

**Petrus Gorgônio Bulhões da Nóbrega**

**ANÁLISE DINÂMICA DE ESTRUTURAS DE CONCRETO:  
ESTUDO EXPERIMENTAL E NUMÉRICO DAS CONDIÇÕES  
DE CONTORNO DE ESTRUTURAS PRÉ-MOLDADAS**

Tese apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para a obtenção do Título de Doutor em Engenharia de Estruturas.

Orientador: Prof. Titular João Bento de Hanai

São Carlos  
2004

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento  
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

N754a

Nóbrega, Petrus Gorgônio Bulhões da  
Análise dinâmica de estruturas de concreto : estudo  
experimental e numérico das condições de contorno de  
estruturas pré-moldadas / Petrus Gorgônio Bulhões da  
Nóbrega. -- São Carlos, 2004.

Tese (Doutorado) -- Escola de Engenharia de São  
Carlos-Universidade de São Paulo, 2004.

Área: Engenharia de Estruturas.

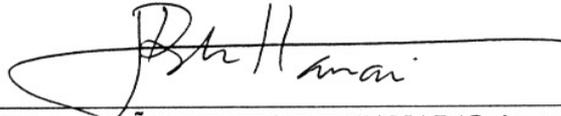
Orientador: Prof. Tit. João Bento de Hanai.

1. Dinâmica. 2. Concreto. 3. Condições de contorno.  
4. Pré-moldados. 5. Análise experimental. 6. Ligações  
semi-rígidas. 7. Análise modal. I. Título.

**FOLHA DE JULGAMENTO**

Candidato: Engenheiro **PETRUS GORGÔNIO BULHÕES DA NÓBREGA**

Tese defendida e julgada em 08-12-2004 perante a Comissão Julgadora:



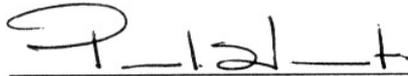
Prof. Titular **JOÃO BENTO DE HANAI (Orientador)**  
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

APROVADO



Prof. Titular **SERGIO PERSIVAL BARONCINI PROENÇA**  
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

APROVADO



Prof. Associado **PAULO SÉRGIO VAROTO**  
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

APROVADO



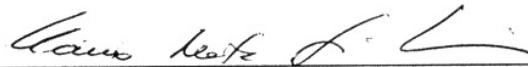
Prof. Titular **CARLOS EDUARDO NIGRO MAZZILLI**  
(Escola Politécnica/USP)

APROVADO



Dr. **MARCO ANTONIO CAMARGO JULIANI**  
(IEME Brasil Engenharia Consultiva LTDA)

APROVADO



Prof. Associado **MARCIO ROBERTO SILVA CORRÊA**  
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas)



Prof. Titular **MARIA DO CARMO CALIJURI**

*“E tudo o que fizerdes, seja em palavra, seja em ação, fazei-o em nome do Senhor Jesus, dando por Ele graças a Deus Pai”.*

*(Colossenses 3:17)*

*“buscai, pois, em primeiro lugar, o seu reino e a sua justiça, e todas estas coisas vos serão acrescentadas”.*

*(Mateus 6:33)*

*A minha esposa Selma e*

*ao nosso filho André Kenji,*

*pelas horas que lhes foram subtraídas,  
com inefável amor.*

## Agradecimentos

---

O autor deseja agradecer

Ao Prof. Titular João Bento de Hanai, pela confiança e pelo permanente apoio dispensados durante esta jornada. Sua experiência ampla e visão estratégica certamente continuarão a influenciar seus alunos atuais e futuros.

Aos colegas que o ajudaram com ensinamentos e ações práticas:

Leopoldo P. R. de Oliveira, pelo inestimável auxílio nos ensaios experimentais dinâmicos, e pelas valiosas discussões acerca da análise modal;

Marcelo de A. Ferreira, face aos muitos esclarecimentos sobre as estruturas pré-moldadas, bem como sugestões e apoio nos ensaios experimentais;

Francisco Adriano de Araújo, pela ajuda na análise computacional considerando a Mecânica do Dano;

Maíra Martins da Silva, face à cessão do programa de identificação dos parâmetros modais;

Claudius de S. Barbosa, pela confecção de diversas figuras no AutoCad.

Aos laboratórios e colegas, que neles exercem atividade, que viabilizaram os ensaios experimentais:

Laboratório de Estruturas (LE-SET), por todo o suporte, e aos seus funcionários Luiz Vicente Vareda e Amaury Ignácio da Silva, pelo bom ânimo e cordialidade permanentes;

Laboratório de Dinâmica (LabDin-SEM), pela recepção e tratamento dispensados, e ao seu coordenador, Prof. Assoc. Paulo Sérgio Varoto, face ao apoio irrestrito aliado aos inúmeros esclarecimentos sobre a dinâmica experimental.

Às entidades de ensino e pesquisa que lhe deram suporte neste trabalho:

Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN), sua instituição de origem, pela possibilidade de afastamento e sustento;

Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES / MEC), pela concessão de bolsa e apoio financeiro;

Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), pela outorga de recursos do projeto de pesquisa aprovado.

Aos amigos que o apoiaram e incentivaram:

Sandra Almeida, “escudeira” fiel, sempre presente e disposta;

Rosi Jordão, Nadir Minatel, Antônio Carneiro e Massaki Kawabata, do SET-EESC, pela presteza e auxílio administrativo;

Prof. José Samuel e Ângela Giongo, pelas orientações e atitudes práticas;

Anna Rachel, Claudius e Marcus, que tornaram este tempo em São Carlos mais prazeroso e descontraído;

Irmãos e amigos da Igreja Evangélica Projeto Raízes, face às orações, confiança e oportunidades.

Por último, mas não menos importante, à minha família: Luciano e Deuse Nóbrega e Anna Shimura, sem os quais esta empreitada não teria sido completada.

## Resumo

---

NÓBREGA, P.G.B. Análise dinâmica de estruturas de concreto: estudo experimental e numérico das condições de contorno de estruturas pré-moldadas. São Carlos, 2004. Tese (doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

Neste trabalho realiza-se um estudo diversificado e integrado do comportamento de estruturas pré-moldadas de concreto, por meio de ensaios experimentais e computacionais, sejam estáticos ou dinâmicos. Diferentes modelos físicos foram construídos, cada um possuindo uma particularidade estrutural (íntegro, com dano localizado, com dano generalizado e com vínculo pilar-viga semi-rígido). Investigou-se a condição real de vínculo e sua influência na alteração dos parâmetros modais (frequências naturais, modos de vibração e fatores de amortecimento). Destaca-se a metodologia experimental dinâmica que avalia a rigidez da ligação pilar-fundação diretamente pelos sinais medidos, não apenas pela calibração do modelo numérico. As avaliações computacionais apresentadas neste trabalho empregam modelos de elementos finitos fundamentados na Teoria da Elasticidade e na Mecânica do Dano Contínuo, e os seus resultados são confrontados com os experimentais e com os obtidos por modelos analíticos. Demonstra-se uma boa correlação entre os diversos resultados, comprovando-se a viabilidade da utilização dos testes de vibração, não-destrutivos e precisos, para a determinação da rigidez das ligações, estimativa do dano provocado pela fissuração e alteração de condições estruturais diversas. Comprova-se também a eficiência e a generalidade dos modelos constitutivos de concreto de Mazars e La Borderie para a simulação de ações estáticas e dinâmicas, ressaltada a importância da correta definição das condições de contorno.

Palavras chaves: dinâmica, concreto, condições de contorno, pré-moldados, análise experimental, ligações semi-rígidas, análise modal.

## Abstract

---

NÓBREGA, P.G.B. Análise dinâmica de estruturas de concreto: estudo experimental e numérico das condições de contorno de estruturas pré-moldadas. São Carlos, 2004. Ph.D. Thesis - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

This is a comprehensive research, with multiple approaches, on the concrete pre-cast structures behavior through experimental tests and computational analysis, considering both static and dynamic cases. Four different physical models were built, each of them with specific characteristics: no damage, localized damage, generalized damage, and semi-rigid beam-column connection models. A study of their real connection condition and its influence on the modal parameters changes (natural frequencies, mode shapes and damping factors) is presented. It is important to note that the dynamic experimental method allows the direct evaluation of the column-foundation connection stiffness using the measured signals and not only by comparing the numerical model results. The computational evaluation presented in this work employs of the finite element models based on the Theory of Elasticity and on the Continuum Damage Mechanics. The results are compared with both experimental and analytical data. The good correlation among these various results proves the viability of vibration tests as a non-destructive and precise tool to determine the connection stiffness, to estimate the damage produced by cracking and to assess the influence of the structural variables changes. It is also proved the efficiency and the generality of Mazars and La Borderie constitutive concrete models to simulate the static and dynamic behavior when considered the correct definitions of the boundary conditions.

Keywords: dynamics, concrete, boundary conditions, pre-cast structures, experimental analysis, semi-rigid connections, modal analysis.

## Sumário

---

<b>Resumo.....</b>	<b>i</b>
<b>Abstract.....</b>	<b>ii</b>
<b>Lista de Abreviaturas e Siglas.....</b>	<b>ix</b>
<b>Lista de Símbolos.....</b>	<b>x</b>
<b>1</b>	<b>Introdução..... 1</b>
1.1	Tema e Motivação..... 1
1.2	Objetivos..... 6
1.3	Contribuições Científicas..... 7
1.4	Metodologia..... 7
1.5	Organização da Tese..... 8
1.6	Revisão Bibliográfica..... 9
1.7	Bibliografia do Capítulo..... 19
<b>2</b>	<b>Ligações Semi-Rígidas..... 23</b>
2.1	Introdução..... 23
2.2	Avaliação da Rigidez das Ligações..... 27
2.3	Influência da Rigidez das Ligações..... 32
2.4	Descrição das Ligações Estudadas..... 35
2.4.1	Ligação Pilar-Fundação..... 35
2.4.2	Ligação Viga-Pilar..... 38
2.5	Expressão Analítica do Comportamento das Ligações..... 41
2.5.1	Ligação Pilar-Fundação - Formulação do PCI..... 41
2.5.2	Ligação Pilar-Fundação - Formulação Modificada..... 48
2.5.3	Ligação Viga-Pilar..... 51
2.6	Cálculo da Rigidez das Ligações..... 52
2.6.1	Ligação Pilar-Fundação..... 52
2.6.2	Ligação Viga-Pilar..... 54
2.7	Bibliografia do Capítulo..... 57
2.8	Bibliografia Complementar..... 59
<b>3</b>	<b>Modelos Constitutivos do Concreto..... 61</b>
3.1	Introdução..... 61
3.1.1	O Concreto..... 61
3.1.2	A Mecânica do Dano..... 62
3.1.3	Os Modelos Constitutivos..... 64

3.2	O Modelo de MAZARS.....	64
3.2.1	Considerações Iniciais.....	64
3.2.2	Variáveis de Dano.....	65
3.2.3	Análise da Influência dos Parâmetros na Curva $\sigma \times \varepsilon$ .....	68
3.3	O Modelo de LA BORDERIE.....	71
3.3.1	Considerações Iniciais.....	71
3.3.2	Variáveis de Dano.....	72
3.3.3	Análise da Influência dos Parâmetros na Curva $\sigma \times \varepsilon$ .....	74
3.4	Implementação dos Modelos Constitutivos.....	77
3.5	Bibliografia do Capítulo.....	78
3.6	Bibliografia Complementar.....	79
<b>4</b>	<b>Análise Modal.....</b>	<b>81</b>
4.1	Introdução.....	81
4.2	Análise Teórica.....	84
4.2.1	O Modelo Modal.....	84
4.2.2	Condições de Ortogonalidade.....	87
4.2.3	O Conceito de FRF.....	89
4.3	Análise Experimental.....	92
4.3.1	Aplicações.....	92
4.3.2	Hipóteses Básicas.....	93
4.3.3	A Determinação dos Parâmetros Modais.....	93
4.3.3.1	Exemplo de Aplicação.....	95
4.4	Técnicas de Análise Modal.....	98
4.4.1	Fixação da Estrutura.....	98
4.4.2	Excitação da Estrutura.....	99
4.4.2.1	Equipamento de Excitação.....	99
4.4.2.2	Sinais de Excitação.....	100
4.4.3	Aquisição dos Sinais.....	100
4.4.4	Processamento de Dados.....	101
4.4.4.1	Transformada de Fourier.....	101
4.4.4.2	Aliasing.....	103
4.4.4.3	Leakage.....	104
4.4.4.4	Processo de Cálculo da Média (“Averaging”).....	104
4.4.4.5	Função Coerência.....	105
4.4.4.6	Janelas de Aquisição.....	106
4.4.5	Identificação dos Parâmetros Modais.....	107
4.5	Bibliografia do Capítulo.....	109
4.6	Bibliografia Complementar.....	110
<b>5</b>	<b>Programa e Metodologia.....</b>	<b>111</b>
5.1	Considerações Iniciais.....	111
5.2	Considerações sobre a Escala Reduzida dos Modelos.....	116
5.3	Construção dos Modelos.....	119

5.3.1	Características Gerais.....	119
5.3.2	Materiais.....	121
5.3.2.1	Concreto.....	121
5.3.2.2	Armadura.....	122
5.3.2.3	Bases Metálicas.....	122
5.3.2.4	Almofadas de Neoprene.....	124
5.3.3	Execução.....	125
5.4	Metodologia dos Ensaios Estáticos.....	125
5.4.1	Ensaio de Danificação do Pórtico 3.....	126
5.4.2	Ensaio de Flexão dos Pilares.....	128
5.4.3	Ensaio de Flexão dos Pórticos.....	128
5.5	Metodologia dos Ensaios Dinâmicos.....	130
5.5.1	Fixação dos Modelos.....	130
5.5.2	Excitação dos Modelos.....	130
5.5.2.1	Equipamento de Excitação.....	130
5.5.2.2	Sinais de Excitação.....	132
5.5.3	Aquisição dos Sinais e Processamento de Dados.....	132
5.5.3.1	Analisador Espectral.....	132
5.5.3.2	Sensores.....	133
5.5.3.3	Processamento de Dados.....	136
5.6	Metodologia dos Ensaios Computacionais.....	137
5.6.1	Modelos com Elementos de Viga.....	138
5.6.2	Modelos com Elementos Sólidos.....	138
5.6.3	Modelos Contemplando a Mecânica do Dano.....	139
5.7	Bibliografia do Capítulo.....	140
<b>6</b>	<b>Ensaio Estáticos.....</b>	<b>141</b>
6.1	Ensaio de Caracterização do Material.....	141
6.1.1	Determinação da Resistência à Compressão Simples.....	142
6.1.2	Determinação da Resistência à Tração.....	143
6.1.3	Determinação do Módulo de Elasticidade.....	145
6.1.3.1	Ensaio Estáticos.....	147
6.1.3.2	Ensaio Dinâmicos.....	151
6.2	Ensaio de Danificação do Pórtico 3.....	157
6.2.1	Ensaio Experimental.....	157
6.2.2	Ensaio Computacionais.....	158
6.3	Ensaio de Flexão dos Pilares.....	160
6.3.1	Ensaio Experimentais.....	160
6.3.2	Ensaio Computacionais.....	164
6.4	Ensaio de Flexão dos Pórticos.....	166
6.4.1	Ensaio Experimentais.....	166
6.4.2	Ensaio Computacionais.....	169
6.5	Análise Final do Capítulo.....	174
6.6	Bibliografia do Capítulo.....	175

<b>7</b>	<b>Ensaaios Dinâmicos.....</b>	<b>177</b>
7.1	Introdução.....	177
7.2	Determinação da Rigidez da Ligação – Método Indireto.....	178
7.2.1	Ensaaios Numéricos - Estudos Preliminares.....	178
7.2.1.1	Determinação das Frequências Naturais.....	179
7.2.1.2	Determinação dos Modos de Vibração.....	180
7.2.1.3	Conclusões Parciais.....	182
7.2.2	Ensaaios Experimentais - Fase 1.....	183
7.2.2.1	Determinação das Frequências Naturais.....	183
7.2.2.2	Determinação dos Modos de Vibração.....	186
7.2.2.3	Conclusões Parciais.....	190
7.2.3	Ensaaios Numéricos - Estudos Intermediários.....	193
7.2.3.1	Determinação das Frequências Naturais.....	194
7.2.3.2	Determinação dos Modos de Vibração.....	199
7.2.3.3	Conclusões Parciais.....	202
7.2.4	Ensaaios Experimentais - Fase 2.....	204
7.2.4.1	Determinação das Frequências Naturais.....	204
7.2.4.2	Conclusões Parciais.....	206
7.2.5	Ensaaios Numéricos – Programa MECDANO.....	206
7.2.5.1	Conclusões Parciais.....	207
7.2.6	Ensaaios Numéricos – Modelos Avançados.....	207
7.2.7	Conclusões da Aplicação do Método Indireto.....	208
7.3	Determinação da Rigidez da Ligação – Método Direto.....	211
7.3.1	Metodologia de Análise.....	211
7.3.2	Aplicação aos Casos em Estudo.....	219
7.3.3	Determinação da Rigidez ao Longo do Tempo.....	223
7.3.4	Determinação da Rigidez via Transformada de Hilbert.....	226
7.3.5	Aplicação aos Casos em Estudo.....	228
7.3.6	Determinação da Rigidez na Base Metálica.....	230
7.4	Ensaaios Complementares.....	231
7.4.1	Influência do Aperto do Parafuso.....	231
7.4.2	Influência do Erro de Montagem.....	231
7.4.3	Transmissibilidade de Esforços pela Ligação Semi-Rígida.....	233
7.4.4	Determinação do Amortecimento.....	235
7.4.4.1	Método de Identificação Multimodos.....	235
7.4.4.2	Método do Decremento Logarítmico.....	237
7.4.5	Cálculo da Resposta ao Longo do Tempo.....	239
7.5	Bibliografia do Capítulo.....	240
7.6	Bibliografia Recomendada.....	241
<b>8</b>	<b>Conclusões.....</b>	<b>243</b>
8.1	Análise Comparativa Final dos Resultados.....	243
8.1.1	Rigidez da Ligação Pilar-Fundação.....	243
8.1.2	Rigidez da Ligação Viga-Pilar.....	245
8.1.3	Rigidez Equivalente do Modelo com Dano Generalizado.....	245
8.2	Conclusões.....	246

8.2.1	Aspectos Gerais.....	246
8.2.2	Aspectos Teóricos.....	247
8.2.3	Aspectos Experimentais.....	247
8.2.4	Aspectos Computacionais.....	249
8.3	Sugestões para Trabalhos Futuros.....	250
8.3.1	Continuidade do Trabalho.....	250
8.3.2	Discussão de Áreas de Interesse.....	251
<b>Apêndices.....</b>		<b>253</b>



## Lista de Abreviaturas e Siglas

---

a/c	água / cimento
CP	corpo-de-prova
CPs	corpos-de-prova
DFT	Transformada Discreta de Fourier (“ <i>Discrete Fourier Transform</i> ”)
EF ou EFs	elementos finitos
FAD	fator de amplificação dinâmica
FFT	Transformada Rápida de Fourier (“ <i>Fast Fourier Transform</i> ”)
FRF	Função Resposta em Frequência
FRI	Função Resposta ao Impulso
GDL	Graus de liberdade
LabDin-SEM	Laboratório de Dinâmica do Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo
LE-SET	Laboratório de Estruturas do Departamento de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo
MEF	Método dos Elementos Finitos
MGDL	Múltiplos graus de liberdade
P1-Int	Pórtico 1 - Íntegro
P2-D.Loc	Pórtico 1 – Dano localizado
P3-D.Gen	Pórtico 3 – Dano generalizado
P4-S.Ríg	Pórtico 4 – Semi-rígido
PCI	Precast / Prestressed Concrete Institute
SEM-EESC	Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo
SET-EESC	Departamento de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo
TF	Transformada de Fourier
TH	Transformada de Hilbert

## Lista de Símbolos

---

### Letras Romanas Maiúsculas

$A_{ab}$	área dos parafusos de ancoragem que se encontram tracionados
$A_C$	parâmetro característico do material em compressão uniaxial
$A_{rb}$	área das barras de aço do pilar que se encontram tracionadas
$A_s$	área do parafuso tracionado
$A_T$	parâmetro característico do material em tração uniaxial
$A(\omega)$	FRF de aceleração (ou inertância)
$B_C$	parâmetro característico do material em compressão uniaxial
$B_T$	parâmetro característico do material em tração uniaxial
<b>C</b>	matriz de amortecimento
$D$	fator de amplificação dinâmica
$D$	variável escalar que representa o dano
$D_1$	variável representativa do dano em tração
$D_2$	variável representativa do dano em compressão
$D_C$	variável representativa do dano em compressão
$D_T$	variável representativa do dano em tração
<b><math>D_0</math></b>	tensor elástico do material íntegro
$E$	módulo de elasticidade
$E_{ab}$	módulo de elasticidade do aço dos parafusos de ancoragem
$E_{bp}$	módulo de elasticidade do aço da chapa de base
$E_{rb}$	módulo de elasticidade do aço das barras tracionadas
$E_s$	módulo de elasticidade do parafuso
$E_d$	módulo de elasticidade dinâmico
$F_q$	amplitude da força senoidal aplicada na q-ésima coordenada generalizada
$G_1, G_2$	funções de encruamento
<b><math>H(\omega)</math></b>	matriz da Função de Resposta em Frequência
<b><math>H_{pq}(\omega)</math></b>	FRF de transferência
<b><math>H_{pp}(\omega)</math></b>	FRF de ponto
$H_1(\omega) H_2(\omega)$	algoritmos estimadores
$I$	momento de inércia
<b><math>I</math></b>	matriz identidade
$I_1$	momento de inércia no estádio I
$I_2$	momento de inércia no estádio II
$I_{bp}$	momento de inércia da chapa de base (considerando as dimensões da seção transversal vertical da chapa)
$I_e$	momento de inércia efetivo
$I_f$	momento de inércia da fundação, consideradas as dimensões em

	planta
$K$	rigidez
$\mathbf{K}$	matriz de rigidez
$K_m$	rigidez à rotação
$K_n$	rigidez à translação
$L$	comprimento da barra ou viga
$L_{ab}$	comprimento (adotado) do parafuso, em relação ao qual se considera o alongamento
$L_e$	comprimento do chumbador no interior do pilar
$L_{rb}$	comprimento admitido para a deformação da armadura tracionada do pilar, na região da ligação
$M$	momento aplicado
$\mathbf{M}$	matriz de massa
$\mathbf{M}(\omega)$	FRF de mobilidade
$M_{din}$	momento dinâmico
$M_r$	momento de fissuração
$P$	força aplicada
$\mathbf{R}(\omega)$	FRF de receptância (ou admitância)
$S(D)$	função que assume o valor máximo de $\tilde{\varepsilon}$
$T_{ab}$	força de tração nos parafusos de ancoragem
$T_{rb}$	força de tração na armadura
$\mathbf{X}$	vetor independente no tempo e de amplitudes complexas
$Y_1, Y_2$	variáveis associadas a $D_1$ e $D_2$ , interpretadas como a taxa de energia liberada durante o processo de evolução do dano
$Z_1, Z_2$	variáveis associadas a $z_1$ e $z_2$ , respectivamente, que controlam o processo de encruamento

### Letras Romanas Minúsculas

$c$	matriz modal de amortecimento
$d$	distância da barra tracionada até a borda comprimida
$e$	excentricidade da força aplicada
$\mathbf{f}$	vetor das forças externas
$f$	frequência natural (Hz)
$f_t$	resistência à tração do concreto
$f_{exc}$	força de excitação
$g$	aceleração da gravidade
$h$	dimensão do pilar na direção da flexão
$h(t)$	resposta da estrutura ao longo do tempo
$\mathbf{k}$	matriz modal de rigidez
$k_s$	coeficiente de reação do subsolo, estimativa da rotação
$\mathbf{m}$	matriz modal de massa
$s$	metade da distância entre acelerômetros
$\mathbf{x}$	vetor dos deslocamentos nas coordenadas generalizadas
$\dot{\mathbf{x}}$	vetor das velocidades nas coordenadas generalizadas
$\ddot{\mathbf{x}}$	vetor das acelerações nas coordenadas generalizadas

$x_1$	distância da face do pilar ao centro do parafuso de ancoragem
$x_1$	posição da linha neutra no estádio I
$x_2$	distância da face do pilar ao centro das barras da armadura do pilar ancoradas na chapa de base
$x_2$	posição da linha neutra no estádio II
$x_e$	posição efetiva da linha neutra
$z$	braço de alavanca do binário resistente da seção do pilar
$z_1, z_2$	variáveis associadas ao processo de encruamento
$w$	peso da viga por metro linear

### Letras Gregas Maiúsculas

$\Lambda$	matriz dos autovalores complexos conjugados
$\Xi$	matriz de termos de amortecimento
$\Phi$	matriz modal
$\Omega$	matriz dos autovalores

### Letras Gregas Minúsculas

$\beta$	relação entre a frequência de excitação e a frequência natural
$\beta_1, \beta_2$	parâmetros anelásticos do material
$\gamma$	flexibilidade
$\gamma_{ab}$	coeficiente de flexibilidade devido ao alongamento dos parafusos de ancoragem
$\gamma_{bp}$	coeficiente de flexibilidade devido à flexão da chapa de base
$\gamma_f$	coeficiente de flexibilidade devido à interação fundação/solo
$\gamma_{rb}$	coeficiente de flexibilidade devido ao alongamento da armadura tracionada
$\gamma^2(\omega)$	função de coerência
$\delta_{ab}$	deslocamento do parafuso de ancoragem
$\delta_{bp}$	deslocamentos da chapa de base
$\delta_{rb}$	deslocamento axial da armadura tracionada
$\varepsilon$	deformação
$\tilde{\varepsilon}$	deformação equivalente representativa do estado de extensão local
$\varepsilon_i$	componente de deformação principal
$\langle \varepsilon_i \rangle_+$	parte positiva da componente de deformação principal
$\varepsilon_{ab}$	deformação dos parafusos de ancoragem
$\varepsilon_{d0}$	deformação elástica limite de referência
$\theta$	rotação
$\lambda$	número imaginário
$\nu$	coeficiente de Poisson do material íntegro
$\xi$	taxa de amortecimento
$\sigma$	tensão

$\sigma^+, \sigma^-$	partes positiva e negativa do tensor de tensões
$\sigma_{ab}$	tensão nos parafusos de ancoragem
$\phi$	vetor modal
$\phi$	rotação
$\phi_{ab}$	rotação devido ao alongamento dos parafusos de ancoragem ( $ab =$ “ <i>anchor-base</i> ”)
$\phi_b$	rotação da base do pilar ( $b =$ “ <i>base</i> ”)
$\phi_{bp}$	rotação devido à flexão da chapa de base ( $bp =$ “ <i>base-plate</i> ”)
$\phi_f$	rotação da fundação em relação ao solo ( $f =$ “ <i>footing</i> ”)
$\hat{\phi}_r$	r-ésimo modo de vibração, normalizado em relação à r-ésima massa modal
$\chi$	potencial de energia livre de Gibbs
$\omega$	frequência natural circular do sistema
$\omega_r$	r-ésima frequência natural do sistema
$\omega_{Dr}$	frequência natural amortecida do r-ésimo modo



# Capítulo 1

## Introdução

---

Neste capítulo discorre-se de forma panorâmica sobre o tema do presente trabalho e listam-se as motivações para a sua escolha. São apresentados também os objetivos que nortearam os estudos, a metodologia adotada e, antecipadamente, alguns destaques sobre a contribuição científica alcançada. Por último, faz-se uma revisão bibliográfica, selecionando-se as referências de maior importância para a temática abordada.

### 1.1 Tema e Motivação

Diversos fatores concorrem para que se configure, no tempo presente, uma nova realidade no comportamento das estruturas civis, caracterizado por um aumento da sensibilidade às vibrações, e por uma majoração dos aspectos dinâmicos das ações e dos efeitos não-lineares geométricos e físicos. Citam-se, como facilitadores deste novo paradigma:

- a necessidade de economia dos recursos energéticos;
- a prática de novos partidos arquitetônicos;

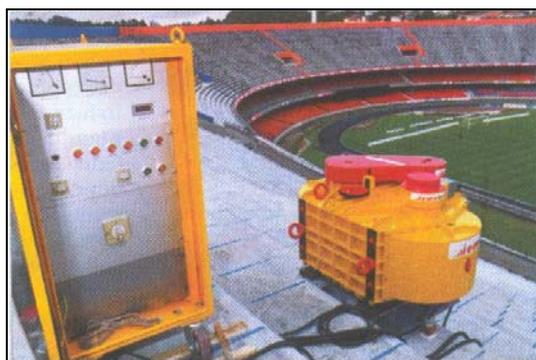
- o desenvolvimento tecnológico dos materiais de construção;
- a adoção de técnicas e de sistemas construtivos inovadores, em tempo e forma de execução;
- o envelhecimento e a degradação das edificações já construídas;
- a mudança na intensidade e na forma de atuação de alguns carregamentos;
- o uso de recursos computacionais que possibilitam análises mais complexas e refinadas.

Para o projeto de novas obras da construção civil são necessárias a consideração do efeito dinâmico das ações, a garantia de frequências naturais de vibração mínimas para a estrutura e a obediência a limites máximos de velocidade e aceleração. No caso da verificação de uma construção já existente, enfrentam-se primeiramente – antes mesmo da fase de análise propriamente dita – dificuldades no processo de identificação estrutural, de calibração dos modelos numérico-computacionais, de determinação dos danos localizados e generalizados, e de estabelecimento das reais condições de vinculação dos elementos estruturais.

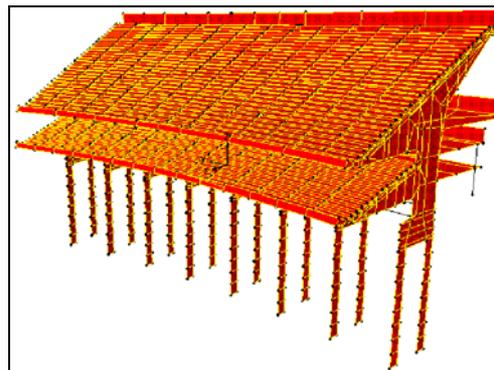
O comportamento das obras atuais, inclusive, progressivamente está sendo questionado, em face de uma maior conscientização dos proprietários e usuários que requerem construções mais seguras e duradouras e uma melhor qualidade de vida. Em ginásios de esportes, estádios, salas de dança, indústrias, pontes e passarelas, onde as vibrações são excessivas, emergem grandes inconvenientes. Mesmo em ambientes de ações dinâmicas reduzidas – escritórios e residências, por exemplo – o efeito das vibrações incomoda intensamente as pessoas.

Os ensaios tradicionais de investigação física e os procedimentos da análise estática não são suficientes para o estudo de muito desses problemas, no tocante à correta quantificação das ações e seus efeitos, à verificação das solicitações na estrutura e a sua resposta, à avaliação do conforto humano frente às vibrações, e à determinação da integridade estrutural.

As técnicas usuais precisam ser complementadas por técnicas “não-usuais” experimentais e/ou computacionais que consistem de ensaios dinâmicos de vibração livre ou forçada, em ambientes reais ou simulados, e subsequente análise modal e elaboração de modelos numéricos computacionais dinâmicos calibrados, considerada a reologia do material de forma mais fidedigna.



a) ensaio experimental  
(JULIANI; BECOCCI, 1998).



b) ensaio computacional  
(RODRIGUES; 2003).

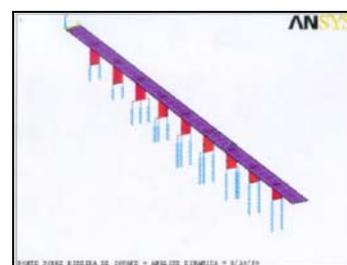
Figura 1.1. Técnicas modernas de análise de um estádio.



a) estrutura real



b) ensaio experimental



c) ensaio computacional

Figura 1.2. Técnicas modernas de análise de uma ponte (JULIANI et al.; 2003).

Os testes dinâmicos mostram-se também convenientes pelo caráter não-destrutivo, permitindo a obtenção de informações em múltiplas regiões da estrutura a respeito de sua massa, rigidez e do seu amortecimento estrutural – este, impossível de ser quantificado via análise estática. Os ensaios podem ser repetidos e comparados ao longo do tempo, e seus resultados são passíveis de confronto com os obtidos por modelos computacionais. Mesmo nos casos onde não há problemas de vibração excessiva, os ensaios dinâmicos permitem a avaliação do estado de integridade estrutural da construção em exame, com resultados de qualidade freqüentemente superior aos que seriam obtidos por ensaios estáticos, pela decorrência do fato de mobilizar integralmente suas propriedades físicas e mecânicas espaciais.

Dois outros aspectos também crescem em importância na prática atual de projeto. O primeiro diz respeito aos vínculos estruturais. Considerando-se a altura cada vez maior dos edifícios, a diminuição dos elementos de apoio, a utilização de pré-moldados, a rapidez de execução das peças e a velocidade de descimbramento, dentre outros motivos, impõe-se a necessidade de maior precisão na definição das ligações entre os elementos estruturais, e destes com a fundação. Já não é mais possível, em

inúmeros casos, a concepção simplista de engaste ou articulação, sob pena de implicar-se em falta de economia ou segurança. A indústria de pré-moldados, particularmente, já enfrenta esta dificuldade há muitos anos, pesquisando as ligações sob o enfoque construtivo, da transmissão e da resistência aos esforços, da ductilidade, da rigidez e da durabilidade.

O segundo aspecto refere-se aos modelos reológicos. Uma vez que a maior parte das estruturas é construída de concreto, torna-se obrigatório considerar a danificação progressiva que se manifesta com o crescimento do carregamento. Para se modelar o concreto com maior precisão, é necessário utilizar modelos constitutivos formulados à luz da Mecânica do Dano Contínuo, comprovadamente uma abordagem adequada para a modelagem macroscópica de materiais que apresentam o processo de microfissuração como fenômeno mais importante no seu comportamento – que é, exatamente, o caso do concreto.

Historicamente, o Departamento de Engenharia de Estruturas (SET), da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo (EESC-USP), tem se projetado como uma das melhores instituições de ensino e pesquisa em Engenharia do país. O SET possui laboratórios reconhecidos nacional e internacionalmente, com instalações, equipamentos e recursos humanos do mais alto nível, de atuação destacada e alta produção desde a década de 50, conforme relatam HANAI; MINATEL (1997).

Dentre os laboratórios pertencentes ao SET, o Laboratório de Estruturas (LE-EESC) merece um destaque especial. Em suas instalações foram executados diversos ensaios e investigações, projetos e análises de estruturas de concreto e aço existentes no Brasil. Pode-se afirmar que há uma capacitação e experiência acumuladas que o credenciam a atuar em qualquer aspecto da análise estática das estruturas.

Todavia, a análise dinâmica experimental nunca foi área de qualificação do LE-EESC, por dois motivos fundamentais. O primeiro, porque o fenômeno de vibração nas estruturas civis, como anteriormente mencionado, só passou a tornar-se relevante nos últimos anos. O segundo, sabido que as estruturas civis tradicionalmente foram consideradas, via de regra, como submetidas a ações estáticas ou “quase-estáticas”, ao contrário das estruturas mecânicas, navais ou aeronáuticas, por exemplo. O engenheiro civil parecia não se sentir à vontade com a dinâmica das estruturas, ao contrário dos profissionais de outras ênfases da engenharia; e o padrão educacional não contemplava a sua formação, desde o ciclo básico, para conceber as estruturas em movimento,

analisá-las e dimensioná-las. Tal carência, entretanto, já é suprida nas melhores instituições de ensino nacionais, com cursos obrigatórios e de educação continuada. Para que se capacite a executar análises dinâmicas experimentais, faz-se mister o engenheiro civil enveredar no estudo da análise modal e na análise de sinais, e habilitar-se a operar equipamentos e sensores específicos.

Este profissional, ciente deste novo panorama e consciente da necessidade de capacitação na análise dinâmica experimental, entende que as investigações estática e dinâmica não devem ser encaradas como excludentes ou concorrentes, mas complementares. O engenheiro civil de estruturas que seja resistente a esta formação mais abrangente não poderá atuar em nichos mais avançados da sua própria área ou da interface / interação com a Engenharia Mecânica, Oceânica, Aeronáutica, dentre outras.

A motivação, pois, para o desenvolvimento deste trabalho alicerça-se nos seguintes fatos:

- a compreensão da necessidade de aplicação da análise dinâmica para um melhor entendimento do comportamento das estruturas contemporâneas;
- a certeza das vantagens que a análise dinâmica experimental possui, ao fornecer informações integradas e globais da estrutura, sendo um ensaio não destrutivo e passível de simulação com modelos computacionais;
- a possibilidade de utilizar a análise modal para verificar a integridade de uma estrutura, para qualificá-la, corrigi-la, desenvolvê-la ou monitorá-la;
- a alternativa de lançar mão dos testes de vibração como auxílio na determinação de propriedades mecânicas e de caracterização dos materiais;
- a necessidade de estudar em maior profundidade os modelos reológicos do concreto, para simular este material computacionalmente e melhor investigar os resultados de testes experimentais;
- a percepção, em termos de estratégia, da necessidade do LE-SET capacitar-se nesta nova atividade para incrementar e otimizar suas atividades de pesquisa, ensino e extensão.

## 1.2 Objetivos

Os objetivos da tese resumem-se em:

- 1) Realizar um estudo abrangente e multidisciplinar para investigar as condições de contorno de estruturas pré-moldadas de concreto;
- 2) Pesquisar a aplicabilidade da análise modal experimental na determinação das propriedades físicas e na avaliação de parâmetros estruturais de modelos de concreto, tais como a rigidez, estado de fissuração, amortecimento, dentre outros;
- 3) Viabilizar e avaliar o uso dos modelos constitutivos de Mazars e La Borderie na simulação de estruturas de concreto com ligações semi-rígidas, submetidas a ações estáticas e dinâmicas, com casos de carga sucessivos.

Determinada esta direção, listam-se os objetivos específicos que compõem o estudo:

- i) Avaliar as condições de vínculos reais de estruturas por meio de ensaios experimentais e computacionais, sejam estáticos ou dinâmicos, comparar-lhes os resultados entre si e com os valores obtidos de modelos analíticos;
- ii) Estudar o comportamento dinâmico de estruturas pré-moldadas de concreto e mensurar a influência das ligações na alteração dos seus parâmetros modais (frequências naturais, modos de vibração e fatores de amortecimento) e na transmissão dos esforços;
- iii) Investigar o comportamento de modelos físicos de concreto com ligações viga - pilar semi-rígidas, variando-se o tipo de almofada utilizada, e estimar seu efeito nas características dinâmicas e na transmissão de esforços;
- iv) Promover um processo de danificação generalizada na estrutura e analisar a alteração das características modais, determinar a rigidez equivalente resultante e comparar os resultados experimentais com os obtidos computacionalmente utilizando modelos de elementos finitos com base na Teoria da Elasticidade e modelos fundamentados na Mecânica do Dano;
- v) Desenvolver a capacitação científica e tecnológica no uso da Análise Modal Experimental para o estudo de estruturas de concreto, visando a determinação de suas propriedades dinâmicas e integridade estrutural. Neste processo, envolver o

Laboratório de Estruturas do SET-EESC e qualificá-lo para a realização de testes dinâmicos; e

- vi) Implantar uma nova linha de pesquisa no âmbito do SET-EESC denominada “Análise Dinâmica Experimental”, promover-lhe a participação de associados e proporcionar uma referência inicial de consulta.

### 1.3 Contribuições Científicas

Desenvolve-se uma abordagem integral, abrangente e multidisciplinar, para o estudo das condições de contorno estruturais. Neste processo executam-se ensaios experimentais e numérico-computacionais, sejam estáticos ou dinâmicos, lineares e não-lineares, visando um mesmo fim e comparando seus resultados com modelos teóricos.

Explora-se a determinação da rigidez de ligações semi-rígidas por meio de ensaios dinâmicos de modelos físicos, além dos ensaios estáticos usuais, destacada a proposição de um método que avalia diretamente dos sinais medidos, e não somente pela calibração do modelo computacional.

Avalia-se a rigidez de ligações com o emprego do Método dos Elementos Finitos, considerando modelos matemáticos fundamentados na Mecânica do Dano Contínuo. Nesse processo, incrementa-se o código computacional disponível para a consideração da semi-rigidez das ligações constante ou variável, com casos de carregamento sucessivos.

### 1.4 Metodologia

Para alcançar os objetivos anteriormente descritos, aplicou-se a seguinte metodologia de pesquisa:

- 1) Levantamento bibliográfico dos diversos temas relativos à pesquisa: análise dinâmica de estruturas civis, estruturas pré-moldadas de concreto e ligações semi-rígidas, Mecânica do Dano e Análise Modal;
- 2) Definição dos modelos físicos e escolha das ligações a serem estudadas;
- 3) Construção dos modelos físicos e caracterização dos materiais empregados;

- 4) Determinação das rigidezes das ligações por modelos analíticos, já existentes ou a serem formulados;
- 5) Ensaios computacionais dinâmicos: estimativa das características modais e das respostas dinâmicas;
- 6) Ensaios experimentais dinâmicos, não destrutivos: determinação das propriedades modais dos modelos físicos, determinação da rigidez da ligação pela calibração do modelo computacional, desenvolvimento de uma metodologia de avaliação da rigidez de maneira direta, e investigações de aspectos complementares;
- 7) Ensaios experimentais estáticos, destrutivos: determinação da rigidez da ligação, ensaios de flexão dos pórticos para calibração dos ensaios computacionais com modelos baseados na Mecânica do Dano;
- 8) Ensaios computacionais estáticos: modificação do código computacional disponível para a consideração de ligações semi-rígidas, calibração dos modelos computacionais;
- 9) Comparação e avaliação global dos resultados. Conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

## 1.5 Organização da Tese

Deseja-se que esta tese seja a precursora de uma nova linha de pesquisa e uma fonte de referência para futuros trabalhos. Assim, ela contempla a revisão bibliográfica, por vezes estendida, de diferentes temas de pesquisa que se entrelaçam para compor seus objetivos. Também em virtude desse contexto, busca a exposição didática e a análise detalhada dos fenômenos que se sucederam nos ensaios experimentais e computacionais.

A ordem e os conteúdos dos capítulos que a constituem versam sobre:

**Capítulo 1 – Introdução:** Apresentação do tema e da motivação encontrada para a pesquisa, os objetivos da tese, a contribuição científica relevante, um resumo da metodologia empregada e, por último, a revisão bibliográfica do tema principal.

**Capítulo 2 – Ligações Semi-rígidas:** Exposição do conceito de ligação semi-rígida, sua importância e o procedimento para a sua avaliação. Justificativa para as ligações estudadas, detalhamento da formulação analítica e cálculos da rigidez.

**Capítulo 3 – Modelos Constitutivos do Concreto:** Apresentação dos principais fundamentos da Mecânica do Dano Contínuo e discussão dos modelos que foram usados nas análises computacionais.

**Capítulo 4 – Análise Modal:** Exposição dos fundamentos teóricos e matemáticos da Análise Modal, e relato dos procedimentos e parâmetros básicos envolvidos nos ensaios experimentais dinâmicos.

**Capítulo 5 – Programa e Metodologia:** Apresentação dos modelos físicos estudados e sua justificativa, além da descrição da sua construção. Detalhamento da metodologia adotada nos ensaios experimentais e computacionais.

**Capítulo 6 – Análises Estáticas:** Relato das análises estáticas experimentais e computacionais dos modelos, além dos ensaios de caracterização do material.

**Capítulo 7 – Análises Dinâmicas:** Análises dinâmicas experimentais e computacionais dos modelos.

**Capítulo 8 – Análise Final e Conclusões:** Síntese dos resultados obtidos em todas as discussões anteriores e indicação das principais conclusões construídas ao longo da tese. Sugestões para trabalhos futuros, de continuidade ou correlatos.

## 1.6 Revisão Bibliográfica<sup>1</sup>

O homem tem experimentado perturbações oscilatórias nos seus mais comuns atos do cotidiano. Os estudos sobre os efeitos das vibrações em seres humanos remontam a 1930, quando trabalhos na Alemanha, na Inglaterra e nos Estados Unidos da América preocuparam-se em investigar a tolerância e o conforto dos usuários de automóveis e aeronaves. Posteriormente, a vibração de ferramentas manuais e veículos de trabalho passou a ser do interesse da indústria e da medicina.

Trabalhadores de atividades diversas podem estar expostos a um ambiente de vibração mecânica, classificada simplificada, no âmbito da Medicina e da

---

<sup>1</sup> Neste item faz-se uma revisão bibliográfica geral sobre as estruturas e seu comportamento dinâmico. Outras revisões, mais específicas, sobre ligações semi-rígidas, modelos constitutivos e análise modal, estão contidas nos capítulos que se seguem.

Ergonomia, em dois tipos: (a) vibração localizada ou de “mão-braço” (“hand-arm vibration”), transmitida a partes específicas do corpo, especialmente os membros superiores; (b) vibração de corpo inteiro (“whole-body vibration”), transmitida a todo o organismo por meio de uma estrutura de apoio.

Estima-se que oito milhões de trabalhadores, apenas nos EUA, estejam expostos à vibração (WASSERMAN, 1987). Destes, aproximadamente sete milhões estão expostos à vibração de corpo inteiro e um milhão expostos à vibração mão-braço. São situações que podem provocar desde uma simples indisposição a uma série de problemas médicos, como má atividade muscular, desvios de postura, efeitos nos sistemas cardiovascular, cardiopulmonar, metabólico, endocrinológico, nervoso central ou gastrointestinal.

Diante de um fenômeno que pode acarretar tão graves conseqüências, torna-se imperativo ser o assunto corretamente estudado e suas causas eliminadas, ou controladas, pelo emprego de técnicas e tecnologias adequadas. Assim, as Engenharias Mecânica, Automotiva, Aeronáutica, Aeroespacial e Naval, especialmente, encaram o desafio de minimizar as conseqüências das vibrações em seus ambientes e equipamentos de trabalho, em relação aos seus usuários, bem como o de projetar estruturas resistentes aos esforços decorrentes de tais condições.

A Engenharia Civil, tradicionalmente admitiu que as forças atuantes em suas estruturas são constantes no tempo. Esta premissa conduz à análise “estática”, assim chamada, exata quando são ponderadas ações como o peso próprio ou o peso de partes fixas, por exemplo. A principal preocupação do projetista sempre foi a de dimensionar a estrutura para que ela resistisse, com uma certa margem de segurança, às tensões geradas pelos carregamentos atuantes. O conforto do usuário, via de regra, não era item relevante nesta análise, sendo controlado indiretamente, na maioria das vezes, através da imposição de um limite de deslocamento.

Todavia, as ações variam ao longo do tempo em intensidade e/ou posição. Conseqüentemente, as estruturas e os seus usuários, em maior ou menor grau, expõem-se a vibrações. Há muitos anos que a análise dinâmica representa uma importante etapa no projeto de obras civis em vários países, devido, principalmente, à ocorrência de abalos sísmicos ou ações eólicas excepcionais.

Existem vários outros exemplos onde as forças atuantes apresentam-se com relevantes características dinâmicas: fundações de máquinas, pontes e passarelas (veículos em trânsito, solicitações de frenagem e aceleração, ação do vento e de pessoas

caminhando), barragens (efeito da turbulência da água e do giro das turbinas), ginásios e estádios esportivos (torcida em movimento), e salões de dança e ginástica (pessoas dançando, saltando, ou em exercícios sincronizados).

Presentemente, conforme citado no item 1.1, alguns fatores concorrem para a configuração de uma maior relevância dos aspectos dinâmicos das ações estruturais:

- A necessidade de economia dos recursos energéticos;
- A prática de novos partidos arquitetônicos;
- O desenvolvimento tecnológico dos materiais de construção;
- A adoção de técnicas e sistemas construtivos inovadores em tempo e forma de execução;
- O envelhecimento e a degradação das edificações já construídas;
- A mudança na intensidade e na forma de atuação de alguns carregamentos
- O uso de recursos computacionais que possibilitam análises mais complexas e refinadas.

São palavras de ordem: a economia de energia e a menor intervenção no meio ambiente, enquanto, paradoxalmente, há a necessidade de maiores velocidades de transporte e a exigência de menores prazos de construção. Isto só é possível concebendo-se construções de maior vão e menor massa.

A arquitetura contemporânea, mais racional e ousada, prima por grandes alturas e vãos livres, significativos balanços e redução dos painéis externos e internos de alvenaria.

Os materiais de construção tradicionais, como o concreto e o aço, experimentam um grande aumento de sua resistência conduzindo à execução de peças estruturais de menor seção transversal, o que acarreta novamente uma diminuição da rigidez. Além deste fato, evoluem as pesquisas e o uso de novos materiais construtivos conhecidos como “compósitos”, com menor densidade que os materiais usuais, produzindo estruturas (geralmente passarelas e pontes) consideravelmente mais leves.

A utilização de algumas técnicas construtivas, como a protensão, permite soluções estruturais com maiores vãos que os usuais, além da diminuição do amortecimento estrutural – quando comparado ao concreto armado, pela eliminação ou controle mais efetivo da fissuração. Para as estruturas metálicas, por outro lado, é crescente o uso de ligações cada vez mais rígidas (por exemplo, na substituição de

ligações rebitadas e parafusadas por ligações soldadas), as quais diminuem a capacidade de dissipação de energia e, por conseguinte, o amortecimento. Tem-se uma proliferação de estruturas pênseis e estaiadas, mais delgadas e esbeltas que outros sistemas estruturais. E, por último, há um significativo aumento na utilização de estruturas pré-fabricadas (pré-moldados de concreto, “steel deck”, “tilt-up”, “dry-wall”, dentre outros), inseridas em um conceito de “fast construction”, que introduziu a construção na era da velocidade, modificando a forma e os prazos de utilização dos materiais e alterando o comportamento usual das edificações.

As estruturas, após concluídas, iniciam o processo de envelhecimento, submetem-se à ação de intempéries e das próprias solicitações usuais, passando a sofrer degradação. Disso decorre, e muitas vezes também pelo aparecimento de manifestações patológicas prematuras, perder uma fração de sua rigidez e/ou massa original.

As próprias ações mudam a sua forma e/ou intensidade de atuação ao longo do tempo. Exemplo emblemático encontra-se nos estádios de futebol, onde o comportamento das atuais torcidas organizadas diverge significativamente (por vezes radicalmente) da sobriedade e calma apresentada nos anos 50, cujos torcedores a eles compareciam, de paletó, gravata e chapéu, década em que os projetos de várias destas estruturas foram concebidos. Em relação às pontes, os veículos têm alterado suas características: desenvolvem maiores velocidades, transportam cargas mais pesadas, possuem dimensões maiores e mais eixos.

Por último, apresenta-se a significativa evolução dos computadores. Se, por um lado, esta ferramenta proporciona ao engenheiro estrutural a possibilidade de elaborar modelos computacionais mais genéricos e precisos dos sistemas estruturais, incorporando aspectos da não-linearidade física e geométrica, condições de contorno e carregamentos complexos; por outro, justamente porque o projeto estrutural está cada vez mais refinado, as margens de segurança vêm sendo dramaticamente reduzidas. As edificações continuam sendo projetadas de forma segura, de fato, mas uma certa “reserva de segurança” é diminuída. Evidentemente, esta “reserva” era consequência do estágio de (des)conhecimento dos fenômenos do comportamento estrutural, mas perdurava uma certa garantia contra os problemas (ainda) mal compreendidos. A obsessiva busca pela otimização, economia e utilização integral da capacidade resistente das peças estruturais forçam o engenheiro a lançar mão de análises cada vez mais detalhadas e considerando o material no seu limite físico.

Para a realização de uma investigação mais acurada, é necessário:

- Quantificar o efeito dinâmico das ações;
- Definir os limites admissíveis para a estrutura, relacionados a segurança e ao conforto humano;
- Ponderar o mecanismo de envelhecimento da estrutura, ao longo do tempo e avaliar sua interferência nas características dinâmicas;
- Considerar a influência dinâmica da infraestrutura e do solo de fundação nas análises;
- Determinar as condições de vínculo reais.

Algumas destas controvérsias já estão razoavelmente esclarecidas e equacionadas, outras persistem desafiando os pesquisadores e projetistas.

Para os engenheiros brasileiros a dificuldade parece ser ainda maior, em função das normas de projeto e da literatura técnica nacional referentes ao tema constituírem um número muito reduzido. Algumas referências internacionais indicam critérios e procedimentos a serem observados, embora não haja consenso em relação a muitos aspectos. Esta realidade é inadmissível, considerando significativos danos em estruturas decorrerem da desconsideração das ações de natureza dinâmica na fase de projeto. Diversas edificações apresentam sintomas de comportamento inadequado e carecem de uma recuperação e/ou reforço estrutural a fim de recapacitá-las para o serviço.

Estão disponíveis na literatura relatos de acidentes ou de situações de alto risco de falha estrutural, sendo o número de casos de desconforto ainda maior. Os casos incluem pontes e passarelas, estádios, edifícios, salas de ginástica e de dança. Incontestável que o nível de vibração registrado, e os males físicos decorrentes, não se assemelham àqueles registrados para as estruturas automobilísticas ou aeronáuticas; mas são comuns as queixas de sensação de insegurança, de situações psicológicas de desconforto, e até de mal-estar súbito, como náusea e enjôo.

A bibliografia disponível relaciona diversos relatos de estruturas que manifestaram problemas de segurança ou de desconforto devido às vibrações nos últimos anos. ALLEN (1990), RIERA; TAMAGNA (1991) e BACHMANN (1992) abordam exemplos que incluem clubes de ginástica, ginásios, edifícios comerciais, salas de concerto, salas de dança, estádios, passarelas e até plataforma de saltos em piscinas. São edificações de diferentes finalidades, construídas em anos e países diversos.

Dispõem-se, ainda, de muitos outros artigos, elaborados por autores vários, sobre casos isolados de estruturas.

Em relação às estruturas existentes no Brasil, encontram-se também algumas referências de avaliações dinâmicas em pontes, estádios, edifícios e barragens.

- Pontes: JULIANI; BECOCCI (1997), CARRASCO et al. (1997), PENNER (2001), JULIANI et al. (2003).
- Estádios: BATISTA et al. (1993), ROSA NETO et al. (1994), FRANCO (1996), JULIANI; BECOCCI (1996), JULIANI; BECOCCI (1998); ESTEFANI et al. (2001), RODRIGUES (2003), JULIANI et al. (2003b), JULIANI et al. (2004b).
- Edifícios: ÁVILA; MARINHO FILHO (2001), BRAGUIM (1996), JULIANI et al. (2004).
- Barragens: LEITE; SAAD (1991), JULIANI et al. (2003c).

O estudo do efeito das vibrações em estruturas civis, a determinação dos seus esforços e a definição de critérios de projeto têm sido alvo recente de estudo também no meio acadêmico nacional: SOUZA (2003), RODRIGUES (2003), SANTOS (2003), CORREA (2003), MOREIRA (2002) PENNER (2001), BALTAR (2000) TEIXEIRA (2000), RODRIGUES (1998), BONILHA (1997).

Segundo FUSCO (1996), podem surgir dúvidas, ao longo da vida da edificação que impliquem na necessidade de uma investigação experimental, relacionadas à segurança ou, em outras palavras, à desconfiança de uma possível insegurança, quanto ao comportamento da estrutura. Estes questionamentos originam-se a partir de:

1) Ao término da construção: se a estrutura atende às exigências de segurança impostas no projeto, em função da postura de controle sistemático da qualidade executada por terceiros ou pela existência de resultados poucos satisfatórios dos ensaios de controle realizados durante a execução da construção.

2) No decorrer da vida útil: se a estrutura está suportando adequadamente os rigores dos esforços devidos à sua utilização normal, pelo aparecimento de eventuais danos provocados pelos agentes ambientais agressivos ou pelo aparecimento de eventuais danos provocados pelo uso indevido da estrutura.

3) Em relação ao futuro: se a estrutura pode suportar determinadas cargas especiais, porque não foi ela prevista no projeto ou por não mais existir o projeto estrutural para sua confirmação.

Ilustre-se com dois casos extremos, onde os problemas manifestaram-se imediatamente após a abertura da edificação. A passarela “Millennium”, instalada sobre o rio Tamisa, em Londres, interdita no dia de sua inauguração, em junho de 2000, e reaberta somente em janeiro de 2002, após a inclusão de amortecedores e adoção de outras medidas para a correção do problema. A ponte estaiada “Erasmus”, localizada em Roterdã, na Holanda, apresentou vibrações excessivas resultantes da combinação do vento com a passagem de bondes elétricos, necessitando também ser vedada ao público. Dois exemplos que ilustram a possível imprevisibilidade do fenômeno de vibração.



Figura 1.3. Passarela “Millennium”<sup>2</sup>.



Figura 1.4. Ponte “Erasmus”<sup>3</sup>.

Em muitos casos, o emprego de ensaios estáticos é insuficiente para uma avaliação realista da segurança da estrutura, particularmente nas construções sujeitas à

---

<sup>2</sup> Imagem capturada de <http://www.ma1.se/gallery/album09/bks0080> em novembro de 2003.

<sup>3</sup> Imagem capturada de <http://gallery.edwinhendriks.com/bridges> em novembro de 2003.

influência de fontes de vibração. Mesmo nos casos de inexistência desta, os ensaios dinâmicos permitem uma melhor avaliação do estado de integridade estrutural da construção em exame, em relação ao que seria obtido por qualquer ensaio estático, por mobilizar integralmente sua massa, sua rigidez e seu amortecimento.

Os testes dinâmicos constituem-se em adequado procedimento pelo caráter não-destrutivo, permitindo a obtenção de informações generalizadas a respeito da rigidez e do amortecimento estrutural, por ser passível de confronto com um modelo numérico computacional, e por poder ser repetida / comparada ao longo do tempo.

SALAWU; WILLIAMS (1995) listam uma série de motivos para que sejam executados testes dinâmicos em estruturas de pontes, os quais podem, sem dúvida, ser extrapolados para outros tipos de edificações:

- a. criar um banco de dados do comportamento dinâmico de estruturas similares;
- b. avaliar a integridade da estrutura após a ocorrência de uma sobrecarga excepcional;
- c. validar modelos teóricos e computacionais da estrutura;
- d. avaliar a integridade da estrutura quando níveis superiores de carregamento passam a ser considerados como normais (por exemplo, pela mudança no uso da estrutura, alteração das cargas ambientais ou o próprio aumento das ações admissíveis);
- e. monitorar as condições gerais pela medição regular da resposta dinâmica;
- f. controlar a qualidade do processo construtivo ou de um reforço estrutural, estabelecendo um critério de aceitação.

Atualmente, a análise dinâmica apresenta-se bastante utilizada visando a avaliação da integridade das estruturas (averiguação da existência de danos, sua localização, extensão e severidade). Embora os processos de cálculo, em alguns destes métodos, possam ser complexos, a idéia fundamental é relativamente simples. Qualquer estrutura, íntegra, possui suas frequências, modos de vibração e taxas de amortecimento particulares. Se ela sofrer danos, perderá rigidez e/ou massa, alterando suas características dinâmicas. Podendo-se mensurar as propriedades dinâmicas da estrutura, antes e após a degradação, e efetuando-se o correto tratamento dos dados, é possível localizar e quantificar estes danos. Os métodos diferenciam-se uns dos outros pelas abordagens adotadas, visando o mesmo objetivo: o de determinar o local danificado e sua correspondente intensidade. De tal forma atual e importante é o tema de detecção

de danos, que ele foi eleito como um dos cinco grandes desafios da dinâmica estrutural, segundo FARRAR (2001).

Uma retrospectiva ampliada sobre o tema é feita por SALAWU (1997) e por DOEBLING; FARRAR; PRIME (1998). Os autores listam dezenas de referências, apresentados diversos métodos numéricos e experimentais propostos para tratar deste problema. ZHAO; DeWOLF (1999) discutem a sensibilidade de cada um dos parâmetros dinâmicos em alguns métodos de detecção de dano.

Interessante perceber, entretanto, que o tipo de dano comumente estudado refere-se ao dano localizado, não sendo encontradas muitas referências sobre a quantificação do dano generalizado, como o que acontece usualmente nas estruturas de concreto armado em função da fissuração distribuída (e não falhas específicas, como é comum nas estruturas metálicas). CERRI; VESTRONI (2000) e MAECK et al. (2000) introduzem esta discussão.

Alguns trabalhos tentam, para estruturas de concreto, correlacionar o nível de fissuração com a queda da rigidez, via medição das propriedades modais. Trata-se de uma abordagem interessante com forte aplicação prática. Geralmente a intenção é determinar uma rigidez equivalente, inferior à rigidez inicial, relativa ao estado de fissuração imposta. Nesse sentido, citam-se os estudos de ALVIM (1997), PENNER; FUSCO (1997) e BELO; PENNER (2002).

No contexto das ligações de estruturas pré-moldadas, os primeiros estudos enfocaram os assuntos da execução, da transmissão e da resistência aos esforços. Posteriormente, as pesquisas se estenderam a temas como ductilidade, rigidez e durabilidade. Uma retrospectiva sobre o tema é feita por STANTON et al. (1986), JOHAL et al. (1991), COSTI (1999) e COSTI (2000).

Projetos de pesquisa internacionais recentes preocuparam-se com o estudo profundo das ligações, no contexto de toda a estrutura, não apenas sobre o elemento isolado. Cita-se o programa PRESSS (“Precast Seismic Structural Systems”), financiado pelo PCI (“Precast Concrete Institute”), como exemplo, onde se realizaram ensaios em pórticos planos e espaciais, com a inclusão até de lajes, em alguns casos, simulando-se pavimentos de várias alturas.



Figura 1.5. Estrutura de ensaio do programa PRESSS-PCI<sup>4</sup>.

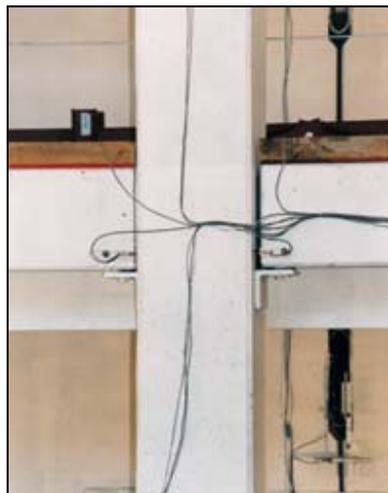


Figura 1.6. Detalhe da instrumentação da ligação no programa PRESSS-PCI<sup>5</sup>.

Parece importante que algumas questões sejam alvo de análise mais profunda. Dentre elas, destacam-se: a influência da ligação no comportamento dinâmico (na alteração das frequências naturais, modos de vibração e amortecimento) e na resposta vibracional da estrutura (seja em relação aos estados limites últimos ou de serviço), e o desempenho da ligação semi-rígida frente a um processo crescente de fissuração (determinada a parcela relacionada à estrutura, e a correspondente à ligação). Entretanto, os aspectos focados dessas pesquisas continuam a ser a ductilidade, a fadiga e a resistência. NAKAKI et al. (1999) e PRIESTLEY et al. (1999) indicam que esses aspectos corresponderam aos objetivos no amplo projeto PRESSS, ainda que relacionado a edificações em áreas sísmicas (onde há um comportamento dinâmico por excelência).

<sup>4</sup> Imagem capturada de <http://www.pci.org> em novembro de 2003.

<sup>5</sup> Imagem capturada de <http://www.pci.org> em novembro de 2003.

## 1.7 Bibliografia do Capítulo

- ALLEN, D.E. Building vibrations from human activities. **Concrete international**, n.8, p.66-73, June 1990.
- ALVIM, R.C. **Avaliação da rigidez das vigas de concreto armado**. São Paulo, 1997. Dissertação (mestrado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.
- ÁVILA, J.I.S.L.; MARINHO FILHO, I.G. Monitoramento e medições de vibrações em edificações devido à cravação de estacas. **Engenharia - Estudo e Pesquisa**, v.4, n.2, p.41-48, jul./dez. 2001.
- BACHMAN, H. Case studies of structures with man-induced vibrations. **Journal of structural engineering**, v.118, n.3, p.631-647, Mar. 1992.
- BALTAR, A.C.U.C. **Estudo de vibrações induzidas por atividades humanas em passarelas**. Brasília, 2000. Dissertação (mestrado) - Universidade de Brasília.
- BATISTA, R.C.; ROITMAN, N.; MAGLUTA, C. Structural dynamic analysis of Maracana stadium. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON STRUCTURAL DYNAMICS MODELLING TEST, ANALYSIS AND CORRELATION, DTA/NAFEMS, 1993. **Anais**. Glasgow, Bell and Bain Ltd., 1993, p.119-128.
- BELO, I.V.; PENNER, E. Avaliação das propriedades estáticas e dinâmicas de vigas de concreto armado. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 44, Belo Horizonte, 2002. **Anais**. Trabalho I032. /CD-ROM/.
- BONILHA, L.A.S. **Investigação dos comportamentos de estruturas civis submetidas a vibrações induzidas por pessoas**. São Paulo, 1997. Dissertação (mestrado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.
- BRAGUIM, J.R. Reabilitação de estruturas: apresentação de um caso. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 38, Ribeirão Preto, 1996. **Anais**. Ribeirão Preto, 1996. v.1, p.271-285.
- CARRASCO, E.V. M.; CHAHUD, E.; CALIXTO, J.M.F.; ALMEIDA, P.A.O.; SILVA, R.M. Prova de carga em ponte rodoviária. In: JORNADAS SUL-AMERICANAS DE ENGENHARIA ESTRUTURAL, 28, São Carlos, 1997. **Anais**. São Carlos, 1997. v.4, p.1525-1534.
- CERRI, M.N.; VESTRONI, F. Detection of damage in beams subjected to diffused cracking. **Journal of sound and vibration**, v.234, n.2, p.259-276, 2000.
- CORREA, W.L. **Vibrações em pontes ferroviárias**. Rio de Janeiro, 2003. Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE.

- DOEBLING, S.W., FARRAR, C.R., PRIME, M.B. A summary review of vibration-based damage identification methods. **The shock and vibration digest**, v.30, n.2, p.91-105, Mar. 1998.
- ESTEFANI, C.; BRITO, J.L.; DOZ, G. Análise dinâmica da arquibancada superior do estádio Mané Garrincha. In: CONGRESSO ÍBERO LATINOAMERICANO DE MÉTODOS COMPUTACIONAIS EM ENGENHARIA, 20, Campinas, 2001. **Anais em CD**.
- EUROPEAN COOPERATION IN THE FIELD OF SCIENTIFIC AND TECHNICAL RESEARCH, (COST 1). **Control of the semi-rigid behaviour of civil engineering structural connections**. Proceedings of the international conference – September 1998. Liège, European Union Publication, 1999.
- EUROPEAN COOPERATION IN THE FIELD OF SCIENTIFIC AND TECHNICAL RESEARCH, (COST 1). **Control of the semi-rigid behaviour of civil engineering structural connections**. Final Report – November 1999. Brussels, European Union Publication, 2000. p. 13-29.
- FARRAR, C.R. Grand challenges for structural dynamics. In: EWINS, D.J.; INMAN, D.J., ed. **Structural Dynamics @ 2000: current status and future directions**. RSP, 2001.
- FRANCO, M. O tobogã do pacaembu. **Abece Tecnologia**, v.1, São Paulo, 1996. /Suplemento do ABECE Informa n.4, maio 96, informativo da Associação Brasileira de Engenharia e Consultoria Estrutural/
- FUSCO, P.B. A investigação experimental de estruturas. **Boletim Técnico da Escola Politécnica da USP, Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações**, BT/PEF/9616. São Paulo, EPUSP, 1996.
- HANAI, J.B.; MINATEL, M.N. Retrospectiva da produção científica e tecnológica do departamento de engenharia de estruturas: 1955-1996. **Cadernos de Engenharia de Estruturas**, Departamento de Engenharia de Estruturas - EESC-USP, n.1, jul. 1997. São Carlos, EESC, 1997.
- JOHAL, L.S.; JENNY, D.P.; FATTAH SAIKH, A. Impact of past research and future research needs of the precast and prestressed concrete industry. **PCI Journal**. Nov-Dec 1991, p.52-59.
- JULIANI, M. ; BECOCCI, L. Estádio do Morumbi. **Téchne**, v.25, p.32-36, nov./dez. 1996.
- JULIANI, M. ; BECOCCI, L. Ponte sobre o rio Guandu: avaliação estrutural através de ensaio dinâmico de vibração forçada. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 39, São Paulo, 1997. **Anais**. São Paulo, 1997. v.1, p.213-227.
- JULIANI, M. ; BECOCCI, L. Estádio do Morumbi: fim de jogo. **Téchne**, v.34, p.38-41, maio/jun. 1998.

- JULIANI, M.A.C. et al. Comportamento estrutural da ponte sobre o rio Ribeira do Iguape – análise das vibrações ambientais produzidas pelo tráfego. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 45, Vitória, 2003. **Anais**. /CD-ROM/.
- JULIANI, M.A.C. et al. Avaliação do comportamento dinâmico estrutural das arquibancadas do estádio Palestra Itália. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 45, Vitória, 2003. **Anais**. /CD-ROM/.
- JULIANI, M.A.C. et al. Estudos sobre os efeitos provocados pelas vibrações da casa de força nas estruturas do edifício da produção da usina hidrelétrica de Itaipu. **Revista Concreto – IBRACON**, n.33. 2003.
- JULIANI, M.A.C. et al. Avaliação estrutural do comportamento dinâmico da torre do areador. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 46, Florianópolis, 2004. **Anais**. /CD-ROM/.
- JULIANI, M.A.C. et al. Avaliação teórica e experimental do comportamento dinâmico das estruturas do estádio Mário Filho – Maracanã. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 46, Florianópolis, 2004. **Anais**. /CD-ROM/.
- LEITE, A.R.C.A.P.; SAAD, M.N. A análise das vibrações na fase de projeto das estruturas, como fator de ampliação da sua durabilidade. In: REUNIÃO DO INSTITUTO BRASILEIRO DO CONCRETO, 33, Santos, 1991. **Anais**. Santos, 1991.
- MAECK, J. et al. Damage identification in reinforced concrete structures by dynamic stiffness determination. **Engineering Structures**, n.22, p.1339-1349, June 2000.
- MOREIRA, T.V. **Análise da sensibilidade dinâmica de edifícios com estruturas esbeltas**. Rio de Janeiro, 2002. Tese (doutorado) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE.
- NAKAKI, S.D., STANTON, J.F., SRITHARAN, S. An Overview of the PRESS Five-Story Precast Test Building. **PCI Journal**, v.44, n.2, Mar-Apr 1999, p.26-39.
- PENNER, E.; FUSCO, P.B. Avaliação da rigidez dos pilares de concreto armado para a verificação da estabilidade de pórticos. In: JORNADAS SUL-AMERICANAS DE ENGENHARIA ESTRUTURAL, 28, São Carlos, 1997. **Anais**. São Carlos, 1997. v.2, p.407-416.
- PENNER, E. **Avaliação de desempenho de sistemas estruturais de pontes de concreto**. São Paulo, 2001. Tese (doutorado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.
- PRIESTLEY, M.J.N. et al. Preliminary results and conclusions from the PRESS five-story precast concrete test building. **PCI Journal**, v.44, n.6, Nov-Dec 1999, p.42-67.

- RIERA, J.D.; TAMAGNA, A. Sobre o efeito dinâmico de cargas produzidas por grupos de pessoas em movimento. Documento B/91 da comissão de trabalho Ações e Segurança do CLAES - Comitê Latino Americano de Estruturas, 1991.
- RODRIGUES, J.F.S. **Investigação dos carregamentos de estádios de futebol**. São Paulo, 1998. Dissertação (mestrado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.
- RODRIGUES, J.F.S. **Ações induzidas por multidões em estruturas de arquibancadas**. São Paulo, 2003. Tese (doutorado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.
- ROSA NETO, J.P.; SOEIRO, N.S.; SOUZA, R.M. Estádio Edgard Proença: análise da estrutura reforçada. In: CONGRESSO DE ENGENHARIA MECÂNICA NORTE-NORDESTE, 3, Belém, 1994. **Anais**. Belém, 1994. p.414-417.
- SALAWU, O.S. Detection of structural damage through changes in frequency: a review. **Engineering structures**, v.19, n.9, p.718-723, 1997.
- SALAWU, O.S., WILLIAMS, C. Review of full-scale dynamic testing of bridge structures. **Engineering structures**, v.17, n.2, p.113-121, 1995.
- SANTOS, E.F. **Atenuadores visco-elásticos para redução de oscilações aeroelásticas de edifícios altos**. Rio de Janeiro, 2003. Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE.
- SOUZA, R.A. **Controle passivo/ativo das oscilações de estruturas esbeltas por meio de dispositivos fluido-dinâmicos**. Rio de Janeiro, 2003. Tese (doutorado) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE.
- STANTON, J.F., ANDERSON, R.G., DOLAN, C., McCLEARY, D.E. Moment resistant connections and simple connections. **PCI SPECIAL RESEARCH PROJECT N 1/ 4**, PRECAST /PRESTRESSED CONCRETE INSTITUTE. Chicago, 1986. 436 p.
- TEIXEIRA, A.M.A.J. **Passarelas estaiadas de materiais novos e convencionais sob ação de cargas dinâmicas humanas**. Rio de Janeiro, 2000. Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE.
- ZHAO, J.; DEWOLF, J.T. Sensitivity study for vibrational parameters used in damage detection. **Journal of structural engineering**, v.125, n.4, p.410-416, Apr. 1999.
- WASSERMAN, D.E. **Human aspects of occupational vibration**. Amsterdam, Elsevier, 1987.

## Capítulo 2

# Ligações Semi-Rígidas

---

Este capítulo dedica-se à discussão sobre as ligações semi-rígidas. Faz-se uma revisão de conceitos, justifica-se a seleção das ligações para as estruturas em estudo e apresentam-se os critérios para a avaliação de sua rigidez. Detalham-se as expressões necessárias para o cálculo dos seus valores numéricos, os quais são realizados no final do capítulo.

### 2.1 Introdução

Do ponto de vista do comportamento estrutural, a presença das ligações é o que diferencia basicamente uma estrutura de concreto pré-moldado de uma estrutura monolítica moldada no local. As ligações podem ser consideradas como regiões de descontinuidade na estrutura pré-moldada onde ocorrem concentrações de tensões, as quais podem, ou não, provocar deslocamentos e mobilizar e redistribuir esforços entre os elementos por elas conectados, com influência no comportamento de toda a estrutura.

Por outro lado, é usual, na prática corrente de projeto de estruturas de concreto pré-moldado, considerar as ligações como articulações ou engastes. Na verdade, por

elas serem executadas entre elementos pré-moldados, o seu comportamento real é semi-rígido (semi-flexível). A consideração das ligações com esse efeito recebe, na literatura, a denominação de **ligações semi-rígidas**, e seus efeitos influenciam: a redistribuição dos esforços ao longo dos elementos, os deslocamentos laterais da estrutura devido a ações horizontais, a estabilidade global do sistema, e os deslocamentos verticais das vigas. Levando-se em conta o efeito desta semi-rigidez, pode-se obter significativa economia relacionada à redução da mão-de-obra e de material necessários, em comparação com as ligações rígidas, ou pode-se incorrer na redução do tamanho dos pilares, frente às ligações articuladas.

A deformabilidade<sup>1</sup> de uma ligação é ilustrada na Figura 2.1 e a sua forma usual de representação – o esquema de molas –, encontra-se na Figura 2.2. A nomenclatura aí explicitada é a adotada neste trabalho.

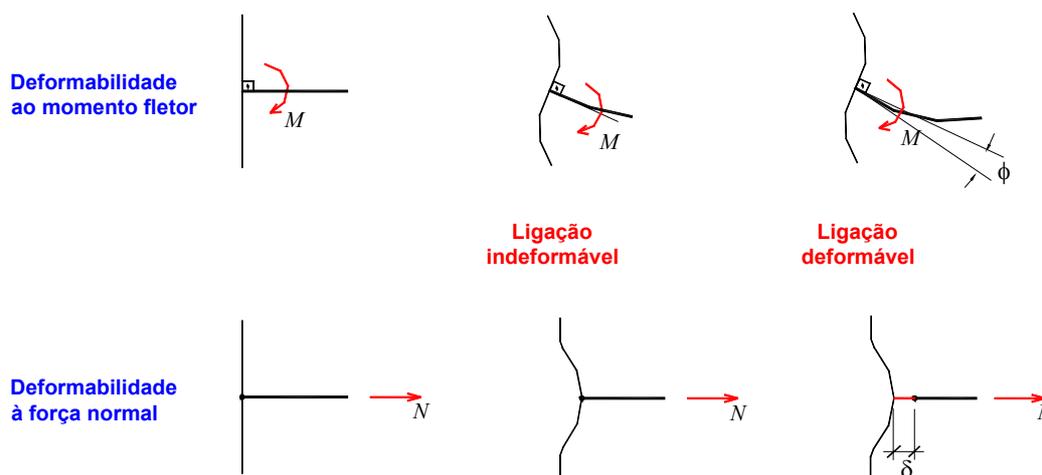


Figura 2.1. Deformabilidade de uma ligação (adaptado de EL DEBS; 2000).

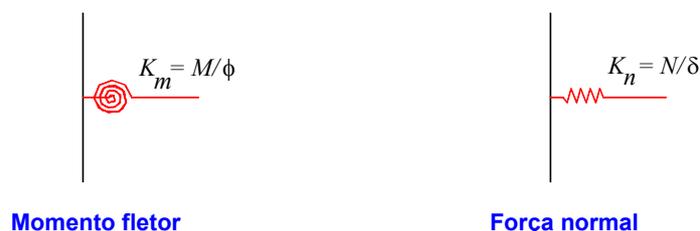


Figura 2.2. Representação usual da deformabilidade (adaptado de EL DEBS; 2000).

<sup>1</sup> Define-se a deformabilidade de uma ligação como a relação do deslocamento relativo, entre os elementos que a compõem, com o esforço solicitante na direção desse deslocamento. Esse parâmetro tem o mesmo significado da flexibilidade do processo dos esforços da análise estrutural e, por consequência, corresponde ao inverso da rigidez (EL DEBS; 2000).

A obtenção da flexibilidade (ou sua inversa, a rigidez) das ligações está entre as principais dificuldades técnicas para se obter um cálculo mais realista das estruturas pré-moldadas. Basicamente, a deformabilidade das ligações pode ser obtida ou estimada por procedimentos experimentais e analíticos; mas o que se percebe, pesquisada a bibliografia disponível, é a existência de poucos modelos padronizados de cálculo de rigidez, frente ao extenso leque de tipos de ligações disponíveis.

No que se refere aos métodos de avaliação da deformabilidade, NÓBREGA et al. (2004) tecem algumas considerações. Quanto aos procedimentos experimentais, os ensaios podem ser divididos entre aqueles que se preocupam apenas com os valores globais de rigidez (os quais apresentam medidas de força e de deslocamento relativo entre os elementos ligados) e os que se preocupam em estudar adicionalmente os mecanismos internos de deformação, os quais também influenciam na rigidez global da ligação. Apesar das metodologias experimentais apresentarem-se como as de maior confiabilidade, cabe lembrar as dificuldades para se reproduzir no laboratório as mesmas condições das estruturas pré-moldadas nos canteiros. Por outro lado, além do alto custo envolvido nos ensaios estáticos, os seus resultados só são aplicáveis para ligações com o mesmo detalhamento e dimensionamento das ligações ensaiadas, necessitando serem feitas ponderações por parte dos projetistas com relação à aplicação destes resultados em projetos de ligações semelhantes. Exemplo prático deste método são as rotinas de cálculo baseadas em gráficos do tipo “curve-fitting”.

