

**José Luiz Miotto**

**AVALIAÇÃO DOS CRITÉRIOS DE  
DIMENSIONAMENTO PARA PEÇAS COMPRIMIDAS  
E FLEXOCOMPRIMIDAS DE MADEIRA**

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia  
de São Carlos da Universidade de São Paulo,  
como parte dos requisitos para a obtenção do  
título de Mestre em Engenharia de Estruturas.

ORIENTADOR: Prof. Dr. Antonio Alves Dias

São Carlos

2003

*À minha mãe Helena e  
ao meu pai Octávio (in memoriam)*

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, pela generosa distribuição de dons sem os quais seria impossível a concretização deste trabalho.

Ao Professor Dr. Antonio Alves Dias, pela primorosa orientação e zelo durante a execução deste e, sobretudo, pelo respeito e amizade.

Ao Centro Universitário Filadélfia – UniFil, pelo apoio e colaboração financeira.

Às minhas irmãs e demais familiares, que souberam superar pacientemente a minha ausência e manifestaram os indispensáveis incentivos para o empreendimento de todo o meu esforço.

A todos os colegas – em especial ao amigo Jorge Luís Nunes de Góes –, professores e funcionários do Laboratório de Madeiras e Estruturas de Madeiras da EESC/USP, que direta ou indiretamente, contribuíram para que este trabalho se tornasse realidade.

Nunca se achou que o degrau de uma escada se destinasse a alguém permanecer em cima dele, mas sim que se destina a sustentar o pé de um homem pelo tempo suficiente para que coloque o outro um pouco mais alto.

*Thomas Huxley (1825-1895)*

## RESUMO

MIOTTO, J.L. (2003). *Avaliação dos critérios de dimensionamento para peças comprimidas e flexocomprimidas de madeira*. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2003.

A recente revisão da NBR 7190/97 culminou em avanços inegáveis no projeto das estruturas de madeira. As excentricidades acidentais, amplificação das excentricidades e efeitos da fluência incidem diferentemente no cálculo das peças curtas, medianamente esbeltas ou esbeltas, estabelecendo descontinuidades nos diagramas de esforços de projeto em função da esbeltez das barras comprimidas ou flexocomprimidas. Associando-se a outras particularidades, como a complexidade de algumas de suas expressões, esse modelo tem sido alvo freqüente de críticas. Neste trabalho são avaliados os critérios propostos para a verificação da estabilidade de peças de madeira serrada, nas solicitações de compressão e flexo-compressão, pelos documentos normativos: alemão, australiano, canadense, europeu e norte-americanos. Essas recomendações são confrontadas com as da norma brasileira, comparando-se a objetividade dos métodos e os resultados alcançados. A proposição da AF&PA/ASCE 16-95/96 para o dimensionamento das peças comprimidas demonstra grande praticidade e continuidade nos diagramas  $N_d \times \lambda$ , evitando as críticas que se conectam aos critérios da norma brasileira. Por outro lado, as prescrições dessa mesma norma para as peças flexocomprimidas – embasadas em argumentos teóricos convincentes – evitam as deficiências constatadas nas propostas da norma brasileira, concordando com os propósitos de sugestão para uma necessária reformulação normativa.

Palavras-chave: projeto de estruturas de madeira; dimensionamento de elementos estruturais de madeira; compressão e flexo-compressão.

## ABSTRACT

MIOTTO, J.L. (2003). *Evaluation of design criteria for timber members in compression and in combined bending and axial compression*. M.Sc. Dissertation – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2003.

The recent revision of NBR 7190/97 culminated in undeniable progresses in the project of the timber structures. The accidental eccentricities, amplification of the eccentricities and the creep effects happen differently in calculation of the short members, the middling slenders or the slenders ones, establishing discontinuities in the diagrams of the design forces in function of slenderness of the members in compression and in combined bending and axial compression. Being associated to other particularities, as the complexity of some of its equations, that model has been often criticized. In this work, the proposed criteria for the verification of the stability of sawed timber members – in compression and in combined bending and axial compression – are appraised for the following normative documents: German, Australian, Canadian, European and North Americans. Those recommendations are confronted with the Brazilian code ones, comparing the objectivity of the methods and the gained results. The proposition of AF&PA/ASCE 16-95/96 for the compressed members design demonstrates great practicality and continuity in the diagrams  $N_d \times \lambda$ , avoiding the critics that are connected to the criteria of the Brazilian code. On the other hand, the prescriptions of that same code for the members in combined bending and axial compression – based in convincing theoretical arguments – avoid the deficiencies verified in the proposal of the Brazilian code, agreeing with the purposes for suggestion in a necessary normative reformation.

Keywords: design of timber structures; design criterion for timber members; compression and combined bending and axial compression.

## LISTA DE FIGURAS

|  |    |
|--|----|
| Figura 2.1 – Curva tensão-deformação utilizada no modelo de Buchanan .....   | 5  |
| Figura 2.2 – Interação entre a flexão e ações axiais de tração e compressão .....                                      | 6  |
| Figura 2.3 – Representação tridimensional da flexo-compressão em função da esbeltez .....                              | 6  |
| Figura 2.4 – Comparação das equações de Ylinen, Perry-Robertson e Neubauer .....                                       | 10 |
| Figura 2.5 – Curvas de resistência à compressão segundo os critérios da NBR 7190/97 .....                              | 24 |
| Figura 2.6 – Diagramas $\sigma \times \varepsilon$ para a madeira .....  | 25 |
| Figura 2.7 – Ajuste da curva de resistência à compressão .....   | 28 |
| Figura 2.8 – Pórtico bi-rotulado com treliça horizontal .....  | 32 |
| Figura 2.9 – Pórtico .....   | 32 |
| Figura 2.10 – Peça com excentricidade acidental, “e”, na condição descarregada .....                                   | 36 |
| Figura 2.11 – Pórticos, colunas e filas de colunas tendo uma declividade acidental .....                               | 37 |
| Figura 2.12 – Notação para restrições em peças comprimidas .....   | 43 |
| Figura 2.13 – Notação para a seção transversal retangular .....  | 44 |
| Figura 2.14 – Flexão associada com cargas axiais de compressão .....   | 51 |
| Figura 2.15 – Indicação dos eixos de flexão .....  | 57 |
| Figura 2.16 – Fator de duração de carregamento para várias durações de carga .....                                     | 62 |
| Figura 2.17 – Peça comprimida simples em madeira serrada .....   | 65 |
| Figura 2.18 – Curva para peças comprimidas Ylinen .....  | 66 |
| Figura 2.19 – Efeito da duração do carregamento .....  | 68 |
| Figura 2.20 – Peça sujeita à flexo-compressão .....  | 70 |
| Figura 2.21 – Peça flexocomprimida – indicação das excentricidades .....   | 72 |
| Figura 3.1 – Peça solicitada à flexo-compressão .....  | 86 |
| Figura 3.2 – Fator de esbeltez da norma alemã .....  | 87 |
| Figura 3.3 – Variação do fator de esbeltez para peças flexionadas .....  | 88 |
| Figura 3.4 – Fator de esbeltez da norma australiana .....  | 90 |
| Figura 3.5 – Condições de estabilidade na flexo-compressão segundo a norma australiana .....                           | 91 |
| Figura 3.6 – Representação da superfície estável sujeita à flexo-compressão oblíqua, segundo a norma australiana ..... | 92 |
| Figura 3.7 – Fator de esbeltez da norma canadense .....  | 93 |
| Figura 3.8 – Fator de esbeltez da norma europeia .....   | 97 |
| Figura 3.9 – Fator de esbeltez da norma NDS/91 .....   | 99 |

|   |     |
|---|-----|
| Figura 3.10 – Curvas de interação para peças flexocomprimidas, com diferentes índices de esbeltez, segundo a NDS/91 ..... | 100 |
| Figura 3.11 – Variação do fator de estabilidade em função de $\alpha_c$ .....   | 101 |
| Figura 3.12 – Fator de esbeltez da norma AF&PA/ASCE 16-95/96 .....  | 102 |
| Figura 3.13 – Interação entre a flexão e o esforço axial de compressão .....  | 103 |
| Figura 4.1 – Comparação entre a DIN 1052/88 e a NBR 7190/97. Peças comprimidas. Madeira: coníferas .....                  | 109 |
| Figura 4.2 – Comparação entre a DIN 1052/88 e a NBR 7190/97. Peças comprimidas. Madeira: dicotiledôneas .....             | 110 |
| Figura 4.3 – Comparação entre a DIN 1052/88 e a NBR 7190/97. Peças flexocomprimidas. Madeira: coníferas .....             | 113 |
| Figura 4.4 – Comparação entre a DIN 1052/88 e a NBR 7190/97. Peças flexocomprimidas. Madeira: dicotiledôneas .....        | 114 |
| Figura 4.5 – Comparação entre a AS 1720.1/97 e a NBR 7190/97. Peças comprimidas. Madeira: coníferas .....                 | 117 |
| Figura 4.6 – Comparação entre a AS 1720.1/97 e a NBR 7190/97. Peças comprimidas. Madeira: dicotiledôneas .....            | 118 |
| Figura 4.7 – Comparação entre a AS 1720.1/97 e a NBR 7190/97. Peças flexocomprimidas. Madeira: coníferas .....            | 121 |
| Figura 4.8 – Comparação entre a AS 1720.1/97 e a NBR 7190/97. Peças flexocomprimidas. Madeira: dicotiledôneas .....       | 122 |
| Figura 4.9 – Comparação entre a CSA 086.1/89 e a NBR 7190/97. Peças comprimidas. Madeira: coníferas .....                 | 124 |
| Figura 4.10 – Comparação entre a CSA 086.1/89 e a NBR 7190/97. Peças comprimidas. Madeira: dicotiledôneas .....           | 125 |
| Figura 4.11 – Comparação entre a CSA 086.1/89 e a NBR 7190/97. Peças flexocomprimidas. Madeira: coníferas .....           | 127 |
| Figura 4.12 – Comparação entre a CSA 086.1/89 e a NBR 7190/97. Peças flexocomprimidas. Madeira: dicotiledôneas .....      | 128 |
| Figura 4.13 – Comparação entre o EUROCODE 5/93 e a NBR 7190/97. Peças comprimidas. Madeira: coníferas .....               | 130 |
| Figura 4.14 – Comparação entre o EUROCODE 5/93 e a NBR 7190/97. Peças comprimidas. Madeira: dicotiledôneas .....          | 131 |
| Figura 4.15 – Comparação entre o EUROCODE 5/93 e a NBR 7190/97. Peças flexocomprimidas. Madeira: coníferas .....          | 133 |
| Figura 4.16 – Comparação entre o EUROCODE 5/93 e a NBR 7190/97. Peças flexocomprimidas. Madeira: dicotiledôneas .....     | 134 |
| Figura 4.17 – Comparação entre a NDS/91 e a NBR 7190/97. Peças comprimidas. Madeira: coníferas .....                      | 136 |
| Figura 4.18 – Comparação entre a NDS/91 e a NBR 7190/97. Peças comprimidas. Madeira: dicotiledôneas .....                 | 137 |
| Figura 4.19 – Comparação entre a NDS/91 e a NBR 7190/97. Peças flexocomprimidas. Madeira: coníferas .....                 | 140 |



---

|  |     |
|--|-----|
| Figura 4.20 – Comparação entre a NDS/91 e a NBR 7190/97. Peças flexocomprimidas. Madeira: dicotiledôneas .....               | 141 |
| Figura 4.21 – Comparação entre a AF&PA/ASCE 16-95/96 e a NBR 7190/97. Peças comprimidas. Madeira: coníferas .....            | 144 |
| Figura 4.22 – Comparação entre a AF&PA/ASCE 16-95/96 e a NBR 7190/97. Peças comprimidas. Madeira: dicotiledôneas .....       | 145 |
| Figura 4.23 – Comparação entre a AF&PA/ASCE 16-95/96 e a NBR 7190/97. Peças flexocomprimidas. Madeira: coníferas .....       | 148 |
| Figura 4.24 – Comparação entre a AF&PA/ASCE 16-95/96 e a NBR 7190/97. Peças flexocomprimidas. Madeira: dicotiledôneas .....  | 149 |
| Figura 4.25 – Comportamento das peças flexocomprimidas sujeitas à excentricidade inicial igual a $10.b$ .....                | 151 |
| Figura 4.26 – Evolução das flechas devidas à fluência com o carregamento de uma barra curva comprimida excentricamente ..... | 152 |
| Figura 4.27 – Contribuição das excentricidades na tensão máxima atuante em peças esbeltas com $e_i = 0,1b$ – caso 1 .....    | 154 |
| Figura 4.28 – Contribuição das excentricidades na tensão máxima atuante em peças esbeltas com $e_i = 0,5b$ – caso 1 .....    | 154 |
| Figura 4.29 – Contribuição das excentricidades na tensão máxima atuante em peças esbeltas com $e_i = 0,1b$ – caso 2 .....    | 155 |
| Figura 4.30 – Contribuição das excentricidades na tensão máxima atuante em peças esbeltas com $e_i = 0,5b$ – caso 2 .....    | 155 |
| Figura 4.31 – Contribuição das excentricidades na tensão máxima atuante em peças esbeltas com $e_i = 0,1b$ – caso 3 .....    | 156 |
| Figura 4.32 – Contribuição das excentricidades na tensão máxima atuante em peças esbeltas com $e_i = 0,5b$ – caso 3 .....    | 156 |

## LISTA DE TABELAS

|   |     |
|---|-----|
| Tabela 2.1 – Valores do coeficiente de modificação, $k_{\text{mod},1}$ .....    | 14  |
| Tabela 2.2 – Valores do coeficiente de modificação, $k_{\text{mod},2}$ .....    | 14  |
| Tabela 2.3 – Coeficientes de fluência, $\phi$ .....                             | 21  |
| Tabela 2.4 – Fatores de incisão, $C_i$ .....                                    | 63  |
| Tabela 4.1 – Fatores de estabilidade ajustados pelos dados da NBR 7190/97 ..... | 116 |

---

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

|          |  |
|----------|--|
| ABNT     | Associação Brasileira de Normas Técnicas |
| AF&PA    | American Forest and Paper Association    |
| AS       | Australian Standards                     |
| ASCE     | American Society of Civil Engineers      |
| CSA      | Canadian Standards Association           |
| CWC      | Canadian Wood Council                    |
| DIN      | Deutsches Institut für Normung           |
| EUROCODE | European Standard                        |
| LRFD     | Load and Resistance Factor Design        |
| MEL      | Machine Evaluated Lumber                 |
| MSR      | Machine Stress Rated Lumber              |
| NB       | Norma Brasileira                         |
| NBCC     | National Building Code of Canada         |
| NBR      | Norma Brasileira Revisada                |
| NDS      | National Design Specification            |

## LISTA DE SÍMBOLOS

### Letras romanas maiúsculas:

- A ..... Área da seção transversal;
- $A_n$  ..... Área líquida da seção transversal;
- $B_b$  ..... Fator de amplificação do momento fletor de primeira ordem;
- $B_s$  ..... Fator de amplificação do momento fletor de primeira ordem;
- $C_D$  ..... Fator de duração do carregamento – normas norte-americanas;
- $C_E$  ..... Fator de composição de peças – normas norte-americanas;
- $C_f$  ..... Fator de forma – normas norte-americanas;
- $C_{fu}$  ..... Fator de uso – normas norte-americanas;
- $C_F$  ..... Fator de dimensão – normas norte-americanas;
- $C_H$  ..... Fator de cisalhamento – normas norte-americanas;
- $C_i$  ..... Fator de incisão – normas norte-americanas;
- $C_L$  ..... Fator de estabilidade lateral – normas norte-americanas;
- $C_m$  ..... Parâmetro que relaciona a forma do diagrama de momentos real a um diagrama de momento uniforme equivalente;
- $C_M$  ..... Fator de umidade de serviço – normas norte-americanas;
- $C_n$  ..... Produto de todos os fatores de ajuste aplicáveis – normas norte-americanas;
- $C_P$  ..... Fator de estabilidade de pilares – normas norte-americanas;
- $C_{pt}$  ..... Fator de tratamento preservativo – normas norte-americanas;
- $C_r$  ..... Fator de compartilhamento de carga – normas norte-americanas;
- $C_{rt}$  ..... Fator de tratamento retardante da ação do fogo – normas norte-americanas;
- $C_t$  ..... Fator de temperatura – normas norte-americanas;
- $C_T$  ..... Fator de rigidez à flambagem – normas norte-americanas;
- D ..... Dano acumulado;
- E ..... Módulo de elasticidade longitudinal;
- $E'$  ..... Módulo de elasticidade longitudinal – valor ajustado;
- $E_{e0,ef}$  ..... Módulo de elasticidade longitudinal – valor efetivo;
- $E_{e0,m}$  ..... Módulo de elasticidade longitudinal – valor médio;

---

|                  |  |
|------------------|--|
| $E_S$ .....      | Módulo de elasticidade longitudinal – valor ajustado;                              |
| $E_{0,05}$ ..... | Módulo de elasticidade longitudinal referente ao 5º quantil;                       |
| $E_{0,k}$ .....  | Módulo de elasticidade longitudinal – valor característico;                        |
| $E'_{05}$ .....  | Módulo de elasticidade longitudinal referente ao 5º quantil – valor ajustado;      |
| $F_E$ .....      | Carga crítica de Euler;  |
| $G$ .....        | Módulo de elasticidade transversal;  |
| $G_T$ .....      | Módulo de torção;  |
| $I$ .....        | Momento de inércia;  |
| $I_0$ .....      | Momento de inércia das barras inclinadas em pórticos bi ou triarticulados;         |
| $K_{bE}$ .....   | Coefficiente de flambagem de Euler para vigas – NDS;                               |
| $K_{cE}$ .....   | Coefficiente de flambagem de Euler para peças comprimidas – NDS;                   |
| $K_C$ .....      | Fator de esbeltez – norma canadense;   |
| $K_D$ .....      | Fator de duração do carregamento – norma canadense;                                |
| $K_e$ .....      | Fator de comprimento efetivo;  |
| $K_H$ .....      | Fator de sistema – norma canadense;  |
| $K_r$ .....      | Rigidez rotacional;  |
| $K_S$ .....      | Fator de condição de serviço – norma canadense;                                    |
| $K_{Sc}$ .....   | Fator de condição de serviço para compressão paralela às fibras – norma canadense; |
| $K_{SE}$ .....   | Fator de condição de serviço para rigidez – norma canadense;                       |
| $K_T$ .....      | Fator de tratamento – norma canadense;   |
| $K_Z$ .....      | Fator de dimensão – norma canadense;   |
| $K_{Zc}$ .....   | Fator de dimensão para compressão paralela às fibras – norma canadense;            |
| $L$ .....        | Dimensão, comprimento;   |
| $L_a$ .....      | Distância entre pontos de restrição rígida efetiva;                                |
| $L_e$ .....      | Comprimento efetivo;   |
| $L_{e1}$ .....   | Comprimento efetivo na direção 1;  |
| $L_{e2}$ .....   | Comprimento efetivo na direção 2;  |
| $L_u$ .....      | Comprimento – distância entre travejamentos laterais;                              |

---

|                   |  |
|-------------------|--|
| $L_0$ .....       | Comprimento de flambagem;  |
| $M$ .....         | Momento fletor;  |
| $M_b$ .....       | Momento de primeira ordem, gerado pelas ações que não resultam em apreciável deslocamento lateral – valor de projeto;                |
| $M_{cr}$ .....    | Momento crítico correspondendo à flambagem lateral, calculado de acordo com a teoria clássica da estabilidade;                       |
| $M_d$ .....       | Momento fletor de 2ª ordem – valor de projeto;   |
| $M_e$ .....       | Momento de flambagem lateral elástica;   |
| $M_{L,d}$ .....   | Momento fletor devido somente ao carregamento lateral – valor de projeto;  |
| $M_m$ .....       | Momento fletor solicitante incluindo qualquer amplificação gerada pelos efeitos de segunda ordem – valor de projeto;                 |
| $M_r$ .....       | Momento fletor resistente;   |
| $M_{rd}$ .....    | Momento fletor resistente – valor de projeto;  |
| $M_{sd}$ .....    | Momento fletor solicitante – valor de projeto;   |
| $M_{sx}$ .....    | Momento de primeira ordem na direção do eixo x, gerado pelas ações que resultam em apreciável translação lateral – valor de projeto; |
| $M_{sy}$ .....    | Momento de primeira ordem na direção do eixo y, gerado pelas ações que resultam em apreciável translação lateral – valor de projeto; |
| $M$ .....         | Momento fletor;  |
| $M_x^*$ .....     | Momento resistente de peças curtas segundo o eixo x – valor de projeto;  |
| $M_1$ .....       | Momento de flambagem lateral-torsional elástica de $M_z$ ou momento fletor de extremidade de menor magnitude;                        |
| $M_2$ .....       | Momento fletor de extremidade de maior magnitude;  |
| $M_{1d}$ .....    | Momento fletor de primeira ordem – valor de projeto;   |
| $M_{1gd}$ .....   | Momento fletor provocado pela ação permanente – valor de projeto;  |
| $M_{1qd}$ .....   | Momento fletor provocado pelas ações variáveis – valor de projeto;   |
| $N$ .....         | Esforço normal de compressão;  |
| $N_c$ .....       | Esforço resistente à compressão paralela às fibras de peças curtas;  |
| $\bar{N}_c$ ..... | Esforço resistente à compressão paralela às fibras de peças curtas ajustado;   |
| $N_d$ .....       | Esforço normal de compressão – valor de projeto;   |
| $N_d^*$ .....     | Esforço resistente à compressão paralela às fibras de uma peça curta – valor de projeto;   |

---

|                  |   |
|------------------|---|
| $N_e$ .....      | Esforço crítico de flambagem (Euler);   |
| $N_E$ .....      | Esforço crítico de flambagem (Euler);   |
| $N_{gd}$ .....   | Esforço normal devido às ações permanentes – valor de projeto;                    |
| $N_{gk}$ .....   | Esforço normal devido às ações permanentes – valor característico;                |
| $N_{k,real}$ ... | Carregamento característico real;   |
| $N_{qk}$ .....   | Esforço normal devido às ações variáveis – valor característico;                  |
| $N_r$ .....      | Capacidade nominal de uma peça comprimida;  |
| $N_{rd}$ .....   | Esforço resistente na direção paralela às fibras – valor de projeto;              |
| $N_{sd}$ .....   | Esforço solicitante axial de compressão – valor de projeto;                       |
| $N_0$ .....      | Esforço normal de compressão na barra inclinada de pórticos bi ou triarticulados; |
| $R$ .....        | Resistência nominal (ou capacidade nominal);                                      |
| $R_d$ .....      | Resistência – valor de projeto;   |
| $R_B$ .....      | Índice de esbeltez para peças submetidas à flexão;                                |
| $R_k$ .....      | Resistência característica;   |
| $S_d$ .....      | Solicitação – valor de projeto;   |
| $X$ .....        | Propriedade geométrica seccional de uma peça;                                     |
| $X_d$ .....      | Propriedade de resistência ou rigidez – valor de projeto;                         |
| $X_k$ .....      | Propriedade de resistência ou rigidez – valor característico;                     |
| $W_n$ .....      | Módulo de resistência efetivo;  |
| $W$ .....        | Módulo de resistência.  |

**Letras romanas minúsculas:**

- b ..... Largura da seção transversal retangular;
- c ..... Distância do eixo neutro até a fibra mais afastada na flexão; parâmetro que relaciona as inércias com os comprimentos de barras na norma alemã ou constante de ajuste na fórmula de Ylinen;
- $c_b$  ..... Constante de ajuste na fórmula de Ylinen para a flexo-compressão;
- d ..... Dimensão da seção transversal;
- $d_n$  ..... Distância nuclear;
- $d_1$  ..... Dimensão da face larga da seção transversal retangular;
- $d_2$  ..... Dimensão da face estreita da seção transversal retangular;
- e ..... Excentricidade;
- $e_a$  ..... Excentricidade acidental mínima;
- $e_c$  ..... Excentricidade suplementar de 1ª ordem;
- $e_i$  ..... Excentricidade inicial;
- $e_{ig}$  ..... Excentricidade inicial devida às ações permanentes;
- $e_1$  ..... Excentricidade de primeira ordem;
- $e_{1,ef}$  ..... Excentricidade de primeira ordem – valor efetivo;
- $e_2$  ..... Excentricidade na metade da altura de uma barra birotulada;
- $f_b^*$  ..... Resistência à flexão multiplicada por todos os fatores de ajuste, exceto o  $C_L$  – valor de projeto;
- $f_{c0}$  ..... Resistência à compressão paralela às fibras;
- $f'_{c0}$  ..... Resistência à compressão paralela às fibras reduzida pela esbeltez;
- $f_{c0,d}$  ..... Resistência à compressão paralela às fibras – valor de projeto;
- $f_{c0,d}^*$  ..... Resistência à compressão paralela às fibras de peças curtas – valor de projeto;
- $f_{c0,k}$  ..... Resistência à compressão paralela às fibras – valor característico ou especificado;
- $f_E$  ..... Tensão crítica;
- $f_k$  ..... Resistência característica;
- $f_{m,d}$  ..... Resistência à flexão – valor de projeto;
- $f_M$  ..... Resistência à flexão;
- $f_{M,d}$  ..... Resistência à flexão – valor de projeto;



---

|                          |  |
|--------------------------|--|
| $f_{M,k}$ .....          | Resistência à flexão – valor característico;   |
| $f'_{M1}$ .....          | Resistência à flexão sobre o eixo de maior inércia reduzida pela esbeltez;   |
| $f_{M2}$ .....           | Resistência à flexão sobre o eixo de menor inércia;  |
| $h$ .....                | Altura da seção transversal retangular ou comprimento de uma barra;  |
| $h_u$ .....              | Comprimento de uma barra de pórtico;   |
| $h_0$ .....              | Comprimento de uma barra de pórtico ou treliça;  |
| $i$ .....                | Raio de giração;   |
| $i_{\min}$ .....         | Raio de giração mínimo;  |
| $j_2$ .....              | Fator de fluência – norma australiana;   |
| $k$ .....                | Fatores (ou produto de fatores) de modificação segundo a norma australiana;  |
| $k_B$ .....              | Coefficiente aplicado à parcela da flexão na verificação das peças flexocomprimidas segundo a norma alemã;                                   |
| $k_c$ .....              | Fator de estabilidade da norma européia ( $k_{c,y}$ ou $k_{c,z}$ );  |
| $k_{\text{crit}}$ .....  | Fator que leva em conta a resistência reduzida devida à flambagem lateral;   |
| $k_{\text{eu}}$ .....    | Fator de relação entre a tensão crítica de Euler e o valor característico da resistência à compressão paralela às fibras – norma norueguesa; |
| $k_h$ .....              | Fator multiplicador da resistência característica à flexão ou fator de altura da norma norueguesa;   |
| $k_{\text{mod}}$ .....   | Coefficientes de modificação – norma brasileira;   |
| $k_{\text{mod},1}$ ..... | Coefficiente de modificação – classe de carregamento;  |
| $k_{\text{mod},2}$ ..... | Coefficiente de modificação – classe de umidade;   |
| $k_{\text{mod},3}$ ..... | Coefficiente de modificação – tipo de classificação da madeira;  |
| $k_m$ .....              | Coefficiente de correção – norma européia;   |
| $k_M$ .....              | Coefficiente de correção – norma brasileira;   |
| $k_R$ .....              | Relação entre inércias e esforços axiais aplicados em barras de pórticos bi ou triarticulados, conforme a norma alemã;                       |
| $k_{\text{vippp}}$ ..... | Fator de flambagem da norma norueguesa;  |
| $k_y$ .....              | Fator da norma européia ( $= k_z$ );   |
| $k_\lambda$ .....        | Fator de correção devido à flambagem – norma norueguesa;   |
| $k_1$ .....              | Fator de duração do carregamento – norma australiana;  |

---

|                |   |
|----------------|---|
| $k_4$ .....    | Fator de condição de umidade – norma australiana;                           |
| $k_6$ .....    | Fator de temperatura – norma australiana;                                   |
| $k_8$ .....    | Fator de compartilhamento de carga – norma australiana;                     |
| $k_{12}$ ..... | Fator de estabilidade – norma australiana;                                  |
| $m$ .....      | Fator da fórmula de Perry-Robertson;  |
| $r$ .....      | Razão entre o carregamento temporário e o carregamento total;               |
| $s$ .....      | Comprimento de barra inclinada em pórticos ou distância entre pontos fixos; |
| $u_L$ .....    | Deslocamento devido ao carregamento lateral;                                |
| $u_T$ .....    | Deslocamento lateral total;   |
| $u_0$ .....    | Deslocamento horizontal;  |
| $v_0$ .....    | Deslocamento vertical;  |

**Letras romanas minúsculas subscritas:**

|           |             |
|-----------|-------------|
| $x$ ..... | Coordenada; |
| $y$ ..... | Coordenada; |
| $z$ ..... | Coordenada. |

**Letras gregas:**

|                                 |   |
|---------------------------------|---|
| $\alpha$ .....                  | Coeficiente adimensional;   |
| $\alpha_b$ .....                | Relação entre o momento de flambagem lateral elástica e o momento resistente de peças curtas;             |
| $\alpha_c$ .....                | Relação entre a força crítica de Euler e a resistência de uma peça curta à compressão paralela às fibras; |
| $\alpha_1$ .....                | Constante que depende do tipo de carregamento aplicado;   |
| $\beta$ .....                   | Coeficiente de amplificação das flechas de primeira ordem;  |
| $\beta_c$ .....                 | Constante da norma européia;  |
| $\Delta$ .....                  | Deformação lateral relativa, deformação;  |
| $\varepsilon$ .....             | Deformação específica longitudinal;   |
| $\bar{\varepsilon}_{o,c}$ ..... | Deformação unitária específica na direção longitudinal devida à fluência;                                 |
| $\phi$ .....                    | Fator de performance; fator de capacidade; coeficiente de fluência;                                       |
| $\phi_b$ .....                  | Fator de resistência para peças sujeitas à flexão – LRFD;   |
| $\phi_c$ .....                  | Fator de resistência para compressão paralela às fibras – LRFD;   |
| $\phi_s$ .....                  | Fator de estabilidade – LRFD;   |
| $\phi_1$ .....                  | Coeficiente de fluência para carregamentos permanente ou de longa duração;                                |
| $\phi_2$ .....                  | Coeficiente de fluência para carregamentos de média ou de curta duração;                                  |
| $\gamma$ .....                  | Constante relativa à seção transversal;   |
| $\gamma_M$ .....                | Coeficiente de ponderação – EUROCODE 5;   |
| $\gamma_w$ .....                | Coeficiente de minoração das propriedades da madeira;   |
| $\gamma_1$ .....                | Fator de majoração para os casos de carregamento H e HZ – norma alemã;                                    |
| $\gamma_2$ .....                | Fator de majoração – norma alemã;   |
| $\eta$ .....                    | Coeficiente de curvatura inicial da norma alemã ou parâmetro ajustável da fórmula de Perry-Robertson;     |
| $\eta_1$ .....                  | Constante que depende do tipo de carregamento aplicado;   |
| $\eta_2$ .....                  | Constante que depende do tipo de carregamento aplicado;   |
| $\lambda$ .....                 | Índice de esbeltez;   |
| $\lambda_B$ .....               | Fator de esbeltez das peças flexionadas – norma alemã;  |
| $\lambda_C$ .....               | Índice de esbeltez modificado – norma canadense;  |
| $\lambda_{rel}$ .....           | Índice de esbeltez relativa – norma européia;   |

- $\lambda_s$  ..... Índice de esbeltez modificado ( $\lambda_{sx}$  ou  $\lambda_{sy}$ ) – norma australiana;
- $\lambda_t$  ..... Fator de efeito de tempo – LRFD;
- $\lambda_u$  ..... Índice de esbeltez universal;
- $\lambda_0$  ..... Índice de esbeltez acima do qual é aplicável a expressão de Euler;
- $\mu$  ..... Fator de amplificação do momento fletor inicial;
- $\rho$  ..... Constante material;
- $\sigma$  ..... Tensão normal, coeficiente de variação ou desvio padrão;
- $\sigma_b$  ..... Tensão real de flexão;
- $\sigma_{b1}$  ..... Tensão real de flexão para o carregamento atuando na face estreitada peça;
- $\sigma_{b2}$  ..... Tensão real de flexão para o carregamento atuando na face larga da peça;
- $\bar{\sigma}_B$  ..... Tensão admissível à flexão;
- $\sigma'_{b1}$  ..... Tensão admissível à flexão para carregamento atuante na face estreita da peça;
- $\sigma'_{b2}$  ..... Tensão admissível à flexão para carregamento atuante na face larga da peça;
- $\sigma_{bE}$  ..... Tensão crítica de Euler na flexão, incorporando um coeficiente de segurança;
- $\sigma_b$  ..... Tensão real de flexão;
- $\sigma'_b$  ..... Tensão admissível à flexão;
- $\sigma_{c0}$  ..... Tensão real de compressão paralela às fibras – valor calculado;
- $\sigma_{c0,d}$  ..... Tensão de compressão paralela às fibras – valor de projeto;
- $\sigma_{c0,tab}$  ..... Tensão de compressão paralela às fibras – valor tabelado (NDS);
- $\sigma'_{c0}$  ..... Tensão admissível de compressão paralela às fibras;
- $\sigma_{c0}^*$  ..... Tensão admissível à compressão paralela às fibras de peças curtas;
- $\sigma_{c90,tab}$  ..... Tensão de compressão normal às fibras – valor tabelado (NDS);
- $\sigma_{c,crit}$  ..... Tensão crítica de Euler;
- $\sigma_{cE}$  ..... Tensão crítica de Euler para peças comprimidas, incorporando um coeficiente de segurança;
- $\sigma_{cE}$  ..... Tensão crítica de Euler para peças comprimidas, incorporando um coeficiente de segurança;
- $\sigma_{cE1}$  ..... Tensão crítica de Euler para peças comprimidas segundo a direção 1, incorporando um coeficiente de segurança;

- $\sigma_{cE2}$  ..... Tensão crítica de Euler para peças comprimidas segundo a direção 2, incorporando um coeficiente de segurança;
- $\sigma_{cr}$  ..... Tensão crítica de flambagem;
- $\bar{\sigma}_{D,0}$  ..... Tensão admissível à compressão paralela às fibras;
- $\sigma_{eu}$  ..... Tensão crítica de Euler calculada com o módulo de elasticidade característico – norma norueguesa;
- $\bar{\sigma}_k$  ..... Tensão admissível à compressão paralela às fibras ajustada;
- $\sigma_{m,c}$  ..... Tensão crítica à flexão;
- $\sigma_{m,d}$  ..... Tensão normal devida ao momento fletor de 1ª ordem – valor de projeto;
- $\sigma_M$  ..... Tensão normal devida ao momento fletor de 1ª ordem;
- $\sigma_{Md}$  ..... Tensão de compressão devida ao momento fletor de 2ª ordem – valor de projeto;
- $\sigma_{M,d}$  ..... Tensão máxima devida ao momento fletor atuante;
- $\sigma_{M1}$  ..... Tensão real de flexão, com carregamento aplicado na face estreita da peça;
- $\sigma_{M2}$  ..... Tensão real de flexão, com carregamento aplicado na face larga da peça;
- $\sigma_{N,d}$  ..... Tensão normal devida ao esforço de compressão – valor de projeto;
- $\sigma_{t0}$  ..... Tensão de tração paralela às fibras;
- $\omega$  ..... Coeficiente de flambagem da norma alemã;
- $\Psi$  ..... Representação genérica para fórmula ou divergência de projeto na norma alemã;
- $\Psi_1$  ..... Fator de utilização – norma brasileira;
- $\Psi_2$  ..... Fator de utilização – norma brasileira.

## SUMÁRIO

|   |          |
|---|----------|
| <b>RESUMO</b> .....   | v        |
| <b>ABSTRACT</b> .....   | vi       |
| <b>LISTA DE FIGURAS</b> .....   | vii      |
| <b>LISTA DE TABELAS</b> .....   | x        |
| <b>LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS</b> .....                                     | xi       |
| <b>LISTA DE SÍMBOLOS</b> .....  | xii      |
| <b>1 INTRODUÇÃO</b> .....   | <b>1</b> |
| 1.1 Objetivo .....  | 2        |
| 1.2 Justificativa .....   | 3        |
| <b>2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....  | <b>4</b> |
| 2.1 Fórmulas para dimensionamento de peças comprimidas e flexocomprimidas ..... | 4        |
| 2.2 Dimensionamento segundo a norma brasileira .....                            | 13       |
| 2.2.1 Parâmetros para o dimensionamento .....                                   | 13       |
| 2.2.1.1 Parâmetros de resistência .....   | 13       |
| 2.2.1.2 Parâmetros de rigidez .....   | 15       |
| 2.2.1.3 Parâmetros geométricos .....  | 15       |
| 2.2.2 Peças comprimidas .....   | 16       |
| 2.2.3 Peças flexocomprimidas .....  | 17       |
| 2.2.3.1 Estado limite último: tensões normais .....                             | 17       |
| 2.2.3.2 Estado limite último: instabilidade .....                               | 18       |
| 2.2.4 Considerações sobre os critérios da norma brasileira .....                | 22       |
| 2.2.4.1 Constatações e propostas de autores nacionais .....                     | 23       |
| 2.3 Dimensionamento segundo as normas de outros países .....                    | 30       |
| 2.3.1 Norma alemã .....   | 30       |
| 2.3.1.1 Parâmetros de dimensionamento .....                                     | 30       |
| 2.3.1.2 Peças comprimidas .....   | 32       |
| 2.3.1.3 Peças flexocomprimidas .....  | 33       |
| 2.3.2 Norma australiana .....   | 38       |
| 2.3.2.1 Parâmetros para o dimensionamento .....                                 | 38       |

|  |            |
|--|------------|
| 2.3.2.2 Peças comprimidas .....                                  | 43         |
| 2.3.2.3 Peças flexocomprimidas .....                             | 45         |
| 2.3.3 Norma canadense .....                                      | 47         |
| 2.3.3.1 Parâmetros para o dimensionamento .....                  | 47         |
| 2.3.3.2 Peças comprimidas .....                                  | 50         |
| 2.3.3.3 Peças flexocomprimidas .....                             | 51         |
| 2.3.4 Norma da comunidade econômica européia .....               | 53         |
| 2.3.4.1 Parâmetros para o dimensionamento .....                  | 53         |
| 2.3.4.2 Estados limites últimos .....                            | 55         |
| 2.3.4.3 Instabilidade das peças .....                            | 56         |
| 2.3.5 Norma norte-americana NDS/91 .....                         | 61         |
| 2.3.5.1 Fatores de ajuste .....                                  | 61         |
| 2.3.5.2 Peças comprimidas .....                                  | 64         |
| 2.3.5.3 Peças flexocomprimidas .....                             | 68         |
| 2.3.5.4 Peças com carregamento lateral e excentricidade .....    | 70         |
| 2.3.6 Norma norte-americana – AF&PA/ASCE 16-95/96 .....          | 73         |
| 2.3.6.1 Condições de referência e fatores de ajuste .....        | 73         |
| 2.3.6.2 Valores das resistências de projeto (ou ajustadas) ..... | 74         |
| 2.3.6.3 Peças comprimidas .....                                  | 74         |
| 2.3.6.4 Peças flexocomprimidas .....                             | 77         |
| 2.4 Conclusões da revisão bibliográfica .....                    | 83         |
| <b>3 COMPARAÇÃO TEÓRICA ENTRE A NBR 7190/97 E OUTROS</b>         |            |
| <b>DOCUMENTOS NORMATIVOS .....</b>                               | <b>86</b>  |
| 3.1 Confrontação com a DIN 1052/88 .....                         | 87         |
| 3.2 Confrontação com a AS 1720.1/97 .....                        | 89         |
| 3.3 Confrontação com a CSA 086.1/89 .....                        | 93         |
| 3.4 Confrontação com o EUROCODE 5/93 .....                       | 95         |
| 3.5 Confrontação com a NDS/91 .....                              | 98         |
| 3.6 Confrontação com a AF&PA/ASCE 16-95/96 .....                 | 100        |
| 3.7 Considerações complementares .....                           | 104        |
| <b>4 AVALIAÇÃO NUMÉRICA DOS CRITÉRIOS NORMATIVOS .....</b>       | <b>106</b> |
| 4.1 Informações preliminares .....                               | 106        |
| 4.2 Critérios da norma alemã .....                               | 108        |

---

|   |            |
|---|------------|
| 4.3 Critérios da norma australiana .....  | 115        |
| 4.4 Critérios da norma canadense .....  | 123        |
| 4.5 Critérios da norma da comunidade econômica européia .....                       | 129        |
| 4.6 Critérios da norma norte-americana NDS .....                                    | 135        |
| 4.7 Critérios da norma norte-americana LRFD .....                                   | 142        |
| 4.8 Grandes excentricidades e efeitos da fluência .....                             | 150        |
| <b>5 CONCLUSÕES .....</b>   | <b>158</b> |
| <b>6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>   | <b>162</b> |
| <b>7 BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR .....</b>  | <b>166</b> |
| <b>ANEXO A – Coeficientes das normas de outros países .....</b>                     | <b>168</b> |
| <b>ANEXO B – Esforços resistentes de cálculo segundo as normas analisadas .....</b> | <b>173</b> |



## 1 INTRODUÇÃO

Dependendo de sua utilização, sejam na forma de treliças para coberturas, pilares para pontes, postes, cimbramentos, esteios ou outros casos, é freqüente o caso de peças de madeira submetidas à ação de esforços axiais de compressão ou flexocomprimidas, as quais se pretendem abordar neste trabalho. Este estudo considera o caso dos pilares de madeira formados por uma única peça.

Assim como em muitos outros países, o dimensionamento dos elementos estruturais de madeira passou, recentemente, por uma profunda reformulação no seu modelo de avaliação da segurança estrutural, com a edição da NBR 7190/97 – *Projeto de Estruturas de Madeira*, fundamentada no método semiprobabilístico dos estados limites. O processo de dimensionamento de peças de madeira sujeitas à compressão paralela às fibras sofreu sensíveis modificações. Os novos critérios introduziram os conceitos de excentricidade accidental mínima, a consideração da fluência da madeira e as amplificações de excentricidades, resultando em solicitações de flexo-compressão para peças medianamente esbeltas ou esbeltas.

Observa-se que o novo modelo de cálculo estabelecido pela norma tem sido alvo de críticas, principalmente quanto ao fato de a consideração das excentricidades e fluência, de forma diferenciada para cada faixa de esbeltez, decretar a ocorrência de degraus no diagrama representativo da resistência de cálculo em função da esbeltez da peça. Outro aspecto salientado é a complexidade da equação proposta para a consideração da fluência no dimensionamento dessas barras.

Nesse contexto, foi realizado, neste trabalho, um levantamento teórico dos critérios de dimensionamento das peças comprimidas e flexocomprimidas propostos por códigos normativos de outros países, comparando-os com aqueles recomendados pela norma brasileira. Esse procedimento visa orientar o estabelecimento de um processo de cálculo com

uma desejável objetividade e, sobretudo, subsidiar possíveis alterações no documento normativo brasileiro.

Assim, foi feita uma avaliação teórica dos critérios da NBR 7190/97 para a verificação da estabilidade das peças solicitadas à compressão e à flexo-compressão, comparando-os com as recomendações das normas de outros países que apresentam ampla tradição no uso da madeira: DIN 1052/88 (norma alemã), AS 1720.1/97 (norma australiana), CSA 086.1-94/89 (norma canadense), EUROCODE 5/93 (norma da Comunidade Européia), NDS/91 e AF&PA/ASCE 16-95/96 (normas norte-americanas). O modelo proposto pela norma brasileira foi ainda aferido numericamente, simulando-se o caso de barras freqüentes em estruturas de madeira e solicitadas por compressão e flexo-compressão. A relevância dos efeitos da fluência, no dimensionamento das barras esbeltas, foi investigada através do cálculo da sua influência nas tensões totais solicitantes. Além da confrontação dos resultados alcançados, também foram observados os aspectos relacionados com a eficiência e simplicidade dos métodos.

A partir desta análise, pretende-se disponibilizar recomendações que possam ser incorporadas ao texto normativo brasileiro, numa próxima e necessária revisão, para verificação das condições de segurança das peças comprimidas e flexocomprimidas em madeira serrada, proporcionando um desejável refinamento do texto normativo.

## **1.1 Objetivo**

Constitui objetivo deste trabalho a realização de uma avaliação teórica dos critérios de dimensionamento propostos pela NBR 7190/97 para a verificação da resistência e da estabilidade de peças simples de madeira serrada, solicitadas à compressão e à flexo-compressão, comparando-os com as recomendações das normas de países que têm larga tradição no uso da madeira como material estrutural: DIN 1052/88 (norma alemã), AS 1720.1/97 (norma australiana), CSA 086.1-94/89 (norma canadense), EUROCODE 5/93 (norma da Comunidade Européia), NDS/91 e AF&PA/ASCE 16-95/96 (normas norte-americanas). Por intermédio do cálculo de peças com seção transversal e vinculações freqüentes nos projetos estruturais de madeira e sujeitas às solicitações de compressão e flexo-compressão, pretende-se aferir o modelo da norma brasileira, confrontando os resultados alcançados e a objetividade dos métodos.

## 1.2 Justificativa

Embora as mudanças implantadas na norma brasileira tenham proporcionado um inegável avanço no dimensionamento das estruturas de madeira, alguns autores, estudando o assunto, criticam o modelo vigente e sugerem claramente a necessidade do aprofundamento da pesquisa sobre o tema, sobretudo, buscando uma simplificação na determinação da resistência de cálculo das peças medianamente esbeltas ou esbeltas, que requerem, segundo as atuais exigências, o emprego de métodos numéricos para a sua efetivação.

Por outro lado, o modelo de cálculo estabelecido pela NBR 7190/97 também se tornou alvo de críticas, a partir da constatação que a consideração diferenciada das excentricidades e fluência para as peças medianamente esbeltas e esbeltas, conduz a indesejáveis descontinuidades no diagrama que representa a resistência de cálculo em função da esbeltez, situadas exatamente nas transições entre as faixas de esbeltez previstas em norma.

Com o desenvolvimento deste estudo, poderão ser fornecidos subsídios para o aprimoramento das recomendações do texto normativo brasileiro para o dimensionamento de elementos estruturais sujeitos a essas condições de solicitação.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O desenvolvimento do conceito de dimensionamento de estruturas baseado nos estados limites, ocorrido na Rússia no período de 1947 a 1949, desencadeou um processo de revisão nos critérios normativos propostos pelos códigos de inúmeros países. No Canadá, a mudança no modelo de investigação da segurança estrutural ocorreu na década de 80, principalmente para que o projeto das estruturas de madeira pudesse se aproximar, do ponto de vista metódico, do projeto de estruturas de concreto, aço e alumínio. Esse mesmo modelo tem sido empregado na Austrália, nos países da Comunidade Econômica Européia e nos Estados Unidos da América – para citar apenas aqueles que pertencem à abrangência deste estudo. Apesar de terem sido pesquisados outros códigos normativos, tais como: o inglês, o norueguês, o neozelandês e o suíço, a insuficiente diferenciação conceitual tornou injustificável a sua exposição.

As propostas normativas são mais bem entendidas a partir do conhecimento dos dados de pesquisas e fórmulas empíricas propostas por pesquisadores em recentes publicações científicas, o que se faz em seguida, antes da apresentação dos critérios normativos brasileiro e de outros países.

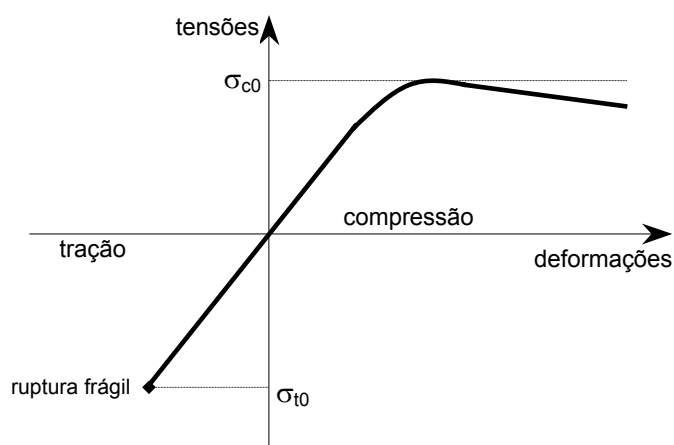
### 2.1 Fórmulas para dimensionamento de peças comprimidas e flexocomprimidas

Demarzo (1990) apresenta uma interessante evolução no estudo das peças sujeitas às cargas axiais de compressão e comenta que o fenômeno da flambagem em barras prismáticas comprimidas foi observado, inicialmente, nos experimentos do pesquisador P. van Musschenbroek, publicando-as em 1729. Todavia, quem apresentou pela primeira vez o estudo teórico das linhas elásticas foi Leonhard Euler, em 1744. No caso de barras fletidas, a primeira investigação sobre a linha elástica deve-se ao matemático suíço Jakob Bernoulli. Destaca-se a importância de outros pesquisadores no desenvolvimento desse tema, tais como Lagrange – 1800, Navier – 1826, Hodgkinson – 1840, Lamarle – 1845, Rankine – 1898,

Tetmajer e Jasinsky – 1894, Considère – 1889 e Engesser – 1898. E, mais recentemente, Shanley – 1946 e Johnston – 1961. No âmbito dos pilares de madeira: Newlin & Trayer – 1941, Ylinen – 1956, Malhotra – 1969, Neubauer – 1973, Buchanan – 1986 e Zahn – 1986. Ao longo do tempo, muitas expressões foram deduzidas para o cálculo desses elementos estruturais, transformando-se num imenso festival de fórmulas. O uso de expressões empíricas para o projeto de pilares é inteiramente válido, desde que sejam observados os limites constituídos.

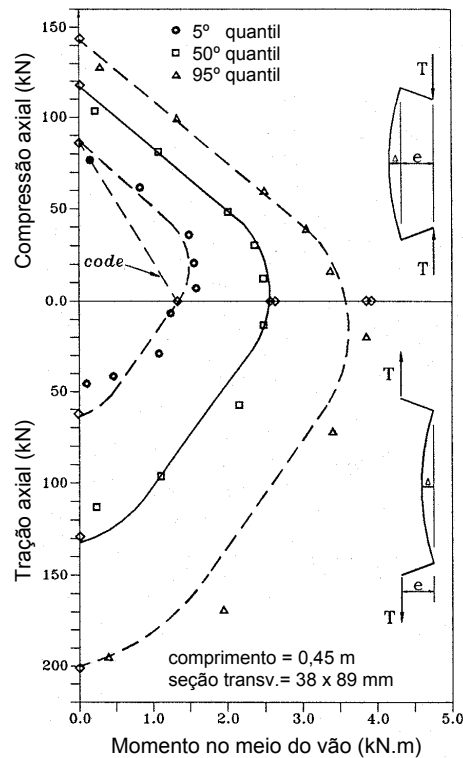
Visando estudar a interação entre os dois modos básicos de ruptura dos pilares de madeira (resistência do material e instabilidade), Buchanan desenvolveu, em 1984, um modelo para investigação da resistência de peças de madeira submetidas à flexão combinada com ações axiais. O comportamento da madeira assumido no modelo é mostrado na Figura 2.1, associado com os seguintes conceitos:

- A resistência das peças sujeitas à ação combinada do momento fletor com esforços axiais pode ser prevista a partir do comportamento de peças similares carregadas sob tração e compressão axial;
- As seções planas permanecem planas;
- A madeira solicitada à compressão comporta-se de forma não-linear dúctil;
- As tensões de tração e de compressão estão sujeitas aos efeitos de comprimento e da largura das peças;
- O modelo não considera deformação torsional ou fora do plano principal, efeitos de duração de carregamento ou a possibilidade de ruptura por cisalhamento.

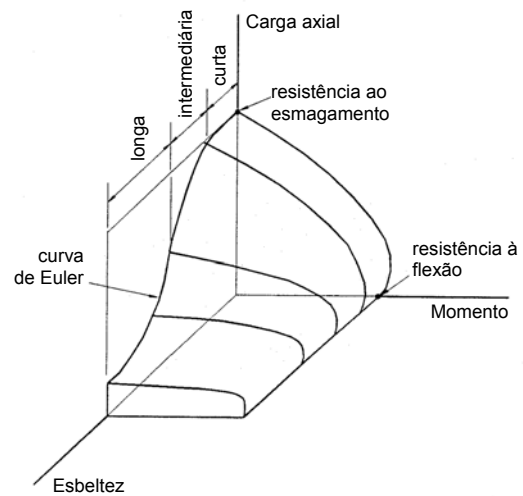


**Figura 2.1** – Curva tensão-deformação utilizada no modelo de Buchanan.  
Fonte: Madsen (1992)

Os resultados relativos ao 5°, 50° e 95° quantis da distribuição de freqüências, obtidos por meio dos ensaios em que as ações são aplicadas com excentricidade variando de 2 a 200 mm, são mostrados na Figura 2.2. Todavia, o comportamento relativo ao 5° quantil é o de interesse específico, porque no projeto estrutural são limitantes os resultados inferiores da distribuição de resistência. Nessa figura vê-se a representação (linha pontilhada marcada com a palavra “code”) do critério adotado pela atual norma canadense para o caso de peças flexocomprimidas. O conservadorismo normativo pode representar diferenças de até 60%, dependendo do índice de esbeltez e do esforço aplicado. A Figura 2.3 fornece uma percepção global da influência da esbeltez nas peças sujeitas à flexo-compressão.



**Figura 2.2** – Interação entre a flexão e ações axiais de tração e compressão. Fonte: Madsen (1992)



**Figura 2.3** – Representação tridimensional da flexo-compressão em função da esbeltez. Fonte: Madsen (1992)

Newbauer<sup>1</sup>, apud Madsen (1992), propôs uma expressão para representar o comportamento das peças de madeira comprimidas sem a presença do momento fletor, também conhecida como fórmula cúbica de Rankine-Gordon:

<sup>1</sup> NEWBAUER, L.W. (1973). *A realistic and continuous wood column formula*. Forest Products Journal, vol. 23, nº 3, p. 38-44.

$$\frac{N}{N_c} = \frac{1}{1 + \frac{f_{c0}}{E} \cdot \frac{(L_e/d)^3}{35}} \quad [2.1]$$

em que:

$N$  = esforço axial centrado atuando em uma peça esbelta;

$N_c$  = esforço resistente por uma peça curta sujeita à compressão axial;

$f_{c0}/E$  = razão entre a resistência à compressão axial e o módulo de elasticidade;

$L_e/d$  = razão entre o comprimento efetivo e a correspondente dimensão da seção transversal da peça.

A Equação [2.1] tem sido adotada pelo código canadense, como descreve Johns (1991), com fatores de modificação para considerar os efeitos de dimensões das peças.

Quando um material comporta-se elasticamente, as deformações resultantes do efeito de segunda ordem podem ser estimadas adequadamente pelo fator de amplificação do momento inicial,  $\mu$ , dado por:

$$\mu = \frac{1}{1 - \frac{N}{F_E}} \quad [2.2]$$

sendo  $F_E$  a força de flambagem de Euler e  $N$  o esforço axial na peça. Segundo Madsen (1992), a experimentação e a teoria demonstram que a amplificação do momento, na ruptura, é maior que a representada pela Equação [2.2], justificada pelo comportamento não-linear da madeira na compressão. Um fator de amplificação mais seguro e mais realístico, proposto por Buchanan, é:

$$\mu = \frac{1 + (N/F_E)}{1 - (N/F_E)} \quad [2.3]$$

Nos Estados Unidos da América, a equação de Ylinen (Ylinen, 1956) foi incorporada ao código normativo – NDS/91 – especialmente a partir dos trabalhos de J.J. Zahn, substituindo a equação parabólica de quarta ordem, que foi empregada no dimensionamento das peças comprimidas de madeira por mais de quarenta anos, de acordo com Zahn (1986).

Segundo Zahn (1992), a forma essencial de uma equação de interação entre os dois possíveis modos de ruptura de uma peça comprimida é uma relação entre quocientes de ruptura, que exibem o comportamento limitante entre a resistência ou a flambagem elástica, representada pela condição:

$$\frac{N}{N_c} + \frac{N}{N_E} = 1 \quad [2.4]$$

em que  $N$  é o esforço axial;  $N_c$  é o esforço de ruptura por esmagamento puro e  $N_E$  é o esforço de ruptura por flambagem elástica pura (Euler).

Geralmente a equação de interação não precisa ser linear, como na Equação [2.4]. Zahn (1992) faz uma retrospectiva analisando a validade das fórmulas propostas por autores que o antecederam, inclusive discutindo a fórmula proposta por Rankine-Gordon, e retoma a fórmula de Ylinen para reescrevê-la como um caso de interação não-linear entre resistência e flambagem, em que o parâmetro “ $c$ ” é o responsável pelo ajuste da curva aos dados experimentais, conforme segue:

$$N = \frac{N_c + N_E}{2c} - \sqrt{\left(\frac{N_c + N_E}{2c}\right)^2 - \frac{N_c N_E}{c}} \quad [2.5]$$

O critério adotado pelo projeto de norma do EUROCODE N° 5, de 1988, baseava-se na equação de Perry-Robertson para o dimensionamento das peças sujeitas a cargas axiais:

$$N = \frac{\bar{N}_c + (1 + m)N_E}{2} - \sqrt{\left(\frac{\bar{N}_c + (1 + m)N_E}{2}\right)^2 - N_E \bar{N}_c} \quad [2.6]$$

em que:

$$m = \eta \cdot (L/i) \cdot (f_{c0}/f_M) \quad [2.7]$$

e

$$\bar{N}_c = N_c (1 + 20\eta) \quad [2.8]$$

sendo:



- $f_{c0}$  = resistência à compressão paralela às fibras;  
 $f_M$  = resistência à flexão;  
 $\eta$  = parâmetro ajustável ( $\eta = 0,006$  para madeira sólida).

A Equação [2.6] foi obtida usando-se a teoria da máxima tensão de ruptura para flexão combinada com compressão, assumindo-se uma excentricidade  $e = \eta \cdot (L/i) \cdot c$ , em que  $i$  é o raio de giração da seção transversal e  $c$  é a distância do eixo neutro até a fibra mais afastada (na flexão). A semelhança dessa equação com a fórmula de Ylinen é notável.

Zahn (1992) afirma que, considerando o termo da flexão, a suposição de uma interação linear entre a resistência por esmagamento e a ruptura por flexão, não é sustentada pelos dados. Para madeira serrada, um modelo de interação parabólico remete a uma maior precisão, resultando na Equação [2.9], em que  $M_r$  é o momento fletor resistente pela peça:

$$\left(\frac{N}{N_c}\right)^2 + \frac{M}{M_r} = 1 \quad [2.9]$$

A Figura 2.4 compara as equações de Perry-Robertson, Neubauer e Ylinen, plotando-as em função do *índice de esbeltez universal*,  $\lambda_u$ , definido como  $\lambda_u = \sqrt{N_c/N_E}$ . Nota-se que a equação de Ylinen produz um melhor ajuste aos dados. Apesar dos bons resultados de ajuste da curva de Neubauer, Zahn (1992) critica sua equação pela carência de uma base teórica sólida e não ser tão adaptável e nem precisa quanto a expressão de Ylinen.

Zahn (1986) discute, neste trabalho, a validade das fórmulas de interação entre flexão e solicitações axiais e apresenta uma proposta para contemplar os casos de flexo-compressão biaxial, que na versão de 1991 da NDS, torna-se condição normativa.

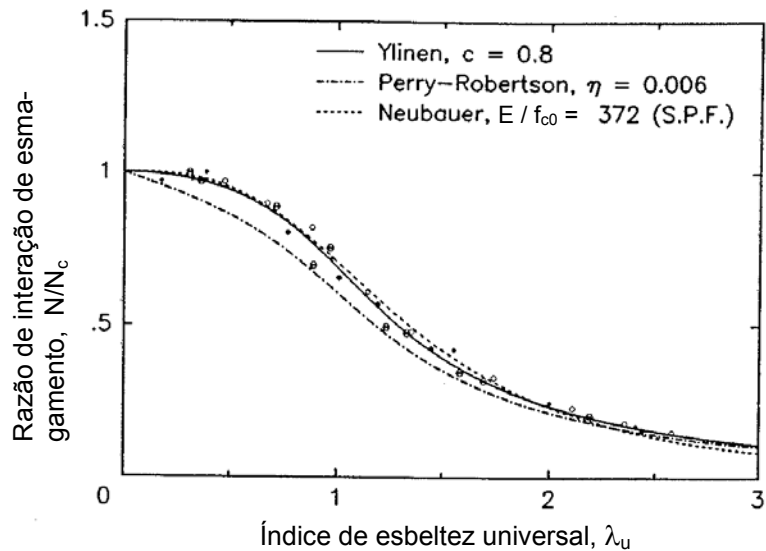
Em trabalho publicado posteriormente, Zahn (1988) continua o estudo dos critérios de estabilidade de peças flexocomprimidas. Relativamente ao modo de interação entre os momentos na flexão biaxial, Galambos<sup>1</sup>, apud Zahn (1988), mostrou que sob a ação de momentos constantes,  $M_z$  e  $M_y$ , atuando sobre os eixos de maior e menor inércia,

<sup>1</sup> GALAMBOS, T.V. (1968). *Beam-columns*. Structural members and frames, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, N.J., p. 246-249.

respectivamente, o momento atuante sobre o eixo de menor inércia é modificado pela presença de um momento agindo no eixo de maior inércia. O fator de modificação para o momento atuante sobre o eixo de menor inércia é:

$$\frac{1}{1 - (M_z/M_1)^2} \quad [2.10]$$

sendo  $M_1$  o valor do momento de flambagem lateral-torsional elástica de  $M_z$ .



