

# **ANÁLISE TEÓRICA E EXPERIMENTAL DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO COM ARMADURA DE CONFINAMENTO**

**Rodrigo Gustavo Delalibera**

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Estruturas.

Orientador: José Samuel Giongo

São Carlos

2002

**Aos meus pais, Moacir e  
Maria Cristina, à minha  
irmã Roberta e à minha  
noiva Inês.**

# AGRADECIMENTOS

---

Primeiramente a Deus, pela oportunidade que me foi dada.

Aos meus pais Moacir e Maria Cristina pelo apoio e pelas palavras de conforto nos momentos certos.

À minha noiva Inês, pelo companheirismo, amor e confiança nesses dois últimos anos. Obrigado Inês pelas palavras de incentivo e conforto nas horas difíceis.

À minha irmã Roberta, pela paciência para comigo e pelo incentivo sempre prestativo de sua parte.

Ao Professor Dr. José Samuel Giongo, pela orientação cuidadosa, ensinamentos e principalmente pela amizade demonstrada no período em que me orientou.

Aos amigos de longa data, Valmir, Débora, Rafael e Leonardo, pela amizade e apoio.

Aos grandes amigos de mestrado, André, Clayton, Fábio, Fernando, Ricardo Dias e Ricardo Carrazedo, pela amizade e momentos de descontração compartilhados.

Ao Professor Humberto Correia Lima Júnior, pelas importantes contribuições e sugestões e pela amizade sincera.

Aos funcionários do Laboratório de Estruturas, pela colaboração e amizade.

A Bibliotecária Maria Nadir e à secretária da pós-graduação Rosi Ap. Jordão Rodrigues, pela amizade, paciência e disposição no esclarecimento de dúvidas.

Ao Departamento de Engenharia de Estruturas, da EECS-USP, pela oportunidade de ter cursado o mestrado em Engenharia de Estruturas.

À CAPES, pelo apoio financeiro que possibilitou a realização deste trabalho.

---

# SUMÁRIO

---

	<b>LISTA DE FIGURAS</b>	I
	<b>LISTA DE TABELAS</b>	XVI
	<b>LISTA DE SÍMBOLOS</b>	XIX
	<b>RESUMO</b>	XXV
	<b>ABSTRACT</b>	XXVI
<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	1
1.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	1
1.2	OBJETIVOS	2
1.3	JUSTIFICATIVA	3
1.4	METODOLOGIA	4
1.5	APRESENTAÇÃO DA DISSERTAÇÃO	5
<b>2</b>	<b>CONCRETO CONFINADO</b>	7
2.1	GENERALIDADES	7
2.1.1	CONCEITO DO CONCRETO CONFINADO	7
2.1.2	CONCRETO CONFINADO EM ELEMENTOS FLETIDOS	8
2.1.3	FUNDAMENTOS TEÓRICOS	8
2.1.4	EXTENSÃO DAS FÓRMULAS AO CONFINAMENTO	12
2.2	EFEITO DO CONFINAMENTO EM ELEMENTOS ESTRUTURAIS DE CONCRETO ARMADO	14
2.2.1	EFICIÊNCIA DA ARMADURA DE CONFINAMENTO	15
2.3	MODELOS TEÓRICOS DE CONFINAMENTO	16
2.3.1	KENT & PARK	17
2.3.2	PARK PAULAY	19
2.3.3	SHEIK & UZUMERI	20
2.3.4	SAATCIOGLU & RAZVI	26
2.3.5	CUSSON & PAULTRE	30

<b>2.4</b>	<b>CONFINAMENTO APLICADO ÀS VIGAS DE CONCRETO ARMADO</b>	<b>35</b>
2.4.1	MÉTODO PROPOSTO POR LANGENDONCK	36
2.4.2	MÉTODO PROPOSTO POR ZIARA et al.	39
<b>2.5</b>	<b>PRESCRIÇÕES NORMATIVAS</b>	<b>42</b>
<b>3</b>	<b><i>DUCTILIDADE DE VIGAS</i></b>	<b>52</b>
<b>3.1</b>	<b>DEFINIÇÃO DO ÍNDICE DE DUCTILIDADE</b>	<b>52</b>
<b>3.2</b>	<b>FATORES QUE INFLUEM NA DUCTILIDADE DE VIGAS</b>	<b>57</b>
<b>4</b>	<b><i>ANÁLISE NUMÉRICA</i></b>	<b>67</b>
<b>4.1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>67</b>
<b>4.2</b>	<b>RESUMO DA FORMULAÇÃO E HIPÓTESES DO MODELO COMPUTACIONAL</b>	<b>67</b>
4.2.1	LEIS CONSTITUTIVAS DO MATERIAL	68
4.2.1.1	<i>CONCRETO NÃO CONFINADO</i>	68
4.2.1.2	<i>CONCRETO CONFINADO</i>	71
4.2.1.3	<i>AÇO</i>	72
4.2.2	ELEMENTO FINITO UTILIZADO	73
4.2.3	MÉTODO DE RESOLUÇÃO	73
<b>4.3</b>	<b>VERIFICAÇÃO DO MODELO COMPUTACIONAL</b>	<b>75</b>
<b>4.4</b>	<b>DETERMINAÇÃO DO ÍNDICE DE DUCTILIDADE IDEAL</b>	<b>85</b>
<b>4.5</b>	<b>ESTUDO PARAMÉTRICO</b>	<b>89</b>
4.5.1	ANÁLISE I – VIGAS NO LIMITE DOS DOMÍNIOS 3 E 4	91
4.5.2	ANÁLISE II – VIGAS NO DOMÍNIO 4	96
4.5.2.1	<i>VIGAS CONFINADAS POR MEIO DE ESTRIBOS CIRCULARES</i>	96
4.5.2.2	<i>VIGAS CONFINADAS POR MEIO DE ESTRIBOS QUADRADOS</i>	103
<b>4.6</b>	<b>CONCLUSÕES PARCIAIS</b>	<b>109</b>
<b>5</b>	<b><i>ANÁLISE EXPERIMENTAL</i></b>	<b>112</b>
<b>5.1</b>	<b>CONSIDERAÇÕES INICIAIS</b>	<b>112</b>
<b>5.2</b>	<b>PROPRIEDADES DOS MATERIAIS</b>	<b>112</b>
5.2.1	CIMENTO	112

5.2.2	AGREGADO MIÚDO	112
5.2.3	AGREGADO GRAÚDO	113
5.2.4	ÁGUA	113
5.2.5	ARMADURAS	113
<b>5.3</b>	<b>DOSAGEM DO CONCRETO</b>	<b>115</b>
<b>5.4</b>	<b>MODELOS FÍSICOS</b>	<b>117</b>
5.4.1	RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO DO CONCRETO	118
5.4.2	DIMENSÕES DOS MODELOS	118
5.4.3	ARMADURAS DAS VIGAS	119
5.4.3.1	<i>ARMADURAS LONGITUDINAIS</i>	119
5.4.3.2	<i>ARMADURAS TRANSVERSAIS</i>	120
5.4.3.3	<i>DESTALHAMENTO DAS BARRAS DA ARMADURA</i>	122
5.4.4	PREVISÃO DOS MOMENTOS FLETORES	128
5.4.5	MEDIDA DAS DEFORMAÇÕES E DESLOCAMENTOS	128
5.4.5.1	<i>DEFORMAÇÕES NAS ARMADURAS</i>	128
5.4.5.2	<i>DEFORMAÇÕES NO CONCRETO</i>	130
<b>5.5</b>	<b>MOLDAGEM</b>	<b>131</b>
5.5.1	FÔRMAS	131
5.5.2	MISTURA	131
5.5.3	ADENSAMENTO	131
5.5.4	ACABAMENTO	131
5.5.5	CURA	131
<b>5.6</b>	<b>EQUIPAMENTOS UTILIZADOS NO ENSAIO DAS VIGAS</b>	<b>132</b>
<b>5.7</b>	<b>DESCRIÇÃO DOS ENSAIOS DAS VIGAS</b>	<b>133</b>
5.7.1	DESCRIÇÃO DO ENSAIO DA VIGA VS-01	134
5.7.2	DESCRIÇÃO DO ENSAIO DA VIGA VC-01	137
5.7.3	DESCRIÇÃO DO ENSAIO DA VIGA VC-02	139
5.7.4	DESCRIÇÃO DO ENSAIO DA VIGA VC-03	142
<b>5.8</b>	<b>RESULTADOS DOS ENSAIOS DAS VIGAS</b>	<b>144</b>
5.8.1	VIGA VS-01	145
5.8.2	VIGA VC-01	146
5.8.3	VIGA VC-02	148
5.8.4	VIGA VC-03	150

5.8.5	DEFORMAÇÕES E DESLOCAMENTOS REGISTRADOS NA OCORRÊNCIA DA PRIMEIRA FISSURA	152
5.8.5.1	<i>DEFORMAÇÕES NAS ARMADURAS LONGITUDINAIS</i>	152
5.8.5.2	<i>DEFORMAÇÃO NO CONCRETO NO BORDO MAIS COMPRIMIDO</i>	153
5.8.5.3	<i>DEFORMAÇÃO NA ARMADURA TRANSVERSAL</i>	153
5.8.5.4	<i>DESLOCAMENTOS VERTICAIS</i>	153
5.8.6	DEFORMAÇÕES E DESLOCAMENTOS REGISTRADOS NO INSTANTE DA RUPTURA	154
5.8.6.1	<i>DEFORMAÇÕES NAS ARMADURAS LONGITUDINAIS</i>	154
5.8.6.2	<i>DEFORMAÇÃO NO CONCRETO NO BORDO MAIS COMPRIMIDO</i>	154
5.8.6.3	<i>DEFORMAÇÃO NA ARMADURA TRANSVERSAL</i>	154
5.8.6.4	<i>DESLOCAMENTOS VERTICAIS</i>	155
<b>5.9</b>	<b>ENSAIOS COMPLEMENTARES</b>	155
5.9.1	ENSAIO DE COMPRESSÃO DOS CORPOS-DE-PROVA CILÍNDRICOS DE CONCRETO	155
5.9.2	ENSAIO À COMPRESSÃO DIAMETRAL DOS CORPOS-DE-PROVA CILÍNDRICOS DE CONCRETO	156
5.9.3	ENSAIO PRA DETERMINAR O MÓDULO DE DEFORMAÇÃO LONGITUDINAL DO COCRETO	157
<b>6</b>	<b><i>ANÁLISE DOS RESULTADOS</i></b>	160
6.1	<b>CONSIDERAÇÕES INICIAIS</b>	160
6.2	<b>VERIFICAÇÃO DOS DOMÍNIOS DE DEFORMAÇÕES</b>	160
6.3	<b>MOMENTOS FLETORES DE FISSURAÇÃO</b>	162
6.4	<b>DEFORMAÇÕES AO LONGO DA SEÇÃO TRANSVERSAL</b>	164
6.5	<b>COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS EXPERIMENTAL E NUMÉRICO</b>	167
6.5.1	VIGA VC-01	167
6.5.2	VIGA VC-02	168
6.5.3	VIGA VC-03	170
6.5.4	VIGA VS-01	171
6.6	<b>ANÁLISE DA DUCTILIDADE DAS VIGAS ENSAIADAS</b>	172

<b>6.7</b>	<b>ANÁLISE DO CONFINAMENTO</b>	176
6.7.1	ANÁLISE DO COFINAMENTO DA VIGA VC-01	177
6.7.2	ANÁLISE DO COFINAMENTO DA VIGA VC-02	179
6.7.3	ANÁLISE DO COFINAMENTO DA VIGA VC-03	181
6.7.4	INFLUÊNCIA DA TAXA VOLUMÉTRICA DA ARMADURA TRANSVERSAL DE CONFINAMENTO NA RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO DO CONCRETO CONFINADO	183
<b>6.8</b>	<b>PROCESSO SIMPLIFICADO PARA O DIMENSIONAMENTO DE VIGAS CONFINADAS POR MEIO DE ESTRIBOS QUADRADOS</b>	184
<b>7</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	188
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	192
	<b>BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR</b>	197

---

## LISTA DE FIGURAS

---

### CAPÍTULO 2

<b>Figura 2.1</b>	Cilindro de concreto envolvido por um tubo de aço de parede fina, SANTOS (1981).	7
<b>Figura 2.2</b>	Referencial cartesiano (x,y,z).	9
<b>Figura 2.3</b>	Detalhes do tubo de aço de parede fina e do cilindro de concreto.	10
<b>Figura 2.4</b>	Detalhes do tubo de aço de parede fina e do cilindro de concreto.	13
<b>Figura 2.5</b>	Comportamento de elementos estruturais de concreto armado, PARK & PAULAY (1974).	15
<b>Figura 2.6</b>	Diferença entre o confinamento executado por meio de estribos circulares, quadrados ou retangulares, PARK & PAULAY (1974).	16
<b>Figura 2.7</b>	Curva tensão vs. deformação, KENT & PARK (1971).	18
<b>Figura 2.8</b>	Tensão lateral atuante em um estribo circular.	20
<b>Figura 2.9</b>	Curva tensão vs. deformação, SHEIK & UZUMERI (1982).	21
<b>Figura 2.10</b>	Área de concreto não confinado ao nível dos estribos, SHEIK & UZUMERI (1982).	22
<b>Figura 2.11</b>	Estimativa da área de concreto não confinado, SHEIK & UZUMERI (1982).	23
<b>Figura 2.12</b>	Relação tensão vs. deformação proposta por RAZVI & SAATCIONGLU (1992).	27
<b>Figura 2.13</b>	Tensões atuantes numa seção transversal circular, RAZVI & SAATACIOGLU (1992).	28
<b>Figura 2.14</b>	Distribuições de tensões numa seção transversal retangular SAATCIONGLU & RAZVI (1992).	29
<b>Figura 2.15</b>	Representação das características geométrica do modelo de CUSSON & PAULTRE (1995).	31
<b>Figura 2.16</b>	Relação tensão vs. deformação proposta por CUSSON & PAULTRE (1995).	34
<b>Figura 2.17</b>	Diagrama de deformações específicas, NBR 6118:2001.	36

<b>Figura 2.18</b>	Distribuição de tensões e deformações em uma viga submetida a ações de momento fletor no E.L.U., LANGENDONCK (1959).	37
<b>Figura 2.19</b>	Diagrama de tensão e deformação modificado, ZIARA et al. (1995).	41
<b>Figura 2.20</b>	Tensões radiais atuantes na armadura helicoidal, FIP (1999).	43
<b>Figura 2.21</b>	Confinamento por estribos retangulares, FIP (1999).	44
<b>Figura 2.22</b>	Área efetivamente confinada no plano da seção transversal, FIP (1999).	45
<b>Figura 2.23</b>	Distribuição não uniforme de tensões no sentido longitudinal do elemento estrutural, FIP (1999).	46
<b>Figura 2.24</b>	Relação tensão vs. deformação para o concreto confinado sob carregamento triaxial proposta pelo CEB (1990) e FIP (1999).	47
<b>Figura 2.25</b>	Diagrama simplificado tensão vs. deformação, CEB (1990) e FIP (1999).	48
<b>Figura 2.26</b>	Arranjos para armadura de confinamento, CEB (1990) e FIP (1999).	49

### CAPÍTULO 3

<b>Figura 3.1</b>	Definição do índice de ductilidade, DA CUNHA & DA SILVA (1994).	53
<b>Figura 3.2</b>	Determinação do índice de ductilidade, KAPPOS et al. (1999).	54
<b>Figura 3.3</b>	Curva força vs. deslocamento.	55
<b>Figura 3.4</b>		
<b>Figura 3.5</b>	Curva força vs. deslocamento, vigas vf201512, vf201575 e vf201530, DELALIBERA et al. (2001).	64
<b>Figura 3.6</b>	Curva força vs. deslocamento, vigas vf201012, vf201075 e vf201030, DELALIBERA et al. (2001).	64
<b>Figura 3.7</b>	Curva força vs. deslocamento, vigas vf200512, vf200575 e vf200530, DELALIBERA et al. (2001).	64
<b>Figura 3.8</b>	Curva força vs. deslocamento, vigas vf351512, vf351575 e vf351530, DELALIBERA et al. (2001).	64
<b>Figura 3.9</b>	Curva força vs. deslocamento, vigas vf351012, vf351075 e	65

	vf351030, DELALIBERA et al. (2001).	
<b>Figura 3.10</b>	Curva força vs. deslocamento, vigas vf350512, vf350575 e vf350530, DELALIBERA et al. (2001).	65
<b>Figura 3.11</b>	Curva força vs. deslocamento, vigas vf501512, vf501575 e vf501530, DELALIBERA et al. (2001).	65
<b>Figura 3.12</b>	Curva força vs. deslocamento, vigas vf501012, vf501075 e vf501030, DELALIBERA et al. (2001).	65
<b>Figura 3.13</b>	Curva força vs. deslocamento, vigas vf500512, vf500575 e vf500530, DELALIBERA et al. (2001).	65
<b>Figura 3.14</b>	Curva força vs. deslocamento, para vigas com deformação $\varepsilon_s$ de 2,07‰ e deformação $\varepsilon_c$ de 3,5‰.	65

## CAPÍTULO 4

<b>Figura 4.1</b>	Curva tensão vs. deformação para o concreto à compressão, CEB (1990).	69
<b>Figura 4.2</b>	Curva tensão vs. deformação para o concreto à tração, CEB (1990).	69
<b>Figura 4.3</b>	Diagrama simplificado tensão vs. deformação para o aço Classe A, NBR 6118:1978.	72
<b>Figura 4.4</b>	Diagrama simplificado tensão vs. deformação para o aço Classe B, NBR 6118:1978.	72
<b>Figura 4.5</b>	Sistemas de coordenadas, natural e auxiliar respectivamente, LIMA JÚNIOR (1997).	73
<b>Figura 4.6</b>	Algoritmo para a análise da estrutura numa etapa do carregamento utilizado pelo modelo computacional, LIMA JÚNIOR (1997).	74
<b>Figura 4.7</b>	Detalhamento das vigas ensaiadas, BASE (1962).	75
<b>Figura 4.8</b>	Curva carga vs. deslocamento, viga 2, BASE (1962).	76
<b>Figura 4.9</b>	Detalhamento das vigas ensaiadas, BASE & READ (1965).	77
<b>Figura 4.10</b>	Curva momento fletor vs. curvatura, viga 1, BASE & READ (1965).	78
<b>Figura 4.11</b>	Curva momento fletor vs. curvatura, viga 2, BASE & READ (1965).	78
<b>Figura 4.12</b>	Curva momento fletor vs. curvatura, viga 4, BASE & READ	78

	(1965).	
<b>Figura 4.13</b>	Curva momento fletor vs. curvatura, viga 5, BASE & READ (1965).	78
<b>Figura 4.14</b>	Curva momento fletor vs. curvatura, viga 9, BASE & READ (1965).	79
<b>Figura 4.15</b>	Curva momento fletor vs. curvatura, viga 16, BASE & READ (1965).	79
<b>Figura 4.16</b>	Detalhamento das vigas ensaiadas, a – série A, b – série B, NAWY et al. (1968).	80
<b>Figura 4.17</b>	Curva momento fletor vs. curvatura, viga P10G2, NAWY et al. (1968).	81
<b>Figura 4.18</b>	Curva momento fletor vs. curvatura, viga P11G3, NAWY et al. (1968).	81
<b>Figura 4.19</b>	Curva momento fletor vs. curvatura, viga P10G2, NAWY et al. (1968).	81
<b>Figura 4.20</b>	Curva momento fletor vs. curvatura, viga P5G7, NAWY et al. (1968).	81
<b>Figura 4.21</b>	Curva momento fletor vs. curvatura, viga P6G8, NAWY et al. (1968).	81
<b>Figura 4.22</b>	Curva momento fletor vs. curvatura, viga B8B4, NAWY et al. (1968).	81
<b>Figura 4.23</b>	Curva momento fletor vs. curvatura, viga B12B6, NAWY et al. (1968).	81
<b>Figura 4.24</b>	Curva momento fletor vs. curvatura, viga B5B8, NAWY et al. (1968).	81
<b>Figura 4.25</b>	Curva momento fletor vs. curvatura, viga B2B10, NAWY et al. (1968).	82
<b>Figura 4.26</b>	Curva momento fletor vs. curvatura, viga B2B10, NAWY et al. (1968).	82
<b>Figura 4.27</b>	Detalhamento das vigas subarmadas, ZIARA et al. (1995).	83
<b>Figura 4.28</b>	Detalhamento das vigas superarmadas, ZIARA et al. (1995).	83
<b>Figura 4.29</b>	Curva força vs. deslocamento, viga NA2, ZIARA et al. (1995).	84
<b>Figura 4.30</b>	Curva força vs. deslocamento, viga NA3, ZIARA et al.	84

	(1995).	
<b>Figura 4.31</b>	Curva força vs. deslocamento, viga NB2, ZIARA et al. (1995).	84
<b>Figura 4.32</b>	Curva força vs. deslocamento, viga NB3, ZIARA et al. (1995).	84
<b>Figura 4.33</b>	Esquema estático das vigas subarmadas analisadas numericamente.	84
<b>Figura 4.34</b>	Curva força vs. deslocamento, vigas v201020, v351020 e v501020.	84
<b>Figura 4.35</b>	Esquema estático das vigas subarmadas analisadas numericamente.	87
<b>Figura 4.36</b>	Curva força vs. deslocamento, vigas v201020, v351020 e v501020.	87
<b>Figura 4.37</b>	Curva força vs. deslocamento, vigas v201060, v351060 e v501060.	87
<b>Figura 4.38</b>	Curva força vs. deslocamento, vigas v2010100, v3510100 e v5010100.	87
<b>Figura 4.39</b>	Curva força vs. deslocamento, vigas v203020, v353020 e v503020.	87
<b>Figura 4.40</b>	Curva força vs. deslocamento, vigas v203060, v353060 e v503060.	88
<b>Figura 4.41</b>	Curva força vs. deslocamento, vigas v2030100, v3530100 e v5030100.	88
<b>Figura 4.42</b>	Curva força vs. deslocamento, vigas v205010, v355010 e v505010.	88
<b>Figura 4.43</b>	Curva força vs. deslocamento, vigas v205060, v355060 e v505060.	88
<b>Figura 4.44</b>	Curva força vs. deslocamento, vigas v2050100, v3550100 e v5050100.	88
<b>Figura 4.45</b>	Determinação dos índices de ductilidade pré-pico e pós-pico das vigas subarmadas.	88
<b>Figura 4.46</b>	Viga com armadura simples.	90
<b>Figura 4.47</b>	Viga com armadura dupla.	90

<b>Figura 4.48</b>	Viga confinada por meio de estribos retangulares.	90
<b>Figura 4.49</b>	Viga confinada por meio de estribos circulares.	90
<b>Figura 4.50</b>	Curva força vs. deslocamento das vigas vf20, vcrf20 e vccf20.	92
<b>Figura 4.51</b>	Curva força vs. deslocamento das vigas vf35, vcrf35 e vccf35.	92
<b>Figura 4.52</b>	Curva força vs. deslocamento das vigas vf50, vcrf50 e vccf50.	92
<b>Figura 4.53</b>	Curva força vs. deslocamento das vigas vdf20, vcdrf20 e vcdcf20.	92
<b>Figura 4.54</b>	Curva força vs. deslocamento das vigas vdf35, vcdrf35 e vcdcf35.	93
<b>Figura 4.55</b>	Curva força vs. deslocamento das vigas vdf50, vcdrf50 e vcdcf50.	93
<b>Figura 4.56</b>	Curvas $ID_{pré}$ vs. $f_{ck}$ , vigas sem armadura de compressão.	94
<b>Figura 4.57</b>	Curvas $ID_{pós}$ vs. $f_{ck}$ , vigas sem armadura de compressão.	94
<b>Figura 4.58</b>	Curvas $ID_{pré}$ vs. $f_{ck}$ , vigas com armadura de compressão.	94
<b>Figura 4.59</b>	Curvas $ID_{pós}$ vs. $f_{ck}$ , vigas com armadura de compressão.	94
<b>Figura 4.60</b>	Aumento da resistência à flexão, vigas vf20, vcrf20, vccf20.	95
<b>Figura 4.61</b>	Aumento da resistência à flexão, vigas vf35, vcrf35, vccf50.	95
<b>Figura 4.62</b>	Aumento da resistência à flexão, vigas vf50, vcrf50, vccf50.	95
<b>Figura 4.63</b>	Aumento da resistência à flexão, vigas vdf20, vcdrf20, vcdcf20.	95
<b>Figura 4.64</b>	Aumento da resistência à flexão, vigas vdf35, vcdrf35, vcdcf35.	99
<b>Figura 4.65</b>	Aumento da resistência à flexão, vigas vdf50, vcdrf50, vcdcf50.	99
<b>Figura 4.66</b>	Curva força vs. deslocamento para vigas com $f_{ck}$ 20MPa e $\varepsilon_{st}$ 1,5‰.	99
<b>Figura 4.67</b>	Curva força vs. deslocamento para vigas com $f_{ck}$ 20MPa e $\varepsilon_{st}$ 1,0‰.	99
<b>Figura 4.68</b>	Curva força vs. deslocamento para vigas com $f_{ck}$ 20MPa e $\varepsilon_{st}$ 0,5‰.	99
<b>Figura 4.69</b>	Curva força vs. deslocamento para vigas com $f_{ck}$ 35MPa e $\varepsilon_{st}$	99

	1,5‰.	
<b>Figura 4.70</b>	Curva força vs. deslocamento para vigas com $f_{ck}$ 35MPa e $\varepsilon_{st}$ 1,0‰.	99
<b>Figura 4.71</b>	Curva força vs. deslocamento para vigas com $f_{ck}$ 35MPa e $\varepsilon_{st}$ 0,5‰.	99
<b>Figura 4.72</b>	Curva força vs. deslocamento para vigas com $f_{ck}$ 50MPa e $\varepsilon_{st}$ 1,5‰.	100
<b>Figura 4.73</b>	Curva força vs. deslocamento para vigas com $f_{ck}$ 50MPa e $\varepsilon_{st}$ 1,0‰.	100
<b>Figura 4.74</b>	Curva força vs. deslocamento para vigas com $f_{ck}$ 50MPa e $\varepsilon_{st}$ 0,5‰.	100
<b>Figura 4.75</b>	Curva força vs. deslocamento para vigas com $\varepsilon_y$ 2,38‰.	100
<b>Figura 4.76</b>	Curva de Superfície para o índice de ductilidade pré-pico com $f_{ck}$ de 20MPa.	102
<b>Figura 4.77</b>	Curva de Superfície para o índice de ductilidade pré-pico com $f_{ck}$ de 35MPa.	102
<b>Figura 4.78</b>	Curva de Superfície para o índice de ductilidade pré-pico com $f_{ck}$ de 50MPa.	102
<b>Figura 4.79</b>	Curva de Superfície para o índice de ductilidade pós-pico.	102
<b>Figura 4.80</b>	Curva força vs. deslocamento para vigas com $f_{ck}$ 20MPa e $\varepsilon_{st}$ 1,5‰.	104
<b>Figura 4.81</b>	Curva força vs. deslocamento para vigas com $f_{ck}$ 20MPa e $\varepsilon_{st}$ 1,0‰.	104
<b>Figura 4.82</b>	Curva força vs. deslocamento para vigas com $f_{ck}$ 20MPa e $\varepsilon_{st}$ 0,5‰.	104
<b>Figura 4.83</b>	Curva força vs. deslocamento para vigas com $f_{ck}$ 35MPa e $\varepsilon_{st}$ 1,5‰.	104
<b>Figura 4.84</b>	Curva força vs. deslocamento para vigas com $f_{ck}$ 35MPa e $\varepsilon_{st}$ 1,0‰.	105
<b>Figura 4.85</b>	Curva força vs. deslocamento para vigas com $f_{ck}$ 35MPa e $\varepsilon_{st}$ 0,5‰.	105
<b>Figura 4.86</b>	Curva força vs. deslocamento para vigas com $f_{ck}$ 50MPa e $\varepsilon_{st}$ 1,5‰.	105

<b>Figura 4.87</b>	Curva força vs. deslocamento para vigas com $f_{ck}$ 50MPa e $\varepsilon_{st}$ 1,0‰.	105
<b>Figura 4.88</b>	Curva força vs. deslocamento para vigas com $f_{ck}$ 50MPa e $\varepsilon_{st}$ 0,5‰.	105
<b>Figura 4.89</b>	Curva força vs. deslocamento para vigas com $\varepsilon_y$ 2,38‰.	105
<b>Figura 4.90</b>	Curva de superfície do índice de ductilidade pré-pico.	108
<b>Figura 4.91</b>	Curva de superfície do índice de ductilidade pós-pico para $f_{ck}$ de 20MPa.	108
<b>Figura 4.92</b>	Curva de superfície do índice de ductilidade pós-pico para $f_{ck}$ de 35MPa.	109
<b>Figura 4.93</b>	Curva de superfície do índice de ductilidade pós-pico para $f_{ck}$ de 50MPa.	109

## CAPÍTULO 5

<b>Figura 5.1</b>	Curva tensão vs. deformação, diâmetro de 5,0mm, amostra 01.	114
<b>Figura 5.2</b>	Curva tensão vs. deformação, diâmetro de 5,0mm, amostra 02.	114
<b>Figura 5.3</b>	Curva tensão vs. deformação, diâmetro de 6,3mm, amostra 01.	114
<b>Figura 5.4</b>	Curva tensão vs. deformação, diâmetro de 6,3mm, amostra 02.	114
<b>Figura 5.5</b>	Curva tensão vs. deformação, diâmetro de 8,0mm, amostra 01.	114
<b>Figura 5.6</b>	Curva tensão vs. deformação, diâmetro de 8,0mm, amostra 02.	114
<b>Figura 5.7</b>	Curva tensão vs. deformação, diâmetro de 12,5mm, amostra 01.	114
<b>Figura 5.8</b>	Curva tensão vs. deformação, diâmetro de 12,5mm, amostra 02.	114
<b>Figura 5.9</b>	Curva tensão vs. deformação, diâmetro de 20,0mm, amostra 01.	115
<b>Figura 5.10</b>	Curva tensão vs. deformação, diâmetro de 20,0mm, amostra 02.	115

<b>Figura 5.11</b>	Evolução da resistência à compressão do concreto em relação ao tempo.	116
<b>Figura 5.12</b>	Esquema estático, ações e seção transversal das vigas ensaiadas.	118
<b>Figura 5.13</b>	Detalhamento da viga VC-01.	123
<b>Figura 5.14</b>	Detalhamento da viga VC-02.	124
<b>Figura 5.15</b>	Detalhamento da viga VC-03.	125
<b>Figura 5.16</b>	Detalhamento da viga VS-01.	126
<b>Figura 5.17</b>	Viga VS-01, viga de referência, sem armadura de confinamento.	127
<b>Figura 5.18</b>	Viga VC-01, com armadura de confinamento, espaçamento entre estribos de 15cm.	127
<b>Figura 5.19</b>	Viga VC-02, com armadura de confinamento, espaçamento entre estribos de 10cm.	127
<b>Figura 5.20</b>	Viga VC-03, com armadura de confinamento, espaçamento entre estribos de 5cm.	127
<b>Figura 5.21</b>	Instrumentação utilizadas nas armaduras das vigas VC-01, VC-02 e VC-03.	129
<b>Figura 5.22</b>	Instrumentação utilizadas na armadura da viga VS-01.	129
<b>Figura 5.23</b>	Extensômetros utilizados para medir as deformações na região de compressão das vigas.	130
<b>Figura 5.24</b>	Instalação dos defletômetros.	130
<b>Figura 5.25</b>	Atuador servo-controlado, marca INSTRON.	132
<b>Figura 5.26</b>	Sistema de aquisição de dados, SYSTEM 5000.	132
<b>Figura 5.27</b>	Vista frontal do aparelho de apoio das vigas.	133
<b>Figura 5.28</b>	Vista lateral do aparelho de apoio das vigas.	133
<b>Figura 5.29</b>	Viga metálica e o ponto de aplicação de força $F/2$ .	134
<b>Figura 5.30</b>	Viga VS-01, aplicação da carga de escorvamento.	135
<b>Figura 5.31</b>	Viga VS-01, viga posicionada e pronta para o ensaio.	135
<b>Figura 5.32</b>	Ocorrência da primeira fissura, viga VS-01.	135
<b>Figura 5.33</b>	Ocorrência da primeira fissura, viga VS-01.	135
<b>Figura 5.34</b>	Ruptura da viga VS-01.	136
<b>Figura 5.35</b>	Ruptura da viga VS-01.	136
<b>Figura 5.36</b>	Flambagem da armadura de compressão da viga VS-01.	136

<b>Figura 5.37</b>	Detalhe da perda de estabilidade da armadura de compressão da viga VS-01.	137
<b>Figura 5.38</b>	Vista longitudinal da viga VC-01, pronta para o ensaio.	137
<b>Figura 5.39</b>	Vista frontal da viga VC-01, pronta para o ensaio.	137
<b>Figura 5.40</b>	Ocorrência da primeira fissura, viga VC-01.	138
<b>Figura 5.41</b>	Vista Geral da fissuração do modelo, viga VC-01.	138
<b>Figura 5.42</b>	Início da ruptura, destacamento do cobrimento, viga VC-01.	139
<b>Figura 5.43</b>	Início da ruptura, destacamento do cobrimento, viga VC-01.	139
<b>Figura 5.44</b>	Flambagem da armadura mais comprimida entre os estribos de confinamento, viga VC-01.	139
<b>Figura 5.45</b>	Detalhe da flambagem ocorrida na armadura mais comprimida, viga VC-01.	139
<b>Figura 5.46</b>	Vista da viga VC-02, posicionada e pronta para o ensaio.	140
<b>Figura 5.47</b>	Vista frontal da viga VC-02, posicionada e pronta para o ensaio.	140
<b>Figura 5.48</b>	Visão geral da fissuração ocorrida na viga VC-02.	140
<b>Figura 5.49</b>	Visão geral da fissuração ocorrida na viga VC-02.	140
<b>Figura 5.50</b>	Início da ruptura, destacamento do cobrimento, viga VC-02.	141
<b>Figura 5.51</b>	Início da ruptura, destacamento do cobrimento, viga VC-02.	141
<b>Figura 5.52</b>	Flambagem da armadura mais comprimida, viga VC-02.	141
<b>Figura 5.53</b>	Detalhe da flambagem da armadura comprimida, viga VC-02.	141
<b>Figura 5.54</b>	Formação da rótula plástica, viga VC-02.	142
<b>Figura 5.55</b>	Formação da rótula plástica, viga VC-02.	142
<b>Figura 5.56</b>	Vista longitudinal da viga VC-03 pronta para o ensaio.	142
<b>Figura 5.57</b>	Vista frontal da viga VC-03 pronta para o ensaio.	142
<b>Figura 5.58</b>	Ocorrência da primeira fissura, viga VC-03.	143
<b>Figura 5.59</b>	Vista geral da fissuração da viga VC-03.	143
<b>Figura 5.60</b>	Início da ruptura, destacamento do cobrimento, viga VC-03.	144
<b>Figura 5.61</b>	Início da ruptura, destacamento do cobrimento, viga VC-03.	144
<b>Figura 5.62</b>	Formação da rótula plástica, viga VC-03.	144
<b>Figura 5.63</b>	Formação da rótula plástica, viga VC-03.	144
<b>Figura 5.64</b>	Numeração dos transdutores e extensômetros da viga VS-01.	145

<b>Figura 5.65</b>	Curva força vs. deslocamento no meio do vão, transdutor T1, viga VS-01.	145
<b>Figura 5.66</b>	força vs. deslocamento nos pontos de aplicação de carga, transdutores T2 e T3, viga VS-01.	145
<b>Figura 5.67</b>	Curva reação nos apoios vs. deslocamento nos apoios, transdutores T4 e T5, viga VS-01.	146
<b>Figura 5.68</b>	Curva força vs. deformação no concreto, extensômetro e1, viga VS-01.	146
<b>Figura 5.69</b>	Curva força vs. deformação na armadura comprimida, extensômetros e2 e e3, viga VS-01.	146
<b>Figura 5.70</b>	Curva força vs. deformação na armadura tracionada, extensômetros e4 e e5, viga VS-01.	146
<b>Figura 5.71</b>	Numeração dos transdutores e extensômetros da viga VC-01.	147
<b>Figura 5.72</b>	Curva força vs. deslocamento no meio do vão, transdutor T1, Viga VC-01.	147
<b>Figura 5.73</b>	Curva força vs. deslocamento no ponto de aplicação de carga, transdutores T2 e T3, viga VC-01.	147
<b>Figura 5.74</b>	Curva reação nos apoios vs. deslocamento nos apoios, transdutores T4 e T5, viga VC-01.	147
<b>Figura 5.75</b>	Curva força vs. deformação no concreto, extensômetro e1, viga VC-01.	147
<b>Figura 5.76</b>	Curva força vs. deformação na armadura mais comprimida, extensômetros e2 e e4, viga VC-01.	147
<b>Figura 5.77</b>	Curva força vs. deformação na armadura menos comprimida, extensômetros e7 e e9, viga VC-01.	147
<b>Figura 5.78</b>	Curva força vs. deformação na armadura tracionada, extensômetros e10 e e11, viga VC-01.	148
<b>Figura 5.79</b>	Curva força vs deformação no estribo, pernas horizontais, extensômetros e3 e e3, viga VC-01.	148
<b>Figura 5.80</b>	Curva força vs. deformação no estribo, pernas verticais, extensômetros e5 e e6, viga VC-01.	148

<b>Figura 5.81</b>	Numeração dos transdutores e extensômetros da viga VC-02.	148
<b>Figura 5.82</b>	Curva força vs. deslocamento no meio do vão, transdutor T1, viga VC-02.	149
<b>Figura 5.83</b>	Curva força vs. deslocamento no ponto de aplicação de carga, transdutores T2 e T3, viga VC-02.	149
<b>Figura 5.84</b>	Curva reação no apoio vs. deslocamento no apoio, transdutores T4 e T5, viga VC-02.	149
<b>Figura 5.85</b>	Curva força vs. deformação no concreto, extensômetro e1, Viga VC-02.	149
<b>Figura 5.86</b>	Curva força vs. deformação na armadura mais comprimida, extensômetro e2 e e4, viga VC-02.	149
<b>Figura 5.87</b>	Curva força vs. deformação na armadura menos comprimida, extensômetros e7 e e9, viga VC-02.	146
<b>Figura 5.88</b>	Curva força vs. deformação na armadura tracionada, extensômetros e10 e e11, viga VC-02.	150
<b>Figura 5.89</b>	Curva força vs. deformação no estribo, pernas horizontais, extensômetros e3 e e8, viga VC-02.	150
<b>Figura 5.90</b>	Curva força vs. deformação no estribo, pernas verticais, extensômetros e5 e e6, viga VC-02.	150
<b>Figura 5.91</b>	Numeração dos transdutores e extensômetros da viga VC-03.	150
<b>Figura 5.92</b>	Curva força vs. deslocamento no meio do vão, transdutor T1, viga VC-03.	151
<b>Figura 5.93</b>	Curva força vs. deslocamento no ponto de aplicação de carga, transdutor T2 e T3, viga VC-03.	151
<b>Figura 5.94</b>	Curva reação no apoio vs. deslocamento nos apoio, transdutores T4 e T5, viga VC-03.	151
<b>Figura 5.95</b>	Curva força vs. deformação no concreto, extensômetro e1, viga VC-03.	151
<b>Figura 5.96</b>	Curva força vs. deformação na armadura mais comprimida, extensômetros e2 e e4, viga VC-03.	151
<b>Figura 5.97</b>	Curva força vs. deformação na armadura menos	151

	comprimida, extensômetros e7 e e9, viga VC-03.	
<b>Figura 5.98</b>	Curva força vs. deformação na armadura tracionada, extensômetros e10 e e11, viga VC-03.	152
<b>Figura 5.99</b>	Curva força vs. deformação no estribo, pernas horizontais, extensômetros e3 e e8, viga VC-03.	152
<b>Figura 5.100</b>	Curva força vs. deformação no estribo, pernas verticais, extensômetros e5 e e8, viga VC-03.	152
<b>Figura 5.101</b>	Diagrama tensão vs. deformação, corpo-de-prova CP07-VC01.	158
<b>Figura 5.102</b>	Diagrama tensão vs. deformação, corpo-de-prova CP08-VC01.	158
<b>Figura 5.103</b>	Diagrama tensão vs. deformação, corpo-de-prova CP07-VC02.	158
<b>Figura 5.104</b>	Diagrama tensão vs. deformação, corpo-de-prova CP08-VC02.	158
<b>Figura 5.105</b>	Diagrama tensão vs. deformação, corpo-de-prova CP07-VC03.	158
<b>Figura 5.106</b>	Diagrama tensão vs. deformação, corpo-de-prova CP08-VC03.	158
<b>Figura 5.107</b>	Diagrama tensão vs. deformação, corpo-de-prova CP07-VS01.	159
<b>Figura 5.108</b>	Diagrama tensão vs. deformação, corpo-de-prova CP08-VS01.	159

## CAPÍTULO 6

<b>Figura 6.1</b>	Domínio de deformação da viga VC-01.	161
<b>Figura 6.2</b>	Domínio de deformação da viga VC-02.	161
<b>Figura 6.3</b>	Domínio de deformação da viga VC-03.	161
<b>Figura 6.4</b>	Domínio de deformação da viga VS-01.	161
<b>Figura 6.5</b>	Curva força vs. deslocamento, viga VC-01.	165
<b>Figura 6.6</b>	Curva força vs. deslocamento, viga VC-02.	165
<b>Figura 6.7</b>	Curva força vs. deslocamento, viga VC-03.	165
<b>Figura 6.8</b>	Curva força vs. deslocamento, viga VS-01.	165
<b>Figura 6.9</b>	Diagramas de deformações, viga VC-01.	166

<b>Figura 6.10</b>	Diagramas de deformações, viga VC-02.	166
<b>Figura 6.11</b>	Diagramas de deformações, viga VC-03.	166
<b>Figura 6.12</b>	Diagramas de deformações, viga VS-01.	166
<b>Figura 6.13</b>	Curva força vs. deslocamento no meio do vão, viga VC-01.	167
<b>Figura 6.14</b>	Curva força vs. deformação na armadura mais tracionada, viga VC-01.	167
<b>Figura 6.15</b>	Curva força vs. deformação no concreto, viga VC-01.	168
<b>Figura 6.16</b>	Curva força vs. deslocamento no meio do vão, viga VC-02.	169
<b>Figura 6.17</b>	Curva força vs. deformação na armadura mais tracionada, viga VC-02.	169
<b>Figura 6.18</b>	Curva força vs. deformação no concreto, viga VC-02.	169
<b>Figura 6.19</b>	Curva força vs. deslocamento no veio do vão, viga VC-03.	170
<b>Figura 6.20</b>	Curva força vs. deformação na armadura mais tracionada, viga VC-03.	170
<b>Figura 6.21</b>	Curva força vs. deformação no concreto, viga VC-03.	170
<b>Figura 6.22</b>	Curva força vs. deslocamento no meio do vão, viga VS-01.	171
<b>Figura 6.23</b>	Curva força vs. deformação na armadura mais tracionada, viga VS-01.	171
<b>Figura 6.24</b>	Curva força vs. deformação no concreto, viga VS-01.	172
<b>Figura 6.25</b>	Curva força total vs. deslocamento no meio do vão.	173
<b>Figura 6.26</b>	Curva força no ponto de aplicação de carga vs. deslocamento no ponto de aplicação de carga.	173
<b>Figura 6.27</b>	Relação $ID_{pós}$ vs. $\rho_{sw,conf}$ das vigas ensaiadas.	174
<b>Figura 6.28</b>	Relação $ID_{pós}$ vs. $s$ das vigas ensaiadas.	174
<b>Figura 6.29</b>	Distribuição da pressão lateral equivalente e das deformações em elementos estruturais submetidos a flexo-compressão, SAATCIOGLU & RAZVI (1995).	176
<b>Figura 6.30</b>	Diagrama de deformações do estribo, viga VC-01.	178
<b>Figura 6.31</b>	Diagrama de tensões atuantes nas pernas do estribo em cada camada, viga VC-01.	178
<b>Figura 6.32</b>	Pressão lateral de confinamento atuante no núcleo de confinamento, viga VC-01.	178
<b>Figura 6.33</b>	Diagrama de deformações do estribo, viga VC-02.	180
<b>Figura 6.34</b>	Diagrama de tensões atuantes nas pernas do estribo em cada camada, viga VC-02.	180

<b>Figura 6.35</b>	Pressão lateral de confinamento atuante no núcleo de confinamento, viga VC-02.	180
<b>Figura 6.36</b>	Diagrama de deformações do estribo, viga VC-03.	182
<b>Figura 6.37</b>	Diagrama de tensões atuantes nas pernas do estribo em cada camada, viga VC-03.	182
<b>Figura 6.38</b>	Pressão lateral de confinamento atuante no núcleo de confinamento, viga VC-03.	183
<b>Figura 6.39</b>	Curva $f_{cc}/f_c$ vs. $\rho_{sw,conf}$ .	184
<b>Figura 6.40</b>	Método simplificado para o dimensionamento de vigas com armadura de confinamento.	185

---

## LISTA DE TABELAS

---

### CAPÍTULO 2

<b>Tabela 2.1</b>	Grau de confinamento segundo CUSSON & PAULTRE (1993).	32
-------------------	-------------------------------------------------------	----

### CAPÍTULO 3

<b>Tabela 3.1</b>	Características gerais das vigas analisadas numericamente, DELALIBERA et al. (2001).	62
<b>Tabela 3.2</b>	Análise fatorial dos índices de ductilidade, DELALIBERA et al. (2001).	63

### CAPÍTULO 4

<b>Tabela 4.1</b>	Características gerais das vigas ensaiadas, BASE (1962).	75
<b>Tabela 4.2</b>	Características gerais das vigas, BASE & READ (1965).	77
<b>Tabela 4.3</b>	Diferença entre os modelos experimentais e teóricos.	78
<b>Tabela 4.4</b>	Características gerais das vigas ensaiadas, NAWY et al. (1968).	79
<b>Tabela 4.5</b>	Diferenças entre os modelos teóricos e experimentais.	80
<b>Tabela 4.6</b>	Características gerais das vigas ensaiadas, ZIARA et al (1995).	82
<b>Tabela 4.7</b>	Diferenças entre os modelos teóricos e experimentais.	85
<b>Tabela 4.8</b>	Características gerais das vigas subarmadas analisadas numericamente, com $\varepsilon_c = 3,5 \text{‰}$ e $\varepsilon_s = 10 \text{‰}$ .	86
<b>Tabela 4.9</b>	Características gerais das vigas analisadas numericamente da análise I.	91
<b>Tabela 4.10</b>	Índice de ductilidade das vigas da análise I.	93
<b>Tabela 4.11</b>	Características gerais das vigas confinadas com estribos circulares.	97
<b>Tabela 4.12</b>	Índice de ductilidade das vigas confinadas por meio de estribos circulares.	98
<b>Tabela 4.13</b>	Análise fatorial dos índices de ductilidade das vigas	101

	confinadas por meio de estribos circulares.	
<b>Tabela 4.14</b>	Características gerais das vigas confinadas por meio de estribos quadrados.	103
<b>Tabela 4.15</b>	Índice de ductilidade das vigas confinadas por meio de estribos quadrados.	106
<b>Tabela 4.16</b>	Análise fatorial das vigas confinadas por meio de estribos quadrados.	107

## CAPÍTULO 5

<b>Tabela 5.1</b>	Propriedades mecânicas das armaduras.	115
<b>Tabela 5.2</b>	Consumo unitário de materiais.	116
<b>Tabela 5.3</b>	Evolução da resistência à compressão do concreto ao longo do tempo.	117
<b>Tabela 5.4</b>	Características geométricas, parâmetros fixos e variáveis das vigas ensaiadas.	122
<b>Tabela 5.5</b>	Armaduras utilizadas nas vigas.	127
<b>Tabela 5.6</b>	Consumo de aço nas vigas.	127
<b>Tabela 5.7</b>	Previsão de momentos fletores das vigas.	128
<b>Tabela 5.8</b>	Deformações nas armaduras longitudinais das vigas ensaiadas.	152
<b>Tabela 5.9</b>	Deformação no bordo mais comprimido das vigas ensaiadas.	153
<b>Tabela 5.10</b>	Deformação no estribo central destinado ao confinamento.	153
<b>Tabela 5.11</b>	Deslocamentos verticais das vigas ensaiadas.	153
<b>Tabela 5.12</b>	Deformações nas armaduras longitudinais das vigas ensaiadas.	154
<b>Tabela 5.13</b>	Deformação no bordo mais comprimido das vigas ensaiadas.	154
<b>Tabela 5.14</b>	Deformação no estribo central destinado ao confinamento.	154
<b>Tabela 5.15</b>	Deslocamentos verticais das vigas ensaiadas.	155
<b>Tabela 5.16</b>	Resistência à compressão dos corpos-de-prova cilíndricos de concreto.	156
<b>Tabela 5.17</b>	Ensaio à compressão diametral de corpos-de-prova cilíndricos de concreto.	157
<b>Tabela 5.18</b>	Módulos de deformação longitudinal do concreto.	159

## CAPÍTULO 6

<b>Tabela 6.1</b>	Domínio de deformação das vigas ensaiadas no E.L.U.	161
<b>Tabela 6.2</b>	Momentos fletores de fissuração das vigas analisadas.	163
<b>Tabela 6.3</b>	Posição da linha neutra.	165
<b>Tabela 6.4</b>	Comparação entre os resultados experimental e numérico, viga VC-01.	168
<b>Tabela 6.5</b>	Comparação entre os resultados experimental e numérico, viga VC-02.	169
<b>Tabela 6.6</b>	Comparação entre os resultados experimental e numérico, viga VC-03.	171
<b>Tabela 6.7</b>	Comparação entre os resultados experimental e numérico.	172
<b>Tabela 6.8</b>	Índices de ductilidade das vigas ensaiadas.	174
<b>Tabela 6.9</b>	Deformações e tensões atuantes no estribo central, viga VC-01.	177
<b>Tabela 6.10</b>	Características do núcleo de concreto confinado, viga VC-01.	178
<b>Tabela 6.11</b>	Deformações e tensões atuantes no estribo central, viga VC-02.	179
<b>Tabela 6.12</b>	Características do núcleo de concreto confinado, viga VC-02.	180
<b>Tabela 6.13</b>	Deformações e Tensões atuantes no estribo central, viga VC-03.	182
<b>Tabela 6.14</b>	Características do núcleo de concreto confinado, viga VC-03.	182

---

## LISTA DE SÍMBOLOS

---

$\nu$	Coefficiente de Poisson.
$\theta$	Ângulo entre a reta tangente à curva e a reta horizontal.
$\lambda$	Fator que correlaciona a área de concreto efetivamente confinado com a área do núcleo de confinamento.
$\beta$	Constante de confinamento, parâmetro de correção da largura do bloco de tensão do concreto confinado.
$\gamma$	Constante de confinamento.
$\rho$	Taxa da armadura longitudinal de tração.
$\alpha$	Parâmetro de correção da altura do bloco de tensão do concreto confinando.
$\sigma$	Tensão radial
$\lambda^*$	Relação entre a área de concreto efetivamente confinado na seção crítica e na área do núcleo.
$\varepsilon_{c,85}^*$	Deformação referente a $0,85 f_{cc}$ .
$\varepsilon_{c1}^*$	Deformação máxima do concreto confinado.
$\rho_b'$	Taxa de armadura longitudinal necessária.
$\varepsilon_{00}$	Máxima deformação do concreto não confinado.
$\sigma_1$	Tensão axial
$\sigma_2, \sigma_3$	Tensão lateral efetiva de compressão.
$\varepsilon_{20u}$	Deformação do concreto confinado referente a $0,2f_c$ .
$\varepsilon_{50u}$	Deformação do concreto confinado referente a $0,5f_c$ .
$\rho_b$	Taxa limite da armadura longitudinal.
$\varepsilon_c$	Deformação específica do concreto.
$\rho_c$	Taxa de armadura longitudinal em relação ao núcleo de confinamento.
$\gamma_c$	Coefficiente de minoração da resistência do concreto.
$\sigma_c$	Tensão no concreto.
$\mu_c$	Índice de ductilidade da seção transversal.
$\delta_{c0}$	Máximo deslocamento vertical apresentado pela viga com menor taxa de armadura de confinamento.

$\delta_{c0, fy}$	Deslocamento vertical da viga, no instante de escoamento das barras de aço da armadura de tração.
$\epsilon_{c50c}$	Deformação do concreto confinado, referente à tensão $0,5f_{cc}$ .
$\epsilon_{cc}$	Deformação específica do concreto confinado.
$\epsilon_{cc, cf}$	Deformação específica do concreto confinado.
$\epsilon_{ct}$	Deformação de tração.
$\sigma_{ct}$	Tensão de tração.
$\epsilon_{cu, cf}$	Deformação específica do concreto confinado no E.L.U.
$\mu_d$	Índice de ductilidade de uma viga.
$\alpha_e$	Relação entre os módulos longitudinais do aço e concreto.
$\delta_e$	Deslocamento de elástico.
$\delta_{exp}$	Deslocamento experimental.
$\omega_i$	Distância livre entre duas barras longitudinais adjacentes.
$\phi_l$	Diâmetro da barra longitudinal.
$\Delta l_s$	Alongamento do tudo de aço de parede fina.
$\rho_{máx}$	Taxa da armadura longitudinal máxima.
$\alpha_n$	Fator de redução da área efetivamente confinada de concreto no plano normal ao carregamento.
$\delta_{num}$	Deslocamento numérico.
$\Delta r_y$	Aumento do diâmetro do cilindro de concreto.
$\sigma_s$	Tensão de tração no aço.
$\rho_s$	Taxa volumétrica de armadura transversal.
$\gamma_s$	Coefficiente de minoração da resistência do aço.
$\alpha_s$	Fator de redução da área efetivamente confinada de concreto na elevação do elemento estrutural.
$\epsilon_{s1}$	Mínima deformação do concreto confinado referente à $f_{cc}$ .
$\epsilon_{s2}$	Máxima deformação do concreto confinado referente à $f_{cc}$ .
$\epsilon_{s85}$	Deformação do concreto confinado referente a $0,85f_{cc}$ .
$\epsilon_{sc, conf}$	Deformação na armadura longitudinal do núcleo de confinamento.
$\epsilon_{st}$	Deformação na armadura tracionada.
$\epsilon_{st, exp}$	Deformação experimental das barras da armadura longitudinal de tração.
$\epsilon_{st, num}$	Deformação numérica das barras da armadura da armadura longitudinal de tração.

$\rho_{sw,conf}$	Taxa volumétrica da armadura transversal de confinamento.
$\phi_t$	Diâmetro das barras de aço transversais.
$\phi_u$	Máxima curvatura da seção transversal.
$\Delta_u$	Máximo deslocamento vertical, medido no meio do vão da viga.
$\delta_u$	Máximo deslocamento vertical.
$\omega_v$	Taxa volumétrica da armadura de confinamento.
$\omega_w$	Taxa mecânica volumétrica da armadura transversal de confinamento.
$\phi_y$	Curvatura da seção transversal referente ao escoamento da armadura tracionada.
$\Delta_y$	Deslocamento vertical no instante do escoamento da armadura tracionada.
$A_{c0}$	Área efetivamente confinada.
$A_{cc}$	Área do núcleo de concreto confinado.
$A_{conf}$	Área fictícia de confinamento.
$A_{core}$	Área efetivamente confinada.
$A_{ec}$	Área da seção crítica de confinamento.
$A_{hel}$	Armadura helicoidal.
$A_{sc}$	Armadura de compressão.
$A_{shx}$	Área de aço dos estribos na direção perpendicular ao eixo x.
$A_{shy}$	Área de aço dos estribos na direção perpendicular ao eixo y.
$A_{sl}$	Área de aços das armaduras longitudinais.
$A_{st}$	Armadura de tração.
$A_{sw}$	Área da seção transversal da barras de aço da armadura transversal.
$A_{sw}$	Armadura transversal
$b'$	Largura do núcleo de confinamento.
$b'$	Largura do núcleo de confinamento.
$b_0$	Distância entre as barras longitudinais.
$b_c$	Distância de centro a centro da armadura transversal.
$b_{cx}$	Distância de centro a centro da armadura transversal na direção y.
$b_{cy}$	Distância de centro a centro da armadura transversal na direção x.
$b_w$	Largura da seção transversal da viga.
$c$	Distância entre barras longitudinais.
$c'$	Constante de confinamento.
$c_1$	Distância entre o centro de gravidade da barra longitudinal mais

	comprimida e o bordo comprimido da viga.
$c_2$	Distância entre o centro de gravidade da barra longitudinal mais tracionada e o corno de tracionado da viga.
CIRC	Confinamento por meio de estribos circulares.
$c_x$	Dimensão do núcleo de confinamento paralelo ao eixo x.
$c_y$	Dimensão do núcleo de confinamento paralelo ao eixo y.
d	Altura útil da viga.
d'	Diâmetro do núcleo de confinamento.
d'	Diâmetro do núcleo de confinamento.
d*	Distância entre as barras longitudinais de compressão e tração.
$d_k$	Distância entre a barra longitudinal menos comprimida e o bordo comprimido.
e	Excentricidade do carregamento ou extensômetros elétricos de resistência.
$E_c$	Módulo de deformação longitudinal do concreto.
$E_s$	Módulo de deformação longitudinal do aço.
$E_s$	Módulo de deformação longitudinal do aço.
$F_0$	Fator de influência.
$f_c$	Resistência à compressão do concreto.
$f_{c0}$	Máxima resistência à compressão no plano do elemento estrutural.
$f_{cc}$	Resistência à compressão do concreto confinado.
$f_{ck}$	Resistência característica do concreto à compressão.
$f_{cm}$	Valor genérico da resistência à compressão.
$f_{cp}$	Resistência à compressão do elemento.
$f_{ct,sp}$	Resistência à tração do concreto indireta.
$f_{ctk}$	Resistência característica à tração do concreto.
$f_{ctk,inf}$	Resistência característica à tração do concreto inferior.
$f_{ctk,sup}$	Resistência característica à tração do concreto superior.
$f_{ctm}$	Valor genérico da resistência à tração.
$f_{ctm}$	Resistência média do concreto à tração na flexão.
$F_{exp}$	Força experimental.
$f_{hcc}$	Tensão nas nos estribos para $f_{cc}$ .
$f_l$	Pressão lateral de confinamento.
$f_{le}$	Pressão lateral efetiva de confinamento.
$f_{lecx}$	Tensão lateral na direção x.

$f_{iecy}$	Tensão lateral na direção y.
$f_{lx}$	Tensão atuante nas pernas do estribo na direção x.
$f_{ly}$	Tensão atuante nas pernas do estribo na direção y.
$F_{máx}$	Força máxima suportada pela viga com menor taxa de confinamento.
$F_{num}$	Força obtida pelo modelo numérico.
$F_u$	Força de ruptura.
$f_y$	Resistência ao escoamento do aço.
$f_{yw}$	Resistência ao escoamento das barras da armadura transversal.
$f_{ywd}$	Resistência ao escoamento de cálculo da armadura transversal.
$f_{ywk}$	Resistência ao escoamento característica da armadura transversal.
GC	Grau de confinamento.
h	Altura da viga.
h'	Altura do núcleo de confinamento.
$ID_{elást}$	Índice de ductilidade elástico.
$ID_{pós}$	Índice de ductilidade pós-pico.
$ID_{pré}$	Índice de ductilidade pré-pico.
$IR_c$	Índice de rigidez para viga com menor taxa de confinamento.
K	Coeficiente de confinamento.
$K_1$	Coeficiente de confinamento.
$K_2$	Coeficiente de confinamento.
$k_e$	Coeficiente de confinamento.
$k_s$	Fator de aumento da resistência do concreto confinado.
$l$	Vão da viga
$M_{d,min}$	Momento fletor mínimo para a fissuração de um elemento estrutural fletido.
$M_k$	Momento fletor atuante característico.
$M_r$	Momento fletor de fissuração.
$M_{r,e}$	Momento fletor de fissuração experimental.
$M_{r,n}$	Momento fletor de fissuração calculado por meio do modelo numérico.
N	Número de arcos.
NC	Não confinado.
$q_h$	Pressão horizontal aplicada no cilindro de concreto.
$q_v$	Pressão vertical aplicada no cilindro de concreto.
R	Raio do cilindro de concreto.
$R_{cc,conf}$	Força de compressão do concreto confinado.

Resist.	Resistência.
RET	Confinamento por meio de estribos retangulares.
$r_m$	Raio médio.
$R_s$	Força de tração atuante nas paredes do tubo de aço de parede fina.
$R_{sc,conf}$	Força de compressão da armadura longitudinal do núcleo de compressão.
$R_{st}$	Força de tração na armadura tracionada.
$s$	Espaçamento entre estribos.
$s'$	Espaçamento livre entre estribos.
$S_c$	Área da seção transversal do cilindro de concreto.
$s_l$	Distância entre as barras longitudinais.
$s_{máx}$	Espaçamento máximos entre estribos.
$S_t$	Área da seção transversal do tubo de aço de parede fina.
$s_{t,máx}$	Espaçamento máximos entre os ramos dos estribos.
$t$	Espessura do tubo de aço de parede fina.
T	Transdutores.
$V_d$	Força cortante de cálculo.
$V_{Rd2}$	Força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto.
$W_0$	Módulo de resistência da seção transversal íntegra.
$W_{s,trans}$	Taxa volumétrica de estribos ou armadura helicoidal.
$x$	Posição da linha neutra.
$y_m$	Máximo valor da ordenada $y$ , entre os estribos.
Z	Parâmetro que define a inclinação ramo descendente da curva.
$M_{r,6118}$	Momento fletor de fissuração calculado por meio do projeto de revisão da NBR 6118:2001.
$M_{r,7179}$	Momento fletor de fissuração calculado por meio da NBR 7197:1989.

---

## RESUMO

---

**DELALIBERA, R. G. (2002).** *Análise teórica e experimental de vigas de concreto armado com armadura de confinamento.* São Carlos. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

Este trabalho discute a utilização de armadura de confinamento em vigas superarmadas de concreto armado. Essa armadura é constituída de estribos quadrados colocados na região de compressão da seção transversal da viga, aumentando a ductilidade. Para a análise numérica, utilizou-se programa computacional baseado no Método dos Elementos Finitos e que leva em consideração o efeito do confinamento no concreto, possibilitando estudar criteriosamente a influência da armadura de confinamento em vigas superarmadas. Na etapa experimental foi investigada a influência da taxa volumétrica da armadura transversal de confinamento, sendo realizados ensaios de quatro vigas superarmadas - três detalhadas com estribos adicionais destinados ao confinamento e uma projetada sem armadura de confinamento. Todas as vigas tiveram deformações nas barras da armadura de tração próximas a  $\varepsilon_y$  e resistência média à compressão do concreto de 25MPa. Os resultados experimentais mostraram que o índice de ductilidade pós-pico é proporcional à taxa volumétrica da armadura transversal de confinamento. Isso não aconteceu para o índice de ductilidade pré-pico, que teve variação aleatória com a taxa volumétrica de armadura de confinamento. Observou-se também que a resistência à compressão do concreto confinado no núcleo de confinamento diminuiu na proximidade da linha neutra. Considerando os resultados numéricos e experimentais, foi desenvolvido um processo simplificado para o dimensionamento de vigas de concreto armado com armadura de confinamento, onde a resistência à compressão do concreto confinado é função da taxa volumétrica da armadura de confinamento e da resistência do concreto não confinado.

Palavras-chave: Vigas; armadura de confinamento; ductilidade.

---

## ABSTRACT

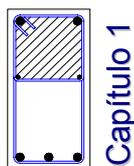
---

**DELALIBERA, R. G. (2002).** Theoretical and experimental analysis of reinforced concrete beams with confinement reinforcement. São Carlos. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

This work discusses the use of confinement reinforcement in over designed reinforced concrete beam. This reinforcement is composed by square stirrup placed on the compression zone of the beam transversal section, which improves the ductility avoiding fragile collapse. A Finite Element program was used to make a parametric numerical study. This program considers the non-linearity of the material and the confinement effect, making possible an accuracy study of those beams. In the experimental part, the influence of volumetric confinement transversal reinforcement rate was investigated by the test of four over designed beam, where three had addition stirrup for the confinement reinforcement and one was designed without this reinforcement. All the beams were composed by 25Mpa concrete. The experimental results show that the pos-peak ductility index is proportional to the volumetric confinement transversal reinforcement rate, however it was not observed for the pre-peak ductility index. It was also observed that effect of the confinement is smaller closed to the neutral axis. A simplified design process for reinforced concrete beam with reinforcement confinement was developed based on the numerical study that was performed. In this method the concrete strength is function of the transversal reinforcement volumetric rate and the non-confined concrete strength.

Key words: beam, ductility and confinement reinforcement.

---



## 1.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A análise da ductilidade de vigas de concreto armado tem sido tema de vários trabalhos desenvolvidos por diversos pesquisadores. Neste trabalho, vigas de concreto armado superarmadas detalhadas com armadura de confinamento, com resistência à compressão média do concreto de 25MPa aos vinte e um dias de idade, foram analisadas teórica e experimentalmente, visando observar a influência da armadura de confinamento no comportamento dessas vigas.

Para a análise teórica, utilizou-se programa computacional, baseado no método dos elementos finitos, que leva em consideração a não linearidade física do material e geométrica da estrutura, como também o efeito dos estribos de confinamento. Esse programa computacional foi desenvolvido por KRÜGER (1990) e a implementação do modelo de confinamento foi desenvolvida por LIMA JÚNIOR & GIONGO (2001), onde o modelo de confinamento utilizado no programa foi elaborado por SAATCIOGLU & RAZVI (1992).

Por meio da metodologia utilizada para a determinação de índices de ductilidade de estruturas de concreto armado, também desenvolvida por LIMA JÚNIOR & GIONGO (2001), puderam-se calcular os índices de ductilidade das vigas de concreto armado analisadas numérica e experimentalmente. Sendo assim, elaborou-se um plano estatístico, procurando determinar os índices de ductilidade ideais para vigas de concreto armado. Para a determinação desses índices, foram analisadas numericamente vigas subarmadas, com deformação longitudinal da armadura de tração igual a 10‰ e deformação longitudinal do concreto igual a 3,5‰, variando as alturas úteis e as larguras das seções transversais das vigas, como também, a resistência à compressão do concreto. Também foram analisadas numericamente vigas superarmadas projetadas com armadura de confinamento. Com os valores dos índices de ductilidade de cada viga superarmada projetada com armadura de confinamento, elaborou-se análise de variância, onde foi possível

verificar quais foram às variáveis com maior relevância no estudo da ductilidade. As variáveis envolvidas na análise de variância foram: a resistência à compressão do concreto, a deformação na armadura tracionada, o espaçamento entre estribos de confinamento e a forma geométrica dos estribos destinados ao confinamento.

Considerando os resultados obtidos por meio da análise numérica e com o embasamento adquirido pela revisão bibliográfica, foi elaborado um programa experimental, visando analisar a ductilidade de vigas superarmadas projetadas com armadura de confinamento. Nesse programa, constam os ensaios de quatro vigas de concreto armado, sendo três projetadas com armadura de confinamento e, uma sem armadura de confinamento. Todas as vigas ensaiadas foram projetadas entre os domínios 3 e 4 de deformações considerando as deformações específicas no concreto relativas ao valor de 3,5‰.

Com os valores obtidos por meio das análise numérica e experimental, foi possível elaborar um método simplificado para o dimensionamento de vigas de concreto armado com armadura de confinamento.

Assim, disponibiliza-se à comunidade científica, uma abrangente pesquisa sobre o comportamento de vigas superarmadas projetadas com armadura de confinamento.

## 1.2. OBJETIVOS

Os objetivos principais deste trabalho estão descritos a seguir:

- ❑ obter informações sobre o comportamento teórico e experimental de vigas de concreto armado projetadas com armadura de confinamento;
- ❑ determinar índices de ductilidades ideais para vigas de concreto armado;
- ❑ verificar a influência da armadura de confinamento em vigas superarmadas;
- ❑ analisar quais são as variáveis relevantes no estudo da ductilidade de vigas superarmadas projetadas com armadura de confinamento;
- ❑ comparar os resultados obtidos por meio da análise numérica e experimental;

- apresentar uma metodologia para o dimensionamento de vigas confinadas por meio de estribos, com base em resultados teóricos e experimentais.

### 1.3. JUSTIFICATIVA

Considerando a inexistência de índices de ductilidade para vigas na literatura técnica, fez-se necessário criar subsídios para a implementação de índices de ductilidade aplicáveis não só a vigas, mas também em outros elementos estruturais. O projeto de revisão da NBR 6118:2001 e a NBR 6118:1978 não trazem recomendações sobre índices de ductilidades em seus textos; desta maneira, torna-se interessante a inclusão de tais índices em suas recomendações;

O dimensionamento de vigas superarmadas é evitado por causa da existência de grandes taxas de armaduras longitudinais, o que leva a comportamento frágil. Mas, por imposições arquitetônicas, como a diminuição da altura da viga e a impossibilidade de se utilizar outra solução estrutural, como armadura ativa e utilização de vigas metálicas, tem-se a necessidade de projetar vigas superarmadas. Mesmo com a adição de armaduras longitudinais de compressão, equilibrando assim os esforços internos normais atuantes na seção transversal da viga, projetando-as no limite dos domínios 3 e 4 de deformações, essas vigas, se por ventura vierem a atingir o estado limite último, suas rupturas serão de modo brusco, ou seja, “*sem aviso*”, pois, a partir do instante em que o concreto comprimido for esmagado, uma parcela da ação será absorvida pela armadura de compressão, levando a viga perder totalmente sua capacidade portante. Sendo assim, o projeto de vigas superarmadas, detalhadas com armadura de confinamento, é uma solução possível e eficaz, pois, caso a viga venha a atingir a ruptura, essa não será brusca, sendo ainda capaz de absorver grandes deformações sem perda significativa de sua capacidade portante.

Em regiões onde ocorrem terremotos, é de fundamental importância garantir a ductilidade dos elementos estruturais, como vigas e pilares. Um modo de se garantir essa ductilidade é a inclusão da armadura de confinamento nesses elementos. Também, onde existe a atuação de carregamentos cíclicos, torna-se

viável a utilização do confinamento em vigas, evitando assim o risco de ruptura brusca, caso essa viga seja superarmada.