Com relação aos procedimentos analíticos, é possível dividi-los em dois grupos. No primeiro, estão os calcados em modelos mecânicos, que procuram reproduzir o comportamento das ligações de acordo com as hipóteses de funcionamento dos mecanismos internos de deformação e de suas inter-relações. Apesar da dificuldade para a formulação de modelos analíticos que representem adequadamente o comportamento das ligações semi-rígidas, destaca-se a possibilidade da sua aplicação direta em procedimentos de projeto. No segundo grupo de procedimentos analíticos encontra-se a aplicação de modelos numéricos com a discretização dos elementos estruturais e da região das ligações por meio dos Métodos dos Elementos Finitos. Por exemplo, a Figura 2.3 apresenta um modelo em elementos finitos de uma ligação pilar-fundação por meio de cálice, os diferentes elementos de concreto e as armaduras discretizadas. Entretanto, a aplicação dessa metodologia finda por limitada a estudos especiais, e não nas rotinas de projeto.

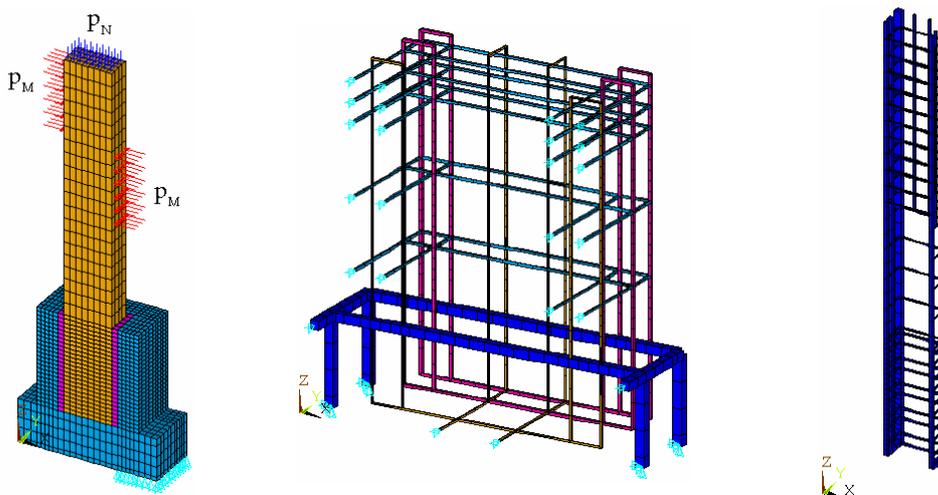


Figura 2.3. Modelo computacional de uma ligação pilar-fundação (CANHA; 2004).

Face ao exposto, a opção mais adequada e produtiva reside no desenvolvimento de modelos mecânicos corroborados por ensaios experimentais. Tema este alvo de especial atenção no SET-EESC, dentro da linha de pesquisa “Estruturas de Concreto e Pré-Moldados”. Em seqüência, citam-se alguns dos trabalhos realizados.

- BALLARIN (1993) realizou um extenso levantamento bibliográfico, descrevendo detalhadamente o estado-da-arte, estabeleceu um sistema de classificação tipológica das ligações e determinou prioridades para as futuras pesquisas e normalizações técnicas sobre o assunto. Neste, que foi um dos primeiros trabalhos sobre pré-moldados do SET-EESC, é apontado: “*O desenvolvimento tecnológico no campo das estruturas de concreto pré-moldado passa necessariamente pelo conhecimento mais completo do comportamento das ligações, permitindo-se o aperfeiçoamento das ligações conhecidas e a elaboração de alternativas mais seguras, econômicas e práticas*”.
- FERREIRA (1993) estudou cerca de nove diferentes tipos de ligações pré-moldadas, desenvolvendo expressões analíticas para cada uma delas. FERREIRA (1999) realizou investigações experimentais de duas configurações de ligação, observando seus comportamentos à torção, cisalhamento e flexão, aperfeiçoando suas expressões analíticas.
- SOARES (1998) avaliou teórica e experimentalmente a deformabilidade à flexão de uma ligação viga-pilar comum, executada com consolo e chumbador, presente em galpões pré-moldados. MIOTTO (2002) continuou a estudar a deformabilidade dessa ligação pela via experimental, analítica e numérico-

computacional, e também de uma segunda ligação viga-pilar, utilizada em edifícios com múltiplos pavimentos.

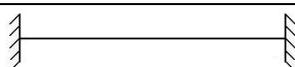
- BARBOZA (2002) apresentou uma análise teórico-experimental do comportamento de juntas de argamassa solicitadas à compressão.
- CANHA (2004) dedicou-se ao estudo da ligação pilar-fundação, por meio de cálice, empregando modelos físicos e numéricos.

## 2.2 Avaliação da Rigidez das Ligações

Embora a quantificação numérica da rigidez de uma ligação seja imprescindível para o seu estudo e para a análise estrutural, não é possível defini-la observando apenas o seu valor absoluto. A semi-rigidez de uma ligação deve ser entendida como um “conceito” e o seu valor deve ser também analisado à luz do conhecimento do elemento estrutural a ela conectado. Um exemplo simples ilustra este aspecto.

Considerem-se duas vigas de diferentes seções transversais: VIGA 1 = (10 cm x 30 cm) e VIGA 2 = (20 cm x 60 cm); de mesmo material ( $E = 30.000$  MPa), que vencem o mesmo vão ( $L = 5$  m) e submetidas a ação de uma mesma força ( $F = 30$  kN, no meio do vão). A Tabela 2.1 ilustra as respostas em termos do deslocamento central da viga ( $\delta_{L/2}$ ) e momento nos apoios ( $M_{\text{apoios}}$ ), quando se considera os vínculos como articulados, engastados ou semi-rígidos (adotando-se, neste último caso,  $K_m = 10.000$  kN.m/rad).

Tabela 2.1. Influência da ligação semi-rígida em diferentes vigas.

TIPO DE VÍNCULO	VIGA 1 (10 × 30)		VIGA 2 (20 × 60)	
	$\delta_{L/2}$	$M_{\text{apoios}}$	$\delta_{L/2}$	$M_{\text{apoios}}$
	11,6 mm	zero	0,7 mm	zero
	2,9 mm	18,8 kN.m	0,2 mm	18,8 kN.m
	4,7 mm	14,8 kN.m	0,6 mm	3,5 kN.m
<b>INFLUÊNCIA DA LIG. SEMI-RÍG.</b>	<b>≅ RÍGIDA</b>		<b>≅ ARTICULADA</b>	

Pela análise dos valores apresentados na Tabela 2.1, observa-se:

- A mesma ligação semi-rígida influencia as duas vigas de maneira muito diferente. Para a VIGA 1, ela comporta-se como um vínculo aproximadamente rígido; para a VIGA 2, como articulado;
- A observação anterior pode ser percebida facilmente comparando-se os valores dos deslocamentos e dos momentos nas ligações para os três casos simulados;
- Destaca-se a necessidade de avaliar e caracterizar a rigidez da ligação de forma qualitativa. Evidentemente, isto deve ser feito em função da rigidez do elemento estrutural conectado.

Existem diferentes sistemas, com limites próprios, para a classificação de uma ligação como articulada, semi-rígida ou rígida. EL DEBS (2000) apresenta um destes parâmetros, análogo ao constante no EUROCODE 3 (2000) (Tabela 2.2).

Tabela 2.2. Limites para a classificação das ligações (EUROCODE 3; 2000).

REGIÃO	LIMITES
articulada	$K_m \leq \frac{0,5EI}{L}$
semi-rígida	$\frac{0,5EI}{L} < K_m < \frac{8EI}{L}$ (estrutura contraventada)
	$\frac{0,5EI}{L} < K_m < \frac{25EI}{L}$ (estrutura não-contraventada)
rígida	$K_m \geq \frac{8EI}{L}$ (estrutura contraventada)
	$K_m \geq \frac{25EI}{L}$ (estrutura não-contraventada)

$EI$  = rigidez à flexão da barra;

$L$  = vão da barra;

Outras referências consideram  $\frac{EI}{L}$  como o limite superior para a ligação articulada, e  $\frac{6EI}{L}$  como a referência inferior para a ligação rígida, ou ainda outros limites (BJORHOVDE et al.; 1990 e NETHERCOT et al.; 1998).

Todavia, o EUROCODE 3 (2000) refere-se especificamente às ligações metálicas. No caso das estruturas de concreto ainda não se dispõe de normalização que defina uma classificação própria. O próprio relatório técnico final da Comissão Europeia, COST C1 (2000), formada por pesquisadores de diversos países encarregada de estudar o comportamento das ligações semi-rígidas durante diversos anos, não estabeleceu uma classificação unificada. Afirma-se explicitamente: “*No attempt has been made to classify the connections in this work. The decision whether to attempt a semi-rigid design and promote what is otherwise a pinned jointed to a semi-rigid one is the responsibility of the frame analyst*”.

Mesmo assim, o conceito de ligação semi-rígida e seus efeitos nas estruturas pré-moldadas de concreto encontram-se em várias normas e manuais de procedimentos de projeto. No caso brasileiro, a NBR 9062 (1985) preconiza que sempre que o projeto para execução das ligações for tal que a condição de engastamento perfeito não seja uma evidência comprovável, deve ser considerada no cálculo a influência desfavorável de um engastamento parcial, dedicando-se especial atenção ao comportamento da ligação nos casos de ocorrências de forças repetidas ou alternadas.

Com relação às estruturas com continuidade estabelecida posteriormente à montagem, a NBR 9062 estabelece que o projeto da ligação deve ser realizado de maneira a limitar a rotação relativa entre as seções ligadas ao valor de cálculo, sendo que a eficiência da ligação deve ser comprovada. Entretanto, não se consegue facilmente no projeto das estruturas pré-moldadas liberar ou limitar completamente as rotações relativas entre as seções ligadas de forma que as ligações venham a se comportar como articuladas ou como rígidas, seja no caso de ligações parafusadas, soldadas ou mesmo naquele com continuidade estabelecida posteriormente à montagem. De fato, na maior parte, as ligações apresentam um comportamento semi-rígido intermediário entre a articulação e o engastamento.

A bibliografia define um parâmetro  $\gamma$ , chamado fator de rigidez, que relaciona a rigidez da ligação  $K_m$  com a rigidez do elemento estrutural a ela conectado, e que varia entre 0 e 1 (caracterizando uma rótula e um engaste, respectivamente). A expressão do fator de rigidez é dada por:

$$\gamma = \left[ 1 + \frac{3EI}{K_m L} \right]^{-1} \quad (2.1)$$

Utilizando o parâmetro  $\gamma$ , os limites classificatórios usuais correspondem a:

Tabela 2.3. Relação entre limites de  $K_m$  e o parâmetro  $\gamma$ .

$K_m$	$\frac{0,5EI}{L}$	$\frac{EI}{L}$	$\frac{2EI}{L}$	$\frac{6EI}{L}$	$\frac{8EI}{L}$	$\frac{25EI}{L}$
$\gamma$	0,14	0,25	0,40	0,67	0,73	0,89

FERREIRA; EL DEBS; ELLIOTT (2002), mais recentemente, propõem um sistema de classificação das ligações semi-rígidas, dividido em 5 regiões (Figura 2.4).

Tabela 2.4. Limite para a classificação das ligações.  
FERREIRA; EL DEBS; ELLIOTT (2002).

REGIÃO	LIMITES
Zona I – ligação articulada	$0 \leq \gamma < 0,14$
Zona II – ligação semi-rígida com baixa resistência à flexão	$0,14 < \gamma < 0,40$
Zona III – ligação semi-rígida com média resistência à flexão	$0,40 < \gamma < 0,67$
Zona IV – ligação semi-rígida com alta resistência à flexão	$0,67 < \gamma < 0,89$
Zona V – ligação rígida	$0,89 < \gamma \leq 1$

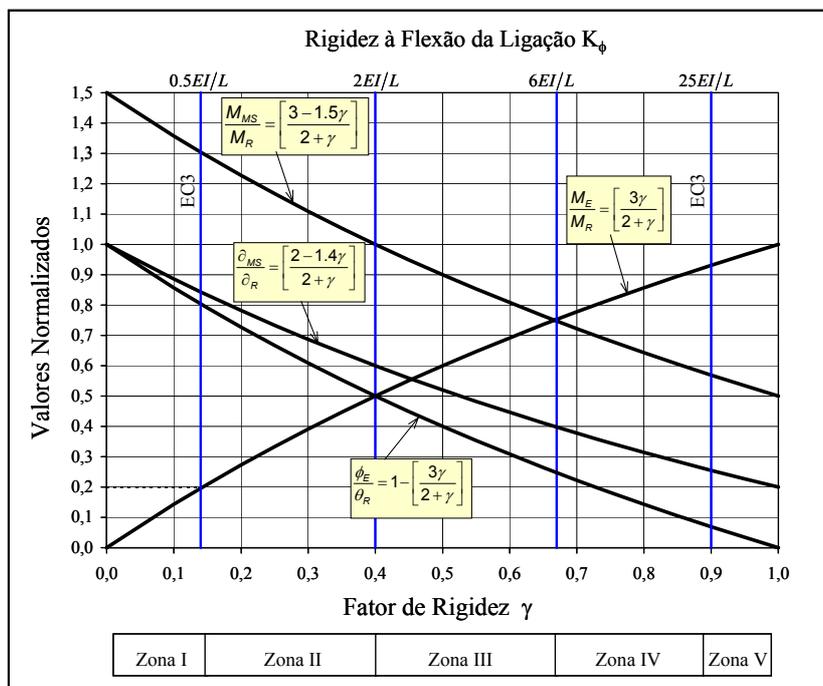


Figura 2.4. Proposta de classificação para ligações semi-rígidas.  
FERREIRA; EL DEBS; ELLIOTT (2002).

$M_E$  = momento na extremidade da viga devido à ligação semi-rígida;

$M_R$  = momento de engastamento perfeito;

$M_{MS}$  = momento no meio do vão da viga devido à ligação semi-rígida;

$\phi_E$  = rotação efetiva na extremidade da viga devido à ligação semi-rígida;

$\theta_R$  = rotação livre na extremidade de uma viga bi-apoiada;

$\delta_R$  = flecha no meio do vão para uma viga bi-apoiada;

$\delta_{MS}$  = flecha efetiva no meio do vão da viga devido à ligação semi-rígida;

Por esta classificação, as ligações semi-rígidas são aquelas capazes de mobilizar entre 20% a 90%, aproximadamente, dos momentos nos apoios (para estruturas com nós móveis), sendo subdivididas em 3 regiões. Para coeficientes de redistribuição de momentos entre 20% e 50%, as ligações são ditas ligações semi-rígidas com baixa resistência (Zona II), onde não se considera a resistência da ligação para efeito de projeto do elemento, mas sim o efeito favorável da semi-rigidez da ligação na limitação dos deslocamentos laterais da estrutura. Tal medida é assegurada no projeto desde que a eficiência da ligação quanto à sua ductilidade (capacidade rotacional) seja comprovada. Entre 50% e 75% as ligações são classificadas como semi-rígidas com resistência parcial (Zona III), onde se leva em conta tanto a resistência quanto a semi-rigidez da ligação no projeto, desde que a resistência, a rigidez e a ductilidade da ligação possam ser comprovadas. Entre 75% e 90% as ligações são nomeadas como semi-rígidas com alta resistência (Zona IV), observadas tanto a rigidez e a resistência da ligação no projeto, dispensando-se, no caso da comprovação da resistência e da rigidez, a comprovação da ductilidade. Diferentes análises em FERREIRA & EL DEBS (2003) têm mostrado que o efeito das ligações com engastamento parcial acima de 75% está muito próximo das ligações rígidas, em especial para estruturas de maior altura.

## 2.3 Influência da Rigidez das Ligações

Foi visto, no item 2.2, que uma mesma ligação influencia diferentemente duas vigas, de rigidezes distintas. A Tabela 2.1 resumiu o estudo.

Uma segunda discussão, exposta em seqüência, esclarecerá mais este conceito. Imagine-se uma viga de dimensões intermediárias, entre aquelas discutidas no item 2.2, 15 cm x 45 cm, de material e vão iguais, submetida à ação de mesma força, e vinculada a ligações de rigidez ao momento fletor variável entre 1 a 10.000.000 kN.m/rad. O fator de rigidez, associado a cada um destes valores, é dado pela Figura 2.5.

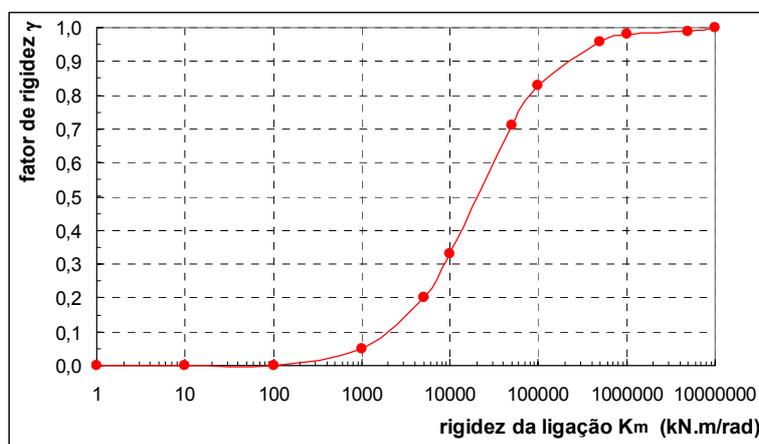


Figura 2.5. Influência da ligação no fator de rigidez.

Percebe-se que no trecho inicial da curva,  $1 < K_m < 5.000$ , o comportamento da ligação tende para o articulado e, no final,  $200.000 < K_m < 10.000.000$ , para o rígido. Há um trecho intermediário onde destaca-se a forte sensibilidade ao parâmetro  $\gamma$ , devido a mudanças na rigidez da ligação. Esse, efetivamente, pode ser considerado a zona de comportamento semi-rígido.

A Figura 2.6 ilustra o deslocamento resultante no meio do vão,  $\delta$ , pela aplicação da força. A curva apresentada é coerente com a Figura 2.5, compreendendo os trechos de comportamento articulado, semi-rígido e rígido. Verifica-se, assim, a influência da ligação na resposta estática da viga.

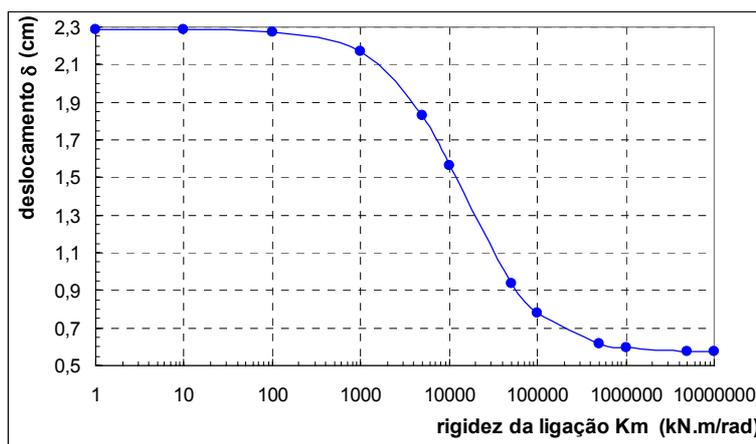


Figura 2.6. Influência da ligação na flecha da viga – análise estática.

Em relação às propriedades dinâmicas, o efeito também deve ser investigado. A Figura 2.7 mostra o resultado para a primeira frequência da viga, também considerada a variação da rigidez da ligação. Admite-se, adicionalmente, que a viga possui massa específica de  $2500 \text{ kg/m}^3$  e coeficiente de Poisson igual a 0,2.

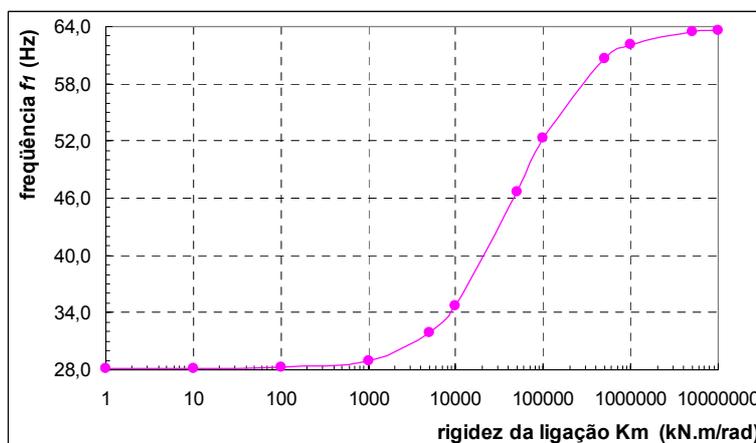


Figura 2.7. Influência da ligação na 1ª frequência natural da viga – análise dinâmica.

Neste gráfico, mais uma vez, destacam-se as diferentes zonas de comportamento da ligação. A Figura 2.5, a Figura 2.6 e a Figura 2.7 transparecem equivalência qualitativa nos resultados.

Por fim, inclui-se, para a mesma viga, os casos em que a massa ou a rigidez possam ser (várias vezes) superior ao que foi adotado. Evidentemente, isto altera o valor da frequência natural, mas o foco da observação reside na modificação das zonas de comportamento.

A Figura 2.8 considera a massa específica igual a  $50.000 \text{ kg/m}^3$ , vinte vezes superior ao primeiramente adotado, absurdo em termos práticos, mas útil para este

estudo. Verifica-se que isto não implica em qualquer mudança na tendência de comportamento da viga (apenas nos valores absolutos das frequências, como é óbvio).

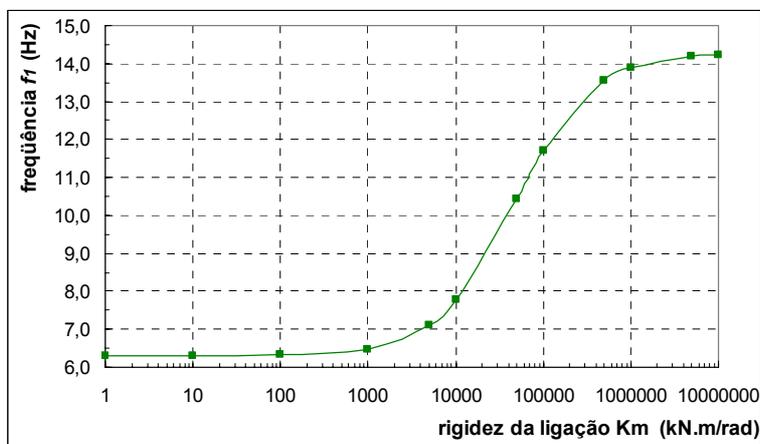


Figura 2.8. Influência da ligação na 1ª frequência natural da viga com massa maior.

A Figura 2.9 pressupõe uma rigidez cerca de vinte vezes superior ao primeiramente estudado – adotada, neste caso, a seção 15 x 125 cm. Nota-se uma translação da curva, alterando efetivamente as faixas de comportamento característicos da ligação.

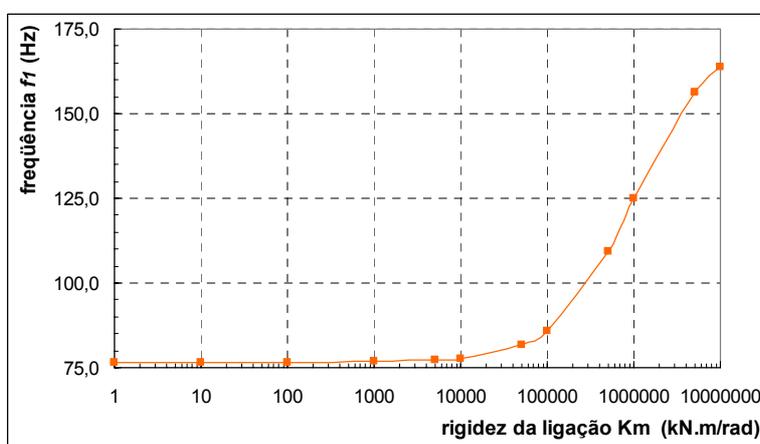


Figura 2.9. Influência da ligação na 1ª frequência natural da viga com rigidez maior.

Conclui-se, finalmente, que o comportamento estático e dinâmico de um elemento estrutural é função da rigidez de suas ligações, existindo trechos de valores onde a condição pode ser expressa por uma articulação, por um engaste, ou deve ser estudado particularmente (caracterizada a ligação como semi-rígida). Verifica-se também que a modificação da massa não altera a definição destas zonas, mas sim a alteração da rigidez do elemento.

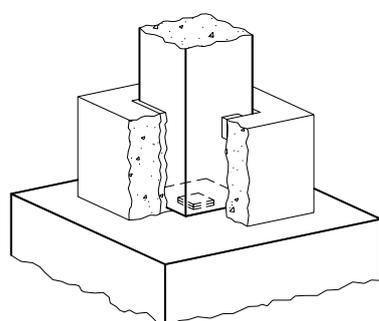
## 2.4 Descrição das Ligações Estudadas

Este item compreende uma breve exposição sobre os tipos de ligações existentes, dentre as quais as escolhidas com vistas a análise da presente tese, e correspondentes justificativas.

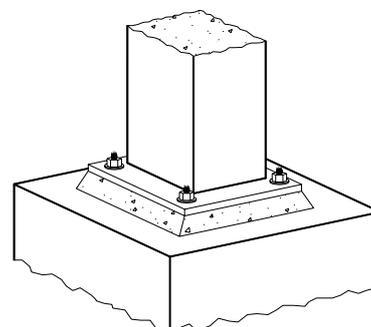
### 2.4.1 Ligação Pilar-Fundação

Segundo EL DEBS (2000), existem quatro tipos básicos de ligação pilar-fundação (Figura 2.10), cuja união entre os elementos acontece por:

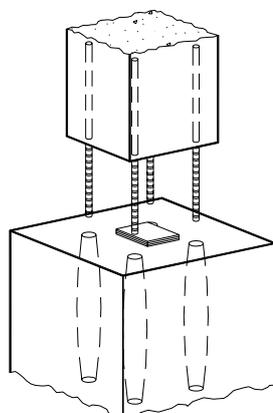
- 1) meio de cálice;
- 2) meio de chapa de base;
- 3) emenda da armadura com bainha e graute;
- 4) emenda da armadura saliente e concretagem posterior.



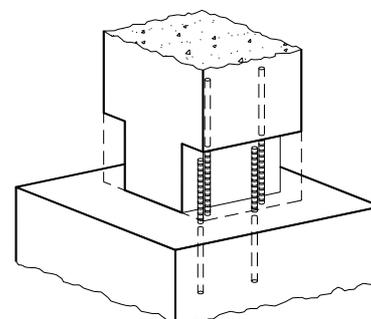
1) Cálice



2) Chapa de base



3) Emenda da armadura com bainha e graute



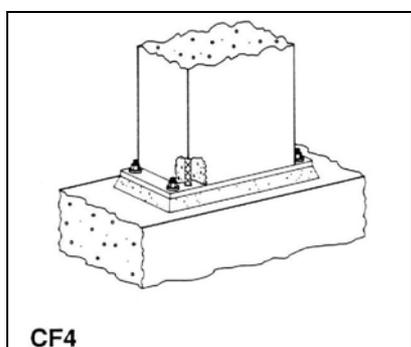
4) Emenda da armadura saliente e concretagem posterior

Figura 2.10. Tipos básicos de ligação pilar-fundação.

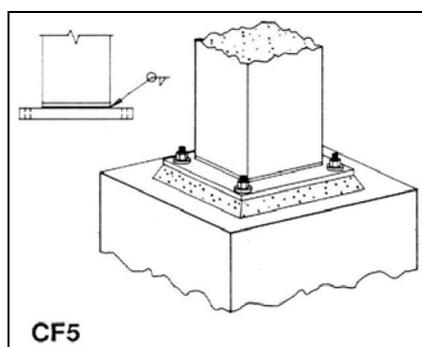
Cada um destes padrões apresenta variações em suas dimensões relativas, no posicionamento e na quantidade dos parafusos, na armadura de emenda, no processo construtivo ou na inclusão/exclusão de algum detalhe. Existem vantagens e desvantagens no tocante à facilidade de montagem, necessidade de escoramento provisório, facilidade no ajuste aos desvios, suscetibilidade a danos, custo e transmissão dos esforços para cada uma das ligações. PCI (1988) indica que a escolha de um tipo particular depende fundamentalmente de três fatores. Se o pilar:

- é protendido ou não;
- é moldado por segmentos ou possui grande comprimento;
- deve ser ter uma restrição articulada ou rígida.

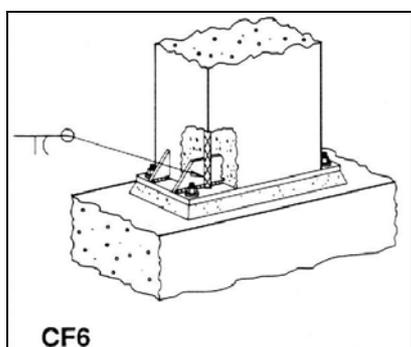
A ligação escolhida para o presente estudo é do tipo “por meio de chapa de base”, de tamanho superior à seção transversal do pilar. A chapa de aço da base solda-se à armadura do pilar e os parafusos ancoram-se no elemento de fundação. O PCI (1988) apresenta as três configurações típicas para este tipo de ligação (Figura 2.11), as quais são designadas por CF (CF = “*column-foundation*”).



1) Ligação com a armadura do pilar soldada



2) Ligação com solda em todo o perímetro do pilar



3) Ligação com a armadura do pilar soldada e enrijecedores da chapa de base

Figura 2.11. Configurações da ligação pilar-fundação com “chapa de base” (PCI; 1988).

As ligações CF4 e CF6 são iguais, com exceção da existência de enrijecedores nesta última, os quais possuem a finalidade de reduzir a flexão da chapa de base. A peculiaridade da ligação CF5 é a solda em todo o perímetro do pilar, que possui uma base metálica adicional para fixação à chapa de base parafusada. A escolha final recaiu sobre a ligação do tipo CF4, e os argumentos que nortearam esta decisão foram:

- i. A ligação apresenta rigidez inferior às seções monolíticas, conforme BALLARIN (1993);
- ii. A transmissão de momentos fletores pode ser convenientemente adequada pela escolha das dimensões da placa de base e dos parafusos de ancoragem;
- iii. A existência de expressões analíticas que descrevem a sua rigidez à flexão;
- iv. A facilidade de fabricação, montagem, transporte e remontagem;
- v. A existência de soldas, uma desvantagem para a execução deste tipo de ligação, apenas na união das armaduras longitudinais do pilar com a chapa de base;
- vi. Seu uso comum na prática de projeto.

A Figura 2.12 ilustra o detalhamento final da armadura da ligação CF4.

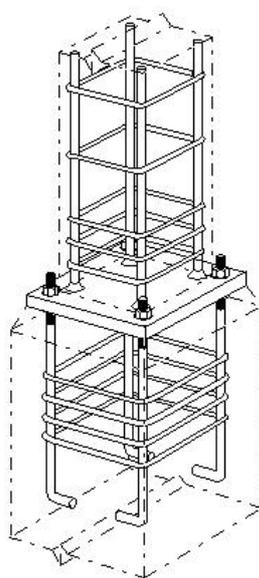


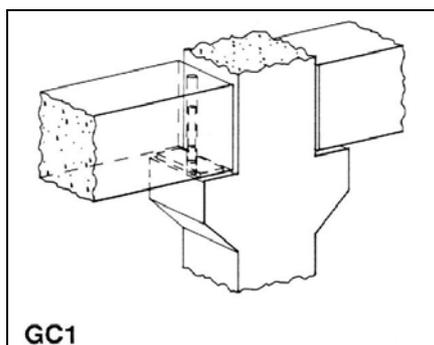
Figura 2.12. Esquema da armadura da ligação CF4 (PCI; 2001).

## 2.4.2 Ligação Viga-Pilar

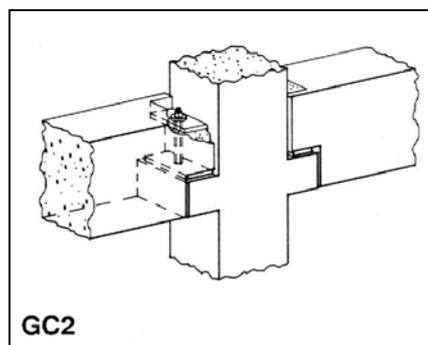
As ligações viga-pilar muitas vezes são classificadas de acordo com o seu comportamento estrutural: (a) articuladas; (b) rígidas; e (c) semi-rígidas. No que tange à tipologia construtiva, PCI (1988) indica:

- 1) Ligação com pino de encaixe;
- 2) Ligação com parafuso;
- 3) Ligação com solda;
- 4) Ligação com perfil metálico de encaixe;
- 5) Ligação com emenda da armadura e concreto moldado no local;
- 6) Ligação com cabos de protensão.

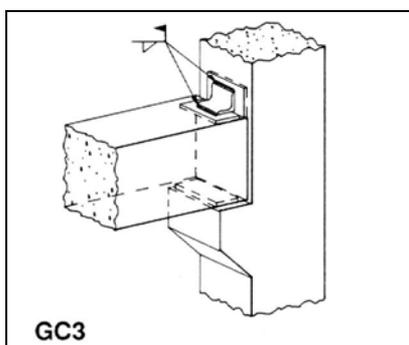
A Figura 2.13 ilustra algumas configurações (GC = “girder-column”).



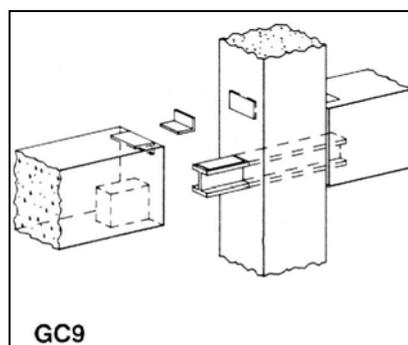
GC1  
1) Ligação com pino de encaixe



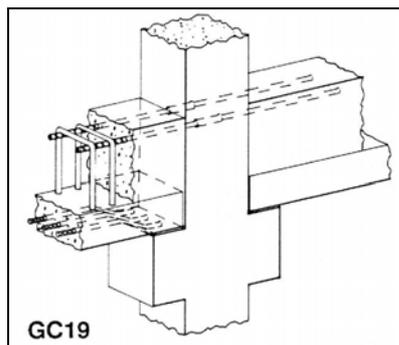
GC2  
2) Ligação com parafuso



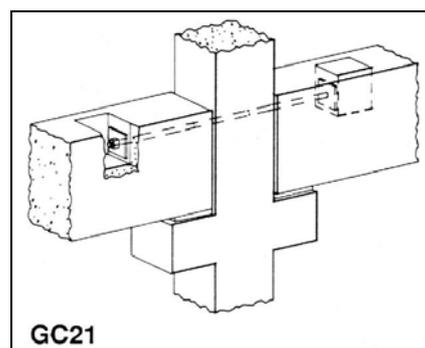
GC3  
3) Ligação com solda



GC9  
4) Ligação com perfil metálico de encaixe



5) Ligação com emenda da armadura e concreto moldado no local



6) Ligação com cabo de protensão

Figura 2.13. Configurações da ligação viga-pilar (PCI; 1988).

A escolha recaiu sobre a ligação do tipo GC2, com algumas adaptações. A concepção final foi influenciada também pelas conexões designadas como BC28 e BC29, estudadas por STANTON et al. (1986), e representadas na Figura 2.14. Uma grande diferença, todavia, é que estas ligações são totalmente, ou parcialmente, grauteadas, tendo os autores apontado que elas não são vinculações de forte restrição ao momento fletor.

**BC28 & BC29 A PRECAST BEAM INSTALLED ON A GROUTED OR PARTIALLY GROUTED DOWEL.**

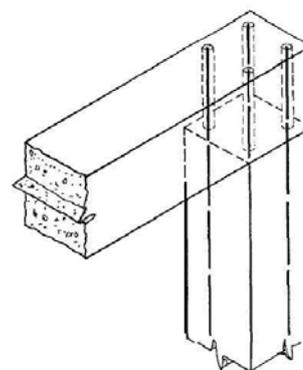
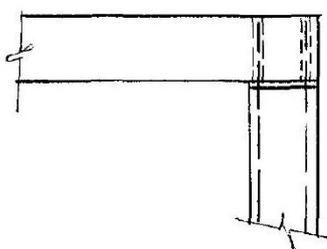


Fig. 1-1 CONNECTION BC28 & BC29 - ISOMETRIC VIEW

Figura 2.14. Conexões BC28 e BC29 (STANTON et al.; 1986).

O PCI (1988) cita uma conexão viga-pilar (GC24) de aparência similar às anteriores, mas de restrição ao momento fletor negativo, pois as barras de conexão são protendidas, o que confere uma maior vinculação ao conjunto (Figura 2.15).

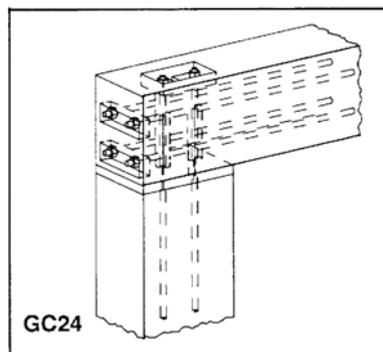


Figura 2.15. Conexão GC 24 (PCI; 1988).

Todavia, não se desejando colocar barras protendidas, ou mesmo o graute, a fim de ser possível desmontar a ligação para a troca de almofadas e reaperto de parafusos, dentre outras intervenções, decidiu-se pela colocação de duas barras rosqueadas para aumentar um pouco a restrição ao momento negativo, obtendo-se uma configuração bastante parecida às tradicionais conexões de um único parafuso, com ou sem graute, com ou sem almofada de apoio (Figura 2.16).

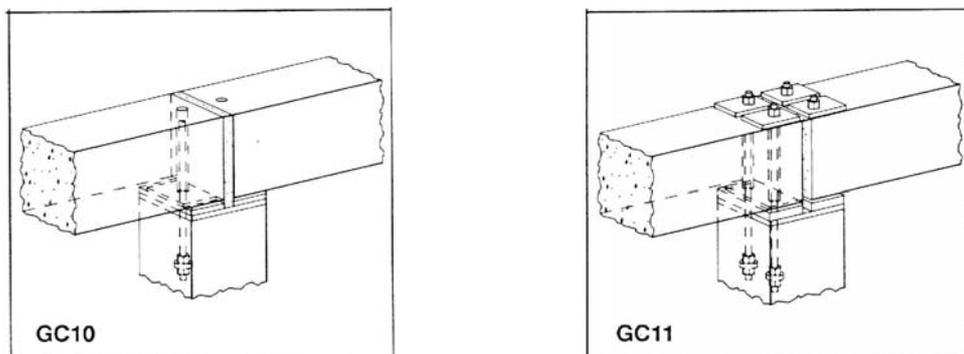


Figura 2.16. Conexões GC10 e GC11 (PCI; 1988).

A Figura 2.17 ilustra a configuração final, e dentre os motivos que influenciaram a escolha destacam-se:

- i. O fato da ligação não ser rígida, mas de comportamento semi-rígido;
- ii. A existência de expressões analíticas que descrevem a sua rigidez à flexão;
- iii. A facilidade de montagem, transporte e remontagem;
- iv. A possibilidade de investigar a influência do aperto do parafuso, do grauteamento do orifício de encaixe e das almofadas de apoio constituídas de diferentes materiais;
- v. Seu uso ser relativamente comum na prática de projeto;
- vi. Não ser necessário o emprego de dispositivos especiais ou soldas;

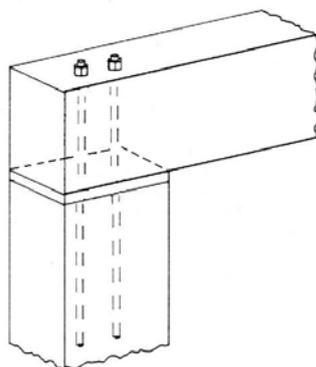


Figura 2.17. Configuração da ligação viga-pilar escolhida.

Embora todo este estudo tenha se baseado principalmente nas configurações registradas pelo PCI (1988), a indústria nacional de pré-moldados também possui uma concepção e utilização abundante de ligações, muitas vezes baseadas no próprio PCI. MELO (2004) expõe, classifica e analisa um conjunto significativo delas.

## 2.5 Expressão Analítica do Comportamento das Ligações

Neste item é feita a exposição das equações para a determinação da rigidez das ligações estudadas. Inicialmente apresenta-se a formulação do PCI (2001) para a ligação pilar-fundação, base do equacionamento adotado para este trabalho.

### 2.5.1 Ligação Pilar-Fundação - Formulação do PCI

A ligação pilar-fundação por meio de chapa de base possui um modelo analítico que calcula a sua rotação em função do esforço imposto e de suas características geométricas e materiais. PCI (2001), baseado na formulação originalmente proposta por MARTIN (1980), apresenta as expressões que descrevem o comportamento desta ligação<sup>2</sup>. A rotação total da base, constituída de três mecanismos associados em série, tem seu esquema ilustrado na Figura 2.18 e sua formulação dada por:

---

<sup>2</sup> A formulação descrita por MARTIN (1980) foi primeiramente incorporada ao PCI Design Handbook, 2ª edição, no ano de 1978. Desde então, ela tem sido mantida nas edições subsequentes desta bibliografia.

$$\phi_b = \phi_f + \phi_{bp} + \phi_{ab} \tag{2.2}$$

$\phi_b$  = rotação da base do pilar ( $b$  = “base”);

$\phi_f$  = rotação da fundação em relação ao solo ( $f$  = “footing”);

$\phi_{bp}$  = rotação devido à flexão da chapa de base ( $bp$  = “base-plate”);

$\phi_{ab}$  = rotação devido ao alongamento dos parafusos de ancoragem ( $ab$  = “anchor-base”);

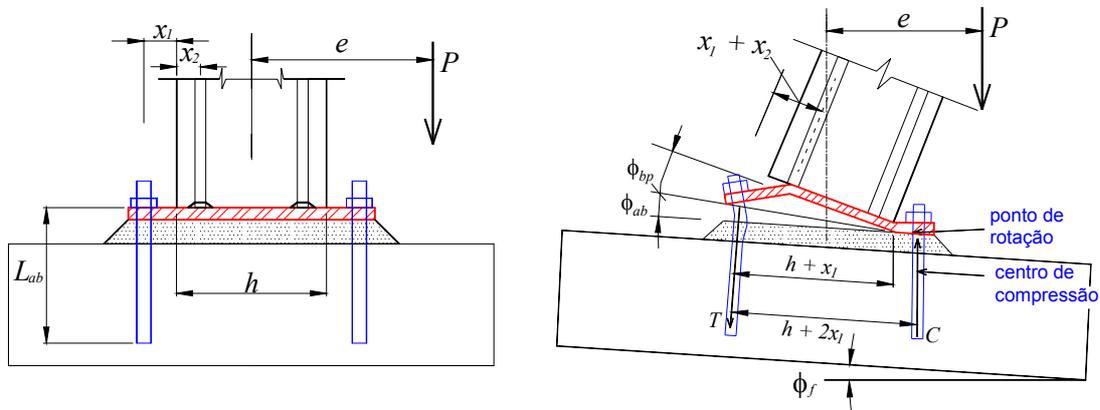


Figura 2.18. Configurações indeformada e deformada da ligação.

A rotação  $\phi$  pode ser expressa em termos do coeficiente de flexibilidade ( $\gamma$ ) ou do coeficiente de rigidez ( $K$ ):

$$\phi = \gamma \cdot M = \frac{M}{K} \tag{2.3}$$

$M$  = momento aplicado =  $P \cdot e$ ;

$P$  = força aplicada;

$e$  = excentricidade da força aplicada;

$\gamma$  = coeficiente de flexibilidade;

$K$  = coeficiente de rigidez.

As expressões de cada um dos coeficientes de flexibilidade são detalhadas a seguir, tendo-se modificado a notação de algumas das variáveis objetivando tornar mais didática a sua exposição e facilitar o entendimento.

1) Coeficiente de flexibilidade devido à interação fundação/solo ( $\gamma_f$ )

$$\gamma_f = \frac{1}{k_s \cdot I_f} \quad (2.4)$$

$k_s$  = coeficiente de reação do subsolo, que se constitui em uma estimativa da rotação em função da tensão admissível máxima do solo de fundação (o coeficiente é indicado pela figura 3.8.2 de PCI; 2001);

$I_f$  = momento de inércia da fundação, consideradas as dimensões em planta.

#### **OBSERVAÇÃO:**

Neste trabalho, serão tratadas estruturas apoiadas em lajes de reação dos laboratórios, projetadas especificamente para tal fim, esta parcela considerar-se-á sempre desprezível, ou seja, não haverá rotação devido à fundação.

2) Coeficiente de flexibilidade devido à flexão da chapa de base ( $\gamma_{bp}$ )

$$\gamma_{bp} = \frac{(x_1 + x_2)^3}{6 e E_{bp} I_{bp} (h + x_1)} \left( \frac{2 e}{h + 2 x_1} - 1 \right) \geq 0 \quad (2.5)$$

$x_1$  = distância da face do pilar ao centro do parafuso de ancoragem;

$x_2$  = distância da face do pilar ao centro das barras da armadura do pilar ancoradas na chapa de base;

$h$  = dimensão do pilar na direção da flexão;

$E_{bp}$  = módulo de elasticidade do aço da chapa de base;

$I_{bp}$  = momento de inércia da chapa de base (considerando as dimensões da seção transversal vertical da chapa).

3) Coeficiente de flexibilidade devido ao alongamento dos parafusos de ancoragem ( $\gamma_{ab}$ )

$$\gamma_{ab} = \frac{L_{ab}}{2 e A_{ab} E_{ab} (h + x_1)} \left( \frac{2 e}{h + 2 x_1} - 1 \right) \geq 0 \quad (2.6)$$

$L_{ab}$  = comprimento (adotado) do parafuso, em relação ao qual se considera o alongamento;

$A_{ab}$  = área dos parafusos de ancoragem que se encontram tracionados;

$E_{ab}$  = módulo de elasticidade do aço dos parafusos de ancoragem.

Estas são as expressões indicadas pelo PCI, comumente utilizadas na prática de projeto. FERREIRA (1993) e BALLARIN (1993) descrevem detalhadamente estas equações, havendo o último também elaborado diversas considerações sobre a sua aplicabilidade na fase de projeto.

FERREIRA (1993) leva em conta, além dos três mecanismos de deformação descritos por MARTIN (1980), o efeito do alongamento da armadura tracionada do pilar, a qual proporcionará um acréscimo de rotação designada por  $\phi_{rb}$  (o índice  $rb$  refere-se a “*reinforcement bars*”). Assim, tem-se um mecanismo adicional:

4) Coeficiente de flexibilidade devido ao alongamento da armadura tracionada ( $\gamma_{rb}$ )

$$\gamma_{rb} = \frac{L_{rb}}{E_{rb} A_{rb} (h - x_2) z} \quad (2.7)$$

$L_{rb}$  = comprimento admitido para a deformação da armadura tracionada do pilar, na região da ligação;

$E_{rb}$  = módulo de elasticidade do aço das barras tracionadas;

$A_{rb}$  = área total das barras de aço do pilar que se encontram tracionadas;

$z$  = braço de alavanca entre o binário resistente da seção do pilar.

É importante destacar as hipóteses que originaram as expressões das flexibilidades, considerando que neste trabalho serão adotadas premissas similares, mas não exatamente iguais, as quais geraram um segundo conjunto de equações.

Os deslocamentos da placa de base ( $\delta_{bp}$ ) e do parafuso de ancoragem ( $\delta_{ab}$ ), e suas respectivas rotações, podem ser esquematizados pela Figura 2.19, resultando:

$$\phi_{bp} = \frac{\delta_{bp}}{(h + x_1)} \quad (2.8)$$

$$\phi_{ab} = \frac{\delta_{ab}}{(h + x_1)} \quad (2.9)$$

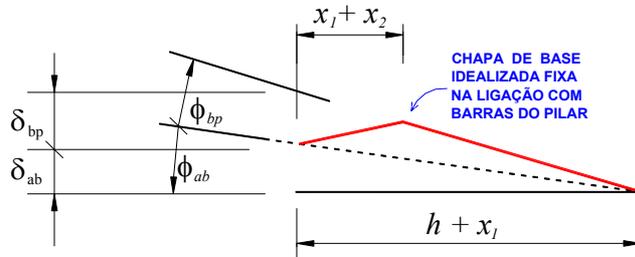


Figura 2.19. Esquema das relações deslocamento x rotação.

As expressões dos deslocamentos consistem em:

$$\delta_{bp} = \frac{T_{ab} (x_1 + x_2)^3}{3 E_{bp} I_{bp}} \quad (2.10)$$

$$\delta_{ab} = \varepsilon_{ab} L_{ab} = \frac{\sigma_{ab}}{E_{ab}} L_{ab} \quad (2.11)$$

$T_{ab}$  = força de tração nos parafusos de ancoragem;

$\varepsilon_{ab}$  = deformação dos parafusos de ancoragem;

$\sigma_{ab}$  = tensão nos parafusos de ancoragem.

O deslocamento da chapa de base  $\delta_{bp}$  é devido à ação da força de tração nos parafusos, provocada pela flexão do pilar, e aplicada em uma de suas extremidades. Admite-se a chapa como engastada na ligação com as barras do pilar. O deslocamento  $\delta_{ab}$  deve-se à deformação longitudinal dos parafusos de ancoragem.

Deduz-se o esforço solicitante, que provoca estas deformações, pelo equilíbrio simples de forças (Figura 2.20).

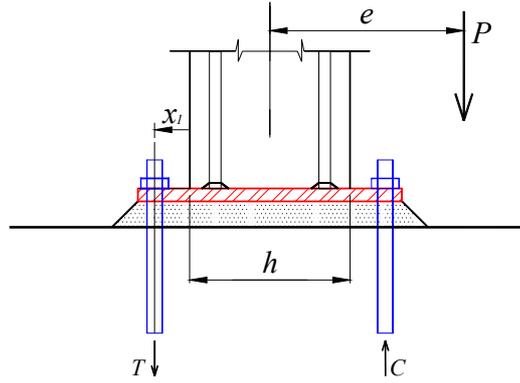


Figura 2.20. Equilíbrio de forças na ligação (formulação do PCI).

A força de tração nos parafusos de ancoragem  $T_{ab}$  é dada por:

$$T_{ab} = \frac{P}{2} \left( \frac{2e}{h+2x_1} - 1 \right) \quad (2.12)$$

E a tensão normal é:

$$\sigma_{ab} = \frac{P}{2 A_{ab}} \left( \frac{2e}{h+2x_1} - 1 \right) \quad (2.13)$$

Substituindo (2.12) em (2.10), e o resultado em (2.8):

$$\phi_{bp} = \frac{P(x_1+x_2)^3}{6 E_{bp} I_{bp} (h+x_1)} \left( \frac{2e}{h+2x_1} - 1 \right) \quad (2.14)$$

Substituindo (2.13) em (2.11), e o resultado em (2.9):

$$\phi_{ab} = \frac{P L_{ab}}{2 A_{ab} E_{ab} (h+x_1)} \left( \frac{2e}{h+2x_1} - 1 \right) \quad (2.15)$$

Lembrando que  $\gamma = \frac{\phi}{M}$ , sendo  $M = P e$ , obtém-se finalmente:

$$\gamma_{bp} = \frac{(x_1+x_2)^3}{6 e E_{bp} I_{bp} (h+x_1)} \left( \frac{2e}{h+2x_1} - 1 \right) \quad (2.16)$$

$$\gamma_{ab} = \frac{L_{ab}}{2 e A_{ab} E_{ab} (h+x_1)} \left( \frac{2e}{h+2x_1} - 1 \right) \quad (2.17)$$

Estas duas últimas expressões correspondem exatamente às eqs. (2.5) e (2.6).

É importante destacar algumas observações em relação às hipóteses consideradas na dedução dos termos de flexibilidade:

### OBSERVAÇÕES:

- a) O pilar do modelo teórico está submetido a uma solicitação de flexo-compressão. Os pilares desta tese, isolados e dos pórticos, estão submetidos a uma flexão simples devido à ação da força horizontal. A força axial, vertical, é devida exclusivamente ao peso próprio.
- b) Se a força normal de compressão é relativamente grande em relação ao momento na base, de tal forma que não exista tração nos parafusos de ancoragem – ou seja, a força resultante permanece dentro do núcleo central de inércia do pilar –, ter-se-á numericamente:  $\gamma_{bp} \leq 0$  e  $\gamma_{ab} \leq 0$ . Isto implica na simplificação da expressão da rotação total da base (2.2) para:  $\phi_b = \phi_f$ .
- c) A flexibilidade “negativa” significa, na verdade, que inexistente rotação por causa da magnitude da força de compressão. Esta situação acontece nos casos em que a excentricidade  $e$  é menor que  $h/2 + x_1$ , implicando que toda a ligação de base encontra-se comprimida.
- d) Perceba-se que para o cálculo de  $\gamma_{bp}$  e  $\gamma_{ab}$  é necessário conhecer o valor da excentricidade da força ( $e$ ). A flexibilidade da ligação, ou sua inversa: a rigidez, não é um valor constante, mas função do momento aplicado à ligação.

Para a expressão da flexibilidade devido ao alongamento da armadura tracionada toma-se o deslocamento expresso por:

$$\delta_{rb} = \frac{L_{rb} T_{rb}}{E_{rb} A_{rb}} \quad (2.18)$$

$\delta_{rb}$  = deslocamento axial da armadura tracionada, indicado pela lei de Hooke;

$T_{rb}$  = força de tração na armadura, dada por  $T_{rb} = M / z$ ;

$z$  = braço de alavanca do binário resistente da seção do pilar.

Conforme indicado anteriormente, uma variável de valor subjetivo nesta expressão é  $L_{rb}$ , isto é, o comprimento do trecho da armadura tracionada do pilar que sofrerá a deformação axial devido ao esforço de tração. Evidentemente, este valor deverá ser menor do que o comprimento de ancoragem da barra, recomendando-se adotar algo em torno de 50% deste.

Assim, a rotação dada por:

$$\phi_{rb} = \frac{\delta_{rb}}{(h - x_2)} \quad (2.19)$$

resulta:

$$\phi_{rb} = \frac{L_{rb} M}{E_{rb} A_{rb} (h - x_2) z} \quad (2.20)$$

e a flexibilidade  $\gamma_{rb}$ :

$$\gamma_{rb} = \frac{L_{rb}}{E_{rb} A_{rb} (h - x_2) z} \quad (2.21)$$

expressão idêntica à eq. (2.7).

## 2.5.2 Ligação Pilar-Fundação - Formulação Modificada

Conforme já anunciado, para este trabalho a solicitação imposta consiste de forças horizontais e a força vertical é unicamente a devida ao peso próprio. Em função desta diferença, deve-se deduzir um segundo conjunto de expressões para o cálculo da rigidez. O equilíbrio das forças é exposto na Figura 2.21.

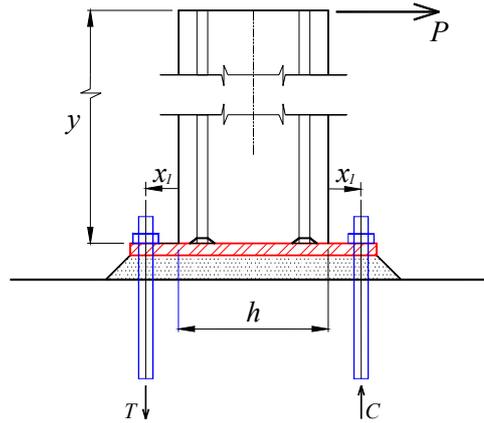


Figura 2.21. Equilíbrio de forças na ligação (formulação da tese).

A força de tração nos parafusos de ancoragem  $T_{ab}$  é dada por:

$$T_{ab} = \frac{M}{h + 2 x_1} \quad (2.22)$$

onde  $M = P y$ , resultando para a tensão normal:

$$\sigma_{ab} = \frac{M}{A_{ab}} \left( \frac{1}{h + 2 x_1} \right) \quad (2.23)$$

Um desenvolvimento análogo ao das equações (2.14) e (2.15), resulta nas seguintes expressões para as rotações:

$$\phi_{bp} = \frac{M (x_1 + x_2)^3}{3 E_{bp} I_{bp} (h + x_1)} \left( \frac{1}{h + 2 x_1} \right) \quad (2.24)$$

$$\phi_{ab} = \frac{M L_{ab}}{A_{ab} E_{ab} (h + x_1)} \left( \frac{1}{h + 2 x_1} \right) \quad (2.25)$$

Lembrando que  $\gamma = \frac{\phi}{M}$ , segue:

$$\gamma_{bp} = \frac{(x_1 + x_2)^3}{3 E_{bp} I_{bp} (h + x_1)} \left( \frac{1}{h + 2 x_1} \right) \quad (2.26)$$

$$\gamma_{ab} = \frac{L_{ab}}{A_{ab} E_{ab} (h + x_1)} \left( \frac{1}{h + 2 x_1} \right) \quad (2.27)$$

Com o intuito de simplificar as expressões (2.26) e (2.27), é possível admitir, sem incorrer em maiores erros,  $h + x_1 \cong h + 2x_1$ , obtendo-se finalmente:

$$\gamma_{bp} = \frac{(x_1 + x_2)^3}{3 E_{bp} I_{bp} (h + x_1)^2} \quad (2.28)$$

$$\gamma_{ab} = \frac{L_{ab}}{A_{ab} E_{ab} (h + x_1)^2} \quad (2.29)$$

### OBSERVAÇÕES:

- As expressões de  $\gamma_{bp}$  e  $\gamma_{ab}$  são, agora, independentes da excentricidade  $e$ ;
- A ligação está submetida à flexão simples, desprezada a influência da ação do peso próprio;
- Se, por um lado, um valor de flexibilidade independente das forças atuantes parece ser a mais lógica, por outro, constata-se experimentalmente que esta flexibilidade é diretamente proporcional à ação, pois maiores serão as influências de deformações secundárias, efeitos não-lineares, dentre outros aspectos;
- A diferença de resultados ao se usar o par de expressões (2.26) e (2.27), ou o par (2.28) e (2.29), fica em torno de 3 a 5 % para a rigidez total da ligação. Esta diferença reduz-se ainda mais ao ser calculado o fator de rigidez  $\gamma$ .

Para a flexibilidade, devido ao alongamento da armadura tracionada, pode-se admitir um valor para o braço de alavanca:  $z \cong 0,85 \cdot d$ , sendo  $d \cong h - x_2$ . Assim, resulta para a eq. (2.21):

$$\gamma_{rb} = \frac{L_{rb}}{0,85 E_{rb} A_{rb} d^2} \quad (2.30)$$

A expressão final de flexibilidade utilizada neste trabalho é:

$$\gamma_b = \gamma_{bp} + \gamma_{ab} + \gamma_{rb} \quad (2.31)$$

$$\gamma_b = \frac{(x_1 + x_2)^3}{3 E_{bp} I_{bp} (h + x_1)^2} + \frac{L_{ab}}{A_{ab} E_{ab} (h + x_1)^2} + \frac{L_{rb}}{0,85 E_{rb} A_{rb} d^2} \quad (2.32)$$

### 2.5.3 Ligação Viga-Pilar

Os mecanismos básicos de deformação da ligação viga-pilar são os devidos ao elastômero e ao chumbador. Nesta tese não foram desenvolvidas formulações específicas para o cálculo da rigidez da ligação viga-pilar, mas utilizou-se algumas expressões indicadas por FERREIRA (1999).

Algumas adaptações e simplificações foram realizadas, pois nessa referência estudou-se ligações viga-pilar considerando o preenchimento do furo com graute (Figura 2.22).

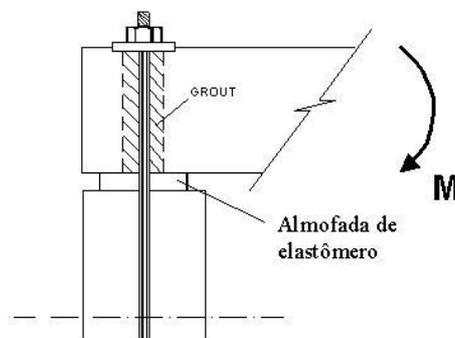


Figura 2.22. Ligação viga-pilar considerada nas expressões analíticas.

Dois cálculos foram elaborados: um para o modelo COM almofada ESPESSA, e outro para o modelo SEM almofada, ambos indicados no item 2.6.2.

Para o modelo COM almofada espessa, foi considerada a deformabilidade devida à almofada e a devida ao chumbador. Basicamente, o mecanismo de deformação considerado é apenas o devido ao encurtamento do elastômero, e o alongamento do chumbador, devido às forças normais. O módulo de elasticidade da almofada de elastômero é dado pela expressão:

$$E_{ne} = K_1 G B_e + K_2 \sigma_m \quad (2.33)$$

$K_1, K_2$  = coeficientes experimentais, sendo para superfícies de contato concreto-neoprene-concreto (não rugosas) os valores 7 e 6, respectivamente (FERREIRA; 1999);  
 $G$  = módulo de elasticidade transversal;

$B_e$  = fator de forma da almofada de elastômero, que relaciona a superfície de apoio carregada (superfície que possui restrição à sua deformação) e a superfície lateral da

almofada (superfície sem restrição à sua deformação), dado por  $B = \frac{a b}{2 h_n (a + b)}$ , sendo

$a$  e  $b$  as dimensões em planta e  $h_n$  a espessura da almofada;

$\sigma_m$  = tensão média atuante na almofada.

A Tabela 2.8 indica as expressões utilizadas para o cálculo da rigidez à flexão da ligação considerada.

De forma simplificada, para o modelo SEM almofada foi considerado apenas o mecanismo por alongamento do parafuso tracionado. A rigidez à flexão final resulta:

$$K_m = \frac{1.75 A_s E_s d^2}{L_e} \quad (2.34)$$

$A_s$  = área do parafuso tracionado;

$E_s$  = módulo de elasticidade do parafuso;

$d$  = distância da barra tracionada até a borda comprimida;

$L_e$  = comprimento do chumbador no interior do pilar.

## 2.6 Cálculo da Rigidez das Ligações

### 2.6.1 Ligação Pilar-Fundação

Diversas simulações foram feitas, destacando-se os resultados principais para a rigidez da ligação  $K_m$  e do fator de rigidez  $\gamma$  indicados na Tabela 2.5. Os dados do cálculo analítico são mostrados na Tabela 2.6 e na Tabela 2.7. Para os cálculos de  $K_m$  e  $\gamma$  as características geométricas podem ser encontradas no **Capítulo 5 – Programa e Metodologia**, e as características materiais são indicadas no **Capítulo 6 – Ensaios Estáticos**.

Tabela 2.5. Avaliação da rigidez da ligação pilar-fundação – modelos analíticos.

CÁLCULO	$K_m$ (kN.m/rad)	$\gamma$	ZONA	PÓRTICO	CARACTERÍSTICAS
1	2.000	0,25	II	1	$L_{rb} = 50\%$ do comprimento de ancoragem
2	2.000	0,28	II	2, 3 e 4	
3	3.000	0,33	II	1	Não considerando a rotação devido ao alongamento da armadura
4	3.000	0,36	II	2, 3 e 4	

### ANÁLISE DOS RESULTADOS

- i) Os valores de rigidez iguais a 2.000 e 3.000 kN.m/rad não são os exatos, mas calculou-se uma média considerando as expressões (2.26) / (2.27) e (2.28) / (2.29), e efetuou-se um arredondamento;
- ii) A formulação é bastante sensível à alteração de algumas variáveis, particularmente em relação a  $x_1$  e  $x_2$ ;
- iii) Considerando ou não o mecanismo de deformação devido ao alongamento da armadura (mecanismo não existente na formulação do PCI), a ligação pilar-fundação sempre se situa na Zona II de classificação, ou seja: ligação semi-rígida com baixa resistência à flexão, independentemente do pórtico em questão;
- iv) Perceba-se que embora o valor absoluto da rigidez tenha variado em 50%, o parâmetro  $\gamma$  modificou-se em 20%, aproximadamente;
- v) Deve ser ressaltado que o cálculo da rigidez pelas expressões do PCI resultaram em valores muito maiores, da ordem de 60.000 kN.m/rad, situada na Zona V. Estes resultados enfatizam a necessidade do desenvolvimento da formulação modificada, o que foi feito no estudo.

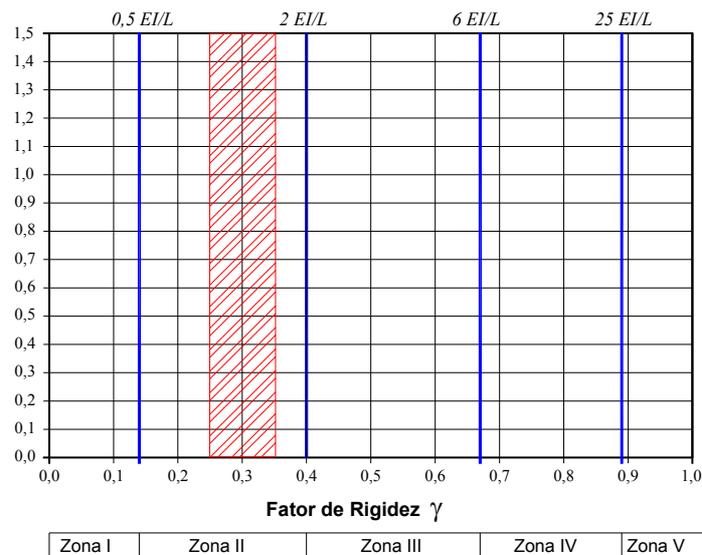


Figura 2.23. Avaliação da rigidez da ligação pilar-fundação – modelos analíticos.

## 2.6.2 Ligação Viga-Pilar

Para o modelo sem almofada, tem-se:

$$A_s = 5 \times 10^{-5} \text{ m}$$

$$E_s = 205 \text{ GPa}$$

$$d = 0,162 \text{ m}$$

$$L_e = 0,50 \text{ m}$$

Resultando:  $K_m = 941,5 \text{ kN.m/rad}$ , sendo adotado  $K_m = 1.000 \text{ kN.m/rad}$ .

Para o modelo com almofada espessa os cálculos são indicados na Tabela 2.8, resultando  $K_m = 0,226 \text{ kN.m/rad}$  (em termos práticos, uma ligação articulada).

Para o modelo com almofada fina adotar-se á  $K_m$  igual a 50% do calculado para o modelo sem almofada, ou seja:  $K_m = 500 \text{ kN.m/rad}$ .

Tabela 2.6. Planilha EXCEL de cálculo da ligação pilar-fundação – com  $K_{rb}$ .

CÁLCULO DA RIGIDEZ DA LIGAÇÃO PILAR-FUNDAÇÃO COM CHAPA DE BASE			
<b>DADOS GERAIS</b>			
Altere somente as células coloridas			
TÍTULO: comparação entre PCI e formulação modificada da tese			
h (cm)= 18,00	x1 (cm) = 2,500	x2 (cm) = 1,300	e (m)= 0,122
Lab (cm)= 12,0	φ (cm)= 1,6		
hbp (cm) = 1,00	larg.bp (cm) = 10,00	Ebp (GPa) = 205,0	
Erb (GPa) = 210,0	Lrb (mm)= 81,00	As2 (cm2) = 0,945	d (cm) = 15,40
<b>.DADOS DE ENTRADA</b>			
<b>1 - Geometria</b>		<b>2 - Parafusos</b>	
h (pilar) = 0,18000 m	x1 = 0,02500 m	compr. Lab = 0,1200 m	diâmetro φ = 0,0160 m
x2 = 0,01300 m		área Aab = 2,0106E-04 m2	
		<b>3 - Carregamento</b>	
		excentric. e = 0,122 m	
<b>4 - Placa</b>		<b>5 - Armadura do Pilar</b>	
espess. hbp = 0,0100 m	largura = 0,1000 m	compr. Lrb = 0,08100 m	área Arb = 9,450E-05 m2
inércia lbp = 8,3333E-09 m4	E bp = 2,05E+11 N/m2	d = 0,15400 m	Erb = 2,10E+11 N/m2
<b>.AVALIAÇÃO DA EXCENTRICIDADE "e" E DO VALOR DE "Z"</b>			
excentric. e = 0,1220 m	h/2 + x1 = 0,1150 m	"Z" = braço de alavanca entre o binário resistente da seção do pilar	
Se e < (h/2 + x1) então γbp e γab serão negativas		Sugestão: z = h - 2 * x2 = 15,4 cm	
<b>.CÁLCULO DOS COEFICIENTES DE FLEXIBILIDADE E RIGIDEZ - PCI</b>			
<b>PCI</b>		<b>MODIFICADA (TESE)</b>	
<b>1 - Coeficientes da placa de base</b>		<b>1 - Coeficientes da placa de base</b>	
Kbp = 76751,446 kN.m / rad		Kbp = 3925,101 kN.m / rad	
<b>2 - Coeficientes dos parafusos de ancoragem</b>		<b>2 - Coeficientes dos parafusos de ancoragem</b>	
Kab = 282257,798 kN.m / rad		Kab = 14434,780 kN.m / rad	
<b>3 - Coeficiente de flexibilidade pela tração da armadura do pilar</b>		<b>3 - Coeficiente de flexibilidade pela tração da armadura do pilar</b>	
Krb = 0,000 kN.m / rad		Krb = 4938,857 kN.m / rad	
<b>Coeficiente de flexibilidade e rigidez total (PCI)</b>		<b>Coeficiente de flexibilidade e rigidez total (PCI)</b>	
Kb = 60342,998 kN.m / rad		Kb = 1899,250 kN.m / rad	

Tabela 2.7. Planilha EXCEL de cálculo da ligação pilar-fundação – sem  $K_{rb}$ .

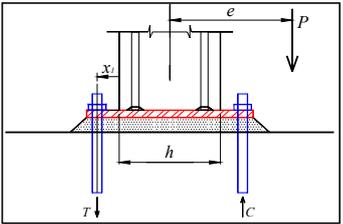
CÁLCULO DA RIGIDEZ DA LIGAÇÃO PILAR-FUNDAÇÃO COM CHAPA DE BASE			
DADOS GERAIS			
Altere somente as células coloridas			
TÍTULO: comparação entre PCI e formulação modificada da tese - COMPRIM. ANCORAGEM = 0			
h (cm)=	18,00	x1 (cm) =	2,500
Lab (cm)=	12,0	φ (cm)=	1,6
hbp (cm) =	1,00	larg.bp (cm) =	10,00
Erb (GPa) =	210,0	Lrb (mm)=	0,00
		Ebp (GPa) =	205,0
		As2 (cm2) =	0,945
		d (cm) =	15,40
			
.DADOS DE ENTRADA			
<b>1 - Geometria</b>		<b>2 - Parafusos</b>	
h (pilar) =	0,18000 m	compr. Lab =	0,1200 m
x1 =	0,02500 m	diâmetro φ =	0,0160 m
x2 =	0,01300 m	área Aab =	2,0106E-04 m2
<b>3 - Carregamento</b>			
excentric. e =		0,122 m	
<b>4 - Placa</b>		<b>5 - Armadura do Pilar</b>	
espess. hbp =	0,0100 m	compr. Lrb =	0,00000 m
largura =	0,1000 m	área Arb =	9,450E-05 m2
inércia Ibp =	8,3333E-09 m4	d =	0,15400 m
E bp =	2,05E+11 N/m2	Erb =	2,10E+11 N/m2
.AVALIAÇÃO DA EXCENTRICIDADE "e" E DO VALOR DE "Z"			
excentric. e =	0,1220 m	"Z" = braço de alavanca entre o binário resistente da seção do pilar	
h/2 + x1 =	0,1150 m		
Se e <= (h/2 + x1) então γbp e γab serão negativas		Sugestão:	z = h - 2 * x2 = 15,4 cm
.CÁLCULO DOS COEFICIENTES DE FLEXIBILIDADE E RIGIDEZ - PCI			
<b>PCI</b>		<b>MODIFICADA (TESE)</b>	
<b>1 - Coeficientes da placa de base</b>			
Kbp =	76751,446 kN.m / rad	Kbp =	3925,101 kN.m / rad
<b>2 - Coeficientes dos parafusos de ancoragem</b>			
Kab =	282257,798 kN.m / rad	Kab =	14434,780 kN.m / rad
<b>3 - Coeficiente de flexibilidade pela tração da armadura do pilar</b>			
Krb =	0,000 kN.m / rad	Krb =	- kN.m / rad
<b>Coeficiente de flexibilidade e rigidez total (PCI)</b>			
Kb =	60342,998 kN.m / rad	Kb =	3085,966 kN.m / rad

Tabela 2.8. Planilha EXCEL de cálculo da ligação viga-pilar (almofada espessa).

Deformabilidade devida à almofada de elastômero		Deformabilidade devido ao chumbador	
$\lambda_{\sigma n} = \frac{h_n}{(A_{ne} \cdot (K_1 \cdot G_{Be} + K_2 \cdot \sigma_m))}$		$\lambda_{\sigma b} = \frac{l_s}{(A_s \cdot E_s)}$	
Deformação da Almofada	K1= 7 K2= 6	Deformação do Chumbador	
Cálculo da Linha Neutra "x"		F <sub>tb</sub> = 5,98 kN	
h <sub>n</sub> = 10 mm	M <sub>max</sub> = 50 kN.mm	I <sub>s</sub> = 500 mm <sup>4</sup>	
a = 15 mm	F <sub>cn</sub> = 5,98 kN	A <sub>s</sub> = 50,27 mm <sup>2</sup>	
b = 80 mm	d = 11,5 mm	E <sub>s</sub> = 200 kN/mm <sup>2</sup>	
G = 1,00E-03 kN/mm <sup>2</sup>	x/d = 0,91	σ <sub>m</sub> = 0,12 kN/mm <sup>2</sup>	
σ <sub>m</sub> = 0,007 kN/mm <sup>2</sup>	x = 10,465 mm		
A <sub>ne</sub> = 837,2 mm <sup>2</sup>	z = 8,3605 mm		
B <sub>e</sub> = 0,44			
E <sub>ne</sub> = 46 MPa	Δb / Δn = 0,19	λ <sub>σn</sub> = 4,97E-02 mm/kN	
λ <sub>σn</sub> = 2,60E-01 mm/kN	β = 0,84	Δ <sub>b</sub> = 0,30 mm	
Δ <sub>b</sub> = 1,55 mm	x' = 10,5 mm		
	x'/x = 1,00		
	x'/d = 0,91		
$\Delta_n = F_{cn} \cdot \lambda_{\sigma n}$		$\Delta_b = F_{tb} \cdot \lambda_{\sigma b}$	
<b>Cálculo da Rigidez à Flexão</b>			
$K_{\phi} = \frac{F_{cn} \cdot (d - 0,5 \cdot x)^2}{(\Delta_b + \Delta_n)}$		Sendo:	$\phi = \frac{(\Delta_b + \Delta_n)}{(d - 0,3 \cdot x)}$
Δb + Δn = 1,85 mm	M = 50 kN.mm	Kφ = 226 kN.mm/rad	
	φ = 0,222 rad		

## 2.7 Bibliografia do Capítulo

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado - NBR 9062**. Rio de Janeiro, 1985.
- BALLARIN, A.W. **Desempenho das ligações de elementos estruturais pré-moldados de concreto**. São Carlos, 1993. Tese (doutorado) Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- BARBOZA, A.S.R. **Comportamento de juntas de argamassa solicitadas à compressão na ligação entre elementos pré-moldados**. São Carlos, 2002. Tese (doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

- BJORHOVDE, R.; COLSON, A.; BROZZETTI, J. Classification system for beam-to-column connections. **Journal of Structural Engineering**, v. 116 (11), p.3059-3077, 1990.
- CANHA, R.M.F. **Estudo teórico-experimental da ligação pilar-fundação por meio de cálice em estruturas de concreto pré-moldado**. São Carlos, 2004. Tese (doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- EL DEBS, M.K. **Concreto pré-moldado: fundamentos e aplicações**. São Carlos, EESC-USP, 2000.
- EUROCODE 3. **prEN 1993-1-8. Design of steel structures. Part 1-8 – Design of joints**. European Committee for Standardization, CEN, Brussels. 2000.
- EUROPEAN COOPERATION IN THE FIELD OF SCIENTIFIC AND TECHNICAL RESEARCH, (COST Action 1). **Control of the semi-rigid behaviour of civil engineering structural connections**. Final Report – November 1999. Brussels, European Union Publication, 2000. p. 13-29.
- FERREIRA, M.A. **Estudo de deformabilidades de ligações para análise linear em pórticos planos de elementos pré-moldados de concreto**. São Carlos, 1993. Dissertação (mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- FERREIRA, M.A. **Deformabilidade de ligações viga-pilar de concreto pré-moldado**. São Carlos, 1999. Tese (doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- FERREIRA, M.A.; EL DEBS, M.K.; ELLIOTT, K.S. Modelo teórico para projeto de ligações semi-rígidas em estruturas de concreto pré-moldado. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 44, Belo Horizonte, 2002. **Anais**. /CD-ROM/
- FERREIRA, M.A., EL DEBS, M.K. Análise de estrutura pré-moldada com ligações semi-rígidas para múltiplos pavimentos. CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 45, Vitória, 2003. **Anais**. /CD-ROM/
- MARTIN, L.D. Background and discussion on PCI design handbook second edition. **PCI Journal**, Jan-Feb 1980, p.24-41.
- MELO, C.E.E. (Org.). **Manual Munte de projetos em pré-fabricados de concreto**. Munte Construções Industrializadas. São Paulo, Pini, 2004.
- MIOTTO, A.M. **Ligações viga-pilar de estruturas de concreto pré-moldado: análise com ênfase na deformabilidade ao momento fletor**. São Carlos, 2002. Tese (doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- NETHERCOT, D.A.; LI, T.Q.; AHMED, B. Unified classification system for beam-to-column connections. **Journal Construct. Steel Research**, v.45, n.1, p.39-65, 1998.

NÓBREGA, P.G.B.; FERREIRA, M.A.; HANAI, J.B. Avaliação da rigidez de pórticos pré-moldados com ligações pilar-fundação com chapa de base. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 46, Florianópolis, 2004. **Anais**. Trabalho CBC 0145, p. V.103 – V.118. /CD-ROM/

PCI PRECAST / PRESTRESSED CONCRETE INSTITUTE. **PCI design handbook**. 5 ed. 2001. /CD-ROM/

PCI PRESTRESSED CONCRETE INSTITUTE. **Design and typical details of connections for precast and prestressed concrete**. 2 ed. Chicago, PCI, 1988.

SOARES, A.M.M. **Análise estrutural de pórticos planos de elementos pré-fabricados de concreto considerando a deformabilidade das ligações**. São Carlos, 1998. Dissertação (mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

STANTON, J.F., ANDERSON, R.G., DOLAN, C., McCLEARY, D.E. Moment resistant connections and simple connections. **PCI SPECIAL RESEARCH PROJECT N 1/ 4**, PRECAST /PRESTRESSED CONCRETE INSTITUTE. Chicago, 1986. 436 p.

## 2.8 Bibliografia Complementar

ELLIOTT, K.S. et al. Can precast concrete structures be designed as semi-rigid frames? Part 1 – the experimental evidence. **The Structural Engineer**, v.81, n.16, p.14-27, Aug 1998.

ELLIOTT, K.S. et al. Can precast concrete structures be designed as semi-rigid frames? Part 2 – analytical equations & column effective length factors. **The Structural Engineer**, v.81, n.16, p.28-37, Aug 1998.

EUROPEAN COOPERATION IN THE FIELD OF SCIENTIFIC AND TECHNICAL RESEARCH, (COST 1). **Control of the semi-rigid behaviour of civil engineering structural connections**. Proceedings of the international conference – September 1998. Liège, European Union Publication, 1999.