**Figura 2.4** – Comparação das equações de Ylinen, Perry-Robertson e Neubauer.  
 Fonte: Zahn (1992)

Esse autor ressalta que há, na literatura, poucos critérios para avaliação da flambagem sob ações combinadas. Utilizando o método de Ritz para a resolução de equações diferenciais, Zahn (1988) encontra as equações para o cálculo de deslocamentos e esforços válidos para uma barra simplesmente apoiada e submetida a um caso geral de carregamento, composto por força de compressão excêntrica e carregamentos laterais em ambas as faces da peça, demonstrando um critério que relaciona, no cálculo de peças flexocomprimidas com qualquer índice de esbeltez, as resistências à flexão e ao esmagamento do material.

Supondo que o critério de ruptura do material é representado por alguma fórmula  $\psi$ , Zahn (1988) demonstra que esse critério, num caso geral de interação, toma a seguinte forma:

$$\psi \left( \frac{\sigma_{c0}}{f'_{c0}}, \frac{\sigma_{M1}(1 + \alpha_1 \eta_1)}{f'_{M1}(1 - \eta_1)}, \frac{\sigma_{M2}}{f_{M2}(1 - \eta_2)} \right) = 0 \quad [2.11]$$

em que  $\sigma$  representam as tensões normais atuantes,  $f$  denotam as resistências e  $f'$  as resistências reduzidas pela esbeltez. Os índices subscritos “ $c_0$ ” significam compressão paralela às fibras; os índices “ $M_1$ ” denotam flexão sobre o eixo de maior inércia e os “ $M_2$ ” a flexão sobre o eixo de menor inércia. Os parâmetros  $\alpha_1$ ,  $\eta_1$  e  $\eta_2$  são constantes que dependem do tipo de carregamento aplicado. Esse critério foi, posteriormente, adotado pelas normas norte-americanas em vigor.

Larsen & Theilgaard (1979), estudando as peças de madeira carregadas lateralmente, comentam que, na teoria clássica de peças axialmente carregadas e da flambagem lateral de vigas, é assumido um comportamento perfeitamente elástico para o material. A correspondência entre a teoria e a prática, segundo os autores, é boa para as peças esbeltas. Todavia, para as peças de menor esbeltez pode haver grandes discrepâncias, que são tradicionalmente explicadas pela relação de dependência entre o módulo de elasticidade e o correspondente valor da tensão. Há boa correlação entre a teoria e os resultados de ensaios se as peças são assumidas com comportamento elástico até a ruptura, porém com desvios iniciais de alinhamento.

A Equação [2.12] representa a hipótese mais simples de ruptura de uma peça flexocomprimida, na qual se assume que a ruptura tem início na zona comprimida, quando a seguinte condição é satisfeita:

$$\frac{\sigma_{c0}}{f_{c0}} + \frac{\sigma_M}{f_M} = 1 \quad [2.12]$$

Substituindo-se as expressões gerais de capacidade de carga na Equação [2.12], obtém-se a seguinte condição geral:

$$\frac{N}{f_{c0}A} + \frac{M_x + Nv_0}{f_M W_x \left(1 - \frac{N}{N_{ex}}\right)} + \frac{M_y + u_0 \left[ N + \frac{N_{ey}}{\gamma} \left( \frac{M_x}{M_{cr}} \right)^2 \right]}{f_M W_y \left[ 1 - \frac{N}{N_{ey}} - \left( \frac{M_x}{M_{cr}} \right)^2 \right]} \leq 1 \quad [2.13]$$

sendo:

$N$  = força axial de compressão;

$A$  = área da seção transversal;

$M_x$  = momento aplicado nas extremidades sobre o eixo  $x$ ;

$M_y$  = momento aplicado nas extremidades sobre o eixo  $y$ ;

$u_0$  = deslocamento horizontal;

$v_0$  = deslocamento vertical;

$W_x$  = módulo de resistência relativo ao eixo  $x$ ;

$W_y$  = módulo de resistência relativo ao eixo  $y$ ;

$\gamma$  = constante relativa à seção transversal ( $\gamma = 1 - (EI_y/EI_x)$ )

$N_{ex}$  = carga crítica de Euler que provoca flexão sobre o eixo  $x$ ;

$N_{ey}$  = carga crítica de Euler que provoca flexão sobre o eixo  $y$ ;

$M_{cr}$  = momento crítico correspondendo à flambagem lateral, calculado de acordo com a teoria clássica da estabilidade.

Nos ensaios realizados por Larsen & Theilgaard (1979) ficou demonstrado que, pela adoção das relações  $u_0 = 0,0035 \cdot L$  e  $v_0 = 0,0035 \cdot L$ , é possível se obter valores razoavelmente seguros para peças curtas e de média esbeltez. A influência das excentricidades é maior para os elementos de média esbeltez.

## 2.2 Dimensionamento segundo a norma brasileira

A norma brasileira para o projeto das estruturas de madeira em vigor, "NBR 7190/97 - Projeto de Estruturas de Madeira", tem como base o método semiprobabilístico dos estados limites para verificação da segurança estrutural. Substituiu a "NBR 7190/82 - Cálculo e execução de estruturas de madeira", que se fundamentava no método determinístico das tensões admissíveis, sendo idêntica à "NB 11/51 - Cálculo e execução de estruturas de madeira", primeira norma brasileira para o cálculo das estruturas de madeira.

Fusco (1992) descreve de forma objetiva e precisa o processo de transição do método das tensões admissíveis para o seu sucessor, afirmando que a partir da década de 60 iniciou-se o processo generalizado de considerar as variáveis estruturais como sendo aleatórias e, no início da década de 70, consolidou-se o método probabilístico dos estados limites. A resistência do material foi a principal variável tratada como aleatória. Por questões de operacionalização de uma aplicação generalizada do método probabilístico, comenta esse autor, a teoria de segurança adotada pela NBR 7190/97 é tratada no nível I, na qual a aleatoriedade das variáveis se faz individualmente, para cada uma das variáveis básicas de solicitação e de resistência. Contudo, considerando os aspectos determinísticos envolvidos nesses conceitos, Lahr (2000) comenta que a aplicabilidade de tais condições é viável apenas se o método for adequadamente calibrado em função da prática profissional admitida como satisfatória.

### 2.2.1 Parâmetros para o dimensionamento

#### 2.2.1.1 Parâmetros de resistência

Os esforços resistentes dos elementos estruturais de madeira são determinados a partir da hipótese simplificadora de comportamento elasto-frágil do material. Para a aplicação prática do método probabilista ao nível I, relata Fusco (1992), é preciso estabelecer os valores extremos de solicitação e de resistência, que são chamados *valores de cálculo* ou *de projeto (design)*. Ainda, segundo Fusco (1992 e 1995a), estudos mostram que há a necessidade de introdução de coeficientes de modificação,  $k_{mod}$ , para considerar as influências que não são levadas em conta pelos coeficientes de minoração. Assim, o valor de projeto da resistência à compressão paralela às fibras é, então, calculado pela expressão:

$$f_{c0,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{c0,k}}{\gamma_w} \quad [2.14]$$

na qual:

$\gamma_w$  = coeficiente de minoração das propriedades da madeira. A NBR 7190/97 adota o valor de  $\gamma_w = 1,4$  para a compressão paralela às fibras.

Os valores de  $k_{mod}$  são obtidos pela combinação de três parcelas: uma delas que considera a classe de carregamento da estrutura ( $k_{mod,1}$ ), outra que leva em conta a classe de umidade admitida ( $k_{mod,2}$ ) e outra que avalia o emprego de madeira não classificada ( $k_{mod,3}$ ), resultando em:

$$k_{mod} = k_{mod,1} \cdot k_{mod,2} \cdot k_{mod,3} \quad [2.15]$$

**Tabela 2.1** – Valores do coeficiente de modificação,  $k_{mod,1}$ . Fonte: NBR 7190/97

| Classes de carregamento | Tipos de material  |                    |
|-------------------------|--|--------------------|
|                         | Madeira serrada, madeira laminada e colada, madeira compensada | Madeira recomposta |
| Permanente              | 0,60   | 0,30               |
| Longa duração           | 0,70   | 0,45               |
| Média duração           | 0,80   | 0,65               |
| Curta duração           | 0,90   | 0,90               |
| Instantânea             | 1,10   | 1,10               |

**Tabela 2.2** – Valores do coeficiente de modificação,  $k_{mod,2}$ . Fonte: NBR 7190/97

| Classe de umidade | Tipos de material  |                    |
|-------------------|--|--------------------|
|                   | Madeira serrada, madeira laminada colada, madeira compensada | Madeira recomposta |
| (1) e (2)         | 1,0  | 1,0                |
| (3) e (4)         | 0,8  | 0,9                |

Dicotiledôneas classificadas como de primeira categoria têm um  $k_{\text{mod},3} = 1,0$ ; se, de segunda categoria,  $k_{\text{mod},3} = 0,8$ . Coníferas, em quaisquer casos, têm um  $k_{\text{mod},3} = 0,8$ .

### 2.2.1.2 Parâmetros de rigidez

Nas situações de verificação dos estados limites últimos ou de utilização, em que aparecem os parâmetros de rigidez da madeira, o módulo de elasticidade longitudinal deve ser usado com o seu valor efetivo, calculado por:

$$E_{c0,ef} = k_{\text{mod},1} \cdot k_{\text{mod},2} \cdot k_{\text{mod},3} \cdot E_{c0,m} \quad [2.16]$$

### 2.2.1.3 Parâmetros geométricos

A classificação de uma peça comprimida, para efeito de dimensionamento, é baseada na sua esbeltez, ou seja, na relação entre o comprimento de flambagem ( $L_0$ ) e o raio de giração mínimo da seção transversal ( $i_{\text{min}}$ ):

$$\lambda = \frac{L_0}{i_{\text{min}}} \quad [2.17]$$

Para peça de comprimento efetivo,  $L$ , engastada em uma das extremidades e livre na outra,  $L_0 = 2L$ . Para peças em que as duas extremidades são indeslocáveis por flexão, não se considera qualquer redução em decorrência da eventual continuidade estrutural da peça. Nesse caso,  $L_0 = L$ . Nos elementos estruturais comprimidos, o comprimento máximo não pode ultrapassar 40 vezes a dimensão transversal correspondente ao eixo de flambagem (limite de esbeltez).

A NBR 7190/97 classifica as peças comprimidas a partir de seus respectivos índices de esbeltez,  $\lambda$ , como segue:

- Peças curtas .....  $\Rightarrow \lambda \leq 40$
- Peças medianamente esbeltas .....  $\Rightarrow 40 < \lambda \leq 80$
- Peças esbeltas .....  $\Rightarrow 80 < \lambda \leq 140$

Nos critérios de dimensionamento das peças medianamente esbeltas e esbeltas se consideram as seguintes excentricidades, assim definidas:

- **$e_a$  – excentricidade acidental mínima:** representa as imperfeições geométricas das peças e as inevitáveis excentricidades dos carregamentos, adotando-se:

$$e_a = \frac{L_0}{300} \quad [2.18]$$

em que  $L_0$  é o comprimento de flambagem;

- **$e_i$  – excentricidade inicial:** resulta da aplicação dos valores de cálculo do momento fletor ( $M_{1d}$ ) e do esforço normal de compressão ( $N_d$ ) na situação de projeto, ou seja, ainda sem amplificação devido à teoria de segunda ordem. É calculada pela Equação [2.19], não devendo ser tomada com um valor inferior a  $h/30$ , em que  $h$  é a altura da peça referente ao plano de verificação da estabilidade.

$$e_i = \frac{M_{1d}}{N_d} = \frac{M_{1gd} + M_{1qd}}{N_d} \quad [2.19]$$

sendo:

$M_{1gd}$  = momento fletor provocado pela ação permanente – valor de cálculo;

$M_{1qd}$  = momento fletor provocado pelas ações variáveis – valor de cálculo.

- **$e_1$  – excentricidade de primeira ordem:** é definida como a soma das excentricidades inicial e acidental:

$$e_1 = e_i + e_a \quad [2.20]$$

### 2.2.2 Peças comprimidas

Analisando as prescrições do código brasileiro é possível se constatar que, apenas na hipótese de se ter uma peça curta, o dimensionamento será feito pela regra clássica à



compressão simples, sendo dispensada a avaliação de eventuais efeitos da flexão. Neste caso, a verificação da segurança se faz, unicamente, em relação à resistência às tensões normais de compressão paralela às fibras pela condição:

$$\sigma_{c0,d} = \frac{N_d}{A} \leq f_{c0,d} \quad [2.21]$$

na qual:

$\sigma_{c0,d}$  = valor de cálculo da tensão de compressão atuante;

$N_d$  = valor de cálculo do esforço normal de compressão;

$A$  = área da seção transversal, não se descontando os furos para aplicação de pinos;

$f_{c0,d}$  = valor de cálculo da resistência à compressão paralela às fibras.

Observa-se que para os demais casos, isto é, com  $\lambda > 40$ , mesmo que a solicitação de cálculo seja apenas à compressão centrada, a verificação da estabilidade deve ser feita admitindo-se uma excentricidade accidental do esforço de compressão. Essa excentricidade é devida a imperfeições geométricas das peças, excentricidades inevitáveis dos carregamentos e acréscimos das excentricidades devidos aos efeitos de segunda ordem. Concluindo, as peças medianamente esbeltas e as esbeltas têm a sua estabilidade verificada segundo os critérios de peças flexocomprimidas.

### 2.2.3 Peças flexocomprimidas

As peças estruturais sujeitas à flexo-compressão devem ser verificadas em duas situações distintas relativamente às tensões normais: uma que verifica a resistência e a outra que inspeciona a estabilidade da peça. Além dessas, também devem ser verificados o estado limite último referente às tensões de cisalhamento e o estado limite de utilização, para os casos de flexão simples e oblíqua.

#### 2.2.3.1 Estado limite último: tensões normais

A condição de segurança relativa à resistência das peças de madeira flexocomprimidas é dada pela mais rigorosa das Expressões [2.22] e [2.23], aplicadas ao ponto mais solicitado da

borda mais comprimida. A função quadrática, segundo a NBR 7190/97, é adotada para se levar em consideração a influência das tensões devidas à força normal de compressão.

$$\left( \frac{\sigma_{N,d}}{f_{c0,d}} \right)^2 + \frac{\sigma_{Mx,d}}{f_{c0,d}} + k_M \frac{\sigma_{My,d}}{f_{c0,d}} \leq 1 \quad [2.22]$$

$$\left( \frac{\sigma_{N,d}}{f_{c0,d}} \right)^2 + k_M \frac{\sigma_{Mx,d}}{f_{c0,d}} + \frac{\sigma_{My,d}}{f_{c0,d}} \leq 1 \quad [2.23]$$

Nessas expressões, tem-se:

$\sigma_{N,d}$  = valor de cálculo da tensão normal devida ao esforço de compressão, determinada conforme a Equação [2.21];

$\sigma_{Mx,d}$  = tensão máxima devida à componente de flexão atuante, segundo a direção x;

$\sigma_{My,d}$  = tensão máxima devida à componente de flexão atuante, segundo a direção y;

$k_M$  = coeficiente de correção, que pode assumir os seguintes valores:  $k_M = 0,5$  para seções transversais retangulares e  $k_M = 1,0$  para as demais seções transversais.

### 2.2.3.2 Estado limite último: instabilidade

A verificação da instabilidade, aqui apresentada, aplica-se tanto à situação de flexo-compressão quanto à de compressão centrada, devendo ser realizada segundo os dois planos que contêm os eixos principais da seção transversal da peça.

#### a) Verificação de peças curtas ( $\lambda \leq 40$ )

Para peças comprimidas classificadas como curtas é dispensada a verificação da estabilidade, sendo suficiente a verificação da condição de resistência dada pela Equação [2.21], no caso de compressão centrada, ou pelas Equações [2.22] e [2.23], no caso de peças flexocomprimidas.

**b) Verificação de peças medianamente esbeltas (  $40 < \lambda \leq 80$  )**

O código brasileiro afirma que a condição de segurança relativa ao estado limite último de instabilidade é atendida se, no ponto mais comprimido da seção transversal, for respeitada a Expressão [2.24], aplicada isoladamente para os planos de rigidez mínima e máxima da peça.

$$\frac{\sigma_{Nd}}{f_{c0,d}} + \frac{\sigma_{Md}}{f_{c0,d}} \leq 1 \quad [2.24]$$

Na expressão acima, tem-se:

$\sigma_{Nd}$  = valor de cálculo da tensão de compressão devida à força normal de compressão ( $N_d$ );

$\sigma_{Md}$  = valor de cálculo da tensão de compressão devida ao momento fletor de 2ª ordem ( $M_d$ ).

O momento fletor de 2ª ordem,  $M_d$ , é obtido a partir da excentricidade de 1ª ordem com a devida amplificação, sendo dado por:

$$M_d = N_d \cdot e_1 \cdot \left( \frac{F_E}{F_E - N_d} \right) \quad [2.25]$$

A parcela  $\left( \frac{F_E}{F_E - N_d} \right)$ , segundo Timoshenko & Gere (1963) e Timoshenko (1982), representa a influência da força de compressão longitudinal,  $N_d$ , no cálculo dos deslocamentos, quando a carga atuante é de grande intensidade. O parâmetro  $F_E$  é a carga crítica de Euler – ver Equação [2.26] –, em que  $I$  representa o momento de inércia da seção transversal relativo ao plano de flexão em que se está verificando a estabilidade.

$$F_E = \frac{\pi^2 E_{c0,ef} I}{L_0^2} \quad [2.26]$$

**c) Verificação de peças esbeltas (  $80 < \lambda \leq 140$  )**

As peças esbeltas passam pelas verificações dos estados limites de resistência e de instabilidade, a exemplo das medianamente esbeltas. Porém, neste caso, deve-se aumentar a excentricidade de 1ª ordem,  $e_1$ , de um valor referente à *excentricidade suplementar* de 1ª ordem,  $e_c$ , que representa a fluência da madeira.

$$e_{1,ef} = e_1 + e_c = e_i + e_a + e_c \quad [2.27]$$

A excentricidade suplementar,  $e_c$ , é determinada a partir da excentricidade inicial devida apenas à carga permanente,  $e_{ig}$ , que é calculada como indica a equação:

$$e_{ig} = \frac{M_{1gd}}{N_{gd}} \quad [2.28]$$

na qual:

$M_{1gd}$  = valor de cálculo do momento fletor devido apenas à carga permanente, na situação de projeto.

Logo, a excentricidade suplementar é obtida a partir da seguinte equação:

$$e_c = (e_{ig} + e_a) \cdot \left\{ e^{\left\{ \frac{\phi [N_{gk} + (\psi_1 + \psi_2) N_{qk}]}{F_E - [N_{gk} + (\psi_1 + \psi_2) N_{qk}]} \right\}} - 1 \right\} \quad \text{com } (\psi_1 + \psi_2) \leq 1 \quad [2.29]$$

em que:

$\phi$  = coeficiente de fluência, dado na Tabela 2.3;

$N_{gk}$  = valor característico da força normal devida às ações permanentes;

$N_{qk}$  = valor característico da força normal devida às ações variáveis;

$\psi_1$  e  $\psi_2$  = fatores de utilização, tabelados pela NBR 7190/97.

**Tabela 2.3** – Coeficientes de fluência,  $\phi$ . Fonte: NBR 7190/97

| Classes de carregamento        | Classes de umidade |           |
|--------------------------------|--------------------|-----------|
|                                | (1) e (2)          | (3) e (4) |
| Permanente ou de longa duração | 0,8                | 2,0       |
| Média duração                  | 0,3                | 1,0       |
| Curta duração                  | 0,1                | 0,5       |

Assim, o momento fletor de 2ª ordem é calculado por:

$$M_d = N_d \cdot e_{1,ef} \left( \frac{F_E}{F_E - N_d} \right) \quad [2.30]$$

Faz-se a verificação da estabilidade, então, de maneira análoga ao caso anterior, utilizando-se a Equação [2.24].

No cálculo da excentricidade suplementar  $e$ , conseqüentemente, da excentricidade de 1ª ordem efetiva, a NBR 7190/97 exige que não se adote um valor menor que  $h/30$  para a excentricidade acidental mínima. Entretanto, para as seções transversais retangulares, essa exigência é contrária à segurança, já que em peças esbeltas, deve-se ter  $\lambda \geq 80$ , ou seja:

$$\frac{3,46 \cdot L_0}{h} \geq 80 \quad \text{que conduz a:} \quad \frac{L_0}{h} \geq 23 \quad [2.31] \text{ e } [2.32]$$

No entanto, a partir da Equação [2.18], se tem:

$$L_0 = 300 \cdot e_a \quad [2.33]$$

Substituindo-se o valor de  $L_0$  na Equação [2.32] e fazendo-se os devidos ajustes, permite-se concluir que:

$$e_a \geq h/13 \quad [2.34]$$

Partindo da consideração de que a madeira é um material viscoelástico e da hipótese de linearidade da fluência (já que ela ocorre sob a ação de esforços de longa duração), Alvim (2000) e Alvim & Veloso (2002) mostram que a função de fluência,  $\phi$ , é tal que:

$$\phi = \bar{\varepsilon}_{o,c} \cdot E_{c0,m} \quad [2.35]$$

em que  $\bar{\varepsilon}_{o,c}$  é a deformação unitária específica da madeira na direção longitudinal devida à fluência. O cálculo da parcela de deformação devida à fluência, num instante genérico  $t$ , é dado por:

$$e_c = e_2 \cdot e^{\left(\frac{\phi \cdot N}{F_E - N}\right)} \quad [2.36]$$

na qual o termo  $e_2$  representa a flecha no meio da barra, amplificada pela aplicação do esforço normal  $N$ . Com o ajuste do esforço normal  $N$  às situações de carregamento possíveis para o elemento estrutural de madeira, chega-se finalmente à Equação [2.29].

#### 2.2.4 Considerações sobre os critérios da norma brasileira

Na implantação do método dos estados limites, as peças sujeitas à compressão paralela às fibras foram aquelas que sofreram as transformações mais acentuadas em seus critérios de cálculo. Nesta seção pretende-se discutir particularidades resultantes da aplicação das recomendações do texto normativo, motivos que justificam e motivaram a elaboração do presente trabalho.

A avaliação da segurança nas estruturas é um tema sempre complexo, já que envolve decisões de natureza empírica na expectativa de quantificação de fatores de segurança. Para que uma nova versão normativa contribua para o desenvolvimento da técnica de projetar estruturas, ela não pode produzir um impacto negativo sobre os profissionais nela interessados, afirma o anexo F da NBR 7190/97.

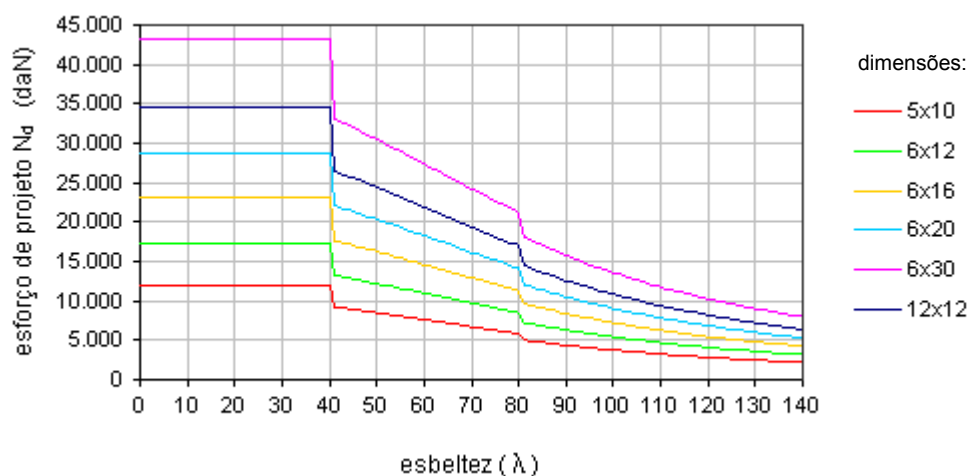
Fusco (1995a, 1995b) comenta que, visando a sua fácil aceitação, a boa técnica de normalização recomendou a calibração do atual código normativo – que é detalhada nesse

trabalho pelo autor – e complementa informando que, em decorrência das particularidades anatômicas da madeira, os arranjos estruturais usuais buscam explorar principalmente a resistência às tensões atuantes paralelamente às fibras, sendo esse o ponto central do processo de calibração. Todavia, depois de sua implantação e sedimentação no meio profissional, cautelosamente, podem ser discutidos os parâmetros que compõem a segurança global da estrutura, em função dos resultados da aplicação desta nova versão do código normativo.

Não obstante seja inegável o avanço alcançado com a adoção deste modelo de inspeção das condições de segurança estrutural, a modificação do código brasileiro tem provocado a crítica de vários autores, particularmente quanto ao procedimento de cálculo e verificação da estabilidade de peças sujeitas à compressão paralela às fibras. Gehri (2000) ao estabelecer um comparativo entre o EUROCODE 5/93 e a NBR 7190/97, assegura que diferentes métodos, ao serem comparados, devem verificar não só os resultados do dimensionamento como também a eficiência do seu processo. Stolper & Ribeiro (1998), seguindo a mesma linha, também manifestam que a natureza complexa das expressões propostas pela NBR 7190/97 merece a adição de elementos que tornem o cálculo mais ágil e motivador.

#### **2.2.4.1 Constatações e propostas de autores nacionais**

Baraldi & Logsdon (1998), Cordovil (1998), Gehri (2000) e Santos (2000) constataram que há um problema de descontinuidade abrupta no diagrama que representa a variação da resistência de cálculo segundo os diferentes índices de esbeltez – ilustrado na Figura 2.5 para peças de seção transversal retangular simples, com dimensões de seção transversal em centímetros, e madeira dicotiledônea classe C60. Essa descontinuidade ocorre especificamente quando as peças passam de curtas para medianamente esbeltas ( $\lambda = 40$ ) e na passagem da categoria de medianamente esbeltas para peças esbeltas ( $\lambda = 80$ ). A seguir se discute a gênese desse problema e as propostas publicadas por esses autores para a sua correção.



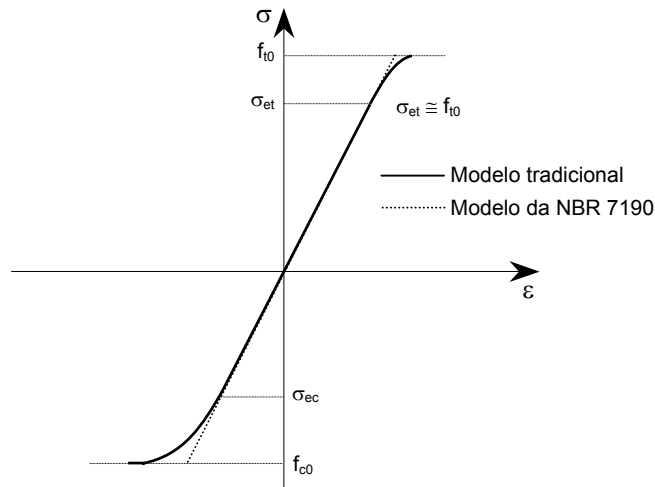
**Figura 2.5** – Curvas de resistência à compressão segundo os critérios da NBR 7190/97.

Baraldi & Logsdon (1998) avaliaram pilares e barras de treliça observando, inicialmente, que a solução da expressão de verificação da instabilidade das peças – Equação [2.24] – fornece duas soluções matemáticas. Objetivando a determinação do esforço axial máximo, obviamente deve-se adotar a solução de menor valor, já que a outra conduz a  $N_d > F_E$ . Como os processos de automatização dos cálculos têm se tornado cada vez mais frequentes, a sugestão dos autores é a inclusão de rotinas de verificação do tipo  $N_d < F_E$ , ao longo do processo de cálculo.

O Anexo F da norma brasileira considera que o comportamento da madeira é aquele representado na Figura 2.6, em detrimento daquele aceito tradicionalmente, também representado na mesma figura. No entanto, esses autores preferem utilizar o modelo tradicional, por ser mais adequado à segurança das estruturas.

Como mostrado por Zagottis (1980), a carga crítica de flambagem ( $F_E$ ) é determinada a partir das considerações de flambagem elástica, o que ocorre somente em peças esbeltas. Baraldi & Logsdon (1998) afirmam que a utilização desse valor na obtenção da excentricidade de cálculo para peças medianamente esbeltas – parcela final da Equação [2.25] – não é adequada, pois para esse tipo de peças a flambagem é inelástica. Todavia, essa parcela é apenas um operador matemático, também válido para as peças medianamente esbeltas. Além disto, o modelo adotado pela NBR 7190/97 é o de comportamento elástico do material, inclusive na compressão.





**Figura 2.6** – Diagramas  $\sigma \times \varepsilon$  para a madeira.

Aproveitando as idéias da NB11/51, Baraldi & Logsdon (1998) propõem para a consideração da não linearidade do material a interpolação linear entre os limites ( $\lambda = 40$  e  $\lambda = \lambda_0$ ), obtendo-se:

$$f_E = f_{c0,d} - \left( \frac{\lambda - 40}{\lambda_0 - 40} \right) \cdot \left( f_{c0,d} - \frac{\pi^2 \cdot E_{c0,ef}}{\lambda_0^2} \right) \quad [2.37]$$

e

$$F_E = A \cdot f_E \quad [2.38]$$

sendo:

$f_E$  = tensão crítica;

$\lambda_0$  = índice de esbeltez acima do qual é aplicável a expressão de Euler (a NBR 7190/97 adota  $\lambda_0 = 80$ ).

Inspirando-se no EUROCODE 5/93, esses autores propõem que a verificação da instabilidade das peças flexocomprimidas seja feita a partir da condição abaixo, em substituição à Equação [2.24]:

$$\frac{\sigma_{Nd}}{f_E} + \frac{\sigma_{Md}}{f_{c0,d}} \leq 1,0 \quad [2.39]$$

na qual:

▪ Peças curtas: 
$$f_E = f_{c0,d} \quad [2.40]$$

▪ Peças medianamente esbeltas: 
$$f_E = f_{c0,d} - \left( \frac{\lambda - 40}{\lambda_0 - 40} \right) \cdot \left( f_{c0,d} - \frac{\pi^2 \cdot E_{c0,ef}}{\lambda_0^2} \right) \quad [2.41]$$

▪ Peças esbeltas: 
$$f_E = \frac{\pi^2 \cdot E_{c0,ef}}{\lambda^2} \quad [2.42]$$

Para evitar os problemas de descontinuidade anteriormente relatados, Baraldi & Logsdon (1998) propõem que as excentricidades sejam introduzidas gradualmente conforme o índice de esbeltez. A Expressão [2.43] introduz gradualmente a excentricidade accidental em peças medianamente esbeltas e a Expressão [2.44] a excentricidade devido à fluência em peças esbeltas.

$$e_a = \left( \frac{\lambda - 40}{\lambda_0 - 40} \right)^n \cdot \frac{L_0}{300} \geq \left( \frac{\lambda - 40}{\lambda_0 - 40} \right) \cdot \frac{h}{30} \quad [2.43]$$

$$e_c = \left( \frac{\lambda - \lambda_0}{140 - \lambda_0} \right)^n \cdot (e_{lg} + e_a) \cdot \left\{ e^{\left\{ \frac{\phi [N_{gk} + (\psi_1 + \psi_2) N_{qk}]}{F_E - [N_{gk} + (\psi_1 + \psi_2) N_{qk}]} \right\}} - 1 \right\} \quad [2.44]$$

A utilização de  $0 < n < 1$  permite a introdução das excentricidades de forma mais acentuada. No entanto, esses autores estudaram apenas o caso em que  $n = 1$ .

Pesquisando os problemas de flexo-compressão em estruturas de madeira, Cordovil (1995) faz uma proposta de reformulação dos critérios da norma brasileira baseada nas tensões admissíveis, fundamentando-se nos procedimentos recomendados pela edição do EUROCODE 5 de 1987. Todavia, essas prescrições sofreram substanciais modificações na última edição do EUROCODE 5 e, assim, não estão sendo discutidas neste trabalho.

Cordovil (1998) afirma que, tratando-se de flexo-compressão reta, a verificação da expressão [2.24] será sempre mais rigorosa, dispensando-se o uso da função quadrática – Equações [2.22] e [2.23].

Relativamente à excentricidade accidental mínima, Cordovil (1998) diz não haver motivo para a exclusão desse tipo de excentricidade nas peças curtas, uma vez que as imperfeições geométricas podem ocorrer em qualquer tipo de peça. Quanto à estabilidade da peça, esse autor lembra muito bem que a esbeltez não pode ser condicionada apenas ao raio de giração mínimo. Em muitas situações de projeto é possível ter um travejamento que impeça a flambagem em torno do eixo de menor inércia.

Quanto à consideração da fluência nas peças esbeltas, Cordovil (1998) comenta que os fatores  $\psi_1$  e  $\psi_2$ , relativos aos estados limites de utilização, usados na verificação da segurança nos estados limites últimos, podem sugerir coeficientes que representem os efeitos reversíveis e irreversíveis da fluência sob ações variáveis. Esse autor sugere a substituição do termo “classes de carregamento”, na Tabela 2.3, por “tipos de carregamento”. Deste modo, a expressão [2.29] pode ser modificada, adotando-se coeficientes de fluência  $\phi_1$  e  $\phi_2$ :

$$e_c = (e_{ig} + e_a) \cdot \left\{ e^{\left\{ \frac{\phi_1 N_{gk} + \phi_2 (\psi_1 + \psi_2) N_{qk}}{F_E - [N_{gk} + (\psi_1 + \psi_2) N_{qk}]} \right\}} - 1 \right\} \quad [2.45]$$

sendo:

$\phi_1$  = coeficiente de fluência para carregamentos permanente ou de longa duração;

$\phi_2$  = coeficiente de fluência para carregamentos de média ou de curta duração.

Para evitar a descontinuidade entre as peças curtas e medianamente esbeltas, esse autor propõe que as peças curtas, com carregamento suposto centrado na condição de projeto, sejam verificadas com os mesmos critérios das peças medianamente esbeltas.

Loriggio (1998), estudando o estado limite último de instabilidade de estruturas de madeira, observa que os critérios propostos pela NBR 7190/97 para o cálculo de peças curtas admitem um comportamento elástico-plástico perfeito na compressão paralela às fibras. Sua crítica ao

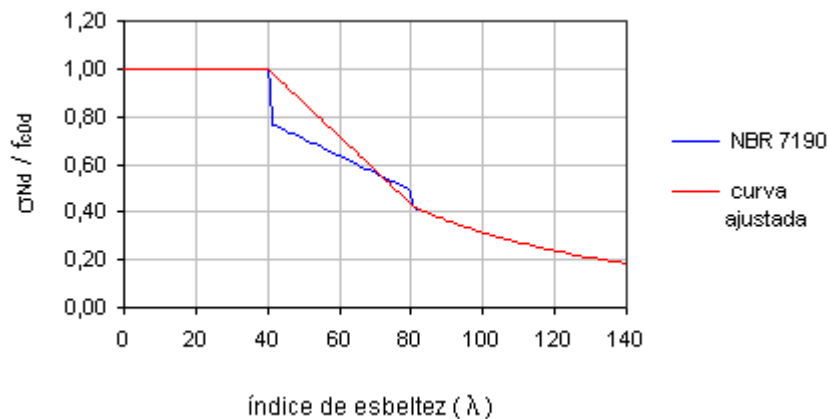
modelo consiste em que as verificações simplificadas apresentadas parecem mais baseadas em um modelo elástico, com a inclusão de efeitos de segunda ordem, do que propriamente um modelo de instabilidade. Anteriormente, Loriggio (1995) propôs um critério para verificação das peças flexocomprimidas, chamado *critério do dano acumulado*, que pode ser representado pela expressão:

$$D = \frac{\sigma_{Nd}}{f_{c0,d}} + \frac{\sigma_{Md}}{f_{M,d}} \leq 1 \quad [2.46]$$

sendo  $f_{M,d}$  a resistência de cálculo à flexão e os demais parâmetros já são conhecidos.

Nesse critério, comenta o autor, D pode ser entendido como o dano acumulado na seção. Quando  $D = 0$  não há nenhum dano acumulado. Quando  $D = 1$  o dano é máximo, ou seja, foi utilizada a capacidade máxima da peça. O valor de D é composto por duas parcelas: a primeira correspondendo à capacidade portante da peça consumida pelo esforço normal, e a segunda referindo-se à capacidade consumida pela flexão. Utilizando-se a resistência  $f_{M,d}$  podem ser incorporados nos resultados pequenas não linearidades físicas, aproximando-se do comportamento real da peça. Loriggio (1998) comenta que uma das vantagens desse critério é que ele pode ser usado tanto para peças pouco esbeltas, em que praticamente não há efeito de segunda ordem, quanto para peças esbeltas.

Santos et al. (2002) propõem um método para corrigir as descontinuidades geradas nas curvas de resistência segundo as recomendações da NBR 7190/97, ilustrado na Figura 2.7.



**Figura 2.7** – Ajuste da curva de resistência à compressão.  
 Fonte: Santos et al. (2002)

Nesse trabalho, as tensões de cálculo são parametrizadas, dividindo-as pela resistência à compressão paralela às fibras. Em seguida, o ponto final do trecho horizontal e o início da curva válida para as peças esbeltas são ajustados por meio de uma reta. Nas simulações numéricas efetuadas pelos autores, os resultados alcançados mostram um ganho de resistência para as peças com esbeltez imediatamente superior a 40, como era previsível.

## 2.3 Dimensionamento segundo as normas de outros países

A seguir estão apresentados os critérios de dimensionamento, referente ao assunto em questão, de normas de países com larga tradição no uso de madeira. Visando facilitar a leitura e compreensão deste texto, muitos parâmetros tiveram a sua nomenclatura alterada.

### 2.3.1 Norma alemã

A norma alemã que trata do projeto das estruturas de madeira – DIN 1052/88 – tem como fundamentação o método determinístico das tensões admissíveis. Está subdividida em três partes, tratando do projeto e construção de estruturas e elementos estruturais, do projeto de suas conexões e do projeto de painéis estruturais.

#### 2.3.1.1 Parâmetros de dimensionamento

##### a) Parâmetros de resistência e elasticidade

As ações que atuam na estrutura em dimensionamento devem ser avaliadas segundo as normas alemãs pertinentes. A probabilidade de ocorrência simultânea dos diversos tipos de ações é tratada diferentemente, para os propósitos de análise da estabilidade, entre os seguintes casos de carregamento:

- a. **caso H**: ocorrência do total das ações principais;
- b. **caso HZ**: ocorrência do total das ações principais e secundárias.

O texto normativo apresenta tabelas com os valores das tensões admissíveis para madeira serrada em exposição classificada como seca, submetida ao carregamento do caso H. Seus respectivos módulos podem ser aumentados em 25% para casos de carregamento do tipo HZ e em 100% para ações de impacto.

No entanto, uma compensação é considerada quando a exposição é do tipo úmida. Nessa condição, as tensões admissíveis fornecidas devem ser reduzidas:

- em um sexto para peças expostas ao tempo em todos os lados ou na qual um teor de umidade de equilíbrio maior que 18% é esperado, mas não para andaimes, e

- em um terço para peças e andaimes que estão em permanente contato com a água, e para andaimes construídos a partir de madeira que, no momento do carregamento, ainda não atingiu a semi-secagem.

A DIN 1052/88 também fornece os valores dos módulos de elasticidade – longitudinal e transversal –, alertando que seus respectivos módulos devem sofrer as seguintes alterações:

- para elementos de madeira serrada expostos aos intemperismos em todos os seus lados ou que estão sujeitos a uma saturação de curto tempo, deve-se reduzir seus valores correspondentes em um sexto;
- para elementos expostos à saturação permanente é requerida uma redução de um quarto em seus correspondentes valores.

#### b) Parâmetros geométricos

A DIN 1052/88 define os seguintes comprimentos efetivos ( $L_e$ ) para as peças:

- rotuladas nas duas extremidades (fixas):  $L_e = L$
- em sistemas estruturais planos, compostos pela associação de pilares com treliças horizontais, conforme indicado na Figura 2.8, o comprimento efetivo é calculado por um método simplificado, usando-se a seguinte expressão:

$$L_e = 2h_u \cdot \left( 1 + 0,35 \frac{h_0}{h_u} \right) \quad [2.47]$$

- em pórticos planos simétricos, bi ou triarticulados, como mostrados na Figura 2.9, o comprimento efetivo do pilar é determinado pela expressão:

$$L_e = 2h \cdot \sqrt{1 + 0,4 \cdot c} \quad [2.48]$$

Sendo:

$$c = \frac{I \cdot 2s}{I_0 \cdot h} \quad [2.49]$$

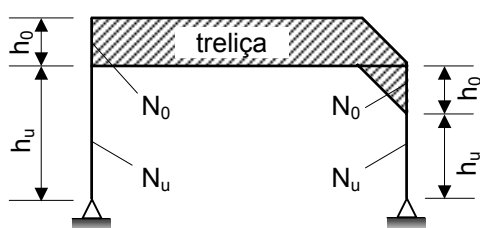
O comprimento efetivo da peça inclinada é calculado por meio da expressão:

$$L_e = 2h \cdot \sqrt{1 + 0,4c} \cdot \sqrt{k_R} \quad [2.50]$$

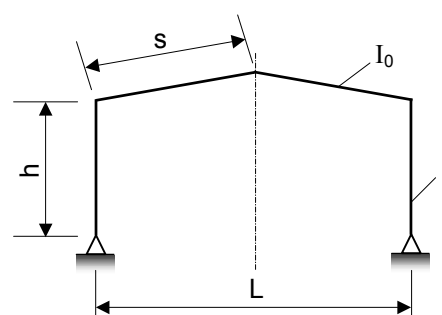
Sendo:

$$k_R = \frac{I_0 \cdot N}{I \cdot N_0} \quad [2.51]$$

Na expressão acima, N é a força média atuando no eixo do pilar e N<sub>0</sub> é a força média agindo no eixo do elemento horizontal.



**Figura 2.8** – Pórtico bi-rotulado com treliça horizontal. Fonte: DIN 1052/88



**Figura 2.9** – Pórtico. Fonte: DIN 1052/88

Admite-se uma esbeltez de até 150 para peças simples de madeira serrada e de até 200 para peças comprimidas que fazem parte de sistemas de contraventamentos.

### 2.3.1.2 Peças comprimidas

A segurança contra a flambagem de peças de madeira serrada, axialmente comprimidas, se faz mediante a verificação da seguinte condição:

$$\frac{(N/A)}{\bar{\sigma}_k} \leq 1 \quad [2.52]$$

com:

$$\bar{\sigma}_k = \frac{\bar{\sigma}_{D,0}}{\omega} \quad [2.53]$$



em que:

- $N$  = máxima força de compressão atuando na peça;
- $A$  = área total da seção transversal;
- $\bar{\sigma}_{D,0}$  = tensão admissível à compressão paralela às fibras, levando-se em consideração os acréscimos ou reduções previstas em 2.3.1.1;
- $\omega$  = coeficiente de flambagem, conforme Tabela A.1 (Anexo A); os valores intermediários podem ser obtidos por interpolação linear.

Diferenciando-se da maioria das normas, a DIN 1052/88 fornece em formato de tabela os coeficientes de flambagem,  $\omega$ , que resultam do quociente entre a tensão admissível à compressão na direção paralela às fibras e a tensão admissível de flambagem da peça, conforme Demarzo (1990). A verificação da estabilidade das peças comprimidas é feita conforme a Equação [2.55].

### 2.3.1.3 Peças flexocomprimidas

Peças flexocomprimidas ou sujeitas à compressão excêntrica, segundo a DIN 1052/88, podem ser definidas como:

- peças submetidas à compressão situada a uma certa distância dos seus respectivos centróides;
- peças projetadas com curvatura;
- peças que não estão somente sujeitas à compressão axial, mas são também solicitadas perpendicularmente aos seus eixos longitudinais.

#### a) Verificação da resistência

As peças flexocomprimidas devem, inicialmente, passar pela verificação padrão envolvendo a ocorrência simultânea da flexão com a compressão, representada pela Equação [2.54], em que o efeito da deformação é negligenciado.

$$\frac{(N/A_n)}{\bar{\sigma}_{D,0}} + \frac{(M/W_n)}{\bar{\sigma}_B} \leq 1 \quad [2.54]$$

Na expressão anterior, tem-se:

$A_n$  = área líquida da seção transversal da peça;

$W_n$  = módulo de resistência efetivo;

$\bar{\sigma}_{D,0}$  = tensão admissível à compressão paralela às fibras;

$\bar{\sigma}_B$  = tensão admissível à flexão, levando-se em consideração os acréscimos ou reduções previstas na seção 2.3.1.1.

Precauções adicionais relativas às possíveis reduções na seção transversal devem observar ao que se prescreve no parágrafo 6.4 da DIN 1052/88.

### b) Verificação da estabilidade

Procede-se a análise de estabilidade de uma peça flexocomprimida com a verificação da condição seguinte, exceto se, declaradamente, uma análise mais rigorosa for requerida:

$$\frac{(N/A)}{\bar{\sigma}_k} + \frac{(M/W)}{k_B \cdot 1,1 \cdot \bar{\sigma}_B} \leq 1 \quad [2.55]$$

em que  $\bar{\sigma}_k$  é obtida a partir da Equação [2.53]; o máximo valor de  $\omega$  deve ser adotado independentemente da direção da excentricidade e  $k_B$  é determinado a partir de:

$$k_B = \begin{cases} 1,00 & \text{se } \lambda_B \leq 0,75 & [2.56] \\ 1,56 - 0,75 \cdot \lambda_B & \text{se } 0,75 \leq \lambda_B \leq 1,40 & [2.57] \\ 1,00/\lambda_B^2 & \text{se } \lambda_B > 1,40 & [2.58] \end{cases}$$

sendo  $\lambda_B$  o índice de esbeltez calculado, para seções retangulares, a partir da expressão:

$$\lambda_B = \sqrt{\frac{s \cdot h \cdot \gamma_1 \cdot \bar{\sigma}_B}{\pi \cdot b^2 \cdot \sqrt{E \cdot G_T}}} \quad [2.59]$$

em que:

$s$  = espaçamento entre pontos de fixação;

$h$  = altura da seção transversal;

$\gamma_1$  = fator de majoração para os casos de carregamento H e HZ ( $\gamma_1 = 2,0$ );

$b$  = largura da seção transversal;

$E$  = módulo de elasticidade na direção paralela às fibras;

$G_T$  = módulo de torção, que pode ser tomado igual a  $G_T = 2/3 \cdot G$  para madeira serrada.

### c) Verificação pela teoria de segunda ordem

A DIN 1052/88 permite que seja feita uma verificação da segurança estrutural pela teoria de segunda ordem em sistemas estruturais – como os mostrados na Figura 2.11 – que não são enrijecidos em seu plano por contraventamentos, painéis ou elementos equivalentes, sob cargas de serviço. Essa opção é uma alternativa à investigação contra a flambagem, conforme descrito no item (b) anterior, sendo suficiente o exame de qualquer uma delas.

A análise estrutural pela teoria de segunda ordem, para os casos de carregamento H e HZ, será baseada em carregamentos multiplicados por um fator  $\gamma_1$  (igual a 2,00) ou  $\gamma_2$  (igual a 3,00). Admite-se que a adequação estrutural é atingida, conforme o texto normativo, se as seguintes condições são encontradas:

- as tensões admissíveis apresentadas pela norma, quando multiplicadas por um fator  $\gamma_1$ , não são excedidas em nenhum lugar na estrutura, sob cargas multiplicadas pelo mesmo fator  $\gamma_1$ ;
- sob cargas multiplicadas por um fator de  $\gamma_2$ , as deformações relevantes – em particular o máximo deslocamento e escorregamento horizontal – não são maiores que 4,5 vezes as deformações associadas sob  $\gamma_1$  vezes essas mesmas cargas;
- o menor raio de giração de uma peça sólida, linear, no plano do sistema estrutural, seja pelo menos  $1/150$  do seu comprimento.

A probabilidade de ocorrência de escorregamento nas ligações ou de deformações devidas à fluência pode precisar ser levada em conta. Uma correlação linear entre a rigidez do sistema e o seu comportamento às deformações, nesse caso, pode ser assumida, conforme o texto normativo. A rigidez inicial das ligações, nas quais seja provável a ocorrência do deslizamento, é determinada usando-se oito vezes o módulo de deslizamento dado no parágrafo 13, da parte 2 da DIN 1052/88.

Para atender à exigência anterior, o coeficiente de fluência deve ser determinado com a consideração de uma satisfatória proporção do carregamento imposto sendo assumido como uma carga permanente e calculado de acordo com a seção 4.3 da DIN 1052/88.

Mesmo em situações onde as peças estruturais são projetadas para ser retas e sujeitas à compressão centrada, na prática, um certo grau de imperfeição é inevitável, gerando uma excentricidade do carregamento. A excentricidade acidental de projeto, situada a meia-altura e com o pilar em estado de descarregamento, ver Figura 2.10, é denotada por “e”, sendo calculada como segue:

$$e = \eta \cdot d_n \cdot \frac{L}{i} \quad [2.60]$$

em que:

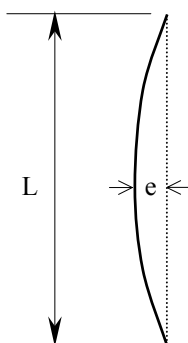
$L$  = comprimento projetado da peça;

$i$  = raio de giração;

$d_n$  = distância nuclear ( $d_n = h/6$  para seção transversal retangular);

$\eta$  = coeficiente de curvatura inicial, igual a 0,006 para pilares de madeira serrada produzidos de *softwoods* classes I ou II ou de *hardwoods* de classificação média.

Onde as seções transversais são assimétricas, deverá ser tomado o maior valor de  $d_n$ .



**Figura 2.10** – Peça com excentricidade acidental, “e”, na condição descarregada.

Fonte: DIN 1052/88

No caso de estruturas formadas pela associação de barras, uma compensação adicional relativa a uma inclinação acidental dos pilares, na direção menos favorável, deve ser considerada quando o sistema estrutural está em sua condição descarregada. O mesmo se

aplica, por analogia, a pilares que estão sozinhos ou em filas, conforme Figura 2.11. A divergência de projeto,  $\psi$ , a partir da posição planejada do pilar, é assumida como sendo:

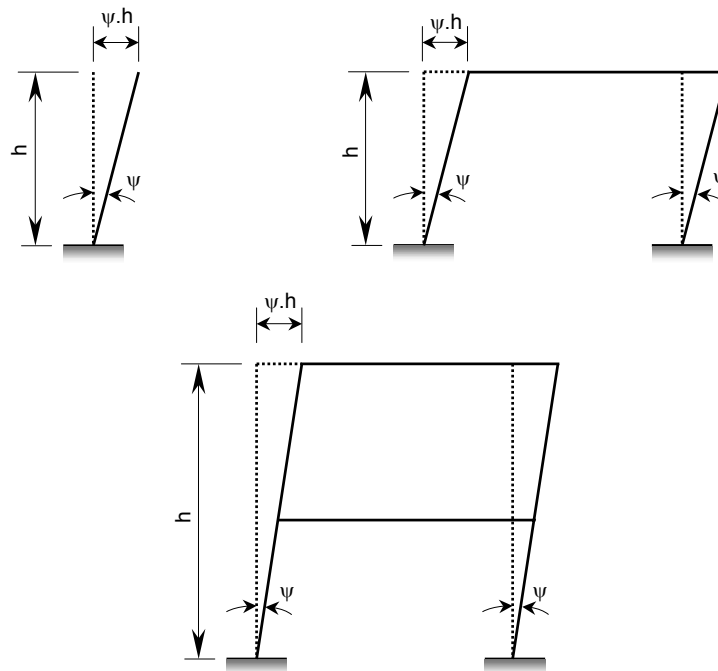
$$\psi = \pm \frac{1}{100 \cdot \sqrt{h}} \quad [2.61]$$

em que:

$h$  = altura do pilar ou, em caso de pórtico com múltiplos pavimentos, a altura global da estrutura, em metros.

Nas situações em que os pilares são planejados para que sejam submetidos à compressão excêntrica, uma compensação também deve ser feita para a excentricidade de projeto, como dada na Equação [2.60], exceto onde a excentricidade planejada, calculada por  $M/N$ , na seção transversal da extremidade ou da metade do comprimento do pilar, seja qual for a mais relevante, não é menor que  $(20 \cdot e)$ .

Onde os pilares dos pórticos exibem uma excentricidade planejada não menor que  $1/s \cdot \sqrt{h}$ , com  $s$  e  $h$  expressos em metros, as suas declividades podem ser desconsideradas. Essa regra se aplica, por analogia, a pilares que estão sozinhos ou em filas.



**Figura 2.11** – Pórticos, colunas e filas de colunas tendo uma declividade acidental.  
 Fonte: DIN 1052 (1988)

### 2.3.2 Norma australiana

A norma australiana referente ao projeto das estruturas de madeira – AS 1720.1 (*Timber Structures*) – foi publicada em 1997 pela *Standards Association of Australia* e é fundamentada no método dos estados limites, prevendo as verificações dos estados limites últimos, de estabilidade e de utilização.

A AS 1720.1/97 traz como alerta, em seus parágrafos preliminares, que toda a madeira empregada na estrutura deve concordar com as exigências das normas apropriadas daquele país, onde as espécies de madeira estrutural são classificadas em sete grupos de resistência – S1 a S7 – para a madeira verde e em oito grupos de resistência – SD1 a SD8 – para a madeira seca. Outras normas apropriadas complementam essas classes para outros tipos de materiais, tais como compensados e madeiras roliças.

#### 2.3.2.1 Parâmetros para o dimensionamento

##### a) Parâmetros de resistência e rigidez

A norma australiana considera que a *capacidade característica*,  $R_k$ , é uma estimativa da habilidade de um elemento estrutural, completamente estável, em resistir a um modo particular de ruptura sem a aplicação de fatores de modificação. É obtida pelo produto da resistência característica do material apropriada a um dado modo de ruptura,  $f_k$ , pela propriedade geométrica seccional da peça,  $X$ , conforme segue:

$$R_k = f_k \cdot X \quad [2.62]$$

Por outro lado, a *capacidade nominal* de um elemento estrutural,  $R$ , para um dado modo de ruptura, muitas vezes denominada simplesmente *resistência*, é expressa pela fórmula geral:

$$R = k \cdot R_k \quad [2.63]$$

sendo  $k$  o produto dos fatores de modificação relevantes, comentados a seguir, e  $R_k$  a capacidade característica do elemento estrutural.

A AS 1720.1/97 fornece as resistências características para diferentes tipos de solicitações, assim como os módulos de elasticidade longitudinal e transversal, calculados através da aplicação de cargas de curta duração. Os valores característicos do módulo de elasticidade, apresentados pelo texto normativo, são determinados a partir da média dos resultados em ensaios cujo tempo de aplicação das forças é de cinco minutos. O módulo de elasticidade inclui uma compensação de aproximadamente 5% para deformação por cisalhamento.

## **b) Fatores de modificação**

### **b.1) Fator de duração do carregamento, $k_1$**

O efeito da duração do carregamento na resistência da peça estrutural é levado em conta através da aplicação do coeficiente de modificação,  $k_1$ , comparado ao  $k_{\text{mod},1}$  definido pela norma brasileira, e que é função do tipo de carregamento, de sua duração efetiva e do tipo de material empregado. Relativamente à rigidez, o efeito da duração do carregamento, provocando a fluência, é levado em conta calculando-se a deformação gerada pela aplicação do carregamento de curta duração e multiplicando-a pelo *fator de fluência*,  $j_2$ , apropriado às solicitações de compressão e flexo-compressão, provido pelo texto normativo.

### **b.2) Fator de condição de umidade, $k_4$**

A capacidade característica da madeira é modificada pelo fator denotado por  $k_4$ , similar ao  $k_{\text{mod},2}$  da norma brasileira, que depende do teor de umidade inicial no instante do carregamento e do esperado ao longo de sua vida útil. A norma australiana considera a possibilidade de utilização da madeira seca ao ar e da madeira verde, indicando, para cada caso, os correspondentes valores do fator  $k_4$ .

### **b.3) Fator de temperatura, $k_6$**

Para estruturas cobertas de madeira sob condições ambientais, segundo o texto normativo, não são necessárias modificações na resistência pelo efeito da temperatura, ou seja,  $k_6 = 1,0$ .

**b.4) Fator de compartilhamento de carga,  $k_8$** 

Quando um sistema estrutural é constituído por peças paralelas que atuam em conjunto para suportar a um dado carregamento, a capacidade característica pode ser aumentada pelo fator de compartilhamento de carga apropriado. Em sistemas estruturais compostos por dois ou mais elementos efetivamente conectados, tal que todos os elementos estão sujeitos às mesmas deformações, o *fator de compartilhamento de carga*,  $k_8$ , é obtido a partir das instruções normativas e aplicado à capacidade característica na flexão e na compressão.

**b.5) Fator de estabilidade,  $k_{12}$** 

Heaney & Kneen (1999) comentam que, agrupando-se os vários parâmetros relacionados com a instabilidade de uma peça comprimida em um único fator de redução de resistência,  $k_{12}$ , é possível simplificar demasiadamente o projeto, sendo definido por:

$$k_{12} = \frac{\text{capacidade reduzida da peça devido às instabilidades ou interações}}{\text{capacidade baseada na resistência do material (sem flambagem)}} \quad [2.64]$$

Conforme esses mesmos autores, na determinação da capacidade de uma peça esbelta de madeira, a excentricidade inicial do carregamento e uma possível curvatura inicial, têm um efeito desprezível na carga de flambagem elástica, sendo seu comportamento descrito pelo modelo de Euler. Para essas peças, o numerador da Equação [2.64] é representado pela capacidade crítica de Euler incluindo-se os efeitos de fluência.

O fator de estabilidade,  $k_{12}$ , empregado para modificar as tensões básicas de serviço na compressão, é dado por:

$$(a) \quad \text{para } \rho\lambda_s \leq 10 \text{ .....:} \quad k_{12} = 1,0 \quad [2.65]$$

$$(b) \quad \text{para } 10 < \rho\lambda_s \leq 20 \text{ .....:} \quad k_{12} = 1,5 - 0,05\rho\lambda_s \quad [2.66]$$

$$(c) \quad \text{para } \rho\lambda_s > 20 \text{ .....:} \quad k_{12} = \frac{200}{(\rho\lambda_s)^2} \quad [2.67]$$



em que  $\rho$  é uma constante que depende do tipo de material empregado, suas condições de umidade e do tipo de carregamento atuante. O parâmetro  $\lambda_s$  nas Equações [2.65] a [2.67] representa o coeficiente de esbeltez –  $\lambda_{sx}$  ou  $\lambda_{sy}$  – dependendo da direção analisada. A norma australiana fornece, em seu anexo C, expressões que permitem o cálculo de valores precisos de  $\rho$  e também dos coeficientes de esbeltez de peças que não tenham seção transversal retangular, ou seja, casos mais gerais. Obviamente que  $k_{12} \leq 1,0$ .

Embora a AS 1720.1/97 não estabeleça um limite superior para a esbeltez das peças comprimidas, Heaney & Kneen (1999) afirmam que alguns projetistas preferem não usar peças comprimidas com esbeltez ( $\rho\lambda_s$ ) maior que 50.

### c) Parâmetros geométricos

Para peças de madeira maciça com seção transversal retangular, os coeficientes de esbeltez são tomados como demonstrados a seguir, em lugar da formulação tradicional da Resistência dos Materiais:

- c.1) *Peças que podem se curvar somente sobre seu eixo de maior inércia*: a norma afirma que, para o caso de sistemas de restrição discretos, o coeficiente de esbeltez denotado por  $\lambda_{sx}$ , deve ser tomado como o menor dos seguintes:

$$\lambda_{sx} = \frac{L_{ax}}{h} \quad [2.68]$$

e

$$\lambda_{sx} = \frac{K_e L}{h} \quad [2.69]$$

sendo:

$L_{ax}$  = distância entre pontos de restrição rígida efetiva contra movimento lateral na direção do eixo y, como mostrado na Figura 2.12 (a);

$K_e$  = coeficiente tabelado pela norma australiana, que considera as condições de vinculação das extremidades das barras, conforme Tabela A.2 (Anexo A).

Para sistemas de restrição que impedem movimentos na direção do eixo  $y$  e são contínuos ao longo do comprimento da barra,  $\lambda_{sx} = 0,0$ .

