

***UMA ABORDAGEM PROBABILISTA DA RUPTURA DE
PAINÉIS TRACIONADOS DE CONCRETO DE
GRANULOMETRIA FINA ARMADOS COM TELAS SOLDADAS***

Ana Rita Cordeiro da Silva

Tese apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Engenharia de Estruturas.

Orientador: Prof. Dr. Sergio Persival Baroncini Proença

São Carlos
2002

*Porque Deus é quem opera em vós
tanto o querer como o efetuar,
segundo a sua boa vontade.*

Fl 2.13

*Ao Cássio,
com amor.*

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Sergio Persival Baroncini Proença, pela orientação, pela amizade, pelos ensinamentos e, sobretudo, pelo incentivo em todas as etapas deste trabalho.

Ao Prof. François Kild do Laboratoire de Mécanique et Technologie de Cachan da Université Paris 6, França, onde o tratamento probabilista dos resultados experimentais foi desenvolvido, por sua solicitude, por disseminar a idéia da "dynamique d'équipe" e por ter, junto com sua esposa Anne, proporcionado um ambiente agradável de trabalho e humano durante minha estada em Cachan. Obrigada François e obrigada Anne.

Ao Prof. René Billardon, pelas valiosas sugestões e pela atenção durante o meu trabalho no LMT.

Aos Profs. Ahmed Benallal e Nicolas Schmitt (do LMT) pela atenção.

Ao Prof. Mounir Khalil El Debs pelas sugestões no programa experimental.

Aos Profs. Antonio A. Dias (LaMEM) e João Rolfo (Depto. de Eng. Materiais, Aeronáutica e Automobilística), pela atenção durante a realização dos ensaios.

Aos Profs. José Jairo de Sales e Roberto Martins Gonçalves, pelo apoio.

Aos amigos - Maria Cristina, Felício, Cristina, Suzana, Rejane e Aline - conquistados durante estes longos anos de convívio no Departamento de Estruturas.

Aos colegas Pascal Forquin, Yann Charles, Olivier Arnould e Eric Blond pelo agradável ambiente de trabalho no LMT e por colaborarem com a simulação numérica no curtíssimo espaço de tempo de que dispúnhamos.

Aos funcionários do Laboratório de Estruturas - Eng. Luiz Vicente Vareda, Amaury, Mário, Jorge, Valdir, João e Maury; do LaMEM - Jaime; e do Laboratório de Mecânica das Rochas - Eng. Benedito Souza, pela valiosa colaboração na realização do extenso programa experimental desenvolvido.

Aos demais colegas e funcionários do Departamento de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos.

À Maria Nadir Minatel, pelo auxílio com as referências bibliográficas.

A todos os meus amigos, pelos momentos compartilhados.

À NTI-ZERUST Inibidores de corrosão VCI Ltda., pela doação do filme de polietileno usado para proteção das formas metálicas.

Ao Eng. João Batista Rodrigues da Silva do IBTS, pela colaboração com as telas soldadas e à Companhia Siderúrgica Belgo-Mineira, pela doação das telas soldadas.

Ao CNPq, pelo apoio financeiro.

Agradeço, finalmente, ao Cássio, aos meus pais e aos meus irmãos, pelo amor, pela ajuda e pela compreensão e, principalmente, a Deus, por tudo.

SUMÁRIO

<i>Lista de símbolos</i>	i
<i>Resumo</i>	iii
<i>Abstract</i>	iv
1 - Introdução	1
1.1 - <i>Considerações iniciais</i>	1
1.2 - <i>Objetivo</i>	3
1.3 - <i>Conteúdo do trabalho</i>	3
2 - Teoria de misturas e mecanismos de ruptura em compósitos de fibras	6
2.1 - <i>Considerações iniciais</i>	6
2.2 - <i>Teoria de misturas</i>	6
2.3 - <i>Mecanismos de ruptura em compósitos de fibras longas</i>	9
2.3.1 - <i>Critério para identificação de fratura única ou multi-fraturamento</i>	9
a) <i>fratura única ou multi-fraturamento das fibras</i>	9
b) <i>fratura única ou multi-fraturamento da matriz</i>	12
2.3.2 - <i>Curva tensão x deformação do compósito durante o multi-fraturamento da matriz</i>	17
3 - Abordagem probabilista da ruptura	20
3.1 - <i>Considerações iniciais</i>	20
3.2 - <i>Propriedades de ruptura de materiais frágeis</i>	21
3.2.1 - <i>Tensão de ruptura</i>	21
3.2.2 - <i>Dispersão da tensão de ruptura</i>	22
3.2.3 - <i>Efeitos da distribuição de defeitos, de volume e da heterogeneidade das tensões</i>	23
3.3 - <i>Probabilidade de ruptura de materiais frágeis</i>	27
3.3.1 - <i>Hipótese do elo mais fraco</i>	28
3.3.2 - <i>Modelo de Weibull</i>	30
3.3.2.1 - <i>Valor finito para o tamanho crítico do defeito</i>	30
3.3.2.2 - <i>Valor nulo para o tamanho crítico do defeito</i>	31
3.4 - <i>Avaliação da probabilidade de ruptura a partir de uma distribuição de Weibull de dois parâmetros</i>	32

3.4.1 - <i>Volume efetivo</i>	32
3.4.2 - <i>Volume efetivo em função do fator de heterogeneidade de tensões de Weibull</i>	34
3.4.2.1 - <i>Tração simples</i>	34
3.4.2.2 - <i>Flexão</i>	35
3.4.2.3 - <i>Tração excêntrica</i>	36
3.4.3 - <i>Identificação dos parâmetros de Weibull m e $V_0S_0^m$</i>	38
3.5 - <i>Conceito de Tensão de Weibull - Diagrama de Weibull</i>	39
3.6 - <i>Considerações sobre a influência dos Efeitos V e H na tensão de ruptura média de materiais frágeis</i>	41
3.6.1 - <i>Efeito de volume</i>	43
3.6.2 - <i>Efeito de heterogeneidade das tensões</i>	45
4 - Programa experimental	48
4.1 - <i>Considerações iniciais</i>	48
4.2 - <i>Moldagem de peças de concreto de granulometria fina</i>	50
4.2.1 - <i>Definição dos modelos ensaiados</i>	50
4.2.2 - <i>Materiais utilizados</i>	53
4.2.2.1 - <i>Cimento</i>	53
4.2.2.2 - <i>Água</i>	53
4.2.2.3 - <i>Agregados</i>	54
4.2.2.4 - <i>Telas de aço soldadas</i>	55
4.2.3 - <i>Obtenção do traço de concreto - Dosagem de materiais</i>	57
4.2.4 - <i>Confecção das fôrmas</i>	58
4.2.5 - <i>Moldagem, adensamento e cura</i>	61
4.3 - <i>Instrumentação</i>	62
4.4 - <i>Métodos de ensaios</i>	66
4.4.1 - <i>Ensaio de flexão em 3 e 4 pontos de barras de concreto simples</i>	67
4.4.2 - <i>Ensaio de tração de fios de aço</i>	69
4.4.3 - <i>Ensaio de tração sobre painéis de concreto de granulometria fina armados com telas soldadas</i>	71
5 - Resultados obtidos nos ensaios	74
5.1 - <i>Considerações iniciais</i>	74
5.2 - <i>Resultados dos ensaios</i>	74
5.2.1 - <i>Flexão de barras de microconcreto</i>	75
5.2.1.1 - <i>Flexão em 3 pontos</i>	75
a) <i>Barras B-17</i>	78
b) <i>Barras B-32</i>	81
5.2.1.2 - <i>Flexão em 4 pontos</i>	84
a) <i>Barras B-17</i>	85

b) Barras B-32.....	88
5.2.2 – Tração de painéis de microconcreto armados.....	91
5.2.2.1 - Painéis PA-20.....	91
a) Verificação da condição de multi-fraturamento da matriz.....	91
b) Resultados obtidos para o painel PA-20.....	93
5.2.2.2 - Painéis PA-40.....	95
a) Cálculo da tensão de ruptura do painel.....	98
b) Simulação da resposta elástica do compósito pelo Método dos Elementos Finitos.....	99
c) Verificação da condição de multi-fraturamento da matriz.....	103
b) Resultados obtidos para o painel PA-40.....	104
5.2.3 – Tração de fios de aço.....	106
5.3 - Considerações finais.....	109
6 - Tratamento probabilista dos resultados.....	111
6.1 - Considerações iniciais.....	111
6.2 - Identificação dos parâmetros de Weibull a partir dos ensaios de flexão.....	111
6.2.1 - Análise preliminar das 4 séries de ensaios.....	112
6.2.2 - Definição da Lei de Weibull de dois parâmetros.....	115
6.3 - Análise de toda a amostragem incluindo-se os painéis.....	120
6.4 - Previsão de ruptura do painel.....	122
6.5 - Considerações finais.....	125
7 - Conclusões.....	127
8 - Bibliografia.....	129
Anexo.....	136

LISTA DE SÍMBOLOS

- L = comprimento do compósito
 S = seção transversal do compósito
 S_f = seção transversal das fibras
 S_m = seção transversal da matriz
 f = fração de fibras no compósito
 $1 - f$ = fração correspondente à matriz
 u = deslocamento
 F = força externa
 σ_c = tensão no compósito
 σ_f = tensão nas fibras
 σ_m = tensão na matriz
 ε_c = deformação do compósito
 ε_f = deformação da fibra
 ε_m = deformação da matriz
 E_c = módulo de elasticidade do compósito
 E_f = módulo de elasticidade da fibra
 E_m = módulo de elasticidade da matriz
 σ_{fu} = resistência à ruptura das fibras
 σ_{mu} = resistência à ruptura da matriz
 ε_{fu} = deformação de ruptura das fibras
 ε_{mu} = deformação de ruptura da matriz
 σ'_f = tensão na fibra que produz uma deformação igual à de ruptura da matriz
 σ'_m = tensão na matriz que produz uma deformação igual à de ruptura da fibra
 r = raio da fibra
 τ = tensão de aderência da interface fibra-matriz
 $\sigma^{1^a F}$ = tensão no momento da formação da primeira fissura
 $\sigma^{2^a F}$ = tensão no momento da formação da segunda fissura
 $\sigma^{3^a F}$ = tensão no momento da formação da terceira fissura
 σ_R = tensão de ruptura
 σ_{eq} = tensão equivalente
 P_R = probabilidade de ruptura da estrutura

P_S = probabilidade de sobrevivência da estrutura

i = número do evento

n = número de eventos

V_0 = volume do elo elementar

P_{R0} = probabilidade de ruptura associada ao elo elementar

P_{Ri} = probabilidade de ruptura associada ao evento i

P_{Si} = probabilidade de sobrevivência associada ao evento i

σ_{Ri} = tensão de ruptura do evento i

$\bar{\sigma}_R$ = tensão média de ruptura

V = volume da estrutura

m = módulo de Weibull

S_0 = tensão normalizadora de Weibull

H_m = fator de heterogeneidade de tensões de Weibull

V_{ef} = volume efetivo

H_m^{tr} = fator de heterogeneidade de tensões na tração simples

V_{ef}^{tr} = volume efetivo na tração simples

H_m^{4P} = fator de heterogeneidade de tensões na flexão em 4 pontos

V_{ef}^{4P} = volume efetivo na flexão em 4 pontos

H_m^{3P} = fator de heterogeneidade de tensões na flexão em 3 pontos

V_{ef}^{3P} = volume efetivo na flexão em 3 pontos

H_m^{fl} = fator de heterogeneidade de tensões na flexão pura

V_{ef}^{fl} = volume efetivo na flexão pura

α = relação entre a tensão mínima e a máxima na tração excêntrica

$H_m^{\alpha \leq 0}$ = fator de heterogeneidade de tensões na tração excêntrica com $\alpha \leq 0$

$H_m^{\alpha \geq 0}$ = fator de heterogeneidade de tensões na tração excêntrica com $\alpha \geq 0$

$V_{ef}^{\alpha \leq 0}$ = volume efetivo na tração excêntrica com $\alpha \leq 0$

$V_{ef}^{\alpha \geq 0}$ = volume efetivo na tração excêntrica com $\alpha \geq 0$

σ_W = tensão de Weibull

$\bar{\sigma}_R^{3P}$ = tensão média de ruptura dos ensaios de flexão em 3 pontos

$\bar{\sigma}_R^{4P}$ = tensão média de ruptura dos ensaios de flexão em 4 pontos

F_R^T = força de ruptura média dos ensaios de tração sobre painéis

$\bar{\sigma}_R^{1^a F}$ = tensão média de ruptura da primeira fissura

$\bar{\sigma}_R^{2^a F}$ = tensão média de ruptura da segunda fissura

$\bar{\sigma}_R^{3^a F}$ = tensão média de ruptura da terceira fissura

RESUMO

SILVA, A.R.C. (2002). **Uma abordagem probabilista da ruptura de painéis tracionados de concreto de granulometria fina armados com telas soldadas**. São Carlos. 140p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

A resistência à ruptura de materiais frágeis como o concreto de granulometria fina é fortemente dependente de sua heterogeneidade, do tamanho da amostra e da heterogeneidade das tensões. A partir de uma abordagem probabilista, fundamentada no modelo de Weibull, este trabalho trata da influência de tais efeitos sobre a resistência à tração de painéis compósitos formados por concreto de granulometria fina e telas soldadas. Desde que as armaduras se mantenham em regime elástico, mostra-se que o Modelo de Weibull de dois parâmetros pode ser empregado com sucesso na previsão da ruptura dos painéis compósitos em estudo. Os parâmetros foram então identificados com medidas de ensaios de flexão em três e em quatro pontos de barras de concreto de granulometria fina de dois tamanhos diferentes. A utilização do modelo de Weibull confirmou, por outro lado, a validade da teoria de misturas como ferramenta para estimar as resistências de rupturas locais correspondentes a diferentes níveis de formação de fissuras.

Palavras-chave: Materiais compósitos de concreto de granulometria fina, função de distribuição de Weibull, probabilidade de ruptura, teoria de misturas, não-linearidade física.

ABSTRACT

SILVA, A.R.C. (2002). **A probabilistic approach to the failure of tensioned microconcrete panels reinforced by welded wire grids.** São Carlos. 140p. Thesis (PhD) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

The rupture strength of brittle materials such as the microconcrete is strongly dependent on the microstructural heterogeneity, the sample size and the stress heterogeneity. Using a probabilistic approach, based on the Weibull distribution, this work deals with the influence of such effects on the tensile strength of composite panels formed by microconcrete and welded wire grids. Provide the reinforcements behaves in elastic regime, it is shown that the model of Weibull of two parameters can be used with success to predict the failure of the composite panels studied. The parameters were then identified from measurements of flexural tests in three and in four points of two different sizes of microconcrete samples. The feasibility of the Weibull model validates, as well, the rule of mixture as a satisfactory tool to estimate local failure strengths of related to different levels of cracking.

Keywords: Microconcrete composite materials, Weibull distribution function, failure probability, rule of mixture, material nonlinearity.



INTRODUÇÃO

1.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O emprego de estruturas pré-moldadas ou pré-fabricadas de concreto e argamassa armada vem se tornando cada vez mais disseminado na construção civil graças às inovações tecnológicas crescentes nesta área da Engenharia. O uso do concreto de granulometria fina ou da argamassa merece especial destaque dentre as estruturas pré-moldadas (*EL DEBS, 2000*), uma vez que permite a moldagem de peças de pequena espessura, possibilitando, com isso, a redução do peso próprio dos componentes.

A argamassa armada – originada da introdução de telas soldadas como substituição às telas tecidas no material “fer-ciment”, idealizado por Lambot em 1848 e, posteriormente, “ferro-cimento” melhorado estruturalmente por Nervi em 1943 (*HANAI, 1992*) – graças a sua versatilidade e funcionalidade, tem despertado o interesse de pesquisadores ao longo da história. No início dos anos 60, a argamassa armada foi empregada pela primeira vez no Brasil, na Escola de Engenharia de São Carlos (EESC) da Universidade de São Paulo (*SCHIEL & MARTINELLI, 1964*), estimulando a formação de um grupo dedicado à pesquisa e ao desenvolvimento da argamassa armada no Brasil, o Grupo de São Carlos. A partir daí, têm sido numerosos os trabalhos desenvolvidos pelo Grupo sobre aplicações da argamassa armada em componentes e sistemas construtivos: *HANAI (1981)*, *EL DEBS (1984)*,

LIMA (1984), BATAGLIA (1986), MACHADO JÚNIOR (1978), LIBORIO (1990), CUNHA (1991), entre outros.

Por outro lado, no âmbito da EESC, o estudo do comportamento mecânico dos materiais tem priorizado a formulação de modelos mecânico-matemáticos que permitam simular sua resposta em regime não-linear. Dentre os trabalhos desenvolvidos que visam essencialmente ao entendimento dos mecanismos de deformação e ruptura dos materiais, com vistas à modelagem do comportamento de estruturas, destacam-se: PROENÇA (1988), ÁLVARES (1993), DRIEMEIER (1995), MUNAIAR NETO (1998), MAGNANIN FILHO (1996), SILVA (1997), PROENÇA (1997), PITUBA (1998), BALBO (1998), DRIEMEIER (1999), ÁLVARES (1999) e PROENÇA (2000).

Dentro deste contexto, o presente trabalho apoia-se tanto nos conhecimentos da Mecânica dos Materiais quanto na experimentação física em painéis – aqui designados *painéis de concreto de granulometria fina armados com tela soldada* – entendidos como um compósito formado por fibras longas inseridas em matriz de concreto. A investigação desenvolvida relaciona-se particularmente à previsão da ruptura do compósito segundo o ponto de vista fenomenológico da *hipótese do elo mais fraco* defendida por Weibull em 1939. Essa abordagem decorre do fato de que as propriedades de ruptura de materiais frágeis são fortemente influenciadas pela presença de defeitos.

Desde os trabalhos pioneiros de Weibull (WEIBULL, 1939, 1951), a distribuição de Weibull tem sido empregada para a previsão da ruptura de materiais frágeis. Muitos autores tentaram aperfeiçoar o modelo inicial para levar em conta a dependência da resistência de materiais frágeis em relação aos gradientes de tensões, ao tamanho da estrutura e às distribuições de defeitos. Alguns trabalhos mais recentes relacionam a resistência de materiais frágeis com o tamanho do defeito e sua distribuição dentro da amostra, HILD & MARQUIS (1990), HILD (1992); com o dano inicial e o tamanho da amostra (efeito de volume), MAZARS *et al.* (1991), SAOURIDIS & MAZARS (1992), BAZANT & XI (1992), ROSSI *et al.* (1994), YAACOUB AGHA & HILD (1995); com a heterogeneidade das tensões: HILD, BILLARDON & MARQUIS (1992), BERDIN *et al.* (1991), BERDIN *et al.* (1995).

Entretanto, deve-se observar que a natureza dos novos modelos não difere muito daquela do modelo inicial, tendo como base a hipótese do elo mais fraco: *FREUDENTHAL (1968)*, *JAYATILAKA & TRUSTRUM (1977)*, *BATDORF (1978)*, *LAMON & EVANS (1983)*, *KRAJICINOVIC & SUMARAC (1988)*, entre outros.

1.2. OBJETIVO

A pesquisa relaciona-se à previsão do comportamento de materiais compósitos em regime de ruptura. Nesse âmbito, dentro das possibilidades de tempo disponível e realização de ensaios em laboratório, limita-se o objetivo principal à previsão da resistência à ruptura de painéis de concreto de granulometria fina, armados com telas soldadas, submetidos à tração. A tese principal que se pretende verificar é a de que para esse estudo aplica-se a abordagem probabilista de Weibull em combinação com a teoria de misturas.

Todo o desenvolvimento do trabalho fundamenta-se em um estudo teórico-experimental composto das seguintes etapas:

- Determinação da resistência de cada um dos componentes isolados (concreto e aço), mediante ensaios uniaxiais de tração e de flexão em três e em quatro pontos, e determinação de valores de resistência à ruptura de painéis tracionados armados com telas soldadas;
- Verificação da aplicabilidade da distribuição de probabilidades de Weibull à previsão da resistência à ruptura do material em estudo;
- Análise probabilista da resistência à ruptura, levando-se em conta efeitos de escala e de heterogeneidade das solicitações;
- Verificação da validade da teoria misturas para o painel compósito em estudo.

1.3. CONTEÚDO DO TRABALHO

O segundo capítulo deste trabalho é dedicado à apresentação de fundamentos da teoria de misturas e dos mecanismos de ruptura em compósitos de fibras longas. Mais especificamente, a primeira parte versa sobre o estudo do comportamento de

compósitos de fibras longas arranjadas em paralelo e alinhadas na direção da sollicitação, com vistas à conceituação da teoria de misturas. A segunda parte expõe os critérios para a identificação de fratura única ou multi-fraturamento das fibras ou da matriz, e a terceira seção trata da curva *tensão x deformação* do compósito durante o multi-fraturamento da matriz, que é o caso de interesse para a análise das tensões de ruptura do painel compósito.

O terceiro capítulo é destinado aos fundamentos teóricos que compõem a abordagem probabilista da ruptura. Apresentam-se os seguintes tópicos: a hipótese do elo mais fraco na qual está fundamentado o modelo de distribuição de probabilidades de Weibull; a definição de volume efetivo que é essencial para a identificação dos parâmetros de Weibull; o conceito de tensão e Diagrama de Weibull e considerações sobre a influência dos efeitos de volume e de heterogeneidade das tensões sobre a tensão de ruptura de materiais frágeis.

No quarto capítulo apresenta-se todo o programa experimental – descrição de dimensões e processo de moldagem dos corpos-de-prova, dos dispositivos e métodos de ensaios – desenvolvido para a obtenção dos valores de tensão de ruptura e identificação paramétrica utilizados no tratamento probabilista.

No quinto capítulo, são apresentados todos os resultados dos ensaios descritos no Capítulo 4, bem como são relatados os principais fenômenos e dificuldades observados em cada tipo de ensaio. Na seção correspondente aos resultados dos ensaios dos painéis, verifica-se a condição de multi-fraturamento da matriz, apresenta-se o método utilizado no cálculo da tensão de ruptura e confrontam-se os resultados obtidos com aqueles previstos. Além disso, apresentam-se também alguns resultados da simulação numérica realizada com o intuito de definir-se o volume efetivo considerado para o compósito.

O sexto capítulo reúne todos os resultados experimentais apresentados no Capítulo 5, de modo a serem identificados os parâmetros do modelo de Weibull e, conseqüentemente, definida a *lei de Weibull de dois parâmetros* que descreve o comportamento do painel compósito em estudo. Uma vez definida a lei de Weibull, verifica-se que as resistências de ruptura dos painéis compósitos submetidos à tração

da armadura podem ser obtidas a partir de estimativas de resistência do concreto de granulometria fina.

No sétimo capítulo, são apresentadas as conclusões extraídas do tratamento probabilista dos resultados experimentais e feitas algumas sugestões para investigações posteriores.

As referências bibliográficas são apresentadas no Capítulo 8 e, no Anexo, algumas considerações sobre o procedimento empregado no tratamento dos resultados experimentais.



TEORIA DE MISTURAS E MECANISMOS DE RUPTURA EM COMPÓSITOS DE FIBRAS

2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Neste capítulo, são apresentadas algumas considerações acerca do comportamento de materiais compósitos em regime de ruptura. Inicialmente, conceitua-se brevemente a teoria de misturas (*MAGAGNIN FILHO, 1996*) e, em seguida, discutem-se os mecanismos de ruptura em compósitos de fibras (*AVESTON et al., 1971*). Apresenta-se, finalmente, o modelo simplificado de ruptura considerado para o caso dos painéis em estudo.

2.2 TEORIA DE MISTURAS

A produção de materiais compósitos torna-se interessante do ponto de vista de que a introdução de fibras dúcteis em uma matriz frágil melhora a tenacidade do material, diminuindo sua sensibilidade às concentrações de tensões geradas pela presença de defeitos como os vazios, desacelera a propagação de fissuras e, logicamente, aumenta sua ductilidade.

No entanto, para levar em consideração a natureza não-homogênea do compósito, na modelagem do seu comportamento pela mecânica do contínuo, é necessário que se introduzam o conceito de volume elementar representativo e hipóteses relativas à deformabilidade do conjunto.

Para o caso do compósito em estudo, em que se têm fibras longas introduzidas em uma matriz de concreto de granulometria fina, admite-se que as fibras apresentem uniformidade quanto ao diâmetro e ao espaçamento entre elas, sendo sua quantidade estimada pela taxa de fibras contidas na matriz. O Volume Elementar Representativo (VER) é uma porção mínima, geometricamente bem definida de fibra e matriz, cuja repetição reproduz o compósito. O VER permite simular o comportamento do material a partir de propriedades equivalentes, obtidas da combinação das propriedades de cada um de seus componentes segundo uma hipótese de homogeneização da seção. A teoria de misturas estabelece um procedimento de homogeneização.

Para uma conceituação esquemática desta teoria, considere-se o caso de um compósito de fibras longas arranjadas em paralelo e alinhadas na direção da força solicitante, conforme apresentado na Figura 2.1.

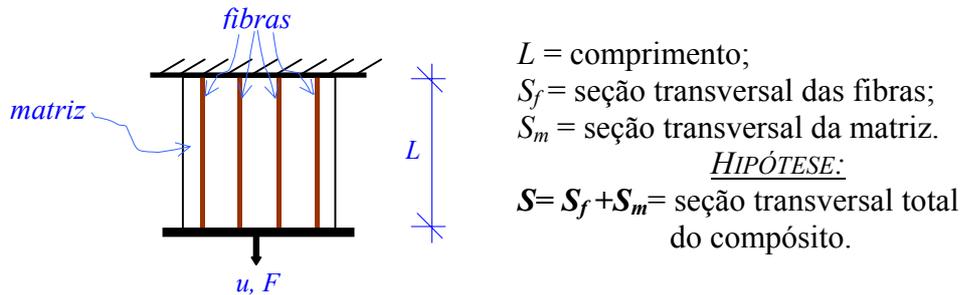


Figura 2.1 – Representação esquemática do compósito

Como a área da seção transversal total do compósito é composta pela soma das áreas de cada componente, pode-se definir:

- $f = \frac{S_f}{S_f + S_m}$, como a fração de fibra no compósito e
- $1 - f = \frac{S_m}{S_f + S_m}$, como a fração correspondente à matriz.

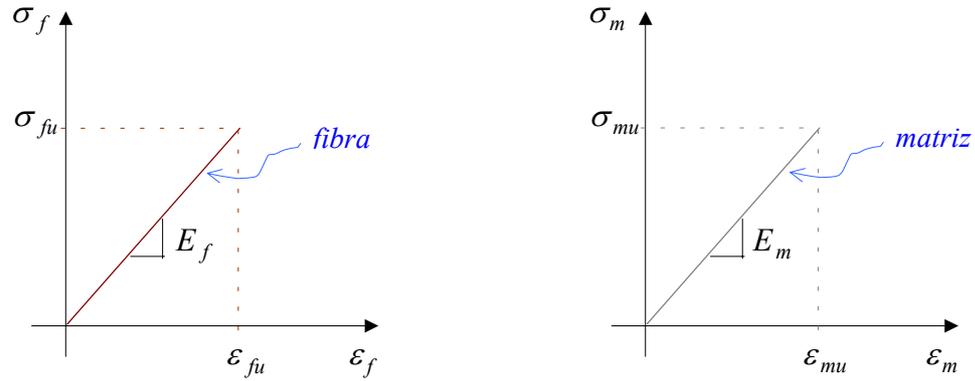


Figura 2.2 – Relações tensão x deformação para fibra e matriz

Admitindo-se que as relações *tensão x deformação* para a fibra e para a matriz tenham a forma apresentada na Figura 2.2, impondo-se um deslocamento arbitrário u ao compósito, tem-se que, antes da ruptura, a tensão σ_c no compósito se relaciona com a força externa correspondente ao deslocamento u por:

$$\begin{aligned} F &= \sigma_c(S_f + S_m) = \sigma_f S_f + \sigma_m S_m \\ \therefore \sigma_c &= f\sigma_f + (1-f)\sigma_m \end{aligned} \quad [2.1]$$

em que σ_f é a tensão nas fibras ($\sigma_f = E_f \varepsilon_f$), σ_m é a tensão na matriz ($\sigma_m = E_m \varepsilon_m$) e σ_c é a tensão no compósito ($\sigma_c = E_c \varepsilon_c$).

Aplicando-se a *hipótese de que as deformações sejam iguais na fibra e na matriz*,

$$\varepsilon_c = \varepsilon_f = \varepsilon_m,$$

obtém-se a seguinte expressão para o módulo de elasticidade do compósito:

$$E_c = fE_f + (1-f)E_m \quad [2.2]$$

As Equações [2.1] e [2.2] representam uma idealização da resposta longitudinal do compósito a forças mecânicas, admitindo-se a validade da *Teoria de Misturas* formulada segundo a hipótese de deformações equivalentes na fibra e na matriz.

Aliás, a verificação da validade da teoria de misturas para o compósito em estudo constitui-se um dos objetivos desta pesquisa.

2.3 MECANISMOS DE RUPTURA EM COMPÓSITOS DE FIBRAS LONGAS

Considerando-se um compósito submetido à tração uniaxial na direção das fibras, a fratura única ocorre quando um dos componentes falha e o outro não pode sustentar a sollicitação adicional a ele transferida. Este é usualmente o caso de fibras quase-frágeis com rigidez e resistência elevadas em uma matriz dúctil de rigidez e resistência menores (fibras com deformação de ruptura menor do que a da matriz). Por outro lado, no caso de matriz mais frágil do que as fibras (fibras com deformação de ruptura bem maior do que a da matriz), os compósitos rompem por multi-fraturamento da matriz: a fase fraca quebra-se formando uma distribuição difusa de fissuras.

As características de ductilidade dos componentes podem, portanto, dar origem a mecanismos de ruptura do compósito que podem ser agrupados em: a) ruptura por fratura única ou por multi-fraturamento da fibra e b) ruptura por fratura única ou por multi-fraturamento da matriz (AVESTON *et al.*, 1971).

2.3.1 CRITÉRIO PARA IDENTIFICAÇÃO DE FRATURA ÚNICA OU MULTI-FRATURAMENTO

a) FRATURA ÚNICA OU MULTI-FRATURAMENTO DAS FIBRAS

Normalmente, são incorporadas ao compósito fibras de resistência σ_{fu} maior do que a resistência à ruptura da matriz σ_{mu} (v. Figura 2.3).

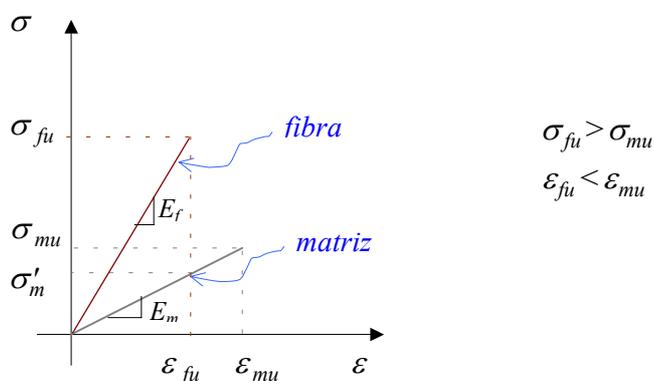


Figura 2.3 – Relações tensão x deformação de matriz e fibra para o caso de fratura única ou multi-fraturamento das fibras

Neste caso, ainda, a deformação de ruptura da fibra ε_{fu} é menor do que a da matriz ε_{mu} . Para uma situação de carregamento tal que $\varepsilon = \varepsilon_{fu}$, a força externa aplicada é igual a:

$$\sigma_{fu}S_f + \sigma'_m S_m \quad [a]$$

em que σ'_m é a tensão na matriz que produz uma deformação igual à deformação de ruptura das fibras.

No instante em que as fibras se rompem, toda a força deveria ser absorvida pela matriz. Entretanto, a força limite que pode ser aplicada à matriz é

$$\sigma_{mu}S_m \quad [b]$$

Assim sendo, a condição de instabilidade ou de fratura única é que a força atuante no instante da ruptura da fibra, medida por [a], seja maior do que a força de ruptura da matriz, medida por [b]:

$$\begin{aligned} \sigma_{fu}S_f + \sigma'_m S_m &> \sigma_{mu}S_m \\ \text{ou } f\sigma_{fu} + (1-f)\sigma'_m &> (1-f)\sigma_{mu} \end{aligned} \quad [2.3]$$

A Equação [2.3], uma vez verificada, atesta que quando as fibras se rompem a matriz é incapaz de resistir à carga adicional lançada sobre ela: condição de fratura única.

Num processo com controle de carga, a perda de tensão na seção correspondente à fratura é brusca; mas num processo de deformação controlada, o diagrama *tensão-deformação* da fibra pode apresentar um trecho de amolecimento, como mostra a Figura 2.5a).

A condição contrária à [2.3] expressa-se por:

$$\begin{aligned} \sigma_{fu}S_f + \sigma'_m S_m &< \sigma_{mu}S_m \\ \text{ou } f\sigma_{fu} + (1-f)\sigma'_m &< (1-f)\sigma_{mu} \end{aligned} \quad [2.4]$$

indicando que haverá capacidade adicional de carga do compósito decorrente da resistência da matriz.

Admitindo-se que a deformação de ruptura da matriz seja suficientemente alta, a aderência joga um papel importante no mecanismo de ruptura que segue ao aparecimento da primeira ruptura da fibra (Figura 2.4). De fato, observando-se, por um lado, somente o aspecto de troca de tensões entre fibra e matriz, as fibras poderão passar a apresentar novas rupturas a partir de uma distância x da primeira fratura, a qual é determinada pela máxima tensão cisalhante (ou de aderência) τ que a interface com a matriz pode transmitir. Na hipótese de τ constante, fazendo-se um simples balanço de forças ($N\tau 2\pi r x = N\pi r^2 \sigma_{fu}$); com $N = n^0$ de fibras por unidade de área e r o raio da fibra, tem-se:

$$x = \frac{\sigma_{fu} r}{2\tau} \quad [2.5]$$

A [2.5] pode ainda ser entendida como uma expressão que fornece o comprimento $2x$ de fibra necessário para a movimentação do mecanismo de transferência completa de tensão.

A Figura 2.4 ilustra o esquema de transferência das tensões adicionais após a primeira fratura das fibras.

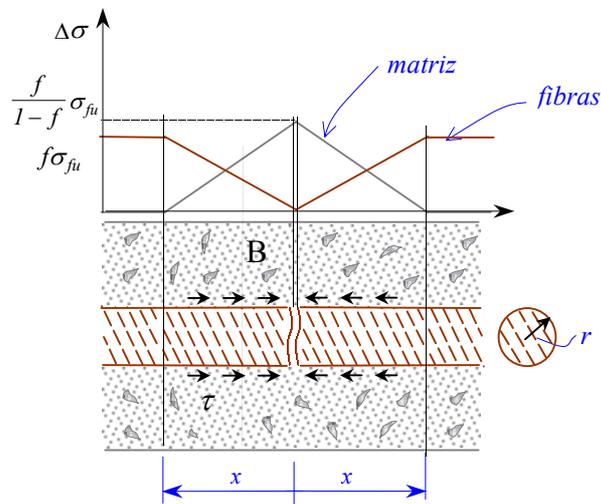


Figura 2.4 – Esquema de multi-fraturamento das fibras

Por outro lado, voltando a observar o aspecto de deformação associado à aderência, o multi-fraturamento pode ser entendido pelo fato de que os segmentos da fibra rompida deverão acompanhar a deformação da matriz, podendo ser, por esse motivo, sucessivamente fraturados em comprimentos menores. Vale observar, finalmente, que o multi-fraturamento das fibras pode ocorrer quando sua taxa é pequena no confronto com o volume da matriz mais dúctil.

Em face da discussão anterior, entende-se que a relação [2.4] expressa uma condição de multi-fraturamento das fibras.

A Figura 2.5 dá uma idéia da evolução das tensões nas fibras para as situações de fratura única ou multi-fraturamento.

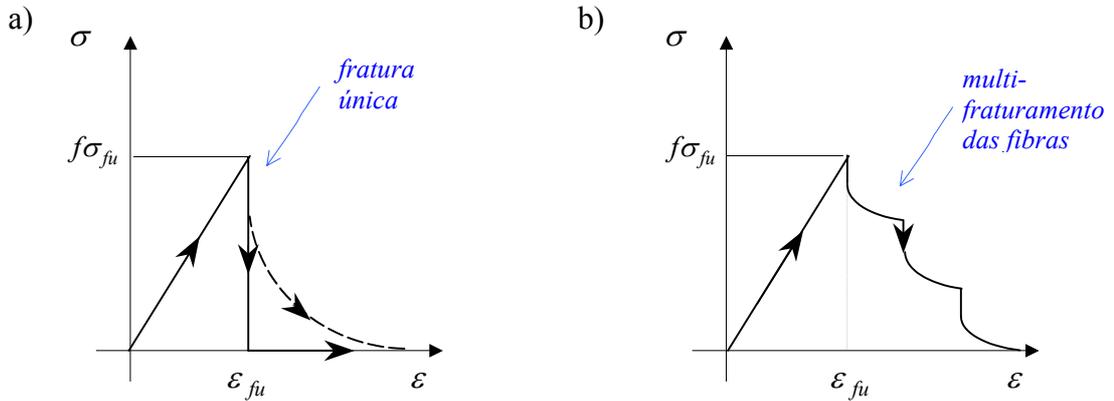


Figura 2.5 – Evolução das tensões nas fibras para o caso de fratura única ou multi-fraturamento das fibras

Na Figura 2.5a), tem-se o esquema de tensões nas fibras para o caso de fratura única. Na Figura 2.5b), vê-se o esquema de tensões para o caso de multi-fraturamento das fibras, mas observando-se, por exemplo, uma seção íntegra entre a primeira e segunda fratura, como a seção B da Figura 2.4. A cada nova etapa de fraturamento corresponde uma queda do nível de tensões na fibra.

b) FRATURA ÚNICA OU MULTI-FRATURAMENTO DA MATRIZ

Considere-se o caso de fibras mais rígidas e resistentes ($\sigma_{fu} > \sigma_{mu}$) e ainda mais dúcteis ($\epsilon_{fu} > \epsilon_{mu}$) do que a matriz (Figura 2.6).

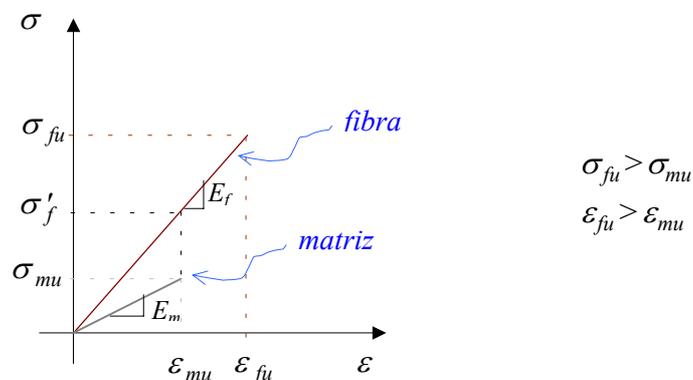


Figura 2.6 – Relações tensão x deformação de fibra e matriz para o caso de fratura única ou multi-fraturamento da matriz

Neste caso, para um nível de deformação $\varepsilon = \varepsilon_{mu}$, a força externa é igual a:

$$\sigma_{mu}S_m + \sigma'_f S_f \quad [c]$$

em que σ'_f é a tensão na fibra que produz uma deformação igual à deformação de ruptura da matriz.

No instante em que a matriz se rompe, toda a força deve ser absorvida pelas fibras. Entretanto, a força máxima suportada pelas fibras é dada por:

$$\sigma_{fu}S_f \quad [d]$$

Assim, a condição de fraturamento único da matriz é que a medida [c] seja maior do que a medida [d], ou seja:

$$\begin{aligned} \sigma_{mu}S_m + \sigma'_f S_f &> \sigma_{fu}S_f \\ \text{ou} \quad (1-f)\sigma_{mu} + f\sigma'_f &> f\sigma_{fu} \end{aligned} \quad [2.6]$$

Se a desigualdade [2.6] é contrariada,

$$\begin{aligned} \sigma_{mu}S_m + \sigma'_f S_f &< \sigma_{fu}S_f \\ \text{ou} \quad (1-f)\sigma_{mu} + f\sigma'_f &< f\sigma_{fu} \end{aligned} \quad [2.7]$$

as fibras serão capazes de sustentar a carga adicional transferida para elas quando a matriz rompe.

Nesse caso, pode ocorrer multi-fraturamento da matriz, e novamente a aderência tem um papel importante neste processo. Analisando-se o mecanismo pelo lado de transferência de tensões, quando o compósito alcança a deformação de ruptura da matriz ε_{mu} , a matriz fissa e a carga suportada pela matriz por unidade de área do compósito $(1-f)\sigma_{mu}$ deve ser transferida para as fibras por aderência garantida por uma tensão de cisalhamento τ admitida como constante. A *tensão adicional* nas fibras variará linearmente de zero a um máximo de $\sigma_{mu} \frac{1-f}{f}$ ao longo de uma distância x' de cada lado da fissura.

A Figura 2.7 ilustra o esquema de transferência das tensões adicionais após o surgimento da primeira fissura.

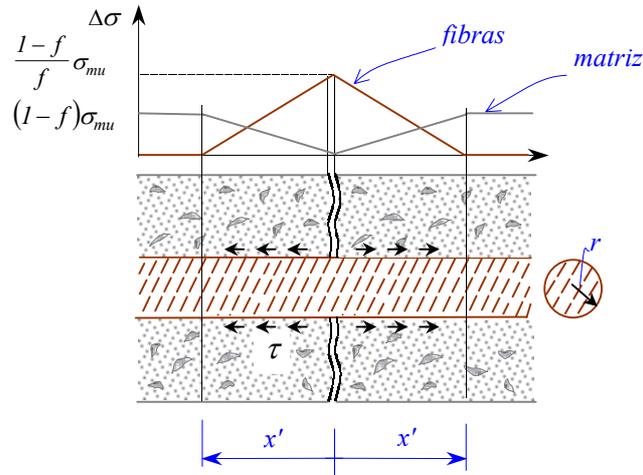


Figura 2.7 – Esquema de multi-fraturamento da matriz

Fazendo-se um simples balanço de forças, obtém-se: $N \tau 2\pi r x' = \sigma_{mu} S_m$.

Como a área S_f de fibras é dada por $S_f = N \pi r^2$, segue ainda que $\frac{2S_f}{r} \tau x' = \sigma_{mu} S_m$

ou

$$x' = \frac{\sigma_{mu} r}{2\tau} \left(\frac{1-f}{f} \right) \quad [2.8]$$

Nota-se a diferença entre x e x' nas Equações [2.5] e [2.8]: naquela equação, a força transferida depende apenas do raio das fibras, e portanto, não existe o termo $\left(\frac{1-f}{f} \right)$ que aparece na Equação [2.8].

A análise em tensões descrita permite concluir que a partir da distância x' de cada lado da fissura, a matriz poderá fissurar novamente.

Na Figura 2.8, pode-se observar a troca de tensões entre matriz e fibra após o surgimento de duas novas fissuras simetricamente dispostas a distâncias x' de cada lado da primeira fissura.

Os trechos de matriz entre fissuras poderão ulteriormente romper uma vez que serão, por aderência, forçados a acompanhar a deformação das fibras.

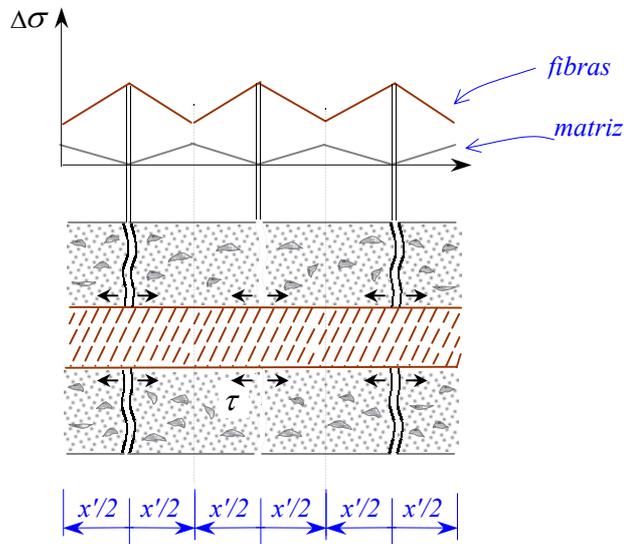


Figura 2.8 – Esquema de multi-fraturamento da matriz

A Figura 2.9a) ilustra qualitativamente, em dois trechos distintos, a evolução da tensão num ponto da matriz pertencente à seção de fratura para o caso de fratura única, observando-se que num processo de deformação controlada poderia se manifestar uma resposta com amolecimento.

Na Figura 2.9b), vê-se o esquema da tensão para o caso de multi-fraturamento da matriz, mas observando-se um ponto pertencente a uma seção entre fissuras. A cada nova etapa de fraturamento corresponde uma queda do nível de tensões na matriz.

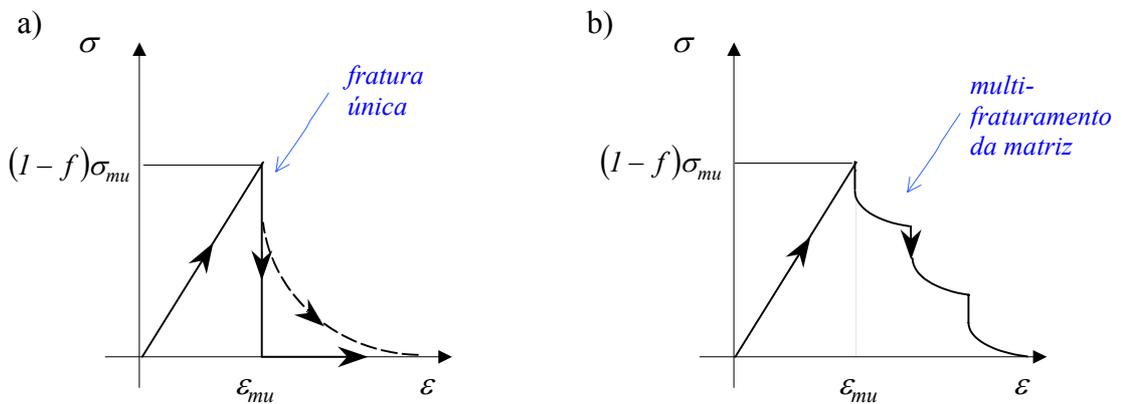


Figura 2.9 – Evolução das tensões na matriz para o caso de fratura única ou multi-fraturamento da matriz

Os valores críticos da taxa de fibras no compósito, f_c , para transição de fraturamento múltiplo das fibras para fratura única e de fratura única para fraturamento múltiplo da matriz podem ser deduzidos das Equações [2.3] e [2.6], respectivamente.