# Capítulo 3

## Modelos Constitutivos do Concreto

---

Este capítulo é dedicado a uma breve descrição dos modelos constitutivos<sup>1</sup> fundamentados na Mecânica do Dano Contínuo utilizados nas análises computacionais. Principia pela justificativa da abordagem da Mecânica do Dano Contínuo, passando à discussão dos modelos efetivamente empregados (modelo de Mazars e modelo de La Borderie), finalizando com a exposição dos parâmetros necessários para a sua utilização. Os resultados dos ensaios numéricos são expostos no **Capítulo 6 – Análises Estáticas** e no **Capítulo 7 – Análises Dinâmicas**.

### 3.1 Introdução

#### 3.1.1 O Concreto

O concreto é um material constituído por elementos inertes (os agregados) unidos entre si por uma pasta de cimento. As propriedades deste produto final dependem, ao mesmo tempo, da composição e da qualidade da pasta, das características

---

<sup>1</sup> Define-se uma lei ou modelo constitutivo como uma relação mecânico-matemática que descreve uma idéia do comportamento tensão-deformação do material.

dos agregados e do produto que se formou na interface pasta-agregado (a zona de transição). Em função de sua origem residir em diferentes materiais, e das reações químicas e térmicas que se sucedem, o concreto é um material de natureza complexa:

- Heterogêneo;
- Que apresenta defeitos internos, variáveis na forma, dimensão e orientação, manifestados na forma de fissuras, poros e vazios, mesmo antes da aplicação de qualquer carga externa;
- De resposta não simétrica quando solicitado à tração, em relação à compressão;
- De propriedades mecânicas mutáveis pela microfissuração progressiva;
- Influenciável por fatores externos, como a taxa de carregamento e as condições de temperatura e umidade;
- Que pode apresentar deformações permanentes, cessada a atuação das forças, em função do processo de evolução das microfissuras.

Todos estes aspectos dificultam a formulação de um modelo constitutivo geral para o concreto, pois sua resposta macroscópica não-linear física apenas reflete as mudanças irreversíveis que se procedem em sua microestrutura.

Mesmo em face destas dificuldades, diversos modelos têm sido propostos, baseados na Teoria da Elasticidade, Teoria da Plasticidade, Mecânica da Fratura e Mecânica do Dano, dentre outras. PROENÇA (1988), ÁLVARES (1993) e PITUBA (1998) fazem uma ampla exposição de diversos modelos constitutivos para o concreto.

### 3.1.2 A Mecânica do Dano

O trabalho de Kachanov, datado de 1958, pode ser considerado como aquele que lançou os fundamentos da Mecânica do Dano (“Damage Mechanics”). Posteriormente, a denominada Mecânica do Dano Contínuo (“Continuum Damage Mechanics”) foi formalizada com base na Termodinâmica dos Processos Irreversíveis por Lemaitre e Chaboche, em 1985, cujo objetivo é prever, com suficiente precisão, a resposta não-linear de estruturas submetidas a ações externas mecânicas e térmicas.

A Mecânica do Dano Contínuo permite considerar os efeitos do processo de deterioração no comportamento mecânico macroscópico de meios contínuos, valendo até os limites da Mecânica da Fratura. A diferença básica entre a primeira e a segunda

teoria, é que a Mecânica da Fratura lida com defeitos discretos do material, enquanto a Mecânica do Dano considera microfissuras continuamente distribuídos no sólido e em regiões dele (Figura 3.1).

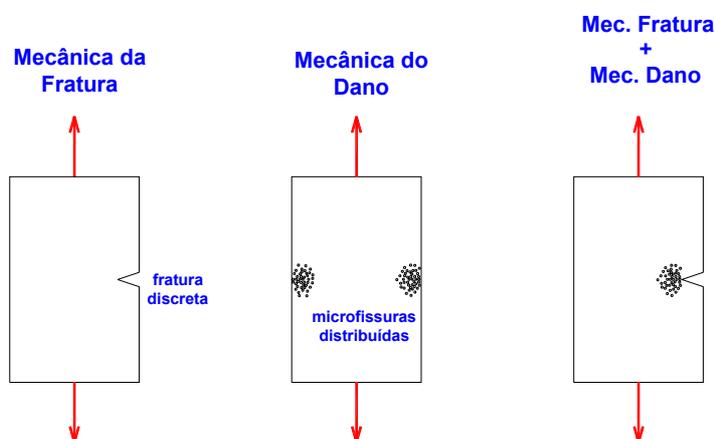


Figura 3.1. Ilustração dos enfoques das Mecânicas da Fratura e do Dano.

Segundo a Mecânica do Dano, as equações constitutivas devem ser formuladas incluindo-se uma variável, chamada variável de dano, que quantifica o processo de microfissuração difusa do material numa etapa preliminar à formação das microfissuras, relacionando-se, portanto, com a danificação média do material em nível de microescala.

Assim, a teoria do dano descreve a evolução local do processo de deterioração do material partindo de uma configuração inicial discreta, sem defeitos, até um estado final onde fissuras discretas ou microfissuras possam ser observadas e as variáveis internas de dano são relacionadas diretamente a uma redução progressiva de propriedades do material, tais como o módulo de elasticidade. Em consequência desta aproximação, o meio deteriorado pode ser tratado como um contínuo de rigidez e/ou resistência reduzida (amolecimento ou “softening”).

No caso do concreto, um material no qual a fissuração é o fenômeno mais ativo e que comanda o comportamento não-linear, a Mecânica do Dano é capaz de formular modelos constitutivos adequados.

### 3.1.3 Os Modelos Constitutivos

Podem ser classificados em isótopos (ou escalares) e anisótopos<sup>2</sup>, segundo a variável de dano usada. Os primeiros são conceitualmente mais simples, a variável de dano é de natureza escalar, eles possuem a vantagem de ser necessário apenas um número reduzido de parâmetros a identificar, mas sua utilidade pode ser limitada, no contexto mais geral dos problemas. Desta categoria foi utilizado o modelo de Mazars.

Os modelos anisótopos possuem fundamentação teórica mais densa, a variável de dano é de natureza tensorial (a fim de considerar as diferenças dependentes do plano de análise), e uma de suas principais vantagens é a de permitir a simulação da anisotropia induzida por deformações anelásticas.

## 3.2 O Modelo de MAZARS

### 3.2.1 Considerações Iniciais

O modelo proposto originalmente por MAZARS (1984) fundamenta-se em algumas evidências experimentais observadas em ensaios uniaxiais de corpos-de-prova de concreto, envolvendo um número relativamente pequeno de parâmetros (cinco, no total). Admite as seguintes hipóteses fundamentais:

- 1) O dano, no contexto local, é devido à existência de extensões (alongamentos) das componentes de deformação principal – pelo menos uma delas –, caracterizadas pelo sinal positivo ( $\varepsilon_i > 0$ );
- 2) O dano é idealizado como isótopo, embora análises experimentais demonstrem que o mesmo provoca uma anisotropia do concreto – tal material pode, todavia, ser realmente considerado como isótopo em uma fase inicial;
- 3) O dano é representado pela variável escalar  $D$  ( $0 \leq D \leq 1$ ), a qual representa e quantifica o estado local de deterioração do material, e cuja evolução ocorre

---

<sup>2</sup> De acordo com o Dicionário Houaiss da Língua Portuguesa, 1ª ed., 2001, os termos anisotrópico e anisótopo são sinônimos, introduzidos na língua portuguesa em 1899 e 1909, respectivamente. Analogamente correlaciona os termos isotrópico e isótopo.

quando um valor de referência para a expressão do alongamento equivalente é superado;

- 4) O concreto danificado comporta-se como um meio elástico. Assim, as deformações permanentes são desprezadas – sejam elas de natureza plástica ou viscosa ou induzidas pelo próprio processo de danificação –, embora tais deformações sejam evidentes nos experimentos com fases de descarregamento (Figura 3.2).

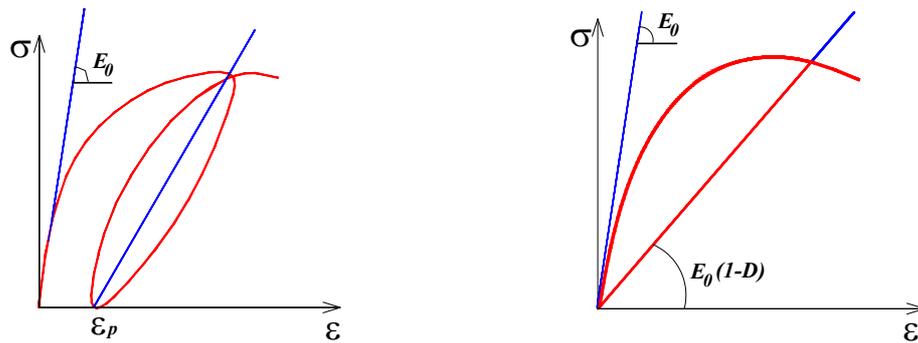


Figura 3.2. Comportamento do concreto:  
a) experimental; b) modelo constitutivo idealizado

### 3.2.2 Variáveis de Dano

O estado de extensão local caracteriza-se por um alongamento, ou deformação equivalente, expresso em função das partes positivas das componentes principais da deformação (hipótese 1):

$$\tilde{\varepsilon} = \sqrt{\langle \varepsilon_i \rangle_+^2} \quad i = 1, 2, 3 \quad (3.1)$$

onde  $\varepsilon_i$  é uma componente de deformação principal e  $\langle \varepsilon_i \rangle_+$  é a sua parte positiva definida por:

$$\langle \varepsilon_i \rangle_+ = \frac{1}{2} [\varepsilon_i + |\varepsilon_i|] \quad (3.2)$$

Neste modelo adota-se que o dano se inicia quando a deformação equivalente, eq. (3.1), atinge um valor de deformação de referência  $\varepsilon_{d0}$  (hipótese 3), determinado

em ensaios de tração uniaxial, e correspondente à tensão máxima obtida no experimento (Figura 3.3).

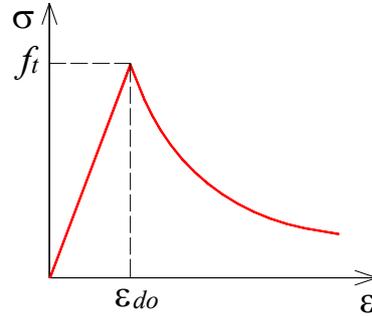


Figura 3.3. Representação de  $\epsilon_{d0}$  na curva  $\sigma \times \epsilon$ .

Para o caso unidimensional, tem-se:

$$\epsilon_{d0} = \frac{f_t}{E} \tag{3.3}$$

$f_t$  = resistência à tração do concreto;

$E$  = módulo de elasticidade.

Para um estado mais complexo de deformação, o critério de dano é expresso por:

$$f(\tilde{\epsilon}, D) = \tilde{\epsilon} - S(D) \leq 0 \quad \text{com} \quad S(0) = \epsilon_{d0} \tag{3.4}$$

$D$  = variável escalar que representa o dano;

$S(D)$  = função que assume o valor máximo de  $\tilde{\epsilon}$ , a partir do instante em que  $\tilde{\epsilon} > \epsilon_{d0}$ .

A eq.(3.4) caracteriza no espaço das deformações principais, no caso em que  $f(\tilde{\epsilon}, D) = 0$ , e daí  $\tilde{\epsilon} = S(D) = \sqrt{\langle \epsilon_1 \rangle_+^2 + \langle \epsilon_2 \rangle_+^2 + \langle \epsilon_3 \rangle_+^2}$ , uma superfície de um quarto de esfera de raio  $S(D)$ , que limita os estados de deformação sem evolução do dano.

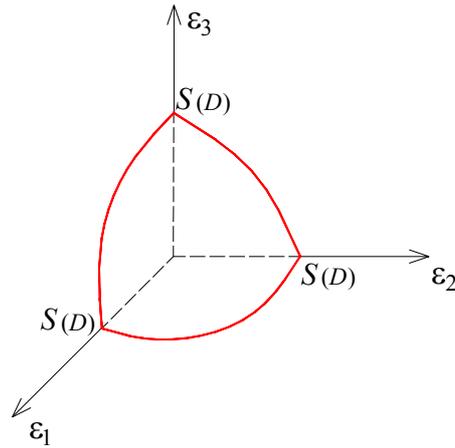


Figura 3.4. Espaço das deformações principais.

Devido à não-simetria da resposta do concreto à tração e à compressão<sup>3</sup>, porém focando-se nas situações uniaxiais independentemente, definem-se duas variáveis escalares (independentes)  $D_T$  e  $D_C$ , cujos valores dependem do alongamento equivalente e de parâmetros do material.

As relações que permitem determinar tais variáveis resultam de ajustes sobre as curvas  $\sigma \times \varepsilon$  obtidas em ensaios uniaxiais de tração e compressão. Considerando-se um carregamento crescente ou radial, as variáveis de dano  $D_T$  e  $D_C$  podem ser determinadas da seguinte maneira:

$$D_T(\tilde{\varepsilon}) = 1 - \frac{\varepsilon_{d0}(1 - A_T)}{\tilde{\varepsilon}} - \frac{A_T}{e^{[B_T(\tilde{\varepsilon} - \varepsilon_{d0})]}} \quad (3.5)$$

$$D_C(\tilde{\varepsilon}) = 1 - \frac{\varepsilon_{d0}(1 - A_C)}{\tilde{\varepsilon}} - \frac{A_C}{e^{[B_C(\tilde{\varepsilon} - \varepsilon_{d0})]}} \quad (3.6)$$

$A_T$ ,  $B_T$  = parâmetros característicos do material em tração uniaxial;

$A_C$ ,  $B_C$  = parâmetros característicos do material em compressão uniaxial;

$\varepsilon_{d0}$  = deformação elástica limite.

Todos os parâmetros são determinados em ensaios de deformação controlada.

<sup>3</sup> Tal comportamento não simétrico é facilmente percebido observando-se apenas a evolução das fissuras nos ensaios de tração e compressão. Na tração as fissuras desenvolvem-se perpendicularmente ao esforço, enquanto que na compressão as fissuras desenvolvem-se paralelamente. A hipótese de isotropia adotada (hipótese 2) não inviabiliza que o modelo considere a não simetria existente entre os comportamentos de tração e compressão.

A fim de abranger estados mais complexos de tensão, mas preservando-se as características dos casos uniaxiais, o modelo propõe uma variável de dano definida por uma combinação linear de  $D_T$  e  $D_C$ .

$$D = \alpha_T D_T + \alpha_C D_C \quad (3.7)$$

$$\alpha_T + \alpha_C = 1 \quad (3.8)$$

Os coeficientes  $\alpha_T$  e  $\alpha_C$  assumem valores no intervalo fechado  $[0,1]$ , representando a contribuição de solicitações à tração e à compressão para o estado local de extensão (suas expressões podem ser vistas em PAULA; 2001 ou PITUBA; 1998). Evidentemente,  $\alpha_T = 1$  para tração uniaxial e  $\alpha_C = 1$  para compressão uniaxial. De forma geral, em termos de relação tensão-deformação, o dano escalar afeta direta e igualmente todas as componentes do tensor de rigidez elástica.

Finalmente, na sua forma secante, a relação constitutiva é expressa por:

$$\boldsymbol{\sigma} = (1 - D) \mathbf{D}_0 \cdot \boldsymbol{\varepsilon} \quad (3.9)$$

$\mathbf{D}_0$  = tensor elástico do material íntegro.

MAZARS (1984) propõe limites de variação para cada um dos parâmetros, obtidos a partir da calibração com resultados experimentais.

$$0,7 \leq A_T \leq 1 \quad (3.10)$$

$$10^4 \leq B_T \leq 10^5 \quad (3.11)$$

$$1 \leq A_C \leq 1,5 \quad (3.12)$$

$$10^3 \leq B_C \leq 2 \times 10^3 \quad (3.13)$$

$$10^{-5} \leq \varepsilon_{d0} \leq 10^{-4} \quad (3.14)$$

### 3.2.3 Análise da Influência dos Parâmetros na Curva $\sigma \times \varepsilon$

Na Figura 3.5, Figura 3.6 e Figura 3.7 ilustram-se a influência da variação individual dos parâmetros  $A_T$ ,  $B_T$  e  $\varepsilon_{d0}$  na curva  $\sigma \times \varepsilon$ , caso de esforço uniaxial de tração.

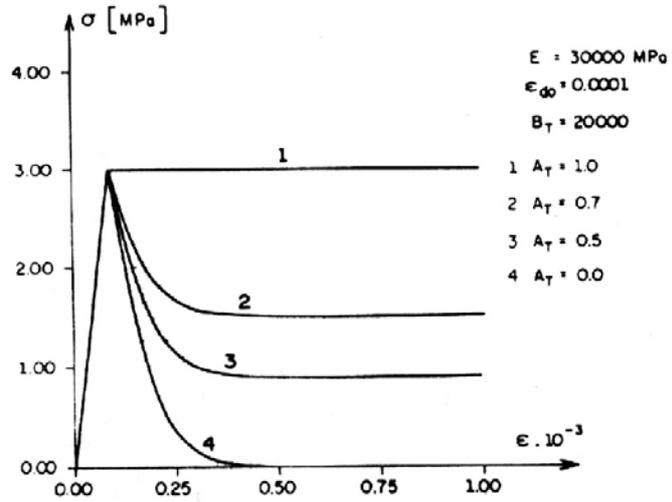


Figura 3.5. Influência de  $A_T$  na curva  $\sigma \times \epsilon$  (ÁLVARES; 1993).

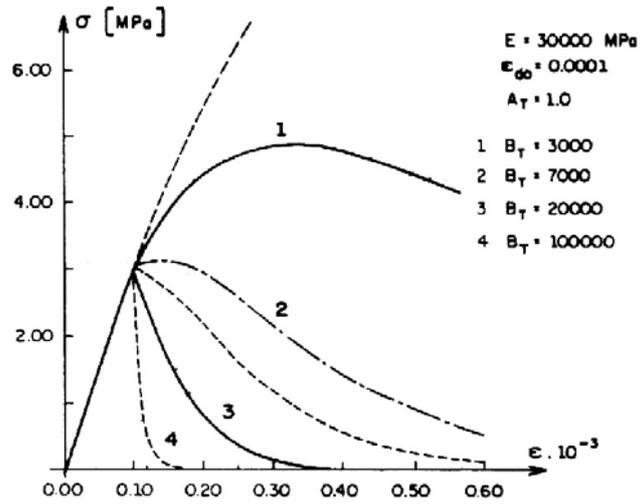


Figura 3.6. Influência de  $B_T$  na curva  $\sigma \times \epsilon$  (ÁLVARES; 1993).

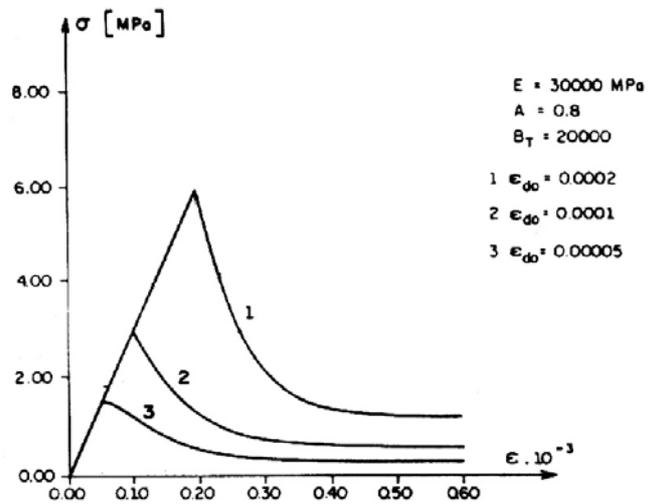


Figura 3.7. Influência de  $\epsilon_{d0}$  na curva  $\sigma \times \epsilon$  (ÁLVARES; 1993).

**OBSERVAÇÕES:**

- a)  $A_T$  influencia a inclinação inicial do trecho não-linear e o valor da assíntota;
- b)  $B_T$  afeta o sinal da inclinação inicial do trecho não-linear e o valor de pico da curva  $\sigma \times \varepsilon$ , relacionando-se com a energia de fratura por unidade de área do concreto;
- c)  $\varepsilon_{d0}$  interfere no ponto de início e na inclinação inicial do trecho não-linear, e no valor da assíntota, sendo a variável de maior influência na curva  $\sigma \times \varepsilon$ .

Na Figura 3.8 e na Figura 3.9 ilustram-se a influência da variação dos parâmetros  $A_C$  e  $B_C$  na curva  $\sigma \times \varepsilon$ , caso de esforço uniaxial de compressão.

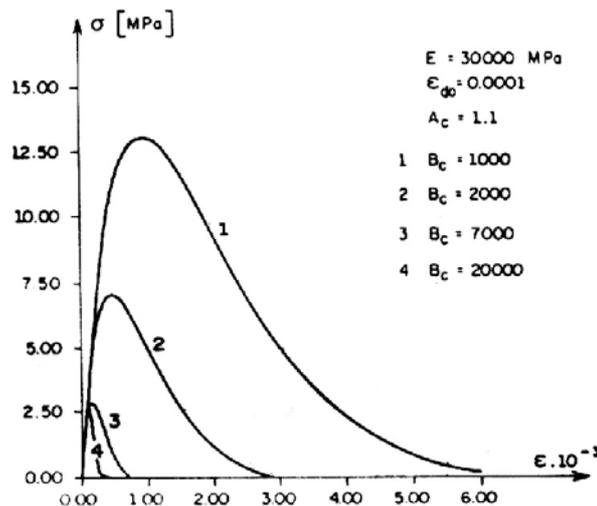


Figura 3.8. Influência de  $B_C$  na curva  $\sigma \times \varepsilon$  (ÁLVARES; 1993).

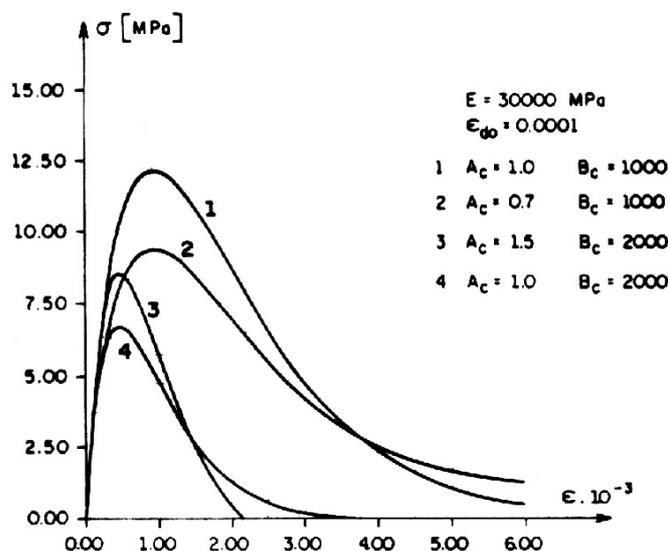


Figura 3.9. Influência de  $A_C$  e  $B_C$  na curva  $\sigma \times \varepsilon$  (ÁLVARES; 1993).

**OBSERVAÇÕES:**

- d)  $B_C$  influencia a inclinação inicial do trecho não-linear e o valor de pico;
- e)  $A_C$  afeta o valor de pico e levemente a inclinação do trecho não-linear.

### 3.3 O Modelo de LA BORDERIE

#### 3.3.1 Considerações Iniciais

O modelo é adequado principalmente às situações de solicitações cíclicas com inversão de sinal, e leva em conta o aspecto unilateral<sup>4</sup> da resposta do material, através da definição de duas variáveis representativas do dano em tração ( $D_1$ ) e do dano em compressão ( $D_2$ ), as quais são independentes (no modelo de MAZARS, estas variáveis correlacionavam-se através de uma combinação linear). Um ou outro processo de danificação é ativado em função do controle sobre o sinal das tensões principais, considerando-se também a existência de deformações anelásticas (diferentemente do modelo de Mazars, em que as deformações se anulavam, cessada a aplicação de forças).

Na formulação do modelo proposto por LA BORDERIE (1991) define-se um conjunto de variáveis de estado e de variáveis associadas, conforme a Tabela 3.1.

Tabela 3.1. Variáveis de estado e variáveis associadas do modelo de La Borderie.

	Variáveis de Estado		Variáveis Associadas
	Primária	Interna	
Tensão	$\sigma$		$\varepsilon$
Dano 1		$D_1$	$Y_1$
Dano 2		$D_2$	$Y_2$
Encruamento 1		$z_1$	$Z_1$
Encruamento 2		$z_2$	$Z_2$

$D_1, D_2$  = variáveis de dano;

<sup>4</sup> Aspecto unilateral é o efeito de recuperação da rigidez pelo fechamento das fissuras, em virtude da inversão do sinal do carregamento.

$Y_1, Y_2$  = variáveis associadas a  $D_1$  e  $D_2$ , respectivamente, interpretadas como a taxa de energia liberada durante o processo de evolução do dano;

$Z_1, Z_2$  = variáveis associadas a  $z_1$  e  $z_2$ , respectivamente, que controlam o processo de encruamento e estão inseridas nas funções representativas dos critérios de danificação;

### OBSERVAÇÃO

Para estas variáveis, e todas as outras, os índices 1 e 2 estão relacionados aos esforços de tração e compressão, respectivamente.

### 3.3.2 Variáveis de Dano

A relação entre as variáveis de estado e as associadas é dada por um potencial de estado do qual derivam as relações constitutivas. Para este modelo, adota-se o potencial de energia livre de Gibbs ( $\chi$ ) como o potencial de estado, expresso por:

$$\begin{aligned} \chi = \chi(\boldsymbol{\sigma}, D_1, D_2, z_1, z_2) = & \frac{\boldsymbol{\sigma}^+ : \boldsymbol{\sigma}^+}{2E(1-D_1)} + \frac{\boldsymbol{\sigma}^- : \boldsymbol{\sigma}^-}{2E(1-D_2)} + \frac{\nu}{2E} (\boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{\sigma} - \text{Tr}^2(\boldsymbol{\sigma})) + \\ & + \frac{\beta_1 D_1}{E(1-D_1)} f(\text{Tr}(\boldsymbol{\sigma})) + \frac{\beta_2 D_2}{E(1-D_2)} \text{Tr}(\boldsymbol{\sigma}) + \\ & + G_1(z_1) + G_2(z_2) \end{aligned} \quad (3.15)$$

$\boldsymbol{\sigma}^+, \boldsymbol{\sigma}^-$  = partes positiva e negativa do tensor de tensões;

$\text{Tr}(\boldsymbol{\sigma})$  = primeiro invariante do tensor de tensões;

$E$  = módulo de elasticidade do material íntegro ( $D_1 = D_2 = 0$ );

$\nu$  = coeficiente de Poisson do material íntegro;

$\beta_1, \beta_2$  = parâmetros anelásticos, a serem identificados;

$f(\text{Tr}(\boldsymbol{\sigma}))$  = função que controla as condições de abertura e de fechamento da “fissura”;

$G_1(z_1), G_2(z_2)$  = funções de encruamento.

Na eq. (3.15), e seguintes, a operação matemática “:” representa uma contração dupla de índices característica de um produto interno entre tensores de segunda ordem. As variáveis associadas às variáveis de dano podem ser expressas da seguinte forma:

$$Y_1 = \frac{\partial \chi}{\partial D_1} = \frac{\boldsymbol{\sigma}^+ : \boldsymbol{\sigma}^+ + 2\beta_1 f(\boldsymbol{\sigma})}{2E(1-D_1)^2} \quad (3.16)$$

$$Y_2 = \frac{\partial \chi}{\partial D_2} = \frac{\boldsymbol{\sigma}^- : \boldsymbol{\sigma}^- + 2\beta_2 \text{Tr}(\boldsymbol{\sigma})}{2E(1-D_2)^2} \quad (3.17)$$

As variáveis associadas às variáveis de encruamento são definidas por:

$$Z_i = \frac{\partial G_i(z_i)}{\partial z_i} \quad i = 1, 2 \quad (3.18)$$

A partir de resultados experimentais, pode-se ajustar expressões para  $Z_i$ , as quais resultam:

$$Z_i = \left[ Y_{0i} + \frac{1}{A_i} \left( \frac{D_i}{1-D_i} \right)^{1/B_i} \right] \quad i = 1, 2 \quad (3.19)$$

$Y_{0i}$ ,  $A_i$ ,  $B_i$  = seis parâmetros a serem identificados;

Havendo evolução do dano, pode-se determinar  $D_1$  e  $D_2$  a partir da eq. (3.19).

$$D_i = 1 - \frac{1}{1 + [A_i(Y_i - Y_{0i})]^{B_i}} \quad i = 1, 2 \quad (3.20)$$

LA BORDERIE (1991) reúne os parâmetros em quatro grupos:

- 1) elásticos:  $E$ ,  $\nu$
- 2) de danificação:
  - de tração:  $Y_{01}$ ,  $A_1$ ,  $B_1$
  - de compressão:  $Y_{02}$ ,  $A_2$ ,  $B_2$
- 3) anelásticos:  $\beta_1$ ,  $\beta_2$
- 4) de fechamento de fissura:  $\sigma_f$

#### **OBSERVAÇÕES:**

- a) Os parâmetros elásticos são identificados por ensaios clássicos de compressão simples;

- b) Os parâmetros anelásticos  $\beta_1$  e  $\beta_2$  são determinados por ensaios de tração e compressão com deformação controlada, respectivamente, operando-se ciclos de carregamento e descarregamento;
- c) Da mesma forma, identificam-se os parâmetros relacionados às variáveis de dano;
- d) O parâmetro  $\sigma_f$  é determinado por ensaios que incluem inversão do sinal de sollicitação. Todavia, segundo PITUBA (1998), como os experimentos atuais não realizam uma identificação completa, adota-se esta variável como aproximadamente igual à tensão de ruptura em tração do concreto.

### 3.3.3 Análise da Influência dos Parâmetros na Curva $\sigma \times \varepsilon$

Em relação aos parâmetros  $Y_{01}$ ,  $Y_{02}$ ,  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $B_1$  e  $B_2$ , as seis figuras seguintes ilustram a influência de cada uma delas na relação  $\sigma \times \varepsilon$ . Os ensaios numéricos foram feitos a partir dos seguintes valores de referência:

$$\begin{array}{lll} E = 33.500 \text{ MPa} & \nu = 0,2 & \\ Y_{01} = 3,35 \times 10^{-4} \text{ MPa} & A_1 = 4,00 \times 10^3 \text{ MPa} & B_1 = 1,2 \\ Y_{02} = 1,50 \times 10^{-2} \text{ MPa} & A_2 = 7,00 \text{ MPa}^{-1} & B_2 = 1,5 \\ \beta_1 = 1,00 & \beta_2 = 40,00 & \\ \sigma_f = 3,50 \text{ MPa} & & \end{array}$$

Na Figura 3.10, Figura 3.11 e na Figura 3.12 ilustram-se a influência da variação individual dos parâmetros  $Y_{01}$ ,  $A_1$  e  $B_1$  na curva  $\sigma \times \varepsilon$ , caso de esforço uniaxial de tração.

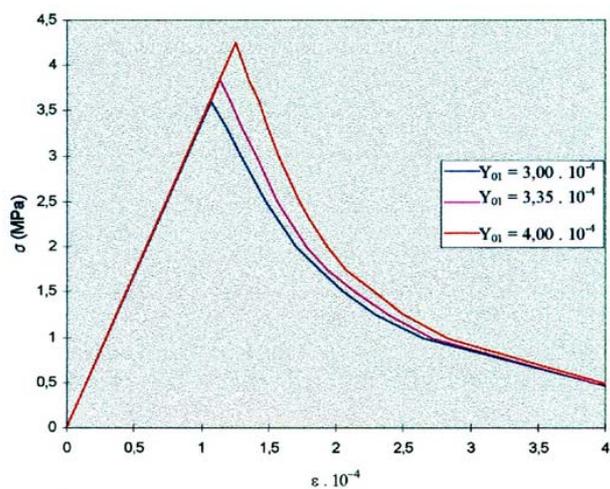


Figura 3.10. Influência de  $Y_{01}$  na curva  $\sigma \times \epsilon$  (PITUBA; 1998).

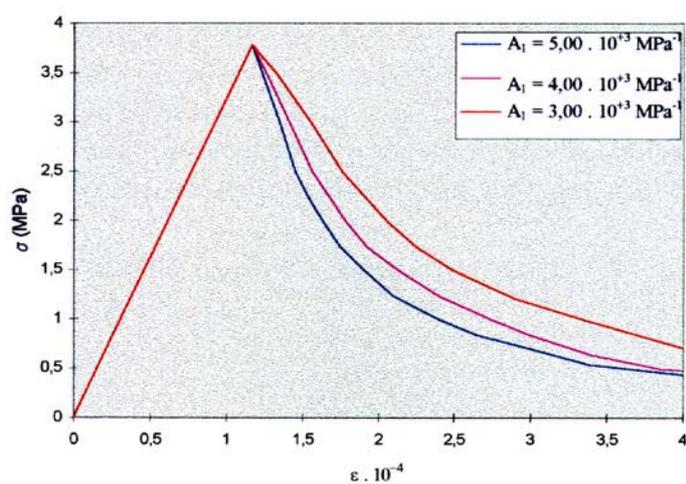


Figura 3.11. Influência de  $A_1$  na curva  $\sigma \times \epsilon$  (PITUBA; 1998).

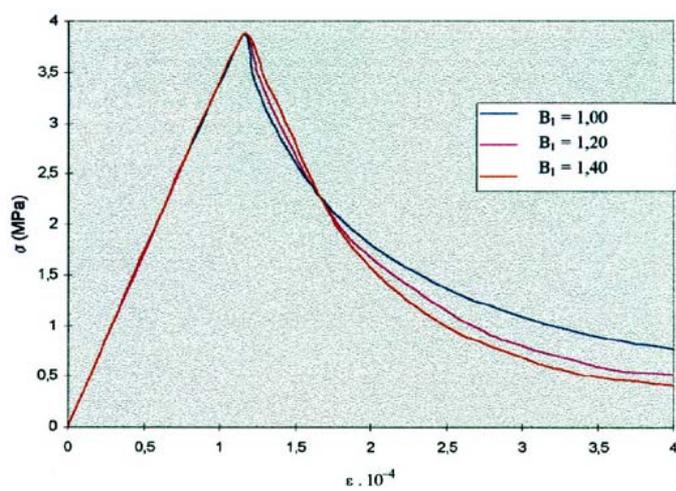


Figura 3.12. Influência de  $B_1$  na curva  $\sigma \times \epsilon$  (PITUBA; 1998).

**OBSERVAÇÕES:**

- a)  $Y_{01}$  influencia o início e a inclinação inicial do trecho não-linear (“softening”);
- b)  $A_1$  afeta a inclinação inicial do trecho não-linear e o valor da assíntota;
- c)  $B_1$  interfere na curvatura do trecho não-linear e no valor da assíntota.

Na Figura 3.13, Figura 3.14 e na Figura 3.15 ilustram-se a influência da variação individual dos parâmetros  $Y_{02}$ ,  $A_2$  e  $B_2$  na curva  $\sigma \times \varepsilon$ , caso de esforço uniaxial de compressão.

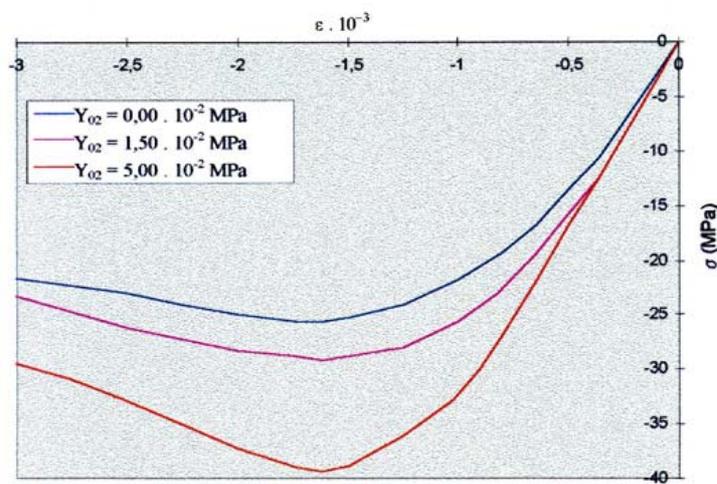


Figura 3.13. Influência de  $Y_{02}$  na curva  $\sigma \times \varepsilon$  (PITUBA; 1998).

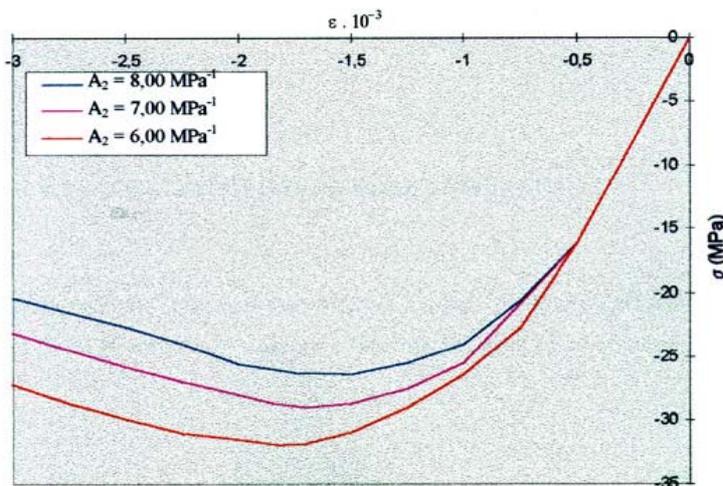


Figura 3.14. Influência de  $A_2$  na curva  $\sigma \times \varepsilon$  (PITUBA; 1998).

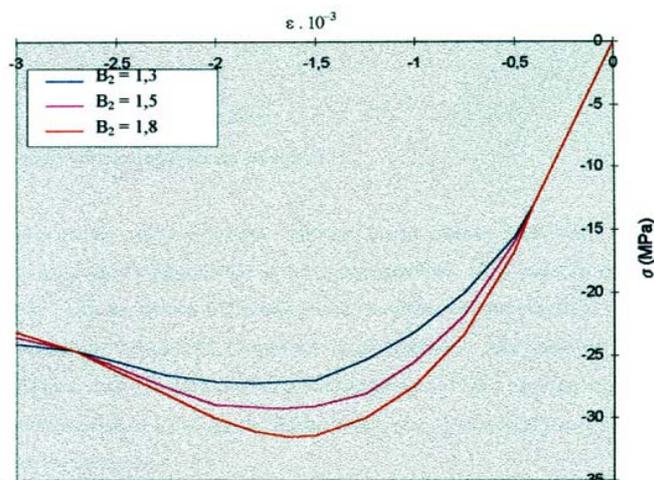


Figura 3.15. Influência de  $B_2$  na curva  $\sigma \times \epsilon$  (PITUBA; 1998).

#### OBSERVAÇÕES:

- d)  $Y_{02}$  afeta o início e a inclinação inicial do trecho não-linear;
- e)  $A_2$  influencia o valor de pico e o valor final de  $\sigma$ ;
- f)  $B_2$  interfere no valor de pico;

### 3.4 Implementação dos Modelos Constitutivos

Para esta tese, não foi elaborado um programa computacional específico baseado no Método dos Elementos Finitos e na Mecânica do Dano, tendo-se utilizado o código desenvolvido por PAULA (2001). Algumas alterações, entretanto, foram realizadas, destacando-se:

- A introdução de ligações semi-rígidas nos apoios, de valor constante ou variável linearmente;
- A possibilidade de solicitar a estrutura com diferentes e sucessivos casos de carregamentos, com ciclos de carga e/ou descarga;
- A possibilidade de considerar diferentes molas para cada um dos casos de cargas

Convencionou-se chamar o programa computacional, no âmbito deste trabalho, de *MECDANO*. As características dos elementos finitos utilizados, a discretização ao

longo da seção transversal, os algoritmos de integração e outras particularidades do programa podem ser consultados em PAULA (2001). Em relação aos ensaios computacionais dinâmicos, também se cita ARAÚJO (2003).

### 3.5 Bibliografia do Capítulo

- ÁLVARES, M.S. **Estudo de um modelo de dano para o concreto: formulação, identificação paramétrica e aplicação com o emprego do método dos elementos finitos**. São Carlos, 1993. Dissertação (mestrado) Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- ARAÚJO, F.A. **Contribuição ao emprego da mecânica do dano para a análise do comportamento dinâmico não-linear de vigas em concreto armado**. São Carlos, 2003. Dissertação (mestrado) Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- KACHANOV, L.M. Time of the rupture process of non-linear solid mechanics. **Otd. Tech. Nauk.**, v.8, p.28-31, 1958.
- LA BORDERIE, C. **Phenomenes unilateraux dans un materiau endommageable: modelisation et application a l'analyse de structures em beton**. Paris, 1991. Tese (doutorado), These de Doctorat, Université Paris.
- LEMAITRE, J.; CHABOCHE, J.L. **Mécanique des matériaux solides**. Paris, Dunod-Bordas, 1985.
- MAZARS, J. **Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non lineaire et à la rupture du béton de structure**. Paris, 1984. Tese (doutorado), PhD Thesis, Université Paris 6.
- PAULA, C.F. **Contribuição ao estudo das respostas numéricas não-lineares estática e dinâmica de estruturas reticuladas planas**. São Carlos, 2001. Tese (doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- PITUBA, J.J.C. **Estudo e aplicação de modelos constitutivos para o concreto fundamentado na mecânica do dano contínuo**. São Carlos, 1998. Dissertação (mestrado) Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- PROENÇA, S.P.B. **Sobre modelos matemáticos do comportamento não-linear do concreto: análise crítica e contribuições**. São Carlos, 1988. Tese (doutorado) Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

### 3.6 Bibliografia Complementar

BUSSAMRA, F.L.S. **Equações constitutivas do concreto baseadas na mecânica do dano contínuo.** São Paulo, 1993. Dissertação (mestrado) Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.

DRIEMEIER, L. **Considerações sobre a fadiga em metais e o comportamento do concreto sob solicitação cíclica.** São Carlos, 1995. Dissertação (mestrado) Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

PITUBA, J.J.C. **Sobre a formulação de um modelo de dano para o concreto.** São Carlos, 2003. Tese (doutorado) Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.



# Capítulo 4

## Análise Modal

---

Este capítulo introduz o tema da Análise Modal, buscando não se superpor às diversas referências disponíveis, mas enfocando os assuntos de maior interesse para esta tese. Além da exposição dos conceitos teóricos, uma aplicação prática empregando-se uma viga metálica é realizada, a fim de ilustrá-los.

### 4.1 Introdução

A análise modal é o processo constituído de técnicas teóricas e experimentais que possibilitam a construção de um modelo matemático representativo do comportamento dinâmico do sistema em estudo, a fim de determinar os seus parâmetros modais (frequências naturais, modos de vibração e fatores de amortecimento modal).

Tais parâmetros são freqüentemente determinados por métodos analíticos, por exemplo, utilizando-se o Método dos Elementos Finitos. Em outras situações, o modelo analítico sequer existe; assim, os parâmetros modais podem ser determinados experimentalmente. Ou, mesmo que ele exista, a abordagem experimental pode servir para a verificação e validação dos resultados do modelo analítico.

De forma mais geral, pode-se analisar as vibrações de um sistema estrutural segundo dois caminhos distintos: 1) a via teórica; e 2) a via experimental. Cada uma destas alternativas pode ser considerada como constituída de três fases (MAIA et al.; 1997 e EWINS; 2000). A Figura 4.1 e a Figura 4.2 ilustram.

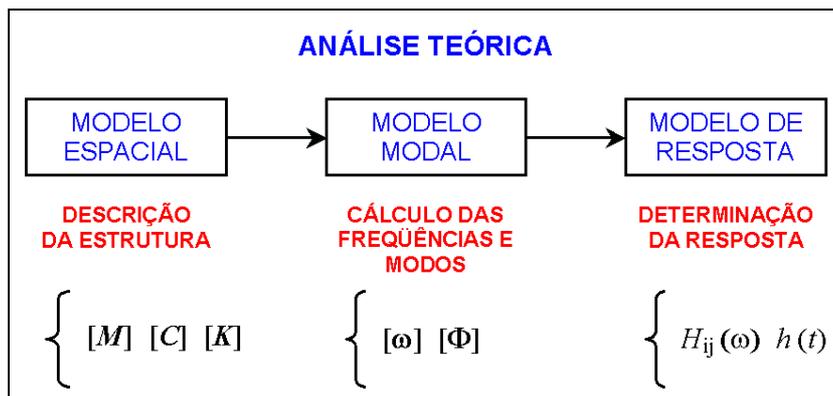


Figura 4.1. Análise teórica das vibrações de um sistema.

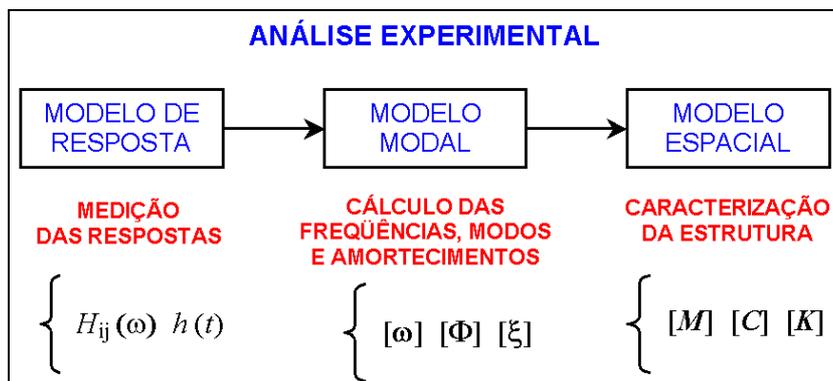


Figura 4.2. Análise experimental das vibrações de um sistema.

## 1) ANÁLISE TEÓRICA

Inicia-se com uma caracterização das propriedades físicas e geométricas da estrutura, geralmente em termos de suas matrizes de massa ( $M$ ), amortecimento ( $C$ ) e rigidez ( $K$ ), as quais definem o **Modelo Espacial**.

Posteriormente, faz-se uma análise modal teórica do Modelo Espacial, determinando o chamado **Modelo Modal**: o conjunto das frequências naturais ( $\omega$ ), seus correspondentes modos de vibração ( $\Phi$ ) e fatores de amortecimento modal ( $\xi$ ), que

juntos constituem os parâmetros modais<sup>1</sup> do sistema. A grande vantagem de se trabalhar no espaço modal é a possibilidade de desacoplar as diversas equações de movimento do sistema, resultando um conjunto de modelos de um grau de liberdade, um para cada modo do modelo de múltiplos graus de liberdade.

A última fase é aquela onde se tem interesse em analisar a resposta da estrutura sob a influência de uma excitação. Embora seja evidente que isto dependa das propriedades estruturais tanto quanto da natureza e intensidade da excitação, é conveniente apresentar a análise da resposta sob uma excitação normalizada. Assim, a partir desta resposta normalizada, a solução de qualquer caso particular pode ser construído. O **Modelo de Resposta** contém o conjunto de soluções em relação às quais as excitações possuem valores unitários, aplicados em determinados pontos da estrutura e para todas as frequências de uma faixa específica de interesse ( $H_{ij}(\omega)$ ). O Modelo de Resposta consiste, portanto, de um conjunto de Funções de Resposta em Frequência (FRFs) ou de Funções de Resposta ao Impulso (FRIs) e das respostas da estrutura ao longo do tempo ( $h(t)$ ).

## 2) ANÁLISE EXPERIMENTAL

Caminho inverso na execução dos três modelos (interdependentes) referidos anteriormente, tem seu início com a medição da resposta da estrutura na forma de FRFs, FRIs e variações  $h(t)$ . Métodos para deduzir as frequências naturais ( $\omega$ ), modos de vibração ( $\Phi$ ) e fatores de amortecimento ( $\xi$ ) são aplicados na seqüência. No limite, é possível deduzir as propriedades espaciais ( $M, C, K$ ) da estrutura através de técnicas de análise apropriadas.

Deve ser observado que nesse modelo de resposta normalmente ocorre uma redução significativa dos graus de liberdade do sistema, em face das dificuldades experimentais, e também limitados pelos pontos de medida definidos para o ensaio experimental. Posteriormente, executa-se uma “expansão” do modelo de resposta a fim de se obter o modelo espacial (via de regra, com um maior número de nós).

Neste trabalho, os dois tipos de análise foram empregados. Construiu-se o modelo espacial dos modelos físicos empregando-se o MEF, daí o modelo modal e, por

---

<sup>1</sup> Também designados por propriedades ou características modais.

último, calculou-se sua resposta quando submetido a diversas excitações. Em paralelo, foram realizados ensaios experimentais e medidas as respostas a fim de se construir o modelo modal. Com a determinação dos parâmetros modais, pode-se reanalisar as estruturas e levar a termo o processo de identificação estrutural. Este é um processo de alimentação e retroalimentação contínua, culminando em dados mais precisos e confiáveis.

## 4.2 Análise Teórica

A determinação do modelo modal exige o conhecimento prévio das características físicas da estrutura, dadas através das matrizes de massa, de amortecimento e de rigidez do sistema, que constituem seu modelo espacial. Estas matrizes são obtidas usando-se técnicas de discretização, sendo o Método dos Elementos Finitos a mais usada.

### 4.2.1 O Modelo Modal

O movimento de um sistema contínuo, considerado linear, já discretizado em  $N$  graus de liberdade, pode ser descrito por um sistema de equações diferenciais de segunda ordem (as equações de movimento).

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C} \dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K} \mathbf{x}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (4.1)$$

$\mathbf{M}$  = matriz de massa, de ordem  $N \times N$ ;

$\mathbf{C}$  = matriz de amortecimento, de ordem  $N \times N$ ;

$\mathbf{K}$  = matriz de rigidez, de ordem  $N \times N$ ;

$\ddot{\mathbf{x}}$  = vetor das acelerações nas coordenadas generalizadas, de ordem  $N \times I$ ;

$\dot{\mathbf{x}}$  = vetor das velocidades nas coordenadas generalizadas, de ordem  $N \times I$ ;

$\mathbf{x}$  = vetor dos deslocamentos nas coordenadas generalizadas, de ordem  $N \times I$ ;

$\mathbf{f}$  = vetor das forças externas, de ordem  $N \times I$ ;

A partir deste ponto omitir-se-á a indicação da dependência no tempo dos vetores de deslocamento, velocidade, aceleração e força, com a intenção de simplificar a notação.

Para a obtenção do modelo modal, considera-se a resposta livre não amortecida do sistema estrutural. A eq. (4.1) resulta:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{K} \mathbf{x} = \mathbf{0} \quad (4.2)$$

A solução geral da eq. (4.2), para condições iniciais não nulas, é dada por uma combinação linear de soluções do tipo:

$$\mathbf{x} = \boldsymbol{\phi} e^{\lambda t} \quad (4.3)$$

$\boldsymbol{\phi}$  = vetor de elementos reais, de ordem  $N \times I$ , chamado de vetor modal, representa um modo de vibração do sistema;

$\lambda$  = número imaginário.

Destaca-se, neste ponto, a influência da aproximação adotada para o modelo de amortecimento<sup>2</sup> na resposta do sistema estrutural. No caso acima (sem amortecimento), ou em sistemas com amortecimento proporcional<sup>3</sup>, os modos de vibração ( $\boldsymbol{\phi}$ ) são reais. O caso mais geral ocorre em sistemas não-conservativos, quando a matriz de amortecimento do sistema é do tipo não proporcional, resultando os modos de vibração em vetores de números complexos.

Retornando à eq. (4.3) e substituindo-a em (4.2), tem-se:

$$(\lambda^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}) \boldsymbol{\phi} e^{\lambda t} = \mathbf{0} \quad (4.4)$$

que resultará em solução não-nula (a nula é a trivial) se e somente se:

$$\det(\lambda^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}) = 0 \quad (4.5)$$

<sup>2</sup> Existem diversos modelos para representar o amortecimento da estrutura, destacando-se o viscoso, o estrutural (histerético) e o de Coulomb. Uma sucinta e didática exposição, e sua aplicação aos modelos de elementos finitos, pode ser encontrada em INMAN (2002) e LESIEUTRE (2002).

<sup>3</sup> O amortecimento proporcional é do tipo viscoso em que a matriz de amortecimento  $\mathbf{C}$  pode ser definida como uma combinação linear de  $\mathbf{M}$  e  $\mathbf{K}$ :  $\mathbf{C} = a_0 \mathbf{M} + a_1 \mathbf{K}$ .

A eq. (4.5), conhecida como a equação característica do sistema, constitui-se em um problema de autovalor, existindo  $N$  autovalores  $\lambda_r$  que a satisfaz. Os autovalores, assim determinados, definem as frequências naturais do sistema não-amortecido:

$$\lambda_r = i \omega_r \quad (4.6)$$

$\omega_r$  = r-ésima frequência natural do sistema;

A substituição de  $\lambda_r$  (4.6) na eq. (4.4) resulta num autovetor ( $\phi_r$ ) de elementos reais correspondente ao r-ésimo modo de vibração do sistema não amortecido. Assim, a cada frequência natural  $\omega_r$  associa-se um modo de vibrar  $\phi_r$  obtido mediante a solução do sistema homogêneo que satisfaz.

$$(\mathbf{K} - \omega_r^2 \mathbf{M}) \phi_r = \mathbf{0} \quad (4.7)$$

Os vetores modais do sistema podem ser agrupados em uma matriz  $N \times N$ , denominada matriz modal ( $\Phi$ ), onde cada coluna desta matriz corresponde a um modo de vibração. Os autovalores, frequências naturais quadráticas, podem ser agrupados em uma matriz diagonal  $N \times N$ , chamada de matriz dos autovalores ( $\Omega$ ).

$$\Phi = [\phi_1 \quad \phi_2 \quad \cdots \quad \phi_N] = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \cdots & \phi_{1N} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \cdots & \phi_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{N1} & \phi_{N2} & \cdots & \phi_{NN} \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \omega_2^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \omega_N^2 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

O modelo modal da estrutura não amortecida consiste, assim, das frequências naturais e dos modos de vibração do sistema de  $N$  graus de liberdade.

Para sistemas não-conservativos, a matriz modal resulta não desacoplada, implicando na existência de  $N$  pares de autovalores complexos conjugados  $\lambda_r$  :

$$\lambda_r = \pm i \omega_r \quad (4.10)$$

A cada um destes autovalores, correspondem modos de vibração, que surgem em pares complexos conjugados. O modelo modal consiste das seguintes matrizes:

$$\Phi = [\phi_1 \quad \phi_1^* \quad \phi_2 \quad \phi_2^* \quad \cdots \quad \phi_N^*] \quad (4.11)$$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_1^* & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_2^* & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_N^* \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

onde  $\phi_r^*$  e  $\lambda_r^*$  são, respectivamente, os autovetores e os autovalores complexos conjugados. Importa observar que a matriz modal (4.11) é de ordem  $N \times 2N$ .

A eq (4.13) relaciona o autovalor  $\lambda_r$  em função dos parâmetros modais:

$$\lambda_r = -\xi_r \omega_r + i \omega_{D_r} \quad (4.13)$$

$\xi_r$  = taxa de amortecimento do r-ésimo modo;

$\omega_{D_r}$  = frequência natural amortecida do r-ésimo modo.

## 4.2.2 Condições de Ortogonalidade

Pode-se estudar o modelo modal da estrutura empregando-se as propriedades de ortogonalidade (CLOUGH; PENZIEN; 1993 e CRAIG; 1981):

$$\Phi^T M \Phi = m \quad (4.14)$$

$$\Phi^T K \Phi = k \quad (4.15)$$

$$\mathbf{m} = \text{matriz modal de massa (matriz diagonal), } \mathbf{m} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & m_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & m_N \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{k} = \text{matriz modal de rigidez (matriz diagonal), } \mathbf{k} = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & k_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & k_N \end{bmatrix}.$$

Se a matriz de amortecimento  $\mathbf{C}$  for expressa como uma combinação de  $\mathbf{M}$  e  $\mathbf{K}$  (amortecimento proporcional ou de Rayleigh):

$$\mathbf{C} = a_0 \mathbf{M} + a_1 \mathbf{K} \quad (4.16)$$

então a matriz  $\mathbf{C}$  também pode ser diagonalizada pelo princípio da ortogonalidade.

$$\Phi^T \mathbf{C} \Phi = \mathbf{c} \quad (4.17)$$

$$\mathbf{c} = \text{matriz modal de amortecimento (matriz diagonal), } \mathbf{c} = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & c_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & c_N \end{bmatrix};$$

Se, por outro lado, os modos de vibração forem normalizados pelas massas modais:

$$\hat{\phi}_r = \frac{1}{\sqrt{m_r}} \phi_r \text{ onde } m_r = \Phi_r^T \mathbf{M} \Phi_r \quad (4.18)$$

$\hat{\phi}_r$  é o  $r$ -ésimo modo de vibração, normalizado em relação à  $r$ -ésima massa modal  $m_r$ .

Na forma matricial:

$$\hat{\Phi} = \Phi \begin{bmatrix} 1/\sqrt{m_1} \\ \vdots \\ 1/\sqrt{m_r} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

finalmente, resulta:

$$\hat{\Phi}^T \mathbf{M} \hat{\Phi} = \mathbf{I} \quad (4.20)$$

$$\hat{\Phi}^T \mathbf{K} \hat{\Phi} = \mathbf{\Omega} \quad (4.21)$$

$$\hat{\Phi}^T \mathbf{C} \hat{\Phi} = \begin{bmatrix} 2 \zeta_1 \omega_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 2 \zeta_2 \omega_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 2 \zeta_N \omega_N \end{bmatrix} = \mathbf{\Xi} \quad (4.22)$$

$\mathbf{I}$  = matriz identidade;

$\mathbf{\Omega}$  = matriz dos autovalores;

$\mathbf{\Xi}$  = matriz de termos de amortecimento;

### 4.2.3 O Conceito de FRF

Admite-se, agora, que o sistema é amortecido e sujeito à ação de forças externas, consideradas nulas todas as condições iniciais.

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K} \mathbf{x} = \mathbf{f} \quad (4.23)$$

Admite-se, também, que o vetor de força de excitação seja composto de uma única força harmônica de entrada, aplicada em um único ponto da estrutura:

$$\mathbf{f} = \mathbf{F} e^{i\omega t} \text{ com } \mathbf{F} = \{ 0 \quad \cdots \quad F_q \quad \cdots \quad 0 \} \quad (4.24)$$

$F_q$  = amplitude da força senoidal aplicada na q-ésima coordenada generalizada.

Baseado na hipótese de linearidade do sistema, e assumindo que o sistema vibre em um movimento harmônico simples, adota-se que a resposta tenha a seguinte forma:

$$\mathbf{x} = \mathbf{X} e^{i\omega t} \quad (4.25)$$

$\mathbf{X}$  = vetor de ordem  $N \times 1$ , independente no tempo e de amplitudes complexas.

A equação de movimento resulta:

$$[-\omega^2 \mathbf{M} + i \omega \mathbf{C} + \mathbf{K}] \mathbf{X} e^{i\omega t} = \mathbf{F} e^{i\omega t} \quad (4.26)$$

Re-arranjando a equação, tem-se:

$$\mathbf{X} = [(-\omega^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}) + i \omega \mathbf{C}]^{-1} \mathbf{F} \quad (4.27)$$

onde a matriz  $[(-\omega^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}) + i \omega \mathbf{C}]^{-1}$  é denominada matriz da Função de Resposta em Frequência (FRF),  $\mathbf{H}(\omega)$ , de ordem  $N \times N$ . Um elemento qualquer desta matriz pode ser definido como:

$$H_{pq}(\omega) = \frac{X_p}{F_q} \quad (4.28)$$

Todavia, esse procedimento de cálculo para a obtenção da FRF envolve a inversão de uma matriz em cada frequência, tornando-se o processo inviável pelo custo operacional, e ineficiente, se apenas alguns elementos forem desejados.

Por este motivo, faz-se uso das propriedades modais do sistema. Assim, da eq. (4.27) tem-se:

$$[(-\omega^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}) + i \omega \mathbf{C}] = \mathbf{H}^{-1}(\omega) \quad (4.29)$$

Pré-multiplicando ambos os lados de (4.29) por  $\hat{\Phi}^T$  e, igualmente, pós-multiplicando por  $\hat{\Phi}$  (definidas segundo a eq. (4.18)), resulta:

$$\hat{\Phi}^T [(-\omega^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}) + i \omega \mathbf{C}] \hat{\Phi} = \hat{\Phi}^T \mathbf{H}^{-1}(\omega) \hat{\Phi} \quad (4.30)$$

Impondo, agora, as propriedades expressas em (4.20), (4.21), e (4.22):

$$[(-\omega^2 \mathbf{I} + \mathbf{\Omega}) + i \omega \mathbf{\Xi}] = \hat{\Phi}^T \mathbf{H}^{-1}(\omega) \hat{\Phi} \quad (4.31)$$

ou

$$\mathbf{H}(\omega) = \hat{\Phi} [(-\omega^2 \mathbf{I} + \mathbf{\Omega}) + i \omega \mathbf{\Xi}]^{-1} \hat{\Phi}^T \quad (4.32)$$

Lembrando que ao ser utilizada a matriz modal  $\hat{\Phi}$  para a ortogonalização, as matrizes resultam diagonais. Assim, cada termo de  $\mathbf{H}(\omega)$  corresponderá a:

$$\mathbf{H}(\omega) = \hat{\Phi} [(-\omega^2 + \omega_r^2) + i 2 \xi_r \omega_r \omega]^{-1} \hat{\Phi}^T \quad (4.33)$$

Considerando-se que no processo de superposição modal assume-se que a resposta final do sistema é um somatório das respostas nos  $N$  modos de vibração individuais, é possível definir a matriz FRF da seguinte forma:

$$\mathbf{H}(\omega) = \sum_{r=1}^N \frac{\hat{\boldsymbol{\phi}}_r \hat{\boldsymbol{\phi}}_r^T}{[(-\omega^2 + \omega_r^2) + i 2 \xi_r \omega_r \omega]} \quad (4.34)$$

Expressa-se cada um de seus elemento por:

$$H_{pq}(\omega) = \sum_{r=1}^N \frac{\hat{\phi}_{rp} \hat{\phi}_{rq}}{[(-\omega^2 + \omega_r^2) + i 2 \xi_r \omega_r \omega]} \quad (4.35)$$

ou, lembrando que  $\hat{\boldsymbol{\Phi}} = \boldsymbol{\Phi} \left[ \frac{1}{\sqrt{m_r}} \right]$ , caso se utilize uma matriz modal qualquer, e não necessariamente aquela normalizada pelas massas modais:

$$H_{pq}(\omega) = \sum_{r=1}^N \frac{\phi_{rp} \phi_{rq}}{m_r [(-\omega^2 + \omega_r^2) + i 2 \xi_r \omega_r \omega]} \quad (4.36)$$

$\phi_{rp}$  e  $\phi_{rq}$  são o  $p$ -ésimo e o  $q$ -ésimo elemento, respectivamente, do  $r$ -ésimo vetor representativo do modo de vibração;

$H_{pq}(\omega)$  representa a FRF de transferência, resposta no ponto  $p$  devido a uma excitação no ponto  $q$ . Se os pontos  $p$  e  $q$  forem coincidentes, a FRF chama-se de ponto ( $H_{pp}(\omega)$ ).

$$H_{pp}(\omega) = \sum_{r=1}^N \frac{\phi_{pp}^2}{m_r [(-\omega^2 + \omega_r^2) + i 2 \xi_r \omega_r \omega]} \quad (4.37)$$

Em todo o desenvolvimento anterior, as respostas do sistema são indicadas em termos do deslocamento. A FRF  $\mathbf{H}(\omega)$  é chamada de matriz de receptância (ou admitância), também designada por  $\mathbf{R}(\omega)$ .

As relações entre a FRF de receptância  $\mathbf{R}(\omega)$  (que relaciona a resposta em termos de deslocamentos) com a FRF de mobilidade  $\mathbf{M}(\omega)$  (que relaciona a resposta

em termos de velocidades) e com a FRF de aceleração (ou inertância)  $A(\omega)$  (que relaciona a resposta em termos de acelerações) são:

$$M_{pq} = i\omega R_{pq} \quad (4.38)$$

$$A_{pq} = -\omega^2 R_{pq} \quad (4.39)$$

A mobilidade  $M_{pq} = M_{pq}(\omega)$  é definida como a relação entre a velocidade da estrutura no ponto  $p$  pela força de excitação unitária atuante no ponto  $q$ , e a aceleração  $A_{pq} = A_{pq}(\omega)$  é definida como a relação entre a aceleração da estrutura no ponto  $p$  pela força de excitação unitária atuante no ponto  $q$ .

Por fim, define-se que a FRF é uma matriz que relaciona a saída (resposta) do sistema por cada unidade de entrada (excitação). No domínio da frequência é possível escrever:

$$\mathbf{X}(\omega) = \mathbf{H}(\omega) \mathbf{F}(\omega) \quad (4.40)$$

## 4.3 Análise Experimental

### 4.3.1 Aplicações

McCONNELL (1995) define o ensaio de vibração como a arte e a ciência de medir e compreender a resposta de uma estrutura quando exposta a um ambiente dinâmico específico; e, se necessário, simular este ambiente de uma maneira tal, garantindo satisfatoriamente, que a estrutura irá subsistir, ou funcionar adequadamente, quando exposta a este mesmo ambiente dinâmico sob condições reais.

Baseado em EWINS (2000) e McCONNELL (1995), pode-se apontar uma série de aplicações da análise modal:

- elaboração, verificação, calibração, ajuste e correção de modelos teóricos e numérico-computacionais;
- desenvolvimento e qualificação de um produto;
- verificação da integridade estrutural e confiabilidade;

- amostragem de produção;
- monitoramento das condições de funcionamento.

### 4.3.2 Hipóteses Básicas

Existem quatro hipóteses básicas, nas quais se fundamenta a Análise Modal Experimental, para o estudo de qualquer sistema estrutural:

- 1) A estrutura é linear. A resposta da estrutura a qualquer combinação de forças, simultaneamente aplicadas, é a soma das respostas individuais de cada uma das forças, atuando sozinha.
- 2) A estrutura é invariante no tempo. Os parâmetros modais são constantes no tempo.
- 3) A estrutura obedece o teorema de reciprocidade de Maxwell. Esse teorema estabelece relação direta dos deslocamentos generalizados com as forças generalizadas que os provocaram, atuantes em pontos distintos da estrutura, independente de sua ordem de aplicação.
- 4) A estrutura é observável. As medidas de entrada e de saída que são feitas contém informações suficientes para gerar um modelo de comportamento adequado para a estrutura.

### 4.3.3 A Determinação dos Parâmetros Modais

O processo de determinar os parâmetros modais a partir dos dados experimentais envolve diversas fases, e o sucesso deste processo depende da correta avaliação dos erros e precisões de cada uma das etapas.

ALLEMANG; BROWN (2002) sistematizam estas fases da seguinte maneira:

1. Teoria da análise modal;
2. Métodos da Análise Modal Experimental;
3. Aquisição dos dados modais;
4. Estimativa dos parâmetros modais;
5. Apresentação e validação dos dados modais.

A Figura 4.3 é a representação de todas as fases do processo de análise modal experimental, considerando uma estrutura simples – uma viga livre-livre – discretizada em diversos nós, apresentados apenas os três primeiros modos de vibração.

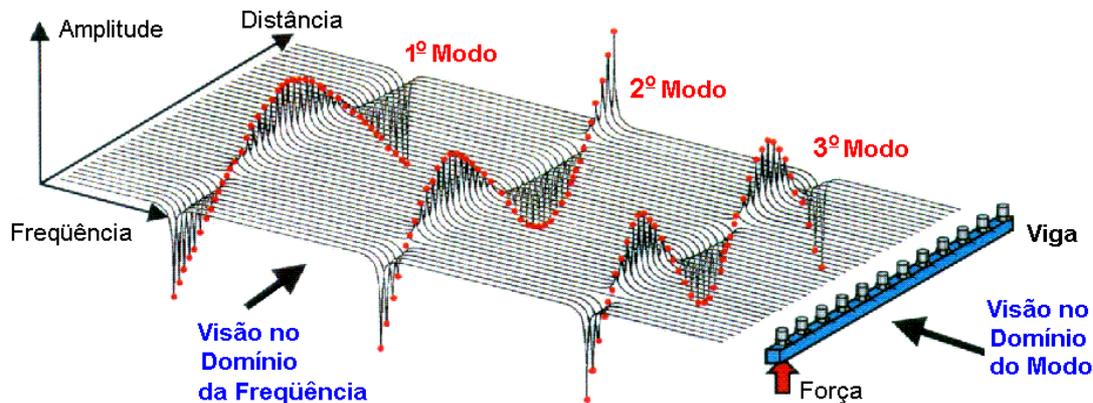


Figura 4.3. Análise modal de uma viga livre-livre (Brüel & Kjaer; 2004).

Após o ensaio experimental, calcula-se a FRF, um conjunto de números complexos associados, cada um deles, a uma frequência de excitação. Construir a curva módulo da FRF versus a frequência (Figura 4.4) é uma tarefa simples. Os picos da FRF indicam as frequências naturais (Figura 4.5).

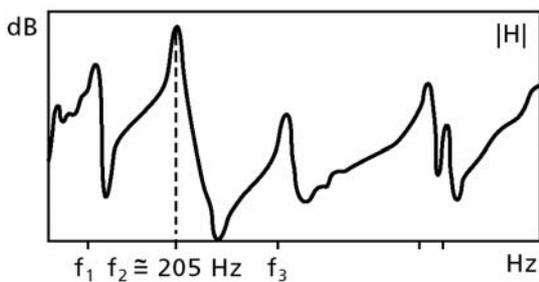


Figura 4.4. FRF da viga.

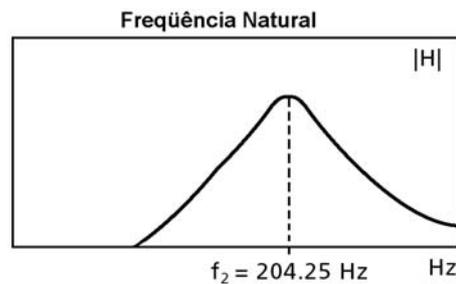


Figura 4.5. Determinação das frequências.

Para a extração do modo de vibração, considera-se, agora, apenas a parte imaginária, ou real, dos números da FRF, dependendo de se trabalhar com gráficos de aceleração ou mobilidade, respectivamente (as curvas de mobilidade são comuns quando se utiliza sismômetros, cujas respostas são expressas em velocidade)<sup>4</sup>.

Considerando acelerações (mais comuns), observam-se as partes imaginárias das FRFs. Assim, fixando-se em uma certa frequência de excitação, verifica-se para

<sup>4</sup> As expressões (4.38) e (4.39) permitem entender a observação dos números reais ou imaginários, para cada um dos casos.

cada ponto onde foi fixado um sensor (uma FRF distinta), esse valor medido. Ele corresponde à coordenada do modo de vibração neste ponto, e a diferença de fase entre a força de excitação e a resposta (em fase ou em oposição) indica o sinal da coordenada: se é para cima ou para baixo. Evidentemente, todos os valores das coordenadas serão normalizados, no final, e o sinal (positivo ou negativo), indicando o traçado para cima ou para baixo, é uma mera convenção.

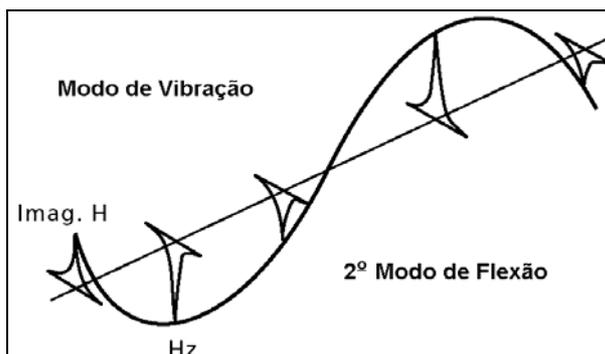


Figura 4.6. Determinação do modo de vibração.

O amortecimento pode ser estimado em função da inclinação dos picos da FRF. Quanto mais agudos, menor o amortecimento (Figura 4.7).

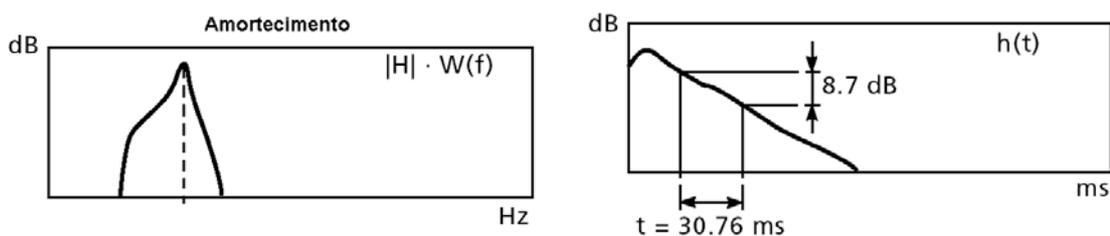


Figura 4.7. Determinação do amortecimento.

A Figura 4.4, Figura 4.5, Figura 4.6 e Figura 4.7 apresentadas são baseadas nas imagens de GADE et al. (2004).

#### 4.3.3.1 Exemplo de Aplicação

Uma aplicação prática em uma estrutura simples, mas didática, foi realizada. Uma pequena viga metálica (dimensões:  $b = 5,10$  cm;  $h = 1,266$  cm;  $L = 63,725$  cm; massa = 3,1698 kg) suspensa em fios de nylon para simular a condição livre-livre, foi excitada com um martelo de impacto, medindo-se as FRFs em alguns pontos,

designados de 1 a 5 (na faixa de frequência de 0 a 1000 Hz). A Figura 4.8 ilustra estes pontos, sendo os nós 1 e 5 os extremos, o nó 3 o central, e os nós 2 e 4 situados a uma distância aproximada de 22% de cada extremidade. A Figura 4.8 expõe, ainda, os três primeiros modos de vibração teóricos para a viga livre-livre.

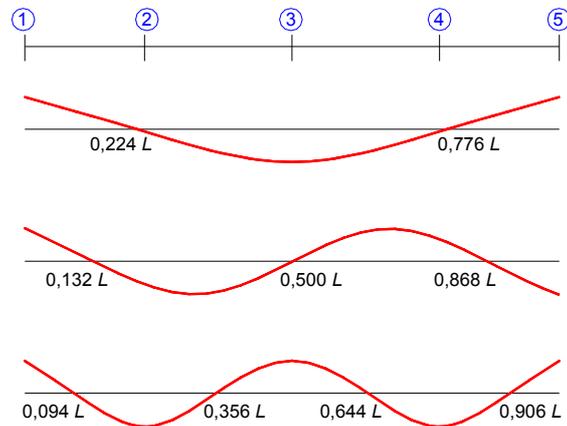


Figura 4.8. Definição dos nós da viga para o ensaio.

A Figura 4.9 e Figura 4.10 mostram, respectivamente, os sinais da excitação imposta e da resposta medida, no domínio do tempo, ambos no nó 1.

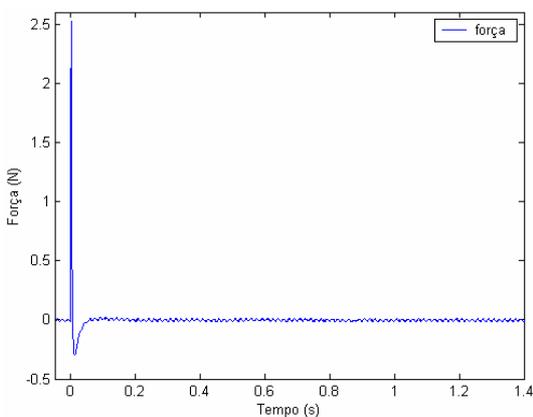


Figura 4.9. Força x tempo.

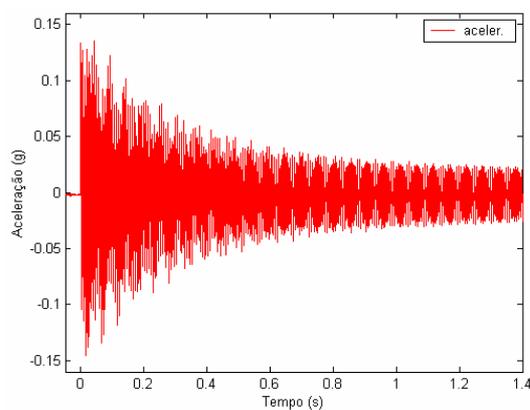
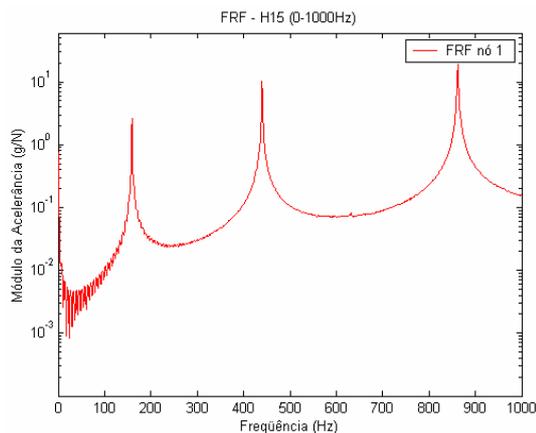
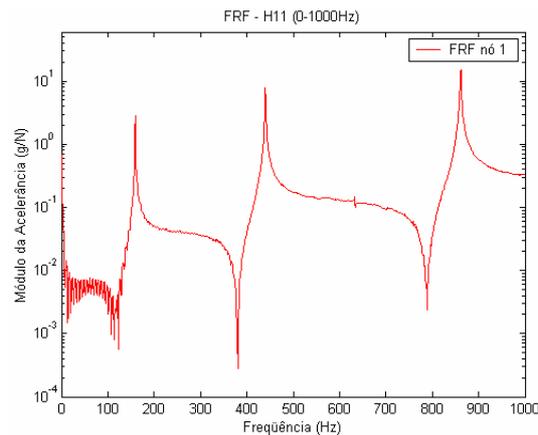


Figura 4.10. Aceleração x tempo.

A Figura 4.11 apresenta a FRF de transferência  $H_{15}$  (resposta no nó 1 e excitação no nó 5). Pode-se constatar as três primeiras frequências naturais, que correspondem a 159 Hz, 440 Hz e 862 Hz. A Figura 4.12 apresenta a FRF de ponto  $H_{11}$  (excitação e resposta no nó 1), podendo-se perceber as mesmas três frequências referentes à ressonância, e mais as frequências referentes às anti-ressonâncias (381 Hz e 789 Hz).

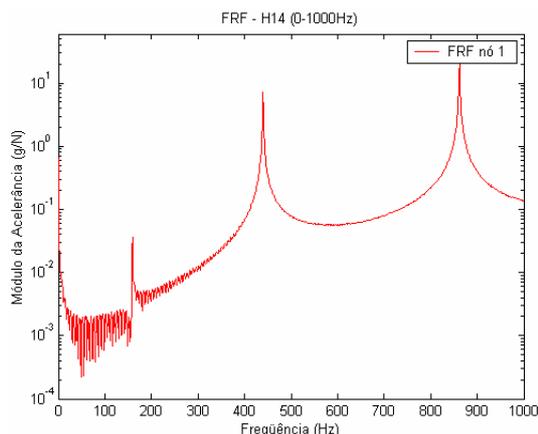
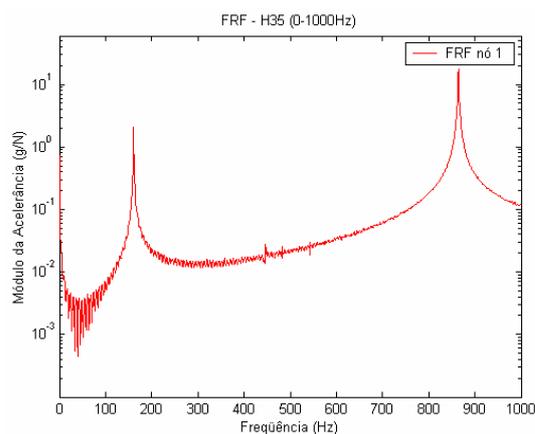
Figura 4.11. FRF  $H_{15}$ .Figura 4.12. FRF  $H_{11}$ .