Com este trabalho espera-se ter criado subsídios para a formulação de modelos teóricos que avaliem e representem o comportamento de vigas de concreto armado projetas com armadura de confinamento.

## 1.4. METODOLOGIA

A metodologia de trabalho consta de:

Levantamento bibliográfico sobre temas relativos à pesquisa, ou seja, dimensionamento e detalhamento de vigas de concreto armado, confinadas por meio de estribos e, metodologias para determinação de índices de ductilidade para elementos em concreto;

Conhecimento básico sobre o modelo computacional e sua utilização para o desenvolvimento da análise numérica;

Caracterização dos materiais empregados em laboratório, que foram utilizados nos ensaios das vigas;

Determinação da dosagem que forneceu a resistência média à compressão do concreto de 25MPa, aos vinte e um dias de idade;

Dimensionamento e detalhamento das quatro vigas superarmadas, sendo três projetadas com armadura de confinamento. As vigas possuíam seção transversal de 150mm x 300mm e comprimento de 3050mm. Para as vigas confinadas, a variável investigada foi a taxa volumétrica de armadura transversal de confinamento;

Análise experimental dos resultados obtidos nos ensaios, avaliando o comportamento das vigas e, comparando os resultados da análise experimental com os resultados da análise numérica;

Redação das conclusões.

## 1.5. APRESENTAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

A seguir, apresentam-se a ordem e os conteúdos dos capítulos que constituem esta dissertação:

**CAPÍTULO 1:** *Introdução* – apresentação do tema, objetivos, justificativas e metodologia empregada no trabalho;

**CAPÍTULO 2:** *Concreto confinado* – conceitos fundamentais do concreto confinado e modelos de confinamento utilizados pelo meio técnico, como também, métodos de dimensionamento de vigas de concreto armado com armadura de confinamento;

**CAPÍTULO 3:** *Ductilidade de vigas* – definição da ductilidade, metodologias existentes para a determinação dos índices de ductilidade e fatores que influenciam na ductilidade de vigas de concreto armado;

**CAPÍTULO 4:** *Análise numérica* – análise numérica de vigas de concreto armado com armadura de confinamento, dimensionadas no limite dos domínios 3 e 4 de deformações, e domínio 4 de deformações;

**CAPÍTULO 5:** *Análise experimental* – descrição do programa experimental e dos resultados dos ensaios realizados nessa pesquisa;

**CAPÍTULO 6:** *Análise dos resultados* – análise dos resultados experimentais e comparação entre as análises teórica e experimental.

**CAPÍTULO 7:** *Considerações finais* – apresentação das conclusões de acordo com os objetivos apontados no capítulo introdutório e constatações feitas ao longo do trabalho;

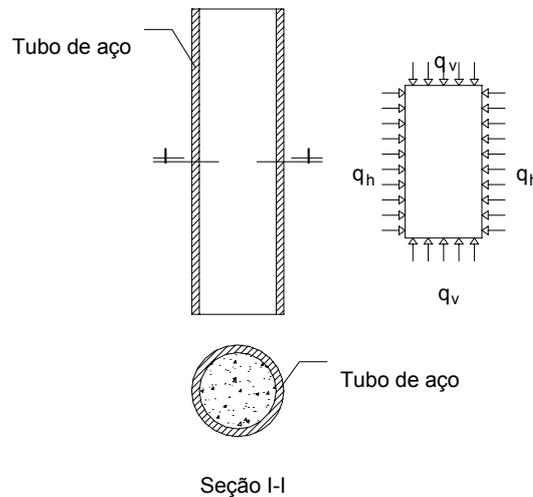
**REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS** – Artigos, livros e normas citados na dissertação;

**BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR** – Textos que foram importantes para o desenvolvimento do trabalho, sem citação no mesmo.

## 2.1. GENERALIDADES

### 2.1.1. CONCEITO DO CONCRETO CONFINADO

Considere-se um cilindro de concreto envolvido por um tubo de aço de parede fina (Figura 2.1). Se o cilindro for carregado longitudinalmente por uma força  $q_v$  irá sofrer um encurtamento longitudinal e um alongamento transversal, que será particularmente impedido pelo tubo de aço, provocando uma reação  $q_h$ . Em função da reação do tubo, cria-se no cilindro um estado tripla de tensões e a pressão  $q_v$  pode crescer bem acima do valor da resistência do concreto não confinado,  $f_c$ .



**Figura 2.1 – Cilindro de concreto envolvido por um tubo de aço de parede fina, SANTOS (1981).**

De acordo com ensaios realizados por BAES<sup>1</sup> & VANDEPERRE<sup>2</sup> apud LANGENDONCK (1959), pode-se utilizar a seguinte expressão que relaciona os valores de  $q_v$  e  $q_h$ .

<sup>1</sup> LOUIS BAES, "Resistance des Matériaux", Paris, tomo 1º, 1930/4, 601/2.

$$q_v = f_c \cdot \sqrt{1 + 5,9 \cdot \frac{q_h}{f_c}} \quad (2.1)$$

Porém, a maioria dos autores adota, para os casos práticos, valores mais elevados para a pressão  $q_h$ , adotando para a constante  $c'$  o valor de 5, quando se utiliza concreto do grupo I, segundo a NBR 8653:1992. O valor da tensão  $q_v$  pode ser expresso utilizando para isso as equações 2.2 e 2.3.

$$q_v = f_c + c' \cdot q_h \quad (2.2)$$

$$q_v = f_c + 5 \cdot q_h \quad (2.3)$$

### 2.1.2. CONCRETO CONFINADO EM ELEMENTOS FLETIDOS

O concreto confinado em elementos fletidos é usado quando as condições construtivas limitam as dimensões da seção transversal a valores tão pequenos que tornem impraticável ou antieconômico a utilização do concreto não confinado, ou quando soluções em concreto protendido e estruturas metálicas não podem ser utilizadas. O confinamento também é utilizado em elementos estruturais visando melhorar a ductilidade e suportar ações sísmicas ou cíclicas. Em regiões onde o sismo é um efeito não descartado, é de fundamental importância garantir a ductilidade da estrutura, utilizando para isso o confinamento. O concreto confinado é utilizado principalmente em projetos de pilares, mas há casos em que se utilizou o confinamento em elementos de outro tipo, como vigas e blocos sobre estacas. Exemplos desta aplicação são os arcos da ponte sobre o Rio Sena na cidade de *La Roche Guyon* apud LANGENDONCK (1959).

### 2.1.3. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Seja um cilindro de concreto, com seção transversal de diâmetro  $d'=2r$ , envolvido por um tudo de aço de espessura  $t$  (Figura 2.2). Quando comprimido

---

<sup>2</sup> LUCIEN J. VANDEPERRE, "Essais sur piliers en vetón frette", La Technique des travaux, III-IV/1936, pg 15.1 e 199.

longitudinalmente por uma pressão  $q_v$ , se não houvesse o tudo de aço, o raio do cilindro aumentaria, sendo este aumento dado pela equação 2.4.

$$\Delta_{ry} = \frac{\nu \cdot q_v}{E_c} \quad (2.4)$$

Existindo o tubo de aço, estabelece-se então um estado triplo de tensões, o qual tende a elevar a pressão  $q_v$ , muito além da resistência à compressão do concreto,  $f_c$ .

Das equações clássicas da teoria da elasticidade é possível encontrar a deformação transversal do cilindro de concreto envolvido pelo tudo de aço de parede fina, bem como equacionar o valor da pressão  $q_h$ .

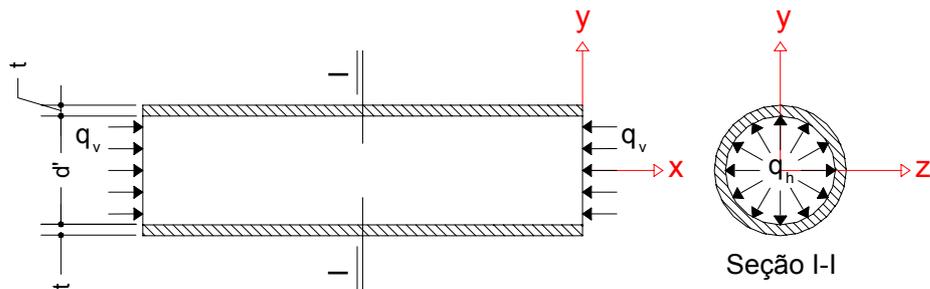


Figura 2.2 – Referencial cartesiano (x, y e z).

- Deformação longitudinal (direção x):

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E_c} \cdot (q_v - 2 \cdot \nu \cdot q_h) \quad (2.5)$$

- Deformação transversal (direção y):

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E_c} \cdot [q_h - \nu \cdot (q_v + q_h)] \quad (2.6)$$

onde:

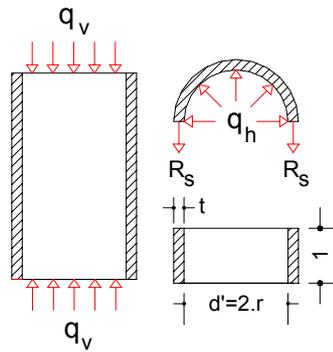
- $E_c$  é o módulo de elasticidade longitudinal do concreto;
- $\nu$  é o coeficiente de Poisson do concreto.

Por outro lado, o esforço de tração no tubo de aço, por unidade de comprimento, é igual a “ $q \cdot r$ ” (Figura 2.3), o que dá lugar a um alongamento de:

$$\Delta \ell_s = \frac{q_h \cdot r}{t \cdot E_s} \quad (2.7)$$

onde:

- $E_s$  é o módulo de elasticidade longitudinal do aço.



**Figura 2.3 – Detalhes do tubo de aço de parede fina e do cilindro de concreto.**

Esse alongamento do tubo de aço de parede fina deve ser igual ao alongamento do diâmetro do cilindro de concreto. A área da seção transversal do tubo de parede fina é igual a:

$$S_t = \pi \cdot d' \cdot t + \pi \cdot t^2 \quad (2.8)$$

Como a espessura  $t$  é muito pequena em relação à espessura do cilindro, é possível desprezar a parcela de grau dois da equação 2.8; desta maneira, tem-se:

$$S_t = \pi \cdot d' \cdot t \quad (2.9)$$

A área da seção transversal do cilindro de concreto é igual a:

$$S_c = \pi \cdot r^2 \quad (2.10)$$

Como a deformação do cilindro de concreto na direção do eixo  $y$  é a mesma deformação do tubo de aço de parede fina por unidade de comprimento, é possível igualar a equação 2.4 com a equação 2.7 e multiplicando os dois membros da igualdade por  $\pi \cdot r$ , tem-se:

$$q_h = q_v \cdot \nu \cdot \alpha_e \cdot \frac{2 \cdot t}{r} \quad (2.11)$$

É possível observar a variação no módulo de elasticidade longitudinal aparente do concreto que apresenta aumento de  $E_c$  para  $E'_c$ .

$$E'_c = \frac{E_c}{\left(1 - 4 \cdot \nu^2 \cdot \frac{t}{r} \cdot \alpha_e\right)} \quad (2.12)$$

onde:

- $E'_c$  é o módulo de elasticidade longitudinal aparente do concreto;
- $\nu$  é o coeficiente de Poisson;
- $t$  é a espessura do tubo de parede fina;
- $r$  é o raio do cilindro de concreto;
- $\alpha_e$  é a relação entre os módulos longitudinais de deformação do aço e concreto ( $\alpha_e = E_s/E_c$ ).

A expressão 2.12 é válida no regime da Lei de Hooke, a qual deixa de ser válida quando se aproxima a resistência de ruptura. Mas a ruptura do concreto só ocorre quando o aço atingir a resistência ao escoamento  $f_y$ . Sendo a tensão no tudo de aço de parede fina dada pela equação  $\sigma_s = \frac{q_h \cdot r_m}{t}$ , onde  $r_m$  é o raio médio entre o cilindro de concreto e o tudo de aço, com seu valor igual a:  $r_m = r + \frac{t}{2}$ . Cortando o tubo de aço de altura unitária, separando-o em duas metades (Figura 2.3) e fazendo o equilíbrio das forças atuantes nesta metade do tubo tem-se:

$$2 \cdot R_s = q_h \cdot r_m \cdot 1 \quad (2.13)$$

Fazendo  $r_m$  igual a  $r$ , pois a espessura  $t$  é muito pequena em relação ao raio do cilindro de concreto, e multiplicando o segundo membro da equação anterior por  $\frac{2 \cdot \pi \cdot r}{2 \cdot \pi \cdot r}$ , tem-se:

$$\sigma_s = 2 \cdot q_h \cdot \frac{S_c}{S_t} \quad (2.14)$$

onde:

- $\sigma_s$  é a tensão de tração atuante na parede do tubo de aço de altura unitária.

Ensaio realizado por diversos autores mostraram que a ruptura do concreto somente ocorrerá quando o aço atingir a resistência de escoamento ( $f_y$ ); portanto a pressão  $q_h$  fica:

$$q_h = \frac{f_y \cdot S_t}{2 \cdot S_c} \quad (2.15)$$

Substituindo a equação 2.15 na equação 2.3, é possível determinar o aumento da resistência do concreto em função do confinamento, resultando:

$$q_v = f_c + 2,5 \cdot f_y \cdot \frac{S_t}{S_c} \quad (2.16)$$

#### 2.1.4. EXTENSÃO DAS FÓRMULAS AO CONFINAMENTO

Sendo pouco prática a execução de concreto envolvido por um tubo inteiriço de aço, substitui-se este por um confinamento formado por barras em forma contínua (helicoidal), ou anéis pouco espaçados (estribos). As deduções do item anterior são válidas com algumas adaptações (Figura 2.4), onde:

- $\phi_t$  é o diâmetro da barra que constitui a armadura transversal (estribo);
- $A_{sw}$  é a área da seção transversal da barra que constitui a armadura transversal.

Equilibrando as forças atuantes na seção transversal do elemento, como pode ser observado na Figura 2.4, tem-se:

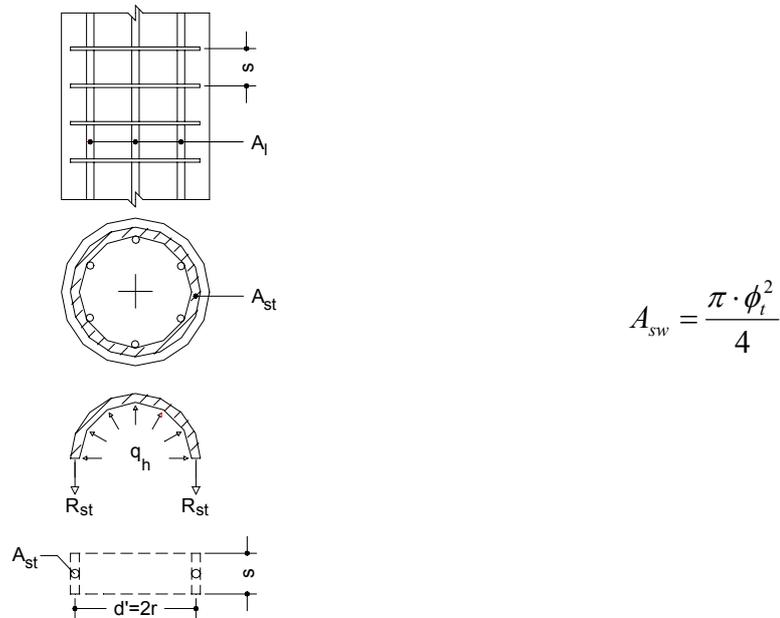
$$2 \cdot R_{st} = q_h \cdot d' \cdot s \quad (2.17)$$

Sendo a força  $R_{st}$  igual ao produto da área de aço da armadura transversal pela tensão no aço ( $\sigma_s$ ), tem-se:

$$q_h = 2 \cdot \frac{A_{sw} \cdot \sigma_s}{d' \cdot s} \quad (2.18)$$

onde:

- $s$  é o espaçamento de eixo a eixo entre as barras de aço da armadura transversal;
- $\sigma_s$  é a tensão atuante na armadura transversal;
- $d'$  é o diâmetro médio (Figura 2.4).



**Figura 2.4 – Pilar confinado por meio de estribos circulares, SANTOS (1981).**

Não se tem agora uma área de cintamento como no item anterior, mas pode-se definir uma área fictícia de confinamento ( $A_{conf}$ ), dada pelo volume de aço da armadura transversal por unidade de comprimento do elemento, resultando:

$$A_{conf} = \frac{\pi \cdot d' \cdot A_{sw}}{s} \quad (2.19)$$

A pressão  $q_h$  pode ser escrita da seguinte maneira:

$$q_h = \frac{A_{sw} \cdot \sigma_s}{r \cdot s} = \frac{\pi \cdot \phi_t^2}{4} \cdot \frac{\sigma_s}{r \cdot s} \cdot \frac{\pi \cdot r}{\pi \cdot r} = \frac{A_{conf} \cdot \sigma_s}{2 \cdot S_c} = \frac{\sigma_s}{2} \cdot \frac{A_{conf}}{S_c} \quad (2.20)$$

Como a ruptura do concreto só ocorrerá quanto à resistência ao escoamento da armadura transversal for atingida, a pressão  $q_v$  pode ser escrita como:

$$q_v = f_c + 2,5 \cdot f_{yw} \cdot \frac{A_{conf}}{S_c} \quad (2.21)$$

onde:

- $A_{conf}$  é a área fictícia de confinamento, por unidade de comprimento;
- $f_c$  é a resistência à compressão do concreto;
- $f_{yw}$  é a resistência ao escoamento da armadura transversal;
- $q_h$  é a tensão aplicada no elemento confinado;
- $S_c$  é a área útil da seção transversal do elemento confinado, calculado descontando o cobrimento da armadura.

A equação 2.21 pode ser utilizada para dimensionamento de elementos comprimidos confinados, desde que não exista excentricidade. Existindo excentricidade, pode-se utilizar a equação 2.22.

$$q_v = f_c + 2,5 \cdot f_{yw} \cdot \frac{A_{conf}}{S_c} \cdot \left(1 - 8 \cdot \frac{e}{d'}\right) \quad (2.22)$$

sendo:

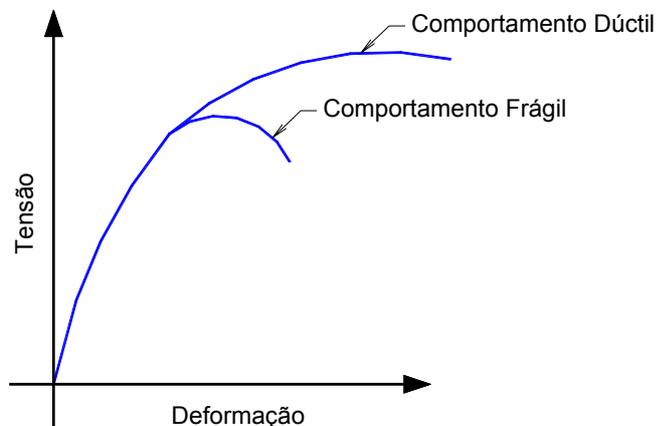
- $e$  é a excentricidade do carregamento, já incluída a excentricidade acidental.

## 2.2. EFEITO DO CONFINAMENTO EM ELEMENTOS ESTRUTURAIS DE CONCRETO ARMADO

As estruturas de concreto armado podem ter comportamento dúctil e ganhar resistência quando confinadas. Este confinamento normalmente é feito por meio de estribos circulares, quadrados e retangulares ou por meio de armadura

transversal contínua (helicoidal). Em projetos onde os carregamentos são cíclicos ou em regiões onde existe a possibilidade de sismos, é de fundamental importância garantir a ductilidade da estrutura.

Em elementos estruturais onde atuam baixas tensões, o confinamento não é significativo, pois a armadura transversal não é solicitada. O confinamento passa ser importante em elementos estruturais altamente carregados, onde este carregamento inicia um processo de fissuração provocado por deformações transversais normais ao carregamento. As deformações transversais do elemento são impedidas pela armadura transversal; desta maneira, o elemento estrutural aumenta sua capacidade de carga e ganha ductilidade. Na Figura 2.5, são apresentados os possíveis comportamentos de um elemento estrutural de concreto armado. O comportamento frágil normalmente existe em elementos estruturais projetados do domínio 4 de deformações segundo o Projeto de Revisão de Norma NBR 6118:2001. O comportamento dúctil pode ser atingido de três maneiras, dimensionando os elementos nos domínios 2 e 3 de deformações, por meio de armadura de confinamento ou por adição de fibras metálicas na matriz de concreto.

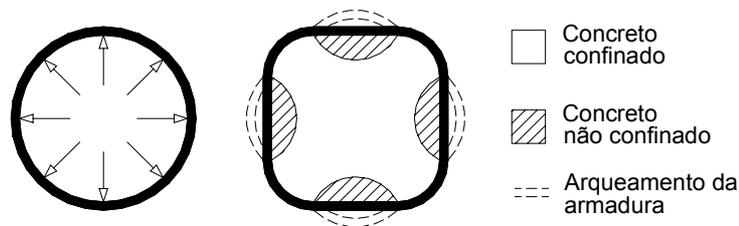


**Figura 2.5 – Comportamento de elementos estruturais de concreto armado, PARK & PAULAY (1974).**

### **2.2.1. EFICIÊNCIA DA ARMADURA DE CONFINAMENTO**

O confinamento em elementos de concreto armado é basicamente executado por meio de estribos com geometria circular, quadrada e retangular, ou por meio de uma armadura transversal contínua, chamada de armadura helicoidal,

podendo ter projeção circular, quadrada e retangular. Diversos pesquisadores analisaram a eficiência do confinamento executado por esses estribos e pela armadura helicoidal. Testes demonstraram que os estribos de geometria circular como também a armadura helicoidal de projeção circular são mais eficientes que os estribos de geometria quadrada e retangular. Isso se dá pelo fato que, nos estribos de geometria circular, as tensões atuantes na armadura transversal são constantes em todo o perímetro, ao contrário dos estribos de geometria quadrada e retangular, onde existe confinamento efetivo apenas nos cantos dos estribos e no interior do núcleo de confinamento. A Figura 2.6 esclarece por que deve ser considerado diferentemente o confinamento executado por meio de estribos circulares, quadrados e retangulares.



**Figura 2.6 – Diferença entre o confinamento executado por meio de estribos circulares, quadrados ou retangulares, PARK & PAULAY (1974).**

### 2.3. MODELOS TEÓRICOS DE CONFINAMENTO

Existem vários modelos para simular o efeito do confinamento em estruturas de concreto armado. Esses modelos geralmente têm sua aplicação voltada para o confinamento de pilares, pois estes são elementos de fundamental importância para a estrutura. Alguns desses modelos são citados a seguir: KENT & PARK (1971), PARK & PAULAY (1974), SHEIK & UZUMERI (1982), SAATACIOGLU & RAZVI (1992) e CUSSON & PAULTRE (1995).

### 2.3.1. KENT & PARK

Este modelo foi desenvolvido para ser utilizado em elementos estruturais comprimidos, sendo o confinamento executado por meio de estribos de seção geométrica quadrada. Esse modelo tem como objetivo aumentar a ductilidade do elemento estrutural e não aumentar sua capacidade resistente. O modelo propõe uma curva tensão vs. deformação que representa o comportamento do concreto confinado, como mostrado na Figura 2.7. A curva é dividida em três partes, trecho AB, trecho BC e trecho CD.

- Trecho AB:  $\varepsilon_c \leq 0,002$ .

$$f_{cc} = f_c \cdot \left[ \frac{2 \cdot \varepsilon_c}{0,002} - \left( \frac{\varepsilon_c}{0,002} \right)^2 \right] \quad (2.23)$$

sendo:

- $f_c$  a resistência à compressão do concreto não confinado;
- $f_{cc}$  a resistência à compressão aparente do concreto confinado;
- $\varepsilon_c$  a deformação do concreto não confinado.

A parte ascendente da curva é representada por uma parábola do segundo grau e é assumido que a armadura de confinamento não afeta este trecho da curva. Também é desprezado o aumento da capacidade resistente do elemento estrutural provocado pelo confinamento, por este ser muito pequeno.

- Trecho BC:  $0,002 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{20c}$ .

$$f_{cc} = f_c \cdot [1 - Z \cdot (\varepsilon_c - 0,002)] \quad (2.24)$$

sendo:

$$Z = \frac{0,5}{\varepsilon_{50u} + \varepsilon_{50h} - 0,002} \quad (2.24a)$$

$$- \epsilon_{50u} = \frac{3 + 0,2903 \cdot f_c}{\frac{f_c}{0,00689} - 1000} \quad (2.24b)$$

$$- \epsilon_{50h} = \frac{3}{4} \cdot \rho_s \cdot \sqrt{\frac{b''}{s}} \quad (2.24c)$$

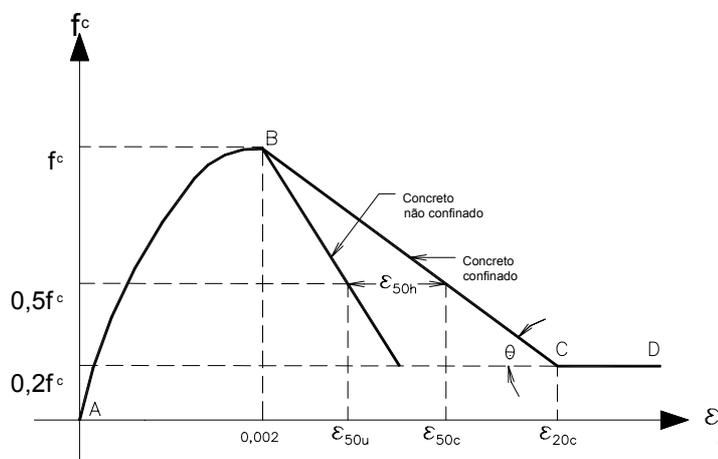
Onde:  $\rho_s$  é a taxa volumétrica de armadura transversal no volume de concreto do núcleo de confinamento,  $b''$  é a largura do núcleo de confinamento,  $s$  o espaçamento de eixo a eixo entre os estribos,  $Z$  é o parâmetro que define a inclinação do trecho descendente da curva,  $\epsilon_{50u}$  é a deformação do concreto não confinado referente a cinquenta por cento da máxima tensão,  $\epsilon_{50h}$  é a diferença entre a deformação referente a cinquenta por cento do concreto confinado ( $\epsilon_{50c}$ ) e  $\epsilon_{50u}$ .

O trecho descendente da curva é assumido linear e a inclinação é definida a partir da deformação equivalente à tensão  $0,5f_c$ . A equação 2.24c fornece o acréscimo de ductilidade do elemento estrutural projetado por meio de estribos quadrados ou retangulares.

□ Trecho CD:  $\epsilon_c \geq \epsilon_{c20}$ .

$$f_{cc} = 0,2 \cdot f_c \quad (2.25)$$

Esse trecho é considerando constante, após o elemento estrutural ter atingido a deformação referente a vinte por cento da máxima tensão.



- $Z$ , parâmetro que define a inclinação do ramo descendente da curva (trecho BC);
- $f_c$ , resistência à compressão do concreto;
- $\epsilon_{50u}$ , deformação em  $0,5f_c$  do concreto não confinado;
- $\epsilon_{50c}$ , deformação em  $0,5f_c$  do concreto confinado;
- $\epsilon_{20c}$ , deformação em  $0,2f_c$  do concreto confinado.

Figura 2.7 – Curva tensão vs. deformação, KENT & PARK (1971).

As equações 2.23 a 2.25, foram obtidas considerando resultados de modelos experimentais com as seguintes características:

- $s/b$  variando de 0,35 a 2,0;
- $\rho_s$  variando de 0,35% a 2,4%;
- $f_c$  variando de 20,7MPa a 27,6MPa.

### 2.3.2. PARK & PAULAY

PARK & PAULAY (1974), também desenvolveram um modelo teórico de confinamento por meio de armadura transversal de geometria circular. A Figura 2.8 mostra as tensões atuantes nos estribos circulares destinados ao confinamento de um elemento estrutural. Fazendo o equilíbrio das forças neste estribo, tem-se:

$$f_l = \frac{2 \cdot f_{yw} \cdot A_{sw}}{d' \cdot s} \quad (2.26)$$

Estando um corpo-de-prova cilíndrico sob estado triaxial de tensões, sua resistência uniaxial aumenta pelo acréscimo de tensão (Equação 2.27) que, segundo RICHARD et al.<sup>3</sup>, apud PARK & PAULAY (1974) é:

$$f_{cc} = f_c + 4,1 \cdot f_l \quad (2.27)$$

Substituindo equação 2.26 na equação 2.27, a resistência uniaxial do concreto em elementos estruturais de concreto armado confinados com estribos circulares vale:

$$f_{cc} = f_c + 8,2 \cdot \frac{f_{yw} \cdot A_{sw}}{d' \cdot s} \quad (2.28)$$

---

<sup>3</sup> Richart, F. E., Brandtzaeg, A. Brown, R. L.. " a Study of the Failure of Concrete Under Combined Compressive Stresses". University of Illinois Engineering Experimental Station, Bulletin nº. 185, pg. 104, 1928.

onde:

- $f_{cc}$  é a resistência à compressão do concreto confinado;
- $f_c$  é a resistência à compressão do concreto não confinado;
- $f_l$  é a tensão lateral de confinamento;
- $f_{yw}$  é a resistência ao escoamento da armadura transversal;
- $d'$  é o diâmetro do núcleo de confinamento;
- $s$  é o espaçamento de eixo a eixo entre os estribos.

Observa-se que existe diferença entre o modelo proposto por RICHARD et al. (equação 2.27) e o modelo proposto por BAES & VANDEPERRE (equação 2.3), sendo o modelo proposto por RICHARD et al. mais conservador. A diferença entre os dois modelos é de 18%.

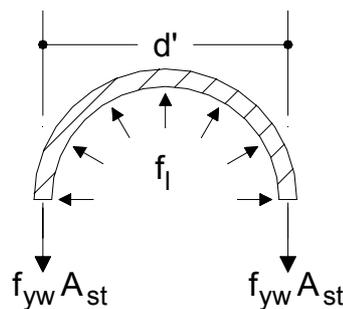


Figura 2.8 – Tensão lateral atuante em um estribo circular, PARK & PAULAY (1974).

### 2.3.3. SHEIK & UZUMERI

Este modelo foi desenvolvido a partir de resultados experimentais tendo como objetivo representar o comportamento do confinamento em elementos estruturais comprimidos de concreto armado, podendo esse modelo ser aplicado apenas em seções transversais quadradas ou retangulares. Para representar a relação tensão vs. deformação, os autores propõem uma curva (Figura 2.9), sendo essa dividida em quatro partes, trecho A0, trecho AB, trecho BC e trecho CD. O trecho A0 é assumido como sendo uma parábola do segundo, onde o ponto A é limitado para máxima tensão do concreto confinado,  $f_{cc}$  ( $k_s f_{cp}$ ) e a deformação  $\epsilon_{s1}$ , sendo  $k_s$ , o fator de aumento da resistência do concreto não confinado,  $f_{cp}$ , a

resistência à compressão do concreto do modelo e  $\varepsilon_{s1}$  é a mínima deformação do concreto confinado, referente à máxima tensão do concreto confinado.

Os trechos AB e BC são lineares, sendo o trecho AB delimitado pelas deformações  $\varepsilon_{s1}$  e  $\varepsilon_{s2}$ , onde,  $\varepsilon_{s2}$ , é a máxima deformação do concreto confinado, referente à tensão  $f_{cc}$ . O ponto C é definido para uma tensão de oitenta e cinco por cento de  $f_{cc}$  ( $0,85f_{cc}$ ), com a deformação deste ponto sendo igual a  $\varepsilon_{s85}$ .

O trecho CD, também é admitido linear e tem a mesma inclinação da reta BC, sendo que o ponto D é limitado para uma tensão de  $0,3f_{cc}$ . Após o ponto D, é considerado que o comportamento do elemento estrutural de concreto armado é constante configurando um trecho horizontal.

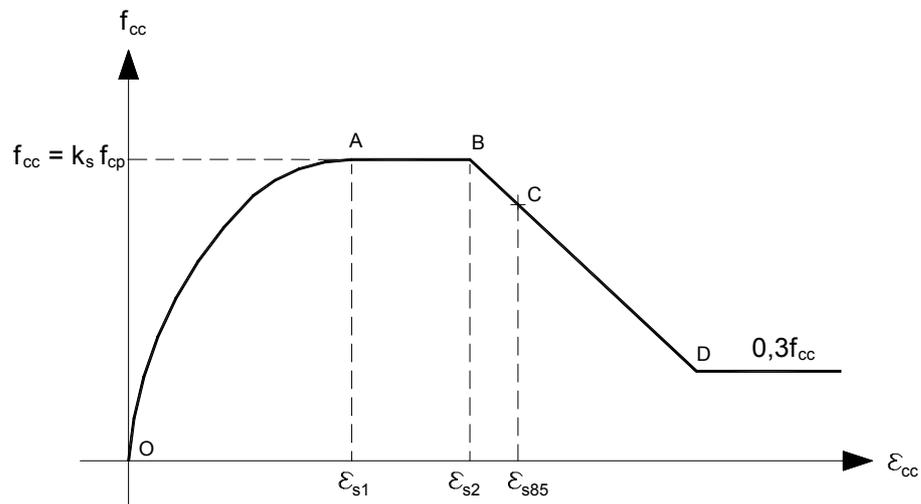
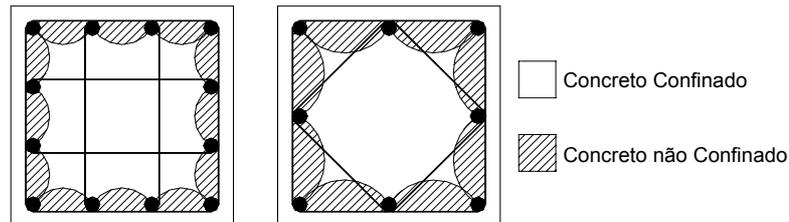


Figura 2.9 – Curva tensão vs. deformação, SHEIK & UZUMERI (1982).

Nos modelos confinados por armadura retilínea, verificou-se que a pressão lateral sobre o núcleo, ocasionada pela solicitação da armadura transversal por conta da expansão lateral do concreto sob compressão axial, não é uniformemente distribuída. Deste modo, sob altas deformações, quando o cobrimento de concreto das armaduras destacou-se do núcleo, observou-se que uma parte do núcleo foi pouco efetiva na resistência à força de compressão aplicada. Esta constatação fez surgir o termo “área de concreto efetivamente confinado”. A determinação da área de concreto efetivamente confinado depende de fatores como o espaçamento e a configuração da armadura transversal, bem como, a distribuição das barras da armadura longitudinal na periferia do núcleo. Nos casos práticos, esta área é menor do que a área do núcleo de confinamento.

Ao nível dos estribos, a configuração da armadura transversal e a distância entre as barras da armadura longitudinal determinam a superfície de concreto não confinado. Isto pode ser visto na Figura 2.10, onde as regiões hachuradas representam as áreas de concreto não confinadas dentro do núcleo de confinamento.



**Figura 2.10 – Área de concreto não confinado ao nível dos estribos, SHEIK & UZUMERI (1982).**

A área de concreto não confinado, ao nível dos estribos, pode ser estimada conforme mostrado na Figura 2.11a; assim é assumido que a separação entre o concreto confinado e o não confinado é feita por meio de uma série de arcos entre as barras longitudinais. Esses arcos, por sua vez, podem estar localizados entre um triângulo e uma parábola do segundo grau, com o ângulo  $\theta$  entre a reta tangente à curva e a reta horizontal. Desta maneira, em se tratando de uma parábola, tem-se a área sob a curva igual a  $\frac{c^2}{6} \cdot \cot \theta$  e, para o caso de um triângulo, tem-se  $\frac{c^2}{4} \cdot \cot \theta$ , sendo  $c$  a distância entre as barras da armadura longitudinal. Devido à incerteza da forma exata do arco, assumiu-se que a área de concreto não confinado, entre as barras que constituem a armadura longitudinal, pode ser calculada pela equação  $\frac{c^2}{\alpha}$ , onde  $\alpha$  é uma constante, sendo seu valor igual a 5,5 para seções quadradas. Desta maneira, a área efetivamente confinada ao nível dos estribos é calculada pela equação 2.29.

$$A_{c0} = \sum_{i=1}^n \frac{c_i^2}{\alpha} \quad (2.29)$$

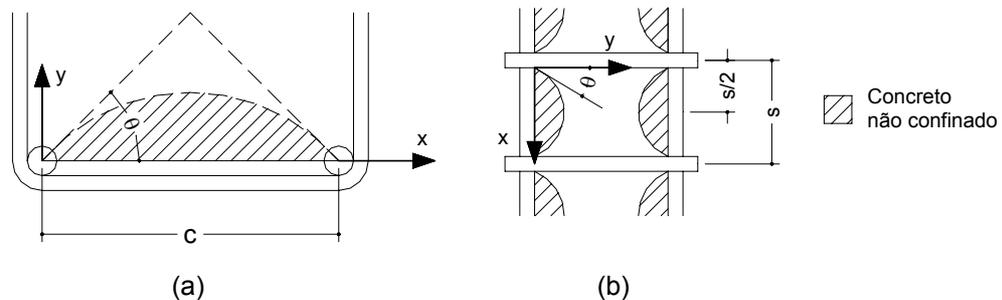
onde:

- $A_{c0}$  é a área da seção transversal delimitada pelos eixos dos estribos;
- $n$  é o número de arcos, calculado com o auxílio da Figura 2.10.

Se for definido um fator  $\lambda$  que relaciona a área de concreto efetivamente confinado com a área do núcleo, ambas ao nível dos estribos, então:

$$\lambda = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n \frac{c_i^2}{\alpha}}{\alpha \cdot A_{c0}} \quad (2.30)$$

Na direção longitudinal, quanto mais espaçados forem os estribos tem-se uma redução na área de concreto efetivamente confinado, como pode ser observado na Figura 2.11b. Neste caso, a forma exata da curva entre o concreto confinado e o não confinado não é relevante, podendo, assim, ser assumida uma parábola do segundo grau. Desta maneira, a capacidade resistente do pilar será definida pela menor área de concreto confinado localizada entre os estribos, a qual foi chamada de seção crítica.



**Figura 2.11 – Estimativa da área de concreto não confinado, SHEIK & UZUMERI (1982).**

Para se determinar a seção crítica de concreto localizado entre os estribos, os autores sugerem a seguinte metodologia.

$$A_{c0} = B \cdot H \quad (2.31)$$

onde:

- B e H são as dimensões do núcleo de confinamento.

Desta maneira, a área de concreto efetivamente confinada, ao nível dos estribos, pode ser calculada pela seguinte expressão:

$$A_{c0} \cdot \lambda \quad (2.32)$$

Desprezando-se a redução de  $A_{c0}$ , ao nível dos estribos, a área de concreto efetivamente confinado, entre os estribos, pode ser calculada da seguinte forma:

$$(B - 2 \cdot y_m) \cdot (H - 2 \cdot y_m) \quad (2.33)$$

onde:

- $y_m$  é o máximo valor de y, entre os estribos (Figura 2.11b).

Finalizando, a seção crítica pode ser estimada por meio da seguinte expressão:

$$A_{ec} = \lambda \cdot (B - 2 \cdot y_m) \cdot (H - 2 \cdot y_m) \quad (2.34)$$

Os autores sugerem para  $y_m$  o seguinte valor:  $0,25 \cdot s \cdot \tan \theta$ . Desta maneira, além de se substituir o valor de  $y_m$ , pode-se relacionar a área de concreto efetivamente confinado, na seção crítica, com a área do núcleo, por meio da seguinte equação:

$$A_{ec} = \lambda \cdot (B - 0,5 \cdot s \cdot \tan \theta) \cdot (H - 2 \cdot 0,5 \cdot s \cdot \tan \theta) = \lambda^* \cdot A_{c0} \quad (2.35)$$

sendo

- $\lambda^*$  a relação entre a área de concreto efetivamente confinado na seção crítica ( $A_{ec}$ ) e na área do núcleo ( $A_{c0}$ ).

Após os estudos de vários pesquisadores, verificou-se que o acréscimo de resistência no concreto confinado por armadura transversal retilínea é proporcional à seguinte expressão:

$$\beta \cdot (\rho_s \cdot f_{yw})^\gamma \quad (2.36)$$

sendo:

- $\beta$ , valor constante;
- $\rho_s$  é a relação entre o volume total da armadura transversal e o volume do núcleo, também chamada de taxa volumétrica de armadura transversal;
- $f_{yw}$  é a tensão na armadura transversal;
- $\gamma$ , é uma constante com valor menor que 1,0.

Desta maneira, o ganho de resistência no concreto confinado expresso em força pode ser calculado pela seguinte equação:

$$P_{add} = A_{ec} \cdot \beta \cdot (\rho_s \cdot f_{yw})^\gamma \quad (2.37)$$

Com isso, o fator  $k_s$  pode ser determinado.

$$K_s = 1,0 + \frac{P_{add}}{P_{0cc}} = 1,0 + \frac{A_{ec}}{P_{0cc}} \cdot \beta \cdot (\rho_s \cdot f_{yw})^\gamma \quad (2.38)$$

Para seções transversais com distribuição uniforme das armaduras longitudinais, o fator de ganho de resistência  $k_s$  pode ser determinado utilizando-se a expressão seguinte:

$$K_s = 1,0 + \frac{1}{P_{occ}} \cdot \left( 1 - \frac{\sum_{i=1}^n C_i^2}{\alpha \cdot A_{co}} \right) \cdot \left( 1 - \frac{0,5 \cdot s}{B} \cdot \tan \theta \right)^2 \cdot B^2 \cdot \beta \cdot (\rho_s \cdot f_s')^\gamma \quad (2.39)$$

onde:

- B e H, são as dimensões do núcleo de confinamento;
- $P_{0cc} = 0,85 \cdot f_c \cdot (A_{c0} - A_{sl})$ ;
- $A_{sl}$ , área de aço das armaduras longitudinais;
- $f_c$ , resistência à compressão do concreto;
- n, é o número de arcos existentes na seção transversal do elemento estrutural (Figura 2.10);
- c, é a distância de centro a centro das barras longitudinais (Figura 2.11a);
- $\theta$ , ângulo formado pela reta tangente à curva e a reta horizontal (Figura 2.11a e 2.11b);
- s, espaçamento de eixo a eixo dos estribos;
- $\alpha$ , valor constante;
- $\beta$ , valor constante;
- $\gamma$ , valor constante;
- $\rho_s$ , taxa volumétrica da armadura transversal.

Os valores de  $\alpha$ ,  $\theta$ ,  $\gamma$  e  $\beta$ , iguais a 5,5; 45°; 0,5 e 2,73, respectivamente, são obtidos por meio de regressão de valores experimentais.

Determinado o parâmetro  $k_s$  é possível definir as deformações  $\varepsilon_{s1}$ ,  $\varepsilon_{s2}$  e  $\varepsilon_{00}$ .

$$\varepsilon_{s1} = 80 \cdot k_s \cdot f_c \cdot 10^{-6} \quad (2.41)$$

$$\frac{\varepsilon_{s2}}{\varepsilon_{00}} = 1 + \frac{248}{c} \cdot \left[ 1 - 5,0 \cdot \left( \frac{s}{B} \right)^2 \right] \cdot \frac{\rho_s \cdot f_{yw}}{\sqrt{f_c}} \quad (2.42)$$

$$\varepsilon_{s85} = 0,225 \cdot \rho_s \cdot \sqrt{\frac{B}{s}} + \varepsilon_{s2} \quad (2.43)$$

onde:

- $\varepsilon_{00}$  a máxima deformação do concreto não confinado, podendo ser adotado o valor de 2,2‰.

### 2.3.4. SAATCIOGLU & RAZVI

SAATCIOGLU & RAZVI (1992) desenvolveram um modelo analítico para representar o comportamento de elementos confinados de concreto armado, podendo ser aplicado em seções transversais circulares, quadradas e retangulares. Os autores também propõem uma curva que representa a relação tensão vs. deformação de elementos estruturais confinados, como pode ser visto na Figura 2.12. A resistência do concreto confinado é expressa em função da resistência uniaxial do concreto, como demonstrado na equação 2.43.

$$f_{cc} = f_c + k_1 \cdot f_{le} \quad (2.43)$$

O coeficiente  $k_1$  foi obtido por meio de regressão de valores experimentais e varia com a pressão lateral atuante nas faces do elemento estrutural, podendo ser determinado com o auxílio da equação 2.44.

$$k_1 = 6,7 \cdot (f_{le})^{-0,17} \quad (2.44)$$

onde:

- $f_{le}$  é a pressão lateral de confinamento efetiva, expressa em MPa;

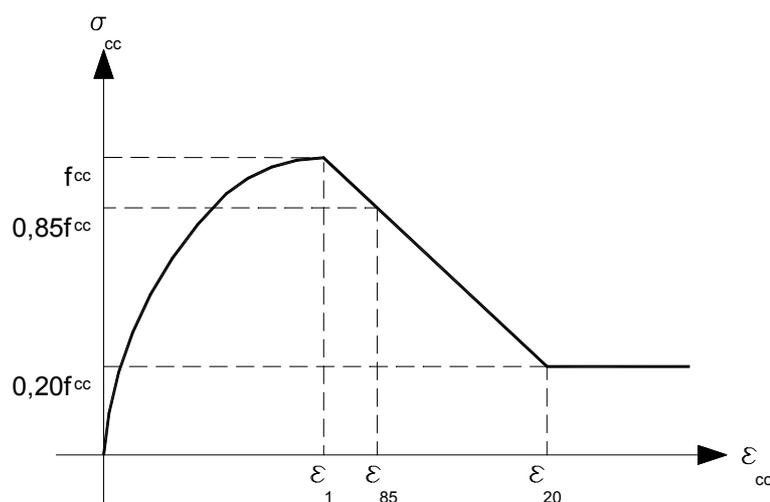


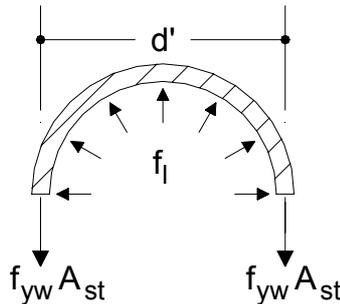
Figura 2.12 – Relação tensão vs. deformação proposta por RAZVI & SAATCIOGLU (1992).

Para seções circulares, a pressão lateral de confinamento é uniforme, sendo seu equacionamento baseado no equilíbrio das forças internas da seção transversal, portanto tem-se:

$$f_{le} = f_l = \frac{2 \cdot A_{sw} \cdot f_{yw}}{d' \cdot s} \quad (2.45)$$

onde:

- $f_l$ , pressão lateral de confinamento;
- $A_{sw}$ , área da seção transversal da barra de aço que constitui o estribo;
- $d'$ , diâmetro do estribo, medido no centro de gravidade da seção transversal da barra de aço (Figura 2.13);
- $f_{yw}$ , resistência ao escoamento do aço da armadura transversal;
- $s$ , espaçamento de eixo a eixo dos estribos.



**Figura 2.13 – Tensões atuantes numa seção transversal circular, RAZVI & SAATACIOGLU (1992).**

Para seções quadradas, a tensão  $f_{le}$ , é calculada da seguinte forma:

$$f_{le} = k_2 \cdot f_l \quad (2.46)$$

$$f_l = \frac{\sum A_{sw} \cdot f_{yw}}{s \cdot b_c} \quad (2.47)$$

$$k_2 = 0,26 \cdot \sqrt{\left(\frac{b_c}{s}\right) \cdot \left(\frac{b_c}{s_l}\right) \cdot \left(\frac{b_c}{f_l}\right)} \quad (2.48)$$

onde:

- $b_c$ , distância de centro a centro da armadura transversal;
- $s_l$ , distância entre as armaduras longitudinais;
- $s$ , espaçamento de eixo a eixo dos estribos.

Para seções retangulares, a tensão  $f_{le}$  é obtida utilizando a seguinte expressão:

$$f_{le} = \frac{f_{lecx} \cdot b_{cx} + f_{lecy} \cdot b_{cy}}{b_{cx} + b_{cy}} \quad (2.49)$$

onde:

- $b_{cx}$ , distância de centro a centro da armadura transversal na direção x (Figura 2.14);
- $b_{cy}$ , distância de centro a centro da armadura transversal na direção y (Figura 2.14);
- $f_{lecx}$ , tensão lateral na direção x (Figura 2.14);
- $f_{lecy}$ , tensão lateral na direção y (Figura 2.14).

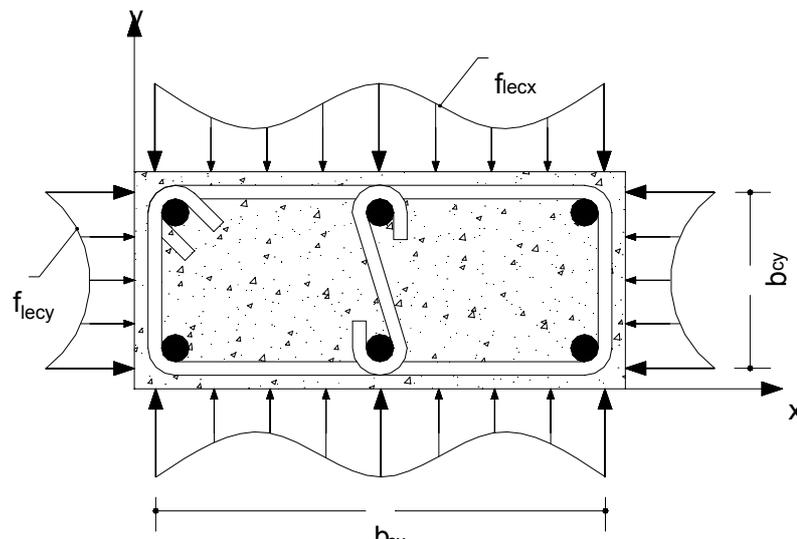


Figura 2.14 – Distribuições de tensões numa seção transversal retangular, SAATACIOGLU & RAZVI (1992).

A deformação relativa à tensão  $f_{cc}$ ,  $\varepsilon_1$ , é obtida utilizando a expressão seguinte:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_c \cdot (1 + 5 \cdot k) \quad (2.50)$$

onde:

- $\varepsilon_c$  é a deformação específica do concreto não confinado, na ausência de valor experimental, pode-se usar 0,002.
- $k = \frac{k_1 \cdot f_{le}}{f_c}$ .

A deformação correspondente a oitenta e cinco por cento da tensão  $f_{cc}$ ,  $\varepsilon_{85}$ , é determinada da seguinte forma:

$$\varepsilon_{85} = 260 \cdot \rho \cdot \varepsilon_1 + \varepsilon_{c85} \quad (2.51)$$

sendo:

- $\varepsilon_{c85}$ , a deformação pós-pico equivalente a oitenta e cinco por cento da máxima tensão do concreto não confinado, podendo seu valor ser igual a 0,0038 na ausência de valor experimental;
- $\rho_{sw,conf} = \frac{\sum A_{sw}}{s \cdot (b_{cx} + b_{cy})}$ , para seções quadradas ou retangulares;
- $\rho_{sw,conf} = \frac{\sum A_{sw}}{s \cdot d'}$ , para seções circulares.

### 2.3.5. CUSSON & PAULTRE

Este modelo elaborado por CUSSON & PAULTRE (1995) com base em valores experimentais é aplicado em pilares de concreto de alta resistência. Todos os modelos utilizados para a elaboração do modelo possuíam seção transversal quadrada. O ganho de resistência uniaxial para o concreto confinado é dado pela expressão abaixo.

$$\frac{f_{cc}}{f_c} = 1,0 + 2,1 \cdot \left( \frac{f_{le}}{f_c} \right)^{0,7} \quad (2.52)$$

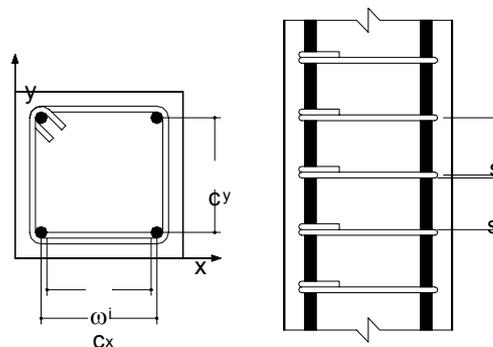
Este modelo consiste em calcular a pressão lateral nominal de confinamento,  $f_l$ , exercida pelos estribos sobre o concreto do núcleo confinado. A pressão  $f_l$  é obtida com o auxílio da seguinte expressão:

$$f_l = \frac{f_{hcc}}{s} \cdot \left( \frac{A_{shx} + A_{shy}}{c_x + c_y} \right) \quad (2.53)$$

onde:

- $f_{hcc}$  é a tensão nos estribos para a máxima resistência do concreto confinado;
- $A_{shx}$  é a área total de aço dos estribos na direção perpendicular a x (Figura 2.15);
- $A_{shy}$  é a área total de aço dos estribos na direção perpendicular a y (Figura 2.15);
- $s$  é o espaçamento de centro a centro entre os estribos (Figura 2.15);
- $c_x$  é a dimensão do núcleo de concreto paralelo ao eixo x (Figura 2.15);
- $c_y$  é a dimensão do núcleo de concreto paralelo ao eixo y (Figura 2.15).

A pressão nominal  $f_l$  é aplicada somente em algumas regiões do núcleo de concreto, devido ao efeito de arqueamento das tensões. Tal arqueamento pode ser descrito por parábolas com tangente inicial inclinada de 45°. Este efeito ocorre no plano da seção ao longo do comprimento do pilar em concreto armado, devido aos estribos e às barras longitudinais.



**Figura 2.15 – Representação das características geométricas do modelo de CUSSON & PAULTRE (1995).**

À pressão nominal  $f_l$  é aplicado o conceito de área de concreto efetivamente confinada, desenvolvido por MANDER et al. (1988) e apresentado sob a forma do coeficiente  $k_e$ :

$$k_e = \frac{\left(1 - \frac{\sum \omega_i^2}{6 \cdot c_x \cdot c_y}\right) \cdot \left(1 - \frac{s'}{2 \cdot c_x}\right) \cdot \left(1 - \frac{s'}{2 \cdot c_y}\right)}{1 - \rho_c} \quad (2.54)$$

sendo:

- $s'$  é o espaçamento livre entre os estribos;
- $\rho_c$  é a taxa da armadura longitudinal em relação ao núcleo de concreto;
- $\omega_i$  é a distância livre entre duas barras longitudinais adjacentes.

A pressão  $f_{le}$  é dada pela expressão abaixo:

$$f_{le} = k_e \cdot f_l \quad (2.55)$$

CUSSON & PAULTRE (1993), fornece uma metodologia para a determinação do grau de confinamento (GC) em pilares de concreto armado de alta resistência. Com a equação 2.56 é possível determinar o grau de confinamento.

$$GC = \frac{f_{le}}{f_c} \quad (2.56)$$

onde:

- $f_c$  é a resistência do concreto não confinado;

CUSSON & PAULTRE (1993) sugerem a seguinte classificação para os graus de confinamento dos pilares em concreto de alta resistência armados com barras de aço longitudinais e transversais. Esta classificação é apresentada na Tabela 2.1.

**Tabela 2.1 – Grau de confinamento segundo CUSSON & PAULTRE (1993).**

CLASSE	GC	CLASSIFICAÇÃO
1	0% < GC < 5%	Baixo grau de confinamento
2	5% < GC < 20%	Médio grau de confinamento
3	GC ≥ 20%	Alto grau de confinamento

Os autores também propuseram uma relação tensão vs. deformação para representar o comportamento de pilares de concreto de alta resistência. A curva é dividida em três partes, como mostrado na Figura 2.16. O trecho OA, que representa o trecho ascendente da curva foi desenvolvido por POPOVICS<sup>4</sup> (1973), apud CUSSON & PAULTRE (1995) e, pode ser escrita da seguinte maneira, com  $\varepsilon_c \leq \varepsilon_{cc}$ .

$$f_c = f_{cc} \cdot \left[ \frac{k \cdot \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cc}}}{k - 1 + \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cc}} \right)^k} \right] \quad (2.57)$$

onde:

- $\varepsilon_c$  é a deformação do concreto não confinado;
- $\varepsilon_{cc}$  é a deformação do concreto confinado referente à tensão  $f_{cc}$ ;
- $f_c$  é resistência à compressão do concreto não confinado;
- $f_{cc}$  é resistência à compressão do concreto confinado.
- $k = \frac{E_c}{E_c - \frac{f_{cc}}{\varepsilon_{cc}}}$ ;
- $E_c$  é o módulo de elasticidade secante do concreto.

O trecho descendente da curva, trecho ABC, foi obtido com as relações descritas por FAFITIS & SHAH (1985), da seguinte maneira, para  $\varepsilon_c \geq \varepsilon_{cc}$ :

$$f_c = f_{cc} \cdot \exp \left[ k_1 \cdot (\varepsilon_c - \varepsilon_{cc})^{k_2} \right] \quad (2.58)$$

com:

$$\square k_1 = \frac{\ln 0,5}{(\varepsilon_{c50c} - \varepsilon_{cc})^{k_2}};$$

---

<sup>4</sup> POPOVICS, S.. "A numerical approach to the model complete stress-strain curve of concrete". Cement and Concrete, nº03, pg. 583-599, 1973.

- $k_2 = 0,58 + 16 \cdot \left( \frac{f_{le}}{f_{c0}} \right)$ ;
- $\varepsilon_{c50c}$ , deformação do concreto confinado, referente à tensão  $0,5f_{cc}$ .

As deformações  $\varepsilon_{cc}$  e  $\varepsilon_{c50c}$  são determinadas utilizando as equações dadas a seguir:

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{c0} + 0,21 \cdot \left( \frac{f_{le}}{f_{c0}} \right)^{1,7} \quad (2.59)$$

$$\varepsilon_{c50c} = \varepsilon_{c50u} + 0,15 \cdot \left( \frac{f_{le}}{f_{c0}} \right)^{1,1} \quad (2.60)$$

sendo:

- $f_{c0}$ , a máxima resistência à compressão no plano do elemento estrutural;
- $\varepsilon_{c50u}$ , a deformação do concreto não confinado, referente à tensão de  $0,5f_c$ , na falta de valor experimental, pode-se utilizar 0,004;
- $f_c$ , a resistência à compressão do concreto.

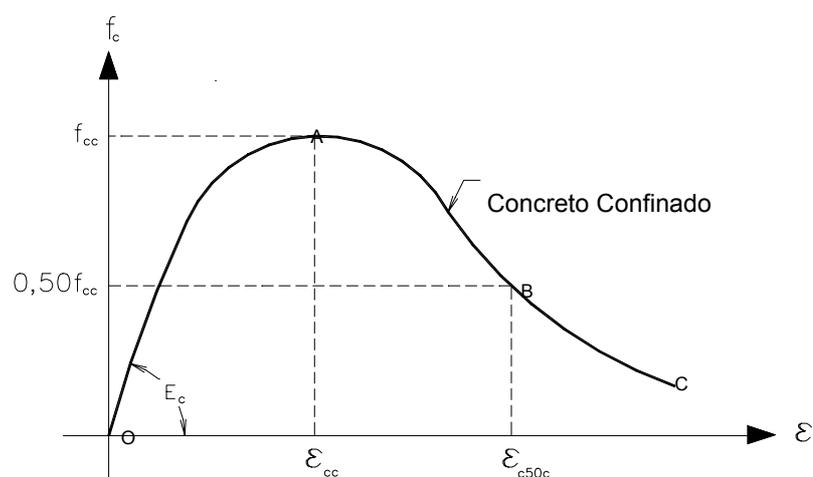


Figura 2.16 – Relação tensão vs. deformação proposta por CUSSON & PAULTRE (1995).

## 2.4. CONFINAMENTO APLICADO ÀS VIGAS DE CONCRETO ARMADO

Nos itens a seguir serão apresentados métodos para dimensionamento de vigas de concreto armado com armadura de confinamento. Estudos realizados por diversos pesquisadores indicam que o confinamento em vigas de concreto armado torna-se interessante principalmente no que se diz respeito à ductilidade do elemento estrutural. A armadura de confinamento é mais adequada às vigas de concreto armado dimensionadas no domínio 4 de deformação, onde em caso de colapso, este se dará de maneira brusca por esmagamento do concreto. A inclusão da armadura de confinamento evita o risco de ruptura frágil, garantindo ductilidade à viga. A Norma Brasileira de Projetos e Execução de Obras de Concreto Armado, a NBR 6118:1978 e o Projeto de Revisão da NBR 6118:2001 permitem a inclusão de uma armadura de compressão na região acima da linha neutra, visando equilibrar os esforços internos atuantes na seção transversal da viga. Vigas detalhadas com armadura de compressão, também são chamadas de vigas com armadura dupla. Esse dimensionamento é feito considerando a deformação específica do concreto ( $\epsilon_c$ ) igual a 3,5‰ e deformação na armadura de tração igual a  $\epsilon_y$  (deformação específica do escoamento do aço), estando, portanto no limite dos domínios 3 e 4, como pode ser visto na Figura 2.17, onde são apresentados diagramas de deformações específicas ao longo da seção transversal, dado pelo Projeto de Revisão da NBR 6118:2001. O detalhamento de vigas de concreto armado com armadura de confinamento não é muito usual, porém, em algumas situações se faz necessário, como por exemplo, em regiões onde o sismo é um fenômeno não descartado e em projetos onde existe atuação de carregamentos cíclicos, é de fundamental importância garantir a ductilidade do elemento estrutural, podendo ser utilizado, para isto, o recurso do confinamento. Também, onde imposições arquitetônicas restringem a altura da viga, implicando em uma viga superarmada, a armadura de confinamento pode ser adicionada, evitando o risco de ruptura brusca.



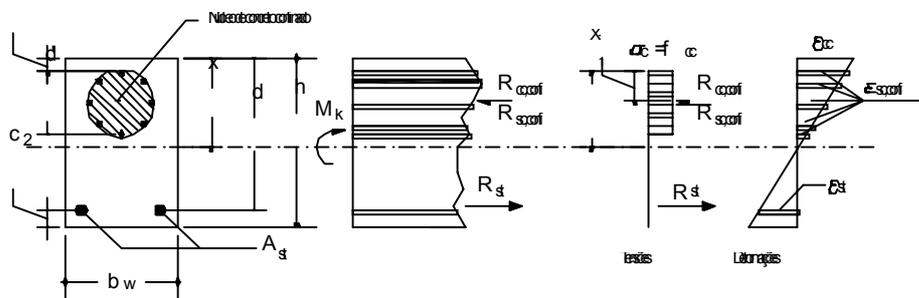
São adotados coeficientes de minoração das resistências dos materiais, ficando a equação 2.61, escrita da seguinte forma:

$$f_{cc} = 0,75 \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} + 2,50 \cdot \frac{f_{ywk}}{\gamma_s} \frac{A_{conf}}{A_{cc}} \quad (2.62)$$

onde:

- $f_{cc}$  é a resistência à compressão do concreto confinado;
- $f_{ck}$  é a resistência característica à compressão do concreto;
- $A_{conf}$  é a área fictícia de confinamento por unidade de comprimento,
 
$$\left( A_{conf} = \frac{\pi \cdot d' \cdot A_{sw}}{s} \right);$$
- $A_{cc}$  é a área de do núcleo de concreto confinado;
- $A_{sw}$  é a área de seção transversal da barra de aço destinada ao estribo de confinamento;
- $d'$ , é o diâmetro do núcleo de confinamento;
- $s$ , é o espaçamento de eixo a eixo entre os estribos destinados ao confinamento.
- $\gamma_c$ , coeficiente de minoração da resistência do concreto;
- $\gamma_s$ , coeficiente de minoração da resistência do aço.

Na Figura 2.18, é apresentada a distribuição de tensões e deformações para vigas submetidas a ações de momento fletor no E.L.U..



**Figura 2.18 – Distribuição de tensões e deformações em uma viga submetida a ações de momento fletor no E.L.U., LANGENDONCK (1959).**

A condição imposta para o cálculo de vigas com armadura de confinamento, é que  $x > d'$ , para que o núcleo de concreto confinado esteja inteiramente na região comprimida da seção transversal. Com o auxílio da Figura 2.18, faz-se o equilíbrio das forças normais na seção transversal, onde:

$$R_{cc,conf} + R_{sc,conf} = R_{st} \quad (2.63)$$

Fazendo o somatório de momentos na posição onde se encontra a armadura longitudinal tracionada e admitindo que o centro geométrico das armaduras longitudinais comprimidas seja igual ao centro geométrico do núcleo de concreto confinado, tem-se:

$$M_k = \left[ d - \left( \frac{d'}{2} + c_1 \right) \right] \cdot (R_{cc,conf} + R_{sc,conf}) \quad (2.64)$$

A força de compressão atuante no núcleo de concreto confinado é determinada reduzindo quinze por cento da resistência de cálculo do concreto comprimido e levando em consideração apenas à área do núcleo de confinamento.

$$R_{cc,conf} = d' \cdot \left( 0,50 \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_f} \cdot d' + 6,14 \cdot \frac{f_{ywk}}{\gamma_s} \cdot \frac{\phi_t^2}{s} \right) \quad (2.65)$$

sendo:

- $\phi_t$ , o diâmetro da armadura transversal de confinamento.

Com relação ao espaçamento dos estribos ou passo da hélice, é aconselhável adotar valores que respeitem as exigências para concretagem da peça, ou seja, que este espaçamento seja suficiente para permitir a entrada do vibrador de agulha no interior da peça.

O diâmetro dos estribos de confinamento adotado inicialmente deverá ser no mínimo de 5mm, devendo este ter um diâmetro máximo de 10mm, respeitando as exigências do Projeto de Revisão da NBR 6118:2001.

As áreas das armaduras longitudinais de tração ( $A_{st}$ ) e de confinamento ( $A_{sc,conf}$ ) serão determinadas da seguinte maneira:

$$A_{st} = \frac{R_{st} \cdot \gamma_s}{f_{ywk}} \quad (2.66)$$
$$A_{sc,conf} = \frac{R_{sc,conf} \cdot \gamma_s}{f_{ywk}}$$

#### 2.4.2. MÉTODO PROPOSTO POR ZIARA et al.

ZIARA et al. (1995), apresentam um método de dimensionamento de vigas de concreto armado com armadura de confinamento para justificar o uso de taxas de armaduras longitudinais de tração maiores do que os valores permitidos pelo Manual de Prática do Concreto do ACI (1992), e também ensaiaram várias vigas para observar a eficiência do método.

O aumento da taxa de armadura torna-se interessante quando não se pode ter grandes alturas de vigas ou quando estas estão submetidas a elevados esforços solicitantes.

As armaduras de confinamento eram constituídas por estribos retangulares ou quadrados, colocados na região de compressão da seção transversal da viga, ou seja, acima da linha neutra. Os autores em questão, concluíram que a diminuição da capacidade resistente de uma viga, resultante da diminuição das dimensões da seção transversal, pode ser compensada pela adição da armadura de confinamento.

O modelo de confinamento utilizado por ZIARA et al. (1995), para o confinamento das vigas, foi desenvolvido por SHEIKH & YEH (1986).

A capacidade resistente à flexão da viga é aumentada quando a taxa de armadura longitudinal de tração ( $\rho$ ) exceder os valores da taxa de armadura longitudinal máxima ( $\rho_{\text{máx}}$ ), com  $\rho_{\text{máx}}$  igual a  $0,75\rho_b$ , sendo  $\rho_b$  a taxa limite da armadura longitudinal, considerando o limite entre os domínios 3 e 4 de deformações (Figura 2.17).

Para garantir o comportamento dúctil de vigas superarmadas, pode-se adotar o método proposto pelos pesquisadores. Segundo ZIARA et al. (1995), o espaçamento máximo para a armadura transversal de confinamento deve ser de  $6 \cdot \phi_l$ , onde  $\phi_l$ , é o menor diâmetro das barras que constituem a armadura longitudinal.

A seguir será apresentado o método de cálculo proposto.

Se houver confinamento do concreto, pode-se adotar taxa de armadura longitudinal maior que  $\rho_{m\acute{a}x}$ , sendo seu valor dado pela express\~ao abaixo:

$$\rho'_b = \frac{A_{st}}{b_w \cdot d} = \frac{\alpha \cdot \beta \cdot k_s \cdot f_c}{f_y} \cdot \frac{\epsilon_c \cdot E_s}{\epsilon_c \cdot E_s + f_y} \quad (2.67)$$

onde:

- $\epsilon_c = 0,0022k_s$  (deforma\~ao do concreto);
- $\alpha = 0,75$  (par\~ametro de corre\~ao da altura do bloco de tens\~ao do concreto confinado em rela\~ao \~a posi\~ao da linha neutra, Figura 2.19);
- $\beta = 0,0889$  (par\~ametro de corre\~ao da largura do bloco de tens\~ao do concreto confinado, Figura 2.19);
- $E_s$ , m\~odulo de elasticidade longitudinal do a\~co;
- $f_y$ , resist\~encia de escoamento das barras de a\~co da armadura longitudinal;
- $f_c$ , resist\~encia \~a compress\~ao do concreto;
- $k_s$ , fator de aumento da resist\~encia do concreto comprimido.