- c.2) *Peças que podem se curvar somente sobre seu eixo de menor inércia:* para sistemas de restrição discretos, o coeficiente de esbeltez, denotado por  $\lambda_{sy}$ , pode ser tomado como o menor dos seguintes:

$$\lambda_{sy} = \frac{L_{ay}}{b} \quad [2.70]$$

e

$$\lambda_{sy} = \frac{K_e L}{b} \quad [2.71]$$

em que:

$L_{ay}$  = distância entre pontos de restrição rígida efetiva contra movimento lateral na direção do eixo  $x$ , como mostrado na Figura 2.12 (b);

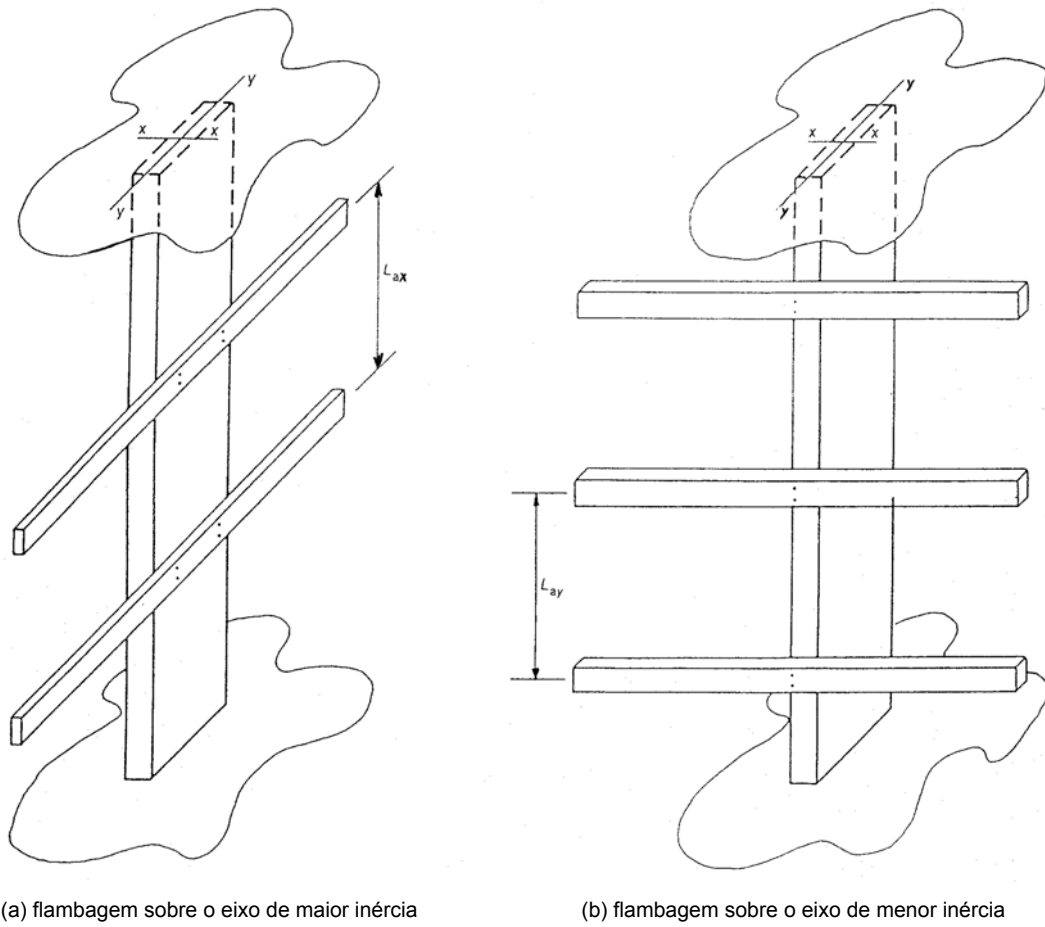
Para sistemas de travamento que atuam continuamente ao longo de uma face, restringindo o movimento na direção do eixo  $x$ , o coeficiente de esbeltez pode ser tomado, segundo a AS 1720.1/97, igual a  $\lambda_{sy} = 3,5h/b$ .

- c.3) *Peças que podem se curvar sobre ambos os eixos:* o projeto dessas barras, descrito no item (a.2) da seção 2.3.2.2, é baseado na interação de dois casos especiais de flexão somente sobre eixos únicos e, conseqüentemente, nenhuma definição especial de esbeltez é necessária.

A curvatura inicial previamente assumida pelo código australiano, para madeiras classificadas como verdes (teor de umidade da peça excede 25%), é baseada na expressão:

$$\Delta = \frac{L^2}{7500 \cdot h} \quad [2.72]$$

Sendo  $\Delta$  a deformação lateral relativa (em mm) e  $L$  o comprimento da barra (em mm). Para madeira seca (teor de umidade não excedendo 15%), a norma considera que a deformação lateral é 50% do valor calculado pela Equação [2.72].



**Figura 2.12** – Notação para restrições em peças comprimidas. Fonte: AS 1720.1/97

**2.3.2.2 Peças comprimidas**

**a) Resistência à compressão paralela às fibras**

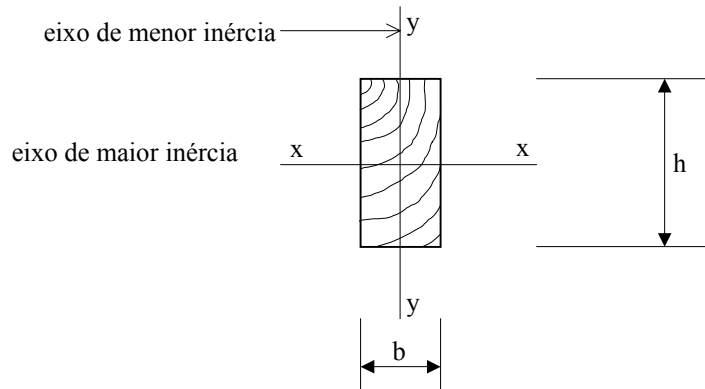
A capacidade de projeto à compressão paralela às fibras de uma peça sem entalhes,  $\phi N_r$ , no estado limite de resistência, deve satisfazer à condição:

$$\phi N_r \geq N_{sd} \tag{2.73}$$

em que:

$\phi$  = fator de capacidade ( $\phi = 0,8$  para peças de madeira serrada);

- $N_r$  = capacidade nominal de uma peça comprimida referida ao eixo de flambagem seccional da peça, conforme itens (a.1) e (a.2) abaixo;
- $N_{sd}$  = solicitação de projeto resultante da ação das cargas de compressão.



**Figura 2.13** – Notação para a seção transversal retangular. Fonte: AS 1720.1/97

#### a.1) Capacidade nominal – Flambagem sobre apenas um eixo

A capacidade nominal à compressão paralela às fibras,  $N_r$ , de peças sem entalhes é dada por:

$$N_r = k_1 k_4 k_6 k_8 k_{12} [f_{c0,k} A] \quad [2.74]$$

sendo:

$k_1$  a  $k_{12}$  = fatores de modificação;

$f_{c0,k}$  = resistência característica na compressão paralela às fibras (corresponde ao 5º quantil da distribuição normal de frequência);

$A$  = área da seção transversal.

#### a.2) Capacidade nominal – Flambagem sobre ambos os eixos

Quando uma peça comprimida pode flambar sobre ambos os eixos, sua resistência no estado limite deve satisfazer às equações:

$$\phi N_{rx} \geq N_{sd} \quad [2.75]$$

e

$$\phi N_{ry} \geq N_{sd} \quad [2.76]$$

em que:

$\phi N_{rx}$  = capacidade de projeto à compressão paralela às fibras para flambagem sobre o eixo x, determinada conforme descreve a seção anterior;

$\phi N_{ry}$  = idem, porém sobre o eixo y.

### 2.3.2.3 Peças flexocomprimidas

No projeto de uma peça de seção transversal retangular, como mostra a Figura 2.13, submetida à ação do esforço axial de compressão combinado com o momento fletor somente sobre o eixo x, devem ser satisfeitas as seguintes expressões:

$$\left( \frac{M_{sx,d}}{\phi M_{rx}} \right)^2 + \left( \frac{N_{sd}}{\phi N_{ry}} \right) \leq 1 \quad [2.77]$$

$$\left( \frac{M_{sx,d}}{\phi M_{rx}} \right) + \left( \frac{N_{sd}}{\phi N_{rx}} \right) \leq 1 \quad [2.78]$$

em que:

$M_{sx,d}$  = efeito da ação de projeto na flexão, produzido pelas ações de projeto atuando sobre o eixo de maior resistência à flexão;

$M_{rx}$  = capacidade de projeto na flexão sobre o eixo de maior resistência.

O texto normativo afirma que as Equações [2.77] e [2.78] contêm uma compensação para o efeito de amplificação do momento fletor devido ao carregamento axial. Elas são obtidas a partir da consideração de  $M_{sy,d} = 0$  nas Equações [2.79] e [2.80]. Para seções transversais não retangulares essas equações podem ser usadas, na ausência de outras informações mais precisas.

Para o caso, classificado como incomum pela AS 1720.1/97, de uma peça de seção transversal retangular sujeita, simultaneamente, a um carregamento axial de compressão e à flexão em ambos os eixos (x e y), um critério conservador para a resistência é dado pelas condições seguintes, na ausência de informações mais precisas:

$$\left(\frac{M_{sx,d}}{\phi M_{rx}}\right)^2 + \left(\frac{M_{sy,d}}{\phi M_{ry}}\right) + \left(\frac{N_{sd}}{\phi N_{ry}}\right) \leq 1 \quad [2.79]$$

$$\left(\frac{M_{sx,d}}{\phi M_{rx}}\right) + \left(\frac{M_{sy,d}}{\phi M_{ry}}\right)^2 + \left(\frac{N_{sd}}{\phi N_{rx}}\right) \leq 1 \quad [2.80]$$

Novamente, o texto normativo comenta que as expressões acima contêm uma compensação para o efeito de amplificação do momento fletor devido ao carregamento axial e tais expressões podem ser usadas para outras formas de seção transversal, na ausência de informações mais precisas.

Leicester<sup>1</sup>, apud Madsen (1992), propôs a expressão de verificação das peças flexocomprimidas abaixo, que considera a possibilidade de flambagem sobre o eixo de menor inércia devido ao momento aplicado segundo o eixo de maior inércia. Nota-se a semelhança desta expressão com a condição proposta pela norma australiana, especialmente a Equação [2.77].

$$\frac{N}{N_{r,y}} + \left(\frac{M}{M_r}\right)^2 < 1,0 \quad [2.81]$$

Na expressão anterior,  $N_{r,y}$  é o esforço resistente à compressão axial da peça, considerando a flambagem sobre o eixo de menor inércia.

<sup>1</sup> LEICESTER, R. H. (1988). *Beam-column formulae for design codes*. Proceedings, CIB-WISA Timber Structures meeting, Parksville, B.C., Canada.

### 2.3.3 Norma canadense

Nos anos 80, o projeto de estruturas de madeira no Canadá passou a incorporar as mudanças que se manifestaram em outros países e, sobretudo, tornando o método de projeto das estruturas de madeira similar ao das estruturas de concreto armado e aço. Assim, o projeto de estruturas de madeira de acordo com a última edição da norma canadense – CSA 086.1 *Engineering Design in Wood (Limit States Design)* –, publicada em 1989, é baseado no método dos estados limites e usa os fatores de carga requeridos pelo *National Building Code of Canada (NBCC)* na determinação das solicitações de projeto.

O projeto, segundo o código canadense, implica em exigências quanto ao material a ser empregado. Para serem válidas suas recomendações, a madeira deve ser classificada visualmente ou por meios mecânicos (MSR ou MEL) e identificada por meio de um selo. Essa exigência se faz necessária visto que algumas características afetam a resistência e a rigidez da madeira, tais como: o tamanho e a localização dos nós, a inclinação das fibras, esmoados, profundidade e localização das fissuras, presença de alburno e outras.

#### 2.3.3.1 Parâmetros para o dimensionamento

##### a) Parâmetros de resistência e rigidez

A resistência específica para uma determinada espécie de madeira é fornecida pelo documento normativo canadense e leva em conta a espécie botânica considerada, o tipo de classificação da madeira, a condição padrão de duração de aplicação do carregamento e as condições de serviço em que a estrutura ficará submetida. Logo, as resistências específicas e capacidades dos materiais e conectores devem ser multiplicadas pelos fatores de modificação apropriados para se obter a resistência de projeto.

##### b) Fatores de modificação

A CSA 086.1/89 indica os fatores de modificação, apresentados em seguida, que são utilizados para ajustar os parâmetros de resistência e rigidez da madeira às condições de uso e de permanência dos elementos estruturais.

**b.1) Fator de duração do carregamento,  $K_D$** 

A dependência da duração da força aplicada, para as madeiras estruturais canadenses, está bem documentada a partir de estudos dos efeitos de duração do carregamento e a partir de modelos conceituais. Para a consideração desse efeito no projeto, a norma canadense define o *fator de duração de carregamento*,  $K_D$ , que tem valor unitário para as cargas de curta duração (duração padrão de realização dos ensaios), nunca excedendo o valor 1,15. Conceitualmente esse fator equivale ao  $k_{mod,1}$  da norma brasileira.

**b.2) Fator de sistema,  $K_H$** 

A norma CSA 086.1/89 propõe o *fator de sistema*,  $K_H$ , que considera a hipótese de compartilhamento de ações pelos elementos estruturais adjacentes, assemelhando-se ao fator  $k_8$  da norma australiana. Indica os seus respectivos valores e as condições específicas que devem, simultaneamente, serem verificadas.

**b.3) Fator de condição de serviço,  $K_S$** 

O fator  $K_S$  é diferenciado para a determinação da resistência (denominando-se  $K_{Sc}$  para a compressão paralela às fibras) e da rigidez ( $K_{SE}$ ). Para a umidade de referência (média do teor de umidade de equilíbrio da madeira, durante 1 ano, inferior a 15%, não sendo superado o valor de 19%) o fator  $K_S$  é igual a 1,00. Em caso contrário, o valor de  $K_S$  varia de 0,67 a 1,00, dependendo das dimensões da peça e da natureza da solicitação. Esse valor equivale ao  $k_{mod,2}$  proposto pela norma brasileira.

**b.4) Fator de dimensão,  $K_Z$** 

O *fator de dimensão*,  $K_Z$ , leva em conta o efeito da dimensão da peça em sua resistência e depende da propriedade em consideração, bem como da maior dimensão da seção transversal. Para a resistência à compressão paralela às fibras, o fator  $K_{Zc}$  varia com o comprimento da peça, sendo calculado pela expressão:



$$K_{Zc} = 6,3 (d \cdot L)^{-0,13} \leq 1,3 \quad [2.82]$$

Na expressão acima, tem-se:

$d$  = dimensão na direção da flambagem (largura ou espessura), em mm;

$L$  = comprimento associado com a dimensão da peça, em mm.

### b.5) Fator de tratamento, $K_T$

A influência dos processos de tratamento químico e sob pressão nas propriedades de resistência específica da madeira é levada em conta pelo uso de um fator multiplicador,  $K_T$ , denominado *fator de tratamento*, avaliado para tratamentos preservativos e retardantes da ação do fogo. No caso desse último tratamento, o documento normativo recomenda que as informações sobre o seu efeito, nos valores da resistência, sejam obtidas junto aos fabricantes dos produtos de tratamento químico, pois, como avisa o CWC (1996), algumas formulações têm efeitos significantes nas propriedades da madeira.

### b.6) Fator de esbeltez, $K_C$

De acordo com o CWC (1996), usa-se o *fator de esbeltez*,  $K_C$ , para relacionar a esbeltez com a capacidade de carga de um pilar de madeira serrada. O algoritmo usado para o cálculo de  $K_C$ , apresentado pela CSA 086.1/89, é baseado na expressão cúbica de Rankine-Gordon, como afirma Johns (1991), sendo representado por:

$$K_C = \left[ 1,0 + \frac{f_{e0,d} K_{Zc} \lambda_C^3}{35 E_{0,05} K_{SE} K_T} \right]^{-1} \quad [2.83]$$

$E_{0,05}$  = módulo de elasticidade referente ao 5º quantil, em MPa ( $E_{0,05} = 0,82E$  para MSR).

### c) Parâmetros geométricos

O comprimento efetivo,  $L_e$ , é calculado de acordo com a expressão:

$$L_e = K_e \cdot L \quad [2.84]$$

Os *fatores de comprimento efetivo*,  $K_e$ , são apresentados na Tabela A.3 (Anexo A) para diferentes condições de vinculação das extremidades, com valores variando de 0,65 a 2,00, dependendo do caso. Na expressão de cálculo do comprimento efetivo,  $L$  é a distância entre os centros dos suportes laterais da peça comprimida, no plano em que a flambagem está sendo considerada.

O *índice de esbeltez*,  $\lambda_C$ , para peças simples comprimidas de madeira serrada e com seção transversal retangular constante, é restringido ao valor máximo de 50 (no qual os pilares de madeira serrada só podem ter aproximadamente 10 a 25% da capacidade que eles têm a um índice de esbeltez de cerca de 5) e será considerado como o maior de:

$$\lambda_C = \frac{\text{comprimento efetivo relacionado com a largura}}{\text{largura da peça}} \quad [2.85]$$

e

$$\lambda_C = \frac{\text{comprimento efetivo relacionado com a altura}}{\text{altura da peça}} \quad [2.86]$$

### 2.3.3.2 Peças comprimidas

A resistência de projeto à compressão paralela às fibras,  $N_{rd}$ , pode ser calculada pela equação:

$$N_{rd} = \phi f_{c0,d} A K_{Zc} K_C \quad [2.87]$$

em que:

$$f_{c0,d} = K_D \cdot K_H \cdot K_{Sc} \cdot K_T \cdot f_{c0,k} \quad [2.88]$$

$\phi$  = fator de performance, calibrado por critérios de segurança ( $\phi = 0,8$ );

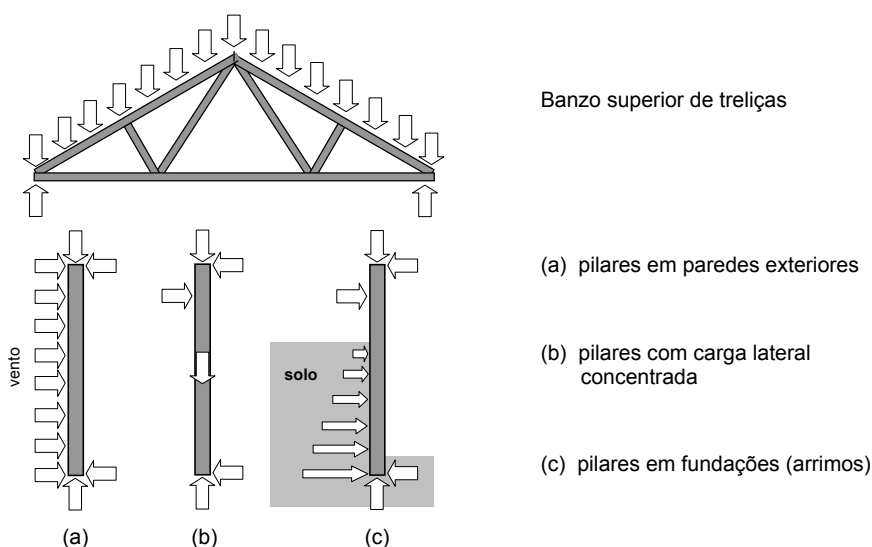
$f_{c0,k}$  = resistência especificada para a compressão paralela às fibras, em MPa;

$A$  = área da seção transversal, em  $\text{mm}^2$ .

Talvez a maior quantidade de madeira estrutural usada em peças comprimidas de edificações residenciais, no Canadá, está nos painéis do tipo *stud wall*, afirma o CWC (1996). Esse é um uso muito eficiente, considerando-se que o revestimento dos painéis confere suporte contra a flambagem sobre o eixo de menor resistência dos elementos internos de tais painéis. Assim, a dimensão da seção transversal dessa peça interna do painel – que é perpendicular ao revestimento – é usada na determinação do índice de esbeltez.

### 2.3.3.3 Peças flexocomprimidas

Banzos superiores de treliças e componentes de estruturas do tipo plataforma, sujeitos à ação do vento ou empuxos de solos, devem ser projetados para resistir à flexão e às cargas axiais – geralmente de compressão –, como indica a Figura 2.14.



**Figura 2.14** – Flexão associada com cargas axiais de compressão. Fonte: CWC (1996)

A resistência das peças sujeitas à flexo-compressão deve ser avaliada usando-se a condição:

$$\frac{N_{sd}}{N_{rd}} + \frac{M_{sd}}{M_{rd}} \leq 1,0 \quad [2.89]$$

em que:

$N_{sd}$  = esforço solicitante axial de compressão – valor de projeto;

$N_{rd}$  = esforço resistente à compressão paralela às fibras, calculado de acordo com a Equação [2.87] – valor de projeto;

$M_{sd}$  = momento fletor que leva em conta os momentos de extremidade e os momentos ampliados devidos ao carregamento axial em peças lateralmente carregadas (efeito de segunda ordem) – valor de projeto;

$M_{rd}$  = momento fletor resistente, calculado de acordo com as exigências da CSA 086.1/89 – valor de projeto.

É possível que, em alguns casos, o momento de 2ª ordem não atue no mesmo plano que o momento de 1ª ordem (por exemplo, onde a excentricidade final está envolvida).

As tensões de flexão e de compressão podem não ser causadas pelo mesmo carregamento. Na Expressão [2.89], todavia, o mesmo fator de duração de carregamento,  $K_D$ , é geralmente usado para calcular  $N_{rd}$  e  $M_{rd}$ , embora diferentes valores são usados para checar as tensões individuais, separadamente.

Quando uma peça comprimida é lateralmente carregada, um momento de segunda ordem aparece como resultado do produto da carga axial pela deflexão lateral total (efeito  $P - \Delta$ ). O momento total pode ser calculado por:

$$M_{sd} = M_{L,d} + N_{sd} \cdot u_T \quad [2.90]$$

sendo:

$M_{L,d}$  = momento fletor devido somente ao carregamento lateral – valor de projeto;

$N_{sd}$  = esforço axial solicitante – valor de projeto;

$u_T$  = deslocamento lateral total.

O deslocamento lateral total,  $u_T$ , é obtido amplificando-se o deslocamento lateral inicial devido ao carregamento lateral,  $u_L$ , pelo efeito de segunda ordem. A amplificação é feita usando-se o operador definido na Equação [2.25].

### 2.3.4 Norma da comunidade econômica européia

A norma da comunidade européia para o projeto de estruturas de madeira – o chamado EUROCODE 5 – foi editada em 1993, fazendo parte de um grupo de códigos para o projeto estrutural e geotécnico, que envolve desde as ações nas estruturas (EUROCODE 1) até as normalizações para o projeto de estruturas que empregam os mais diferentes tipos de materiais. A avaliação da segurança estrutural, no EUROCODE 5/93, é fundamentada no método dos estados limites.

#### 2.3.4.1 Parâmetros para o dimensionamento

##### a) Parâmetros de resistência e rigidez

Os *valores característicos* das propriedades de resistência e de rigidez da madeira,  $X_k$ , são estimados como os quantis inferiores de 5% da distribuição de frequências dos valores obtidos em ensaios padronizados. A partir desses valores se estabelecem os *valores de projeto*,  $X_d$ , calculados pela expressão:

$$X_d = k_{\text{mod}} \frac{X_k}{\gamma_M} \quad [2.91]$$

em que:

$\gamma_M$  = coeficiente de ponderação ( $\gamma_M = 1,3$  para a verificação dos estados limites últimos da madeira sujeita a combinações fundamentais de ações);

$k_{\text{mod}}$  = fator de modificação, que leva em conta o efeito da duração do carregamento e do teor de umidade nos parâmetros de resistência (ver item (d) adiante).

Desde que os valores característicos são determinados sob a hipótese de um comportamento linear até a ruptura, a verificação de resistência de peças individuais também é feita com base na mesma relação linear, levando-se em conta a influência da umidade e da duração do carregamento nas constantes elásticas, segundo o EUROCODE 5/93. Para peças sujeitas à ação simultânea da flexão e da compressão, todavia, uma relação não linear (elástico-plástica) pode ser usada na verificação dos estados limites últimos.

**b) Classes de umidade**

São definidas, pelo código normativo, três classes de umidade sob as quais o projeto estrutural, obrigatoriamente, é desenvolvido: classes de serviço 1, 2 e 3. Nelas são definidos os teores de umidade de equilíbrio máximos que se esperam alcançar em serviço.

**c) Classes de duração das ações**

As ações são designadas por uma das classes de duração de carregamento para efeito de realização dos cálculos de resistência e rigidez, sendo classificadas em: permanentes, de longa duração, média duração, curta duração e instantâneas.

**d) Coeficientes de modificação**

Os valores característicos devem ser corrigidos pelos coeficientes de modificação,  $k_{mod}$ , que associam simultaneamente as condições influentes (umidade e tempo de duração de aplicação das cargas), com valores variando de 0,5 a 1,1. Similarmente à norma brasileira, o EUROCODE 5/93 afirma que, se uma combinação de carregamento consiste de ações que são peculiares a classes de duração diferentes, um valor de  $k_{mod}$  deve ser escolhido de forma que corresponda à uma ação com a duração mais curta.

Recentemente, Eggen<sup>1</sup> apud Bell & Eggen (2001) desenvolveu um programa computacional, denominado *Cfem*, que vem sendo testado e se mostra como uma ferramenta flexível para o projeto das estruturas de madeira, sem a necessidade de recorrência a qualquer tipo de coeficiente de correção.

**e) Especificidades da madeira serrada**

Para o EUROCODE 5/93 é desejável que a madeira estrutural seja classificada, de forma que sejam asseguradas propriedades de resistência e de rigidez satisfatórias para uso pretendido. As regras de classificação são baseadas em inspeções visuais ou mecânicas, tratadas em documentos especiais referenciados.

---

<sup>1</sup> EGGEN, T.E. (2000). *Buckling and geometrical nonlinear beam-type analyses of timber structures*. Dr.ing dissertation – Norwegian University of Science and Technology, Trondheim.

Para peças de madeira serrada sujeitas à flexão, com largura menor que 150 mm, o valor característico de  $f_{m,k}$  pode ser aumentado pelo fator  $k_h$ , em que  $h$  é a altura da peça flexionada (em milímetros), conforme segue:

$$k_h = \min \begin{cases} (150/h)^{0,2} \\ 1,3 \end{cases} \quad [2.92]$$

### 2.3.4.2 Estados limites últimos

#### a) Compressão paralela às fibras

Peças de madeira sujeitas à compressão paralela às fibras devem satisfazer à seguinte condição:

$$\sigma_{c,0,d} \leq f_{c,0,d} \quad [2.93]$$

em que:

$\sigma_{c,0,d}$  = tensão de compressão paralela às fibras – valor de projeto;

$f_{c,0,d}$  = resistência à compressão paralela às fibras – valor de projeto.

Pressupõe-se, nessas condições, que a flambagem não ocorre.

#### b) Flexo-compressão

As peças submetidas à flexo-compressão devem verificar as expressões:

$$\left( \frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}} \right)^2 + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad [2.94]$$

e

$$\left( \frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}} \right)^2 + k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad [2.95]$$

A verificação simultânea das expressões anteriores pressupõe que a peça estrutural está submetida à flexo-compressão oblíqua, caso que não é muito freqüente nas estruturas de madeira. Havendo a flexão somente em uma das direções (y ou z), considera-se apenas a expressão correspondente.

O valor de  $k_m$  nas Equações [2.94] e [2.95] deve ser considerado como:

- $k_m = 0,7 \Rightarrow$  para seções transversais retangulares;
- $k_m = 1,0 \Rightarrow$  para as demais seções transversais.

### 2.3.4.3 Instabilidade das peças

No projeto de peças comprimidas e flexocomprimidas, além da verificação da resistência da peça, o EUROCODE 5/93 exige o exame das suas condições de instabilidade, afirmando que as tensões de flexão devidas à curvatura inicial, excentricidades e deflexões induzidas devem ser levadas em conta, além daquelas devidas a qualquer carga lateral.

Para a análise da estabilidade do elemento estrutural é definido o *índice de esbeltez relativa*, calculado pela expressão:

$$\lambda_{rel,y} = \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{\sigma_{c,crit,y}}} \quad [2.96]$$

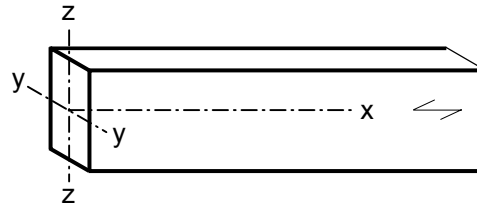
que também é válida para o cálculo de  $\lambda_{rel,z}$  com a simples substituição dos respectivos índices. O valor de  $\sigma_{c,crit,y}$  é determinado por:

$$\sigma_{c,crit,y} = \frac{\pi^2 \cdot E_{0,05}}{\lambda_y^2} \quad [2.97]$$

que também é válida para o cálculo de  $\sigma_{c,crit,z}$  com a substituição dos respectivos índices. O EUROCODE 5/93 usa o valor do módulo de elasticidade longitudinal ajustado ao 5º quantil da distribuição de freqüências,  $E_{0,05}$ , para considerar as reduções relativas à fluência da madeira.



Os índices de esbeltez  $\lambda_y$  e  $\lambda_{rel,y}$  correspondem à flexão sobre o eixo y (isto é, a deflexão ocorrendo na direção z) e os índices  $\lambda_z$  e  $\lambda_{rel,z}$  correspondem à flexão sobre o eixo z (deflexão ocorrendo na direção y), conforme Figura 2.15.



**Figura 2.15** – Indicação dos eixos de flexão. Fonte: EUROCODE 5/93

Conexões completamente rígidas são quase impossíveis nas estruturas de madeira. Logo, as rotações nas juntas semi-rígidas devem ser levadas em conta na determinação dos comprimentos de flambagem. Blass (1995a) apresenta em seu trabalho importante contribuição para a determinação de uma rigidez rotacional,  $K_r$ , que influi diretamente no comprimento de flambagem. Comentando que as rotações em conexões semi-rígidas geralmente reduzem a força crítica de flambagem elástica da peça comprimida, o autor apresenta soluções aproximadas para diversas situações práticas de projeto.

Retornando à verificação da instabilidade das peças, se  $\lambda_{rel,z} \leq 0,3$  e  $\lambda_{rel,y} \leq 0,3$  as tensões devem satisfazer às condições representadas pelas Expressões [2.94] e [2.95]. Em todos os outros casos, as tensões devem verificar as seguintes condições:

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} \leq 1 \quad [2.98]$$

e

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} f_{c,0,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} \leq 1 \quad [2.99]$$

com:

$\sigma_m$  = tensão normal de flexão (momento fletor de primeira ordem) devida a ações laterais ou excentricidades na aplicação das ações, como observa Gehri (2000);

$k_m$  = fator cujos valores são os mesmos definidos na seção 2.3.4.2.

$$k_{c,y} = \frac{1}{k_y + \sqrt{k_y^2 - \lambda_{rel,y}^2}} \quad [2.100]$$

e

$$k_y = 0,5 \cdot \left( 1 + \beta_c (\lambda_{rel,y} - 0,3) + \lambda_{rel,y}^2 \right) \quad [2.101]$$

As equações acima possuem as suas similares para  $k_{c,z}$  e  $k_z$ , obtidas pela simples permutação dos respectivos índices. O termo  $\beta_c$  representa um fator para peças comprimidas, dentro dos limites de divergência de alinhamento permitidos pelo EUROCODE 5/93, sendo  $\beta_c = 0,2$  para madeira serrada.

Blass (1995b) comenta que as imperfeições geométricas mais importantes em peças comprimidas de madeira são a curvatura inicial, a inclinação do eixo da peça e as divergências das dimensões da seção transversal relativamente a seus valores nominais. O EUROCODE 5/93 limita as divergências no alinhamento dos eixos das peças de madeira estrutural em 1/300 do seu comprimento.

Bell & Eggen (2001) comparando os critérios normativos do EUROCODE 5/93 com os da norma norueguesa, concluíram ser muito conservadora a proposta dessa última norma para o caso de solicitação à flexo-compressão. No entanto, segundo esses autores, de forma surpreendente, o EUROCODE 5/93 superestima em mais de 30% a capacidade nominal das peças para certas combinações de esforço normal com esforço de flexão.

A norma norueguesa NS 3470-1 – *Design of timber structures*, editada em 1999, citada por Bell & Eggen (2001), considera para o caso de compressão centrada e paralela às fibras, a seguinte expressão:

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_\lambda \cdot f_{c,0,d}} \leq 1,0 \quad [2.102]$$

Na equação anterior,  $\sigma_{c,0,d}$  e  $f_{c,0,d}$  têm os mesmos significados do EUROCODE 5/93 e o termo  $k_\lambda$  é o fator de correção considerando a flambagem, baseado em certas imperfeições e

que depende, principalmente, do índice de esbelteza,  $\lambda$ , adotado segundo a direção de maior esbelteza.

Fazendo-se  $\sigma_{m,y,d} = 0$  e  $\sigma_{m,z,d} = 0$  nas Equações [2.98] e [2.99], nota-se que passam a ser equivalentes à Equação [2.102]. Os fatores  $k_{c,y}$  e  $k_{c,z}$  são similares ao fator  $k_\lambda$ , mas não idênticos.

Peças sujeitas à flexo-compressão, segundo a NS 3470-1, requerem que a seguinte condição seja satisfeita:

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_\lambda \cdot f_{c,0,d}} + \left( \frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{hy} \cdot k_{vipp} \cdot f_{m,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{k_{hz} \cdot f_{m,d}} \right) \cdot \frac{1}{\left( 1 - \frac{k_\lambda \cdot \sigma_{c,0,d}}{k_{eu} \cdot f_{c,0,d}} \right)} \leq 1,0 \quad [2.103]$$

sendo:

$$k_{eu} = \frac{\sigma_{eu}}{f_{c,0,k}} \quad [2.104]$$

e

$$\sigma_{eu} = \frac{\pi^2 E_{0,k}}{\lambda^2} \quad [2.105]$$

A Equação [2.103] assume que o eixo y é o de maior inércia da seção transversal e nela se reconhece claramente a interação entre a compressão e a flexão. Os demais termos que nela aparecem representam, respectivamente:

$k_h$  = fator de altura, determinado para as direções y e z;

$k_{vipp}$  = fator de flambagem, que depende da esbelteza relativa à flexão,  $\lambda_m = \sqrt{f_{m,k} / \sigma_{m,c}}$  em que  $\sigma_{m,c}$  é a tensão crítica à flexão, calculada de acordo com a teoria clássica de estabilidade. O valor de  $k_{vipp}$  é equivalente ao  $k_{crit}$ , cujos critérios para cálculo estão contidos nas Equações [2.108] a [2.110].

Baseando-se em resultados numéricos, Bell & Eggen (2001) propõem condições de verificação alternativas para o código europeu, substituindo as Equações [2.98] e [2.99] da seguinte forma:

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{crit} \cdot f_{m,y,d}} \leq 1 \quad [2.106]$$

e

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} f_{c,0,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{crit} \cdot f_{m,y,d}} \leq 1 \quad [2.107]$$

Nessas equações,  $k_{crit}$  é um fator que leva em conta a resistência reduzida devida à flambagem lateral. Segundo a norma europeia, para vigas com um desvio lateral inicial situado dentro de limites estabelecidos em seu texto,  $k_{crit}$  pode ser determinado a partir das expressões:

$$k_{crit} = \begin{cases} 1,0 & \text{para } \lambda_{rel,m} \leq 0,75 & [2.108] \\ 1,56 - 0,75\lambda_{rel,m} & \text{para } 0,75 < \lambda_{rel,m} \leq 1,40 & [2.109] \\ \frac{1}{\lambda_{rel,m}^2} & \text{para } 1,40 < \lambda_{rel,m} & [2.110] \end{cases}$$

O fator  $k_{crit}$  pode ser tomado igual a 1,0 para vigas em que o deslocamento lateral da região comprimida é prevenido ao longo de seu comprimento e a rotação torsional é prevenida em seus suportes.

### 2.3.5 Norma norte-americana NDS/91

Nos Estados Unidos da América convivem, simultaneamente, duas normas relativas ao projeto das estruturas de madeira. Uma delas, denominada *National design specification for wood construction* – NDS, publicada pela *American National Standard*, em 1991, é baseada no método determinista das tensões admissíveis. A versão preliminar da NDS foi publicada em 1944. Na edição de 1991, muitas seções foram reescritas para garantir maior clareza textual e incorporar as conquistas sobre o conhecimento do material e o desenvolvimento do projeto das estruturas de madeira.

A edição contemporânea da NDS foi publicada em 1997. Embora seja o texto mais recente, faz-se referência neste trabalho ao documento de 1991. Contudo, Breyer et al. (1999) afirmam não haver extensas modificações nessa edição e sendo sua publicação nela baseada, permite-nos discutir e observar as alterações que trazem interferências no processo de dimensionamento das peças comprimidas e flexocomprimidas. Ainda segundo esses mesmos autores, há uma expectativa de que a norma LRFD venha a substituir a NDS, mas, atualmente, essa última é a preferida entre os profissionais projetistas, sendo a especificação básica nos Estados Unidos da América para o projeto de estruturas de madeira.

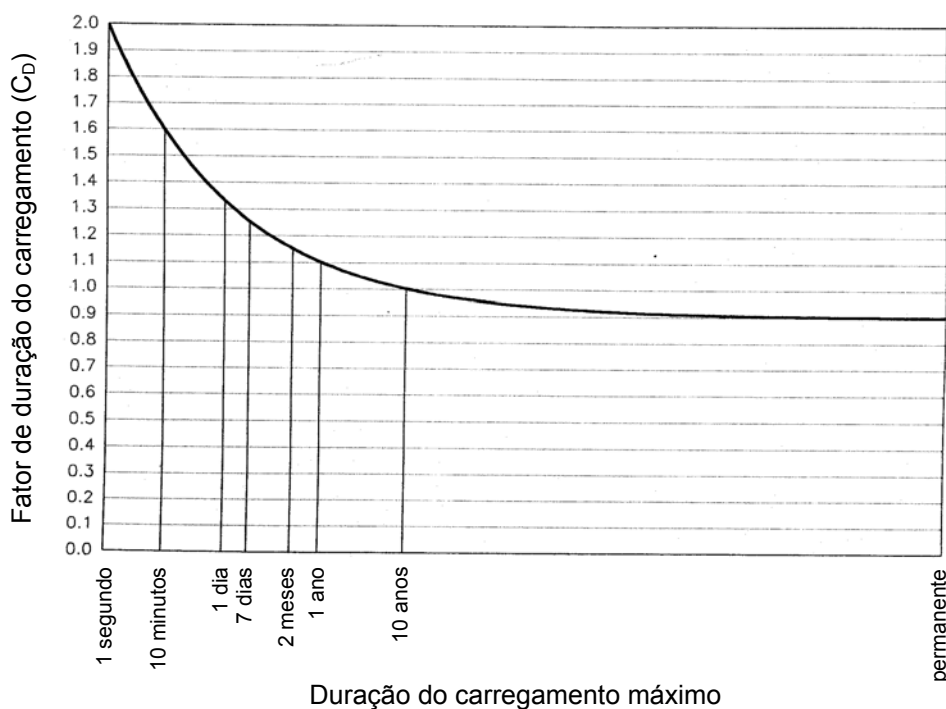
#### 2.3.5.1 Fatores de ajuste

Os valores tabulados pela NDS/91 ( $\sigma_{c0,tab}$ ,  $E$ , por exemplo) devem ser multiplicados por todos os fatores de ajuste aplicáveis para cada tipo de solicitação, obtendo-se, assim, os correspondentes *valores admissíveis de projeto* ( $\sigma'_{c0}$ ,  $E'$ ).

##### a) Fator de duração de carregamento, $C_D$

A NDS/91 considera como *duração normal de carregamento* uma carga que tenciona completamente uma peça, até seu valor admissível de projeto, por uma duração acumulada de aproximadamente dez anos. Somente o módulo de elasticidade e a tensão de compressão perpendicular às fibras,  $\sigma_{c90,tab}$ , não são afetados por esse fator. A base histórica do fator de duração de carregamento é a curva mostrada na Figura 2.16, também conhecida como *Curva de Madison* e que está integrada à prática de projeto norte-americano desde os anos 40.

O termo duração de carregamento se refere ao período total de tempo acumulado, em que o carregamento total de projeto é aplicado ao longo da vida da estrutura. O fator de duração de carregamento – com módulo variando de 0,90 a 2,00 – que deve ser aplicado numa combinação de carregamento é aquele referente à mais curta duração das ações envolvidas.



**Figura 2.16** – Fator de duração de carregamento para várias durações de carga.  
Fonte: NDS/91

#### b) Fator de umidade de serviço, $C_M$

Para a obtenção dos valores tabelados de projeto para madeira serrada, a NDS/91 estabelece como padrão que o material será usado em condição seca de serviço, o que acontece na maioria das estruturas cobertas. Se o teor de umidade em serviço excede o padrão estabelecido por um extenso período, os valores tabelados são multiplicados por fatores de umidade de serviço apropriados.

#### c) Fator de temperatura, $C_t$

A resistência da madeira é afetada pela temperatura em serviço, tendo seu valor diminuído na medida em que se eleva a temperatura. Os valores de projeto tabulados pela NDS/91 se

aplicam às peças expostas a faixas normais de temperatura e, ocasionalmente, aquecidas durante o uso a temperaturas de até 65,5 °C (150 °F). Quando as peças estruturais experimentam exposição contínua a temperaturas acima desse patamar, os valores de projeto tabelados devem ser multiplicados por fatores de temperatura,  $C_t$ .

#### d) Fator de incisão, $C_i$

Este fator de ajuste foi introduzido pela edição da NDS de 1997. Conforme Breyer et al. (1999) muitas espécies, notadamente as *softwoods*, aceitam prontamente os tratamentos preservativos, enquanto outras não os aceitam muito bem. Para esse último grupo, incisões normalmente são feitas para a efetivação do tratamento, permitindo o aumento da penetração dos líquidos preservativos. Neste caso, quando esse procedimento é realizado, devem-se ajustar algumas propriedades da madeira segundo a Tabela 2.4.

**Tabela 2.4** – Fatores de incisão,  $C_i$ . Fonte: NDS/97

|  | $C_i$ |
|--|-------|
| Módulo de elasticidade   | 0,95  |
| Tensões de flexão, tração e compressão paralela às fibras                              | 0,85  |
| Para todos os outros valores de projeto, como também para madeira tratada sem incisões | 1,00  |

#### e) Fator de dimensão, $C_F$

A dimensão de uma peça de madeira tem efeito na sua resistência. Esse comportamento é levado em conta pelo fator de dimensão,  $C_F$ , e aplicável às tensões de tração paralela às fibras, compressão paralela às fibras e flexão, para madeiras classificadas visualmente. O fator de dimensão depende da classificação da madeira e, sobretudo, da largura da peça.

#### f) Demais fatores

O fator de estabilidade de peças comprimidas,  $C_p$ , afeta diretamente os valores de projeto à compressão paralela às fibras e é discutido com maiores detalhes na seção 2.3.5.2. Outros

fatores de ajuste são ainda apresentados pela NDS/91; seu detalhamento está sendo omitido pois são aplicáveis em situações que divergem do escopo deste trabalho.

### 2.3.5.2 Peças comprimidas

A NDS/91 denomina *tensão real* ( $\sigma_{c0}$ ) ao resultado da solicitação de cálculo pela área da seção transversal. Essa tensão não deverá exceder ao valor admissível à compressão paralela às fibras, que pode ser expresso pela desigualdade:

$$\sigma_{c0} = \frac{N}{A} \leq \sigma'_{c0} \quad [2.111]$$

em que:

$N$  = carga axial de compressão;

$A$  = área da seção transversal;

$\sigma'_{c0}$  = tensão admissível de compressão paralela às fibras – valor de projeto.

O cálculo de  $\sigma_{c0}$  deve ser baseado na área líquida da seção transversal – área bruta descontando-se os entalhes ou outras reentrâncias – quando a redução de seção ocorre em uma parte crítica do comprimento da peça, que está mais sujeita à potencial flambagem. Em caso contrário, emprega-se a área bruta da seção. Além disso, conforme a NDS/91, o valor de  $\sigma_{c0}$  calculado a partir da seção transversal líquida, não deverá exceder o valor tabelado de projeto à compressão paralela às fibras multiplicado por todos fatores de ajuste aplicáveis, exceto o fator de estabilidade de peças comprimidas:

$$\sigma_{c0} \leq \sigma_{c0,tab} \cdot C_D \cdot C_M \cdot C_t \cdot C_F \quad [2.112]$$

Para as extremidades das peças de madeira que se apóiam sobre madeira e sobre placas de metal, valem as condições gerais de projeto para apoios, especificados na seção 3.10 e Tabela 2A da NDS/91.

Segundo Breyer et al. (1999), a tensão admissível em uma peça comprimida,  $\sigma'_{c0}$ , deve considerar os fatores de ajustes pertinentes, além do fator de estabilidade, sendo calculada pela expressão:



$$\sigma'_{c0} = \sigma_{c0,tab} \cdot C_D \cdot C_M \cdot C_t \cdot C_F \cdot C_i \cdot C_P \quad [2.113]$$

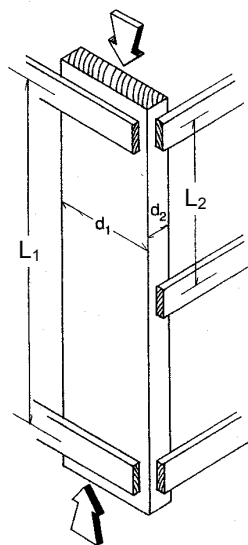
em que  $\sigma_{c0,tab}$  é a tensão tabulada de compressão paralela às fibras.

O projeto das peças comprimidas passa, necessariamente, pela análise de sua natureza geométrica, obtendo-se os parâmetros que indicam a possibilidade de ocorrência da flambagem. Para peças com seção transversal retangular, o índice de esbeltez – chamado *índice de esbeltez modificado* – é apresentado sob a forma:

$$L_e/d \quad [2.114]$$

em que o *comprimento efetivo*,  $L_e$ , é determinado pela multiplicação do comprimento real por um coeficiente de comprimento de flambagem apropriado, conforme Equação [2.115], e  $d$  é a menor dimensão da seção transversal (ver Figura 2.17). O uso desse índice de esbeltez modificado é possível porque o raio de giração pode ser expresso como uma função direta da largura de um pilar retangular, sendo a constante de conversão do índice de esbeltez modificado simplesmente incorporada nas fórmulas das tensões admissíveis de projeto. Os coeficientes de comprimento de flambagem,  $K_e$ , constam na Tabela A.4 (Anexo A).

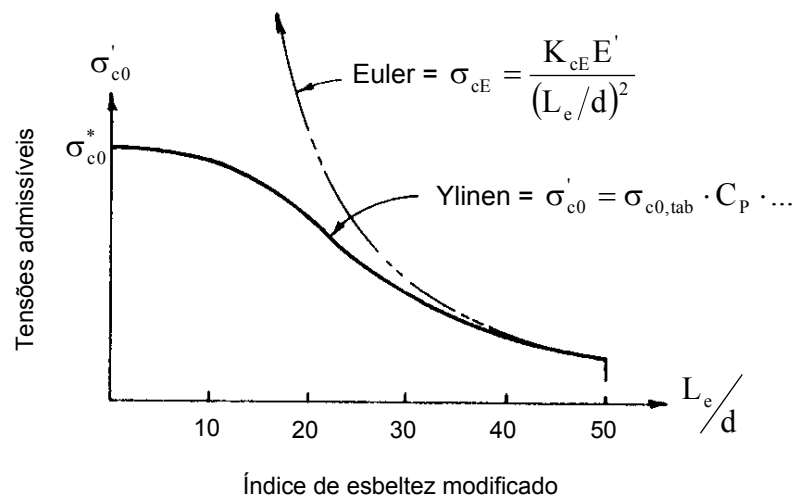
$$L_e = K_e \cdot L \quad [2.115]$$



**Figura 2.17** – Peça comprimida simples em madeira serrada. Fonte: NDS/91

O índice de esbeltez para peças de madeira serrada,  $L_e/d$ , não deve exceder 50. Entretanto, durante a fase de construção, o índice de esbeltez não deve ultrapassar 75.

Na determinação da tensão admissível à compressão paralela às fibras é utilizado o fator de estabilidade das peças comprimidas,  $C_P$ , que leva em conta a possibilidade de flambagem. Breyer et al. (1999) comentam que a expressão para  $\sigma'_{c0}$ , em função de  $C_P$  define, essencialmente, a *curva para peças comprimidas*, que é contínua ao longo de todo o intervalo de possibilidade dos índices de esbeltez da peça, conforme Figura 2.18. Ainda segundo esses mesmos autores, a expressão para peças comprimidas que aparece na NDS foi originalmente desenvolvida por Ylinen e verificada por estudos no *Forest Products Laboratory*.



**Figura 2.18** – Curva para peças comprimidas Ylinen. Fonte: Breyer et al. (1999)

A tensão crítica de flambagem de Euler define a situação de flambagem pura:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(L_e/d)^2} \quad [2.116]$$

A NDS/91 expressa essa tensão de Euler dividida por um coeficiente de segurança, na qual o termo  $K_{cE}$  incorpora o  $\pi^2$  dividido por um fator de segurança, conforme segue:

$$\sigma_{cE} = \frac{K_{cE} E'}{(L_e/d)^2} \quad [2.117]$$

Na expressão anterior, tem-se:

$K_{cE} = 0,3$  para madeira classificada visualmente;

$K_{cE} = 0,384$  para madeira classificada mecanicamente (tipo MEL);

$K_{cE} = 0,418$  para madeira classificada mecanicamente (tipo MSR);

$E' =$  módulo de elasticidade associado com o eixo de flambagem do pilar, calculado pela expressão [2.118]. Para madeira serrada,  $E_x = E_y$ .

$$E' = E \cdot C_M \cdot C_t \cdot C_T \cdot C_i \quad [2.118]$$

O parâmetro  $C_T$  que aparece na Equação [2.118], chamado *fator de rigidez à flambagem*, usualmente tem valor unitário, sendo calculado por uma expressão específica fornecida pela NDS /91 quando se se trata de peças comprimidas em treliças.

No método das tensões admissíveis, a verificação da resistência da madeira é medida pela tensão tabulada de compressão paralela, multiplicada pelos fatores de ajuste aplicáveis, exceto  $C_p$ , representado pelo símbolo  $\sigma_{c0}^*$  e definido, matematicamente, através da equação:

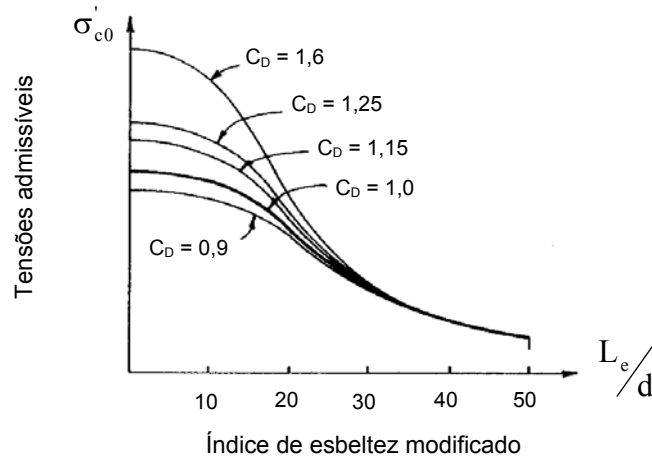
$$\sigma_{c0}^* = \sigma_{c0,tab} \cdot C_D \cdot C_M \cdot C_t \cdot C_F \cdot C_i \quad [2.119]$$

O fator de estabilidade é, então, calculado pela expressão:

$$C_p = \frac{1 + (\sigma_{cE} / \sigma_{c0}^*)}{2c} - \sqrt{\left[ \frac{1 + (\sigma_{cE} / \sigma_{c0}^*)}{2c} \right]^2 - \frac{\sigma_{cE} / \sigma_{c0}^*}{c}} \quad [2.120]$$

em que o termo “c” tem valor  $c = 0,80$  para peças comprimidas de madeira serrada. Quando uma peça comprimida é suportada ao longo de todo o seu comprimento, prevenindo deslocamentos laterais em todas as direções, então  $C_p = 1,0$ .

O efeito do fator de duração de carregamento varia em função do modo de ruptura predominante na peça comprimida, isto é, por flambagem ou por esmagamento das fibras. A Figura 2.19 mostra o efeito da duração do carregamento na tensão admissível.



**Figura 2.19** – Efeito da duração do carregamento. Fonte: Breyer et al. (1999)

### 2.3.5.3 Peças flexocomprimidas

Peças estruturais que estão sujeitas à flexão e à compressão, simultaneamente, são também conhecidas como *vigas-colunas*. A equação apresentada pela NDS/91 para o dimensionamento das vigas-colunas foi desenvolvida por Zahn e publicada em 1991, representando um tratamento unificado entre flambagem de peças comprimidas ( $\sigma'_{c0}$ ), flambagem lateral de vigas ( $\sigma'_{bx}$ ) e interação viga-coluna. Nas peças sujeitas à flexo-compressão, os efeitos de segunda ordem resultantes tornam mais complexo o estado de tensões e as tensões reais de flexão,  $\sigma_b$ , são multiplicadas por um *fator de amplificação* que reflete a magnitude do esforço axial e da deflexão  $\Delta$ , calculado pela expressão:

$$\left( \frac{1}{1 - \sigma_{c0} / \sigma_{cEx}} \right) \quad [2.121]$$

É interessante notar que, na análise de peças flexocomprimidas, a tensão admissível de compressão paralela às fibras,  $\sigma'_{c0}$ , é definida pela fórmula de Ylinen, enquanto o fator de

amplificação – Equação [2.121] – faz uso da fórmula de Euler. A lógica disso, segundo Breyer et al. (1999), é que a deflexão será grande para peças com grande índice de esbeltez. Assim,  $\sigma_{cEx}$  produz o efeito desejado no fator de amplificação.

As peças estruturais sujeitas à combinação entre a compressão axial e o momento fletor, atuando sobre um ou ambos os eixos principais (ver Figura 2.20), são verificadas por:

$$\left[ \frac{\sigma_{c0}}{\sigma_{c0}'} \right]^2 + \frac{\sigma_{b1}}{\sigma_{b1}' \cdot [1 - (\sigma_{c0}/\sigma_{cE1})]} + \frac{\sigma_{b2}}{\sigma_{b2}' \cdot [1 - (\sigma_{c0}/\sigma_{cE2}) - (\sigma_{b1}/\sigma_{bE})^2]} \leq 1,0 \quad [2.122]$$

em que:

$$\sigma_{c0} < \sigma_{cE1} = \frac{K_{cE} \cdot E'}{(L_{e1}/d_1)^2} \quad \text{para flexão uniaxial ou biaxial} \quad [2.123]$$

e

$$\sigma_{c0} < \sigma_{cE2} = \frac{K_{cE} \cdot E'}{(L_{e2}/d_2)^2} \quad \text{para flexão biaxial} \quad [2.124]$$

e

$$\sigma_{b1} < \sigma_{bE} = \frac{K_{bE} \cdot E'}{(R_B)^2} \quad \text{para flexão biaxial} \quad [2.125]$$

sendo:

$\sigma_{b1}$  = tensão real de flexão, com carregamento aplicado na face estreita da peça;

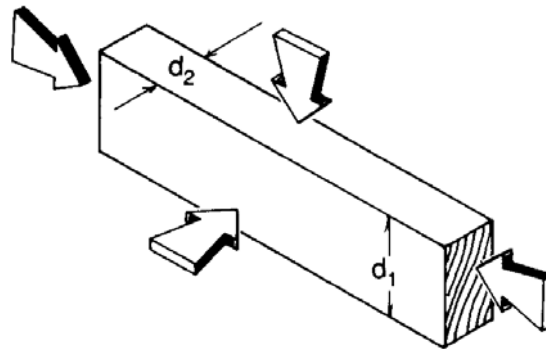
$\sigma_{b2}$  = tensão real de flexão, com carregamento aplicado na face larga da peça;

$d_1$  = dimensão da face larga (ver Figura 2.20);

$d_2$  = dimensão da face estreita (ver Figura 2.20);

$K_{bE}$  = coeficiente de flambagem de Euler para vigas;

$R_B$  = índice de esbeltez para peças submetidas à flexão.



**Figura 2.20** – Peça sujeita à flexo-compressão. Fonte: NDS/91

Os comprimentos efetivos,  $L_{e1}$  e  $L_{e2}$ , são determinados de acordo com o disposto na seção 2.3.5.2. Já os valores de  $\sigma'_{c0}$ ,  $\sigma_{cE1}$  e  $\sigma_{cE2}$  são encontrados a partir das Equações [2.113], [2.123] e [2.124], respectivamente. Por fim, os valores de  $\sigma'_{b1}$ ,  $\sigma'_{b2}$  e  $\sigma_{bE}$ , que se referem à verificação de flexão, têm seus critérios discutidos na NDS/91. O fator de duração de carregamento,  $C_D$ , associado com a ação de duração mais curta em uma dada combinação de ações, é usado para o cálculo de  $\sigma'_c$ ,  $\sigma'_{b1}$  e  $\sigma'_{b2}$ .

Breyer et al. (1999) apresentam a fórmula de interação geral [2.126] em sua forma reduzida, válida para o caso comum de peças sujeitas à compressão axial associada com a flexão sobre apenas um eixo:

$$\left[ \frac{\sigma_{c0}}{\sigma'_{c0}} \right]^2 + \left( \frac{1}{1 - \sigma_{c0}/\sigma_{cE1}} \right) \cdot \frac{\sigma_{b1}}{\sigma'_{b1}} \leq 1,0 \quad [2.126]$$

#### 2.3.5.4 Peças com carregamento lateral e excentricidade

O conceito de uma equação geral de interação pode conduzir a um passo mais adiante, como comentam Breyer et al. (1999). Os problemas mais avançados envolvem a aplicação da equação expandida de Zahn, que permite a aplicação excêntrica de uma força axial de compressão. Assim, num caso bem geral, os momentos fletores sobre os eixos x e y podem ser resultado de ações transversais de flexão e a força axial pode ser excêntrica aplicada. Dessa forma, o carregamento geral pode assim ser resumido:

- Força de compressão na peça ..... ⇒ N
- Momento fletor sobre o eixo x:
  - Momento devido às ações transversais ..... ⇒ M<sub>x</sub>
  - Momento devido à excentricidade sobre o eixo x ..... ⇒ N · e<sub>x</sub>
- Momento fletor sobre o eixo y:
  - Momento devido às ações transversais ..... ⇒ M<sub>y</sub>
  - Momento devido à excentricidade sobre o eixo y ..... ⇒ N · e<sub>y</sub>

Breyer et al. (1999) observam que é necessária uma diferenciação entre os momentos causados pelas ações transversais e aqueles devidos à excentricidade da carga, pois, as tensões de flexão que se desenvolvem como resultado da excentricidade da carga estão sujeitas à aplicação de um fator de amplificação adicional.

A equação seguinte, apresentada pela NDS/91, é válida para peça com extremidades rotuladas e com seção transversal quadrada ou retangular, conforme Figura 2.21, submetida à ação simultânea da compressão axial (aplicada na extremidade da peça) e do momento (devido à excentricidade ou carregamentos laterais):

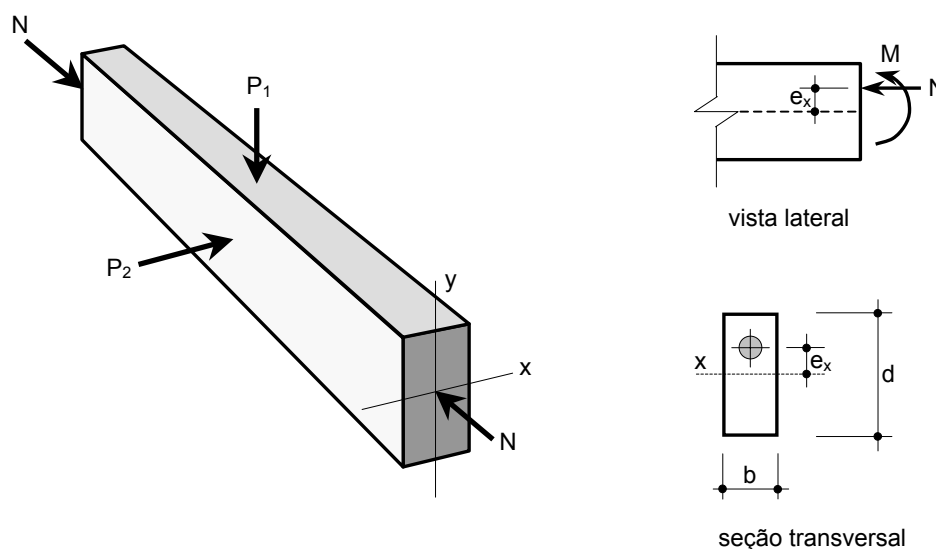
$$\left(\frac{\sigma_{c0}}{\sigma'_{c0}}\right)^2 + \frac{\sigma_{bx} + \sigma_{c0}(6e_x/d)[1 + 0,234(\sigma_{c0}/\sigma_{cEx})]}{\sigma'_{bx}[1 - (\sigma_{c0}/\sigma_{cEx})]} +$$

$$\frac{\sigma_{by} + \sigma_{c0}(6e_y/b) \left\{ 1 + 0,234(\sigma_{c0}/\sigma_{cEy}) + 0,234 \left[ \frac{\sigma_{bx} + \sigma_{c0}(6e_x/d)}{\sigma_{bE}} \right]^2 \right\}}{\sigma'_{by} \left\{ 1 - (\sigma_{c0}/\sigma_{cEy}) - \left[ \frac{\sigma_{bx} + \sigma_{c0}(6e_x/d)}{\sigma_{bE}} \right]^2 \right\}} \leq 1,0 \quad [2.127]$$

Na expressão acima, tem-se:

e<sub>x</sub> = excentricidade, medida paralela à face larga a partir da linha de centro da peça até a linha de centro do carregamento axial, conforme Figura 2.21;

e<sub>y</sub> = excentricidade, medida paralela à face estreita a partir da linha de centro da peça até a linha de centro do carregamento axial.