O conceito de anti-ressonância é diferente, e em certo aspecto exatamente o oposto, do conceito de ressonância. A ressonância ocorre quando a frequência de excitação coincide com uma das frequências naturais do sistema, caracterizando a condição em que um mínimo de excitação é necessário para produzir o máximo de resposta dinâmica. A ressonância é uma propriedade global do sistema, independente do ponto onde a excitação está sendo imposta.

A anti-ressonância está relacionada à situação em que um máximo de magnitude de excitação produz um mínimo de resposta dinâmica. Todavia, a anti-ressonância não é uma propriedade global, mas local, manifestando-se quando a força de excitação possui certa frequência e aplicada em determinado ponto da estrutura. Em suma, a ressonância independe, e a anti-ressonância depende, dos nós considerados para a excitação e medida da resposta do sistema.

A Figura 4.13 apresenta a FRF  $H_{14}$ . Para a primeira frequência natural, o nó 4 é nó modal. Assim, nesta FRF não aparece a indicação do pico correspondente a 159 Hz, mas apenas os de 440 Hz e 862 Hz (na verdade, o primeiro pico se destaca um pouco pelo fato do tamanho do acelerômetro ser relativamente grande em relação à viga). A Figura 4.14, por fim, apresenta a FRF  $H_{35}$ , quando o nó 3 (central da viga) é nó modal. Facilmente observa-se a exclusão desta segunda frequência da FRF.

A determinação dos modos de vibração indicam formas análogas às apresentadas na Figura 4.8.

Figura 4.13. FRF H<sub>14</sub>.Figura 4.14. FRF H<sub>35</sub>.

## 4.4 Técnicas de Análise Modal

A análise modal experimental deve ser realizada levando-se em conta vários aspectos importantes para a determinação precisa da resposta do sistema. Pode-se citar:

- A fixação da estrutura;
- A excitação da estrutura;
- A transdução dos sinais de excitação e resposta;
- O processamento de dados;
- A identificação dos parâmetros modais.

### 4.4.1 Fixação da Estrutura

EWINS (2000) afirma que a primeira decisão a ser tomada, antes mesmo dos ensaios, e em relação a qual muitas vezes não é dada a devida atenção – podendo-se incorrer em degradação das respostas – é sobre a vinculação real da estrutura.

Uma das condições de contorno possíveis pode ser a “livre”. Na verdade, ela não significa livre, de fato, mas em condições elásticas suficientemente suaves para possibilitar esta aproximação, permitindo a estrutura apresentar modos de corpo rígido. Esta alternativa pode ser muito útil se o interesse residir na determinação da massa e das propriedades de inércia da estrutura.

Um outro tipo de condição de contorno é o engaste. Embora isto seja muito simples na modelagem analítica, sua aplicação nos ensaios experimentais é extremamente difícil. É possível, evidentemente, analisar à parte o sistema de apoio e superpor seu efeito na estrutura. Todavia, Ewins (2000) aponta que as coordenadas que envolvem rotação são de difícil medição neste processo.

O autor conclui afirmando que as condições de apoio ideais são as livres, reconhecendo a existência de diversas situações onde elas não são possíveis. Evidentemente, a discussão acima refere-se primordialmente a experimentos conduzidos em laboratório, pois em estruturas civis reais, na maioria das vezes de grandes dimensões e massa, executadas no próprio campo, não é possível um controle absoluto sobre esta forma de fixação.

## 4.4.2 Excitação da Estrutura

### 4.4.2.1 Equipamento de Excitação

Considerando ensaios de laboratório, os equipamentos mais comuns para este fim são os excitadores eletromagnéticos (“shakers”) e os martelos de impacto, cada um possuindo vantagens e desvantagens. Os primeiros são capazes de gerar, entre outras formas de sinais, a excitação senoidal e a aleatória, através do uso de um gerador de sinais apropriado. Como o excitador é fixado à estrutura, algumas precauções tornam-se necessárias. Deve-se minimizar sua influência na resposta do sistema e também garantir que a estrutura seja excitada na direção em que se deseja medir a resposta.

Os martelos de impacto produzem a excitação do tipo transiente, e esta é geralmente imposta manualmente. Pode ser uma forma conveniente e bastante acessível. Sua maior desvantagem está no ruídos introduzidos nas medidas. Quando se deseja excitar a estrutura em vários pontos, o uso do martelo de impacto facilita significativamente o ensaio, enquanto a utilização do “shaker” promoverá um consumo de tempo considerável pela necessidade de novos ajustes quando da mudança de posição e conexão à estrutura.

No caso de ensaios de estruturas civis, in situ, é mais comum a utilização de excitadores rotativos de massa excêntrica (vide Figura 1.1 e Figura 1.2), excitadores eletrodinâmicos, grandes martelos de impacto instrumentados, ou a utilização de excitação operacional: a) veículos monitorados; b) vibrações devido ao vento; ou c)

imposição de um deslocamento inicial, e seu relaxamento brusco, para que a estrutura vibre livremente.

#### 4.4.2.2 Sinais de Excitação

Os tipos mais usados são o senoidal, o aleatório (puro) e o transiente, mas outros mais podem ser citados como o “chirp”, o pseudo aleatório, o aleatório impulsivo (“burst random”) (Figura 4.15).

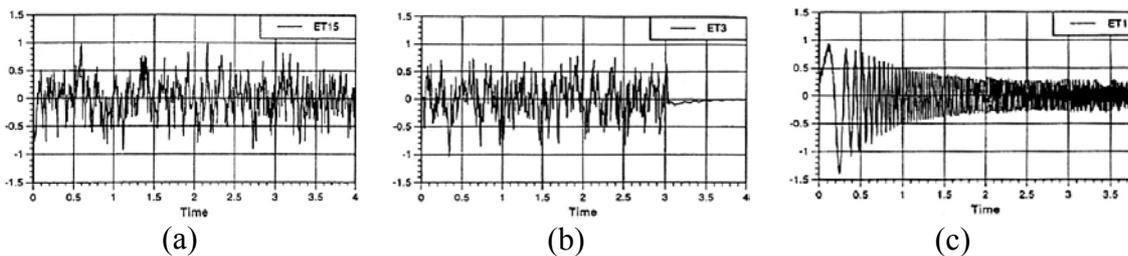


Figura 4.15. Sinais de Excitação: (a) – aleatório; (b) aleatório impulsivo; c) “chirp” (RICHARDSON ; 2001)

A excitação senoidal pode ser feita sintonizando-se as frequências uma a uma, manualmente, ou através de um processo de varredura em uma determinada faixa. Uma de suas grandes vantagens é a possibilidade de se detectar possíveis não-linearidades presentes na estrutura. Como desvantagem, pode-se citar o tempo na aquisição de dados, geralmente longo.

A excitação aleatória é a mais usada, existindo várias formas de executá-la. A excitação aleatória pura usa um sinal contínuo e não repetitivo; a excitação pseudoaleatória é uma seqüência aleatória que se repete periodicamente. Uma desvantagem da excitação aleatória é que ela faz com que os efeitos não-lineares existentes apresentem um comportamento “linearizado” por causa dos cálculos da transformada de Fourier. Esta forma de excitação é bastante suscetível ao fenômeno de “leakage” e requer que a resposta medida seja submetida a um processo de “averaging”, principalmente em frequências baixas.

#### 4.4.3 Aquisição dos Sinais

A resposta deve ser medida com os sensores em vários pontos estrategicamente posicionados, e a partir das medidas de entrada e saída é que se pode determinar as

características dinâmicas em termos de FRFs, no domínio da frequência, ou FRIs, no domínio do tempo.

Geralmente a aquisição é feita com o uso de transdutores piezoelétricos, mas também podem ser usados os piezoresistivos, capacitivos, servo-acelerômetros, sistemas óticos com laser, e até extensômetros elétricos ou transdutores de deslocamento do tipo LVDT (CHU; 2002).

Um dos maiores problemas quando se ensaia uma estrutura civil são as suas baixas frequências, geralmente inviabilizando o uso de acelerômetros piezoelétricos, os mais comuns.

#### 4.4.4 Processamento de Dados

O processamento de dados é feito com analisadores espectrais capazes de fornecer as características de resposta da estrutura no domínio do tempo e da frequência. Para isto, utilizam as técnicas da transformada de Fourier. As FRFs obtidas nas diversas aquisições de dados são submetidas ao processo de “averaging”, pois este procedimento permite reduzir o nível de ruído presente nos dados. A função coerência deve ser calculada para cada aquisição e seu valor deve ser o mais próximo possível de 1, pois isto, entre outras coisas, garante a linearidade entre a excitação e a resposta.

##### 4.4.4.1 Transformada de Fourier

O conceito da série e da integral de Fourier afirma que qualquer função contínua, ou que possui um número finito de descontinuidades, pode ser decomposto em um somatório de termos em seno e cosseno, com amplitudes, fases e períodos específicos. Se a função for discreta, a DFT (“Discrete Fourier Transform”) calcula estes termos para cada frequência discreta. Pode-se considerar que o sinal, originalmente no domínio do tempo, sofre uma transformação para o domínio da frequência. A Figura 4.16 ilustra o desenvolvimento de um sinal no domínio do tempo e sua descrição no domínio da frequência, apresentadas os quatro termos senoidais.

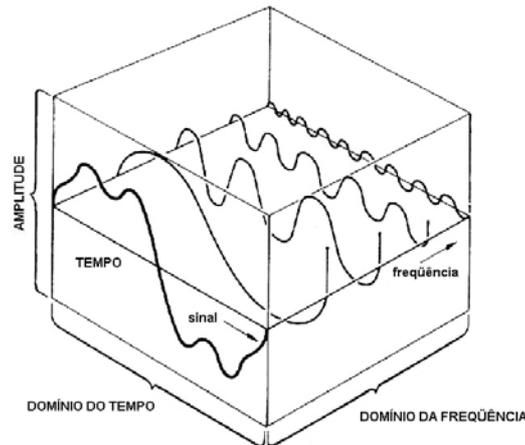


Figura 4.16. Conceito da DFT.  
(baseada em ALLEMANG; BROWN ; 2002)

Os analisadores espectrais, ou analisadores de FFT (“Fast Fourier Transform”) fazem uso dos algoritmos de FFT para determinar os espectros de um sinal. Estes algoritmos são, simplesmente, uma maneira eficiente de calcular a DFT do sinal – a base matemática de qualquer sistema de aquisição de dados. A Figura 4.17 ilustra sinais contínuos no tempo e seus correspondentes espectros. Estes mesmos sinais, agora considerados discretos no tempo, são expostos na Figura 4.18, junto com os seus espectros no domínio da frequência. Uma maior discussão sobre a Transformada de Fourier pode ser encontrada em muitas referências, destacando-se o aspecto didático e multimídia de JOAQUIM; SARTORI (2003).

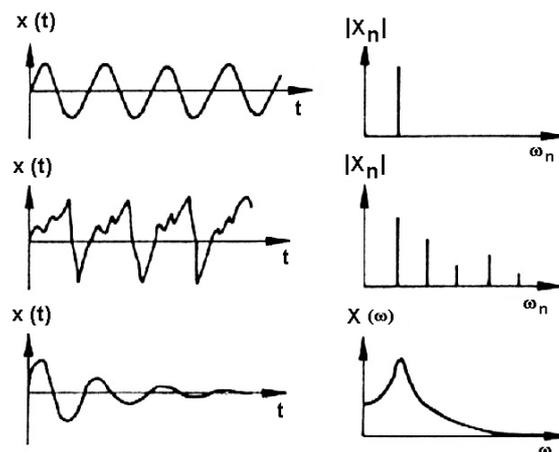


Figura 4.17. Conversão de sinais contínuos do domínio do tempo para o da frequência.  
(baseada em EWINS; 2000)

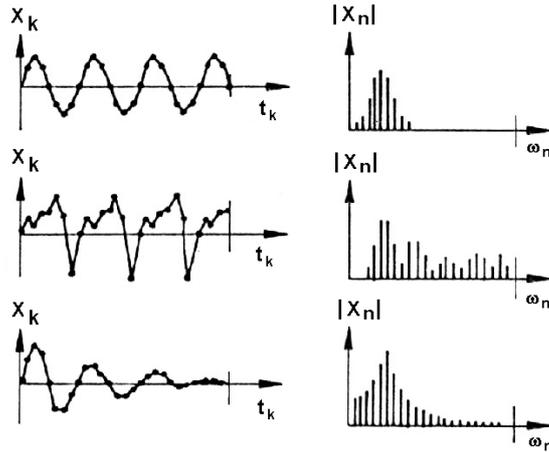


Figura 4.18. Conversão de sinais discretos do domínio do tempo para o da frequência. (baseada em EWINS; 2000)

#### 4.4.4.2 Aliasing

Representa um erro na amostragem do sinal no tempo, consequência de uma taxa de aquisição inferior à necessária. Nestas condições, um sinal de certa frequência apresenta-se como sendo de menor valor e perfil completamente distorcido. A Figura 4.19 apresenta dois sinais contínuos de frequência igual a 3 Hz (A) e 5 Hz (B), e seus sinais discretos afetados pelo fenômeno do “aliasing”. Devido à baixa taxa de aquisição de 4 Hz, os sinais discretos resultam com frequência equivalente a 1 Hz.

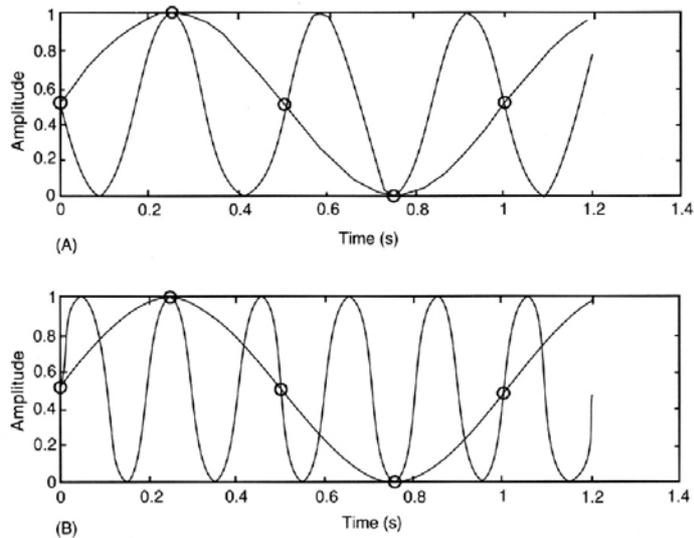


Figura 4.19. Sinais discretos com “aliasing”. (RANDALL; TORDON; 2002)

#### 4.4.4.3 Leakage

O fenômeno de “leakage”, ou vazamento, é um fenômeno que ocorre no cálculo da transformada de Fourier de um dado sinal  $x(t)$  devido à violação da hipótese fundamental da periodicidade requerida pela FFT.

Isto ocorre porque no processo de aquisição captura-se o sinal apenas em um intervalo finito de tempo (uma “janela”), embora o sinal original possa ser maior. Neste caso, como o analisador espectral implicitamente assume que os dados do processo de aquisição correspondam a exatamente um período, de um sinal periódico, acontece o “leakage”. O espectro calculado apresenta-se distorcido, impreciso, e esse erro depende do que foi efetivamente capturado dentro da janela de aquisição.

A Figura 4.20 ilustra este fenômeno para três diferentes sinais senoidais. Em (A) a janela de dados corresponde a um número inteiro exato de períodos, sem violação da hipótese teórica, implicando que sua análise espectral possui apenas uma frequência, o que está correto. Em (B) e (C) existem meio período extra na janela de aquisição, o que produz uma descontinuidade no sinal. As análises espectrais de (B) e (C) demonstram o “leakage”, que se apresenta um pouco menor para frequências intermediárias. As FRFs distorcidas apresentam picos extras de frequência, geralmente muito próximos, tornando difícil sua a correta interpretação.

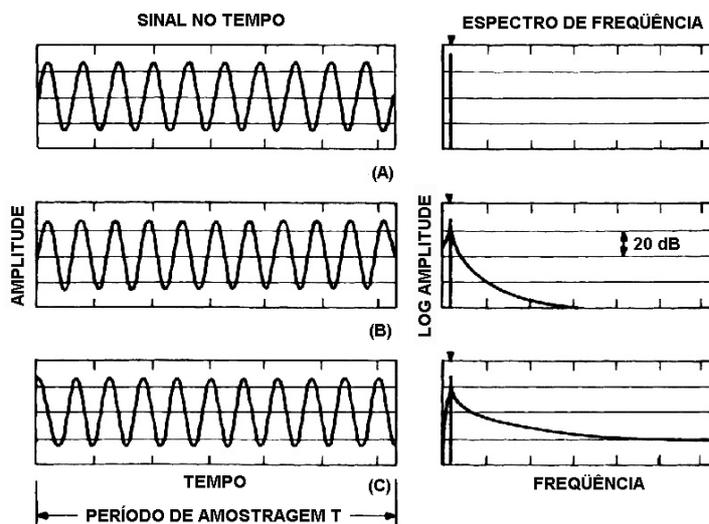


Figura 4.20. Espectro correto e espectro com “leakage”.  
(baseada em RANDALL ; 2002)

#### 4.4.4.4 Processo de Cálculo da Média (“Averaging”)

Quando se analisa a vibração devida a excitações aleatórias, e este é o caso do presente trabalho, é necessário calcular e usar certos parâmetros estatísticos dos sinais

gravados, como a densidade espectral e a função de auto-correlação, utilizadas para caracterizá-los. Também é imprescindível realizar um processo de cálculo da média, que envolve várias aquisições do mesmo sinal, ou várias amostragens do sinal, para que se garanta uma confiabilidade mínima.

Executar a média também acarreta em trabalhar com um sinal de perfil mais claro, suavizado, além da exclusão de ruídos espúrios. Uma desvantagem é que os efeitos não-lineares são “linearizados” por este processo. A Figura 4.21 ilustra a análise de um sinal aleatório cujo espectro foi calculado instantaneamente (A); após uma média de oito espectros (B); após a média de 128 espectros (C).

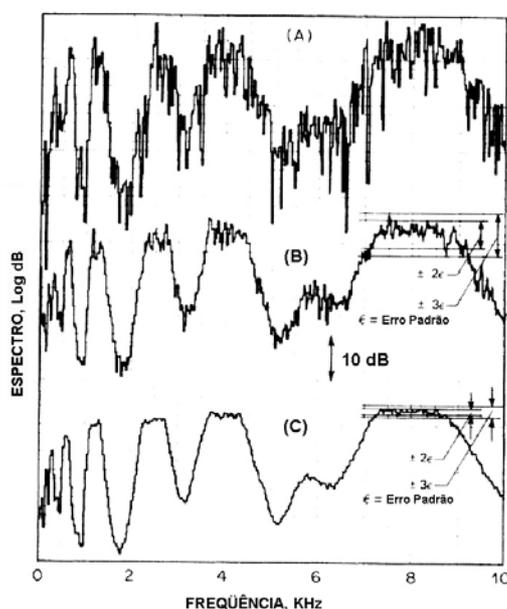


Figura 4.21. Influência do processo de cálculo da média.  
(baseada em RANDALL ; 2002)

#### 4.4.4.5 Função Coerência

Ainda dentro do contexto de uma excitação aleatória, existem estimadores (algoritmos estimadores) chamados  $H_1(\omega)$  e  $H_2(\omega)$  que ponderam os sinais de entrada e saída, minimizando os ruídos e indicando a qualidade da análise.

Pode-se definir uma função de coerência  $\left(\gamma^2(\omega) = H_1(\omega)/H_2(\omega)\right)$  que correlaciona os sinais de força e da resposta em cada frequência, cujo valor oscila entre um e zero. MAIA et al. (1997) afirma que se  $\gamma^2(\omega)$  for menor que a unidade, aconteceu um ou mais dos fatos descritos a seguir – nas vizinhanças dos pontos de ressonância e anti-ressonância, todavia, é natural que a função coerência indique resultados “mal condicionados”.

- Ruídos nas medidas da FRF;
- Erros sistemáticos de resolução no espectro;
- O sistema é não-linear;
- A resposta medida é devida a outra fonte externa além da excitação  $F(t)$  capturada.

#### 4.4.4.6 Janelas de Aquisição

Uma janela de dados é uma função de ponderação em relação a qual os dados de aquisição do sinal serão multiplicados antes dos cálculos da FFT. O objetivo do uso da janela é minimizar os efeitos da descontinuidade do sinal que ocorrem quando apenas um intervalo deste sinal é capturado (“leakage”).

Existem diversas janelas. Para os sinais estacionários, as principais são: Hanning, Kaiser-Bessel e a Flat top. Para os sinais transientes, citam-se a retangular e a exponencial. Segundo McConnell (1995), as janelas podem ser matematicamente definidas por uma função geral:

$$w(t) = a_0 - a_1 \cos(\omega_0 t) + a_2 \cos(2\omega_0 t) - a_3 \cos(3\omega_0 t) + a_4 \cos(4\omega_0 t) \quad (4.41)$$

$w(t)$  é válida no intervalo  $0 < t < T$ , e  $w(t) = 0$  para valores fora do intervalo.

Tabela 4.1. Coeficientes da função “Janela”.

FUNÇÃO	COEFICIENTES				
	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$
Retangular	1	-	-	-	-
Hanning	1	1	-	-	-
Kaiser-Bessel	1	1,298	0,244	0,003	-
Flat top	1	1,933	1,286	0,388	0,032

A Figura 4.22 ilustra o formato de algumas das janelas de aquisição e a Figura 4.23 mostra os seus efeitos sobre um sinal senoidal. Maiores detalhes sobre o assunto podem ser consultadas em McCONNELL (1995) e GADE; HERLUFSEN (1987).

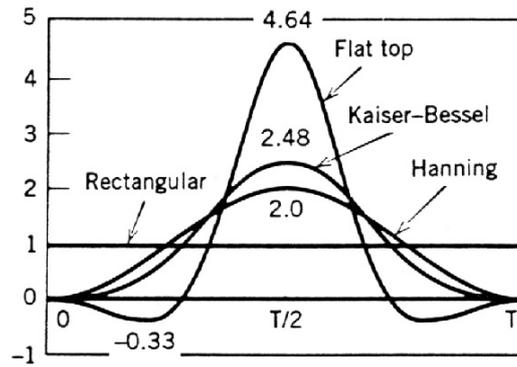


Figura 4.22. Formato de janelas de aquisição.  
(McCONNELL; 1995)

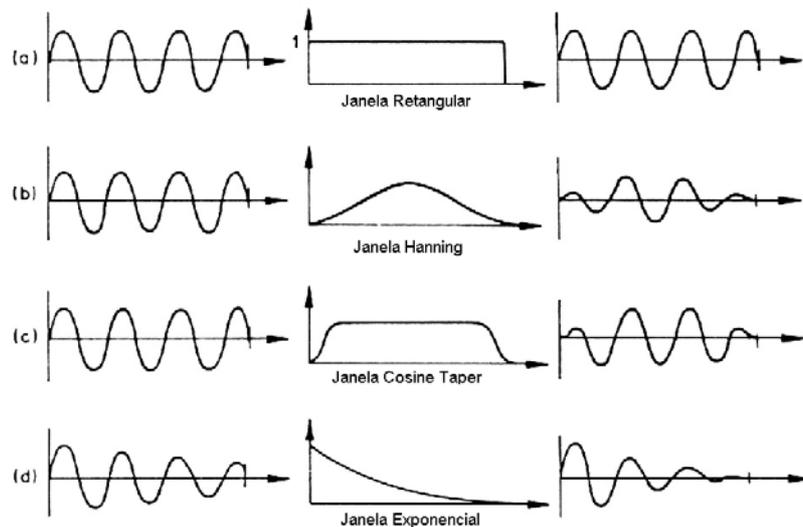


Figura 4.23. Exemplos de janelas e sinal resultante.  
(baseada em EWINS; 2000)

#### 4.4.5 Identificação dos Parâmetros Modais

Estágio posterior ao processamento digital dos dados experimentais, a identificação dos parâmetros modais pode ser realizada tanto no domínio do tempo quanto no domínio da frequência. Segundo VAROTO (1991), os parâmetros modais são geralmente obtidos através do ajuste de curvas aos dados medidos, comumente baseado no método dos mínimos quadrados. A identificação modal pode ser do tipo modo-a-modo, onde cada modo é identificado separadamente, ou multi-modos, onde vários modos são identificados simultaneamente em uma faixa de frequência.

Os métodos de identificação no domínio da frequência usam como dados de entrada a FRF do sistema. Um dos primeiros métodos nesta área foi proposto por

Kennedy e Pancu em 1947<sup>5</sup>, sendo do tipo modo-a-modo, conhecido como método de ajuste do círculo. Desde então, diversos outros processos têm surgido.

A identificação multi-modos no domínio da frequência pode ser feita usando-se duas formas equivalentes da FRF do sistema: a forma polinomial e a forma em frações parciais. Na forma polinomial procura-se ajustar os dados experimentais a uma função de transferência dada pelo quociente de dois polinômios. Um dos primeiros métodos nesta linha foi proposto por Levy em 1959<sup>6</sup>. A forma polinomial não fornece os parâmetros modais diretamente, mas eles são calculados a partir dos coeficientes da função de transferência identificados. Na forma de frações parciais, os parâmetros modais são obtidos diretamente do ajuste de curvas. Entretanto, ela resulta não-linear em relação a alguns dos parâmetros modais procurados.

A identificação dos parâmetros modais no domínio do tempo usa a resposta ao impulso do sistema na extração dos parâmetros modais. Esta resposta é geralmente obtida tomando-se a transformada inversa de Fourier dos dados da FRF do sistema. A grande maioria dos métodos nessa área é baseada no método de aproximações exponenciais de Prony.

Todos os métodos de identificação, tanto no domínio do tempo quanto no da frequência, apresentam uma dificuldade: a determinação da ordem do modelo matemático para a estrutura em estudo. Esta dificuldade é consequência da limitação de modelos discretos usados na análise de sistemas contínuos. Embora as estruturas possuam infinitos graus de liberdade, as aplicações em modelagem de sistemas físicos e os ensaios experimentais requerem apenas alguns modos de vibrar contidos em uma determinada faixa.

O método de identificação utilizado neste trabalho é do tipo multi-modos, no domínio da frequência, implementado em um programa computacional desenvolvido por SILVA et al. (2003). O programa incorpora o algoritmo de identificação sistematizado por VAROTO (1991), que utiliza a técnica de mínimos quadrados, e baseia-se no método de Levy, sendo o modelo de amortecimento utilizado o viscoso.

---

<sup>5</sup> KENNEDY, C.C.; PANCU, C.D.P. Use of vectors in vibration measurements and analysis. **Journal of Aeronautical Sciences**. n.14 (11), p.603-625, 1947.

<sup>6</sup> LEVY, E.C. Complex curve fitting. **IRE Trans. Autom. Control**, AC-4. p.37-43, 1959.

## 4.5 Bibliografia do Capítulo

- ALLEMANG, R.J.; BROWN, D.L. Experimental Modal Analysis. In: HARRIS, C.M.; PIERSOL, A.G., ed. **Harris' shock and vibration handbook**. 5 ed. New York, McGraw-Hill, 2002.
- BRÜEL & KJAER. Introduction to modal testing. **Slides BA 7679-15**, n.6. 2004.
- CHU, A.S. Vibration transducers. In: HARRIS, C.M.; PIERSOL, A.G., ed. **Harris' shock and vibration handbook**. 5 ed. New York, McGraw-Hill, 2002.
- CLOUGH, R.W.; PENZIEN, J. **Dynamics of structures**. 2 ed. McGraw-Hill, 1993.
- CRAIG, R.R. **Structural dynamics: an introduction to computer methods**. John Wiley, 1981.
- EWINS, D.J. **Modal testing: theory, practice and application**. 2.ed. RSP, 2000.
- GADE, S.; HERLUFSEN, H. **Windows to FFT analysis (part I)**. Brüel & Kjaer, Technical Review, n.3. 1987.
- GADE, S.; HERLUFSEN, H.; KONSTANTIN-HANSEN, H. **How to determine modal parameters of simple structures**. Brüel & Kjaer, Application Note, n.3560. Capturado da internet [www.bksv.com](http://www.bksv.com) em Jun 2004.
- INMAN, D. Damping models. In: BRAUN, S; EWINS, D.; RAO, S.S., ed. **Encyclopedia of vibration**. Academic Press, 2002. v.1, p.335-342.
- JOAQUIM, M.B; SARTORI, J.C. **Análise de Fourier**. SEL/EESC/USP, CD-ROM, 2003.
- LESIEUTRE, G.A. Damping in FE models. In: BRAUN, S; EWINS, D.; RAO, S.S., ed. **Encyclopedia of vibration**. Academic Press, 2002. v.1, p.321-327.
- MAIA, N.M.M.; SILVA, J.M.M., ed. **Theoretical and experimental modal analysis**. RSP - John Wiley, 1997.
- McCONNELL, K.G. **Vibration testing: theory and practice**. New York, John Wiley, 1995.
- RANDALL, R.B. Vibration analyzers and their use. In: HARRIS, C.M.; PIERSOL, A.G., ed. **Harris' shock and vibration handbook**. 5 ed. New York, McGraw-Hill, 2002.
- RANDALL, R.B.; TORDON, M.J. Data acquisition. In: BRAUN, S; EWINS, D.; RAO, S.S., ed. **Encyclopedia of vibration**. Academic Press, 2002. v.1, p.364-376.

RICHARDSON, M.H. Structural dynamics measurements. In: EWINS, D.J.; INMAN, D.J., ed. **Structural Dynamics @ 2000: current status and future directions**. RSP, 2001.

SILVA, M.M.; et al. An experimental investigation on the modal characteristics of an off-road competition vehicle chassis. In: CONGRESSO ÍBERO LATINOAMERICANO DE MÉTODOS COMPUTACIONAIS EM ENGENHARIA, 24, Ouro Preto - MG, 2003. **Anais**. /CD-ROM/.

VAROTO, P.S. **Análise modal no domínio da frequência: um método de identificação multimodos**. São Carlos, 1991. Dissertação (mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

VAROTO, P.S. **The rules for the exchange and analysis of dynamic information in structural vibration**. Ames, Iowa, 1996. PhD Thesis – Iowa State University.

## 4.6 Bibliografia Complementar

RADES, M. Resonance and antiresonance. In: BRAUN, S; EWINS, D.; RAO, S.S., ed. **Encyclopedia of vibration**. Academic Press, 2002. v.3, p.1046-1055.

EWINS, D.J. Mode of vibration. In: BRAUN, S; EWINS, D.; RAO, S.S., ed. **Encyclopedia of vibration**. Academic Press, 2002. v.2, p.838-844.

# Capítulo 5

## Programa e Metodologia

---

Neste capítulo descreve-se a concepção dos modelos para o programa experimental e os objetivos que norteiam os ensaios. Justifica-se a escolha de modelos reduzidos tecendo-se comentários sobre a sua representatividade em relação às estruturas em escala real. Também é detalhada a construção dos pórticos e são informados os materiais utilizados. Por fim, expõem-se as metodologias adotadas para os ensaios experimentais e computacionais.

### 5.1 Considerações Iniciais

Ponderou-se, inicialmente, que o elemento estrutural, objeto do programa experimental, seria alvo de análises estáticas e dinâmicas; que suas características geométricas, de massa, de resistência e de rigidez deveriam possibilitar tais investigações pelos distintos equipamentos e instrumentos disponíveis. Desejava-se, também, construir um modelo representativo de uma estrutura civil que permitisse estudos sobre o modelo em si, sobre a rigidez de suas ligações e passível de sofrer uma danificação, a fim de se mensurar a modificação de seus parâmetros estáticos e

dinâmicos frente a estas alterações. Estes princípios visavam possibilitar, principalmente, a realização de simulações experimentais em diferentes condições estruturais.

Por fim, a concepção da estrutura deveria basear-se nos materiais disponíveis e não contemplar técnicas construtivas especiais, seu tamanho e peso deveriam ser adequados à montagem e ao manuseio nos laboratórios LE-SET e LabDin-SEM, e tornar fácil o transporte entre os diferentes locais.

Assim, idealizou-se a confecção de pórticos de concreto armado que possuíssem as seguintes dimensões básicas:

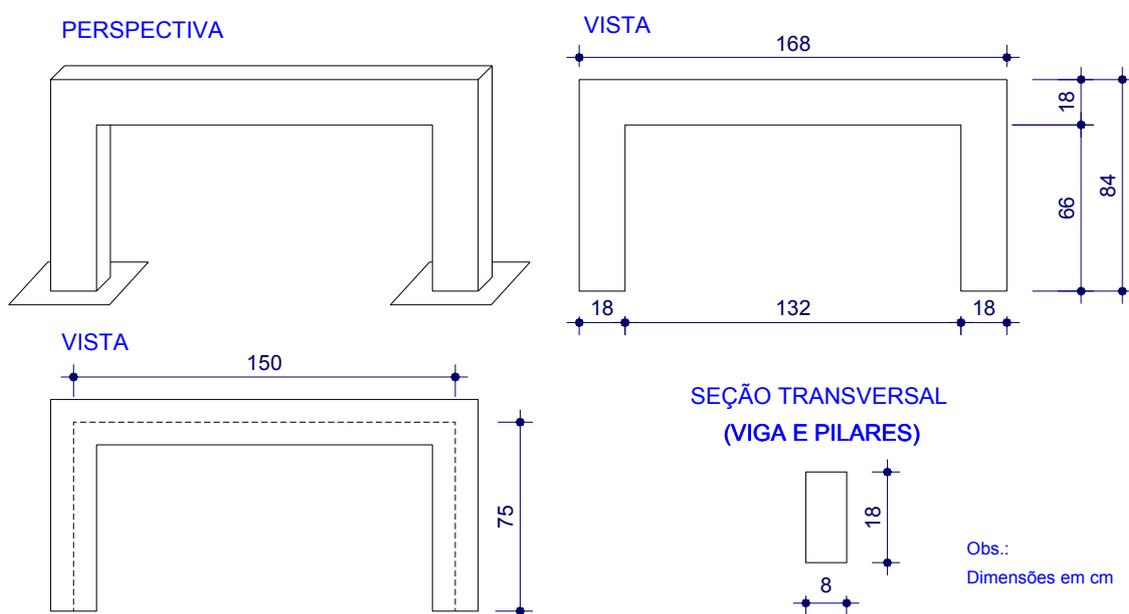


Figura 5.1. Dimensões dos modelos de pórticos de concreto armado.

Para o projeto e construção dos modelos, adotou-se os seguintes princípios:

- Sua forma e seus materiais constituintes são típicos de uma estrutura civil;
- Suas dimensões são coerentes com uma estrutura real usual, em escala 1:4;
  - altura do pórtico = 3 m
  - vão da viga = 6 m
  - seção transversal dos elementos = 32 cm x 72 cm
- Evitou-se utilizar materiais especiais, apenas os comumente empregados;
- Seus detalhes construtivos obedecem às prescrições de uma estrutura real;
- A ligação pilar-fundação é do tipo chapa de base com parafusos, comum em estruturas pré-moldadas;

- Não foi feita qualquer intervenção, superficial ou interna, que proporcionasse algum aumento ou diminuição da rigidez, da massa ou do amortecimento;
- Suas dimensões foram definidas de forma a facilitar sua execução (construção da fôrma de madeira, dobra e montagem das armaduras, concretagem, desfôrma, soldagem das bases metálicas de ligação, dentre outros aspectos);
- Suas dimensões e peso permitem a montagem nas lajes de reação existentes no LE-SET e LabDin-SEM, sem a utilização de acessórios especiais;
- A estrutura é passível de ser submetida a carregamentos estáticos e dinâmicos com os equipamentos existentes nos laboratórios. Tais equipamentos, especialmente o excitador dinâmico, tiveram grande importância para a definição da estrutura ser em escala reduzida;
- A resposta da estrutura aos carregamentos previstos é mensurável com os instrumentos disponíveis.

As informações detalhadas sobre os materiais e procedimentos empregados para a construção dos modelos são indicadas no item 5.3.

Por fim, para se poder avaliar o comportamento da estrutura frente à influência de diversas condicionantes estruturais, construíram-se quatro diferentes pórticos (Figura 5.2). Os objetivos, relacionados a cada um dos modelos, vêm-se descritos a seguir.

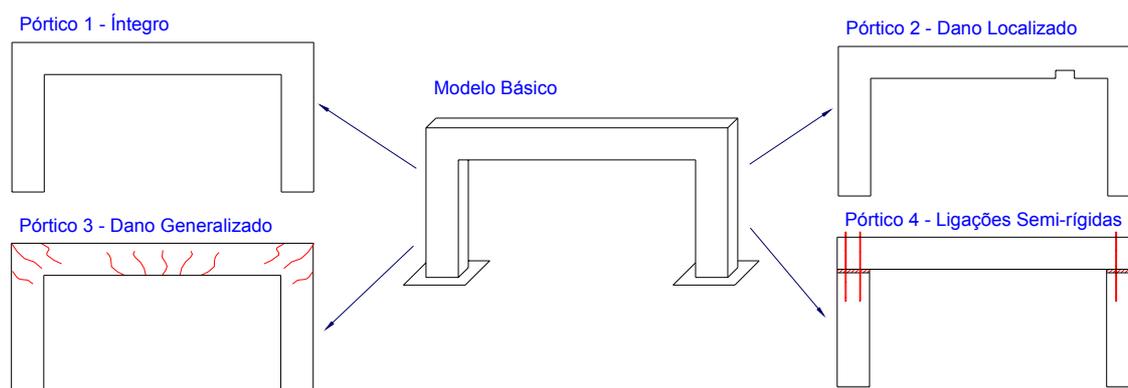


Figura 5.2. Esquemático dos modelos de pórtico.

## **PÓRTICO 1 - MODELO ÍNTEGRO**

Objetivos:

- Servir de referência para as demais estruturas, as quais possuem particularidades estruturais;

- Constituir-se em modelo piloto para as análises experimentais e para o processo de identificação estrutural, na etapa de construção dos modelos computacionais.

## **PÓRTICO 2 - MODELO COM DANO LOCALIZADO**

Objetivos:

- Ser o modelo de análise das alterações das propriedades dinâmicas, por força do dano localizado;
- Exercer a função de modelo-teste para possibilitar a avaliação de algum método de identificação de falha.

## **PÓRTICO 3 - MODELO COM DANO GENERALIZADO**

Objetivos:

- Servir de modelo de análise das alterações das propriedades dinâmicas, por força do dano generalizado;
- Possibilitar a avaliação da rigidez da estrutura em relação ao seu valor inicial  $E_0 I_0$ , via parâmetros dinâmicos, e compará-la com valores da literatura;
- Permitir a investigação de modelos de elementos finitos que representem o material concreto armado com dano.

## **PÓRTICO 4 - MODELO COM LIGAÇÕES SEMI-RÍGIDAS**

Objetivos:

- Permitir a análise da influência de uma ligação semi-rígida na alteração das propriedades dinâmicas estruturais e, a partir de tais dados, estimar a rigidez desta ligação;
- Medir a importância da almofada de apoio no comportamento estrutural;
- Avaliar as implicações de eventuais erros de montagem da estrutura pré-moldada no seu comportamento dinâmico.

Aproveitando-se a construção deste modelo, planejou-se averiguar a influência de diferentes configurações da ligação viga-pilar no seu comportamento, especialmente sobre a introdução da almofada. Tais alternativas são ilustradas na Figura 5.3.

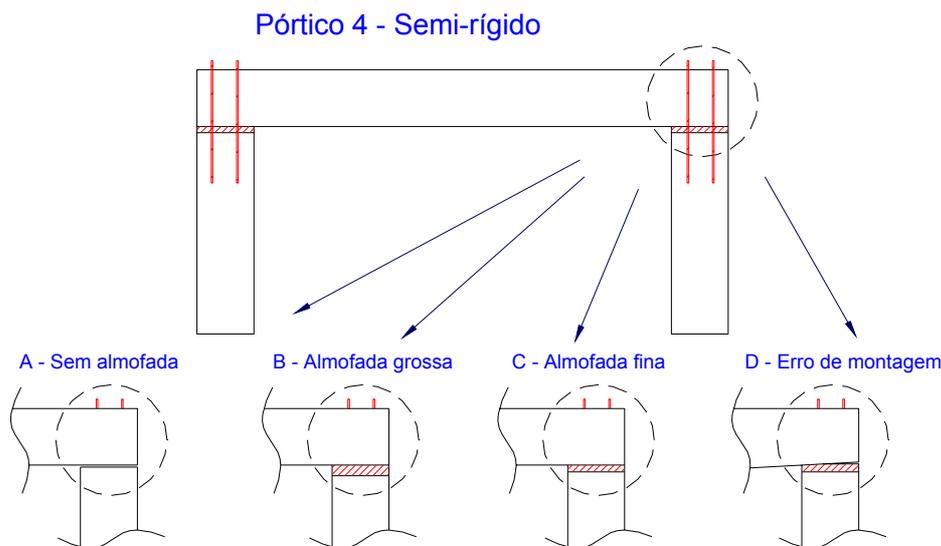


Figura 5.3. Variações do modelo de pórtico com ligações semi-rígidas.

Para todos os modelos, foram aferidos os resultados experimentais com os numéricos, cuja obtenção processou-se via modelagem da estrutura pelo Método dos Elementos Finitos (MEF).

#### **OBSERVAÇÃO:**

Percebeu-se, durante a realização dos ensaios dinâmicos, que o pórtico 2 (dano localizado) estava fora de prumo (Figura 5.4.a), o que provoca excitações na direção transversal. Detectou-se também, quando da fixação do excitador, que o parafuso de união entre este e o pórtico havia sido colado inclinado, o que também causa a existência de excitações significativas fora do seu plano (Figura 5.4.b). Estes motivos inviabilizaram o planejamento da utilização de métodos de detecção de falhas para investigar o dano localizado do modelo. Tais métodos são sensíveis a imperfeições e, nestas condições, não se teria certeza da precisão dos resultados.

Ademais, não se cogitou construir outro pórtico em substituição a este, pois o andamento das pesquisas inclinou-se naturalmente para a análise das condições de vínculo dos modelos, e não para a o tema de detecção de falhas. O pórtico 2 passou a servir, conseqüentemente, como mais uma referência para o modelo de dano generalizado e o semi-rígido.



(a) - Pórtico fora de prumo (vide marca da bolha de água)



(b) - Parafuso de fixação do excitador não perpendicular à superfície do modelo

Figura 5.4. Problemas de execução do modelo 2.

## 5.2 Considerações sobre a Escala Reduzida dos Modelos

Os pórticos construídos não foram concebidos, em todos os seus aspectos, à luz da Teoria da Semelhança<sup>1</sup>. Seu projeto não se baseia em alguma estrutura real, que se intencionava reproduzir ou comparar os resultados, e a partir da qual se originaram os pórticos reduzidos.

Se, do ponto de vista de economia e rapidez, a intenção de qualquer pesquisador é simplificar o máximo possível a construção dos modelos – e uma escala reduzida facilita este processo –, por outro lado os fenômenos de fissuração, deformação e ruptura podem sofrer a influência por tal redução, e as informações a serem extraídas podem resultar comprometidas.

Não se deseja incorrer neste risco. Pelo contrário, busca-se entender o comportamento de estruturas reais (gerais), e verificar o potencial da utilização de técnicas dinâmicas através de modelos em escala reduzida que possam representá-los adequadamente.

MARTINS (1990) aponta: “a escala escolhida deve dar tranquilidade ao pesquisador quanto a possíveis distorções nos resultados em face da ocorrência do chamado efeito de escala”. A fim de evitar ou minimizar esse indesejável efeito, o autor recomenda a adoção nos ensaios do máximo tamanho possível para o modelo.

---

<sup>1</sup> A Teoria da Semelhança também é conhecida como Teoria da Similitude, cuja designação primeira foi dada preferência para o texto presente.

Assim, além dos aspectos elementares que influenciam a escolha da escala apropriada para o modelo, tais como: a) espaço necessário para a experimentação; b) disponibilidade de equipamentos para a aplicação das cargas; c) disponibilidade de equipamentos e instrumentos para monitorar o seu comportamento; d) capacidade de fabricação dos materiais; e e) custos; é necessária a convicção da precisão e representatividade dos resultados.

Mas, se por um lado a Teoria da Semelhança fornece o embasamento teórico necessário para o projeto e análise dos resultados dos modelos, após a definição da escala apropriada, por outro não se objetiva enveredar por esta linha de estudo. Idealmente, para este trabalho, é a contração geométrica da estrutura, lançando-se mão, na sua construção, de materiais usuais e à disposição.

Trata-se de uma questão importante, por ser necessário definir uma escala reduzida com uma condição adicional: o desvio dos compromissos de produzir micro-concretos, micro-armaduras e outros materiais não usuais que a Teoria da Semelhança comumente impõe.

Evidentemente, para modelos de concreto armado esta questão se torna complexa. Inicialmente, é necessário que a dimensão do agregado graúdo seja reduzida, o que é possível, mas difícil em relação ao agregado miúdo, e mais difícil ainda em relação ao cimento. Em seguida, deve-se analisar as propriedades mecânicas do novo concreto obtido, o que também implica em alteração do volume de água a ser adicionado à mistura, que por sua vez afeta a plasticidade e a compacidade, por exemplo, e as propriedades físicas (a densidade é um aspecto importante). Finalmente, faz-se imprescindível a verificação das condições de aderência entre o novo concreto e a armadura reduzida.

FERRY BORGES; ARGÁ E LIMA (1960) realizaram ensaios estáticos em vigas com escalas geométricas 1:1, 1:2,5 e 1:4. O concreto utilizado, entre os modelos, sofreu uma única alteração: o tamanho do agregado graúdo. Como sua resistência final deveria ser a mesma, variou-se o fator água / cimento com vistas a compensar a diferença no agregado. A armadura usada constituiu-se de barras comerciais de tamanho usual ou menor, estas últimas praticamente equivalentes ao prescrito pela Teoria da Semelhança.

Os resultados finais, em termos de deslocamento, deformação, configuração e tamanho das fissuras foram semelhantes (após o reajuste pelo fator de escala apropriado). Os pesquisadores Ferry Borges e Argá e Lima afirmam, finalmente, que o

comportamento das estruturas ensaiadas foi o mesmo até a escala 1:4, não recomendando escalas maiores para não diminuir a precisão dos resultados.

MARTINELLI (1974) apoiou-se nesta afirmação quando da definição de seus modelos de laje em seu programa experimental.

O objeto de estudo de MARTINS (1990) foi a viga sobre dois apoios submetida a duas cargas concentradas nos terços do vão com seção transversal retangular. Além do protótipo de escala real (1:1), foram construídos modelos nas escalas 1:2; 1:4; 1:6; e 1:8. Para cada uma destas, o autor executou duas vigas: uma subarmada e a outra superarmada. No seu trabalho, fabricaram-se microarmaduras com uma máquina especialmente projetada para este fim; e feito o microconcreto, cujo traço discutiu-se no corpo do texto. O pesquisador afirma que para as escalas 1:2 e 1:4 os comportamentos dos modelos e do protótipo praticamente coincidiram, para a escala 1:6 houve uma pequena distorção e para a escala 1:8 as diferenças foram significativas.

Diante disso, a escolha da escala 1:4 para o presente estudo parece conveniente sobre vários aspectos práticos e ainda possui o devido respaldo na literatura. Todavia, todos os ensaios realizados nos trabalhos citados anteriormente eram estáticos. Há que se considerar os ensaios dinâmicos também previstos no presente trabalho.

PREECE; DAVIES (1964) afirmam que o uso de modelos de microconcreto está restrito apenas à consideração de sistemas com carga estática ou cargas que atuam lentamente. Isto porque a densidade requerida para o carregamento dinâmico não pode ser obtida, a menos que o fator de escala seja 1 (isto é, modelo em escala real). Se o peso-próprio não for um critério, então o material pode ser usado para testes dinâmicos.

FARRAR; BAKER; DOVE (1994) examinaram a semelhança dos parâmetros dinâmicos de modelos de concreto. Construíram um modelo considerado o real, cinco modelos na escala 1:3 (para o concreto, reduziu-se apenas o tamanho do agregado graúdo e corrigiu-se a adição de água), e três modelos na escala 1:3 (feitos de microconcreto corretamente dosado). Os autores concluíram: (a) os modos de vibração não sofrem alteração; (b) as frequências naturais são similares (após serem corrigidas pela razão dos módulos de elasticidade dos modelos real e semelhante); (c) as taxas de amortecimento resultam bastante diferentes. Em relação a este último aspecto, fazem a ressalva, pelo fato de todas as taxas de amortecimento serem inferiores a 2%, que a resposta da estrutura não se altera significativamente.

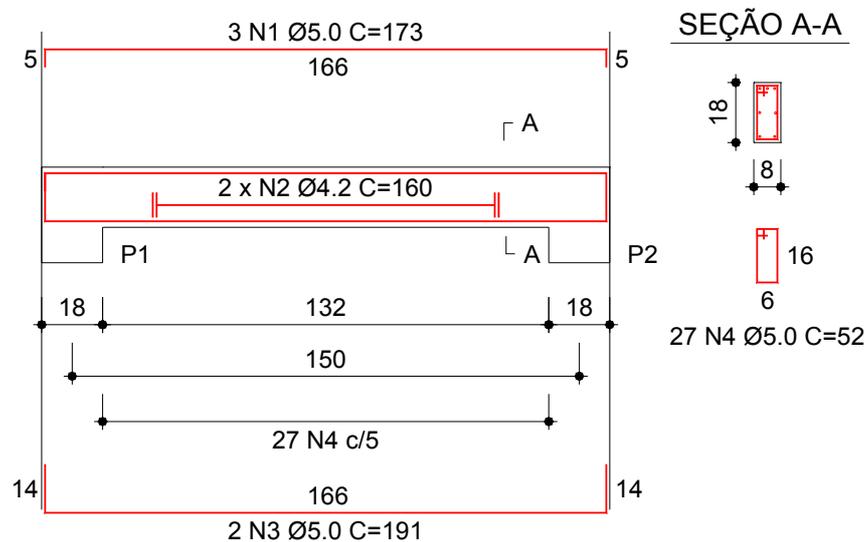
HARRIS; SABNIS (1999) apresentam diversos estudos de casos envolvendo estruturas de concreto submetidas a carregamentos estáticos e dinâmicos. Afirmam que o comportamento do material concreto é significativamente complexo; assim para estruturas reduzidas deve-se aplicar apenas o fator de escala geométrico.

Finalmente, considerando as ponderações anteriores, confirma-se o uso de um concreto similar ao de estruturas reais, apenas diminuindo o tipo de agregado graúdo, tanto para os ensaios estáticos quanto para os dinâmicos.

## 5.3 Construção dos Modelos

### 5.3.1 Características Gerais

A geometria geral do modelo está indicada na Figura 5.1 e o detalhamento de sua armadura é mostrado na Figura 5.5 e na Figura 5.6.



Obs.: Dimensões em cm

Figura 5.5. Armadura da viga do pórtico.

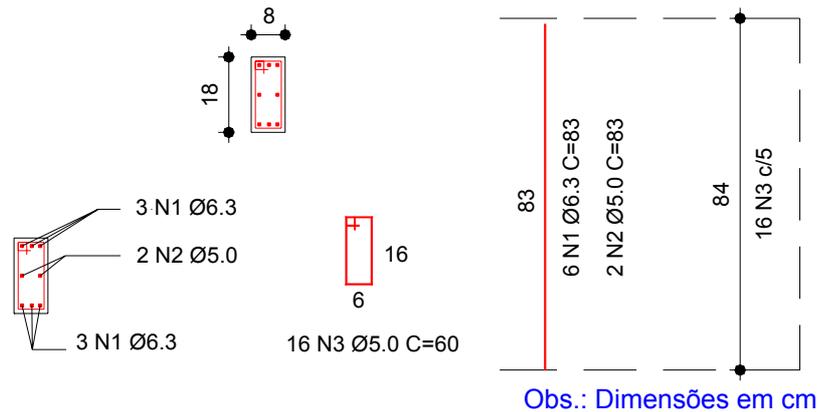


Figura 5.6. Armação dos pilares do pórtico.

Os modelos 1 (íntegro) e 3 (dano generalizado) possuem concepção idêntica, não havendo qualquer detalhe especial na geometria. No modelo 3 foi aplicado um carregamento controlado, prévio às análises estáticas e dinâmicas, para provocar um estado de danificação.

O modelo 2 (dano localizado) é similar aos anteriores, com a diferença de que na concretagem uma falha localizada foi intencionalmente induzida (Figura 5.7). A posição do dano foi escolhida de tal forma que não houvesse uma coincidência entre ela e um ponto nodal dinâmico da estrutura.

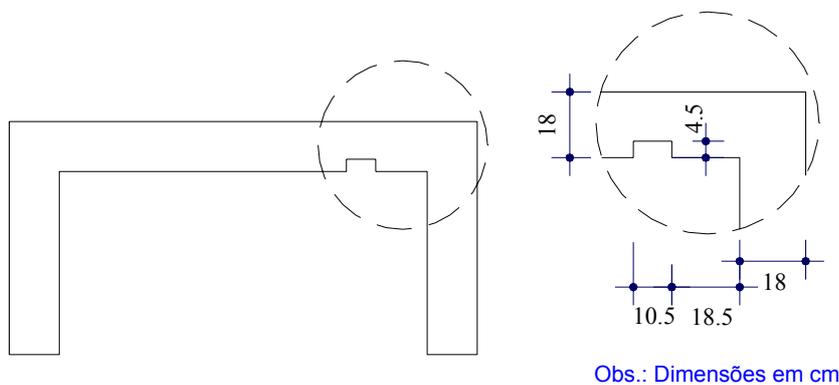


Figura 5.7. Detalhe do pórtico com dano localizado.

O modelo 4 (semi-rígido) possui geometria e armadura similar aos modelos anteriores, com a diferença de que os pilares e a viga são elementos separados, não monolíticos. Para a posterior vinculação da viga com os pilares, foram inseridas e fixadas à armadura transversal (previamente à concretagem) duas barras rosqueadas ( $\phi = 7$  mm, diâmetro efetivo) com arruela e porca na extremidade. O posicionamento das barras de ligação é indicado na Figura 5.8. O trecho da barra rosqueada dentro do pilar foi concretado. No trecho correspondente à viga foi colocada uma mangueira plástica

de diâmetro aproximado de 12 mm envolvendo a barra rosqueada. A ligação não foi grauteada para possibilitar a remoção ou substituição da almofada de apoio (Figura 5.3).

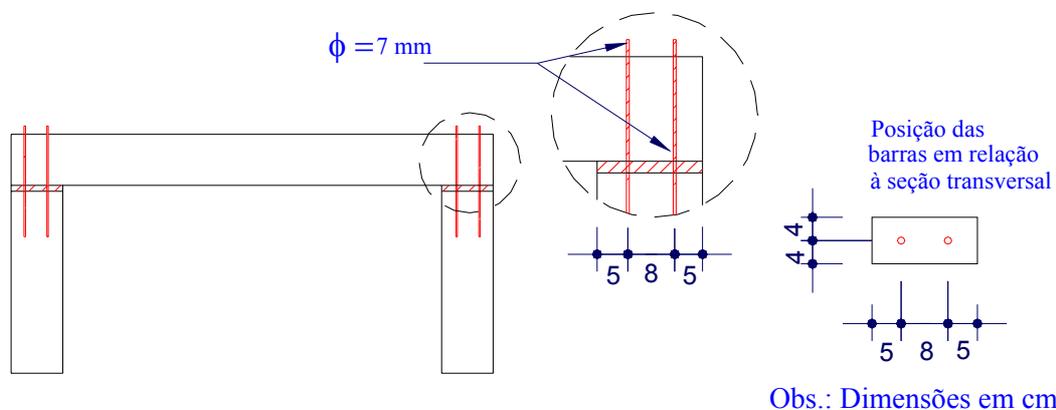


Figura 5.8. Detalhe do pórtico com ligações semi-rígidas.

## 5.3.2 Materiais

### 5.3.2.1 Concreto

Uma sucinta indicação dos materiais utilizados para a confecção do concreto é feita na Tabela 5.1.

Tabela 5.1. Características dos materiais utilizados para o concreto.

➤ CIMENTO	.cimento portland de alta resistência inicial (Ciminas CPV-ARI PLUS / HOLCIM)
➤ AGREGADO MIÚDO	.areia tipo “grossa” disponível no LE-SET .origem quartzosa e extraída de rios da região
➤ AGREGADO GRAÚDO	.brita “0” disponível no LE-SET .origem basáltica e comum na região

Duas observações são ressaltadas:

- 1) A brita utilizada foi a do tipo “0” (pedrisco), analogamente ao feito por FERRY BORGES; ARGALIMA (1960) e FARRAR; BAKER; DOVE (1994), cujo objetivo também era o de evitar falhas na concretagem em função das reduzidas dimensões da seção transversal dos elementos;
- 2) O cimento utilizado foi do tipo CPV (ARI - alta resistência inicial) a fim de diminuir os prazos para a desforma dos modelos e minimizar a diferença de crescimento das curvas de resistência e do módulo de elasticidade dos diferentes pórticos.



Figura 5.9. Materiais utilizados na construção dos modelos.

### 5.3.2.2 Armadura

A armadura de diâmetro 6,3 mm é do tipo CA-50 e as de diâmetro 4,2 e 5,0 mm do tipo CA-60. A armadura dos pórticos foi arbitrada em taxas usuais, pouco superior aos valores mínimos estabelecidos pela NBR-6118 (2003). Não se lançou mão, formalmente, das regras da Teoria da Semelhança, apenas teve-se o cuidado de checar se os diâmetros das barras e fios correspondiam à redução da escala 1:4.

O cobrimento das armaduras, em todas as direções, é de 1 cm, conseguido mediante o uso de espaçadores plásticos. As barras longitudinais dos pilares encontram-se soldadas a uma base metálica.

### 5.3.2.3 Bases Metálicas

A configuração das bases metálicas segue o idealizado para a ligação pilar-fundação com chapa de base e parafuso. Uma dificuldade enfrentada foi compatibilizar tal configuração à necessidade de montagem dos pórticos nas diferentes lajes de reação do LE-SET e do LabDin-SEM. No primeiro local, a laje do salão principal de ensaios possui grandes aberturas (valas) espaçadas aproximadamente de 1,5 m. Ainda no LE-SET existe a área secundária, onde a fixação de estruturas na laje é feita por meio de barras rosqueadas em orifícios existentes. No LabDin, a laje de reação é similar à existente no salão principal do LE-SET, mas de dimensões bastante inferiores (o espaçamento das valas, por exemplo, corresponde a 50 cm). A Figura 5.10 ilustra os diferentes locais de realização de ensaios experimentais.



(a) Laje de reação principal do LE-SET



(b) Laje de reação secundária do LE-SET



(c) Laje de reação do LabDin-SEM

Figura 5.10. Lajes de reação para a montagem dos modelos.

As bases metálicas são de chapa de aço SAE-1020, cujos padrões de fabricação estabelecem larguras de 1, 2, 3 polegadas, dentre outras, sem apresentar, entretanto, uma largura equivalente a 8 cm (a dimensão do pilar). Assim, adquiriram-se segmentos com a largura nominal de 4 polegadas, as que mais se aproximam do inicialmente desejado. A espessura nominal das chapas é de  $\frac{3}{8}$  polegada e o comprimento é 30 cm (Figura 5.11). No LE-SET foram feitos os furos (diâmetro  $\phi = 16$  mm) para a passagem dos parafusos.

Nestas bases foram soldadas as seis barras da armadura do pilar ( $\phi 6,3$  mm) (Figura 5.12). A solda utilizada foi do tipo “MIG”, evitando-se a com eletrodo revestido, procedimento mais simples e usual, mas inadequada para barras de pequeno diâmetro, como é o caso da armadura dos pilares. A solda “MIG” realizada mostrou-se uma boa opção, não tendo ocorrido qualquer dano nas ligações.

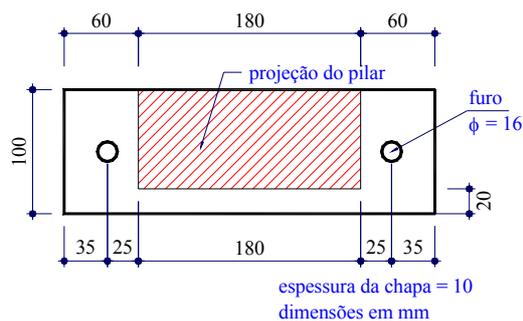


Figura 5.11. Geometria da chapa de base.

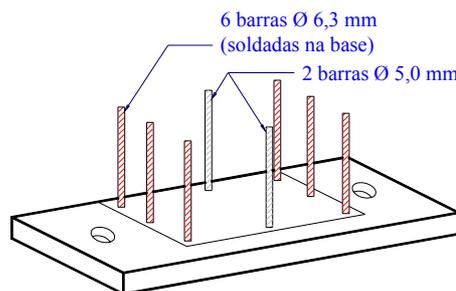


Figura 5.12. Esquemático da execução da ligação com as barras do pilar.



Figura 5.13. Conjunto base metálica - armadura do pilar (montada na fôrma).

### 5.3.2.4 Almofadas de Neoprene

Indicou-se na Figura 5.3 que seriam empregados dois tipos de almofada: uma mais espessa e outra mais fina. A primeira, constituída do material neoprene, possui espessura de 1 cm. Conhece-se o material, suas propriedades físicas e mecânicas, e seu fator de forma  $B$  dado pela expressão  $B = \frac{a b}{2 h_n (a + b)}$  resulta 2,8 ( $h = 1$  cm e  $a \times b = 8$  cm x 18 cm).

A segunda almofada não é de neoprene, mas de uma borracha comum – de propriedades mecânicas desconhecidas –, possuindo espessura igual a 0,3 cm. Suas dimensões ( $h = 0,3$  cm e  $a \times b = 8$  cm x 18 cm) implicam no fator de forma  $B = 9,2$ .

A título de comparação, cita-se FERREIRA (1999), que realizou diversos ensaios de almofadas, cujos fatores de forma variaram entre o intervalo de 2,5 a 6,81.

### 5.3.3 Execução

A execução ocorreu de forma convencional, segundo a seqüência: 1<sup>o</sup>) pórtico 1; 2<sup>o</sup>) pórtico 2; 3<sup>o</sup>) pórtico 4; e 4<sup>o</sup>) pórtico 3. Nenhum ensaio especial foi realizado e a cura dos modelos e CPs aconteceu na câmara úmida do LE-SET.



Figura 5.14. Modelo concretado sobre a mesa vibratória.



(a) Pórticos na câmara úmida



(b) CPs na câmara úmida

Figura 5.15. Cura dos modelos e CPs.

## 5.4 Metodologia dos Ensaios Estáticos

Foram realizados três tipos de ensaios estáticos:

- 1) O primeiro, executado em apenas um dos modelos (pórtico 3 - dano generalizado) visando provocar um estado de danificação antes que o mesmo fosse investigado por qualquer outro ensaio, inclusive os dinâmicos;

- 2) O segundo, efetuado após a finalização dos testes dinâmicos, constituiu-se em solicitar à flexão os pilares isolados para que se pudesse determinar, direta e analiticamente, a rigidez da ligação;
- 3) O terceiro, realizado em todos os pórticos, objetivando avaliar o comportamento à flexão de cada um dos modelos pela aplicação de uma força horizontal progressiva (até próximo do colapso).

Para a definição geral dos experimentos, seguiu-se as orientações de TAKEYA (2001), e todos os resultados serviram como base de comparação para as análises computacionais.

#### 5.4.1 Ensaio de Danificação do Pórtico 3

O ensaio de fissuração foi realizado na laje de reação secundária do LE-EESC (Figura 5.16), com a aplicação de uma carga vertical progressiva na viga do pórtico, em dois pontos (Figura 5.18), por meio de um pistão hidráulico. Monitorou-se o deslocamento da viga através de um transdutor de deslocamento<sup>2</sup> posicionado abaixo do seu ponto médio (Figura 5.19), com auxílio do sistema de aquisição de dados *System 4000*<sup>3</sup> (Figura 5.17).



Figura 5.16. Montagem do pórtico para o ensaio de fissuração.

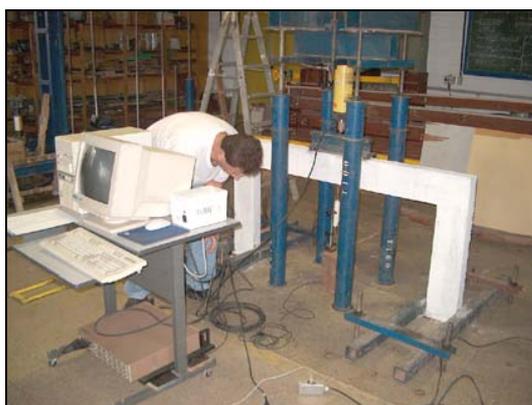


Figura 5.17. Montagem do sistema de aquisição de dados.

<sup>2</sup> Transdutor de deslocamento da marca *Kyowa*, modelo DT-50A, de curso de 50 mm. Endereço do fabricante na internet: [www.kyowa-ei.co.jp/english/index\\_e.htm](http://www.kyowa-ei.co.jp/english/index_e.htm).

<sup>3</sup> Sistema para aquisição de dados para extensometria, marca Vishay Measurements Groups, modelo System 4000. Endereço do fabricante na internet: [www.vishay.com](http://www.vishay.com).

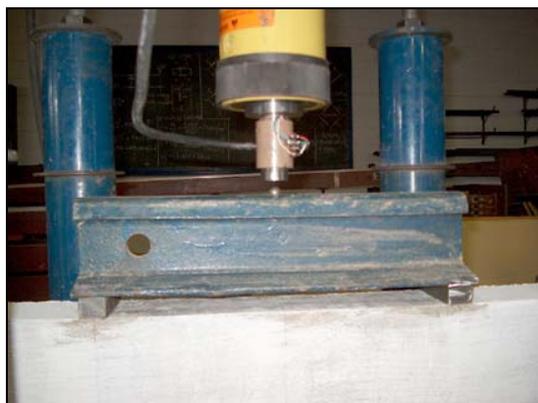


Figura 5.18. Aplicação da força em dois pontos.



Figura 5.19. Transdutor de deslocamento.

Para a fixação deste pórtico na laje de reação optou-se pela maneira mais simples possível para exclusivamente conferir estabilidade ao modelo, mas não de impor restrição à rotação. O objetivo seria o de utilizar este ensaio para avaliar os parâmetros dos modelos de mecânica do dano considerando a ligação como articulada, livre da influência das restrições do apoio. Através da Figura 5.16 pode-se ter uma idéia das barras que estabilizaram o modelo, e a Figura 5.20 mostra em detalhe esta montagem. Perceba-se que a chapa de base, em si, não foi vinculada à laje de reação.



Figura 5.20. Detalhe do apoio do modelo durante o ensaio de fissuração.

### 5.4.2 Ensaio de Flexão dos Pilares

Os ensaios dos pilares aconteceram no salão principal do LE-SET (Figura 5.21) e em cada um dos modelos avaliados aplicou-se uma carga horizontal progressiva no topo do pilar por meio de um pistão hidráulico. Mediu-se o deslocamento de um ponto ao longo da linha de atuação da força por um transdutor de deslocamento<sup>4</sup> e com o sistema de aquisição de dados *System 4000*. Os pilares foram fixados diretamente à laje de reação através de parafusos, apertados manualmente o máximo possível, mas não foi utilizado qualquer torquímetro para medir tal esforço aplicado, nem mesmo para compatibilizar os apertos dos diversos parafusos.



Figura 5.21. Ensaio de flexão dos pilares.

### 5.4.3 Ensaio de Flexão dos Pórticos

Os ensaios estáticos para o estudo da flexão dos pórticos foram igualmente realizados no salão principal do LE-SET (Figura 5.22). Para cada modelo aplicou-se uma carga horizontal progressiva no eixo da viga do pórtico por meio de um pistão hidráulico e monitorou-se os deslocamentos dos pilares e da viga com cinco transdutores de deslocamento e sistema de aquisição iguais aos utilizados para os pilares (Figura 5.24, Figura 5.25 e Figura 5.26).

---

<sup>4</sup> Transdutor de deslocamento da marca *Kyowa*, modelo DT-50A, de curso de 50 mm.



Figura 5.22. Montagem do pórtico para o ensaio de flexão.

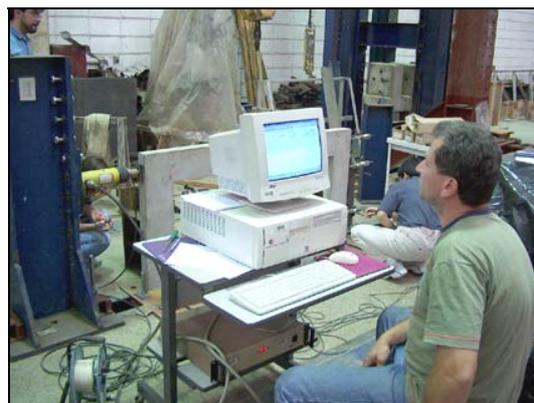


Figura 5.23. Sistema de aquisição de dados.



Figura 5.24. Aplicação da força horizontal.



Figura 5.25. Transdutores de deslocamento (esquerda)



Figura 5.26. Transdutores de deslocamento (direita)

A fixação dos pórticos também foi feita diretamente na laje de reação através de parafusos (Figura 5.27) e, analogamente ao feito para os pilares, o esforço deste aperto não foi avaliado.



Figura 5.27. Fixação do pórtico.



Figura 5.28. Fixação do suporte do pistão.

## 5.5 Metodologia dos Ensaios Dinâmicos

### 5.5.1 Fixação dos Modelos

Os pórticos também foram fixados à laje de reação do LabDin-SEM por meio de parafusos e porcas de aço. O aperto não foi medido nem compatibilizado entre os diversos modelos.



Figura 5.29. Pórticos na laje do LabDin.



Figura 5.30. Detalhe da fixação dos pórticos.

### 5.5.2 Excitação dos Modelos

#### 5.5.2.1 Equipamento de Excitação

Um excitador eletromagnético<sup>5</sup> (“shaker”), suspenso por meio de cordas em um suporte metálico (Figura 5.31), foi fixado aos pórticos por meio de um parafuso (Figura 5.32) e utilizado para promover a excitação nos modelos. Apenas em alguns poucos ensaios, de corpos-de-prova, foi utilizado um martelo de impacto.

Inicialmente, em ensaios preliminares, o excitador funcionou sem acréscimo de massas adicionais. Percebeu-se, pelos deslocamentos apresentados pelo próprio excitador, a necessidade de aumentar a sua inércia, ou seja: incrementar a massa reativa objetivando proporcionar níveis mais adequados de excitação na estrutura, especialmente nas frequências mais baixas. Assim, na parte posterior do corpo do

---

<sup>5</sup> Excitador da marca *MB Dynamics*, modelo Modal 50A. Endereço do fabricante na internet: [www.mbdynamics.com](http://www.mbdynamics.com)

excitador (massa = 24,9 kg) foram montadas duas placas adicionais, cada qual com massa de 13,6 kg. A Figura 5.31 e a Figura 5.32 ilustram a situação do “shaker” sem e com as massas adicionais, respectivamente.



Figura 5.31. Ensaio dinâmico com excitador.

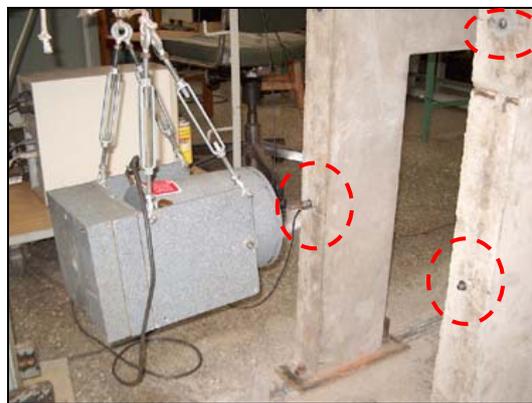


Figura 5.32. Detalhe da fixação do excitador.

Segundo EWINS (2000), a situação ideal consiste na fixação do excitador de forma rígida a uma base referencial (Figura 5.33.a), e a estrutura suspensa de forma suavemente elástica (“soft suspension”). Todavia, esta configuração refere-se, no extremo, à condição livre-livre, que é muito conveniente para a medição das propriedades naturais da estrutura, independente dos apoios.

Não é esta a situação de interesse da presente pesquisa, por se investigar, de forma prioritária, as condições de vínculo reais dos modelos. O citado autor propõe uma alternativa, onde o excitador é o objeto sobre o apoio elástico, e a estrutura fixada, ou não, a uma base referencial (Figura 5.33.b). Ewins adverte que neste último caso é necessário adicionar massa ao excitador a fim de garantir suficiente força de excitação nas baixas frequências; caso contrário, o deslocamento do próprio excitador pode ser grande o suficiente para minorar, ou anular, a força de reação, além de introduzir excitações secundárias adicionais. Eis a justificativa para a suspensão, com o auxílio de cordas, do excitador usado neste trabalho, e a adição posterior de massas ao seu corpo.

Uma observação oportuna sobre a figura (b) de EWINS (2000): a estrutura possui o vínculo elástico na direção vertical, mas o equipamento promove uma excitação horizontal, direção em relação a qual a estrutura é hipostática. Desta maneira, embora as ponderações do autor estejam corretas, a imagem não reflete uma situação possível de ensaio (em relação à direção horizontal), a menos que o vínculo da figura seja meramente um esboço e refira-se a uma restrição elástica em todas as direções.

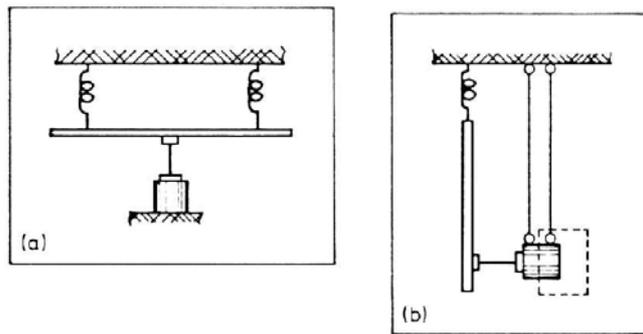


Figura 5.33. Arranjos de montagem do excitador (EWINS; 2000).

### 5.5.2.2 Sinais de Excitação

O sinal imposto pelo excitador foi aleatório, em uma faixa de frequência de 0 - 500 Hz e 0 - 1000 Hz (ensaio de varredura), ou senoidal, com frequência fixa, dependendo do ensaio. Eles foram gerados pelo analisador espectral, amplificados e depois transmitidos para o excitador. A Figura 5.34 e a Figura 5.35 ilustram um sinal aleatório e um sinal senoidal utilizados. O sinal imposto pelo martelo, nos poucos ensaios realizados com o seu emprego, é do tipo transiente.

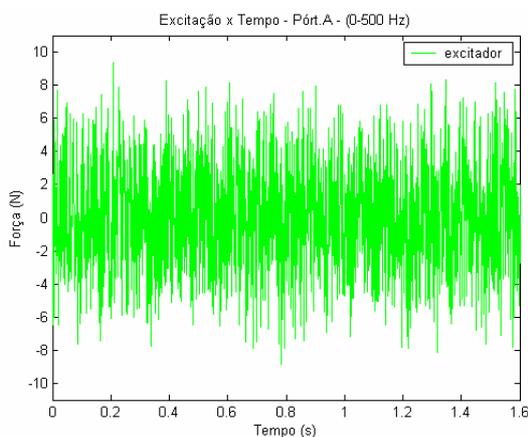


Figura 5.34. Sinal de excitação aleatório.

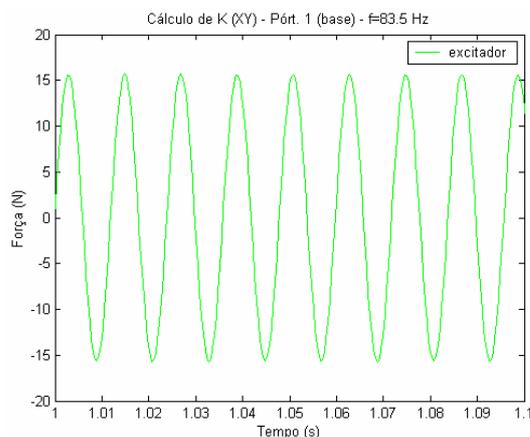


Figura 5.35. Sinal de excitação senoidal.

## 5.5.3 Aquisição dos Sinais e Processamento de Dados

### 5.5.3.1 Analisador Espectral

A Figura 5.36 ilustra o esquema do sistema único de geração do sinal de excitação, aquisição e processamento de dados utilizado, sendo o centro das operações o

analisador espectral<sup>6</sup>. Nesta figura, “F” refere-se ao sinal da força aplicada, medida pelo transdutor; “A” significa o sinal da aceleração, medido pelos acelerômetros; e “V” o sinal da excitação a ser aplicada à estrutura. A Figura 5.37 retrata o sistema e a Figura 5.38 apresenta uma imagem do monitor durante um dos testes.

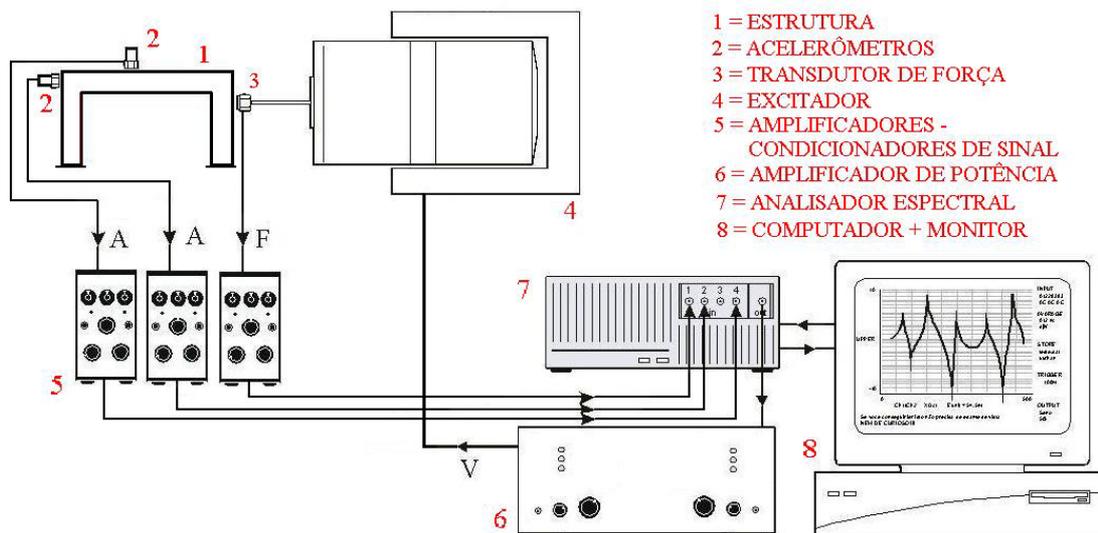


Figura 5.36. Esquema do sistema de aquisição e processamento.



Figura 5.37. Sistema de aquisição e processamento de dados.