Substituindo os valores de  $\alpha$  e  $\beta$  na equa\~ao 2.67, tem-se:

$$\rho'_b = \frac{A_{st}}{b_w \cdot d} = \frac{0,667 \cdot k_s \cdot f_c}{f_y} \cdot \frac{0,0022 \cdot k_s \cdot E_s}{0,0022 \cdot k_s \cdot E_s + f_y} \quad (2.68)$$

Utilizando a equa\~ao 2.68, determina-se a nova taxa de armadura longitudinal necess\~aria ( $\rho'_b$ ). Havendo necessidade de se projetar uma viga com pequena altura, pode-se utilizar a armadura de confinamento seguindo os procedimentos indicados abaixo:

- a. Define-se a se\~ao transversal da viga para o momento fletor solicitante ( $M_d$ ) e a sua respectiva taxa de armadura longitudinal necess\~aria ( $\rho_{nec}$ );
- b. A taxa de armadura necess\~aria e a taxa m\~inima de armadura s\~ao comparadas, se, a taxa de armadura necess\~aria for maior que a taxa de armadura m\~inima, adota-se a taxa de armadura necess\~aria, caso contr\~ario, adota-se a taxa de armadura m\~inima;

- c. Utilizando a taxa de armadura necessária, faz-se necessário modificar o bloco de tensões de compressão com os valores de  $\alpha$  e  $\beta$ , para se determinar o valor do coeficiente  $k_s$ . Assim a nova posição da linha neutra é determinada fazendo o equilíbrio das forças internas atuantes na seção transversal da viga (Figura 2.19). Desta maneira tem-se:

$$x = \frac{A_{st} \cdot f_y}{\alpha \cdot \beta \cdot b' \cdot k_s \cdot f_c} \quad (2.69)$$

$$M_k = A_{st} \cdot f_y \cdot \left( d^* - 0,5625 \cdot \frac{A_{st} \cdot f_y}{k_s \cdot b' \cdot f_c} \right) \quad (2.70)$$

- d. Determina-se  $\rho'_b$ , como o valor de  $k_s$  calculado anteriormente;
- e. Se,  $\rho_{nec}$ , for maior que  $\rho'_b$ , então a área exigida para o estribo é determinada para o valor de  $k_s$ , de maneira que  $\rho'_b = \rho_{nec}$ ;
- f. Se a quantidade de armadura encontrada for muito grande, então deve-se modificar a armadura longitudinal de acordo com o procedimento de projeto e repetir o cálculo a partir do item 3.

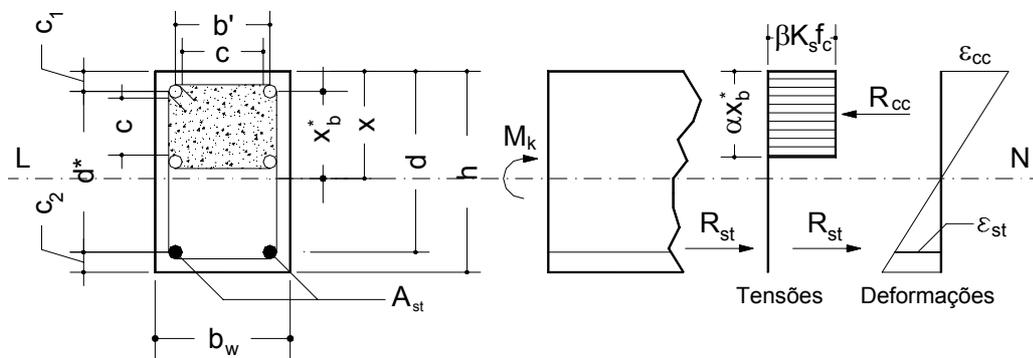


Figura 2.19 – Diagrama de tensão e deformação modificado, ZIARA et al. (1995).

Determinado o coeficiente  $k_s$  é possível calcular a distância entre estribos (espaçamento), utilizando a equação 2.71, fornecida por SHEIK & YEH (1986).

$$k_s = 1,0 + \frac{b'}{140 \cdot f_c} \cdot \left[ \left( 1 - \frac{n \cdot c^2}{5,5 \cdot b'^2} \right) \cdot \left( 1 - \frac{s}{2 \cdot b'} \right) \right] \cdot \sqrt{\rho_{sw,conf} \cdot f_{yw}} \quad (2.71)$$

onde:

- $b'$  é a largura do núcleo de confinamento, expresso em mm;
- $c$ , é a distância horizontal entre as barras longitudinais comprimidas;
- $d^*$  é a distância vertical entre as barras da armadura longitudinal de compressão e tração;
- $f_c$  é a resistência à compressão do concreto, expresso em MPa;
- $f_{yw}$  é a resistência ao escoamento da armadura transversal, expresso em MPa;
- $n$ , é o número de barras longitudinais no interior do núcleo de confinamento;
- $s$ , é o espaçamento entre estribos;
- $x$ , é a altura da linha neutra;
- $\rho_{sw,conf}$  é a taxa volumétrica da armadura transversal de confinamento.

FIORIN & GIONGO (1999) analisaram o método de dimensionamento de vigas de concreto armado com armadura de confinamento proposto por ZIARA et al. (1995) e o adequaram para as exigências da Norma Brasileira.

Em relação ao dimensionamento à força cortante, não existe nenhuma interferência da armadura de confinamento, sendo este feito como se a viga não estivesse confinada.

## 2.5. PRESCRIÇÕES NORMATIVAS

O Código Modelo do CEB (1990) e o Manual de Comportamento, Performance e Projeto do FIP (1999) apresentam recomendações para estruturas dimensionadas com armadura de confinamento. Se um cilindro de concreto armado com uma armadura helicoidal é comprimido axialmente, até atingir a resistência de escoamento da armadura, as tensões radiais são iguais (Figura 2.20) e, podem ser escritas da seguinte maneira:

$$\sigma = \frac{2 \cdot A_{sw} \cdot f_{yw}}{d' \cdot s} \quad (2.72)$$

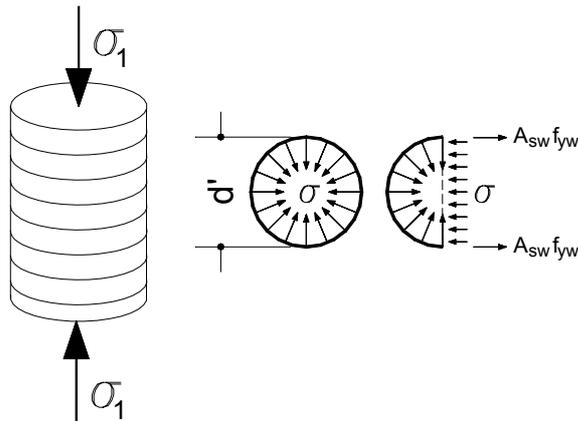


Figura 2.20 – Tensões radiais atuantes na armadura helicoidal, FIP (1999).

A taxa volumétrica da armadura de confinamento é dada pela expressão seguinte:

$$\omega_v = \frac{\pi \cdot b \cdot A_s}{\frac{1}{4} \cdot \pi \cdot b^2 \cdot s} \quad (2.73)$$

A taxa mecânica volumétrica da armadura transversal de confinamento vale:

$$\omega_w = \omega_v \cdot \frac{f_y}{f_c} = \frac{4 \cdot A_s}{b_s} \cdot \frac{f_y}{f_c} \quad (2.74)$$

Utilizando as equações 2.73 e 2.74 é possível encontrar o valor da tensão radial, sendo:

$$\frac{\sigma}{f_c} = 0,5 \cdot \omega_w \quad (2.75)$$

Para pilares de concreto armado com seção transversal retangular (Figura 2.21), a tensão radial é expressa da seguinte maneira:

$$\sigma = \frac{\left(2 + 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cdot b \cdot A_s \cdot f_y}{b \cdot s} \quad (2.76)$$

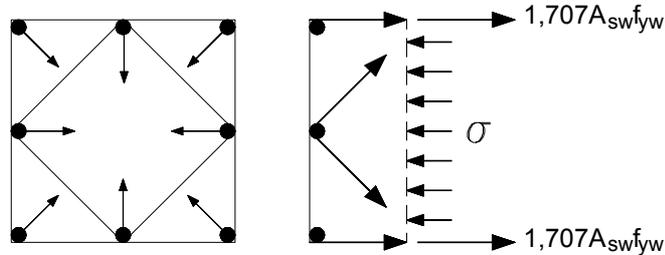


Figura 2.21 – Confinamento por estribos retangulares, FIP (1999).

A taxa mecânica volumétrica da armadura confinamento para seções retangulares é dada pela equação 2.77.

$$\omega_w = \frac{\left(4 + 4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cdot b \cdot A_s \cdot f_y}{b^2 \cdot s} \cdot \frac{f_y}{f_c} \quad (2.77)$$

A tensão radial para seções retangulares, pode ser escrita da mesma maneira da equação 2.75. O aumento da resistência à compressão para elementos estruturais que utilizam armadura de confinamento pode ser escrito pelas equações seguintes:

$$f_c^* = f_c \cdot \left(1 + 5,0 \cdot \frac{\sigma_2}{f_c}\right), \text{ para } \frac{\sigma_2}{f_c} < 0,05 \quad (2.78)$$

ou

$$f_c^* = f_c \cdot \left(1,125 + 2,50 \cdot \frac{\sigma_2}{f_c}\right), \text{ para } \frac{\sigma_2}{f_c} > 0,05 \quad (2.79)$$

Porém, existe uma complicação: as equações 2.74 e 2.77 foram concebidas baseadas numa distribuição uniforme das tensões radiais,  $\sigma$ . Para seções circulares, isto é verdadeiro, porém para seções retangulares, a distribuição de tensões não é uniforme; desta forma, tem-se:

$$\frac{\sigma_2}{f_c} \approx \frac{\sigma_3}{f_c} = 0,5 \cdot \alpha_n \cdot \alpha_s \cdot \omega_w \quad (2.80)$$

onde:

- $\alpha_n$ , expressa um fator de redução da área efetivamente confinada de concreto no plano normal ao carregamento (depende da forma dos estribos na seção transversal);
- $\alpha_s$ , expressa um fator de redução da área efetivamente confinada na elevação do elemento estrutural (depende do espaçamento dos estribos).

O fator  $\alpha_n$  é tratado na Figura 2.22, para seções retangulares. Neste caso, as barras longitudinais são pontos de suporte para o arqueamento das tensões, sendo considerado confinado, somente a área hachurada.

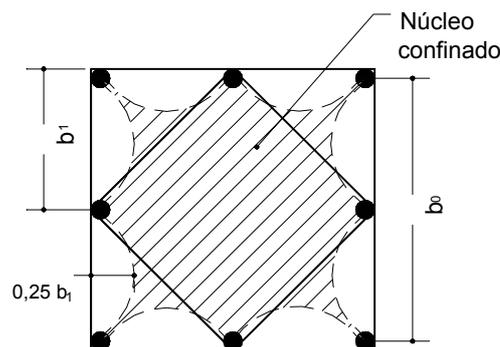


Figura 2.22 – Área efetivamente confinada no plano da seção transversal, FIP (1999).

A área efetivamente confinada é dada pela expressão abaixo:

$$A_{core} = b_0^2 - n \cdot \left( \frac{b_1^2}{6} \right) \quad (2.81)$$

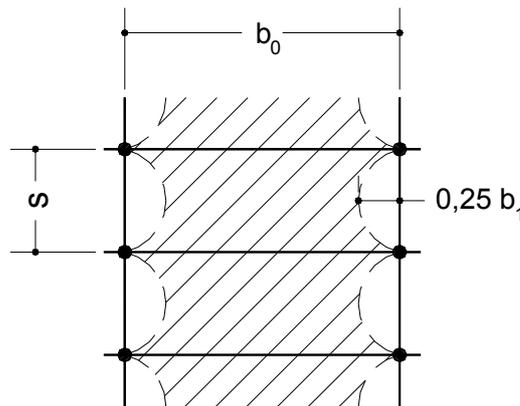
sendo:

- $n$ , é o número total de barras longitudinais na seção transversal.

O fator  $\alpha_n$ , para o caso em questão, é calculado da seguinte maneira:

$$\alpha_n = \frac{A_{core}}{A_{net}} = 1 - \frac{n}{24}, \text{ para } b_1 < 200mm \quad (2.82)$$

Analogamente, é tratado o coeficiente  $\alpha_s$ . Na Figura 2.23, é apresentada a distribuição de tensões ao longo do elemento estrutural, onde o fator  $\alpha_s$  tem importância relevante.



**Figura 2.23 – Distribuição não uniforme de tensões no sentido longitudinal do elemento estrutural, FIP (1999).**

A área efetivamente confinada é dada pela expressão abaixo:

$$A_{core} = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot (b_0 - 0,5 \cdot s^2) \quad (2.83)$$

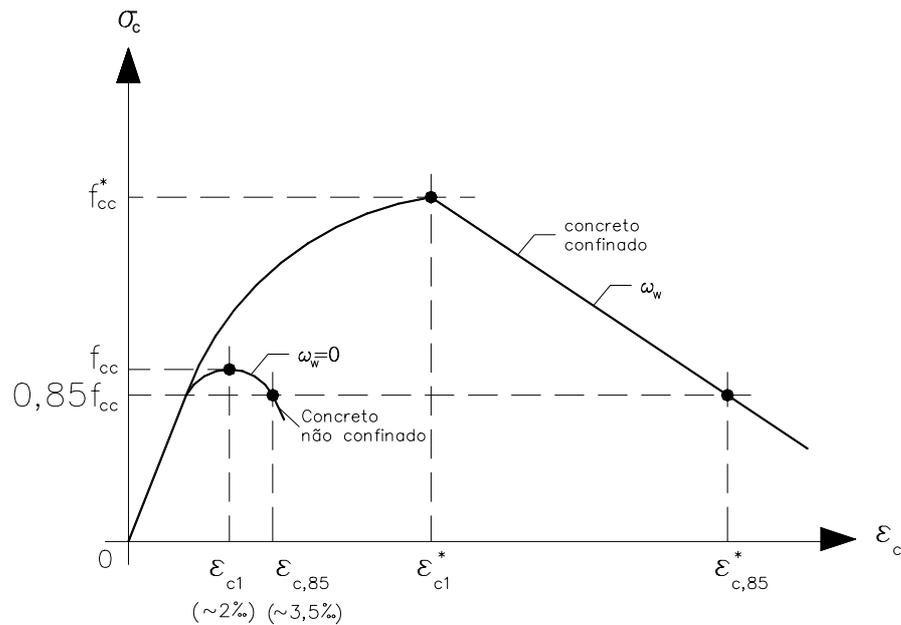
Portanto, o fator de redução  $\alpha_s$  fica:

$$\alpha_s = \left(1 - \frac{s}{2 \cdot b_0}\right)^2, \text{ para } s < \frac{b_0}{2} \quad (2.84)$$

Com as equações 2.81 a 2.84, é possível determinar o aumento da resistência à compressão do elemento estrutural confinado, utilizando as equações 2.78 e 2.79.

O Código Modelo do CEB (1990) e o Manual de Comportamento, Performance e Projeto do FIP (1999), também apresentam relações tensão vs. deformação que visam representar o comportamento de estruturas de concreto

confinadas por meio de estribos. A Figura 2.24 apresenta a curva tensão vs. deformação dada pelo CEB (1990) e FIP (1999). O modelo apresentado pelo CEB e pela FIP é baseado nos modelos de confinamento desenvolvidos por AHMAD & SHAH (1982) e MANDER et al. (1988).



**Figura 2.24 – Relação tensão vs. deformação para o concreto confinado sob carregamento triaxial proposta pelo CEB (1990) e FIP (1999).**

As deformações  $\epsilon_{c1}^*$  e  $\epsilon_{c,85}^*$ , podem ser escritas com as equações seguintes:

$$\epsilon_{c1}^* = \epsilon_{c1} + \left( \frac{f_{cc}^*}{f_{cc}} \right)^2 \quad (2.85)$$

$$\epsilon_{c,85}^* = \epsilon_{c,85} + 0,1 \cdot \alpha_n \cdot \alpha_s \cdot \omega_w \quad (2.86)$$

O CEB (1990) e a FIP (1999) fornecem um diagrama simplificado para o dimensionamento de estruturas de concreto com armadura de confinamento, onde foram incluídos coeficientes de minoração dos materiais ( $\gamma_c=1,5$  e  $\gamma_s=1,15$ ). Na Figura 2.25, é apresentado o diagrama simplificado tensão vs. deformação.

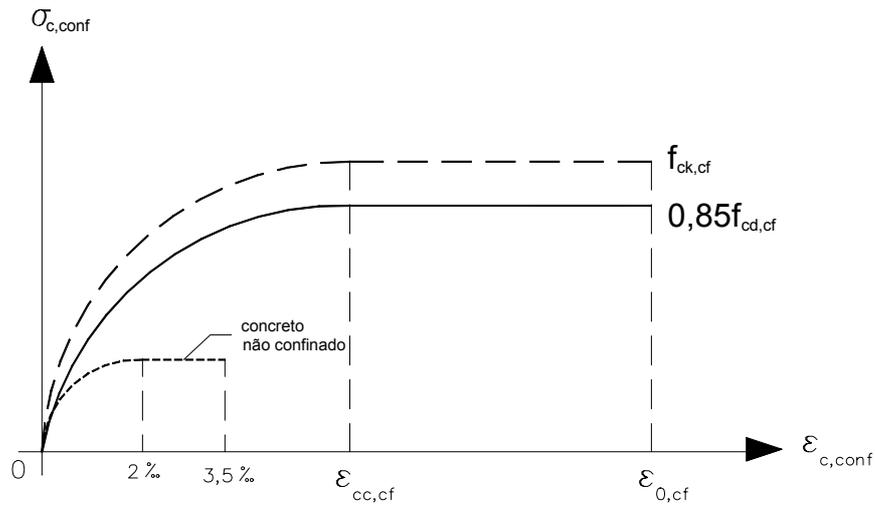


Figura 2.25 – Diagrama simplificado tensão vs. deformação, CEB (1990) e FIP (1999).

A resistência à compressão do elemento estrutural confinado, como também suas deformações, são calculadas pelas expressões dadas a seguir:

$$f_{cc} = f_{ck} \cdot \left( 1,0 + 5,0 \cdot \frac{\sigma_2}{f_{ck}} \right), \text{ para } \sigma_2 < 0,05 \cdot f_{ck} \quad (2.87)$$

$$f_{cc} = f_{ck} \cdot \left( 1,125 + 2,50 \cdot \frac{\sigma_2}{f_{ck}} \right), \text{ para } \sigma_2 > 0,05 \cdot f_{ck} \quad (2.88)$$

$$\varepsilon_{cc,cf} = 2,0 \cdot 10^{-3} \cdot \left( \frac{f_{cc}}{f_{ck}} \right)^2 \quad (2.89)$$

$$\varepsilon_{cu,cf} = 3,5 \cdot 10^{-3} + 0,2 \cdot \left( \frac{\sigma_2}{f_{ck}} \right) \quad (2.90)$$

$\sigma_2$  ( $=\sigma_3$ ) é a tensão lateral efetiva de compressão para o E.L.S. em função do confinamento. Para a determinação de  $\sigma_2$ , o modelo simplificado, pode ser aplicado, sendo:

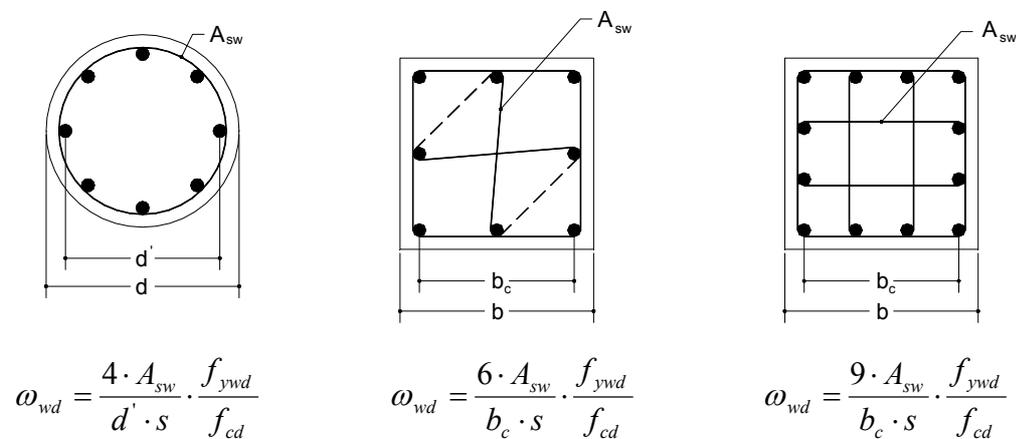
$$\frac{\sigma_2}{f_{ck}} = 0,5 \cdot \alpha_n \cdot \alpha_s \cdot \omega_{wd} \quad (2.91)$$

$$\omega_{wd} = \frac{W_{s,trans}}{W_{c,cf}} \cdot \frac{f_{ywd}}{f_{cd}} \quad (2.92)$$

onde:

- $W_{s,trans}$ , taxa volumétrica de estribos ou armadura helicoidal;
- $W_{c,cf}$ , taxa volumétrica do concreto confinado;
- $f_{ywd}$ , resistência de cálculo de escoamento do aço da armadura transversal;
- $f_{cd}$ , resistência de cálculo do concreto confinado.

A seguir são dadas algumas opções para o arranjo da armadura de confinamento.



**Figura 2.25 – Arranjos para armadura de confinamento, CEB (1990) e FIP (1999).**

A NBR 6118:1978 traz recomendações para pilares cintados, constituídos por armadura transversal helicoidal ou estribos de projeção circular na seção transversal do elemento. São elas:

- a. a relação entre o comprimento da peça e o diâmetro do núcleo de confinamento será  $\frac{l}{d_i} \leq 10$ ;
- b. as extremidades das barras ou dos estribos serão ancorados no núcleo de concreto confiando;
- c. as barras helicoidais como também os estribos terão diâmetro mínimo de 5mm;

d. o espaçamento entre duas espirais ou dois estribos será:

$$\phi_t + 3cm \leq s \leq \left\{ \begin{array}{l} d_i \\ 5 \\ 8cm \end{array} \right\}, \text{ com } \phi_t \text{ igual ao diâmetro da barra espiral ou do}$$

estribos;

e. a seção fictícia  $A_t$  do cintamento será de:  $0,005A_{ci} \leq A_t \leq 3 \cdot A'_s$ ;

f. a armadura longitudinal deverá constar no mínimo de seis barras dispostas uniformemente no contorno do núcleo e a área da sua seção transversal não deverá ultrapassar  $0,08A_{ci}$  (área do núcleo de confinamento), inclusive no trecho de emenda por transpasse; a bitola das barras longitudinais não será inferior a 10mm.

Também, o índice de esbeltez dos pilares deverá ser menor ou igual a quarenta ( $\lambda \leq 40$ ), referido ao núcleo e excentricidade, já incluída a acidental, inferior a  $d_i/8$ . O aumento da resistência à compressão do concreto será determinada utilizando a equação abaixo:

$$2 \cdot \frac{A_t}{A_{ci}} \cdot f_{yk} \cdot \left( 1 - 8 \cdot \frac{e}{d_i} \right) \geq 0 \quad (2.93)$$

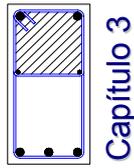
Não se considerará o concreto exterior ao núcleo. A resistência total da peça cintada não deverá, porém, ultrapassar 1,7 vez a calculada se não houvesse cintamento.

Quanto às normalizações referentes às vigas de concreto armado, o Projeto de Revisão de Norma da NBR 6118:2001, recomenda: a seção transversal da viga não deve apresentar largura menor que 12cm. Estes limites poderão ser reduzidos, respeitando-se um mínimo absoluto de 10cm em casos excepcionais onde se estudaram as seguintes indicações criteriosamente:

- a. condições de alojamento das armaduras e suas interferências com as armaduras de outros elementos estruturais;
- b. condições adequadas de lançamento e vibração do concreto.

É permitida a inclusão de armadura longitudinal de compressão para equilibrar as resultantes das tensões na seção transversal, sendo este dimensionamento feito considerando as deformações relativas ao limite do domínio três para o quatro.

A soma das taxas das armaduras de tração e de compressão ( $\rho_{st} + \rho_{sc}$ ) não deve ter valor maior que 4% de  $A_c$  (área da seção transversal do elemento) e a armadura longitudinal mínima de flexão é determinada a partir de um momento fletor mínimo, sendo este momento o de fissuração da peça ( $M_{d,min} = 0,8 \cdot W_0 \cdot f_{ctk,sup}$ ).



## DUCTILIDADE DE VIGAS

### 3.1. DEFINIÇÃO DO ÍNDICE DE DUCTILIDADE

Define-se ductilidade como sendo a propriedade que uma estrutura apresenta de absorver energia. Essa propriedade é utilizada como parâmetro para quantificar a capacidade de um elemento estrutural deformar-se plasticamente, depois de atingida a carga de colapso.

Material dúctil é aquele que tem a propriedade de suportar grandes deformações sem ruir, ao contrário de um material frágil, que com pequenas deformações vem a sofrer ruptura.

MENDES (1993) afirma que o índice de ductilidade de vigas de concreto armado pode ser verificado de duas maneiras: o primeiro em relação ao elemento estrutural e o segundo relativo à ductilidade seccional. No caso da ductilidade referente à seção transversal, é utilizado o índice  $\mu_c$ , onde o subíndice (c) indica ser uma relação entre curvaturas da seção transversal. Para a ductilidade referente ao elemento estrutural é utilizado o índice  $\mu_d$ , onde o subíndice (d) indica ser uma relação de deslocamentos. Essas relações são dadas pelas expressões seguintes:

$$\begin{aligned}\mu_c &= \frac{\phi_u}{\phi_y} \\ \mu_d &= \frac{\Delta_u}{\Delta_y}\end{aligned}\tag{3.1}$$

onde:

- $\mu_c$  é o índice de ductilidade da seção transversal;
- $\mu_d$  é o índice de ductilidade de uma viga;
- $\phi_u$  é curvatura da seção transversal referente ao máximo momento fletor;
- $\phi_y$  é a curvatura da seção transversal no momento do escoamento do aço da armadura tracionada;

- $\Delta_u$  é o deslocamento vertical máximo, medido no meio do vão de uma viga, referente à carga de ruptura;
- $\Delta_y$  é o deslocamento vertical, medido no meio do vão de uma viga, referente ao início do escoamento do aço da armadura tracionada.

DA CUNHA & DA SILVA (1994), definem ductilidade como sendo a razão do deslocamento máximo do elemento estrutural na ruptura em relação ao deslocamento elástico para a força de ruptura. A ductilidade pode ser quantificada por meio de um coeficiente, conhecido como fator de ductilidade  $\mu$ . Esse coeficiente é expresso pela equação 3.2.

$$\mu = \frac{\delta_u}{\delta_e} \quad (3.2)$$

onde:

- $\delta_u$  é o máximo deslocamento medido no meio do vão de uma viga, referente à carga de ruptura;
- $\delta_e$  é o deslocamento elástico referente à carga de ruptura da viga.

Na figura 3.1 estão apresentadas estas variáveis.

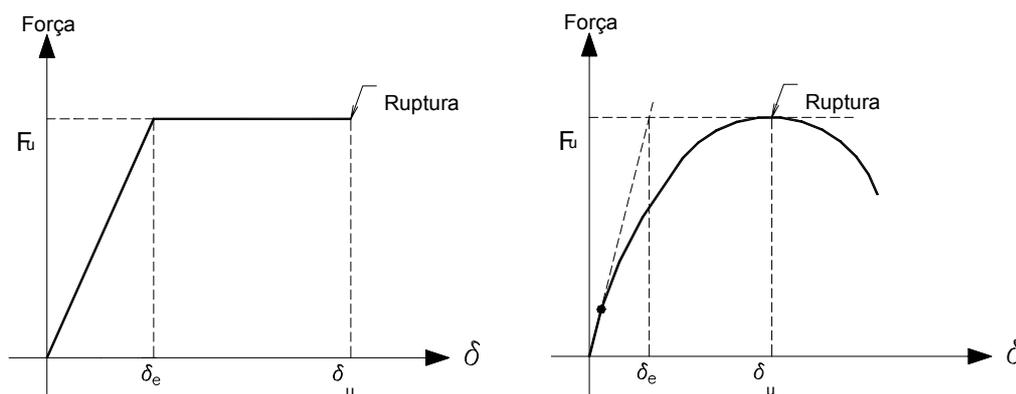


Figura 3.1 – Definição do índice de ductilidade, DA CUNHA & DA SILVA (1994).

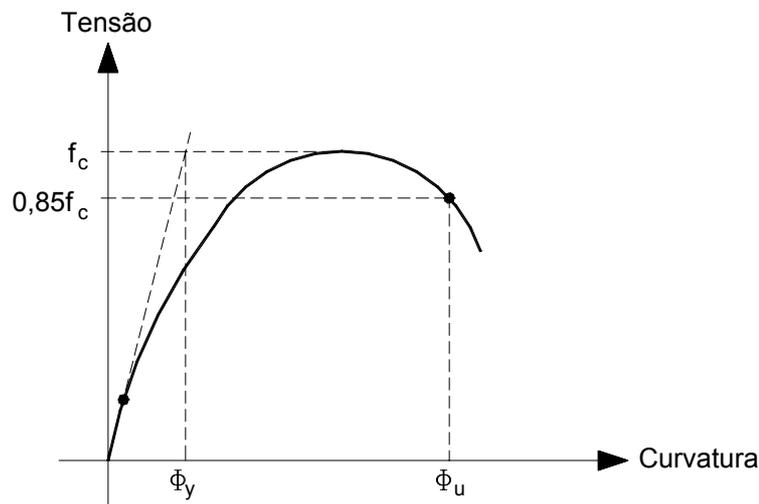
KAPPOS et al. (1997) apresentam uma metodologia para quantificar a ductilidade de estruturas confinadas de concreto armado, a qual é descrita a seguir:

$$\mu_{\phi} = \frac{\phi_u}{\phi_y} \quad (3.3)$$

onde:

- $\phi_u$  é a curvatura referente a oitenta e cinco por cento da tensão de ruptura do elemento, após este ter atingido a carga de ruptura;
- $\phi_y$  é a curvatura referente ao escoamento da armadura tracionada.

A Figura 3.2 mostra graficamente como se deve determinar os valores de  $\phi_u$  e  $\phi_y$ .



**Figura 3.2 – Determinação do índice de ductilidade, KAPPOS et al. (1999).**

LIMA JÚNIOR & GIONGO (2001) também apresentaram uma metodologia para a determinação do índice de ductilidade, o qual leva em consideração as deformações pós-pico do elemento estrutural. Isto é muito interessante quando se tratam de estruturas com armadura de confinamento projetadas no domínio 4 de deformações, pois os deslocamentos continuam aumentando mesmo depois de atingir a carga de ruptura, sendo a estrutura ainda capaz de suportar cargas. Os pesquisadores apresentam dois índices para a avaliação do índice de ductilidade, o índice de ductilidade pré-pico ( $ID_{pré}$ ) e o índice de ductilidade pós-pico ( $ID_{pós}$ ). Na equação 3.4 e 3.5, são apresentados os índices de ductilidade pré-pico e pós-pico e na Figura 3.3 é apresentada uma curva carga vs. deslocamento, onde é possível uma melhor visualização da metodologia desenvolvida pelos pesquisadores.

$$ID_{pré} = \frac{2 \cdot \int_0^{\delta_{c0}} F(\delta_c) d\delta_c}{F_{máx}} - \frac{F_{máx}}{IR_c} \quad (3.4)$$

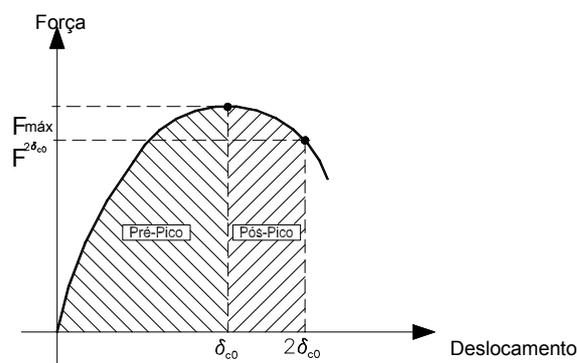
$$ID_{pós} = \frac{\int_{\delta_{c0}}^{2\delta_{c0}} F(\delta_c) d\delta_c}{F_{máx}} \quad (3.5)$$

onde:

- $F_{máx}$  é a máxima força suportada pela viga com a menor taxa de armadura de confinamento;
- $\delta_{c0}$  é o máximo deslocamento apresentado pela viga com menor taxa de armadura de confinamento;
- $RI_c$  é o índice de rigidez da viga com a menor taxa de armadura de confinamento.

Pode-se também calcular o índice de deformação elástica com a seguinte expressão:

$$ID_{elást} = \frac{F_{máx}}{RI_c} \quad (3.6)$$



**Figura 3.3 – Curva força vs. deslocamento.**

Para a determinação do índice de ductilidade de vigas superarmadas, a metodologia desenvolvida por LIMA JÚNIOR & GIONGO (2001) pode ser utilizada,

pois não leva em consideração a deformação na armadura de tração e também considera as deformações pós-carga máxima. As demais metodologias apresentadas neste trabalho, para a determinação do índice de ductilidade, não podem ser aplicadas no caso de vigas superarmadas, pois necessitam que as barras de aço da armadura tracionada escoem. Como, em vigas superarmadas as barras de aço da armadura tracionada não escoam, essas metodologias são inadequadas.

O Projeto de Revisão da NBR 6118:2001, no que diz respeito à ductilidade de vigas, traz as seguintes recomendações: “nas vigas principalmente nas zonas de apoio, é conveniente garantir boas condições de ductilidade adotando-se, se necessário, um arranjo de armaduras com a possível utilização de armadura de compressão que garanta a posição da linha neutra ( $x$ ). A introdução da armadura de compressão para garantir o atendimento de posições de linha neutra menores, não conduz a peças superarmadas, com ruptura frágil. A ruptura frágil está associada a posições de linha neutra no domínio 4 de deformações, com ou sem armadura de compressão”.

Nas peças onde forem adotadas redistribuições de esforços, devem ser obedecidas as limitações dadas a seguir.

A capacidade de rotação das peças é função da posição da linha neutra no Estado Limite Último. Quanto menor for a relação  $x/d$ , sendo  $d$  a altura útil da viga, maior é essa capacidade. Em função do comportamento não linear do concreto estrutural, os esforços obtidos em análise linear não são reais e, portanto, mesmo quando se utilizam esses esforços para o dimensionamento, deve-se garantir uma ductilidade mínima que pode ser caracterizada pela condição  $x/d_{máx}$ .

Para melhorar a ductilidade das estruturas nas regiões de apoio das vigas ou de ligações com outros elementos estruturais, mesmo quando não se fizerem redistribuição de esforços solicitantes, deve-se garantir, para a posição da linha neutra no Estado Limite Último, os limites seguintes:

- a.  $x/d \leq 0,50$  para concretos com  $f_{ck} \leq 35\text{MPa}$ ;
- b.  $x/d \leq 0,40$  para concretos com  $f_{ck} > 35\text{MPa}$ .

Esses limites podem ser alterados se forem utilizados detalhes especiais de armaduras, como, por exemplo, os que produzem confinamento nessas regiões.

Quando for efetuada uma redistribuição, reduzindo-se um momento fletor de  $M$  para  $\delta M$ , em uma determinada seção transversal, a relação entre o coeficiente de redistribuição  $\delta$  e a posição da linha neutra nessa seção  $x/d$ , para o momento reduzido  $\delta M$ , deve ser dado por:

- a.  $\delta \geq 0,44 + 1,25 \cdot \frac{x}{d}$ , para concretos com  $f_{ck} \leq 35\text{MPa}$ ;
- b.  $\delta \geq 0,56 + 1,25 \cdot \frac{x}{d}$ , para concretos com  $f_{ck} > 35\text{MPa}$ .

O coeficiente de redistribuição deve, ainda, obedecer aos seguintes limites:

- a.  $\delta \geq 0,75$  em qualquer caso;
- b.  $\delta \geq 0,90$  para estruturas de nós móveis.

Pode ser adotada redistribuição fora dos limites dados, desde que a estrutura seja calculada mediante emprego de análise não-linear ou de análise plástica, com verificação explícita da capacidade de rotação de rótulas plásticas.

A NBR 6118:1978 como também o Projeto de Revisão de Norma da NBR 6118:2001 não trazem nenhuma metodologia para a determinação do índice de ductilidade de vigas e também não apresentam um índice de ductilidade ideal para as mesmas. Um dos objetivos deste trabalho é apresentar índices de ductilidade ideais para o projeto de vigas superarmadas. Esses índices serão apresentados no Capítulo 4.

### **3.2. FATORES QUE INFLUENCIAM NA DUCTILIDADE DE VIGAS**

Vários são os fatores que influem na ductilidade de vigas de concreto armado submetidas à flexão.

DA SILVA (1992), conclui que, com o aumento da resistência do concreto, o diagrama força vs. deslocamento passa a ser quase linear, mostrando o comportamento frágil da estrutura. O fator de ductilidade determinado para as vigas

ensaiadas tende a diminuir com o aumento da resistência a compressão do concreto. Isto significa que as peças moldadas com concreto de maior resistência e com a mesma taxa de armadura apresentam comportamento menos dúctil. Dentre as vigas projetadas no domínio 4 de deformações, as que apresentaram maiores valores no índice de ductilidade estavam armadas com taxas de armaduras próximas de 4%.

Essa afirmação feita por DA SILVA (1992), discorda com as afirmações feitas por PAULTRE (2001), onde o autor afirma que para vigas com mesmas taxas de armadura, aumentando a resistência do concreto, o índice de ductilidade aumenta, pois, quanto maior é a resistência do concreto, maior é a deformação das barras da armadura de tração, aumento assim a ductilidade das vigas.

MENDES (1993) também apresenta vários fatores que influenciam na ductilidade de vigas de concreto armado. Em relação à ductilidade referente à seção transversal, os fatores que tem influência são:

- ❑ resistência à compressão do concreto ( $f_c$ ) e tipo de agregado utilizado;
- ❑ resistência de escoamento e tipo de aço utilizado ( $f_y$ );
- ❑ taxa de armadura longitudinal de compressão;
- ❑ taxa de armadura transversal;
- ❑ geometria da seção transversal (não apenas a forma de seção transversal, mas também na disposição da armadura);
- ❑ existência de armadura ativa.

Em relação à ductilidade do elemento estrutural, MENDES (1993) apresenta, além dos fatores mencionados, os seguintes fatores com influência relevante:

- ❑ condições de contorno, como o tipo e a localização dos apoios;
- ❑ disposição das cargas;
- ❑ espaçamento entre fissuras do concreto.

SHEHATA et al. (1995) também indicam vários fatores que influem na ductilidade de vigas; entre eles podem ser citados:

- as características do concreto:
  - a resistência à compressão do concreto ( $f_c$ );
  - a massa específica do agregado utilizado;
- as características dos aços:
  - a resistência de escoamento ( $f_y$ );
  - a relação entre a taxa de armadura utilizada ( $\rho$ ) e a taxa de armadura balanceada ( $\rho_b$ , taxa limite da armadura longitudinal, considerando o limite entre os domínios 3 e 4);
  - a existência de armadura ativa;
  - a taxa de armadura de compressão ( $\rho'_b$ );
  - a taxa e distribuição da armadura transversal.

SHEHATA et al. (1995) indicam que a relação  $\rho/\rho_b$  é um dos parâmetros que exercem maior influência na ductilidade de vigas de concreto armado e a relação entre este parâmetro e a ductilidade não é linear; quanto maior a relação  $\rho/\rho_b$ , menor é o efeito de incrementos na taxa de aço e menor é a ductilidade do elemento estrutural.

Segundo GUIMARÃES et al. (2000), a adição de fibras metálicas na matriz de concreto aumenta a ductilidade do elemento estrutural. Este fato foi confirmado em ensaios de pilares de concreto de alta resistência, realizados pelos autores em questão.

A presença de armadura de confinamento em vigas de concreto armado também tem uma grande contribuição no aumento do índice de ductilidade. Isto pode ser verificado em trabalhos experimentais desenvolvidos por vários pesquisadores.

BASE (1962) ensaiou duas vigas de concreto armado, sendo uma delas detalhada sem armadura de confinamento e outra detalhada com uma armadura helicoidal colocada na região de compressão da seção transversal da viga. Neste experimento foi observado um grande aumento na capacidade de deformação da viga ensaiada com armadura de confinamento, o que levou o autor a concluir que a armadura de confinamento é benéfica no que diz respeito à ductilidade da viga. Não foi observado aumento significativo na capacidade de flexão. As afirmações feitas por BASE (1962) são corretas, pois a armadura de confinamento traz benefícios quanto à ductilidade do elemento estrutural.

BASE & READ (1965) também analisaram experimentalmente vigas de concreto armado projetadas com armadura de confinamento. A armadura de confinamento era constituída por barras helicoidais contínuas de projeção circular, também colocadas na região de compressão da seção transversal da viga. O objetivo do ensaio era verificar a influência da armadura de helicoidal. Observou-se que a armadura helicoidal garantiu o comportamento dúctil das vigas projetadas no domínio de deformações 4 e 3, não sendo eficiente para as vigas projetadas no domínio 2. Também não foi observado aumento significativo da capacidade resistente à flexão das vigas.

O fato constatado por BASE & READ (1965) em relação às vigas projetadas no domínio 2 é correto, pois a armadura de confinamento só é relevante em vigas com comportamento frágil, pois vigas projetadas no domínio 2 possuem comportamento dúctil, sendo este comportamento regido pelo escoamento das barras de aço da armadura de tração.

NAWY et al. (1968) ensaiaram vigas de concreto armado confinadas por meio de armadura continua com projeção retangular. A armadura contínua proporcionou maior ductilidade em todas as vigas, não sendo observado aumento da capacidade resistente à flexão.

ZIARA & KUTTAB (1993) ensaiaram oito vigas de concreto armado de seção circular, com o intuito de verificar a influência da armadura de confinamento. Das oito vigas ensaiadas, três foram detalhadas com uma armadura adicional, destinada ao confinamento, sendo esta armadura colocada na região de compressão da viga. Os estribos destinados ao confinamento tinham o formato de semicírculos. As vigas detalhadas com os estribos adicionais apresentaram grande capacidade de deformação depois de atingida a carga de pico. As vigas confinadas também apresentaram um pequeno aumento na capacidade resistente à flexão.

ZIARA et al. (1995) elaboraram um programa experimental a fim de estudar o comportamento de vigas de concreto armado detalhadas com armadura de confinamento. Para isso, os pesquisadores ensaiaram doze vigas, sendo oito subarmadas e quatro superarmadas. Das oito vigas subarmadas, quatro foram detalhadas de maneira convencional, ou seja, sem a presença de armadura de confinamento, as demais foram detalhas com estribos retangulares fechados, colocados na região de compressão da viga. Em relação às quatro vigas superarmadas, duas foram projetadas de maneira convencional; as restantes foram projetadas com estribos retangulares fechados, sendo que estes tinham a mesma

dimensão dos estribos destinados a resistir aos esforços relativos à força cortante. Isso gera um problema, pois parte do estribo está na região de tração da seção transversal da viga, prejudicando o confinamento. Foi observado nos ensaios que a armadura de confinamento garantiu comportamento dúctil das vigas superarmadas. Para as vigas subarmadas, a armadura de confinamento não trouxe benefícios quanto à ductilidade e a capacidade resistente à flexão. Também foi observado um pequeno aumento da capacidade resistente à flexão das vigas superarmadas.

Como todas essas informações, é possível afirmar que a armadura de confinamento torna-se interessante apenas em vigas projetadas no limite entre os domínios 3 e 4 e no domínio 4, pois desta maneira, é possível garantir o comportamento dúctil das vigas.

DELALIBERA et al. (2001) analisaram numericamente trinta vigas de concreto armado. Dessas trinta vigas, vinte e sete foram detalhadas com armadura de confinamento colocada na região de compressão da seção transversal e três foram projetadas de maneira convencional. Essa análise foi feita com o auxílio de um programa computacional baseado no Método dos Elementos Finitos, onde o comportamento de concreto confinado é levado em consideração. Foi realizada uma programação estatística para a avaliação dos índices de ductilidade, considerando três variáveis de estudo, sendo elas: a resistência à compressão do concreto ( $f_c$ ), a deformação na armadura de tração ( $\epsilon_{st}$ ) e o espaçamento da armadura transversal de confinamento ( $s$ ). O modelo de confinamento utilizado foi desenvolvido por CUSSON & PAULTRE (1995). Na Figura 3.4 é apresentado o esquema estático das vigas analisadas, e na Tabela 3.1 são apresentados os índices de ductilidade das vigas em questão e suas características. O aço utilizado na análise foi o CA-50, tanto para as barras longitudinais quanto para a armadura transversal.

A metodologia utilizada para a determinação dos índices de ductilidade foi desenvolvida por LIMA JÚNIOR & GIONGO (2001).

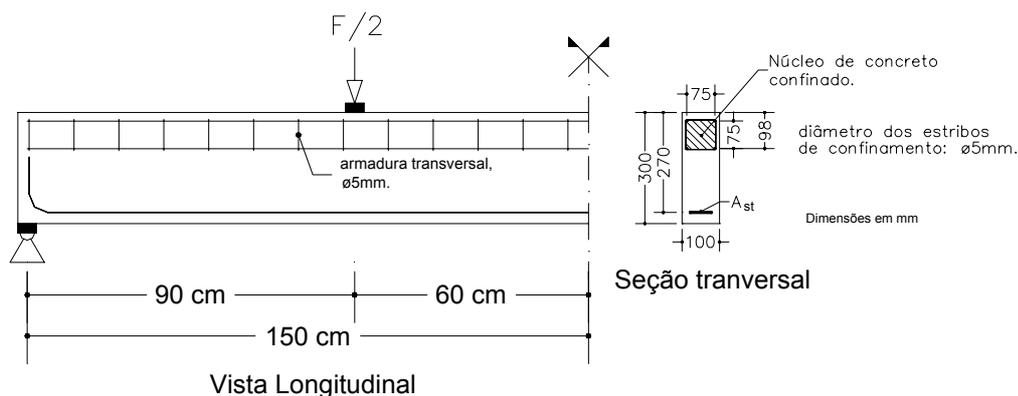


Figura 3.4 – Esquema estático das vigas analisadas, DELALIBERA et al. (2001).

Tabela 3.1 – Características gerais das vigas analisadas numericamente, DELALIBERA et al. (2001).

VIGAS	$b_w$ (cm)	$h$ (cm)	$d$ (cm)	$\epsilon_{st}$ (‰)	$f_{ck}$ (MPa)	$A_{st}$ (cm <sup>2</sup> )	$s$ (cm)	$ID_{pré}$	$ID_{pós}$	$ID_{elást}$
vf201512	10	30	27	1,5	20	6,53	12	0,602	0,821	0,342
vf201575	10	30	27	1,5	20	6,53	7,5	0,352	1,130	0,342
vf201530	10	30	27	1,5	20	6,53	3	0,475	1,521	0,342
vf201012	10	30	27	1,0	20	10,88	12	0,208	0,838	0,458
vf201075	10	30	27	1,0	20	10,88	7,5	0,252	1,127	0,458
vf201030	10	30	27	1,0	20	10,88	3	0,392	1,852	0,458
vf200512	10	30	27	0,5	20	24,48	12	0,190	0,879	0,483
vf200575	10	30	27	0,5	20	24,48	7,5	0,237	1,148	0,483
vf200530	10	30	27	0,5	20	24,48	3	0,407	1,487	0,483
vf351512	10	30	27	1,5	35	11,42	12	0,216	0,769	0,421
vf351575	10	30	27	1,5	35	11,42	7,5	0,241	1,010	0,421
vf351530	10	30	27	1,5	35	11,42	3	0,297	1,481	0,421
vf351012	10	30	27	1,0	35	19,04	12	0,167	0,806	0,475
vf351075	10	30	27	1,0	35	19,04	7,5	0,178	1,058	0,475
vf351030	10	30	27	1,0	35	19,04	3	0,254	1,565	0,475
vf350512	10	30	27	0,5	35	42,40	12	0,149	0,839	0,504
vf350575	10	30	27	0,5	35	42,40	7,5	0,169	1,071	0,504
vf350530	10	30	27	0,5	35	42,40	3	0,250	1,544	0,504
vf501512	10	30	27	1,5	50	16,32	12	0,111	1,027	0,477
vf501575	10	30	27	1,5	50	16,32	7,5	0,166	0,968	0,477
vf501530	10	30	27	1,5	50	16,32	3	0,209	1,460	0,477
vf501012	10	30	27	1,0	50	27,20	12	0,122	0,771	0,513
vf501075	10	30	27	1,0	50	27,20	7,5	0,138	1,011	0,513
vf501030	10	30	27	1,0	50	27,20	3	0,189	1,477	0,513
vf500512	10	30	27	0,5	50	61,20	12	0,104	0,815	0,593
vf500575	10	30	27	0,5	50	61,20	7,5	0,178	1,377	0,539
vf500530	10	30	27	0,5	50	61,20	3	0,182	1,453	0,539

Com os valores da Tabela 3.1, DELALIBERA et al. (2001) realizaram uma análise fatorial para verificar, dentre os fatores estudados, quais eram preponderantes na avaliação da ductilidade. Observou-se que na ductilidade pré-pico a influência do confinamento é muito pequena, sendo o fator primordial a

deformação de projeto da armadura tracionada. Já, para a ductilidade pós-pico, o fator primordial é o confinamento. Este comportamento já era esperado, uma vez que o efeito do confinamento só se torna preponderante quando o concreto atinge sua deformação máxima e o coeficiente de Poisson chega a 0,5. Observou-se também que a resistência do concreto tem parcela significativa de influência no índice de ductilidade pré-pico e que o acoplamento entre o espaçamento da armadura de confinamento com a resistência do concreto tem maior influência que a variável espaçamento. A Tabela 3.2 apresenta os resultados obtidos por meio da análise fatorial, onde  $F_0$  é o fator de influência de cada variável envolvida.

**Tabela 3.2 – Análise fatorial dos índices de ductilidade, DELALIBERA et al. (2001).**

Índice de ductilidade pré-pico				
Variável	Soma dos quadrados	Graus de liberdade	Média dos quadrados	$F_0$
$f_{ck}$	0,0400	2	0,0200	8,794*
$\varepsilon_s$	0,2012	2	0,1006	44,241*
s	0,0156	2	0,0078	3,420
$f_{ck} \cdot \varepsilon_s$	0,0308	4	0,0077	3,388
$f_{ck} \cdot s$	0,0075	4	0,0019	5,586
$\varepsilon_s \cdot s$	0,0508	4	0,0127	0,825
Erro	0,0180	8	0,0023	-
Total	0,3640	-	-	-
Índice de ductilidade pós-pico				
Variável	Soma dos quadrados	Graus de liberdade	Média dos quadrados	$F_0$
$f_{ck}$	0,0216	2	0,0108	0,423
$\varepsilon_s$	0,0028	2	0,0014	0,055
s	2,5726	2	1,2863	50,242*
$f_{ck} \cdot \varepsilon_s$	0,0178	4	0,0044	0,174
$f_{ck} \cdot s$	0,1609	4	0,0402	1,02
$\varepsilon_s \cdot s$	0,1045	4	0,0261	1,571
Erro	0,2048	8	0,0256	-
Total	3,0851	-	-	-

\* Fator de influência relevante.

Considerando os resultados da Tabela 3.2, foi feita uma regressão não linear e obtiveram-se duas equações que exprimem os índices de ductilidade pré-pico e pós-pico.

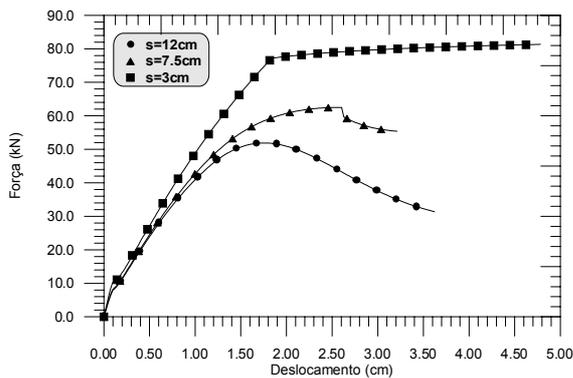
$$ID_{pré} = 0,39593 + 0,00113 \cdot f_{ck} - 0,33872 \cdot \varepsilon_s - 0,00637 \cdot \varepsilon_s \cdot f_{ck} + 0,00012 \cdot f_{ck}^2 + \varepsilon_s^2 \quad (3.7)$$

$$ID_{pós} = 1,8995 - 0,1299 \cdot s + 0,0031 \cdot s^2 \quad (3.8)$$

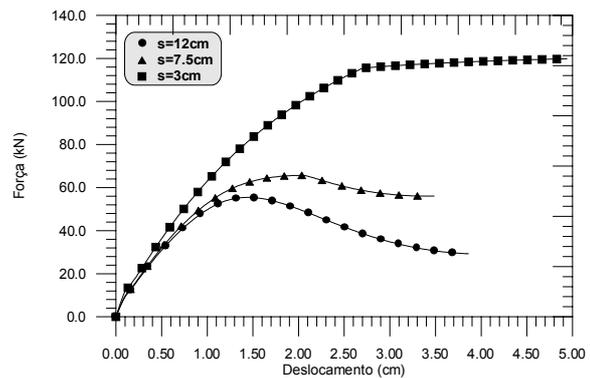
onde:

- $f_{ck}$  é expresso em MPa;
- $s$  é expresso em cm;
- $\varepsilon_s$  é expresso em por mil (‰).

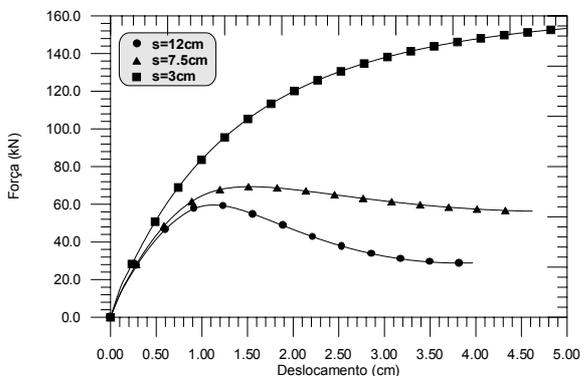
Nas Figuras 3.4 a 3.13 são apresentadas curvas força vs. deslocamento das vigas analisadas numericamente. Foi concluído que no trecho de deslocamento até a carga máxima, o comportamento das deformações plásticas das vigas é regido pela resistência do concreto à compressão e pela deformação na armadura de tração. Porém, os efeitos dessas variáveis são insignificantes nas deformações plásticas pós-carga máxima, sendo que, no trecho pós-carga máxima, a variável relevante é o espaçamento da armadura transversal de confinamento.



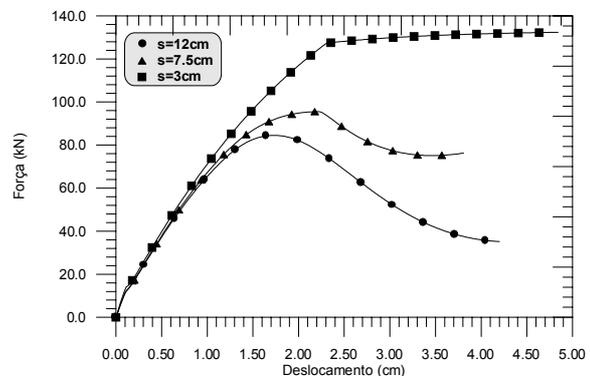
**Figura 3.5 – Curva força vs. deslocamento, vigas vf201512, vf201575 e vf201530, DELALIBERA et al. (2001).**



**Figura 3.6 – Curva força vs. deslocamento, vigas vf201012, vf201075 e vf201030, DELALIBERA et al. (2001).**



**Figura 3.7 – Curva força vs. deslocamento, vigas vf200512, vf200575 e vf200530, DELALIBERA et al. (2001).**



**Figura 3.8 – Curva força vs. deslocamento, vigas vf351512, vf351575 e vf351530, DELALIBERA et al. (2001).**

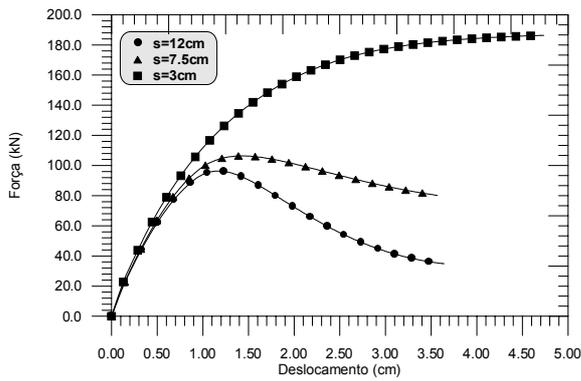


Figura 3.9 – Curva força vs. deslocamento, vigas vf351012, vf351075 e vf351030, DELALIBERA et al. (2001).

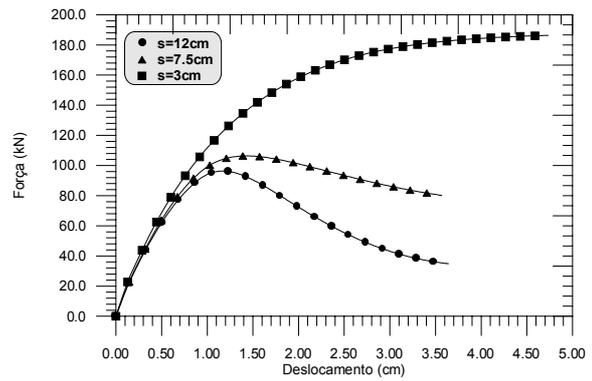


Figura 3.10 – Curva força vs. deslocamento, vigas vf350512, vf350575 e vf350530, DELALIBERA et al. (2001).

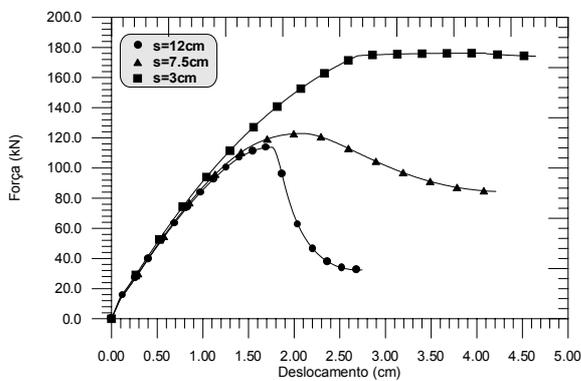


Figura 3.11 – Curva força vs. deslocamento, vigas vf501512, vf501575 e vf501530, DELALIBERA et al. (2001).

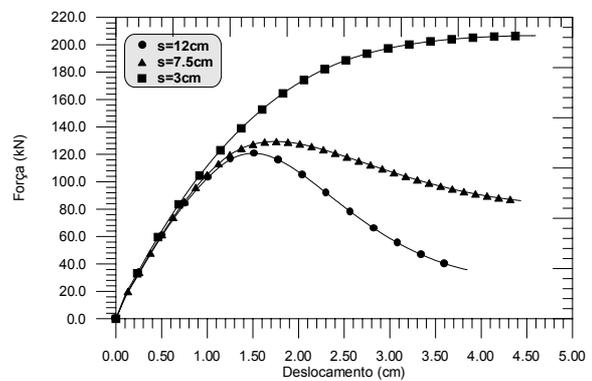


Figura 3.12 – Curva força vs. deslocamento, vigas vf501012, vf501075 e vf501030, DELALIBERA et al. (2001).

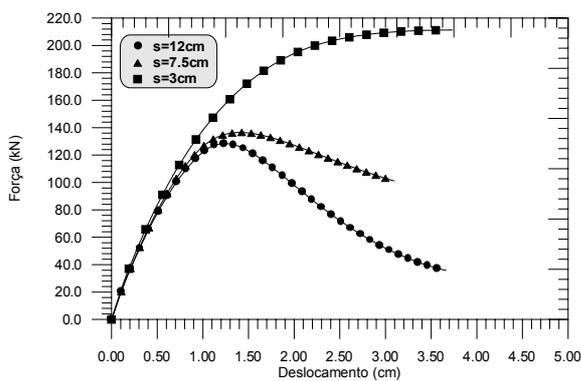


Figura 3.13 – Curva força vs. deslocamento, vigas vf500512, vf500575 e vf500530, DELALIBERA et al. (2001).

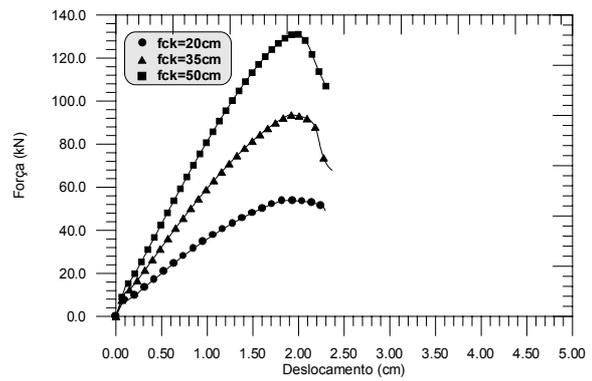
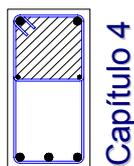


Figura 3.14 – Curva força vs. deslocamento, para vigas com deformação  $\epsilon_s$  de 2,07‰ e deformação  $\epsilon_c$  de 3,5‰.

Com os dados da análise feita por DELALIBERA et al. (2001), foi possível observar que a armadura de confinamento aumentou significativamente a ductilidade de vigas superarmadas. Isso pode ser visto nas Figuras 3.4 a 3.13. Na Figura 3.13 é apresentada curvas força vs. deslocamento de vigas projetadas de maneira convencional, ou seja, sem armadura de confinamento, onde nota-se o comportamento frágil dessas vigas. Nas demais figuras, onde as vigas foram detalhadas com a armadura de confinamento, observa-se o aumento da ductilidade.



## *ANÁLISE NUMÉRICA*

---

### **4.1. INTRODUÇÃO**

Este capítulo tem como objetivo analisar numericamente vigas de concreto armado, projetadas com armadura de confinamento. Para representar o comportamento do confinamento em estruturas de concreto armado, para resistência à compressão de concretos do grupo I, segundo a NBR 8953:1992, foi utilizado o modelo teórico desenvolvido por SAATCIONGLU & RAZVI (1992). Para a análise computacional utilizou-se um programa baseado no método dos elementos finitos que leva em consideração a não linearidade física do material, a não linearidade geométrica da estrutura e o efeito exercido pelo confinamento. Com o intuito de verificar se é viável o modelo de confinamento proposto pelo pesquisador citado, realizou-se um estudo que comparou os resultados de experimentos realizados por vários outros pesquisadores, com os resultados obtidos por meio da análise numérica.

Sendo o modelo teórico coerente, foram analisadas vigas de concreto armado, variando a resistência à compressão do concreto, o espaçamento da armadura transversal de confinamento, a deformação da armadura de tração e a forma geométrica da armadura de confinamento. Com os resultados obtidos por meio da análise numérica, realizou-se uma análise de variância, objetivando verificar quais são as variáveis mais importantes para a ductilidade de vigas de concreto armado projetadas no domínio 4.

### **4.2. RESUMO DA FORMULAÇÃO E HIPÓTESES DO MODELO COMPUTACIONAL**

Neste item é apresentado um resumo da formulação e hipóteses utilizadas, no modelo computacional desenvolvido por KRÜGER (1990). A

implantação do modelo de confinamento desenvolvido por SAATCIONGLU & RAZVI (1992) foi desenvolvida por LIMA JÚNIOR & GIONGO (2000).

## 4.2.1. LEIS CONSTITUTIVAS DO MATERIAL

### 4.2.1.1. CONCRETO NÃO CONFINADO

O modelo utiliza, para a representação do comportamento do concreto à compressão e à tração, a formulação apresentada pelo CEB (1990). As curvas típicas são apresentadas nas Figuras 4.1 e 4.2, onde:

- $f_{cm}$  é o valor genérico da resistência à compressão;
- $E_c$  é o módulo de elasticidade tangente;
- $E_{c1}$  é o módulo de elasticidade secante;
- $\varepsilon_{c1}$  é a deformação para a máxima tensão de compressão que é igual a 0,0022;
- $\varepsilon_{c1}$  é a deformação correspondente a  $0,5f_{cm}$ ;
- $f_{ctm}$  é o valor genérico da resistência à tração em MPa;
- $\sigma_{ct}$  é a tensão de tração em MPa;
- $\varepsilon_{ct}$  é a deformação de tração;
- $\varepsilon_{ct1}$  é a deformação de tração correspondente a tensão tração de  $0,9f_{ctm}$ ;
- $\varepsilon_{ct2}$ , tem valor igual a 0,00015.

Para especificações de projeto o CEB (1990) define  $f_{cm}$  como:

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 \quad (\text{em MPa}) \quad (4.1)$$

A equação que determina a curva genérica da Figura 4.1, para  $\varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$  é dada por:

$$\sigma_c = \left[ \frac{\left( \frac{E_c}{E_{c1}} \right) \cdot \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right) - \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right)^2}{1 + \left( \left( \frac{E_c}{E_{c1}} \right) - 2 \right) \cdot \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right)} \right] \cdot f_{cm} \quad (4.2)$$

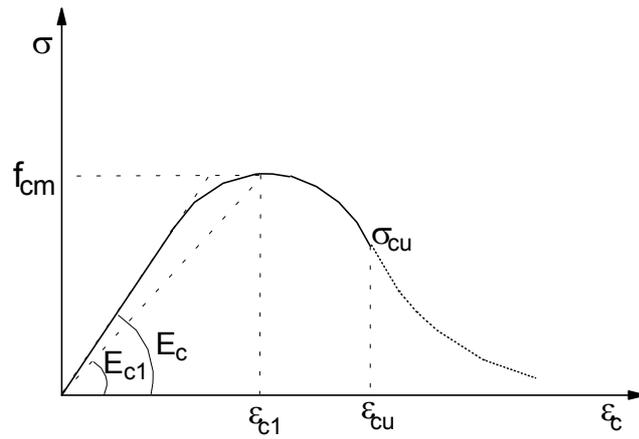


Figura 4.1 – Curva tensão vs. deformação para o concreto à compressão, CEB (1990).

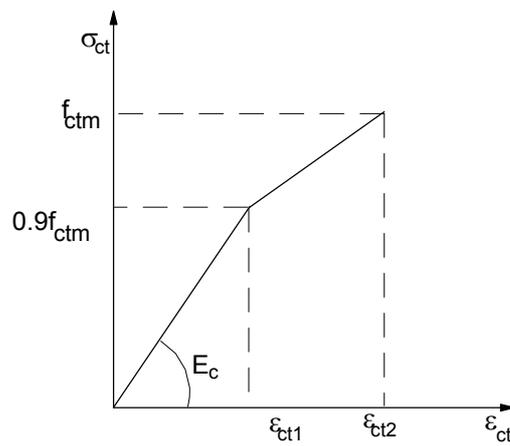


Figura 4.2 – Curva tensão vs. deformação para o concreto à tração, CEB (1990).

Para valores maiores que  $\epsilon_{cu}$  a equação da curva é dada por:

$$\sigma_c = \left[ \left( \frac{1}{\left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c1}} \right)} \cdot \xi - \frac{2}{\left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c1}} \right)^2} \right) \cdot \left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c1}} \right)^2 + \left( \frac{4}{\left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c1}} \right)} - \xi \right) \cdot \left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c1}} \right) \right]^{-1} \cdot f_{cm} \quad (4.3)$$

onde:

$$\xi = \frac{4 \cdot \left[ \left( \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{c1}} \right)^2 \cdot \left( \frac{E_c}{E_{c1}} - 2 \right) + 2 \cdot \left( \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{c1}} \right) - \left( \frac{E_c}{E_{c1}} \right) \right]}{\left[ \left( \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{c1}} \right) \cdot \left( \frac{E_c}{E_{c1}} - 2 \right) + 1 \right]^2} \quad (4.4)$$

A deformação  $\varepsilon_{cu}$  é dada por:

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{c1}} = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot \frac{E_c}{E_{c1}} + 1 \right) + \sqrt{\frac{1}{4} \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot \frac{E_c}{E_{c1}} + 1 \right)^2 - \frac{1}{2}} \quad (4.5)$$

O módulo de elasticidade para o concreto é estimado como:

$$E_c = \alpha_e \cdot \left[ \frac{f_{cm}}{f_{cm0}} \right]^{\frac{1}{3}} \quad (4.6)$$

onde:

- $f_{cm0} = 10\text{MPa}$ ;
- $\alpha_e = 2,5 \cdot 10^4 \text{MPa}$ .

O módulo de elasticidade secante fica definido como:

$$E_{c1} = 0,85 \cdot E_c \quad (4.7)$$

O modelo correspondente à tração (Figura 4.2), para valores de  $\sigma \leq 0,9f_{ctm}$  é definido pelo CEB (1990) como:

$$\sigma_{ct} = E_{ct} \cdot \varepsilon_{ct} \quad (4.8)$$

Para valores entre  $0,9f_{ctm} < \sigma \leq f_{ctm}$ , é definido como:

$$\sigma_{ct} = f_{ctm} - \frac{0,1 \cdot f_{ctm}}{0,00015 - \left( \frac{0,9 \cdot f_{ctm}}{E_c} \right)} \cdot (0,00015 - \varepsilon_{ct}) \quad (4.9)$$

Para as equações 4.8 e 4.9 o valor de  $f_{ctm}$  é definido como:

$$f_{ctm} = \alpha_{f_{ct,m}} \cdot \left( \frac{f_{ck}}{f_{ck0}} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (4.10)$$

onde:

- $\alpha_{f_{ct,m}} = 1,40 \text{ MPa}$ ;
- $f_{ck0} = 10 \text{ MPa}$ .

E finalmente, o valor de  $\varepsilon_{ct1}$  é definido como:

$$\varepsilon_{ct1} = \frac{0,9 \cdot f_{ctm}}{E_c} \quad (4.11)$$

#### 4.2.1.2. CONCRETO CONFINADO

O modelo teórico para representar o comportamento do concreto confinado foi desenvolvido por SAATCIOGLU & RAZVI (1992). A implementação do modelo teórico de confinamento, no programa computacional desenvolvido por KRÜGER (1990), foi feita por LIMA JÚNIOR & GIONGO (2002).

A formulação do modelo teórico para representar o comportamento do concreto confinado desenvolvido por SAATCIOGLU & RAZVI (1992) é apresentado no item 2.3.4.

## 4.2.1.3. AÇO

O modelo considera, para o caso de concreto armado, dois tipos de armadura: armadura Classe A e armadura Classe B. A curva tensão vs. deformação da Classe A é caracterizada pela linearidade do diagrama até o limite de escoamento e pela existência de um patamar de escoamento. Já a Classe B não apresenta um patamar de escoamento definido. Os diagramas tensão vs. deformação utilizados são os propostos pela NBR 6118:1978 e são apresentados nas Figuras 4.3 e 4.4.