No primeiro caso (fibras frágeis e matriz dúctil, $\varepsilon_{fu} < \varepsilon_{mu}$), o limite entre os dois regimes é dado pela Equação [2.9]:

$$f_c = \frac{\sigma_{mu} - \sigma_{fu} \frac{E_m}{E_f}}{\sigma_{mu} + \sigma_{fu} \left(1 - \frac{E_m}{E_f}\right)} \quad [2.9]$$

No caso de fibras dúcteis e matriz frágil ($\varepsilon_{fu} > \varepsilon_{mu}$), a taxa de fibras que representa a transição de fratura única para fraturamento múltiplo da matriz é dada pela Equação [2.10]:

$$f_c = \frac{\sigma_{mu}}{\sigma_{fu} + \sigma_{mu} \left(1 - \frac{E_f}{E_m}\right)} \quad [2.10]$$

A Figura 2.10 apresenta o esquema de transição de fraturamento múltiplo das fibras para fratura única em função da taxa de fibras no compósito.

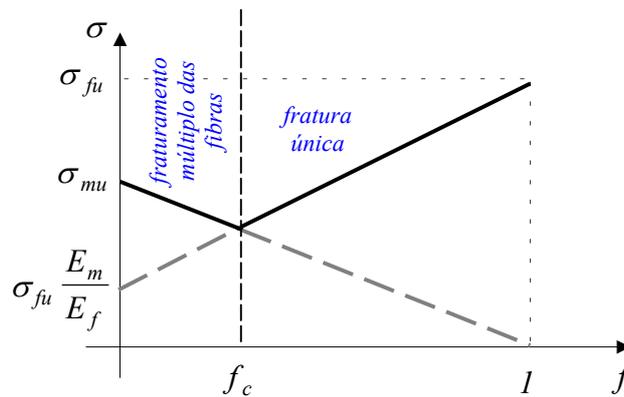


Figura 2.10 – Condição em que pode ocorrer multi-fraturamento das fibras (fibra frágil e matriz dúctil, $\varepsilon_{fu} < \varepsilon_{mu}$) – Adaptada de AVESTON et al. (1971)

A Figura 2.11 apresenta o esquema de transição de fratura única para fraturamento múltiplo da matriz em função da taxa de fibras no compósito.

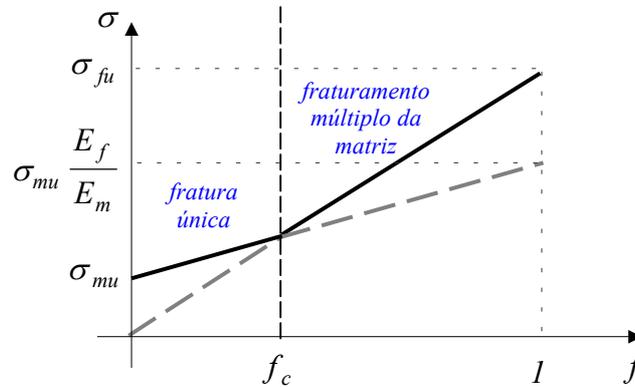


Figura 2.11 – Condição em que pode ocorrer multi-fraturamento da matriz (fibra dúctil e matriz frágil, $\epsilon_{fu} > \epsilon_{mu}$; $E_f > E_m$) – Adaptada de AVESTON et al. (1971)

2.3.2 CURVA TENSÃO X DEFORMAÇÃO DO COMPÓSITO DURANTE O MULTIFRATURAMENTO DA MATRIZ

A curva *tensão x deformação* do meio equivalente ao compósito sob multi-fraturamento da matriz tem algumas características de interesse especial. Quando a deformação do compósito alcança a deformação de ruptura da matriz ϵ_{mu} , a matriz fissurará e a carga suportada pela matriz por unidade de área do compósito deverá ser transferida para as fibras.

Nesse processo de transferência duas situações poderão ocorrer. Numa delas, considerada limite, a transferência se dá por multi-fraturamento seqüencial (instável) da matriz, sem que haja acréscimo de sollicitação externa. No diagrama *tensão-deformação* do compósito, essa situação se reflete por um patamar no nível de tensão $E_c \epsilon_{mu}$.

Entretanto, pode ocorrer que a transferência se dê acompanhada de um processo de multi-fraturamento estável, cuja evolução exigirá um acréscimo de tensão e deformação do compósito.

A Figura 2.12 dá uma idéia da forma da curva *tensão x deformação* do compósito nos casos de multi-fraturamento estável e instável da matriz. O patamar constante em $E_c \epsilon_{mu}$ correspondente ao caso idealizado como instável. Quando a

matriz não apresenta esta característica, a curva segue o comportamento inicial até o nível de deformação de ruptura da matriz, em que se dá o início da fissuração. A partir daí, tem-se um acréscimo de carga seguido pela abertura de novas fissuras até que se tenha saturado a capacidade resistente da matriz, quando o módulo de elasticidade passa a ser dado por $f E_f$ e o compósito romperá a uma tensão $f \sigma_{fu}$.

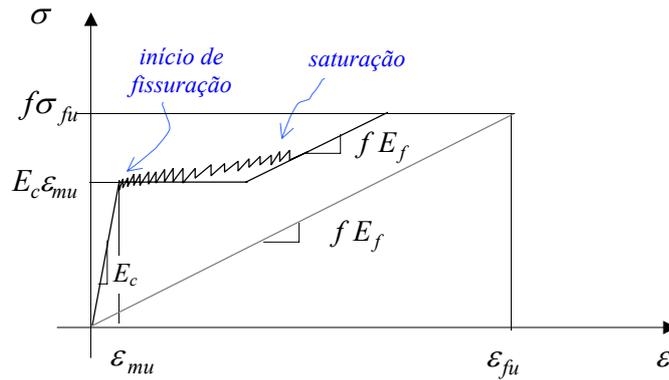


Figura 2.12 – Curva tensão x deformação do compósito para o caso de multi-fraturamento da matriz – Adaptada de AVESTON et al. (1971)

O compósito considerado neste trabalho apresenta um processo de multi-fraturamento estável da matriz.

Adota-se, porém, uma aproximação para a curva *tensão x deformação* do compósito (Figura 2.13), com o intuito de se permitir calcular o valor de tensão de ruptura correspondente a cada fissura com precisão razoável com vistas aos objetivos da pesquisa.

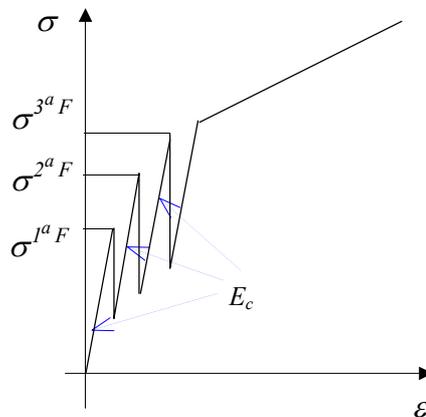


Figura 2.13 – Aspecto da curva tensão x deformação aproximada considerada no cálculo das tensões de ruptura do compósito em estudo.

Dessa forma, admite-se que após o aparecimento da primeira macro-fissura, o módulo de elasticidade do compósito permaneça inalterado e igual ao módulo de elasticidade inicial calculado com o uso da teoria de misturas (Equação [2.2]).

O procedimento de cálculo das tensões de ruptura torna-se, assim, bastante simples. Como se mostrará em capítulo específico, as deformações correspondentes à primeira fissura serão obtidas a partir das medidas locais de deslocamentos, e as correspondentes às 2^a e 3^a fissuras serão determinadas em função da tensão atuante no compósito no instante de cada fissura.

A exemplificação do cálculo das tensões de ruptura de cada fissura será feita no capítulo 5, quando já terão sido apresentados os resultados experimentais obtidos para os compósitos.

**ABORDAGEM PROBABILISTA DA RUPTURA**

3.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A resposta não-linear dos sólidos, observada macroscopicamente, é uma manifestação de processos irreversíveis que ocorrem em sua microestrutura, tais como: escorregamentos relativos entre cristais, mudanças de porosidade, mudanças de fase, etc. Alguns desses processos têm origem em microdefeitos constituídos por inclusões ou mesmo vazios.

Estes microdefeitos compõem o que se entende por dano inicial do material, sendo criados durante a sua fabricação ou moldagem e normalmente distribuídos de forma aleatória dentro dele. A existência dos defeitos com distribuição aleatória e sua evolução ao longo do processo de carregamento levam a uma dispersão de propriedades de interesse, como a resistência de ruptura. Valores de resistência adotados em projeto não são puramente determinísticos e válidos para qualquer ponto do meio. Na verdade, devem ser associados a uma certa probabilidade de ocorrência. Evidencia-se, portanto, a importância de um tratamento probabilista da ruptura.

Entretanto, não se quer afirmar que com um tratamento probabilista de ruptura se possam encontrar valores de resistência “corretos” de um material. Em consonância com as idéias de *WEIBULL (1939, 1951)*, não há significado algum em

se procurar pelos valores de resistência corretos de um material, pois a própria distribuição de probabilidade pode estar acidentalmente afetada por fatores como manuseio, moldagem, cura, etc. Trata-se, portanto, de encontrar a probabilidade de ruptura do material sob “determinadas” condições, para as quais se possa assumir como representativa uma “determinada” função de distribuição.

Neste trabalho são analisados os valores de resistência à ruptura de um material composto utilizando-se a função de distribuição estatística proposta por Weibull em 1939.

É importante ressaltar que, em princípio, uma adequada abordagem sobre a probabilidade de ruptura de materiais frágeis exige a realização de um número grande de experimentos. O número de ensaios experimentais (descritos no Capítulo 4) que acabou por ser definido resultou de um balanço entre viabilidade em tempo e garantia de qualidade da pesquisa.

No caso do material composto em estudo, julgou-se interessante complementar a abordagem probabilista, utilizando-se a distribuição de Weibull, para uma verificação da validade da aplicação da teoria de misturas. A idéia foi a de que a própria distribuição de Weibull, construída a partir das tensões de ruptura de cada um de seus componentes, ensaiados isoladamente, poderia ser empregada para a obtenção da tensão de ruptura do compósito. Verificar a validade da teoria de misturas como instrumento para a caracterização da ruptura do conjunto passou a ser, pois, uma das propostas deste trabalho.

3.2. PROPRIEDADES DE RUPTURA DE MATERIAIS FRÁGEIS

3.2.1. TENSÃO DE RUPTURA

Para um determinado carregamento, a tensão de ruptura é a maior de todas as tensões equivalentes que atuam no meio no momento da ruptura $\sigma_R = \max_V \sigma_{eq}$; sendo σ_{eq} um valor não-negativo dado localmente pela maior das componentes principais de tensão $\sigma_{eq} = \max(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$. Por exemplo:

- No caso de tração uniforme, a tensão de ruptura é dada diretamente por $\sigma_R = \frac{F}{A}$, com $A =$ área da seção transversal à força F ;
- No caso de flexão normal pura, $\sigma_R = \frac{(M.y)_{max}}{I_z}$, com $(M.y > 0)$ e $I_z =$ momento de inércia;
- No caso de tração normal excêntrica, $\sigma_R = \frac{F}{A} + \frac{(F.e.y)_{max}}{I_z}$, com $(F.e.y > 0)$, $e =$ excentricidade e $I_z =$ momento de inércia;

3.2.2. DISPERSÃO DA TENSÃO DE RUPTURA

Quando um certo ensaio é realizado várias vezes sobre exemplares iguais de um material frágil (ou quase-frágil), a tensão de ruptura apresenta valores diferentes de um exemplar para outro. Assim sendo, torna-se necessário um grande número de testes para a caracterização da probabilidade de ruptura associada a uma tensão de ruptura.

De uma forma geral, a caracterização da probabilidade de ruptura passa por duas etapas: a) para cada tipo de solicitação aplicada e previamente definida, com um número adequado de ensaios, ordenam-se em ordem crescente os diversos valores de tensão de ruptura obtidos; b) esses valores são tratados de modo a associar-se a cada um deles uma probabilidade de ruptura, P_R .

Por exemplo, arranjando-se em ordem crescente as tensões de ruptura obtidas experimentalmente, $(\sigma_{R1} < \sigma_{R2} \cdots < \sigma_{Ri} \cdots < \sigma_{Rn})$, a probabilidade de ruptura P_{Ri} associada com a i -ésima tensão de ruptura pode ser definida por:

$$P_R = \frac{i}{n+1} \quad [3.1a]$$

$$\text{ou por } P_R = \frac{i-0,5}{n} \quad \text{com } i \in [1, n] \quad [3.1b]$$

Um valor determinístico normalmente adotado é a tensão de ruptura média, expressa como:

$$\bar{\sigma}_R = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sigma_{Ri} \quad [3.2]$$

A Figura 3.1 ilustra uma distribuição típica obtida por *HILD (1992)* com base em ensaios de tração sobre uma cerâmica de nitrato de silício (Si_3N_4). Para o exemplo, e de resto para os materiais granulares, observa-se uma grande dispersão da tensão de ruptura que varia entre 374MPa e 635MPa , com uma tensão média de ruptura, $\bar{\sigma}_R$, de 526MPa .

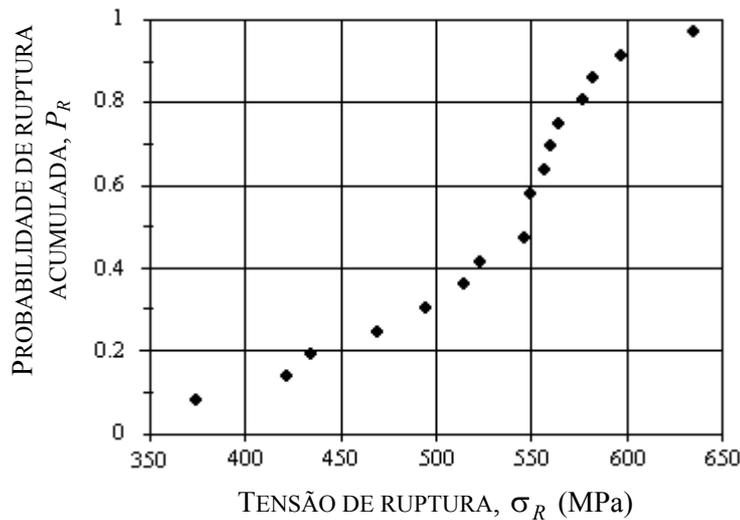


Figura 3.1 – Probabilidade de ruptura versus tensão de ruptura para uma cerâmica de nitrato de silício ensaiada em tração. Adaptada de *HILD (1992)*

3.2.3. EFEITOS DA DISTRIBUIÇÃO DE DEFEITOS, DE VOLUME E DA HETEROGENEIDADE DAS TENSÕES

Existem três aspectos que têm importante influência sobre a probabilidade de ruptura: a distribuição de defeitos (D); a extensão do volume solicitado (V) e a heterogeneidade das tensões (H). Neste item, um breve destaque é dado aos efeitos DVH , pois é interessante que já neste ponto do texto se chame a atenção para sua importância e que se apresente, de uma forma geral, o significado de cada um deles.

No item 3.6, serão retomados e discutidos os efeitos V e H (que são aqueles considerados neste trabalho) sobre as propriedades de ruptura de materiais frágeis à

luz dos conceitos de volume efetivo e do parâmetro H_m , a serem apresentados no item 3.4.

EFEITO DA DISTRIBUIÇÃO DE DEFEITOS

A distribuição de defeitos dentro do material, seu tamanho e sua localização com relação ao ponto mais carregado afetam diretamente a probabilidade de ruptura.

Hild realizou vários ensaios sobre uma cerâmica de nitrato de silício (Si_3N_4) com distribuição de defeitos controlada (HILD, 1992) e chegou a uma correlação entre a tensão de ruptura, σ_R , definida em função da tenacidade K_c por $\sigma_R = K_c \sqrt{\pi/2D}$, e o tamanho do defeito, D .

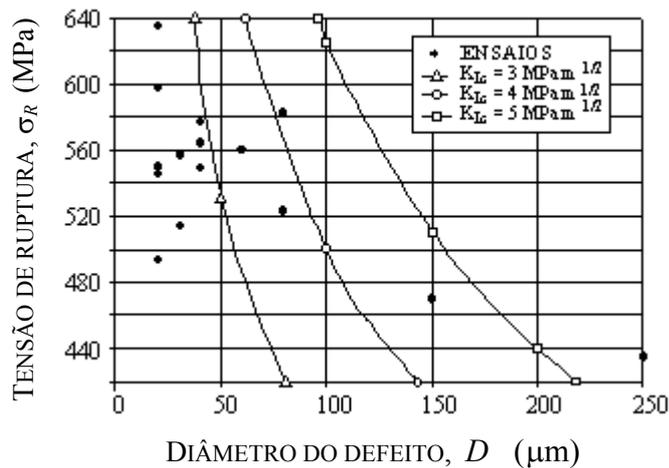


Figura 3.2 – Correlação entre tensão de ruptura e tamanho do defeito de amostras de cerâmica submetidas à tração. Adaptada de HILD (1992)

Na Figura 3.2, podem ser observados os resultados daquela experimentação sobre 18 amostras de cerâmica de nitrato de silício (Si_3N_4), em que o tamanho inicial do defeito apresentava-se entre 20 e 250 μm . Para cada nível de tenacidade, os resultados mostraram uma clara correlação entre a tensão de ruptura e o tamanho inicial do defeito: *quanto menor o tamanho do defeito, maior o nível de tensão de ruptura*.

Naquele trabalho, o autor conclui, ainda, que os parâmetros de Weibull podem ser relacionados, em certos casos, com as características estatísticas da distribuição inicial de defeitos:

- se a distribuição de defeitos é modificada (o material é modificado), a probabilidade de ruptura associada a cada nível de tensão também é modificada;
- se os grandes defeitos são mais numerosos, a probabilidade de ruptura associada a cada nível de tensão aumenta e a tensão média de ruptura diminui.

Neste trabalho, nos ensaios experimentais e tratamento probabilista realizados, o tamanho e a distribuição de defeitos das amostras ensaiadas não foram controlados diretamente. Entretanto, procurou-se realizar o melhor controle possível quando da moldagem das amostras para minimizar a formação excessiva de defeitos.

EFEITO DE VOLUME

Pode-se resumir o efeito de volume da seguinte forma:

- quanto maior o volume solicitado, menor a tensão média de ruptura, pois a probabilidade de se encontrar um grande defeito aumenta.

L’Hermite realizou, em 1973, vários ensaios de tração direta e de flexão em 3 e em 4 pontos sobre prismas de concreto de diferentes dimensões [L’HERMITE *apud* MAZARS (1984)], constatando uma relação clara entre resistência e volume. Por exemplo, para corpos-de-prova de dimensões muito grandes solicitados à flexão em 3 pontos, a diminuição da resistência com o volume pode chegar a 50% (comparando-se a resistência dos prismas maiores com relação à resistência do menor deles; chegando a prismas de volume igual a 1000 vezes o do menor prisma). Para volumes muito grandes, L’Hermite observou valores de resistência para a flexão em 3 pontos iguais àqueles obtidos em tração direta.

Como exemplo deste efeito sobre o concreto, pode-se citar, ainda, o estudo realizado por ROSSI *et al.* (1994) que trata do efeito de volume sobre a resistência à tração de concretos de médio e alto desempenho. Aquele autor realizou ensaios sobre três tipos de concretos diferentes (três valores diferentes de resistência média à compressão) e em três diâmetros de corpos-de-prova diferentes $\phi = 30, 60$ e 150mm , mas com relação altura/diâmetro constante e igual a dois. Na Tabela 3.1, estão resumidos os valores médios de resistência à tração direta obtidos por ROSSI *et*

al. (1994), observando-se que a pequena variação dos valores correspondentes ao concreto 3 deve-se imputar ao reduzido número de defeitos deste material.

TABELA 3.1 – EFEITO DE VOLUME SOBRE A RESISTÊNCIA MÉDIA À TRAÇÃO DE TRÊS CONCRETOS
(ROSSI et al. 1994)

Resistência média à compressão	Resistência média à tração (MPa)		
	$\phi = 30mm$	$\phi = 60mm$	$\phi = 150mm$
Concreto 1 – 35,00MPa	4,80	3,20	2,40
Concreto 2 – 55,80MPa	5,10	4,30	3,30
Concreto 3 – 127,50MPa	6,40	6,00	6,00

Uma questão que surge diz respeito a como levar em conta o efeito de volume de modo a corrigir valores de tensão determinados sob certas condições. Essa questão será tratada mais adiante, entretanto vale a pena apresentar neste ponto algumas considerações preliminares.

A *teoria do elo mais fraco*, introduzida por Pierce em 1926 para estudar o comportamento de fios de algodão [PIERCE apud HILD (1992)], parte do princípio de que o material (frágil) não é capaz de redistribuir as tensões na vizinhança de um ponto crítico, ou seja, a ruptura localizada causa a ruptura da estrutura como um todo (ver item 3.3.1). Combinando a *teoria do elo mais fraco* com a hipótese de não interação entre os eventos (eventos independentes), WEIBULL (1939) propôs uma função de distribuição estatística que engloba diretamente o efeito de volume para os materiais de comportamento frágil.

EFEITO DA HETEROGENEIDADE DAS TENSÕES

A tensão média de ruptura para materiais frágeis depende da forma de carregamento, pois o campo de tensões localmente muda. Nessas condições, também muda a probabilidade de ruptura. Em resumo:

- *quanto mais heterogêneo, ou variável, é o campo de tensões ao longo do corpo, mais a tensão média de ruptura aumenta, pois a probabilidade de se encontrar um defeito na zona mais fortemente solicitada diminui.*

No estudo experimental realizado em 1973, L'Hermite constatou também que comparando-se as curvas de probabilidade de ruptura acumulada para corpos-de-

prova de mesmas dimensões em tração, flexão em 4 pontos e flexão em 3 pontos, pode-se obter uma resistência média para a flexão em 3 pontos 13% maior que para a flexão em 4 pontos.

A Figura 3.3, extraída de *BERDIN et al. (1995)*, ilustra bem o efeito de heterogeneidade das tensões. Observa-se que quanto mais heterogêneo o campo de tensões, maiores são os valores observados para a tensão de ruptura.

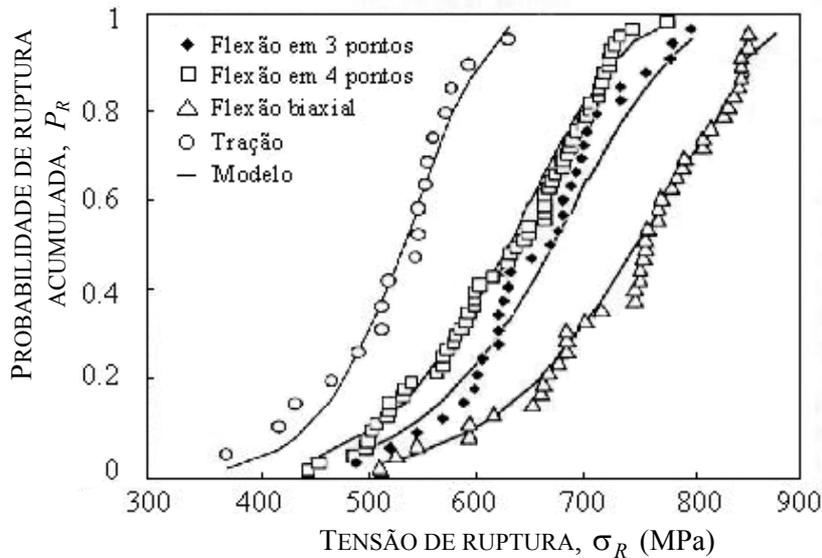


Figura 3.3 – Efeito de heterogeneidade das tensões. Adaptada de *HILD (1992)* e *BERDIN et al. (1995)*

Naquele trabalho, a autora consegue representar bem o efeito de heterogeneidade das tensões considerando-se resultados de testes de tração, flexão em 3 e em 4 pontos e flexão biaxial sobre corpos-de-prova de cerâmica publicados por *HILD et al. (1989)* e *AMAR & LALOUETTE (1988)*. Os resultados foram tratados pela abordagem fenomenológica de Weibull, levando-se em conta, ainda, informações sobre a microestrutura na definição do critério de ruptura do material.

Maiores detalhes sobre o efeito de volume e de heterogeneidade das tensões são apresentados no item 3.6.

3.3. PROBABILIDADE DE RUPTURA DE MATERIAIS FRÁGEIS

Conforme visto no item anterior, os efeitos D , V e H influenciam fortemente a dispersão da tensão de ruptura e a probabilidade de ruptura associada. Portanto, é

necessário encontrar uma abordagem na qual todos estes efeitos possam ser considerados, de modo a proporcionar uma estimativa representativa das propriedades de ruptura do material.

Uma abordagem satisfatória para os materiais frágeis é aquela proposta por Weibull, em 1939, que se fundamenta na hipótese do elo mais fraco e que proporciona uma certa função de distribuição de probabilidade.

3.3.1. HIPÓTESE DO ELO MAIS FRACO

A hipótese do elo mais fraco idealiza a estrutura interna do meio como uma cadeia composta de n elos (Figura 3.4) e postula que a ruptura de um único elo, ou seja, a simples quebra de uma dessas ligações (a mais fraca) leva à perda de resistência do meio como um todo.

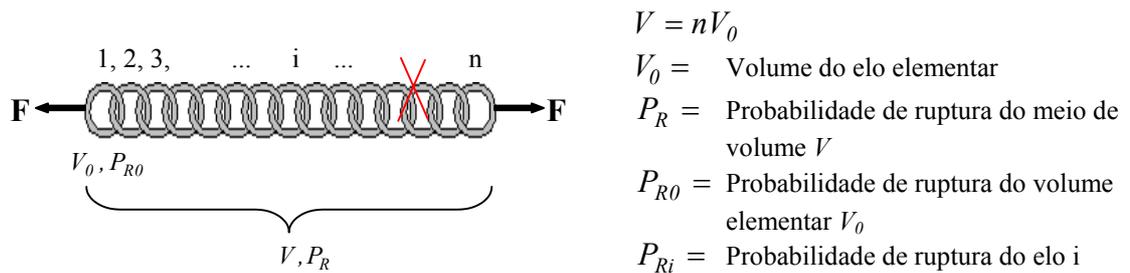


Figura 3.4 – Representação esquemática da hipótese do elo mais fraco

Assumindo-se que o volume V seja composto de n elos elementares de volume V_0 , como mostra a Figura 3.4, e que não haja interação entre os eventos (ou seja, admitindo-se a hipótese de independência de probabilidades entre dois elementos quaisquer), pode-se escrever a probabilidade de sobrevivência da cadeia, $(1 - P_R)$, como a probabilidade de sobrevivência simultânea de todos os elos $(1 - P_{Ri})^n$. Ou,

$$P_S = \prod_{i=1}^n P_{Si} \quad \text{com} \quad P_S = (1 - P_R) = \text{Probabilidade de sobrevivência da cadeia;}$$

$$P_{Si} = (1 - P_{Ri}) = \text{Probabilidade de sobrevivência do } i\text{-ésimo elo.}$$

Logo,

$$(1 - P_R) = \prod_{i=1}^n (1 - P_{Ri}) \quad [3.3]$$

Aplicando-se a transformação logarítmica à Equação [3.3] obtém-se:

$$\ln(1 - P_R) = \sum_{i=1}^n \ln(1 - P_{Ri}) \quad [3.4]$$

Considerando-se que $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(1 - P_{Ri}) \approx \frac{1}{V} \int_V \ln(1 - P_{R0}) dV$ e sabendo-se que

$V = nV_0$, a segunda parcela da Equação [3.4] passa a ser escrita da seguinte forma:

$$\sum_{i=1}^n \ln(1 - P_{Ri}) \approx \frac{1}{V_0} \int_V \ln(1 - P_{R0}) dV .$$

Então,

$$\ln(1 - P_R) = \frac{1}{V_0} \int_V \ln(1 - P_{R0}) dV \quad [3.5]$$

A partir daí, chega-se à Equação [3.6] que pode servir como base para a estimativa da probabilidade de ruptura de materiais frágeis. Nela considera-se o efeito de escala sobre a ruptura, uma vez que se realiza a passagem da escala do elemento representativo ou elo elementar para a escala da estrutura através da integral no volume:

$$P_R = 1 - \exp \left[\frac{1}{V_0} \int_V \ln(1 - P_{R0}) dV \right] \quad [3.6]$$

Para resolver a Equação [3.6], é necessário calcular a probabilidade de ruptura de um volume elementar: P_{R0} .

A probabilidade, P_{R0} , de se encontrar um defeito crítico dentro de um volume elementar depende da distribuição de defeitos, caracterizada por uma função de densidade de probabilidade ou função de distribuição f .

A função densidade de probabilidade envolve parâmetros que se relacionam à geometria do defeito, como, por exemplo, o tamanho, bem como à sua orientação e

localização dentro da estrutura. Neste trabalho, será considerada apenas a função de distribuição proposta por *WEIBULL (1939)*.

3.3.2. MODELO DE WEIBULL

No modelo de Weibull, toma-se por base uma função f de distribuição dependente apenas do tamanho a do defeito. Admitindo-se que exista um tamanho dito crítico de defeito, abaixo do qual não exista probabilidade de ruptura, a probabilidade de ruptura P_{R0} é a probabilidade de se encontrar um defeito cujo tamanho seja maior ou igual ao crítico a_c .

A probabilidade de ruptura acumulada do volume elementar é, então, escrita como (*JAYATILAKA & TRUSTRUM, 1977*):

$$P_{R0} = \int_{a_c}^{+\infty} f(a) da \quad [3.7]$$

Então, pode-se calcular a probabilidade de ruptura acumulada da estrutura de volume V considerando-se a distribuição dos defeitos dentro do corpo, utilizando-se a seguinte relação:

$$P_R = 1 - \exp \left[\frac{1}{V_0} \int_V \ln \left(1 - \int_{a_c}^{+\infty} f(a) da \right) dV \right] \quad [3.8]$$

Quando o tamanho crítico do defeito é limitado, uma *lei de Weibull de três parâmetros* pode ser deduzida; quando o tamanho crítico do defeito é nulo, obtém-se uma *lei de Weibull de dois parâmetros*. A formulação da lei de Weibull para estas duas possibilidades é apresentada a seguir.

3.3.2.1. VALOR FINITO PARA O TAMANHO CRÍTICO DO DEFEITO:

É possível relacionar o tamanho a do defeito a uma tensão equivalente σ , empregando-se um critério de ruptura geral $\sigma = g(a)$, em que g é uma função de classe C^1 , positiva e estritamente decrescente.

Admitindo-se um valor não-nulo para o tamanho crítico do defeito ($0 < a_c < +\infty$), pode-se associar a este defeito uma tensão limite, S_u , abaixo da qual a probabilidade de ruptura associada é igual a zero.

Neste caso, *HILD & MARQUIS (1990)* propuseram a seguinte expressão para a probabilidade de ruptura acumulada:

$$P_R = 1 - \exp \left[- \frac{1}{V_0} \int_V \left(\frac{\langle \sigma_{eq} - S_u \rangle}{S_0} \right)^m dV \right] \quad [3.9]$$

em que,

$\sigma_{eq} = \sigma_R = \max_V(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ é a maior das tensões principais que atuam em

V no momento da ruptura;

S_u é a tensão limite abaixo da qual $P_{R0} = 0$;

$\langle \rangle$ = colchetes de Macauley, representando um operador que retorna a parte positiva do argumento;

S_0 é a tensão normalizadora (parâmetro de forma);

m é o módulo de Weibull (parâmetro de escala).

A Equação [3.9] é conhecida como *Lei de Weibull de três parâmetros*: m , S_u e $V_0 S_0^m$.

3.3.2.2. VALOR NULO PARA O TAMANHO CRÍTICO DO DEFEITO:

Neste caso, um tamanho de defeito qualquer é associado a uma probabilidade de ruptura σ_R . Então, a probabilidade de ruptura acumulada pode ser calculada pela Equação [3.10] (*JAYATILAKA & TRUSTRUM, 1977*):

$$P_R = 1 - \exp \left[- \frac{1}{V_0} \int_V \left(\frac{\langle \sigma_{eq} \rangle}{S_0} \right)^m dV \right] \quad [3.10]$$

em que,

$\sigma_{eq} = \sigma_R = \max_V(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ é a maior das tensões principais que atuam em

V no momento da ruptura;

$\langle \rangle$ = colchetes de Macauley, retornam a parte positiva do argumento;

S_0 é a tensão normalizadora (parâmetro de forma);

m é o módulo de Weibull (parâmetro de escala).

A Equação [3.10] é conhecida como *Lei de Weibull de dois parâmetros*: m e $V_0 S_0^m$, e será a função de distribuição de probabilidade empregada neste trabalho para a previsão da tensão de ruptura do material composto em estudo (Capítulo 6).

3.4. AVALIAÇÃO DA PROBABILIDADE DE RUPTURA A PARTIR DE UMA DISTRIBUIÇÃO DE WEIBULL DE DOIS PARÂMETROS

3.4.1. VOLUME EFETIVO

A relação [3.10] contém implicitamente o conceito de volume efetivo, ou a porção do sólido efetivamente solicitada pela tensão de ruptura. Como a probabilidade de ruptura do sólido está diretamente associada à probabilidade de ruptura daquela porção, o conceito de volume efetivo é detalhado neste item.

Seja um sólido de volume V submetido a um campo de tensões heterogêneo qualquer (Figura 3.5a). Considere-se que este sólido rompa quando um certo volume que contém um defeito crítico (aquele que corresponde ao elo mais fraco da cadeia) atinja sua tensão de ruptura σ_R .

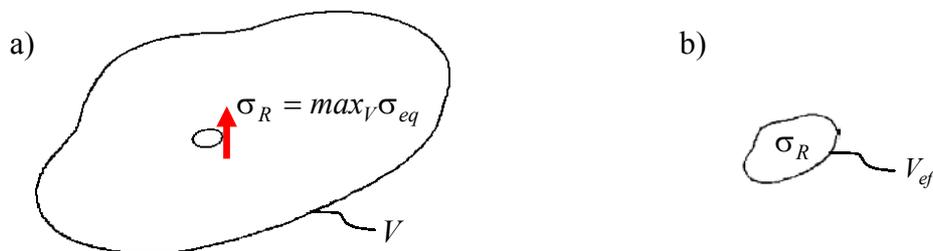


Figura 3.5 – a) Sólido de volume V ; b) Volume efetivo V_{ef}

Nesse caso, para se conhecer a probabilidade de ruptura associada, calculando-se a integral da Equação [3.10], não é necessário integrar o campo de tensões em todo o volume V , bastando que se conheça o volume (que contém o defeito crítico) sobre o qual a tensão de ruptura σ_R realmente atua. Isto é, pode-se admitir que exista uma porção do volume V contendo o defeito crítico, denominada volume efetivo V_{ef} (Figura 3.5b), na qual atua uma tensão homogênea igual a σ_R , e que a probabilidade de ruptura do sólido seja igual à probabilidade de ruptura de V_{ef} .

A relação entre o volume efetivo e o volume do sólido decorre da resposta à seguinte questão: *em que condição a probabilidade de ruptura do sólido V , $P_R(V)$, é igual à probabilidade de ruptura de um volume efetivo V_{ef} , $P_R(V_{ef})$, tal que a tensão no volume efetivo seja homogênea e igual à tensão máxima em V ?*

Essa questão pode ser representada na forma:

$$P_R(V) = P_R(V_{ef}) \quad \text{tal que} \quad \sigma_{V_{ef}} = \max_V(\sigma_{eq}) \quad [3.11]$$

Ora, sendo

$$P_R(V) = 1 - \exp \left[- \frac{I}{V_0} \int_V \left(\frac{\langle \sigma_{eq} \rangle}{S_0} \right)^m dV \right] \quad [3.12]$$

e

$$P_R(V_{ef}) = 1 - \exp \left[- \frac{V_{ef}}{V_0} \left(\frac{\max_V \sigma_{eq}}{S_0} \right)^m \right] \quad [3.13]$$

então, a Equação [3.11] é verdadeira somente se

$$\int_V (\sigma_{eq})^m dV = V_{ef} (\max_V \sigma_{eq})^m \quad [3.14]$$

ou seja, se (DAVIES, 1973)

$$V_{ef} = \int_V \left(\frac{\sigma_{eq}}{\max_V \sigma_{eq}} \right)^m dV \quad [3.15]$$

Com o conceito de volume efetivo, a *Lei de Weibull de dois parâmetros* (Equação [3.10]) passa a ser escrita da seguinte forma:

$$P_R = 1 - \exp \left[- \frac{V_{ef}}{V_0} \left(\frac{\sigma_R}{S_0} \right)^m \right] \quad [3.16]$$

com $\sigma_R = \max_V \sigma_{eq}$.

Uma vez que $\sigma_{eq} \leq \sigma_R$, o volume efetivo será sempre menor ou igual ao volume total da estrutura $V_{ef} \leq V$, variando de acordo com a heterogeneidade das tensões. Pode-se dizer, então, que quanto mais heterogêneo é o campo de tensões no material, menor é o volume efetivo. Daí, pode-se propor a definição de um fator de heterogeneidade H_m [HILD, BILLARDON & MARQUIS (1992)] tal que:

$$V_{ef} = \int_V \left(\frac{\sigma_{eq}}{\sigma_R} \right)^m dV = V H_m \quad [3.17]$$

$$H_m = \frac{1}{V} \frac{\int_V (\sigma_{eq})^m dV}{(\sigma_R)^m} \quad [3.18]$$

com H_m = fator de heterogeneidade de tensões de Weibull. Quanto menor o valor de H_m mais heterogêneo é o campo de tensões.

3.4.2. VOLUME EFETIVO EM FUNÇÃO DO FATOR DE HETEROGENEIDADE DE TENSÕES DE WEIBULL

Neste item, exemplificam-se os cálculos do volume efetivo e do fator de heterogeneidade de tensões, considerando-se, por conveniência, as solicitações previstas no programa experimental a ser apresentado no capítulo 4.

3.4.2.1. TRAÇÃO SIMPLES

Em estado de tração simples, toda a estrutura é solicitada pela tensão de ruptura σ_R e, então, o volume efetivo coincide com o próprio volume da estrutura V :

$$V_{ef}^{tr} = \int_V \left(\frac{\sigma_R}{\sigma_R} \right)^m dV \quad \therefore \quad V_{ef}^{tr} = V \quad e \quad H_m^{tr} = 1 \quad [3.19]$$

3.4.2.2. FLEXÃO

Para o caso de flexão em 4 pontos, considere-se a barra da Figura 3.6. Os campos de tensões na seção transversal e ao longo da fibra longitudinal mais tracionada também estão representados esquematicamente naquela figura.

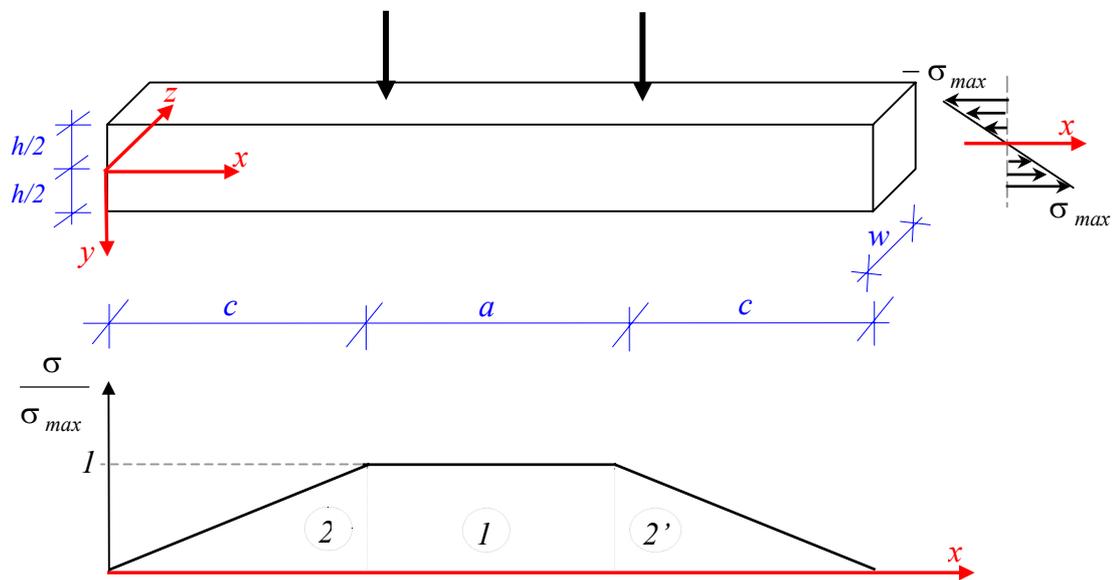


Figura 3.6 – Cálculo do volume efetivo para a flexão em 4 pontos

Dividindo-se o campo das tensões longitudinais de tração em três regiões e chamando de região 1 aquela em que a tensão σ depende apenas de y e região 2 e 2' aquelas em que σ é variável nas direções x e y , tem-se para $y > 0$:

$$① \quad \sigma(x, y) = y \frac{\sigma_{max}}{h/2}$$

$$② \quad \sigma(x, y) = y \frac{\sigma_{max}}{h/2} \frac{x}{c}$$

$$②' \quad \sigma(x, y) = y \frac{\sigma_{max}}{h/2} \frac{[(2c+a) - x]}{c}$$

Para fins de aplicação da integral [3.15] considera-se $\sigma(x, y) = 0$ para $y < 0$. Segue então que:

$$V_{ef}^{4P} = \int_V \left(\frac{\sigma(x, y)}{\max_V \sigma(x, y)} \right)^m dV = \int_0^c \int_0^{h/2} \left(\frac{\sigma_{max} \frac{2y}{h} \frac{x}{c}}{\sigma_{max}} \right)^m w dy dx + \\ + \int_c^{c+a} \int_0^{h/2} \left(\frac{\sigma_{max} \frac{2y}{h}}{\sigma_{max}} \right)^m w dy dx + \int_{c+a}^{2c+a} \int_0^{h/2} \left(\frac{\sigma_{max} \frac{2y}{h} \frac{[(2c+a)-x]}{c}}{\sigma_{max}} \right)^m w dy dx$$

Chamando de V_1 , V_2 e V_2' os volumes correspondentes às regiões 1, 2 e 2', respectivamente, tem-se:

$$V_{ef}^{4P} = \frac{V_2}{2(m+1)^2} + \frac{V_1}{2(m+1)} + \frac{V_2'}{2(m+1)^2} \quad [3.20]$$

Se $a = c$, ou seja, $V_1 = V_2 = V_2' = \frac{V}{3}$, o volume efetivo pode ser escrito como:

$$V_{ef}^{4P} = V H_m^{4P} \quad \text{com} \quad H_m^{4P} = \frac{1}{3} \left[\frac{1}{2(m+1)} + \frac{1}{(m+1)^2} \right] \quad [3.21]$$

No caso de flexão em 3 pontos, chega-se, facilmente, à Equação[3.22]:

$$V_{ef}^{3P} = V H_m^{3P} \quad \text{com} \quad H_m^{3P} = \frac{1}{2(m+1)^2} \quad [3.22]$$

Apesar de não fazer parte do programa experimental, é interessante apresentar também o caso de flexão pura para efeito de comparação:

$$V_{ef}^{fl} = V H_m^{fl} \quad \text{com} \quad H_m^{fl} = \frac{1}{2(m+1)} \quad [3.23]$$

3.4.2.3. TRAÇÃO EXCÊNTRICA

Procedendo-se de modo análogo ao apresentado para a flexão, pode-se calcular o volume efetivo para o caso de uma estrutura submetida à tração excêntrica, que é o tipo de solitação a que são impostos os painéis compósitos, objeto de estudo deste trabalho.

Na Figura 3.7 apresentam-se dois diagramas possíveis de distribuição de tensões normais ao longo da espessura, em função de um parâmetro α .

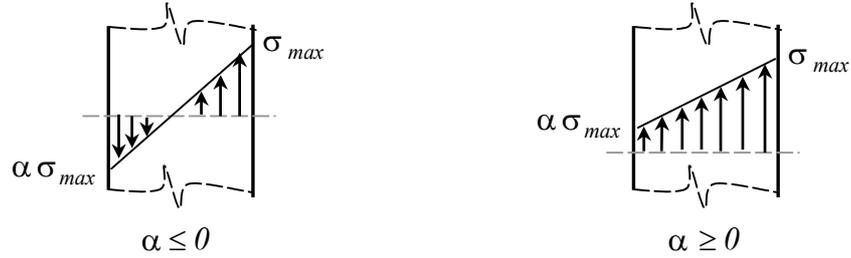


Figura 3.7 – Esquema do campo de tensões para o caso de tração excêntrica

Efetuada-se as integrações para os campos de tensões esquematizados, chega-se às expressões das Equações [3.24] e [3.25]:

$$V_{ef}^{\alpha \leq 0} = V H_m^{\alpha \leq 0} \quad \text{com} \quad H_m^{\alpha \leq 0} = \frac{1}{(m+1)(1-\alpha)} \quad [3.24]$$

$$V_{ef}^{\alpha \geq 0} = V H_m^{\alpha \geq 0} \quad \text{com} \quad H_m^{\alpha \geq 0} = \frac{1-\alpha^{m+1}}{(m+1)(1-\alpha)} \quad [3.25]$$

Impondo-se $\alpha = -1$ na Equação [3.24], obtém-se a expressão do volume efetivo para o caso de flexão pura $V_{ef}^fl = \frac{V}{2(m+1)}$; já quando $\alpha \rightarrow 1$ na Equação [3.25], recupera-se o caso de tração simples $V_{ef}^{tr} = V$.

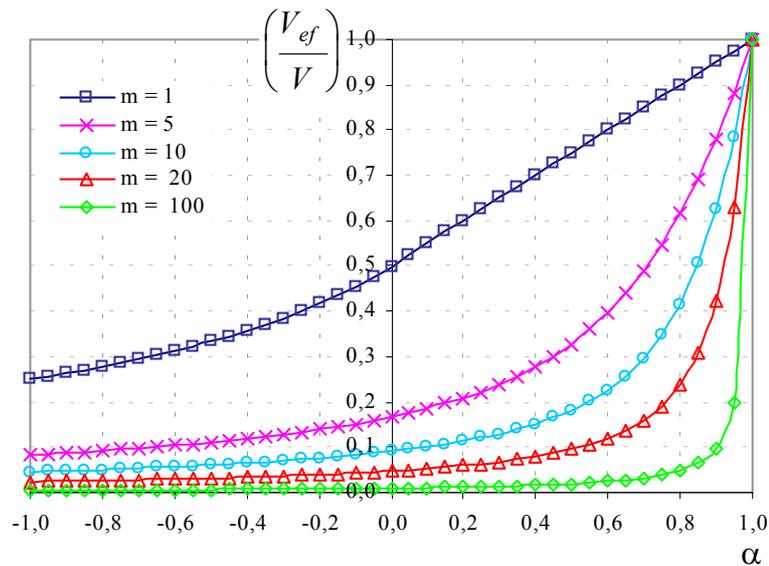


Figura 3.8 – Influência do módulo de Weibull m sobre V_{ef}

O gráfico da Figura 3.8 ilustra a influência do módulo de Weibull m sobre o volume efetivo. São plotados valores das Equações [3.24] e [3.25] em função de α para cinco valores de m .

Observe que o volume efetivo é sensivelmente afetado pelo módulo de Weibull: quanto mais dispersos são os resultados (valores menores de m), maiores são os valores de V_{ef} , para um mesmo valor de α ; se m tende para valores deterministas, o volume efetivo tende a zero, mantendo-se α constante.

As Equações [3.19], [3.21], [3.22] e [3.25] são empregadas no capítulo 6, quando são identificados os parâmetros de Weibull e definida a lei de previsão de ruptura para o painel compósito em estudo.