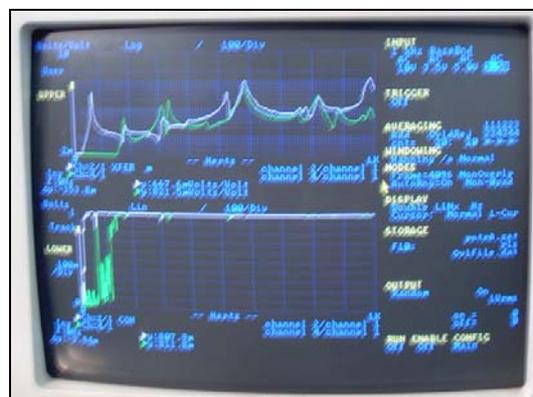


Figura 5.38. Interface gráfica do analisador espectral.

### 5.5.3.2 Sensores

Os sinais correspondentes à aceleração foram medidos através de dois acelerômetros piezelétricos<sup>7</sup> colocados (alternadamente) em 7 pontos da estrutura,

<sup>6</sup> Analisador espectral de quatro canais da marca *Tektronix*, modelo 2630. Endereço do fabricante na internet: [www.tektronix.com](http://www.tektronix.com)

<sup>7</sup> Acelerômetros da marca *Brüel & Kjaer*, modelo 4375. Endereço do fabricante na internet: [www.bksv.com](http://www.bksv.com)

segundo as direções  $x$  e  $y$ . A Figura 5.39 ilustra os sinais medidos por estes sensores, ao longo do tempo, devido a uma excitação aleatória.

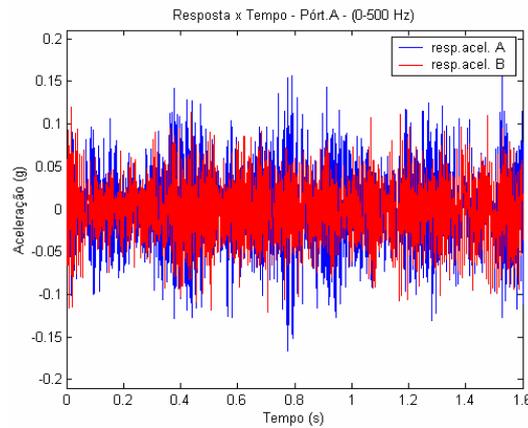


Figura 5.39. Sinais de aceleração medidos.

A Figura 5.40 ilustra, e a Tabela 5.2 registra, os pontos definidos para a fixação dos acelerômetros e do excitador. Observa-se que eles situam-se em distâncias correspondentes a metades ou a quartos de comprimento das barras. A princípio pode parecer inadequado medir a aceleração na direção  $y$  dos nós 2 e 6, mas essa prática é aconselhável para que se possa avaliar e comparar os sinais nas diversas direções. Pelas FRFs medidas constata-se que a amplitude do sinal vertical é cerca de 100 vezes menor que a do sinal horizontal para a primeira frequência natural, mas similar em relação às frequências do plano transversal, o que é coerente.

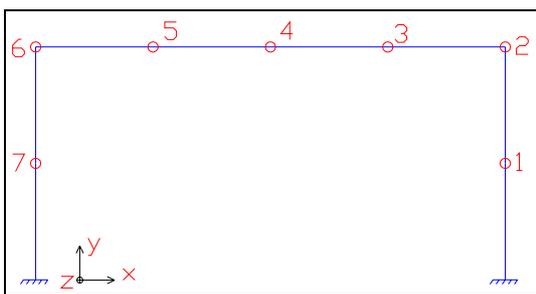


Figura 5.40. Definição dos nós no modelo dinâmico.

Tabela 5.2. Definição da posição e das direções dos eixos dos equipamentos.

NÓ	POSIÇÃO DO ACCELERÔMETRO	EXCITADOR
1	X	X
2	X Y	X
3	X Y	
4	X Y Z	
5	X Y Z	Z
6	X Y Z	
7	X Z	

A fixação dos acelerômetros deu-se pela utilização de cera de abelha, tendo-se percebido que tal conduta, para o acelerômetro na vertical, é plenamente satisfatória; mas de certo risco para o acelerômetro na horizontal, pois sendo a área de contato com o concreto relativamente reduzida, pode vir a facilitar uma rotação do mesmo. Essa consequência é nitidamente indesejável, visto que alteraria o eixo de sensibilidade do

aparelho, e as medidas coletadas não seriam exatamente as desejadas. O ideal, e mais prático, teria sido o uso de um acelerômetro bi-axial ou tri-axial, ou a colagem de pequenas cantoneiras metálicas e fixação do acelerômetro com o uso do imã de base.



Figura 5.41. Fixação dos acelerômetros.

Os sinais correspondentes à força de excitação foram captados por uma célula de carga piezelétrica<sup>8</sup> (Figura 5.42) posta entre o excitador e a estrutura. A intenção era medir o valor desta força para que se pudesse corretamente construir as FRFs e determinar os modos de vibração estruturais. Com o objetivo de garantir a exclusiva transmissão de esforços colineares com o eixo do excitador, uma haste metálica de pequeno diâmetro foi utilizada (“stinger” ou “push rod”). A concepção desta haste, via geometria (MAIA et al.; 1997), consiste em conceder-lhe alta rigidez axial – daí transmitindo toda a força ao longo do eixo do excitador – e baixa rigidez em relação aos movimentos laterais e rotacionais – não transmitindo, ou pelo menos minimizando, a transmissão de momentos para a estrutura. Contudo, não havendo controle sobre o nivelamento da haste, a probabilidade do excitador ceder pela acomodação das cordas que lhe serviam de sustentação não era pequena, o que poderia fazer surgir excitações secundárias indesejáveis nas outras direções.

O transdutor de força foi fixado ao pórtico por meio de um parafuso previamente colado com massa plástica de alta aderência, dentro de um orifício executado com broca e furadeira. Inexiste a possibilidade de ocorrer descolamento ou desvio do parafuso, mas percebe-se que o mesmo pode ser posicionado com pequena inclinação, não facilmente detectável a olho nu, acarretando alterações da direção de aplicação da força.

---

<sup>8</sup> Transdutor de força da marca *Kistler*, modelo 912. Endereço do fabricante na internet: [www.kistler.com](http://www.kistler.com).



Figura 5.42. Transdutor de força com haste metálica.

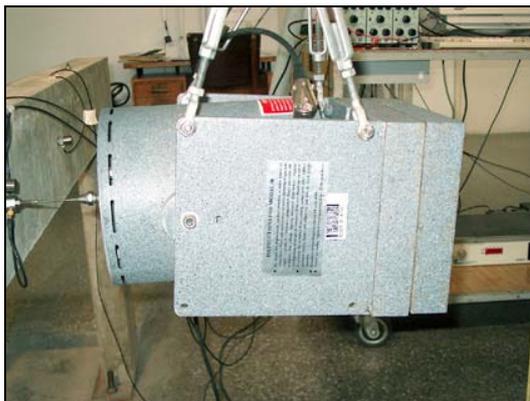


Figura 5.43. Excitador eletromagnético com haste de metal na extremidade.

### 5.5.3.3 Processamento de Dados

Seja relativo à força de excitação ou à aceleração, os sinais produzidos foram enviados aos amplificadores condicionadores<sup>9</sup> (Figura 5.44) e, em seguida, ao analisador espectral. Todas as medições executadas (FRFs, sinais no domínio do tempo e da frequência) foram submetidas ao processo de média (“averaging”) a fim de reduzir tanto o nível de ruído presente nos dados como também as possíveis não-linearidades do sistema. Para cada FRF coletada também foi calculada a função coerência, cujo valor varia de 0 a 1. Uma coerência próxima de 1 mostra uma boa linearidade entre a excitação e a resposta, sendo que nas regiões próximas às ressonâncias e anti-ressonâncias espera-se, naturalmente, um valor baixo para esta função. Maiores detalhes acerca do processamento de sinais podem ser encontrados em EWINS (2000) e McCONNELL (1995).

A resolução da frequência do sistema de aquisição de dados correspondeu a 0,625 Hz. Utilizou-se a janela “Hanning”, mais adequada para o sinal aleatório, conforme discutem McCONNELL (1995) e MAIA et al. (1997).

---

<sup>9</sup> Amplificadores condicionadores da marca *Brüel & Kjaer*, modelo 2626. Endereço do fabricante na internet: [www.bksv.com](http://www.bksv.com).



Figura 5.44. Amplificadores-condicionadores de sinal.

## 5.6 Metodologia dos Ensaios Computacionais

Na realização dos ensaios numérico-computacionais, utilizou-se o código computacional *Automatic Dynamic Incremental Non-linear Analysis (ADINA)*, versão 8.0.2<sup>10</sup>, baseado no Método dos Elementos Finitos (MEF). Para os ensaios de modelos considerando um comportamento não-linear físico, fundamentado na mecânica do dano, adotou-se o programa desenvolvido por PAULA (2001), acrescido de um conjunto de novas implementações (citadas no **Capítulo 3 – Modelos Constitutivos do Concreto**), o qual será referenciado como *MECDANO*.

Para o pórtico com dano localizado a região da falha foi alvo de uma concentração maior de elementos finitos adicionais, os quais possuíam uma inércia menor (equivalente à seção existente). O pórtico com dano generalizado foi discretizado da mesma forma que os demais, e a fissuração foi simulada por uma redução do módulo de elasticidade do material (os valores utilizados estão indicados no **Capítulo 7 – Análises Dinâmicas**).

A malha de EFs do pórtico semi-rígidos era equivalente aos demais, inexistindo a vinculação direta entre os pilares e a viga. Esta se dava através da introdução de elementos de mola (mola com rigidez à translação  $K_n$  – índice  $n$  de força normal –, e mola com rigidez à rotação  $K_m$  – índice  $m$  de momento<sup>11</sup>) entre os nós extremos da

<sup>10</sup> Endereço da empresa na internet: [www.adina.com](http://www.adina.com).

<sup>11</sup> Esta notação foi adotada em EL DEBS (2000).

viga do pilar, ambos com as mesmas coordenadas geométricas. Elementos de mola também foram introduzidos nos apoios dos pilares.

### 5.6.1 Modelos com Elementos de Viga

De forma geral, elaboraram-se modelos compostos de 40 elementos finitos do tipo viga (cada pilar do pórtico foi dividido em 10 elementos, e a viga em 20 elementos), com dois nós e cinco pontos de integração de Gauss, inicialmente em análises bidimensionais e posteriormente, tridimensionais. A Figura 5.45 ilustra o modelo básico de elementos finitos.

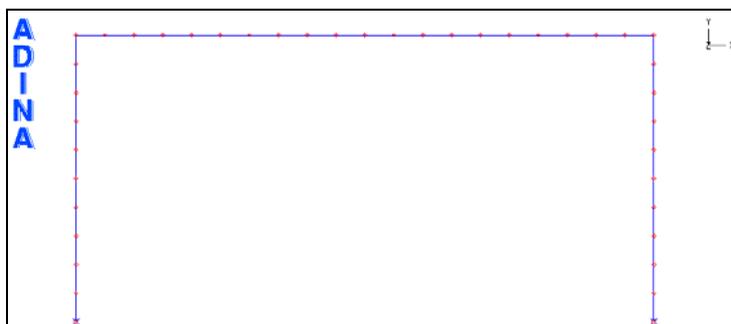


Figura 5.45. Modelo em EF de viga.

O método escolhido na solução do autoproblema generalizado, para determinação das frequências e modos de vibração, foi a “Iteração por Subespaço”. Para o entendimento dos aspectos da modelagem computacional e dos métodos numéricos envolvidos, citam-se BATHE (1996) e ADINA (2003).

### 5.6.2 Modelos com Elementos Sólidos

Também foram construídos modelos discretizados em elementos finitos sólidos 3D e 2D (estes são matematicamente obtidos pela degeneração daqueles) baseados na Teoria da Elasticidade e contemplando a reologia específica de concreto. A Figura 5.46 e a Figura 5.47 ilustram tais modelos, consistindo de 2765 nós e 656 elementos sólidos 2D e 2695 nós e 240 elementos sólidos 3D, respectivamente.

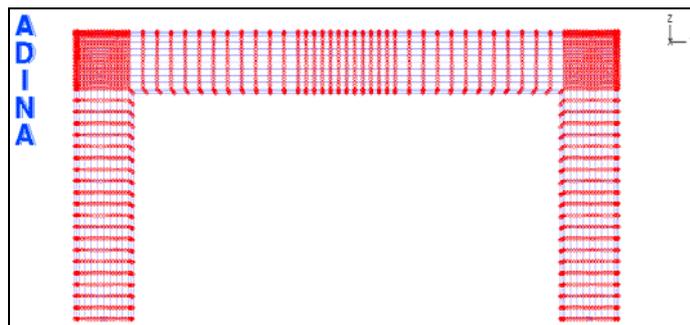


Figura 5.46. Modelo em EF sólidos 2D.

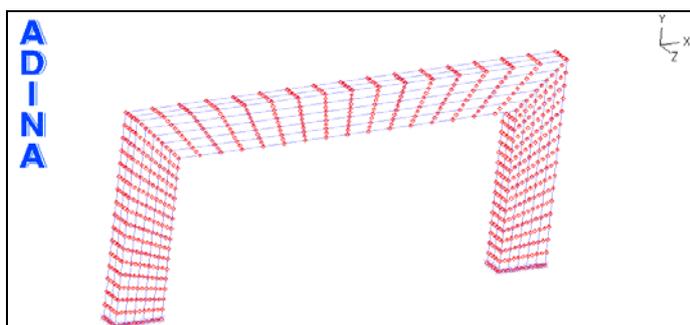


Figura 5.47. Modelo em EF sólidos 3D.

### 5.6.3 Modelos Contemplando a Mecânica do Dano

Para os ensaios computacionais considerando a teoria da Mecânica do Dano, os modelos com elementos finitos de viga 2D eram um pouco menos refinados do que os similares elaborados no programa *ADINA*. Os pilares isolados foram discretizados em 7 elementos e os pórticos em 28 elementos, sendo 6 para cada pilar e 16 para a viga.

Nos testes utilizaram-se os modelos reológicos de Mazars e de La Borderie, cujos principais parâmetros materiais adotados, baseados em PAULA (2001), consistiram de:

Modelo de MAZARS		Modelo de LA BORDERIE	
$A_T = 0,995$	$B_T = 8000$	$Y_{01} = 3,05 \times 10^{-4} \text{ MPa}$	$Y_{02} = 5,00 \times 10^{-3} \text{ MPa}$
$A_C = 0,85$	$B_C = 1050$	$A_1 = 3,50 \times 10^3 \text{ MPa}^{-1}$	$A_1 = 3,50 \times 10^3 \text{ MPa}^{-1}$
$\nu = 0,2$	$\epsilon_{d0} = 7,00 \times 10^{-5}$	$B_1 = 0,95$	$B_1 = 0,95$
		$\beta_1 = 1,00$	$\beta_2 = -10,00$
		$\sigma_f = 2,60 \text{ MPa}$	

## 5.7 Bibliografia do Capítulo

- ADINA System On Line Manuals - Release 8.0.2.** ADINA R&D Inc., 2003.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Projeto de estruturas de concreto - procedimento - NBR 6118.** Rio de Janeiro, 2003.
- BATHE, K.J. **Finite element procedures.** New Jersey, Prentice-Hall, 1996.
- EWINS, D.J. **Modal testing: theory, practice and application.** 2.ed. RSP, 2000.
- FARRAR, C.R.; BAKER, W.E.; DOVE, R.C. Dynamic parameter similitude for concrete models. **ACI Structural Journal**, v.91, n.1, p.90-99, Jan-Feb 1994.
- FERREIRA, M.A. **Deformabilidade de ligações viga-pilar de concreto pré-moldado.** São Carlos, 1999. Tese (doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- FERRY BORGES, J.; ARGAS E LIMA, J. **Crack and deformation similitude in reinforced concrete.** Lisboa, Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Memória N° 162, 1961.
- HARRIS, H.G.; SABNIS, G.M. **Structural modeling and experimental techniques.** Boca Raton, CRC Press, 1999.
- MAIA, N.M.M.; SILVA, J.M.M., ed. **Theoretical and experimental modal analysis.** RSP - John Wiley, 1997.
- MARTINELLI, D.A.O. **Sobre a ruína das ligações laje-pilar nos cantos de lajes-cogumelo.** São Carlos, 1974. Tese (livre-docência) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- MARTINS, A.R. **Técnicas experimentais para aplicação de modelos de microconcreto.** São Paulo, 1990. Tese (doutorado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.
- McCONNELL, K.G. **Vibration testing: theory and practice.** New York, John Wiley, 1995.
- PAULA, C.F. **Contribuição ao estudo das respostas numéricas não-lineares estática e dinâmica de estruturas reticuladas planas.** São Carlos, 2001. Tese (doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- PREECE, B.W.; DAVIES, J.D. **Models for structural concrete.** London, CR Books Ltd, 1964.
- TAKEYA, T. **Notas de aula: análise experimental de estruturas.** São Carlos, Serviço Gráfico EESC-USP, 2001.

## Capítulo 6

# Ensaaios Estáticos

---

Os ensaios estáticos experimentais: de fissuração pela aplicação da carga vertical, de flexão horizontal, e os testes de caracterização dos materiais são objetos de descrição neste capítulo. Incluem-se, ainda, os resultados numéricos advindos da utilização dos programas de elementos finitos, mesmo os baseados na Mecânica do Dano. Um único experimento dinâmico é inserido neste capítulo: o que buscou determinar o módulo de elasticidade do concreto, também avaliado pelo procedimento estático usual.

### 6.1 Ensaaios de Caracterização do Material

Embora no **Capítulo 3** – *Modelos Constitutivos do Concreto* tenha sido discutida uma série de parâmetros necessários para a modelagem das estruturas de concreto, obtidos por ensaios de compressão e tração com deformação controlada de corpos-de-prova (CPs), os ensaios de caracterização dos materiais realizados foram os usuais, todos realizados com CPs cilíndricos de dimensão 10 x 20 cm. Basicamente, o controle de resistência à compressão (teste de compressão simples), a determinação da

resistência à tração por compressão diametral, a determinação do módulo de elasticidade (fez-se um experimento mais refinado, com taxa de deformação controlada e a aplicação de vários ciclos de carga - descarga) e a confirmação do módulo de elasticidade via teste de vibração.

A justificativa é que os ensaios descritos no **Capítulo 4**, para a obtenção detalhada dos parâmetros, não são simples, podendo-se lançar mão das indicações de PAULA (2001) a fim de obter valores médios a serem utilizados. ÁLVARES (1993) pondera que esta identificação dos parâmetros dos modelos, baseada em resultados experimentais confiáveis, é justamente uma das fases mais delicadas da análise.

### 6.1.1 Determinação da Resistência à Compressão Simples

Os CPs cilíndricos foram moldados e curados segundo as especificações da NBR 5738 (1984), e o ensaio obedeceu o estabelecido na NBR 5739 (1994), utilizada a máquina de ensaios *ELE Autotest 2000*<sup>1</sup>. A Tabela 6.1 apresenta os resultados de forma sintética.

Tabela 6.1. Quadro de resultados dos ensaios à compressão simples (MPa).

MODELO / IDADE DO CP NA DATA DE ENSAIO									
DATA ENSAIO	PÓRTICO 1		PÓRTICO 2		PÓRTICO 4		PÓRTICO 3		
04 / fevereiro							43 dias		
							49,2 51,1 52,4* 52,8*	51,4	
10 / fevereiro	59 dias		54 dias		52 dias				
	66,0 66,7	66,4	53,5 52,2	52,8	55,4 52,8	54,1			
11 / fevereiro	ENSAIO DE FISSURAÇÃO - PÓRTICO 3								
20 / março	97 dias	70,2*					87 dias	58,1*	
21-24 / março	ENSAIOS DINÂMICOS - FASE 1								
25 / março	102 dias		97 dias		95 dias		92 dias		
	69,5 72,4	71,0	54,6 56,2	55,4	53,8 57,6	55,7	57,5 58,4	58,0	
06-09 / junho	ENSAIOS DINÂMICOS - FASE 2								
02 / julho	201 dias	78,6*			194 dias				
					55,9 59,9	57,9			
27 / agosto	ENSAIO DINÂMICO - DETERMINAÇÃO DO E								
02-03 / setemb	ENSAIOS ESTÁTICOS								

<sup>1</sup> Máquina de ensaios de corpos-de-prova à compressão da marca ELE, modelo Autotest 2000. Endereço do fabricante na internet: [www.eleusa.com](http://www.eleusa.com).

**OBSERVAÇÕES:**

- a) Os resultados são indicados em MPa, com aproximação de 0,1, segundo a NBR 5739 (1994) e os valores em **negrito** são a média aritmética dos resultados individuais do conjunto de corpos-de-prova em questão;
- b) A informação em dias refere-se à idade do CP na data de ensaio, em relação à data de sua concretagem;
- c) Os valores sem asterisco referem-se a ensaios de compressão simples realizados na máquina *ELE Autotest 2000*, segundo a NBR 5739 (1994). Os valores com asterisco (\*) referem-se aos resultados de tensão máxima de compressão verificados nos ensaios do módulo de elasticidade, descritos no item 6.1.3;
- d) O aumento de resistência de 13% a 18% é coerente, considerando o período de tempo referenciado.



Figura 6.1. Ensaio de resistência à compressão simples.

### 6.1.2 Determinação da Resistência à Tração

Processou-se o ensaio de resistência à tração de CPs cilíndricos, por compressão diametral, segundo as prescrições da NBR 7222 (1994), utilizando-se a máquina *ELE Autotest 2000*. A Tabela 6.2 apresenta os resultados obtidos.



Figura 6.2. Ensaio de resistência a compressão diametral.

Tabela 6.2. Quadro de resultados dos ensaios de resistência à tração (MPa).

	MODELO / IDADE	
DATA ENSAIO	PÓRTICO 3	
	54 dias	
04 / fevereiro	3,35 3,90	<b>3,65</b>
11 / fevereiro	ENSAIO DE FISSURAÇÃO	

**OBSERVAÇÕES:**

- a) Os resultados são indicados em MPa com aproximação de 0,05, segundo a NBR 7222 (1994), e os valores em negrito são a média aritmética dos resultados individuais do conjunto de corpos-de-prova em questão;
- b) A informação em dias refere-se à idade do CP na data de ensaio, em relação à data de sua concretagem;
- c) Os resultados apontam para um valor coerente com o esperado. A NBR 6118 (2003) estabelece um valor médio de resistência à tração, diretamente proporcional à resistência, à compressão, dado pela expressão:  $f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3}$ . Adotando-se  $f_{ck} = f_{cc} = 53,5$  MPa (média dos resultados dos ensaios de 10 / fevereiro), tem-se:  $f_{ctm} = 4,26$  MPa. É próximo ao obtido (3,65 MPa), sendo o experimental cerca de 15% menor que o teórico. Esta diferença relaciona-se aos tipos de agregados utilizados, relação água-cimento, dentre outros fatores.

### 6.1.3 Determinação do Módulo de Elasticidade

O conhecimento do módulo de elasticidade ( $E$ ) é fundamental na análise das deformações e tensões das estruturas de concreto, sabendo-se que, para tensões relativamente baixas, o concreto obedece com boa aproximação a lei de Hooke. Concretos mais resistentes apresentam o trecho aproximadamente elástico da curva tensão  $\times$  deformação maior que os menos resistentes, e maior inclinação na origem desta curva (maior  $E$ ). Por sua vez, os concretos menos resistentes rompem com deformações maiores, apresentando assim maior capacidade de acomodação plástica. Portanto, os concretos muito resistentes apresentam-se relativamente mais frágeis.

O valor do módulo de deformação elástica (assim o nomeia a Norma Brasileira) pode ser determinado de acordo com as prescrições da NBR 8522 (1984). De acordo com seu procedimento, pode-se calcular três diferentes módulos de elasticidade (Figura 6.3), e a cada um deles corresponde uma metodologia experimental e um plano de carga específicos.

#### 1) Módulo tangente de deformação ( $E_{tg}$ )

Propriedade do concreto cujo valor numérico é a inclinação da reta tangente ao diagrama  $\sigma \times \varepsilon$ , em um ponto genérico “A”.

#### 2) Módulo tangente inicial de deformação ( $E_0$ )

Módulo tangente de deformação na origem “O” do diagrama  $\sigma \times \varepsilon$ .

#### 3) Módulo secante de deformação ( $E_{sec}$ )

Propriedade do concreto cujo valor numérico é a inclinação da reta secante ao diagrama tensão-deformação, passando pelos seus pontos “B” e “C” correspondentes, respectivamente, à tensão de 0,5 MPa e à tensão considerada.

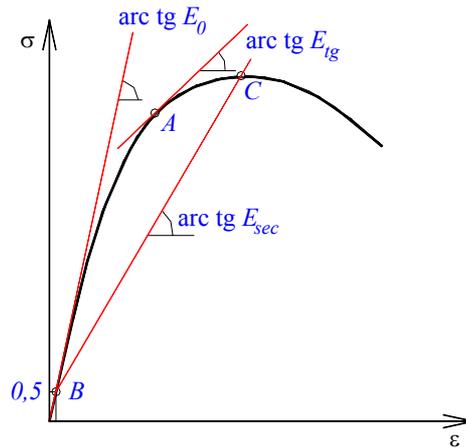


Figura 6.3. Representação esquemática dos módulos de deformação.

Geralmente emprega-se o módulo tangente inicial (na origem) para cálculos quando a estrutura está submetida a tensões muito baixas (ou quando ela se encontra nas primeiras idades); utiliza-se o módulo tangente quando se quer determinar a resposta estrutural correspondente a um valor de carga preciso, ou em torno dele (o que é relativamente raro, na prática); e lança-se mão do módulo secante quando se deseja uma relação  $\sigma \times \epsilon$  mais geral, desde a origem até o ponto no qual o módulo é determinado (neste caso, tal relação é a declividade da secante, a corda, entre os dois pontos).

No estudo do presente trabalho, sabe-se que os modelos submetem-se a ensaios dinâmicos cujo nível de tensão é relativamente baixo. Em relação aos ensaios numéricos, os elementos finitos baseados na mecânica do dano contemplam, em sua formulação, considerações sobre a queda de rigidez devido à fissuração. O valor do  $E$  fornecido deve ser o relativo ao trecho elástico. Os ensaios estáticos planejados, contrariamente aos testes dinâmicos, conduzem os pórticos até próximo do colapso – um item a ser estudado consiste justamente nesta queda de rigidez relativa ao valor inicial. Portanto, o valor do módulo desejado adequado é o secante, no trecho aproximadamente elástico.

À frente segue-se o relato da obtenção deste parâmetro, de forma usual, optando-se também pela confirmação de seu valor via ensaio dinâmico. O objetivo é avaliar a possível diferença de resultados, pois o CP ensaiado em máquinas hidráulicas é de concreto simples – e não armado, como os pórticos – além de estar submetido ao efeito do confinamento pelos pratos do pistão (efeito dos vínculos), e sofrer as influências das deformações da máquina e do capeamento de enxofre.

### 6.1.3.1 Ensaio Estáticos

Os ensaios estáticos – na verdade, “quase” estáticos – foram realizados com a máquina hidráulica *INSTRON* servo-controlada<sup>2</sup> existente no LE-SET (Figura 6.4), na qual se pode determinar o controle de deslocamento do pistão em uma taxa de velocidade mínima de 0,001 mm/s. O sistema de aquisição de dados foi o *System 5000*<sup>3</sup> (Figura 6.5), que possui uma taxa máxima de leitura igual a 10 Hz.



Figura 6.4. Máquina de ensaio *Instron*.



Figura 6.5. Sistema de aquisição de dados.

Embora seja comum a colagem de extensômetros elétricos no CP cilíndrico, esta prática não foi adotada. O motivo consistia em traçar não apenas o ramo ascendente da curva  $\sigma \times \varepsilon$ , mas investigar também o comportamento pós-pico. Objetivava-se, inclusive de forma mais abrangente, submeter os CPs a vários ciclos de carregamento-descarregamento para verificar a queda progressiva da rigidez do material. Assim, um extensômetro colado ao CP, ou mesmo um extensômetro de imersão, seria danificado nos picos de tensão, em função da fissuração do concreto.

Considerando o exposto, não se adotou exclusivamente o conjunto de prescrições da NBR 8522 (1984), mas obedeceu-se, prioritariamente, o RILEM TC 148-SSC (2000), que define uma metodologia específica para determinar os ramos pré e pós-pico (trecho “softening”) de CP de concreto (todavia, este trabalho refere-se a apenas um ciclo carga-descarga).

---

<sup>2</sup> Máquina servo-controlada da marca *INSTRON*, modelo 8506, com capacidade para até 2.500 kN. Endereço do fabricante na internet: [www.instron.com](http://www.instron.com)

<sup>3</sup> Sistema para aquisição de dados para extensometria, marca Vishay Measurements Groups, modelo System 5000. Endereço do fabricante na internet: [www.vishay.com/company/brands/measurements-group/guide/inst/5000/5000.htm](http://www.vishay.com/company/brands/measurements-group/guide/inst/5000/5000.htm)

A instrumentação escolhida consistiu de transdutores de deslocamento<sup>4</sup> e de extensômetros elétricos removíveis<sup>5</sup> (Figura 6.6 e Figura 6.7).



Figura 6.6. Instrumentação dos CPs

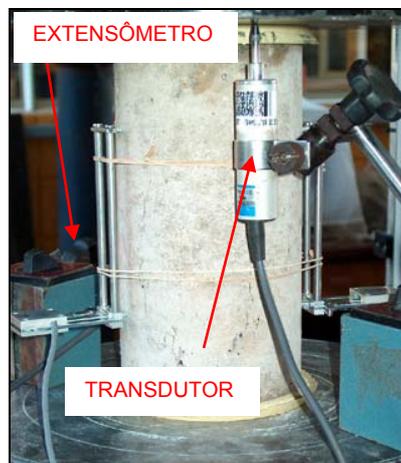


Figura 6.7. Detalhe da instrumentação

A Figura 6.8 e a Figura 6.9 apresentam as curvas  $\sigma \times \varepsilon$  medidas pelos transdutores de deslocamento e pelos extensômetros. Percebe-se a diminuição da rigidez provocada pela fissuração em cada ramo ascendente sucessivo. A Figura 6.10 reúne no mesmo gráfico as curvas médias, acrescidas das curvas obtidas pelo deslocamento do pistão da máquina *Instron*. Um delas parcialmente corrigida, pois já foi descontada a acomodação (da máquina, pistão e CP) sempre presente no início dos ensaios (e que provoca a translação da curva no sentido positivo), mas não foi corrigida a sua rotação. Maiores detalhes sobre esta metodologia, e sua justificativa, podem ser encontradas em CARRAZEDO (2002).

Importa notar que as inclinações das três curvas são diferentes. O valor de  $E$  calculado pelos extensômetros resulta significativamente maior do que o valor obtido pelos transdutores (até 100% maior), e ainda superior se for considerado o pistão. Esse número não passa despercebido e a Tabela 6.3 demonstra. Interpreta-se que a influência do capeamento (material de diferente rigidez), a base de leitura do instrumento (todo ou parte da extensão do CP), e a deformação da própria máquina (que, evidentemente, sofre tração em sua estrutura) interfiram nestes resultados.

<sup>4</sup> Transdutores da marca *Kyowa*, modelo DTH-A-10, de curso de 10 mm.

<sup>5</sup> Extensômetros da marca MSI (Micro Sensores Industrial), de curso de 2,5 mm.

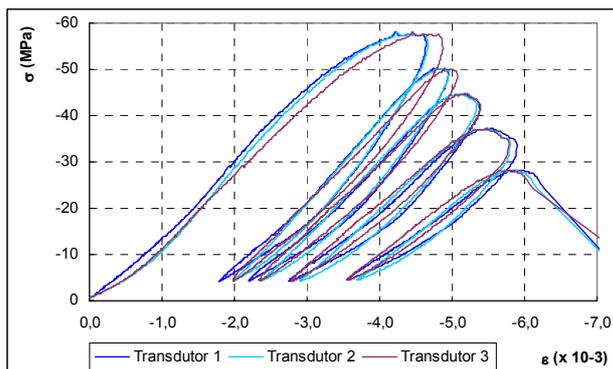


Figura 6.8. Diagrama  $\sigma \times \epsilon$  dos transdutores de deslocamento.

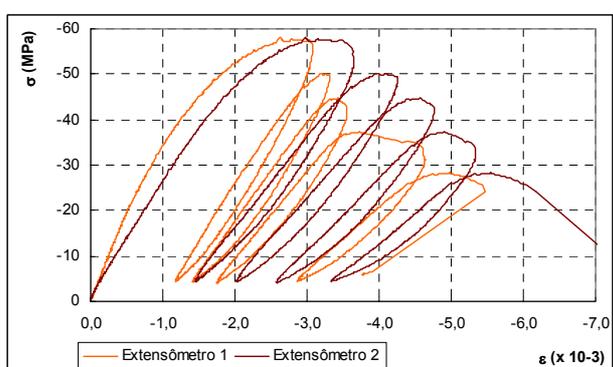


Figura 6.9. Diagrama  $\sigma \times \epsilon$  dos extensômetros removíveis.

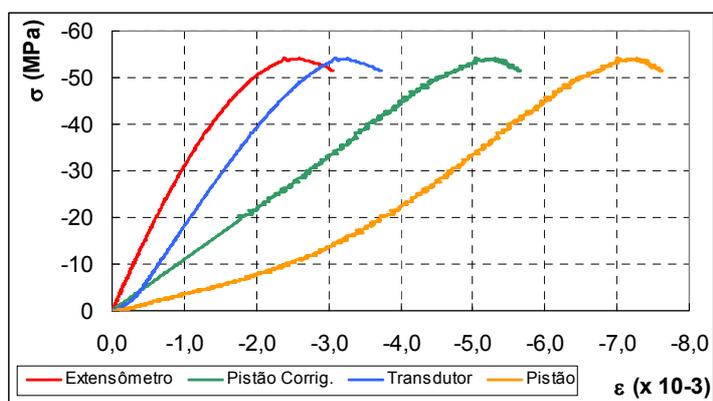


Figura 6.10. Diagrama  $\sigma \times \epsilon$  médio medido por diferentes sensores.

Tabela 6.3. Valores de  $E$  para os diferentes sensores (MPa).

SENSOR DE MEDIDA	$E$ (MPa)
Pistão	5.000
Pistão corrigido	11.000
Transdutor	21.000
Extensômetro	33.000

Entende-se, por fim, que o resultado mais correto seja o do extensômetro, dada a inexistência da influência da máquina e do capeamento do CP. Por outro lado, esta leitura, após o CP alcançar a tensão de ruptura, pode ser inviabilizada se ocorrer um lascamento do concreto justamente em sua lâmina de contato (aconteceu com um dos extensômetros em dois ensaios, nunca com os dois simultaneamente).

A partir de gráficos similares ao ilustrado na Figura 6.9, foram calculados os módulos de elasticidade, mostrados na Tabela 6.4, feito um misto das prescrições da NBR 8522 (1984) e do ASTM C 469 (1994). A expressão de cálculo é:

$$E = \frac{\sigma_f - \sigma_a}{\varepsilon_f - \varepsilon_a} \quad (6.1)$$

$\sigma_f$  = tensão correspondente a 30 % da tensão de ruptura. O ASTM C-469 (1994)

prescreve 40%<sup>6</sup>;

$\sigma_a$  = tensão inicial igual a 0,5 MPa, conforme a NBR 8522 (1984);

$\varepsilon_f$  = deformação correspondente a  $\sigma_f$  (30 % da tensão de ruptura). O ASTM C-469

(1994) prescreve a deformação corresponde a 40% de  $\sigma_f$ ;

$\varepsilon_a$  = deformação correspondente a  $\sigma_a$ , conforme a NBR 8522 (1984);

Tabela 6.4. Quadro de resultados dos ensaios do módulo de elasticidade (em MPa).

MODELO / IDADE DO CP NA DATA DE ENSAIO					
DATA ENSAIO	PÓRTICO 1		PÓRTICO 4		PÓRTICO 3
04 / fevereiro					43 dias
					32.354,2 32.016,1
11 / fevereiro	ENSAIO DE FISSURAÇÃO - PÓRTICO 3				
20 / março	97 dias	37.182,9			87 dias 31.258,0
21-24 / março	ENSAIOS DINÂMICOS - FASE 1				
06-09 / junho	ENSAIOS DINÂMICOS - FASE 2				
02 / julho	201 dias	38.338,0	194 dias		33.664,8
			33.213,0 34.116,7		
27 / agosto	ENSAIO DINÂMICO - DETERMINAÇÃO DO E				
02-03 / setemb	ENSAIOS ESTÁTICOS				

<sup>6</sup> A norma inglesa BS 1881:Parte 121: 1983, segundo NEVILLE (1997), especifica 33% da tensão de ruptura.

**OBSERVAÇÕES:**

- a) Embora a NBR 8522 (1984) explicitamente que os resultados para o módulo de elasticidade devam ser indicados em GPa, arredondando ao décimo, os resultados da tabela anterior são indicados em MPa, com aproximação de 0,1;
- b) Os valores em negrito são a média aritmética dos resultados individuais do conjunto de corpos-de-prova em questão;
- c) A informação em dias refere-se à idade do CP na data de ensaio, em relação ao dia de sua concretagem;
- d) O crescimento do módulo de elasticidade em todo o período estudado, da ordem de 3% a 7%, é coerente.

**6.1.3.2 Ensaios Dinâmicos**

MEHTA; MONTEIRO (1994) afirmam que o “módulo dinâmico de deformação”, correspondente a uma deformação instantânea muito pequena, é dado, aproximadamente, pelo módulo tangente inicial, geralmente 20, 30 ou 40% maior que o módulo estático de deformação para concretos de alta, média e baixa resistência, respectivamente.

NEVILLE (1997) discute o módulo de elasticidade dinâmico ( $E_d$ ) e apresenta um método prescrito pela ASTM C 215-91 e pela BS 1881:Parte 209:1990 para se determinar a frequência fundamental de ressonância de corpos-de-prova, a partir da qual calcula-se o  $E_d$ .

De fato, a ASTM C 215-91 (1991) trata de ensaios de vibração em CPs de concreto para a determinação de suas frequências transversal, longitudinal e torsional, com o intuito de avaliar o módulo de elasticidade dinâmico. Dois aspectos dessa norma chamam a atenção: primeiro, não há uma dimensão padrão para os corpos-de-prova, aceitáveis as formas cilíndrica e prismática; segundo, justamente pelas dimensões serem livres, existe uma tabela de correção do valor calculado do  $E_d$ , pois a expressão analítica usada baseia-se exclusivamente na deformação por flexão. Por depender das dimensões, quanto maior a relação altura x vão do CP, menor será (proporcionalmente) o valor de  $E_d$ , maior será o fator de correção.

Uma segunda norma americana, ASTM E 1876-01 (2001), rege os testes de vibração com excitação impulsiva, para a determinação do módulo de elasticidade,

módulo de cisalhamento e coeficiente de Poisson, independente do material, não especificamente o concreto.

Embora NEVILLE (1997) afirme sobre a desvinculação entre o  $E$  estático do concreto ( $E_c$ ) e o seu  $E_d$ , ele apresenta uma série de relações empíricas, extraídas da literatura, aplicáveis em certos intervalos. A Tabela 6.5 sintetiza estas informações.

Tabela 6.5. Relações entre os módulos de elasticidade estático e dinâmico

RELAÇÃO	FONTE (citada por NEVILLE; 1997)
$E_c = 0,83 \cdot E_d$	Lyndon & Baladran
$E_c = 1,25 \cdot E_d - 19$	Código britânico CP 110:1972
$E_c = k \cdot E_d^{1,4} \cdot \rho^{-1}$	Popovics

No presente trabalho, realizou-se um ensaio de vibração na viga do pórtico semi-rígido, que podia ser separada facilmente dos pilares, com o uso de um martelo de impacto<sup>7</sup> e do sistema ACE<sup>8</sup> de geração de sinais, aquisição e tratamento de dados.

O objetivo era determinar a 1ª frequência natural da viga. Utilizando a expressão analítica do cálculo da frequência de vigas consideradas como sistemas contínuos na condição livre-livre (a expressão considera apenas a flexão e negligencia a deformação axial, distorção por cisalhamento e a inércia à rotação), pode-se determinar o valor do módulo de elasticidade, considerado como a incógnita do problema, a partir do conhecimento da frequência. A citada expressão é indicada, por exemplo, por BLEVINS (1984) e transcrita abaixo:

$$f_1 = \frac{22,40}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{E I g}{w L^4}} \quad (6.2)$$

$E$  = módulo de elasticidade;

$I$  = momento de inércia;

$g$  = aceleração da gravidade;

$w$  = peso da viga por metro linear;

$L$  = comprimento da viga (vínculos de extremidade livres).

<sup>7</sup> Martelo de impacto da marca PCB. Endereço do fabricante na internet: [www.pcb.com](http://www.pcb.com).

<sup>8</sup> Sistema *SignalCalc ACE*, do fabricante *DataPhysics*. Endereço do fabricante na internet: [www.dataphysics.com](http://www.dataphysics.com).

Ressalta-se a condição de vínculo considerada como livre-livre, diferente dos ensaios estáticos usuais, isenta de influências externas. Para que esta premissa seja satisfeita, põe-se a viga sobre molas (Figura 6.11 e Figura 6.12) de rigidezes tais, que a frequência de corpo rígido do conjunto corresponda a 10% da primeira frequência natural estimada da viga na situação livre-livre.

Esta primeira frequência pode ser calculada por via computacional ou estimada pela expressão analítica eq. (6.2), utilizando-se o  $E$  dos ensaios estáticos. Resulta em  $f_1 = 106,8$  Hz. Assim, as molas devem proporcionar uma frequência de corpo-rígido aproximada de 10 Hz, e a rigidez do conjunto de mola deve resultar:

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \quad (6.3)$$

$$k = (2\pi \cdot 10)^2 \cdot 61 \quad k \cong 240 \text{ kN/m} \quad (6.4)$$

Portanto, com a utilização de quatro molas, a rigidez individual deve ser 60 kN/m. A massa de 61 kg foi obtida com o auxílio de uma balança, resultando para a densidade do concreto armado utilizado  $2.509 \text{ kg/m}^3$ . Fez-se uma verificação aproximada da rigidez das molas escolhidas, aplicando-se uma determinada força e verificando-se o seu deslocamento. A Figura 6.13 mostra a FRF obtida.



Figura 6.11. Ensaio de vibração da viga



Figura 6.12. Detalhe das molas utilizadas

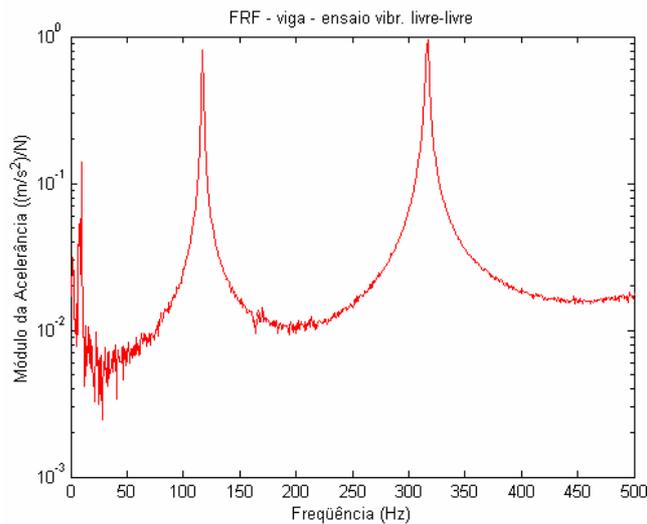


Figura 6.13. FRF do ensaio de vibração livre da viga do pórtico

Pela FRF, tem-se:

- frequência de corpo rígido = 9,4 Hz
- 1ª frequência natural = 117,5 Hz
- 2ª frequência natural = 316,9 Hz

A frequência de corpo rígido está muito próxima da imaginada (a diferença reside na rigidez da mola, não precisamente igual a 60 kN/m). Substituindo o valor da 1ª frequência natural na expressão (6.2), obtém-se  $E_d = 40.700$  MPa. Nesta data, o módulo de elasticidade, determinado pelos ensaios estáticos, corresponde a 33.665 MPa (Tabela 6.3). O teste dinâmico aponta para um valor 21% superior.

Este valor corresponde à indicação feita por MEHTA; MONTEIRO (1994) de que para concretos de alta resistência (caso em questão) o  $E_d$  seria 20% superior. Em relação às expressões citadas por NEVILLE (1997), ter-se-iam as seguintes previsões:

- Lyndon & Baladran:  $E_d = 40.560$  MPa  $\Rightarrow$  0,3% inferior
- Código CP 110:1972:  $E_d = 42.132$  MPa  $\Rightarrow$  3,4% superior
- Popovics: não é possível calcular, pois não é indicada a constante k

O resultado obtido experimentalmente é muito semelhante às indicações das referências citadas. Foi feita uma outra comparação, agora considerando a seção homogeneizada.

Perceba-se que a viga é de concreto armado, diferentemente do corpo-de-prova, de concreto simples. Logo, sua inércia deve ser superior à inércia bruta da seção,

considerando apenas o concreto. Efetua-se, assim, a homogeneização da seção transversal, ou seja: transforma-se a área de armadura em área de concreto equivalente, e altera-se o valor do momento de inércia usado na eq. (6.2). Neste caso, obtém-se:

$$\text{➤ } E_d = 38.000 \text{ MPa} \Rightarrow 12,9\% \text{ superior.}$$

Fazendo-se os mesmos cálculos para a 2ª frequência (a constante 22,4 da eq. (6.2) deve ser substituída pelo valor 61,7), obtém-se:

$$\text{➤ } E = 39.000 \text{ MPa (para a seção não homogeneizada)}$$

$$\text{➤ } E_d = 36.500 \text{ MPa (para a seção homogeneizada)} \Rightarrow 8,4\% \text{ superior}$$

## ANÁLISE DOS RESULTADOS

- i) O módulo de elasticidade dinâmico resulta muito próximo ao prescrito na literatura, devendo igualar-se ao módulo tangente na origem;
- ii) O baixo nível de excitação imposta pelo teste de impacto utilizado (com o martelo, a excitação induzida é de curtíssima duração e pouca magnitude) provoca pequenas deformações na viga, o que justifica o valor de  $E_{tg}$  na origem.
- iii) Em ensaios tradicionais do  $E$  (de compressão do CP) já se verifica diferença de resultados quando a velocidade da aplicação da carga varia. FURNAS (1997) apresenta um gráfico  $\sigma \times \varepsilon$  (Figura 6.14), baseado em Troxell et al.<sup>9</sup> com velocidades de carga variando de 5 s a 20 min. Quanto menor a duração do carregamento, maior o  $E$ ;
- iv) A tentativa de calcular um módulo de elasticidade considerando a seção homogeneizada e, portanto, de maior inércia, resulta em valores bastante razoáveis;
- v) Influi também, na diferença de resultados obtida pelo ensaio de vibração livre, a eq. (6.2), analítica, que considera apenas os efeitos de flexão.

---

<sup>9</sup> Troxell, G.E.; Davis, H.E.; Kelly, J.W. Composition and properties of concrete. 2 ed. New York, McGraw-Hill, 1968. p.325-326, 331.

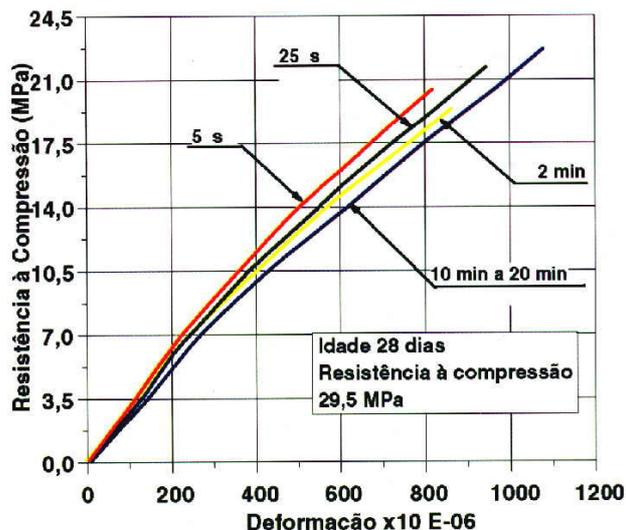


Figura 6.14. Influência da velocidade de carga na determinação do  $E$  (FURNAS; 1997).

Outros estudos de determinação do módulo de elasticidade dinâmico, e sua correlação com os resultados de ensaios estáticos, foram desenvolvidos em um trabalho paralelo, inclusive com o objetivo de determinar as dimensões adequadas de um corpo-de-prova padrão (Figura 6.15). Foram realizados, adicionalmente, ensaios de carregamentos nestes CPs a fim de provocar um estado de fissuração (Figura 6.16), e o estudo da correlação dessa danificação com a queda de rigidez.



Figura 6.15. Determinação do  $E_{din}$  de CPs. Figura 6.16. Ensaio de fissuração dos CPs.

O estudo do módulo de elasticidade via ensaios dinâmicos ainda é um assunto de pesquisas atuais, cada vez com mais requintes matemáticos e estatísticos (PINTELON et al.; 2004).

## 6.2 Ensaio de Danificação do Pórtico 3

### 6.2.1 Ensaio Experimental

O intuito principal do ensaio de danificação/fissuração foi provocar o dano generalizado no pórtico 3 visando os seus ensaios dinâmico e estático, e a construção dos modelos de elementos finitos (baseados na Mecânica do Dano) para verificar a coerência dos resultados computacionais com os experimentais.

Inicialmente foi elaborada uma planilha para calcular o momento de fissuração e o momento último relativo à viga da estrutura, apresentada no **Apêndice A**. O ensaio foi feito aplicando-se duas cargas concentradas (Figura 6.17), sendo o máximo da carga igual a 30,2 kN. Acompanhou-se o deslocamento do ponto médio da viga por meio de um transdutor de deslocamento.

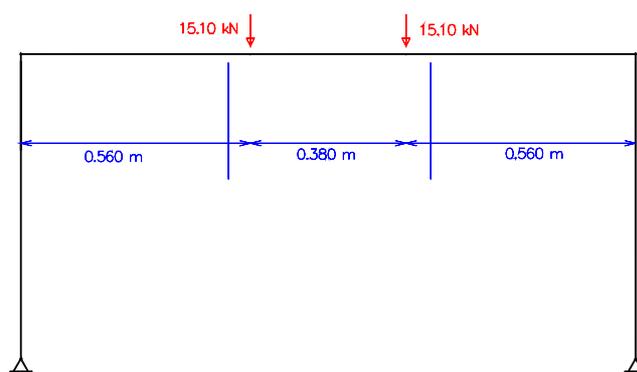


Figura 6.17. Ensaio de danificação - carregamento máximo.

O gráfico da força aplicada versus o deslocamento do ponto médio é exposto na Figura 6.18. Perceba-se que o deslocamento final corresponde a aproximadamente 2 mm enquanto que o cálculo elástico linear indica 0,68 mm, considerando a seção com inércia bruta; ou 0,62 mm, considerando a seção homogeneizada – valores bastante inferiores ao experimental. Isto é coerente, pois o concreto fissura, perde rigidez, o que não é considerado no cálculo elástico. A Figura 6.19 ilustra a curva experimental e a previsão elástica linear (seção homogeneizada).

O momento de fissuração, apresentado na planilha do **Apêndice A**, corresponde a 2,37 kN.m. Na determinação de esforços em 1ª ordem, para se obter este momento atuante o carregamento deve ser 16,1 kN. Este é praticamente o valor apontado na Figura 6.18, quando a curva  $F \times \delta$  sofre uma mudança na sua inclinação. A partir deste

ponto inicia-se o processo de fissuração, a viga torna-se menos rígida e os deslocamentos crescem significativamente.

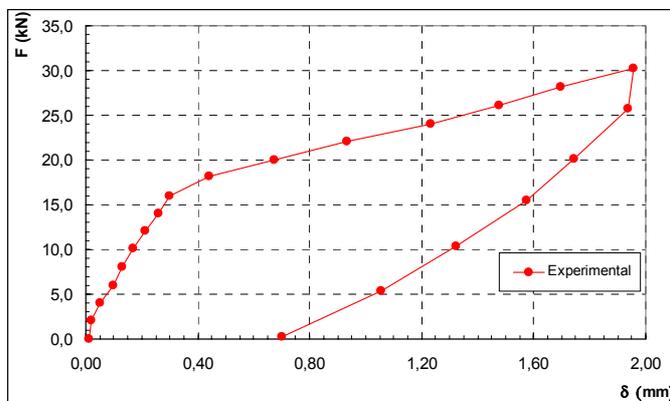


Figura 6.18. Deslocamento do ponto médio da viga.

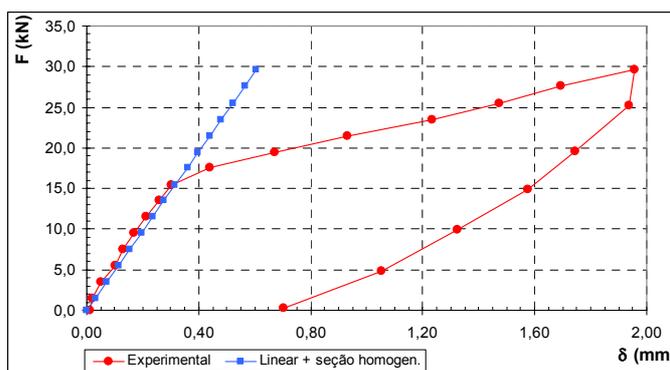


Figura 6.19. Comparação do resultado experimental com analítico.

### 6.2.2 Ensaios Computacionais

Foram feitas análises pelo MEF considerando um comportamento não-linear físico, para simular o ensaio de danificação. A Figura 6.20 e a Figura 6.21 ilustram as respostas obtidas para os modelos de Mazars e La Borderie, respectivamente. Em ambos os modelos os apoios foram simulados como articulados, como de fato imagina-se que eles sejam, de acordo com o descrito no **Capítulo 5 – Programa e Metodologia**.

Inicialmente foram adotados valores médios de acordo com PAULA (2001) para os diversos parâmetros dos modelos. Testou-se a variação individual destes parâmetros, mas os resultados não se mostraram muito diferentes dos obtidos com os dados médios.

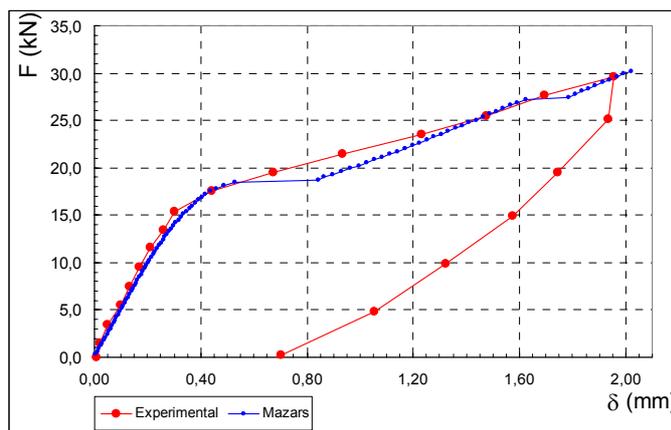


Figura 6.20. Simulação do ensaio de danificação com o modelo de Mazars.

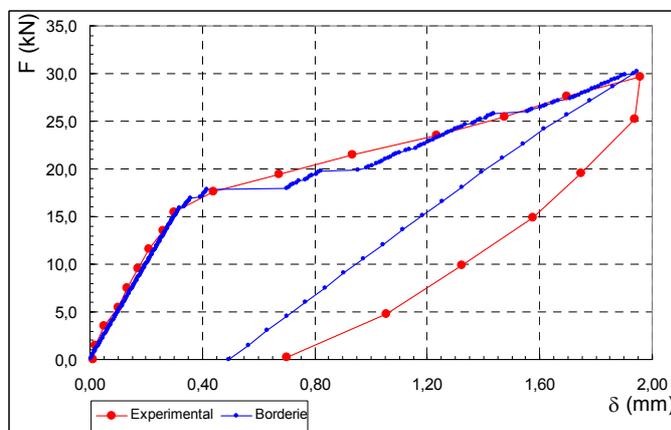


Figura 6.21. Simulação do ensaio de danificação com o modelo de La Borderie.

## ANÁLISE DOS RESULTADOS

- i) Os resultados dos dois modelos, entre si, são muito parecidos, sendo o de Mazars um pouco mais flexível. A maior diferença encontra-se na deformação residual, pois o de Mazars, mais simplificado, não considera sua existência (na figura, inclusive, não é posto o ramo descendente da força);
- ii) A deformação final calculada pelo modelo de La Borderie é menor que o experimental. Em parte isso se deve à forma como o modelo considera esse dano residual: percebe-se que a resposta do ramo de descarga é linear, enquanto que no experimental ela é curva, incorrendo em deformações residuais maiores;
- iii) Nota-se que admitir os apoios como articulados ( $K_m = 0$ ) é o mais coerente. Evidente que existe um mínimo de restrição ao momento, justificando, inclusive, a curva experimental ser levemente mais rígida que a computacional;

- iv) Outra importante constatação é o acréscimo abrupto de deslocamento na faixa da força igual a 18 a 19 kN (na curva dos modelos constitutivos), aproximadamente o valor teórico correspondente ao momento de fissuração, quando a estrutura passa do estágio I para o estágio II;
- v) Perceba-se que os resultados computacionais mostram alguns trechos horizontais, representando aumentos relativamente grandes de deslocamento entre dois incrementos de carga sucessivos. Estes saltos de deslocamento significam que o modelo matemático está simulando a formação de zonas de fissuras (onde, evidentemente a rigidez decresce abruptamente) e a redistribuição de esforços. O patamar mais significativo refere-se ao discutido no item (v) anterior.

## 6.3 Ensaios de Flexão dos Pilares

### 6.3.1 Ensaios Experimentais

Dois pilares isolados foram ensaiados à flexão pela aplicação de um carregamento crescente, sendo o objetivo do experimento determinar o valor da rigidez da ligação do apoio. Nos cálculos analíticos, a fissuração progressiva foi considerada pela redução da inércia segundo as fórmulas de Branson, constantes no ACI 318 (1999) e também na NBR 6118 (2003). Cada pilar foi instrumentado com apenas um transdutor de deslocamento, colocado na linha de ação da força, a 63 cm de altura (Figura 6.22). As curvas  $F \times \delta$  de resposta são mostradas na Figura 6.23.



Figura 6.22. Ensaio de flexão dos pilares isolados.

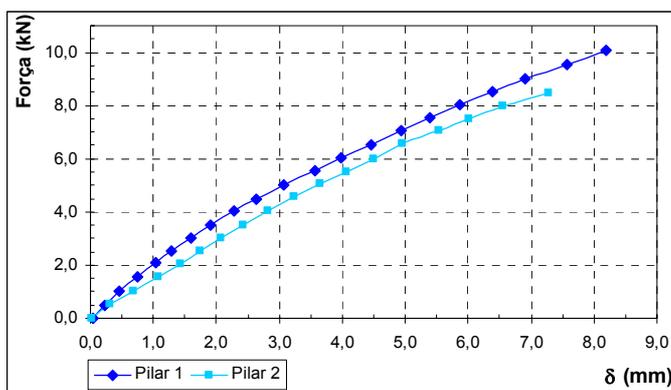


Figura 6.23. Resultados dos ensaios de flexão.

Os resultados experimentais foram comparados com os resultados analíticos para um pilar supostamente engastado-livre (o apoio rotulado sequer foi cogitado, pois neste caso a estrutura seria hipostática.). A Figura 6.24 faz a comparação com a curva da análise elástico linear (inércia da seção bruta, não homogeneizada) e com a análise considerando o material como concreto fissurável, de fato, realizando-se o decréscimo da rigidez da seção através das fórmulas de Branson (seções homogeneizadas). Destaque-se que curva de resposta obtida como uso do modelo de Mazars é praticamente coincidente com a das fórmulas de Branson, não necessitando ser repetida na Figura 6.24.

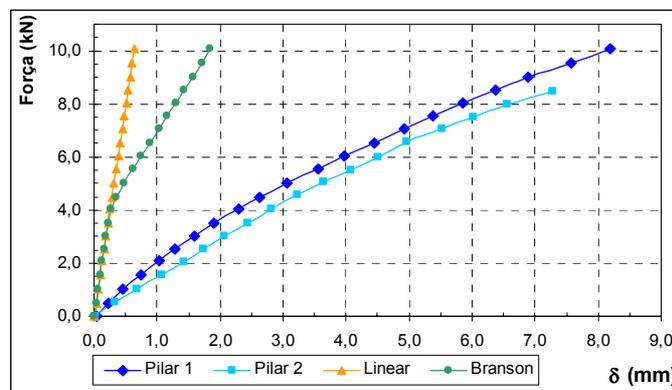


Figura 6.24. Respostas analíticas e experimentais dos pilares.

As fórmulas de Branson, eqs. (6.5) e (6.6), especificam uma inércia equivalente a ser levada em conta nos cálculos da rigidez, função do momento aplicado e do momento de fissuração, adotado como referência para o limite em que as seções transversais do elemento estrutural passa do estágio I (concreto resiste à tração) para o estágio II (concreto não resiste à tração). Os dados do cálculo das inércias equivalentes são apresentados no **Apêndice B**.

$$x_e = \left(\frac{M_r}{M}\right)^{2,5} \cdot x_1 + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M}\right)^{2,5}\right] \cdot x_2 \leq x_1 \quad (6.5)$$

$$I_e = \left(\frac{M_r}{M}\right)^3 \cdot I_1 + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M}\right)^3\right] \cdot I_2 \leq I_1 \quad (6.6)$$

$M_r$  = momento de fissuração;

$M$  = momento aplicado;

$x_e, I_e$  = posição efetiva da linha neutra e momento de inércia efetivo;

$x_1, I_1$  = posição da linha neutra e momento de inércia no estádio I;

$x_2, I_2$  = posição da linha neutra e momento de inércia no estádio II;

Pode-se perceber, pela Figura 6.24, que os resultados não são satisfatórios.

Deduz-se, portanto, que o deslocamento do pilar não é dado por  $\delta = \frac{F \cdot L^3}{3 \cdot E_c \cdot I_0}$  (regime

elástico-linear), nem por  $\delta = \frac{F \cdot L^3}{3 \cdot E_c \cdot I_{eq}}$  (considerando a inércia equivalente reduzida);

mas deve ser calculada pela expressão:

$$\delta = a_1 + a_2 = \frac{F \cdot L^3}{3 \cdot E_c \cdot I_{eq}} + \frac{F \cdot L^2}{K_m} \quad (6.7)$$

cuja representação gráfica é apresentada na Figura 6.25.

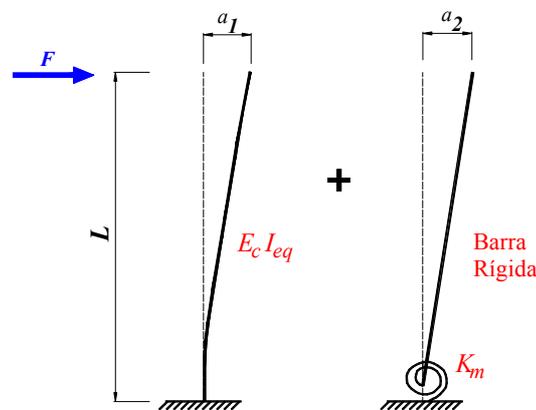


Figura 6.25. Composição do deslocamento resultante do pilar.

Assim, de forma inversa, tendo-se a resposta  $\delta$  (obtida com os ensaios), pode-se calcular a rigidez do apoio  $K_m$ , resultando:

- PILAR 1
  - 800 kN.m/rad (como uma média para todo a curva  $F \times \delta$ )
  - 1.000 kN.m/rad (para o trecho inicial da curva)
- PILAR 2
  - 630 kN.m/rad (como uma média para todo a curva  $F \times \delta$ )
  - 660 kN.m/rad (para o trecho inicial da curva)

Certamente que a rigidez para o trecho inicial deve ser maior, pois existe uma menor deformação da chapa metálica, do parafuso e da armadura longitudinal, mesmo que proporcional, quando a intensidade da força é menor. Em relação aos valores anteriores, tem-se a impressão que os obtidos para o pilar 1 sejam mais realistas, podendo ter acontecido algum problema, não percebido a tempo, no experimento.

A Figura 6.26 e a Figura 6.27 ilustram a comparação dos resultados experimentais com os analíticos, agora levando em conta a inércia reduzida pelas expressões de Branson e a existência de um apoio semi-rígido igual a 800 kN.m/rad ou 600 kN.m/rad. Facilmente infere-se a melhora nos resultados, o que comprova a necessidade de ser considerado o apoio semi-rígido.

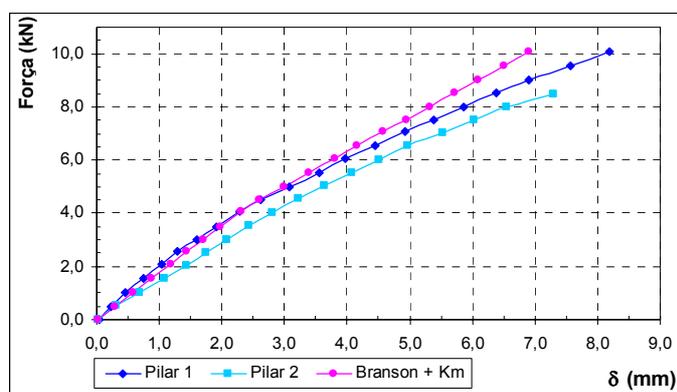


Figura 6.26. Resultado analítico considerando  $K_m = 800$  kN.m/rad.

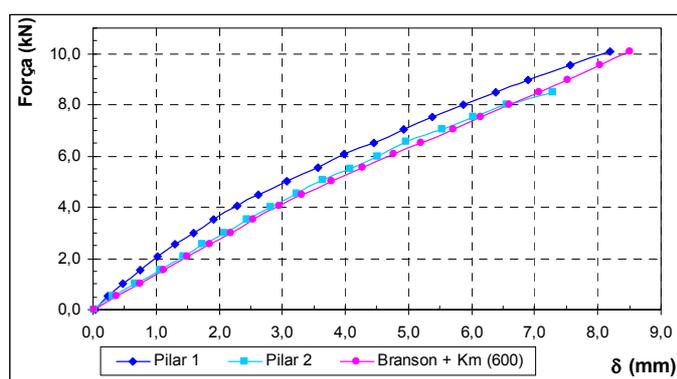


Figura 6.27. Resultado analítico considerando  $K_m = 600$  kN.m/rad.

A Figura 6.28 apresenta a variação dos valores que se obtém para a rigidez do apoio à medida que a força aplicada varia. Esta rigidez é a secante, calculada ponto a ponto (sempre tendo em vista a redução da inércia pelas expressões de Branson). Interessante notar que a rigidez, de fato, não é um valor constante.

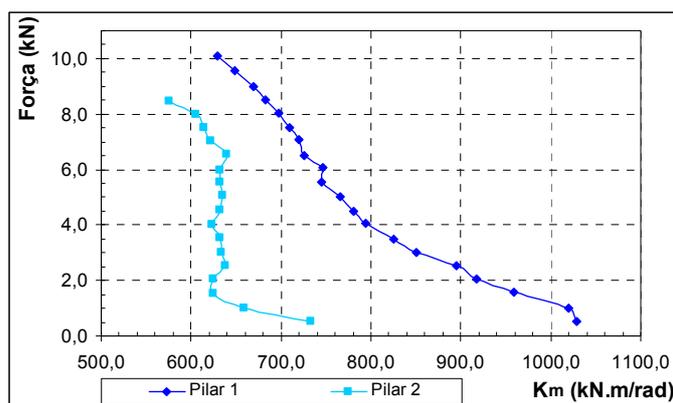


Figura 6.28. Variação do  $K_m$  da base a cada incremento de carga.

### ANÁLISE DOS RESULTADOS

- i) Confrontaram-se os resultados experimentais do ensaio estático com os dados analíticos considerando: 1) a inércia bruta e regime linear; 2) a inércia equivalente, reduzida, obtida pelas fórmulas de Branson. Ambos os resultados não são satisfatórios;
- ii) Quando se considera a existência de uma mola semi-rígida no apoio, além das fórmulas de Branson, os resultados calculados tornam-se próximos dos reais. Pode-se apontar esta rigidez média da mola como 800 kN.m/rad, ou 1.000 kN/m para baixas solicitações (adotando-se os valores obtidos para o pilar 1);
- iii) Esta diferença é razoável ao se perceber que à medida que a força aplicada aumenta, tornam-se mais relevantes a deformação do parafuso, por tração, a deformação da chapa, por flexão, e a deformação da armadura longitudinal do pilar. Tem-se, assim, uma “flexibilização” maior da ligação do apoio;
- iv) A partir da curva experimental, calcula-se uma rigidez do apoio para cada incremento de carga, obtendo-se a curva da Figura 6.28. Dela infere-se as rigidezes aproximadas que serão utilizadas nos ensaios computacionais. Para o pilar 1:  $650 < K_m < 1050$ ; e para o pilar 2:  $550 < K_m < 750$ .

### 6.3.2 Ensaios Computacionais

Os pilares isolados também foram discretizados levando-se em conta os modelos constitutivos para o concreto. Não são apresentadas as curvas considerado o apoio

rotulado, pois a estrutura seria hipostática, nem considerado o apoio rígido, pois a diferença para os resultados experimentais é muito grande.

A Figura 6.29 e a Figura 6.30 ilustram as respostas obtidas para o modelo de Mazars, para os pilares 1 e 2, respectivamente, tendo em vista a rigidez do apoio variável, linearmente, entre 1050 kN.m/rad e 650 kN.m/rad. Incluem-se, à frente, apenas os resultados para o modelo de Mazars, pois os obtidos pelo modelo de La Borderie são praticamente idênticos àqueles.

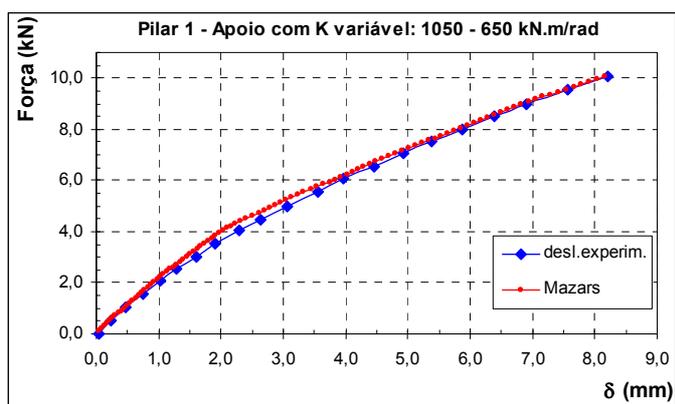


Figura 6.29. Simulação do ensaio de flexão do pilar 1 com o modelo de Mazars.

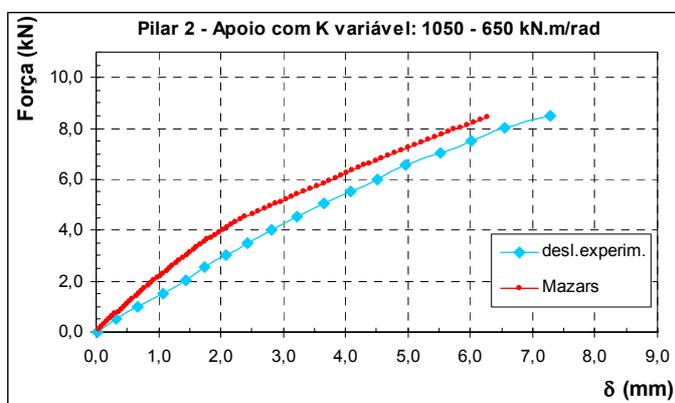


Figura 6.30. Simulação do ensaio de flexão do pilar 2 com o modelo de Mazars.

Como os cálculos analíticos apontam uma rigidez menor para o pilar 2, também fez-se uma avaliação para valores de  $K_m$  entre 750 e 550 kN.m/rad (Figura 6.31).

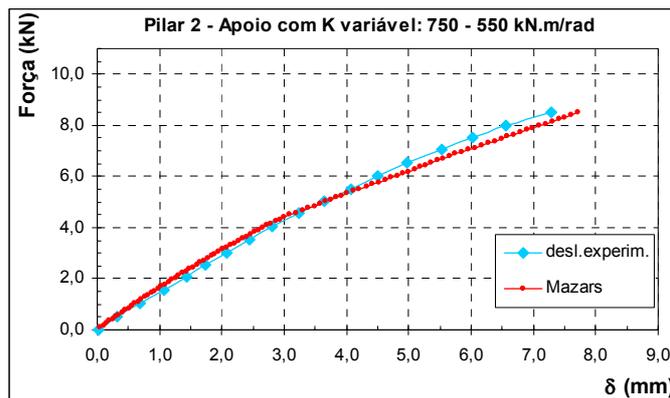


Figura 6.31. Simulação do ensaio de flexão do pilar 2 com o modelo de Mazar's.

## ANÁLISE DOS RESULTADOS

- i) Os resultados computacionais podem ser aceitos como idênticos aos experimentais, o que demonstra que os parâmetros adotados para o material, aliado à rigidez variável para os pilares, estão corretos;
- ii) Nas análises dos pilares os modelos de Mazar's e La Borderie foram igualmente satisfatórios. A maior diferença entre eles, o cálculo das deformações residuais, não foram medidas nos ensaios experimentais;
- iii) Como esperado, a rigidez do pilar 2 é inferior à do pilar 1. A definição correta destes valores será observada quando da análise dos pórticos, no item seguinte.

## 6.4 Ensaios de Flexão dos Pórticos

### 6.4.1 Ensaios Experimentais

Os quatro pórticos foram ensaiados à flexão, pela aplicação de um carregamento crescente em um ponto situado no eixo da viga (a almofada escolhida para o modelo semi-rígido foi a espessa). Os objetivos dos experimentos consistiam, principalmente, em averiguar a rigidez dos apoios e a rigidez lateral das estruturas. A instrumentação dos pórticos foi feita através de cinco transdutores de deslocamento (Figura 6.32). O ensaio era interrompido quando a estrutura produzia alguns estalos, indicando que as soldas entre as barras dos pilares e a chapa metálica de base rompiam-se, e o aumento

da força aplicada tornava-se impossível (os deslocamentos cresciam sem a equivalência da força). O **Apêndice C** contém as configurações finais de fissuração.

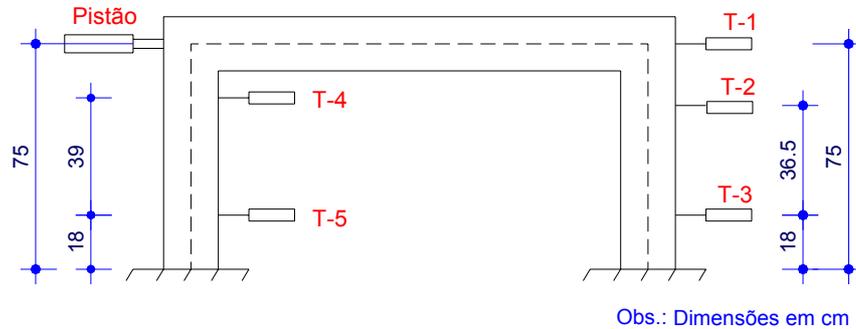


Figura 6.32. Esquemático da instrumentação dos ensaios de flexão.

Com a finalidade de estudo comparativo, foram construídos todos os gráficos das respostas dos transdutores, em função da força aplicada, e também os gráficos da rotação dos pilares, em função do momento aplicado (tomado na base). O momento é simplesmente o produto da força pelo braço, e a rotação é calculada pelas expressões:

$$\theta_{rot. pilar\ esq.} = \frac{u_{transd.4} - u_{transd.5}}{\Delta h_{(transd.4 - transd.5)}} \quad (6.8)$$

$$\theta_{rot. pilar\ dir.} = \frac{u_{transd.2} - u_{transd.3}}{\Delta h_{(transd.2 - transd.3)}} \quad (6.9)$$

A Figura 6.33 apresenta uma comparação geral entre os deslocamentos dos modelos (considerando o nó do eixo da viga – transdutor 1).

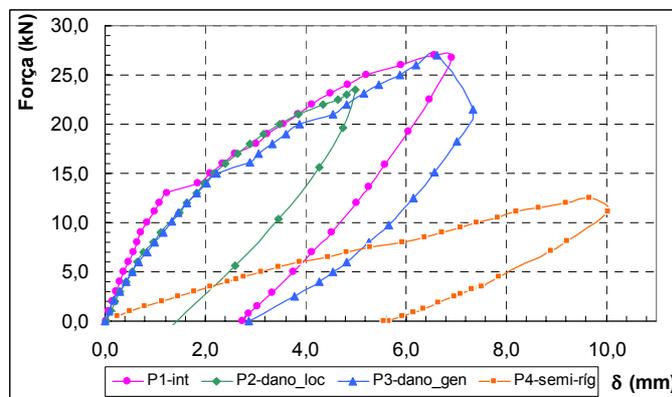


Figura 6.33. Curvas dos deslocamentos dos pórticos.

Calculou-se a rigidez à flexão lateral equivalente dos pórticos (inclinação da curva  $F \times \delta$ ) no trecho inicial (até  $F = 5$  kN), onde se percebe claramente um regime linear (Tabela 6.6).

Tabela 6.6. Rigidez inicial à flexão lateral dos pórticos.

PÓRTICO	$K_{flexão\ inicial}$ (kN/m)
1 - ÍNTEGRO	13.800
2 - DANO LOCALIZADO	10.350
3 - DANO GENERALIZADO	9.670
4 - SEMI-RÍGIDO	2.280

Das curvas  $M \times \theta$ , apresentadas no **Apêndice D**, calculou-se a rigidez à rotação  $K_m$  dos pilares. A Tabela 6.7 expõe os resultados.

Tabela 6.7. Rigidez média à rotação dos pilares.

PÓRTICO	$K_{flexão\ inicial}$ (kN.m/rad)
1 - ÍNTEGRO	4.419
2 - DANO LOCALIZADO	3.218
3 - DANO GENERALIZADO	2.631
4 - SEMI-RÍGIDO	1.411

## ANÁLISE DOS RESULTADOS

- i) O pórtico íntegro exibe a curva de maior inclinação no trecho inicial e, conseqüentemente, a sua rigidez à flexão lateral (13,8 MN/m) é a máxima. Coerente, pois este é o pórtico de concreto com maior módulo de elasticidade;
- ii) Os pórticos 2 e 3 são constituídos de material similar, suas curvas e valores de rigidez são praticamente idênticos (10,35 MN/m e 9,67 MN/m, respectivamente). Natural que o pórtico 3 apresente uma rigidez pouco inferior, por haver sido submetido a uma fissuração prévia (portanto, apresenta seções já deterioradas). Como aplicou-se um carregamento de valor menor para o pórtico 2 (dano localizado), sua deformação residual (Figura 6.33) é a mínima;
- iii) O pórtico 1, embora mais rígido, em um determinado momento tem sua curva deslocada para próximo das curvas dos modelos 2 e 3, e sua deformação residual é similar a do modelo 3. Explica-se: a sua fissuração deve ter crescido de tal maneira que as rigidezes dos pórticos se igualaram;

- iv) A análise do pórtico semi-rígido é prejudicada por um fato construtivo. O deslocamento mostrado na Figura 6.33 não é o verdadeiro, de fato. Deve-se lembrar que a viga é conectada aos pilares por meio das barras rosqueadas, que passam por orifícios de maior abertura e que não são grauteados. Há uma folga, assim, entre a barra rosqueada e a viga. Parte deste deslocamento é apenas para vencer a folga, daí os gráficos mostrados no **Apêndice D**, para os transdutores na mesma altura, não coincidirem (diferentemente de todos os outros pórticos);
- v) O valor da rigidez à flexão, para o pórtico semi-rígido, decorre de uma avaliação dos deslocamentos da viga, onde se subtrai uma parcela de deslocamento de corpo rígido (estimada pelos deslocamentos horizontais dos pilares);
- vi) A relação de rigidez à rotação dos pilares é coerente com os valores de rigidez à flexão lateral.

