

**ANÁLISE DOS MECANISMOS
RESISTENTES E DAS SIMILARIDADES DE
EFEITOS DA ADIÇÃO DE FIBRAS DE AÇO NA
RESISTÊNCIA E NA DUCTILIDADE À PUNÇÃO
DE LAJES-COGUMELO E AO CISALHAMENTO
DE VIGAS DE CONCRETO**

KRISTIANE MATTAR ACCETTI HOLANDA

Tese apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para a obtenção do Título de Doutora em Engenharia de Estruturas.

ORIENTADOR: Prof. Titular João Bento de Hanai

São Carlos
2002

Aos meus pais,
Nida e Ângelo,
aos meus irmãos,
Leonardo e Fernando,
e ao meu marido,
Oswaldo.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por estar sempre a meu lado, guiando os meus passos e me auxiliando nos momentos mais difíceis.

Ao Prof. João Bento de Hanai, pela orientação segura, pela dedicação e também pela amizade que juntos construímos.

Ao incentivo de toda a minha família: meus pais, meus irmãos, meu marido, meus sogros D. Lourdinha e Sr. Osvaldo, minha avó Branca e todos aqueles que torceram pelo meu êxito no doutorado.

Ao meu marido Osvaldo, que tantas vezes me ajudou na elaboração deste trabalho, dando sugestões e tentando entender comigo particularidades do meu tema.

À amiga Vanessa Cristina de Castilho, pelo carinho e companheirismo demonstrados ao longo de todos esses anos aqui em São Carlos.

Ao Prof. Dr. Libânio Miranda Pinheiro, por ter me dado a oportunidade de fazer o doutorado no Departamento de Engenharia de Estruturas da EESC/USP.

Ao Prof. Dr. Ronaldo Barros Gomes e à aluna Eng.^a Alessandra Luciano Carvalho, ambos da Universidade Federal de Goiás, pelo auxílio na compreensão do modelo mecânico desenvolvido por este professor.

A todos os amigos do Departamento de Engenharia de Estruturas, pelo agradável convívio; em especial: Tatiana D., Mônica, Juliana, Alex, Silvana, Rejane, Renato, Anamaria, Andréa, Luciana e Joel.

Aos funcionários Maria Nadir Minatel, Rosi Aparecida Jordão Rodrigues, Marta Regina C. Faria e Masaki Kawabata, pelas orientações e pelos auxílios fornecidos durante a produção deste trabalho. A Francisco Carlos G. de Brito, pela elaboração cuidadosa dos desenhos.

Aos funcionários do Laboratório de Estruturas: Luiz Vicente Vareda, Amauri Ignácio da Silva, Jorge Brabo, Valdir Carlos De Lucca, Mário Botelho, Mauri Guillem, João Domingos P. Filho, Juliano L. Santos e Fabiano Domelas, pelo auxílio durante a realização dos ensaios experimentais.

A Belgo Mineira Bekaert Arames S/A, Holdercim Brasil S/A e Jeruel Artefatos Plásticos Ltda. pela doação dos materiais empregados na pesquisa.

Ao CNPq, pela bolsa de doutorado, e à FAPESP, pelo auxílio à pesquisa.

Sumário

LISTA DE FIGURAS	i
LISTA DE TABELAS	ix
LISTA DE SÍMBOLOS	xii
RESUMO	xiv
ABSTRACT	xv
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 GENERALIDADES	1
1.2 OBJETIVOS.....	4
1.3 CONTEÚDO DA TESE.....	5
2 CONCEITOS FUNDAMENTAIS	7
2.1 ASPECTOS TEÓRICOS DO CONCRETO COM FIBRAS.....	7
2.1.1 MECANISMOS DE TRANSFERÊNCIA DE TENSÃO	7
2.1.2 MECANISMO DE ATUAÇÃO DAS FIBRAS	11
2.2 MECANISMOS ALTERNATIVOS RESISTENTES AO CISALHAMENTO EM VIGAS	18
2.3 PESQUISAS SOBRE CISALHAMENTO EM VIGAS DE CONCRETO COM FIBRAS	23
2.4 RESISTÊNCIA DE LAJES À PUNÇÃO.....	26
2.5 PESQUISAS SOBRE PUNÇÃO EM LIGAÇÕES LAJE-PILAR DE CONCRETO COM FIBRAS	30
3 MODELOS MECÂNICOS PARA PUNÇÃO EM LAJES	41
3.1 MODELO DE KINNUNEN & NYLANDER (1960).....	41
3.1.1 HIPÓTESES.....	42
3.1.2 APRESENTAÇÃO DO MODELO.....	42
3.1.3 DETERMINAÇÃO DAS FORÇAS	44
3.1.4 CONDIÇÕES DE EQUILÍBRIO	46
3.1.5 CRITÉRIOS DE RUPTURA.....	46
3.1.6 MÉTODO DE CÁLCULO	47
3.1.7 AMPLIAÇÃO DO MODELO.....	47
3.2 MODELO DE SHEHATA (1985)	48
3.2.1 HIPÓTESES.....	48
3.2.2 DETERMINAÇÃO DAS FORÇAS	50
3.2.3 CONDIÇÕES DE EQUILÍBRIO	55
3.2.4 CRITÉRIO DE RUPTURA	55

3.2.5	MÉTODO DE CÁLCULO	56
3.2.6	SIMPLIFICAÇÃO DO MODELO (SHEHATA, 1990).....	56
3.3	MODELO DE GOMES (1991).....	58
3.3.1	HIPÓTESES.....	58
3.3.2	APRESENTAÇÃO DO MODELO.....	59
3.3.3	DETERMINAÇÃO DAS FORÇAS.....	60
3.3.4	EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO	69
3.3.5	CRITÉRIOS DE RUPTURA.....	70
3.3.6	MÉTODO DE CÁLCULO	74
3.4	MODELO DE ALEXANDER & SIMMONDS (1991)	75
4	PROGRAMA EXPERIMENTAL	88
4.1	ENSAIOS-PILOTO SÉRIE 1	88
4.2	ENSAIOS-PILOTO SÉRIE 2	97
4.3	PLANEJAMENTO DOS ENSAIOS	105
4.3.1	DESCRIÇÃO DOS MODELOS DE LIGAÇÃO LAJE-PILAR E PROCEDIMENTOS DE ENSAIO	105
4.3.2	VARIÁVEIS DOS ENSAIOS	109
4.3.3	DESCRIÇÃO DOS MODELOS DE VIGAS.....	111
4.4	DOSAGEM	114
4.4.1	MATERIAIS.....	115
4.4.2	CONCRETO DE BAIXA RESISTÊNCIA.....	120
4.4.3	CONCRETO DE ALTA RESISTÊNCIA	124
5	RESULTADOS EXPERIMENTAIS	128
5.1	MODELOS DA SÉRIE 1.....	128
5.1.1	CARACTERÍSTICAS DOS MATERIAIS DA S1.....	128
5.1.2	ENSAIO DAS LAJES DA SÉRIE 1	133
5.1.3	ENSAIO DAS VIGAS DA SÉRIE 1	139
5.1.4	CORRELAÇÕES ENTRE LAJES E VIGAS.....	149
5.2	MODELOS DA SÉRIE 2.....	151
5.2.1	CARACTERÍSTICAS DOS MATERIAIS DA S2.....	152
5.2.2	ENSAIO DAS LAJES DA SÉRIE 2	154
5.2.3	ENSAIO DAS VIGAS DA SÉRIE 2.....	159
5.3	MODELOS DA SÉRIE 3.....	169
5.3.1	ENSAIO DAS VIGAS DA SÉRIE 3	169
5.3.2	CORRELAÇÕES ENTRE LAJES E VIGAS DAS SÉRIES 2 E 3	180

5.4	MODELOS DA SÉRIE 4.....	182
5.4.1	CARACTERÍSTICAS DOS MATERIAIS DA S4.....	182
5.4.2	ENSAIO DAS LAJES DA SÉRIE 4.....	184
5.4.3	ANÁLISE COMPARATIVA: LAJES SÉRIE 4 X LAJES AZEVEDO (1999). 186	
5.4.4	ENSAIO DAS VIGAS DA SÉRIE 4.....	189
5.4.5	CORRELAÇÕES ENTRE LAJES E VIGAS DA SÉRIE 4.....	195
5.4.6	ANÁLISE COMPARATIVA: VIGAS SÉRIE 4 X VIGAS ENSAIOS-PILOTO SÉRIE 1.....	196
5.5	MODELOS DA SÉRIE 5.....	200
5.5.1	CARACTERÍSTICAS DOS MATERIAIS DA SÉRIE 5.....	201
5.5.2	ENSAIO DAS VIGAS DA SÉRIE 5.....	204
5.5.3	CORRELAÇÕES ENTRE LAJES DE ZAMBRANA VARGAS (1997) E VIGAS DA SÉRIE 5.....	211
5.6	CORRELAÇÕES DE DUCTILIDADE ENTRE LAJES E VIGAS ANÁLOGAS.....	213
5.7	ANÁLISE CONJUNTA DAS LAJES.....	216
5.8	SÍNTESE DAS SIMILARIDADES.....	219
6	ANÁLISES TEÓRICAS.....	223
6.1	ANÁLISE GLOBAL DAS LAJES.....	226
6.2	ANÁLISE GLOBAL DAS VIGAS.....	231
6.3	MODELO VIGA-ARCO MODIFICADO.....	236
6.3.1	RESISTÊNCIA.....	236
6.3.2	DUCTILIDADE.....	245
7	CONCLUSÕES.....	249
	ANEXO.....	254
A.	TABELAS DE RESISTÊNCIAS DOS CP.....	255
B.	GRÁFICOS DE ENSAIO DOS PRISMAS.....	265
C.	ÍNDICES DE TENACIDADE À FLEXÃO.....	267
D.	DEFORMAÇÃO DA ARMADURA DAS LAJES.....	268
E.	DEFORMAÇÃO DA ARMADURA DAS VIGAS.....	270
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	272
	BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR.....	281

Lista de Figuras

Figura 2.1 – Representação do arrancamento da fibra da matriz (BENTUR & MINDESS, 1990).....	8
Figura 2.2 – Representação das tensões de cisalhamento na interface (BENTUR & MINDESS, 1990)	9
Figura 2.3 – Representação da fibra e da matriz na vizinhança da fissura	10
Figura 2.4 – Representação de uma fissura (BENTUR & MINDESS, 1990)	12
Figura 2.5 – Curva tensão x deformação do compósito (BENTUR & MINDESS, 1990).....	13
Figura 2.6 – Modelo que considera o arrancamento em termos da Mecânica da Fratura (BENTUR & MINDESS, 1990).....	14
Figura 2.7 – Curvas tensão x deformação dos compósitos com (a) $V_f > V_{f(crit)}$ e (b) $V_f < V_{f(crit)}$ (BENTUR & MINDESS, 1990)	15
Figura 2.8 – Curvas tensão de tração x deformação de matrizes frágeis reforçadas com fibras: (a) Volume pequeno de fibras; (b) Volume intermediário de fibras; (c) Volume alto de fibras. (BALAGURU & SHAH, 1992).....	17
Figura 2.9 – Transferência da força cortante em vigas sem estribos (FURLAN JR., 1995)	19
Figura 2.10 – Mecanismos resistentes do concreto: (a) viga (b) arco (RUSSO & PULERI, 1997).....	20
Figura 2.11 – Parcelas do esforço cortante resistido por uma viga de CRFA (LIM & OH, 1999)	22
Figura 2.12 – Contribuição das fibras no cisalhamento (SWAMY et al., 1993).....	23
Figura 2.13 – Comportamento geral de lajes ensaiadas à punção	29
Figura 2.14 – Valores da força última em função do volume de fibras (ZAMBRANA VARGAS, 1997).....	35
Figura 2.15 – Tipos de ruína (a) punção pura (b) punção-flexão (c) flexão (AZEVEDO, 1999).....	36
Figura 2.16 – Compilação dos resultados experimentais dos autores citados	40
Figura 3.1 – Modelo mecânico de KINNUNEN & NYLANDER (1960).....	43
Figura 3.2 – Modelo mecânico de SHEHATA (1985).....	49
Figura 3.3 – Diagrama tensão-deformação do concreto (SHEHATA, 1985).....	50
Figura 3.4 – Tronco de cone (SHEHATA, 1985).....	51

Figura 3.5 – Diagramas de deformação do aço e do concreto (SHEHATA, 1985).....	52
Figura 3.6 – Modelo mecânico de GOMES (1991)	60
Figura 3.7 – Tronco de pirâmide ou prismatóide (GOMES, 1991).....	61
Figura 3.8 – Diagramas de deformação do aço e do concreto (GOMES, 1991).....	63
Figura 3.9 – Diagrama tensão-deformação do aço (GOMES, 1991)	66
Figura 3.10 – Diagrama das forças das armaduras de cisalhamento (GOMES, 1991).....	68
Figura 3.11 – Modelo mecânico adaptado para CRFA	70
Figura 3.12 – Mecanismo de ruptura por deslizamento (GOMES, 1991)	71
Figura 3.13 – Critério de Coulomb modificado com vetores deslocamento (GOMES, 1991).....	71
Figura 3.14 – “Truss Model” (ALEXANDER & SIMMONDS ,1987).....	75
Figura 3.15 – Transferência de esforço cortante em uma ligação laje-pilar interno (AFHAMI et al., 1998).....	76
Figura 3.16 – Distribuição das faixas radiais (ALEXANDER & SIMMONDS, 1992)	77
Figura 3.17 – Arco radial comprimido (ALEXANDER & SIMMONDS, 1992)	78
Figura 3.18 – Equilíbrio de uma faixa radial (ALEXANDER & SIMMONDS, 1991)	79
Figura 3.19 – Diagrama de tensões	80
Figura 3.20 – Diagrama de corpo-livre da metade de uma faixa radial (ALEXANDER & SIMMONDS, 1991)	82
Figura 3.21 – Seção crítica para o <i>Modelo Viga-Arco</i> (ALEXANDER & SIMMONDS, 1991)	84
Figura 3.22 – Modos de ruptura à punção: (a) dúctil; (b) frágil (ALEXANDER & SIMMONDS, 1992).....	85
Figura 4.1 – Esquema de ensaio e armaduras das Vigas Piloto Série 1	91
Figura 4.2 – Esquema de ensaio das lajes de AZEVEDO (1999).....	91
Figura 4.3 – Instrumentação das Vigas Piloto Série 1	92
Figura 4.4 – Gráfico <i>Força x Deformação da armadura</i> das Vigas Piloto Série 1	93
Figura 4.5 – Gráfico <i>Força x Deslocamento</i> das Vigas Piloto Série 1.....	93
Figura 4.6 – Configuração de ruína das Vigas Piloto Série 1	94

Figura 4.7 – Gráfico <i>Resistência média x Volume de fibras</i> para Lajes e Vigas Piloto Série 1	96
Figura 4.8 – Gráfico <i>Resistência das Lajes x Resistência média das Vigas</i> Piloto Série 1	97
Figura 4.9 – Esquema de ensaio e armaduras das Vigas Piloto Série 2	99
Figura 4.10 – Instrumentação das Vigas Piloto Série 2	100
Figura 4.11 – Gráfico <i>Força x Deformação da armadura</i> das Vigas Piloto Série 2	101
Figura 4.12 – Gráfico <i>Força x Deslocamento</i> das Vigas Piloto Série 2.....	101
Figura 4.13 – Configuração de ruína das Vigas Piloto Série 2	103
Figura 4.14 – Gráfico <i>Resistência média x Volume de fibras</i> para Lajes e Vigas Piloto Série 2	104
Figura 4.15 – Gráfico <i>Resistência das Lajes x Resistência média</i> das Vigas Piloto Série 2	104
Figura 4.16 – Detalhamento das armaduras dos modelos de laje	105
Figura 4.17 – Detalhamento das armaduras dos modelos de laje na posição da concretagem	106
Figura 4.18 – Sistema de ensaio dos modelos de ligação laje-pilar	107
Figura 4.19 – Esquema de instrumentação dos modelos de ligação laje-pilar	108
Figura 4.20 – Detalhamento e instrumentação das armaduras da vigas da Série1	111
Figura 4.21 – Detalhamento e instrumentação das armaduras da vigas das Séries 2 e 4	112
Figura 4.22 – Detalhamento e instrumentação das armaduras da vigas da Série 3	113
Figura 4.23 – Instrumentação com rosetas do concreto das vigas das Séries 2 e 4	114
Figura 4.24 – Instrumentação com rosetas do concreto das vigas da Série 3	114
Figura 4.25 – Características da fibra utilizada nas Séries 1, 2 e 3 (www.bekaert.com/building/zp305.htm)	119
Figura 5.1 – Ensaio de prisma de concreto com fibras de aço	130
Figura 5.2 – Índices de tenacidade à flexão da ASTM (C1018-94) e da JSCE-SF4/84	131
Figura 5.3 – Esquema das charneiras plásticas (AZEVEDO, 1999)	133
Figura 5.4 – Sistema de ensaio das ligações laje-pilar (a).....	134

Figura 5.5 – Sistema de ensaio das ligações laje-pilar (b).....	134
Figura 5.6 – Gráfico <i>Força x Deslocamento</i> das ligações laje-pilar da Série 1.....	136
Figura 5.7 – Gráfico <i>Força Normalizada x Deslocamento</i> das ligações laje-pilar da Série 1	136
Figura 5.8 – Gráfico <i>Força/Força de pico x Deslocamento</i> das lajes da Série 1	137
Figura 5.9 – Gráfico <i>Força x Deformação</i> das armaduras negativas de flexão das lajes da Série 1	138
Figura 5.10 – Gráfico <i>Força x Deformação</i> das armaduras positivas de flexão das lajes da Série 1	139
Figura 5.11 – Sistema de ensaio das vigas V1, V2 e V3A.....	140
Figura 5.12 – Configuração de ruína das vigas da Série 1	141
Figura 5.13 – Dispositivo “yoke”	143
Figura 5.14 – Gráfico <i>Força x Deformação</i> das vigas V1.....	144
Figura 5.15 – Gráfico <i>Força x Deformação</i> das vigas V2.....	145
Figura 5.16 – Gráfico <i>Força x Deformação</i> das vigas V3.....	146
Figura 5.17 – Gráfico <i>Força x Deslocamento</i> das vigas da Série 1	147
Figura 5.18 – Gráfico <i>Força Normalizada x Deslocamento</i> das vigas da Série 1	147
Figura 5.19 – Gráfico <i>Força/Força de pico x Deslocamento</i> das vigas da Série 1	148
Figura 5.20 – Gráfico <i>Resistência normalizada x Volume de fibras</i> para lajes e vigas da S1	150
Figura 5.21 – Gráfico <i>Resistência normalizada das lajes x Resistência média normalizada das vigas</i> da Série 1	151
Figura 5.22 – Gráficos <i>Força/Força de pico x Deslocamento/Deslocamento de pico</i> da S1	151
Figura 5.23 – Gráfico <i>Força x Deslocamento</i> das ligações laje-pilar da Série 2.....	155
Figura 5.24 – Gráfico <i>Força Normalizada x Deslocamento</i> das ligações laje-pilar da Série 2	156
Figura 5.25 – Gráfico <i>Força/Força de pico x Deslocamento</i> das lajes da Série 2.....	157
Figura 5.26 – Gráfico <i>Força x Deformação</i> das armaduras negativas de flexão das lajes da Série 2.....	157

Figura 5.27 – Gráfico <i>Força x Deformação</i> das armaduras positivas de flexão das lajes da Série 2.....	158
Figura 5.28 – Gráfico <i>Força x Ângulo da deformação principal</i> das vigas V4.....	160
Figura 5.29 – Gráfico <i>Força x Ângulo da deformação principal</i> das vigas V5.....	160
Figura 5.30 – Gráfico <i>Força x Ângulo da deformação principal</i> das vigas V6.....	161
Figura 5.31 – Configuração de ruína das vigas da Série 2.....	162
Figura 5.32 – Gráfico <i>Força x Deformação</i> das vigas V4.....	163
Figura 5.33 – Gráfico <i>Força x Deformação</i> das vigas V5.....	164
Figura 5.34 – Gráfico <i>Força x Deformação</i> das vigas V6.....	165
Figura 5.35 – Gráfico <i>Força x Deslocamento</i> das vigas da Série 2.....	165
Figura 5.36 – Gráfico <i>Força Normalizada x Deslocamento</i> das vigas da Série 2.....	166
Figura 5.37 – Gráfico <i>Força/Força de pico x Deslocamento</i> das vigas da Série 2.....	167
Figura 5.38 – Sistema de ensaio das vigas da Série 3.....	170
Figura 5.39 – Gráfico <i>Força x Ângulo da deformação principal</i> das vigas V7.....	171
Figura 5.40 – Gráfico <i>Força x Ângulo da deformação principal</i> das vigas V8.....	171
Figura 5.41 – Gráfico <i>Força x Ângulo da deformação principal</i> das vigas V9.....	172
Figura 5.42 – Configuração de ruína das vigas da Série 3.....	173
Figura 5.43 – Gráfico <i>Força x Deformação</i> das vigas V7.....	174
Figura 5.44 – Gráfico <i>Força x Deformação</i> das vigas V8.....	175
Figura 5.45 – Gráfico <i>Força x Deformação</i> das vigas V9.....	176
Figura 5.46 – Gráfico <i>Força x Deslocamento</i> das vigas da Série 3.....	176
Figura 5.47 – Gráfico <i>Força Normalizada x Deslocamento</i> das vigas da Série 3.....	177
Figura 5.48 – Gráfico <i>Força/Força de pico x Deslocamento</i> das vigas da Série 3.....	178
Figura 5.49 – Gráfico <i>Resistência normalizada x Volume de fibras</i> para lajes e vigas de S2 e S3.....	180
Figura 5.50 – Gráfico <i>Resistência normalizada das lajes x Resistência média normalizada das vigas</i> da Série 3.....	181
Figura 5.51 – Gráficos <i>Força/Força de pico x Deslocamento/Deslocamento de pico</i> de S2 e S3.....	181
Figura 5.52 – Gráfico <i>Força x Deformação</i> das armaduras negativas de flexão das lajes da Série 4.....	185

Figura 5.53 – Gráfico <i>Força x Deformação</i> das armaduras positivas de flexão das lajes da Série 4.....	186
Figura 5.54 – Gráfico <i>Força x Deslocamento</i> das lajes analisadas	188
Figura 5.55 – Gráfico <i>Força Normalizada x Deslocamento</i> das lajes analisadas	188
Figura 5.56 – Gráfico <i>Força/Força de pico x Deslocamento</i> das lajes analisadas	189
Figura 5.57 – Configuração de ruína das vigas da Série 4	191
Figura 5.58 – Gráfico <i>Força x Deformação</i> das vigas V10.....	192
Figura 5.59 – Gráfico <i>Força x Deformação</i> das vigas V11.....	193
Figura 5.60 – Gráfico <i>Resistência normalizada x Volume de fibras</i> para lajes e vigas da S4	195
Figura 5.61 – Gráfico <i>Resistência normalizada das lajes x Resistência média normalizada das vigas</i> da Série 4	196
Figura 5.62 – Gráficos <i>Força/Força de pico x Deslocamento/Deslocamento de pico</i> da S4	196
Figura 5.63 – Gráfico <i>Força x Deslocamento</i> das vigas analisadas	198
Figura 5.64 – Gráfico <i>Força Normalizada x Deslocamento</i> das vigas analisadas	199
Figura 5.65 – Gráfico <i>Força/Força de pico x Deslocamento</i> das vigas analisadas	200
Figura 5.66 – Configuração de ruína das vigas da Série 5	206
Figura 5.67 – Gráfico <i>Força x Deformação da armadura</i> das vigas V12 da Série 5.....	207
Figura 5.68 – Gráfico <i>Força x Deformação da armadura</i> das vigas V13 da Série 5.....	207
Figura 5.69 – Gráfico <i>Força x Deformação da armadura</i> das vigas V14 da Série 5.....	208
Figura 5.70 – Gráfico <i>Força x Deslocamento</i> das vigas da Série 5	208
Figura 5.71 – Gráfico <i>Força Normalizada x Deslocamento</i> das vigas da Série 5.....	209
Figura 5.72 – Gráfico <i>Força/Força de pico x Deslocamento</i> das vigas da Série 5.....	210
Figura 5.73 – Gráfico <i>Resistência normalizada x Volume de fibras</i> para lajes e vigas da S5	212

Figura 5.74 – Gráfico <i>Resistência normalizada das lajes x Resistência média normalizada das vigas da Série 5</i>	213
Figura 5.75 – Relação entre índices de ductilidade de lajes e vigas análogas	216
Figura 5.76 – Gráfico <i>Carga última experimental/Estimativa da carga de ruína à flexão x Volume de fibras das lajes ensaiadas</i>	217
Figura 5.77 – Gráfico <i>Resistência Normalizada x Volume de fibras das lajes ensaiadas</i>	218
Figura 5.78 – Gráfico <i>Resistência (última, de fissuração ou de escoamento da armadura) x Resistência do concreto à compressão das lajes ensaiadas</i>	219
Figura 6.1 – Relação entre a resistência do concreto à tração por compressão diametral e o volume de fibras de aço das lajes	227
Figura 6.2 – Aferição da <i>Equação do ACI 318 Modificada</i> para lajes (dados das lajes L2 e L3 eliminados)	229
Figura 6.3 – Comparação dos resultados experimentais com os calculados pela <i>Equação do ACI 318 Modificada</i> para lajes (Equação 6.5)	230
Figura 6.4 – Relação entre a resistência do concreto à tração por compressão diametral e o volume de fibras de aço das vigas	233
Figura 6.5 – Aferição da <i>Equação do ACI 318 Modificada</i> para vigas (todos os dados incluídos)	234
Figura 6.6 – Comparação dos resultados experimentais com os calculados pela <i>Equação do ACI 318 Modificada</i> para vigas (Equação 6.9)	235
Figura 6.7 – Aferição da <i>Equação do ACI 318 Modificada</i> para vigas (dados das vigas V6A e V6B eliminados)	238
Figura 6.8 – Aferição da equação do <i>Modelo Viga-Arco Modificado</i> (todos os dados incluídos)	240
Figura 6.9 – Aferição da equação do <i>Modelo Viga-Arco Modificado</i> (dados das lajes L2 e L3 eliminados)	241
Figura 6.10 – Aferição do <i>Modelo Viga-Arco Modificado</i> (toda a bibliografia consultada)	243
Figura 6.11 – Aplicação da equação do <i>Modelo Viga-Arco Modificado</i> para todos os resultados experimentais disponíveis	244
Figura 6.12 – Contribuição das fibras no cisalhamento (SWAMY et al., 1993)	246

Figura 6.13 – Índices de ductilidade calculados a partir do	
<i>Modelo Viga-Arco Modificado</i>	248

Lista de Tabelas

Tabela 2.1 – Características dos trabalhos compilados.....	38
Tabela 2.2 (continuação) – Características dos trabalhos compilados.....	39
Tabela 3.1 – Aplicação do Modelo Viga-Arco para lajes sem fibras	86
Tabela 4.1 – Dados das lajes de AZEVEDO (1999)	89
Tabela 4.2 – Traço do concreto das Vigas Piloto Série 1	89
Tabela 4.3 – Características da armadura de flexão das Vigas Piloto Série 1	89
Tabela 4.4 – Resultados dos ensaios de caracterização dos concretos utilizados nas Vigas Piloto Série 1	90
Tabela 4.5 – Previsão da carga de ruína das Vigas Piloto Série 1	90
Tabela 4.6 – Dados e resultados das Vigas Piloto Série 1	92
Tabela 4.7 – Atuação das fibras nos compósitos dos Ensaio-piloto Série 1	95
Tabela 4.8 – Aplicação do modelo teórico às Vigas Piloto Série 1	95
Tabela 4.9 – Comparação de resistências entre Lajes e Vigas Piloto Série 1.....	96
Tabela 4.10 – Traço do concreto das Vigas Piloto Série 2	98
Tabela 4.11 – Características das armaduras de flexão das Vigas Piloto Série 2.....	98
Tabela 4.12 – Resultados dos ensaios de caracterização dos concretos utilizados nas Vigas Piloto Série 2	98
Tabela 4.13 – Dados e resultados das Vigas Piloto Série 2	100
Tabela 4.14 – Dados das lajes de ZAMBRANA VARGAS (1997).....	109
Tabela 4.15 – Programa de ensaios	110
Tabela 4.16 – Características das fibras utilizadas.....	111
Tabela 4.17 – Exigências para o concreto reforçado com fibras de aço e para o concreto de alta resistência	115
Tabela 4.18 – Análise granulométrica do agregado miúdo.....	117
Tabela 4.19 – Análise granulométrica do agregado graúdo	118
Tabela 4.20 – Misturas experimentais para os concretos sem fibra	121
Tabela 4.21 – Misturas experimentais para os compósitos ($f_{c14} \cong 20$ MPa).....	123
Tabela 4.22 – Misturas experimentais para os compósitos ($f_{c14} \cong 60$ MPa).....	126
Tabela 5.1 – Características médias das armaduras de flexão dos modelos da Série 1	128
Tabela 5.2 – Traço do concreto dos modelos da Série 1.....	129

Tabela 5.3 – Resultados dos ensaios de caracterização dos concretos utilizados na Série 1	130
Tabela 5.4 – Índices médios de tenacidade à flexão dos compósitos da Série 1	132
Tabela 5.5 – Estimativa da carga de ruína dos modelos da Série 1	133
Tabela 5.6 – Dados e resultados das lajes da Série 1	135
Tabela 5.7 – Dados e resultados das vigas da Série 1	140
Tabela 5.8 – Atuação das fibras nos compósitos das vigas da Série 1	148
Tabela 5.9 – Aplicação do modelo teórico às vigas da Série 1	149
Tabela 5.10 – Comparação de resistências entre lajes e vigas da Série 1	150
Tabela 5.11 – Traço do concreto dos modelos de S2 e S3	153
Tabela 5.12 – Resultados dos ensaios de caracterização dos concretos utilizados em S2 e S3	153
Tabela 5.13 – Índices médios de tenacidade à flexão dos compósitos das séries S2 e S3	154
Tabela 5.14 – Previsão da carga de ruína dos modelos da Série 2	154
Tabela 5.15 – Dados e resultados das lajes da Série 2	154
Tabela 5.16 – Dados e resultados das vigas da Série 2	159
Tabela 5.17 – Atuação das fibras nos compósitos das vigas da Série 2	168
Tabela 5.18 – Aplicação do modelo teórico às vigas da Série 2	168
Tabela 5.19 – Previsão da carga de ruína das vigas da Série 3	169
Tabela 5.20 – Dados e resultados das vigas da Série 3	170
Tabela 5.21 – Atuação das fibras nos compósitos das vigas da Série 3	179
Tabela 5.22 – Aplicação do modelo teórico às vigas da Série 3	179
Tabela 5.23 – Comparação de resistências entre lajes e vigas das séries S2 e S3	180
Tabela 5.24 – Traço do concreto dos modelos da Série 4	183
Tabela 5.25 – Resultados dos ensaios de caracterização dos concretos utilizados na S4	183
Tabela 5.26 – Índices médios de tenacidade à flexão dos compósitos da Série 4	184
Tabela 5.27 – Previsão da carga de ruína dos modelos da Série 4	184
Tabela 5.28 – Dados e resultados das lajes da Série 4	185
Tabela 5.29 – Dados e resultados das lajes analisadas	187
Tabela 5.30 – Dados e resultados das vigas da Série 4	190

Tabela 5.31 – Atuação das fibras nos compósitos das vigas da Série 4	194
Tabela 5.32 – Aplicação do modelo teórico às vigas da Série 4.....	194
Tabela 5.33 – Comparação de resistências entre lajes e vigas da Série 4	195
Tabela 5.34 – Comparação de resistências entre lajes e vigas dos Ensaios Piloto S1	197
Tabela 5.35 – Dados e resultados das vigas analisadas	197
Tabela 5.36 – Dados das lajes de ZAMBRANA VARGAS (1997).....	201
Tabela 5.37 – Traço do concreto dos modelos da Série 5.....	203
Tabela 5.38 – Resultados dos ensaios de caracterização dos concretos utilizados na S5.....	203
Tabela 5.39 – Índices médios de tenacidade à flexão dos compósitos da Série 5.....	204
Tabela 5.40 – Previsão da carga de ruína das vigas da Série 5.....	204
Tabela 5.41 – Dados e resultados das vigas da Série 5.....	205
Tabela 5.42 – Atuação das fibras nos compósitos das vigas da Série 5	210
Tabela 5.43 – Aplicação do modelo teórico às vigas da Série 5.....	211
Tabela 5.44 – Comparação de resistências entre lajes e vigas da Série 5	212
Tabela 5.45 – Índices de ductilidade de lajes e vigas análogas	214
Tabela 5.46 – Síntese de similaridades	221
Tabela 5.47 (continuação) – Síntese das similaridades.....	222
Tabela 6.1 – Dados e resultados principais de todos os modelos	224
Tabela 6.2 (continuação) – Dados e resultados principais de todos os modelos.....	225
Tabela 6.3 – Determinação de f_{sp}^* segundo a Equação 6.2.....	227
Tabela 6.4 – Determinação de f_{sp}^* segundo a Equação 6.5.....	232
Tabela 6.5 – Aplicação do <i>Modelo Viga-Arco Modificado</i> (parte I)	239
Tabela 6.6 – Aplicação do <i>Modelo Viga-Arco Modificado</i> (parte II)	239
Tabela 6.7 – Índice de ductilidade de lajes e vigas análogas	247

Lista de Símbolos

b	largura da viga
c	dimensão em planta da chapa quadrada de aplicação do carregamento
d	altura útil do elemento
l	comprimento da fibra de aço
D	diâmetro da fibra de aço
E	módulo de elasticidade do aço
E_c	módulo secante de deformação longitudinal do concreto
f_c	resistência do concreto à compressão axial
f_r	resistência do compósito à primeira fissura
$f_{ct,sp}$	resistência do concreto à tração por compressão diametral
$f_{ct,f}$	resistência do concreto à tração na flexão
f_u	tensão de ruptura do aço
f_y	tensão de escoamento do aço
F	força aplicada na viga
F_{cis}	estimativa da carga de ruína da viga ao cisalhamento
F_{fib}	força de arrancamento das fibras ao longo da fissura inclinada
F_{fle}	estimativa da carga de ruína da viga à flexão
F_r	carga correspondente à 1ª fissura de flexão (retirada do gráfico $F \times u$)
$F_{r(teo)}$	carga correspondente à 1ª fissura (calculada segundo o ACI 318 (1999))
$F_{u(med)}$	carga última (resistência) experimental média das vigas A e B
F_u	carga última (resistência) da viga obtida experimentalmente
h	espessura do elemento
i_L	índice de ductilidade da laje
i_V	índice de ductilidade da viga
M_u	momento fletor último da laje
P	força aplicada na laje
P_{fle}	estimativa da carga de ruína da laje à flexão
P_{pun}	estimativa da carga de ruína da laje à punção
P_r	carga correspondente à 1ª fissura de flexão (retirada do gráfico $P \times u$)
P_u	carga última (resistência) da laje obtida experimentalmente
P_y	carga da laje correspondente ao início do escoamento da armadura
V_f	volume percentual de fibras
$V_{f(cri)}$	volume percentual crítico de fibras

V_{fib}	parcela do esforço cortante devida à contribuição das fibras
Δ_u	deslocamento do ponto central da laje correspondente à carga última
Δ_y	deslocamento do ponto central da laje correspondente ao início de escoamento da armadura
ε_y	deformação de escoamento do aço
θ	ângulo médio da superfície de ruína em relação ao plano médio do elemento, medido experimentalmente
ρ	taxa de armadura longitudinal de flexão do elemento
$\sigma_{ct,u}$	resistência última do compósito à tração direta
σ_{cu}	resistência do compósito à tração pós-fissuração
$\sigma_{ct,u}$	resistência última do compósito à tração direta
σ_{fu}	resistência última da fibra à tração
σ_m	resistência da matriz à tração direta
σ_{mu}	resistência última da matriz à tração direta
τ_{fib}	parcela da tensão de cisalhamento devida à contribuição das fibras
τ_{fu}	resistência média de aderência na interface fibra-matriz
ω	força cortante uniformemente distribuída transmitida dos quadrantes às faixas radiais
ψ_u	rotação última da laje

Resumo

HOLANDA, K. M. A. (2002). *Análise dos mecanismos resistentes e das similaridades de efeitos da adição de fibras de aço na resistência e na ductilidade à punção de lajes-cogumelo e ao cisalhamento de vigas de concreto*. São Carlos. 279p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

Um dos principais problemas das lajes-cogumelo refere-se à ruína por puncionamento da ligação laje-pilar. Esta forma de ruína deve ser evitada, proporcionando-se às lajes as melhores condições para o desenvolvimento de mecanismos de escoamento das armaduras e de ruína por flexão, antes da ocorrência da ruína por cisalhamento. A introdução de fibras de aço em elementos de concreto submetidos a solicitações tangenciais proporciona melhoria de desempenho, seja pelo aumento da capacidade resistente, seja pela alteração da forma de ruína. Pretende-se contribuir com o avanço do conhecimento sobre o assunto, explorando aspectos como a análise das similaridades dos efeitos da adição de fibras de aço na resistência e na ductilidade de lajes-cogumelo à punção, com aqueles que se observam no cisalhamento de vigas prismáticas análogas. Abordam-se os casos de ligações laje-pilar interno sem armadura de punção, variando-se a resistência do concreto, a taxa e o tipo de fibra utilizado. A partir dos resultados experimentais, verificou-se que existe uma similaridade de comportamento estrutural entre esses dois elementos e concluiu-se que é possível utilizar ensaios de cisalhamento em vigas prismáticas para se obter indicadores a serem utilizados nos ensaios de punção de lajes. Foi efetuada uma análise da adaptabilidade de modelos teóricos existentes sobre cisalhamento em vigas e punção em lajes, com vistas à consideração do efeito da adição de fibras de aço ao concreto. Com base nesses modelos, foram estabelecidos critérios quantitativos para avaliação da resistência e da ductilidade das ligações laje-pilar.

Palavras-chave: concreto com fibras; punção; cisalhamento; similaridades; modelo teórico.

Abstract

HOLANDA, K. M. A. (2002). *Analysis of resistant mechanisms and similarities of the addition effect of steel fibers on strength and ductility to both the punching shear of flat slabs and the shear of concrete beams*. São Carlos. 279p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

One of the main problems of flat slabs concerns the punching shear failure of the slab-column connection. This form of failure must be avoided, providing flat slabs with the best conditions for the development of yielding mechanisms of the flexural reinforcement before the occurrence of shear failure. The addition of steel fibers to concrete elements subjected to tangential stress provides performance improvement, by either the resistant capacity increase or the failure mode alteration. It is intended to contribute to the advance of the subject knowledge, by exploring aspects as the analysis of similarities of the steel fiber addition effects on both strength and ductility of flat slabs to punching shear with those observed in the shear of analogous prismatic beams. The cases approached include internal slab-column connections without shear reinforcement, and the variables investigated included concrete strength, fiber volume and type of steel fiber. From the experimental results, it was possible to verify that there exists a similarity of structural behavior between these two elements and the shear tests in prismatic beams can be used to get indicators to be utilized in punching shear tests of flat slabs. An adaptability analysis of the existing theoretical models on shear in beams and punching shear in flat slabs was carried out in order to consider the steel fibers addition effect on the concrete. Based on these models, quantitative criteria for the evaluation of both strength and ductility of the slab-column connections were established.

Keywords: steel fibers reinforced concrete; punching shear; shear; similarities; theoretical model.

1 Introdução

1.1 Generalidades

O sistema estrutural de lajes-cogumelo, no qual as lajes estão diretamente apoiadas nos pilares, pode oferecer diversas vantagens técnicas com relação ao sistema convencional de lajes, vigas e pilares, sendo mais econômico e tecnicamente adequado em muitos casos. Algumas dessas vantagens são: simplificação de formas, de armaduras, de concretagem e das instalações; redução da altura total do edifício e ampla liberdade na definição dos espaços internos.

Os principais problemas das lajes-cogumelo referem-se à possibilidade de ocorrência de flechas inaceitáveis em condições de serviço, de diminuição da estabilidade global do edifício com relação às ações horizontais e de ruína por punçionamento da ligação laje-pilar.

A redistribuição de momentos fletores, em combinação com os efeitos de membrana, garante uma considerável reserva de capacidade resistente à flexão nas lajes-cogumelo em geral. Por esse motivo, a capacidade resistente dessas lajes é, geralmente, ditada muito mais pelo punçionamento do que pela flexão.

Punção é o estado limite último determinado por cisalhamento no entorno de forças concentradas (ABNT NBR6118/2000). Ela é diferente do estado limite último determinado por cisalhamento em seções planas solicitadas por forças cortantes, existindo, entretanto, semelhanças entre eles.

Na ruína por punção, sendo a força cortante a ação predominante, a laje pode romper antes que a armadura de flexão atinja sua tensão de escoamento, observando-se então uma ruína de natureza frágil, abrupta, que não oferece qualquer aviso prévio. Esta forma de ruína deve, portanto, ser evitada, proporcionando-se às lajes as melhores condições para o desenvolvimento de mecanismos de escoamento das armaduras e de ruína por flexão, mais dúctil,

antes da ocorrência da ruína por cisalhamento. Assim, é essencial que nos projetos de ligações laje-pilar se preocupe com os parâmetros tanto de resistência como de ductilidade.

Na punção, além da alta concentração de esforços cortantes e de momentos fletores na região reduzida da ligação, existem outros fatores que exercem influência na ruína das lajes, tais como: resistência característica do concreto, taxas de armadura de flexão, espessura da laje, existência ou não de armadura de combate à punção, dimensões e formas das seções transversais dos pilares, relação momento fletor/força cortante na ligação laje-pilar.

Existem algumas maneiras de se aumentar a resistência à punção em ligações com lajes-cogumelo, tais como aumentar a resistência do concreto ou utilizar armadura de combate à punção. O aumento da resistência do concreto pode não ser suficiente para elevar o nível da resistência da ligação aos valores necessários, além do que ele por si só não lhe oferece a ductilidade desejada.

As armaduras usualmente empregadas no combate à punção proporcionam bons resultados quanto à resistência e à ductilidade da ligação. Todavia, na prática, elas podem trazer alguma dificuldade durante a execução, especialmente em lajes de espessura reduzida. Elas podem eventualmente aumentar o congestionamento de armaduras na região próxima ao pilar, as quais normalmente são arranjadas na forma de barras pouco espaçadas. Além disso, há necessidade de maior tempo para montagem e para dobramento do aço, aumentando o tempo total de execução.

Dentre os trabalhos desenvolvidos por brasileiros, pode-se citar os de MARTINELLI (1974), TAKEYA (1981), SHEHATA (1985), FIGUEIREDO FILHO (1981 e 1989), BRANCO (1989), GOMES (1991), CUNHA & SOUZA (1994), MELGES (1995), CORDOVIL (1997), OLIVEIRA (1998), ANDRADE (1999), LIMA (2001) e MELGES (2001), que contêm mais informações sobre o comportamento das lajes-cogumelo à punção e o uso de armadura transversal de cisalhamento. Considera-se que o conjunto desses trabalhos representa um extenso estado da arte sobre o assunto, não se julgando necessário detalhá-lo ainda mais.

Pesquisas mais recentes têm mostrado a melhoria de desempenho devida à introdução de fibras de aço em elementos de concreto submetidos a solicitações tangenciais, seja pelo aumento da capacidade resistente, seja pela alteração da forma de ruína. O interesse despertado por esse estudo pode ser explicado pela

expectativa de bons resultados no desenvolvimento de novos materiais, na economia de tempo para no preparo do concreto com fibras, em face ao tempo necessário para montagem e execução da armadura transversal, ou mesmo pela vantagem das fibras proporcionarem maior ductilidade à ligação.

A ruína por sollicitação tangencial pode ocorrer quando as tensões principais de tração excedem a resistência do concreto à tração, e então uma fissura diagonal se propaga ao longo da espessura do elemento estrutural, criando condições para a manifestação de mecanismos de ruptura (KHUNTIA et al., 1999; LIM & OH, 1999). As fibras de aço podem favorecer a redução da concentração de tensões nas extremidades das fissuras de flexão e de cisalhamento, controlando sua propagação em todas as direções, uma vez que são distribuídas no concreto de forma aleatória. A inclusão de fibras de aço no concreto pode, em taxas mais elevadas, aumentar a sua resistência à primeira fissura e diminuir a abertura das fissuras em geral.

Deve-se salientar o particular interesse na associação de concreto de alta resistência com fibras de aço. O incremento da resistência do concreto aumenta a resistência da ligação à punção, mas ao mesmo tempo o concreto de alta resistência mostra-se mais frágil e leva à diminuição do efeito de engrenamento dos agregados na superfície de ruína, pois ela passa a se mostrar mais lisa. A adição de fibras de aço oferece, taticamente, maior tenacidade ao concreto e efeitos de costura, tanto na superfície de ruína como nas imediações das armaduras longitudinais e transversais (quando estas existirem).

Em nível internacional, muitas pesquisas têm sido feitas tratando da punção em lajes de concreto reforçado com fibras de aço, podendo-se citar: SWAMY & ALI (1982), ALEXANDER & SIMMONDS (1992), THEODORAKOPOULOS & SWAMY (1993), TAN & PARAMASIVAN (1994), SHAABAN & GESUND (1994), HARAJLI et al. (1995), HUGHES & XIAO (1995), PRISCO & FELICETTI (1997), McHARG et al. (2000). No estudo do cisalhamento em vigas, tratando-se da substituição total ou parcial dos estribos por fibras de aço, também podem ser citadas algumas pesquisas: IMAN et al. (1994), FURLAN JR. (1995), KHUNTIA et al. (1999), MORENO JR. & PINTO JR. (1999), LIM & OH (1999).

No âmbito nacional, estudos experimentais tratando da adição de fibras de aço na resistência de lajes-cogumelo à punção ainda são relativamente limitados. Tem-se conhecimento apenas de duas pesquisas, realizadas na EESC-USP, que são as de ZAMBRANA VARGAS (1997) e de AZEVEDO (1999). Em suma, as

principais conclusões a que eles chegaram foram de que as fibras de aço produzem aumento de resistência e de ductilidade das ligações laje-pilar, podem alterar o modo de ruína e são mais eficientes em matrizes de alta resistência.

Dando seqüência à linha de pesquisa iniciada no Departamento de Engenharia de Estruturas da EESC-USP, sobre a resistência e a ductilidade de ligações laje-pilar de concreto reforçado com fibras de aço, propôs-se este trabalho. Pretende-se contribuir com o avanço do conhecimento sobre o assunto, explorando outros aspectos como a análise das similaridades dos efeitos da adição de fibras de aço na resistência e na ductilidade de lajes-cogumelo à punção, com aquelas que se observam no cisalhamento de vigas prismáticas análogas.

1.2 Objetivos

O objetivo principal deste trabalho é avaliar a contribuição da adição de fibras de aço nos mecanismos resistentes à punção em ligações laje-pilar de lajes-cogumelo. Este mecanismo adicional, seja ele principal ou alternativo, juntamente com o efeito de pino, o engrenamento dos agregados e a colaboração do banzo comprimido, representa a contribuição do concreto na transferência de forças cortantes.

Os objetivos específicos são:

- a) produzir novos dados experimentais e re-estruturar os dados existentes sobre a resistência e a ductilidade de ligações laje-pilar em lajes-cogumelo de concreto armado reforçado com fibras de aço;
- b) efetuar uma análise prospectiva da adaptabilidade de modelos mecânicos teóricos existentes sobre a punção em lajes, com vistas à consideração do efeito da adição de fibras de aço ao concreto;
- c) analisar e estabelecer conclusões sobre a similaridade de comportamento estrutural de lajes de concreto com fibras, sujeitas à punção, e de vigas análogas submetidas à força cortante;
- d) estabelecer, quando possível, correlações qualitativas entre a resistência e a ductilidade de lajes-cogumelo à punção, com a resistência e a ductilidade de vigas prismáticas ao cisalhamento;
- e) estabelecer, na medida do possível, método e critérios de seleção do tipo, volume e outras características das fibras de aço a serem usadas

em ligações laje-pilar, por meio de indicadores obtidos em ensaios mais simples de cisalhamento em prismas;

- f) estabelecer critérios quantitativos para avaliação da ductilidade das ligações laje-pilar.

1.3 Conteúdo da tese

No *Capítulo 1* encontram-se algumas generalidades sobre o tema, incluindo as pesquisas mais recentes sobre o assunto, os objetivos que se pretende alcançar com a tese e a descrição do conteúdo dos demais capítulos.

No *Capítulo 2* tem-se uma ampla revisão bibliográfica sobre o tema principal e todos os outros relacionados a ele, que sejam importantes para o entendimento do trabalho. Nessa revisão incluem-se: aspectos teóricos do concreto com fibras, mecanismos alternativos resistentes ao cisalhamento, resistência ao cisalhamento de lajes, pesquisas sobre cisalhamento em vigas de concreto com fibras e pesquisas sobre punção em ligações laje-pilar de concreto com fibras.

No *Capítulo 3* encontram-se descritos alguns modelos mecânicos conhecidos que explicam a transferência de esforço cortante em uma ligação laje-pilar interno. Dentre eles, citam-se os modelos de KINNUNEN & NYLANDER (1960), SHEHATA (1985) e GOMES (1991).

No *Capítulo 4* estão descritos os ensaios-piloto, necessários para a definição do programa experimental, o planejamento dos demais ensaios, incluindo a descrição dos modelos, dos procedimentos de ensaio e das variáveis estudadas e o estudo de dosagem do concreto utilizado, enfatizando a dosagem do concreto com fibras.

No *Capítulo 5* apresentam-se novos dados experimentais e a re-estruturação dos dados existentes sobre a resistência e a ductilidade de ligações laje-pilar em lajes-cogumelo de concreto reforçado com fibras de aço. Além disso, procura-se atender aos objetivos propostos, no que diz respeito a estabelecer conclusões sobre similaridades de comportamento estrutural entre lajes e vigas análogas submetidas ao esforço cortante.

No *Capítulo 6* são efetuadas algumas análises teóricas e busca-se contribuir com o aperfeiçoamento de um modelo mecânico existente que explica a transferência de força na ligação laje-pilar, o "Bond Model" de ALEXANDER &

SIMMONDS (1991), por meio da inclusão da parcela referente à contribuição das fibras de aço adicionadas ao concreto.

No *Capítulo 7* encontram-se as conclusões do trabalho e as sugestões para novas pesquisas.

2 Conceitos Fundamentais

2.1 Aspectos teóricos do concreto com fibras

A efetividade do reforço com fibras pode ser avaliada com base nos critérios de melhoria de resistência e de tenacidade do compósito, comparado com a matriz frágil.

As fibras aumentam a resistência do material, promovendo meios de transferência de tensão através das fissuras. Além disso, elas aumentam a tenacidade do material, proporcionando mecanismos de absorção de energia, relacionados com o desligamento e o arrancamento das fibras que formam pontes nas fissuras.

A eficácia das fibras na melhoria das propriedades mecânicas da matriz frágil de cimento é controlada pelos processos pelos quais a força é transferida para as fibras e pelo efeito de “costura” das fissuras, proporcionado pelas fibras em estágios avançados de carregamento. Estes dois aspectos serão estudados separadamente, nos próximos sub-itens.

2.1.1 Mecanismos de transferência de tensão

O entendimento dos mecanismos responsáveis pela transferência de tensão possibilita determinar a curva *tensão x deformação* do compósito e seu modo de ruptura. Além disso, pode servir de base para o desenvolvimento de compósitos mais eficientes, através de alterações no formato da fibra ou no tratamento de sua superfície.

A transferência de tensão ocorre antes e após a fissuração do compósito. Antes da fissuração, a transferência de *tensão por aderência* é o mecanismo dominante. Os deslocamentos longitudinais da fibra e da matriz na interface são geometricamente compatíveis. A tensão de aderência desenvolvida na interface é necessária para distribuir o carregamento externo entre as fibras e a matriz, já que possuem diferentes módulos de elasticidade. Desta forma, os dois componentes apresentarão a mesma deformação na interface (Figura 2.1). Segundo BALAGURU & SHAH (1992), quando uma força de tração é aplicada à matriz, parte dela é transferida para as superfícies das fibras. Devido à diferença de rigidez entre as fibras e a matriz, aparecem tensões tangenciais ao longo da superfície da fibra, as quais auxiliam na transferência de parte da força aplicada para as fibras. A distribuição de tensões tangenciais ao longo da interface fibra-matriz não é uniforme.

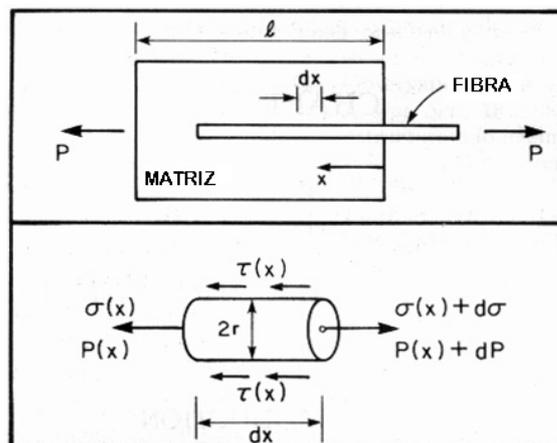


Figura 2.1 – Representação do arrancamento da fibra da matriz (BENTUR & MINDESS, 1990)

A transição da transferência de tensão por aderência para transferência de tensão por atrito ocorre quando as tensões tangenciais na interface, devidas ao carregamento, excedem a resistência de aderência entre a fibra e a matriz (τ_{au}). Quando esta tensão é superada, inicia-se o desligamento da fibra da matriz e o aparecimento de tensões de atrito na interface da zona de desligamento. A resistência da interface ao atrito denomina-se τ_{fu} (Figura 2.2).

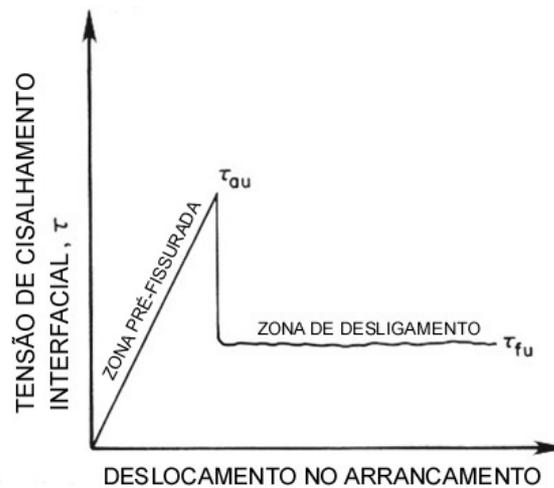


Figura 2.2 – Representação das tensões de cisalhamento na interface (BENTUR & MINDESS, 1990)

Após a fissuração, o mecanismo dominante de transferência de tensão da matriz para as fibras é o atrito. Neste caso, ocorrem deslocamentos relativos entre a fibra e a matriz. A tensão de atrito desenvolvida é uma tensão tangencial, considerada como sendo uniformemente distribuída ao longo da interface fibra-matriz.

Além das tensões tangenciais que ocorrem paralelas à interface fibra-matriz, também devem ser consideradas as tensões normais que surgem na interface, resultantes de alterações de volume, de carregamentos biaxiais e triaxiais, e do efeito de Poisson. A deformação da fibra à tração, na região onde ela entra na matriz, na vizinhança da fissura, é muito maior que a deformação da matriz. Isto resulta em uma contração lateral na fibra, devida ao coeficiente de Poisson, que é maior que a da matriz, gerando tensões normais de tração na interface (Figura 2.3).

As tensões normais podem causar um enfraquecimento da interface e um desligamento prematuro das fibras, podendo reduzir ou eliminar a resistência ao atrito.

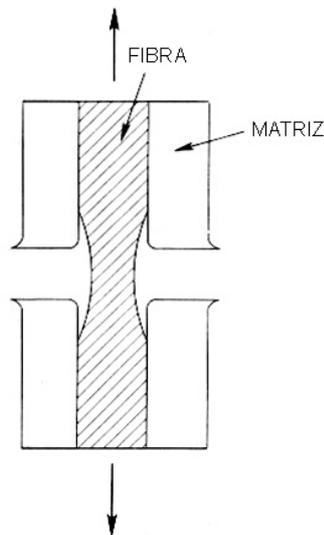


Figura 2.3 – Representação da fibra e da matriz na vizinhança da fissura (BENTUR & MINDESS, 1990)

Na consideração de efeito de Poisson é importante observar a natureza da fibra: se ela sofre deformação plástica e escoamento antes da ruptura. Quando o comprimento da fibra embutido na matriz excede o comprimento crítico (ℓ_c), ocorre a ruptura da fibra. Se, no entanto, a fibra é dúctil o suficiente, ela irá suportar o arrancamento da matriz, mesmo sendo grande o comprimento embutido.

O comprimento crítico é definido por BENTUR & MINDESS (1990), como sendo o menor comprimento necessário para o desenvolvimento de tensões de tração na fibra iguais à sua resistência. Quando o comprimento da fibra embutido na matriz (ℓ) é menor do que o crítico (ℓ_c), ele não é suficiente para gerar tensão de escoamento ou de ruptura nas fibras, e elas não são utilizadas de forma eficiente. Para fibras retas e lisas, ele pode ser definido conforme a Equação 2.1.

$$\ell_c = \frac{\sigma_{fu} D}{2 \tau_{fu}} \quad (2.1)$$

onde:

σ_{fu} → resistência última da fibra à tração;

τ_{fu} → resistência média de aderência na interface fibra-matriz;

D → diâmetro da seção transversal da fibra.

De acordo com BALAGURU & SHAH (1992), o comprimento crítico é o comprimento embutido que fornece a maior resistência ao arrancamento, sem ocasionar a ruptura da fibra. Quando $\ell \ll \ell_c$, as fibras são tão curtas que são

arrancadas antes que seja desenvolvida uma tensão suficiente para rompê-las. Quando $l \gg l_c$, o comprimento da fibra embutido na matriz é suficiente para desenvolver uma tensão de tração na fibra igual à sua resistência, e a ruptura do compósito será predominante por ruptura da fibra. A alteração do modo de ruptura, de arrancamento para ruptura da fibra, resulta na redução da energia envolvida na ruptura do compósito, uma vez que a energia consumida na ruptura da fibra é bem menor que a consumida no seu arrancamento.

A máxima tenacidade do compósito é obtida quando $l = l_c$. Quando o comprimento aumenta, mais fibras se rompem antes de serem arrancadas, e a energia consumida na ruptura do compósito é reduzida. No entanto, o aumento do comprimento é acompanhado por um aumento da resistência das fibras e, conseqüentemente, da resistência do compósito. Portanto, para $l > l_c$, há uma contradição entre os requisitos de resistência e de tenacidade do elemento.

Um modelo analítico para a transferência de tensão deveria levar em consideração todos os fatores: transferência elástica de tensões, atrito, desligamento fibra-matriz e tensões normais. Além de ser complexo, não poderia ser generalizado para todas as fibras. Embora tenham sido desenvolvidos modelos analíticos para fibras lisas, na prática são usadas fibras com outros formatos, como as de aço, as de polipropileno fibrilado ou os feixes de fibras de vidro.

As diversas microestruturas interfaciais da matriz na vizinhança da fibra e as geometrias complexas de algumas fibras podem tornar o processo de arrancamento diferente daquele determinado por modelos baseados na Figura 2.1. Nessas fibras, a ligação com a matriz é resultado da ancoragem mecânica, a qual não pode ser interpretada em termos de tensões interfaciais de cisalhamento. Durante o arrancamento de fibras onduladas, por exemplo, um volume muito maior de matriz é ativado para resistir à extração das fibras (BENTUR & MINDESS, 1990).

2.1.2 Mecanismo de atuação das fibras

Quando o concreto é submetido à tração ou à flexão, a energia se concentra rapidamente nas extremidades das microfissuras existentes, provocando um alargamento incontrolado delas, tendo como provável conseqüência uma ruína frágil do material.

No concreto reforçado com fibras, as fissuras avançam em direção às fibras, e elas, por sua vez, se opõem à tendência de alargamento das fissuras da matriz, aplicando forças de impedimento através de tensões de aderência na interface fibra-matriz. O resultado é que se torna necessária mais energia para que ocorra a abertura das fissuras, e a ruína torna-se menos frágil, em função da ocorrência de deformações plásticas da fibra, propiciando eventual ganho de ductilidade da estrutura. Com isso, a primeira fissura não consegue levar o compósito à ruína, ou seja, há um *aumento da resistência do material à fissuração*.

Com o aumento do carregamento externo se formam mais fissuras, até que a matriz é dividida em vários segmentos separados por fissuras. Uma vez fissurada a matriz, a função das fibras passa a ser *inibir a propagação das fissuras*, formando pontes de ligação entre suas bordas (efeito de “costura” das fissuras), por onde transferem a força de um lado para o outro da matriz. Na fissura, podem ser identificados três trechos distintos (Figura 2.4):

- trecho livre de tração;
- trecho de “costura” das fissuras pelas fibras, no qual a tensão é transferida por atrito das fibras;
- trecho de microfissuração da matriz, mas com suficiente continuidade e engrenamento dos agregados, para que ocorra transferência de tensão na matriz.

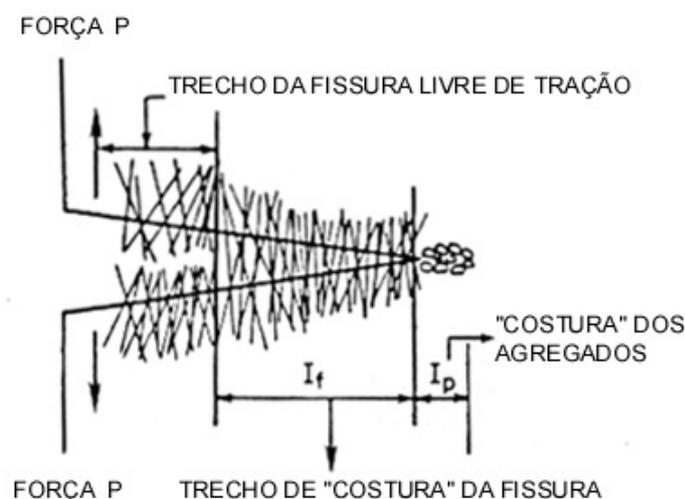


Figura 2.4 – Representação de uma fissura (BENTUR & MINDESS, 1990)

Nesta parte do trabalho, é oportuno definir o termo *volume crítico* de fibras. Segundo HANNANT (1978), o volume crítico de fibras ($V_{f(crit)}$) é definido como sendo

o volume de fibras (V_f) o qual, após a fissuração da matriz, suportará o carregamento que o compósito suportava antes de se fissurar.

Quando $V_f > V_{f(\text{crit})}$, o modo de ruptura é caracterizado por *fissuração múltipla* da matriz, e ocorre a uma tensão igual à resistência à primeira fissura do compósito ($E_c \epsilon_{mu}$), conforme a Figura 2.5.

Após a primeira fissura, o carregamento antes suportado pela matriz é transferido para as fibras, as quais, devido ao seu volume suficientemente grande, podem suportá-lo sem se romper. Carregamentos adicionais levam a mais fissuração da matriz, sem, contudo, levar à ruptura do compósito, ou seja, a resistência última do compósito é maior que a da matriz, podendo suportar fissuras distribuídas (SHAH & OUYANG, 1991; BALAGURU & SHAH, 1992).

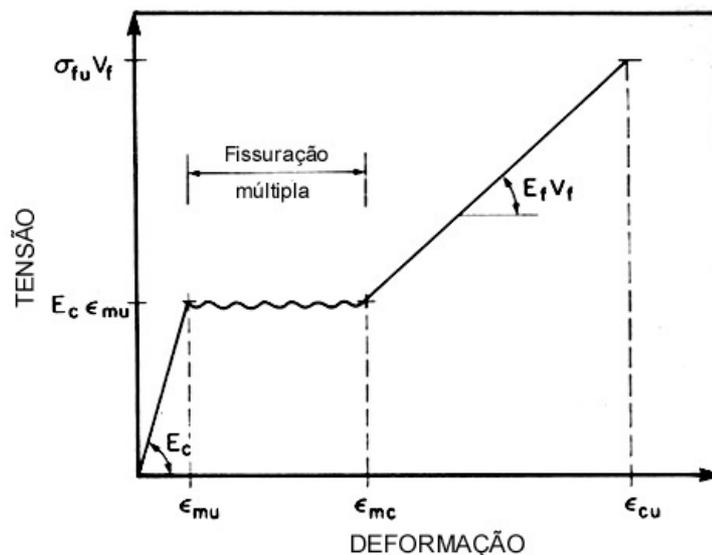


Figura 2.5 – Curva tensão x deformação do compósito (BENTUR & MINDESS, 1990)

Na Figura 2.5 tem-se:

σ_{fu} → resistência última da fibra;

ϵ_{mu} → deformação última da matriz;

ϵ_{mc} → deformação do compósito no final da fissuração múltipla;

ϵ_{cu} → deformação última do compósito;

E_c → módulo de elasticidade do compósito;

E_f → módulo de elasticidade da fibra;

V_f → volume percentual de fibras.

Quando o processo de fissuração múltipla termina, a matriz é dividida em fissuras paralelas, e qualquer força adicional causará o estiramento ou o arrancamento das fibras. Nesta etapa, todo o carregamento será suportado pelas fibras, e a ruptura ocorrerá quando elas alcançarem sua capacidade resistente, ou seja, quando a tensão tangencial na interface atingir a resistência de aderência entre a fibra e a matriz. O desligamento das fibras, que se inicia na superfície da fissura, progride ao longo da fibra (Figura 2.6). No trecho desligado, a resistência de atrito entre a fibra e a matriz (τ_f) ainda proporciona alguma resistência ao arrancamento da fibra.

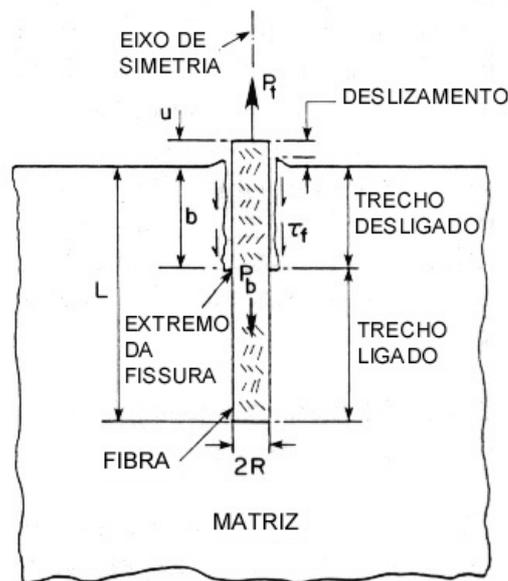


Figura 2.6 – Modelo que considera o arrancamento em termos da Mecânica da Fratura (BENTUR & MINDESS, 1990)

Por outro lado, quando $V_f < V_{f(crit)}$, o modo de ruptura será por propagação de uma única fissura, já que o volume de fibras é insuficiente para suportar o carregamento que atuava na matriz antes dela fissurar. Ou seja, a transferência da força da matriz para as fibras provoca o esgotamento da resistência da fibra (BALAGURU & SHAH, 1992). Na Figura 2.7 tem-se uma descrição esquemática das curvas *tensão x deformação* dos compósitos em função do volume de fibras.

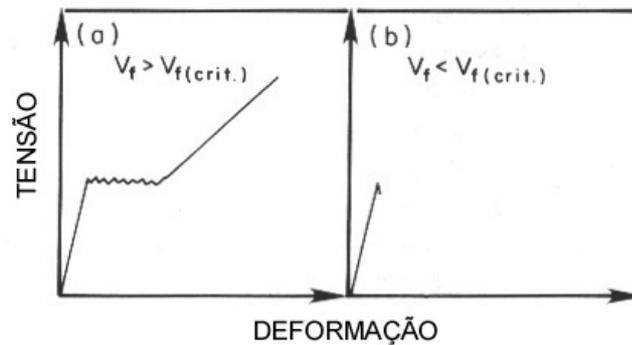


Figura 2.7 – Curvas tensão x deformação dos compósitos com (a) $V_f > V_{f(crit.)}$ e (b) $V_f < V_{f(crit.)}$ (BENTUR & MINDESS, 1990)

As fibras só contribuem no aumento da resistência do compósito à tração quando adicionadas em volume superior ao crítico. Na prática, o volume crítico de fibras de aço está na faixa de 1 a 3%, sendo difícil de ser incorporado por procedimentos convencionais de mistura. Segundo BALAGURU & SHAH (1992), os volumes de fibras normalmente adicionados, em torno de 1%, contribuem apenas ao comportamento pós-fissuração do compósito, e não no aumento da resistência à tração.

De acordo com BENTUR & MINDESS (1990), o volume percentual crítico de fibras pode ser calculado pelas Equações 2.2a e 2.2b.

$$V_{f(crit)} = \frac{\pi \sigma_{mu}}{2 \tau_{fu}} \frac{1}{l/D} \quad \text{para fibras alinhadas em duas direções aleatórias} \quad (2.2a)$$

$$V_{f(crit)} = 2 \frac{\sigma_{mu}}{\tau_{fu}} \frac{1}{l/D} \quad \text{para fibras distribuídas em três direções aleatórias} \quad (2.2b)$$

onde:

σ_{mu} → resistência última da matriz à tração direta ($0,9 \times f_{sp}$);

τ_{fu} → resistência média de aderência na interface fibra-matriz;

l/D → relação de aspecto da fibra.

Para a determinação da resistência média de aderência na interface fibra-matriz (τ_{fu}), o ideal seria que fossem feitos ensaios de arrancamento de fibras. Na falta destes, optou-se por utilizar a Equação 2.3, retirada de SOROUSHIAN & BAYASI (1997), baseada lei dos compósitos. Os autores sugerem valores médios para os parâmetros α , β , e γ . Os parâmetros α e β são fatores de eficiência que

consideram a distribuição aleatória das fibras, e o fato que a fissura atravessa a fibra em um local aleatório do seu comprimento, respectivamente. O parâmetro γ representa a fração da resistência da matriz que contribui na resistência à tração do compósito.

$$\tau_{fu} = \frac{\sigma_{ct,u} - \gamma \sigma_m (1 - V_f)}{2\alpha\beta(\ell/D)V_f} \quad (2.3)$$

onde:

$\sigma_{ct,u}$ → resistência última do compósito à tração direta;

$\gamma = 1,0$;

σ_m → resistência da matriz à tração direta;

$\alpha = \beta = 0,41$;

ℓ/D → relação de aspecto da fibra;

V_f → volume de fibras.

BALAGURU & SHAH (1992) resumem na Figura 2.8 os três tipos de comportamento que pode ter um compósito fissurado.

- (a) A ruína do compósito ocorrerá imediatamente após a ruína da matriz. É o caso quando são utilizados volumes de fibras bem pequenos.
- (b) Depois de ocorrida a fissuração na matriz, a capacidade portante do compósito diminui, mas ele continua resistindo a forças menores que a força de pico. Quando a matriz fissa, a força é transmitida do compósito para as fibras, na interface com a fissura. Conseqüentemente, a capacidade portante adicional vem das fibras, transferindo a força através das fissuras. Com o aumento dos deslocamentos, as fibras são arrancadas da matriz, resultando numa capacidade portante cada vez menor. Este tipo de compósito não é caracterizado por possuir uma resistência maior que a da matriz, mas por apresentar um comportamento dúctil. A área sob a curva *tensão x deformação* é um indicativo da ductilidade ou da tenacidade do compósito.
- (c) Se o volume de fibras for grande o suficiente, após a fissuração da matriz as fibras começarão a suportar forças cada vez maiores. Se existirem fibras em quantidade suficiente atravessando as fissuras, elas continuarão a resistir a forças cada vez maiores. A rigidez da curva *tensão x deformação* diminuirá, devido à perda da contribuição da

matriz. Com o aumento da força, mais fissuras serão formadas. Eventualmente, quando as fibras começarem a ser arrancadas da matriz, a curva se tornará horizontal e a capacidade portante começará a diminuir. Este tipo de ruína se caracteriza pelo bom aproveitamento das propriedades da fibra e da matriz.

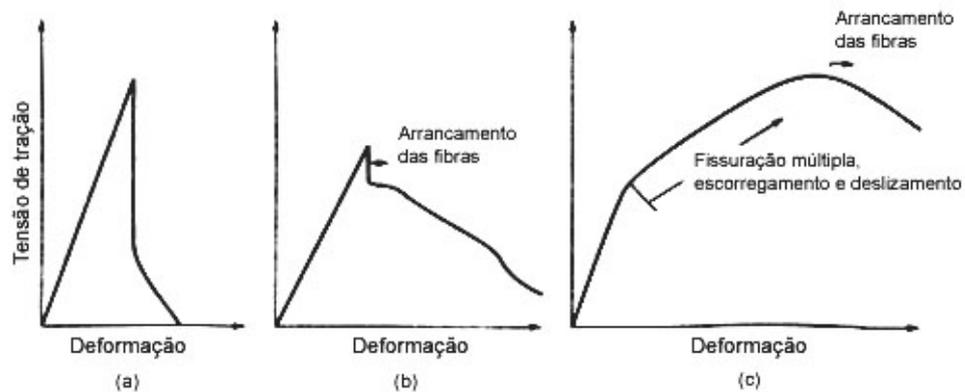


Figura 2.8 – Curvas tensão de tração x deformação de matrizes frágeis reforçadas com fibras: (a) Volume pequeno de fibras; (b) Volume intermediário de fibras; (c) Volume alto de fibras. (BALAGURU & SHAH, 1992)

A lei das misturas pode ser aplicada para a determinação do *módulo de elasticidade* e da *resistência do compósito à primeira fissura*, dados pelas Equações (2.4) e (2.5):

$$E_c = E_m V_m + E_f V_f \quad (2.4)$$

$$\sigma_c = \sigma_m V_m + \sigma_f V_f \quad (2.5)$$

onde:

E_c, E_f, E_m → módulos de elasticidade do compósito, da fibra e da matriz respectivamente;

V_m → volume percentual da fração da matriz;

V_f → volume percentual da fração das fibras;

σ_f → tensão na fibra correspondente à deformação na primeira fissura;

σ_m → resistência à tração da matriz na ausência de fibras;

σ_c → resistência do compósito à primeira fissura.

De acordo com BENTUR & MINDESS (1990), substituindo valores usuais nos parâmetros das equações anteriores, verifica-se que o aumento do módulo de elasticidade e da resistência do compósito à primeira fissura em relação à matriz é da ordem de apenas 10 a 20%. Isto vem a confirmar que a maior influência das fibras está após a fissuração, onde a contribuição da matriz é desprezada, em decorrência da fissuração múltipla.

Mais informações sobre o comportamento do concreto reforçado com fibras podem ser encontradas em ACI 544.1R-82 (1987), BAUER et al. (1987), TEZUKA (1989), SAVASTANO JR. (1992), ACI 544 (1994), FURLAN JR. (1995), NAAMAN & REINHARDT (1996), FIGUEIREDO (1997), ZAMBRANA VARGAS (1997), NUNES (1998), ALMEIDA (1999), AZEVEDO (1999), BASTOS (1999), EWANG (1999), GUIMARÃES (1999), além das referências já citadas neste item.

2.2 Mecanismos alternativos resistentes ao cisalhamento em vigas

A ruína de vigas sem armadura transversal se dá por tração excessiva do concreto, estando a resistência ao cisalhamento associada apenas com a estrutura interna do concreto resistente à tração ou com os mecanismos resistentes alternativos.

A ruína normalmente ocorre logo após o aparecimento da fissura inclinada, sendo do tipo frágil. Ela tem sido atribuída ao início da fissuração na região da armadura longitudinal (provocada pela perda de aderência), à ruptura da zona comprimida ou à instabilidade da fissura diagonal (FURLAN JR., 1995; CARDOSO et al., 1998).

Após o surgimento das fissuras de flexão, uma certa parcela do esforço cortante (V_c) é suportada pelo concreto da zona comprimida. A ruptura dessa região não-fissurada é provocada por uma mistura de cisalhamento e de compressão.

Após a fissuração diagonal, aparecem forças de atrito nas fissuras, provocadas pelo engrenamento dos agregados graúdos, responsáveis pela transferência de uma parcela do esforço cortante (V_a).

Quando a força cortante é transmitida ao longo das fissuras para a região inferior da viga, uma certa quantidade dela (V_p) é transferida por meio do efeito de

pino das barras de armadura longitudinais. Os principais fatores que afetam esse efeito são a rigidez à flexão das barras e a resistência do concreto ao redor delas (KIM & PARK, 1996). A Figura 2.9 mostra um esquema desses mecanismos resistentes alternativos.

Com a fissuração diagonal ocorre o aumento da força de pino na armadura longitudinal, que provoca o aparecimento de fissuras nesta região devido à perda de aderência. A carga máxima é atingida quando um ou ambos os mecanismos, atrito e pino, atingem sua resistência limite.

A fissura inclinada torna-se instável quando ocorre o fendilhamento do concreto abaixo da armadura longitudinal. Quando o fendilhamento é evitado com a colocação de armadura adequada, a capacidade resistente da viga aumenta, alterando o mecanismo de ruptura para esmagamento do concreto da zona comprimida. O aumento de resistência estaria associado com o aumento da resistência obtida pela ação de pino.

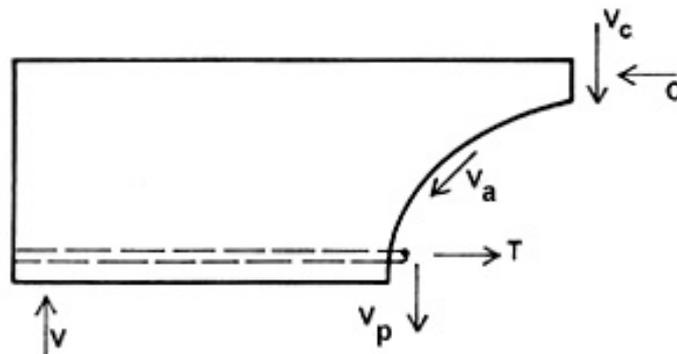


Figura 2.9 – Transferência da força cortante em vigas sem estribos (FURLAN JR., 1995)

Segundo RUSSO & PULERI (1997), os dois principais mecanismos resistentes ao cisalhamento de vigas sem armadura transversal, isto é, os mecanismos provenientes da contribuição do concreto, são a ação de viga e a ação de arco (Equação 2.6).

$$V = \underset{\substack{\text{ação de} \\ \text{viga}}}{jd} \frac{dT}{dx} + Td \frac{dj}{dx} \quad (2.6)$$

ação de arco

onde T é a força de tração na armadura, x é o comprimento da viga e j é um valor adimensional, menor do que 1, que faz reduzir o braço de alavanca de um valor igual a d para outro menor, igual a jd .

A ação de viga expressa o comportamento de um elemento fletido, no qual a força de tração atuante na armadura longitudinal varia ao longo do comprimento da viga, mantendo-se constante o braço do momento interno (Figura 2.10a). A ação de arco expressa o comportamento de um elemento estrutural fletido, no qual a força de tração na armadura longitudinal tem seu valor constante, porém o que varia é o braço do momento interno (Figura 2.10b). Nesse caso, a resultante de compressão se move da área carregada, no topo, até ao apoio, na base da viga. Isso está simbolizado na Equação 2.6.

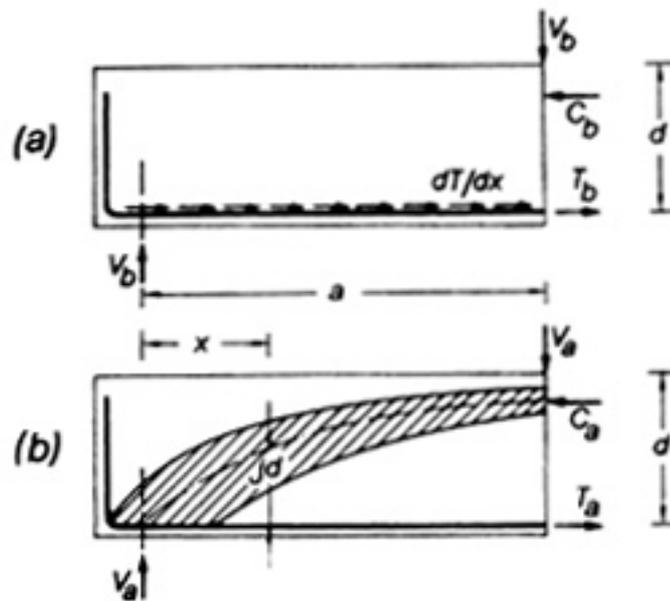


Figura 2.10 – Mecanismos resistentes do concreto: (a) viga (b) arco (RUSSO & PULERI, 1997)

De acordo com KIM & PARK (1996), em vigas esbeltas, onde a relação a/d é maior do que um valor da ordem de 2,0 a 3,0, a ação de viga é predominante, e a ruína ocorre quando a força de tração diagonal não pode mais ser transmitida através das fissuras diagonais, seja por tensões de tração residuais, por engrenamento dos agregados, ou por efeito de pino da armadura longitudinal (ADEBAR et al., 1997). Com a formação da fissura inclinada, a viga sem armadura

transversal torna-se instável e rompe. Esse tipo de ruptura é normalmente denominado *ruptura por tração diagonal*.

Nessas vigas, 20 a 40% da força cortante é resistida pelo concreto comprimido não fissurado (banzo comprimido), 33 a 55% pelo engrenamento dos agregados ao longo das superfícies rugosas do concreto em cada um dos lados da fissura, e 15 a 25% pela ação de pino da armadura longitudinal de flexão. Esses são os chamados mecanismos resistentes alternativos.

Em vigas relativamente curtas, onde a relação a/d é menor do que um valor da ordem de 2,0 a 3,0, a *ação de arco* é predominante. Se o comprimento de ancoragem das armaduras de flexão for suficientemente adequado, após a formação da fissura inclinada pode ocorrer a *ruptura por esmagamento ou por fendilhamento do concreto*, devido à penetração das fissuras diagonais nessa região. Esse tipo de ruína é normalmente denominado ruína por cisalhamento-compressão. A força aplicada é transmitida diretamente ao apoio, devido à formação de uma biela de compressão ligando a força ao apoio (ação de arco), promovendo uma reserva de resistência ao cisalhamento (LEONHARDT & MÖNNIG, 1978; SILVA, 1991). Portanto, o efeito da resistência do concreto na resistência ao cisalhamento aumenta nas vigas curtas. A ação de arco é influenciada principalmente pela relação a/d , pela resistência do concreto à compressão e pela área de armadura longitudinal de tração.

De acordo com FURLAN JR. (1995), a ação de arco não constitui um mecanismo de transferência de tensões de cisalhamento, já que não há transferência de forças tangenciais a um plano paralelo vizinho, mas alivia os outros mecanismos resistentes (concreto comprimido, engrenamento dos agregados e efeito de pino).

Em vigas de concreto reforçado com fibras, geralmente as fissuras são menos espaçadas que nas vigas de concreto comum. Ao contrário do concreto simples, onde é observada apenas uma fissura diagonal dominante, no concreto com fibras são observadas muitas fissuras diagonais, indicando haver uma redistribuição de tensões através das fissuras. As fibras de aço se tornam mais efetivas após a formação das fissuras de cisalhamento, e continuam a resistir às tensões principais de tração, até o completo arrancamento ou escoamento de todas as fibras, em uma fissura crítica (IMAM et al., 1994.; ADEBAR et al., 1997).

De acordo com LIM & OH (1999), em vigas esbeltas ($a/d \geq 2,5$) sem estribos e reforçadas com fibras de aço, o esforço cortante é transmitido por meio das

seguintes parcelas: efeito do concreto não-fissurado da região comprimida (V_c), efeito de engrenamento dos agregados ao longo da fissura diagonal (V_a), efeito de pino da armadura longitudinal que atravessa esta fissura (V_p) e componentes verticais da força de arrancamento das fibras ao longo da fissura inclinada (V_{fib}), conforme mostra a Figura 2.11.

O aumento de resistência ao cisalhamento, devido à presença das fibras, é expresso pela Equação 2.7.

$$V_{fib} = \sigma_{cu} b(h - x) \tag{2.7}$$

onde:

$$\sigma_{cu} = 0,5\tau_{fu} V_f \frac{\ell}{D} \tag{2.8}$$

sendo σ_{cu} a resistência à tração pós-fissuração do compósito e τ_{fu} a resistência de aderência média na interface fibra-matriz (Equação 2.3).

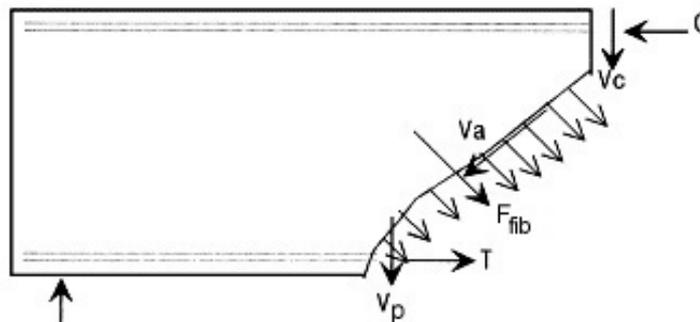


Figura 2.11 – Parcelas do esforço cortante resistido por uma viga de CRFA (LIM & OH, 1999)

É importante ressaltar que esse modelo foi deduzido para *vigas esbeltas*, onde a *ação de viga* é predominante. Além disso, ele é válido para ruptura ocorrida por *arrancamento das fibras*, ou seja, quando o comprimento das fibras é menor do que o comprimento crítico necessário para causar a ruptura delas.

SWAMY et al. (1993) apresentam um método para cálculo da resistência ao cisalhamento de vigas sem estribos, de concreto com fibras de aço, baseado na analogia de treliça. A parcela do esforço cortante devida à contribuição das fibras, após a formação da fissura crítica, é calculada considerando as bielas com inclinação de 45° (Figura 2.12) e vale:

$$V_{fib} = 0,9 \sigma_{cu} \cdot b \cdot d \tag{2.9}$$

onde σ_{cu} é a resistência à tração pós-fissuração do compósito.

Quando o comprimento da fibra for menor do que o comprimento crítico ($l_f < l_c$), caso característico de *arrancamento das fibras*, tem-se que:

$$\sigma_{cu} = 0,41\tau_{fu} \frac{\ell}{D} V_f \quad (2.10)$$

e quando o comprimento da fibra for maior do que o comprimento crítico ($l_f > l_c$), caso característico de *ruptura das fibras*, tem-se que:

$$\sigma_{cu} = 0,41 \left(1 - \frac{\sigma_{fu}}{4\tau_{fu}} \frac{D}{\ell} \right) \sigma_{fu} V_f \quad (2.11)$$

onde σ_{fu} é a resistência última da fibra à tração e τ_{fu} a resistência de aderência média na interface fibra-matriz (Equação 2.3).

O esforço cortante total é dado pela soma da parcela devida à contribuição do concreto, calculada pelas normas de cálculo para vigas sem estribos, mais a parcela devida à contribuição das fibras.

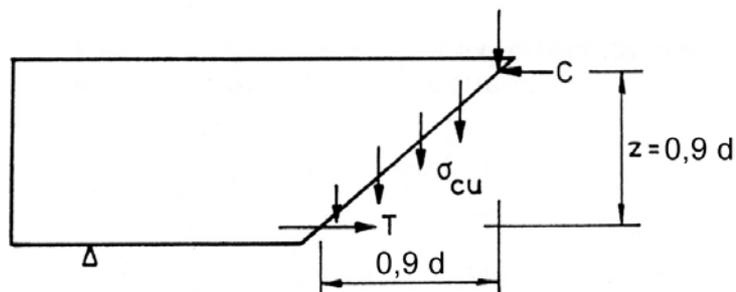


Figura 2.12 – Contribuição das fibras no cisalhamento (SWAMY et al., 1993)

2.3 Pesquisas sobre cisalhamento em vigas de concreto com fibras

IMAN et al. (1994) estudaram a resistência ao cisalhamento de 16 vigas (3600 x 350 x 200 mm) de concreto de alta resistência. Todas as vigas eram armadas à flexão, mas não possuíam estribos. O concreto tinha resistência de aproximadamente 110 MPa. As vigas eram simplesmente apoiadas e sujeitas a carregamentos concentrados em dois pontos. As principais variáveis dos ensaios eram: relação distância de aplicação da força/altura útil da viga (a/d), volume

percentual de fibras de aço com ganchos nas extremidades ($\ell = 60$ mm; $D = 0,80$ mm) e taxa de armadura longitudinal de flexão.

Os resultados mostraram que a adição de fibras ao concreto proporcionou aumento da resistência ao cisalhamento e da rigidez das vigas, diminuiu as flechas e transformou a ruína em uma mais dúctil. Baseado nos resultados, foram propostas duas expressões empíricas para estimar a resistência ao cisalhamento de vigas de concreto de alta resistência reforçado com fibras de aço, sem armadura de cisalhamento.

FURLAN JR. & HANAI (1997) investigaram o comportamento resistente de 14 vigas de concreto de seção quadrada ($100 \times 100 \times 1000$ mm), com taxas reduzidas de armadura transversal. Eles analisaram as possibilidades de melhoria de desempenho pelo reforço do concreto com fibras curtas de aço e de polipropileno. Foram utilizados sete traços diferentes para a moldagem das vigas, variando-se o tipo (polipropileno, aço de 2,54 cm, aço de 3,81 cm) e o volume de fibras (0 a 2%). A resistência do concreto à compressão permaneceu em torno de 50 MPa em todas as misturas. Foram moldadas duas vigas de cada compósito, uma com estribos e outra sem.

O progresso da fissuração foi relativamente menor no concreto reforçado com fibras, e, conseqüentemente, as flechas reduziram. A configuração das fissuras se apresentou mais intensa nas vigas reforçadas com fibras. Pode-se dizer que o controle mais efetivo da fissuração, proporcionado pelo reforço com fibras, aumenta a contribuição dos mecanismos alternativos resistentes ao cisalhamento.

As fibras promoveram, em geral, aumento da resistência ao cisalhamento, da rigidez após a fissuração e da ductilidade. Nas vigas com taxas de reduzidas de estribos, houve alteração do modo de ruína de cisalhamento para flexão, quando adicionadas as fibras. Nas vigas sem estribos, foi necessário 2% de fibras de aço para proporcionarem maior ductilidade à ruína, passando de cisalhamento-tração para cisalhamento-flexão.

Os autores constataram que as principais diferenças no modo com que as fibras de aço e as de polipropileno atuam no cisalhamento são devidas, principalmente, à diferença no módulo de elasticidade dos dois materiais. Esta diferença se manifesta com evidência nas tensões medidas nos estribos, as quais são menores nas vigas reforçadas com fibras de aço.

KHUNTIA et al. (1999) propuseram uma expressão para estimar a resistência ao cisalhamento de vigas sem estribos, de concreto de baixa ou de alta

resistência, reforçados com fibras de aço. Para tal, eles se basearam nos mecanismos resistentes ao cisalhamento e em várias publicações com resultados experimentais. Os principais parâmetros envolvidos na expressão são: a resistência do concreto à compressão, o fator de forma da fibra, o volume percentual de fibras, a relação distância de aplicação da força/altura útil da viga (a/d), a taxa de armadura longitudinal e o tamanho do modelo.

MORENO JR. & PINTO JR. (1999) estudaram a resistência ao cisalhamento de vigas de concreto de alta resistência reforçado com fibras de aço. Eles ensaiaram três vigas de seção "I" contendo taxa de armadura longitudinal de 3,61%, taxa de armadura transversal de 0,37% e relação distância de aplicação da força/altura útil da viga (a/d) igual a 4,27. A resistência média do concreto à compressão era de 90 MPa aos 28 dias. As fibras de aço possuíam ancoragem em gancho nas extremidades e foram adicionadas nos teores de 40 e 60 kg/m³. As vigas foram carregadas por uma força concentrada aplicada no meio do vão, e dimensionadas para atingir a ruína por cisalhamento.

Os resultados mostraram que as fibras de aço contribuíram de forma significativa na resistência das vigas à força cortante, alterando, inclusive, a sua forma de ruína, de cisalhamento-flexão para flexão pura. Destaca-se, ainda, o efeito benéfico das fibras no controle da fissuração, propiciando menores aberturas de fissuras em serviço, conseqüentemente maior durabilidade. Observou-se que a adição de fibras faz aumentar a parcela do esforço cortante resistida pelo concreto, demonstrando sua importância nos mecanismos de resistência ao cisalhamento. Para as vigas analisadas, essa parcela chegou a duplicar com a adição de 60 kg/m³ de fibras de aço.

LIM & OH (1999) ensaiaram nove vigas de concreto ao cisalhamento, para investigar a influência do reforço com fibras de aço no comportamento mecânico das vigas. As principais variáveis dos ensaios foram o volume percentual de fibras (0 a 2%) e a taxa de armadura transversal constituída por estribos, em relação ao total necessário para combater o cisalhamento (0 a 100%).

Os resultados mostraram que a resistência à fissuração aumentou significativamente com o aumento do volume de fibras, e que houve aumento da resistência ao cisalhamento devido à adição de fibras ao concreto. Eles concluíram que as fibras podem reduzir a quantidade necessária de estribos para uma viga, e que uma combinação ótima das fibras de aço com os estribos pode fornecer a resistência e a ductilidade necessária para o elemento. Os autores propuseram

uma expressão para a determinação da resistência ao cisalhamento de vigas de concreto reforçado com fibras de aço.

2.4 Resistência de lajes à punção

A seguir será descrito como ocorre a ruína por punção de uma laje de concreto armado, sem armadura de combate à punção, apoiada diretamente em um pilar interno.

Quando a laje é carregada, logo se forma uma primeira fissura circunferencial ao redor do pilar, que é uma fissura de flexão devida aos momentos fletores negativos na direção radial. Devido ao aparecimento de momentos fletores negativos na direção circunferencial, formam-se fissuras radiais que se originam na fissura de flexão e se propagam em direção às bordas da laje. Como os momentos fletores na direção radial diminuem rapidamente a partir da região carregada (KINNUNEN & NYLANDER, 1960), é necessário um aumento significativo da carga antes que sejam formadas fissuras circunferenciais na região mais afastada da área carregada. Essas fissuras são formadas da face carregada para a face oposta da laje, com uma inclinação que varia entre 25° e 30° com o plano da laje.

A fissura diagonal de punção se forma à carga de aproximadamente 50% a 70% da carga última. A ligação laje-pilar continua estável nessa situação fissurada, podendo ser descarregada e novamente carregada, sem que a sua resistência seja afetada.

Após a ocorrência da fissura diagonal, na vizinhança da seção crítica da laje ao redor do pilar, a laje suporta o esforço cortante por meio da zona comprimida, do engrenamento dos agregados e da ação de pino da armadura de flexão. Entretanto, como ocorre flexão nas duas direções, a resistência ao cisalhamento de uma laje na seção crítica é bem maior do que a de uma viga. Esse aumento normalmente é atribuído à combinação de três efeitos: a localização da fissura inclinada, a distribuição de tensões tangenciais nas extremidades das fissuras e ao fato das forças devidas à ação de pino nas lajes serem proporcionalmente maiores do que nas vigas, chegando até a 30% do esforço cortante total suportado pela laje (ASCE-ACI, 1974).

A rigidez da laje ao redor da região fissurada tende a controlar a abertura das fissuras diagonais, preservando, assim, a transferência de esforço cortante através do engrenamento dos agregados em situações de cargas elevadas, o que

não acontece nas vigas. Essa rigidez da laje ao redor da região de ruptura significa que os deslocamentos que tenderiam a ocorrer no plano externo das regiões fissuradas são impedidos, e nesse plano se desenvolvem, como resultado, forças de compressão. Essas forças aumentam a resistência da laje à flexão e a resistência ao cisalhamento das seções críticas, mas também diminuem a ductilidade.

A ruína da laje pode ocorrer antes ou depois do desenvolvimento de sua capacidade resistente à flexão. Quando utilizada alta taxa de armadura positiva de flexão, a ruína ocorre por punção, sendo do tipo frágil. Ela pode ocorrer com ou sem escoamento da armadura de flexão. No primeiro caso, a armadura escoar somente na região próxima à área carregada, em cargas muito elevadas.

Quando utilizada baixa taxa de armadura de flexão, geralmente ocorre o escoamento dessa armadura, o qual se inicia na região próxima à área carregada e se propaga gradualmente por toda a armadura tracionada. Charneiras plásticas se formam, estendendo-se de uma borda a outra da laje. Nesses casos ocorre ruína dúctil por flexão, sendo possível uma ruptura secundária por punção, após terem sido formadas as charneiras plásticas.

Com relação à resistência à punção, a importância da taxa de armadura decorre de sua influência sobre o efeito de pino da armadura longitudinal de tração, após a fissuração do lado tracionado da laje.

Além da taxa de armadura de flexão, outros fatores também influenciam a resistência das lajes à punção. Trabalhos como o de SHERIF & DILGER (1996) citam alguns desses fatores:

i) resistência do concreto à compressão (f_c)

A ruína por punção é controlada principalmente pela resistência do concreto à tração, que por sua vez é diretamente proporcional à $\sqrt{f_c}$ ou à $\sqrt[3]{f_c^2}$, conforme recomendam as normas ACI 318 (1999) e ABNT (NBR 6118/2001).

MARZOUK & HUSSEIN (1991) investigaram o comportamento resistente à punção de algumas lajes de concreto de alta resistência e recomendaram que a resistência à punção deve ser função direta de $\sqrt[3]{f_c}$ e não de $\sqrt{f_c}$, conforme recomenda o ACI 318 (1999), pois este último resulta numa superestimativa da influência da resistência do concreto na resistência à punção quando $f_c > 40$ MPa.

ii) relação entre os lados do pilar (c_1/c_2)

Se o perímetro do pilar for constante e a razão entre o lado maior (c_1) e o lado menor (c_2) aumentar, a resistência ao cisalhamento da ligação diminuirá, pois

predominará flexão em uma das direções e haverá concentração de tensões nos cantos e nos lados menores.

iii) tipo de agregado graúdo do concreto

Para concretos de mesma resistência à compressão, os produzidos com agregados leves possuem menor resistência à tração por compressão diametral do que os produzidos com agregado normal. Portanto, a resistência à punção de lajes de concreto com agregados leve é menor do que a de lajes de concreto com agregado normal.

Aparentemente, a resistência das lajes à punção não depende da quantidade de armadura comprimida de flexão, presente dentro da área carregada. A armadura de flexão localizada no lado comprimido deve ser contínua e atravessar o pilar, de forma a atuar como uma malha de suspensão, segurando a laje no pilar. Essa disposição é bastante efetiva na absorção das tensões residuais de cisalhamento, contribuindo para a melhoria do comportamento pós-ruptura, principalmente pelo efeito de pino, ajudando a evitar um colapso progressivo (LIMA, 2001).

A armadura comprimida aumenta a possibilidade do sistema laje-pilar não sofrer uma ruína por punção, por meio da redistribuição das forças verticais remanescentes. Portanto, um detalhamento adequado dessa armadura pode evitar uma ruína frágil da laje como um todo. A armadura tracionada não consegue proporcionar resistência pós-ruptura, devido à ruptura do seu cobrimento por fendilhamento do concreto.

Os diagramas *força x deslocamento* dos ensaios de lajes submetidas ao puncionamento normalmente exibem estágios de comportamento, delimitados por mudanças significativas da inclinação das curvas, conforme mostra a Figura 2.13.

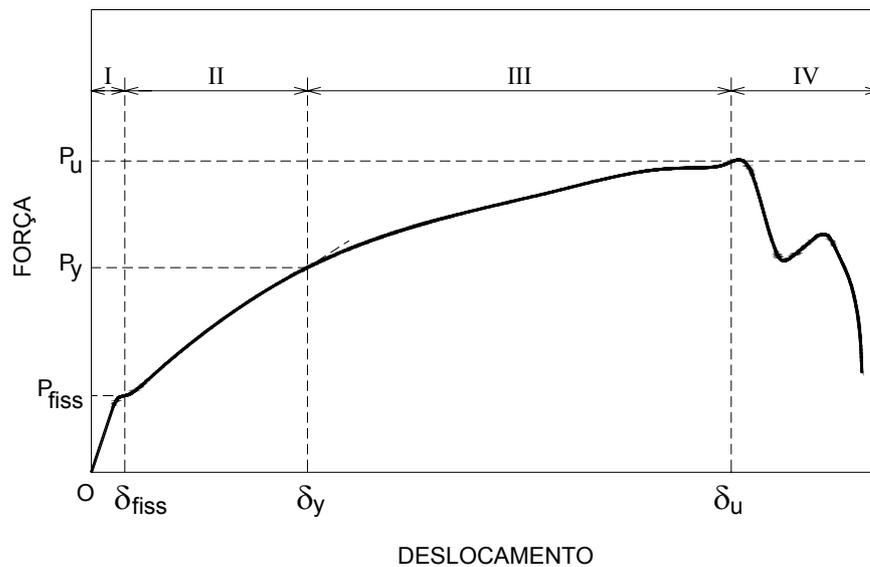


Figura 2.13 – Comportamento geral de lajes ensaiadas à punção

O estágio I se refere ao concreto não fissurado, onde a força aplicada é proporcional ao deslocamento. As deformações da armadura são pequenas.

O estágio II começa com a ocorrência de fissuração, que começa na superfície tracionada da laje, no contorno do pilar. A rigidez da laje diminui drasticamente. As tensões de tração no concreto são transferidas rapidamente para a armadura, conforme o carregamento aumenta. Mais fissuras aparecem na superfície tracionada e se propagam em direção às bordas da laje. As deformações da armadura aumentam rapidamente e eventualmente podem alcançar o limite de escoamento. Este estágio termina com a formação de curvaturas acentuadas na laje.

No estágio III a rigidez da laje sofre outra redução devido ao aumento do carregamento. A laje sofre deformações plásticas elevadas devidas à propagação do escoamento ao longo da armadura de flexão. O aumento do carregamento só é possível devido à ação de membrana da armadura de flexão. Perto da carga última, a rigidez da laje diminui rapidamente e as fissuras começam a aparecer nas superfícies tracionada e comprimida, na direção circunferencial e ao redor da área carregada. A força concentrada começa a perfurar a laje e, quando as fissuras circunferenciais se tornam muito abertas, a capacidade portante da laje cai bruscamente.

A região IV indica outra redução da capacidade portante da laje. Essa redução ocorre em várias etapas, simultaneamente ao lascamento do concreto da região tracionada da laje.

2.5 Pesquisas sobre punção em ligações laje-pilar de concreto com fibras

SWAMY & ALI (1982) examinaram o efeito da adição de fibras de aço na resistência à punção de ligações laje-pilar. Eles ensaiaram dezenove modelos de laje em escala real (1800 x 1800 x 125 mm), simplesmente apoiados nos quatro bordos e carregados no centro por meio do tramo superior de um pilar (150 x 150 x 250 mm). As principais variáveis estudadas foram: tipo (ondulada, gancho, reta), localização e volume (0 a 1,37%) de fibras, quantidade e localização da armadura de flexão e combinação das fibras com a armadura de cisalhamento. A resistência do concreto à compressão foi mantida constante em todos os modelos, em aproximadamente 45 MPa aos 28 dias.

Comparando os modelos de concreto sem fibras com os modelos de concreto com fibras, eles observaram que as fibras promoveram diminuição dos deslocamentos em todas as etapas de carregamento (1% de fibras diminuiu em 30% os deslocamentos de serviço), aumentaram a força última das ligações (1% de fibras aumentou em 40% a força última), e aumentaram as deformações que se mantiveram até a ruína. As fibras retardaram o aparecimento da fissura diagonal e proporcionaram a ocorrência de extensa fissuração na ruína. As fibras transformaram a ruína frágil em uma mais dúctil, empurrando a superfície de ruína para mais longe da face do pilar. As fibras foram muito efetivas controlando a fissuração mesmo depois de atingida a força última, aumentando a resistência residual da ligação, devido ao efeito de membrana após a ruptura. Através da extensa fissuração múltipla, as fibras promoveram melhoria no comportamento pós-fissuração das lajes, aumentando a ductilidade e a absorção de energia (100 a 300% para $V_f=1\%$). Os autores mostraram que colocando concreto com fibras até uma distância de $1,5 h$ da face do pilar é tão efetivo quanto moldar toda a laje com concreto com fibras. A resistência à punção não se alterou com a redução de 33% da armadura positiva de flexão, quando ela foi concentrada na vizinhança do pilar. Além disso, a redução de 67% da armadura tracionada de flexão pode não

influenciar a resistência à punção, desde que se adicione 1,37% de fibras de aço onduladas.

ALEXANDER & SIMMONDS (1992) ensaiaram seis modelos de ligação laje-pilar, para determinarem o efeito que a adição de diferentes quantidades (0, 30 e 60 kg/m³) de fibras de aço onduladas ($\ell = 50$ mm) à mistura, e o efeito que diferentes cobrimentos da armadura tracionada de flexão (11 e 38 mm) provocam na capacidade resistente à punção de tais ligações. A resistência à compressão do concreto foi mantida constante em todos os modelos, em aproximadamente 35 MPa aos 28 dias. Os modelos de lajes tinham dimensões 2750 x 2750 x 150 mm, e os modelos de pilar tinham dimensões 200 x 200 x 200 mm. Os autores observaram que a adição de 0,4% de fibras de aço fez aumentar a resistência à punção das ligações em 20%. A adição de 0,8% de fibras causou um aumento de 30%. Eles também concluíram que as fibras aumentaram a ductilidade das ligações e que a alteração do cobrimento não foi um parâmetro significativo no aumento da resistência à punção.

THEODORAKOPOULOS & SWAMY (1993) estudaram a contribuição de fibras de aço na resistência das ligações laje-pilar de concreto leve, sujeitas à punção. As principais variáveis investigadas nos 20 modelos ensaiados foram: tipo e volume (0 a 1%) de fibra, redução da armadura convencional de flexão da laje, tamanho da área carregada e resistência do concreto à compressão. Os modelos de laje foram feitos em escala reduzida, com dimensões 1800 x 1800 x 125 mm, tendo o tramo superior do pilar altura de 250 mm. As dimensões dos modelos de laje foram escolhidas de modo que eles fossem compreendidos na região de momento fletor negativo em torno do pilar interno, e dentro da linha de inflexão.

Com relação à geometria da fibra, as onduladas e as de comprimento maior proporcionaram melhores resultados. Eles verificaram que a adição de 1% de fibras na ligação aumentou a força correspondente à primeira fissura, a força correspondente ao escoamento da armadura de flexão e a força última em 30 a 40%. As fibras retardaram o aparecimento da fissura diagonal, proporcionaram a ocorrência de extensa fissuração na ruína, transformaram a ruína frágil em uma mais dúctil, e aumentaram a resistência residual da ligação após a ruína.

TAN & PARAMASIVAN (1994) ensaiaram catorze modelos de ligação laje-pilar interno, para analisar o efeito do concreto reforçado com fibras de aço com ganchos nas extremidades ($\ell = 30$ mm; $D = 0,50$ mm) na resistência à punção das lajes-cogumelo. Os principais parâmetros analisados foram: relação vão

efetivo/altura da laje, volume de fibras (0,31 a 2%), espessura da laje, resistência do concreto à compressão (35 a 60 MPa) e largura da área carregada. Os modelos de laje eram simplesmente apoiados nos quatro bordos, sendo que os cantos ficavam livres para se levantarem. O carregamento era aplicado por meio de uma placa quadrada, simulando um tramo de pilar. Os resultados mostraram que o aumento do volume de fibras, da espessura da laje e da área carregada proporcionaram aumento da resistência à punção e da ductilidade da ligação. O perímetro crítico formou-se a uma distância de 4,5 vezes a altura útil da laje, a partir da face do pilar, com a fissura crítica inclinada de 20° a 60° em relação ao plano da laje. A resistência à punção das lajes com fibras foi comparada com valores provenientes de normas para determinação da resistência à punção de lajes de concreto armado. Dentre as normas analisadas, os resultados provenientes da norma britânica foram os mais próximos dos resultados experimentais.

SHAABAN & GESUND (1994) ensaiaram treze modelos de ligação laje-pilar interno, variando apenas o volume percentual de fibras (0 a 2%) de aço onduladas ($\ell = 25$ mm). Eles observaram um significativo aumento na resistência à punção das lajes de concreto reforçado com fibras de aço. Baseado nos resultados de seus ensaios, os autores determinaram uma expressão para estimar a resistência à punção de lajes-cogumelo de concreto com fibras de aço, modificando a expressão do ACI 318/89 para concreto comum. Observaram ainda que as superfícies de ruína dos modelos com fibras permaneceram troncônicas e apresentaram um ângulo de inclinação médio de 20° com a horizontal, contrariando as prescrições do ACI 318/89, de 45°.

HARAJLI et al. (1995) ensaiaram doze modelos de ligação laje-pilar interno em escala reduzida (650 x 650 mm), com o intuito de investigar o efeito da adição de fibras na resistência de lajes-cogumelo à punção. Os modelos de laje eram simplesmente apoiados nos quatro bordos, sendo que os cantos ficavam livres para se levantarem. A força era aplicada axialmente, por meio de um pilar de seção quadrada (100 x 100 mm), moldado monoliticamente no centro da laje. O carregamento era aplicado controlando-se a velocidade do deslocamento do pistão em 0,5 mm/min. As principais variáveis do estudo foram: tipo de fibras (aço com ganchos nas extremidades e polipropileno), volume de fibras (0 a 2%), relação de aspecto das fibras (60 e 100) e relação vão efetivo/altura das lajes (18 e 26). A resistência do concreto à compressão foi em torno de 30 MPa.

Os autores observaram que, adicionando volumes de 1% e 2% de fibras de aço com ganchos nas extremidades ao concreto, houve um aumento da resistência das lajes à punção, de 22% e 36% respectivamente. Os aumentos na resistência à punção não se mostraram muito sensíveis à variação do vão efetivo/altura das lajes, nem à variação da relação de aspecto das fibras, sendo mais influenciados pelo volume de fibras empregado. A presença de fibras alterou a superfície de ruína das lajes, de quase quadrada para circular, empurrando a superfície da face tracionada da laje para mais longe da face do pilar. A presença de fibras de aço alterou o modo de ruína de algumas lajes, passando de punção pura para punção-flexão ou flexão pura. A adição de 1% de fibras de polipropileno promoveu aumento de apenas 15% na resistência à punção, apesar de ter proporcionado expressivo ganho de ductilidade para a ruína por punção. A partir dos valores experimentais, os autores determinaram uma equação de reta para calcular a resistência à punção em função do volume de fibras, válida para seus modelos ensaiados.

Os autores também obtiveram uma equação para se determinar o aumento da resistência à punção de ligações laje-pilar, devido ao reforço com fibras de aço, reunindo seus resultados experimentais com os de outros pesquisadores. Eles concluíram que o tipo de concreto (leve ou normal), a área de armadura de flexão da laje, a dimensão do cobrimento da armadura de flexão e a geometria da fibra de aço (de boa ancoragem mecânica) não causam praticamente nenhum efeito na parcela da resistência das lajes à punção, devida à presença das fibras de aço.

HUGHES & XIAO (1995) ensaiaram vinte-e-dois modelos de ligação laje-pilar em escala 1:3. As lajes tinham dimensões 860 x 860 mm, com altura variável (80, 65 e 50 mm). A força era aplicada axialmente por meio de um pilar de seção quadrada (132 x 132 mm), moldado monoliticamente no centro da laje, tendo altura do tramo superior 250 mm e do tramo inferior 100 mm, a partir das faces da laje. O carregamento era aplicado controlando-se a velocidade do deslocamento do pistão em 0,3 mm/min. As principais variáveis estudadas foram: a relação vão efetivo/altura das lajes, o volume de fibras (0 a 1,5%), o tipo de fibras (aço e polipropileno) e a presença ou não de armadura convencional de punção.

Os autores observaram que a adição de fibras promoveu aumento da rigidez, da resistência à punção e da resistência à fissuração das ligações. Além disso, forneceu maior ductilidade à ligação, alterando o modo de ruína.

O aumento da rigidez dos modelos com fibras indicou a vantagem das fibras nas condições de utilização da estrutura, diminuindo as flechas das lajes-cogumelo.

A adição de fibras promoveu o aumento da resistência à tração por compressão diametral em todos os compósitos, a qual está diretamente relacionada com a resistência das lajes à punção. Nos modelos com mais de 0,5% de fibras de aço, houve aumento da resistência à fissuração (resistência ao aparecimento da primeira fissura). Nos modelos com fibras houve aumento significativo da resistência das ligações à punção. Nos modelos com armadura convencional de punção, também houve ganho de resistência das ligações à punção, mas não houve aumento da resistência à fissuração. Esta é uma das vantagens das fibras, quando comparadas com a armadura de punção. O aumento da taxa de armadura de flexão reduziu a abertura das fissuras, entretanto não conseguiu alterar o modo de ruína da ligação, pois a resistência à punção aumentou menos que a resistência da laje à flexão. O aumento da resistência à punção mostra que ela é influenciada pela taxa de armadura de flexão da laje, devido aos efeitos de membrana e de pino.

PRISCO & FELICETTI (1997) ensaiaram quinze modelos de ligação laje-pilar interno, com o intuito de investigar o efeito da adição de fibras de aço com ganchos nas extremidades ($\ell = 30$ mm; $D = 0,50$ mm), na resistência à punção de lajes-cogumelo sem nenhuma armadura de flexão. Os modelos de laje eram quase circulares (polígono de 16 lados), com diâmetro de 330mm e espessura de 55 mm. O carregamento era aplicado com velocidade de deformação controlada, por meio de um dispositivo metálico de geometria variável, simulando um tramo de pilar. As principais variáveis do estudo foram: volume de fibras (0,25%, 0,4% e 0,8%) e geometria da ponta do dispositivo de aplicação da força (hemisférico ou plano).

As fibras proporcionaram aumento de ductilidade em todos os modelos, e aumento de resistência à punção nos modelos com volumes maiores (0,8%). A geometria do dispositivo de aplicação da carga alterou o tempo de propagação da força, sendo mais rápida no caso do hemisférico. Nos modelos com fibras, a força máxima foi alcançada antes da fissura crítica ter se propagado para a outra face da laje. A fissura crítica de cisalhamento leva à formação do cone de punção, cuja parte comprimida transmitiria força por engrenamento dos agregados, e cuja parte tracionada transmitiria força pelo efeito de “costura” das fissuras pelas fibras.

ZAMBRANA VARGAS (1997) ensaiou doze modelos de ligação laje-pilar em escala reduzida. As lajes tinham dimensões 800 x 800 x 60 mm, e o pilar tinha seção quadrada (100 x 100 mm), moldado monoliticamente no centro da laje, tendo altura dos tramos superior e inferior de 100 mm, a partir das faces da laje. As principais variáveis dos ensaios foram: volume (0 a 1,5%) de fibras de aço,

utilização de armadura transversal tipo pino (distribuição em cruz), e resistência do concreto à compressão (30 e 85 MPa).

O autor verificou nos ensaios que o número total de fissuras nos modelos aumentou com a adição de fibras, e que alguns modelos, previstos para romperem por punção, tiveram seu modo de ruína alterado para punção-flexão, quando utilizadas fibras e armadura de combate à punção. O uso de concreto de alta resistência potencializou uma maior contribuição das fibras. As fibras aumentaram a resistência das lajes à punção, sendo este aumento mais efetivo quando utilizadas armaduras transversais de combate à punção (Figura 2.14). A adição de fibras potencializou um melhor funcionamento da armadura transversal e possivelmente uma maior contribuição de mecanismos secundários de resistência à punção (efeito de “costura” das fissuras, do mecanismo de pino etc.). Com isso, há possibilidade de eventual redução da armadura transversal.

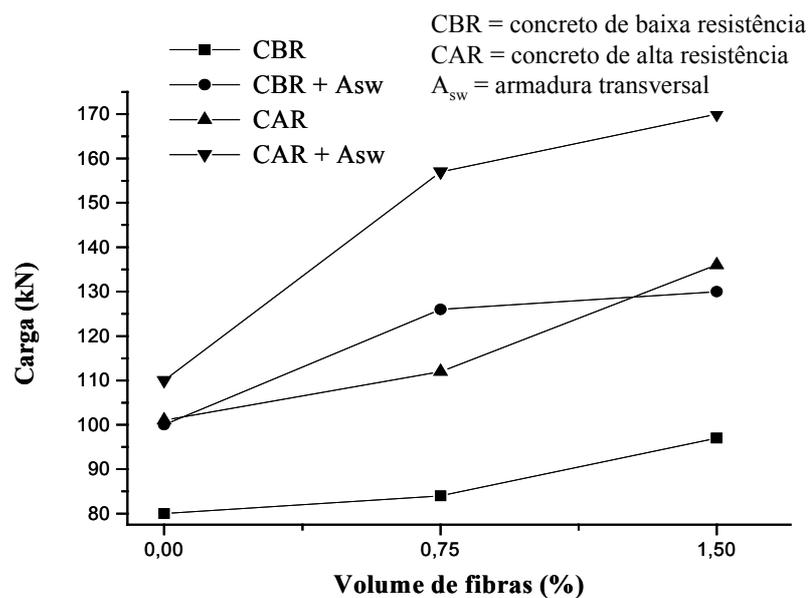


Figura 2.14 – Valores da força última em função do volume de fibras (ZAMBRANA VARGAS, 1997)

AZEVEDO (1999) ensaiou 12 modelos de lajes-cogumelo em escala reduzida (1160 x 1160 x 100 mm), com o intuito de investigar o efeito de algumas variáveis na resistência e na ductilidade dos modelos. A força era aplicada axialmente por meio de uma placa quadrada (80 x 80 mm) simulando o pilar. O carregamento era aplicado controlando-se a velocidade do deslocamento do pistão. As principais variáveis dos ensaios foram: resistência do concreto à compressão

(40 e 80 MPa), volume (0 a 1,5%) de fibras de aço com ganchos nas extremidades ($\ell = 30$ mm; $D = 0,45$ mm), e presença de armadura transversal tipo pino (distribuição radial).

As fibras interferiram sensivelmente na ductilidade das ligações laje-pilar. Alguns modelos, previstos para romperem por punção, tiveram seu modo de ruína alterado para punção-flexão (caso do concreto convencional) ou para flexão predominante (caso do concreto de alta resistência), quando utilizadas fibras e armadura de combate à punção, tornando assim menos súbita a ruína do material (Figura 2.15).

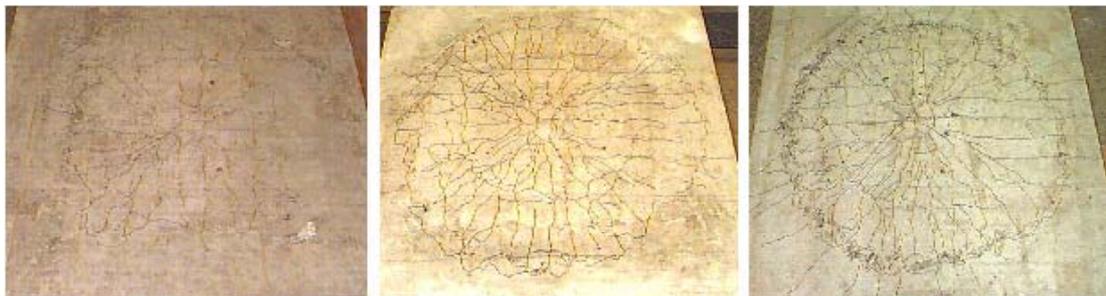


Figura 2.15 – Tipos de ruína (a) punção pura (b) punção-flexão (c) flexão (AZEVEDO, 1999)

A presença de fibras influenciou a formação da superfície de ruína, fazendo com que a ruptura não ocorresse adjacente ao pilar. As fibras presentes nesse local inibiram a formação das fissuras, transferindo-as para zonas adjacentes, até encontrarem um local frágil onde pudessem se formar.

A autora também constatou, em seus ensaios, aumentos na resistência à punção decorrentes da adição de fibras, sendo mais efetivos quando utilizadas armaduras transversais de combate à punção e concreto de alta resistência. Em todos os casos, ou seja, concreto de baixa e de alta resistência, com e sem armadura transversal, ela observou que o comportamento da carga de ruína em função do volume de fibras é crescente.

A autora determinou uma equação linear que relaciona a força última com o volume de fibras, válida para o tipo e a geometria das fibras utilizadas em sua pesquisa. Em seguida, compilando seus resultados com os de ZAMBRANA VARGAS (1997) e de HARAJLI et al. (1995), tentou determinar uma equação linear que relacionasse o acréscimo de resistência à punção em função do volume de fibras adicionado, válida para qualquer modelo de laje. Entretanto, não houve compatibilidade entre os resultados, e isso não foi possível.

McHARG et al. (2000) estudaram os benefícios do emprego de elevada taxa de armadura de flexão e da adição de fibras de aço no comportamento de ligações laje-pilar. Para isso, ensaiaram seis modelos de ligações em escala real (2,3 x 2,3 x 0,15 m), projetadas para romperem por punção. O pilar tinha seção quadrada de 225 x 225 mm. A resistência do concreto à compressão foi em torno de 30 MPa. O volume de fibras de aço com gancho nas extremidades ($\ell = 30$ mm; $D = 0,50$ mm) foi 0,5% em volume. Os parâmetros investigados foram: utilização de concreto com fibras na região da ligação e concentração de armadura de flexão da laje ao redor do pilar.

Eles concluíram que 0,5% de fibras de aço localizadas até uma distância de 500 mm (aproximadamente $3,3 h$, sendo h a espessura da laje) da face do pilar proporcionaram aumento da resistência à punção, da ductilidade e da rigidez pós-fissuração das ligações laje-pilar, e diminuição das aberturas de fissuras nas condições de serviço, e das tensões nas armaduras tracionadas de flexão da laje.

Na Tabela 2.1 apresentam-se as principais características dos trabalhos citados na revisão bibliográfica.

No gráfico da Figura 2.16 observa-se o acréscimo de resistência à punção, normalizada com base na equação da ABNT NBR 6118 (2001), provocado pela adição de fibras de aço ao concreto.

A Equação 2.12 mostra como foi feita a normalização da resistência à punção. A normalização é um procedimento adotado para uniformizar o efeito de variáveis como a resistência do concreto (f_c), a altura útil da laje (d), o perímetro crítico (u_1) e a taxa de armadura de flexão da laje (ρ), de acordo com um determinado critério de influência. Neste caso, considerou-se como critério a forma como estes parâmetros se apresentam na fórmula dada pela ABNT NBR 6118 (2001) para cálculo da resistência de lajes à punção.

$$P_{u,\text{normalizado}} = \frac{P_u}{u_1 \cdot d \cdot (1 + \sqrt{20/d}) \sqrt[3]{\rho} f_c} \cdot 10 \quad (2.12)$$

onde:

$u_1 \rightarrow$ perímetro crítico localizado a distância de $2d$ do pilar

Tabela 2.1 – Características dos trabalhos compilados

Referência	Modelo	Tipo de fibra	Relação aspecto	V _f (%)	Modo de Ruptura	c (cm)	d (cm)	u ₁ (cm)	f _c (MPa)	ρ (%)	P _u (kN)
McHarg et al. 2000 (esc. real)	NU	c/ gancho	60	0	Punção	22,5	12,5	247,08	30	0,87	306,00
	FSU	c/ gancho	60	0,5	Punção	22,5	12,5	247,08	39	0,87	422,00
	FCU	c/ gancho	60	0,5	Punção	22,5	12,5	247,08	37,5	0,87	329,00
	NB	c/ gancho	60	0	Punção	22,5	12,5	247,08	30	0,87	349,00
	FSB	c/ gancho	60	0,5	Punção	22,5	12,5	247,08	39	0,87	438,00
	FCB	c/ gancho	60	0,5	Punção	22,5	12,5	247,08	37,5	0,87	361,00
Azevedo 1999 (esc. reduz.)	OSC.S1			0	Punção	8	8	132,53	43,73	1,57	176,48
	OSC.S2	c/ gancho	67	0,75	Punção	8	8	132,53	46,42	1,57	191,96
	OSC.S3	c/ gancho	67	1,5	Punção	8	8	132,53	30,80	1,57	197,61
	HSC.S1			0	Punção	8	8	132,53	86,65	1,57	190,72
	HSC.S2	c/ gancho	67	0,75	Punção	8	8	132,53	81,85	1,57	206,81
	HSC.S3	c/ gancho	67	1,5	Punção	8	8	132,53	79,30	1,57	293,93
Zambrana Vargas 1997 (esc. reduz.)	L01			0	Punção	10	4	90,26	26	1,73	80,00
	L02	c/ gancho	36	0,75	Punção	10	4	90,26	31,5	1,73	84,00
	L03	c/ gancho	36	1,5	Punção	10	4	90,26	31,6	1,73	97,00
	L07			0	Punção	10	4	90,26	88,7	1,73	101,00
	L08	c/ gancho	36	0,75	Punção	10	4	90,26	79	1,73	112,00
	L09	c/ gancho	36	1,5	Punção	10	4	90,26	93	1,73	136,00
Prisco & Felicetti 1997 (esc. reduz.)	P80S			0	Punção	1,5	5,5	75,11	51,8	0,00	43,94
	F80S	c/ gancho	60	0,8	Punção	1,5	5,5	75,11	50,4	0,00	49,25
	P40S			0	Punção	1,5	5,5	75,11	51,8	0,00	43,32
	F40S	c/ gancho	60	0,4	Punção	1,5	5,5	75,11	53,2	0,00	42,78
	P25F			0	Punção	3	5,5	81,11	41,6	0,00	32,59
	F25F	c/ gancho	60	0,25	Punção	3	5,5	81,11	27,8	0,00	31,86
Harajli 1995 (esc. reduz.)	A1	c/ gancho		0	Punção	10	3,9	89,01	29,6	1,12	62,53
	A2	c/ gancho	100	0,45	Punção	10	3,9	89,01	30	1,12	67,70
	A3	c/ gancho	100	0,8	Flexão	10	3,9	89,01	31,4	1,12	77,77
	A4	c/ gancho	60	1	Punç-Flex	10	3,9	89,01	24,6	1,12	68,83
	A5	c/ gancho	60	2	Flexão	10	3,9	89,01	20	1,12	62,06
	B1	c/ gancho		0	Punção	10	5,5	109,11	31,4	1,12	99,36
	B2	c/ gancho	100	0,45	Punção	10	5,5	109,11	31,4	1,12	114,65
	B3	c/ gancho	100	0,8	Punção	10	5,5	109,11	31,8	1,12	117,30
	B4	c/ gancho	60	1	Punção	10	5,5	109,11	29,1	1,12	117,73
	B5	c/ gancho	60	2	Punção	10	5,5	109,11	29,2	1,12	145,57
Hughes & Xiao 1995 (esc. 1:3)	S4	--	--	0	Punção	13,2	5,2	118,14	52	1,00	89,00
	S5	reta 1	95	1		13,2	5,2	118,14	56	1,00	108,00
	S6	reta 2	100	1		13,2	5,2	118,14	45	1,00	106,00
	S8	ondulada 1	92,3	1		13,2	5,2	118,14	52	1,00	121,00
	S9	ondulada 2	80	1		13,2	5,2	118,14	48	1,00	116,00
	S12	ondulada 1	92,3	0,5	Punç-Flex	13,2	5,2	118,14	39	1,00	105,00
	S13	ondulada 1	92,3	1,5	Flexão	13,2	5,2	118,14	53	1,00	127,00
	S16	--	--	0		13,2	4	103,06	49	1,00	66,00
	S18	ondulada 1	92,3	1		13,2	4	103,06	37	1,00	91,00
	S21	--	--	0		13,2	5,2	118,14	45	1,50	116,00
	S22	ondulada 1	92,3	1		13,2	5,2	118,14	52	0,80	108,00
Shaaban & Gesund 1994 (esc. real)	SF0-1			0	Punção	6,35	6,5	107,08	33,3	1,60	89,00
	SF2-1	ondulada	25 mm	0,64	Punção	6,35	6,5	107,08	34,4	1,60	93,40
	SF3-1	ondulada	25 mm	0,99	Punção	6,35	6,5	107,08	37,6	1,60	106,70
	SF4-2	ondulada	25 mm	1,24	Punção	6,35	6,5	107,08	36,5	1,60	115,60
	SF6-1	ondulada	25 mm	1,94	Punção	6,35	6,5	107,08	22,3	1,60	97,90
	SF6-2	ondulada	25 mm	2,04	Punção	6,35	6,5	107,08	22,1	1,60	102,30
Tan & Paramasivan 1994 (esc. real)	SFRC1-2	c/ gancho	60	0,31	Punção	10	2,2	67,65	45,8	0,87	22,60
	SFRC2-1	c/ gancho	60	0,5	Punção	10	2,2	67,65	40,3	0,87	20,90
	SFRC2-2	c/ gancho	60	1	Punção	10	2,2	67,65	40,7	0,87	23,70
	SFRC2-3	c/ gancho	60	1,5	Punção	10	2,2	67,65	39,7	0,87	24,60
	SFRC2-4	c/ gancho	60	2	Punção	10	2,2	67,65	47,8	0,87	27,40
	SFRC3-1	c/ gancho	60	0,31	Punção	10	1,4	57,59	46,9	0,87	9,40
	SFRC3-2	c/ gancho	60	0,31	Punção	10	3,5	83,98	46,1	0,87	54,90
	SFRC3-3	c/ gancho	60	0,31	Punção	10	4,4	95,29	48,4	0,87	70,50
	SFRC4-1	c/ gancho	60	0,31	Punção	10	2,2	67,65	37,6	0,87	19,00
	SFRC4-2	c/ gancho	60	0,31	Punção	10	2,2	67,65	60,6	0,87	20,00
	SFRC5-1	c/ gancho	60	0,31	Punção	20	2,2	107,65	41,4	0,87	26,10
	SFRC5-2	c/ gancho	60	0,31	Punção	15	2,2	87,65	39,8	0,87	18,70

Tabela 2.2 (continuação) – Características dos trabalhos compilados

Referência	Modelo	Tipo de fibra	Relação aspecto	V _f (%)	Modo de Ruptura	c (cm)	d (cm)	u ₁ (cm)	f _c (MPa)	ρ (%)	P _u (kN)	Obs.
	FS-1	--	--	0	Punção	15	10	185,66	44,2	0,63	173,50	
	FS-2	ondulada	100	0,5		15	10	185,66	42,5	0,63	225,00	
	FS-3	ondulada	100	1		15	10	185,66	44,56	0,63	247,40	comp. FS-1
	FS-4	ondulada	100	1		15	10	185,66	46,67	0,63	224,40	
Theodorakopoulos & Swamy 1993	FS-8	--	--	0	Punção	10	10	165,66	45,8	0,05	150,30	
	FS-9	ondulada	100	1		10	10	165,66	44,5	0,05	216,60	
	FS10	--	--	0	Punção	20	10	205,66	45,5	0,59	191,40	
	FS-11	ondulada	100	1	Flexão	20	10	205,66	42,8	0,59	259,80	
	FS-12	retangular	60	1		15	10	185,66	45,1	0,63	217,50	comp. FS-3
(esc. real)	FS-13	c/ gancho	100	1		15	10	185,66	41,85	0,63	235,50	"
	FS-14	elíptica	70	1		15	10	185,66	43,73	0,63	239,50	"
	FS-15	ondulada*	90	1		15	10	185,66	39,05	0,63	238,00	"
	FS-16	elíptica	70	1		15	10	185,66	34,9	0,63	227,80	comp. FS-14
	FS-17	elíptica	70	1	Flexão	15	10	185,66	58,56	0,63	268,40	"
	FS-18	elíptica	70	1		15	10	185,66	17,75	0,63	166,00	"
Alexander & Simmonds 1992	P11F0			0		20	13,2	245,87	33,2	0,46	257,00	c = 11 cm
	P11F31	ondulada	50 mm	0,4		20	13,2	245,87	35,8	0,46	324,00	
	P11F66	ondulada	50 mm	0,8		20	13,2	245,87	35	0,46	345,00	
(esc. real)	P38F0		50 mm	0		20	10,5	211,94	35,6	0,46	264,00	c = 38 cm
	P38F34	ondulada	50 mm	0,4		20	10,5	211,94	38,4	0,46	308,00	
	P38F69	ondulada	50 mm	0,8		20	10,5	211,94	38,5	0,46	330,00	
Swamy & Ali 1982	S-1	--	--	0	Punção	15	10	185,66	45	0,63	197,70	12#10
	S-2	ondulada	100	0,6	Punção	15	10	185,66	45	0,63	243,60	distrib.
	S-3	ondulada	100	0,9	Punção	15	10	185,66	45	0,63	262,90	uniform.
	S-4	ondulada	100	1,2	Punção	15	10	185,66	45	0,63	281,00	
	S-7	--	--	0	Punção	15	10	185,66	45	0,08	221,70	8#10 viz.
	S-11	ondulada	100	0,9	Punção	15	10	185,66	45	0,08	262,00	pilar
	S-12	c/ gancho	100	0,9	Punção	15	10	185,66	45	0,08	249,00	4#10
	S-13	reta	83,3	0,9	Punção	15	10	185,66	45	0,08	236,70	laterais
	S-18	ondulada	100	1,37	Punção	15	10	185,66	45	0,08	265,70	da laje

No gráfico da Figura 2.16 não foram colocados todos os resultados experimentais encontrados na Tabela 2.1, apenas os relativos aos ensaios realizados com o objetivo de estudar a influência da variável volume percentual de fibras na resistência à punção. A tabela mostra também o efeito de outras variáveis em alguns trabalhos, como relação de aspecto e tipo de fibras. Nas seqüências em que alguns valores foram descartados do gráfico, os considerados estão sublinhados com a cor amarela.

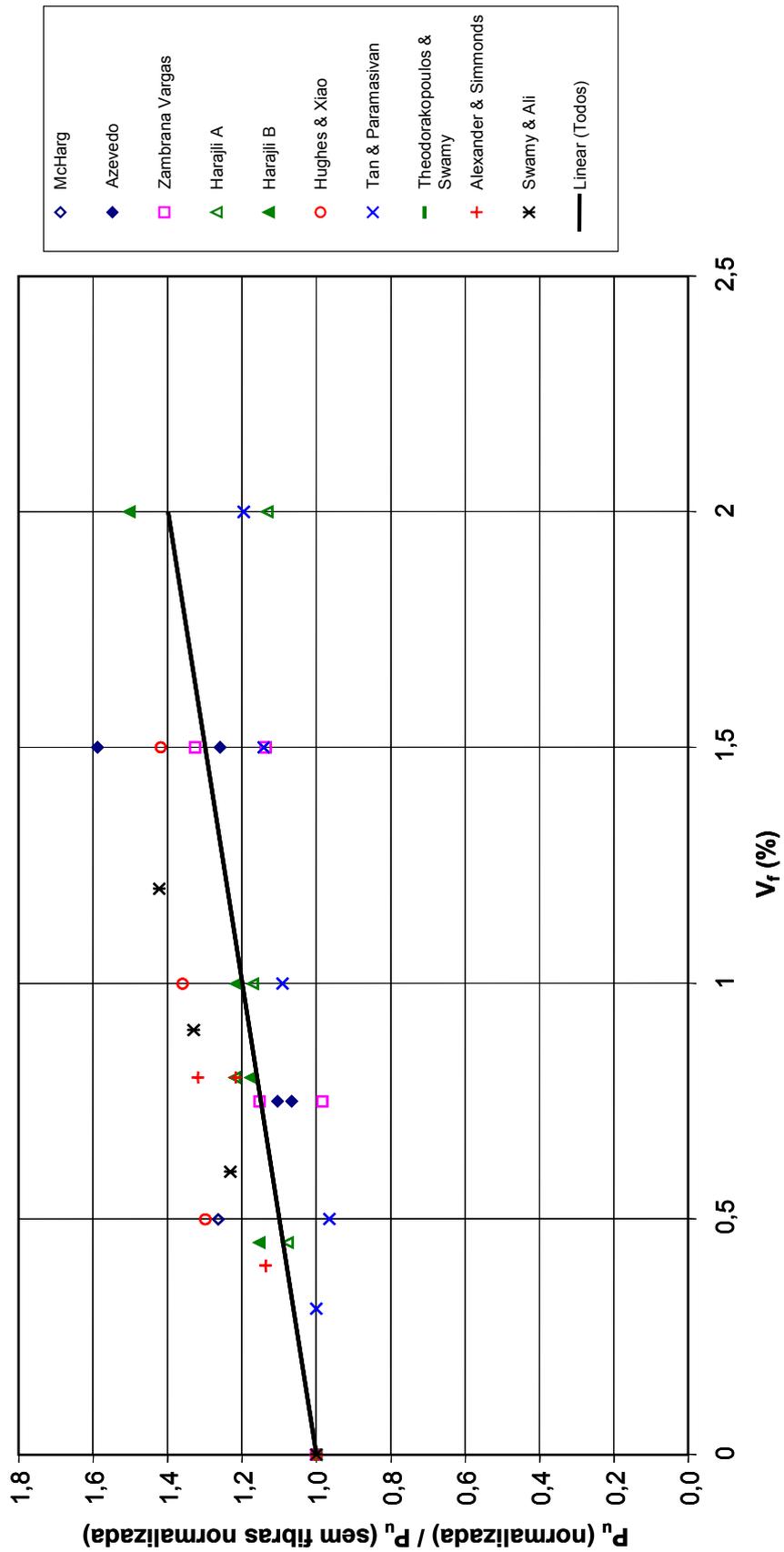


Figura 2.16 – Compilação dos resultados experimentais dos autores citados

3 Modelos Mecânicos para Punção em Lajes

Este capítulo trata de um assunto que também faz parte da revisão bibliográfica, mas que, devido à sua extensão e complexidade, optou-se por separá-lo em um capítulo à parte.

Existem vários modelos mecânicos que explicam a transferência de força na ligação laje-pilar, dentre eles os de KINNUNEN & NYLANDER (1960), ANDERSSON (1963), SHEHATA (1985), GOMES (1991), ALEXANDER & SIMMONDS (1991), HALLGREN (1996). Alguns deles foram estudados mais intensamente e encontram-se explicados neste capítulo.

Dentre os modelos citados, foram escolhidos os de: KINNUNEN & NYLANDER (1960), SHEHATA (1985), GOMES (1991). A ordem em que serão apresentados representa uma evolução dos estudos nessa área, uma vez que o primeiro modelo, conhecido como "modelo sueco", serviu de base para a elaboração dos outros dois. O modelo de ALEXANDER & SIMMONDS (1991), em particular, foi escolhido para, no Capítulo 6, serem propostas modificações para a consideração do efeito da adição de fibras de aço ao concreto.

3.1 Modelo de KINNUNEN & NYLANDER (1960)

KINNUNEN & NYLANDER (1960) propuseram o primeiro modelo teórico para determinação da resistência à punção de lajes-cogumelo de concreto armado. O modelo foi elaborado para lajes sem armadura de cisalhamento, armadas somente à flexão. Ele foi baseado em ensaios feitos em lajes circulares com carregamento aplicado no centro, por pilares circulares, sendo estudados três tipos

de disposição da armadura de flexão: circunferencial, circunferencial e radial em conjunto e armadura disposta em malha (duas direções ortogonais).

3.1.1 Hipóteses

i) O modelo considera a ligação dividida em três partes: pilar, cascas cônicas e segmentos de laje.

ii) Cada segmento é sustentado por uma casca cônica comprimida que sai do pilar e vai até a base da fissura de cisalhamento. A casca cônica tem espessura variável e apresenta tensões de compressão iguais nas duas extremidades.

iii) Os segmentos de laje, delimitados pela fissura de cisalhamento, pelas fissuras radiais e pelo bordo da laje rotacionam como corpos rígidos em torno de eixos horizontais que passam pela base da fissura de cisalhamento.

3.1.2 Apresentação do modelo

A Figura 3.1 apresenta as forças atuantes nos elementos, oriundas da rotação (ψ) da laje. As forças são as seguintes:

- Força radial do concreto (F_{cr}): atua no segmento de laje, abaixo da origem da fissura de cisalhamento, na seção próxima ao pilar. Representa a contribuição do concreto na resistência à punção.
- Força tangencial do concreto (F_{ct}): atua no segmento de laje, abaixo do centro de rotação, na direção tangencial. Resultante radial: $F_{ct}\Delta\varphi$.
- Força tangencial da armadura de flexão (F_{st}): atua na armadura de flexão do segmento de laje, na direção tangencial. Resultante radial: $F_{st}\Delta\varphi$.
- Força radial da armadura de flexão (F_{sr}): atua na armadura de flexão, na cunha, na direção radial.

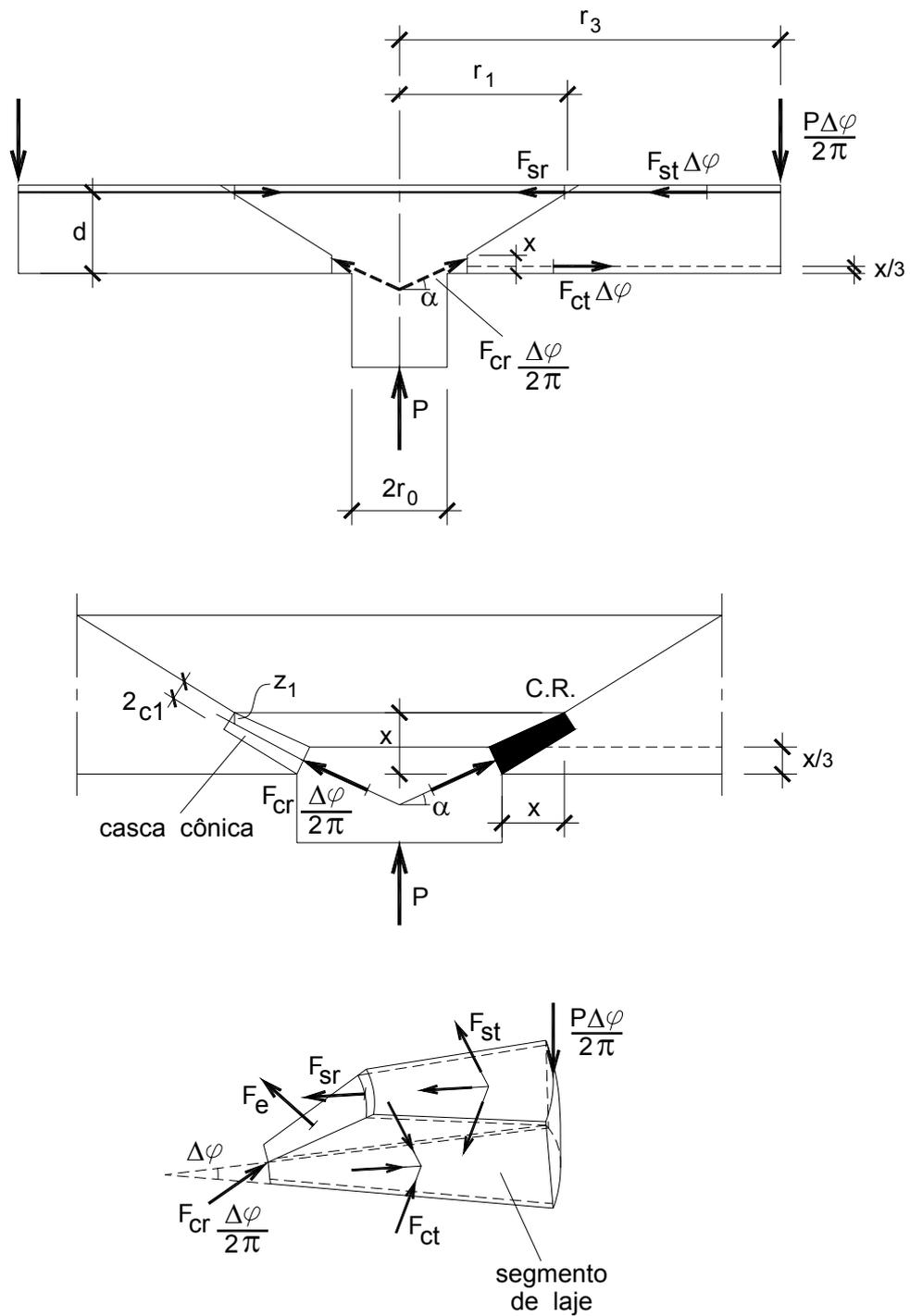


Figura 3.1 – Modelo mecânico de KINNUNEN & NYLANDER (1960)

3.1.3 Determinação das forças

a) Força radial do concreto (F_{cr})

A força radial atuante na casca cônica comprimida é dada por:

$$F_{cr} = 2\pi (r_o + x) 2c_1 \sigma_t \quad (3.1)$$

sendo

$$2c_1 = \frac{x(1 - \operatorname{tg} \alpha) \cos \alpha}{\left(1 + \frac{x}{2r_o}\right)} \quad (3.2)$$

onde σ_t é a tensão no tronco de cone.

A força vertical transmitida através da casca cônica é dada por:

$$P = F_{cr} \operatorname{sen} \alpha = 2\pi \frac{r_o}{d} \frac{x}{d} \frac{1 + \frac{x}{r_o}}{1 + \frac{x}{2r_o}} \sigma_t f(\alpha) d^2 \quad (3.3)$$

onde

$$f(\alpha) = \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha (1 - \operatorname{tg} \alpha) \quad (3.4)$$

b) Força tangencial da armadura de flexão (F_{st})

Será tratado apenas o caso de armadura de flexão disposta em duas direções ortogonais.

A deformação tangencial da armadura de flexão é determinada pela rotação da laje como um corpo rígido.

$$\varepsilon_{st} = \frac{\Delta r_s}{r_s} = \frac{\psi}{r_s} (d - x) \quad (3.5)$$

Portanto, tem-se:

$$r_{sy} = \psi \frac{(d - x)}{\varepsilon_{sy}} \quad (3.6)$$

A resultante das forças provenientes da armadura de flexão é:

$$F_{st} = \sigma_{sy} \left[\sum_{r_1}^{r_y} A_s + r_y \sum_{r_y}^{r_3} \frac{A_s}{r} \right] \quad (3.7)$$

onde

$$A_s = \rho d d_r \quad (3.8)$$

Portanto, a componente radial da força tangencial da armadura de flexão ($F_{st}\Delta\varphi$) é dada por:

$$F_{st} = \rho \sigma_{sy} d^2 \left[\left(\frac{r_y}{d} - \frac{r_1}{d} \right) + \frac{r_y}{d} \ln \frac{r_3}{r_y} \right] \quad \text{para } r_y > r_1 \quad (3.9)$$

$$F_{st} = \rho \sigma_{sy} d^2 \frac{r_y}{d} \ln \frac{r_3}{r_y} \quad \text{para } r_y \leq r_1$$

sendo

$$r_1 = \frac{\rho \sigma_s d}{7,5 + \frac{f_c}{20}} \quad (3.10)$$

c) Força radial da armadura de flexão (F_{sr})

Aqui também será analisado apenas o caso de armadura de flexão disposta ortogonalmente.

$$F_{sr(r=r_0)} = \rho \sigma_{sy} d^2 \frac{r_1}{d} \Delta\varphi \quad \text{para } r_y > r_1 \quad (3.11)$$

$$F_{sr(r=r_0)} = \rho \sigma_{sy} d^2 \frac{r_y}{d} \Delta\varphi \quad \text{para } r_y \leq r_1$$

d) Força tangencial do concreto (F_{ct})

A deformação tangencial do concreto comprimido da superfície da laje é dada a partir da rotação do diagrama de corpo rígido:

$$\varepsilon_{ct} = \frac{\Delta r_c}{r_c} = \frac{\psi}{r} x \quad (3.12)$$

e a tensão correspondente sob a fissura radial é dada por:

$$\sigma_{ct} = \psi k_2 E_c \frac{x}{r} \quad (3.13)$$

onde k_2 é um coeficiente que expressa o fato da tensão de compressão variar entre as fissuras radiais. O valor de k_2 é adotado pelos autores como igual a 1.

A força tangencial de compressão do concreto é obtida por integração na direção vertical de 0 a x e na direção radial de r_0+x a r_3 , sendo dada por:

$$F_{ct} = \frac{1}{2} E_c d^2 \left(\frac{x}{d} \right)^2 \psi \ln \frac{r_3}{r_0 + x} \quad (3.14)$$

3.1.4 Condições de equilíbrio

As condições de equilíbrio determinam a carga de ruptura e as deformações últimas das lajes. São elas:

$$(K_y \operatorname{tg} \alpha - 1) \frac{1 - \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{1}{2(2,35)} \left(1 + \frac{x}{d} \frac{d}{2r_0} \right) \ln \frac{r_3}{r_0 + x} \quad (3.15)$$

$$\text{onde: } K_y = \frac{r_3 - r_0}{d - \frac{x}{3}} \quad (3.16)$$

$$P = F_{cr} \operatorname{sen} \alpha \quad (3.17)$$

$$F_{st} \Delta \varphi + F_{sr} = P \frac{\Delta \varphi}{2\pi} K_y \quad (3.18)$$

3.1.5 Critérios de ruptura

A ruptura da laje ocorre quando a deformação tangencial do concreto abaixo da fissura de cisalhamento atinge um determinado valor limite na base da laje, a distância x da face do pilar. Esse valor limite é dado por:

$$\varepsilon_{ct(r_0+x)} = \frac{\psi}{1 + \frac{r_0}{d} \frac{d}{x}} = 0,0035 \left(1 - 0,11 \frac{r_0}{d} \right) \quad \text{para } 0 < \frac{r_0}{d} < 1$$

(3.19)

$$\varepsilon_{ct(r_o+x)} = \frac{\psi}{1 + \frac{r_o}{d} \frac{d}{x}} = 0,00195 \quad \text{para } \frac{r_o}{d} \geq 1$$

Com o valor da deformação tangencial calcula-se a tensão no tronco de cone:

$$\sigma_t = 2,35 E_c \varepsilon_{ct(r_o+x)} \quad (3.20)$$

3.1.6 Método de cálculo

A carga de ruptura é obtida por processo iterativo. Deve-se inicialmente adotar um valor para $\frac{x}{d}$ e calcular \mathbf{P} pela Equação 3.3, com α dado pela Equação 3.15 e σ_t calculado pela Equação 3.20. Determina-se ψ pela Equação 3.19 e calcula-se a força total da armadura de flexão ($F_{st}\Delta\varphi + F_{sr}$). Aplica-se a condição de equilíbrio expressa na Equação 3.18 e determina-se novamente \mathbf{P} , que deve ser igual ao \mathbf{P} determinado anteriormente. Caso isso não aconteça, deve-se adotar outro valor para $\frac{x}{d}$ e reiniciar o processo.

3.1.7 Ampliação do modelo

KINNUNEN (1963) ampliou essa modelagem considerando os efeitos de pino e de membrana. Esses efeitos foram avaliados através da comparação entre resistências de lajes com armadura de flexão em forma de anéis e de lajes com armadura de flexão radial e circunferencial, ensaiadas por KINNUNEN & NYLANDER (1960). A comparação indicou 35% de contribuição desses efeitos na carga última quando a laje é armada em duas direções ortogonais. O autor considerou os benefícios das forças de membrana e de pino por meio do fator $\chi = 0,3$ nas equações do critério de ruptura, modificando-as para:

$$\varepsilon_{ct(r_o+x)} = 0,0035 \left(1 - 0,22 \frac{r_o}{d} \right) (1 + \chi) \quad \text{para } 0 < \frac{r_o}{d} < 2$$

(3.21)

$$\varepsilon_{ct(r_o+x)} = 0,00195(1 + \chi) \quad \text{para } \frac{r_o}{d} \geq 2$$

onde:

$\chi = 0$ para armadura de flexão em forma de anel

$\chi = 0,3$ para armadura de flexão em duas direções ortogonais

3.2 Modelo de SHEHATA (1985)

SHEHATA (1985) propôs um modelo mecânico de punção para lajes-cogumelo sem armadura de cisalhamento, baseado no modelo de KINNUNEN & NYLANDER (1960).

3.2.1 Hipóteses

i) Nos primeiros estágios de carregamento aparece uma fissura circunferencial tangencial no topo do pilar. Com o aumento do carregamento, são formadas fissuras radiais que se iniciam na circunferencial e dividem a laje em segmentos radiais. Cada segmento é limitado pela fissura circunferencial, por duas fissuras radiais e pelo bordo da laje (Figura 3.2).

ii) Os segmentos radiais giram em torno de um centro de rotação localizado na face do pilar, ao nível da linha neutra, e se deslocam de forma quase linear.

iii) Uma fissura interna de cisalhamento surge na laje para carregamentos em torno de 50% a 70% da carga última, devido a tensões radiais de cisalhamento entre a armadura e o concreto em cada segmento radial. Essa fissura interna tem inclinação de 20° em lajes armadas em duas direções e 30° em lajes com armadura circular.

iv) Cada segmento radial é suportado por uma força inclinada na face do pilar (F_{cr}) com inclinação máxima de 20° e por forças de pino (D) provenientes da parcela da armadura de flexão que não tenha escoado no raio limitado pela fissura de cisalhamento (r_w).

v) O concreto comprimido no bordo inferior da laje próximo à face do pilar é considerado no estado elasto-plástico, conforme o diagrama da Figura 3.3.

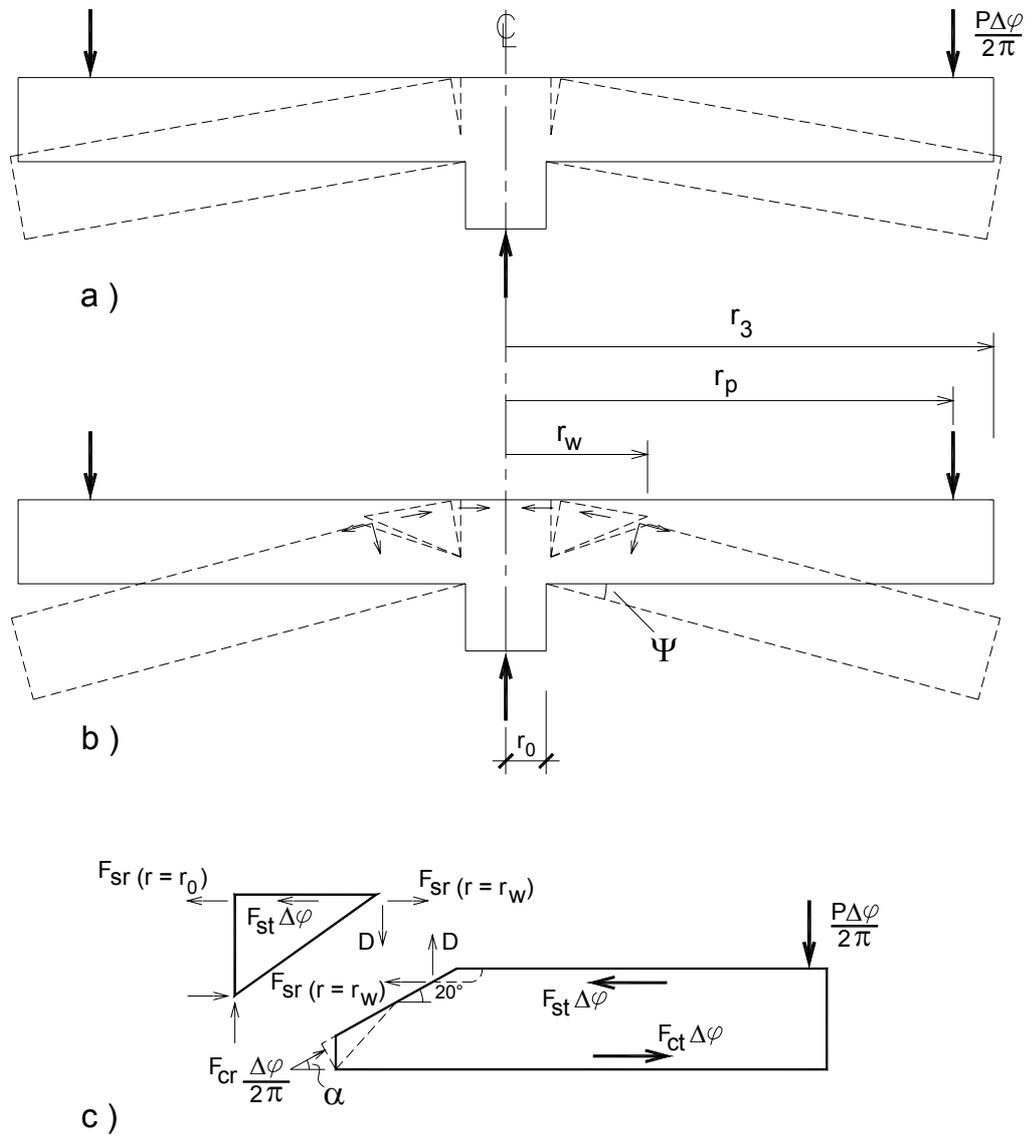


Figura 3.2 – Modelo mecânico de SHEHATA (1985)

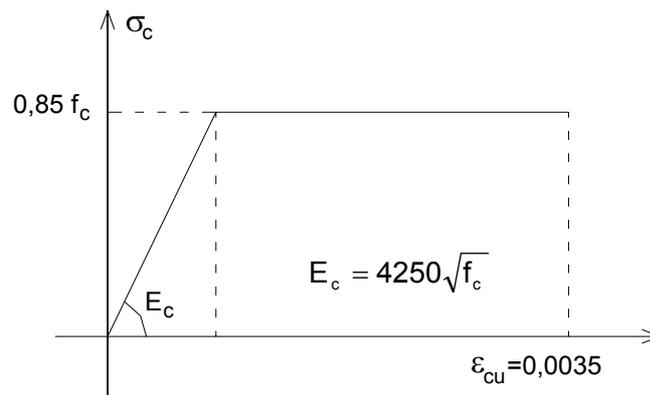


Figura 3.3 – Diagrama tensão-deformação do concreto (SHEHATA, 1985)

Na Figura 3.2 estão representadas as forças atuantes no modelo. São elas:

- Força radial do concreto (F_{cr}): atua no segmento de laje, abaixo da origem da fissura de cisalhamento, na seção próxima ao pilar. Representa a contribuição do concreto na resistência à punção.
- Força tangencial do concreto (F_{ct}): atua no segmento de laje, abaixo do centro de rotação, na direção tangencial. Resultante radial: $F_{ct}\Delta\varphi$.
- Força tangencial da armadura de flexão (F_{st}): atua na armadura de flexão do segmento de laje, na direção tangencial. Resultante radial: $F_{st}\Delta\varphi$.
- Força radial da armadura de flexão (F_{sr}): atua na armadura de flexão, na cunha, na direção radial.
- Força de pino da armadura de flexão positiva (D).

3.2.2 Determinação das forças

a) Força radial do concreto (F_{cr})

A força radial que atua no concreto junto ao pilar é:

$$F_{cr} = \sigma_b A_c = \eta f_c A_c \quad (3.22)$$

sendo:

$$\eta = 1 + S_{gr} \quad (3.23)$$

$$A_c = 2\pi \left[r_o - \frac{x \sin 70^\circ \sin \alpha}{2 \sin(110^\circ - \alpha)} \right] \frac{x \sin 70^\circ}{\sin(110^\circ - \alpha)} \quad (3.24)$$

onde σ_b é a resistência do tronco de pirâmide formado junto ao pilar (Figura 3.4), S_{gr} o gradiente de tensões na zona de ruptura e A_c a área normal à força atuante inclinada F_{cr} .

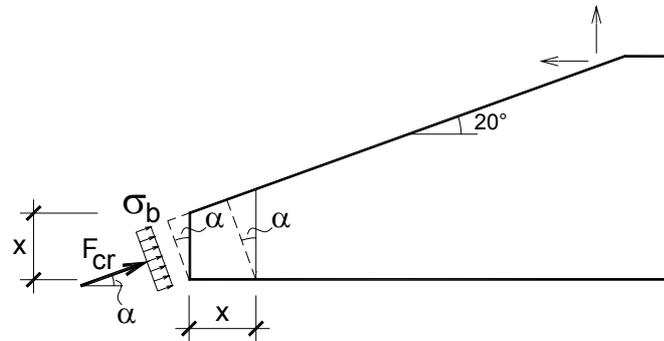


Figura 3.4 – Tronco de cone (SHEHATA, 1985)

b) Força tangencial do concreto (F_{ct})

A deformação tangencial do concreto é determinada a partir da rotação de corpo rígido dos segmentos radiais.

$$\varepsilon_{ct} = \frac{\psi}{r} x \quad (3.25)$$

As forças tangenciais do concreto são obtidas do diagrama de tensões associado às deformações do concreto (Figura 3.5). Elas são obtidas pela integração da área de um elemento circular de largura dr situado no raio r .

$$F_{ct} = \int_{r_0}^{r_3} k_c f_c k_x x dr \quad (3.26)$$

onde k_c e k_x são definidos em função do bloco de tensões.

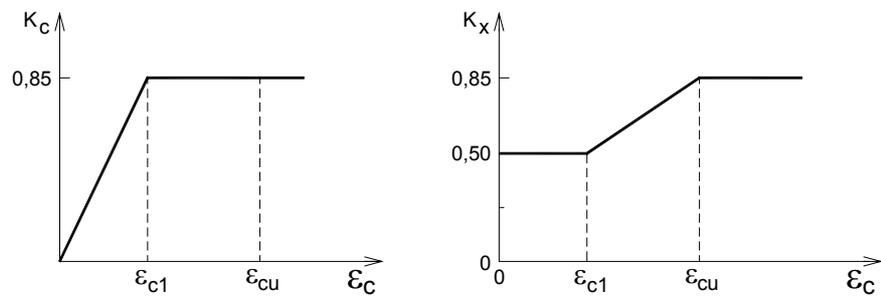
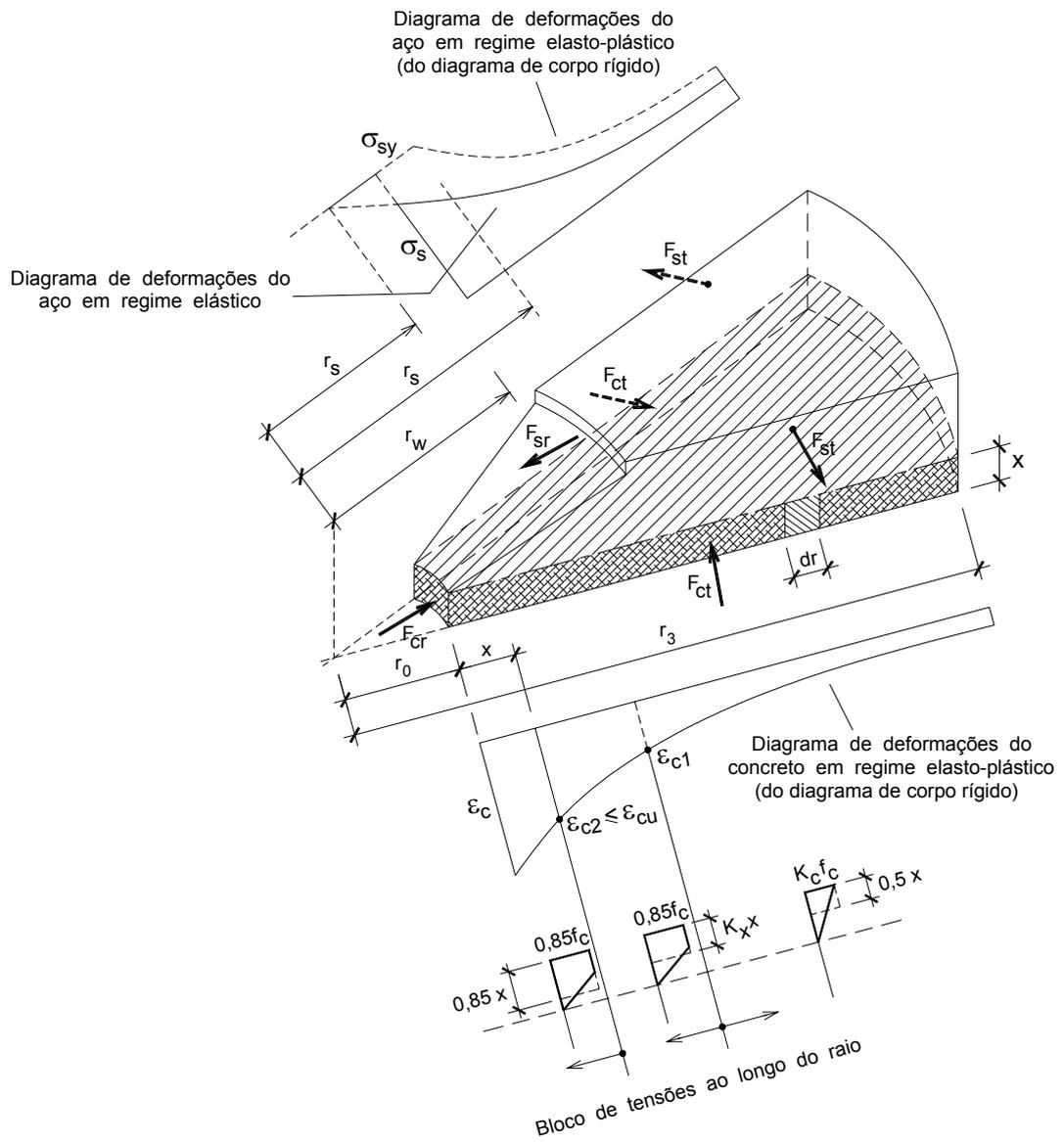


Figura 3.5 – Diagramas de deformação do aço e do concreto (SHEHATA, 1985)

Integrando a Equação 3.26 determina-se F_{ct} para três intervalos de raios:

- Caso 1: $r_0 \leq r_{\varepsilon_{cu}}$

$$F_{ct} = f_c x^2 \left[\frac{k_\varepsilon \psi}{\varepsilon_{c1}} - \frac{0,723 r_0}{x} + \frac{0,425 \psi}{\varepsilon_{c1}} \ln \left(\frac{r_3 \varepsilon_{c1}}{\psi x} \right) \right] \quad (3.27)$$

onde:

$$k_\varepsilon = 0,425 + \frac{0,298 \ln \alpha_\varepsilon}{(\alpha_\varepsilon - 1)} \quad (3.28)$$

$$\alpha_\varepsilon = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{c1}} \quad (3.29)$$

- Caso 2: $r_{\varepsilon_{c1}} \geq r_0 \geq r_{\varepsilon_{cu}}$

$$F_{ct} = f_c x^2 \left[\left(0,425 - \frac{0,298}{\alpha_\varepsilon - 1} \right) \left(\frac{\psi}{\varepsilon_{c1}} - \frac{r_0}{x} \right) + \frac{0,298 \psi}{(\alpha_\varepsilon - 1) \varepsilon_{c1}} \ln \left(\frac{\psi x}{r_0 \varepsilon_{c1}} \right) + 0,425 \frac{\psi}{\varepsilon_{c1}} \ln \left(\frac{r_0 \varepsilon_{c1}}{\psi x} \right) \right] \quad (3.30)$$

- Caso 3: $r_0 \geq r_{\varepsilon_{c1}}$

$$F_{ct(r_0 \rightarrow r_3)} = 0,425 f_c x^2 \ln \left(\frac{r_3}{r_0} \right) \quad (3.31)$$

c) Forças da armadura de flexão

Sendo r_y o raio no qual a armadura de flexão escoar e r_w o raio do prolongamento da fissura de punção na face superior da laje, tem-se que:

- para $r_y < r_w$ (estado elástico)

$$r_y = \psi \frac{(d - x)}{\varepsilon_{sy}} \quad (3.32)$$

$$r_w = r_0 + (d - x) \cot 20^\circ \quad \text{para lajes armadas em duas direções} \quad (3.33)$$

$$dF_{st} = \rho_t \sigma_s d dr \quad (3.34)$$

$$F_{st} = \int_{r_w}^{r_3} \rho_t f_y d \frac{r_y}{r} dr = \rho_t f_y d r_y \ln \left(\frac{r_3}{r_w} \right) \quad (3.35)$$

$$dF_{sr} = \rho_r \sigma_s d r d\varphi \quad (3.36)$$

$$F_{sr} = \int_{r_w}^{r_3} \rho_r f_y d \frac{r_y}{r} r d\varphi = \rho_r f_y d r_y \Delta\varphi \quad (3.37)$$

sendo ρ_t e ρ_r as taxas de armadura nas direções tangencial e radial respectivamente.

Fazendo o equilíbrio de momentos na cunha localizada entre a fissura circunferencial mais interna, duas fissuras radiais e a fissura de flexão, e considerando $\rho_t = \rho_r = \rho$, tem-se que:

$$F_{st}(d-x) = D(r_w - r_o) \quad (3.38)$$

$$D = \left(\frac{d-x}{r_w - r_o} \right) \rho f_y d r_y \ln \left(\frac{r_w}{r_y} \right) \Delta\varphi \quad (3.39)$$

$$\text{onde: } \left(\frac{d-x}{r_w - r_o} \right) = \text{tg}20^\circ \cong 0,364 \quad (3.40)$$

$$D = 0,364 \rho f_y d r_y \ln \left(\frac{r_w}{r_y} \right) \Delta\varphi \quad (3.41)$$

- para $r_y \geq r_w$ (estado elasto-plástico)

$$F_{st} = \int_{r_w}^{r_y} \rho_t f_y d dr + \int_{r_y}^{r_3} \rho_t \sigma_s d dr = \int_{r_w}^{r_y} \rho_t f_y d dr + \int_{r_y}^{r_3} \rho_t f_y \frac{r_y}{r} d dr \quad (3.42)$$

$$F_{st} = \rho_t f_y d \left[(r_y - r_w) + r_y \ln \left(\frac{r_3}{r_w} \right) \right] \quad (3.43)$$

Analogamente ao item anterior:

$$F_{sr} = \rho_r f_y d r_w \Delta\varphi \quad (3.44)$$

Neste caso $D=0$.

3.2.3 Condições de equilíbrio

As equações de equilíbrio são obtidas com base no modelo mecânico apresentado na Figura 3.2.

a) Equilíbrio horizontal

$$F_{cr} \cos \alpha + F_{ct} \Delta \varphi = F_{sr} + F_{st} \Delta \varphi \quad (3.45)$$

b) Equilíbrio vertical

$$P \frac{\Delta \varphi}{2\pi} = \xi F_{cr} \sin \alpha + D \quad (3.46)$$

onde:

$$\xi = (500/d)^{1/3} \quad \text{com } d \text{ em [mm]} \quad (3.47)$$

c) Equilíbrio rotacional

$$P \frac{\Delta \varphi}{2\pi} (r_3 - r_o) = (F_{sr} + F_{st} \Delta \varphi) z + D (r_w - r_o) \quad (3.48)$$

onde:

$$z = d - 0,45x \quad (3.49)$$

3.2.4 Critério de ruptura

O critério de ruptura considera três situações críticas:

- uma compressão diametral do concreto quando a força radial de compressão alcança a inclinação de 20° ;
- um esmagamento radial do concreto, quando a deformação radial média na face comprimida alcança o valor de 0,0035 em um comprimento plástico de 150 mm começando na face do pilar;
- um esmagamento tangencial do concreto, se a deformação tangencial da face comprimida alcança 0,0035 na distância da face do pilar igual à altura da linha neutra.

3.2.5 Método de cálculo

Com as equações de equilíbrio, para determinados valores da rotação ψ , as incógnitas x/d , α e P são determinadas por processo iterativo. Rotações crescentes são testadas até que se encontre a rotação última ψ_u , no momento em que as equações de equilíbrio e o critério de ruptura forem satisfeitos. Neste ponto a carga P encontrada representa a carga de ruptura da laje à punção.

3.2.6 Simplificação do modelo (SHEHATA, 1990)

Em 1990, Shehata formulou uma simplificação para seu modelo mecânico, mantendo os mesmos conceitos fundamentais, com o intuito de facilitar o seu uso.

As forças de pino da armadura longitudinal de flexão foram ignoradas porque, segundo o autor, para as taxas de armadura utilizadas na maioria dos casos práticos, o aço alcança o escoamento no momento da ruptura por punção, impedindo a atuação dessas forças.

As equações de equilíbrio vertical e horizontal no plano radial passaram a ser:

$$P \left(\frac{\Delta\varphi}{2\pi} \right) = dF_{cr} \sin 10^\circ \quad (3.50)$$

$$dF_{sr} = dF_{cr} \cos 10^\circ \quad (3.51)$$

onde:

$$dF_{cr} = dA_c \sigma_b \quad (3.52)$$

$$dA_c = r_0 \Delta\varphi (x / \cos 10^\circ) \quad (3.53)$$

$$\sigma_b = \eta_c f_c \quad (3.54)$$

$$dF_{sr} = \rho_r r_w \Delta\varphi d \sigma_{sr} \quad (3.55)$$

sendo:

x → altura da linha neutra;

r_0 → raio do pilar;

r_w → raio onde ocorre a punção, definido pela extremidade superior da fissura de cisalhamento;

d → altura útil da laje;

$\eta_c \rightarrow$ fator de concentração de tensões, que expressa a resistência do concreto sob um estado multiaxial de tensões;

$\rho_r \rightarrow$ taxa radial de armadura, igual à taxa de armadura de uma malha no caso da distribuição ortogonal das barras de aço.

A altura da linha neutra pode ser calculada por:

$$\frac{x_0}{d} = 0,8 \sqrt{\frac{35n\rho_e}{f_c}} \quad (3.56)$$

onde:

$f_c \rightarrow$ resistência à compressão do concreto, em [MPa]

$\rho_e \rightarrow$ taxa de armadura para a tensão de escoamento de 500 MPa

$$\rho_e = \frac{f_y}{500} \leq 2\% \quad (3.57)$$

$$n = \frac{E_s}{E_c} \quad (3.58)$$

O fator de concentração de tensões η_c teve a seguinte simplificação:

$$\eta_c = 1,4 \sqrt{\frac{2d}{r_0}} \geq 1,25 \quad (3.59)$$

A taxa de armadura para a qual a armadura de flexão localizada no cone de punção ($r < r_w$) escoar é dada por:

$$\rho_r = 2,5n \left(\frac{r_0}{r_w} \right) \left(\frac{d}{r_w} \right) \left(\frac{f_c}{f_y} \right)^2 \quad (3.60)$$

onde:

$$r_w = r_0 + (d - x) \cot 20^\circ \quad (3.61)$$

Finalmente, a carga última pode ser estimada por:

$$P = 2\pi r_0 \times \eta_c f_c \text{tg} 10^\circ \sqrt[3]{\frac{500}{d}} \quad (3.62)$$

onde $\sqrt[3]{\frac{500}{d}}$ é um valor experimental para o efeito de forma (*size effect*).

3.3 Modelo de GOMES (1991)

O modelo teórico proposto por GOMES (1991) foi elaborado para lajes-cogumelo com armadura de punção e submetidas a carregamento centrado. O autor se baseou nos modelos de KINNUNEN & NYLANDER (1960), de ANDERSSON (1963) e de SHEHATA (1985), e nos seus ensaios experimentais.

Neste modelo em especial serão dadas algumas sugestões (em itálico) para a consideração da adição de fibras de aço ao concreto. Não se pretende formular um novo modelo baseado no de GOMES (1991), uma vez que seriam necessários alguns ensaios experimentais que não foram objetivo desta tese.

3.3.1 Hipóteses

i) Em estágios avançados de carregamento as fissuras de flexão e de cisalhamento dividem a laje em três partes:

- pilar: limitado pela fissura circunferencial mais interna no topo da laje;
- cunhas: limitadas pelas fissura circunferencial mais interna, pela fissura circunferencial de cisalhamento e pelas fissuras radiais de flexão;
- segmentos de laje: limitados pela fissura circunferencial de cisalhamento, pelas fissuras radiais de flexão e pelo bordo da laje.

ii) Após a aplicação do carregamento na laje, as cunhas e os segmentos sofrem uma rotação de corpo rígido em torno do centro de rotação.

iii) Não se considera a ação de compressão de membrana por ser a favor da segurança, aumentando a carga última.

iv) Não se considera o efeito de pino da armadura positiva de flexão, devido às grandes rotações que ocorrem em lajes com armadura de punção. Isso faz com que os raios de escoamento da armadura de flexão sejam quase sempre maiores que os raios das fissuras de cisalhamento.

3.3.2 Apresentação do modelo

A Figura 3.6 apresenta as forças atuantes nos elementos, oriundas da rotação (ψ) da laje. As forças são as seguintes:

- Força radial do concreto (F_{cr}): atua no segmento de laje, abaixo da origem da fissura de cisalhamento, na seção próxima ao pilar. Representa a contribuição do concreto na resistência à punção.
- Força tangencial do concreto (F_{ct}): atua no segmento de laje, abaixo do centro de rotação, na direção tangencial. Resultante radial: $F_{ct}\Delta\varphi$.
- Força tangencial da armadura de flexão (F_{st}): atua na armadura de flexão do segmento de laje, na direção tangencial. Resultante radial: $F_{st}\Delta\varphi$.
- Força radial da armadura de flexão (F_{sr}): atua na armadura de flexão, na cunha, na direção radial.
- Força da armadura de punção (F_e): força transferida da cunha para o segmento, por meio da armadura de punção.

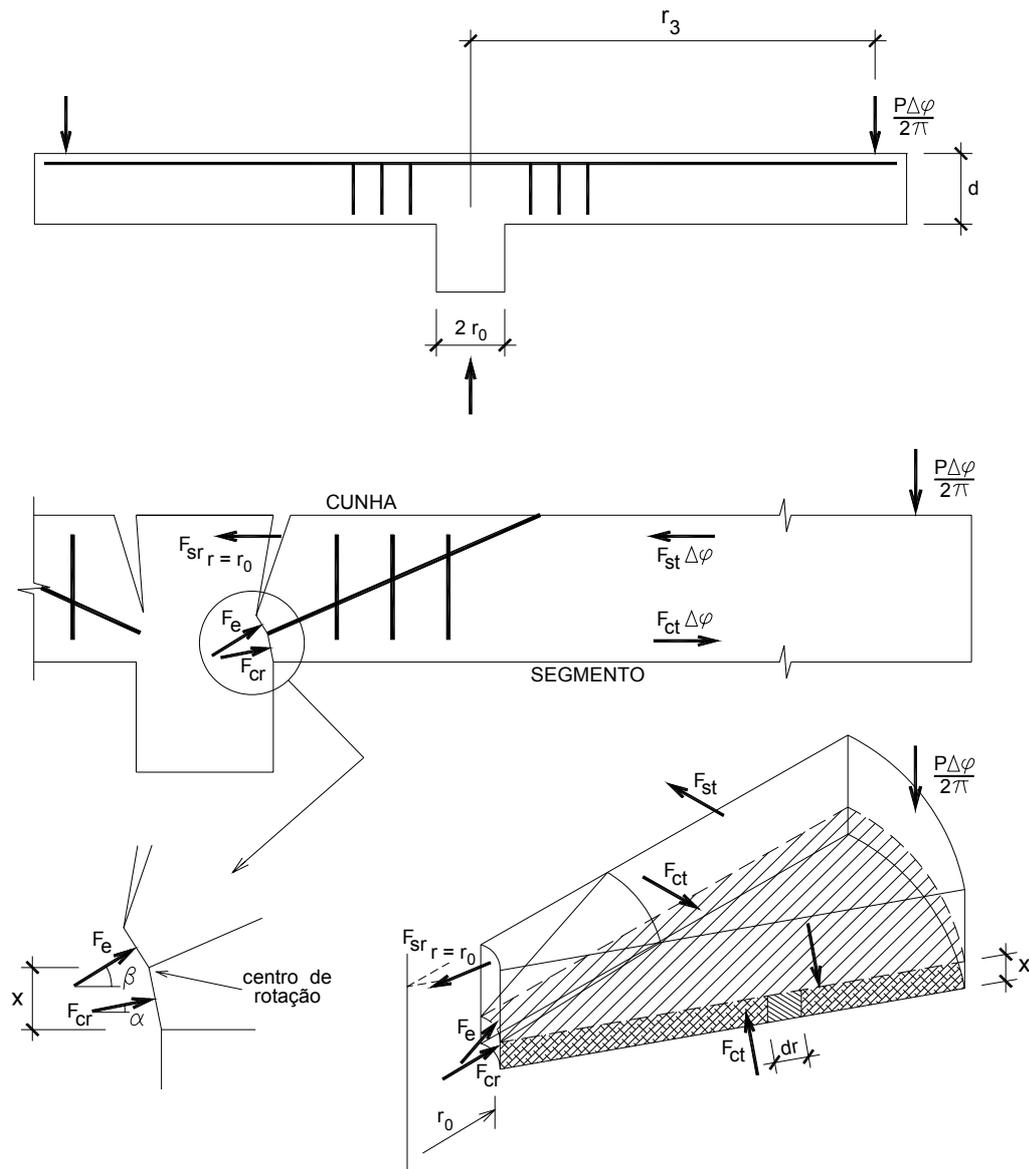


Figura 3.6 – Modelo mecânico de GOMES (1991)

3.3.3 Determinação das forças

a) Força radial do concreto (F_{cr})

Esta força representa a capacidade total do tronco de pirâmide localizado na face do pilar, levando em consideração o efeito do gradiente radial de tensões. O gradiente de tensões que aparece no prismatóide faz com que sua tensão de ruptura seja maior do que a resistência à compressão de corpos-de-prova

cilíndricos de concreto. O gradiente pode ser determinado com o auxílio da Figura 3.7, sendo expresso na Equação 3.63.

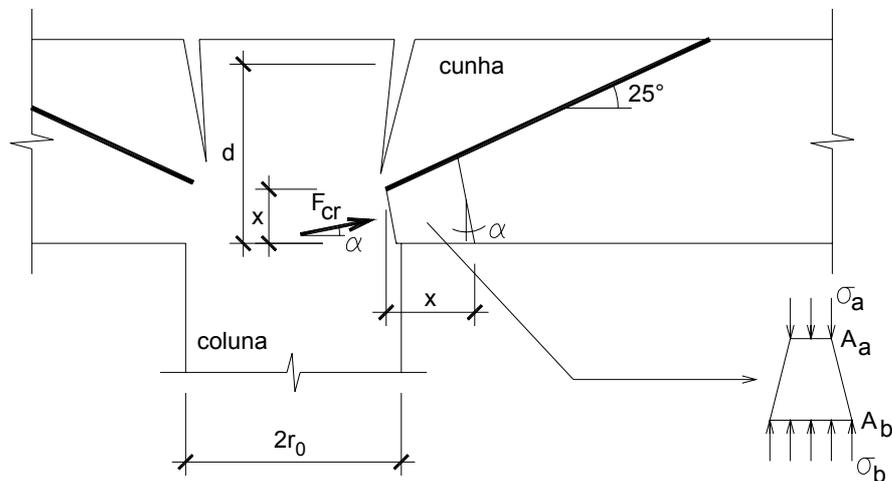


Figura 3.7 – Tronco de pirâmide ou prismatóide (GOMES, 1991)

$$\xi = \frac{\sigma_a - \sigma_b}{f_c} = \frac{\sigma_a - \sigma_b}{x} \cdot \frac{x}{f_c} = \frac{\sigma_a}{f_c} \left(1 - \frac{A_a}{A_b} \right) \quad (3.63)$$

A partir das considerações geométricas obtêm-se as áreas A_a e A_b e tem-se que:

$$\xi = \frac{\sigma_a}{f_c} \left(\frac{2r_0(k-1) + x(\operatorname{tg} \alpha + k_1)}{2r_0 + xk_1} \right) \quad (3.64)$$

onde:

$$k = 1 + \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg}(25^\circ - \alpha) \quad (3.65)$$

$$k_1 = \frac{2k}{\cos^2 \alpha} - k^2 \operatorname{tg} \alpha \quad (3.66)$$

Os ensaios de SHEHATA & SHEHATA (1989) demonstraram que a tensão σ_a pode ser determinada como função linear de ξ , obtendo-se:

$$\frac{\sigma_a}{f_c} = 1 + 0,9 \xi \quad (3.67)$$

Substituindo a Equação 3.64 na 3.67 obtém-se:

$$\sigma_a = \eta \cdot f_c \quad (3.68)$$

onde:

$$\eta\left(\alpha, \frac{r_o}{d}, \frac{x}{d}\right) = \frac{2 \frac{r_o}{d} k + \frac{x}{d} k_1}{\frac{r_o}{d} (1,8 + 0,2k) + \frac{x}{d} (0,1k + 0,9 \operatorname{tg} \alpha)} \quad (3.69)$$

A força radial no concreto (F_{cr}), atuante na área $A_a=A_c$, pode então ser determinada pela Equação 3.70.

$$F_{cr} = A_c \cdot \eta \cdot f_c \quad (3.70)$$

onde:

$$A_c = \frac{2\pi x}{\cos \alpha} \left(r_o - \frac{x \cdot \operatorname{tg} \alpha}{2} \right) \Delta\varphi \quad (3.71)$$

sendo:

$x \rightarrow$ altura da linha neutra;

$\alpha \rightarrow$ inclinação da força radial do concreto;

$r_o \rightarrow$ raio do pilar.

Em lajes de concreto com fibras de aço, a tensão de ruptura do prisma (σ_a) seria ainda maior, devido ao efeito de costura das fibras na superfície de deslizamento. Para a adaptação deste modelo à consideração das fibras, seriam necessários ensaios de prismas de concreto com fibras para a determinação de um novo valor de “η”, a exemplo do que foi feito por SHEHATA & SHEHATA (1989).

b) Força tangencial do concreto (F_{ct})

O autor adota o diagrama simplificado bilinear de tensão-deformação do concreto ilustrado na Figura 3.3.

A componente radial da força tangencial do concreto ($F_{ct\Delta\varphi}$) é determinada pela integração da área de um elemento circular de largura dr situado no raio r .

$$F_{ct(r_o \rightarrow r_3)} \Delta\varphi = \Delta\varphi \int_{r_o}^{r_3} k_c f_c k_x x dr \quad (3.72)$$

onde:

- k_c e $k_x \rightarrow$ funções da deformação tangencial na fibra extrema (ϵ_{ct});
- $k_c \rightarrow$ razão entre a tensão máxima e f_c ;
- $k_x \rightarrow$ razão da tensão média no bloco até o valor máximo.

Na Figura 3.8 estão ilustrados os diagramas de deformação do aço e do concreto de uma faixa rígida da laje, e a variação do bloco de tensões tangenciais do concreto ao longo do raio.

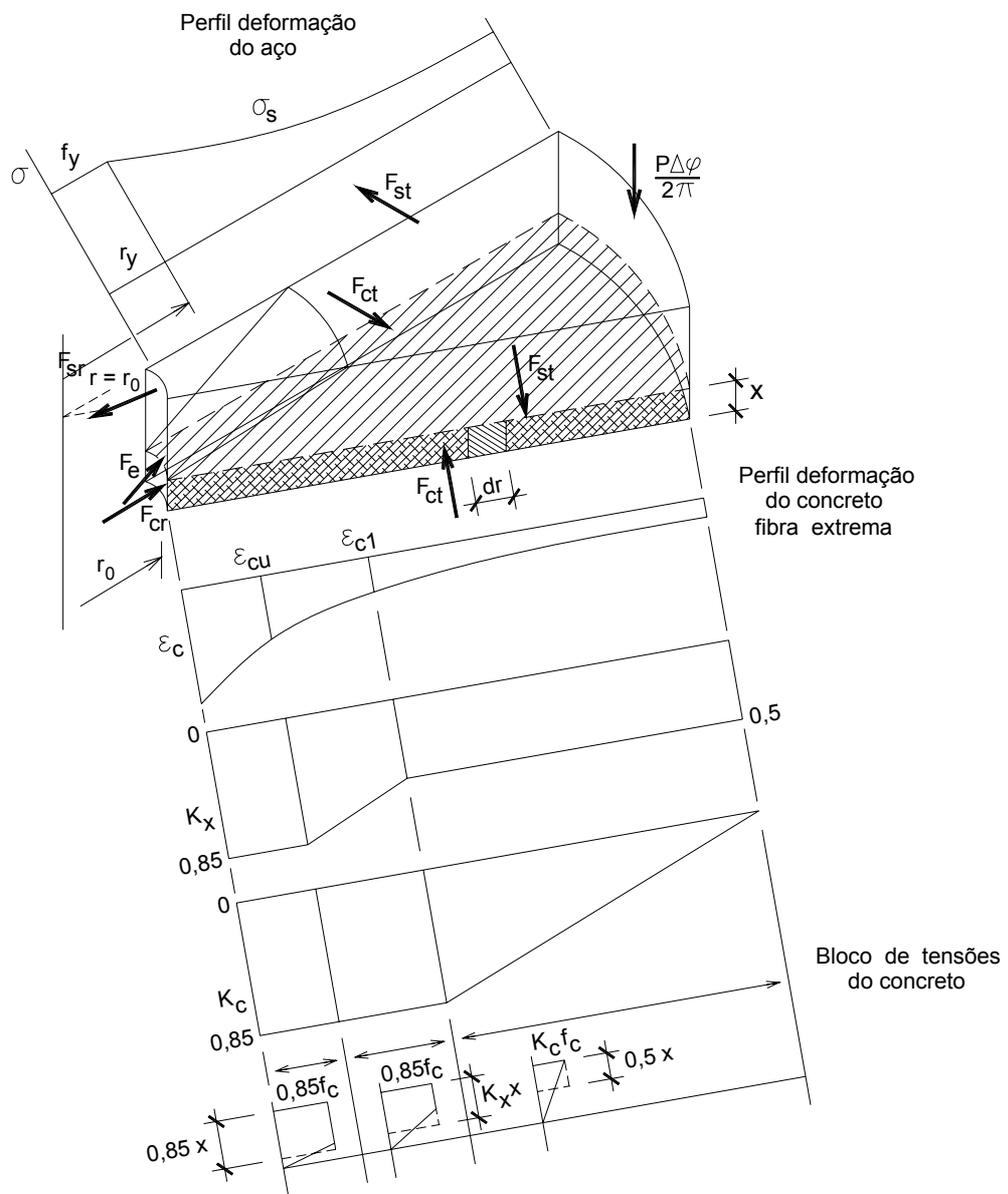


Figura 3.8 – Diagramas de deformação do aço e do concreto (GOMES, 1991)

$$k_x = \begin{cases} 0,5 & \text{para } r_{\varepsilon_{c1}} \leq r \leq r_3 \\ 0,5 + 0,35 \left(\frac{\varepsilon_{ct} - \varepsilon_{c1}}{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{c1}} \right) \leq 0,85 & \text{para } r_{\varepsilon_{c1}} \leq r \leq r_{\varepsilon_{c1}} \end{cases} \quad (3.73)$$

$$k_c = \begin{cases} 0,85 \frac{\varepsilon_{ct}}{\varepsilon_{c1}} & \text{para } r_{\varepsilon_{c1}} \leq r \leq r_3 \\ 0,85 & \text{para } r \leq r_{\varepsilon_{c1}} \end{cases} \quad (3.74)$$

sendo:

$$\varepsilon_{c1} = \frac{\sqrt{f_c}}{5000} \quad \text{com } f_c \text{ em [MPa]} \quad (3.75)$$

$$\varepsilon_{cu} = 0,0035 \quad (3.76)$$

A deformação tangencial do concreto, determinada a partir da rotação do diagrama de corpo rígido, é diretamente proporcional à rotação da laje e à altura da linha neutra.

$$\varepsilon_{ct} = \frac{\Delta r_c}{r_c} = \frac{\psi}{r_c} x \quad (3.77)$$

Portanto, tem-se que:

$$r_{\varepsilon_{c1}} = \psi \frac{x}{\varepsilon_{c1}} \quad ; \quad r_{\varepsilon_{cu}} = \psi \frac{x}{\varepsilon_{cu}} \quad (3.78)$$

Utilizando as Equações 3.72 a 3.78, a força tangencial do concreto pode ser determinada para seis intervalos de raios:

- Caso 1: $r_0 \leq r_{\varepsilon_{cu}} \leq r_{\varepsilon_{c1}} \leq r_3$

$$F_{ct(r_0 \rightarrow r_3)} = 2\pi f_c x^2 \left[\frac{k_0 \psi}{\varepsilon_{c1}} - \frac{0,723 r_0}{x} + \frac{0,425 \psi}{\varepsilon_{c1}} \ln \left(\frac{r_3 \varepsilon_{c1}}{\psi x} \right) \right] \quad (3.79)$$

onde:

$$k_0 = 0,425 + \frac{0,298 \ln \alpha_0}{(\alpha_0 - 1)} \quad (3.80)$$

$$\alpha_0 = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{c1}} \quad (3.81)$$

- **Caso 2:** $r_{\varepsilon_{cu}} \leq r_0 \leq r_{\varepsilon_{c1}} \leq r_3$

$$F_{ct(r_0 \rightarrow r_3)} = 2\pi f_c x^2 \left[\left(0,425 - \frac{0,298}{\alpha_0 - 1} \right) \left(\frac{\psi}{\varepsilon_{c1}} - \frac{r_0}{x} \right) + \frac{0,298\psi}{(\alpha_0 - 1)\varepsilon_{c1}} \ln \left(\frac{\psi x}{r_0 \varepsilon_{c1}} \right) + 0,425 \frac{\psi}{\varepsilon_{c1}} \ln \left(\frac{r_0 \varepsilon_{c1}}{\psi x} \right) \right] \quad (3.82)$$

- **Caso 3:** $r_{\varepsilon_{cu}} \leq r_{\varepsilon_{c1}} \leq r_0 \leq r_3$

$$F_{ct(r_0 \rightarrow r_3)} = 2\pi f_c x^2 \left[0,425 \frac{\psi}{\varepsilon_{c1}} \ln \left(\frac{r_3}{r_0} \right) \right] \quad (3.83)$$

- **Caso 4:** $r_0 \leq r_{\varepsilon_{cu}} \leq r_3 \leq r_{\varepsilon_{c1}}$

$$F_{ct(r_0 \rightarrow r_3)} = 2\pi f_c x^2 \left[\left(1 + \frac{1}{\alpha_0 - 1} \right) \left(\frac{0,298\psi}{\varepsilon_{cu}} + \frac{0,425r_3}{x} \right) - \frac{0,723}{x} \left(r_0 + \frac{r_3}{\alpha_0 - 1} \right) + \frac{0,298\psi}{(\alpha_0 - 1)\varepsilon_{c1}} \ln \left(\frac{r_3 \varepsilon_{cu}}{\psi x} \right) \right] \quad (3.84)$$

- **Caso 5:** $r_{\varepsilon_{cu}} \leq r_0 \leq r_3 \leq r_{\varepsilon_{c1}}$

$$F_{ct(r_0 \rightarrow r_3)} = 2\pi f_c x^2 \left[\left(\frac{r_3 - r_0}{x} \right) \left(0,425 - \frac{0,298}{\alpha_0 - 1} \right) + \frac{0,298\psi}{(\alpha_0 - 1)\varepsilon_{c1}} \ln \left(\frac{r_3}{r_0} \right) \right] \quad (3.85)$$

- **Caso 6:** $r_0 \leq r_3 \leq r_{\varepsilon_{cu}} \leq r_{\varepsilon_{c1}}$

$$F_{ct(r_0 \rightarrow r_3)} = 2\pi 0,723 f_c x (r_3 - r_0) \quad (3.86)$$

No concreto reforçado com fibras de aço, talvez houvesse variação dos parâmetros que determinam F_{ct} , como por exemplo a deformação tangencial do concreto (ε_{cu} , ε_{c1} etc.).

c) Força tangencial da armadura de flexão (F_{st})

Adota-se para o aço o diagrama tensão-deformação supondo um material elastoplástico perfeito, ilustrado na Figura 3.9.

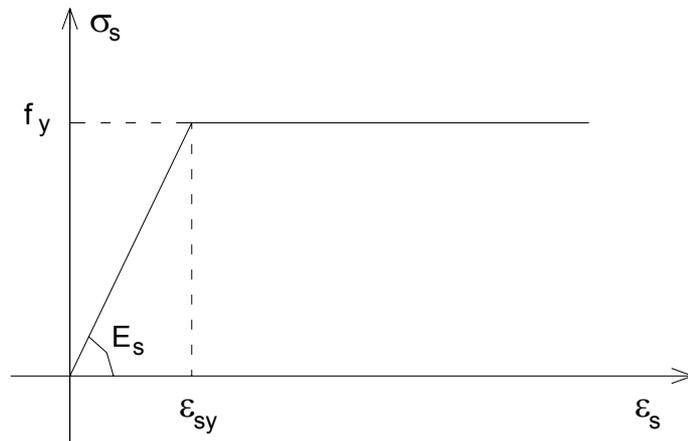


Figura 3.9 – Diagrama tensão-deformação do aço (GOMES, 1991)

A deformação tangencial da armadura de flexão é determinada pela rotação da laje como um corpo rígido.

$$\epsilon_{st} = \frac{\Delta r_s}{r_s} = \frac{\psi}{r_s} (d - x) \quad (3.87)$$

Portanto, tem-se:

$$r_{sy} = \psi \frac{(d - x)}{\epsilon_{sy}} \quad (3.88)$$

sendo:

$$\epsilon_{sy} = \frac{f_y}{200000} \quad (3.89)$$

A componente radial da força tangencial da armadura de flexão ($F_{st\Delta\varphi}$) é determinada pela integração da área de um elemento circular de largura dr situado no raio r .

$$dF_{st} = \sigma_s \cdot A_s = \rho \sigma_s d dr \quad (3.90)$$

$$F_{st(r_0 \rightarrow r_3)} \Delta\varphi = \left[\int_{r_0}^{r_y} \rho f_y d dr + \int_{r_y}^{r_3} \rho f_y d \frac{r_y}{r} dr \right] \Delta\varphi \chi \quad (3.91)$$

Para $r_0 \leq r_y \leq r_3$:

$$F_{st(r_0 \rightarrow r_3)} = 2\pi\rho\chi \frac{f_y}{100} d \left[(r_y - r_0) + r_y \ln\left(\frac{r_3}{r_y}\right) \right] \quad (3.92)$$

Para $r_0 \leq r_3 \leq r_y$:

$$F_{st(r_0 \rightarrow r_3)} = 2\pi\rho\chi \frac{f_y}{100} d(r_3 - r_0) \quad (3.93)$$

onde χ é um coeficiente relativo à diferença entre as forças radiais exercidas pela armadura ortogonal e aquelas exercidas pelas armaduras radial e circunferencial, resultando em uma mesma taxa de armadura de flexão. GOMES (1991) obtém este coeficiente a partir dos gráficos propostos por KINUNNEN (1963). AMORIM (2000) fez um estudo de linhas de tendência adequadas a esses gráficos e determinou a Equação 3.94.

$$\chi = -0,0671 \left(\frac{r_y}{r_3}\right)^3 + 0,1669 \left(\frac{r_y}{r_3}\right)^2 + 0,0020 \left(\frac{r_y}{r_3}\right) + 0,829 \quad (3.94)$$

Em lajes de concreto com fibras de aço, seria interessante analisar a possibilidade de contribuição das fibras junto com a armadura de flexão tracionada.

d) Força radial da armadura de flexão (F_{sr})

A força radial atuante na armadura de flexão (F_{sr}) é determinada pela integração da área lateral de um cilindro de raio r_0 e altura d .

$$dF_{sr} = \sigma_s \cdot A_s = \rho f_y d r_0 \Delta\varphi \quad (3.95)$$

$$F_{sr(r=r_0)} = 2\pi\rho\chi \frac{f_y}{100} d \cdot r_0 \quad (3.96)$$

e) Força da armadura de cisalhamento (F_e)

A Figura 3.10 mostra o diagrama das forças atuantes nas armaduras de cisalhamento. Apenas as armaduras localizadas dentro da cunha são consideradas no cálculo.

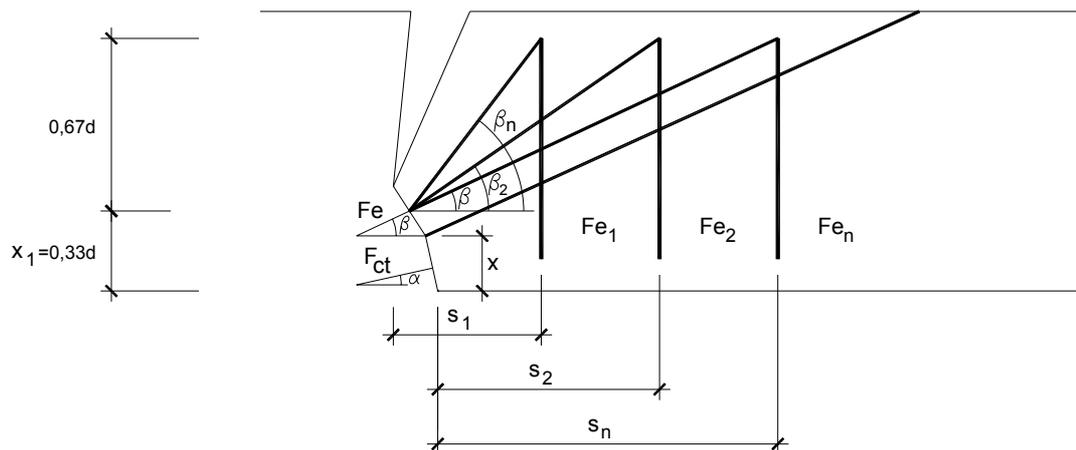


Figura 3.10 – Diagrama das forças das armaduras de cisalhamento (GOMES, 1991)

A componente vertical de F_e é obtida pelo somatório das forças verticais que cruzam a fissura de cisalhamento.

$$F_e \operatorname{sen} \beta = A_{s1} f_{e1} + A_{s2} f_{e2} + \dots + A_{sn} f_{en} \quad (3.97)$$

onde:

β → ângulo entre F_e e o plano horizontal;

A_{sn} → área da seção transversal do n -ésimo elemento de combate ao cisalhamento;

f_{en} → tensão atuante no n -ésimo elemento.

A componente horizontal é dada por:

$$F_e \cos \beta = F_{e1} \cos \beta_1 + F_{e2} \cos \beta_2 + \dots + F_{en} \cos \beta_n \quad (3.98)$$

onde:

$$F_{en} = \frac{A_{sn} f_{en}}{\operatorname{sen} \beta_n} \quad (3.99)$$

Considerando $\cot \beta_n = \frac{s_n}{(d - x)}$ tem-se que:

$$F_e \cos \beta = \frac{1}{(d-x)} (A_{s1} f_{e1} s_1 + A_{s2} f_{e2} s_2 + \dots + A_{sn} f_{en} s_n) \quad (3.100)$$

A partir da resolução do sistema formado pelas Equações 3.97 a 3.100, com três incógnitas (F_e , β , x) e considerando $x_1=0,33d$, obtém-se:

$$\beta = \arctg \left[\frac{0,67d \sum_{i=1}^n A_{s_i} f_{ei}}{\sum_{i=1}^n A_{s_i} f_{ei} s_i} \right] \quad (3.101)$$

$$F_e = \frac{\sum_{i=1}^n A_{s_i} f_{ei}}{\text{sen} \beta} \quad (3.102)$$

3.3.4 Equações de equilíbrio

As equações de equilíbrio são obtidas com base no modelo mecânico apresentado na Figura 3.6.

a) Equilíbrio horizontal

$$F_{sr(r=r_0)} + F_{st(r_0 \rightarrow r_3)} = F_e \cos \beta + \xi F_{cr} \cos \alpha + F_{ct(r_0 \rightarrow r_3)} \quad (3.103)$$

onde:

$$\xi = (400/d)^{1/4} \quad \text{com } d \text{ em [mm]} \quad (3.104)$$

b) Equilíbrio vertical

$$\xi F_{cr} \text{sen} \alpha + F_e \text{sen} \beta = P \quad (3.105)$$

c) Equilíbrio rotacional

$$P(r_3 - r_0) = z(F_{sr(r=r_0)} + F_{st(r_0 \rightarrow r_3)}) \quad (3.106)$$

onde:

$$z = d - 0,45x \quad (3.107)$$

Na Equação 3.106 o autor despreza a contribuição das forças F_{cr} e F_{ct} no equilíbrio de momentos, pois o braço de alavanca delas para o C.R. é muito pequeno.

Em um modelo para lajes de concreto com fibras de aço, as fibras atuam “costurando” as fissuras, provavelmente como ilustrado na Figura 3.11. Nesses locais apareceriam forças de arrancamento das fibras (F_f) quando elas fossem solicitadas, próximo à ruína da ligação. As componentes verticais e horizontais dessas forças deveriam aparecer nas equações de equilíbrio.

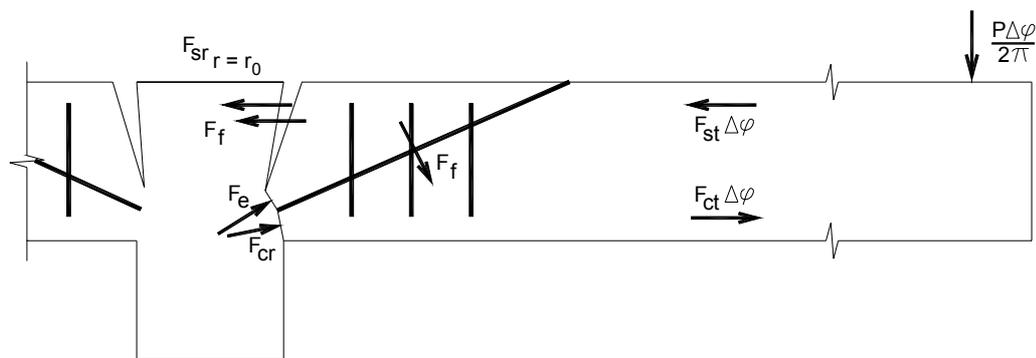


Figura 3.11 – Modelo mecânico adaptado para CRFA

3.3.5 Critérios de ruptura

a) Ruptura interna à região da armadura de cisalhamento

Segundo o modelo, a ruptura ocorre quando um mecanismo local é formado e o concreto se separa, formando uma superfície de deslizamento que atinge a zona comprimida.

A ruptura na região abaixo da fissura de cisalhamento e próximo ao pilar ocorre quando a tensão de cisalhamento em qualquer superfície atinge a resistência ao deslizamento.

$$|\tau| = c - \mu \sigma \quad (3.108)$$

onde:

$$c = f_c / 4 \rightarrow \text{coesão interna do concreto, segundo BRAESTRUP (1976);} \quad (3.109)$$

$$\mu = \text{tg } \varphi = 0,75 \quad (\varphi = 37^\circ) \rightarrow \text{coeficiente de atrito interno;} \quad (3.110)$$

$\sigma \rightarrow$ tensão normal no plano de deslizamento.

O trabalho externo é obtido pelo produto da força pelo deslocamento, conforme a Figura 3.12.

$$W_e = \sigma b t v \sin(\theta - \varphi) \tag{3.111}$$

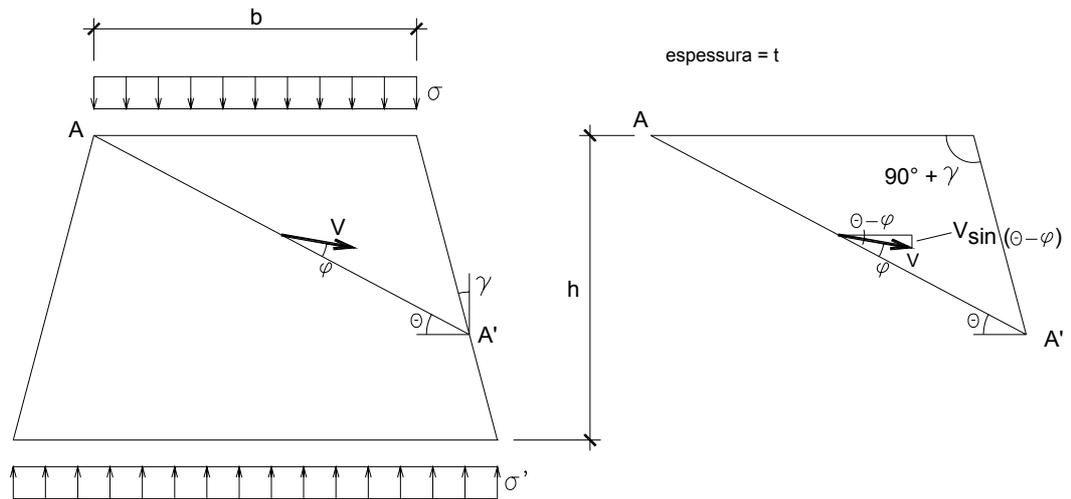


Figura 3.12 – Mecanismo de ruptura por deslizamento (GOMES, 1991)

O trabalho interno por unidade de comprimento pode ser obtido multiplicando-se o vetor de tensões pelo vetor de deformações, representados na Figura 3.13.

$$W_i^* = [\sigma \ \tau] [v \sin \varphi \ v \cos \varphi] = v \cos \varphi (\tau + \sigma \operatorname{tg} \varphi) = v c \cos \varphi \tag{3.112}$$

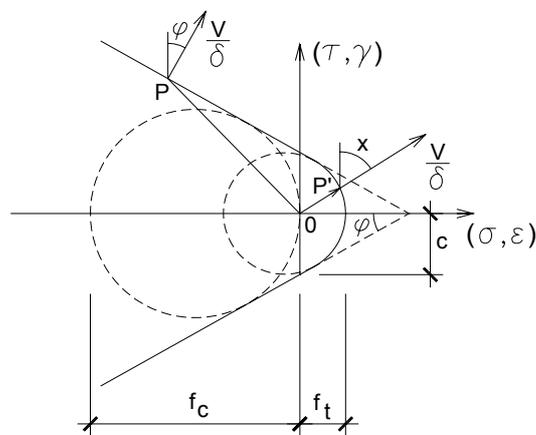


Figura 3.13 – Critério de Coulomb modificado com vetores deslocamento (GOMES, 1991)

O trabalho interno total pode ser determinado pelo produto da Equação 3.112 pelo comprimento da superfície de ruptura:

$$W_i = v c \cos \varphi \frac{\text{sen}(90^\circ + \gamma) b t}{\text{sen}(90^\circ - \theta - \lambda)} \quad (3.113)$$

Igualando o trabalho interno ao externo obtém-se:

$$\sigma = \frac{c \cos \varphi \text{sen}(90^\circ + \gamma)}{\text{sen}(\theta - \varphi) \text{sen}(90^\circ - \theta - \gamma)} \quad (3.114)$$

Minimizando a Equação 3.114 em relação a θ obtém-se a seguinte solução de limite superior:

$$\theta = \frac{\varphi + 90^\circ - \gamma}{2} \quad (3.115)$$

$$\sigma_{\min} = \frac{c \cos \varphi \text{sen}(90^\circ + \gamma)}{\text{sen}^2\left(\frac{90^\circ - \gamma - \varphi}{2}\right)} \quad (3.116)$$

Substituindo valores para γ e c (Equações 3.109 e 3.110):

$$\sigma_{\min} = k f_c \quad (3.117)$$

onde:

$$k = 0,2 \frac{\text{sen}(90^\circ + \gamma)}{\text{sen}^2\left(\frac{53^\circ - \gamma}{2}\right)} \quad \text{sendo} \quad \begin{cases} \gamma = 25^\circ - \alpha & \text{para } \alpha \leq 12,5^\circ \\ \gamma = \alpha & \text{para } \alpha \geq 12,5^\circ \end{cases} \quad (3.118)$$

Portanto, a ruptura do prisma ocorre quando a Equação 3.117 é satisfeita, por insuficiência de resistência ao deslizamento. O valor de k é então comparado com o valor de η (Equação 3.69), obtido da análise do gradiente longitudinal de tensões. Ocorrendo a igualdade, acontece a ruptura interna à região da armadura de cisalhamento da laje, ou seja, abaixo da fissura crítica e próxima ao pilar.

Conforme mencionado anteriormente, as fibras provavelmente atuam no escorregamento (Figura 3.12), oferecendo resistência pelo efeito de “costura” na superfície de deslizamento. A partir de ensaios de prismatoides de concreto com

fibras, seria determinado um novo valor de “ η ”, e o critério de ruptura da região próxima ao pilar seria reformulado.

b) Ruptura externa à região da armadura de cisalhamento

Essa ruptura ocorre, segundo GOMES (1991), quando a tensão normal máxima na seção localizada a aproximadamente ‘1,35d’ da última camada de armadura de cisalhamento alcança a resistência à compressão diametral do concreto (f_{sp}). Nesse momento ocorre a formação da fissura crítica. O valor ‘1,35d’ foi obtido experimentalmente pelo autor, sendo ainda motivo de estudos.

A tensão normal máxima é expressa por:

$$\sigma_{\max} = \frac{1}{2} \sigma_x + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = f_{sp} \quad (3.119)$$

onde:

$$\sigma_x = \frac{H}{bh} \quad (3.120)$$

$$\tau_{xy} = \frac{3 P \Delta \varphi}{2 bh} \quad (3.121)$$

sendo:

$$H = F_{st(r_1 \rightarrow r_3)} \Delta \varphi - F_{ct(r_1 \rightarrow r_3)} \Delta \varphi \quad (3.122)$$

$$F_{st(r_1 \rightarrow r_3)} \Delta \varphi = F_{st(r_0 \rightarrow r_3)} \Delta \varphi - F_{st(r_0 \rightarrow r_1)} \Delta \varphi \quad (3.123)$$

$$F_{ct(r_1 \rightarrow r_3)} \Delta \varphi = F_{ct(r_0 \rightarrow r_3)} \Delta \varphi - F_{ct(r_0 \rightarrow r_1)} \Delta \varphi \quad (3.124)$$

No concreto reforçado com fibras de aço, o valor da resistência à tração por compressão diametral (f_{sp}), é maior do que no concreto sem fibras. Sendo assim, poder-se-ia utilizar, como critério de ruptura externa, um valor de f_{sp} que fosse função do volume de fibras de aço, a exemplo do que foi feito no Capítulo 6 (Equação 6.2).

3.3.6 Método de cálculo

O modelo de GOMES (1991) pode ser representado por um sistema de quatro equações e quatro incógnitas. As equações são as três de equilíbrio e a relativa ao critério de ruptura, e as incógnitas são: rotação (ψ), altura da linha neutra (x), ângulo de aplicação da força radial do concreto (α) e carga de ruptura (P). O procedimento para a solução desse sistema é iterativo e consiste de cinco etapas básicas:

a) Adoção de ψ , x , α

- Considera-se $\psi = 2/d$ com 'd' em [mm]
- Utiliza-se a sugestão de SHEHATA (1985) para lajes sem armadura de punção: $\frac{x}{d} = 0,8 \sqrt{\frac{35n\rho}{f_c}}$ onde $n = \frac{E_s}{E_c}$ e $E_c = 4250\sqrt{f_c}$
- Adota-se α pequeno para começar.

b) Determinação de 'x' pelo Equilíbrio Horizontal

$$F_{sr(r=r_0)} + F_{st(r_0 \rightarrow r_3)} = F_e \cos \beta + \xi F_{cr} \cos \alpha + F_{ct(r_0 \rightarrow r_3)}$$

Os parâmetros adotados ψ , x , α devem ser ajustados até que a equação acima seja satisfeita.

c) Determinação de ' α ' pelo Equilíbrio Vertical

$$\xi F_{cr} \sin \alpha + F_e \sin \beta = P$$

O parâmetro α adotado no primeiro passo deve ser verificado.

d) Aplicação do critério de ruptura

- Superfície de ruptura na face do pilar: comparar η com k .
- Superfície de ruptura além da região armada: $\sigma_{\max} = f_{sp}$

A condição que for alcançada primeiro indica P_u e o modo de ruptura.

3.4 Modelo de ALEXANDER & SIMMONDS (1991)

ALEXANDER & SIMMONDS (1991) propuseram um modelo simplificado (“Bond Model”), denominado neste trabalho *Modelo Viga-Arco*, para punção em lajes sem armadura de punção.

Esse modelo originou-se de um primeiro modelo proposto pelos autores, o “Truss Model” (ALEXANDER & SIMMONDS, 1987), onde a ligação laje-pilar era idealizada como sendo uma treliça espacial formada de tirantes de aço tracionados e bielas inclinadas comprimidas (Figura 3.14). Posteriormente os ensaios experimentais demonstraram que as bielas comprimidas radiais eram curvas e não retas, necessitando de uma revisão do modelo. Assim surgiu o *Modelo Viga-Arco* (“Bond Model”) em 1991.

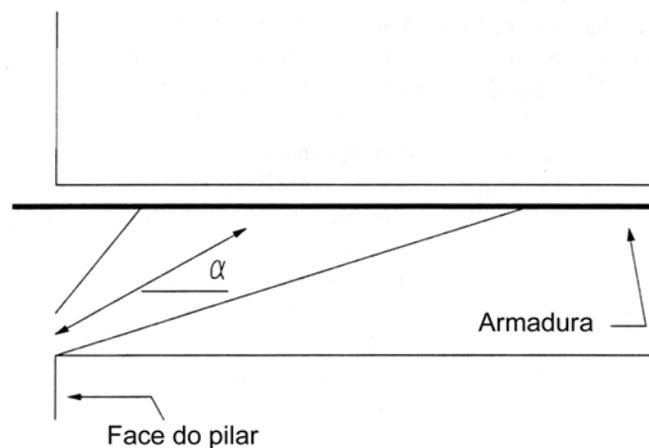


Figura 3.14 – “Truss Model” (ALEXANDER & SIMMONDS ,1987)

O *Modelo Viga-Arco* liga a transferência de força na ligação laje-pilar a gradientes de força na armadura de flexão próxima ao pilar. O termo “bond model” se justifica, uma vez que o gradiente de força na armadura está intimamente ligado à aderência entre a armadura e o concreto. O modelo combina características do “Truss Model” com o conceito de limitação da tensão de cisalhamento, e fornece estimativas de limite inferior da resistência à punção de ligações laje-pilar interno.

O *Modelo Viga-Arco* descreve a transferência da força cortante em uma ligação laje-pilar interno, em termos de dois mecanismos fundamentais de transferência de esforço cortante: ação de viga e ação de arco.

A laje é dividida em faixas radiais e quadrantes (Figura 3.15). Nos quadrantes, o esforço cortante é controlado pela ação de viga; dentro das faixas radiais, o esforço cortante é suportado por um arco comprimido, e varia de um valor máximo na face do pilar a um valor próximo de zero, na interseção do arco com a armadura de flexão da laje. Portanto, a força é transferida dos quadrantes adjacentes para uma faixa radial por meio de ação de viga, e da faixa para o pilar por meio de ação de arco.

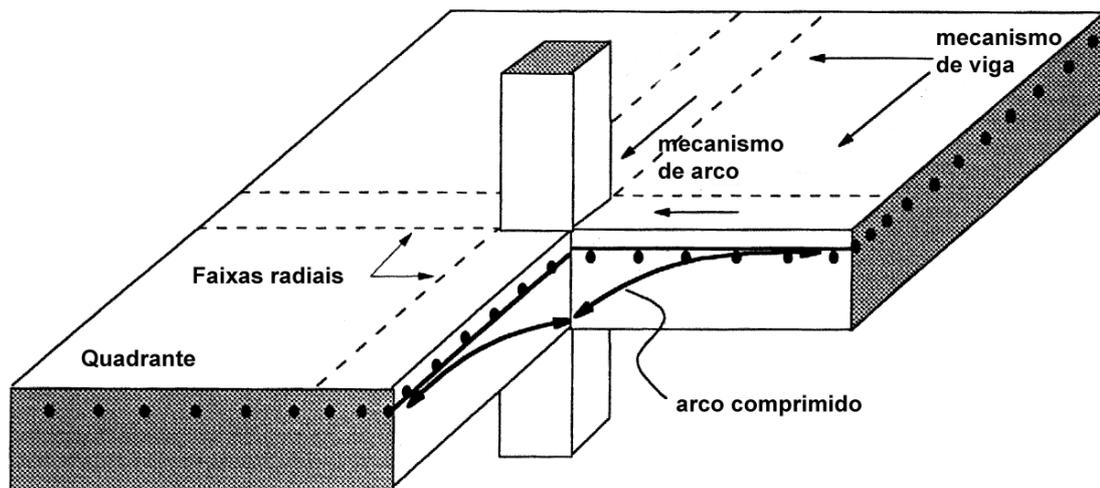


Figura 3.15 – Transferência de esforço cortante em uma ligação laje-pilar interno (AFHAMI et al., 1998)

Em uma estrutura de concreto armado submetida à flexão, o momento interno resistente é calculado como sendo o produto da força de tração na armadura (T) pelo braço de alavanca efetivo (jd). O gradiente do momento fletor, o esforço cortante, varia ao longo do comprimento do elemento e é dado por:

$$V = \frac{d(T \cdot jd)}{dx} = \frac{d(T)}{dx} jd + \frac{d(jd)}{dx} T \quad (3.125)$$

onde j é um valor adimensional, menor do que 1, que faz reduzir o braço de alavanca de um valor igual a d para outro menor, igual a jd .

O esforço cortante resultante de um gradiente de força de tração atuante na armadura longitudinal de tração, mantendo o braço do momento interno constante, é suportado pela ação de viga. O esforço cortante resultante de uma força de tração constante atuando na armadura longitudinal tracionada, com o braço de momento interno variável, é suportada pela ação de arco. Enquanto que a ação de viga em uma determinada seção transversal necessita de forças de aderência

nesta seção, a ação de arco necessita apenas de ancoragem adequada da armadura de flexão na extremidade da faixa radial. Portanto, nos casos de ruína por punção, a resistência de aderência da armadura de flexão é um fator significativo limitante da transferência de esforço cortante devida à ação de viga.

De acordo com o *Modelo Viga-Arco*, a deformação do concreto na direção circunferencial segue uma distribuição linear na espessura da laje, atingindo o valor máximo no encontro da laje com o pilar, na face comprimida. Isso inclusive pode ser confirmado nos ensaios de SHEHATA (1985). Uma vez que a deformação máxima do concreto na direção circunferencial se mantém na borda comprimida da laje, pode-se afirmar que o braço de alavanca do momento interno jd é praticamente constante na direção circunferencial.

Conforme já foi dito, na filosofia do *Modelo Viga-Arco* quatro faixas radiais se estendem a partir do pilar, paralelamente às armaduras de flexão, como mostrado na Figura 3.16. As faixas radiais separam o pilar dos quadrantes da laje. As extremidades das faixas, opostas ao pilar, são colocadas em locais de tensão tangencial nula, de modo que as faixas radiais só possam absorver esforço cortante em suas laterais.

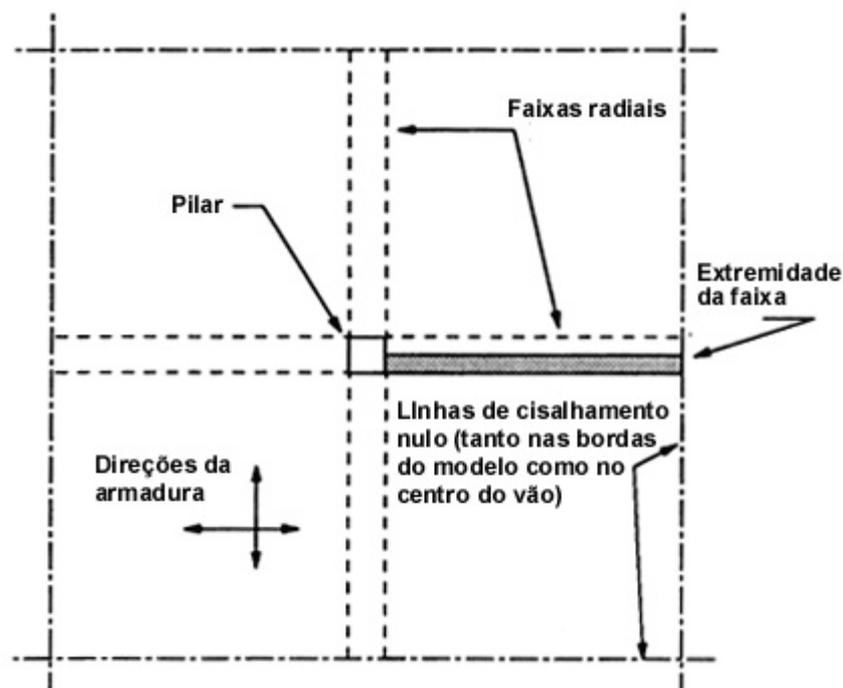


Figura 3.16 – Distribuição das faixas radiais (ALEXANDER & SIMMONDS, 1992)

Considera-se que o esforço cortante é transmitido para o pilar por meio de um arco radial comprimido, conforme mostra a Figura 3.17. A componente da força horizontal do arco é considerada constante; conseqüentemente, o esforço cortante suportado pelo arco varia de um valor máximo na face do pilar, onde a curvatura do arco é grande, até um valor mínimo na interseção do arco com a armadura de flexão, onde a curvatura é menor.

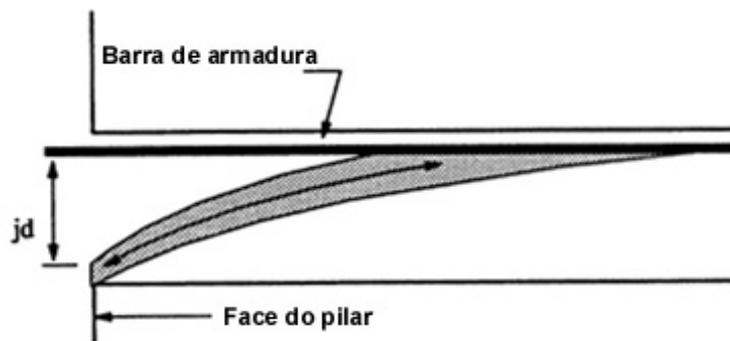


Figura 3.17 – Arco radial comprimido (ALEXANDER & SIMMONDS, 1992)

A força cortante suportada pela ação de arco na faixa radial, na face do pilar, deve ser dissipada na direção perpendicular à faixa, a uma determinada distância do pilar. Esse mecanismo de transferência da força cortante através das faces da faixa radial está de acordo com a consideração de um braço de alavanca de momento interno jd constante, perpendicular à faixa radial. A curvatura do arco é determinada pela sua interação com os quadrantes de laje adjacentes a ele. Consideram-se direções paralela e perpendicular à faixa radial a direção radial e circunferencial da laje em relação ao pilar, respectivamente.

De acordo com o *Modelo Viga-Arco*, a resistência à punção de uma ligação laje-pilar é limitada pelo momento resistente da faixa radial e pela capacidade da laje de gerar gradiente de força na armadura.

Considera-se que cada faixa radial pode ser representada por uma viga em balanço, de largura c , com momentos fletores positivos (M_{pos}) e negativos (M_{neg}), como indicado na Figura 3.18.

$$M_{neg} = T \cdot jd \quad (3.126)$$

onde: $T = f_y \cdot A_s$; $\rho = \frac{A_s}{A_d}$; $A_c = c \cdot d$

Portanto:

$$M_{neg} = \rho_{neg} f_y j d^2 c \quad (3.127)$$

Da mesma forma:

$$M_{pos} = k_r \rho_{pos} f_y j d^2 c \quad (3.128)$$

sendo ρ_{neg} e ρ_{pos} as taxas de armadura de flexão da faixa radial, f_y a tensão de escoamento da armadura, d a altura útil da laje e jd o braço de alavanca do momento resistente da laje.

O termo k_r considera o grau de restrição da rotação na extremidade da faixa oposta ao pilar. Se a extremidade estiver completamente engastada, $k_r = 1$. Na maioria dos casos a extremidade da faixa é simplesmente apoiada, e então $k_r = 0$.

Para o cálculo das taxas de armadura (ρ_{neg} e ρ_{pos}) devem-se considerar as áreas das seções transversais de todas as barras localizadas dentro da faixa radial mais a metade da área da primeira barra localizada de cada lado da faixa radial.

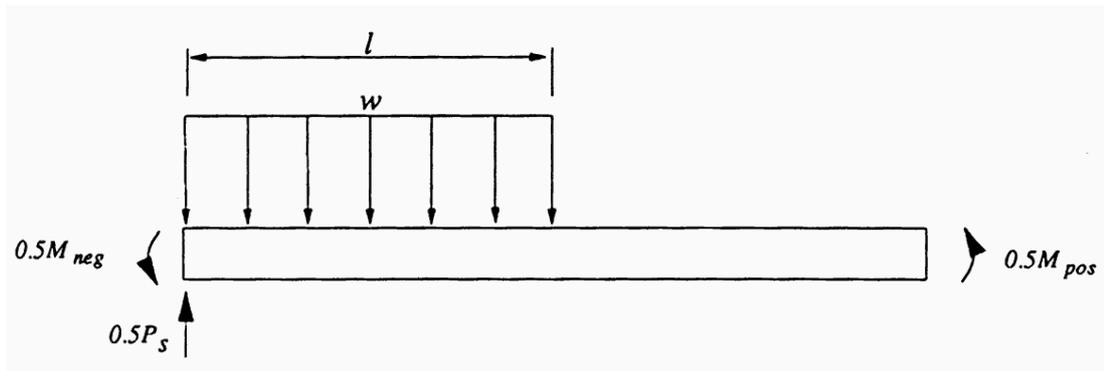


Figura 3.18 – Equilíbrio de uma faixa radial (ALEXANDER & SIMMONDS, 1991)

O braço de alavanca do momento interno resistente (j) pode ser obtido com o auxílio do diagrama de tensões da Figura 3.19.

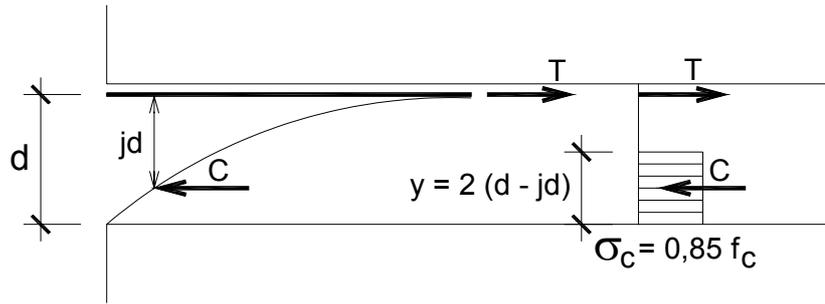


Figura 3.19 – Diagrama de tensões

$$M_{\text{resist}} = T \cdot jd = C \cdot jd \quad (3.129)$$

sendo:

$$T = A_s \cdot f_y = \rho \cdot A_c \cdot f_y = \rho \cdot c \cdot d \cdot f_y \quad (3.130)$$

$$C = c \cdot y \cdot \sigma_c = 2(d - jd)c \cdot 0,85 \cdot f_c \quad (3.131)$$

Substituindo as Equações 3.130 e 3.131 na Equação 3.129 obtém-se a expressão para o cálculo do braço de alavanca.

$$j = 1 - \frac{\rho f_y}{1,7f_c} \quad (3.132)$$

Cada face lateral da faixa radial é carregada por forças tangenciais provenientes dos quadrantes de laje. A carga uniformemente distribuída ω é uma estimativa de limite inferior da força tangencial máxima que pode ser aplicada na faixa pelo quadrante de laje a ela adjacente. Como cada faixa radial de uma ligação laje-pilar interno possui duas faces, a força total uniformemente distribuída na faixa é 2ω . O comprimento ℓ é chamado de comprimento carregado da faixa radial.

Fazendo o equilíbrio rotacional e vertical das faixas radiais tem-se que:

$$M_s = \frac{2\omega \cdot \ell^2}{2} \quad (3.133)$$

$$P_s = 2\omega \cdot \ell \quad (3.134)$$

Isolando o parâmetro ℓ da Equação 3.133:

$$\ell = \frac{\sqrt{M_s \cdot \omega}}{\omega} \quad (3.135)$$

e substituindo na Equação 3.134, tem-se que:

$$P_s = 2\sqrt{M_s \cdot \omega} \quad (3.136)$$

A resistência à punção da ligação laje-pilar é obtida somando a contribuição de cada faixa radial:

$$P = \sum P_s = 8\sqrt{M_s \times \omega} \quad (3.137)$$

A Figura 3.20 mostra o diagrama de corpo-livre da metade de uma faixa radial (região sombreada da Figura 3.16). Esta parte da faixa suporta uma carga vertical atuando diretamente nela (\mathbf{q}), que inclui seu peso próprio, esforços cortantes e momentos fletores internos provocados pelos quadrantes de laje adjacentes à faixa. Na face externa da faixa, em contato com o quadrante de laje, atuam o esforço cortante (v), o momento torçor (\mathbf{m}_t) e o momento fletor (\mathbf{m}_n). A combinação do esforço cortante com o momento torçor na face externa da faixa é representada pela teoria de Kirchhoff como sendo:

$$\bar{v} = \frac{\partial m_n}{\partial n} + 2 \frac{\partial m_t}{\partial r} \quad (3.138)$$

O primeiro termo da Equação 3.138 é o gradiente de momento fletor na direção circunferencial, denominado esforço cortante principal. Ele é resultado da ação de viga e pode ser expresso em termos de gradiente de força na armadura de flexão perpendicular à faixa radial:

$$\frac{\partial m_n}{\partial n} = \frac{jd}{s} \times F_b' \quad (3.139)$$

onde F_b' é o gradiente de força em uma barra de aço perpendicular à faixa radial, s é o espaçamento entre dois pontos instrumentados da barra de aço e jd é o braço de alavanca do momento interno.

O segundo termo da Equação 3.138 é o gradiente de momento torçor na direção radial. Em uma ligação laje-pilar interno, o momento torçor é praticamente nulo no pilar e na extremidade da faixa, devido à simetria e às condições de contorno. Portanto, a contribuição total do esforço cortante devido ao gradiente do momento torçor é desprezada. Conseqüentemente, o carregamento da faixa (2ω) é função apenas do esforço cortante principal, podendo ser expresso por:

$$2\omega = 2 \left(\frac{\partial m_n}{\partial n} \right)_{\text{máx}} \quad (3.140)$$

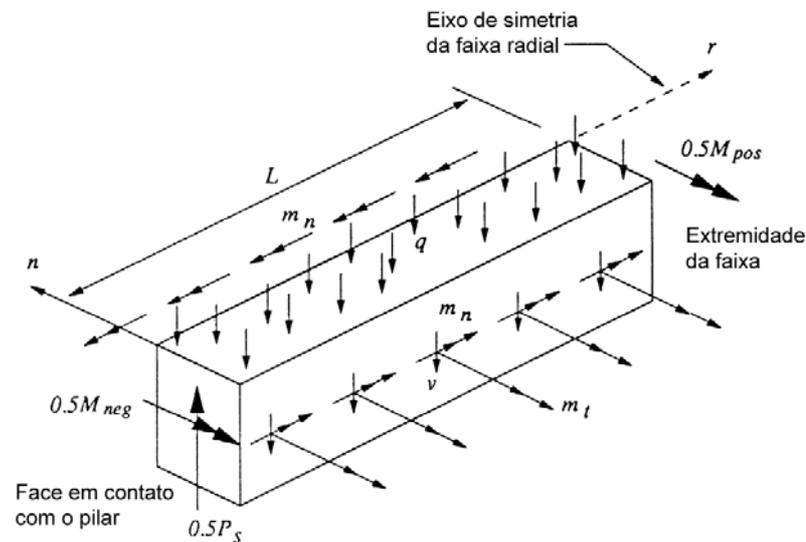


Figura 3.20 – Diagrama de corpo-livre da metade de uma faixa radial (ALEXANDER & SIMMONDS, 1991)

Existem duas maneiras para se determinar o valor de ω . Uma delas é baseada no gradiente máximo de força atuante na armadura de flexão da laje perpendicular à faixa radial ($F'_{b\max}$). O gradiente de força pode ser estimado medindo-se as deformações de alguns pontos das barras da armadura de flexão. Já que o gradiente de força na armadura de flexão depende fortemente da aderência entre ela e o concreto, deve-se determinar a resistência de aderência da armadura com base na resistência do concreto não confinado à tração por compressão diametral.

A segunda maneira de se determinar o valor de ω é fazer uma equivalência entre a máxima tensão de cisalhamento dada pela ação de viga e a resistência ao cisalhamento em uma única direção dada pelas normas de cálculo. A tensão de cisalhamento nominal fornecida pelas normas de cálculo para elementos lineares representa uma estimativa da contribuição do concreto na resistência ao cisalhamento desses elementos. É uma tentativa de se determinar a capacidade resistente de uma viga de desenvolver os requisitos de aderência médios necessários ao cisalhamento. Conseqüentemente, as equações normativas para determinação da resistência ao cisalhamento de vigas (uma única direção) podem ser diretamente aplicáveis às lajes (duas direções). O *Modelo Viga-Arco* ("bond model") considera que ruptura por perda de aderência e ruptura por cisalhamento são sinônimas em sua essência.

De acordo com ALEXANDER & SIMMONDS (1991), a análise de 115 ensaios experimentais encontrados na literatura mostrou que a limitação de ω à resistência ao cisalhamento em uma direção, dada pelo ACI 318 (1999), fornece os melhores resultados para o *Modelo Viga-Arco*.

Os autores compararam o ACI 318 com a norma britânica BS 8110. Os resultados de carga última obtidos com o ACI 318 foram os mais conservativos, com uma média dos valores $P_{u(\text{exp})}/P_{u(\text{teo})}$ de 1,29. Entretanto, esses resultados apresentaram a menor dispersão, com um coeficiente de variação de 12,3%. Utilizando a BS 8110, a média dos valores $P_{u(\text{exp})}/P_{u(\text{teo})}$ foi de 1,05 e o coeficiente de variação 16,3%. No entanto, quando utilizadas taxas de armaduras altas, os resultados obtidos por meio do ω_{BRIT} tenderam a ser contra a segurança. A diferença entre a média dos valores $P_{u(\text{exp})}/P_{u(\text{teo})}$ fornecida pelo ACI 318 e pela BS 8110 pode ser ajustada pela simples multiplicação dos valores por uma constante. Sendo assim, o melhor procedimento para estimar a resistência à punção pelo *Modelo Viga-Arco*, segundo seus autores, é utilizando o ω_{ACI} .

Para aplicação do modelo não é preciso levar em conta o termo taxa de armadura de flexão no cálculo de ω . O momento resistente (M_s) das faixas radiais considera o efeito de variações da taxa de armadura (ρ), tanto positiva como negativa. Aumentando ρ , M_s aumenta e conseqüentemente o comprimento carregado (ℓ) das faixas radiais aumenta. Isto é equivalente a ter a resistência ao cisalhamento em função da taxa de armadura de flexão da laje, como é encontrado em algumas normas de cálculo.

No dimensionamento de uma viga de largura b e altura útil d , submetida ao esforço cortante V devido à ação de viga, é comum estimar sua resistência ao cisalhamento limitando-se a tensão tangencial a um valor máximo.

$$\frac{V}{b \cdot d} = j \times \tau_{\text{máx}} \quad (3.141)$$

Se limitada pela resistência de aderência, a tensão de cisalhamento proveniente da ação de viga pode ser representada como uma tensão crítica de cisalhamento. Desta forma, o *Modelo Viga-Arco* faz uso de uma tensão limite de cisalhamento, como assim o fazem as normas de cálculo, porém aplicada em uma seção crítica cruciforme (Figura 3.21), correspondente ao comprimento carregado ao longo das faixas radiais. O tamanho da seção crítica é função tanto da armadura de flexão da faixas radiais como da resistência da laje ao cisalhamento em uma

única direção ($\ell = \sqrt{M_s/\omega}$). As normas consideram todas as seções críticas de altura constante ao redor do pilar, admitindo, assim, ação de viga na direção radial. Isso contraria os resultados experimentais, que indicam a ação de arco o principal mecanismo resistente na direção radial.

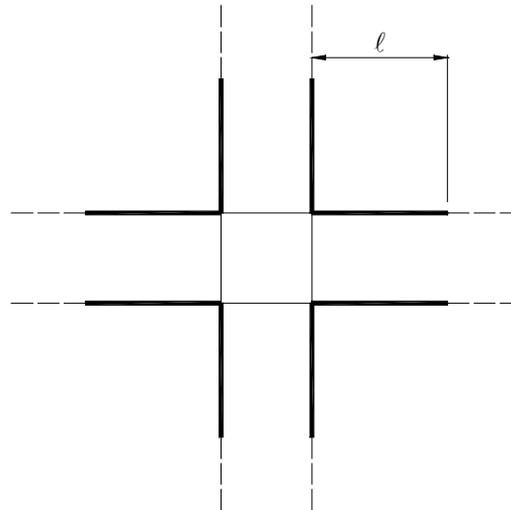


Figura 3.21 – Seção crítica para o *Modelo Viga-Arco* (ALEXANDER & SIMMONDS, 1991)

A ruína por punção é o resultado da capacidade limitada da laje de manter gradientes de força na armadura de flexão positiva localizada na vizinhança do pilar. Os gradientes de força na armadura podem ser limitados pela perda de aderência ou pela difusão do escoamento ao longo do comprimento da barra. Qualquer que seja a causa, a perda do gradiente de força nas barras localizadas nos quadrantes das lajes reduz sua capacidade de resistir ao cisalhamento na vizinhança com o pilar. A laje rompe por punção antes da formação do mecanismo de linhas de escoamento, devido à perda da aderência da armadura localizada nos quadrantes adjacentes da laje, perpendicularmente às faixas radiais.

O modelo é ainda capaz de explicar o fenômeno que acontece em lajes razoavelmente armadas, onde a ruína por punção ocorre de uma forma mais dúctil. Após a formação do mecanismo de linhas de escoamento, a resistência à flexão da laje aumenta devido à sua curvatura. O aumento dos deslocamentos é acompanhado pela propagação do escoamento ao longo do comprimento das barras que atravessam as linhas de escoamento. À medida que o trecho escoado da barra aumenta, seu potencial para gerar gradientes de força diminui e, conseqüentemente, a resistência da ligação laje-pilar ao cisalhamento diminui. A

punção ocorre quando a resistência ao cisalhamento diminui e se iguala a resistência à flexão, que aumentou (Figura 3.22).

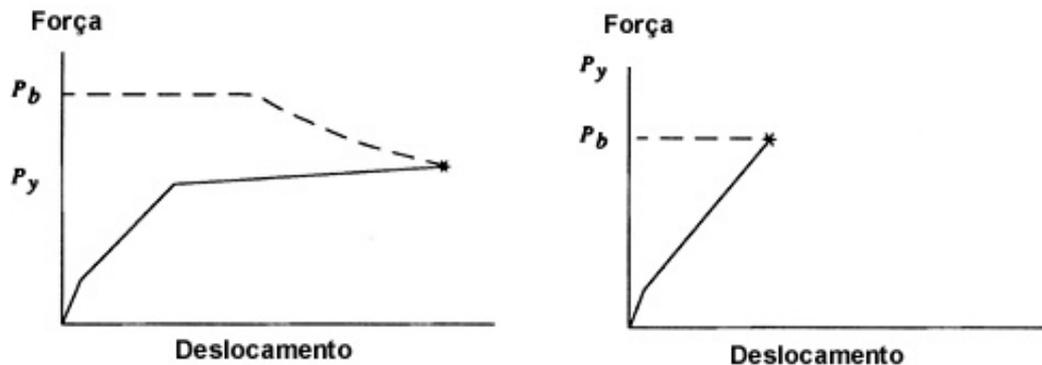


Figura 3.22 – Modos de ruptura à punção: (a) dúctil; (b) frágil (ALEXANDER & SIMMONDS, 1992)

Roteiro para aplicação do *Modelo Viga-Arco*

1) Calcula-se o momento resistente da faixa radial.

$$M_s = \rho f_y c d^2 \left(1 - \frac{\rho f_y}{1,7 f_c} \right) \quad [\text{kN.cm}] \quad (3.142)$$

2) Calcula-se a resistência ao cisalhamento das faixas radiais pela equação do ACI 318/99.

$$\tau = (0,167 \sqrt{f_c}) / 10 \quad [\text{kN/cm}^2] \quad (3.143)$$

3) Calcula-se o máximo esforço cortante distribuído linearmente, atuante em cada face lateral de uma faixa radial, que pode ser transmitido dos quadrantes adjacentes a ela (solução de limite inferior).

$$\omega = d \tau \quad [\text{kN/cm}] \quad (3.144)$$

4) Calcula-se a resistência à punção da ligação, que é a soma da resistência ao cisalhamento das quatro faixas radiais.

$$P_u = 8 \sqrt{M_s \omega} \quad [\text{kN}] \quad (3.145)$$

O *Modelo Viga-Arco* fornece uma solução de limite inferior para a resistência ao cisalhamento das faixas radiais. Essa solução pode ser o valor correto ou um muito baixo, ou seja, é sempre a favor da segurança. A resistência à punção da ligação laje-pilar é igual à soma das resistências ao cisalhamento de todas as faixas radiais. O *Modelo Viga-Arco* fornece uma solução de limite inferior para a resistência ao cisalhamento das faixas radiais porque o equilíbrio e as condições de contorno da faixa são satisfeitos e, tanto o momento resistente da faixa, como a resistência ao cisalhamento dos quadrantes de laje adjacentes que a carregam, não são excedidos em nenhuma seção.

Na Tabela 3.1 tem-se a aplicação do *Modelo Viga-Arco* para algumas lajes sem fibras, ensaiadas por autores citados na revisão bibliográfica do Capítulo 2.

Tabela 3.1 – Aplicação do Modelo Viga-Arco para lajes sem fibras

Autor	f_c (MPa)	f_y (MPa)	ρ (%)	d (cm)	$P_{u(\text{exp})}$ (kN)	$P_{u(\text{calc})}$ (kN)	$P_{u(\text{exp})}/P_{u(\text{calc})}$
Zambrana Vargas	26,00	602,0 0	1,73	4,0	80,00	52,69	1,52
Harajli	29,60	501,0 0	1,12	3,9	62,53	41,47	1,51
McHarg	30,00	434,0 0	0,87	12,5	306,0 0	299,9 1	1,02
Harajli	31,40	501,0 0	1,12	5,5	99,36	70,74	1,40
Alexander & Simmonds	35,60	438,0 0	0,46	10,5	264,0 0	169,5 8	1,56
Azevedo	43,73	609,8 8	1,57	8,0	176,4 8	155,4 0	1,14
Theodorakopoulos & Swamy	44,20	535,0 0	0,63	10,0	173,5 0	185,2 4	0,94
Swamy & Ali	45,00	462,0 0	0,63	10,0	197,7 0	173,5 3	1,14
Hughes & Xiao	52,00	558,0 0	1,00	5,2	89,00	86,48	1,03
Azevedo	86,65	609,8 8	1,57	8,0	190,7 2	191,0 1	1,00
Zambrana Vargas	88,70	602,0 0	1,73	4,0	88,70	79,03	1,12
Média							1,22

A média dos valores $P_{u(\text{exp})}/P_{u(\text{calc})}$ utilizando o $\omega_{\text{ACI(mod)}}$ foi de **1,22**, próximo do valor encontrado por ALEXANDER & SIMMONDS (1991), que foi **1,29**. O coeficiente de variação encontrado foi de **19,2%**, enquanto que no artigo foi de **12,3%**.

4 Programa Experimental

Neste capítulo serão descritos os ensaios-piloto, o planejamento dos demais ensaios e o estudo de dosagem do concreto neles utilizado.

Inicialmente foram feitos ensaios-piloto de vigas correspondentes a algumas lajes ensaiadas por AZEVEDO (1999), com o objetivo de se verificar se existiriam tendências similares entre os dois elementos estruturais. Nos *Ensaaios-piloto Série 1* foram testadas seis vigas, variando-se a porcentagem de fibras, nas quais o mecanismo de transferência da força cortante se deu predominantemente por ação de viga.

Sendo o modelo mecânico de ALEXANDER & SIMMONDS (1991), com o qual se pretendia trabalhar a inclusão das fibras, uma combinação da ação de viga com a ação de arco, achou-se necessário verificar se as fibras atuariam também na ação de arco. Para isto foram realizados os *Ensaaios-piloto Série 2*, onde foram testadas seis vigas, variando-se a porcentagem de fibras, nas quais o mecanismo de transferência da força cortante se deu predominantemente por ação de arco.

4.1 Ensaaios-piloto Série 1

Para a primeira série de ensaios-piloto optou-se por ensaiar vigas correspondentes a três lajes ensaiadas por AZEVEDO (1999), descritas na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Dados das lajes de AZEVEDO (1999)

Modelo	h (cm)	d (cm)	c (cm)	ρ (%)	f_{c14} (MPa)	f_{t14} (MPa)	V_f (%)	P_u (kN)	θ (°)
OSC.S1	10	8	8	1,57	43,73	3,76	0	176,48	23,7
OSC.S2	10	8	8	1,57	46,42	4,40	0,75	191,96	23,1
OSC.S3	10	8	8	1,57	30,80	4,89	1,50	197,61	22,4

Para cada laje foram moldadas duas vigas de concreto, procurando-se obter traço semelhante ao das lajes, embora utilizando os materiais disponíveis na época. Na Tabela 4.2 apresenta-se o traço do concreto utilizado nos modelos.

Tabela 4.2 – Traço do concreto das Vigas Piloto Série 1

Traço 1:1,8:2,5:0,5		
Materiais		Consumo (kg/m ³)
Lajes	Vigas	
Cimento CP II F-32 Itaú	Cimento CP II E-32 Ribeirão	423,15
Areia	Areia	
Brita 1	Brita 1	
Água	Água	211,30
Fibra RC 65/30 BN $\ell = 30$ mm D = 0,45 mm $\ell / D \cong 66,7$	Fibra ZP-305 $\ell = 30$ mm D = 0,55 mm $\ell / D = 54,5$	0
		59,85
		119,70

Na Tabela 4.3 apresentam-se as características das armaduras de flexão. As barras de aço foram ensaiadas segundo a ABNT (NBR 6152/1992).

Tabela 4.3 – Características da armadura de flexão das Vigas Piloto Série 1

ϕ 10 mm	f_y (MPa)	f_u (MPa)	E (MPa)	ϵ_y (mm/m)
Lajes	609,88	710,47	194060	(*)
Vigas	611	726	205000	3,4

(*) Valor não fornecido pela autora desses ensaios (AZEVEDO, 1999)

Na Tabela 4.4 serão mostrados os resultados dos ensaios de caracterização do concreto utilizado nas Vigas Piloto Série 1. Para cada tipo de ensaio foi efetuada a média de no mínimo três corpos-de-prova. Os corpos-de-prova cilíndricos foram moldados conforme as recomendações da ABNT (NBR 5738/1994). Os ensaios de compressão simples foram realizados segundo a ABNT (NBR 5739/1994), os de tração por compressão diametral segundo a ABNT (NBR 7222/1994).

Tabela 4.4 – Resultados dos ensaios de caracterização dos concretos utilizados nas Vigas Piloto Série 1

Modelo	f_{c14} (MPa)	$f_{t,sp14}$ (MPa)
VP1A,VP1B	36,08	3,42
VP2A,VP2B	37,41	4,98
VP3A,VP3B	35,91	5,16

Na Tabela 4.5 apresentam-se as previsões das cargas de ruína ao cisalhamento e à flexão das vigas, de acordo com a ABNT (NBR 6118/2001), considerando uma resistência do concreto à compressão média de 35 MPa. As fibras não foram consideradas nos cálculos.

Tabela 4.5 – Previsão da carga de ruína das Vigas Piloto Série 1

F_{cis} (kN)	F_{fle} (kN)
25,89	42,46

As vigas foram ensaiadas à flexão e dimensionadas para romperem por cisalhamento. Na Figura 4.1 tem-se o esquema de ensaio das vigas, e o detalhamento de suas armaduras. A unidade das dimensões da viga é centímetro.

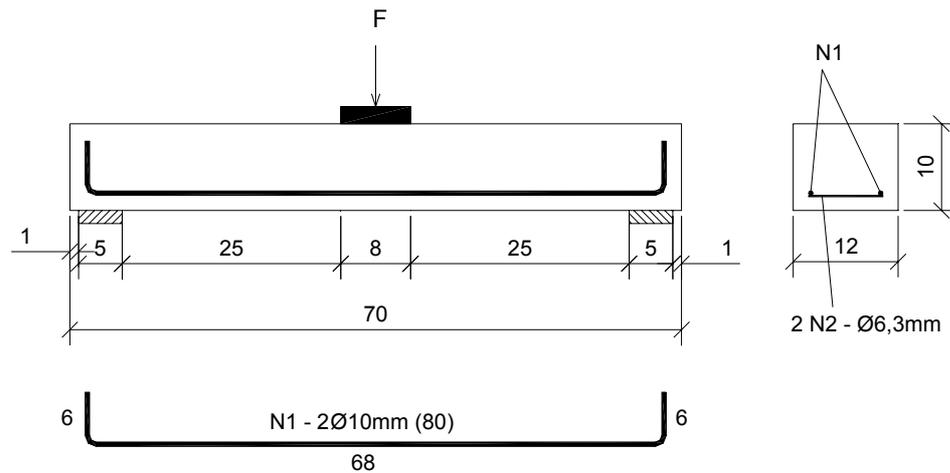


Figura 4.1 – Esquema de ensaio e armaduras das Vigas Piloto Série 1

Na Figura 4.2 tem-se uma fotografia do esquema de ensaio das lajes de AZEVEDO (1999).

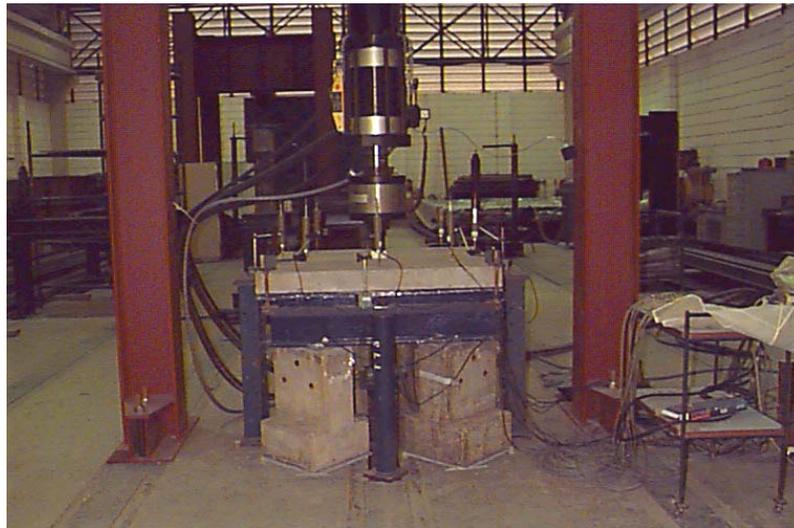


Figura 4.2 – Esquema de ensaio das lajes de AZEVEDO (1999)

Os ensaios das vigas, assim como os das lajes, foram feitos com deformação controlada, e velocidade igual a 0,005 mm/s. Manteve-se a mesma espessura, altura útil, e taxa de armadura das lajes, e as mesmas dimensões do pilar utilizado nos ensaios das ligações. Para a definição do vão utilizou-se como referência o ângulo (θ) da superfície de ruína com o plano médio das lajes, fixando $a/d = 3,9$. Utilizou-se praticamente o mesmo traço de AZEVEDO (1999), substituindo os materiais por outros semelhantes disponíveis na época. Esse fato

pode explicar a pequena diferença de resistência entre o concreto das lajes e o das vigas.

Na Tabela 4.6 apresentam-se alguns dados e resultados dos ensaios das Vigas Piloto Série 1.

Tabela 4.6 – Dados e resultados das Vigas Piloto Série 1

Viga	h (cm)	d (cm)	b (cm)	ρ (%)	V_f (%)	F_r (kN)	$F_{r(teo)}$ (kN)	F_u (kN)	θ (°)
VP1A	10	8	12	1,67	0	9,2	8,38	28,42	37,1
VP1B						9,0		27,01	
VP2A	10	8	12	1,67	0,75	13,5	12,20	40,44	33,7
VP2B						13,5		35,39*	
VP3A	10	8	12	1,67	1,50	17,0	12,64	43,02	31,6
VP3B						28,0		48,54	

* Ensaio realizado com o dobro da velocidade dos outros

F_r : carga correspondente à 1ª fissura de flexão (retirada do gráfico $F \times u$)

$F_{r(teo)}$: carga correspondente à 1ª fissura de flexão (calculada segundo o ACI 318 (1999))

Na Figura 4.3 apresenta-se a instrumentação das vigas, e na Figura 4.4 o gráfico da *força aplicada versus a deformação do ponto central das armaduras de flexão*, mostrando que elas não atingiram o escoamento.

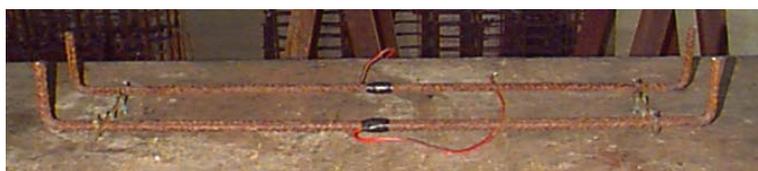
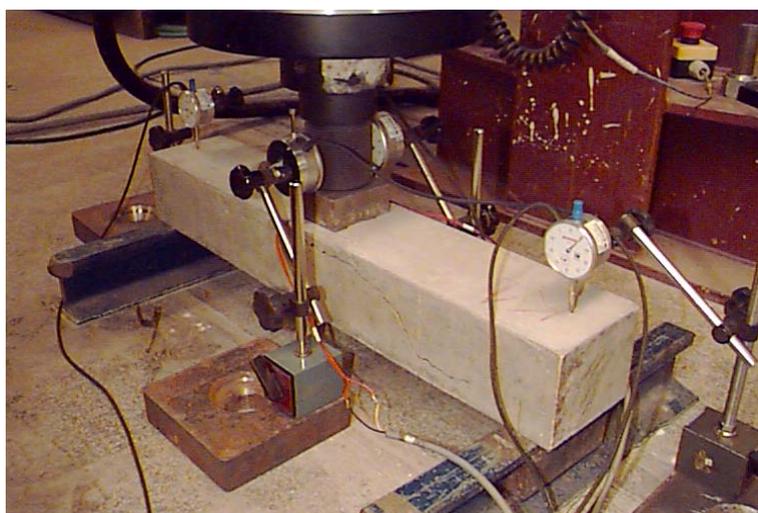
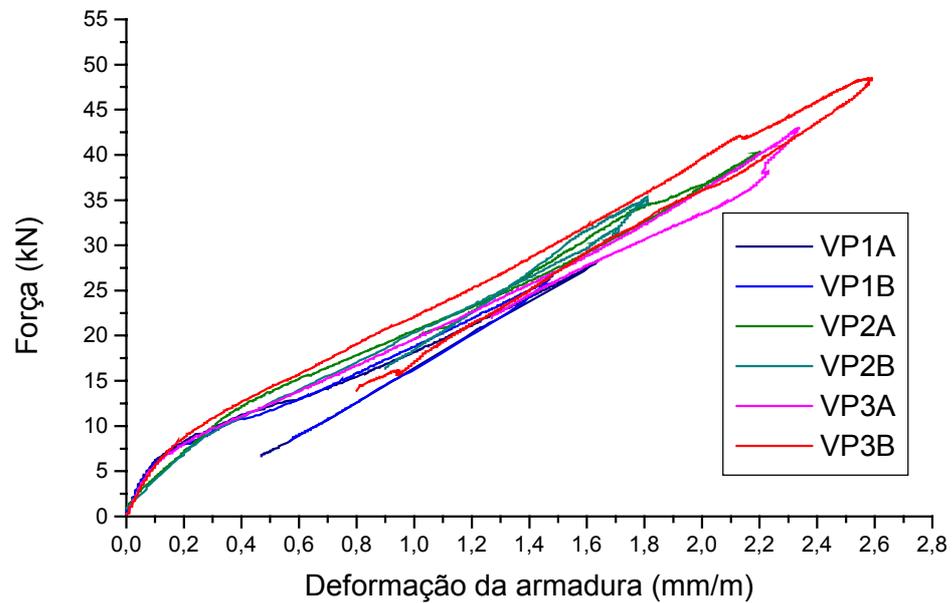
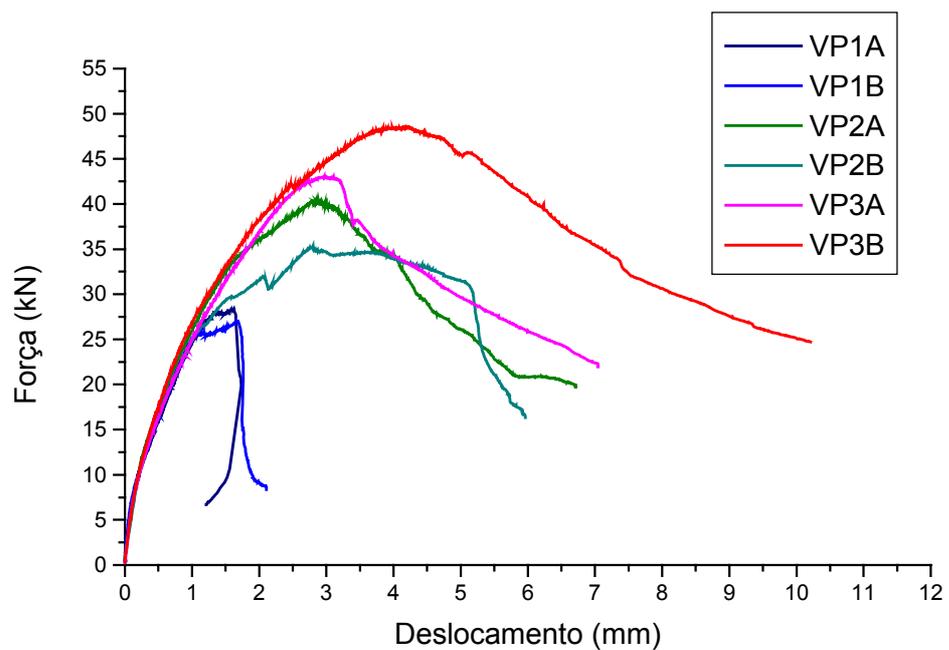


Figura 4.3 – Instrumentação das Vigas Piloto Série 1

Figura 4.4 – Gráfico *Força x Deformação da armadura* das Vigas Piloto Série 1

Na Figura 4.5 apresenta-se o gráfico da *força aplicada* versus o *deslocamento do ponto central*, de onde se verifica o ganho de resistência e ductilidade proporcionado pela adição das fibras de aço ao concreto.

Figura 4.5 – Gráfico *Força x Deslocamento* das Vigas Piloto Série 1

De acordo com o esperado, para a relação a/d utilizada, a ruína das vigas foi por *tração diagonal*, sendo que uma das fissuras se propagou ao longo da alma da viga até ela se tornar instável devido ao aumento do carregamento e acontecer a ruína.

O ângulo que a fissura crítica faz com a horizontal foi maior para os modelos VP1 e menor para os VP3.

Na Figura 4.6 apresenta-se a configuração de ruína das vigas. Onde está escrito V1A entenda-se VP1A, e assim por diante. Nas vigas VP3 apareceram fissuras de flexão, que se devem à presença das fibras em quantidade elevada (1,5%). As armaduras dessas vigas foram mais solicitadas, quase atingindo o escoamento; entretanto a ruína permaneceu caracterizada por cisalhamento, havendo a formação da fissura crítica inclinada. Nos modelos sem fibras a fissura diagonal formou-se em apenas um dos lados da viga, enquanto que em alguns modelos com fibras, principalmente os com 1,5%, houve a formação de fissura diagonal nos dois lados da viga.

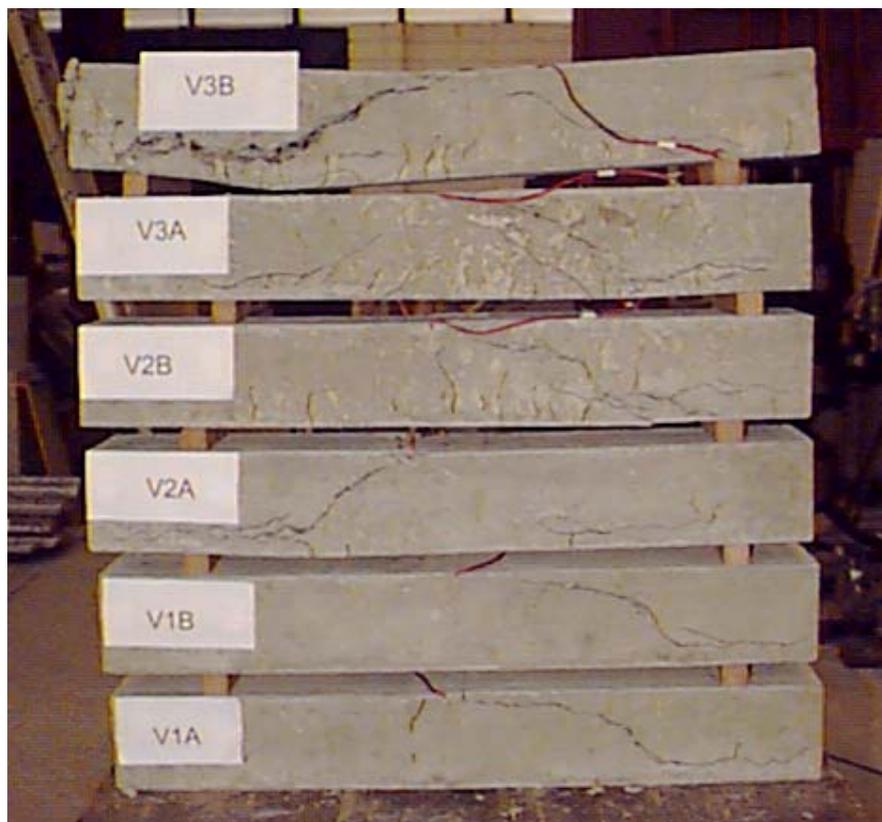


Figura 4.6 – Configuração de ruína das Vigas Piloto Série 1

Na Tabela 4.7 observa-se a atuação das fibras nos compósitos dos Ensaios-piloto Série 1.

Tabela 4.7 – Atuação das fibras nos compósitos dos Ensaios-piloto Série 1

Vigas	VP1	VP2	VP3
V_f (%)	0	0,75	1,5
F_u (kN)	28,42 27,01	40,44 35,39**	43,02 48,54
l_f (mm)	--	30	30
l_c^* (mm)	--	30	54
Tipo de ruptura	--	arrancamento das fibras	arrancamento das fibras
$V_{f(crit)}$ (%)	--	1,1	1,9

* Aplicação do modelo para fibras retas

** * Ensaio realizado com o dobro da velocidade dos outros

As equações utilizadas para a determinação do comprimento crítico (Equação 2.1) e do volume crítico (Equação 2.2b) dependem da resistência média de aderência na interface fibra-matriz (τ_{fu}). Na falta de ensaios de arrancamento das fibras, optou-se por utilizar a Equação 2.3 para determinação de τ_{fu} . Entretanto, essa equação é função do volume de fibras, tornando o comprimento crítico e o volume crítico também dependentes do volume de fibras, o que causa certa estranheza nos resultados apresentados na Tabela 4.7.

Na Tabela 4.8 encontra-se a estimativa da carga de ruína das vigas com fibras (V_{fib}), com base no modelo de SWAMY et al. (1993), estudado no item 2.2 do Capítulo 2. Para a estimativa da parcela de esforço cortante proveniente da contribuição do concreto (V_c) foi utilizada a equação da ABTN (NBR 6118/2001).

Tabela 4.8 – Aplicação do modelo teórico às Vigas Piloto Série 1

Viga	V_f (%)	τ_{fu} (MPa)	σ_{cu} (MPa)	V_{fib} (kN)	V_c (kN)	V_u (kN)	$V_u - V_c$ (kN)
VP1A VP1B	0	--	--	--	13,21	14,21 13,51	≈ 0
VP2A VP2B	0,75	10,39	1,74	15,04	13,53	20,22 17,70*	6,69 4,17
VP3A VP3B	1,50	5,87	1,97	16,99	13,17	21,51 24,27	8,34 11,10

* Ensaio realizado com o dobro da velocidade dos outros

Comparando o valor de V_c com os de V_u das vigas sem fibras, observa-se que a ABTN (NBR 6118/2001) fornece uma excelente previsão da carga de ruína ao cisalhamento de vigas sem fibras. A partir desta conclusão, obtém-se, na última coluna, a parcela do esforço cortante obtido experimentalmente, proveniente da contribuição das fibras. Comparando esse valor, com o obtido pelo modelo teórico de SWAMY et al. (1993), verifica-se que esse modelo não forneceu resultados satisfatórios aos ensaios das Vigas Piloto Série 1, prevendo mais do que o obtido nos ensaios experimentais.

A quantificação do ganho de resistência tanto para as vigas, como para as lajes, pode ser encontrada na Tabela 4.9, ou no gráfico da Figura 4.7.

Tabela 4.9 – Comparação de resistências entre Lajes e Vigas Piloto Série 1

V_f (%)	Lajes		Vigas		Correlação
	P_u (kN)	ΔP_u (%)	$F_{u(\text{med})}$ (kN)	ΔF_u (%)	$\Delta F_u / \Delta P_u$
0	176,48	--	27,72	--	0
0,75	191,96	8,8	40,44	45,9	5,23
1,50	197,61	12,0	45,78	65,2	5,44

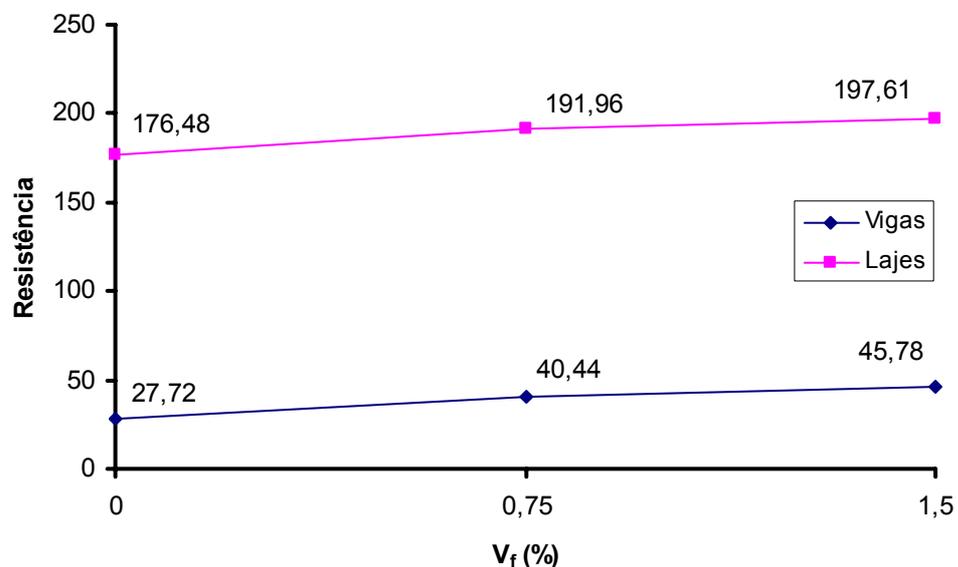


Figura 4.7 – Gráfico Resistência média x Volume de fibras para Lajes e Vigas Piloto Série 1

Plotando em um gráfico (Figura 4.8) a *resistência média das vigas* versus a *resistência das lajes*, verifica-se que a linha de tendência é do tipo linear, e o coeficiente de correlação é bem próximo da unidade.

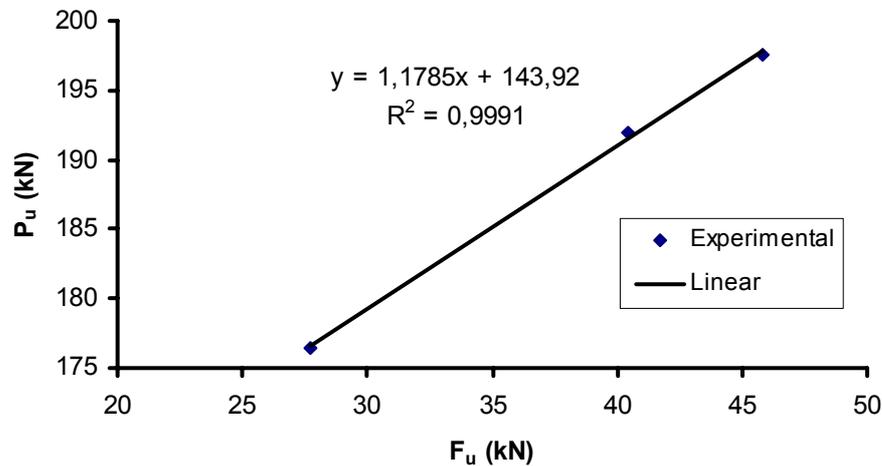


Figura 4.8 – Gráfico *Resistência das Lajes x Resistência média das Vigas* Piloto Série 1

Nos *Ensaio-piloto Série 1* foram ensaiadas seis vigas, variando-se a porcentagem de fibras, nos quais o mecanismo de transferência de força cortante se deu predominantemente por ação de viga. Pelos resultados verificou-se que as fibras realmente contribuíram no aumento de resistência ao cisalhamento, ou seja, elas atuaram na ação de viga, constituindo-se uma parcela desse mecanismo alternativo resistente ao cisalhamento, proveniente da contribuição do concreto.

Seria interessante verificar se as fibras atuam também na ação de arco. Para isto foram realizados os *Ensaio-piloto Série 2* de vigas.

4.2 Ensaio-piloto Série 2

Para a segunda série de ensaios-piloto, optou-se por ensaiar *vigas curtas* correspondentes às mesmas três lajes ensaiadas por AZEVEDO (1999), já descritas na Tabela 4.1.

Na Tabela 4.10 apresenta-se o traço do concreto e na Tabela 4.11 as características da armadura de flexão utilizada nas vigas.

Tabela 4.10 – Traço do concreto das Vigas Piloto Série 2

Traço 1:1,8:2,5:0,5		
Materiais		Consumo (kg/m ³)
Lajes	Vigas	
Cimento CP II F-32 Itaú	Cimento CP II F-32 Itaú	423,15
Areia	Areia	
Brita 1	Brita 1	1056,30
Água	Água	211,30
Fibra RC 65/30 BN $\ell = 30$ mm D = 0,45 mm $\ell / D \cong 66,7$	Fibra ZP-305 $\ell = 30$ mm D = 0,55 mm $\ell / D = 54,5$ $f_y = 1150$ MPa	0 59,85 119,70

Tabela 4.11 – Características das armaduras de flexão das Vigas Piloto Série 2

	Bitola	f_y (MPa)	f_u (MPa)	E (MPa)	ϵ_y (mm/m)
Lajes	5 mm	679,91	725,75	202320	--
	10 mm	609,88	710,47	194060	--
Vigas	5 mm	698,80	757,42	205760	5,396
	10 mm	548,63	691,09	205000	2,676

Na Tabela 4.12 estão mostrados os resultados dos ensaios de caracterização do concreto utilizado nas Vigas Piloto Série 2.

Tabela 4.12 – Resultados dos ensaios de caracterização dos concretos utilizados nas Vigas Piloto Série 2

Modelo	f_{c14} (MPa)	$f_{t,sp14}$ (MPa)
VP4A,VP4B	35,35	2,68
VP5A,VP5B	38,67	4,04
VP6A,VP6B	42,25	4,91

As vigas foram ensaiadas à flexão e dimensionadas para romperem por cisalhamento. Na Figura 4.9 tem-se o esquema de ensaio das vigas, e o detalhamento de suas armaduras.

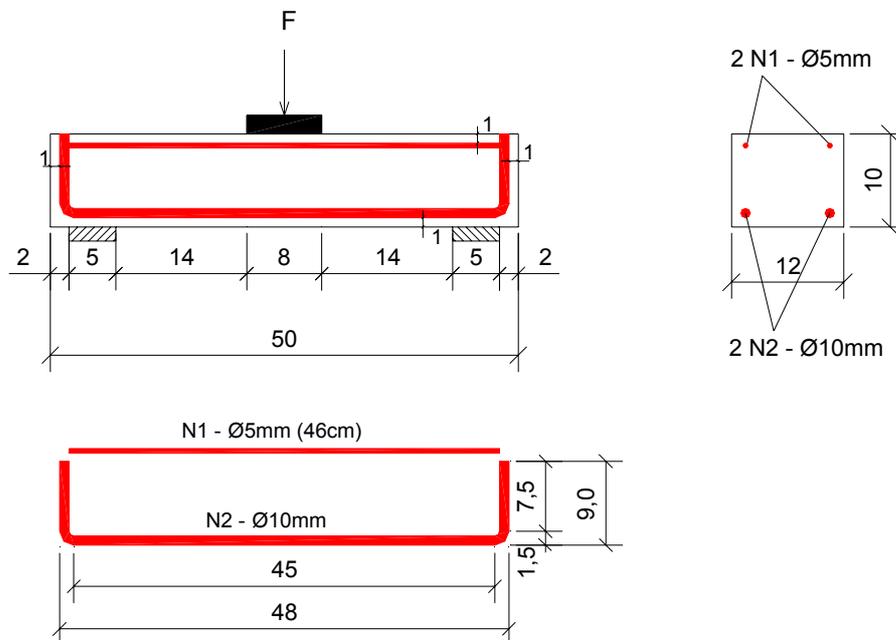


Figura 4.9 – Esquema de ensaio e armaduras das Vigas Piloto Série 2

Os ensaios das vigas, assim como os das lajes, foram feitos com deformação controlada, e velocidade igual a 0,005 mm/s. Procurou-se manter a mesma espessura, altura útil, e taxa de armadura das lajes, e as mesmas dimensões do pilar utilizado nos ensaios das ligações. Para a definição do vão procurou-se manter a relação a/d menor do que um valor entre 2,0 a 3,0, conforme orientado no Capítulo 2, fixando $a/d = 2,4$. Utilizou-se praticamente o mesmo traço de AZEVEDO (1999), substituindo os materiais por outros semelhantes disponíveis na época. Esse fato pode explicar a pequena diferença de resistência entre o concreto das lajes e o das vigas.

Para a estimativa da força correspondente à resistência à flexão, foi utilizada a ABNT (NBR 6118/2001) e, considerando uma resistência do concreto média de 40 MPa, o valor encontrado foi de 65 kN.

Na Tabela 4.13 apresentam-se alguns dados e resultados dos ensaios das Vigas Piloto Série 2. Verifica-se que não houve aumento da resistência à fissuração nem da resistência última das vigas, devido à adição das fibras de aço, como ocorreu na Série 1.

Tabela 4.13 – Dados e resultados das Vigas Piloto Série 2

Viga	h (cm)	d (cm)	b (cm)	ρ (%)	V_f (%)	$V_{f(crit)}$ (%)	F_r (kN)	F_u (kN)	$F_{u(teo)}$ (kN)	θ (°)
VP4A	10	8,5	12	1,57	0	--	18,0	49,98	77,91	30,2
VP4B							24,0	58,55		
VP5A	10	8,5	12	1,57	0,75	0,98	24,0	53,03	--	26,6
VP5B							23,0	47,62		
VP6A	10	8,5	12	1,57	1,50	1,19	23,5	56,62	--	28,1
VP6B							24,0	56,74		

$F_{u(teo)}$: valor obtido segundo o Modelo de Bielas e Tirantes (DUMÊT, 1995)

Na Figura 4.10 apresenta-se a instrumentação das vigas, e na Figura 4.11 o gráfico da *força aplicada versus a deformação do ponto central das armaduras de flexão positivas*, mostrando que elas não atingiram o escoamento.

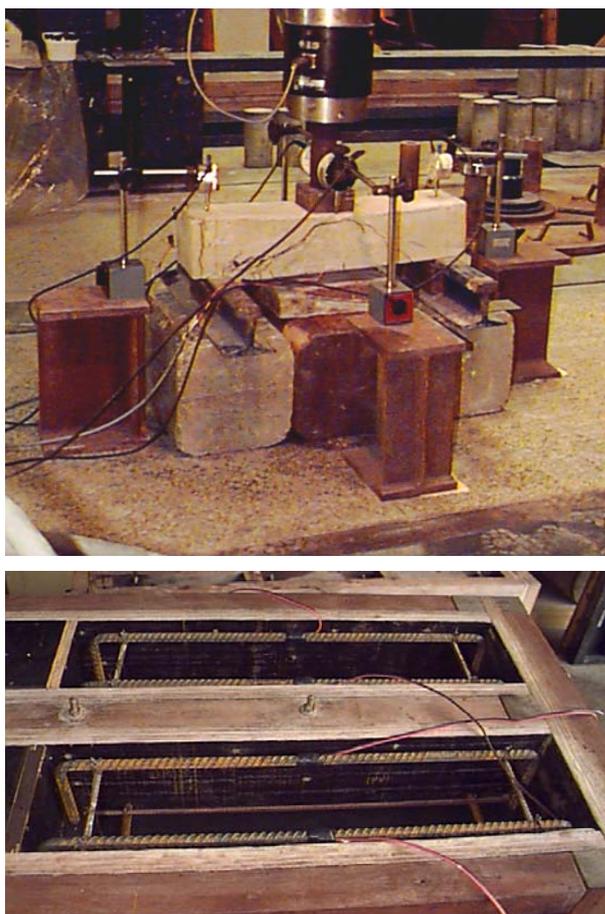
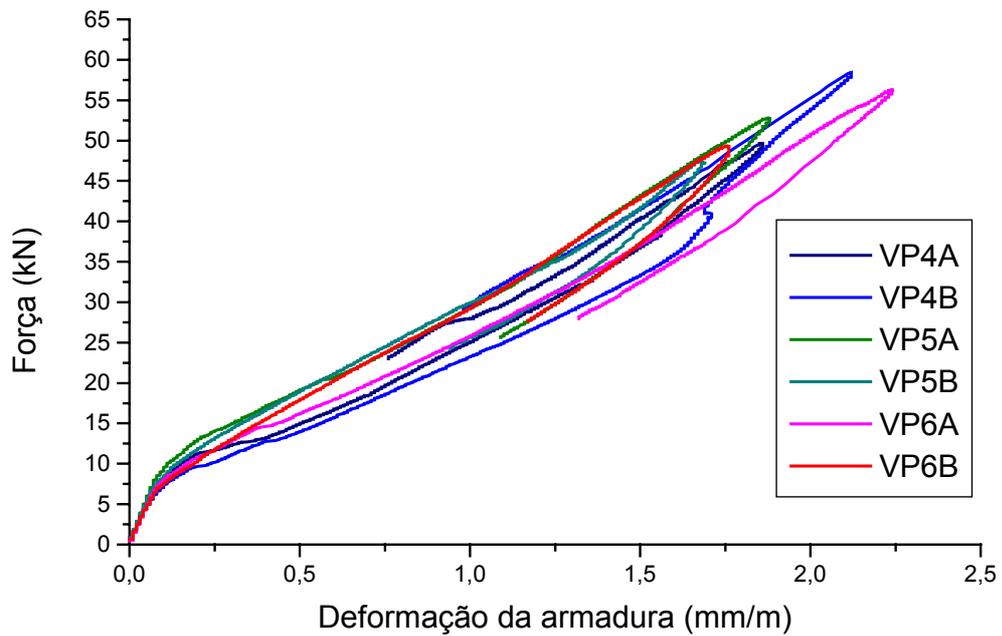
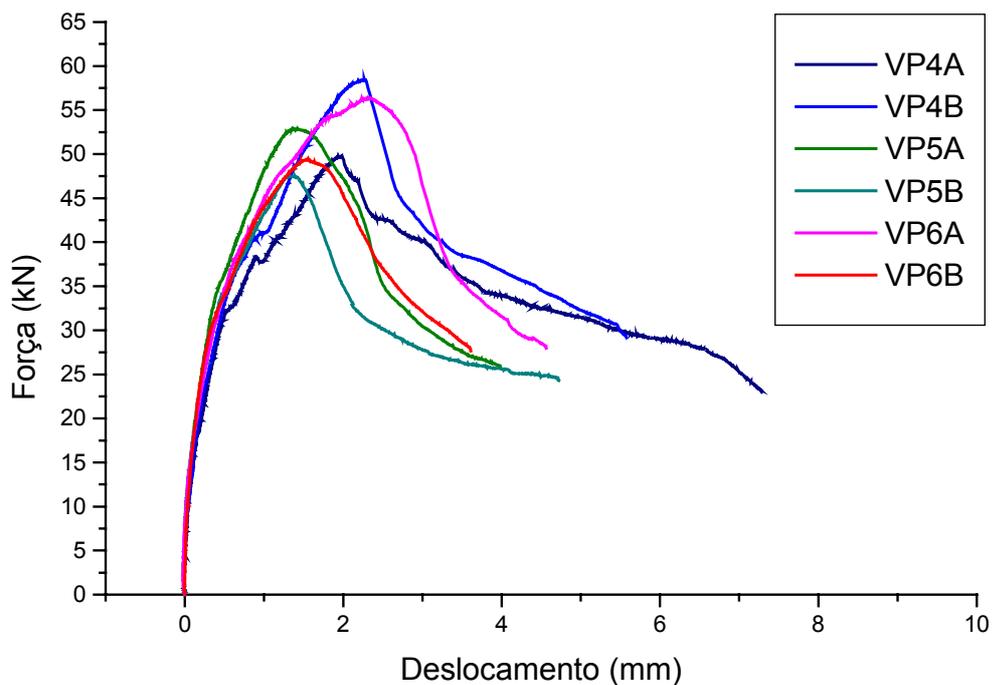


Figura 4.10 – Instrumentação das Vigas Piloto Série 2

Figura 4.11 – Gráfico *Força x Deformação da armadura* das Vigas Piloto Série 2

Na Figura 4.12 apresenta-se o gráfico da *força aplicada* versus o *deslocamento do ponto central*, de onde se observa que praticamente não houve ganho de resistência nem de ductilidade devido à adição das fibras de aço ao concreto.

Figura 4.12 – Gráfico *Força x Deslocamento* das Vigas Piloto Série 2

De acordo com o esperado, para a relação a/d utilizada, a ruína das vigas foi por cisalhamento. Uma fissura secundária que se iniciou na fissura inclinada se propagou ao longo da armadura longitudinal, devido, possivelmente, à ação de pino dessa armadura. Essa fissura causou perda de aderência, fazendo com que a armadura escorregasse. Houve fendilhamento do concreto abaixo da armadura longitudinal, devido à penetração das fissuras diagonais nessa região.

Na Figura 4.13 apresenta-se a configuração de ruína das vigas curtas, onde é possível observar o caminhamento da fissura crítica do ponto de aplicação da força até o apoio. Onde está escrito V4A entenda-se VP4A, e assim por diante.

Nas vigas com fibras apareceram mais fissuras de flexão do que nas vigas sem fibras. Nas vigas VP6A e VP6B apareceram muitas fissuras diagonais ao invés de uma única, e com aberturas menores do que as das outras vigas. Isso vem a confirmar a influência das fibras no controle da abertura de fissuras. Nessas vigas, em que o volume de fibras adicionado foi superior ao crítico, houve fissuração múltipla da matriz. Nas vigas sem fibras (VP4) houve lascamento do concreto próximo à armadura longitudinal durante o descarregamento, enquanto as fibras tornaram a ruína das outras vigas (VP5 e VP5) mais dúctil, preservando a integridade do concreto.

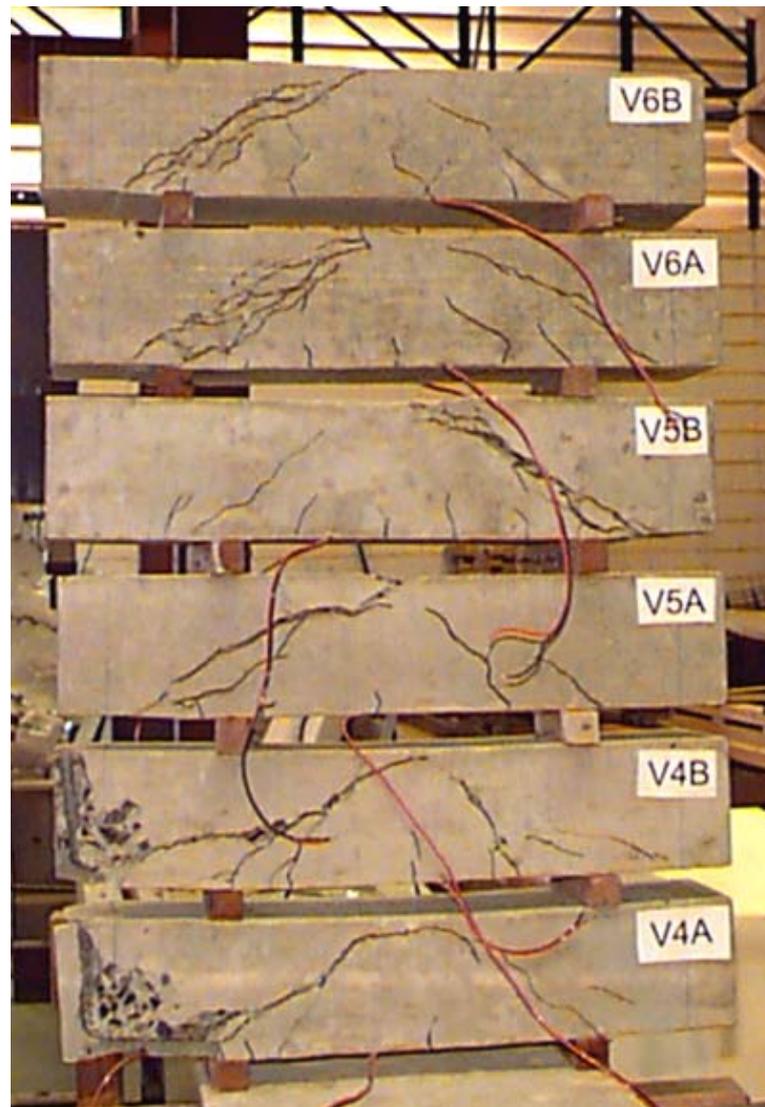


Figura 4.13 – Configuração de ruína das Vigas Piloto Série 2

No gráfico da Figura 4.14 foram plotados os valores de resistência ao cisalhamento de todas as vigas dos ensaios-piloto e de resistência à punção das lajes de referência. A similaridade de comportamento existente entre as lajes e as vigas da Série 1 não se manifestou entre as lajes e as vigas de Série 2.

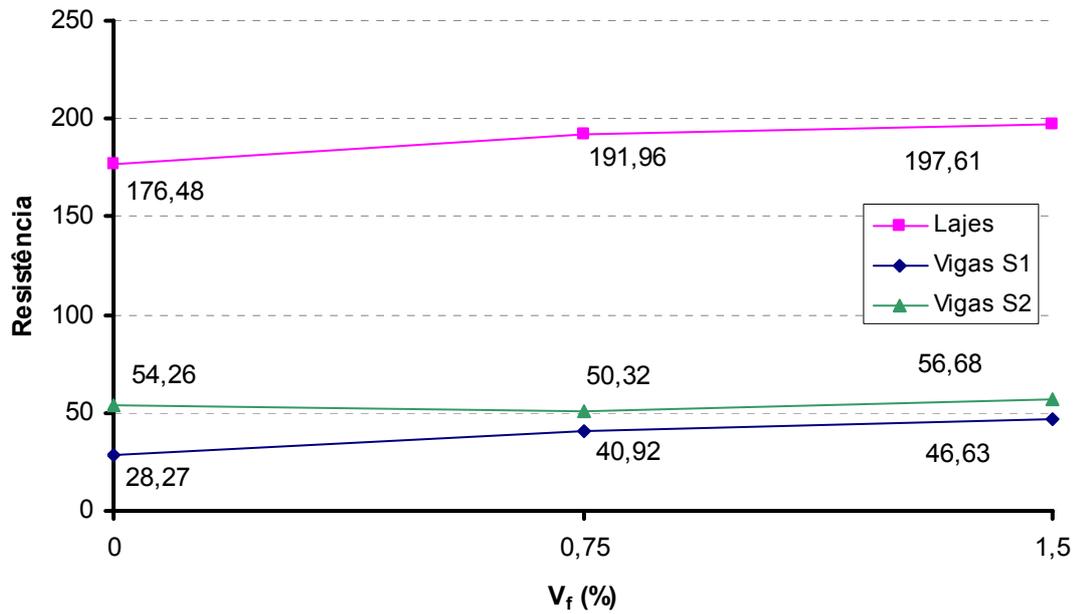


Figura 4.14 – Gráfico Resistência média x Volume de fibras para Lajes e Vigas Piloto Série 2

Plotando em um gráfico (Figura 4.15) a resistência média das vigas versus a resistência das lajes, verifica-se que só houve correlação entre os resultados das lajes e das vigas da Série 1, onde predominou ação de viga. Isso vem a confirmar que as fibras não contribuem no aumento de resistência ao cisalhamento quando predomina a ação de arco.

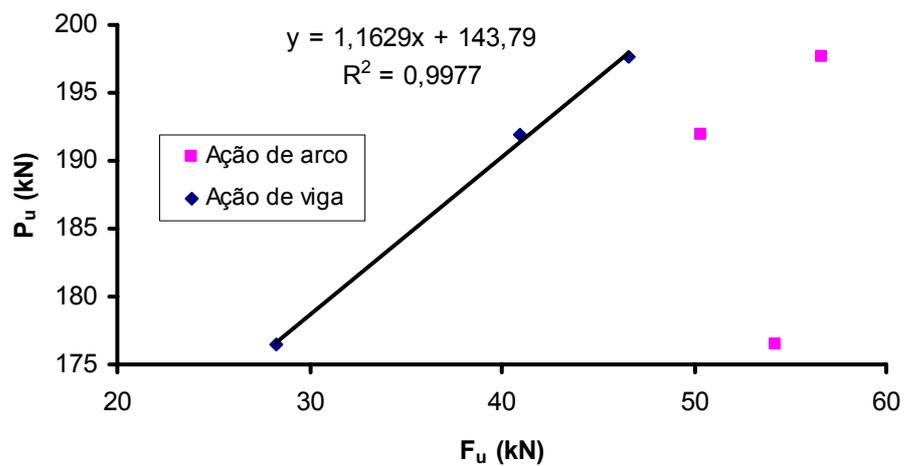


Figura 4.15 – Gráfico Resistência das Lajes x Resistência média das Vigas Piloto Série 2

4.3 Planejamento dos ensaios

A parte experimental foi constituída por ensaios de caracterização dos materiais, ensaios de cisalhamento na flexão em vigas prismáticas, e ensaios de punção em modelos de ligação laje-pilar em escala reduzida.

4.3.1 Descrição dos modelos de ligação laje-pilar e procedimentos de ensaio

Os modelos de lajes eram quadrados de lados de 116 cm e possuíam espessura de 10 cm. Na Figura 4.16 e na Figura 4.17 encontram-se os detalhamentos das armaduras dos modelos de lajes.

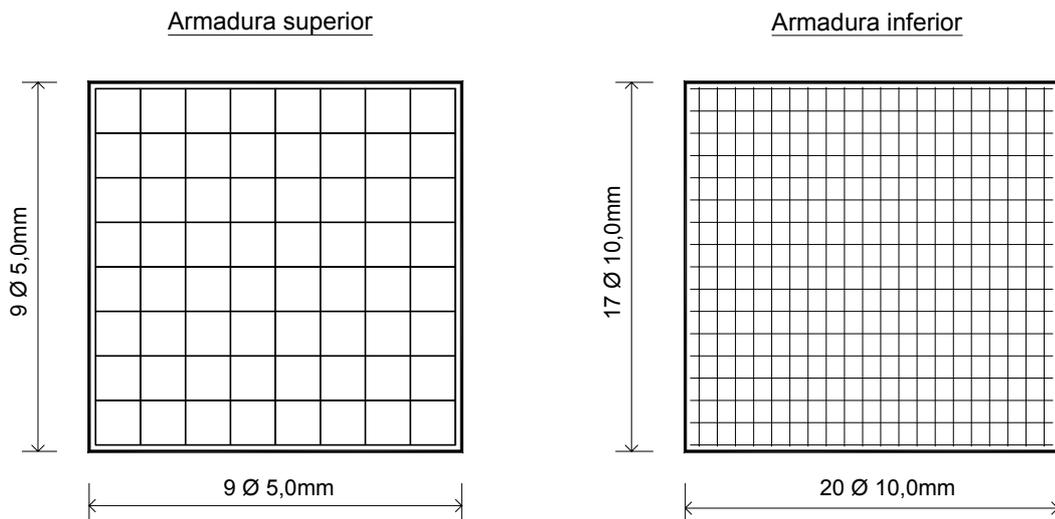


Figura 4.16 – Detalhamento das armaduras dos modelos de laje

Os modelos foram moldados na posição invertida, para facilitar o posicionamento da armadura de flexão, garantindo-se o cobrimento definido no projeto.

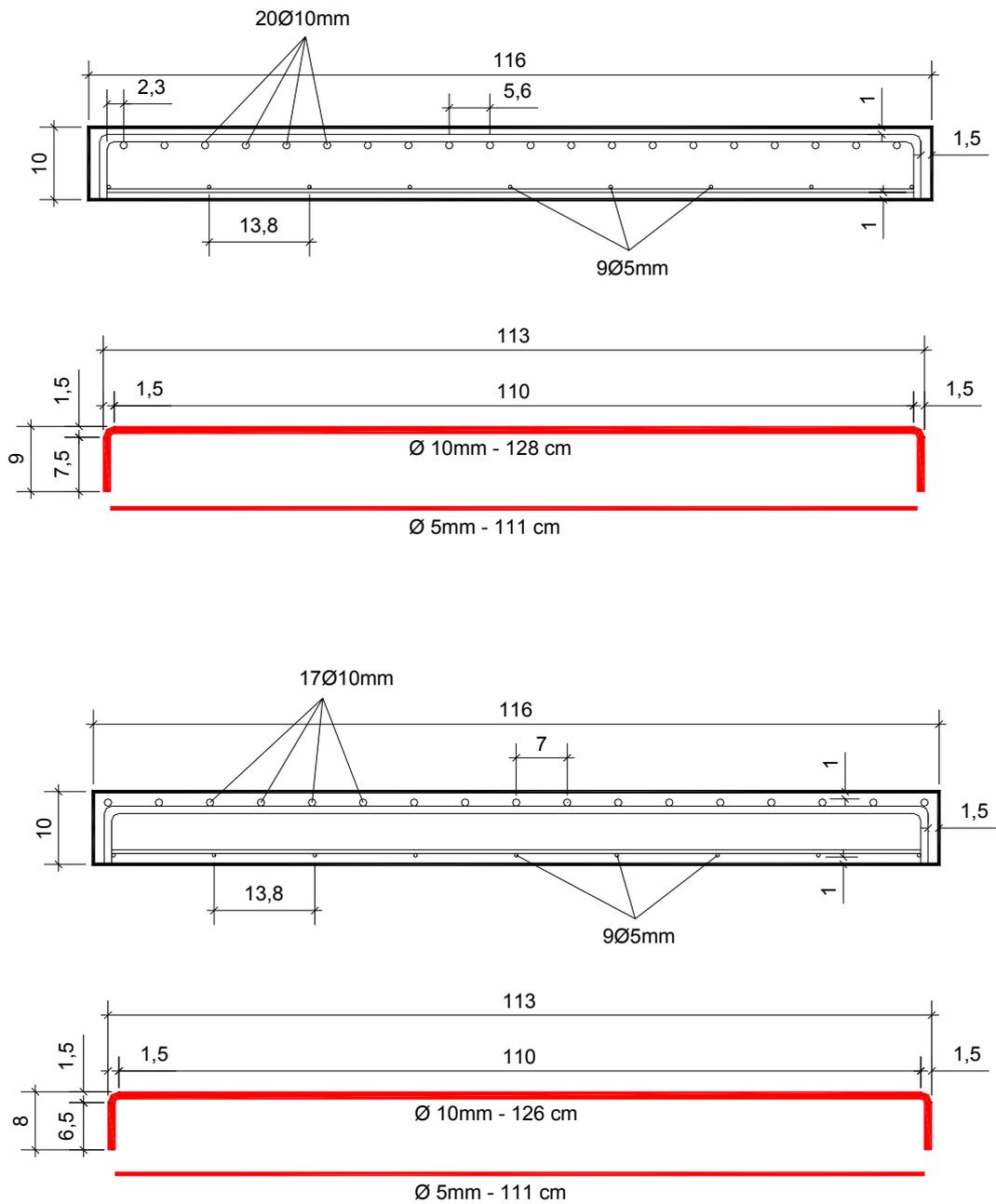


Figura 4.17 – Detalhamento das armaduras dos modelos de laje na posição da concretagem

Na Figura 4.18 encontra-se o esquema do sistema de ensaio dos modelos de ligação laje-pilar.

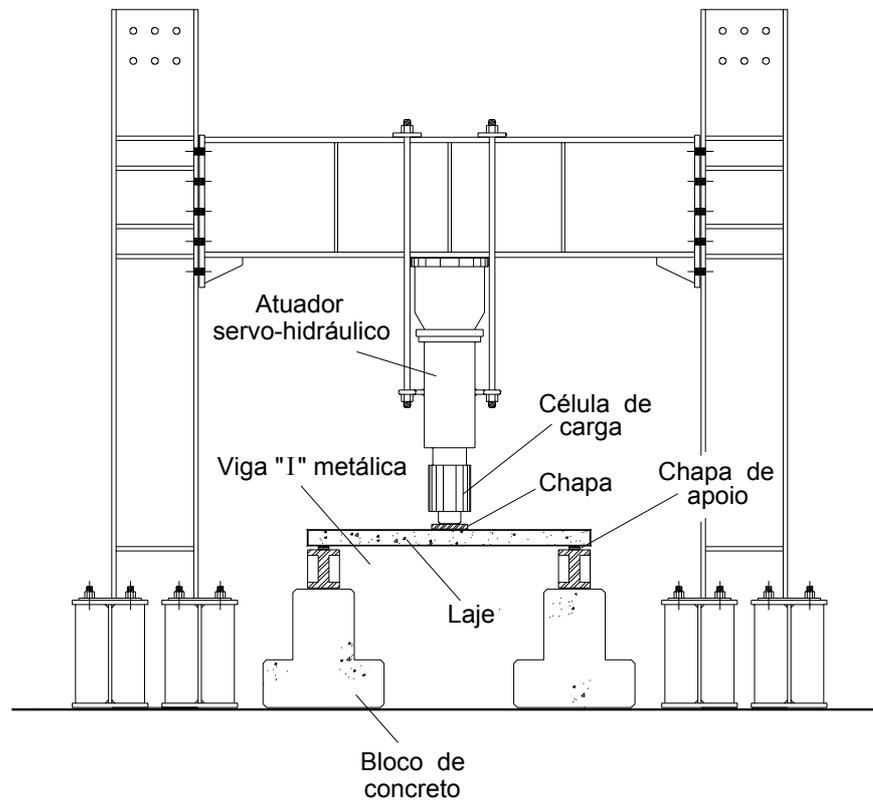


Figura 4.18 – Sistema de ensaio dos modelos de ligação laje-pilar

O sistema de ensaio das vigas, o detalhamento de sua armadura e a instrumentação utilizada são apresentados oportunamente, devido à variedade de dimensões das vigas utilizadas na pesquisa.

Foi feito um modelo de laje para cada conjunto de variáveis estudado, e duas vigas equivalentes a cada modelo de laje.

Foram moldados nove corpos-de-prova cilíndricos para cada concreto, para determinação da resistência à compressão, à tração por compressão diametral e do módulo de elasticidade. Além disso, foram moldados mais três corpos-de-prova prismáticos para determinação da resistência à tração na flexão e da tenacidade no caso dos compósitos. Os modelos e os corpos-de-prova foram adensados em mesa vibratória, curados e ensaiados 14 dias após a concretagem.

Conforme já havia sido dito, os ensaios foram feitos com deformação controlada, com a velocidade de deslocamento do pistão de 0,005 mm/s. O pilar foi simulado por uma chapa de aço de dimensões em planta de 8 x 8 cm, conforme procedimento utilizado por AZEVEDO (1999).

Na Figura 4.19 tem-se o esquema de instrumentação dos modelos de ligação laje-pilar.

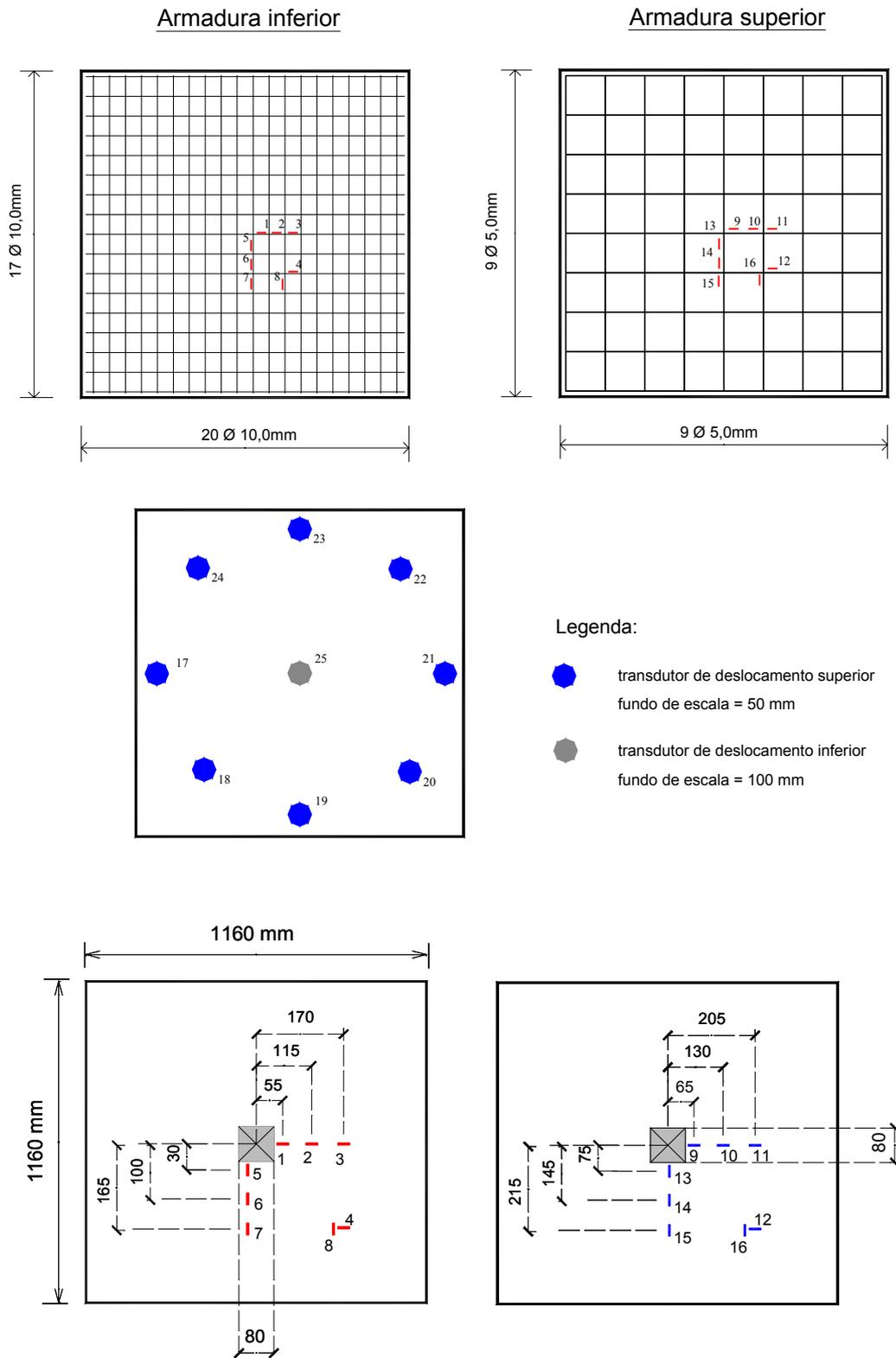


Figura 4.19 – Esquema de instrumentação dos modelos de ligação laje-pilar

4.3.2 Variáveis dos ensaios

Inicialmente foram feitos ensaios-piloto de vigas correspondentes a algumas lajes ensaiadas por AZEVEDO (1999), cujas características foram descritas na Tabela 4.1.

Uma vez detectadas tendências similares entre as vigas e as lajes, foram programadas as séries de ensaios detalhadas na Tabela 4.15, variando alguns parâmetros em relação aos utilizados nos ensaios-piloto, os quais foram considerados como parâmetros de referência.

Nas séries S1 e S2 procurou-se observar se as correlações entre laje e viga, detectadas nos ensaios-piloto, são válidas alterando-se o volume de fibras e a resistência do concreto à compressão. Na série S3 tentou-se correlacionar vigas de altura maior com as vigas ou lajes da série S2.

Na série S4 pretendeu-se verificar se a mudança da relação de aspecto e, principalmente, do comprimento da fibra, altera a correlação entre laje e viga, detectada nos ensaios-piloto. Para esse estudo foram utilizados os resultados da laje OSC.S1 de AZEVEDO (1999). Quanto à fibra longa, optou-se pela fibra RL 45/50 BN, já que o seu comprimento não excede 1/3 da menor dimensão do corpo-de-prova cilíndrico 15x30 (ABNT NBR 5738/1994).

Por fim, considerando as hipóteses levantadas nas séries S3 e S4, pretendeu-se utilizar essas conclusões moldando-se vigas para serem correlacionadas com as lajes ensaiadas por ZAMBRANA VARGAS (1997), cujas características estão na Tabela 4.14. Nessas vigas foi utilizada a mesma taxa de armadura da laje, porém foram mudadas a altura útil e a dimensão da chapa de aplicação do carregamento.

Tabela 4.14 – Dados das lajes de ZAMBRANA VARGAS (1997)

Modelo	h (cm)	d (cm)	c (cm)	ρ (%)	f_{c14} (MPa)	f_{t14} (MPa)	V_f (%)	P_u (kN)	θ (°)
L07	6	4	10	1,73	88,7	5,3	0	101	18,6
L08	6	4	10	1,73	79,0	6,3	0,75	112	25,8
L09	6	4	10	1,73	93,0	7,6	1,5	136	17,0

Tabela 4.15 – Programa de ensaios

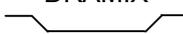
Série	Modelos		h (cm)	d (cm)	c (cm)	ρ (%)	f_{c14} (MPa)	Tipo de fibra	V_f (%)	Variáveis estudadas
	Viga	Laje								
S1	V1A V1B	L1	10	8,5	8	1,57	25	--	0	f_c V_f
	V2A V2B	L2	10	8,5	8	1,57	25	ZP-305 DRAMIX	1	
	V3A V3B	L3	10	8,5	8	1,57	25	ZP-305 DRAMIX	2	
S2	V4A V4B	L4	10	8,5	8	1,57	60	--	0	f_c V_f
	V5A V5B	L5	10	8,5	8	1,57	60	ZP-305 DRAMIX	1	
	V6A V6B	L6	10	8,5	8	1,57	60	ZP-305 DRAMIX	2	
S3	V7A V7B	--	17	15,5	8	1,59	60	--	0	d
	V8A V8B	--	17	15,5	8	1,59	60	ZP-305 DRAMIX	1	
	V9A V9B	--	17	15,5	8	1,59	60	ZP-305 DRAMIX	2	
S4	V10A V10B	L7	10	8,5	8	1,57	40 ⁽¹⁾	RL 45/50 BN DRAMIX	0,75	tipo de fibra
	V11A V11B	L8	10	8,5	8	1,57	40 ⁽¹⁾	RL 45/50 BN DRAMIX	1,5	
S5	V12A V12B	--	10	8,5	8	1,71	85 ⁽²⁾	--	0	f_c d tipo de fibra área carregada
	V13A V13B	--	10	8,5	8	1,71	85 ⁽²⁾	HSCF-25 HAREX	0,75	
	V14A V14B	--	10	8,5	8	1,71	85 ⁽²⁾	HSCF-25 HAREX	1,5	

⁽¹⁾ traço utilizado por AZEVEDO (1999)

⁽²⁾ traço utilizado por ZAMBRANA VARGAS (1997)

Na Tabela 4.16 encontram-se as características das fibras utilizadas neste trabalho.

Tabela 4.16 – Características das fibras utilizadas

Fibra	seção	l (mm)	D (mm)	l/D	f_y (MPa)
ZP-305 DRAMIX 	circular	30	0,55	54,5	1150
RL 45/50 BN DRAMIX 	circular	50	1,05	48	1000
HSCF-25 HAREX 	retangula r	25 ^(*)	0,667 ^(*)	37,45 ^(*)	770

^(*) valores nominais

4.3.3 Descrição dos modelos de vigas

Na Figura 4.20 encontram-se o detalhamento e a instrumentação das armaduras dos modelos de vigas da Série 1, na posição da concretagem (invertida).

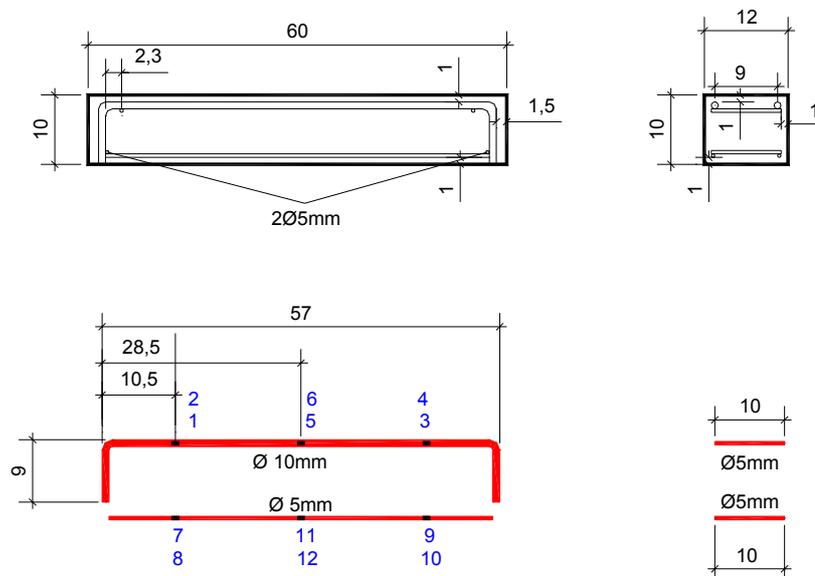


Figura 4.20 – Detalhamento e instrumentação das armaduras da vigas da Série1

Nas vigas V1 os pontos de instrumentação da armadura positiva localizados nos extremos (pontos 1 a 4) estavam posicionados a 6,5 cm da extremidade da viga, diferentemente do que está indicado na Figura 4.20. Depois de realizados os ensaios, verificou-se experimentalmente que a fissura crítica se apoiava na armadura a 15 cm, em média, da face da viga. A partir daí, modificaram-se as posições dos pontos 1 a 4, ficando de acordo com a Figura 4.20.

Após a análise dos resultados das vigas V1, concluiu-se que as deformações obtidas nos pontos 11 e 12 eram praticamente nulas, passando-se a não instrumentá-los nas vigas V2 e V3.

Na Figura 4.21 encontram-se o detalhamento das armaduras e a instrumentação do aço dos modelos das vigas das Séries 2 e 4, na posição da concretagem. Na Série 2 em diante, passou-se a não mais instrumentar os pontos 7 a 10 da armadura comprimida, substituindo-os por rosetas coladas ao concreto.

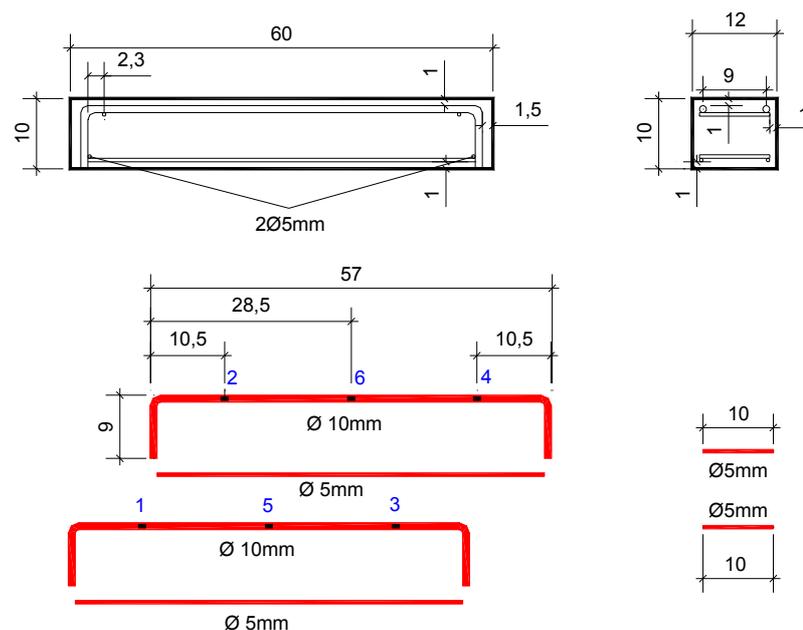


Figura 4.21 – Detalhamento e instrumentação das armaduras da vigas das Séries 2 e 4

Na Série 5 há uma pequena diferença na largura das vigas em relação ao desenho mostrado na Figura 4.21. Nessa série, a largura das vigas passa a ser **11 cm**, pois precisava-se obter taxa de armadura de flexão semelhante a utilizada por ZAMBRANA VARGAS (1997). Além disso, a instrumentação das barras longitudinais resume-se apenas aos pontos centrais (5 e 6) e o concreto não foi instrumentado.

Na Figura 4.22 encontram-se o detalhamento das armaduras e a instrumentação do aço dos modelos das vigas da Série 3, na posição da concretagem.

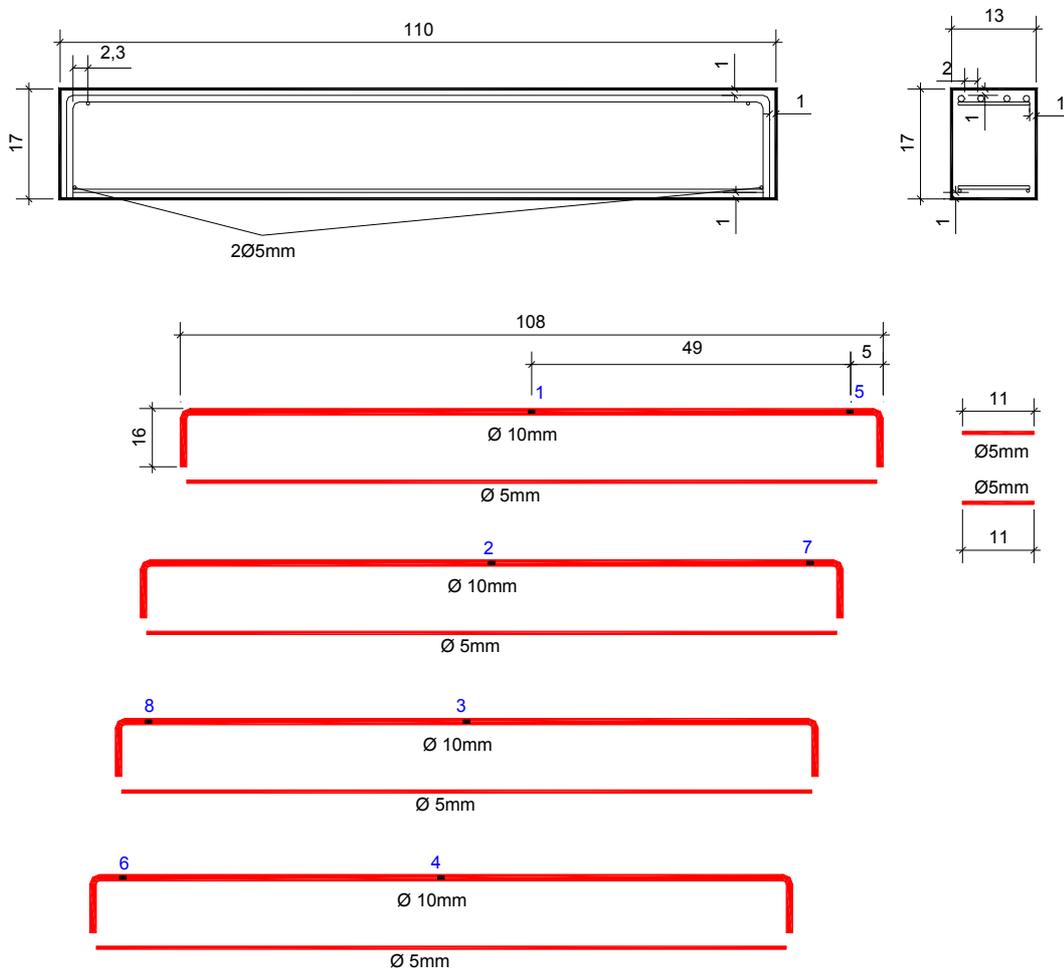


Figura 4.22 – Detalhamento e instrumentação das armaduras da vigas da Série 3

Na Figura 4.23 e na Figura 4.24 encontram-se a instrumentação do concreto, por meio de rosetas coladas em uma das faces da viga, e o esquema da aplicação do carregamento.

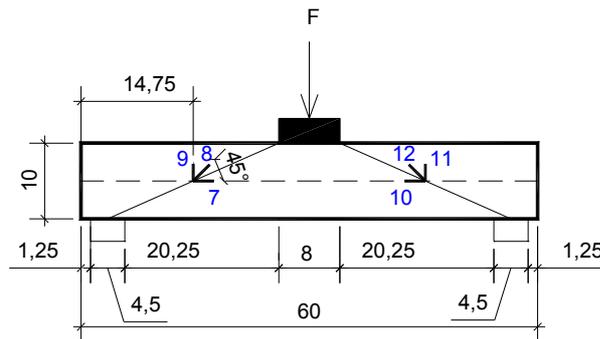


Figura 4.23 – Instrumentação com rosetas do concreto das vigas das Séries 2 e 4

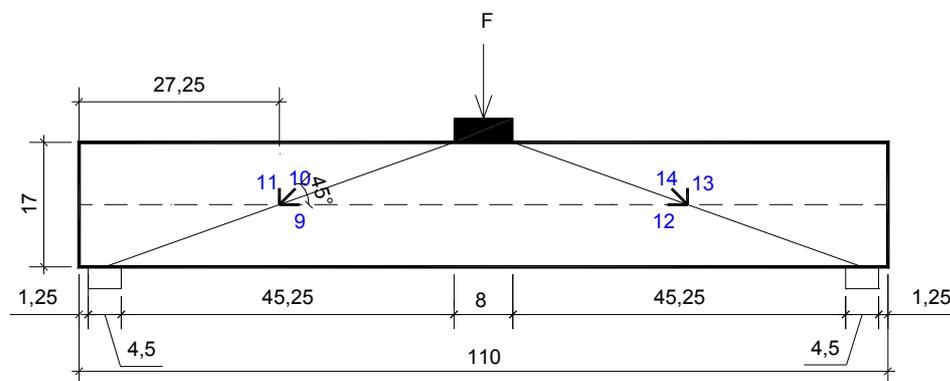


Figura 4.24 – Instrumentação com rosetas do concreto das vigas da Série 3

4.4 Dosagem

Neste item encontra-se descrita a metodologia de dosagem dos concretos utilizados nos modelos das Séries 1, 2 e 3 desta pesquisa. Nas Séries 4 e 5 foram utilizados os traços de AZEVEDO (1999) e de ZAMBRANA VARGAS (1997), respectivamente.

O método de dosagem escolhido foi o de HELENE & TERZIAN (1993), sendo efetuadas as devidas adaptações para atender as exigências requeridas pelo concreto de alta resistência (CAR) e pelo concreto reforçado com fibras de aço (CRFA), quando empregados. Esses requisitos foram retirados do ACI 544.3R-93 (1994), do ACI 363R-82 (1994), da ASTM (C143-90a) e da ASTM (C995-94), e encontram-se na Tabela 4.17.

Tabela 4.17 – Exigências para o concreto reforçado com fibras de aço e para o concreto de alta resistência

	Concreto Reforçado com Fibras de Aço	Concreto de Alta Resistência
consumo de cimento	360 a 600 kg/m ³ p/ brita 0 300 a 540 kg/m ³ p/ brita 1	400 a 600 kg/m ³
agregado miúdo		módulo de finura: 2,7 a 3,2
agregado graúdo	diâmetro máximo: 19 mm (brita 1)	diâmetro máximo: 12,7 mm cúbico; áspero módulo de finura \cong 3,0
agregado miúdo/ agregado graúdo	45% a 60% p/ brita 0 45% a 58% p/ ϕ 12,5 mm 45% a 55% p/ brita 1	53% a 59% p/ ϕ 12,5 mm
agregado graúdo/ total de agregados	\leq 55%	
água/cimento	0,35 a 0,45 p/ brita 0 0,35 a 0,46 p/ ϕ 12,5 mm 0,35 a 0,50 p/ brita 1	0,35 a 0,46
água/ materiais cimentícios	0,32 a 0,42 p/ ϕ 12,5 mm	0,27 a 0,50
abatimento no tronco de cone	13 a 230 mm 25 a 100 mm p/ CRFA	102 mm
tempo no tronco de cone invertido	10 a 30 segundos	

4.4.1 Materiais

a) Cimento

Foi utilizado cimento portland comum (CP II-E-32) da marca Ribeirão, que tinha, segundo o fabricante, massa específica de 3,12 g/cm³, determinada de acordo com a ABNT (NBR 6474/1984).

b) Aditivo superplastificante

Nos concretos de alto desempenho, os aditivos superplastificantes são capazes de propiciar trabalhabilidade adequada, com baixas relações água/cimento, possibilitando o aumento da resistência do concreto à compressão.

Segundo LIMA (1997), para concretos de alto desempenho, o aditivo não deve ser empregado em um teor maior que 3% do peso de cimento. Mas, conforme QUEIROGA (1999), quando empregados em teores de até 1,5% do peso de cimento, proporcionam pouca incorporação de ar e têm pouca influência no tempo de pega. De acordo com o ACI 544.3R-93 (1994), os aditivos superplastificantes são adequados para o concreto reforçado com fibras de aço.

De acordo com LIMA (1997), o volume de sólidos presentes em um aditivo é em torno de 25 a 30% de sua massa.

Foi utilizado o aditivo superplastificante RX 3000, fornecido pela Reax Indústria e Comércio Ltda., cuja densidade era $1,16 \text{ g/cm}^3$.

c) Água

A água utilizada foi proveniente da rede pública de abastecimento da cidade de São Carlos.

d) Agregado miúdo

Foi utilizada areia de origem quartzosa proveniente do rio Mogi-Guaçu. A areia era secada previamente, a ponto de apresentar-se completamente seca no momento da concretagem.

A análise granulométrica foi feita de acordo com a ABNT (NBR 7217/1987), e encontra-se na Tabela 4.18. Em função da granulometria, a areia foi classificada como fina, e apresentou módulo de finura igual a 2,37.

A massa específica foi determinada segundo a ABNT (NBR 9776/1987), e o valor encontrado foi de $2,591 \text{ g/cm}^3$.

Tabela 4.18 – Análise granulométrica do agregado miúdo

Peneira # (mm)	M1 = 726,8 g		M2 = 727,1 g		Médias	
	material retido (g)	% retida	material retido (g)	% retida	% retida	% retida acumulada
9,5	0	0	0	0	0	0
6,3	2,6	0,4	3,4	0,5	0	0
4,8	1,8	0,3	2,6	0,4	0	1
2,4	18,3	2,5	19,3	2,7	3	3
1,2	56,6	7,9	49,2	6,8	7	11
0,6	213,8	29,7	193,8	26,9	28	39
0,3	274,3	38,1	276,9	38,4	38	77
0,15	144,1	20,0	165,9	23,0	22	99
Fundo	8,5	1,1	10,0	1,4	1	100
Dimensão máxima característica					2,4 mm	
Módulo de finura					2,37	

e) Agregado graúdo

O agregado graúdo utilizado nas Séries 1, 2 e 3 foi pedrisco de origem basáltica, proveniente da Pedreira Santo Antônio, de Araraquara.

A análise granulométrica foi feita de acordo com a ABNT (NBR 7217/1987), e encontra-se na Tabela 4.19. O diâmetro máximo característico determinado foi 6,3 mm, estando dentro do limite máximo recomendado pelo ACI 544.3R-93 (1994) para concreto com fibras, e pelo ACI 363R-82 (1994) para concreto de alta resistência.

A massa específica foi determinada segundo a ABNT (NBR 9776/1987), sendo igual a 2,870 g/cm³. A massa unitária solta foi determinada segundo a ABNT (NBR 7251/1982), e foi encontrado o valor de 1,365 g/cm³.

Tabela 4.19 – Análise granulométrica do agregado graúdo

Peneira # (mm)	material retido (g)	% retida	% retida acumulada
25	0	0	0
19	0	0	0
12,5	8,5	0,17	0,17
9,5	3,0	0,06	0,23
6,3	170,5	3,41	3,64
4,8	1440	28,8	32,44
2,4	2650,0	53	85,44
Fundo	800,0	16	101,44
Dimensão máxima característica			6,3 mm
Módulo de finura			1,18

f) Fibras

As fibras de aço utilizadas nas Séries 1, 2 e 3 foram fornecidas pela empresa Belgo Mineira Bekaert Arames S/A. A Figura 4.25 apresenta as características da fibra utilizada.

O ACI 544.3R-93 (1994) recomenda que o comprimento da fibra não seja maior que o espaçamento entre as armaduras do elemento estrutural, e que esteja entre 12,7 e 63,5 mm, com relação de aspecto variando entre 30 e 100.

A ASTM (C1018-94b) recomenda que o comprimento da fibra não seja maior que 1/3 da menor dimensão do elemento estrutural a ser concretado. Além disso, recomenda-se que o comprimento da fibra seja maior ou igual a três vezes o diâmetro máximo do agregado. Daí o motivo de se utilizar o pedrisco juntamente com a fibra ZP-305 da DRAMIX (Figura 4.25), nas Séries 1, 2 e 3.

PRODUCT DATA SHEET

Dramix[®]

ZP 305

Description: Dramix[®] fibres are filaments of wire, deformed and cut to lengths, for reinforcement of concrete, mortar and other composite materials. Dramix[®] ZP 305 is a cold drawn wire fibre, with hooked ends, and glued in bundles.

Applications:

- shotcrete

Geometry:

Length (l)
30 mm

Diameter (d)
0.55 mm

Aspect ratio
(= l/d): 55

16 750 fibres/kg
 Min. dosage = 23 kg/m³
(According to spacing theory McKee)

Tensile strength:

- on the wire: minimum 1150 N/mm²
- low carbon conforms to: - DIN 17 140-D9
- EN 10016-2 - C9D

Coating: None

Approvals:

Product	Conforms to	Quality System in Belgian Plants	Approval Poland
 1631			Nr. Z-2117/95

Technical data:

For shotcrete, ...
ask for specialized documentation.

Recommendations - mixing

1. General

- ✓ preferably add fibres in the mixer at batching plant
- ✓ recommended maximum dosage:

Dosage (kg/m ³)	Aggregate size		
	2/8	4/16	4/32
pour	110	70	60
pump	80	55	45

- ✓ a continuous grading is preferred
- ✓ mix until all glued fibres are separated into individual fibres. Fibres don't increase mixing time significantly.
- ✓ if special cements or admixtures are used, a preliminary test is recommended

2. Fibre addition

2.1. In batching plant mixer

- ✓ never add fibres as first component in the mixer
- ✓ fibres can be introduced together with sand and aggregates, or can be added in freshly mixed concrete
- ✓ **only for drummixer:** unopened degradable bags can be thrown directly in the mixer

2.2. Truckmixer

- ✓ put mixer on maximum drum speed: 12-18 rpm
- ✓ adjust slump to a min. of 12 cm (preferably with water reducing agents or high water reducing agents)
- ✓ add fibres with maximum speed of 60 kg/min
- ✓ unopened degradable bags can be added provided that drum speed is min. 12 rpm
- ✓ optional equipment: belt-hoist elevator
- ✓ after adding the fibres, continue mixing at highest speed for 4-5 min. (± 70 rotations)

2.3. Automatic dosing

- ✓ Fibres in bulk can be dosed at rates up to 3,5 kg/sec with a specially developed dosing equipment

Recommendations - storage

Protect the pallets against rain

Do not stack the pallets on top of each other

Delivered in

degradable bags of 20 kg on pallet 1200 kg
big bag 1100 kg

N.V. Bekaert S.A. - Bekaertstraat 2 - B-8550 Zwevegem - Belgium
 Tel. +32 (0) 56 / 76 69 86 Fax + 32 (0) 56 / 76 79 47

Modifications reserved. All details describe our products in general form only. For ordering and design only use official specifications and documents. N.V. Bekaert S.A. 1997

Figura 4.25 – Características da fibra utilizada nas Séries 1, 2 e 3 (www.bekaert.com/building/zp305.htm)

4.4.2 Concreto de baixa resistência

Neste item apresenta-se o método de determinação do traço do concreto de resistência à compressão de aproximadamente 25 MPa aos 14 dias, utilizando-se o método de dosagem de HELENE & TERZIAN (1993).

a) Determinação do traço do concreto sem fibras

A primeira etapa do estudo experimental consistiu na determinação do teor ideal de argamassa seca (α) para o concreto de traço 1:3, considerado o traço "normal" para microconcreto, uma vez que este requer maior teor de argamassa do que o concreto comum. Para isso, testaram-se várias combinações de teores de areia e pedrisco, a fim de se determinarem as porcentagens de cada um, as quais resultariam na maior massa unitária. Concluiu-se que as porcentagens ideais seriam 55% de pedrisco e 45% de areia, resultando num teor de argamassa seca de 58,8%.

O consumo de cimento deveria estar entre 360 e 600 kg/m³. Devido à baixa resistência do concreto, não foi possível atender à exigência de baixo fator a/c, ou seja, entre 0,35 a 0,50.

Escolhido o teor ideal de argamassa seca, obtiveram-se mais dois traços (1 : m \pm 1), um rico e um pobre, e fizeram-se as três misturas experimentais, descritas na Tabela 4.20. Nas três misturas, o fator a/c foi controlado de modo a se obter o abatimento desejado, em torno de 100 mm (ABNT NBR 7223/1992).

As misturas experimentais foram feitas na betoneira estacionária da marca CIBI, com capacidade para 50 litros de concreto.

Para cada uma das três misturas foram moldados três corpos-de-prova cilíndricos de dimensões 10 x 20 cm, para serem ensaiados à compressão axial aos 14 dias (ABNT NBR 5739/1994). As dimensões dos corpos-de-prova foram escolhidas já pensando no CAR, a fim de padronizar o tamanho dos corpos-de-prova utilizados nos ensaios desta pesquisa. Os corpos-de-prova eram preenchidos até a metade e adensados em mesa vibratória, e após totalmente preenchidos, nova vibração era aplicada (ABNT NBR 5738/1994).

Tabela 4.20 – Misturas experimentais para os concretos sem fibra

Traço em massa	1:m 1:a:p	1:2 1:0,76:1,2 4	1:3 1:1,35:1,6 5	1:4 1:1,94:2,0 6	Observações
Teor de argamassa ¹ (%)		58,8	58,8	58,8	
Pedrisco (kg)		19,85	19,80	19,80	
Areia (kg)		12,15	16,20	18,60	
Cimento (kg)		16,00	12,00	9,60	
Água (kg)		5,60	6,00	6,25	
Relação a/c		0,35	0,50	0,65	x = f(abatimento desejado)
Aditivo superplastificante (kg)		0,070	--	--	
Consumo por m ³ de concreto	Cimento (kg)	716,42	533,33	424,77	360 a 600
	Água (l)	250,75	266,67	276,10	
Abatimento do tronco de cone (mm)		70	130	150	≅ 100 mm
Nº dos corpos-de-prova		1	2	3	
Resistência à compressão axial (MPa)	14 d (média 3 CP)	60,86	40,64	24,02	

A partir dos resultados encontrados na Tabela 4.20, puderam ser encontrados, para a resistência de dosagem requerida, os valores correspondentes do fator a/c, do consumo de cimento, e da relação agregados secos (m)/cimento em massa.

Portanto, definiu-se o seguinte traço em massa para o concreto sem fibras de resistência à compressão de aproximadamente 20 MPa aos 14 dias:

Traço 3

1:1,94:2,06:0,65 (0% SP)

¹ Teor de argamassa: $\alpha = \frac{1+a}{1+m}$ onde $m = a + p$

Material	Consumo (kg/m ³)
Cimento	424,77
Areia	824,05
Pedrisco	875,03
Água	276,10

b) Determinação dos traços dos compósitos de baixa resistência

Na determinação do traço do concreto reforçado com fibras e resistência à compressão de aproximadamente 25 MPa aos 14 dias, manteve-se o mesmo teor de argamassa seca do concreto sem fibras de mesma resistência. Assim, fizeram-se novamente as misturas experimentais (traços 3A e 3B) na proporção 1:4, com teor de argamassa 58,8% e relação a/c=0,65.

O volume de fibras adicionado na primeira mistura foi de 1% do volume de concreto (78,5 kg/m³) e na segunda, 2% do volume de concreto (157 kg/m³), máximo recomendado pelo ACI 544.1R-82 (1987) para se obter trabalhabilidade razoável por meio de métodos convencionais de mistura .

Nesses compósitos, o abatimento desejado do tronco de cone seria também de aproximadamente 100 mm (ASTM C143-90a).

Para se obter este abatimento com a adição das fibras, sem alterar a relação a/c, foi preciso adicionar aditivo superplastificante nas duas misturas. Segundo o ACI 544.3R-93 (1994), a melhor medida da trabalhabilidade de um concreto reforçado com fibras de aço não é o abatimento do tronco de cone. Este ensaio é útil apenas para comparar diferentes lotes de concreto. Ensaio com o tempo VB e o tempo de fluxo no cone invertido (ASTM C995-94) são mais indicados, porém não foram utilizados nesta pesquisa.

Tabela 4.21 – Misturas experimentais para os compósitos ($f_{c14} \cong 20$ MPa)

Traço em massa	1:m 1:a:p	Traço 3A 1:4 1:1,94:2,06	Traço 3B 1:4 1:1,94:2,06	Observações
Teor de argamassa (%)		58,8	58,8	
Pedrisco (kg)		18,85	18,85	
Areia (kg)		17,75	17,75	
Cimento (kg)		9,15	9,15	
Água (kg)		5,95	5,95	
Relação a/c		0,65	0,65	x = f(abatimento desejado)
Aditivo superplastificante (kg)		0,070	0,105	
Fibras (kg)		1,52	3,04	
Consumo por m ³ de concreto	Cimento (kg)	424,77	424,77	360 a 600
	Água (l)	276,10	276,10	
Abatimento do tronco de cone (mm)		190	110	≥ 100 mm
Nº dos corpos-de-prova		3A	3B	
Resistência à compressão axial (MPa)	14 d (média 3 CP)	22,06	21,55	

A partir dos resultados encontrados na Tabela 4.21, puderam ser encontrados, para a resistência de dosagem requerida, os valores correspondentes do fator a/c, do consumo de cimento, e da relação agregados secos (m)/cimento em massa.

Foram definidos os seguintes traços em massa para os compósitos de resistência à compressão de aproximadamente 25 MPa aos 14 dias, com 1% e 2% de fibras respectivamente:

Traço 3A

1:1,94:2,06:0,65:0,17 (0,66% SP)

CI AR PE AG FI

Material	Consumo (kg/m ³)
Cimento	424,77
Areia	824,05
Pedrisco	875,03
Água	276,10
Fibra	78,50

Traço 3B

1:1,94:2,06:0,65:0,33 (0,99% SP)

CI AR PE AG FI

Material	Consumo (kg/m ³)
Cimento	424,77
Areia	824,05
Pedrisco	875,03
Água	276,10
Fibra	157,00

4.4.3 Concreto de alta resistência

Neste item foi determinado o traço do concreto de resistência à compressão de aproximadamente 60 MPa aos 14 dias, utilizando-se o método de dosagem de HELENE & TERZIAN (1993), porém com algumas adaptações referentes ao CAR.

a) Determinação do traço do concreto sem fibras

A determinação do teor de argamassa seca (α) para o concreto de traço 1:3 já foi descrita no item 4.4.2a). Foram, portanto, utilizadas as porcentagens de 55% de pedrisco e 45% de areia, resultando num teor de argamassa seca de 58,8%.

O consumo de cimento deveria estar entre 360 e 600 kg/m³, entretanto ficou um pouco maior. Isto é justificável, pois a exigência encontrada na Tabela 4.17 é válida para agregado de diâmetro máximo 9,5 mm, enquanto que foi utilizado um agregado de diâmetro máximo 6,3 mm, necessitando um maior teor de argamassa. Foi possível atender à exigência de baixo fator a/c, ou seja, entre 0,35 a 0,50.

A partir dos resultados encontrados na Tabela 4.20, puderam ser encontrados, para a resistência de dosagem desejada, os valores correspondentes

do fator a/c , do consumo de cimento, e da relação agregados secos (m)/cimento em massa.

Portanto, definiu-se o seguinte traço em massa para o concreto sem fibras de resistência à compressão de aproximadamente 60 MPa aos 14 dias:

Traço 1

1:0,76:1,24:0,35 (0,38% SP)

Material	Consumo (kg/m ³)
Cimento	716,42
Areia	544,48
Pedrisco	888,36
Água	250,75

b) Determinação dos traços dos compósitos de alta resistência

Na determinação do traço do concreto reforçado com fibras e resistência à compressão de aproximadamente 60 MPa aos 14 dias, manteve-se o mesmo teor de argamassa seca do concreto sem fibras de mesma resistência. Assim, fizeram-se novamente as misturas experimentais (traços 1A e 1B) na proporção 1:2, com teor de argamassa 58,8% e relação $a/c=0,35$.

O volume de fibras adicionado na primeira mistura foi de 1% do volume de concreto (78,5 kg/m³) e na segunda, 2% do volume de concreto (157 kg/m³).

Nesses compósitos, o abatimento desejado do tronco de cone seria também de aproximadamente 100 mm (ASTM C143-90a).

Para se obter este abatimento com a adição das fibras, sem alterar a relação a/c , foi preciso adicionar aditivo superplastificante nas duas misturas.

Tabela 4.22 – Misturas experimentais para os compósitos ($f_{c14} \cong 60$ MPa)

Traço em massa	1:m 1:a:p	Traço 1A 1:2 1:0,76:1,24	Traço 1B 1:2 1:0,76:1,24	Observações
Teor de argamassa (%)		58,8	58,8	
Pedrisco (kg)		18,85	18,85	
Areia (kg)		11,55	11,55	
Cimento (kg)		15,20	15,20	
Água (kg)		5,30	5,30	
Relação a/c		0,35	0,35	x = f(abatimento desejado)
Aditivo superplastificante (kg)		0,150	0,150	
Fibras (kg)		1,52	3,04	
Consumo por m ³ de concreto	Cimento (kg)	716,42	716,42	360 a 600
	Água (l)	250,75	250,75	
Abatimento do tronco de cone (mm)		170	140	≥ 100 mm
Nº dos corpos-de-prova		1A	1B	
Resistência à compressão axial (MPa)	14 d (média 3 CP)	58,59	56,18	

A partir dos resultados encontrados na Tabela 4.22, puderam ser encontrados, para a resistência de dosagem requerida, os valores correspondentes do fator a/c, do consumo de cimento, e da relação agregados secos (m)/cimento em massa.

Foram definidos os seguintes traços em massa para os compósitos de resistência à compressão de aproximadamente 60 MPa aos 14 dias, com 1% e 2% de fibras respectivamente:

Traço 1A

1:0,76:1,24:0,35:0,10 (0,85% SP)

CI AR PE AG FI

Material	Consumo (kg/m³)
Cimento	716,42
Areia	544,48
Pedrisco	888,36
Água	250,75
Fibra	78,50

Traço 1B

1:0,76:1,24:0,35:0,20 (1,42% SP)

CI AR PE AG FI

Material	Consumo (kg/m³)
Cimento	716,42
Areia	544,48
Pedrisco	888,36
Água	250,75
Fibra	157,00

5 Resultados Experimentais

Neste capítulo apresentam-se os resultados experimentais obtidos, suas respectivas análises e algumas conclusões parciais. O capítulo foi subdividido em itens, e cada uma das séries de ensaios se encontra descrita em um determinado item.

5.1 Modelos da Série 1

Na primeira série foram ensaiadas três lajes de concreto, com resistência à compressão de aproximadamente 25 MPa aos 14 dias, reforçadas com fibras ZP-305 da DRAMIX, variando-se a porcentagem de fibras. Para cada laje foram moldadas duas vigas, com o mesmo concreto. O detalhamento das lajes e das vigas encontra-se no Capítulo 4.

Nesta série de ensaios pretendeu-se verificar se permaneceriam as correlações existentes entre laje e viga, observadas nos Ensaios Piloto S1, alterando-se o volume de fibras e utilizando-se um concreto de baixa resistência.

5.1.1 Características dos materiais da S1

Na Tabela 5.1 apresentam-se as características médias das armaduras de flexão. Foram ensaiadas três barras de aço de cada bitola, segundo a ABNT (NBR 6152/1992).

Tabela 5.1 – Características médias das armaduras de flexão dos modelos da Série 1

Bitola	f_y (MPa)	f_u (MPa)	E (MPa)	ϵ_y (mm/m)
5 mm	698,80	757,42	205760	5,396
10 mm	548,63	691,09	205000	2,676

Na Tabela 5.2 apresenta-se o traço do concreto utilizado nos modelos, determinado conforme exposto no Capítulo 4.

Tabela 5.2 – Traço do concreto dos modelos da Série 1

Materiais	Consumo (kg/m ³)		
	L1	L2	L3
	V1A, V1B	V2A, V2B	V3A, V3B
Cimento Ribeirão CP II-E-32	424,77	424,77	424,77
Areia	824,05	824,05	824,05
Pedrisco ($\phi_{\max}=6,3$ mm)	875,03	875,03	875,03
Água	276,10	276,10	276,10
Aditivo Superplastificante REAX 3000 ($\gamma = 1,16$ kg/m ³)	--	0,66%	0,99%
Fibra ZP-305 DRAMIX  $\ell = 30$ mm D = 0,55 mm $\ell / D = 54,5$ $f_y = 1150$ MPa	--	78,5	157

Na Tabela 5.3 estão mostradas a médias dos resultados dos ensaios de caracterização do concreto utilizado nos modelos da Série 1. Para cada tipo de ensaio, foi efetuada a média dos resultados de no mínimo três corpos-de-prova. Os resultados de cada corpo-de-prova, bem como as idades dos ensaios, encontram-se no Anexo. Os corpos-de-prova cilíndricos foram moldados conforme as recomendações da ABNT (NBR 5738/1994). Os ensaios de compressão simples foram realizados segundo a ABNT (NBR 5739/1994), os de tração por compressão diametral, segundo a ABNT (NBR 7222/1994), os de tração na flexão, segundo a ABNT (MB 3483/1994), e o módulo secante de deformação, segundo a ABNT (NBR 8522/1984).

Percebe-se que a presença de fibras não alterou significativamente o módulo de deformação longitudinal do concreto, com pequena diminuição desse

módulo com o aumento do volume de fibras, sendo a maior diferença em torno de 7%.

Tabela 5.3 – Resultados dos ensaios de caracterização dos concretos utilizados na Série 1

Modelo	Volume de fibras (%)	f_c (MPa)	$f_{ct,sp}$ (MPa)	$f_{ct,f}$ (MPa)	f_r (MPa)	E_c (MPa)
L1 V1A,V1B	0	23,13	2,14	3,70	--	20786
L2 V2A,V2B	1	24,40	2,59	4,07	3,30	20034
L3 V3A,V3B	2	28,06	2,98	6,96	3,68	19319

$f_{ct,sp}$: resistência à tração por compressão diametral

$f_{ct,f}$: resistência à tração na flexão

f_r : resistência do compósito à primeira fissura

Nos compósitos foram feitos ensaios para a determinação da resistência à primeira fissura e da tenacidade à flexão, em prismas de 15 x 15 x 50 cm, conforme as recomendações da ASTM (C78-94). Para cada compósito foram ensaiados três prismas, da forma como mostrado na Figura 5.1. O ensaio era feito com deformação controlada, o carregamento era aplicado nos terços do vão, e os deslocamentos verticais da região central eram medidos em dois pontos simétricos, a partir dos quais fazia-se a média.

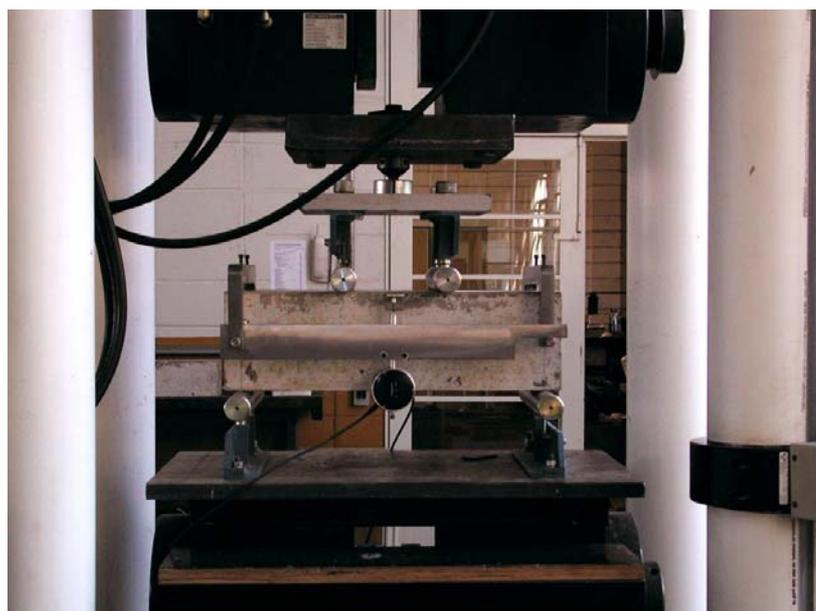


Figura 5.1 – Ensaio de prisma de concreto com fibras de aço

A ASTM (C1018-94) define a tenacidade como sendo a energia equivalente à área sob a curva *força x deslocamento* até um determinado valor de deslocamento vertical, correspondente à ocorrência da primeira fissura (observada graficamente). Os índices I₅, I₁₀, I₂₀ e I₃₀ correspondem aos deslocamentos de 3, 5,5, 10,5 e 15,5 vezes o deslocamento correspondente à primeira fissura.

A JSCE-SF4/84 define a tenacidade como sendo a energia necessária para fletir uma viga de concreto reforçado com fibras até um deslocamento de 1/150 do vão, medido no meio do vão. A Figura 5.2 mostra resumidamente como esses índices são determinados.

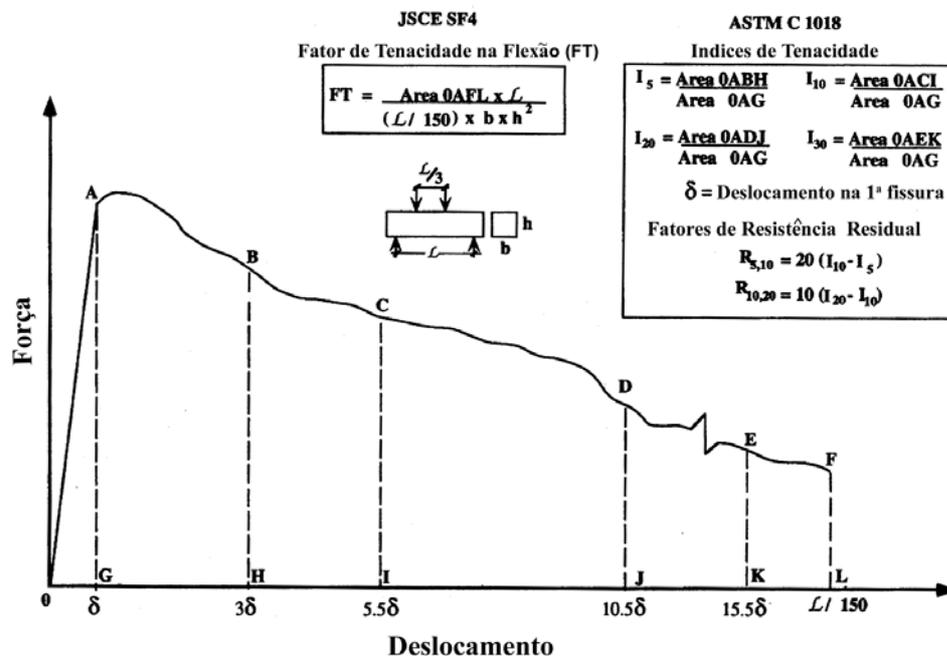


Figura 5.2 – Índices de tenacidade à flexão da ASTM (C1018-94) e da JSCE-SF4/84

Na Tabela 5.4 apresentam-se os índices médios de tenacidade à flexão, calculados a partir dos gráficos *força x deslocamento* de cada prisma e efetuando-se as médias dos índices de um mesmo compósito. Os índices de tenacidade à flexão de cada prisma encontram-se no Anexo.

Tabela 5.4 – Índices médios de tenacidade à flexão dos compósitos da Série 1

Prisma	Volume de fibras (%)	Índices de tenacidade				
		ASTM C1018				JSCE-SF4
		I5	I10	I20	I30	
P2	1	4,6	8,9	17,3	25,9	2,60
P3	2	5,5	11,6	24,6	37,4	4,33

Na Tabela 5.4, observa-se que os índices de tenacidade à flexão, determinados pelas duas normas, mostram um aumento de tenacidade provocado pela duplicação do teor de fibras. Os valores dos índices são um pouco estranhos, pois no caso dos prismas P3, I_5 é maior do que 5, I_{10} é maior do que 10 e assim sucessivamente. Isto significa que o comportamento da curva força versus deslocamento deveria se aproximar do comportamento elasto-plástico perfeito, o que de fato não aconteceu, conforme se verifica nos gráficos apresentados no Anexo. A norma japonesa tem a vantagem sobre a ASTM (C1018-94) de não precisar determinar o ponto exato de ocorrência da primeira fissura, no qual sempre está embutido um grau de incerteza e subjetividade. Sendo assim, os índices determinados pela JSCE-SF4/84 podem ser considerados mais confiáveis.

De acordo com BANTHIA & TROTTIER (1995), os índices I_5 e I_{10} para concretos de baixa e média resistência são freqüentemente obtidos na zona de instabilidade, sendo irrealistas. Até mesmo o I_{20} está sujeito a esta interferência em CAR. No método da JSCE-SF4/84, a instabilidade pós-pico não afeta muito, devido ao fato de que o deslocamento de $\ell/150$ está em um ponto suficientemente afastado da curva, e a instabilidade ocorre na porção inicial. Neste caso, no entanto, não se observa trecho de instabilidade pós-pico nos prismas da Série 1, conforme mostra os gráficos apresentados no Anexo.

Na Tabela 5.5 apresentam-se as previsões das cargas de ruína à punção e à flexão das lajes, e das cargas de ruína ao cisalhamento e à flexão das vigas, considerando uma resistência do concreto média de 25 MPa. As fibras não foram consideradas nos cálculos.

Para a estimativa da carga de ruína das lajes à punção, foi utilizada a ABNT (NBR 6118/2001). Para a estimativa da carga de ruína à flexão foi utilizada a Teoria das Charneiras Plásticas (Figura 5.3), sendo o valor da força determinado pela

Equação 5.1. O processo adotado foi o mesmo utilizado por HALLGREN (1996) e posteriormente por AZEVEDO (1999).

$$P_{fle} = 2 \pi M_u \quad (5.1)$$

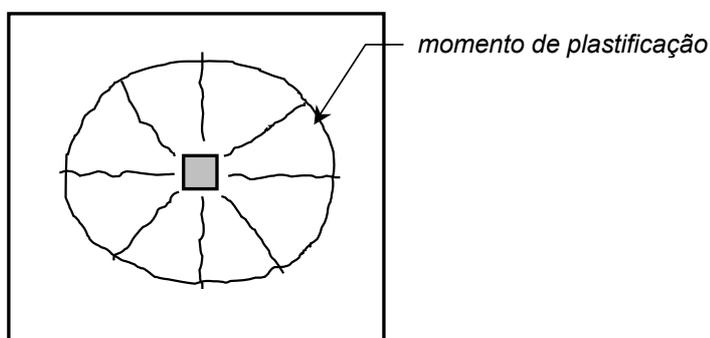


Figura 5.3 – Esquema das charneiras plásticas (AZEVEDO, 1999)

O momento fletor último das lajes, por unidade de comprimento, foi determinado por meio do diagrama de distribuição de tensões da ABNT (NBR 6118/2001), estando de acordo com a Equação 5.2.

$$M_u = \rho \cdot f_y \cdot d^2 \left(1 - 0,5 \cdot \rho \cdot \frac{f_y}{f_c} \right) \quad (5.2)$$

onde ρ é a taxa de armadura de flexão da laje, d é a altura útil da laje, f_y é a tensão de escoamento da armadura de flexão e f_c é a resistência do concreto à compressão.

No caso das vigas, para a estimativa da carga de ruína à flexão e ao cisalhamento, utilizou-se a ABNT (NBR 6118/2001).

Tabela 5.5 – Estimativa da carga de ruína dos modelos da Série 1

Lajes		Vigas	
P_{pun} (kN)	P_{fle} (kN)	F_{cis} (kN)	F_{fle} (kN)
155,52	286,70	21,98	48,62

5.1.2 Ensaio das lajes da Série 1

Na Figura 5.4 e na Figura 5.5 apresentam-se fotografias do sistema de ensaio das ligações laje-pilar, mostrando os transdutores de deslocamento na linha de apoio e no centro da laje, bem como a aplicação do carregamento por meio da chapa de aço simulando o pilar.



Figura 5.4 – Sistema de ensaio das ligações laje-pilar (a)

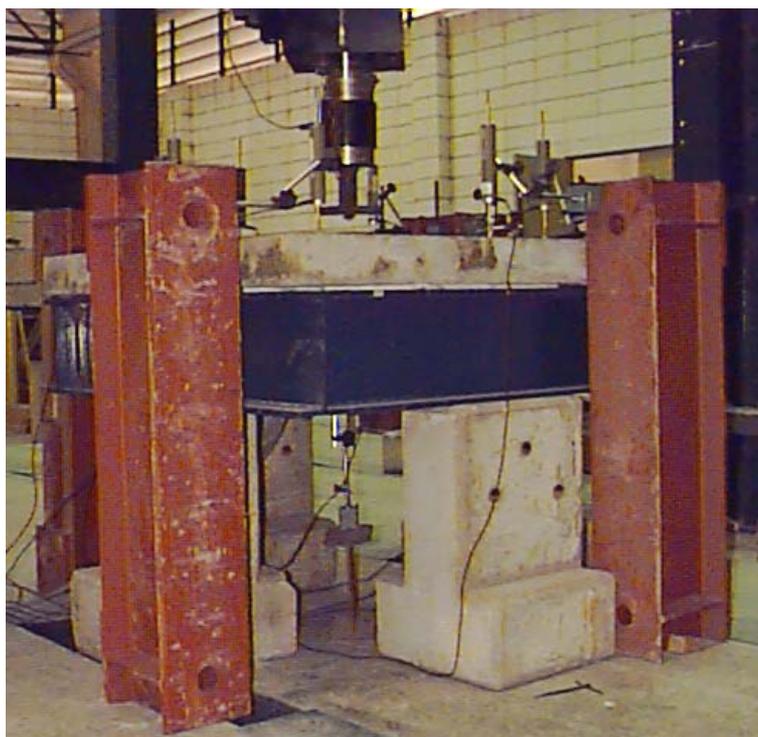


Figura 5.5 – Sistema de ensaio das ligações laje-pilar (b)

Na Tabela 5.6 apresentam-se alguns dados e resultados dos modelos de ligação laje-pilar da Série 1. Verifica-se que as fibras atuam de forma semelhante a uma armadura de cisalhamento, proporcionando aumento da rotação última das lajes. Além disso, a inclinação da fissura crítica de punção aumentou com a adição das fibras de aço.

Na última coluna da tabela estão calculados os índices de ductilidade das lajes, dados pela relação entre os deslocamentos últimos (Δ_u) e os que correspondem ao escoamento da armadura de tração (Δ_y). Os deslocamentos correspondentes ao escoamento da armadura de tração foram determinados nos gráficos *força x deslocamento* do ponto central, conforme a teoria do item 2.4 do Capítulo 2.

Tabela 5.6 – Dados e resultados das lajes da Série 1

Modelo	h (cm)	d (cm)	ρ (%)	V_f (%)	$V_{f(crit)}$ (%)	P_r (kN)	P_y (kN)	Δ_y (mm)	P_u (kN)	Δ_u (mm)	θ (°)	ψ_u (rad)	Δ_u / Δ_y
L1	10	8	1,57	0	--	38,6	117,53	2,29	137,20	3,29	26,4	$64,2 \times 10^{-4}$	1,44
L2	10	8	1,57	1	2,4	53,9	131,15	2,94	139,55	3,96	31,6	$77,4 \times 10^{-4}$	1,35
L3	10	8	1,57	2	2,6	55,7	140,10	2,89	163,62	4,39	30,2	$85,7 \times 10^{-4}$	1,52

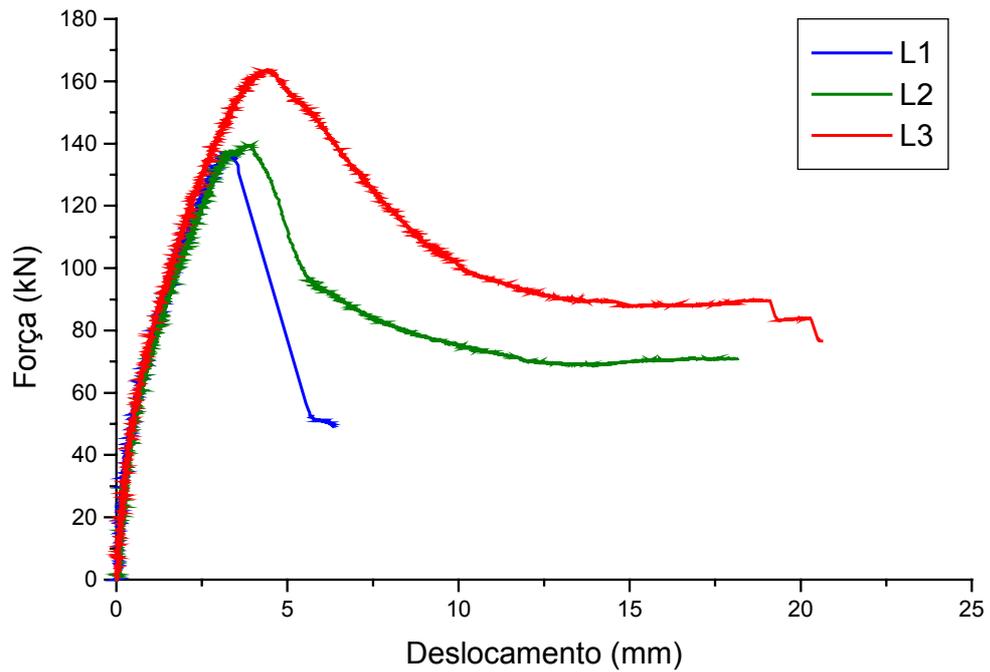
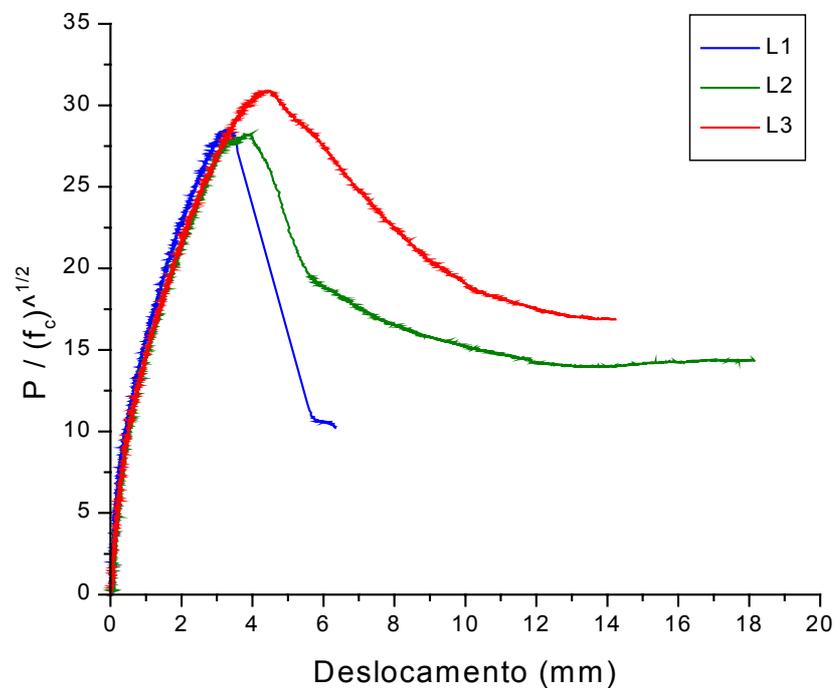
P_r : carga correspondente à 1ª fissura de flexão (retirada do gráfico $P \times u$)

θ : ângulo médio da superfície de ruína em relação ao plano médio do elemento, medido experimentalmente

ψ_u : rotação última da laje

Os deslocamentos na ruína aumentaram com a adição de fibras. Isso é atribuído à capacidade dos modelos de sustentar grandes rotações nas regiões de concreto comprimido. Observa-se na Tabela 5.6 o aumento da rotação última dos modelos com fibras em relação ao modelo sem fibras.

Na Figura 5.6 apresenta-se o gráfico da *força aplicada* versus o *deslocamento do ponto central* de todos os modelos de ligação laje-pilar da Série 1. No gráfico da Figura 5.7, a força foi normalizada em função da raiz quadrada da resistência do concreto à compressão. Esse artifício foi utilizado porque houve algumas pequenas diferenças nos valores de f_c entre os elementos de uma mesma série. Desse gráfico observa-se o ganho de resistência proporcionado pela adição das fibras de aço ao concreto, quando se adiciona 2% de fibras (L3).

Figura 5.6 – Gráfico *Força x Deslocamento* das ligações laje-pilar da Série 1Figura 5.7 – Gráfico *Força Normalizada x Deslocamento* das ligações laje-pilar da Série 1

No gráfico da Figura 5.8 obtém-se uma melhor avaliação da ductilidade dos modelos, de modo independente das resistências à punção alcançadas,

comparando-se as áreas sob as curvas força versus deslocamento. Observa-se que, apesar das lajes L1 e L2 terem praticamente a mesma resistência, o aumento do volume de fibras de 0% para 1% fez a ductilidade da L2 ser maior do que a da L1.

As cargas de ruína das lajes L1 e L2 foram muito próximas, o que em princípio pode ter algumas justificativas. Pode ter acontecido algum problema, que não foi percebido, durante a moldagem do modelo ou a execução do ensaio; ou, ainda, pelo fato de ter sido feito apenas um modelo de cada laje, o resultado de L2 pode não ser representativo.

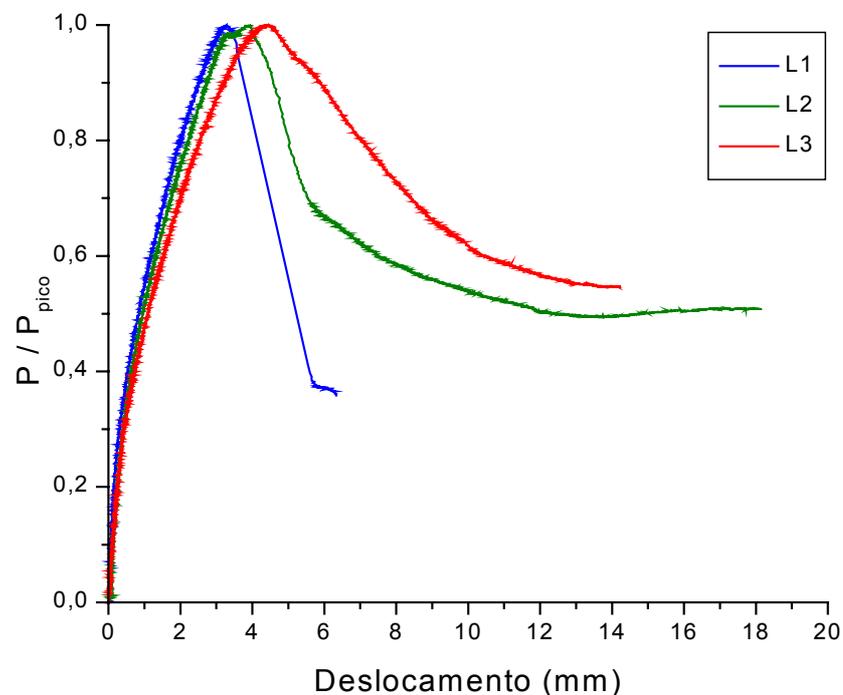


Figura 5.8 – Gráfico Força/Força de pico x Deslocamento das lajes da Série 1

Na Figura 5.9 apresenta-se o gráfico da *força aplicada* versus a *deformação* média dos pontos mais solicitados (1 e 5) das armaduras negativas de flexão (ϕ 10mm) das lajes da Série 1. Os gráficos dos demais pontos instrumentados encontram-se no Anexo.

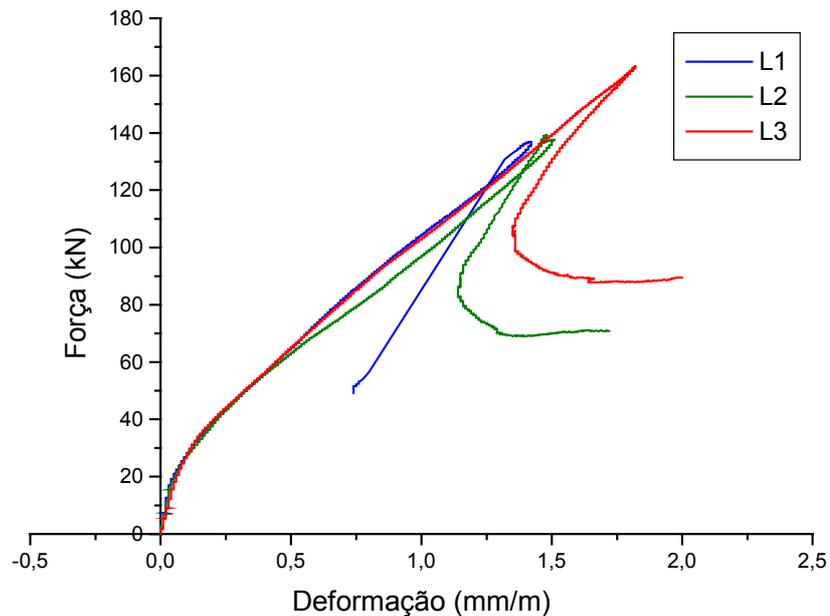


Figura 5.9 – Gráfico *Força x Deformação* das armaduras negativas de flexão das lajes da Série 1

Do gráfico da Figura 5.9, nota-se que na fase pré-pico, nos três modelos, nenhum ponto instrumentado das armaduras escoou. Os extensômetros da armadura da laje L2 apresentaram deformações últimas um pouco maiores que os da armadura da laje L1. Os extensômetros da armadura da laje L3 apresentaram as maiores deformações últimas, comparando-se os três modelos, demonstrando que, na laje com o maior volume de fibras, a armadura positiva de flexão foi mais solicitada.

Na Figura 5.10 apresenta-se o gráfico da *força aplicada* versus a *deformação* média dos pontos mais solicitados (9 e 13) das armaduras positivas de flexão (ϕ 5mm) das lajes da Série 1. Os gráficos dos demais pontos instrumentados encontram-se no Anexo.

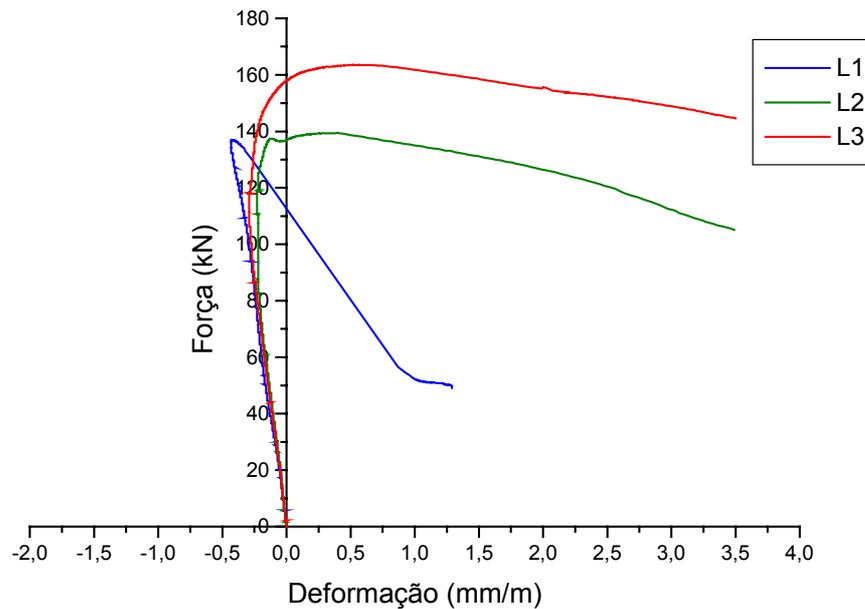


Figura 5.10 – Gráfico *Força x Deformação* das armaduras positivas de flexão das lajes da Série 1

Do gráfico da Figura 5.10, nota-se que as armaduras dos três modelos estavam solicitadas à compressão até eles atingirem a carga última. Depois elas passaram a ser solicitadas à tração, devido ao efeito de membrana tracionada. Segundo PARK & GAMBLE (2000), esse efeito ocorre mesmo em lajes simplesmente apoiadas. A mudança de forma do plano médio da laje, causado pelo aumento dos deslocamentos, faz com que as fissuras existentes na superfície da região central da laje penetrem por toda a sua espessura. A linha neutra deixa de cortar a seção central, ficando toda ela tracionada. O efeito de arqueamento diminui até as forças longitudinais de compressão mudarem para tração (GUARDA, 1995). Nesta situação, só as armaduras resistem aos esforços, atuando como uma membrana tracionada. A ação de membrana tracionada é importante na prevenção do colapso progressivo.

Em L2 e em L3, reforçadas com fibras, as deformações de tração alcançadas na fase pós-pico foram maiores do que em L1.

5.1.3 Ensaio das vigas da Série 1

Na Figura 5.11 apresenta-se o sistema de ensaio das vigas da Série 1, aproveitando o pórtico e o atuador usados nos ensaios das lajes. Foram colocados

dois transdutores de curso 20 mm no centro da viga e dois de curso 10 mm nos apoios.

As vigas foram ensaiadas à flexão com carregamento centrado, por meio da mesma chapa de aço utilizada nas lajes. Elas foram dimensionadas para romperem por cisalhamento por tração diagonal ($a/d = 3,1$).

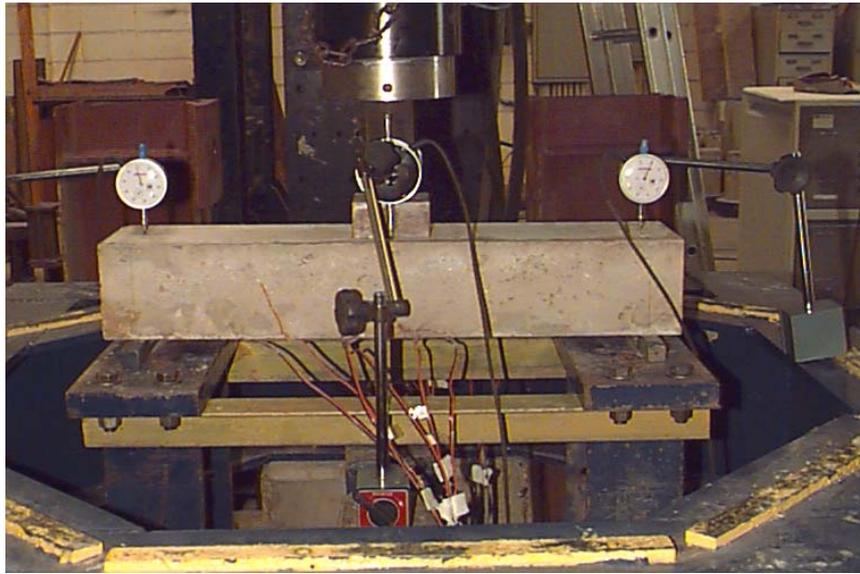


Figura 5.11 – Sistema de ensaio das vigas V1, V2 e V3A

Na Tabela 4.6 apresentam-se alguns dados e resultados dos ensaios das vigas.

Tabela 5.7 – Dados e resultados das vigas da Série 1

Viga	h (cm)	d (cm)	b (cm)	ρ (%)	V_f (%)	F_r (kN)	$F_{r(\text{teo})}$ (kN)	F_u (kN)	θ (°)
V1A	10	8,5	12	1,57	0	8,0	6,23	24,86	40
V1B						13,9		29,65	
V2A	10	8,5	12	1,57	1	11,7	7,54	43,65	26
V2B						14,5		47,17	
V3A	10	8,5	12	1,57	2	15,0	8,67	55,14	28
V3B						15,0		51,05	

F_r : carga correspondente à 1ª fissura de flexão (retirada do gráfico $F \times u$)

$F_{r(\text{teo})}$: carga correspondente à 1ª fissura de flexão (calculada segundo o ACI 318 (1999))

θ : ângulo médio da superfície de ruína em relação ao plano médio do elemento, medido experimentalmente

Nas vigas V2 inicialmente surgiram fissuras de flexão, e as primeiras fissuras de cisalhamento se originaram a partir das de flexão. As demais fissuras de cisalhamento não se originaram das de flexão. Surgiram várias fissuras inclinadas, e não uma única, como no caso das vigas V1.

Nas vigas V3 inicialmente surgiram muitas fissuras de flexão. A primeira fissura visível de flexão de V3A foi com a carga de aproximadamente 20 kN; as fissuras inclinadas surgiram depois da carga de aproximadamente 35 kN. A fissura crítica de cisalhamento só apareceu no instante da ruína e não foi continuação de nenhuma fissura inclinada. O ensaio da viga V3A foi feito aplicando-se carga de 5 em 5 kN. Desta forma foi possível marcar as fissuras ao longo do ensaio. Os demais ensaios, a partir do da viga V3B, foram feitos de forma contínua, utilizando-se um dispositivo conhecido como “yoke”, para medição dos deslocamentos (Figura 5.13). Com esse dispositivo, foi possível medir os deslocamentos absolutos dos pontos centrais sem ter que descontar o deslocamento dos apoios, obtendo-se, assim, um valor mais preciso. O dispositivo foi confeccionado especialmente para o tamanho das vigas utilizadas na pesquisa, sendo uma variação do “yoke” mencionado nas normas japonesas.

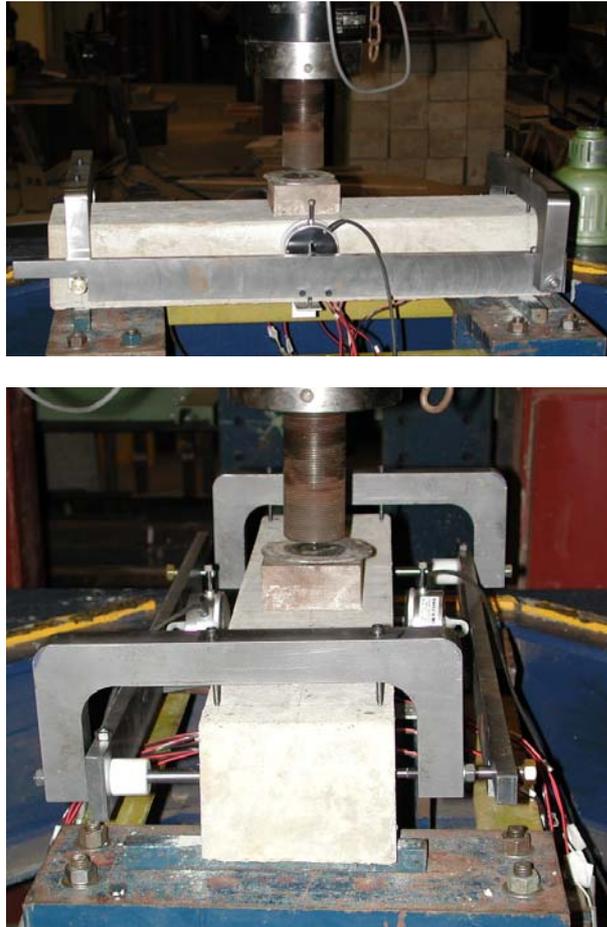
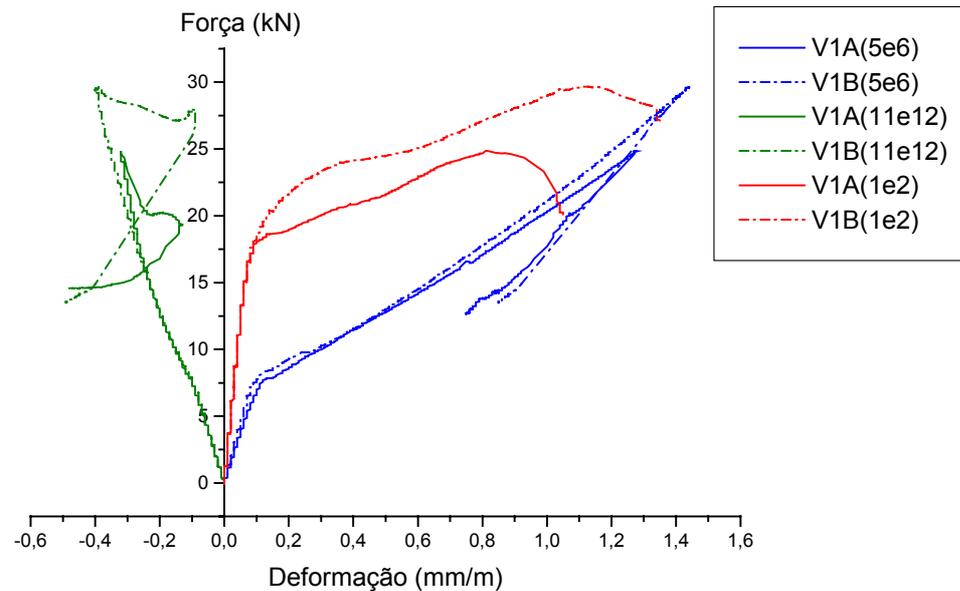


Figura 5.13 – Dispositivo “yoke”

Na Figura 5.14 apresenta-se o gráfico da *força aplicada* versus a *deformação* média dos pontos mais solicitados das vigas V1. Os gráficos dos demais pontos instrumentados encontram-se no Anexo.

Do gráfico observa-se que os pontos 11 e 12 da armadura comprimida, localizados na região central de concreto comprimido, não apresentaram deformações próximas à de esmagamento do concreto. Isso indica que a ruína das vigas foi por tração diagonal, o que causou a ruptura da biela comprimida.

Ainda no gráfico da Figura 5.14, observa-se que os pontos 5 e 6, localizados na armadura na região de momento fletor máximo, não apresentaram deformação de escoamento, chegando em média a 1,3‰. A fissura crítica apareceu do lado onde estavam localizados os pontos 1 e 2, sendo que nessa região a armadura apresentou deformação de tração de valor próximo ao dos pontos centrais.

Figura 5.14 – Gráfico *Força x Deformação* das vigas V1

Na Figura 5.15 apresenta-se o gráfico da *força aplicada* versus a *deformação* média dos pontos mais solicitados das vigas V2. Os gráficos dos demais pontos instrumentados encontram-se no Anexo.

Do gráfico observa-se que os pontos 5 e 6, localizados na armadura na região de momento fletor máximo, apresentaram valor médio de 2,1‰, bem maior do que o registrado nas vigas V1, e próximo ao valor da deformação de escoamento. Além disso, todas as deformações de tração das vigas V2 foram de valor maior do que as das vigas V1.

A fissura crítica apareceu do lado onde estavam localizados os pontos 1 e 2, sendo que nessa região, a armadura apresentou deformação de tração de valor próximo aos dos pontos centrais. As deformações de compressão continuaram pequenas, porém os valores foram o dobro dos das vigas V1.

Nos modelos sem fibras, a fissura diagonal formou-se em apenas um dos lados das vigas, enquanto que nos modelos com fibras as fissuras diagonais se formaram nos dois lados das vigas.

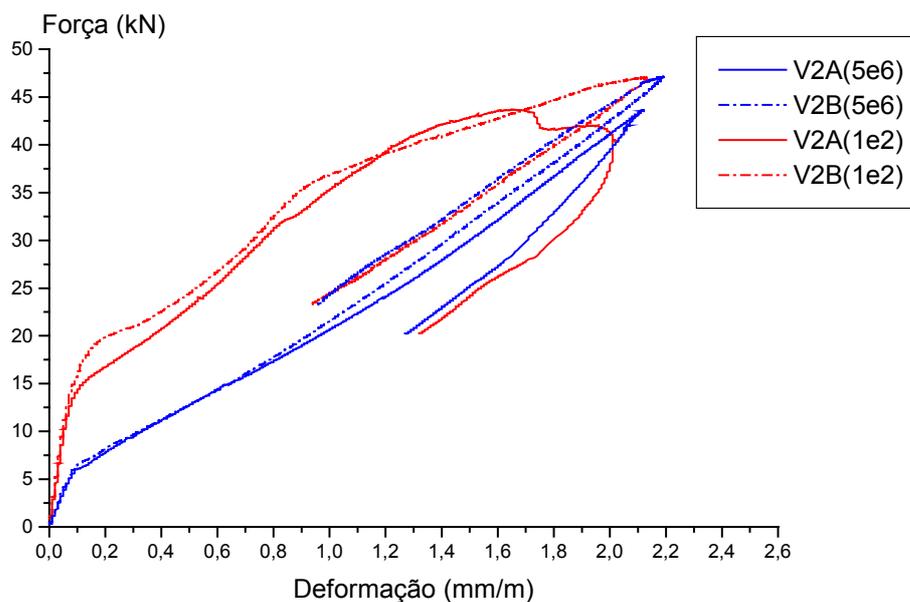


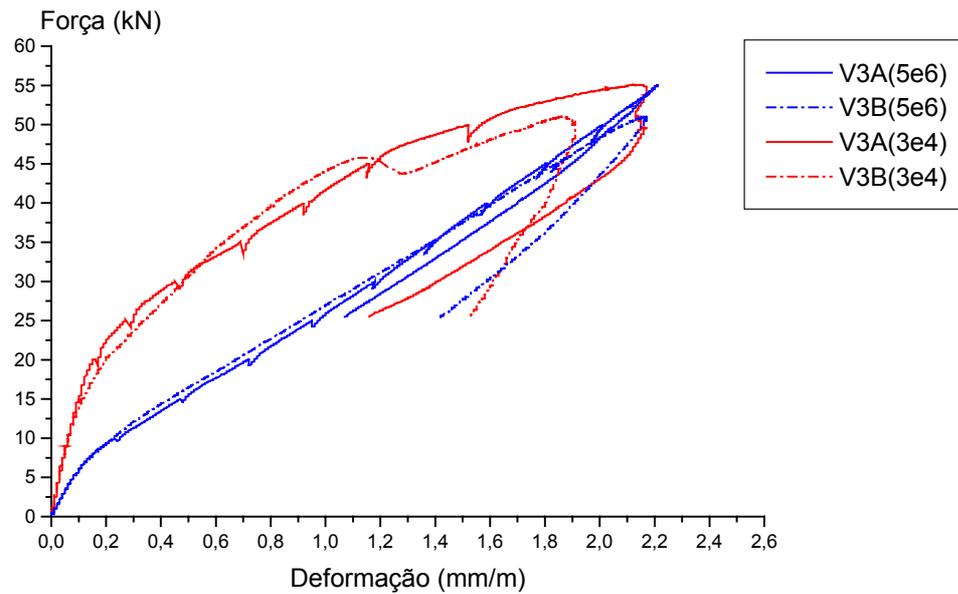
Figura 5.15 – Gráfico *Força x Deformação* das vigas V2

Na Figura 5.16 apresenta-se o gráfico da *força aplicada* versus a *deformação* média dos pontos mais solicitados das vigas V3. Os gráficos dos demais pontos instrumentados encontram-se no Anexo.

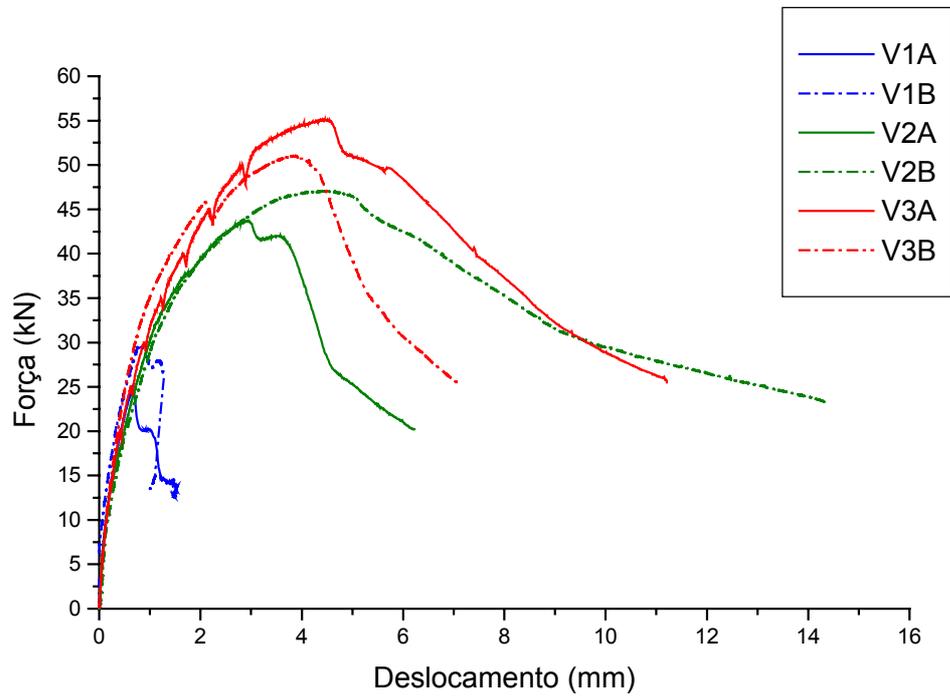
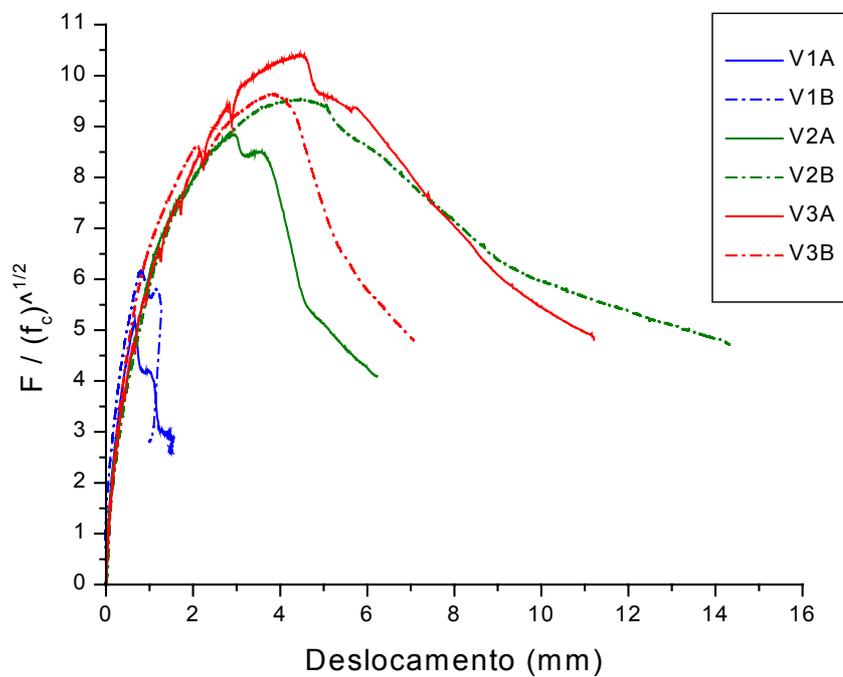
Do gráfico observa-se que os pontos 5 e 6, localizados na armadura na região de momento fletor máximo, apresentaram valor médio de 2,1‰, muito semelhante ao registrado nas vigas V2, e próximo ao valor da deformação de escoamento. Tanto nas vigas V1, como nas V2 e nas V3, pode-se considerar o efeito de pino da armadura longitudinal, já que ela não escoou em nenhum ponto.

A fissura crítica apareceu do lado onde estavam localizados os pontos 3 e 4, sendo que nessa região a armadura apresentou deformação de tração de valor próximo ao dos pontos centrais. As deformações de compressão continuaram pequenas, com valores semelhantes aos das vigas V2.

Nas vigas V2 e V3 apareceram fissuras de flexão, que se devem à presença das fibras. As armaduras dessas vigas foram mais solicitadas, quase atingindo o escoamento; entretanto a ruína permaneceu caracterizada por cisalhamento, havendo a formação da fissura crítica inclinada.

Figura 5.16 – Gráfico *Força x Deformação* das vigas V3

Na Figura 5.17 apresenta-se o gráfico da *força aplicada* versus o *deslocamento do ponto central* de todos os modelos de viga da Série 1. No gráfico da Figura 5.18, a força foi normalizada em função da raiz quadrada da resistência do concreto à compressão. Desse gráfico observa-se o ganho de resistência média proporcionado pela adição das fibras de aço ao concreto, crescente com o volume de fibras empregado.

Figura 5.17 – Gráfico *Força x Deslocamento* das vigas da Série 1Figura 5.18 – Gráfico *Força Normalizada x Deslocamento* das vigas da Série 1

No gráfico da Figura 5.19 obtém-se uma melhor avaliação da ductilidade dos modelos, de modo independente das resistências ao cisalhamento alcançadas,

comparando-se as áreas sob as curvas força versus deslocamento. Observa-se que as vigas V2 e V3 tiveram aproximadamente a mesma ductilidade, ou seja, o aumento do volume de fibras de 1% para 2% em nada alterou neste caso.

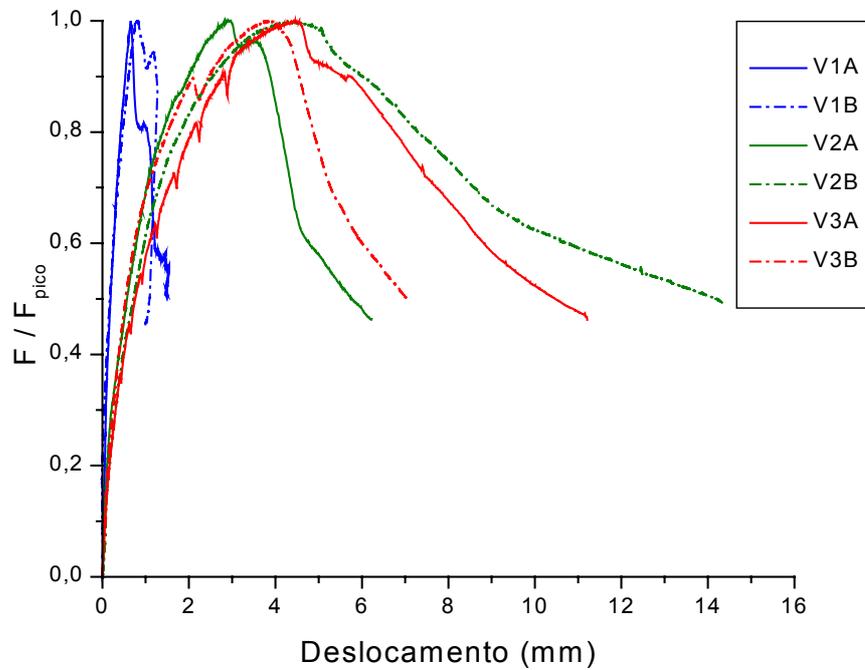


Figura 5.19 – Gráfico Força/Força de pico x Deslocamento das vigas da Série 1

Na Tabela 4.7 observa-se a atuação das fibras nas vigas da Série 1. Com a adição de 1% e 2% de fibras, obtiveram-se ganhos de resistência ao cisalhamento de 62,1% e 76,7%, respectivamente para as vigas V2 e V3, em relação às vigas V1.

Tabela 5.8 – Atuação das fibras nos compósitos das vigas da Série 1

Viga	V1	V2	V3
V_f (%)	0	1	2
$\frac{F_{u(\text{med})}}{\sqrt{f_c}}$	5,67	9,19	10,02
l_f (mm)	--	30	30
l_c^* (mm)	--	137	146
Tipo de ruptura	--	arrancamento das fibras	arrancamento das fibras
$V_{f(\text{crit})}$ (%)	--	3,1	3,3

* Aproximação através da aplicação do modelo para fibras retas (Equação 2.1)

No gráfico da Figura 5.19 observou-se um grande ganho de ductilidade das vigas V2 e V3 em relação às vigas V1, o que confere com o tipo de ruptura do compósito registrada na Tabela 4.7, ou seja, arrancamento das fibras.

Na Tabela 5.9 encontra-se a estimativa da carga de ruína das vigas com fibras (V_{fib}), com base no modelo de SWAMY et al. (1993), estudado no item 2.2 do Capítulo 2. Para a estimativa da parcela de esforço cortante proveniente da contribuição do concreto (V_c), foi utilizada a equação da FIB (1999).

Tabela 5.9 – Aplicação do modelo teórico às vigas da Série 1

Viga	V_f (%)	τ_{fu} (MPa)	σ_{cu} (MPa)	V_{fib} (kN)	V_c (kN)	V_u (kN)	$V_u - V_c$ (kN)
V1A	0	--	--	--	13,67	12,43	≈ 0
V1B						14,83	
V2A	1	2,31	0,52	4,74	13,92	21,83	7,91
V2B						23,59	9,67
V3A	2	2,17	0,97	8,90	14,59	27,57	12,98
V3B						25,53	10,94

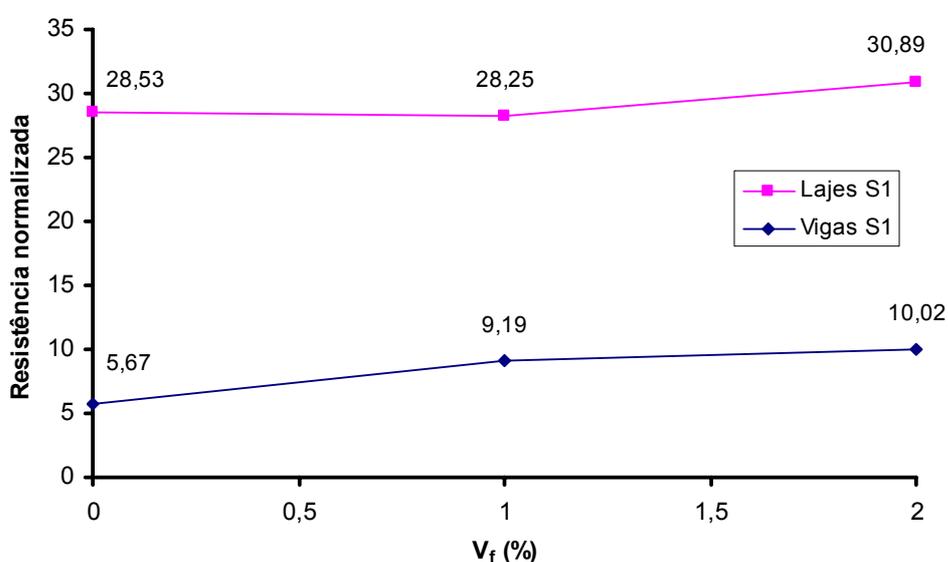
Comparando o valor de V_c com os de V_u das vigas sem fibras, observa-se que a FIB (1999) fornece uma excelente previsão da carga de ruína ao cisalhamento de vigas sem fibras. A partir desta conclusão, obtém-se, na última coluna, a parcela do esforço cortante obtido experimentalmente, proveniente da contribuição das fibras. Comparando esse valor, com o obtido pelo modelo teórico de SWAMY et al. (1993), verifica-se que esse modelo não forneceu resultados satisfatórios aos ensaios da Série 1, prevendo menos do que o obtido experimentalmente.

5.1.4 Correlações entre lajes e vigas

A quantificação do ganho de resistência tanto para as vigas, como para as lajes, pode ser encontrada na Tabela 5.10, ou no gráfico da Figura 4.7.

Tabela 5.10 – Comparação de resistências entre lajes e vigas da Série 1

V_f (%)	Lajes		Vigas		Correlação
	$P_u / \sqrt{f_c}$	ΔP_u (%)	$F_{u(\text{med})} / \sqrt{f_c}$	ΔF_u (%)	$\Delta F_u / \Delta P_u$
0	28,53	--	5,67	--	0
1	28,25	-1,0	9,19	62,1	∞
2	30,89	8,3	10,02	76,7	9,27

Figura 5.20 – Gráfico *Resistência normalizada* x *Volume de fibras* para lajes e vigas da S1

Pelo gráfico da Figura 4.7 percebe-se que não houve similaridade de comportamento entre as resistências das lajes e as resistências das vigas no primeiro trecho. No segundo trecho houve essa similaridade, sendo que ambas as resistências foram crescentes com o aumento do volume de fibras empregado.

Plotando em um gráfico (Figura 4.8) a *resistência média normalizada das vigas* versus a *resistência normalizada das lajes*, verifica-se que não foi possível obter uma correlação linear como aconteceu nos Ensaios Piloto S1. Conforme já tinha sido observado, a carga de ruína da laje L2 foi muito próxima à da laje L1. Isso pode ter decorrido de algum problema durante a moldagem do modelo ou a execução do ensaio, ou, ainda, do fato de ter sido feito apenas um modelo de cada laje, o resultado pode não ser representativo. Como foi visto no caso das vigas (Figura 5.18), os ensaios de elementos com fibras apresentam muita variabilidade, sendo interessante trabalhar com valores médios.

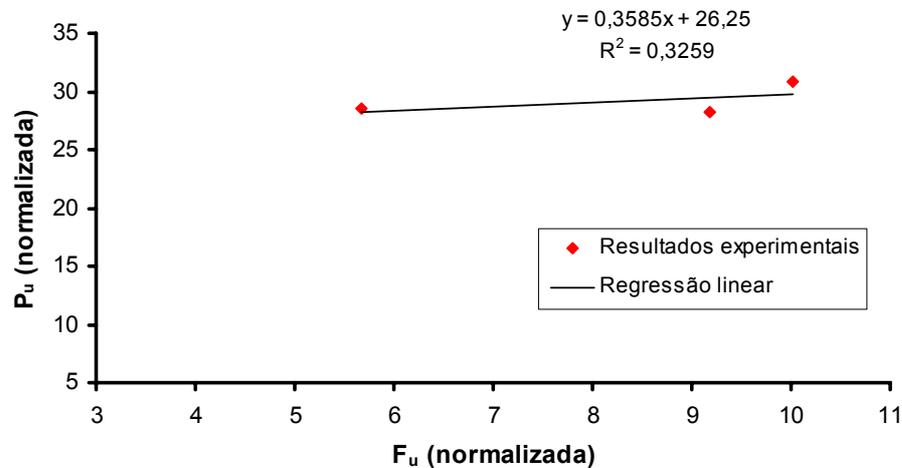


Figura 5.21 – Gráfico Resistência normalizada das lajes x Resistência média normalizada das vigas da Série 1

Na Figura 5.22 encontram-se os gráficos da força/força de pico versus o deslocamento/deslocamento de pico de lajes e vigas, de mesma resistência do concreto e mesmo teor de fibras. Em cada um dos gráficos observa-se que o trecho pré-pico da laje e das duas vigas é praticamente coincidente. Isso significa que lajes e vigas correspondentes apresentaram o mesmo comportamento durante o processo de microfissuração, na fase de aparecimento das primeiras fissuras de flexão. Esse comportamento curvo indica a existência de processos não lineares provavelmente decorrentes da utilização do concreto com fibras.

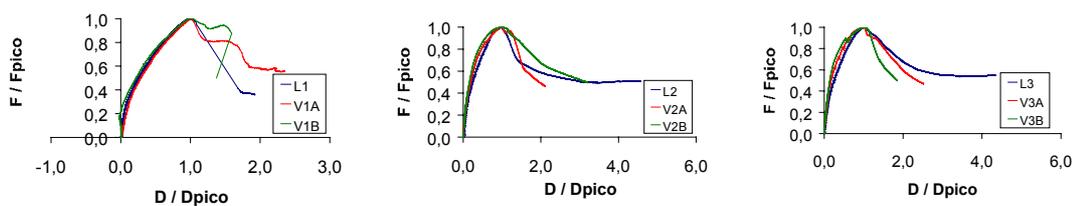


Figura 5.22 – Gráficos Força/Força de pico x Deslocamento/Deslocamento de pico da S1

5.2 Modelos da Série 2

Na Série 2 foram ensaiadas três lajes de concreto, com resistência à compressão de aproximadamente 60 MPa aos 14 dias, reforçadas com fibras ZP-305 da DRAMIX, variando-se a porcentagem de fibras. Para cada laje foram moldadas duas vigas, com o mesmo concreto, conforme desenhos apresentados no Capítulo 4.

Nesta série de ensaios pretendeu-se verificar se permaneceriam as correlações existentes entre laje e viga, observadas nos Ensaio Piloto S1, alterando-se o volume de fibras e utilizando-se um concreto de alta resistência.

As características das armaduras de flexão encontram-se na Tabela 5.1, apresentada anteriormente.

5.2.1 Características dos materiais da S2

Na Tabela 5.11 apresenta-se o traço do concreto utilizado nos modelos, determinado no Capítulo 4.

Na Tabela 5.12 estão mostrados os resultados dos ensaios de caracterização do concreto utilizado nos modelos da Série 2. Percebe-se que a presença de fibras não alterou significativamente o módulo de deformação longitudinal do concreto, sendo a maior diferença em torno de 3%.

Na Tabela 5.13 apresentam-se os índices médios de tenacidade à flexão, calculados a partir dos gráficos *força x deslocamento* de cada prisma e efetuando-se as médias dos índices de um mesmo compósito. Os índices de tenacidade à flexão de cada prisma encontram-se no Anexo.

Comparando os índices de tenacidade à flexão da Série 1 com os das Séries 2 e 3, calculados tanto pela ASTM (C1018-94b) quanto pela JSCE-SF4/84, observa-se que, para uma mesma fibra e um mesmo teor empregado, a tenacidade é maior quando as fibras são empregadas em uma matriz de alta resistência.

Tabela 5.11 – Traço do concreto dos modelos de S2 e S3

Materiais	Consumo (kg/m ³)		
	L4	L5	L6
	V4A, V4B V7A, V7B	V5A, V5B V8A, V8B	V6A, V6B V9A, V9B
Cimento Ribeirão CP II-E-32	718,56	718,56	718,56
Areia	546,11	546,11	546,11
Pedrisco ($\phi_{max}=6,3$ mm)	891,01	891,01	891,01
Água	244,31	244,31	244,31
Aditivo Superplastificante REAX 3000 ($\gamma = 1,16$ kg/m ³)	1%	1,7%	2%
Fibra ZP-305 DRAMIX  $\ell = 30$ mm D = 0,55 mm $\ell / D = 54,5$ $f_y = 1150$ MPa	--	78,5	157

Tabela 5.12 – Resultados dos ensaios de caracterização dos concretos utilizados em S2 e S3

Modelo	Volume de fibras (%)	f_c (MPa)	$f_{ct,sp}$ (MPa)	$f_{ct,f}$ (MPa)	f_r (MPa)	E_c (MPa)
L4 V4A,V4B V7A, V7B	0	56,98	3,81	4,09	--	28613
L5 V5A,V5B V8A,V8B	1	59,72	5,45	6,04	3,63	28395
L6 V6A,V6B V9A,V9B	2	52,38	6,59	7,25	3,67	27797

$f_{ct,sp}$: resistência à tração por compressão diametral

$f_{ct,f}$: resistência à tração na flexão

f_r : resistência do compósito à primeira fissura

Tabela 5.13 – Índices médios de tenacidade à flexão dos compósitos das séries S2 e S3

Prisma	Volume de fibras (%)	Índices de tenacidade				
		ASTM C1018				JSCE-SF4
		I5	I10	I20	I30	
P5	1	5,5	12,4	26,4	39,4	5,26
P6	2	6,0	12,9	29,1	46,2	6,11

Na Tabela 5.14 apresentam-se as previsões das cargas de ruína das lajes à punção e à flexão, e das cargas de ruína das vigas ao cisalhamento e à flexão, considerando uma resistência média de 60 MPa do concreto à compressão.

Tabela 5.14 – Previsão da carga de ruína dos modelos da Série 2

Lajes		Vigas	
P_{pun} (kN)	P_{fle} (kN)	F_{cis} (kN)	F_{fle} (kN)
226,62	321,51	39,39	51,22

5.2.2 Ensaio das lajes da Série 2

O sistema de ensaio das ligações laje-pilar é o mesmo apresentado na Figura 5.5.

Na Tabela 5.15 apresentam-se alguns dados e resultados dos modelos de ligação laje-pilar da Série 2.

Tabela 5.15 – Dados e resultados das lajes da Série 2

Modelo	h (cm)	d (cm)	ρ (%)	V_f (%)	$V_{f(crit)}$ (%)	P_r (kN)	P_y (kN)	Δ_y (mm)	P_u (kN)	Δ_u (mm)	θ (°)	ψ_u (rad)	Δ_u / Δ_y
L4	10	8	1,57	0	--	38,0	175,0 0	4,42	192,8 6	5,18	29,7	$100,5 \times 10^{-4}$	1,17
L5	10	8	1,57	1	1,2	68,7	193,1 0	3,60	215,1 4	4,41	24,3	$85,6 \times 10^{-4}$	1,22
L6	10	8	1,57	2	1,4	84,0	220,3 4	4,69	236,1 7	6,39	24,6	124×10^{-4}	1,36

P_r : carga correspondente à 1ª fissura de flexão (retirada do gráfico $P \times u$)

θ : ângulo médio da superfície de ruína em relação ao plano médio do elemento, medido experimentalmente

ψ_u : rotação última da laje

Na Figura 5.23 apresenta-se o gráfico da *força aplicada* versus o *deslocamento do ponto central* de todos os modelos de ligação laje-pilar da Série 2. No gráfico da Figura 5.24 a força foi normalizada em função da raiz quadrada da resistência do concreto à compressão. Desse gráfico observa-se o ganho de resistência proporcionado pela adição das fibras de aço ao concreto, crescente com o volume de fibras adicionado.

As lajes com fibras apresentaram maior resistência residual após atingirem a carga máxima. A resistência residual normalmente é proporcionada pelo efeito de pino da armadura de flexão, podendo ser aumentada por meio da combinação da ação de pino com o efeito de “costura” das fibras nas fissuras. O aumento da resistência residual pode controlar o escorregamento das barras da armadura de flexão, após a ruína. Segundo THEODORAKOPOULOS & SWAMY (1993), no caso das lajes com fibras isso só ocorre após as fibras terem sido arrancadas.

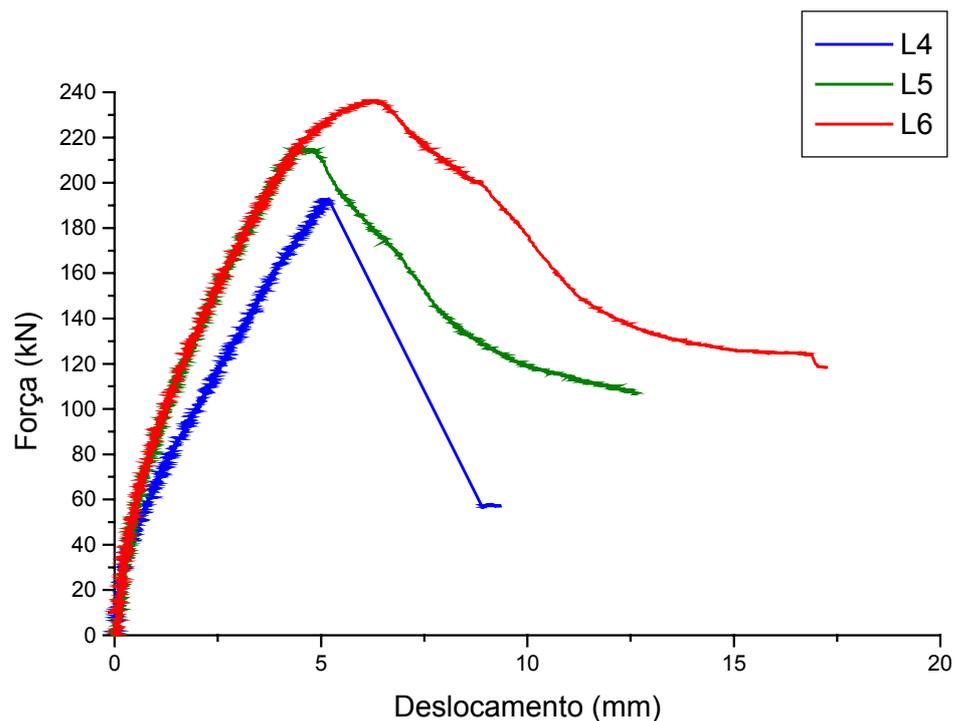


Figura 5.23 – Gráfico *Força x Deslocamento* das ligações laje-pilar da Série 2

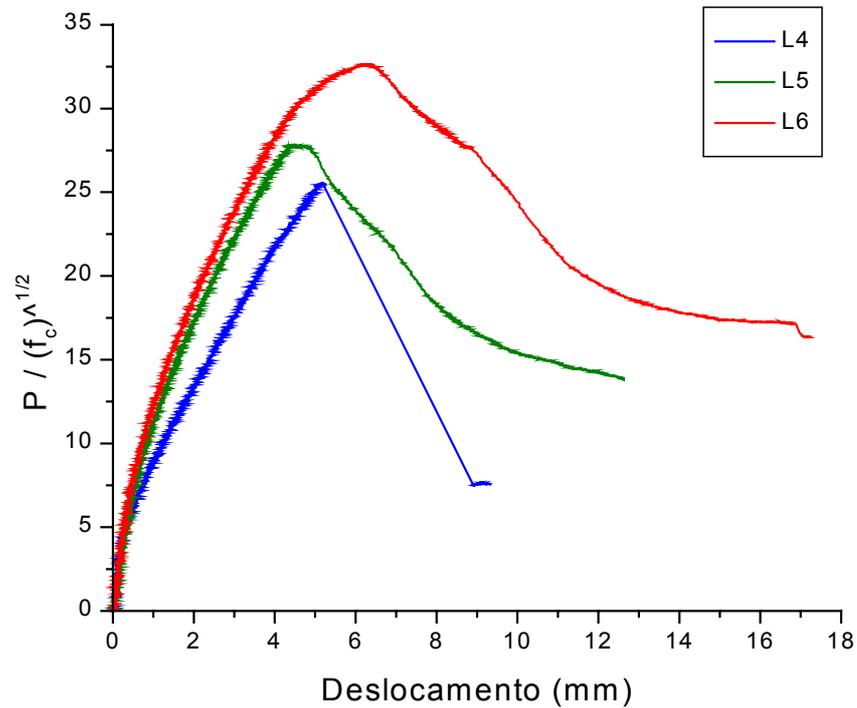


Figura 5.24 – Gráfico *Força Normalizada x Deslocamento* das ligações laje-pilar da Série 2

No gráfico da Figura 5.25 obtém-se uma melhor avaliação da ductilidade dos modelos, de modo independente das resistências à punção alcançadas. Do gráfico observa-se o ganho de ductilidade proporcionado pela adição das fibras de aço ao concreto, também crescente com o volume de fibras adicionado.

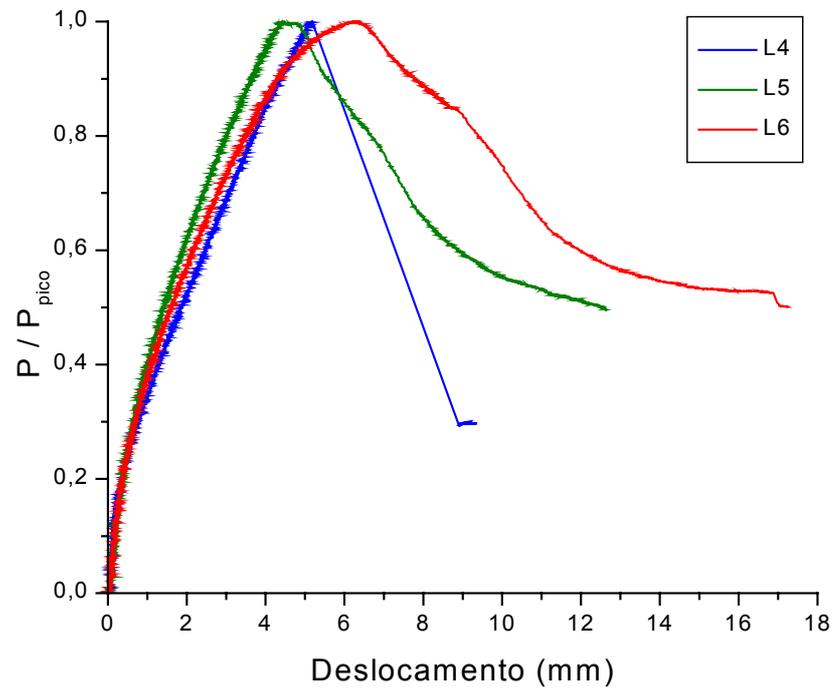


Figura 5.25 – Gráfico *Força/Força de pico x Deslocamento* das lajes da Série 2

Na Figura 5.26 apresenta-se o gráfico da *força aplicada* versus a *deformação* média dos pontos mais solicitados (1 e 5) das armaduras negativas de flexão (ϕ 10mm) das lajes da Série 2. Os gráficos dos demais pontos instrumentados encontram-se no Anexo.

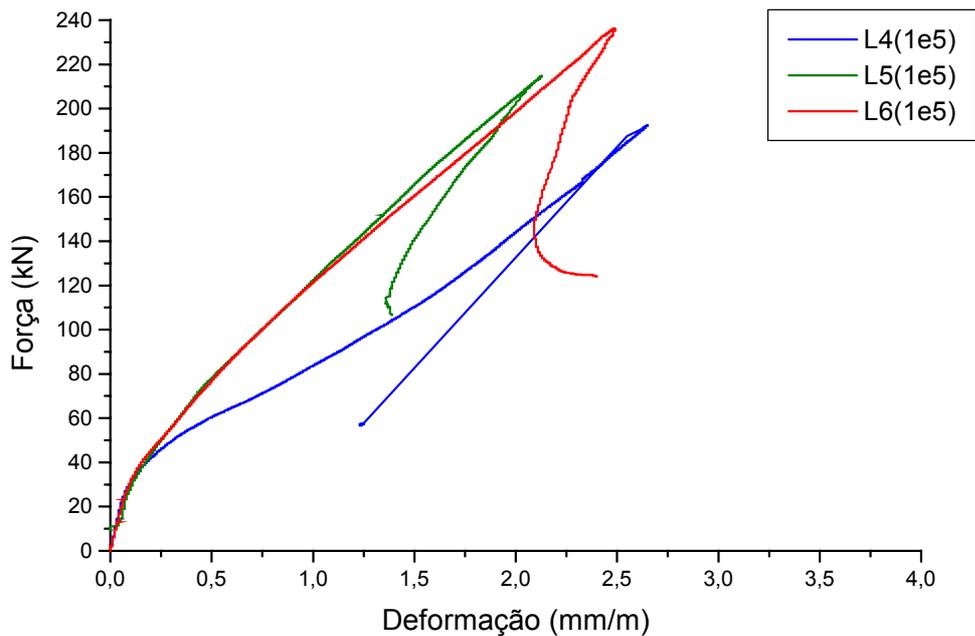


Figura 5.26 – Gráfico *Força x Deformação* das armaduras negativas de flexão das lajes da Série 2

Do gráfico da Figura 5.26 nota-se que, após a carga última, as deformações das armaduras de L4 diminuíram bem mais do que as das outras lajes, e não tornaram a aumentar.

As fibras aumentaram a rigidez e a resistência dos modelos em baixas deformações, devido à sua capacidade de costurar as pequenas fissuras, aumentando a quantidade de reforço.

A presença de fibras resultou numa redução significativa das tensões de tração na armadura. As cargas suportadas pelas lajes com fibras foram até 50% maiores do que a suportada pela laje sem fibras, com a mesma deformação.

Na Figura 5.27 apresenta-se o gráfico da *força aplicada* versus a *deformação* média dos pontos mais solicitados (9 e 13) das armaduras positivas de flexão (ϕ 5mm) das lajes da Série 2. Os gráficos dos demais pontos instrumentados encontram-se no Anexo.

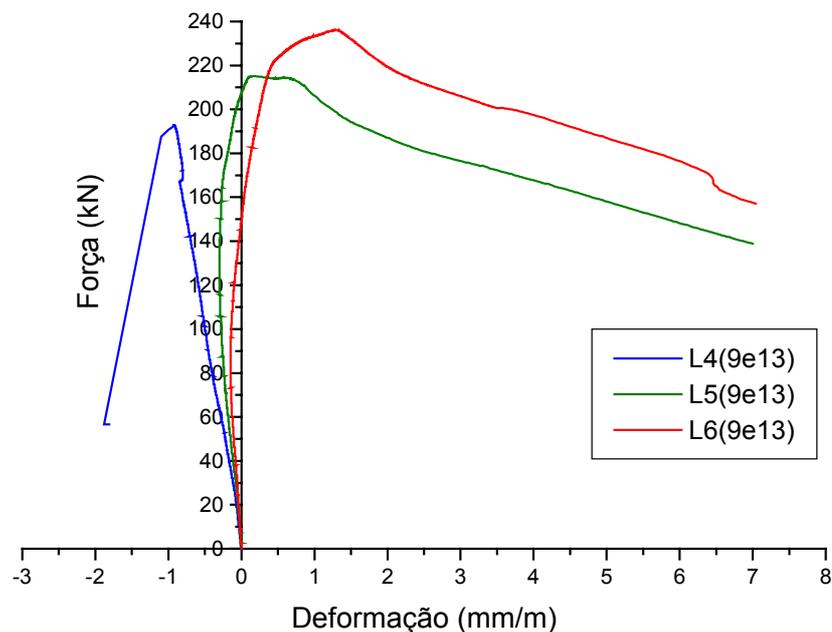


Figura 5.27 – Gráfico *Força x Deformação* das armaduras positivas de flexão das lajes da Série 2

Do gráfico da Figura 5.27 nota-se que as armaduras dos modelos com fibras estavam solicitadas à compressão até perto da carga última. Depois elas passaram a ser solicitadas à tração, devido ao efeito de membrana tracionada que acontece com a formação do cone de punção.

Para uma mesma força aplicada, as deformações das armaduras de L6 foram maiores que as de L5, que foram maiores do que as de L4, indicando a influência da presença de fibras na solitação das armaduras de compressão.

5.2.3 Ensaio das vigas da Série 2

O sistema de ensaio das vigas da Série 2 é o mesmo apresentado na Figura 5.13, aproveitando o pórtico e o atuador usados nos ensaios das lajes. Foram colocados dois transdutores de curso 20 mm no centro da viga e foi utilizado o dispositivo “yoke”.

As vigas foram dimensionadas para romperem por cisalhamento por tração diagonal ($a/d = 3,1$).

Na Tabela 5.16 apresentam-se alguns dados e resultados dos ensaios das vigas da Série 2.

Tabela 5.16 – Dados e resultados das vigas da Série 2

Viga	h (cm)	d (cm)	b (cm)	ρ (%)	V_f (%)	F_r (kN)	$F_{r (teo)}$ (kN)	F_u (kN)	θ (°)
V4A	10	8,5	12	1,57	0	8,5	9,26	36,26	34,5
V4B						10,5		36,35	38,5
V5A	10	8,5	12	1,57	1	8,5	14,82	72,78	52,5
V5B						9,3		66,60	55,0
V6A	10	8,5	12	1,57	2	11,0	16,42	57,17	36,5
V6B						11,7		53,85	35,0

Tentou-se comparar os valores dos ângulos de inclinação das fissuras críticas (θ), encontrados na Tabela 5.16, com os valores experimentais dos ângulos das deformações principais, obtidos nas rosetas coladas no concreto, encontrados na Figura 5.28, Figura 5.29 e Figura 5.30. Nesses gráficos foram retirados os trechos iniciais, correspondentes à fase de instabilidade de leituras, devido a deformações muito pequenas no início dos ensaios. A leitura dos ângulos nos gráficos deve ser feita apenas no trecho constante das curvas, antes da fissuração do concreto. Isso significa que, nessas figuras, apenas um trecho muito pequeno das curvas pode ser utilizado para a comparação do ângulo obtido por meio das rosetas com o ângulo medido no modelo, após a ruína.

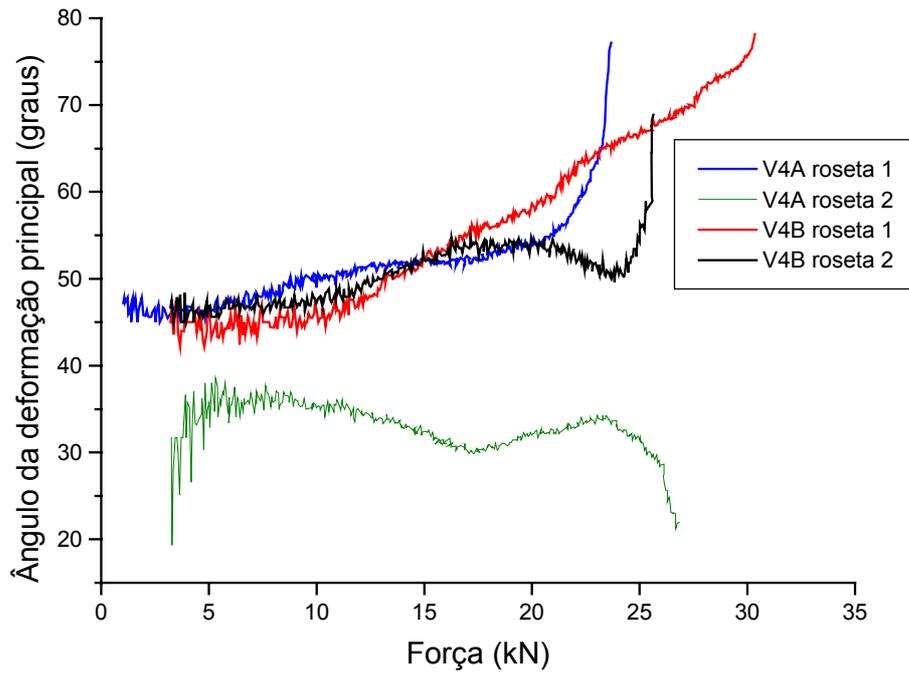


Figura 5.28 – Gráfico *Força x Ângulo da deformação principal* das vigas V4

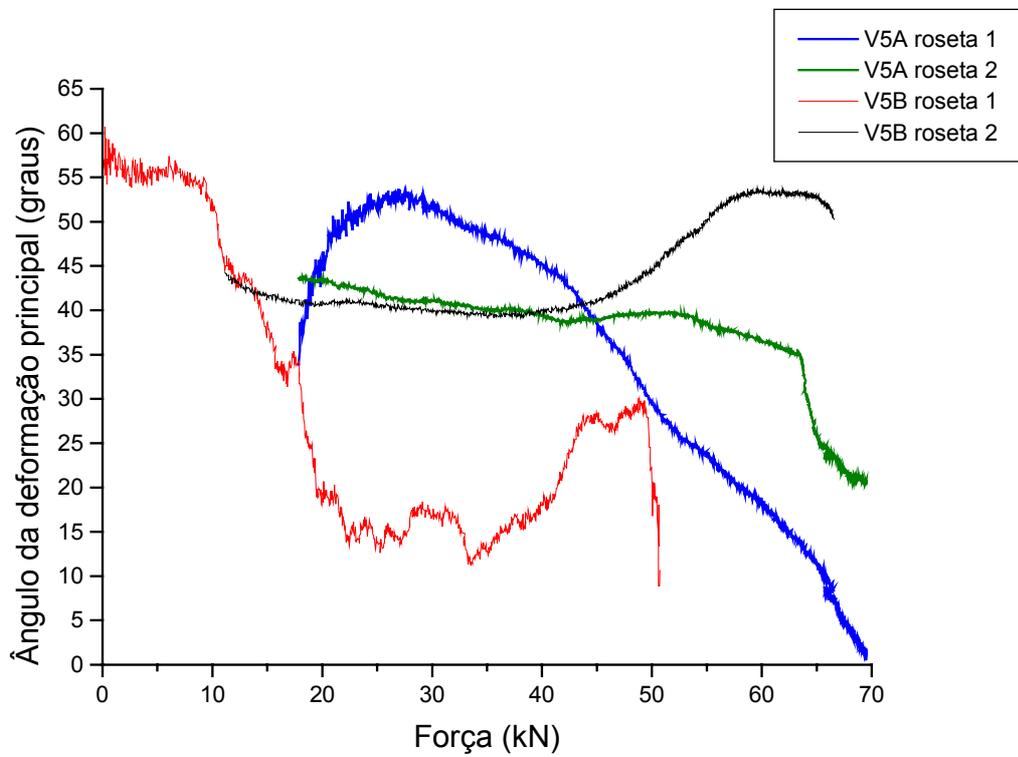


Figura 5.29 – Gráfico *Força x Ângulo da deformação principal* das vigas V5

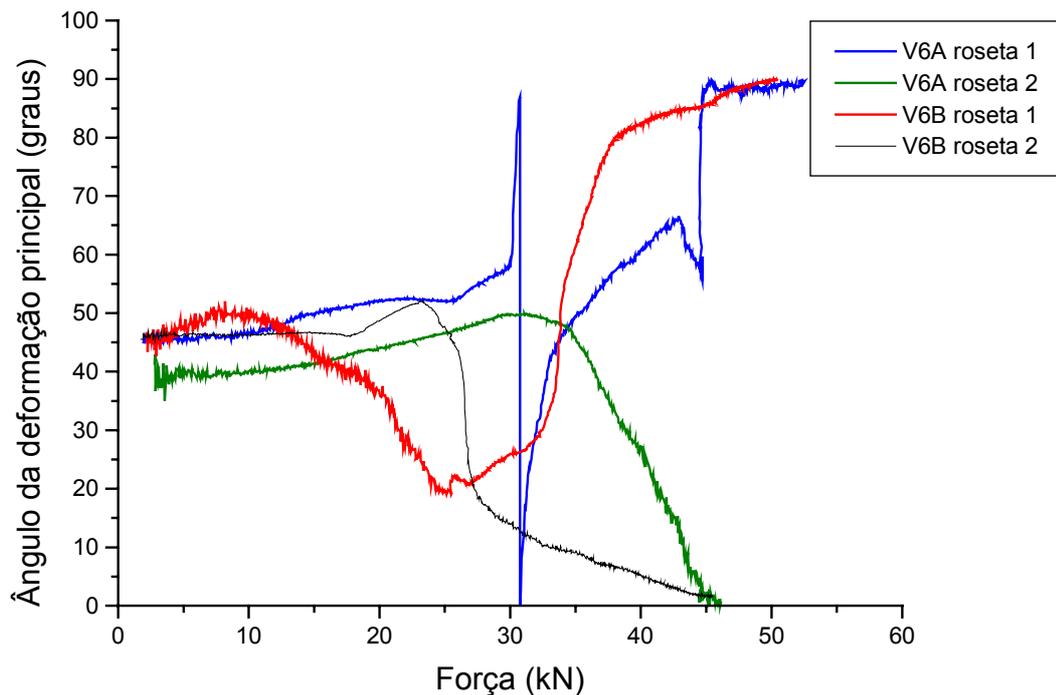


Figura 5.30 – Gráfico *Força x Ângulo da deformação principal* das vigas V6

De acordo com o esperado, para a relação a/d utilizada, a ruína das vigas foi por *tração diagonal*. Na Figura 5.31 apresenta-se a configuração de ruína das vigas da Série 2. As fissuras de retração foram marcadas em vermelho, para não serem confundidas com as outras que apareceram durante o ensaio.

Como não havia estribos e o concreto era de alta resistência, as vigas V4 romperam de forma brusca e sem ductilidade, caracterizando claramente uma ruína por cisalhamento. Quase não apareceram fissuras visíveis de flexão nas vigas V4; a primeira fissura já foi inclinada. Apareceram algumas outras fissuras inclinadas, nos dois lados das vigas, e uma delas tornou-se crítica subindo rapidamente até o ponto de aplicação da carga.

Na viga V5A surgiram várias fissuras de flexão, e a armadura chegou a escoar no ponto de momento fletor máximo, antes da ruína. Entretanto, mesmo a armadura tendo escoado, a ruína se deu bruscamente após a instabilidade de uma fissura diagonal de cisalhamento, que se tornou crítica. A fissura crítica não se formou apenas minutos antes da ruína, ela já havia sido formada com uma carga de aproximadamente 60 kN. Depois do estrondo, a carga caiu rapidamente.

Na viga V5B, na ruína já havia algumas fissuras inclinadas de grande abertura misturadas com várias fissuras de flexão. Não foi possível detectar uma fissura inclinada crítica de cisalhamento. Considera-se, portanto, que o modo de

ruína foi um misto de cisalhamento e flexão. Na Figura 5.31 observa-se que a viga ficou bastante fletida após a retirada da carga, com uma grande deformação plástica residual.

Nas vigas V6, ao contrário do que se esperava, houve poucas fissuras de flexão e algumas fissuras inclinadas dos dois lados das vigas. Uma dessas fissuras se tornou crítica e ficou evidenciado que a ruína foi por cisalhamento, em ambas as vigas.

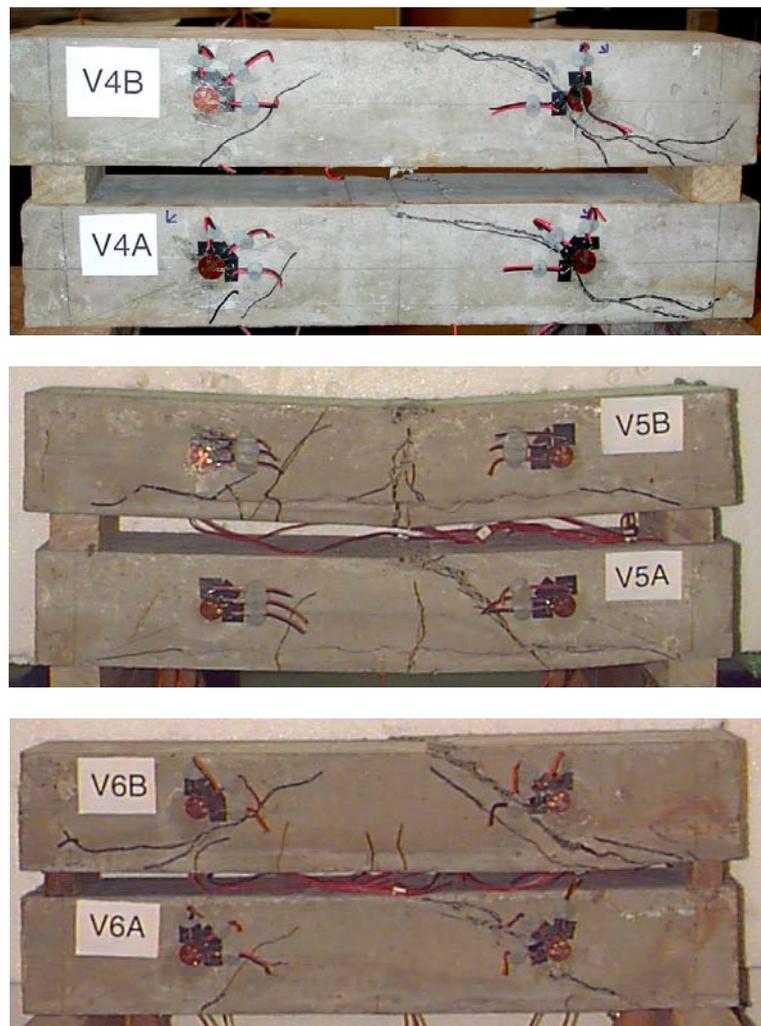


Figura 5.31 – Configuração de ruína das vigas da Série 2

Na Figura 5.32 apresenta-se o gráfico da *força aplicada* versus a *deformação* média dos pontos mais solicitados das vigas V4. Os gráficos dos demais pontos instrumentados encontram-se no Anexo.

Do gráfico da Figura 5.32 observa-se que os pontos 5 e 6, localizados na armadura na região de momento fletor máximo, não apresentaram deformação de

escoamento, chegando em média a 1,7‰, valor maior do que o das vigas V1, devido à maior resistência do concreto. Após a ruína, todas as deformações de tração diminuíram nas vigas V4. Em V4A, a fissura crítica apareceu do lado onde estavam localizados os pontos 1 e 2 e a roseta 1, e em V4B, do lado dos extensômetros 3 e 4 e da roseta 2. As deformações principais do concreto foram praticamente nulas. Diferentemente das vigas V1, de baixa resistência, nas vigas V4 formaram-se fissuras diagonais nos dois lados das vigas.

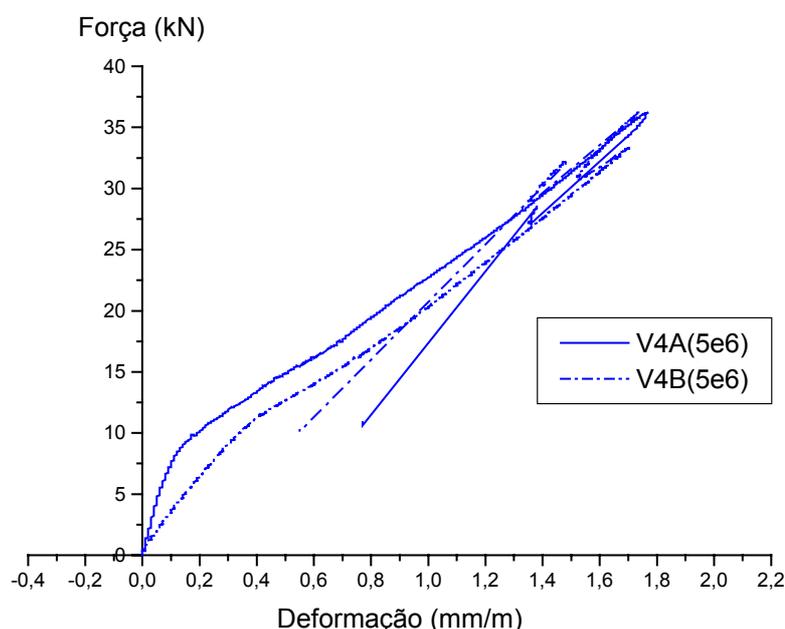


Figura 5.32 – Gráfico *Força x Deformação* das vigas V4

Na Figura 5.33 apresenta-se o gráfico da *força aplicada* versus a *deformação* média dos pontos mais solicitados das vigas V5. Os gráficos dos demais pontos instrumentados encontram-se no Anexo.

Do gráfico observa-se que os pontos 5 e 6 das duas vigas, localizados na armadura, na região de momento fletor máximo, atingiram o escoamento antes da ruína delas. Após a ruína, a força se manteve constante enquanto aumentava a deformação das armaduras. Os demais pontos laterais da armadura positiva de flexão apresentaram deformação média de 2‰, bem maior do que o valor registrado nas vigas V4. As deformações principais do concreto foram praticamente nulas. As duas vigas V5 tiveram a ruína caracterizada por cisalhamento/flexão. Em V5A a fissura crítica apareceu do lado onde estavam localizados os pontos 3 e 4 e a roseta 2, e em V5B do lado dos extensômetros 1 e 2 e da roseta 1.

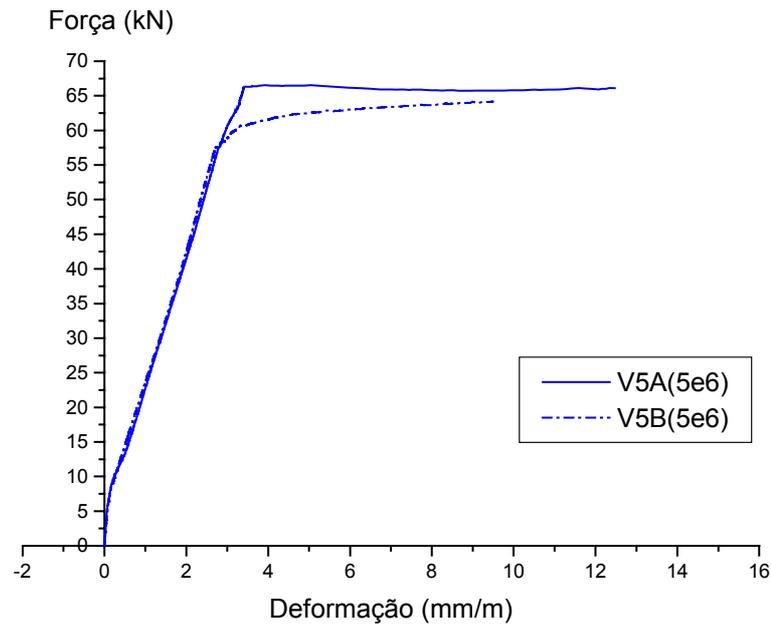
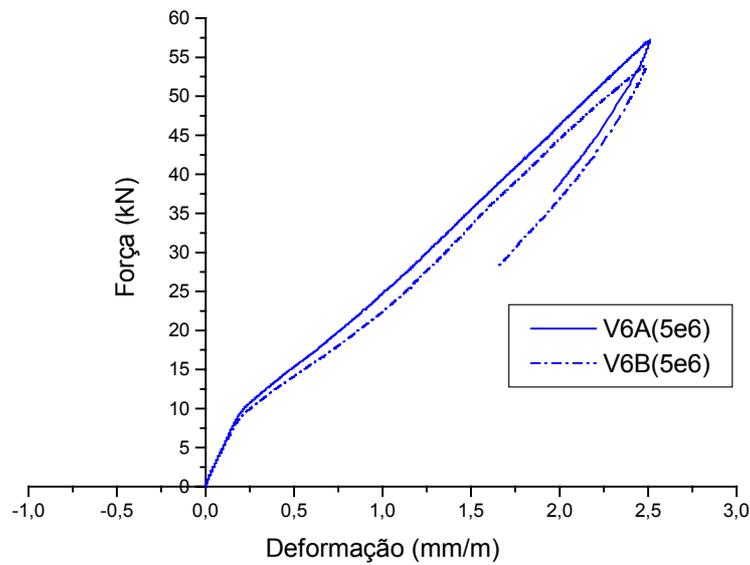


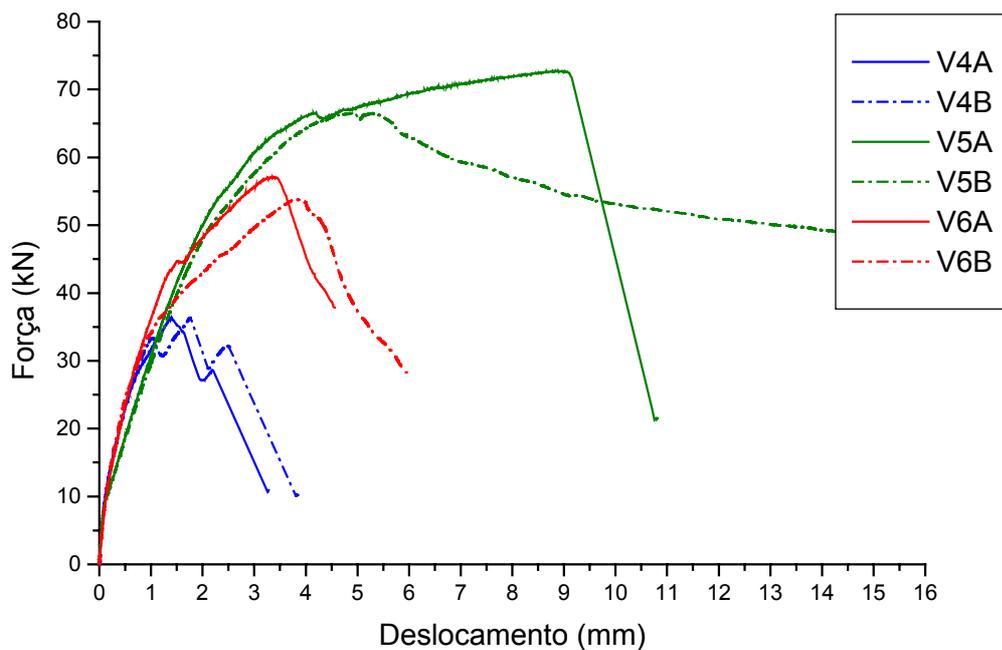
Figura 5.33 – Gráfico *Força x Deformação* das vigas V5

Na Figura 5.34 apresenta-se o gráfico da *força aplicada* versus a *deformação* média dos pontos mais solicitados das vigas V6. Os gráficos dos demais pontos instrumentados encontram-se no Anexo.

Do gráfico observa-se que os pontos 5 e 6, localizados na armadura, na região de momento fletor máximo, apresentaram valor médio de 2,4%, maior do que o registrado nas vigas V5, entretanto menor do que o valor da deformação de escoamento. Em V6A, a fissura crítica apareceu do lado onde estavam localizados os pontos 1 e 2 e da roseta 1, e em V6B, do lado dos pontos 3 e 4 e da roseta 2. As deformações principais do concreto foram praticamente nulas.

Figura 5.34 – Gráfico *Força x Deformação* das vigas V6

Na Figura 5.35 apresenta-se o gráfico da *força aplicada* versus o *deslocamento do ponto central* de todos os modelos de viga da Série 2. No gráfico da Figura 5.36 a força foi normalizada em função da raiz quadrada da resistência do concreto à compressão. Desse gráfico se verifica o ganho de resistência média proporcionado pela adição das fibras de aço ao concreto.

Figura 5.35 – Gráfico *Força x Deslocamento* das vigas da Série 2

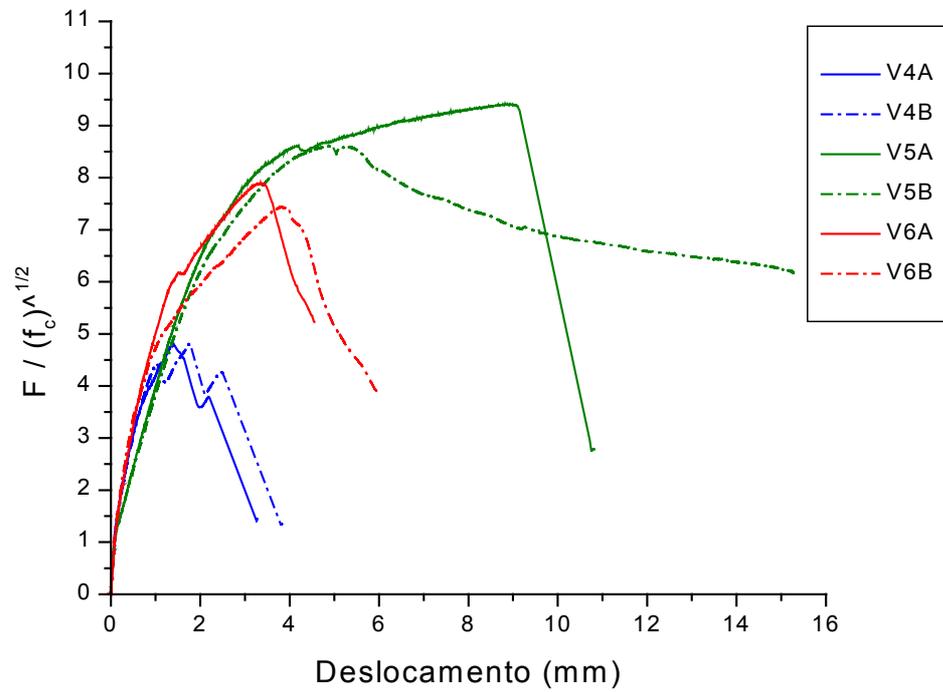


Figura 5.36 – Gráfico Força Normalizada x Deslocamento das vigas da Série 2

No gráfico da Figura 5.37 obtém-se uma melhor avaliação da ductilidade dos modelos, de modo independente das resistências ao cisalhamento alcançadas.

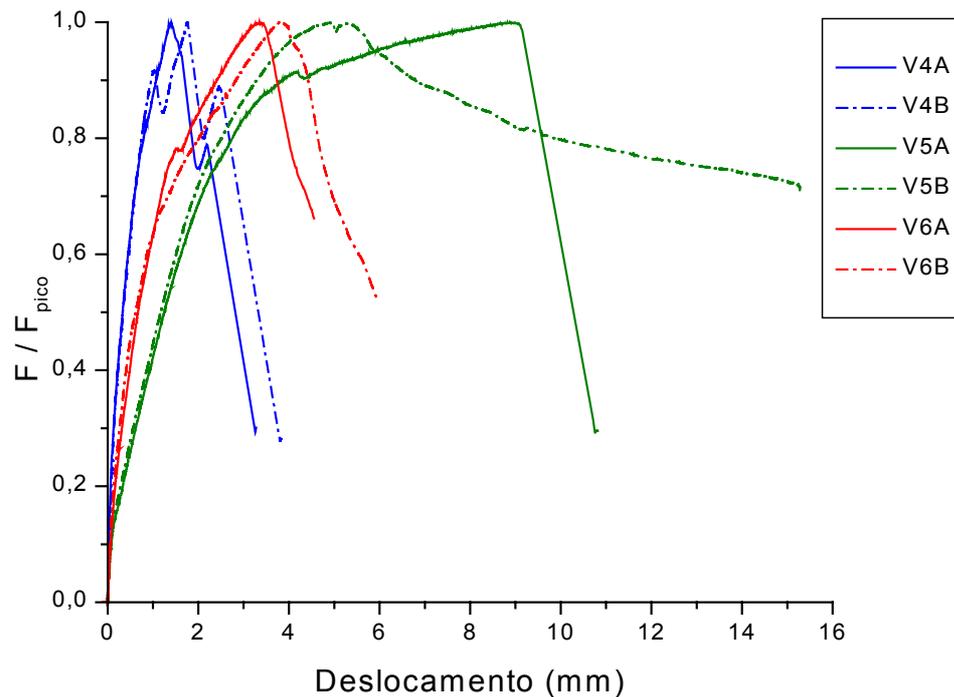


Figura 5.37 – Gráfico *Força/Força de pico x Deslocamento* das vigas da Série 2

Um fato interessante que aconteceu nesta série de vigas foi que, aumentando o volume de fibras de 1% (V5) para 2% (V6), a carga de ruína e a ductilidade diminuíram, e a ruína passou de cisalhamento/flexão para cisalhamento. Isso será explicado posteriormente.

Na Tabela 5.17 observa-se a atuação das fibras nas vigas da Série 2. Com a adição de 1% e 2% de fibras, obtiveram-se ganhos de resistência ao cisalhamento de 87,5% e 59,5%, respectivamente para as vigas V5 e V6, em relação às vigas V4.

Observando os volumes críticos calculados, verifica-se que no caso de V6 se esperaria um maior aumento de resistência do que o que ocorreu em V5, pois o volume empregado é superior ao crítico. Supõe-se que pode ter havido um problema de trabalhabilidade da mistura, quando adicionado 2% de fibras nas vigas, uma vez que suas dimensões são reduzidas. Além disso, pode ter havido problema de efeito de escala nas vigas. Isso é ainda mais pronunciado nos compósitos com elevados teores de fibras, pois o papel das fibras é de “costurar” as fissuras e impedir sua propagação, concentrando-se em suas extremidades.

Já na laje L6 esse problema não ocorreu, sendo sua resistência maior do que a de L5. O volume crítico de L5 seria 1,2%, próximo ao utilizado, que foi 1%. Em L6 foram adicionados 2% de fibras, volume superior ao crítico, que seria de

1,4%. Portanto, nas duas lajes se esperaria aumento de resistência à punção, como de fato ocorreu.

Tabela 5.17 – Atuação das fibras nos compósitos das vigas da Série 2

Viga	V4	V5	V6
V_f (%)	0	1	2
$\frac{F_{u(\text{med})}}{\sqrt{f_c}}$	4,81	9,02	7,67
l_f (mm)	--	30	30
l_c^* (mm)	--	38	46
Tipo de ruptura	--	arrancamento das fibras	arrancamento das fibras
$V_{f(\text{crit})}$ (%)	--	1,5	1,8

* Aproximação através da aplicação do modelo para fibras retas (Equação 2.1)

Na Tabela 5.18 encontra-se a estimativa da carga de ruína das vigas com fibras (V_{fib}), com base no modelo de SWAMY et al. (1993), estudado no item 2.2 do Capítulo 2. Para a estimativa da parcela de esforço cortante proveniente da contribuição do concreto (V_c), foi utilizada a equação da FIB (1999).

Tabela 5.18 – Aplicação do modelo teórico às vigas da Série 2

Viga	V_f (%)	τ_{fu} (MPa)	σ_{cu} (MPa)	V_{fib} (kN)	V_c (kN)	V_u (kN)	$V_u - V_c$ (kN)
V4A	0	--	--	--	18,47	18,13	≈ 0
V4B						18,18	
V5A	1	8,24	1,84	16,90	18,76	36,39	17,63
V5B						33,30	14,54
V6A	2	6,94	3,10	28,48	17,96	28,59	10,63
V6B						26,93	8,97

Na última coluna da Tabela 5.18, tem-se a parcela do esforço cortante obtido experimentalmente, proveniente da contribuição das fibras. Comparando esse valor, com o obtido pelo modelo teórico de SWAMY et al. (1993), verifica-se que esse modelo se aplicou muito bem às vigas V5A e V5B, porém não se aplicou bem às vigas V6A e V6B, cujos resultados experimentais de carga de ruína são considerados suspeitos.

5.3 Modelos da Série 3

5.3.1 Ensaio das vigas da Série 3

Na Série 3 foram ensaiadas vigas de altura maior que as da Série 2, de concreto com resistência à compressão de aproximadamente 60 MPa aos 14 dias, reforçadas com fibras ZP-305 da DRAMIX, utilizando-se a mesma porcentagem de fibras da Série 2. O detalhamento das vigas foi apresentado no Capítulo 4.

Nesta série pretendeu-se verificar se a mudança da altura útil das vigas, em relação à altura útil das vigas e lajes da Série 2, altera a correlação existente entre laje e viga detectada nos ensaios-piloto.

As características das armaduras de flexão encontram-se na Tabela 5.1 e o traço do concreto na Tabela 5.11, apresentadas anteriormente.

Na Tabela 5.12 foram mostrados os resultados dos ensaios de caracterização do concreto utilizado nos modelos das séries 2 e 3.

Na Tabela 5.13 foram mostrados os resultados dos ensaios de tenacidade dos compósitos utilizados nos modelos das séries 2 e 3.

Na Tabela 4.5 apresentam-se as previsões das cargas de ruína ao cisalhamento e à flexão das vigas, considerando uma resistência média de 60 MPa do concreto à compressão.

Tabela 5.19 – Previsão da carga de ruína das vigas da Série 3

F_{cis} (kN)	F_{fle} (kN)
77,82	98,82

O sistema de ensaio das vigas da Série 3 encontra-se apresentado na Figura 5.38, aproveitando o pórtico e o atuador usados nos ensaios das lajes. Foram colocados dois transdutores de curso 10 mm nos apoios e um transdutor de curso 100 mm para medir o deslocamento do centro da viga.

As vigas foram dimensionadas para romperem por cisalhamento por tração diagonal ($a/d = 3,3$).

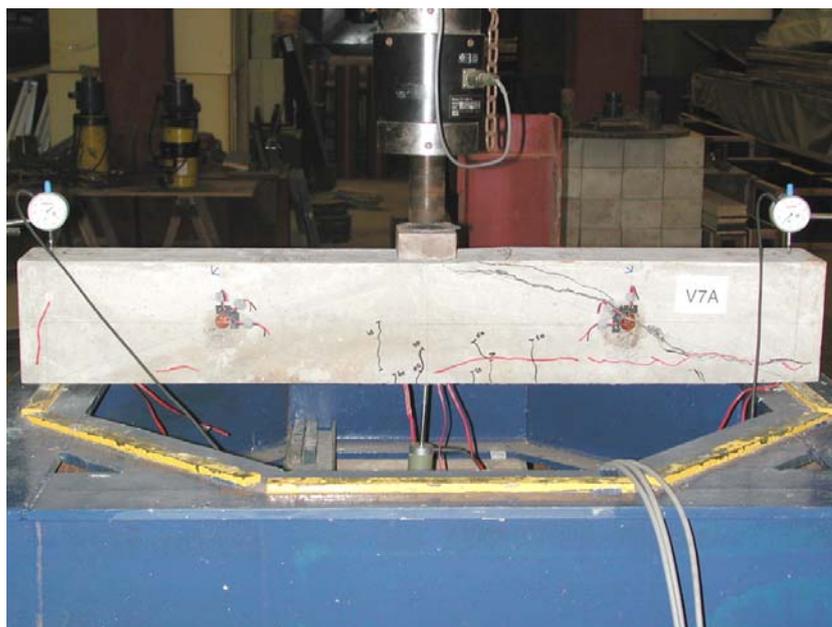


Figura 5.38 – Sistema de ensaio das vigas da Série 3

Na Tabela 5.20 apresentam-se alguns dados e resultados dos ensaios das vigas da Série 3.

Tabela 5.20 – Dados e resultados das vigas da Série 3

Viga	h (cm)	d (cm)	b (cm)	ρ (%)	V_f (%)	F_r (kN)	$F_{r(tco)}$ (kN)	F_u (kN)	θ (°)
V7A	17	15,5	13	1,59	0	20,5	14,92	54,82	24,5
V7B						27,0		46,44	35,5
V8A	17	15,5	13	1,59	1	21,5	22,03	68,32	40,0
V8B						20,8		80,06	36,0
V9A	17	15,5	13	1,59	2	37,3	26,44	81,17	32,5
V9B						37,5		104,93	30,0

Tentou-se comparar os valores dos ângulos de inclinação das fissuras críticas (θ), encontrados na Tabela 5.20, com os valores experimentais dos ângulos das deformações principais obtidos nas rosetas coladas no concreto, encontrados na Figura 5.39, Figura 5.40 e Figura 5.41. Novamente é importante ressaltar que os valores dessas medições só podem ser aproveitados antes da fissuração do concreto.

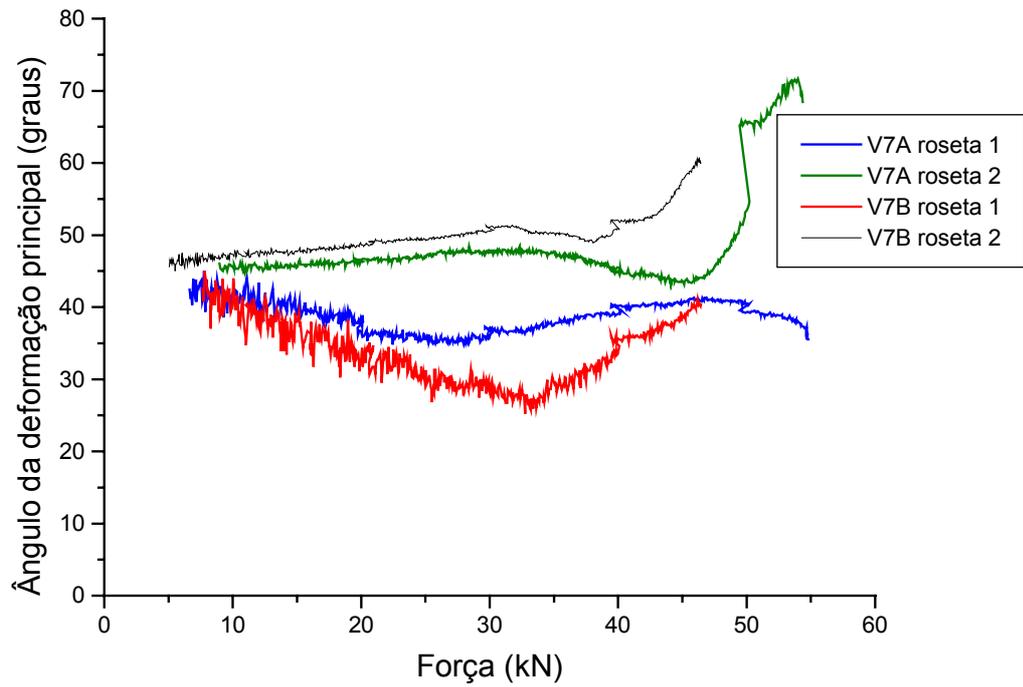


Figura 5.39 – Gráfico Força x Ângulo da deformação principal das vigas V7

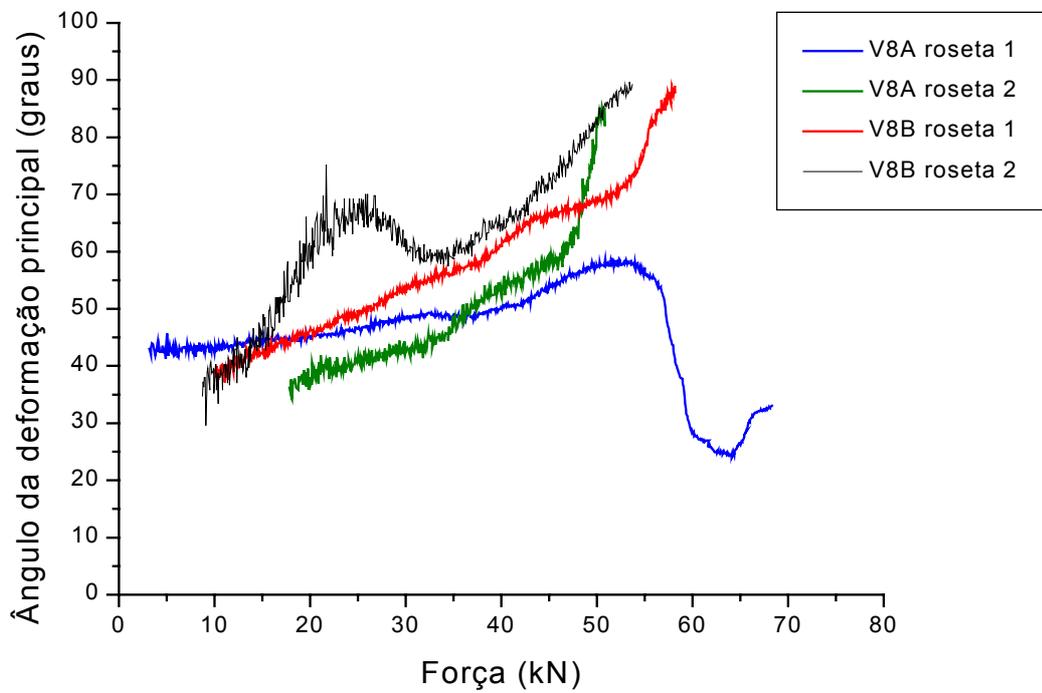


Figura 5.40 – Gráfico Força x Ângulo da deformação principal das vigas V8

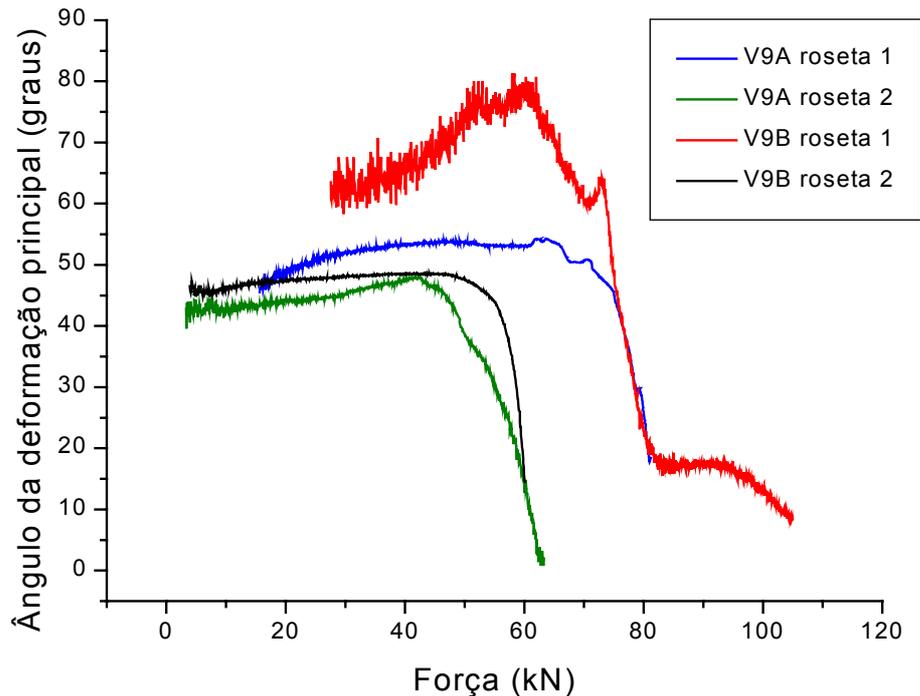


Figura 5.41 – Gráfico *Força x Ângulo da deformação principal* das vigas V9

De acordo com o esperado, para a relação a/d utilizada, a ruína das vigas foi por *tração diagonal*. Na Figura 5.42 apresenta-se a configuração de ruína das vigas da Série 3. As fissuras de retração foram marcadas em vermelho, para não serem confundidas com as outras que apareceram durante o ensaio.

Nas vigas V7 inicialmente surgiram fissuras de flexão no meio do vão, sendo que a primeira fissura visível de flexão foi com uma carga de aproximadamente 20 kN. A fissura crítica de cisalhamento não se originou de nenhuma fissura de flexão; em V7A ela apareceu repentinamente, com uma carga de aproximadamente 55 kN, e logo a seguir a viga rompeu.

O comportamento das vigas V8A, V8B e V9A durante o ensaio foi muito semelhante ao das vigas V7, sendo a carga de ruína maior, devido à adição de fibras de aço. Nessas vigas surgiram fissuras inclinadas próximas aos apoios em apenas um dos lados das peças, sendo que essas fissuras únicas se tornaram críticas para o cisalhamento.

Na viga V9B, com 2% de fibras, formaram-se fissuras inclinadas nos dois lados das vigas. A ruína foi por cisalhamento/flexão, pois a armadura de flexão escoou no ponto mais solicitado, apesar da ruptura ter sido por instabilidade de uma fissura diagonal de cisalhamento, que se tornou crítica.

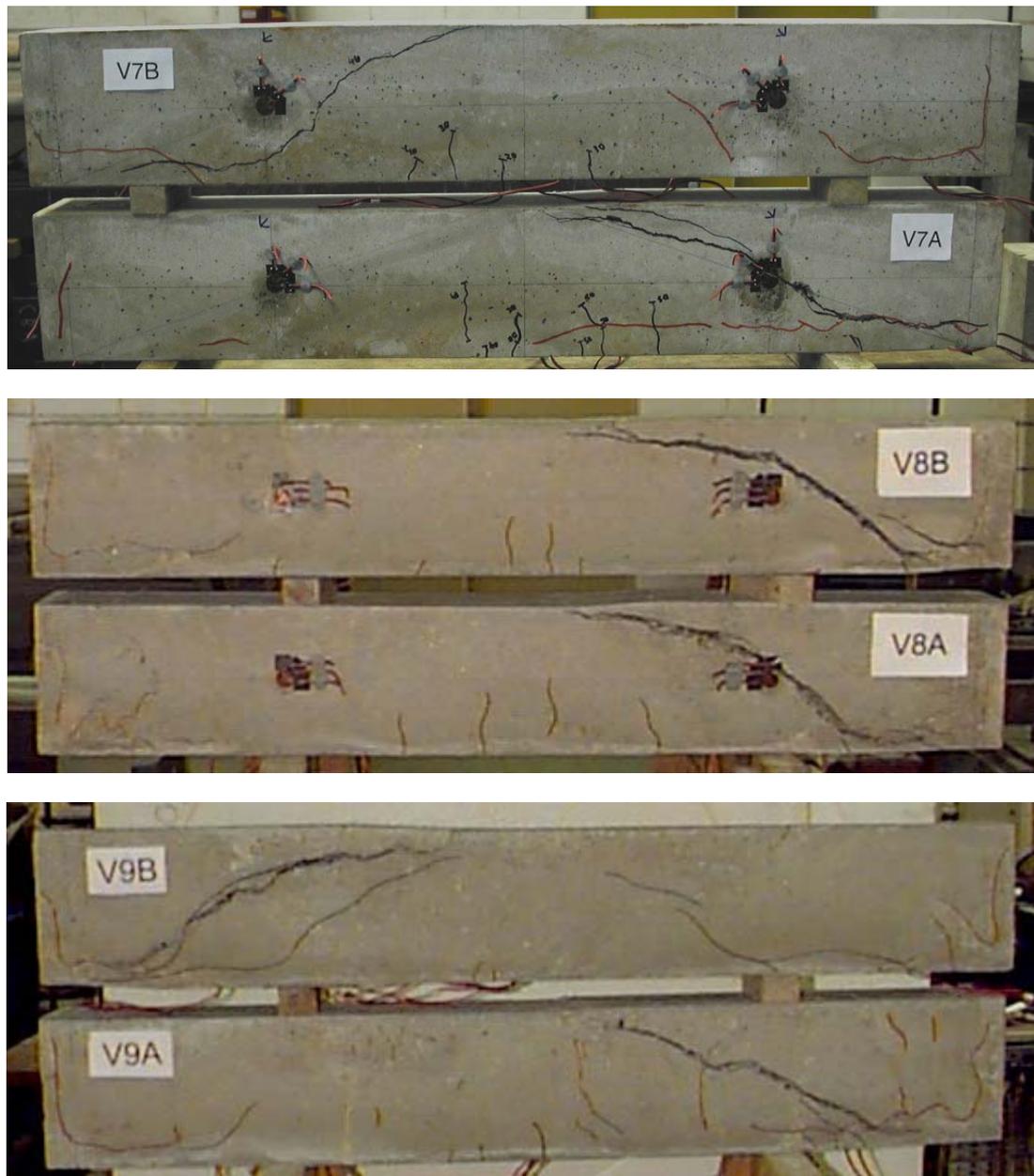


Figura 5.42 – Configuração de ruína das vigas da Série 3

Na Figura 5.43 apresenta-se o gráfico da *força aplicada* versus a *deformação* média dos pontos mais solicitados das vigas V7. Os gráficos dos demais pontos instrumentados encontram-se no Anexo.

Do gráfico da Figura 5.43, observa-se que os pontos 1 a 4, localizados na armadura, na região de momento fletor máximo, não apresentaram deformação de escoamento, chegando em média a 1,5‰. Após a ruína, todas as deformações de tração desses pontos diminuíram. Nas vigas V7A e V7B, as fissuras críticas apareceram do lado onde estavam localizados os extensômetros 6 e 8 e a roseta 2.

As deformações principais, obtidas com as rosetas coladas no concreto, foram praticamente nulas.

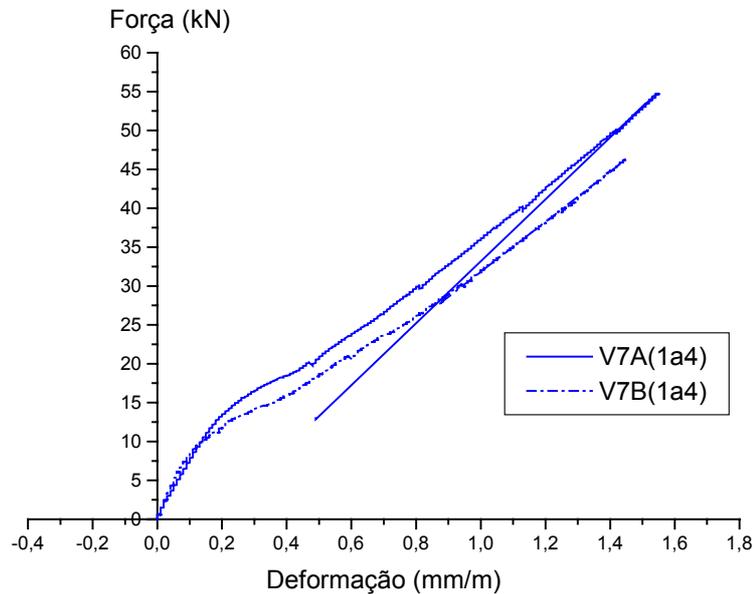


Figura 5.43 – Gráfico *Força x Deformação* das vigas V7

Na Figura 5.44 apresenta-se o gráfico da *força aplicada* versus a *deformação* média dos pontos mais solicitados das vigas V8. Os gráficos dos demais pontos instrumentados encontram-se no Anexo.

Do gráfico observa-se que os pontos 1 a 4, localizados na armadura na região de momento fletor máximo, não apresentaram deformação de escoamento, chegando em média a 1,5‰. Os demais pontos laterais da armadura de flexão positiva apresentaram deformação maior do que o registrado nas vigas V7. As deformações principais do concreto foram praticamente nulas. Em V8A, no final do ensaio, a fissura crítica passou por baixo do extensômetro 11 da roseta 1.

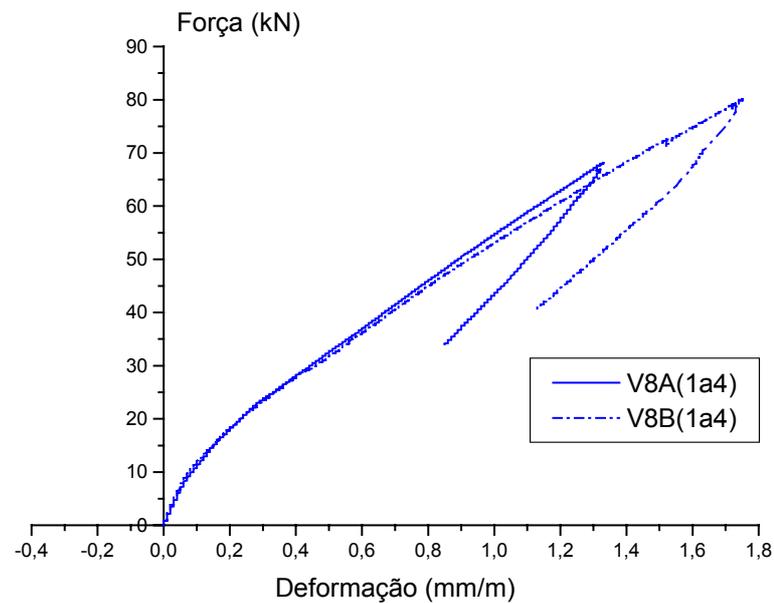
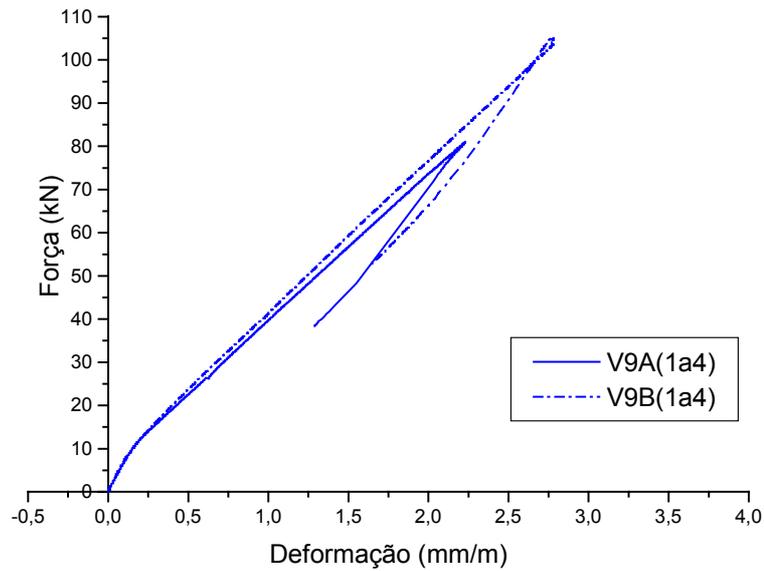


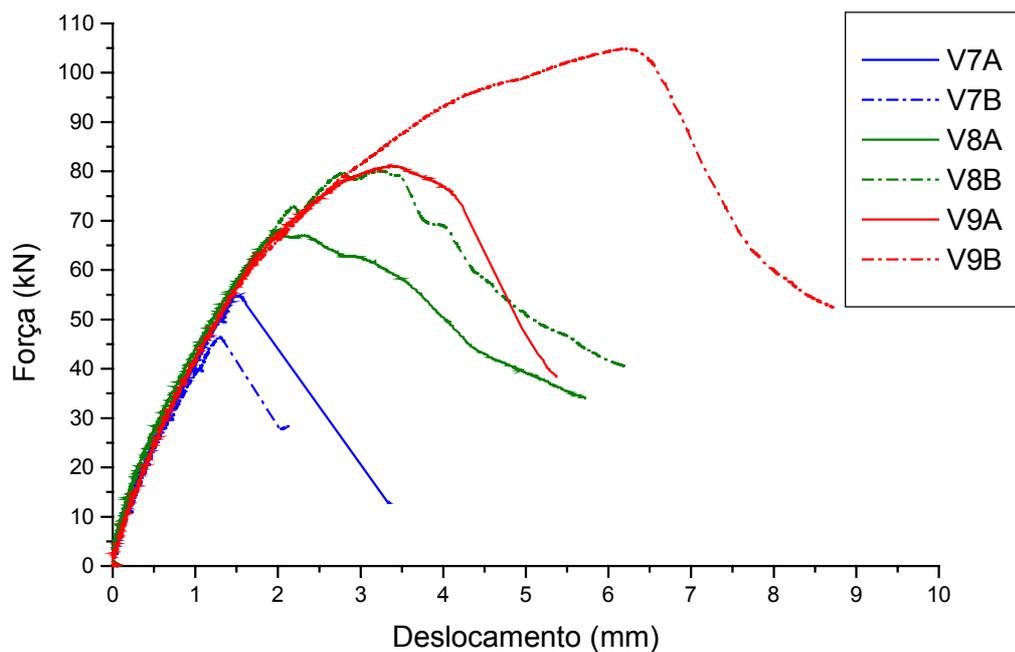
Figura 5.44 – Gráfico *Força x Deformação* das vigas V8

Na Figura 5.45 apresenta-se o gráfico da *força aplicada* versus a *deformação* média dos pontos mais solicitados das vigas V9. Os gráficos dos demais pontos instrumentados encontram-se no Anexo.

Do gráfico observa-se que os pontos 1 a 4 de V9B, localizados na armadura na região de momento fletor máximo, atingiram a deformação de escoamento no instante da ruína. Os demais pontos laterais da armadura positiva de flexão apresentaram deformação maior do que a registrada nas vigas V8. As deformações principais do concreto foram praticamente nulas. Em V9A, no final do ensaio, a fissura crítica passou por baixo do extensômetro 9 da roseta 1. Na viga V9A, a fissura crítica apareceu do lado onde estavam localizados os extensômetros 5 e 7 e a roseta 1. Na viga V9B, a fissura crítica apareceu do lado onde estavam localizados os extensômetros 6 e 8 e a roseta 2.

Figura 5.45 – Gráfico *Força x Deformação* das vigas V9

Na Figura 5.46 apresenta-se o gráfico da *força aplicada* versus o *deslocamento do ponto central* de todos os modelos de viga da Série 3. No gráfico da Figura 5.47 a força foi normalizada em função da raiz quadrada da resistência do concreto à compressão. Desse gráfico observa-se o ganho de resistência média proporcionado pela adição das fibras de aço ao concreto, crescente com o volume de fibras empregado.

Figura 5.46 – Gráfico *Força x Deslocamento* das vigas da Série 3

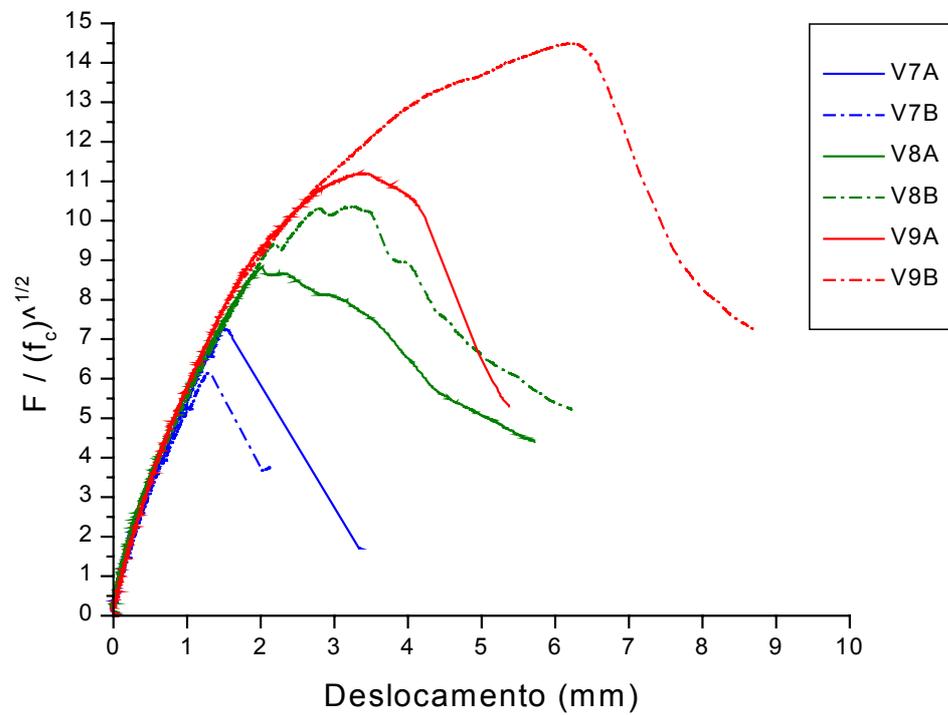


Figura 5.47 – Gráfico Força Normalizada x Deslocamento das vigas da Série 3

No gráfico da Figura 5.48 obtém-se uma melhor avaliação da ductilidade dos modelos, de modo independente das resistências ao cisalhamento alcançadas. Do gráfico observa-se o ganho de ductilidade proporcionado pela adição das fibras de aço ao concreto, também crescente com o volume de fibras adicionado.

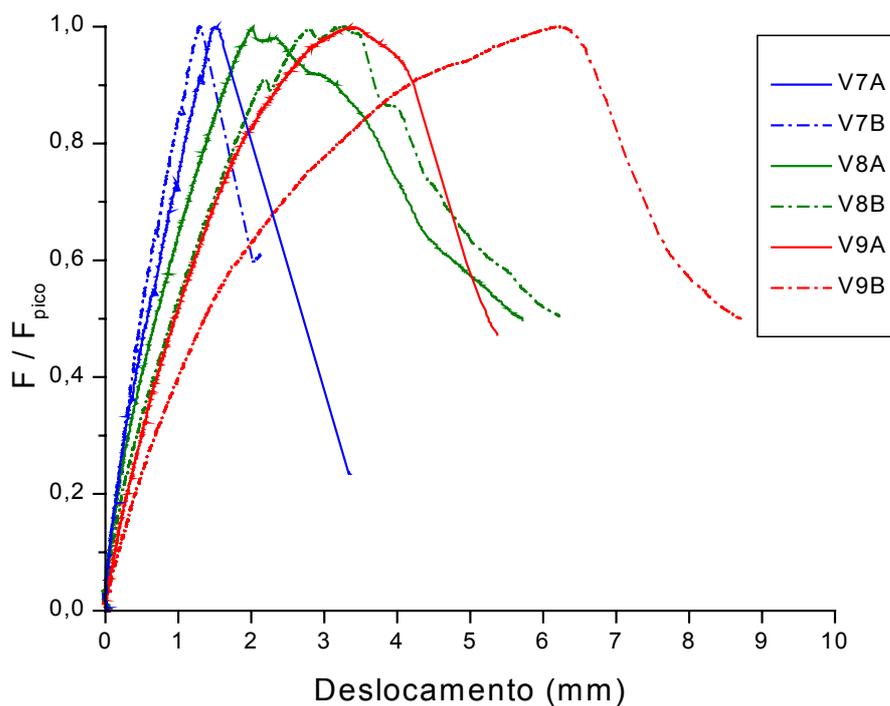


Figura 5.48 – Gráfico Força/Força de pico x Deslocamento das vigas da Série 3

Na Tabela 5.21 observa-se a atuação das fibras nas vigas da Série 3. Com a adição de 1% e 2% de fibras, obtiveram-se ganhos médios de resistência de 43,1% e 91,5%, respectivamente para as vigas V8 e V9, em relação às vigas V7.

Observando os volumes críticos calculados, verifica-se que no caso de V9 se esperaria um maior aumento de resistência do que em V8, o que realmente ocorreu, pois o volume empregado é maior do que o crítico. Nesse caso, ao contrário do que provavelmente aconteceu nas vigas da Série 2, não deve ter havido problema de trabalhabilidade da mistura na forma, devido às suas maiores dimensões.

Tabela 5.21 – Atuação das fibras nos compósitos das vigas da Série 3

Viga	V7	V8	V9
V_f (%)	0	1	2
$\frac{F_{u(\text{med})}}{\sqrt{f_c}}$	6,71	9,60	12,85
l_f (mm)	--	30	30
l_c^* (mm)	--	38	46
Tipo de ruptura	--	arrancamento das fibras	arrancamento das fibras
$V_{f(\text{crit})}$ (%)	--	1,5	1,8

* Aproximação através da aplicação do modelo para fibras retas (Equação 2.1)

Na Tabela 5.22 encontra-se a estimativa da carga de ruína das vigas com fibras (V_{fib}), com base no modelo de SWAMY et al. (1993), estudado no item 2.2 do Capítulo 2. Para a estimativa da parcela de esforço cortante proveniente da contribuição do concreto (V_c), foi utilizada a média das cargas de ruína das vigas V7, pois as equações normativas forneceram valores muito altos.

Tabela 5.22 – Aplicação do modelo teórico às vigas da Série3

Viga	V_f (%)	τ_{fu} (MPa)	σ_{cu} (MPa)	V_{fib} (kN)	V_c (kN)	V_u (kN)	$V_u - V_c$ (kN)
V7A V7B	0	--	--	--	25,32	27,41 23,22	≈ 0
V8A V8B	1	8,24	1,84	33,40	25,32	34,16 40,03	8,84 14,71
V9A V9B	2	6,94	3,10	56,25	25,32	40,59 52,47	15,27 27,15

Na última coluna da Tabela 5.22, tem-se a parcela do esforço cortante obtido experimentalmente, proveniente da contribuição das fibras. Comparando esse valor, com o obtido pelo modelo teórico de SWAMY et al. (1993), verifica-se que esse modelo não forneceu resultados satisfatórios aos ensaios da Série 3, prevendo mais do que o obtido experimentalmente.

5.3.2 Correlações entre lajes e vigas das Séries 2 e 3

A quantificação do ganho de resistência, tanto para as vigas como para as lajes, pode ser encontrada na Tabela 5.23 ou no gráfico da Figura 5.49.

Tabela 5.23 – Comparação de resistências entre lajes e vigas das séries S2 e S3

V_f (%)	Lajes S2		Vigas S2		Vigas S3		Correlação	Correlação
	$P_u / \sqrt{f_c}$	ΔP_u (%)	$F_{u(\text{med})} / \sqrt{f_c}$	ΔF_u (%)	$F_{u(\text{med})} / \sqrt{f_c}$	ΔF_u (%)	$\Delta F_u(\text{S2}) / \Delta P_u(\text{S2})$	$\Delta F_u(\text{S3}) / \Delta P_u(\text{S2})$
0	25,55	--	4,81	--	6,71	--	--	--
1	27,84	9,0	9,02	87,5	9,60	43,1	9,77	4,81
2	32,63	27,7	7,67	59,5	12,85	91,5	2,15	3,30

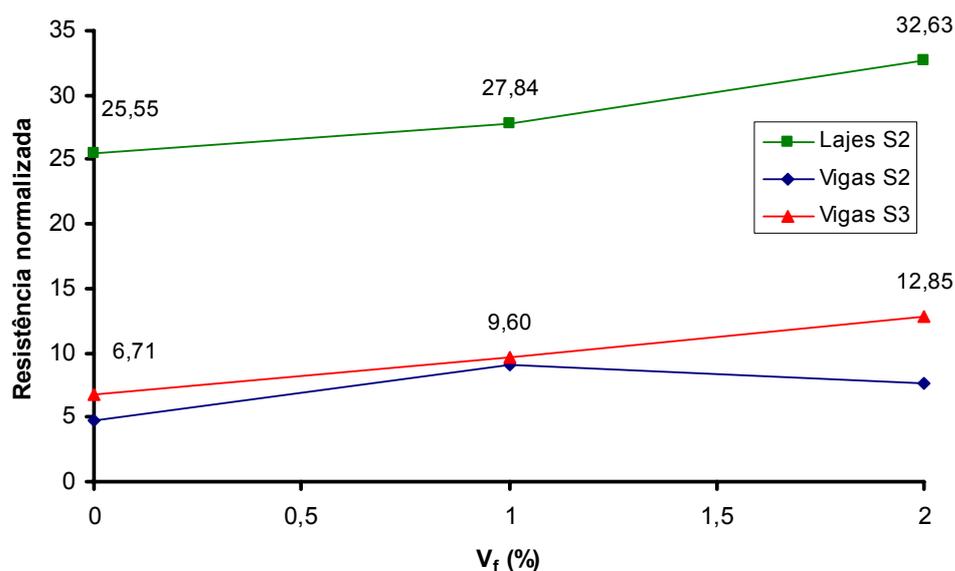


Figura 5.49 – Gráfico Resistência normalizada x Volume de fibras para lajes e vigas de S2 e S3

Pelo gráfico da Figura 5.49, percebe-se uma similaridade de comportamento entre as resistências das lajes e as resistências das vigas da S3, sendo ambas crescentes com o aumento do volume de fibras adicionado. Plotando em um gráfico (Figura 5.50) a resistência média normalizada das vigas da S3 versus a resistência normalizada das lajes da S2, verifica-se que a linha de tendência é do tipo linear. A mesma correlação não pode ser observada entre lajes e vigas da S2. A não

existência da mesma similaridade de comportamento entre as resistências dos elementos da Série 2 foi discutida anteriormente.

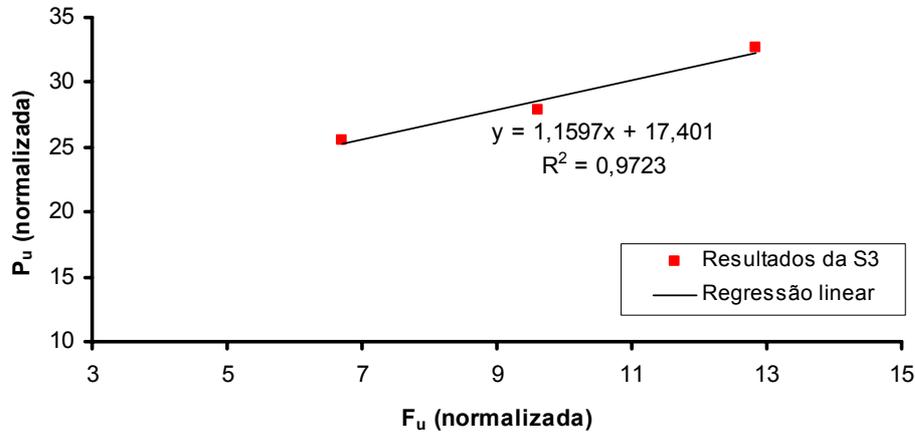


Figura 5.50 – Gráfico Resistência normalizada das lajes x Resistência média normalizada das vigas da Série 3

Na Figura 5.51 encontram-se os gráficos da força/força de pico versus o deslocamento/deslocamento de pico de lajes e vigas, de mesma resistência do concreto e mesmo teor de fibras. Em cada um dos gráficos observa-se que o trecho pré-pico da laje e das duas vigas é praticamente coincidente. Isso aconteceu correlacionando as lajes da Série 2, tanto com as vigas da Série 2 como com as vigas da Série 3.

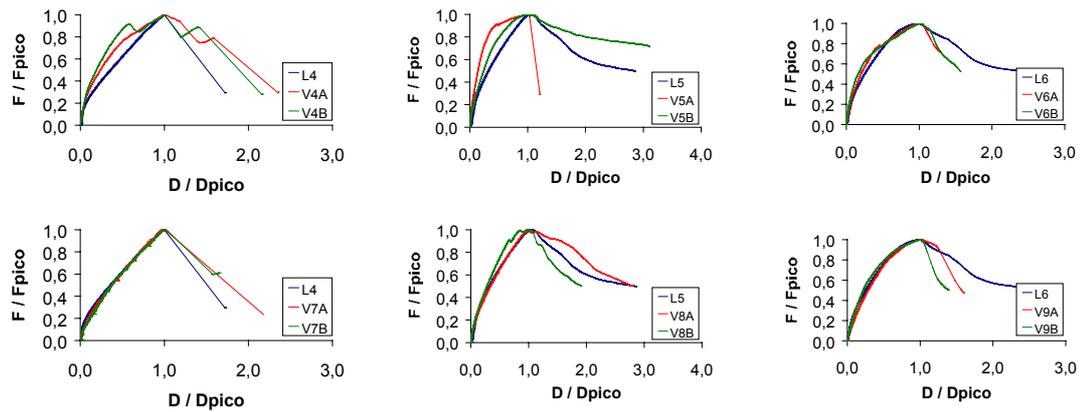


Figura 5.51 – Gráficos Força/Força de pico x Deslocamento/Deslocamento de pico de S2 e S3

5.4 Modelos da Série 4

Na Série 4 foram ensaiadas duas lajes de concreto com resistência à compressão de aproximadamente 40 MPa aos 14 dias, reforçadas com fibras RL 45/50 BN da DRAMIX, variando-se a porcentagem de fibras. Para cada laje foram moldadas duas vigas pequenas com o mesmo concreto, conforme desenhos apresentados no Capítulo 4.

Nesta série pretendeu-se verificar se a mudança do comprimento e da relação de aspecto das fibras, em relação àquelas utilizadas por AZEVEDO (1999), altera a correlação entre laje e viga, detectada nos ensaios piloto.

5.4.1 Características dos materiais da S4

As características das armaduras de flexão encontram-se na Tabela 5.1 apresentada anteriormente. Na Tabela 5.24 apresenta-se o traço do concreto utilizado nos modelos, o mesmo utilizado por AZEVEDO (1999).

Como parâmetros de referência em concreto sem fibras, utilizou-se a laje OSC.S1 de AZEVEDO (1999) e as vigas piloto VP1A e VP1B, cujas características encontram-se descritas no item 4.1 do Capítulo 4.

Tabela 5.24 – Traço do concreto dos modelos da Série 4

Materiais	Consumo (kg/m ³)	
	L7	L8
	V10A, V10B	V11A, V11B
Cimento Ribeirão CP II-E-32	423,15	423,15
Areia	760,56	760,56
Brita 1 ($\phi_{\max}=19$ mm)	1056,30	1056,30
Água	211,30	211,30
Aditivo Superplastificante REAX 3000 ($\gamma = 1,16$ kg/m ³)	0,5%	1%
Fibra RL 45/50 BN DRAMIX  $\ell = 50$ mm D = 1,05 mm $\ell / D = 48$ $f_y = 1000$ MPa	59,85	119,70

Na Tabela 5.25 estão mostrados os resultados dos ensaios de caracterização do concreto utilizado nos modelos da Série 4.

Tabela 5.25 – Resultados dos ensaios de caracterização dos concretos utilizados na S4

Modelo	Volume de fibras (%)	f_c (MPa)	$f_{ct,sp}$ (MPa)	$f_{ct,f}$ (MPa)	f_r (MPa)	E_c (MPa)
OSC.S1 VP1A,VP1B	0	43,73 36,08	3,76 3,42	-- --	-- --	30470 --
L7 V10A,V10B	0,75	36,55	3,97	4,25	3,06	28188
L8 V11A,V11B	1,50	46,08	5,17	6,82	3,90	31385

$f_{ct,sp}$: resistência à tração por compressão diametral

$f_{ct,f}$: resistência à tração na flexão

f_r : resistência do compósito à primeira fissura

Na Tabela 5.26 apresentam-se os índices médios de tenacidade à flexão, calculados a partir dos gráficos *força x deslocamento* de cada prisma e efetuando-se as médias dos índices de um mesmo compósito. Os índices de tenacidade à flexão de cada prisma encontram-se no Anexo.

Tabela 5.26 – Índices médios de tenacidade à flexão dos compósitos da Série 4

Prisma	Volume de fibras (%)	Índices de tenacidade				
		ASTM C1018				JSCE-SF4
		I5	I10	I20	I30	
P7	0,75	5,5	11,6	23,5	35,8	3,53
P8	1,50	5,6	12,1	25,9	40,1	5,41

Na Tabela 5.27 apresentam-se as previsões das cargas de ruína das lajes à punção e à flexão, e das cargas de ruína das vigas ao cisalhamento e à flexão, considerando uma resistência média de 40 MPa do concreto à compressão.

Tabela 5.27 – Previsão da carga de ruína dos modelos da Série 4

Lajes		Vigas	
P_{pun} (kN)	P_{fle} (kN)	F_{cis} (kN)	F_{fle} (kN)
197,97	309,08	30,06	50,28

5.4.2 Ensaio das lajes da Série 4

O sistema de ensaio das ligações laje-pilar é o mesmo apresentado na Figura 5.5.

Na Tabela 5.28 apresentam-se alguns dados e resultados dos modelos de ligação laje-pilar da Série 4.

Tabela 5.28 – Dados e resultados das lajes da Série 4

Modelo	h (cm)	d (cm)	ρ (%)	V_f (%)	$V_{f(crit)}$ (%)	P_r (kN)	P_y (kN)	Δ_y (mm)	P_u (kN)	Δ_u (mm)	θ (°)	ψ_u (rad)	Δ_u/Δ_y
OSC.S1	10	8	1,57	0	--	56,2	176,0 6	3,28	176,4 8	3,34	23,7	$65,2 \times 10^{-4}$	1,02
L7	10	8	1,57	0,75	2,4	77,3	173,3 1	4,31	182,8 5	4,83	19,9	93×10^{-4}	1,12
L8	10	8	1,57	1,50	1,5	83,9	200,9 0	4,13	210,9 0	4,88	23,8	$92,9 \times 10^{-4}$	1,18

P_r : carga correspondente à 1ª fissura de flexão (retirada do gráfico $P \times u$)

θ : ângulo médio da superfície de ruína em relação ao plano médio do elemento, medido experimentalmente

ψ_u : rotação última da laje

Na Figura 5.52 apresenta-se o gráfico da *força aplicada* versus a *deformação* média dos pontos mais solicitados (1 e 5) das armaduras negativas de flexão (ϕ 10mm) das lajes da Série 4. Os gráficos dos demais pontos instrumentados encontram-se no Anexo.

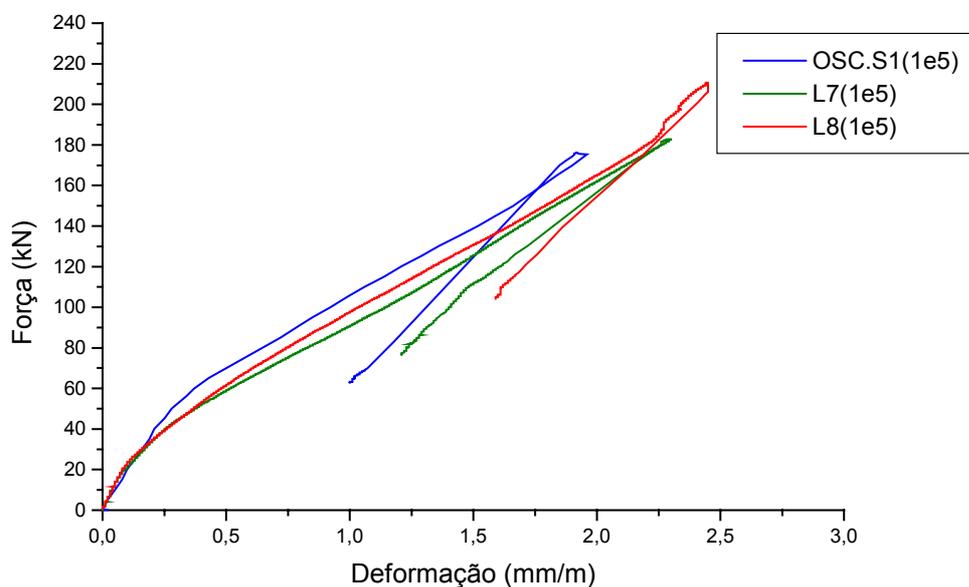


Figura 5.52 – Gráfico *Força x Deformação* das armaduras negativas de flexão das lajes da Série 4

Do gráfico da Figura 5.52 nota-se que na fase pré-pico, nos três modelos, nenhum ponto instrumentado das armaduras escoou. Os extensômetros de número 1, localizados no ponto possivelmente mais tracionado, apresentaram deformações de ruína de valores 2,45‰, 2,28‰ e 1,96‰, nas lajes L8, L7 e OSC.S1

respectivamente. Após a carga última, nas três lajes, as deformações das armaduras diminuíram enquanto a carga caía, sendo que também nenhum ponto atingiu o escoamento na fase de descarregamento.

Na Figura 5.53 apresenta-se o gráfico da *força aplicada* versus a *deformação* média dos pontos mais solicitados (9 e 13) das armaduras positivas de flexão (ϕ 5mm) das lajes da Série 4. Os gráficos dos demais pontos instrumentados encontram-se no Anexo.

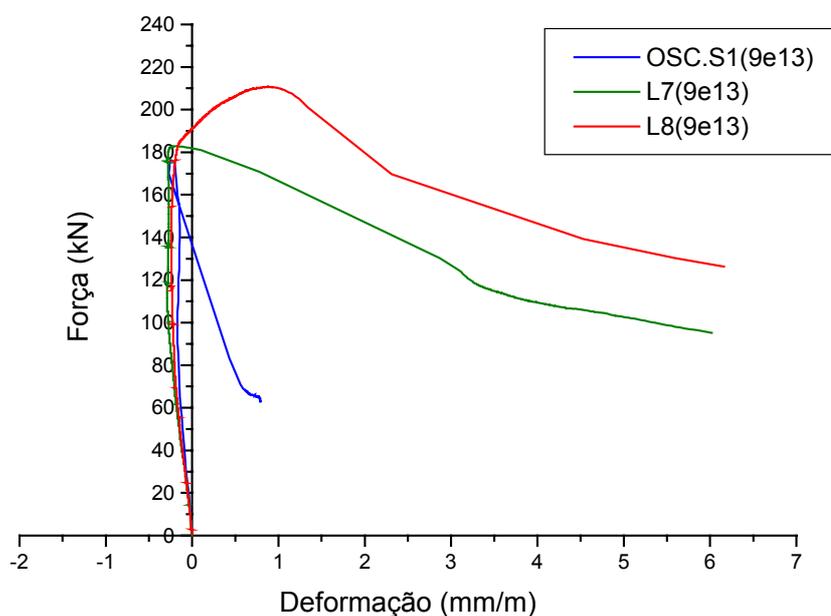


Figura 5.53 – Gráfico *Força x Deformação* das armaduras positivas de flexão das lajes da Série 4

Do gráfico da Figura 5.53, nota-se que a maioria das armaduras dos três modelos estavam solicitadas à compressão até eles atingirem a carga última. Depois elas passaram a ser solicitadas à tração, devido ao efeito de membrana tracionada que acontece com a formação do cone de punção.

5.4.3 Análise comparativa: lajes Série 4 x lajes AZEVEDO (1999)

Na Tabela 5.29 apresentam-se as deformações últimas de tração dos pontos 1 e 5, situados na região de momento fletor máximo, das lajes da Série 4 e das lajes de AZEVEDO (1999). Aparentemente, a diminuição da relação de aspecto das fibras de aço nas lajes da Série 4 provocou aumento das deformações últimas

de tração dos pontos mais solicitados das armaduras. Nenhum desses pontos instrumentados apresentou deformação igual ao superior à de escoamento do aço.

Tabela 5.29 – Dados e resultados das lajes analisadas

Laje	f_c (MPa)	V_f (%)	Tipo de fibra	l/D	l (mm)	Def _(1e5) (mm/m)	P_u (kN)	$\frac{P_u}{\sqrt{f_c}}$	Aumento de resistênci a
OSC.S1	43,73	0	--	--	--	1,96	176,4 8	26,69	--
OSC.S2	46,42	0,75	RC 65/30 BN	66,7	30	2,14	191,9 6	28,17	5,5%
L7	36,55	0,75	RL 45/50 BN	48	50	2,28	182,8 5	30,24	13,3%
OSC.S3	30,80	1,50	RC 65/30 BN	66,7	30	2,01	197,6 1	35,61	33,4%
L8	46,08	1,50	RL 45/50 BN	48	50	2,45	210,9 0	31,07	16,4%

Na última coluna da Tabela 5.29 tem-se o aumento da resistência à punção das lajes com fibras em relação à laje sem fibras OSC.S1. Verifica-se que a diminuição da relação de aspecto das fibras fez com que a resistência à punção da laje L7, com 0,75% de fibras, fosse 7,8% maior do que a da laje OSC.S2, com a mesma porcentagem de fibras. Entretanto, nas lajes com 1,5% de fibras, a diminuição da relação de aspecto fez com que a resistência à punção da laje de menor relação de aspecto fosse 17% menor do que a da laje de maior relação de aspecto. Consideram-se muito pequenas essas diferenças de resistência à punção entre as lajes de concreto reforçado com o mesmo teor de fibras. Portanto, pode-se dizer que a mudança da relação de aspecto não alterou significativamente as resistências das lajes à punção.

Na Figura 5.54 apresenta-se o gráfico da *força aplicada* versus o *deslocamento do ponto central* de todos os modelos de laje analisados. No gráfico da Figura 5.55 a força foi normalizada em função da raiz quadrada da resistência do concreto à compressão. Nesse gráfico comprova-se que a alteração da relação de aspecto das fibras pouco alterou a resistência à punção, quando comparadas as lajes OSC.S2 com a L7, e a OSC.S3 com a L8.

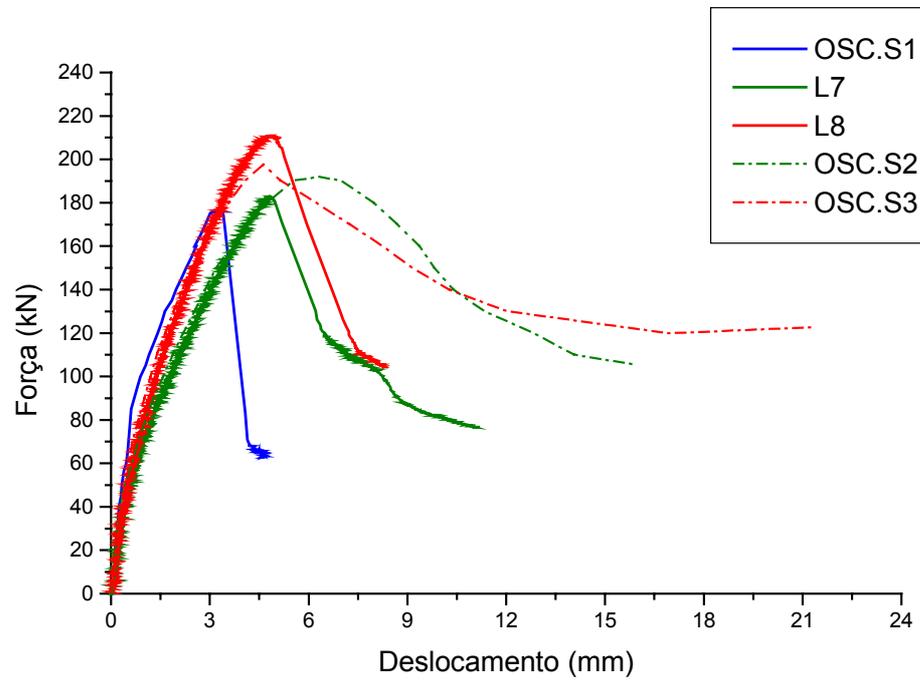


Figura 5.54 – Gráfico *Força x Deslocamento* das lajes analisadas

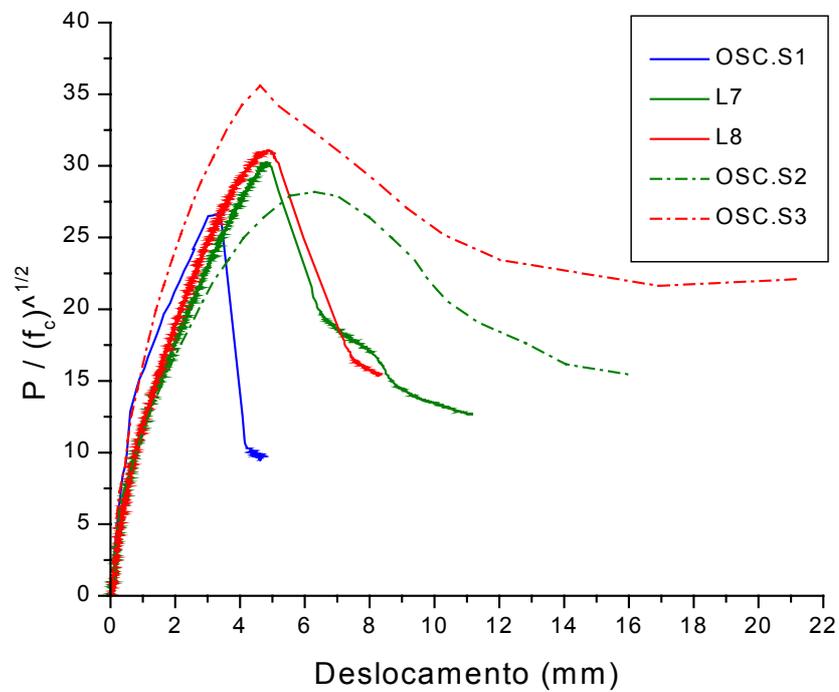


Figura 5.55 – Gráfico *Força Normalizada x Deslocamento* das lajes analisadas

No gráfico da Figura 5.56 obtém-se uma melhor avaliação da ductilidade dos modelos, de modo independente das resistências à punção alcançadas. Do gráfico observa-se que as lajes L7 e L8 apresentaram praticamente a mesma ductilidade, ou seja, dobrando o teor de fibras de 0,75% para 1,5%, de nada adiantou nesse aspecto. Além disso, as lajes OSC.S2 e OSC.S3, reforçadas com fibras de maior relação de aspecto ($\ell/D \cong 66,7$), apresentaram maior ductilidade do que as lajes L7 e L8 (Série 4), reforçadas com fibras de maior comprimento, porém menor relação de aspecto ($\ell/D = 48$).

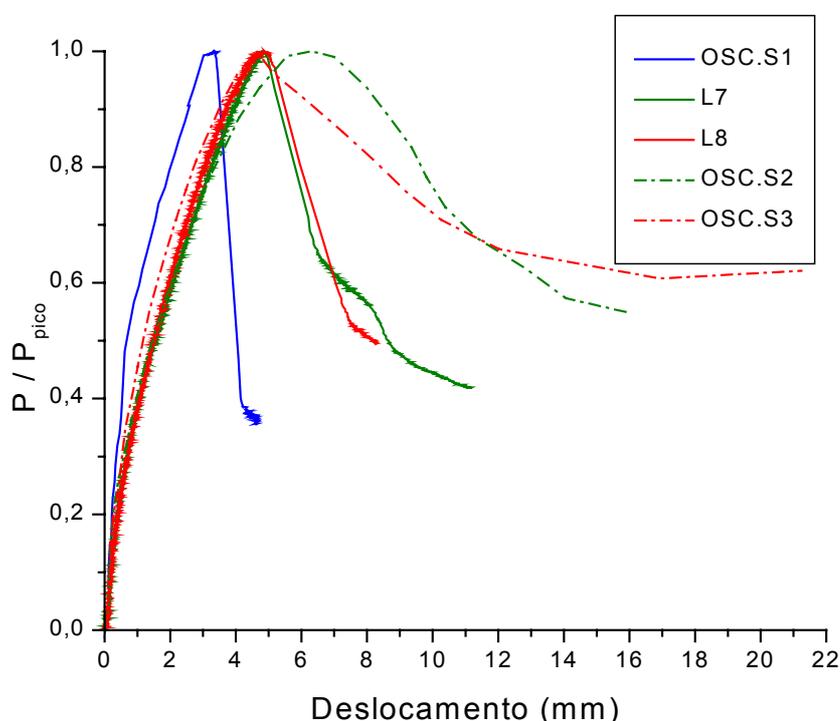


Figura 5.56 – Gráfico Força/Força de pico x Deslocamento das lajes analisadas

5.4.4 Ensaio das vigas da Série 4

O sistema de ensaio das vigas da Série 4 é o mesmo apresentado na Figura 5.13, aproveitando o pórtico e o atuador usados nos ensaios das lajes. Foram colocados dois transdutores de curso 20 mm no centro da viga e foi utilizado o dispositivo “yoke”.

As vigas foram dimensionadas para romperem por cisalhamento por tração diagonal ($a/d = 3,1$).

Na Tabela 5.30 apresentam-se alguns dados e resultados dos ensaios das vigas da Série 4.

Tabela 5.30 – Dados e resultados das vigas da Série 4

Viga	h (cm)	d (cm)	b (cm)	ρ (%)	V_f (%)	F_r (kN)	$F_{r\text{(teo)}}$ (kN)	F_u (kN)	θ (°)
V10A	10	8,5	12	1,57	0,75	11,4	9,62	42,71	27,5
V10B						11,4		38,99	28,5
V11A	10	8,5	12	1,57	1,50	15,5	15,44	49,99	37,5
V11B						14,0		61,79	42,5

De acordo com o esperado, para a relação a/d utilizada, a ruína das vigas foi por *tração diagonal*. Na Figura 5.57 apresenta-se a configuração de ruína das vigas da Série 4.

Nas vigas V10 a ruína se deu após a instabilidade da fissura diagonal de cisalhamento, que se tornou crítica. Na viga V10A surgiram fissuras inclinadas nos dois lados da viga, e antes da ruína, percebeu-se o ruído do arrancamento das fibras. Após a carga última a carga caiu devagar nas duas vigas. Não apareceram fissuras visíveis de flexão, e a armadura não chegou a escoar, antes da ruína. A ruína pode ser caracterizada por cisalhamento.

Nas vigas V11 a ruína se deu após a instabilidade de uma fissura diagonal de cisalhamento, que se tornou crítica. Além dessa, surgiram outras fissuras diagonais nas vigas. Após a carga última a carga caiu devagar nas duas vigas. Não apareceram fissuras visíveis de flexão.

Em V11A a armadura não chegou a escoar, antes da ruína. A ruína de V11A pode ser caracterizada por cisalhamento. Em V11B a armadura escoou na região de momento fletor máximo, antes da ruína. Apesar disso, houve o aparecimento da fissura crítica de cisalhamento. Considera-se, portanto, que a ruína foi um misto de cisalhamento e flexão. Na Figura 5.57 observa-se que a viga V11B ficou bastante fletida após retirada a carga, com uma grande deformação plástica residual.

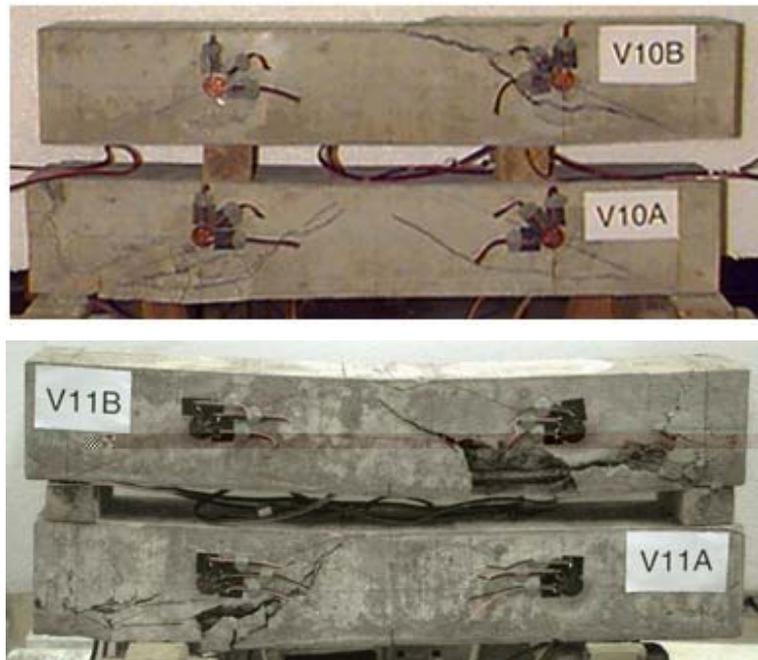


Figura 5.57 – Configuração de ruína das vigas da Série 4

Na Figura 5.58 apresenta-se o gráfico da *força aplicada* versus a *deformação* média dos pontos mais solicitados das vigas V10. Os gráficos dos demais pontos instrumentados encontram-se no Anexo.

Do gráfico observa-se que os pontos 5 e 6 das duas vigas, localizados na armadura na região de momento fletor máximo, não apresentaram deformação de escoamento, chegando em média a 1,8‰. Os demais pontos laterais da armadura positiva de flexão apresentaram deformação média de valor próximo à dos pontos centrais. Em V10A a fissura crítica apareceu do lado onde estavam localizados os pontos 3 e 4 e a roseta 1, e em V10B, do lado dos pontos 1 e 2 e da roseta 2.

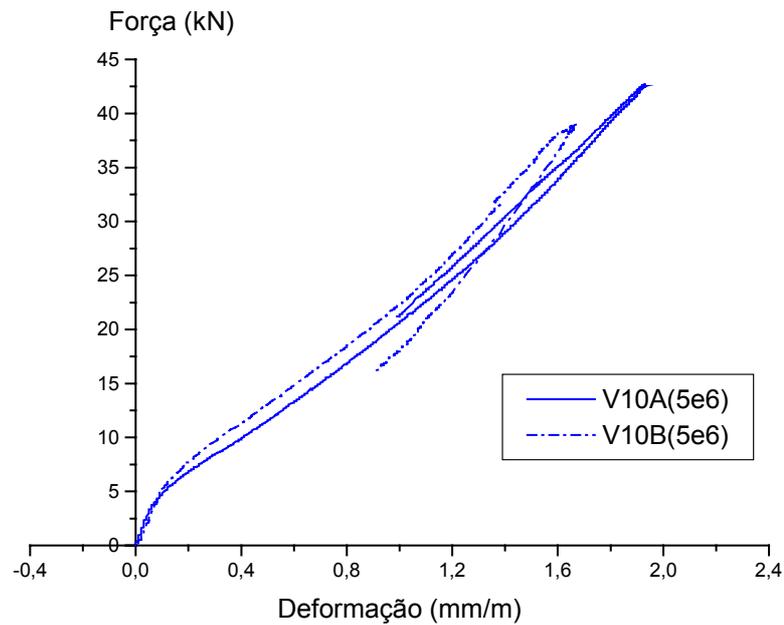
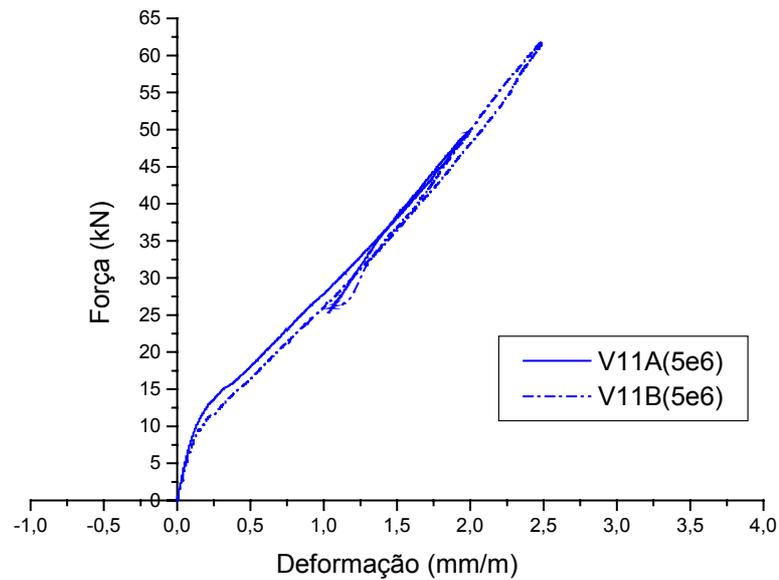


Figura 5.58 – Gráfico *Força x Deformação* das vigas V10

Na Figura 5.59 apresenta-se o gráfico da *força aplicada* versus a *deformação* média dos pontos mais solicitados das vigas V11. Os gráficos dos demais pontos instrumentados encontram-se no Anexo.

Do gráfico observa-se que os pontos 5 e 6, localizados na armadura, na região de momento fletor máximo, apresentaram valor médio de 2,2‰, maior do que o registrado nas vigas V10. Apenas o ponto 5 da viga V11B apresentou deformação de valor igual ao da deformação de escoamento do aço.

Em V11A a fissura crítica apareceu do lado onde estavam localizados os pontos 3 e 4 e a roseta 2, e em V11B, do lado dos pontos 1 e 2 e da roseta 1. As deformações de tração nas armaduras diminuíram enquanto a carga caía, da mesma forma que nas vigas V10.

Figura 5.59 – Gráfico *Força x Deformação* das vigas V11

Na Tabela 5.31 observa-se a atuação das fibras nas vigas da Série 4. Com a adição de 0,75% e 1,5% de fibras, obtiveram-se ganhos de resistência ao cisalhamento de 43,2% e 68,0%, respectivamente para as vigas V10 e V11, em relação às vigas VP1. O aumento de resistência de V11 em relação a VP1 foi maior do que o de V10 em relação a VP1. Isso pode ser explicado porque em V11 o volume de fibras adicionado foi maior do que o crítico, o que não aconteceu em V10. Esse elevado volume de fibras fez também com que a ruína de uma das vigas passasse de cisalhamento para cisalhamento/flexão.

Tabela 5.31 – Atuação das fibras nos compósitos das vigas da Série 4

Viga	VP1	V10	V11
V_f (%)	0	0,75	1,50
$\frac{F_{u(\text{med})}}{\sqrt{f_c}}$	4,61	6,76	8,23
l_f (mm)	--	50	50
l_c^* (mm)	--	123	78
Tipo de ruptura	--	arrancamento das fibras	arrancamento das fibras
$V_{f(\text{crit})}$ (%)	--	3,0	1,9

* Aproximação através da aplicação do modelo para fibras retas (Equação 2.1)

Na Tabela 5.32 encontra-se a estimativa da carga de ruína das vigas com fibras (V_{fib}), com base no modelo de SWAMY et al. (1993), estudado no item 2.2 do Capítulo 2. Para a estimativa da parcela de esforço cortante proveniente da contribuição do concreto (V_c), foi utilizada a equação da FIB (1999).

Tabela 5.32 – Aplicação do modelo teórico às vigas da Série 4

Viga	V_f (%)	τ_{fu} (MPa)	σ_{cu} (MPa)	V_{fib} (kN)	V_c (kN)	V_u (kN)	$V_u - V_c$ (kN)
VP1A	0	--	--	--	15,53	14,21	≈ 0
VP1B						13,51	
V10A	0,75	4,28	0,63	5,80	15,93	21,36	5,43
V10B						19,50	3,57
V11A	1,50	6,70	1,98	18,15	17,20	25,00	7,80
V11B						30,90	13,70

Na última coluna da Tabela 5.32, tem-se a parcela do esforço cortante obtido experimentalmente, proveniente da contribuição das fibras. Comparando esse valor, com o obtido pelo modelo teórico de SWAMY et al. (1993), verifica-se que esse modelo se aplicou razoavelmente bem às vigas V10A e V10B, porém não se aplicou bem às vigas V11A e V11B, prevendo mais do que o obtido experimentalmente.

5.4.5 Correlações entre lajes e vigas da Série 4

A quantificação do ganho de resistência, tanto para as vigas como para as lajes, pode ser encontrada na Tabela 5.33 ou no gráfico da Figura 5.60.

Tabela 5.33 – Comparação de resistências entre lajes e vigas da Série 4

V_f (%)	Lajes		Vigas		Correlação
	$\frac{P_u}{\sqrt{f_c}}$	ΔP_u (%)	$\frac{F_{u(\text{med})}}{\sqrt{f_c}}$	ΔF_u (%)	$\Delta F_u / \Delta P_u$
0	26,69	--	4,61	--	0
0,75	30,24	13,3	6,76	46,6	3,51
1,50	31,07	16,4	8,23	78,5	4,79

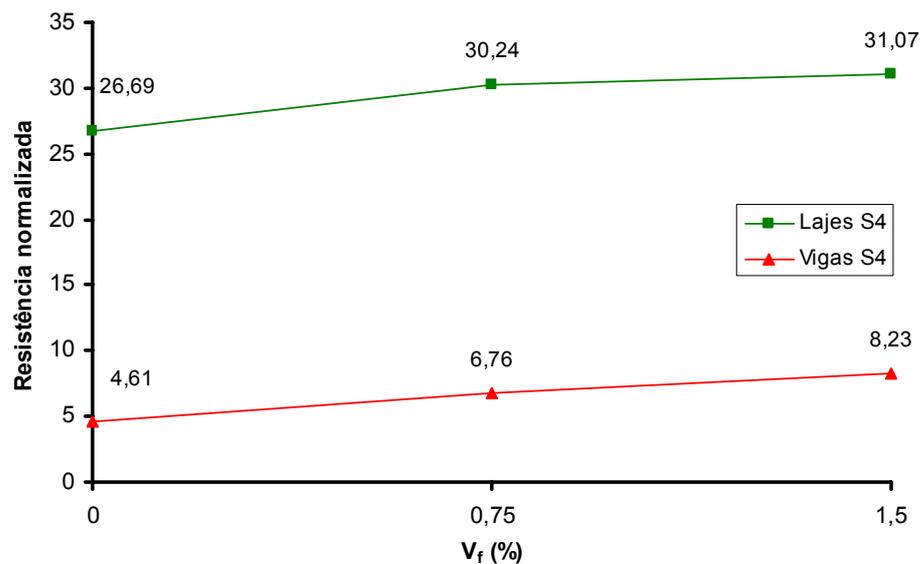


Figura 5.60 – Gráfico Resistência normalizada x Volume de fibras para lajes e vigas da S4

Pelo gráfico da Figura 5.60 percebe-se uma similaridade de comportamento entre as resistências das lajes e as das vigas da Série 4, sendo ambas crescentes com o aumento do volume de fibras. Plotando em um gráfico (Figura 5.61) a resistência média normalizada das vigas versus a resistência normalizada das lajes, verifica-se que a linha de tendência é do tipo linear.

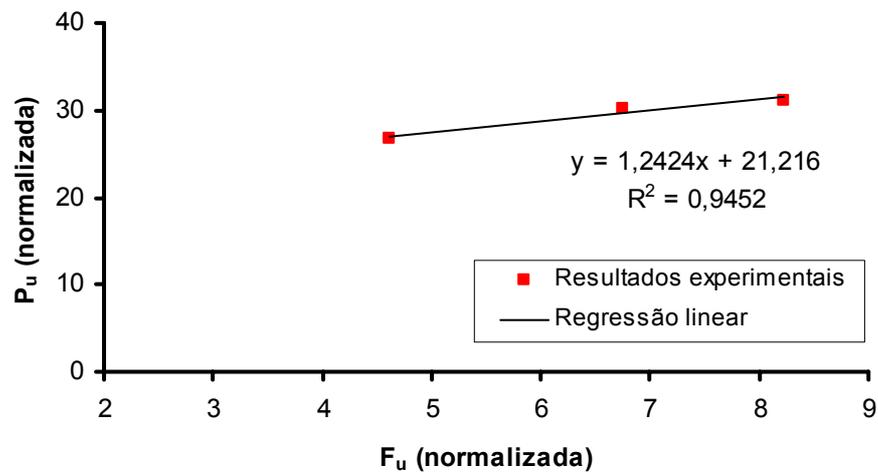


Figura 5.61 – Gráfico *Resistência normalizada das lajes x Resistência média normalizada das vigas da Série 4*

Na Figura 5.62 encontram-se os gráficos da *força/força de pico* versus o *deslocamento/deslocamento de pico* de lajes e vigas de mesma resistência do concreto e mesmo teor de fibras. Em cada um dos gráficos observa-se que o trecho pré-pico da laje e das duas vigas é praticamente coincidente.

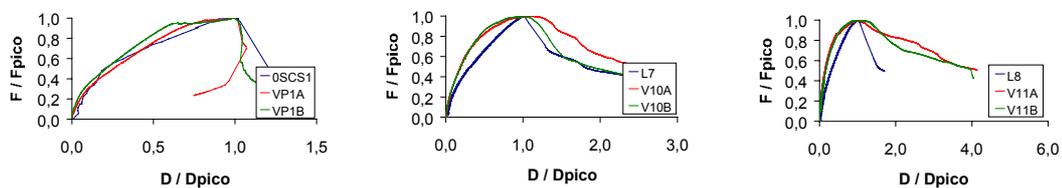


Figura 5.62 – Gráficos *Força/Força de pico x Deslocamento/Deslocamento de pico da S4*

5.4.6 Análise comparativa: vigas Série 4 x vigas Ensaios-piloto Série 1

No caso desta série de concreto de resistência à compressão de aproximadamente 40 MPa, reforçado com fibras RL 45/50 BN, obteve-se uma correlação muito semelhante à observada nos Ensaios Piloto S1 (Tabela 5.34), onde tinham sido empregadas fibras ZP-305.

Tabela 5.34 – Comparação de resistências entre lajes e vigas dos Ensaio Piloto S1

V_f (%)	Lajes		Vigas		Correlação
	$\frac{P_u}{\sqrt{f_c}}$	ΔP_u (%)	$\frac{F_{u(\text{med})}}{\sqrt{f_c}}$	ΔF_u (%)	$\Delta F_u / \Delta P_u$
0	26,69	--	4,61	--	0
0,75	28,17	5,5	6,61	43,4	7,82
1,50	35,61	33,4	7,64	65,7	1,97

Na Tabela 5.35 apresentam-se as deformações últimas de tração dos pontos situados na região de momento fletor máximo das vigas da Série 4 e das vigas dos Ensaio Piloto S1, para que possam ser comparadas. Aparentemente, a diminuição da relação de aspecto das vigas da Série 4 provocou diminuição de 10% nas deformações últimas de tração dos pontos centrais das armaduras.

Tabela 5.35 – Dados e resultados das vigas analisadas

Viga	f_c (MPa)	V_f (%)	Tipo de fibra	l/D	l (mm)	Def (mm/m)	Def _(med) (mm/m)	F_u (kN)	$F_{u(\text{med})}$ (kN)	$\frac{F_{u(\text{med})}}{\sqrt{f_c}}$	Aumento de resistência
VP1A VP1B	36,08	0	--	--	--	1,64 1,49	1,57	28,42 27,01	27,72	4,61	--
VP2A VP2B	37,41	0,75	ZP-305	54,5	30	1,81 2,20	2,01	40,44 35,39*	40,44	6,61	43,4%
V10A V10B	36,55	0,75	RL 45/50 BN	48	50	1,93 1,66	1,80	42,71 38,99	40,85	6,76	46,6%
VP3A VP3B	35,91	1,50	ZP-305	54,5	30	2,33 2,59	2,46	43,02 48,54	45,78	7,64	65,7%
V11A V11B	46,08	1,50	RL 45/50 BN	48	50	2,00 2,48	2,24	49,99 61,79	55,89	8,23	78,5%

* ensaio realizado com o dobro da velocidade dos outros (0,01 mm/s)

Observando a última coluna da Tabela 5.35, onde se tem o aumento da resistência das vigas com fibras em relação às vigas VP1 sem fibras, verifica-se que a alteração da relação de aspecto das fibras não influenciou a resistência das vigas ao cisalhamento. A diminuição da relação de aspecto de 54,5 para 48 produziu aumentos de 3,2% e 12,8% das resistências à punção, valores esses que podem ser desconsiderados.

Na Figura 5.63 apresenta-se o gráfico da *força aplicada* versus o *deslocamento do ponto central* de todos os modelos de viga analisados. No gráfico da Figura 5.64 a força foi normalizada em função da raiz quadrada da resistência do concreto à compressão. Desse gráfico observa-se o ganho de resistência média proporcionado pela adição das fibras de aço ao concreto, crescente com o volume de fibras empregado.

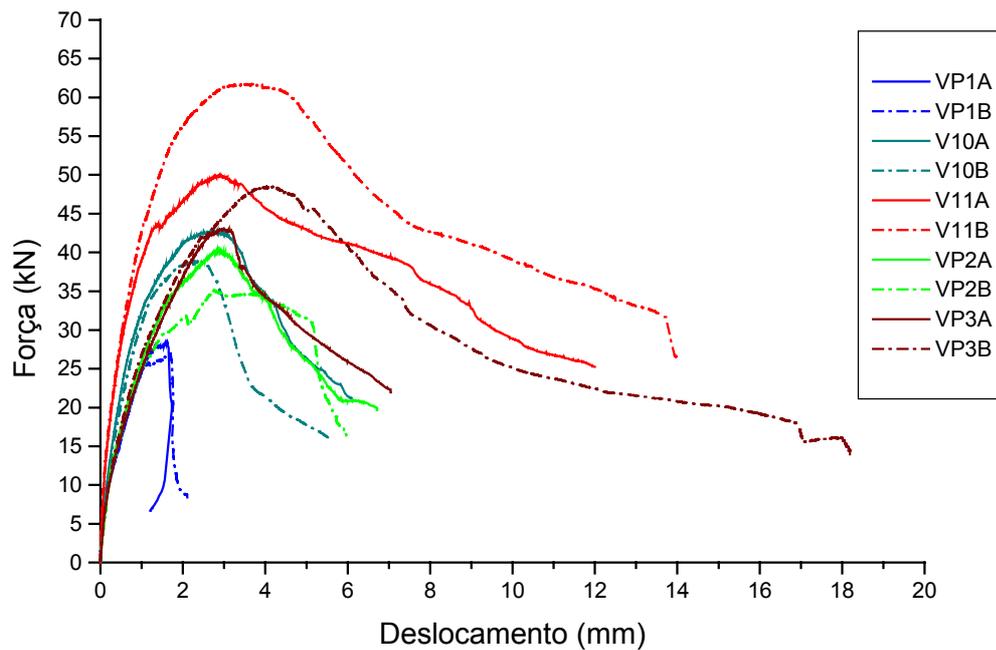


Figura 5.63 – Gráfico *Força x Deslocamento* das vigas analisadas

No gráfico da Figura 5.64 comprova-se que a alteração da relação de aspecto de 54,5 para 48 não alterou significativamente a resistência à punção.

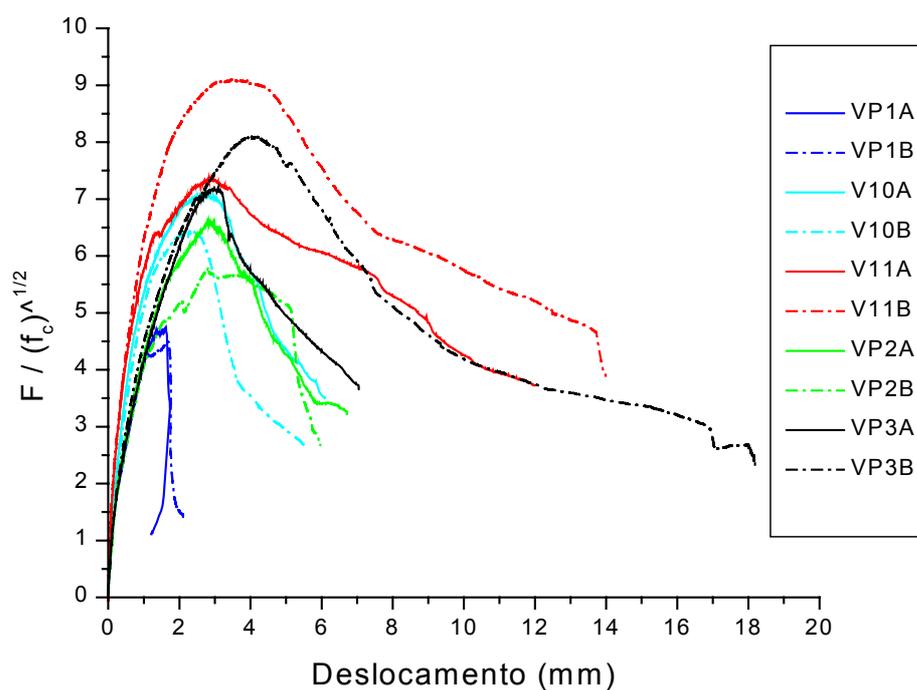


Figura 5.64 – Gráfico *Força Normalizada x Deslocamento* das vigas analisadas

No gráfico da Figura 5.65 obtém-se uma melhor avaliação da ductilidade dos modelos, de modo independente das resistências à punção alcançadas. Do gráfico observa-se que a alteração da relação de aspecto de 54,5 para 48 não alterou de forma significativa a ductilidade das vigas.

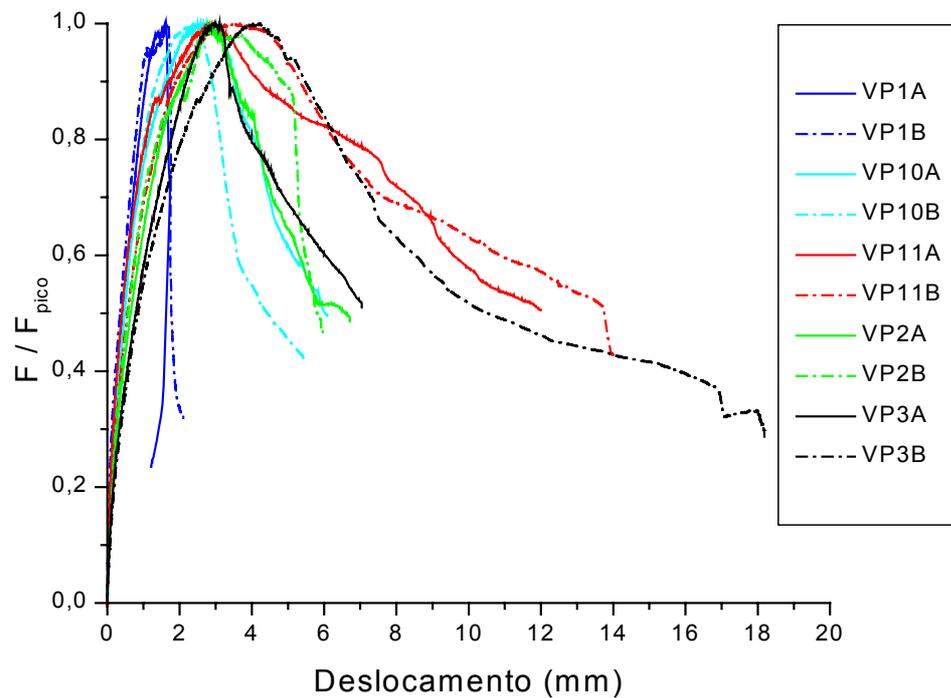


Figura 5.65 – Gráfico Força/Força de pico x Deslocamento das vigas analisadas

5.5 Modelos da Série 5

Na Série 5 foram ensaiadas vigas de concreto com resistência à compressão de aproximadamente 75 MPa aos 14 dias, reforçadas com fibras HSCF-25 da HAREX, a fim de serem comparadas com três lajes ensaiadas por ZAMBRANA VARGAS (1997), cujas características estão apresentadas na Inicialmente foram feitos ensaios-piloto de vigas correspondentes a algumas lajes ensaiadas por AZEVEDO (1999), cujas características foram descritas na Tabela 4.1.

Uma vez detectadas tendências similares entre as vigas e as lajes, foram programadas as séries de ensaios detalhadas na Tabela 4.15, variando alguns parâmetros em relação aos utilizados nos ensaios-piloto, os quais foram considerados como parâmetros de referência.

Nas séries S1 e S2 procurou-se observar se as correlações entre laje e viga, detectadas nos ensaios-piloto, são válidas alterando-se o volume de fibras e a resistência do concreto à compressão. Na série S3 tentou-se correlacionar vigas de altura maior com as vigas ou lajes da série S2.

Na série S4 pretendeu-se verificar se a mudança da relação de aspecto e, principalmente, do comprimento da fibra, altera a correlação entre laje e viga, detectada nos ensaios-piloto. Para esse estudo foram utilizados os resultados da laje OSC.S1 de AZEVEDO (1999). Quanto à fibra longa, optou-se pela fibra RL 45/50 BN, já que o seu comprimento não excede 1/3 da menor dimensão do corpo-de-prova cilíndrico 15x30 (ABNT NBR 5738/1994).

Por fim, considerando as hipóteses levantadas nas séries S3 e S4, pretendeu-se utilizar essas conclusões moldando-se vigas para serem correlacionadas com as lajes ensaiadas por ZAMBRANA VARGAS (1997), cujas características estão na Tabela 4.14. Nessas vigas foi utilizada a mesma taxa de armadura da laje, porém foram mudadas a altura útil e a dimensão da chapa de aplicação do carregamento.

Tabela 4.14. O detalhamento das vigas foi apresentado no Capítulo 4.

Tabela 5.36 – Dados das lajes de ZAMBRANA VARGAS (1997)

Modelo	h (cm)	d (cm)	c (cm)	ρ (%)	f_{c14} (MPa)	f_{t14} (MPa)	V_f (%)	P_u (kN)	θ (°)
L07	6	4	10	1,73	88,7	5,3	0	101	18,6
L08	6	4	10	1,73	79,0	6,3	0,75	112	25,8
L09	6	4	10	1,73	93,0	7,6	1,5	136	17,0

Segundo o autor, todas as lajes romperam por punção pura.

Nesta série pretende-se confirmar se, como aconteceu na Série 3, a mudança da altura útil das vigas, em relação à altura útil das lajes de ZAMBRANA VARGAS (1997), não altera a correlação existente entre laje e viga, detectada nos ensaios-piloto.

ZAMBRANA VARGAS (1997) utilizou altura útil de 4 cm em suas lajes, e nesta série será utilizada altura útil de 8,5 cm nas vigas. Além disso, foi modificada a dimensão da chapa quadrada de aplicação do carregamento, passando de 10 cm nas lajes para 8 cm nas vigas. A taxa de armadura de flexão é a mesma, tanto nas lajes como nas vigas.

5.5.1 Características dos materiais da Série 5

As características das armaduras de flexão encontram-se na Tabela 5.1 e o traço do concreto na Tabela 5.37, sendo o mesmo utilizado por ZAMBRANA

VARGAS (1997). Apesar de utilizado o mesmo traço nas vigas, houve uma diminuição da resistência do concreto à compressão de aproximadamente 10 MPa, o que pode comprometer as correlações entre lajes e vigas.

Na Tabela 5.38 estão mostrados os resultados dos ensaios de caracterização do concreto utilizado nos modelos da Série 5.

Na Tabela 5.39 apresentam-se os índices médios de tenacidade à flexão, calculados a partir dos gráficos *força x deslocamento* de cada prisma e efetuando-se as médias dos índices de um mesmo compósito. Os índices de tenacidade à flexão de cada prisma encontram-se no Anexo.

Da Tabela 5.39 observa-se que os índices de tenacidade à flexão foram muito baixos para esse tipo de fibra, em comparação com os das outras fibras utilizadas. Inclusive, nos prismas P10, não foi possível de se obter os índices I20 e I30 em todos os corpos-de-prova, pois o ramo descendente da curva *força x deslocamento* nem sempre atingiu os valores de deslocamento correspondentes a 10,5 e 15,5 vezes o deslocamento da primeira fissura. Isso pode ser explicado porque, nos ensaios desta série, as fibras são rompidas e não arrancadas, conforme ocorre nas outras séries.

Tabela 5.37 – Traço do concreto dos modelos da Série 5

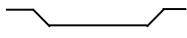
Materiais	Consumo (kg/m ³)		
	V12A, V12B	V13A, V13B	V14A, V14B
Cimento Ciminas CP V-ARI PLUS	470,59	470,59	470,59
Microsílica SILMIX	47,06	47,06	47,06
Areia	625,88	625,88	625,88
Brita 1 (ϕ_{\max} =19 mm)	1096,47	1096,47	1096,47
Água	160,00	160,00	160,00
Aditivo Superplastificante REAX 3000 (γ = 1,16 kg/m ³)	--	3%	3%
Fibra HSCF-25 HAREX  ℓ = 25 mm D = 0,667 mm ℓ / D = 37,48 f_y = 770 MPa	--	59,85	119,70

Tabela 5.38 – Resultados dos ensaios de caracterização dos concretos utilizados na S5

Modelo	Volume de fibras (%)	f_c (MPa)	$f_{ct,sp}$ (MPa)	$f_{ct,f}$ (MPa)	f_r (MPa)	E_c (MPa)
V12A,V12B	0	75,27	4,46	4,49	--	36451
V13A,V13B	0,75	73,50	5,65	6,96	4,96	35332
V14A,V14B	1,50	73,10	7,96	6,62	4,85	36097

$f_{ct,sp}$: resistência à tração por compressão diametral

$f_{ct,f}$: resistência à tração na flexão

f_r : resistência do compósito à primeira fissura

Tabela 5.39 – Índices médios de tenacidade à flexão dos compósitos da Série 5

Prisma	Volume de fibras (%)	Índices de tenacidade				
		ASTM C1018				JSCE-SF4
		I5	I10	I20	I30	
P10	0,75	5,7	11,4	15,5	19,3	1,52
P11	1,50	5,2	11,1	18,8	26,4	2,22

Na Tabela 5.40 apresentam-se as previsões das cargas de ruína das lajes à punção e à flexão, e das cargas de ruína das vigas ao cisalhamento e à flexão, considerando uma resistência média de 75 MPa do concreto à compressão.

Tabela 5.40 – Previsão da carga de ruína das vigas da Série 5

F_{cis} (kN)	F_{fle} (kN)
41,90	54,98

O sistema de ensaio das vigas da Série 5 é o mesmo apresentado na Figura 5.13, aproveitando o pórtico e o atuador usados nos ensaios das lajes. Foram colocados dois transdutores de curso 20 mm no centro da viga e foi utilizado o dispositivo “yoke”.

As vigas foram dimensionadas para romperem por cisalhamento por tração diagonal ($a/d = 3,1$).

5.5.2 Ensaio das vigas da Série 5

Na Tabela 5.41 apresentam-se alguns dados e resultados dos ensaios das vigas da Série 5.

De acordo com o esperado, para a relação a/d utilizada, a ruptura das vigas foi por *tração diagonal*. Na Figura 5.66 apresenta-se a configuração de ruína das vigas da Série 5.

Tabela 5.41 – Dados e resultados das vigas da Série 5

Viga	h (cm)	d (cm)	b (cm)	ρ (%)	V_f (%)	F_r (kN)	$F_{r (teo)}$ (kN)	F_u (kN)	θ (°)
V12A	10	8,5	11	1,71	0	11,4	9,32	46,39	43
V12B						11,4		50,80	23
V13A	10	8,5	11	1,71	0,75	15,5	14,45	62,64	23
V13B						14,0		51,43	25
V14A	10	8,5	11	1,71	1,5	11,4	13,74	67,50	45
V14B						11,4		55,09	35

Como não havia estribos e o concreto era de alta resistência, as vigas V12 romperam de forma brusca e sem ductilidade, e caracterizando claramente uma ruína por cisalhamento. Não apareceram fissuras visíveis de flexão nas vigas V12, a primeira fissura já foi inclinada. Apareceram algumas outras fissuras inclinadas nos dois lados das vigas, e uma delas tornou-se crítica, subindo rapidamente até o ponto de aplicação da carga.

Nas vigas V13 surgiram algumas fissuras visíveis de flexão. Em V13A a armadura chegou a escoar no ponto de momento fletor máximo, antes da ruína, com a carga de aproximadamente 57 kN. Entretanto, mesmo a armadura tendo escoado, a ruína se deu bruscamente após a instabilidade de uma fissura diagonal de cisalhamento, que se tornou crítica. A fissura crítica não se formou apenas minutos antes da ruína, ela já havia sido formada com uma carga de aproximadamente 48 kN, quando houve um estrondo. Nesse momento apareceram as fissuras de flexão. A partir daí percebeu-se o ruído de fibras sendo arrancadas. Depois de algum tempo, a carga caiu rapidamente para 20 kN, pois as fibras já estavam sendo arrancadas há um bom tempo, e a viga não resistiu mais. A ruína pode ser caracterizada por cisalhamento/flexão.

Em V13B a armadura não chegou a escoar antes da ruína e apareceram poucas fissuras de flexão. A ruína pode ser caracterizada por cisalhamento.

Na viga V14A surgiram algumas fissuras visíveis de flexão. A armadura chegou a escoar no ponto de momento fletor máximo, antes da ruína, com a carga de aproximadamente 63 kN. Entretanto, mesmo a armadura tendo escoado, a ruína se deu bruscamente, após a instabilidade de uma fissura diagonal de cisalhamento, que se tornou crítica. A fissura crítica não se formou apenas minutos antes da ruína, ela já havia sido formada com uma carga de aproximadamente 48 kN,

quando houve um estrondo. Nesse momento apareceram as fissuras de flexão. A partir daí percebeu-se o ruído de fibras sendo arrancadas. Depois de algum tempo, a carga caiu rapidamente para 26 kN, pois as fibras já estavam sendo arrancadas há um bom tempo, e a viga não resistiu mais. A ruína pode ser caracterizada por cisalhamento/flexão. As fibras em teor elevado permitiram que a viga V14A permanecesse totalmente íntegra após a ruína, mais ainda do que a viga V13A.

Em V14B a armadura não chegou a escoar antes da ruína e não apareceram fissuras visíveis de flexão. A fissura diagonal formou-se em apenas um dos lados da viga. A ruína pode ser caracterizada por cisalhamento.

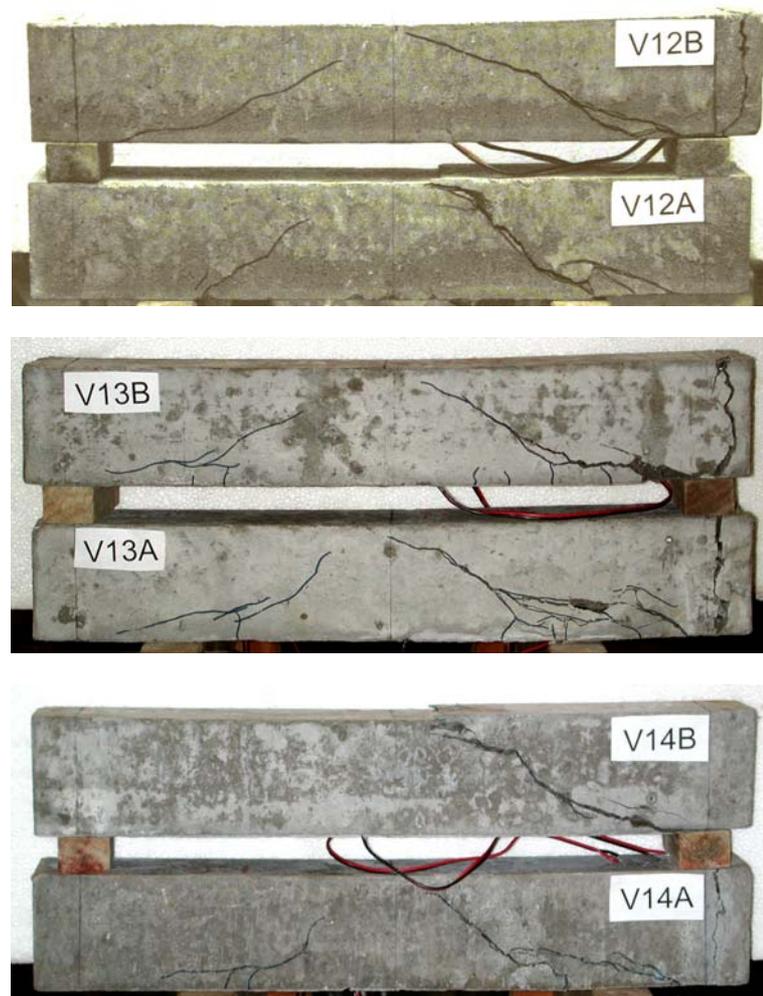


Figura 5.66 – Configuração de ruína das vigas da Série 5

Na Figura 5.67, Figura 5.68, e Figura 5.69 apresentam-se os gráficos da *força aplicada versus a deformação do ponto central das armaduras de flexão* das vigas da Série 5. Verifica-se que em V13A e em V14A, a deformação última superou o valor da deformação de escoamento, ficando em 2,88% e 2,85%.

respectivamente. Em todas as vigas as deformações de tração nas armaduras diminuíram bastante após a ruína.

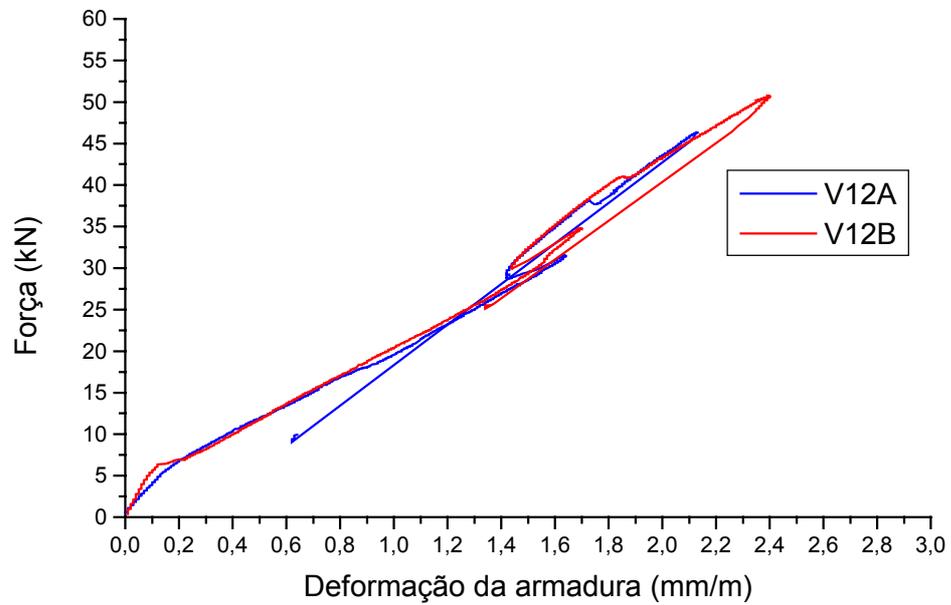


Figura 5.67 – Gráfico *Força x Deformação da armadura* das vigas V12 da Série 5

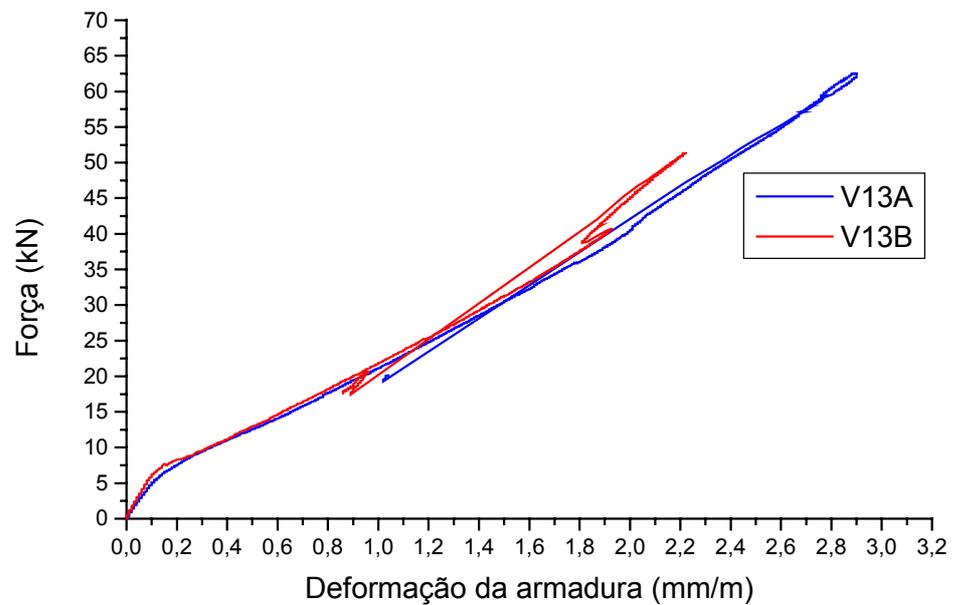


Figura 5.68 – Gráfico *Força x Deformação da armadura* das vigas V13 da Série 5

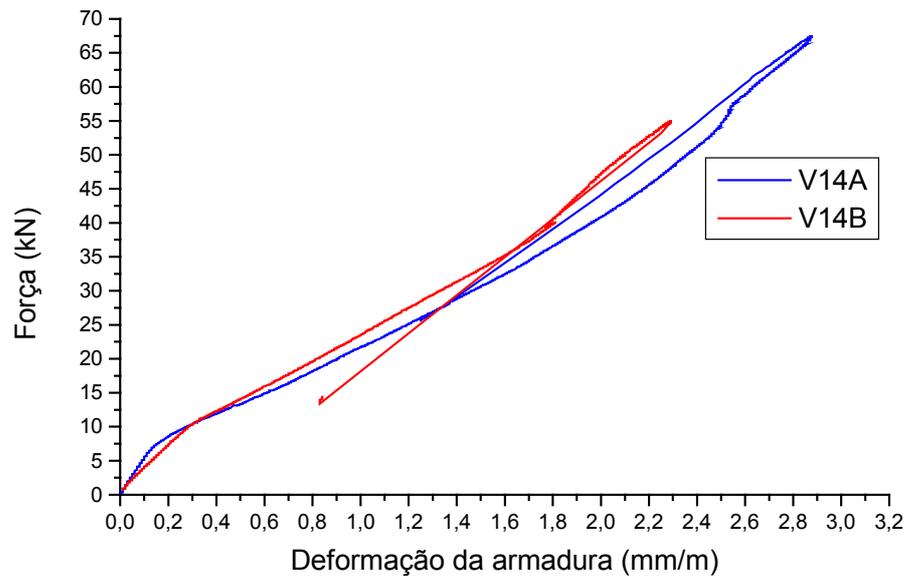


Figura 5.69 – Gráfico *Força x Deformação da armadura* das vigas V14 da Série 5

Na Figura 5.70 apresenta-se o gráfico da *força aplicada* versus o *deslocamento do ponto central* de todos os modelos de viga da Série 5. No gráfico da Figura 5.71 a força foi normalizada em função da raiz quadrada da resistência do concreto à compressão. Desse gráfico observa-se o ganho de resistência média proporcionado pela adição das fibras de aço ao concreto, crescente com o volume de fibras empregado.

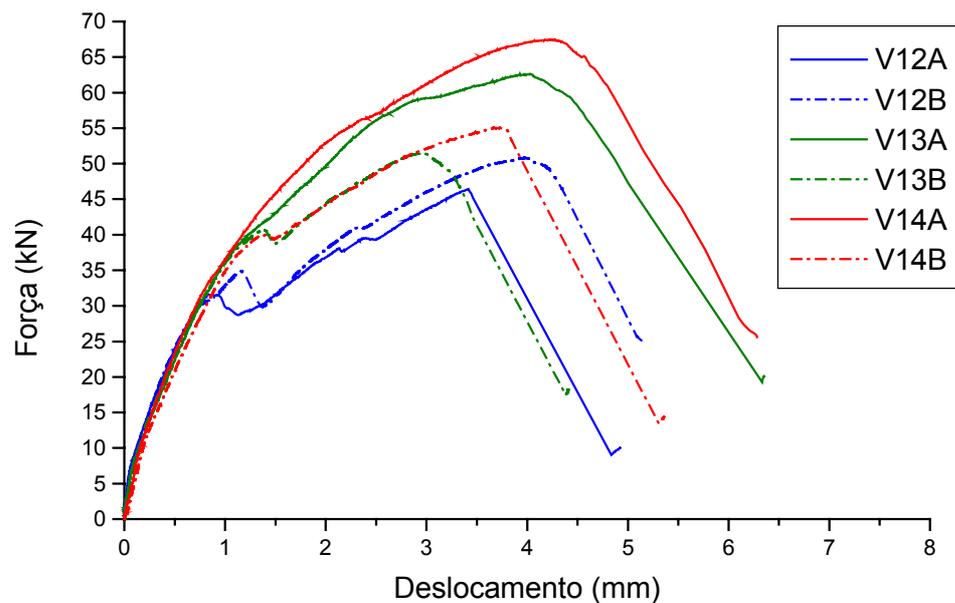


Figura 5.70 – Gráfico *Força x Deslocamento* das vigas da Série 5

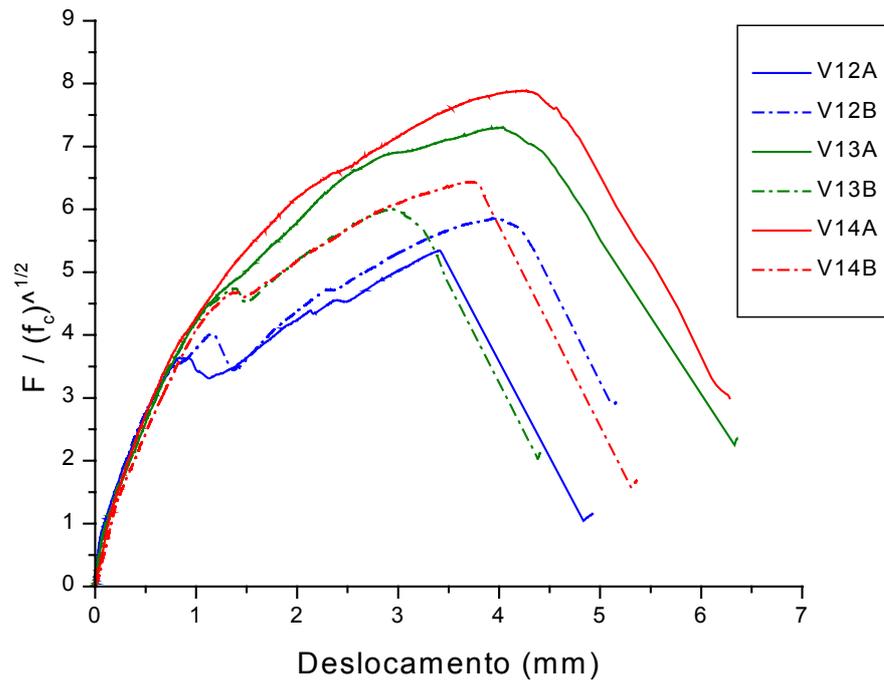


Figura 5.71 – Gráfico Força Normalizada x Deslocamento das vigas da Série 5

No gráfico da Figura 5.72 obtém-se uma melhor avaliação da ductilidade dos modelos, de modo independente das resistências ao cisalhamento alcançadas. Do gráfico observa-se o ganho de ductilidade proporcionado pela adição das fibras de aço ao concreto, também crescente com o volume de fibras adicionado.

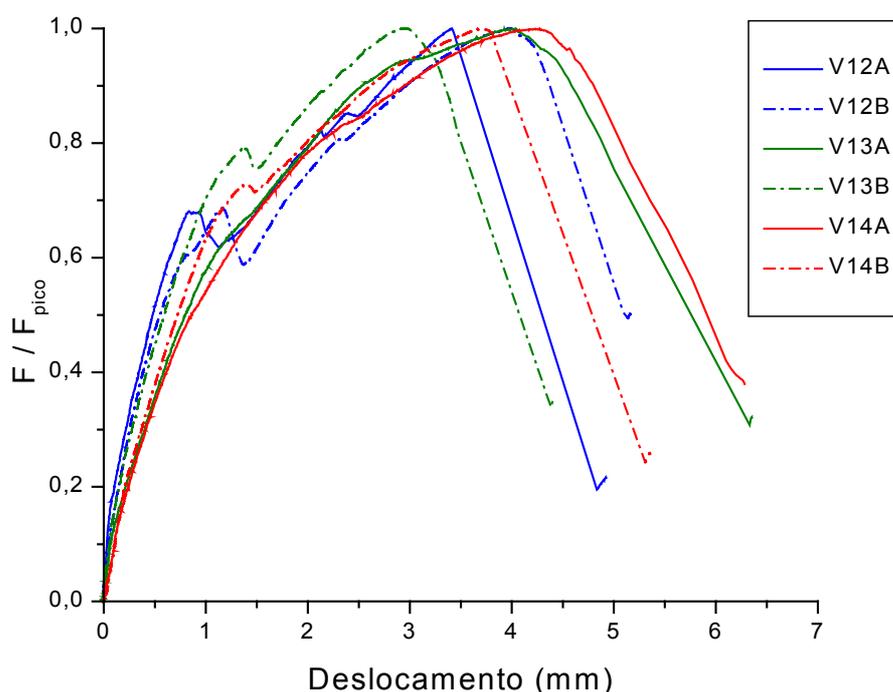


Figura 5.72 – Gráfico Força/Força de pico x Deslocamento das vigas da Série 5

Na Tabela 5.42 observa-se a atuação das fibras nas vigas da Série 5. Com a adição de 0,75% e 1,5% de fibras, obtiveram-se ganhos de resistência ao cisalhamento de 19,0% e 28,6%, respectivamente para as vigas V13 e V14, em relação às vigas V12.

Tabela 5.42 – Atuação das fibras nos compósitos das vigas da Série 5

Viga	V12	V13	V14
V_f (%)	0	0,75	1,5
$\frac{F_{u(\text{med})}}{\sqrt{f_c}}$	5,60	6,65	7,17
l_f (mm)	--	25	25
l_c^* (mm)	--	22	15
Tipo de ruptura	--	ruptura das fibras	ruptura das fibras
$V_{f(\text{crit})}$ (%)	--	1,8	1,3

* Aproximação através da aplicação do modelo para fibras retas (Equação 2.1)

Na Tabela 5.43 encontra-se a estimativa da carga de ruína das vigas com fibras (V_{fib}), com base no modelo de SWAMY et al. (1993), estudado no item 2.2 do

Capítulo 2. Para a estimativa da parcela de esforço cortante proveniente da contribuição do concreto (V_c), foi utilizada a média das cargas de ruína das vigas V12, pois as equações normativas não abrangem concreto desse teor de resistência à compressão.

Tabela 5.43 – Aplicação do modelo teórico às vigas da Série 5

Viga	V_f (%)	τ_{fu} (MPa)	σ_{cu} (MPa)	V_{fib} (kN)	V_c (kN)	V_u (kN)	$V_u - V_c$ (kN)
V12A V12B	0	--	--	--	24,30	23,20 25,40	≈ 0
V13A V13B	0,75	11,65	1,32	11,14	24,30	31,32 25,72	7,02 1,42
V14A V14B	1,50	16,98	3,30	27,80	24,30	33,75 27,55	9,45 3,25

Na última coluna da Tabela 5.43, tem-se a parcela do esforço cortante obtido experimentalmente, proveniente da contribuição das fibras. Comparando esse valor, com o obtido pelo modelo teórico de SWAMY et al. (1993), verifica-se que esse modelo não forneceu resultados satisfatórios aos ensaios da Série 5, prevendo mais do que o obtido experimentalmente.

5.5.3 Correlações entre lajes de ZAMBRANA VARGAS (1997) e vigas da Série 5

A quantificação do ganho de resistência, tanto para as vigas como para as lajes, pode ser encontrada na Tabela 5.44 ou no gráfico da Figura 5.73.

Tabela 5.44 – Comparação de resistências entre lajes e vigas da Série 5

V_f (%)	Lajes		Vigas		Correlação
	$P_u / \sqrt{f_c}$	ΔP_u (%)	$F_{u(\text{med})} / \sqrt{f_c}$	ΔF_u (%)	$\Delta F_u / \Delta P_u$
0	10,72	--	5,60	--	0
0,75	12,60	17,5	6,65	18,8	1,07
1,5	14,10	31,5	7,17	28,0	0,89

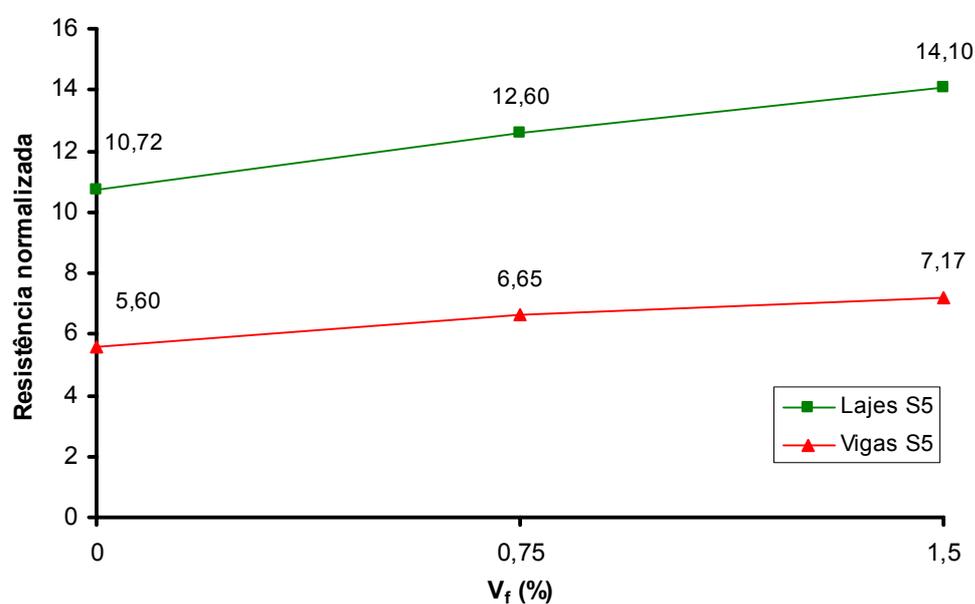


Figura 5.73 – Gráfico Resistência normalizada x Volume de fibras para lajes e vigas da S5

Pelo gráfico da Figura 5.73 percebe-se uma similaridade de comportamento entre as resistências das lajes e as das vigas da Série 5, sendo ambas crescentes com o aumento do volume de fibras empregado. Plotando em um gráfico (Figura 5.74) a resistência média normalizada das vigas versus a resistência normalizada das lajes, verifica-se que a linha de tendência é do tipo linear.

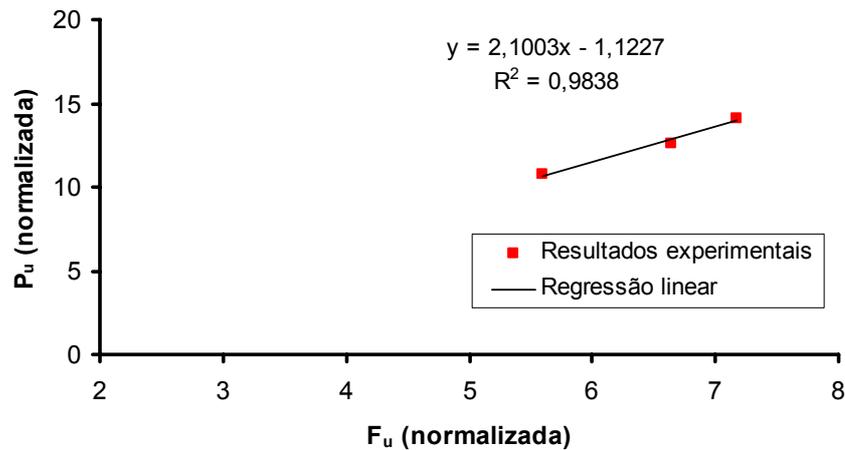


Figura 5.74 – Gráfico *Resistência normalizada das lajes x Resistência média normalizada das vigas da Série 5*

Com essa série de ensaios verificou-se que a correlação entre laje e viga continuou existindo mesmo entre lajes e vigas de diferentes alturas úteis e dimensões da chapa de aplicação do carregamento.

5.6 Correlações de ductilidade entre lajes e vigas análogas

Neste item tentou-se determinar quantitativamente a ductilidade das lajes, de uma maneira derivada do método da JSCE-SF4/84, por meio de correlações com as ductilidades das vigas análogas.

Conforme visto na Figura 5.2, a norma japonesa define a tenacidade à flexão como sendo a energia necessária para fletir um prisma não armado de concreto reforçado com fibras, a um deslocamento de 1/150 do vão, medido no meio do vão, de acordo com a Equação 5.3.

$$\bar{\sigma}_b = \frac{T_b}{\delta_{tb}} \cdot \frac{\ell}{b h^2} \quad (5.3)$$

sendo:

$\bar{\sigma}_b$ → índice de tenacidade à flexão (kN/cm²);

T_b → área sob a curva *força x deslocamento* até o limite de $\ell/150$ (kN.mm);

δ_{tb} → deslocamento vertical equivalente a $\ell/150$ (mm);

ℓ → vão do corpo-de-prova prismático (cm);

b → largura do corpo-de-prova prismático (cm);

$h \rightarrow$ altura do corpo-de-prova prismático (cm).

Utilizando um raciocínio semelhante para as lajes ensaiadas à punção, e considerando o vão de 102,5 cm, a altura de 10 cm e a base de 116 cm, determinam-se os índices de ductilidade das lajes (i_L). Da mesma forma determinam-se os índices de ductilidade das vigas (i_V) ao cisalhamento, considerando agora o vão de 53 cm, a altura de 10 cm e a base de 12 cm, conforme os dados experimentais. Os resultados desses cálculos encontram-se na Tabela 5.45.

Tabela 5.45 – Índices de ductilidade de lajes e vigas análogas

Laje	Área	i_L ($\bar{\sigma}_b$)	Viga	Área	Área média	i_v ($\bar{\sigma}_b$)
L1	--	--	V1A	--	--	--
			V1B	--		
L2	691,02877	0,894 0	V2A	119,1458 9	119,05102	1,4895 4
			V2B	118,9561 5		
L3	856,35318	1,107 9	V3A	133,0004 3	134,41373	1,6817 6
			V3B	135,8270 3		
L4	--	--	V4A	--	--	--
			V4B	--		
L5	1054,2723 2	1,363 9	V5A	148,6164 8	145,47495	1,8201 5
			V5B	142,3334 2		
L6	1150,6430 8	1,488 6	V6A	147,8940 6	141,28806	1,7677 7
			V6B	134,6820 6		
OSC.S1	--	--	VP1A	--	--	--
			VP1B	--		
L7	843,76893	1,091 6	V10A	121,7180 9	114,90083	1,4376 2
			V10B	108,0835 6		
L8	1019,8288 4	1,319 4	V11A	144,4248 5	157,08445	1,9654 1
			V11B	169,7440 4		

Procurando relacionar índices de ductilidade de lajes e vigas análogas submetidas a esforços cortantes, efetuou-se uma regressão linear dos resultados apresentados na Tabela 5.45, obtendo-se a Equação 5.4.

$$i_L = 0,8183 i_v - 0,1751 \quad (5.4)$$

sendo

i_L → índice de ductilidade da laje;

i_v → índice de ductilidade da viga análoga.

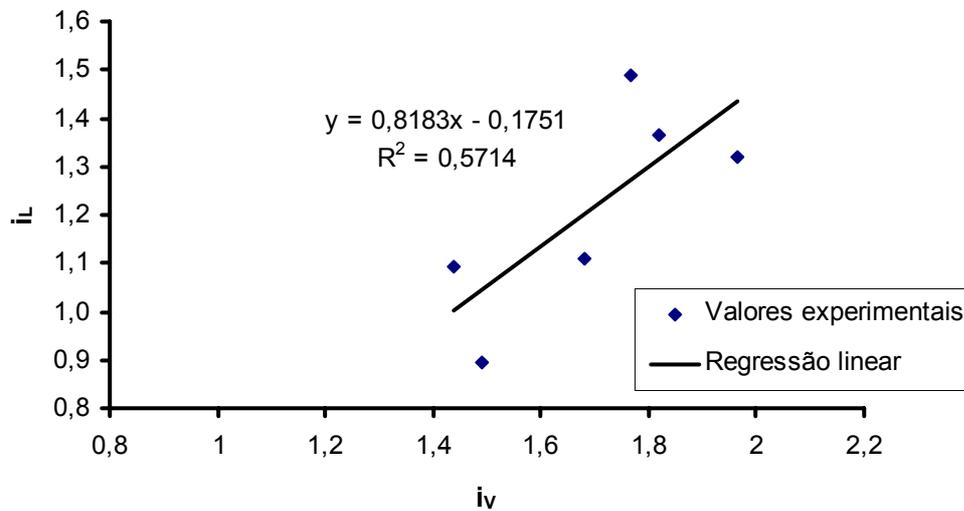


Figura 5.75 – Relação entre índices de ductilidade de lajes e vigas análogas

Do gráfico da Figura 5.75 observa-se que os índices de ductilidade de lajes e vigas análogas submetidas a esforços cortantes apresentam uma certa proporcionalidade.

Desse estudo pode-se concluir que índices de ductilidade obtidos em ensaios de flexão de vigas armadas dimensionadas para romperem por cisalhamento são bons indicadores de índices de ductilidade de lajes análogas submetidas ao puncionamento.

No Capítulo 6 apresenta-se um outro estudo mais aprofundado sobre índices de ductilidade de lajes e vigas, feito a partir do *Modelo Viga-arco Modificado*.

5.7 Análise conjunta das lajes

Todas as lajes ensaiadas foram dimensionadas para romperem por punção, e os resultados experimentais vieram a confirmar que isto realmente aconteceu. O gráfico da Figura 5.76 mostra que todas as lajes romperam com carga inferior à estimada para ruína à flexão. Existe uma tendência da carga de ruína das lajes se aproximar da estimada para ruína à flexão, à medida que se incorpora um maior volume de fibras ao concreto. Isso significa que a introdução de fibras de aço contribuiu na ductilidade da ruína. O melhor resultado desta análise foi obtido na Série 2, utilizando-se concreto de alta resistência e 2% de fibras de aço.

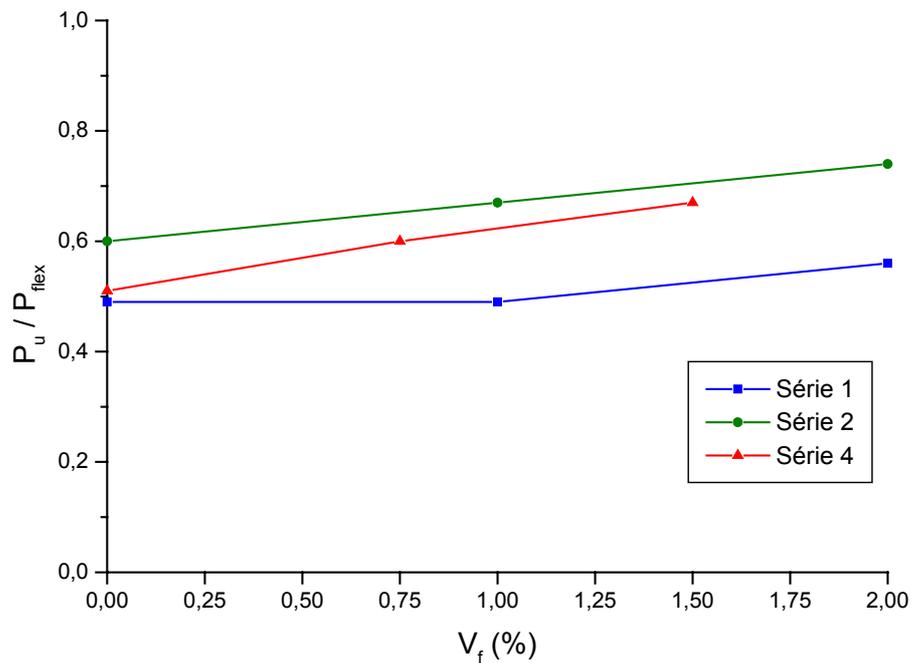


Figura 5.76 – Gráfico *Carga última experimental/Estimativa da carga de ruína à flexão x Volume de fibras das lajes ensaiadas*

No gráfico da Figura 5.77 observa-se que em todas as séries houve um aumento da carga última, crescente com o volume de fibras empregado. Nas séries 1 e 2, onde foi utilizado como agregado o pedrisco, o segundo trecho das curvas apresentou maior inclinação do que o primeiro, indicando um maior crescimento da resistência quando adicionados maiores volumes de fibras. Já na Série 4, onde foi utilizada brita 1, o maior aumento de resistência ocorreu até o volume de 0,75%, depois o aumento foi menor. Isso pode ser decorrente do fato de que, ao se utilizar um agregado de diâmetro máximo ($\phi 19\text{mm}$) inadequado ao tamanho da fibra ($\ell=50\text{mm}$), é menor a eficiência das fibras no processo de “costura” das fissuras.

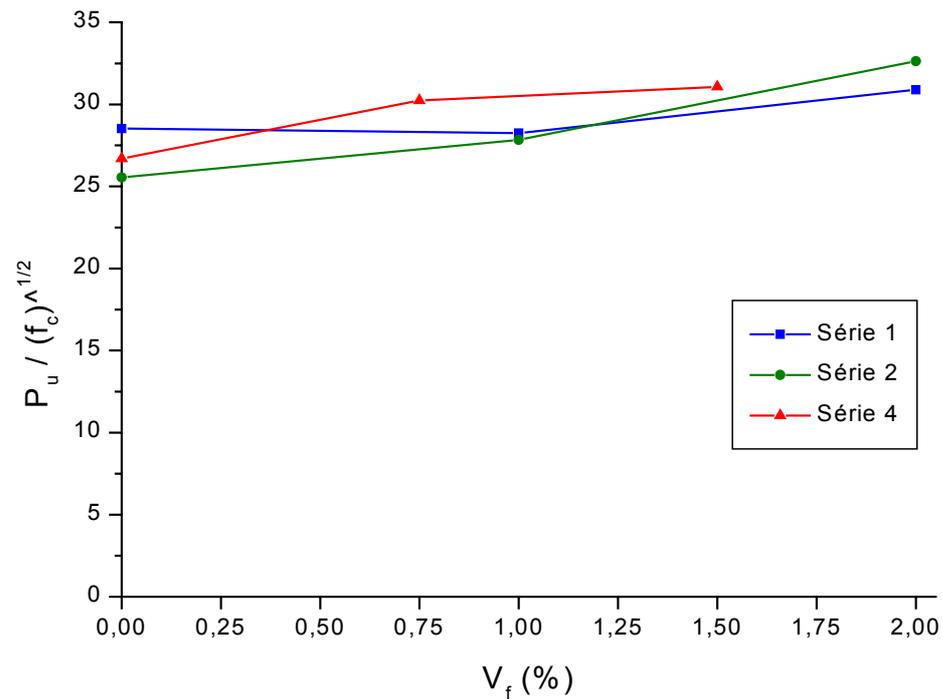


Figura 5.77 – Gráfico Resistência Normalizada x Volume de fibras das lajes ensaiadas

Do gráfico da Figura 5.77 observa-se ainda que a maior resistência normalizada à punção das lajes sem fibras foi a da laje da Série 1, de $f_{ck} \cong 25$ MPa, seguida pela laje da Série 4, de $f_{ck} \cong 40$ MPa e por último a da Série 2, de $f_{ck} \cong 60$ MPa, devido à fragilidade do concreto de alta resistência. Adicionando-se as fibras, percebe-se uma inversão dessa ordem para teores acima de 1,5%, ou seja, a maior resistência à punção foi obtida pela laje da Série 2, seguida da laje da Série 4, e por último a laje da Série 1. Pode-se também dizer que as fibras foram mais eficientes no concreto de alta resistência.

Nos gráficos da Figura 5.78 algumas lajes foram separadas em dois grupos, de acordo com o teor de fibras incorporado ao concreto: lajes L2 e L5 (1% de fibras) e lajes L3 e L6 (2% de fibras). O objetivo desta análise é avaliar a influência da resistência do concreto à compressão nas resistências: à fissuração, ao escoamento da armadura e à ruptura das lajes. De uma maneira geral, tanto no grupo com 1% de fibras como no grupo com 2% de fibras, houve uma tendência de aumento das resistências, à medida que se aumentou a resistência do concreto à compressão.

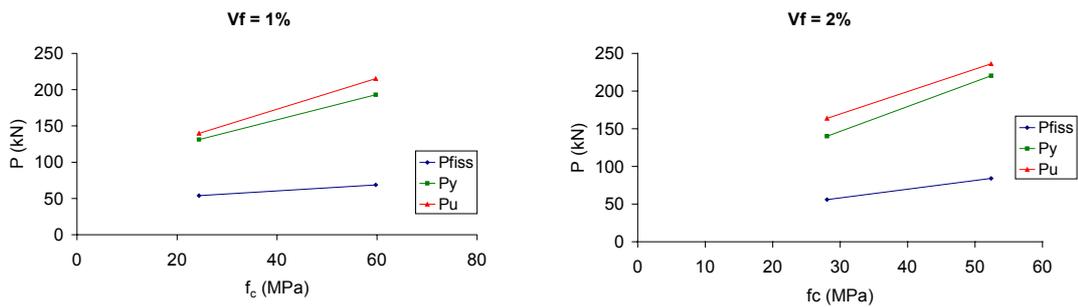


Figura 5.78 – Gráfico Resistência (última, de fissuração ou de escoamento da armadura) x Resistência do concreto à compressão das lajes ensaiadas

5.8 Síntese das similaridades

Na Tabela 5.46 é feita uma síntese das similaridades observadas entre lajes e vigas análogas, com relação a alguns aspectos: resistência última, resistência à fissuração, ângulo da fissura crítica com a horizontal e índice de ductilidade. No caso das vigas, foram utilizados valores médios entre as vigas A e B, para efeito de comparação com as lajes.

Ao se apresentar essa tabela, a intenção é observar as tendências demonstradas pelos resultados dos ensaios de lajes e vigas.

Como se pode notar, em alguns casos, as tendências observadas nas vigas manifestaram-se igualmente nas lajes, do ponto de vista qualitativo. Nesses casos, as quadrículas correspondentes são destacadas pelo preenchimento com a cor azul-claro.

Em outros casos, houve discordância entre as tendências demonstradas pelas vigas e lajes, em geral contrariando a lógica. Supõe-se que —muito provavelmente— tenham ocorrido incidentes nos ensaios ou variações inesperadas nas propriedades dos materiais, por perda parcial do controle de parâmetros na análise experimental. Pode-se citar como exemplo a possível distorção dos resultados experimentais pela maior quantidade de ar incorporado ou a deficiência de adensamento do concreto com o aumento do volume de fibras de aço.

Observando-se o aumento da resistência última normalizada de vigas e lajes com o aumento do volume de fibras, nota-se que esta tendência mostrou-se consistente em todas as séries de ensaios, com exceção da Série 1. A laje L2 (1% de fibras) revelou praticamente a mesma resistência da laje L1, sem fibras, e a laje L3, com 2% de fibras, mostrou um aumento menor que 10% em relação à L1.

Portanto, esta série de ensaios merece ser vista com alguma suspeita, por contrariar a tendência observada nas demais séries.

Observando-se a variação da resistência normalizada à fissuração de vigas e lajes com o aumento do volume de fibras, nota-se que houve similaridade de comportamento entre os dois elementos estruturais em praticamente todas as séries de ensaios onde havia dados disponíveis para a comparação, com exceção da Série 1, provavelmente por motivos já discutidos.

Observando-se a variação do ângulo que a fissura crítica faz com a horizontal, com relação ao aumento do volume de fibras, nota-se que houve similaridade de comportamento entre lajes e vigas análogas, praticamente em todas as séries de ensaios.

Observando-se o aumento do índice de ductilidade de vigas e lajes com o aumento do volume de fibras, nota-se que esta tendência mostrou-se consistente em todas as séries de ensaios onde havia dados disponíveis para a comparação.

Tabela 5.46 – Síntese de similaridades

	SÉRIE 1						SÉRIES 2 e 3								
	V1A V1B	V2A V2B	V3A V3B	L1	L2	L3	V4A V4B	V5A V5B	V6A V6B	V7A V7B	V8A V8B	V9A V9B	L4	L5	L6
Resistência última normalizada	5,67	9,19	10,02	28,53	28,25	30,89	4,81	9,02	7,67	6,71	9,60	12,85	25,55	27,84	32,63
Resistência última normalizada x Volume de fibras	--	aumentou	aumentou	--	diminuiu	aumentou pouco	--	aumentou	aumentou pouco	--	aumentou	aumentou	--	aumentou	aumentou
Resistência normalizada à fissuração	2,28	2,65	2,83	8,03	10,9	10,5	1,26	1,15	1,57	3,15	2,74	5,17	5,03	8,89	11,61
Resistência normalizada à fissuração x Volume de fibras	--	aumentou	aumentou	--	aumentou pouco	diminuiu	--	diminuiu	aumentou	--	diminuiu	aumentou	--	aumentou	aumentou
Ângulo da fissura crítica com a horizontal	40°	27,5°	27°	26,4°	31,6°	30,2°	29,7°	24,3°	24,6°	30°	38°	31,3°	36,5°	53,8°	35,8°
Ângulo da fissura crítica com a horizontal x Volume de fibras	--	diminuiu	diminuiu	--	aumentou	diminuiu	--	diminuiu	não se alterou	--	aumentou	diminuiu	--	aumentou	diminuiu
Índice de ductilidade	--	1,49	1,68	--	0,89	1,11	--	1,82	1,77	--	--	2,10	--	1,36	1,49
Índice de ductilidade x Volume de fibras	--	--	aumentou	--	--	aumentou	--	--	diminuiu	--	--	aumentou	--	--	aumentou

Tabela 5.47 (continuação) – Síntese das similaridades

	SÉRIE 4						SÉRIE 5					
	VP1A VP1B	V10A V10B	V11A V11B	OSC.S1	L7	L8	V12A V12B	V13A V13B	V14A V14B	L07	L08	L09
Resistência última normalizada	4,61	6,76	8,23	26,69	30,24	31,07	5,60	6,65	7,17	10,72	12,60	14,10
Resistência última normalizada x Volume de fibras	--	aumentou	aumentou	--	aumentou	aumentou	--	aumentou	aumentou	--	aumentou	aumentou
Resistência normalizada à fissuração	1,51	1,89	2,17	8,50	12,79	12,36	1,31	1,72	1,33	--	--	--
Resistência normalizada à fissuração x Volume de fibras	--	aumentou	aumentou	--	aumentou	não se alterou	--	aumentou	diminuiu	--	--	--
Ângulo da fissura crítica com a horizontal	37,1°	28°	40°	23,7°	19,9°	23,8°	33°	24°	40°	18,6°	25,8°	17°
Ângulo da fissura crítica com a horizontal x Volume de fibras	--	diminuiu	aumentou	--	diminuiu	aumentou	--	diminuiu	aumentou	--	aumentou	diminuiu
Índice de ductilidade	--	1,44	1,97	--	1,09	1,32						
Índice de ductilidade x Volume de fibras	--	--	aumentou	--	--	aumentou						

6 Análises Teóricas

Neste capítulo são efetuadas algumas análises teóricas a partir dos resultados experimentais. Na Tabela 6.1 e na Tabela 6.2 encontram-se resumidos os principais dados e resultados experimentais de todos os modelos analisados, incluindo os que foram ensaiados nesta pesquisa e os que serviram de referência, dados por ZAMBRANA VARGAS (1997) e AZEVEDO (1999).

Analisando os resultados dos modelos ensaiados nesta pesquisa, consideram-se suspeitos os resultados de resistência à punção das lajes L2 e L3. O valor da resistência à punção de L2 foi praticamente igual ao de L1 (sem fibras), e o de L3 foi apenas pouco maior do que o de L2. É provável que a fibra utilizada não tenha sido eficiente no concreto de baixa resistência, utilizado na Série 1.

Os valores de resistência ao cisalhamento das vigas V6A e V6B também podem ser considerados suspeitos, uma vez que, com o aumento do volume específico de fibras, em relação às vigas V5A e V5B, se esperaria um aumento da resistência ao cisalhamento.

No Capítulo 5 foram discutidas as razões que poderiam explicar a falta de consistência desses resultados.

Tabela 6.1 – Dados e resultados principais de todos os modelos

Série	Modelos de lajes									Modelos de vigas									
	Laje	h (cm)	d (cm)	ρ (%)	f_c (MPa)	Tipo de fibra	ℓ/D	V_f (%)	P_u (kN)	Viga	b (cm)	h (cm)	d (cm)	ρ (%)	f_c (MPa)	Tipo de fibra	ℓ/D	V_f (%)	F_u (kN)
S1	L1	10	8	1,57	23,13	--	--	0	137,20	V1A V1B	12	10	8,5	1,57	23,13	--	--	0	24,86 29,65
	L2	10	8	1,57	24,40	ZP-305 DRAMIX	54,5	1	139,55	V2A V2B	12	10	8,5	1,57	24,40	ZP-305 DRAMIX	54,5	1	43,65 47,17
	L3	10	8	1,57	28,06	ZP-305 DRAMIX	54,5	2	163,62	V3A V3B	12	10	8,5	1,57	28,06	ZP-305 DRAMIX	54,5	2	55,14 51,05
S2	L4	10	8	1,57	56,98	--	--	0	192,86	V4A V4B	12	10	8,5	1,57	56,98	--	--	0	36,26 36,35
	L5	10	8	1,57	59,72	ZP-305 DRAMIX	54,5	1	215,14	V5A V5B	12	10	8,5	1,57	59,72	ZP-305 DRAMIX	54,5	1	72,78 66,60
	L6	10	8	1,57	52,38	ZP-305 DRAMIX	54,5	2	236,17	V6A V6B	12	10	8,5	1,57	52,38	ZP-305 DRAMIX	54,5	2	57,17 53,85
S3	--									V7A V7B	13	17	15,5	1,59	56,98	--	--	0	54,82 46,44
	--									V8A V8B	13	17	15,5	1,59	59,72	ZP-305 DRAMIX	54,5	1	68,32 80,06
	--									V9A V9B	13	17	15,5	1,59	52,38	ZP-305 DRAMIX	54,5	2	81,17 104,93

Tabela 6.2 (continuação) – Dados e resultados principais de todos os modelos

Série	Modelos de lajes									Modelos de vigas									
	Laje	h (cm)	d (cm)	ρ (%)	f_c (MPa)	Tipo de fibra	ℓ/D	V_f (%)	P_u (Kn)	Viga	b (cm)	h (cm)	d (cm)	ρ (%)	f_c (Mpa)	Tipo de fibra	ℓ/D	V_f (%)	F_u (kN)
S4	OSC.S1	10	8	1,57	43,73	--	--	0	176,48	VP1A VP1B	12	10	8,0	1,67	36,08	--	--	0	28,42 27,01
	L7	10	8	1,57	36,55	RL 45/50 BN	48	0,75	182,85	V10A V10B	12	10	8,5	1,57	36,55	RL 45/50 BN	48	0,75	42,71 38,99
	L8	10	8	1,57	46,08	RL 45/50 BN	48	1,50	210,90	V11A V11B	12	10	8,5	1,57	46,08	RL 45/50 BN	48	1,50	49,99 61,79
S5	L07	6	4	1,73	88,7	--	--	0	101	V12A V12B	11	10	8,5	1,71	75,27	--	--	0	46,39 50,80
	L08	6	4	1,73	79,0	HSCF-25 HAREX	37,48	0,75	112	V13A V13B	11	10	8,5	1,71	73,50	HSCF-25 HAREX	37,48	0,75	62,64 51,43
	L09	6	4	1,73	93,0	HSCF-25 HAREX	37,48	1,50	136	V14A V14B	11	10	8,5	1,71	73,10	HSCF-25 HAREX	37,48	1,50	67,50 55,09

6.1 Análise global das lajes

Neste item pretende-se analisar o efeito do aumento do volume específico de fibras de aço, na resistência à punção das lajes estudadas, considerando-se como parâmetro de referência a resistência do concreto à tração e a equação do ACI 318 (1999) para cálculo da resistência à punção de lajes sem armadura de punção, a exemplo do que foi feito por HOLANDA & HANAI (2002).

Um dos parâmetros que têm grande influência na resistência de lajes à punção é a resistência do concreto à tração. No entanto, na maioria das normas técnicas de projeto, ele se apresenta de forma indireta nas expressões de cálculo, as quais incluem a resistência do concreto à compressão.

A resistência do concreto à compressão pode ser relacionada com sua resistência à tração por compressão diametral, segundo o ACI 318 (1999), como mostra a Equação 6.1.

$$f_{sp} = 0,5563\sqrt{f_c} \quad (6.1)$$

sendo f_c a resistência do concreto à compressão axial e f_{sp} a resistência do concreto à tração por compressão diametral, ambas em [MPa].

Para relacionar a resistência à tração por compressão diametral com a resistência à compressão, no caso de concreto com fibras, efetuou-se uma regressão linear (Figura 6.1) dos resultados experimentais das lajes estudadas (Tabela 6.3). Obteve-se a Equação 6.2, que relaciona a resistência média à tração com a resistência média à compressão e com o volume percentual de fibras (V_f). Para essa equação assumiu-se uma forma similar à Equação 6.1.

$$f_{sp} = (0,19 V_f + 0,53)\sqrt{f_c} \quad (6.2)$$

sendo f_{sp} e f_c dados em [MPa] e V_f em [%].

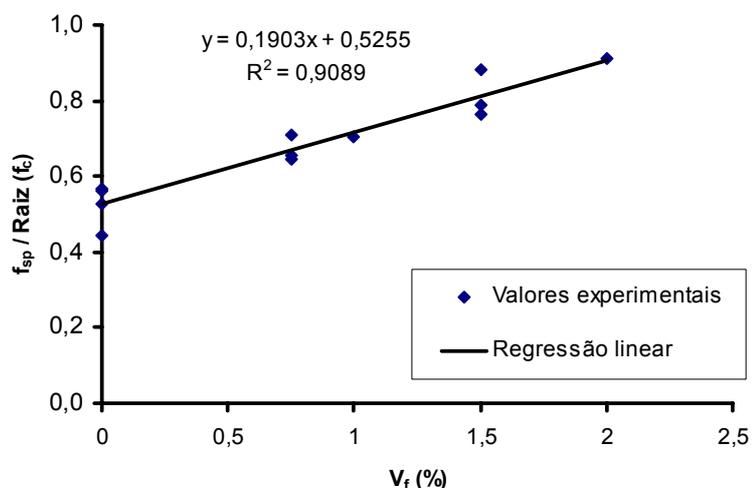


Figura 6.1 – Relação entre a resistência do concreto à tração por compressão diametral e o volume de fibras de aço das lajes

Para traçar o gráfico da Figura 6.1 foram eliminadas as lajes L2 e L3 ensaiadas nesta pesquisa, devido à falta de confiabilidade em seus resultados.

Tabela 6.3 – Determinação de f_{sp}^* segundo a Equação 6.2

Autor	Laje	V_f (%)	f_c (MPa)	Raiz (f_c)	f_{sp} (MPa)	$f_{sp}/\text{Raiz}(f_c)$	f_{sp}^* (MPa)	Dif. (%)
Holanda	L1	0	23,13	4,81	2,14	0,44	2,55	19,1
Azevedo	OSC.S1	0	43,73	6,61	3,76	0,57	3,50	6,8
Holanda	L4	0	56,98	7,55	3,98	0,53	4,00	0,5
Zambrana Vargas	L07	0	88,70	9,42	5,3	0,56	4,99	5,8
Holanda	L7	0,75	36,55	6,05	3,97	0,66	4,07	2,4
Azevedo	OSC.S2	0,75	46,42	6,81	4,4	0,65	4,58	4,1
Zambrana Vargas	L08	0,75	79,00	8,89	6,3	0,71	5,98	5,1
Holanda	L2	1	24,40	4,94	2,59	0,52	3,56	37,3
Holanda	L5	1	59,72	7,73	5,45	0,71	5,56	2,1
Azevedo	OSC.S3	1,5	30,80	5,55	4,89	0,88	4,52	7,5
Holanda	L8	1,5	46,08	6,79	5,17	0,76	5,53	7,0
Zambrana Vargas	L09	1,5	93,00	9,64	7,6	0,79	7,86	3,4
Holanda	L3	2	28,06	5,30	2,98	0,56	4,82	61,8
Holanda	L6	2	52,38	7,24	6,59	0,91	6,59	0,1
Média						0,66		11,6
Desvio Padrão						0,14		

O ACI 318 (1999) fornece a seguinte equação para determinação da resistência à punção de lajes sem armadura de punção e pilares de seção quadrada:

$$P_u = (0,3321\sqrt{f_c} b_o d) / 10 \quad (6.3)$$

onde:

f_c → resistência do concreto à compressão axial;

$b_o = 4(c+d)$ → perímetro onde ocorre a punção;

d → altura útil da laje;

c → largura do pilar;

sendo f_c em [MPa]; b_o , d em [cm].

A equação do ACI 318 (1999) fornece valores de resistência bem menores do que os registrados em ensaios experimentais, embutindo um coeficiente de segurança elevado, eficaz para o caso de ruínas frágeis. Isso pode ser confirmado no gráfico da Figura 6.2.

Para levar em conta o efeito da adição de fibras de aço, introduz-se na Equação 6.3 o valor de f_{sp} obtido na Equação 6.2, de modo a se obter uma equação modificada do ACI 318 (1999). Nesta operação, são efetuadas as devidas adaptações para que não sejam alterados os fatores de ajuste e de ponderação da segurança, que se encontram embutidos no coeficiente 0,3321 da Equação 6.3. Desta forma, considerando um volume percentual de fibras (V_f) igual a zero, a Equação 6.4 torna-se igual à Equação 6.3.

$$P_u = \left[\frac{0,3321}{0,53} (0,19 V_f + 0,53) \sqrt{f_c} b_o d \right] / 10 = [0,6266 (0,19 V_f + 0,53) \sqrt{f_c} b_o d] / 10 \quad (6.4)$$

sendo f_c em [MPa]; b_o , d em [cm] e V_f em [%].

No gráfico da Figura 6.2, a Equação 6.4 foi testada para os dados experimentais obtidos nesta pesquisa (inclusive as lajes L2 e L3), juntamente com alguns de ZAMBRANA VARGAS (1997) e de AZEVEDO (1999), utilizados como referência (Tabela 6.1 e Tabela 6.2). No gráfico observa-se que a Equação 6.4 oferece resposta razoável às tendências experimentais, à medida que se aumenta o volume de fibras adicionado.

No entanto, como a regressão linear sobre os dados experimentais resulta em uma reta que se aproxima da ordenada unitária, o nível de segurança que havia nas lajes sem fibras não é mantido. Portanto, considerando os dados particulares desta análise, um coeficiente empírico da ordem de 0,3102 deve ser aplicado para reduzir o efeito de V_f na Equação 6.4. Resulta então a Equação 6.5, denominada “Equação do ACI 318 Modificada”.

$$P_u = 0,6266 (0,19 \times 0,3102 V_f + 0,53) \sqrt{f_c} b_o d = 0,6266 (0,06 V_f + 0,53) \sqrt{f_c} b_o d \quad (6.5)$$

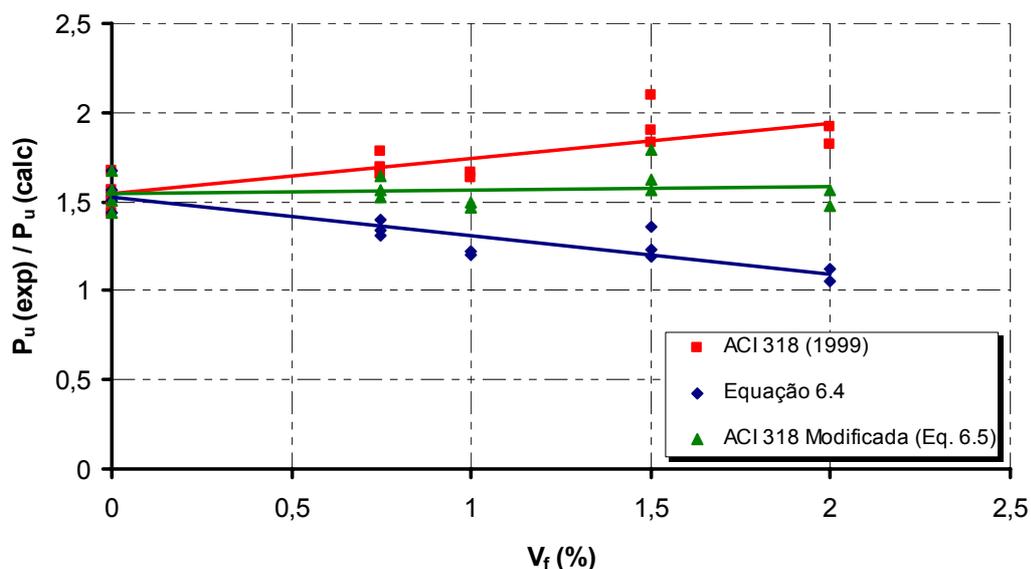


Figura 6.2 – Aferição da *Equação do ACI 318 Modificada* para lajes (dados das lajes L2 e L3 eliminados)

No gráfico da Figura 6.3 observa-se a razão entre as resistências à punção da laje com fibras em relação à laje sem fibras, ambas normalizadas com base na equação do ACI 318 (1999), em função do volume de fibras adicionadas ao concreto. Verifica-se que a reta de regressão linear da *Equação do ACI 318 Modificada* (Equação 6.5) ficou bem próxima da reta de regressão dos resultados experimentais. Em HOLANDA & HANAI (2002) determinou-se uma equação semelhante a esta (Equação 6.6), a partir de um maior número de resultados experimentais, encontrados na revisão bibliográfica pertencente ao Capítulo 2 desta tese.

$$P_u = 0,65 (0,08 V_f + 0,51) \sqrt{f_c} b_o d \quad (6.6)$$

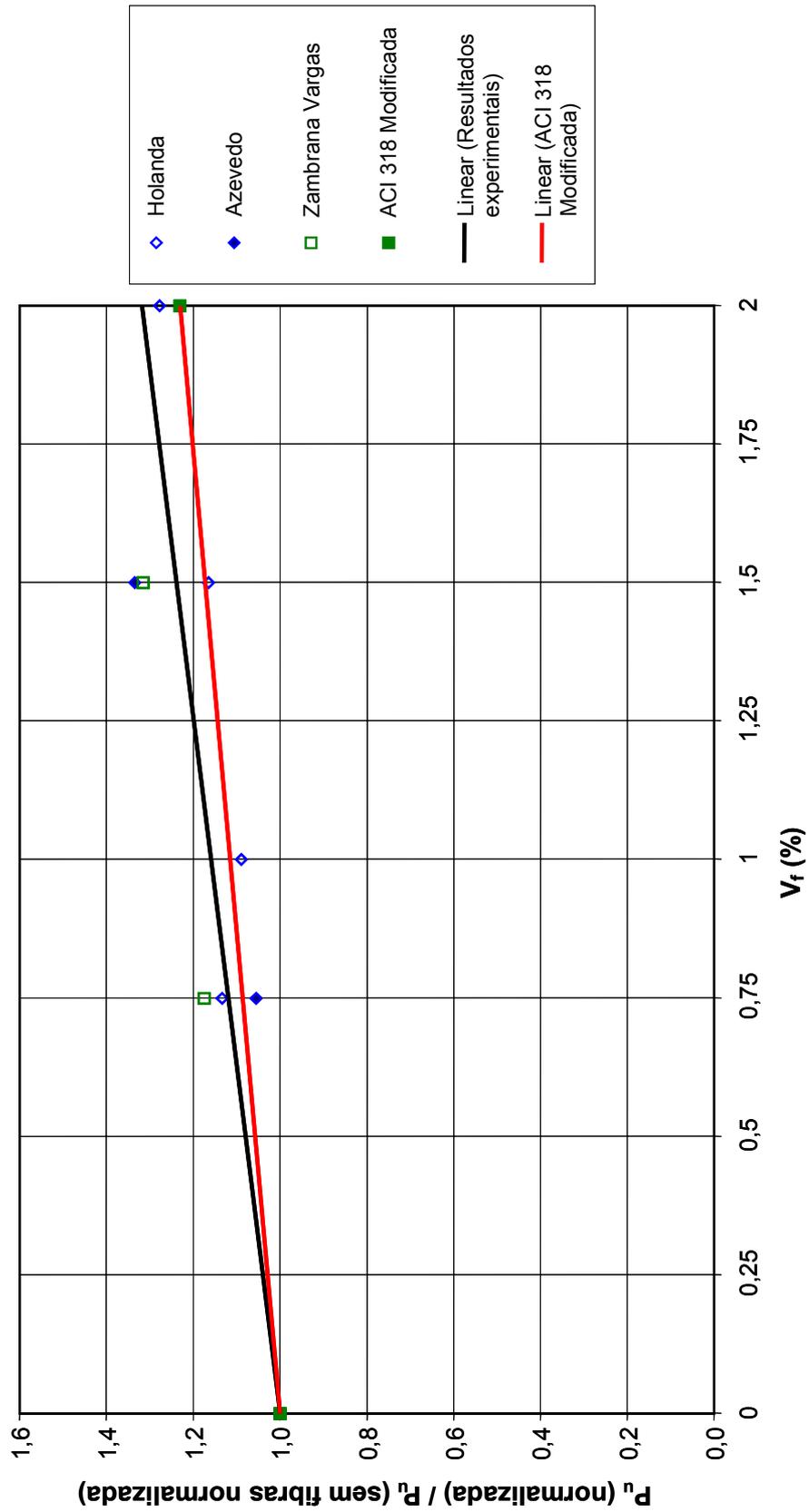


Figura 6.3 – Comparação dos resultados experimentais com os calculados pela *Equação do ACI 318 Modificada* para lajes (Equação 6.5)

6.2 Análise global das vigas

Neste item pretende-se analisar o efeito do aumento do volume específico de fibras de aço, na resistência ao cisalhamento das vigas estudadas, considerando-se como parâmetro de referência a resistência do concreto à tração, e a equação do ACI 318 (1999) para cálculo da resistência ao cisalhamento de vigas sem estribos, a exemplo do que foi feito para as lajes.

A resistência do concreto à tração é um dos parâmetros que têm grande influência também na resistência de vigas ao cisalhamento. No entanto, na maioria das normas técnicas de projeto, ele se apresenta de forma indireta nas expressões de cálculo, as quais incluem a resistência do concreto à compressão.

Conforme visto no item anterior, a resistência do concreto à compressão pode ser relacionada com sua resistência à tração por compressão diametral, segundo o ACI 318 (1999), como mostra a Equação 6.1.

Para relacionar a resistência à tração por compressão diametral com a resistência à compressão, no caso de concreto com fibras, efetuou-se uma regressão linear (Figura 6.4) dos resultados experimentais das vigas ensaiadas nesta pesquisa (Tabela 6.4). Obteve-se a Equação 6.7, que relaciona a resistência média à tração com a resistência média à compressão e com o volume percentual de fibras (V_f). Para essa equação assumiu-se uma forma similar à Equação 6.1.

$$f_{sp} = (0,15 V_f + 0,51)\sqrt{f_c} \quad (6.7)$$

sendo f_{sp} , f_c em [MPa] e V_f em [%].

Para traçar o gráfico da Figura 6.4, foram eliminadas as vigas V6A e V6B, devido à falta de confiabilidade em seus resultados.

Tabela 6.4 – Determinação de f_{sp}^* segundo a Equação 6.5

Viga	V_f (%)	f_c (MPa)	Raiz (f_c)	f_{sp} (MPa)	$f_{sp}/\text{Raiz}(f_c)$	f_{sp}^* (MPa)	Dif. (%)
V1A	0	23,13	4,81	2,14	0,44	2,45	14,6
V1B	0	23,13	4,81	2,14	0,44	2,45	14,6
V4A	0	56,98	7,55	3,81	0,50	3,85	1,0
V4B	0	56,98	7,55	3,81	0,50	3,85	1,0
V7A	0	56,98	7,55	3,81	0,50	3,85	1,0
V7B	0	56,98	7,55	3,81	0,50	3,85	1,0
V12A	0	75,27	8,68	4,46	0,51	4,42	0,8
V12B	0	75,27	8,68	4,46	0,51	4,42	0,8
V10A	0,75	36,55	6,05	3,97	0,66	3,76	5,2
V10B	0,75	36,55	6,05	3,97	0,66	3,76	5,2
V13A	0,75	73,50	8,57	5,65	0,66	5,34	5,5
V13B	0,75	73,50	8,57	5,65	0,66	5,34	5,5
V2A	1	24,40	4,94	2,59	0,52	3,26	25,9
V2B	1	24,40	4,94	2,59	0,52	3,26	25,9
V5A	1	59,72	7,73	5,45	0,71	5,10	6,4
V5B	1	59,72	7,73	5,45	0,71	5,10	6,4
V8A	1	59,72	7,73	5,45	0,71	5,10	6,4
V8B	1	59,72	7,73	5,45	0,71	5,10	6,4
V11A	1,5	46,08	6,79	5,17	0,76	4,99	3,5
V11B	1,5	46,08	6,79	5,17	0,76	4,99	3,5
V14A	1,5	73,10	8,55	7,96	0,93	6,28	21,1
V14B	1,5	73,10	8,55	7,96	0,93	6,28	21,1
V3A	2	28,06	5,30	2,98	0,56	4,29	44,0
V3B	2	28,06	5,30	2,98	0,56	4,29	44,0
V6A	2	52,38	7,24	6,56	0,91	5,86	10,6
V6B	2	52,38	7,24	6,56	0,91	5,86	10,6
V9A	2	52,38	7,24	6,56	0,91	5,86	10,6
V9B	2	52,38	7,24	6,56	0,91	5,86	10,6
Média					0,63		11,2
Desvio Padrão					0,16		

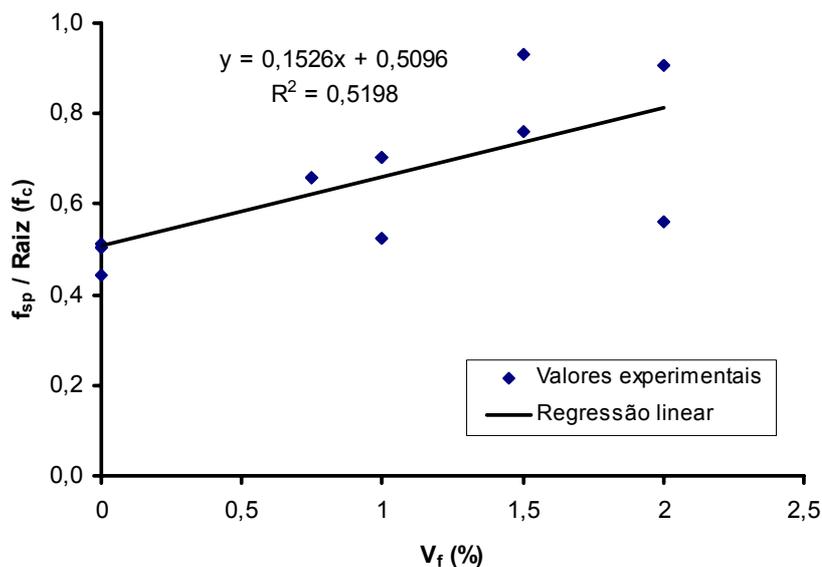


Figura 6.4 – Relação entre a resistência do concreto à tração por compressão diametral e o volume de fibras de aço das vigas

O ACI 318 (1999) fornece a seguinte equação para determinação do esforço cortante último de vigas sem estribos:

$$V_u = (0,166 \sqrt{f_c} b d) / 10 \quad (6.8)$$

onde:

f_c → resistência do concreto à compressão axial;

d → altura útil da laje;

b → largura da viga;

sendo f_c em [MPa]; b , d em [cm].

Para levar em conta o efeito da adição de fibras de aço, introduz-se na Equação 6.8 o valor de f_{sp} obtido na Equação 6.7, de modo a se obter uma equação modificada do ACI 318 (1999). Nessa operação são efetuadas as devidas adaptações para que não sejam alterados os fatores de ajuste e de ponderação da segurança, que se encontram embutidos no coeficiente 0,166 da Equação 6.8:

$$V_u = \left[\frac{0,166}{0,51} (0,15 V_f + 0,51) \sqrt{f_c} b d \right] / 10 = [0,3255 (0,15 V_f + 0,51) \sqrt{f_c} b d] / 10 \quad (6.9)$$

sendo f_c em [MPa]; b , d em [cm] e V_f em [%].

As resistências ao cisalhamento das vigas, obtidas utilizando-se a Equação 6.9, apresentam correlações razoáveis com os resultados experimentais, conforme

mostra o gráfico da Figura 6.5. Neste gráfico a *Equação do ACI Modificada* (Equação 6.9) foi aplicada a todas as vigas ensaiadas, inclusive as vigas V6A e V6B. Observa-se que a equação testada oferece resposta razoável às tendências experimentais, pois a regressão linear resulta numa reta quase paralela ao eixo das abscissas, com valores em geral a favor da segurança.

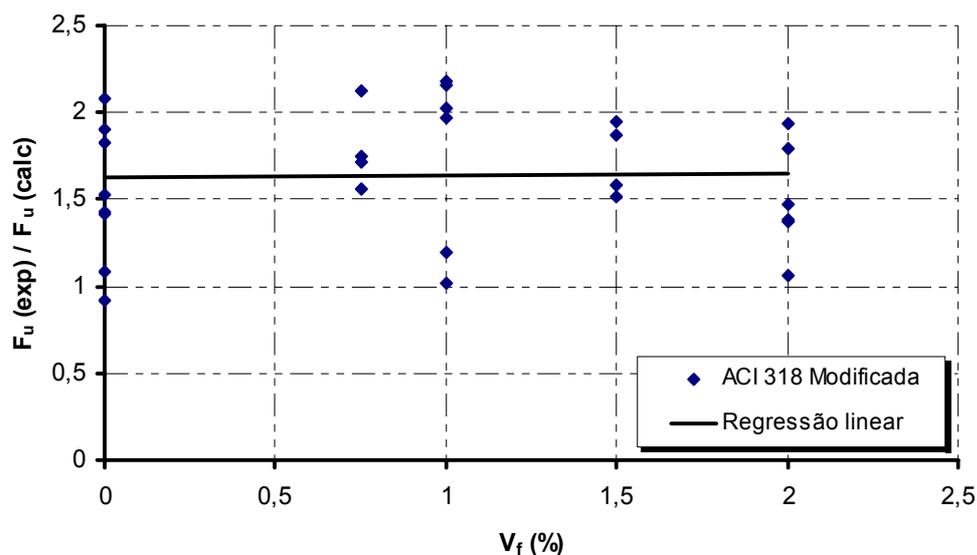


Figura 6.5 – Aferição da *Equação do ACI 318 Modificada* para vigas (todos os dados incluídos)

No gráfico da Figura 6.6 observa-se a razão entre as resistências ao cisalhamento da viga com fibras em relação à viga sem fibras, ambas normalizadas com base na equação do ACI 318 (1999), em função do volume de fibras adicionadas ao concreto. Verifica-se que a reta de regressão linear da *Equação do ACI 318 Modificada* (Equação 6.9) ficou bem próxima da reta de regressão dos resultados experimentais das vigas ensaiadas, e ambas expressam o aumento da resistência à punção com o volume de fibras adicionado.

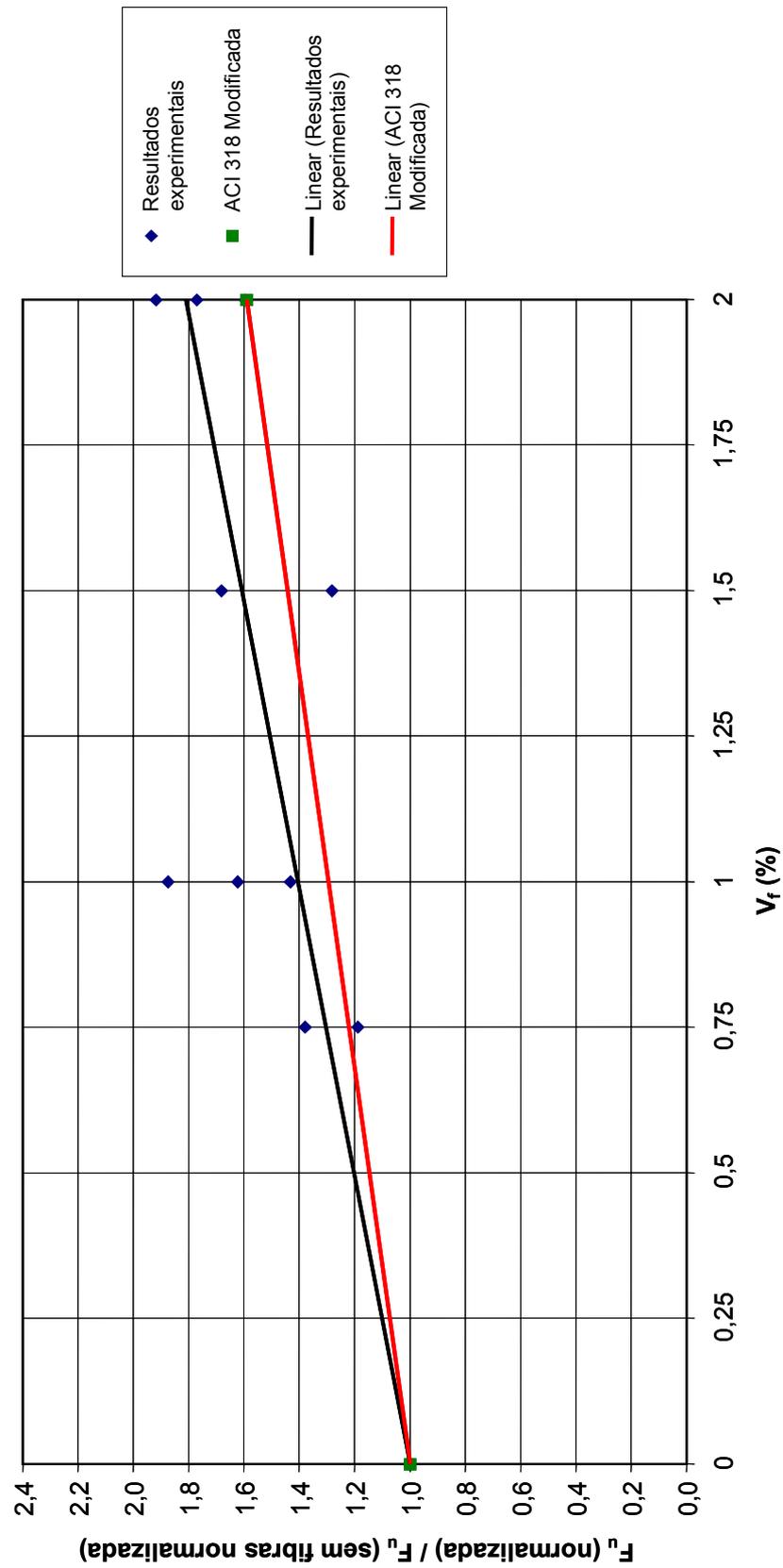


Figura 6.6 – Comparação dos resultados experimentais com os calculados pela *Equação do ACI 318 Modificada* para vigas (*Equação 6.9*)

6.3 Modelo Viga-Arco Modificado

Neste item pretende-se contribuir com o aperfeiçoamento de um modelo mecânico existente que explica a transferência de força na ligação laje-pilar, o “Bond Model” de ALEXANDER & SIMMONDS (1991), incluindo a parcela de contribuição das fibras de aço adicionadas ao concreto.

Conforme foi visto no Capítulo 3, o *Modelo Viga-Arco* (“*Bond Model*”) combina a *ação de arco* na direção radial com o conceito de limitação da tensão tangencial em determinada seção crítica (*ação de viga*). A combinação desses dois mecanismos é responsável pela transferência de esforço cortante na ligação de uma laje, armada em duas direções, com um pilar.

Para incluir a contribuição das fibras de aço no modelo, inicialmente foram feitos alguns ensaios-piloto de vigas (Ensaio-piloto Série 2), nos quais se procurou observar se as fibras interferem na resistência ao cisalhamento e na ductilidade, quando o mecanismo predominante de transferência de força cortante é a ação de arco. Esses ensaios encontram-se descritos no item 4.2 do Capítulo 4. Os ensaios vieram a confirmar que a adição de fibras não melhora a resistência ao cisalhamento, nem a ductilidade das vigas, quando predomina a ação de arco, o que já era esperado.

A partir da investigação experimental mencionada anteriormente, concluiu-se que contribuição das fibras deve ser colocada na parcela proveniente da *ação de viga*, que ocorre na direção perpendicular às faixas radiais.

6.3.1 Resistência

Na ação de viga, o esforço cortante é resultante de uma força de tração variável, atuando na armadura longitudinal tracionada, com o braço de momento interno constante. Nesse mecanismo é importante que haja forças de aderência entre a armadura e o concreto.

A tensão de cisalhamento proveniente da ação de viga pode ser representada como uma tensão crítica de cisalhamento, se limitada pela resistência de aderência da armadura de flexão disposta perpendicularmente às faixas radiais.

No *Modelo Viga-Arco*, a transferência de força na ligação laje-pilar está relacionada com o gradiente de força na armadura, que por sua vez está

relacionado com a aderência entre a armadura e o concreto. A adição de fibras de aço ao concreto afeta a resistência à punção das ligações laje-pilar, uma vez que aumenta a aderência da armadura de flexão ao concreto.

Segundo ALEXANDER & SIMMONDS (1991), a resistência de aderência da armadura deve ser determinada com base na resistência do concreto não confinado à tração por compressão diametral.

A resistência do concreto à tração, representada de forma indireta pela resistência à compressão nas equações sugeridas pelas normas técnicas, é um parâmetro significativo que permite quantificar o efeito da adição de fibras de aço.

Conforme visto anteriormente, a resistência do concreto à compressão pode ser relacionada com sua resistência à tração por compressão diametral, segundo o ACI 318 (1999), como mostra a Equação 6.1.

Para relacionar a resistência à tração por compressão diametral com a resistência à compressão, no caso de concreto com fibras, efetuou-se uma regressão linear dos resultados experimentais das vigas ensaiadas nesta pesquisa. Obteve-se a Equação 6.7, que relaciona a resistência média à tração com a resistência média à compressão e com o volume percentual de fibras (V_f).

ALEXANDER & SIMMONDS (1991) sugerem que se determine a tensão tangencial transmitida dos quadrantes para as faixas radiais, por ação de viga, por meio de equações normativas de resistência de vigas ao cisalhamento (uma única direção). Os autores recomendam a utilização da equação do ACI 318 (1999), para o cálculo da resistência ao cisalhamento das faixas radiais:

$$\tau = (0,166\sqrt{f_c})/10 \quad (6.10)$$

sendo f_c dado em [MPa].

Para levar em conta o efeito da adição de fibras de aço, introduz-se na Equação 6.10 o valor de f_{sp} obtido na Equação 6.7, de modo a se obter uma equação modificada do ACI 318 (1999). Nessa operação são efetuadas as devidas adaptações para que não sejam alterados os fatores de ajuste e de ponderação da segurança, que se encontram embutidos no coeficiente 0,166 da Equação 6.10:

$$\tau = \left[\frac{0,166}{0,51} (0,15 V_f + 0,51)\sqrt{f_c} \right] / 10 = [0,3255 (0,15 V_f + 0,51)\sqrt{f_c}] / 10 \quad (6.11)$$

sendo f_c dado em [MPa] e V_f em [%].

As resistências ao cisalhamento das vigas, obtidas por meio da Equação 6.9, apresentam boas correlações com os resultados experimentais, conforme mostra o gráfico da Figura 6.5. Retirando do conjunto de dados experimentais, os resultados de resistência ao cisalhamento das vigas V6A e V6B, obtém-se uma curva semelhante, porém com dados mais confiáveis (Figura 6.7).

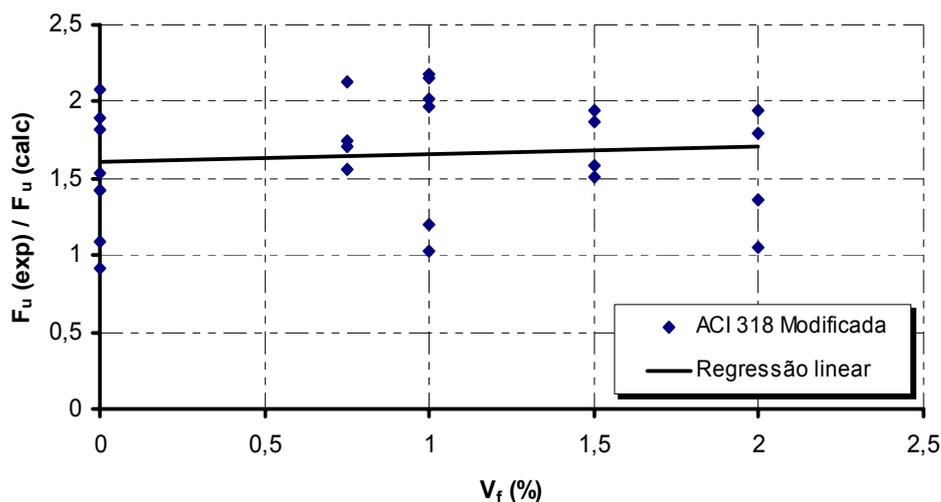


Figura 6.7 – Aferição da *Equação do ACI 318 Modificada* para vigas (dados das vigas V6A e V6B eliminados)

O esforço cortante atuante nas vigas, agora obtido teoricamente por intermédio da Equação 6.11, é considerado como sendo o esforço cortante que os quadrantes de laje transferem às faixas radiais por meio de ação de viga. Isto pode ser admitido porque lajes e vigas possuem as mesmas características (altura útil, taxa de armadura, resistência do concreto à compressão, taxa de fibras etc.) e foi verificado experimentalmente que nas vigas ocorreu de fato ação de viga.

Na Tabela 6.5 encontra-se parte da aplicação do *Modelo Viga-Arco Modificado*, com a utilização da Equação 6.7, para determinação de f_{sp} , e das Equações 6.11 e 3.144 para a determinação de τ e de ω respectivamente. Nas vigas analisadas, a largura b é igual a 12 cm e a altura útil d é igual a 8,5 cm.

Tabela 6.5 – Aplicação do *Modelo Viga-Arco Modificado* (parte I)

Viga	V_f (%)	f_c (MPa)	f_{sp} (MPa)	τ (kN/cm ²)	$V_{u(teo)}$ (kN)	$F_{u(teo)}$ (kN)	ω (kN/cm)
V1	0	23,13	2,45	0,080	8,13	16,26	0,68
V4	0	56,98	3,85	0,125	12,76	25,52	1,06
V10	0,75	36,55	3,76	0,122	12,48	24,95	1,04
V2	1	24,40	3,26	0,106	10,81	21,61	0,90
V5	1	59,72	5,10	0,166	16,91	33,82	1,41
V11	1,5	46,08	4,99	0,162	16,54	33,08	1,38
V3	2	28,06	4,29	0,139	14,22	28,45	1,19
V6	2	52,38	5,86	0,191	19,43	38,87	1,62

Na Tabela 6.6 encontra-se outra parte da aplicação do *Modelo Viga-Arco Modificado*, com a utilização da Equação 3.132 para determinação de j , e das Equações 3.142 e 3.145 para a determinação de M_s e de P_u respectivamente. Nas lajes analisadas, a largura do pilar quadrado c é igual a 8 cm, a altura útil média d é igual a 8,5 cm e a tensão de escoamento da armadura de flexão tracionada f_y é igual a 548,63 MPa.

Tabela 6.6 – Aplicação do *Modelo Viga-Arco Modificado* (parte II)

Laje	V_f (%)	f_c (MPa)	j	M_s (kN.cm)	ω (kN/cm)	$P_{u(calc)}$ (kN)	$P_{u(exp)}$ (kN)	$P_{u(exp)} / P_{u(calc)}$
L1	0	23,13	0,78	388,80	0,68	129,85	137,20	1,06
L4	0	56,98	0,91	453,59	1,06	175,71	192,86	1,10
L7	0,75	36,55	0,86	428,84	1,04	168,92	182,85	1,08
L2	1	24,40	0,79	394,48	0,90	150,79	139,55	0,93
L5	1	59,72	0,92	455,62	1,41	202,70	215,14	1,06
L8	1,5	46,08	0,89	443,12	1,38	197,71	210,90	1,07
L3	2	28,06	0,82	407,96	1,19	175,92	163,62	0,93
L6	2	52,38	0,90	449,70	1,62	215,89	236,17	1,09

A média dos valores $P_{u(exp)}/P_{u(calc)}$ utilizando o $\omega_{ACI(mod)}$ foi de **1,06**, enquanto que no *Modelo Viga-Arco* de ALEXANDER & SIMMONDS (1991), utilizando o ω_{ACI} , a média dos valores $P_{u(exp)}/P_{u(calc)}$ foi de **1,29**. O coeficiente de variação encontrado, utilizando-se o *Modelo Viga-Arco Modificado*, foi de 15,1%, enquanto que o obtido com o *Modelo Viga-Arco* foi de 12,3%.

Os valores $P_{u(\text{exp})}/P_{u(\text{calc})}$ foram plotados no gráfico da Figura 6.8, para diversos teores de fibras. Verifica-se que a reta de regressão linear é quase paralela ao eixo das abscissas e se aproximou muito da ordenada 1, estando na maioria dos casos a favor da segurança.

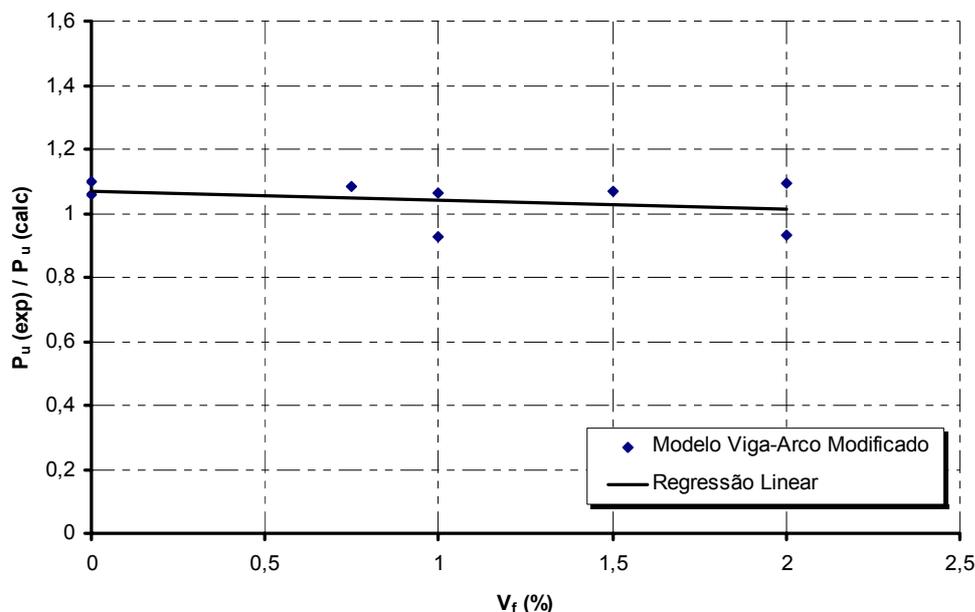


Figura 6.8 – Aferição da equação do *Modelo Viga-Arco Modificado* (todos os dados incluídos)

No gráfico da Figura 6.9, os valores $P_{u(\text{exp})}/P_{u(\text{calc})}$ foram plotados para todas as lajes ensaiadas nesta pesquisa, com exceção das lajes L2 e L3. Verifica-se que a reta de regressão linear é praticamente paralela ao eixo das abscissas e se aproximou muito da ordenada 1, estando sempre a favor da segurança. Isso significa que o *Modelo Viga-Arco Modificado* continua sendo uma solução de limite inferior para a resistência de lajes à punção, e fornece boas respostas às tendências experimentais.

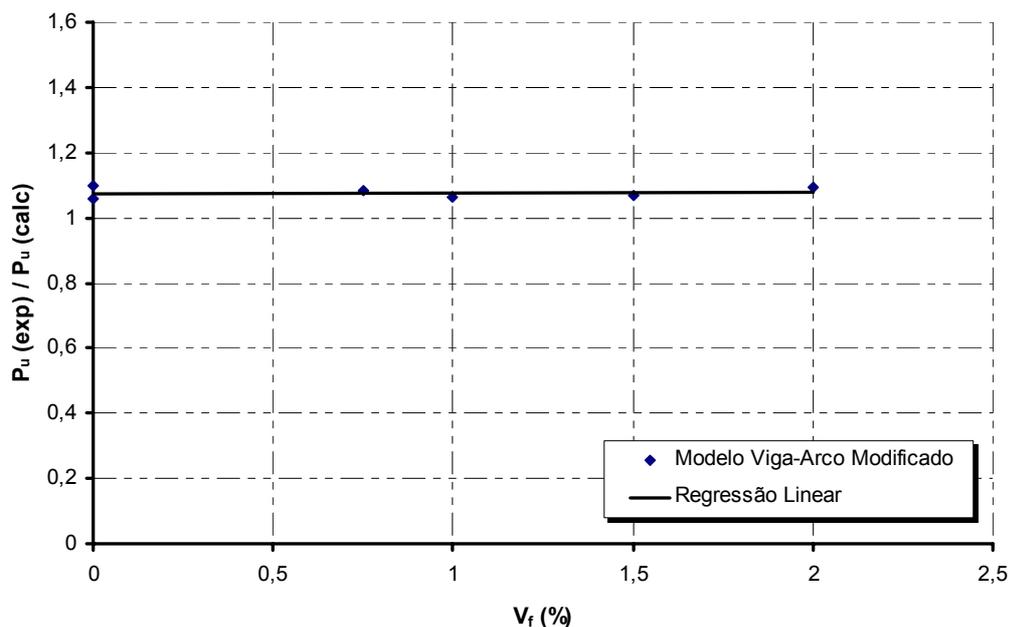


Figura 6.9 – Aferição da equação do *Modelo Viga-Arco Modificado* (dados das lajes L2 e L3 eliminados)

Roteiro para aplicação do *Modelo Viga-Arco Modificado*

1) Calcula-se o momento resistente da faixa radial.

$$M_s = \rho f_y c d^2 \left(1 - \frac{\rho f_y}{1,7 f_c} \right) \quad [\text{kN.cm}] \quad (6.12)$$

2) Calcula-se a resistência ao cisalhamento das faixas radiais pela equação do *ACI 318 Modificada*.

$$\tau = [0,3255 (0,15 V_f + 0,51) \sqrt{f_c}] / 10 \quad [\text{kN/cm}^2] \quad (6.13)$$

3) Calcula-se o máximo esforço cortante distribuído linearmente, atuante em cada face lateral de uma faixa radial, que pode ser transmitido dos quadrantes adjacentes a ela (solução de limite inferior).

$$\omega = d \tau \quad [\text{kN/cm}] \quad (6.14)$$

4) Calcula-se a resistência da ligação à punção, que é a soma da resistência ao cisalhamento das quatro faixas radiais.

$$P_u = 8 \sqrt{M_s \omega} \quad [\text{kN}] \quad (6.15)$$

Substituindo a Equação 6.13 na 6.14, e depois substituindo as Equações 6.12 e 6.14 na Equação 6.15, tem-se:

$$P_u = 8 \sqrt{\rho \frac{f_y}{10} c d^2 \left(1 - \frac{\rho f_y}{1,7 f_c}\right) \cdot d \cdot [0,3255(0,15 V_f + 0,51)\sqrt{f_c}]} / 10 \quad (6.16)$$

sendo f_y e f_c dados em [MPa], c e d em [cm], V_f em [%] e ρ adimensional.

Simplificando a Equação 6.16 obtém-se a seguinte expressão para o cálculo da carga de ruína à punção pelo *Modelo Viga-Arco Modificado*:

$$P_u = 0,0035d \sqrt{c d f_c \omega' (170 - \omega') k_f} \quad (6.17)$$

onde:

$$\omega' = \frac{\rho f_y}{f_c} \quad (6.18)$$

$$k_f = (0,15V_f + 0,51)\sqrt{f_c} \quad (6.19)$$

sendo f_y e f_c dados em [MPa], c e d dados em [cm], ρ e V_f dados em [%].

É interessante observar que os parâmetros da Equação 6.19 dependem exclusivamente de dados experimentais das lajes, não dependendo de ensaios específicos de vigas. Sendo assim, o novo modelo poderá ser aplicado às demais lajes-cogumelo ensaiadas pelos autores citados na revisão bibliográfica.

No gráfico da Figura 6.10, tem-se a aplicação do *Modelo Viga-Arco Modificado* (Equação 6.19) às lajes ensaiadas pelos diversos autores citados no Capítulo 2. Verifica-se que a reta de regressão linear é praticamente paralela ao eixo das abscissas e que se aproximou muito da ordenada 1, estando sempre a favor da segurança.

No gráfico da Figura 6.11, o *Modelo Viga-Arco Modificado* foi aplicado a todos os resultados experimentais encontrados na revisão bibliográfica, mais os resultados obtidos nesta pesquisa. No gráfico observa-se que a dispersão dos resultados experimentais em relação à reta de regressão linear é muito pequena. Verifica-se que, para um volume de fibras de 2% (máximo para se conseguir trabalhabilidade adequada), o aumento de resistência à punção, em relação à laje sem fibras, chega a aproximadamente 25%.

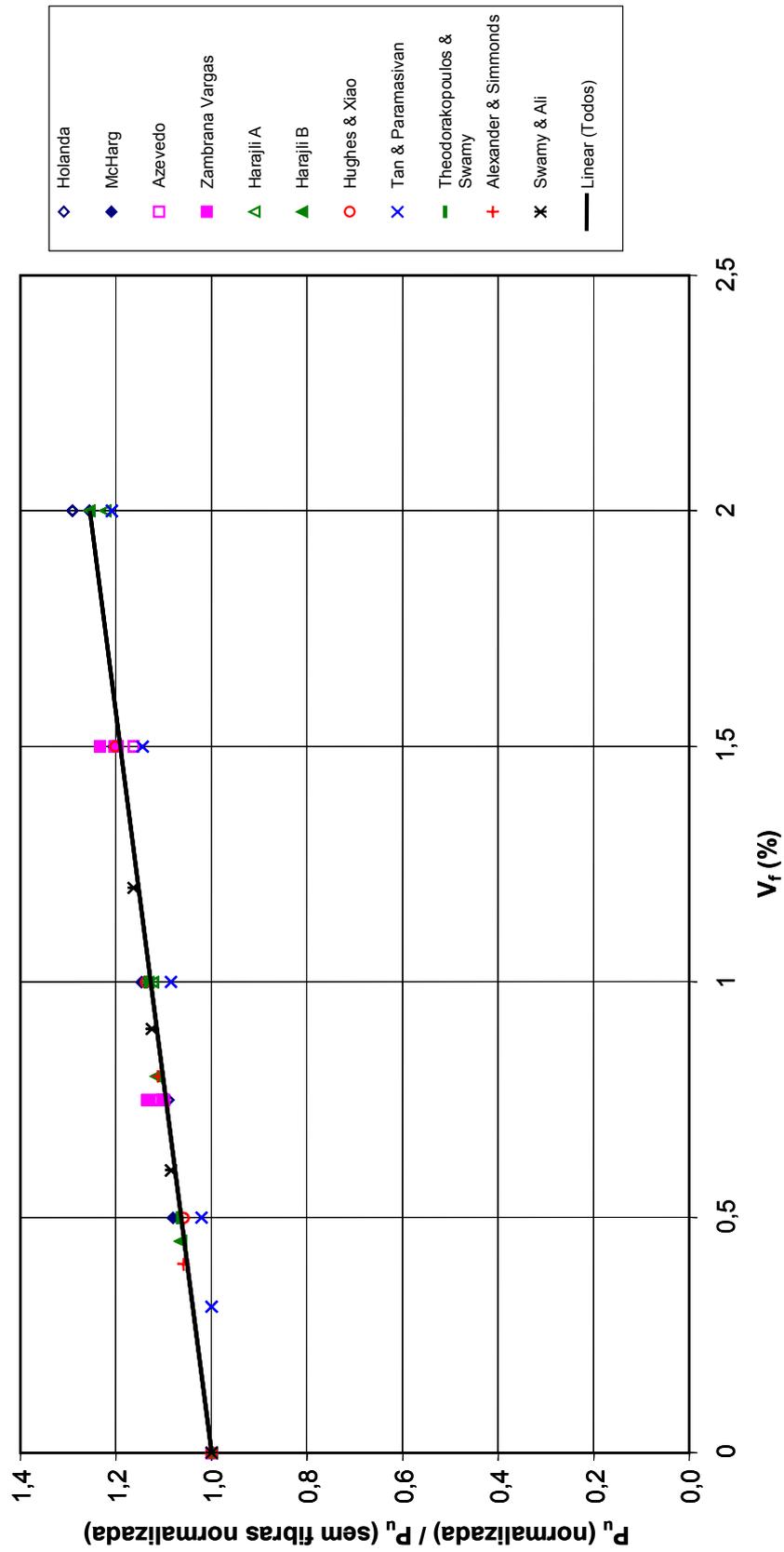


Figura 6.11 – Aplicação da equação do *Modelo Viga-Arco Modificado* para todos os resultados experimentais disponíveis

É importante destacar as limitações do modelo teórico. Primeiramente, a Equação 6.17 não permite fazer distinções entre diferentes geometrias de fibras ou diferentes relações de aspecto. Além disso, seria ideal que se encontrassem ensaios mais confiáveis para a determinação da resistência à tração por compressão diametral. Nos ensaios padronizados ocorre um esmagamento inicial do concreto, provocado pela prensa, fazendo dissipar energia. Isso é ainda mais influenciável no caso do concreto com fibras. Provavelmente, estudos sobre a Mecânica da Fratura forneceriam parâmetros melhores para a ruptura por separação.

6.3.2 Ductilidade

Conforme visto na literatura, o aumento de resistência ao cisalhamento devido à presença das fibras é função da resistência do concreto com fibras à tração pós-fissuração. Segundo LIM & OH (1999):

$$V_{\text{fib}} = \sigma_{\text{cu}} b(h - x) \quad (6.20)$$

onde:

$$\sigma_{\text{cu}} = 0,5\tau_{\text{fu}} V_f \frac{\ell}{D} \quad (6.21)$$

sendo σ_{cu} a resistência do compósito à tração pós-fissuração e τ_{fu} a resistência de aderência média na interface fibra-matriz (Equação 2.3).

E de acordo com SWAMY et al. (1993):

$$V_{\text{fib}} = 0,9 \sigma_{\text{cu}} \cdot b \cdot d \quad (6.22)$$

onde σ_{cu} é a resistência do compósito à tração pós-fissuração.

No modelo de SWAMY et al. (1993), quando o comprimento da fibra for menor do que o comprimento crítico ($\ell_f < \ell_c$), caso característico de *arrancamento das fibras*, tem-se que:

$$\sigma_{\text{cu}} = 0,41\tau_{\text{fu}} \frac{\ell}{D} V_f \quad (6.23)$$

e, quando o comprimento da fibra for maior do que o comprimento crítico ($\ell_f > \ell_c$), caso característico de *ruptura das fibras*, tem-se que:

$$\sigma_{cu} = 0,41 \left(1 - \frac{\sigma_{fu} D}{4\tau \ell} \right) \sigma_{fu} V_f \quad (6.24)$$

onde σ_{fu} é a resistência última da fibra à tração.

A resistência do compósito à tração pós-fissuração está relacionada com as componentes verticais da força de arrancamento das fibras ao longo da fissura inclinada (Figura 6.12). Esse termo pode ser considerado um *parâmetro de ductilidade* das vigas, uma vez que está relacionado com o arrancamento das fibras.

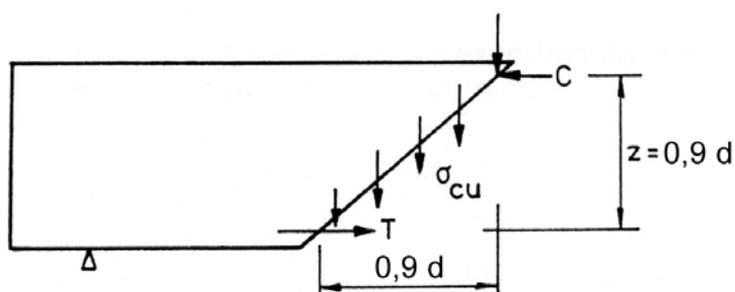


Figura 6.12 – Contribuição das fibras no cisalhamento (SWAMY et al., 1993)

Isolando o termo σ_{cu} nas Equações 6.20 e 6.22, obtém a parcela da tensão de cisalhamento atuante em vigas devida exclusivamente à contribuição das fibras. Por exemplo, fazendo isto na Equação 6.22, tem-se que:

$$\tau_{fib} = \sigma_{cu} = \frac{V_{fib}}{0,9 \cdot b \cdot d} \quad (6.25)$$

A parcela da tensão tangencial obtida na Equação 6.25 está embutida nos valores de τ da quinta coluna da Tabela 6.5, que representam a contribuição de todos os mecanismos alternativos resistentes ao cisalhamento, inclusive o efeito das fibras.

Isolando, da tensão tangencial total (Equação 6.11), a parcela correspondente apenas à contribuição das fibras, tem-se que o parâmetro de ductilidade das vigas pode ser expresso pela Equação 6.26.

$$\sigma_{cu} = \tau_{fib} = 4882 \times 10^{-6} V_f \cdot \sqrt{f_c} \quad (6.26)$$

sendo f_c dado em [MPa] e V_f em [%].

Já que o esforço cortante atuante nas vigas é considerado como sendo o esforço cortante que os quadrantes de laje transferem às faixas radiais por meio de ação de viga, pode-se considerar a ductilidade da laje medida pelo parâmetro de ductilidade das vigas σ_{cu} . Conforme as Equações 6.21, 6.23 e 6.24, esse índice depende fortemente do volume de fibras e da relação de aspecto das fibras, dentre outras variáveis.

Na Tabela 6.7 encontram-se calculados os índices de ductilidade de lajes e vigas análogas pelo *Modelo Viga-Arco Modificado*.

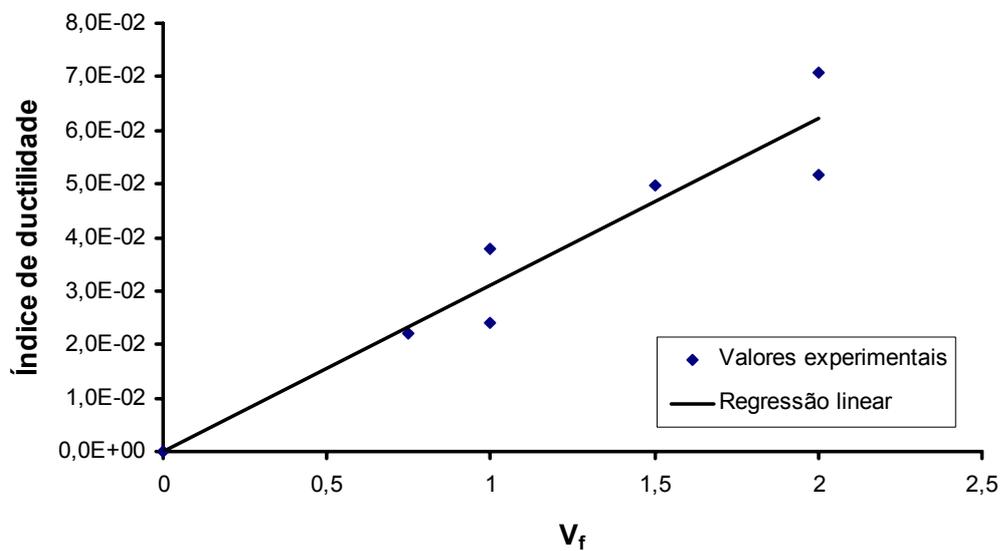
Tabela 6.7 – Índice de ductilidade de lajes e vigas análogas

Modelo	V_f (%)	l/D	f_c (MPa)	σ_{cu} (kN/cm ²)
L1 V1A/V1B	0	54,5	23,13	--
L2 V2A/V2B	1	54,5	24,40	0,0241
L3 V3A/V3B	2	54,5	28,06	0,0517
L4 V4A/V4B	0	54,5	56,98	--
L5 V5A/V5B	1	54,5	59,72	0,0377
L6 V6A/V6B	2	54,5	52,38	0,0707
L7 V10A/V10B	0,75	48	36,55	0,0221
L8 V11A/V11B	1,5	48	46,08	0,0491

Os índices foram dados em [kN/cm²], da mesma forma como são fornecidos os índices da norma japonesa JSCE-SF4/84.

Da observação dos resultados apresentados na Tabela 6.7, conclui-se que os maiores índices de ductilidade foram obtidos utilizando-se concreto de alta resistência (Série 2). A ductilidade aumentou à medida que o volume de fibras foi aumentado, dentro de uma mesma série de modelos. A diferença de relação de aspecto, nesse caso, pouco alterou a variação dos índices.

O gráfico da Figura 6.13 ilustra o aumento dos índices de ductilidade, à medida que aumenta o volume de fibras adicionado ao concreto.

Figura 6.13 – Índices de ductilidade calculados a partir do *Modelo Viga-Arco Modificado*

7 Conclusões

Em linhas gerais, considerando os objetivos propostos para esta tese, pode-se dizer que todos foram cumpridos, ou seja:

- a) foram produzidos novos dados experimentais e foram re-estruturados os dados existentes (AZEVEDO, 1999 e ZAMBRANA VARGAS, 1997) sobre a resistência e a ductilidade de ligações laje-pilar em lajes-cogumelo de concreto armado reforçado com fibras de aço;
- b) analisaram-se e estabeleceram-se conclusões sobre a similaridade de comportamento estrutural de lajes de concreto com fibras, sujeitas à punção, e vigas análogas submetidas à força cortante;
- c) estabeleceram-se algumas correlações entre a resistência e a ductilidade de lajes-cogumelo à punção, com a resistência e a ductilidade de vigas prismáticas ao cisalhamento;
- d) efetuou-se uma análise da adaptabilidade de modelos mecânicos teóricos existentes sobre a punção em lajes, com vistas à consideração do efeito da adição de fibras de aço ao concreto;
- e) estabeleceram-se, na medida do possível, método e critérios de seleção do tipo, volume e outras características das fibras de aço a serem usadas em ligações laje-pilar, por meio de indicadores obtidos em ensaios mais simples, de cisalhamento em prismas;
- f) estabeleceram-se critérios quantitativos para avaliação da ductilidade das ligações laje-pilar.

Em termos de contribuição original da tese, pode-se dizer que foram duas essencialmente:

- a análise experimental das similaridades de comportamento estrutural entre lajes submetidas à punção e vigas submetidas ao cisalhamento;
- a adaptabilidade de modelos teóricos existentes sobre cisalhamento em vigas sem estribos e punção em ligações laje-pilar interno, sem armadura de punção, considerando o efeito da adição de fibras de aço ao concreto.

Dentre as conclusões específicas da parte experimental do trabalho, algumas podem ser realçadas:

- Em todas as séries de ensaios observou-se, tanto nas lajes como nas vigas em linhas gerais, que a resistência e a ductilidade aumentaram com o aumento do volume de fibras de aço adicionadas ao concreto.
- As vigas sem fibras rompiam bruscamente por cisalhamento, após a formação da fissura inclinada.
- As vigas V5A, V5B, V9B, V11B, V13A e V14A, reforçadas com elevados teores de fibras, tiveram a ruptura por cisalhamento concomitante com o escoamento da armadura de flexão tracionada, mostrando que esta armadura foi mais solicitada do que no caso das vigas de concreto sem fibras.
- Nas vigas V6, reforçadas com 2% de fibras ZP-305 DRAMIX, houve problema de efeito de escala, e a resistência e a ductilidade esperadas não foram alcançadas. Isso não aconteceu nas vigas V9, de mesmo f_c e mesma taxa de fibras, porém de dimensões maiores.
- Todas as lajes foram dimensionadas para romperem por punção, fato que realmente ocorreu. Nas lajes reforçadas com fibras de aço, existiu uma tendência da carga de ruína se aproximar da estimada para ruptura à flexão, à medida que se incorporava um maior volume de fibras ao concreto. Isso significa que a introdução de fibras de aço contribuiu na ductilidade da ruptura. O melhor resultado desta análise foi obtido na Série 2, utilizando-se concreto de alta resistência e 2% de fibras de aço.
- Tanto lajes como vigas reforçadas com fibras de aço apresentaram uma ruína bem mais dúctil, com maior solicitação da armadura de flexão, aparecendo inclusive fissuras de flexão na região de momento fletor máximo.

- Em todas as vigas das Séries 1 a 4, a ruptura foi por arrancamento das fibras, enquanto que nas vigas da Série 5 houve ruptura das fibras. O modelo teórico de SWAMY et al. (1993), para previsão da carga última de vigas reforçadas com fibras, não se aplicou bem na maioria dos casos.
- Na Série 4 foi possível concluir que a fibra RC 65/30 BN, de relação de aspecto 66,7, produziu maior ductilidade nas lajes do que a fibra RL 45/50 BN, de relação de aspecto 48. A alteração da relação de aspecto pouco influenciou na resistência dos elementos estruturais.
- A fibra HSCF-25 HAREX, utilizada na Série 5, não proporcionou elevados índices de tenacidade à flexão, nos compósitos ensaiados.
- Em todas as séries houve um aumento da carga última proporcional ao volume de fibras empregado. Nas séries 1 e 2, onde foi utilizado como agregado o pedrisco, o segundo trecho das curvas apresentou maior inclinação do que o primeiro, indicando um maior crescimento da resistência quando adicionados maiores volumes de fibras. Já na Série 4, onde foi utilizada brita 1, o maior aumento de resistência ocorreu até o volume de 0,75%, depois o aumento foi menor.
- Observou-se ainda que a maior resistência normalizada à punção das lajes sem fibras foi a da laje da Série 1, de $f_{ck} \cong 25$ MPa, seguida pela laje da Série 4, de $f_{ck} \cong 40$ MPa, e por último a da Série 2, de $f_{ck} \cong 60$ MPa, devido à fragilidade do concreto de alta resistência. Adicionando-se as fibras, percebe-se uma inversão dessa ordem para teores acima de 1,5%, ou seja, a maior resistência à punção foi obtida pela laje da Série 2, seguida da laje da Série 4, e por último a laje da Série 1.
- As fibras atuam melhor em concreto de alta resistência.
- Na maioria dos casos observou-se uma similaridade de comportamento estrutural entre lajes e vigas análogas e, em alguns deles, foi possível observar correlações numéricas de resistência e ductilidade, por meio de análise gráfica.

A partir dos resultados experimentais, pode-se concluir que é possível utilizar ensaios de cisalhamento em vigas prismáticas para se obter indicadores a serem utilizados nos ensaios de lajes à punção. Verificou-se que existe uma similaridade de comportamento estrutural entre lajes de concreto com fibras

sujeitas à punção e vigas prismáticas submetidas à força cortante e que, na maioria dos casos, existiu uma correlação entre suas resistências e suas ductilidades.

Nestes ensaios foram testados apenas três tipos de fibras, devido à preocupação de se avaliar também outras variáveis, como resistência do concreto à compressão, volume percentual de fibras, altura útil do elemento e dimensão da chapa de carregamento. A execução de ensaios de vigas prismáticas, como foi feito nesta pesquisa, poderia também ter como finalidade selecionar o melhor tipo de fibra, de acordo com os requisitos de resistência e de ductilidade, a ser empregado na ligação laje-pilar. Seriam ensaios mais simples de se executar e menos onerosos, de onde se poderiam tirar boas conclusões sobre o comportamento da ligação laje-pilar a ser ensaiada posteriormente.

As análises teóricas realizadas a partir das *Equações do ACI Modificadas*, tanto para lajes como para vigas, forneceram bons indicadores de previsão de resistência ao cisalhamento de vigas sem estribos e resistência à punção de lajes sem armadura de punção, considerando a contribuição da adição de fibras ao concreto.

O *Modelo Viga-Arco Modificado* pode ser considerado um bom indicador para previsão de resistência e ductilidade de ligações laje-pilar interno, sem armadura transversal e reforçadas com fibras de aço, submetidas à punção. É um modelo simples de ser aplicado e, com base nos testes que foram feitos com os dados experimentais encontrados na revisão bibliográfica, parece fornecer bons resultados. Além disso, não se tinha, até o momento, conhecimento de um modelo de cálculo teórico que permitisse avaliar o efeito da adição de fibras e prognosticar a capacidade resistente de lajes-cogumelo à punção.

Dentro da mesma linha de pesquisa, apresentam-se algumas sugestões para novos trabalhos:

- Desenvolver estudos sobre Mecânica da Fratura, que poderiam fornecer melhores parâmetros para a análise experimental, considerando as aplicações do concreto com fibras nas situações consideradas nesta pesquisa.

- Utilizar outros tipos de fibras, de diferentes relações de aspecto, na análise experimental, a fim de detectar similaridades de comportamento estrutural entre lajes e viga análogas.
- Utilizar lajes e vigas análogas de dimensões maiores, para evitar o efeito de escala nas vigas.
- Estender o estudo experimental para lajes e vigas armadas ao cisalhamento.
- Variar a taxa de armadura de flexão nas séries de ensaios.
- Efetuar análises teóricas, a exemplo das que foram feitas, utilizando-se a equação da FIB (1990).
- Ampliar o *Modelo Viga-Arco Modificado* com vistas à aplicação nos casos de ligações laje-pilar para pilares de borda e de canto.
- Analisar a possibilidade de adaptação de outros modelos mecânicos ao caso de lajes de concreto reforçado com fibras. No Capítulo 3 têm-se algumas indicações do que poderia ser feito no caso do modelo de GOMES (1991), por exemplo.

ANEXO

A. Tabelas de resistências dos CP

Modelo	Nº do CP	Idade	Tipo de ensaio	f_c (MPa)	$f_{ct,sp}$ (MPa)	$f_{ct,f}$ (MPa)	f_r (MPa)	E_c (MPa)
L1 V1A,V1B	1	13	compressão	21,22				
	2	13	compressão	37,23*				
	3	13	compressão	25,05				
	4	13	tração (compr. diam.)		2,372			
	5	13	tração (compr. diam.)		1,968			
	6	13	tração (compr. diam.)		2,084			
	7	13	mód. elasticidade					--
	8	13	mód. elasticidade					20550
	9	13	mód. elasticidade					21021
	Média				23,13	2,141		

Modelo	Nº do CP	Idade	Tipo de ensaio	f_c (MPa)	$f_{ct,sp}$ (MPa)	$f_{ct,f}$ (MPa)	f_r (MPa)	E_c (MPa)
L2 V2A,V2B	1	14	compressão	23,78				
	2	14	compressão	23,78				
	3	14	compressão	25,65				
	4	14	tração (compr. diam.)		2,996			
	5	14	tração (compr. diam.)		2,112			
	6	14	tração (compr. diam.)		2,662			
	7	14	mód. elasticidade					20900
	8	14	mód. elasticidade					19160
	9	14	mód. elasticidade					20043
	Média				24,40	2,590		

Modelo	Nº do CP	Idade	Tipo de ensaio	f_c (MPa)	$f_{ct,sp}$ (MPa)	$f_{ct,f}$ (MPa)	f_r (MPa)	E_c (MPa)
L3 V3A,V3B	1	13	compressão	30,56				
	2	13	compressão	23,67				
	3	14	compressão	34,11				
	4	14	compressão	29,83				
	5	13	tração (compr. diam.)		2,803			
	6	13	tração (compr. diam.)		2,718			
	7	14	tração (compr. diam.)		3,316			
	8	14	tração (compr. diam.)		3,072			
	9	13	mód. elasticidade					2042 3
	10	13	mód. elasticidade					1932 4
	11	13	mód. elasticidade					1820 9
	Média				28,06	2,977		

Modelo	Nº do CP	Idade	Tipo de ensaio	f_c (MPa)	$f_{ct,sp}$ (MPa)	$f_{ct,f}$ (MPa)	f_r (MPa)	E_c (MPa)
L4 V4A,V4B V7A,V7B	1	13	compressão	58,72				
	2	13	compressão	59,98				
	3	13	compressão	60,43				
	4	13	compressão	60,80				
	5	13	tração (compr. diam.)		4,051			
	6	13	tração (compr. diam.)		3,209			
	7	13	tração (compr. diam.)		3,650			
	8	13	tração (compr. diam.)		4,316			
	9	14	mód. elasticidade					2867 2
	10	14	mód. elasticidade					2934 3
	11	14	mód. elasticidade					2731 1
	12	14	mód. elasticidade					2912 7
	Média			56,98	3,807			2861 3

Modelo	Nº do CP	Idade	Tipo de ensaio	f_c (MPa)	$f_{ct,sp}$ (MPa)	$f_{ct,f}$ (MPa)	f_r (MPa)	E_c (MPa)
L5 V5A,V5B V8A, V8B	1	14	compressão	62,93				
	2	14	compressão	63,45				
	3	14	compressão	60,55				
	4	14	compressão	64,54				
	5	14	tração (compr. diam.)		5,301			
	6	14	tração (compr. diam.)		4,888			
	7	14	tração (compr. diam.)		6,185			
	8	14	tração (compr. diam.)		5,440			
	9	14	tração na flexão			5,537	3,845	
	10	14	tração na flexão			5,624	4,267	
	11	14	tração na flexão			6,944	4,212	
	12	20	mód. elasticidade					2775 1
	13	20	mód. elasticidade					2903 9
	Média			59,72	5,454	6,03 5	4,108	2839 5

Modelo	Nº do CP	Idade	Tipo de ensaio	f_c (MPa)	$f_{ct,sp}$ (MPa)	$f_{ct,f}$ (MPa)	f_r (MPa)	E_c (MPa)
L6 V6A, V6B V9A, V9B	1	14	compressão	56,39				
	2	14	compressão	53,64				
	3	14	compressão	49,63				
	4	14	compressão	49,85				
	5	14	tração (compr. diam.)		7,197			
	6	14	tração (compr. diam.)		7,241			
	7	14	tração (compr. diam.)		5,311			
	8	14	tração (compr. diam.)		6,592			
	9	15	tração na flexão			7,465	5,205	
	10	15	tração na flexão			5,616	4,462	
	11	15	tração na flexão			8,662	5,404	
	12	15	mód. elasticidade					26840
	13	15	mód. elasticidade					28155
	14	15	mód. elasticidade					28396
	Média			52,38	6,585	7,248	5,024	27797

Modelo	Nº do CP	Idade	Tipo de ensaio	f_c (MPa)	$f_{ct,sp}$ (MPa)	$f_{ct,f}$ (MPa)	f_r (MPa)	E_c (MPa)
L7 V10A,V10B	1	14	compressão	39,43				
	2	14	compressão	38,72				
	3	14	compressão	38,67				
	4	14	compressão	37,06				
	5	14	tração (compr. diam.)		4,396			
	6	14	tração (compr. diam.)		3,850			
	7	14	tração (compr. diam.)		3,421			
	8	14	tração (compr. diam.)		4,200			
	9	15	tração na flexão			4,352	3,773	
	10	15	tração na flexão			5,052	4,960	
	11	15	tração na flexão			3,343	3,333	
	12	16	mód. elasticidade					2848 7
	13	16	mód. elasticidade					2835 3
	14	16	mód. elasticidade					2772 5
	Média			36,55	3,967	4,24 9	4,022	2818 8

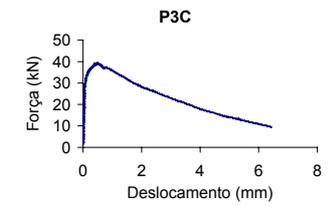
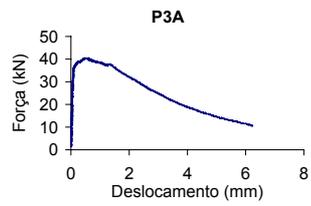
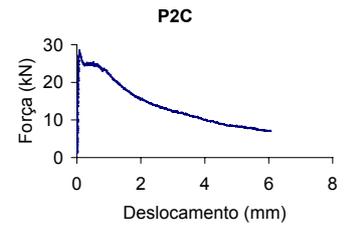
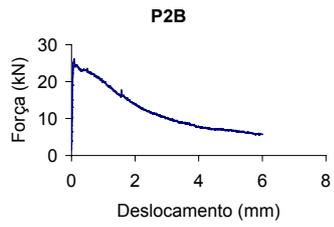
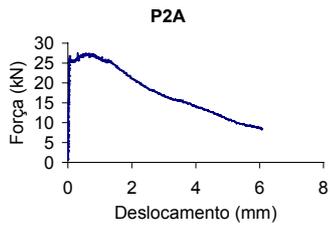
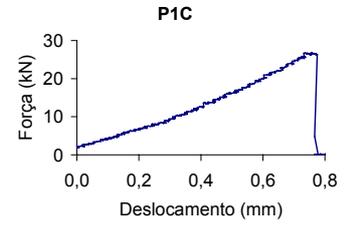
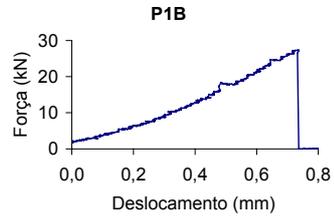
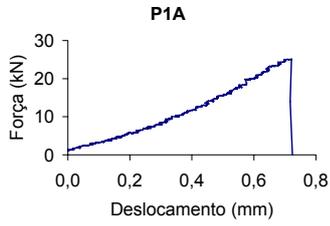
Modelo	Nº do CP	Idade	Tipo de ensaio	f_c (MPa)	$f_{ct,sp}$ (MPa)	$f_{ct,f}$ (MPa)	f_r (MPa)	E_c (MPa)
L8 V11A,V11B	1	15	compressão	46,22				
	2	15	compressão	45,26				
	3	15	compressão	46,77				
	4	15	tração (compr. diam.)		5,044			
	5	15	tração (compr. diam.)		5,289			
	6	15	tração (compr. diam.)		3,326*			
	7	15	tração na flexão			5,882	5,000	
	8	15	tração na flexão			7,942	6,267	
	9	15	tração na flexão			6,637	4,933	
	10	15	mód. elasticidade					3301 3
	11	15	mód. elasticidade					3009 7
	12	15	mód. elasticidade					3104 6
		Média			46,08	5,167	6,82 0	5,400

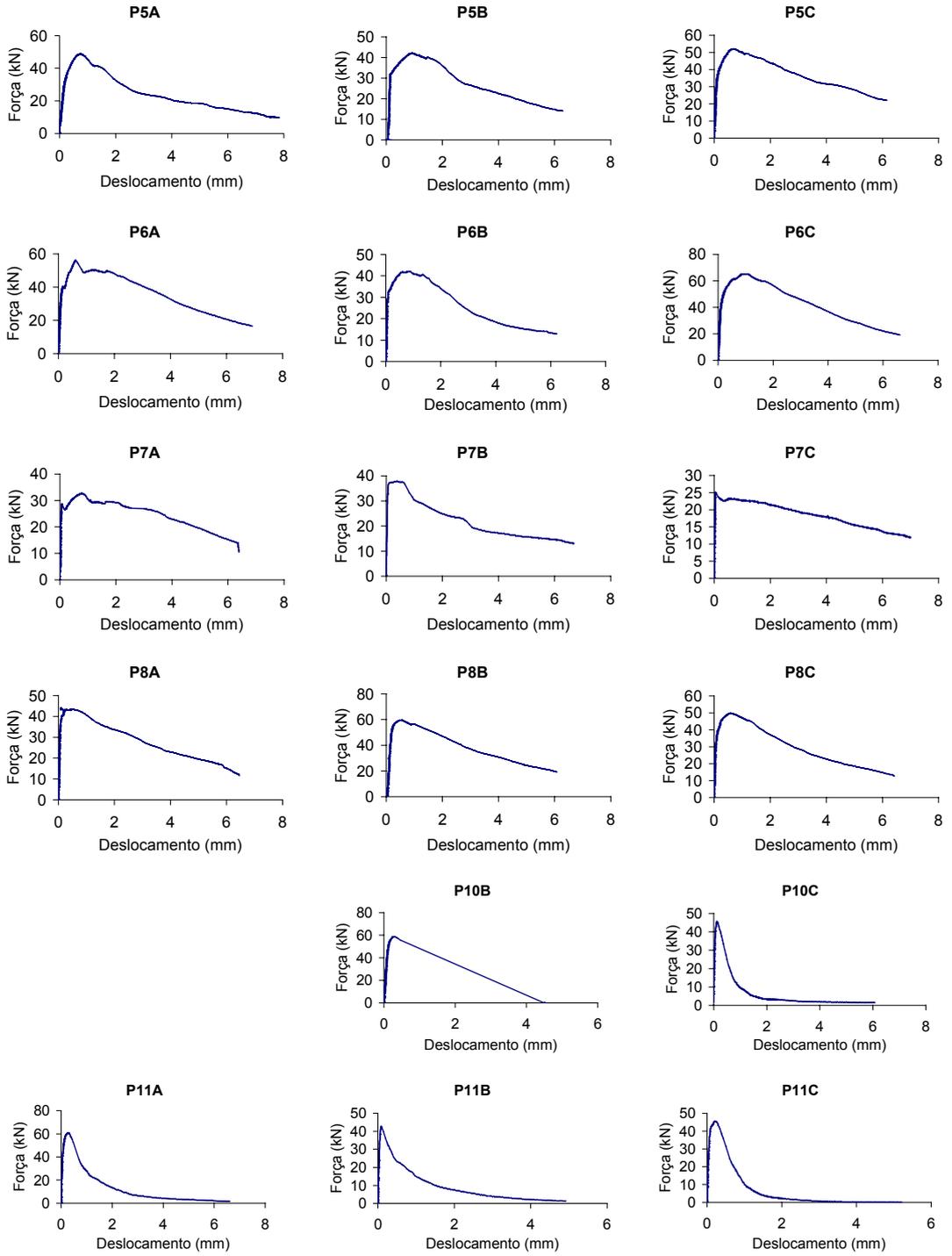
Modelo	Nº do CP	Idade	Tipo de ensaio	f_c (MPa)	$f_{ct,sp}$ (MPa)	$f_{ct,f}$ (MPa)	f_r (MPa)	E_c (MPa)
V12A,V12B	1	14	compressão	70,18				
	2	14	compressão	81,13				
	3	14	compressão	74,51				
	4	14	tração (compr. diam.)		4,701			
	5	14	tração (compr. diam.)		4,232			
	6	14	tração (compr. diam.)		4,438			
	7	15	tração na flexão			4,236		
	8	15	tração na flexão			4,740		
	9	15	tração na flexão			4,493		
	10	14	mód. elasticidade					36090
	11	14	mód. elasticidade					36385
	12	14	mód. elasticidade					36878
	Média			75,27	4,46	4,490		36451

Modelo	Nº do CP	Idade	Tipo de ensaio	f_c (MPa)	$f_{ct,sp}$ (MPa)	$f_{ct,f}$ (MPa)	f_r (MPa)	E_c (MPa)
V13A,V13B	1	11	compressão	71,96				
	2	11	compressão	72,33				
	3	11	compressão	76,20				
	4	11	tração (compr. diam.)		5,419			
	5	11	tração (compr. diam.)		5,458			
	6	11	tração (compr. diam.)		6,078			
	7	11	tração na flexão			--	--	
	8	11	tração na flexão			7,836	5,133	
	9	11	tração na flexão			6,084	5,667	
	10	11	mód. elasticidade					35607
	11	11	mód. elasticidade					34710
	12	11	mód. elasticidade					35679
	Média			73,50	5,65	6,96	5,400	35332

Modelo	Nº do CP	Idade	Tipo de ensaio	f_c (MPa)	$f_{ct,sp}$ (MPa)	$f_{ct,f}$ (MPa)	f_r (MPa)	E_c (MPa)
V14A,V14B	1	11	compressão	75,44				
	2	11	compressão	68,15				
	3	11	compressão	75,41				
	4	11	tração (compr. diam.)		7,968			
	5	11	tração (compr. diam.)		8,585			
	6	11	tração (compr. diam.)		7,340			
	7	11	tração na flexão			8,098	7,000	
	8	11	tração na flexão			5,687	5,347	
	9	11	tração na flexão			6,074	5,667	
	10	14	mód. elasticidade					3635 6
	11	14	mód. elasticidade					3488 0
	12	14	mód. elasticidade					3705 6
		Média			73,10	7,96	6,62	6,005

B. Gráficos de ensaio dos prismas



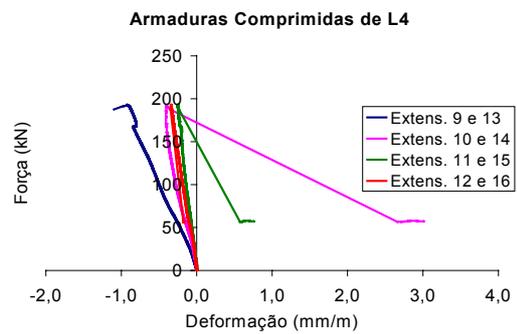
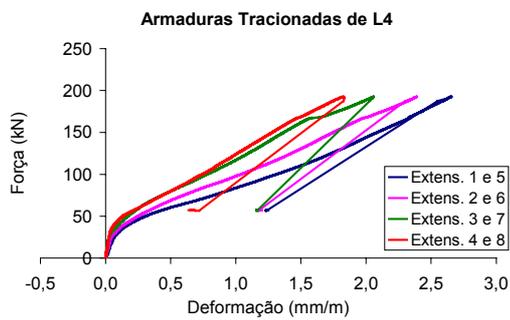
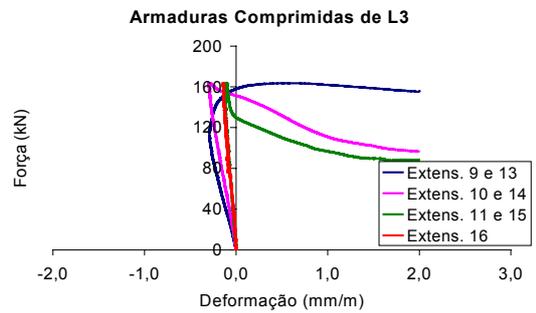
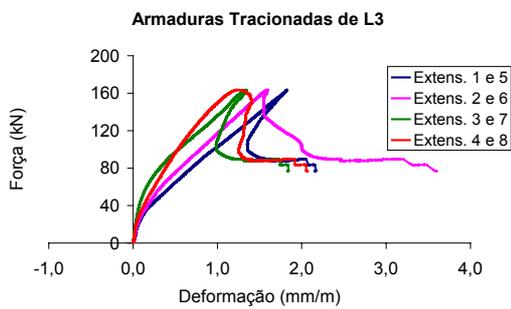
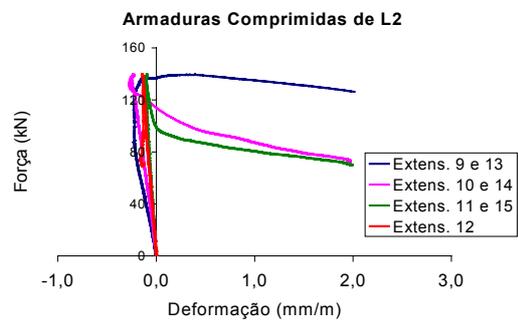
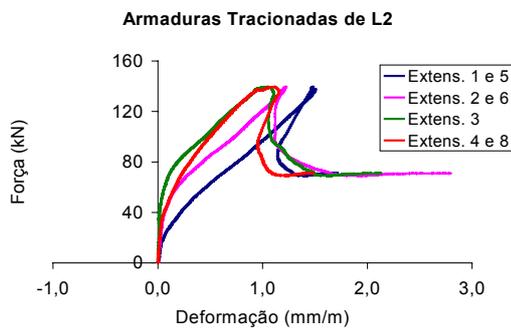
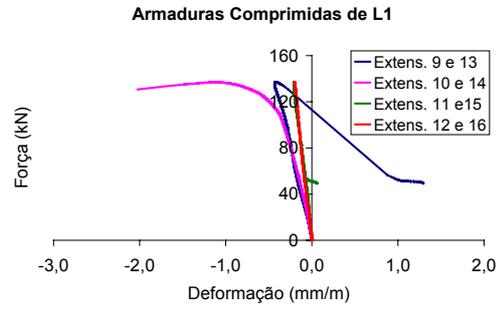
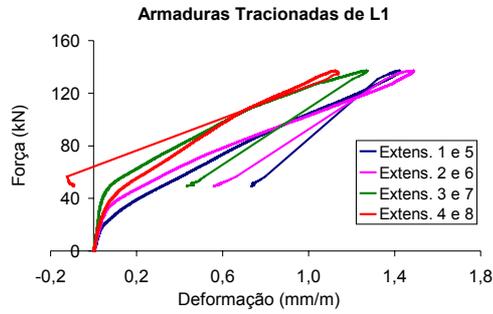


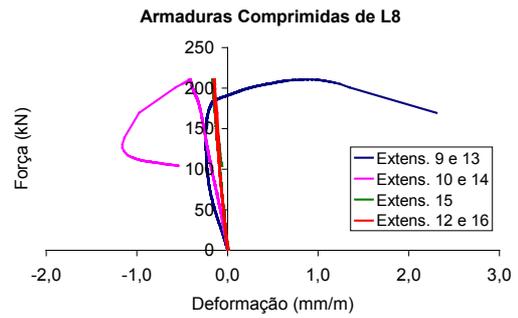
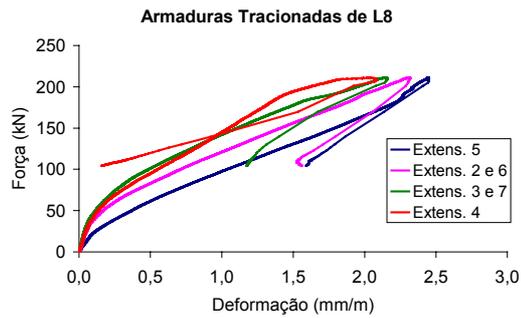
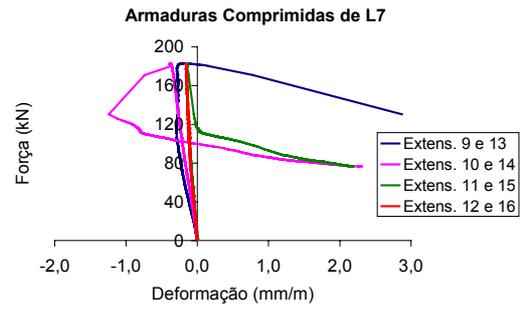
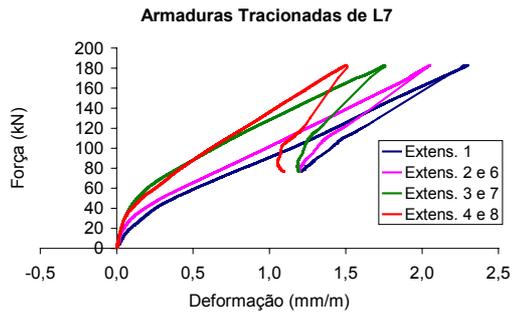
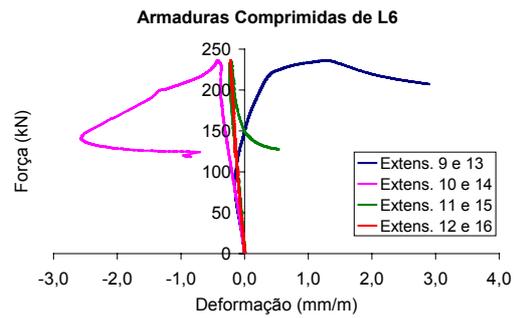
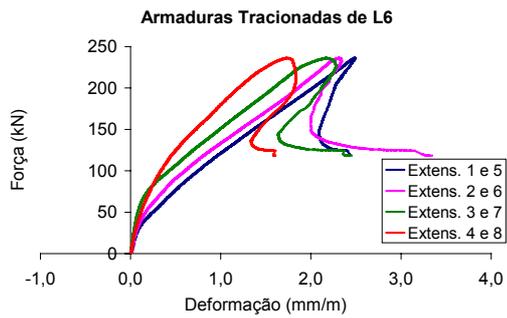
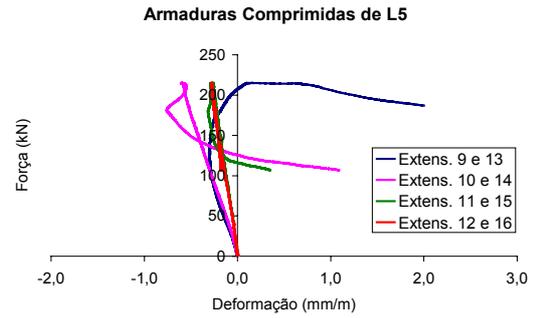
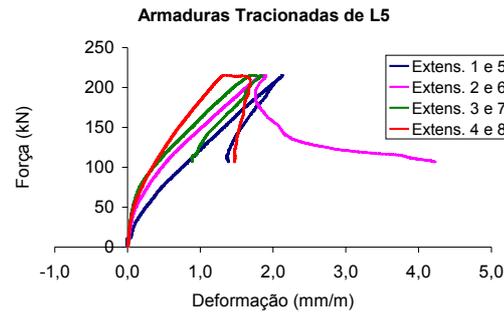
C. Índices de tenacidade à flexão

Modelo	Prisma	Volume de fibras (%)	Índices de tenacidade				
			ASTM C1018				JSCE-SF4
			I5	I10	I20	I30	
L2 V2A,V2B	P2A	1	4,47	8,75	17,80	26,86	3,052
	P2B	1	4,39	8,46	15,61	23,40	2,252
	P2C	1	4,87	9,45	18,40	27,35	2,504
	Média	1	4,6	8,9	17,3	25,9	2,60
L3 V3A,V3B	P3A	2	5,46	11,23	23,50	35,46	4,514
	P3C	2	5,57	12,00	25,74	39,43	4,140
	Média	2	5,5	11,6	24,6	37,4	4,33
L5 V5A,V5B V8A,V8B	P5A	1	5,41	12,18	24,11	33,07	--
	P5B	1	10,02*	23,04*	51,01*	76,94*	4,616
	P5C	1	5,63	12,62	28,61	45,72	5,913
	Média	1	5,5	12,4	26,4	39,4	5,26
L6 V6A,V6B V9A,V9B	P6A	2	6,53	13,10	29,94	47,15	6,218
	P6B	2	5,70	12,27	26,86	42,53	4,677
	P6C	2	5,83	13,47	30,54	49,01	7,426
	Média	2	6,0	12,9	29,1	46,2	6,11
L7 V10A,V10B	P7A	0,75	5,21	10,41	21,56	33,53	3,840
	P7B	0,75	6,55*	14,26*	29,07*	44,26*	3,830
	P7C	0,75	4,63	9,99	20,00	29,49	2,912
	Média	0,75	5,5	11,6	23,5	35,8	3,53
L8 V11A,V11B	P8A	1,50	5,92	12,55	25,87	40,01	4,464
	P8B	1,50	11,43	26,74	56,26	81,68	6,414
	P8C	1,50	5,35	11,67	25,95	40,16	5,343
	Média	1,50	5,6	12,1	25,9	40,1	5,41
V13A,V13B	P10B	0,75	6,58	13,47	--	--	--
	P10C	0,75	4,78	9,28	15,51	19,27	1,518
	Média	0,75	5,7	11,4	15,5	19,3	1,52
V14A,V14B	P11A	1,50	6,00	13,37	21,19	34,80	3,259
	P11B	1,50	4,43	9,00	15,39	20,15	1,840
	P11C	1,50	5,29	11,05	19,79	24,54	1,551
	Média	1,50	5,2	11,1	18,8	26,5	2,22

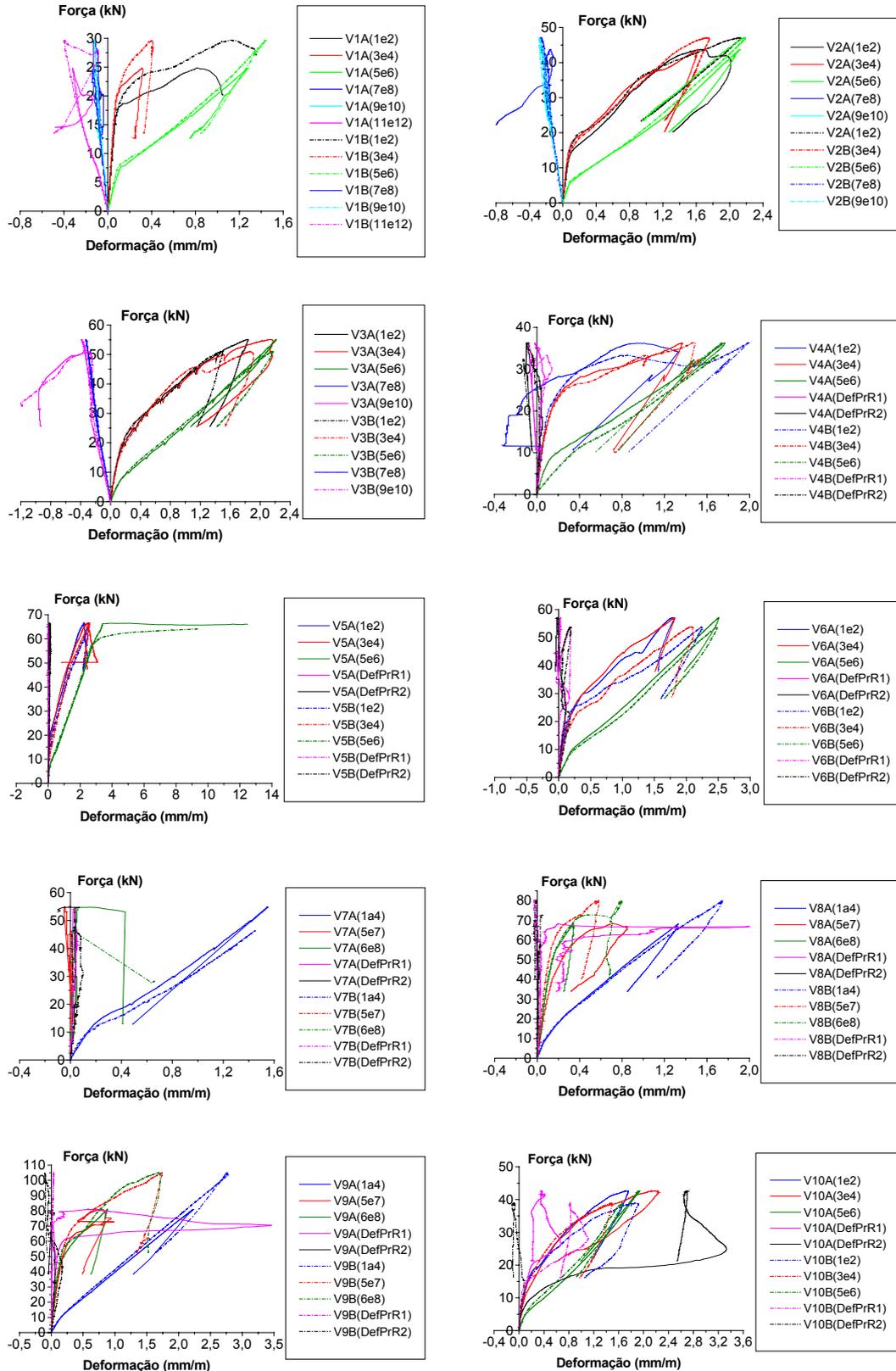
* Valores não considerados na média

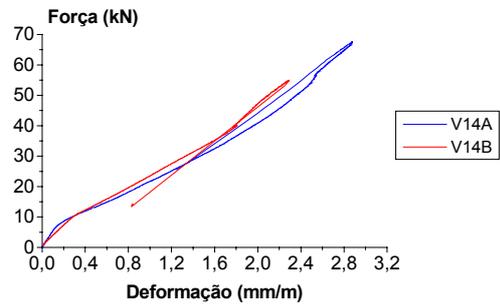
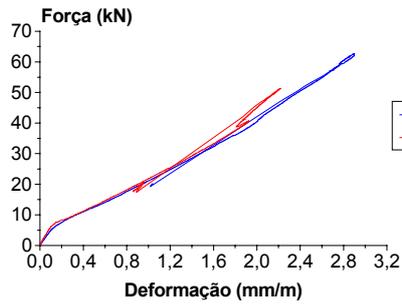
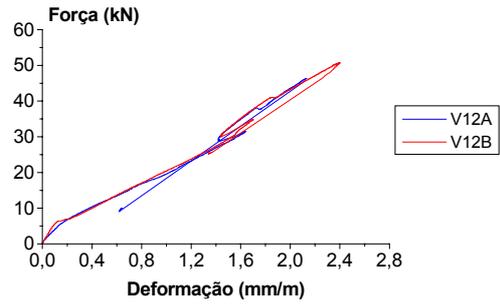
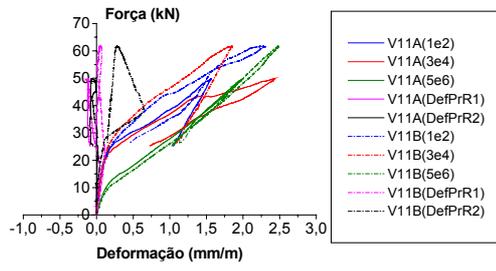
D. Deformação da armadura das lajes





E. Deformação da armadura das vigas





Referências Bibliográficas

- ADEBAR, P.; MINDESS S.; ST.-PIERRE, D.; OLUND, B. (1997). Shear tests of fiber concrete beams without stirrups. *ACI Structural Journal*, v.94, n.1, p.68-76, January-February.
- AFHAMI, S.; ALEXANDER, S.D.B.; SIMMONDS, S.H. (1998). *Strip model for capacity of slab-column connections*. Department of Civil and Environmental Engineering, University of Alberta, Edmonton. (Structural Engineering Report No. 223).
- ALEXANDER, S.D.B.; SIMMONDS, S.H. (1987). Ultimate strength of slab-column connections. *ACI Structural Journal*, v.84, n.3, p.255-261, May/June.
- ALEXANDER, S.D.B.; SIMMONDS, S.H. (1991). *Bond model for strength of slab-column joints*. Department of Civil Engineering, University of Alberta. (Structural Engineering Report No. 174).
- ALEXANDER, S.D.B.; SIMMONDS, S.H. (1992a). Bond model for concentric punching shear. *ACI Structural Journal*, v.89, n.3, p.325-334, May/June.
- ALEXANDER, S.D.B.; SIMMONDS, S.H. (1992b). Punching shear tests of concrete slabs-column joints containing fiber reinforcement. *ACI Structural Journal*, v.89, n.4, p.425-432, Jul/Aug.
- ALMEIDA, M.O. (1999). *Estudo da tenacidade e proposta de nova configuração do ensaio de flexão em placas para os concretos reforçados com fibras de aço*. Florianópolis. Dissertação (Mestrado) - UFSC.
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE - Committee 318 (1999). *Building code requirements for structural concrete (ACI 318-99) and Commentary (ACI 318R-99)*. Farmington Hills: ACI, 1999.
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (1994). ACI 363.R-82 – State-of-the-art report on high-strength concrete. In: _____. *Manual of concrete practice*. Detroit, Michigan. v.1.

- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (1987). ACI 544.1R-82 (Reapproved 1986) – State-of-the-art report on fiber reinforced concrete. In: _____. *Manual of concrete practice*. Detroit, Michigan. v.5.
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (1994). ACI 544.2R-89 – Measurements of properties of fiber reinforced concrete. In: _____. *Manual of concrete practice*. Detroit, Michigan. v.5.
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (1994). ACI 544.3R-93 – Guide for specifying, proportioning, mixing, placing, and finishing steel fiber reinforced concrete. In: _____. *Manual of concrete practice*. Detroit, Michigan. v.5.
- AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS (C78-94). *Standard test method for flexural strength of concrete (using simple beam with third-point loading)*. Book of ASTM Standards, Philadelphia.
- AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS (C143-90a). *Standard test method for slump of hydraulic cement concrete*. Book of ASTM Standards, part 04.02, Philadelphia.
- AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS (C995-94). *Standard test method for time of flow of fiber-reinforced concrete through inverted slump cone*. Book of ASTM Standards, Philadelphia.
- AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS (C1018-94b). *Standard test method for flexural toughness and first-crack strength of fiber reinforced concrete (using beam with third-point loading)*. Book of ASTM Standards, Philadelphia.
- AMORIM, R.R. (2000). *Resistência à punção em lajes cogumelo de concreto armado: análise teórico-computacional*. Goiânia. Dissertação (Mestrado) – EEC/UFG.
- ANDERSSON, J.L. (1963). *Punching of concrete slabs with shear reinforcement*. Meddelande NR 47. Institutionen för Byggnadsstatik, Kungliga Tekniska Högskolan, Stockholm.
- ANDRADE, M.A.S. (1999). *Punção em lajes cogumelo: estudo do posicionamento da armadura de cisalhamento em relação à armadura de flexão*. Goiânia. Dissertação (Mestrado) – EEC/UFG.
- ASCE-ACI Committee 426 (1974). The shear strength of reinforced concrete members: slabs. *Journal of the Structural Division, ASCE*, v.100, n.ST8, p.1543-91, August.

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1994). *MB-3483 – Concreto: determinação da resistência à tração na flexão em corpos-de-prova prismáticos*. Rio de Janeiro. 9p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1994). *NBR-5738 – Moldagem e cura de corpos-de-prova cilíndricos ou prismáticos de concreto*. Rio de Janeiro. 9p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1994). *NBR-5739 – Concreto: ensaio de compressão de corpos-de-prova cilíndricos*. Rio de Janeiro. 4p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2001). *NBR-6118 - Projeto e execução de obras de concreto armado*. Rio de Janeiro.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1992). *NBR-6152 – Materiais metálicos: determinação das propriedades mecânicas à tração*. Rio de Janeiro.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1984). *NBR-6474 – Cimento Portland e outros materiais em pó: determinação da massa específica*. Rio de Janeiro. 4p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1987). *NBR-7217 – Agregados: determinação da composição granulométrica*. Rio de Janeiro. 5p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1994). *NBR-7222 – Argamassa e concreto: determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos-de-prova cilíndricos*. Rio de Janeiro.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1992). *NBR-7223 - Concreto: determinação da consistência pelo abatimento do tronco de cone*. Rio de Janeiro. 4p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1982). *NBR-7251 - Agregado em estado solto: determinação da massa unitária*. Rio de Janeiro. 3p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1983). *NBR-7810 - Agregado em estado compactado seco: determinação da massa unitária*. Rio de Janeiro. 3p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1984). *NBR-8522 - Concreto: determinação do módulo de deformação estática e diagrama tensão-deformação*. Rio de Janeiro. 9p.

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1987). *NBR-9776 - Agregados: determinação da massa específica de agregados miúdos por meio do frasco de Chapman*. Rio de Janeiro. 3p.
- AZEVEDO, A.P. (1999). *Resistência e ductilidade das ligações laje-pilar em lajes de concreto de alta resistência armado com fibras de aço e armadura transversal de pinos*. São Carlos. Dissertação (Mestrado) - EESC-USP.
- AZEVEDO, A.P.; HANAI, J.B. (1998). Resistência e ductilidade das ligações laje-pilar em lajes-cogumelo de concreto de alta resistência armado com fibras de aço e diferentes tipos de armadura transversal. In: CONGRESSO DE ENGENHARIA CIVIL, 3., Juiz de Fora, 1998. *Anais*. Juiz de Fora, UFJF-FE. p.39-48.
- BANTHIA, N.; TROTTIER, J-F. (1995). Test methods for flexural toughness characterization of fiber reinforced concrete: some concerns and a proposition. *ACI Materials Journal*, v.92, n.1, p.48-57, January-February.
- BASTOS, P.S.S. (1999). *Análise experimental de dormentes de concreto protendido reforçados com fibras de aço*. São Carlos. 254p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- BAUER, L.F. (1987). *Materiais de construção*. 3.ed. Rio de Janeiro, LTC. v.1.
- BAUER, L.A.F.; NORONHA, M. A. A.; BAUER, R.J. (1987). *Concreto armado com fibras*. Campinas, Concrelix Engenharia de Concreto. (Boletim n.7)
- BENTUR, A.; MINDESS, S. (1990). *Fibre reinforced cementitious composites*. London, Elsevier Applied Science.
- BRANCO, A.F.V.C. (1989). *Contribuição para o projeto de lajes-cogumelo*. São Carlos. Dissertação (Mestrado) - EESC-USP.
- CARDOSO, R.S.V.; SHEHATA, L.C.D.; THOMAZ, E.C.S. (1998). *Resistência ao cortante de vigas de concreto de alta resistência*. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO - REIBRAC, 40., Rio de Janeiro, 3-8 agosto 1998. *Anais* (CD-ROM). São Paulo, IBRACON, 1998. 14p.
- CARVALHO, A.L. (2000). *Análise da resistência à punção em lajes cogumelo com armadura de cisalhamento*. Goiânia. Dissertação (Mestrado) – EEC/UFG.
- CATELLI JR., C.A. (2000). Determinação de propriedades mecânicas de concreto com fibras de aço. /Relatório de Iniciação Científica apresentado à FAPESP, São Carlos, 2000/
- CORDOVIL, F.A.B. (1997). *Lajes de concreto armado: punção*. Florianópolis, Ed. da UFSC, 225 p.

- CUNHA, A.J.P. e SOUZA, V.C.M. (1994). *Lajes em concreto armado e protendido*. Universidade Federal Fluminense - EDUFF, Niterói, RJ.
- DAL MOLIN, D.C.C. (1995). *Contribuição ao estudo das propriedades mecânicas dos concretos de alta resistência com e sem adições de microssilica*. São Paulo. Tese (Doutorado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.
- DING, Y.; KUSTERLE, W. (1999). Comparative study of steel fibre-reinforced concrete and steel mesh-reinforced concrete at early ages in panel tests. *Cement and Concrete Research*, v.29, p.1827-34.
- DÛMET, T.B. (1995). Verificação experimental da inclinação das bielas de concreto das peças submetidas ao cisalhamento. São Paulo. Dissertação (Mestrado) – EPUSP.
- EWANG, B.E. (1999). Estudo de fissuração em concreto armado com fibras e armadura convencional. São Carlos. 189p. Dissertação (Mestrado) – EESC-USP.
- FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON - FIB (1999). Structural concrete: v.2 – Basis of design. *fib Bulletin*, n.2.
- FIGUEIREDO, A.D. (1997). Parâmetros de controle e dosagem do concreto projetado com fibras de aço. São Paulo. 342p. Tese (Doutorado) – EPUSP. 2v.
- FIGUEIREDO FILHO, J.R. (1981). *Estudo experimental da ruína de ligações laje-pilar em casos característicos de cantos de lajes-cogumelo*. São Carlos. Dissertação (Mestrado) - EESC-USP.
- FIGUEIREDO FILHO, J.R. (1989). *Sistemas estruturais de lajes sem vigas: subsídios para o projeto e execução*. São Carlos. Tese (Doutorado) - EESC-USP.
- FURLAN JR., S. (1995). *Vigas de concreto com taxas reduzidas de armadura de cisalhamento: influência do emprego de fibras curtas e de protensão*. São Carlos. Tese (Doutorado) - EESC-USP.
- FURLAN JR., S.; HANAI, J.B. (1997). Shear behaviour of fiber reinforced concrete beams. *Cement and Concrete Composites*, v.19, n.4, p.359-66, July-August.
- GOMES, R.B. (1991). *Punching resistance of reinforced concrete flat slabs with shear reinforcement*. PhD thesis. The Polytechnic of Central London.
- GOPALARATNAM, V.; GETTU, R. (1995). On the characterization of flexural toughness in fiber reinforced concrete. *Cement & Concrete Composites*, v.17, n.3, p.239-54.

- GUARDA, M.C.C. (1995). *Cálculo de lajes-cogumelo pela teoria das charneiras plásticas*. São Carlos. 164 p. Dissertação (Mestrado) – EESC-USP.
- HALLGREN, M. (1996). *Punching resistance of reinforced concrete flat slabs with shear reinforcement*. PhD Thesis, Polytechnic of Central London.
- HANAI, J.B.; ZAMBRANA VARGAS, E.N. (1997). Utilização do concreto de alto desempenho reforçado com fibras de aço nas ligações laje-pilar em lajes sem vigas. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO - REIBRAC, 39., São Paulo, 5-8 agosto 1997. *Anais*. São Paulo, IBRACON, v.2, p.549-62.
- HANNANT, D.J. (1978). *Fibre cements and fibre concretes*. Wiley-Interscience Publication: John Wiley & Sons, Chichester, New York, Brisbane, Toronto.
- HARAJLI, M.H.; MAALOUF, D.; KHATIB, H. (1995). *Effect of fibers on the punching shear strength of slab-column connections*. *Cement & Concrete Composites*, v.17, n.2, p.161-170.
- HELENE, P.R.L.; TERZIAN, P. (1993). *Manual de dosagem e controle do concreto*. São Paulo, Pini.
- HOLANDA, K.M.A.; HANAI, J.B. (2002). Avaliação da capacidade resistente de ligações laje-pilar interno de concreto reforçado com fibras de aço [CD-ROM]. In: JORNADAS SUL-AMERICANAS DE ENGENHARIA ESTRUTURAL, 30., Brasília, 27-31 maio 2002. *Anais*. Brasília, UnB/ASAE, 15p.
- HUGHES, B.P.; XIAO, Y. (1995). Flat slabs with fibre or link reinforcement at slab-column connections. In: Institution of Civil Engineers - Structures & Buildings, 110, 1995. *Proceedings*. p.308-21. August.
- IMAM, M.; VANDEWALLE, L.; MORTELMANS, F. (1994). Shear capacity of steel fiber high-strength concrete beams. In: ACI International Conference, Singapore, 1994. *Proceedings*. V. M. Malhotra Editor, p.227-41. (SP-149 ACI).
- JAPAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS (JSCE-SF4/84). *Method of tests for flexural strength and flexural toughness of steel fiber reinforced concrete*. Concrete Library of JSCE. Part III-2. Method of tests for steel fiber reinforced concrete n° 3, p.58-61. June.
- JENSEN, B.C. (1975). Lines of discontinuity for displacements in the theory of plasticity of plain and reinforced concrete. *Magazine of Concrete Research*, v.27, n.92, p.143-50, September.
- KIM, J-K.; PARK, Y-D. (1996). Prediction of shear strength of reinforced concrete beams without web reinforcement. *ACI Materials Journal*, v.93, n.3, p.213-22, May-June.

- KINNUNEN, S.; NYLANDER, H. (1960). *Punching of concrete slabs without shear reinforcement*. Stockholm, Transactions of the Royal Institute of Technology. Report n.158.
- KHUNTIA, M.; STOJADINOVIC, B.; GOEL, S.C. (1999). Shear strength of normal and high-strength fiber reinforced concrete beams without stirrups. *ACI Structural Journal*, v.96, n.2, p.282-89, March-April.
- LIM, D.H.; OH, B.H. (1999). Experimental and theoretical investigation on the shear of steel fibre reinforced concrete beams. *Engineering Structures*, v.21, p.937-44.
- LIMA, J.S. (2001). *Verificações da punção e da estabilidade global de edifícios de concreto: desenvolvimento e aplicação de recomendações normativas*. São Carlos. 225p. Dissertação (Mestrado) - EESC-USP.
- LEONHARDT, F.; MÖNIG, E. (1978). *Construções de concreto: casos especiais de dimensionamento de estruturas de concreto armado*. Rio de Janeiro, Interciência. v.2.
- MARTINELLI, D.A. (1974). *Sobre a ruína das ligações laje-pilar nos cantos de lajes-cogumelo*. São Carlos. Tese (Livre-docência). EESC-USP.
- MARZOUK, H.; HUSSEIN, A. (1991). Experimental investigation on the behavior of high-strength concrete slabs. *ACI Structural Journal*, v.88, n.6, p.701-13, November-December.
- McHARG, P.J. et al. (2000). Benefits of concentrated slab reinforcement and steel fibers on performance of slab-column connections. *ACI Structural Journal*, v.97, n.2, p.225-34, March-April.
- MELGES, J.L.P. (1995). *Punção em lajes: exemplos de cálculo e análise teórico-experimental*. São Carlos. Dissertação (Mestrado) - EESC-USP.
- MELGES, J.L.P. (2001). *Análise experimental da punção em lajes de concreto armado e protendido*. São Carlos. Tese (Doutorado) - EESC-USP.
- MOENS, J.; NEMEGEER, D. (1994). Designing fiber reinforced concrete based on toughness characteristics. In: AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. *Steel fiber reinforced concrete*. Detroit. p.30-35. (ACI Compilation 27).
- MORENO JR., A.L.; PINTO JR., N.O. (1999). *Resistência ao cisalhamento de vigas de concreto reforçado com fibras de aço*. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO - REIBRAC, 41., Salvador, 30 agosto a 3 setembro 1999. *Anais* (CD-ROM). São Paulo, IBRACON, 1999. 12p.
- NAAMAN, A.E. (1985). Fiber reinforcement for concrete. *Concrete International*, v.7, n.3, p.21-25, March.

- NUNES, N.L. (1998). Estudo da influência da geometria da fibra de aço na tenacidade à flexão dos compósitos de matriz de concreto. São Paulo. 193p. Dissertação (Mestrado) – EPUSP.
- OLIVEIRA, D.R.C. (1998). *Análise experimental de lajes cogumelo de concreto armado com armadura inclinada de punção*. Brasília. 137p. Dissertação (Mestrado) – Universidade de Brasília.
- PARK, R.; GAMBLE, W.L. (2000). *Reinforced concrete slabs*. 2. ed. New York, John Wiley & Sons, Inc.
- PRISCO, M.; FELICETTI, R. (1997). Some results on punching shear in plain and fibre-reinforced micro-concrete slabs. *Magazine of Concrete Research*, v.49, n.180, p.201-19, September.
- QUEIROGA, M.V.M. (1999). *Análise experimental de pilares de CAD submetidos à compressão simples*. São Carlos. 162p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- RUSSO, G.; PULERI, G. (1997). Stirrup effectiveness in reinforced concrete beams under flexure and shear. *ACI Structural Journal*, v.94, n.3, p.227-38, May-June.
- SAVASTANO JR., H.(1992). *Zona de transição entre fibras e pasta de cimento portland: caracterização e inter-relação com as propriedades mecânicas do compósito*. São Paulo, Tese (Doutorado) – EPUSP.
- SHAABAN, A.M.; GESUND, H. (1994). Punching shear strength of steel fiber reinforced concrete flat plates. *ACI Structural Journal*, v.91, n.4, p.406-14, July-August.
- SHAH, S.P.; OUYANG, C. (1991). Mechanical behaviour of fiber-reinforced cement-based composites. *J. Am. Ceram. Soc.*, v.74, n.11, p.2727-2953.
- SHEHATA, I.A.E.M. (1985). Theory of punching in concrete slabs. London. PhD Thesis, The Polytechnic of Central London.
- SHEHATA, I.A.E.M. (1990). Rational method for designing RC slabs to resist punching. *ASCE Journal of Structural Engineering*, v.116, n.7, p.2055-2060, Jul.
- SHEHATA, I.A.E.M.; SHEHATA, L.C.C. (1989). Compressive strength of concrete elements with variable dimensions. *Materials and Structures*, v.22, p.264-68.
- SHERIF, A.G.; DILGER, W.H. (1996). Critical review of the CSA A23.94 punching shear strength provisions for interior columns. *Canadian Journal of Civil Engineering*, v.23, p.998-1011.
- SOROUSHIAN, P.; BAYASI, Z. (1987). Prediction of the tensile strength of fiber reinforced concrete: a critique of the composite material concept. In: Shah, S. P.;

- Batson, G. B. *Fiber Reinforced Concrete Properties and Applications*. SP 105 (p.71-84). Detroit: AMERICAN CONCRETE INSTITUTE.
- SWAMY, R.N.; ALI, S.A.R. (1982). Punching shear behavior of reinforced slab-column connections made with steel fiber concrete. *Journal of the American Concrete Institute*, v.79, n.5, p.392-406, September-October.
- SWAMY, R.N.; JONES, R.; CHIAM, A.T.P. (1993). Influence of steel fibers on the shear resistance of lightweight concrete I-beams. *ACI Structural Journal*, v.90, n.1, p.103-114, January-February.
- TAN, K-H.; PARAMASIVAM, P. (1994). Punching shear strength of steel fiber reinforced concrete slabs. *Journal of Materials in Civil Engineering*, v.6, n.2, p.240-53, May.
- TAKEYA, T. (1981). *Estudo experimental da ruína de ligações laje-pilar em bordas de lajes-cogumelo*. São Carlos. Dissertação (Mestrado) - EESC-USP.
- TEZUKA, Y. (1989). *Concreto armado com fibras*. São Paulo, ABCP.
- THEODORAKOPOULOS, D.D.; SWAMY, N. (1993). Contributions of steel fibers to the strength characteristics of lightweight concrete slab-column connections failing in punching shear. *ACI Structural Journal*, v.90, n.4, p.342-55, July-August.
- VALLE, M.; BÜYÜKÖZTÜRK, O. (1993). Behavior of fiber reinforced high-strength concrete under direct shear. *ACI Materials Journal*, v.90, n.2, p.122-33, March-April.
- VANDERLEI, R.D. (1999). *Análise experimental de pilares de concreto armado de alta resistência sob flexo-compressão reta*. São Carlos. 141p. + ap. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- ZAMBRANA VARGAS, E.N. (1997). *Punção em lajes-cogumelo de concreto de alta resistência reforçado com fibras de aço*. São Carlos. Dissertação (Mestrado) - EESC-USP.

Bibliografia Complementar

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1983). *NBR-7211 – Agregado para concreto: especificação*. Rio de Janeiro. 9p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1987). *NBR-9937 – Agregados: determinação da absorção e da massa específica de agregado graúdo*. Rio de Janeiro. 6p.
- BRAESTRUP, M.W. (1976). *Axisymmetric punching of plain and reinforced concrete*. Report R75. Structural Research Laboratory. Copenhagen, Technical University of Denmark.
- GUIMARÃES, A.E.P. (1999). *Análise de pilares de concreto de alta resistência com adição de fibras metálicas submetidos à compressão centrada*. São Carlos. 145 p. Tese (Doutorado) – EESC-USP.
- LIMA, F.B. de (1997). *Pilares de concreto de alto desempenho: fundamentos e experimentação*. São Carlos. 169p. + ap. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- LOVROVICH, J.S.; McLEAN, D.I. (1990). Punching shear behavior of slabs with varying span-depth ratios. *ACI Structural Journal*, v.87, n.5, p.507-11, September-October.
- SILVA, R.C. (1991). *Concreto armado: aplicações de modelos de bielas e tirantes*. São Carlos. Dissertação (Mestrado) – EESC-USP.
- SOUZA, V.C.M.; CUNHA, A.J.P. (1994). *Lajes em concreto armado e protendido*. Niterói, Eduff.