**Figura 2.21** – Peça flexocomprimida – indicação das excentricidades.

Muitos pilares situados no interior das edificações ou até mesmo no seu perímetro podem ser considerados como peças axialmente comprimidas. No entanto, na prática, sempre se pergunta se o esforço de compressão é verdadeiramente axial, pois os desalinhamentos e apoios não uniformes em conexões são capazes de provocar as excentricidades. Breyer et al. (1999) afirmam que, provavelmente, algum momento se desenvolve em peças que são imaginadas suportando apenas forças axiais. A magnitude desses momentos, todavia, é desconhecida. Muitos projetistas de estruturas norte-americanos simplesmente ignoram o possível momento devido à excentricidade e projetam somente para forças axiais, justificando essa prática em função de que as extremidades dos pilares de madeira são fixadas por sistemas que diferem das condições ideais de rótula nas extremidades.

No entanto, Gurfinkel<sup>1</sup> apud Breyer et al. (1999) sugere que as peças sejam projetadas para uma excentricidade mínima correspondente à maior das duas condições:

- uma polegada, ou
- um décimo da dimensão da peça ( $0,1 \cdot d$ ) na direção analisada.

<sup>1</sup> GURFINKEL, G. (1981). *Wood engineering*. 2.ed. Kendall/Hunt Publishing, Kenner, LA.



### 2.3.6 Norma norte-americana – AF&PA/ASCE 16-95/96

A *American Forest & Paper Association* (AF&PA) uniu-se à *American Society of Civil Engineers* (ASCE) para elaborar a primeira norma norte-americana de projeto de estruturas de madeira fundamentada no método dos estados limites: *Standard for Load and Resistance Factor Design (LRFD) for Engineered Wood Construction – AF&PA/ASCE 16-95*, publicada em 1996 pela *American Forest & Paper Association*.

#### 2.3.6.1 Condições de referência e fatores de ajuste

A resistência de referência de uma determinada peça a um dado tipo de esforço,  $R$ , é determinada adotando-se como padrão as seguintes condições:

- O material é usado em estado seco, cujo teor de umidade de equilíbrio é definido no texto normativo;
- As condições de exposição contínua da madeira não ultrapassam a temperatura de 32 °C e, ocasionalmente, podendo atingir temperaturas de até 65 °C;
- Os produtos de madeira não são tratados, exceto postes e estacas;
- Os materiais são novos, isto é, não estão sendo reutilizados;
- As peças são simples, sem compartilhamento de carregamento ou ação composta.

A AF&PA/ASCE 16-95/96 afirma que, onde não há a indicação para o cálculo dos fatores de ajuste, os correspondentes coeficientes para madeira serrada, madeira laminada e colada, estacas de madeira ou conexões devem ser tomados a partir da *National Design Specification for Wood Construction – NDS/91*, estando previstos a aplicação de **fatores de ajuste ao uso final**:  $C_M$  (fator de condição de umidade de serviço),  $C_t$  (fator de temperatura),  $C_{pt}$  (fator de tratamento preservativo),  $C_{rt}$  (fator de tratamento retardante da ação do fogo); **fatores de ajuste devidos à configuração das peças**:  $C_E$  (fator de composição de peças),  $C_r$  (fator de compartilhamento de carga),  $C_F$  (fator de dimensão),  $C_P$  (fator de estabilidade de pilares),  $C_f$  (fator de forma); e **fatores de ajuste adicionais para a madeira estrutural**:  $C_H$  (fator de cisalhamento),  $C_T$  (fator de rigidez à flambagem) e  $C_{fu}$  (fator de uso).

Para os estados limites de resistência ou de estabilidade, as equações de projeto exigem o uso do valor ajustado correspondente ao 5º quantil,  $E'_{05}$ , ao invés de  $E'$  (módulo de elasticidade médio – valor ajustado), sendo calculado através das expressões:

$$E'_{05} = 0,84E' \quad \text{expressão válida para madeira serrada (classificação tipo MSR)} \quad [2.128]$$

$$E'_{05} = 0,78E' \quad \text{expressão válida para madeira serrada (classificação tipo MEL)} \quad [2.129]$$

Todavia, o módulo de elasticidade é assumido como independente do tempo sob carregamento, não devendo-se ajustá-lo pelo fator de efeito de tempo,  $\lambda_t$ .

### 2.3.6.2 Valores das resistências de projeto (ou ajustadas)

A *resistência de projeto*,  $R_d$ , é genericamente determinada pela expressão:

$$R_d = R \cdot C_n \quad [2.130]$$

em que  $R$  é a resistência de referência (tabelada) e  $C_n$  representa o produto de todos os fatores de ajuste aplicáveis, tabelados pela AF&PA/ASCE 16-95/96.

### 2.3.6.3 Peças comprimidas

Os procedimentos normativos, aqui apresentados, aplicam-se ao projeto de peças sujeitas à compressão centrada, devendo satisfazer à condição:

$$N_{sd} \leq \lambda_t \phi_c N_{rd} \quad [2.131]$$

em que:

$N_{sd}$  = solicitação de compressão devida às ações combinadas;

$\lambda_t$  = fator de efeito de tempo correspondente (tabelado);

$\phi_c$  = fator de resistência para compressão paralela às fibras ( $\phi_c = 0,90$ );

$N_{rd}$  = resistência de projeto à compressão paralela às fibras, obtida pela Equação [2.132].

O índice de esbeltez do pilar não deve exceder 175, sendo calculado, para efeito de aplicação nesta norma, pela forma tradicional ( $K_e L/i$ ). Seu módulo é função dos coeficientes de comprimento de flambagem,  $K_e$ , apresentados na Tabela A.4 (idênticos aos da NDS/91).

Como no critério das tensões admissíveis, alguns dos estados limites relacionados para o comportamento das peças comprimidas são uma combinação de considerações de resistência e rigidez. Isso apresenta uma dificuldade no método dos estados limites porque, nesse critério, o fator de efeito de tempo é aplicado depois que a resistência da peça é calculada, ao contrário do método das tensões admissíveis, em que os efeitos de duração de carregamento são fatorados dentro das equações de comportamento. Essa dificuldade foi solucionada pela inserção do parâmetro  $E/\lambda_t$  nas equações de resistência da peça e que se verifica na Equação [2.135]. O  $\lambda_t$  no denominador, então, cancela o  $\lambda_t$  no termo  $\lambda_t \phi_c N_{rd}$ , resultando num estado limite de flambagem independente do tempo.

A resistência de cálculo de uma peça comprimida de madeira serrada é, deste modo, determinada a partir do comportamento da peça segundo a direção de esbeltez mais crítica, sendo computada por:

$$N_{rd} = C_p \cdot A \cdot f_{c0,d}^* \quad [2.132]$$

que também pode ser escrita como:

$$N_{rd} = C_p \cdot N_d^* \quad [2.133]$$

e o fator de estabilidade de peças comprimidas,  $C_p$ , calculado por:

$$C_p = \frac{1 + \alpha_c}{2c} - \sqrt{\left(\frac{1 + \alpha_c}{2c}\right)^2 - \frac{\alpha_c}{c}} \quad [2.134]$$

em que:

$$\alpha_c = \frac{\phi_s N_E}{\lambda_t \phi_c N_d^*} \quad [2.135]$$

e

$$N_E = \frac{\pi^2 E'_{05} I}{(K_e L)^2} = \frac{\pi^2 E'_{05} A}{(K_e L/i)^2} \quad [2.136]$$

sendo:

$A =$  área bruta;

$f_{c0,d}^*$  = resistência à compressão paralela às fibras multiplicada por todos os fatores de ajuste aplicáveis, exceto  $C_p$  ;

$E'_{05} =$  módulo de elasticidade ajustado ao 5º quantil, segundo a direção considerada;

$N_E =$  esforço crítico de flambagem (Euler) sobre o eixo sendo considerado;

$N_d^*$  = resistência de cálculo de uma peça sujeita à força axial, paralela às fibras, com comprimento igual a zero, isto é, o limite obtido com comprimento aproximando-se de zero;

$c = 0,80$  para peças de madeira serrada;

$\phi_s =$  fator de resistência para estabilidade ( $\phi_s = 0,85$ ).

A AF&PA/ASCE 16-95/96 afirma que a equação de projeto de peças comprimidas – Equação [2.134] – tem a mesma base que a similar encontrada na NDS/91. Essa equação é escrita como um fator de correção, relacionado à estabilidade, aplicado à resistência de cálculo de peças curtas,  $N_d^*$ . O fator  $C_p$  é uma função da razão entre o esforço de flambagem de Euler e a resistência de peças curtas.

Para fornecer a correta inclusão do fator de efeito de tempo e dos fatores de estabilidade e resistência à compressão, o parâmetro  $\alpha$  tem sido definido como  $\phi_s/\lambda_t\phi_c$  multiplicado pelo valor original de  $\alpha$ , que é igual à força de flambagem de Euler dividido pela resistência de peças muito curtas, conforme Equação [2.135].

Elevados valores de esbeltez conduzem à valores de  $C_p$  muito baixos, tornando a resistência ajustada à compressão axial sensivelmente pequena. Por outro lado, para peças muito curtas,  $C_p$  aproxima-se da unidade para todos os valores de “c” e a definição de  $\alpha$  não tem efeito. Assim, a peça muito curta é sujeita ao fator de efeito de tempo e ao fator de solicitação para compressão axial. A maioria dos pilares estão entre esses extremos e são, assim, parcialmente sujeitos aos três fatores:  $\phi_s$ ,  $\phi_c$  e  $\lambda_t$ .

Segundo o documento normativo, o fator de estabilidade,  $\phi_s$ , considera as incertezas, tais como a variação na rigidez de projeto do material, pequenas excentricidades acidentais e efeitos da fluência, que é muito menos dominante que a curvatura inicial para os pilares típicos, parcialmente porque as ações máximas de projeto são de curta duração. O efeito da fluência pode ser modelado pela diminuição no valor de  $E_{05}$ .

#### 2.3.6.4 Peças flexocomprimidas

As recomendações normativas, contidas nesta seção, são válidas para peças sujeitas à flexão sobre os dois eixos principais e/ou flexão combinada com forças axiais de compressão e para aquelas submetidas à compressão excêntrica. A verificação para esse tipo de sollicitação, de modo similar ao contido na NDS/91, representa um modelo de interação entre os casos de flexão e compressão axial, devendo ser satisfeita a seguinte condição:

$$\left( \frac{N_{sd}}{\lambda_t \phi_c N_{rd}} \right)^2 + \frac{M_{mx}}{\lambda_t \phi_b M_{rd,x}} + \frac{M_{my}}{\lambda_t \phi_b M_{rd,y}} \leq 1,0 \quad [2.137]$$

Nessa expressão, tem-se:

$N_{sd}$  = força de compressão axial devida às combinações de ações;

$N_{rd}$  = esforço resistente de cálculo à compressão axial pura (sem momentos), correspondente ao eixo de flambagem que gera o menor valor de  $N_{rd}$  – Equação [2.132];

$M_{mx}$  = valor de projeto do momento fletor solicitante, relativo ao eixo x, incluindo qualquer amplificação gerada pelos efeitos de segunda ordem – Equação [2.142];

$M_{my}$  = idem, relativo ao eixo y – Equação [2.143];

$M_{rd,x}$  = valor de projeto do momento fletor resistente, segundo o eixo x, calculado a partir da Equação [2.138], com  $c_b = 1,00$ ;

$M_{rd,y}$  = idem, segundo o eixo y.

Todos os termos da Equação [2.137] devem ser tomados como positivos. O fator de efeito de tempo,  $\lambda_t$ , que aparece em todos os termos da equação de interação, deve ter o mesmo valor

em todos eles. Isto é consistente com a filosofia do método dos estados limites, que considera muitas combinações de ações, cada qual com um carregamento dominante diferente. O fator de resistência na flexão é igual a  $\phi_b = 0,85$ . Muitos dos parâmetros contidos na equação de interação variam ao longo do comprimento da peça; para tais casos, o projeto da peça deve ser baseado na situação mais crítica, diz a AF&PA/ASCE 16-95/96.

O momento fletor resistente,  $M_{rd,x}$ , quando a seção transversal tem a forma retangular, é calculado pela expressão abaixo, com sua forma similar para o cálculo de  $M_{rd,y}$ :

$$M_{rd,x} = C_L W_x f_{bx}^* \quad [2.138]$$

em que:

$C_L$  = fator de estabilidade lateral, calculado pela Expressão [2.139];

$W_x$  = módulo de resistência, segundo o eixo x;

$f_{bx}^*$  = valor de projeto da resistência à flexão, válida para o eixo de flexão x, multiplicada por todos os fatores de ajuste, exceto o  $C_L$ .

O fator de estabilidade lateral,  $C_L$ , é determinado a partir da expressão abaixo, com  $c_b = 1,00$ :

$$C_L = \frac{1 + \alpha_b}{2c_b} - \sqrt{\left(\frac{1 + \alpha_b}{2c_b}\right)^2 - \frac{\alpha_b}{c_b}} \quad [2.139]$$

em que:

$$\alpha_b = \frac{\phi_s M_e}{\lambda_t \phi_b M_x^*} \quad [2.140]$$

sendo:

$M_e$  = momento de flambagem lateral elástica, conforme Equação [2.141];

$M_x^*$  = momento resistente, segundo o eixo de flexão x, multiplicado por todos os fatores de ajuste aplicáveis, exceto  $C_{fu}$  e  $C_L$ .

Quando são satisfeitas as providências exigidas pela norma para determinação do comprimento efetivo,  $L_e$ , o momento de flambagem lateral elástica para seções retangulares é calculado pela expressão:

$$M_e = 2,40 \cdot E'_{y,05} \cdot \frac{I_y}{L_e} \quad [2.141]$$

em que:

$E'_{y,05}$  = módulo de elasticidade ajustado ao 5º quantil, para flexão ocorrendo segundo o eixo y;

$I_y$  = momento de inércia em relação ao eixo y.

No caso de seções transversais circulares ou quadradas sendo flexionadas sobre sua diagonal, a AF&PA/ASCE 16-95/96 indica os fatores de forma,  $C_f$ , que devem multiplicar o segundo membro da Equação [2.138].

A forma geral da Equação [2.137], incluindo o quadrado do termo da compressão axial, é derivada dos estudos de Zahn (1986 e 1988). Como afirma o documento normativo, o quadrado do termo das forças axiais resulta em um critério de interação menos conservador que para uma combinação linear deles.

Os momentos ampliados,  $M_{mx}$  e  $M_{my}$ , devem ser determinados usando-se as Equações [2.142] e [2.143], as quais incluem multiplicadores separados para os momentos de primeira ordem gerados pelas forças que não resultam em apreciável deslocamento lateral, chamados  $M_{bx}$  e  $M_{by}$ , e para os momentos de primeira ordem gerados por quaisquer forças atuando em uma estrutura rígida ou peça engastada que resulta em apreciável deslocamento lateral, denominados  $M_{sx}$  e  $M_{sy}$ :

$$M_{mx} = B_{bx} M_{bx} + B_{sx} M_{sx} \quad [2.142]$$

$$M_{my} = B_{by} M_{by} + B_{sy} M_{sy} \quad [2.143]$$

Nessas expressões, têm-se:

$M_{bx}$  = momento fatorado de primeira ordem, gerado pelas ações que não resultam em apreciável deslocamento lateral (sem translação lateral) da peça, calculado por uma análise convencional de primeira ordem, na direção do eixo x. Incluem as cargas gravitacionais sobre um reticulado não contraventado e todos os tipos de ações em um reticulado contraventado. O índice “b” é originado do termo *braced* do idioma inglês;

$M_{by}$  = idem, na direção do eixo y;

$M_{sx}$  = momento fatorado de primeira ordem, gerado pelas ações que resultam em apreciável deslocamento lateral (translação lateral), calculado por uma análise convencional de primeira ordem, na direção do eixo x. É resultado da aplicação de ações tais como o vento ou outras ações laterais atuando em um reticulado rígido. O índice “s” é originado do termo *sway* do idioma inglês;

$M_{sy}$  = idem, na direção do eixo y.

Para as peças estruturais não travadas contra deslocamentos laterais, os parâmetros  $B_{bx}$ ,  $B_{by}$ ,  $B_{sx}$  e  $B_{sy}$  são considerados e determinados pelas Equações [2.144] a [2.147]. Já para peças travadas contra apreciáveis deslocamentos laterais, permite-se que os termos  $B_{sx}$  e  $B_{sy}$  sejam tomados como zero.

$$B_{bx} = \frac{C_{mx}}{\left(1 - \frac{N_{sd}}{\phi_c N_{ex}}\right)} \geq 1,0 \quad [2.144]$$

$$B_{by} = \frac{C_{my}}{\left[1 - \frac{N_{sd}}{\phi_c N_{ey}} - \left(\frac{M_x}{\phi_b M_e}\right)^2\right]} \geq 1,0 \quad [2.145]$$

$$B_{sx} = \frac{1}{\left(1 - \frac{\sum N_{sd}}{\phi_c \sum N_{ex}}\right)} \geq 1,0 \quad [2.146]$$



$$B_{sy} = \frac{1}{\left(1 - \frac{\sum N_{sd}}{\phi_c \sum N_{ey}}\right)} \geq 1,0 \quad [2.147]$$

sendo:

$N_{ex}$  = esforço crítico de flambagem sobre o eixo x;

$N_{ey}$  = idem, sobre o eixo y;

$M_x$  = momento fletor devido às ações combinadas, na direção do eixo x;

$\sum N_{sd}$  = somatória das forças axiais de compressão devidas às ações combinadas, para peças envolvidas no modo de deslocamento lateral que está sendo considerado;

$\sum N_{ex}$  = somatória da resistência crítica de flambagem para peças envolvidas no modo de deslocamento lateral que está sendo considerado, com todas as peças movendo-se na direção do deslocamento lateral que flexiona o elemento que está sendo investigado, sobre seu eixo x;

$\sum N_{ey}$  = idem, sobre seu eixo y.

Para uma peça engastada, somente as quantidades axiais para a peça simples devem ser incluídas nessas somas. As Equações [2.144] a [2.147] representam as porções de momento que refletem os efeitos de segunda ordem e, assim, são identificadas como termos amplificadores do momento fletor.

Os fatores  $C_{mx}$  e  $C_{my}$  podem ser entendidos como parâmetros que relacionam a forma do diagrama de momentos real a um diagrama de momento uniforme equivalente, sendo calculados conforme segue:

- (a) para peças comprimidas travadas contra translação lateral dos nós, com extremidades restringidas contra rotação e não sujeitas a carregamento transversal entre seus suportes e no plano de flexão sendo considerado:

$$C_m = 0,60 - 0,40 \left( \frac{M_1}{M_2} \right) \quad [2.148]$$

em que  $M_1/M_2$  é a relação do momento de extremidade de menor magnitude ao momento de maior magnitude daquela porção da peça sem travamento no plano de flexão em consideração, com  $M_1/M_2$  negativo para curvatura simples;

(b) para peças comprimidas travadas contra translação dos nós, no plano de carregamento em consideração, sujeitas a carregamentos transversais entre esses nós,  $C_m$  deve ser determinado por uma análise racional. Como uma alternativa para tal análise, os seguintes valores podem ser usados:

- para peças cujas extremidades são restringidas contra rotação,  $C_m = 0,85$ ;
- para peças cujas extremidades não são restringidas contra a rotação,  $C_m = 1,00$ .

Assim como faz a NDS/91, a AF&PA/ASCE 16-95/96 considera a possibilidade de um pilar ser carregado lateralmente, desde que isto ocorra na quarta parte superior da peça, por meio de dispositivos como braços ou cantoneiras. Neste caso, a carga axial excêntrica deve ser adicionada às demais cargas axiais e, na metade do comprimento do pilar, aplica-se uma força lateral na mesma direção do momento devido à excentricidade do carregamento. O texto normativo fornece a expressão para o cálculo desta força lateral a ser aplicada.

## 2.4 Conclusões da revisão bibliográfica

O estudo das peças comprimidas e flexocomprimidas de madeira tem alcançado avanço significativo nas últimas décadas, gerando fórmulas que, em grande parte, se fundamentam na experimentação e que têm sido incorporadas pelos códigos normativos. A ruptura desses elementos estruturais é caracterizada pela interação entre os fenômenos de instabilidade e a resistência do material.

Recentemente, a norma brasileira que trata do projeto das estruturas de madeira, passou por um profundo processo de revisão. A adoção do método dos estados limites promoveu uma substancial alteração de alguns critérios de dimensionamento, dentre eles o das peças sujeitas à compressão paralela às fibras e o das peças flexocomprimidas. Com a nova formulação, a NBR 7190/97 passou a classificar as peças comprimidas em função de seus respectivos índices de esbeltez (curtas, medianamente esbeltas e esbeltas). No projeto das peças curtas é dispensada a avaliação dos eventuais efeitos da flexão e, nos demais casos, são considerados de forma diferenciada as excentricidades acidental e inicial, além do efeito da fluência da madeira. A imposição dessas excentricidades no cálculo das peças medianamente esbeltas e esbeltas faz com que a sua estabilidade seja verificada segundo os critérios de peças flexocomprimidas.

No entanto, nas seções em que trata do dimensionamento das peças comprimidas e flexocomprimidas, o texto da NBR 7190/97 nem sempre é muito claro, o que causa dúvidas à comunidade profissional. Assim, torna-se marcante a necessidade de sua reedição numa próxima revisão e, para exemplificar, destaca-se que no item 7.5.5 a norma brasileira faz exigências quanto à excentricidade acidental mínima, que não deve ser tomada com um valor menor que  $h/30$ . Na verdade há uma ambigüidade que pode ter sido causada por um erro de digitação. Onde se lê excentricidade acidental mínima deveria constar excentricidade inicial mínima. Outrossim, por uma questão de coerência, a excentricidade acidental mínima exigida para as peças esbeltas deve ser  $e_a \geq h/13$ , como anteriormente constatado.

O procedimento para o cálculo das peças comprimidas e flexocomprimidas, proposto pela norma brasileira, tem sido alvo de críticas especialmente pela complexidade de algumas de suas expressões e pelas discontinuidades verificadas no diagrama que representa a variação da resistência de cálculo em função dos diferentes índices de esbeltez. Alguns autores

também criticam a utilização da força crítica de Euler ( $F_E$ ) na determinação da excentricidade de cálculo de peças medianamente esbeltas.

Na tentativa de reformular as propostas da norma brasileira para o dimensionamento das peças sujeitas a estes esforços, os autores nacionais pesquisados propuseram expressões ainda mais complexas ou que resgatavam conceitos do método das tensões admissíveis, sem uma fundamentação convincente. Apesar disto, Cordovil lembra muito bem que na análise da estabilidade da peça, a esbeltez não pode ser condicionada, apenas, ao raio de giração mínimo, especialmente porque é possível ocorrer instabilidade segundo o eixo de maior inércia quando há travejamento na outra direção.

Recordando os comentários de Gehri, diferentes métodos, ao serem comparados, devem verificar não só os resultados do dimensionamento como também a eficiência do processo.

O EUROCODE 5/93, a DIN 1052/88 e a AS 1720.1/97 não fazem qualquer menção quanto ao comportamento mecânico das madeiras que passaram por um tratamento químico contra a demanda biológica ou tratamento retardante da ação do fogo. Encontra-se na norma canadense, na NDS/97 e na AF&PA/ASCE 16-95/96 uma grande quantidade de fatores de ajuste recomendados para o dimensionamento das peças sujeitas a esforços de compressão e flexo-compressão, dentre eles o fator que considera a influência das incisões realizadas para o tratamento preservativo. Analisando os fatores recomendados pelo documento normativo brasileiro, percebe-se a ausência de coeficientes que modifiquem as propriedades mecânicas da madeira como consequência de um prévio tratamento químico, dentre outros, o que sugere a necessidade de prosseguimento das pesquisas brasileiras neste campo.

Relativamente ao processo de dimensionamento das peças comprimidas axialmente, um aspecto favorável e interessante apresentado pelos códigos normativos de outros países, aqui analisados, é que eles conduzem a uma única equação, resguardada a exceção feita anteriormente quanto à norma australiana, que expressa o comportamento da peça sujeita a esse tipo de solicitação dentro dos intervalos de esbeltez estabelecidos. Pela análise detalhada das equações propostas é possível se concluir que, dessa forma, o processo de cálculo torna-se rápido, de fácil entendimento e programação.

Outra questão que desperta o interesse, quando são analisados os códigos normativos de outros países, é a limitação do índice de esbeltez em 140, proposta pela NBR 7190/97. A

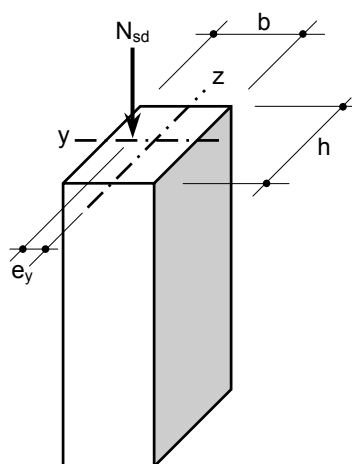
norma alemã aceita esbeltez igual a 150, a NDS/91 e a norma canadense admitem esbeltez igual a 50 vezes a menor dimensão da peça (enquanto a norma brasileira admite 40 vezes), a AF&PA/ASCE 16-95/96 aprova esbeltez de até 175 e, finalmente, a norma australiana e o EUROCODE 5/93 simplesmente não estabelecem limites. Essas constatações conduzem ao questionamento da possibilidade de ampliação do limite estabelecido pela norma brasileira.

Embora o caso de peças sujeitas à flexo-compressão oblíqua se constitui, na prática, em situações não muito freqüentes, apresentá-lo em um documento normativo é uma forma de generalização interessante. Não se verificando esse caso, o projetista simplesmente elimina a parcela correspondente à flexão sobre um dos eixos. Os códigos aqui analisados apresentam uma ou duas expressões que, sendo satisfeitas, atendem a esse caso mais geral. Todavia, a norma canadense não esclarece se a sua condição é válida também para os casos de flexo-compressão oblíqua. Uma desejável simplificação no processo pode, despropositadamente, conduzir a dúvidas ou confusões, sem uma imprescindível clareza textual associada.

### 3 COMPARAÇÃO TEÓRICA ENTRE A NBR 7190/97 E OUTROS DOCUMENTOS NORMATIVOS

Os critérios dos códigos normativos de outros países são, a seguir, confrontados com os da norma brasileira, buscando-se destacar as suas similaridades e/ou discordâncias. De início, enfatiza-se que não faz parte do escopo deste trabalho a discussão e aplicabilidade dos coeficientes de modificação propostos pelas normas de outros países e não contemplados pela NBR 7190/97. Mas é possível salientar que algumas normas – tais como as norte-americanas – são muito minuciosas neste aspecto do dimensionamento, permitindo assim que o projetista tenha um controle preciso das condições influentes nas propriedades mecânicas da madeira.

No capítulo anterior foram apresentados os critérios gerais para o cálculo das peças comprimidas e flexocomprimidas. Todavia, as comparações que se propõem em seguida contemplam apenas as expressões que tratam da inspeção das suas condições de estabilidade, o que se justifica por ser um critério polêmico da NBR 7190/97. As comparações deste capítulo, assim como as simulações propostas no próximo, se restringem a uma solicitação de flexo-compressão reta, como indicado na figura abaixo.

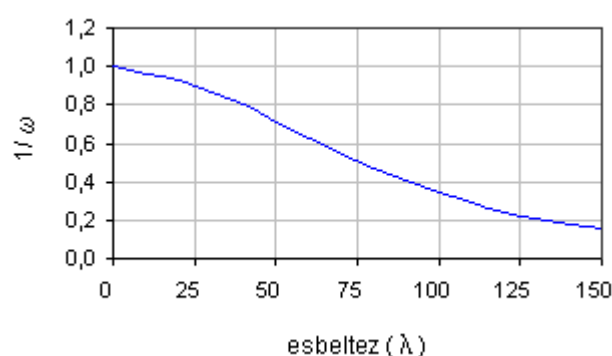


**Figura 3.1** – Peça solicitada à flexo-compressão.

### 3.1 Confrontação com a DIN 1052/88

O índice de esbeltez, segundo as recomendações do texto normativo alemão, é calculado de maneira tradicional e tem seu valor limitado em 150 para as peças comprimidas. Nesse aspecto, tanto em formato quanto na imposição da esbeltez máxima, é notável a semelhança com a NBR 7190/97. A norma alemã acrescenta, ainda, várias hipóteses de vinculação das extremidades das barras, indicando expressões para a determinação dos comprimentos de flambagem de pilares que estão associados com treliças, de peças que compõem pórticos bi ou triarticulados, arcos, etc.

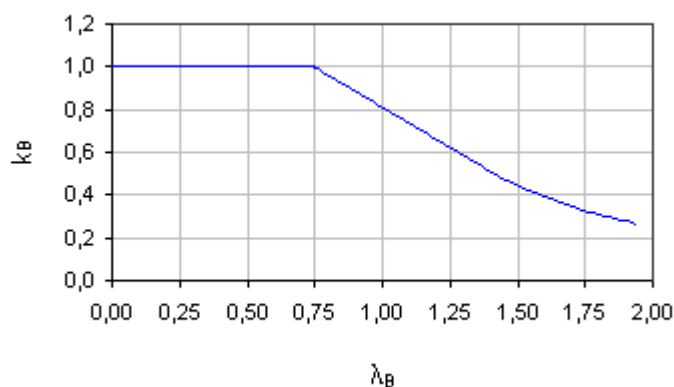
O procedimento proposto pela DIN 1052/88 para a verificação das peças comprimidas contra a flambagem compara a tensão atuante na peça com a tensão admissível do material, sendo essa afetada por um coeficiente de flambagem,  $\omega$ , que reduz as tensões admissíveis à compressão paralela às fibras à medida em o índice de esbeltez da peça aumenta. A Figura 3.2 ilustra a influência do coeficiente de flambagem.



**Figura 3.2** – Fator de esbeltez da norma alemã.

Com esta recomendação, a DIN 1052/88 emprega uma função que é contínua ao longo de todo o intervalo de esbeltez admitido, facilitando sobremaneira o processo de dimensionamento. Comparando-a com a norma brasileira, nota-se um distanciamento significativo entre os critérios propostos para tal solicitação. A NBR 7190/97 considera a hipótese de compressão centrada apenas em peças curtas, não havendo a influência da esbeltez neste caso. Por outro lado, a norma alemã considera a participação da esbeltez nessas barras, reduzindo as tensões admissíveis à compressão paralela às fibras em aproximadamente 20% quando  $\lambda = 40$ .

Na avaliação das peças sujeitas à flexo-compressão, a DIN 1052/88 propõe uma verificação padrão da resistência e uma análise das condições de estabilidade, combinando linearmente as tensões resultantes deste tipo de sollicitação – Equações [2.54] e [2.55]. Nessa última, os coeficientes de flambagem afetam tanto a tensão admissível à compressão paralela às fibras como a tensão admissível à flexão. A parcela relativa ao esforço axial é influenciada pelo coeficiente  $\omega$  e a quota devida ao momento fletor é afetada pelo índice  $k_B$ , que provém da verificação da estabilidade lateral das peças flexionadas. A variação do fator  $k_B$  em função do índice de esbeltez  $\lambda_B$  está representada na Figura 3.3, sendo válida para peças de seção transversal retangular.



**Figura 3.3** – Variação do fator de esbeltez para peças flexionadas.

Empregando-se os dados das *softwoods* e *hardwoods* listadas na norma alemã, é possível se observar que  $\lambda_B < 0,75$  para barras retangulares contraventadas a cada 3 metros, aproximadamente, tornando sem efeito (unitário) o parâmetro  $k_B$  para peças freqüentemente encontradas nas estruturas.

Os momentos fletores que aparecem nas Equações [2.54] e [2.55] são momentos de primeira ordem. Observa-se ainda que essas equações conduzem a uma correta transição para a compressão axial ou flexão pura, o que não acontece com os critérios propostos pela norma brasileira, especialmente porque na NBR 7190/97 a tensão normal de flexão é relacionada com a resistência à compressão paralela às fibras ( $f_{c0,d}$ ) e não com a tensão admissível à flexão, como faz a norma alemã. Ambas, porém, não são suficientemente claras quanto à validade das expressões nos casos de flexo-compressão oblíqua.



Enquanto são apresentados os critérios para o dimensionamento das peças comprimidas ou flexocomprimidas, nenhuma excentricidade obrigatória é recomendada pela DIN 1052/88. Todavia, quando ela apresenta uma verificação alternativa para a segurança estrutural pela teoria de segunda ordem, afirma que uma excentricidade do carregamento é inevitável e recomenda que a mesma seja calculada segundo a Equação [2.60].

### 3.2 Confrontação com a AS 1720.1/97

Ao propor que a esbeltez seja determinada, em cada direção, a partir do menor de dois valores, conforme Equações [2.68] a [2.71], a norma australiana conduz o projetista a averiguar também a probabilidade de ocorrência da flambagem segundo o eixo de maior inércia. Esse é um ponto positivo deste documento normativo e uma das críticas feitas à NBR 7190/97.

O indicador da esbeltez proposto pela AS 1720.1/97 relaciona o comprimento de flambagem com a largura ou altura da seção transversal – como faz a norma canadense – diferenciando-se, assim, do modelo empregado pela norma brasileira. Na prescrição do comprimento efetivo de flambagem, o código australiano fornece possibilidades de vinculação das extremidades das barras não previstas pela norma brasileira. Outra diferença constatada no código australiano é a não fixação de um limite superior para a esbeltez.

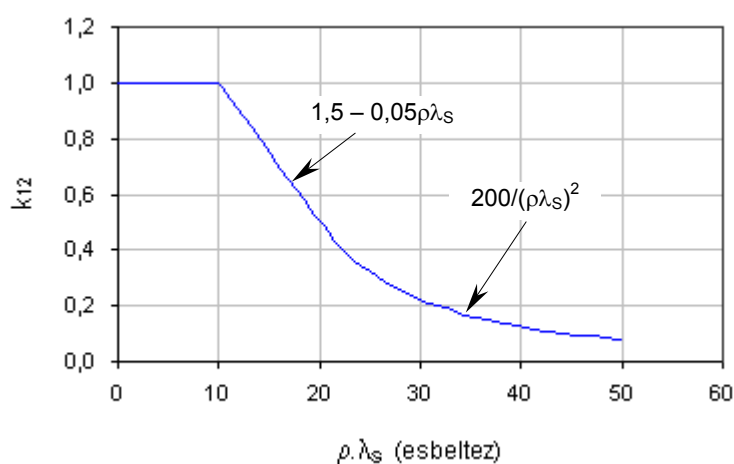
Quando o cálculo do índice de esbeltez é governado pela distância entre os contraventamentos, em uma seção transversal retangular como a mostrada na Figura 3.1, é possível se observar que  $\lambda_{sy} = L_{ay}/h$ . Para um índice de esbeltez determinado segundo a norma australiana igual a 20, por exemplo, obtém-se a seguinte relação para o modelo tradicional de esbeltez:

$$\lambda_y = \frac{L_{ay}}{i_y} \cong 70 \quad [3.1]$$

A constante material,  $\rho$ , que multiplica o coeficiente de esbeltez,  $\lambda_s$ , depende da proporção das ações que é de longa duração, ou seja, é expressa como um índice entre as ações variáveis (temporárias) e o total das ações, sendo calculada segundo expressões empíricas para peças comprimidas ou flexionadas. Essa constante inclui os efeitos da curvatura inicial

da peça, previamente assumida pelo código australiano, e limitada pela deformação lateral mostrada na Equação [2.72]. Nota-se que, para um valor de  $L/h = 25$ , a curvatura inicial relativa é calculada por  $\Delta = L/300$ , igualando-se à expressão proposta para a excentricidade accidental pela NBR 7190/97.

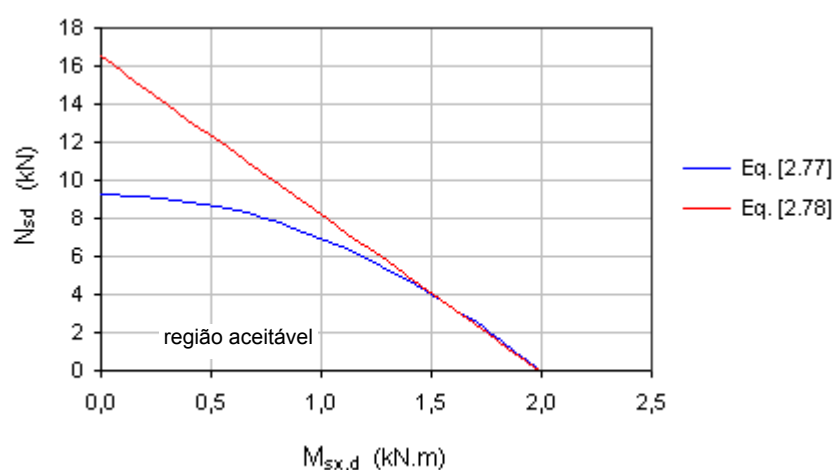
Para simplificar o dimensionamento, a AS 1720.1/97 introduziu o fator de estabilidade,  $k_{12}$ , no cálculo do esforço resistente de projeto à compressão paralelas às fibras, sendo um fator de redução que engloba vários parâmetros relacionados com a estabilidade. Esse parâmetro é determinado de forma distinta para três intervalos de esbeltez – conforme as Equações [2.65] a [2.67] –, equivalendo às peças curtas, medianamente esbeltas e esbeltas, respectivamente, e esboçado na Figura 3.4. No primeiro intervalo, em que  $\rho\lambda_s \leq 10$ , a resistência da peça é governada pela capacidade do material à compressão paralela às fibras, como na NBR 7190/97. Para  $10 < \rho\lambda_s \leq 20$ , a resistência é afetada por uma interação – adotada como linear – entre a flambagem e a resistência. Finalmente, para  $\rho\lambda_s > 20$  a ruptura se dá por flambagem, aproximando-se da fórmula elástica de Euler.



**Figura 3.4** – Fator de esbeltez da norma australiana.

Embora o gráfico do fator de estabilidade e, conseqüentemente, do esforço axial de projeto à compressão paralela às fibras, não apresente nenhuma descontinuidade – tal como o equivalente gerado segundo a norma brasileira –, os critérios da norma australiana não avançam na idéia de se ter uma única equação, ideal para a simplificação do processo.

A AS 1720.1/97 impõe que duas expressões sejam verificadas, simultaneamente, quando a peça está sujeita à flexo-compressão reta. A Figura 3.5 ilustra as imposições normativas para estas peças, com a flexão ocorrendo somente sobre o eixo z. A dupla verificação faz com que apareça uma região – limitada superiormente pela curva azul em praticamente toda a sua extensão – na qual todos os pontos ali contidos atendem às condições da norma australiana. Dependendo das dimensões da peça, as curvas ilustradas podem assumir configurações tais que a sua disposição seja invertida. Os valores referem-se à madeira de classificação tipo F11, conforme a AS 1720.1/97, e para seção transversal 75 x 100 mm.



**Figura 3.5** – Condições de estabilidade na flexo-compressão segundo a norma australiana.

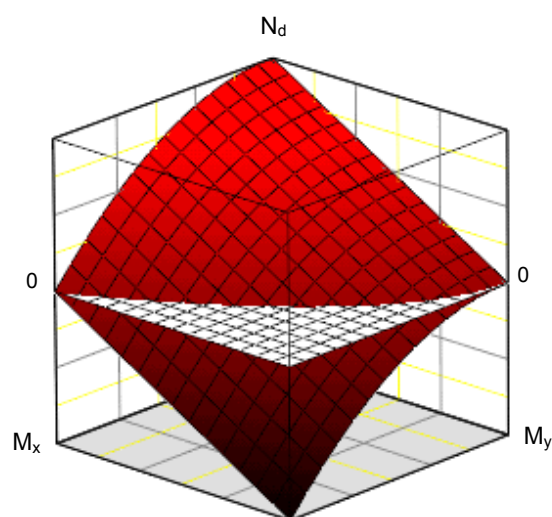
As expressões gerais sugeridas pela norma australiana referem-se ao caso da flexo-compressão oblíqua, combinando empiricamente as tensões resultantes deste modo de sollicitação. Heaney & Kneen (1999) comentam que, assim, a proposta do código australiano é muito semelhante àquela sugerida pelo EUROCODE 5/93 que, para peças longas de seção retangular, substitui os termos ao quadrado por coeficientes  $k_m = 0,7$  e aplica uma variação adicional para peças curtas, mas que produz resultados de interação similares.

Na transição para o caso da flexão reta, a Equação [2.77] fornece uma verificação contra a flambagem da peça sobre o eixo de menor inércia combinada com a flambagem lateral-torsional. Já a Equação [2.78] permite uma verificação contra a flambagem sobre o eixo de maior inércia, aumentada pela presença de um momento de primeira ordem sobre o eixo de maior inércia. Nessas expressões, tanto o momento fletor (de 1ª ordem) quanto o esforço

axial de compressão devem ser tomados com sinal positivo. Mesmo assim, ao serem simplificadas quaisquer dessas equações, a transição é correta para o caso da compressão axial e da flexão pura.

Considerando-se uma peça flexocomprimida, como a indicada na Figura 3.1, o momento solicitante de cálculo será gerado pela excentricidade do esforço axial. Substituindo-se o valor desse momento fletor nas Equações [2.77] e [2.78] é fácil isolar o termo da compressão axial e obter-se, assim, uma expressão para dimensionamento desse caso particular.

A Figura 3.6 ilustra a superfície limite da condição de estabilidade de um pilar submetido à ação da flexo-compressão oblíqua, segundo as orientações da norma australiana, e que corresponde à superfície acima do plano horizontal que passa pelo ponto zero (trecho mais claro do diagrama). A região localizada abaixo do plano horizontal, apesar de representada no gráfico, não é admitida pela norma, que exige a adoção de sinais positivos para todas as parcelas. No plano  $N_d \times M_y$  observa-se que a combinação é linear e no plano ortogonal é parabólica.

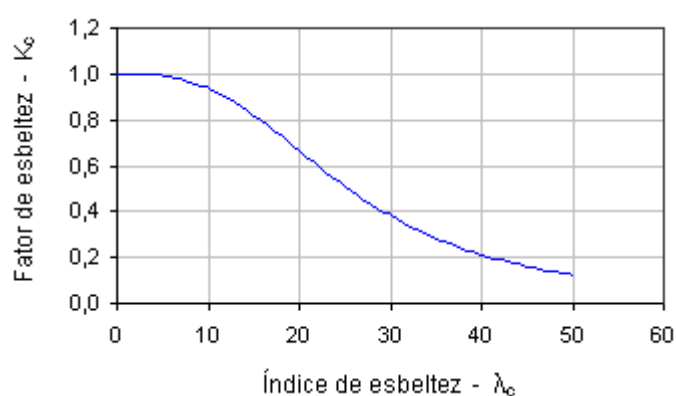


**Figura 3.6** – Representação da superfície estável sujeita à flexo-compressão oblíqua, segundo a norma australiana.

### 3.3 Confrontação com a CSA 086.1/89

A norma canadense restringe a esbeltez das peças comprimidas ao valor máximo de 50. Assim, o máximo comprimento efetivo ( $L_e$ ) das barras com seção transversal retangular é determinado por  $50 \cdot b$  ou  $50 \cdot h$ . O cálculo do índice de esbeltez destas peças, segundo as Expressões [2.85] e [2.86], difere ligeiramente da equação proposta pela norma brasileira, que define este índice pela maneira clássica da Resistência dos Materiais. Por outro lado, a CSA 086.1/89 contempla uma variedade significativa de possibilidades de vinculações das extremidades das barras, conforme Tabela A.3 (Anexo A), oferecendo opções ao projetista não consideradas pela NBR 7190/97.

A resistência de projeto à compressão paralela às fibras é função do fator de esbeltez,  $K_C$ , que reflete a influência dos fenômenos de instabilidade no projeto das peças comprimidas e sua determinação fundamenta-se na teoria cúbica de Rankine-Gordon. Na Equação [2.83], a constante indicada no denominador ( $N= 35$ ) é o instrumento utilizado para ajustar a curva aos valores experimentais. A Figura 3.7 mostra o comportamento do fator  $K_C$  em função do índice de esbeltez da barra. O gráfico foi obtido considerando-se as propriedades das madeiras canadenses.



**Figura 3.7** – Fator de esbeltez da norma canadense.

Nota-se uma continuidade em todo o intervalo de esbeltez admitido, comportamento que é desejável para os critérios da norma brasileira. Johns (1991) afirma que a facilidade de aplicação da expressão de Rankine-Gordon foi um dos fatores determinantes na escolha desta equação para o código normativo canadense.

Já a Equação [2.89], recomendada para a verificação das peças sujeitas à flexo-compressão, combina linearmente as duas parcelas deste modo de sollicitação. Trata-se de uma expressão objetiva, com transição correta para o caso de compressão pura. A NBR 7190/97 não permite esta transição imediata para a compressão axial, por não considerar os efeitos da flambagem na parcela devida ao esforço axial na Equação [2.24]. Todavia, a CSA 086.1/89 não esclarece suficientemente os critérios para o dimensionamento em casos de flexo-compressão oblíqua.

Para assegurar a estabilidade lateral das peças flexocomprimidas, a norma canadense impõe uma relação máxima entre a altura (h) e a largura (b) da seção transversal, cujos valores são tabelados. Se uma peça é apoiada em suas extremidades, restringindo-se os deslocamentos e rotações, por exemplo, a relação máxima admitida é  $h/b = 4$ . Nenhuma exigência de excentricidade ou declividade mínima é especificada em seu texto.

A parcela relativa à flexão, na Equação [2.89], é calculada usando-se os valores de projeto do momento fletor de primeira ordem – causado pela ação de um carregamento lateral na barra – aos quais se acrescentam os efeitos de segunda ordem, ou pelo momento fletor provocado pela excentricidade do carregamento, devidamente amplificado. Madsen (1992) afirma que esta equação é muito conservadora para peças curtas.

Uma barra birotulada sujeita a um carregamento de compressão excêntrico, como indicado na Figura 3.1, está sollicitada por um momento de extremidade  $M_{sd} = N_{sd} \cdot e_y$ , que devidamente amplificado pode ser escrito como:

$$M_{sd} = N_{sd} \cdot e_y \cdot \left( \frac{N_E}{N_E - N_{sd}} \right) \quad [3.2]$$

Se substituído na Equação [2.89], a única incógnita é o valor de cálculo do esforço sollicitante de compressão,  $N_{sd}$ , que pode ser encontrado sem nenhuma dificuldade, uma vez que a expressão resultante é do 2º grau.

### 3.4 Confrontação com o EUROCODE 5/93

Embora o EUROCODE 5/93 e a norma brasileira tenham uma mesma roupagem – em que são empregados inclusive os mesmos símbolos –, analisando-se detalhadamente esses documentos pode-se constatar divergências significativas nas recomendações propostas para o dimensionamento das peças comprimidas e flexocomprimidas. De início, destaca-se que o EUROCODE 5/93 não limita a esbelteza destas peças, como faz a NBR 7190/97.

Outrossim, o EUROCODE 5/93 não esclarece suficientemente como são calculados os comprimentos de flambagem das peças, sendo necessário recorrer a textos complementares para a sua elucidação, tal como o de Blass (1995a). No caso de estruturas treliçadas, a norma europeia permite uma análise simplificada na determinação dos esforços em suas barras, considerando os nós como rótulas e que o comprimento efetivo das peças comprimidas seja igual ao seu comprimento real ou variando de 0,6 a 0,8 vezes o comprimento do vão, dependendo do caso. Para o caso de pórticos planos, esta norma indica que as tensões provocadas por imperfeições geométricas e deformações induzidas devem ser calculadas por uma análise linear de segunda ordem, aplicando-se um ângulo de inclinação,  $\phi$ , e uma curvatura inicial correspondente a uma excentricidade que deve ser no mínimo igual a  $e = 0,003 \cdot L$ .

Para facilitar o dimensionamento, o EUROCODE 5/93 introduziu um equacionamento empírico para o projeto de peças comprimidas ou flexocomprimidas – Equações [2.98] e [2.99], que é capaz de verificar os casos de flexo-compressão oblíqua. O cálculo do esforço axial último, no desenvolvimento destas expressões, foi realizado a partir de simulações numéricas em computadores e fundamentado numa análise plástica de segunda ordem. Mesmo requerendo um maior tempo de processamento, causado pelos necessários procedimentos iterativos, este método conduziu a esforços axiais últimos maiores que aqueles baseados em uma solução elástica.

Miotto & Dias (2002a) e (2002b) observaram que, embora o EUROCODE 5/93 e a NBR 7190/97 tenham inegáveis semelhanças, na verificação da estabilidade das peças elas divergem consideravelmente. A norma europeia considera apenas momentos de primeira ordem nas suas respectivas expressões. Obviamente que os efeitos de segunda ordem foram contemplados nas simulações numéricas que conduziram às regras estabelecidas pelo documento normativo. Gehri (2000) comenta que, assim, a fórmula proposta pela norma

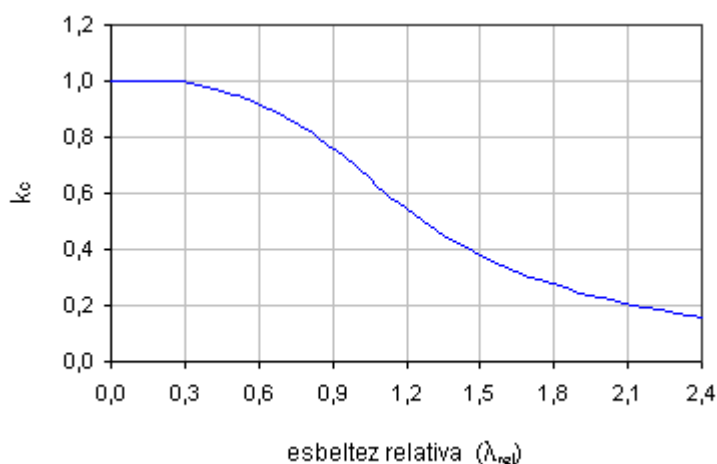
européia é fácil, compreensível, de aplicação segura e com transição correta para a compressão pura.

Um grupo expressivo de fatores, comenta Blass (1995b), influencia na resistência de uma peça comprimida, envolvendo desde as variações nas características do material até as prováveis imperfeições geométricas, destacando-se a curvatura inicial, a inclinação do eixo da peça e as divergências nas dimensões nominais da seção transversal. No entanto, pelas dificuldades do engenheiro obter tais informações antecipadamente, o EUROCODE 5/93 considera a sua influência implicitamente nas regras de projeto. A norma européia limita o desvio no alinhamento inicial do eixo das peças em  $L/300$ , para que seja válido o valor de  $\beta_c = 0,2$  para as madeiras serradas. Já a NBR 7190/97 propõe este valor como uma excentricidade accidental mínima.

Com a consideração de uma resistência à compressão modificada, o EUROCODE 5/93 trata as condições de estabilidade das peças comprimidas como um simples caso de verificação de resistência. Observa-se que há uma imposição de critérios de natureza distinta na obtenção da curva de flambagem, ou seja, quando  $\lambda_{rel} \leq 0,3$  prevalecem as condições de resistência da peça – Expressões [2.94] e [2.95]. Acima desse limite, são válidas as Equações [2.98] e [2.99]. A parcela relativa ao esforço axial de compressão, nestas expressões, é afetada por um coeficiente de correção,  $k_c$ , que considera os efeitos da flambagem.

A Figura 3.8 ilustra os valores de  $k_c$  em função da esbeltez relativa. O trecho horizontal da figura ( $\lambda_{rel} \leq 0,3$ ) é resultado das imposições do EUROCODE 5/93 para as peças curtas, em que a resistência da madeira é a condição de ruptura determinante. Não fosse a prescrição normativa para esse intervalo, a curva esboçada seguiria em um ramo ascendente. Para  $\lambda_{rel} > 0,3$ , a expressão proposta pelo documento normativo europeu gera uma curva isenta das discontinuidades que caracterizam a curva equivalente segundo a NBR 7190/97. Os dados utilizados para o traçado do diagrama referem-se às madeiras européias.





**Figura 3.8** – Fator de esbeltez da norma européia.

Tornando-se nulos os termos da flexão nas Equações [2.98] e [2.99], é possível se constatar que o coeficiente  $k_c$  é uma forma parametrizada de relacionar as tensões de compressão com a resistência à compressão na direção paralela às fibras, ou seja,

$$k_{c,z} = k_{c,y} = \frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}} \quad [3.3]$$

Da equação anterior é possível, então, concluir que o valor de projeto do esforço axial de compressão pode ser obtido pela expressão:

$$N_d = A \cdot f_{c,0,d} \cdot k_c \quad [3.4]$$

Adotando-se o mesmo procedimento anterior, a partir da Equação [2.94] determina-se o coeficiente  $k_{c,z} = 1,0$  para  $\lambda_{rel,z} \leq 0,3$  e, assim, nesse intervalo, o máximo esforço axial de compressão – valor de projeto – é encontrado segundo a Equação [3.5], que coincide com o equacionamento da NBR 7190/97 para peças curtas.

$$N_d = A \cdot f_{c,0,d} \quad [3.5]$$

Supondo uma peça de seção transversal retangular, conforme se mostra na Figura 3.1, a partir da Equação [2.98] é fácil se obter uma equação que conduz ao valor do esforço normal de projeto:

$$N_d = \frac{k_{c,z} \cdot f_{c,0,d} \cdot f_{m,z,d}}{\frac{f_{m,z,d}}{A} + \frac{6 \cdot e_y \cdot k_{c,z} \cdot f_{c,0,d}}{h \cdot b^2}} \quad [3.6]$$

A NBR 7190/97 não admite, no caso das peças esbeltas, a obtenção de uma expressão objetiva, como a equação acima, devido à complexidade de suas recomendações.

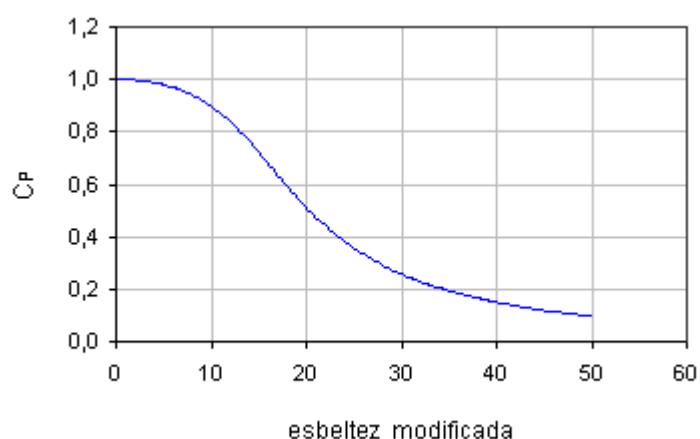
### 3.5 Confrontação com a NDS/91

As condições de estabilidade das peças comprimidas são avaliadas a partir da esbeltez modificada, segundo a NDS/91, em que se relaciona – para seções transversais retangulares – o comprimento efetivo e a dimensão da seção transversal na direção considerada. De forma similar ao documento canadense, a NDS/91 limita em 50 o índice de esbeltez das peças de madeira serrada. Comparando-se esse índice com aquele proposto pela NBR 7190/97, é possível escrever:

$$\lambda = \frac{L_0}{i_{\min}} = \frac{L_0 \cdot \sqrt{12}}{b} = \frac{L_e}{b} \cdot 3,46 \quad [3.7]$$

Substituindo-se o valor da esbeltez máxima assumida pela NDS/91 na equação anterior, nota-se que essa norma permite que a esbeltez alcance o valor de 173, ou seja, bem acima do permitido pela NBR 7190/97. Como se vê na Tabela A.4 (Anexo A), o documento normativo norte-americano apresenta alternativas de vinculação das barras não contempladas pela norma brasileira.

A verificação das peças comprimidas procede do atendimento à condição estabelecida na Equação [2.111]. Nessa expressão, a tensão admissível de compressão paralela às fibras é função do fator de estabilidade,  $C_p$ , calculado pela equação desenvolvida por Ylinen. Um aspecto interessante é que a tensão admissível, assim obtida, resulta de uma curva que é contínua – conforme Figura 3.9 – em todo o intervalo de possibilidades de esbeltez da peça. Conhecidos os fatores de ajuste pertinentes e a área da seção transversal, a determinação do esforço axial de compressão admissível torna-se imediata.



**Figura 3.9** – Fator de esbeltez da norma NDS/91.

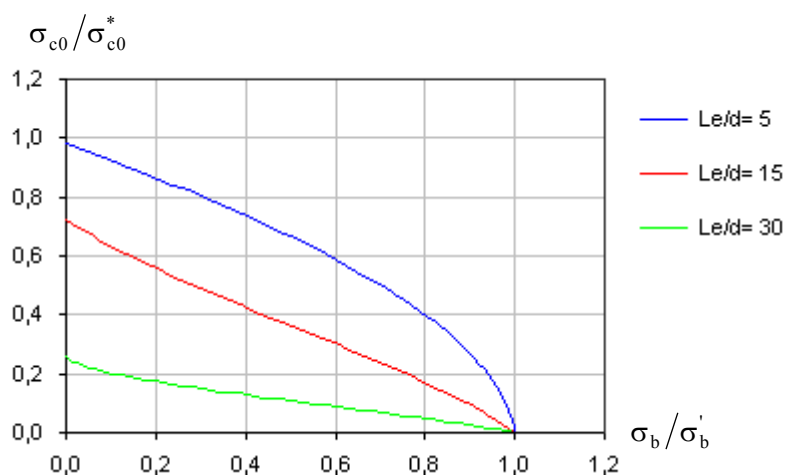
Os valores do módulo de elasticidade, listados pela NDS/91, são valores médios. A expressão para o cálculo de  $\sigma_{cE}$  inclui um ajuste que converte o valor médio do módulo de elasticidade ao valor referente ao 5º quantil da distribuição estatística dos valores experimentais, embutido no valor de  $K_{cE}$ . Em muitas situações, comentam Breyer et al. (1999), alguma excentricidade acidental pode estar presente devida à não-uniformidade dos apoios. Frequentemente esses efeitos são assumidos como compensados pelas recomendações da NDS/91, não havendo qualquer limitação ou imposição de excentricidades nesse documento.

Ressalta-se a facilidade no dimensionamento proporcionada pela inclusão do fator de estabilidade. Esse parâmetro, além de considerar a interação entre os efeitos da instabilidade e da resistência do material, pode ser ajustado aos dados experimentais pela manipulação do coeficiente “c” que aparece na Equação [2.120].

Já as peças flexocomprimidas são verificadas por uma expressão de interação desenvolvida por Zahn, representando um tratamento unificado entre a flambagem de peças comprimidas, flambagem lateral de vigas e a interação viga-coluna. Anulando-se os termos da flexão lateral na Equação [2.122], tem-se uma transição correta para a compressão axial.

A partir da Equação [2.126], se obtêm as curvas que simulam a interação entre a compressão axial e a flexão, indicadas na Figura 3.10. Uma das possibilidades é relacionar a tensão  $\sigma_{c0}$  com a tensão admissível à compressão paralela às fibras ( $\sigma'_{c0}$ ). No entanto, relacionando-a

com a tensão admissível à compressão paralela às fibras de peças curtas ( $\sigma_{c0}^*$ ), torna-se mais evidente o efeito da flambagem na determinação do esforço admissível.



**Figura 3.10** – Curvas de interação para peças flexocomprimidas, com diferentes índices de esbeltez, segundo a NDS/91.

Situações de dimensionamento envolvendo a excentricidade inicial do carregamento, associada com carregamentos laterais, são resolvidas pela Equação [2.127]. Embora a quantidade de fatores envolvidos nessa equação torne-a demasiadamente extensa, é fácil perceber a contribuição de cada parcela na interação. Tornando-se nulas as tensões devidas aos carregamentos laterais,  $\sigma_{bx}$  e  $\sigma_{by}$ , a expressão resultante é válida para peças sujeitas apenas ao esforço axial excêntrico. Por outro lado, não havendo a força axial de compressão, essa expressão se transforma na que permite a verificação da flexão biaxial (oblíqua).

### 3.6 Confrontação com a AF&PA/ASCE 16-95/96

Embora fundamentada em um outro método de verificação das condições de segurança estrutural, a AF&PA/ASCE 16-95/96 evidencia relações notáveis com a NDS/91. Um exemplo disto está na recomendação do uso dos fatores de ajuste contidos na NDS/91, quando não houver referência específica em seu texto.

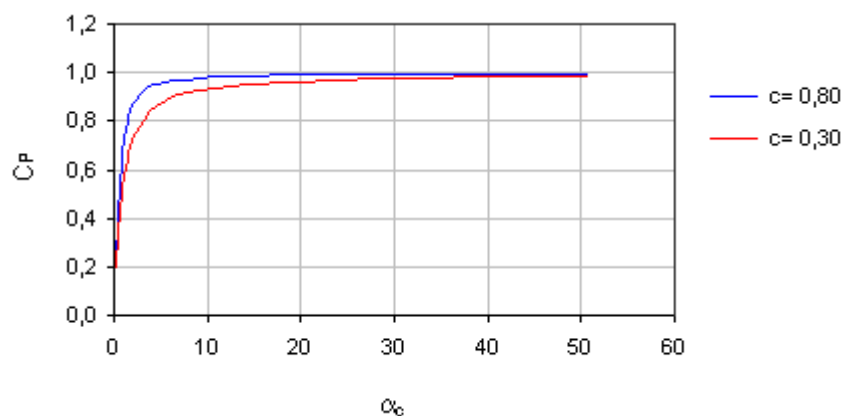
Esta norma adota o modelo tradicional de representação do índice de esbeltez, assemelhando-se, assim, às prescrições da NBR 7190/97. Ao assumir uma esbeltez máxima

de 175, a AF&PA/ASCE 16-95/96 reafirma o limite estabelecido na NDS/91, situando-se bem acima daquele estabelecido pela norma brasileira. Sendo válidos os coeficientes de comprimento de flambagem,  $K_e$ , adotados pela NDS/91, também se pode afirmar que esta norma flexibiliza as condições de vinculação das barras, quando confrontada com o documento normativo brasileiro.

Percebe-se que esta norma não conduz, obrigatoriamente, o projetista a verificar a possibilidade de flambagem segundo diferentes planos. Neste aspecto, a NBR 7190/97 e a AF&PA/ASCE 16-95/96 se equiparam, contando com a experiência do projetista na inspeção da situação crítica.

A utilização do módulo de elasticidade longitudinal ajustado ao 5º quantil da distribuição de freqüências permite a apresentação das fórmulas de estabilidade em um formato familiar, como o indicado pela Equação [2.136]. No entanto, esta norma se difere da NDS/91, que apesar de também adotar o módulo de elasticidade ajustado, o faz incorporando constantes numéricas nas expressões.

A equação proposta pela AF&PA/ASCE 16-95/96 para a determinação do valor de projeto da resistência à compressão paralela às fibras – Equação [2.132] – depende diretamente do fator de estabilidade de peças comprimidas,  $C_p$ . Esse fator é função da razão entre o esforço crítico de Euler e da resistência de cálculo de peças curtas à compressão paralela às fibras, denotada pelo parâmetro  $\alpha_c$ . A influência de  $\alpha_c$  no fator de estabilidade está esboçada na Figura 3.11 para diferentes valores da constante “c”.

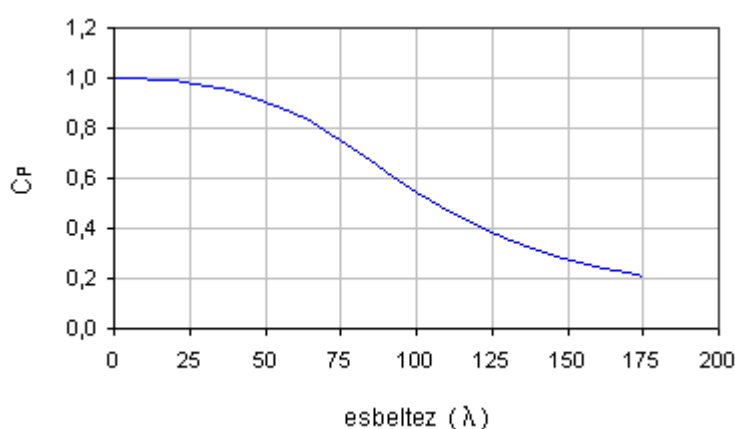


**Figura 3.11** – Variação do fator de estabilidade em função de  $\alpha_c$ .

Em peças muito curtas, o valor de  $\alpha_c$  cresce rapidamente, fazendo com que o módulo de  $C_p$  se aproxime da unidade para os diferentes valores de “c”, e assim, não influenciando na resistência de projeto dessas peças.

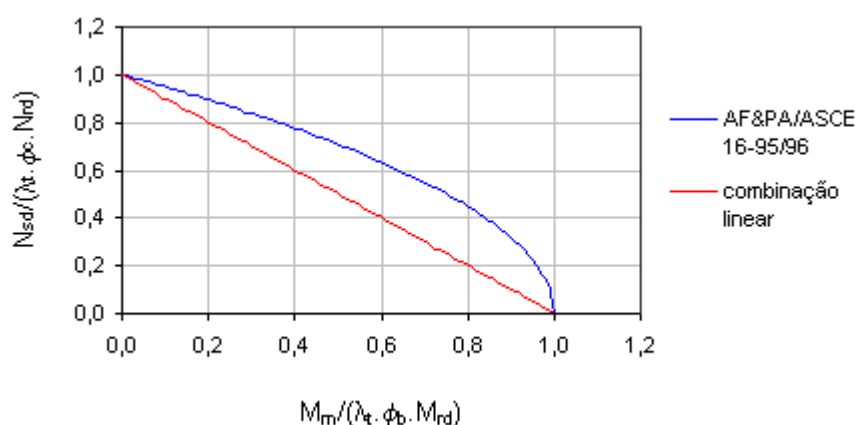
Como a equação para a obtenção do fator de estabilidade de peças comprimidas,  $C_p$ , tem a mesma base teórica adotada pela NDS/91, a curva resultante tem o mesmo aspecto daquela esboçada na Figura 3.9, exceto que agora ela é função da esbeltez tradicional, conforme a Figura 3.12. Estes critérios conduzem a uma notável objetividade na obtenção da resistência de cálculo e a uma continuidade da curva resultante.

Nos critérios estabelecidos por esta norma, também não constam excentricidades mínimas obrigatórias, como faz o documento normativo brasileiro. Impondo-se uma excentricidade inicial no carregamento, a peça simplesmente é dimensionada para resistir à flexo-compressão.



**Figura 3.12** – Fator de esbeltez da norma AF&PA/ASCE 16-95/96.

A expressão proposta pela AF&PA/ASCE 16-95/96 para a verificação das peças flexocomprimidas conduz a uma correta transição para a compressão axial, sendo válida para os casos de flexão oblíqua e flexo-compressão oblíqua. O quadrado do termo da compressão axial caracteriza um dimensionamento menos conservador – confirmado pelas pesquisas de Zahn – que aquele obtido pela combinação linear entre as parcelas da flexão e do esforço axial, como se verifica na Figura 3.13.



**Figura 3.13** – Interação entre a flexão e o esforço axial de compressão.

Na verificação da flexo-compressão, a AF&PA/ASCE 16-95/96 não faz nenhuma distinção entre os momentos fletores provenientes de diferentes fontes, tais como os gerados pela excentricidade dos esforços axiais e por solicitações transversais. Estes momentos são agrupados em uma única parcela, diferenciando-se assim do procedimento adotado pela NDS/91. Como os momentos solicitantes que aparecem na Equação [2.137] incluem os efeitos de segunda ordem, eles receberam uma designação especial para se evitar confusões.

Uma grande parte das estruturas de madeira são contraventadas, ao invés de se equipararem a pórticos rígidos. Assim, os momentos de primeira ordem ( $M_{bx}$  ou  $M_{by}$ ) são a única categoria, comumente, que precisa ser considerada.

Todos os amplificadores dos momentos de primeira ordem, determinados pelas Equações [2.144] a [2.147], possuem um denominador cujo valor máximo é unitário e que diminui na medida em que o esforço axial aplicado se aproxima da carga crítica de Euler multiplicada pelo fator de resistência para a compressão paralela à fibras,  $\phi_c$ . Logo, nesta condição, os amplificadores assumem os seus máximos módulos, podendo assumir imensos valores para altos índices de esbeltez.

A NBR 7190/97 não menciona as formas alternativas de aplicação do carregamento axial de compressão, por exemplo, utilizando-se braçadeiras ou cantoneiras que são fixadas lateralmente ao pilar e previstas pela AF&PA/ASCE 16-95/96, que podem provocar grandes excentricidades no esforço axial e conduzir a esforços de flexão significativos.

### 3.7 Considerações complementares

O dimensionamento das peças comprimidas de madeira é influenciado pela sua esbelteza, compreendendo uma interação entre os dois modos básicos de ruptura (resistência e instabilidade), que geralmente não é linear. Vários autores propuseram relações adotadas pelos códigos normativos, que indicam uma interação não-linear.

Comparando-se os critérios de verificação da instabilidade das peças comprimidas, propostos pelos documentos normativos aqui analisados, nota-se a sutileza de suas similaridades. Além do emprego dos fatores de correção, para considerar as particularidades devidas ao uso da estrutura, cada qual acrescenta fatores para expressar as condições de estabilidade, que são baseados em diferentes teorias: fórmula de Ylinen, no caso das normas norte-americanas, Rankine-Gordon na norma canadense, ajustes simplificadores na norma australiana e o procedimento numérico no caso da norma européia.

As peças flexocomprimidas, por sua vez, são tratadas no processo de dimensionamento como um caso de interação entre compressão axial e flexão. Nesse caso, surge o efeito de segunda ordem causado pela excentricidade do carregamento e as fórmulas de interação pretendem manipular as combinações de tensões resultantes desse tipo de sollicitação. Para tal sollicitação não há uniformidade no tratamento sugerido pelas normas. A norma alemã propõe uma expressão de interação linear, em que a tensão admissível de flexão é afetada por um coeficiente de flexão e a tensão admissível de compressão é modificada segundo a esbelteza da peça. O texto da norma australiana afirma que as expressões propostas para a verificação das peças flexocomprimidas são baseadas em um critério conservador, que já contém uma compensação para os efeitos de amplificação do momento fletor devido ao carregamento axial. O documento normativo canadense adota uma condição de interação linear entre a compressão e a flexão, considerando que o momento fletor solicitante na expressão seja resultado da soma dos momentos de primeira e segunda ordem. A expressão proposta pela norma norte-americana baseada nos estados limites (LRFD) inclui fatores amplificadores nos momentos ( $M_m$ ), deixando clara a consideração dos efeitos de segunda ordem.

Nem sempre ilustrada com muita clareza nas expressões normativas estudadas, a fluência é outro fator que interfere diretamente no comportamento das peças comprimidas e flexocomprimidas. Para a compensação desse efeito, algumas normas indicam a utilização



do módulo de elasticidade referente ao quinto quantil da distribuição de freqüências, modificado por fatores específicos de condições de uso e tipo de solicitação, como é o caso do EUROCODE 5/93.

A fluência é considerada, pela CSA 086.1/89, no lado das solicitações da expressão geral de verificação do método dos estados limites ( $S_d \leq R_d$ ). Ou seja, os esforços gerados pelas reduções e aumentos nas dimensões das peças causados por mudanças de temperatura, retração, trocas de umidade, fluência, recalques de apoio ou suas combinações, são determinados, geralmente, por métodos baseados na hipótese de comportamento elástico do material.

A norma australiana, por sua vez, leva em conta os efeitos da fluência através do fator de estabilidade. Sob efeito das ações de longa duração, há um efeito de fluência adicional que é considerado indiretamente na constante material,  $\rho$ .

Na NDS/91 afirma-se que o efeito da fluência é considerado, em peças sujeitas à flexão, limitando-se as deformações causadas pelas ações de longa duração. Na AF&PA/ASCE 16-95/96, os efeitos da fluência, da variação na rigidez do material e de pequenas excentricidades acidentais são contemplados pelo fator de estabilidade,  $\phi_s$ .

A norma alemã considera o efeito da fluência no cálculo das deformações devidas à flexão. Assume-se que as deformações de fluência são proporcionais às deformações elásticas da peça flexionada. Sua análise é exigida se o peso próprio excede em 50% ao carregamento global incidente. A DIN 1052/88 apresenta equações que permitem o cálculo do índice de fluência de peças estruturais em função do peso próprio e do carregamento global.

## 4 AVALIAÇÃO NUMÉRICA DOS CRITÉRIOS NORMATIVOS

Neste capítulo, as peças comprimidas axialmente e flexocomprimidas são avaliadas sob os critérios da norma brasileira e de outros países. Os resultados alcançados são comparados quantitativamente e se comentam os aspectos envolvidos com a objetividade na obtenção dos dados.

### 4.1 Informações preliminares

Em estruturas de madeira, a seção transversal retangular é uma das mais comuns. Amparando-se nessa constatação, adotou-se essa forma de seção transversal para as análises subsequentes. Visando parametrizar os resultados, escolheu-se uma relação entre a altura e a largura da seção transversal igual a  $h/b=2$ , pois representa bitolas tradicionalmente comercializadas. Adotou-se, neste estudo, que as extremidades das barras são biarticuladas. É possível, a partir desse modelo, avaliar o comportamento de peças com outras condições de apoio, a partir das relações indicadas pelos textos normativos avaliados.

No caso de peças flexocomprimidas, os resultados conseguidos pelos métodos das diferentes normas serão comparados para peças solicitadas por força de compressão excêntrica, gerando uma flexão sobre o eixo de menor inércia, como indicado na Figura 3.1, ou seja, com  $M_y = 0$ . Admitiu-se dois casos para estudo: uma excentricidade inicial equivalente a  $e_i = 0,1 \cdot b$  e uma outra igual a  $e_i = 0,5 \cdot b$ .

Dentre os documentos normativos avaliados, somente a NBR 7190/97 apresenta a fluência como uma excentricidade suplementar de 1ª ordem. Assim, a excentricidade devida à fluência e a acidental serão somente consideradas no cálculo das peças segundo os critérios da norma brasileira, já que as demais normas ponderam essas propriedades de forma diferenciada em seus critérios.

Nas análises a seguir, as propriedades de resistência e de rigidez estabelecidas são adotadas a partir das classes de resistência das coníferas e dicotiledôneas da NBR 7190/97. Entretanto, diversos documentos normativos, aqui estudados, empregam a resistência característica à flexão nas expressões de verificação das peças flexocomprimidas. Como o documento normativo brasileiro não contempla essa propriedade em suas tabelas, utilizando-se as expressões propostas para estimar as resistências na caracterização simplificada das madeiras, foi possível constatar que:

$$f_{M,k} = 1,30 \cdot f_{c0,k} \quad [4.1]$$

A NBR 7190/97 recomenda a utilização do módulo de elasticidade longitudinal efetivo ( $E_{c0,ef}$ ) nas situações de verificação dos estados limites últimos ou de utilização. Alguns documentos normativos de outros países ajustam esse parâmetro ao 5º quantil das distribuições normais de frequência, às vezes para refletir os efeitos da fluência da madeira. Quando for necessária a substituição pelo módulo de elasticidade ajustado, estará sendo empregada a Equação [4.2], com o coeficiente de variação  $\delta = 0,25$ :

$$E_{0,05} = E_{c0,m} \cdot (1 - 1,645 \cdot \delta) \quad [4.2]$$

O carregamento atuante nas peças em estudo foi admitido como sendo composto apenas por ações permanentes, especialmente devido às dificuldades impostas pelo método proveniente da norma brasileira. Dessa forma, o coeficiente  $k_{mod,1} = 0,6$ . Admitiu-se que a madeira empregada se enquadra na categoria de madeira seca; conseqüentemente, o coeficiente de modificação  $k_{mod,2} = 1,0$ . Finalmente, admitiu-se que a madeira utilizada é de 1ª categoria para permitir a comparação com as demais normas, que exigem a classificação visual ou mecânica da madeiras; logo,  $k_{mod,3} = 1,0$ . Os fatores de ajuste não contemplados pela NBR 7190/97 serão admitidos com valores unitários para não interferir nas comparações.

A determinação da resistência de cálculo,  $N_d$ , de acordo com os critérios da NBR 7190/97, especialmente para as peças esbeltas, conduziu à resolução de equações transcendentais, solucionadas com o auxílio de recursos computacionais. Ainda que alguns códigos normativos, inclusive a NBR 7190/97, apresentem diferentes expressões para as verificações

de resistência e de instabilidade das peças flexocomprimidas, este trabalho restringe-se à inspeção das condições de estabilidade.

Os dados resultantes da aplicação dos critérios normativos são ilustrados na forma de diagramas  $N_d / A \times \lambda$ , por permitirem uma clara visualização do comportamento do elemento estrutural segundo os diferentes índices de esbeltez, justificando a recorrência a este modelo ao longo deste texto. Todavia, os resultados numéricos alcançados são apresentados em forma tabular, nos Anexos deste trabalho. A obtenção dos dados e gráficos foi possível com a utilização de programas computacionais tais como: o *Excel2000* da Microsoft e o *Mathcad8 Professional* da MathSoft, Inc.

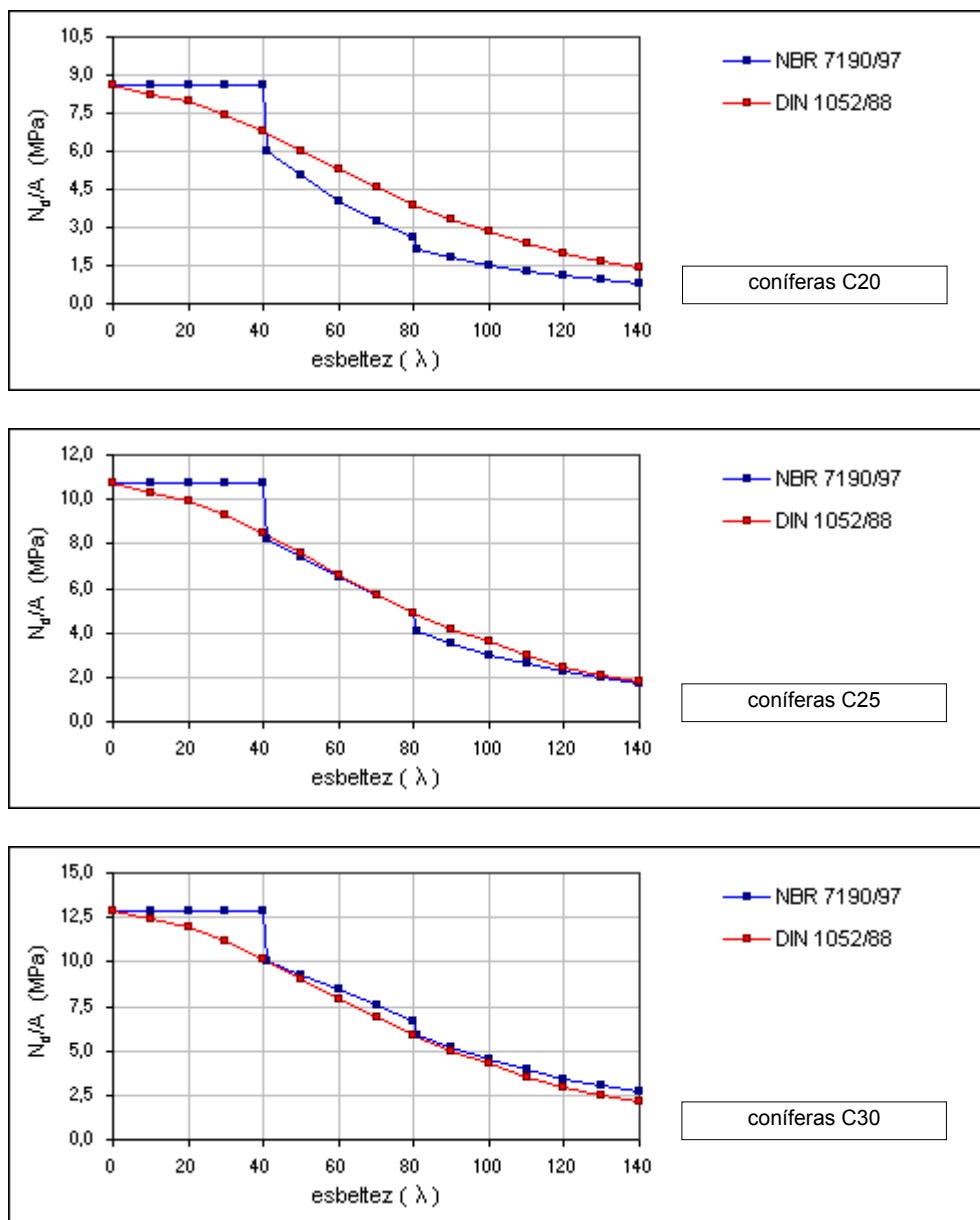
#### 4.2 Critérios da norma alemã

A fundamentação da norma alemã no método das tensões admissíveis acarretou uma dificuldade inicial no estabelecimento dos parâmetros envolvidos na determinação do esforço de cálculo  $N_d$ . Para solucionar o problema resultante da divergência de fundamentação dos métodos, admitiu-se que a tensão admissível à compressão paralela às fibras,  $\bar{\sigma}_{D,0}$ , fosse equivalente ao valor de projeto da resistência à compressão nessa direção,  $f_{c0,d}$ , calculada segundo as recomendações da NBR 7190/97.

A obtenção dos valores de  $N_d$  para as peças axialmente comprimidas é feita através das Equações [2.52] e [2.53], com extrema simplicidade; os dados resultantes estão representados nas Figuras 4.1 e 4.2, para as diferentes classes de resistência das madeiras brasileiras. Destaca-se, de antemão, que as curvas resultantes da aplicação das recomendações da DIN 1052/88 não apresentam quaisquer discontinuidades ao longo de todo o intervalo analisado.

A imposição da condição de resistência da NBR 7190/97, para as peças curtas, faz com que os resultados dessa norma superem em 26% e 25% aqueles determinados pela norma alemã, para as coníferas e dicotiledôneas, respectivamente, quando  $\lambda = 40$ . Para as peças medianamente esbeltas e esbeltas é marcante a contigüidade entre os resultados, exceto para as coníferas de classe C20, em que os valores obtidos pela norma alemã, por exemplo, superam em 91% os da norma brasileira, quando  $\lambda = 100$ . Para as coníferas de classe C30,

os resultados conseguidos pela norma brasileira superam os da norma alemã em 22%, quando  $\lambda = 140$ . Menores diferenças, normalmente favoráveis à norma brasileira e que não ultrapassam 16%, marcam o comportamento das dicotiledôneas quando  $\lambda > 40$ .



**Figura 4.1** – Comparação entre a DIN 1052/88 e a NBR 7190/97. Peças comprimidas. Madeira: coníferas.

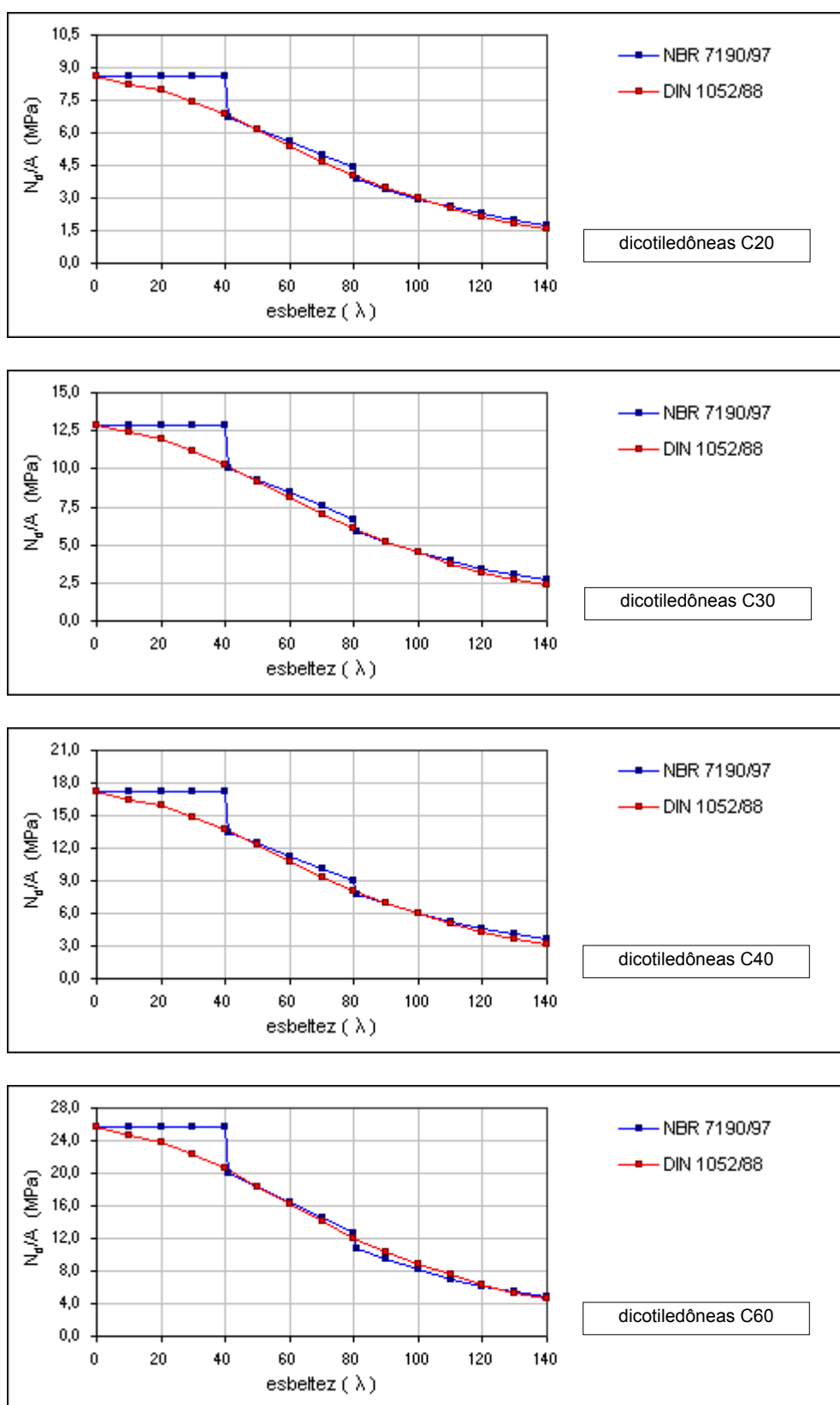


Figura 4.2 – Comparação entre a DIN 1052/88 e a NBR 7190/97. Peças comprimidas. Madeira: dicotiledóneas.

A verificação da estabilidade das peças flexocomprimidas, segundo as recomendações da DIN 1052/88, se faz pelo atendimento da Expressão [2.55], que é função da tensão admissível à flexão. Calculou-se a resistência característica à flexão pela Equação [4.1] e, em seguida, aplicou-se o critério dado pela Equação [2.14] para a determinação do valor de projeto da resistência à flexão, com os mesmos coeficientes de modificação e de minoração descritos na seção anterior. Então, a tensão admissível à flexão foi tomada como equivalente ao valor de projeto da resistência à flexão,  $f_{M,d}$ .

O índice de esbeltez das peças sujeitas à flexão,  $\lambda_B$ , depende do módulo de torção,  $G_T$ , como indica a Equação [2.59]. Conforme a DIN 1052/88, para a madeira serrada é possível afirmar que  $G_T = 2/3 \cdot G$ . Por sua vez, a norma brasileira afirma que o módulo de elasticidade transversal pode ser estimado pela relação:  $G = E/20$ . Então, é possível determinar o módulo de torção a partir do módulo de elasticidade paralelo às fibras por:

$$G_T = \frac{E}{30} \quad [4.3]$$

O desempenho das peças flexocomprimidas, de acordo com os critérios das normas brasileira e alemã, está representado nas Figuras 4.3 e 4.4, considerando-se as duas situações de excentricidades iniciais descritas.

A norma brasileira admite, para as coníferas e dicotiledôneas em peças curtas, valores de  $N_d$  até 25% superiores aos permitidos pela norma alemã, quando a excentricidade inicial é  $0,1 \cdot b$ . Para essas mesmas peças, quando a excentricidade é  $0,5 \cdot b$ , a diferença diminui significativamente, não atingindo 7% em favor da norma alemã.

As peças medianamente esbeltas e esbeltas, calculadas conforme estas duas normas, não têm um comportamento homogêneo, especialmente nas coníferas com excentricidade inicial igual a  $0,1 \cdot b$ . Na classe C20, o esforço de projeto obtido pela DIN 1052/88 supera o da norma brasileira em 90% quando  $\lambda = 100$ . Essa diferença vai diminuindo à medida que melhoram as propriedades de resistência e rigidez da madeira; o esforço de projeto, determinado pela NBR 7190/97, supera em 11% o da norma alemã, para as coníferas da classe C30 com  $\lambda = 140$ . Para as dicotiledôneas, sujeitas a essa mesma excentricidade

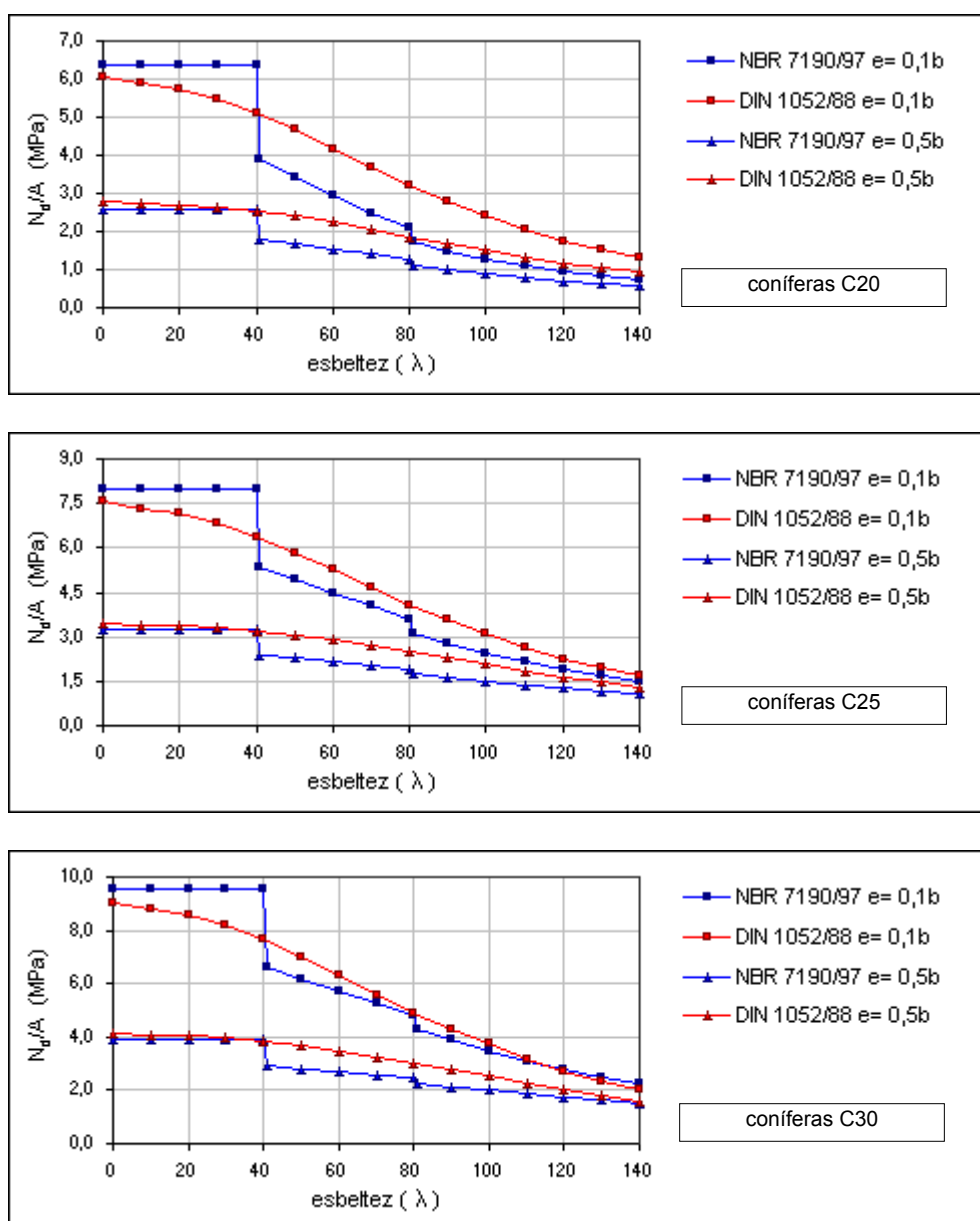
inicial, as diferenças são menores, não se ultrapassando 23% em favor da norma alemã, quando  $\lambda = 90$ .

Ainda para as peças medianamente esbeltas e esbeltas, porém agora sujeitas a uma excentricidade inicial equivalente a  $0,5 \cdot b$ , observa-se que a DIN 1052/88 é menos conservadora que a norma brasileira, pois admite valores aproximadamente 72% acima, quando  $\lambda = 100$  e a madeira é a conífera de classe C20. Nas peças medianamente esbeltas ou esbeltas, em que a madeira é do tipo dicotiledônea, o comportamento é similar; o esforço de projeto obtido conforme a norma alemã supera em 38% aquele determinado segundo a norma brasileira, quando  $\lambda = 90$  e a madeira é da classe C60.

De um modo geral, é possível constatar-se que os esforços de projeto obtidos segundo as recomendações das duas normas aqui confrontadas não apresentam grandes disparidades, exceto para as coníferas de classe C20 e que, na medida em que a excentricidade inicial aumenta, as diferenças entre os resultados válidos para as peças medianamente esbeltas e esbeltas também aumentam.

Destaca-se como vantagem, em favor do código alemão, que uma única expressão é suficiente para examinar o desempenho das peças com quaisquer índices de esbeltez. Embora o método apresentado pela DIN 1052/88 para a avaliação da estabilidade das peças flexocomprimidas seja de fácil aplicação, não leva em conta a fluência e os efeitos de segunda ordem. Um outro aspecto é a ausência de indicação de validade dessa expressão para a flexo-compressão oblíqua. A verificação opcional destas peças pela teoria de segunda ordem, proposta pela norma alemã, não foi analisada nas simulações deste trabalho.





**Figura 4.3** – Comparação entre a DIN 1052/88 e a NBR 7190/97. Peças flexocomprimidas. Madeira: coníferas.

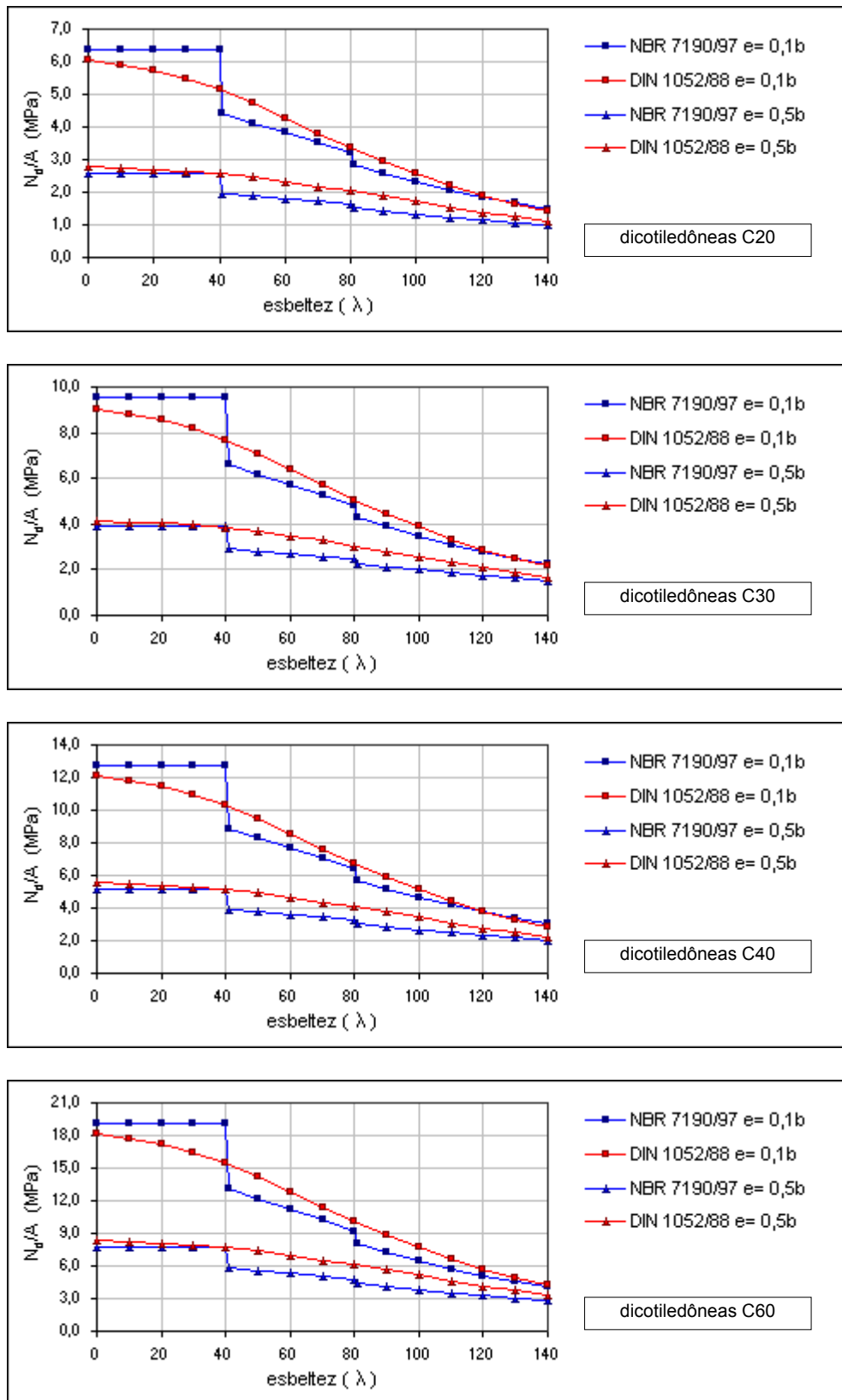


Figura 4.4 – Comparação entre a DIN 1052/88 e a NBR 7190/97. Peças flexocomprimidas. Madeira: dicotiledôneas.

### 4.3 Critérios da norma australiana

Valores de resistência e de rigidez das madeiras australianas estão incorporados nas expressões normativas para o cálculo do fator de estabilidade,  $k_{12}$ . Desta forma, antes de se calcular os esforços axiais resistentes, é necessária uma adaptação nas equações propostas pela AS 1720.1/97. A partir da definição do fator de estabilidade, escreve-se:

$$k_{12} = \frac{\pi^2 EI / L_e^2}{k_1 f_{c0,k} A} \quad [4.4]$$

Para as ações permanentes, a norma australiana indica  $k_1 = 0,57$ . Esse parâmetro foi alterado para  $k_1 = 0,60$ , conforme Tabela 2.1, pela necessária coerência com o texto da NBR 7190/97. Além disso, no cálculo do fator de estabilidade de peças esbeltas,  $k_{12}$ , a norma australiana emprega o módulo de elasticidade ajustado ao 5º quantil das distribuições normais de frequência e, para considerar os efeitos da fluência da madeira, utiliza-se apenas 50% do seu valor obtido em ensaios de duração padronizada em cinco minutos. Considerando-se um coeficiente de variação de 0,25 é possível escrever:

$$E_{0,05} \cong 0,6 \cdot E_{c0,m} \quad [4.5]$$

Fazendo-se as devidas substituições na Equação [4.4], tem-se:

$$k_{12} = \frac{\pi^2 (0,6 \cdot 0,5 \cdot E_{c0,m}) I / L_e^2}{0,60 \cdot f_{c0,k} A} \quad [4.6]$$

Substituindo-se os dados de resistência e de rigidez apresentados pela NBR 7190/97, para as diferentes classes de resistência das coníferas e dicotiledôneas, é possível escrever as expressões contidas na Tabela 4.1.

Considerando que o carregamento atuante é de natureza permanente, faz-se  $k_1 = 0,60$ . Para madeira seca,  $k_4 = 1,0$ . Adotou-se  $k_6 = k_8 = 1,0$ , por serem fatores não contemplados na NBR 7190/97. Aplicando-se o fator de capacidade  $\phi = 0,7143$  (que corresponde ao  $1/\gamma_w$  prescrito pela NBR 7190/97) à capacidade nominal – calculada conforme a Equação [2.74] – obtém-se o esforço resistente de uma peça axialmente comprimida.

**Tabela 4.1** – Fatores de estabilidade ajustados pelos dados da NBR 7190/97.

| CLASSES DE RESISTÊNCIA | $k_{12}$                                   |
|------------------------|--|
| <b>Coníferas:</b>      |  |
| C20                    | $k_{12} = 71,97/(\rho\lambda_s)^2$ [4.7]   |
| C25                    | $k_{12} = 139,82/(\rho\lambda_s)^2$ [4.8]  |
| C30                    | $k_{12} = 198,76/(\rho\lambda_s)^2$ [4.9]  |
| <b>Dicotiledôneas:</b> |  |
| C20                    | $k_{12} = 195,34/(\rho\lambda_s)^2$ [4.10] |
| C30                    | $k_{12} = 198,76/(\rho\lambda_s)^2$ [4.11] |
| C40                    | $k_{12} = 200,48/(\rho\lambda_s)^2$ [4.12] |
| C60                    | $k_{12} = 167,92/(\rho\lambda_s)^2$ [4.13] |

Os valores de  $N_d$  estão representados nas Figuras 4.5 e 4.6, para as diferentes classes de resistência das madeiras brasileiras. Observa-se que os diagramas relativos à norma australiana são sempre marcados por um trecho horizontal, um intervalo linear e uma curva exponencial, resultado da aplicação das condições impostas pelas Equações [2.65] a [2.67]. Embora a AS 1720.1/97 adote uma esbelteza diferente da convencional, fez-se as devidas adaptações para permitir as comparações com os valores obtidos a partir das exigências da norma brasileira.

Nas peças curtas, o critério que prevalece é o da resistência. Assim, tanto a norma australiana como a brasileira conduzem a valores idênticos para o esforço de cálculo  $N_d$ . É notável a amplitude das diferenças alcançadas para as peças medianamente esbeltas e esbeltas, especialmente nas coníferas de classe C20, em que os valores admitidos pela NBR 7190/97 superam em 428% aqueles decorrentes do método australiano, quando  $\lambda = 80$ . Constata-se que as diferenças diminuem à medida que melhoram as propriedades de resistência e rigidez da madeira. Exemplificando, nas coníferas de classe C30 esta diferença aproxima-se de 44%, para esse mesmo índice de esbelteza.

Para as dicotiledôneas, a AS 1720.1/97 admite pequenos intervalos cujos valores superam aqueles obtidos conforme a norma brasileira, o que acontece imediatamente após  $\lambda = 40$ . Quando  $\lambda = 41$ , observa-se um pico de 14% em favor da norma australiana, válido para as

dicotiledôneas de classe C40. Desses intervalos em diante, a NBR 7190/97 sempre permite valores muito superiores aos da norma australiana, superando-a em 112% quando  $\lambda = 140$  e a madeira é dicotiledônea de classe C60. Apesar de não produzir as descontinuidades nos diagramas e ser de fácil aplicação, o método australiano requer o uso de três diferentes condições no cálculo do fator de estabilidade e conduz a superdimensionamentos quando comparados com a NBR 7190/97.

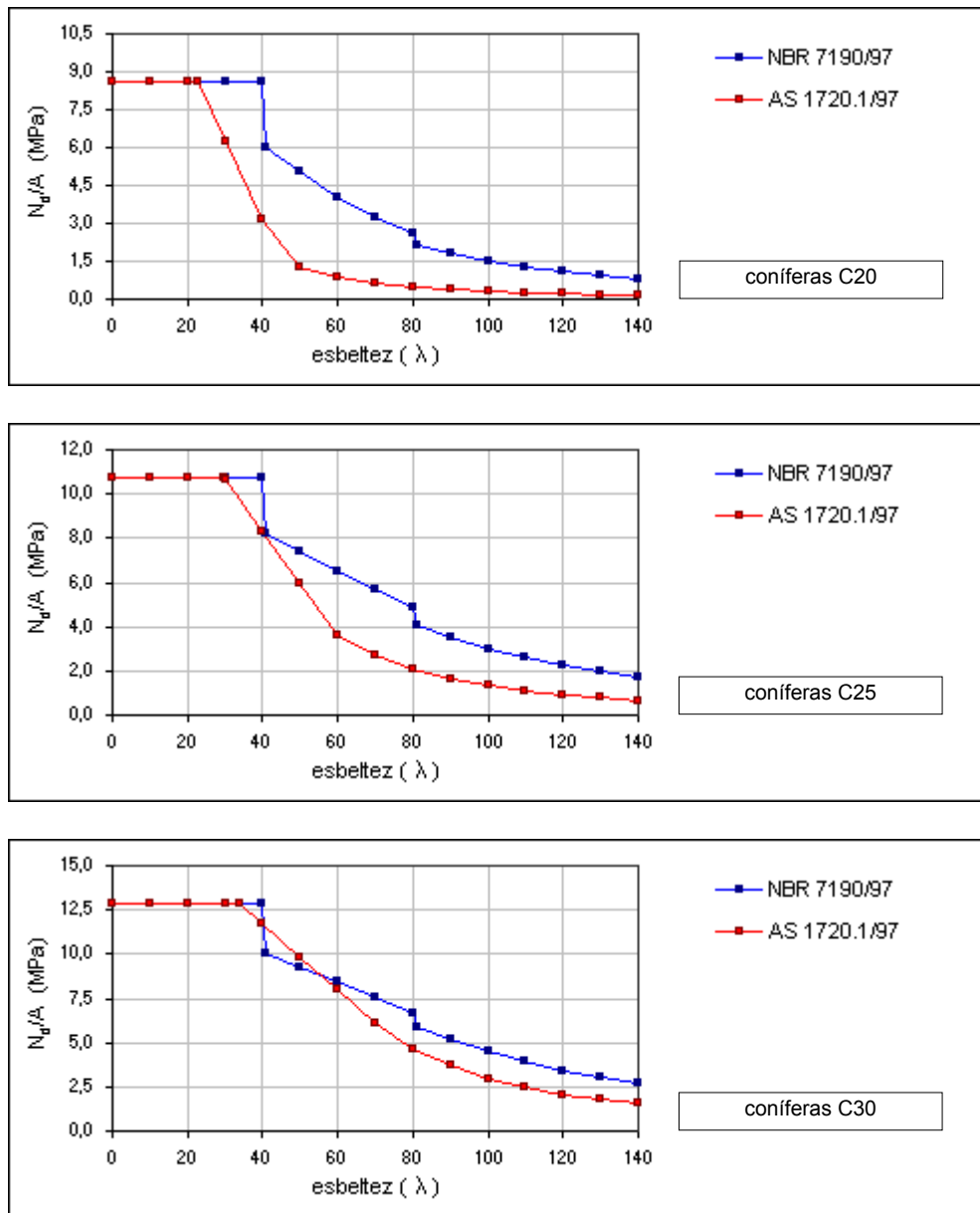


Figura 4.5 – Comparação entre a AS 1720.1/97 e a NBR 7190/97. Peças comprimidas. Madeira: coníferas.

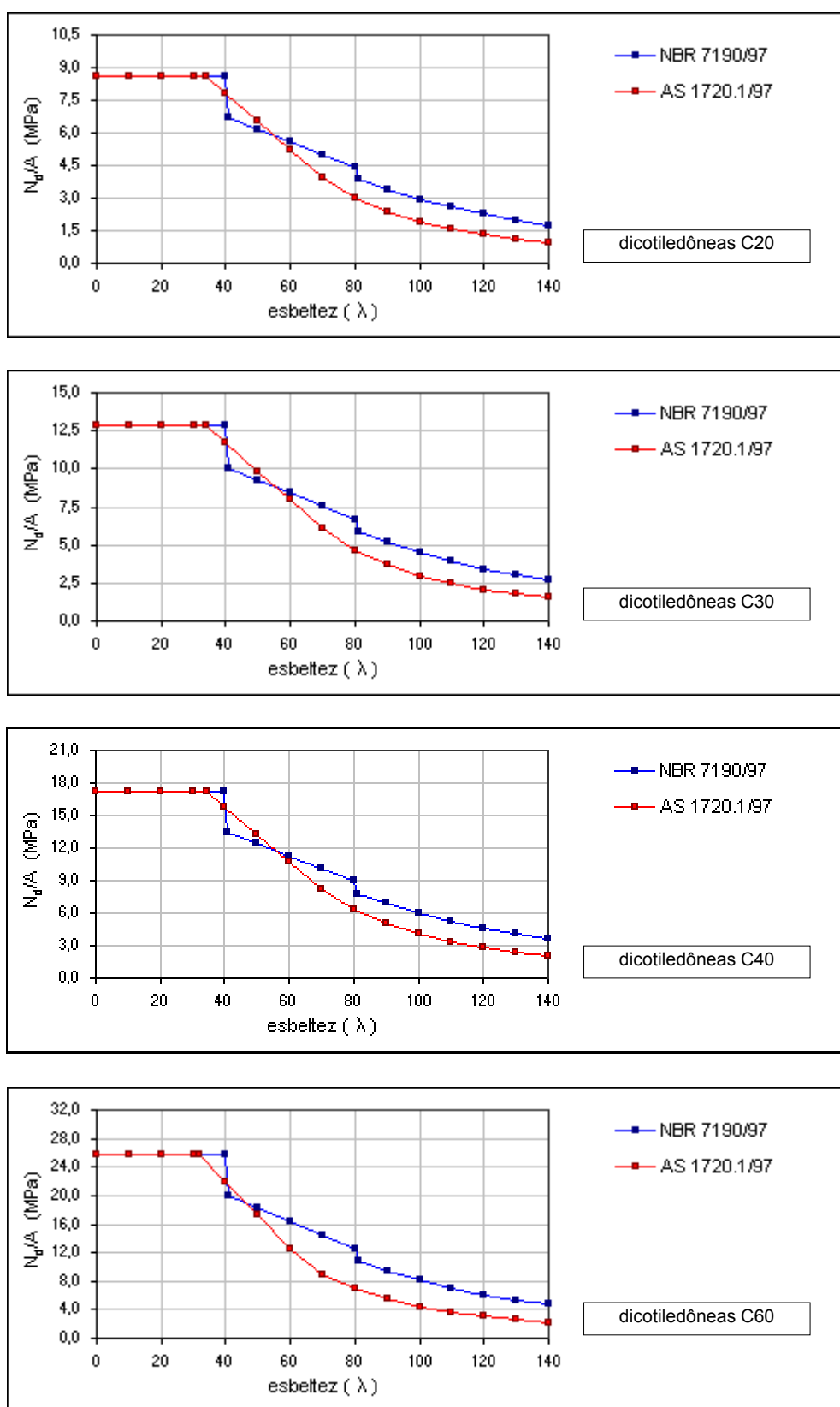


Figura 4.6 – Comparação entre a AS 1720.1/97 e a NBR 7190/97. Peças comprimidas. Madeira: dicotiledóneas.

No cálculo das peças comprimidas ou flexocomprimidas aparece a constante  $\rho$ , que é determinada por expressões fornecidas pela AS 1720.1/97 e depende da razão entre o carregamento variável (temporário) e o carregamento total aplicado na peça, denotado por  $r$ . Nestas simulações considerou-se que toda a carga aplicada seja permanente. Assim,  $r = 0$ . Entretanto, nestas circunstâncias, o código normativo indica que se adote  $r = 0,25$ .

A verificação das peças sujeitas à flexo-compressão reta se faz pelo atendimento das Equações [2.77] e [2.78], sendo que em ambas aparece, no denominador, a capacidade de projeto na flexão. Para o cálculo desse momento resistente,  $\phi M_{rz}$ , a norma australiana admite a hipótese de uma distribuição linear de deformações na seção transversal. Assim sendo, ele é determinado pela expressão da Resistência dos Materiais e afetado pelos fatores  $k_1$ ,  $k_4$ ,  $k_6$ ,  $k_9$ ,  $k_{11}$  e  $k_{12}$ , conforme recomendações normativas.

Admitiu-se para os fatores  $k_1$ ,  $k_4$  e  $k_6$  os mesmos valores das simulações anteriores das peças axialmente comprimidas. Os coeficientes  $k_9$  e  $k_{11}$ , que representam o fator de compartilhamento de ações e o fator de dimensão nas peças flexionadas, respectivamente, também foram assumidos iguais à unidade pela inexistência de fatores similares na norma brasileira. Quando a flexão ocorre somente sobre o eixo de menor inércia  $k_{12} = 1,0$ , segundo o texto normativo.

O comportamento das peças flexocomprimidas, conforme as recomendações das normas brasileira e australiana, está representado nas Figuras 4.7 e 4.8, considerando-se as duas situações de diferentes excentricidades.

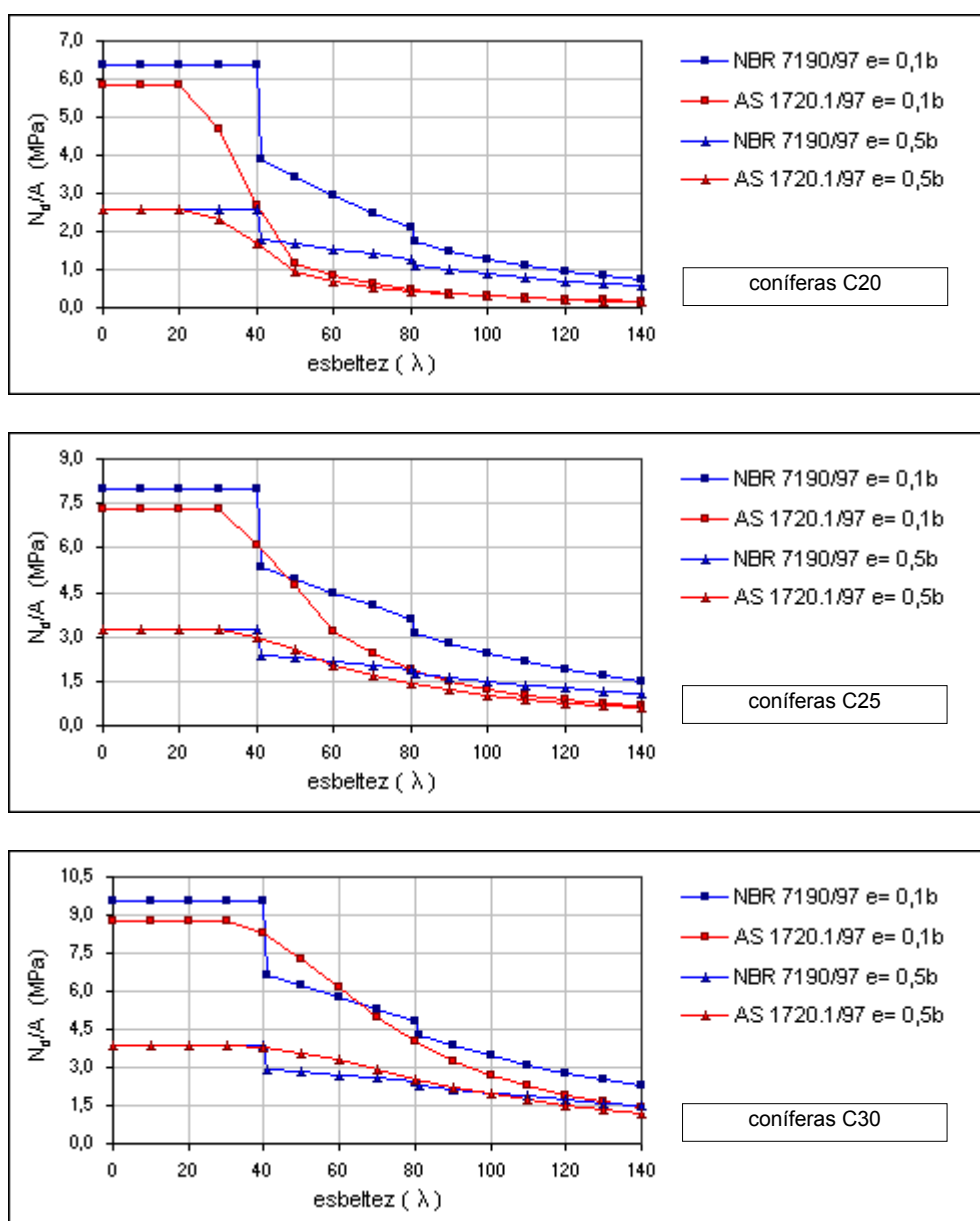
Observa-se um desempenho muito parecido, seja nas coníferas ou nas dicotiledôneas, quando as peças têm pequena esbeltez. As variações são inferiores a 9% quando a excentricidade inicial é  $0,1 \cdot b$  e de apenas 0,15% quando a excentricidade inicial é  $0,5 \cdot b$ , sempre a favor da norma brasileira. Todavia, ultrapassando-se o intervalo considerado de validade para as peças curtas pela norma australiana, o esforço normal de projeto decresce acentuadamente, fazendo com que o valor admissível pela NBR 7190/97 supere em 137% o correspondente da norma australiana, quando  $\lambda = 40$ , a madeira é a conífera de classe C20 e a excentricidade inicial é igual a  $0,1 \cdot b$ .

Nota-se que as peças com índices de esbelteza situados no intervalo de 40 a 80 estão numa faixa de transição, em que os valores de  $N_d$  calculados pela norma australiana superam os equivalentes determinados pela norma brasileira no início desse intervalo, quando a excentricidade inicial é  $0,1 \cdot b$  e a madeira é do tipo dicotiledônea. As coníferas só têm um desempenho semelhante na classe C30. Quando a excentricidade inicial é  $0,5 \cdot b$ , percebe-se que os critérios da norma australiana conduzem a desempenhos superiores aos da norma brasileira no início do intervalo das peças medianamente esbeltas, superando-os em 27% para as coníferas de classe C30 e dicotiledôneas da classe C40 quando  $\lambda = 50$ . As coníferas de classe C20 têm desempenho muito diferente; os resultados decorrentes da aplicação da NBR 7190/97 chegam a exceder em 78% aqueles devidos à norma australiana, quando  $\lambda = 50$ .

Peças esbeltas têm os valores de  $N_d$  gerados pela norma brasileira sempre superando os correspondentes admitidos pela norma australiana. Exemplificando: o valor da NBR 7190/97 excede em 367% o correspondente determinado pela AS 1720.1/97, para as coníferas C20 com esbelteza igual a 140 e excentricidade inicial igual a  $0,1 \cdot b$ ; o valor da NBR 7190/97 excede em 90% o equivalente calculado pela AS 1720.1/97, para as dicotiledôneas C60, com esbelteza igual a 140 e excentricidade inicial igual a  $0,1 \cdot b$ . Diferenças menores são notadas quando a excentricidade inicial é igual a  $0,5 \cdot b$ .

Ainda que a aplicação dos critérios da AS 1720.1/97, para as peças flexocomprimidas, seja objetiva, de fácil emprego pelo projetista e de simples programação – permitindo a utilização de planilhas eletrônicas –, um ponto desfavorável é a necessidade de verificação de duas equações de interação. As diferenças constatadas na comparação dos resultados, especialmente para as peças de elevadas esbeltezas, permitem conjecturar que os critérios da norma australiana são demasiadamente conservadores neste intervalo. Por outro lado, a consideração implícita da fluência e dos efeitos de segunda ordem torna agradável o processo de dimensionamento.





**Figura 4.7** – Comparação entre a AS 1720.1/97 e a NBR 7190/97. Peças flexocomprimidas. Madeira: coníferas.

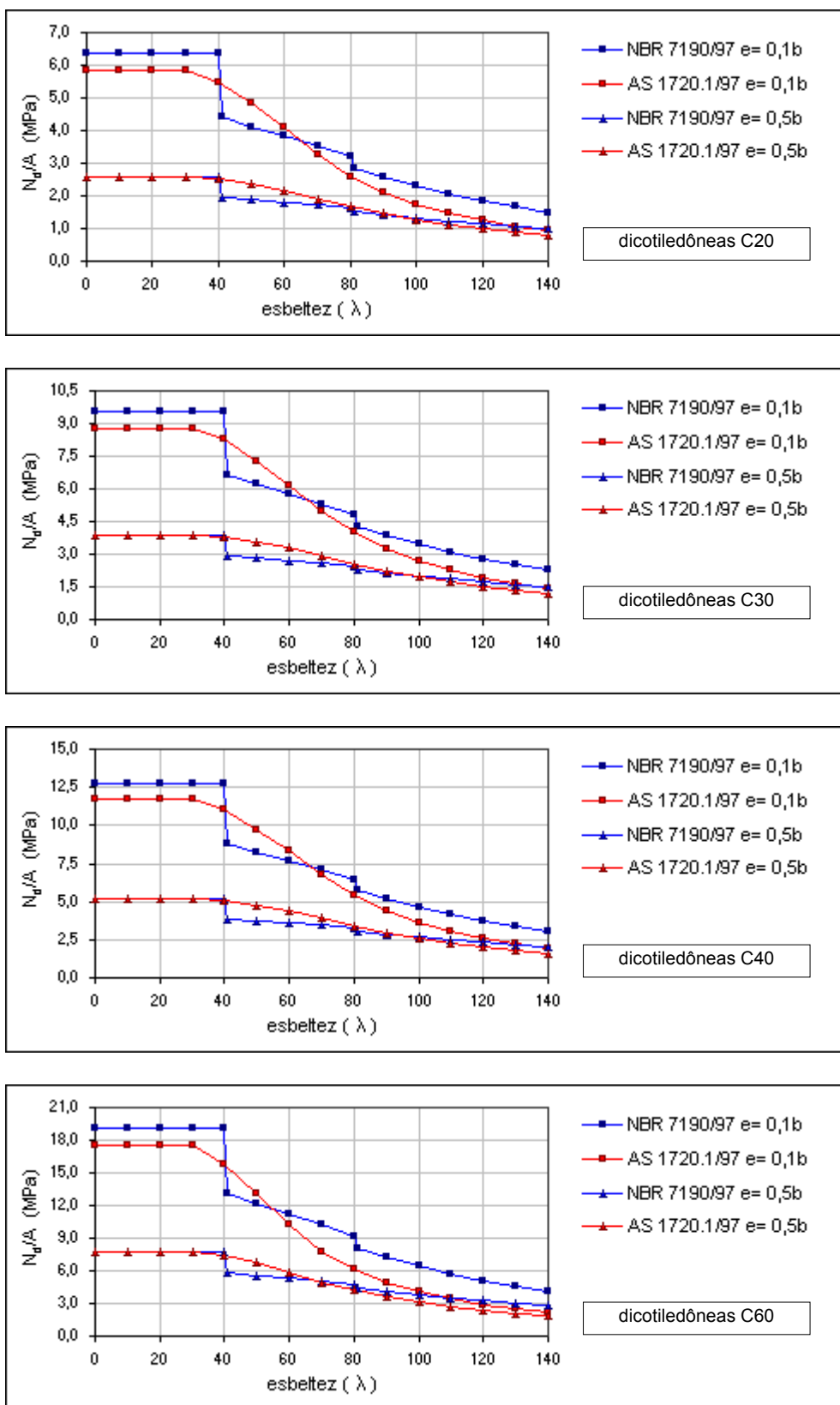


Figura 4.8 – Comparação entre a AS 1720.1/97 e a NBR 7190/97. Peças flexocomprimidas. Madeira: dicotiledóneas.

#### 4.4 Critérios da norma canadense

Assim como a NBR 7190/97, o código canadense propõe uma resistência característica à compressão paralela às fibras que é alterada pelos fatores de modificação, para se obter o valor de projeto. Os coeficientes previstos pela CSA 086.1/89 para o dimensionamento das peças comprimidas, indicados nas Equações [2.87] e [2.88], foram adotados com os seguintes valores: o fator de duração do carregamento, acompanhando as recomendações da norma brasileira, foi admitido igual a  $K_D = 0,60$ , ainda que a norma canadense recomende  $K_D = 0,65$  para as ações permanentes; o fator de sistema,  $K_H$ , foi considerado com valor unitário por se tratar de dimensionamento de peças de seção simples, sem compartilhamento de carregamento; os fatores de condição de serviço,  $K_{Sc}$  e  $K_{SE}$ , também foram igualados à unidade, presumindo-se que a umidade de referência não seja ultrapassada; o fator de tratamento,  $K_T$ , foi admitido com valor unitário, supondo-se que as madeiras estudadas não passaram por tratamentos preservativos ou retardantes da ação do fogo; e, do mesmo modo, o fator de dimensão,  $K_{Zc}$ , também foi igualado à unidade, já que esse coeficiente não é contemplado pela NBR 7190/97.

No cálculo do fator de esbeltez,  $K_C$ , aparece o módulo de elasticidade referente ao 5º quantil das distribuições de frequência,  $E_{0,05}$ , que foi determinado a partir da Equação [4.2] com um coeficiente de variação de 0,25. Aplicando-se o fator de performance  $\phi = 0,7143$  (que corresponde ao  $1/\gamma_w$  prescrito pela NBR 7190/97) na Equação [2.87], calcula-se o esforço resistente de projeto da peça axialmente comprimida.

Os valores de  $N_d$  estão representados nas Figuras 4.9 e 4.10, para as diferentes classes de resistência das madeiras brasileiras. Embora a CSA 086.1/89 adote uma esbeltez diferente da convencional, fez-se as devidas adaptações para facilitar as comparações com os valores obtidos segundo a norma brasileira. É possível afirmar que, de um modo geral, a norma canadense é menos conservadora que a brasileira na delimitação dos esforços resistentes de projeto à compressão paralela às fibras. Observa-se uma diferença de aproximadamente 21% em favor da norma canadense, quando  $\lambda = 90$ , válida para as coníferas ou dicotiledôneas. Quando  $\lambda = 40$  existe um pico favorável à norma brasileira, em que o esforço de cálculo ultrapassa em 26% aquele obtido segundo a CSA 086.1/89 para as coníferas de classe C20.

O método proposto pela norma canadense não produz descontinuidades nos diagramas e é de extrema simplicidade, podendo ser implantado em planilhas eletrônicas, tornando rápido e motivador o projeto das peças comprimidas.

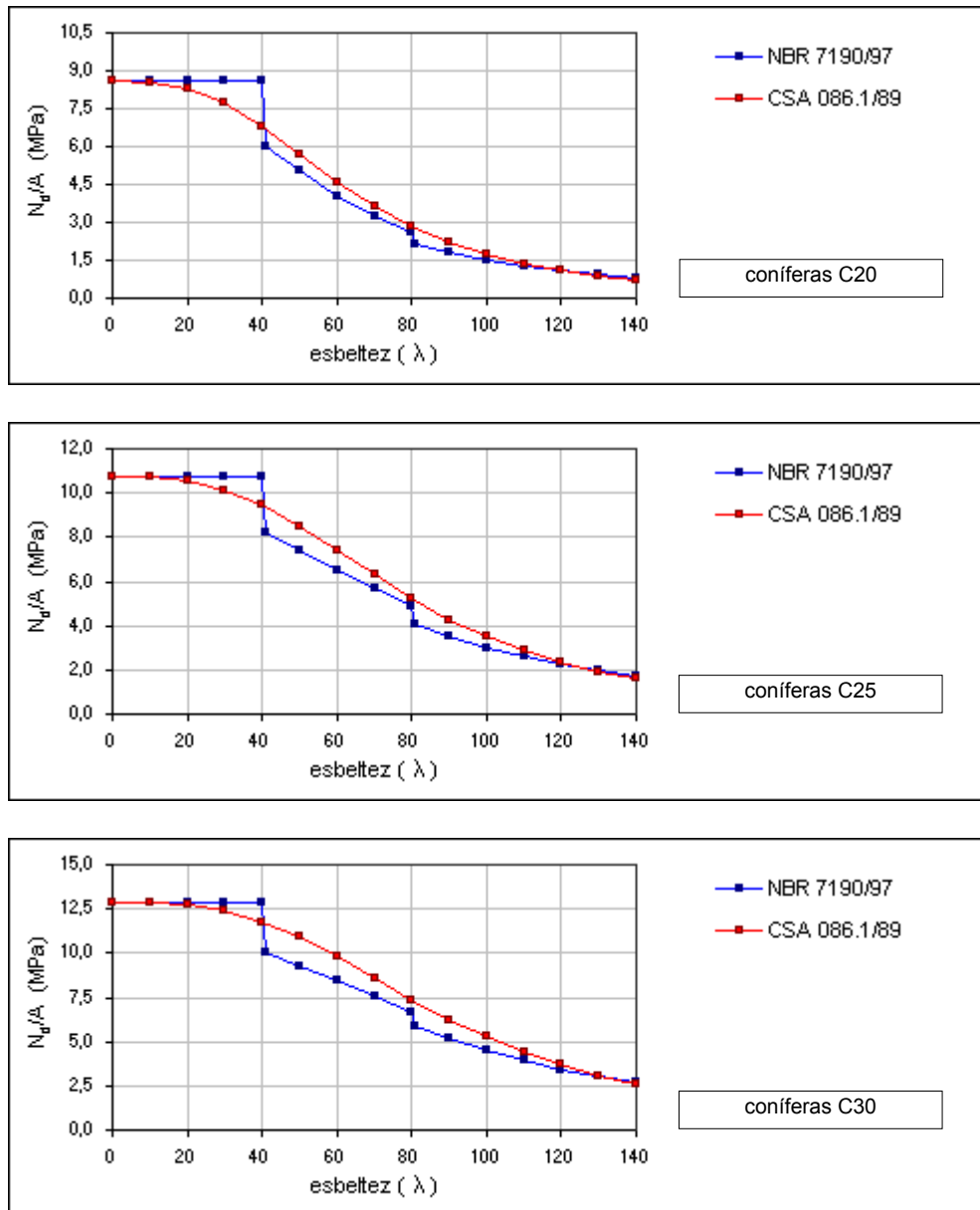


Figura 4.9 – Comparação entre a CSA 086.1/89 e a NBR 7190/97. Peças comprimidas. Madeira: coníferas.

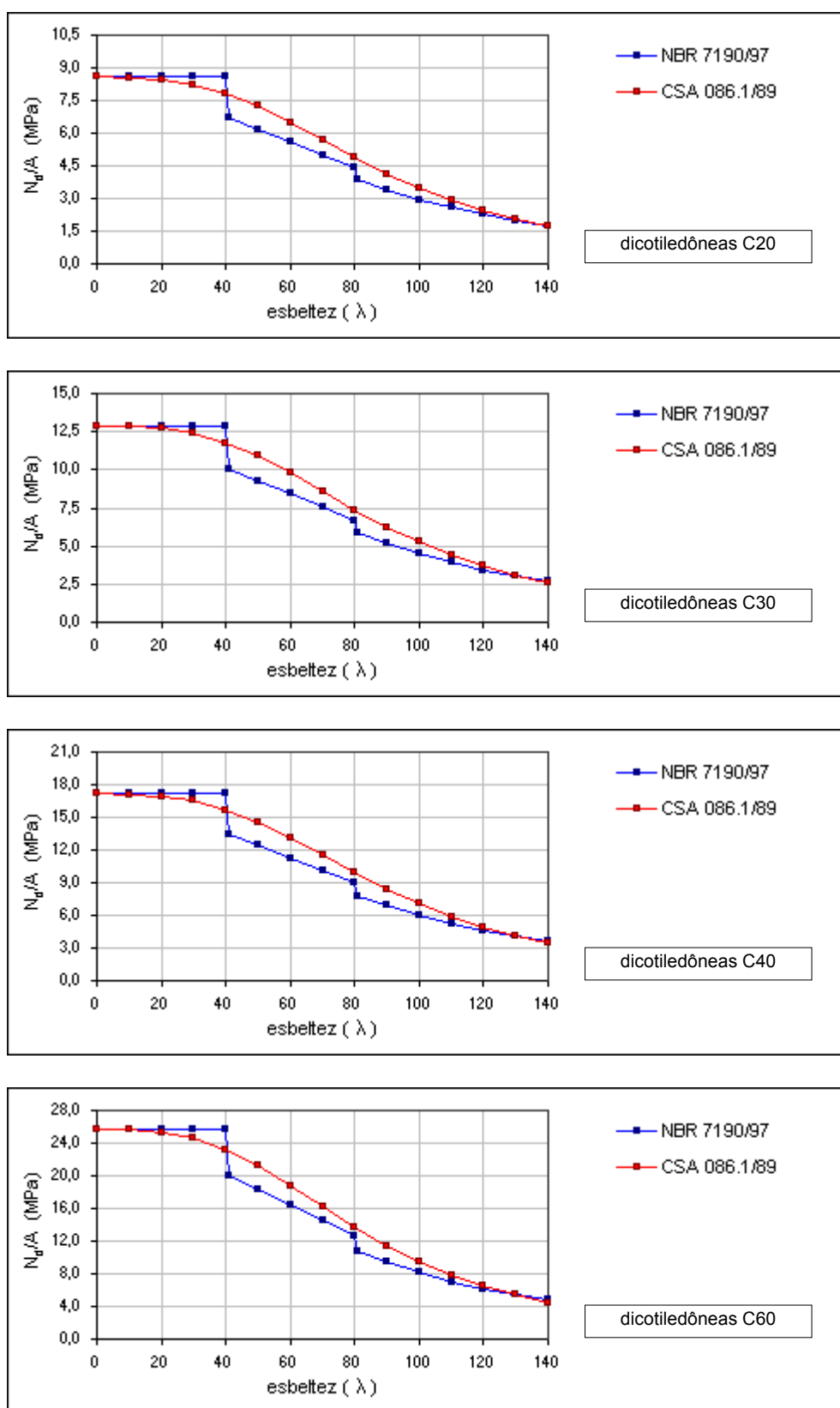


Figura 4.10 – Comparação entre a CSA 086.1/89 e a NBR 7190/97. Peças comprimidas. Madeira: dicotiledóneas.

A verificação das peças flexocomprimidas, pelos critérios da norma canadense, realiza-se pelo atendimento da Equação [2.89]. Trata-se de uma expressão de interação linear entre os efeitos da compressão e da flexão. Nessa última parcela, o momento fletor solicitante é amplificado usando-se o operador definido na Equação [2.25], que é função do esforço crítico de Euler. A CSA 086.1/89 indica que o módulo de elasticidade, na correspondente expressão de Euler, seja calculado pela Equação [4.14], em que os fatores  $K_{SE}$  e  $K_T$  foram adotados com valores unitários.

$$E_s = E (K_{SE} \cdot K_T) \quad [4.14]$$

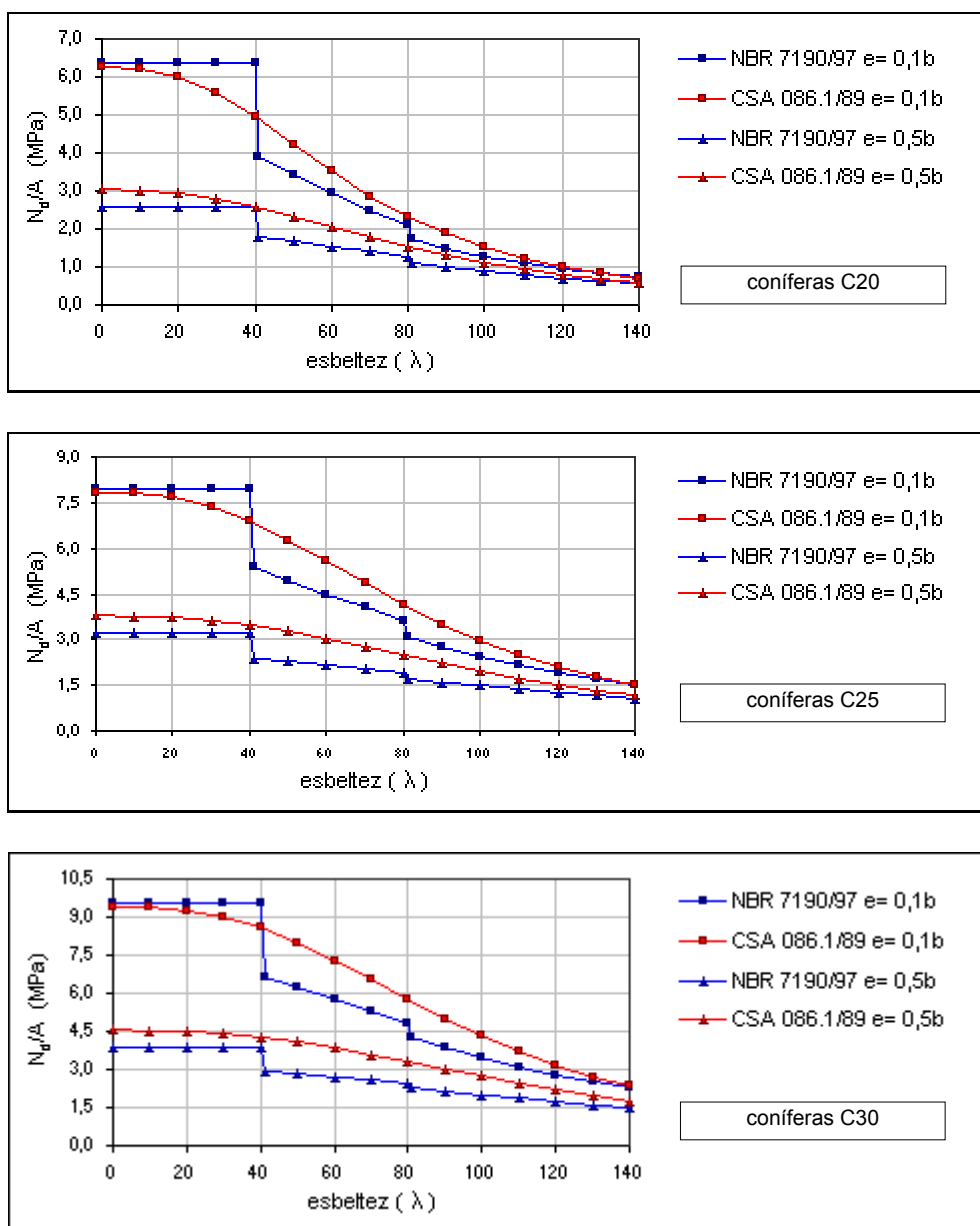
O desempenho das peças flexocomprimidas, determinado segundo as recomendações das normas brasileira e canadense, está ilustrado nas Figuras 4.11 e 4.12, considerando-se as duas situações previstas de excentricidades iniciais.

Quando a excentricidade inicial corresponde a  $0,1 \cdot b$ , o desempenho das peças flexocomprimidas apresenta um comportamento pouco variável. O esforço  $N_d$  calculado segundo a NBR 7190/97 supera em 29% o equivalente determinado pela norma canadense, quando  $\lambda = 40$  e a madeira é conífera da classe C20. Como se vê nos diagramas, esse comportamento vai, paulatinamente, sendo modificado à medida que melhoram as propriedades de resistência e rigidez da madeira. Para as peças esbeltas percebe-se que os esforços  $N_d$ , obtidos conforme a NBR 7190/97, chegam a ultrapassar em 9% aqueles obtidos conforme a CSA 086.1/89, quando  $\lambda = 140$  e a madeira é a conífera de classe C20. As maiores diferenças ocorrem quando as peças são medianamente esbeltas, sendo que os resultados da norma canadense superam em até 29% aqueles obtidos pela norma brasileira, quando  $\lambda = 50$ .

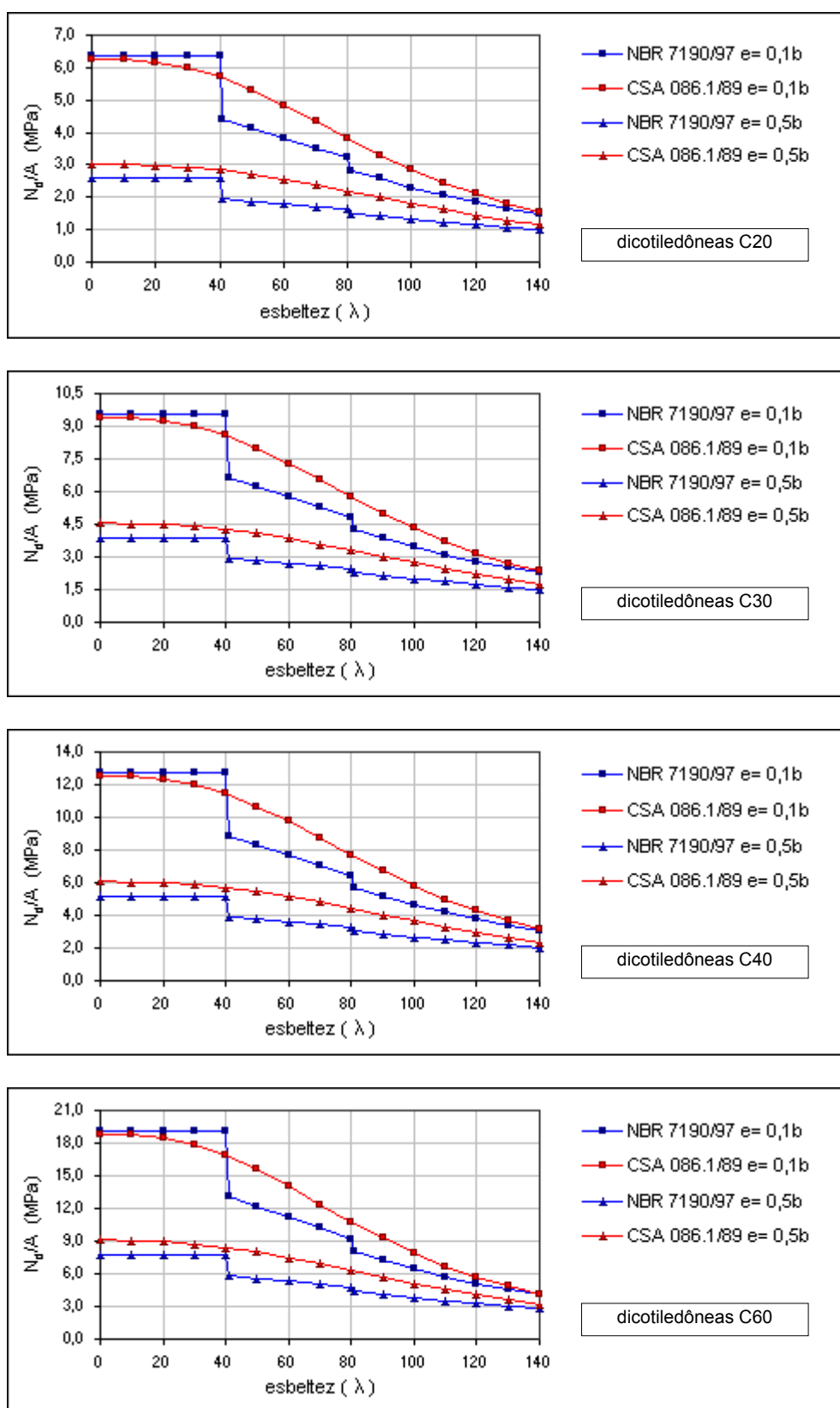
No caso da excentricidade inicial igual a  $0,5 \cdot b$ , observa-se um comportamento mais padronizado, com as maiores diferenças ocorrendo para as peças medianamente esbeltas com  $\lambda = 50$ . Nesse caso a norma canadense é menos conservadora que a brasileira; os resultados obtidos pela CSA 086.1/89 superam em até 45% os da norma brasileira, para esse índice de esbeltez.

A aplicação dos critérios da CSA 086.1/89, no cálculo das peças flexocomprimidas, é muito objetiva e capaz de agregar as seguintes vantagens: a facilidade de uso torna a resolução

rápida e de simples programação; a constante que aparece no denominador do fator de esbeltez,  $K_C$ , permite um prático ajuste da curva aos dados experimentais; a consideração implícita da fluência torna agradável o processo de dimensionamento; os efeitos de 2ª ordem são claramente identificados no método; e, a curva não apresenta descontinuidades. Todavia, a norma canadense não especifica como é feito o dimensionamento das barras sujeitas à flexo-compressão oblíqua.



**Figura 4.11** – Comparação entre a CSA 086.1/89 e a NBR 7190/97. Peças flexocomprimidas. Madeira: coníferas.



**Figura 4.12** – Comparação entre a CSA 086.1/89 e a NBR 7190/97. Peças flexocomprimidas. Madeira: dicotiledóneas.



#### 4.5 Critérios da norma da comunidade econômica européia

No EUROCODE 5/93, os valores de projeto das propriedades de resistência e rigidez da madeira se obtêm a partir dos valores característicos, modificados pelos fatores exibidos na Equação [2.91]. Para ser verossímil a comparação dos resultados com os valores derivados das recomendações da NBR 7190/97, fez-se o fator de modificação  $k_{\text{mod}} = 0,6$  e o coeficiente de ponderação  $\gamma_M = 1,4$ , embora a norma européia admita outro valor para esse último.

A verificação da estabilidade das peças submetidas à compressão paralela às fibras, quando  $\lambda_{\text{rel},z} > 0,3$ , se faz a partir das Equações [2.98] e [2.99], tornando-se nulas as tensões devidas à flexão. Então, é possível escrever:

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} f_{c,0,d}} \leq 1 \quad [4.15]$$

Quando  $\lambda_{\text{rel},z} \leq 0,3$  devem ser satisfeitas as Equações [2.94] e [2.95]; anulando-se os termos da flexão nessas expressões é possível deduzir-se que, nesse intervalo,  $k_{c,z} = 1,0$ . Por outro lado, o módulo de elasticidade ajustado ao 5º quantil das distribuições de frequência, que aparece na Equação [2.97], foi obtido em conformidade com a Equação [4.2].

As Figuras 4.13 e 4.14 ilustram os valores de  $N_d$  em função do índice de esbeltez da peça, para as diferentes classes de resistência das madeiras brasileiras. Ainda que o EUROCODE 5/93 assumira uma esbeltez diferente da convencional, foram feitas as devidas adaptações para permitir as necessárias comparações com a norma brasileira.

Da análise dos dados e diagramas é possível afirmar que, de um modo geral, o EUROCODE 5/93 é demasiadamente conservador, quando comparado à NBR 7190/97, no caso de peças axialmente comprimidas. As maiores diferenças, em favor do código normativo brasileiro, ocorreram nas coníferas de classe C20, com esbeltez igual a 80, em que se manifestou um valor de  $N_d$  cerca de 106% superior àquele devido à norma européia. Para as demais classes de resistência observou-se que as maiores diferenças ocorreram quando  $\lambda = 140$ , não ultrapassando 71% em favor da norma brasileira, o que foi constatado para as coníferas de classe C25.

Nos gráficos que ilustram o comportamento das peças segundo o EUROCODE 5/93, há a imposição da verificação das condições de resistência do material quando  $\lambda_{rel,z} \leq 0,3$ , o que faz com que a curva, nesse intervalo, se transforme num segmento reto horizontal. Apesar do aspecto negativo causado pela necessidade de verificação de uma equação para cada trecho, o primeiro intervalo é bem curto – compreendendo peças com esbeltez não maior que 15 – e de difícil ocorrência em estruturas. Destacam-se como pontos positivos a fácil aplicação do método e a ausência de discontinuidades no intervalo marcado por  $\lambda_{rel,z} > 0,3$ .

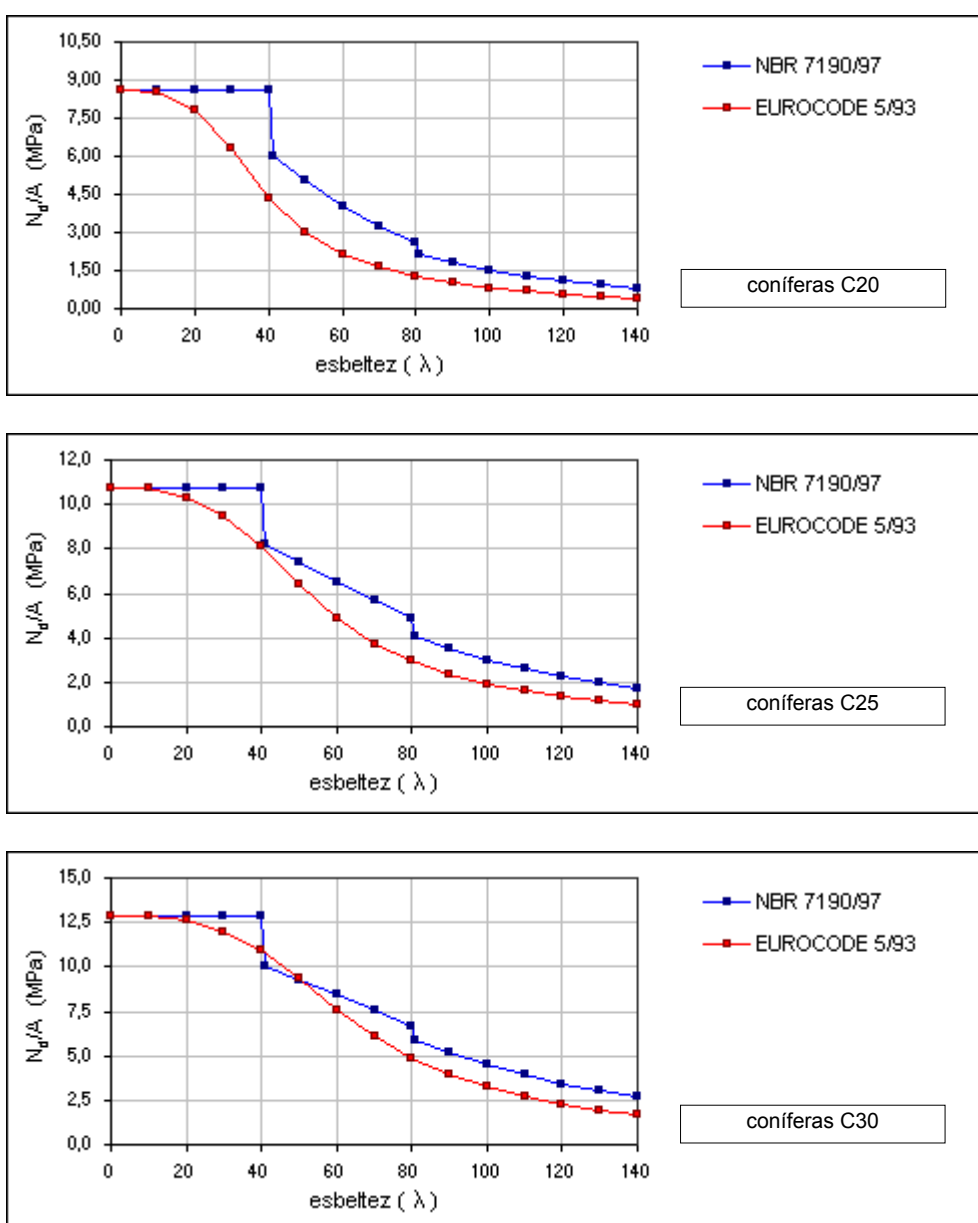


Figura 4.13 – Comparação entre o EUROCODE 5/93 e a NBR 7190/97. Peças comprimidas. Madeira: coníferas.

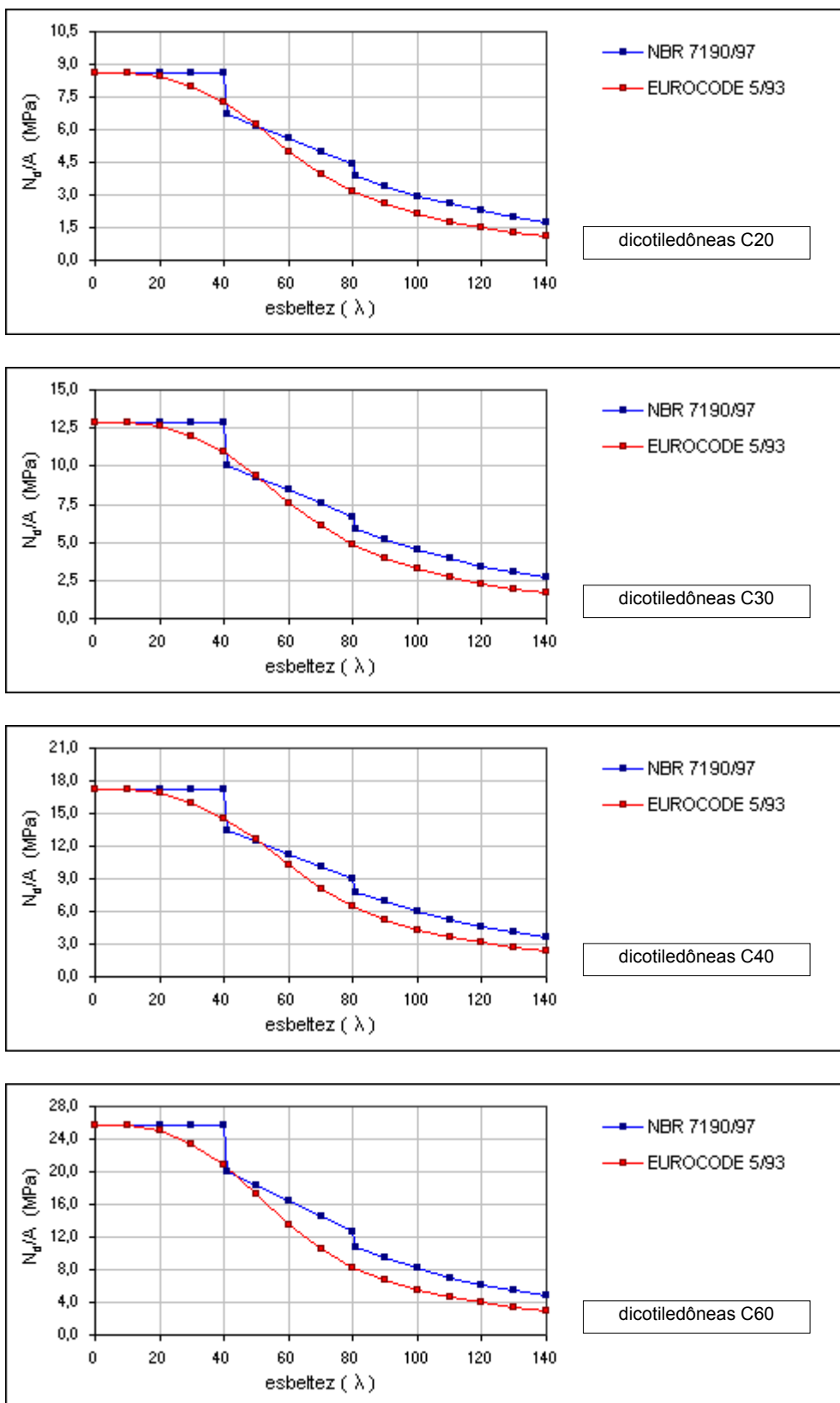


Figura 4.14 – Comparação entre o EUROCODE 5/93 e a NBR 7190/97. Peças comprimidas. Madeira: dicotiledóneas.

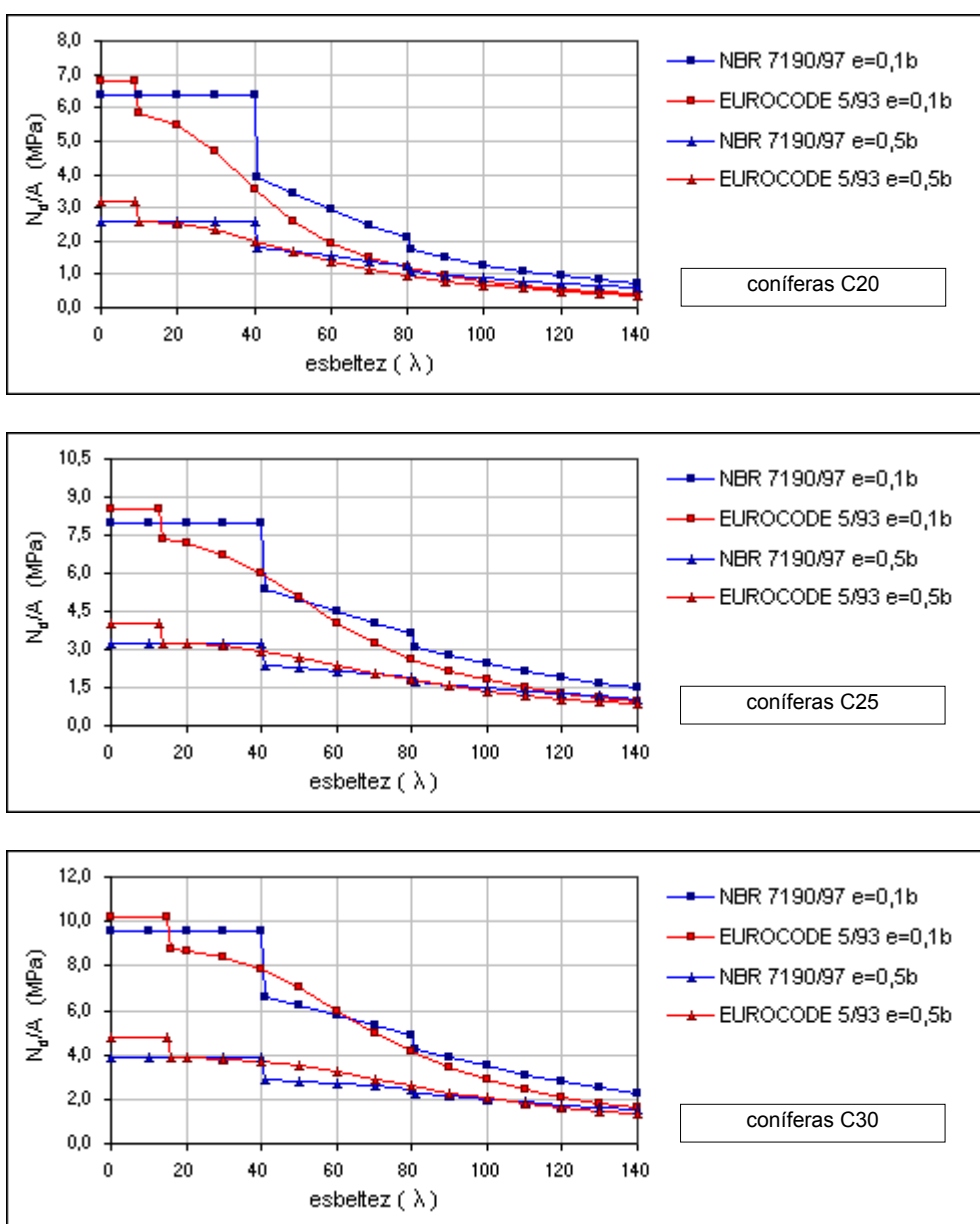
As equações do EUROCODE 5/93 para a verificação das peças flexocomprimidas são aquelas citadas no início desta seção, porém sem anular o termo da flexão. Considerou-se nula somente a parcela da flexão referente ao eixo de maior inércia. A aplicação da condição imposta para  $\lambda_{rel,z} \leq 0,3$  conduz à resolução de uma equação de 2º grau na determinação de  $N_d$ ; para  $\lambda_{rel,z} > 0,3$  o valor do esforço de cálculo,  $N_d$ , é decorrente da solução de uma equação de 1º grau. Dentre os parâmetros envolvidos nessas equações, destaca-se o valor de projeto da resistência à flexão,  $f_{m,z,d}$ , que foi calculado a partir da Equação [4.1] e o módulo de elasticidade ajustado ao 5º quantil das distribuições de frequência,  $E_{0,05}$ , obtido pela Equação [4.2] com coeficiente de variação igual a 0,25.

O comportamento das peças flexocomprimidas, conforme as recomendações das normas brasileira e européia, está representado nas Figuras 4.15 e 4.16, considerando-se as duas situações de diferentes excentricidades e as distintas classes de resistência das madeiras brasileiras.

Quando as peças estão sujeitas a uma excentricidade inicial equivalente a  $0,1 \cdot b$ , observa-se que os dados resultantes da aplicação dos critérios do EUROCODE 5/93 superam em até 7%, aproximadamente, aqueles devidos à norma brasileira, no intervalo cuja esbelteza vai até 15. A partir desse intervalo, os dados relativos à NBR 7190/97 excedem aqueles devidos ao EUROCODE 5/93, em praticamente todo o intervalo analisado: atingem 80% quando  $\lambda = 40$  e a madeira é conífera de classe C20; e 48% quando  $\lambda = 140$  e a madeira é dicotiledônea de classe C60.

Por outro lado, quando a excentricidade inicial aumenta para  $0,5 \cdot b$ , nota-se uma alternância entre os desempenhos relativos às normas brasileira e européia. Os resultados devidos ao EUROCODE 5/93 superam, no intervalo cuja esbelteza é menor que 15, os correspondentes à norma brasileira em 23%, tanto para as coníferas quanto para as dicotiledôneas. Os dados correspondentes à norma européia voltam a exceder os da norma brasileira no início do intervalo das peças medianamente esbeltas, destacando-se que atingem 24% para as coníferas de classe C30 e as dicotiledôneas de classe C40. Nos demais trechos, predominam os resultados da NBR 7190/97, superando em 51% os da norma européia para as coníferas de classe C20 e em 21% para as dicotiledôneas de classe C60, ambos quando  $\lambda = 140$ .

Como pontos negativos do método indicado pelo EUROCODE 5/93 para a verificação das peças flexocomprimidas, pode-se destacar que: a imposição de diferentes condições de verificação, conforme o índice de esbeltez, resulta nas descontinuidades observadas em seus diagramas; e, o texto normativo é obscuro quanto à consideração dos efeitos de segunda ordem. Todavia, o emprego das recomendações da norma europeia é de simples operação, podendo ser programado em planilhas eletrônicas com razoável facilidade. Além disso, a consideração implícita dos efeitos da fluência facilita sobremaneira o trabalho de determinação do esforço resistente pela peça.



**Figura 4.15** – Comparação entre o EUROCODE 5/93 e a NBR 7190/97. Peças flexocomprimidas. Madeira: coníferas.

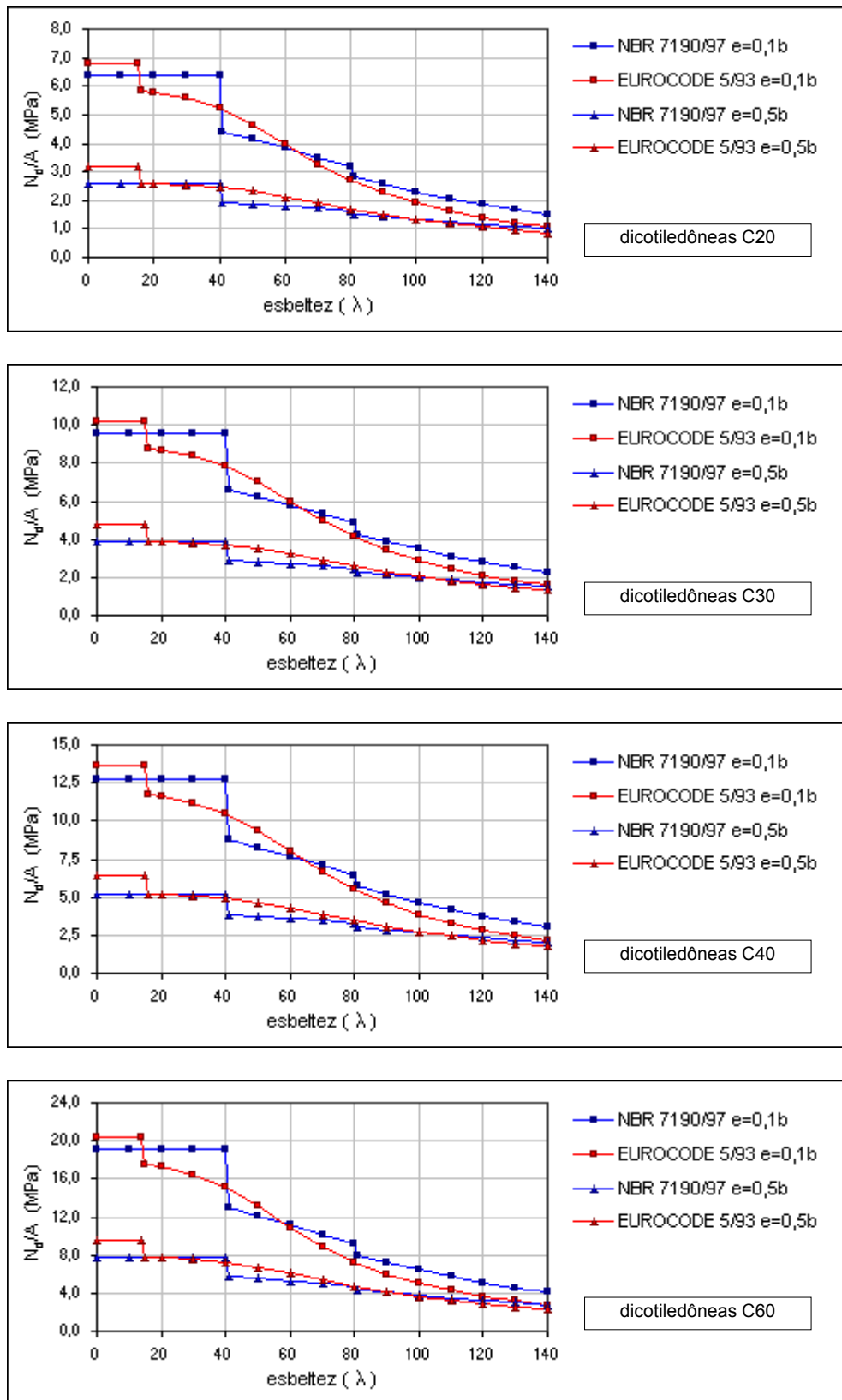


Figura 4.16 – Comparação entre o EUROCODE 5/93 e a NBR 7190/97. Peças flexocomprimidas. Madeira: dicotiledóneas.

#### 4.6 Critérios da norma norte-americana NDS

As peças sujeitas à compressão paralela às fibras são calculadas, segundo a NDS/91, pela condição representada pela Equação [2.111]. A tensão admissível,  $\sigma'_{c0}$ , envolvida nessa expressão, resulta do produto de uma tensão de compressão por uma série de fatores de ajuste, indicados na Equação [2.113], os quais foram tomados com os seguintes valores: o fator de duração de carregamento foi admitido igual a  $C_D = 0,60$ , embora a NDS/91 considere-o igual a 0,90 para as ações permanentes; os demais fatores foram igualados à unidade, ou seja,  $C_M = C_t = C_F = C_i = C_T = 1,0$ , assumindo que as madeiras analisadas obedecem às condições padronizadas de umidade, temperatura e dimensões, além de não terem sido previamente tratadas; o fator de estabilidade,  $C_p$ , foi calculado conforme a Equação [2.120], admitindo-se que as madeiras tenham sido classificadas visualmente, ou seja, com  $K_{cE} = 0,3$ .

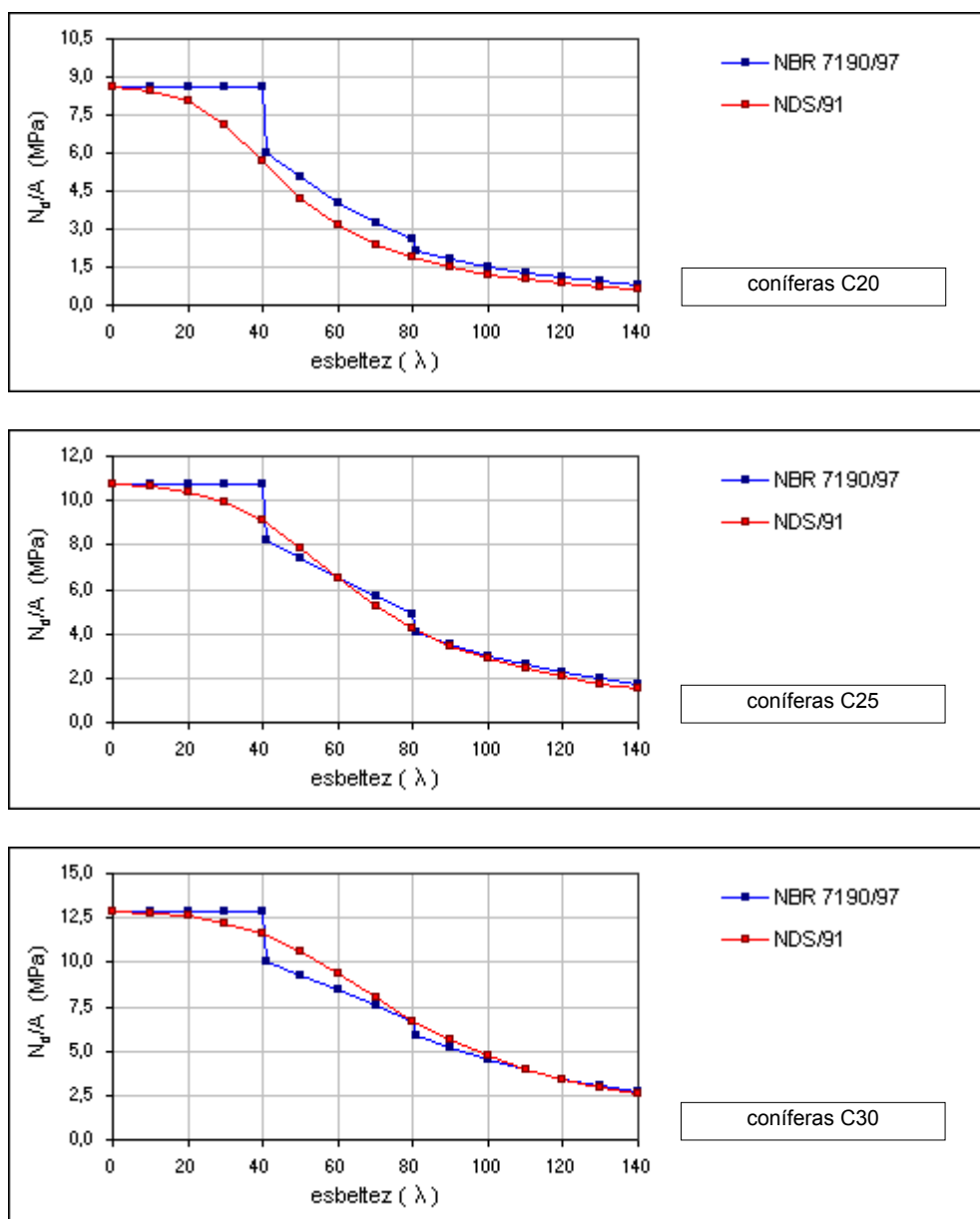
É interessante observar que, embora a NDS/91 admita um fator de duração de carregamento 50% maior que o recomendado pela NBR 7190/97, esse coeficiente não corrige o módulo de elasticidade,  $E'$ , como se pode observar na Equação [2.118].

As Figuras 4.17 e 4.18 representam os valores de  $N_d$  para as diferentes classes de coníferas e dicotiledôneas brasileiras. O índice de esbeltez modificado, considerado pela NDS/91, foi substituído pela forma tradicional de representação para facilitar a comparação com os resultados da norma brasileira.

É possível constatar, pela análise dos diagramas e dados, que a NDS/91 e a NBR 7190/97 oferecem resultados com uma razoável concordância, quando as peças são esbeltas. Exceção ocorre nas coníferas de classe C20; quando  $\lambda = 40$ , por exemplo, os valores decorrentes da norma brasileira superam em aproximadamente 51% aqueles resultantes da NDS/91. Para as demais classes de resistência, observa-se que a NDS/91 conduz a valores mais modestos, superando em apenas 15% os valores da NBR 7190/97, quando  $\lambda = 50$ . Para as dicotiledôneas com esbeltez igual a 140, nota-se uma extraordinária semelhança entre os resultados de ambas as normas, que não ultrapassam 10% em favor da norma brasileira.

O método recomendado pela NDS/91, para o cálculo das peças comprimidas, tem os seguintes aspectos favoráveis: a continuidade dos diagramas  $N_d \times \lambda$ ; a possibilidade de

intervenção na constante “c” para o ajuste das curvas aos dados experimentais; e, uma prática aplicação, que facilita e motiva o cálculo destas peças.



**Figura 4.17** – Comparação entre a NDS/91 e a NBR 7190/97. Peças comprimidas. Madeira: coníferas.



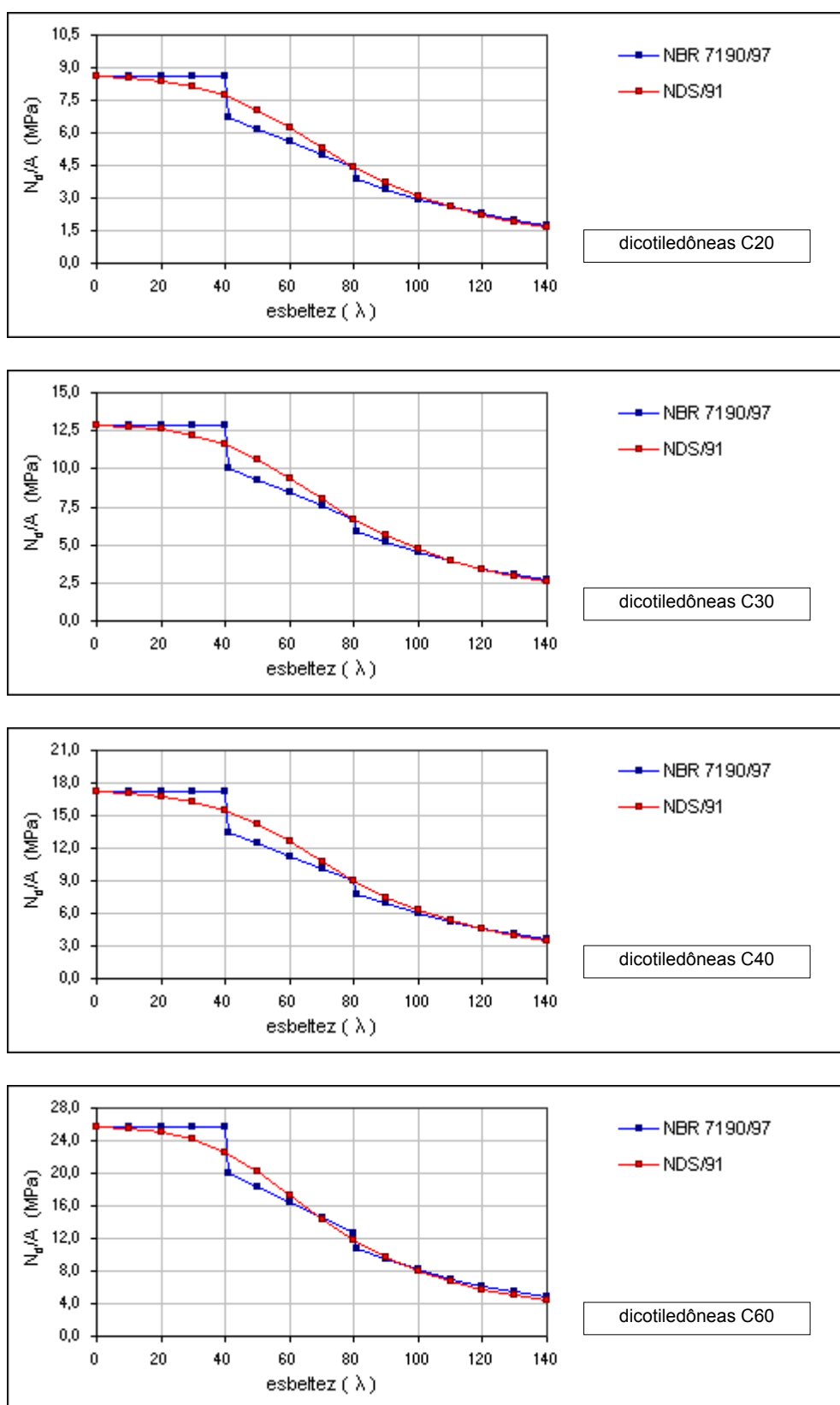


Figura 4.18 – Comparação entre a NDS/91 e a NBR 7190/97. Peças comprimidas. Madeira: dicotiledóneas.

Embora a NDS/91 apresente uma expressão geral para o dimensionamento das peças flexocomprimidas, empregou-se neste estudo a Equação [2.126], que já está reduzida para a flexão ocorrendo apenas sobre um eixo. Os fatores de ajuste que aparecem no cálculo das tensões de compressão e módulo de elasticidade, envolvidos nessa expressão, têm os mesmos valores relatados no início desta seção. Os fatores adicionais, associados com os termos da flexão, foram adotados com os seguintes valores:  $C_r = C_c = C_f = 1,0$ , representando o fator de compartilhamento das ações, o fator de curvatura e o fator de forma, respectivamente, e que não são previstos pela NBR 7190/97.

Na determinação dos termos da flexão, a NDS/91 considera um comprimento efetivo,  $L_e$ , que para peças sujeitas a momentos de igual intensidade aplicados nas suas extremidades corresponde a:

$$L_e = 1,84 \cdot L_u \quad [4.16]$$

Nessa equação,  $L_u$  representa o comprimento livre da peça, isto é, a distância entre os seus travejamentos laterais. Com base nesse parâmetro, determinaram-se as tensões de flexão elástica e admissível a partir das expressões contidas no texto normativo. A constante  $K_{bE}$ , que aparece no cálculo da tensão de flexão elástica, foi adotada com o valor correspondente às madeiras classificadas visualmente, ou seja,  $K_{bE} = 0,439$ .

Recorreu-se a métodos numéricos para a solução da Equação [2.126]; e, para tanto, o programa *Mathcad8 Professional* serviu como importante aliado. O comportamento das peças flexocomprimidas, conforme as recomendações da NDS/91 e da NBR 7190/97, está representado nas Figuras 4.19 e 4.20, considerando-se as duas situações de excentricidades iniciais.

Quando a excentricidade inicial é igual a  $0,1 \cdot b$ , nota-se um desempenho padronizado para as peças muito curtas, seja para coníferas ou dicotiledôneas; os dados procedentes da aplicação dos critérios da NDS/91 superam em 7% aqueles devidos à norma brasileira, quando  $\lambda = 0$ . À medida que a esbelteza vai se tornando maior, ocorrem alternâncias entre os desempenhos das peças calculadas segundo ambas as normas. Os valores oriundos da aplicação das recomendações da NBR 7190/97 excedem em 55% os devidos à NDS/91 para as coníferas de classe C20 com  $\lambda = 40$ . Por outro lado, os valores decorrentes da NDS/91

superam em 27% aqueles devidos à norma brasileira, para as coníferas de classe C30 e as dicotiledôneas de classe C40, ambos quando  $\lambda = 50$ .

Quando a excentricidade inicial é  $0,5 \cdot b$ , o desempenho entre as duas normas em questão é mais homogêneo. Observa-se que os dados conseguidos a partir da NDS/91 superam em 23% aqueles devidos à norma brasileira, tanto para as coníferas quanto para as dicotiledôneas, quando  $\lambda = 0$ . Os resultados da NDS/91 alcançam seus melhores desempenhos quando excedem em 39% aqueles devidos aos critérios da norma brasileira, com  $\lambda = 50$  e as madeiras sendo coníferas de classe C30 e dicotiledôneas de classe C40. Os resultados provenientes da NBR 7190/97 só superam os da norma norte-americana em elevadas esbeltezes. Exemplificando: os valores relativos à NBR 7190/97 são 24% maiores que os da NDS/91 para as coníferas de classe C20 e 3% maiores para as dicotiledôneas de classe C60, ambos quando  $\lambda = 140$ .

Ainda que a aplicação dos critérios da NDS/91, para as peças flexocomprimidas, provoque curvas  $N_d \times \lambda$  sem descontinuidades, o seu emprego conduz à resolução de equações de maior dificuldade, quando comparada com outros documentos normativos. Essa observação só tem sentido na hipótese de se desejar obter o valor de  $N_d$  para a peça e não apenas fazer a sua verificação a partir do prévio conhecimento das dimensões. Por outro lado, a implícita consideração da fluência e a visível influência dos efeitos de segunda ordem nas equações tornam agradável o processo de dimensionamento.

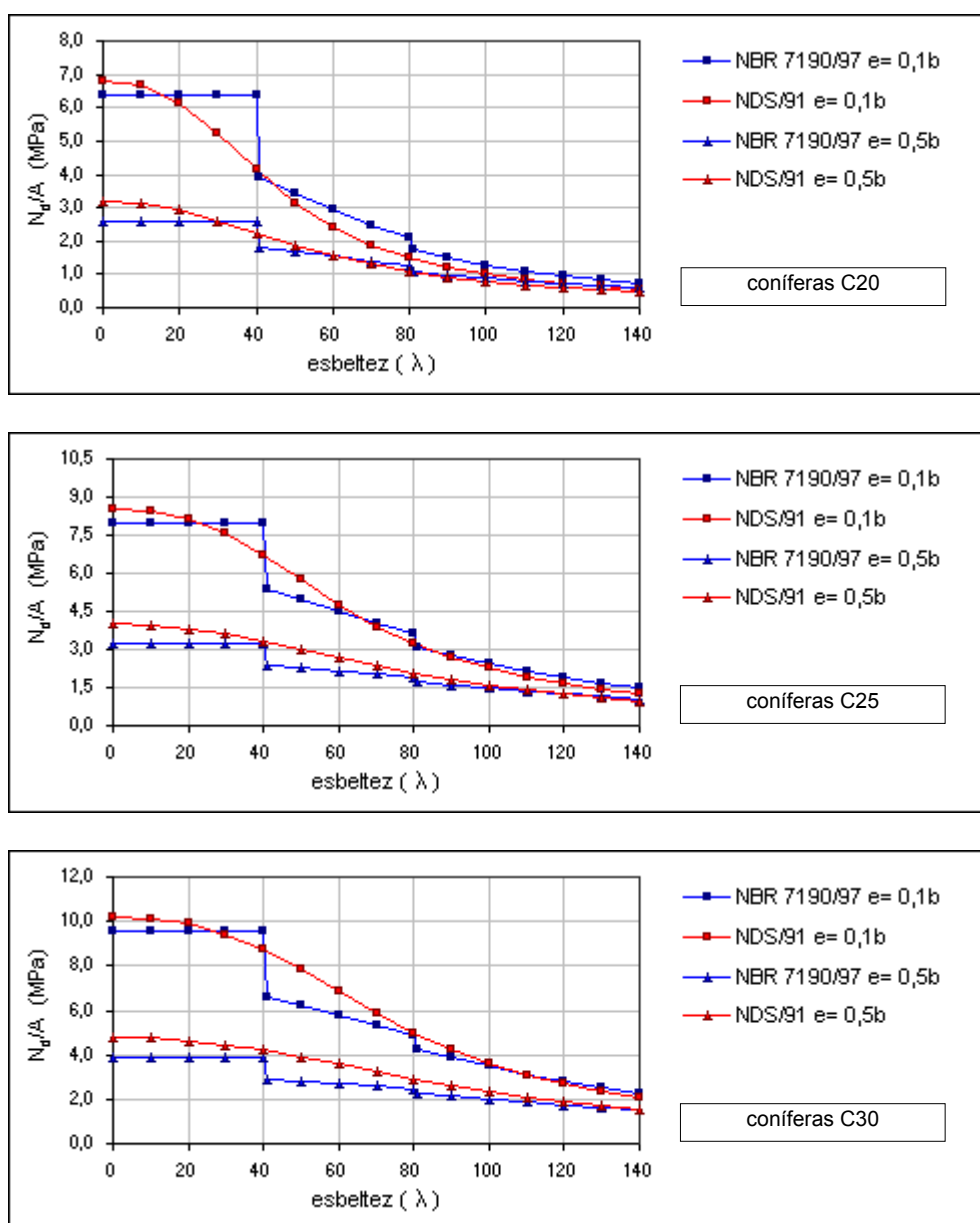


Figura 4.19 – Comparação entre a NDS/91 e a NBR 7190/97. Peças flexocomprimidas. Madeira: coníferas.

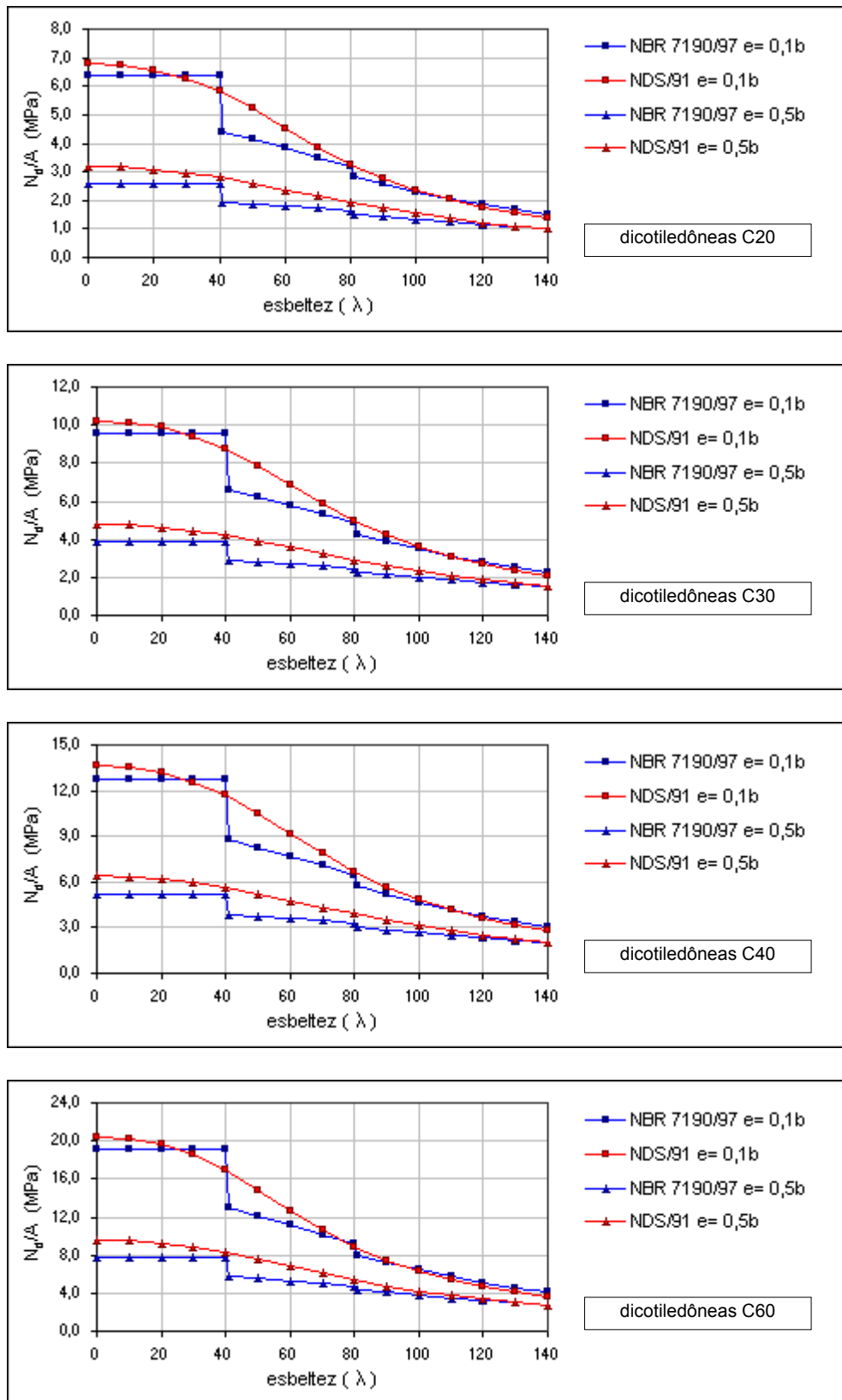


Figura 4.20 – Comparação entre a NDS/91 e a NBR 7190/97. Peças flexocomprimidas. Madeira: dicotiledóneas.

#### 4.7 Critérios da norma norte-americana LRFD

O cálculo das peças comprimidas, conforme as orientações da AF&PA/ASCE 16-95/96, é feito mediante o atendimento à condição representada na Equação [2.131]. O fator de efeito de tempo,  $\lambda_t$ , incidente no lado direito dessa expressão, foi adotado igual a 0,60, por se tratar de simulações que envolvem ações permanentes. Vale destacar que a norma norte-americana indica idêntico valor ao da NBR 7190/97, para esse caso de carregamento. O fator de resistência,  $\phi_c$ , foi modificado em relação às recomendações do texto normativo para haver coerência com o coeficiente similar proposto pela norma brasileira, ou seja, fez-se  $\phi_c = 0,7143$ , o que equivale ao  $1/\gamma_w$  da norma brasileira. O fator de estabilidade foi admitido igual a  $\phi_s = 0,85$ , como prescrito pela AF&PA/ASCE 16-95/96.

Na determinação de esforços em que a estabilidade da peça está envolvida, a AF&PA/ASCE 16-95/96 exige que o módulo de elasticidade incidente seja ajustado ao 5º quantil das distribuições de frequência e, para tanto, propõe a seguinte expressão:

$$E'_{05} = 1,03 \cdot E' \cdot (1 - 1,645 \cdot \delta) \quad [4.17]$$

em que  $E'$  representa o valor médio do módulo de elasticidade ajustado e  $\delta$  denota o coeficiente de variação, que foi adotado igual a 0,25 – valor recomendável pelo texto normativo para as madeiras classificadas visualmente. O multiplicador 1,03 é um fator de ajuste relacionado com o cisalhamento.

Fundamentando-se, pois, nestas recomendações e hipóteses, os valores de  $N_d$  foram obtidos e estão representados nas Figuras 4.21 e 4.22, para as diferentes classes de resistência das madeiras brasileiras.

Da análise dos diagramas é possível constatar-se que, somente quando as são peças curtas, o esforço de cálculo  $N_d$  determinado segundo as recomendações da norma brasileira é superior ao correspondente obtido através da AF&PA/ASCE 16-95/96, o que é válido para todos os tipos de madeira analisados. Quando  $\lambda = 40$  e a madeira é conífera de classe C20 atinge-se um pico favorável à NBR 7190/97, em que o valor de  $N_d$  excede em 29% o correspondente da norma norte-americana. Para as demais classes de resistência das madeiras e nesse mesmo índice de esbelteza, os percentuais não ultrapassam 11%. Nas peças

medianamente esbeltas e esbeltas, os resultados devidos à AF&PA/ASCE 16-95/96 têm sempre desempenho superior aos da NBR 7190/97, com destaque para as coníferas de classe C30 e as dicotiledôneas de classe C40 com índice de esbeltez igual a 90, quando os resultados da norma norte-americana superam em 40% e 41%, respectivamente, os correspondentes da norma brasileira.

Quanto ao emprego dos critérios indicados pela AF&PA/ASCE 16-95/96, para o cálculo das peças comprimidas, é interessante ressaltar que: o método é prático e de simples aplicação, podendo ser programado em planilhas eletrônicas sem grandes esforços; seus resultados não produzem descontinuidades nos diagramas  $N_d \times \lambda$ ; as diferenças constatadas entre os dados sugerem que a norma brasileira pode estar tratando de forma conservadora o dimensionamento das peças esbeltas, especialmente o das dicotiledôneas.

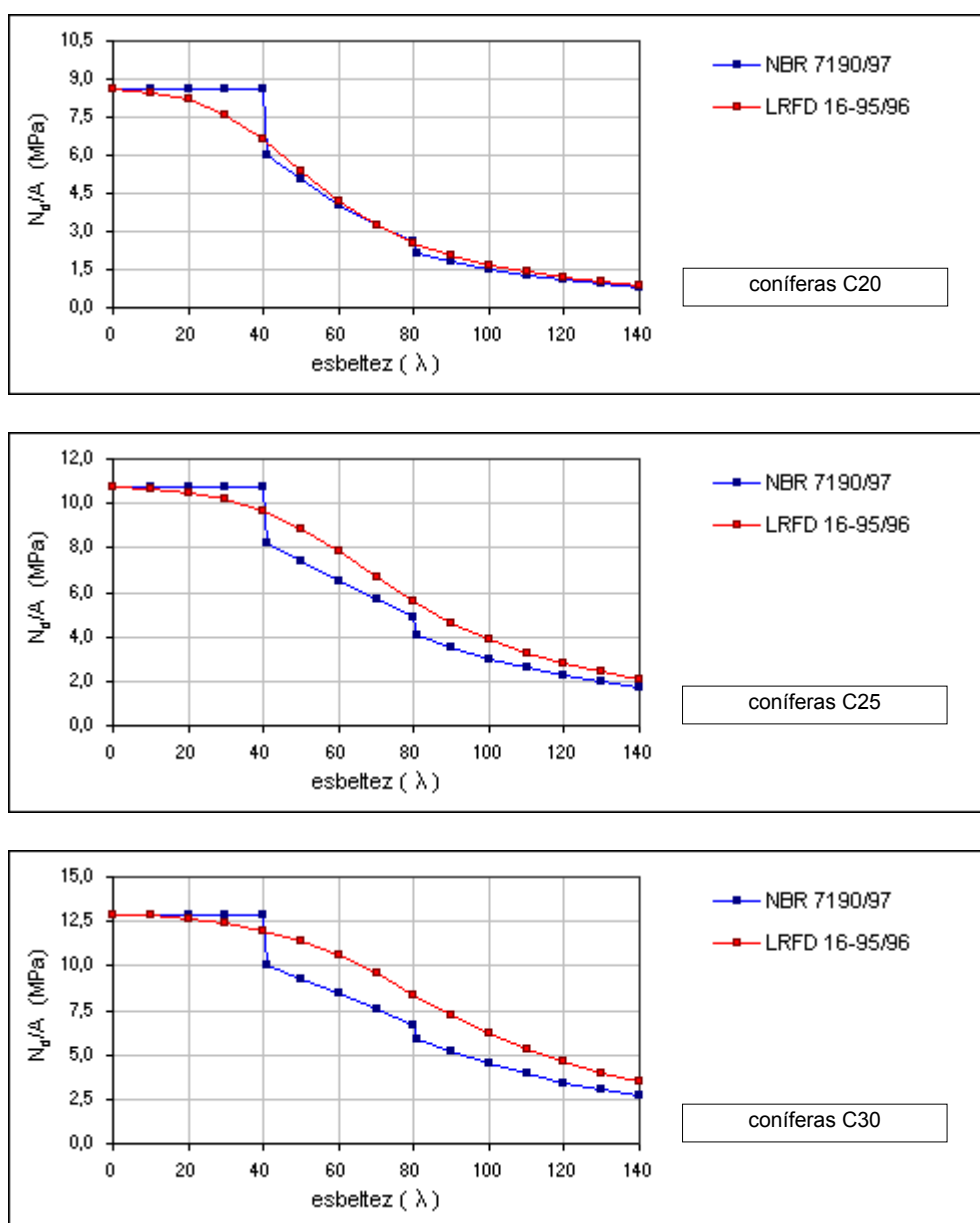


Figura 4.21 – Comparação entre a AF&PA/ASCE 16-95/96 e a NBR 7190/97. Peças comprimidas. Madeira: coníferas.



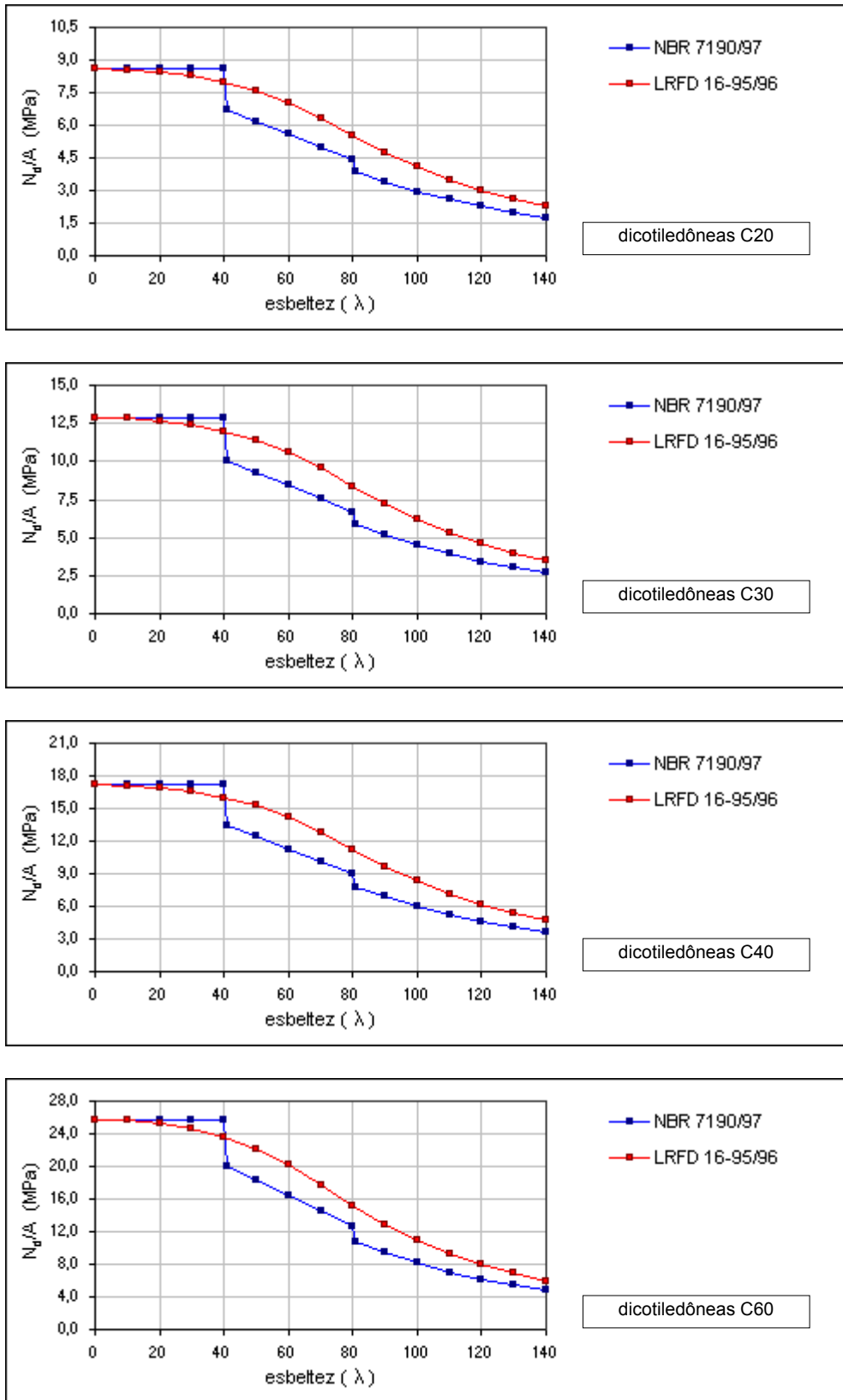


Figura 4.22 – Comparação entre a AF&PA/ASCE 16-95/96 e a NBR 7190/97. Peças comprimidas. Madeira: dicotiledôneas.

O critério da AF&PA/ASCE 16-95/96 para a verificação da flexo-compressão é consolidado pela Equação [2.137]. Contemplando a flexão somente sobre o eixo de menor inércia, a segunda parcela dessa equação foi eliminada. Os fatores de efeito de tempo, de resistência para a compressão paralela às fibras e de estabilidade foram admitidos com valores idênticos aos descritos no início desta seção, acrescentando-se que o fator de resistência na flexão foi assumido igual a  $\phi_b = 0,85$ , como prescreve o texto normativo.

Na aplicação das instruções normativas, o fator de estabilidade lateral,  $C_L$ , é função do momento de flambagem lateral elástica,  $M_e$ , que, por sua vez, é calculado conforme a Equação [2.141]. Para barras com momentos de igual intensidade atuando nas suas extremidades, o comprimento efetivo,  $L_e$ , que aparece nessa equação, é determinado por:

$$L_e = 1,84 \cdot L_u \quad [4.18]$$

sendo  $L_u$  a distância entre os pontos de efetiva restrição de deslocamentos laterais da barra.

Supondo, ainda, que as peças avaliadas fazem parte de sistemas reticulados, em que suas extremidades são contraventadas, pode-se anular o termo  $B_{sz}$  na Equação [2.143]. Então, o momento ampliado,  $M_{mz}$ , é encontrado a partir da expressão abaixo, em que  $e_y$  denota a excentricidade da força de compressão, conforme Figura 3.1:

$$M_{mz} = B_{bz} \cdot N_d \cdot e_y \quad [4.19]$$

Na determinação do amplificador  $B_{bz}$ , segundo a Equação [2.145], o coeficiente  $C_{mz}$  teve seu módulo definido pela Equação [2.148]. Então, em caso de curvatura simples no diagrama de momentos fletores, deve-se tomar a relação  $M_1/M_2$  com sinal negativo e, conseqüentemente,  $C_{mz} = 1,0$ . O termo  $M_x$  da Equação [2.145] foi anulado porque não há momentos segundo o eixo de maior inércia.

Substituindo-se todos esses parâmetros na Equação [2.137], foi possível torná-la função de  $N_d$  e, com o auxílio do *Mathcad8 Professional*, encontrou-se as raízes da equação. Os dados assim obtidos, que expressam as recomendações das normas norte-americana e brasileira, estão representados nas Figuras 4.23 e 4.24, considerando-se as duas situações de

excentricidades iniciais. A AF&PA/ASCE 16-95/96 comenta que o fator de estabilidade,  $\phi_s$ , considera pequenas excentricidades acidentais e os efeitos da fluência.

De um modo geral, é possível notar que a norma norte-americana fornece valores maiores. Quando a excentricidade inicial é igual a  $0,1 \cdot b$ , os resultados decorrentes dos critérios da AF&PA/ASCE 16-95/96 superam em 11% aqueles devidos à norma brasileira, para qualquer tipo de madeira e com  $\lambda = 0$ . Os esforços de cálculo obtidos a partir da norma brasileira só ultrapassam os da norma norte-americana em alguns casos, quando  $\lambda = 40$ ; destaca-se, nesse índice de esbeltez, que o esforço devido à NBR 7190/97 supera em 31% o correspondente devido à AF&PA/ASCE 16-95/96, quando a madeira é a conífera de classe C20. Ainda para essa mesma excentricidade inicial, ressalta-se que, para as coníferas de classe C30 e para as dicotiledôneas de classe C40, as diferenças, em favor aos resultados da norma norte-americana, atingem 41% e 42%, respectivamente, quando  $\lambda = 50$ .

Quando a excentricidade inicial é  $0,5 \cdot b$ , os valores relativos ao método proposto pela norma norte-americana são sempre maiores que os da NBR 7190/97, alcançando as seguintes diferenças: quando  $\lambda = 0$ , a defasagem constatada é de 40%, válida para todas as madeiras analisadas; quando  $\lambda = 50$ , os resultados da norma norte-americana excedem em 62% os correspondentes devidos à NBR 7190/97, válido para as coníferas de classe C30 e as dicotiledôneas de classe C40.

O método indicado pela AF&PA/ASCE 16-95/96 para o cálculo das peças flexocomprimidas conduz a diagramas  $N_d \times \lambda$  que não apresentam descontinuidades. Sua aplicação não é demasiadamente objetiva, especialmente quando a intenção do projetista é a determinação do valor do esforço de cálculo,  $N_d$ , a partir de uma dada seção transversal. Por outro lado, a consideração implícita da fluência ameniza o trabalho no dimensionamento. As diferenças apuradas na comparação dos resultados, notadamente para as peças medianamente esbeltas de madeira do tipo dicotiledônea, sugerem um conservadorismo dos critérios da norma brasileira, neste intervalo.

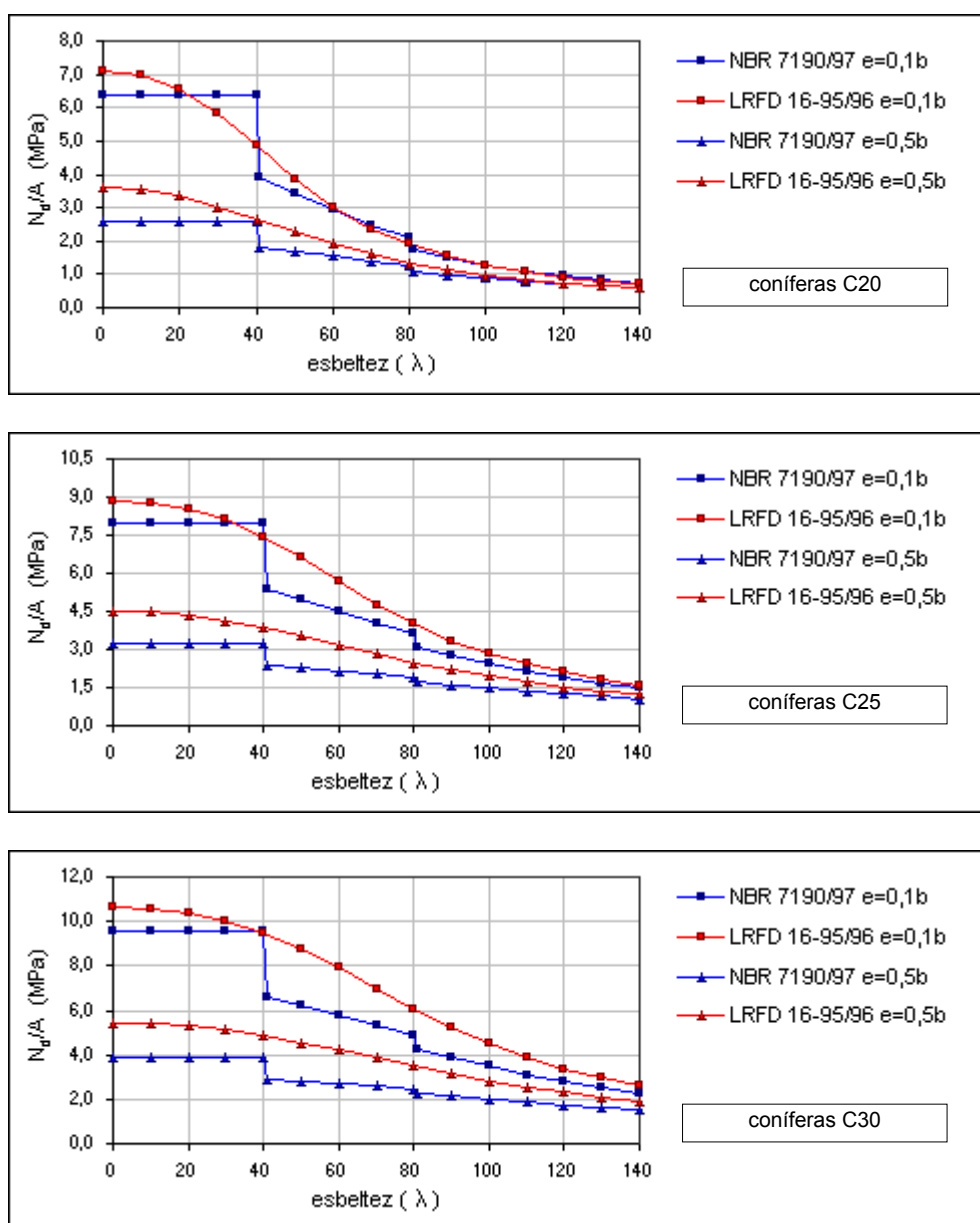


Figura 4.23 – Comparação entre a AF&PA/ASCE 16-95/96 e a NBR 7190/97. Peças flexocomprimidas. Madeira: coníferas.

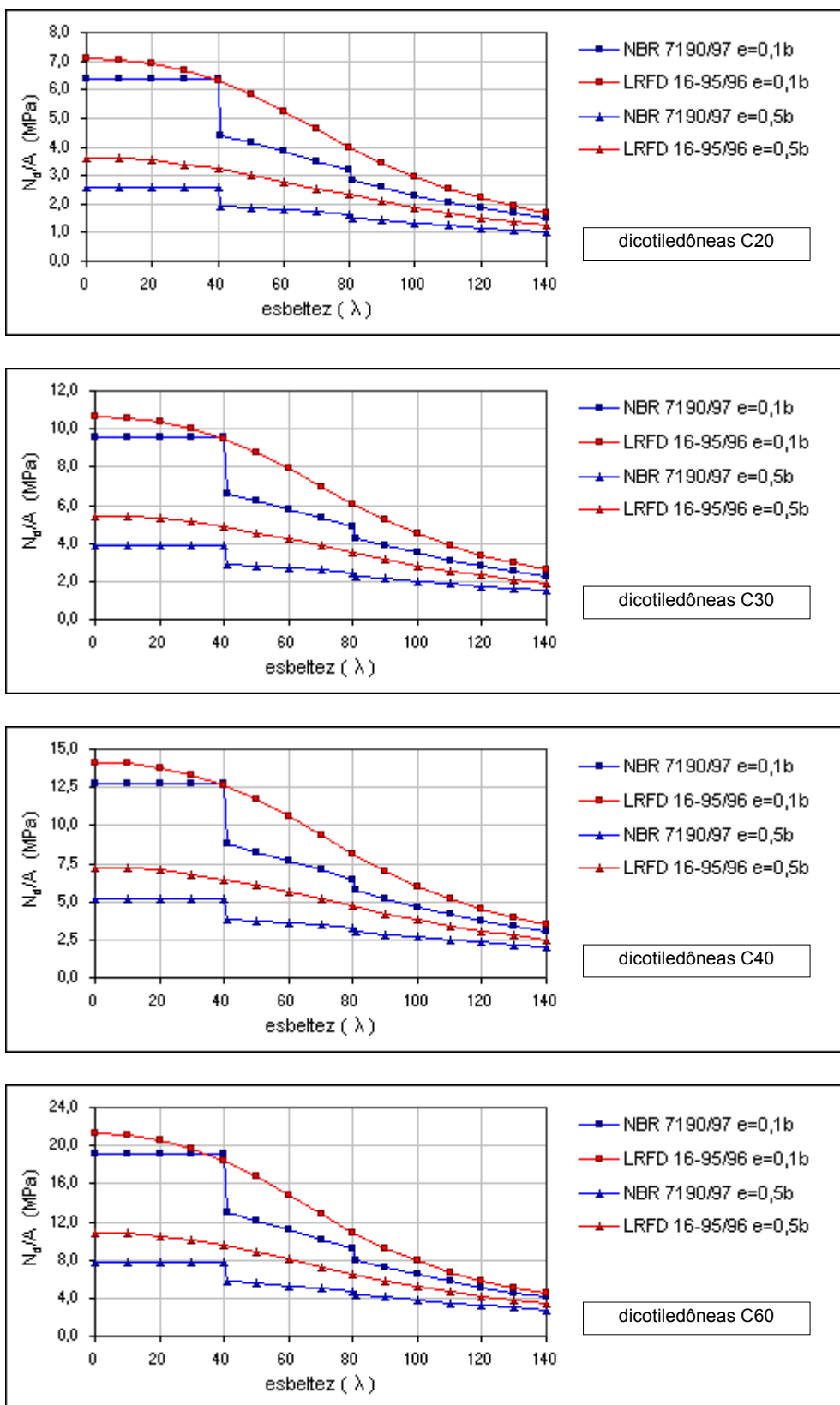


Figura 4.24 – Comparação entre a AF&PA/ASCE 16-95/96 e a NBR 7190/97. Peças flexocomprimidas. Madeira: dicotiledóneas.

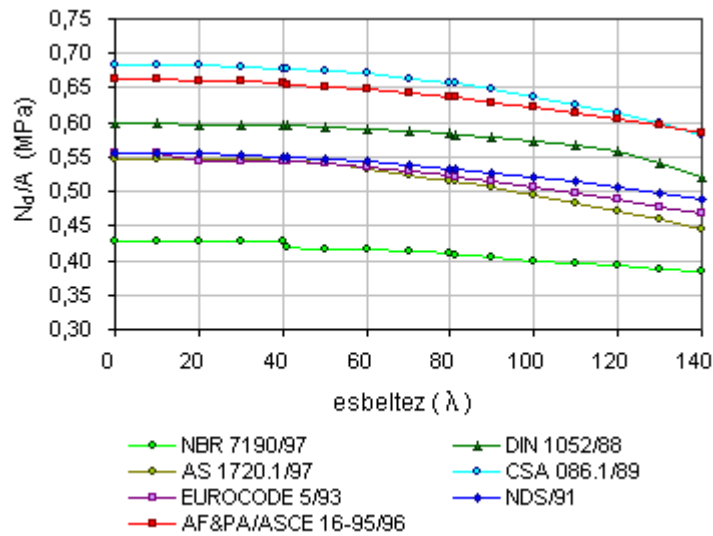
#### 4.8 Grandes excentricidades e efeitos da fluência

Na expectativa de serem atingidas situações de provável ocorrência na prática das estruturas, adotou-se, para as excentricidades iniciais, os dois valores analisados nas seções anteriores, ou seja,  $e_i = 0,1 \cdot b$  e  $e_i = 0,5 \cdot b$ . Naturalmente que esses valores atendem ao contido no item 7.5.4 da NBR 7190/97, relativamente às exigências de excentricidades iniciais mínimas. Considerando-se apenas as limitações geométricas, impostas pelas dimensões das seções transversais das peças simples de madeira serrada, esses valores cobrem um grande número dos casos previstos no projeto estrutural. No entanto, a excentricidade inicial pode se tornar maior diante de, pelo menos, duas circunstâncias:

- o esforço de compressão ser aplicado a uma distância ainda maior do eixo baricentral, o que pode ser conseguido através de braçadeiras ou cantoneiras de apoio;
- o momento fletor de 1ª ordem resultar da combinação do esforço axial de compressão excêntrico com solicitações laterais, por exemplo resultante da ação do vento ou de empuxos.

Baseando-se nessas hipóteses, admitiu-se para a excentricidade inicial um valor muito elevado, equivalente a  $e_i = 10 \cdot b$ , com o objetivo de se pesquisar o comportamento dos diferentes critérios normativos, diante de um novo contexto em que preponderam os efeitos da flexão. O desempenho de cada recomendação normativa está representado na Figura 4.25, em função do índice de esbeltez da peça. Foram utilizados os parâmetros das dicotiledôneas de classe C60 na elaboração desta avaliação.

Dos resultados obtidos foi possível concluir que o critério proposto pela NBR 7190/97, quando as peças flexocomprimidas estão sujeitas a grandes excentricidades iniciais, é demasiadamente conservador se comparado às demais normas estudadas. O esforço de cálculo,  $N_d$ , determinado segundo as recomendações da DIN 1052/88 supera em 43% aquele decorrente da aplicação da norma brasileira, quando  $\lambda = 90$ . Nos demais casos, os picos ocorrem quando  $\lambda = 41$  e atingem os seguintes percentuais: a AS 1720.1/97 e o EUROCODE 5/93 excedem em 30%; a CSA 086.1/89 supera em 62%; a NDS/91 ultrapassa em 32% e a AF&PA/ASCE 16-95/96 extrapola em 57% os valores devidos à norma brasileira.



**Figura 4.25** – Comportamento das peças flexocomprimidas sujeitas à excentricidade inicial igual a 10.b.

Relativamente aos efeitos da fluência, Alvim & Veloso (2002) demonstraram que a deformação devida a esse comportamento do material pode ser determinada a partir da flecha de segunda ordem amplificada por um fator exponencial, conforme a Equação [2.36]. Então, a flecha suplementar decorrente do efeito isolado da fluência pode ser calculada por:

$$e_c = e_1 \cdot \left[ e^{\left( \frac{\phi \cdot N_{k,real}}{F_E - N_{k,real}} \right)} - 1 \right] \quad [4.20]$$

em que  $N_{k,real}$  denota o carregamento característico real, válido para as condições de utilização, sendo representado por:

$$N_{k,real} = N_{gk} + (\psi_1 + \psi_2)N_{qk} \quad \text{com} \quad \psi_1 + \psi_2 \leq 1 \quad [4.21]$$

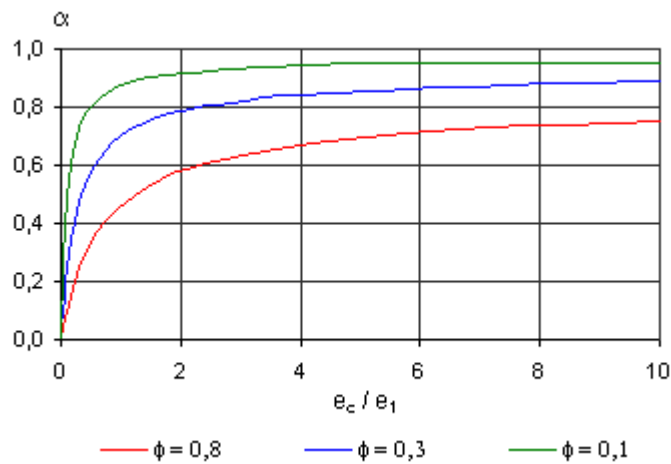
Admitindo-se a excentricidade de primeira ordem,  $e_1$ , com valor unitário e um coeficiente adimensional,  $\alpha$ , definido por:

$$\alpha = \frac{N_{k,real}}{F_E} \quad [4.22]$$

é possível escrever, então, a excentricidade devida à fluência sob a forma:

$$e_c = e \left( \frac{\phi \cdot \alpha}{1 - \alpha} \right) - 1 \quad [4.23]$$

A Figura 4.26 ilustra o comportamento de  $e_c$  segundo os diferentes valores dos coeficientes de fluência,  $\phi$ , recomendados pela NBR 7190/97 para as classes de umidade 1 e 2. Observando-se essas curvas é possível constatar, para barras curvas comprimidas excentricamente, porém sob baixos níveis de carregamento, a validade da aplicação da teoria linear de fluência, hipótese admitida na dedução da Equação [4.20].



**Figura 4.26** – Evolução das flechas devidas à fluência com o carregamento de uma barra curva comprimida excentricamente.

Com o propósito de se inspecionar a importância da fluência no módulo do momento fletor de 2ª ordem,  $M_d$ , e, conseqüentemente, na verificação da estabilidade das peças esbeltas, adotou-se uma barra de seção transversal retangular cujos lados estão na razão 1:2, biarticulada e sujeita a um esforço de compressão com excentricidades iniciais equivalentes a  $e_i = 0,1 \cdot b$  e  $e_i = 0,5 \cdot b$ ; a madeira considerada foi a dicotiledônea de classe C60.

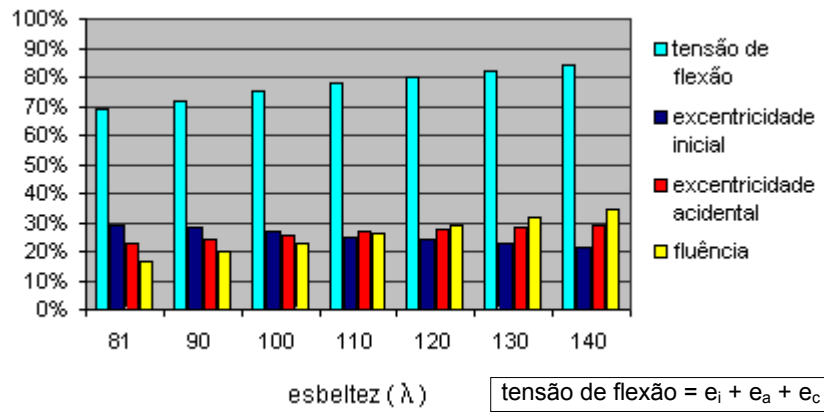
As Figuras 4.27 a 4.32 mostram os resultados obtidos com a consideração de três diferentes situações de composição de carregamento, adiante discriminadas. Procurou-se envolver, nestas simulações, condições prováveis de carregamentos nos projetos estruturais.



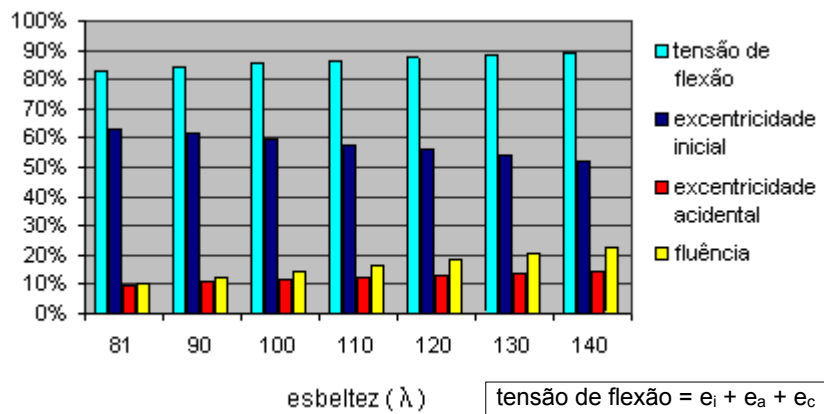
Na primeira simulação, denominada *caso 1*, as ações acidentais foram consideradas nulas. A segunda simulação – chamada *caso 2* – envolve ações permanentes e acidentais típicas de uma estrutura treliçada sujeita à ação do vento. Nessa condição, os fatores de minoração foram admitidos iguais a  $\psi_1 = 0,2$  e  $\psi_2 = 0$ , conforme recomendações da NBR 7190/97; a relação entre as ações acidentais e permanentes considerada foi:  $N_{qk} = 2 \cdot N_{gk}$ . A simulação, chamada *caso 3*, representa peças que suportam uma estrutura de piso onde não há predominância de pesos de equipamentos fixos, nem de elevadas concentrações de pessoas. Nesse caso, os fatores de minoração indicados pela norma brasileira são  $\psi_1 = 0,3$  e  $\psi_2 = 0,2$ ; a relação entre as ações acidentais e permanentes adotada para esse caso foi:  $N_{qk} = 4 \cdot N_{gk}$ . Em todos os casos, adotou-se um coeficiente de fluência  $\phi = 0,8$ , que corresponde a classes de carregamento permanente ou de longa duração e classes de umidade 1 ou 2, de acordo com a NBR 7190/97.

Para analisar a relevância do efeito da fluência na verificação das peças esbeltas, recorreu-se à Equação [2.24]. A segunda parcela dessa expressão é composta por tensões de flexão resultantes da incidência das excentricidades inicial, acidental e relativa à fluência, devidamente amplificadas, conforme Equação [2.30]. Nas Figuras 4.27 a 4.32 estão representadas, inicialmente, as parcelas da tensão de flexão, expressas em porcentagens. Ao lado se ilustram as contribuições de cada uma das três excentricidades na tensão total (efeito do normal e do momento fletor). A barra em azul claro (tensões de flexão) corresponde à soma das parcelas devidas às diferentes excentricidades. Os resultados foram obtidos com o auxílio de planilha desenvolvida no *Mathcad8 Professional*, em que inicialmente se calcula o valor do esforço de cálculo,  $N_d$ , e, a partir dele, são determinadas as parcelas de momento devidas à cada uma das respectivas excentricidades.

A Figura 4.27 indica que a participação da excentricidade inicial nas tensões totais varia de 29 a 21%, quando a excentricidade inicial é  $e_i = 0,1 \cdot b$ , decrescendo com o aumento do índice de esbeltez. Por outro lado, a contribuição da excentricidade relativa à fluência, que varia no intervalo de 17 a 34% e a parcela correspondente à excentricidade acidental, que se situa no intervalo de 23 a 29%, aumentam na medida que o índice de esbeltez da barra também se torna elevado.



**Figura 4.27** – Contribuição das excentricidades na tensão máxima atuante em peças esbeltas com  $e_i = 0,1b$  – caso 1.



**Figura 4.28** – Contribuição das excentricidades na tensão máxima atuante em peças esbeltas com  $e_i = 0,5b$  – caso 1.

Tratando-se ainda do caso 1, mas com uma excentricidade inicial equivalente a  $e_i = 0,5 \cdot b$ , a Figura 4.28 indica um novo perfil para a contribuição das excentricidades nas tensões totais. Nota-se a participação da excentricidade inicial novamente decrescendo, à medida que aumenta o índice de esbelteza, variando de 63 até 52%. A parcela de excentricidade devida à fluência tem uma contribuição que vai desde 10 até 23%; e aquela correspondente à excentricidade acidental oscila entre 10 e 14%. Observa-se que, mesmo com elevada excentricidade inicial, a fração devida à fluência permanece representativa, especialmente nas peças com elevadas esbeltezes.

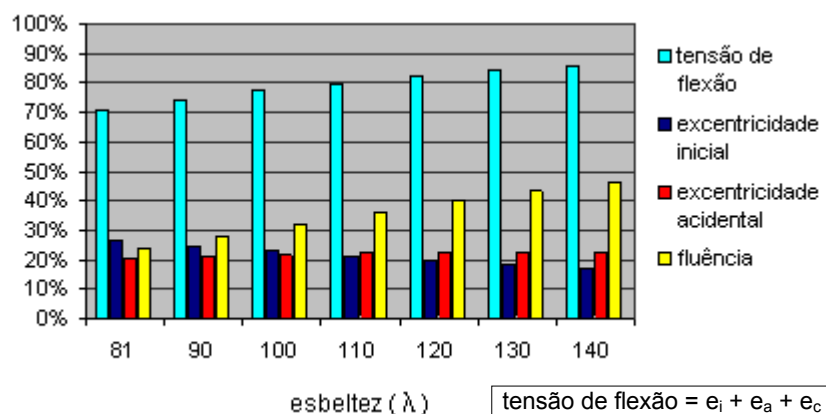


Figura 4.29 – Contribuição das excentricidades na tensão máxima atuante em peças esbeltas com  $e_i = 0,1b$  – caso 2.

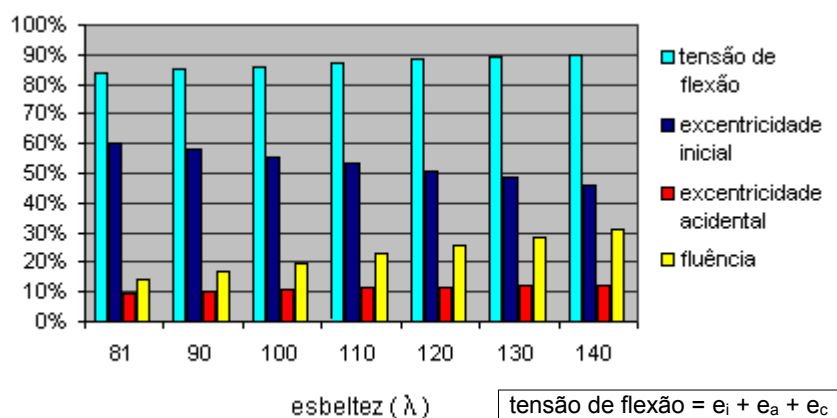


Figura 4.30 – Contribuição das excentricidades na tensão máxima atuante em peças esbeltas com  $e_i = 0,5b$  – caso 2.

No caso 2, quando  $e_i = 0,1 \cdot b$ , a parcela relativa à excentricidade inicial varia de 26 a 17%; aquela devida à fluência situa-se no intervalo de 24 a 46% e aquela decorrente dos efeitos da excentricidade acidental varia muito pouco, oscilando entre 21 e 23%, como indica a Figura 4.29. Quando  $e_i = 0,5 \cdot b$ , a parcela relativa à excentricidade inicial decresce desde 60 até 46%; a contribuição dos efeitos da fluência e da excentricidade acidental variam de 14 a 31% e de 9 a 12%, respectivamente, ilustradas na Figura 4.30. Constata-se, em ambas simulações, que a participação da fluência e da excentricidade acidental aumenta com a elevação do índice de esbelteza, ocorrendo de forma oposta com a parcela devida à excentricidade inicial.

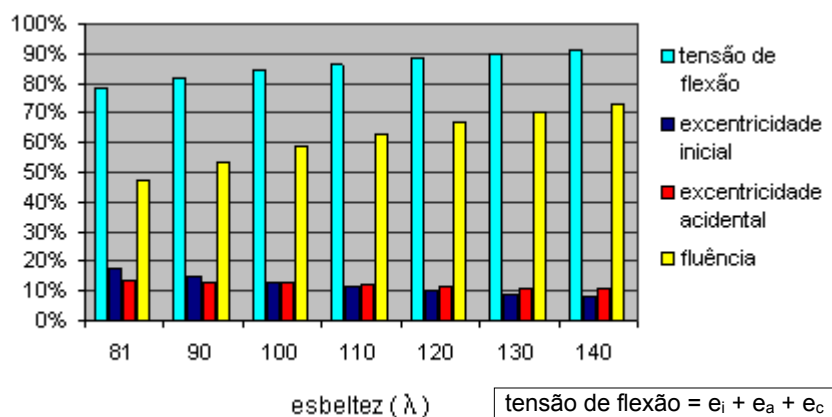


Figura 4.31 – Contribuição das excentricidades na tensão máxima atuante em peças esbeltas com  $e_i = 0,1b$  – caso 3.

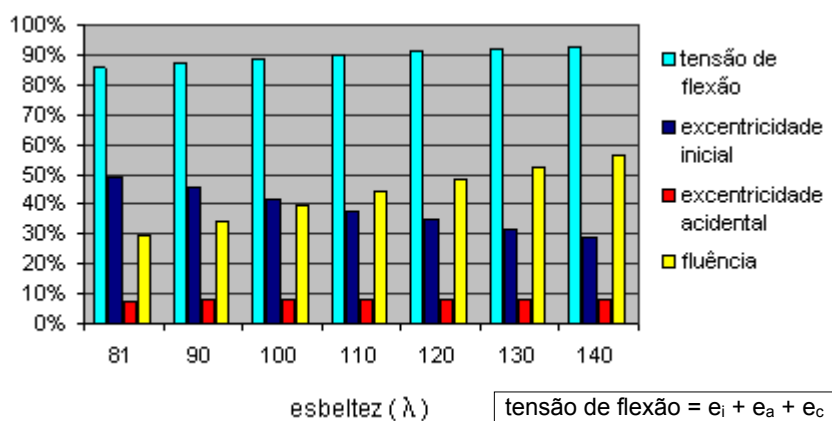


Figura 4.32 – Contribuição das excentricidades na tensão máxima atuante em peças esbeltas com  $e_i = 0,5b$  – caso 3.

A Figura 4.31 representa o caso 3, quando  $e_i = 0,1 \cdot b$ . Nessa simulação, a parcela relativa à excentricidade inicial decresce de 17 a 8%, com o correspondente acréscimo do índice de esbeltez. Por outro lado, a participação da fluência e da excentricidade acidental na tensão total varia de 48 a 73% e de 13 a 11%, respectivamente. Quando a excentricidade inicial é  $e_i = 0,5 \cdot b$ , a participação da excentricidade inicial varia de 49 a 29%, decrescendo na medida que aumenta a esbeltez da peça; a parcela da tensão total que corresponde ao efeito da fluência varia de 29 a 56%; e, com uma contribuição em torno de 8%, a participação da excentricidade acidental se mantém praticamente constante em todo o intervalo de validade das peças esbeltas, conforme ilustra a Figura 4.32.

Conclui-se, pois, que o efeito da fluência tem uma representação expressiva. A não consideração desse efeito, nos projetos das peças comprimidas ou flexocomprimidas, conduz a distorções acentuadas nos resultados do modelo de cálculo proposto pela norma brasileira.

## 5 CONCLUSÕES

A publicação da edição revisada da NBR 7190/97 sinalizou o início de uma fase de progressos no projeto das estruturas de madeira. Nesse novo texto, os critérios para a verificação das peças comprimidas sofreram marcantes modificações, que culminaram em solicitações de flexo-compressão pela consideração das distintas excentricidades, dos efeitos da fluência e suas devidas amplificações. Estes critérios tornaram-se alvo de críticas por apresentarem as discontinuidades averiguadas nos diagramas  $N_d \times \lambda$ , pela complexidade da equação que pondera o efeito da fluência e outras. Assim, as constatações apresentadas ao longo deste estudo indicam que a NBR 7190/97 requer visíveis reformulações, como as que se indicam em seguida, e que, numa próxima revisão, algumas seções sejam reescritas, conferindo-lhe uma maior clareza textual.

Ao apresentar os critérios para a verificação da estabilidade das barras comprimidas e flexocomprimidas, a NBR 7190/97 – em seu item 7.5.1 – define o índice de esbeltez em função do raio de giração mínimo da seção transversal. Embora um pouco mais adiante, no item 7.5.4, o texto faça referência ao índice de esbeltez correspondente, seria interessante uma revisão na forma de apresentação desse conceito, pois situações de projeto evidenciam a probabilidade de ocorrência da flambagem em torno do eixo de maior inércia, especialmente nas peças contraventadas ao longo do comprimento.

Outrossim, em comparação com as demais normas analisadas, cabe afirmar que a NBR 7190/97, em seu item 7.5.1, restringe excessivamente as possibilidades de vinculação das extremidades de barras. As tabelas constantes no Anexo A demonstram que as normas australiana, canadense e norte-americanas são bem mais abrangentes nas especificações das condições de apoio. Além disso, ressalta-se que a limitação da esbeltez em 140 deve ser reavaliada com base nos parâmetros de classificação do material e segurança estrutural. Demonstrou-se, na seção 2.4 deste trabalho, que essa limitação de esbeltez da norma brasileira se mostra, em alguns casos, bastante conservadora.

Com relação à consideração da excentricidade acidental há um equívoco na redação da NBR 7190/97, no item 7.5.5, que, no caso de peças esbeltas, recomenda uma excentricidade acidental mínima ao invés de uma excentricidade inicial mínima, que não deve ter valor menor que  $h/30$ . Essa restrição não tem sentido, pois se demonstrou na seção 2.2.3.2 deste trabalho que, para peças esbeltas de seção retangular,  $e_a \geq h/13$ .

Por outro lado, observa-se que as recomendações contidas no item 7.5.4 têm gerado dúvidas e controvérsias entre os projetistas, relativamente ao dimensionamento das peças sujeitas à flexo-compressão oblíqua, questionando-se se a aplicação isolada da Equação [2.24], segundo os planos de rigidez mínima e máxima da peça, é a melhor solução para o caso. Ressalta-se que as normas norte-americanas, européia e australiana oferecem interessantes alternativas para a verificação de peças sob tal solicitação. A norma brasileira também é omissa quanto à possibilidade do esforço de compressão atuar por intermédio de braçadeiras ou cantoneiras, que podem gerar elevadas excentricidades iniciais. Para esse caso, as normas norte-americanas indicam limitações e procedimentos considerados seguros.

A determinação do valor de projeto da resistência à compressão paralela às fibras ou à flexão não faz parte do enfoque principal deste trabalho. Contudo, desperta a atenção o número de fatores de ajuste ainda não contemplados pela NBR 7190/97. Dentre eles estão os fatores: de efeitos da temperatura, de tratamentos preservativos e retardantes da ação do fogo, de compartilhamento das ações, de dimensões, de forma da seção transversal e outros. Essa constatação sugere a necessidade de atualização dos coeficientes de modificação da NBR 7190/97, incorporando os resultados de recentes pesquisas e, eventualmente, inserindo novos parâmetros modificadores.

Relativamente ao dimensionamento das peças sujeitas à compressão centrada, destaca-se inicialmente o critério contido na AF&PA/ASCE 16-95/96. Por ser uma norma fundamentada no método dos estados limites, tem uma condição de verificação padrão muito semelhante à da NBR 7190/97, porém, com algumas vantagens. Os resultados dela decorrentes demonstram uma desejável continuidade nos diagramas  $N_d \times \lambda$  e as curvas podem ser ajustadas a partir da manipulação da constante “c” que aparece no denominador da Equação [2.134]. Seu critério é de fácil emprego, podendo ser programado em planilhas eletrônicas. Da confrontação dos resultados obtidos segundo a NBR 7190/97 e a AF&PA/ASCE 16-95/96, concluiu-se que a norma brasileira trata de forma conservadora o

dimensionamento das peças esbeltas, tendo seus resultados superados pelos desta norma norte-americana em 41%, quando  $\lambda = 90$  e as madeiras são dicotiledôneas de classe C40.

Outros modelos para o cálculo das peças comprimidas se mostram também versáteis, como é o caso daquele proposto pela CSA 086.1/89. Os resultados dela decorrentes demonstram continuidade nos diagramas  $N_d \times \lambda$  e a curvas podem ser facilmente ajustadas a partir da manipulação da constante que aparece no denominador da Equação [2.83]. Também foi possível concluir que, de um modo geral, a norma canadense é menos conservadora que a brasileira na delimitação dos esforços resistentes de projeto à compressão paralela às fibras, especialmente quando as peças têm esbeltez menor que 100. Exceto para as coníferas de classe C20, a norma alemã produz resultados muito próximos aos da norma brasileira, para barras medianamente esbeltas e esbeltas. Contudo, como a DIN 1052/88 é baseada no método das tensões admissíveis, o esforço normal de compressão não sofre as majorações que conduzem ao valor de cálculo ( $N_d$ ) do método dos estados limites, influenciando então diretamente na margem de segurança.

As peças flexocomprimidas foram avaliadas para duas hipóteses de solicitação excêntrica. Dentre os códigos normativos estudados, ressalta-se que a AF&PA/ASCE 16-95/96 tem um critério, para a flexo-compressão, que se ampara em uma sólida base teórica. Além disso, a continuidade no diagrama  $N_d \times \lambda$  e a desejável consideração do dimensionamento de peças sujeitas à flexo-compressão oblíqua, possibilitando uma transição correta para os casos de flexo-compressão reta ou compressão axial, torna o método interessante. A aplicação desse modelo, contudo, conduz à resolução de equações razoavelmente trabalhosas, especialmente quando se deseja obter o valor do esforço de cálculo,  $N_d$ , a partir de uma dada seção transversal. Destaca-se que os critérios apresentados pela NBR 7190/97, nos itens 7.5.4 e 7.5.5, para a verificação das peças flexocomprimidas, devem incorporar esclarecimentos sobre o procedimento de análise das peças sujeitas à flexo-compressão oblíqua.

Embora o método proposto pelo EUROCODE 5/93 apresente uma solução muito mais simplificada para a obtenção dos valores de  $N_d$ , sem a necessidade de recorrer a processos numéricos, destaca-se negativamente a descontinuidade da curva  $N_d \times \lambda$ , na região intermediária do intervalo de validade das peças curtas. Ainda, as elevadas diferenças constatadas entre os resultados da NBR 7190/97 e do EUROCODE 5/93 permitem refletir sobre o conservadorismo desse método, particularmente para as peças esbeltas.



É interessante acrescentar que, na implantação de critérios para o projeto das peças flexocomprimidas, é conveniente que o texto normativo diferencie os momentos devidos às ações transversais e aqueles relativos à excentricidade da força axial, como acontece no modelo desenvolvido por Zahn e adotado pela NDS/91.

O método para a consideração da fluência, recomendado pela NBR 7190/97, não foi detectado em nenhuma outra norma estudada. Ainda que o procedimento seja teoricamente bem fundamentado e que seus efeitos não possam ser ignorados no domínio das peças esbeltas, conclui-se que essa propriedade também pode ser modelada de uma maneira simplificada pela norma brasileira – através de uma possível redução das propriedades de rigidez da madeira –, como fazem alguns códigos normativos de outros países.

## 6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALVIM, R.C. (2000). *A resistência dos pilares de madeira composta*. São Paulo. Monografia apresentada para o Exame de Qualificação de Doutorado – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo. 2000.

ALVIM, R.C.; VELOSO, L.A.C.M. (2002). Sobre o modelo de fluência da NBR 7190 para barras comprimidas. In: ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRA, 8., 2002, Uberlândia. *Anais...* Uberlândia: Universidade Federal de Uberlândia. 1 CD-ROM.

AMERICAN NATIONAL STANDARD (1991). *NDS: National design specification for wood construction*. Washington, ANSI/NfoPA.

AMERICAN FOREST & PAPER ASSOCIATION (1996). *AF&PA/ASCE 16-95: Standard for load and resistance factor design (LRFD) for engineered wood construction*. Virginia, American Society of Civil Engineers.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1951). *NBII: Cálculo e execução de estruturas de madeira*. Rio de Janeiro.

\_\_\_\_\_. (1982). *NBR 7190: Cálculo e execução de estruturas de madeira*. Rio de Janeiro.

\_\_\_\_\_. (1997). *NBR 7190: Projeto de estruturas de madeira*. Rio de Janeiro.

AUSTRALIAN STANDARDS (1997). *AS 1720.1: Timber structures part 1 – design methods*. Homebush, SA.

BARALDI, L.T.; LOGSDON, N.B. (1998). Dimensionamento de elementos estruturais submetidos à *compressão* paralela – uma discussão da NBR 7190/97. In: ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRA, 6., 1998, Florianópolis. *Anais...* Florianópolis, UFSC-IBRAMEM. v.2, p.157-168.

BELL, K.; EGGEN, T.E. (2001). *Stability of timber beams and columns*. Disponível em: <<http://www.bygg.ntnu.no/~bell/Projects/Stability.pdf>>. Acesso em: 18 dez.

BLASS, H.J. (1995a). Buckling lengths. In: BLASS, H.J. et al. *Timber Engineering – STEP 1 (Structural Timber Education Programme)*. The Netherlands: Centrum Hout, p.B7/1-B7/8.

\_\_\_\_\_. (1995b). Columns. In: BLASS, H.J. et al. *Timber Engineering – STEP 1 (Structural Timber Education Programme)*. The Netherlands: Centrum Hout, p.B6/1-B6/8.

BREYER, D.E. et al. (1999). *Design of wood structures – ASD*. 4th ed. New York: McGraw-Hill.

CANADIAN STANDARDS ASSOCIATION (1989). *CSA 086.1-M89: Engineering design in wood (Limit States Design)*. Ontario.

CANADIAN WOOD COUNCIL – CWC. (1996). *Introduction to wood design*. Ottawa, Canadian Wood Council.

COMITÉ EUROPÉEN DE NORMALISATION (1993). *EUROCODE 5: Design of timber structures*. Brussels.

CORDOVIL, F.A.B. (1995). Flexocompressão – proposta de reformulação normativa. In: ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRA, 5., 1995, Belo Horizonte. *Anais...* Belo Horizonte, IBRAMEM. v.2, p.279-288.

\_\_\_\_\_. (1998). Peças comprimidas segundo a NBR-7190/96. In: ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRA, 6., 1998, Florianópolis. *Anais...* Florianópolis, UFSC-IBRAMEM. v.1, p.65-76.

DEMARZO, M.A. (1990). *Análise da instabilidade de colunas de madeira*. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 1990.

DEUSTCHES INSTITUT FÜR NURMING (1988). *DIN 1052: Structural use of timber – design and construction*. Berlin.

FUSCO, P.B. (1992). O estabelecimento de valores de cálculo para o dimensionamento das estruturas de madeira pelo método dos estados limites. In: ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRA, 4., 1992, São Carlos. *Anais...* São Carlos, EESC-EBRAMEM. v.2, p.139-151.

\_\_\_\_\_. (1995a). A calibração da nova norma de projeto de estruturas de madeira. In: ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRA, 5., 1995, Belo Horizonte. *Anais...* Belo Horizonte, IBRAMEM. v.2, p.247-263.

\_\_\_\_\_. (1995b). A mudança do modelo de segurança nas normas de projeto de estruturas. In: ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRA, 5., 1995, Belo Horizonte. *Anais...* Belo Horizonte, IBRAMEM. v.2, p.265-269.

GEHRI, E. (2000). A nova versão do Eurocode 5. In: ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRA, 7., 2000, São Carlos.

HEANEY, A.; KNEEN, P. (1999). *Timber structures – an introduction to Limit States Design using ASI720.1/1997*. Sidney: University of NSW. 1 CD-ROM.

JOHNS, K.C. (1991). A continuous design formula for timber columns. *Canadian Journal of Civil Engineering*, Quebec, v.18, p.617-623.

LAHR, F.A.R. (2000). *Notas de aula*. São Carlos: EESC. (Apostila da disciplina Normalização para o projeto e a construção de estruturas de madeira, ministrada no curso de Pós-Graduação, da Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo).

LARSEN, H.J.; THEILGAARD, E. (1979). Laterally loaded timber columns. *Journal of the Structural Division*, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, v.105, n.ST7, p.1347-1363, july.

LORIGGIO, D.D. (1995). Considerações sobre o dimensionamento de peças de madeira submetidas à flexocompressão com a inclusão da não-linearidade geométrica. In: ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRA, 5., 1995, Belo Horizonte. *Anais...* Belo Horizonte, IBRAMEM. v.1, p.23-32.

\_\_\_\_\_. (1998). Considerações sobre o estado limite último de instabilidade de estruturas de madeira. In: ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRA, 6., 1998, Florianópolis. *Anais...* Florianópolis, UFSC-IBRAMEM. v.2, p.193-204.

MADSEN, B. (1992). *Structural behaviour of timber*. Vancouver: Timber Engineering.

MIOTTO, J.L.; DIAS, A.A. (2002a). Critérios internacionais de dimensionamento de peças de madeira solicitadas por compressão e flexocompressão. In: JORNADAS SUL-AMERICANAS DE ENGENHARIA ESTRUTURAL, 30., 2002, Brasília. *Anais...* Brasília: Universidade de Brasília – UnB. 1 CD-ROM.

\_\_\_\_\_. (2002b). Critérios internacionais de dimensionamento de peças de madeira solicitadas por compressão e flexocompressão. In: ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRA, 8., 2002, Uberlândia. *Anais...* Uberlândia, Universidade Federal de Uberlândia. 1 CD-ROM.

SANTOS, L.B. (2000). *Avaliação numérica da resistência de cálculo de peças de madeira submetidas à compressão paralela às fibras*. São Carlos, EESC. (Monografia apresentada à disciplina de Normalização para o projeto e a construção de estruturas de madeira, ministrada no curso de Pós-Graduação, da Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo).

SANTOS, L.B.; MORALES, E.A.M.; LAHR, F.A.R. (2002). Algumas considerações sobre os critérios propostos pela NBR 7190/97 para a verificação da segurança em pilares de madeira. In: ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRA, 8., 2002, Uberlândia. *Anais...* Uberlândia, Universidade Federal de Uberlândia. 1 CD-ROM.

STOLPER, M.; RIBEIRO, P.A.R. (1998). Comparação do cálculo da resistência de peças estruturais de madeira pelo método das tensões admissíveis e pelo método dos estados limites. In: ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRA, 6., 1998, Florianópolis. *Anais...* Florianópolis, UFSC-IBRAMEM. v.2, p.181-192.

TIMOSHENKO, S.P. (1982). *Resistência dos materiais*. Rio de Janeiro: LTC. v.1, p.253-290.

TIMOSHENKO, S.P.; GERE, J.M. (1963). *Theory of elastic stability*. 2nd ed. Singapore: McGraw-Hill.

TIMOSHENKO, S.P.; GERE, J.E. (1984). *Mecânica dos sólidos*. Rio de Janeiro: LTC. v.2, p.311-331.

ZAGOTTIS, D.L. (1980). *Introdução à teoria das estruturas*. São Paulo: EPU. Cap. 10: Estabilidade e instabilidade do equilíbrio das estruturas.

ZAHN, J.J. (1986). Design of wood members under combined load. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, v.112, n.9, p.2109-2126, sept.

\_\_\_\_\_. (1988). Combined-load stability criterion for wood beam-columns. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, v.114, n.11, p.2612-2628, nov.

\_\_\_\_\_. (1991). New column design formula. *Wood Design Focus*, v.2, n.2.

\_\_\_\_\_. (1992). Re-examination of Ylinen and other column equations. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, v.118, n.10, p.2716-2728, oct.

## 7 BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR

ANDRIAMITANTSOA, L.D. (1995). Creep. In: BLASS, H.J. et al. *Timber Engineering – STEP 1 (Structural Timber Education Programme)*. The Netherlands: Centrum Hout, p.A19/1-A19/58.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1984). *NBR 8681: Ações e segurança nas estruturas*. Rio de Janeiro.

BLASS, H.J. (1991). Design of columns. In: 1991 INTERNATIONAL TIMBER ENGINEERING CONFERENCE, 1991, London. *Anais...* London, TRADA, v.1, p.75-81.

BEER, F.P.; JOHNSTON JR, E.R. (1989). *Resistência dos materiais*. 2.ed. São Paulo: McGraw-Hill. p.577-622.

BODIG, J.; CHEUNG, K.C.K.; CUNNINGHAM JR, T.P. (1995). Engineered wood construction: structural properties for LRFD. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, v.121, n.9, p.1346-1351, sept.

BODIG, J.; JAYNE, B.A. (1982). *Mechanics of wood and wood composites*. New York: Van Nostrand Reinhold Company.

CALIL JR, C.; LAHR, F.A.R. (1989). EUROCODE N° 5: algumas recomendações. In: ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRA, 3., 1989, São Carlos. *Anais...* São Carlos, EESC-EBRAMEM. v.6, p.19-37.

CALIL JR, C. et al. (2000). *Notas de aula*. São Carlos: EESC. (Apostila da disciplina Estruturas de Madeira, ministrada no curso de graduação, da Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo).

CHEN, W.F. (2000). Structural stability: from theory to practice. *Elsevier – Engineering Structures*, n.22, p.116-122.

CHOO, B.S. (1995). Bending. In: BLASS, H.J. et al. *Timber Engineering – STEP 1 (Structural Timber Education Programme)*. The Netherlands: Centrum Hout, p.B3/1-B3/7.

CORDOVIL, F.A.B.; RIZZO, I.M.L. (2002). Valores dos coeficientes de modificação. In: ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRA, 8., 2002, Uberlândia. *Anais...* Uberlândia, Universidade Federal de Uberlândia. 1 CD-ROM.

DEMARZO, M.A. (1992). Considerações sobre o estudo de compressão na instabilidade de colunas de madeira. In: ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRA, 4., 1992, São Carlos. *Anais...* São Carlos, EESC-EBRAMEM. v.4, p.187-198.

ELLINGWOOD, B.; ROSOWSKY, D. (1991). Duration of load effects in LRFD for wood construction. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, v.117, n.2, p.584-599, feb.

GASPAR, R.; OYAMADA, R.N. (2002). Estudo experimental de instabilidade em pilares esbeltos de madeira. In: ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRA, 8., 2002, Uberlândia. *Anais...* Uberlândia, Universidade Federal de Uberlândia. 1 CD-ROM.

HANHIJÄRVI, A. (2000). Advances in the knowledge of the influence of moisture changes on the long-term mechanical performance of timber structures. *Materials and Structures*, v.33, p.43-49, jan-feb.

ITANI, R.Y.; GRIFFITH, M.C.; HOYLE JR, R.J. (1986). The effect of creep on long wood column design and performance. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, v.112, n.5, p.1097-1114, may.

KOCH, W. (1996). *Dicionário dos estilos arquitetônicos*. São Paulo: Martins Fontes.

LEICESTER, R.H. (1991). The development of structural timber standards. In: 1991 INTERNATIONAL TIMBER ENGINEERING CONFERENCE, 1991, London. *Anais...* London, TRADA, v.2, p.302-307.

LOGSDON, N.B. (1998). *Influência da umidade nas propriedades de resistência e rigidez da madeira*. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 1998.

MADSEN, B. (1991). Length effects in timber. In: 1991 INTERNATIONAL TIMBER ENGINEERING CONFERENCE, 1991, London. *Anais...* London, TRADA, v.2, p.143-150.

MANCINI, E. (1998). *Flambagem*. São Carlos: EESC. (Apostila da Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo).

MOLITERNO, A. (1981). *Caderno de projetos de telhados em estruturas de madeira*. São Paulo: Edgard Blücher.

PFEIL, W. (1994). *Estruturas de madeira*. 5.ed. Rio de Janeiro: LTC.

ROSOWSKY, D.; ELLINGWOOD, B. (1992). Limit-state interactions in reliability-based design for wood structures. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, v.118, n.3, p.813-827, mar.

SALES, J.J. et al. (1993). *Notas de aula*. São Carlos: EESC. (Apostila da disciplina Sistemas Estruturais, ministrada no curso de graduação da Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo).

SVENSSON, S; THELANDERSSON, S.; LARSEN, H.J. (1999). Reliability of timber structures under long term loads. *Materials and Structures*, v.32, p.755-760, dec.

## ANEXO A – Coeficientes das normas de outros países






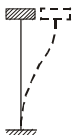
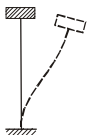

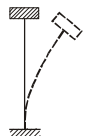
**Tabela A.1** – Coeficientes de flambagem,  $\omega$ . Fonte: DIN 1052 (1988).

| Índice de esbeltez<br>$\lambda$ | Madeira sólida (softwood) | Madeira sólida (hardwood) |       |       |
|---------------------------------|---------------------------|---------------------------|-------|-------|
|                                 | Classes: I a III          | Tipo:                     |       |       |
|                                 |                           | A                         | B     | C     |
| 0                               | 1,00                      | 1,00                      | 1,00  | 1,00  |
| 10                              | 1,04                      | 1,04                      | 1,03  | 1,03  |
| 20                              | 1,08                      | 1,08                      | 1,08  | 1,07  |
| 30                              | 1,15                      | 1,15                      | 1,15  | 1,15  |
| 40                              | 1,26                      | 1,25                      | 1,27  | 1,29  |
| 50                              | 1,42                      | 1,40                      | 1,45  | 1,50  |
| 60                              | 1,62                      | 1,59                      | 1,69  | 1,79  |
| 70                              | 1,88                      | 1,83                      | 2,00  | 2,17  |
| 80                              | 2,20                      | 2,13                      | 2,38  | 2,67  |
| 90                              | 2,58                      | 2,48                      | 2,87  | 3,38  |
| 100                             | 3,00                      | 2,88                      | 3,55  | 4,17  |
| 110                             | 3,63                      | 3,43                      | 4,29  | 5,05  |
| 120                             | 4,32                      | 4,09                      | 5,11  | 6,01  |
| 130                             | 5,07                      | 4,79                      | 5,99  | 7,05  |
| 140                             | 5,88                      | 5,56                      | 6,95  | 8,18  |
| 150                             | 6,75                      | 6,38                      | 7,98  | 9,39  |
| 160                             | 7,68                      | 7,26                      | 9,08  | 10,68 |
| 170                             | 8,67                      | 8,20                      | 10,25 | 12,06 |
| 175                             | 9,19                      | 8,69                      | 10,86 | 12,78 |
| 180                             | 9,72                      | 9,19                      | 11,49 | 13,52 |
| 190                             | 10,83                     | 10,24                     | 12,80 | 15,06 |
| 200                             | 12,00                     | 11,35                     | 14,18 | 16,69 |
| 210                             | 13,23                     | 12,51                     | 15,64 | 18,40 |
| 220                             | 14,52                     | 13,73                     | 17,16 | 20,19 |
| 230                             | 15,87                     | 15,01                     | 18,76 | 22,07 |
| 240                             | 17,28                     | 16,34                     | 20,43 | 24,03 |
| 250                             | 18,75                     | 17,73                     | 22,16 | 26,08 |



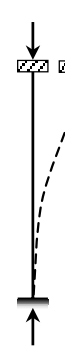

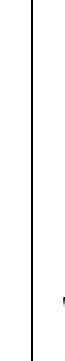
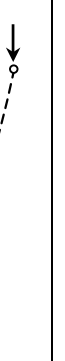




**Tabela A.2** – Fator de comprimento efetivo  $K_e$ , para pilares sem restrição lateral intermediária. Fonte: AS 1720.1/97

| <b>Condição de restrição final</b>   | <b>Fator de comprimento efetivo (<math>K_e</math>)</b> |
|--|--|
| Restrição em ambas extremidades na posição e direção   | 0,70   |
| Cada extremidade sustentada por dois parafusos (substancialmente restringidas)   | 0,75   |
| Uma extremidade fixada na posição e direção e outra com restrição somente na posição   | 0,85   |
| Restrição em ambas as extremidades somente na posição  | 1,00   |
| Restrição de uma extremidade na posição e direção e na outra extremidade parcialmente restrito na direção mas não na posição | 1,50   |
| Restrição em uma extremidade na posição e direção mas sem restrição na posição ou direção na outra extremidade               | 2,00   |

**Tabela A.3** – Valores mínimos de projeto do fator de comprimento efetivo  $K_e$  para peças comprimidas. Fonte: CSA 086.1/89

| Grau de restrição da peça comprimida  | Fator de comprimento efetivo - $K_e$ | Representação   |
|---|--------------------------------------|---|
| Efetivamente apoiada nas posições e restrição contra a rotação em ambas extremidades  | 0,65                                 |    |
| Efetivamente apoiada nas posições em ambas as extremidades e restrição contra a rotação em uma delas  | 0,80                                 |    |
| Efetivamente apoiada nas posições em ambas as extremidades, mas não há restrição contra rotação   | 1,00                                 |   |
| Efetivamente apoiada em uma das extremidades e também com restrição contra a rotação. Na outra extremidade há restrição contra rotação mas não está fixa na posição                   | 1,20                                 |  |
| Efetivamente apoiada em uma das extremidades e também com restrição contra a rotação. A outra extremidade está parcialmente restringida contra a rotação mas não está fixa na posição | 1,50                                 |  |
| Efetivamente apoiada em uma das extremidades mas não há restrição contra a rotação. Na outra extremidade há restrição contra a rotação mas ela não está fixa na posição               | 2,00                                 |  |
| Efetivamente apoiada em uma das extremidades e também com restrição contra a rotação. Na outra extremidade não há restrição contra rotação e também não está fixa na posição.         | 2,00                                 |  |

**Tabela A.4 – Coeficientes de comprimento de flambagem. Fonte: NDS/91**

|  |   |   |   |   |   |   |
|--|---|---|---|---|---|---|
| Modos de flambagem   |    |  |  |  |  |  |
| Valores teóricos de $K_e$  | 0,50  | 0,70  | 1,00  | 1,00  | 2,00  | 2,00  |
| Valores de projeto para $K_e$ quando as condições ideais estão próximas <sup>7</sup> | 0,65  | 0,80  | 1,20  | 1,00  | 2,10  | 2,40  |
| Código das condições de extremidade  |    | Rotação impedida, translação impedida   |   |   |   |   |
|  |   | Rotação livre, translação impedida  |   |   |   |   |
|  |  | Rotação impedida, translação livre  |   |   |   |   |
|  |  | Rotação livre, translação livre   |   |   |   |   |

## ANEXO B – Esforços resistentes de cálculo segundo as normas analisadas

**Tabela B.1 - Esforços resistentes segundo a NBR 7190/97 (daN)**

| $\lambda$ | Coníferas C20 |          |          | Coníferas C25 |          |          | Coníferas C30 |          |          |
|-----------|---------------|----------|----------|---------------|----------|----------|---------------|----------|----------|
|           | $N_{d1}$      | $N_{d2}$ | $N_{d3}$ | $N_{d1}$      | $N_{d2}$ | $N_{d3}$ | $N_{d1}$      | $N_{d2}$ | $N_{d3}$ |
| 0         | 171,43        | 127,55   | 51,90    | 214,29        | 159,44   | 64,88    | 257,14        | 191,32   | 77,86    |
| 10        | 171,43        | 127,55   | 51,90    | 214,29        | 159,44   | 64,88    | 257,14        | 191,32   | 77,86    |
| 20        | 171,43        | 127,55   | 51,90    | 214,29        | 159,44   | 64,88    | 257,14        | 191,32   | 77,86    |
| 30        | 171,43        | 127,55   | 51,90    | 214,29        | 159,44   | 64,88    | 257,14        | 191,32   | 77,86    |
| 40        | 171,43        | 127,55   | 51,90    | 214,29        | 159,44   | 64,88    | 257,14        | 191,32   | 77,86    |
| 41        | 120,00        | 77,96    | 35,94    | 164,42        | 107,21   | 47,64    | 201,81        | 132,40   | 58,25    |
| 50        | 100,32        | 68,56    | 33,54    | 148,45        | 98,91    | 45,60    | 185,82        | 123,99   | 56,24    |
| 60        | 80,49         | 58,73    | 30,83    | 130,77        | 89,85    | 43,28    | 168,54        | 114,89   | 53,95    |
| 70        | 64,29         | 49,88    | 28,13    | 113,28        | 80,88    | 40,86    | 151,01        | 105,73   | 51,57    |
| 80        | 51,85         | 42,29    | 25,54    | 97,21         | 72,33    | 38,42    | 134,01        | 96,75    | 49,12    |
| 81        | 42,76         | 34,70    | 21,80    | 81,92         | 61,95    | 34,54    | 116,61        | 85,49    | 45,25    |
| 90        | 35,96         | 29,97    | 19,69    | 70,94         | 55,29    | 32,17    | 103,19        | 77,75    | 42,75    |
| 100       | 29,94         | 25,59    | 17,58    | 60,38         | 48,56    | 29,60    | 89,41         | 69,52    | 39,93    |
| 110       | 25,29         | 22,06    | 15,74    | 51,88         | 42,83    | 27,23    | 77,89         | 62,25    | 37,25    |
| 120       | 21,64         | 19,18    | 14,13    | 44,98         | 37,95    | 25,05    | 68,27         | 55,88    | 34,72    |
| 130       | 18,72         | 16,82    | 12,73    | 39,33         | 33,79    | 23,07    | 60,23         | 50,31    | 32,36    |
| 140       | 16,36         | 14,86    | 11,52    | 34,67         | 30,24    | 21,27    | 53,47         | 45,45    | 30,17    |

| $\lambda$ | Dicotiledôneas C20 |          |          | Dicotiledôneas C30 |          |          | Dicotiledôneas C40 |          |          | Dicotiledôneas C60 |          |          |
|-----------|--------------------|----------|----------|--------------------|----------|----------|--------------------|----------|----------|--------------------|----------|----------|
|           | $N_{d1}$           | $N_{d2}$ | $N_{d3}$ | $N_{d1}$           | $N_{d2}$ | $N_{d3}$ | $N_{d1}$           | $N_{d2}$ | $N_{d3}$ | $N_{d1}$           | $N_{d2}$ | $N_{d3}$ |
| 0         | 171,43             | 127,55   | 51,90    | 257,14             | 191,32   | 77,86    | 342,86             | 255,10   | 103,81   | 514,29             | 382,64   | 155,71   |
| 10        | 171,43             | 127,55   | 51,90    | 257,14             | 191,32   | 77,86    | 342,86             | 255,10   | 103,81   | 514,29             | 382,64   | 155,71   |
| 20        | 171,43             | 127,55   | 51,90    | 257,14             | 191,32   | 77,86    | 342,86             | 255,10   | 103,81   | 514,29             | 382,64   | 155,71   |
| 30        | 171,43             | 127,55   | 51,90    | 257,14             | 191,32   | 77,86    | 342,86             | 255,10   | 103,81   | 514,29             | 382,64   | 155,71   |
| 40        | 171,43             | 127,55   | 51,90    | 257,14             | 191,32   | 77,86    | 342,86             | 255,10   | 103,81   | 514,29             | 382,64   | 155,71   |
| 41        | 134,42             | 88,17    | 38,80    | 201,81             | 132,40   | 58,25    | 269,20             | 176,64   | 77,69    | 399,81             | 261,53   | 115,54   |
| 50        | 123,68             | 82,51    | 37,45    | 185,82             | 123,99   | 56,24    | 247,96             | 165,47   | 75,03    | 365,13             | 243,34   | 111,14   |
| 60        | 112,04             | 76,39    | 35,91    | 168,54             | 114,89   | 53,95    | 225,02             | 153,38   | 72,00    | 327,11             | 223,53   | 106,12   |
| 70        | 100,25             | 70,24    | 34,31    | 151,01             | 105,73   | 51,57    | 201,76             | 141,22   | 68,83    | 288,80             | 203,72   | 100,88   |
| 80        | 88,83              | 64,21    | 32,66    | 134,01             | 96,75    | 49,12    | 179,17             | 129,29   | 65,58    | 252,39             | 184,51   | 95,53    |
| 81        | 77,16              | 56,65    | 30,05    | 116,61             | 85,49    | 45,25    | 156,05             | 114,32   | 60,45    | 216,03             | 160,59   | 87,02    |
| 90        | 68,21              | 51,47    | 28,37    | 103,19             | 77,75    | 42,75    | 138,16             | 104,02   | 57,12    | 189,13             | 144,73   | 81,67    |
| 100       | 59,04              | 45,98    | 26,48    | 89,41              | 69,52    | 39,93    | 119,77             | 93,06    | 53,38    | 162,40             | 128,30   | 75,77    |
| 110       | 51,39              | 41,14    | 24,69    | 77,89              | 62,25    | 37,25    | 104,38             | 83,36    | 49,81    | 140,47             | 114,03   | 70,21    |
| 120       | 45,02              | 36,90    | 23,00    | 68,27              | 55,88    | 34,72    | 91,52              | 74,85    | 46,45    | 122,44             | 101,70   | 65,05    |
| 130       | 39,70              | 33,21    | 21,42    | 60,23              | 50,31    | 32,36    | 80,76              | 67,41    | 43,30    | 107,52             | 91,06    | 60,27    |
| 140       | 35,23              | 29,98    | 19,96    | 53,47              | 45,45    | 30,17    | 71,71              | 60,91    | 40,38    | 95,10              | 81,88    | 55,89    |

## LEGENDA:

 $N_{d1}$  = esforço resistente devido à compressão axial $N_{d2}$  = esforço resistente devido à compressão excêntrica ( $e_i = 0,1b$ ) $N_{d3}$  = esforço resistente devido à compressão excêntrica ( $e_i = 0,5b$ )

**Tabela B.2 - Esforços resistentes segundo a DIN 1052/88 (daN)**

| $\lambda$ | Coníferas C20 |          |          | Coníferas C25 |          |          | Coníferas C30 |          |          |
|-----------|---------------|----------|----------|---------------|----------|----------|---------------|----------|----------|
|           | $N_{d1}$      | $N_{d2}$ | $N_{d3}$ | $N_{d1}$      | $N_{d2}$ | $N_{d3}$ | $N_{d1}$      | $N_{d2}$ | $N_{d3}$ |
| 0         | 171,43        | 120,76   | 55,34    | 214,29        | 150,95   | 69,17    | 257,14        | 181,14   | 83,01    |
| 10        | 164,84        | 117,45   | 54,63    | 206,04        | 146,81   | 68,29    | 247,25        | 176,18   | 81,95    |
| 20        | 158,73        | 114,32   | 53,94    | 198,41        | 142,90   | 67,43    | 238,10        | 171,48   | 80,92    |
| 30        | 149,07        | 109,22   | 52,78    | 186,34        | 136,52   | 65,98    | 223,60        | 163,83   | 79,17    |
| 40        | 136,05        | 102,07   | 51,05    | 170,07        | 127,58   | 63,82    | 204,08        | 153,10   | 76,58    |
| 50        | 120,72        | 93,19    | 48,73    | 150,91        | 116,49   | 60,91    | 181,09        | 139,78   | 73,10    |
| 60        | 105,82        | 83,33    | 45,04    | 132,28        | 105,06   | 57,64    | 158,73        | 126,08   | 69,16    |
| 70        | 91,19         | 73,25    | 40,99    | 113,98        | 93,18    | 53,87    | 136,78        | 111,82   | 64,64    |
| 80        | 77,92         | 63,87    | 37,10    | 97,40         | 81,80    | 49,86    | 116,88        | 98,16    | 59,83    |
| 90        | 66,45         | 55,50    | 33,46    | 83,06         | 71,44    | 45,81    | 99,67         | 85,73    | 54,97    |
| 100       | 57,14         | 48,50    | 30,22    | 71,43         | 62,66    | 42,03    | 85,71         | 75,20    | 50,44    |
| 110       | 47,23         | 40,90    | 26,63    | 59,03         | 52,79    | 37,09    | 70,84         | 63,50    | 44,89    |
| 120       | 39,68         | 34,91    | 23,58    | 49,60         | 45,01    | 32,83    | 59,52         | 54,25    | 40,07    |
| 130       | 33,79         | 30,11    | 20,97    | 42,24         | 38,78    | 29,20    | 50,69         | 46,82    | 35,86    |
| 140       | 29,15         | 26,24    | 18,75    | 36,44         | 33,77    | 26,11    | 43,73         | 40,82    | 32,23    |

| $\lambda$ | Dicotiledôneas C20 |          |          | Dicotiledôneas C30 |          |          | Dicotiledôneas C40 |          |          | Dicotiledôneas C60 |          |          |
|-----------|--------------------|----------|----------|--------------------|----------|----------|--------------------|----------|----------|--------------------|----------|----------|
|           | $N_{d1}$           | $N_{d2}$ | $N_{d3}$ | $N_{d1}$           | $N_{d2}$ | $N_{d3}$ | $N_{d1}$           | $N_{d2}$ | $N_{d3}$ | $N_{d1}$           | $N_{d2}$ | $N_{d3}$ |
| 0         | 171,43             | 120,76   | 55,34    | 257,14             | 181,14   | 83,01    | 342,86             | 241,52   | 110,67   | 514,29             | 362,28   | 166,01   |
| 10        | 164,84             | 117,45   | 54,63    | 247,25             | 176,18   | 81,95    | 329,67             | 234,90   | 109,26   | 494,51             | 352,35   | 163,89   |
| 20        | 158,73             | 114,32   | 53,94    | 238,10             | 171,48   | 80,92    | 317,46             | 228,64   | 107,89   | 476,19             | 342,95   | 161,83   |
| 30        | 149,07             | 109,22   | 52,78    | 223,60             | 163,83   | 79,17    | 298,14             | 218,44   | 105,56   | 447,20             | 327,66   | 158,34   |
| 40        | 137,14             | 102,68   | 51,20    | 205,71             | 154,02   | 76,81    | 274,29             | 205,36   | 102,41   | 411,43             | 308,03   | 153,61   |
| 50        | 122,45             | 94,21    | 49,01    | 183,67             | 141,32   | 73,51    | 244,90             | 188,43   | 98,02    | 367,35             | 282,64   | 147,03   |
| 60        | 107,82             | 85,31    | 46,48    | 161,73             | 127,96   | 69,73    | 215,63             | 170,61   | 92,97    | 323,45             | 255,92   | 139,45   |
| 70        | 93,68              | 76,20    | 43,64    | 140,52             | 114,31   | 65,47    | 187,35             | 152,41   | 87,29    | 281,03             | 228,61   | 130,93   |
| 80        | 80,48              | 67,24    | 40,55    | 120,72             | 100,86   | 60,82    | 160,97             | 134,48   | 81,09    | 241,45             | 201,71   | 121,64   |
| 90        | 69,12              | 59,12    | 37,45    | 103,69             | 88,68    | 56,17    | 138,25             | 118,24   | 74,89    | 207,37             | 177,37   | 112,34   |
| 100       | 59,52              | 51,95    | 34,44    | 89,29              | 77,93    | 51,66    | 119,05             | 103,91   | 68,88    | 178,57             | 155,86   | 103,31   |
| 110       | 49,98              | 44,53    | 31,01    | 74,97              | 66,80    | 46,52    | 99,96              | 89,06    | 62,02    | 149,94             | 133,60   | 93,03    |
| 120       | 41,91              | 38,01    | 27,70    | 62,87              | 57,02    | 41,56    | 83,83              | 76,03    | 55,41    | 125,74             | 114,04   | 83,11    |
| 130       | 35,79              | 32,91    | 24,89    | 53,68              | 49,36    | 37,33    | 71,58              | 65,81    | 49,78    | 107,37             | 98,57    | 74,24    |
| 140       | 30,83              | 28,67    | 22,39    | 46,25              | 43,00    | 33,58    | 61,66              | 57,34    | 44,77    | 92,50              | 85,75    | 66,39    |

**LEGENDA:** $N_{d1}$  = esforço resistente devido à compressão axial $N_{d2}$  = esforço resistente devido à compressão excêntrica ( $e_i = 0,1b$ ) $N_{d3}$  = esforço resistente devido à compressão excêntrica ( $e_i = 0,5b$ )

**Tabela B.3 - Esforços resistentes segundo a AS 1720.1/97 (daN)**

| $\lambda$ | Coníferas C20 |          |          | Coníferas C25 |          |          | Coníferas C30 |          |          |
|-----------|---------------|----------|----------|---------------|----------|----------|---------------|----------|----------|
|           | $N_{d1}$      | $N_{d2}$ | $N_{d3}$ | $N_{d1}$      | $N_{d2}$ | $N_{d3}$ | $N_{d1}$      | $N_{d2}$ | $N_{d3}$ |
| 0         | 171,43        | 117,29   | 51,83    | 214,29        | 146,62   | 64,78    | 257,14        | 175,94   | 77,74    |
| 10        | 171,43        | 117,29   | 51,83    | 214,29        | 146,62   | 64,78    | 257,14        | 175,94   | 77,74    |
| 20        | 171,43        | 117,29   | 51,83    | 214,29        | 146,62   | 64,78    | 257,14        | 175,94   | 77,74    |
| 30        | 125,22        | 93,65    | 46,63    | 212,52        | 145,79   | 64,62    | 257,14        | 175,94   | 77,74    |
| 40        | 62,95         | 53,83    | 34,08    | 165,47        | 121,99   | 59,48    | 235,12        | 165,34   | 75,60    |
| 50        | 25,16         | 23,56    | 18,79    | 118,42        | 94,36    | 52,05    | 197,27        | 145,68   | 71,21    |
| 60        | 17,47         | 16,68    | 14,14    | 72,94         | 63,04    | 40,85    | 159,42        | 123,95   | 65,58    |
| 70        | 12,84         | 12,41    | 10,94    | 53,59         | 48,05    | 33,98    | 121,81        | 99,96    | 58,19    |
| 80        | 9,83          | 9,57     | 8,68     | 41,03         | 37,70    | 28,46    | 93,26         | 79,89    | 50,77    |
| 90        | 7,76          | 7,61     | 7,03     | 32,42         | 30,30    | 24,03    | 73,69         | 65,08    | 44,35    |
| 100       | 6,29          | 6,18     | 5,80     | 26,26         | 24,85    | 20,47    | 59,69         | 53,91    | 38,87    |
| 110       | 5,20          | 5,13     | 4,86     | 21,70         | 20,73    | 17,59    | 49,33         | 45,32    | 34,19    |
| 120       | 4,37          | 4,32     | 4,12     | 18,24         | 17,55    | 15,24    | 41,45         | 38,58    | 30,21    |
| 130       | 3,72          | 3,68     | 3,54     | 15,54         | 15,03    | 13,31    | 35,32         | 33,21    | 26,82    |
| 140       | 3,21          | 3,18     | 3,08     | 13,40         | 13,02    | 11,71    | 30,45         | 28,87    | 23,92    |

| $\lambda$ | Dicotiledôneas C20 |          |          | Dicotiledôneas C30 |          |          | Dicotiledôneas C40 |          |          | Dicotiledôneas C60 |          |          |
|-----------|--------------------|----------|----------|--------------------|----------|----------|--------------------|----------|----------|--------------------|----------|----------|
|           | $N_{d1}$           | $N_{d2}$ | $N_{d3}$ | $N_{d1}$           | $N_{d2}$ | $N_{d3}$ | $N_{d1}$           | $N_{d2}$ | $N_{d3}$ | $N_{d1}$           | $N_{d2}$ | $N_{d3}$ |
| 0         | 171,43             | 117,29   | 51,83    | 257,14             | 175,94   | 77,74    | 342,86             | 234,59   | 103,65   | 514,29             | 351,88   | 155,48   |
| 10        | 171,43             | 117,29   | 51,83    | 257,14             | 175,94   | 77,74    | 342,86             | 234,59   | 103,65   | 514,29             | 351,88   | 155,48   |
| 20        | 171,43             | 117,29   | 51,83    | 257,14             | 175,94   | 77,74    | 342,86             | 234,59   | 103,65   | 514,29             | 351,88   | 155,48   |
| 30        | 171,43             | 117,29   | 51,83    | 257,14             | 175,94   | 77,74    | 342,86             | 234,59   | 103,65   | 514,29             | 351,88   | 155,48   |
| 40        | 156,14             | 109,93   | 50,34    | 235,12             | 165,34   | 75,60    | 314,32             | 220,87   | 100,89   | 438,66             | 314,75   | 147,78   |
| 50        | 130,37             | 96,50    | 47,32    | 197,27             | 145,68   | 71,21    | 264,43             | 195,01   | 95,12    | 345,16             | 263,53   | 135,42   |
| 60        | 104,60             | 81,62    | 43,44    | 159,42             | 123,95   | 65,58    | 214,54             | 166,46   | 87,78    | 251,66             | 205,28   | 118,19   |
| 70        | 78,68              | 64,93    | 38,21    | 121,81             | 99,96    | 58,19    | 164,97             | 134,99   | 78,17    | 179,36             | 154,50   | 99,38    |
| 80        | 60,24              | 51,84    | 33,27    | 93,26              | 79,89    | 50,77    | 126,30             | 107,95   | 68,27    | 137,32             | 122,26   | 84,97    |
| 90        | 47,60              | 42,19    | 29,01    | 73,69              | 65,08    | 44,35    | 99,80              | 87,98    | 59,70    | 108,50             | 98,87    | 72,97    |
| 100       | 38,56              | 34,93    | 25,38    | 59,69              | 53,91    | 38,87    | 80,84              | 72,90    | 52,35    | 87,89              | 81,46    | 63,03    |
| 110       | 31,86              | 29,35    | 22,30    | 49,33              | 45,32    | 34,19    | 66,81              | 61,29    | 46,08    | 72,63              | 68,19    | 54,78    |
| 120       | 26,77              | 24,97    | 19,68    | 41,45              | 38,58    | 30,21    | 56,14              | 52,19    | 40,74    | 61,03              | 57,86    | 47,91    |
| 130       | 22,81              | 21,49    | 17,45    | 35,32              | 33,21    | 26,82    | 47,83              | 44,94    | 36,18    | 52,00              | 49,68    | 42,16    |
| 140       | 19,67              | 18,68    | 15,55    | 30,45              | 28,87    | 23,92    | 41,24              | 39,07    | 32,28    | 44,84              | 43,10    | 37,33    |

**LEGENDA:** $N_{d1}$  = esforço resistente devido à compressão axial $N_{d2}$  = esforço resistente devido à compressão excêntrica ( $e_i = 0,1b$ ) $N_{d3}$  = esforço resistente devido à compressão excêntrica ( $e_i = 0,5b$ )



**Tabela B.4 - Esforços resistentes segundo a CSA 086.1/89 (daN)**

| $\lambda$ | Coníferas C20 |          |          | Coníferas C25 |          |          | Coníferas C30 |          |          |
|-----------|---------------|----------|----------|---------------|----------|----------|---------------|----------|----------|
|           | $N_{d1}$      | $N_{d2}$ | $N_{d3}$ | $N_{d1}$      | $N_{d2}$ | $N_{d3}$ | $N_{d1}$      | $N_{d2}$ | $N_{d3}$ |
| 0         | 171,43        | 125,47   | 60,54    | 214,29        | 156,84   | 75,68    | 257,14        | 188,20   | 90,81    |
| 10        | 170,75        | 124,49   | 60,12    | 213,85        | 156,21   | 75,40    | 256,77        | 187,67   | 90,58    |
| 20        | 166,11        | 120,24   | 58,55    | 210,81        | 153,42   | 74,38    | 254,20        | 185,31   | 89,71    |
| 30        | 154,71        | 111,56   | 55,61    | 202,99        | 147,44   | 72,37    | 247,46        | 180,14   | 87,98    |
| 40        | 136,47        | 99,01    | 51,40    | 189,32        | 137,93   | 69,28    | 235,32        | 171,67   | 85,26    |
| 50        | 114,26        | 84,53    | 46,32    | 170,40        | 125,46   | 65,21    | 217,71        | 160,02   | 81,55    |
| 60        | 91,94         | 70,20    | 40,89    | 148,30        | 111,25   | 60,38    | 195,84        | 145,96   | 76,97    |
| 70        | 72,24         | 57,33    | 35,55    | 125,56        | 96,66    | 55,10    | 171,76        | 130,60   | 71,73    |
| 80        | 56,22         | 46,43    | 30,59    | 104,29        | 82,74    | 49,67    | 147,61        | 115,04   | 66,09    |
| 90        | 43,76         | 37,50    | 26,14    | 85,65         | 70,13    | 44,34    | 125,04        | 100,15   | 60,29    |
| 100       | 34,27         | 30,31    | 22,25    | 70,02         | 59,10    | 39,30    | 104,99        | 86,46    | 54,57    |
| 110       | 27,09         | 24,59    | 18,91    | 57,26         | 49,68    | 34,65    | 87,79         | 74,26    | 49,07    |
| 120       | 21,65         | 20,06    | 16,07    | 46,99         | 41,76    | 30,44    | 73,38         | 63,60    | 43,92    |
| 130       | 17,50         | 16,47    | 13,67    | 38,78         | 35,17    | 26,68    | 61,46         | 54,44    | 39,16    |
| 140       | 14,31         | 13,63    | 11,65    | 32,21         | 29,70    | 23,36    | 51,67         | 46,63    | 34,83    |

| $\lambda$ | Dicotiledôneas C20 |          |          | Dicotiledôneas C30 |          |          | Dicotiledôneas C40 |          |          | Dicotiledôneas C60 |          |          |
|-----------|--------------------|----------|----------|--------------------|----------|----------|--------------------|----------|----------|--------------------|----------|----------|
|           | $N_{d1}$           | $N_{d2}$ | $N_{d3}$ | $N_{d1}$           | $N_{d2}$ | $N_{d3}$ | $N_{d1}$           | $N_{d2}$ | $N_{d3}$ | $N_{d1}$           | $N_{d2}$ | $N_{d3}$ |
| 0         | 171,43             | 125,47   | 60,54    | 257,14             | 188,20   | 90,81    | 342,86             | 250,94   | 121,09   | 514,29             | 376,41   | 181,63   |
| 10        | 171,18             | 125,11   | 60,39    | 256,77             | 187,67   | 90,58    | 342,37             | 250,24   | 120,78   | 513,41             | 375,15   | 181,08   |
| 20        | 169,43             | 123,51   | 59,79    | 254,20             | 185,31   | 89,71    | 338,96             | 247,11   | 119,63   | 507,32             | 369,57   | 179,02   |
| 30        | 164,86             | 120,01   | 58,62    | 247,46             | 180,14   | 87,98    | 330,05             | 240,28   | 117,34   | 491,52             | 357,46   | 174,96   |
| 40        | 156,64             | 114,27   | 56,78    | 235,32             | 171,67   | 85,26    | 313,98             | 229,06   | 113,74   | 463,41             | 337,86   | 168,65   |
| 50        | 144,75             | 106,40   | 54,27    | 217,71             | 160,02   | 81,55    | 290,65             | 213,63   | 108,83   | 423,48             | 311,49   | 160,15   |
| 60        | 130,02             | 96,93    | 51,18    | 195,84             | 145,96   | 76,97    | 261,65             | 194,99   | 102,76   | 375,25             | 280,49   | 149,85   |
| 70        | 113,85             | 86,61    | 47,65    | 171,76             | 130,60   | 71,73    | 229,67             | 174,59   | 95,80    | 323,78             | 247,57   | 138,31   |
| 80        | 97,68              | 76,19    | 43,86    | 147,61             | 115,04   | 66,09    | 197,54             | 153,89   | 88,31    | 273,81             | 215,15   | 126,15   |
| 90        | 82,62              | 66,24    | 39,97    | 125,04             | 100,15   | 60,29    | 167,46             | 134,05   | 80,61    | 228,52             | 184,92   | 113,93   |
| 100       | 69,27              | 57,12    | 36,14    | 104,99             | 86,46    | 54,57    | 140,70             | 115,80   | 73,00    | 189,40             | 157,80   | 102,10   |
| 110       | 57,86              | 49,00    | 32,47    | 87,79              | 74,26    | 49,07    | 117,72             | 99,51    | 65,68    | 156,64             | 134,12   | 90,95    |
| 120       | 48,31              | 41,93    | 29,03    | 73,38              | 63,60    | 43,92    | 98,44              | 85,27    | 58,80    | 129,73             | 113,82   | 80,68    |
| 130       | 40,43              | 35,86    | 25,86    | 61,46              | 54,44    | 39,16    | 82,48              | 73,01    | 52,45    | 107,85             | 96,64    | 71,34    |
| 140       | 33,97              | 30,69    | 22,99    | 51,67              | 46,63    | 34,83    | 69,37              | 62,56    | 46,68    | 90,11              | 82,20    | 62,98    |

**LEGENDA:** $N_{d1}$  = esforço resistente devido à compressão axial $N_{d2}$  = esforço resistente devido à compressão excêntrica ( $e_1 = 0,1b$ ) $N_{d3}$  = esforço resistente devido à compressão excêntrica ( $e_1 = 0,5b$ )

**Tabela B.5 - Esforços resistentes segundo o EUROCODE 5/93 (daN)**

| $\lambda$ | Coníferas C20 |          |          | Coníferas C25 |          |          | Coníferas C30 |          |          |
|-----------|---------------|----------|----------|---------------|----------|----------|---------------|----------|----------|
|           | $N_{d1}$      | $N_{d2}$ | $N_{d3}$ | $N_{d1}$      | $N_{d2}$ | $N_{d3}$ | $N_{d1}$      | $N_{d2}$ | $N_{d3}$ |
| 0         | 171,43        | 136,37   | 63,95    | 214,29        | 170,47   | 79,94    | 257,14        | 204,56   | 95,92    |
| 10        | 170,91        | 117,05   | 51,78    | 214,29        | 170,47   | 79,94    | 257,14        | 204,56   | 95,92    |
| 20        | 155,59        | 109,66   | 50,28    | 206,59        | 142,97   | 64,06    | 252,60        | 173,80   | 77,32    |
| 30        | 125,62        | 93,87    | 46,68    | 190,32        | 134,98   | 62,41    | 239,03        | 167,27   | 76,00    |
| 40        | 87,35         | 70,72    | 40,14    | 163,19        | 120,75   | 59,18    | 218,59        | 156,99   | 73,81    |
| 50        | 60,17         | 51,78    | 33,24    | 127,94        | 100,30   | 53,81    | 187,93        | 140,53   | 69,95    |
| 60        | 43,25         | 38,74    | 27,34    | 97,13         | 80,32    | 47,47    | 152,19        | 119,54   | 64,33    |
| 70        | 32,43         | 29,83    | 22,57    | 74,63         | 64,29    | 41,38    | 120,75        | 99,24    | 57,95    |
| 80        | 25,17         | 23,57    | 18,80    | 58,67         | 52,09    | 35,95    | 96,46         | 82,22    | 51,70    |
| 90        | 20,08         | 19,05    | 15,81    | 47,18         | 42,82    | 31,28    | 78,25         | 68,62    | 45,97    |
| 100       | 16,39         | 15,69    | 13,43    | 38,70         | 35,72    | 27,31    | 64,54         | 57,84    | 40,87    |
| 110       | 13,62         | 13,14    | 11,51    | 32,29         | 30,19    | 23,96    | 54,04         | 49,27    | 36,39    |
| 120       | 11,50         | 11,16    | 9,96     | 27,34         | 25,82    | 21,12    | 45,87         | 42,38    | 32,50    |
| 130       | 9,84          | 9,59     | 8,69     | 23,44         | 22,31    | 18,71    | 39,40         | 36,80    | 29,11    |
| 140       | 8,51          | 8,32     | 7,64     | 20,31         | 19,46    | 16,67    | 34,20         | 32,22    | 26,17    |

| $\lambda$ | Dicotiledôneas C20 |          |          | Dicotiledôneas C30 |          |          | Dicotiledôneas C40 |          |          | Dicotiledôneas C60 |          |          |
|-----------|--------------------|----------|----------|--------------------|----------|----------|--------------------|----------|----------|--------------------|----------|----------|
|           | $N_{d1}$           | $N_{d2}$ | $N_{d3}$ | $N_{d1}$           | $N_{d2}$ | $N_{d3}$ | $N_{d1}$           | $N_{d2}$ | $N_{d3}$ | $N_{d1}$           | $N_{d2}$ | $N_{d3}$ |
| 0         | 171,43             | 136,37   | 63,95    | 257,14             | 204,56   | 95,92    | 342,86             | 272,75   | 127,90   | 514,29             | 409,12   | 191,85   |
| 10        | 171,43             | 136,37   | 63,95    | 257,14             | 204,56   | 95,92    | 342,86             | 272,75   | 127,90   | 514,29             | 409,12   | 191,85   |
| 20        | 168,26             | 115,80   | 51,53    | 252,60             | 173,80   | 77,32    | 336,93             | 231,80   | 103,11   | 501,03             | 345,62   | 154,25   |
| 30        | 159,07             | 111,37   | 50,64    | 239,03             | 167,27   | 76,00    | 318,98             | 223,16   | 101,36   | 468,99             | 330,07   | 151,07   |
| 40        | 145,13             | 104,36   | 49,14    | 218,59             | 156,99   | 73,81    | 292,03             | 209,62   | 98,47    | 417,92             | 303,93   | 145,35   |
| 50        | 124,27             | 93,11    | 46,49    | 187,93             | 140,53   | 69,95    | 251,57             | 187,93   | 93,41    | 344,37             | 263,07   | 135,30   |
| 60        | 100,25             | 78,95    | 42,67    | 152,19             | 119,54   | 64,33    | 204,11             | 160,12   | 85,98    | 269,45             | 216,98   | 121,97   |
| 70        | 79,37              | 65,40    | 38,37    | 120,75             | 99,24    | 57,95    | 162,11             | 133,07   | 77,52    | 209,96             | 176,67   | 108,11   |
| 80        | 63,34              | 54,11    | 34,19    | 96,46              | 82,22    | 51,70    | 129,57             | 110,33   | 69,21    | 166,22             | 144,64   | 95,21    |
| 90        | 51,35              | 45,12    | 30,36    | 78,25              | 68,62    | 45,97    | 105,15             | 92,11    | 61,57    | 134,19             | 119,76   | 83,76    |
| 100       | 42,34              | 38,01    | 26,97    | 64,54              | 57,84    | 40,87    | 86,74              | 77,67    | 54,76    | 110,34             | 100,40   | 73,80    |
| 110       | 35,45              | 32,36    | 24,00    | 54,04              | 49,27    | 36,39    | 72,64              | 66,17    | 48,79    | 92,22              | 85,17    | 65,23    |
| 120       | 30,08              | 27,83    | 21,41    | 45,87              | 42,38    | 32,50    | 61,66              | 56,94    | 43,58    | 78,17              | 73,04    | 57,87    |
| 130       | 25,84              | 24,16    | 19,17    | 39,40              | 36,80    | 29,11    | 52,97              | 49,44    | 39,05    | 67,07              | 63,27    | 51,56    |
| 140       | 22,42              | 21,15    | 17,22    | 34,20              | 32,22    | 26,17    | 45,98              | 43,30    | 35,11    | 58,17              | 55,28    | 46,13    |

**LEGENDA:** $N_{d1}$  = esforço resistente devido à compressão axial $N_{d2}$  = esforço resistente devido à compressão excêntrica ( $e_1 = 0,1b$ ) $N_{d3}$  = esforço resistente devido à compressão excêntrica ( $e_1 = 0,5b$ )

**Tabela B.6 - Esforços resistentes segundo a NDS/91 (daN)**

| $\lambda$ | Coníferas C20 |          |          | Coníferas C25 |          |          | Coníferas C30 |          |          |
|-----------|---------------|----------|----------|---------------|----------|----------|---------------|----------|----------|
|           | $N_{d1}$      | $N_{d2}$ | $N_{d3}$ | $N_{d1}$      | $N_{d2}$ | $N_{d3}$ | $N_{d1}$      | $N_{d2}$ | $N_{d3}$ |
| 0         | 171,43        | 136,37   | 63,95    | 214,29        | 170,47   | 79,94    | 257,14        | 204,48   | 95,93    |
| 10        | 169,00        | 133,17   | 62,49    | 212,75        | 168,43   | 79,00    | 255,86        | 202,78   | 95,14    |
| 20        | 160,46        | 123,07   | 58,42    | 207,76        | 162,18   | 76,31    | 251,77        | 197,60   | 92,85    |
| 30        | 142,13        | 105,05   | 52,20    | 198,02        | 151,01   | 72,03    | 244,13        | 188,45   | 89,16    |
| 40        | 113,31        | 82,53    | 44,75    | 181,50        | 134,71   | 66,38    | 231,64        | 174,94   | 84,16    |
| 50        | 84,42         | 62,74    | 37,43    | 157,48        | 114,97   | 59,94    | 212,87        | 157,40   | 78,29    |
| 60        | 62,75         | 48,04    | 31,08    | 129,95        | 95,01    | 53,11    | 187,93        | 137,19   | 71,65    |
| 70        | 47,74         | 37,67    | 25,93    | 104,82        | 78,02    | 46,65    | 160,16        | 117,11   | 64,82    |
| 80        | 37,30         | 30,15    | 21,80    | 84,59         | 64,28    | 40,81    | 133,98        | 99,09    | 58,15    |
| 90        | 29,85         | 24,62    | 18,49    | 69,00         | 53,56    | 35,74    | 111,72        | 84,05    | 51,99    |
| 100       | 24,39         | 20,49    | 15,86    | 57,06         | 45,22    | 31,43    | 93,67         | 71,82    | 46,54    |
| 110       | 20,28         | 17,28    | 13,71    | 47,83         | 38,57    | 27,75    | 79,23         | 61,81    | 41,65    |
| 120       | 17,12         | 14,76    | 11,96    | 40,60         | 33,23    | 24,62    | 67,67         | 53,64    | 37,39    |
| 130       | 14,64         | 12,77    | 10,52    | 34,86         | 28,95    | 21,98    | 58,35         | 47,00    | 33,71    |
| 140       | 12,66         | 11,14    | 9,32     | 30,23         | 25,40    | 19,69    | 50,77         | 41,42    | 30,46    |

| $\lambda$ | Dicotiledôneas C20 |          |          | Dicotiledôneas C30 |          |          | Dicotiledôneas C40 |          |          | Dicotiledôneas C60 |          |          |
|-----------|--------------------|----------|----------|--------------------|----------|----------|--------------------|----------|----------|--------------------|----------|----------|
|           | $N_{d1}$           | $N_{d2}$ | $N_{d3}$ | $N_{d1}$           | $N_{d2}$ | $N_{d3}$ | $N_{d1}$           | $N_{d2}$ | $N_{d3}$ | $N_{d1}$           | $N_{d2}$ | $N_{d3}$ |
| 0         | 171,43             | 136,40   | 63,96    | 257,14             | 204,60   | 95,94    | 342,86             | 272,79   | 127,92   | 514,29             | 408,92   | 191,86   |
| 10        | 170,56             | 135,22   | 63,42    | 255,86             | 202,86   | 95,15    | 341,16             | 270,50   | 126,87   | 511,23             | 404,89   | 189,98   |
| 20        | 167,78             | 131,69   | 61,88    | 251,77             | 197,65   | 92,87    | 335,75             | 263,61   | 123,87   | 501,42             | 392,57   | 184,58   |
| 30        | 162,58             | 125,44   | 59,33    | 244,13             | 188,46   | 89,11    | 325,67             | 251,47   | 118,89   | 482,74             | 370,63   | 175,94   |
| 40        | 154,07             | 116,25   | 55,98    | 231,64             | 175,01   | 84,17    | 309,21             | 233,71   | 112,35   | 451,62             | 338,27   | 164,34   |
| 50        | 141,27             | 104,38   | 51,99    | 212,87             | 157,41   | 78,26    | 284,46             | 210,43   | 104,53   | 405,08             | 297,37   | 150,82   |
| 60        | 124,34             | 90,71    | 47,52    | 187,93             | 137,14   | 71,63    | 251,51             | 183,56   | 95,74    | 346,64             | 252,66   | 136,02   |
| 70        | 105,65             | 77,28    | 42,93    | 160,16             | 117,12   | 64,82    | 214,65             | 156,91   | 86,70    | 287,28             | 211,43   | 121,35   |
| 80        | 88,19              | 65,31    | 38,46    | 133,98             | 99,09    | 58,15    | 179,75             | 132,86   | 77,82    | 235,73             | 176,43   | 107,53   |
| 90        | 73,44              | 55,31    | 34,37    | 111,72             | 84,05    | 51,99    | 150,00             | 112,75   | 69,66    | 194,21             | 148,20   | 95,16    |
| 100       | 61,51              | 47,23    | 30,72    | 93,67              | 71,82    | 46,54    | 125,81             | 96,39    | 62,32    | 161,59             | 125,87   | 84,43    |
| 110       | 52,00              | 40,64    | 27,48    | 79,23              | 61,81    | 41,65    | 106,45             | 82,98    | 55,82    | 136,01             | 107,82   | 75,06    |
| 120       | 44,40              | 35,25    | 24,65    | 67,67              | 53,64    | 37,39    | 90,94              | 72,03    | 50,13    | 115,77             | 93,22    | 66,98    |
| 130       | 38,27              | 30,87    | 22,22    | 58,35              | 47,00    | 33,71    | 78,43              | 63,10    | 45,20    | 99,59              | 81,45    | 60,09    |
| 140       | 33,29              | 27,21    | 20,07    | 50,77              | 41,42    | 30,46    | 68,24              | 55,64    | 40,87    | 86,50              | 71,62    | 54,09    |

**LEGENDA:** $N_{d1}$  = esforço resistente devido à compressão axial $N_{d2}$  = esforço resistente devido à compressão excêntrica ( $e_1 = 0,1b$ ) $N_{d3}$  = esforço resistente devido à compressão excêntrica ( $e_1 = 0,5b$ )

**Tabela B.7 - Esforços resistentes segundo a AF&PA/ASCE 16-95/96 (daN)**

| $\lambda$ | Coníferas C20 |          |          | Coníferas C25 |          |          | Coníferas C30 |          |          |
|-----------|---------------|----------|----------|---------------|----------|----------|---------------|----------|----------|
|           | $N_{d1}$      | $N_{d2}$ | $N_{d3}$ | $N_{d1}$      | $N_{d2}$ | $N_{d3}$ | $N_{d1}$      | $N_{d2}$ | $N_{d3}$ |
| 0         | 171,43        | 141,38   | 72,50    | 214,28        | 176,72   | 90,70    | 257,14        | 212,05   | 108,84   |
| 10        | 169,73        | 139,04   | 71,08    | 213,21        | 175,17   | 89,78    | 256,24        | 210,75   | 108,06   |
| 20        | 164,02        | 131,30   | 66,99    | 209,78        | 170,39   | 87,08    | 253,40        | 206,77   | 105,76   |
| 30        | 152,35        | 117,12   | 60,73    | 203,37        | 161,87   | 82,75    | 248,28        | 199,78   | 102,03   |
| 40        | 132,47        | 97,36    | 53,11    | 192,88        | 149,14   | 77,08    | 240,22        | 189,39   | 97,04    |
| 50        | 106,96        | 76,81    | 45,23    | 177,12        | 132,48   | 70,47    | 228,32        | 175,42   | 91,03    |
| 60        | 83,22         | 59,84    | 37,99    | 156,21        | 113,65   | 63,35    | 211,82        | 158,27   | 84,27    |
| 70        | 64,80         | 47,18    | 31,92    | 132,99        | 95,44    | 56,28    | 190,94        | 139,25   | 77,13    |
| 80        | 51,27         | 37,91    | 27,00    | 111,16        | 79,79    | 49,72    | 167,67        | 120,68   | 69,97    |
| 90        | 41,34         | 31,01    | 23,01    | 92,65         | 66,96    | 43,84    | 144,81        | 103,79   | 63,12    |
| 100       | 33,94         | 25,79    | 19,78    | 77,66         | 56,69    | 38,74    | 124,28        | 89,38    | 56,81    |
| 110       | 28,31         | 21,77    | 17,15    | 65,67         | 48,49    | 34,37    | 106,77        | 77,34    | 51,15    |
| 120       | 23,95         | 18,59    | 14,99    | 56,08         | 41,85    | 30,59    | 92,16         | 67,34    | 46,13    |
| 130       | 20,51         | 16,05    | 13,20    | 48,36         | 36,44    | 27,35    | 80,06         | 59,05    | 41,69    |
| 140       | 17,76         | 14,00    | 11,70    | 42,07         | 32,00    | 24,58    | 70,03         | 52,12    | 37,82    |

| $\lambda$ | Dicotiledôneas C20 |          |          | Dicotiledôneas C30 |          |          | Dicotiledôneas C40 |          |          | Dicotiledôneas C60 |          |          |
|-----------|--------------------|----------|----------|--------------------|----------|----------|--------------------|----------|----------|--------------------|----------|----------|
|           | $N_{d1}$           | $N_{d2}$ | $N_{d3}$ | $N_{d1}$           | $N_{d2}$ | $N_{d3}$ | $N_{d1}$           | $N_{d2}$ | $N_{d3}$ | $N_{d1}$           | $N_{d2}$ | $N_{d3}$ |
| 0         | 171,43             | 141,38   | 72,50    | 257,14             | 212,07   | 108,93   | 342,86             | 282,76   | 145,12   | 514,28             | 424,12   | 217,71   |
| 10        | 170,81             | 140,50   | 71,98    | 256,24             | 210,77   | 108,06   | 341,66             | 281,04   | 144,09   | 512,14             | 421,04   | 215,87   |
| 20        | 168,89             | 137,87   | 70,42    | 253,40             | 206,78   | 105,77   | 337,92             | 275,77   | 141,06   | 505,37             | 411,69   | 210,48   |
| 30        | 165,41             | 133,12   | 67,90    | 248,28             | 199,80   | 102,04   | 331,15             | 266,54   | 136,13   | 492,94             | 394,83   | 201,83   |
| 40        | 159,91             | 125,99   | 64,53    | 240,22             | 189,43   | 97,08    | 320,51             | 252,86   | 129,57   | 473,04             | 369,85   | 190,08   |
| 50        | 151,80             | 116,52   | 60,48    | 228,32             | 175,47   | 91,06    | 304,83             | 234,41   | 121,59   | 443,31             | 336,51   | 176,31   |
| 60        | 140,55             | 104,87   | 55,94    | 211,82             | 158,27   | 84,30    | 283,07             | 211,66   | 112,65   | 402,52             | 296,73   | 161,08   |
| 70        | 126,37             | 92,09    | 51,12    | 190,94             | 139,25   | 77,11    | 255,49             | 186,44   | 103,12   | 353,43             | 255,30   | 145,34   |
| 80        | 110,69             | 79,61    | 46,32    | 167,67             | 120,68   | 69,96    | 224,64             | 161,70   | 93,62    | 302,79             | 217,12   | 130,20   |
| 90        | 95,39              | 68,38    | 41,73    | 144,81             | 103,79   | 63,11    | 194,20             | 139,15   | 84,49    | 256,63             | 184,35   | 116,16   |
| 100       | 81,75              | 58,80    | 37,53    | 124,28             | 89,38    | 56,81    | 166,80             | 119,89   | 76,10    | 217,43             | 157,30   | 103,59   |
| 110       | 70,16              | 50,87    | 33,77    | 106,77             | 77,34    | 51,19    | 143,36             | 103,83   | 68,56    | 185,18             | 135,29   | 92,58    |
| 120       | 60,52              | 44,25    | 30,43    | 92,16              | 67,34    | 46,13    | 123,79             | 90,41    | 61,84    | 158,90             | 117,27   | 82,94    |
| 130       | 52,55              | 38,79    | 27,50    | 80,06              | 59,05    | 41,70    | 107,56             | 79,29    | 55,91    | 137,47             | 102,40   | 74,57    |
| 140       | 45,95              | 34,24    | 24,91    | 70,03              | 52,12    | 37,81    | 94,11              | 70,01    | 50,71    | 119,89             | 90,18    | 67,31    |

**LEGENDA:** $N_{d1}$  = esforço resistente devido à compressão axial $N_{d2}$  = esforço resistente devido à compressão excêntrica ( $e_1 = 0,1b$ ) $N_{d3}$  = esforço resistente devido à compressão excêntrica ( $e_1 = 0,5b$ )