### 6.4.2 Ensaios Computacionais

Para o pórtico íntegro, com dano localizado e com dano generalizado, foram construídos modelos computacionais visando a simulação dos ensaios de flexão dos pilares. Os resultados, de cada qual, são expostos em seqüência, indicando a rigidez admitida para os apoios.

Deixou de ser processado o pórtico semi-rígido, todavia, pois de acordo com a observação (iv) anterior seria necessário simular a folga existente, ou seja: haveria a necessidade do modelo matemático contemplar elementos de contato.

Inicialmente é demonstrada a importância de se considerar o apoio como ligação semi-rígida. A partir do pórtico íntegro, calcularam-se os resultados admitido os apoios rígidos (Figura 6.34) e articulados (Figura 6.35). Nestas figuras também são incluídas as respostas lineares (seção homogeneizada).

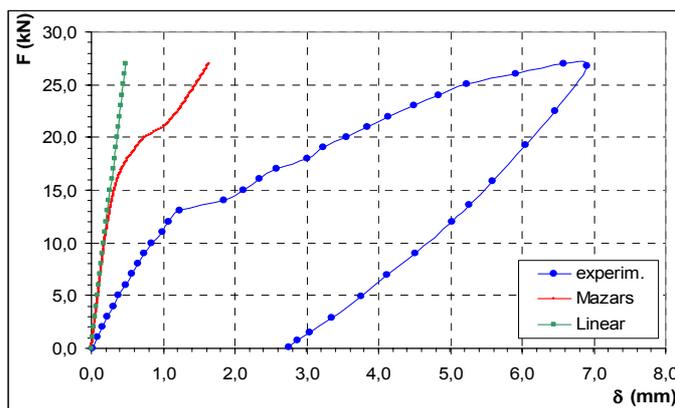


Figura 6.34. Deslocamento do modelo íntegro considerando os apoios rígidos.

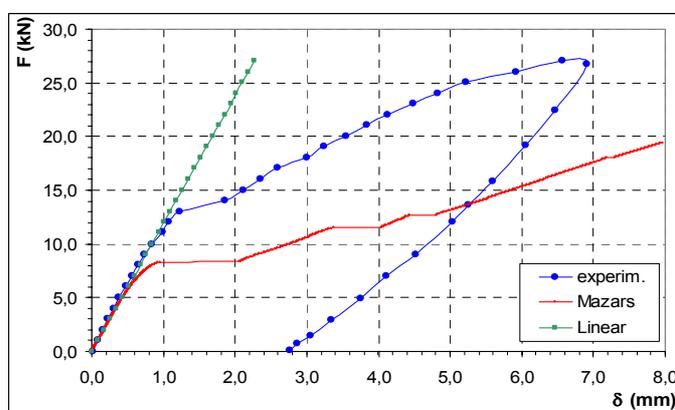


Figura 6.35. Deslocamento do modelo íntegro considerando os apoios articulados.

### ANÁLISE DOS RESULTADOS

- i) Considerar os apoios como rígidos é um erro. A curva experimental apresenta-se bem mais flexível;
- ii) Admitir os apoios como articulados também não é adequado. Percebe-se que a curva do modelo de Mazars cresce para valores muito altos (na figura ela foi truncada para  $F = 20$  kN);
- iii) O correto não é um extremo ou outro, mas simular as ligações de base como semi-rígidas.

### PÓRTICO ÍNTEGRO

A Figura 6.36 mostra que a curva não é tão satisfatória quando se adota uma rigidez constante média ( $K_m = 700$  kN.m/rad). A Figura 6.37 e a Figura 6.38 ilustram os resultados para os modelos de Mazars e La Borderie, respectivamente, tendo em vista

os apoios com rigidez variável (linearmente) entre os valores 1.050 e 500 kN.m/rad. A aderência entre os valores experimentais e computacionais é quase total.

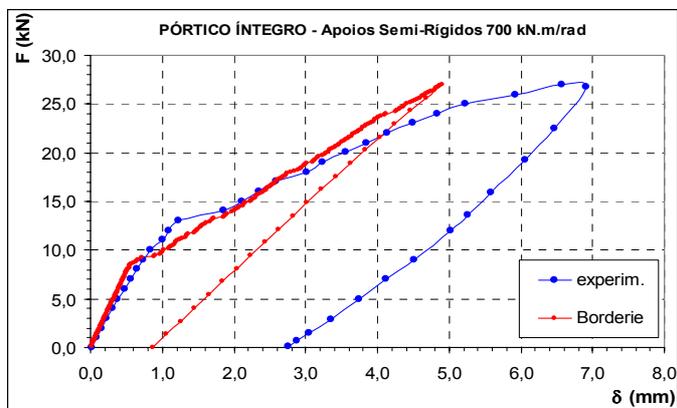


Figura 6.36. Simulação do ensaio de flexão do P1 (La Borderie) – rigidez constante.

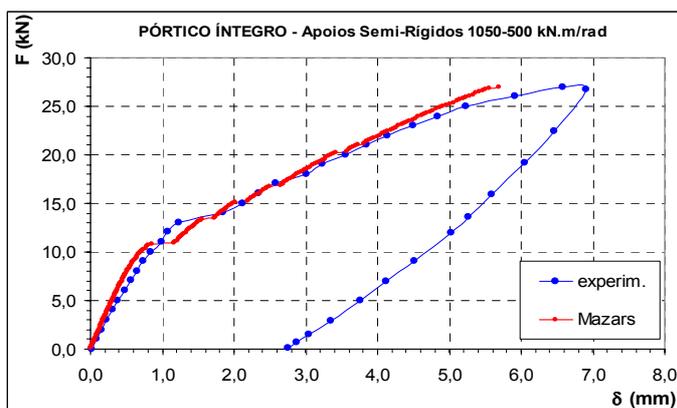


Figura 6.37. Simulação do ensaio de flexão do P1 (Mazars).

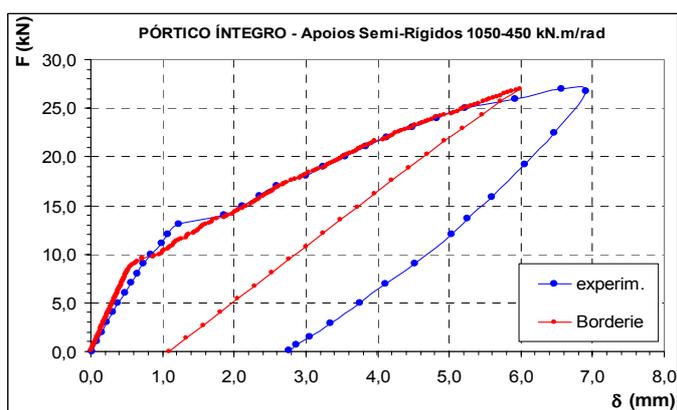


Figura 6.38. Simulação do ensaio de flexão do P1 (La Borderie).

### PÓRTICO COM DANO LOCALIZADO

O modelo com dano localizado foi discretizado com e sem a região do dano. Praticamente não há diferença nos resultados. A Figura 6.39 e a Figura 6.40 apresentam

as curvas de respostas, podendo-se verificar que, em relação ao adotado para a rigidez do apoio (1050 a 450 kN.m/rad), os valores experimentais são mais flexíveis, no início, e mais rígidos, no trecho final. Em relação à previsão de deslocamento último, os modelos são bastante razoáveis, sendo o de Mazars um pouco mais flexível.

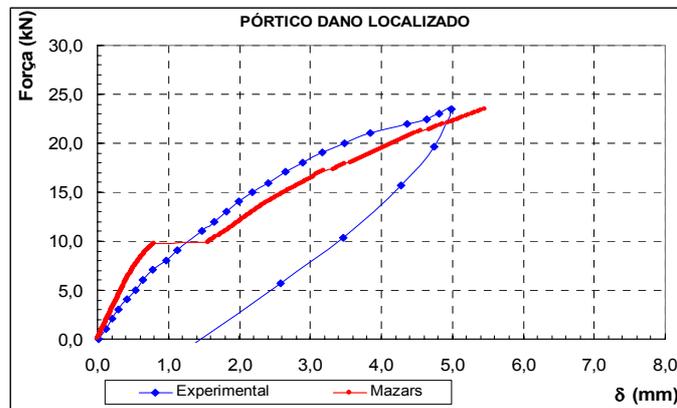


Figura 6.39. Simulação do ensaio de flexão do P2 (Mazars).

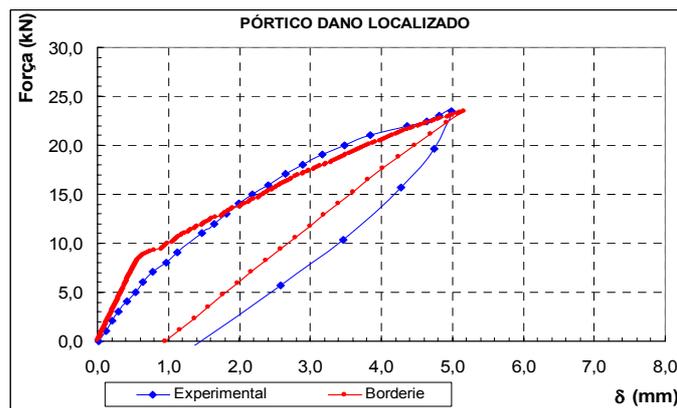


Figura 6.40. Simulação do ensaio de flexão do P2 (La Borderie).

### PÓRTICO COM DANO GENERALIZADO

Para o modelo com dano generalizado a previsão analítica é praticamente coincidente com a curva experimental (Figura 6.41 e Figura 6.42). Deve-se destacar que esta curva é resultado de 4 casos de carga subsequentes: 1) forças verticais (carregamento); 2) forças verticais (descarregamento); 3) força horizontal (carregamento); 4) força horizontal (descarregamento).

Mais uma vez o modelo de Borderie apresenta deslocamento residual diferente do real; neste caso apontado que durante os testes experimentais o modelo apresentou um estalo forte na região da ligação. Provavelmente, uma solda da armadura com a chapa de base se rompeu, majorando os deslocamentos residuais.

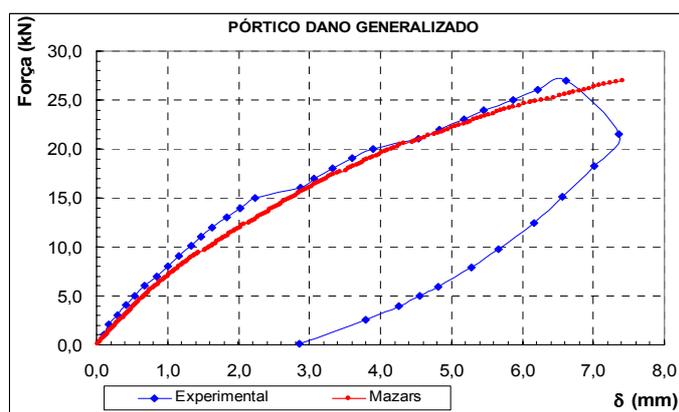


Figura 6.41. Simulação do ensaio de flexão do P3 (Mazars).

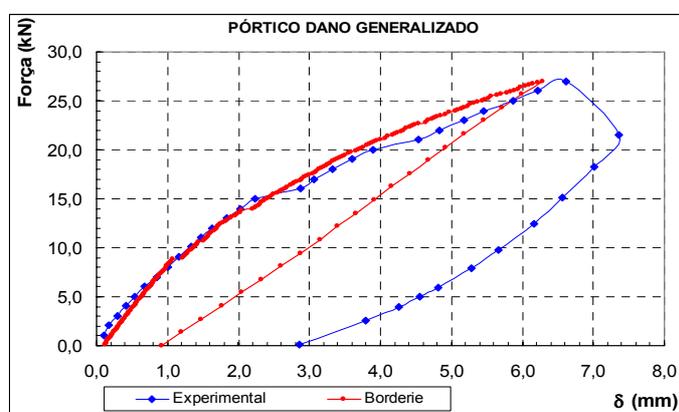


Figura 6.42. Simulação do ensaio de flexão do P3 (La Borderie).

A Figura 6.43 ilustra a diferença que se obtém caso o pórtico não tivesse sido solicitado pela força vertical, incorporando um estado de danificação prévio. A simulação indica resultados mais rígidos, coerentes com uma danificação menor.

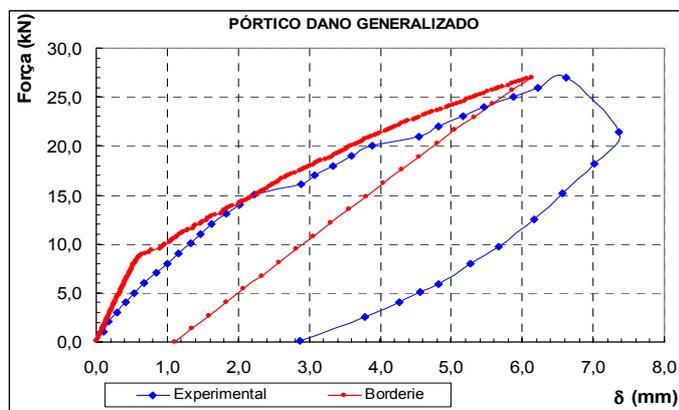


Figura 6.43. Simulação do ensaio de flexão do P3 (La Borderie) – desconsiderando carregamento vertical anterior.

## ANÁLISE DOS RESULTADOS

- i) Os modelos de Mazars e La Borderie simulam adequadamente os fenômenos de danificação dos pórticos;
- ii) Torna-se imprescindível considerar a ligação como semi-rígida, diferentemente das idealizações rígida ou articulada;
- iii) Aceita-se como natural uma certa diferença entre as respostas experimental e numérica, para cada um dos modelos, pois as ligações físicas, reais, de cada um deles varia em certa intensidade;
- iv) De forma geral, o valor de rigidez determinado pelos ensaios estáticos corresponderam a 1050 kN.m/rad, na fase de menor sollicitação, a aproximadamente 450 kN.m/rad, para os valores mais altos de carga.

## 6.5 Análise Final do Capítulo

A partir do cálculo do valor absoluto da rigidez da ligação, faz-se a sua avaliação em termos do fator de rigidez  $\gamma$ .

Tabela 6.8. Avaliação da rigidez da ligação pilar-fundação – ensaios estáticos.

$K_m$ (kN.m/rad)	$\gamma$	ZONA	PÓRTICO
1.050	0,15	II	1
1.050	0,17	II	2, 3 e 4
450	0,07	I	1
450	0,08	I	2, 3 e 4

A ligação pertence à Zona II, no início, passando para a Zona I, com o aumento da sollicitação.

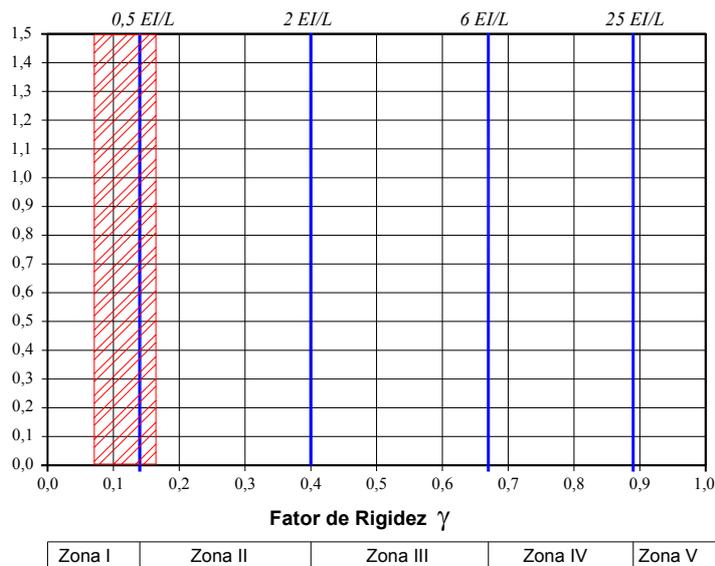


Figura 6.44. Avaliação da rigidez da ligação pilar-fundação – ensaios estáticos.

## 6.6 Bibliografia do Capítulo

ÁLVARES, M.S. **Estudo de um modelo de dano para o concreto: formulação, identificação paramétrica e aplicação com o emprego do método dos elementos finitos**. São Carlos, 1993. Dissertação (mestrado) Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **Building code requirements for structural concrete - ACI 318**. 1999.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS - ASTM. **Standard test method for fundamental transverse, longitudinal, and torsional frequencies of concrete specimens - ASTM C 215 - 91**. Philadelphia, 1991.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS - ASTM. **Standard test method for static modulus of elasticity and poisson's ratio of concrete in compression - ASTM C 469**. Philadelphia, 1994.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS - ASTM. **Standard test method for dynamic Young's modulus, shear modulus, and Poisson's ratio by impulse excitation of vibration - ASTM E 1876 - 01**. Philadelphia, 2001.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Concreto - Determinação do módulo de deformação estática e diagrama tensão-deformação - NBR 8522**. Rio de Janeiro, 1984.

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Moldagem e cura de corpos-de-prova cilíndricos ou prismáticos de concreto - NBR 5738**. Rio de Janeiro, 1994.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Concreto - Ensaio de compressão de corpos-de-prova cilíndricos - NBR 5739**. Rio de Janeiro, 1994.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Argamassa e concreto - Determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos-de-prova cilíndricos - NBR 7222**. Rio de Janeiro, 1994.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Projeto de estruturas de concreto - procedimento - NBR 6118**. Rio de Janeiro, 2003.
- BLEVINS, R.D. **Formulas for natural frequencies and mode shapes**. Malabar, Robert E. Krieger Publishing Co., 1984.
- CARRAZEDO, R. **Mecanismos de confinamento e suas implicações no reforço de pilares de concreto por encamisamento com compósito de fibras de carbono**. São Carlos, 2002. Dissertação (mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. p.101-105
- FURNAS - Equipe de FURNAS, Laboratório de Concreto, Departamento de Apoio e Controle Técnico. **Concretos: massa, estrutural, projetado e compactado com rolo**. ANDRADE, W.P., ed. São Paulo, Pini, 1997.
- MEHTA, P.K.; MONTEIRO, P.J.M. **Concreto: estrutura, propriedades e materiais**. São Paulo, Pini, 1994.
- NEVILLE, A. **Propriedades do concreto**. 2 ed. São Paulo, Pini, 1997.
- PAULA, C.F. **Contribuição ao estudo das respostas numéricas não-lineares estática e dinâmica de estruturas reticuladas planas**. São Carlos, 2001. Tese (doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- PINTELON, R. et al. Identification of Young's modulus from broadband modal analysis experiments. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v.18, p.699-726, 2004.
- RILEM TC 148-SSC. Strain softening of concrete - test methods for compressive softening. **Materials and Structures / Matériaux et Constructions**, v.33, p.347-351, July 2000.

# Capítulo 7

## Ensaaios Dinâmicos

---

Neste capítulo são descritos os resultados obtidos dos ensaios dinâmicos computacionais e experimentais dos diversos pórticos. Após a exposição dos dados de cada etapa de testes, faz-se uma análise crítica tecendo-se conclusões a respeito. Destaque é dado à metodologia que determina a rigidez das ligações de forma direta, através da leitura dos sensores.

### 7.1 Introdução

Para o cálculo da rigidez da ligação, dois procedimentos distintos são empregados. O primeiro, chamado de “Método Indireto”, consiste na determinação desta rigidez pela calibração do modelo computacional, até que os parâmetros modais resultem similares aos medidos nos testes experimentais. Isto é feito empregando-se os códigos *ADINA*, *ADINA* (2003), e o designado por *MECDANO* (vide **Capítulo 3 – Modelos Constitutivos do Concreto**). Neste processo, diversas tentativas foram feitas alterando-se o tipo de elemento finito, de vinculação, dentre outros aspectos, relatados à frente.

O segundo procedimento, designado de “Método Direto”, baseia-se na leitura dos sinais do acelerômetro e transdutor de força, a partir da hipótese do desacoplamento dos modos no espaço modal.

Vários outros ensaios experimentais e computacionais, complementares, visando à investigação do amortecimento, da transmissibilidade dos esforços, e outros fenômenos, estão descritos neste capítulo.

## 7.2 Determinação da Rigidez da Ligação – Método Indireto

### 7.2.1 Ensaios Numéricos - Estudos Preliminares

Inicialmente foram realizados ensaios numéricos para a estimativa das frequências naturais e dos modos de vibração, que servem de referência para a condução dos ensaios experimentais.

Como o planejamento experimental consistia em excitar os modelos físicos no plano principal da estrutura ( $xy$ ) e os acelerômetros seriam fixados com seus eixos de sensibilidade maior também neste plano, concentrou-se o estudo, inicialmente, em modelos 2D, por imaginar-se que as eventuais vibrações transversais (plano  $yz$ ) seriam de pequena significância (a sensibilidade transversal máxima para os acelerômetros, segundo suas cartas de calibração, sob uma aceleração de  $100 \text{ m/s}^2$  e uma frequência de 30 Hz, corresponde a 2,9% – valor bastante reduzido). Admitiu-se ainda, nesta primeira análise, que os vínculos comportar-se-iam como rígidos em função da pequena magnitude da excitação que seria imposta.

Os principais parâmetros da modelagem estrutural são informados a seguir:

- Elementos finitos: elementos tipo viga 2-D;
- Apoios: rígidos, para todos os modelos;
- Módulo de elasticidade: valores indicados na tabela 6.4. Para os modelos P2-D.Loc, P3-D.Gen e P4-S.Ríg, considerou-se uma média dos ensaios de 04/fev e 20/mar. Para o modelo P3-D.Gen, aplicou-se ainda um fator de redução do  $E$

igual a 0,7, o qual simula, aproximadamente, o efeito da fissuração<sup>1</sup>.

Numericamente, tem-se:

- $E_{P1-Int}$  = 37.183 MPa
- $E_{P2-D.Loc}$  = 31.876 MPa
- $E_{P3-D.Gen}$  = 22.313 MPa = (0,7 x 31.876 MPa)
- $E_{P4-S.Ríg}$  = 31.876 MPa

- **Ligação semi-rígida (viga-pilar):** os valores utilizados para a rigidez rotacional ( $K_{mz}$ ) e para a rigidez axial ( $K_{nx}$ ) são indicados à frente. Seus cálculos são detalhados no **Capítulo 2 – Ligações Semi-Rígidas**, exceto para o modelo com almofada fina, em relação ao qual se desconhece o material real da almofada, adotando-se um valor arbitrário  $K_{mz}$  igual a 50% do modelo sem almofada e para  $K_{nx}$  um valor estimado. Os vínculos nas demais direções, entre a viga e o pilares, foram considerados rígidos.
  - para o modelo sem almofada:
    - $K_{mz} = 1.000$  kN.m/rad;
  - para o modelo com a almofada espessa:
    - $K_{mz} = 0,226$  kN.m/rad
    - $K_{nx} = 3.000$  kN/m;
  - para o modelo com a almofada fina:
    - $K_{mz} = 500$  kN.m/rad
    - $K_{nx} = 8.000$  kN/m.

### 7.2.1.1 Determinação das Frequências Naturais

Os resultados computacionais das primeiras frequências naturais para os pórticos P1-Int, P2-D.Loc e P3-D.Gen são mostrados na Tabela 7.1. De forma análoga, na Tabela 7.2, para o P4-S.Ríg (e suas variações).

<sup>1</sup> Este procedimento de consideração aproximada da não-linearidade física do concreto, embora dentro do contexto de cálculo das deformações devido a ações estáticas, e não da análise dinâmica, é o recomendado na NBR 6118 (2003), em seu item 15.7.3.

Tabela 7.1. Frequências naturais dos pórticos 1 a 3  
(ensaios numéricos / estudos preliminares).

PÓRTICO 1 (ÍNTEGRO)		PÓRTICO 2 (DANO LOCALIZADO)		PÓRTICO 3 (DANO GENERALIZADO)	
MODO	FREQ. (Hz)	MODO	FREQ. (Hz)	MODO	FREQ. (Hz)
1	128,8	1	118,5	1	99,8
2	223,4	2	207,4	2	173,0
3	587,9	3	528,5	3	455,4
4	827,9	4	762,2	4	641,3

Tabela 7.2. Frequências naturais do pórtico 4  
(ensaios numéricos / estudos preliminares).

PÓRTICO 4-A (SEMI-RÍGIDO SEM ALMOFADA)		PÓRTICO 4-B (SEMI-RÍGIDO COM ALMOFADA ESPESSA)		PÓRTICO 4-C (SEMI-RÍGIDO COM ALMOFADA FINA)	
MODO	FREQ. (Hz)	MODO	FREQ. (Hz)	MODO	FREQ. (Hz)
1	93,3	1	45,4	1	63,5
2	148,7	2	127,0	2	138,2
3	496,1	3	209,9	3	256,7
4	724,1	4	211,7	4	262,5
		5	478,9	5	488,8

### 7.2.1.2 Determinação dos Modos de Vibração

Os modos para os pórticos P1-Int, P2-D.Loc e P3-D.Gen são similares. A descrição é feita na Tabela 7.3 e as imagens ilustrativas são apresentadas na Figura 7.1 (modos do P1-Int).

Tabela 7.3. Descrição dos modos de vibração dos pórticos 1 a 3  
(ensaios numéricos / estudos preliminares).

MODO	DESCRIÇÃO
1	1ª flexão dos pilares (predominante e em sentidos iguais) com discreta flexão da viga
2	1ª flexão (predominante) da viga com discreta flexão dos pilares (sentidos contrários)
3	flexão dos pilares (sentidos iguais), acrescida de discreto alongamento, com 2ª flexão da viga (parábola)
4	flexão dos pilares (sentidos contrários) com a 3ª flexão da viga. A deformação axial da viga é o fenômeno preponderante, relacionada a uma frequência natural relativamente alta

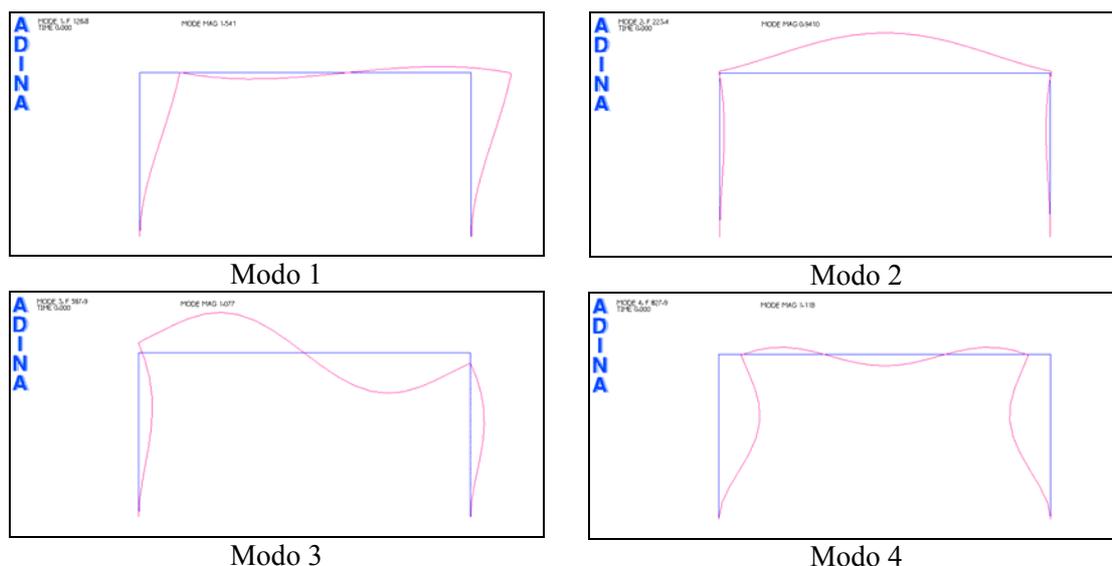


Figura 7.1. Modos de vibração típicos dos pórticos 1 a 3.  
(ensaios numéricos / estudos preliminares)

Os modos de vibração para o pórtico 4-A (sem almofada) são análogos aos dos pórticos 1 a 3, porém a flexão da viga é proporcionalmente menor (quando a flexão dos pilares é dominante) ou é proporcionalmente maior (quando ela é a flexão dominante).

Para os pórticos 4-B (com almofada espessa) e 4-C (com almofada fina) os modos de vibração são diferentes, pois as ligações semi-rígidas viga-pilar, em relação à direção horizontal, exercem forte influência. Este efeito é de tal magnitude que os modos apresentam um desacoplamento dos movimentos da viga em relação aos pilares. A descrição é feita na Tabela 7.4 e as imagens ilustrativas são apresentadas na Figura 7.2 (modos do pórtico 4-B).

Tabela 7.4. Descrição dos modos de vibração dos pórticos 4-B e 4-C.  
(ensaios numéricos / estudos preliminares)

MODO	DESCRIÇÃO
1	1ª flexão dos pilares (predominante e em sentidos iguais) com parcial desacoplamento dos movimentos da viga (devendo relacionar-se à flexibilidade axial da ligação viga-pilar)
2	1ª flexão da viga com nenhuma (modelo 4-B) ou pouca (modelo 4-C) flexão dos pilares
3	flexão dos pilares (sentidos contrários) com parcial desacoplamento dos movimentos da viga (novamente o efeito da flexibilidade axial)
4	flexão dos pilares (sentidos iguais) desacoplada da viga (em função da flexibilidade axial)
5	2ª flexão da viga com alongamento/encurtamento dos pilares e nenhuma (modelo 4-B) ou pouca (modelo 4-C) flexão dos mesmos

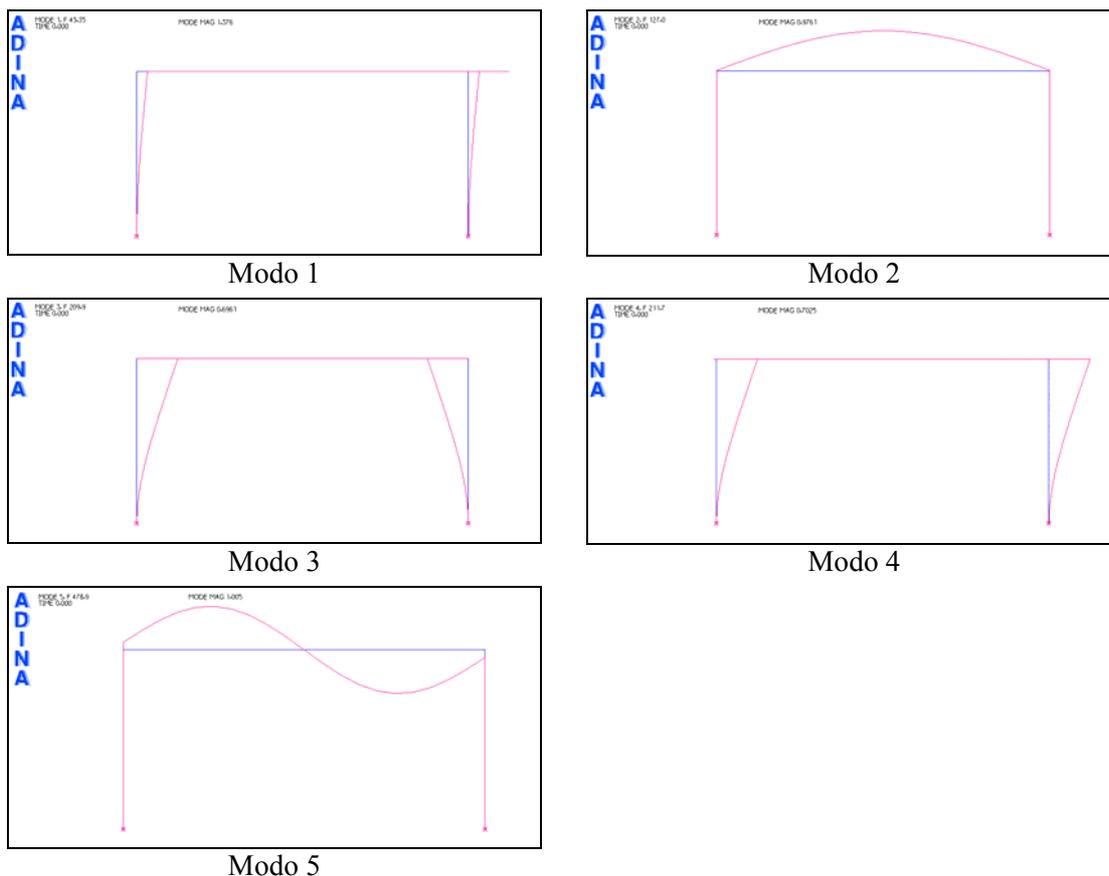


Figura 7.2. Modos de vibração típicos dos pórticos 4-B e 4-C.  
(ensaios numéricos / estudos preliminares)

### 7.2.1.3 Conclusões Parciais

- i) As frequências do P1-Int resultam superiores às do P2-D.Loc. Isto por causa do módulo de elasticidade do concreto da primeira estrutura (cerca de 16% maior). As frequências do P2-D.Loc, naturalmente, também são superiores às do P3-D.Gen, pois em função da fissuração, minorou-se o valor do  $E$  deste modelo;
- ii) As frequências do P4-S.Ríg são as menores de todos os modelos (principalmente a segunda frequência), o que é explicável pela existência das ligações viga-pilar, que diminuem a rigidez do modelo como um todo. Este fato fica evidente ao se perceber que os resultados para a variação “sem almofada” são superiores aos encontrados para o caso “com a almofada fina”, que por sua vez são maiores do que os obtidos para o caso “com a almofada espessa”;
- iii) Os modos de vibração (pórticos 1 a 3) são coerentes com o esperado. A primeira frequência, por exemplo, está associada a um modo de flexão lateral de pilares, e a segunda frequência é associada a uma flexão predominante de viga;

- iv) Os modos para o pórtico 4-A (sem almofada) também são similares aos dos pórticos 1 a 3. Aqui já se manifesta a influência da rigidez rotacional, que em parte relaxa a vinculação entre as flexão da viga e a dos pilares.
- v) Os modos do pórtico 4-B e 4-C são fortemente influenciados pela existência da mola axial, que além de flexibilizarem o modelo como um todo, introduzem movimentos parcialmente desvinculados entre a viga e os pilares. O aspecto geral dos modos, todavia, é similar aos dos outros pórticos.

## 7.2.2 Ensaios Experimentais - Fase 1

Nesta fase buscou-se fazer uma análise experimental de todos os pórticos. Por facilidade de montagem, a excitação foi introduzida em um nó localizado em um dos pilares (nó 2), encontro dos eixos da viga e do pilar. Os acelerômetros foram posicionados em sete nós de acordo com a Figura 5.40 e com a Tabela 5.2. Desta forma, foram coletados dados para a geração de 12 (doze) FRFs, do tipo aceleração.

Alguns parâmetros adotados para os ensaios experimentais:

- Sinal de excitação: aleatório;
- Frequência de excitação: 0 - 500 Hz;
- Ponto de excitação: nó 2;
- Pontos de medição: nós 1 a 7 (direções  $x$  e  $y$ );
- Resolução da FRF: 0,625 Hz;
- Média dos resultados: aritmética, 20 medições;
- Janela: Hanning.

### 7.2.2.1 Determinação das Frequências Naturais

Os resultados dos ensaios experimentais, gerados na forma de FRFs, forneceram para as frequências naturais dos modelos os valores constantes na Tabela 7.5 e na Tabela 7.6. Percebe-se as significativas diferenças em relação aos ensaios numéricos (Tabela 7.1 e Tabela 7.2), as quais são exemplificadas na Tabela 7.7.

Tabela 7.5. Frequências naturais dos pórticos 1 a 3.  
(ensaios experimentais / fase 1)

PÓRTICO 1 (ÍNTEGRO)		PÓRTICO 2 (DANO LOCALIZADO)		PÓRTICO 3 (DANO GENERALIZADO)	
MODO	FREQ. (Hz)	MODO	FREQ. (Hz)	MODO	FREQ. (Hz)
1	16,9	1	16,1	1	10,6
2	49,4	2	45,6	2	37,5
3	82,5	3	74,7	3	66,2
4	133,8	4	124,4	4	112,5
5	210,6	5	202,3	5	180,4
6	248,1	6	239,6	6	227,8
7	263,1	7	263,4	7	250,8
8	291,3	8	334,4	8	300,9
9	342,0	9	368,4	9	331,6
				10	384,6
				11	434,8
				12	456,0

Tabela 7.6. Frequências naturais do pórtico 4.  
(ensaios experimentais / fase 1)

PÓRTICO 4-A (SEMI-RÍGIDO SEM ALMOFADA)		PÓRTICO 4-B (SEMI-RÍGIDO COM ALMOFADA ESPESSA)		PÓRTICO 4-C (SEMI-RÍGIDO COM ALMOFADA FINA)	
MODO	FREQ. (Hz)	MODO	FREQ. (Hz)	MODO	FREQ. (Hz)
1	21,9	1	15,6	1	13,8
2	44,4	2	31,2	2	25,6
3	62,5	3	35,6	3	47,5
4	145,6	4	125,0	4	98,0
5	164,0	5	151,6	5	145,6
6	261,9	6	168,4	6	223,8
7	382,1	7	325,6	7	261,6
8	392,7	8	442,5	8	274,8
9	426,0	9	480,8	9	330,0
10	473,2			10	343,6

A Figura 7.3 ilustra algumas FRFs obtidas para o P1-Int (duas FRFs de ponto – nó 2, direções  $x$  e  $y$  – e duas FRFs de transferência – nó 3, direções  $x$  e  $y$ ). As curvas em azul foram medidas pelo acelerômetro posicionado na posição horizontal, e a curva vermelha pelo acelerômetro na posição vertical (esta convenção, azul = horizontal e vermelha = vertical, será adotada em todo este trabalho).

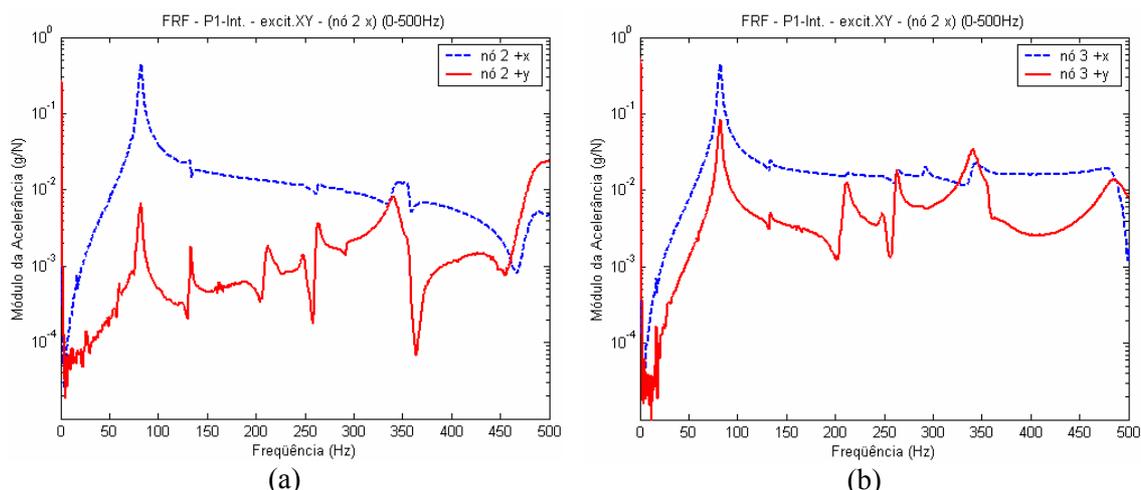


Figura 7.3. FRFs do P1-Int: (a) - medidas no nó 2 ( $A_{22}$ ); (b) - medidas no nó 3 ( $A_{32}$ ).

### OBSERVAÇÃO: Frequências Naturais – Modos $xy$

Conforme já discutido no **Capítulo 4 – Análise Modal**, os picos das FRFs indicam os valores das frequências naturais amortecidas. Evidentemente não é possível, apenas observando este gráfico, deduzir se a frequência está associada a um modo de vibração no plano  $xy$  ou no plano transversal, o que ficará elucidado ao se analisar as deformadas modais associadas a cada frequência. A Tabela 7.7 lista os valores de  $f_1$ , no plano  $xy$ , obtidos pelos ensaios numéricos e experimentais, com a finalidade de realçar algumas discrepâncias.

Tabela 7.7. Valor da 1ª frequência natural associada a um modo no plano  $xy$ .

MODELO	$f_{1xy}$ numérica (Hz)	$f_{1xy}$ experimental (Hz)	Diferença $f_{num} / f_{exp}$
Pórt. 1 - Íntegro	128,8	82,5	56%
Pórt. 2 - Dano Localizado	118,5	74,7	59%
Pórt. 3 - Dano Generalizado	99,8	66,2	51%
Pórt. 4A - Semi-rígido (sem almofada)	93,3	62,5	49%
Pórt. 4B - Semi-rígido (almofada espessa)	45,4	35,6	28%
Pórt. 4C - Semi-rígido (almofada fina)	63,5	47,5	34%

Os modos experimentais são mais flexíveis que os computacionais. É interessante atentar também para a diferença indicada na Tabela 7.7. Ela é praticamente igual para os pórticos 1, 2, 3 e 4-A, em torno de 53%, os quais possuem modos de vibração similares. Para os pórticos 4-B e 4-C esta diferença também é aproximadamente constante, e próxima de 30%.

**Conclusão:** Deduz-se que o efeito causador das diferenças relatadas é o mesmo, para todos os modelos. É necessário considerar as ligações como semi-rígidas, e não rígidas, nos testes computacionais.

### **OBSERVAÇÃO: Freqüências Naturais – Modos yz**

Comentou-se, no item 7.2.1, a opção de eliminar os modos de vibração transversais nos ensaios computacionais, via utilização de elementos finitos de viga 2D. Verificou-se, entretanto, durante a realização dos testes experimentais, que esses modos não são desprezíveis. Impondo-se uma excitação transiente no pórtico P2-D.Loc, na direção z, por exemplo, tem-se os resultados da Tabela 7.8, que devem ser confrontados com os da Tabela 7.5 (b).

Tabela 7.8. Freqüências naturais dos modos transversais do pórtico C.

PÓRTICO 2 (DANO LOCALIZADO)	
MODO	FREQÜÊNCIA (Hz)
1	16,25
2	45,0
3	125,0
4	239,0
5	263,0
6	333,0

**Conclusão:** Nos resultados dos ensaios experimentais aparecem diversas freqüências, relacionados a modos no plano yz, não calculadas computacionalmente, por terem sido utilizados elementos finitos 2D. Necessita-se considerar o modelo da estrutura como tridimensional.

#### **7.2.2.2 Determinação dos Modos de Vibração**

A determinação dos modos de vibração constituiu-se em uma tarefa árdua e contraproducente, ao ser realizada com o analisador espectral *Tektronix*. Para que se consiga determinar o vetor de coordenadas modais, referente a um modo de freqüência  $i$ , deve-se excitar a estrutura com o “shaker” configurado para um sinal de carga senoidal constante e de freqüência  $i$  (exatamente igual à freqüência natural do modo desejado). Daí, percorrem-se os pontos desejados de medição posicionando-se os

acelerômetros, verificando-se, por fim, o valor do sinal e a sua diferença de fase em relação à excitação. Garante-se, assim, que a estrutura vibre exatamente no modo associado à frequência  $i$  (modo de vibração  $i$ ).

O equipamento utilizado, todavia, não permitia uma análise clara da diferença de fase entre a excitação e a resposta, gerando dúvidas de leitura. Adicionalmente, tentou-se acoplar um osciloscópio em paralelo a fim de averiguar este ângulo de fase. Conseguia-se identificá-lo, de forma mais clara, mas o tempo despendido era demasiadamente longo.

Acrescente-se às dificuldades anteriores o fato das frequências experimentais divergirem fortemente dos seus pares numéricos. Não se sabia, com convicção, quais frequências se referiam aos modos no plano  $xy$ , e quais ao plano transversal (isto só seria definido após a determinação do modo de vibração). A Tabela 7.9 ilustra a extração dos modos para as frequências 82,5 Hz e 210,6 Hz, ambas relacionadas ao plano  $xy$  (valores em mili Volts), e a Figura 7.4 as imagens relativas a estes modos, obtidas computacional e experimentalmente.

Tabela 7.9. Coordenadas dos modos 82,5 e 210,6 Hz - pórtico 1.

NÓ	Frequência = 82,5 Hz		Frequência = 210,6 Hz	
	Valor X (mV)	Valor Y (mV)	Valor X (mV)	Valor Y (mV)
1	350.9 (+)	-	41.4 (+)	-
2	602.3 (+)	16.0 (+)	52.6 (+)	7.51 (-)
3	599.2 (+)	74.6 (+)	57.3 (+)	36.3 (-)
4	596.2 (+)	5.32 (+)	73.6 (+)	64.9 (-)
5	607.9 (+)	67.8 (-)	71.2 (+)	54.3 (-)
6	606.3 (+)	16.2 (-)	62.5 (+)	22.5 (-)
7	356.9 (+)	-	40.0 (+)	-

Percebe-se que o 1º modo experimental possui um aspecto bastante similar ao computacional, com coerência entre as grandezas relativas de deslocamentos dos pilares e da viga. O 2º modo experimental apresenta uma flexão de viga sem ponto nodal, assim como o computacional. O fato de a curvatura ter sido medida e plotada para baixo (inversamente ao computacional) é irrelevante, pois na vibração ela se alterna. O deslocamento dos pilares é relativamente da mesma ordem de grandeza da viga, na medição experimental, enquanto no modo computacional é significativamente mais baixa. Estes deslocamentos de pilares maiores, no modo experimental, devem relacionar-se às ligações não rígidas nos apoios (que serão estudadas detalhadamente à frente).

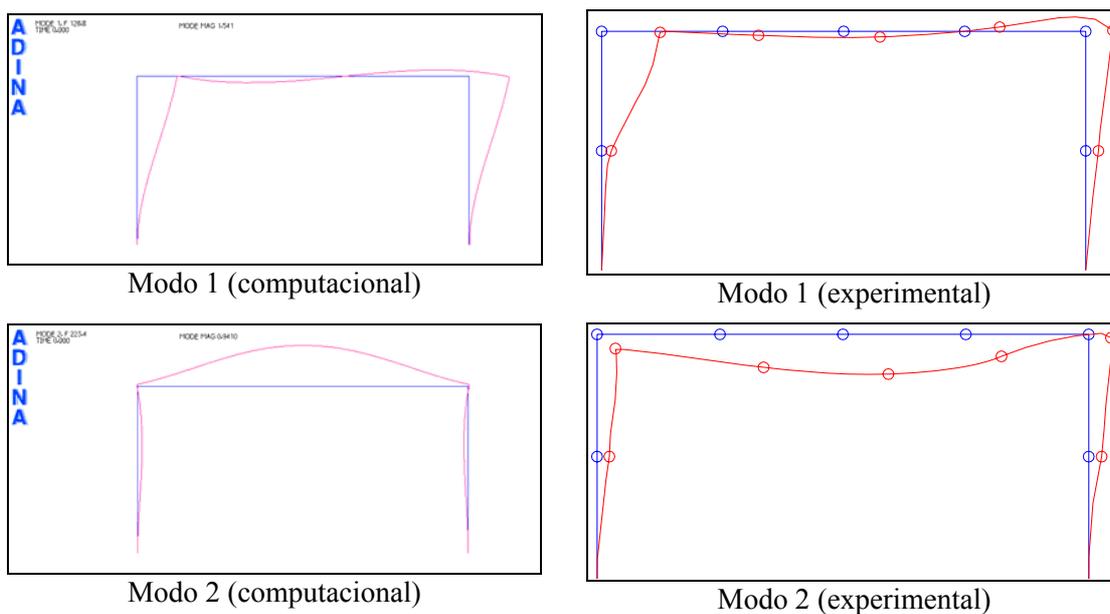
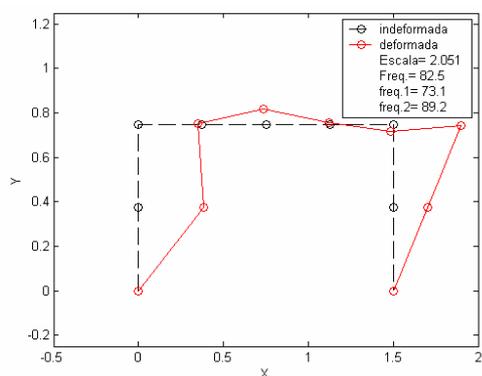


Figura 7.4. Comparação entre os modos de vibração numéricos e experimentais do pórtico 1 (82,5 Hz e 210, 6 Hz).

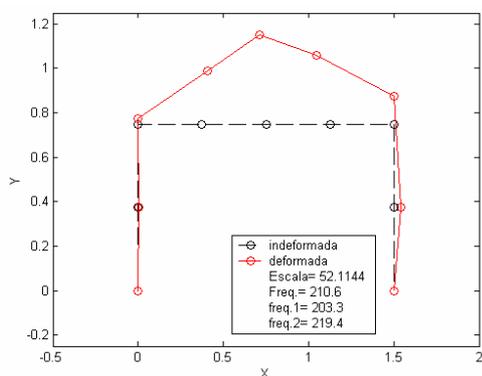
Um aspecto importante deve ser destacado. Conforme já comentado, as coordenadas dos pontos não foram medidas de uma única vez, mas individualmente, movendo-se os acelerômetros de ponto para ponto. Isto pode gerar uma certa inconsistência temporal, pois as leituras ocorrem seqüencialmente, em tempos distintos.

Elaborou-se também um programa computacional no ambiente do código *MatLab* versão 6.1, chamado “MODOS” (exposto no **Apêndice D**), de acordo com a metodologia discutida no item 4.3.3, para ler os arquivos de resposta dos testes experimentais e construir os gráficos das deformadas modais da estrutura. Por terem sido relativamente poucos os pontos de medição, ressalte-se a imprecisão dos desenhos (especialmente para as frequências mais altas, quando se tem vários nós modais e mudanças de curvatura). Este programa serve para esboçar o modo de vibração e fornecer uma orientação qualitativa.

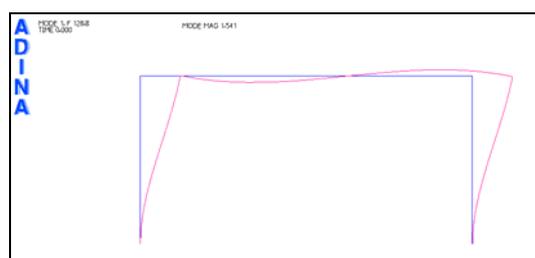
A Figura 7.5 e a Figura 7.6 ilustram alguns modos de vibração obtidos pelo programa “MODOS” para os pórticos íntegro e semi-rígido com almofada espessa. As similaridades podem ser observadas.



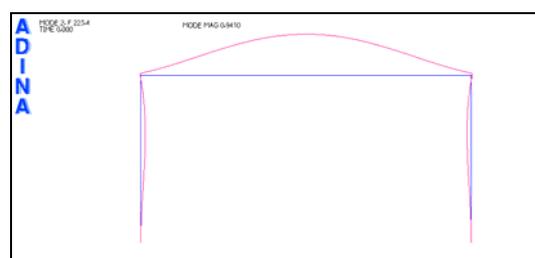
Modo 1 – “MODOS”



Modo 2 – “MODOS”

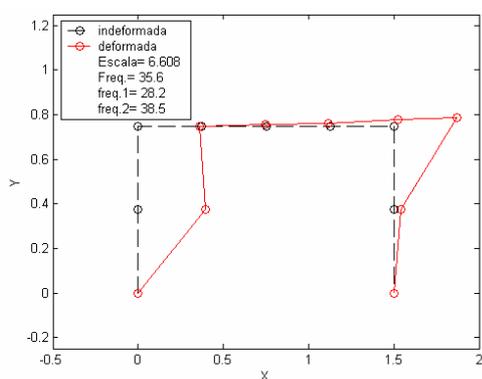


Modo 1 – “ADINA”

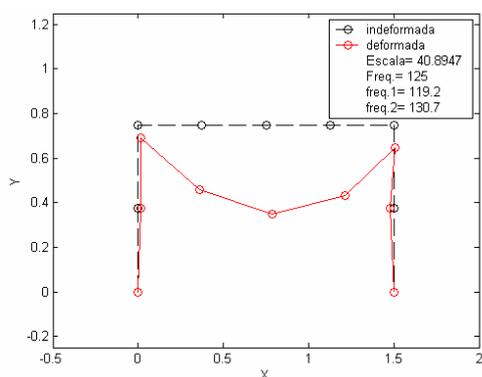


Modo 2 – “ADINA”

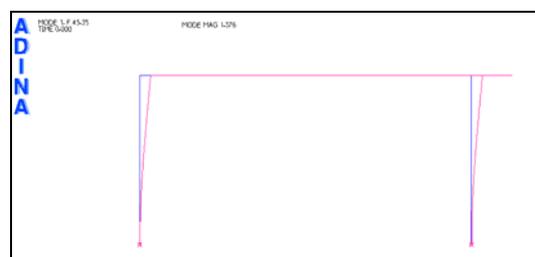
Figura 7.5. Modos de vibração do pórtico 1 obtidos com o programa MODOS.



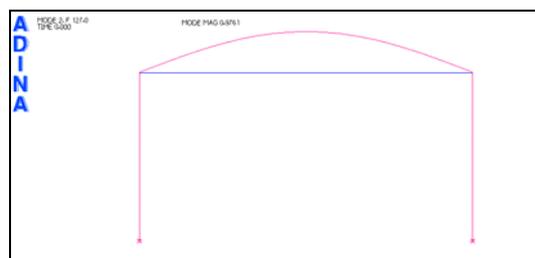
Modo 1 – “MODOS”



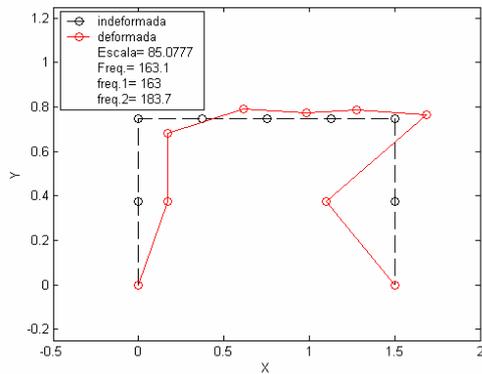
Modo 2 – “MODOS”



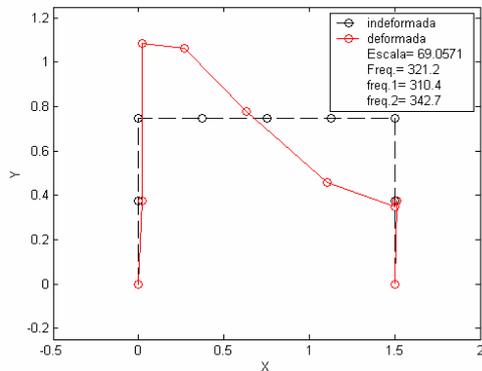
Modo 1 – “ADINA”



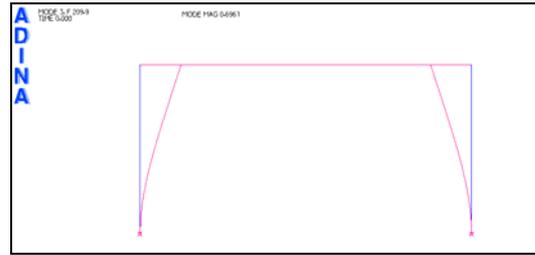
Modo 2 – “ADINA”



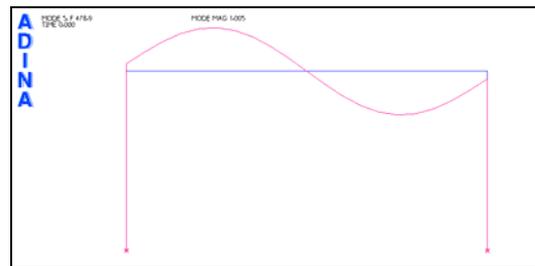
Modo 3 – “MODOS”



Modo 5 – “MODOS”



Modo 3 – “ADINA”



Modo 5 – “ADINA”

Figura 7.6. Modos de vibração do pórtico 4-B obtidos com o programa MODOS.

### 7.2.2.3 Conclusões Parciais

#### GERAL

- i) As FRFs apresentam picos relativamente claros e bem destacados;
- ii) Os gráficos de coerência indicam resultados mal condicionados até a 3ª frequência, mas a partir daí este condicionamento melhora. Isto se deve às características dos sensores piezelétricos, inadequados para medidas de baixas frequências, além de possíveis não-linearidades nesta faixa. Nas vizinhanças das ressonâncias, igualmente, a função coerência apresenta-se com resultados baixos, o que é esperado. A Figura 7.7 apresenta os gráficos de coerência das FRFs da Figura 7.3 (b).

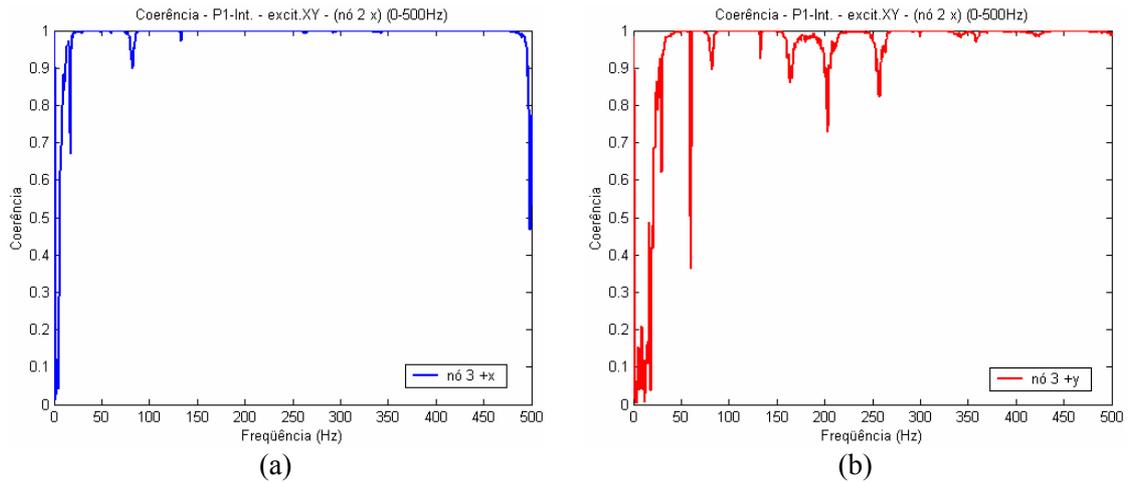


Figura 7.7. Funções coerência do P1-Int  
 (a) - medida no nó 3 (dir.x); (b) - medida no nó 3 (dir.y).

**PÓRTICO 3 (DANO GENERALIZADO)**

iii) Apresenta mais picos nas FRFs, na mesma faixa de frequência de excitação, do que os pórticos anteriores. É o esperado, visto que o  $E$  do P3-D.Gen é menor que os anteriores, tornando a estrutura mais flexível, e portanto com frequências naturais mais baixas. A Figura 7.8 compara as FRFs, em relação ao mesmo ponto, dos modelos P3-D.Gen e P2-D.Loc;

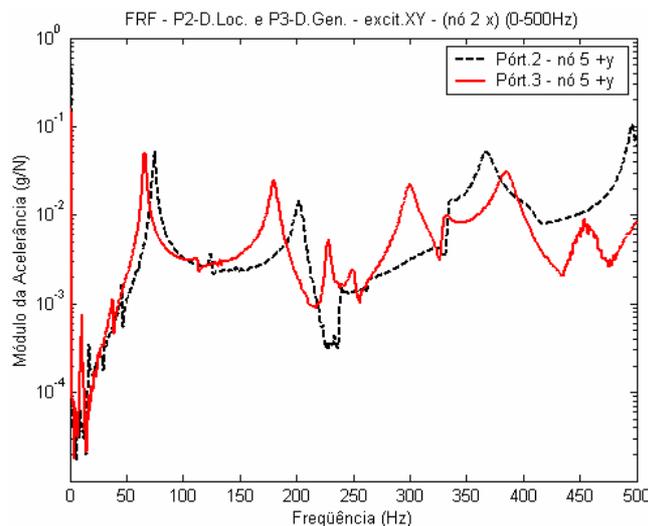


Figura 7.8. FRFs dos modelos P2-D.Loc e P3-D.Gen (para o nó 5 +y,  $A_{52}$ ).

iv) Algumas FRFs sugerem que os picos de resposta do P3-D.Gen sejam menos estreitos que os dos P1-Int e P2-D.Loc (Figura 7.9). Isso significa maior amortecimento, o que é coerente com a maior fissuração do P3-D.Gen (maior

fissuração = maior atrito na vibração = maior dissipação de energia = maior amortecimento).

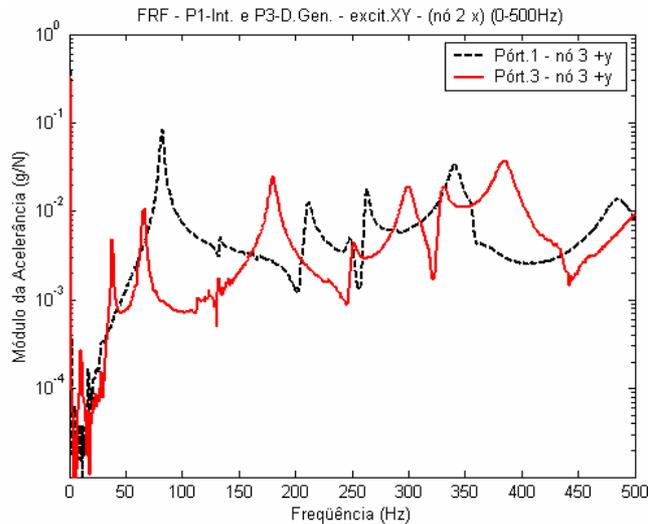
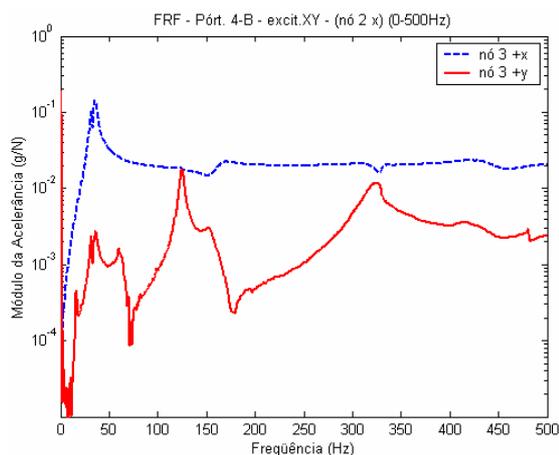
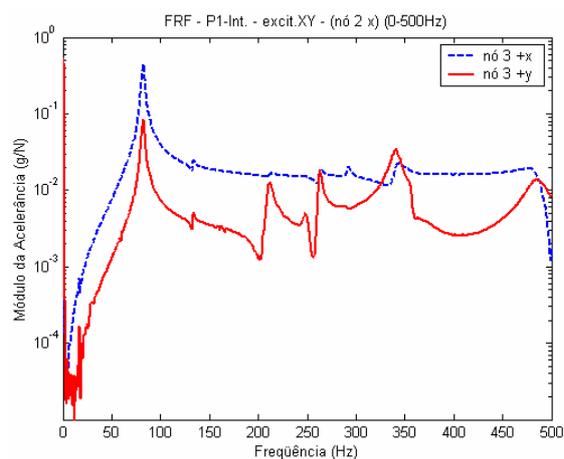


Figura 7.9. FRFs dos modelos P1-Int e P3-D.Gen (para o nó 3 +y,  $A_{32}$ ).

#### **PÓRTICO 4-B (COM ALMOFADA ESPESSA)**

- v) É o modelo que apresenta as freqüências mais baixas. Concordante com seu vínculo viga-pilar praticamente rotulado;
- vi) A magnitude das respostas dos nós da viga diminui bastante. É coerente porque a ligação é quase articulada, provocando a redução da transmissão dos esforços de excitação do pilar para a viga (destaca-se que o modelo foi excitado no pilar). A Figura 7.10 ilustra o fato. Confrontem-se as duas curvas da Figura 7.10 (resposta vertical de menor intensidade que a horizontal) com as curvas da Figura 7.11 (resposta vertical e horizontal de intensidade similar) relativas ao P1-Int;
- vii) Aparentemente, a FRF também apresenta picos mais arredondados, sugerindo maior amortecimento. Comparem-se as mesmas FRFs citadas no ponto anterior.

Figura 7.10. FRFs do pórt. 4-B (nó 3, A<sub>32</sub>)Figura 7.11. FRFs do P1-Int (nó 3, A<sub>32</sub>)

### 7.2.3 Ensaios Numéricos - Estudos Intermediários

Nesta fase a intenção foi a de aprimorar os modelos numéricos adotados, de tal forma que os resultados computacionais assemelhassem-se o máximo possível aos experimentais. Para tanto, adotaram-se algumas hipóteses, diferentes das feitas anteriormente, dentre as quais merecem destaque:

- 1) Consideração da estrutura como tridimensional, passando a existir modos de vibração também na direção transversal ( $z$ );
- 2) Consideração da existência de molas rotacionais nas bases dos pilares, simulando apoios semi-rígidos.

Os parâmetros mais importantes adotados na modelagem estrutural foram:

- Elementos finitos: elementos tipo viga 3-D;
- Apoios: considerados semi-rígidos, em relação à rotação, e rígidos, em relação à translação. Os valores adotados foram diversos e são indicados à frente;
- Módulo de elasticidade: Similar ao indicado em 7.2.1. A única diferença reside no  $E$  do P3-D.Gen, para o qual foram feitos alguns testes de ajuste.
- Ligação semi-rígida (viga-pilar): Similar ao indicado em 7.2.1.

### 7.2.3.1 Determinação das Freqüências Naturais

As freqüências são listadas para todos os modelos, alteradas as rigidezes das molas rotacionais na base e verificadas as influências. Os valores adotados foram:

- $K_{mZ} \Rightarrow 900 \text{ kN.m/rad} \leq K_{mZ} \leq 3.000 \text{ kN.m/rad}$
- $K_{mX} \Rightarrow 550 \text{ kN.m/rad} \leq K_{mZ} \leq 700 \text{ kN.m/rad}$

### PÓRTICO 1 (ÍNTEGRO)

A Tabela 7.10 indica os resultados experimentais obtidos na fase anterior (Tabela 7.5) e os computacionais. Nela há a indicação se o modo é no plano  $xy$  ou se é no plano transversal. Percebe-se com nitidez, pelos resultados gráficos do programa *ADINA*, que o modo de vibração está exclusivamente relacionado ao plano  $xy$  ou exclusivamente ao plano  $z$  (mas nunca aos três simultaneamente). Os valores adotados para a rigidez do apoio foram:

- $K_{mZ} = 2.500 \text{ kN.m/rad}$
- $K_{mX} = 550 \text{ kN.m/rad}$

Tabela 7.10. Freqüências naturais do pórtico 1.  
(ensaios experimentais e numéricos / estudos intermediários)

MODO	PÓRTICO 1 (ÍNTEGRO)			
	EXPERIMENTAL		COMPUTACIONAL	
	FREQÜÊNCIA (Hz)	PLANO	FREQÜÊNCIA (Hz)	PLANO
1	16,9	Z	21,3	Z
2	49,4	Z	51,3	Z
3	82,5	XY	82,7	XY
4	133,8	Z	130,0	Z
5	210,6	XY	214,5	XY
6	248,1	Z	280,8	Z
7	263,1	Z	291,4	Z
8	291,3	Z	423,6	Z
9	342,0	Z	530,3	Z
10			554,6	XY

## PÓRTICO 2 (DANO LOCALIZADO)

Para o P2-D.Loc também foram feitos diversos testes. A Tabela 7.11 lista os resultados computacionais quando foram adotados as mesmas rigidezes relativas ao resultados do P1-Int.

- $K_{mZ} = 2.500 \text{ kN.m/rad}$
- $K_{mX} = 550 \text{ kN.m/rad}$

Tabela 7.11. Frequências naturais do pórtico 2.  
(ensaios experimentais e numéricos / estudos intermediários)

PÓRTICO 2 (DANO LOCALIZADO)				
EXPERIMENTAL			COMPUTACIONAL	
MODO	FREQ. (Hz)	PLANO	FREQ. (Hz)	PLANO
1	16,1	Z	20,8	Z
2	45,6	Z	48,7	Z
3	74,7	XY	78,2	XY
4	124,4	Z	120,8	Z
5	202,3	XY	199,3	XY
6	239,6	Z	260,8	Z
7	263,4	Z	273,3	Z
8	334,4	Z	392,5	Z
9	368,4	?	491,2	Z
10			498,8	XY

### OBSERVAÇÃO:

As indicações com o ponto de interrogação (“?”) indicam os casos em que não há indícios experimentais suficientes para se concluir acerca do plano de vibração.

## PÓRTICO 3 (DANO GENERALIZADO)

Para este modelo foram feitos dois conjuntos de ensaios. O primeiro, como o feito para os pórticos anteriores, alterando-se as rigidezes das molas rotacionais. O segundo, avaliando-se a minoração da rigidez  $EI$  provocada pela fissuração prévia. Basicamente, foram dois tipos de fatores de minoração adotados:

1. Rigidez comum a todos os elementos (vigas e pilares):
  - Neste caso, o mais relevante foi a adoção do valor  $0,7 \cdot E_0 \cdot I_0$  (22.313 MPa), conforme dita a NBR 6118 (2003).
2. Rigidezes diferentes para a viga (elemento mais fissurado) e pilares (elemento menos fissurado):

- Foram adotados os valores individuais preconizados pela NBR 6118 (2003):  
 $0,4 \cdot E_0 \cdot I_0 = 12.750$  MPa para a viga (quando  $A_s \neq A'_s$ ), ou  $0,5 \cdot E_0 \cdot I_0 = 15.938$  MPa (quando  $A_s = A'_s$ ), e  $0,8 \cdot E_0 \cdot I_0 = 25.501$  MPa para os pilares;
- diversas outras variações.

Os resultados apresentados na Tabela 7.12, mais assemelhados aos valores experimentais, relacionam-se às rigidezes:

- $0,6 E_0 I_0 = 19.126$  MPa, para a viga
  - $0,8 E_0 I_0 = 25.501$  MPa, para os pilares
- Para as rigidezes dos apoios:
- $K_{mZ} = 2.500$  kN.m/rad
  - $K_{mX} = 550$  kN.m/rad

Tabela 7.12. Freqüências naturais do pórtico 3.  
(ensaios experimentais e numéricos / estudos intermediários)

MODO	PÓRTICO 3 (DANO GENERALIZADO)			
	EXPERIMENTAL		COMPUTACIONAL	
	FREQ. (Hz)	PLANO	FREQ. (Hz)	PLANO
1	10,6	Z	19,7	Z
2	37,5	Z	42,9	Z
3	66,2	XY	70,1	XY
4	112,5	Z	100,0	Z
5	180,4	XY	164,1	XY
6	227,8	Z	217,4	Z
7	250,8	Z	240,6	Z
8	300,9	?	335,5	Z
9	331,6	?	397,6	Z
10	384,6	?	425,5	XY
11	434,8	?	486,6	Z
12	456,0	?	524,4	XY

#### PÓRTICO 4 (SEMI-RÍGIDO)

Os resultados para o pórtico semi-rígido são indicados em seqüência. A Tabela 7.13 lista os dados do pórtico 4-A (SEM almofada) com a inclusão de molas nas bases:

- $K_{mZ} = 2.500$  kN.m/rad
- $K_{mX} = 550$  kN.m/rad

Para a ligação viga-pilar, adotou-se:

- $K_{mZ} = 1.300 \text{ kN.m/rad}$  (cálculo teórico indicava 1.000 kN.m/rad)

Tabela 7.13. Frequências naturais do pórtico 4-A.  
(ensaios experimentais e numéricos / estudos intermediários)

MODO	PÓRTICO 4-A (SEM ALMOFADA)			
	EXPERIMENTAL		COMPUTACIONAL	
	FREQ. (Hz)	PLANO	FREQ. (Hz)	PLANO
1	21,9	Z	20,7	Z
2	44,4	Z	48,7	Z
3	62,5	XY	60,2	XY
4	145,6	Z	120,9	Z
5	164,0	XY	153,5	XY
6	261,9	Z	261,3	Z
7	382,1	?	271,9	Z
8	392,7	?	394,1	Z
9	426,0	?	491,7	Z
10	473,2	?	496,5	XY

A Tabela 7.14 lista os dados do pórtico 4-B (almofada ESPESSA) com a inclusão das mesmas molas nas bases. Para a ligação viga-pilar considerou-se:

- $K_{mZ} = 0,226 \text{ kN.m/rad}$ ;
- $K_{nx} = 3.000 \text{ kN/m}$ .

Tabela 7.14. Frequências naturais do pórtico 4-B.  
(ensaios experimentais e numéricos / estudos intermediários)

MODO	PÓRTICO 4-B (COM ALMOFADA ESPESSA)			
	EXPERIMENTAL		COMPUTACIONAL	
	FREQ. (Hz)	PLANO	FREQ. (Hz)	PLANO
1	15,6	Z	20,7	Z
2	31,2	XY	35,8	XY
3	35,6	XY	48,7	Z
4	125,0	XY	120,9	Z
5	151,6	XY	127,0	XY
6	168,4	XY	133,6	XY
7	325,6	XY	139,1	XY
8	442,5	?	261,3	Z
9	480,8	?	271,9	Z
10			394,1	Z
11			478,9	XY

Os 2º e 3º modos experimentais (31,2 e 35,6 Hz) possuem deformada similar ao modo 2 computacional (35,8 Hz). O modo 4 experimental (125 Hz) é similar ao 5º computacional (127,0 Hz), e os modos 5 e 6 experimentais (151,6 Hz e 168,4 Hz) são

similares aos 6<sup>o</sup> e 7<sup>o</sup> modos computacionais (133,6 e 139,1 Hz). Talvez seja um problema de “leakage” nas medidas computacionais, mas também pode ser a influência da significativa flexibilidade introduzida pela almofada. Partindo do pressuposto do “leakage”, a Tabela 7.14 poderia ser rearranjada da seguinte forma:

Tabela 7.15. Rearranjo da Tabela 7.14.

MODO	PÓRTICO 4-B (COM ALMOFADA ESPESSA)			
	EXPERIMENTAL		COMPUTACIONAL	
	FREQ. (Hz)	PLANO	FREQ. (Hz)	PLANO
1	15,6	Z	20,7	Z
2	31,2 / 35,6	XY	35,8	XY
3			48,7	Z
4			120,9	Z
5	125,0	XY	127,0	XY
6			133,6	XY
7	151,6 / 168,4	XY	139,1	XY
8			261,3	Z
9	325,6	XY	271,9	Z
10	442,5	?	394,1	Z
11	480,8	?	478,9	XY

A Tabela 7.16 lista os dados do pórtico 4-C (almofada FINA) com a inclusão das mesmas molas nas bases. Para a ligação viga-pilar tem-se:

- $K_{mZ} = 700 \text{ kN.m/rad}$  (estimativa de 500 kN.m/rad);
- $K_{nx} = 8.000 \text{ kN/m}$ .

Tabela 7.16. Freqüências naturais do pórtico 4-C.  
(ensaios experimentais e numéricos / estudos intermediários)

MODO	PÓRTICO 4-C (COM ALMOFADA FINA)			
	EXPERIMENTAL		COMPUTACIONAL	
	FREQ. (Hz)	PLANO	FREQ. (Hz)	PLANO
1	13,8	Z	20,7	Z
2	25,6	Z	47,7	XY
3	47,5	XY	48,7	Z
4	98,0	Z	120,9	Z
5	145,6	XY	140,1	XY
6	223,8	?	186,7	XY
7	261,6	?	197,8	XY
8	274,8	?	261,3	Z
9	330,0	?	271,9	Z
10	343,6	?	394,1	Z
11			491,1	XY

O número grande de modos no plano  $xy$  é função da semi-rigidez na direção normal. Se esse valor  $K_{nx}$  for aumentado, recai-se em situação similar aos pórticos íntegro ou com dano localizado.

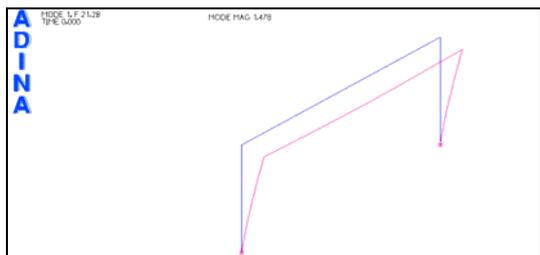
Percebe-se claramente, para todos os pórticos semi-rígidos, que os resultados computacionais indicam um número maior de modos computacionais para as frequências mais baixas. Além do aspecto de  $K_{nX}$ , discutido anteriormente, isto pode estar relacionado ao pré-aperto dos parafusos, nos ensaios experimentais, que fazem a ligação entre a viga e os pilares, produzindo um enrijecimento da ligação entre os dois elementos, cujo efeito não é levado em conta no modelo computacional.

### 7.2.3.2 Determinação dos Modos de Vibração

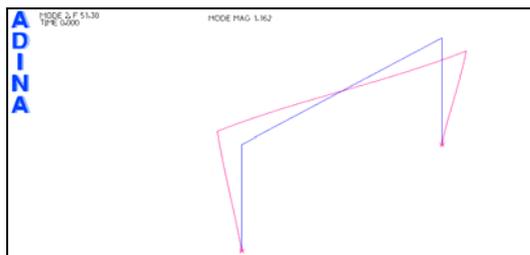
Os modos, para os pórticos 1 a 3 são análogos, estando descritos na Tabela 7.17 e as imagens apresentadas na Figura 7.12 (modos do pórtico íntegro). Perceba-se que são, qualitativamente, os mesmos modos descritos na Tabela 7.3 e na Figura 7.1, intercalados por outros na direção transversal.