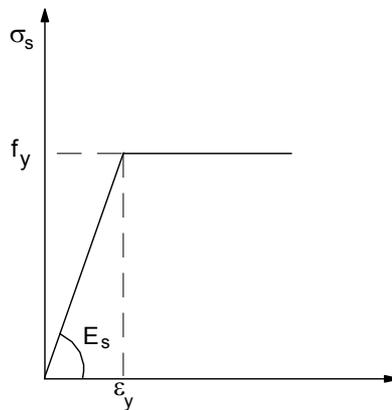


Figura 4.3 – Diagrama simplificado tensão vs. deformação para o aço Classe A, NBR 6118:1978.

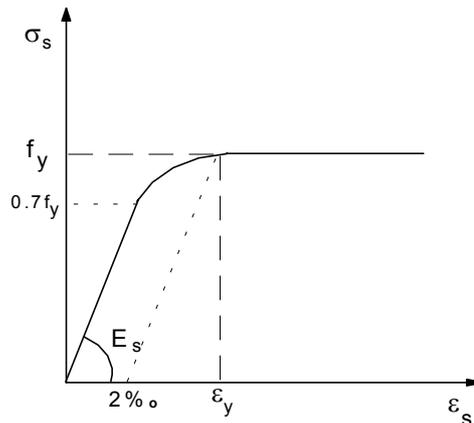


Figura 4.4 – Diagrama simplificado tensão vs. deformação para o aço Classe B, NBR 6118:1978.

### 4.2.2. ELEMENTO FINITO UTILIZADO

O programa utiliza um elemento finito de viga descrito inicialmente em um sistema natural de coordenadas (Figura 4.5a). Em seguida, este é transformado para um sistema auxiliar de coordenadas, cujas coordenadas de deslocamentos são dispostas segundo as coordenadas globais do pórtico e permitem a descrição de deslocamentos de corpo rígido (Figura 4.5b). Logo após ocorre a transformação para o sistema global de coordenadas e a partir daí se segue o método da rigidez direta.

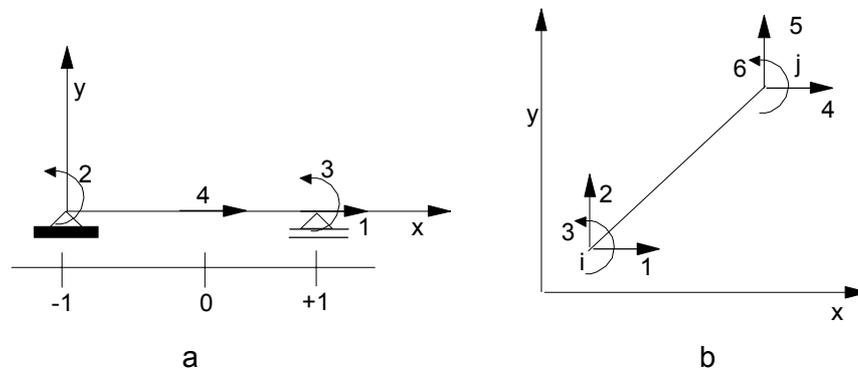


Figura 4.5 – Sistemas de coordenadas natural e auxiliar respectivamente, LIMA JÚNIOR (1997).

### 4.2.3. MÉTODO DE RESOLUÇÃO

A resolução do sistema não-linear de equações, necessário para cada etapa do processo incremental, pode ser feita segundo alguns métodos a depender do usuário: *Método de controle do trabalho das forças externas*; *Método das normas do deslocamentos*; *Método de controle dos deslocamento*; e o *Método de Newton Raphson*.

Independentemente do método utilizado para a resolução do sistema não-linear de equações, processa-se o algoritmo apresentado na Figura 4.6, para a análise da estrutura numa etapa do carregamento.

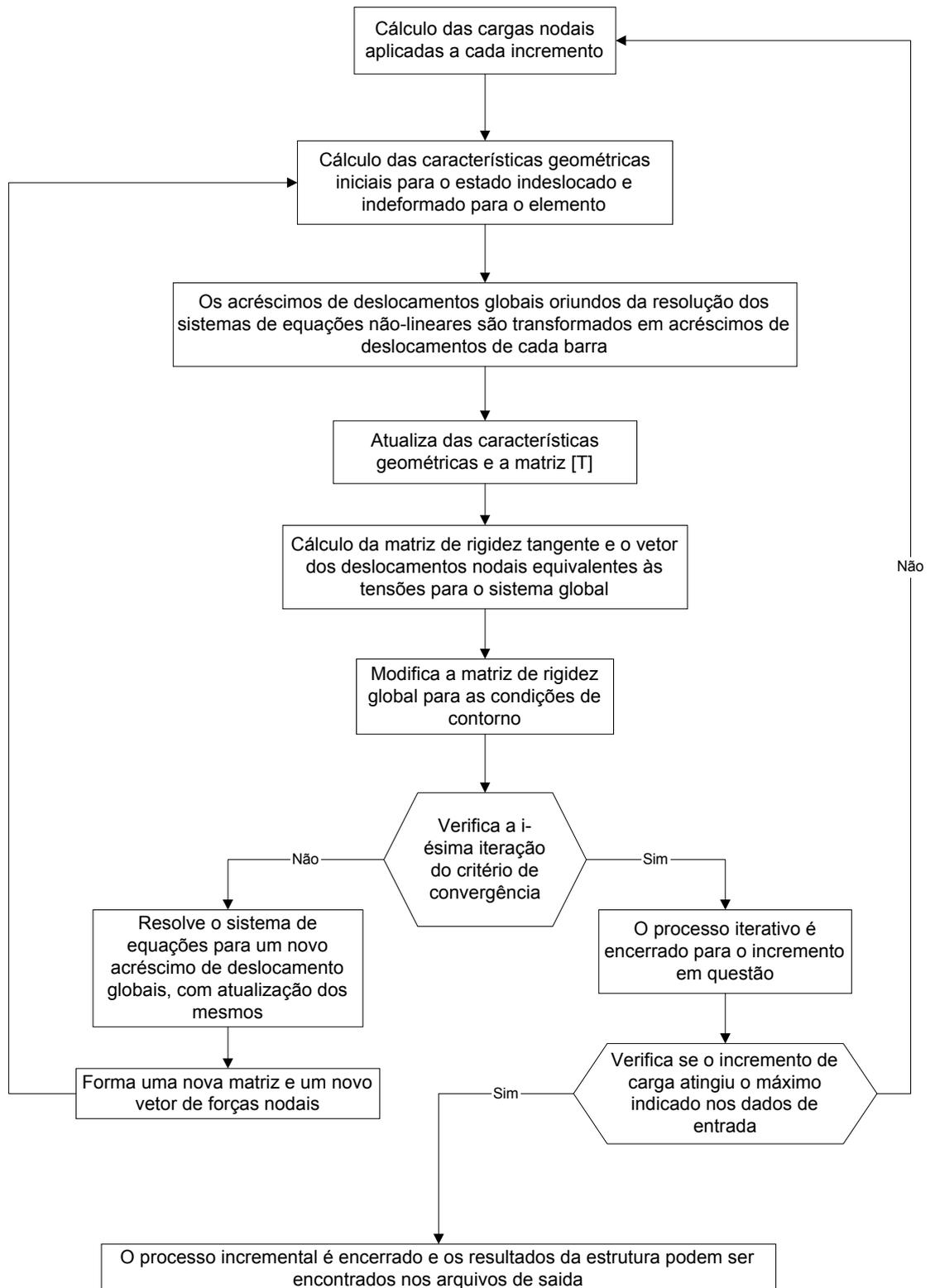


Figura 4.6 – Algoritmo para a análise da estrutura numa etapa do carregamento utilizado pelo modelo computacional, LIMA JÚNIOR (1997).

### 4.3. VERIFICAÇÃO DO MODELO COMPUTACIONAL

BASE (1962) ensaiou duas vigas de concreto armado, sendo uma delas detalhada de maneira convencional e a segunda projetada com armadura de confinamento helicoidal colocada na região de compressão da seção transversal da viga. Na Tabela 4.1 estão apresentadas as características gerais das vigas ensaiadas. A Figura 4.7 apresenta o detalhamento da viga ensaiada com armadura de confinamento.

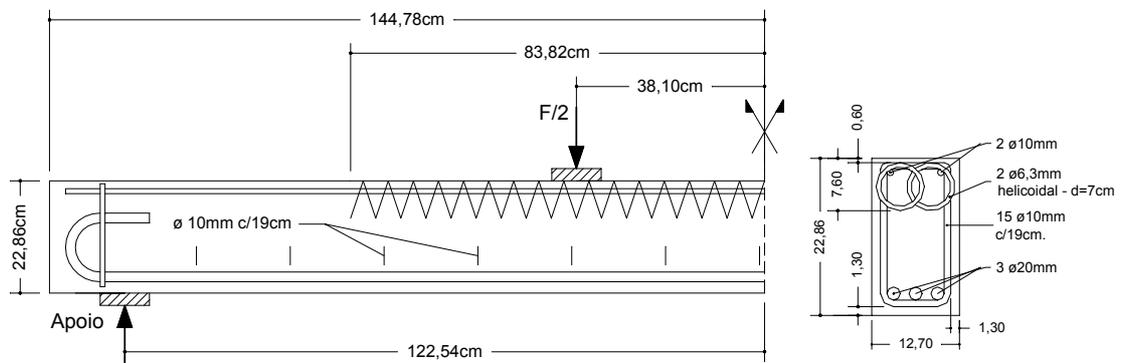


Figura 4.7 – Detalhamento das vigas ensaiadas, BASE (1962).

Tabela 4.1 – Características gerais das vigas ensaiadas, BASE (1962).

Viga	$b_w$ (cm)	$d$ (cm)	$h$ (cm)	$f_{ck}$ (MPa)	$f_{yk}$ (MPa)	$A_{st}$		$A_{sc}$		$A_{sw}$		$A_{hel}$	
						$\phi$ (mm)	Qtd.	$\phi$ (mm)	Qtd.	$\phi$ (mm)	$s$ (cm)	$\phi$ (mm)	$s$ (cm)
1	12,7	19,6	22,9	35,46	500	20	3	10	2	10	19	-	-
2	12,7	19,6	22,9	35,46	500	20	3	10	2	10	19	6,3	2,54

onde:

- $b_w$ , largura da seção transversal da viga;
- $d$ , altura útil da viga;
- $f_{ck}$ , resistência característica do concreto à compressão;
- $f_{yk}$ , resistência característica de escoamento do aço;
- $h$ , altura da seção transversal da viga;
- $s$ , espaçamento entre estribos;
- $A_{sc}$ , armadura comprimida;
- $A_{st}$ , armadura tracionada;
- $A_{sw}$ , armadura transversal (força cortante);
- $A_{hel}$ , armadura helicoidal (confinamento);
- $\phi$ , diâmetro das barras de aço.

Na Figura 4.8, é apresentada uma curva força vs. deslocamento no meio do vão, onde é possível verificar a eficiência do modelo numérico. Observou-se uma boa aproximação entre os dois modelos (experimental e numérico), existindo uma diferença de 0,7% nas cargas máximas encontradas. No modelo experimental, o deslocamento medido do meio do vão, no instante do escoamento da armadura tracionada, foi de 1,05cm, enquanto que no modelo numérico, esse deslocamento foi de 1,89cm, apresentando uma diferença de 56% entre os modelos.

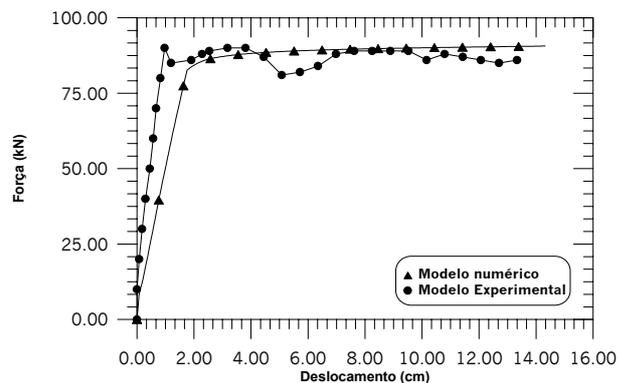


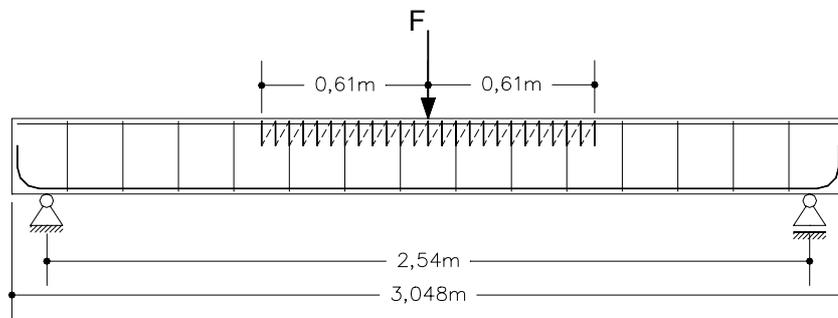
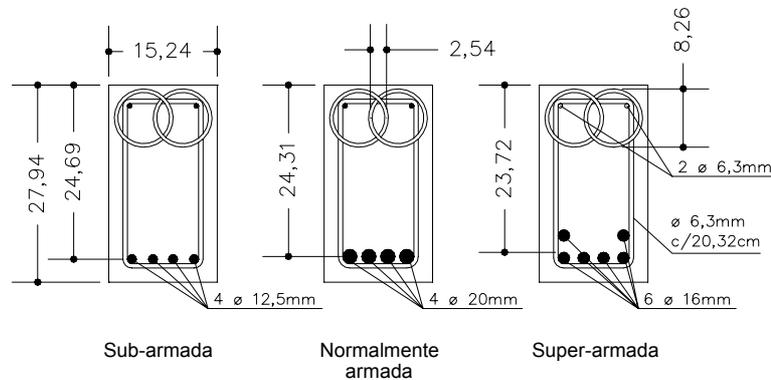
Figura 4.8 – Curva carga vs. deslocamento, viga 2, BASE (1962).

Em 1965, BASE & READ (1965), também conduziram uma análise experimental com dezesseis vigas de concreto armado, sendo que seis foram projetadas com armadura de confinamento helicoidal, posicionada na região de compressão das vigas. Os autores elaboraram um programa experimental no qual existiam vigas subarmadas, vigas normalmente armadas, vigas superarmadas e vigas protendidas. Na Tabela 4.2 são apresentadas as características gerais dos modelos experimentais. Como o objetivo deste capítulo é verificar a eficiência do modelo computacional, serão apenas analisadas as vigas de concreto armado que foram detalhas com armadura helicoidal, que são: vigas 1 e 2 (subarmadas), vigas 4 e 5 (normalmente armadas) e a vigas 9 e 16 (superarmadas). A Figura 4.9 traz os detalhes dos modelos experimentais. A armadura helicoidal não se mostrou eficiente nas vigas subarmadas, pois não contribuiu na ductilidade do elemento estrutural e também não aumentou a capacidade resistente à flexão. Isso já era esperado, pois em vigas subarmadas, a armadura tracionada escoava, levando a viga a ter comportamento dúctil. Para as vigas normalmente armadas, a armadura helicoidal tornou-se mais interessante, proporcionando à viga sofrer grandes deslocamentos sem perda significativa da capacidade resistente à flexão. Nas vigas superarmadas, a armadura helicoidal foi extremamente benéfica, garantindo a

ductilidade da viga e apresentando um pequeno aumento na capacidade resistente à flexão.

**Tabela 4.2 – Características gerais das vigas, BASE & READ (1965).**

Viga	$b_w$ (cm)	$d$ (cm)	$h$ (cm)	$f_{ck}$ (MPa)	$f_{yk}$ (MPa)	$A_s$		$A_s$		$A_{sw}$		$A_{hel}$	
						$\phi$ (mm)	Qtd.	$\phi$ (mm)	Qtd.	$\phi$ (mm)	S (cm)	$\phi$ (mm)	s (cm)
1	15,24	24,69	27,94	28,35	500	12,5	4	6,3	2	6,3	20,32	5,0	5,08
2	15,24	24,69	27,94	27,90	500	12,5	4	6,3	2	6,3	20,32	6,3	2,54
4	15,24	24,31	27,94	25,65	500	20,0	4	6,3	2	6,3	20,32	5,0	5,08
5	15,24	24,31	27,94	33,10	500	20,0	4	6,3	2	6,3	20,32	6,3	2,54
9	15,24	23,72	27,94	19,30	400	16,0	6	6,3	2	6,3	20,32	5,0	5,08
16	15,24	23,72	27,94	29,23	400	16,0	6	6,3	2	6,3	20,32	5,0	5,08



**Figura 4.9 – Detalhamento das vigas ensaiadas, BASE & READ (1965).**

Nas Figuras 4.10 a 4.15, é possível observar curvas momento fletor vs. curvatura das vigas citadas, comparando-as com as curvas obtidas por meio do modelo computacional, observa-se que o modelo computacional apresentou comportamento satisfatório. Na viga 16, nota-se que houve uma grande discrepância entre resultados, não sendo possível identificar as causas para o fato. A Tabela 4.3 apresenta as diferenças das cargas máximas entre os resultados teóricos e experimentais.

**Tabela 4.3 – Diferença entre os modelos experimentais e teóricos.**

Vigas	Força máxima – $F_{m\acute{a}x}$ (kN)		Diferença (%)
	Experimental	Numérico	
1	58,80	51,13	15,0
2	56,06	52,45	6,45
4	112,32	108,58	3,33
5	112,12	104,89	6,45
9	149,75	165,04	9,26
16	226,36	171,47	24,25

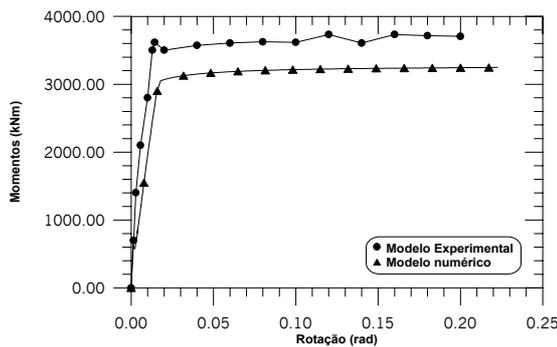


Figura 4.10 – Curva momento fletor vs. curvatura, viga 1, BASE & READ (1965).

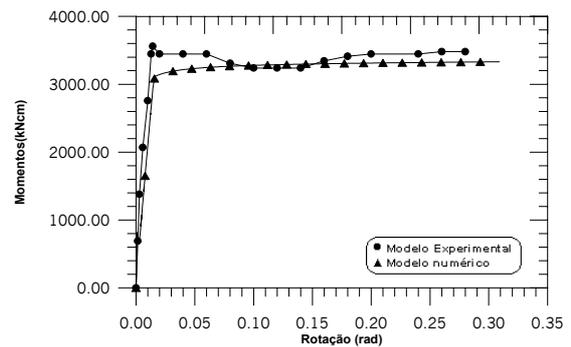


Figura 4.11 – Curva momento fletor vs. curvatura, viga 2, BASE & READ (1965).

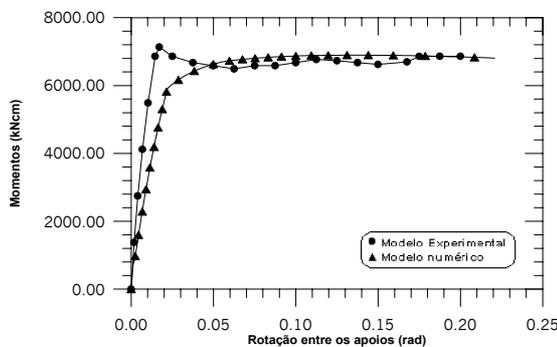


Figura 4.12 – Curva momento fletor vs. curvatura, viga 4, BASE & READ (1965).

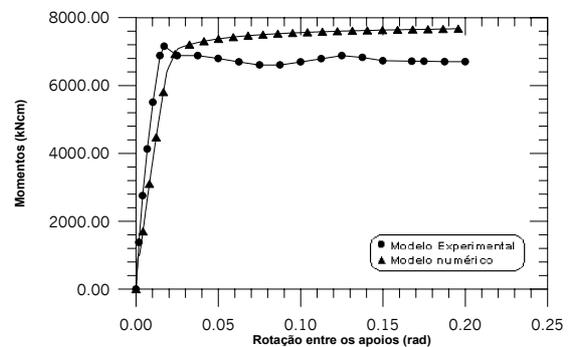


Figura 4.13 – Curva momento fletor vs. curvatura, viga 5, BASE & READ (1965).

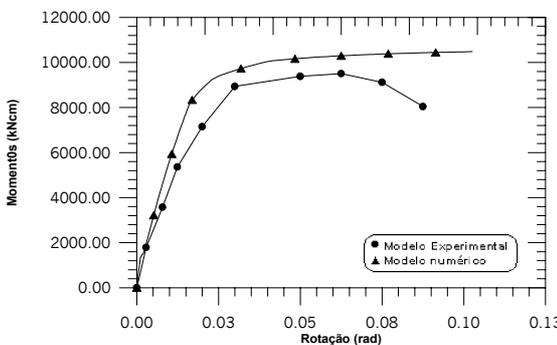


Figura 4.14 – Curva momento fletor vs. curvatura, viga 9, BASE & READ (1965).

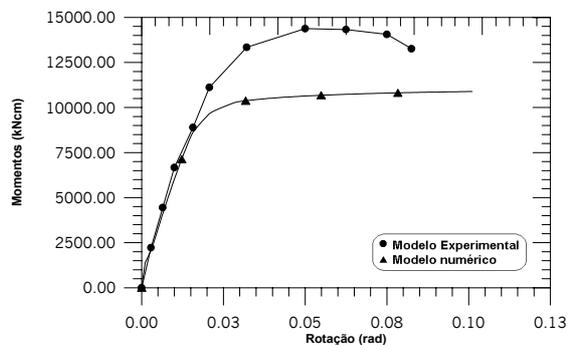


Figura 4.15 – Curva momento fletor vs. curvatura, viga 16, BASE & READ (1965).

NAWY et al. (1968) ensaiaram duas séries de vigas (série A e série B) confinadas por meio de armadura helicoidal retangular contínua, para verificar a capacidade de rotação plástica. Os estribos de confinamento dessas vigas envolvem toda a seção transversal, sendo descontado o cobrimento, portanto semelhante aos estribos destinados à força cortante. Esse arranjo de estribos não é tão eficaz quanto aquele que se confina apenas a região de compressão da seção transversal, pois parte do estribo está localizado na região de tração da viga, causando deficiência no confinamento. Na Figura 4.16, estão apresentados os detalhes das vigas ensaiadas e na Tabela 4.4 são mostradas as características gerais. A resistência característica de escoamento do aço armadura transversal das vigas da série A e série B foram respectivamente de 329,57MPa e 342,67MPa.

**Tabela 4.4 – Características gerais das vigas ensaiadas, NAWY et al. (1968).**

Série	Dimensões			A <sub>s</sub>		A <sub>s</sub>		f <sub>ck</sub> (MPa)	f <sub>ctk</sub> (MPa)	p'' (%)	s (cm)	
	Viga	b <sub>w</sub> (cm)	d (cm)	h (cm)	∅ (mm)	f <sub>y</sub> (MPa)	∅ (mm)					f <sub>y</sub> (MPa)
A	P9G1	20,32	27,94	30,48	2∅25	327,50	2∅16	451,60	33,58	3,52	0	0
A	P10G1	20,32	27,94	30,48	2∅25	451,60	2∅16	451,60	35,30	3,59	1,0	5,08
A	P11G3	20,32	27,94	30,48	2∅25	327,50	2∅16	451,60	35,09	3,45	1,0	5,08
A	P14G6	20,32	27,94	30,48	2∅25	327,50	2∅16	451,60	38,87	3,79	3,0	1,70
A	P5G7	20,32	27,94	30,48	2∅25	451,60	2∅16	451,60	34,54	3,65	4,0	1,27
A	P6G8	20,32	27,94	30,48	2∅25	451,60	2∅16	451,60	32,47	3,52	4,0	1,27
B	B8B4	17,70	17,16	20,32	2∅12,5	342,67	2∅12,5	342,67	29,92	2,99	1,0	6,65
B	B12B6	17,70	17,16	20,32	2∅12,5	342,67	2∅12,5	342,67	39,37	4,14	1,0	6,65
B	B5B8	17,70	17,16	20,32	2∅12,5	342,67	2∅12,5	342,67	31,99	3,03	1,5	4,45
B	B2B10	17,70	17,16	20,32	2∅12,5	342,67	2∅12,5	342,67	38,06	4,07	2,0	3,32
B	B11B12	17,70	17,16	20,32	2∅12,5	342,67	2∅12,5	342,67	39,23	4,48	2,0	3,32

onde:

- f<sub>ctk</sub>, resistência característica do concreto à tração;
- p'', taxa de armadura transversal de confinamento.

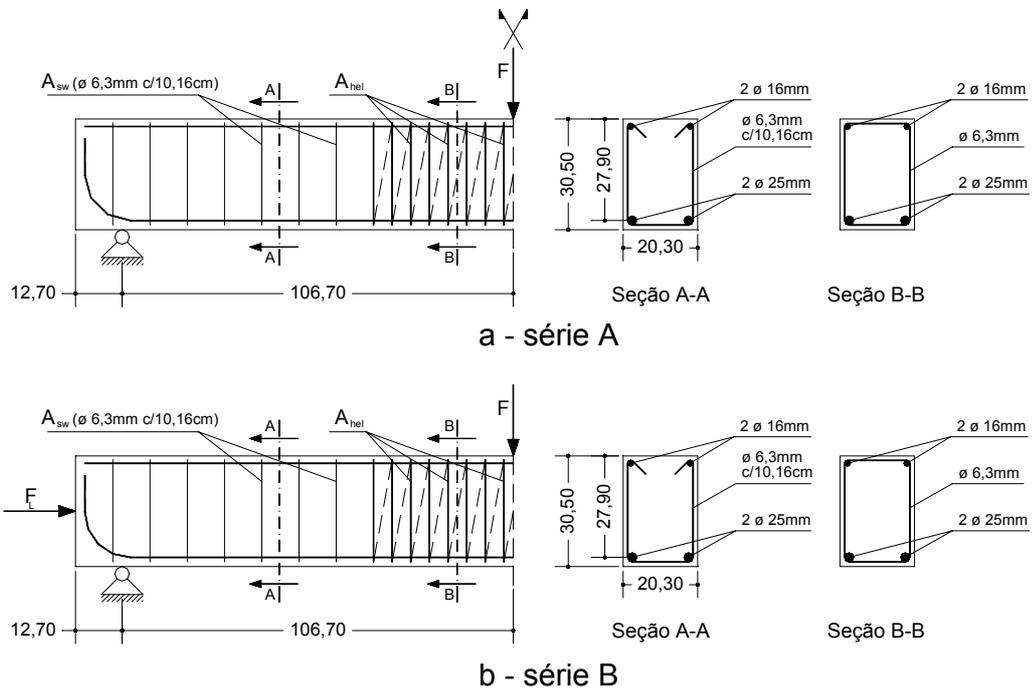


Figura 4.16 – Detalhamento das vigas ensaiadas, a – série A, b – série B, NAWY et al. (1968).

Nas Figuras 4.17 a 4.18, são apresentadas curvas momento fletor vs. rotação, onde é possível comparar os resultados experimentais com os obtidos numericamente. Na Tabela 4.5, são apresentados os resultados obtidos por meio do experimento e por meio do modelo teórico, como também, a diferença entre eles

Tabela 4.5 – Diferenças entre os modelos teóricos e experimentais.

Vigas	Momento Máximo – $M_{\text{máx}}$ (kNcm)		Diferença (%)
	Experimental	Númérico	
P10G2	21920,9	25657,1	14,56
P11G3	19550,9	18840,6	3,63
P14G6	19632,1	18985,1	3,23
P5G7	24913,1	25918,8	3,88
P6G8	21714,2	25871,2	16,07
B8B4	4022,26	3536,58	9,53
B12B6	3722,4	3731,47	0,24
B5B8	3803,07	3748,08	1,45
B2B10	5106,91	4656,24	8,82
B11B12	3371,31	3801,1	11,31

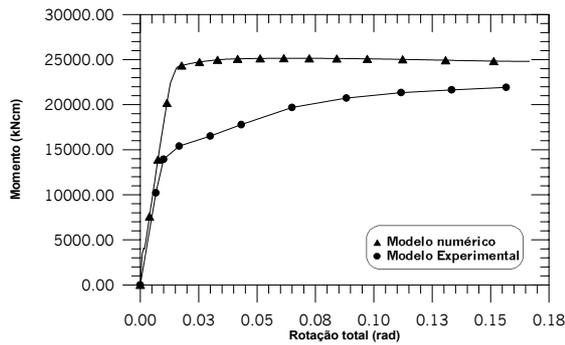


Figura 4.17 – Curva momento fletor vs. curvatura, viga P10G2, NAWY et al. (1968).

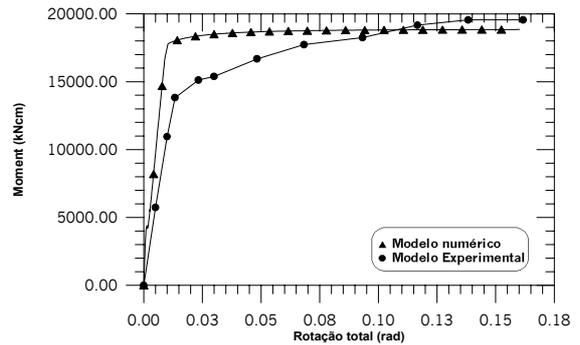


Figura 4.18 – Curva momento fletor vs. curvatura, viga P11G3, NAWY et al. (1968).

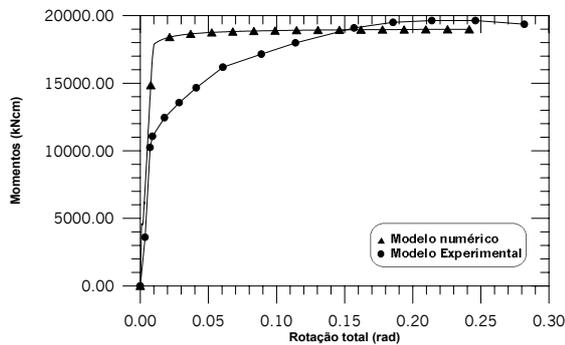


Figura 4.19 – Curva momento fletor vs. curvatura, viga P10G2, NAWY et al. (1968).

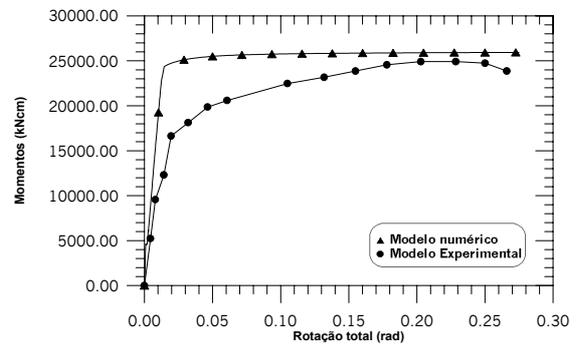


Figura 4.20 – Curva momento fletor vs. curvatura, viga P5G7, NAWY et al. (1968).

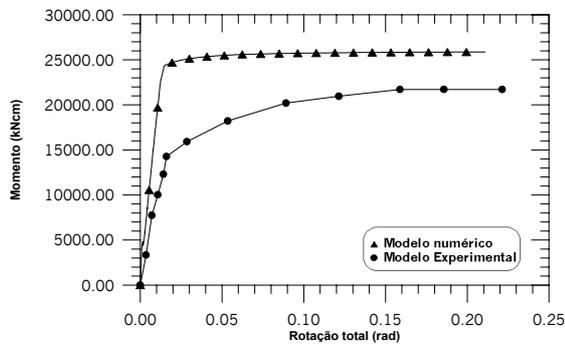


Figura 4.21 – Curva momento fletor vs. curvatura, viga P6G8, NAWY et al. (1968).

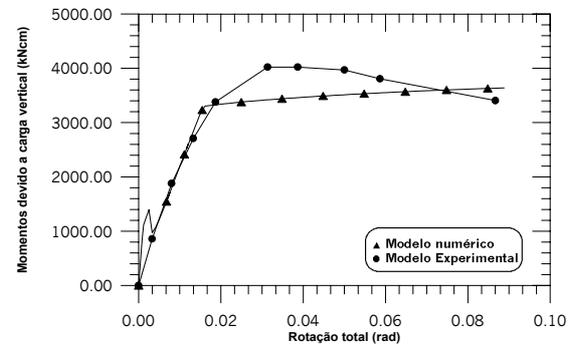


Figura 4.22 – Curva momento fletor vs. curvatura, viga B8B4, NAWY et al. (1968).

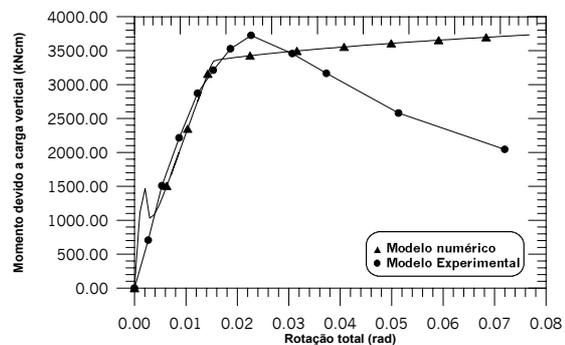


Figura 4.23 – Curva momento fletor vs. curvatura, viga B12B6, NAWY et al. (1968).

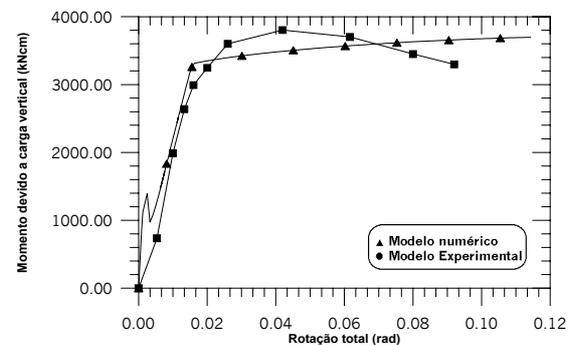


Figura 4.24 – Curva momento fletor vs. curvatura, viga B5B8, NAWY et al. (1968).

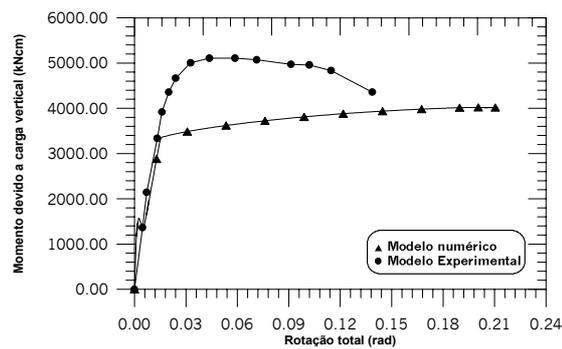


Figura 4.25 – Curva momento fletor vs. curvatura, viga B2B10, NAWY et al. (1968).

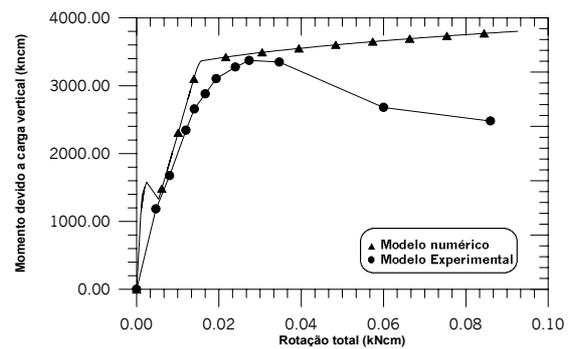


Figura 4.26 – Curva momento fletor vs. curvatura, viga B2B10, NAWY et al. (1968).

Observou-se que o modelo teórico não foi tão eficaz quanto nas análises realizadas anteriormente. Um dos fatores pode ter sido a presença de tensões normais de tração nos estribos destinados ao confinamento, pois estes envolviam toda seção transversal da viga descontando o cobrimento. Porém, observou-se, que os máximos momentos fletores obtidos numericamente tiveram uma boa aproximação em relação aos obtidos experimentalmente.

ZIARA et al. (1995) ensaiaram duas séries vigas de concreto armado, confinadas por meio de estribos retangulares, sendo uma série com vigas subarmadas e outra com vigas superarmadas. Para as vigas subarmadas, os estribos destinados ao confinamento foram colocados apenas na região de compressão da viga, enquanto, que para as vigas superarmadas, os estribos de confinamento foram colocados em torno de toda a seção transversal, descontando o cobrimento. O fato dos estribos de confinamento serem de forma semelhante aos estribos destinados à força cortante pode causar ineficiência no confinamento, como já foi mencionado anteriormente. As Figuras 4.27 e 4.28 trazem os detalhes das vigas ensaiadas e a Tabela 4.6 apresenta as características gerais dessas vigas. As vigas NA2, NA3, NB2 e NB3 são subarmadas enquanto que as demais são superarmadas.

Tabela 4.6 – Características gerais das vigas ensaiadas, ZIARA et al (1995).

Viga	$b_w$ (cm)	$d$ (cm)	$h$ (cm)	$f_{ck}$ (MPa)	$f_{yw}$ (MPa)	$f_{ywk}$ (MPa)	$A_s$		$A_{sw}$		$A_{sw,conf}$	
							$\phi$ (mm)	Qtd.	$\phi$ (mm)	$s$ (cm)	$\phi$ (mm)	$s$ (cm)
NA2-1	20	26	30	40	533	454	20	3	10	7	10	7
NA3-1	20	26	30	40	533	454	20	3	10	7	10	3,5
NB2-1	20	26	30	40	533	454	20	3	10	12	10	12
NB3-1	20	26	30	40	533	454	20	3	10	12	10	6
C2	20	18,75	23	30,5	477	441,5	25	3	10	10	10	3,75
C3.2	20	18,75	23	19,6	526	441,5	25	3	10	10	10	3,5

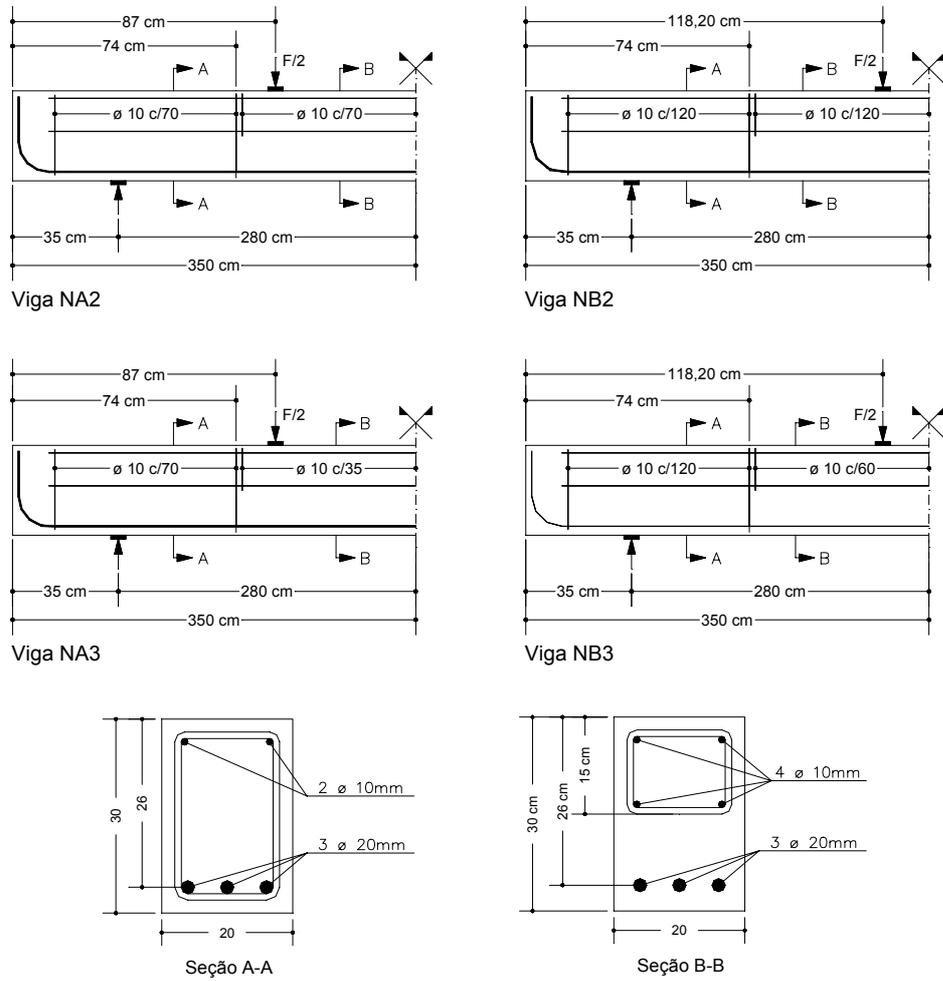


Figura 4.27 – Detalhamento das vigas subarmadas, ZIARA et al. (1995).

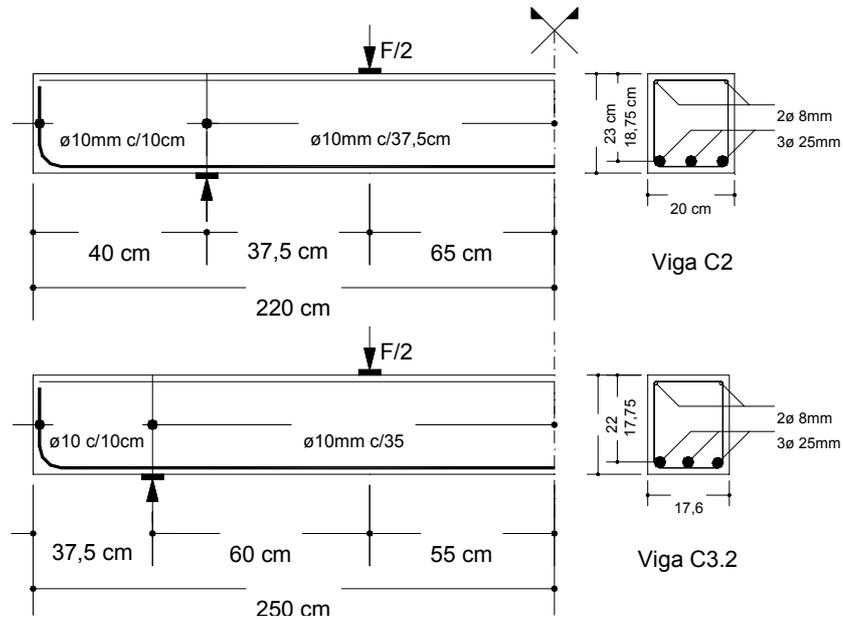
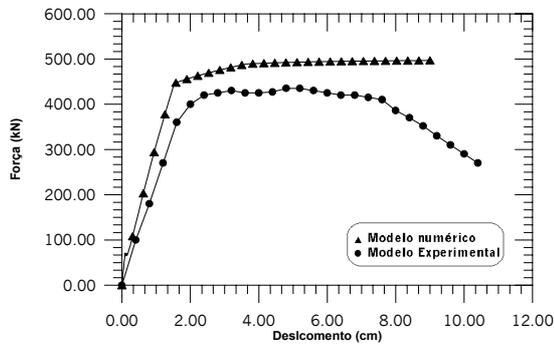
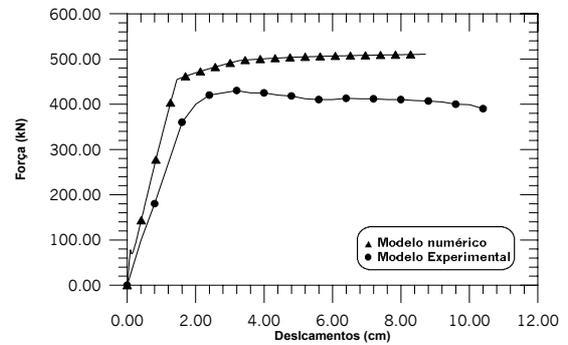


Figura 4.28 – Detalhamento das vigas superarmadas, ZIARA et al. (1995).

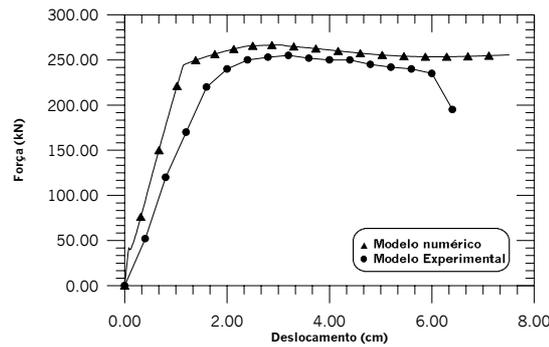
Nas Figuras 4.29 a 4.34, são apresentadas curvas força vs. deslocamento, onde é possível verificar a eficiência do modelo computacional empregado neste trabalho.



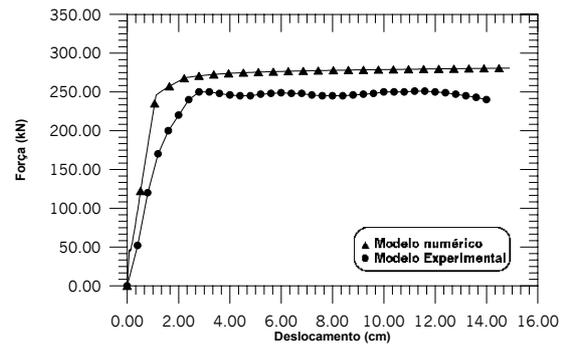
**Figura 4.29 – Curva força vs. deslocamento, viga NA2, ZIARA et al. (1995).**



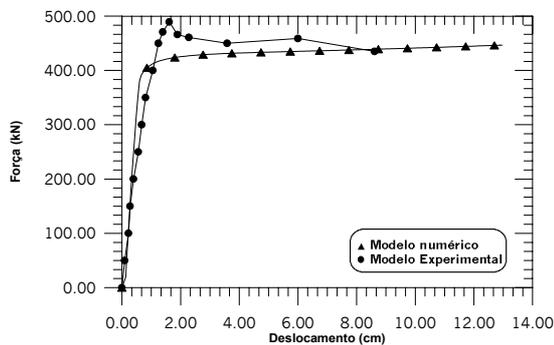
**Figura 4.30 – Curva força vs. deslocamento, viga NA3, ZIARA et al. (1995).**



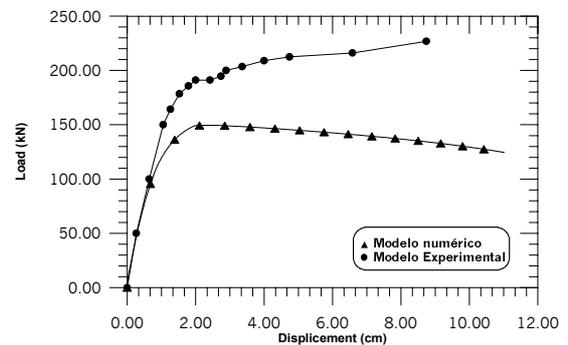
**Figura 4.31 – Curva força vs. deslocamento, viga NB2, ZIARA et al. (1995).**



**Figura 4.32 – Curva força vs. deslocamento, viga NB3, ZIARA et al. (1995).**



**Figura 4.33 – Curva força vs. deslocamento, viga C2, ZIARA et al. (1995).**



**Figura 4.34 – Curva força vs. deslocamento, viga C3.2, ZIARA et al. (1995).**

Na Tabela 4.7, é possível verificar as diferenças entre os modelos teórico e experimental. Observa-se que o modelo numérico apresenta boa aproximação, existindo uma diferença exagerada em apenas uma das vigas analisadas, provavelmente pelo fato dos estribos de confinamento envolverem toda a seção transversal da viga.

**Tabela 4.7 – Diferenças entre os modelos teóricos e experimentais.**

Vigas	Força máxima - $F_{\text{máx}}$ (kN)		Diferença (%)
	Experimental	Numérico	
NA2	435	496,7	12,42
NA3	430	510,34	15,74
NB2	255	266,58	4,34
NB3	251	280,73	10,59
C2	489,29	446,65	9,55
C3-2	216,07	149,51	30,80

Com as vinte e três vigas simuladas numericamente, foi possível observar que o modelo computacional oferece bons resultados e que se mostrou coerente em relação aos valores experimentais.

#### 4.4. DETERMINAÇÃO DO ÍNDICE DE DUCTILIDADE IDEAL

Para se determinar um índice de ductilidade ideal para vigas de concreto armado, foi realizado um estudo estatístico com vinte e sete vigas subarmadas, projetadas com deformação na armadura de tração igual a 10‰ e deformação no concreto igual a 3,5‰, ou seja, vigas com deformações relativas ao limite dos domínios 2 e 3 de deformações, segundo o Projeto de Revisão da NBR 6118:2001. As vigas foram consideradas apoiadas e com vão teórico de 300cm. O motivo de escolher essas vigas para se determinar o índice de ductilidade ideal se dá pelo fato que o comportamento destas é regido pelo diagrama tensão vs. deformação da armadura tracionada, pois o aço escoava até a deformação de 10‰ antes de o concreto vir a atingir a deformação limite para o Estado Limite Último. As vigas foram analisadas numericamente utilizando o modelo computacional citado anteriormente. Em função da não linearidade do problema, adotou-se três parâmetros de estudo: a resistência característica do concreto à compressão ( $f_{ck}$ ); a largura da seção transversal da viga ( $b_w$ ); a altura útil da viga ( $d$ ). As resistências características do concreto à compressão, adotadas para a determinação do índice

de ductilidade ideal, foram de 20MPa, 35MPa e 50MPa. Para as seções transversais das vigas, foram escolhidas larguras de 10cm, 30cm e 50cm e, para as alturas úteis das vigas, foram escolhidos os valores de 17cm, 56cm e 95cm. Na Tabela 4.8, são apresentadas as características gerais das vigas analisadas numericamente e os seus respectivos índices de ductilidade, sendo estes determinados por meio da metodologia desenvolvida por LIMA JÚNIOR & GIONGO (2001). Na Figura 4.35 é apresentado o esquema estático das vigas. Em todas as vigas, utilizou-se aço classe CA-50.

**Tabela 4.8 – Características gerais das vigas subarmadas analisadas numericamente, com  $\varepsilon_c = 3,5\%$  e  $\varepsilon_s = 10\%$ .**

Vigas	$f_{ck}$ (MPa)	$b_w$ (cm)	$d$ (cm)	$h$ (cm)	$A_{s,adotado}$			$\delta_{c0,fy}$ (cm)	$F_{m\acute{a}x}$ (kN)	$IR_c$ (kN/cm)	$ID_{pr\acute{e}}$	$ID_{p\acute{o}s}$	$ID_{el\acute{a}st.}$
					$A_{st}$ (cm <sup>2</sup> )	$\phi$ (mm)	Qtd.						
v201020	20	10	17	20	0,4	5,0	2	1,52	5,01	31,50	0,499	0,914	0,105
v201060	20	10	56	60	1,0	8,0	2	0,45	40,27	626,20	0,495	0,915	0,143
v201010	20	10	95	100	1,6	10,0	2	0,27	109,2	1795,81	0,477	0,894	0,255
v203020	20	30	17	20	1,0	8,0	2	1,40	11,0	96,27	0,609	0,915	0,082
v203060	20	30	56	60	3,0	12,5	2	0,45	120,93	1804,68	0,508	0,878	0,149
						8,0	1						
v203010	20	30	95	100	5,0	25,0	2	0,27	338,59	5344,55	0,411	0,91	0,235
v205020	20	50	17	20	1,6	10,0	2	1,56	19,93	155,73	0,572	0,863	0,082
v205060	20	50	56	60	4,8	16,0	2	0,47	192,52	3777,99	0,569	0,886	0,108
						10,0	1						
v205010	20	50	97	100	8,30	20,0	2	0,27	562,88	8669,95	0,413	0,902	0,240
						16,0	1						
v351020	35	10	17	20	0,50	8,0	2	1,54	6,33	38,17	0,517	0,879	0,108
v351060	35	10	56	60	1,50	8,0	3	0,46	60,56	963,91	0,495	0,881	0,137
v351010	35	10	95	100	2,50	12,5	2	0,27	170,90	2483,17	0,382	0,880	0,255
v353020	35	30	17	20	1,60	10,0	2	1,55	20,02	113,90	0,490	0,886	0,113
v353060	35	30	56	60	5,25	16,0	2	0,50	209,90	2871,08	0,473	0,915	0,146
						12,5	1						
v353010	35	30	95	100	10,0	25,0	2	0,29	679,19	8210,52	0,295	0,924	0,285
v355020	35	50	17	20	2,50	12,5	2	1,52	31,54	213,47	0,641	0,895	0,097
v355060	35	50	56	60	8,30	20,0	2	0,49	331,46	4899,90	0,471	0,905	0,138
						16,0	1						
v355010	35	50	95	100	15,0	25,0	3	0,29	1013,25	12914,3	0,327	0,912	0,271
v501020	50	10	17	20	0,80	10,0	2	1,64	9,94	43,31	0,43	0,913	0,140
v501060	50	10	56	60	2,50	12,5	2	0,50	100,23	1133,3	0,397	0,911	0,177
v501010	50	10	95	100	4,0	16,0	2	0,30	272,30	5502,05	0,499	0,922	0,167
v503020	50	30	17	20	2,5	12,5	2	1,61	30,55	113,88	0,413	0,943	0,167
v503060	50	30	56	60	7,10	20,0	2	0,50	283,35	3327,15	0,488	0,927	0,170
						10,0	1						
v503010	50	30	95	10	12,0	25,0	2	0,30	811,77	9016,50	0,285	0,916	0,303
						16,0	1						
v505020	50	50	17	20	4,0	16,0	2	1,67	48,76	215,96	0,439	0,915	0,135
v505060	50	50	56	60	12,0	25,0	2	0,50	476,73	5685,64	0,408	0,914	0,168
						16,0	1						
v505010	50	50	95	100	21,0	32,0	2	0,30	1413,04	16411,7	0,282	0,927	0,287
						25,0	1						

Sendo:  $\delta_{c0,fy}$ , o deslocamento vertical da viga, medido no meio do vão, no instante do início do escoamento da armadura de tração.

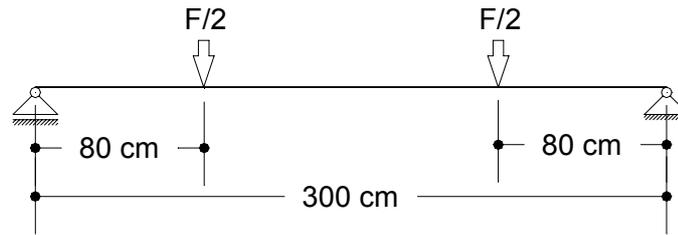


Figura 4.35 – Esquema estático das vigas subarmadas analisadas numericamente.

Nas Figuras 4.36 a 4.44, são apresentadas curvas força vs. deslocamentos das vigas analisadas por meio do programa computacional. Na Figura 4.45, é apresentada uma curva força vs. deslocamento, para ilustrar como foram determinados os índices de ductilidade pré-pico e pós-pico para as vigas.

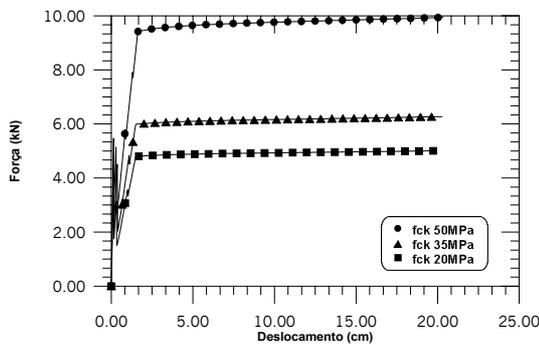


Figura 4.36 – Curva força vs. deslocamento, vigas v201020, v351020 e v501020.

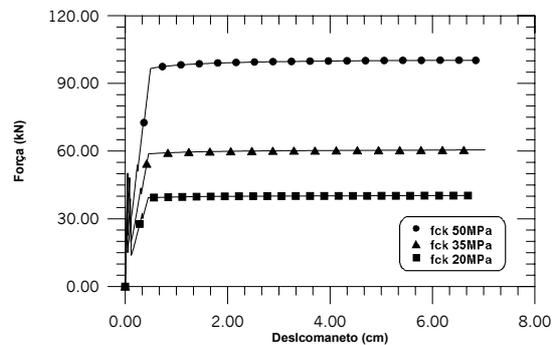


Figura 4.37 – Curva força vs. deslocamento, vigas v201060, v351060 e v501060.

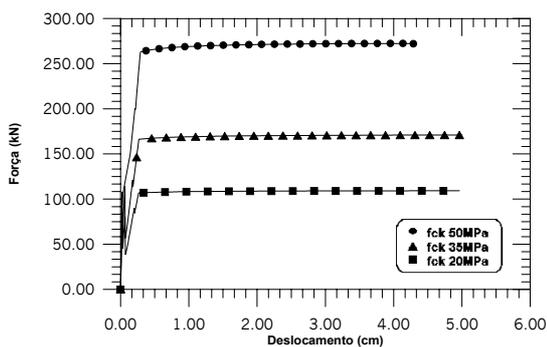


Figura 4.38 – Curva força vs. deslocamento, vigas v2010100, v3510100 e v5010100.

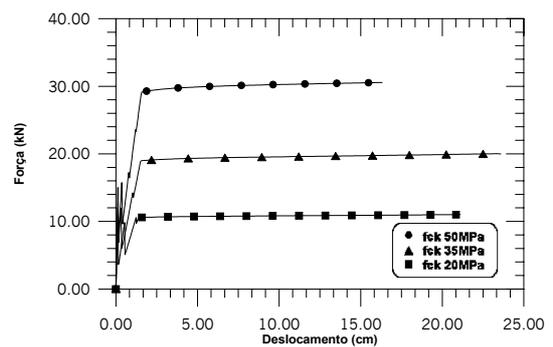
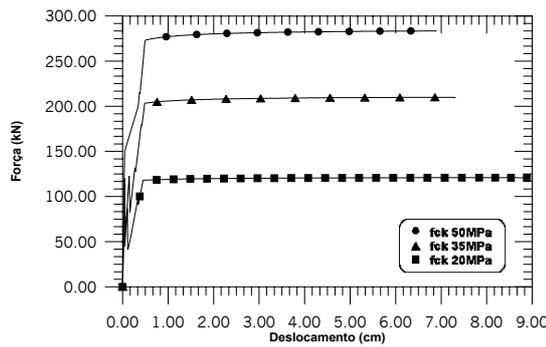
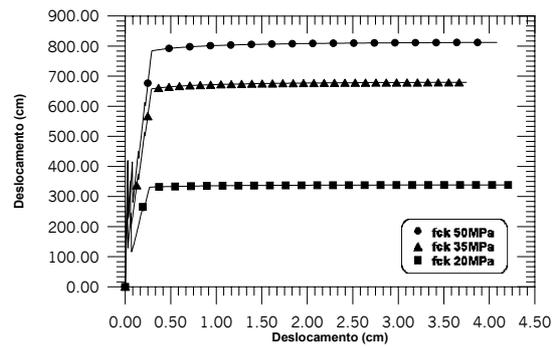


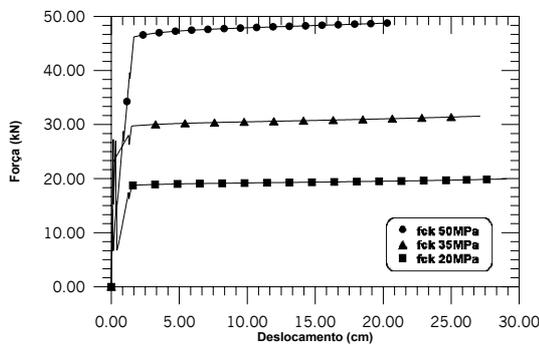
Figura 4.39 – Curva força vs. deslocamento, vigas v203020, v353020 e v503020.



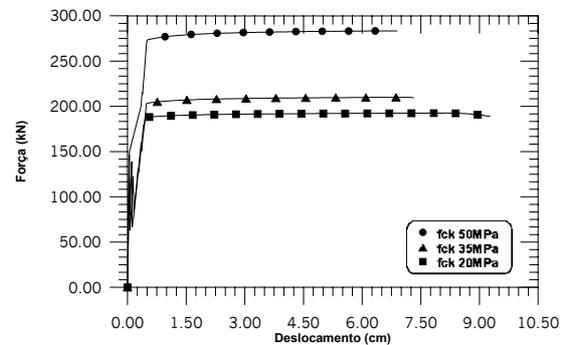
**Figura 4.40 – Curva força vs. deslocamento, vigas v203060, v353060 e v503060.**



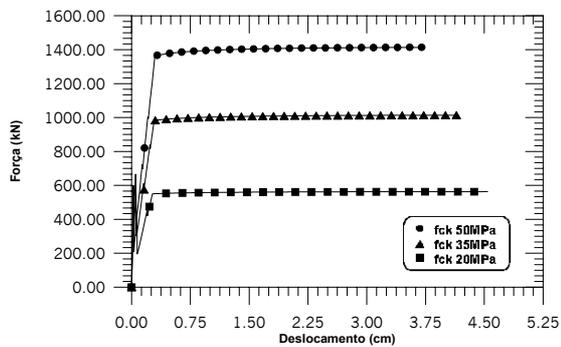
**Figura 4.41 – Curva força vs. deslocamento, vigas v2030100, v3530100 e v5030100.**



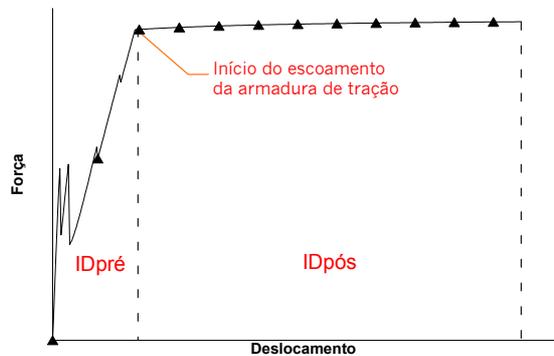
**Figura 4.42 – Curva força vs. deslocamento, vigas v205010, v355010 e v505010.**



**Figura 4.43 – Curva força vs. deslocamento, vigas v205060, v355060 e v505060.**



**Figura 4.44 – Curva força vs. deslocamento, vigas v2050100, v3550100 e v5050100.**



**Figura 4.45 – Determinação dos índices de ductilidade pré-pico e pós-pico das vigas subarmadas.**

Utilizando os dados da Tabela 4.8, fez-se um estudo estatístico, onde se obteve que o índice de ductilidade ideal pré-pico ( $ID_{pré,ideal}$ ) é igual a 0,455 e o índice de ductilidade ideal pós-pico ( $ID_{pós,ideal}$ ) é igual 0,905. Esses valores foram obtidos por meio da média aritmética dos índices de ductilidade das vigas analisadas,

sendo que os desvios-padrão para os índices de ductilidade ideais pré-pico e pós-pico são respectivamente iguais a 0,092 e 0,0188.

## 4.5. ESTUDO PARAMÉTRICO

O objetivo desta análise é avaliar o comportamento de vigas de concreto armado projetadas com armadura de confinamento, dimensionadas no limite dos domínios 3 e 4 de deformações e no domínio 4 de deformação, segundo o Projeto de Revisão da NBR 6118:2001. Para isso, analisou-se numericamente um total de setenta e duas vigas, sendo que seis vigas foram projetadas de maneira convencional, ou seja, sem armadura de confinamento. As demais vigas foram projetadas com armadura de confinamento, sendo trinta e três confinadas por meio de estribos circulares e as restantes confinadas por meio de estribos retangulares.

As vigas projetadas de maneira convencional apresentam deformação na armadura de tração igual a  $\varepsilon_y$  (deformação de escoamento das barras da armadura de tração) e deformação no concreto  $\varepsilon_c = 3,5\%$ . Das seis vigas detalhadas sem armadura de confinamento, três foram projetadas com armadura dupla e três projetadas com armadura simples. A taxa de armadura de compressão admitida para as vigas projetadas com armadura dupla foi de  $\rho' = 2,09\%$ .

O aço utilizado em todas as vigas foi o CA-50, tanto para as armaduras longitudinais como para as armaduras transversais. O diâmetro dos estribos destinados ao confinamento foi de 5mm. Todas as vigas tiveram seções transversais de 10cm de largura por 30cm de altura. Os detalhes das vigas analisadas numericamente são apresentados nas Figura 4.46 a 4.49.

Para a análise numérica foi utilizado o programa computacional desenvolvido por KRÜGER (1990) e para a determinação dos índices de ductilidade foi utilizada a metodologia desenvolvida por LIMA JÚNIOR & GIONGO (2001).

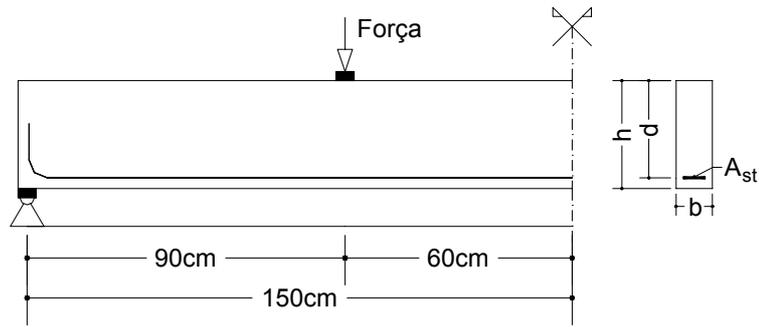


Figura 4.46 – Viga com armadura simples.

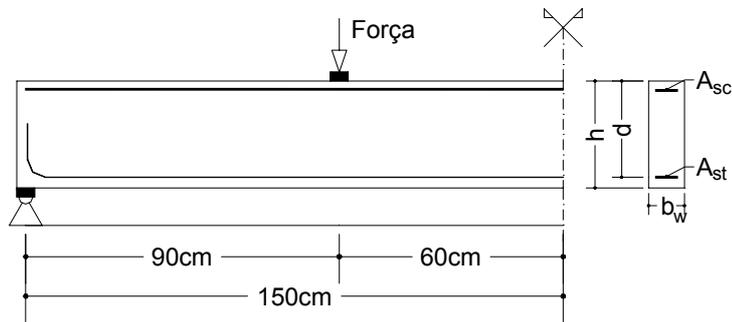


Figura 4.47 – Viga com armadura dupla.

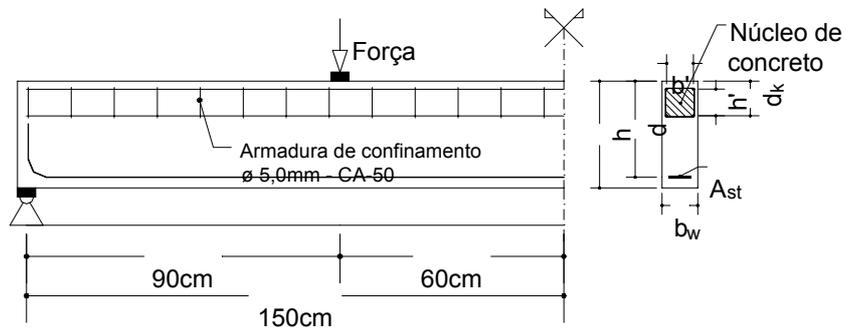


Figura 4.48 – Viga confinada por meio de estribos retangulares.

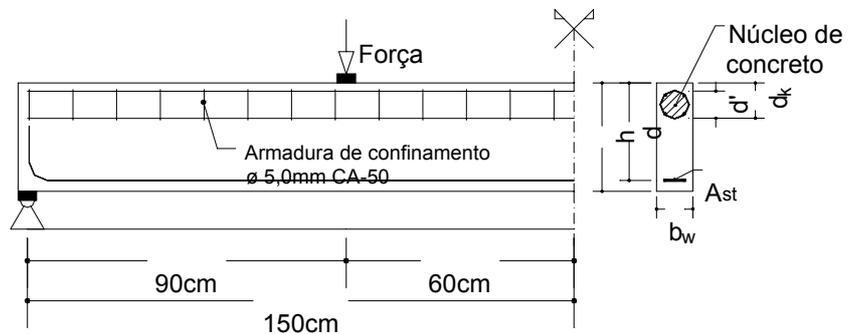


Figura 4.49 – Viga confinada por meio de estribos circulares.

#### 4.5.1. ANÁLISE I – VIGAS NO LIMITE DOS DOMÍNIOS 3 E 4

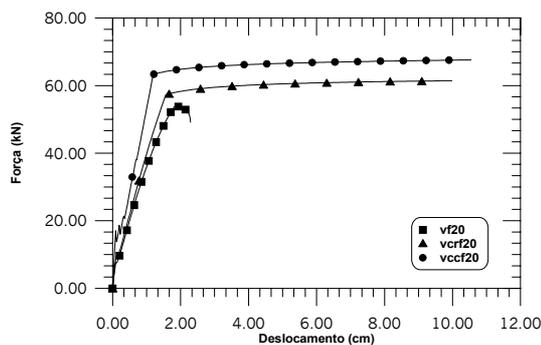
Primeiramente, será analisada a influência de armadura de confinamento em vigas de concreto armado com resistências do grupo I, segundo a NBR 8953:1992, dimensionadas no limite dos domínios 3 e 4, com e sem armadura de compressão. Para isso foram avaliadas dezoito vigas de concreto com resistência característica à compressão do concreto de 20MPa, 35MPa e 50MPa, deformação na armadura de tração igual a  $\varepsilon_y$  e deformação do concreto comprimido igual a  $\varepsilon_c = 3,5\%$ . Os espaçamentos entre os estribos de confinamento foram de 7,5cm, os diâmetros dos estribos, de 5mm, e a armadura transversal de confinamento é da classe CA-50. Para as barras longitudinais também foi utilizado aço CA-50. O modelo teórico de confinamento utilizado nesta análise foi desenvolvido por SAATACIONGLU & RAZVI (1992) e a metodologia utilizada para a determinação dos índices de ductilidade foi desenvolvida por LIMA JÚNIOR & GIONGO (2001). Das dezoito vigas analisadas numericamente, doze foram confinadas, sendo metade por meio de estribos circulares e as restantes confinadas por meio de estribos retangulares. As demais vigas foram projetadas de maneira convencional, sendo três projetadas com armadura simples e três projetadas com armadura dupla. Nas Figuras 4.46 a 4.49 são apresentados os detalhes das vigas e na Tabela 4.9 as características gerais das mesmas.