3.4.3. IDENTIFICAÇÃO DOS PARÂMETROS DE WEIBULL m e $V_0 S_0^m$

Os dois parâmetros da Lei de Weibull são m e $V_0 S_0^m$. Para identificá-los, é suficiente observar que, escrevendo-se a Equação [3.16] na forma abaixo,

$$\ln\left(\ln\left(\frac{I}{I - P_R}\right)\right) = m \ln(\sigma_R) - \ln\left(\frac{V_0 S_0^m}{V_{ef}}\right) \quad [3.26]$$

a relação entre $\ln\left(\ln\left(\frac{I}{I - P_R}\right)\right)$ e $\ln(\sigma_R)$ é linear, como pode visto na Figura 3.9.

Os parâmetros m e $V_0 S_0^m$ podem ser determinados por ajuste de uma reta pelo *método dos mínimos quadrados* sobre a distribuição transformada, como indica a Figura 3.9: m é a inclinação da reta e $V_0 S_0^m$ pode ser obtido a partir da interseção da reta de ajuste com o eixo horizontal.

Os resultados expostos na Figura 3.9 foram obtidos para os ensaios de flexão em 3 pontos sobre 40 corpos-de-prova de concreto B-17 ($2,5\text{cm} \times 2,5\text{cm} \times 17\text{cm}$) com 15cm de distância entre apoios. Os parâmetros de Weibull identificados foram $m=8$ e $S_0=4\text{MPa}$ (com $V_0=20\text{cm}^3$). Detalhes referentes a estes ensaios estão descritos de forma detalhada no Capítulo 5.

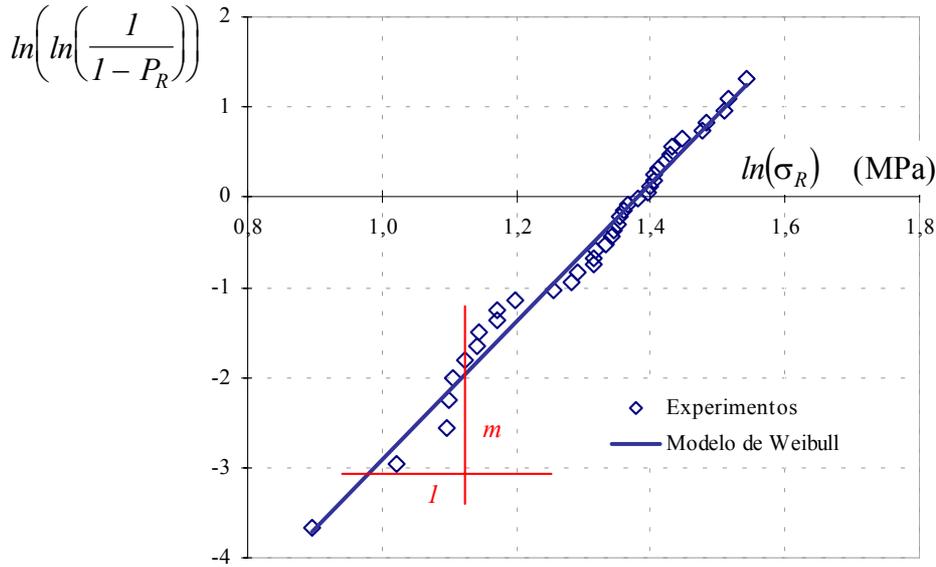


Figura 3.9 – Relação linear entre $\ln\left(\ln\left(\frac{I}{I - P_R}\right)\right)$ e $\ln(\sigma_R)$ usada para identificação dos parâmetros de Weibull: $m=8$ e $S_0=4MPa$ (com $V_0=20cm^3$)

3.5. CONCEITO DE TENSÃO DE WEIBULL - DIAGRAMA DE WEIBULL

Conhecido o volume efetivo e identificados os parâmetros m e $V_0 S_0^m$, pode-se então colocar os resultados de diferentes ensaios sobre um único gráfico: o *Diagrama de Weibull*, que é descrito pela Equação [3.27].

$$P_R = 1 - \exp\left[-\left(\frac{\sigma_w}{S_0}\right)^m\right] \quad [3.27]$$

em que σ_w é a tensão de Weibull (BEREMIN, 1983)

$$\sigma_w = \sigma_R \left(\frac{V_{ef}}{V_0}\right)^{1/m} \quad [3.28]$$

A Figura 3.10 exhibe um típico diagrama de Weibull em que o material segue uma lei de dois parâmetros. A curva apresentada foi obtida a partir dos parâmetros $m=8$ e $S_0=4MPa$ (com $V_0=20cm^3$) correspondentes aos resultados mostrados na Figura 3.9.

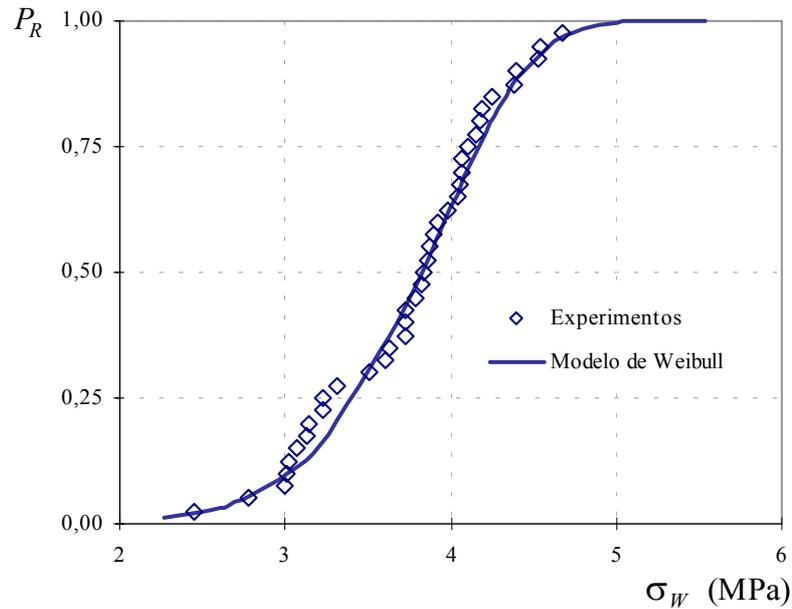


Figura 3.10 – Diagrama de Weibull ($P_R \times \sigma_w$) para ensaios de flexão em 3 pontos sobre corpos-de-prova de concreto: $m=8$, $S_0=4\text{MPa}$ e $V_0=20\text{cm}^3$

O diagrama de Weibull ($P_R \times \sigma_w$) é a forma correta de representar resultados de diferentes tipos de ensaios sobre materiais de volumes diversos em um único gráfico, pois ele permite considerar o efeito de volume e de heterogeneidade das tensões através do volume efetivo implícito na expressão de σ_w . Se o material segue uma lei de Weibull, todos os pontos deverão recair sobre a curva de previsão.

O significado do módulo de Weibull pode ser melhor compreendido observando-se que $m < 5$ representa valores de resistência, no caso, extremamente dispersos, sendo muito raros; e que $m = 100$ indica materiais com pouquíssima dispersão dos valores de resistência à ruptura. Os concretos, normalmente, encontram-se representados por valores de m próximos a 10.

Para ilustrar a influência do parâmetro m sobre a probabilidade de ruptura, apresenta-se o gráfico da Figura 3.11 construído para uma solicitação de tração e para $V = V_0$.

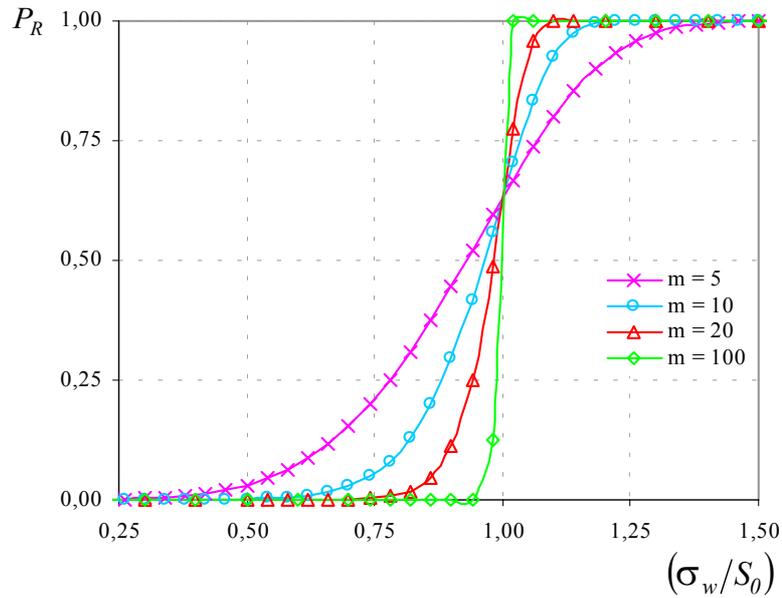


Figura 3.11 – Influência de m sobre a probabilidade de ruptura

Neste trabalho, verifica-se a viabilidade do emprego do modelo de Weibull para a previsão da ruptura de painéis compostos de concreto e aço. No Capítulo 6, os parâmetros m e $V_0 S_0^m$ são identificados para os ensaios de flexão em 3 e em 4 pontos de barras de concreto e, então, a curva de previsão de ruptura para o painel composto é definida. A partir daí, todos os resultados são reunidos na forma do diagrama de Weibull.

3.6. CONSIDERAÇÕES SOBRE A INFLUÊNCIA DOS EFEITOS V E H NA TENSÃO DE RUPTURA MÉDIA DE MATERIAIS FRÁGEIS

Para evidenciar os efeitos de volume e de heterogeneidade das tensões sobre a tensão de ruptura média, apresenta-se o estudo analítico que segue.

A tensão média de ruptura é obtida de maneira clássica pela relação:

$$\bar{\sigma}_R = \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_i}{n} = \int_0^1 \sigma(P_R) dP_R \quad [3.29]$$

sendo, neste contexto,

$$\sigma(P_R) = \sigma_R = S_0 \left[-\frac{V_0}{V_{ef}} \ln \left(\frac{I}{I - P_R} \right)^{1/m} \right] \text{ e } dP_R = \exp \left[-\frac{V_{ef}}{V_0} \left(\frac{\sigma_R}{S_0} \right)^m \right] \frac{m}{S_0} \frac{V_{ef}}{V_0} \left(\frac{\sigma_R}{S_0} \right)^{m-1} d\sigma .$$

Chamando-se $u = \frac{V_{ef}}{V_0} \left(\frac{\sigma_R}{S_0} \right)^m$, tem-se $du = \frac{m}{S_0} \frac{V_{ef}}{V_0} \left(\frac{\sigma_R}{S_0} \right)^{m-1} d\sigma$. Então, pode-

se escrever σ_R como $\left(\frac{V_0}{V_{ef}} \right)^{1/m} S_0 u^{1/m}$.

Desse modo, a Equação [3.18] pode ser colocada na seguinte forma

$$\bar{\sigma}_R = S_0 \left(\frac{V_0}{V_{ef}} \right)^{1/m} \int_0^{+\infty} u^{1/m} \exp(-u) du .$$

Introduzindo-se a função gama $\Gamma(x) = \int_0^{\infty} e^{-u} u^{x-1} du$, que tem como uma de suas propriedades: $\Gamma(1+x) = x\Gamma(x)$ ou $\Gamma(n) = (n-1)!$ para $n \in \mathbb{N}$, chega-se à seguinte expressão para a tensão de ruptura média:

$$\bar{\sigma}_R = S_0 \left(\frac{V_0}{V_{ef}} \right)^{1/m} \Gamma \left(1 + \frac{1}{m} \right) \quad [3.30]$$

Para explicitar a relação entre a tensão média de ruptura, o volume da estrutura e o fator de heterogeneidade das tensões, pode-se, ainda, escrever a Equação [3.30] como

$$\bar{\sigma}_R = S_0 \left(\frac{V_0}{V H_m} \right)^{1/m} \Gamma \left(1 + \frac{1}{m} \right) \quad [3.31]$$

Por outro lado, a relação entre a probabilidade de ruptura associada à tensão de ruptura do material e os parâmetros V e H_m pode ser explicitada na Equação [3.16], resultando em

$$P_R = 1 - \exp \left[-\frac{V H_m}{V_0} \left(\frac{\sigma_R}{S_0} \right)^m \right] \quad [3.32]$$

A Equação [3.31] mostra que, se o material obedece a uma lei de Weibull, a tensão de ruptura média é inversamente proporcional ao volume da estrutura afetado pelo fator de heterogeneidade das tensões à potência $1/m$. Isto é, quanto menor o volume, maior a tensão de ruptura e, pela [3.32], menor a probabilidade de encontrar um grande defeito. Por sua vez, quanto mais heterogêneo o campo de tensões (valores menores de H_m), maior é a tensão de ruptura, pela [3.31], e menor a probabilidade de encontrar um defeito na zona mais solicitada (Equação [3.32]).

3.6.1. EFEITO DE VOLUME

Pode-se ilustrar o efeito do volume do sólido sobre a tensão de ruptura média, analisando-se o diagrama da Figura 3.12 obtido simulando-se uma sollicitação de tração. Inicialmente, considerou-se o parâmetro de Weibull $m=10$ e traçou-se a curva $\ln(\bar{\sigma}_R/S_0)$ versus $\ln(V/V_0)$ para V/V_0 variando de 1 a 10000.

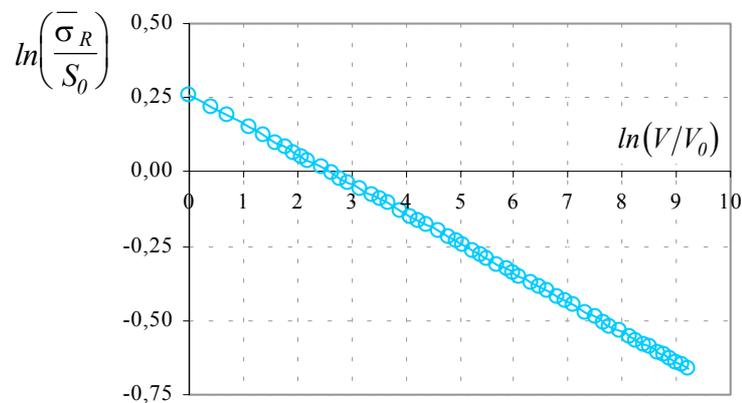


Figura 3.12 – Evolução da tensão de ruptura média em função do volume para $m=10$

Observa-se, na Figura 3.12, que a relação entre $\ln(\bar{\sigma}_R/S_0)$ e $\ln(V/V_0)$ é dada por uma reta de inclinação igual a $-1/m$, isto é, a tensão de ruptura média decresce assintoticamente quando o volume da estrutura aumenta.

Fazendo-se variar o parâmetro de Weibull na simulação de tração apresentada na Figura 3.12, observa-se que a tensão média de ruptura é muito sensível a este parâmetro e que, para valores de m muito grandes, recupera-se o caráter determinista da tensão de ruptura (ver Figura 3.13).

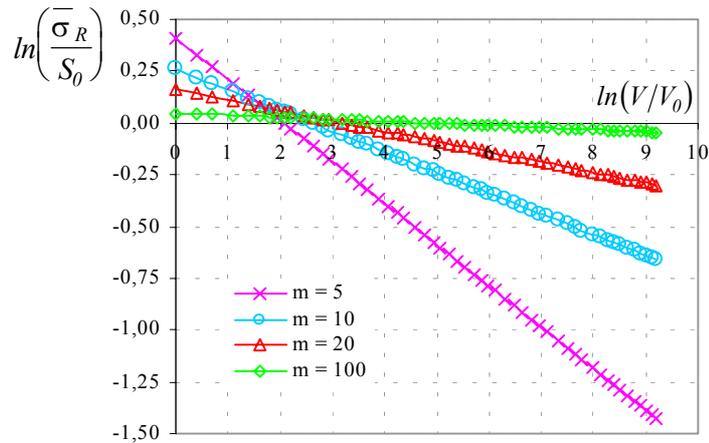


Figura 3.13 – Influência de m sobre a evolução da tensão de ruptura média em função do volume

Para observar o efeito de volume sobre a probabilidade de ruptura, são plotados num diagrama $\left(P_R \times \frac{\sigma_R}{S_0}\right)$, os resultados da Equação [3.32] para volumes variando de V_0 , $10V_0$, $100V_0$, $1000V_0$ e $10000V_0$, com uma solicitação fixa de tração ($H_m=1$) e módulo de Weibull $m=10$.

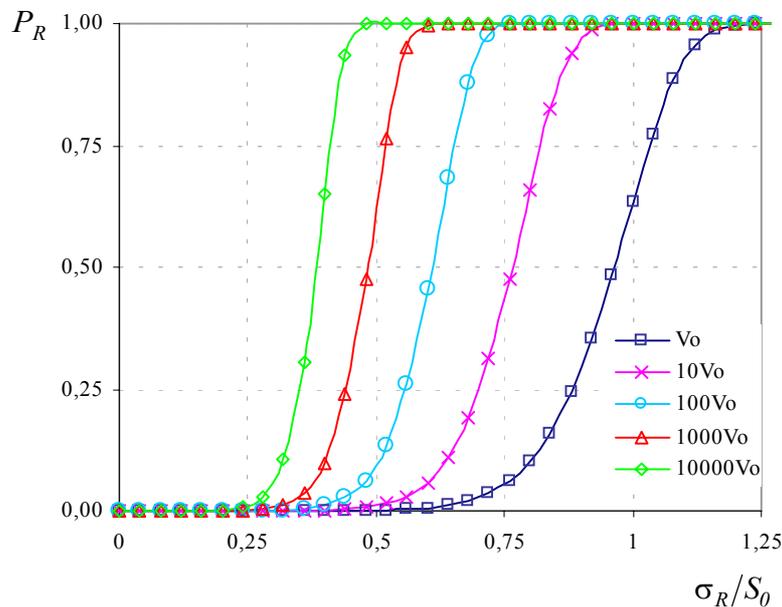


Figura 3.14 – Simulação do efeito de volume em tração para $m=10$

A Figura 3.14 mostra que, considerando-se uma solicitação fixa e conhecendo-se as características de dispersão do material (distribuição de defeitos) que são representadas pelo módulo de Weibull, quanto maior o volume do sólido maior a probabilidade de ruptura, pois a probabilidade de encontrar um grande defeito aumenta. Já a tensão de ruptura diminui à medida que o volume aumenta.

Observa-se, ainda, que, quando se aumenta o volume 100 vezes, a tensão de ruptura média diminui um terço. Aumentando-se o volume 1000 vezes, a tensão de ruptura média diminui 50% , o que é coerente com os resultados obtidos por L’Hermite em 1973 [L’HERMITE apud MAZARS (1984)].

3.6.2. EFEITO DE HETEROGENEIDADE DAS TENSÕES

Pela Equação [3.31], tem-se que a tensão de ruptura média cresce assintoticamente (na potência $1/m$) quando o fator de heterogeneidade das tensões H_m diminui, ou seja, quanto mais heterogêneo o campo de tensões (H_m menor) maior o valor da tensão de ruptura média.

O efeito de heterogeneidade das tensões sobre a tensão de ruptura média é analisado para um volume fixo, considerando-se, inicialmente, o parâmetro de Weibull $m=10$ e $V=1000V_0$. Na Figura 3.15, apresenta-se o diagrama $\ln(\bar{\sigma}_R/S_0)$ versus $\ln(H_m)$ obtido para as sollicitações discutidas no item 3.4.2. Esta figura mostra que a correlação entre a tensão de ruptura média e o fator de heterogeneidade das tensões é uma reta de inclinação igual a $-1/m$.

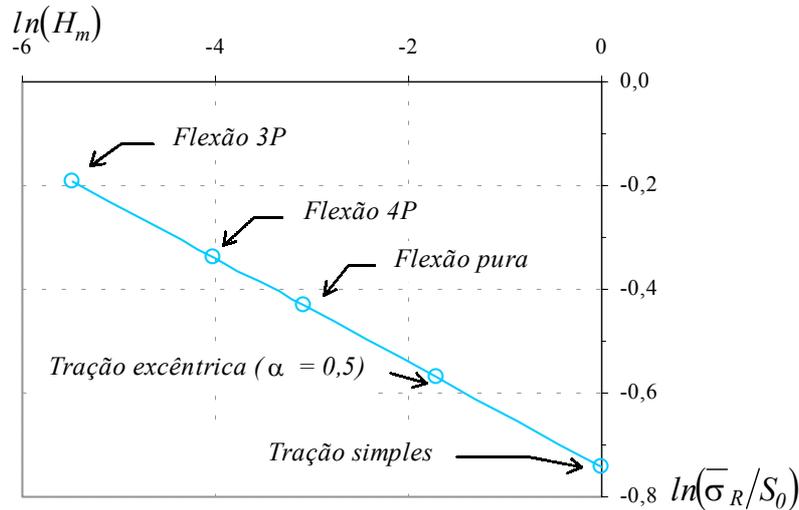


Figura 3.15 – Evolução da tensão de ruptura média em função de H_m ($V=1000V_0$, $m=10$ e $\alpha = 0,5$)

Fazendo-se variar o módulo de Weibull m e conservando-se o volume do sólido $V=1000V_0$ para as sollicitações apresentadas na Figura 3.15, verifica-se que a

tensão de ruptura média é mais sensível a m para valores menores do fator H_m e que, para valores de m muito grandes ($m=100$), recupera-se o caráter determinista da tensão de ruptura (ver Figura 3.16).

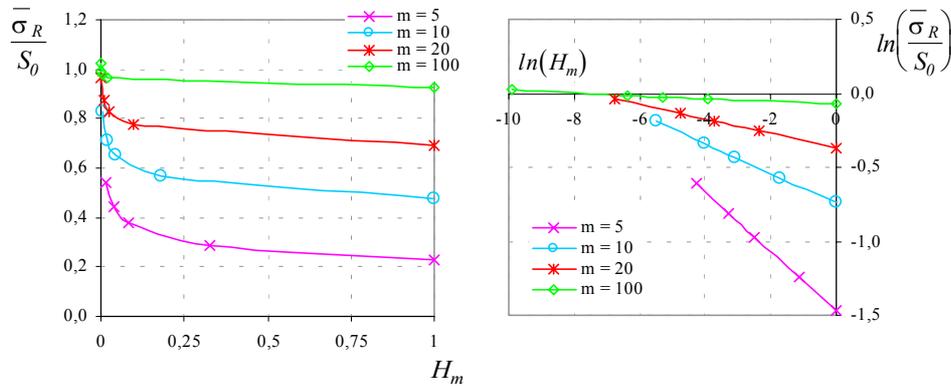


Figura 3.16 – Influência de m sobre a relação entre $\bar{\sigma}_R$ e H_m ($V=1000V_0$ e $\alpha = 0,5$)

O efeito de heterogeneidade das tensões sobre a probabilidade de ruptura, para um volume $V=1000V_0$, considerando-se as sollicitações de flexão em 3 e 4 pontos, flexão pura, tração excêntrica e tração simples com $m=10$, pode ser observado na Figura 3.17. Verifica-se que a tensão de ruptura média para a Flexão em 3 pontos é 13,6% maior do que para a Flexão em 4 pontos, o que é consistente com os resultados obtidos por L’Hermite.

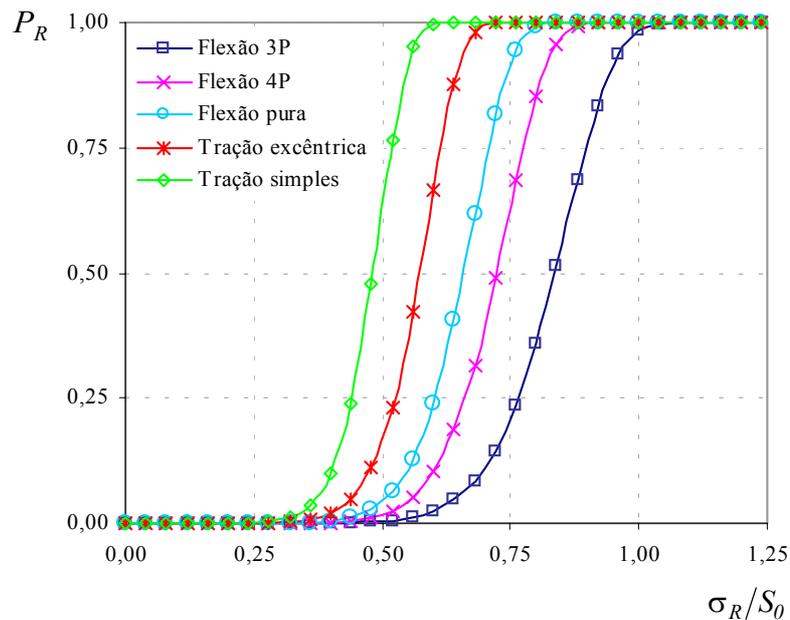


Figura 3.17 – Efeito de heterogeneidade das tensões sobre a distribuição de probabilidades ($V=1000V_0$, $m=10$, $\alpha = 0,5$)

Vale ressaltar, mais uma vez, que para um volume e uma distribuição de defeitos arbitrários, quanto mais heterogêneo o campo de tensões (valores menores de H_m), menor a probabilidade de encontrar um defeito crítico e, conseqüentemente, a probabilidade de ruptura é menor.

Todas as simulações apresentadas neste item mostram que a Equação [3.32] permite representar os efeitos de volume e de heterogeneidade das tensões sobre a probabilidade de ruptura.

Esta equação permite também simular o efeito da distribuição dos defeitos sobre a probabilidade de ruptura da estrutura através do módulo de Weibull m , porém, como, neste trabalho, o tamanho e a distribuição dos defeitos não são controlados, tal efeito é simplesmente quantificado pela identificação do módulo m nos ensaios de flexão em 3 e em 4 pontos.



PROGRAMA EXPERIMENTAL

4.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A moldagem de peças delgadas em concreto de granulometria fina, mais do que aquelas em concreto convencional, requer um cuidado especial no que diz respeito à qualidade dos materiais utilizados, uma vez que a presença de impurezas, mesmo em quantidade que poderia ser aceitável usualmente, pode comprometer seriamente o desempenho estrutural. Pensando nisso, os materiais utilizados na experimentação realizada neste trabalho foram selecionados de forma criteriosa. Além disso, dada a dimensão das peças a serem ensaiadas, particularmente aquelas em concreto de granulometria fina, foram confeccionados dispositivos complementares para possibilitar a correta realização dos ensaios e melhorar a precisão das medições de deslocamentos.

Para verificar se haveria influência significativa da idade do concreto sobre a resistência do compósito, e também para a validação da teoria de misturas, no programa experimental foram previstas e realizadas quatro séries de ensaios sobre cada um dos componentes do compósito (concreto e aço) e sobre o próprio compósito (painel delgado de concreto com armação em tela soldada). Todos os modelos foram concretados no mesmo dia e com a mesma dosagem de materiais, de modo que a única diferença entre uma série de ensaios e a seguinte foi a idade do concreto. Cada série constituiu-se de: ensaios de tração sobre painéis de concreto de

granulometria fina armados com telas soldadas; ensaios de barras de concreto simples submetidas à flexão em 3 e em 4 pontos; e ensaios de tração direta em fios de aço.

Para a realização dessa extensa programação experimental, contou-se com a colaboração de diversos setores da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo. Na Oficina Mecânica foram confeccionados: os dispositivos de *Bernier* para a medição dos deslocamentos nos ensaios de flexão das barras de concreto, as garras metálicas para os ensaios de tração dos painéis e as fôrmas metálicas para a moldagem de todos os modelos. No Laboratório de Mecânica das Rochas do Departamento de Geotecnia foram realizados os ensaios de flexão em 3 e em 4 pontos das barras de concreto simples, empregando-se a máquina universal de ensaios mecânicos servo-controlada *MTS 815*. No Laboratório de Madeiras e de Estruturas de Madeira do Departamento de Engenharia de Estruturas foi usada a prensa servo-controlada *DARTEC* para os ensaios de tração dos fios de aço. No Laboratório de Estruturas do Departamento de Engenharia de Estruturas, os ensaios de tração dos painéis armados foram realizados com a máquina universal de ensaios mecânicos servo-controlada *INSTRON 8506*; já os ensaios de compressão de corpos-de-prova cilíndricos foram realizados na máquina *ELE Autotest 2000*. Ainda neste laboratório foram executadas as demais atividades necessárias à experimentação, tais como, moldagem, cura, instrumentação e preparação dos modelos para os ensaios.

Neste capítulo, apresentam-se todos os procedimentos envolvidos no desenvolvimento experimental da pesquisa. No item 4.2, são enfatizados os aspectos relativos à moldagem de peças delgadas de concreto de granulometria fina, a saber: os cuidados na escolha dos materiais utilizados, os critérios adotados na obtenção do traço do concreto, da confecção das fôrmas, etc. No item 4.3, trata-se da instrumentação dos modelos e, por fim, no item 4.4, descrevem-se os métodos empregados para cada tipo de ensaio.

4.2. MOLDAGEM DE PEÇAS DE CONCRETO DE GRANULOMETRIA FINA

O concreto de granulometria fina, também chamado de ‘microconcreto’ (HANAI, 1992), tem sido empregado com sucesso na confecção de peças de pequena espessura (espessura menor que 40mm). Esse material apresenta-se particularmente vantajoso na moldagem de elementos pré-moldados e pré-fabricados, e na moldagem de peças delgadas dotadas de armadura formada por malha muito fina (telas e fios de aço), que constituem um compósito também conhecido como argamassa armada (CUNHA, 1991).

4.2.1. DEFINIÇÃO DOS MODELOS ENSAIADOS

A investigação experimental teve como objetivo principal a obtenção dos parâmetros necessários para a verificação da aplicabilidade do Modelo de Weibull, apresentado no Capítulo 3, à previsão da ruptura de painéis delgados de concreto de granulometria fina armados com telas soldadas. Para a obtenção dos parâmetros de Weibull um grande número de corpos-de-prova foi ensaiado, de maneira a possibilitar uma adequada análise estatística dos resultados.

A partir de uma estimativa inicial sobre o número mínimo de amostras e de ensaios necessários para a identificação dos parâmetros de interesse, chegou-se a um programa experimental envolvendo, por um lado, dois grupos de painéis, com dimensões diferentes entre si para se avaliar o efeito de volume sobre a resposta estrutural, mas fixando-se em ambos a espessura de 25mm. Por outro lado, cada um dos componentes dos painéis (concreto e armadura) foi isoladamente submetido a ensaios específicos com o objetivo de verificar o emprego da teoria de misturas para a estimativa do comportamento do conjunto.

As dimensões dos painéis foram definidas em função das telas disponíveis no mercado e da idéia básica de que cada painel tivesse em sua região central um elemento representativo e gerador, por repetição, do compósito. Na Tabela 4.1 estão exibidos as dimensões de corpos-de-prova dos painéis e seus componentes, e os tipos de ensaios a que eles foram submetidos.

TABELA 4.1 – DIMENSÕES DOS CORPOS-DE-PROVA E TIPOS DE ENSAIOS

MODELO – NOMENCLATURA ADOTADA	DIMENSÕES (mm)	TIPO DE ENSAIO
PAINEL DE CONCRETO ARMADO	PA-20	25 x (200 x 200)
	PA-40	25 x (400 x 400)
BARRA DE CONCRETO SIMPLES	B-17	(25 x 25) x 170
	B-32	(25 x 25) x 320
FIO DE AÇO CA-60 - DIÂMETRO = 2,5mm	F1-05	50
	F1-10	100
FIO DE AÇO CA-60 - DIÂMETRO = 3,8mm	F2-10	100
	F2-20	200

Para avaliar também o efeito de escala, foram moldados dois grupos de painéis de concreto em planta quadrada, com dimensões de 20cm (PA-20) e 40cm (PA-40) de lado respectivamente. Os painéis (PA-20 e PA-40) foram armados com telas soldadas de malha quadrada de 5,00cm x 5,00cm e 10,00cm x 10,00cm, respectivamente, e foram submetidos à tração por aplicação de forças diretamente sobre os fios da armadura (ver Figura 4.1).

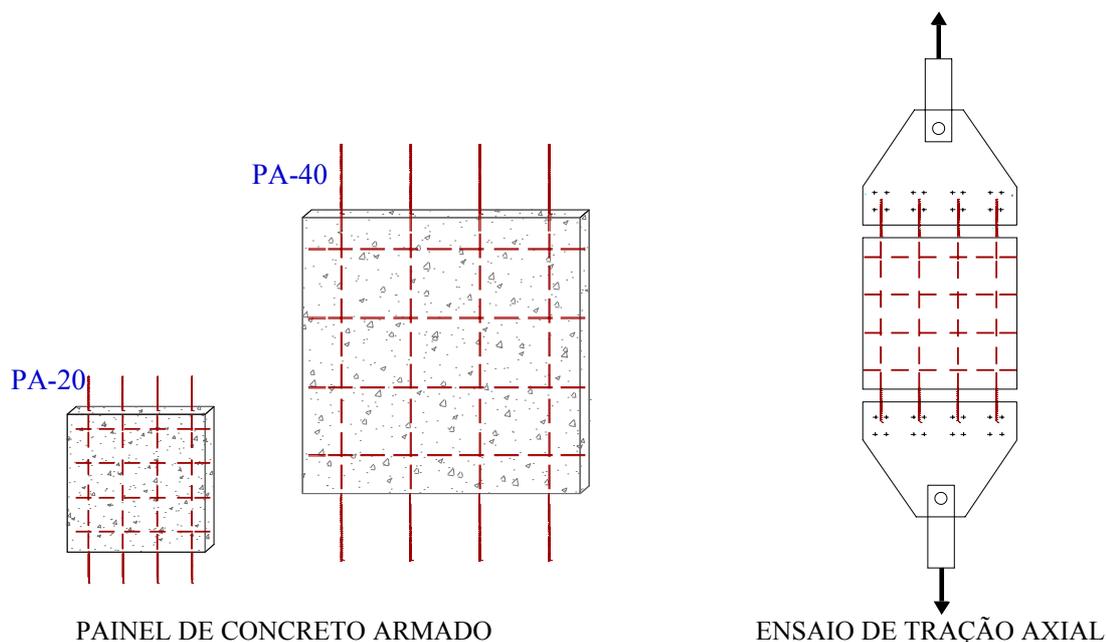


Figura 4.1 – Esquemas de corpos-de-prova e tipo de ensaio

A partir das dimensões de cada painel armado foram definidas as dimensões dos elementos isolados de cada componente do compósito a serem ensaiados com o objetivo de caracterizar seus parâmetros de resistência. Assim:

- ao painel PA-20, armado com tela de espaçamento 5cm, foram associados os corpos-de-prova de concreto simples B-17, destinados aos ensaios de flexão em 3

e em 4 pontos, e os fios de aço CA-60, F1-05 e F1-10, destinados aos ensaios de tração axial (ver Figura 4.2).

- ao painel PA-40, armado com tela de espaçamento 10cm , foram associados os corpos-de-prova de concreto simples B-32, destinados aos ensaios de flexão em 3 e em 4 pontos, e os fios de aço CA-60, F2-10 e F2-20, destinados aos ensaios de tração axial.

Os desenhos apresentados nas Figuras 4.1 até 4.3 ilustram as dimensões dos modelos associadas à nomenclatura que será utilizada neste texto para designar cada tipo de amostra. As amostras de fios de aço designadas por F1-05, F1-10, F2-10 e F2-20 submetidas a ensaios de tração axiais são tratadas no item 4.4.2.

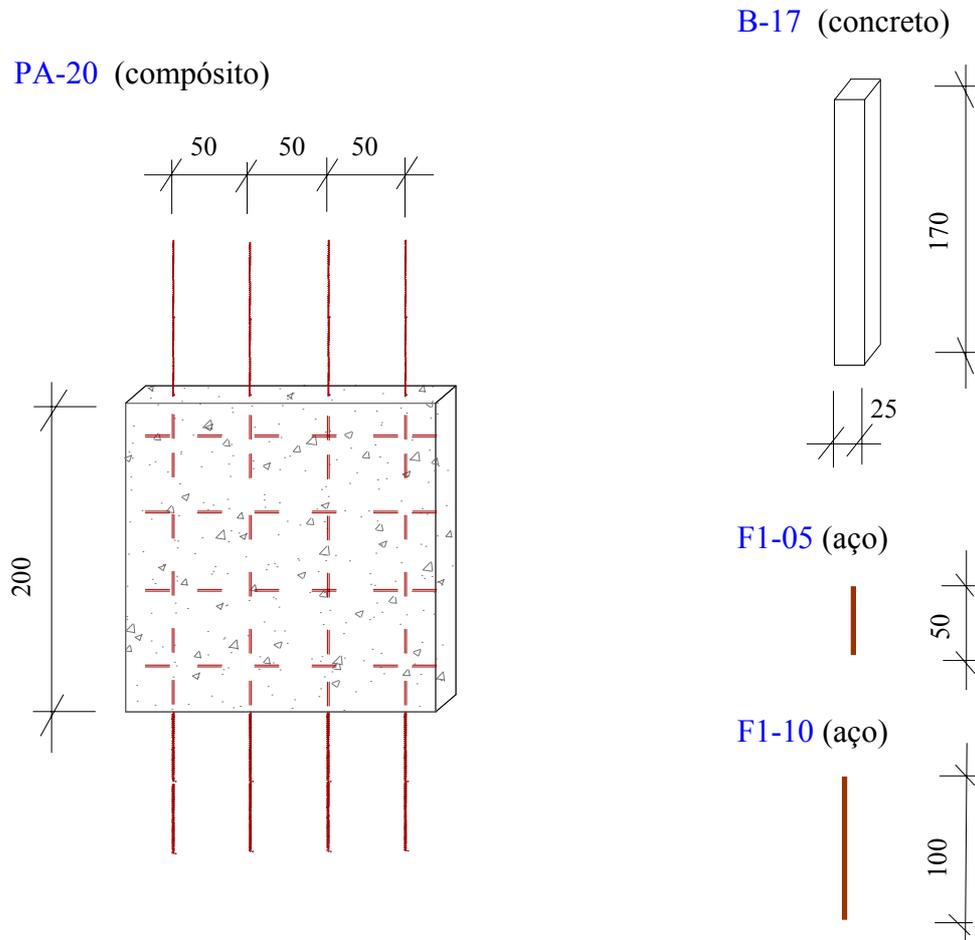


Figura 4.2 – Esquema do painel de concreto armado PA-20 com os corpos-de-prova para caracterização do comportamento de cada um dos componentes (croquis sem escala – cotas em mm)

Na Figura 4.2, podem ser observadas as dimensões dos corpos-de-prova de concreto e aço associados ao painel PA-20 (a espessura dos corpos-de-prova é

constante e igual a $2,5\text{cm}$). Para o painel PA-40 segue-se o mesmo critério, bastando-se substituir, na Figura 4.2, a cota referente ao lado do painel por 40cm e o espaçamento entre os fios na tela soldada por 10cm .

Na Figura 4.3 apresentam-se os esquemas estáticos dos ensaios de flexão em 3 e em 4 pontos correspondentes às barras de concreto B-17 e B-32.

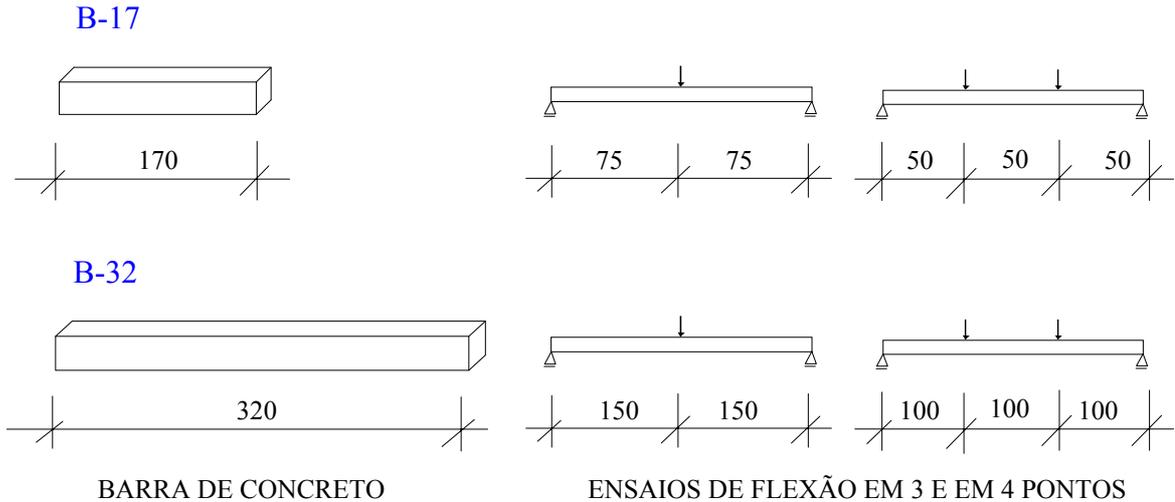


Figura 4.3 – Esquemas dos corpos-de-prova B-17 e B-32 e tipo de ensaio correspondente (croquis sem escala – cotas em mm)

4.2.2. MATERIAIS UTILIZADOS

Os materiais agregados, cimento e aço, empregados na confecção dos modelos e corpos-de-prova, foram caracterizados no Laboratório de Estruturas e no Laboratório de Madeiras e de Estruturas de Madeira, com exceção do cimento, para o qual foram utilizadas as especificações do fabricante.

4.2.2.1. CIMENTO

Optou-se pela utilização do Cimento Portland Comum. O cimento empregado foi o CP II-F-32 da marca Cimento ITAU com massa específica real, caracterizada pelo fabricante, de $3,14\text{kg}/\text{dm}^3$.

4.2.2.2. ÁGUA

Utilizou-se, no amassamento do concreto, água proveniente da rede pública de abastecimento da cidade de São Carlos.

4.2.2.3. AGREGADOS

Os agregados utilizados foram adquiridos na cidade de São Carlos. Como agregado miúdo, empregou-se areia de origem quartzosa extraída de rios da região. A análise granulométrica da areia, realizada de acordo com a *NBR 7217/87*, no Laboratório de Estruturas, classificou-a como areia fina com módulo de finura de 2,10 e dimensão máxima característica de 1,20mm. A massa específica real, determinada segundo a *NBR 9776/87*, foi de 2,618kg/dm³. Na Tabela 4.2, podem ser observados os valores médios de duas determinações de composição granulométrica do agregado miúdo. Os ensaios de caracterização efetuados são tomados sempre como média de duas determinações.

TABELA 4.2 –COMPOSIÇÃO GRANULOMÉTRICA DO AGREGADO MIÚDO (*NBR 7217/87*)

Composição granulométrica do agregado miúdo			
Peneira # (mm)	Massa Retida (g)	% Retida	% Retida Acumulada
1,2	23,4	2,3	2,3
0,6	277,3	27,8	30,1
0,3	484,6	48,5	78,6
0,15	202,0	20,2	98,8
Fundo	11,9	1,2	100
Dimensão máxima característica:			1,2mm
Módulo de finura:			2,10

O agregado graúdo usado foi brita de origem basáltica, comum na região de São Carlos. Em função da pequena espessura dos modelos (25mm), o agregado graúdo disponível de dimensão máxima característica igual a 9,5mm foi peneirado de modo a obter-se uma dimensão máxima característica de 4,8mm ($d < 1/5$ da dimensão mais estreita da fôrma, *MEHTA (1994)*).

A porcentagem de material pulverulento encontrado foi de 3,25% (*NBR 7219/83*) e, para satisfazer aos limites exigidos pela *NBR 7211/83* para a presença de substâncias deletérias, o agregado graúdo foi cuidadosamente lavado para eliminar torrões de argila e materiais pulverulentos solúveis em água que afetariam a trabalhabilidade do concreto. Além disso, as impurezas aumentariam o consumo de água e comprometeriam o acabamento superficial dos modelos dificultando a fixação dos extensômetros quando da instrumentação. Procurou-se também, com esse

procedimento, melhorar a aparência das peças e a proteção que o concreto oferece à armadura.

A massa específica real obtida para o agregado graúdo, segundo a *NBR 9776/87*, foi de $2,857\text{kg/dm}^3$ e a análise da sua composição granulométrica revelou um módulo de finura de $4,54$, como pode ser visto na Tabela 4.3.

TABELA 4.3 – COMPOSIÇÃO GRANULOMÉTRICA DO AGREGADO GRAÚDO (*NBR 7217/87*)

Composição granulométrica do agregado graúdo			
Peneira # (mm)	Massa Retida (g)	% Retida	% Retida Acumulada
4,8	1,2	0,1	0,1
2,4	640,9	64,1	64,2
1,2	289,4	29,0	93,2
0,6	44,0	4,4	97,6
0,3	14,0	1,4	99
0,15	6,2	0,6	99,6
Fundo	3,7	0,4	100
Dimensão máxima característica:			4,8mm
Módulo de finura:			4,54

4.2.2.4. TELAS DE AÇO SOLDADAS

Foram adotadas as seguintes telas de aço soldadas: para o painel PA-20, Tela Soldada BEMATEL EQ98 de malha quadrada de $5,00\text{cm} \times 5,00\text{cm}$ e diâmetro dos fios transversais e longitudinais igual a $2,50\text{mm}$; para o painel PA-40, Tela Soldada BEMATEL Q113 de malha quadrada de $10,00\text{cm} \times 10,00\text{cm}$ e diâmetro dos fios transversais e longitudinais igual a $3,80\text{mm}$.

As telas soldadas empregadas nos ensaios foram recebidas em rolos de $2,45\text{m}$ de largura por $60,00\text{m}$ de comprimento como doação da Companhia Siderúrgica Belgo-Mineira e caracterizadas pelo fabricante de acordo com as especificações da *NBR 7481/90*. A empresa doou também os fios de aço de bitolas $2,50\text{mm}$ e $3,80\text{mm}$ extraídos do mesmo lote de fabricação das telas. As especificações fornecidas pelo fabricante para as telas soldadas utilizadas como armadura dos painéis são apresentadas na Tabela 4.4. Para os fios de aço, os resultados de interesse para a pesquisa podem ser vistos no Capítulo 5.

TABELA 4.4 –CARACTERÍSTICAS DAS TELAS SOLDADAS DE ACORDO COM CERTIFICADO DE QUALIDADE FORNECIDO PELA EMPRESA BELGO-MINEIRA (NBR 7481/90)

Características das Telas Soldadas	EQ98	Q113
Limite de Resistência do fio longitudinal	763MPa	895MPa
Limite de Resistência do fio transversal	731MPa	870MPa
Limite de Escoamento do fio longitudinal	660MPa	745MPa
Limite de Escoamento do fio transversal	636MPa	736MPa

As telas foram cortadas no sentido longitudinal dos rolos nas dimensões mostradas na Figura 4.4. Alguns fios transversais foram arrancados (linhas tracejadas na Figura 4.4) para possibilitar a moldagem dos modelos e a fixação destes às garras para o ensaio de tração.