Tabela 7.17. Descrição dos modos de vibração dos pórticos 1 a 3.  
(ensaios numéricos / estudos intermediários)

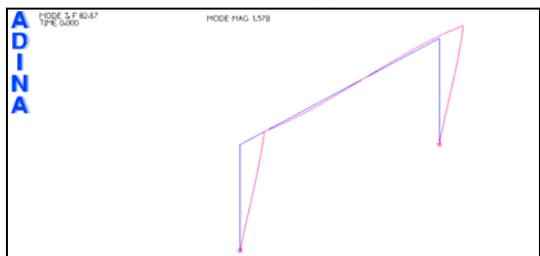
MODO	DESCRIÇÃO
1	1ª flexão dos pilares em Z (sentidos iguais). A viga não sofre flexão
2	flexão dos pilares em Z (sentidos contrários). A viga sofre flexão (plano XZ)
3	1ª flexão de pilares no plano XY (predominante e em sentidos iguais) com discreta flexão da viga (XY)
4	flexão dos pilares em Z (sentidos iguais), viga fletida em sentido contrário (plano XZ) configurando um “U”
5	1ª flexão significativa da viga no plano XY (pequena flexão dos pilares, em sentidos contrários)
6 a 9	modos de flexão no plano transversal (Z)
10	flexão dos pilares (sentidos iguais) com a viga fletida, formando uma parábola completa (2ª flexão)
11	modo no plano transversal (Z)
12	flexão dos pilares (sentidos contrários) com a viga fletida (3ª flexão) e com alongamento (negativo / positivo)



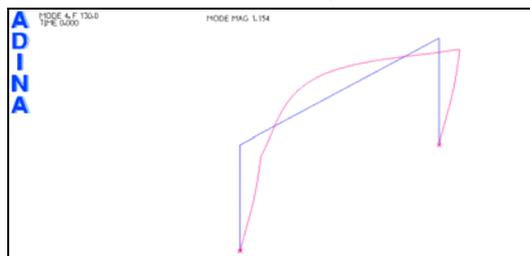
Modo 1 (z)



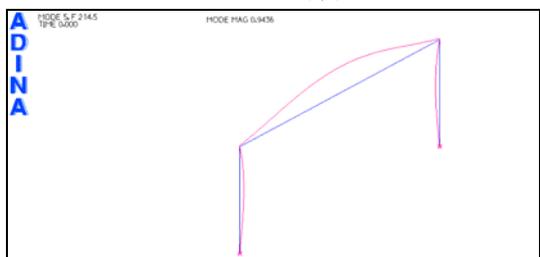
Modo 2 (z)



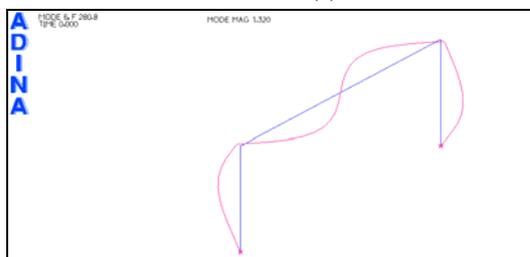
Modo 3 (xy)



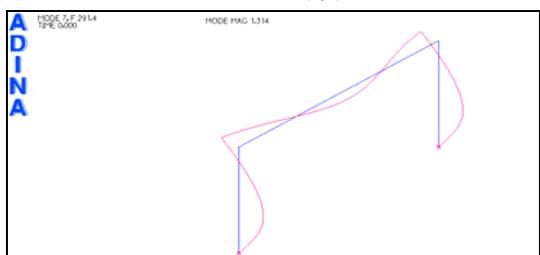
Modo 4 (z)



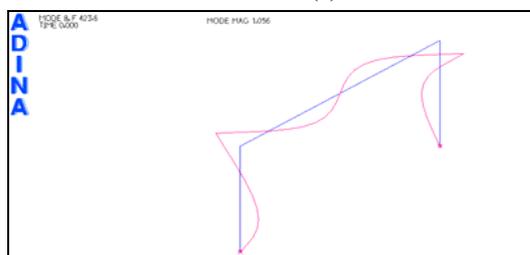
Modo 5 (xy)



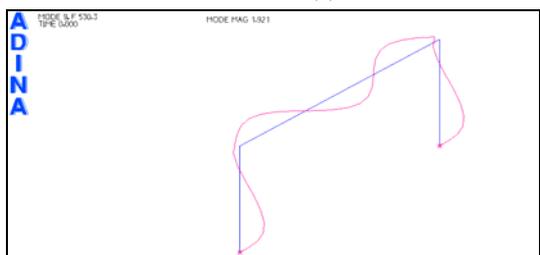
Modo 6 (z)



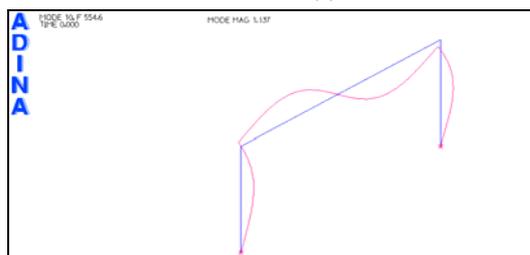
Modo 7 (z)



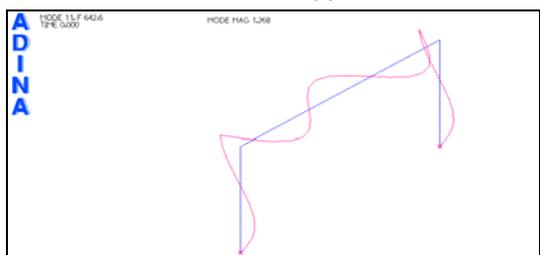
Modo 8 (z)



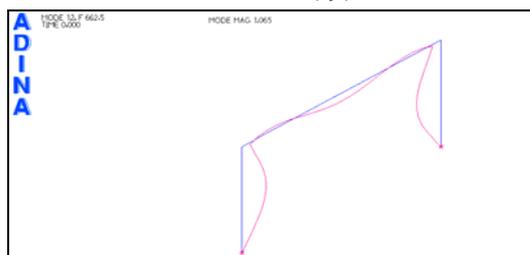
Modo 9 (z)



Modo 10 (xy)



Modo 11 (z)



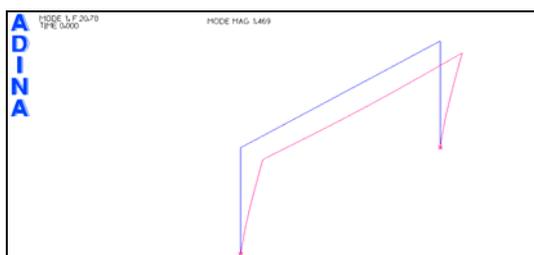
Modo 12 (xy)

Figura 7.12. Modos de vibração típicos dos pórticos 1 a 3. (ensaio numérico / estudos intermediários)

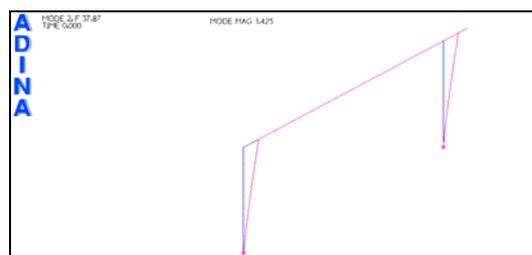
Os modos de vibração para o pórtico 4-A são similares aos já apresentados para os modelos 1 a 3. Para os pórticos 4-B e 4-C, a descrição é feita na Tabela 7.18 e as imagens são apresentadas na Figura 7.13 (modelo com almofada espessa). Perceba-se que são, qualitativamente, os mesmos modos descritos na Tabela 7.4 e na Figura 7.2, intercalados por outros na direção transversal.

Tabela 7.18. Descrição dos modos de vibração dos pórticos 4-B e 4-C.  
(ensaios numéricos / estudos intermediários)

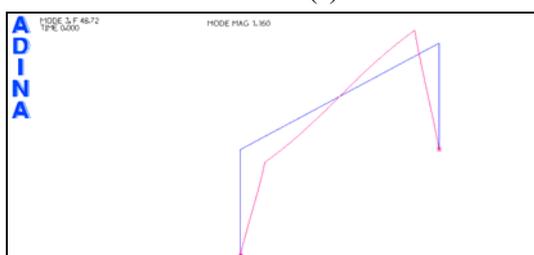
MODO	DESCRIÇÃO
1	1ª flexão dos pilares em Z (sentidos iguais). A viga não sofre flexão
2	1ª flexão dos pilares (XY) (sentidos iguais) com deslocamento horizontal de corpo rígido da viga
3	flexão dos pilares em Z (sentidos contrários). A viga sofre flexão (plano XZ)
4	flexão dos pilares em Z (sentidos iguais), viga fletida em sentido contrário (plano XZ) configurando um “U”
5	flexão exclusiva da viga (XY) sem deformação dos pilares
6	flexão dos pilares (XY) (sentidos contrários) com alongamento da viga
7	flexão dos pilares (XY) (sentidos iguais) com alongamento da viga e concomitante movimento de corpo rígido
8-10	modos de flexão no plano transversal (Z)
11	2ª flexão viga (XY) com deformação axial de pilares (sem flexão)
12	modo no plano transversal (Z)



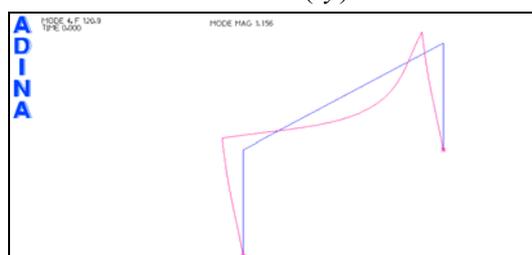
Modo 1 (z)



Modo 2 (xy)



Modo 3 (z)



Modo 4 (z)

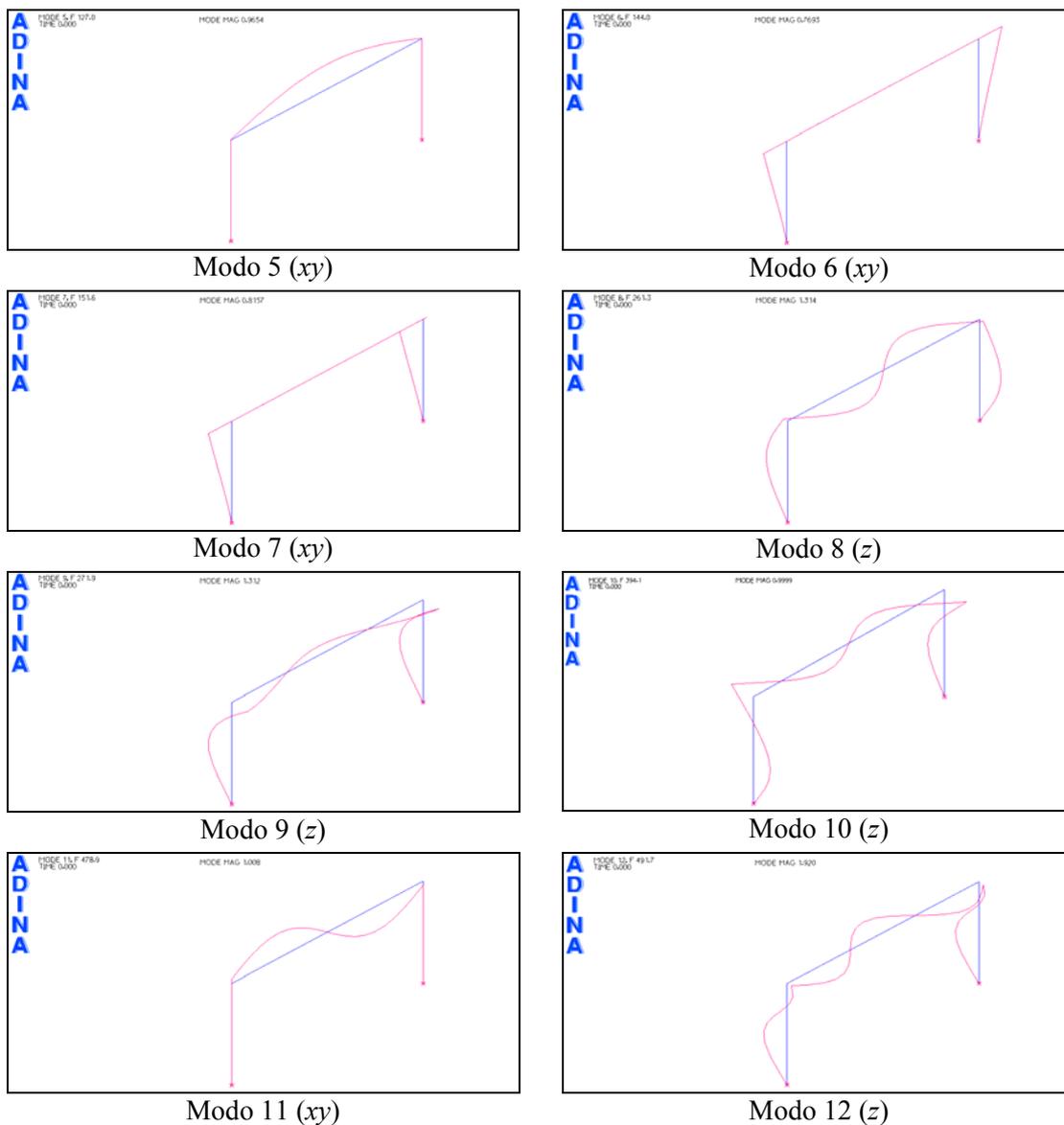


Figura 7.13. Modos de vibração típicos dos pórticos 4-B e 4-C. (ensaio numérico / estudos intermediários)

### 7.2.3.3 Conclusões Parciais

Constata-se que as primeiras frequências são coerentes com as experimentais, e que aparentemente existem mais modos computacionais que experimentais (algumas frequências coincidem, mas estão em posições diferentes na ordem listada).

- i) Com a consideração das vibrações transversais, e a imposição de apoios semi-rígidos, as frequências computacionais aproximam-se muito das experimentais, sendo ilustradas na Figura 7.14 e na Figura 7.15 os valores de  $f_{1,xy}$  e  $f_{2,xy}$ , respectivamente, para cada um dos modelos;

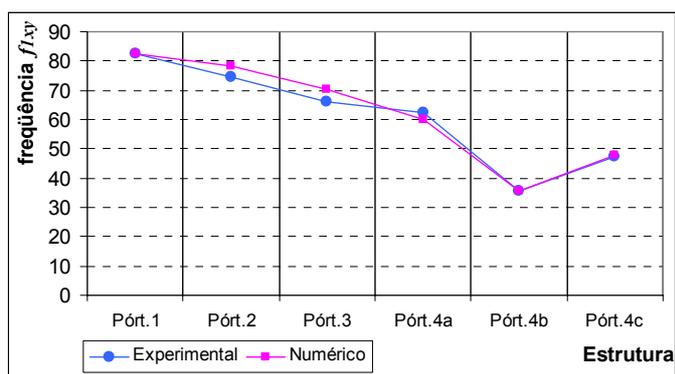


Figura 7.14. Frequências  $f_{1,xy}$  experimental e numérica para os diferentes modelos.

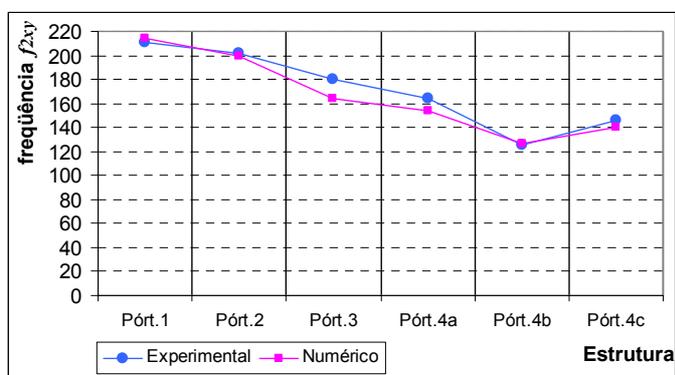


Figura 7.15. Frequências  $f_{2,xy}$  experimental e numérica para os diferentes modelos.

- ii) Realizaram-se vários testes para a rigidez dos apoios. Os resultados mais afinados com os ensaios experimentais correspondem a:  $K_{mZ} = 2.500$  kN.m/rad e  $K_{mX} = 550$  kN.m/rad;
- iii) O coeficiente de redução da rigidez do modelo 3, para simular sua fissuração, calibra corretamente as primeiras frequências. As seguintes apresentam certas diferenças que devem estar relacionadas a um comportamento não linear da fissuração no modelo experimental, chamado de “aspecto unilateral da resposta”. Entenda-se: quando a fissura é solicitada no sentido de abri-la, a rigidez é de fato reduzida; mas se a fissura for solicitada no sentido de fechá-la, a rigidez reaparece, o que não é considerado nos ensaios numéricos. Em suma, a viga, por exemplo, que em alguns modos possui movimentos de flexão para cima e para baixo, tem suas fissuras abertas e fechadas, alterando o valor das frequências experimentais medidas. Este comportamento de viga é mais relevante nos modos superiores;

- iv) Um fato passível de ocasionar diferenças no modelo semi-rígido é o aperto dos parafusos das ligações viga-pilar, podendo conferir maior ou menor rigidez ao pórtico, e não levado em consideração no modelo numérico;
- v) Nesta mesma linha de raciocínio, o aperto diferenciado dos parafusos de fixação das bases, de modelo para modelo, pode influenciar nas medidas experimentais, aspecto também inexistente nos testes numéricos;

## 7.2.4 Ensaios Experimentais - Fase 2

Nesta fase buscou-se aprofundar a experimentação sobre dois dos modelos: o pórtico 1 e o pórtico 3, além de estudos específicos sobre o pórtico semi-rígido. Dentre as mudanças na metodologia de análise, em relação à fase 1, destacam-se:

1. Excitou-se a estrutura na direção transversal ( $z$ ), com o objetivo de confirmar as frequências nesta direção;
2. Mudou-se a posição do excitador, a fim de coletar diferentes FRFs nas quais outros modos pudessem aparecer de forma mais destacada;
3. Adicionou-se massa de reação ao excitador para promover uma aplicação de força mais efetiva na estrutura;
4. A faixa de frequência da excitação foi ampliada de 0 - 500 Hz para 0 - 1000 Hz, com o intuito de averiguar as frequências superiores;

Alguns parâmetros adotados para os ensaios experimentais:

- Sinal de excitação: aleatório;
- Frequência de excitação: 0 - 1000 Hz ou 0 - 500 Hz;
- Ponto de excitação: nó 5 (direção  $z$ ) e nós 1 e 2 (direção  $x$ );
- Pontos de medição: nós 1 a 7 (direções  $x$  e  $y$ );
- Resolução da FRF: 0,625 Hz;
- Média dos resultados: aritmética, 20 medições;
- Janela: Hanning.

### 7.2.4.1 Determinação das Frequências Naturais

Os resultados dos ensaios experimentais forneceram para as frequências naturais dos modelos 1 e 3 os valores constantes na Tabela 7.19 e na Tabela 7.20, o que

praticamente confirmam as conclusões anteriores, e esclarecem dúvidas sobre a direção de alguns modos. Para o pórtico 1 são mostradas as frequências até 700 Hz e para o pórtico 3, as frequências até 500 Hz. A Figura 7.16 e a Figura 7.17 ilustram FRFs extraídas no intervalo até 1.000 Hz.

Tabela 7.19. Frequências naturais do pórtico 1  
(ensaios experimentais - fase 2 - e numéricos - estudos intermediários)

MODO	PÓRTICO 1 (ÍNTEGRO)			
	EXPERIMENTAL		COMPUTACIONAL	
	FREQ. (Hz)	PLANO	FREQ. (Hz)	PLANO
1	14,7	Z	21,3	Z
2	47,2	Z	51,3	Z
3	83,1	XY	82,7	XY
4	130,6	Z	130,0	Z
5	217,5	XY	214,5	XY
6	250,6	Z	280,8	Z
7	285,9	Z	291,4	Z
8	344,0	Z	423,6	Z
9	388,0	?	530,3	Z
10	508,0	?	554,6	XY
11	538,0	XY	642,6	Z
12	590,6	Z	662,5	XY
13	662,0	XY		

Tabela 7.20. Frequências naturais do pórtico 3  
(ensaios experimentais - fase 2 - e numéricos - estudos intermediários)

MODO	PÓRTICO 3 (DANO GENERALIZADO)			
	EXPERIMENTAL		COMPUTACIONAL	
	FREQÜÊNCIA (Hz)	PLANO	FREQÜÊNCIA (Hz)	PLANO
1	12,8	Z	19,7	Z
2	40,3	Z	42,2	Z
3	67,5	XY	69,0	XY
4	115,6	Z	97,5	Z
5	180,6	XY	159,8	XY
6	221,6	Z	211,9	Z
7	262,2	Z	238,7	Z
8	312,5	?	330,4	Z
9	333,8	?	384,7	Z
10	396,0	?	414,7	XY
11	455,0	Z	473,4	Z

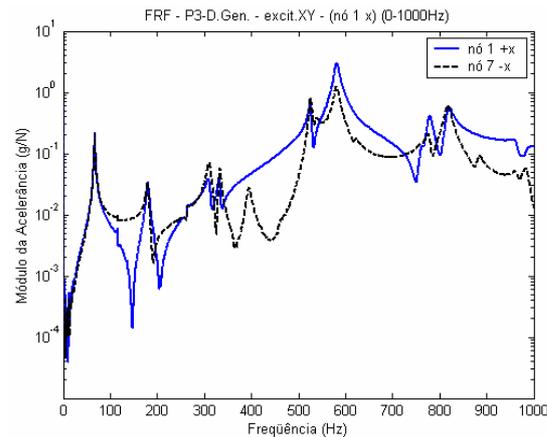
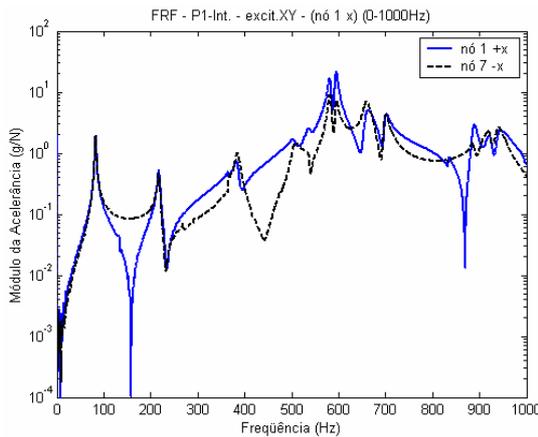


Figura 7.16. FRFs do pórtico 1 ( $A_{11}$  e  $A_{71}$ ). Figura 7.17. FRFs do pórtico 3 ( $A_{11}$  e  $A_{71}$ ).

### 7.2.4.2 Conclusões Parciais

- i) Basicamente confirmaram-se as conclusões anteriores. Até a quinta frequência a correlação entre os dados experimentais e computacionais é excelente. A partir deste ponto, a comparação torna-se mais difícil com o surgimento de modos intermediários;
- ii) Reforça-se a tese, no caso do modelo com dano generalizado, da influência do comportamento unilateral do material devido ao surgimento das fissuras.

### 7.2.5 Ensaios Numéricos – Programa *MECDANO*

O módulo dinâmico do programa *MECDANO* também foi utilizado para o cálculo das frequências naturais dos pórticos P1-Int e P3-D.Gen. A diferença deste programa para o *ADINA* é que naquele a armadura dos elementos estruturais é levada em consideração, incrementando-se sua inércia equivalente, e o P3-D.Gen teve suas frequências naturais calculadas imediatamente após o ensaio estático de danificação, ou seja, levando-se em conta o efeito desta danificação pelos modelos constitutivos do concreto (modelo de Mazars).

Apresentam-se os resultados na Tabela 7.21 e na Tabela 7.22 apenas para os três primeiros modos no plano  $xy$ , admitido que os pórticos possuíam apoios semi-rígidos ( $K_{mZ} = 2.500 \text{ kN.m/rad}$ ). Não é possível calcular os modos na direção transversal, pois uma das limitações do código é considerar as estruturas como 2D.

Tabela 7.21. Frequências naturais do pórtico 1 – programa *MECDANO*.

PÓRTICO 1 (ÍNTEGRO)		
MODO	FREQ. (Hz)	PLANO
1	85,1	XY
2	226,4	XY
3	581,7	XY

Tabela 7.22. Frequências naturais do pórtico 3 – programa *MECDANO*.

PÓRTICO 3 (DANO GENERALIZADO)		
MODO	FREQ. (Hz)	PLANO
1	66,7	XY
2	138,5	XY
3	463,1	XY

### 7.2.5.1 Conclusões Parciais

- i) As primeiras frequências naturais dos pórticos resultam similares aos experimentais e aos calculados pelo programa *ADINA*;
- ii) Todavia, a segunda e terceira frequência do pórtico íntegro resultam um pouco maiores. Provavelmente isso se deve à consideração das armaduras, que eleva a rigidez dos elementos, o que não foi feito nas simulações com o *ADINA*;
- iii) De forma contrária, contudo, a segunda frequência do pórtico fissurado possui valor menor. Talvez isto esteja relacionado ao estado de dano instalado na estrutura que, de alguma forma, alterou a matriz de rigidez dos elementos.

### 7.2.6 Ensaios Numéricos – Modelos Avançados

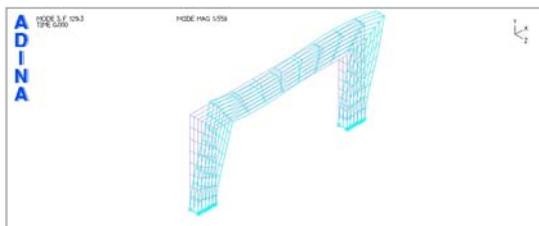
Elaboraram-se modelos dos pórticos utilizando elementos finitos do tipo casca, sólido 2D e sólido 3D. O objetivo foi conferir os resultados dos modelos de barra (viga) e verificar se existiam discrepâncias significativas. As diferenças são pequenas (resultados ligeiramente mais rígidos), não justificando o uso de modelos mais complexos. A Tabela 7.23 e a Tabela 7.24 fazem esta demonstração com os resultados para as três primeiras frequências do P1-Int, no plano *xy* e considerando apoios rígidos ou articulados. A Figura 7.18 ilustra as imagens dos dois primeiros modos de vibração.

Tabela 7.23. Frequências para diversos modelos de EF (apoios rígidos).

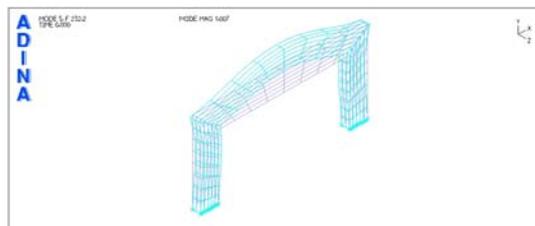
	FREQUÊNCIAS (Hz) PARA DIVERSOS MODELOS DE EF			
	VIGA	CASCA	SÓLIDO 2D	SÓLIDO 3D
$f_{1\ xy}$	128,8	133,8	128,1	129,3
$f_{2\ xy}$	223,4	239,3	229,0	232,2
$f_{3\ xy}$	587,9	594,0	566,8	571,2

Tabela 7.24. Frequências para diversos modelos de EF (apoios articulados).

	FREQUÊNCIAS (Hz) PARA DIVERSOS MODELOS DE EF		
	VIGA	CASCA	SÓLIDO 2D
$f_{1\ xy}$	58,0	63,9	61,9
$f_{2\ xy}$	210,9	222,5	216,8
$f_{3\ xy}$	540,5	533,5	514,5



Modo  $f_{1\ xy}$



Modo  $f_{2\ xy}$

Figura 7.18. Modos de vibração do modelo com EFs sólidos-3D.

### 7.2.7 Conclusões da Aplicação do Método Indireto

- i) Com a consideração de ligações semi-rígidas na base dos pórticos, consegue-se uma grande coerência entre os resultados experimentais e computacionais. O valor adotado foi constante para todos os modelos:  $K_{mZ} = 2.500 \text{ kN.m/rad}$  e  $K_{mX} = 550 \text{ kN.m/rad}$ ;
- ii) Em relação ao P3-D.Gen e P4-S.Ríg esta comparação é dificultada para as frequências mais altas, onde a fissuração daquele, e o vínculo semi-rígido vigapilar deste, promovem o surgimento de modos de vibração intermediários;

- iii) É necessário realizar uma detalhada extração dos modos de vibração, em vários nós, nas três direções. A sensibilidade cruzada dos acelerômetros, embora na teoria fosse relativamente baixa, mostrou-se muito alta nos ensaios;
- iv) Diversas simulações foram realizadas para averiguar a influência da rigidez da ligação de base ( $K_{base}$ ) e da rigidez da ligação viga-pilar ( $K_{viga-pilar}$ ) nas freqüências naturais dos pórticos. A Figura 7.19 ilustra os resultados quando se varia o valor de  $K_{base}$  a partir de  $K_{viga-pilar}$  muito alta (ligação rígida). Constata-se que  $K_{base}$  influencia muito a 1ª freqüência natural (quando a flexão dos pilares é o movimento dominante), mas é praticamente irrelevante para a 2ª freqüência (quando a flexão da viga é o movimento dominante).

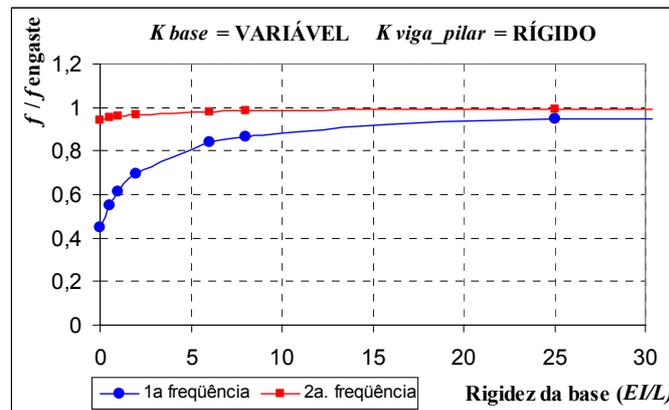


Figura 7.19. Influência de  $K_{base}$  nas freqüências naturais do pórtico.

- v) A Figura 7.20 mostra os resultados quando se varia o valor de  $K_{viga-pilar}$  a partir de  $K_{base}$  muito baixa (ligação articulada). Nota-se que  $K_{viga-pilar}$  influencia tanto a 1ª freqüência natural quanto a 2ª freqüência. Esta importância torna-se menos relevante quando  $K_{viga-pilar} = 5 EI / L$ , um fator de rigidez já se aproximando da Zona IV.

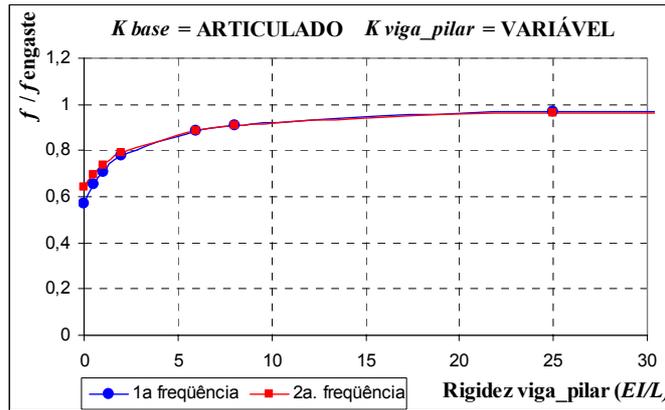


Figura 7.20. Influência de  $K_{viga-pilar}$  nas frequências naturais do pórtico.

vi) A Figura 7.21 ilustra resultados análogos para  $K_{viga-pilar}$  variável, mas agora a partir de  $K_{base}$  muito alta (ligação rígida). Percebe-se que  $K_{viga-pilar}$  influencia tanto a 1ª frequência natural quanto a 2ª frequência (relativamente mais a 2ª frequência). Como no caso anterior, esta importância torna-se menos relevante quando  $K_{viga-pilar} = 5 EI/L$ .

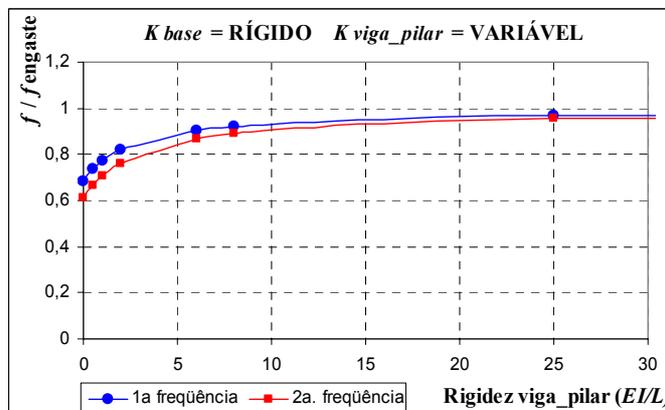


Figura 7.21. Influência de  $K_{viga-pilar}$  nas frequências naturais do pórtico.

## 7.3 Determinação da Rigidez da Ligação – Método Direto

### 7.3.1 Metodologia de Análise

EWINS (2000) e MAIA et al. (1997) afirmam que uma das dificuldades da análise modal experimental é a medida da resposta ou da excitação rotacional. Segundo os autores, por muitos anos este problema foi tido como de solução não-trivial.

Por outro lado, é real o fato de 75 % de todas as possíveis FRFs envolverem coordenadas rotacionais ( $x_i/M_i$ ,  $\theta_i/F_i$ , e  $\theta_i/M_i$ ; excetuando-se  $x_i/F_i$ ), pois 50 % dos deslocamentos possíveis dos nós de uma estrutura são as rotações ( $\theta_i$ ), sendo os outros 50 % as translações ( $x_i$ ). A dificuldade se torna ainda maior se o intento for medir a resposta rotacional devido a uma excitação rotacional ( $\theta_i/M_i$ ).

Assim, basicamente, existem dois problemas a serem enfrentados:

- i. como medir a resposta rotacional ( $\theta_i$ );
- ii. como gerar, e medir, a excitação rotacional ( $M_i$ ).

BREGANT; SANDERSON (2000) observam que a história das medidas e da excitação de graus de liberdade rotacionais é relativamente curta, quando comparadas aos graus de liberdade de translação, basicamente por dois motivos: a) eles não eram considerados importantes e não eram vistos como necessários na construção do modelo de resposta da estrutura; e b) porque são mais difíceis de medir, requerem mais esforço e possuem menos precisão.

LOFRANO (2003) discute e aplica diversas técnicas experimentais para a determinação de FRFs angulares com aplicações em estruturas do tipo viga; procedimentos baseados em acelerômetros piezométricos, vibrômetros a laser e sensores dedicados.

Entre as diversas proposições de solução dos problemas, envolvendo transdutores ou excitadores especiais, há uma alternativa muito simples e baseada nos sensores e equipamentos convencionais. A técnica consiste em usar um par de acelerômetros uniaxiais colocados a uma pequena distância um do outro, fixados à estrutura, ou fixados a um acessório auxiliar na forma de “T”, que é solidarizado à estrutura. Neste caso, torna-se necessário um cuidado adicional em relação à

flexibilidade das barras em balanço do acessório, com vistas a peça comportar-se como um corpo rígido e não influencie, pelo seu próprio movimento, a resposta dos sensores. A Figura 7.22 ilustra o esquema de construção do conjunto.

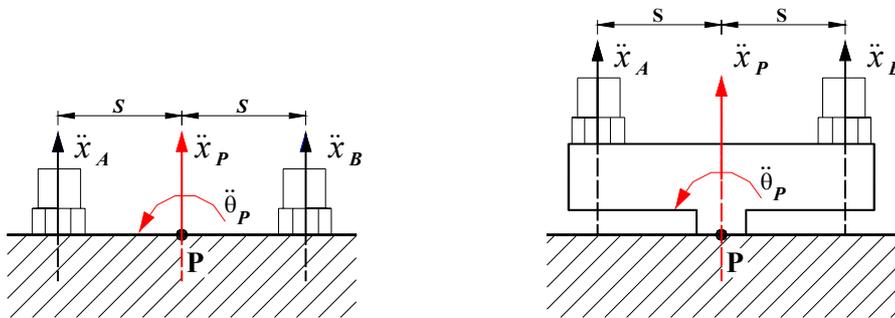


Figura 7.22. Arranjo para medição da resposta rotacional.

Assume-se, por fim, a hipótese de se calcular a translação e a rotação do ponto **P** da estrutura pelas expressões.

$$\ddot{x}_P = \frac{\ddot{x}_B + \ddot{x}_A}{2} \quad (7.1)$$

$$\ddot{\theta}_P = \frac{\ddot{x}_B - \ddot{x}_A}{2s} \quad (7.2)$$

MAIA et al. (1997) advertem que um dos problemas associados a esta técnica relaciona-se ao fato de que a diferença de aceleração dada pela eq. (7.2) pode ser da mesma ordem de grandeza dos erros e ruídos inerentes à medição dos dados. EWINS (2000) pondera, adicionalmente, que um dos grandes problemas deste procedimento é que a amplitude do sinal devido aos movimentos de translação pode se sobrepor aos movimentos rotacionais. Por exemplo, a diferença de aceleração expressa na eq. (7.2), que corresponde usualmente de 1 a 2% dos valores individuais, podendo ser até inferior à sensibilidade transversal dos acelerômetros (sensibilidade cruzada), comprometendo a resposta que foi avaliada. Contudo, a despeito desta dificuldade, muitas aplicações de sucesso têm sido realizadas com esta metodologia.

A abordagem relatada, desta maneira, permite medir a metade de todas as possíveis FRFs – as do tipo  $x_i/F_i$  ou  $\theta_i/F_i$ . As demais só podem ser medidas diretamente pela aplicação de uma excitação de momento.

Na falta de um excitador rotacional, pode-se construir um dispositivo similar ao descrito anteriormente. A Figura 7.23 ilustra uma extensão deste princípio, onde uma

força inicial  $F_1$  é aplicada, que pode ser decomposta em uma força  $F$  mais um momento  $M_1$ . Um segundo teste é realizado, com a mesma excitação, porém agora ela aplicada em uma posição 2 ( $F_2$ ), resultando em um segundo par força-binário.

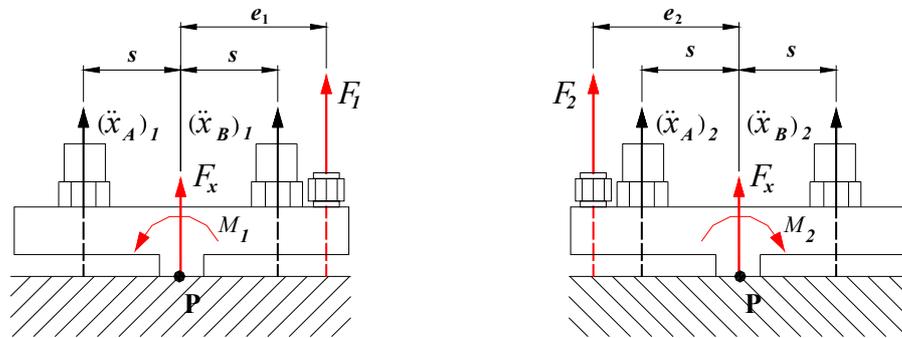


Figura 7.23. Arranjo para medição da excitação rotacional.

Pela adição e subtração convenientes das respostas produzidas por estas duas excitações em separado, deduz-se as respostas de translação e de rotação devidas à força de translação e ao momento de rotação, individualmente, possibilitando a medida de todos os quatro tipos de FRFs:  $x_i/F_i$ ,  $\theta_i/F_i$ ,  $x_i/M_i$  e  $\theta_i/M_i$ . Maiores detalhes sobre os cálculos envolvidos neste processo podem ser encontrados em MAIA (1997).

EWINS (2000) comenta, por fim, que o mesmo princípio pode ser utilizado para mais direções, com o uso de um sistema de excitação multi-direcional, até que a matriz 6x6 das FRFs em um dado ponto possa ser medido. Contudo, percebe-se que esta é uma metodologia bastante trabalhosa.

Baseado nas ponderações anteriores, planejou-se, neste trabalho, uma seqüência de procedimentos para a obtenção da rigidez da ligação da forma direta, constituída dos seguintes passos:

- 1) Fixação de acelerômetros no pilar, um em cada lado, segundo as direções  $x$  e  $z$ , alternadamente (Figura 7.24). Também foram postos os sensores na chapa de base (apenas na direção  $x$ ) a fim de constatar a diferença de resposta;
- 2) Excitação da estrutura com um sinal senoidal, de frequência determinada;
- 3) Medição da excitação imposta (força) e das respostas dos acelerômetros (aceleração) no domínio do tempo;
- 4) Cálculo das respostas dos sensores, em termos de deslocamento, no domínio do tempo. A expressão que relaciona a aceleração e o deslocamento de cada

acelerômetro é dada por  $x = \frac{\ddot{x}}{\omega^2}$ , onde  $\omega$  é a frequência da excitação imposta

(em rad/s);

- 5) Cálculo do ângulo de rotação do pilar  $\theta = \frac{\Delta x}{2s}$ , onde  $\Delta x$  é o deslocamento relativo entre os dois acelerômetros, e  $2s$  a distância entre eles;
- 6) Cálculo do momento  $M$  na base do pilar, diretamente proporcional à amplitude da força de excitação e do seu ponto de aplicação, e também considerando o fator de amplificação dinâmica ( $D$ ) – função da frequência natural, frequência de excitação e do amortecimento estrutural;
- 7) Cálculo da rigidez à flexão  $K$  pela expressão  $K = \frac{M}{\theta}$ , onde  $M$  é o momento aplicado na base do pilar, e  $\theta$  é o ângulo de rotação calculado no passo anterior.



Figura 7.24. Posicionamento dos acelerômetros nas laterais do pilar.

Algumas ponderações sobre a metodologia utilizada:

a) **Fixação dos acelerômetros:** a altura de fixação, em relação ao pilar, foi relativamente baixa (cerca de 3 cm, para um pilar de comprimento igual a 75 cm) a fim de excluir da resposta medida pelos acelerômetros a influência do deslocamento por flexão do pilar, em si, mas considerar apenas o efeito da ligação.

b) **Frequência da excitação:** a excitação era senoidal, cuja frequência correspondia à frequência natural da estrutura objetivando majorar as rotações e maximizar a relação sinal/ruído. A Figura 7.25 ilustra o sinal medido da força para uma excitação  $f_{exc} = 83$  Hz.

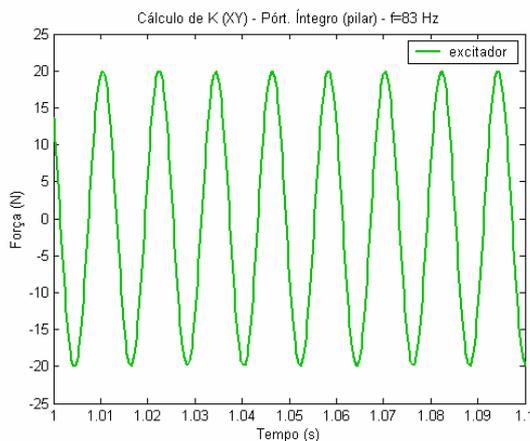


Figura 7.25. Excitação senoidal imposta.

c) **Relação aceleração x deslocamento da estrutura:** a expressão  $x = \frac{\ddot{x}}{\omega^2}$  é válida

particularmente para sistemas de 1 GDL com amortecimento viscoso, submetidas a um carregamento harmônico simples (maiores detalhes podem ser vistos em CLOUGH; PENZIEN; 1993). O princípio da referida expressão é que a resposta da estrutura de 1 GDL, devido à excitação harmônica, é aproximadamente harmônica. Estruturas de múltiplos GDL (MGDL), de forma geral, também apresentam um modo de vibração aproximadamente harmônico quando submetidas a uma excitação senoidal, desde que a frequência desta excitação coincida com uma de suas frequências naturais.

Assim, estruturas que exibem: (i) modos de vibração pouco acoplados, (ii) frequências naturais não próximas, e (iii) fatores de amortecimento relativamente baixos, apresentam comportamentos predominantes de um único modo de vibração na condição de ressonância (comportam-se, no espaço modal, como se fossem estruturas de 1 GDL). A Figura 7.26 ilustra o exposto, onde para cada uma das frequências  $f_i$  ( $i = 1, 2$  ou  $3$ ), o fator de participação modal predominante é o do próprio modo  $i$ , e os dos outros é praticamente desprezível.

Este é o caso dos pórticos em estudo, onde suas frequências são relativamente distantes umas das outras (por exemplo, o indicado na Tabela 7.10) e o maior amortecimento medido não ultrapassou o valor de 3 % do amortecimento crítico. A Figura 7.27 e a Figura 7.28 mostram os sinais das respostas (aceleração, em  $g$ , e deslocamento, em metros).

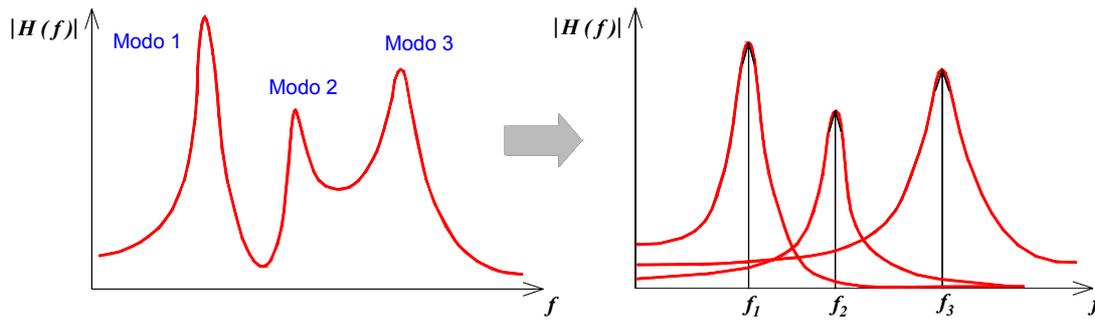


Figura 7.26. Combinação dos modos de vibração para uma estrutura MGDL.

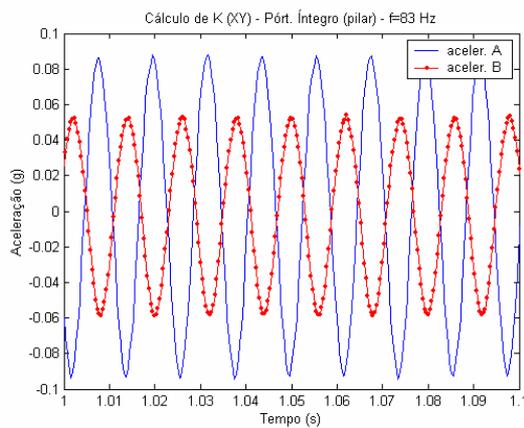


Figura 7.27. Resposta dos acelerômetros (em g)

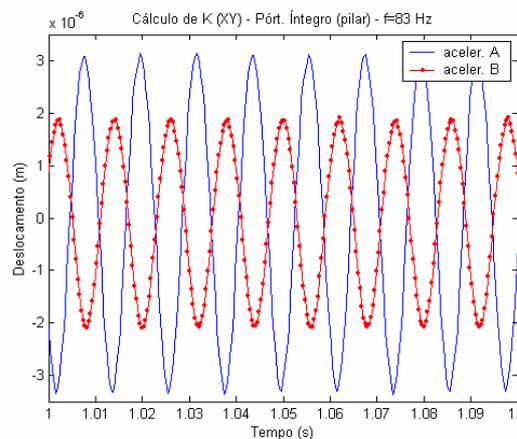


Figura 7.28. Resposta dos acelerômetros (em m)

d) **Cálculo do momento na base do pilar:** de posse da variação da força imposta à estrutura e sabendo-se o seu ponto de aplicação (posição de fixação do excitador), pode-se calcular o momento imposto à base do pilar. Para isso, basta utilizar-se um programa de análise de estruturas reticuladas, por exemplo. Evidentemente, não se está considerando neste cálculo alguns aspectos estruturais que influenciam na resposta dinâmica, como o amortecimento, a ser feito no passo seguinte.

Destaca-se, todavia, que é absolutamente relevante, já nesta fase, impor-se uma certa semi-rigidez às vinculações de base para a estimativa mais coerente das reações de apoio no pórtico. Para tanto, consideraram-se os valores resultantes da calibração do modelo de elementos finitos,  $K_{mZ} = 2.500 \text{ kN.m/rad}$  e  $K_{mX} = 550 \text{ kN.m/rad}$ . Adotar engastes nas ligações implica em resultados muito diferentes para os momentos na base.

A Figura 7.29 e a Figura 7.30 apresentam os resultados para os casos dos vínculos engaste e semi-rígido, respectivamente, com o excitador posicionado no mesmo ponto, e impondo-se uma força unitária apenas a título de ilustração. Especificamente, obtém-se,

no apoio direito,  $M = 0,2203 \text{ N.m}$  para o caso do vínculo rígido, e  $M = 0,1151 \text{ N.m}$  para o caso do semi-rígido.

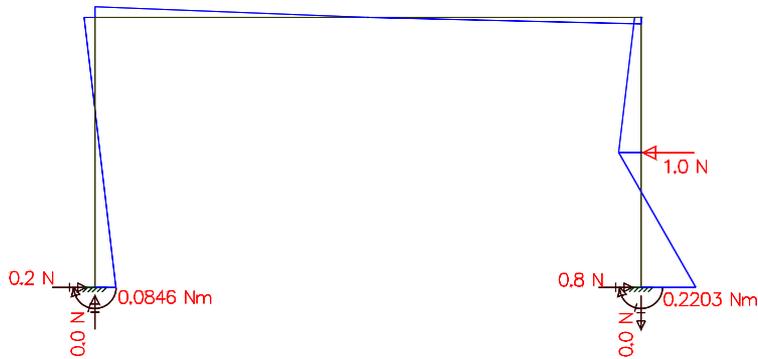


Figura 7.29. Reações do pórtico considerando-se vínculos rígidos.

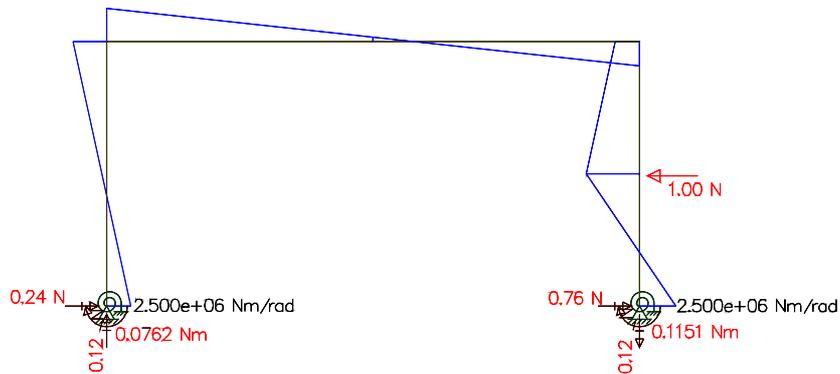


Figura 7.30. Reações do pórtico considerando-se vínculos semi-rígidos.

e) **Cálculo do momento dinâmico na base do pilar:** sabendo-se o valor do momento na base do pilar, pode-se calcular o momento dinâmico pela expressão:

$$M_{din} = D M \tag{7.3}$$

onde:

$M_{din}$  = momento dinâmico na base do pilar;

$M$  = momento na base do pilar, sem a consideração dos parâmetros dinâmicos;

$$D = \text{fator de amplificação dinâmica (FAD)} = \left[ (1 - \beta^2)^2 + (2 \xi \beta)^2 \right]^{-\frac{1}{2}};$$

$\beta$  = relação entre a frequência de excitação e a 1ª frequência natural no plano  $xy$ ;

$$\beta = \frac{\omega_{exc}}{\omega_1} = \frac{f_{exc}}{f_1}$$

$\xi$  = fator de amortecimento do modo de excitação (neste caso, do 1º modo);

A expressão do fator de amplificação dinâmica  $D$  também é originalmente específica para sistemas 1 GDL, aqui utilizada pelas mesmas razões expostas em (c). A Figura 7.31 mostra a variação do momento  $M_{din}$  na base, a partir da medição do sinal da força indicado na Figura 7.25 e de um fator de amplificação  $D = 28,571$ .

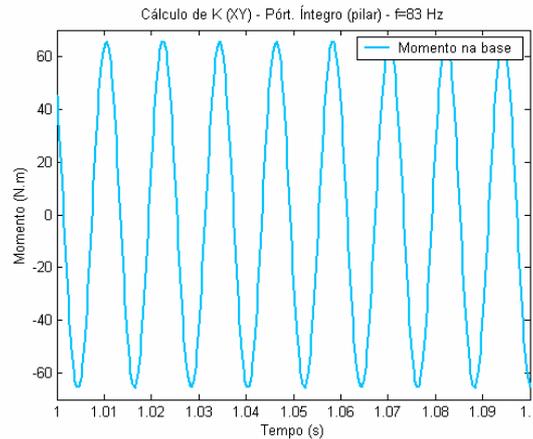


Figura 7.31. Momento dinâmico na base do pilar.

f) **Cálculo da rigidez da ligação:** considerando, ainda, o exposto em (c), pode-se admitir que a estrutura na 1ª ressonância vibra exclusivamente de acordo com o 1º modo. Para as estruturas em estudo, este modo de vibração é fundamentalmente caracterizado pela flexão dos pilares, deslocamento lateral do pórtico, apresentando muito pouca flexão da viga (Figura 7.32). Em suma, a energia imposta ao sistema pela aplicação da força é, praticamente, utilizada inteiramente para a flexão dos pilares e rotação da ligação de base, como se deseja.

Assim, assume-se  $K = \frac{M}{\theta}$ , onde o momento fletor provém da aplicação da força e cuja única consequência, admitida por hipótese, é a rotação  $\theta$  dos pilares.

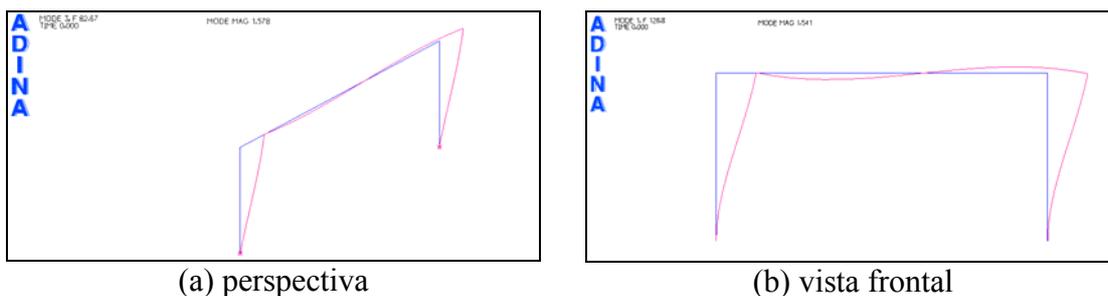


Figura 7.32. Primeiro modo de vibração no plano  $XY$ .

### 7.3.2 Aplicação aos Casos em Estudo

O pórtico fissurado será adotado como exemplo de cálculo, consideradas a excitação na direção  $x$  e as respostas na direção  $y$ . A Figura 7.33 mostra o sinal dos acelerômetros, em  $g$ , e a Figura 7.34 apresenta esta resposta convertida em deslocamento, na unidade de metros, através da expressão  $x = \frac{\ddot{x}}{\omega^2}$ . Ressalte-se que o intervalo de tempo apresentado nos gráficos corresponde a 0,1 s (1 a 1,1 s) meramente para facilitar a visualização das curvas, mas o período total de amostragem foi superior (cerca de 1,6 s e após realizada as diversas aquisições para o cálculo da média).

No caso em questão,  $\omega = 420,97 \text{ rad} = 2\pi \times 67 \text{ Hz}$ .  $f_{exc} = 67 \text{ Hz}$  foi a frequência configurada para a geração do sinal senoidal pelo excitador.

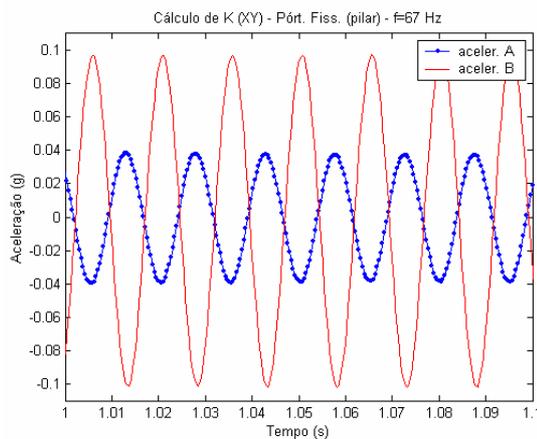


Figura 7.33. Resposta dos acelerômetros (em  $g$ ).

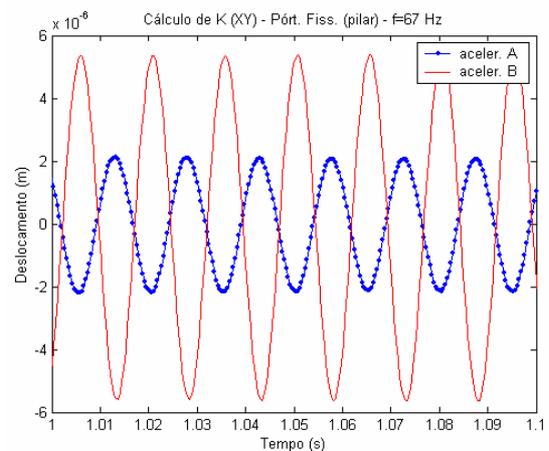


Figura 7.34. Resposta dos acelerômetros (em  $m$ ).

Calcula-se o deslocamento relativo entre os acelerômetros pelos picos da curva apresentada na Figura 7.34 e determina-se a rotação em relação à posição original, considerando a distância  $2 \text{ s}$  entre eles.

$$\Delta x = 7,60 \times 10^{-6} \text{ m (tomando-se os valores médios de pico)}$$

$$2 \text{ s} = 1,94 \times 10^{-1} \text{ m}$$

resulta:  $\theta = 3,918 \times 10^{-5} \text{ rad}$

A Figura 7.35 ilustra o sinal medido da força de excitação. Neste caso,  $f_{exc} = 67$  Hz, sendo  $f_1 = 67,5$  Hz, determinada pelo ensaio de varredura.

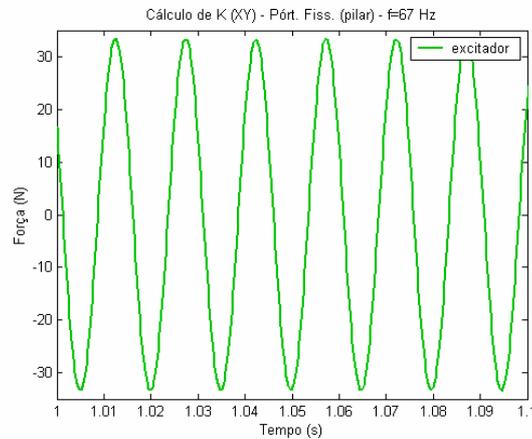


Figura 7.35. Excitação senoidal imposta.

$F = 33,4$  N (amplitude máxima da força aplicada). Calcula-se, em seguida, o momento dinâmico na ligação:

Pela análise estática da estrutura:  $F = 1$  N  $\Rightarrow M = 0,1392$  N.m, considerando molas nas ligações com  $K = 2.500$  kN.m/rad e uma rigidez fração da bruta, em função da fissuração.

Assim, tem-se:  $M = 4,65$  N.m (momento na base do pilar)

Levando em conta:

$$f_{exc} = 67 \text{ Hz}$$

$$f_1 = 67,5 \text{ Hz}$$

$\xi = 2,30$  % (determinado pelo método Multi-Modos de identificação dos parâmetros)

chega-se a:  $D = 20,84$  (fator de amplificação dinâmico)

e daí:  $M_{din} = 96,89$  N.m (momento dinâmico na base do pilar =  $D \cdot M$ )

Com  $D = 20,84$  e a Figura 7.35, obtém-se a curva de  $M_{din}$  na base do pilar (Figura 7.36).

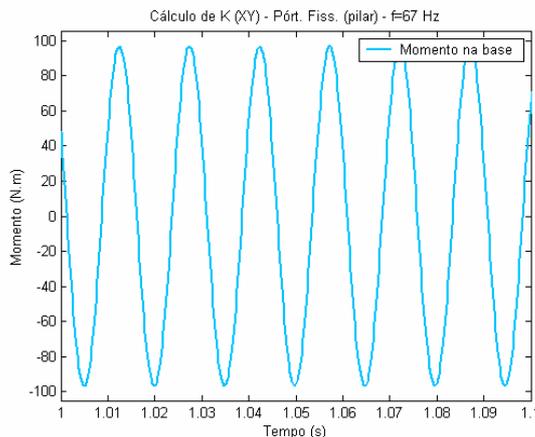


Figura 7.36. Momento  $M_{din}$  na base do pilar.

A partir dos valores do momento e da rotação, determina-se:

$$K_{mZ} = M_{din} / \theta$$

$$K_{mZ} = 96,89 / 3,918 \times 10^{-5}$$

$$K_{mZ} = 2.473 \text{ kN.m/rad}$$

Semelhante ao valor de rigidez encontrado no método indireto, via calibração do modelo de elementos finitos. Os demais valores de rigidez, para o outro pórtico e para a direção Z, além de suas correlações em relação ao fator de rigidez  $\gamma$ , são indicados na Tabela 7.25 e na Tabela 7.26.

Nas tabelas são adotados também diferentes valores para as taxas de amortecimento ( $\xi$ ), calculadas pelo método do decremento logarítmico (DL) e pelo método multi-modos (MM), discutidas no item 7.4.4. Lembra-se que as rigidezes encontradas pelo método indireto – calibração do modelo numérico – são:

➤  $K_{mZ} = 2.500 \text{ kN.m/rad}$

➤  $K_{mX} = 550 \text{ kN.m/rad}$

Tabela 7.25. Valores da rigidez  $K_{mz}$  determinados pelo método direto.

PÓRTICO (DIREÇÃO)	$\xi$ (em %) (MÉTODO)	$K_{mz}$ (kN.m/rad)	$\gamma$
ÍNTEGRO (XY)	2,4 (MM)	1.817	0,23
	1,75 (DL)	2.492	0,29
FISSURADO (XY)	2,3 (MM)	2.473	0,32
	1,48 (DL)	3.609	0,41

Obs. Referência  $K_{mZ} = 2.500 \text{ kN.m/rad}$  (ÍNTEGRO:  $\gamma = 0,30$ ; FISSURADO:  $\gamma = 0,32$ )

Tabela 7.26. Valores da rigidez  $K_{mX}$  determinados pelo método direto.

PÓRTICO (DIREÇÃO)	$\xi$ (em %) (MÉTODO)	$K_{mX}$ (kN.m/rad)	$\gamma$
ÍNTEGRO (Z)	2,1 (MM)	421	0,26
	1,75 (DL)	505	0,30
FISSURADO (Z)	1,8 (MM)	272	0,21
	1,75 (DL)	330	0,24

Obs. Referência  $K_{mZ} = 550$  kN.m/rad (ÍNTEGRO:  $\gamma = 0,30$ ; FISSURADO:  $\gamma = 0,33$ )

### ANÁLISE DOS RESULTADOS

1) Os valores da rigidez da ligação, calculados pelo método direto, apresentam-se similares àqueles determinados pelo método indireto. Esta semelhança torna-se mais evidente quando se analisa o coeficiente de rigidez  $\gamma$ , o qual dá uma medida mais precisa do que o número absoluto. A Figura 7.37 e a Figura 7.38 indicam os intervalos nos quais recaem as rigidezes  $K_{mZ}$  e  $K_{mX}$  calculadas.

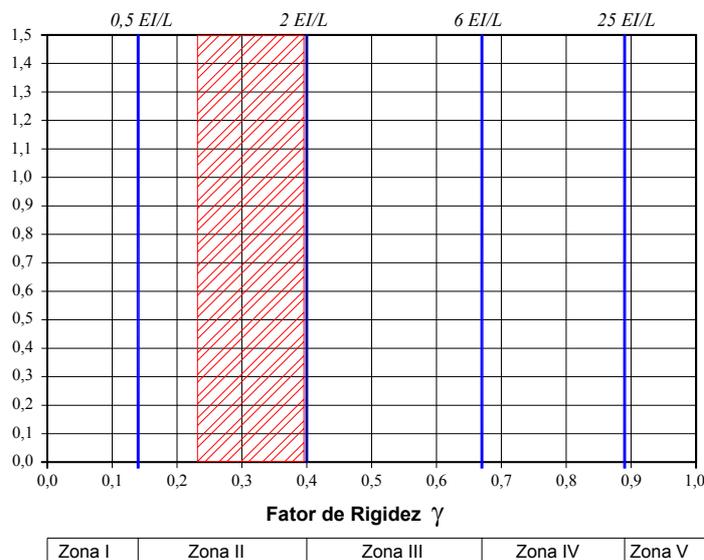


Figura 7.37. Região dos valores de  $K_{mZ}$ .

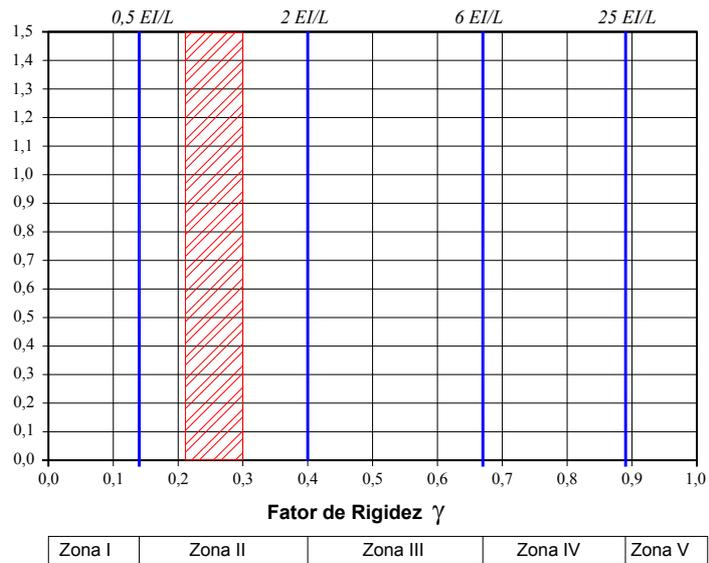


Figura 7.38. Região dos valores de  $K_{mX}$ .

- 2) Perceba-se que a análise foi realizada inferindo-se os dados dos sinais de força e da resposta dos acelerômetros pelos seus valores máximos. Não foi considerada a sua variação ao longo do tempo para a determinação da rigidez da ligação.

### 7.3.3 Determinação da Rigidez ao Longo do Tempo

A partir do sinal indicado na Figura 7.34 pode-se calcular o deslocamento diferencial dos acelerômetros ao longo do tempo (Figura 7.39) e o ângulo de rotação (Figura 7.40).

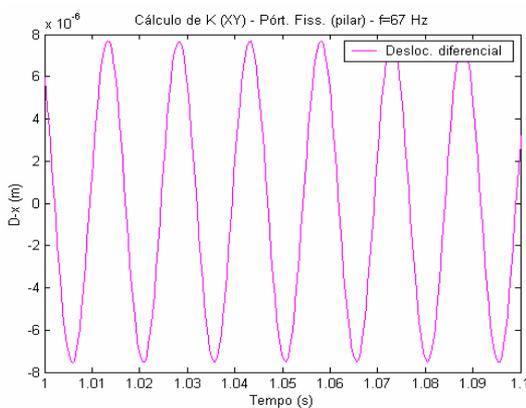


Figura 7.39. Deslocamento diferencial (absoluto) entre os acelerômetros.

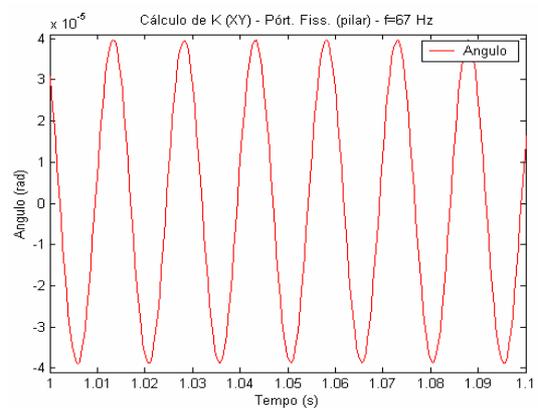


Figura 7.40. Ângulo de rotação (absoluto) dos acelerômetros.

Considerando, por fim, o momento na base do pilar (Figura 7.36), obtém-se um gráfico que representa a rigidez da ligação ao longo do tempo (Figura 7.41).

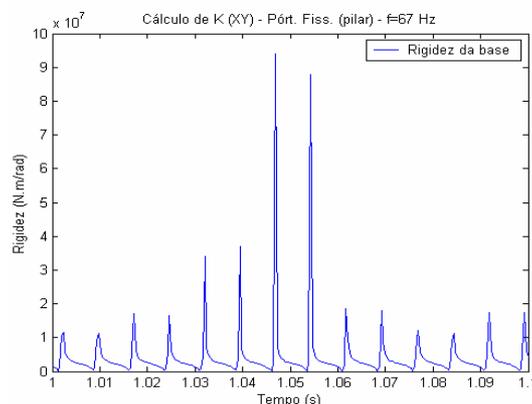


Figura 7.41. Rigidez da ligação ao longo do tempo.

A rigidez varia, no intervalo de tempo indicado no gráfico, entre baixos valores (aparentemente) a 100.000 kN.m/rad, e corresponderia a um  $\gamma$  da ordem de 0,94 , uma ligação podendo-se considerá-la rígida. Todavia, como este gráfico está construído em escala linear, e o intervalo de variação é muito grande, torna-se mais conveniente reconstruí-lo com o eixo vertical em escala logarítmica (Figura 7.42).

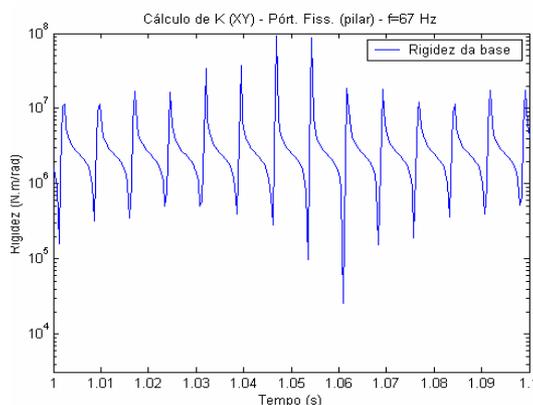


Figura 7.42. Rigidez da ligação ao longo do tempo (escala log).

Facilmente percebe-se que a variação da rigidez concentra-se em um intervalo menor, entre 250 kN.m/rad a 10.000 kN.m/rad. Centralizando o desenho em uma escala conveniente, ainda menor, onde apareça em destaque o valor de 2.500 kN/m/rad, determinado pela análise de picos e pelo método indireto, tem-se :

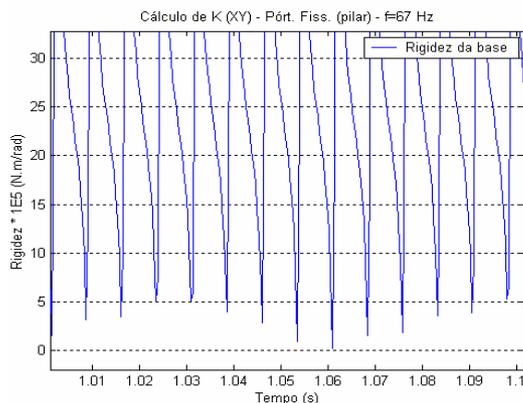


Figura 7.43. Rigidez da ligação com destaque para os valores inferiores.

Verifica-se que o valor de 2.500 kN.m/rad não é o menor e, aparentemente, não possui uma peculiaridade especial.

É importante superpor, em um mesmo gráfico, os sinais da força de excitação e das respostas dos acelerômetros (Figura 7.44). Nota-se uma defasagem entre os sinais da resposta em relação ao sinal da força, e entre os próprios sinais de resposta.

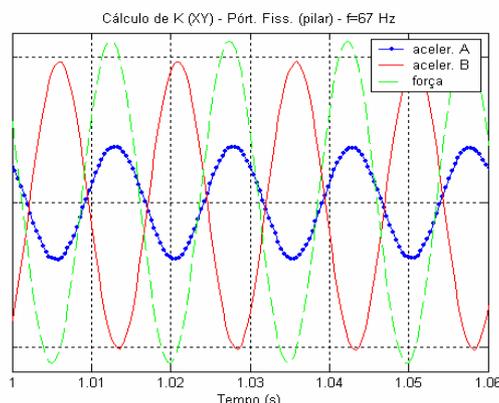


Figura 7.44. Defasagem entre os sinais de força e de resposta.

As defasagens entre o sinal da força e os dos acelerômetros são devidos ao amortecimento. Isto é natural, e quanto maior o amortecimento, maior o ângulo de fase. CLOUGH; PENZIEN (1993) indicam maiores detalhes a respeito. A defasagem entre os próprios sinais de resposta é devido aos procedimentos automáticos de aquisição de dados e amostragem, mas percebe-se que ela é bem menor do que a defasagem devido ao amortecimento.

## ANÁLISE DOS RESULTADOS

- 1) Verifica-se que o valor de 2.500 kN.m/rad (obtido pela análise de pico) não é um valor notável na curva de rigidez. De fato, nos gráficos explicitados na Figura 7.41 a Figura 7.43, a defasagem de tempo entre os sinais de excitação e resposta possui influência fundamental;
- 2) Em função desta defasagem, quando se tem o pilar na posição vertical (posição de referência) com um deslocamento nulo (ou praticamente), já existe uma certa intensidade de excitação. Neste caso, matematicamente obtém-se a rigidez máxima;
- 3) Pelo mesmo motivo, quando se tem o nível de excitação nulo (ou praticamente), ainda existe uma certa rotação dos acelerômetros. Neste caso, como a excitação é muito pequena, matematicamente obtém-se a rigidez mínima;
- 4) A defasagem de tempo provoca estas incoerências matemáticas. Assim, a fim de isolá-la, e analisar os sinais essencialmente em amplitude, lançar-se-á mão de uma ferramenta matemática: a “Transformada de Hilbert”.

### 7.3.4 Determinação da Rigidez via Transformada de Hilbert

A transformada de Hilbert (TH) é um tipo de transformação integral de importantes aplicações no processamento de sinais para a análise de vibrações. Seus dois empregos mais comuns são (FELDMAN; 2002):

1. A TH possibilita a análise direta dos parâmetros instantâneos da vibração: frequência, fase e amplitude. Ela permite, de forma mais adequada, que sistemas complexos sejam analisados no domínio do tempo;
2. A TH pode determinar a parte real da função de transferência de um sistema, a partir de sua parte imaginária, ou vice-versa. Isto facilita a análise de sistemas no domínio da frequência, sendo muitas vezes útil, por exemplo, na caracterização do amortecimento histerético e na identificação de sistemas não-lineares.

Matematicamente, a TH é uma generalização da fórmula de Euler  $e^{iz} = \cos(z) + i \operatorname{sen}(z)$  na forma de uma função complexa. Pode-se fazer as seguintes considerações (RANDALL; 2002):

Imagine-se que um sinal analítico possa ser considerado como um vetor em rotação descrito por  $A(t)e^{i\phi(t)}$ , cuja amplitude  $A(t)$  e velocidade de rotação  $\omega(t) = \frac{d\phi(t)}{dt}$ , em geral, variam com o tempo. A partir de um sinal medido no tempo  $a(t)$ , é possível obter as componentes de modulação da amplitude e da fase (frequência) através da relação:

$$A(t)e^{i\phi(t)} = a(t) + i\tilde{a}(t) \quad (7.4)$$

onde  $\tilde{a}(t)$  é a transformada de Hilbert de  $a(t)$ , dada pela expressão:

$$\tilde{a}(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} a(\tau) \frac{1}{t - \tau} d\tau \quad (7.5)$$

A Transformada de Hilbert é equivalente a um tipo especial de filtro, em relação ao qual as amplitudes das componentes do espectro são mantidas constantes, mas suas fases são deslocadas em  $-\pi/2$  (Figura 7.45).

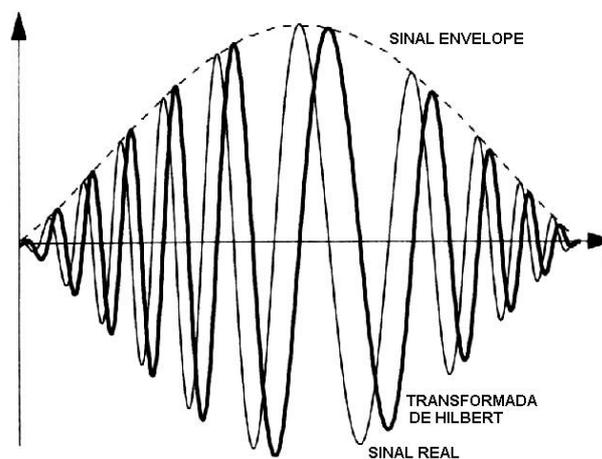


Figura 7.45. Sinal real e os obtidos pela Transformada de Hilbert.  
(baseado em FELDMAN; 2002)

Uma área de aplicação da TH, relacionada à demodulação da amplitude, de interesse para o presente trabalho, é a “Análise Envelope”. Realizando-se este processamento, calcula-se um envelope do sinal evidenciando as amplitudes e pondo em segundo plano a precisão do instante de tempo de cada ponto amostrado. A Figura 7.46 ilustra a análise envelope para um sinal de impulsos periódicos.

Desta maneira, imagina-se que seja possível eliminar as mínimas defasagens no tempo dos sinais da Figura 7.44, observando apenas as suas amplitudes.

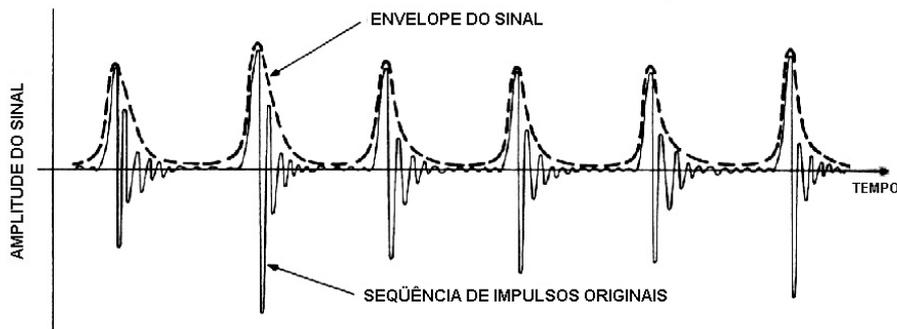


Figura 7.46. Análise envelope de um sinal de impulsos periódicos. (baseado em RANDALL; 2002)

### 7.3.5 Aplicação aos Casos em Estudo

Realizando uma TH no sinal dos acelerômetros, já convertidos para deslocamento em metros (Figura 7.34), obtém-se as curvas indicadas na Figura 7.47.

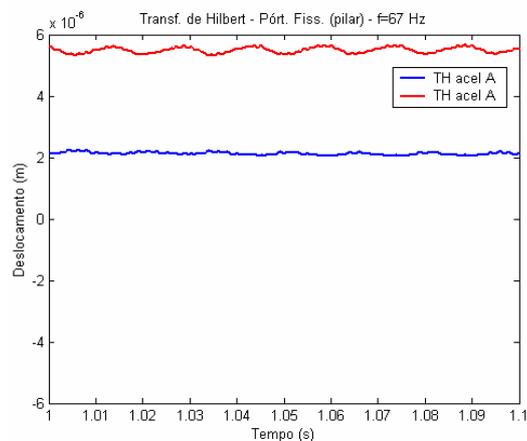


Figura 7.47. Transformada de Hilbert da resposta dos acelerômetros (em m).

Mais uma operação matemática desta natureza é aplicada ao gráfico do momento na ligação (Figura 7.36), resultando o indicado na Figura 7.48.

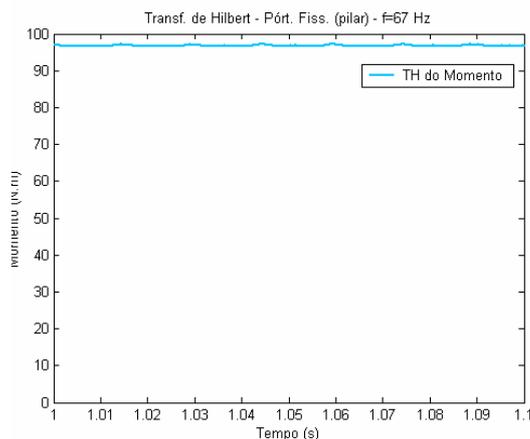


Figura 7.48. Transformada de Hilbert do momento na base do pilar.

Finalmente, dividindo-se o momento pelo ângulo de rotação (oriundo, agora, das curvas explicitadas na Figura 7.47), determina-se a curva de variação da rigidez ao longo do tempo (Figura 7.49), operada pela transformada de Hilbert. A média desta variação resulta 2.463 kN.m/rad, valor quase idêntico ao obtido na análise dos picos de amplitude (2.473 kN.m/rad).

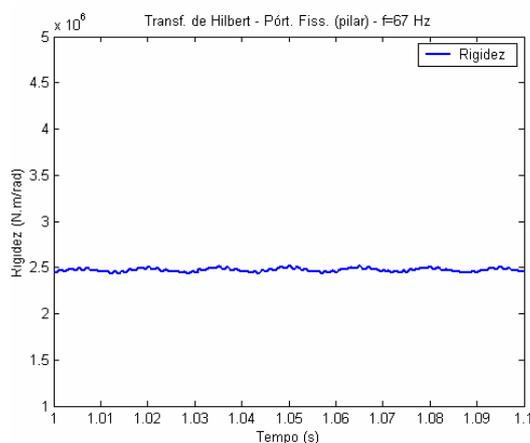


Figura 7.49. Rigidez da ligação ao longo do tempo calculada pela TH.

Refazendo a tabela 1 para o estudo segundo a transformada de Hilbert, obtém-se:

Tabela 7.27. Valores da rigidez  $K_{mZ}$  determinados pelo método direto e TH.

PÓRTICO (DIREÇÃO)	$\xi$ (em %) (MÉTODO)	$K_{mZ}$ (kN.m/rad)	$\gamma$
ÍNTEGRO (XY)	2,4 (MM)	1.806	0,23
	1,75 (DC)	2.477	0,29
FISSURADO (XY)	2,3 (MM)	2.463	0,32
	1,48 (DC)	3.556	0,40
Obs. Referência $K_{mZ} = 2.500$ kN.m/rad (ÍNTEGRO: $\gamma = 0,30$ ; FISSURADO: $\gamma = 0,32$ )			

### 7.3.6 Determinação da Rigidez na Base Metálica

Fez-se, por último, uma investigação das rigidezes caso os acelerômetros fossem fixados à base metálica, e não ao pilar. A intenção é confirmar a idealização de que a ligação é uma região de contorno não muito bem definido, interferindo o elemento de ligação e o elemento vinculado. Esperava-se, como de fato a Tabela 7.28 demonstra, que os valores obtidos fossem maiores que nas medidas com os sensores fixados aos pilares. A conclusão por estes resultados indicaria, agora, uma ligação mais rígida, caracterizada na Zona III.



Figura 7.50. Posicionamento dos acelerômetros na base metálica.

Tabela 7.28. Valores da rigidez  $K_{mz}$  com acelerômetros na base metálica.

PÓRTICO (DIREÇÃO)	$\xi$ (em %) (MÉTODO)	$K_{mz}$ (kN.m/rad)	$\gamma$
ÍNTEGRO (XY)	2,4 (MM)	8.282	0,58
	1,75 (DC)	11.359	0,66
FISSURADO (XY)	2,3 (MM)	5.778	0,49
	1,48 (DC)	7.346	0,55

## 7.4 Ensaios Complementares

### 7.4.1 Influência do Aperto do Parafuso

Para se averiguar a influência do aperto dos parafusos nos pórticos semi-rígidos, elegeu-se o modelo com almofada fina e submeteu-se o mesmo a duas situações, construindo-se FRFs em cada uma delas:

- Aperto razoável dos parafusos, sem exageros  $\Rightarrow f_{1,xy} = 48,1$  Hz
- Aperto manual máximo possível  $\Rightarrow f_{1,xy} = 53,8$  Hz

A diferença entre as duas medições (Figura 7.51) é de aproximadamente 10%, praticamente a discrepância que está ocorrendo entre os resultados computacionais e os experimentais. Este fato evidencia a importância de haver uma uniformidade entre os diversos testes.

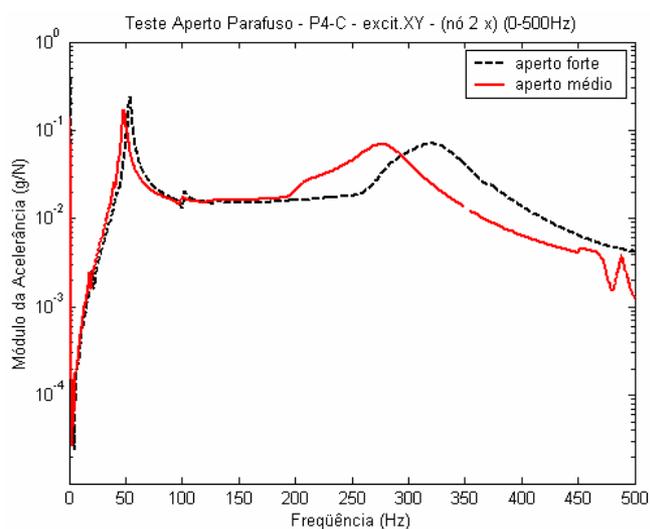


Figura 7.51. FRFs comparativas do teste do aperto do parafuso.

### 7.4.2 Influência do Erro de Montagem

Imaginando uma situação de falha de montagem, de erro construtivo, trocou-se a posição dos pilares do pórtico semi-rígido (Figura 7.52), construindo-se as FRFs para alguns nós (Figura 7.53). Perceba-se a diferença na extensão do apoio.

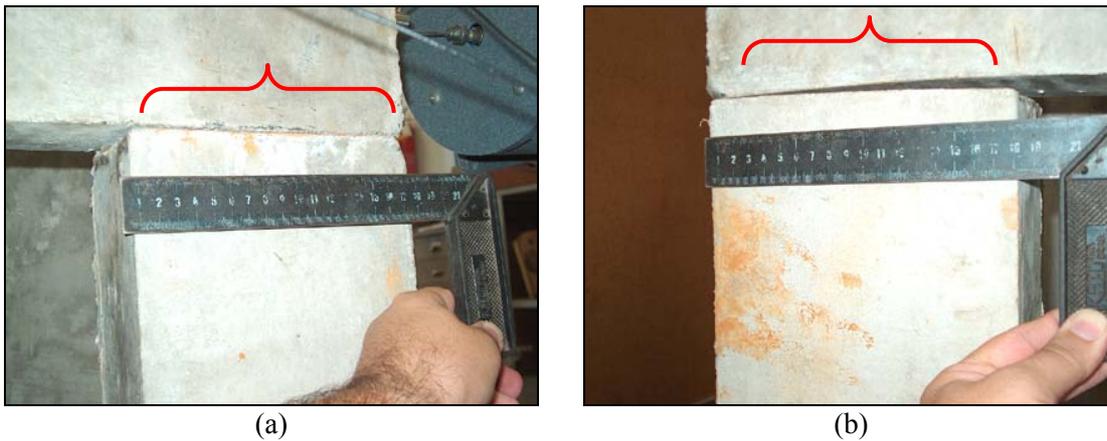


Figura 7.52. Pilares nas situações de montagem correta (a) e incorreta (b).

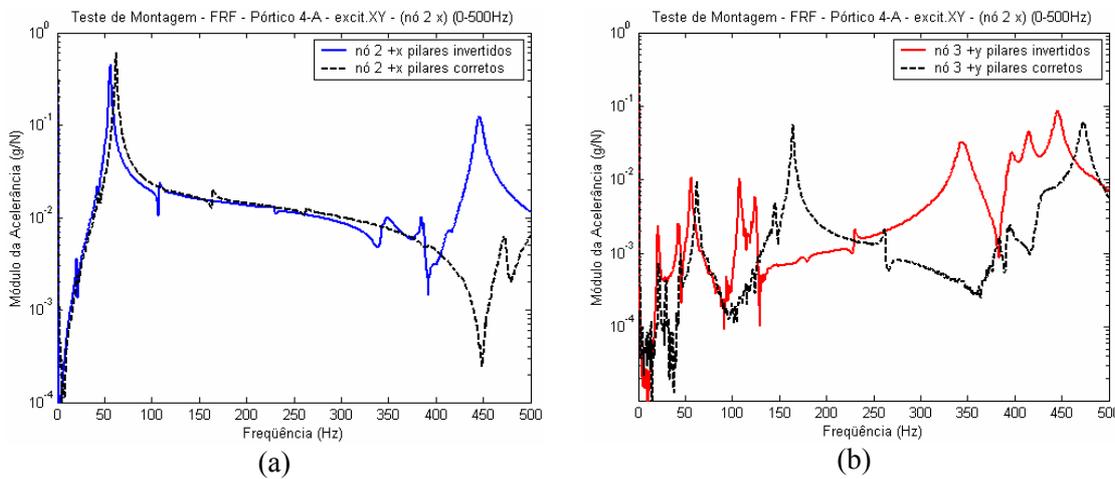


Figura 7.53. FRFs comparativas do teste do erro de montagem.

Os resultados obtidos foram:

- Montagem correta  $\Rightarrow f_{1,xy} = 62,5 \text{ Hz}$
- Montagem incorreta  $\Rightarrow f_{1,xy} = 56,9 \text{ Hz}$

As FRFs horizontais (Figura 7.53.a) são muito similares, onde vê-se que as frequências na situação de erro de montagem resultam pouco menores. O motivo para isso pode ser apenas a menor extensão de apoio da viga no pilar. As FRFs verticais (Figura 7.53.b), diferentemente do caso anterior, apresentam fortes diferenças no perfil das curvas.

### 7.4.3 Transmissibilidade de Esforços pela Ligação Semi-Rígida

Comprovou-se que a introdução da ligação semi-rígida, e sua almofada, modificam o comportamento do pórtico, provocando uma diminuição na intensidade das respostas verticais medidas pelos acelerômetros nos nós da viga. Investigou-se também o que acontece em relação à transmissibilidade de esforços, fixando-se acelerômetros imediatamente acima e abaixo da almofada (Figura 7.55).

Descobriu-se que o nível de amplitude da resposta dos dois sensores era praticamente o mesmo, até o intervalo de 150 – 200 Hz, quando a diferença da intensidade destes sinais cresce. A Figura 7.56 mostra as respostas dos acelerômetros, e a Figura 7.57 as confronta com a excitação imposta ao pilar.



Figura 7.54. Excitação do pórtico semi-rígido.



Figura 7.55. Fixação de acelerômetros acima e abaixo da almofada.

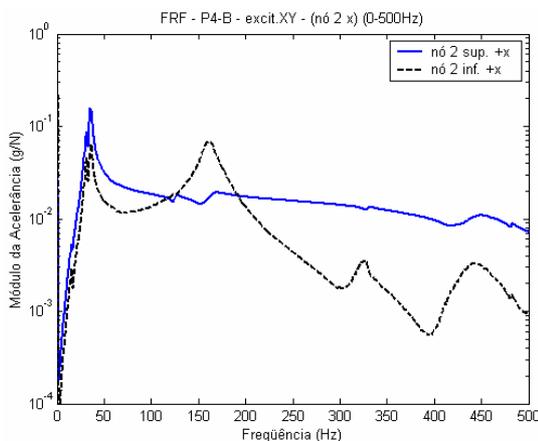


Figura 7.56. Respostas dos acelerômetros.

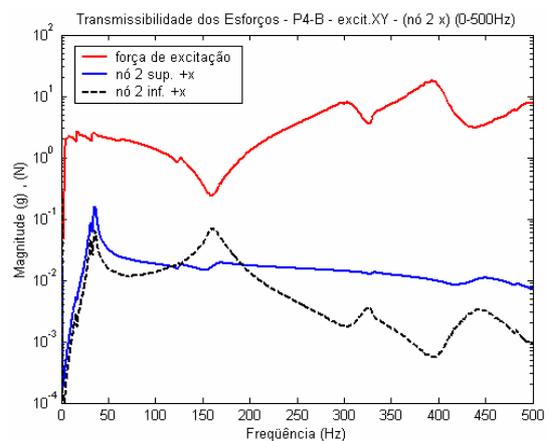


Figura 7.57. Sinais de resposta e excitação.

Algo muito interessante aconteceu na medição do ângulo de fase entre as respostas dos acelerômetros. Dependendo da frequência de excitação, esse ângulo era de aproximadamente  $0^\circ$  ou de  $180^\circ$  (Figura 7.58), ou seja, os dois pontos vibram no mesmo sentido ou em sentidos praticamente contrários (neste caso, para frequências superiores).

Este fato pode ser a constatação experimental dos modos numérico-computacionais apresentados na Figura 7.2, em destaque na Figura 7.59, percebendo-se uma desvinculação entre o movimento do pilar e o da viga, estando isto relacionado à flexibilidade horizontal introduzida pela almofada.

Um outra possível razão para o fenômeno é o grande amortecimento introduzido pela almofada. Verifique-se que os dois picos de frequência, na faixa de 300 a 450 Hz, são muito pouco abatidos, o que pode indicar um amortecimento não-proporcional e a possibilidade de aparecimento de modos complexos.

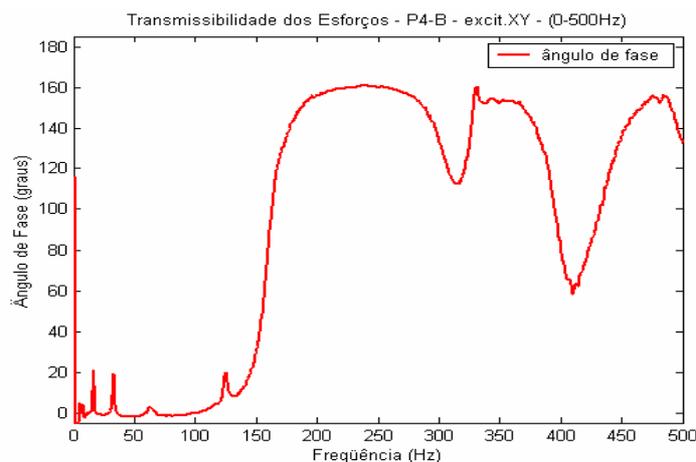


Figura 7.58. Ângulo de fase entre as respostas dos acelerômetros.

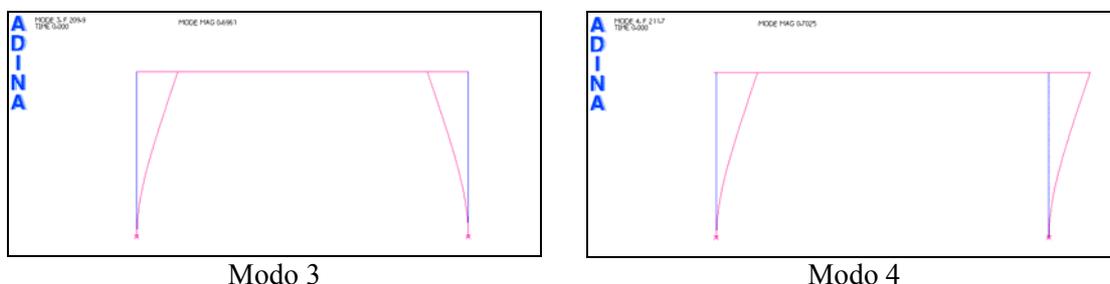


Figura 7.59. Modos de vibração dos pórticos 4-B.

## 7.4.4 Determinação do Amortecimento

### 7.4.4.1 Método de Identificação Multimodos

Empregando-se o método citado no Capítulo 4 – Análise Modal, constrói-se um polinômio de ajuste em relação às FRFs medidas experimentalmente. A Figura 7.59 e Figura 7.60 ilustram a boa aderência do polinômio à curva de resposta experimental. A Figura 7.61 apresenta um trecho em destaque da FRF.

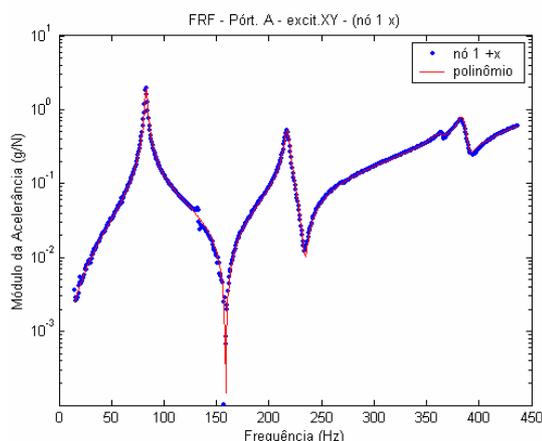


Figura 7.60. FRF e polinômio calculado – pórtico íntegro.

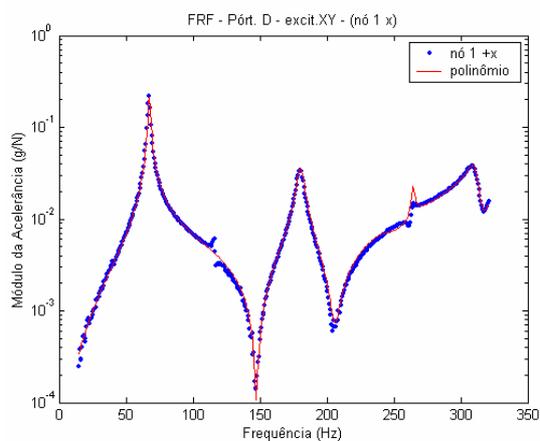


Figura 7.61. FRF e polinômio calculado – pórtico fissurado.

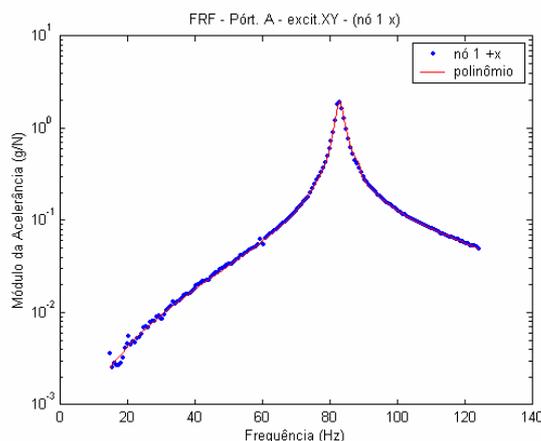


Figura 7.62. FRF e polinômio calculado – pórtico íntegro (faixa estreita de análise).

Determinaram-se as taxas de amortecimento modais para os diversos pórticos (amortecimento viscoso, em função do programa computacional utilizado, conforme discutido no item 4.4.5), analisando-se várias FRFs, com a excitação em diferentes nós, e calculando uma média dos resultados. A Tabela 7.29 e a Tabela 7.30 apresentam os valores obtidos para os pórticos íntegro e fissurado.

Tabela 7.29. Taxas de amortecimento – pórtico íntegro.

FREQUÊNCIA	P1 - ÍNTEGRO	
	Hz	$\xi$ (%)
$f_1 (z)$	14,6	2,2
$f_2 (z)$	47,2	1,1
$f_3 (xy)$	83,2	2,4
$f_4 (z)$	130,3	0,7
$f_5 (xy)$	217,7	2,0
$f_6 (xy)$	385,6	2,6

Tabela 7.30. Taxas de amortecimento – pórtico dano generalizado.

FREQUÊNCIA	P3 - DANO GENERALIZADO	
	Hz	$\xi$ (%)
$f_1 (z)$	13,2	1,8
$f_2 (z)$	40,1	1,2
$f_3 (xy)$	67,3	2,4
$f_4 (z)$	115,3	1,1
$f_5 (xy)$	180,3	2,5
$f_6 (xy)$	311,1	2,7

À exceção para o 1º modo de vibração, percebe-se que todas as taxas de amortecimento do pórtico fissurado são maiores que o pórtico íntegro. Sabendo-se que o aumento da fissuração causa maior atrito entre as partículas do material, quando em deformação, ter-se-ia um aumento do amortecimento, conforme os ensaios revelaram.

A Tabela 7.31 e a Tabela 7.32 apresentam os valores obtidos para o pórtico semi-rígido, sem almofada e com almofada espessa.

Tabela 7.31. Taxas de amortecimento – pórtico semi-rígido (sem almofada).

FREQUÊNCIA	P4 – SEMI-RÍGIDO (sem almofada)	
	Hz	$\xi$ (%)
$f_1 (xy)$	62,5	2,3
$f_2 (xy)$	164,0	1,1

Tabela 7.32. Taxas de amortecimento – pórtico semi-rígido (almofada espessa).

		P4 – SEMI-RÍGIDO (almofada espessa)	
FREQÜÊNCIA		Hz	$\xi$ (%)
$f_1$ (xy)		35,6	5,9
$f_2$ (xy)		125,0	2,7

A diminuição dos valores das freqüências naturais e o aumento do amortecimento, com a colocação da almofada, são significativos. A almofada praticamente transforma a ligação viga-pilar em um vínculo articulado.

#### 7.4.4.2 Método do Decremento Logarítmico

Para se determinar o amortecimento pelo método do decremento logarítmico, caso não se tenha as resposta diretamente no domínio do tempo, deve-se calcular a transformada inversa de Fourier (IFFT) das FRF dos pórticos. Desta maneira, obtém-se o sinal no tempo, e o decremento dos picos pode ser calculado.

Importa, todavia, que a FRF tenha uma resolução relativamente alta na vizinhança dos seus picos, para que a IFFT possa recompor o sinal original de forma precisa nestas faixas que mais importam. Infelizmente, ao serem executados os testes de varredura com o sinal aleatório, não se concentrou o estudo nas vizinhanças das freqüências naturais. Desta maneira, o sinal no domínio do tempo calculado era razoavelmente pobre (Figura 7.62) inviabilizando o uso desta metodologia.

Apenas para ilustrar, o valor de  $\xi$  referente a  $f_1$ , para o pórtico íntegro, foi de 4,5%, enquanto que o método multimodos empregado acusou  $\xi = 2,4\%$ .

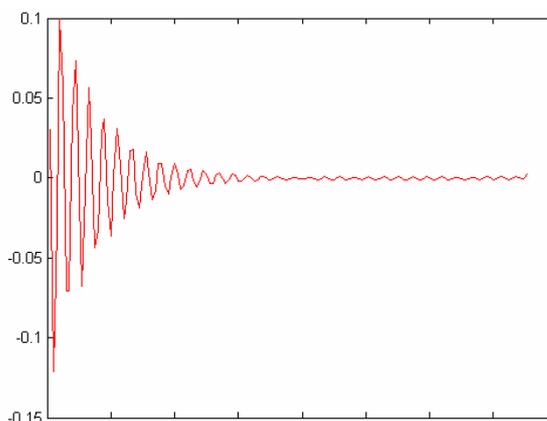


Figura 7.63. Inversa da FFT no trecho da 1ª freqüência – pórtico íntegro.

Uma última tentativa de cálculo do amortecimento foi feita, a partir dos sinais dos acelerômetros, obtidas quando o excitador eletromagnético era desligado, após estar estabilizado aplicando uma força senoidal de frequência igual à 1ª frequência natural. A partir deste instante, a estrutura vibrava livremente, até parar. A Figura 7.63 e Figura 7.64 apresentam exemplos do sinal no domínio do tempo, para o modelo íntegro e com dano generalizado, respectivamente. Os resultados de  $\xi$  são indicados na Tabela 7.33:

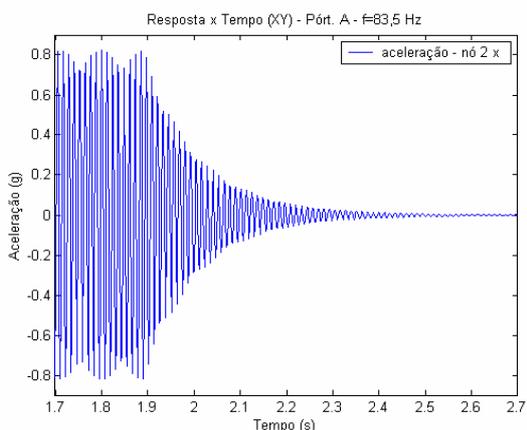


Figura 7.64. Resposta do pórtico 1.

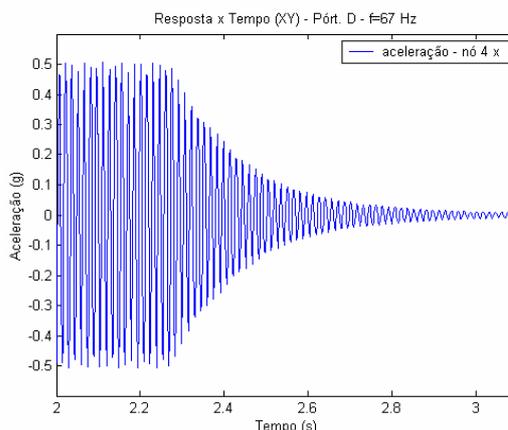


Figura 7.65. Resposta do pórtico 3.

Tabela 7.33. Taxas de amortecimento – método do decremento logarítmico.

	PÓRTICO	
	ÍNTEGRO	DANO-GENERALIZADO
FREQÜÊNCIA	$\xi$ (%)	$\xi$ (%)
$f_1 (xy)$	1,75	1,75
$f_1 (z)$	1,48	1,75

Contudo, acusam-se dois problemas neste cálculo: 1) ao ser deixada para vibrar, a estrutura não o faz apenas no primeiro modo, mas é uma composição de todos (preferencialmente, todavia, no primeiro, pois a excitação coincidia com esta frequência natural); e 2) o amortecimento não é apenas da estrutura, mas uma composição entre esta e o excitador eletromagnético.

### 7.4.5 Cálculo da Resposta ao Longo do Tempo

Utilizou-se o programa *MECDANO*, que calcula a resposta da estrutura através da integração das equações de movimento pelo processo de Newmark, comparando-o com dados experimentais para aferir o valor admitido para vinculação de base (no ensaio computacional). A Figura 7.66 ilustra a resposta, ao longo do tempo, nos nós 2 e 3. Atente-se para o nó 2, cujas acelerações de pico são da ordem de  $8 \text{ m/s}^2$  ( $0,8 g$ ).

A figura Figura 7.67 representa os resultados de saída do programa, considerando uma taxa de amortecimento modal  $\xi = 2\%$  e uma rigidez para a base igual a  $2.500 \text{ kN.m/rad}$ , observado os valores de pico iguais a  $5 \text{ m/s}^2$ .

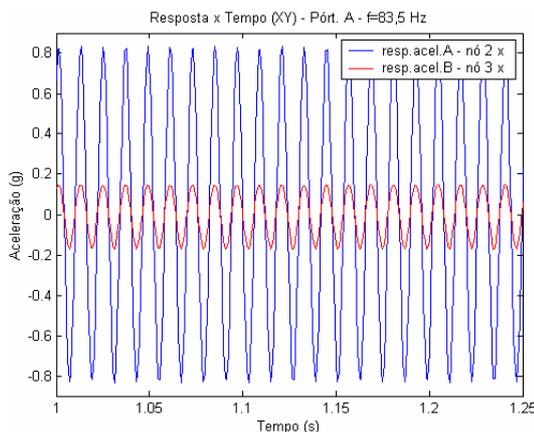


Figura 7.66. Aceleração x tempo – ensaio experimental.

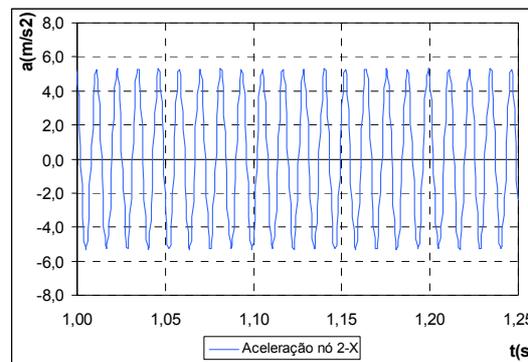


Figura 7.67. Aceleração x tempo – ensaio numérico.

Constata-se que, embora os valores não sejam coincidentes, eles são da mesma ordem de grandeza, o que é muito razoável. Deve-se atentar para alguns aspectos sobre o programa *MECDANO*: 1) a taxa de amortecimento usada foi a mesma, para todos os modos; 2) não são considerados os modos de vibração transversais.

Outros testes foram realizados, dentre os quais um similar ao descrito no Método Direto para o cálculo da rigidez da ligação, com vistas a comparar o ângulo de giro do pilar próximo à base. A Figura 7.68 repete a Figura 7.40 (experimento físico), e a Figura 7.69 é o resultado do ensaio computacional.

Mais uma vez os resultados, embora não idênticos, são da mesma ordem de grandeza, na faixa de  $2 \times 10^{-5} \text{ rad}$  a  $4 \times 10^{-5} \text{ rad}$ .

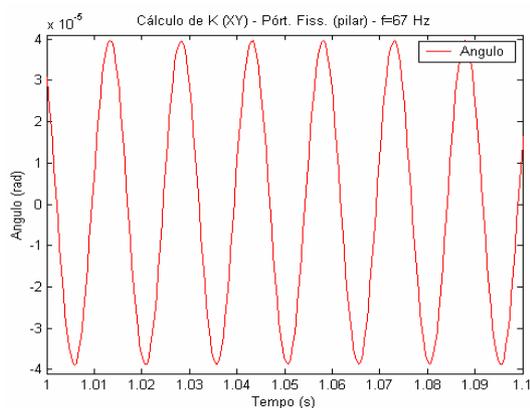


Figura 7.68. Ângulo x tempo – ensaio experimental.

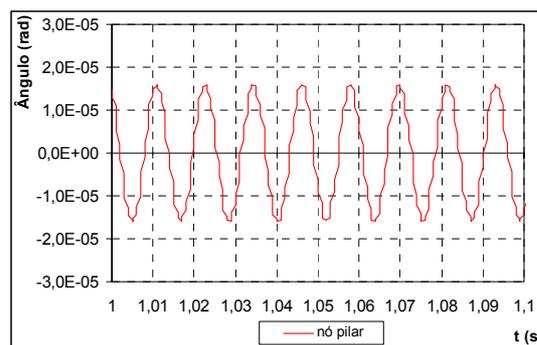


Figura 7.69. Ângulo x tempo – ensaio numérico.

## 7.5 Bibliografia do Capítulo

**ADINA System On Line Manuals - Release 8.0.2.** ADINA R&D Inc., 2003.

**ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Projeto de estruturas de concreto - procedimento - NBR 6118.** Rio de Janeiro, 2003.

BREGANT, L.; SANDERSON, M. Rotational degree of freedom: a historical overview on techniques and methods. In: INTERNATIONAL SEMINAR ON MODAL ANALYSIS, ISMA, 25, Leuven, Bélgica, 2000. **Proceedings.** /CD-ROM/

CLOUGH, R.W.; PENZIEN, J. **Dynamics of structures.** 2.ed. McGraw-Hill, 1993.

EWINS, D.J. **Modal testing: theory, practice and application.** 2.ed. RSP, 2000.

FELDMAN, M. Hilbert Transforms. In: BRAUN, S; EWINS, D.; RAO, S.S., ed. **Encyclopedia of vibration.** Academic Press, 2002. v.2, p.642-648.

LOFRANO M. **Técnicas para estimativa de FRFs angulares em análise modal experimental com aplicações a estruturas do tipo viga.** São Carlos, 2003. Dissertação (mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

MAIA, N.M.M.; SILVA, J.M.M., ed. **Theoretical and experimental modal analysis.** RSP - John Wiley, 1997.

RANDALL, R.B. Vibration measurement instrumentation. In: HARRIS, C.M.; PIERSOL, A.G., ed. **Harris' shock and vibration handbook.** 5 ed. New York, McGraw-Hill, 2002.

## 7.6 Bibliografia Recomendada

RANDALL, R.B. Signal processing in vibration analysis. In: EWINS, D.J.; INMAN, D.J., ed. **Structural Dynamics @ 2000: current status and future directions**. RSP, 2001.

NASHIF, A.D.; JONES, D.I.G.; HENDERSON, J.P. **Vibration damping**. New York, John Wiley, 1985.



# Capítulo 8

## Conclusões

---

Neste capítulo são expostos, de forma condensada, os principais resultados numéricos, e elaboradas algumas considerações. Apresentam-se as conclusões finais e listam-se sugestões para os trabalhos futuros.

### 8.1 Análise Comparativa Final dos Resultados

Embora as análises dos ensaios e a discussão das conclusões tenham sido construídas ao longo de todo o trabalho, faz-se uma síntese dos principais resultados numéricos.

#### 8.1.1 Rigidez da Ligação Pilar-Fundação

Os estudos e ensaios realizados indicaram, para a rigidez da ligação de base, os seguintes valores:

1) Modelos analíticos

➤  $K_{mZ} = 2.000$  a  $3.000$  kN.m/rad ( $\gamma = 0,25$  a  $0,36$ )

## 2) Ensaio estáticos

➤  $K_{mZ} = 1.050$  (a 500) kN.m/rad ( $\gamma = 0,17$  a  $0,08$ )

## 3) Ensaio dinâmicos (processo indireto – calibração do modelo)

➤  $K_{mZ} = 2.500$  kN.m/rad ( $\gamma = 0,32$ )

➤  $K_{mX} = 550$  kN.m/rad ( $\gamma = 0,33$ )

## 4) Ensaio dinâmicos (processo direto – avaliação dos sinais)

➤  $K_{mZ} = 1.800$  a  $3.600$  kN.m/rad ( $\gamma = 0,23$  a  $0,41$ )

➤  $K_{mX} = 270$  a  $505$  kN.m/rad ( $\gamma = 0,20$  a  $0,31$ )

Os resultados dos ensaios dinâmicos, sejam pelo processo direto ou indireto, para a rigidez  $K_{mZ}$  ou  $K_{mX}$ , assemelham-se bastante. Tais diferenças podem se maximizadas ou minimizadas com a alteração dos parâmetros utilizados, destacando-se uma forte sensibilidade no processo direto.

Percebe-se, particularmente, uma excelente correlação entre os resultados analíticos e os obtidos pelos ensaios dinâmicos (processo indireto) para a rigidez  $K_{mZ}$ . Os valores provenientes dos testes estáticos apontam, contudo, para uma ligação mais flexível. Impossível imaginar que eles convergissem para um número absoluto, devendo-se levar em conta algumas relevantes diferenças nos testes experimentais.

i. Os ensaios foram realizados em dois laboratórios, com distintas condições de vinculação com a laje de reação;

ii. Nos ensaios estáticos, devido às maiores dimensões da laje de reação, os pilares eram apoiados em chapas metálicas (vide Figura 5.27), e não diretamente na laje de concreto, como nos ensaios dinâmicos (vide Figura 5.30);

iii. Os mecanismos de deformação mobilizados na ligação durante o teste dinâmico são substancialmente menores que durante o estático. Se a força aplicada é inferior, a ligação pode induzir um resultado aparentemente maior de rigidez.

Todavia, empregando-se o fator de rigidez  $\gamma$ , percebe-se que todos os cálculos e aquisições referenciam uma ligação essencialmente dentro da **Zona II** (semi-rígida com baixa resistência à flexão;  $0,14 \leq \gamma \leq 0,40$ ). Ou seja: qualitativamente, a ligação possui a mesma característica, independentemente do seu valor absoluto ter apresentado significativas diferenças entre os diversos modelos e ensaios.

### 8.1.2 Rigidez da Ligação Viga-Pilar

Listam-se os valores calculados:

#### 1) Modelos analíticos

- $K_{mZ} = 1.000 \text{ kN.m/rad}$  ( $\gamma = 0,15$ ) SEM ALMOFADA
- $K_{mZ} = 0,226 \text{ kN.m/rad}$  ( $\gamma = 0,0$ ) ALMOFADA ESPESSA
- $K_{mZ} = 500 \text{ kN.m/rad}$  ( $\gamma = 0,08$ ) ALMOFADA FINA

#### 2) Ensaio dinâmico (processo indireto – calibração do modelo)

- $K_{mZ} = 1.300 \text{ kN.m/rad}$  ( $\gamma = 0,19$ ) SEM ALMOFADA
- $K_{mZ} = 0,226 \text{ kN.m/rad}$  ( $\gamma = 0,0$ ) ALMOFADA ESPESSA
- $K_{mZ} = 700 \text{ kN.m/rad}$  ( $\gamma = 0,11$ ) ALMOFADA FINA

O processo de calibração do modelo foi dificultado pela existência de algumas frequências naturais sem uma imediata correlação entre os dados experimentais e computacionais. Interpreta-se que isso se deva, fisicamente, à característica do tipo de ligação adotado, não grauteada, implicando na existência de uma folga em torno da barra rosqueada de ligação. Computacionalmente, adotou-se um certo valor de rigidez axial, cuja medida experimental dinâmica direta não é de fácil obtenção, mas sua influência é importante nos modos e frequências naturais da estrutura.

### 8.1.3 Rigidez Equivalente do Modelo com Dano Generalizado

No processo de calibração dos modelos dinâmicos do pórtico com dano generalizado, foram adotados os seguintes coeficientes de minoração:

- VIGA =  $0,6 E_0 I_0$
- PILAR =  $0,8 E_0 I_0$

São valores similares aos indicados na literatura para a consideração de elementos fissurados. Não foi realizada presentemente, mas sugere-se para os trabalhos futuros, a verificação dos fatores de dano calculados pelos modelos de Mazars e La Borderie, ao final do carregamento de danificação, e sua comparação com aqueles obtidos pela calibração do modelo numérico. Estes fatores finais forneceriam uma

indicação da rigidez equivalente em cada elemento da malha de discretização dos pilares e vigas.

## 8.2 Conclusões

### 8.2.1 Aspectos Gerais

1) Neste trabalho realizou-se um estudo diversificado e integrado sobre as condições de contorno de modelos físicos. Os ensaios estáticos e dinâmicos, sejam experimentais ou computacionais, complementam-se e convergem para resultados similares.

2) Os experimentos dinâmicos proporcionam um conjunto valioso de informações, representando estruturas com particularidades diversas, submetidas à influência de diferentes vínculos, estados de fissuração, carregamentos, situações de montagem, dentre outros aspectos.

3) Os modelos constitutivos de Mazars e La Borderie mostram-se adequados para a simulação de estruturas de concreto, submetidas a cargas estáticas e dinâmicas. Tão importante quanto a teoria empregada nos modelos, é a definição correta dos vínculos.

4) Importa que os trabalhos futuros sobre as ligações semi-rígidas, ou os estudos sobre o estado de fissuração de elementos e/ou estruturas, contemplem os ensaios dinâmicos e a melhor definição do comportamento do material (especialmente se for o concreto). Relativamente às pesquisas já encerradas, pode-se empregar estas ferramentas, caso tenha-se a intenção de revisitá-las.

5) Os ensaios numéricos, quando utilizados para a validação de resultados experimentais, não devem prescindir do estudo das condições de contorno e da correta caracterização do material com ensaios controlados. É necessário, assim, que os estudiosos desta linha de pesquisa enveredem também pela experimentação física.

6) Por fim, ressalta-se a efetiva contribuição para a capacitação do Laboratório de Estruturas na análise dinâmica experimental. Nesse processo, adquiriram-se equipamentos, treinaram-se técnicos, ministrou-se palestras e seminários a alunos e professores.

### 8.2.2 Aspectos Teóricos

7) A condição de contorno de um elemento estrutural não pode ser classificada observando-se apenas a rigidez da ligação ( $K_{lig}$ ). Importa analisar a relação desta com a rigidez do próprio elemento vinculado.

8) O fator de rigidez  $\gamma$  apresenta-se como um parâmetro adequado de avaliação do tipo de vinculação. Variando-se a rigidez da ligação para um mesmo elemento estrutural, a curva de  $\gamma$  apresenta-se em três intervalos bem caracterizados (articulado, semi-rígido e engastado). Cada um destes, para diversos valores de  $K_{lig}$ .

9) As curvas de resposta estática (flecha) e dinâmica (frequência natural) do elemento estrutural, a partir de uma variação de  $K_{lig}$ , são coerentes com a curva de  $\gamma$  (vide item 2.3).

10) Ressalta-se que, para a análise dinâmica, a variação de massa específica do elemento não influencia na definição do intervalo para o qual a ligação é interpretada como semi-rígida. Entretanto, o mesmo não pode ser afirmado para as alterações da rigidez (módulo de elasticidade ou inércia).

11) É importante desenvolver uma expressão analítica de cálculo da rigidez, para a ligação estudada, função da geometria, material e tipo de ação solicitante. Destaca-se que se fossem utilizadas as expressões do PCI, para a determinação da rigidez da ligação deste estudo, ela seria definida como engastada. Com o novo modelo analítico, inclusive referendado pelos ensaios, a ligação possui um comportamento que tende para o articulado (vide item 2.6.1).

### 8.2.3 Aspectos Experimentais

12) Discute-se a importância da correta caracterização dos materiais, suscitando-se questionamentos em relação a ensaios estáticos tradicionais, como o normalizado para a obtenção do módulo de elasticidade. Mostrou-se a viabilidade deste parâmetro ser determinado por teste de vibração, porém é necessária uma investigação mais profunda

deste procedimento, principalmente na definição das dimensões de um corpo-de-prova padrão. O uso do ensaio dinâmico do módulo de elasticidade deve ser fomentado.

13) Os ensaios estáticos experimentais indicaram uma rigidez relativamente baixa para a ligação pilar-fundação. Em parte, devido à magnitude do esforço, que mobiliza outros mecanismos de deformação, induzindo a uma queda no valor aparente da rigidez. Certamente também pela vinculação das estruturas com a laje de reação, apoiadas no trecho metálico das valas, e não propriamente na laje de concreto.

14) Constatou-se, de forma clara, que a rigidez da ligação de base não é um valor constante, mas variável, decrescente com o aumento da sollicitação na estrutura. Atribui-se este fato aos mecanismos de deformação e não-linearidades mobilizados no processo de carregamento.

15) Os ensaios modais mostram-se muito sensíveis a quaisquer variações geométricas, materiais, de carregamento, vínculo, e sensores de aquisição de dados. Este aspecto é muito positivo na monitoração e controle de uma estrutura, porém implica na observação rígida das condições de ensaio.

16) Os acelerômetros apresentam uma sensibilidade cruzada superior ao indicado em suas cartas de calibração. Porém, existem fatores difíceis de controlar, que colaboram para o aparecimento de vibrações transversais, tais como: pórticos fora de prumo, inclinações da “stinger” e dos parafusos de fixação do excitador, dentre outros.

17) Verifica-se a importância da medição da resposta dinâmica em vários nós para o traçado dos modos de vibração. E, dependendo do analisador espectral, pode-se incorrer em uma dificuldade na análise do ângulo de fase entre o sinal da excitação e o da resposta.

18) O método direto de determinação da rigidez foi bem sucedido, mas o cálculo é muito sensível a qualquer variação dos parâmetros. Deve-se dar continuidade à sua sistematização, realizando-se mais testes em diferentes sistemas estruturais, com diversos tipos de ligação.

19) Os ensaios complementares demonstram a influência do aperto dos parafusos (maior aperto = maior frequência natural), do tipo de almofada (espessa = menor frequência e maior amortecimento) e de possíveis desvios de montagem.

20) A determinação do amortecimento pelo método Multimodos é simples e precisa. A aplicação do método do decremento logarítmico não rendeu bons resultados porque não foram realizados ensaios de varredura concentrados na vizinhança das frequências naturais, para uma boa resolução da FRF nesta faixa.

### 8.2.4 Aspectos Computacionais

21) Utilizaram-se códigos computacionais baseados no Método dos Elementos Finitos, com modelos reológicos fundamentados na Teoria da Elasticidade e na Mecânica do Dano Contínuo. A simulação numérica dos ensaios estáticos experimentais acusa significativa discrepância de resultados em relação aos modelos elásticos, e uma excelente coerência com os não-lineares – desde que sejam consideradas as condições de contorno adequadas.

22) Embora não tenham sido realizados, por completo, os ensaios de caracterização do material para utilização dos modelos de Mazars e La Borderie, os parâmetros materiais médios indicados nas referências podem servir adequadamente. Os dois modelos serviram muito bem para as simulações numéricas, não havendo um destaque maior por parte de algum deles.

23) A determinação numérica das propriedades modais de estruturas íntegras e pouco danificadas fornece dados aderentes aos experimentais. Quando a estrutura é muito fissurada, o efeito do comportamento unilateral do concreto induz a diferenças significativas para alguns modos de vibração. A consideração das ligações semi-rígidas na base é imprescindível para a correção dos resultados.

24) Não foi possível avaliar as frequências naturais e a resposta da estrutura na direção transversal através do programa *MECDANO*, pois este trata apenas de pórticos planos.

## 8.3 Sugestões para Trabalhos Futuros

Expõem-se dois conjuntos de sugestões para trabalhos futuros. O primeiro, mais relacionado ao desenvolvido nesta tese, objetivando complementá-la e expandi-la. O segundo conjunto, de forma mais conceitual, define áreas de possível interesse na Engenharia de Estruturas, para o emprego de técnicas da dinâmica experimental.

### 8.3.1 Continuidade do Trabalho

Importa conhecer em profundidade o comportamento dinâmico dos elementos estruturais simples, previamente ao estudo de uma estrutura mais complexa. Assim, sugere-se fazer a análise modal detalhada de vigas isoladas com ligações semi-rígidas, antes de sua vinculação a pilares. Analogamente, pesquisar todos os fenômenos inerentes a um pilar isolado, também com ligação semi-rígida em relação à fundação.

Evidentemente, é possível variar o tipo de ligação semi-rígida, e não se restringir apenas ao já estudado. Com relação a este, sugere-se dar continuidade para observar o efeito do grauteamento do furo da barra rosqueada de vinculação, e para averiguar as diferenças no caso da existência de uma única barra rosqueada.

Considera-se relevante, também, pesquisar a variação dos parâmetros modais de modelos físicos em um processo longo e crescente de fissuração, seja monotônico, seja em ciclos de ações repetidas para estabilizar a fissuração e/ou promover fadiga.

Embora a metodologia de avaliação da rigidez diretamente dos sinais de resposta dos transdutores tenha sido bem sucedida, recomenda-se o aprofundamento de sua sistematização em outros modelos, com ligações diversas. Primeiramente, recomenda-se seu teste em estruturas metálicas, onde inexiste o processo de fissuração e a heterogeneidade dos materiais, e o conjunto de modelos analíticos representativos das ligações é substancialmente maior.

Finalmente, sobre o programa computacional usado, recomenda-se sua ampliação para a análise de pórticos tridimensionais, a fim de considerar os modos de vibração e excitações em todas as direções.

### 8.3.2 Discussão de Áreas de Interesse

A Análise Modal é um tema amplo e o concreto um material complexo. Apontam-se, em seguida, diversos temas e aplicações de interesse na Engenharia de Estruturas Civas, articulando-se as duas linhas de pesquisa. As indicações são classificadas em três diferentes áreas, particularmente (mas não exclusivamente) ligadas às estruturas de concreto.

O presente trabalho é quase inteiramente relacionado à ÁREA 1, principalmente no tocante ao estudo das condições de contorno, e na metodologia de identificação dos parâmetros modais e materiais. Em relação à ÁREA 2, explora a determinação da danificação generalizada.

#### ÁREA 1 – IDENTIFICAÇÃO ESTRUTURAL

- Aplicação das metodologias de identificação dos parâmetros modais às estruturas de concreto, considerando:
  - A heterogeneidade do material e sua não-linearidade física;
  - Um processo de fissuração crescente;
  - Os comportamentos distintos na tração e na compressão.
  
- Utilização dos métodos de identificação para caracterização material:
  - Módulo de elasticidade;
  - Coeficiente de Poisson;
  - Resistência;
  - Rigidez equivalente.
  
- Estudo do amortecimento:
  - Amortecimento do material;
  - Amortecimento dos vínculos;
  - Amortecimento da fundação;
  - Dispositivos especiais de amortecimento (“viscodampers”, atenuadores dinâmicos, massas sincronizadas) e suas aplicações a estruturas civis;

- Modelos analíticos de amortecimento e sua implantação em códigos computacionais.
  
- Estudo das condições de contorno:
  - Determinação da rigidez da ligação;
  - Amortecimento introduzido pelo vínculo;
  - Transmissão de esforços;
  - Influência de erros e desvios de montagem;
  - Influência do solo de fundação.

## ÁREA 2 – DETECÇÃO DE FALHAS

- Estudo, aplicação e desenvolvimento de métodos para a localização de falhas em estruturas, considerando:
  - Danos localizados;
  - Danos generalizados (fissuração);
- Aplicações da Mecânica da Fratura Dinâmica em estruturas de concreto.
- Determinação do estado de fadiga.

## ÁREA 3 – MONITORAMENTO E CONTROLE DAS ESTRUTURAS

- Determinação de limites para as ações dinâmicas:
  - Limites para a segurança da estrutura;
  - Limites para o conforto do usuário.
- Análise Modal Operacional.
- Controle estrutural:
  - Estruturas inteligentes;
  - Sensores e métodos de controle;
  - Controles ativos e passivos.

APÊNDICE A - PLANILHA DE CÁLCULO DE  $M_r$  e  $M_u$

A.1

CÁLCULO DOS MOMENTOS DE FISSURAÇÃO E ÚLTIMO		
DADOS GERAIS		
Altere somente as células coloridas		
Comentário: Cálculo de $M_r$ e $M_u$ da Viga		
bw (m)= 0,08	h (m)= 0,18	d (m)= 0,16750
fcc (MPa)= 53,5	fyk (MPa)= 600,0	
As (cm <sup>2</sup> ) = 0,400		
MOMENTO DE FISSURAÇÃO - $M_r$		
1 - Dados de entrada		
α = 1,5	α = 1,5 para seções retangulares α = 1,2 para seções T ou duplo T	
fct = 3,65 MPa	fctm = 4,259 MPa	fctm = 0,3 . fck**(2/3)
	fctk,inf = 2,982 MPa	fctk,inf = 0,7 . fctm
	fctk,sup = 5,537 MPa	fctk,sup = 1,3 . fctm
lo = 3,888E-05 m <sup>4</sup>		
yt = 0,090 m		
2 - Cálculo de $M_r = (\alpha \cdot fct \cdot lo) / yt$		
Mr = 2,3652	kN.m	
Mr = 236,5200	kgf.m	
MOMENTO ÚLTIMO - $M_u$		
1 - Força total de compressão no concreto $R_{cc} = A_c \cdot f_{cc} = (0,8 \cdot x \cdot bw) \cdot (0,95 \cdot f_{cc})$		
R <sub>cc</sub> = 3252,80	.x kN	
2 - Força total de tração na armadura $R_{st} = A_s \cdot f_{yk}$		
R <sub>st</sub> = 240,00	kN	
3 - Cálculo da distância x onde passa a linha neutra ( $R_{cc} = R_{st}$ )		
x = 0,00738	m	
x = 0,7378	cm	
4 - Cálculo de $\xi = x/d$ (parâmetro que caracteriza o domínio) e $z = d - 0,4 \cdot x$ (braço do binário)		
ξ = 0,0440	DOMÍNIO = 2A	
	ξ = 0 ... 0,1667	Dom. 2A
	ξ = 0,1667 ... 0,2593	Dom. 2B
	ξ = 0,2593 ... 0,6283	Dom. 3
	ξ = 0,6283 ... 1,0	Dom. 4
z = 0,1645	m	
5 - Cálculo de $M_u = R_{st} \cdot z = R_{cc} \cdot z$		
Mu = 3,9492	kN.m	
Mu = 394,9169	kgf.m	
RELAÇÃO ENTRE O MOMENTO DE FISSURAÇÃO ( $M_r$ ) E O ÚLTIMO ( $M_u$ )		
Mr = 0,599	Mu	
Mr = 59,9%	Mu	

CÁLCULO DOS MOMENTOS DE FISSURAÇÃO E ÚLTIMO

---

DADOS GERAIS

Altere somente as células coloridas

**Comentário:** Cálculo de Mr e Mu do PILAR

bw (m)= 0,08	h (m) = 0,18	d (m) = 0,16685
fcc (MPa)= 53,5	fyk (MPa)= 600,0	
As (cm2) = 0,945		

---

**MOMENTO DE FISSURAÇÃO - Mr**

**1 - Dados de entrada**

α = 1,5	α = 1,5 para seções retangulares α = 1,2 para seções T ou duplo T	
fct = 3,65 MPa	fctm = 4,259 MPa	fctm = 0,3 . fck**(2/3)
	fctk,inf = 2,982 MPa	fctk,inf = 0,7 . fctm
	fctk,sup = 5,537 MPa	fctk,sup = 1,3 . fctm
lo = 3,888E-05 m4		
yt = 0,090 m		

**2 - Cálculo de Mr = (α . fct . lo) / yt**

Mr = 2,3652 kN.m
Mr = 236,5200 kgf.m

**MOMENTO ÚLTIMO - Mu**

**1 - Força total de compressão no concreto Rcc = Ac.fcc = (0,8.x.bw).(0,95.fcj)**

Rcc = 3252,80 .x kN

**2 - Força total de tração na armadura Rst = As.fyk**

Rst = 567,00 kN

**3 - Cálculo da distância x onde passa a linha neutra (Rcc = Rst)**

x = 0,01743 m

x = 1,7431 cm

**4 - Cálculo de ξ = x/d (parâmetro que caracteriza o domínio) e z = d - 0,4 . x (braço do binário)**

ξ = 0,1045

..... DOMÍNIO = 2A

	ξ = 0 ... 0,1667	Dom. 2A
	ξ = 0,1667 ... 0,2593	Dom. 2B
	ξ = 0,2593 ... 0,6283	Dom. 3
	ξ = 0,6283 ... 1,0	Dom. 4

z = 0,1599 m

**5 - Cálculo de Mu = Rst . z = Rcc . z**

Mu = 9,0651 kN.m
Mu = 906,5057 kgf.m

**RELAÇÃO ENTRE O MOMENTO DE FISSURAÇÃO (Mr) E O ÚLTIMO (Mu)**

Mr = 0,261 Mu
Mr = 26,1% Mu

**APÊNDICE B - PLANILHA DE CÁLCULO DA INÉRCIA EQUIVALENTE B.1**

CÁLCULO DA INÉRCIA REDUZIDA (BRANSON)							
DADOS GERAIS							
Altere somente as células coloridas							
bw (m)=	0,08	h (m) =	0,18	d (m) =	0,16750	d' (m) =	0,0125
fcc (MPa)=	53,5	fyk (MPa)=	600,0	As (cm2) =	0,945	A's (cm2) =	0,945
Ec (MPa)=	33665,0	Es (MPa)=	210000,0				
OBS.: pilar 1 , E = 33665 MPa							
MOMENTO DE FISSURAÇÃO - Mr							
<b>1 - Dados de entrada</b>							
α =	1,5	α = 1,5 para seções retangulares α = 1,2 para seções T ou duplo T					
fct =	3,65	MPa	fctm =	4,259	MPa	fctm = 0,3 . fck**(2/3)	
			fctk,inf =	2,982	MPa	fctk,inf = 0,7 . fctm	
			fctk,sup =	5,537	MPa	fctk,sup = 1,3 . fctm	
I <sub>o</sub> =	3,888E-05	m <sup>4</sup>					
	3888,00	cm <sup>4</sup>					
y <sub>t</sub> =	0,090	m					
<b>2 - Cálculo de Mr = (α . fct . I<sub>o</sub>) / y<sub>t</sub></b>							
Mr =	2,3652	kN.m					
Mr =	236,5200	kgf.m					
INÉRCIA NOS ESTÁDIOS I e II							
α <sub>e</sub> =	6,238						
As + A's =	1,313	% Ac					
<b>1 - Momento de Inércia no estágio I (seção homogeneizada)</b>							
x <sub>1</sub> =	9,000E-02	m	9,000	cm			
I <sub>1</sub> =	4,596E-05	m <sup>4</sup>	4596,12	cm <sup>4</sup>			
<b>2 - Momento de Inércia no estágio II (seção homogeneizada)</b>							
Expressão:	(x <sub>2</sub> ) <sup>2</sup> + 0,0294742 x <sub>2</sub> + -0,002653 = 0			x <sub>2</sub> ' =	0,0388340		
				x <sub>2</sub> " =	-0,0683082		
x <sub>2</sub> =	3,883E-02	m	3,883	cm			
I <sub>2</sub> =	1,173E-05	m <sup>4</sup>	1172,94	cm <sup>4</sup>			
INÉRCIAS EQUIVALENTES - I <sub>e</sub>							
	<b>M aplicado</b>	<b>X<sub>e</sub></b>	<b>I<sub>e</sub></b>		<b>X<sub>e</sub></b>	<b>I<sub>e</sub></b>	CRÍTICA
ordem	(kN.m)	(m)	(m <sup>4</sup> )		(cm)	(cm <sup>4</sup> )	
1	0,01487241	16319,2007	1,3769E+02		1631920,07	13768577444,9	MAIOR QUE I1
2	0,3197565	7,6527	1,3866E-02		765,27	1386572,16	MAIOR QUE I1
3	0,646947	1,3464	1,6845E-03		134,64	168446,37	MAIOR QUE I1
4	0,98154	0,5000	4,9070E-04		50,00	49070,02	MAIOR QUE I1
5	1,308762	0,2635	2,1378E-04		26,35	21377,58	MAIOR QUE I1
6	1,606185	0,1735	1,2104E-04		17,35	12103,60	MAIOR QUE I1
7	1,896237	0,1277	7,8158E-05		12,77	7815,80	MAIOR QUE I1
8	2,208528	0,0996	5,3775E-05		9,96	5377,54	MAIOR QUE I1

APÊNDICE B

B.2

**CÁLCULO DA INÉRCIA REDUZIDA (BRANSON)**

---

**DADOS GERAIS**

Altere somente as células coloridas

bw (m)= 0,08	h (m) = 0,18	d (m) = 0,16750	d' (m) = 0,0125
fcc (MPa)= 53,5	fyk (MPa)= 600,0	As (cm2) = 0,945	A's (cm2) = 0,945
Ec (MPa)= 33665,0	Es (MPa)= 210000,0		

OBS.: pilar 2 , E = 33665 MPa

**MOMENTO DE FISSURAÇÃO - Mr**

**1 - Dados de entrada**

α = 1,5	α = 1,5 para seções retangulares α = 1,2 para seções T ou duplo T	
fct = 3,65 MPa	fctm = 4,259 MPa	fctm = 0,3 . fck**(2/3)
	fctk,inf = 2,982 MPa	fctk,inf = 0,7 . fctm
	fctk,sup = 5,537 MPa	fctk,sup = 1,3 . fctm
Io = 3,888E-05 m4 3888,00 cm4		
yt = 0,090 m		

**2 - Cálculo de Mr = (α . fct . Io) / yt**

Mr = 2,3652 kN.m
Mr = 236,5200 kgf.m

**INÉRCIA NOS ESTÁDIOS I e II**

αe = 6,238  
As + A's = 1,313 % Ac

**1 - Momento de Inércia no estágio I (seção homogeneizada)**

x 1 = 9,000E-02 m	9,000 cm
I 1 = 4,596E-05 m4	4596,12 cm4

**2 - Momento de Inércia no estágio II (seção homogeneizada)**

Expressão: (x2)<sup>2</sup> + 0,0294742 x2 + -0,002653 = 0

x 2 = 3,883E-02 m	3,883 cm
I 2 = 1,173E-05 m4	1172,94 cm4

x2' = 0,0388340  
x2'' = -0,0683082

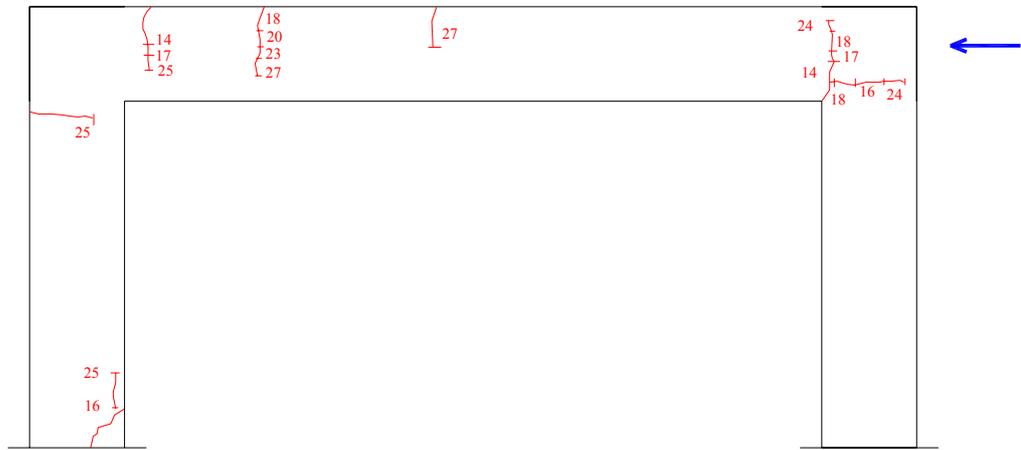
**INÉRCIAS EQUIVALENTES - Ie**

ordem	M aplicado (kN.m)	Xe (m)	Ie (m4)	Xe (cm)	Ie (cm4)	CRÍTICA
1	0,01487241	16319,2007	1,3769E+02	1631920,07	13768577444,9	MAIOR QUE I1
2	0,3346308	6,8346	1,2099E-02	683,46	1209919,77	MAIOR QUE I1
3	0,639513	1,3848	1,7435E-03	138,48	174347,84	MAIOR QUE I1
4	0,966672	0,5180	5,1314E-04	51,80	51314,25	MAIOR QUE I1
5	1,293894	0,2700	2,2082E-04	27,00	22082,12	MAIOR QUE I1
6	1,598751	0,1750	1,2257E-04	17,50	12256,79	MAIOR QUE I1
7	1,896237	0,1277	7,8158E-05	12,77	7815,80	MAIOR QUE I1
8	2,215962	0,0991	5,3354E-05	9,91	5335,36	MAIOR QUE I1

APÊNDICE C - CONFIGURAÇÕES DAS FISSURAÇÕES

C.1

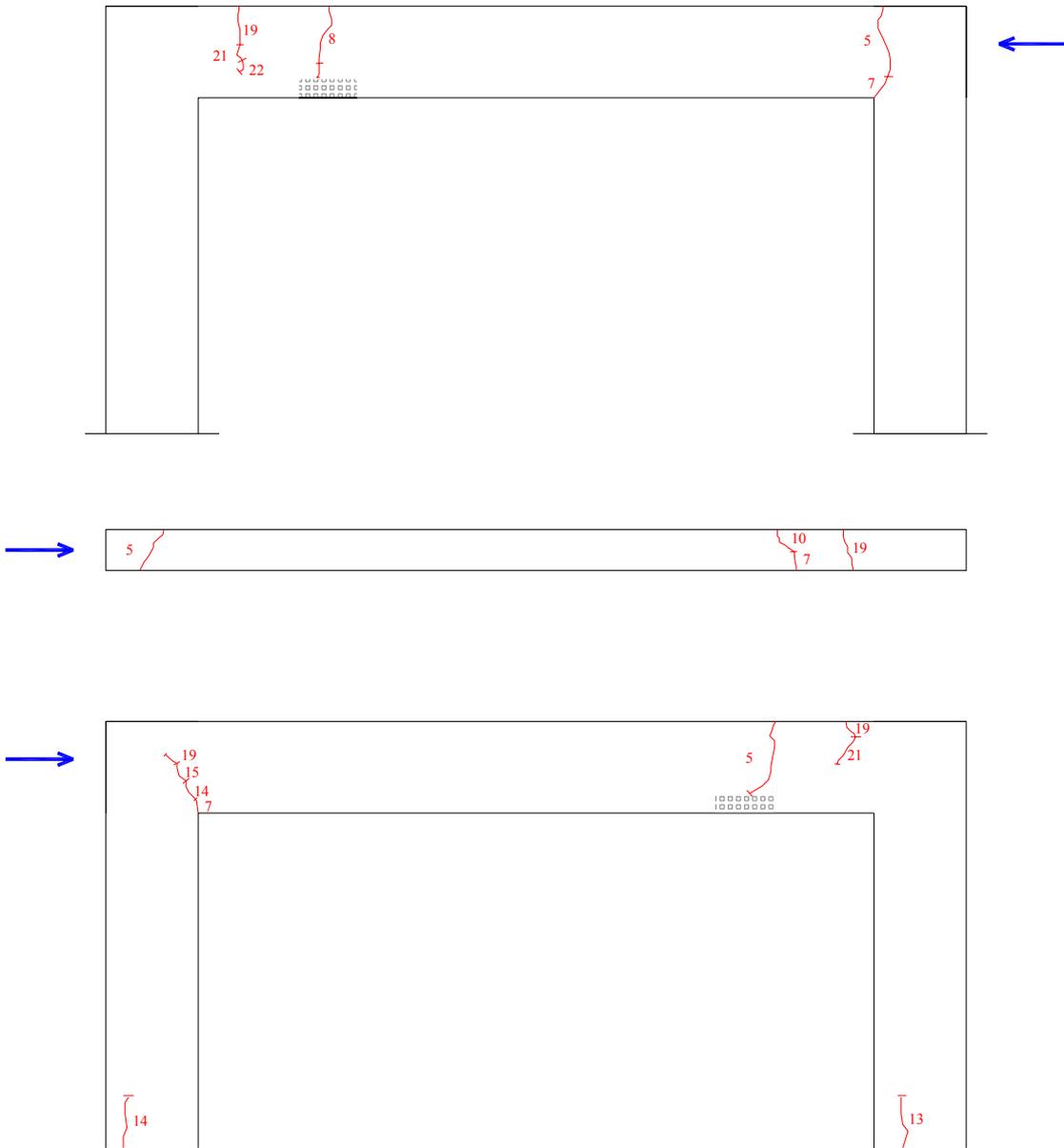
PÓRTICO 1 – ÍNTEGRO



APÊNDICE C

C.2

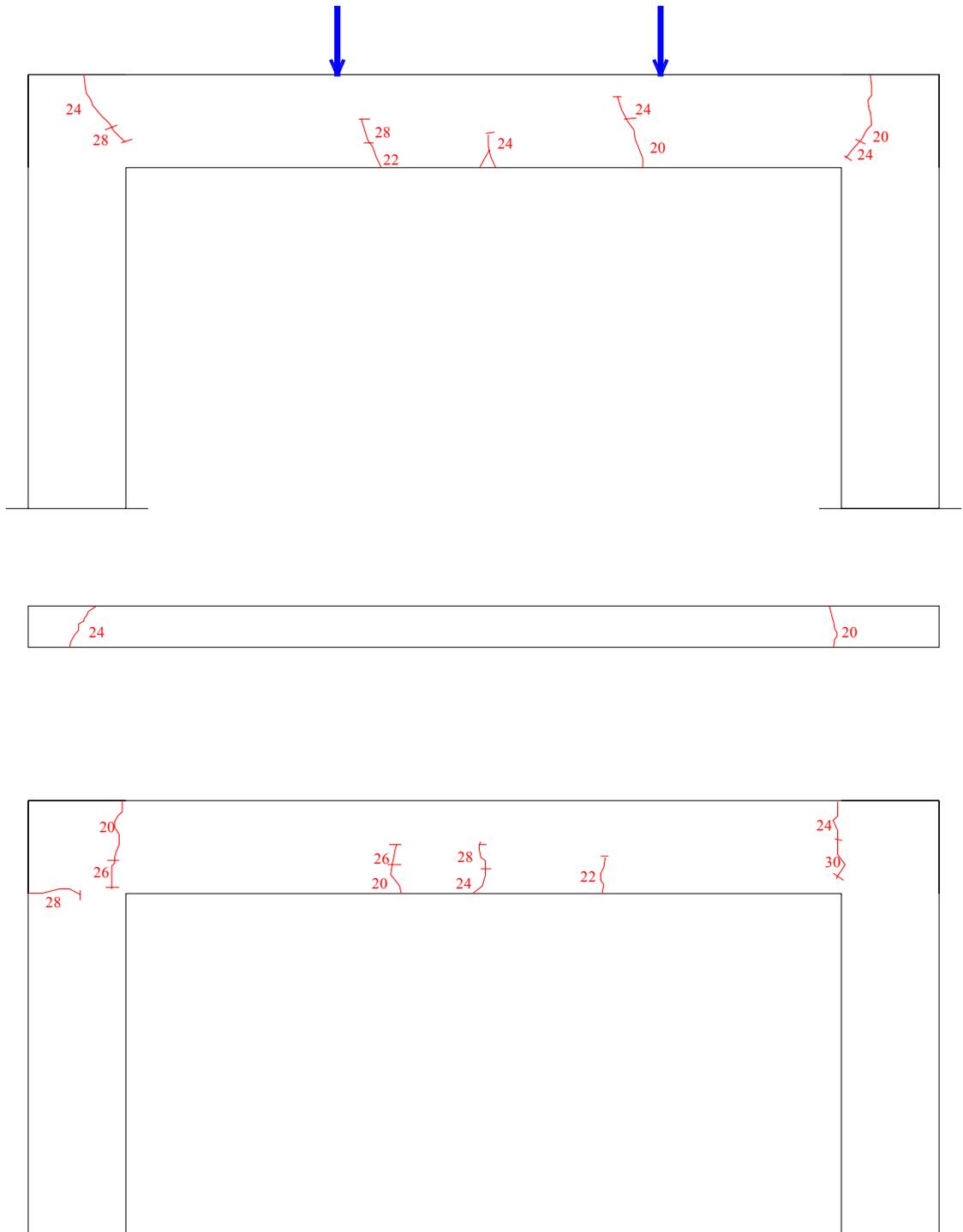
PÓRTICO 2 – DANO LOCALIZADO



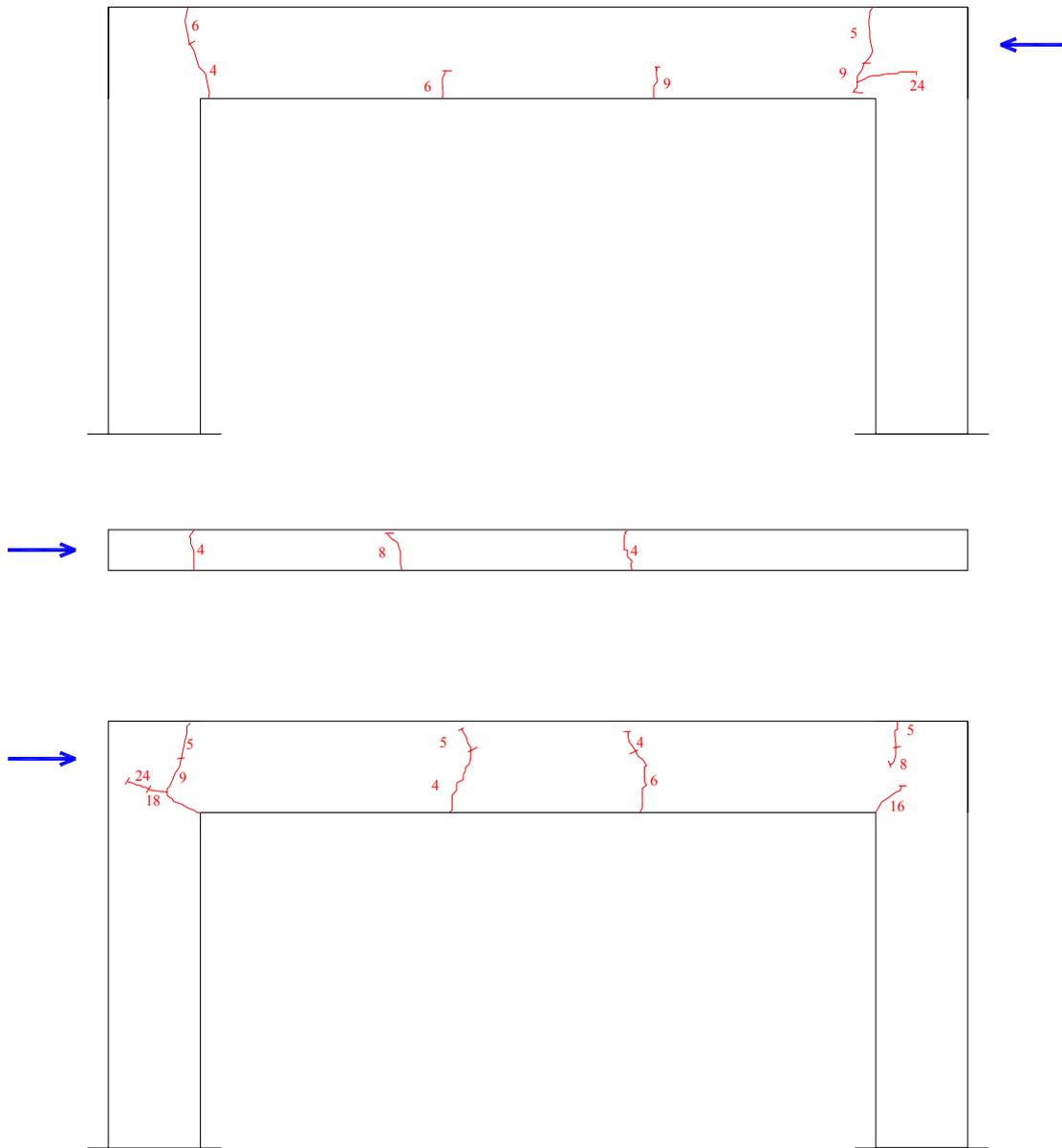
APÊNDICE C

C.3

PÓRTICO 3 – DANO GENERALIZADO (AÇÃO VERTICAL)



PÓRTICO 3 – DANO GENERALIZADO (AÇÃO HORIZONTAL)



## APÊNDICE D - PROGRAMA "MODOS"

D.1

```
% *** PROGRAMA MODOS ***

% TRAÇADO DAS DEFORMADAS MODAIS

% Carrega FRF dos pontos verticais (pty) e horizontais (ptx)
load ARQUIVO_FRF_NÓ_1
  ptx1=Xfer21;
% no ponto 1 não tem medição na direção y
load ARQUIVO_FRF_NÓ_2
  pty2=Xfer41;
  ptx2=Xfer21;
load ARQUIVO_FRF_NÓ_3
  pty3=Xfer41;
  ptx3=Xfer21;
load ARQUIVO_FRF_NÓ_4
  pty4=Xfer41;
  ptx4=Xfer21;
load ARQUIVO_FRF_NÓ_5
  pty5=Xfer41;
  ptx5=Xfer21;
load ARQUIVO_FRF_NÓ_6
  pty6=Xfer41;
  ptx6=Xfer21;
load ARQUIVO_FRF_NÓ_7
  ptx7=Xfer21
% no ponto 1 não tem medição na direção y

% Figura para ser escolhido o intervalo de análise da deformada
figure
semilogy(FreqV,abs(pty3))
legend('escolha o intervalo desejado')
% pode ser pty3, pty4, ptx2, ptx3, ou outro qualquer

% escolha do pico e determinação do intervalo via mouse
zoom
[freq,amp]=ginput(2);
posi=find(FreqV>freq(1));
pos_i=posi(1);
posf=find(FreqV>freq(2));
pos_f=posf(1);

% vetor auxiliar para identificação da freq a ser analisada
for i=pos_i:pos_f
  m2(i)=imag(pty3(i));
end
% Repetir a FRF escolhida anteriormente
```

## APÊNDICE D

## D.2

```
%posição (i2) no vetor da freq desejada
[y2,i2]=max(abs(m2));

%coordenadas do pórtico deformado
Xdk=[0 imag(ptx1(i2)) imag(ptx2(i2)) imag(ptx3(i2))
imag(ptx4(i2)) imag(ptx5(i2)) -imag(ptx6(i2)) -imag(ptx7(i2))
0];

Ydk=[0 0 imag(pty2(i2)) imag(pty3(i2)) imag(pty4(i2))
imag(pty5(i2)) imag(pty6(i2)) 0 0];

%coordenadas do pórtico não deformado
Xu=[0 0 0 .375 .75 1.125 1.5 1.5 1.5];
Yu=[0 .375 .75 .75 .75 .75 .75 .375 0];

%cálculo de escala para plotagem na figura
Scale=max(abs([Ydk Xdk]));

Yd=.4*Ydk/Scale;
Xd=.4*Xdk/Scale;

%geração da figura
plot(Xu,Yu,'k--o')
hold
plot(Xu+Xd,Yu+Yd,'r-o')
axis([-0.5 2 -0.25 1.25])
set(gcf,'Color',[1,1,1])
xlabel('X')
ylabel('Y')

%cálculo de variáveis para a legenda

fmedio=FreqV(i2)
leg3=sprintf('Escala= %s',num2str(1/Scale))
fm=sprintf('Freq.= %s',num2str( floor( 10 * fmedio ) / 10 ))
p1=sprintf('freq.1= %s',num2str( floor( 10 * freq(1)) / 10))
p2=sprintf('freq.2= %s',num2str( floor( 10 * freq(2)) / 10 ))

legend('indeformada','deformada',leg3,fm,p1,p2)
```

---

**APÊNDICE E – EQUIPAMENTOS E SISTEMAS UTILIZADOS**

---

E.1

---

**MÁQUINAS DE ENSAIO**

---

**Máquina de ensaio hidráulica servo-controlada**

Marca: INSTRON

Modelo: 8506

Capacidade nominal de força: 2500 KN

**Máquina de ensaios de compressão**

Marca: ELE

Modelo: Autotest 2000



---

**INSTRUMENTAÇÃO**

---

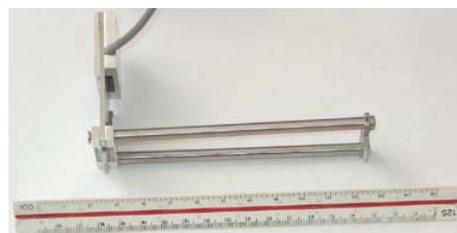
**Extensômetro removível**

Marca: MSI (Micro Sensores Industrial)

Curso: 2,5 mm (resposta linear até 1,5 mm)

Sensibilidade: 0,0006 mm (para Sistema de aquisição de dados *System 5000*)

Base de leitura: 10 cm

**Transdutor de deslocamento (à base de extensômetro elétrico de resistência)**

Marca: Kyowa

Modelo: DTH-A-10

Curso: 10 mm

Sensibilidade: 0,001 mm (para Sistema de aquisição de dados *System 5000*)

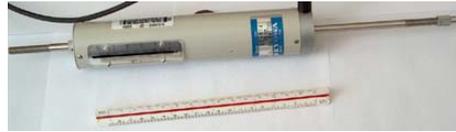
**Transdutor de deslocamento (à base de extensômetro elétrico de resistência)**

Marca: Kyowa

Modelo: DT-50A

Curso: 50 mm

Sensibilidade: 0,01 mm (para Sistema de aquisição de dados *System 4000* ou *5000*)

**Acelerômetro piezoelétrico**

Marca: Brüel & Kjaer

Modelo: 4375

Nº de série: 1676279

Sensibilidade: 1,003 pC/ms<sup>-2</sup> ou 9,84 pC/g

Sensibilidade de voltagem: 0,892 mV/ms<sup>-2</sup> ou 8,75 mV/g

Máxima sensibilidade transversal: 1,1 %



Marca: Brüel & Kjaer

Modelo: 4375

Nº de série: 1676280

Sensibilidade: 0,997 pC/ms<sup>-2</sup> ou 9,77 pC/g

Sensibilidade de voltagem: 0,875 mV/ms<sup>-2</sup> ou 8,59 mV/g

Máxima sensibilidade transversal: 2,9 %

**Transdutor de força**

Marca: Kistler

Modelo: 912

Nº de série: 0413

Sensibilidade: 13,3 pC/ms<sup>-2</sup>




---

## EQUIPAMENTOS

**Amplificadores de sinal**

Marca: Brüel & Kjaer

Modelo: 2626



**Excitador dinâmico**

Marca: MB Dynamics

Modelo: Modal 50A

Força máxima aplicada: 25 pounds = 111,2 N

Massa: 55 lbs = 24,9 kg

Massa dos blocos de inércia adicionais: 30 lbs (cada bloco) = 13,6 kg (cada bloco)

**Martelo de Impacto**

Marca: PCB



---

**SISTEMA DE AQUISIÇÃO DE DADOS**

---

**Sistema de aquisição de dados para extensometria**

Marca: Vishay Measurements Groups

Modelos: System 5000 e System 4000

**Sistema de aquisição de dados para acelerometria**

Tipo: Analisador espectral de quatro canais

Marca: Tektronix

Modelo: 2630

**Sistema de aquisição de dados para acelerometria**

Tipo: Analisador espectral de quatro canais

Marca: Data Physics

Modelo: SignalCalc ACE