**Tabela 4.9 – Características gerais das vigas analisadas numericamente da análise I.**

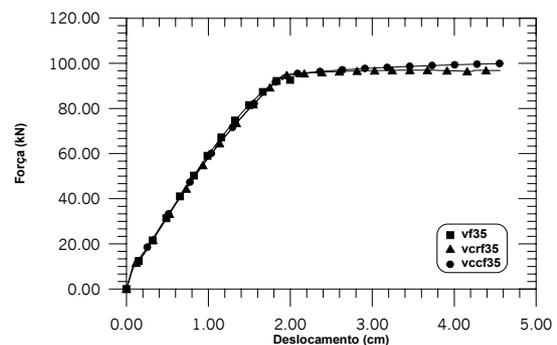
VIGAS	$b_w$ (cm)	$h$ (cm)	$d$ (cm)	$A_{sw,conf.}$			$f_{ck}$ (MPa)	$\varepsilon_{St}$ (‰)	$s$ (cm)	$A_{st}$ (cm <sup>2</sup> )	$A_{sc}$ (cm <sup>2</sup> )	
				Tipo	$b'$ (cm)	$h'$ (cm)						$d'$ (cm)
vf20	10	30	27	-	-	-	-	20	2,38	-	4,37	-
vf35	10	30	27	-	-	-	-	35	2,38	-	8,08	-
vf50	10	30	27	-	-	-	-	50	2,38	-	11,54	-
vcrf20	10	30	27	Ret.	7,5	7,5	-	20	2,38	7,5	4,37	-
vcrf35	10	30	27	Ret.	7,5	7,5	-	35	2,38	7,5	8,08	-
vcrf50	10	30	27	Ret.	7,5	7,5	-	50	2,38	7,5	11,54	-
vccf20	10	30	27	Circ.	-	-	7,5	20	2,38	7,5	4,37	-
vccf35	10	30	27	Circ.	-	-	7,5	35	2,38	7,5	8,08	-
vccf50	10	30	27	Circ.	-	-	7,5	50	2,38	7,5	11,54	-
vd20	10	30	27	-	-	-	-	20	2,38	-	10,64	6,28
vd35	10	30	27	-	-	-	-	35	2,38	-	13,93	6,28
vd50	10	30	27	-	-	-	-	50	2,38	-	17,20	6,28
vdcrf20	10	30	27	Ret.	7,5	7,5	-	20	2,38	7,5	10,64	6,28
vdcrf35	10	30	27	Ret.	7,5	7,5	-	35	2,38	7,5	13,93	6,28
vdcrf50	10	30	27	Ret.	7,5	7,5	-	50	2,38	7,5	17,20	6,28
vdccf20	10	30	27	Circ.	-	-	7,5	20	2,38	7,5	10,64	6,28
vdccf35	10	30	27	Circ.	-	-	7,5	35	2,38	7,5	13,93	6,28
vdccf50	10	30	27	Circ.	-	-	7,5	50	2,38	7,5	17,20	6,28

Curvas força vs. deslocamento são apresentadas nas Figuras 4.50 a 4.55, onde é possível observar claramente o aumento da ductilidade das vigas projetadas com armadura de confinamento, em relação às vigas projetadas de maneira convencional. Notou-se também um pequeno aumento na capacidade resistente à flexão das vigas com armadura de confinamento. Como já era esperado, os estribos circulares foram mais eficientes que os quadrados, pois a distribuição de tensões nos estribos circulares é uniforme, diferente dos estribos quadrados, onde existe confinamento apenas nos cantos e no centro do núcleo de confinamento.

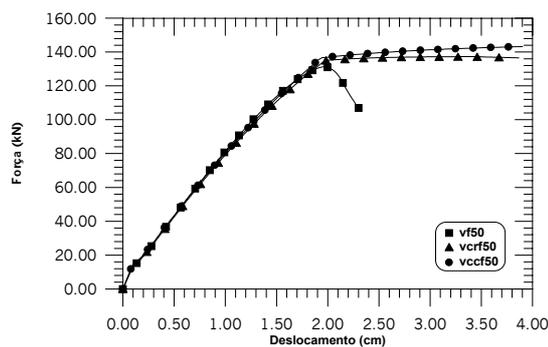
Na Tabela 4.10, são mostrados os parâmetros de confinamento do modelo proposto por SAATCIOGLU & RAZVI (1992), a carga máxima e os índices de ductilidade de cada viga.



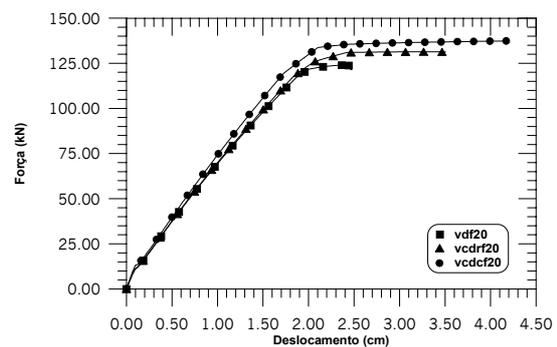
**Figura 4.50 – Curva força vs. deslocamento das vigas vf20, vcfr20 e vccf20.**



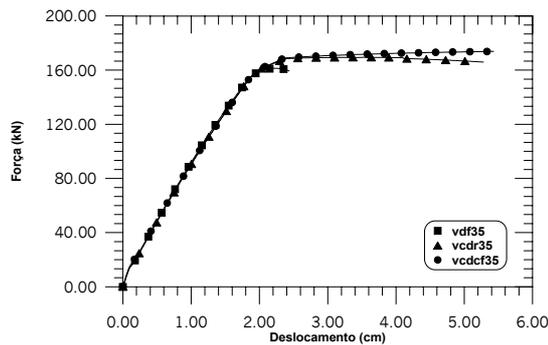
**Figura 4.51 – Curva força vs. deslocamento das vigas vf35, vcfr35 e vccf35.**



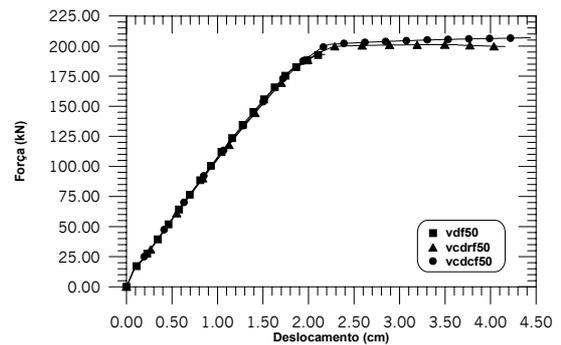
**Figura 4.52 – Curva força vs. deslocamento das vigas vf50, vcfr50 e vccf50.**



**Figura 4.53 – Curva força vs. deslocamento das vigas vdf20, vcdfr20 e vcdcf20.**



**Figura 4.54 – Curva força vs. deslocamento das vigas vdf35, vcdrf35 e vcdf35.**



**Figura 4.55 – Curva força vs. deslocamento das vigas vdf50, vcdrf50 e vcdf50.**

**Tabela 4.10 – Índice de ductilidade das vigas da análise I.**

VIGAS	$F_{m\acute{a}x}$ (kN)	Tipo	Aumento de Resist. à Flexão (%)	$f_{cc}$ (MPa)	$\epsilon_c$ (‰)	$\epsilon_{c85}$ (‰)	$ID_{pr\acute{e}}$	$ID_{p\acute{o}s}$	$ID_{elast}$
vf20	53,79*	-	-	-	3,5	-	0,272	-	0,333
vf35	93,60*	-	-	-	3,5	-	0,151	-	0,429
vf50	131,36*	-	-	-	3,5	-	0,100	-	0,483
vcrf20	61,43	Ret.	12,44	23,91	3,94	10,92	0,884	2,449	0,333
vcrf35	96,95	Ret.	3,46	38,91	3,89	10,02	0,142	1,029	0,429
vcrf50	137,23	Ret.	4,28	53,91	3,36	9,89	0,09	1,044	0,483
vccf20	67,59	Circ.	20,42	38,91	11,37	24,43	0,96	2,515	0,333
vccf35	99,91	Circ.	6,32	53,91	8,14	18,58	0,145	1,04	0,429
vccf50	143,20	Circ.	8,27	68,91	6,98	16,46	0,099	1,073	0,483
vdf20	123,98*	-	-	-	3,5	-	0,186	-	0,437
vdf35	161,33*	-	-	-	3,5	-	0,084	-	0,511
vdf50	191,97*	-	-	-	3,5	-	0,053	-	0,526
vcdrf20	131,38	Ret.	5,63	23,91	3,94	10,92	0,197	1,557	0,437
vcdrf35	169,42	Ret.	4,78	38,91	3,89	10,02	0,079	1,078	0,511
vcdrf50	201,14	Ret.	4,56	53,91	3,36	9,89	0,046	1,047	0,526
vcdf20	137,34	Circ.	9,73	38,91	11,37	24,43	0,231	1,129	0,437
vcdf35	173,81	Circ.	9,78	53,91	8,14	18,58	0,081	1,061	0,511
vcdf50	206,86	Circ.	7,20	68,91	6,97	16,46	0,053	1,066	0,526

Nota: \* valores de referência para a determinação do aumento da capacidade da resistência à flexão das vigas com mesmo  $f_{ck}$ .

Com os dados da Tabela 4.10, são apresentadas curvas  $ID_{pr\acute{e}}$  vs.  $f_{ck}$  e  $ID_{p\acute{o}s}$  vs.  $f_{ck}$ , onde é possível observar que o índice de ductilidade pré-pico ( $ID_{pr\acute{e}}$ ) diminui com o aumento do  $f_{ck}$ , acontecendo o mesmo com o índice de ductilidade pós-pico ( $ID_{p\acute{o}s}$ ). Estas curvas são apresentadas nas Figuras 4.56 a 4.59.

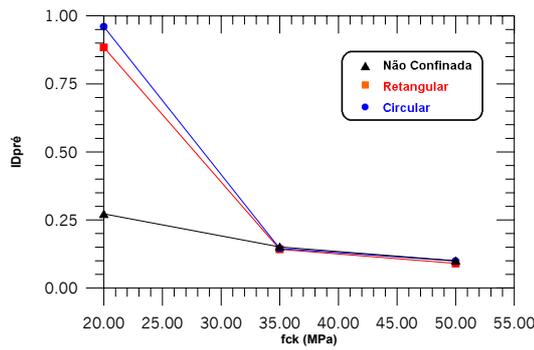


Figura 4.56 – Curvas ID<sub>pré</sub> vs. f<sub>ck</sub>, vigas sem armadura de compressão.

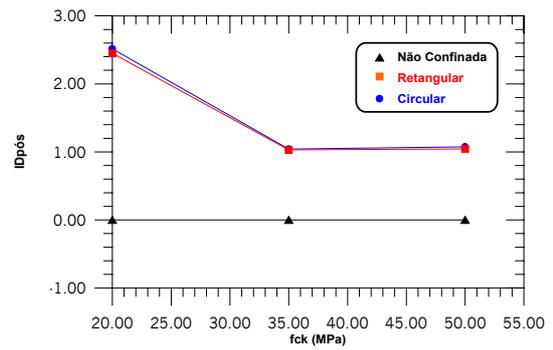


Figura 4.57 – Curvas ID<sub>pós</sub> vs. f<sub>ck</sub>, vigas sem armadura de compressão.

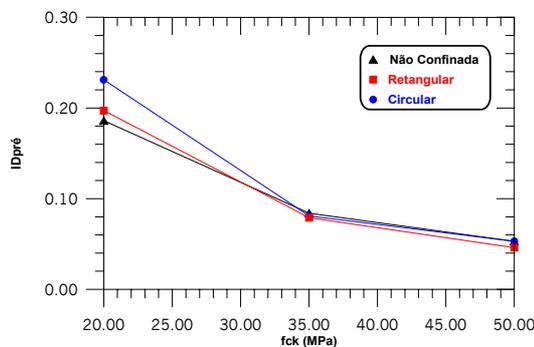


Figura 4.58 – Curvas ID<sub>pré</sub> vs. f<sub>ck</sub>, vigas com armadura de compressão.

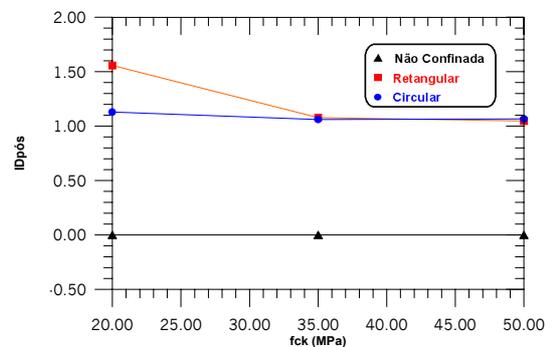


Figura 4.59 – Curvas ID<sub>pós</sub> vs. f<sub>ck</sub>, vigas com armadura de compressão.

Também utilizando os dados da Tabela 4.10, verifica-se um pequeno aumento da capacidade resistente à flexão das vigas, quando confinadas. Nas Figuras 4.60 a 4.65 são apresentados gráficos que demonstram a influência da armadura de confinamento em relação à capacidade resistente à flexão.

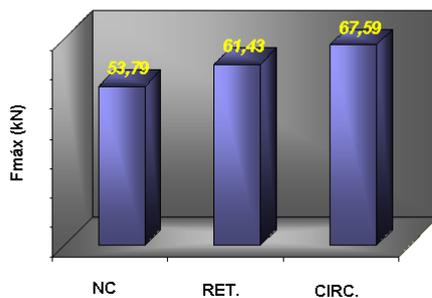


Figura 4.60 – Aumento da resistência à flexão, vigas vf20, vcrf20, vccf20.

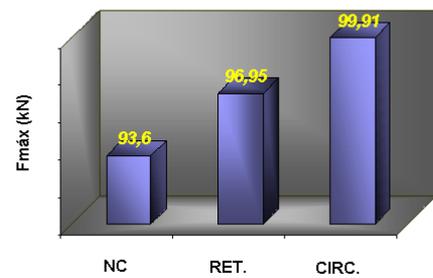


Figura 4.61 – Aumento da resistência à flexão, vigas vf35, vcrf35, vccf50.

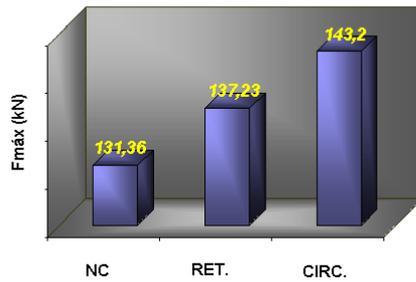


Figura 4.62 – Aumento da resistência à flexão, vigas vf50, vcrf50, vccf50.

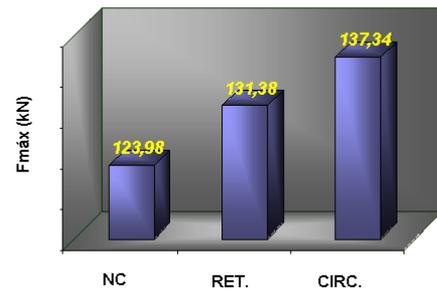


Figura 4.63 – Aumento da resistência à flexão, vigas vdf20, vcdrf20, vcdcf20.

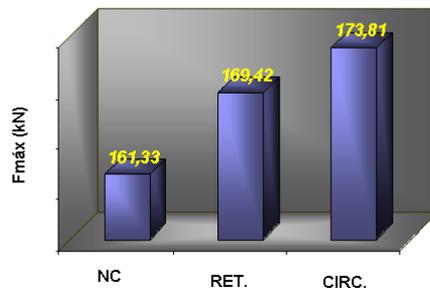


Figura 4.64 – Aumento da resistência à flexão, vigas vdf35, vcdrf35, vcdcf35.

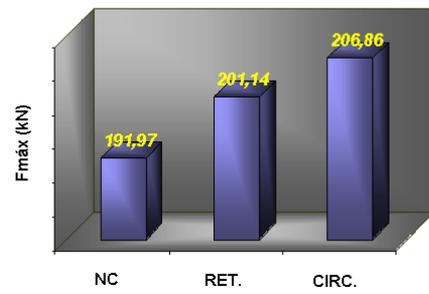


Figura 4.65 – Aumento da resistência à flexão, vigas vdf50, vcdrf50, vcdcf50.

onde:

- NC, viga não confinada;
- RET., viga confinada por meio de estribos retangulares;
- CIRC., viga confinada por meio de estribos circulares.

Observando os dados da Tabela 4.10, notou-se que todos os índices de ductilidade pós-pico das vigas confinadas atingiram o índice de ductilidade pós-pico ideal ( $ID_{pós,ideal}$ ), que é igual a 0,905; o mesmo não aconteceu para os índices de ductilidade pré-pico, onde apenas a viga vcrf20 atingiu o índice de ductilidade ideal pré-pico.

#### 4.5.2. ANÁLISE II – VIGAS NO DOMÍNIO 4

O objetivo desta análise é avaliar o comportamento de vigas de concreto armado projetadas com armadura de confinamento, sendo dimensionadas no domínio 4 de deformações. Para isto, foi elaborado um plano de pesquisa contendo cinquenta e quatro vigas, sendo metade destas confinadas com estribos circulares e as restantes confinadas por meio de estribos retangulares. Também são apresentadas três vigas de referência, projetadas de maneira convencional, sem armadura de confinamento, com deformação na armadura de tração igual a  $\varepsilon_y$ . Os esquemas estáticos das vigas são apresentados nas Figuras 4.46, 4.48 e 4.49. Numa primeira etapa foi analisado o comportamento das vigas confinadas por meio de estribos com forma geométrica circular; posteriormente, analisou-se o comportamento das vigas confinadas por meio de estribos retangulares. O modelo de confinamento utilizado nesta análise foi desenvolvido por SAATACIOGLU & RAZVI (1992). Para a avaliação dos índices de ductilidade das vigas, realizou-se uma programação fatorial, onde foram consideradas quatro variáveis de estudo; são elas: resistência característica do concreto à compressão; deformação na armadura de tração; espaçamento da armadura transversal de confinamento; e forma geométrica dos estribos. Na segunda etapa, foram estudadas as mesmas variáveis da etapa anterior, mas com os estribos de confinamento com forma geométrica quadrada. Em função da não linearidade do problema foram escolhidos três parâmetros de estudo para cada variável, resultando uma análise fatorial  $3^3$ . A metodologia utilizada para a determinação dos índices de ductilidade das vigas foi desenvolvida por LIMA JÚNIOR & GIONGO (2001).

O aço utilizado em ambas as etapas foi o CA-50, tanto para as armaduras longitudinais como para as armaduras transversais. O diâmetro dos estribos de confinamento foi de 5,0mm.

##### 4.5.2.1. VIGAS CONFINADAS POR MEIO DE ESTRIBOS CIRCULARES

Neste item foram analisadas as vigas confinadas por meio de estribos circulares, sendo estes colocados na região de compressão da seção transversal. Na Tabela 4.11, são apresentadas as características gerais das vigas em questão; o detalhamento destas vigas é apresentado na Figura 4.49. As resistências

características do concreto à compressão ( $f_{ck}$ ) foram de 20MPa, 35MPa e 50MPa, as deformações na armadura de tração ( $\epsilon_{st}$ ) foram de 0,5‰, 1,0‰ e 1,5‰, os espaçamentos da armadura de confinamento ( $s$ ) adotados foram de 3cm, 7,5cm e 12cm. Essas vigas apresentam seção transversal de 10cm de largura por 30cm de altura e vão teórico de 300cm.

**Tabela 4.11 – Características gerais das vigas confinadas com estribos circulares.**

VIGAS	$b_w$ (cm)	$h$ (cm)	$d$ (cm)	$A_{sw,conf.}$			$f_{ck}$ (MPa)	$\epsilon_{st}$ (‰)	$A_{st}$ (cm <sup>2</sup> )	Confinamento		
				$d'$ (cm)	$s$ (cm)	$\phi$ (mm)				$f_{cc}$ (MPa)	$\epsilon_c$ (‰)	$\epsilon_{c85}$ (‰)
vf201512c	10	30	27	7,5	12	5,00	20	1,5	6,53	32,80	8,341	13,26
vf201575c	10	30	27	7,5	7,5	5,00	20	1,5	6,53	38,91	11,37	24,44
vf201530c	10	30	27	7,5	3	5,00	20	1,5	6,53	60,46	22,07	103,9
vf201012c	10	30	27	7,5	12	5,00	20	1,0	10,88	32,80	8,341	13,26
vf201075c	10	30	27	7,5	7,5	5,00	20	1,0	10,88	38,91	11,37	24,44
vf201030c	10	30	27	7,5	3	5,00	20	1,0	10,88	60,46	22,07	103,9
vf200512c	10	30	27	7,5	12	5,00	20	0,5	24,48	32,80	8,341	13,26
vf200575c	10	30	27	7,5	7,5	5,00	20	0,5	24,48	38,91	11,37	24,44
vf200530c	10	30	27	7,5	3	5,00	20	0,5	24,48	60,46	22,07	103,9
vf351512c	10	30	27	7,5	12	5,00	35	1,5	11,42	47,80	6,223	10,86
vf351575c	10	30	27	7,5	7,5	5,00	35	1,5	11,42	53,91	8,143	18,58
vf351530c	10	30	27	7,5	3	5,00	35	1,5	11,42	75,46	14,92	71,48
vf351012c	10	30	27	7,5	12	5,00	35	1,0	19,04	47,80	6,223	10,86
vf351075c	10	30	27	7,5	7,5	5,00	35	1,0	19,04	53,91	8,143	18,58
vf351030c	10	30	27	7,5	3	5,00	35	1,0	19,04	75,46	14,92	71,48
vf350512c	10	30	27	7,5	12	5,00	35	0,5	42,40	47,80	6,223	10,86
vf350575c	10	30	27	7,5	7,5	5,00	35	0,5	42,40	53,91	8,143	18,58
vf350530c	10	30	27	7,5	3	5,00	35	0,5	42,40	75,46	14,92	71,48
vf501512c	10	30	27	7,5	12	5,00	50	1,5	16,32	62,80	5,505	10,04
vf501575c	10	30	27	7,5	7,5	5,00	50	1,5	16,32	68,91	6,979	16,47
vf501530c	10	30	27	7,5	3	5,00	50	1,5	16,32	90,46	12,18	59,08
vf501012c	10	30	27	7,5	12	5,00	50	1,0	27,20	62,80	5,505	10,04
vf501075c	10	30	27	7,5	7,5	5,00	50	1,0	27,20	68,91	6,979	16,47
vf501030c	10	30	27	7,5	3	5,00	50	1,0	27,20	90,46	12,18	59,08
vf500512c	10	30	27	7,5	12	5,00	50	0,5	61,20	62,80	5,505	10,04
vf500575c	10	30	27	7,5	7,5	5,00	50	0,5	61,20	68,91	6,979	16,47
vf500530c	10	30	27	7,5	3	5,00	50	0,5	61,20	90,46	12,18	59,08
vf20	10	30	27	-	-	-	20	2,38	4,37	-	-	-
vf35	10	30	27	-	-	-	35	2,38	8,08	-	-	-
vf50	10	30	27	-	-	-	50	2,38	11,54	-	-	-

Na Tabela 4.12, são apresentados os índices de ductilidade das vigas, como também o aumento da resistência à flexão. Considerando os índices de ductilidade apresentados nesta tabela, foi realizada uma análise de variância para saber quais das variáveis envolvidas no problema são relevantes no estudo da ductilidade de vigas de concreto armado.

Tabela 4.12 – Índice de ductilidade das vigas confinadas por meio de estribos circulares.

VIGAS	$F_{m\acute{a}x}$ (kN)	Aumento da Resist. à Flexão (%)	$\epsilon_{st}$ (‰)	$f_{ck}$ (MPa)	s (cm)	$\delta_{c0}$ (cm)	ID <sub>pré</sub>	ID <sub>pós</sub>	ID <sub>elast</sub>
vf201512c	75,56*	-	1,5	20	12	1,963	0,211	1,030	0,367
vf201575c	77,23	2,12	1,5	20	7,5	1,869	0,235	1,060	0,367
vf201530c	80,60	6,25	1,5	20	3	1,646	0,293	1,118	0,367
vf201012c	111,50*	-	1,0	20	12	4,160	0,371	0,980	1,503
vf201075c	115,30	3,29	1,0	20	7,5	2,749	0,422	0,982	1,503
vf201030c	124,54	10,47	1,0	20	3	2,164	0,527	1,188	1,503
vf200512c	123,35*	-	0,5	20	12	3,730	0,402	1,075	1,294
vf200575c	149,04	17,24	0,5	20	7,5	5,132	0,486	1,296	1,294
vf200530c	210,91	41,52	0,5	20	3	4,576	0,732	1,899	1,294
vf351512c	131,85*	-	1,5	35	12	4,350	0,464	0,907	1,332
vf351575c	136,75	3,58	1,5	35	7,5	6,668	0,483	0,947	1,332
vf351530c	144,94	9,03	1,5	35	3	7,145	0,532	0,952	1,332
vf351012c	169,63*	-	1,0	35	12	3,872	0,358	0,811	1,360
vf351075c	189,14	10,32	1,0	35	7,5	4,392	0,401	1,072	1,360
vf351030c	218,70	22,44	1,0	35	3	12,37	0,491	1,261	1,360
vf350512c	176,31*	-	0,5	35	12	3,152	0,390	0,696	1,057
vf350575c	203,47	13,35	0,5	35	7,5	4,361	0,437	1,101	1,057
vf350530c	295,05	40,24	0,5	35	3	9,211	0,581	1,551	1,057
vf501512c	183,04*	-	1,5	50	12	3,710	0,377	1,054	1,250
vf501575c	189,17	3,24	1,5	50	7,5	5,385	0,390	1,009	1,250
vf501530c	202,19	9,47	1,5	50	3	8,147	0,428	1,089	1,250
vf501012c	220,62*	-	1,0	50	12	3,640	0,345	0,746	1,291
vf501075c	250,49	11,92	1,0	50	7,5	4,889	0,375	1,115	1,291
vf501030c	292,44	24,56	1,0	50	3	8,281	0,456	1,308	1,291
vf500512c	229,23*	-	0,5	50	12	2,998	0,356	0,922	1,071
vf500575c	257,82	11,09	0,5	50	7,5	4,009	0,388	1,063	1,071
vf500530c	351,79	34,84	0,5	50	3	8,049	0,479	1,447	1,071

Nota: \* valores de referência para a determinação do aumento da capacidade da resistência à flexão das vigas com mesmo  $f_{ck}$  e mesma deformação na armadura de tração.

Nas Figuras 4.66 a 4.74, são apresentadas curvas força vs. deslocamento, onde é possível observar o aumento da ductilidade das vigas, com o aumento da taxa de armadura de confinamento, ou seja, o índice de ductilidade aumenta com menores espaçamentos de armadura transversal de confinamento. Também é possível observar o aumento da capacidade resistente à flexão das vigas com o aumento das taxas de armadura de confinamento. Na Figura 4.45, é apresentada uma curva força vs. deslocamento de vigas sem armadura de confinamento, projetadas com deformação na armadura de tração igual a  $\epsilon_y$  e deformação do concreto comprimido igual a 3,5‰. Comparando a Figura 4.75 com as Figuras 4.66 a 4.74, fica clara a eficiência da armadura de confinamento quanto à ductilidade das vigas.

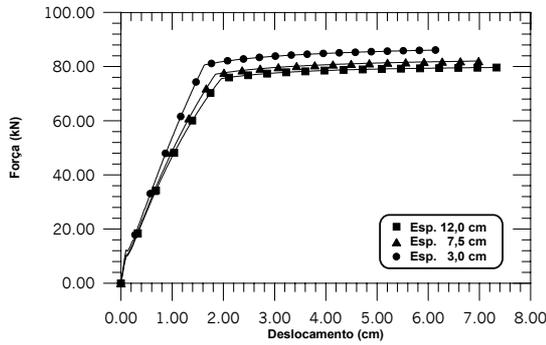


Figura 4.66 – Curva força vs. deslocamento para vigas com  $f_{ck}$  20MPa e  $\epsilon_{st}$  1,5‰.

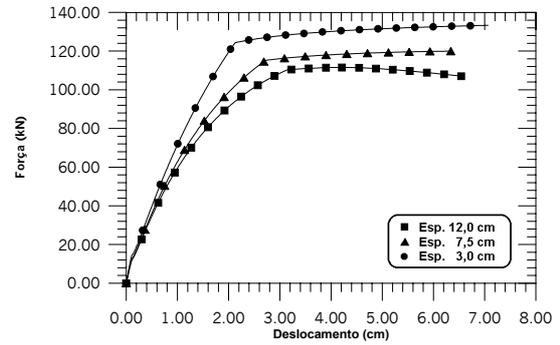


Figura 4.67 – Curva força vs. deslocamento para vigas com  $f_{ck}$  20MPa e  $\epsilon_{st}$  1,0‰.

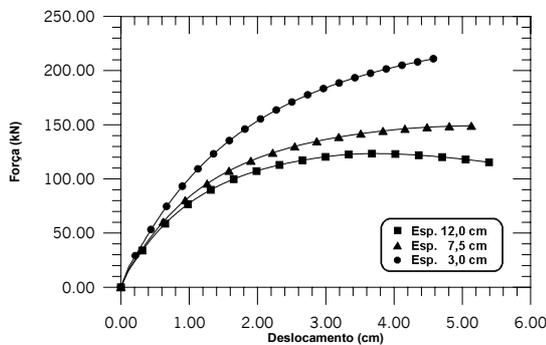


Figura 4.68 – Curva força vs. deslocamento para vigas com  $f_{ck}$  20MPa e  $\epsilon_{st}$  0,5‰.

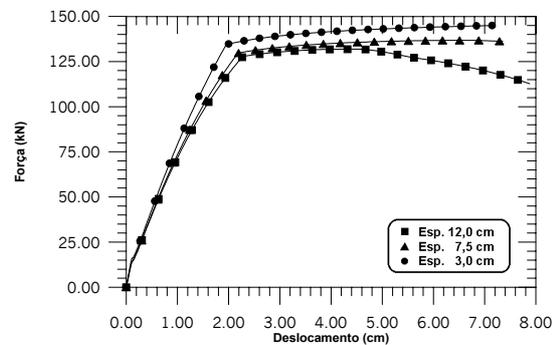


Figura 4.69 – Curva força vs. deslocamento para vigas com  $f_{ck}$  35MPa e  $\epsilon_{st}$  1,0‰.

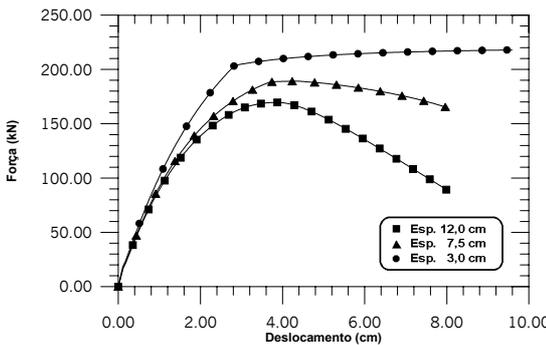


Figura 4.70 – Curva força vs. deslocamento para vigas com  $f_{ck}$  35MPa e  $\epsilon_{st}$  1,0‰.

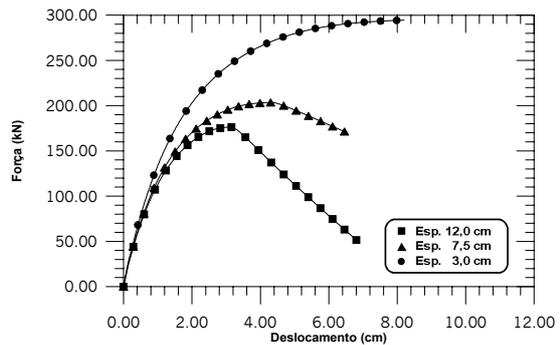
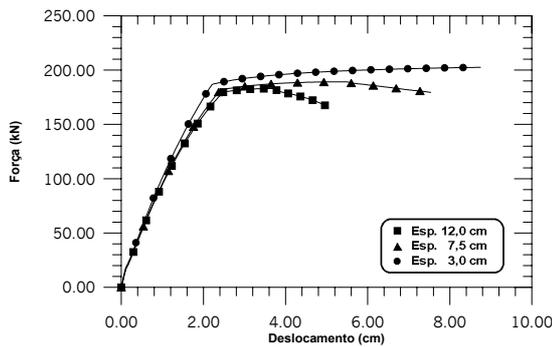
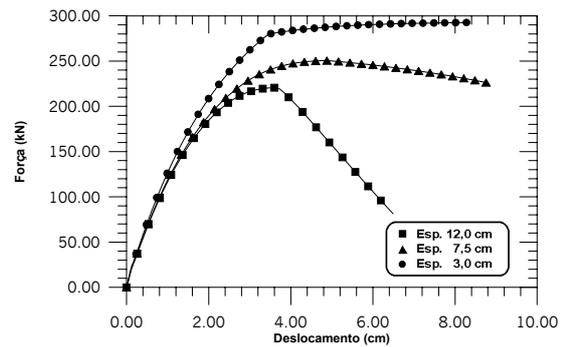


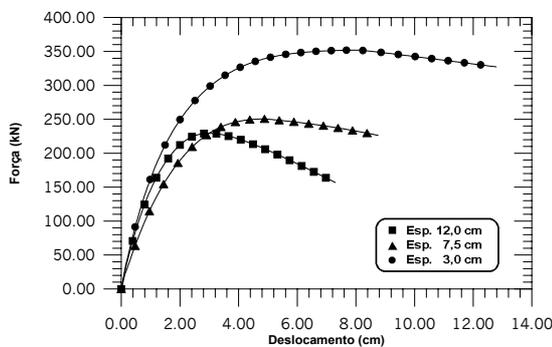
Figura 4.71 – Curva força vs. deslocamento para vigas com  $f_{ck}$  35MPa e  $\epsilon_{st}$  0,5‰.



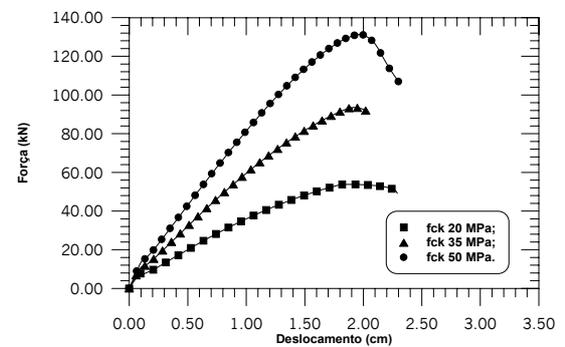
**Figura 4.72 – Curva força vs. deslocamento para vigas com  $f_{ck}$  50MPa e  $\epsilon_{st}$  1,5‰.**



**Figura 4.73 – Curva força vs. deslocamento para vigas com  $f_{ck}$  50MPa e  $\epsilon_{st}$  1,0‰.**



**Figura 4.74 – Curva força vs. deslocamento para vigas com  $f_{ck}$  50MPa e  $\epsilon_{st}$  0,5‰.**



**Figura 4.75 – Curva força vs. deslocamento para vigas com  $\epsilon_y$  2,38‰.**

A Tabela 4.13 apresenta a análise de variância realizada. A avaliação da influência de cada variável foi feita por meio da análise do fator de influência  $F_0$ , com índice de confiabilidade entre 95% a 99% ( $F_{0,05;n}$  e  $F_{0,01;n}$ ). Com essa análise, foi possível observar que o confinamento na ductilidade pré-pico tem pouca influência, sendo o fator primordial a resistência característica do concreto à compressão ( $f_{ck}$ ), seguido da deformação na armadura tracionada ( $\epsilon_{st}$ ) e o espaçamento entre os estribos de confinamento. Observa-se também que o acoplamento entre a resistência característica à compressão do concreto com a deformação na armadura de tração tem maior influência que a variável espaçamento.

Para a ductilidade pós-pico, o fator primordial é o espaçamento da armadura de confinamento, seguido da resistência característica do concreto à compressão. Este comportamento já era esperado, uma vez que o efeito do confinamento só se torna preponderante quando a tensão no concreto atinge sua

máxima resistência e conseqüentemente o coeficiente de Poisson torna-se 0,5. Nota-se que o índice de ductilidade ideal pós-pico foi alcançado praticamente em todas as vigas analisadas, menos nas vigas vf350512c e vf501012c.

**Tabela 4.13 – Análise fatorial dos índices de ductilidade das vigas confinadas por meio de estribos circulares.**

<b>Índice de ductilidade pré-pico</b>					
Variável	Soma dos quadrados	Graus de liberdade	Média dos quadrados	F <sub>0</sub>	Valores mínimos para o fator F <sub>0</sub> ser relevante F <sub>0,01;n:26</sub> – F <sub>0,05;n:26</sub>
f <sub>ck</sub>	0,161	2	0,081	16,377*	5,33 – 3,37
ε <sub>st</sub>	0,09985	2	0,05	10,141*	5,33 – 3,37
s	0,061	2	0,031	6,239*	5,33 – 3,37
f <sub>ck</sub> - ε <sub>st</sub>	0,26	4	0,065	13,194	4,11 – 2,74
f <sub>ck</sub> - s	0,013	4	0,00333	1,08	4,11 – 2,74
ε <sub>st</sub> - s	0,021	4	0,00532	0,676	4,11 – 2,74
Erro	0,039	8	0,00492	-	-
Total	0,655	26	-	-	-

<b>Índice de ductilidade pós-pico</b>					
Variável	Soma dos quadrados	Graus de liberdade	Média dos quadrados	F <sub>0</sub>	Valores mínimos para o fator F <sub>0</sub> ser relevante F <sub>0,01;n:26</sub> – F <sub>0,05;n:26</sub>
f <sub>ck</sub>	0,327	2	0,164	7,0307*	5,33 – 3,37
ε <sub>st</sub>	0,0421	2	0,021	0,939	5,33 – 3,37
s	0,928	2	0,464	20,729*	5,33 – 3,37
f <sub>ck</sub> - ε <sub>st</sub>	0,159	4	0,04	1,77	4,11 – 2,74
f <sub>ck</sub> - s	0,251	4	0,063	0,2	4,11 – 2,74
ε <sub>st</sub> - s	0,018	4	0,0047	2,808	4,11 – 2,74
Erro	0,179	8	0,022	-	-
Total	1,904	26	-	-	-

Nota: \* fatores relevantes na análise da ductilidade.

Com os dados das Tabelas 4.12 e 4.13, realizou-se uma regressão não-linear, obtendo-se as equações 4.11 e 4.12 que expressam os índices de ductilidade pré-pico e pós-pico para vigas superarmadas confinadas com estribos de seção geométrica circular.

$$\begin{aligned}
 ID_{pré} = & 0,95421296 + 0,0105944 \cdot f_{ck} - 0,660944 \cdot \varepsilon_{st} - \\
 & - 0,06746296 \cdot s + 0,01568889 \cdot f_{ck} \cdot \varepsilon_{st} + 0,00032426 \cdot f_{ck} \cdot s + \\
 & + 0,01714815 \cdot \varepsilon_{st} \cdot s - 0,00038519 \cdot f_{ck}^2 - 0,086 \cdot \varepsilon_{st}^2 + 0,00158848 \cdot s^2
 \end{aligned} \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned}
 ID_{pós} = & 2,048 - 0,029 \cdot f_{ck} + 3,309 \cdot 10^{-4} \cdot s \cdot f_{ck} + 7,956 \cdot 10^{-4} \cdot s^2 + \\
 & + 3,309 \cdot 10^{-4} \cdot f_{ck}
 \end{aligned} \quad (4.12)$$

Nas equações 4.11 e 4.12, as variáveis  $f_{ck}$ ,  $s$ , e  $\varepsilon_{st}$ , são expressas em MPa, cm e %, respectivamente. Os coeficientes de correlação  $R^2$ , para as regressões dos índices de ductilidade pré-pico e pós-pico, foram de 78% e 68%, respectivamente.

Nas Figuras 4.76 a 4.79, são apresentadas curvas de superfície, onde é possível observar o comportamento das vigas confinadas por meio de estribos circulares, referente aos índices de ductilidade.

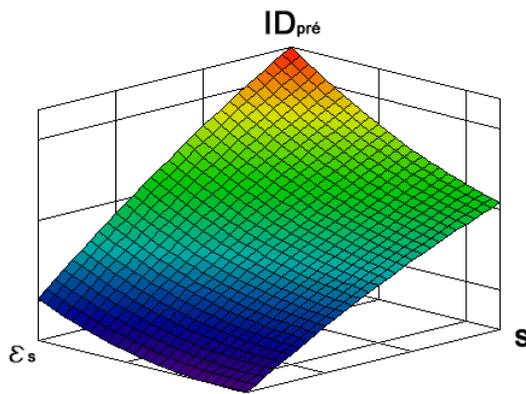


Figura 4.76 – Curva de Superfície para o índice de ductilidade pré-pico com  $f_{ck}$  de 20MPa.

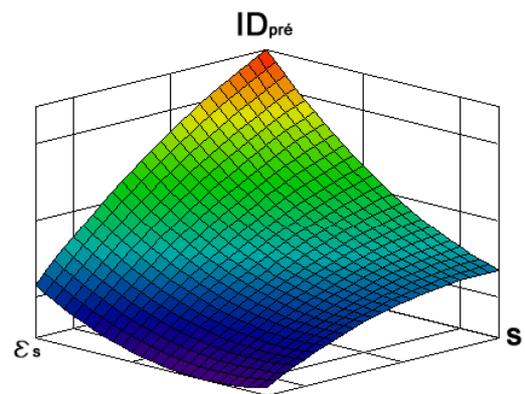


Figura 4.77 – Curva de Superfície para o índice de ductilidade pré-pico com  $f_{ck}$  de 35MPa.

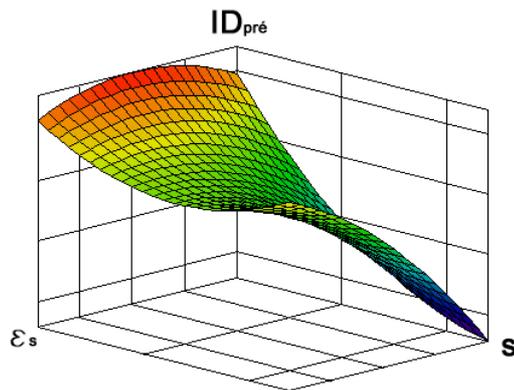


Figura 4.78 – Curva de Superfície para o índice de ductilidade pré-pico com  $f_{ck}$  de 50MPa.

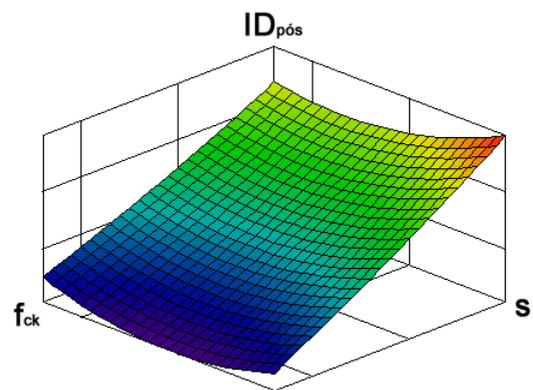


Figura 4.79 – Curva de Superfície para o índice de ductilidade pós-pico.

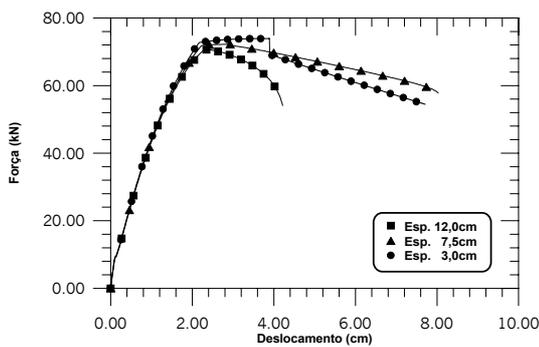
## 4.5.2.2. VIGAS CONFINADAS POR MEIO DE ESTRIBOS QUADRADOS

Neste item foram analisadas numericamente vigas de concreto armado confinadas por meio de estribos quadrados. Na Tabela 4.14, são apresentadas as características gerais das vigas em questão; o detalhamento destas vigas é apresentado na Figura 4.48. As resistências características do concreto à compressão ( $f_{ck}$ ) foram de 20MPa, 35MPa e 50MPa, as deformações na armadura de tração ( $\epsilon_{st}$ ) foram de 0,5‰, 1,0‰ e 1,5‰, os espaçamentos da armadura de confinamento (s) adotados foram de 3cm, 7,5cm e 12cm. Essas vigas apresentam seção transversal de 10cm de largura por 30cm de altura e vão teórico de 300cm. Utilizou-se aço classe CA-50 nas armaduras longitudinais e transversais.

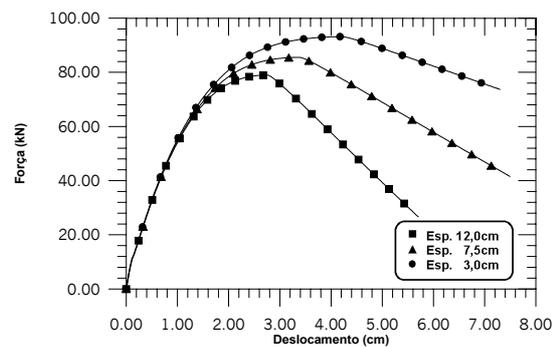
**Tabela 4.14 – Características gerais das vigas confinadas por meio de estribos quadrados.**

VIGAS	$b_w$ (cm)	h (cm)	d (cm)	$A_{sw,conf.}$			$f_{ck}$ (MPa)	$\epsilon_{St}$ (‰)	$A_{st}$ (cm <sup>2</sup> )	Confinamento		
				h=d (cm)	s (cm)	$\phi$ (mm)				$f_{cc}$ (Mpa)	$\epsilon_c$ (‰)	$\epsilon_{c85}$ (‰)
vf201512r	10	30	27	7,5	12	5,00	20	1,5	6,53	22,56	3,258	7,496
vf201575r	10	30	27	7,5	7,5	5,00	20	1,5	6,53	23,79	3,865	10,82
vf201530r	10	30	27	7,5	3	5,00	20	1,5	6,53	25,30	4,617	16,37
vf201012r	10	30	27	7,5	12	5,00	20	1,0	10,88	22,56	3,258	7,496
vf201075r	10	30	27	7,5	7,5	5,00	20	1,0	10,88	23,79	3,865	10,82
vf201030r	10	30	27	7,5	3	5,00	20	1,0	10,88	25,30	4,617	16,37
vf200512r	10	30	27	7,5	12	5,00	20	0,5	24,48	22,56	3,258	7,496
vf200575r	10	30	27	7,5	7,5	5,00	20	0,5	24,48	23,79	3,865	10,82
vf200530r	10	30	27	7,5	3	5,00	20	0,5	24,48	25,30	4,617	16,37
vf351512r	10	30	27	7,5	12	5,00	35	1,5	11,42	37,56	3,005	7,209
vf351575r	10	30	27	7,5	7,5	5,00	35	1,5	11,42	38,79	3,980	9,953
vf351530r	10	30	27	7,5	3	5,00	35	1,5	11,42	43,10	4,746	25,34
vf351012r	10	30	27	7,5	12	5,00	35	1,0	19,04	37,56	3,005	7,209
vf351075r	10	30	27	7,5	7,5	5,00	35	1,0	19,04	38,79	3,980	9,953
vf351030r	10	30	27	7,5	3	5,00	35	1,0	19,04	43,10	4,746	25,34
vf350512r	10	30	27	7,5	12	5,00	35	0,5	42,40	37,56	3,005	7,209
vf350575r	10	30	27	7,5	7,5	5,00	35	0,5	42,40	38,79	3,980	9,953
vf350530r	10	30	27	7,5	3	5,00	35	0,5	42,40	43,10	4,746	25,34
vf501512r	10	30	27	7,5	12	5,00	50	1,5	16,32	52,56	3,033	7,241
vf501575r	10	30	27	7,5	7,5	5,00	50	1,5	16,32	53,78	3,328	9,842
vf501530r	10	30	27	7,5	3	5,00	50	1,5	16,32	58,10	4,371	23,63
vf501012r	10	30	27	7,5	12	5,00	50	1,0	27,20	52,56	3,033	7,241
vf501075r	10	30	27	7,5	7,5	5,00	50	1,0	27,20	53,78	3,328	9,842
vf501030r	10	30	27	7,5	3	5,00	50	1,0	27,20	58,10	4,371	23,63
vf500512r	10	30	27	7,5	12	5,00	50	0,5	61,20	52,56	3,033	7,241
vf500575r	10	30	27	7,5	7,5	5,00	50	0,5	61,20	53,78	3,328	9,842
vf500530r	10	30	27	7,5	3	5,00	50	0,5	61,20	58,10	4,371	23,63
vf20	10	30	27	-	-	-	20	2,38	4,37	-	-	-
vf35	10	30	27	-	-	-	35	2,38	8,08	-	-	-
vf50	10	30	27	-	-	-	50	2,38	11,54	-	-	-

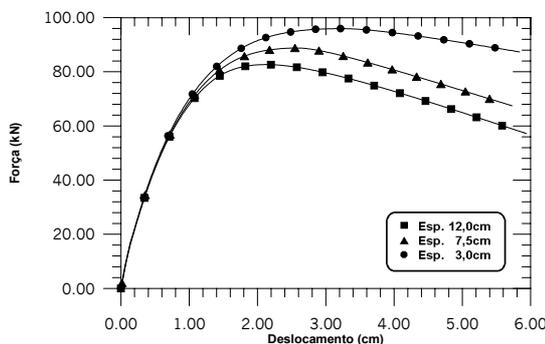
Para a análise numérica das vigas, utilizou-se o modelo computacional desenvolvido por KRÜGER (1990). O modelo teórico de confinamento utilizado nesta análise foi desenvolvido por SAATACIOGLU & RAZVI (1992) e a metodologia utilizada para a avaliação dos índices de ductilidade das vigas foi desenvolvida por LIMA JÚNIOR & GIONGO (2001). Nas Figuras 4.80 a 4.88, são apresentadas curvas força vs. deslocamento, onde é possível observar o aumento da ductilidade e o aumento da capacidade resistente à flexão das vigas, com o aumento da taxa de armadura transversal de confinamento. Na Figura 4.89, são apresentadas curvas força vs. deslocamento de vigas projetadas sem armadura de confinamento, onde nota-se o comportamento frágil destas. Na Tabela 4.15, são apresentados os índices de ductilidade pré-pico ( $ID_{pré}$ ) e pós-pico ( $ID_{pós}$ ) das vigas em questão.



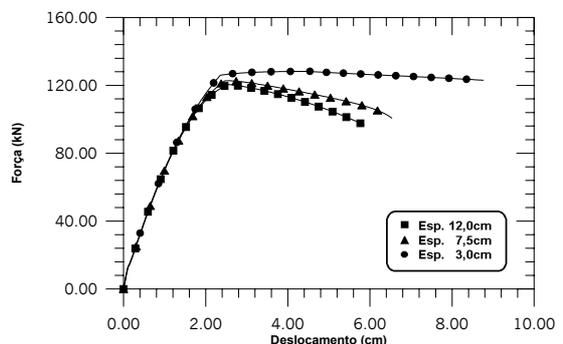
**Figura 4.80 – Curva força vs. deslocamento para vigas com  $f_{ck}$  20MPa e  $\epsilon_{st}$  1,5‰.**



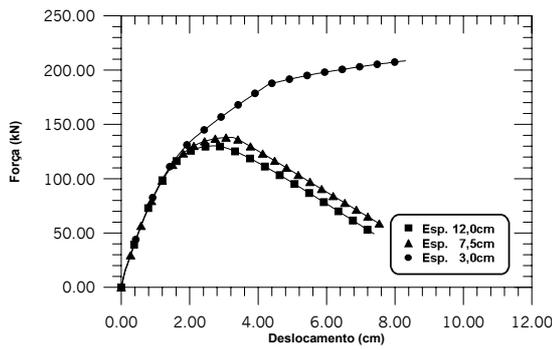
**Figura 4.81 – Curva força vs. deslocamento para vigas com  $f_{ck}$  20MPa e  $\epsilon_{st}$  1,0‰.**



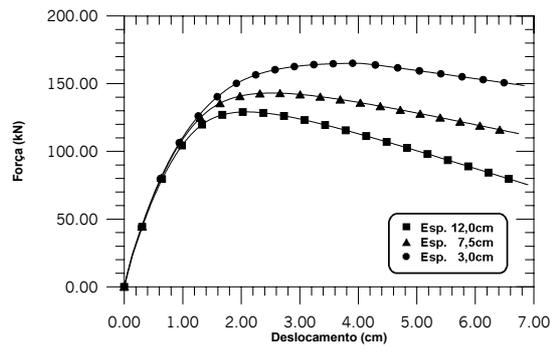
**Figura 4.82 – Curva força vs. deslocamento para vigas com  $f_{ck}$  20MPa e  $\epsilon_{st}$  0,5‰.**



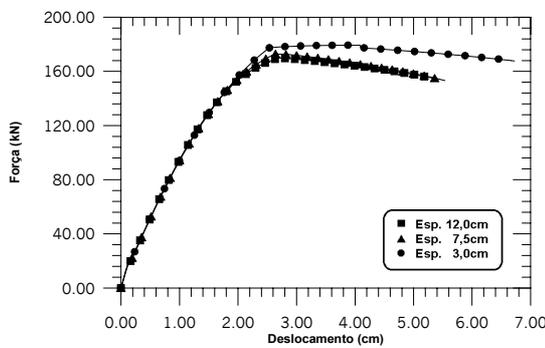
**Figura 4.83 – Curva força vs. deslocamento para vigas com  $f_{ck}$  35MPa e  $\epsilon_{st}$  1,5‰.**



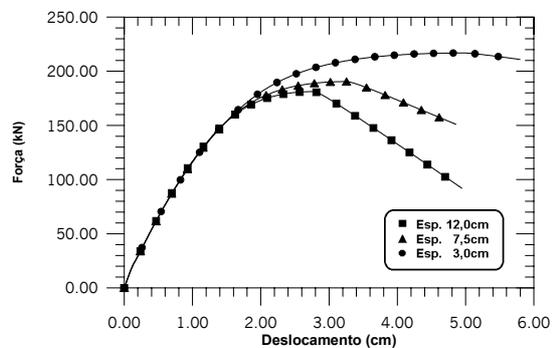
**Figura 4.84 – Curva força vs. deslocamento para vigas com  $f_{ck}$  35MPa e  $\epsilon_{st}$  1,0‰.**



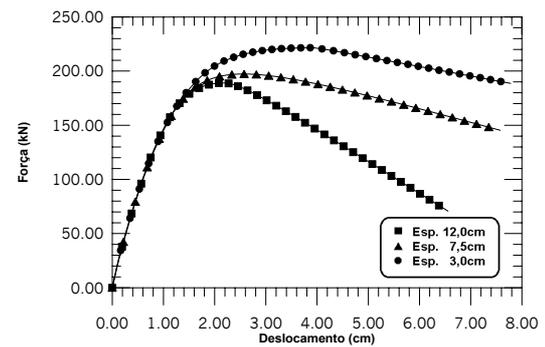
**Figura 4.85 – Curva força vs. deslocamento para vigas com  $f_{ck}$  35MPa e  $\epsilon_{st}$  0,5‰.**



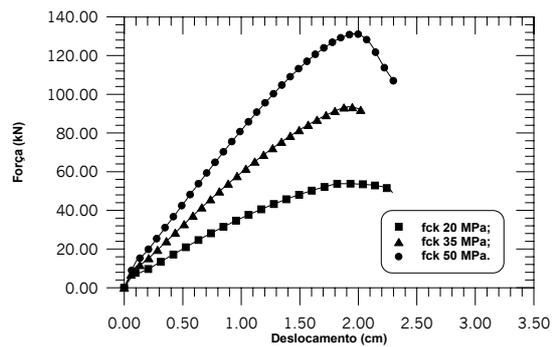
**Figura 4.86 – Curva força vs. deslocamento para vigas com  $f_{ck}$  50MPa e  $\epsilon_{st}$  1,5‰.**



**Figura 4.87 – Curva força vs. deslocamento para vigas com  $f_{ck}$  50MPa e  $\epsilon_{st}$  1,0‰.**



**Figura 4.88 – Curva força vs. deslocamento para vigas com  $f_{ck}$  50MPa e  $\epsilon_{st}$  0,5‰.**



**Figura 4.89 – Curva força vs. deslocamento para vigas com  $\epsilon_{\gamma}$  2,38‰.**

Tabela 4.15 – Índice de ductilidade das vigas confinadas por meio de estribos quadrados.

VIGAS	$F_{m\acute{a}x}$ (kN)	Aumento da Resist. à Flexão (%)	$\epsilon_{st}$ (‰)	$f_{ck}$ (MPa)	s (cm)	$\delta_{c0}$ (cm)	ID <sub>pré</sub>	ID <sub>pós</sub>	ID <sub>elast</sub>
vf201512r	70,65*	-	1,5	20	12	2,304	0,231	0,903	0,908
vf201575r	72,21	2,16	1,5	20	7,5	2,926	0,237	1,007	0,908
vf201530r	73,89	4,39	1,5	20	3	3,805	0,246	1,023	0,908
vf201012r	78,97*	-	1,0	20	12	2,749	0,445	0,700	0,757
vf201075r	85,53	8,18	1,0	20	7,5	3,388	0,468	0,978	0,757
vf201030r	93,13	15,21	1,0	20	3	4,228	0,474	1,151	0,757
vf200512r	82,65*	-	0,5	20	12	2,121	0,434	0,943	0,640
vf200575r	88,76	6,88	0,5	20	7,5	2,592	0,455	1,033	0,640
vf200530r	95,94	13,85	0,5	20	3	3,246	0,476	1,149	0,640
vf351512r	120,48*	-	1,5	35	12	2,539	0,259	0,946	0,953
vf351575r	122,69	1,80	1,5	35	7,5	2,592	0,263	0,982	0,953
vf351530r	128,22	6,03	1,5	35	3	4,565	0,273	1,069	0,953
vf351012r	130,15*	-	1,0	35	12	2,732	0,375	0,860	0,914
vf351075r	138,01	5,69	1,0	35	7,5	3,249	0,389	0,940	0,914
vf351030r	208,59	37,61	1,0	35	3	8,301	0,417	1,373	0,914
vf350512r	129,13*	-	0,5	35	12	2,096	0,364	0,943	0,751
vf350575r	143,08	9,75	0,5	35	7,5	2,524	0,404	1,089	0,751
vf350530r	165,01	21,74	0,5	35	3	4,005	0,430	1,257	0,751
vf501512r	169,92*	-	1,5	50	12	2,713	0,222	0,961	1,130
vf501575r	172,89	1,72	1,5	50	7,5	2,640	0,226	0,971	1,130
vf501530r	179,33	5,25	1,5	50	3	4,083	0,230	1,046	1,130
vf501012r	181,20*	-	1,0	50	12	2,770	0,318	0,705	1,063
vf501075r	190,46	4,86	1,0	50	7,5	3,256	0,327	0,923	1,063
vf501030r	219,81	17,57	1,0	50	3	4,981	0,338	0,954	1,063
vf500512r	189,03	-	0,5	50	12	2,189	0,296	0,875	0,901
vf500575r	197,30	4,19	0,5	50	7,5	2,564	0,302	1,023	0,901
vf500530r	221,48	14,65	0,5	50	3	3,898	0,316	1,157	0,901

Nota: \* valores de referência para a determinação do aumento da capacidade da resistência à flexão das vigas com mesmo  $f_{ck}$  e mesma deformação na armadura de tração.

Com os dados da Tabela 4.15, fez-se uma análise de variância, sendo possível verificar que, para o índice de ductilidade pré-pico, a variável mais relevante é a resistência característica à compressão do concreto, seguido da deformação na armadura tracionada e do espaçamento dos estribos de confinamento, sendo que o acoplamento entre a resistência característica do concreto e a deformação na armadura de tração tem maior importância que a variável espaçamento. Para o índice de ductilidade pós-pico, todas as variáveis envolvidas tiveram influência relevante. Esses valores podem ser observados na Tabela 4.16, por meio do fator de influência  $F_0$ , com índice de confiabilidade entre 95% a 99% ( $F_{0,05;n}$  e  $F_{0,01;n}$ ).

Utilizando os dados obtidos por meio da análise de variância e os índices de ductilidade pré-pico e pós-pico dados na Tabela 4.15, fez-se uma regressão não linear obtendo-se equações que exprimem esses índices. Contudo é possível afirmar que o índice de ductilidade pré-pico é função da resistência característica do concreto à compressão, da armadura de tração e do espaçamento dos estribos de confinamento. O mesmo acontece para o índice de ductilidade pós-pico, que também é função de todas as variáveis envolvidas. Os índices de ductilidade pré-pico e pós-pico, para as vigas confinadas por meio de estribos quadrados, são expressos pelas equações 4.13 e 4.14.

**Tabela 4.16 – Análise fatorial das vigas confinadas por meio de estribos quadrados.**

<b>Índice de ductilidade pré-pico</b>					
Variável	Soma dos quadrados	Graus de liberdade	Média dos quadrados	F <sub>0</sub>	Valores mínimos para o fator F <sub>0</sub> ser relevante F <sub>0,01;n:26</sub> – F <sub>0,05;n:26</sub>
f <sub>ck</sub>	0,131	2	0,065	1650*	5,33 – 3,37
ε <sub>st</sub>	0,04585	2	0,023	578,615*	5,33 – 3,37
s	0,003641	2	0,00182	45,948*	5,33 – 3,37
f <sub>ck</sub> -ε <sub>st</sub>	0,018	4	0,004603	116,172*	4,11 – 2,74
f <sub>ck</sub> -s	0,000705	4	0,0001761	2,996	4,11 – 2,74
ε <sub>st</sub> -s	0,000475	4	0,000119	4,446*	4,11 – 2,74
Erro	0,000317	8	0,0003962	-	-
Total	0,2007	26	-	-	-

<b>Índice de ductilidade pós-pico</b>					
Variável	Soma dos quadrados	Graus de liberdade	Média dos quadrados	F <sub>0</sub>	Valores mínimos para o fator F <sub>0</sub> ser relevante F <sub>0,01;n:26</sub> – F <sub>0,05;n:26</sub>
f <sub>ck</sub>	0,045	2	0,022	6,626*	5,33 – 3,37
ε <sub>st</sub>	0,041241	2	0,021	5,208*	5,33 – 3,37
s	0,302	2	0,153	38,548*	5,33 – 3,37
f <sub>ck</sub> -ε <sub>st</sub>	0,028	4	0,00696	1,757	4,11 – 2,74
f <sub>ck</sub> -s	0,065	4	0,016	1,369	4,11 – 2,74
ε <sub>st</sub> -s	0,022	4	0,00542	4,13*	4,11 – 2,74
Erro	0,032	8	0,00396	-	-
Total	0,538	26	-	-	-

Nota: \* fatores relevantes na análise da ductilidade.

$$\begin{aligned}
 ID_{pré} = & 0,716 - 1.145 \cdot 10^{-3} \cdot f_{ck} - 0,324 \cdot \varepsilon_{st} - 0,011 \cdot s + \\
 & + 3,634 \cdot 10^{-3} \cdot f_{ck} \cdot \varepsilon_{st} + 9,083 \cdot 10^{-5} \cdot f_{ck} \cdot s + 6,922 \cdot 10^{-4} \cdot \varepsilon_{st} \cdot s - \\
 & - 9,091 \cdot 10^{-5} \cdot f_{ck}^2 + 0,024 \cdot \varepsilon_{st}^2 + 2,589 \cdot 10^{-4} \cdot s^2
 \end{aligned} \quad (4.13)$$

$$\begin{aligned}
 ID_{pós} = & 1,40412037 + 0,02069815 \cdot f_{ck} - 0,7760556 \cdot \varepsilon_{st} - 0,0585 \cdot s + \\
 & + 0,0012778 \cdot f_{ck} \cdot \varepsilon_{st} + 0,00019877 \cdot f_{ck} \cdot s + 0,01755556 \cdot \varepsilon_{st} \cdot s - \\
 & - 0,00034963 \cdot f_{ck}^2 + 0,26866667 \cdot \varepsilon_{st}^2 + 0,00033745 \cdot s^2
 \end{aligned} \quad (4.14)$$

Nas equações 4.13 e 4.14, as variáveis  $f_{ck}$ ,  $s$ , e  $\varepsilon_{st}$  são expressos em MPa, cm e %, respectivamente. Os coeficientes de correlação  $R^2$  para as regressões dos índices de ductilidade pré-pico e pós-pico foram de 73% e 77%.

Nas Figuras 4.90 a 4.93, são apresentadas curvas de superfície onde é possível observar que, aumentando a resistência característica do concreto à compressão, diminui os índices de ductilidade pré e pós-pico. Também nota-se que o índice de ductilidade pós-pico é maior para maiores taxas de armadura de confinamento.

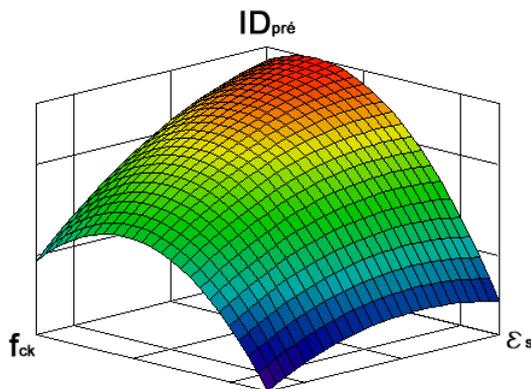


Figura 4.90 – Curva de superfície do índice de ductilidade pré-pico.

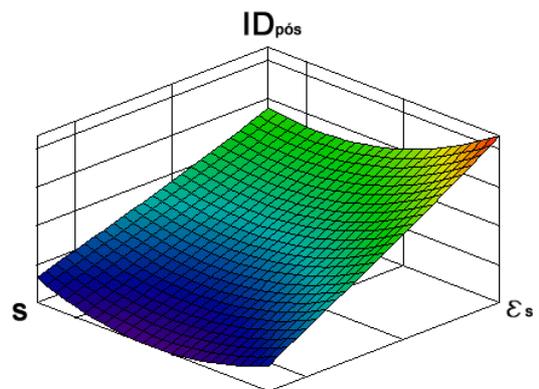


Figura 4.91 – Curva de superfície do índice de ductilidade pós-pico para  $f_{ck}$  de 20MPa.

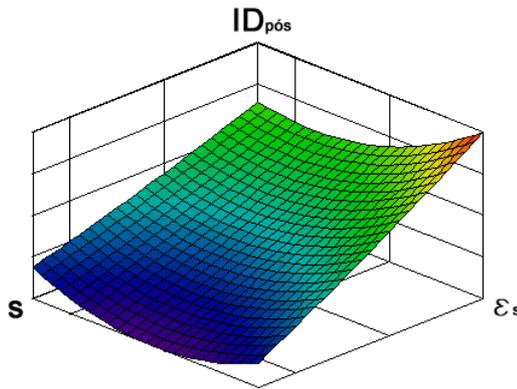


Figura 4.92 – Curva de superfície do índice de ductilidade pós-pico para  $f_{ck}$  de 35MPa.

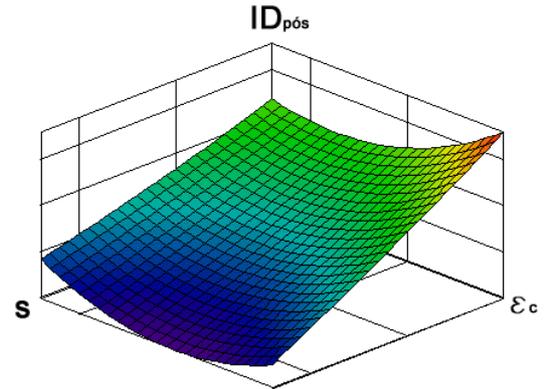


Figura 4.93 – Curva de superfície do índice de ductilidade pós-pico para  $f_{ck}$  de 50MPa.

Por meios dos dados da tabela 4.15, observou-se que as vigas vf201512r, vf201012r, vf351012r, vf501012r e vf500512r não atingiram o índice de ductilidade pós-pico ideal, sendo consideradas vigas com comportamento frágil. Nota-se que todas as vigas que não possuem comportamento dúctil, são vigas com baixas taxas de armadura de confinamento, ou seja, vigas com maiores espaçamentos entre os estribos de confinamento. Nota-se, também, que apenas as vigas vf201075r, vf201030r, vf200575r e vf200230r atingiram o índice ideal de ductilidade pré-pico, porém, o índice de ductilidade pré-pico, não influi no comportamento pós-carga máxima das vigas, deste modo, é possível afirmar que todas as vigas possuem comportamento dúctil, menos as vigas que não atingiram o índice de ductilidade pós-pico ideal.

#### 4.6. CONCLUSÕES PARCIAIS

Este capítulo apresentou uma análise do efeito da armadura de confinamento em vigas de concreto armado dimensionadas no limite entre os domínios 3 e 4 e no domínio 4. Observou-se que existe viabilidade técnica na utilização da armadura de confinamento em vigas superarmadas. Foram investigadas as seguintes variáveis: o efeito da variação da resistência do concreto,

a deformação na armadura de tração, a taxa de armadura de confinamento e a forma geométrica dos estribos utilizados para o confinamento.

Observou-se que para vigas subarmadas, a ductilidade é regida pela deformação das barras aço da armadura tracionada, pois este escoava antes do concreto atingir sua deformação última. Com a análise das vigas subarmadas, foi possível determinar índices de ductilidades ideais, que poderão ser usados para o projeto de vigas superarmadas com armadura de confinamento.

Com relação às vigas com resistência característica à compressão variando de 20MPa, 35MPa e 50MPa, com e sem armadura de compressão e deformação na armadura de tração igual a  $\varepsilon_y$ , observou-se um aumento médio na capacidade da viga de suportar os esforços oriundos de momentos fletores de 8,07%, tanto para as vigas confinadas por meio de estribos circulares quanto para vigas confinadas por meio de estribos retangulares. Notou-se também, que o índice de ductilidade diminui com o aumento do  $f_{ck}$ .