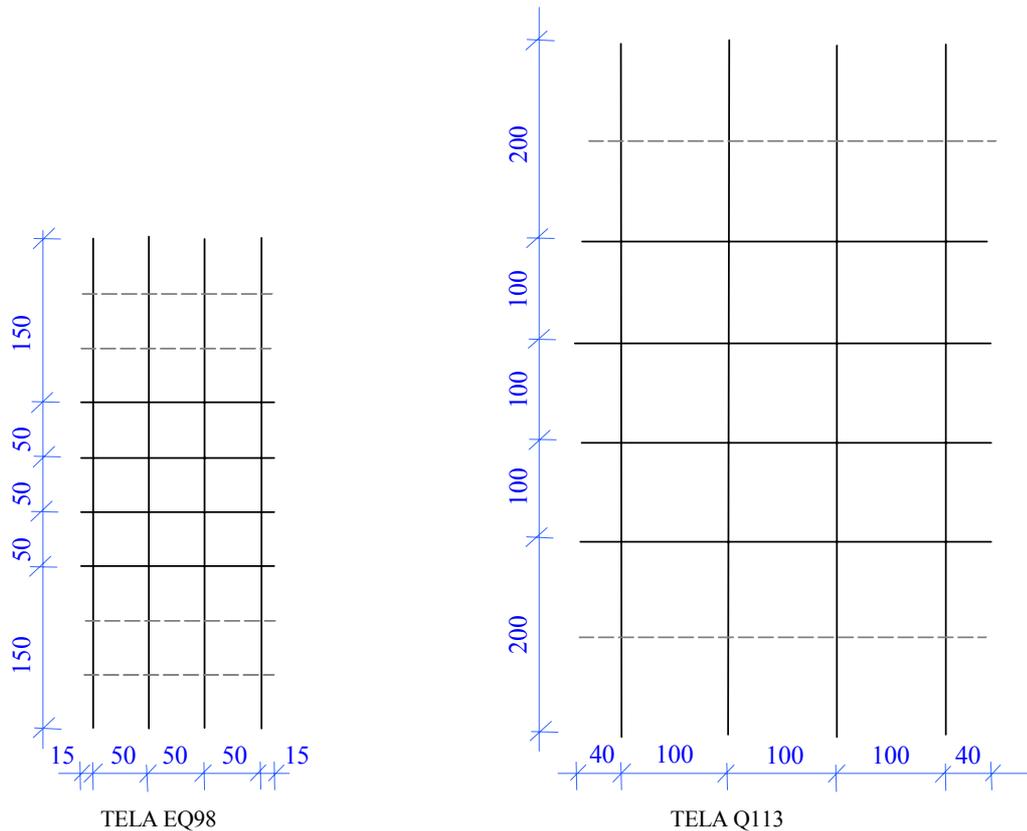


Figura 4.4 – Dimensões das telas soldadas usadas como armadura dos painéis PA-20 e PA-40, respectivamente – croquis sem escala (cotas em mm)

A Figura 4.5 exibe uma foto da tela EQ98 cortada nas dimensões adequadas ao painel PA-20, na qual podem ser observados os pontos em que foram arrancados os fios transversais.

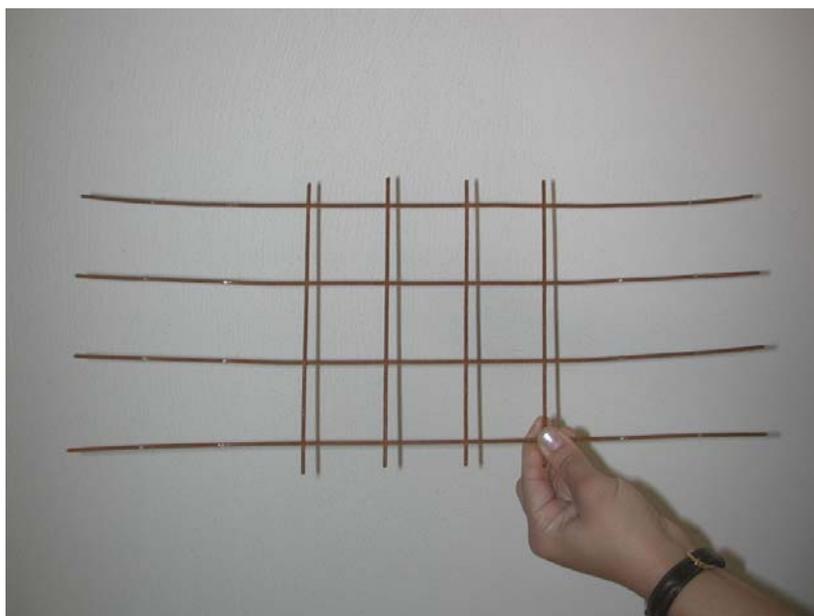


Figura 4.5 – Foto da tela EQ98 nas dimensões adequadas à armadura do painel PA-20

4.2.3. OBTENÇÃO DO TRAÇO DE CONCRETO – DOSAGEM DE MATERIAIS

Com base numa consulta a textos (que tratam da dosagem experimental de concretos de granulometria fina, da caracterização dos materiais e traços empregados (EL DEBS, 1991), das variações de resistência e de consistência de acordo com a relação cimento/agregado e água/cimento (CUNHA, 1991)), foram estudados em laboratório alguns traços com o objetivo de se obter um concreto com consistência adequada para a moldagem e dentro da faixa de resistência desejada.

Inicialmente, adotou-se o traço em massa $1 : 2 : 1 : 0,60$, com um consumo de cimento de $492,022\text{kg}/\text{m}^3$, que apresentou resistência média à compressão aos 28 dias de $27,13\text{MPa}$, medida através de ensaios de três corpos-de-prova cilíndricos realizados de acordo com a NBR 5739/94. Embora a consistência do concreto em princípio tenha se mostrado adequada para a moldagem das peças, a quantidade de modelos a serem concretados de uma única vez (volume total de concreto igual a 270m^3) e o tipo de ensaio a ser realizado exigiram um concreto ainda mais fluido e que apresentasse uma resistência média à compressão menor que 20MPa .

A partir daí, foram testados três traços diferentes. Para cada traço, foram moldados seis corpos-de-prova cilíndricos que foram rompidos à compressão aos 3 e

7 dias. Os traços testados e respectivos valores médios de resistência à compressão podem ser observados na Tabela 4.5.

TABELA 4.5 – RESISTÊNCIA MÉDIA À COMPRESSÃO AOS 3 E 7 DIAS PARA TRÊS CONCRETOS TESTADOS (NBR 5739/94)

Traço de concreto em massa	Consumo de cimento (kg/m^3)	Resistência à compressão	
		3 dias (MPa)	7 dias (MPa)
TRAÇO I - 1 : 2,667 : 1,333 : 0,85	376,825	5,40	9,03
TRAÇO II - 1 : 2,667 : 1,333 : 0,80	384,061	6,55	9,14
TRAÇO III - 1 : 2,667 : 1,333 : 0,70	399,401	9,56	14,04

As fotos da Figura 4.6 dão uma idéia da consistência apresentada por cada um dos traços durante a mistura.



Figura 4.6 – Aspecto do concreto durante a mistura

Com base nos valores de resistência da Tabela 4.5 e observando-se a trabalhabilidade de cada mistura, optou-se pelo Traço II - 1: 2,67 : 1,33 : 0,80 de consistência fluida e resistência média à compressão aos 28 dias de 15MPa.

4.2.4. CONFECÇÃO DAS FÔRMAS

Para a definição do tipo e dimensões das fôrmas a serem confeccionadas, vários testes foram realizados com fôrmas constituídas de madeira, perfis metálicos ou chapas metálicas. Uma vez que os ensaios de flexão em 3 e em 4 pontos requerem paralelismo perfeito entre as faces de apoio e de aplicação da carga, optou-se pela chapa de aço na confecção das fôrmas para garantir a precisão necessária nas dimensões das peças. Com isso, o serviço de usinagem tornou-se bastante oneroso, sendo necessários vários meses de trabalho para a confecção de todo o conjunto de fôrmas na Oficina Mecânica da EESC.

FÔRMAS PARA MOLDAGEM DOS PAINÉIS DE CONCRETO ARMADO PA-20 E PA-40:

Para a moldagem dos painéis de concreto armado PA-20, foram confeccionadas quatro fôrmas. Cada fôrma foi construída de modo a possibilitar o posicionamento das telas através de orifícios laterais e a moldagem dos painéis na posição vertical. Na Figura 4.7 são apresentadas fotos de uma fôrma usada na moldagem de painéis PA-20.

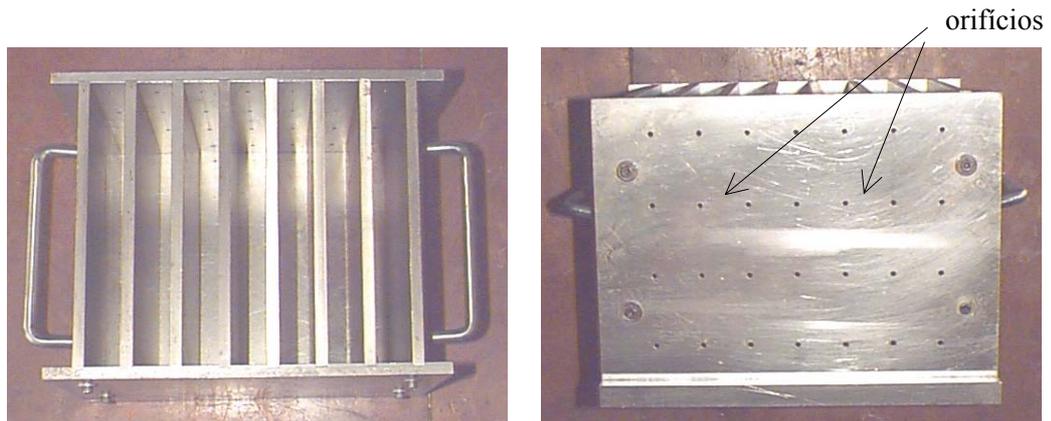


Figura 4.7 – Fotos de uma fôrma para moldagem de 7 painéis PA-20. Observar detalhe dos orifícios laterais destinados à passagem dos fios da armadura.

Para a moldagem dos painéis PA-40, foram confeccionadas quatro fôrmas similares às usadas nos painéis PA-20, naturalmente com as dimensões a eles adequadas.

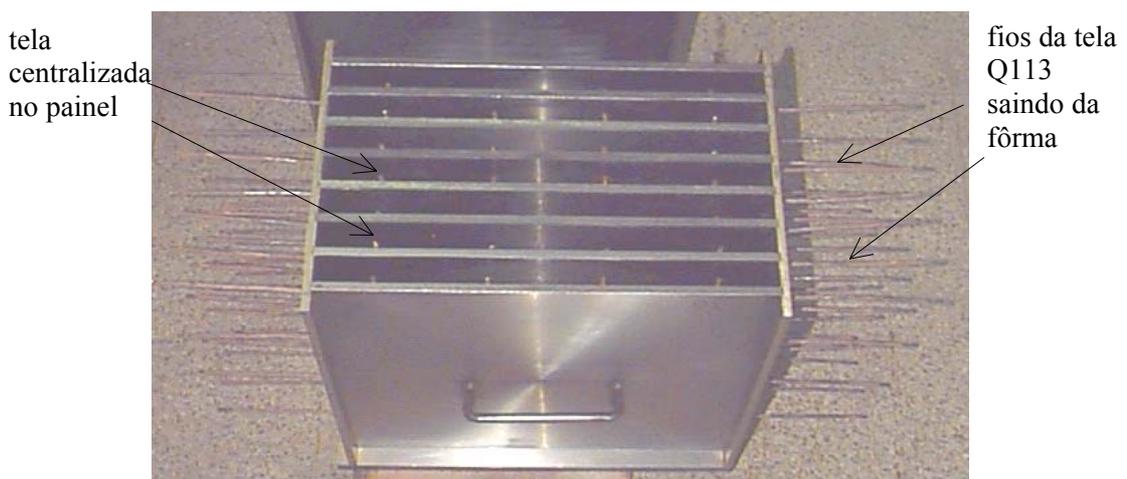


Figura 4.8 – Foto de uma fôrma já preparada para a moldagem de 7 painéis PA-40. Ver detalhe dos fios da tela Q113 passando através dos orifícios

Na Figura 4.8, apresenta-se a foto de uma fôrma já preparada para a moldagem de sete painéis PA-40 (observar detalhe do posicionamento das sete telas no interior da fôrma). A centralização da tela com relação ao painel é feita de forma que tanto o fio longitudinal quanto o transversal recebam o mesmo cobrimento de concreto, ou seja, a linha média da seção transversal do painel coincide com a linha de soldagem da tela. Os fios longitudinais, que serão encaixados nas garras durante o ensaio de tração, podem ser vistos de cada lado da fôrma.

FÔRMAS PARA MOLDAGEM DAS BARRAS DE CONCRETO SIMPLES **B-17** E **B-32**:

As barras B-17 e B-32 foram concretadas em fôrmas de aço do tipo mostrado nas Figuras 4.9 e 4.10. Foram confeccionadas seis fôrmas para cada tamanho de barra.



Figura 4.9 – Foto de uma fôrma para a moldagem de 14 barras B-17

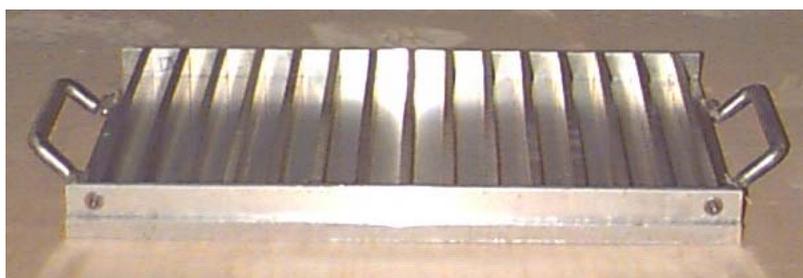


Figura 4.10 – Foto de uma fôrma para a moldagem de 14 barras B-32

Sendo as fôrmas produzidas em aço, cuidado especial teve de ser dispensado ao seu armazenamento de maneira a permitir que elas pudessem ser reutilizadas em pesquisas futuras. Então, após o uso, as fôrmas foram devidamente limpas, envolvidas em uma película esticável de polietileno impregnada com inibidor volátil de corrosão (chamada *VCI stretch film* – doada pela empresa NTI Zerust) e acondicionadas em local seco e coberto.

4.2.5. MOLDAGEM, ADENSAMENTO E CURA

Em função do volume de concreto a ser misturado, decidiu-se utilizar a betoneira de eixo inclinado com capacidade para *180 litros*. A concretagem foi executada em duas etapas: na primeira, foram moldados as barras de concreto simples B-17 e B-32, os painéis de concreto armado PA-20 e os corpos-de-prova cilíndricos de *10cm x 20cm*, num volume de *110 litros* de concreto; na segunda etapa, foram moldados os painéis de concreto armado PA-40 e os corpos-de-prova cilíndricos de *10cm x 20cm*, resultando *160 litros* de concreto. Assim, o volume total de concreto produzido para a moldagem de todas as amostras foi de *270 litros*.

Os painéis armados PA-20 e PA-40 foram moldados na posição vertical, em três camadas, e o adensamento executado usando mesa vibratória (Figura 4.11). As barras de concreto B-17 e B-32 foram adensadas também na mesa vibratória, mas em uma única etapa devido à pequena altura das peças e para evitar segregação dos materiais.

Para garantir a correta realização dos ensaios, deu-se atenção especial à regularidade da superfície de concreto, cuja importância vem a ser preponderante nos ensaios de flexão em 3 e 4 pontos. A Figura 4.12 mostra o acabamento superficial dado aos corpos-de-prova de concreto B-17 e B-32.

A cura dos modelos foi realizada ao ar livre, protegendo-se a superfície de concreto com manta de espuma umedecida. Três dias após a concretagem todos os corpos-de-prova foram desformados e imersos em tanques com água, onde ficaram até a data dos ensaios. Uma ilustração da concretagem, adensamento e cura dos painéis PA-40 é dada pela Figura 4.11.



Figura 4.11 – Fotos da concretagem, adensamento e cura dos painéis PA-40



Figura 4.12 – Fotos da superfície de concreto das barras B-17 e B-32

4.3. INSTRUMENTAÇÃO

Para os ensaios de flexão foram confeccionados dois dispositivos que permitem a fixação do *LVDT*¹ (*linear variable differential transformer*) de modo a medir precisamente a flecha ocorrida no meio do vão dos corpos-de-prova B-17 e B-32, sem a interferência dos deslocamentos nos apoios, ou seja, de maneira tal que possíveis acomodações do sistema não pudessem perturbar as leituras dos deslocamentos medidos no meio do vão. O mecanismo conhecido como dispositivo de *Bernier* foi adotado para a medição de flechas em ensaios de flexão e foi confeccionado em duas dimensões, de forma a se ajustar aos corpos-de-prova B-17 e B-32.

Nas Figuras 4.13, 4.14 e 4.15, podem ser observados os ‘croquis’ do dispositivo com as dimensões adequadas para o corpo-de-prova B-17. Para o corpo-de-prova B-32, muda-se apenas a dimensão do vão central de *75mm* para *150mm*. A Figura 4.16 mostra uma foto do dispositivo de *Bernier* em berço de madeira idealizado para a fixação do corpo-de-prova B-32 e a Figura 4.17, a montagem do dispositivo durante um ensaio de flexão em 4 pontos do corpo-de-prova B-32. Observar o posicionamento do LVDT com relação à lâmina colada no meio do vão.

¹ Os LVDT's (extensômetro elétrico indutivo) usados para a leitura são de fabricação da empresa alemã Schlumberger e adaptados pela MTS.

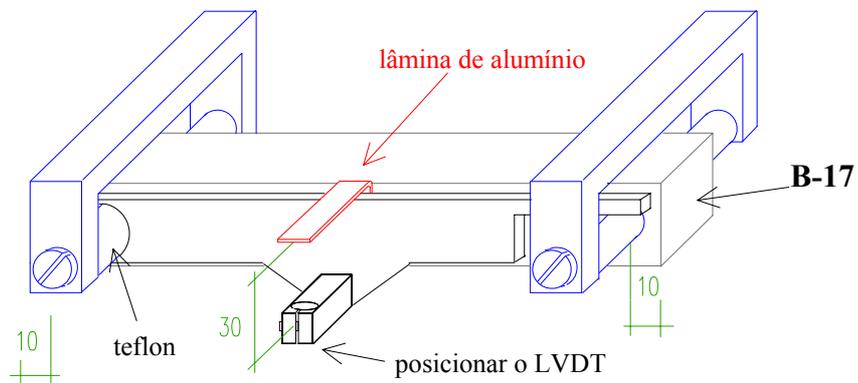


Figura 4.13 – Desenho do dispositivo de Bernier (cotas em mm)

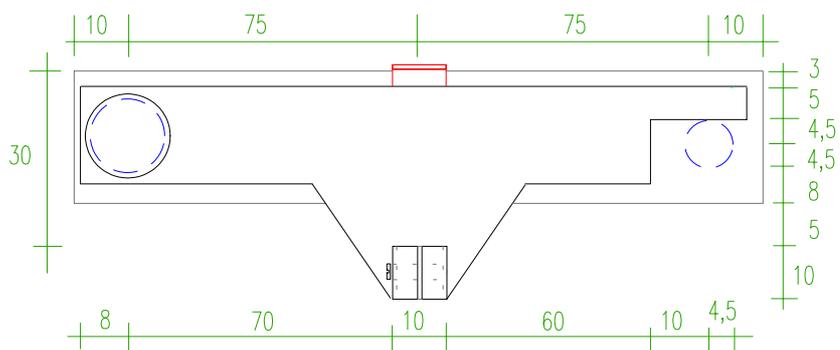


Figura 4.14 – Vista frontal do dispositivo de Bernier (cotas em mm)

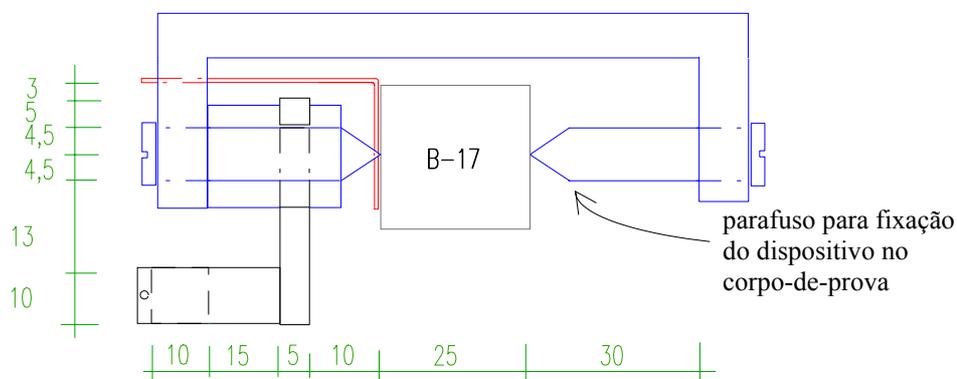


Figura 4.15 – Vista lateral do dispositivo de Bernier (cotas em mm)

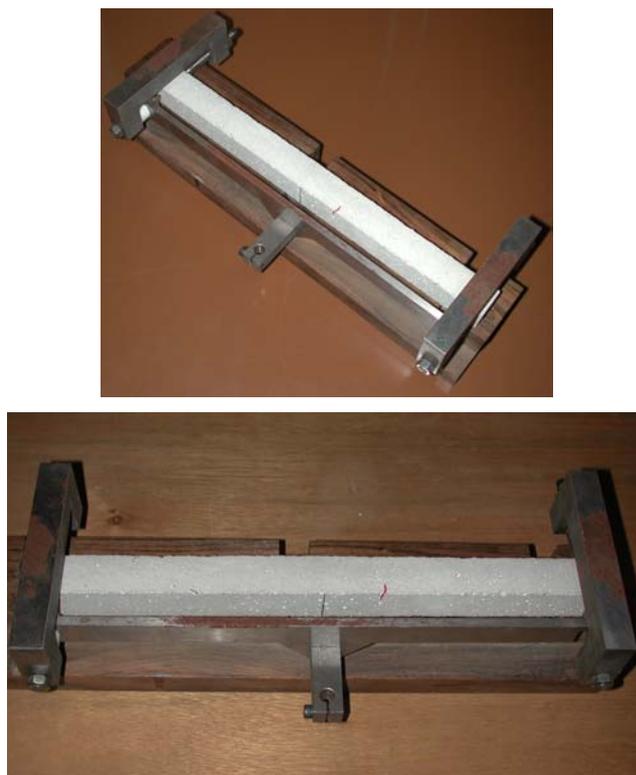


Figura 4.16 – Fotos do dispositivo de Bernier em berço de madeira com o corpo-de-prova B-32

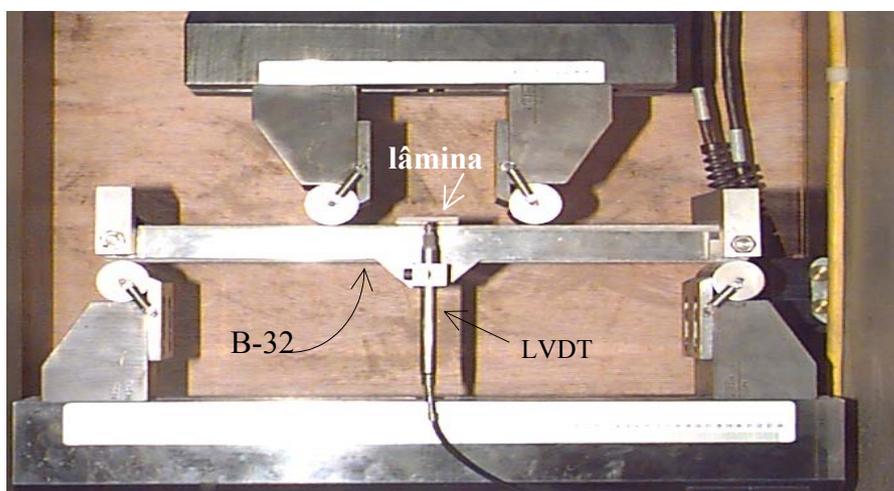


Figura 4.17 – Foto do dispositivo de Bernier durante um ensaio de flexão em 4 pontos. Observar posicionamento do LVDT

Nos ensaios de tração dos painéis foram utilizados transdutores² para a medição dos deslocamentos axiais. Nos painéis PA-20, foram fixados dois transdutores de deslocamento de cada lado com base de medida de 10cm (Figura

² Para os painéis foram usados transdutores de deslocamento à base de extensômetro elétrico de resistência fabricados pela *KYOWA* com sensibilidade de $3 \times 10^{-3}\text{mm}$.

4.18) e, nos painéis PA-40, foram fixados 3 transdutores de deslocamento de cada lado com base de medida de 20cm (Figura 4.19).

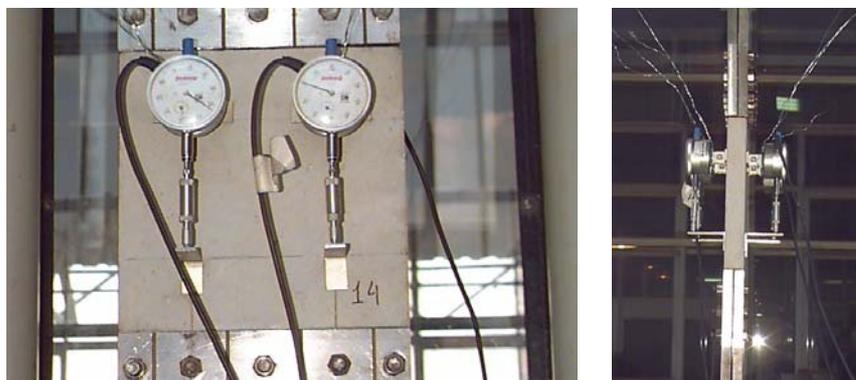


Figura 4.18 – Foto da instrumentação do painel PA-20

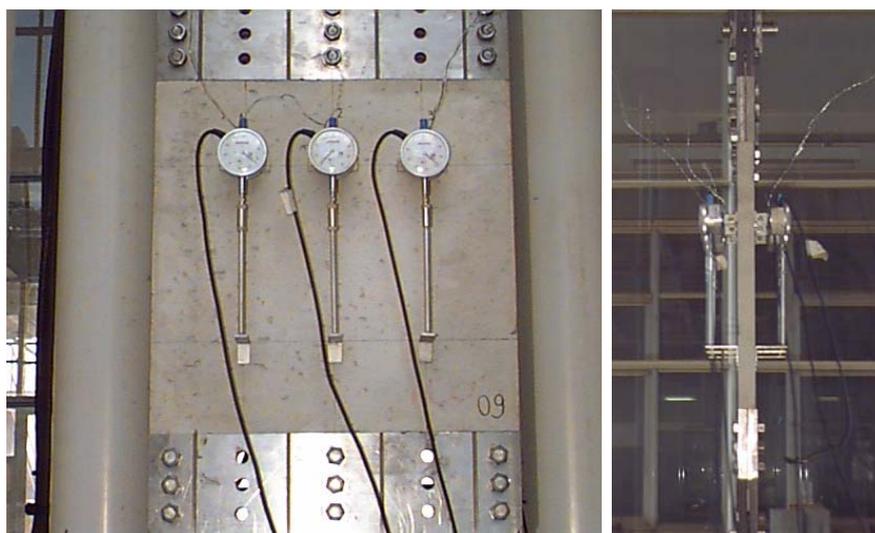


Figura 4.19 – Foto da instrumentação do painel PA-40

Nos ensaios de tração dos fios de aço foram utilizados os extensômetros eletrônicos ‘clip gages’³ do próprio equipamento, com base de medida de 25mm, para a medição dos alongamentos até 80% da carga de ruptura. Em seguida, o ‘clip gage’ foi retirado, para evitar uma possível avaria do dispositivo no momento da ruptura do fio, e dado prosseguimento ao ensaio, até a ruptura da amostra, com leitura apenas dos deslocamentos do pistão.

³ Os clip gages usados na medição do alongamento dos fios são de fabricação da DARTEC e têm sensibilidade de $2 \times 10^{-3} \text{mm}$.

4.4. MÉTODOS DE ENSAIOS

Na expectativa inicial de se levar em conta alguma influência da idade do concreto sobre os resultados, a experimentação consistiu de quatro séries de ensaios sobre cada um dos componentes do compósito (concreto e aço) e sobre o próprio compósito (painel delgado de concreto armado com tela soldada). Os ensaios tiveram como objetivos levantar dados para estimar a resistência à ruptura do concreto pela aplicação da distribuição de Weibull, avaliar a influência de cada componente sobre a resistência do compósito e verificar a validade da teoria de misturas para o compósito em questão.

Cada série de ensaios compreendeu os seguintes experimentos:

- ensaios de flexão em 3 e em 4 pontos de barras de concreto de granulometria fina sem armadura;
- ensaios de tração sobre painéis de concreto de granulometria fina armados com telas soldadas;
- ensaios de compressão simples sobre corpos-de-prova cilíndricos.

Os ensaios dos fios de aço foram realizados numa única série por não apresentarem, obviamente, variação com o tempo.

As séries foram planejadas de maneira a conciliar a disponibilidade dos laboratórios envolvidos, tendo-se como tempo mínimo a idade de 28 dias e respeitando-se o intervalo mínimo de 28 dias entre elas. Desse modo, chegou-se ao seguinte cronograma:

TABELA 4.6 – CRONOGRAMA DA EXPERIMENTAÇÃO

ETAPA	IDADE DO CONCRETO (dias)
1ª Série de ensaios	41
2ª Série de ensaios	69
3ª Série de ensaios	97
4ª Série de ensaios	132

Cada série de ensaios teve uma duração de duas semanas. A Tabela 4.7 mostra os quantitativos de ensaios realizados em cada série e o tempo necessário para sua execução.

TABELA 4.7 – QUANTIDADE DE ENSAIOS REALIZADOS EM CADA SÉRIE

<i>Tipo de ensaio</i>	<i>Número de C. P.</i>	<i>Total de ensaios.</i>	<i>Tempo necessário</i>
Flexão em 3 pontos	10 B-17; 10 B-32	20	5 dias
Flexão em 4 pontos	10 B-17; 10 B-32	20	
Tração axial	7 PA-20; 7 PA-40	14	5 dias
Compressão simples	3 (cp 10 x 20)	3	

A seguir, estão descritos os métodos empregados nos ensaios de flexão em 3 e em 4 pontos e nos ensaios de tração de painéis e fios. Os ensaios de compressão simples não são aqui abordados por se tratarem de ensaios padronizados e que foram executados de acordo com a norma *NBR 5739/94*, não necessitando, portanto, descrição neste texto.

4.4.1. ENSAIOS DE FLEXÃO EM 3 E 4 PONTOS DE BARRAS DE CONCRETO SIMPLES

Os ensaios de flexão foram realizados na máquina universal de ensaios mecânicos servo-controlada *MTS 815* (Figura 4.20) (Laboratório de Mecânica das Rochas – Departamento de Geotecnia) usando uma célula de carga de *100kN* com velocidade de controle do deslocamento do pistão constante durante todo o ensaio e igual a *0,00025mm/s*.



Figura 4.20 – Foto da PRENSA MTS 815 e arranjo do ensaio de flexão em 4 pontos

O procedimento adotado para todos os ensaios foi o seguinte: aplicação de uma carga inicial de aproximadamente 10% da carga de ruptura para fazer o

escorvamento, ou seja, verificar se todos os instrumentos de medição estavam funcionando e permitir a acomodação inicial do sistema; em seguida, iniciava-se o ensaio propriamente dito, realizando-se ciclos de carregamento e descarregamento, sempre com controle de deslocamento para obtenção do trecho pós-pico da curva *força x deslocamento*.

A Figura 4.21 mostra a montagem do equipamento para os ensaios de flexão em 3 pontos e em 4 pontos de corpos-de-prova B-17 e a Figura 4.22, de corpos-de-prova B-32.

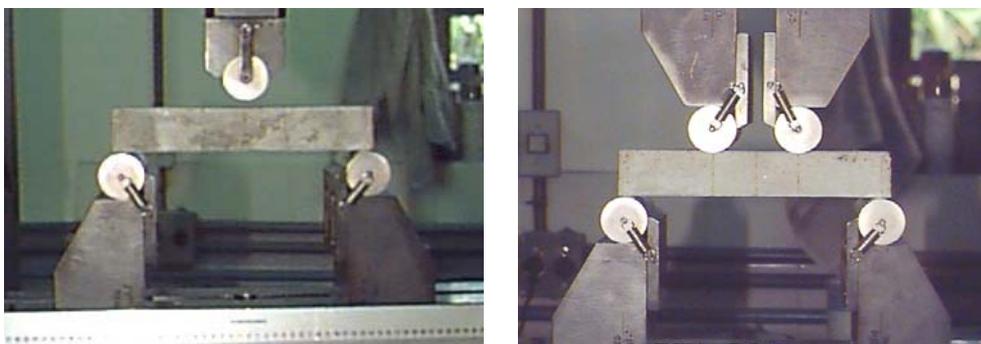


Figura 4.21 – Fotos do ensaio de flexão em 3 e em 4 pontos de barras B-17 – sem LVDT

As barras da Figura 4.21 são apresentadas sem o dispositivo para fixação do LVDT somente para que se possa visualizar o corpo-de-prova. Todos os ensaios foram realizados com a presença do dispositivo de Bernier.

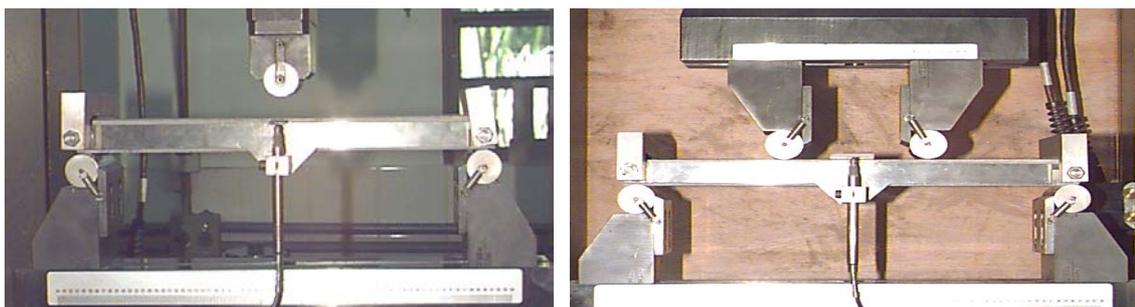


Figura 4.22 – Fotos do ensaio de flexão em 3 e 4 pontos de barras B-32 - com LVDT

Apenas para ilustrar o procedimento empregado (a análise detalhada será desenvolvida em capítulo específico), as Figuras 4.23 e 4.24 mostram gráficos *força x deslocamento* traçados com os resultados de ensaios de flexão em 3 e em 4 pontos de corpos-de-prova B-17. É importante ressaltar a diferença entre as leituras de deslocamentos registradas pelo LVDT fixado no dispositivo de Bernier e pelo pistão.

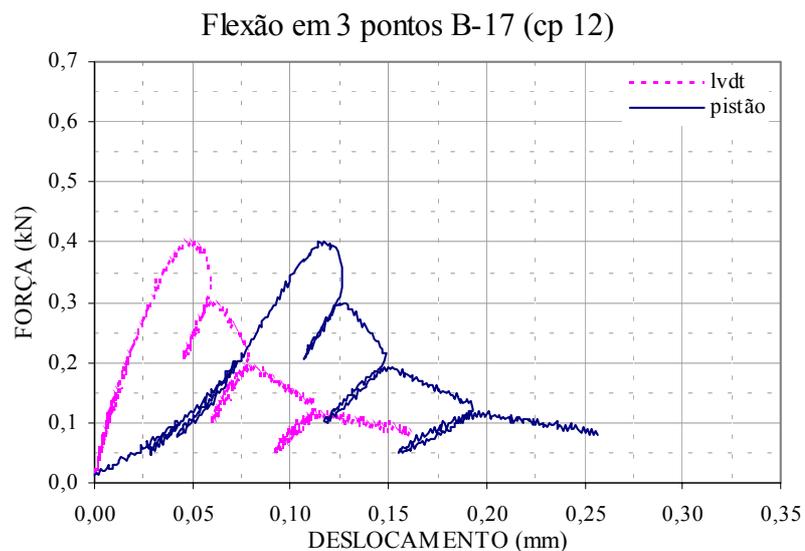


Figura 4.23 – Flexão em 3 pontos de uma barra B-17: curva força x deslocamento

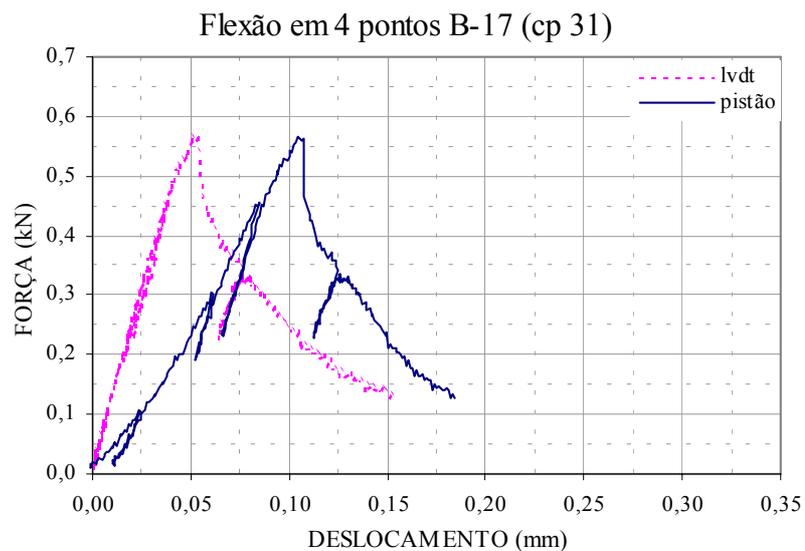


Figura 4.24 – Flexão em 4 pontos de uma barra B-17: curva força x deslocamento

Todos os resultados obtidos nos ensaios dos modelos estão apresentados no Capítulo 5.

4.4.2. ENSAIOS DE TRAÇÃO DE FIOS DE AÇO

Os ensaios de tração de fios de aço foram realizados na prensa servo-controlada da *DARTEC* do Laboratório de Madeiras e de Estruturas de Madeira –

LaMEM – do Departamento de Estruturas (Figura 4.25) com célula de carga de $100kN$, usando-se controle de deslocamentos do pistão.

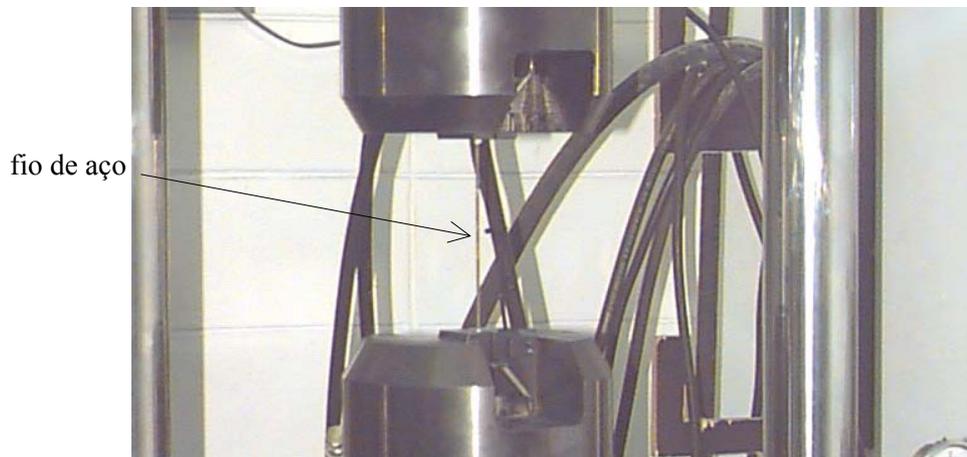


Figura 4.25 – Foto do ensaio de tração do fio F1-05

O procedimento de ensaios consiste de ciclos de carregamento e descarregamento realizados de acordo com o gráfico mostrado na Figura 4.26.

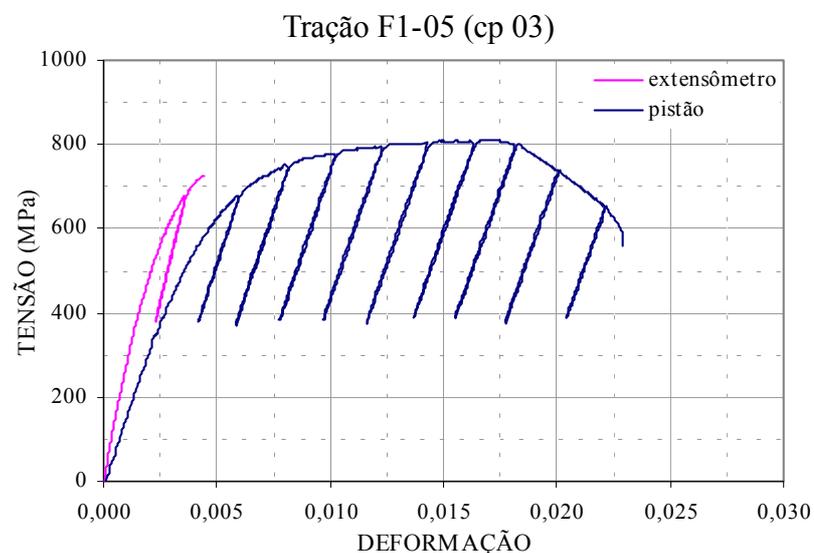


Figura 4.26 – Ensaio de tração do fio F1-05: curva tensão x deformação

A velocidade de deslocamentos do pistão foi controlada de modo a não se exceder a velocidade de tensionamento de $10MPa/s$ sugerida pela *NBR 6207/82* para a obtenção do módulo de elasticidade do aço no início do ensaio (trecho reto da curva *força-deslocamento*), resultando nas seguintes velocidades em função do comprimento do fio: $v=0,005mm/s$ para os corpos-de-prova F1-05; $v=0,007mm/s$

para os corpos-de-prova F1-10 e F2-10 e $v=0,012mm/s$, para os corpos-de-prova F2-20.

4.4.3. ENSAIOS DE TRAÇÃO SOBRE PAINÉIS DE CONCRETO DE GRANULOMETRIA FINA ARMADOS COM TELAS SOLDADAS

Os ensaios de tração dos painéis PA-20 e PA-40 foram realizados na prensa *INSTRON 8506* (Laboratório de Estruturas – Departamento de Estruturas) com capacidade de carga estática de $1000kN$ (Figura 4.27), usando controle de deslocamentos com velocidade do pistão $v=0,003mm/s$ para os painéis PA-20 e $v=0,006mm/s$ para os painéis PA-40.



Figura 4.27 – Foto da prensa *INSTRON* utilizada nos ensaios de tração dos painéis armados PA-20 e PA-40, mostrando à direita os computadores com o sistema de aquisição de dados M5000

Para possibilitar a tração da armadura dos painéis PA-20 e PA-40 foram confeccionadas duas garras de dimensões iguais às dos painéis: $20cm$ e $40cm$, respectivamente, que permitem a fixação dos fios de modo que a tração seja imposta à armadura e transferida ao concreto por atrito (ver Figuras 4.28 e 4.29).

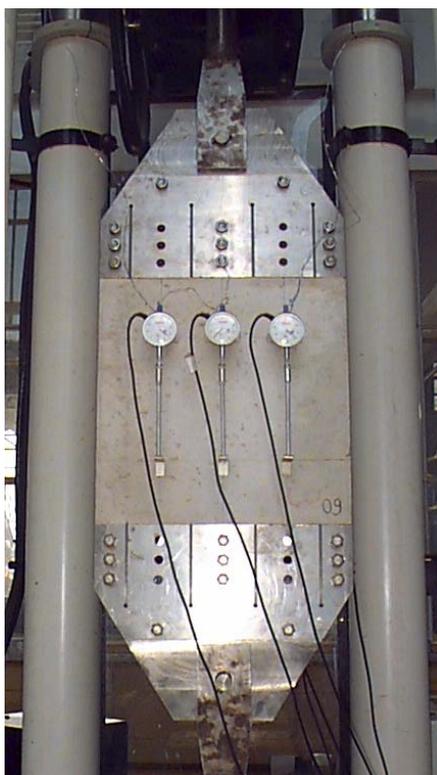


Figura 4.28 – Foto da garra de 40 cm para ensaio de tração do painel PA-40

Na Figura 4.29, apresenta-se a foto de um painel PA-20, onde podem ser vistos os quatro fios longitudinais expostos para possibilitar a fixação nas garras. O esquema de montagem do painel na garra pode ser visto à direita. Cada garra é composta de duas chapas metálicas paralelas, unidas por parafusos, no meio das quais são dispostos os fios longitudinais dos painéis, que são devidamente presos pelo aperto dos parafusos.

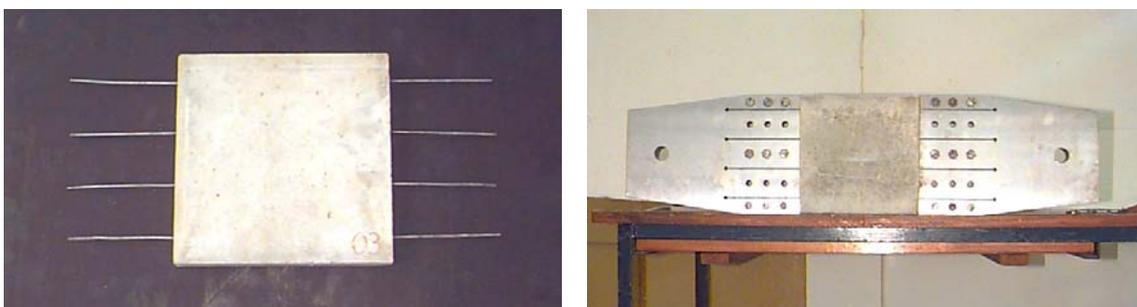


Figura 4.29 – Foto do esquema de montagem da garra de 20 cm ressaltando à esquerda o painel PA-20 com os fios longitudinais destinados à fixação na garra

Após a fixação do painel nas garras, a montagem de todo o mecanismo de tração (*painel + garra*) na prensa era feita de forma manual, como mostram as fotos da Figura 4.30.



Figura 4.30 – Fotos da montagem do ensaio de tração do painel PA-40 na INSTRON

O procedimento adotado para todos os ensaios constou de aplicação de uma carga inicial de aproximadamente 10% da carga de ruptura para fazer o escorvamento e, em seguida, realização de ciclos de carregamento e descarregamento com velocidade constante.

Na Figura 4.31, apresenta-se um exemplo de curva *força x deslocamento* do pistão obtida para o painel PA-40. Observe a presença de três descontinuidades devidas à abertura de três microfissuras.

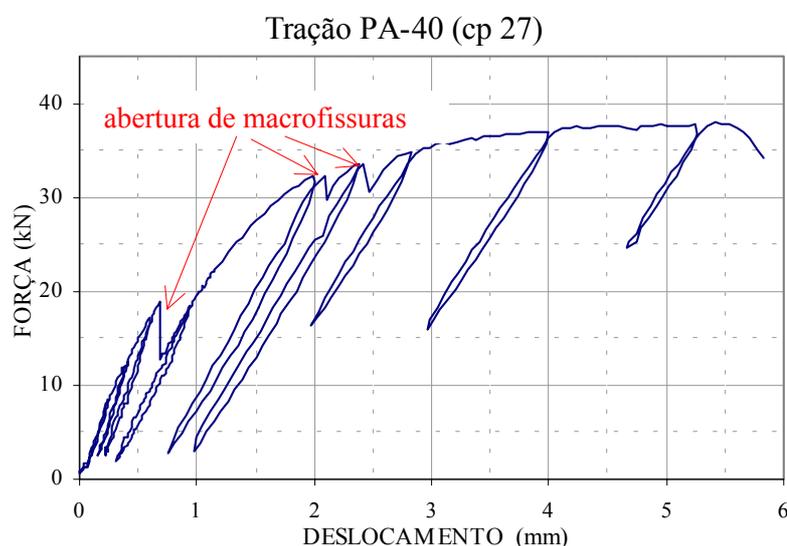


Figura 4.31 – Ensaio de tração do painel PA-40: curva força x deslocamento do pistão

Os resultados de todos os ensaios descritos neste capítulo são apresentados e discutidos no próximo capítulo.

Capítulo 5

RESULTADOS OBTIDOS NOS ENSAIOS

5.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Neste capítulo são apresentados os resultados dos ensaios descritos no Capítulo 4. Inicialmente, item 5.2, discutem-se os resultados de todas as séries e relatam-se os principais fenômenos e dificuldades observados em cada tipo de ensaio. No caso dos painéis, em que se verifica a condição de multi-fraturamento (ver Capítulo 2), estabelece-se uma análise comparativa entre os resultados previstos e os obtidos. Nesse sentido, apresentam-se também alguns resultados da simulação numérica realizada com o intuito de definir-se o volume efetivo a ser considerado para o compósito.

5.2. RESULTADOS DOS ENSAIOS

Conforme apresentado no capítulo 4 (Tabelas 4.6 e 4.7), os ensaios foram distribuídos em quatro séries. Os resultados obtidos para cada série são apresentados, a seguir, na forma de curvas *força versus deslocamento*.

A resistência do concreto à compressão foi medida aos 28 dias e no início de cada série de ensaios, tomando-se sempre três corpos-de-prova cilíndricos (*10cm x 20cm*). Os valores médios estão apresentados na Tabela 5.1:

TABELA 5.1 – RESISTÊNCIA MÉDIA À COMPRESSÃO DO CONCRETO

ETAPA	Idade do concreto (dias)	Resistência média à compressão (MPa)
	28	14,30
1ª Série de ensaios	41	16,35
2ª Série de ensaios	69	17,85
3ª Série de ensaios	97	17,73
4ª Série de ensaios	132	17,95

O módulo de elasticidade do concreto medido a partir dos ensaios de compressão de corpos-de-prova cilíndricos (NBR-8522/84) não apresentou variação significativa ao longo do tempo, sendo sua média igual a $17,79GPa$.

5.2.1. FLEXÃO DE BARRAS DE MICROCONCRETO

A programação dos ensaios de flexão constituiu-se de 4 baterias de 10 corpos-de-prova por tamanho por tipo de ensaio, perfazendo um total de 160 corpos-de-prova (80 B-17 e 80 B-32) ensaiados.

Em todos os ensaios de flexão, dispôs-se do dispositivo de *Bernier* para medição dos deslocamentos, conforme apresentado no Capítulo 4 (Figuras 4.13 a 4.17), de modo que a leitura efetuada pelo *LVDT* correspondeu exatamente à flecha no meio do vão da barra sem qualquer interferência de rotação dos apoios.

5.2.1.1. FLEXÃO EM 3 PONTOS

Nos ensaios de flexão em 3 pontos, percebeu-se a formação de uma única fissura visível a olho nu posicionada sob o ponto de aplicação da carga. A Figura 5.1 exibe fotos de um corpo-de-prova B-17 da 4ª série de ensaios após a realização do ensaio de flexão em 3 pontos. Observa-se que a fissura está localizada no meio do vão e que abrange toda a extensão da face inferior propagando-se para cima, na direção do ponto de aplicação da carga dos dois lados da barra.

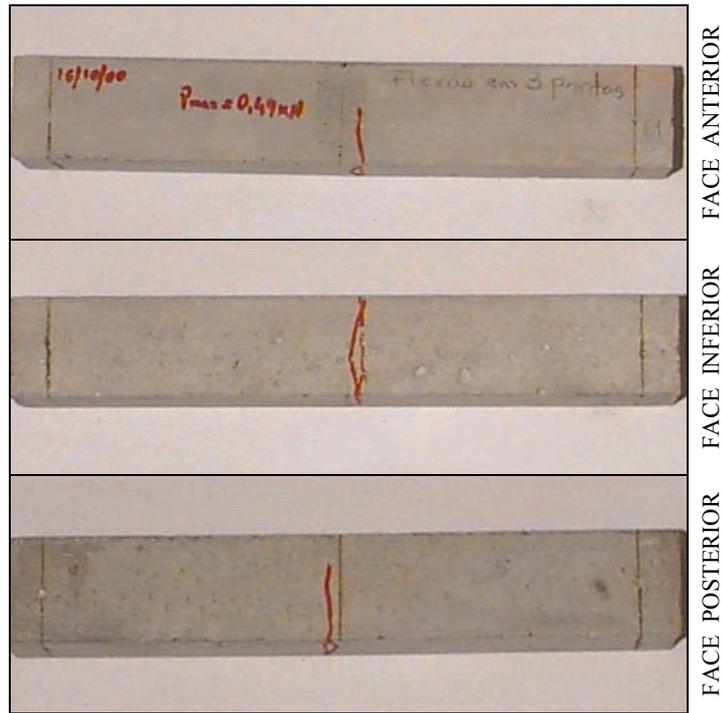


Figura 5.1 – Fotos de um corpo-de-prova B-17 após ensaio de flexão em 3 pontos mostrando uma fissura localizada no ponto médio do vão

Na Figura 5.2, são apresentadas as curvas *força x deslocamento* do corpo-de-prova da Figura 5.1 para as leituras registradas pelo *LVDT* e pelo pistão. A curva obtida pelos registros de deslocamentos do pistão está apresentada na Figura apenas com o intuito de ressaltar, mais uma vez, a importância do uso do dispositivo de *Bernier*. Observa-se uma importante diferença entre os dois registros, atribuída à deformabilidade do sistema de ensaio.

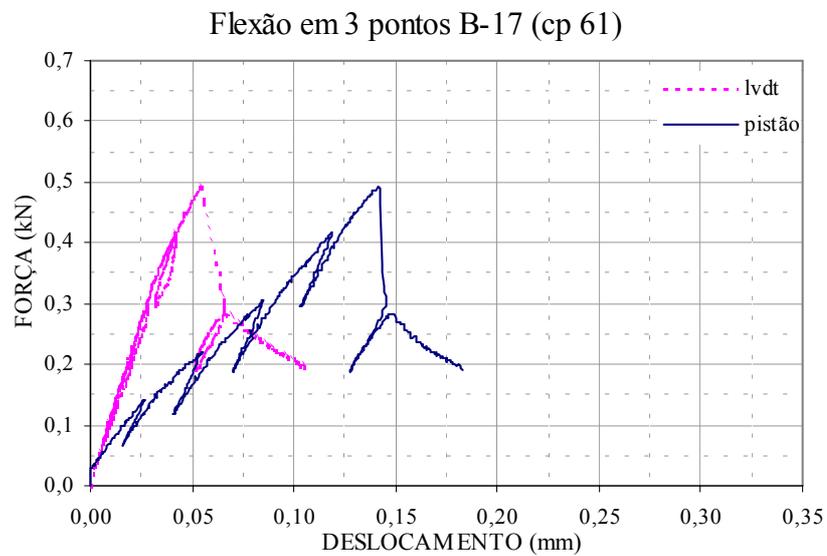


Figura 5.2 – Curvas *força x deslocamento* para o ensaio de flexão em 3 pontos

Nas barras B-32, nota-se o mesmo comportamento apresentado pelas B-17. No entanto, as B-32 apresentam uma maior incidência de localização da fissura na seção média do vão. A Figura 5.3 exhibe fotos do corpo-de-prova nº 62 extraído da 4ª série de ensaios.



Figura 5.3 – Fotos de um corpo-de-prova B-32 após ensaio de flexão em 3 pontos mostrando uma fissura localizada no ponto médio do vão

Apesar de todos os ensaios terem sido executados de maneira a se descrever o ramo descendente da curva *força x deslocamento*, em nenhum caso as peças foram levadas à ruptura. Verificou-se também que, após o completo descarregamento, a fissura tornou-se imperceptível a olho nu.

Em todos os ensaios de flexão observou-se uma queda brusca na curva *força x deslocamento* no instante do surgimento da fissura, seguindo-se de um regime de acréscimo da flecha para níveis decrescentes da força. Os ramos descendentes das curvas apresentaram-se com grande dispersão, que pode ser observada em todas as curvas *força x deslocamento* exibidas neste item.

Os módulos de elasticidade, E , foram determinados a partir da inclinação $\left(\frac{P}{\delta}\right)$ da curva *força x deslocamento* nos trechos elásticos através da equação da

Resistência dos Materiais: $E = \left(\frac{P}{\delta}\right) \frac{L^3}{48J}$ para flexão em 3 pontos; e

$$E = \left(\frac{P}{\delta}\right) \frac{L^3}{24J} \left(\frac{3a}{L} - \frac{4a^3}{L^3}\right)$$
 para flexão em 4 pontos (sendo P a carga aplicada, δ a flecha no meio do vão, L o comprimento entre apoios, $a = \frac{L}{3}$ e J o momento de inércia da seção transversal da viga).

a) BARRAS B-17

Os valores médios de tensão de ruptura e de módulo de elasticidade para cada série de ensaios de flexão em 3 pontos ($\overline{\sigma_R^{3P}}$ e \overline{E}) sobre corpos-de-prova B-17 estão apresentados na Tabela 5.2.

TABELA 5.2 – VALORES MÉDIOS DE TENSÃO DE RUPTURA E MÓDULO DE ELASTICIDADE OBTIDOS PARA OS ENSAIOS DE FLEXÃO EM 3 PONTOS DE CORPOS-DE-PROVA B-17

ETAPA	Tensão de ruptura média (MPa)		Módulo de elasticidade médio (GPa)	
	$\overline{\sigma_R^{3P}}$	Desvio padrão	\overline{E}	Desvio padrão
SÉRIE 01	5,70	0,51	17,90	3,18
SÉRIE 02	4,79	0,45	17,65	1,95
SÉRIE 03	6,54	0,40	19,75	2,60
SÉRIE 04	6,34	0,40	23,42	4,93

Na primeira série de ensaios de flexão em 3 pontos realizados sobre corpos-de-prova B-17, obtiveram-se os resultados apresentados na Figura 5.4 em que se pode observar uma grande dispersão dos valores de carga máxima e da inclinação inicial da curva (E inicial), bem como do ramo descendente.

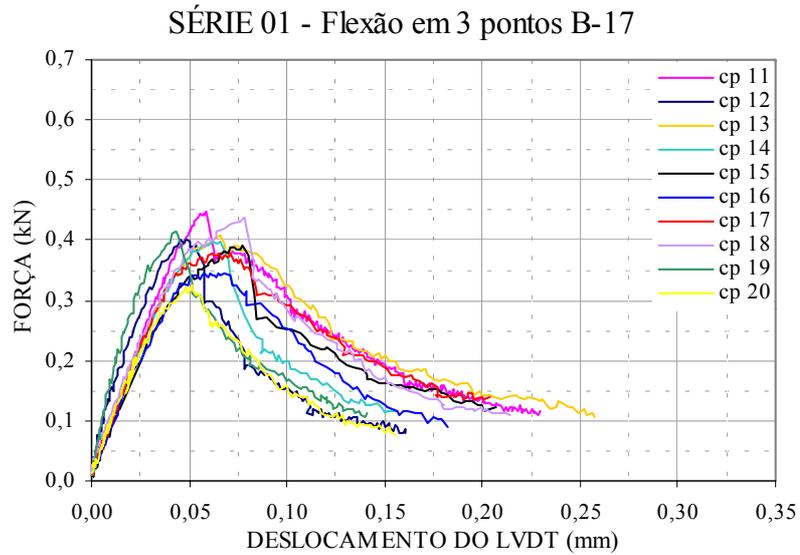


Figura 5.4 – Curvas força x deslocamento da primeira série de ensaios de flexão em 3 pontos sobre corpos-de-prova B-17

Na série 02, observa-se uma redução significativa da dispersão dos valores de módulo de elasticidade, porém o valor de E médio manteve-se praticamente igual ao da série 01. Já o valor médio da tensão de ruptura para esta série foi cerca de 16% inferior ao da série 01 com uma dispersão também menor (Tabela 5.2 e Figura 5.5).

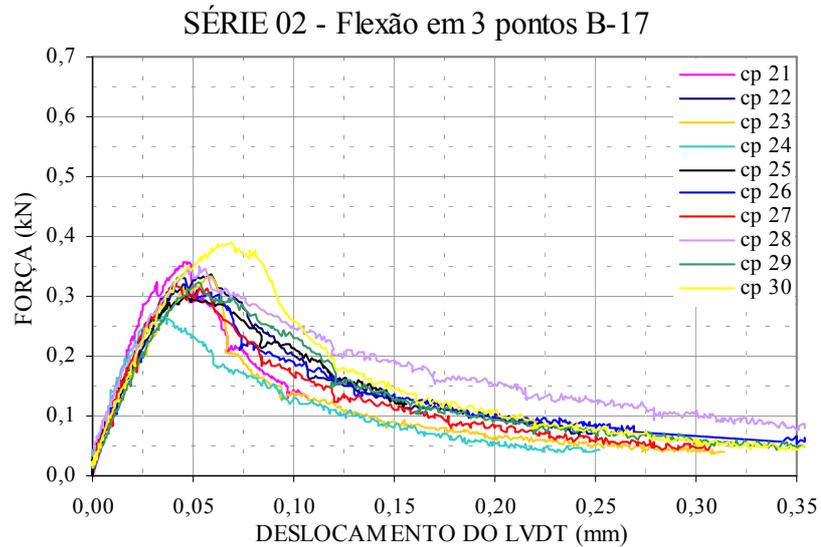


Figura 5.5 – Curvas força x deslocamento da segunda série de ensaios de flexão em 3 pontos sobre corpos-de-prova B-17

Na série 03, a tensão média de ruptura e o módulo de elasticidade médio cresceram cerca de 15% e 10%, respectivamente, com relação aos valores médios da série 01, como se pode ver na Tabela 5.2 e na Figura 5.6.

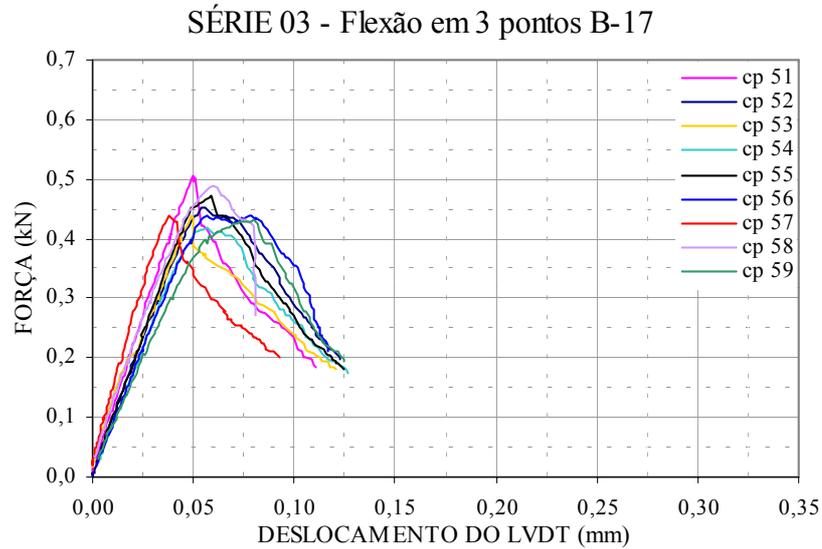


Figura 5.6 – Curvas força x deslocamento da terceira série de ensaios de flexão em 3 pontos sobre corpos-de-prova B-17

Os valores de módulo de elasticidade da série 04 levaram a um valor de E médio 31% maior que o da série 01 e a uma dispersão muito grande. Já a tensão média de ruptura se manteve praticamente constante com relação à série 03 (Tabela 5.2 e Figura 5.7).

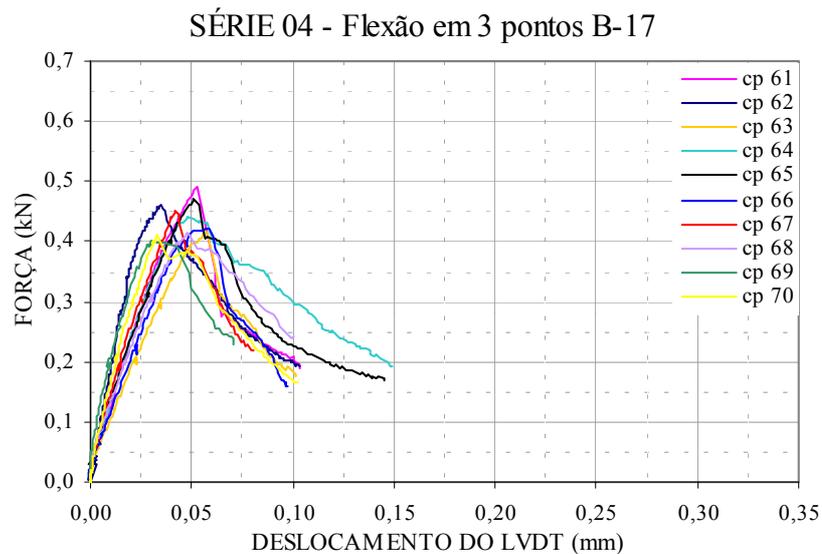


Figura 5.7 – Curvas força x deslocamento da quarta série de ensaios de flexão em 3 pontos sobre corpos-de-prova B-17

b) BARRAS B-32

Os valores médios de tensão de ruptura e de módulo de elasticidade para cada série de ensaios de flexão em 3 pontos ($\overline{\sigma_R^{3P}}$ e \overline{E}) sobre corpos-de-prova B-32 estão apresentados na Tabela 5.3.

TABELA 5.3 – VALORES MÉDIOS DE TENSÃO DE RUPTURA E MÓDULO DE ELASTICIDADE OBTIDOS PARA OS ENSAIOS DE FLEXÃO EM 3 PONTOS DE CORPOS-DE-PROVA B-32

ETAPA	Tensão de ruptura média (MPa)		Módulo de elasticidade médio (GPa)	
	$\overline{\sigma_R^{3P}}$	Desvio padrão	\overline{E}	Desvio padrão
SÉRIE 01	5,23	0,31	22,65	1,67
SÉRIE 02	5,38	0,44	22,08	0,79
SÉRIE 03	5,66	0,33	23,65	1,99
SÉRIE 04	6,72	0,26	24,00	1,16

Os resultados da série 01 estão exibidos na Figura 5.8. Observa-se uma dispersão dos valores de carga máxima, das inclinações iniciais e do ramo descendente da curva *força x deslocamento* muito inferior àquela apresentada para os corpos-de-prova B-17.

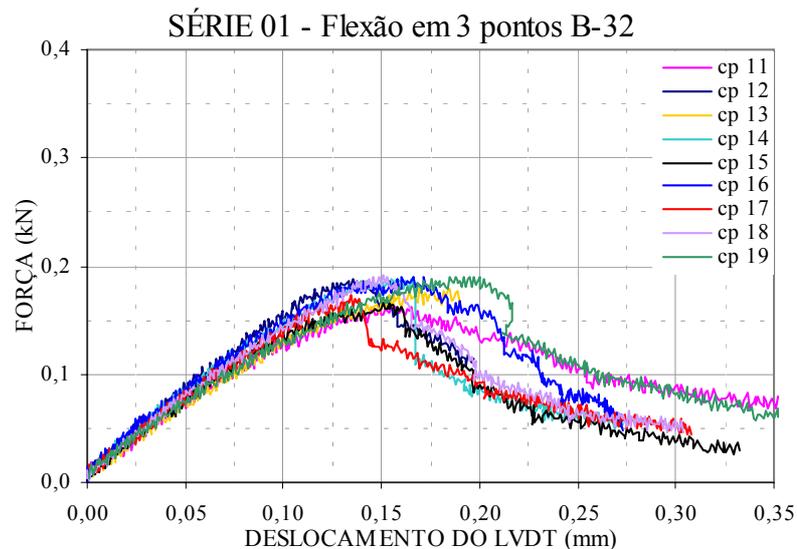


Figura 5.8 – Curvas força x deslocamento da primeira série de ensaios de flexão em 3 pontos sobre corpos-de-prova B-32

É importante também chamar a atenção para o fato de que o módulo de elasticidade médio obtido para os corpos-de-prova B-32 é cerca de 27 % maior do que o obtido para os B-17 nesta mesma série. Com relação à tensão média de ruptura, percebe-se um decréscimo da dispersão dos resultados com relação aos apresentados para os corpos-de-prova B-17.

Na série 02, a redução da dispersão dos valores de módulo de elasticidade é ainda mais importante, porém o valor de E médio se manteve praticamente igual ao da série 01. Tendência seguida também pela tensão de ruptura média, com um acréscimo, porém, de 39% sobre o desvio padrão. Esses resultados podem ser observados na Tabela 5.3 e na Figura 5.9.

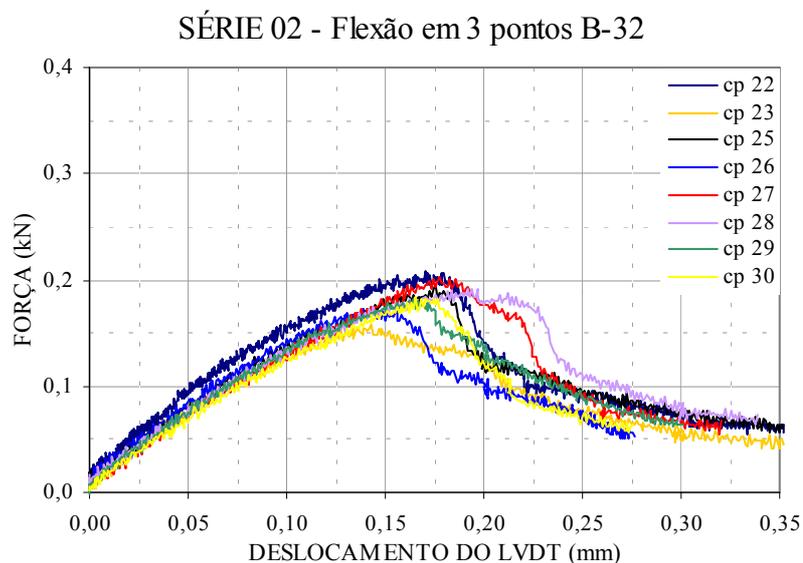


Figura 5.9 – Curvas força x deslocamento da segunda série de ensaios de flexão em 3 pontos sobre corpos-de-prova B-32

Na série 03, Figura 5.10, a tensão média de ruptura e o módulo de elasticidade médio cresceram cerca de 8% e 4%, respectivamente, com relação aos resultados da série 01; entretanto, a dispersão sobre os resultados do módulo de elasticidade cresceu 19%.

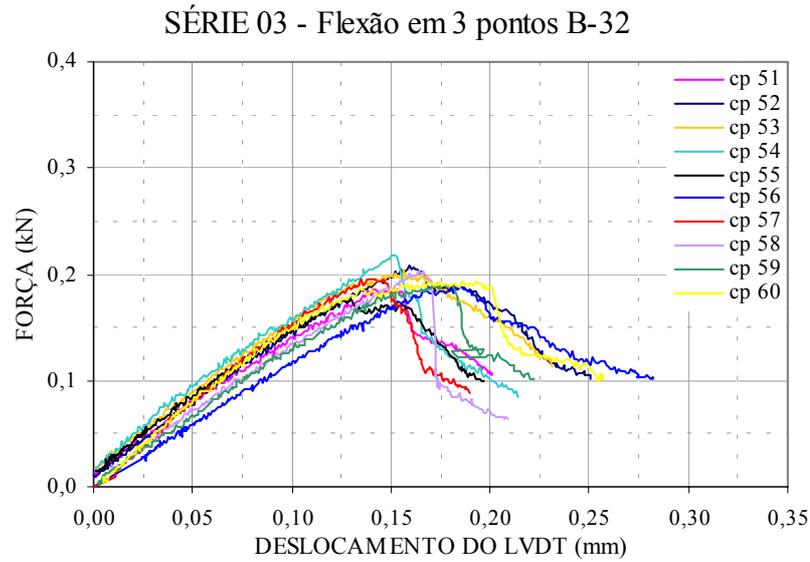


Figura 5.10 – Curvas força x deslocamento da terceira série de ensaios de flexão em 3 pontos sobre corpos-de-prova B-32

Os resultados da série 04, ilustrados na Figura 5.11, evidenciam um acréscimo de 6% no valor de E médio e de 28% para a tensão média de ruptura com relação à série 01.

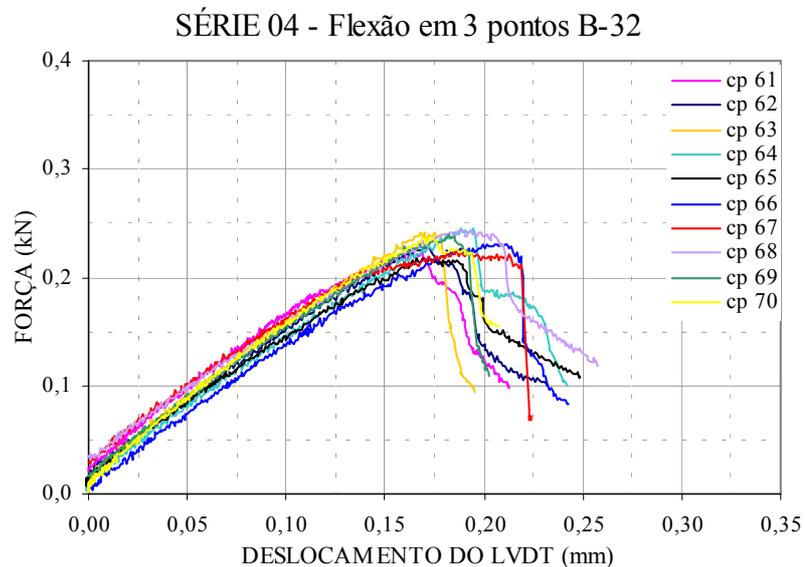


Figura 5.11 – Curvas força x deslocamento da quarta série de ensaios de flexão em 3 pontos sobre corpos-de-prova B-32

Analisando-se as respostas dos ensaios de flexão em 3 pontos obtidas sobre os corpos-de-prova B-17 e B-32 em função da idade do concreto, observa-se que os B-32 apresentaram uma certa tendência de crescimento da resistência (3%, 8% e

28%). Já nos B-17, as respostas foram absolutamente independentes do tempo. Se comparadas com as resistências medidas sobre corpos-de-prova cilíndricos em compressão (ver Tabela 5.1), vê-se que nenhuma tendência de crescimento é verificada a partir da série 02, e que a relação entre as resistências das séries 01 e 02 é de 9% e não os 3% obtidos para os B-32. Isto demonstra que as diferenças entre as respostas das diferentes séries devem-se mais fortemente aos efeitos de distribuição de defeitos (D) e de escala (V), do que ao efeito do tempo, como se pretendia atestar.

5.2.1.2. FLEXÃO EM 4 PONTOS

Nos ensaios de flexão em 4 pontos, também se percebeu a formação de uma única fissura visível a olho nu, posicionada entre os dois pontos de aplicação da carga. A Figura 5.12 exhibe fotos de um corpo-de-prova B-17 da 4ª série de ensaios após a realização do ensaio de flexão em 4 pontos (cp nº 72).

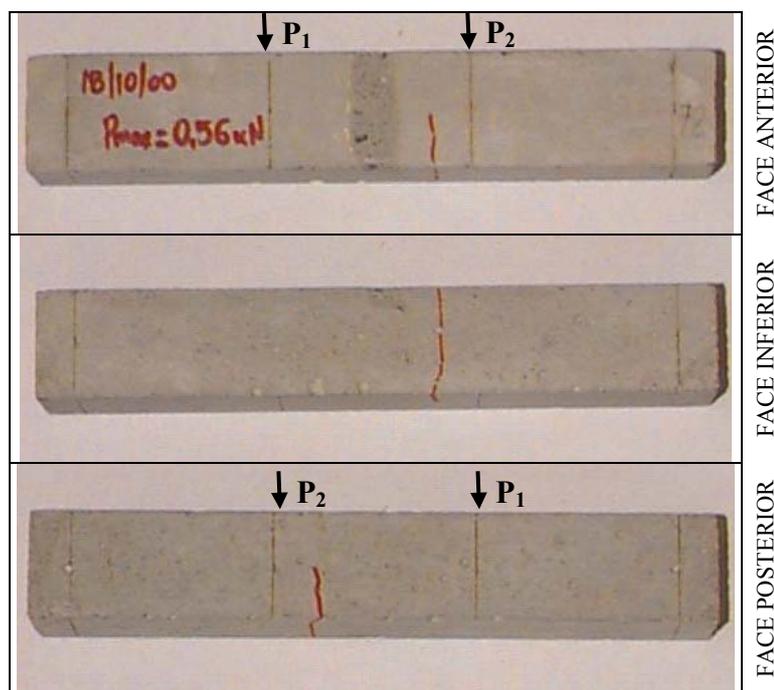


Figura 5.12 – Fotos de um corpo-de-prova B-17 após ensaio de flexão em 4 pontos mostrando uma fissura localizada entre os dois pontos de aplicação da carga

As barras B-32 comportaram-se de maneira análoga às B-17 também no caso de ensaios de flexão em 4 pontos, ou seja, apresentaram uma única fissura visível a

olho nu, localizada entre os dois pontos de aplicação da carga, abrangendo toda a extensão da face inferior e propagando-se para cima dos dois lados da barra.

A Figura 5.13 mostra fotos do corpo-de-prova nº 76 extraído da 4ª série de ensaios de flexão em 4 pontos.

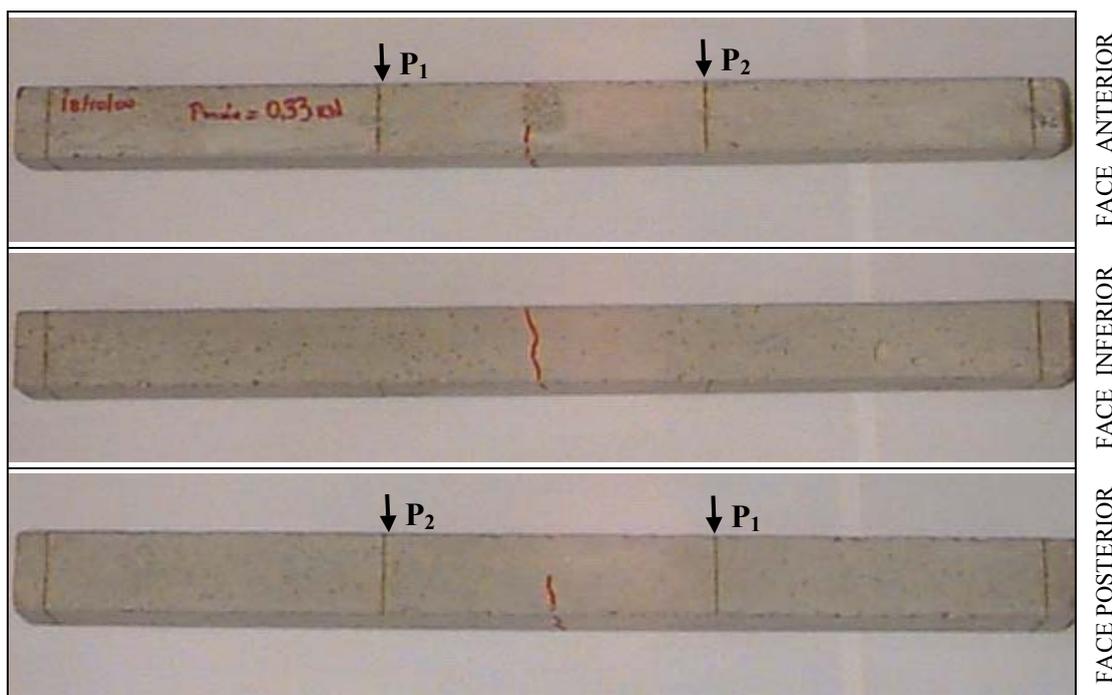


Figura 5.13 – Fotos de um corpo-de-prova B-32 após ensaio de flexão em 4 pontos mostrando uma fissura localizada entre os dois pontos de aplicação da carga

É importante, ainda, ressaltar que também no caso de flexão em 4 pontos as fissuras das barras B-32 estão mais frequentemente localizadas na seção média do vão do que aquelas das barras B-17.

a) BARRAS B-17

Os valores médios de tensão de ruptura e de módulo de elasticidade para cada série de ensaios de flexão em 4 pontos ($\overline{\sigma}_R^{4P}$ e \overline{E}) sobre corpos-de-prova B-17 estão apresentados na Tabela 5.4.

TABELA 5.4 – VALORES MÉDIOS DE TENSÃO DE RUPTURA E MÓDULO DE ELASTICIDADE OBTIDOS PARA OS ENSAIOS DE FLEXÃO EM 4 PONTOS DE CORPOS-DE-PROVA B-17

ETAPA	Tensão de ruptura média (MPa)		Módulo de elasticidade médio (GPa)	
	$\bar{\sigma}_R^{4P}$	Desvio padrão	\bar{E}	Desvio padrão
SÉRIE 01	4,03	0,69	18,34	3,67
SÉRIE 02	5,51	0,46	21,61	2,94
SÉRIE 03	4,92	0,46	24,35	3,46
SÉRIE 04	5,37	0,34	21,48	4,58

Na primeira série de ensaios de flexão em 4 pontos realizados sobre corpos-de-prova B-17, obtiveram-se os resultados apresentados na Figura 5.14 em que se podem observar dispersões tanto dos valores de carga máxima, da inclinação inicial da curva (E inicial), como também do ramo descendente, aliás, bem maiores do que aquelas observadas para os ensaios de flexão em 3 pontos.

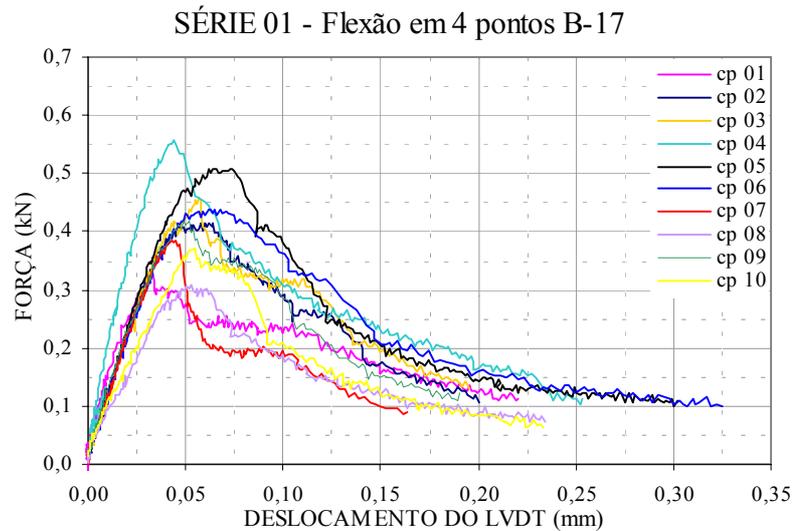


Figura 5.14 – Curvas força x deslocamento da primeira série de ensaios de flexão em 4 pontos sobre corpos-de-prova B-17

Na série 02, observou-se uma redução significativa da dispersão dos valores de módulo de elasticidade, no entanto o valor de E médio cresceu 18% com relação ao da série 01. Já o valor médio da tensão de ruptura para esta série foi cerca de 37% maior do que o da série 01, porém, com uma dispersão menor (Tabela 5.4 e Figura 5.15).

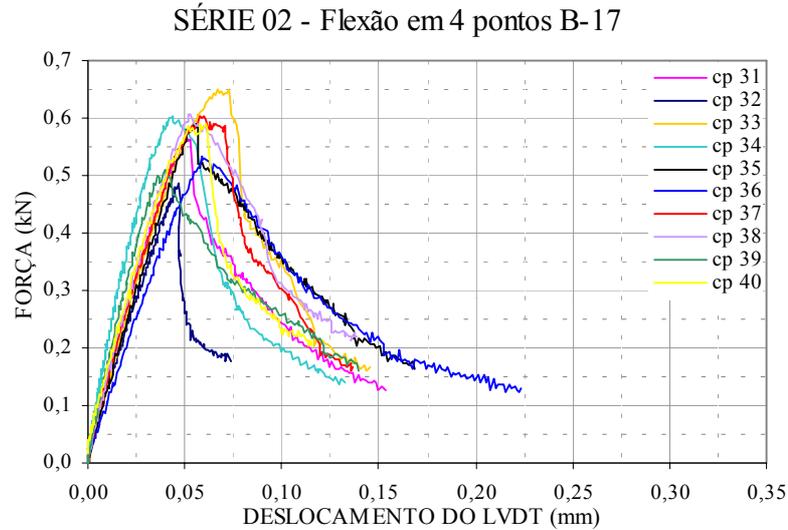


Figura 5.15 – Curvas força x deslocamento da segunda série de ensaios de flexão em 4 pontos sobre corpos-de-prova B-17

Na série 03, Figura 5.16, a tensão média de ruptura e o módulo de elasticidade médio cresceram cerca de 22% e 33%, respectivamente, com relação aos resultados da série 01, como se pode ver na Tabela 5.4.

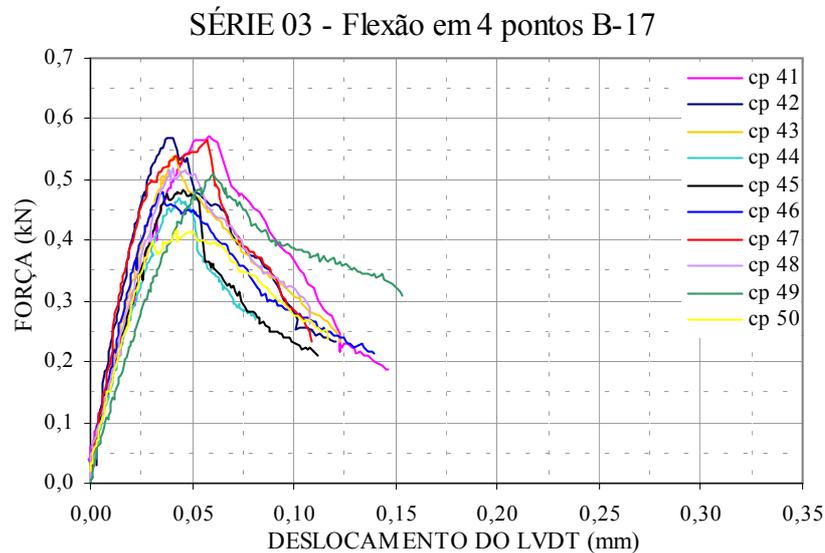


Figura 5.16 – Curvas força x deslocamento da terceira série de ensaios de flexão em 4 pontos sobre corpos-de-prova B-17

Os resultados da série 04, Figura 5.17, apresentaram acréscimos de 17% no valor de E médio e de 33% no valor da tensão média de ruptura com relação aos valores da série 01.

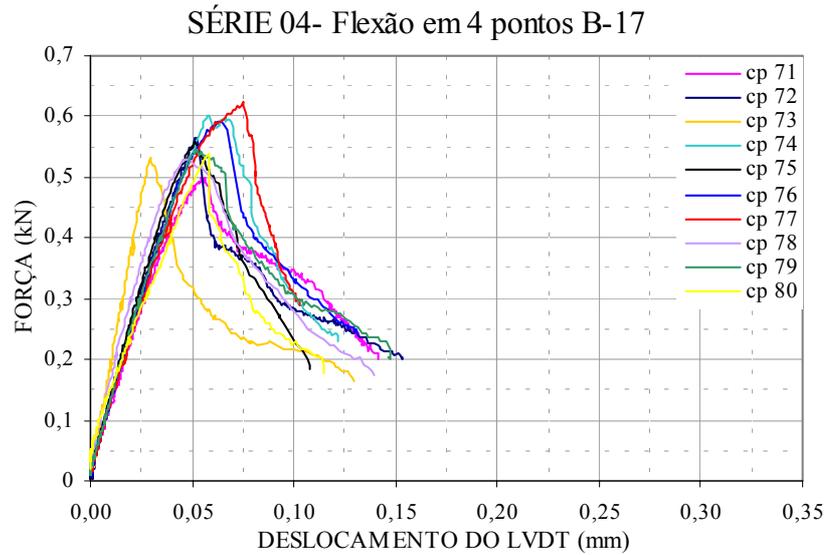


Figura 5.17 – Curvas força x deslocamento da quarta série de ensaios de flexão em 4 pontos sobre corpos-de-prova B-17

b) BARRAS B-32

Os valores médios de tensão de ruptura e de módulo de elasticidade para cada série de ensaios de flexão em 4 pontos ($\overline{\sigma_R^{4P}}$ e \overline{E}) sobre corpos-de-prova B-32 estão apresentados na Tabela 5.5.

TABELA 5.5 – VALORES MÉDIOS DE TENSÃO DE RUPTURA E MÓDULO DE ELASTICIDADE OBTIDOS PARA OS ENSAIOS DE FLEXÃO EM 4 PONTOS DE CORPOS-DE-PROVA B-32

ETAPA	Tensão de ruptura média (MPa)		Módulo de elasticidade médio (GPa)	
	$\overline{\sigma_R^{4P}}$	Desvio padrão	\overline{E}	Desvio padrão
SÉRIE 01	3,61	0,60	23,22	1,65
SÉRIE 02	4,28	0,37	22,69	1,68
SÉRIE 03	4,58	0,30	23,15	0,85
SÉRIE 04	5,78	0,39	23,49	1,03

Os resultados da série 01 estão exibidos na Figura 5.18. Observam-se dispersões dos valores de carga máxima, das inclinações iniciais e do ramo descendente da curva *força x deslocamento* muito inferiores às apresentadas para os corpos-de-prova B-17 submetidos à flexão em 4 pontos. É importante também chamar a atenção para o fato de que o módulo de elasticidade médio obtido para os

corpos-de-prova B-32 foi cerca de 27 % maior do que o obtido para os B-17, enquanto a tensão média de ruptura foi 11% menor do que a obtida para os B-17 nesta mesma série.

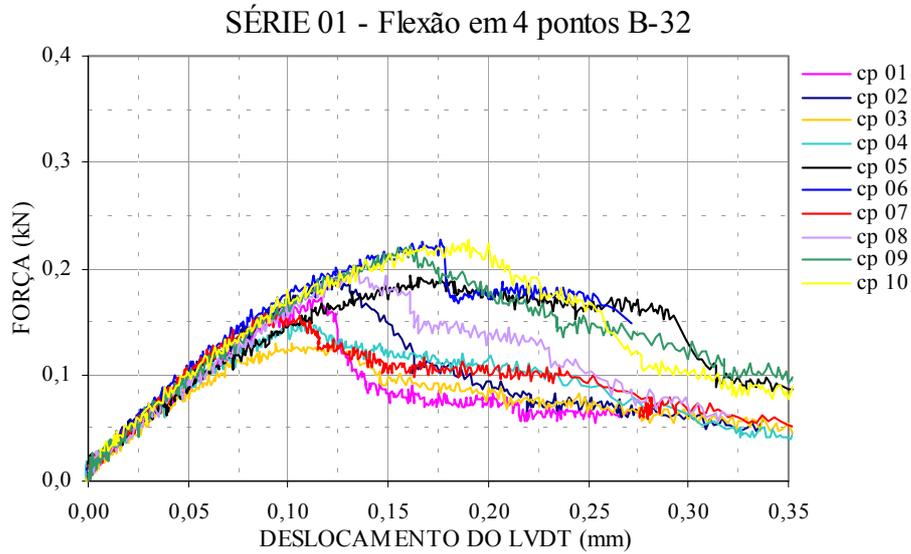


Figura 5.18 – Curvas força x deslocamento da primeira série de ensaios de flexão em 4 pontos sobre corpos-de-prova B-32

Na série 02, Figura 5.19, o valor de E médio caiu ligeiramente (2%) enquanto a tensão média de ruptura cresceu 19%, com relação à série 01. A dispersão sobre os valores de tensão de ruptura caiu sensivelmente (39%).

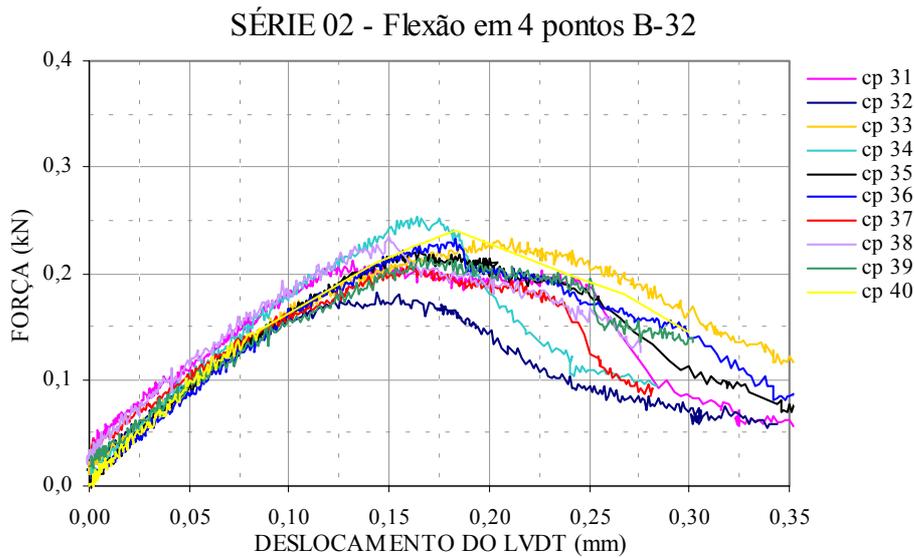


Figura 5.19 – Curvas força x deslocamento da segunda série de ensaios de flexão em 4 pontos sobre corpos-de-prova B-32

Na série 03, Figura 5.20, a tensão média de ruptura cresceu 27% e o módulo de elasticidade médio permaneceu inalterado, enquanto a dispersão sobre os resultados decresceu 48% e 50%, respectivamente, com relação aos resultados da série 01.

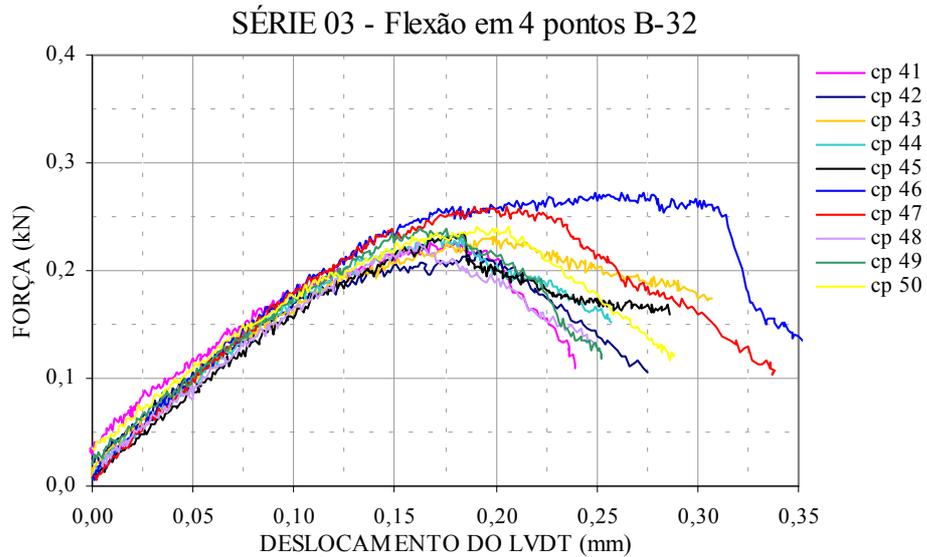


Figura 5.20 – Curvas força x deslocamento da terceira série de ensaios de flexão em 4 pontos sobre corpos-de-prova B-32

Os resultados da série 04, Figura 5.21, evidenciaram um acréscimo de 60% no valor da tensão média de ruptura com relação à série 01.

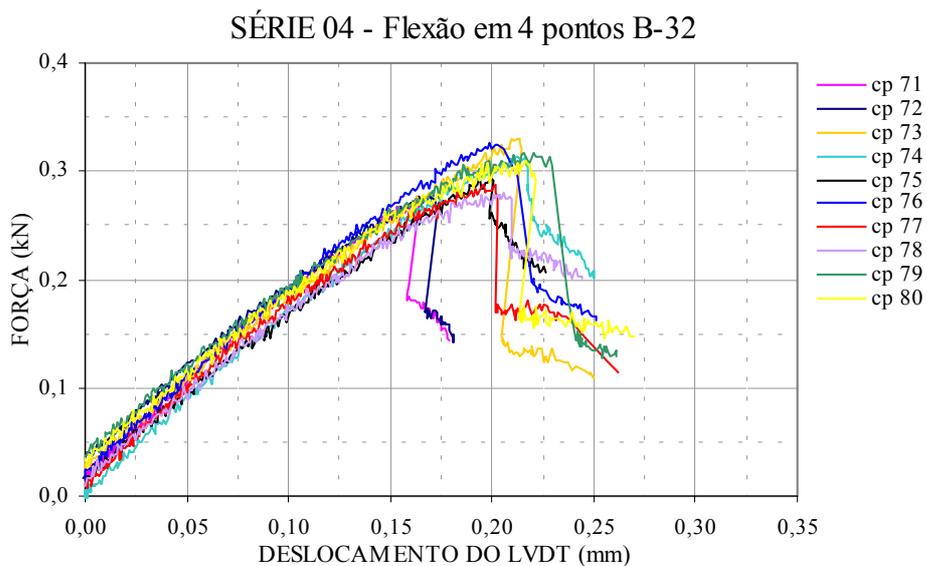


Figura 5.21 – Curvas força x deslocamento da quarta série de ensaios de flexão em 4 pontos sobre corpos-de-prova B-32

Analisando-se as respostas dos ensaios de flexão em 4 pontos obtidas sobre os corpos-de-prova B-17 e B-32 em função da idade do concreto, observa-se que os B-32 apresentaram uma certa tendência de crescimento da resistência (19%, 27% e 60%). Já os B-17 não evidenciaram qualquer influência do tempo sobre a resistência.

Quando observadas as resistências medidas sobre corpos-de-prova cilíndricos em compressão (ver Tabela 5.1), vê-se que nenhuma tendência de crescimento é verificada a partir da série 02, e que a relação entre as resistências das séries 01 e 02 foi de 9% e não os 19% obtidos para os B-32. Isto demonstra que as diferenças entre as respostas de cada série devem-se mais fortemente aos efeitos de distribuição de defeitos e de escala, do que ao efeito do tempo, como se pretendia atestar.

5.2.2. TRAÇÃO DE PAINÉIS DE MICROCONCRETO ARMADOS

A programação dos ensaios de flexão constituiu-se de 4 baterias de 7 corpos-de-prova por tamanho, perfazendo um total de 56 corpos-de-prova (28 PA-20 e 28 PA-40) ensaiados.

5.2.2.1. PAINÉIS PA-20

Antes de discutir os resultados obtidos para os corpos-de-prova PA-20, é interessante que se retome o que foi apresentado no Capítulo 2 acerca da condição de *multi-fraturamento* de compósitos. A idéia é verificar previamente se os painéis projetados poderiam apresentar ruptura da matriz preferencialmente à das telas, o que seria desejável.

a) VERIFICAÇÃO DA CONDIÇÃO DE MULTI-FRATURAMENTO DA MATRIZ

Os painéis compósitos PA-20 são constituídos de fibras (fios de aço) e matriz de concreto. As taxas de fibras adotadas deverão possibilitar o multi-fraturamento da matriz. Neste caso, a condição para multi-fraturamento é dada pela Equação [2.7], em que se tem:

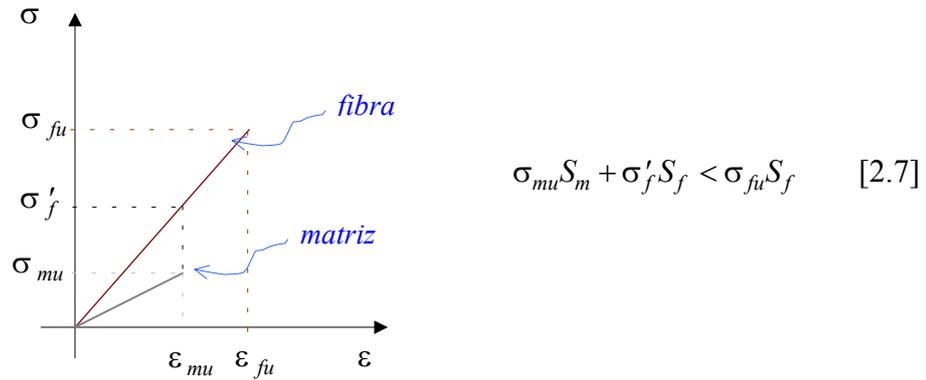


Figura 5.22 – Curva tensão x deformação esperada para o caso de multi-fraturamento da matriz

Para o dimensionamento dos painéis foram usados:

- $f=0,004$ - fração de fibras no compósito ($f = S_f/S$, com $S_f =$ seção transversal das fibras e $S =$ seção transversal do compósito), definida em função das medidas de telas comercialmente disponíveis;
- $(1-f)=0,996$ - fração correspondente à matriz;
- $E_m=17,79GPa$ - módulo de elasticidade da matriz, obtido através dos ensaios de compressão de corpos-de-prova cilíndricos;
- $E_f=210GPa$ - módulo de elasticidade da fibra, caracterizado pelo fabricante.

A tensão última admitida para o aço foi $\sigma_{fu} = 763 MPa$ (fornecida pelo fabricante). Logo, a deformação última correspondente é $\epsilon_{fu} = \sigma_{fu}/E_f = 0,004$.

Segundo a *NBR 6118/2001*, a resistência à tração direta do concreto pode ser obtida pela expressão $f_{ctm} = 0,3 f_{ck}^{2/3}$, que resulta $f_{ctm} = 1,77 MPa$. Assim, tem-se $\sigma_{mu} = 1,77 MPa$, $\epsilon_{mu} = \sigma_{mu}/E_m = 1 \times 10^{-4}$. Logo, $\sigma'_f = \epsilon_{mu} E_f = 20,86 MPa$.

Verificando-se a condição de multi-fraturamento, tem-se

$$\sigma_{mu}(1-f) + \sigma'_f f < \sigma_{fu} f : 1,84 < 3,00 \rightarrow OK!$$

Portanto, respeitando-se as prescrições da *NBR 6118/2001* e adotando-se os valores de resistência e de módulo de elasticidade do concreto aos 28 dias, conclui-se que o painel PA-20 verifica a condição de multi-fraturamento da matriz.

Entretanto, os resultados obtidos para os painéis PA-20 nas quatro séries de ensaios contrariaram a inequação [2.7]. De fato, dentre os 28 painéis ensaiados, apenas um apresentou fissuração da matriz.

Para este painel fissurado (cp nº 12), o módulo de elasticidade da matriz, obtido com o uso da lei de misturas $E_c = fE_f + (1 - f)E_m$, foi de $E_m = 29,43 GPa$ e a tensão de ruptura da matriz, calculada também usando a lei de misturas para $\sigma_c = \frac{F}{S}$ atuante no compósito no instante do surgimento da fissura e ε_m resultante da leitura dos transdutores de deslocamentos, foi de $\sigma_{mu} = 3,13 MPa$ (o procedimento de cálculo da tensão de ruptura é apresentado no item 5.2.2.2).

A tensão média de ruptura do fio F1 é $\sigma_{fu} = 811 MPa$ e o módulo de elasticidade do fio é $E_f = 210 GPa$ (ver item 5.2.3). Verifica-se, portanto, que a inequação [2.7] não é obedecida, pois obtém-se $3,20 > 3,19$.

Esta constatação leva a crer que o efeito de volume para o painel PA-20 conduziu a tensões de ruptura da matriz muito superiores àquela prevista utilizando-se os resultados obtidos para o concreto em compressão aos 28 dias e as prescrições da norma para o cálculo da resistência à tração no concreto.

b) RESULTADOS OBTIDOS PARA O PAINEL PA-20

Ainda que os resultados obtidos para os painéis PA-20 não permitam uma exploração estatística adequada aos objetivos deste trabalho, entende-se que a apresentação dos valores médios de carga de ruptura e de módulo de elasticidade seja relevante para fins de comparação com os valores últimos obtidos nos painéis PA-40. Tais valores constam da Tabela 5.6 a seguir.

TABELA 5.6 – VALORES MÉDIOS DE CARGA DE RUPTURA E DE MÓDULO DE ELASTICIDADE OBTIDOS PARA OS ENSAIOS DE TRAÇÃO SOBRE PAINÉIS PA-20

ETAPA	Carga de ruptura média (kN)		Módulo de elasticidade médio (GPa)	
	F_R^T	Desvio padrão	\bar{E}	Desvio padrão
SÉRIE 01	14,37	0,90	26,16	1,75
SÉRIE 02	14,70	0,24	28,80	0,50
SÉRIE 03	14,62	0,26	25,53	0,46
SÉRIE 04	14,15	0,44	18,00	1,34

É importante ressaltar que os valores de carga da Tabela 5.6 são os medidos no momento da ruptura da fibra e que os de módulo de elasticidade foram calculados usando-se a *Teoria de misturas* para os valores de deformação no trecho elástico da curva força x deslocamento.

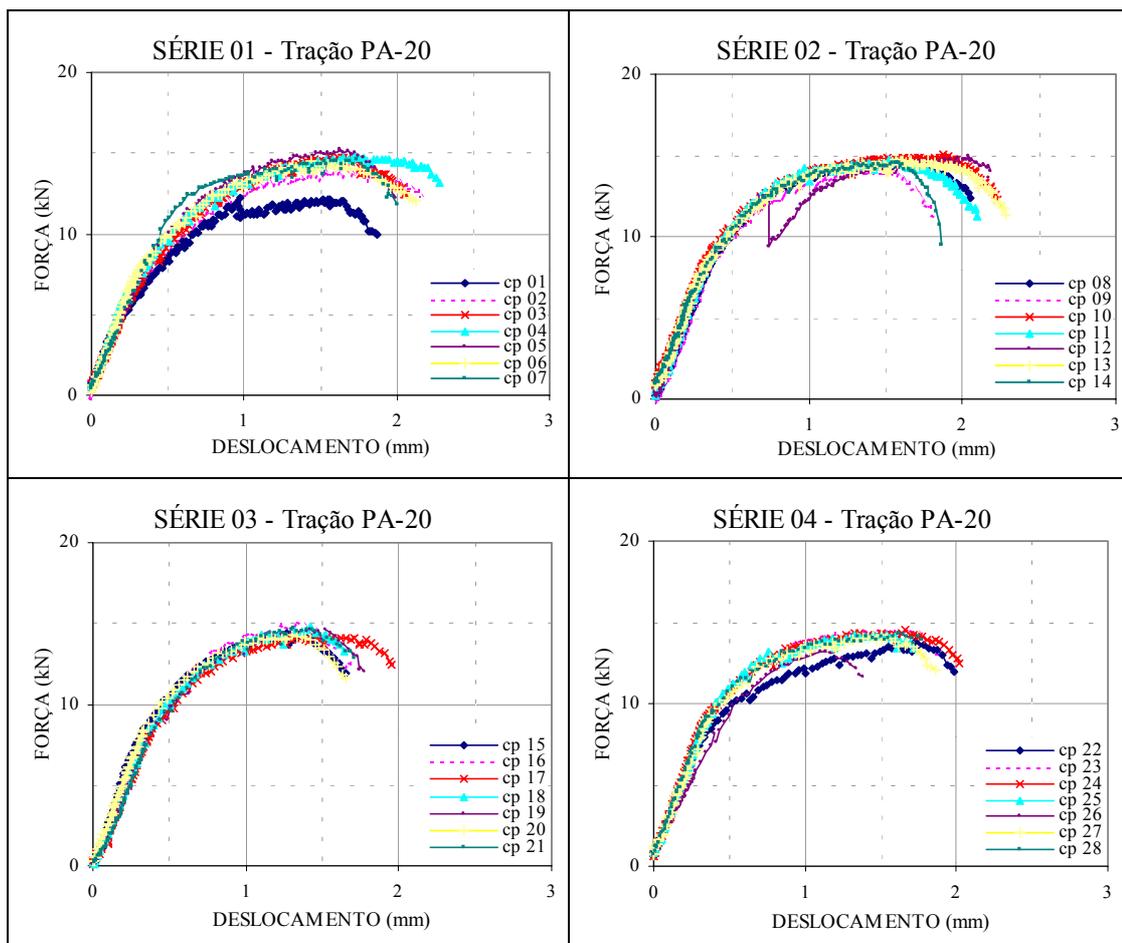


Figura 5.23 – Curvas força x deslocamento do pistão dos ensaios sobre painéis PA-20

Na Figura 5.23, são apresentadas as curvas *força x deslocamento* do pistão para as quatro séries de ensaios realizados, com o intuito de dar uma idéia do comportamento global do compósito, uma vez que os deslocamentos medidos no corpo-de-prova (locais) são extremamente pequenos para serem visualizados em conjunto. Estas curvas podem ser comparadas com as obtidas para os painéis PA-40, que constam da Figura 5.33.

5.2.2.2. PAINÉIS PA-40

Os painéis PA-40 foram submetidos ao mesmo tipo de solicitação (tração excêntrica) que os PA-20 e, diferentemente do comportamento apresentado por aqueles, todos os PA-40 desenvolveram ao menos uma fissura durante o ensaio, 86% duas fissuras e 34% três fissuras.

A Figura 5.24 exhibe uma foto da região central do painel 04 (extraído da série 01) mostrando o momento da abertura da segunda fissura. Observa-se que, neste caso, a primeira fissura localizou-se próximo ao ponto médio do painel, atravessando toda a sua seção transversal, e a segunda fissura surgiu na extremidade esquerda (acima da primeira fissura) e se propagou na direção do centro do painel.

A carga atuante no compósito no momento da primeira fissura foi de $15,79\text{kN}$ correspondente a uma tensão na matriz de $2,87\text{MPa}$ (calculada usando-se a *Lei de misturas*). No instante da abertura da 2ª fissura a carga atuante é de $19,15\text{kN}$, com uma tensão de ruptura da matriz de $3,06\text{MPa}$, para um módulo de elasticidade da matriz $E_m=17,37\text{GPa}$.

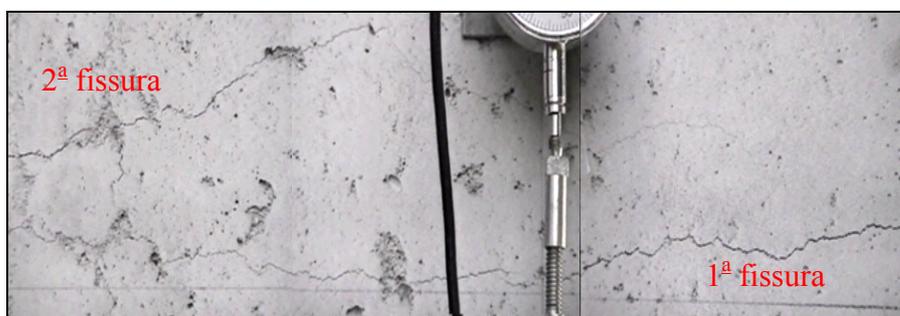


Figura 5.24 – Fotos do painel 04 durante ensaio de tração excêntrica

Na Figura 5.25, podem ser vistas fotos de um painel extraído da segunda série de ensaios (painel 13), em que se exhibe um padrão de fissuração presente em cerca de 30% das amostras. Inicialmente, observou-se o surgimento da fissura na região central do painel seguido pelo aparecimento de duas outras fissuras localizadas próximo às extremidades dos painéis, nas vizinhanças dos fios transversais extremos (ver foto da tela soldada na Figura 4.5).

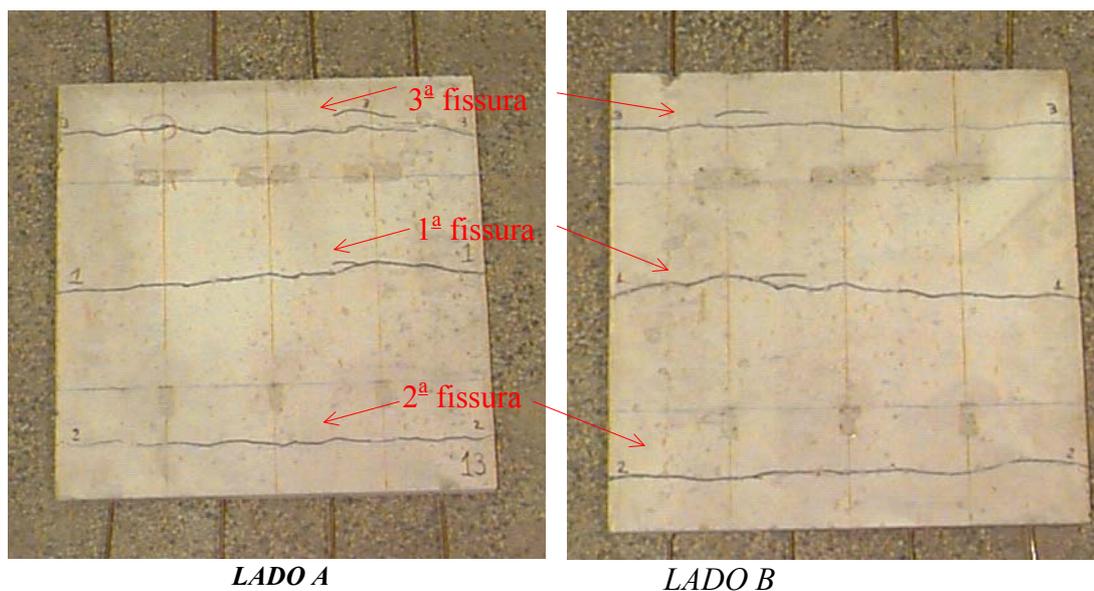


Figura 5.25 – Fotos do painel 13 após ensaio de tração excêntrica

Os ensaios de tração dos painéis foram realizados com aplicação de deslocamentos controlados aos fios de aço do compósito. A Figura 5.26 exhibe as curvas *força x deslocamento* obtidas pelas leituras do pistão da prensa *INSTRON* e pelas leituras dos transdutores afixados no compósito (ver procedimento de correção das leituras no Anexo). Pode-se perceber claramente, na curva descrita em função dos deslocamentos do pistão, os momentos de surgimento de cada fissura; a cada abertura está associada uma queda abrupta de força.

As curvas da Figura 5.26b) mostram que: no momento da 1ª fissura, os deslocamentos têm um grande salto sendo os deslocamentos do lado B da ordem de duas vezes os do lado A; na 2ª fissura, os deslocamentos do lado B têm um pequeno salto positivo, enquanto os do lado A regridem na mesma proporção; já na 3ª fissura, os deslocamentos do lado B regridem bastante, enquanto os do lado A apresentam apenas um pequeno decréscimo.

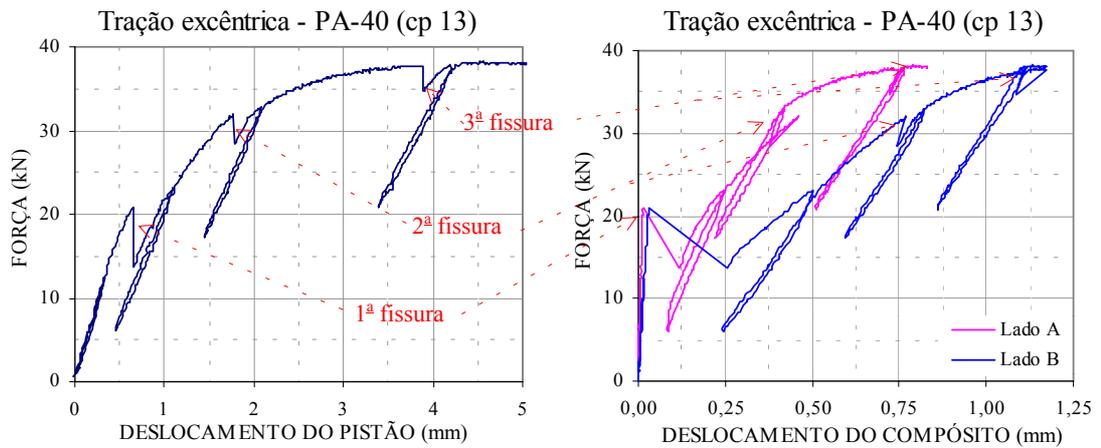


Figura 5.26 – a) Curva força x deslocamento do pistão b) curvas força x deslocamento de cada lado do compósito para o ensaio de tração excêntrica do painel 13

A diferença entre as leituras dos deslocamentos medidos de cada lado do painel explica-se pela excentricidade gerada pelo posicionamento da tela no interior do painel.

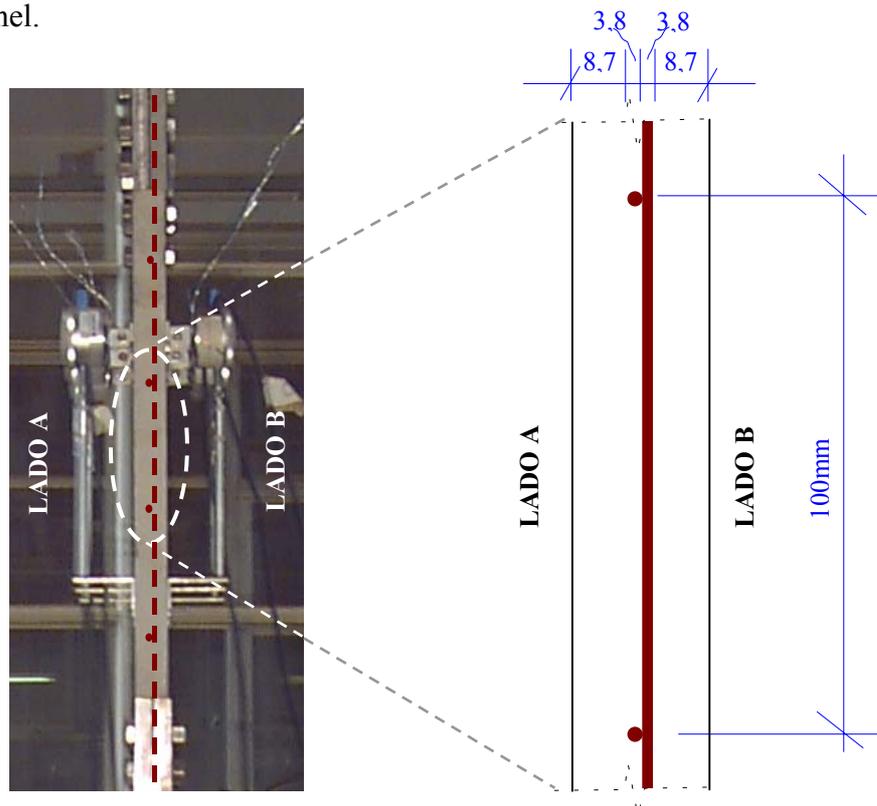


Figura 5.27 – a) Montagem de ensaio de tração do painel PA-40 b) croquis em escala do posicionamento da tela no interior do painel

A Figura 5.27a) exhibe o esquema de ensaio do painel PA-40, no qual se pode ver o posicionamento dos transdutores de deslocamentos de cada lado do painel. Na

linha central do painel, pode-se observar a superposição de uma linha tracejada e quatro pontos que visam ilustrar o posicionamento da tela soldada no interior dele. A Figura 5.27b) mostra um croquis (em escala) da região central do painel contendo as cotas que definem a posição exata da tela soldada no interior do painel. Este posicionamento foi controlado rigorosamente na moldagem do painel, conforme Capítulo 4 (item 4.2.4).

a) CÁLCULO DA TENSÃO DE RUPTURA DO PAINEL

Para ilustrar o procedimento de cálculo da tensão de ruptura, toma-se, como exemplo, o painel 13 cujo padrão de fissuração e resposta experimental estão apresentados nas Figuras 5.25 e 5.26. Para este painel, as cargas correspondentes ao surgimento da 1^a, 2^a e 3^a fissuras foram, respectivamente, 20,91kN, 32,05kN e 37,69kN.

Para efeitos de cálculo, as tensões atuantes no compósito no momento da abertura de cada fissura são calculadas diretamente por $\sigma_c = \frac{F}{S}$, com F = carga atuante no compósito e S = seção transversal do compósito. A taxa de fibra do painel PA-40 é $f = \frac{S_f}{S} = 0,005$, com S_f = seção transversal das fibras, e a parcela correspondente à matriz é dada por $(1-f) = 0,995$.

Para a 1^a fissura:

A relação entre as deformações dos dois lados do painel α e a deformação média no compósito ε_c são calculadas a partir das leituras dos transdutores de deslocamentos.

Admitindo-se válida a teoria de misturas, formulada segundo a hipótese de que a deformação média da matriz é igual à da fibra $\bar{\varepsilon}_m = \bar{\varepsilon}_f = \varepsilon_c$, tem-se $\sigma_c = \varepsilon_c E_c$ com

$$E_c = f E_f + (1 - f) E_m \quad \text{e} \quad \text{portanto} \quad E_m = \frac{\sigma_c / \varepsilon_c - f E_f}{1 - f} \quad \therefore \quad E_m = 19,06 \text{Gpa} \quad \therefore$$

$$E_c = 19,93 \text{Gpa}.$$

Daí, a tensão média na matriz é calculada por $\bar{\sigma}_m = \bar{\varepsilon}_m E_m$ e, portanto, a tensão máxima na matriz (ver Capítulo 3, Figura 3.7), que é a responsável pela ruptura

$\sigma_{max} = \sigma_R$, é obtida da relação $\sigma_R = \bar{\sigma}_m \left(\frac{2}{1+\alpha} \right) \therefore \sigma_R^{1^a F} = 2,78MPa$. Sendo α a relação entre as deformações medidas nas duas faces do painel ($\alpha = \varepsilon_{min}/\varepsilon_{max}$, ver procedimento para cálculo de α no Anexo).

Para a 2^a e 3^a Fissuras:

Neste caso, supõe-se que a estrutura permaneça em regime elástico, com o módulo de elasticidade do material inalterado e, portanto, que a deformação elástica do compósito possa ser obtida diretamente da relação $\varepsilon_c = \frac{\sigma_c}{E_c} = \bar{\varepsilon}_m$, com $\sigma_c = \frac{F}{S}$. Logo a tensão média na matriz resulta de: $\bar{\sigma}_m = \bar{\varepsilon}_m E_m$.

A relação α entre as deformações dos dois lados do painel é calculada a partir dos resultados experimentais no instante da abertura de cada fissura. Então, as tensões de ruptura da matriz, para a 2^a e 3^a fissuras, são obtidas de: $\sigma_R = \bar{\sigma}_m \left(\frac{2}{1+\alpha} \right)$

$\therefore \sigma_R^{2^a F} = 3,84MPa \quad \therefore \sigma_R^{3^a F} = 4,41MPa$, respectivamente.

Este procedimento é empregado no cálculo das tensões de ruptura de 1^a, 2^a e 3^a fissuras de cada um dos painéis PA-40.

b) SIMULAÇÃO DA RESPOSTA ELÁSTICA DO COMPÓSITO PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

A influência da excentricidade introduzida pelo fio transversal (Figura 5.27b) na resposta do painel foi analisada pela simulação bidimensional e tridimensional do comportamento do painel, em regime elástico, pelo Método dos Elementos Finitos, utilizando os programas *CASTEM 2000* (disponibilizado pelo Laboratório de Mecânica e Tecnologia - LMT de Cachan, França) e *ABAQUS*.

A simulação bidimensional, por intermédio do programa *CASTEM 2000*, aproveitando-se a simetria da seção transversal do painel, desprezando-se a aderência fibra-matriz e impondo-se um estado plano de deformação, previu uma tensão máxima da ordem de $1,3MPa$, localizada na matriz no Lado B do painel na *direção*

y. Já na simulação em que se admitiu a interface matriz-fibra transversal perfeitamente aderente, surgiram tensões na matriz na *direção y*, na região da fibra transversal extrema, da ordem de $2,9\text{MPa}$. Os resultados das simulações podem ser visualizados na Figura 5.28.

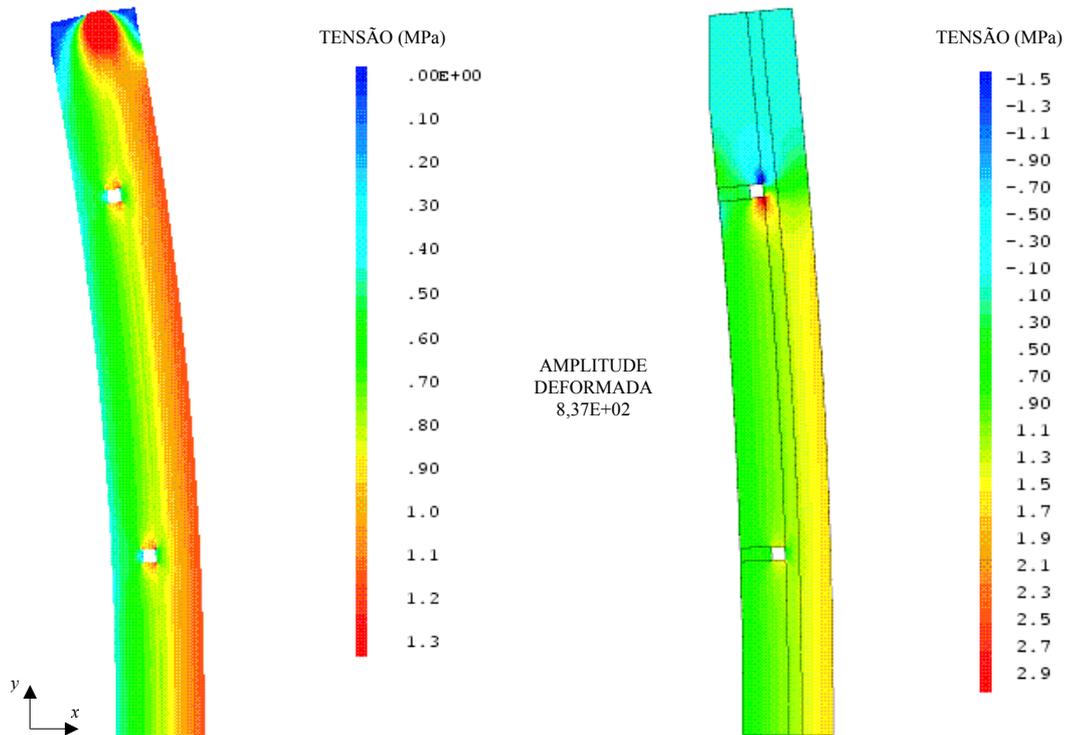


Figura 5.28 – Tensões na direção y a) simulação sem aderência fibra-matriz b) simulação considerando a aderência entre a fibra transversal e a matriz

O cálculo do volume efetivo e da relação (α , ver Figura 3.7 e Equações [3.24] e [3.25]) entre as tensões nas duas faces do painel para cada um dos casos simulados resultou em valores idênticos e iguais a $391,72\text{cm}^3$ e $0,3678$, respectivamente.

Na simulação tridimensional de um quarto do painel, realizada utilizando-se o programa *ABAQUS*, a resposta elástica do compósito foi obtida negligenciando-se a aderência entre a fibra transversal e a matriz.

Neste caso, as fibras, admitidas, portanto, apenas em contato com a matriz, apresentaram a deformada exibida na Figura 5.29. Chama-se a atenção para a deformação da fibra na região da solda.

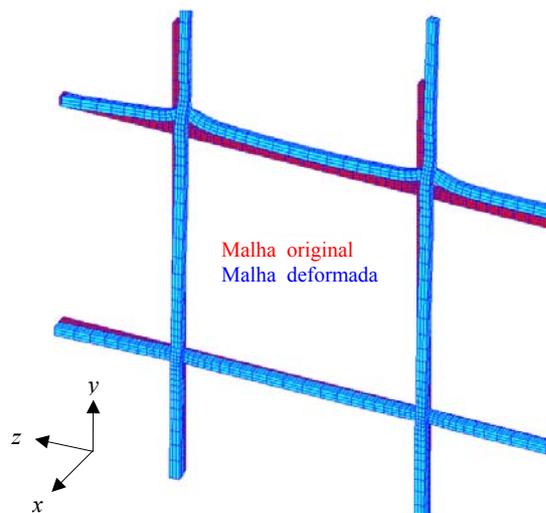


Figura 5.29 – Forma das malhas original e deformada das fibras

As tensões nas fibras na *direção y* estão exibidas na Figura 5.30. Na região da solda, percebem-se tensões negativas na fibra transversal.

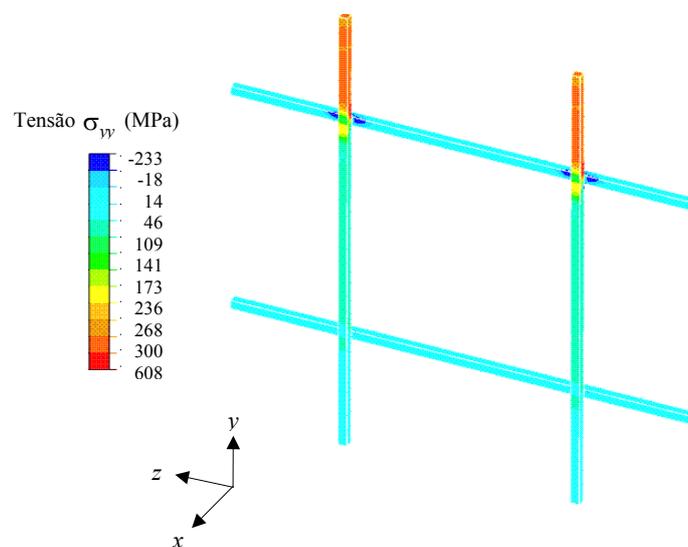


Figura 5.30 – Tensões nas fibras na direção y

A Figura 5.31 exibe o campo de tensões na *direção y* na interface fibra-matriz. Nela, percebem-se tensões positivas de maior magnitude na região da solda e na região central do painel, o que está coerente com o observado experimentalmente (ver Figura 5.25).

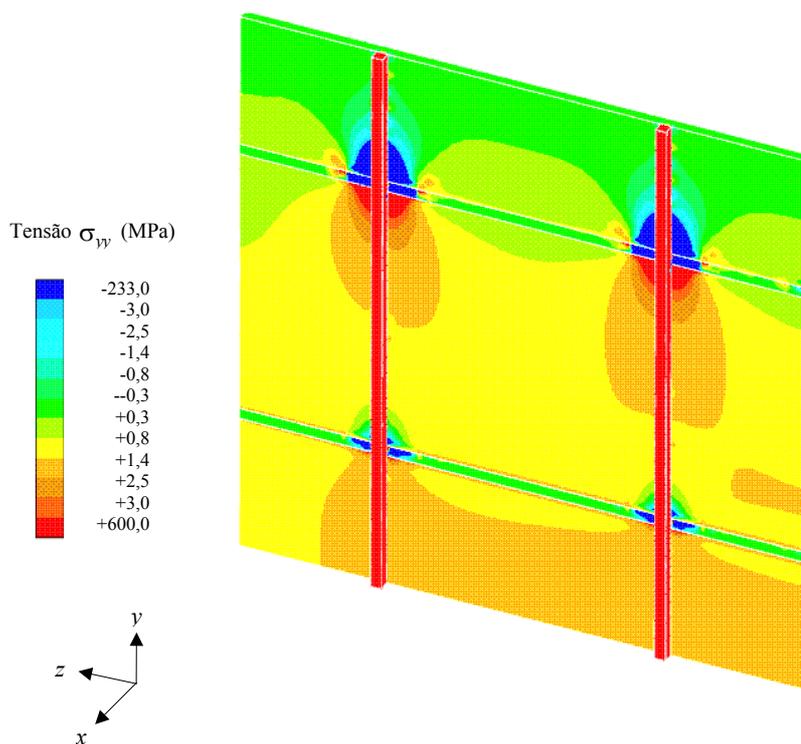


Figura 5.31 – Tensões na interface fibra-matriz na direção y

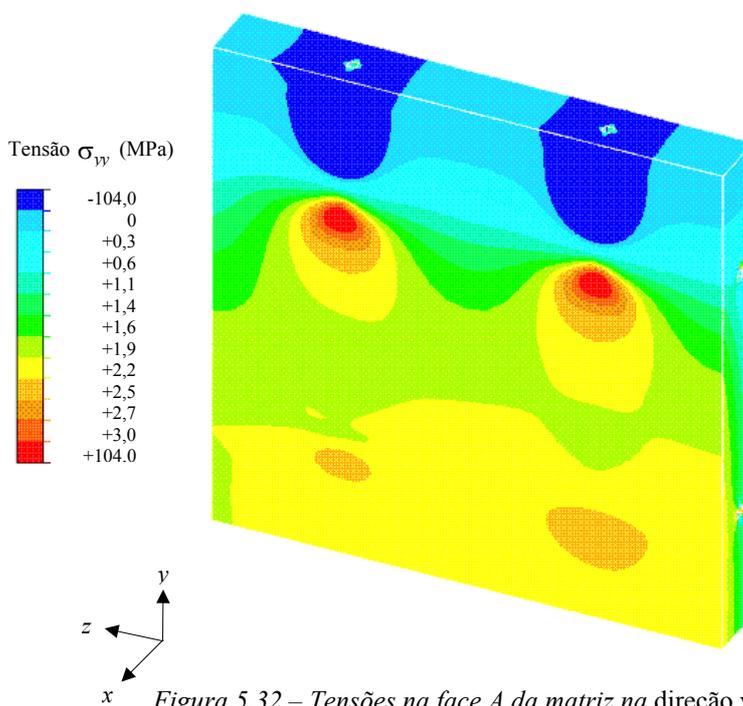


Figura 5.32 – Tensões na face A da matriz na direção y

O campo de tensões na *direção y*, na região adjacente ao fio transversal da face A do painel, apresentado na Figura 5.32, permite verificar que a fatia de matriz contida na parte superior da fibra transversal extrema apresenta tensões negativas ou

nulas, o que significa dizer que esta porção da matriz não deve contribuir no cálculo do volume efetivo da amostra (ver equações 3.24 e 3.25 para o cálculo do volume efetivo na sollicitação de tração excêntrica, item 3.4.2.3).

A partir desta análise, obteve-se um valor positivo e aproximadamente igual 0,37 para a relação, α , entre as tensões nas duas faces do painel. Com os resultados dessa simulação, o cálculo do volume efetivo também conduziu a uma resposta equivalente àquela obtida na simulação bidimensional ($V_{ef}=394cm^3$).

Por outro lado, conforme mencionado no Capítulo 3 (item 3.4.2.3), os painéis estão sollicitados à tração excêntrica, e os valores de α calculados para os resultados experimentais no momento da abertura de cada fissura são positivos e apresentam uma dispersão muito grande com coeficiente de variação de até 74%, não sendo possível, portanto, considerar a média dos valores de α como representativa da amostragem.

Dessa forma, adotou-se como volume sollicitado aquele contido na malha quadrada limitada pelos fios transversais extremos ($2,5cm \times 30cm \times 30cm$), e o volume efetivo foi calculado para cada painel, pela relação [3.25], a partir dos valores de α obtidos no instante da abertura da fissura.

c) VERIFICAÇÃO DA CONDIÇÃO DE MULTI-FRATURAMENTO DA MATRIZ

Procedendo-se à verificação da condição de multi-fraturamento para os painéis PA-40, tem-se:

Para o dimensionamento dos painéis PA-40 foram usados:

$f=0,005$; $(1-f)=0,995$ - em função das medidas de telas comercialmente disponíveis;

$E_m=17,79GPa$ - obtido através dos ensaios de compressão de corpos-de-prova cilíndricos.

$E_f=210GPa$.

A tensão última admitida para o aço foi $\sigma_{fu} = 895MPa$ (fornecida pelo fabricante). Logo, a deformação última correspondente é $\varepsilon_{fu} = \sigma_{fu} / E_f = 0,004$.

Usando-se o valor de resistência à tração direta do concreto calculado a partir da prescrição da *NBR 6118/2001*, tem-se $\sigma_{mu} = 1,77MPa$, $\varepsilon_{mu} = \sigma_{mu}/E_m = 1 \times 10^{-4}$. Logo, $\sigma'_f = \varepsilon_{mu} E_f = 20,86MPa$.

Verificando-se a condição de multi-fraturamento, tem-se:

$$\sigma_{mu}(1-f) + \sigma'_f f < \sigma_{fu} f : 1,85 < 4,06 \rightarrow OK!$$

Portanto, respeitando-se as prescrições da *NBR 6118/2001* e adotando-se os valores de resistência e de módulo de elasticidade do concreto aos 28 dias, conclui-se que o painel PA-40 obedece à condição de multi-fraturamento da matriz.

d) RESULTADOS OBTIDOS PARA O PAINEL PA-40

Verificada a condição de multi-fraturamento para os valores de resistência prescritos em Norma, segue-se, então, o mesmo procedimento para os resultados extraídos da experimentação.

A Tabela 5.7, a seguir, contém os valores médios de tensão na matriz no momento da abertura das fissuras e de módulo de elasticidade da matriz para cada série de ensaios. A tensão média de ruptura do fio F1 é $\sigma_{fu} = 872MPa$ e o módulo de elasticidade do fio $E_f = 210GPa$ (ver item 5.2.3).

Para o cálculo da tensão na matriz no momento da 2^a e 3^a fissuras, supõe-se válida, ainda, a *Lei de misturas* e refaz-se o cálculo em regime elástico para o nível de tensão atual.

TABELA 5.7 – VALORES MÉDIOS DE TENSÃO DE RUPTURA E DE MÓDULO DE ELASTICIDADE OBTIDOS NOS ENSAIOS DE TRAÇÃO SOBRE PAINÉIS PA-40

ETAPA	Tensão de ruptura média (MPa)			Módulo de elasticidade médio (GPa)	
	$\frac{-1^a F}{\sigma_R}$	$\frac{-2^a F}{\sigma_R}$	$\frac{-3^a F}{\sigma_R}$	\bar{E}	Desvio padrão
SÉRIE 01	2,67	2,33	2,46	22,61	4,82
SÉRIE 02	2,39	2,86	3,52	18,93	3,20
SÉRIE 03	2,86	3,87	4,45	20,72	1,98
SÉRIE 04	2,80	3,67	5,61	18,52	3,17

Procedendo-se, agora, à verificação da condição de multi-fraturamento para estes resultados, obtêm-se os valores apresentados na Tabela 5.8. Tais valores correspondem ao cálculo de cada parcela da inequação [2.7] com os dados obtidos na 1ª fissura de cada série de ensaios. Como se pode observar, a condição de multi-fraturamento é obedecida em todos as etapas.

TABELA 5.8 – VERIFICAÇÃO DA CONDIÇÃO DE MULTI-FRATURAMENTO PARA OS PAINÉIS PA-40

<i>ETAPA</i>	$\sigma_{mu}(1-f) + \sigma'_f f$	$\sigma_{fi} f$
SÉRIE 01	2,77	3,96
SÉRIE 02	2,49	3,96
SÉRIE 03	2,98	3,96
SÉRIE 04	2,93	3,96

Para fins de comparação com os resultados obtidos para os painéis PA-20, são apresentados, na Tabela 5.9, os valores médios de carga de ruptura obtidos nos ensaios dos painéis PA-40. Estes valores são os medidos no momento da ruptura da fibra.

TABELA 5.9 – VALORES MÉDIOS DE CARGA DE RUPTURA OBTIDOS PARA OS ENSAIOS DE TRAÇÃO SOBRE PAINÉIS PA-40

<i>ETAPA</i>	<i>Carga de ruptura média (kN)</i>	
	F_R^T	<i>Desvio padrão</i>
SÉRIE 01	23,35	0,80
SÉRIE 02	36,77	3,81
SÉRIE 03	38,11	0,54
SÉRIE 04	38,20	1,21

As curvas *força x deslocamento* do pistão, na Figura 5.33, dão uma idéia global do comportamento do compósito. Observam-se diferenças no comportamento destas com relação àquelas da Figura 5.23 que não são devidas apenas ao efeito de volume, e sim a fatores como o aparecimento ou não de fissuras e o posicionamento delas no compósito.

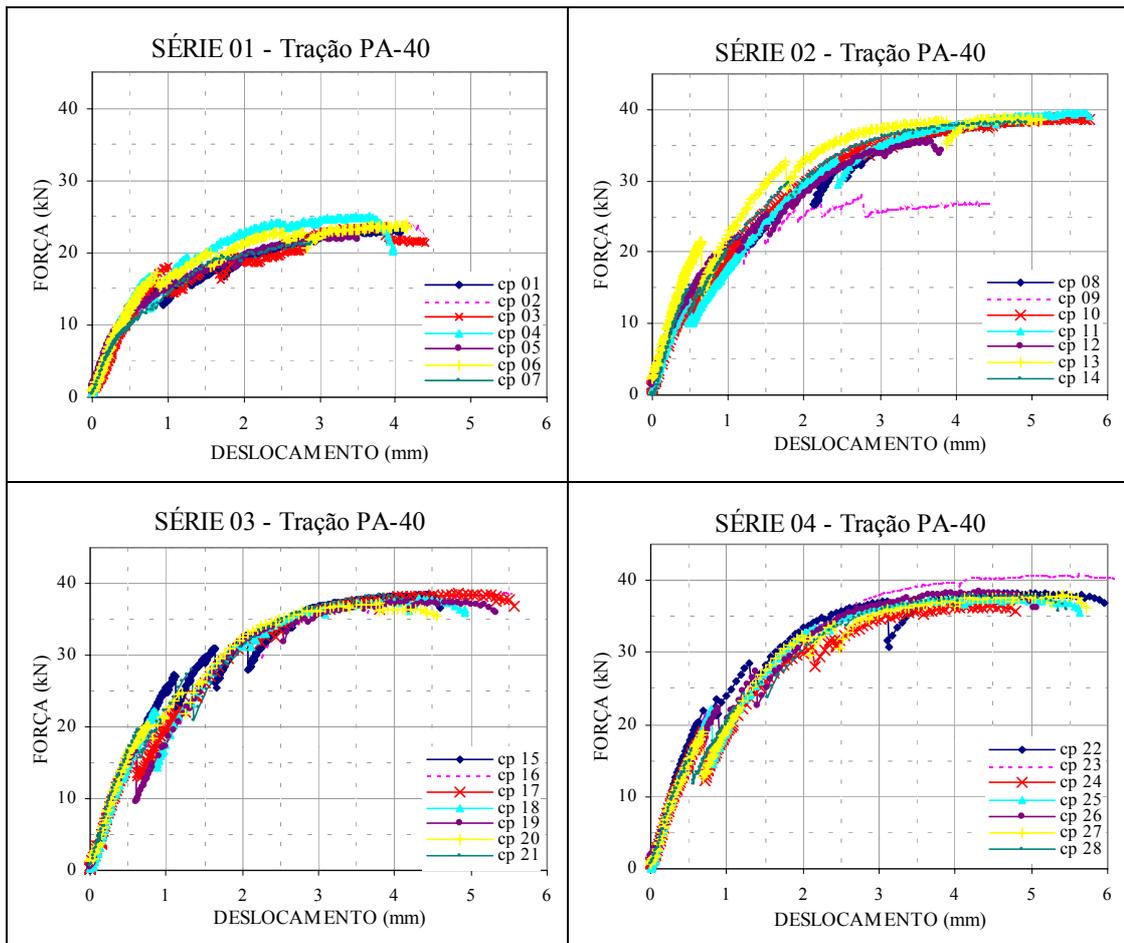


Figura 5.33 – Curvas força x deslocamento do pistão dos ensaios sobre painéis PA-40

Mais uma vez, pode-se afirmar que a variação nos valores de carga de ruptura nada tem a ver com o efeito do tempo sobre a resistência do concreto. Tais valores se relacionam com a presença de defeitos mais ou menos importantes e da região em que eles estão situados; se favorecem ou não ao efeito de heterogeneidade das tensões; ou se a excentricidade da tela soldada é mais importante. Estes fatores são preponderantes também sobre a posição do aparecimento das fissuras e, conseqüentemente, sobre o nível de tensão atuante.

5.2.3. TRAÇÃO DE FIOS DE AÇO

Os ensaios de tração sobre fios de aço forneceram valores de tensão de ruptura (tensão de pico) com pouquíssima dispersão. Já os valores de módulo de elasticidade sofreram alterações significativas de um ensaio a outro, sendo a maior delas para o fio F2-20 com um coeficiente de variação (CV) de 14,5%, como se pode

verificar na Tabela 5.10 e nas Figuras 5.34 e 5.35, pelas inclinações iniciais das curvas *tensão x deformação*, registradas pelo ‘clip gage’. Observa-se, também, que esta variação, entretanto, não se deve ao efeito de volume, já que os valores não apresentam uma tendência definida em função do volume.

A Tabela 5.10 exhibe os valores médios de tensão de ruptura e de módulo de elasticidade obtidos nos ensaios de tração dos fios. Uma vez que não se caracterizou o efeito de volume sobre os resultados, os valores de tensão de ruptura da fibra considerados nos cálculos foram definidos pela média dos resultados de cada fio, ou seja, para o fio F1 ($\phi = 2,5mm$) empregou-se a média dos valores obtidos para F1-05 e F1-10: $\bar{\sigma}_R = 811MPa$; e para o fio F2 ($\phi = 3,8mm$) a média dos valores obtidos para F2-10 e F2-20: $\bar{\sigma}_R = 872MPa$. Já para o módulo de elasticidade decidiu-se, outra vez, pelo emprego do valor usualmente adotado, isto é, $\bar{E} = 210GPa$, dada a inobservância do efeito de volume sobre os resultados experimentais.

TABELA 5.10 – VALORES MÉDIOS DE TENSÃO DE RUPTURA E DE MÓDULO DE ELASTICIDADE OBTIDOS PARA OS ENSAIOS DE TRAÇÃO DE FIOS DE AÇO

FIO	Tensão de ruptura média (MPa)		Módulo de elasticidade médio (GPa)	
	$\bar{\sigma}_R$	Desvio padrão	\bar{E}	Desvio padrão
F1-05	810	11	212	9
F1-10	813	3	204	15
F2-10	878	11	212	13
F2-20	866	31	222	32

Outra medida que apresentou dispersão importante foi a deformação correspondente à tensão de ruptura; observa-se nas curvas das Figuras 5.34 e 5.35 que esta variação também não diz respeito ao efeito de volume.

Nas Figuras 5.34 e 5.35 estão apresentadas as curvas *tensão x deformação* obtidas para os fios de aço. As linhas (*p*) representam as deformações calculadas a partir dos deslocamentos registrados para o pistão e os pontos (*e*) correspondem às deformações calculadas a partir dos deslocamentos do ‘clip gage’. Verifica-se uma

diferença importante entre as duas leituras, o que ressalta, mais uma vez, a importância de se efetuar medidas locais de deformação.

A Figura 5.34 apresenta as curvas *tensão x deformação* obtidas para os fios F1 ($\phi = 2,5mm$; $\ell = 5cm$ e $10cm$).

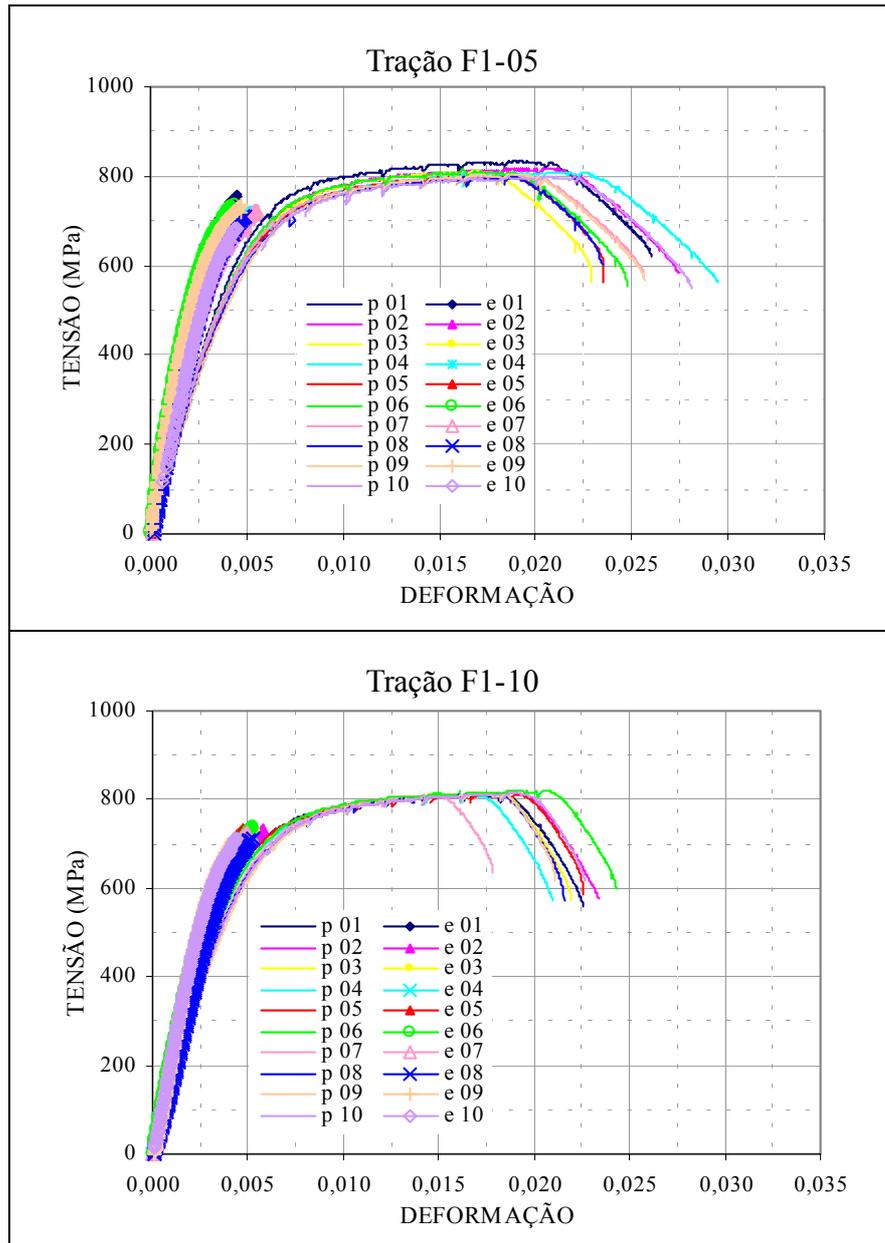


Figura 5.34 – Curvas *tensão x deformação* dos ensaios sobre fios F1

A Figura 5.35 apresenta as curvas *tensão x deformação* obtidas para os fios F2 ($\phi = 3,8mm$; $\ell = 10cm$ e $20cm$).

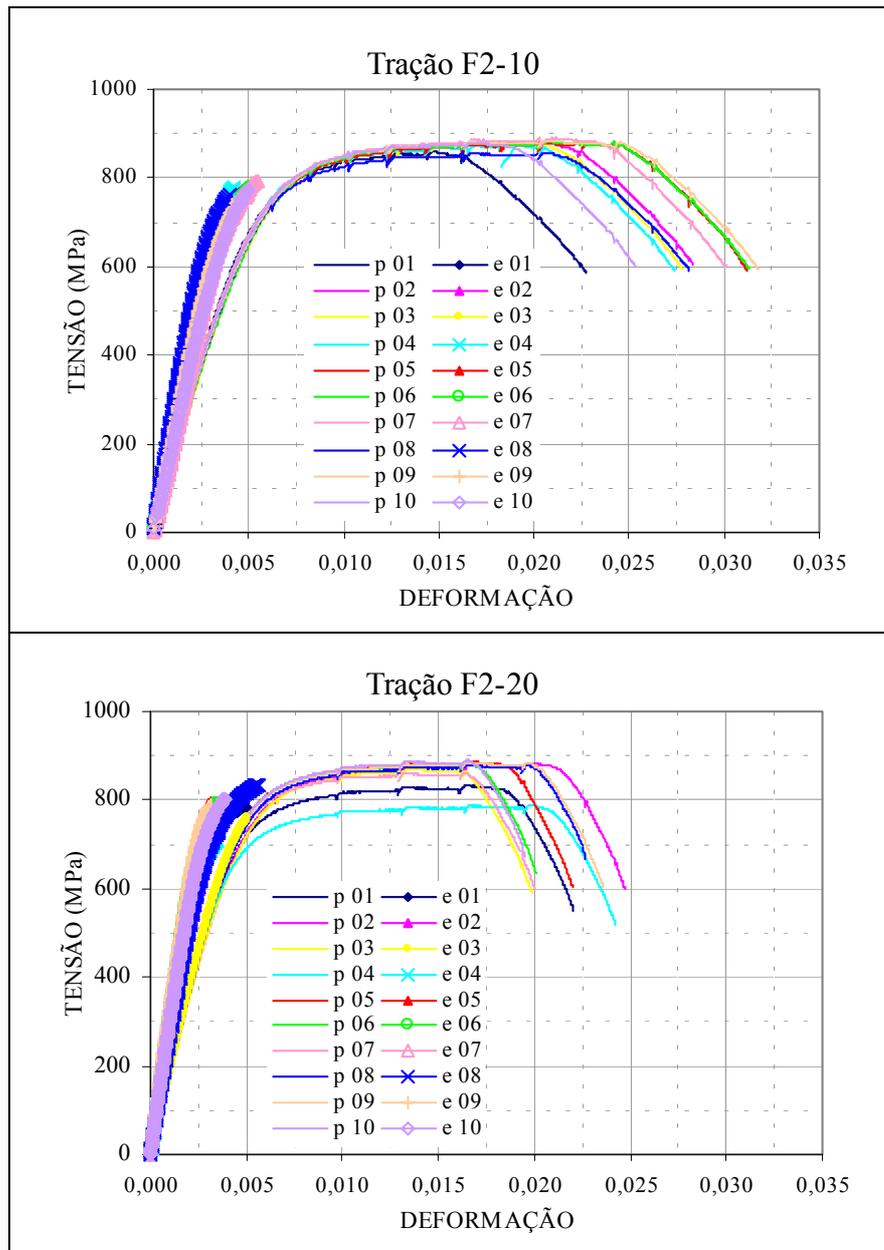


Figura 5.35 – Curvas tensão x deformação dos ensaios sobre fios F2

5.3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Sobre os ensaios de flexão, observa-se que, retomando-se a Equação 3.30, consegue-se chegar aos valores médios de tensão na flexão em 4 pontos a partir dos valores médios de flexão em 3 pontos e vice-versa, ou seja, reproduz-se o efeito H a partir dos resultados dos ensaios. Tal observação pode ser feita também para as

tensões nas barras B-32 a partir das B-17 e vice-versa, que representa a quantificação do efeito V para os resultados experimentais, de forma analítica.

A respeito dos painéis PA-20 pode-se apenas “supor” que o motivo pelo qual a maioria dos painéis não tenha apresentado fissuração da matriz seja devido à predominância do efeito de volume sobre a resposta estrutural, já que o valor de tensão de ruptura da 1ª fissura para o único painel que fissurou é cerca de 70% superior ao estimado. Entretanto, esta é apenas uma hipótese, pois não se têm maiores informações sobre a microestrutura do compósito.

A dispersão sobre os valores de carga de ruptura dos painéis PA-20 e PA-40, Tabelas 5.6 e 5.9, respectivamente, não é significativa. No entanto, os valores médios do módulo de elasticidade da matriz variam fortemente para os dois painéis, sendo o módulo de elasticidade do painel PA-20, em média, 22% maior que o do painel PA-40.

Os resultados obtidos para os ensaios de tração dos fios corroboraram as expectativas acerca do caráter determinista dos materiais dúcteis. Uma vez que a *hipótese do elo mais fraco* não se aplica, naturalmente não se poderia esperar qualquer influência do efeito de volume sobre a resposta do material. Portanto, os resultados serviram bem ao propósito de caracterização das propriedades do material, bem como para fortalecer a hipótese básica do Modelo de Weibull (suposição do elo mais fraco).

Capítulo 6

TRATAMENTO PROBABILISTA DOS RESULTADOS

6.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Neste capítulo, com os resultados dos ensaios apresentados no capítulo anterior, são identificados os parâmetros do modelo de Weibull (item 6.2) e definida uma *lei de Weibull de dois parâmetros* para o material compósito em estudo (item 6.3). Uma vez definida a lei de Weibull, que representa o comportamento do material em regime de ruptura, verifica-se que as resistências de ruptura dos painéis compósitos submetidos à tração da armadura podem ser obtidas a partir de estimativas de resistência do concreto de granulometria fina (item 6.4).

6.2. IDENTIFICAÇÃO DOS PARÂMETROS DE WEIBULL A PARTIR DOS ENSAIOS DE FLEXÃO

Os parâmetros de Weibull são, neste item, identificados para os ensaios de flexão em 3 pontos e em 4 pontos. Com esses parâmetros, define-se a Lei de Weibull que rege o comportamento do material.

Com vistas à identificação paramétrica, inicialmente, as tensões de ruptura obtidas experimentalmente são arranjadas em ordem crescente e a cada uma delas é atribuída uma probabilidade de ruptura.

Em seguida, em função da desconsideração do efeito do tempo sobre a resistência, todos os resultados das quatro séries de ensaios são reunidos e tratados como um único conjunto de dados.

6.2.1. ANÁLISE PRELIMINAR DAS 4 SÉRIES DE ENSAIOS

Antes da identificação dos parâmetros de Weibull, os resultados dos ensaios de flexão são plotados por tipo de ensaio, para as quatro séries (Tabela 5.1), com o intuito de se verificar a influência da idade do concreto sobre as curvas. A Figura 6.1 exibe estas curvas obtidas.

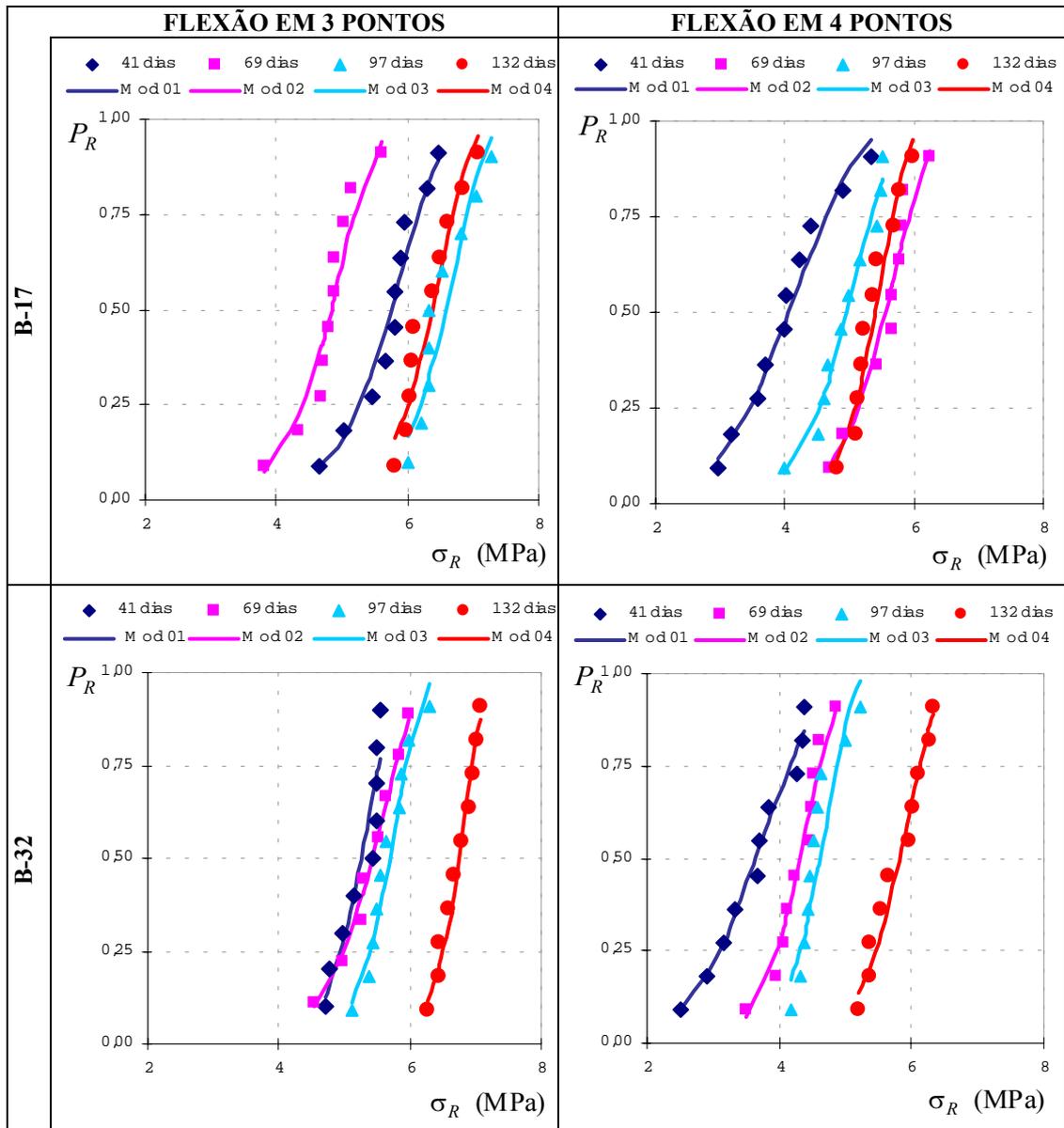


Figura 6.1 – Curvas de Probabilidade de ruptura acum. x Tensão de ruptura dos ensaios de flexão

Utilizou-se como função de distribuição de probabilidade inicial a Equação [3.1a]: $P_R = i/n + 1$ e a tensão de ruptura (σ_R) foi calculada, para cada ensaio, a partir das equações da *Resistência dos Materiais* apresentadas no Capítulo 3 (item 3.2.1).

Como se pode observar na Figura 6.1, apenas se verifica uma possível influência do tempo nas curvas dos ensaios sobre corpos-de-prova B-32 (as resistências crescem de série para série). O crescimento verificado é de 3%, 8% e 28% com relação à série 01, para os ensaios de flexão em 3 pontos, e de 19%, 27% e 60% para os ensaios de flexão em 4 pontos. Já para os corpos-de-prova B-17, nada se pode deduzir acerca do efeito do tempo sobre os resultados obtidos.

Para se verificar os efeitos de volume e de heterogeneidade das tensões, os resultados são agrupados por série de ensaios, usando-se também a Equação [3.1a], como pode ser visto na Figura 6.2.

Por simplicidade, nesta Figura, usou-se a denominação *A* para os corpos-de-prova B-17 e *B* para os corpos-de-prova B-32. Pelo mesmo motivo, os ensaios de flexão em 3 pontos são citados apenas como *3P* e os de flexão em 4 pontos, como *4P*.

Analisando-se as curvas da Figura 6.2, observa-se claramente que os corpos-de-prova com dimensões maiores tenderam a apresentar resistências menores (efeito de volume) e que as resistências medidas em ensaio de flexão em 4 pontos foram menores (efeito de heterogeneidade das tensões). De fato:

- na série 01, a ocorrência dos efeitos *V* e *H* simultaneamente -

$$V \rightarrow \bar{\sigma}_A^{3P} = 1,09 \bar{\sigma}_B^{3P}, \quad \bar{\sigma}_A^{4P} = 1,12 \bar{\sigma}_B^{4P}; \quad H \rightarrow \bar{\sigma}_A^{3P} = 1,42 \bar{\sigma}_A^{4P}, \quad \bar{\sigma}_B^{3P} = 1,45 \bar{\sigma}_B^{4P};$$

- na série 02, verifica-se apenas ocorrência de *V* sobre os ensaios de flexão em 4P -

$$V \rightarrow \bar{\sigma}_A^{4P} = 1,29 \bar{\sigma}_B^{4P}, \quad \text{e } H \text{ para os corpos-de-prova B-32 } -H \rightarrow \bar{\sigma}_B^{3P} = 1,26 \bar{\sigma}_B^{4P};$$

- na série 03, a ocorrência dos dois efeitos - $V \rightarrow \bar{\sigma}_A^{3P} = 1,16 \bar{\sigma}_B^{3P}, \quad \bar{\sigma}_A^{4P} = 1,07 \bar{\sigma}_B^{4P};$

$$H \rightarrow \bar{\sigma}_A^{3P} = 1,33 \bar{\sigma}_A^{4P}, \quad \bar{\sigma}_B^{3P} = 1,24 \bar{\sigma}_B^{4P};$$

- na série 04, a ocorrência apenas de *H* $\rightarrow \bar{\sigma}_A^{3P} = 1,18 \bar{\sigma}_A^{4P}, \quad \bar{\sigma}_B^{3P} = 1,16 \bar{\sigma}_B^{4P}.$

Apesar de não se ter realizado um efetivo controle da distribuição de defeitos nas amostras, credita-se ao efeito destes (Efeito **D**) o fato de não se distinguir o efeito **V** na série 04.

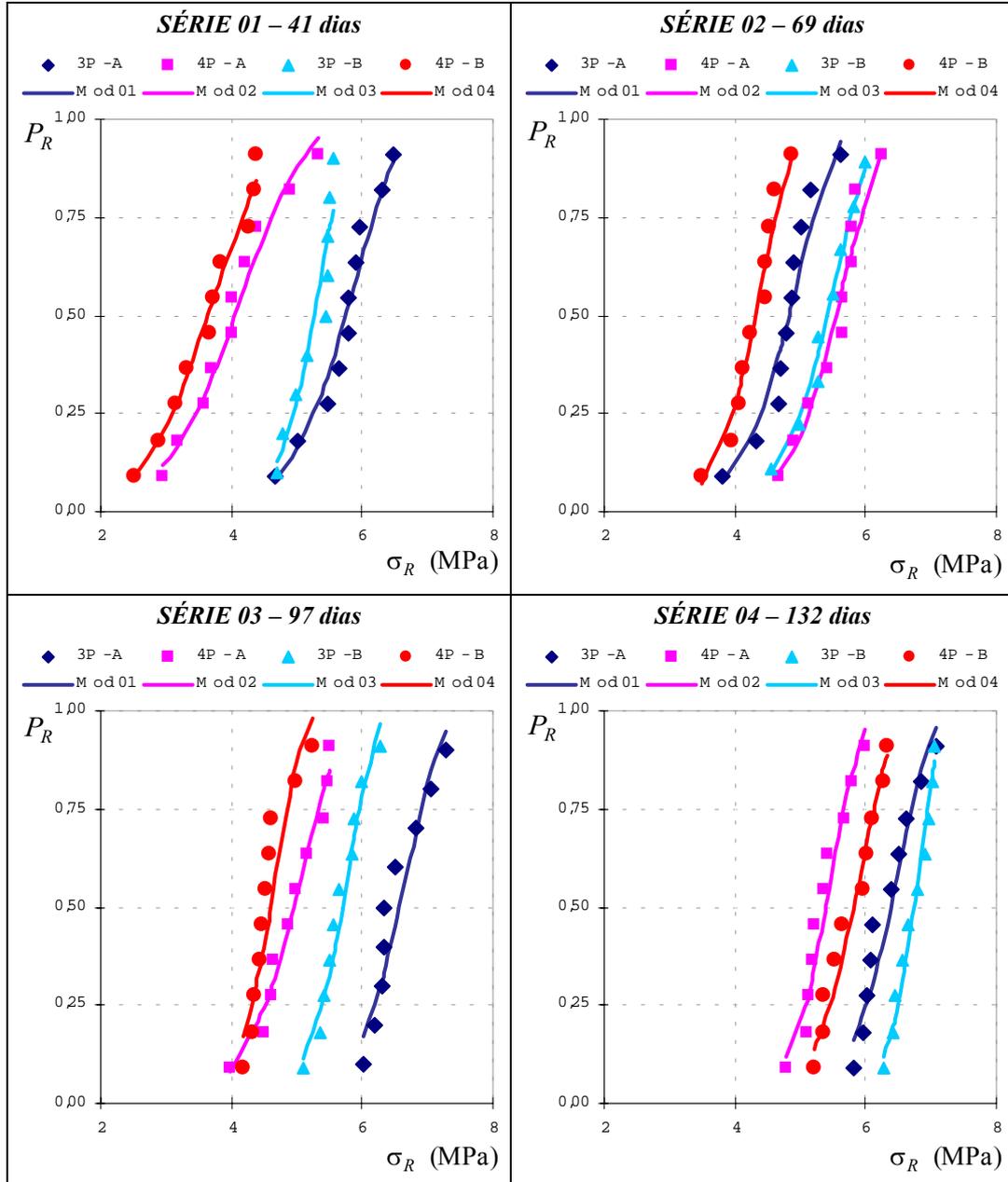


Figura 6.2 – Curvas de Probabilidade de ruptura acumulada x Tensão de ruptura para os ensaios de flexão

Como os resultados indicaram uma possível influência da idade do concreto sobre a resistência à ruptura apenas em determinado grupo de corpos-de-prova, decidiu-se pelo tratamento dos resultados das quatro séries como um único conjunto

de dados amostrais independente do tempo, o que, aliás, é mais interessante sob o ponto de vista da identificação paramétrica.

6.2.2. DEFINIÇÃO DA LEI DE WEIBULL DE DOIS PARÂMETROS

Na Figura 6.3 estão exibidas as curvas de probabilidade de ruptura acumulada para os ensaios de flexão.

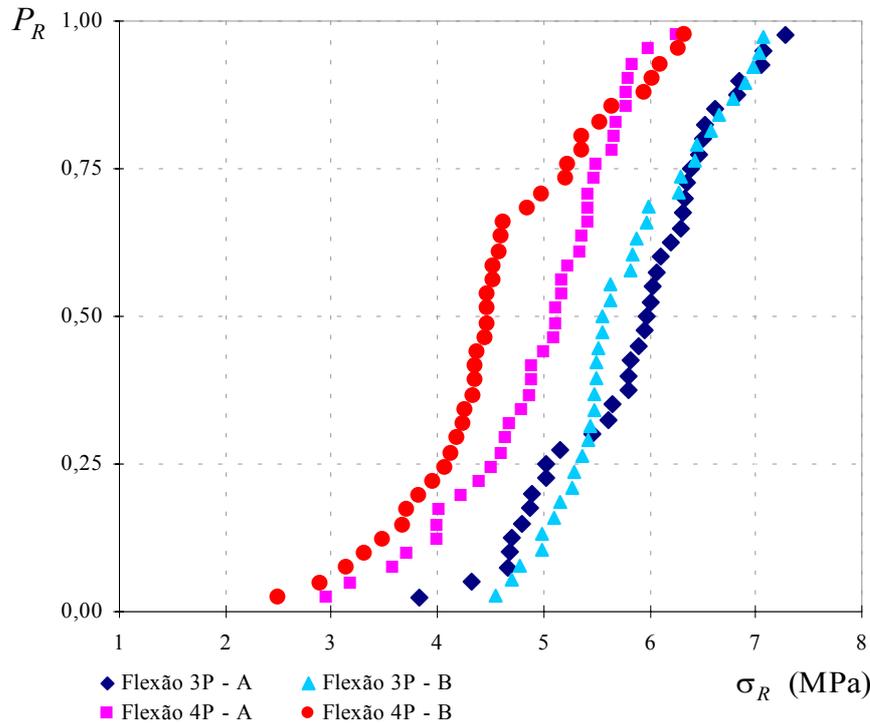


Figura 6.3 – Curvas de Probabilidade de ruptura acumulada x Tensão de ruptura para os ensaios de flexão

A identificação dos parâmetros é feita conforme as indicações apresentadas no Capítulo 3 (item 3.4.3). Para tanto, foi adotado para o volume do elo elementar o valor $V_0=20\text{cm}^3$ que corresponde aproximadamente ao volume de um cubo de lado igual à espessura do painel (2,5cm).

Considerando-se a Equação [3.26] e plotando-se o diagrama $\ln\left(\ln\left(\frac{1}{1-P_R}\right)\right)$ versus $\ln(\sigma_R)$, Figura 6.4, obtém-se, pelo método dos mínimos quadrados, os parâmetros m e S_0 para cada curva:

ensaios de flexão em 4 pontos ($\bar{\sigma}_A^{4P} = 1,09 \bar{\sigma}_B^{4P}$), ou seja, naqueles ensaios em que o campo de tensões no corpo-de-prova é menos heterogêneo. O que realça, mais uma vez, a predominância do efeito H sobre o efeito V .

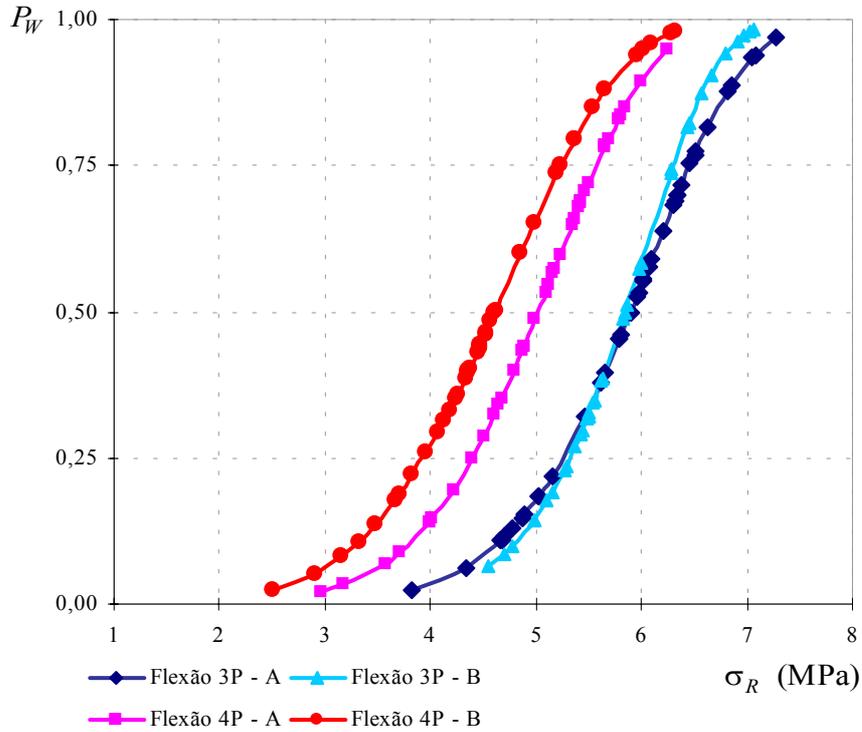


Figura 6.5 – Probabilidade de ruptura de Weibull x tensão de ruptura para os parâmetros identificados em cada tipo de ensaio de flexão

Feitas as devidas considerações acerca dos efeitos de volume e de heterogeneidade das tensões sobre os resultados dos ensaios de flexão, é interessante, tendo-se em vista a previsão de ruptura do compósito, que se defina um único par de parâmetros representativo de todo o conjunto de ensaios.

Nesse sentido, do conjunto de parâmetros m e S_0 , obtidos através do ajuste de cada reta sobre os dados experimentais, escolhem-se aqueles que podem ser considerados como representativos do conjunto, utilizando-se como critério, por exemplo, a média deles.

Traçando-se o diagrama $\ln\left(\ln\left(\frac{1}{1-P_R}\right)\right)$ versus $\ln(\sigma_w)$, Figura 6.6, tem-se

todos os dados experimentais em torno da *reta de previsão*, tornando-se mais simples

a escolha dos parâmetros que melhor se ajustam aos resultados. Procedendo-se desta forma, e testando-se, também, valores próximos aos médios, conclui-se que os parâmetros $m=8$ e $S_0=4MPa$ ajustam-se melhor aos resultados do que os valores médios ($m=7,3$ e $S_0=4,0 MPa$).

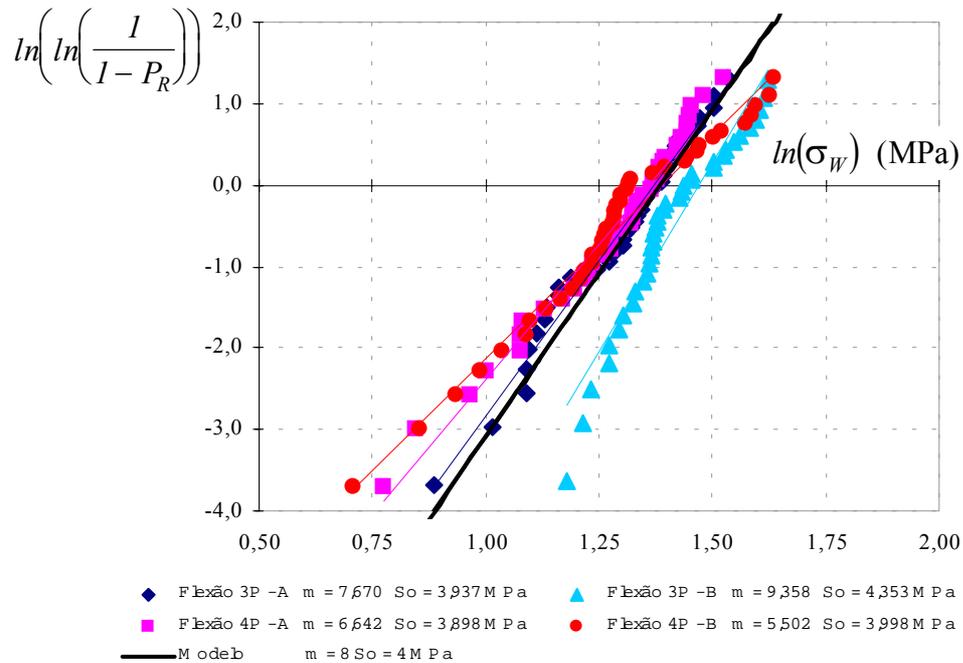


Figura 6.6 –Aspecto dos dados experimentais e da reta de previsão

Assim, definem-se os dois parâmetros de Weibull que serão usados para a previsão da ruptura do compósito: $m=8$ e $S_0=4MPa$. Obtendo-se para a probabilidade de ruptura de Weibull, da Equação [3.16], a seguinte expressão:

$$P_W = 1 - \exp\left[-\frac{V_{ef}}{20}\left(\frac{\sigma_R}{4}\right)^8\right] \quad [6.1]$$

com V_{ef} em cm^3 e σ_R em MPa .

Neste momento, pode-se, finalmente, exibir todos os resultados dos ensaios de flexão em um *diagrama de Weibull*, que expressa os efeitos de volume e de heterogeneidade das tensões por meio da condensação de todos os resultados em torno da curva de previsão (Figura 6.7). Isto ocorre porque tais efeitos já estão considerados de forma implícita, através do V_{ef} , no conceito de tensão de Weibull, σ_w (ver Equação [3.28]).

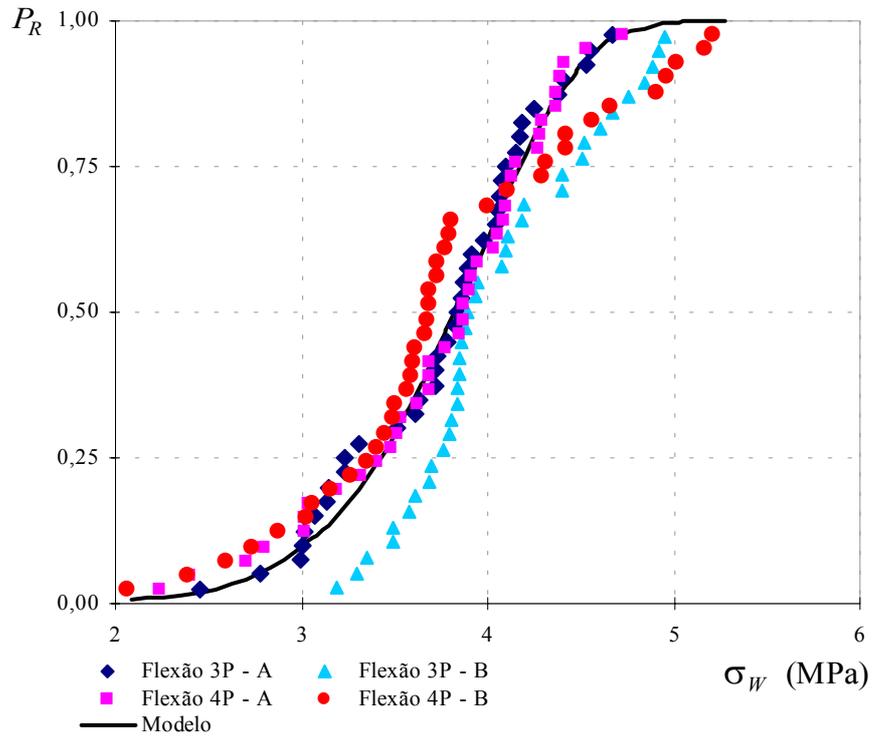


Figura 6.7 –Diagrama de Weibull para os resultados dos ensaios de flexão

A Figura 6.8 mostra os mesmos resultados apresentados na Figura 6.7 sob a forma do diagrama de Weibull linearizado: $\ln\left(\ln\left(\frac{1}{1-P_R}\right)\right)$ versus $\ln(\sigma_W)$.

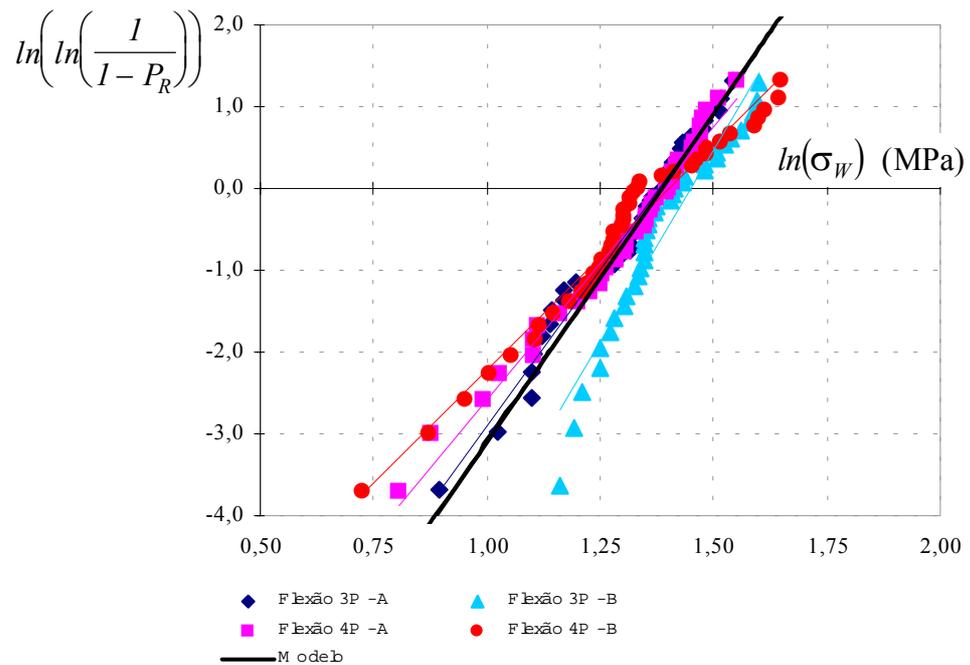


Figura 6.8 –Diagrama de Weibull linearizado para os resultados dos ensaios de flexão

Observa-se, nas Figuras 6.7 e 6.8, que o *Modelo de Weibull de dois parâmetros* descrito pela Equação [6.1] representa bem o comportamento do material em estudo para sollicitações de flexão. De fato, comparando-se o diagrama linearizado da Figura 6.8 com aquele da Figura 6.6, verifica-se que os pontos correspondentes aos valores de σ_w calculados com os parâmetros identificados para o conjunto ($m=8$ e $S_0=4MPa$) aproximam-se mais da reta de previsão do que aqueles da Figura 6.6.

6.3. ANÁLISE DE TODA A AMOSTRAGEM INCLUINDO-SE OS PAINÉIS

Desprezando-se, então, o efeito do tempo, apresentam-se todos os resultados dos ensaios de flexão e os de resistência à ruptura dos painéis para a 1ª fissura na forma de curvas de *Probabilidade de ruptura acumulada* (Equação [3.1a]) *versus* *Tensão de ruptura* na Figura 6.9.

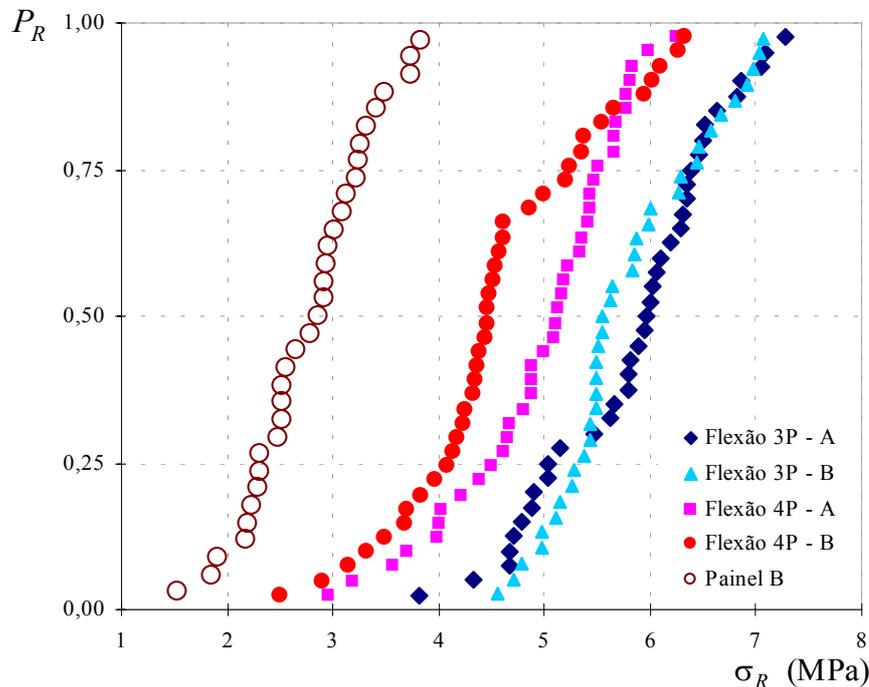


Figura 6.9 – Curvas de Probabilidade de ruptura acumulada x Tensão de ruptura para todos os ensaios

Observe que na Figura 6.9 também se procurou simplificar a apresentação dos resultados escolhendo-se **A** para denotar os corpos-de-prova pequenos e **B** para os grandes.

Nos painéis, para o cálculo da tensão de ruptura da primeira fissura, o volume efetivo contou com a contribuição apenas do volume de compósito contido na malha quadrada formada pelos fios transversais extremos (*i.e.* $V_1=2,5\text{cm} \times 30\text{cm} \times 30\text{cm}$) de acordo com indicação da análise pelo *MEF* apresentada no Capítulo 5.

Ainda na Figura 6.9 também se pode observar o efeito *H* sobre as tensões de ruptura de 1ª fissura obtidas para o painel PA-40, quando comparadas com as tensões de ruptura de flexão e, ainda, o efeito *V* ao serem comparadas as curvas obtidas para o mesmo tipo de ensaio para os dois tamanhos de corpos-de-prova ensaiados.

É importante, neste ponto, ressaltar que os cálculos das tensões de ruptura são efetuados sempre em regime elástico, com o uso da lei de misturas, considerando-se como módulo de elasticidade do compósito aquele calculado com a homogeneização da seção, usando: módulo de elasticidade da matriz (E_m) - obtido para cada ensaio; e das fibras (E_f) - o valor médio identificado a partir dos ensaios dos fios de aço isolados (ver Capítulo 5, item 5.2.2.2).

Por outro lado, pode-se pensar em incluir, na análise, curvas envolvendo as tensões de ruptura das 2ª e 3ª fissuras. Como uma primeira aproximação, considerou-se que, nos novos níveis de fissuração, o módulo de elasticidade do compósito é aquele calculado, para cada ensaio, com a homogeneização da seção no momento da 1ª fissura. A degradação do compósito gerada pela fissuração é, então, considerada apenas no cálculo do volume efetivo correspondente a cada fissura.

Assim, o procedimento de cálculo tornou-se bastante simples, sendo apenas necessário, para o cálculo da probabilidade de ruptura acumulada de Weibull, o conhecimento do volume efetivamente solicitado pela tensão que causa a ruptura do compósito. Nesse sentido, ponderou-se que, se a tensão de ruptura de cada fissura é conhecida a partir dos resultados experimentais e o volume efetivo para a 1ª fissura foi satisfatoriamente estimado pelo *MEF*, seria perfeitamente possível fazer uso da Equação [3.30] para se estimar os valores de V_{ef} correspondentes à 2ª e à 3ª fissuras a partir do valor de V_{ef} da 1ª fissura.

Efetuando-se, então, os devidos cálculos, chegou-se ao volume do compósito efetivamente solicitado no momento da 2ª fissura e da 3ª fissura, que correspondem a $V_2=2,5\text{cm} \times 11,5\text{cm} \times 11,5\text{cm}$ e $V_3=2,5\text{cm} \times 5\text{cm} \times 5\text{cm}$, respectivamente. Estes valores são empregados no item 6.4 para a obtenção do diagrama de Weibull.

A Figura 6.10 apresenta as *curvas de probabilidade de ruptura acumulada* para as *tensões de ruptura* de 2ª e 3ª fissuras dos painéis.

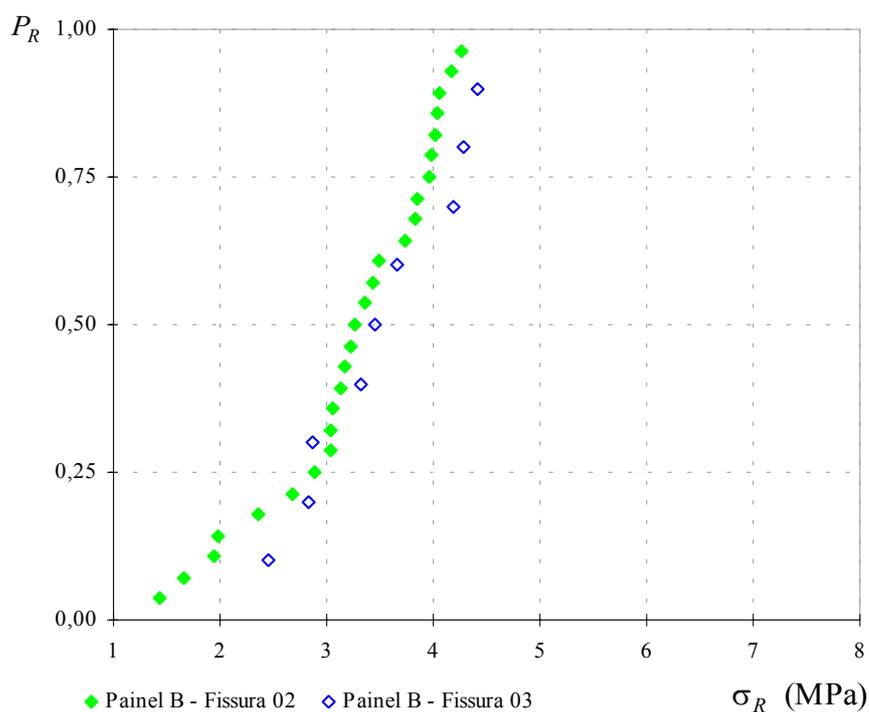


Figura 6.10 – Curvas de Probabilidade de ruptura acumulada x Tensão de ruptura dos painéis para as 2ª e 3ª fissuras

6.4. PREVISÃO DE RUPTURA DO PAINEL

Calculados os valores de volume efetivo correspondentes a cada fissura e conhecido o modelo de Weibull, identificado através dos resultados dos ensaios de flexão (Equação [6.1]), resta, agora, verificar se é possível prever os valores de resistência à ruptura do painel compósito, submetido à solicitação de tração excêntrica, a partir do modelo de Weibull obtido.

Entretanto, é interessante, ainda, plotar as curvas de *probabilidade de ruptura acumulada versus tensão de ruptura* para todos os resultados (Figura 6.11), apenas

para dar uma idéia dos efeitos V e H da forma como eles costumam aparecer na literatura.

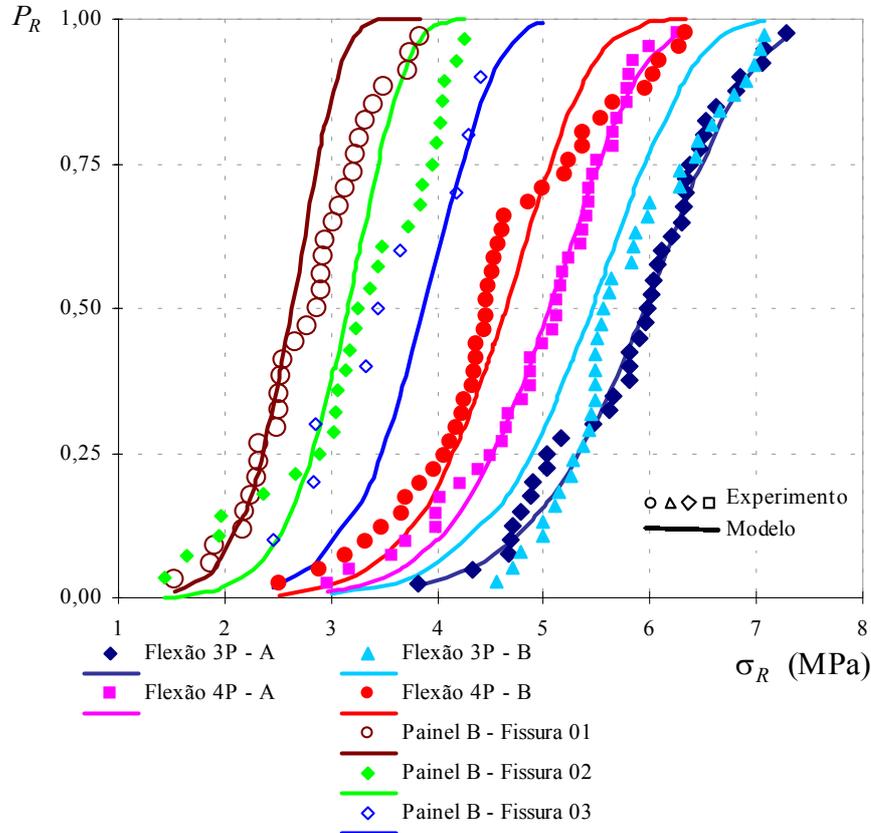


Figura 6.11 – Probabilidade de ruptura acumulada x tensão de ruptura para todos os ensaios

Observa-se, na Figura 6.11, que à medida que o campo de tensões se torna mais heterogêneo e/ou o volume da amostra diminui, o valor da tensão de ruptura cresce (efeitos H e V , respectivamente).

Daí, pode-se afirmar que, através de um modelo probabilista simples e de uma análise simplesmente elástica do compósito, consegue-se representar os efeitos de volume (V) e do gradiente de tensões (H) observados experimentalmente.

Entretanto, por se tratarem de amostras de forma e volume diversos, submetidas a diferentes tipos de ensaios, a maneira correta de se reunir todos os resultados é o *diagrama de Weibull*, pois ele considera os efeitos de volume e de heterogeneidade das tensões através do volume efetivo implícito na tensão de Weibull (σ_W). Vale a pena recordar que, conforme o conceito apresentado no Capítulo 3, item 3.5, se um material segue uma *lei de Weibull* (hipótese do elo mais

fraco) ao se traçarem as curvas de *probabilidade de ruptura versus tensão de Weibull*, todos os pontos correspondentes aos resultados experimentais devem cair sobre a *curva de previsão* identificada.

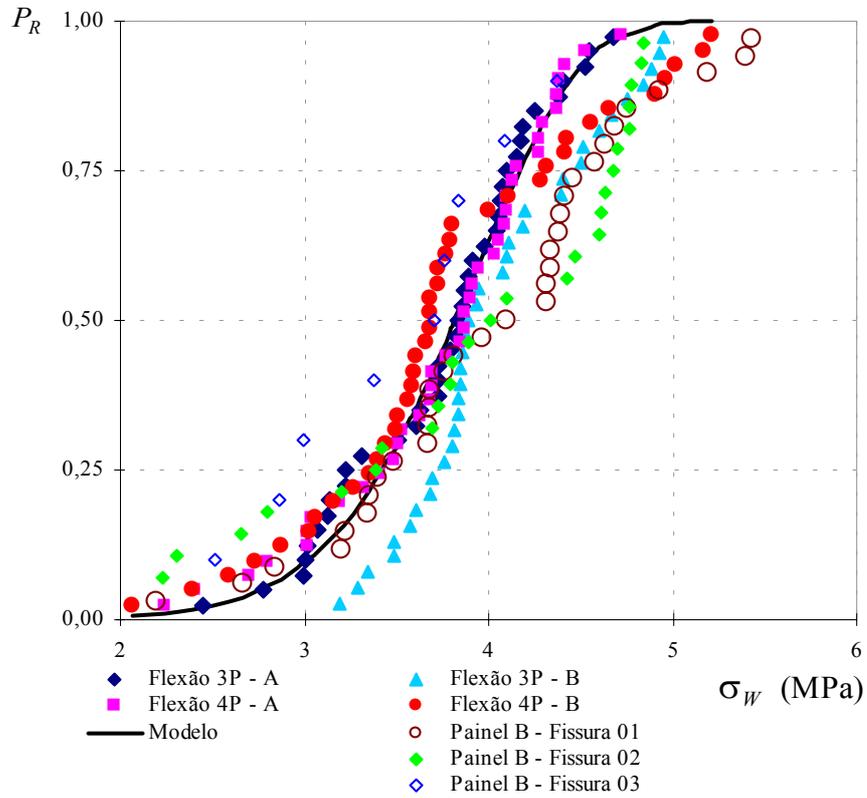


Figura 6.12 –Diagrama de Weibull

De fato, traçando-se o *diagrama de Weibull* (Figura 6.12) para os resultados experimentais e confrontando-os com a curva de previsão obtida a partir dos parâmetros identificados nos ensaios de flexão (Equação [6.1]), verifica-se que todos os resultados agrupam-se em torno da curva de previsão.

Observando-se, também, o *diagrama de Weibull linearizado*: $\ln\left(\ln\left(\frac{I}{I - P_R}\right)\right)$

versus $\ln(\sigma_W)$ apresentado na Figura 6.13, constata-se que todos os resultados experimentais recaem sobre a reta correspondente ao Modelo. O que valida, de certa forma, todo o tratamento probabilista realizado.

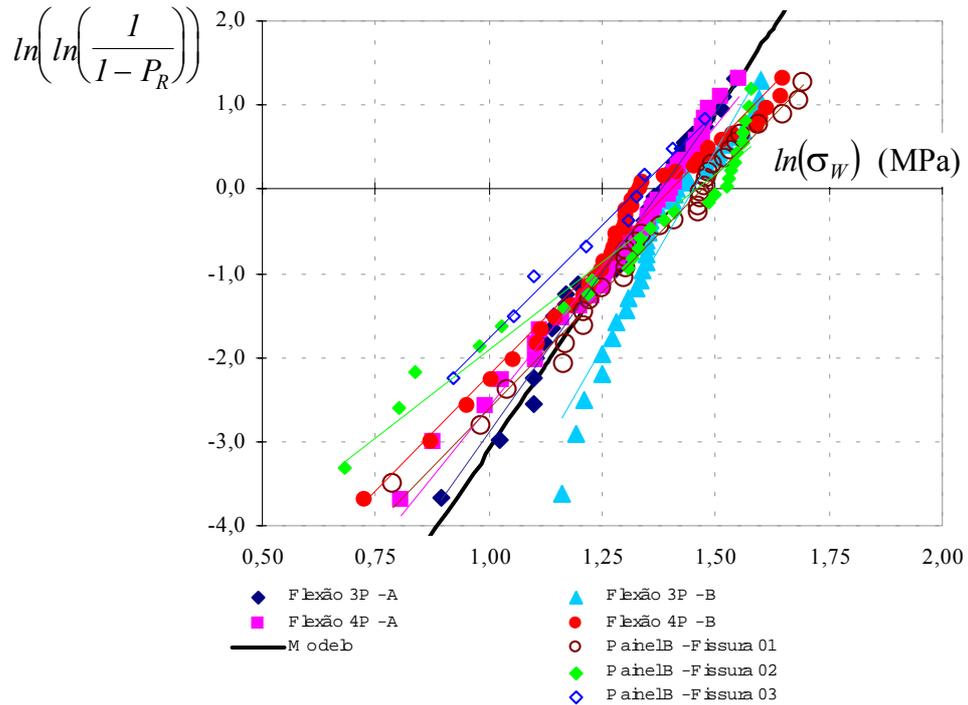


Figura 6.13 –Diagrama de Weibull linearizado

Das Figuras 6.12 e 6.13 conclui-se, finalmente, que o material compósito pode realmente ser representado por um *Modelo de Weibull de dois parâmetros*, ou seja, a previsão da ruptura a partir do modelo de Weibull, considerando-se a abordagem proposta (extremamente simples), é aplicável ao material em estudo.

6.5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados extraídos do tratamento probabilista permitem concluir que o modelo de Weibull de dois parâmetros, identificado a partir da resistência de um dos componentes, pode ser usado na previsão da ruptura dos painéis compósitos.

Em termos práticos, isto significa dizer que: identificado o modelo que rege o comportamento do material (diagrama de Weibull) através de ensaios simples de flexão em 3 e em 4 pontos realizados sobre amostras da matriz do compósito, pode-se estimar a tensão de ruptura do compósito associada a uma dada probabilidade de ruptura. Como exemplo, suponha que se queira conhecer a tensão de ruptura, associada a uma probabilidade de ruptura de 50%, para a 1ª fissura do painel PA-40. Conhecendo-se o V_{ef} associado ao aparecimento da primeira fissura (Equação

[3.25]), V_0 , m e considerando-se o *diagrama de Weibull* (Figura 6.9), a partir da Equação [3.28] chega-se facilmente ao valor de $\sigma_R = 2,66 \text{ MPa}$.

É claro que para se obter maior acuidade na previsão da ruptura da estrutura deve-se introduzir maiores informações quando da identificação dos parâmetros de Weibull para que o modelo ofereça uma representação do comportamento do painel tão refinada quanto se queira. De fato, o conhecimento mais detalhado sobre a microestrutura do material, como por exemplo, distribuição dos defeitos, tamanho, forma, interação e distância entre eles [YAACOUB AGHA & HILD (1995), BERDIN *et al.* (1995)] pode conduzir a uma abordagem bem mais realista do comportamento do material à ruptura.



CONCLUSÕES

A aplicação ao painel compósito da abordagem probabilista de Weibull associada, neste trabalho, a um método simples de análise, que supõe uma resposta elástica da estrutura em todas as etapas de cálculo, permitiu uma boa avaliação do comportamento do material submetido à tração. A mesma abordagem permitiu, ainda, uma previsão da ruptura do painel a partir dos resultados de ensaios de flexão realizados sobre amostras da matriz, o que confirmou a postulação inicial sobre a validade tanto da hipótese do elo mais fraco quanto da teoria de misturas.

Os efeitos de volume e de heterogeneidade das tensões puderam ser observados claramente pelos resultados experimentais obtidos, comparando-se as resistências à tração pelos ensaios de flexão em 3 e em 4 pontos nas duas escalas adotadas. Tais efeitos são convenientemente considerados na abordagem realizada sobre a ruptura do painel.

Mais especificamente, concluiu-se que o *Modelo de Weibull de dois parâmetros* pode ser empregado com sucesso na previsão da ruptura dos painéis compósitos estudados, incluindo-se a previsão das etapas de formação da 1^a, 2^a e 3^a fissuras, sempre com o cálculo das tensões segundo uma resposta elástica do material, mas admitindo-se, a partir da 1^a fissura, que a degradação de rigidez possa ser levada em conta pelo cálculo do volume efetivamente solicitado na etapa de fissuração.

Como sugestões para pesquisas futuras, podem ser citadas:

- a extensão da abordagem para a previsão da ruptura em estados mais complexos de solitação (tração-compressão, por exemplo);
- a consideração mais direta da distribuição de defeitos na identificação dos parâmetros de Weibull para a obtenção de uma estimativa mais realista;
- a melhoria dos procedimentos de ensaios (controle e aplicação da carga, dispositivos de aquisição de dados);
- o emprego do Modelo de Weibull para a previsão da resistência de ruptura quando o compósito sofre efeitos ambientais, do tipo corrosão das armaduras.

A questão da consideração mais direta da distribuição de defeitos merece destaque porque tal distribuição tem importante papel sobre a tensão de ruptura e permite explicar os efeitos de volume e de heterogeneidade das tensões observados. Embora não tenham sido controlados diretamente nesta pesquisa, sabe-se que a forma do defeito, o tamanho, a sua posição com relação à superfície e com relação ao ponto mais carregado da estrutura, e a distância entre defeitos são fatores determinantes do valor da tensão de ruptura e da localização da microfissura dela resultante, e, conseqüentemente, da probabilidade de ruptura a ela associada.

**BIBLIOGRAFIA**

- ÁLVARES, M.S. (1993). **Estudo de um modelo de dano para o concreto: formulação, identificação paramétrica e aplicação com o emprego do método dos elementos finitos**. São Carlos. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- ÁLVARES, M.S. (1999). **Contribuição ao estudo e emprego de modelos simplificados de dano e plasticidade para a análise de estruturas de barras em concreto armado**. São Carlos. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- AMAR, E.; LALOUETTE, O. (1988). **Etude de la rupture de pièces en nitrure de silicium**. RNUR-ECP, Centre des Matériaux ENSMP, 1988. Report.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1982). **NBR 6207 - Arame de aço – Ensaio de tração – Método de Ensaio**. Rio de Janeiro, ABNT.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1983). **NBR 7211 - Agregado para concreto - Especificação**. Rio de Janeiro, ABNT.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1983). **NBR 7219 - Determinação do teor de materiais pulverulentos nos agregados – Método de ensaio**. Rio de Janeiro, ABNT.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1984). **NBR 8522 - Concreto – Determinação do módulo de deformação estática e diagrama tensão–deformação – Método de ensaio**. Rio de Janeiro, ABNT.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1987). **NBR 7217 - Agregados – Determinação da composição granulométrica**. Rio de Janeiro, ABNT.

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1987). **NBR 9776 - Agregados – Determinação da massa específica de agregados miúdos por meio do frasco de Chapman**. Rio de Janeiro, ABNT.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1990). **NBR 7481 - Tela de aço soldada – Armadura para concreto - Especificação**. Rio de Janeiro, ABNT.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1992). **NBR 6152 - Materiais metálicos – Determinação das propriedades mecânicas à tração – Método de ensaio**. Rio de Janeiro, ABNT.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1994). **NBR 5739 - Concreto – Ensaio de compressão de corpos-de-prova cilíndricos – Método de ensaio**. Rio de Janeiro, ABNT.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1996). **NBR 7480 - Barras e fios de aço destinados a armaduras para concreto - Especificação**. Rio de Janeiro, ABNT.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2001). **NBR 6118 - Projeto de estruturas de concreto – Procedimento (Projeto de revisão)**. Rio de Janeiro, ABNT.
- AVESTON, J.; COOPER, G.A.; KELLY, A. (1971). Single and multiple fracture. In: CONFERENCE OF THE NATIONAL PHYSICAL LABORATORY: PROPERTIES OF FIBER COMPOSITES, 1971. **Proc.** Surrey, England, IPC Sciences and Technologies Press. p.15-26.
- AVESTON, J.; KELLY, A. (1973). Theory of multiple fracture of fibrous composites. **J. Mat. Science**, v.8, p.352-362.
- BALBO, A.R. (1998). **Contribuição à formulação matemática de modelos constitutivos para materiais com dano contínuo**. São Carlos. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- BATAGLIA, A.D. (1986). **Projetos em argamassa armada**. São Carlos. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- BATDORF, S.B. (1978). Fundamentals of the statistical theory of fracture. In: BRADT, R.C.; HASSELMAN, D.P.H., eds. **Fracture mechanics of ceramics: flaws and testing**. New York, Plenum Press. v.3, p.1-30.
- BAZANT, Z.P.; XI, Y. (1992). Size effect in quasi-brittle micro-heterogeneous structures: deterministic and statistical theories. In: CARPINTERI, A., ed. **Application of fracture mechanics to reinforced concrete**. Elsevier Applied Science. p.1-16.
- BERDIN, C.; BAPTISTE, D.; JEULIN, D.; CAILLETAUD, G. (1991). Failure models for brittle materials. In: VAN MIER, J.G.M.; ROTS, J.G.; BAKKER, A.,

- eds. **Fracture processes in concrete, rocks and ceramics: Proc.** London, E & FN. Spon. p.83-92.
- BERDIN, C.; CAILLETAUD, G.; JEULIN, D. (1995). Estimation of probabilistic brittle fracture models for ceramics. In: LEMAIRE; FAVRE; MÉBARKI., eds. **Applications of statistics and probability: Proc.** Rotterdam, Balkema. p.131-137.
- BEREMIN, F.M. (1983). A local criterion for cleavage fracture of a nuclear pressure vessel steel. **Met. Trans. A**, 14A, 2277-2287.
- BERTHAUD, Y. (1991). **Mesures et modelisations de l'endommagement des materiaux.** Mémoire d'habilitation à diriger des recherches. Université Paris 6.
- BOUDON-CUSSAC, D.; BURR, A.; HILD, F. (1998). On the continuum description of damage in fiber-reinforced composites. In: VOYIADJIS, G.Z.; JU, J.-W.W.; CHABOCHE, J.-L., eds. **Damage mechanics in engineering materials.** Amsterdam, Elsevier. p.303-320.
- BOUDON-CUSSAC, D.; HILD, F.; PIJAUDIER-CABOT, G. (1999). Tensile damage in concrete: analysis of experimental technique. **J. Eng. Mech.**, v.125, n.8, p.906-913.
- BROPHY, J.H.; ROSE, R.M.; WULFF, J. (1972) **Ciência dos materiais 2: propriedades termodinâmicas.** Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos.
- BURR, A.; HILD, F.; LECKIE, F.A. (1995). Micro-mechanics and continuum damage mechanics. **Archive of applied mechanics**, v.65, p.437-456.
- BURR, A.; HILD, F.; LECKIE, F.A. (1997). Continuum description of damage in ceramic-matrix composites. **Eur. J. Mech., A/Solids**, v.16, n.1, p.53-78.
- COX, H.L. (1952). The elasticity and the strength of paper and other fibrous Materials. **Br. J. Appl. Phys.**, v.3, p.72-79.
- CUNHA, D.A. (1991). **Dosagem de microconcretos para elementos estruturais de pequena espessura.** São Carlos. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- DAVIES, D.G.S. (1973). The statistical approach to engineering design in ceramics. **Proc. Brit. Ceram. Soc.**, v.22, p.429-452.
- DRIEMEIER, L. (1995). **Considerações sobre a fadiga em metais e o comportamento do concreto sob solicitação cíclica.** São Carlos. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- DRIEMEIER, L. (1999). **Contribuição ao estudo da localização de deformações com modelos constitutivos de dano e plasticidade.** São Carlos. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

- EL DEBS, M.K. (1984). **Contribuição ao estudo de galerias enterradas: alternativas em argamassa armada**. São Carlos. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- EL DEBS, M.K. (1991). **Contribuição ao emprego de pré-moldados de concreto em infra-estrutura urbana e em estradas**. São Carlos. Tese (Livre-docência) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- EL DEBS, M.K. (2000). **Concreto pré-moldado: fundamentos e aplicações**. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- EL DEBS, M.K.; HANAI, J.B.; MIGLIORE JR., A.R.; HAGA, H.C.R. (1997). Evolução com o tempo da corrosão da armadura em concreto de granulometria fina observada em ensaio acelerado. In: JORNADAS SUL-AMERICANAS DE ENGENHARIA ESTRUTURAL, 28., São Carlos, 1997. **Garantia da qualidade**. São Carlos, EESC-USP / Associação Sulamericana de Engenharia Estrutural. v.6, p.2411-2420.
- FREUDENTHAL, A.M. (1968). Statistical approach to brittle fracture. In: LEIBOWITZ, H., ed. **Fracture**. New York, Academic Press. v. 2, cap.6.
- FUSCO, P.B. (1977). **Estruturas de concreto - Volume 2: fundamentos estatísticos de segurança das estruturas**. São Paulo, Mc Graw-Hill do Brasil / Ed. da Universidade de São Paulo.
- GRADY, D.E. (1990). Particle size statistics in dynamic fragmentation. **J. Appl. Phys.**, v.68, n.12, p.6099-6105.
- GULINO, R.; PHOENIX, S.L. (1998). Weibull strength statistics for graphite fibres measured from the break progression in a model graphite/glass/epoxy microcomposite. **J. Mat. Sci.**, v.26, n.11, p.3107-3118.
- HANAI, J.B. (1981). **Construções de argamassa armada: situação, perspectivas e pesquisas**. São Carlos. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- HANAI, J.B. (1992). **Construções de argamassa armada: fundamentos tecnológicos para projeto e execução**. São Paulo, Pini.
- HAYDEN, H.W.; MOFFATT, W.G.; WULFF, J. (1965). **Structure and properties of materials: mechanical behavior. Volume 3 - Mechanical behavior**. New York, John Willey & Sons.
- HILD, F. (1992). **De la rupture des matériaux a comportement fragile**. Thèse de doctorat. Université Paris 6.
- HILD, F. (1998a). **Probabilistic approaches to failure: applications to brittle materials**. Laboratoire de Mécanique et Technologie. (Report n.200)
- HILD, F. (1998b). **Probabilistic approaches to failure: applications to quasi-brittle material**. Laboratoire de Mécanique et Technologie. (Report n.213)

- HILD, F. (1998c). **Construction of state potentials: applications to brittle-matrix composites**. Laboratoire de Mécanique et Technologie. (Report n.214)
- HILD, F. (1998d). **Endommagement, rupture et changements d'échelles dans les matériaux hétérogènes**. Mémoire d'habilitation à diriger des recherches. Université Paris 6.
- HILD, F. (2000). Discrete versus continuum damage mechanics: a probabilistic perspective. In: COURSES ON CONTINUUM DAMAGE MECHANICS OF MATERIALS, Cachan, 2000. **Damage mechanics of materials and structures**.
- HILD, F.; AMAR, E.; MARQUIS, D. (1989). Prédiction de la rupture des céramiques par la mécanique de l'endommagement. In: MÉCAMAT / G. T. ENDOMMAGEMENT, Senlis. **Proc**.
- HILD, F.; BILLARDON, R.; MARQUIS, D. (1992). Hétérogénéité des contraintes et rupture des matériaux fragiles. **C. R. Acad. Sci. Paris**, t. 315 (Série II), p.1293-1298.
- HILD, F.; BURR, A.; LECKIE, F.A. (1994). Fiber breakage and fiber pull-out of fiber-reinforced ceramic-matrix composites. **Eur. J. Mech., A/Solids**, v.13, n.6, p.731-749.
- HILD, F.; MARQUIS, D. (1990). Corrélation entre la distribution des défauts et la distribution de la contrainte à rupture pour des matériaux à comportement fragile. **C. R. Acad. Sci. Paris**, t. 311 (Série II), p.753-765.
- JAYATILAKA, A. de S.; TRUSTRUM, K. (1977). Statistical approach to brittle fracture. **J. Mat. Sc.**, v.12, p.1426-1430.
- KELLY, A.; TYSON, W.R. (1965). Tensile properties of fiber-reinforced metals: copper/tungsten and copper/molybdenum. **J. Mech. Phys. Solids**, v.13, p.329-350.
- KRAJCINOVIC, D.; SUMARAC, D. (1988). A mesomechanical model for brittle deformation processes: Part I and Part II. **J. Appl. Mech.**, v.56, p.51-62.
- LAMON, J.; EVANS A.G. (1983). Statistical analysis of bending strength for brittle solids: a multiaxial fracture problem. **J. Am. Ceram. Soc.**, v.66, n.3, p.177-182.
- LIBORIO, J.B.L. (1990). **Contribuição ao estudo patológico de construções de argamassa armada existentes no Brasil**. São Carlos. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- LIMA, J. F. (1984). **Escola transitória: modelo rural**. Brasília, MEC-CEDATE.
- MACHADO JÚNIOR, E.F. (1978). **Piscinas e reservatórios enterrados de argamassa armada**. São Carlos. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

- MAGNANIN FILHO, N. (1996). **Placas laminadas em materiais compostos de fibras longas: propriedades termoelásticas dos materiais constituintes; propriedades equivalentes das lâminas; critérios de ruptura e análise pelo método dos elementos finitos**. São Carlos. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- MAZARS, J. (1984). **Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure**. Thèse de doctorat d'état. Université Paris 6.
- MAZARS, J. (1988). Nouveaux concepts dans la modélisation du comportement du béton composite. Application au calcul des structures. **Anales de L'Institute Technique du Batiment et des Travaux Publics**, n.461, Série Béton 252.
- MAZARS, J.; PERDIKARIS, P.; PIJAUDIER-CABOT, G. (1994). Size effect predictions with damage modeling. In: MIHASHI, H.; OKAMURA, H.; BAZANT, Z.P. eds. **Size effect in concrete structures**. London, E & FN Spon. p.207-219.
- MAZARS, J.; PIJAUDIER-CABOT, G.; SAOURIDIS, C. (1991). Size effect and continuous damage in cementitious materials. **Int. J. Fract.**, v.51, p.159-173.
- MEHTA, P.K.; MONTEIRO, P.J.M. (1994). **Concreto: estrutura, propriedades e materiais**. São Paulo, Pini.
- MUNAIAR NETO, J. (1998). **Um estudo da formulação de modelos constitutivos viscoelásticos e elastoviscoplasticos e do emprego de algoritmos implícitos e explícitos para a sua integração numérica**. São Carlos. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- OKEIL, A.; EL-TAWIL, S.; SHAHAWY, M. (2001). Short-term tensile strength of carbon fiber-reinforced polymer laminates for flexural strengthening of concrete girders. **ACI Struct. J.**, v. 98, n.4, p.470-478.
- PITUBA, J.J.C. (1998). **Estudo e aplicação de modelos constitutivos para o concreto fundamentados na mecânica do dano contínuo**. São Carlos. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- PLICA, S.; RACKWITZ, R. (1995). Size effects in fibre reinforced laminated structures. In: LEMAIRE; FAVRE; MÉBARKI, eds. **Applications of statistics and probability**. Rotterdam, Balkema. p.217-223.
- PROENÇA, S.P.B. (1988). **Sobre modelos matemáticos do comportamento não-linear do concreto: análise crítica e contribuições**. São Carlos. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- PROENÇA, S.P.B. (1997). **Sobre atividades de pesquisa em mecânica dos materiais e análise não-linear de estruturas**. São Carlos. Tese (Livre-docência) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

- PROENÇA, S.P.B. (2000). **Introdução à mecânica do dano e fraturamento: notas de aula**. São Carlos, EESC – USP.
- ROCHE, A.; DUMAS, J.; QUINSON, J.F.; ROMAND, M. (1991). Determination of Young's modulus of materials by a three point flexure test. Applications to metallic and organic sheets, thin film coatings, and low density aerogels. In: BAPTISTE, D., ed. **Mechanics and mechanisms of damage in composite and multi-materials: Proc.** London, Mechanical Engineering Publications. p.269-282.
- ROSSI, P.; WU, X. (1991). Use of a stochastic model for material behaviour analysis and appraisal of structures. . In: VAN MIER, J.G.M.; ROTS, J.G.; BAKKER, A., eds. **Fracture processes in concrete, rocks and ceramics: Proc.** London, E & FN Spon. p.931-940.
- ROSSI, P.; WU, X.; LE MAOU, F.; BELLOC, A. (1994). Experimental study on the scale effect on concrete in tension. In: BREYSSE, D., ed. **Probabilities and materials**. Netherlands, Kluwer Academic. p.131-139.
- SAOURIDIS, C.; MAZARS, J. (1992). Prediction of the failure and size effect in concrete via a bi-scale damage approach. **Eng. Comput.**, v.9, p.329-344.
- SCHIEL, F.; MARTINELLI, D.A.O. (1964). Argamassas armadas em elementos estruturais. **Forum de Engenharia: Técnica e Equipamentos**, v.1, n.4.
- SILVA, A.R.C. (1997). **Sobre o comportamento viscoelástico das estruturas: relações constitutivas e técnicas numéricas**. São Carlos. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- TAKEYA, T. (2000). **Análise experimental de estruturas: notas de aula**. São Carlos, EESC-USP – Serviço Gráfico.
- VAN MIER, J.G.M. (1984). **Strain softening of concrete under multiaxial loading conditions**. Eindhoven, PhD. Thesis. Eindhoven University Technology.
- WEIBULL, W. (1939). A statistical theory of the strength of materials. **Proc. Royal Swedish Inst. Eng. Res.**, n.151.
- WEIBULL, W. (1951). A statistical distribution function of wide applicability. **J. Appl. Mech.**, v.18, n.3, p.293-297.
- YAACOUB AGHA, H.; HILD, F. (1995). Influence of initial damage on the failure of brittle materials. In: LEMAIRE; FAVRE; MÉBARKI, eds. **Applications of statistics and probability**. Rotterdam, Balkema. p.225-232.

ANEXO

Conforme apresentado no Capítulo 5, o posicionamento do fio longitudinal induz a uma perda de simetria que gera flexão do compósito. Essa flexão implica na necessidade de correção das leituras de deslocamentos efetuadas pelos transdutores, sem a qual pode-se chegar a uma interpretação completamente equivocada dos resultados dos ensaios e, conseqüentemente, a falsos valores do parâmetro de flexão α . Neste capítulo, apresenta-se o procedimento empregado para a correção das leituras de deslocamentos e para o cálculo de α , quantificando-se a influência da excentricidade do fio longitudinal sobre aquele parâmetro.

A Figura abaixo mostra uma foto do esquema de ensaio do compósito em que se podem ver os transdutores de deslocamentos fixados em cada face do painel e um croquis ilustrando o posicionamento do fio longitudinal no painel.

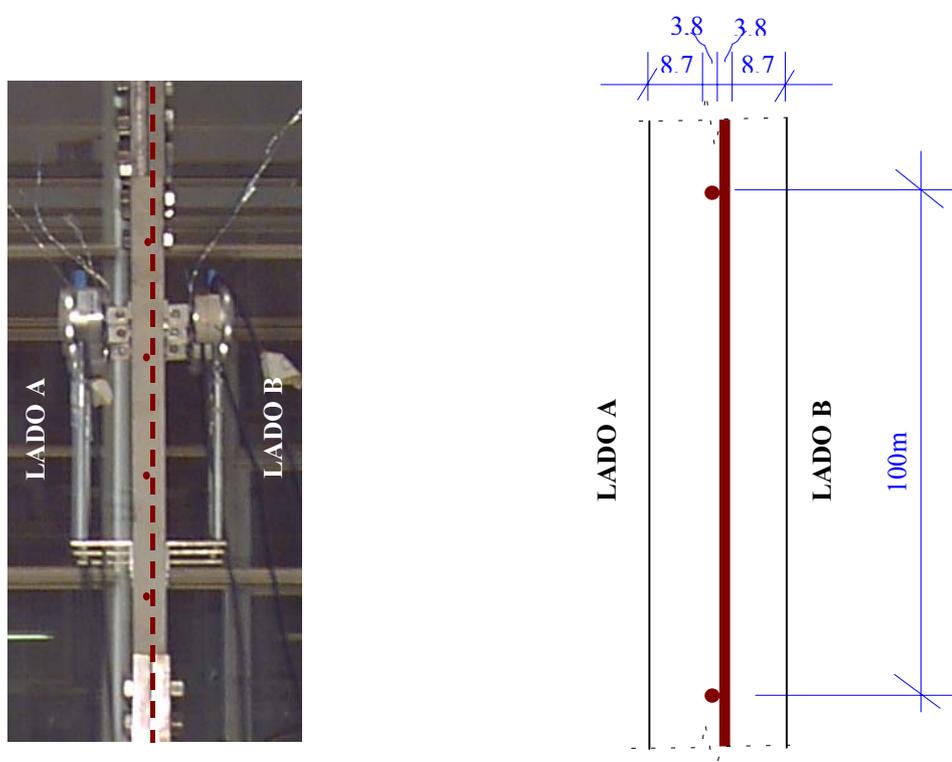


Figura A-1 – Foto do esquema de ensaio e croquis ilustrando o posicionamento do fio longitudinal no interior do compósito.

Considere-se, por simplicidade, a ilustração da geometria do painel antes do ensaio, apresentada na Figura A-2. As linhas vermelhas horizontais representam os suportes para fixação dos transdutores em cada face do compósito ($b=40\text{mm}$), e a base de medida dos transdutores, constante, é igual a $\ell_0 = 200\text{mm}$. Sendo o eixo de simetria do compósito representado pela linha tracejada azul, a excentricidade do compósito e é dada pela distância entre o eixo de simetria do fio longitudinal (linha tracejada vermelha) e o eixo de simetria do painel. O diâmetro do fio é $\phi = 3,8\text{mm}$ e a espessura do painel $h=25\text{mm}$.

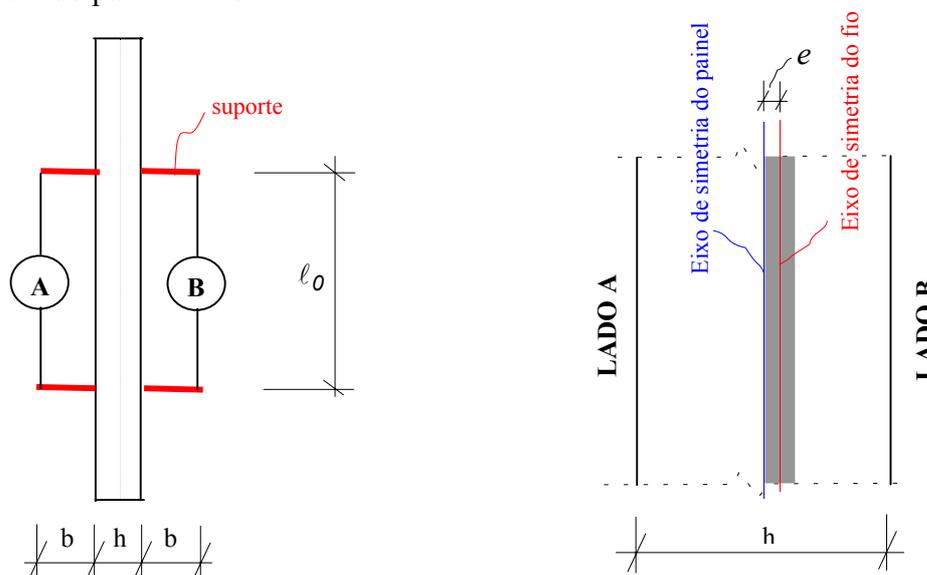


Figura A-2 – Esquema da instrumentação e da excentricidade do fio longitudinal (sem escala)

Após o ensaio, o compósito assume a forma curva esboçada com exagero, para ressaltar seu efeito, na Figura A-3.

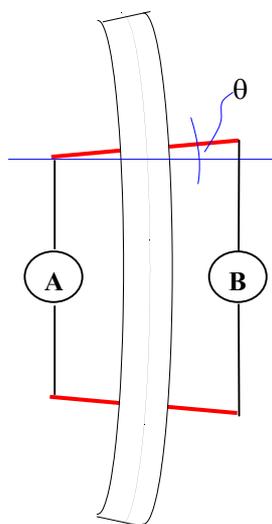


Figura A-3 – Curvatura do painel devida à excentricidade do fio (sem escala)

Observando-se a Figura A-3 é fácil perceber que as leituras de deslocamentos efetuadas pelos transdutores fixados nas extremidades do suporte não refletem as deformações ocorridas nas faces **A** e **B** do painel. A rotação θ do suporte leva a medidas de deslocamentos completamente equivocadas, sendo necessário, portanto, a correção dessas leituras.

As curvas *força x deslocamento*, medidos pelos seis transdutores (três em cada face), apresentadas na Figura A-4 ilustram bem a influência da rotação θ do suporte sobre as leituras realizadas. Sem qualquer correção, os transdutores de deslocamentos chegam a registrar medidas negativas na face A do compósito.

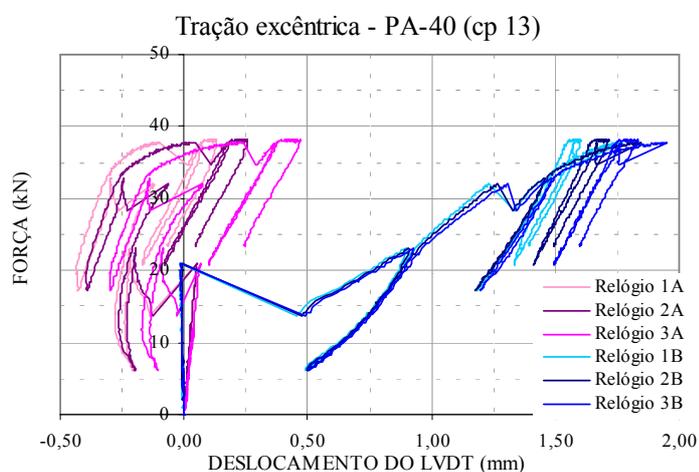


Figura A-4 – Curvas força x deslocamento dos seis transdutores para o corpo-de-prova 13

Para se efetuar a devida correção tomam-se os valores médios de cada face (Figura A-5):

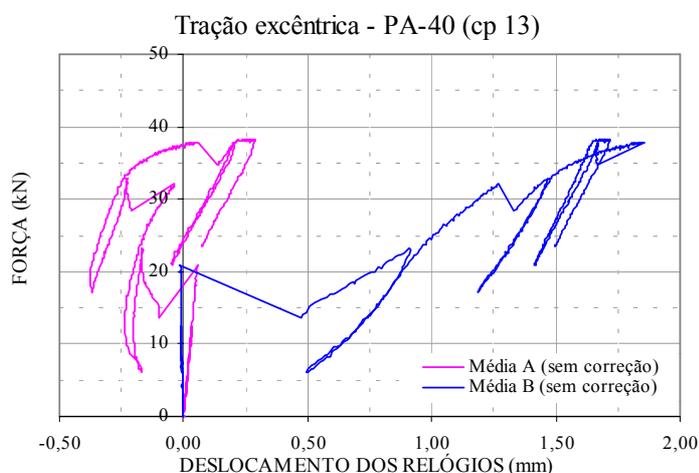


Figura A-5 – Curvas força x deslocamento médio de cada face para o corpo-de-prova 13

Calcula-se o ângulo de rotação θ do suporte, que pode ser expresso em função da espessura do painel h , do comprimento do suporte b e das médias dos deslocamentos de cada face A e B, U_A e U_B , respectivamente:

$$\tan\theta = \frac{U_B - U_A}{2(2b + h)}$$

Então, os deslocamentos em cada face do compósito resultam de: $\delta_A = U_A + 2b \tan\theta$ e $\delta_B = U_A + 2(b + h) \tan\theta$ (ver Figura A-6).

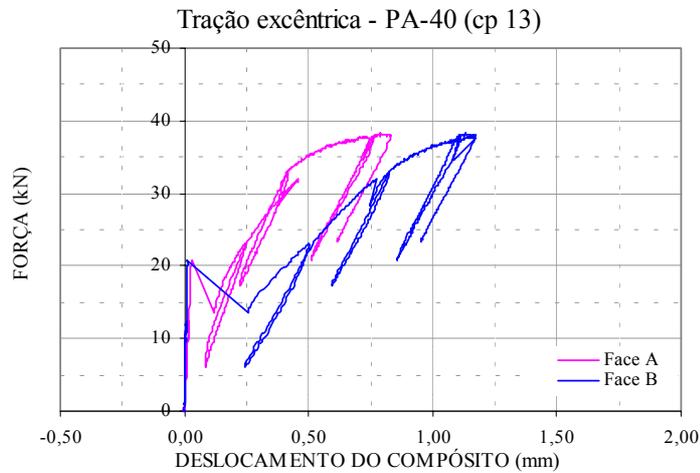


Figura A-6 – Curvas força x deslocamento corrigido de cada face para o corpo-de-prova 13

O parâmetro de flexão $\alpha = \varepsilon_A / \varepsilon_B$ pode ser calculado de $\alpha = \delta_A / \delta_B$, ou em função das leituras de deslocamentos médias de cada face: $\alpha = \frac{U_A(b + h) + U_B b}{U_A b + U_B(b + h)}$.

É importante ainda chamar a atenção para o fato de que o posicionamento da tela no interior do painel sofreu pequenas variações, embora tenha sido realizado o máximo controle possível na moldagem dos corpos-de-prova. Essas variações podem ser quantificadas por meio da distância e entre os eixos de simetria do painel e do fio, que se traduzem em grande variação dos valores de α .

A equação abaixo relaciona o parâmetro de flexão α com a excentricidade e para valores conhecidos dos parâmetros do material:

$$\alpha = \frac{\left[\frac{1}{12} \left(h^2 - \frac{\phi^3}{h} \right) - \frac{e}{2} (h - \phi) \right] E_m + \left(\frac{\phi^3}{12h} - \frac{\phi e}{2} \right) E_c}{\left[\frac{1}{12} \left(h^2 - \frac{\phi^3}{h} \right) + \frac{e}{2} (h - \phi) \right] E_m + \left(\frac{\phi^3}{12h} + \frac{\phi e}{2} \right) E_c}$$

com h = espessura do painel, ϕ = diâmetro do fio, E_m = módulo de elasticidade da matriz e E_c = módulo de elasticidade do compósito.

Na Figura A-7, o parâmetro α é plotado em função da excentricidade e , usando-se os parâmetros do material ensaiado (linha contínua azul). Para uma excentricidade e variando entre 0 e 4mm, o parâmetro α varia entre 0 e 1. Os pontos vermelhos representam os valores obtidos para todos os ensaios realizados.

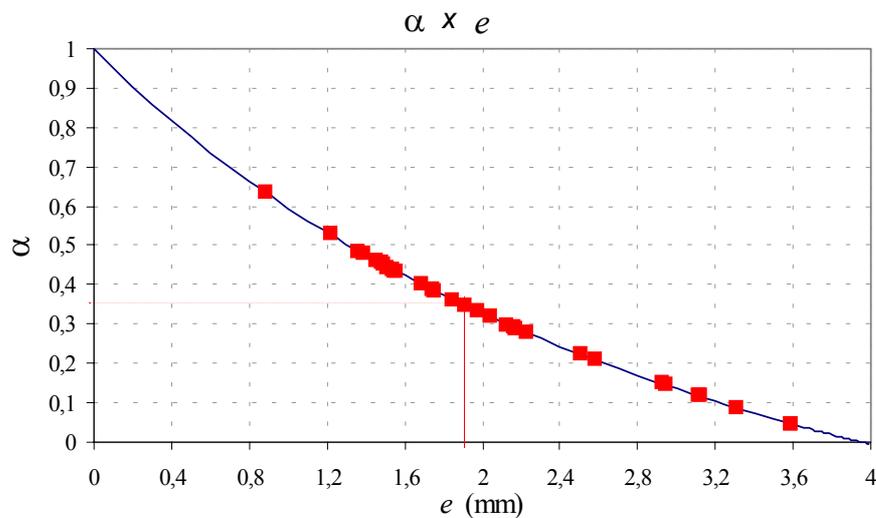


Figura A-7 – Influência da excentricidade e sobre o parâmetro α

Observa-se, na Figura A-7, que para um valor $e = 1,9\text{mm}$ (posição da fibra adjacente à linha média do painel) obtém-se $\alpha = 0,35$, o que está coerente com o valor médio obtido para os ensaios. Entretanto, constatou-se, como pode ser notado sobre a Figura, que a excentricidade do fio longitudinal variou de 0,8 a 3,6mm, resultando em valores de α entre 0,05 e 0,65.

A preocupação com a determinação precisa do parâmetro de flexão α se justifica, uma vez que ele é extremamente importante para o cálculo das tensões de ruptura (ver Capítulo 5, item 5.2.2.2.a) e tem grande influência sobre o cálculo do volume efetivo (Equações [3.24] e [3.25]). Na Figura 3.8, pode-se observar que variações de α entre 0,05 e 0,65 (como as obtidas experimentalmente) conduzem a variações de V_{ef}/V_0 de ordem 2 para m entre 5 e 10.