cdot 15^3}{12} + 15 \cdot 50 \cdot 22,5^2 \right) \right]}$$

$$\delta_{\text{máx}}(P2) = 0,4414 \text{ cm}$$

As tabelas 13 e 14 mostram os valores de flecha no centro do vão encontrados nas simulações para as pontes 1 e 2, respectivamente.

**Tabela 13** – Resultados de flecha no centro do vão da Ponte 1

Modelo	$\delta_{\text{máx}}$ (cm)				
	5% de $E_x$	4% de $E_x$	3% de $E_x$	2% de $E_x$	1% de $E_x$
$E_y$ variável	0,4511	0,4512	0,4513	0,4514	0,4515
$E_z$ variável	0,4487	0,4488	0,4489	0,4489	0,4490
$G_{xy}$ variável	0,4514	0,4534	0,4567	0,4635	0,4829
$G_{xz}$ variável	0,4477	0,4478	0,4479	0,4481	0,4483
$G_{yz}$ variável	0,4468	0,4468	0,4468	0,4469	0,4471
Numérico	0,4466				
Analítico	0,4400				

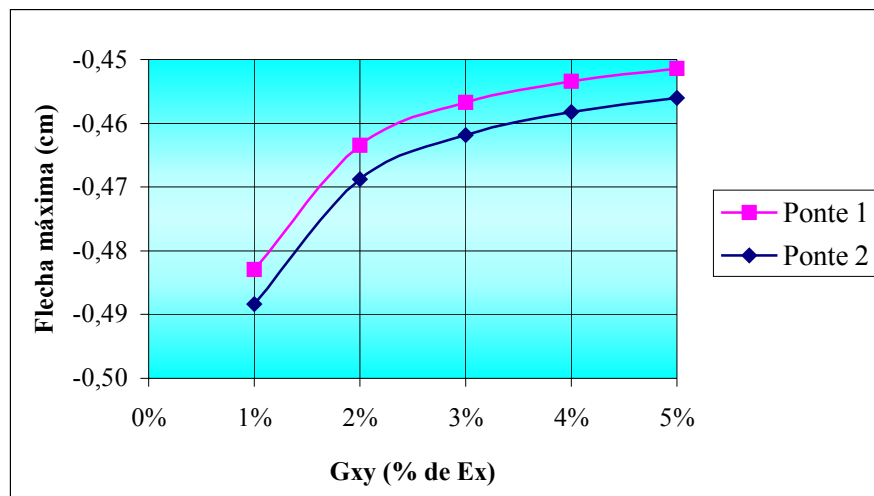
**Tabela 14** – Resultados de flecha no centro do vão da Ponte 2

Modelo	$\delta_{\text{máx}}$ (cm)				
	5% de $E_x$	4% de $E_x$	3% de $E_x$	2% de $E_x$	1% de $E_x$
$E_y$ variável	0,4503	0,4504	0,4505	0,4506	0,4507
$E_z$ variável	0,4495	0,4496	0,4497	0,4497	0,4498
$G_{xy}$ variável	0,4560	0,4582	0,4618	0,4688	0,4884
$G_{xz}$ variável	0,4487	0,4488	0,4489	0,4491	0,4493
$G_{yz}$ variável	0,4478	0,4479	0,4480	0,4480	0,4483
Numérico	0,4476				
Analítico	0,4414				

Comparando-se os valores da simulação numérica com o cálculo analítico, verifica-se uma pequena divergência, de aproximadamente 1,4% em ambas as pontes, indicando a boa resposta do modelo numérico.

Observando-se as tabelas 13 e 14 pode-se notar que a variação das propriedades elásticas  $E_y$ ,  $E_z$ ,  $G_{xz}$  e  $G_{yz}$  causam pouca influência no comportamento das pontes (no máximo 0,7%).

Para o caso de carregamento distribuído no centro do vão, a propriedade elástica de maior interesse é o  $G_{xy}$ . Pode ser notado também que sua influência na flecha das pontes não é linear e tende a ser maior quanto menor é o valor de  $G_{xy}$  considerado. O gráfico da figura 66 ilustra este comportamento exponencial.

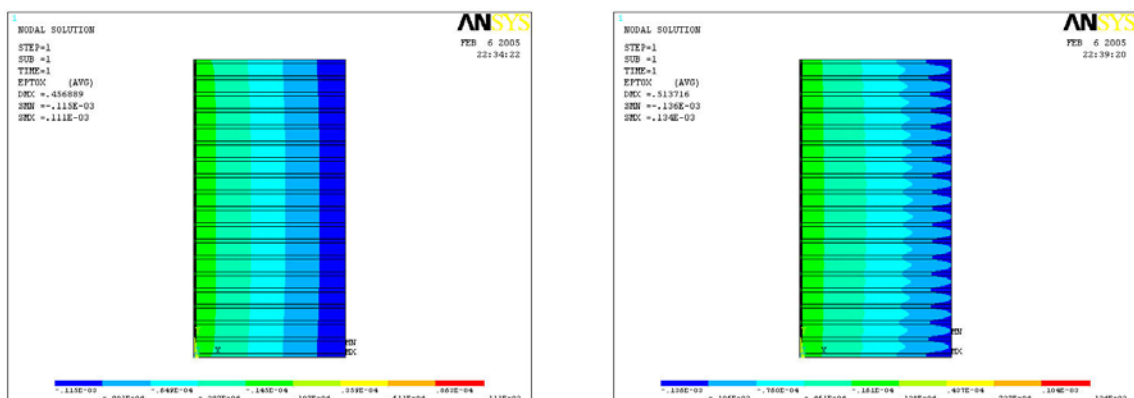


**Figura 67** – Influência do  $G_{xy}$  para as Pontes 1 e 2

Observando o diagrama de deformações específicas da Ponte 1, pode-se notar também que esta propriedade elástica é a que influencia na distribuição de deformações das mesas.

Também pode ser notada a semelhança entre o comportamento das pontes 1 e 2 frente a variação da propriedades  $G_{xy}$ . Por este motivo, pode-se concluir que para pontes com tabuleiro multicelular protendido, com relação  $L/b$  de 1 até 2, o efeito da variação da propriedade elástica  $G_{xy}$  é o mesmo.

A figura 68 mostra o primeiro diagrama com  $G_{xy} = E_x$  e o segundo com  $G_{xy} = 1\%$  de  $E_x$ .



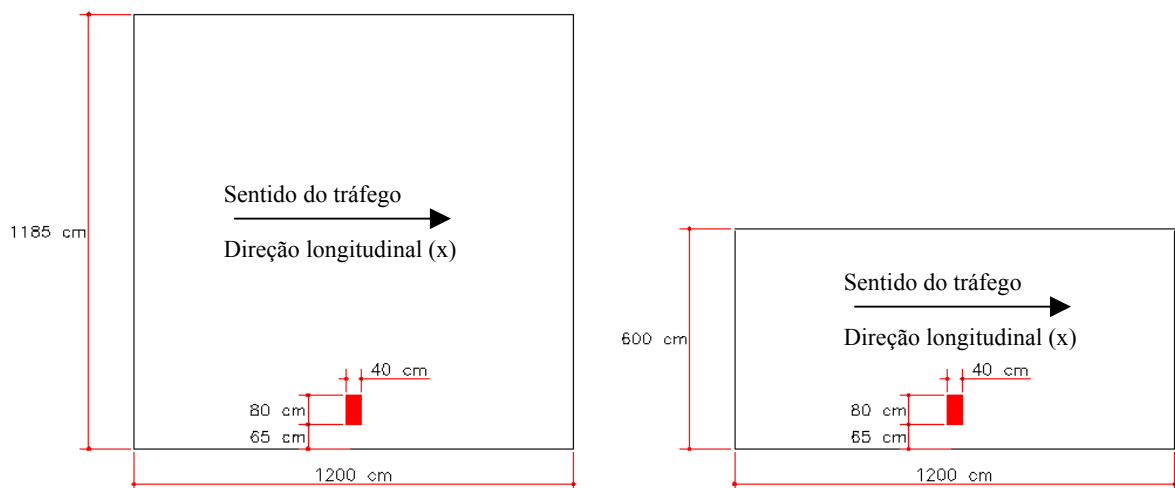
**Figura 68** – Influência do  $G_{xy}$  para a Ponte 1

Observa-se nitidamente o chamado efeito “Shear Lag”, no qual as mesas possuem distribuição não uniforme de deformações com valor máximo próximo das nervuras.

Este efeito é maior quanto menor for a rigidez da nervura ao cisalhamento ( $G_{xy}$ ), podendo ocasionar um aumento de flecha de até 9% para os casos estudados.

### Carregamento distribuído posicionado na borda direita

As pontes foram carregadas com uma carga distribuída em uma região próxima da borda direita. A área possui 40 cm na direção longitudinal e 80 cm na direção transversal, posicionada a 65 cm da lateral direita das pontes (figura 69). Nesta área foi aplicada uma pressão de 0,9375 MPa (0,09375 kN/cm<sup>2</sup>) perfazendo um total de 300 kN.



**Figura 69** – Posicionamento do carregamento nas Pontes 1 e 2

As propriedades elásticas utilizadas como base para as simulações foram as seguintes:

Nervuras (material isotrópico)  $\Rightarrow E = 20000 \text{ MPa} = 2000 \text{ kN/cm}^2$

$$\nu = 0,3$$

Mesas (material ortotrópico)  $\Rightarrow E_x = 20000 \text{ MPa}$

$$E_y = 400 \text{ MPa (2\% de } E_x)$$

$$E_z = 1000 \text{ MPa (5\% de } E_x \text{ – conforme NBR 7190)}$$

$$G_{xy} = 600 \text{ MPa (3\% de } E_x)$$

$$G_{xz} = 1000 \text{ MPa (5\% de } E_x \text{ – conforme NBR 7190)}$$

$$G_{yz} = 1000 \text{ MPa (5\% de } E_x \text{ – conforme NBR 7190)}$$

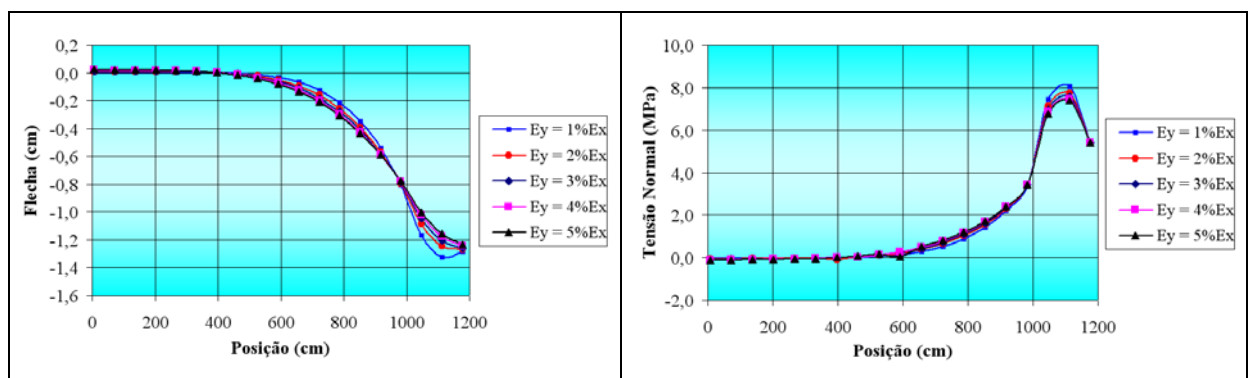
$$\nu_{xy} = \nu_{xz} = \nu_{yz} = 0$$

A partir destes valores iniciais, foram realizadas simulações, alterando-se cada uma das variáveis em estudo, dentro do intervalo pré-determinado de 1% até 5% de  $E_x$ . Também foi realizado o estudo da influência dos Coeficientes de Poisson no resultado final. Para isso foram realizadas simulações variando cada um dos Coeficientes de 0 a 0,5.

Os resultados são apresentados em forma de tabelas e gráficos de flecha e tensão normal ao longo da seção transversal central.

**Tabela 15 – Influência do  $E_y$  para a ponte 1 sob carregamento de borda**

Posição (cm)	$E_y$ variável (% de $E_x$ )									
	Flecha (cm)					Tensão Normal (MPa)				
	1 %	2 %	3 %	4 %	5 %	1 %	2 %	3 %	4 %	5 %
7,5	0,0040	0,0088	0,0144	0,0205	0,0266	-0,0327	-0,0610	-0,0858	-0,1095	-0,1328
72,5	0,0039	0,0088	0,0141	0,0195	0,0248	-0,0221	-0,0446	-0,0665	-0,0878	-0,1085
137,5	0,0039	0,0089	0,0139	0,0186	0,0230	-0,0187	-0,0388	-0,0585	-0,0774	-0,0951
202,5	0,0041	0,0091	0,0135	0,0174	0,0207	-0,0183	-0,0368	-0,0543	-0,0700	-0,0843
267,5	0,0042	0,0088	0,0123	0,0151	0,0171	-0,0180	-0,0342	-0,0484	-0,0602	-0,0702
332,5	0,0036	0,0071	0,0092	0,0104	0,0109	-0,0150	-0,0266	-0,0356	-0,0421	-0,0467
397,5	0,0015	0,0029	0,0028	0,0018	0,0004	-0,0051	-0,0823	-0,0094	-0,0088	-0,0069
462,5	-0,0035	-0,0059	-0,0092	-0,0129	-0,0166	0,0179	0,0288	0,0386	0,0048	0,0578
527,5	-0,0140	-0,0221	-0,0296	-0,0366	-0,0429	0,0639	0,0956	0,1197	0,1401	0,1582
592,5	-0,0335	-0,0496	-0,0622	-0,0726	-0,0816	0,1479	0,2072	0,2481	0,2801	0,307
657,5	-0,0676	-0,0935	-0,1113	-0,1251	-0,1363	0,2913	0,3832	0,4413	0,4842	0,5183
722,5	-0,1242	-0,1600	-0,1823	-0,1984	-0,2111	0,5236	0,6478	0,7201	0,7706	0,8093
757,5	-0,2133	-0,2564	-0,2807	-0,2972	-0,3098	0,8831	1,0298	1,1084	1,1607	1,1996
852,5	-0,3477	-0,3904	-0,4119	-0,4257	-0,4357	1,4177	1,5641	1,6365	1,6827	1,7162
917,5	-0,5406	-0,5685	-0,5880	-0,5868	-0,5914	2,1965	2,3069	2,3576	2,3890	2,4111
982,5	-0,8047	-0,7958	-0,7885	-0,7830	-0,7786	3,4003	3,4214	3,4273	3,4289	3,4285
1047,5	-1,1666	-1,0871	-1,0480	-1,0231	-1,0053	7,4388	7,1325	6,9641	6,8487	6,7613
1112,5	-1,3229	-1,2438	-1,2034	-1,1766	-1,1567	8,0658	7,7496	7,5769	7,4587	7,3689
1177,5	-1,2825	-1,2706	-1,2577	-1,2458	-1,2349	5,4109	5,3990	5,4000	5,4007	5,3982



**Figura 70 – Influência do  $E_y$  para a ponte 1 sob carregamento de borda**

Tabela 16 – Influência do  $E_z$  para a ponte 1 sob carregamento de borda

Posição (cm)	$E_z$ variável (% de $E_x$ )									
	Flecha (cm)					Tensão Normal (MPa)				
	1 %	2 %	3 %	4 %	5 %	1 %	2 %	3 %	4 %	5 %
7,5	0,0090	0,0090	0,0089	0,0089	0,0088	-0,0624	-0,0619	-0,0616	-0,0613	-0,0610
72,5	0,0090	0,0090	0,0089	0,0088	0,0088	-0,0457	-0,0453	-0,0451	-0,0448	-0,0446
137,5	0,0091	0,0091	0,0090	0,0090	0,0089	-0,0397	-0,0394	-0,0391	-0,0389	-0,0388
202,5	0,0093	0,0092	0,0092	0,0091	0,0091	-0,0377	-0,0374	-0,0371	-0,0370	-0,0368
267,5	0,0090	0,0089	0,0088	0,0088	0,0088	-0,0351	-0,0348	-0,0346	-0,0344	-0,0342
332,5	0,0074	0,0073	0,0073	0,0072	0,0071	-0,0275	-0,0272	-0,0269	-0,0268	-0,0266
397,5	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0029	-0,0092	-0,0089	-0,0086	-0,0084	-0,0823
462,5	-0,0056	-0,0057	-0,0058	-0,0058	-0,0059	0,0278	0,0282	0,0284	0,0286	0,0288
527,5	-0,0218	-0,0219	-0,0219	-0,0220	-0,0221	0,0948	0,0951	0,0953	0,0954	0,0956
592,5	-0,0492	-0,0494	-0,0495	-0,0495	-0,0496	0,2067	0,2069	0,2070	0,2071	0,2072
657,5	-0,0931	-0,0932	-0,0933	-0,0934	-0,0935	0,3834	0,3833	0,3833	0,3833	0,3832
722,5	-0,1597	-0,1598	-0,1599	-0,1599	-0,1600	0,6489	0,6486	0,6483	0,6481	0,6478
757,5	-0,2563	-0,2564	-0,2564	-0,2564	-0,2564	1,0323	1,0314	1,0308	1,0303	1,0298
852,5	-0,3905	-0,3904	-0,3904	-0,3904	-0,3904	1,5685	1,5670	1,5659	1,5650	1,5641
917,5	-0,5688	-0,5687	-0,5686	-0,5685	-0,5685	2,3139	2,3115	2,3098	2,3083	2,3069
982,5	-0,7965	-0,7963	-0,7961	-0,7959	-0,7958	3,4318	3,4283	3,4257	3,4235	3,4214
1047,5	-1,0883	-1,0879	-1,0876	-1,0874	-1,0871	7,1579	7,1498	7,1434	7,1377	7,1325
1112,5	-1,2455	-1,2450	-1,2445	-1,2442	-1,2438	7,7774	7,7685	7,7614	7,7552	7,7496
1177,5	-1,2727	-1,2720	-1,2714	-1,2709	-1,2706	5,4088	5,4055	5,4031	5,4009	5,3990

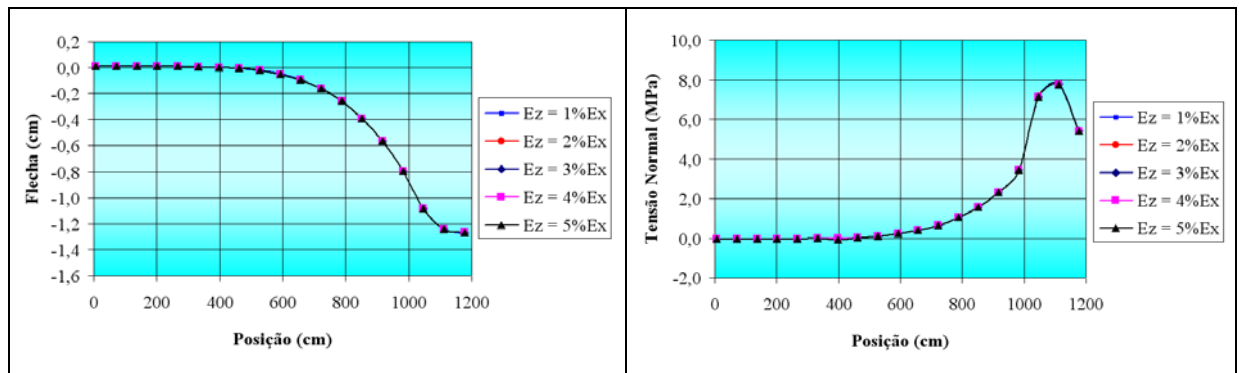


Figura 71 – Influência do  $E_z$  para a ponte 1 sob carregamento de borda

Tabela 17 – Influência do  $G_{xy}$  para a ponte 1 sob carregamento de borda

Posição (cm)	$G_{xy}$ variável (% de $E_x$ )									
	Flecha (cm)					Tensão Normal (MPa)				
	1 %	2 %	3 %	4 %	5 %	1 %	2 %	3 %	4 %	5 %
7,5	0,0057	0,0080	0,0088	0,0087	0,0081	-0,0407	-0,0555	-0,0610	-0,0615	-0,0592
72,5	0,0087	0,0091	0,0088	0,0079	0,0068	-0,0377	-0,0432	-0,0446	-0,0431	-0,0399
137,5	0,0121	0,0105	0,0089	0,0072	0,0053	-0,0484	-0,0436	-0,0388	-0,0330	-0,0267
202,5	0,0161	0,0122	0,0091	0,0062	0,0035	-0,0637	-0,0486	-0,0368	-0,0258	-0,0154
267,5	0,0203	0,0137	0,0088	0,0045	0,0008	-0,0804	-0,0541	-0,0342	-0,0171	-0,0018
332,5	0,0239	0,0143	0,0071	0,0012	-0,0038	-0,0954	-0,0559	-0,0266	-0,0021	0,0190
397,5	0,0255	0,0125	0,0029	-0,0049	-0,0114	-0,1029	-0,0486	-0,0823	0,0247	0,0526
462,5	0,0228	0,0063	-0,0059	-0,0157	-0,0239	-0,0938	-0,0238	0,0288	0,0712	0,1065
527,5	0,0122	-0,0073	-0,0221	-0,0339	-0,0435	-0,0542	0,0308	0,0956	0,1475	0,1902
592,5	-0,0113	-0,0329	-0,0496	-0,0629	-0,0737	0,0356	0,1320	0,2072	0,2673	0,3164
657,5	-0,0545	-0,0760	-0,0935	-0,1073	-0,1186	0,2019	0,3021	0,3832	0,4481	0,5010
722,5	-0,1256	-0,1438	-0,1600	-0,1730	-0,1835	0,4775	0,5688	0,6478	0,7115	0,7633
757,5	-0,2341	-0,2445	-0,2564	-0,2663	-0,2744	0,9009	0,9650	1,0298	1,0830	1,1263
852,5	-0,3897	-0,3866	-0,3904	-0,3943	-0,3977	1,5191	1,5302	1,5641	1,5946	1,6196
917,5	-0,6005	-0,5771	-0,5685	-0,5632	-0,5592	2,4066	2,3261	2,3069	2,2990	2,2940
982,5	-0,8727	-0,8217	-0,7958	-0,7778	-0,7638	3,7764	3,5315	3,4214	3,3521	3,3018
1047,5	-1,2224	-1,1358	-1,0871	-1,0524	-1,0253	8,3020	7,5607	7,1325	6,8302	6,5977
1112,5	-1,4278	-1,3109	-1,2438	-1,1962	-1,1595	9,1261	8,2548	7,7496	7,3948	7,1241
1177,5	-1,4933	-1,3516	-1,2706	-1,2138	-1,1707	6,3581	5,7348	5,3990	5,1740	5,0087

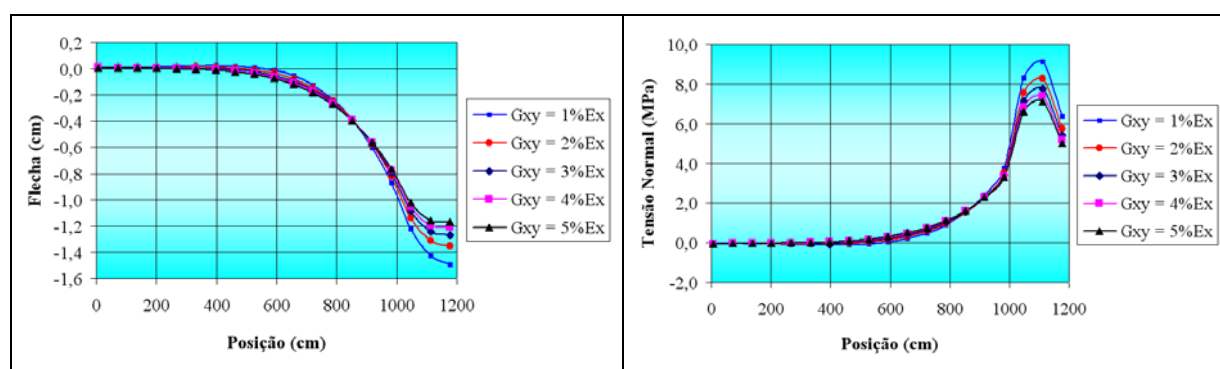
Figura 72 – Influência do  $G_{xy}$  para a ponte 1 sob carregamento de borda

Tabela 18 – Influência do  $G_{xz}$  para a ponte 1 sob carregamento de borda

Posição (cm)	$G_{xz}$ variável (% de $E_x$ )									
	Flecha (cm)					Tensão Normal (MPa)				
	1 %	2 %	3 %	4 %	5 %	1 %	2 %	3 %	4 %	5 %
7,5	0,0089	0,0089	0,0089	0,0088	0,0088	-0,0617	-0,0614	-0,0612	-0,0611	-0,0610
72,5	0,0089	0,0089	0,0088	0,0088	0,0088	-0,0451	-0,0449	-0,0448	-0,0447	-0,0446
137,5	0,0090	0,0090	0,0090	0,0089	0,0089	-0,0392	-0,0391	-0,0389	-0,0388	-0,0388
202,5	0,0092	0,0092	0,0091	0,0091	0,0091	-0,0373	-0,0371	-0,0370	-0,0369	-0,0368
267,5	0,0089	0,0089	0,0088	0,0088	0,0088	-0,0348	-0,0346	-0,0344	-0,0343	-0,0342
332,5	0,0073	0,0073	0,0072	0,0072	0,0071	-0,0272	-0,0270	-0,0268	-0,0267	-0,0266
397,5	0,0031	0,0030	0,0023	0,0029	0,0029	-0,0090	-0,0087	-0,0085	-0,0084	-0,0823
462,5	-0,0057	-0,0058	-0,0058	-0,0059	-0,0059	0,0279	0,0282	0,0284	0,0286	0,0288
527,5	-0,0218	-0,0219	-0,0220	-0,0221	-0,0221	0,0947	0,0950	0,0952	0,0954	0,0956
592,5	-0,0493	-0,0494	-0,0495	-0,0496	-0,0496	0,2063	0,2066	0,2068	0,2070	0,2072
657,5	-0,0932	-0,0933	-0,0933	-0,0934	-0,0935	0,3825	0,3827	0,3829	0,3830	0,3832
722,5	-0,1598	-0,1599	-0,1599	-0,1599	-0,1600	0,6473	0,6474	0,6476	0,6477	0,6478
757,5	-0,2564	-0,2564	-0,2564	-0,2564	-0,2564	1,0296	1,0296	1,0296	1,0297	1,0298
852,5	-0,3906	-0,3905	-0,3904	-0,3904	-0,3904	1,5645	1,5642	1,5642	1,5641	1,5641
917,5	-0,5689	-0,5687	-0,5686	-0,5685	-0,5685	2,3081	2,3075	2,3072	2,3070	2,3069
982,5	-0,7966	-0,7963	-0,7961	-0,7959	-0,7958	3,4247	3,4231	3,4223	3,4218	3,4214
1047,5	-1,0889	-1,0881	-1,0877	-1,0874	-1,0871	7,2374	7,1853	7,1591	7,1433	7,1325
1112,5	-1,2460	-1,2451	-1,2445	-1,2442	-1,2438	7,8552	7,8029	7,7765	7,7604	7,7496
1177,5	-1,2723	-1,2716	-1,2712	-1,2708	-1,2706	5,4084	5,4040	5,4018	5,4002	5,3990

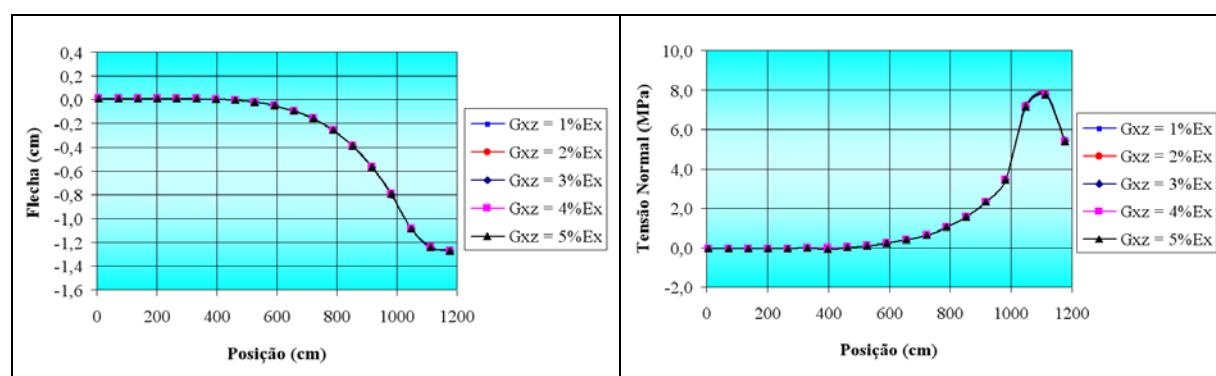
Figura 73 – Influência do  $G_{xz}$  para a ponte 1 sob carregamento de borda



Tabela 19 – Influência do  $G_{yz}$  para a ponte 1 sob carregamento de borda

Posição (cm)	$G_{yz}$ variável (% de $E_x$ )									
	Flecha (cm)					Tensão Normal (MPa)				
	1 %	2 %	3 %	4 %	5 %	1 %	2 %	3 %	4 %	5 %
7,5	0,0092	0,0090	0,0089	0,0089	0,0088	-0,0639	-0,0623	-0,0616	-0,0613	-0,0610
72,5	0,0090	0,0089	0,0088	0,0088	0,0088	-0,0462	-0,0454	-0,0450	-0,0448	-0,0446
137,5	0,0091	0,0090	0,0090	0,0090	0,0089	-0,0395	-0,0391	-0,0389	-0,0389	-0,0388
202,5	0,0092	0,0091	0,0091	0,0091	0,0091	-0,0372	-0,0370	-0,0369	-0,0369	-0,0368
267,5	0,0089	0,0088	0,0088	0,0088	0,0088	-0,0346	-0,0344	-0,0343	-0,0343	-0,0342
332,5	0,0074	0,0073	0,0072	0,0072	0,0071	-0,0273	-0,0269	-0,0268	-0,0267	-0,0266
397,5	0,0033	0,0031	0,0030	0,0029	0,0029	-0,0096	-0,0088	-0,0085	-0,0083	-0,0823
462,5	-0,0052	-0,0056	-0,0058	-0,0059	-0,0059	0,0263	0,0277	0,0283	0,0286	0,0288
527,5	-0,0209	-0,0216	-0,0219	-0,0220	-0,0221	0,0915	0,0939	0,0948	0,0953	0,0956
592,5	-0,0478	-0,0489	-0,0493	-0,0495	-0,0496	0,2008	0,2047	0,2061	0,2068	0,2072
657,5	-0,0908	-0,0924	-0,0930	-0,0933	-0,0935	0,3741	0,3797	0,3816	0,3826	0,3832
722,5	-0,1565	-0,1586	-0,1594	-0,1597	-0,1600	0,6359	0,6430	0,6458	0,6471	0,6478
757,5	-0,2523	-0,2548	-0,2557	-0,2562	-0,2564	1,0156	1,0245	1,0274	1,0289	1,0298
852,5	-0,3861	-0,3888	-0,3897	-0,3901	-0,3904	1,5494	1,5588	1,5618	1,5633	1,5641
917,5	-0,5654	-0,5673	-0,5679	-0,5683	-0,5685	2,2939	2,3024	2,3050	2,3062	2,3069
982,5	-0,7963	-0,7961	-0,7959	-0,7959	-0,7958	3,4141	3,4192	3,4206	3,4211	3,4214
1047,5	-1,0970	-1,0910	-1,0889	-1,0878	-1,0871	7,1397	7,1353	7,1339	7,1331	7,1325
1112,5	-1,2545	-1,2481	-1,2458	-1,2446	-1,2438	7,7577	7,7528	7,7512	7,7502	7,7496
1177,5	-1,2742	-1,2722	-1,2713	-1,2709	-1,2706	5,3905	5,3959	5,3977	5,3985	5,3990

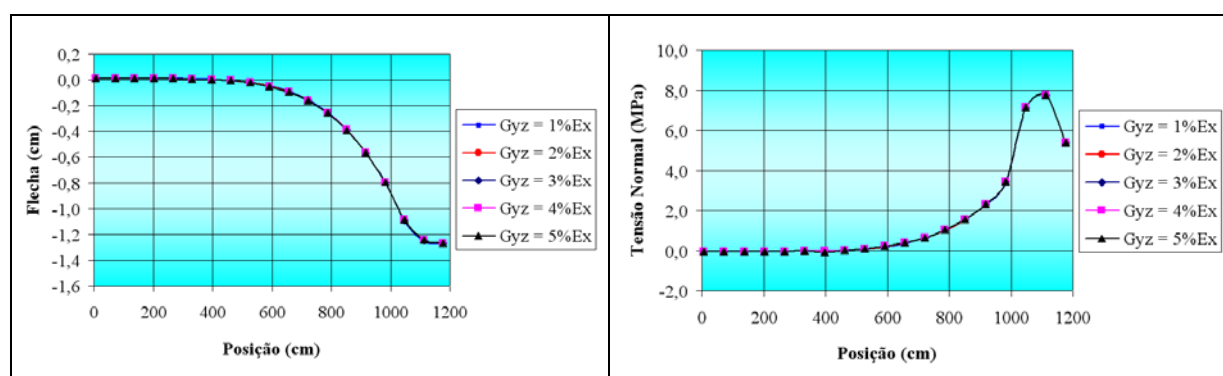
Figura 74 – Influência do  $G_{yz}$  para a ponte 1 sob carregamento de borda

Tabela 20 – Influência do  $v_{xy}$  para a ponte 1 sob carregamento de borda

Posição (cm)	$v_{xy}$ variável					
	Flecha (cm)			Tensão Normal (MPa)		
	0,0	0,3	0,5	0,0	0,3	0,5
7,5	0,0088	0,0086	0,0085	-0,0610	-0,0597	-0,0588
72,5	0,0088	0,0083	0,0080	-0,0446	-0,0427	-0,0414
137,5	0,0089	0,0081	0,0076	-0,0388	-0,0359	-0,0340
202,5	0,0091	0,0079	0,0072	-0,0368	-0,0327	-0,0301
267,5	0,0088	0,0072	0,0062	-0,0342	-0,0287	-0,0251
332,5	0,0071	0,0051	0,0038	-0,0266	-0,0193	-0,0148
397,5	0,0029	0,0003	-0,0013	-0,0823	0,0009	0,0065
462,5	-0,0059	-0,0090	-0,0109	0,0288	0,0397	0,0465
527,5	-0,0221	-0,0256	-0,0277	0,0956	0,1080	0,1156
592,5	-0,0496	-0,0532	-0,0554	0,2072	0,2203	0,2282
657,5	-0,0935	-0,0968	-0,0988	0,3832	0,3956	0,4031
722,5	-0,1600	-0,1625	-0,1640	0,6478	0,6581	0,6638
757,5	-0,2564	-0,2576	-0,2580	1,0298	1,0357	1,0384
852,5	-0,3904	-0,3895	-0,3886	1,5641	1,5640	1,5625
917,5	-0,5685	-0,5652	-0,5626	2,3069	2,2997	2,2930
982,5	-0,7958	-0,7904	-0,7863	3,4214	3,4071	3,3951
1047,5	-1,0871	-1,0810	-1,0762	7,1325	7,1085	7,0885
1112,5	-1,2438	-1,2408	-1,2381	7,7496	7,7338	7,7194
1177,5	-1,2706	-1,2764	-1,2798	5,3990	5,4110	5,4168

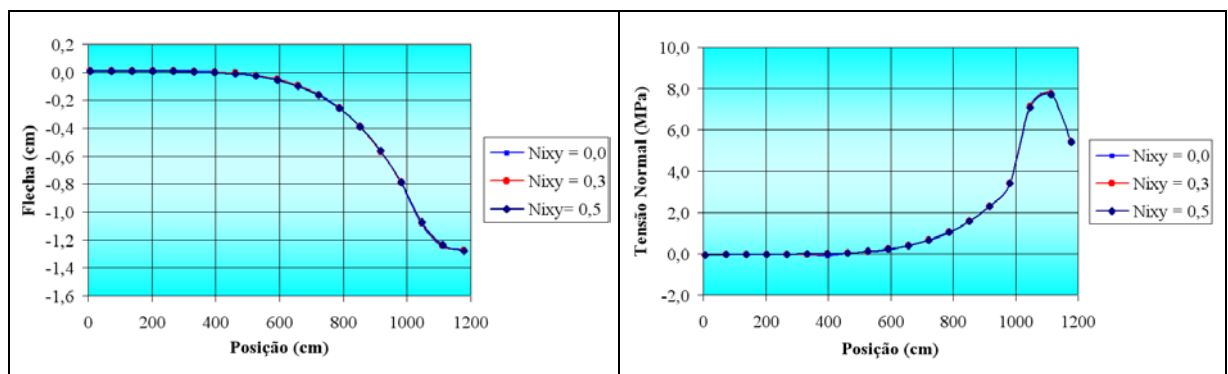
Figura 75 – Influência do  $v_{xy}$  para a ponte 1 sob carregamento de borda

Tabela 21 – Influência do  $v_{xz}$  para a ponte 1 sob carregamento de borda

Posição (cm)	$v_{xz}$ variável					
	Flecha (cm)			Tensão Normal (MPa)		
	0,0	0,3	0,5	0,0	0,3	0,5
7,5	0,0088	0,0088	0,0088	-0,0610	-0,0612	-0,0613
72,5	0,0088	0,0088	0,0088	-0,0446	-0,0449	-0,0451
137,5	0,0089	0,0089	0,0089	-0,0388	-0,0390	-0,0391
202,5	0,0091	0,0091	0,0091	-0,0368	-0,0370	-0,0371
267,5	0,0088	0,0088	0,0088	-0,0342	-0,0344	-0,0345
332,5	0,0071	0,0071	0,0072	-0,0266	-0,0267	-0,0268
397,5	0,0029	0,0029	0,0029	-0,0823	-0,0082	-0,0083
462,5	-0,0059	-0,0059	-0,0059	0,0288	0,0290	0,0290
527,5	-0,0221	-0,0221	-0,0221	0,0956	0,0962	0,0964
592,5	-0,0496	-0,0496	-0,0496	0,2072	0,2084	0,2090
657,5	-0,0935	-0,0935	-0,0934	0,3832	0,3854	0,3864
722,5	-0,1600	-0,1600	-0,1600	0,6478	0,6514	0,6532
757,5	-0,2564	-0,2565	-0,2564	1,0298	1,0353	1,0382
852,5	-0,3904	-0,3905	-0,3904	1,5641	1,5723	1,5768
917,5	-0,5685	-0,5686	-0,5684	2,3069	2,3187	2,3254
982,5	-0,7958	-0,7960	-0,7957	3,4214	3,4384	3,4481
1047,5	-1,0871	-1,0873	-1,0869	7,1325	7,1622	7,1787
1112,5	-1,2438	-1,2440	-1,2436	7,7496	7,7822	7,8005
1177,5	-1,2706	-1,2708	-1,2704	5,3990	5,4121	5,4186

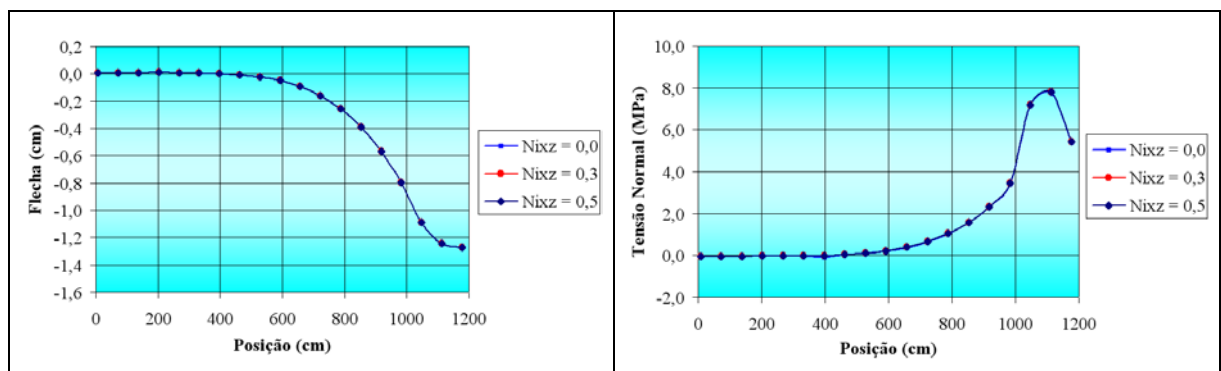
Figura 76 – Influência do  $v_{xz}$  para a ponte 1 sob carregamento de borda

Tabela 22 – Influência do  $v_{yz}$  para a ponte 1 sob carregamento de borda

Posição (cm)	$v_{yz}$ variável					
	Flecha (cm)			Tensão Normal (MPa)		
	0,0	0,3	0,5	0,0	0,3	0,5
7,5	0,0088	0,0090	0,0094	-0,0610	-0,0615	-0,0625
72,5	0,0088	0,0090	0,0094	-0,0446	-0,0453	-0,0467
137,5	0,0089	0,0092	0,0097	-0,0388	-0,0396	-0,0412
202,5	0,0091	0,0094	0,0098	-0,0368	-0,0378	-0,0397
267,5	0,0088	0,0090	0,0094	-0,0342	-0,0357	-0,0377
332,5	0,0071	0,0073	0,0075	-0,0266	-0,0287	-0,0309
397,5	0,0029	0,0029	0,0027	-0,0823	-0,0113	-0,0135
462,5	-0,0059	-0,0061	-0,0069	0,0288	0,0244	0,0222
527,5	-0,0221	-0,0227	-0,0243	0,0956	0,0894	0,0874
592,5	-0,0496	-0,0507	-0,0532	0,2072	0,1988	0,1970
657,5	-0,0935	-0,0952	-0,0987	0,3832	0,3721	0,3703
722,5	-0,1600	-0,1623	-0,1669	0,6478	0,6336	0,6313
757,5	-0,2564	-0,2592	-0,2644	1,0298	1,0124	1,0089
852,5	-0,3904	-0,3931	-0,3979	1,5641	1,5447	1,5391
917,5	-0,5685	-0,5702	-0,5732	2,3069	2,2882	2,2807
982,5	-0,7958	-0,7952	-0,7938	3,4214	3,4050	3,3922
1047,5	-1,0871	-1,0817	-1,0714	7,1325	7,1722	7,1841
1112,5	-1,2438	-1,2378	-1,2265	7,7496	7,7894	7,8009
1177,5	-1,2706	-1,2677	-1,2628	5,3990	5,4013	5,4027

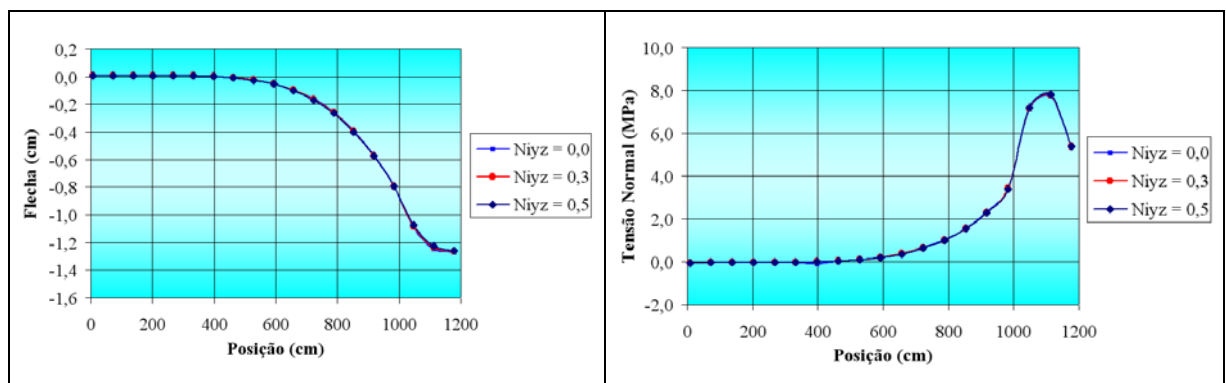
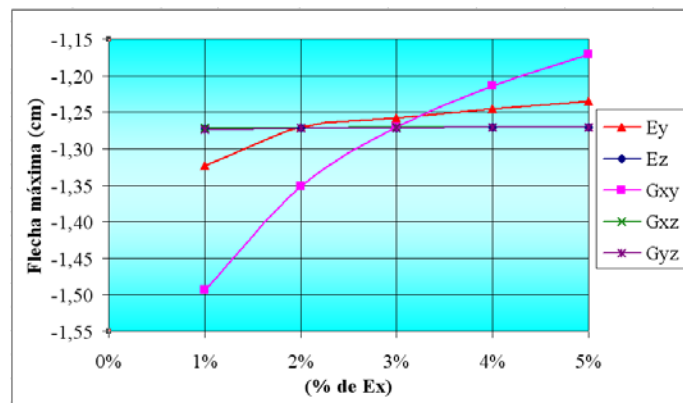


Figura 77 – Influência do  $v_{yz}$  para a ponte 1 sob carregamento de borda

Observando os resultados obtidos para a ponte 1, pode-se concluir que as únicas propriedades elásticas que tem influência significativa sobre o comportamento da ponte são as variáveis  $E_x$ ,  $E_y$  e  $G_{xy}$ . Todas as outras variáveis apresentaram pouca influência, como pode ser observado nos gráficos apresentados.

O gráfico da figura 78 mostra a evolução da flecha máxima em função da variação das propriedades elásticas estudadas.



**Figura 78** – Influência das propriedades elásticas para a ponte 1 sob carregamento de borda

A figura 78 evidencia a importância das propriedades  $E_y$  e  $G_{xy}$  sobre as outras, e aponta a propriedade  $G_{xy}$  como a de maior interesse para o cálculo de pontes com tabuleiro multicelular protendido.

As tabelas 23 a 30 apresentam os resultados de flecha e tensão normal ao longo da seção transversal central das simulações realizadas na ponte 2, da mesma forma que para a ponte 1.

Tabela 23 – Influência do  $E_y$  para a ponte 2 sob carregamento de borda

Posição (cm)	$E_y$ variável (% de $E_x$ )									
	Flecha (cm)					Tensão Normal (MPa)				
	1 %	2 %	3 %	4 %	5 %	1 %	2 %	3 %	4 %	5 %
7,5	-0,0116	-0,0034	0,0025	0,0069	0,0101	0,0623	0,0721	0,0639	0,0526	0,0416
72,5	-0,0601	-0,0721	-0,0781	-0,0817	-0,0842	0,2465	0,2998	0,3249	0,3390	0,3477
137,5	-0,1243	-0,1540	-0,1699	-0,1799	-0,1868	0,5174	0,6162	0,6718	0,7047	0,7277
202,5	-0,2169	-0,2591	-0,2811	-0,2949	-0,3045	0,8963	1,0365	1,1077	1,1525	1,1841
267,5	-0,3524	-0,3974	-0,4195	-0,4332	-0,4427	1,4380	1,5896	1,6648	1,7124	1,7463
332,5	-0,5453	-0,5771	-0,5915	-0,6000	-0,6061	2,2177	2,3406	2,4017	2,4416	2,4707
397,5	-0,8091	-0,8048	-0,8016	-0,7995	-0,7981	3,4204	3,4582	3,4796	3,4953	3,5074
462,5	-1,1706	-1,0961	-1,0618	-1,0416	-1,0280	7,4587	7,1719	7,0225	6,9255	6,8553
527,5	-1,3268	-1,2527	-1,2177	-1,1965	-1,1820	8,0891	7,7957	7,6453	7,5489	7,4802
592,5	-1,2865	-1,2796	-1,2727	-1,2672	-1,2629	5,4458	5,4634	5,4908	5,5160	5,5379

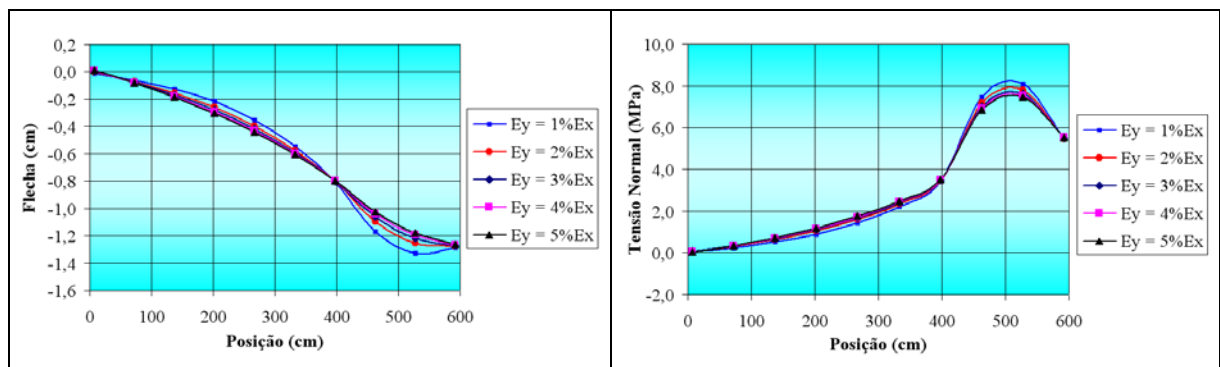
Figura 79 – Influência do  $E_y$  para a ponte 2 sob carregamento de borda

Tabela 24 – Influência do  $E_z$  para a ponte 2 sob carregamento de borda

Posição (cm)	$E_z$ variável (% de $E_x$ )									
	Flecha (cm)					Tensão Normal (MPa)				
	1 %	2 %	3 %	4 %	5 %	1 %	2 %	3 %	4 %	5 %
7,5	-0,0017	-0,0023	-0,0027	-0,0031	-0,0034	0,0670	0,0688	0,0702	0,0712	0,0721
72,5	-0,0708	-0,0713	-0,0716	-0,0719	-0,0721	0,2961	0,2974	0,2984	0,2992	0,2998
137,5	-0,1532	-0,1535	-0,1537	-0,1539	-0,1540	0,6177	0,6182	0,6186	0,6190	0,6162
202,5	-0,2587	-0,2588	-0,2590	-0,2591	-0,2591	1,0375	1,0372	1,0369	1,0367	1,0365
267,5	-0,3973	-0,3973	-0,3973	-0,3973	-0,3974	1,5934	1,5921	1,5912	1,5904	1,5896
332,5	-0,5775	-0,5773	-0,5773	-0,5772	-0,5771	2,3476	2,3452	2,3435	2,3420	2,3406
397,5	-0,8057	-0,8054	-0,8052	-0,8050	-0,8048	3,4690	3,4654	3,4627	3,4603	3,4582
462,5	-1,0974	-1,0970	-1,0966	-1,0963	-1,0961	7,1979	7,1896	7,1830	7,1772	7,1719
527,5	-1,2546	-1,2540	-1,2535	-1,2531	-1,2527	7,8247	7,8154	7,8080	7,8015	7,7957
592,5	-1,2819	-1,2811	-1,2805	-1,2800	-1,2796	5,4749	5,4711	5,4681	5,4656	5,4634

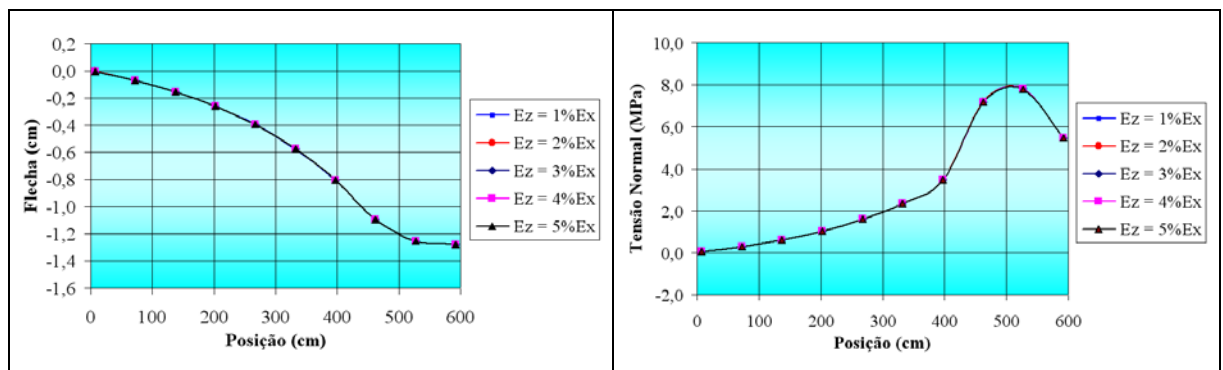


Figura 80 – Influência do  $E_z$  para a ponte 2 sob carregamento de borda

Tabela 25 – Influência do  $G_{xy}$  para a ponte 2 sob carregamento de borda

Posição (cm)	$G_{xy}$ variável (% de $E_x$ )									
	Flecha (cm)					Tensão Normal (MPa)				
	1 %	2 %	3 %	4 %	5 %	1 %	2 %	3 %	4 %	5 %
7,5	0,1232	0,0474	-0,0034	-0,0410	-0,0702	-0,4514	-0,1380	0,0721	0,2272	0,3473
72,5	0,0226	-0,0329	-0,0721	-0,1020	-0,1256	-0,0868	0,1387	0,2998	0,4233	0,5219
137,5	-0,0881	-0,1251	-0,1540	-0,1768	-0,1953	0,3349	0,4939	0,6162	0,7191	0,8008
202,5	-0,2218	-0,2407	-0,2591	-0,2747	-0,2876	0,8552	0,9479	1,0365	1,1112	1,1741
267,5	-0,3922	-0,3909	-0,3974	-0,4042	-0,4105	1,5311	1,5461	1,5896	1,6320	1,6698
332,5	-0,6109	-0,5855	-0,5771	-0,5731	-0,5708	2,4492	2,3587	2,3406	2,3388	2,3420
397,5	-0,8869	-0,8318	-0,8048	-0,7871	-0,7741	3,8333	3,5715	3,4582	3,3916	3,3467
462,5	-1,2383	-1,1464	-1,0961	-1,0611	-1,0345	8,3656	7,6049	7,1719	6,8704	6,6416
527,5	-1,4446	-1,3219	-1,2527	-1,2046	-1,1680	9,1962	8,3061	7,7957	7,4407	7,1725
592,5	-1,5112	-1,3631	-1,2796	-1,2220	-1,1789	6,4483	5,8062	5,4634	5,2361	5,0711

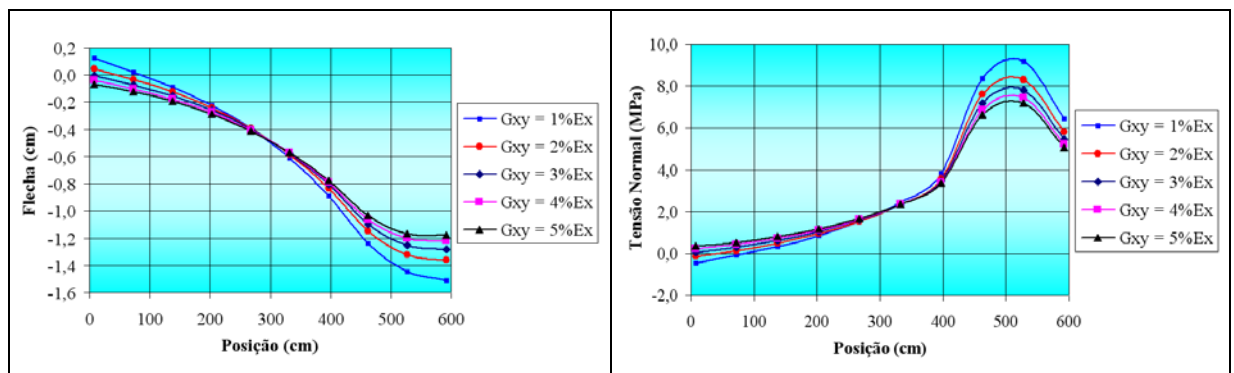


Figura 81 – Influência do  $G_{xy}$  para a ponte 2 sob carregamento de borda



Tabela 26 – Influência do  $G_{xz}$  para a ponte 2 sob carregamento de borda

Posição (cm)	$G_{xz}$ variável (% de $E_x$ )									
	Flecha (cm)					Tensão Normal (MPa)				
	1 %	2 %	3 %	4 %	5 %	1 %	2 %	3 %	4 %	5 %
7,5	-0,0022	-0,0027	-0,0030	-0,0032	-0,0034	0,0681	0,0690	0,0705	0,0714	0,0721
72,5	-0,0713	-0,0716	-0,0718	-0,0720	-0,0721	0,2967	0,2978	0,2986	0,2993	0,2998
137,5	-0,1535	-0,1537	-0,1538	-0,1540	-0,1540	0,6171	0,6178	0,6183	0,6188	0,6162
202,5	-0,2589	-0,2590	-0,2590	-0,2591	-0,2591	1,0354	1,0357	1,0360	1,0362	1,0365
267,5	-0,3974	-0,3974	-0,3974	-0,3973	-0,3974	1,5896	1,5895	1,5895	1,5896	1,5896
332,5	-0,5775	-0,5774	-0,5772	-0,5772	-0,5771	2,3418	2,3412	2,3409	2,3408	2,3406
397,5	-0,8057	-0,8053	-0,8051	-0,8050	-0,8048	3,4617	3,4600	3,4591	3,4586	3,4582
462,5	-1,0980	-1,0972	-1,0967	-1,0964	-1,0961	7,2771	7,2249	7,1986	7,1826	7,1719
527,5	-1,2550	-1,2540	-1,2535	-1,2531	-1,2527	7,9019	7,8493	7,8228	7,8066	7,7957
592,5	-1,2815	-1,2807	-1,2802	-1,2799	-1,2796	5,4736	5,4689	5,4664	5,4647	5,4634

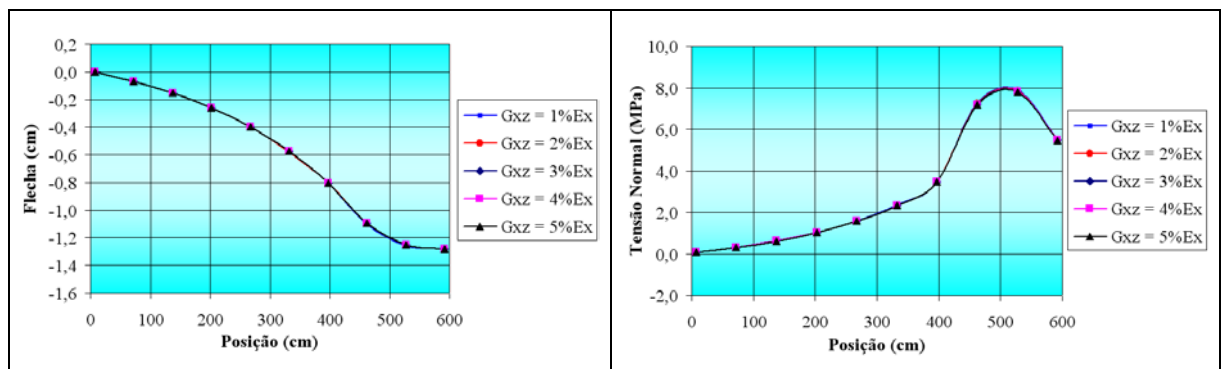


Figura 82 – Influência do  $G_{xz}$  para a ponte 2 sob carregamento de borda

Tabela 27 – Influência do  $G_{yz}$  para a ponte 2 sob carregamento de borda

Posição (cm)	$G_{yz}$ variável (% de $E_x$ )									
	Flecha (cm)					Tensão Normal (MPa)				
	1 %	2 %	3 %	4 %	5 %	1 %	2 %	3 %	4 %	5 %
7,5	-0,0005	-0,0019	-0,0027	-0,0031	-0,0034	0,0602	0,0672	0,0698	0,0712	0,0721
72,5	-0,0682	-0,0705	-0,0714	-0,0718	-0,0721	0,2843	0,2935	0,2969	0,2987	0,2998
137,5	-0,1496	-0,1522	-0,1532	-0,1537	-0,1540	0,6026	0,6126	0,6162	0,6180	0,6162
202,5	-0,2543	-0,2572	-0,2583	-0,2588	-0,2591	1,0192	1,0298	1,0335	1,0353	1,0365
267,5	-0,3926	-0,3955	-0,3965	-0,3970	-0,3974	1,5728	1,5834	1,5869	1,5886	1,5896
332,5	-0,5737	-0,5759	-0,5766	-0,5769	-0,5771	2,3263	2,3356	2,3385	2,3399	2,3406
397,5	-0,8052	-0,8051	-0,8050	-0,8049	-0,8048	3,4504	3,4558	3,4573	3,4579	3,4582
462,5	-1,1061	-1,1000	-1,0979	-1,0968	-1,0961	7,1794	7,1748	7,1733	7,1724	7,1719
527,5	-1,2637	-1,2571	-1,2547	-1,2535	-1,2527	7,8055	7,7966	7,7976	7,7964	7,7957
592,5	-1,2838	-1,2814	-1,2805	-1,2799	-1,2796	5,4582	5,4618	5,4627	5,4631	5,4634

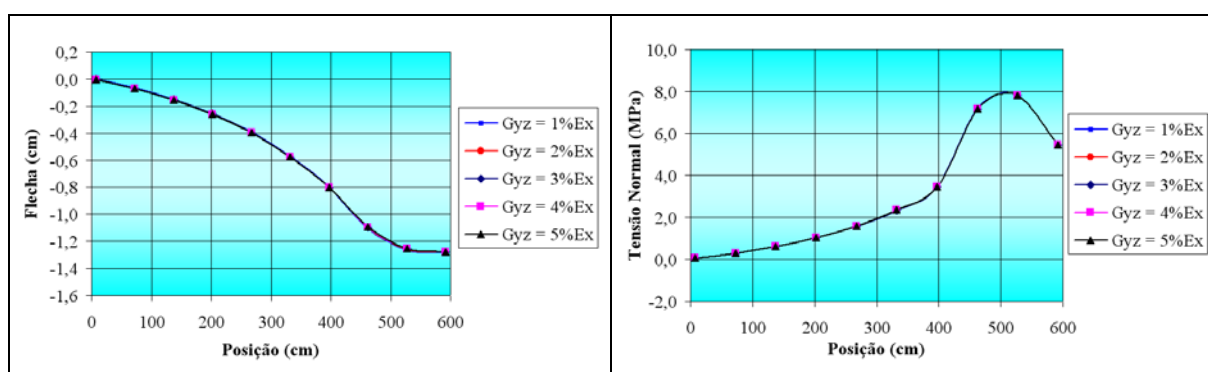


Figura 83 – Influência do  $G_{yz}$  para a ponte 2 sob carregamento de borda

Tabela 28 – Influência do  $v_{xy}$  para a ponte 2 sob carregamento de borda

Posição (cm)	$v_{xy}$ variável					
	Flecha (cm)			Tensão Normal (MPa)		
	0,0	0,3	0,5	0,0	0,3	0,5
7,5	-0,0034	-0,0112	-0,0162	0,0721	0,0995	0,1166
72,5	-0,0721	-0,0777	-0,0812	0,2998	0,3216	0,3350
137,5	-0,1540	-0,1575	-0,1595	0,6162	0,6343	0,6433
202,5	-0,2591	-0,2603	-0,2609	1,0365	1,0442	1,0481
267,5	-0,3974	-0,3960	-0,3949	1,5896	1,5893	1,5876
332,5	-0,5771	-0,5732	-0,5703	2,3406	2,3320	2,3246
397,5	-0,8048	-0,7987	-0,7943	3,4582	3,4420	3,4289
462,5	-1,0961	-1,0893	-1,0842	7,1719	7,1457	7,1245
527,5	-1,2527	-1,2491	-1,2461	7,7957	7,7776	7,7619
592,5	-1,2796	-1,2849	-1,2880	5,4634	5,4729	5,4771

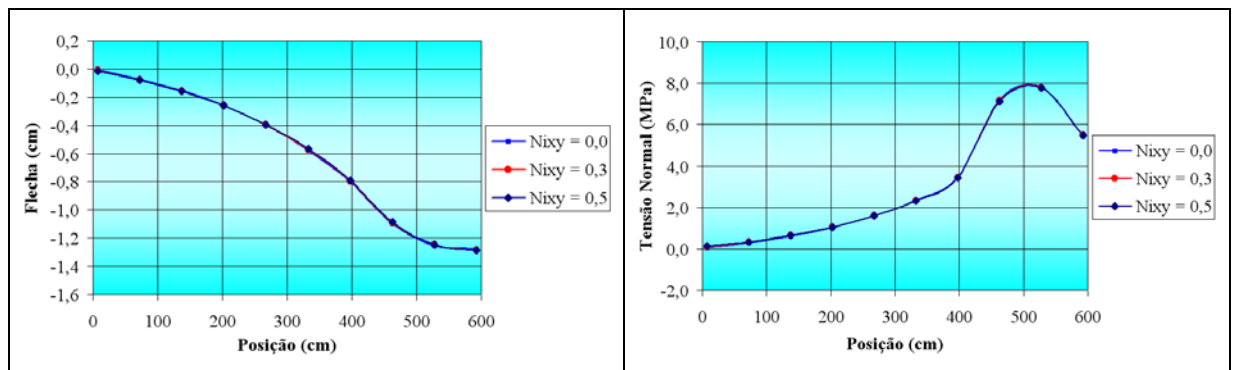
Figura 84 – Influência do  $v_{xy}$  para a ponte 2 sob carregamento de borda

Tabela 29 – Influência do  $v_{xz}$  para a ponte 2 sob carregamento de borda

Posição (cm)	$v_{xz}$ variável					
	Flecha (cm)			Tensão Normal (MPa)		
	0,0	0,3	0,5	0,0	0,3	0,5
7,5	-0,0034	-0,0034	-0,0033	0,0721	0,0723	0,0721
72,5	-0,0721	-0,0722	-0,0721	0,2998	0,3015	0,3021
137,5	-0,1540	-0,1541	-0,1540	0,6162	0,6225	0,6242
202,5	-0,2591	-0,2593	-0,2591	1,0365	1,0420	1,0449
267,5	-0,3974	-0,3975	-0,3973	1,5896	1,5979	1,6025
332,5	-0,5771	-0,5773	-0,5771	2,3406	2,3526	2,3594
397,5	-0,8048	-0,8050	-0,8048	3,4582	3,4754	3,4853
462,5	-1,0961	-1,0962	-1,0959	7,1719	7,2018	7,2184
527,5	-1,2527	-1,2529	-1,2525	7,7957	7,8286	7,8470
592,5	-1,2796	-1,2798	-1,2794	5,4634	5,4766	5,4832

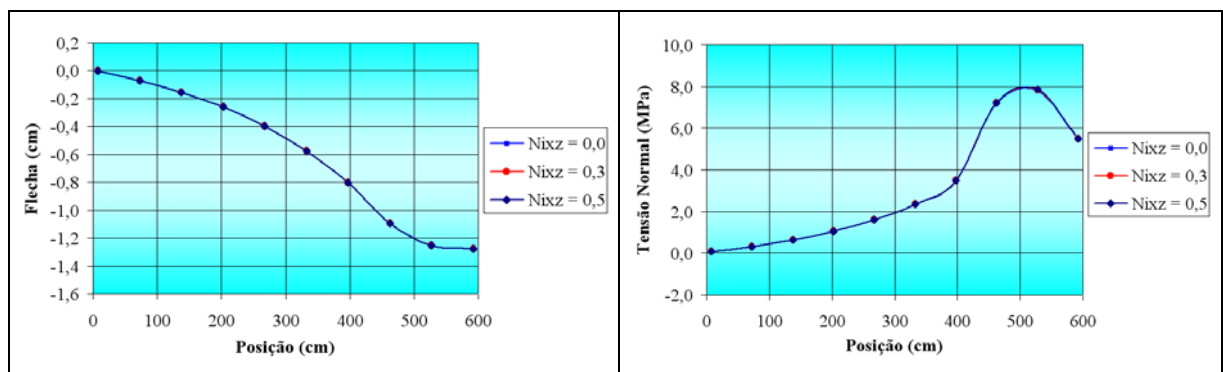
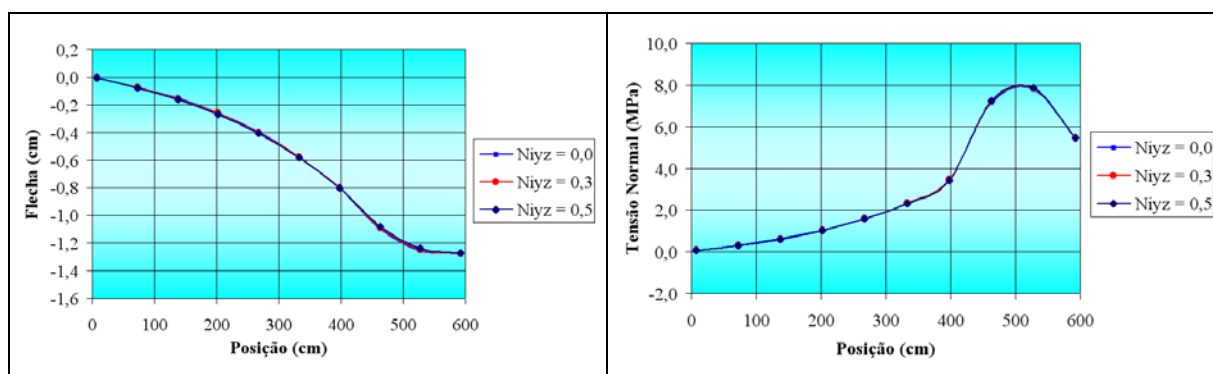
Figura 85 – Influência do  $v_{xz}$  para a ponte 2 sob carregamento de borda

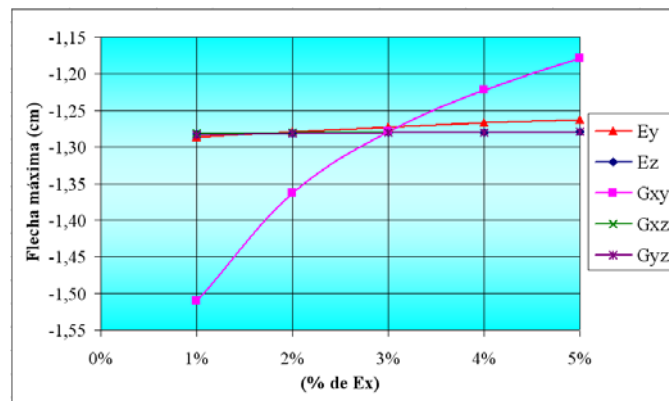
Tabela 30 – Influência do  $v_{yz}$  para a ponte 2 sob carregamento de borda

Posição (cm)	$v_{yz}$ variável					
	Flecha (cm)			Tensão Normal (MPa)		
	0,0	0,3	0,5	0,0	0,3	0,5
7,5	-0,0034	-0,0040	-0,0055	0,0721	0,0752	0,0824
72,5	-0,0721	-0,0737	-0,0770	0,2998	0,2965	0,3020
137,5	-0,1540	-0,1564	-0,1612	0,6162	0,6103	0,6136
202,5	-0,2591	-0,2621	-0,2677	1,0365	1,0227	1,0235
267,5	-0,3974	-0,4004	-0,4058	1,5896	1,5726	1,5705
332,5	-0,5771	-0,5792	-0,5828	2,3406	2,3235	2,3188
397,5	-0,8048	-0,8046	-0,8037	3,4582	3,4429	3,4324
462,5	-1,0961	-1,0909	-1,0811	7,1719	7,2122	7,2260
527,5	-1,2527	-1,2469	-1,2360	7,7957	7,8360	7,8487
592,5	-1,2796	-1,2769	-1,2722	5,4634	5,4659	5,4679

Figura 86 – Influência do  $v_{yz}$  para a ponte 2 sob carregamento de borda

Observando os resultados obtidos para a ponte 2, pode-se tirar as mesmas conclusões que para a ponte 1. Novamente as propriedades elásticas que tem influência significativa sobre o comportamento são as variáveis  $E_y$  e  $G_{xy}$ .

O gráfico da figura 87 mostra a evolução da flecha máxima em função da variação das propriedades elásticas estudadas.



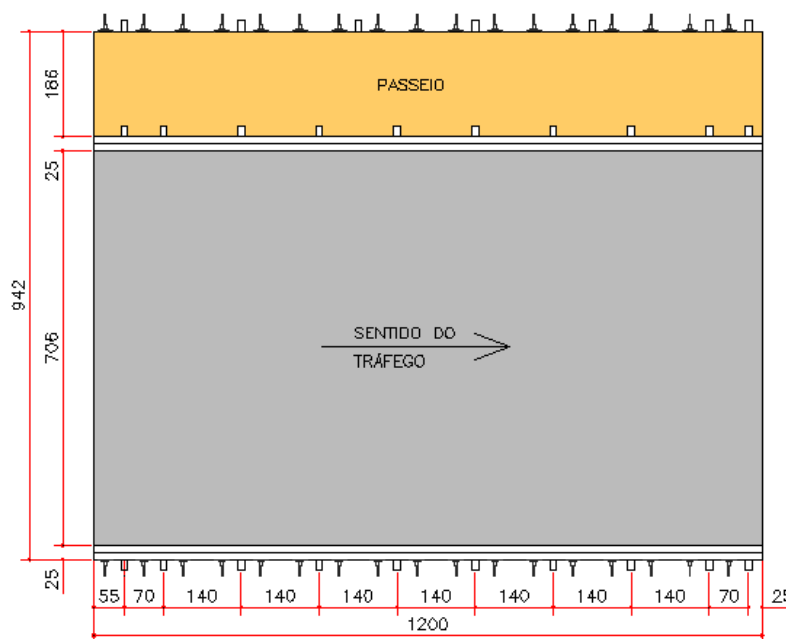
**Figura 87** – Influência das propriedades elásticas para a ponte 2 sob carregamento de borda

A principal diferença entre as análises realizadas na ponte 1 e 2 é que na primeira a propriedade  $E_y$  é mais significativa que na segunda ponte. Ou seja, a propriedade  $E_y$  tem maior importância quanto maior for a largura da ponte em relação ao seu comprimento.

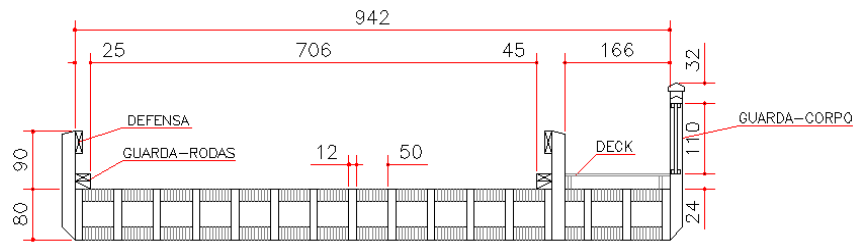
## 5. PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS

Completando o estudo do comportamento estrutural de pontes de madeira com tabuleiro multicelular protendido, foi conduzida uma análise experimental em modelo reduzido de ponte em escala 1:3. Os experimentos foram realizados com a finalidade de aferir os modelos teóricos estudados e obter parâmetros balizadores para corrigir ou ratificar as hipóteses dos modelos estudados.

O modelo ensaiado é baseado no projeto de uma ponte de madeira com tabuleiro multicelular protendido, Classe 45, a ser construída no Campus II da USP de São Carlos. O projeto elaborado pelo autor, com 12m de comprimento e 9,5m de largura, prevê duas faixas de tráfego e um passeio lateral (figuras 88 e 89). As nervuras da ponte serão formadas por vigas de Madeira Laminada Colada do gênero Pinus e o tabuleiro, por peças de madeira serrada do gênero Eucalipto.



**Figura 88** – Planta baixa da ponte do Campus II da USP São Carlos

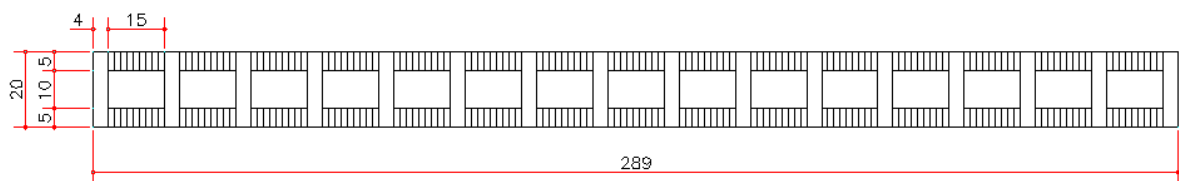


**Figura 89** – Seção transversal da ponte do Campus II da USP São Carlos

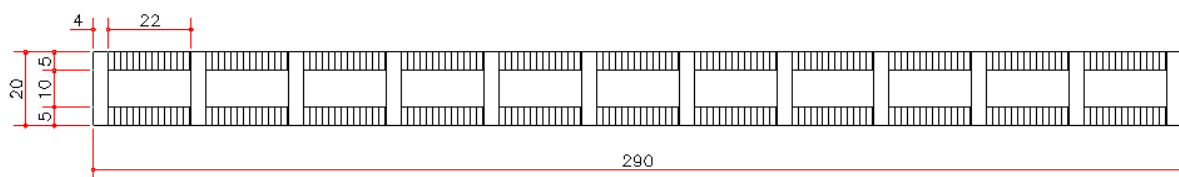
O modelo reduzido ensaiado foi todo construído em madeira da espécie Cedrinho. As vigas de MLC foram reproduzidas por vigas maciças, com dimensões nominais 4 x 20 x 400cm e as lâminas de madeira do tabuleiro, por sarrafos de 1,7 x 5 x 400cm.

Como pode ser notado, nem todas as dimensões reduzidas das peças de madeira utilizadas no modelo correspondem fielmente às do projeto original. A nervura no projeto original possui 80cm de altura, que em escala 1:3 seria aproximadamente 27cm, porém esta altura foi reduzida para 20cm no modelo. Da mesma forma que a altura das peças das mesas, que no projeto original é de 20 cm, e no modelo corresponderia a aproximadamente 6,7cm, foi reduzida para 5cm. Estas alterações têm como objetivo, ampliar as respostas do modelo sujeito aos carregamentos de norma.

O modelo foi montado em duas configurações de seção transversal distintas. A primeira configuração corresponde ao projeto original (16 vigas), enquanto que a segunda foi montada com um número reduzido de vigas (12 vigas). As figuras 90 e 91 mostram o modelo reduzido e suas duas configurações.



**Figura 90** – Seção transversal do modelo reduzido na configuração 1 (16 nervuras)



**Figura 91** – Seção transversal do modelo reduzido na configuração 2 (12 nervuras)



Na fase preliminar, todas as peças de madeira já serradas nas corretas dimensões, foram preparadas para o início dos trabalhos. As peças foram furadas e entabucadas para assegurar um teor de umidade propício para a condução dos ensaios (item 5.1).

Após a fase preliminar, todas as peças de madeira utilizadas no modelo foram caracterizadas por ensaios não destrutivos de flexão estática. Desses ensaios foi obtido o módulo de elasticidade à flexão de cada peça, que serão utilizados na comparação dos resultados teóricos com os experimentais. Esses ensaios são descritos de forma detalhada no item 5.2.

Em seguida, o modelo foi montado atendendo as especificações de projeto, como espaçamento de nervuras, espaçamento de barras de protensão e nível de protensão. Foram utilizadas barras roscadas (M10) com 10 mm de diâmetro para simular as barras de protensão. O item 5.3 apresenta o procedimento de montagem do modelo com a aplicação do nível de protensão conveniente.

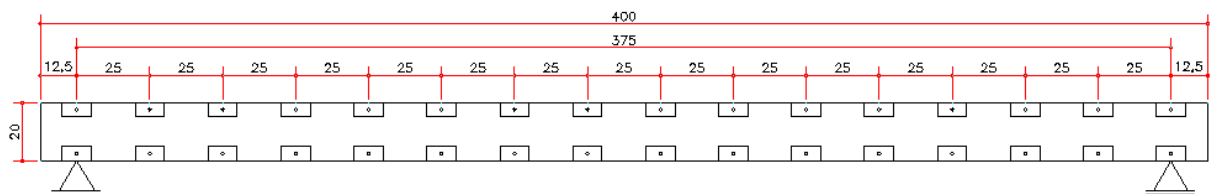
O item 5.4 mostra toda a instrumentação usada no modelo. Foram utilizados extensômetros elétricos de resistência (strain gages) nas peças de madeira, células de carga nas barras de protensão e transdutores de deslocamento no centro do vão e nos apoios.

Cada configuração de tabuleiro foi testada para identificar o comportamento estrutural no regime linear. Para isto, o modelo foi submetido a carregamentos distribuídos e concentrados simétricos e assimétricos, variando-se o nível de protensão. Os ensaios no modelo reduzido são descritos no item 5.5.

Todo o programa experimental foi desenvolvido no Laboratório de Madeiras e de Estruturas de Madeira (LaMEM) do Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos (SET/EESC/USP).

## **5.1. FASE PRELIMINAR**

A princípio, todas as peças de madeira, pré-bitoladas, foram furadas uma a uma para a passagem das barras de protensão. O diâmetro dos furos é de  $\frac{1}{2}$ ", e o espaçamento é de 25 cm entre eixos, conforme projeto do modelo (figura 92). A figura 93 mostra a realização dos furos nas peças de madeira.



**Figura 92** – Vista lateral do modelo e o espaçamento entre as barras de protensão.



**Figura 93** – Furação das peças de madeira

Devidamente furadas, as peças foram entabecadas (figura 94) e, periodicamente, foram retirados corpos-de-prova para determinação do teor de umidade, seguindo os procedimentos da NBR 7190.

O controle foi feito até que o teor de umidade atingisse o equilíbrio, entre 11% e 13%, propício para a condução dos ensaios seguintes.



**Figura 94** – Secagem das peças de madeira

Concluindo a fase preliminar, algumas peças foram instrumentadas com extensômetros elétricos de resistência da marca KYOWA do tipo KFG-10-120-C1-11. Os extensômetros foram colados na face superior e inferior das peças na região central do vão (figura 95).



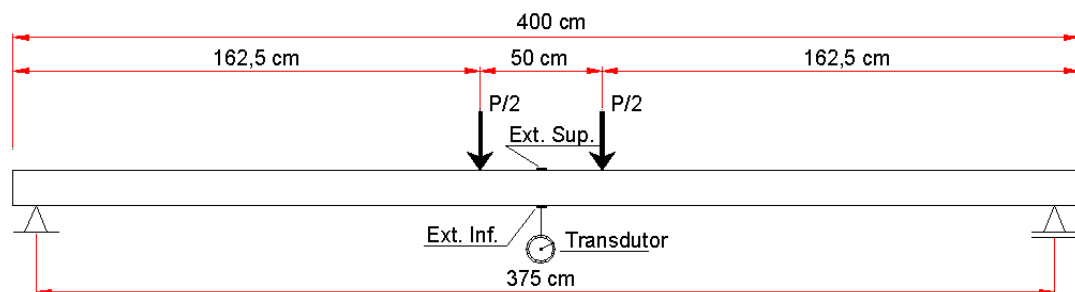
**Figura 95** – Instalação de extensômetro elétricos

## 5.2. ENSAIOS DE CARACTERIZAÇÃO DA MADEIRA

Todas as peças de madeira foram caracterizadas por ensaio não destrutivo de flexão estática para a determinação do valor do módulo de elasticidade à flexão.

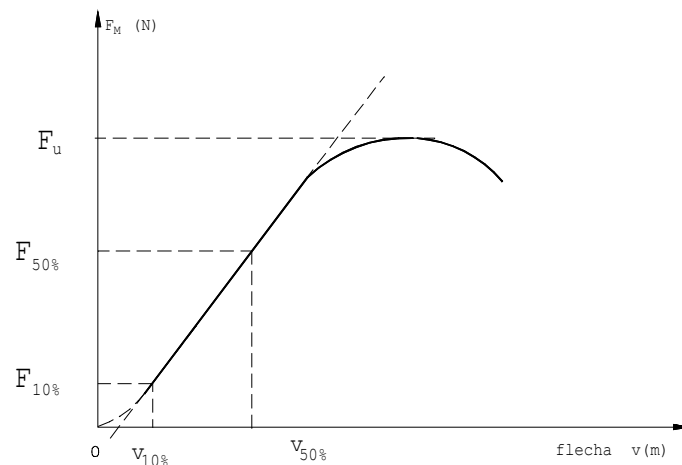
Para as nervuras, os ensaios consistem em aplicar o carregamento com duas forças concentradas espaçadas de 50cm no centro do vão sobre a peça bi-apoiada, medindo a flecha máxima a cada novo incremento de carregamento. Esta configuração do ensaio de flexão tem justificativa no fato de que o modelo reduzido é ensaiado como mesmo espaçamento entre as cagas concentradas.

Em algumas peças foram instalados extensômetros elétricos nas faces, superior e inferior, mensurando a deformação específica correspondente a cada incremento do carregamento. A figura 96 ilustra a configuração dos ensaios de flexão estática para as nervuras.

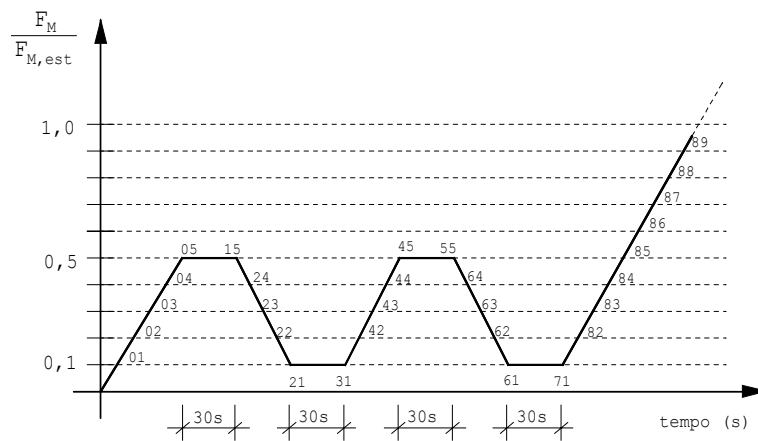


**Figura 96** – Configuração do ensaio flexão estática das nervuras

A norma brasileira NBR 7190/97, em seu Anexo B, indica que o valor do módulo de elasticidade à flexão deve ser determinado no trecho linear do diagrama carga-deslocamento, indicado na figura 97.



**Figura 97** – Diagrama carga-flecha na flexão. Fonte NBR 7190 (1997)



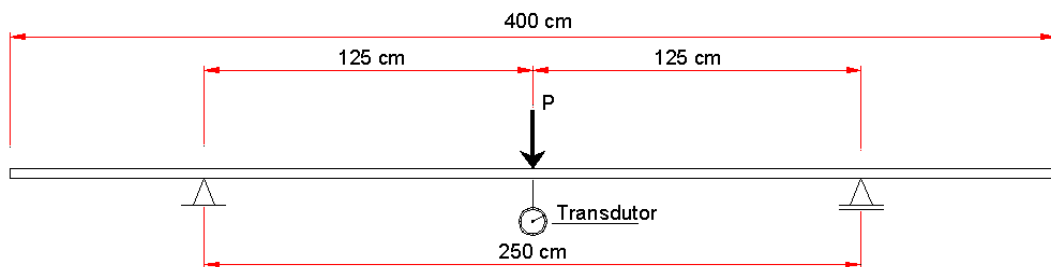
**Figura 98** – Diagrama de carregamento para a determinação da rigidez à flexão. Fonte NBR 7190 (1997)

Para esta finalidade, a norma brasileira indica que o módulo de elasticidade deve ser determinado pela inclinação da reta secante à curva carga-deslocamento no meio do vão, no último ciclo de carregamento (figura 98), definida pelos pontos correspondentes a 10% e 50% da carga máxima de ensaio, estimada por meio de um corpo de prova gêmeo.

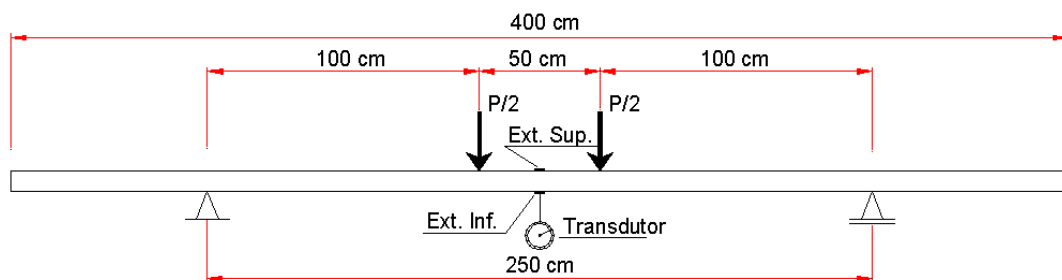
Em função da impossibilidade de realização do ensaio de ruptura do corpo de prova gêmeo para cada peça ensaiada, optou-se por conduzir o carregamento até o limite de  $L/200$ , de forma a não exceder o regime elástico do material. O vão adotado para estes ensaios foi o mesmo utilizado para os ensaios no modelo reduzido (375cm).

Já as peças das mesas (sarrafos 1,7 x 5 x 400cm) foram ensaiados à flexão estática com carregamento concentrado no centro do vão sobre a peça bi-apoiada, medindo a flecha máxima a cada novo incremento de carregamento. Os sarrafos foram ensaiados na posição

horizontal, ou seja, flexão em torno do eixo de menor inércia, com vão de 250 cm. Os sarrafos que possuíam extensômetros elétricos foram também ensaiados no eixo de maior inércia, com carregamento composto por duas forças concentradas espaçadas 50cm, e centralizadas. As figuras 99 e 100 ilustram a configuração dos ensaios de flexão estática para as peças das mesas.



**Figura 99** – Configuração do ensaio flexão estática dos sarrafos (menor inércia)



**Figura 100** – Configuração do ensaio flexão estática dos sarrafos (maior inércia)

As figuras 101 e 102 mostram os ensaios de flexão estática em curso.



**Figura 101** – Ensaio de flexão estática das nervuras



**Figura 102** – Ensaio de flexão estática dos sarrafos (menor e maior inércia)

No caso dos ensaios com as nervuras, o carregamento foi aplicado por meio de cilindro hidráulico fixado em pórtico de reação, montado sobre a laje de reação. O controle de aplicação de carga foi realizado por anel dinamométrico (E.L.E. – Engineering Laboratory Equipment Limited). A medida dos deslocamentos verticais no meio do vão (flecha) foi feita com transdutor digital de deslocamento com sensibilidade de 0,01 mm e capacidade máxima de 50 mm, da marca MITUTOYO posicionado na face inferior das peças.

Para os sarrafos, o carregamento foi aplicado com discos de chumbo pré-pesados e, as leituras de flecha foram obtidas com transdutor digital, com sensibilidade de 0,01 mm.

As leituras de deformações específicas e dos deslocamentos foram registradas com o equipamento de aquisição de dados SYSTEM 5000 da Micro-Measurements com capacidade de até 20 canais.

De posse dos valores de pares de força aplicada e o correspondente deslocamento vertical no meio do vão, foram determinados os módulos de elasticidade a flexão ( $E_{M, flecha}$ ) de vigas bi-apoiadas com cargas concentradas com 50cm de distância, de acordo com a seguinte equação:

$$E_{M, flecha} = \frac{59 \cdot L^3 \cdot \Delta F}{3000 \cdot I \cdot \Delta \delta} \quad (111)$$

Onde:

L – vão

$\Delta F$  – variação da força

I – momento de inércia da peça

$\Delta \delta$  – variação da flecha

Para a determinação do módulo de elasticidade à flexão obtidos pelos extensômetros, foi utilizada a seguinte equação:

$$E_{M, \text{ext. x}} = \frac{h \cdot L \cdot \Delta F}{5 \cdot I \cdot \Delta \varepsilon} \quad (112)$$

Onde:

h – altura da peça

L – vão do ensaio

$\Delta F$  – variação da força

I – momento de inércia da peça

$\Delta \varepsilon$  – variação da deformação específica

Para os sarrafos, o módulo de elasticidade à flexão ( $E_{M, \text{flecha}}$ ) foi determinado de acordo com a seguinte equação:

$$E_{M, \text{flecha}} = \frac{L^3 \cdot \Delta F}{48 \cdot I \cdot \Delta \delta}, \text{ para carga concentrada no centro} \quad (113)$$

Para a determinação dos módulos de elasticidade à flexão obtidos pelos extensômetros, foi utilizada a seguinte equação:

$$E_{M, \text{ext. x}} = \frac{h \cdot L \cdot \Delta F}{5 \cdot I \cdot \Delta \varepsilon} \quad (114)$$

Os valores dos módulos de elasticidade obtidos destes ensaios de caracterização são apresentados no item 6.1 do capítulo de resultados.

### 5.3. MONTAGEM DO MODELO REDUZIDO

Após os ensaios de flexão, as madeiras devidamente secas ao ar e já com os extensômetros, foram posicionadas, conforme projeto, de modo a constituir todo o modelo.

O modelo foi montado sobre apoios contínuos, compostos por barra de aço redondo sobre viga de aço rígida. Os elementos de apoio restringiam os deslocamentos verticais para baixo e horizontais na direção transversal do tabuleiro. Os deslocamentos verticais para cima e horizontais na direção longitudinal não eram restritos.

A montagem foi iniciada com a colocação da primeira nervura sobre o apoio e a instalação das barras de protensão. Em seguida, eram colocados os sarrafos da mesa inferior e depois os

da mesa superior. Com a instalação da segunda nervura, era concluída a montagem de um módulo do tabuleiro.

Este procedimento foi repetido até que todos os módulos fossem montados, completando o tabuleiro.

A figura 103 mostra os procedimentos de montagem do tabuleiro até a sua conclusão.



**Figura 103** – Montagem do tabuleiro



Com o tabuleiro completo iniciou-se a fase de protensão. As placas de ancoragem eram instaladas e as porcas foram atarraxadas com o auxílio de furadeira adaptada, com controle de velocidade (figura 104).



*Figura 104 – Protensão do tabuleiro*

As barras roscadas foram protendidas uma a uma, iniciando-se pelas barras do centro do vão e prosseguindo de forma simétrica até as últimas barras na região dos apoios. Este procedimento foi repetido várias vezes até que o nível de força nas barras estabilizasse. O nível foi medido por células de carga instaladas nas barras. O ajuste fino foi feito manualmente com chave.

Depois de feitos todos os ensaios necessários no modelo com a primeira configuração de seção transversal, este foi desmontado, e novamente montado com a segunda configuração. A segunda configuração foi montada seguindo os mesmos procedimentos de montagem da primeira.

#### **5.4. INSTRUMENTAÇÃO DO MODELO REDUZIDO**

A instrumentação usada na pesquisa tem como objetivo a medição de deslocamentos verticais e deformações do tabuleiro, além da força de protensão nas barras, durante a condução dos ensaios.

A instrumentação inclui, transdutores de deslocamento para medir os deslocamentos verticais no centro do vão e nos apoios, extensômetros elétricos para medir as deformações específicas nas nervuras e mesas, células de carga para monitorar a força de protensão nas barras roscadas e também para a aplicação de carga.

Todos os instrumentos foram conectados a dois sistemas eletrônicos de aquisição de dados. As células de carga eram conectadas ao indicador de deformações modelo KYOWA SM-60B acoplado a uma caixa comutadora para 24 canais modelo KYOWA SS24R, e os transdutores e extensômetros ao sistema System 5000 da Micro-Measurements com capacidade de até 20 canais, ligado a um computador para armazenamento dos dados.



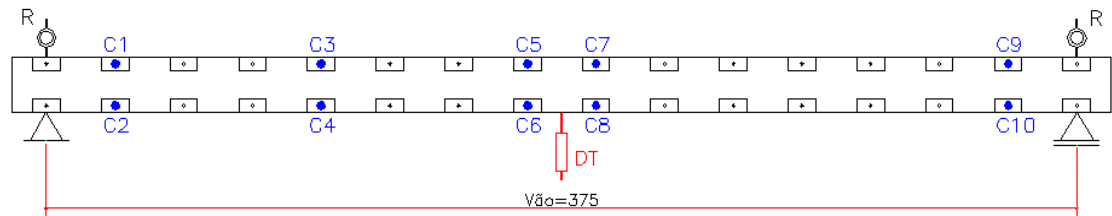
**Figura 105** – *Sistemas de aquisição de dados*

A lista de instrumentos usados nos ensaios, a quantidade e suas especificações são descritas a seguir:

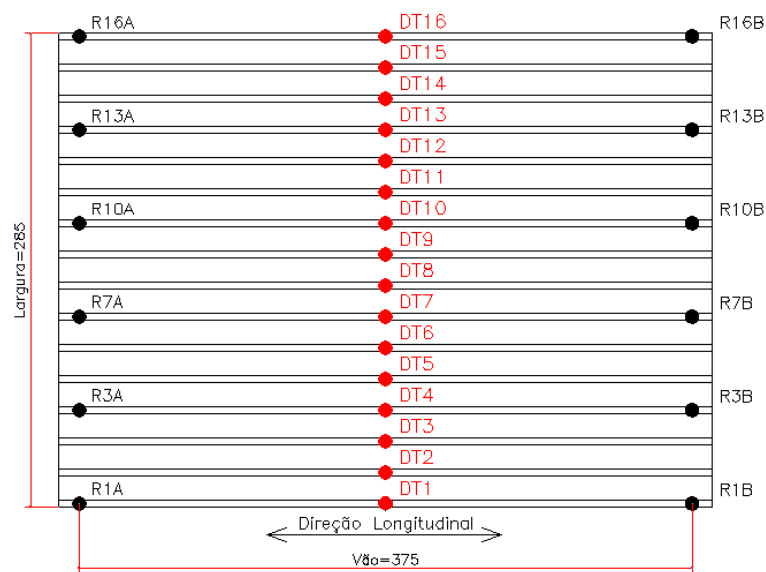
- 16 Transdutores de deslocamento (KYOWA) com capacidade de 100mm e resolução de 0,01mm;
- 12 Transdutores de deslocamento (MITUTOYO) com capacidade de 50mm e resolução de 0,01mm;
- 23 Extensômetros elétricos (KYOWA KFG-10-120-C1-11) com 10mm de comprimento e 120 $\Omega$ ;
- 10 Células de carga (LaMEM) com capacidade de 1 kN;
- 1 Célula de carga (MSI) com capacidade de 25kN.

Os transdutores KYOWA foram posicionados na face inferior de cada nervura no centro do vão, 16 na primeira configuração de tabuleiro e 12 na segunda configuração. Os 6 transdutores MITUTOYO foram posicionados sobre o tabuleiro na linha dos apoios, para medir possíveis deslocamentos verticais nos apoios.

As figuras 106, 107 e 108 mostram a localização das células de carga e dos transdutores de deslocamento usados no modelo em suas duas configurações.



**Figura 106** – Localização das células de carga nas barras de protensão para a configuração 1 e 2 (vista lateral esquerda do modelo)



**Figura 107** – Localização dos transdutores de deslocamento (planta baixa configuração 1)



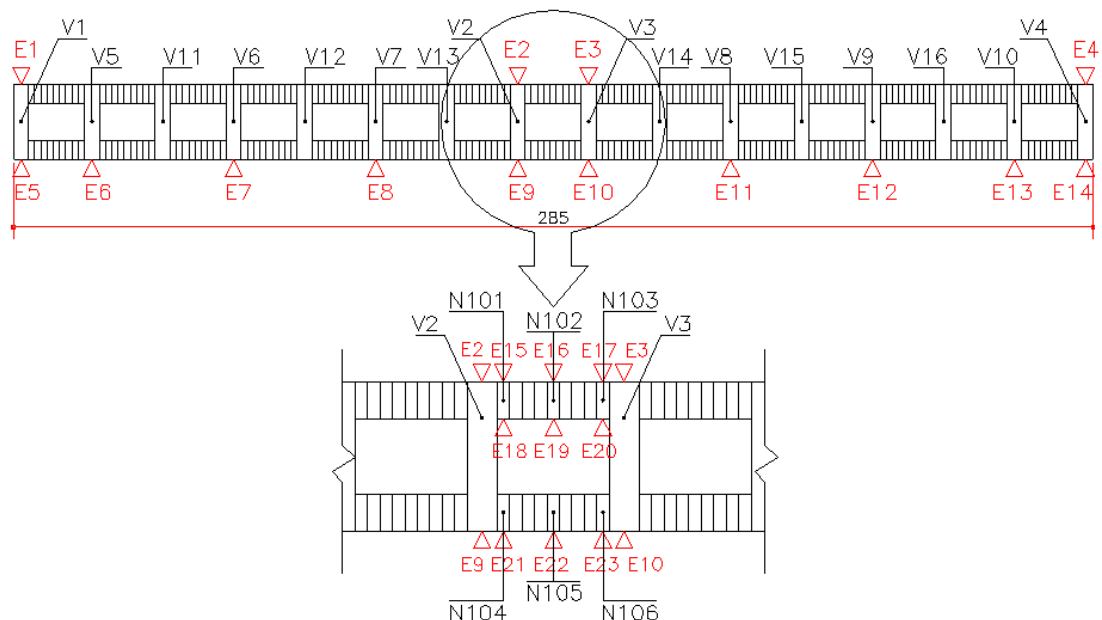
**Figura 108** – Localização dos transdutores de deslocamento (planta baixa configuração 2)



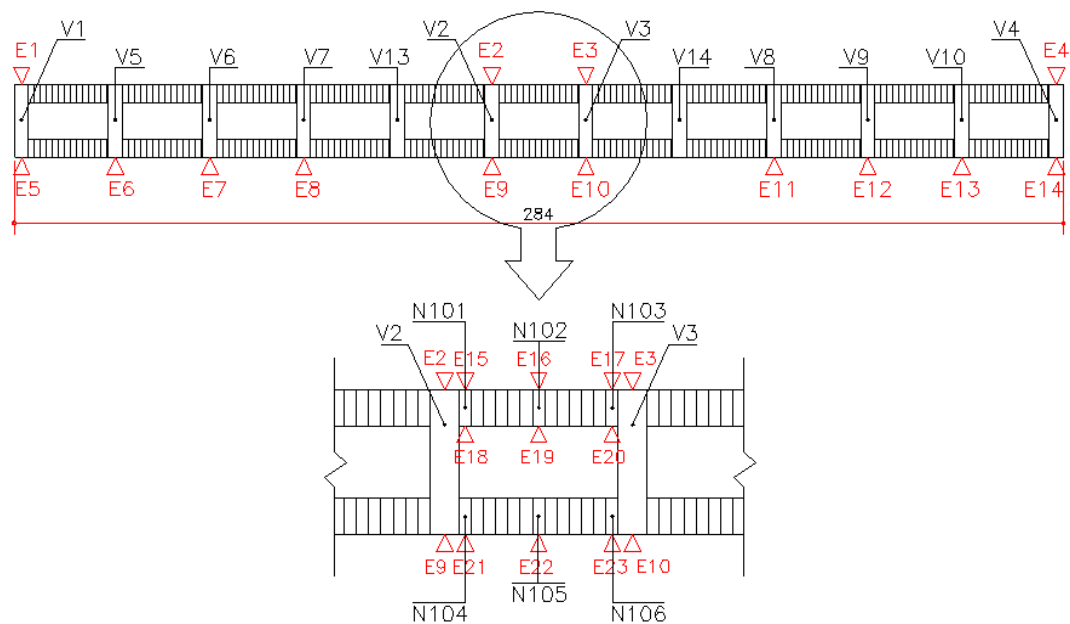
**Figura 109** – Transdutores de deslocamento KYOWA e MITUTOYO

A figura 109 mostra os transdutores KYOWA prontos para instalação na parte inferior do tabuleiro no centro do vão e os transdutores MITUTOYO instalados nos apoios.

As vigas de madeira com os extensômetros elétricos previamente instalados foram distribuídos ao longo do tabuleiro conforme ilustram as figuras 110 e 111. Da mesma forma, foram distribuídos os sarrafos com os extensômetros. É necessário lembrar que todos os extensômetros foram instalados no centro do vão das peças.



**Figura 110** – Distribuição das vigas e sarrafos instrumentados ao longo do tabuleiro (vista frontal do modelo – configuração 1)



**Figura 111** – Distribuição das vigas e sarrafos instrumentados ao longo do tabuleiro (vista frontal do modelo – configuração 2)

## 5.5. ENSAIOS DO MODELO REDUZIDO

O modelo reduzido foi ensaiado com vários arranjos de carregamentos diferentes, simétricos e assimétricos, com a finalidade de avaliar a rigidez longitudinal à flexão e também quantificar a distribuição de carga ao longo da seção transversal do tabuleiro a cada nível de protensão distinto.

Para cada um dos três níveis de protensão estudados (700 kPa, 550 kPa e 350 kPa), era realizada uma bateria de ensaios, com os vários arranjos de carregamento. Os ensaios começaram pelo nível mais alto de protensão e no final, a última bateria era feita com o modelo sem protensão. Os procedimentos de ensaios realizados na primeira configuração de tabuleiro foram repetidos para a segunda configuração.

As tabelas 31 e 32 sintetizam todos os ensaios realizados no tabuleiro com a primeira e segunda configuração. São seis diferentes arranjos de carregamento para cada nível de protensão estudado, perfazendo ao todo 24 ensaios para cada configuração de tabuleiro.

Os carregamentos distribuídos foram aplicados com dois perfis metálicos com 10cm de largura em toda a seção transversal do modelo. Os carregamentos concentrados foram aplicados com peças de madeira de alta densidade sob perfis metálicos.

As dimensões das cargas concentradas usadas no modelo eram 6,7cm de comprimento (sentido longitudinal) e 16,7cm de largura. Essas medidas correspondem às dimensões reais da área de contato das rodas do Veículo tipo Classe 45 (20 x 50cm), conforme NBR 7188.

**Tabela 31** – Relação de ensaios para o modelo com a primeira configuração.

Nível de Protensão	Arranjo de Carregamento	
	Ensaio	Descrição
700 kPa	P1-700/D	Carga simétrica distribuída no tabuleiro
	P1-700/CLE	Carga assimétrica concentrada na lateral esquerda do tabuleiro
	P1-700/CQE	Carga assimétrica concentrada no quarto esquerdo do tabuleiro
	P1-700/CC	Carga simétrica concentrada no centro do tabuleiro
	P1-700/CQD	Carga assimétrica concentrada no quarto direito do tabuleiro
	P1-700/CLD	Carga assimétrica concentrada na lateral direita do tabuleiro
500 kPa	P1-550/D	Carga simétrica distribuída no tabuleiro
	P1-550/CLE	Carga assimétrica concentrada na lateral esquerda do tabuleiro
	P1-550/CQE	Carga assimétrica concentrada no quarto esquerdo do tabuleiro
	P1-550/CC	Carga simétrica concentrada no centro do tabuleiro
	P1-550/CQD	Carga assimétrica concentrada no quarto direito do tabuleiro
	P1-550/CLD	Carga assimétrica concentrada na lateral direita do tabuleiro
300 kPa	P1-350/D	Carga simétrica distribuída no tabuleiro
	P1-350/CLE	Carga assimétrica concentrada na lateral esquerda do tabuleiro
	P1-350/CQE	Carga assimétrica concentrada no quarto esquerdo do tabuleiro
	P1-350/CC	Carga simétrica concentrada no centro do tabuleiro
	P1-350/CQD	Carga assimétrica concentrada no quarto direito do tabuleiro
	P1-350/CLD	Carga assimétrica concentrada na lateral direita do tabuleiro
0 kPa	P1-0/D	Carga simétrica distribuída no tabuleiro
	P1-0/CLE	Carga assimétrica concentrada na lateral esquerda do tabuleiro
	P1-0/CQE	Carga assimétrica concentrada no quarto esquerdo do tabuleiro
	P1-0/CC	Carga simétrica concentrada no centro do tabuleiro
	P1-0/CQD	Carga assimétrica concentrada no quarto direito do tabuleiro
	P1-0/CLD	Carga assimétrica concentrada na lateral direita do tabuleiro

As regiões de aplicação de carga foram preparadas de forma a evitar possíveis desnivelamentos da superfície. A cada bateria de ensaios era colocada uma camada de aproximadamente 1,5cm de espessura de areia média devidamente nivelada.

**Tabela 32** – Relação de ensaios para o modelo com a segunda configuração.

Nível de Protensão	Arranjo de Carregamento	
	Ensaio	Descrição
700 kPa	P2-700/D	Carga simétrica distribuída no tabuleiro
	P2-700/CLE	Carga assimétrica concentrada na lateral esquerda do tabuleiro
	P2-700/CQE	Carga assimétrica concentrada no quarto esquerdo do tabuleiro
	P2-700/CC	Carga simétrica concentrada no centro do tabuleiro
	P2-700/CQD	Carga assimétrica concentrada no quarto direito do tabuleiro
	P2-700/CLD	Carga assimétrica concentrada na lateral direita do tabuleiro
500 kPa	P2-550/D	Carga simétrica distribuída no tabuleiro
	P2-550/CLE	Carga assimétrica concentrada na lateral esquerda do tabuleiro
	P2-550/CQE	Carga assimétrica concentrada no quarto esquerdo do tabuleiro
	P2-550/CC	Carga simétrica concentrada no centro do tabuleiro
	P2-550/CQD	Carga assimétrica concentrada no quarto direito do tabuleiro
	P2-550/CLD	Carga assimétrica concentrada na lateral direita do tabuleiro
300 kPa	P2-350/D	Carga simétrica distribuída no tabuleiro
	P2-350/CLE	Carga assimétrica concentrada na lateral esquerda do tabuleiro
	P2-350/CQE	Carga assimétrica concentrada no quarto esquerdo do tabuleiro
	P2-350/CC	Carga simétrica concentrada no centro do tabuleiro
	P2-350/CQD	Carga assimétrica concentrada no quarto direito do tabuleiro
	P2-350/CLD	Carga assimétrica concentrada na lateral direita do tabuleiro
0 kPa	P2-0/D	Carga simétrica distribuída no tabuleiro
	P2-0/CLE	Carga assimétrica concentrada na lateral esquerda do tabuleiro
	P2-0/CQE	Carga assimétrica concentrada no quarto esquerdo do tabuleiro
	P2-0/CC	Carga simétrica concentrada no centro do tabuleiro
	P2-0/CQD	Carga assimétrica concentrada no quarto direito do tabuleiro
	P2-0/CLD	Carga assimétrica concentrada na lateral direita do tabuleiro

As figuras 112, 113, 114 e 115 ilustram a geometria e o posicionamento dos carregamentos, distribuídos e concentrados, aplicados no modelo em suas duas configurações.

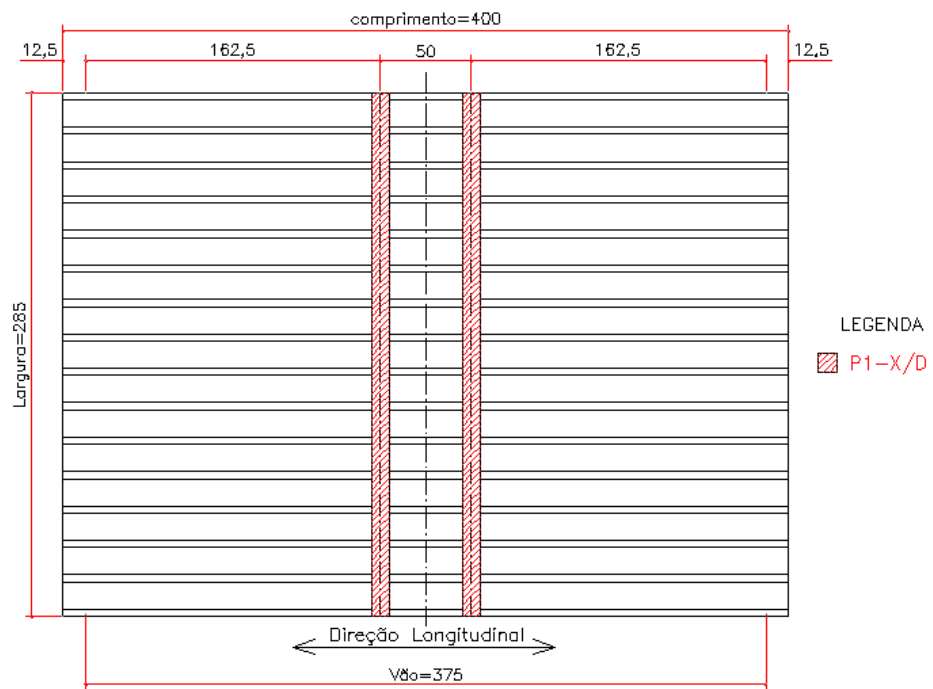


Figura 112 – Posicionamento do carregamento distribuído (configuração 1)

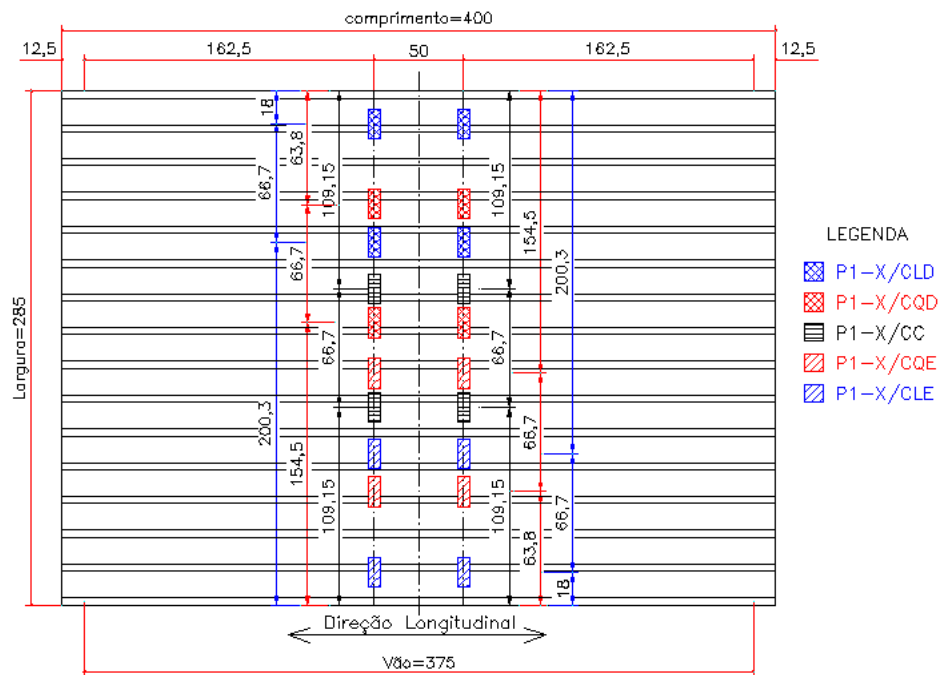


Figura 113 – Posicionamento dos carregamentos concentrados (configuração 1)



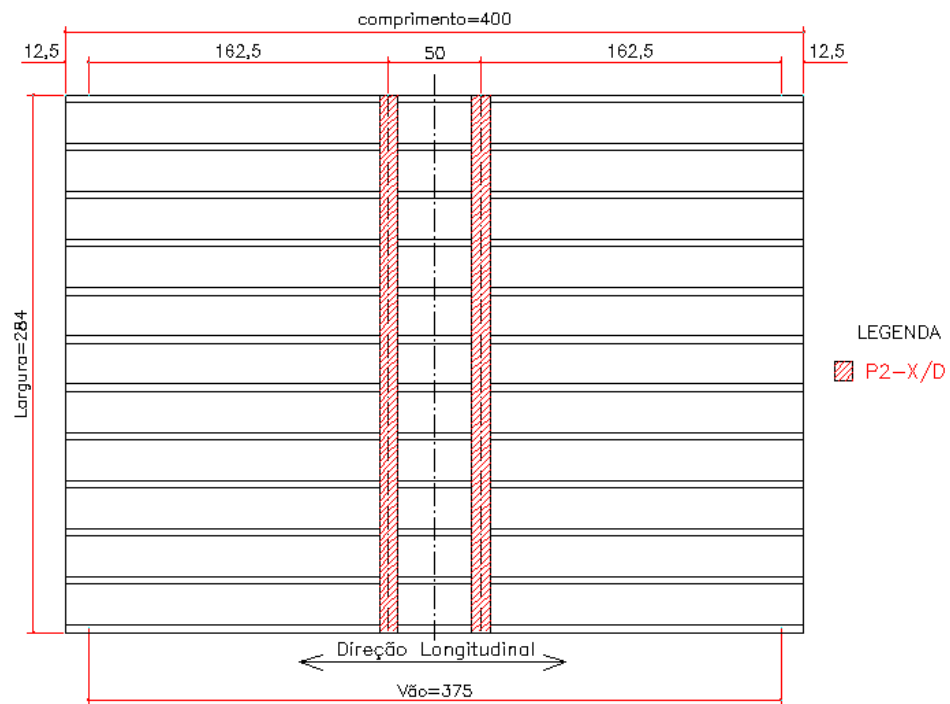


Figura 114 – Posicionamento do carregamento distribuído (configuração 2)

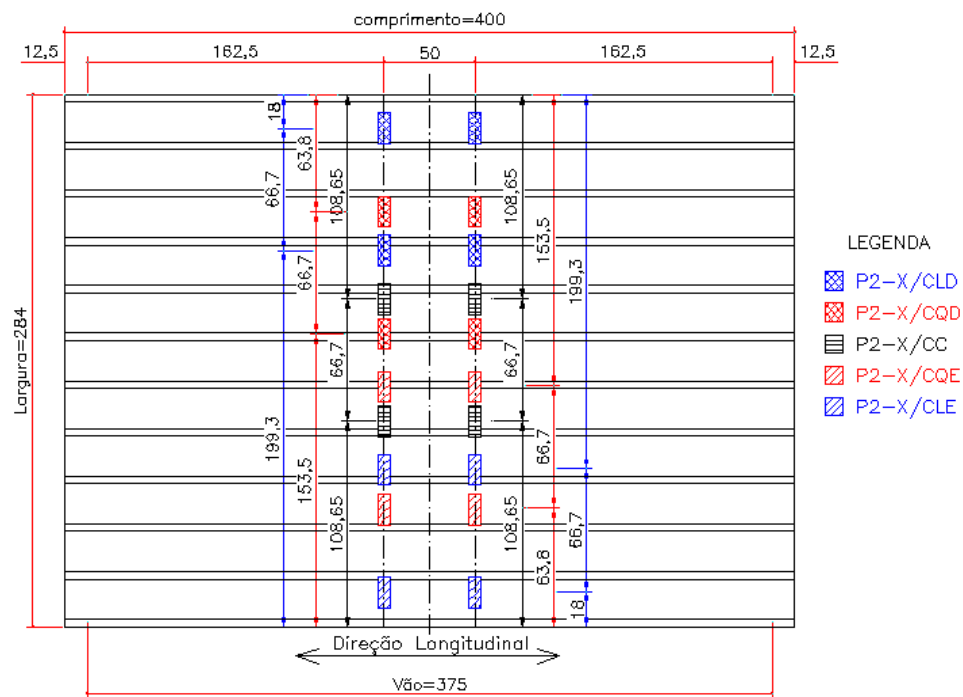
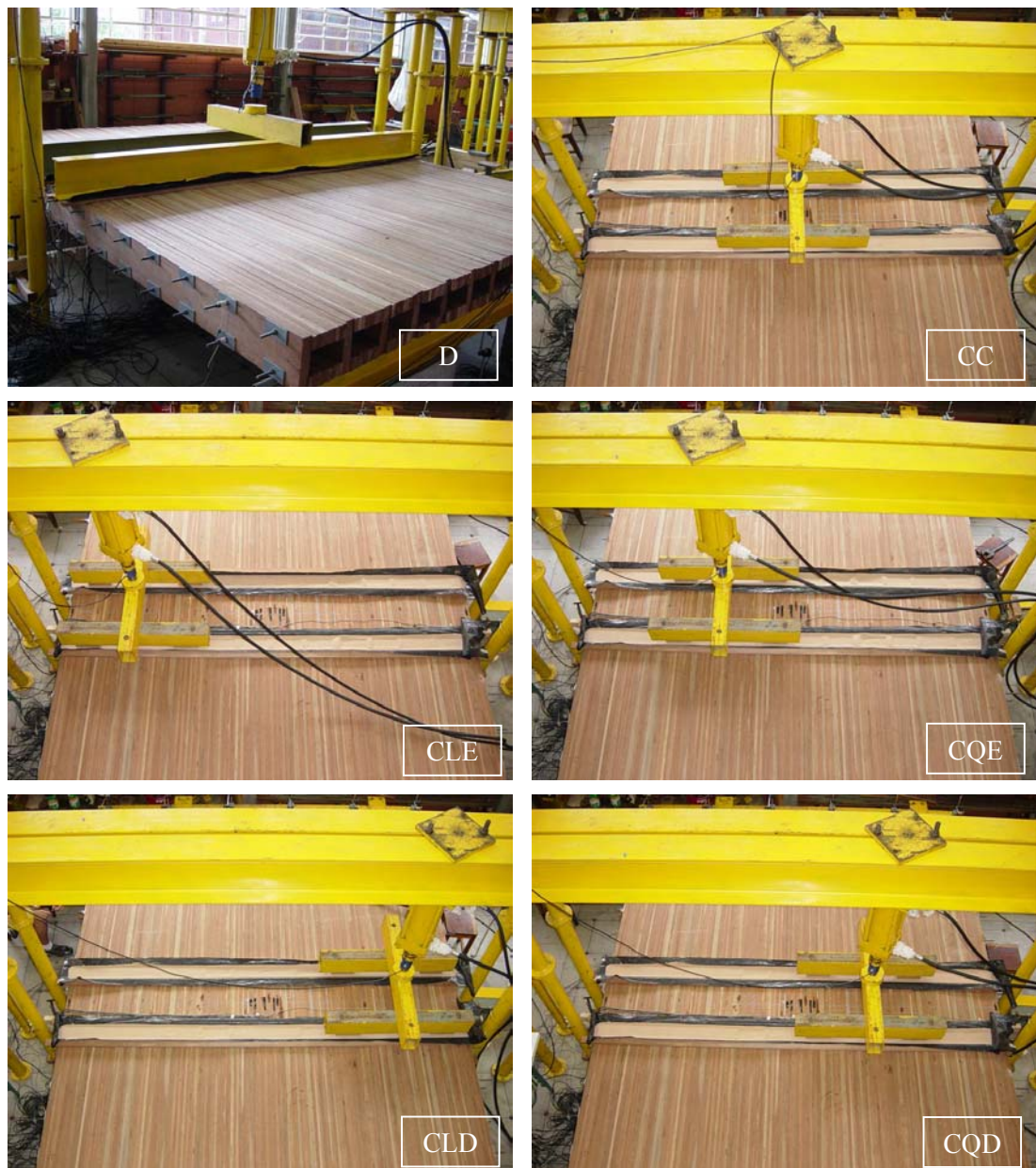


Figura 115 – Posicionamento dos carregamentos concentrados (configuração 2)

A seqüência de fotos da figura 116 ilustra os arranjos de carregamentos aplicados no modelo.



**Figura 116** – Arranjos dos Carregamentos

O modelo foi ensaiado com dois ciclos de carregamento monotônico crescente, fazendo-se as leituras de dados no segundo ciclo. Os carregamentos foram conduzidos até o limite máximo de flecha de  $L/200$ .

Todos os resultados dos ensaios preliminares de caracterização das peças de madeira, bem como os ensaios do modelo, são devidamente apresentados no Capítulo 6.

## 6. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos do programa experimental realizado nesta pesquisa. Os respectivos procedimentos de ensaios foram previamente descritos no capítulo 5.

No primeiro item, são apresentados em forma de tabelas os resultados dos ensaios de caracterização da madeira. No segundo item, os resultados mais relevantes dos ensaios no modelo reduzido, são apresentados em forma de gráficos e tabelas e discutidos.

### 6.1. ENSAIOS DE CARACTERIZAÇÃO DA MADEIRA

Nas tabelas 33 e 34 estão indicados os resultados dos ensaios preliminares das peças utilizadas para compor a ponte em modelo reduzido.

A tabela 33 mostra os valores dos módulos de elasticidade para as vigas correspondentes às nervuras do modelo, obtidos em ensaios de flexão. Os valores indicados na coluna  $E_{M, flecha}$  foram obtidos a partir da flecha medida no meio do vão. Os valores indicados na coluna  $E_{M, ext.}$  foram obtidos a partir da deformação específica medida por meio dos extensômetros superior e inferior, quando instalados.

*Tabela 33: Módulos de elasticidade das vigas de madeira*

<b>Viga</b>	<b>Dimensões (b<sub>w</sub> x H x L) (cm)</b>	<b>Vão (cm)</b>	<b><math>E_{M, flecha}</math> (MPa)</b>	<b>Extensômetro</b>	<b><math>E_{M, ext}</math> (MPa)</b>
V1	3,72 x 19,06 x 400,00	375,00	9195	Superior (1) Inferior (5)	10428 11278
V2	3,70 x 19,40 x 400,00	375,00	9630	Superior (2) Inferior (9)	10488 12759
V3	3,72 x 19,40 x 400,00	375,00	8954	Superior (3) Inferior (10)	10151 9981

V4	3,78 x 19,40 x 400,00	375,00	9897	Superior (4) Inferior (14)	11322 12658
V5	3,75 x 19,13 x 400,00	375,00	9223	Superior (-) Inferior (6)	----- 9322
V6	3,75 x 19,40 x 400,00	375,00	8805	Superior (-) Inferior (7)	----- 9805
V7	3,78 x 19,40 x 400,00	375,00	8537	Superior (-) Inferior (8)	----- 9423
V8	3,72 x 19,40 x 400,00	375,00	9434	Superior (-) Inferior (11)	----- 10978
V9	3,68 x 19,40 x 400,00	375,00	10049	Superior (-) Inferior (12)	----- 9139
V10	3,67 x 19,40 x 400,00	375,00	12664	Superior (-) Inferior (13)	----- 14735
V11	3,80 x 19,42 x 400,00	375,00	7723	Superior (-) Inferior (-)	----- -----
V12	3,76 x 19,40 x 400,00	375,00	9832	Superior (-) Inferior (-)	----- -----
V13	3,76 x 19,13 x 400,00	375,00	9174	Superior (-) Inferior (-)	----- -----
V14	3,78 x 19,38 x 400,00	375,00	8261	Superior (-) Inferior (-)	----- -----
V15	3,74 x 19,31 x 400,00	375,00	8586	Superior (-) Inferior (-)	----- -----
V16	3,73 x 19,27 x 400,00	375,00	12105	Superior (-) Inferior (-)	----- -----

A tabela 34 mostra o valor médio dos módulos de elasticidade à flexão dos sarrafos empregados no modelo e também o valor do módulo de elasticidade obtido com os extensômetros. Apesar de serem avaliados um a um, optou-se por apresentar o valor do módulo de elasticidade médio pois havia pequena variabilidade.

Ao todo foram classificados 300 sarrafos pelo ensaio de flexão estática no eixo de menor inércia. No modelo reduzido com a configuração 1 foram usados 270 sarrafos, e na segunda configuração 286 sarrafos.

No caso dos sarrafos que tinham extensômetros, foi realizado o ensaio de flexão no eixo de maior inércia conforme procedimentos indicados no item 5.2.

**Tabela 34: Módulos de elasticidade dos sarrafos de madeira**

<b>Sarrafo</b>	<b>Dimensões (b<sub>s</sub> x h<sub>f</sub> x L) (cm)</b>	<b>Vão (cm)</b>	<b>Extensômetro</b>	<b>E<sub>M, ext</sub> (MPa)</b>
N101	1,69 x 4,80 x 400,00	250,00	Superior (15) Inferior (18)	11316 11099
N102	1,69 x 4,82 x 400,00	250,00	Superior (16) Inferior (19)	11603 13979
N103	1,64 x 4,93x 400,00	250,00	Superior (17) Inferior (20)	10820 11231
N104	1,66 x 4,77 x 400,00	250,00	Superior (-) Inferior (21)	----- 13963
N105	1,63 x 4,90 x 400,00	250,00	Superior (-) Inferior (22)	----- 11600
N106	1,69 x 4,86 x 400,00	250,00	Superior (-) Inferior (23)	----- 13901
<b>Módulo de elasticidade à flexão (valor geral médio)</b>				
9871 MPa				

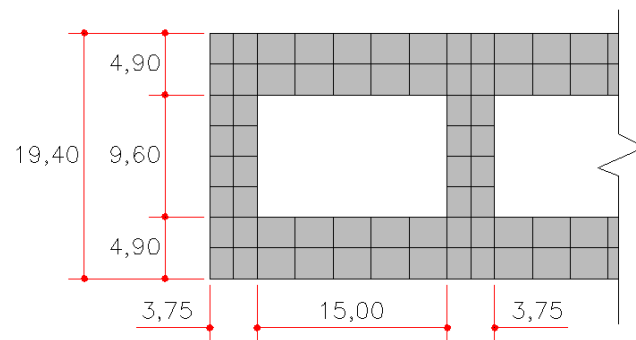
## 6.2. ENSAIOS DO MODELO REDUZIDO

O modelo reduzido foi ensaiado com diferentes arranjos de carregamento, conforme descrito no capítulo 5, e neste item são apresentados os principais resultados obtidos.

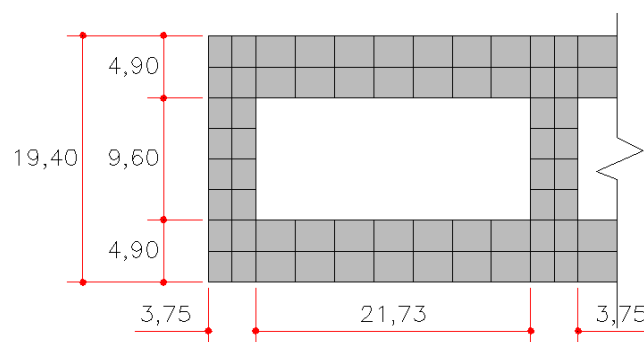
Para as análises numéricas realizadas nestes estudos, são utilizados os programas OTB e ANSYS 5.7, também já apresentados e discutidos em capítulos anteriores.

O modelo ensaiado com a primeira e segunda configuração de seção transversal, foi modelado com elementos sólidos (SOLID 64) e discretizado conforme mostra a figura 117 e 118. O máximo comprimento dos elementos finitos é 5cm.

Por motivos de economia de processamento, o tabuleiro foi simulado pela metade fazendo-se uso da condição de simetria longitudinal.



**Figura 117** – Discretização da seção transversal do modelo com a configuração 1



**Figura 118** – Discretização da seção transversal do modelo com a configuração 2

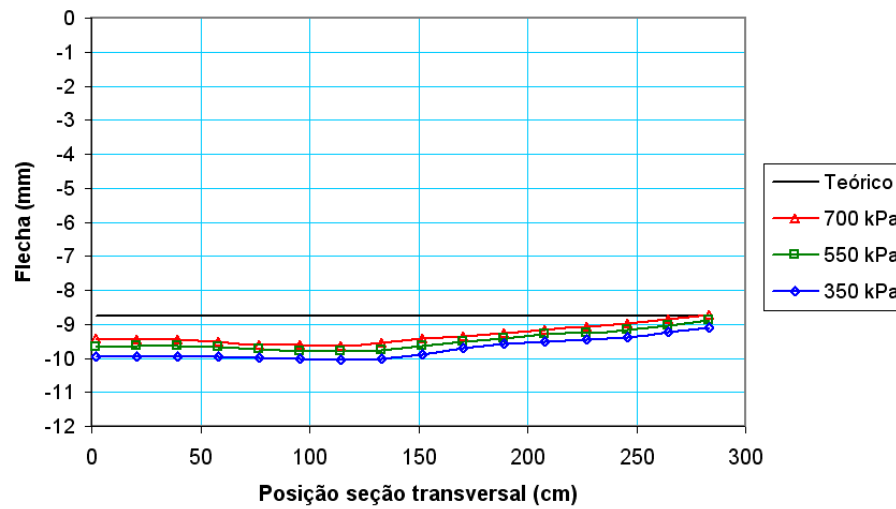
Cada nervura foi modelada como material isótropo, com seu respectivo valor do módulo de elasticidade à flexão (tabela 33). As mesas, superior e inferior, foram modeladas como material ortotrópico com o valor médio do módulo de elasticidade à flexão (tabela 34).

### 6.2.1 Influência do nível de protensão na rigidez longitudinal

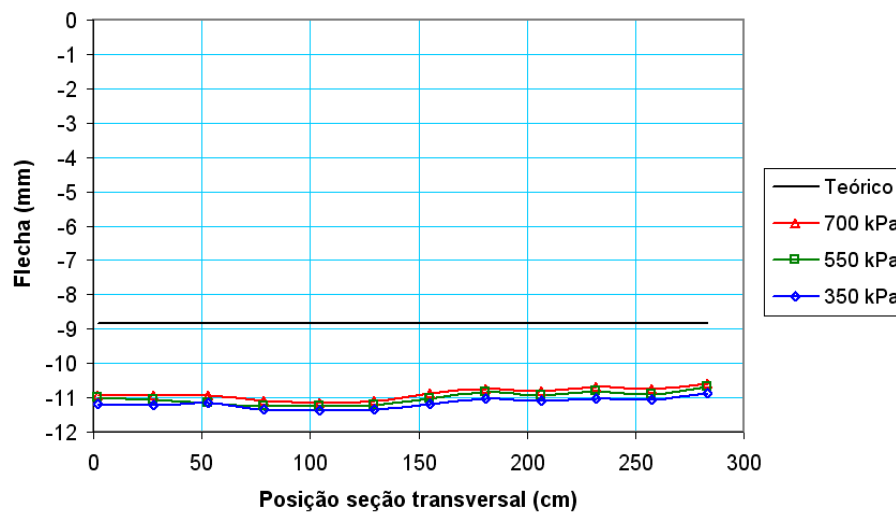
Neste item é apresentado o estudo da influência do nível de protensão na rigidez longitudinal do modelo. São comparados os resultados teóricos de rigidez longitudinal com os resultados dos ensaios de flexão com carga distribuída (P1-700/D, P1-550/D e P1-350/D).

A rigidez longitudinal teórica foi calculada considerando a composição total da seção transversal, sem considerar qualquer provável perda devido ao efeito Shear Lag. Para este cálculo foram utilizados os valores de módulos de elasticidade de cada peça, ajustando as diferenças entre a seção transversal real de cada nervura e a seção utilizada na análise numérica, por meio do método da seção transformada.

Os gráficos das figuras 119 e 120 mostram o comportamento estrutural do modelo com as duas configurações, quando submetido ao carregamento distribuído.



**Figura 119** – Deslocamento vertical da seção transversal do modelo carregado com carga distribuída -  $P=125$  kN.(configuração 1)



**Figura 120** – Deslocamento vertical da seção transversal do modelo carregado com carga distribuída -  $P=125$  kN.(configuração 2)

Observando os gráficos das figuras 119 e 120, pode-se perceber a pouca influência do nível de protensão na rigidez à flexão longitudinal de cada configuração. Também é possível notar que os resultados experimentais do modelo com a configuração 2 divergem mais do resultado teórico, que os resultados da configuração 1.

Para evidenciar estes aspectos, a tabela 35 mostra o deslocamento vertical médio dos ensaios e do modelo teórico.

**Tabela 35:** Comparação flecha teórica x experimental dos ensaios com carga distribuída

	Modelo (Configuração 1)		Modelo (Configuração 2)	
	$\delta_{\text{médio}}$ (mm)	Eficiência	$\delta_{\text{médio}}$ (mm)	Eficiência
<b>Teórico</b>	8,75	100,0 %	8,82	100,0 %
<b>700 kPa</b>	9,31	93,6 %	10,88	76,6 %
<b>550 kPa</b>	9,49	91,5 %	11,01	75,2 %
<b>350 kPa</b>	9,73	88,8 %	11,16	73,5 %

Os resultados demonstram que, quanto maior o nível de protensão, maior a rigidez à flexão longitudinal, sendo, entretanto, este acréscimo de rigidez pouco significativo. Com o nível mínimo de 350 kPa, o modelo com a configuração 1 apresenta flecha de 9,73mm e com o dobro de tensão de protensão, apresenta flecha de 9,31mm, que corresponde a um acréscimo de 4,8% de rigidez.

Para o modelo com a configuração 2, o acréscimo de rigidez é ainda menor (3,1%) para os mesmos níveis de protensão.

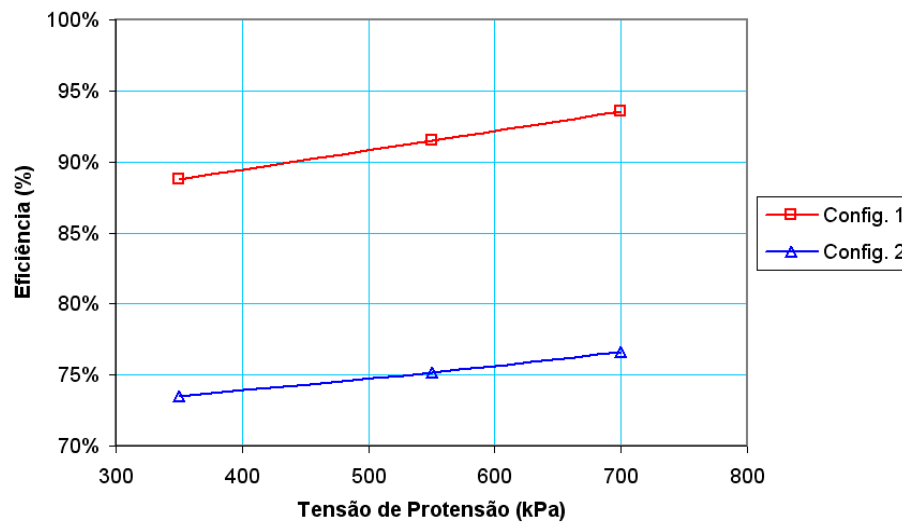
Outro importante fato a ser observado é a significativa perda de eficiência do modelo com a configuração 2. A única diferença entre as duas configurações é o número de nervuras (16 para a configuração 1 e 12 para a configuração 2), e, por este motivo, teoricamente haveria uma pequena perda de rigidez da ordem de 1% (8,75m para 8,84mm de flecha). Entretanto, devido a maior distância entre as nervuras, a rigidez da configuração 2 diminui consideravelmente.

O gráfico da figura 121 demonstra que quanto maior o espaçamento entre as nervuras (configuração 2), menor é a eficiência da seção, quando comparado com a teórica.

Grande parte desta perda de eficiência é ocasionada pela deformação das mesas por cisalhamento. Este efeito é denominado Shear Lag e torna-se mais significativo quanto maior o espaçamento entre as nervuras.

Fica evidente que o efeito Shear Lag é de fundamental importância para a análise estrutural de pontes de madeira protendida com seção multicelular e, por este motivo, os métodos de cálculo empregados devem considerá-lo.





*Figura 121 – Influência do nível de protensão na rigidez à flexão longitudinal do tabuleiro*

## 6.2.2 Calibração das propriedades elásticas

Como fora observado na revisão bibliográfica deste trabalho, muitos autores dedicaram seus estudos à determinação das propriedades elásticas ( $E_L$ ,  $E_T$  e  $G_{LT}$ ) que regem o comportamento estrutural das pontes protendidas de madeira. Todavia, nota-se que não há consenso entre os resultados dos pesquisadores. Torna-se necessário o estudo dos parâmetros elásticos que regem o comportamento estrutural específico das pontes de madeira com tabuleiro multicelular protendido.

Desta forma, neste item é realizada a calibração das propriedades elásticas do modelo teórico com os resultados experimentais. Para cada ensaio, são estimadas as propriedades elásticas que conduzem a melhor aproximação do modelo teórico.

É utilizada a técnica dos Algoritmos Genéticos simples para obter os parâmetros elásticos a partir dos dados experimentais, minimizando as diferenças absolutas através dos mínimos quadrados. Para a calibração dos parâmetros elásticos é utilizado o modelo estrutural de placa ortotrópica regido pela Equação de Huber.

O código computacional, baseado na técnica dos Algoritmos Genéticos simples, desenvolvido pelos engenheiros Andrés Batista Cheung e Malton Lindquist, foi implementado em linguagem C++ e acoplado ao programa OTB, que utiliza a solução por séries sugerida por CUSENS & PAMA (1975).

Para encontrar os parâmetros elásticos ótimos, admite-se que, para uma configuração de deslocamentos real, existe somente uma configuração de parâmetros elásticos. Assim o problema consiste basicamente em minimizar a equação de resíduos (eq. 86). Quando a função apresenta o valor mínimo, este corresponde aos parâmetros elásticos que produzem os resultados mais próximos dos resultados experimentais.

$$\min \sum_{i=1}^n |\delta_t - \delta_e|^2 \quad (86)$$

Onde:

$\delta_e$  = deslocamento vertical medido no ensaio no ponto  $i$ ;

$\delta_t$  = deslocamento vertical obtido pela solução da equação diferencial com parâmetros elásticos gerados pelo algoritmo no ponto  $i$ .

Em CHEUNG *et. al.* (2004), podem ser encontradas maiores informações sobre a técnica dos Algoritmos Genéticos empregada na análise de placas ortotrópicas.

O objetivo da otimização é determinar os reais parâmetros elásticos ( $E_x$ ,  $E_y$  e  $G_{xy}$ ) usados no modelo numérico em elementos finitos. Todavia, a técnica dos Algoritmos Genéticos simples foi implementada no Programa OTB, que é baseado na solução de Placas Ortotrópicas. Desta forma é necessário encontrar a correspondência entre os valores das propriedades elásticas ( $E_L$ ,  $E_T$  e  $G_{LT}$ ) do OTB e ( $E_x$ ,  $E_y$  e  $G_{xy}$ ) do ANSYS, para cada configuração de seção transversal.

Essa correspondência foi obtida através de simulações numéricas em elementos finitos de situações com resultados conhecidos.

Foram utilizados os seguintes parâmetros elásticos para as simulações numéricas:

Nervuras (Material Isótropo)  $\Rightarrow E_x = E_{M, flecha}$  de cada viga (ver tabela 33)

$$\nu = 0,3$$

Mesas (Material Ortotrópico)  $\Rightarrow E_x = 9871,0$  MPa (ver tabela 34)

$$E_y = E_z = 197,4 \text{ MPa (2\% de } E_x) \text{ – valor estimado}$$

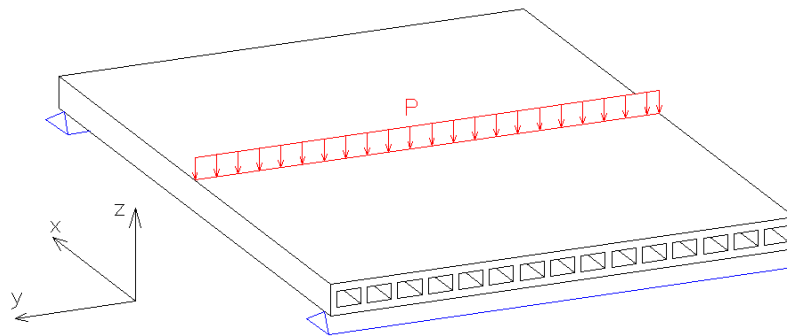
$$G_{xy} = G_{xz} = G_{yz} = 296,1 \text{ MPa (3\% de } E_x) \text{ – valor estimado}$$

$$\nu_{xy} = \nu_{xz} = \nu_{yz} = 0$$

Como demonstrado anteriormente no capítulo 4, os parâmetros elásticos  $E_z$ ,  $G_{xz}$ ,  $G_{yz}$ ,  $\nu_{xy}$ ,  $\nu_{xz}$  e  $\nu_{yz}$ , exercem pouca influência sobre o comportamento estrutural das pontes protendidas

com tabuleiro multicelular, portanto o problema consiste somente em determinar a correspondência entre as propriedades do ANSYS ( $E_x$ ,  $E_y$  e  $G_{xy}$ ) e do OTB ( $E_L$ ,  $E_T$  e  $G_{LT}$ ).

Para encontrar a correspondência entre as constantes elásticas, inicialmente o primeiro tabuleiro foi simulado à flexão longitudinal sendo carregado com uma carga distribuída de 150 kN no centro do vão (figura 122).



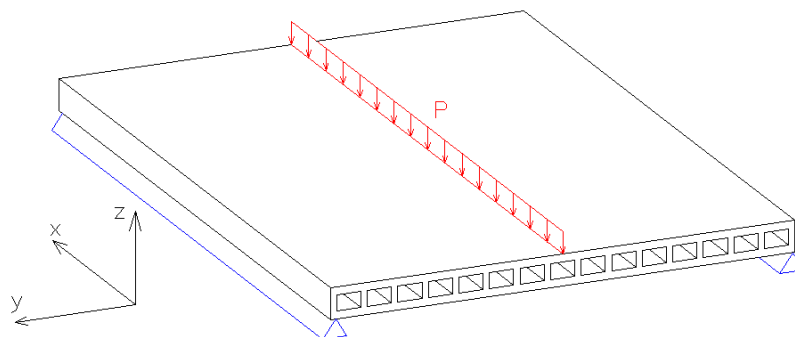
**Figura 122** – Flexão longitudinal do tabuleiro (Configuração 1)

O tabuleiro simulado no ANSYS com a configuração 1 apresentou flecha média no centro do vão de 1,149 cm.

Fazendo  $E_{x,mesas} = E_L$  pode-se determinar a altura da placa ortotrópica equivalente.

$$I = \frac{P \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot \delta} = \frac{15000 \cdot 375^3}{48 \cdot 98710 \cdot 1,149} \Rightarrow h = 18,29 \text{ cm}$$

No segundo passo, o tabuleiro foi simulado à flexão longitudinal carregado com uma carga distribuída de 6 kN no centro do vão (figura 123).



**Figura 123** – Flexão transversal do tabuleiro (Configuração 1)

Desta forma o tabuleiro apresentou flecha média no centro do vão de 1,186 cm.

Utilizando-se a altura da placa ortotrópica equivalente  $h = 18,29\text{cm}$ , pode-se determinar o valor correspondente de  $E_T$ .

$$E_T = \frac{P \cdot L^3}{48 \cdot I \cdot \delta} = \frac{600 \cdot 285^3}{48 \cdot 101974 \cdot 1,186} \Rightarrow E_T = 239,3 \text{ MPa}$$

Para determinar a relação entre  $G_{xy}$  e  $G_{LT}$  pode-se fazer uso da mesma técnica, aplicando-se um esforço de torção no modelo numérico do ANSYS, obtendo a rigidez à torção e comparando-se com a rigidez da placa ortotrópica. Entretanto, este procedimento não proporcionou bons resultados pois o tabuleiro tem relação  $L/b$  de aproximadamente 1, isso conduz a muitas interferências nos resultados (Princípio de Saint-Venant).

Outra maneira de se obter a relação entre os parâmetros  $G_{xy}$  e  $G_{LT}$  é pesquisar iterativamente, qual o valor de  $G_{LT}$  conduz a mesma deformada do tabuleiro, submetido a um carregamento qualquer. Após várias tentativas, o valor que conduz a melhor aderência entre as deformadas do OTB e do ANSYS é  $G_{LT} = 300,0 \text{ MPa}$ .

Os mesmos procedimentos foram realizados para a determinação das propriedades elásticas para o modelo com a configuração 2.

A tabela 36 indica a correspondência entre os valores das propriedades elásticas ( $E_L$ ,  $E_T$  e  $G_{LT}$ ) do OTB e ( $E_x$ ,  $E_y$  e  $G_{xy}$ ) do ANSYS, para as duas configurações do modelo.

**Tabela 36:** Correspondência entre os parâmetros elásticos (ANSYS x OTB)

ANSYS (MPa)	OTB (MPa)	
	Configuração 1 $h = 18,29\text{cm}$	Configuração 2 $h = 17,98\text{cm}$
$E_x = 9871,0$	$E_L = 9871,0$	$E_L = 9871,0$
$E_y = 197,4$	$E_T = 239,3$	$E_T = 221,6$
$G_{xy} = 296,1$	$G_{LT} = 300,0$	$G_{LT} = 280,0$

Assim pode-se conduzir a calibração das propriedades elásticas a partir de cada configuração de ensaio. Os gráficos das figuras 124 a 133 ilustram as deformadas experimentais de cada ensaio e também a deformada numérica otimizada. Todas as calibrações foram feitas com os resultados dos ensaios com o nível protensão de 700 kPa.

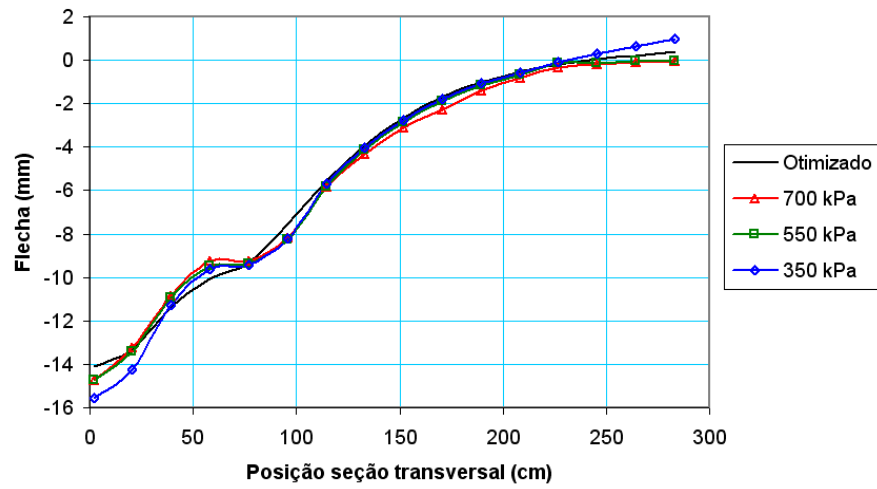


Figura 124 – Deformada experimental e numérica otimizada do ensaio PI-X/CLE

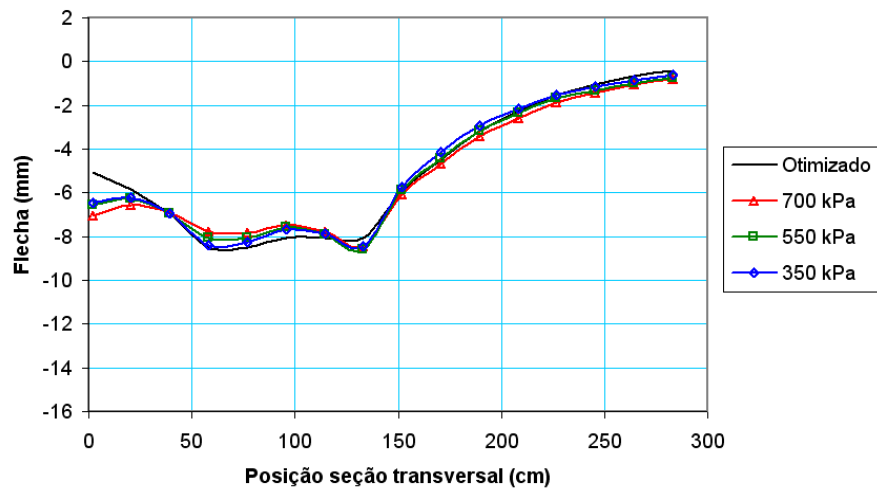


Figura 125 – Deformada experimental e numérica otimizada do ensaio PI-X/CQE

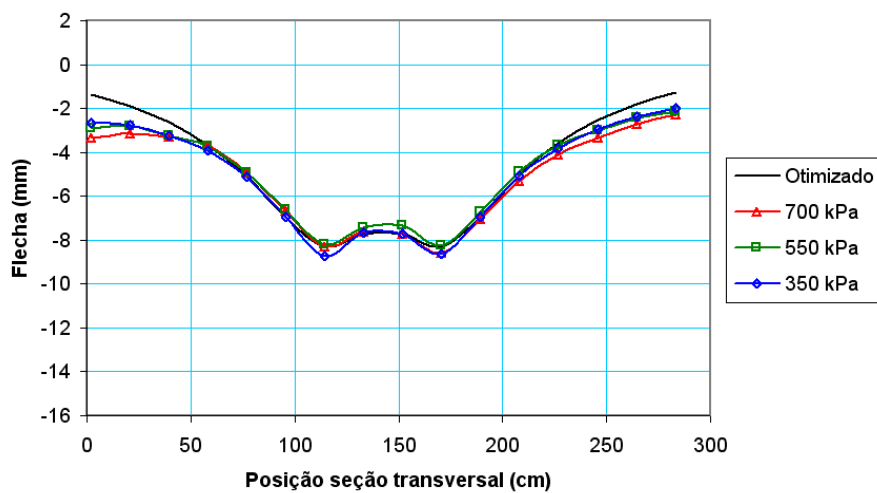


Figura 126 – Deformada experimental e numérica otimizada do ensaio PI-X/CC

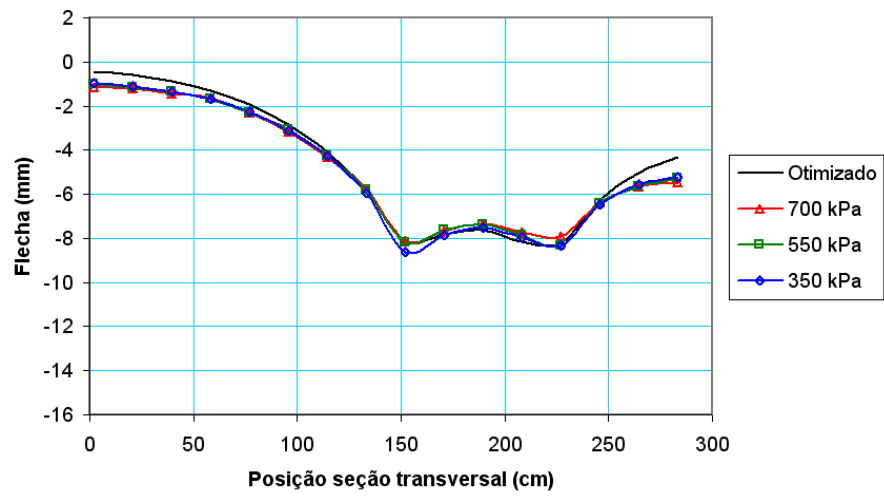


Figura 127 – Deformada experimental e numérica otimizada do ensaio P1-X/CQD

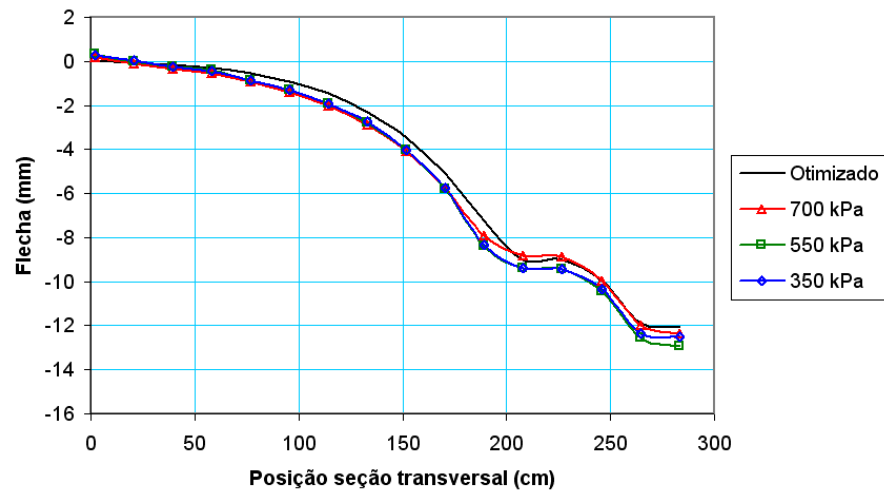


Figura 128 – Deformada experimental e numérica otimizada do ensaio P1-X/CLD

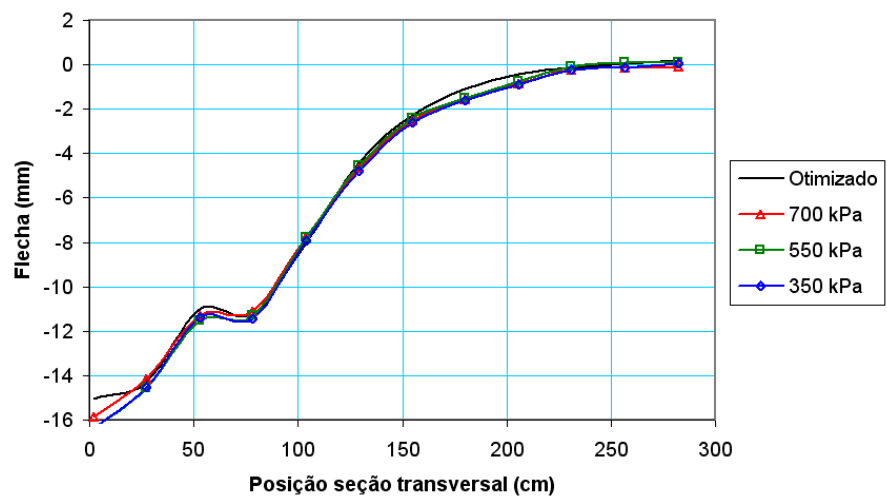


Figura 129 – Deformada experimental e numérica otimizada do ensaio P2-X/CLE

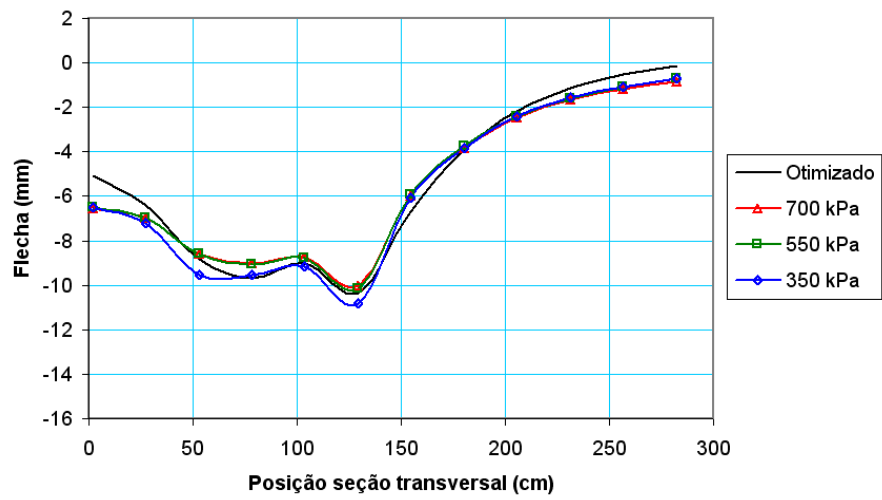


Figura 130 – Deformada experimental e numérica otimizada do ensaio P2-X/CQE

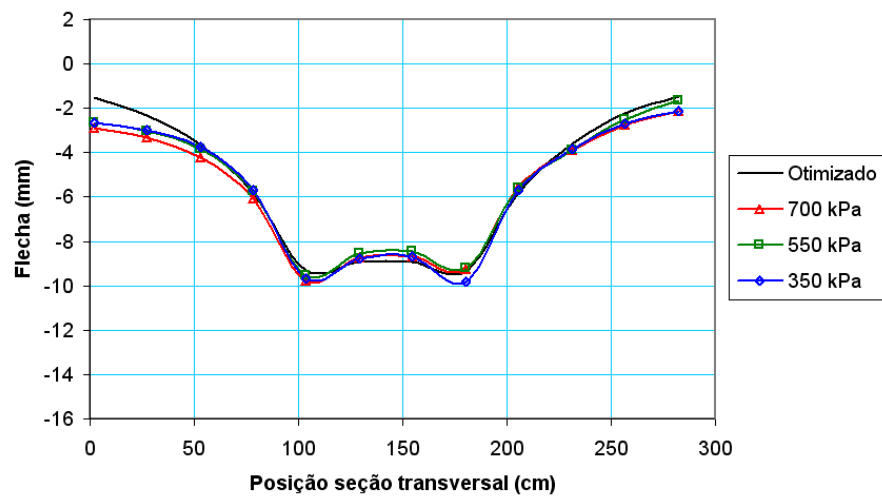


Figura 131 – Deformada experimental e numérica otimizada do ensaio P2-X/CC

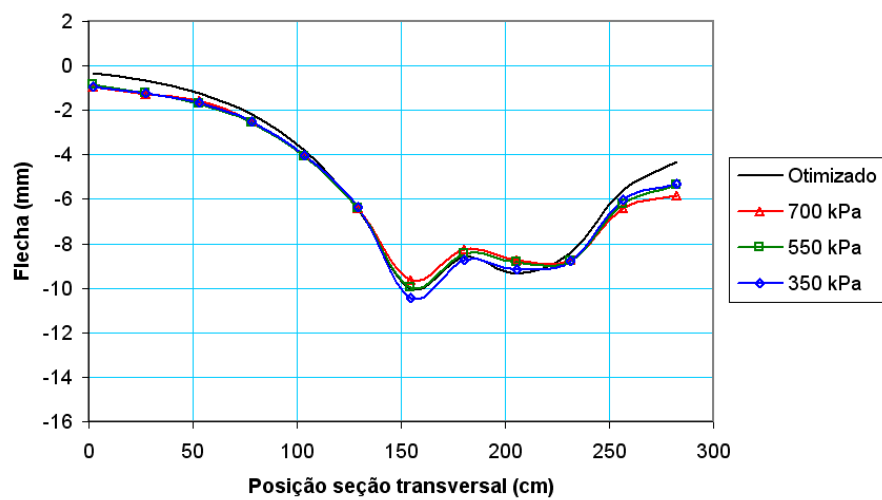
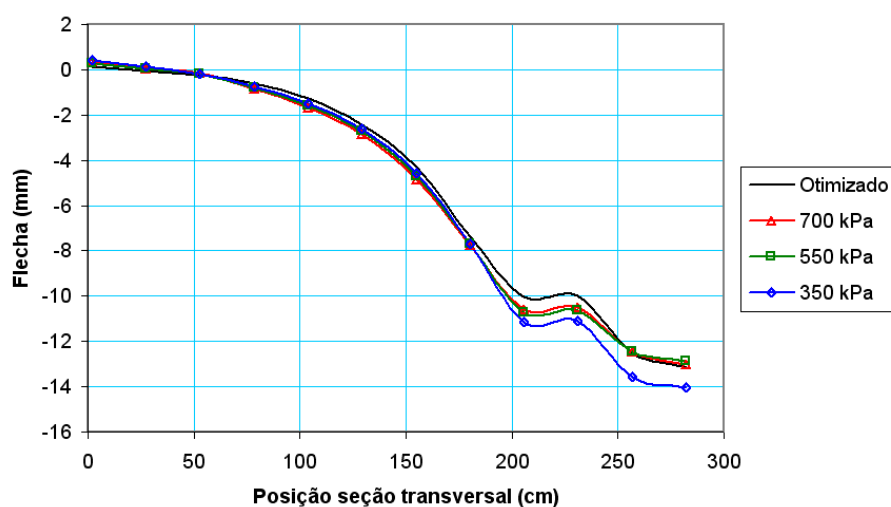


Figura 132 – Deformada experimental e numérica otimizada do ensaio P2-X/CQD



**Figura 133** – Deformada experimental e numérica otimizada do ensaio P2-X/CLD

As tabelas 37 e 38 mostram os valores dos parâmetros elásticos calibrados para cada configuração de ensaio dos tabuleiros 1 e 2, respectivamente.

**Tabela 37:** Parâmetros elásticos calibrados para cada configuração de ensaio (P1)

Parâmetros Elásticos (MPa)	Modelo Configuração 1				
	P1-X/CLE	P1-X/CQE	P1-X/CC	P1-X/CQD	P1-X/CLD
$E_x$	8929,4	8456,4	8890,0	9048,8	9399,8
$E_y$	152,4	102,0	80,0	62,1	77,0
$G_{xy}$	205,0	349,2	302,4	360,5	317,4

**Tabela 38:** Parâmetros elásticos calibrados para cada configuração de ensaio (P2)

Parâmetros Elásticos (MPa)	Modelo Configuração 2				
	P2-X/CLE	P2-X/CQE	P2-X/CC	P2-X/CQD	P2-X/CLD
$E_x$	8382,4	8285,3	7967,7	8357,7	8747,4
$E_y$	78,3	86,6	102,1	79,5	101,5
$G_{xy}$	197,4	262,9	333,5	357,4	298,5

Pode-se notar que existe uma considerável diferença entre os valores dos parâmetros elásticos que satisfazem cada configuração de ensaio. Por exemplo, no ensaio P1-X/CQD o parâmetro  $E_y$  encontrado vale 62,1 MPa, enquanto que no ensaio P1-X/CLE foi encontrado o valor de 152,4 MPa para o mesmo parâmetro.



Esta considerável diferença de quase 150%, na determinação deste parâmetro, poderia colocar em dúvida a eficácia do método de otimização empregado neste trabalho. Entretanto deve ser observado que mesmo grandes variações nos valores dos parâmetros elásticos  $E_y$  e  $G_{xy}$  proporcionam pouca alteração no comportamento estrutural do tabuleiro, como já fora demonstrado no capítulo 4.

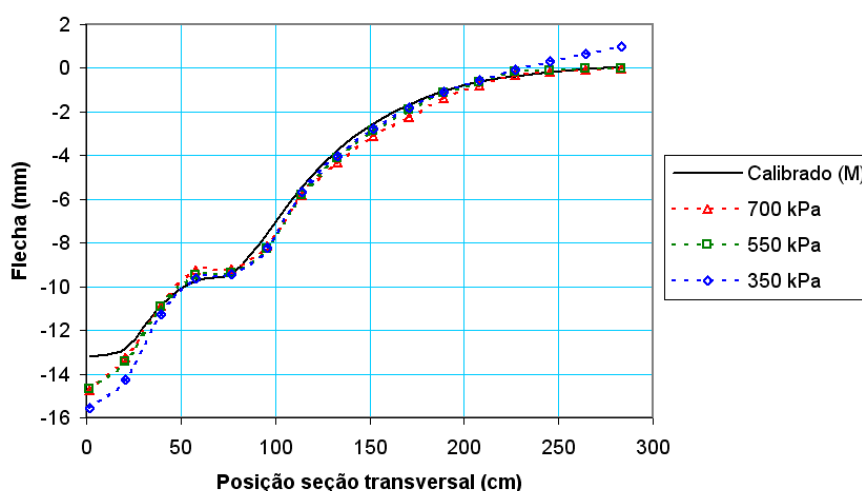
Por esse motivo, pequenas variações na deformada do modelo ensaiado podem conduzir a grandes variações no valor destes parâmetros elásticos; entretanto, isso não implica que o método de otimização seja ineficaz.

Sendo assim, a melhor forma de apresentar os parâmetros elásticos otimizados é fazendo-se a média. O resumo dos parâmetros elásticos obtidos da análise experimental, para as duas configurações de tabuleiro, é encontrado na tabela 39.

Os parâmetros elásticos médios da tabela 39, são usados para construir novamente os gráficos de deslocamento vertical da seção transversal, comparando-se o resultado numérico com os respectivos resultados experimentais de cada ensaio (figuras 134 à 143).

**Tabela 39:** Resumo dos parâmetros elásticos médios calibrados

Parâmetros Elásticos (MPa)	Configuração 1	Configuração 2
$E_x$	8944,9	8348,1
$E_y$	94,7 (1,1% de $E_x$ )	89,6 (1,1% de $E_x$ )
$G_{xy}$	306,9 (3,4% de $E_x$ )	289,9 (3,5% de $E_x$ )



**Figura 134** – Deformada experimental e numérica otimizada média do ensaio P1-X/CLE

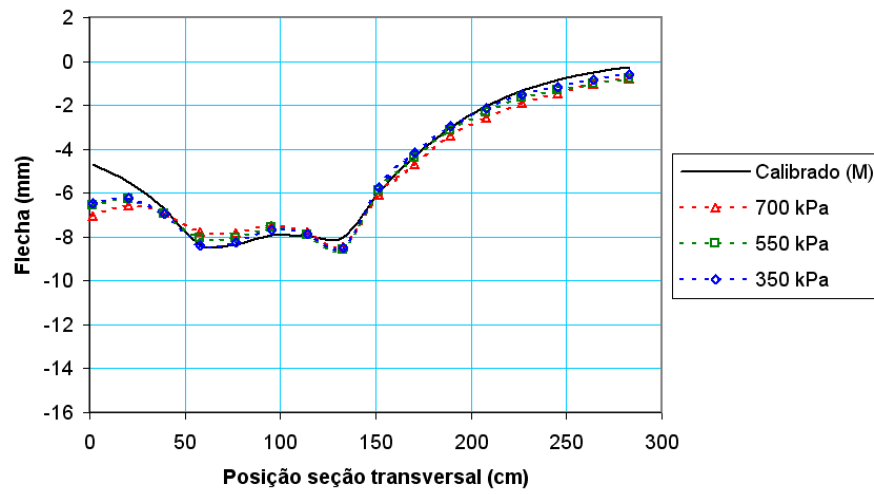


Figura 135 – Deformada experimental e numérica otimizada média do ensaio PI-X/CQE

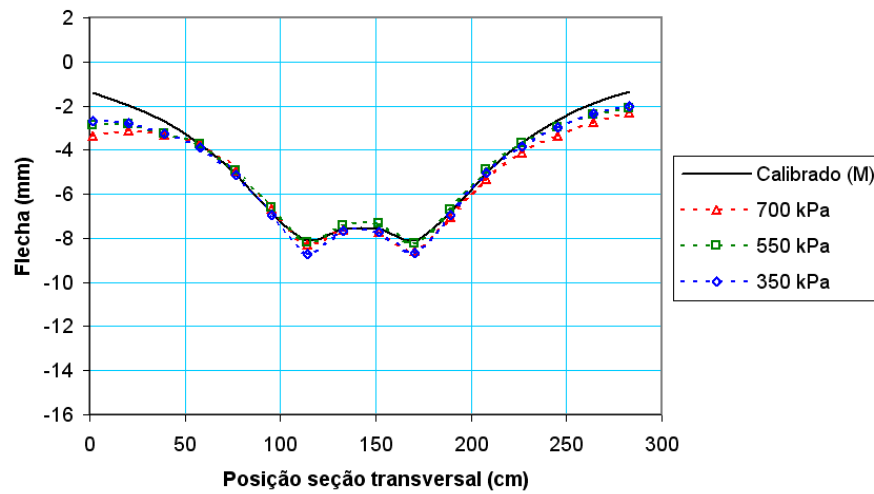


Figura 136 – Deformada experimental e numérica otimizada média do ensaio PI-X/CC

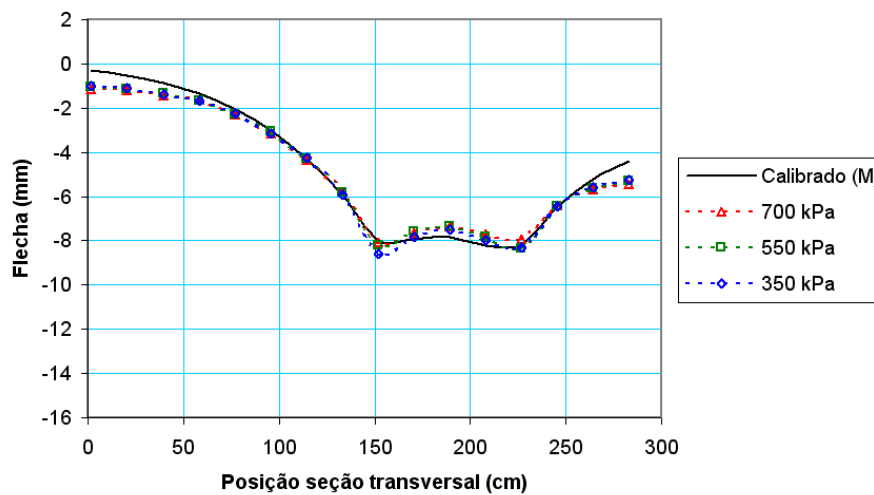


Figura 137 – Deformada experimental e numérica otimizada média do ensaio PI-X/CQD

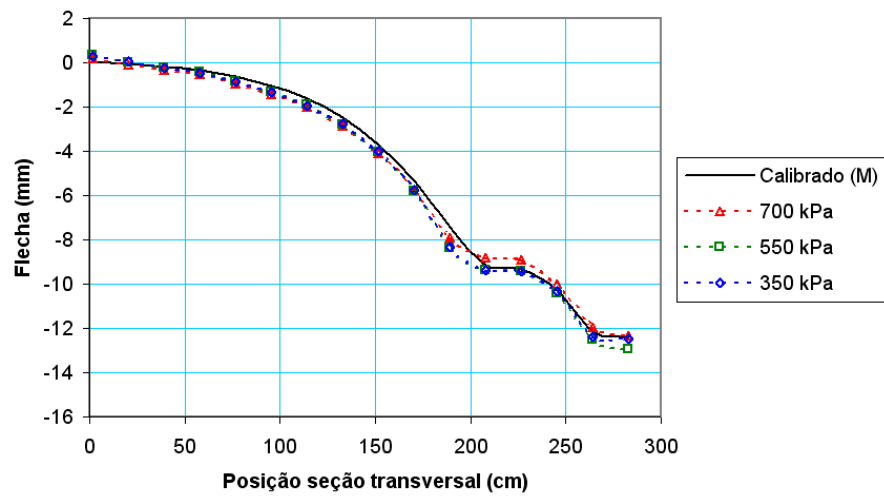


Figura 138 – Deformada experimental e numérica otimizada média do ensaio P1-X/CLD

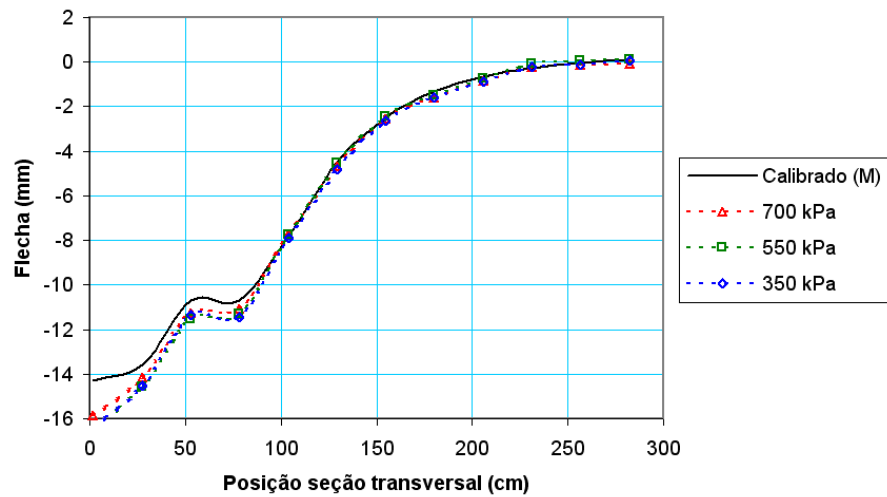


Figura 139 – Deformada experimental e numérica otimizada média do ensaio P2-X/CLE

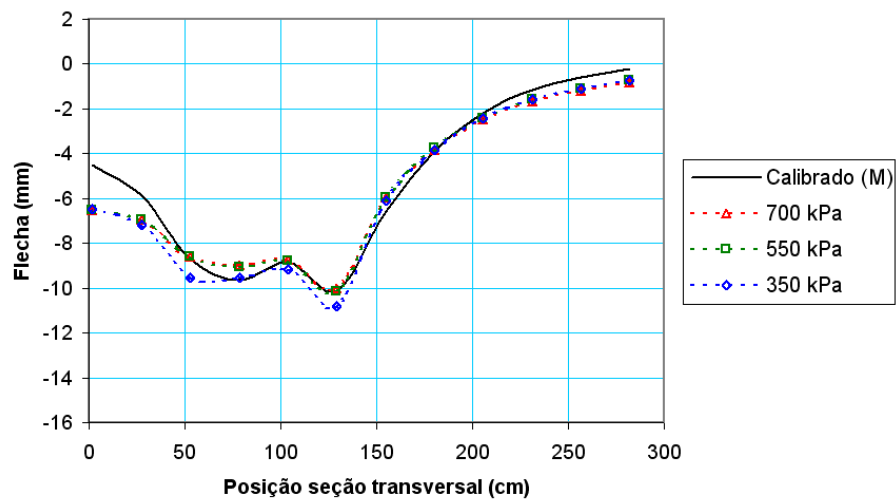


Figura 140 – Deformada experimental e numérica otimizada média do ensaio P2-X/CQE

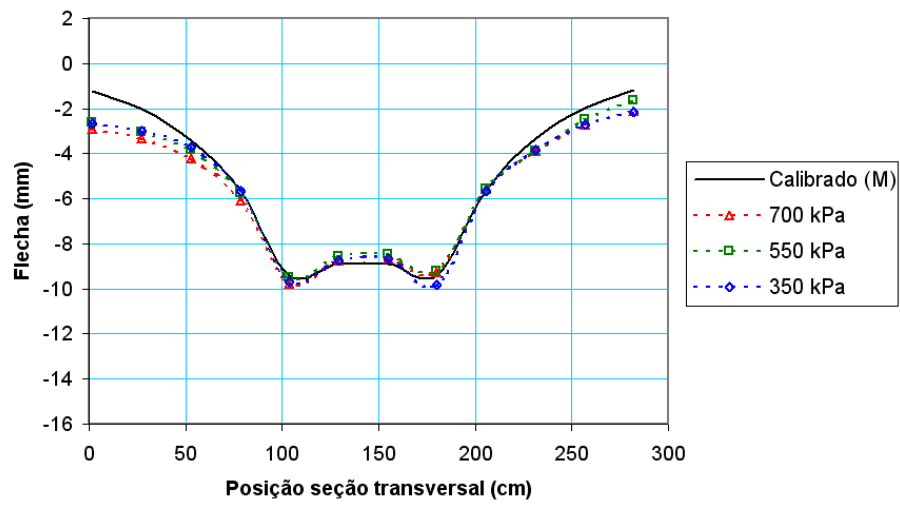


Figura 141 – Deformada experimental e numérica otimizada média do ensaio P2-X/CC

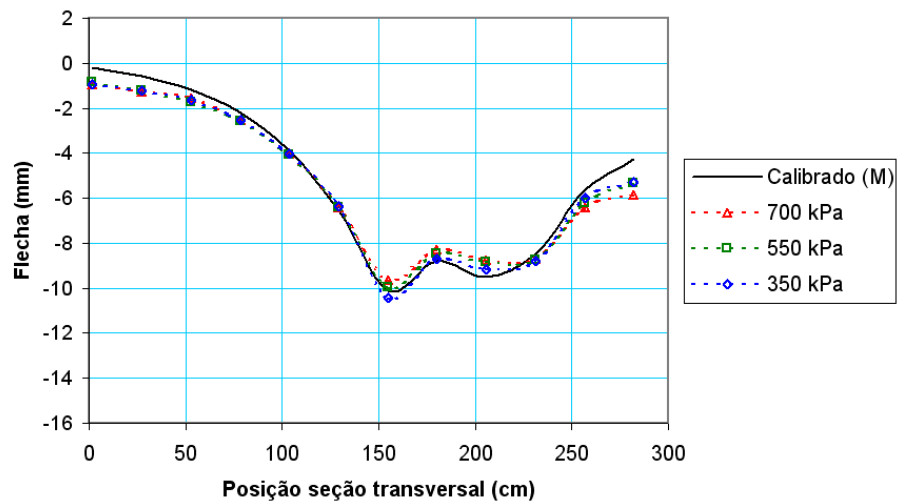


Figura 142 – Deformada experimental e numérica otimizada média do ensaio P2-X/CQD

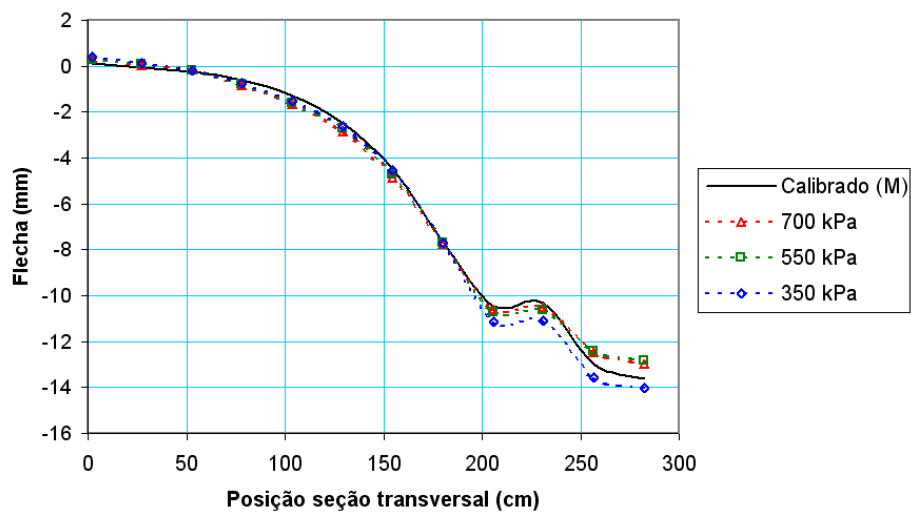


Figura 143 – Deformada experimental e numérica otimizada média do ensaio P2-X/CLD

Pode-se notar a boa concordância dos resultados numéricos com os resultados experimentais, indicando a eficácia do método de otimização empregado neste estudo (Técnica dos Algoritmos Genéticos simples).

### 6.2.3 Variação da força nas barras de protensão devido aos carregamentos

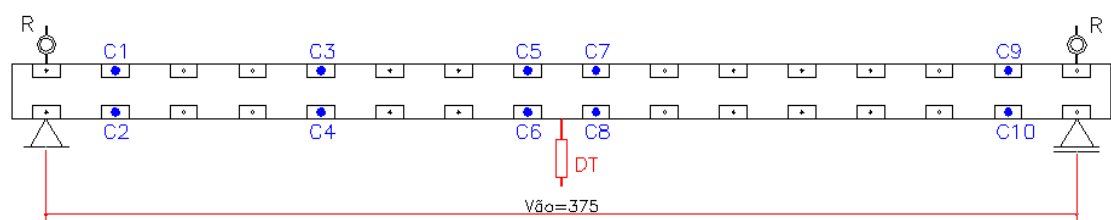
Neste item é avaliada a influência dos diferentes carregamentos sobre a força nas barras de protensão.

Quando o tabuleiro multicelular é submetido a um carregamento concentrado qualquer, ocorrem basicamente quatro formas de deformação associadas: deformação devido à flexão longitudinal, à flexão transversal, à torção e à distorção.

Em função da distância entre as linhas de protensão superior e inferior, quando ocorre a deformação devido à flexão transversal, a força nas barras de protensão tende a variar.

Este efeito foi avaliado pelo monitoramento da força nas barras de protensão, com a instalação de algumas células de carga, durante a aplicação dos vários carregamentos.

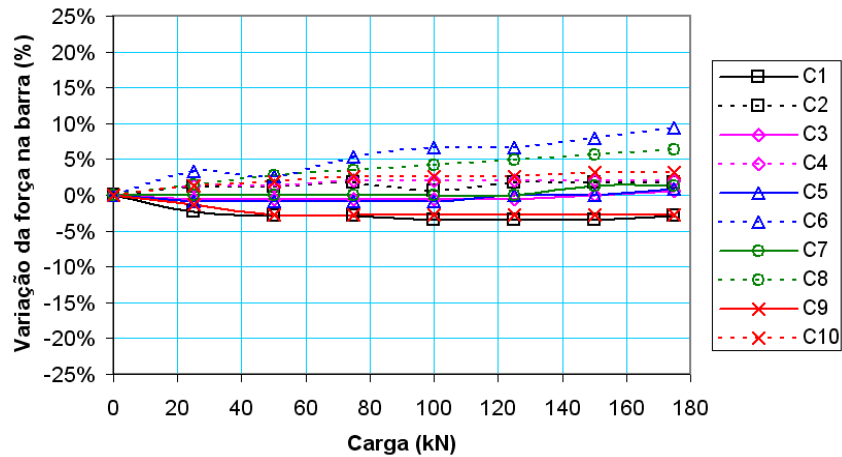
As células de carga com a numeração ímpar, são localizadas na linha de protensão superior, e as de número par na inferior. O posicionamento das células de carga é mostrado novamente na figura 144.



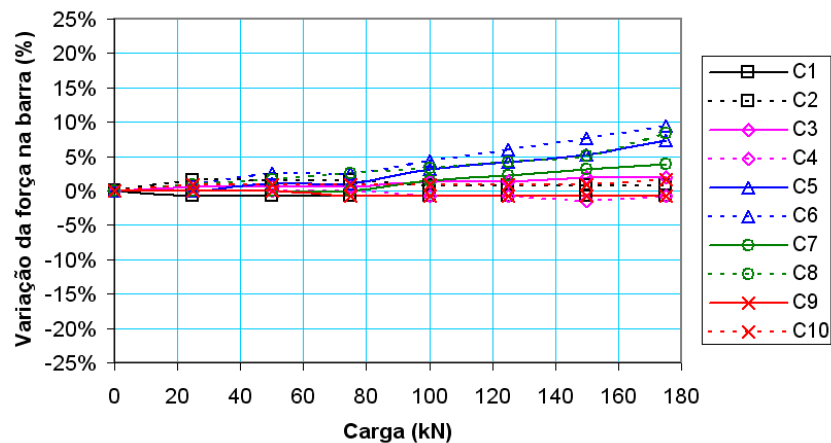
**Figura 144** – Localização das células de carga nas barras de protensão para a configuração 1 e 2 (vista lateral esquerda do modelo)

Para facilitar a interpretação dos resultados, as variações de força nas barras são apresentadas em porcentagem. O valor nulo indica a força inicial de referência sem carregamento. Variações positivas indicam que a barra ganha força e, variações negativas indicam que a barra perde força.

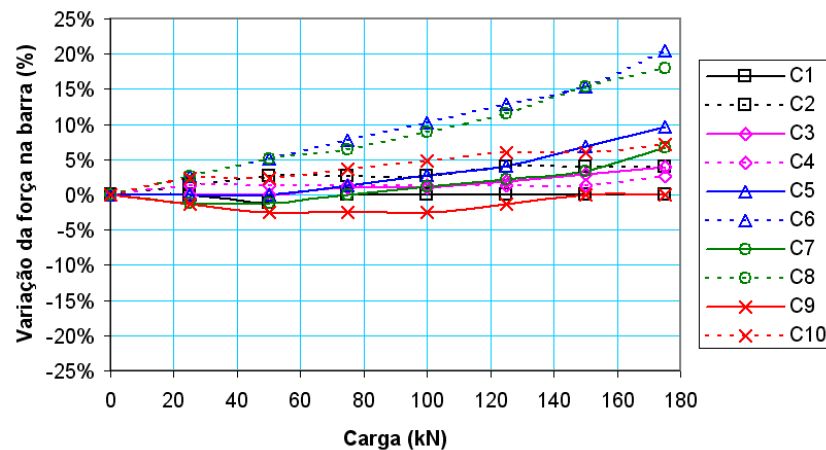
A seguir são apresentados os gráficos que demonstram a evolução das variações nas forças de protensão das barras ao longo do carregamento, para as diferentes condições de ensaio do modelo reduzido em suas duas configurações.



**Figura 145** – Variação da força de protensão do ensaio P1-700/D



**Figura 146** – Variação da força de protensão do ensaio P1-550/D



**Figura 147** – Variação da força de protensão do ensaio P1-350/D

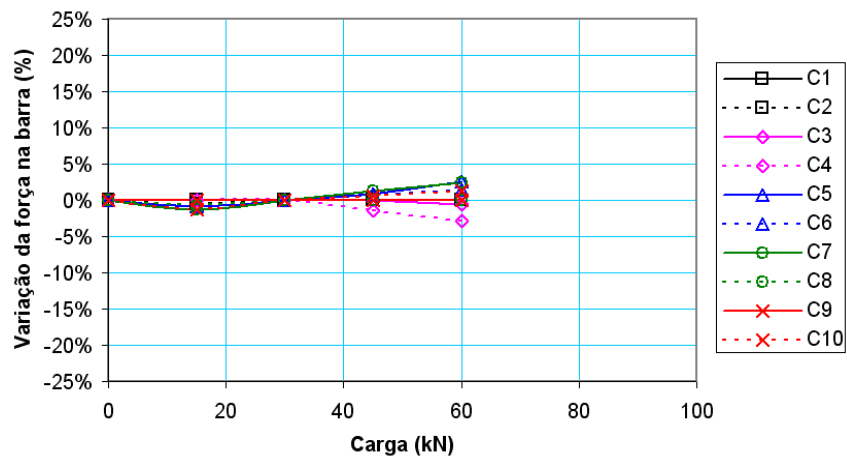


Figura 148 – Variação da força de protensão do ensaio P1-700/CLE

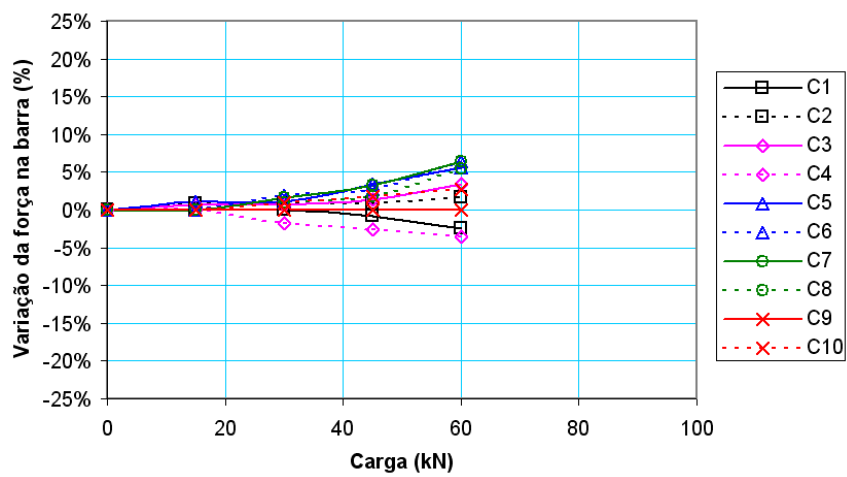


Figura 149 – Variação da força de protensão do ensaio P1-550/CLE

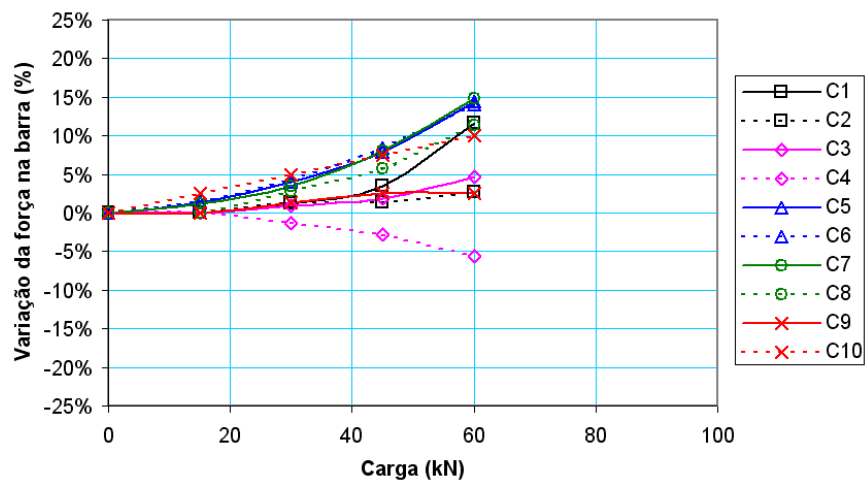


Figura 150 – Variação da força de protensão do ensaio P1-350/CLE

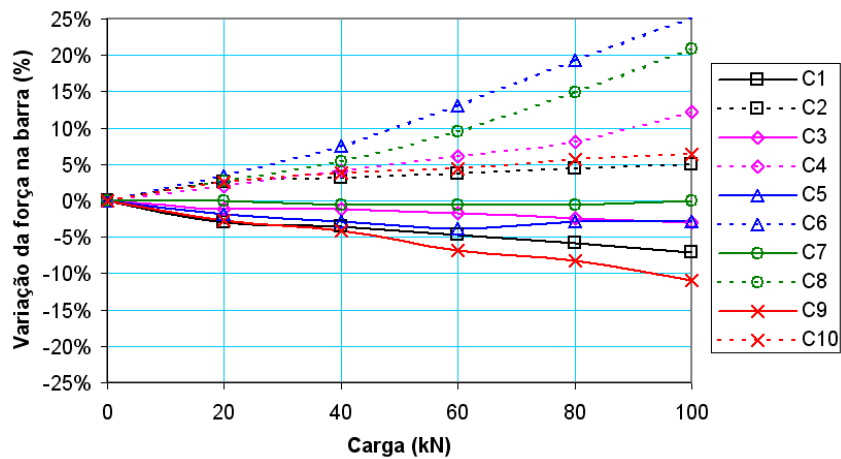


Figura 151 – Variação da força de protensão do ensaio P1-700/CQE

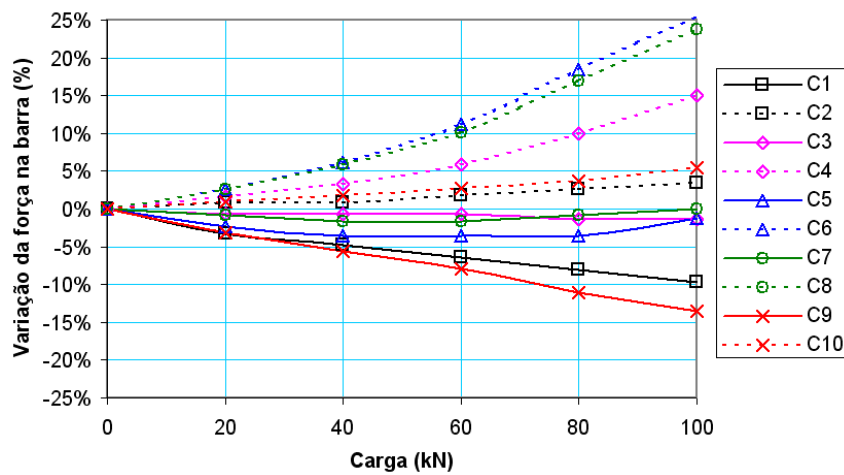


Figura 152 – Variação da força de protensão do ensaio P1-550/CQE

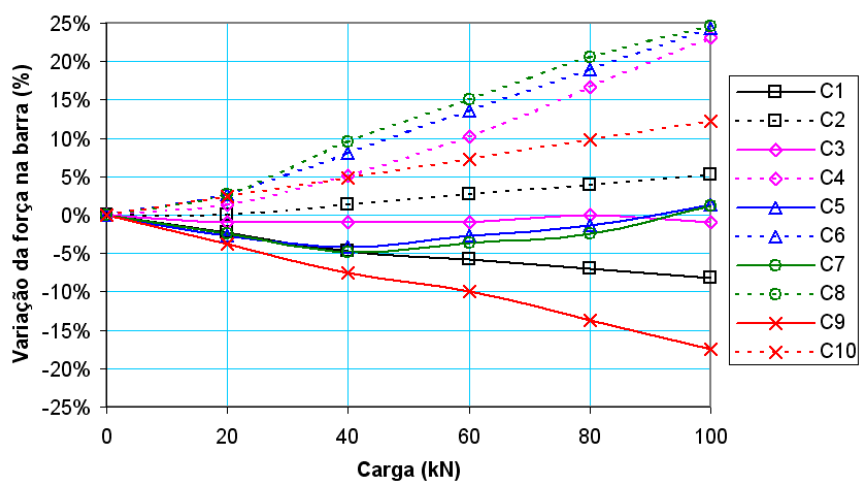


Figura 153 – Variação da força de protensão do ensaio P1-350/CQE



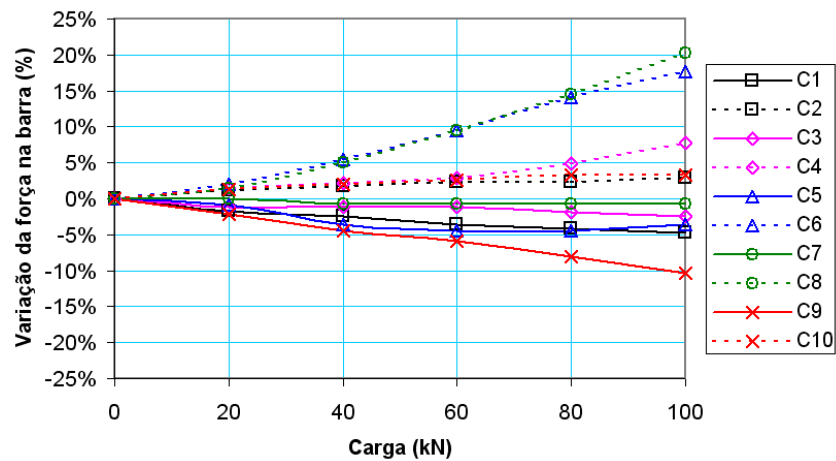


Figura 154 – Variação da força de protensão do ensaio PI-700/CC

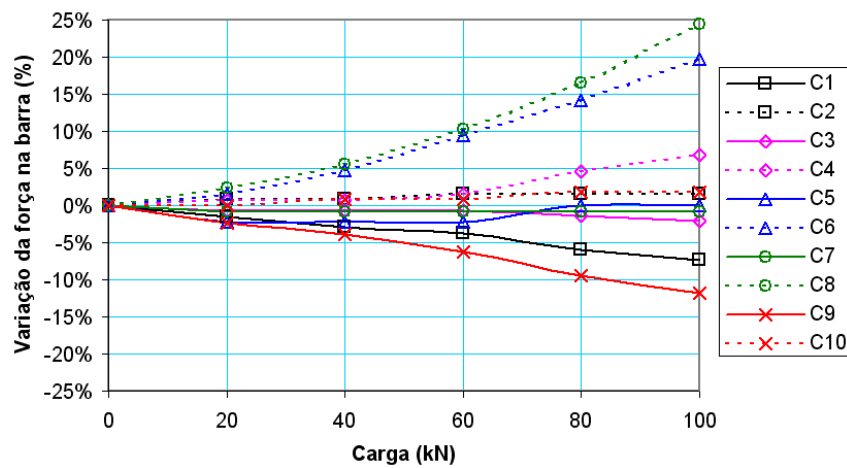


Figura 155 – Variação da força de protensão do ensaio PI-550/CC

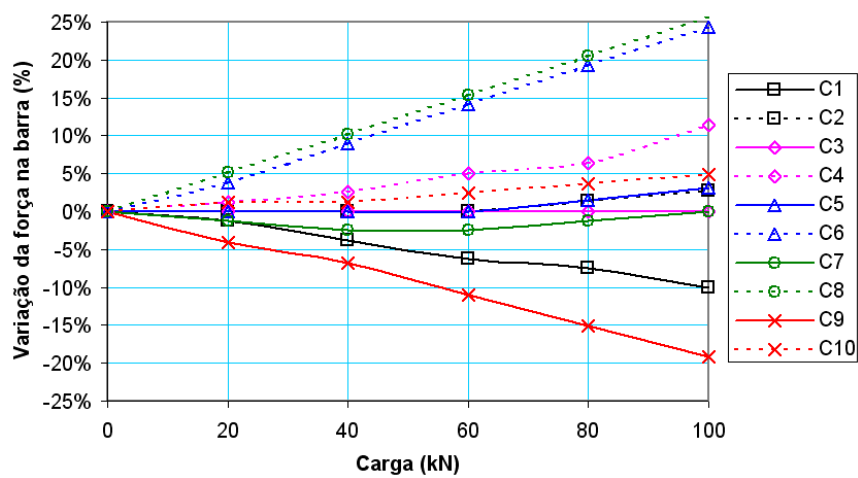


Figura 156 – Variação da força de protensão do ensaio PI-350/CC

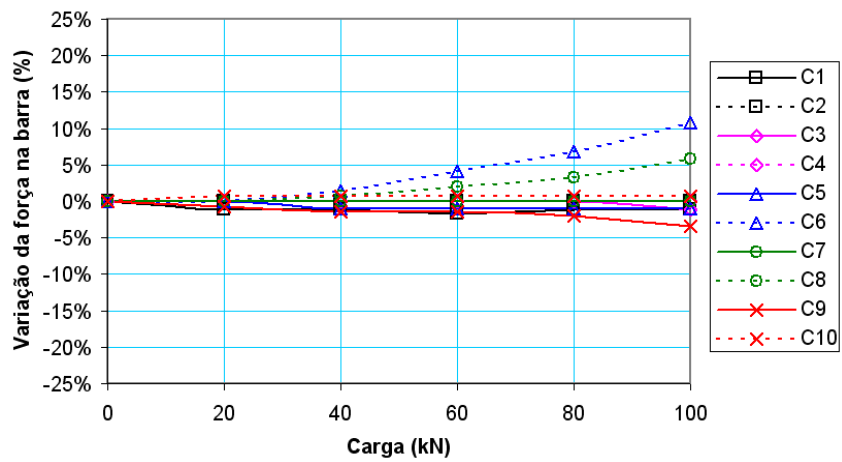


Figura 157 – Variação da força de protensão do ensaio PI-700/CQD

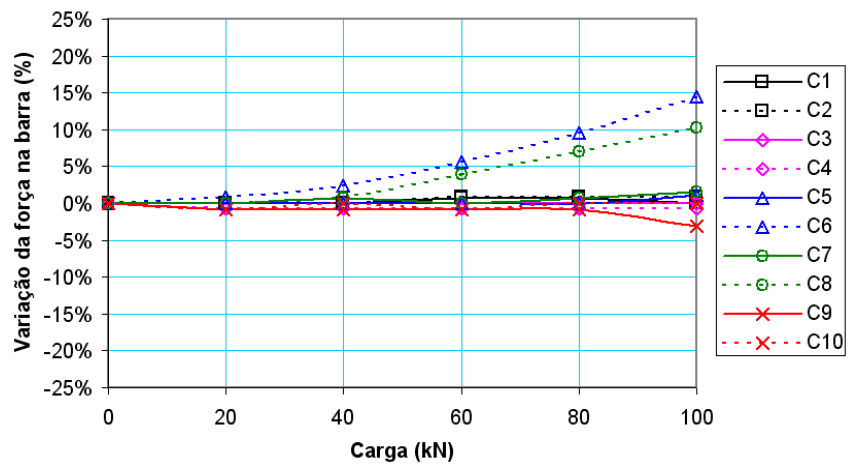


Figura 158 – Variação da força de protensão do ensaio PI-550/CQD

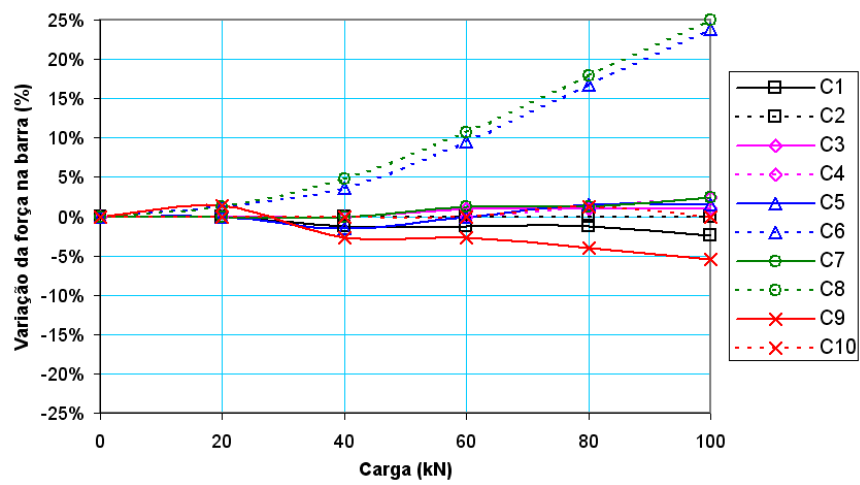


Figura 159 – Variação da força de protensão do ensaio PI-350/CQD

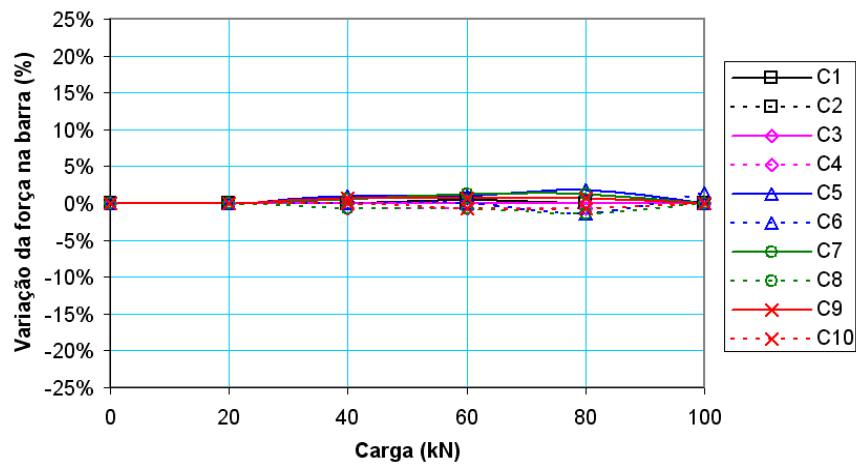


Figura 160 – Variação da força de protensão do ensaio P1-700/CLD

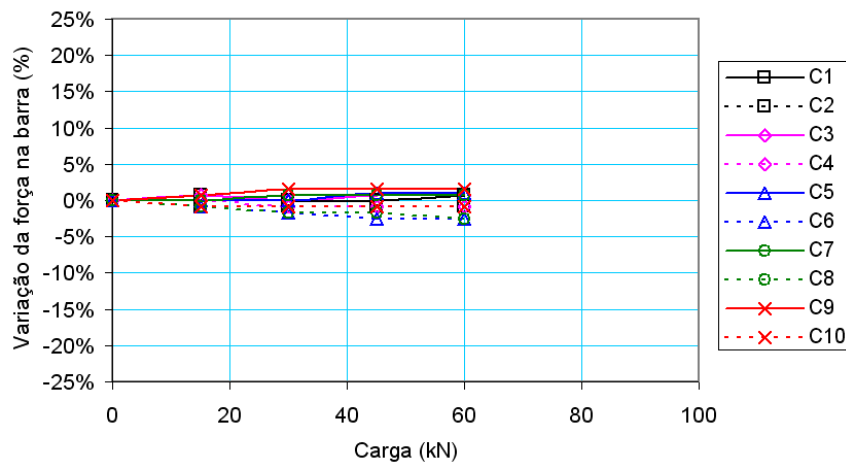


Figura 161 – Variação da força de protensão do ensaio P1-550/CLD

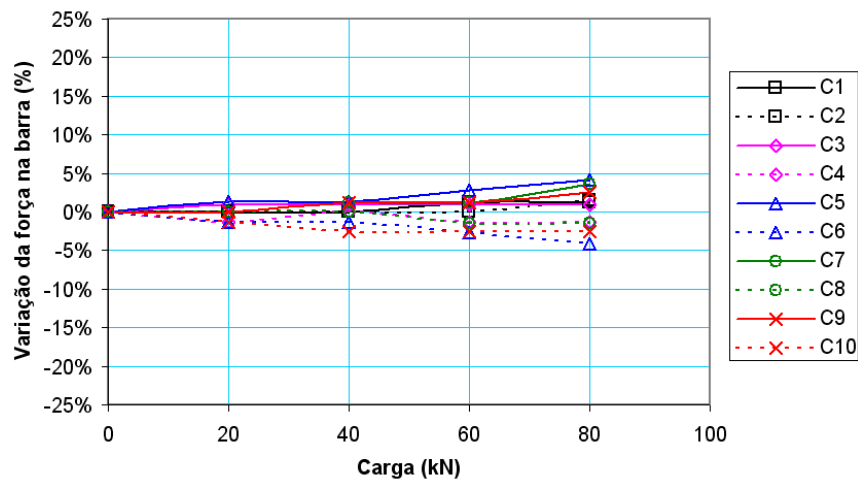


Figura 162 – Variação da força de protensão do ensaio P1-350/CLD

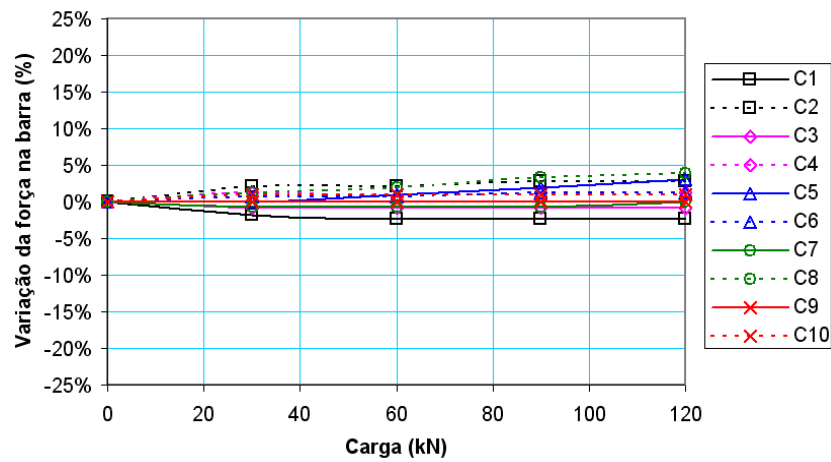


Figura 163 – Variação da força de protensão do ensaio P2-700/D

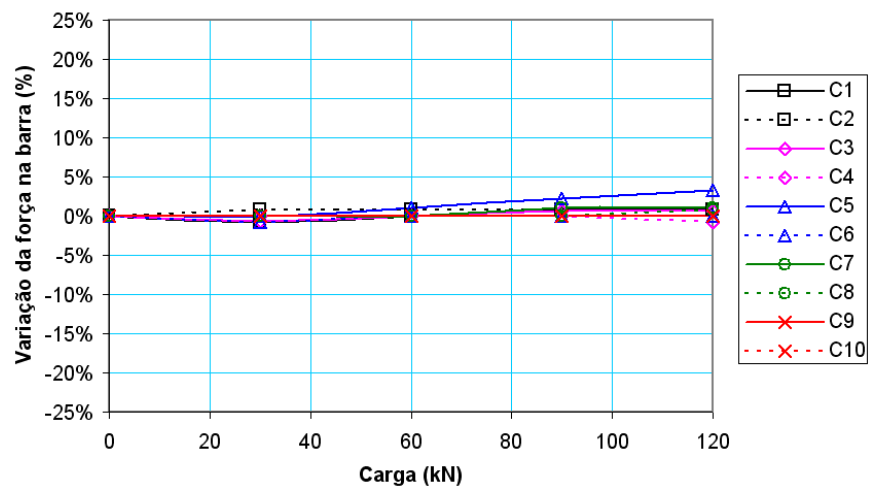


Figura 164 – Variação da força de protensão do ensaio P2-550/D

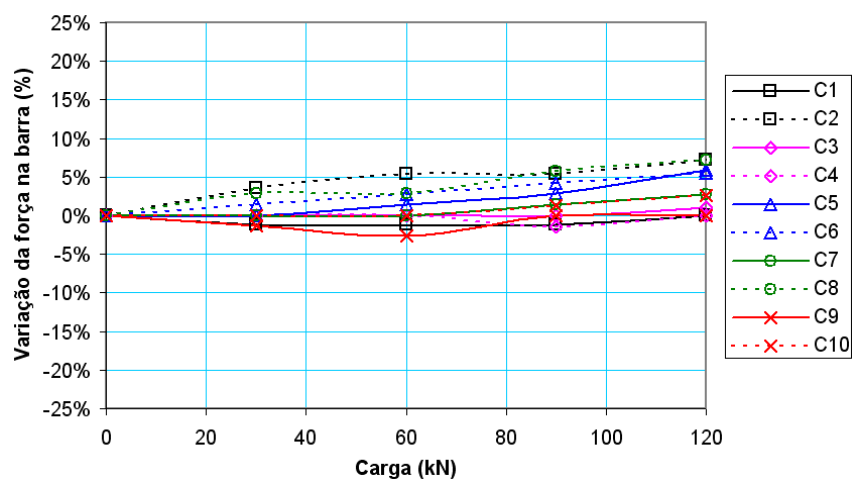


Figura 165 – Variação da força de protensão do ensaio P2-350/D

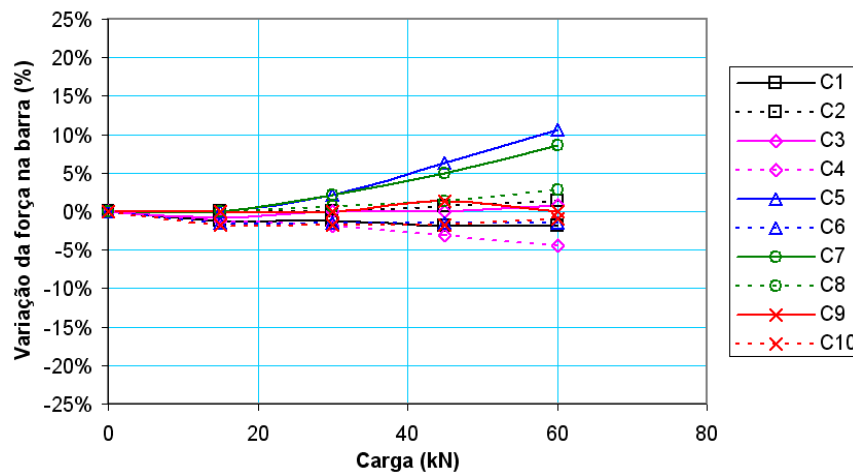


Figura 166 – Variação da força de protensão do ensaio P2-700/CLE

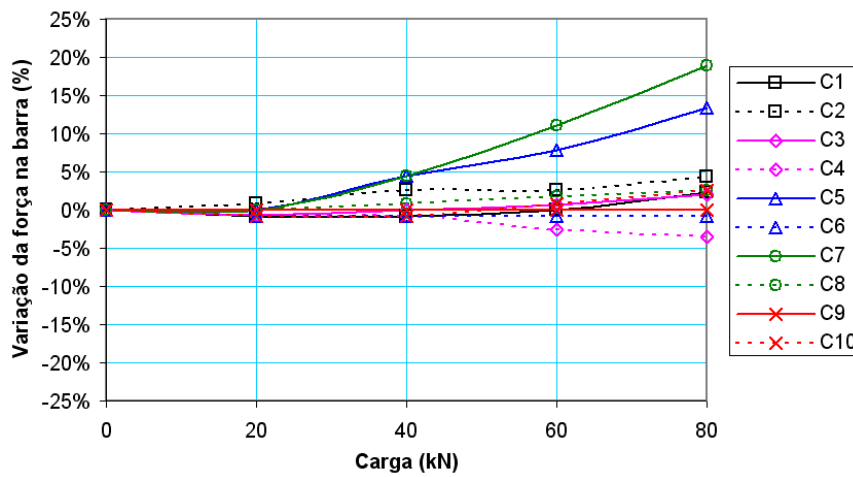


Figura 167 – Variação da força de protensão do ensaio P2-550/CLE

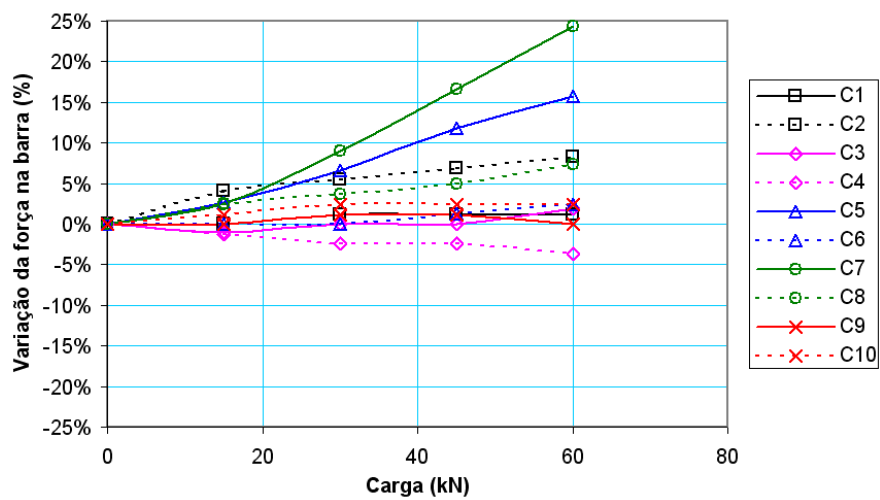


Figura 168 – Variação da força de protensão do ensaio P2-350/CLE

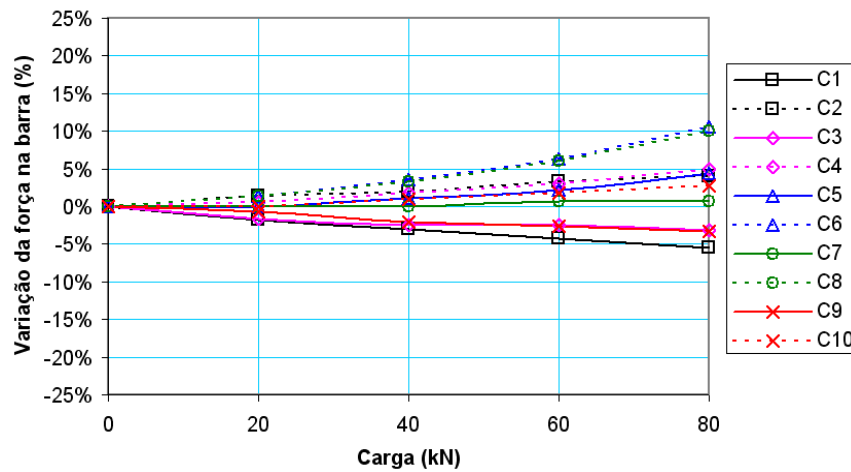


Figura 169 – Variação da força de protensão do ensaio P2-700/CQE

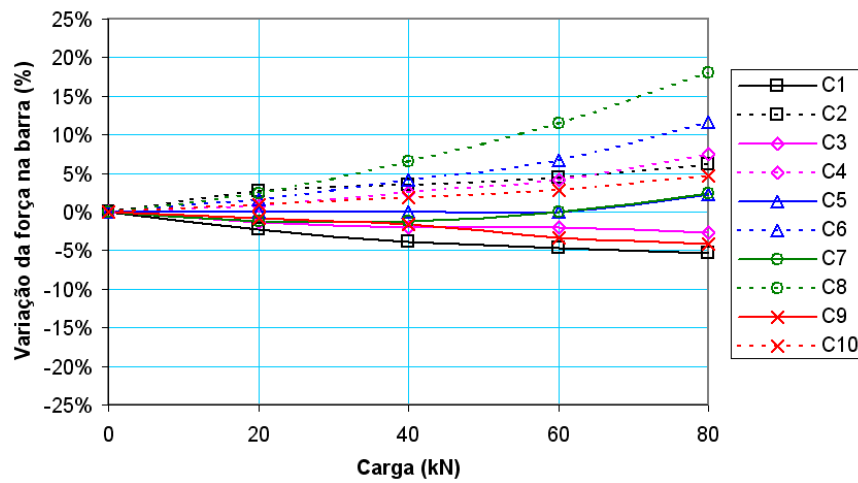


Figura 170 – Variação da força de protensão do ensaio P2-550/CQE

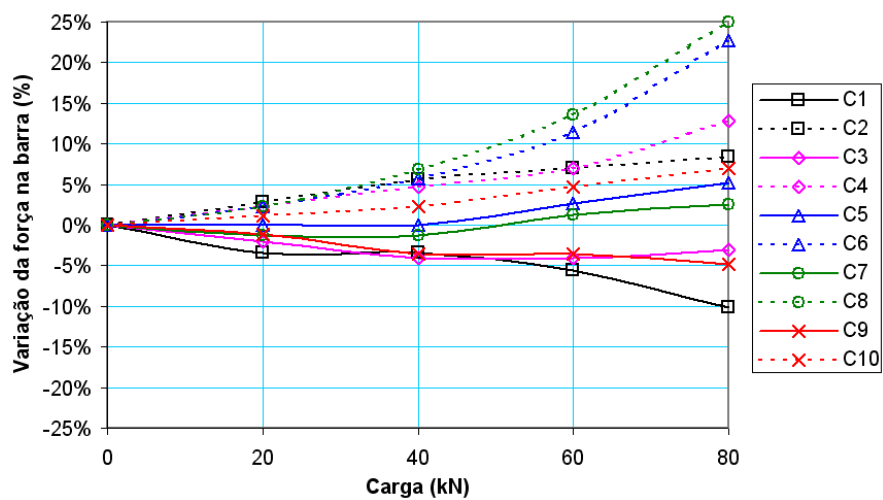


Figura 171 – Variação da força de protensão do ensaio P2-350/CQE

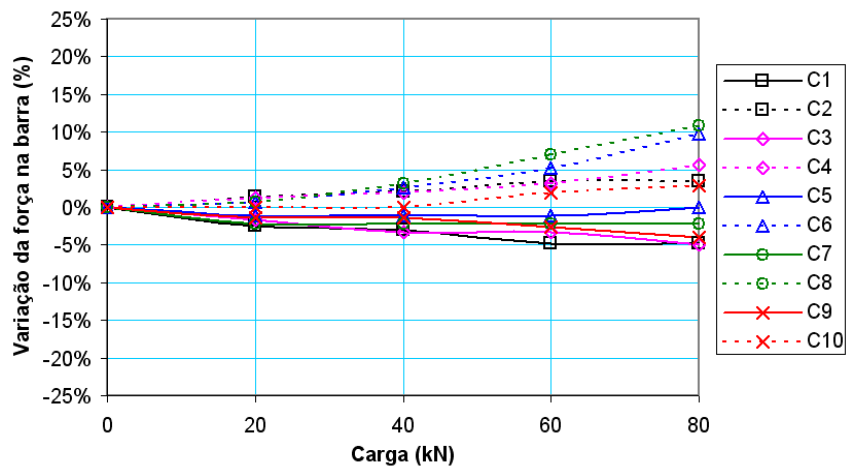


Figura 172 – Variação da força de protensão do ensaio P2-700/CC

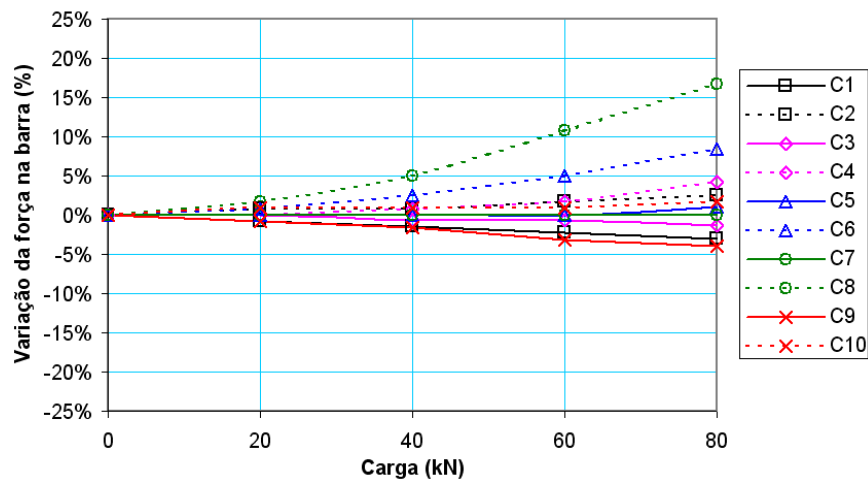


Figura 173 – Variação da força de protensão do ensaio P2-550/CC

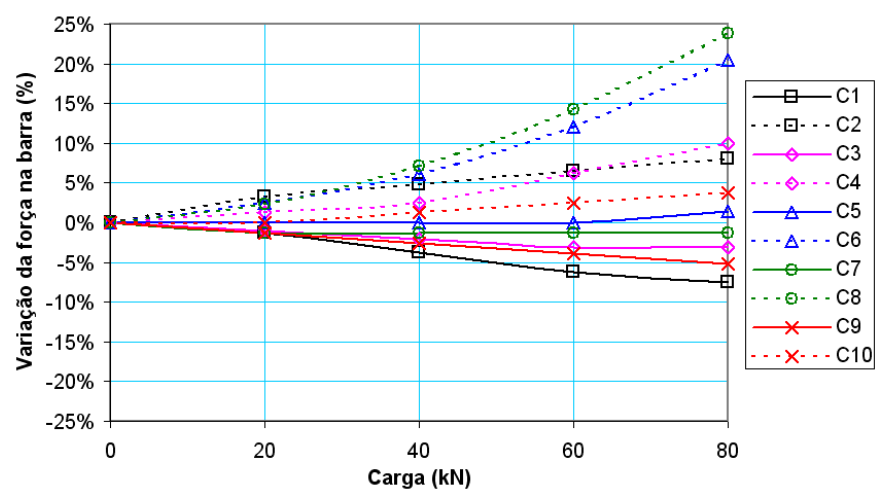


Figura 174 – Variação da força de protensão do ensaio P2-350/CC

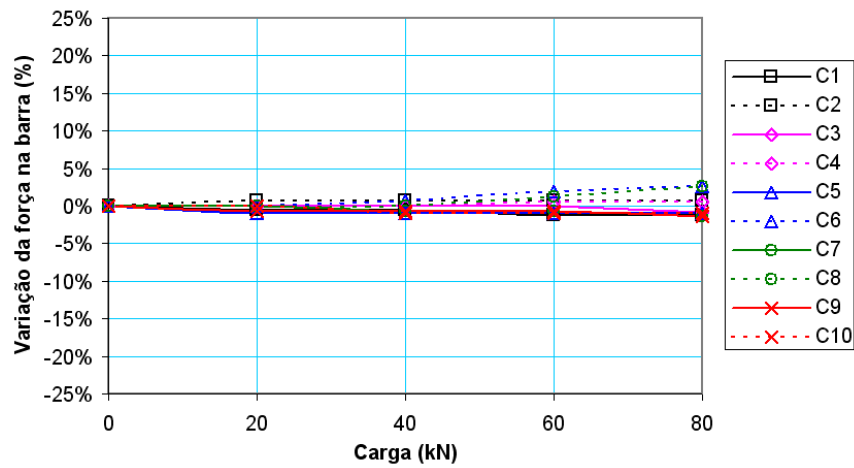


Figura 175 – Variação da força de protensão do ensaio P2-700/CQD

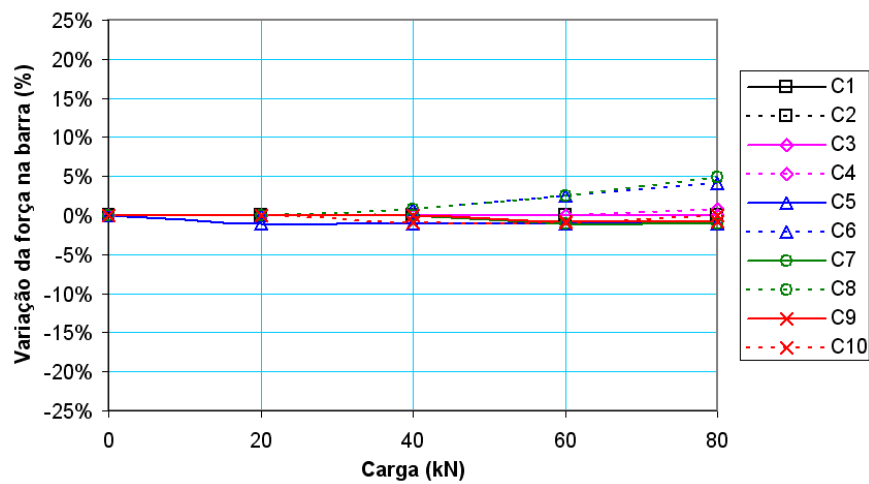


Figura 176 – Variação da força de protensão do ensaio P2-550/CQD

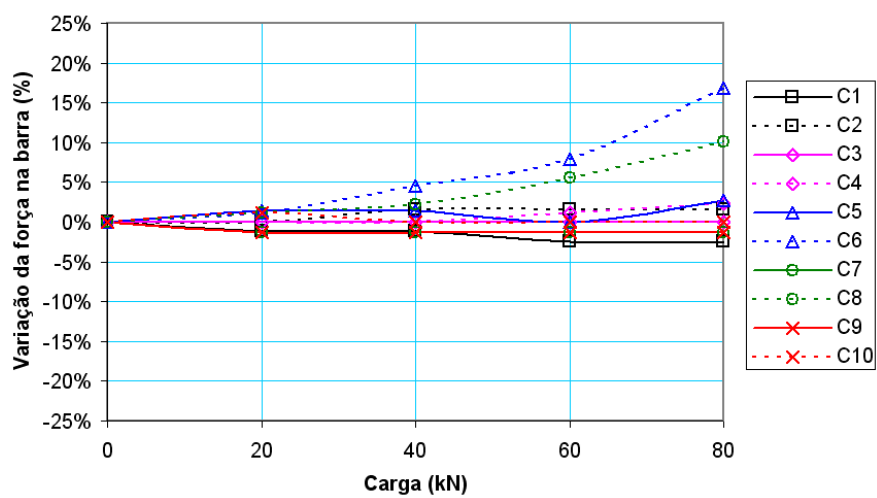


Figura 177 – Variação da força de protensão do ensaio P2-350/CQD



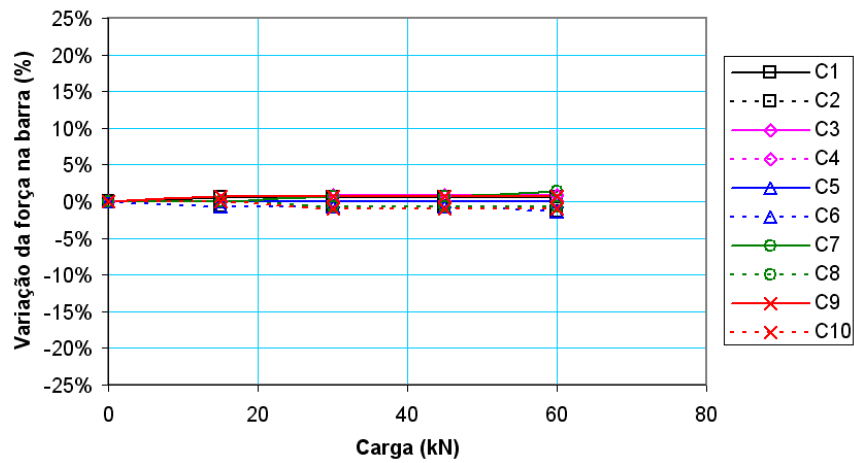


Figura 178 – Variação da força de protensão do ensaio P2-700/CLD

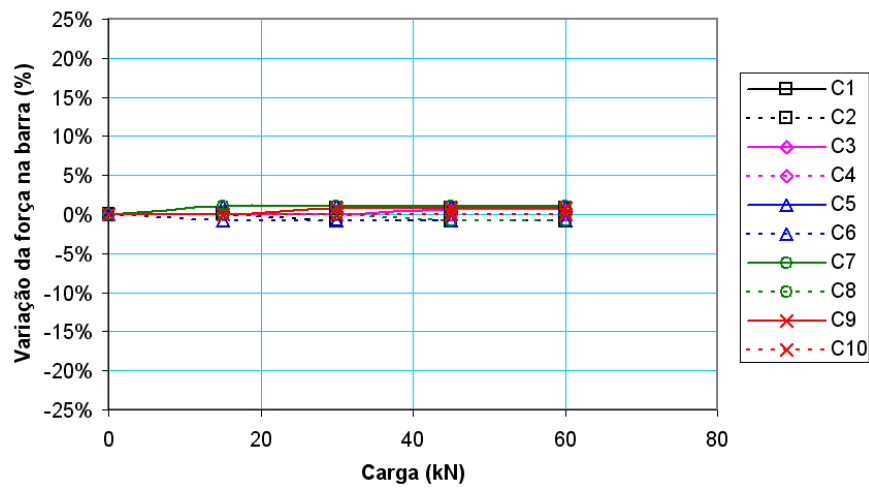


Figura 179 – Variação da força de protensão do ensaio P2-550/CLD

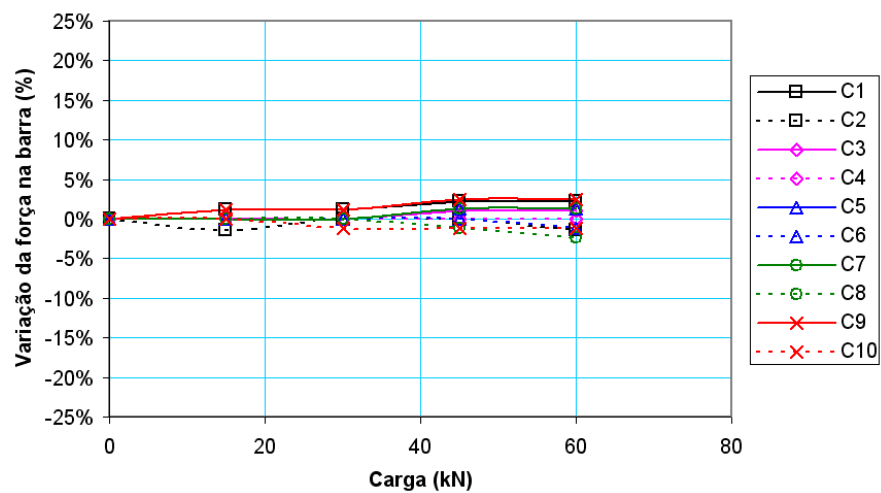


Figura 180 – Variação da força de protensão do ensaio P2-350/CLD

Os ensaios demonstraram que a posição de carregamento que produz a maior variação de força nas barras é o central. O carregamento distribuído não produz variações significativas na força das barras, como já esperado.

De forma geral, a força de protensão nas barras de números pares, ou seja, linha de protensão inferior, tende a aumentar com a aplicação dos carregamentos, com exceção para os carregamentos de borda.

As barras posicionadas na região do centro do vão (C5, C6, C7 e C8) são as que apresentaram as maiores variações de força.

Outro fator importante encontrado é a redução das variações de força nas barras com nível de protensão maior. Isto ocorre pois quanto maior o nível de protensão, maior a rigidez transversal do tabuleiro e, portanto, menores são as deformações que produzem este efeito.

De maneira geral, a maior variação encontrada em todos os ensaios foi de 25%. Isto indica que a variação da força nas barras devido ao carregamento concentrado, deve ser considerada no cálculo do diâmetro das barras.

#### **6.2.4 Avaliação da distribuição de deformações e tensões no modelo**

Como já mencionado no capítulo 5, foram instalados extensômetros elétricos no modelo, a fim de avaliar a distribuição de deformações e de tensões em cada configuração de carregamento.

Os gráficos das figuras 181 a 192 mostram as tensões e deformações máximas obtidas dos diferentes ensaios. Os valores de deformações e tensões apresentados nestes gráficos correspondem ao limite de flecha de  $L/200$ .

As deformações são obtidas diretamente dos valores indicados pelos extensômetros. Para a construção dos gráficos de tensões, os valores de deformações de cada extensômetro foram multiplicados pelos respectivos módulos de elasticidade ( $E_{M, ext.}$ ) calibrados nos ensaios preliminares e apresentados na tabela 33.

Os resultados de deformações e tensões da face superior das nervuras foram plotados com valores positivos para facilitar a comparação com os resultados da face inferior.

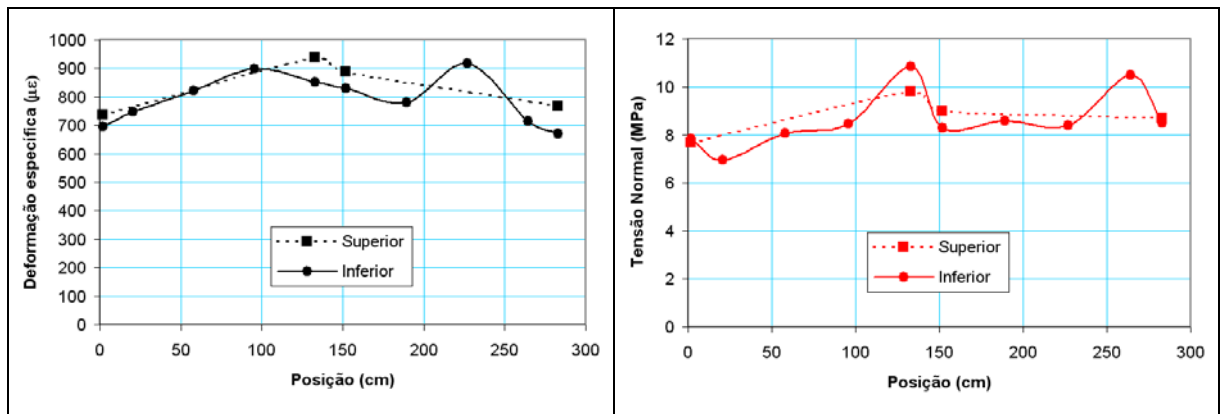


Figura 181 – Deformações e tensões normais máximas das nervuras - ensaio P1-700/D

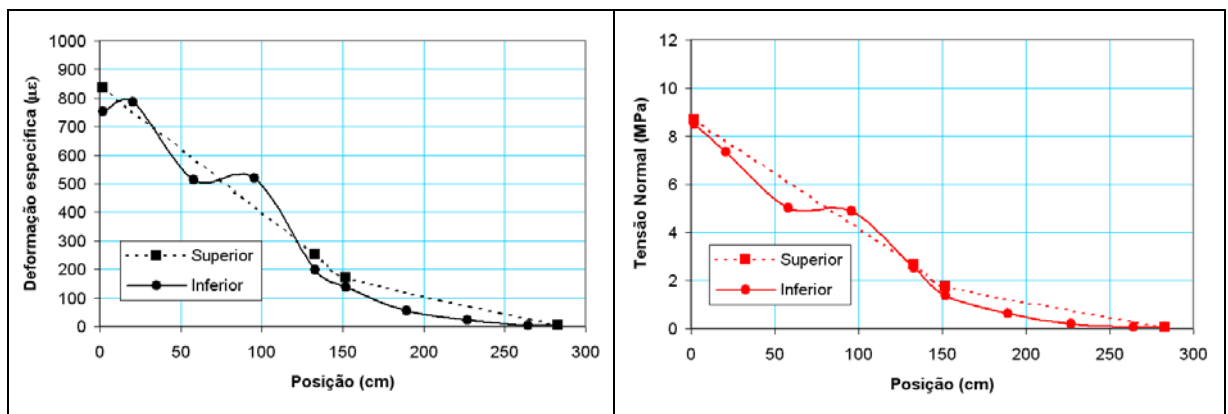


Figura 182 – Deformações e tensões normais máximas das nervuras - ensaio P1-700/CLE

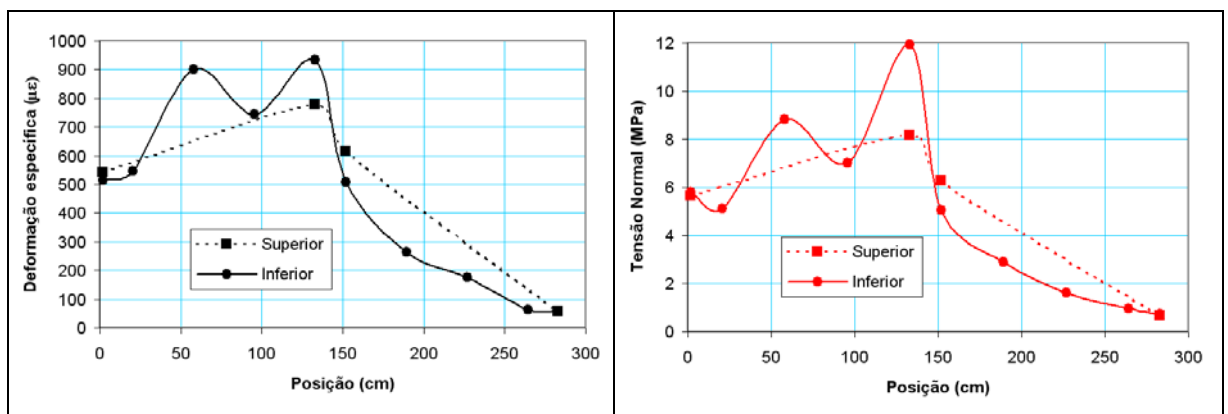


Figura 183 – Deformações e tensões normais máximas das nervuras - ensaio P1-700/CQE

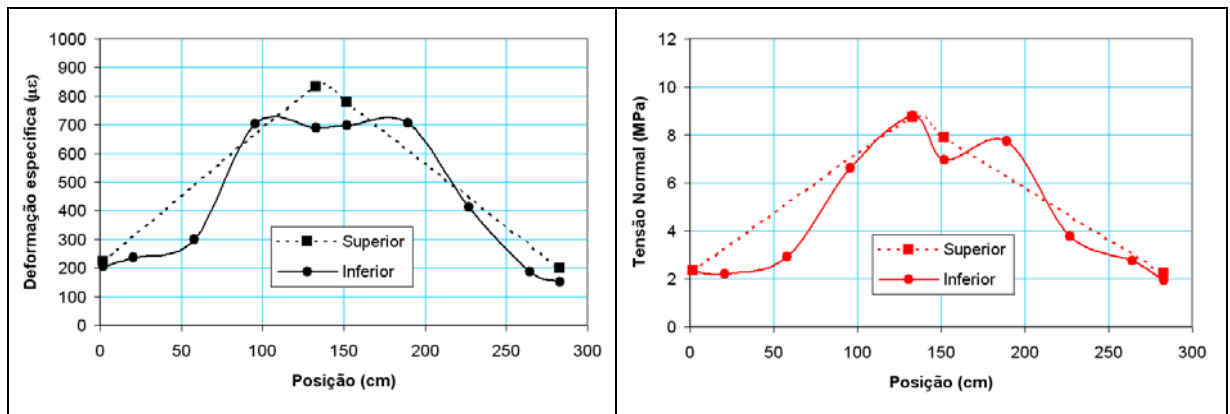


Figura 184 – Deformações e tensões normais máximas das nervuras - ensaio P1-700/CC

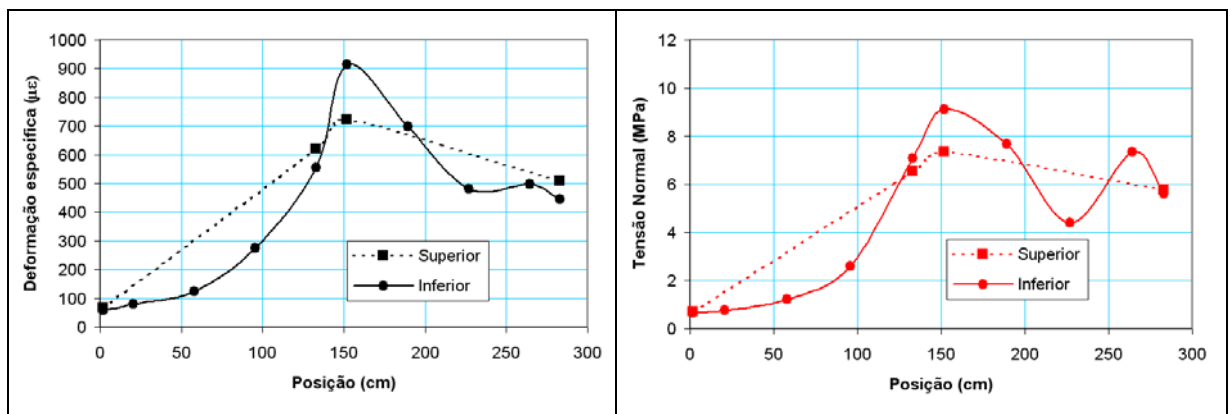


Figura 185 – Deformações e tensões normais máximas das nervuras - ensaio P1-700/CQD

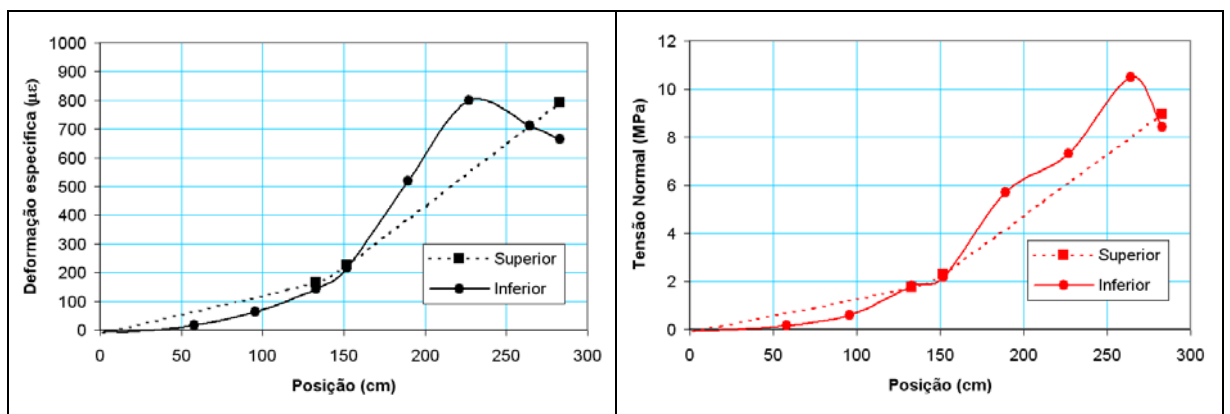


Figura 186 – Deformações e tensões normais máximas das nervuras - ensaio P1-700/CLE

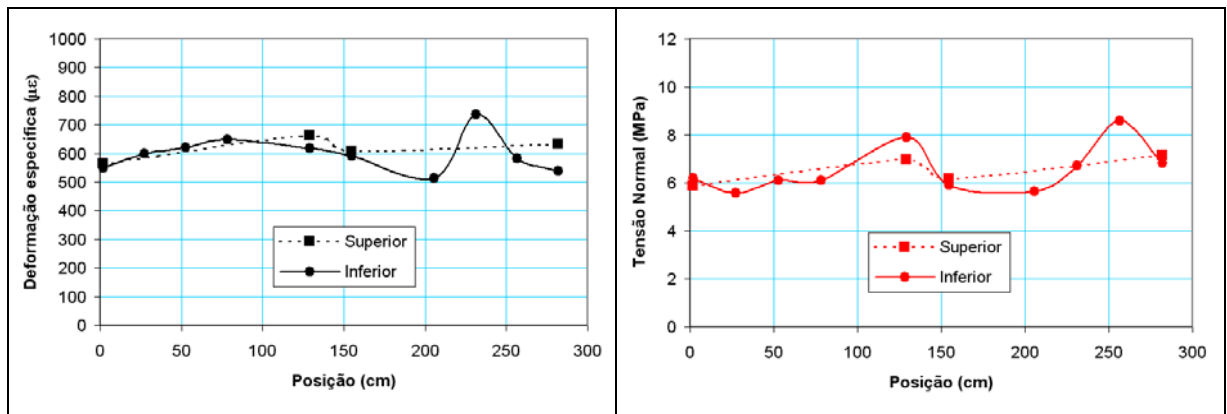


Figura 187 – Deformações e tensões normais máximas das nervuras - ensaio P2-700/D

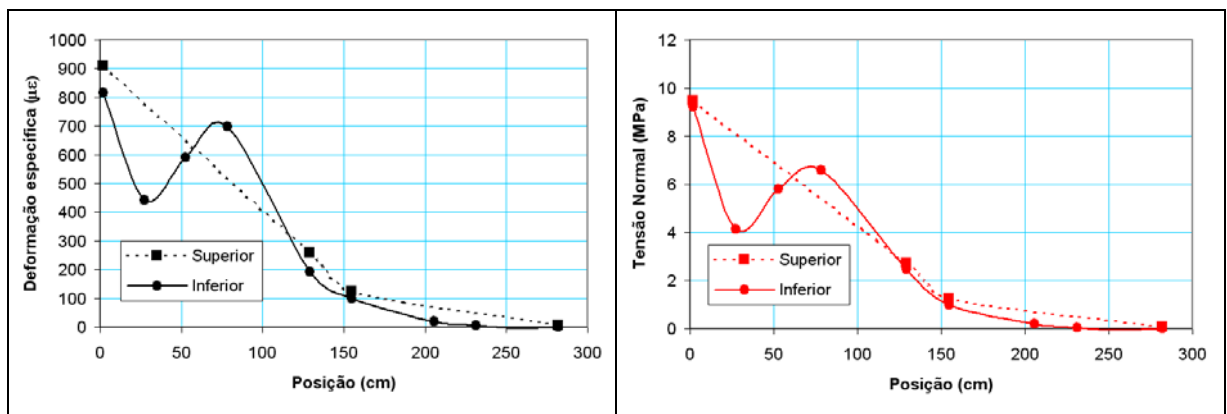


Figura 188 – Deformações e tensões normais máximas das nervuras - ensaio P2-700/CLE

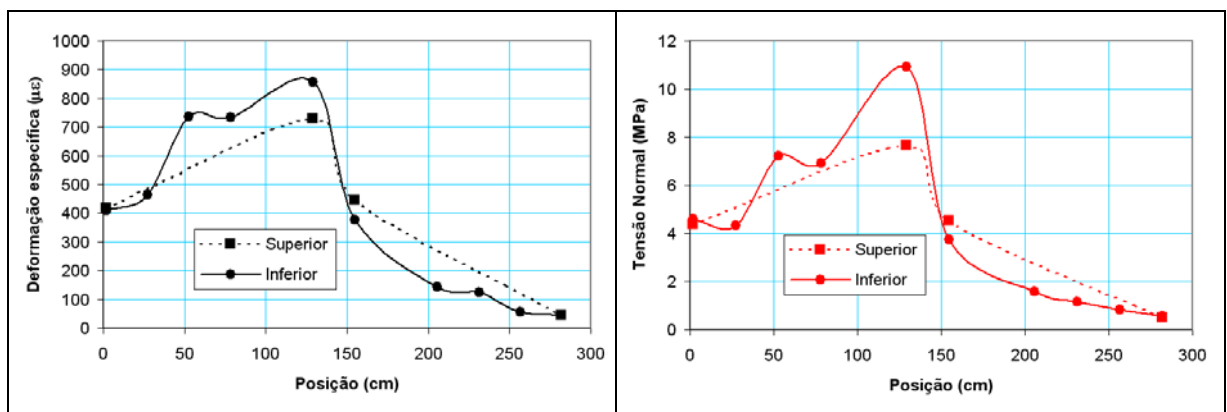


Figura 189 – Deformações e tensões normais máximas das nervuras - ensaio P2-700/CQE

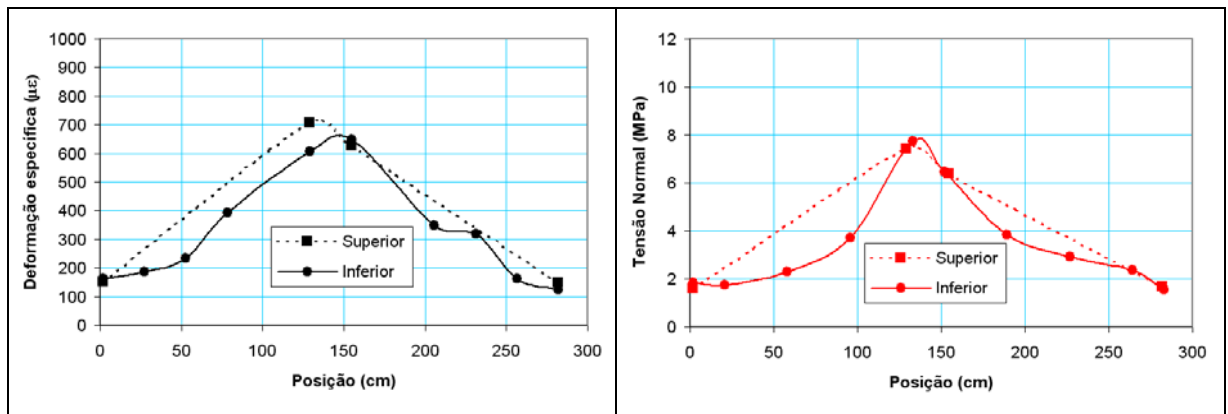


Figura 190 – Deformações e tensões normais máximas das nervuras - ensaio P2-700/CC

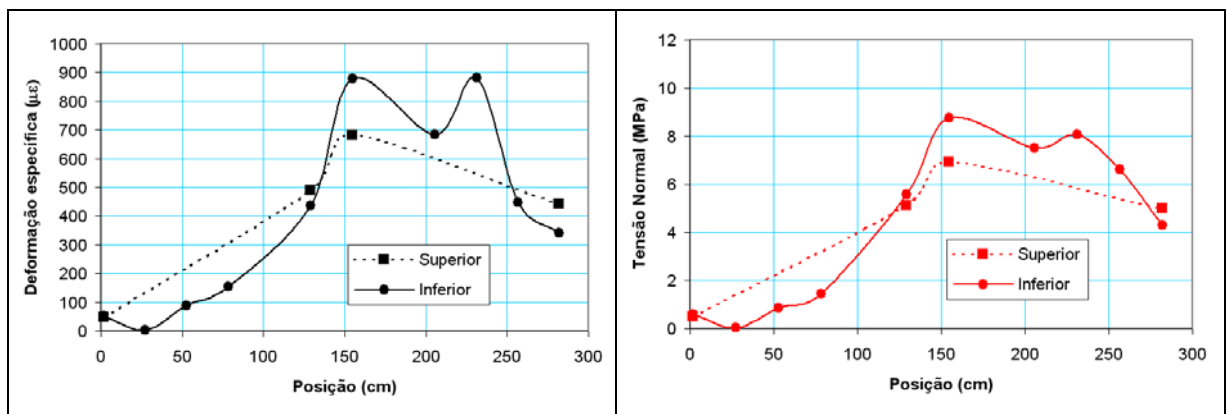


Figura 191 – Deformações e tensões normais máximas das nervuras - ensaio P2-700/CQD

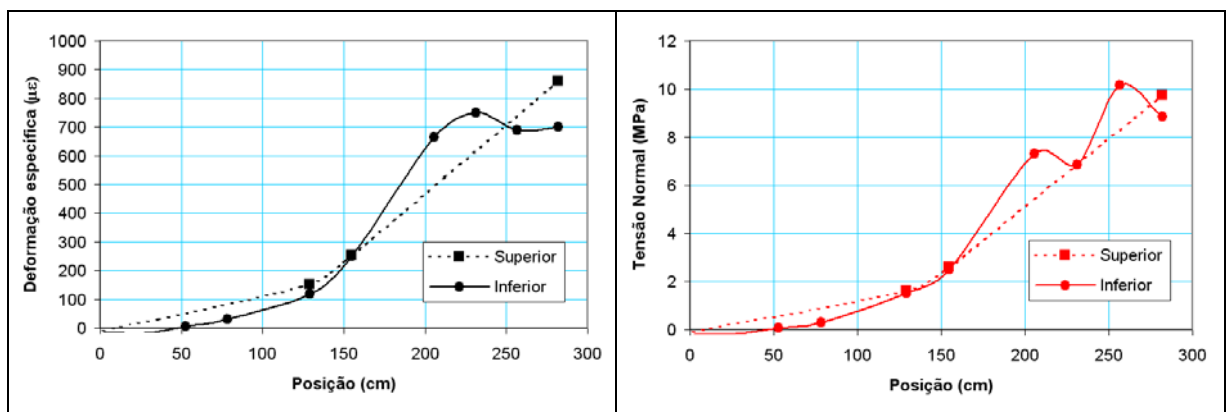


Figura 192 – Deformações e tensões normais máximas das nervuras - ensaio P2-700/CLD

Dos gráficos anteriores pode-se observar uma boa concordância entre os valores de tensões e deformações da face superior e da face inferior do tabuleiro.

A máxima tensão atingida com as várias configurações de ensaio foi de 12 MPa, para o limite de flecha de  $L/200$ .

A seguir são realizadas comparações entre as tensões e deformações obtidas dos ensaios com a simulação numérica em ANSYS utilizando os parâmetros elásticos médios calibrados anteriormente.

Para o modelo numérico com tabuleiro com a configuração 1 (16 nervuras) foram utilizados os seguintes parâmetros elásticos:

Nervuras (Material Isótropo)  $\Rightarrow E_x = E_{M, flecha}$  de cada viga (ver tabela 33)  
 $\nu = 0,3$

Mesas (Material Ortotrópico)  $\Rightarrow E_x = 8944,9$  MPa (calibrado - tabela 39)  
 $E_y = E_z = 94,7$  MPa (1,1% de  $E_x$ ) – (calibrado - tabela 39)  
 $G_{xy} = G_{xz} = G_{yz} = 306,9$  MPa (3,4% de  $E_x$ ) – (calibrado - tabela 39)  
 $\nu_{xy} = \nu_{xz} = \nu_{yz} = 0$

Para o modelo numérico com tabuleiro com a configuração 2 (12 nervuras) foram utilizados os seguintes parâmetros elásticos:

Nervuras (Material Isótropo)  $\Rightarrow E_x = E_{M, flecha}$  de cada viga (ver tabela 33)  
 $\nu = 0,3$

Mesas (Material Ortotrópico)  $\Rightarrow E_x = 8348,1$  MPa (calibrado - tabela 39)  
 $E_y = E_z = 89,6$  MPa (1,1% de  $E_x$ ) – (calibrado - tabela 39)  
 $G_{xy} = G_{xz} = G_{yz} = 289,9$  MPa (3,5% de  $E_x$ ) – (calibrado - tabela 39)  
 $\nu_{xy} = \nu_{xz} = \nu_{yz} = 0$

Os gráficos das figuras 193 a 202 mostram a comparação das tensões e deformações obtidas dos diferentes ensaios de carga concentrada, com carregamento de 60 kN. Em cada gráfico são plotados os resultados experimentais de cada configuração de ensaio com os três níveis de protensão estudados (700 kPa, 550 kPa e 350 kPa).

Lembrando-se que os parâmetros elásticos utilizados nas simulações numéricas foram calibrados com os resultados de flecha dos ensaios com 700 kPa de nível de protensão.

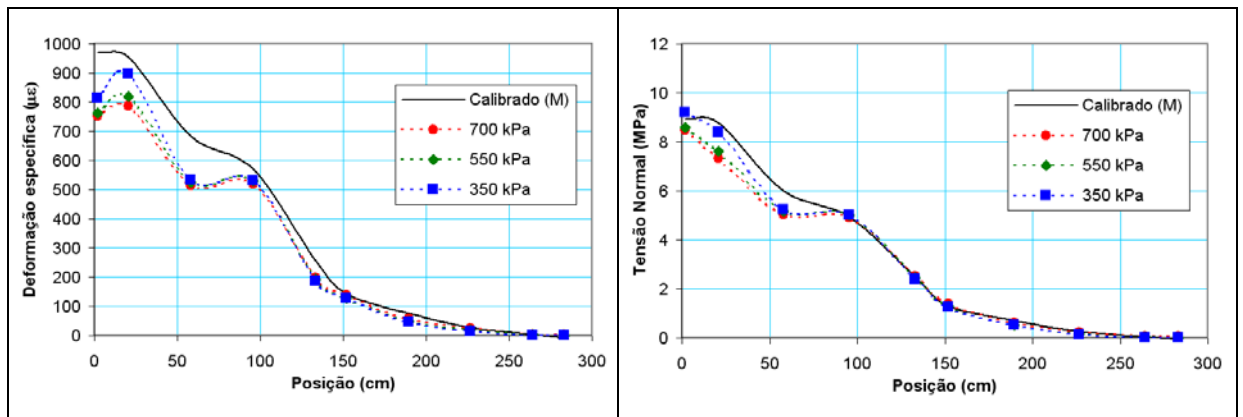


Figura 193 – Deformações e tensões normais máximas das nervuras – P1-X/CLE (P=60 kN)

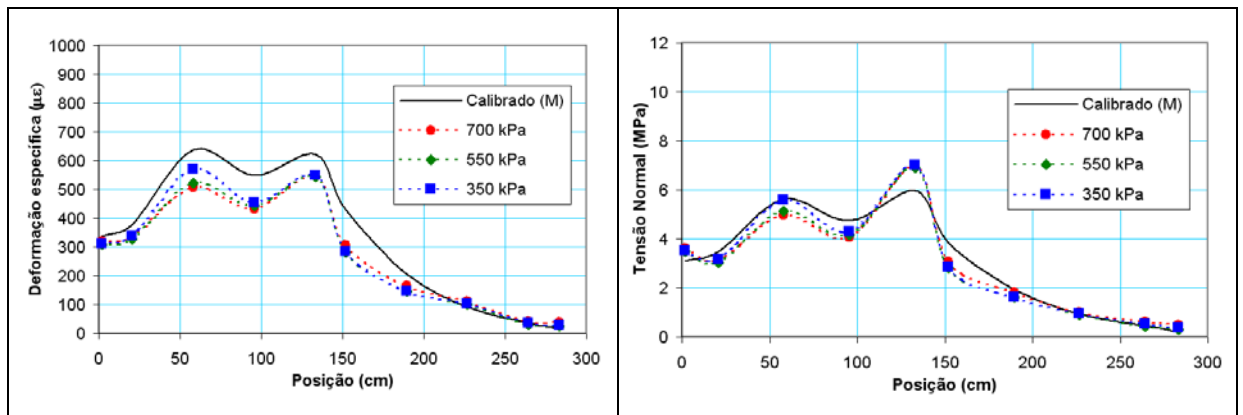


Figura 194 – Deformações e tensões normais máximas das nervuras – P1-X/CQE (P=60 kN)

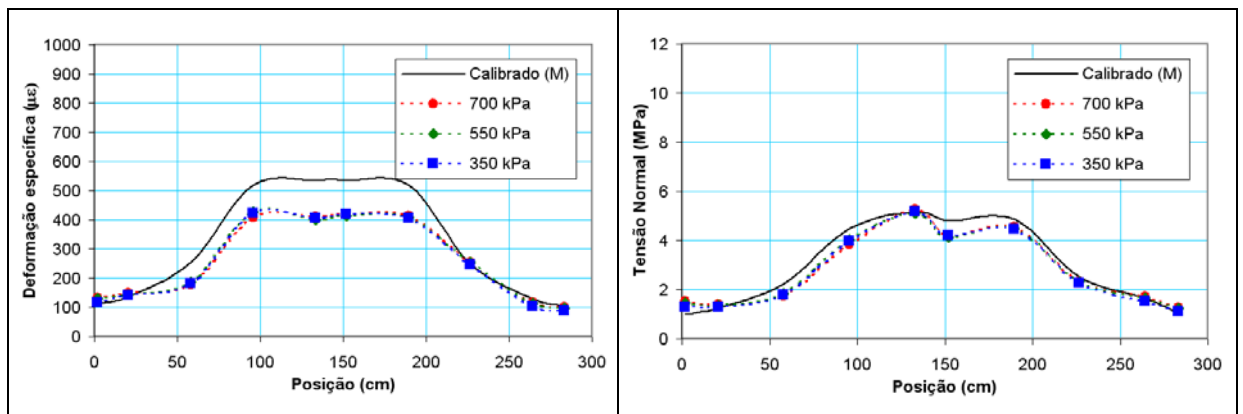


Figura 195 – Deformações e tensões normais máximas das nervuras – P1-X/CC (P=60 kN)



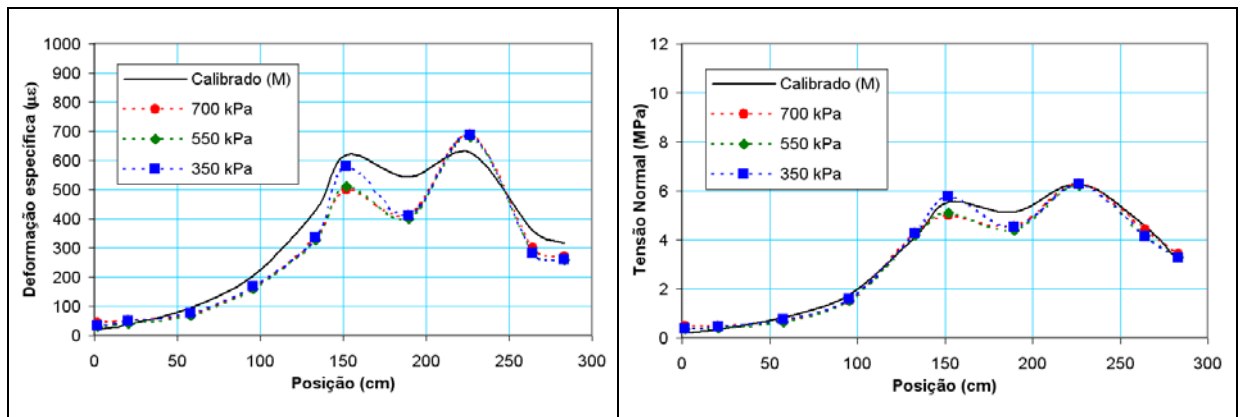


Figura 196 – Deformações e tensões normais máximas das nervuras – P1-X/CQD (P=60 kN)

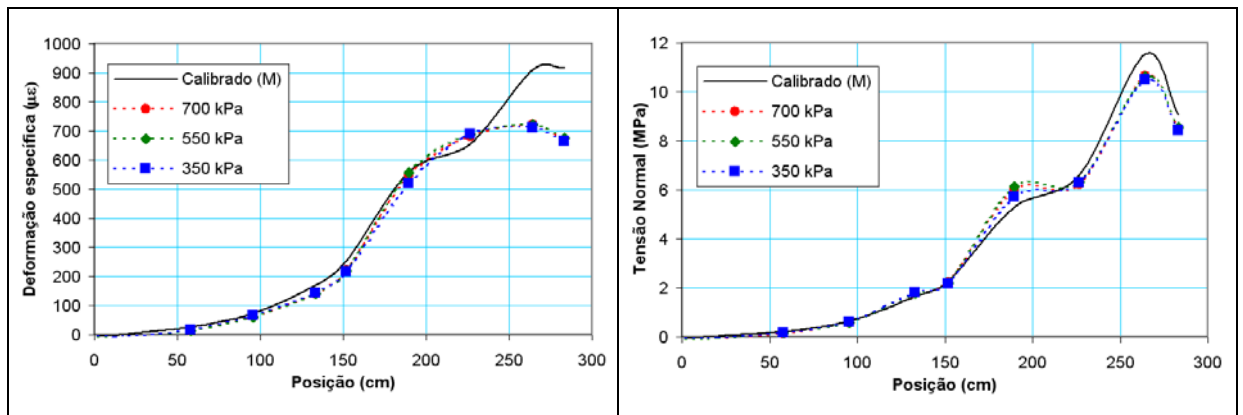


Figura 197 – Deformações e tensões normais máximas das nervuras – P1-X/CLD (P=60 kN)

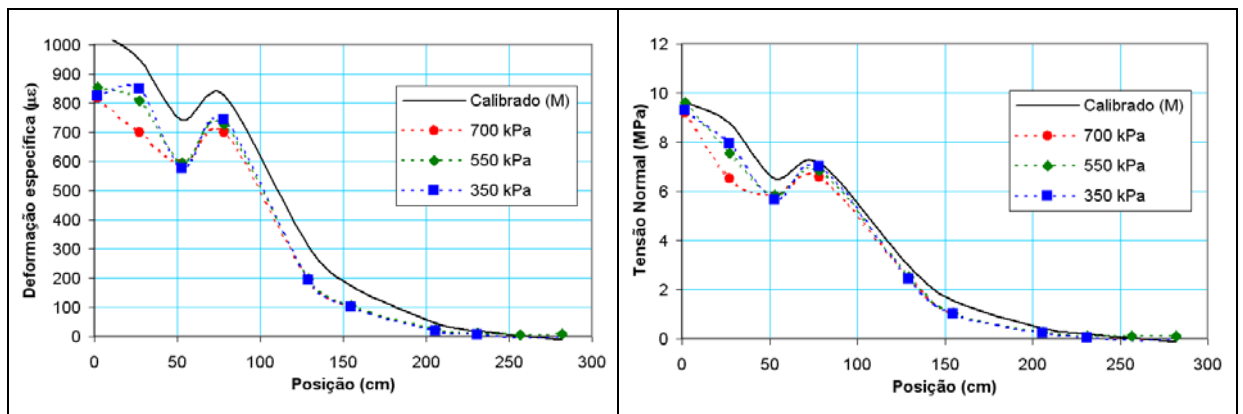


Figura 198 – Deformações e tensões normais máximas das nervuras - P2-X/CLE (P=60 kN)

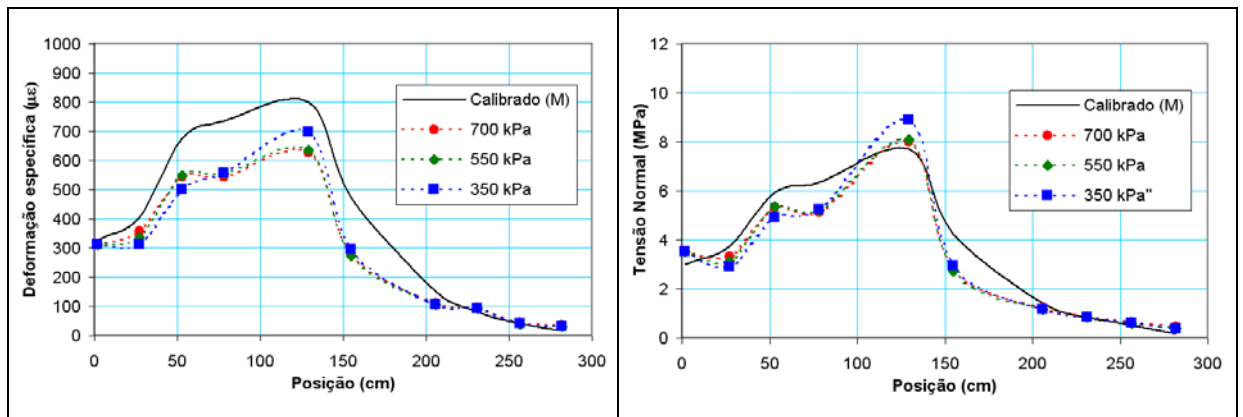


Figura 199 – Deformações e tensões normais máximas das nervuras - P2-X/CQE (P=60 kN)

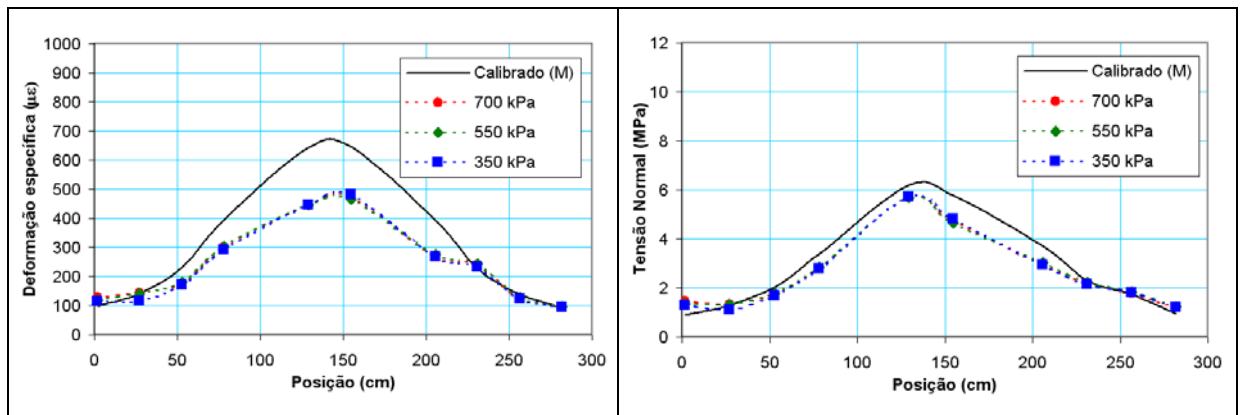


Figura 200 – Deformações e tensões normais máximas das nervuras - P2-X/CC (P=60 kN)

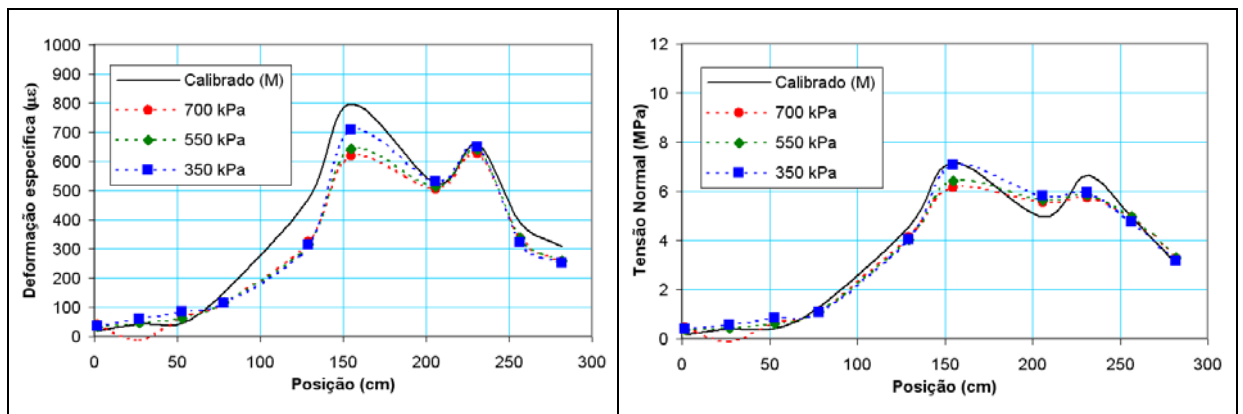
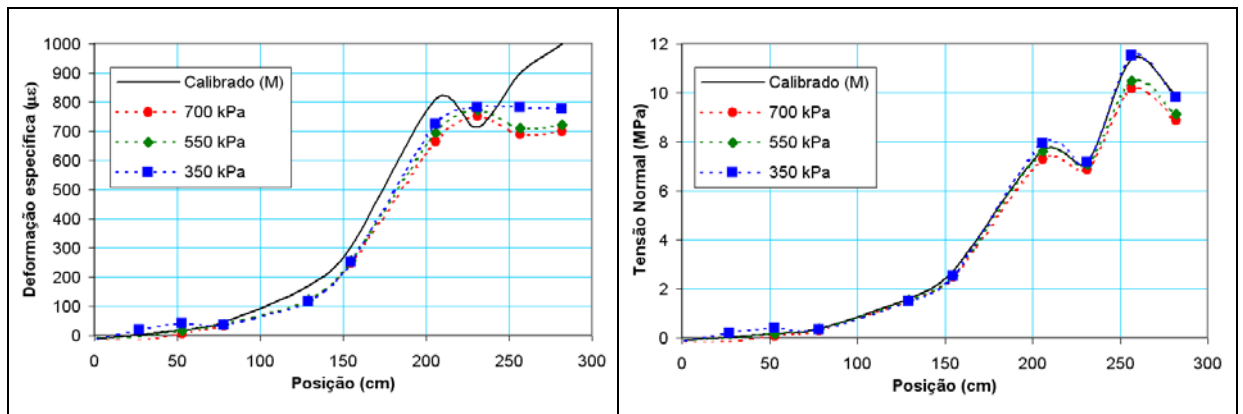


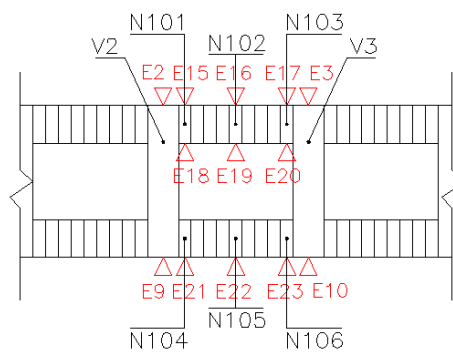
Figura 201 – Deformações e tensões normais máximas das nervuras - P2-X/CQD (P=60 kN)



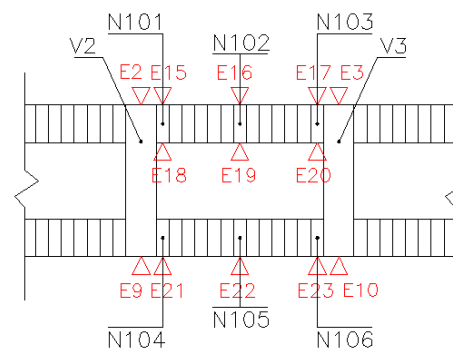
**Figura 202** – Deformações e tensões normais máximas das nervuras - P2-X/CLD (P=60 kN)

Os resultados obtidos mostram uma boa concordância entre os resultados teóricos e experimentais, especialmente no caso das tensões, devido à utilização do valor do módulo de elasticidade calibrado previamente.

Também foram posicionados extensômetros elétricos nas mesas, no meio do vão, da célula central. As figuras 203 e 204 mostram a localização destes extensômetros nos dois tabuleiros.



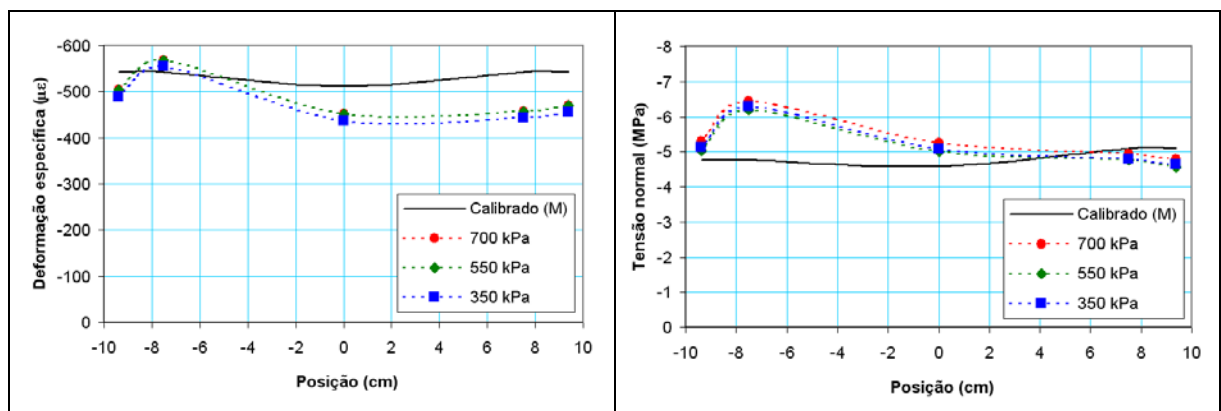
**Figura 203** – Localização dos extensômetros nas mesas da célula central – tabuleiro 1



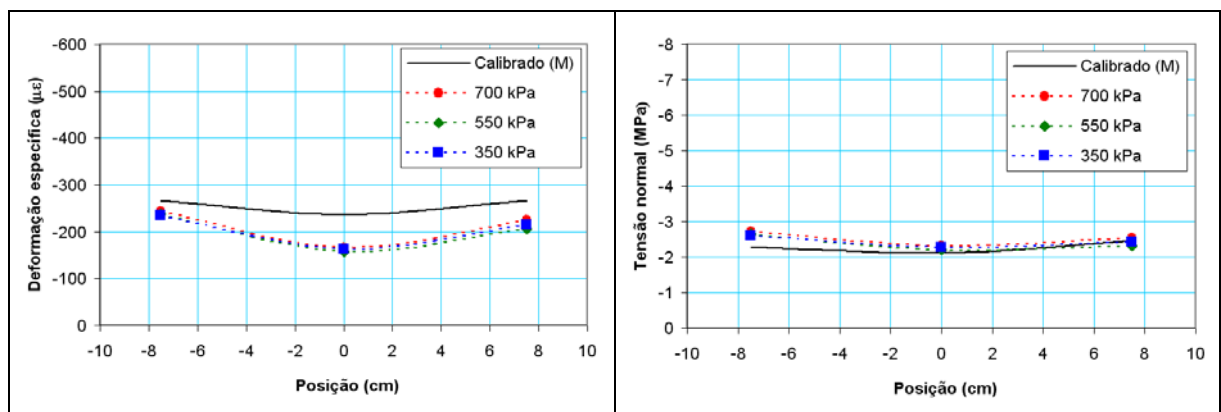
**Figura 204** – Localização dos extensômetros nas mesas da célula central – tabuleiro 2

Os gráficos 205 a 210 mostram a comparação das tensões e deformações nas mesas da célula central, para o carregamento concentrado “CC”, com carregamento de 60 kN. Em cada gráfico são plotados os resultados experimentais com os três níveis de protensão estudados (700 kPa, 550 kPa e 350 kPa). Lembrando-se que os parâmetros elásticos utilizados nas simulações numéricas foram calibrados com os resultados de flecha dos ensaios com 700 kPa de nível de protensão.

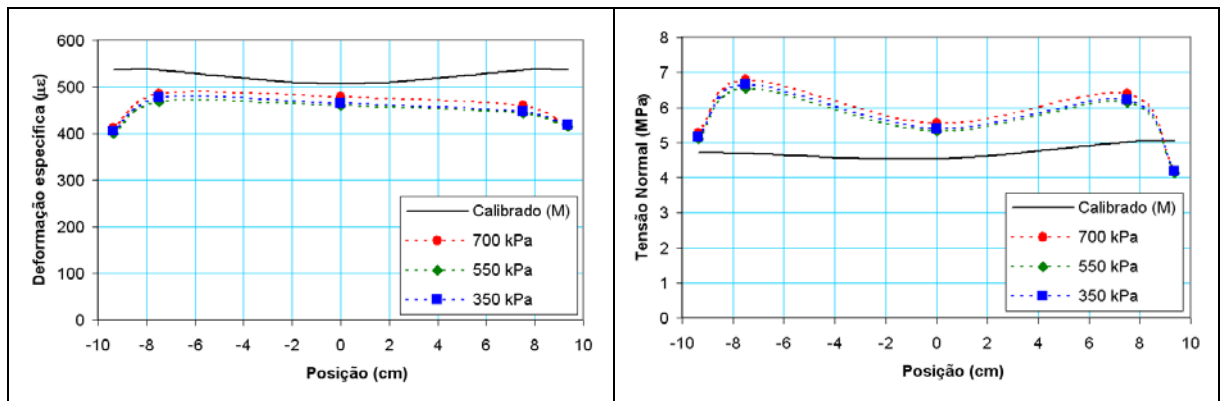
Nos gráficos 205 a 210, a posição zero indica o centro da célula.



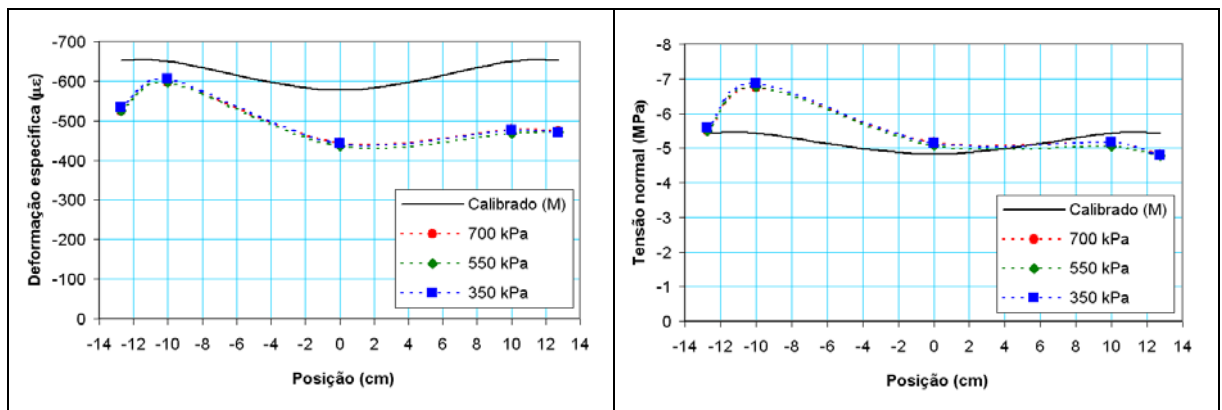
**Figura 205** – Deformações e tensões normais da face de cima da mesa superior - P1-700/CC ( $P=60$  kN)



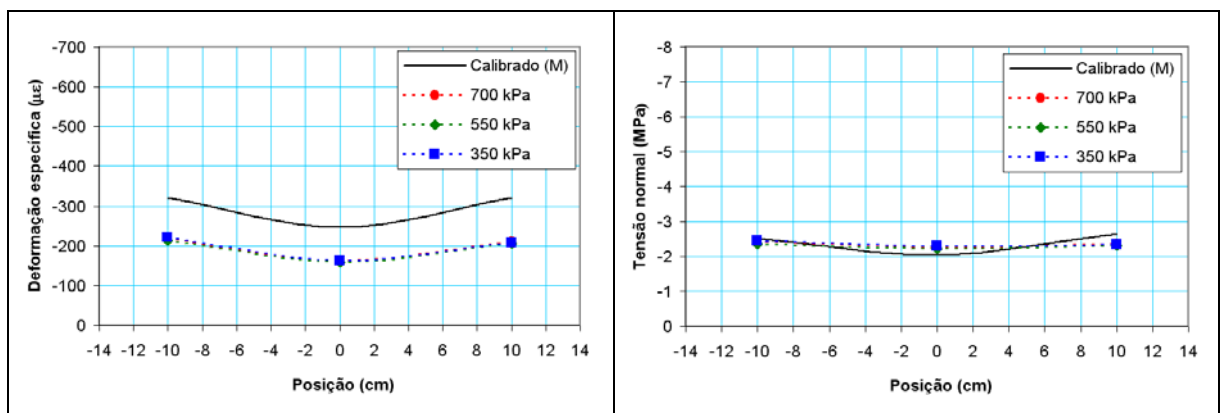
**Figura 206** – Deformações e tensões normais da face de baixo da mesa superior - P1-700/CC ( $P=60$  kN)



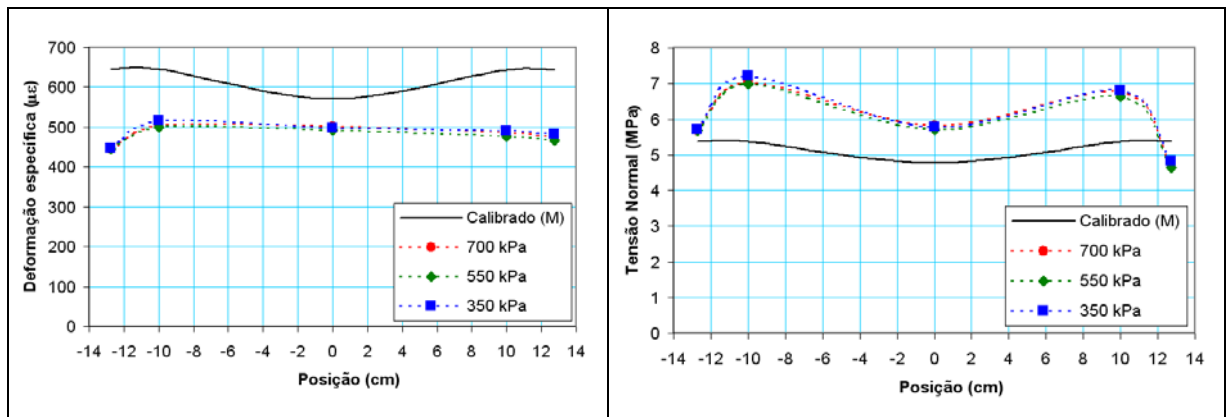
**Figura 207** – Deformações e tensões normais da face de baixo da mesa inferior - P1-700/CC ( $P=60\text{ kN}$ )



**Figura 208** – Deformações e tensões normais da face de baixo da mesa superior - P2-700/CC ( $P=60\text{ kN}$ )



**Figura 209** – Deformações e tensões normais da face de baixo da mesa inferior - P2-700/CC ( $P=60\text{ kN}$ )



**Figura 210** – Deformações e tensões normais da face de baixo da mesa inferior - P2-700/CC ( $P=60\text{ kN}$ )

Os resultados obtidos mostram que a tensão normal nas mesas é não uniforme com o valor máximo próximo às nervuras. A deformação das mesas por cisalhamento, causa a distribuição de tensões não uniforme e influencia diretamente na rigidez longitudinal do tabuleiro. Novamente pode-se observar a pequena influência da tensão de protensão sobre o comportamento do tabuleiro.

### 6.2.5 Fator de Distribuição de Carga experimental

O Fator de Distribuição de Carga representa a parcela do montante total de carga aplicada, pela qual cada viga de seção I é solicitada. Admitindo-se que todas as vigas de seção I que compõem o tabuleiro tenham a mesma rigidez à flexão longitudinal ( $EI$ ), pode-se estimar o Fator de Distribuição de Carga através dos deslocamentos de carga viga relacionados com a soma dos deslocamentos de todas vigas (equação 87).

$$\beta_i = \frac{\delta_i}{\sum_{i=1}^n \delta_i} * 100 \quad (87)$$

Onde:

$\delta_i$  = deslocamento vertical medido no ensaio no ponto  $i$ ;

$\beta_i$  = Fator de Distribuição de Carga no ponto  $i$ .

É necessário ressaltar, que o Fator de Distribuição de Carga, obtido dos ensaios realizados é correspondente ao tipo de carregamento empregado. No caso foram utilizadas quatro cargas concentradas distanciadas de 66,7 cm na direção transversal e 50 cm na direção longitudinal, que em escala real correspondem a 200 cm e 150 cm, respectivamente. Os gráficos das

figuras 211 a 216 mostram a distribuição de carga ao longo da seção transversal do modelo ensaiado com as duas configurações de tabuleiro.

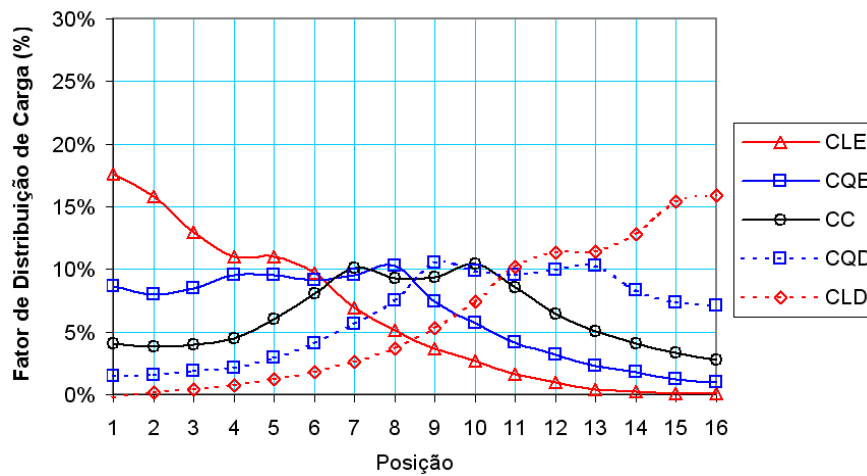


Figura 211 – Fator de Distribuição de Carga do ensaio P1-700/X

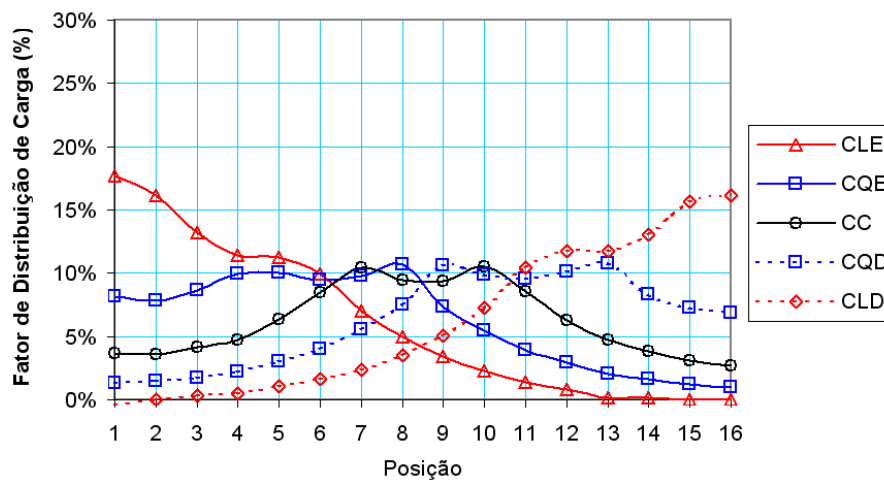


Figura 212 – Fator de Distribuição de Carga do ensaio P1-550/X

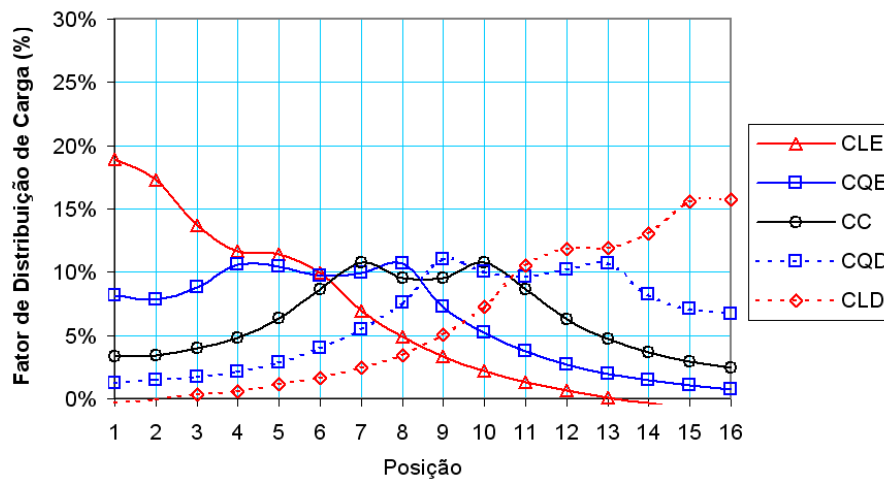


Figura 213 – Fator de Distribuição de Carga do ensaio P1-350/X

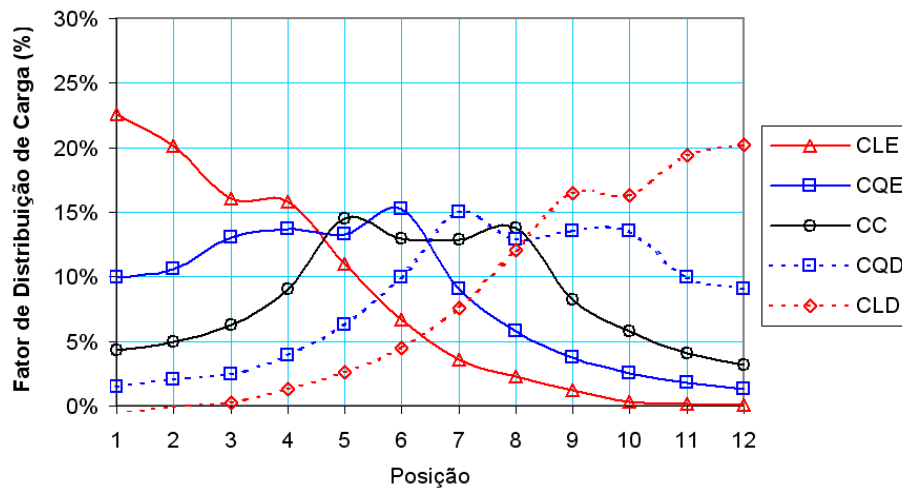


Figura 214 – Fator de Distribuição de Carga do ensaio P2-700/X

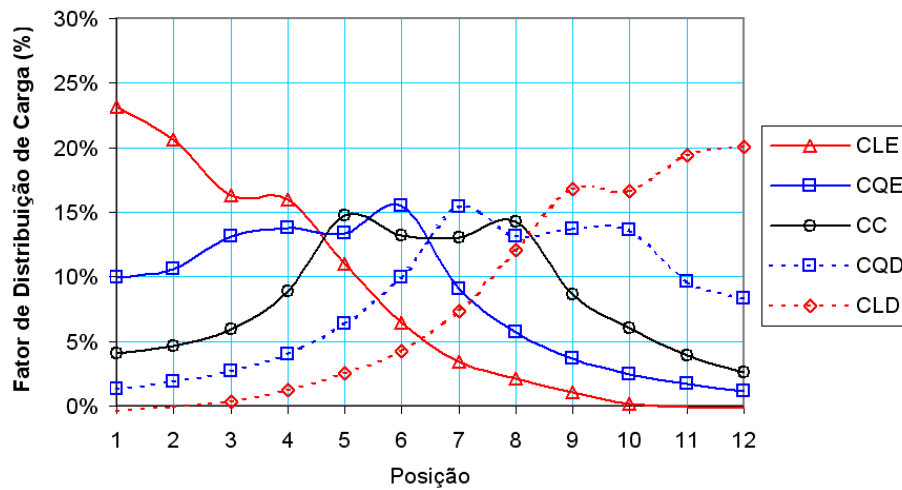


Figura 215 – Fator de Distribuição de Carga do ensaio P2-550/X

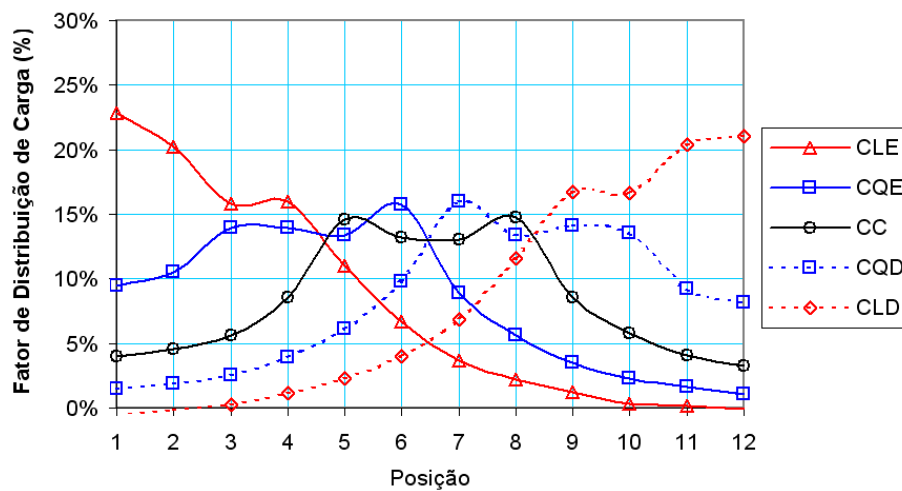


Figura 216 – Fator de Distribuição de Carga do ensaio P2-350/X



Observando os gráficos de distribuição de carga pode ser notado que para o tabuleiro com a primeira configuração (16 nervuras) o maior valor de Fator de Distribuição de Carga é de 18% e ocorre no ensaio com carregamento posicionado na lateral. O maior valor de Fator de Distribuição de Carga para a configuração 2 (12 nervuras) é 23%.

## 7. COMPARAÇÃO DOS MODELOS DE CÁLCULO

---

Neste item é realizada a comparação entre os três modelos de cálculo estudados, Modelo de Viga Equivalente (WVU), Modelo de Placa Ortotrópica Equivalente (OTB) e Modelo em Elementos Finitos (ANSYS).

Para tanto, os dois tabuleiros estudados em escala 1:3 foram submetidos ao carregamento estático da Classe 45 conforme especificações da Norma Brasileira de Ações em Pontes (NBR 7188, 1984).

As superestruturas em questão possuem as seguintes características geométricas e físicas:

Tabuleiro 1  $\Rightarrow L = 375,00$  cm

$b = 285,00$  cm

$h = 19,40$  cm

Número de vigas = 16

Distância livre entre vigas = 15,00 cm

Largura das vigas = 3,75 cm

Espessura da mesa = 4,90 cm

$E_w = 9504$  MPa (Módulo de elasticidade à flexão das nervuras)

$E_{f,x} = 8945$  MPa (Módulo de elasticidade à flexão longitudinal da mesa)

$E_{f,y} = 95$  MPa (Módulo de elasticidade à flexão transversal da mesa)

$G_{f,xy} = 307$  MPa (Módulo de elasticidade à torção da mesa)

Tabuleiro 2  $\Rightarrow L = 375,00$  cm

$b = 284,00$  cm

$h = 19,40$  cm

Número de vigas = 12

Distância livre entre vigas = 21,73 cm

Largura das vigas = 3,75 cm

Espessura da mesa = 4,90 cm

$E_w = 9504$  MPa (Módulo de elasticidade à flexão das nervuras)

$E_{f,x} = 8348$  MPa (Módulo de elasticidade à flexão longitudinal da mesa)

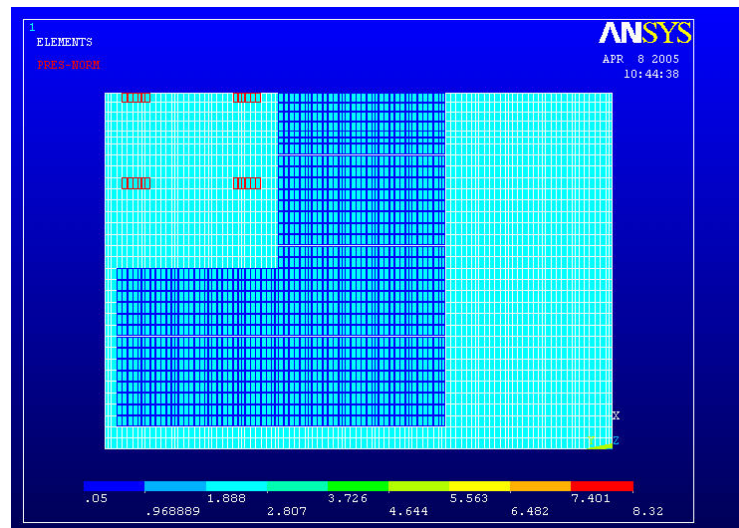
$E_{f,y} = 90$  MPa (Módulo de elasticidade à flexão transversal da mesa)

$G_{f,xy} = 290$  MPa (Módulo de elasticidade à torção da mesa)

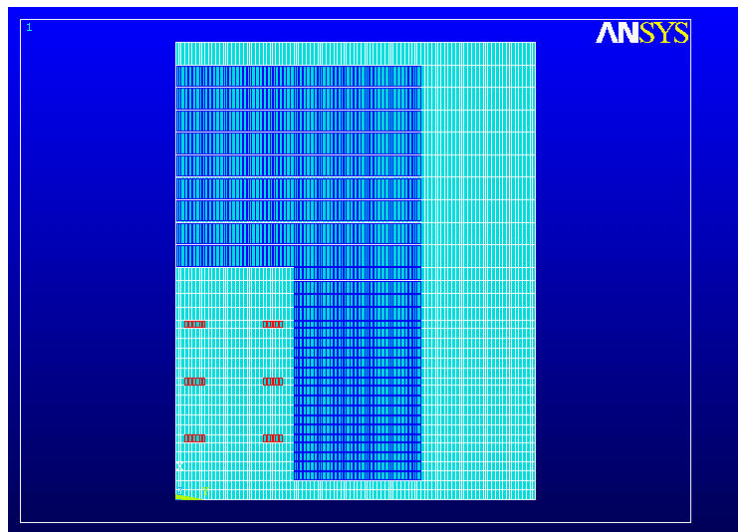
O veículo-tipo da Classe 45 é composto por seis rodas, cada uma com 75 kN, perfazendo um total 450 kN. Em torno do veículo, é aplicada uma carga distribuída de 5 kN/m<sup>2</sup>.

O posicionamento crítico do veículo tipo e da carga distribuída, em relação à seção transversal da ponte, foi determinado a partir da análise do efeito de força unitária com posição variável em relação à seção transversal. No caso do momento fletor e da flecha, a força unitária foi aplicada na seção situada no meio do vão. No caso da força cortante, a força unitária foi aplicada em uma seção distante dos apoios uma distância equivalente a duas vezes a altura da nervura.

Para as avaliações de flecha e tensão normal máxima, o veículo tipo foi posicionado na borda esquerda dos tabuleiros, e centralizado em relação ao comprimento. Para a avaliação de tensão cisalhante, o veículo tipo foi posicionado na borda esquerda, com o eixo de extremidade a uma distância de 2h do apoio. As figuras 217 e 218 ilustram o posicionamento do veículo-tipo sobre o tabuleiro.



**Figura 217** – Posicionamento do veículo tipo para a análise da tensão normal e flecha (meio tabuleiro com simetria longitudinal)



**Figura 218** – Posicionamento do veículo tipo para a análise da tensão cisalhante (tabuleiro inteiro)

Para a análise de tensão normal e flecha, foi utilizado o mesmo Modelo em Elementos Finitos utilizado anteriormente, com simetria longitudinal. Para a análise da tensão de cisalhamento foi necessária a utilização de outro Modelo em Elementos Finitos com menor nível de discretização, pois a condição de simetria não pode ser usada.

Para o cálculo com o Modelo de Placa Ortotrópica Equivalente, foi utilizado o programa OTB descrito no Capítulo 3 deste trabalho. Para o cálculo da rigidez à flexão longitudinal da placa equivalente foi utilizada a largura da mesa colaborante determinada pela equação 88.

No Modelo de Viga Equivalente a largura da mesa colaborante foi determinada também pela equação 88 e o Fator de Distribuição de Carga, pela equação 89.

$$b_m = \frac{\frac{S}{2}}{1 + \left( 2 \sqrt{\frac{E_x}{G_{xy}}} \frac{S}{2L} \right)^2} \quad (88)$$

Onde:

$b_m$  = largura da aba;

$S$  = distância livre entre as nervuras,

$L$  = vão da ponte;

$E_x$  = módulo de elasticidade à flexão longitudinal da mesa

$G_{xy}$  = módulo de elasticidade à torção da mesa

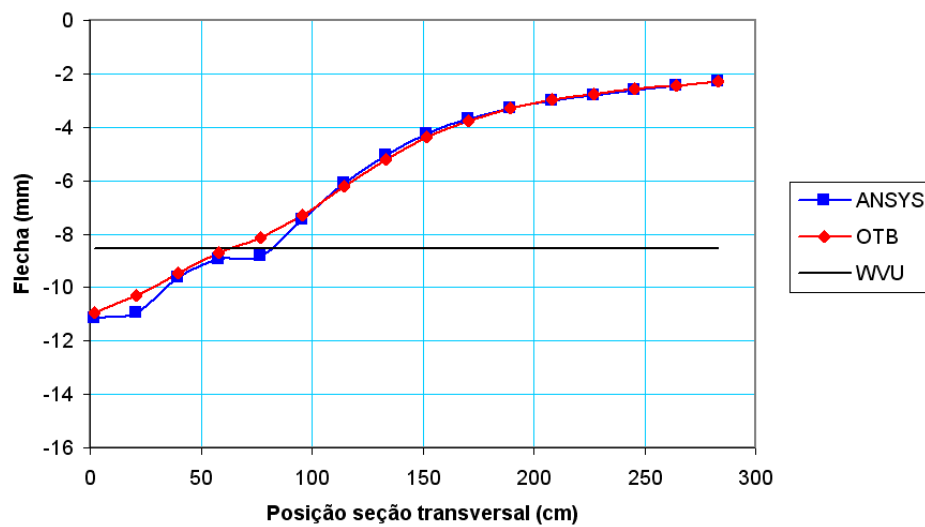
$$W_L = \frac{3N_L}{2,64N_b - 0,64} \quad (89)$$

Onde:

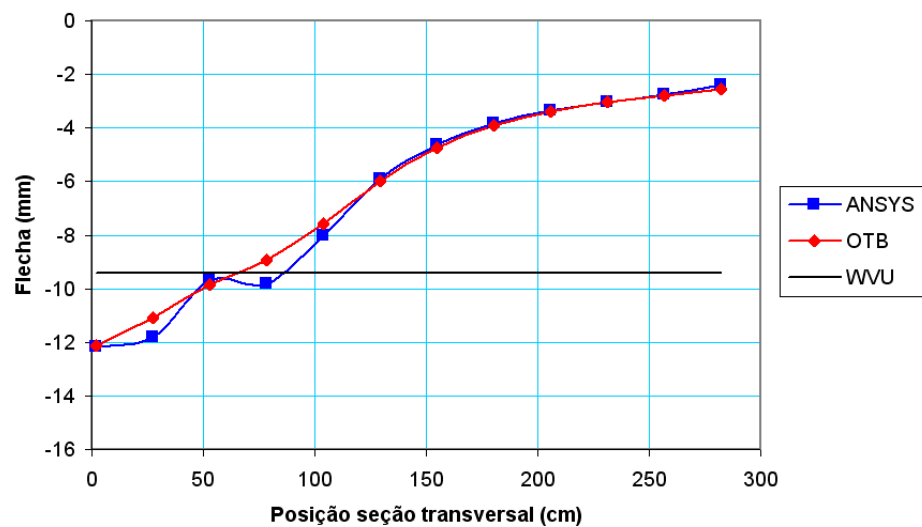
$N_L$  = número de faixas de tráfego,

$N_b$  = número de vigas ao longo da seção transversal.

Os gráficos das figuras 219 e 220 mostram os deslocamentos verticais da seção transversal no centro do vão obtidos pelos três métodos avaliados.



**Figura 219** – Deslocamento vertical da seção transversal – tabuleiro 1



**Figura 220** – Deslocamento vertical da seção transversal – tabuleiro 2

Nota-se uma boa concordância entre os resultados obtidos pelo ANSYS e pelo OTB,

comprovando a eficiência do Método de Placa Ortotrópica Equivalente. Entretanto, o valor de flecha máxima obtido pelo Método WVU diverge consideravelmente dos outros.

A tabela 40 mostra os valores do deslocamento vertical máximo obtido pelos três métodos.

**Tabela 40:** Valores máximos de flecha

Método	Deslocamento vertical máximo (mm)	
	Tabuleiro 1	Tabuleiro 2
ANSYS	11,16	12,15
OTB	10,95	12,11
WVU	8,55	9,40

A principal diferença entre o Método de Placa Ortotrópica Equivalente e o Método de Viga Equivalente é que, no primeiro, os esforços são obtidos pela solução da equação de placas ortotrópicas (Equação de Huber) e, no segundo, os esforços são obtidos pela solução de uma viga isolada sujeita a uma porcentagem do carregamento de uma faixa de tráfego, porcentagem esta definida pelo Fator de Distribuição de Carga.

Para os tabuleiros em questão, o valor do Fator de Distribuição de Carga obtido da equação 89 é 14,4% para o tabuleiro 1 e 19,3% para o tabuleiro 2.

Dos ensaios experimentais realizados (item 6.2.5), foram obtidos os seguintes Fatores de Distribuição de Carga: 18% para o tabuleiro 1 e 23% para o tabuleiro 2. Deve ser salientado que, no ensaio experimental, foram feitas algumas simplificações no carregamento, sendo este composto de quatro cargas concentradas, simulando os eixos do veículo-tipo, sem a aplicação de carga distribuída em torno do veículo.

Na comparação entre os métodos de cálculo os tabuleiros foram calculados com o carregamento da Norma NBR7188 (Classe 45). Por esse motivo, o Fator de Distribuição de Carga pode diferir do valor obtido dos ensaios.

Foi determinado o Fator de Distribuição de Carga teórico, utilizando o ANSYS, em função da flecha para a nervura mais crítica. Os valores encontrados foram: 18,8% para o tabuleiro 1 e 25% para o tabuleiro 2.

A tabela 41 mostra os valores de tensão normal e cisalhante máximas obtidas pelos três métodos.

**Tabela 41:** Valores máximos de tensão normal e cisalhante

<b>Método</b>	<b>Tensão Normal (MPa)</b>		<b>Tensão Cisalhante (MPa)</b>	
	<b>Tabuleiro 1</b>	<b>Tabuleiro 2</b>	<b>Tabuleiro 1</b>	<b>Tabuleiro 2</b>
ANSYS	7,82	8,33	1,41	1,78
OTB	7,54	8,34	1,58	1,89
WVU	7,76	8,45	1,39	1,98

Observando a tabela 41 pode-se notar a boa concordância entre os valores das tensões normais obtidos pelos diferentes métodos. A tensão cisalhante aponta diferença máxima de 12% entre os resultados obtidos.

## **8. CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES**

---

Neste trabalho, foram realizados estudos teórico e experimental das pontes de madeira com tabuleiro multicelular protendido, com o objetivo principal de avaliar seu comportamento estrutural frente a carregamentos concentrados, bem como avaliar os principais métodos de cálculo.

Para tanto, inicialmente foi conduzida revisão bibliográfica sobre as principais características do sistema, baseada em trabalhos realizados no Brasil e em outros países sobre o assunto.

Em seguida foi elaborado o programa OTB para o cálculo estrutural de pontes com tabuleiro em placa. O programa faz uso da transformação de placa ortotrópica equivalente e, utiliza a solução por séries para resolver a equação de placas ortotrópicas.

Após os estudos teóricos iniciais, foi desenvolvida a parte experimental do trabalho, com a realização de ensaios de laboratório em modelos de tabuleiros multicelulares reduzidos em escala 1:3. Dois tabuleiros com as mesmas dimensões externas e diferentes quantidade de nervuras, foram montados, instrumentados e ensaiados com carregamentos distribuídos e concentrados, simulando dois eixos do veículo-tipo de norma.

Várias simulações numéricas em Elementos Finitos foram conduzidas, a fim de encontrar o modelo que melhor descreve-se o comportamento estrutural do tabuleiro multicelular.

Utilizando a técnica dos Algoritmos Genéticos, implementado no Programa OTB, os parâmetros elásticos do Modelo numérico em Elementos Finitos, foram calibrados com os resultados experimentais.

E por fim, foi realizada comparação teórica dos métodos de dimensionamento estudados. Para tanto, os dois tabuleiros estudados em escala 1:3 foram submetidos ao carregamento estático da Classe 45 conforme especificações da Norma Brasileira de Ações em Pontes (NBR 7188, 1984), e os resultados de flecha, tensão normal e de cisalhamento, foram comparados.



Os estudos sobre pontes de madeira com tabuleiro multicelular protendido, realizados neste trabalho, indicam a viabilidade da utilização deste sistema para pontes com vãos de 12 a 25 m.

O grande destaque do sistema é a sua elevada rigidez à flexão longitudinal e à torção, proporcionada pela geometria da seção transversal, que resulta na utilização mais racional dos materiais. Outra característica do sistema é a baixa rigidez à flexão transversal, ocasionada pela ausência de elementos enrijecedores transversais (transversinas).

De forma geral, o uso do sistema com tabuleiro multicelular protendido resulta em maior economia de madeira se comparado com o sistema tradicional em Madeira Laminada Colada, composto por vigas e tabuleiro.

Da revisão bibliográfica pode-se concluir que o sistema protendido com tabuleiro multicelular se comporta de forma monolítica desde que não haja deslizamentos entre os elementos das mesas e almas. Para tanto, a tensão mínima de protensão deve ser assegurada. Os pesquisadores Norte-Americanos recomendam a tensão mínima de 350 kPa, enquanto que os pesquisadores Australianos recomendam uma tensão de 500 kPa, para tabuleiros com espécies de Coníferas, e 700 kPa para Dicotiledôneas. Os resultados obtidos da análise experimental, indicam que o nível de 350 kPa é suficiente para garantir o monolitismo do tabuleiro.

O nível de protensão inicial deve ser no mínimo 2,5 vezes maior que o nível de protensão mínimo, ou seja, 875 kPa, devido à perda de protensão total esperada ao longo da vida útil de no máximo 60%.

O nível de protensão afeta o comportamento estrutural dos tabuleiros multicelulares protendidos. Entretanto, devido às nervuras (elementos de rigidez) este efeito é pouco significativo. Os ensaios realizados demonstraram que variações do nível de protensão da ordem de 100% implicam em uma variação da rigidez da estrutura de no máximo 4,8%.

Em função da distância entre as linhas de protensão superior e inferior, a força das barras de protensão é sujeita a variações devido aos carregamentos. Os ensaios demonstraram que a posição de carregamento que produz a maior variação de força nas barras é o central. De forma geral, a força nas barras da linha inferior de protensão tende a aumentar com a aplicação dos carregamentos, com exceção quando esses se posicionam nas bordas. Para as barras da linha superior de protensão, obviamente, o efeito é contrário, ou seja, a força de protensão tende a diminuir, com exceção para os carregamentos de borda.

Outro fato importante é a redução das variações da força de protensão nas barras para maiores níveis de protensão. Isto ocorre devido à maior rigidez transversal para maior nível de protensão, ocasionando valores menores das deformações que produzem esse efeito.

A maior variação encontrada em todos os ensaios foi de 25%. Este acréscimo de força nas barras, gerado pelos carregamentos concentrados, deve ser considerado no cálculo do diâmetro das barras. Sugere-se que as barras sejam dimensionadas para uma força que produza o nível de protensão inicial de 875 kPa, acrescida de 25%.

A avaliação experimental do comportamento dos tabuleiros estudados, permitiu concluir também que a redução do número de vigas ocasiona uma grande redução na rigidez à flexão longitudinal, principalmente devido ao efeito “Shear Lag”. Entretanto, a quantidade de vigas não altera significativamente a rigidez à flexão transversal e à torção do tabuleiro.

Os resultados obtidos experimentalmente para as deformações e tensões normais nos modelos reduzidos mostraram uma boa concordância com os resultados obtidos com o modelo em elementos finitos, ressaltando a eficácia deste modelo de cálculo.

Quanto à calibração dos parâmetros elásticos que regem o comportamento estrutural do sistema, pode-se concluir que a técnica dos Algoritmos Genéticos simples empregada neste estudo foi eficaz. Para os tabuleiros ensaiados, a relação entre os parâmetros elásticos, que produz melhor aproximação entre os resultados teóricos e experimentais foi  $E_y = 1,1\%$  de  $E_x$  e  $G_{xy} = 3,4\%$  de  $E_x$ , para o primeiro tabuleiro com 16 nervuras e,  $E_y = 1,1\%$  de  $E_x$  e  $G_{xy} = 3,5\%$  de  $E_x$ , para o segundo tabuleiro com 12 nervuras.

As pontes de madeira com tabuleiro multicelular protendido são pontes tipicamente ortotrópicas e como tal, exigem modelos analíticos e/ou numéricos sofisticados para estimar seu comportamento estrutural sob carregamentos de projeto. Dentre os vários modelos de cálculo se destacam o Modelo de Viga equivalente, Modelo de Placa Ortotrópica Equivalente e Modelo em Elementos Finitos.

A comparação entre os modelos de cálculo mostrou que os modelos de Placa Ortotrópica Equivalente e Elementos Finitos (ANSYS) podem ser empregados com sucesso para prever o comportamento estrutural das pontes de madeira com tabuleiro multicelular protendido. O método de Viga Equivalente também pode ser empregado, mas apresenta a dificuldade de uma correta definição do Fator de Distribuição de Carga para todas as configurações possíveis de tabuleiros multicelulares protendidos. No caso deste trabalho, o

Fator de Distribuição de Carga empregado no método WVU não apresentou uma boa concordância com os valores encontrados nas simulações.

O Programa OTB demonstrou ser uma ferramenta útil, de fácil utilização e com interface amigável, para o cálculo de deslocamentos e esforços em pontes de madeira com tabuleiro multicelular protendido.

O programa também permite o cálculo de outros quatro sistemas estruturais (Tabuleiro Misto Madeira-concreto, Tabuleiro Protendido de Seção Simples, Tabuleiro Protendido formada por vigas de seção T e Tabuleiro Protendido Treliçado). Para todos os sistemas é utilizada a mesma teoria de transformação dos tabuleiros em Placas Ortotrópicas Equivalentes.

Algumas recomendações para o projeto de pontes de madeira com tabuleiro multicelular protendido são apresentadas a seguir. Essas recomendações são resultado dos conhecimentos adquiridos durante as análises teóricas e experimentais realizadas neste trabalho, além de informações obtidas da revisão bibliográfica.

- A relação  $L/H$  (vão/altura da viga) se situa entre 15 a 20.
- A espessura mínima admitida das mesas é de 15 cm.
- A espessura mínima admitida das vigas de MLC é de 12 cm.
- O espaçamento máximo entre as vigas igual a 80 cm para mesas com espessura de 20 cm..
- Efetuar uma seqüência de três reprotensões com o nível inicial, uma após 2 dias, outra após 5 dias e a última após 8 semanas. Com este procedimento espera-se que a perda de protensão total não ultrapasse 10%.
- O nível de protensão inicial, deve ser no mínimo de 875 kPa e no máximo de 1200 kPa. É assumido o limite mínimo de 350 kPa para que a ponte continue em serviço. Abaixo deste limite o método de dimensionamento proposto não é mais válido, pois podem ocorrer deslizamentos entre as lâminas gerando deformações permanentes no sistema. A ponte deverá ser reprotendida caso o limite inferior de 350 kPa seja atingido.

- A superfície das madeiras não deve ser aplainada ou lixada. Sugere-se que as peças de madeira tenham acabamento simplesmente serrado, proporcionando uma superfície com maior rugosidade, gerando maior atrito entre as peças.
- Sugere-se o sistema de protensão com barras de aço de alta resistência tipo Dywidag, mas outros sistemas também podem ser utilizados desde que atendidas as necessidades, como por exemplo, praticidade na reprotensão.
- Sugere-se o uso de camada asfáltica sobre a pista de rolamento da ponte com a função de impermeabilização e proteção do tabuleiro contra a abrasão.

## 9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

- AASHEIM, E. (2002). *Results from the Nordic timber bridge program*. In: WORLD CONFERENCE ON TIMBER ENGINEERING, 7., Aug. 12-15, 2002, Shah Alam, Malaysia. **Proceedings...**: p.9-13, 1 CD-ROM.
- ACCORSI, M.; SARISLEY, E. (1989). *Implementing Stress-Laminated Timber Bridge Technology for Connecticut Bridge Construction*. University of Connecticut. Connecticut, junho 1989.
- ALVES, N. P. (2002). *Análise de Pontes de Madeira Protendidas Transversalmente formadas por Vigas-T*. São Carlos. 110p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- AMERICAN ASSOCIATION OF HIGHWAY AND TRANSPORTATION OFFICIALS – AASHTO (1991). *Guide Specifications for Design of Stress-Laminated Wood Decks*. Washington D.C.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1984). *NBR 7188 – Cargas móveis em pontes rodoviárias e passarelas de pedestres*. Rio de Janeiro.
- CALIL, C. Jr. (2001). *Long term field performance of seven stress laminated deck hardwood wood bridges in Pennsylvania*. Relatório de bolsa de pós-doutorado no exterior: FAPESP (Fundação de amparo e pesquisa do estado de São Paulo). 07/2001. 145p.
- CHEUNG, A. B. (2003). *Tabuleiro Ortótropo Trelaçado Protendido Transversalmente para Aplicação em Pontes de Madeira*. São Carlos. 167p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

- CHEUNG, A. B.; LINDQUIST, M.; CALIL, C. Jr. (2004). *Calibração das Propriedades Elásticas de uma Placa Ortótropa utilizando Algoritmos Genéticos*. **Revista Sul-Americana de Engenharia Estrutural, ASAEE**. v.1, n.2, p. 75-92.
- COMITÉ EUROPÉEN DE NORMALISATION (1993) EUROCODE 5. Design of Timber Structures. Brussels.
- CUSENS, A. R.; PAMA, R. P. (1975). *Bridge Deck Analysis*. Editora John Wiley Sons, London.
- CREWS, K. (1998). *International guidelines for design of stress laminated timber bridge decks*. In: WORLD CONFERENCE ON TIMBER ENGINEERING, 5., Aug. 17-20, 1998, Montreux, Switzerland. **Proceedings...**: Presses Polytechnique et Universitaires Romandes. v.1, p.24-31.
- CREWS, K. (1999). *Development and application of stress laminated timber bridge decks in Australia*. In: PACIFIC TIMBER ENGINEERING CONFERENCE, March 14-18, 1999, Rotorua, New Zealand. **Proceedings...**: p.341-348.
- CREWS, K. (2000). *Development of limit states design (LRF) methods for stress laminated timber "cellular" bridge decks*. In: WORLD CONFERENCE ON TIMBER ENGINEERING, 6., Aug. 2000, Whistler, Canada. **Proceedings...**: 1 CD-ROM.
- CREWS, K. I. (2002). *Behaviour and Critical Limit States of Transversely Laminated Timber Cellular Bridge Decks*. Sydney. 252p. PhD Thesis – Faculty of Engineering – University of Technology.
- CREWS, K.; RITTER, M.; GANGARAO, H.; DICKSON, B. (1994). *Estate of the art research – stress laminated timber bridge decks Australia and North America*. In: PACIFIC TIMBER ENGINEERING CONFERENCE, July 11-15, 1994, Gold Coast, Australia. **Proceedings...**: p.123-130.
- CREWS, K.; WALTER, G. (1996). *Five years of stress laminated timber bridges in Australia – A review of development and application*. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON TIMBER ENGINEERING, March 14-18, 1996, Rotorua, New Zealand. **Proceedings...**: v1, p.221-229.

- DAVALOS, J. F.; SALIM, H. A. (1992). *Design of stress-laminated T-system timber bridges*. In: NATIONAL HARDWOOD TIMBER BRIDGE CONFERENCE, Timber Bridge Information Resource Center, TBIRC, USDA-FS-Northeastern Area. 56p.
- DIAS, A. A., PIEDADE, D. (2002). *Experimental evaluation of stress-laminated timber T-beam bridge*. In: WORLD CONFERENCE ON TIMBER ENGINEERING, 7., Aug. 2002, Shah Alam, Malasia. **Proceedings...**: 1 CD-ROM, p.394-398.
- DICKSON, B. (1995). *Modern Timber Bridges of West Virginia – Volume I e II*. Constructed Facilities Center, West Virginia University.
- DICKSON, B.; GANGARAO, H. (1990). *Development and Testing of an Experimental Stressed-Timber T-Beam Bridge*. Transportation Research Record 1275, TRB, National Research Council, Washington, D.C. p.67-75.
- FONTE, T. B. (2004). *Pontes Protendidas de Eucalipto Citriodora*. São Carlos. 120p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- FPL. (1999). *Wood Handbook – Wood as an Engineering Material*. Gen. Tech. Rep. FPL-GTR-113. Madison, WI. U. S. Department of Agriculture, Forest Service, Forest Products Laboratory, 463p. 1999.
- GANGARAO, H. V. S.; LATHEEF, I. (1991). *System innovation and experimental evaluation of stressed-timber bridges*. In. **Transportation Research Records 1275**, TRB, National Research Council, Washington D.C., v.2, p.293-305. Proceedings of the fifth international conference on low-volume roads.
- HAMBLY, E. C. (1991). *Bridge Deck Behaviour*. 2<sup>nd</sup> Edition. E & FN SPON Publishers – Chapman & Hall. London, 1991.
- LAMAS, A. R. G. (1982). *O Problema do “Shear Lag” na Análise de Estruturas*. Apostila, Ministério da Habitação Obras Públicas e Transportes, Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisboa. 115p.
- MENDONÇA, P. T. R. (2001). *Materiais Compostos e Estruturas Sanduíche – Projeto e Análise*. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis. 586p.

- NASCIMENTO, M. L.; LAHR, F. A. R.; CALIL, C. (1993). *Pontes Laminadas Protendidas com Madeiras de Dicotiledôneas*. In: I ENCONTRO REGIONAL EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRAS, São Paulo, Anais. v.2, p77-88, Escola Politécnica – Universidade de São Paulo.
- O'BRIEN, E. J.; KEOGH, D. K. (1999). *Bridge Deck Analysis*. E & FN SPON – Taylor & Francis Group. London and New York, 1999.
- ONTARIO MINISTRY OF TRANSPORTATION – OHBCD (1991). *Ontario Highway Bridge Design Code*. Ontario.
- OLIVA, M. G.; DIMAKIS, A. G., RITTER, M. A., TUOMI, R. L. (1990). *Stress-Laminated Wood Bridge Decks – Experimental and Analytical Evaluations*. USDA Report, FPL-RP-495. Department of Civil Engineering, University of Wisconsin, Madison. March 1990. 24p.
- OLIVA, M. G.; RAMMER, D. R. (1993). *Development of Glulam Cellular Bridge Systems with Efficient Material Utilization*. USDA Report, FP-89-1158. Department of Civil Engineering, University of Wisconsin, Madison. March 1993. 81p.
- OLIVA, M. G.; DIMAKIS, A. G. (1988). *Behavior of Stress-Laminated Timber Highway Bridge*. **Journal of Structural Engineering, ASCE**. V114, N08, p. 1850-1869.
- OKIMOTO, F. S. (1997). *Pontes Protendidas de Madeira: Parâmetros de Projeto*. São Carlos. 175p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- OKIMOTO, F. S. (2001). *Análise da Perda de Protensão em Pontes Protendidas de Madeira*. São Carlos. 197p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- PRATA, D. G. (1995). *Pontes Protendidas de Madeira*. São Carlos. 311p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- RITTER, M. A. (1992). *Timber Bridges: Design, Construction, Inspection and Maintenance*. USDA-FS-FPL. Madison, Wisconsin. 1992.
- RITTER, M. A. et. al. (1990). *Performance of Stress-Laminated Bridges*. **Wood Design Focus**. v.1, n.3, p12-16. 1990.



- RITTER, M. A.; DUWADI, S. R.; WACKER, J. P. (2000). *Field Performance of Stress-Laminated Timber Bridges*. Transportation Research Record, TRR 1740. USDA Forest Service. pg. 96-103.
- TAYLOR, R. J. (1988). Field applications of prestressed laminated wood bridge decks. **Canadian Journal of Civil Engineering**, v.15, p.477-485, 1988.
- TAYLOR, R. J.; CSAGOLY, P. F. (1979). *Transverse Post-Tensioning of Longitudinally Laminated Timber Bridge Decks*. Research Report, RR220. Ontario Ministry of Transportation and Communications, OMT. Downsview, ON, Canada. 16p.
- TAYLOR, R. J; KEITH, J. (1994). The past, present and future of stress laminated timber bridges. In: PACIFIC TIMBER ENGINEERING CONFERENCE, July 11-15, 1994, Gold Coast, Australia. **Proceedings...** p.113-122.
- TAYLOR, R.; RITTER, M. A. (1990). *Development of Longer Span Wood Bridges*. Proceedings of the 3<sup>th</sup> International Conference on Short and Medium Span Bridges. Toronto, Canada. V.2, pgs 391-402. 1990.
- TAYLOR, R. J; WALSH, H. (1983). *Prototype prestressed wood bridge*. Transportation Research Record. TRB 950. Washington D.C. National Research Council. p.110-122.
- TAYLOR, S. E. et. al. (2000). *Evaluation of Stress-Laminated Wood T-beam and Box-beam Bridge Superstructures*. Project 96-RJVA-2821, Joint Venture Project between Auburn University, University of Alabama and Forest Products Laboratory, Madison, WI (Final Draft Report – 104p.). 2000.
- TROITSKY, M. S. (1987). *Orthotropic Bridge - Theory and Design*. 2. ed. Ohio: The James F. Lincon Arc Welding Foundation, 1987.
- VELOSO, L. A. C. M. (1999). *Estudo do Comportamento das Placas de Madeira Laminada Protendida*. São Paulo. 90p. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.