Foi observado que os estribos circulares destinados ao confinamento são mais eficientes que os estribos quadrados, pois o confinamento exercido pelos estribos circulares é constante em todo seu perímetro, diferente dos estribos quadrados, onde existe confinamento apenas nos cantos e na região central do mesmo. Observou-se também que, quanto maiores as taxas de armadura transversal de confinamento, maiores são os índices de ductilidade pré-pico e pós-pico.

Para as vigas confinadas por meio de estribos circulares projetadas no domínio 4 de deformações, observou-se que para forças entre zero e carga de pico, as deformações plásticas das vigas são regidas pela resistência característica do concreto à compressão, a deformação na armadura tracionada e o espaçamento da armadura transversal de confinamento, enquanto que, para as deformações pós-carga de pico, as variáveis relevantes são o espaçamento da armadura transversal de confinamento e a resistência característica do concreto à compressão. Para as vigas detalhadas com estribos retangulares projetadas também no domínio 4, observou-se que as deformações plásticas pré e pós-carga de pico são regidas por todas as variáveis envolvidas, que são: a resistência característica do concreto à compressão, a deformação na armadura de tração e o espaçamento entre os estribos de confinamento.

Nota-se, também, que existem diferenças entre as equações que exprimem os índices de ductilidade para vigas confinadas por meio de estribos

quadrados fornecidas por DELALIBERA et al. (2001) e as equações 4.13 e 4.14, sendo que a equação para o índice de ductilidade pré-pico fornecida por DELALIBERA et al. (2001) é função da resistência característica do concreto à compressão e da deformação da armadura de tração, enquanto, que na equação 4.13, o índice de ductilidade é função de todas as variáveis envolvidas. Para o índice de ductilidade pós-pico, a equação fornecida por DELALIBERA et al. (2001) é função apenas do espaçamento entre estribos de confinamento, enquanto, que a equação 4.14 é função de todas as variáveis ( $f_{ck}$ ,  $\varepsilon_{st}$  e  $s$ ). Isto acontece, pois o modelo teórico de confinamento utilizado por DELALIBERA et al. (2001) foi desenvolvido por CUSSON & PAUTRE (1995), sendo este modelo mais adequado para concreto de resistências do grupo II, segundo a NBR 8953:1992, enquanto que para o modelo teórico de confinamento utilizado nas equações 4.13 e 4.14 foi desenvolvido por SAATCIOGLU & RAZVI (1992), sendo apropriado para concretos de resistências do grupo I, segundo a NBR 8953:1992.

## **5.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS**

Neste capítulo são apresentadas as propriedades dos materiais do concreto e das armaduras, o estudo de dosagem para o traço do concreto, que permite obter resistência média à compressão de 25MPa aos 21 dias de idade, a instrumentação utilizada nas medidas de deformações e deslocamentos das vigas e, por fim, os resultados dos ensaios realizados.

## **5.2. PROPRIEDADES DOS MATERIAIS**

### **5.2.1. CIMENTO**

O cimento utilizado no traço do concreto com resistência média à compressão de 25MPa aos 21 dias de idade foi o CP II E – 32, da marca Itaú. A massa específica segundo o fabricante é de 3,10 g/cm<sup>3</sup> a 3,15 g/cm<sup>3</sup>. Utilizou-se essa marca de cimento devido a sua existência no estoque do Laboratório de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos.

### **5.2.2. AGREGADO MIÚDO**

O agregado miúdo utilizado na pesquisa foi areia do tipo quartzosa, proveniente do Rio Mogi-Guaçu. A granulometria da areia foi determinada segundo a NBR 7217:1987, sendo o módulo de finura igual a 2,12 e a dimensão máxima do agregado igual a 2,4mm. Segundo a NBR 7211:1983, a areia foi considerada fina, estando na zona 2.

A massa específica do agregado miúdo foi de  $2,65\text{kg/dm}^3$ , determinada segundo as recomendações da NBR 9776:1987, e massa unitária, de  $1,5\text{ kg/dm}^3$ , determinada pela NBR 7251:1982.

### 5.2.3. AGREGADO GRAÚDO

O agregado graúdo utilizado na produção do concreto foi pedra britada de origem basáltica, proveniente da região de São Carlos. A granulometria e o módulo de finura foram determinados com os critérios da NBR 7117:1987, sendo o módulo de finura igual a 6,49, com diâmetro máximo do agregado igual a 19mm.

Quanto à massa específica e unitária, seguindo-se as NBR 9776:1987 e NBR 7251:1982, obtiveram-se respectivamente os seguintes valores:  $2,82\text{ kg/dm}^3$  e  $1,53\text{ kg/dm}^3$ .

### 5.2.4. ÁGUA

Utilizou-se água da rede pública de abastecimento do município de São Carlos, para o amassamento do concreto.

### 5.2.5. ARMADURAS

As vigas tiveram armaduras longitudinais compostas por barras de aço com diâmetros de 6,3mm, 12,5mm e 20mm. As armaduras transversais foram compostas por fios e barras de aço de diâmetros de 5mm e 8mm, sendo os fios de 5mm de diâmetro utilizados para os estribos de confinamento, enquanto que as barras com diâmetros de 8mm, foram utilizadas para os estribos destinados a resistirem à força cortante. A caracterização dessas armaduras foi feita por ensaios de tração simples, sendo utilizadas duas amostras para cada diâmetro, de acordo com as recomendações da NBR 6152:1992. Para a determinação do diâmetro efetivo das barras de aço ensaiadas, considerou-se a massa específica do aço igual a  $7850\text{ kg/cm}^3$ , conforme prescreve a NBR 7480:1996. Nas Figuras 5.1 a 5.10, são apresentadas curvas tensão vs. deformação das amostras das barras de aço ensaiadas.

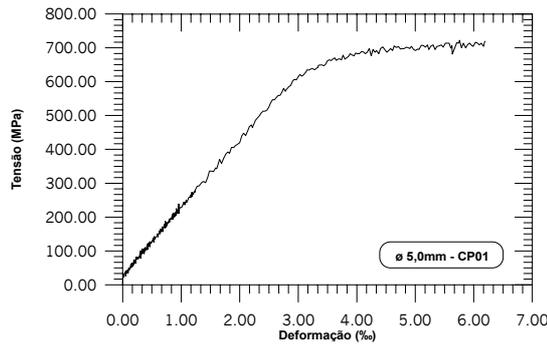


Figura 5.1 - Curva tensão vs. deformação, diâmetro de 5mm, amostra 01.

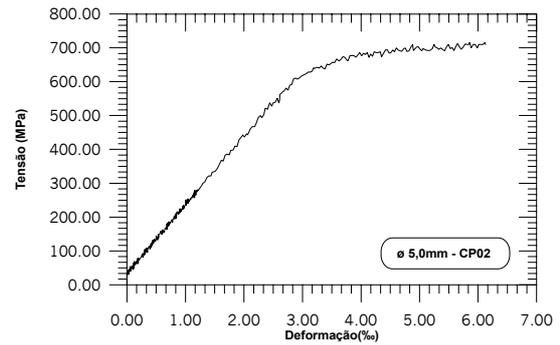


Figura 5.2 - Curva tensão vs. deformação, diâmetro de 5mm, amostra 02.

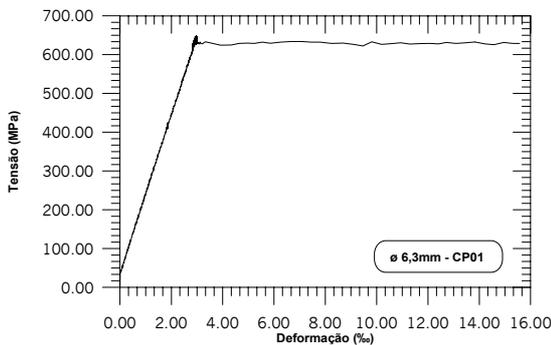


Figura 5.3 - Curva tensão vs. deformação, diâmetro de 6,3mm, amostra 01.

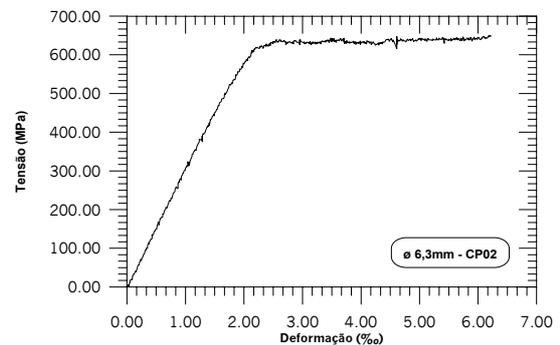


Figura 5.4 - Curva tensão vs. deformação, diâmetro de 6,3mm, amostra 02.

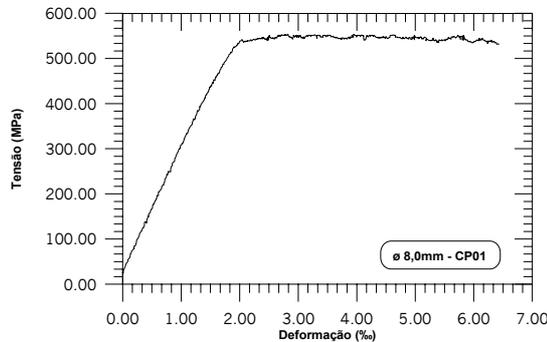


Figura 5.5 - Curva tensão vs. deformação, diâmetro de 8mm, amostra 01.

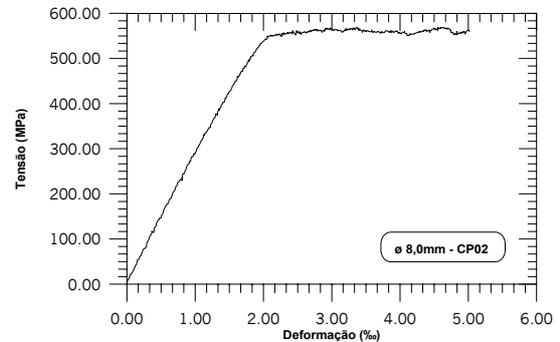


Figura 5.6 - Curva tensão vs. deformação, diâmetro de 8mm, amostra 02.

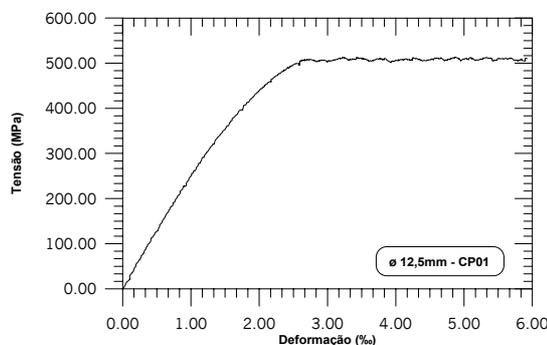


Figura 5.7 - Curva tensão vs. deformação, diâmetro de 12,5mm, amostra 01.

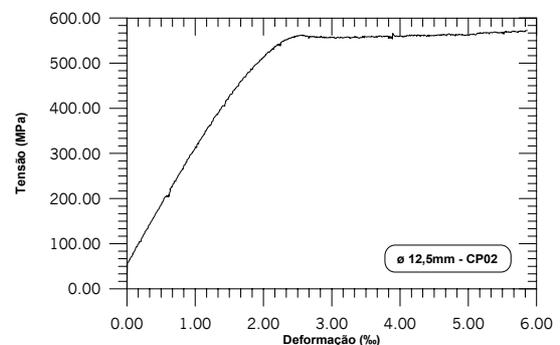


Figura 5.8 - Curva tensão vs. deformação, diâmetro de 12,5mm, amostra 02.

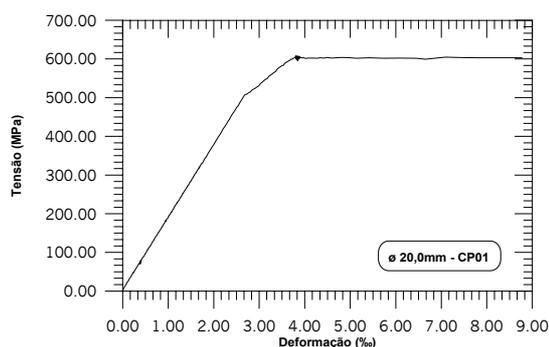


Figura 5.9 – Curva tensão vs. deformação, diâmetro de 20mm, amostra 01.

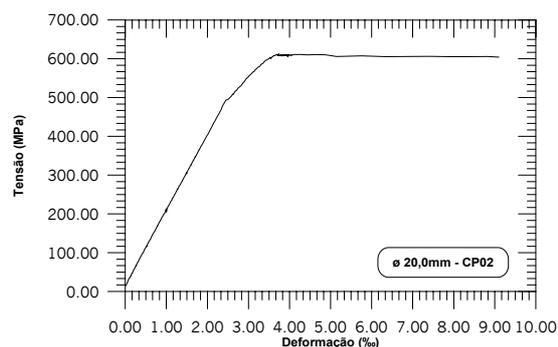


Figura 5.10 – Curva tensão vs. deformação, diâmetro de 20mm, amostra 02.

Observando-se os diagramas tensão vs. deformação das amostras de diâmetro 5mm, constata-se que não possuem patamar de escoamento, o que permite classificar estas amostras como fios de categoria CA-60. As demais amostras dos diâmetros de 6,3mm, 8mm, 12,5mm e 20mm possuem patamar de escoamento, sendo classificadas como barras de aço de categoria CA-50.

Por meio dos diagramas tensão vs. deformação das barras de aço e das suas características geométricas pode-se determinar as propriedades mecânicas. Na Tabela 5.1, são apresentados os valores médios para cada diâmetro.

Tabela 5.1 – Propriedades mecânicas das armaduras.

Diâmetro nominal (mm)	Diâmetro efetivo (mm)	Área efetiva (cm <sup>2</sup> )	E <sub>s</sub> (GPa)	f <sub>y</sub> (MPa)	ε <sub>y</sub> (%)	f <sub>u</sub> (MPa)	Categoria
5,0	4,96	0,193	203,25	702,9	5,50	755,96	CA-60
6,3	6,29	0,310	207,30	624,0	3,01	732,6	CA-50
8,0	7,99	0,502	266,98	560,65	2,01	674,0	CA-50
12,5	12,43	1,21	201,45	535,9	2,66	800,2	CA-50
20,0	19,97	3,13	205,80	610,39	3,87	719,4	CA-50

### 5.3. DOSAGEM DO CONCRETO

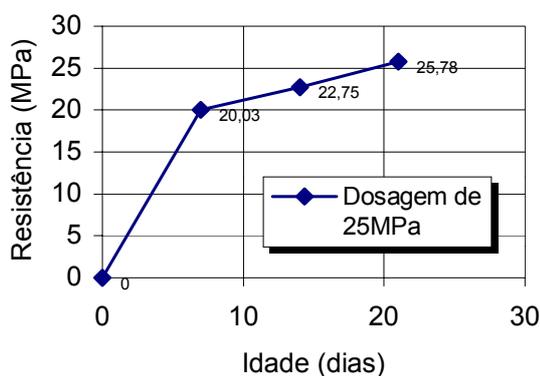
Utilizando as recomendações práticas para a dosagem de concretos, citadas por HELENE & TERZIAN (1993) e MEHTA & MONTEIRO (1994), determinou-se o traço ideal para a resistência média à compressão de 25MPa aos 21 dias de idade. Para tanto o traço em massa foi de 1:2,37:3,55:a/c=0,65. O lançamento dos materiais na betoneira de eixo vertical teve a seguinte ordem: 100% da pedra britada; 100% da areia fina; 80% da água; 100% do cimento (CP II

E – 32); 20% da água. O tempo de mistura foi de 3 minutos, a contar da última fração de água inserida na betoneira. A medida do abatimento do tronco de cone foi de 85mm, estando dentro do limite estipulado de  $80 \pm 10$ mm. Na Tabela 5.2, é apresentado o consumo de materiais por metro cúbico de concreto fresco para o traço adotado. Na Tabela 5.3, têm-se os resultados dos ensaios de corpos-de-prova cilíndricos de concreto com 150mm de diâmetro e 300mm de altura. A moldagem dos corpos-de-prova foi feita de acordo com a NBR 5738:1984 e o ensaio, de acordo com a NBR 5739:1980.

Na Figura 5.11, apresenta-se a evolução da resistência à compressão do concreto. A resistência de 25MPa estimada para o ensaio das vigas foi alcançada aos 21 dias de idade.

**Tabela 5.2 – Consumo unitário de materiais.**

<b>Materiais</b>	<b>Consumo (kg/m<sup>3</sup>)</b>
Cimento CP II E – 32	319,80
Areia Fina	757,60
Pedra britada 01	1134,30
Água	207,90
<b>Total</b>	<b>2419,60</b>



**Figura 5.11 – Evolução da resistência à compressão do concreto em relação ao tempo.**

**Tabela 5.3 – Evolução da resistência à compressão do concreto ao longo do tempo.**

<b>Corpo-de-prova</b>	<b>Idade (dias)</b>	<b>Força de Ruptura (kN)</b>	<b>Resistência (MPa)</b>
CP 01	07	335,2	18,97
CP 02	07	353,3	19,99
CP 03	07	373,6	21,14
<b>Resistência média aos 7 dias</b>			<b>20,03</b>
CP 04	14	398,3	22,54
CP 05	14	389,3	22,03
CP 06	14	418,5	23,68
<b>Resistência média aos 14 dias</b>			<b>22,75</b>
CP 07	21	454,5	25,75
CP 08	21	475,9	26,93
CP 09	21	436,5	27,40
<b>Resistência média aos 21 dias</b>			<b>25,78</b>

## 5.4. MODELOS FÍSICOS

A definição dos modelos de vigas de concreto armado dependeu de parâmetros como a resistência à compressão do concreto, dimensões das vigas, a categoria, o diâmetro nominal e o detalhamento das armaduras. Por meio da revisão bibliográfica necessária para o desenvolvimento desta pesquisa, constatou-se que armadura de confinamento somente torna-se interessante em vigas superarmadas, onde existe risco de ruptura brusca do elemento estrutural, por conta do esmagamento do concreto na região de compressão da seção transversal da viga. Utilizando-se, também, dados fornecidos pela análise numérica do capítulo 4, observa-se que o fator de maior relevância para o estudo de vigas de concreto armado projetadas com armadura de confinamento é a taxa de armadura transversal de confinamento. Dessa maneira, elaborou-se um programa experimental, onde foram ensaiadas quatro vigas superarmadas, estando estas com deformações relativas ao limite dos domínios 3 e 4, tendo, como variável de estudo, o espaçamento entre eixos dos estribos destinados ao confinamento das vigas. Uma das vigas ensaiadas foi de referência, ou seja, projetada sem armadura de confinamento. As vigas projetadas com armadura de confinamento são da série VC (Vigas confinadas), enquanto que a viga projetada de maneira convencional é da série VS (Viga simples).

### 5.4.1. RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO DO CONCRETO

Optou-se pela utilização de concreto de resistência média à compressão de 25MPa, por sua intensa aplicação em diferentes tipos de obras. Outro fator que também influenciou a escolha dessa faixa de resistência foram os ensaios de vigas de concreto armado, projetadas com armadura de confinamento, executados por vários pesquisadores, onde as resistências do concreto à compressão correspondiam ao grupo I, segundo a NBR 8953:1992.

### 5.4.2. DIMENSÕES DOS MODELOS

Todas as vigas possuem seção transversal de 15cm de largura por 30cm de altura, comprimento de 305cm e vão útil de 285cm. O Projeto de Revisão da NBR 6118:2001 prevê que a seção transversal da viga não pode apresentar largura menor que 12cm, podendo-se utilizar um valor absoluto de 10cm, em casos onde se estuda criteriosamente as condições de alojamento das armaduras, verificando interferências com as armaduras de outros elementos estruturais e as condições de lançamento e adensamento do concreto.

Na Figura 5.12, apresenta-se a seção transversal e o esquema estático das vigas a serem ensaiadas. Optou-se pelo esquema estático de vigas apoiadas, pela facilidade de execução dos ensaios no laboratório, pois o esquema estático da viga não era fator preponderante na análise da ductilidade, sendo necessários, para a análise, valores de momentos fletores e deslocamentos verticais, medidos no meio do vão.

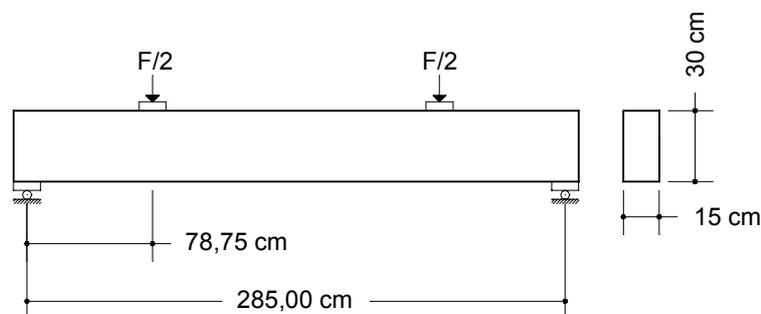


Figura 5.12 – Esquema estático, ações e seção transversal das vigas ensaiadas.

### 5.4.3. ARMADURAS DAS VIGAS

#### 5.4.3.1. ARMADURAS LONGITUDINAIS

As vigas ensaiadas foram projetadas com deformação do concreto comprimido igual  $\varepsilon_c=3,5\text{‰}$ , deformação na armadura de tração igual a  $\varepsilon_y=3,87\text{‰}$  e resistência à compressão do concreto de 25MPa. Para o dimensionamento das vigas, respeitou-se as hipóteses básicas recomendadas pelo Projeto de Revisão da NBR 6118:2001, que são as seguintes:

- ❑ as seções transversais se mantêm planas após as deformações;
- ❑ a deformação das barras aderentes, em tração ou compressão, é a mesma do concreto em seu entorno;
- ❑ as tensões de tração do concreto, normais à seção transversal, são desprezadas;
- ❑ a distribuição de tensões no concreto se faz de acordo como diagrama parábola-retângulo, com deformação de pico igual a  $0,95f_c$ , (essa tensão de pico foi utilizada, pois coeficiente de modificação  $k_{mod}$ , pode ser considerado igual a 0,95, uma vez que o efeito Rüsç ( $k_{mod,1}=0,75$ ) e o aumento da resistência a compressão do concreto com tempo ( $k_{mod,2}=1,20$ ), foram desprezados, levando-se apenas em consideração o coeficiente que correlaciona à resistência à compressão do concreto nos modelos, com a dos corpos-de-prova ( $k_{mod,3}=0,95$ ).
- ❑ as tensões nas barras da armadura foram obtidas a partir dos diagramas tensão vs. deformação das barras de aço (Figuras 5.3, 5.4, 5.7, 5.8, 5.9 e 5.10);

Contudo, a área das barras da armadura de tração calculada para as vigas foi de  $8,80\text{cm}^2$  ( $2\varnothing 20,0\text{mm}$  e  $2\varnothing 12,5\text{mm}$ ), enquanto que a área das barras da armadura de compressão foi de  $0,63\text{cm}^2$  ( $2\varnothing 6,3\text{mm}$ ), sendo as taxas de armadura de tração e compressão iguais a  $\rho=1,96\%$  e  $\rho'=0,14\%$ , respectivamente. Essas áreas de armaduras estão dentro do limite estipulado pelo Projeto de Revisão da NBR 6118:2001, que é igual a 4% de  $A_c$ , sendo,  $A_c$  a área bruta de seção transversal da viga.

Segundo o Projeto de Revisão da NBR 6118:2001, a armadura mínima de tração, em peças armadas, é aquela determinada pelo dimensionamento da seção transversal para o momento fletor mínimo (momento de fissuração), dado pela expressão 5.1.

$$M_{d,min} = 0,8 \cdot W_0 \cdot f_{ctk,sup} \quad (5.1)$$

onde:

- $W_0$  é o módulo de resistência da seção transversal bruta de concreto relativo à fibra mais tracionada;
- $f_{ctk,sup}$  é a resistência característica superior do concreto à tração.

Com relação à ancoragem das armaduras tracionadas, fez-se necessária à utilização de ganchos a 90°, pois o comprimento disponível para ancoragem reta é menor que o comprimento de ancoragem básico. Portanto, as barras de aço com diâmetro de 20mm tinham ganchos em ângulo reto, e as barras de aço de diâmetro de 12,5mm foram prolongadas até os apoios.

#### 5.4.3.2. ARMADURAS TRANSVERSAIS

As armaduras transversais foram dimensionadas seguindo as recomendações da NBR 6118:2001, relativas ao modelo I, onde se admite que as diagonais de compressão são inclinadas de  $\theta=45^\circ$  em relação ao eixo longitudinal da viga, e  $V_c$  (que é parcela da força cortante resistida por mecanismos complementares ao modelo em treliça) é suposta de valor constante. Foram adotados estribos fechados de dois ramos, com diâmetro de 8mm, espaçados a cada 7cm. A resistência ao escoamento  $f_y$  foi obtida por meio do diagrama tensão vs. deformação das Figuras 5.5 e 5.6. Também se adotou para o dimensionamento coeficientes de minoração da resistência dos materiais ( $\gamma_c=1,4$  e  $\gamma_s=1,15$ ) e coeficiente de majoração dos esforços ( $\gamma_f=1,4$ ). Esses coeficientes foram adotados para evitar que a viga viesse a romper devido à força cortante.

Para os estribos destinados ao confinamento, foi adotado diâmetro de 5mm e espaçamentos entre estribos de 5cm, 10cm e 15cm. Esses estribos foram posicionados na região de compressão da seção transversal (acima da linha

neutra), onde existiam apenas tensões de compressão. Isso foi feito para evitar que os estribos absorvessem tensões de tração, diminuindo, deste modo, a eficiência do confinamento.

A ancoragem dos estribos foi garantida por meio de ganchos com ângulo de 45°, com comprimento igual a  $10\phi_t$ , seguindo as recomendações dadas pelo Projeto de Revisão da NBR 6118:2001. O Projeto de Revisão da NBR 6118:2001 também recomenda que se deve usar diâmetro mínimo de 5mm, sem exceder 1/10 da largura da alma da viga, e que o espaçamento mínimo deverá ser suficiente para a passagem do vibrador, garantindo um bom adensamento do concreto. O espaçamento máximo entre estribos deve atender as seguintes condições:

- se  $V_d \leq 0,67V_{Rd2}$ , então  $s_{m\acute{a}x} = 0,6d \leq 300\text{mm}$ ;
- se  $V_d > 0,67V_{Rd2}$ , então  $s_{m\acute{a}x} = 0,3d \leq 200\text{mm}$ ;

O espaçamento transversal entre ramos sucessivos da armadura que constitui os estribos não deve exceder os valores:

- se  $V_d \leq 0,20V_{Rd2}$ , então  $s_{t,m\acute{a}x} = d \leq 800\text{mm}$ ;
- se  $V_d > 0,20V_{Rd2}$ , então  $s_{t,m\acute{a}x} = 0,6d \leq 350\text{mm}$ ;

onde:

$$\square V_{Rd2} = 0,27\alpha_v \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d, \text{ com } \alpha_v = 1 - \frac{f_{ck}}{250}.$$

O Projeto de Revisão da NBR 6118:2001 também recomenda que, para todos os elementos lineares submetidos à força cortante, devem conter armadura mínima constituída por estribos, com taxa geométrica igual a:

$$\rho_{sw} = \frac{A_{sw}}{b_w \cdot s \cdot \sin \alpha} \geq 0,2 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{ywk}} \quad (5.2)$$

sendo:

- $A_{sw}$  a área da seção transversal dos estribos;
- $s$  o espaçamento entre estribos, medido segundo o eixo longitudinal da peça;

- $\alpha$  a inclinação dos estribos em relação ao eixo longitudinal da viga;
- $b_w$  a largura média da alma;
- $f_{ctm}$  resistência média do concreto à tração;
- $f_{ywk}$  resistência característica ao escoamento da armadura transversal.

#### 5.4.3.3. DETALHAMENTO DAS BARRAS DA ARMADURA

Os detalhamentos das barras da armadura das vigas ensaiadas são mostrados nas Figuras 5.13 a 5.16. As vigas ensaiadas foram divididas em duas séries, em função do arranjo das armaduras e dos parâmetros considerados. A Tabela 5.4 mostra, para cada série, a quantidade e a numeração das vigas, suas dimensões, parâmetros fixos e variáveis. As vigas da série A1 são vigas detalhadas com armadura de confinamento, já a viga da série A2 é a viga de referência, projetada de maneira convencional, ou seja, sem armadura de confinamento. Na Tabela 5.5 é apresentado o resumo das armaduras utilizadas nas vigas e, na Tabela 5.6, é apresentado o consumo de aço utilizado.

Todas as vigas foram detalhadas de acordo com as recomendações do Projeto de Revisão da NBR 6118:2001, respeitando todos os limites estabelecidos pela norma. Nas Figuras 5.17 a 5.20, são apresentadas fotos das armaduras das vigas.

**Tabela 5.4 – Características geométricas, parâmetros fixos e variáveis das vigas ensaiadas.**

Série	Qtd.	Vigas	dimensões (cm)			Parâmetros Fixos	Parâmetros Variáveis
			$b_w$	$h$	$\ell$		
A1	03	VC-01	15	30	305	$\rho, \rho'$ e $f_{ck}$	$\rho_{w,conf}$
		VC-02	15	30	305	$\rho, \rho'$ e $f_{ck}$	$\rho_{w,conf}$
		VC-03	15	30	305	$\rho, \rho'$ e $f_{ck}$	$\rho_{w,conf}$
A2	01	VS-01	15	30	305	$\rho, \rho'$ e $f_{ck}$	-

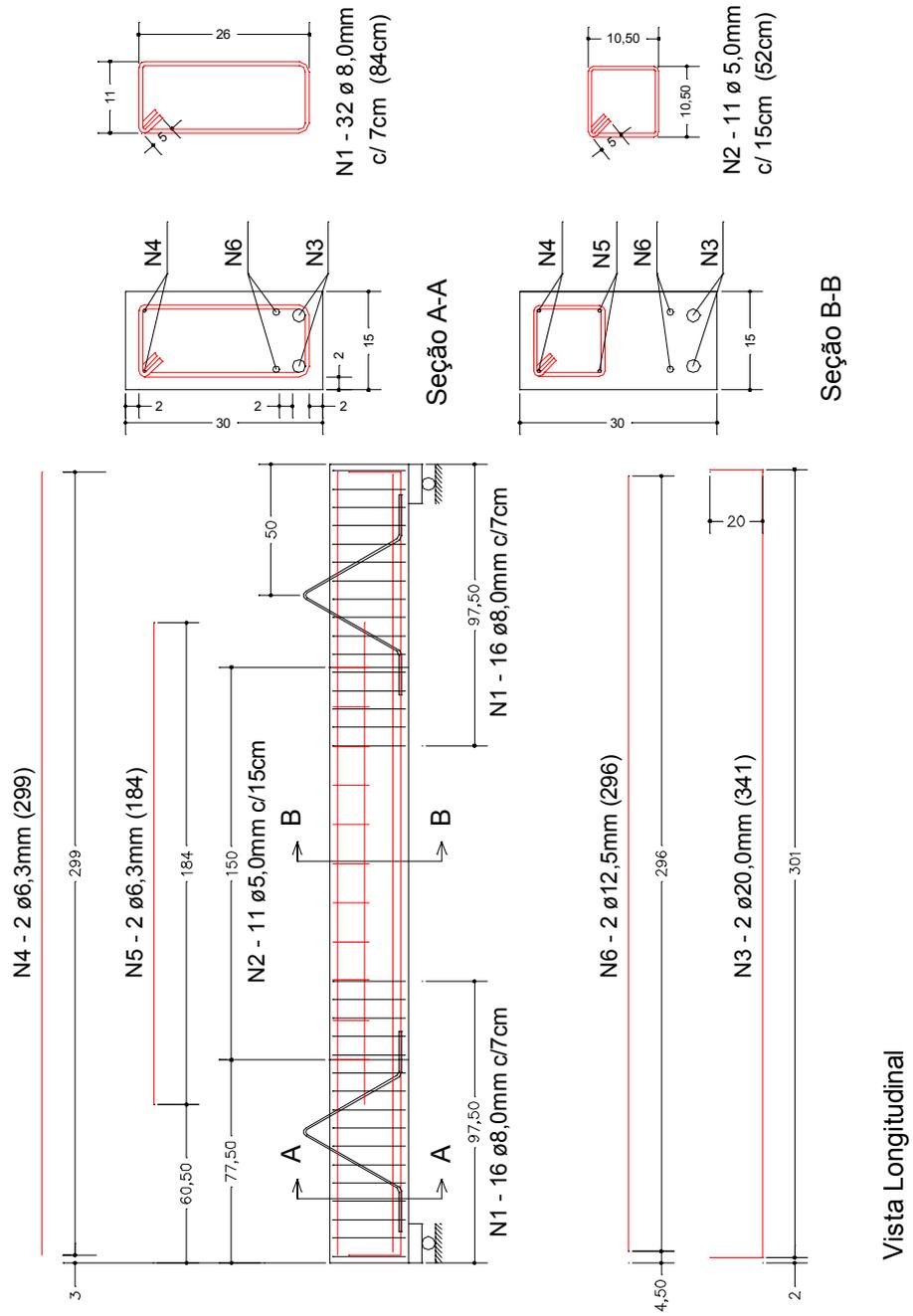


Figura 5.13 – Detalhamento da viga VC-01.

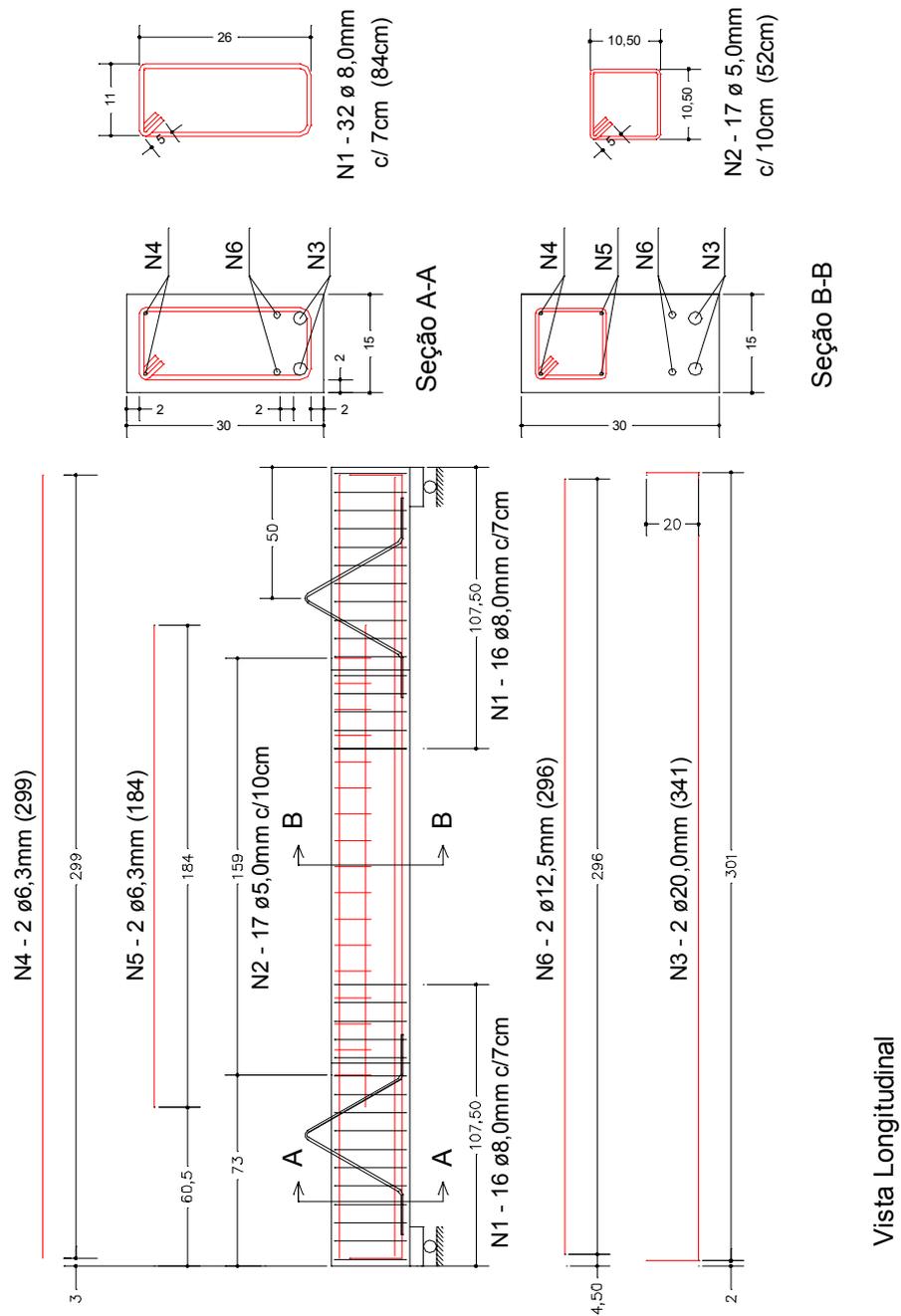


Figura 5.14 – Detalhamento da viga VC-02.

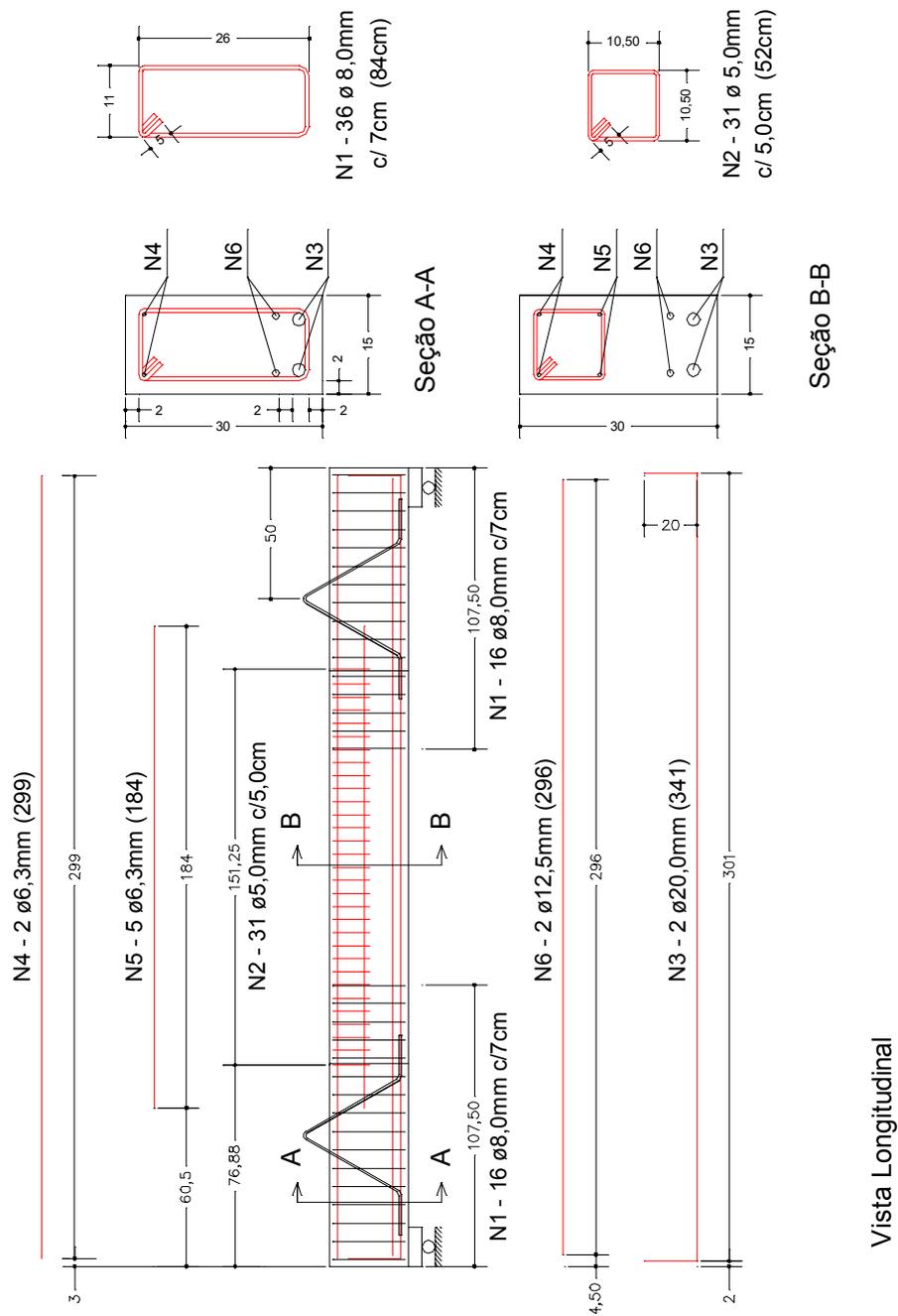


Figura 5.15 – Detalhamento da viga VC-03.



Tabela 5.5 – Armaduras utilizadas nas vigas.

№	Ø (mm)	Qtd.	Comprimentos	
			Unitário (cm)	Total (m)
N1	8,0	128	84	107,52
N2	5,0	59	52	30,68
N3	20,0	8	341	27,28
N4	6,3	8	299	23,92
N5	6,3	6	184	11,04
N6	12,5	8	296	23,68

Tabela 5.6 – Consumo de aço nas vigas.

Ø (mm)	Comprimento Total (m)	Massa linear (kg/m)	Massa total (kg)
5,0	30,68	0,185	5,68
6,3	34,96	0,243	8,50
8,0	107,52	0,394	42,36
12,5	23,68	0,944	22,35
20,0	27,28	2,459	67,08
<b>Total</b>			<b>145,97</b>

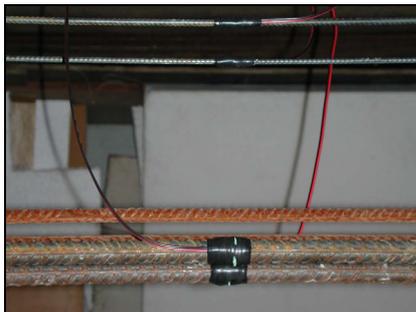


Figura 5.17 – Viga VS-01, viga de referência, sem armadura de confinamento.

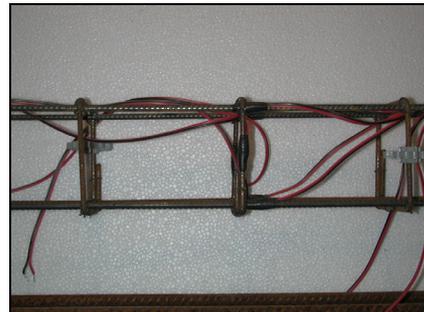


Figura 5.18 – Viga VC-01, com armadura de confinamento, espaçamento entre estribos de 15cm.

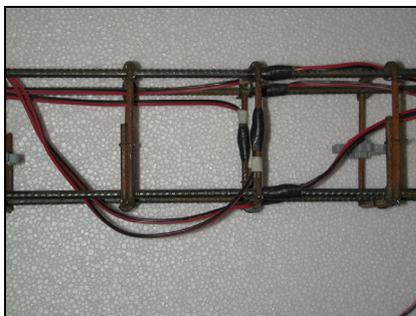


Figura 5.19 – Viga VC-02, com armadura de confinamento, espaçamento entre estribos de 10cm.

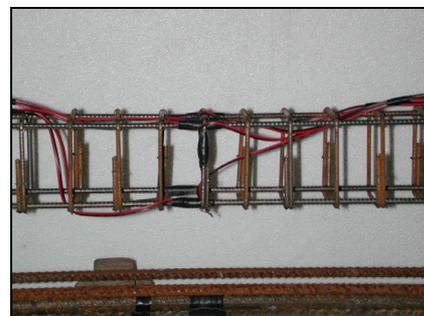


Figura 5.20 – Viga VC-03, com armadura de confinamento, espaçamento entre estribos de 5cm.

#### 5.4.4. PREVISÃO DOS MOMENTOS FLETORES

Utilizando as recomendações do Projeto de Revisão da NBR 6118:2001 e as recomendações do modelo teórico de confinamento desenvolvido por SAATCIONGLU & RAZVI (1992), determinou-se as cargas máximas para cada viga. A Tabela 5.7 traz os resultados para a previsão do momento fletor resistente último à flexão ( $M_u$ ), o momento fletor de fissuração ( $M_r$ ) e o momento fletor limite (que é o máximo momento fletor suportado pela viga, sem a necessidade de armadura de compressão para equilibrar os esforços atuantes na seção transversal,  $M_{34}$ ) de cada viga. É importante lembrar que os dados dessa tabela foram obtidos utilizando a resistência média à compressão do concreto, obtida no estudo da dosagem, e a tensão da armadura obtida por meio dos ensaios de caracterização dos materiais.

**Tabela 5.7 – Previsão de momentos fletores das vigas.**

Vigas	$f_c$ (MPa)	$f_{cc}$ (MPa)	$\epsilon_{cc}$ (‰)	$\epsilon_{c85}$ (‰)	$M_r$ (kNm)	$M_{34}$ (kNm)	$M_u$ (kNm)
VC-01	25,78	28,35	3,098	5,808	5,891	84,12	101,93
VC-02	25,78	29,34	3,497	7,156	5,891	84,12	103,40
VC-03	25,78	32,13	4,614	12,612	5,891	84,12	106,27
VS-01	25,78	-	-	-	5,891	84,12	92,83

#### 5.4.5. MEDIDA DAS DEFORMAÇÕES E DESLOCAMENTOS

##### 5.4.5.1. DEFORMAÇÕES NAS ARMADURAS

As medidas das deformações nas armaduras das vigas foram feitas por meio de extensômetros elétricos de resistência, fixados nas barras longitudinais e transversais, na seção transversal do meio do vão dos modelos. Nas Figuras 5.21 e 5.22 são apresentados os desenhos referentes à instrumentação das armaduras.

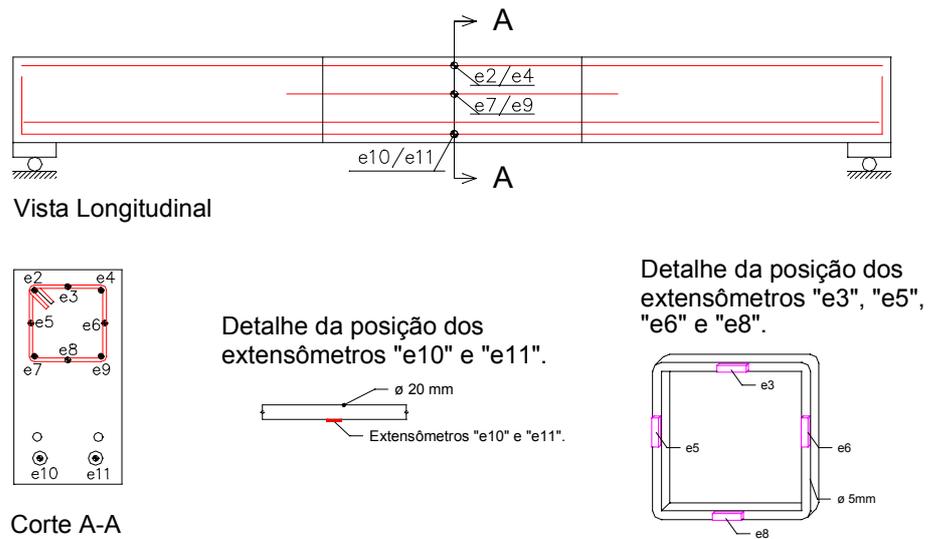


Figura 5.21 – Instrumentação utilizadas nas armaduras das vigas VC-01, VC-02 e VC-03.

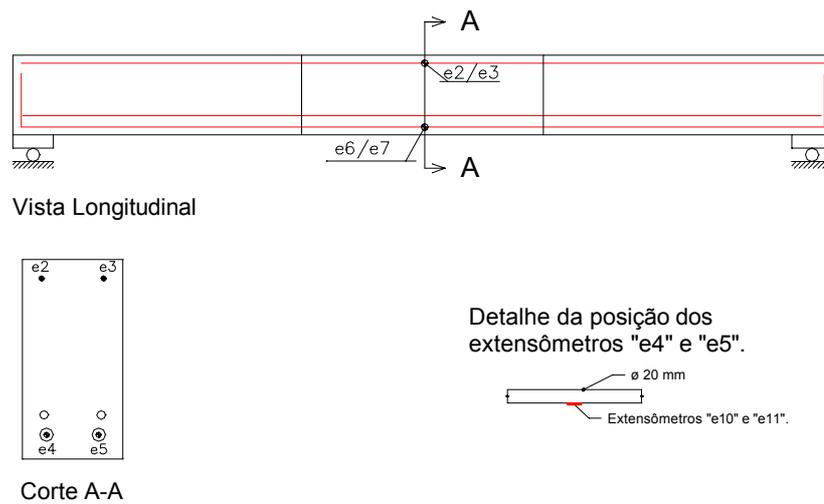
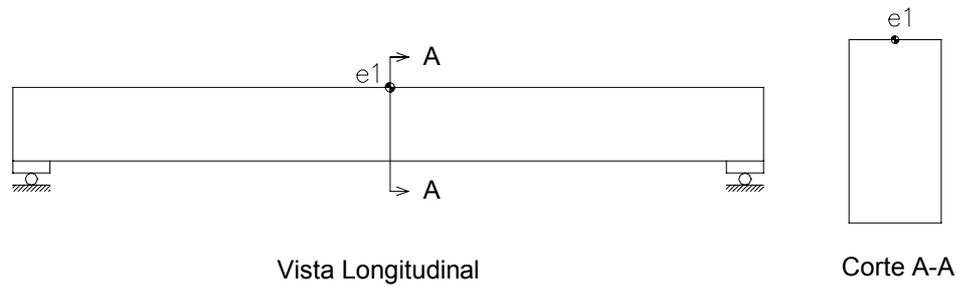


Figura 5.22 – Instrumentação utilizadas na armadura da viga VS-01.

#### 5.4.5.2. DEFORMAÇÕES NO CONCRETO

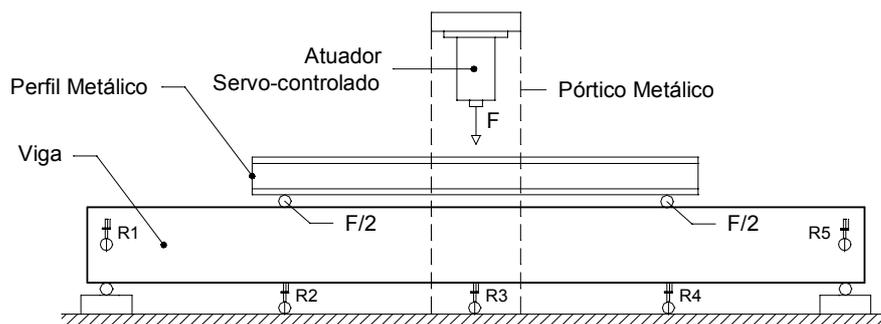
Foram instalados extensômetros elétricos de resistência, na região central das vigas, para analisar as deformações na seção transversal de máxima compressão (Figura 5.23).



**Figura 5.23 – Extensômetros utilizados para medir as deformações na região de compressão das vigas.**

#### 5.4.5.3. DESLOCAMENTOS NAS VIGAS

Para medir os deslocamentos verticais das vigas, foram instalados defletômetros no meio do vão, nos pontos de aplicação de força e nos apoios. Na região central e nos pontos de aplicação de carga, o curso máximo dos relógios comparadores foi de 100mm, com precisão de 0,001mm; nos apoios utilizaram-se defletômetros com curso máximo de 50mm, também com precisão de 0,001mm. A Figura 5.24 mostra as posições de instalação dos relógios comparadores.



**Figura 5.24 – Instalação dos defletômetros.**

## **5.5. MOLDAGEM**

### **5.5.1. FÔRMAS**

Para a execução das fôrmas utilizaram-se placas de madeira compensada plastificadas, com 15mm de espessura, produzidas na Oficina de Marcenaria da Escola de Engenharia de São Carlos – USP.

### **5.5.2. MISTURA**

Para a mistura dos agregados que constituíram o concreto utilizado na moldagem das vigas e dos corpos-de-prova, foi utilizada a betoneira de eixo vertical com capacidade de 200 litros, marca CIBI, do Laboratório de Estruturas do Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos. O tempo mínimo de mistura, para betoneira de eixo vertical, segundo TERZIAN (1990), foi de  $30\sqrt{D}$ , onde D, é o diâmetro da betoneira. Como o volume de concreto necessário para a moldagem das vigas e dos corpos-de-prova é grande (volume total de 820 litros), fez-se um plano de concretagem em quatro etapas, sendo que, em cada etapa, moldou-se uma viga e oito corpos-de-prova de 15cm de diâmetro com 30cm de altura.

### **5.5.3. ADENSAMENTO**

O adensamento das vigas foi feito por meio de vibradores de imersão, enquanto que os corpos-de-prova foram adensados em mesa vibratória.

### **5.5.4. ACABAMENTO**

Após o adensamento, foi realizado o acabamento das superfícies expostas das vigas e dos corpos-de-prova, visando obter superfícies planas e lisas, de modo que a aplicação da força de compressão nos corpos-de-prova e a colagem dos extensômetros nas vigas não fossem prejudicadas por possíveis imperfeições.

### 5.5.5. CURA

A cura das vigas foi feita por meio de espumas de borracha embebidas com água, colocadas sobre a superfície exposta das vigas, durante o período de 7 dias. Os corpos-de-prova foram colocados na câmara úmida, também por 7 dias. Após os 7 dias de cura, as vigas foram desmoldadas e levadas para o interior do laboratório, até a data do ensaio. Os corpos-de-prova também foram retirados da câmara úmida após os 7 dias, sendo também armazenados no interior do laboratório até o dia do ensaio.

## 5.6. EQUIPAMENTOS UTILIZADOS NO ENSAIO DAS VIGAS

Para o ensaio das vigas foi utilizado um atuador hidráulico servo-controlado e computadorizado (marca Instron, modelo: A1891Y-1001), que permitiu a realização de ensaios estáticos com força nominal máxima de 639kN, tendo curso máximo do pistão de 150mm. Na Figura 5.25 é apresentado o atuador servo-controlado. O sistema de aquisição dos valores de força, deformações e deslocamentos, que foram fornecidos, respectivamente, pelo atuador servo-controlado, transdutores e extensômetros, foi o SYSTEM 5000, da measurements Group (Figura 5.26).



**Figura 5.25 – Atuador servo-controlado, marca INSTRON.**



**Figura 5.26 – Sistema de aquisição de dados, SYSTEM 5000.**

Para evitar risco de tombamento das vigas na ruína, por causa da diminuição brusca do carregamento, pois se tratavam de vigas com ruptura frágil, optou-se em utilizar apoios fixos. Portanto, as vigas são uma vez hiperestáticas.

Nas Figuras 5.27 e 5.28 são apresentados os aparelhos de apoio utilizados nas vigas.



Figura 5.27 – Vista frontal do aparelho de apoio das vigas.



Figura 5.28 – Vista lateral do aparelho de apoio das vigas.

## 5.7. DESCRIÇÃO DOS ENSAIOS DAS VIGAS

Um dos objetivos dos ensaios é analisar a ductilidade das vigas. Para isso, faz-se necessário conhecer o comportamento do trecho descendente da curva força vs. deslocamento. Isso só foi possível com a utilização do atuador servo-controlado, onde, no pistão, são aplicados deslocamentos, ao invés de força. A velocidade de carregamento para todas as vigas ensaiadas foi de 0,010mm/s, até o surgimento da primeira fissura. Depois da ocorrência da primeira fissura, a velocidade aumentou para de 0,020mm/s, seguindo com essa velocidade até o final do ensaio.

Fez-se necessária a utilização de uma viga metálica colocada sobre as vigas, para que se obtivessem dois pontos de aplicação de carga (Figura 5.29). A viga metálica era constituída de dois perfis I laminados de 10", com espessura da alma de 7,9mm, podendo suportar uma força de 300kN aplicada no meio do vão. O aço do perfil é o A-36, com resistência ao escoamento de 250MPa. A viga metálica era apoiada sobre placas de aço de 150mm x 100 x 15mm, tendo vão útil de 127,5cm. A Figura 5.29 mostra a viga metálica com os dois pontos de aplicação de carga.

As dimensões em planta do aparelho de apoio eram de 150mm x 100mm, sendo que essas dimensões foram escolhidas para evitar esmagamento do

concreto na região de contato do aparelho de apoio com a viga. Esse mesmo procedimento foi executado para as placas de aço utilizadas nos dois pontos de aplicação de força. Para uma melhor distribuição de tensões na viga junto aos dois pontos de aplicação de força, colocou-se areia úmida embaixo de cada placa, com espessura média da areia de 5mm.



Figura 5.29 – Viga metálica e o ponto de aplicação de força  $F/2$ .

Todas as vigas foram ensaiadas com 21 dias de idade, menos a viga VC-03, que foi ensaiada com 22 dias de idade, pois não foi possível ser ensaiada com a idade prevista, pois o sistema de aquisição de dados teve que ser utilizado em outro ensaio.

### 5.7.1. DESCRIÇÃO DO ENSAIO DA VIGA VS-01

A viga VS-01 é de referência, projetada sem armadura de confinamento. Foi a primeira viga a ser ensaiada, sendo moldada no dia 29/10/2001 e ensaiada no dia 19/11/2001. A viga foi posicionada para o ensaio; após isso, aplicou-se uma força de 10kN (força de escorvamento) antes de iniciar o ensaio. Depois, todos os instrumentos de medidas de forças, deformações e deslocamentos foram calibrados para o início do ensaio. Nas Figuras 5.30 e 5.31 é mostrada a viga VS-01 pronta para o início do ensaio.

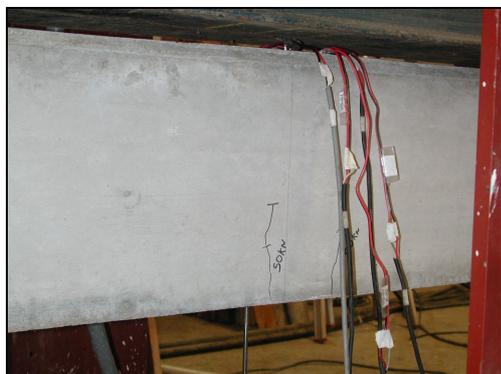


**Figura 5.30 – Viga VS-01, aplicação da carga de escorvamento.**



**Figura 5.31 – Viga VS-01 posicionada e pronta para o ensaio.**

A velocidade de carregamento empregada na viga foi de 0,01mm/s até a ocorrência da primeira fissura. Após o surgimento da primeira fissura, a velocidade de carregamento aumentou para 0,020mm/s. A primeira fissura surgiu para um momento fletor de 19,69kNm, com abertura de 0,04mm e deslocamento no meio do vão da viga de 2,75mm. As Figuras 5.32 e 5.33 mostram o aparecimento da primeira fissura.



**Figura 5.32 – Ocorrência da primeira fissura, viga VS-01.**



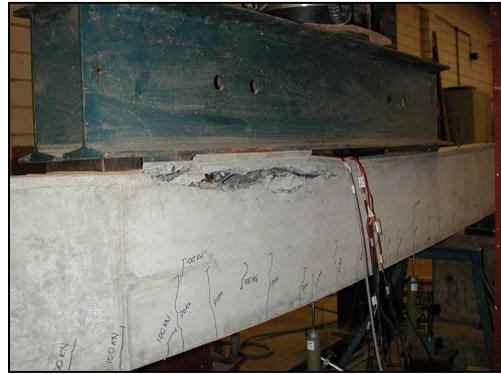
**Figura 5.33 – Ocorrência da primeira fissura, viga VS-01.**

A viga rompeu da maneira esperada, ou seja, por esmagamento do concreto comprimido. Por se tratar de uma viga projetada no domínio 4 de deformações, a ruptura foi brusca. O momento fletor suportado pela viga no estado limite último foi de 105,03kNm. No instante da ruptura, o deslocamento no vão central da viga era de 28,69mm. Depois de atingida a força de ruptura ( $F_u = 266,75\text{kN}$ ), a viga perdeu totalmente a capacidade portante e o ensaio foi encerrado. As Figuras 5.34 e 5.35 mostram a viga VS-01 no instante da ruptura. A

ruptura do concreto se deu na região de flexão pura da viga (entre os pontos de aplicação de força), como era previsto.



**Figura 5.34 – Ruptura da viga VS-01.**



**Figura 5.35 – Ruptura da viga VS-01.**

Nas barras de aço da armadura de compressão ocorreu flambagem após o esmagamento do concreto. Isso é justificado, pois, a força interna de compressão no concreto, atuante na seção transversal, foi totalmente transferida para as barras de aço comprimidas. Como essa não foi capaz de suportar toda a força, a armadura de compressão perdeu o equilíbrio, deslocando da sua posição original. As Figuras 5.36 e 5.37 mostram a flambagem da armadura de compressão.



**Figura 5.36 – Flambagem da armadura de compressão da viga VS-01.**



**Figura 5.37 – Detalhe da perda de estabilidade da armadura de compressão da viga VS-01.**

### **5.7.2. DESCRIÇÃO DO ENSAIO DA VIGA VC-01**

Essa viga tem a menor taxa de armadura de confinamento, com espaçamento de 15cm entre estribos destinados ao confinamento. Esse modelo foi moldado no dia 28/11/2001 sendo ensaiado no dia 19/12/2001. Primeiramente, a viga foi posicionada para o ensaio e toda a instrumentação conferida. Depois dessa etapa, aplicou-se uma força de 10kN, com o objetivo de acomodar todo o sistema, eliminando possíveis irregularidades que por ventura viessem a ocorrer no início do ensaio. Após da aplicação da força de escorvamento, toda a instrumentação foi calibrada, sendo iniciado, a partir desse instante, o ensaio da viga. A velocidade de carregamento, aplicada até a ocorrência da primeira fissura, foi de 0,010mm/s, sendo aumentada para 0,020mm/s após o surgimento da primeira fissura, mantendo-a constante até o término do ensaio. Nas Figuras 5.38 e 5.39 são mostradas a viga VC-01 antes do ensaio.

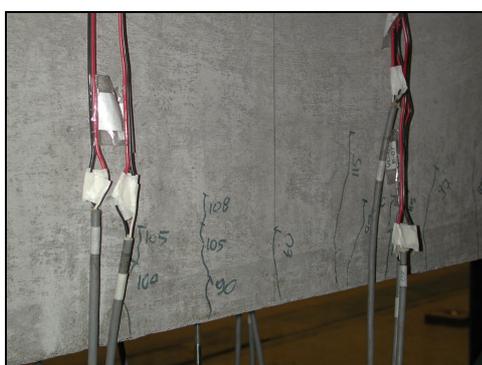


**Figura 5.38 – Vista longitudinal da viga VC-01, pronta para o ensaio.**



**Figura 5.39 – Vista frontal da viga VC-01, pronta para o ensaio.**

A primeira fissura surgiu com abertura igual a 0,04mm para um momento fletor de 16,93kNm e deslocamento vertical no meio do vão igual a 2,31mm. As Figuras 5.40 e 5.41 mostram a ocorrência da primeira fissura na viga VC-01. Durante o ensaio dessa viga, observou-se a ocorrência de um esmagamento localizado na face superior, junto a uma das placas que transfere a força aplicada pelo atuador servo-controlado no perfil para a viga. Analisando os dados do ensaio da viga, verificou-se que o esmagamento localizado, provocado pelo acúmulo de tensões nessa região, não provocou alterações nos resultados do ensaio.



**Figura 5.40 – Ocorrência da primeira fissura, viga VC-01.**



**Figura 5.41 – Vista Geral da fissuração do modelo, viga VC-01.**

A ruptura da viga se deu por esmagamento do concreto comprimido não envolvido pelos estribos de confinamento. No instante da ruptura, houve destacamento do cobrimento do concreto da face superior da viga, na região de flexão pura. Após o destacamento do cobrimento, a viga perdeu parcialmente sua capacidade resistente. O máximo momento fletor suportado pela viga no Estado Limite Último foi de 101,99kNm, com deslocamento vertical no meio do vão de 29,74mm. Após a ruptura da viga, o momento fletor caiu não bruscamente para 72,45kNm. O núcleo de concreto comprimido garantiu que a viga suportasse a força de 184kN após a ruptura do concreto, registrando deslocamento vertical no meio do vão de 39mm. Nas Figuras 5.42 e 5.43 é apresentado o início da ruptura da viga.

Continuando a aplicação de deslocamentos ao modelo, observou-se que esse continuava a perder sua capacidade de resistir momento fletor. Notou-se também que as barras da armadura comprimida sofreram flambagem, sendo essa localizada entre os estribos de confinamento, como pode ser visto nas Figura 5.44 e 5.45.

Por meio desse ensaio, foi possível constatar que o espaçamento entre estribos destinados ao confinamento não foi suficiente para garantir que a viga tivesse comportamento dúctil. Mesmo assim, verificou-se que a ductilidade desta é maior que a ductilidade da viga VS-01, como era esperado.



**Figura 5.42 – Início da ruptura, destacamento do cobrimento, viga VC-01.**



**Figura 5.43 – Início da ruptura, destacamento do cobrimento, viga VC-01.**



**Figura 5.44 – Flambagem da armadura mais comprimida entre os estribos de confinamento, viga VC-01.**



**Figura 5.45 – Detalhe da flambagem ocorrida na armadura mais comprimida, viga VC-01.**

### **5.7.3. DESCRIÇÃO DO ENSAIO DA VIGA VC-02**

Essa viga foi moldada e ensaiada nos mesmos dias da viga VC-01, tendo espaçamento de 10cm entre os estribos destinados ao confinamento. Após o posicionamento do modelo e da verificação da instrumentação utilizada nesse, aplicou-se à viga uma força de escorvamento de 10kN. Após a aplicação da força de escorvamento, toda a instrumentação foi calibrada e deu-se início ao ensaio. As Figuras 5.46 e 5.47 mostram a viga posicionada e pronta para o ensaio.



40mm. Depois de atingir esse deslocamento, a viga começou a perder novamente sua capacidade portante, sendo o ensaio levado até ao deslocamento vertical de 74,80mm.

Observou-se, durante o ensaio da viga, que a armadura mais comprimida também veio a sofrer flambagem, ocorrendo entre os estribos destinados ao confinamento, como pode ser visto nas Figuras 5.52 e 5.53. Durante o ensaio, o extensômetro e1, instalado no bordo mais comprimido na seção meio do vão, apresentou defeito, sendo seus registros descartados para análise dos resultados.



**Figura 5.50 – Início da ruptura, destacamento do cobrimento, viga VC-02.**



**Figura 5.51 – Início da ruptura, destacamento do cobrimento, viga VC-02.**



**Figura 5.52 – Flambagem da armadura mais comprimida, viga VC-02.**



**Figura 5.53 – Detalhe da flambagem da armadura comprimida, viga VC-02.**

A Viga VC-02 teve melhor comportamento em relação à ductilidade, quando comparadas com as duas vigas anteriores, pois, essa possuía maior taxa de armadura de confinamento, isso poderá ser constatado mais adiante, analisando os diagramas força vs. deslocamento. As Figuras 5.54 e 5.55 mostram a viga VC-02 no final do ensaio, onde é possível observar a formação de uma rótula plástica.



Figura 5.54 – Formação da rótula plástica, viga VC-02.



Figura 5.55 – Formação da rótula plástica, viga VC-02.

#### 5.7.4. DESCRIÇÃO DO ENSAIO DA VIGA VC-03

A viga VC-03 tinha a maior taxa de armadura de confinamento das três vigas com armadura de confinamento ensaiadas, sendo o espaçamento entre os estribos de confinamento de 5cm. Essa viga foi moldada no dia 30/10/2001 e ensaiada no dia 21/11/2001. Depois da viga ter sido posicionada para o ensaio e toda a instrumentação conferida, aplicou-se a força de escorvamento de 10kN.



Figura 5.56 – Vista longitudinal da viga VC-03 pronta para o ensaio.



Figura 5.57 – Vista frontal da viga VC-03 pronta para o ensaio.

Após a aplicação da força de escorvamento, todos a instrumentação foi calibrada e iniciou-se o ensaio da viga. As Figuras 5.56 e 5.57 mostram a viga VC-03 pronta para o ensaio. A primeira fissura surgiu para um momento fletor atuante de 23,63kNm, sendo o deslocamento no meio do vão da viga, no instante da

primeira fissura, igual a 3,27mm e sua abertura de 0,06mm. As Figuras 5.58 e 5.59 mostram, respectivamente, a primeira fissura na viga VC-03 e a fissuração geral do modelo do modelo.



**Figura 5.58 – Ocorrência da primeira fissura, viga VC-03.**



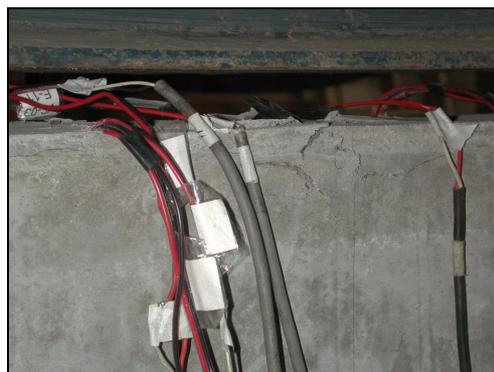
**Figura 5.59 – Vista geral da fissuração da viga VC-03.**

A viga VC-03 rompeu da maneira esperada, ou seja, por esmagamento do concreto comprimido na região de flexão pura. No estado limite último, o momento fletor atuante na viga foi de 105,37kNm, provocando o deslocamento de 28,58mm, medido no meio do vão. O processo de ruptura dessa viga foi semelhante aos processos de ruptura das vigas VC-01 e VC-02 pois, iniciou-se pelo destacamento do concreto que cobria a armadura mais comprimida. Esse destacamento foi provocado pela força normal de compressão no concreto, que atua nas seções transversais das vigas na região de flexão pura, região essa que se encontra entre os pontos de aplicação das forças. Nas Figuras 5.60 e 5.61 é apresentado o início da ruptura da viga, ou seja, o destacamento do cobrimento da armadura mais comprimida. Logo após a ruína da viga, o momento fletor diminuiu para o valor de 93,71kNm, sendo o deslocamento no meio do vão da viga, nesse instante, igual a 32mm. Esse momento fletor permaneceu constante até o deslocamento de 61mm, também medido no meio do vão da viga. Esse fato mostra a eficiência da armadura de confinamento, proporcionando à viga grande capacidade de deformação, para um mesmo carregamento.

Depois da viga ter atingido o deslocamento de 61mm, essa voltou a perder capacidade portante, diminuindo o valor do momento fletor atuante. O ensaio foi parado com um deslocamento de 80,36mm, deslocamento esse também medido no meio do vão da viga.



**Figura 5.60 – Início da ruptura, destacamento do cobrimento, viga VC-03.**



**Figura 5.61 – Início da ruptura, destacamento do cobrimento, viga VC-03.**

No ensaio dessa viga, não ocorreu flambagem da armadura mais comprimida, como nas demais. Isso se deve ao pequeno espaçamento entre os estribos destinados ao confinamento. Também foi possível observar a formação de uma rótula plástica, como pode ser visto nas Figuras 5.62 e 5.63. Nessas figuras, também é possível notar que o núcleo de concreto confinado permaneceu íntegro, pois o concreto do interior do núcleo não apresentou esmagamento.



**Figura 5.62 – Formação da rótula plástica, viga VC-03.**



**Figura 5.63 – Formação da rótula plástica, viga VC-03.**

## **5.8. RESULTADOS DOS ENSAIOS DAS VIGAS**

Neste item serão apresentados os resultados dos ensaios das vigas VC-01, VC-02, VC-03 e VS-01. Esses resultados nada mais são do que os deslocamentos dos transdutores e as deformações dos extensômetros registrados

em função da força aplicada pelo atuador servo-controlado. Visando facilitar a análise dos resultados desses ensaios, foram elaborados gráficos de força vs. deslocamento e força vs. deformação, onde será possível visualizar o comportamento das vigas ensaiadas. Diagramas força vs. deslocamento e força vs. deformação, como também figuras que mostram a posição dos extensômetros e transdutores, para cada viga, são mostrados nos itens a seguir.

### 5.8.1. VIGA VS-01

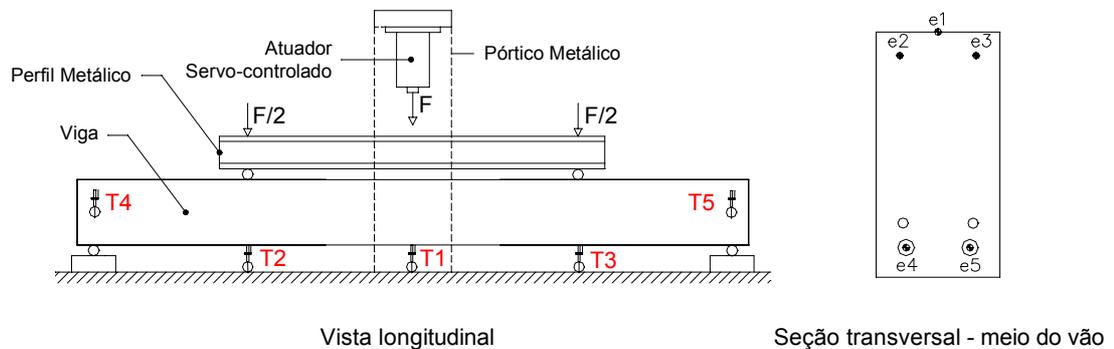


Figura 5.64 – Numeração dos transdutores e extensômetros da viga VS-01.

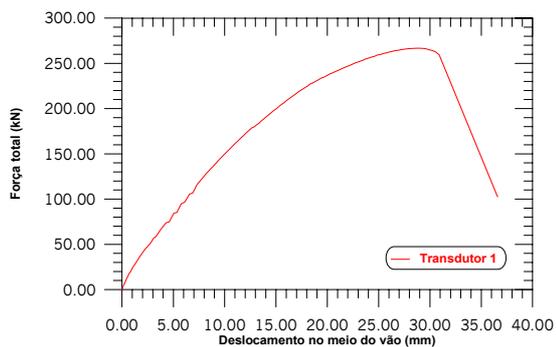


Figura 5.65 – Curva força vs. deslocamento no meio do vão, transdutor T1, viga VS-01.

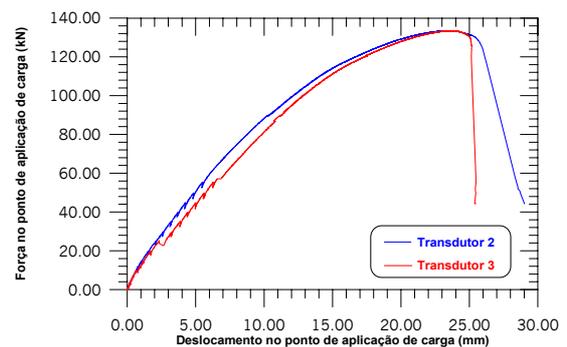


Figura 5.66 – Curva força vs. deslocamento nos pontos de aplicação de carga, transdutores T2 e T3, viga VS-01.

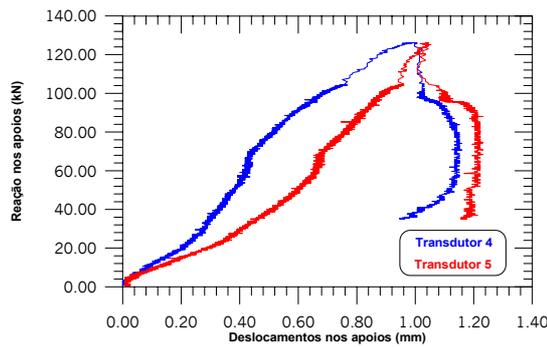


Figura 5.67 – Curva reação nos apoios vs. deslocamento nos apoios, transdutores T4 e T5, viga VS-01.

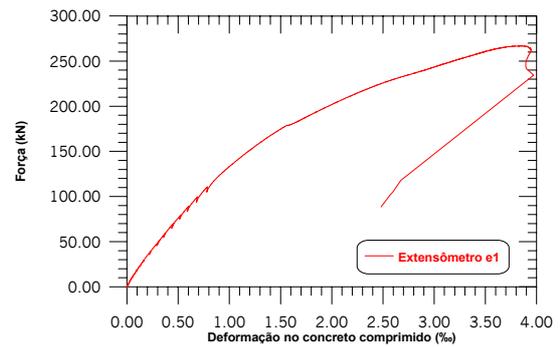


Figura 5.68 – Curva força vs. deformação no concreto, extensômetro e1, viga VS-01.

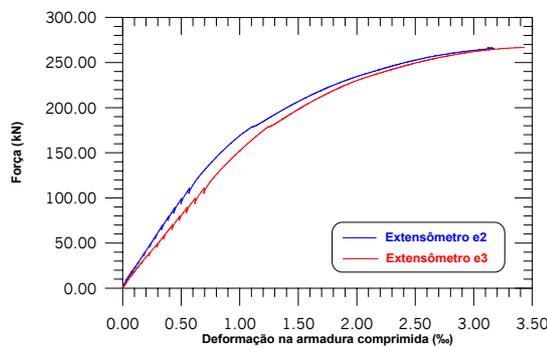


Figura 5.69 – Curva força vs. deformação na armadura comprimida, extensômetros e2 e e3, viga VS-01.

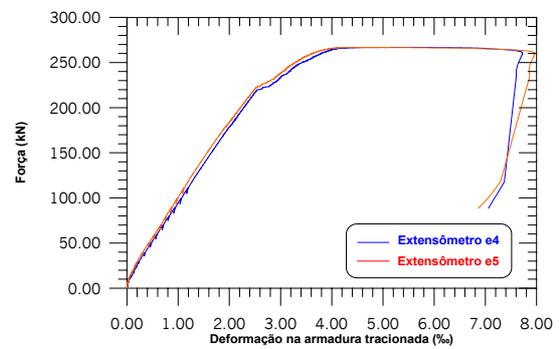


Figura 5.70 – Curva força vs. deformação na armadura tracionada, extensômetros e4 e e5, viga VS-01.

### 5.8.2. VIGA VC-01

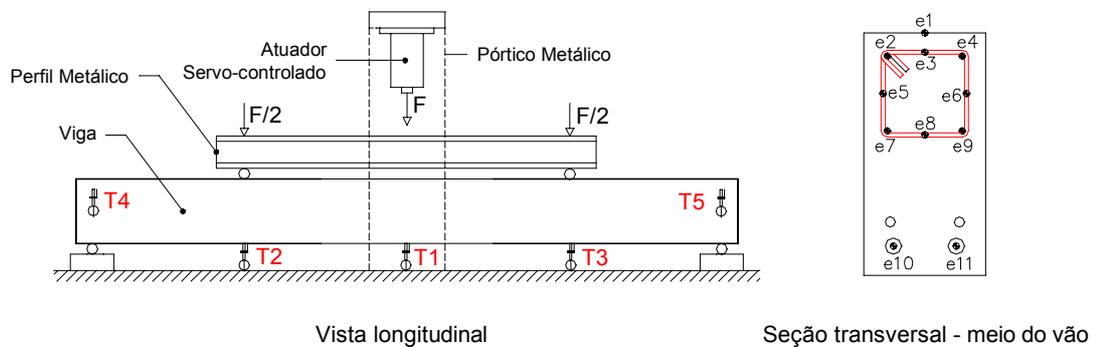
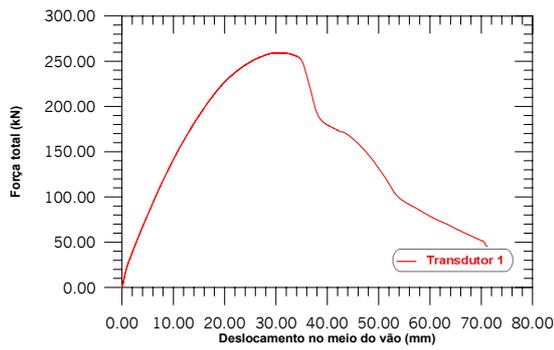
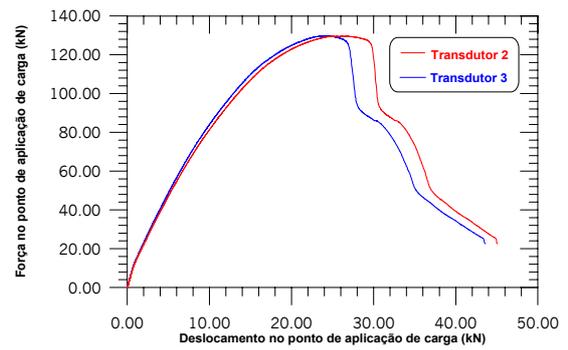


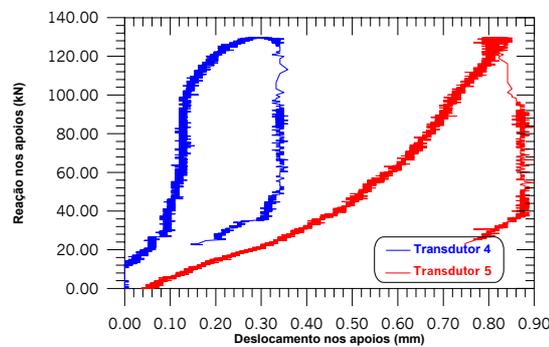
Figura 5.71 – Numeração dos transdutores e extensômetros da viga VC-01.



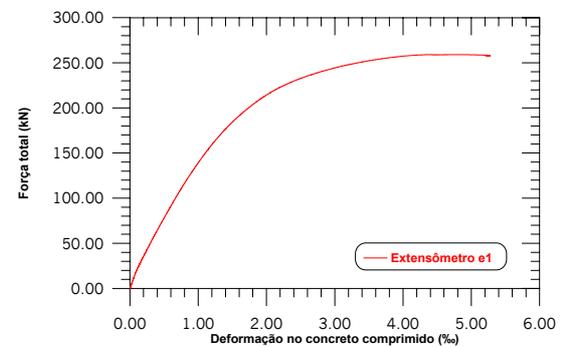
**Figura 5.72 – Curva força vs. deslocamento no meio do vão, transdutor T1, Viga VC-01.**



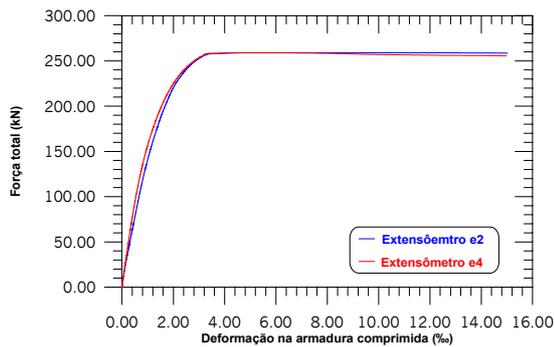
**Figura 5.73 – Curva força vs. deslocamento no ponto de aplicação de carga, transdutores T2 e T3, viga VC-01.**



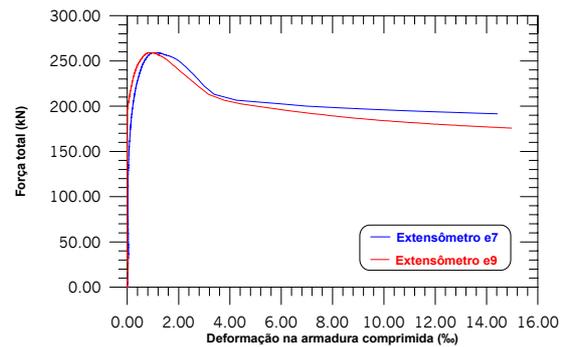
**Figura 5.74 – Curva reação nos apoios vs. deslocamento nos apoios, transdutores T4 e T5, viga VC-01.**



**Figura 5.75 – Curva força vs. deformação no concreto, extensômetro e1, viga VC-01.**



**Figura 5.76 – Curva força vs. deformação na armadura mais comprimida, extensômetros e2 e e4, viga VC-01.**



**Figura 5.77 – Curva força vs. deformação na armadura menos comprimida, extensômetros e7 e e9, viga VC-01.**

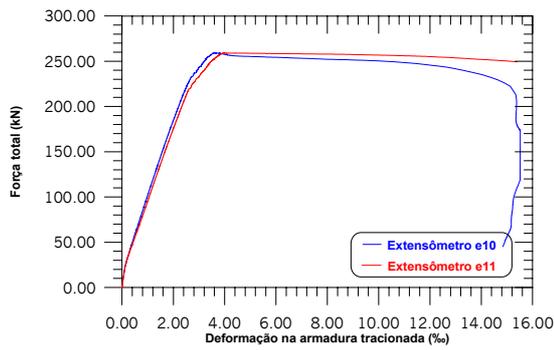


Figura 5.78 – Curva força vs. deformação na armadura tracionada, extensômetros e10 e e11, viga VC-01.

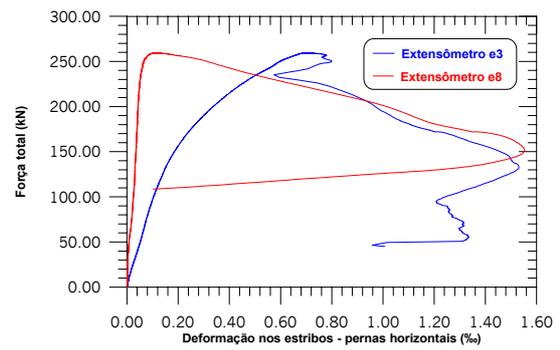


Figura 5.79 – Curva força vs deformação no estribo, pernas horizontais, extensômetros e3 e e3, viga VC-01.

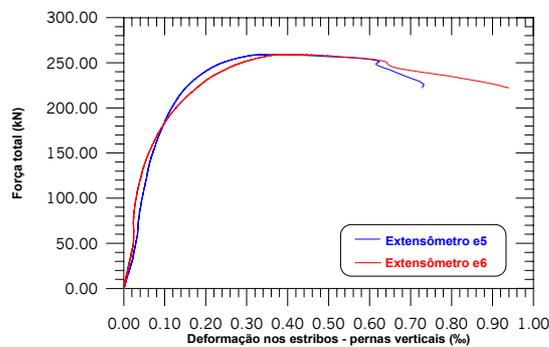


Figura 5.80 – Curva força vs. deformação no estribo, pernas verticais, extensômetros e5 e e6, viga VC-01.

### 5.8.3. VIGA VC-02

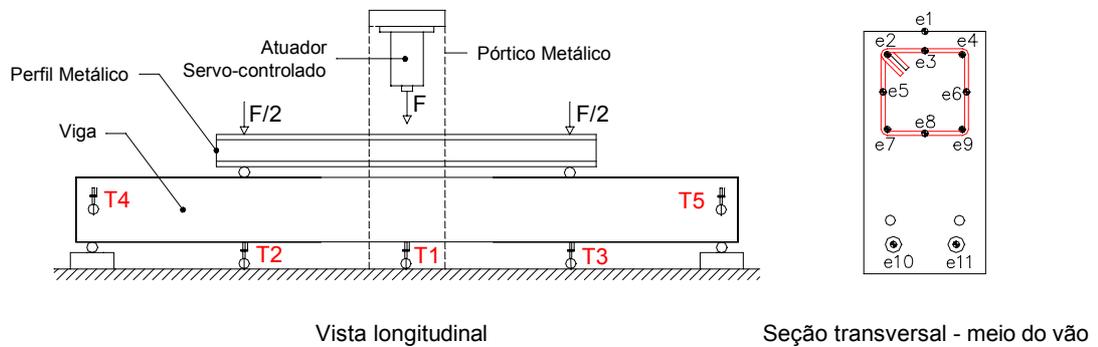
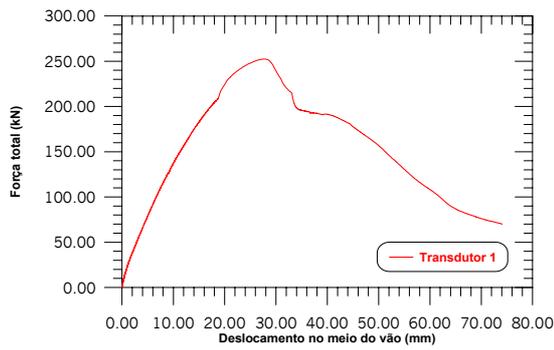
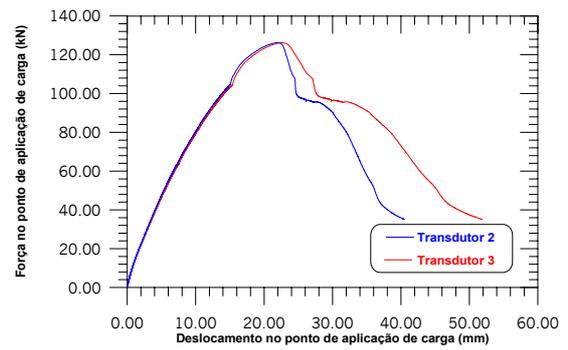


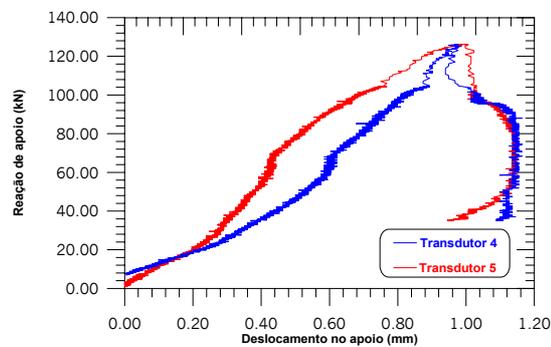
Figura 5.81 – Numeração dos transdutores e extensômetros da viga VC-02.



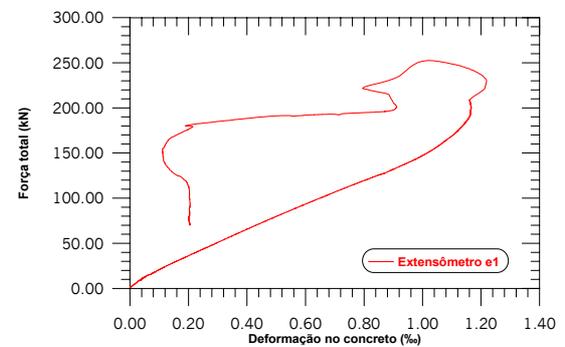
**Figura 5.82 – Curva força vs. deslocamento no meio do vão, transdutor T1, viga VC-02.**



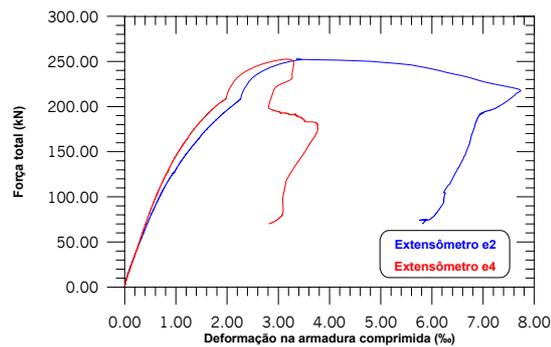
**Figura 5.83 – Curva força vs. deslocamento no ponto de aplicação de carga, transdutores T2 e T3, viga VC-02.**



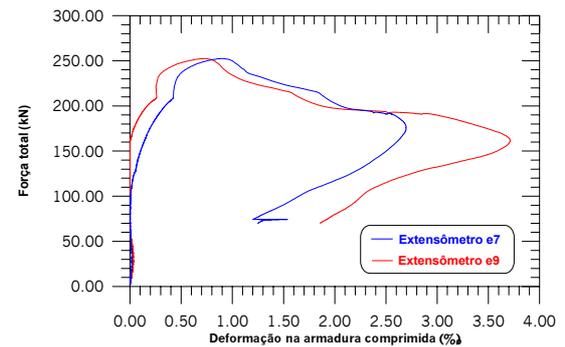
**Figura 5.84 – Curva reação no apoio vs. deslocamento no apoio, transdutores T4 e T5, viga VC-02.**



**Figura 5.85 – Curva força vs. deformação no concreto, extensômetro e1, Viga VC-02.**



**Figura 5.86 – Curva força vs. deformação na armadura mais comprimida, extensômetro e2 e e4, viga VC-02.**



**Figura 5.87 – Curva força vs. deformação na armadura menos comprimida, extensômetros e7 e e9, viga VC-02.**

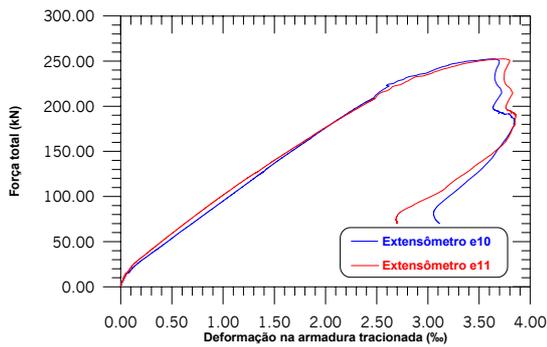


Figura 5.88 – Curva força vs. deformação na armadura tracionada, extensômetros e10 e e11, viga VC-02.

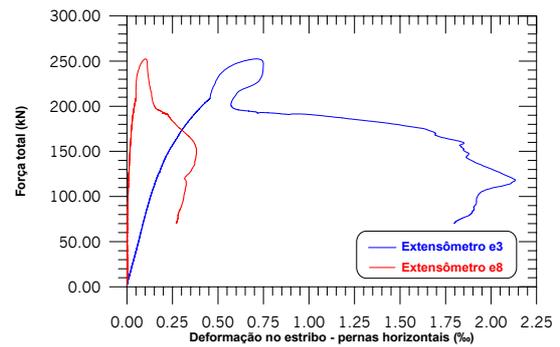


Figura 5.89 – Curva força vs. deformação no estribo, pernas horizontais, extensômetros e3 e e8, viga VC-02.

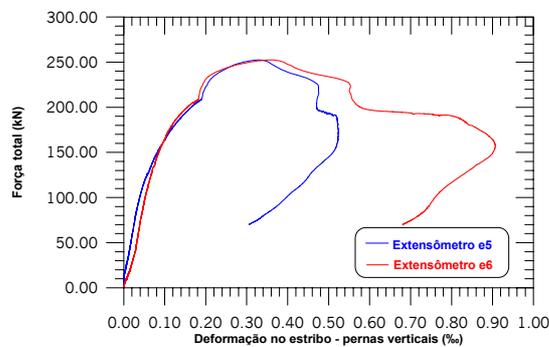


Figura 5.90 – Curva força vs. deformação no estribo, pernas verticais, extensômetros e5 e e6, viga VC-02.

5.8.4. VIGA VC-03

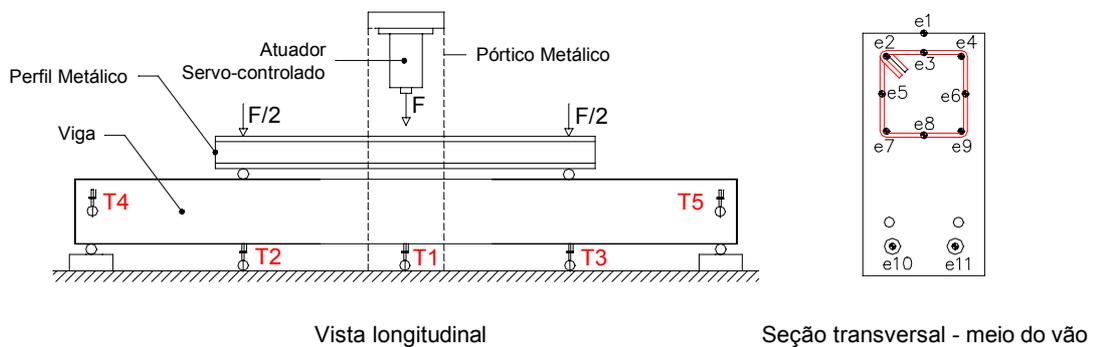
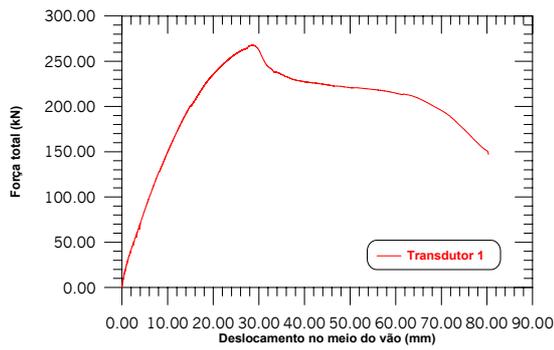
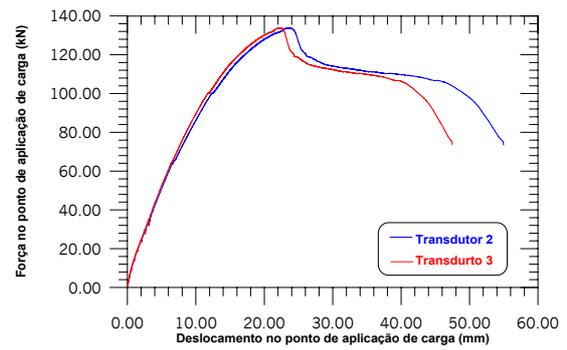


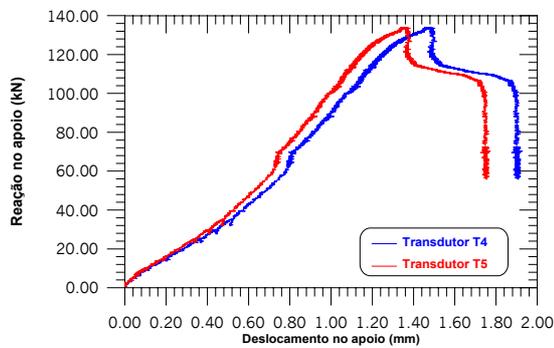
Figura 5.91 – Numeração dos transdutores e extensômetros da viga VC-03.



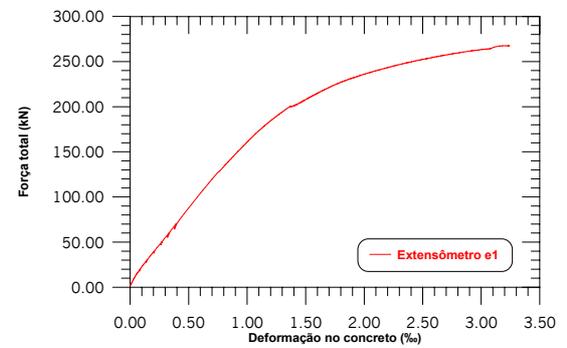
**Figura 5.92 – Curva força vs. deslocamento no meio do vão, transdutor T1, viga VC-03.**



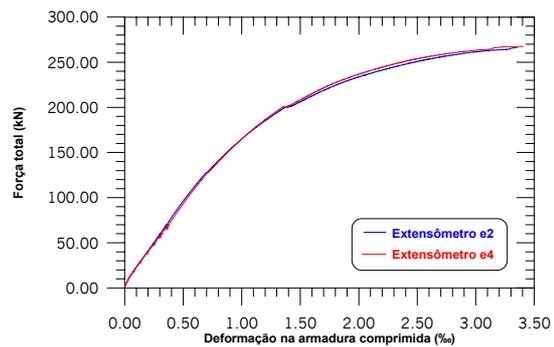
**Figura 5.93 – Curva força vs. deslocamento no ponto de aplicação de carga, transdutor T2 e T3, viga VC-03.**



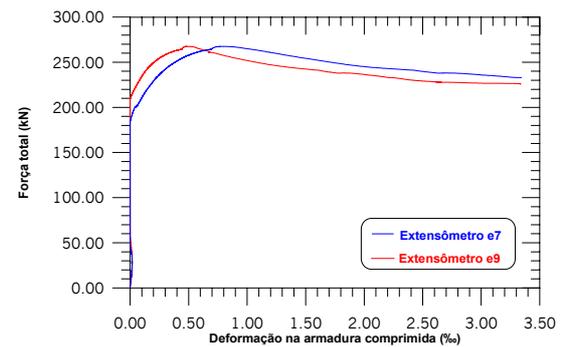
**Figura 5.94 – Curva reação no apoio vs. deslocamento nos apoio, transdutores T4 e T5, viga VC-03.**



**Figura 5.95 – Curva força vs. deformação no concreto, extensômetro e1, viga VC-03.**



**Figura 5.96 – Curva força vs. deformação na armadura mais comprimida, extensômetros e2 e e4, viga VC-03.**



**Figura 5.97 – Curva força vs. deformação na armadura menos comprimida, extensômetros e7 e e9, viga VC-03.**

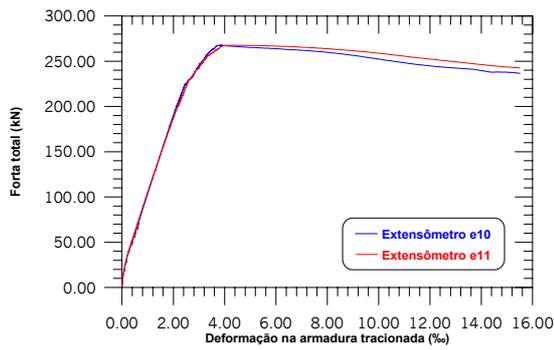


Figura 5.98 – Curva força vs. deformação na armadura tracionada, extensômetros e10 e e11, viga VC-03.

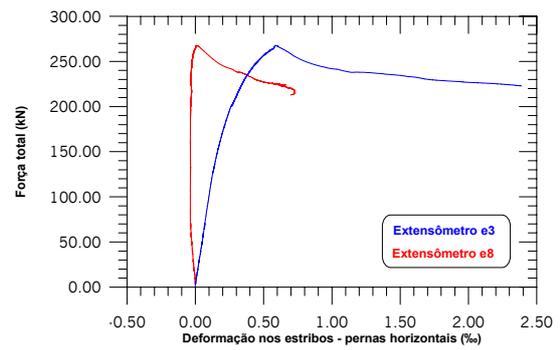


Figura 5.99 – Curva força vs. deformação no estribo, pernas horizontais, extensômetros e3 e e8, viga VC-03.

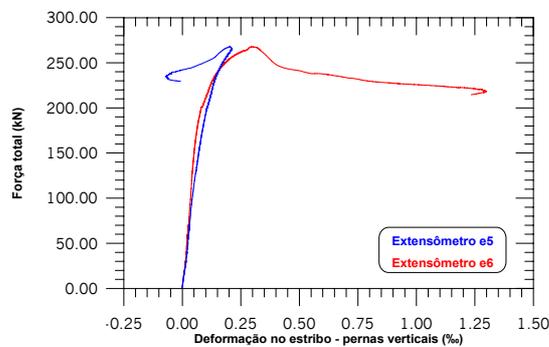


Figura 5.100 – Curva força vs. deformação no estribo, pernas verticais, extensômetros e5 e e8, viga VC-03.

### 5.8.5. DEFORMAÇÕES E DESLOCAMENTOS REGISTRADOS NA OCORRÊNCIA DA PRIMEIRA FISSURA

#### 5.8.5.1. DEFORMAÇÃO NAS ARMADURAS LONGITUDINAIS

Tabela 5.8 – Deformações nas armaduras longitudinais das vigas ensaiadas.

Deformações nas armaduras longitudinais (‰)								
Armadura	Vigas							
	VC-01		VC-02		VC-03		VS-01	
	extens.	deform.	extens.	deform.	extens.	deform.	extens.	Deform.
Tracionada	e10	0,325	e10	0,563	E10	0,522	e4	0,467
	e11	0,343	e11	0,499	E11	0,490	e5	0,424
	<b>média</b>	<b>0,334</b>	<b>média</b>	<b>0,531</b>	<b>média</b>	<b>0,506</b>	<b>média</b>	<b>0,445</b>
Comprimida	e2	2,261	e2	0,361	e2	0,302	e2	0,241
	e4	0,215	e4	0,339	e4	0,315		
	<b>média</b>	<b>0,238</b>	<b>média</b>	<b>0,35</b>	<b>média</b>	<b>0,309</b>		
	e7	0,037	e7	0,0084	e7	0,014	e3	0,302
	e9	0,008	e9	0,0047	e9	0,0004		
	<b>média</b>	<b>0,0225</b>	<b>média</b>	<b>0,0066</b>	<b>média</b>	<b>0,072</b>		

## 5.8.5.2. DEFORMAÇÃO NO CONCRETO NO BORDO MAIS COMPRIMIDO

Tabela 5.9 – Deformação no bordo mais comprimido das vigas ensaiadas.

Deformação no concreto (‰)							
Vigas							
VC-01		VC-02		VC-03		VS-01	
extens.	deform.	extens.	deform.	extens.	deform.	Extens.	deform.
e1	0,297	e1	0,355	e1	0,335	e1	0,311

## 5.8.5.3. DEFORMAÇÃO NA ARMADURA TRANSVERSAL

Tabela 5.10 – Deformação no estribo central destinado ao confinamento.

Deformação no estribo (‰)					
Vigas					
VC-01		VC-02		VC-03	
e3	0,044	e3	0,074	e3	0,0592
e5	0,0266	e5	0,02061	e5	0,0275
e6	0,02	e6	0,0345	e6	0,0237
e8	0,0056	e8	0,0014	e8	-0,0323

## 5.8.5.4. DESLOCAMENTOS VERTICAIS

Tabela 5.11 – Deslocamentos verticais das vigas ensaiadas.

Deslocamentos verticais (mm)							
Vigas							
VC-01		VC-02		VC-03		VS-01	
transd.	desloc.	transd.	desloc.	transd.	desloc.	transd.	desloc.
T1	2,312	T1	3,54	T1	3,27	T1	2,75
T2	1,83	T2	2,82	T2	2,71	T2	2,12
T3	1,92	T3	2,93	T3	2,62	T3	2,82
<b>média</b>	<b>1,875</b>	<b>média</b>	<b>2,875</b>	<b>média</b>	<b>2,665</b>	<b>Média</b>	<b>2,47</b>
T4	0,0597	T4	0,264	T4	0,45	T4	0,24
T5	0,2992	T5	0,322	T5	0,42	T5	0,35
<b>média</b>	<b>0,179</b>	<b>média</b>	<b>0,293</b>	<b>média</b>	<b>0,435</b>	<b>Média</b>	<b>0,295</b>

## 5.8.6. DEFORMAÇÕES E DESLOCAMENTOS REGISTRADOS NO INSTANTE DA RUPTURA

### 5.8.6.1. DEFORMAÇÕES NAS ARMADURAS LONGITUDINAIS

**Tabela 5.12 – Deformações nas armaduras longitudinais das vigas ensaiadas.**

Deformações nas armaduras longitudinais (‰)								
Armadura	Vigas							
	VC-01		VC-02		VC-03		VS-01	
	extens.	deform.	extens.	deform.	extens.	deform.	extens.	Deform.
Tracionada	e10	3,6	e10	3,62	e10	3,86	e4	5,09
	e11	4,0	e11	3,72	e11	4,23	e5	4,57
	<b>média</b>	<b>3,8</b>	<b>média</b>	<b>3,67</b>	<b>média</b>	<b>4,05</b>	<b>média</b>	<b>4,83</b>
Comprimida	e2	5,52	e2	3,37	e2	2,7	e2	3,09
	e4	4,22	e4	3,15	e4	3,75		
	<b>média</b>	<b>4,87</b>	<b>média</b>	<b>3,26</b>	<b>média</b>	<b>3,23</b>		
	e7	0,99	e7	0,89	e7	0,79	e3	3,43
	e9	0,83	e9	0,72	e9	0,49		
<b>média</b>	<b>0,91</b>	<b>média</b>	<b>0,81</b>	<b>média</b>	<b>0,64</b>	<b>média</b>	<b>3,26</b>	

### 5.8.6.2. DEFORMAÇÃO NO CONCRETO NO BORDO MAIS COMPRIMIDO

**Tabela 5.13 – Deformação no bordo mais comprimido das vigas ensaiadas.**

Deformação no concreto (‰)							
Vigas							
VC-01		VC-02		VC-03		VS-01	
extens.	deform.	extens.	deform.	extens.	deform.	extens.	deform.
e1	4,39	e1	1,03	e1	3,21	e1	3,83

### 5.8.6.3. DEFORMAÇÃO NA ARMADURA TRANSVERSAL

**Tabela 5.14 – Deformação no estribo central destinado ao confinamento.**

Deformação no estribo (‰)					
Vigas					
VC-01		VC-02		VC-03	
e3	0,689	e3	0,706	e3	0,589
e5	0,334	e5	0,327	e5	0,201
e6	0,384	e6	0,325	e6	0,301
e8	0,104	e8	0,100	e8	0,0094

## 5.8.6.4. DESLOCAMENTOS VERTICAIS

**Tabela 5.15 – Deslocamentos verticais das vigas ensaiadas.**

Deslocamentos verticais (mm)							
Vigas							
VC-01		VC-02		VC-03		VS-01	
transd.	desloc.	transd.	desloc.	transd.	desloc.	transd.	desloc.
T1	29,74	T1	27,57	T1	28,58	T1	28,69
T2	23,74	T2	21,86	T2	22,57	T2	23,32
T3	25,36	T3	22,45	T3	22,23	T3	23,56
<b>média</b>	<b>24,55</b>	<b>média</b>	<b>22,16</b>	<b>média</b>	<b>22,90</b>	<b>média</b>	<b>23,44</b>
T4	0,298	T4	0,99	T4	1,48	T4	0,99
T5	0,813	T5	0,97	T5	1,36	T5	1,05
<b>média</b>	<b>0,555</b>	<b>média</b>	<b>0,98</b>	<b>média</b>	<b>1,42</b>	<b>média</b>	<b>1,02</b>

## 5.9. ENSAIOS COMPLEMENTARES

Este item apresenta os resultados dos ensaios dos corpos-de-prova cilíndricos (15cm x 30cm) de concreto, utilizados para a determinação das características mecânicas do concreto utilizado nos modelos experimentais. Foram moldados oito corpos-de-prova para cada viga, sendo três utilizados para a determinação da resistência à compressão, três para a determinação da resistência à tração e dois para a determinação do módulo de elasticidade longitudinal.

A moldagem e a cura dos corpos-de-prova obedeceram às recomendações da NBR 5738:1984. A cura dos corpos-de-prova de concreto foi cessada no instante em que se deixou de fazer a cura das vigas.

## 5.9.1. ENSAIO DE COMPRESSÃO DOS CORPOS-DE-PROVA CILÍNDRICOS DE CONCRETO

Os ensaios dos corpos-de-prova foram feitos de acordo com as recomendações da NBR 5739:1980. Os corpos-de-prova foram capeados com enxofre. Utilizou-se a máquina hidráulica da marca ELE Autotest 2000, com capacidade nominal de 2000kN, pertencente ao Laboratório de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos – USP, para a execução dos ensaios. Os

corpos-de-prova foram ensaiados com as mesmas idades das vigas. Na Tabela 5.16 são apresentadas as resistências à compressão de cada corpo-de-prova ensaiado, sendo os corpos-de-prova das vigas VC-01, VC-02 e VS-01 ensaiados, com 21 dias de idade, enquanto que os corpos-de-prova da viga VC-03 foram ensaiados, com 22 dias de idade.

**Tabela 5.16 – Resistência à compressão dos corpos-de-prova cilíndricos de concreto.**

<b>Resistência à compressão</b>			
Vigas	Nº C.P.	F <sub>c,máx</sub> (kN)	f <sub>c</sub> (MPa)
VS-01	CP01-VS01	480	27,16
	CP02-VS01	577,3	32,67
	CP03-VS01	602,9	34,12
<b>Média</b>		<b>553,4</b>	<b>31,32</b>
VC-01	CP01-VC01	399,8	22,65
	CP02-VC01	421,4	23,85
	CP03-VC01	423,1	23,94
<b>Média</b>		<b>414,77</b>	<b>23,47</b>
VC-02	CP01-VC02	473,2	26,78
	CP02-VC02	460,5	26,06
	CP03-VC02	445,1	25,19
<b>Média</b>		<b>459,60</b>	<b>26,01</b>
VC-03	CP01-VC03	471,1	26,66
	CP02-VC03	470,4	26,62
	CP03-VC03	487,7	27,60
<b>Média</b>		<b>474,4</b>	<b>26,96</b>

### 5.9.2. ENSAIO À COMPRESSÃO DIAMETRAL DOS CORPOS-DE-PROVA CILÍNDRICOS DE CONCRETO

Para a determinação da resistência à tração do concreto, também utilizou-se a máquina hidráulica da marca ELE Autotest 2000. O ensaio foi realizado de acordo com as recomendações da NBR 7222:1983. Na Tabela 5.17 são apresentados os resultados dos ensaios à compressão diametral dos corpos-de-prova cilíndricos de concreto. Os corpos-de-prova das vigas VC-01, VC-02 e VS-01 foram ensaiados com a mesma idade de suas respectivas vigas, enquanto que os corpos-de-prova da viga VC-03 foram ensaiados no dia posterior ao ensaio. Portanto, os corpos-de-prova das vigas VC-01, VC-02 e VS-01 foram ensaiados com 21 dias de idade e os corpos-de-prova da viga VC-03 foram ensaiados, com 23 dias de idade.

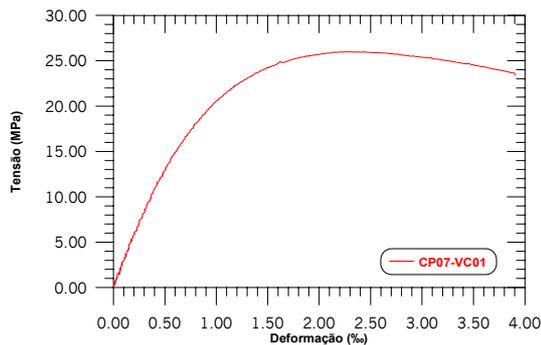
Tabela 5.17 – Ensaio à compressão diametral de corpos-de-prova cilíndricos de concreto.

Resistência à tração			
Vigas	Nº C.P.	F <sub>t</sub> (kN)	f <sub>ct,sp</sub> (MPa)
VS-01	CP04-VS01	172,4	2,439
	CP05-VS01	155,2	2,195
	CP06-VS01	161,8	2,289
<b>Média</b>		<b>163,13</b>	<b>2,307</b>
VC-01	CP04-VC01	192,6	2,725
	CP05-VC01	172,0	2,434
	CP06-VC01	191,6	2,71
<b>Média</b>		<b>185,4</b>	<b>2,623</b>
VC-02	CP04-VC02	176,7	2,49
	CP05-VC02	175,9	2,48
	CP06-VC02	163,0	2,31
<b>Média</b>		<b>171,87</b>	<b>2,423</b>
VC-03	CP04-VC03	217,0	3,07
	CP05-VC03	180,3	2,551
	CP06-VC03	192,1	2,717
<b>Média</b>		<b>196,13</b>	<b>2,779</b>

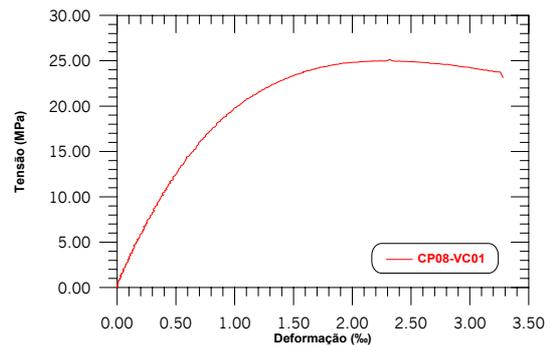
### 5.9.3. ENSAIO PARA DETERMINAR O MÓDULO DE DEFORMAÇÃO LONGITUDINAL DO CONCRETO

De acordo com METHA & MONTEIRO (1994), pode-se calcular o módulo de elasticidade secante a partir da declividade da reta traçada da origem a um ponto da curva tensão vs. deformação correspondente a 40% da resistência de ruptura. Dessa maneira, foram ensaiados dois corpos-de-prova para cada viga, com idades de 22 dias para os corpos-de-prova das vigas VC-01, VC-02 e VS-01 e, 24 dias para os corpos-de-prova da viga VC-03. Os deslocamentos verticais dos corpos-de-prova foram obtidos por meio de dois transdutores de deslocamento instalados em lados opostos do corpo-de-prova; a precisão dos relógios comparadores era de 0,0005mm. O equipamento utilizado para a aplicação de força de compressão, para os corpos-de-prova das vigas VC-03 e VS-01, foi o mesmo utilizado nos ensaios para a determinação da resistência à compressão e tração do concreto. O sistema de aquisição dos valores de deslocamentos fornecidos pelos transdutores foi o System 4000, da Measurements Group. Para a aplicação da força de compressão nos corpos-de-prova das vigas VC-01 e VC-02, utilizou-se a máquina Instron, modelo 8506, do Laboratório de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos. O sistema de aquisição dos valores de deslocamentos

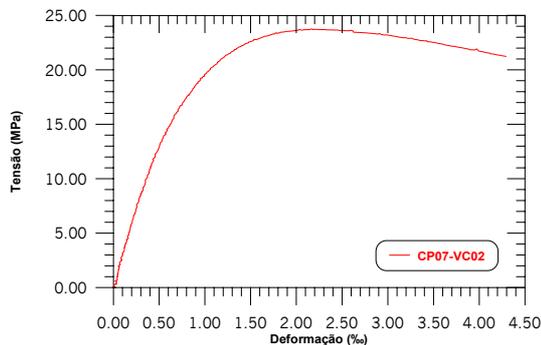
fornecidos pelos transdutores, utilizados nesses corpos-de-prova, foi o System 5000, também da Measurements Group. Nas Figuras 5.101 a 5.108 são mostradas curvas tensão vs. deformação, utilizadas para a determinação do módulo de elasticidade longitudinal do concreto e, na Tabela 5.18, é mostrado o resultado dos ensaios dos corpos-de-prova.



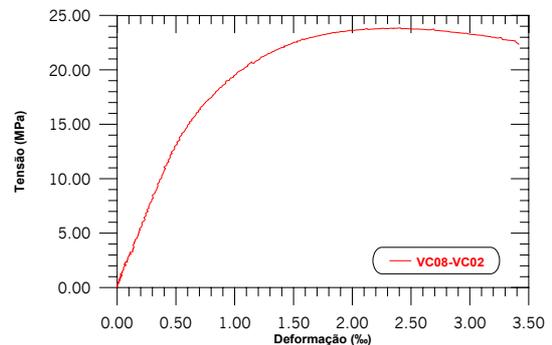
**Figura 5.101 – Diagrama tensão vs. deformação, corpo-de-prova CP07-VC01.**



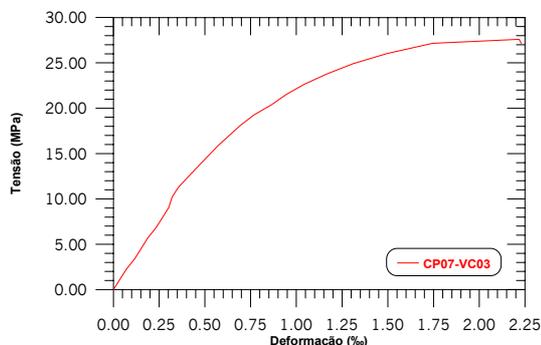
**Figura 5.102 – Diagrama tensão vs. deformação, corpo-de-prova CP08-VC01.**



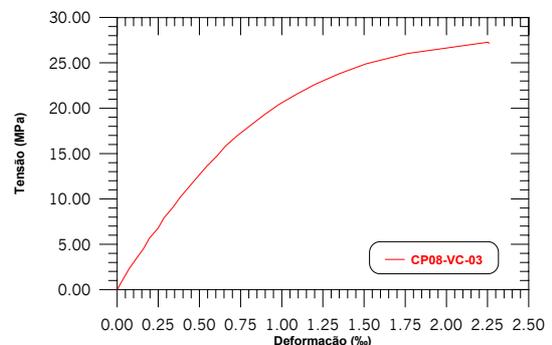
**Figura 5.103 – Diagrama tensão vs. deformação, corpo-de-prova CP07-VC02.**



**Figura 5.104 – Diagrama tensão vs. deformação, corpo-de-prova CP08-VC02.**



**Figura 5.105 – Diagrama tensão vs. deformação, corpo-de-prova CP07-VC03.**



**Figura 5.106 – Diagrama tensão vs. deformação, corpo-de-prova CP08-VC03.**

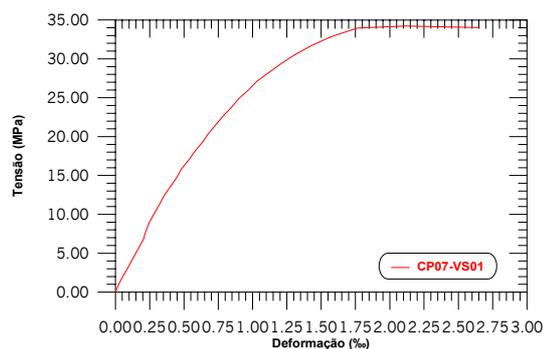


Figura 107- Diagrama tensão vs. deformação, corpo-de-prova CP07-VS01.

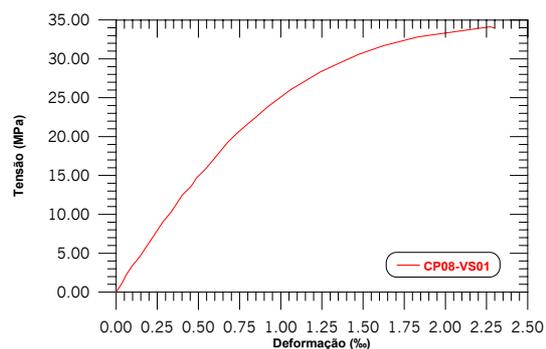
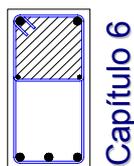


Figura 108 – Diagrama tensão vs. deformação, corpo-de-prova CP08-VS01.

Tabela 5.18 – Módulos de deformação longitudinal do concreto.

Módulo de elasticidade longitudinal			
Vigas	Nº C.P.	$f_c$ (MPa)	$E_{cs}$ (GPa)
VC-01	CP07-VC01	26,0	26,67
	CP08-VC01	25,12	26,8
	<b>Média</b>	<b>25,56</b>	<b>26,7</b>
VC-02	CP07-VC02	23,76	27,17
	CP08-VC02	23,86	27,14
	<b>Média</b>	<b>23,81</b>	<b>27,2</b>
VC-03	CP07-VC03	27,29	26,63
	CP08-VC03	27,6	29,84
	<b>Média</b>	<b>27,45</b>	<b>28,2</b>
VS-01	CP07-VS01	34,12	30,33
	CP08-VS01	34,24	34,25
	<b>Média</b>	<b>34,18</b>	<b>32,3</b>



## *ANÁLISE DOS RESULTADOS*

---

### **6.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS**

Apresenta-se neste capítulo uma análise dos resultados obtidos, abordando os seguintes aspectos: verificação dos domínios de deformações em que se encontravam as vigas ensaiadas; confrontação entre os momentos fletores de fissuração ocorridos nos modelos experimentais com os modelos numéricos e os calculados pela norma NBR 7197:1989 e o Projeto de Revisão da NBR 6118:2001; análises das deformações das seções transversais em três pontos de carregamento; comparação entre os resultados obtidos por meio dos modelos experimentais com os resultados obtidos por meio do programa computacional utilizado neste trabalho; verificação dos comportamentos apresentados pelas vigas em relação à ductilidade; análise do confinamento exercido pelos estribos destinados ao confinamento das vigas; influência da taxa volumétrica da armadura transversal de confinamento na resistência à compressão do concreto; e, por fim, é proposto um modelo simplificado para o dimensionamento de vigas confinadas por meio de estribos quadrados.

### **6.2. VERIFICAÇÃO DOS DOMÍNIOS DE DEFORMAÇÕES**

Os modelos foram dimensionados com deformações no concreto e nas barras de aço referentes ao limite dos domínios 3 e 4 de deformações, ou seja, com deformação na armadura de tração igual a  $\varepsilon_y$  e deformação máxima no concreto comprimido. Por conta da variação das propriedades mecânicas do concreto e do aço, os modelos experimentais não tiveram exatamente as deformações referentes ao limites dos domínios citados. Nas Figuras 6.1 a 6.4 são apresentados os domínios de deformações em que os modelos experimentais se encontram. A deformação da armadura de tração, como também a deformação do concreto

comprimido no instante da ocorrência da ruptura dos modelos experimentais, foram obtidas por meio de extensômetros elétricos de resistência.

A Tabela 6.1 apresenta a deformação da armadura tracionada, a deformação do concreto no bordo mais comprimido e a deformação de escoamento do aço utilizado na armadura de tração das vigas.

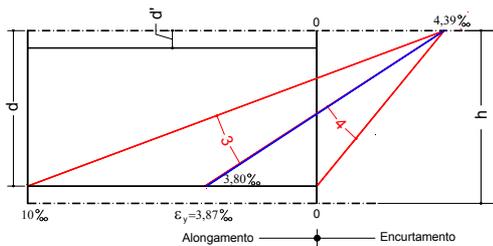


Figura 6.1 – Domínio de deformação da viga VC-01.

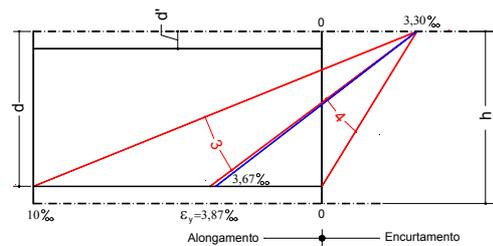


Figura 6.2 – Domínio de deformação da viga VC-02.

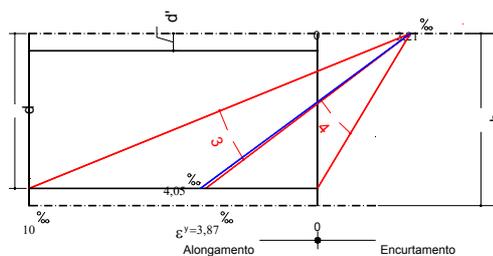


Figura 6.3 – Domínio de deformação da viga VC-03.

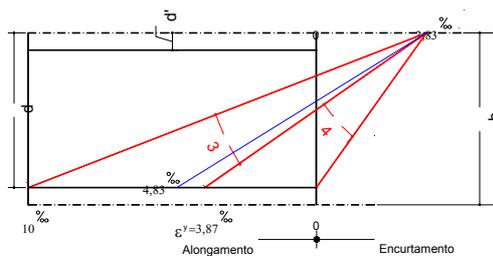


Figura 6.4 – Domínio de deformação da viga VS-01.

Tabela 6.1 – Domínio de deformação das vigas ensaiadas no E.L.U.

Vigas	$\epsilon_{st}$ (‰)	$\epsilon_c$ (‰)	$\epsilon_y$ (‰)	Domínio de deformação
VC-01	3,8	4,39	3,87	4
VC-02	3,67	-		4
VC-03	4,05	3,31		3
VS-01	4,83	3,83		3

Desta maneira é possível concluir que as deformações das vigas VC-01 e VC-02 pertencem ao domínio 4, enquanto que as deformações dos modelos VC-03 e VS-01 estão no domínio 3. Apesar de terem ocorrido deformações maiores que  $\epsilon_y$  nas barras da armadura de tração das vigas VC-03 e VS-01, antes da ruptura do concreto, os resultados dos ensaios dessas vigas puderam ser utilizados sem maiores problemas, pois a deformação nas barras de aço da armadura de tração dessas vigas não afetou o modo de ruptura, ou seja, por esmagamento do concreto comprimido.

### 6.3. MOMENTOS FLETORES DE FISSURAÇÃO

Por meio dos ensaios das vigas, foi possível fazer uma comparação entre os resultados dos momentos de fissuração calculados pelo modelo numérico empregado neste trabalho e os calculados pela NBR 7197:1989 e pelo Projeto de Revisão da NBR 6118:2001, com os valores dos momentos fletores de fissuração experimentais.

Segundo o anexo da NBR 7197:1989, o cálculo do momento fletor de fissuração é feito no estágio I, considerando o diagrama triangular de tensões no concreto, sendo que a resistência característica do concreto à tração  $f_{ctk}$  deve ser multiplicada por 1,5 para seções retangulares e, multiplicada por 1,2 para seções T. O momento de fissuração segundo as recomendações da NBR 7197:1989 é calculado com o auxílio da expressão 6.1.

$$M_r = \frac{f_{ctm} \cdot I_I}{h - x_I} \quad (6.1)$$

onde:

- $f_{ctm}$  é a resistência média do concreto à tração na flexão;
- $f_{ctk} = \begin{cases} \frac{f_{ck}}{10} \Rightarrow f_{ck} \leq 18MPa \\ 0,06 \cdot f_{ck} + 0,7 \Rightarrow f_{ck} > 18MPa \end{cases}$  ;
- $I_I$  e  $x_I$  são respectivamente o momento de inércia e a posição da linha neutra da peça não-fissurada (estádio I), considerando seção homogeneizada e razão entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto ( $\alpha_e$ ) igual a 10 (combinação rara).
- $h$  é a altura da seção transversal.

Já, segundo o Projeto de Revisão da NBR 6118:2001, o momento fletor de fissuração da peça poderá ser calculado utilizando a equação 6.2, considerando também para a resistência do concreto à tração na flexão os valores de  $1,2f_{ct,k}$  para peças de seção T ou duplo T e  $1,5f_{ct,k}$  para peças de seção retangular.

$$M_r = 0,468 \cdot W_0 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (6.2)$$

onde:

- $W_0$  é o módulo de resistência da seção transversal bruta de concreto, relativo à fibra mais tracionada.

Na Tabela 6.2 são apresentados os momentos de fissuração calculados por meios dos resultados experimentais e numéricos, como também os calculados pelas normas já mencionadas. Nessa tabela também são apresentadas as diferenças entre os valores dos momentos fletores de fissuração calculados por meio do modelo numérico empregado neste trabalho e os calculados com o auxílio das normas, em relação aos momentos de fissuração experimentais.

**Tabela 6.2 – Momentos de fissuração das vigas analisadas.**

<b>Momentos de fissuração – (kNm)</b>				
<b>Momentos</b>	<b>Vigas</b>			
	<b>VC-01</b>	<b>VC-02</b>	<b>VC-03</b>	<b>VS-01</b>
<i>Experimental – <math>M_{r,e}</math></i>	16,93	23,23	23,63	19,69
<i>Numérico – <math>M_{r,n}</math></i>	10,63	9,45	11,81	12,40
<i>NBR 7197:1989 – <math>M_{r,7197}</math></i>	10,10	10,83	11,10	12,35
<i>NBR 6118:2001 – <math>M_{r,6118}</math></i>	8,30	8,89	9,10	10,08

<b>Diferença entre o momento fletor de fissuração experimental em relação aos demais (%)</b>				
$\Delta M_{r,e}$	<b>Vigas</b>			
	<b>VC-01</b>	<b>VC-02</b>	<b>VC-03</b>	<b>VS-01</b>
$\Delta M_{r,e,n} = \left( \frac{M_{r,e}}{M_{r,n}} - 1 \right) \cdot 100$	59,27	145,82	100,08	58,79
$\Delta M_{r,e,7197} = \left( \frac{M_{r,e}}{M_{r,7197}} - 1 \right) \cdot 100$	67,62	114,50	112,88	59,43
$\Delta M_{r,e,6118} = \left( \frac{M_{r,e}}{M_{r,6118}} - 1 \right) \cdot 100$	103,98	161,31	159,67	95,34

sendo:

- $M_{r,e}$  é o momento de fissuração experimental;
- $M_{r,n}$  é o momento de fissuração calculado por meio do modelo numérico;
- $M_{r,7197}$  é o momento de fissuração calculado por meio da NBR 7197:1989;
- $M_{r,6118}$  é o momento de fissuração calculado por meio do Projeto de Revisão da NBR 6118:2001;
- $\Delta M_{r,e,n}$  é a diferença entre o momento de fissuração experimental em relação ao momento fletor de fissuração calculado por meio do modelo numérico;

- $\Delta M_{r,e,7197}$  é a diferença entre o momento fletor de fissuração experimental em relação ao momento de fissuração calculado por meio da NBR 7197:1989;
- $\Delta M_{r,e,6118}$  é a diferença entre o momento de fissuração experimental em relação ao momento de fissuração calculado por meio do Projeto de Revisão da NBR 6118:2001.

Observando os valores da Tabela 6.2 conclui-se que os resultados dos momentos de fissuração obtidos por meio das normas e por meio do modelo numérico são extremamente conservativos em relação aos momentos fletores de fissuração experimentais, alcançando, em alguns casos, diferenças maiores que cem por cento. Portanto, os valores dos momentos de fissuração calculados utilizando as recomendações da NBR 7197:1989 e as recomendações do Projeto de Revisão da NBR 6118:2001 como também os momentos de fissuração encontrados por meio do modelo numérico são a favor da segurança.

#### **6.4. DEFORMAÇÕES AO LONGO DA SEÇÃO TRANSVERSAL**

As deformações na seção transversal do meio do vão foram medidas e os resultados usados para determinar a posição da linha neutra nas várias etapas de aplicação de força (Estádio I, II e III) e, comparando-as com as calculadas por meio do modelo numérico.

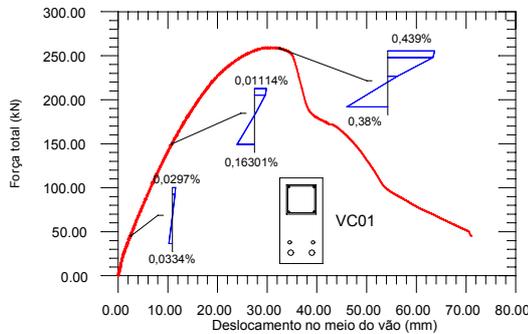
No estágio I o concreto continua íntegro, não sendo válida a lei de Hooke para a zona tracionada, mas válida para a região comprimida. Também é válida a lei de Bernoulli e, a lei de Navier só é válida para a região de compressão da seção transversal.

No estágio II é válida a lei de Bernoulli e despreza-se a colaboração do concreto tracionado.

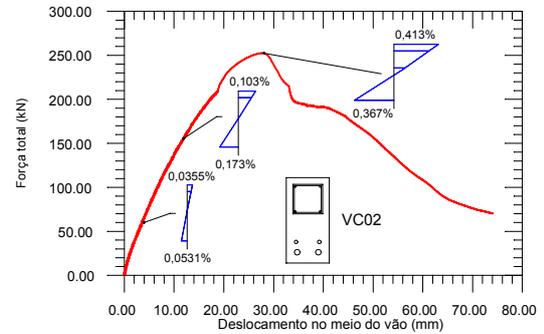
No estágio III só é válida a lei de Bernoulli e o concreto comprimido está a iminência da ruptura.

Com esta análise, também se pode verificar se os estribos destinados ao confinamento das vigas estão situados na região de compressão da seção transversal, sendo isso um fator primordial para a eficiência do confinamento.

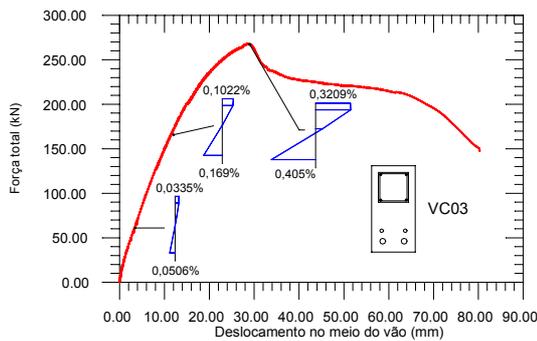
Nas Figuras 6.5 a 6.8 são apresentadas curvas força vs. deslocamento das vigas ensaiadas, com as deformações da seção transversal no meio do vão nos estádios I<sub>b</sub>, II e III.



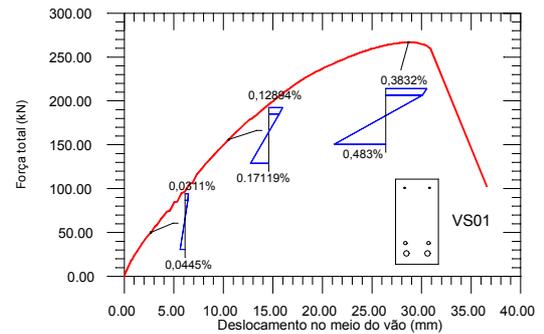
**Figura 6.5 – Curva força vs. deslocamento, viga VC-01.**



**Figura 6.6 – Curva força vs. deslocamento, viga VC-02.**



**Figura 6.7 – Curva força vs. deslocamento, viga VC-03.**



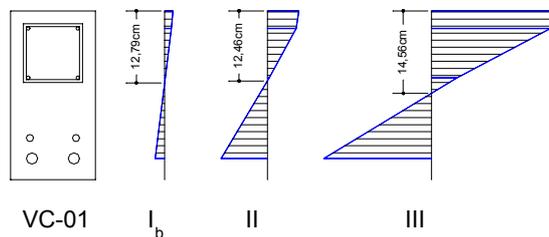
**Figura 6.8 – Curva força vs. deslocamento, viga VS-01.**

Na Tabela 6.3 são apresentados os valores da profundidade da linha neutra, calculados para os estádios I<sub>b</sub>, II e III, utilizando para isso as deformações experimentais e numéricas das armaduras longitudinais de tração e do concreto, para as vigas em questão.

**Tabela 6.3 – Posição da linha neutra.**

Posição da linha neutra, x (cm)						
Vigas	Valores experimentais			Valores numéricos		
	I	II	III	I	II	III
VC-01	12,79	12,46	14,56	12,60	11,90	11,80
VC-02	12,06	12,82	14,47	12,60	12,0	12,10
VC-03	12,31	13,84	16,56	12,60	11,90	11,20
VS-01	11,87	11,53	12,70	12,80	11,70	12,10

Observando os valores das linhas neutras da Tabela 6.3, verifica-se que existe boa aproximação entre os valores experimentais e numéricos para o estágio I, onde o concreto tracionado está na iminência da ruptura, não acontecendo o mesmo para os estádios II e III. O cálculo da posição linha neutra no estágio II é de difícil determinação, pois a peça não está totalmente fissurada e, sim, apenas em algumas seções. De fato, nas seções mais solicitadas onde há fissuração, a peça apresenta um comportamento de estágio II. Porém, à medida que se afastam destas regiões, as seções não-fissuradas encontram-se no estágio I. Esse é um dos motivos para as grandes diferenças entre as posições da linha neutra dos modelos experimentais em relação aos modelos numéricos. Para o estágio III, onde o concreto comprimido está na iminência da ruptura e o concreto tracionado está totalmente fissurado, a determinação da linha neutra no modelo numérico faz-se considerando a existência relações lineares entre as deformações longitudinal da armadura de tração com a deformação longitudinal do concreto. Isso pode não acontecer, como mostram as Figuras 6.9 a 6.12, onde as deformações longitudinais da seção transversal das vigas ensaiadas não são lineares.

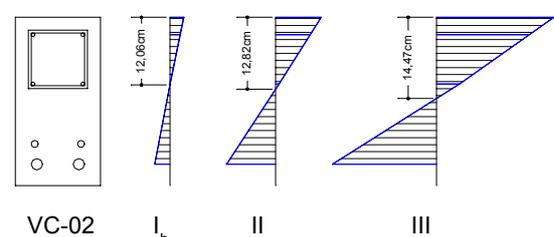


VC-01

I<sub>b</sub>

II

III



VC-02

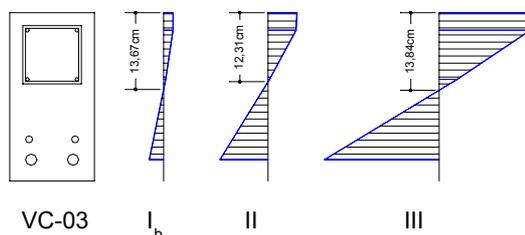
I<sub>b</sub>

II

III

**Figura 6.9 – Diagramas de deformações, viga VC-01.**

**Figura 6.10 – Diagramas de deformações, viga VC-02.**



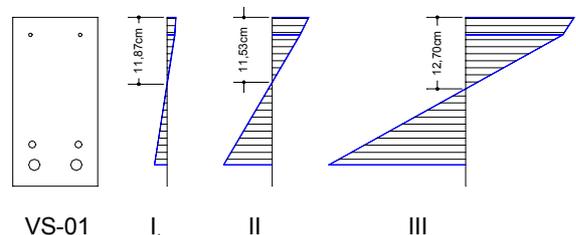
VC-03

I<sub>b</sub>

II

III

**Figura 6.11 – Diagramas de deformações, viga VC-03.**



VS-01

I<sub>b</sub>

II

III

**Figura 6.12 – Diagramas de deformações, viga VS-01.**

Com os valores das linhas neutras calculadas experimentalmente, conclui-se que os estribos de confinamento não absorveram tensões de tração, pois esses ficaram situados na região acima da linha neutra, onde apenas existem tensões de

compressão. Dessa maneira, o confinamento exercido pelos estribos junto à viga não foi prejudicado por não estarem situados em zonas de tração das seções transversais das vigas.

## 6.5. COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS EXPERIMENTAL E NUMÉRICO

O objetivo deste item é confrontar os resultados obtidos por meio dos ensaios das vigas com obtidos por meio do modelo computacional utilizado neste trabalho, sendo esse desenvolvido por KRÜGER (1990). Serão comparados os diagramas força vs. deslocamento no meio do vão, força vs. deformação longitudinal da armadura e do concreto. Para a análise computacional, utilizou-se as mesmas resistências do concreto e das barras de aço das vigas ensaiadas.

### 6.5.1. VIGA VC-01

Nas Figuras 6.13, 6.14 e 6.15, são apresentadas curvas força vs. deslocamento e força vs. deformação na armadura e concreto da viga VC-01, sendo seus valores obtidos por meio de resultados experimentais e numéricos. Nessas curvas é possível observar boa proximidade entre os resultados experimentais e os numéricos. É válido lembrar que essa viga é confinada com taxa volumétrica de armadura transversal de confinamento igual 1,057%, correspondendo a espaçamentos de 15cm entre os estribos de confinamento.

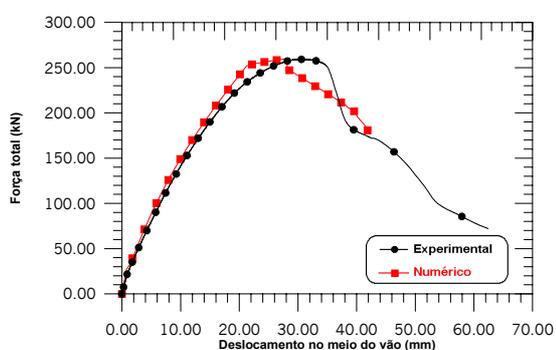


Figura 6.13 – Curva força vs. deslocamento no meio do vão, viga VC-01.

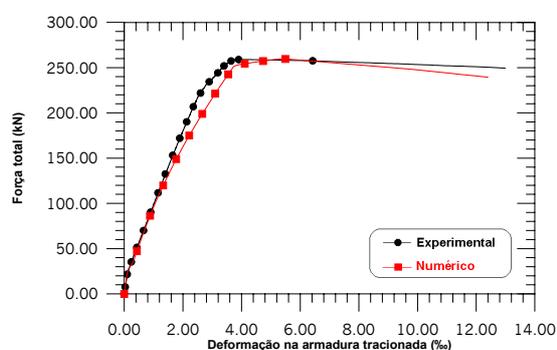


Figura 6.14 – Curva força vs. deformação na armadura mais tracionada, viga VC-01.

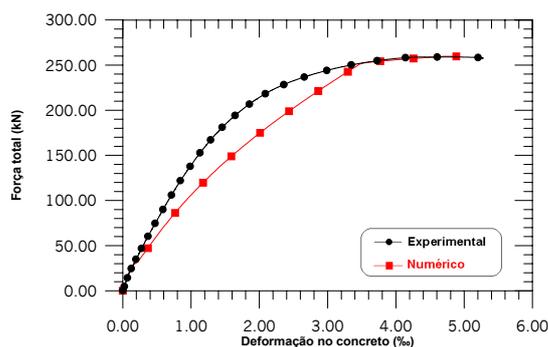


Figura 6.15 – Curva força vs. deformação no concreto, viga VC-01.

Na Tabela 6.4 apresentam-se os resultados obtidos por meio das análises experimental e numérica, como também a comparação entre os resultados das duas análises.

Tabela 6.4 – Comparação entre os resultados experimental e numérico, viga VC-01.

Força total no E.L.U.			Deformação na armadura de tração no E.L.U.			Deformação no bordo mais comprimido no E.L.U.			Deslocamento no meio do vão no E.L.U.		
$F_{exp}$ (kN)	$F_{num}$ (kN)	Dif. (%)	$\epsilon_{st,exp}$ (‰)	$\epsilon_{st,num}$ (‰)	Dif. (%)	$\epsilon_{c,exp}$ (‰)	$\epsilon_{c,num}$ (‰)	Dif. (%)	$\delta_{exp}$ (cm)	$\delta_{num}$ (cm)	Dif. (%)
259,01	259,61	0,23	3,8	5,29	28,17	4,39	4,88	10,04	2,974	2,769	7,40

Com os dados da Tabela 6.4, conclui-se que o modelo computacional apresentou resultados satisfatórios na análise da viga VC-01, existindo apenas diferença relevante na deformação da armadura tracionada, sendo essa diferença de 28,17% em relação ao resultado experimental.

### 6.5.2. VIGA VC-02

As Figuras 6.16 a 6.18 mostram curvas forças vs. deslocamentos no meio do vão e curvas força vs. deformação na armadura tracionada e no concreto. Essa viga apresenta taxa volumétrica de armadura transversal de confinamento de 1,585%, correspondente a espaçamentos de 10cm entre estribos destinados ao confinamento. Nessas curvas, observa-se precisão dos resultados obtidos por meio do modelo computacional em relação aos resultados obtidos por meio do ensaio da viga. Os resultados experimentais da Figura 6.18 foram descartados dessa análise,

pois, como já foi mencionado anteriormente, observou-se, que o extensômetro e1 apresentou defeito durante o ensaio da referida viga.

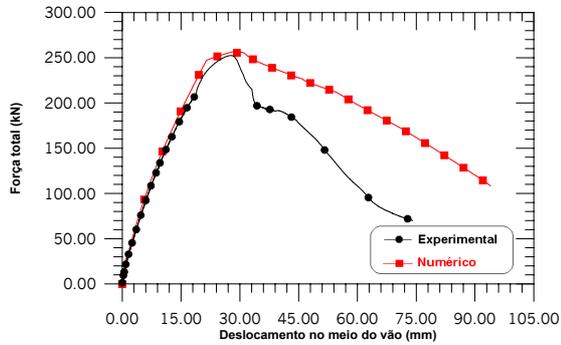


Figura 6.16 – Curva força vs. deslocamento no meio do vão, viga VC-02.

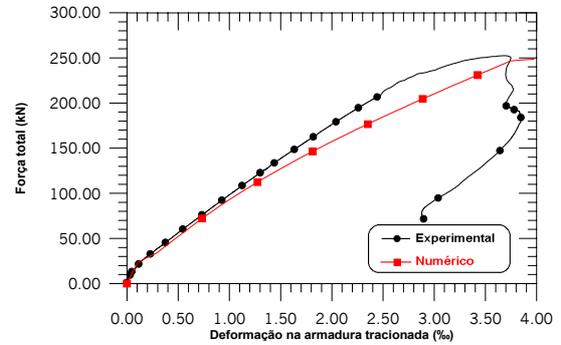


Figura 6.17 – Curva força vs. deformação na armadura mais tracionada, viga VC-02.

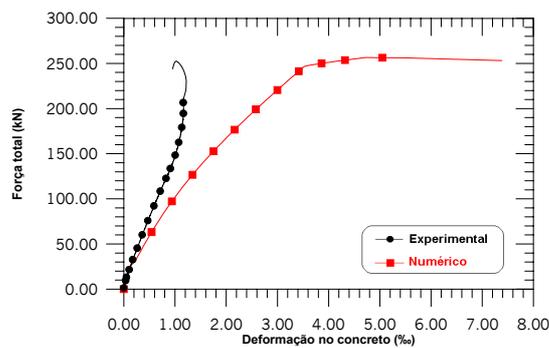


Figura 6.18 – Curva força vs. deformação no concreto, viga VC-02.

Na Tabela 6.5 apresentam-se os resultados obtidos por meio das análises experimental e numérica, como também a comparação entre os resultados das duas análises. A deformação experimental do concreto no bordo mais comprimido da seção transversal do meio do vão foi obtida por meio da deformação da armadura mais comprimida da mesma viga, admitindo-se que as distribuições de deformações são lineares.

Tabela 6.5 – Comparação entre os resultados experimental e numérico, viga VC-02.

Força total no E.L.U.			Deformação na armadura de tração no E.L.U.			Deformação no bordo mais comprimido no E.L.U.			Deslocamento no meio do vão no E.L.U.		
$F_{exp}$ (kN)	$F_{num}$ (kN)	Dif. (%)	$\epsilon_{st,exp}$ (‰)	$\epsilon_{st,num}$ (‰)	Dif. (%)	$\epsilon_{c,exp}$ (‰)	$\epsilon_{c,num}$ (‰)	Dif. (%)	$\delta_{exp}$ (cm)	$\delta_{num}$ (cm)	Dif. (%)
252,36	256,49	1,61	3,67	3,97	7,56	4,13	4,73	12,68	2,757	2,809	1,85

### 6.5.3. VIGA VC-03

Essa viga possui a maior taxa de armadura de confinamento das três vigas confinadas analisadas. Sua taxa volumétrica de armadura transversal de confinamento era de 3,17%, o que correspondia ao espaçamento de 5cm entre estribos destinados ao confinamento. Nas Figuras 6.19 a 6.21 são mostradas curvas forças vs. deslocamento no meio do vão e força vs. deformação na armadura e concreto da referida viga, onde se pode notar boa aproximação entre os resultados experimentais e teóricos. Na Tabela 6.6 apresentam-se os resultados da força máxima, deformação na armadura de tração, deformação do concreto e deslocamento no meio do vão, no estado limite último, obtidos por meio da análise computacional e por meio do ensaio da viga.

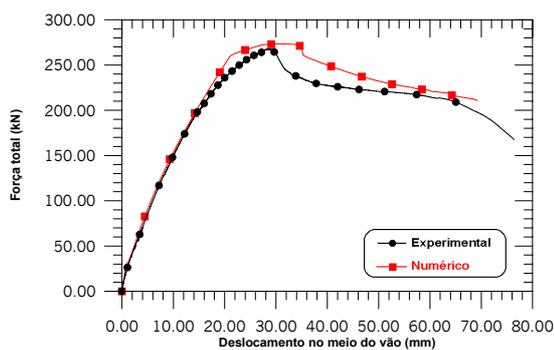


Figura 6.19 – Curva força vs. deslocamento no veio do vão, viga VC-03.

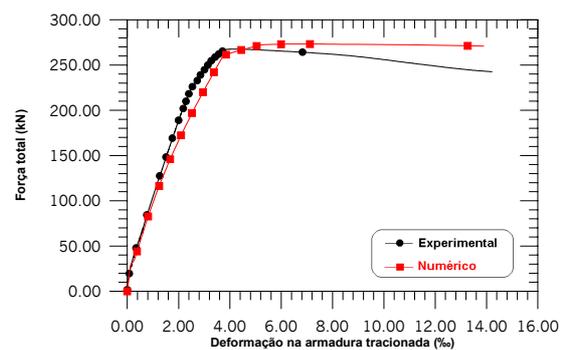


Figura 6.20 – Curva força vs. deformação na armadura mais tracionada, viga VC-03.

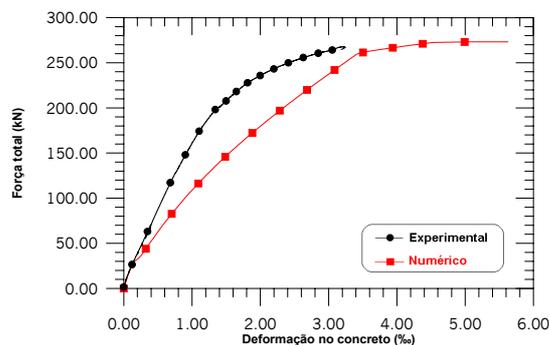


Figura 6.21 – Curva força vs. deformação no concreto, viga C-03.

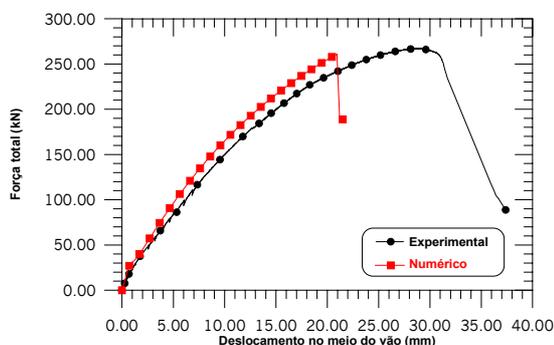
**Tabela 6.6 – Comparação entre os resultados experimental e numérico, viga VC-03.**

Força total no E.L.U.			Deformação na armadura de tração no E.L.U.			Deformação no bordo mais comprimido no E.L.U.			Deslocamento no meio do vão no E.L.U.		
$F_{exp}$ (kN)	$F_{num}$ (kN)	Dif. (%)	$\epsilon_{st,exp}$ (‰)	$\epsilon_{st,num}$ (‰)	Dif. (%)	$\epsilon_{c,exp}$ (‰)	$\epsilon_{c,num}$ (‰)	Dif. (%)	$\delta_{exp}$ (cm)	$\delta_{num}$ (cm)	Dif. (%)
267,61	273,04	1,99	4,05	4,62	12,34	3,21	5,54	42,06	2,858	3,117	8,31

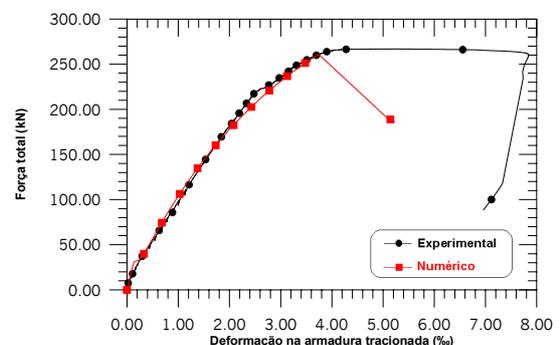
Com os valores da Tabela 6.6, nota-se que houve uma grande diferença entre os resultados das deformações no concreto, sendo essa diferença de 42,06%. Isso se deve, pois no modelo computacional, admite-se que as distribuições de deformações longitudinais na seção transversal são lineares, não acontecendo o mesmo com a distribuição de deformações experimentais, como pode ser observado na Figura 6.11.

#### 6.5.4. VIGA VS-01

Essa viga não é confinada, projetada com deformações do concreto no bordo comprimido e das barras de aço da armadura de tração, referentes aos domínios 3 e 4 portanto, a taxa volumétrica de armadura de confinamento é igual a zero, o que leva na análise numérica, o espaçamento entre os estribos destinados ao confinamento tender a infinito, pois, a taxa de armadura transversal de confinamento é inversamente proporcional ao espaçamento. As Figuras 6.22, 6.23 e 6.24 mostram curvas força vs. deslocamento no meio do vão e força vs. deformação na armadura tracionada e concreto da viga em questão, onde pode-se observar a proximidade entre os resultados teóricos em relação aos experimentais.



**Figura 6.22 – Curva força vs. deslocamento no meio do vão, viga VS-01.**



**Figura 6.23 – Curva força vs. deformação na armadura mais tracionada, viga VS-01.**

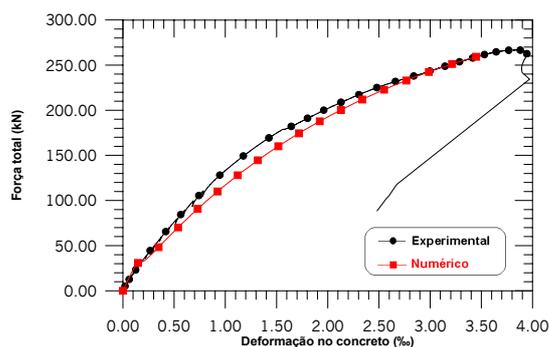


Figura 6.24 – Curva força vs. deformação no concreto, viga VS-01.

Na Tabela 6.7 é apresentada a análise entre os modelos experimental e numérico no Estado Limite Último.

Tabela 6.7 – Comparação entre os resultados experimental e numérico.

Força total no E.L.U.			Deformação na armadura de tração no E.L.U.			Deformação no bordo mais comprimido no E.L.U.			Deslocamento no meio do vão no E.L.U.		
$F_{exp}$ (kN)	$F_{num}$ (kN)	Dif. (%)	$\varepsilon_{st,exp}$ (‰)	$\varepsilon_{st,num}$ (‰)	Dif. (%)	$\varepsilon_{c,exp}$ (‰)	$\varepsilon_{c,num}$ (‰)	Dif. (%)	$\delta_{exp}$ (cm)	$\delta_{num}$ (cm)	Dif. (%)
266,75	260,90	2,24	4,83	3,74	29,14	3,83	3,50	9,43	2,869	2,09	37,27

Notam-se grandes diferenças entre os resultados experimentais e teóricos para as deformações na armadura de tração e deslocamento no meio do vão da referida viga. Isso acontece, possivelmente, pela incapacidade do modelo computacional aplicar deslocamentos após o concreto atingir sua máxima deformação para estruturas não confinadas.

## 6.6. ANÁLISE DA DUCTILIDADE DAS VIGAS ENSAIADAS

Para a análise da ductilidade das vigas ensaiadas utilizou-se a metodologia desenvolvida por LIMA JÚNIOR & GIONGO (2001) apresentada no item 3.1 deste trabalho. Essa metodologia fornece três índices para a avaliação da ductilidade em estruturas confinadas, que são: o índice de ductilidade pré-pico ( $ID_{pré}$ ); o índice de ductilidade pós-pico ( $ID_{pós}$ ); e o índice de ductilidade elástico ( $ID_{elast}$ ). Para a determinação dos índices de ductilidade utilizaram-se as curvas força vs. deslocamento no meio do vão.

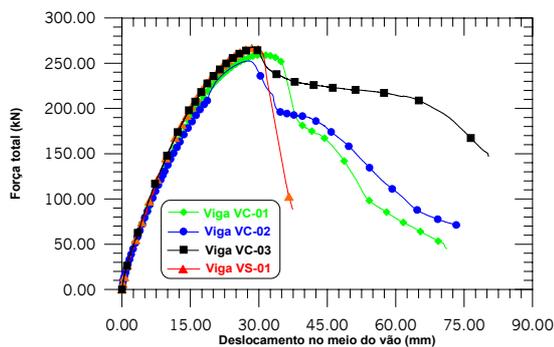
Não foi necessário descontar os deslocamentos verticais medidos nos apoios das vigas do medido no meio do vão, pois, os deslocamentos verticais medidos nos apoios, apresentam valores desprezíveis. Os deslocamentos verticais medidos nos apoios das vigas representam em média 3,47% dos deslocamentos verticais medidos no meio do vão das mesmas.

Nas Figuras 6.25 e 6.26 mostram-se as curvas força vs. deslocamento das vigas ensaiadas. A Figura 6.26 representa a média dos deslocamentos verticais registrados pelos transdutores T2 e T3 de cada viga. A taxa volumétrica de armadura transversal de confinamento foi calculada de acordo com o modelo de confinamento desenvolvido por SAATCIOGLU & RAZVI (1992), sendo determinada com o auxílio da expressão 6.3.

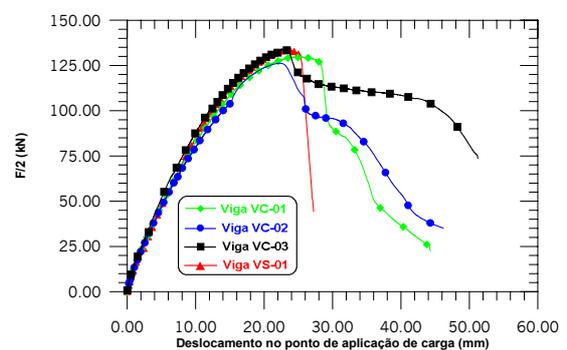
$$\rho_{sw,conf} = \frac{\sum A_{sw,conf} \cdot (b_{cx} + b_{cy})}{s \cdot b_{cx} \cdot b_{cy}} \quad (6.3)$$

onde:

- $A_{sw,conf}$  é a área da seção transversal de um ramo do estribo destinado ao confinamento;
- $b_{cx}$  e  $b_{cy}$  são as distâncias entre pernas dos estribos nas direções x e y respectivamente;
- $s$  é o espaçamento entre os estribos destinados ao confinamento.



**Figura 6.25 – Curva força total vs. deslocamento no meio do vão.**



**Figura 6.26 – Curva força no ponto de aplicação de carga vs. deslocamento no ponto de aplicação de carga.**

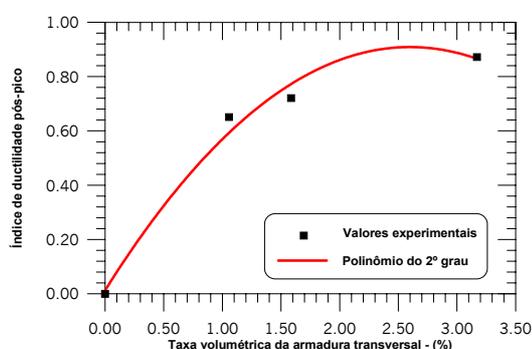
Nas Figuras 6.25 e 6.26, pode-se observar o aumento da ductilidade com o aumento da taxa volumétrica de armadura transversal de confinamento, ou seja, o índice de ductilidade aumenta com a diminuição do espaçamento entre estribos, pois, a taxa volumétrica de armadura transversal de confinamento é inversamente proporcional ao espaçamento entre estribos destinados ao confinamento. Para a viga não confinada, viga VS-01, a taxa volumétrica da armadura de confinamento é igual zero, o que leva o espaçamento entre estribos tender ao infinito. O aumento do índice de ductilidade pós-pico com o aumento da taxa de armadura transversal de confinamento pode ser constatado na Tabela 6.8, onde, são apresentados os índices de ductilidade de cada viga ensaiada.

Nas Figuras 6.25 e 6.26 também é possível verificar que não houve aumento da capacidade resistente à flexão das vigas confinadas, em relação à viga não confinada, ou seja, não foi observado aumento significativo da capacidade à flexão das vigas com o aumento da taxa volumétrica de armadura de confinamento.

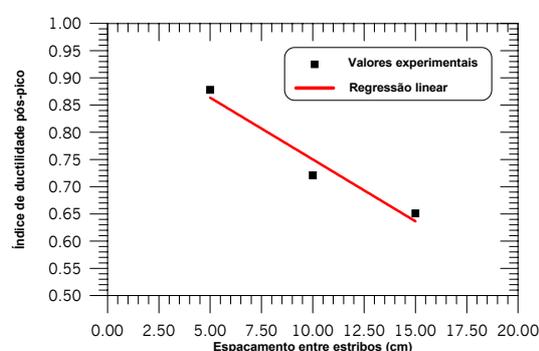
**Tabela 6.8 – Índices de ductilidade das vigas ensaiadas.**

Vigas	$F_{m\acute{a}x}$ (kN)	$f_c$ (MPa)	$s$ (cm)	$\rho_{sw,conf}$ (%)	$\delta_{c0}$ (cm)	$ID_{pr\acute{e}}$	$ID_{p\acute{o}s}$	$ID_{elast.}$
VS-01	266,75	31,32	$\infty$	0	2,869	0,285	0	0,371
VC-01	259,01	23,47	15	1,057	2,974	0,312	0,651	0,347
VC-02	252,36	26,01	10	1,585	2,757	0,24	0,721	0,365
VC-03	267,61	26,96	5	3,17	2,858	0,235	0,878	0,396

As Figuras 6.27 e 6.28 ilustram as variações das relações  $ID_{p\acute{o}s}$  vs.  $\rho_{sw,conf}$  e  $ID_{p\acute{o}s}$  vs.  $s$  das vigas VC-01, VC-02, VC-03 e VS-01. A primeira relação foi obtida mediante regressão não linear dos valores experimentais, enquanto que a segunda relação foi obtida por meio de regressão linear dos mesmos valores.



**Figura 6.27 – Relação  $ID_{p\acute{o}s}$  vs.  $\rho_{sw,conf}$  das vigas ensaiadas.**



**Figura 6.28 – Relação  $ID_{p\acute{o}s}$  vs.  $s$  das vigas ensaiadas.**

Nas curvas anteriores verifica-se com mais clareza o aumento do índice de ductilidade pós-pico com o aumento da taxa volumétrica da armadura transversal de confinamento e, com a diminuição dos espaçamentos entre estribos destinados ao confinamento. Utilizando os valores da Tabela 6.8, fez-se uma regressão não linear obtendo-se uma equação que exprime o índice de ductilidade pós-pico. O coeficiente de correlação  $R^2$  obtido da regressão não linear foi de 98,61%. A equação 6.4 mostra o índice de ductilidade pós-pico obtido com os valores experimentais.

$$ID_{pós} = 0,0128129 + 0,689329 \cdot \rho_{sw,conf} - 0,132591 \cdot \rho_{sw,conf}^2 \quad (6.4)$$

onde:

- $\rho_{sw,conf}$  é a taxa volumétrica de armadura transversal de confinamento, expressa em %.

Todos os valores dos índices de ductilidade das vigas ensaiadas, não atingiram o índice de ductilidade ideal dado no capítulo 4, sendo o índice de ductilidade ideal pós-pico igual a 0,905 ( $ID_{pós,ideal} = 0,905$ ), porém, a viga VC-03 com maior taxa volumétrica de armadura de confinamento, teve índice de ductilidade pós-pico igual a 0,878, muito próximo do índice de ductilidade ideal, podendo essa viga ser considerada dúctil.

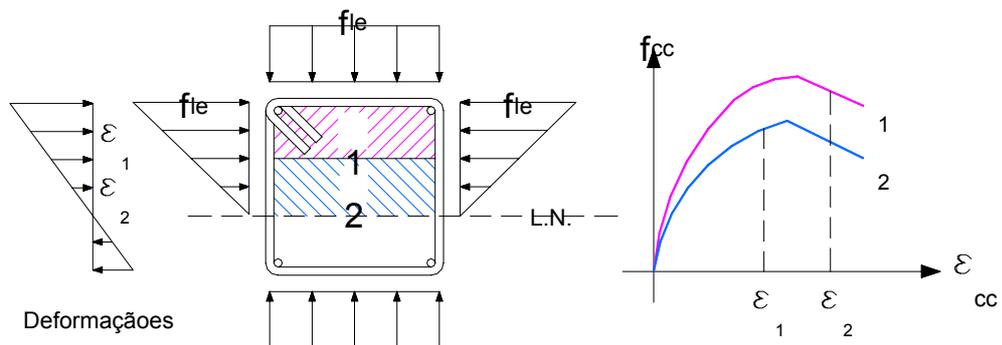
Da análise do índice de ductilidade pré-pico,  $ID_{pré}$ , conclui-se que os resultados variaram de forma aleatória, não dependendo da taxa volumétrica da armadura transversal de confinamento. Isso já era esperado, pois, segundo a análise numérica desenvolvida no capítulo 4, o fator preponderante do índice de ductilidade pré-pico, para vigas confinadas por meio de estribos retangulares é a resistência à compressão do concreto seguida, da deformação da armadura de tração e por último, o espaçamento entre estribos de confinamento.

Segundo a metodologia de LIMA JÚNIOR & GIONGO (2001), para uma viga hipotética com comportamento elasto-plástico perfeito, o índice de ductilidade pré-pico seria igual a 0,5, enquanto que o índice de ductilidade pós-pico seria igual a 1, observando a Figura 6.27, nota-se que o índice de ductilidade pós-pico tende ao valor da unidade, atendendo dessa forma a metodologia desenvolvida pelos pesquisadores citados acima.

## 6.7. ANÁLISE DO CONFINAMENTO

Este item tem por objetivo analisar o confinamento exercido pelos estribos colocados na região de compressão das seções transversais das vigas. Como a distribuição da pressão lateral de confinamento não é constante no interior do núcleo de confinamento, pois esse tem o mesmo comportamento de um elemento estrutural submetido a flexo-compressão, admitiu-se que as distribuições das pressões laterais de confinamento sejam lineares. Segundo SAATCIOGLU & RAZVI (1995) para elementos submetidos a flexo-compressão, a área do núcleo de confinamento pode ser dividida em camadas (Figura 6.29), desta maneira, para cada camada tem-se resistências à compressão do concreto confinado diferentes.

Para a determinação da resistência à compressão do concreto confinado, os núcleos de confinamento das vigas ensaiadas foram divididos em três partes iguais, obtendo-se uma resistência à compressão do concreto confinado para cada camada, lembrado que o diâmetro das barras de aço utilizadas nos estribos destinados ao confinamento são de 5,0mm, com resistência ao escoamento igual a 702,90MPa. O modelo de confinamento utilizado nessa análise foi desenvolvido por SAATCIOGLU & RAZVI (1992), também determinou-se o grau de confinamento (GC) de cada viga, utilizando para isso a formulação desenvolvida por CUSSON & PAULTRE (1993).



**Figura 6.29 – Distribuição da pressão lateral equivalente e das deformações em elementos estruturais submetidos a flexo-compressão, SAATCIOGLU & RAZVI (1995).**

### 6.7.1. ANÁLISE DO CONFINAMENTO DA VIGA VC-01

A viga VC-01 possuía a menor taxa de armadura de confinamento e o menor índice de ductilidade pós-pico. Os ramos do estribo instrumentado, colocado na seção transversal do meio do vão da viga, não chegaram a escoar, sendo que a maior deformação registrada no estado limite último foi de 0,689‰, esse registro, refere-se ao extensômetro e3, instalado na perna horizontal superior do estribo. Na Figura 6.30 é apresentado um diagrama da deformação do estribo no estado limite último, onde é possível observar a variação da pressão lateral de confinamento no interior do núcleo de confinamento. Utilizando as deformações obtidas por meio de extensômetros elétricos de resistências das pernas do estribo, foi possível obter as tensões nas pernas do mesmo, provocadas pela deformação do concreto do interior do núcleo de confinamento. Na Figura 6.31 é mostrado um diagrama que representa as tensões atuantes nas pernas do estribo, no instante da ruptura do cobrimento da armadura mais comprimida, e na Tabela 6.9 são apresentadas as deformações e as tensões atuantes nas pernas do estribo central.

**Tabela 6.9 – Deformações e tensões atuantes no estribo central, viga VC-01.**

Extensômetros		Deformações nas pernas do estribo (‰)	Tensões nas pernas do estribo (MPa)
Posição	Numeração		
Perna horizontal superior	e3	0,689	140,04
Perna vertical esquerda	e5	0,334	67,89
Perna vertical Direita	e6	0,384	78,05
Perna horizontal inferior	e8	0,104	21,138

Nota-se que as pernas verticais do estribo central possuem deformações com a mesma ordem de grandeza, o que significa que a pressão lateral de confinamento tende a um comportamento constante na direção da altura da viga, por isso, considerou-se que a pressão lateral de confinamento na direção y (direção da altura da viga) será constante, sendo calculada pela média das tensões atuantes nas pernas verticais do estribo central.

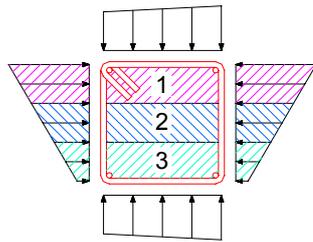


Figura 6.30 – Diagrama de deformações do estribo, viga VC-01.

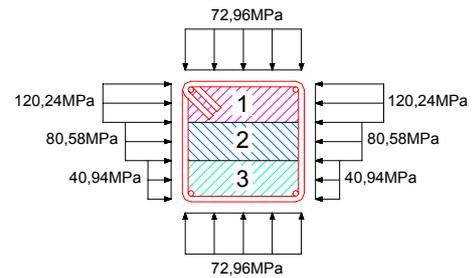


Figura 6.31 – Diagrama de tensões atuantes nas pernas do estribo em cada camada, viga VC-01.

As tensões atuantes nas pernas dos estribos foram determinadas pela média das deformações máxima e mínima atuantes em cada camada. Com os valores das tensões atuantes no estribo, determina-se a pressão lateral efetiva de confinamento e posteriormente a resistência à compressão do concreto confinado. A Tabela 6.10 apresenta o resultado da pressão lateral efetiva em cada camada como também a resistência à compressão do concreto confinado e o grau de confinamento de cada viga, a Figura 6.32 mostra a tensão lateral de confinamento em cada camada.

A pressão lateral de confinamento diminui à medida que se aproxima da linha neutra, impondo um pequeno confinamento nessa região (camada 3).

Tabela 6.10 – Características do núcleo de concreto confinado, viga VC-01.

Camadas	$f_{lx}$ (MPa)	$f_{ly}$ (MPa)	$f_{le}$ (MPa)	$K_1$	$f_c$ (MPa)	$f_{cc}$ (MPa)	$f_{cc}/f_c$	$GC = f_{le}/f_c$ (%)
1	0,307	0,186	0,277	8,333	23,47	25,78	1,098	1,18
2	0,206	0,186	0,201	8,80	23,47	25,24	1,075	0,86
3	0,105	0,186	0,125	9,54	23,47	24,66	1,051	0,53

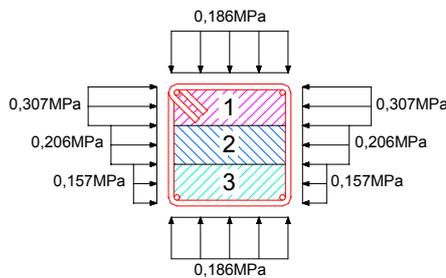


Figura 6.32 – Pressão lateral de confinamento atuante no núcleo de confinamento, viga VC-01.

Como os estribos foram pouco solicitados, observa-se que o aumento da resistência à compressão do concreto foi pequeno, sendo esse aumento 7,5% em média, não sendo suficiente para aumentar a capacidade da viga resistir a momentos fletores, porém, o confinamento teve importância relevante no que diz respeito da ductilidade da viga, como foi mostrado no item 6.6. De acordo com a classificação apresentada por CUSSON & PAULTRE (1993), essa viga possui baixo grau de confinamento.

### 6.7.2. ANÁLISE DO CONFINAMENTO DA VIGA VC-02

O confinamento exercido pelos estribos da viga VC-02 teve comportamento semelhante ao confinamento exercido pelos estribos da viga VC-01, apesar da viga VC-02 possuir maior taxa de armadura transversal de confinamento que a viga anterior. O estribo instrumentado também não chegou a escoar, sendo que a máxima deformação registrada em uma das pernas do estribo foi de 0,706‰, essa deformação se refere à perna horizontal superior. A Tabela 6.11 mostra as máximas deformações do estribo no estado limite último, deformações essas obtidas por meio dos extensômetros elétricos de resistência, instalados nas pernas do estribo central da viga VC-02. A pressão lateral efetiva como também a resistência à compressão do concreto confinado, foram obtidas analogamente à viga VC-01.

**Tabela 6.11 – Deformações e tensões atuantes no estribo central, viga VC-02.**

Extensômetros		Deformações nas pernas do estribo (‰)	Tensões nas pernas do estribo (MPa)
Posição	Numeração		
Perna horizontal superior	e3	0,706	143,49
Perna vertical esquerda	e5	0,327	66,46
Perna vertical Direita	e6	0,325	66,26
Perna horizontal inferior	e8	0,100	20,33

Nota-se que as pernas verticais também possuem deformações com a mesma ordem de grandeza, implicando que a pressão lateral na direção  $y$  é constante. A Figura 6.33 e 6.34 mostra diagramas que representam as

deformações e tensões atuantes nas pernas do estribo, no instante da ruptura do cobrimento da armadura mais comprimida.

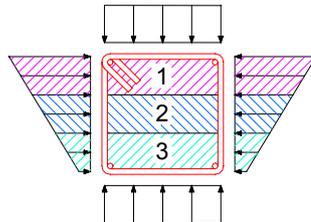


Figura 6.33 – Diagrama de deformações do estribo, viga VC-02.

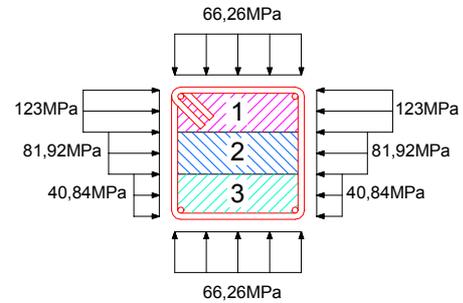


Figura 6.34 – Diagrama de tensões atuantes nas pernas do estribo em cada camada, viga VC-02.

Na Figura 6.34 é possível constatar que a camada 3 é a menos confinada, pelo fato do núcleo de confinamento poder ser comparado a um elemento estrutural flexo-comprimido diminuindo, assim, a eficiência do confinamento. Esse fato pode ser verificado com mais clareza na Figura 6.35, onde é apresentado o diagrama de pressões laterais em cada camada do núcleo de confinamento. A Tabela 6.12 traz a pressão lateral efetiva de confinamento, a resistência do concreto confinado e o grau de confinamento de cada camada.

Tabela 6.12 – Características do núcleo de concreto confinado, viga VC-02.

Camadas	$f_{lx}$ (MPa)	$f_{ly}$ (MPa)	$f_{le}$ (MPa)	$K_1$	$f_c$ (MPa)	$f_{cc}$ (MPa)	$f_{cc}/f_c$	GC = $f_{le}/f_c$ (%)
1	0,472	0,254	0,471	7,77	26,01	29,25	1,12	1,81
2	0,314	0,254	0,299	8,23	26,01	28,47	1,09	1,15
3	0,157	0,254	0,181	8,96	26,01	27,63	1,06	0,69

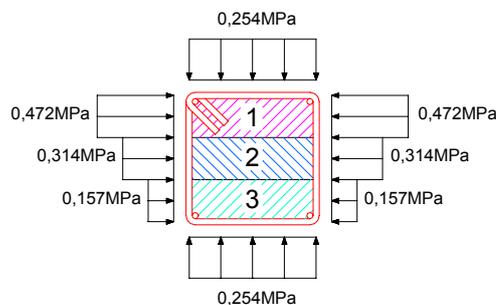


Figura 6.35 – Pressão lateral de confinamento atuante no núcleo de confinamento, viga VC-02.

A viga VC-02, também possui baixo grau de confinamento, segundo a classificação de CUSSON & PAULTRE (1995). A resistência do concreto confinado diminui com a proximidade do eixo neutro, pois, as deformações transversais do núcleo de concreto confinado são menores nas camadas próximas à linha neutra. O aumento da resistência do concreto confinado em relação ao concreto não confinado foi em média de 9%, esse pequeno aumento na resistência à compressão do concreto, não provocou aumento na capacidade da viga a suportar esforços oriundos de momento fletor.

### **6.7.3. ANÁLISE DO CONFINAMENTO DA VIGA VC-03**

O confinamento exercido pelos estribos da viga VC-03 também teve comportamento semelhante ao confinamento exercido pelos estribos das demais vigas confinadas, porém, por conta do pequeno espaçamento entre os estribos destinados ao confinamento, as pernas horizontais inferiores dos estribos da viga VC-03 apresentaram as menores deformações das três vigas ensaiadas com armadura de confinamento, indicando uma tendência, pois, a perna horizontal inferior do estribo da viga VC-01 teve deformação de 0,104‰ e a mesma perna do estribo da viga VC-02 teve deformação de 0,100‰, enquanto, que a perna horizontal inferior do estribo da viga VC-03 teve deformação de 0,0094‰. Com isso, é possível concluir, que as deformações longitudinais das pernas horizontais inferiores dos estribos de confinamento, diminuem com o aumento da taxa de armadura transversal de confinamento.

Na Tabela 6.13 são apresentados os valores das deformações e tensões atuantes no estribo central da viga VC-03 e, as Figuras 6.36 e 6.37 representam respectivamente os diagramas de deformações e tensões atuantes no mesmo estribo.

Diferentemente das vigas VC-01 e VC-02, as pernas verticais do estribo da viga VC-03, apresentaram deformações diferentes, porém, considerou-se, que a distribuição da pressão lateral de confinamento na direção  $y$  seja constante. Assim, a pressão lateral de confinamento na direção  $y$ , foi obtida por meio da média das deformações das pernas verticais do estribo da viga VC-03.

Tabela 6.13 – Deformações e Tensões atuantes no estribo central, viga VC-03.

Extensômetros		Deformações nas pernas do estribo (%)	Tensões nas pernas do estribo (MPa)
Posição	Numeração		
Perna horizontal superior	e3	0,589	119,71
Perna vertical esquerda	e5	0,201	40,85
Perna vertical Direita	e6	0,301	61,17
Perna horizontal inferior	e8	0,0094	1,91

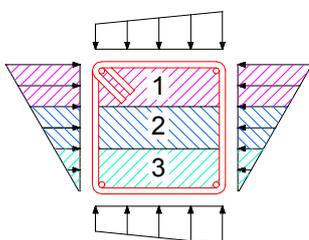


Figura 6.36 – Diagrama de deformações do estribo, viga VC-03.

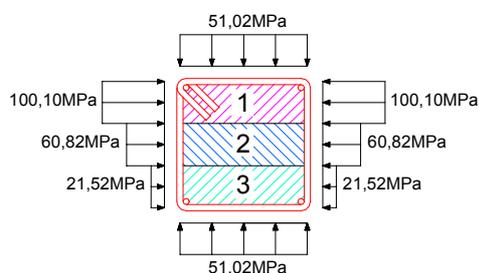


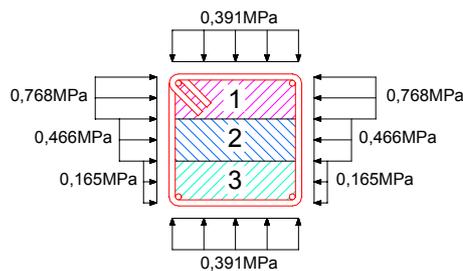
Figura 6.37 – Diagrama de tensões atuantes nas pernas do estribo em cada camada, viga VC-03.

As pressões laterais de confinamento nas direções x e y, a pressão lateral efetiva de confinamento, a resistência do concreto confinado e o grau de confinamento da viga, foram determinados analogamente às vigas VC-01 e VC-02. A Figura 6.38 mostra a pressão lateral de confinamento das direções x e y, nela pode-se observar que nas camadas mais próximas ao eixo neutro, o confinamento exercido pelos estribos é menor. A Tabela 6.14 mostra a pressão lateral efetiva, a pressão lateral nas direções x e y, a resistência à compressão do concreto confinado e o grau de confinamento. Nessa tabela, observa-se, que a resistência do concreto confinado é menor nas camadas mais próximas ao eixo neutro, indicando características de elementos estruturais flexo-comprimidos.

Tabela 6.14 – Características do núcleo de concreto confinado, viga VC-03.

Camadas	$f_{lx}$ (MPa)	$f_{ly}$ (MPa)	$f_{le}$ (MPa)	$K_1$	$f_c$ (MPa)	$f_{cc}$ (MPa)	$f_{cc}/f_c$	GC = $f_{le}/f_c$ (%)
1	0,768	0,391	0,674	7,12	26,96	31,79	1,18	2,50
2	0,466	0,391	0,448	7,68	26,96	30,40	1,13	1,66
3	0,165	0,391	0,222	8,66	26,96	28,88	1,07	0,83

De acordo com a classificação de CUSSON & PAULTRE (1993), essa viga também possui baixo grau de confinamento. Verifica-se que o aumento da resistência à compressão do confinamento foi de 13% em média, esse aumento, não provocou aumento na capacidade resistente à flexão da viga, mas, a taxa de armadura de confinamento empregada garantiu à viga boa ductilidade, com índice de ductilidade pós-pico, próximo ao ideal.



**Figura 6.38 – Pressão lateral de confinamento atuante no núcleo de confinamento, viga VC-03.**

#### 6.7.4. INFLUÊNCIA DA TAXA VOLUMÉTRICA DA ARMADURA TRANSVERSAL DE CONFINAMENTO NA RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO DO CONCRETO CONFINADO

Além da influência que a taxa volumétrica da armadura transversal de confinamento exerce na ductilidade do elemento estrutural, como foi mostrado no item 6.6, essa também tem influência direta na resistência à compressão do concreto confinado, ou seja, quanto maior a taxa volumétrica da armadura transversal de confinamento, maior é a resistência à compressão do concreto confinado, por outro lado, quanto menor o espaçamento entre estribos, maior é a resistência à compressão do concreto confinado, pois, a taxa volumétrica da armadura transversal de confinamento é inversamente proporcional aos espaçamentos dos estribos destinados ao confinamento.

Por meio dos ensaios das vigas das vigas VC-01, VC-02, VC-03 e VS-01, foi possível observar esse comportamento. Na Figura 6.39, pode-se verificar a influência da taxa volumétrica da armadura transversal de confinamento na resistência à compressão do concreto confinado. Realizando uma regressão não linear da curva da Figura 6.39, obteve-se uma expressão que representa a

resistência à compressão do concreto confinado em função da resistência do concreto não confinado e da taxa volumétrica da armadura transversal de confinamento. As relações entre as resistências do concreto confinado e a resistência do concreto não confinado utilizadas para descrever a curva da Figura 6.39, foram obtidas por meio da média aritmética das resistências à compressão do concreto confinado de cada camada do núcleo de confinamento em relação à resistência à compressão do concreto não confinado.

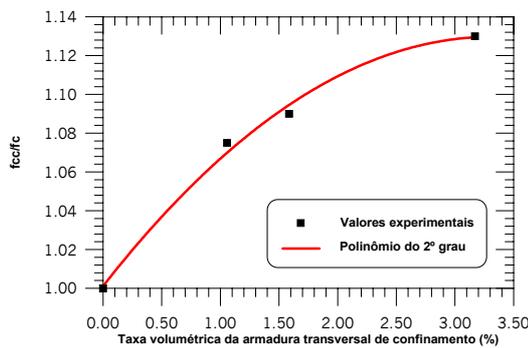


Figura 6.39 – Curva  $f_{cc}/f_c$  vs.  $\rho_{sw,conf}$ .

$$f_{cc} = f_c \cdot \left( 1 + 0,773743 \cdot \rho_{sw,conf} - 0,0116403 \cdot \rho_{sw,conf}^2 \right) \quad (6.5)$$

O coeficiente de correlação  $R^2$  da equação 6.5 vale 99% e, as resistências à compressão do concreto confinado e não confinando são expressos em megapascals.

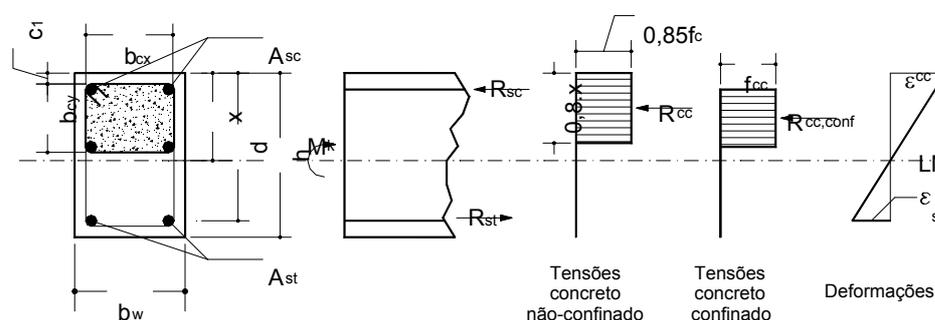
## 6.8. PROCESSO SIMPLIFICADO PARA O DIMENSIONAMENTO DE VIGAS CONFINADAS POR MEIO DE ESTRIBOS QUADRADOS

Este item tem por objetivo expor um processo de cálculo simplificado para vigas de concreto armado confinadas por meio de estribos quadrados. Para isso, foram utilizados valores obtidos numericamente e experimentalmente na elaboração do equacionamento do processo proposto, que é simples e consiste no equilíbrio das forças normais internas atuantes na seção transversal da viga. A resistência do concreto confinado é obtida por meio da equação 6.5, sendo função da resistência do concreto não confiando e da taxa volumétrica de armadura de confinamento. Admite-se que a máxima deformação do concreto no bordo mais comprimido da viga seja igual a 3,5‰.

Neste processo de dimensionamento considerou-se as seguintes hipóteses básicas recomendadas pelo projeto de revisão da NBR 6118:2001:

- as seções transversais se mantêm planas após a deformação;
- as deformações das barras aderentes, em tração ou compressão, são as mesmas do concreto em seu entorno;
- as tensões de tração do concreto são desprezadas;
- para o concreto não confinado, a distribuição de tensões se faz de acordo com o diagrama parábola-retângulo, com tensão de pico igual a  $0,85f_c$ , permitindo-se a substituição desse diagrama pelo diagrama simplificado retangular de altura  $0,8x$ , com tensão de  $0,85f_c$ .

Para a determinação da força de compressão do concreto confinado, utiliza-se a equação 6.5, obtida por regressão não linear de valores experimentais. Considera-se que força de compressão do concreto confinado atue somente na região delimitada pelo núcleo de confinamento. Nas regiões onde não existe confinamento, considera-se a atuação da força de compressão do concreto não confinado. Portanto, a força total de compressão do concreto é dada pela soma das parcelas referentes às forças de compressão do concreto confinado e do concreto não confinado. A Figura 6.40 mostra a atuação das forças internas normais na seção transversal de uma viga retangular confinada por meio de estribos retangulares.



**Figura 5.40 – Método simplificado para o dimensionamento de vigas com armadura de confinamento.**

A força total de compressão do concreto pode ser calculada com o auxílio da equação 6.6.

$$R_{cc,total} = R_{cc} + R_{cc,conf} \quad (6.6)$$

A força de compressão do concreto não confinado é calculada da seguinte forma:

$$R_{cc} = 0,85 \cdot f_c \cdot (0,8 \cdot x \cdot b_w - b_{cx} \cdot b_{cy}) \quad (6.7)$$

E, a força de compressão do concreto confinado, pode ser expressa com o auxílio da equação 6.8.

$$R_{cc,conf} = 0,85 \cdot f_{cc} \cdot b_{cx} \cdot b_{cy} \quad (6.8)$$

Fazendo o equilíbrio das forças internas atuantes na seção transversal, tem-se:

$$R_{st} = R_{cc,conf} + R_{cc} + R_{sc} \quad (6.9)$$

O máximo momento fletor suportado pela viga pode ser calculado pela equação 6.10.

$$M = R_{cc} \cdot (d - 0,4 \cdot x) + R_{cc,conf} \cdot \left[ d - \left( \frac{b_{cy}}{2} + c_1 \right) \right] + R_{sc} \cdot (d - c_1) \quad (6.10)$$

Para se calcular a resistência do concreto confinado (Equação 6.5) faz-se necessário calcular a taxa volumétrica da armadura transversal de confinamento, para isso, utiliza-se a equação 6.3. Como já foi dito anteriormente, a armadura de confinamento só se faz necessário, quando se deseja garantir que vigas de concreto armado, projetadas no domínio 4 de deformações, não tenham ruptura brusca, portanto, com base em dados experimentais, aconselha-se que a taxa volumétrica de armadura de confinamento seja superior a 3,20%.

Para garantir a ductilidade da viga faz-se necessário verificar o índice de ductilidade pós-pico da viga, para isso utiliza-se a equação 4.14. Caso o índice de ductilidade pós-pico da viga não tenha atingido o valor do índice de ductilidade pós-

pico ideal ( $ID_{pós,ideal}$ ) que é igual a 0,905, adota-se uma taxa volumétrica de armadura de confinamento superior e refaz-se o dimensionamento.

Também é aconselhável que o diâmetro da armadura transversal de confinamento não seja superior a 6,3mm. A escolha desse diâmetro foi feita analisando os dados experimentais, pois, diâmetros maiores implicam em espaçamentos maiores entre os estribos de confinamento, o que leva a baixos índices de ductilidade.

Em relação ao dimensionamento à força cortante, a viga deverá ser dimensionada, como se não fosse confinada.

Em virtude da dificuldade de se obter as mesmas resistências à compressão dos concretos utilizados nos modelos experimentais, mesmo com a utilização de traço e relação a/c iguais em todas as vigas e, também por causa da variabilidade das características mecânicas das barras de aço utilizadas nestas vigas, observa-se que as deformações pré-estabelecidas não se repetiram, ou seja, deformações nas barras da armadura de tração igual a  $\varepsilon_y$  no instante da ruptura do concreto comprimido. Sendo assim, as vigas VC-01 e VC-02 possuíam deformações no domínio 4 e, as vigas VC-03 e VS-01 apresentaram deformações no domínio 3. O fato de algumas vigas apresentarem deformação nas barras da armadura de tração maior que a deformação de escoamento do aço da armadura tracionada, não afetou o modo de ruptura das mesmas, pois, todas as vigas apresentaram ruptura por esmagamento do concreto comprimido.

Os valores dos momentos fletores de fissuração calculados pela NBR 7197:1989, pelo projeto de revisão da NBR:6118:2001 e pelo método computacional utilizado neste trabalho, foram inferiores aos valores dos momentos fletores de fissuração apresentados nos ensaios das vigas, levando a concluir que os momentos fletores de fissuração calculados pelas normas e pelo modelo computacional ficaram a favor da segurança, subestimando a capacidade da viga em absorver momentos fletores antes da ocorrência da primeira fissura.

Com relação aos valores da posição da linha neutra, obtidas por meio dos valores experimentais para os estádios I, II e III, quando comparadas com os valores da posição da linha neutra, calculadas por meio de valores numéricos, observa-se que existe proximidade apenas nos valores das posições da linha neutra, calculadas no estágio I, isso acontece, pois nesse estágio, o concreto continua íntegro. No estágio II, onde o concreto está parcialmente fissurado, a determinação da posição da linha neutra torna-se difícil, pois, o concreto existente em regiões mais solicitadas apresenta comportamento do estágio II, mas à medida

que se afastam dessas regiões, o concreto apresenta comportamento referente ao estágio I, como o modelo computacional despreza a colaboração do concreto tracionado no estágio II, surgiram diferenças entre as posições da linha neutra calculadas por meio dos valores experimentais com os valores da linha neutra calculadas por meio dos valores numéricos. No estágio III, as diferenças entre as posições da linha neutra calculadas por meio dos valores experimentais e as posições da linha neutra, calculadas com os valores numéricos surgiram pelo fato que no modelo computacional admitiu-se que existe linearidade entre as deformações longitudinais do concreto e aço, mas, isso não aconteceu nos ensaios das vigas, como pode ser visto nas Figuras 6.9 a 6.12.

Todas as vigas romperam por esmagamento do concreto comprimido sendo iniciado o processo de ruptura pelo destacamento do cobrimento de concreto da armadura mais comprimida.

Para as vigas confinadas com taxa volumétrica de armadura transversal inferiores a 3,17%, as barras da armadura mais comprimida sofreram flambagem após o esmagamento do concreto comprimido.

Os estribos destinados ao confinamento não apresentaram escoamento no instante da ruptura do concreto, sendo que as deformações nas pernas verticais tiveram a mesma ordem de grandeza, ao contrário das pernas horizontais, que apresentaram deformações diferentes. A perna horizontal superior foi a que apresentou maior deformação e a perna horizontal inferior apresentou a menor deformação.

Os resultados do modelo numérico mostraram-se coerentes quanto comparados com os resultados dos modelos experimentais, apresentando boa aproximação.

Em relação à ductilidade das vigas, observou-se que, com o aumento da taxa volumétrica da armadura transversal de confinamento, houve aumento do índice de ductilidade pós-pico. O critério de avaliação da ductilidade, proposto por LIMA JÚNIOR & GIONGO (2001), deu uma idéia razoável sobre a ductilidade apresentada pelas vigas. Assim demonstrou que no pós-pico, o comportamento dos elementos estruturais tendeu para o modelo plástico-perfeito.

A análise do índice de ductilidade pré-pico,  $ID_{pré}$ , mostrou que os resultados desses índices variaram de forma aleatória, não dependendo, portanto,

da taxa volumétrica da armadura transversal de confinamento, isso já era esperado, pois, com base nos resultados da análise numérica desenvolvida no item 4.5.2.2, nota-se que para vigas confinadas por meio de estribos quadrados, os fatores que influem neste índice são: a resistência à compressão do concreto seguido da deformação na armadura de tração e, por último, a taxa volumétrica de armadura transversal de confinamento, podendo essa variável ser desprezada.

A armadura de confinamento, além de aumentar a ductilidade dos elementos estruturais, também aumenta a resistência à compressão do concreto do interior do núcleo de confinamento, sendo este aumento, proporcional ao aumento da taxa volumétrica de armadura de confinamento.

O aumento da resistência à compressão do concreto do núcleo de confinamento foi em média de 13%. Esse aumento não foi suficiente para aumentar à capacidade resistente à flexão das vigas.

A resistência à compressão do concreto do núcleo de confinamento, diminui com a proximidade da linha neutra. Isso acontece, pois, as pressões laterais efetivas de confinamento, também diminuem com a proximidade da linha neutra.

Com os resultados numéricos e experimentais, foi possível desenvolver um processo simplificado para o dimensionamento de vigas de concreto armado confinadas por meio de estribos quadrados, levando em consideração a ductilidade do elemento estrutural. Para isso, uma equação que representa a resistência do concreto confinado no estado limite último foi proposta. O processo é simples, e consiste no equilíbrio de forças internas atuantes na seção transversal da viga, sendo considerado à resistência do concreto confinado do núcleo de confinamento e a resistência do concreto não confinado, nas demais regiões acima da linha neutra não pertencentes ao núcleo de confinamento. Também são consideradas as hipóteses básicas para o dimensionamento de estruturas de concreto armado. O dimensionamento de vigas de concreto armado com armadura de confinamento torna-se interessante quando se deseja garantir a ductilidade do elemento estrutural, isso é necessário em regiões onde existem abalos sísmicos ou em projetos onde existem carregamentos cíclicos. O confinamento também poderá ser utilizado em vigas superarmadas, pois, mesmo com a adição de barras de aço na região de compressão da viga, para equilibrar os esforços internos atuantes na seção transversal, se por ventura, essa vier a atingir o Estado Limite Último e o concreto ruir, as barras da armadura de compressão não serão capazes de

absorver a parcela de força que antes era suportada pelo concreto comprimido, o que ocasionaria flambagem das barras da armadura de compressão.

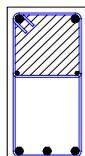
A seguir, apresentam-se algumas sugestões para novas pesquisas nesta área de estudo:

Fazer a análise teórica e experimental dos modelos de vigas considerando-se a atuação de cargas cíclicas.

Considerar em futura análise experimental, taxas volumétricas da armadura de confinamento superiores a 3,17%, porém, com a mesma resistência à compressão do concreto.

Analisar experimentalmente os modelos das vigas com resistências à compressão do concreto superiores a 25MPa.

Fazer uma análise teórica e experimental dos modelos de vigas, adicionando fibras metálicas à matriz do concreto, visando aumento da ductilidade.



## *REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS*

---

1. AHMAD, S. H.; SHAH, S. P. (1982). Stress-strain of concrete confined by spiral reinforcement. **ACI Journal**, Title, n.79-46, p.484-490, November-December.
2. AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (1992). **ACI manual of concrete practice**. Detroit. Part 3.
3. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1978). **NBR 6118 – Projeto e execução de obras de concreto armado**. Rio de Janeiro, ABNT.
4. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1982). **NBR 7251 – Agregados em estado solto – determinação da massa unitária**. Rio de Janeiro, ABNT.
5. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1983). **NBR 7211 – Agregados para concreto**. Rio de Janeiro, ABNT.
6. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1983). **NBR 7222 – Argamassa e concretos – determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos-de-prova cilíndricos**. Rio de Janeiro, ABNT.
7. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1984). **NBR 5738 – Moldagem e cura de corpos de prova de concreto cilíndricos ou prismáticos**. Rio de Janeiro, ABNT.
8. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1987). **NBR 7217 – Agregados – determinação da composição granulométrica**. Rio de Janeiro, ABNT.
9. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1987). **NBR 9776 – Agregados – determinação da massa específica de agregados miúdos por meio do frasco Chapman**. Rio de Janeiro, ABNT.

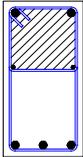
10. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1992). **NBR 6152 – Materiais metálicos – determinação das propriedades mecânicas à tração: método de ensaio.** Rio de Janeiro, ABNT.
11. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1992). **NBR 8953 – Concreto para fins estruturais – classificação por grupos de resistência.** Rio de Janeiro, ABNT.
12. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1996). **NBR 7480 – Barras e fios de aço destinados a armaduras para concreto armado.** Rio de Janeiro, ABNT.
13. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2001). **Projeto de revisão da NBR 6118 – Projeto de estruturas de concreto.** Rio de Janeiro, ABNT.
14. BASE, G. D. (1962). Helical reinforcement in the compression zone of concrete beams. **Constructional & Engineering**, p.456-460, December.
15. BASE, G. D.; READ, J. B. (1965). Effectiveness of helical binding in the compression zone of concrete beams. **Journal of the American Concrete Institute**, Title n.62-47, p.763-780, July.
16. COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON (1990). CEB-FIP model code. **Bulletin d'Information**, n.203-205, July.
17. CUSSON, D.; PAULTRE, P. (1993). **Confinement model high-strength concrete tied columns.** University of Sherbrooke Engineering, SMS-93/02. 54p.
18. CUSSON, D.; PAULTRE, P. (1995). Stress-strain model for confined high-strength concrete. **Journal of Structural Engineering**, ASCE, v.121, n.3, pg. 468-477, March.
19. DA CUNHA, J. C.; DA SILVA, C. A. R. (1994). Análise teórica experimental do comportamento do concreto de alta resistência em vigas de concreto armado. I **Congresso de engenharia civil.** Universidade Federal de Juiz de Fora, vol.01, pg. 77-88, Agosto.
20. DA SILVA (1992). **Análise teórica e experimental do comportamento do concreto de alta resistência aplicado a peças fletidas de concreto armado.** Belo Horizonte. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Minas Gerais.

21. DELALIBERA, R. G.; LIMA JÚNIOR, H. C.; GIONGO, J. S. (2001). Avaliação do dimensionamento no domínio 4 de vigas submetidas à flexão simples sem utilização de armadura de compressão. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 43., Foz do Iguaçu, Paraná. **Anais [CD-ROM]**.
22. FAFITIS, A., SHAH, S. P. (1985). Lateral reinforcement for high-strength concrete columns, in high-strength concrete. **Journal of the American Concrete Institute**, p.213-232.
23. FIB (1999). **Structural concrete**. Textbook on behavior, design and performance, v.1.
24. FIORIN, E. (1998). **Arranjos de armaduras em estruturas de concreto armado**. São Carlos. 248p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
25. FIORIN, E.; GIONGO, J. S. (1999). Armadura de confinamento para vigas de concreto armado dimensionadas no domínio 4. **Engenharia: Estudo e Pesquisa**, Juiz de Fora, v.2, n.1, p.66-81, janeiro-junho.
26. GUIMARÃES, A. E. P.; GIONGO, J. S.; BITTENCOURT, T. N. (2000). Pilares em concreto de alta resistência: análise da ductilidade com adição de fibras metálicas. In: JORNADAS SUDAMERICANAS DE INGENIERIA ESTRUCTURAL, 29., Punta Del Este, Uruguay. **Memorias [CD-ROM]**.
27. HELENE, P., TERZIAN, P. R. (1993). **Manual de dosagem e controle do concreto**. São Paulo, Pini.
28. KAPPOS, A. J., CHRYSSANTHOPOULOS, M. K.; DYMIOTIS, C. (1997). Uncertainty analyze of strength and ductility of confined reinforcement concrete members. **Engineering Structures**, September.
29. KENT, D. C.; PARK, R. (1971). Flexural members with confined concrete. **Journal of the Structural Division**, v.97, n.ST7, p.1969-1991, July.
30. KRÜGER, S. D. (1990). **Uma metodologia para a análise de pórticos planos de concreto armado sujeitos a grandes deslocamentos**. Dissertação (Mestrado) - Departamento de Engenharia Civil PUC/Rio.
31. LANGENDONCK, T. V. (1959). **Cálculo de concreto armado**. Rio de Janeiro, Editora Científica, v.1 e 2.

32. LIMA JÚNIOR, H. C.; GIONGO, J. S. (2000). Fator de ductilidade para pilares de concreto de alta resistência. **Engenharia: Estudo e Pesquisa**, Juiz de Fora, v.3, n.2, julho-dezembro.
33. LIMA JÚNIOR, H. C.; GIONGO, J. S. (2000). Modelo teórico para análise de pilares de concretos de alta resistência com confinamento lateral. **Engenharia: Estudo e Pesquisa**, Juiz de Fora, v.3, n.1, janeiro-junho.
34. LIMA JÚNIOR, H. C.; GIONGO, J. S. (2001). Avaliação da ductilidade do concreto de alta resistência reforçado com fibra de aço. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 43., Foz do Iguaçu, Paraná. **Anais [CD-ROM]**.
35. MANDER, J. B.; PRIESTLEY, J. N.; PARK, R. (1988). Theoretical stress-strain model for confined concrete. **Journal of Structural Engineering**, ASCE, v.144, n.8, p.1804-1827, August.
36. MENDES, H. O. (1993). **Ductilidade de elementos de concreto de alta resistência**. Rio de Janeiro. 148p. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE.
37. METHA, P. K., MONTEIRO, P. J. M. (1994). **Concreto: estrutura, propriedades e materiais**. São Paulo, Pini.
38. NAWY, E. G.; DANESI, R. F.; GROSKO, J. J. (1968). Rectangular spiral binders effect on plastic hinge rotation capacity in reinforced concrete beams. **ACI Journal**, Title n. 65-77, p.1001-1010, December.
39. PARK, R.; PAULAY, T. (1974). **Reinforcement concrete structures**. Christchurch, New Zealand, Wiley & Sons.
40. PAULTRE P. (2001). **Tópicos especiais de estruturas – dimensionamento de elementos de concreto**. /Notas de aulas do mini-curso ministrado no Departamento de Engenharia de Estruturas-EESC-USP, setembro/outubro, 2001/.
41. SAATCIOGLU, M.; RAZVI, S. R. (1992). Strength and ductility of confined concrete. **Journal of Structural Engineering**, ASCE, v.118, n.6, p.1590-1607, June.
42. SANTOS, L. M. (1981). **Cálculo de concreto armado segundo a NB1/78 e o CEB**. São Paulo, Ed. LMS. v.2.
43. SHEHATA, I. A.; SHEHATA, L. C. D.; FARAGE, M. C. R. (1995). Ductilidade de vigas de concreto armado de alta resistência. In: JORNADAS

SUDAMERICANAS DE INGENIERIA ESTRUCTURAL, 27., Tucuman, Argentina. **Memorias.**

44. SHEIK, S. A.; YEH, C. C. (1986). Flexural behavior of confined concrete columns. **ACI Journal**, Title, n.83-39, p.389-404, May-June.
45. SHEIKH, S. A.; UZUMERI, S. M. (1982). Analytical model for concrete confinement in tied columns. **Journal of the Structural Division**, ASCE, v.108, n.ST12, p.2703-2722, December.
46. TERZIAN, P. R. (1990). **Exigências básicas na produção e aplicação do concreto em estruturas.** São Paulo, Associação Brasileira de Cimento Portland.
47. ZIARA, M. M.; HALDANE, D.; KUTTAB, A. S. (1993). Shear and flexural strengths resulting from confinement of the compression regions in circular section structural concrete beams. **Magazine of Concrete Research**, v.45, n.164, p.211-219, September.
48. ZIARA, M. M.; HALDANE, D.; KUTTAB, A. S. (1995). Flexural behavior of beams with confinement. **ACI Journal**, Title n.92-S11, p.103-114, January-February.



## ***BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR***

---

1. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE CIMENTO PORTLAND. **Boletim técnico – vocabulário de teoria das estruturas**. São Paulo, vol. 92.
2. BELLEI, I. H. (2000). **Edifícios industriais em aço – projeto e cálculo**. São Paulo, ed. Pini.
3. BRANDÃO, A. M. S.; PINHEIRO, L. M. (1999). **Estados limites de utilização**. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
4. CALIL JÚNIOR, C.; OKIMOTO F.; STAMATO, G. C.; PFISTER, G. (2000). **Fôrmas de madeira para concreto armado**. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
5. CARVAVALHO, R. S.; FILHO, J. R. F. (2001). **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado**. São Carlos, ed. UFSCAR.
6. FUSCO, P. B. (1981). **Estruturas de concreto – solicitações normais**. Rio de Janeiro, ed. LTC.
7. FUSCO, P. B. (1995). **Técnicas de armar as estruturas de concreto**. São Paulo, ed. Pini.
8. GIONGO, J. S. (1999). **Ancoragem por aderência**. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
9. GIONGO, J. S.; TOTTI JÚNIOR, F. (1999). **Resistência de elementos fletidos submetidos a força cortante**. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
10. INSTITUTO BRASILEIRO DO CONCRETO (2001). **Prática recomendada Ibracon para estruturas de edifícios de nível 1 – estruturas de pequeno porte**. Comitê técnico CT-301, concreto estrutural, São Paulo.
11. LIMA JUNIOR, H. C. (1997). **Instabilidade de Arcos Segmentados de Concreto Armado**. Dissertação - (Mestrado). Departamento de Engenharia Civil PUC/Rio.

12. PINHEIRO, L. M. (1996). **Concreto armado: tabela e ábacos**. São Carlos, Escola de engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
13. PINHEIRO, L. M.; GIONGO, J. S. (1999). **Propriedades dos materiais**. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
14. RAMOS, R. F. (2001). **Análise teórica e experimental de pilares de concreto armado sob ação centrada com resistência do concreto de 25MPa**. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
15. SALES, J. J.; MALITE, M.; GONÇALVES, R. M.; BONFÁ, J. S. Z. (2000). **Elementos de estruturas de aço – dimensionamento**. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
16. TAKEIA, T. (2000). **Análise experimental de estruturas**. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
17. TAKEUTI, A. R. (1999). **Reforço de pilares de concreto armado por meio de encamisamento com concreto de alto desempenho**. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
18. VILLAÇA, S. F.; GARCIA, L. F. T. (1996). **Introdução à teoria da elasticidade**. Rio de Janeiro, Coordenação dos programas de pós-graduação de engenharia – COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro.