

**ANÁLISE DOS EFEITOS DE 2ª ORDEM
EM BARRAS COMPRIMIDAS DE
CONCRETO ARMADO**

Patrícia Tolaine do Amaral

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Estruturas.

ORIENTADOR: Prof. Dr. Wilson Sergio Venturini

São Carlos
2000

Ofereço aos meus pais, Claiton e Euranides, à minha irmã Priscila e ao meu marido Luis.

AGRADECIMENTOS

À minha família pela paciência, pela afeição e pelo carinho com que me cercaram, fundamentais para esta conquista.

Ao professor Dr. Wilson Sergio Venturini, por sua orientação, compreensão e estímulo durante a elaboração deste trabalho.

Ao colega eng.^o Joel Alves de Paula, cujos conhecimentos foram fundamentais para o desenvolvimento deste estudo.

À colega eng.^a Cristina Ferreira de Paula, pelo apoio e pela presença amiga.

A todos os colegas, professores e funcionários do Departamento de Estruturas da EESC/USP pela colaboração.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	i
LISTA DE TABELAS	iii
RESUMO	iv
ABSTRACT	v
1. INTRODUÇÃO	1
1.1. CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES.....	1
1.2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	5
1.3. OBJETIVOS.....	7
1.4. METODOLOGIA.....	8
1.5. ESTRUTURA DO TRABALHO.....	9
2. MATERIAIS AÇO E CONCRETO	11
2.1. CONCRETO.....	11
2.2. AÇO.....	14
2.3. HIPÓTESES BÁSICAS DE CÁLCULO.....	16
2.3.1. Manutenção da Seção Plana.....	17
2.3.2. Solidariedade dos Materiais.....	17
2.3.3. Encurtamentos Últimos e Alongamentos Últimos das Armaduras.....	17
2.3.4. Domínios de Deformações.....	18
3. INSTABILIDADE DAS BARRAS	21
3.1. INSTABILIDADE NA COMPRESSÃO AXIAL.....	21
3.2. INSTABILIDADE NA FLEXÃO COMPOSTA.....	29
3.3. DIAGRAMA M-N-1/r.....	35
3.3.1. Compatibilidade de Deformações.....	36
3.3.2. Equações de Equilíbrio.....	41
3.4. DEFORMAÇÃO LENTA.....	47
4. ANÁLISE DA ESTABILIDADE DE PEÇAS COMPRIMIDAS DE CONCRETO ARMADO	50
4.1. MÉTODO GERAL.....	50
4.2. PROCESSO DO PILAR PADRÃO.....	55
4.3. CÁLCULO DA CARGA CRÍTICA PELO MÉTODO DO EQUILÍBRIO.....	57
4.3.1. Processo do Método do Equilíbrio através do Pilar Padrão.....	59
4.3.2. Processo Simplificado de Equilíbrio.....	60
4.3.3. Processo Simplificado da Norma Brasileira, NBR-6118/78.....	61

5. MODELOS APROXIMADOS PARA CÁLCULO DO MOMENTO DE 2ª ORDEM	62
5.1. CONSIDERAÇÕES GERAIS.....	62
5.2. ALGORITMO PARA A CONSTRUÇÃO DO DIAGRAMA FORÇA NORMAL x MOMENTO FLETOR x CURVATURA.....	63
5.3. MODELO PARA DETERMINAÇÃO DO MOMENTO DE 2ª ORDEM.....	66
5.4. CASOS BÁSICOS ADOTADOS.....	68
5.5. TABELAS REFERENTES AO PROCESSO DO PILAR PADRÃO.....	69
5.6. TABELAS REFERENTES AO PROCESSO DO PILAR PADRÃO COM A CONSIDERAÇÃO DA DEFORMAÇÃO LENTA.....	71
5.7. TABELAS REFERENTES AO MÉTODO GERAL.....	73
5.8. TABELAS REFERENTES AO MÉTODO GERAL COM A CONSIDERAÇÃO DA DEFORMAÇÃO LENTA.....	79
6. EXEMPLOS	85
6.1. EXEMPLO 1.....	85
6.2. EXEMPLO 2.....	89
6.3. EXEMPLO 3.....	92
7. COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES	95
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	97

LISTA DE FIGURAS

▪ FIGURA 2.1 – Diagrama $\sigma_x \epsilon$ para concretos de diversas resistências.....	
submetidos à compressão axial.....	12
▪ FIGURA 2.2 – Diagrama $\sigma_x \epsilon$ para carregamentos de longa duração.....	13
▪ FIGURA 2.3 – Diagrama $\sigma_x \epsilon$ simplificado.....	13
▪ FIGURA 2.4 – Diagrama $\sigma_x \epsilon$ para aços classe A.....	14
▪ FIGURA 2.5 – Diagrama simplificado para dimensionamento de aços classe A.....	15
▪ FIGURA 2.6 – Diagrama $\sigma_x \epsilon$ para aços categoria B.....	16
▪ FIGURA 2.7 – Deformação do concreto comprimido.....	18
▪ FIGURA 2.8 – Domínios de deformações.....	19
▪ FIGURA 3-1 – Configurações de equilíbrio.....	21
▪ FIGURA 3.2 – Instabilidade na compressão axial.....	22
▪ FIGURA 3.3 – Instabilidade na compressão axial – material não-linear.....	23
▪ FIGURA 3.4 – Linha elástica senoidal.....	24
▪ FIGURA 3.5 – Estabilidade das formas de equilíbrio.....	25
▪ FIGURA 3.6 – Estabilidade das formas de equilíbrio – material não-linear.....	26
▪ FIGURA 3.7 – Comprimento de flambagem.....	27
▪ FIGURA 3.8 – Curva de flambagem.....	29
▪ FIGURA 3.9 – Instabilidade na flexão composta.....	29
▪ FIGURA 3.10 – Instabilidade na flexão composta – equação simplificada.....	30
▪ FIGURA 3.11 – Instabilidade na flexão composta – equação exata.....	31
▪ FIGURA 3.12 – Linha elástica senoidal.....	31
▪ FIGURA 3.13 – Diagrama momento externo x curvatura.....	32
▪ FIGURA 3.14 – Flexão composta no regime elástico.....	33
▪ FIGURA 3.15 – Flexão composta no regime inelástico.....	33
▪ FIGURA 3.16 – Estabilidade das formas de equilíbrio.....	34
▪ FIGURA 3.17 – Relações momento-curvatura.....	36
▪ FIGURA 3.18 – Diagrama de deformação de uma seção de concreto armado.....	36
▪ FIGURA 3.19 – Regiões de deformações.....	38
▪ FIGURA 3.20 – Deformação de uma seção inteiramente tracionada.....	39
▪ FIGURA 3.21 – Deformação de uma seção parcialmente comprimida.....	40
▪ FIGURA 3.22 – Deformação de uma seção inteiramente comprimida.....	41
▪ FIGURA 3.23 – Geometria, deformações, tensões e resultantes de uma ...	
seção de concreto armado.....	42

▪ FIGURA 3.24 – Limites de integração adimensionais do diagrama de tensões.....	43
▪ FIGURA 3.25 – Limites adimensionais para integração do diagrama de..... tensões do concreto.....	45
▪ FIGURA 3.26 – Limites adimensionais para integração do diagrama de..... tensões do concreto.....	46
▪ FIGURA 3.27 – Limites adimensionais para integração do diagrama de..... tensões do concreto.....	46
▪ FIGURA 3.28 – Limites adimensionais para integração do diagrama de..... tensões do concreto.....	47
▪ FIGURA 3.29 – Evolução da deformação total com o tempo.....	48
▪ FIGURA 3.30 – Diagrama $\sigma\varepsilon$ do concreto com consideração do efeito..... fluência.....	49
▪ FIGURA 4.1 – Pilar genérico – deslocamentos, momentos e curvaturas.....	51
▪ FIGURA 4.2 – Distribuição de momentos ao longo da barra.....	52
▪ FIGURA 4.3 – Instabilidade na flexo-compressão – regime elástico não-linear.....	53
▪ FIGURA 4.4 – Processo do carregamento progressivo.....	54
▪ FIGURA 4.5 – Processo do excentricidade progressiva.....	54
▪ FIGURA 4.6 – Pilar Padrão.....	55
▪ FIGURA 4.7 – Linha senoidal.....	55
▪ FIGURA 4.8 – Diagrama de momentos de 1ª e 2ª ordem na seção..... da base.....	57
▪ FIGURA 4.9 – Diagramas para o Processo de Equilíbrio.....	58
▪ FIGURA 4.10 – Etapas do Processo de Equilíbrio.....	59
▪ FIGURA 5.1 – Diagrama de momentos de 1ª e 2ª ordem.....	66
▪ FIGURA 5.2 – Diagrama de distribuição de momento de 1ª ordem.....	67
▪ FIGURA 6.1 – Exemplo 1.....	85
▪ FIGURA 6.1 – Exemplo 2.....	89
▪ FIGURA 6.1 – Exemplo 3.....	92

LISTA DE TABELAS

- TABELA 5.1 – Valores de h/r crítico – Processo Pilar Padrão – sem
consideração da fluência.....69
- TABELA 5.2 – Valores de h/r último – Processo Pilar Padrão – sem
consideração da fluência.....70
- TABELA 5.3 – Valores de h/r crítico – Processo Pilar Padrão – com.....
consideração da fluência - $f = 2$ 71
- TABELA 5.4 – Valores de h/r último – Processo Pilar Padrão – com.....
consideração da fluência - $f = 2$ 72
- TABELA 5.5 – Valores de h/r crítico – Método Geral – sem consideração.....
da fluência – diagrama retangular.....73
- TABELA 5.6 – Valores de h/r crítico – Método Geral – sem consideração.....
da fluência – diagrama triangular.....74
- TABELA 5.7 – Valores de h/r crítico – Método Geral – sem consideração.....
da fluência – diagrama trapezoidal.....75
- TABELA 5.8 – Valores de h/r último – Método Geral – sem consideração.....
da fluência – diagrama retangular.....76
- TABELA 5.9 – Valores de h/r último – Método Geral – sem consideração.....
da fluência – diagrama triangular.....77
- TABELA 5.10 – Valores de h/r último – Método Geral – sem consideração.....
da fluência – diagrama trapezoidal.....78
- TABELA 5.11 – Valores de h/r crítico – Método Geral – com consideração.....
da fluência – diagrama retangular - $f = 2$ 79
- TABELA 5.12 – Valores de h/r crítico – Método Geral – com consideração.....
da fluência – diagrama triangular - $f = 2$ 80
- TABELA 5.13 – Valores de h/r crítico – Método Geral – com consideração
da fluência – diagrama trapezoidal - $f = 2$ 81
- TABELA 5.14 – Valores de h/r último – Método Geral – com consideração.....
da fluência – diagrama retangular - $f = 2$ 82
- TABELA 5.15 – Valores de h/r último – Método Geral – com consideração.....
da fluência – diagrama triangular - $f = 2$ 83
- TABELA 5.16 – Valores de h/r último – Método Geral – com consideração.....
da fluência – diagrama trapezoidal - $f = 2$ 84

RESUMO

AMARAL, P. T. (2000). *Análise dos efeitos de 2ª ordem em barras comprimidas de concreto armado.* São Carlos, 2000. 98p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

A análise da instabilidade em pilares de concreto armado não é tão simples, o que leva os profissionais da área a recorrer ao uso de processos mais simplistas ou a mudanças na geometria da peça de concreto armado. Isso se deve ao fato do pouco conhecimento que existe sobre o real comportamento da estrutura. Muitos estudos têm sido elaborados para a análise da capacidade última dessas peças comprimidas e da estrutura como um todo, consistindo na análise do comportamento dos pilares submetidos a determinadas solicitações normais. Este trabalho apresenta um estudo da estabilidade de pilares esbeltos de concreto armado submetidos à flexão normal composta. O estudo complementa o trabalho desenvolvido por Paula (1988) para a averiguação de colunas esbeltas, acrescentando-o alguns fatores como a esbeltez, distribuição do momento de primeira ordem e cargas de longa duração. O objetivo é apresentar meios para o dimensionamento de peças esbeltas através de caminhos alternativos e simplistas que permitam avaliar com certa precisão a estabilidade de um barra.

Palavras-chave: concreto armado; instabilidade; flexão normal composta.

ABSTRACT

AMARAL, P. T. (2000). *Analysis of second-order effects in compressed reinforced concrete columns.* São Carlos, 2000. 98p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

Analysis of reinforced concrete column instability is not a simple task making the engineers to use simple designing processes or sometimes choose simple column geometry. The reason for that is the little knowledge of the real behaviour of the structure. Many studies have been made so far regarding the ultimate capacity of compressed columns following recommendations of several international codes. The present study is related to the stability of slender reinforced concrete columns subjected to bending moments and normal forces. It follows the first work made by de Paula (1988), in which the investigation of slender reinforced columns has been conducted. This is here completed by introducing other parameters in the analysis such as: slenderness ratio, distribution of the first order bending moments along the column and long-term loads. It also proposes an alternative procedure to avoid computing the actual ultimate load capacity in compression. A conventional ultimate curvature is proposed to give an approximated final bending moment distribution along the column, taking into account the second order effects. The column is then analysed considering only the ultimate material failure criteria. Thus, the instability is indirectly verified.

Keywords: reinforced concrete; instability; normal compound bending.

Capítulo 1

1) INTRODUÇÃO

1.1) CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES

O concreto armado, por ser bastante utilizado e de grande interesse no setor da construção civil, tem sido amplamente utilizado no mercado, desde sua descoberta. Esse material é dado pela combinação aço e concreto, o que requer, portanto, uma maior atenção em função do trabalho conjunto deles, de modo que sejam atendidas as características relativas à compressão, à tração e à aderência.

Durante décadas o concreto armado vem passando por diversas adaptações e mudanças. A principal alteração reside na evolução das propriedades relativas à resistência dos dois materiais, aço e concreto. Antes, em virtude da baixa resistência, as estruturas eram mais robustas, o que levava à obtenção de pilares de grandes dimensões. Com o avanço tecnológico que propiciou a fabricação de novos tipos de aço, como o CA-50 e concretos de resistência maior, as estruturas tornaram-se mais leves e os pilares mais esbeltos.

O estudo do comportamento desses pilares esbeltos leva a uma análise sobre um fenômeno de possível ocorrência, a instabilidade. Quando isso ocorre, os pilares não são capazes de mobilizar esforços internos, momentos, suficientes para resistir aos esforços atuantes, continuando a se deformar até atingir a ruptura. Em virtude disso, muitos estudos têm sido elaborados para a análise da capacidade última de peças comprimidas, pilares, e também da própria estrutura como um todo, dando-se atenção particular para a redução das cargas últimas.

Tais estudos consistem na análise do comportamento dos pilares submetidos a solicitações normais que produzem tensões nas seções transversais das peças estruturais. Os esforços solicitantes, que são objetivo de análise quanto à capacidade portante da peça, são o momento fletor e a força normal. Essas solicitações podem caracterizar a compressão axial, a flexão normal, ou oblíqua, simples ou composta.

Para os pilares esbeltos é necessária a consideração dos momentos decorrentes dos deslocamentos, efeitos de segunda ordem, que os esforços iniciais provocam na peça de concreto, como também a análise de sua estabilidade. A flexão composta aplica-se especificamente nos pilares de edifício em geral. Isso é considerado pelo menos devido ao fato de se ter em projeto uma excentricidade adicional, com a qual se pretende levar em conta a presença de imperfeições geométricas construtivas ou geradas pela heterogeneidade dos materiais.

Para se obter um modelo simplificado, recorre-se a análises estruturais baseadas na relação linear entre tensões e deformações, considerando-se ainda desprezível a variação dos esforços com a presença dos deslocamentos, teoria de primeira ordem. Isso é possível no caso de se desconsiderar a estrutura em forma deslocada e se constatar a presença de pequenos deslocamentos. Se as hipóteses dessa teoria não se aplicarem, a análise de um pilar (uma peça comprimida) tem que se fundamentar na teoria de segunda ordem, em que é levada em conta a não-linearidade geométrica. Sendo o concreto um material em que a validade da lei de Hooke somente pode ser considerada para baixíssimos níveis de tensões, a análise das barras de concreto armado vai também exigir a consideração da não-linearidade física. Para esse problema, portanto, o nível de deformações leva à determinação dos esforços resistentes ou internos que é caracterizado por exibir um comportamento não-linear.

Na realidade, a maior parte dos pilares utilizados na prática tem seu índice de esbeltez menor que 80 ($\lambda \leq 80$), o que permite dimensioná-los através de processos simplificados. A Norma Brasileira, NBR-6118/78, faz uma série de recomendações, em função de condições específicas quanto à

obrigatoriedade, ou não, da consideração dos efeitos de segunda ordem e quanto aos possíveis processos utilizados para o dimensionamento.

Os pilares são divididos em três grupos. No primeiro estão os pilares considerados curtos, que têm o índice de esbeltez menor que 40 ($\lambda \leq 40$). Para o dimensionamento desses pilares, a norma brasileira dispensa a consideração dos efeitos de segunda ordem.

No segundo grupo estão os pilares medianamente esbeltos, que têm o índice de esbeltez situado entre 40 e 80 ($40 < \lambda \leq 80$). Nesse caso, a norma brasileira sugere a consideração das deformações de segunda ordem no dimensionamento de uma maneira aproximada, simplesmente acrescentando-se ao momento de cálculo uma estimativa do valor de 2ª ordem. Esse momento complementar pode, no entanto, ser avaliado – a favor da segurança - seguindo o processo simplificado indicado pela norma brasileira, em que se admite que a barra comprimida adquira uma configuração deformada ou de segunda ordem geometricamente afim àquela que teria no estado limite último ou, através da especificada pelo processo do Pilar Padrão.

Os pilares esbeltos fazem parte do terceiro grupo, cujo uso não é freqüente nos projetos correntes de concreto armado. São pilares com índice de esbeltez maior que 80 ($\lambda > 80$), para os quais é indispensável a análise de sua estabilidade elástica e a consideração, no dimensionamento, dos efeitos de segunda ordem com processos “exatos”, levando-se ainda em conta os efeitos da deformação lenta. A norma brasileira, nesse caso, não permite o uso de processos simplificados como descrito acima. É permitido o uso do processo do Pilar Padrão, porém restringindo-se o seu emprego apenas para pilares com índice de esbeltez até 140 ($80 < \lambda \leq 140$). Para o restante dos pilares ($\lambda > 140$), o uso do Método Geral é obrigatório.

A consideração precisa de fenômenos de instabilidade em peças comprimidas de concreto armado, em que o coeficiente de esbeltez é maior que 80 ($\lambda > 80$), não é tão simples, o que tem levado muitas vezes ao uso de procedimentos simplistas ou a mudanças de seções, evitando-se uma

análise mais adequada para as peças enquadradas nesse caso. Isso, em parte, se deve ao fato do pouco conhecimento que existe sobre o real comportamento da estrutura.

Os estudos desenvolvidos, nesse trabalho, facilitam a compreensão do assunto para os profissionais da área, dando também credibilidade aos processos de solução, tornando-os mais seguros e economicamente viáveis.

Nos estudos de PAULA (1988) é apresentado o desenvolvimento de procedimentos detalhados para a averiguação de colunas esbeltas, solicitadas à flexão normal composta.

Baseando-se nesses estudos iniciais, este trabalho o complementar, considerando-se cargas de longa duração, esbeltez das peças, distribuição do momento de primeira ordem e armadura. Apresentam-se meios para o dimensionamento de peças esbeltas com a utilização de valores auxiliares que vão permitir uma avaliação segura e mais precisa dos efeitos de segunda ordem. São procedimentos de cálculo eficazes que contribuem para um melhor aproveitamento da capacidade desses materiais.

1.2) REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A análise da instabilidade dos pilares vem-se tornando mais eficaz nos dias de hoje, com a ajuda dos avanços verificados nos modelos mecânicos e de materiais, e principalmente com o surgimento de ferramentas computacionais que facilitam o desenvolvimento de procedimentos e contribuem para a segurança e economia das estruturas.

Na literatura brasileira encontram-se trabalhos de grande importância como FUSCO (1981) que desenvolveu temas relacionados ao estudo do estado limite último de ruptura ou de alongamento plástico excessivo, na flexão simples ou composta, normal ou oblíqua. Nesse trabalho são apresentadas metodologias de cálculo baseadas no emprego de ábacos e tabelas para o dimensionamento. É abordado, também, o estado limite último de instabilidade. Um estudo mais detalhado do método geral e do método do pilar padrão é apresentado para a determinação da carga crítica, não deixando de avaliar o processo simplificado proposto pela Norma Brasileira, NBR-6118/78.

Entre os trabalhos desenvolvidos nessa linha de estudo, destaca-se a importante participação do Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos – USP. Cita-se como exemplo o trabalho de PAULA (1988) que elaborou um estudo com algoritmos próprios, para analisar a estabilidade dos pilares esbeltos de concreto armado, submetidos à compressão axial e à flexão composta, através do Método Geral e do processo aproximado do Pilar Padrão. Nesse trabalho foram estabelecidas comparações entre esses dois métodos, obtendo-se soluções para o dimensionamento de seções através de programas que se baseiam no estudo da carga crítica e da estabilidade de pilares isolados esbeltos.

Em um estudo mais aprofundado e recente, CADAMURO (1997) desenvolveu algoritmos para estudar seções isoladas no estado limite último e pilares de concreto armado solicitados à flexão oblíqua composta, considerando as não-linearidades física e geométrica da peça. Para a análise da estabilidade de pilares ele utilizou os métodos geral e do

equilíbrio com os processos exato e do pilar padrão. São ainda considerados os efeitos de cargas de longa duração através da Teoria Linear de Fluência.

Pode-se citar alguns trabalhos desenvolvidos pela Escola Politécnica da USP, como o de MARCOTTI (1984) que apresenta detalhadamente a instabilidade de pilares de concreto armado submetidos à flexão oblíqua composta. Apresenta formulações das equações gerais de equilíbrio e de compatibilidade, calculando também a carga crítica através do método geral e dos métodos simplificados.

FRANÇA (1984) trata do estudo das relações momento-curvatura e força normal-deformação longitudinal em barras de seção transversal qualquer, submetidas a flexão oblíqua composta. Considera a não-linearidade para os materiais, sendo a estrutura analisada no estado limite último de ruptura ou de deformação plástica excessiva. Aborda a flexão normal composta, apresentando ábacos de momento de primeira ordem para diferentes valores de esbeltez e disposições de armadura.

Algumas revistas especializadas no assunto trazem artigos relativos ao assunto, embora a quantidade em relação a esse tema específico não seja grande. Citam-se como exemplo as seguintes revistas com os correspondentes artigos de interesse: *Journal of Structural Engineering – ASCE – Inelastic Buckling of Concrete Column in Braced Frame*; *ACI Structural Journal – Method of segment Length for Instability Analysis of Reinforced Concrete Beam-Columns*; e outras, tais como *Materials and Structures, – Moment Curvature Relationship of Reinforced Concrete Sections under Combined Bending and Normal Force*; *Engineering Structures, – Bucking Behaviour of Slender High-Strength Concrete Columns* e *Journal of the American Concrete Institute, – Design of Slender Concrete Columns*, tornaram possível o acesso aos estudos mais recentes, demonstrando a importância dos trabalhos sobre pilares.

BAZANT & XIANG (1997), propõem um método numérico para analisar pilares de concreto armado que representam partes componentes dos pórticos. Apresentam uma solução computacional mais simples e realista, comparada aos procedimentos apresentados pelo ACI e pelo CEB.

EL-METWALLY (1994) apresenta um método numérico para analisar a instabilidade de pilares e vigas-parede de concreto armado. Esse método não requer um processo iterativo, possibilitando soluções por cálculos diretos.

KIM & YANG (1995) também propõem um método numérico baseado nos elementos finitos, para prever o comportamento dos pilares de concreto armado, investigando os efeitos da resistência do concreto e do aço na relação força normal x momento fletor. Compararam os resultados experimentais e demonstraram a eficácia da solução proposta.

ESPION & HALLEUX (1988) discorreram sobre a relação momento-curvatura de seções de concreto armado sob combinação simultânea de força normal de compressão e momento fletor. Avaliaram a viabilidade desse modelo através de vários testes experimentais e comparações a modelos teóricos.

Além desses, RANGAN (1990) trata de um método para calcular a resistência em pilares esbeltos de concreto armado. Considera no método a deformação lateral decorrente de uma excentricidade adicional.

PRAKHYA & MORLEY (1990) estudam os diferentes parâmetros que influenciam na relação tensão-rigidez do concreto armado, através de uma simples análise não-linear e MACGREGOR, BREEN & PFRANG (1970) propõem uma revisão do procedimento da análise estrutural de segunda ordem apresentado no código ACI (1963).

1.3) OBJETIVOS

O estudo da instabilidade de pilares de concreto armado é um assunto pouco conhecido e de pouco domínio dos projetistas. Alguns programas computacionais estão sendo desenvolvidos para o dimensionamento das peças de concreto armado, objetivando facilitar o planejamento da estrutura em condições mais próximas da realidade, sem comprometer a segurança.

O objetivo deste trabalho é encontrar caminhos alternativos e simplificados que permitam avaliar com certa precisão a estabilidade de uma barra.

Com esse intuito, objetiva-se estabelecer formulários, ábacos e tabelas que permitam dimensionar barras comprimidas, já levando em conta o efeito de segunda ordem, embora ainda de uma forma aproximada. Isto é, pretende-se obter processos de dimensionamento, que também se baseiem em estimativas dos efeitos de segunda ordem, porém mais precisos e confiáveis em comparação aos modelos existentes.

Na Norma Brasileira, NBR-6118/78, é sugerido um procedimento que permite uma estimativa do momento de segunda ordem e, com base nela, pode-se efetuar o dimensionamento de uma peça de concreto armado a partir dos valores totais estimados dos esforços solicitantes.

O estudo a ser apresentado pretende aprimorar esse procedimento levando-se em conta fatores como a esbeltez, distribuição do momento de primeira ordem e armadura.

Para tal, o estudo realizado fundamenta-se nos métodos Geral e do Pilar Padrão, através de adaptações feitas nos algoritmos desenvolvidos por PAULA (1988).

1.4) METODOLOGIA

Para o desenvolvimento do estudo de pilares esbeltos isolados de concreto armado solicitados à flexão normal composta será utilizado o programa computacional desenvolvido por PAULA (1988) disponível no Departamento de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos – USP.

Esse software foi escrito originalmente em linguagem PASCAL. O programa foi adaptado para a linguagem FORTRAN “powerstation”, cuja utilização é possível em qualquer computador da linha IBM-PC com plataforma Windows 3.x ou superior.

O algoritmo ÁBACO, utilizado neste trabalho, consiste na determinação do momento crítico, através de um processo iterativo, em que

se conhece a geometria, a esbeltez e os materiais. É adaptado para o Método Geral e para o Método Aproximado do Pilar Padrão.

Através dele, ainda pode ser considerada a influência de cargas de longa duração que aumentam os momentos de segunda ordem, diminuindo conseqüentemente, o valor do momento de primeira ordem.

O algoritmo será utilizado para o processamento de casos representativos, com variação das esbeltezes, taxas de armaduras, solicitações normais, processos de cálculos utilizados (exato e aproximado) e a consideração ou não da fluência.

1.5) ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho é constituído de 7 capítulos. No capítulo 1, *Introdução*, encontra-se um resumo sobre o assunto em que se destaca, de uma forma geral, a importância da estabilidade de pilares esbeltos. Alguns trabalhos realizados dentro dessa linha e artigos que auxiliam o aperfeiçoamento do estudo em questão foram citados. São apresentados os objetivos e também a metodologia utilizada para a realização do trabalho.

No capítulo 2, *Materiais Aço e Concreto*, é feito um estudo desses materiais tão distintos, destacando as hipóteses de cálculo através da apresentação dos diagramas tensão-deformação e dos diagramas simplificados utilizados para o dimensionamento.

No capítulo 3, *Instabilidade das Barras*, são abordadas as noções básicas relativas ao problema da instabilidade das barras comprimidas solicitadas tanto a compressão axial, como a flexo-compressão, no regime elástico linear e não-linear, enfocando-se o estudo das curvaturas através da expressão exata e aproximada, a equação diferencial da linha elástica como também, as possíveis configurações de equilíbrio. Algumas deduções matemáticas são realizadas abordando o diagrama momento fletor - força normal - curvatura. É feito um breve estudo sobre o fenômeno da fluência na deformação da peça de concreto armado.

No capítulo 4, *Análise da Instabilidade de Peças Comprimidas de Concreto Armado*, encontra-se um estudo teórico dos métodos para analisar as peças comprimidas no estado limite último de instabilidade comentando-se a sugestão feita pela Norma Brasileira, NBR-6118/78.

O capítulo 5, *Modelos Aproximados para Cálculo do Momento de 2ª Ordem*, descreve as hipóteses básicas consideradas no estudo em questão e a análise desenvolvida através do programa ÁBACO, apresentando as tabelas adquiridas através deste.

No capítulo 6, *Exemplos*, são apresentados alguns exemplos concluindo a versatilidade das tabelas e comparando-os com outros métodos.

Finalmente no capítulo 7, *Conclusões e Comentários*, encontram-se as conclusões finais a que se chegou durante o desenvolvimento deste trabalho, seguido pelas referências bibliográficas.

Capítulo 2

2) MATERIAIS AÇO-CONCRETO

A descoberta do trabalho conjunto Aço-Concreto, isto é, a consideração da aderência, veio resolver diversos problemas na engenharia. Apenas o concreto simples era insuficiente para que o material pudesse suportar solicitação com comportamento de tração. Para a zona tracionada do concreto, em que a resistência é quase nula, as tensões são transmitidas ao aço devido a aderência que os materiais apresentam entre si. A insuficiência da resistência à tração do concreto é substituída pelo trabalho do aço, de tal modo que ambos resistam solidariamente aos esforços solicitantes. O aço ainda, pode absorver uma parcela da compressão, desde que a armadura seja colocada com essa finalidade.

O concreto armado é muito utilizado no Brasil, pois é um material considerado econômico e possui vantagens como a facilidade e rapidez na execução e a durabilidade que diminui a necessidade de manutenção e conservação da estrutura. Ele ainda se adapta a qualquer tipo de forma, podendo tornar a concepção arquitetônica e estrutural mais arrojada e criativa e é resistente a choques e vibrações, efeitos térmicos, atmosféricos e a desgastes mecânicos. Sua maior desvantagem é o seu peso próprio que é muito alto, da ordem de 25kN/m^3 para o concreto normal. Outra grande desvantagem é a fissuração que quando ocorre pode ser aparente gerando danos estéticos.

2.1) CONCRETO

Ensaio realizados com cargas de curta duração e velocidade constante de deformação, para diferentes resistências do concreto,

concluíram que a tensão máxima ocorre com uma deformação específica da ordem de 2‰ e a ruptura é atingida com uma deformação específica da ordem de 3,5‰.

Para estes casos de cargas de curta duração submetidos a compressão axial, o material concreto aproxima-se de um comportamento elástico-linear para tensões de até 30% da máxima tensão de compressão. A partir deste valor as deformações elásticas são acrescidas das deformações plásticas, até chegarem no pico de tensão máxima. Após este ponto, a curva decresce até ocorrer a ruptura do material. Como pode ser concluído, o concreto é um material não-linear e não obedece à Lei de Hooke.

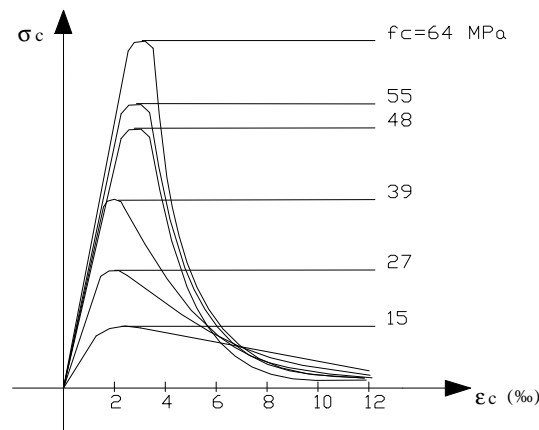


FIGURA 2.1 – Diagrama $\sigma_c \times \epsilon_c$ para concretos de diversas resistências submetidos à compressão axial.

Para cargas de longa duração (atuação contínua da carga após a deformação imediata), existe uma diminuição da resistência do concreto em torno de 20%, em função do tempo de aplicação do carregamento, como mostra os ensaios feito por Rusch (1960). A ruptura do material ocorre mais rápido e como pode ser visto no gráfico (fig. 2.2), as relações σ_c / f_c são menores que 1,0.

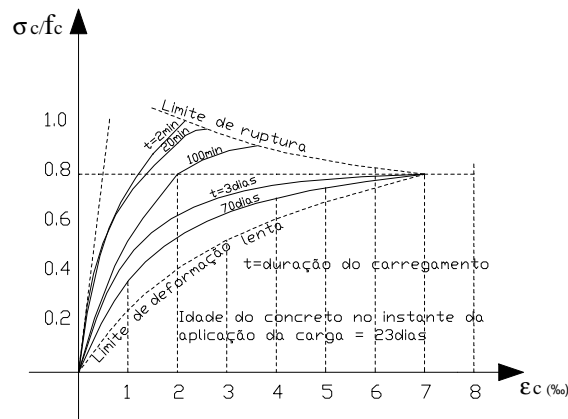


FIGURA 2.2 – Diagrama $\sigma_c \epsilon_c$ para carregamentos de longa duração.

Uma aproximação que se adota praticamente em todas as recomendações e normas para definição do comportamento tensão/deformação é o conhecido diagrama parábola-retângulo (fig. 2.3).

Até 2‰ de deformação, a relação é parabólica. Essa curva exibe um trecho “quase” linear no início fazendo uma curva no final. Embora não considere o decréscimo de tensões após as deformações de 2‰, o modelo limita a deformação em 3,5‰.

Para o trecho parabólico é definida a equação:

$$\sigma_c = 0,85 \cdot f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\epsilon_c}{0,002} \right)^2 \right] \tag{2.1}$$

e o patamar entre as deformações 2‰ e 3,5‰ define a equação:

$$\sigma_c = 0,85 \cdot f_{cd} \tag{2.2}$$

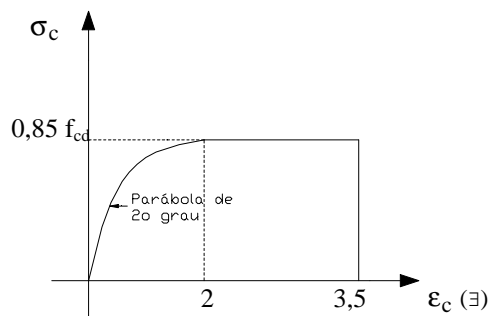


FIGURA 2.3 – Diagrama $\sigma_c \epsilon_c$ simplificado.

2.2) AÇO

Neste trabalho está sendo considerado o uso de armaduras passivas, em que só vão atuar os esforços de tração e compressão quando a peça for solicitada. A alternativa seria considerar armaduras ativas, onde o aço introduz, através de um pré-tensionamento em uma estrutura, um estado prévio de tensões, de modo a melhorar sua resistência ou seu comportamento sob as diversas solicitações.

O mecanismo de transferência de tensão entre o aço e o concreto é através da aderência. Essa propriedade, definida entre os materiais, pode ser associada a um parâmetro: tensão no trecho de aderência, responsável por dar o limite do trabalho simultâneo dos dois materiais. Esse parâmetro dos materiais (interface entre eles) está associado à superfície das barras. Aumentando-se ou diminuindo-se a tensão de aderência limite do conjunto barra/concreto tem-se uma maior variação dos esforços (momentos). Nesse contexto, podem ser definidos vários tipos de superfícies, como as lisas ou com as saliências transversais.

As barras podem ser fabricadas por laminação a quente, denominadas Aço Classe A e laminadas a quente e encruamento a frio, denominadas Aço Classe B. A classificação aços A ou B está também associada ao tipo de diagrama tensão x deformação que se observa. Os aços laminados a quente (classe A) apresentam um diagrama que possui um patamar de escoamento bem definido (fig. 2.4).

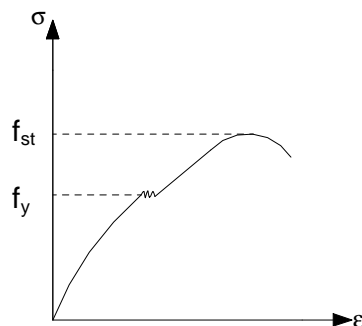


FIGURA 2.4 – Diagrama $\sigma \times \epsilon$ para aços classe A.

Para utilização no dimensionamento, tem-se um diagrama simplificado (fig. 2.5) típico de material elastoplástico perfeito. As limitações são originadas perante o concreto que, para o alongamento acima de 10‰ causa fissuração excessiva e encurtamento maior que 3,5‰ causa esmagamento do material.

Para o caso de tração:

$$0 \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{yd} \Rightarrow 0 \leq \sigma_s \leq f_{yd} \quad (2.3)$$

$$\sigma_s = \varepsilon_s \cdot E_s \quad \text{onde: } E_s = \text{módulo de elasticidade do aço} \quad (2.4)$$

$$\varepsilon_{yd} \leq \varepsilon_s \leq 10\text{‰} \Rightarrow \sigma_s = f_{yd} \quad (2.5)$$

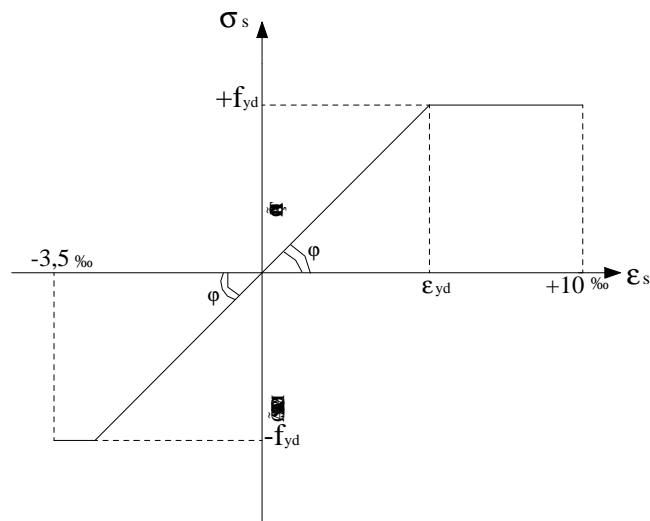


FIGURA 2.5– Diagrama simplificado para dimensionamento de aços classe A.

Os Aços Classe B (encruados a frio) não apresentam a definição de um patamar de escoamento. Em seu diagrama (fig. 2.6), pode-se observar que o trecho até o valor de $0,7f_{yd}$ é retilíneo, obedece à Lei de Hooke e o regime é elástico. O trecho que varia de $0,7f_{yd}$ a f_{yd} caracteriza-se por um trecho curvo correspondente ao escoamento convencional e uma parábola de 2º grau. A partir desse ponto, o trecho se torna reto e paralelo ao eixo das abscissas até o valor de 10‰.

$$\text{Para: } 0 \leq \sigma_s \leq 0,7 f_{yd} \Rightarrow \varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s} \quad (2.6)$$

$$0,7 f_{yd} < \sigma_s < f_{yd} \Rightarrow \varepsilon_s = \frac{|\sigma_s|}{E_s} + \frac{1}{45} \left(\frac{|\sigma_s|}{f_{yd}} - 0,7 \right)^2 \quad (2.7)$$

$$\sigma_s \geq f_{yd} \Rightarrow \varepsilon_s = \frac{f_{yd}}{E_s} + 2\text{‰} \quad (2.8)$$

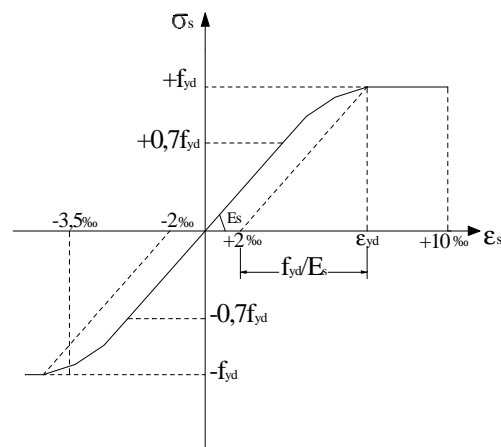


FIGURA 2.6 – Diagrama $\sigma\varepsilon$ para aços classe B.

2.3) HIPÓTESES BÁSICAS DE CÁLCULO

No Estado Limite Último, isto é, quando os limites são valores máximos para ruptura convencional do concreto ou deformação excessiva da armadura, as hipóteses básicas seguintes são para as peças submetidas a solicitações normais (momento fletor e força normal) no seu dimensionamento e verificação das seções transversais.

Considera-se que os dois materiais apresentam algum tipo de ductilidade (embora o aço seja realmente ductil e o concreto pode ser admitido como sendo pouco ductil), o conjunto deve apresentar essa característica para dar um comportamento mais adequado às estruturas.

2.3.1) *Manutenção da seção plana*

As deformações em qualquer ponto de uma peça fletida serão dadas por um diagrama linear, mesmo no caso de apresentar qualquer ponto da peça, uma deformação proveniente do limite convencional. É sabido, entretanto, que na ruptura da seção, tal propriedade não é preservada. Admitem-se, portanto, limites de deformação suficientemente pequenos para que a hipótese da seção plana possa ser considerada.

Considera-se que a seção transversal é plana antes do carregamento e permanecerá plana até a ruptura.

Com essa hipótese, as deformações normais específicas são, em cada ponto, proporcionais à sua distância a linha neutra da seção, inclusive quando a peça alcança o estado limite último, desde que se tenha uma relação, segundo Fusco (1981), $l_o/d > 2$, em que l_o é a distância entre as seções de momento fletor nulo e d a altura útil da seção transversal.

2.3.2) *Solidariedade dos materiais*

A aderência entre o concreto e o aço é considerada perfeita em qualquer fase do carregamento. A deformação da armadura é igual à deformação do concreto adjacente.

Note-se que, após atingir o limite τ_{bu} (limite da tensão última da aderência), escorregamentos localizados (próximos às fissuras) vão ocorrer, porém não são considerados no modelo.

2.3.3) *Encurtamentos últimos do concreto e alongamentos últimos das armaduras*

A deformação específica do concreto no estado limite último é de 2‰ para a compressão axial e 3,5‰ para a flexão pura. Na compressão excêntrica, a deformação variará entre os dois valores.

O alongamento último empregado no cálculo da armadura de tração é tomado com o valor convencional de 10‰, sendo bem longe do valor de ruptura do aço tracionado, mas adotado para evitar as fissurações excessivas do concreto, comprometendo a estrutura.

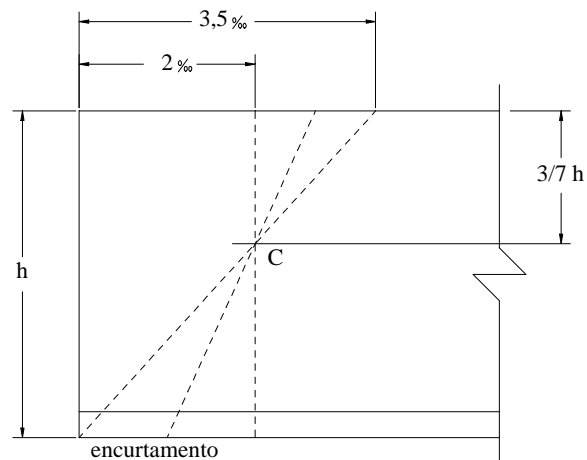


FIGURA 2.7 – Deformação do concreto comprimido.

2.3.4) Domínios de deformações

A distribuição das tensões do concreto no Estado Limite Último é feita de acordo com o diagrama Parábola-Retângulo como indicado anteriormente na fig. (2.3). Os limites descritos podem ser mostrados pela fig. (2.8) através dos domínios de deformações em que se encontram os casos de solicitações possíveis, desde a tração uniforme até a compressão uniforme, ao longo de uma seção transversal. Qualquer situação de uma seção transversal deformada que se insere em um dos casos limites indicados caracteriza um estado limite último. Pode-se também perceber que, se uma peça estiver em um estado limite último, pelo menos um dos três limites indicados por A, B e C devem ser atingidos.

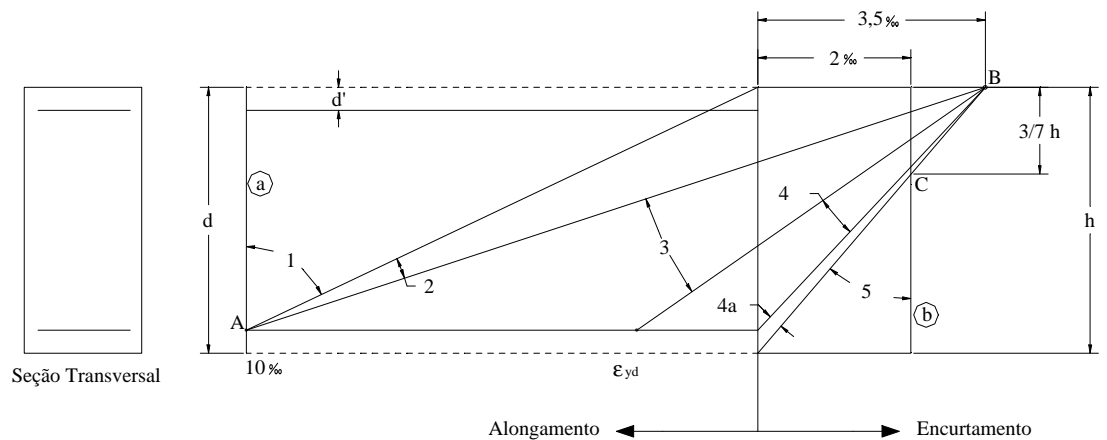


FIGURA 2.8 – Domínios de deformações.

- Reta a = tração uniforme com alongamento máximo de 10‰.
- Domínio 1 = tração não uniforme, sem compressão.
- Domínio 2 = flexão simples ou composta sem ruptura à compressão do concreto ($0 \leq \varepsilon_c \leq 3,5\text{‰}$) e com máximo alongamento permitido na armadura de tração (10‰).
- Domínio 3 = flexão simples ou composta com ruptura à compressão do concreto e com escoamento do aço $\varepsilon_c \geq \varepsilon_{yd}$. A ruptura do concreto ocorre simultaneamente com o escoamento da armadura.
- Domínio 4 = flexão simples ou composta, com ruptura à compressão e com o aço tracionado sem escoamento ($0 \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{yd}$). A ruptura da peça ocorre de forma não-avisada, pois o concreto se rompe antes da armadura tracionada provocar alguma fissuração de aviso.
- Domínio 4a = flexão composta com armaduras comprimidas
- Domínio 5 = compressão não-uniforme, sem tração.
- Reta b = compressão uniforme.

A partir destes domínios, pode-se limitá-los a três regiões:

- Região I = engloba os domínios 1 e 2 e corresponde à deformação da armadura em 10‰ e à deformação do concreto variando entre 10‰ e 3,5‰.
- Região II = engloba os domínios 3, 4, 4a e corresponde à deformação da armadura variando entre 10‰ e zero e à deformação do concreto em 3,5‰.
- Região III = engloba o domínio 5. Corresponde a peças totalmente comprimidas e a deformação do concreto é de 2‰ para as fibras distantes $\frac{3}{7}h$ da borda mais comprimida da seção transversal.

Capítulo 3

3) INSTABILIDADE DAS BARRAS

No caso de barras comprimidas de concreto armado, uma das possibilidades de chegar a um estado limite é pela perda de sua estabilidade.

Para introduzir o assunto, inicia-se a descrição do comportamento da estabilidade de um elemento comprimido com a análise da sensibilidade de equilíbrio de uma esfera sujeita a pequenas perturbações. A figura (3.1) indica três casos de equilíbrio descritos abaixo.

Na fig. (3.1.a), ao afastar-se a esfera de seu ponto inicial através de um impulso, esta tende a voltar à sua posição inicial de equilíbrio. Este equilíbrio é denominado estável.

A fig. (3.1.b) mostra que, após o mesmo impulso, a esfera não retorna à sua posição inicial, caracterizando um equilíbrio instável.

Na fig. (3.1.c), após um impulso, a esfera permanece em equilíbrio, mas não na posição inicial, sendo um equilíbrio indiferente.

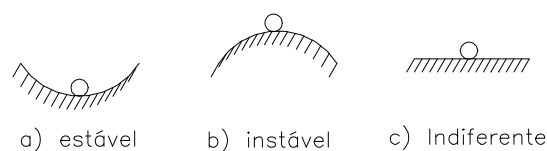


FIGURA 3.1 – Configurações de equilíbrio.

3.1) INSTABILIDADE NA COMPRESSÃO AXIAL

Em barras axialmente comprimidas de material elástico-linear, sujeitas à ação de carregamentos crescentes, verifica-se que pode ser atingido um

estado limite a partir do qual a forma inicial reta se torna instável. Para este carregamento axial limite é dado o nome de carga crítica (F_{crit}), ou carga de flambagem. Para cargas superiores à carga crítica, a configuração estável de equilíbrio é a configuração deformada.

Como diz FUSCO (1981), este fenômeno de instabilidade é caracterizado pelo aparecimento de um ponto de bifurcação do equilíbrio, que pode ser mostrado no diagrama que relaciona a carga F aplicada com o máximo deslocamento transversal da barra.

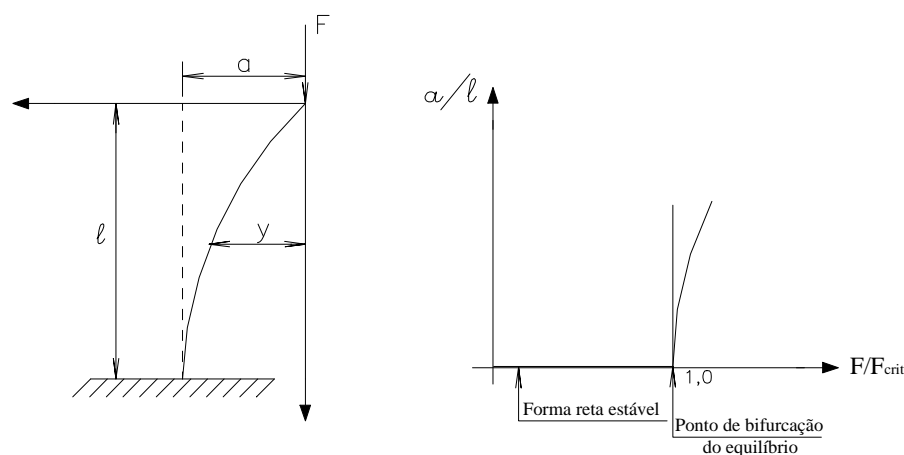


FIGURA 3.2 – Instabilidade na compressão axial.

Através do diagrama (fig. 3.2), observa-se que no regime elástico, para valores de F entre zero e carga crítica, a barra permanece vertical e tem-se uma forma reta estável. O mesmo não acontece quando a carga ultrapassa a carga crítica ($F > F_{crit}$), obtendo-se novas configurações de equilíbrio possíveis em virtude da deformação, que pode assumir a forma reta instável ou uma curva estável.

Para certos materiais como o aço e o concreto, a flambagem pode ser idealizada como sendo um estado limite último, pois, para cargas pouco superiores à carga crítica, a deformação do ponto de aplicação é igual a uma parcela considerável do comprimento da barra, isto é, em uma barra em balanço, as excentricidades de 2ª ordem serão tão grandes que os materiais romperão por flexão composta.

Para barras de material não-linear (fig. 3.3), quando F é menor que a carga crítica ($F < F_{crit}$) encontra-se uma forma fletida, concluindo que há

duas formas de equilíbrio possíveis, uma reta estável e uma fletida instável; para $F > F_{crit}$, só existe uma forma de equilíbrio possível, a forma reta instável, pois a forma fletida é impossível.

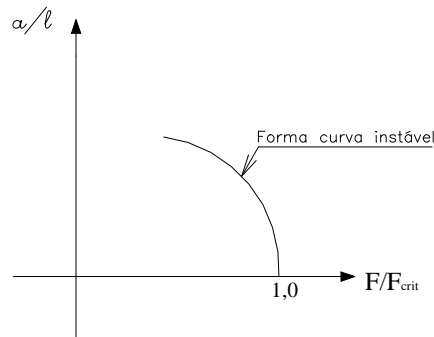


FIGURA 3.3 – Instabilidade na compressão axial.
- material não-linear -

Para a determinação das flechas da barra para cargas superiores à carga crítica, é usada a expressão exata da curvatura do cálculo diferencial, que é dada por:

$$\frac{1}{r} = \frac{\frac{d^2 y}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} = \pm \frac{M}{EI} \quad (3.1)$$

em que $\frac{1}{r}$ é a curvatura da barra, EI é o produto de inércia correspondente ao plano de flexão e M é o momento fletor resultante do produto força x deslocamento.

A expressão exata da curvatura pode ser simplificada desprezando o termo $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2$ em face da unidade, para pequenos deslocamentos. Disso resulta a não-determinação da configuração fletida da barra, mas ainda permite através dela a determinação da carga crítica.

$$\frac{1}{r} = \frac{d^2 y}{dx^2} = \pm \frac{M}{EI} \quad (3.2)$$

Para uma verificação analítica do equilíbrio de barras retas axialmente comprimidas, admite-se que após a flambagem a linha elástica seja senoidal (fig. 3.4). Com esta hipótese, encontra-se:

$$y = a \cdot \text{sen} \frac{\pi}{l} x \quad (3.3)$$

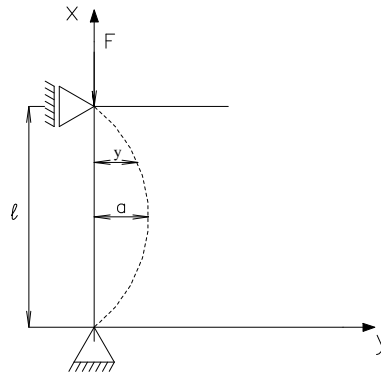


FIGURA 3.4 – Linha elástica senoidal.

Substituindo-se a equação (3.3) na formulação da equação da curvatura aproximada, escreve-se:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} &= \frac{d^2 y}{dx^2} = -a \left(\frac{\pi}{l} \right)^2 \text{sen} \frac{\pi}{l} x \\ \therefore \frac{1}{r} &= - \left(\frac{\pi}{l} \right)^2 \cdot y \end{aligned} \quad (3.4)$$

Para a equação da curvatura exata, encontra-se:

$$\frac{1}{r} = \frac{\frac{d^2 y}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} = - \frac{\left(\frac{\pi}{l} \right)^2 \cdot y}{\left[1 + \left(\frac{\pi}{l} \right)^2 \cdot (a^2 - y^2) \right]^{\frac{3}{2}}} \quad (3.5)$$

O equilíbrio da barra será possível quando for satisfeita a condição:

$$M_{ext} = M_{int} \quad (3.6)$$

O momento externo é devido a um aumento das deformações decorrentes de um carregamento progressivo, em que:

$$M_{ext} = F \cdot y \tag{3.7}$$

No entanto, em cada seção existe também o momento interno decorrente da configuração da linha elástica, em que o máximo valor ocorre no meio do vão, dado pela expressão:

$$M_{int} = \frac{1}{r} \cdot EI \tag{3.8}$$

Para que o equilíbrio citado acima ocorra, as funções M_{ext} e M_{int} devem cruzar-se sem que ocorra antes a ruptura do material.

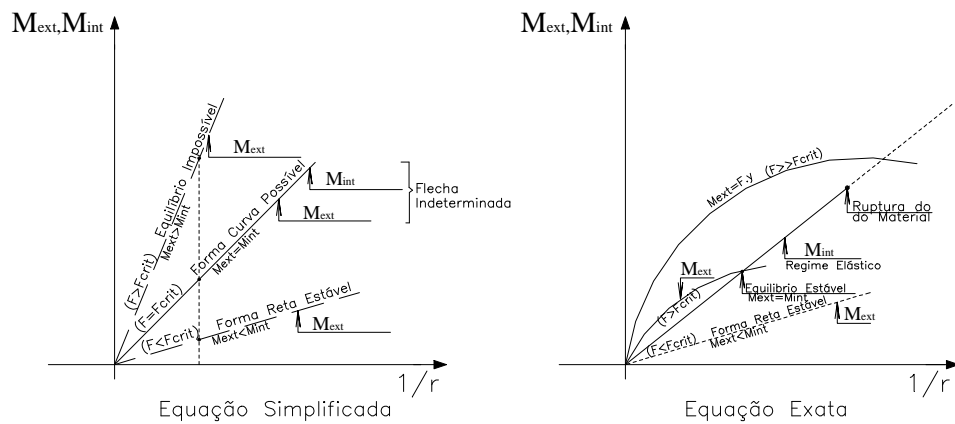


FIGURA 3.5 - Estabilidade das formas de equilíbrio.

Na equação diferencial simplificada é impossível a determinação da configuração fletida da barra. No entanto, na equação diferencial exata, as funções M_{ext} e M_{int} devem cruzar-se em um ponto no regime elástico para valores de $F > F_{crit}$, o qual corresponde a uma configuração estável de equilíbrio.

Como será mostrado adiante (fig.3.6), para materiais de comportamento não-linear, a função M_{int} deixa de ter um andamento retilíneo. Se as curvas do M_{int} e do M_{ext} forem convergentes, correspondentes a um $F > F_{crit}$, será possível a configuração de equilíbrio estável, desde que não ocorra antes a ruptura do material. Caso contrário, se as curvas M_{int} e M_{ext} forem divergentes, elas jamais se cruzarão, não

existindo equilíbrio estável para $F > F_{crit}$ e sim, um comportamento simétrico instável.

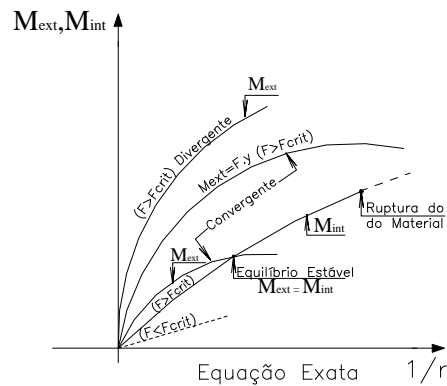


FIGURA 3.6 – Estabilidade das formas de equilíbrio.
- material não-linear -

Considerando-se a configuração fletida de um pilar engastado na base e livre no topo, de acordo com a fig. (3.2), obtém-se:

$$\frac{1}{r} = \frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{M_{int}}{EI} \quad (3.9)$$

$$M_{ext} = F \cdot y \quad (3.10)$$

De acordo com o equilíbrio dado pela condição da equação (3.6), encontra-se:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{F \cdot y}{EI} \quad (3.11)$$

$$\text{Se, } k^2 = \frac{F}{EI} \Rightarrow \frac{d^2 y}{dx^2} + k^2 y = 0 \quad (3.12)$$

A solução geral da equação diferencial é:

$$y(x) = C_1 \text{sen } kx + C_2 \text{cos } kx \quad (3.13)$$

Impondo-se as condições de contorno:

$$p/x = 0 \Rightarrow y = 0 \therefore C_2 = 0 \quad (3.14)$$

$$p/x = l \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 0 \therefore C_1 k \text{cos}(kl) = 0 \quad (3.15)$$

Como C_1 tem que ser obrigatoriamente não nulo para que exista a configuração fletida de equilíbrio:

$$\begin{aligned} \cos(kl) &= 0 \\ \therefore kl &= \frac{\pi}{2} \end{aligned} \quad (3.16)$$

Portanto, resulta em:

$$F_{crit} = \frac{\pi^2 EI}{4l^2} \quad (3.17)$$

Esta é a carga crítica ou carga de flambagem, em que, para cargas superiores a ela, surge a configuração fletida, que só é determinada com o emprego da expressão exata da curvatura.

Para diferentes condições de contorno, a expressão geral da carga crítica é escrita em termos de comprimento de flambagem l_e da barra:

$$F_{crit} = \frac{\pi^2 EI}{l_e^2} \quad (3.18)$$

O comprimento de flambagem é determinado considerando-se a deformação do pilar quando o mesmo se encontra com seu carregamento mais desfavorável. Toma-se a distância entre os pontos de inflexão da deformada do pilar, conforme o grau de engastamento. O ponto de inflexão situa-se mais ou menos próximo do nó, podendo em alguns casos, coincidir com o mesmo. O valor de l_e pode variar, portanto, entre 0,5 a 2, como mostra a fig. (3.7), nos casos mais usuais.

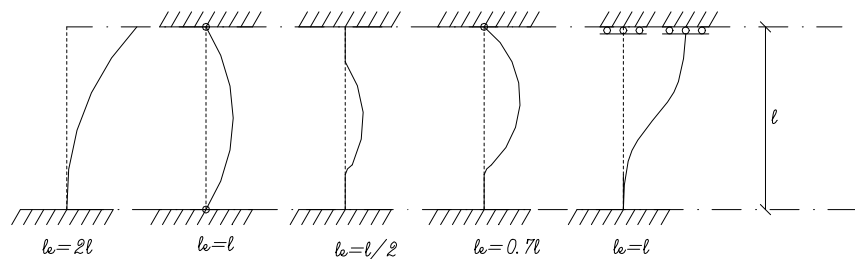


FIGURA 3.7 – Comprimento de flambagem.

As equações escritas para determinação da F_{crit} são baseadas na hipótese de um comportamento elástico linear da barra. No entanto, isso acontece quando a tensão crítica de compressão não excede o limite de proporcionalidade f_o do material.

$$\sigma_{crit} = \frac{F_{crit}}{A} = \frac{\pi^2 EI}{l_e^2 A} \leq f_o \quad (3.19)$$

Sendo $\lambda = \frac{l_e}{i}$ (índice de esbeltez da barra), em que $i = \sqrt{\frac{I}{A}}$ (raio de giração), encontra-se:

$$\sigma_{crit} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad (3.20)$$

O índice de esbeltez limite da barra pode ser obtido quando a $\sigma_{crit} = f_o$, em que se tem:

$$\lambda_{lim} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{f_o}} \quad (3.21)$$

Pode-se concluir que a flambagem deve ocorrer dentro do limite em que $\lambda \geq \lambda_{lim}$ pois, caso contrário, um regime inelástico é encontrado com a tensão de compressão atingindo o limite de proporcionalidade antes de ocorrer a flambagem.

Para $\lambda \leq \lambda_{lim}$, a expressão poderá ser utilizada se o módulo de elasticidade for substituído pelo módulo tangente.

Pelo gráfico representado pela fig. (3.8), pode-se observar que quanto maior o valor de λ , menor é a tensão de compressão da barra e, portanto, menor é o valor da carga crítica.

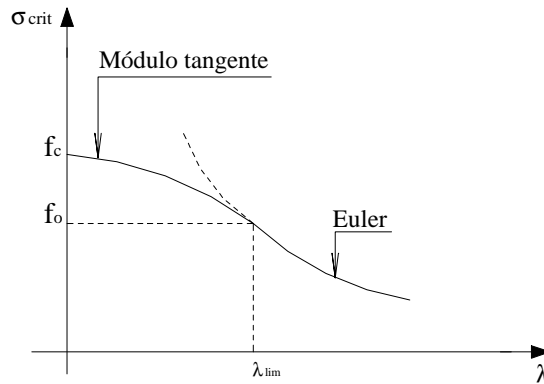


FIGURA 3.8 – Curva de flambagem.

3.2) INSTABILIDADE NA FLEXÃO COMPOSTA

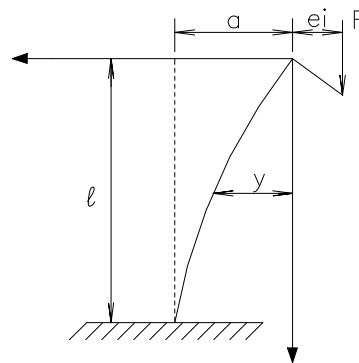


FIGURA 3.9 – Instabilidade na flexão composta.

Para a barra da fig. (3.9), esbelta, de material elástico linear, com aplicação de um carregamento axial, F , e uma excentricidade, e_i , de 1ª ordem, as suas flechas podem ser determinadas pela equação diferencial simplificada:

$$\frac{1}{r} = \frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{M_{int}}{EI} \quad (3.22)$$

em que: $M_{ext} = M_{int}$

$$M_{ext} = F \cdot (e_i + y) \quad (3.23)$$

Para a condição dada pela equação (3.6), encontra-se:

$$\frac{1}{r} = -\frac{F \cdot (e_i + y)}{EI} \quad (3.24)$$

Desenvolvendo-se a equação acima e fazendo-se $k^2 = \frac{F}{EI}$, chega-se

a:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + k^2 y + k^2 e_i = 0 \quad (3.25)$$

cuja a solução geral é:

$$y(x) = C_1 \operatorname{sen} kx + C_2 \operatorname{cos} kx - e_i \quad (3.26)$$

Impondo-se as condições de contorno da barra na expressão acima, determina-se a flecha máxima:

$$a = \frac{(1 - \operatorname{cos} kl) \cdot e_i}{\operatorname{cos} kl} \quad (3.27)$$

A determinação das flechas pela equação simplificada da curvatura é permitida em virtude da presença do termo independente da equação diferencial, mas, quando $\operatorname{cos}(kl)$ tende a zero, as flechas tendem ao infinito (fig. 3.10), tomando-se uma falsa idéia a respeito da carga crítica que teria um significado físico na flexão composta.

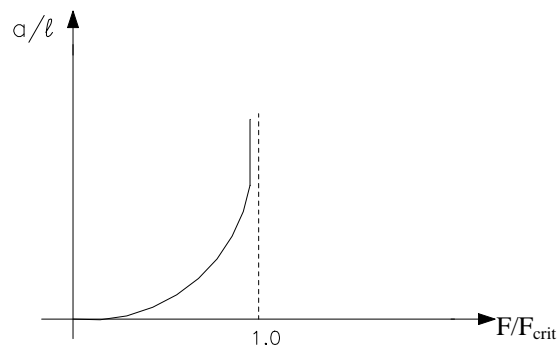


FIGURA 3.10 – Instabilidade na flexão composta.
- Equação simplificada -

Isso é comprovado através da expressão exata da curvatura:

$$\frac{1}{r} = \frac{\frac{d^2 y}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} = -\frac{M_{\text{int}}}{EI} = -k^2 y - k^2 e_i \quad (3.28)$$

Conforme mostra o gráfico (fig. 3.11), na flexão composta não ocorrerá o problema de instabilidade do equilíbrio enquanto o material permanecer no regime elástico linear. Para todos os valores de carga, sempre haverá uma configuração fletida de equilíbrio estável.

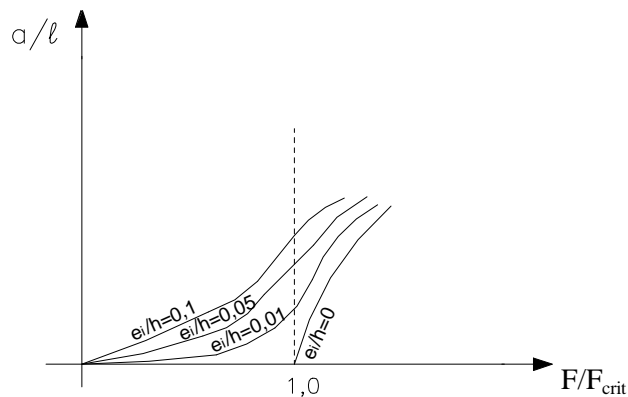


FIGURA 3.11 – Instabilidade na flexão composta.
- Equação exata -

Analisando-se a estabilidade da configuração fletida das barras na flexão composta, admite-se que a barra tenha um linha elástica senoidal, em que:

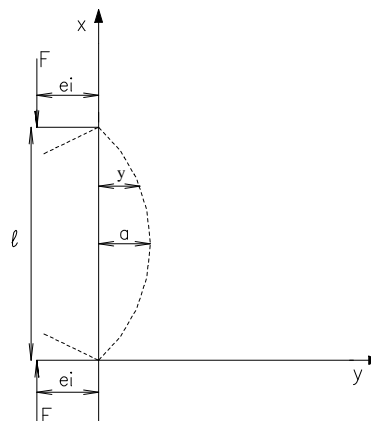


FIGURA 3.12 – Linha elástica senoidal.

$$y = a \cdot \text{sen} \frac{\pi}{l} x \quad (3.29)$$

Utilizando-se a expressão simplificada da curvatura, encontra-se uma expressão linear do momento externo M_{ext} em função da curvatura $1/r$, portanto:

$$\frac{1}{r} = \frac{d^2 y}{dx^2} = -a \left(-\frac{\pi}{l} \right)^2 \text{sen} \frac{\pi}{l} x \quad (3.30)$$

ou seja:

$$\frac{1}{r} = \frac{d^2 y}{dx^2} = -\left(\frac{\pi}{l} \right)^2 y \quad (3.31)$$

Os deslocamentos da barra, em valor absoluto, resultam em:

$$y = \left(\frac{l}{\pi} \right)^2 \cdot \frac{1}{r} \quad (3.32)$$

A equação do momento externo é escrita conforme a equação abaixo, que leva a um diagrama momento externo x curvatura da fig. (3.13).

$$M_{ext} = F \cdot e_i + F \left(\frac{l}{\pi} \right)^2 \cdot \frac{1}{r} \quad (3.33)$$

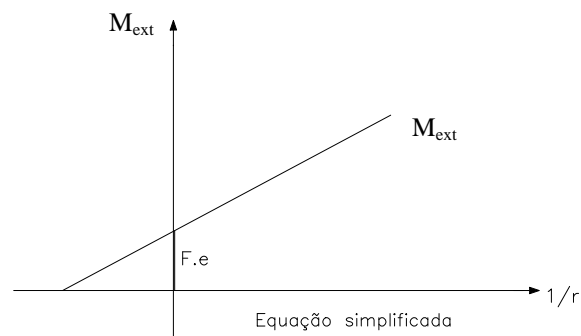


FIGURA 3.13 – Diagrama momento externo x curvatura.

Como o momento interno sempre será uma função linear no regime elástico, haverá equilíbrio entre o M_{ext} e o M_{int} e a ruína só será alcançada pela ruptura do material, como mostra a fig. (3.14).

Pelo contrário, se for ultrapassado o limite de proporcionalidade, o diagrama M_{int} passará a ser curvo, surgindo um fenômeno de instabilidade.

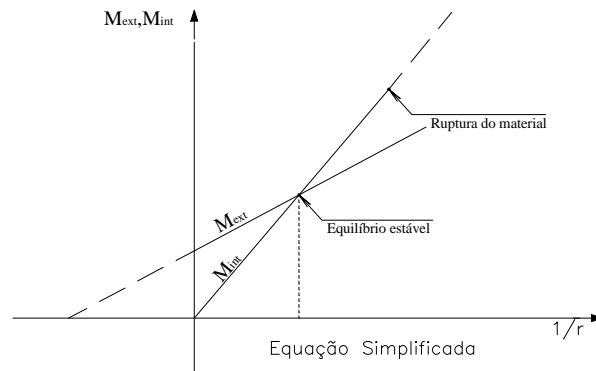


FIGURA 3.14 – Flexão composta no regime elástico.

Este fenômeno de instabilidade é caracterizado pela existência de uma carga crítica em que a reta M_{ext} é tangente à curva M_{int} . Como mostra a fig. (3.15), para valores menores que a carga crítica é possível o equilíbrio estável, o que não acontece para valores maiores que a carga crítica.

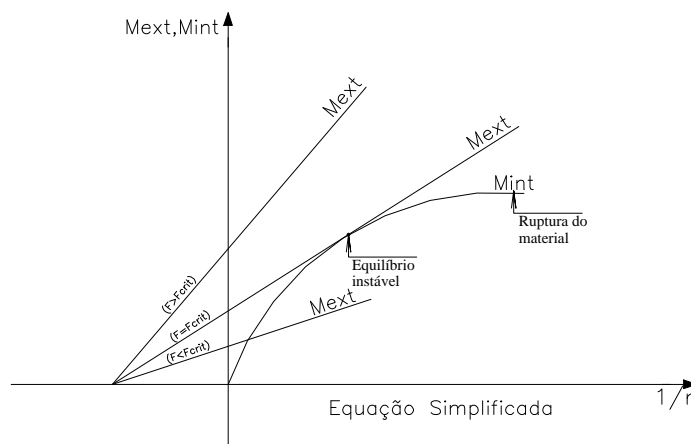


FIGURA 3.15 – Flexão composta no regime inelástico.

O emprego da expressão exata da curvatura ou a consideração de uma lei não-senoidal para linha elástica altera os resultados anteriores. A expressão M_{ext} deixa de ser linear em função de $1/r$, conseqüentemente, altera a circunstância de existir, necessariamente, o equilíbrio estável, enquanto M_{int} for uma função linear de $1/r$. A perda da linearidade do material é condição suficiente para permitir o desencadeamento do fenômeno de instabilidade na flexo-compressão, desde que a barra seja

suficientemente esbelta. Em um regime de grandes deformações, quando as rotações não forem desprezíveis, existirá uma relação não-linear entre a curvatura $\frac{1}{r}$ e as flechas y , sendo então, também possível, a instabilidade na flexo-compressão.

Concluindo-se os diversos fenômenos em barras comprimidas, é resumidamente mostrado na fig. (3.16) o comportamento dos diagramas para cada caso estudado.

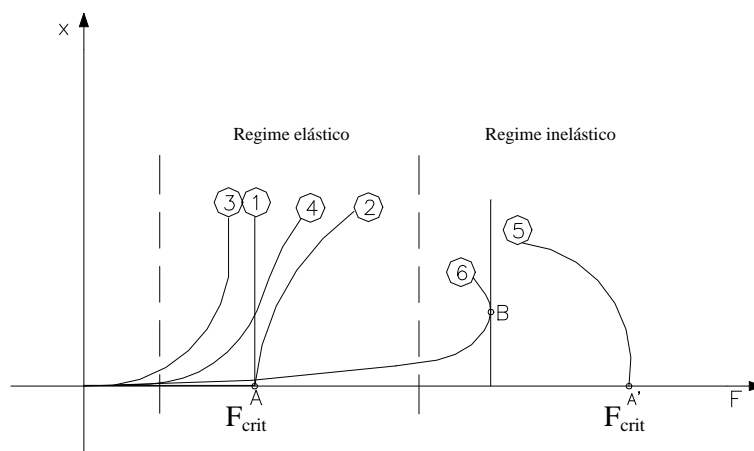


FIGURA 3.16 – Estabilidade das formas de equilíbrio.

O caso 1 corresponde a compressão centrada em regime elástico através da equação simplificada, mostrando o aparecimento de um ponto de bifurcação A do equilíbrio, enquanto o caso 2 mostra o mesmo estudo só que resolvido através da equação exata.

O caso 3 corresponde a flexo-compressão em regime elástico através da equação simplificada, em que as flechas tendem ao infinito e a carga crítica é irreal, sendo comprovado no caso 4 através da equação exata.

No caso 5, para compressão centrada em regime inelástico, têm-se duas formas de equilíbrio possíveis, uma reta estável e uma fletida instável, em que para $F > F_{crit}$ só existe uma forma reta instável.

E no caso 6, para flexo-compressão em regime inelástico, o ponto B não corresponde a uma mudança do equilíbrio estável, e sim, ocorre uma reversão no andamento das deformações.

3.3) DIAGRAMA $M-N-\frac{1}{r}$

Os diagramas de interação momento fletor - força normal - curvatura são fundamentais quando as peças de concreto armado apresentam as não-linearidades física e geométrica e são básicos para o cálculo do dimensionamento e estudo da estabilidade.

As equações de compatibilidade e de equilíbrio são necessárias para a determinação da relação, assim como, os limites de variação dos parâmetros, como serão vistos mais adiante. Será válida a hipótese de Bernoulli, considerando-se, portanto, seções planas e os limites últimos de deformação do concreto e do aço.

Considerando-se que a deformação de uma seção transversal de concreto armado é linear, como mostra a figura (3.17), pode-se chegar a equação da curvatura (3.34), em que e_c e e_s são considerados em valor absoluto:

$$\frac{1}{r} = \frac{e_c + e_s}{d} \quad (3.34)$$

e o valor máximo permitido é:

$$\frac{1}{r} = \frac{0,0035 + 0,010}{d} \quad (3.35)$$

Em sua forma adimensional, sendo:

$$h = d + d' \quad (3.36)$$

escreve-se, portanto:

$$\frac{h}{r} = \frac{0,0035 + 0,010}{1 - \frac{d'}{h}} \quad (3.37)$$

em que:

$$d = \frac{d'}{h} \quad (3.38)$$

$$\therefore \boxed{\frac{h}{r} = \frac{0,0135}{1 - d}} \quad (3.39)$$

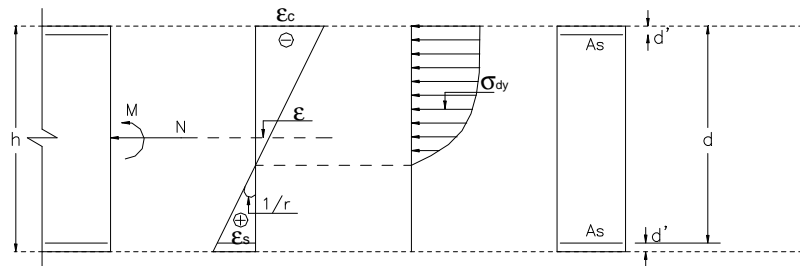


FIGURA 3.17 – Relações momento-curvatura.

3.3.1) COMPATIBILIDADE DE DEFORMAÇÕES

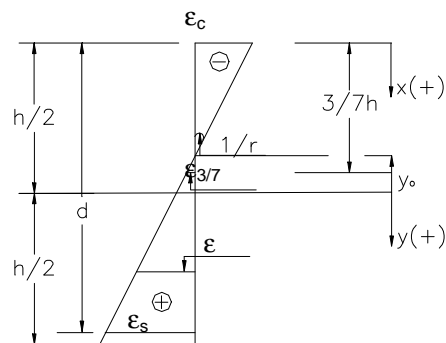


FIGURA 3.18 – Diagrama de deformação de uma seção de concreto armado.

Para o equacionamento de uma peça de concreto armado, toma-se a figura (3.18) para a definição dos valores cinemáticos. Assim, tem-se:

e_s = deformação específica na armadura tracionada

e = deformação em uma fibra genérica

$e_{3/7}$ = deformação específica na fibra de concreto distante $(3/7)h$ da borda mais comprimida da seção

e_c = deformação específica na borda do concreto com maior deformação de encurtamento

x = distância da linha neutra até a fibra mais comprimida da seção

Através da semelhança de triângulos, pode-se escrever as seguintes relações de proporcionalidade:

$$-\frac{\mathbf{e}_c}{x} = \frac{\mathbf{e}_{3/7}}{\frac{3}{7}h - x} = \frac{\mathbf{e}}{y - y_o} = \frac{\mathbf{e}_s}{d - x} \quad (3.40)$$

Qualquer dessas relações pode ser tomada para se escrever a deformação em uma fibra genérica, portanto, tomando-se como base os valores \mathbf{e}_s , $\mathbf{e}_{3/7}$ e \mathbf{e}_c , escreve-se:

$$\mathbf{e} = -\mathbf{e}_c \cdot \frac{(y - y_o)}{x} \quad (3.41)$$

$$\mathbf{e} = \mathbf{e}_{3/7} \cdot \frac{(y - y_o)}{\frac{3}{7}h - x} \quad (3.42)$$

$$\mathbf{e} = \mathbf{e}_s \cdot \frac{(y - y_o)}{d - x} \quad (3.43)$$

Usando-se a figura (3.18), as deformações específicas \mathbf{e}_s , $\mathbf{e}_{3/7}$ e \mathbf{e}_c , de posições particulares da seção, podem ser escritas em função da curvatura, resultando em:

$$\mathbf{e}_c = -\frac{1}{r} x \quad (3.44)$$

$$\mathbf{e}_{3/7} = \frac{1}{r} \left(\frac{3}{7}h - x \right) \quad (3.45)$$

$$\mathbf{e}_s = \frac{1}{r} (d - x) \quad (3.46)$$

$$\mathbf{e} = \frac{1}{r} (y - y_o) \quad (3.47)$$

Substituindo-se a equação (3.44) na (3.41), tem-se:

$$\boxed{\mathbf{e} = \frac{1}{r} (y - y_o)} \quad (3.48)$$

O mesmo resultado é encontrado se forem feitas as outras substituições. É uma expressão genérica da deformação.

Para encontrar a deformação em uma fibra genérica em forma adimensional, adota-se de acordo com a figura (3.18):

$$y_o = x - \frac{h}{2} \quad (3.49)$$

Em relação à profundidade da linha neutra, pode-se definir o coeficiente adimensional como \mathbf{b}_x , em que:

$$\mathbf{b}_x = \frac{x}{h} \quad (3.50)$$

adotando-se \mathbf{b}_x no intervalo $]-\infty, +\infty[$.

A posição da fibra genérica da seção é:

$$\mathbf{b}_y = \frac{y}{h} \quad (3.51)$$

Substituindo-se as equações adimensionais na equação (3.48), encontra-se:

$$\mathbf{e} = \frac{h}{r} \left(\mathbf{b}_y - \mathbf{b}_x + \frac{1}{2} \right) \quad (3.52)$$

Sendo $\mathbf{b}_o = \mathbf{b}_y + \frac{1}{2}$, tem-se:

$$\mathbf{e} = \frac{h}{r} (\mathbf{b}_o - \mathbf{b}_x) \quad (3.53)$$

Pode-se perceber que o cálculo da deformação em uma fibra genérica fica em função da curvatura $\frac{h}{r}$ e da posição da linha neutra \mathbf{b}_x .

Para que os limites últimos de deformações não sejam ultrapassados ao ser considerada uma dada curvatura $\frac{h}{r}$, deve-se estudar o intervalo de variação do parâmetro \mathbf{b}_x , já citado como $]-\infty, +\infty[$. Isso consiste na análise das três regiões de deformação, como mostra a figura (3.19).

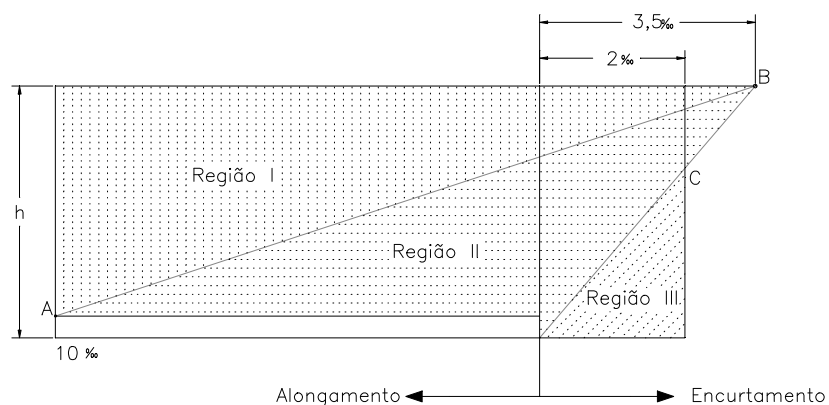


FIGURA 3.19 – Regiões de deformações.

Na **região I**, que engloba os domínios 1 e 2, o limite inferior de b_x consiste na deformação última de tração no aço, $e_s = 10\%$, pois a seção transversal estará completamente tracionada (fig. 3.20).

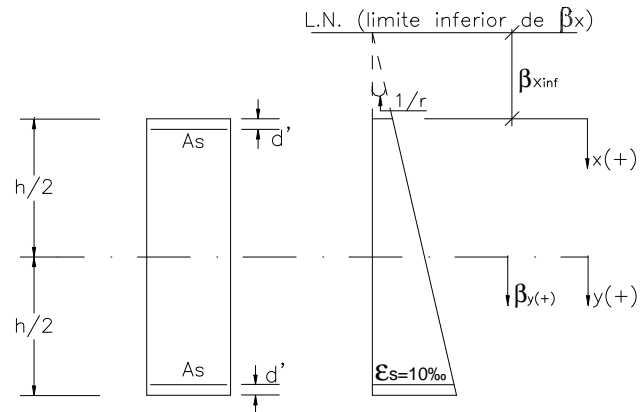


FIGURA 3.20 – Deformação de uma seção inteiramente tracionada.

A expressão adimensional que dá a condição limite de deformação, consiste em:

$$b_y = \frac{y}{h} = \frac{h/2 - d'}{h} = \frac{1}{2} - \frac{d'}{h} \quad (3.54)$$

Considerando que $b_o = b_y + \frac{1}{2}$, resulta-se em:

$$b_o = 1 - d' \quad (3.55)$$

A expressão (3.53), que dá a deformação de uma fibra genérica da seção, deve obedecer ao limite último de deformação de tração do aço, portanto:

$$e = \frac{h}{r} (b_o - b_x) \leq 10\% \quad (3.56)$$

$$\therefore \boxed{b_{xi} \geq \frac{-0,010}{h/r} + 1 - d'} \quad (3.57)$$

A **região II** é caracterizada pela deformação máxima de encurtamento, em que um limite superior de b_x é determinado por $e_c = -3,5\%$ da fibra mais comprimida da peça e engloba os domínios 3, 4 e 4a, uma vez que a seção transversal estará parcialmente comprimida.

A expressão adimensional que dá a condição limite de deformação é:

$$\mathbf{b}_y = \frac{y}{h} = -\frac{h/2}{h} = -\frac{1}{2} \quad (3.58)$$

Sendo: $\mathbf{b}_o = \mathbf{b}_y + \frac{1}{2}$, obtém-se:

$$\mathbf{b}_o = 0 \quad (3.59)$$

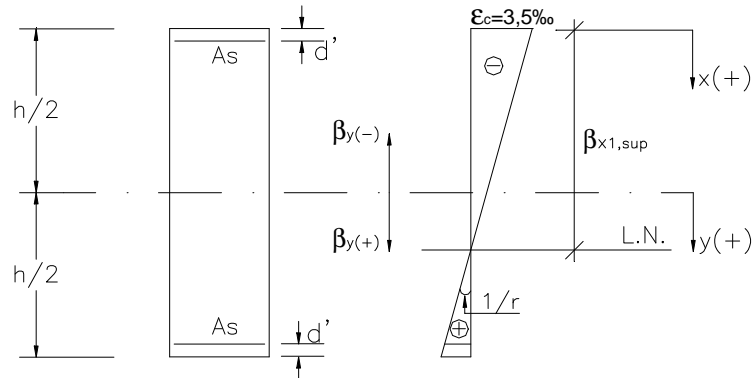


FIGURA 3.21 – Deformação de uma seção parcialmente comprimida.

Para que o limite último de deformação de compressão não seja ultrapassado, a expressão (3.53) deve obedecer à condição:

$$\mathbf{e} = \frac{h}{r}(\mathbf{b}_o - \mathbf{b}_x) \geq -3,5\text{‰} \quad (3.60)$$

$$\boxed{\mathbf{b}_{x\text{sup}I} \leq \frac{0,0035}{h/r}} \quad (3.61)$$

Entretanto, a **região III** formada pelo domínio 5 é caracterizada pelo encurtamento máximo de $\mathbf{e}_{3/7} = -2\text{‰}$ para fibras distantes $3/7h$ da borda mais comprimida, determinando o segundo limite superior de \mathbf{b}_x , sendo usado para peças totalmente comprimidas.

Analogamente à região II, tem-se:

$$\mathbf{b}_y = \frac{y}{h} = \frac{-\frac{h}{2} - \left(\frac{-3}{7}h\right)}{h} = -\frac{1}{14} \quad (3.62)$$

Para, $\mathbf{b}_o = \mathbf{b}_y + \frac{1}{2}$:

$$\mathbf{b}_o = \frac{3}{7} \quad (3.63)$$

Para atender à condição de deformação, a expressão (3.53) recebe a condição:

$$\mathbf{e} = \frac{h}{r}(\mathbf{b}_o - \mathbf{b}_x) \geq -2\text{‰} \quad (3.64)$$

$$\therefore \mathbf{b}_{x \text{ sup II}} \leq \frac{0,002}{h/r} + \frac{3}{7} \quad (3.65)$$

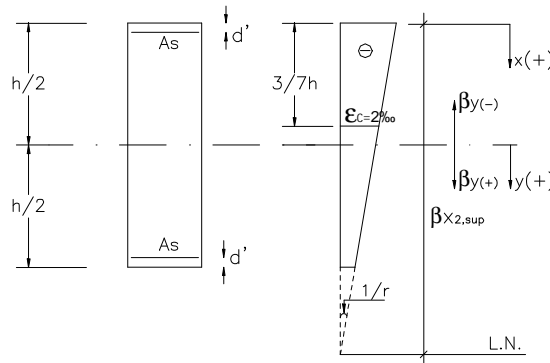


FIGURA 3.22 – Deformação de uma seção totalmente comprimida.

Conclui-se que para uma dada curvatura, o limite de $\mathbf{b}_{x \text{ sup}}$ será o menor valor encontrado entre as expressões (3.61) e (3.65).

3.3.2) EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO

Adotando-se um valor para a curvatura e para a profundidade da linha neutra dentro dos limites estudados, calcula-se a deformação em uma fibra genérica da seção transversal de uma peça de concreto armado. Através disso, as tensões são encontradas através das equações constitutivas das relações tensão-deformação. Com o conhecimento desses valores pode-se encontrar os esforços resistentes da seção, força normal e momento fletor, pela definição:

$$N_{\text{int}} = \int_{A_c} \mathbf{s}_c dA + \sum_{i=1}^n A_{si} \cdot \mathbf{s}_{si} \quad (3.66)$$

$$M_{\text{int}} = \int_{A_c} y \mathbf{s}_c dA + \sum_{i=1}^n A_{si} \cdot y_i \cdot \mathbf{s}_{si} \quad (3.67)$$

em que: \mathbf{s}_c = tensão no concreto

\mathbf{s}_{si} = tensão em cada barra da armadura

A_{si} = área de aço de cada barra da armadura

n = nº de barras da armadura

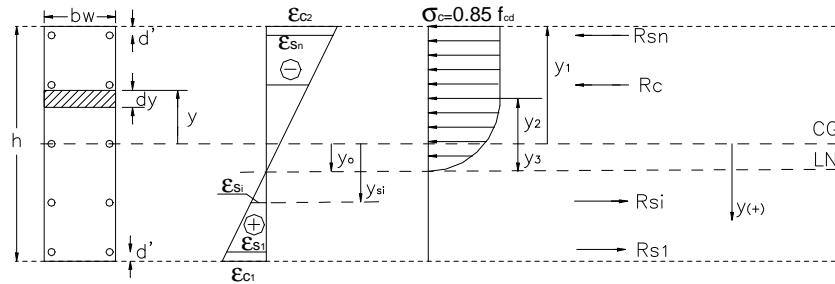


FIGURA 3.23 – Geometria, deformações, tensões e resultantes de uma seção de concreto armado

De acordo com a figura (3.23), as integrais podem ser adotadas em função da variável y , portanto:

$$N_{int} = \int_{-h/2}^{y_o} b_w s_c dy + \sum_{i=1}^n A_{si} s_{si} \tag{3.68}$$

$$M_{int} = \int_{-h/2}^{y_o} b_w \cdot y s_c dy + \sum_{i=1}^n A_{si} \cdot y_i \cdot s_{si} \tag{3.69}$$

Para transformar as integrais acima em adimensionais, primeiro elas serão separadas em duas parcelas, uma referente ao trecho retangular do diagrama de tensões e a outra ao trecho parabólico.

No trecho retangular,

$$s_c = -0,85 f_{cd} \tag{3.70}$$

e serão utilizados os limites y_1 e y_2 .

Para o trecho parabólico,

$$s_c = 850 f_{cd} (1 + 250 e_c) e_c \tag{3.71}$$

e os limites constarão em y_2 e y_3 .

As expressões (3.68) e (3.69) podem ser escritas como:

$$N_{int} = \int_{y_1}^{y_2} -0,85 f_{cd} \cdot b_w dy + \int_{y_2}^{y_3} 850 f_{cd} (1 + 250 e_c) e_c b_w dy + \sum_{i=1}^n A_{si} s_{si} \tag{3.72}$$

$$M_{\text{int}} = \int_{y_1}^{y_2} -0,85 f_{cd} \cdot b_w \cdot y dy + \int_{y_2}^{y_3} 850 f_{cd} (1 + 250 e_c) e_c b_w \cdot y dy + \sum_{i=1}^n A_{ssi} \cdot y_i \cdot s_{si} \quad (3.73)$$

A força normal e momento fletor adimensional consistem em:

$$n_{\text{int}} = \frac{N_{\text{int}}}{b_w \cdot h \cdot f_{cd}} \quad (3.74)$$

$$m_{\text{int}} = \frac{M_{\text{int}}}{b_w \cdot h^2 \cdot f_{cd}} \quad (3.75)$$

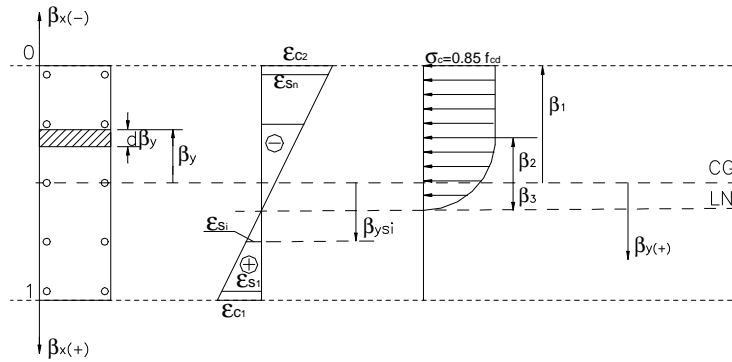


FIGURA 3.24 – Limites de integração adimensionais do diagrama de tensões.

Substituindo-se os limites de integração y_1 , y_2 e y_3 por b_1 , b_2 e b_3 ,

como mostra a figura (3.24), em que $b_1 = \frac{y_1}{h}$, $b_2 = \frac{y_2}{h}$ e $b_3 = \frac{y_3}{h}$ e fazendo-

se $\frac{dy}{h} = db_y$, resulta em:

$$n_{\text{int}} = -0,85 \int_{b_1}^{b_2} db_y + 850 \int_{b_2}^{b_3} (1 + 250 e_c) e_c db_y + \frac{1}{b_w \cdot h \cdot f_{cd}} \sum_{i=1}^n A_{si} \cdot s_{si} \quad (3.76)$$

Com a equação (3.76) e efetuando as operações aritméticas, encontra-se, como mostra o texto de PAULA (1988):

$$n_{\text{int}} = -0,85(b_2 - b_1) + 850 \frac{h}{r} \left\{ \frac{k_2}{2} + k_1 \cdot k_3 + 250 \frac{h}{r} \left[\frac{k_4}{3} + k_1 \cdot k_2 + k_1^2 \cdot k_3 \right] \right\} + \frac{w}{f_{yd}} \sum_{i=1}^n s_{si} \cdot h_{si} \quad (3.77)$$

em que: $k_1 = \frac{1}{2} - b_x$

$$k_2 = (b_3^2 - b_2^2)$$

$$k_3 = (b_3 - b_2)$$

$$k_4 = (b_3^3 - b_2^3)$$

$$w = \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \cdot \frac{A_s}{A_c}$$

$$h_{si} = \frac{A_{si}}{A_s}$$

A expressão do momento fletor interno adimensional pode seguir de forma análoga o cálculo da expressão da força normal interna adimensional, chegando-se a:

$$\mathbf{m}_{\text{int}} = -0,425k_6 + 850 \frac{h}{r} \left\{ \frac{k_4}{3} + \frac{k_1 \cdot k_2}{2} + 250 \frac{h}{r} \left[\frac{k_5}{4} + \frac{2k_1 \cdot k_4}{3} + \frac{k_1^2 \cdot k_2}{2} \right] \right\} + \frac{w}{f_{yd}} \sum_{i=1}^n s_{si} b_{ysi} h_{si} \quad (3.78)$$

em que: $k_5 = (b_3^4 - b_2^4)$

$$k_6 = (b_2^2 - b_1^2)$$

$$b_{ysi} = \frac{y_{si}}{h}$$

Como os limites de integração passaram a ser b_1 , b_2 e b_3 , a definição é baseada na variação do parâmetro b_x .

Na **região I**, seção totalmente tracionada, os limites de integração se anularão na seção de concreto, pois a resistência à tração é desprezada. Nesta região, os esforços resistentes serão apenas devidos à armadura da seção transversal da peça.

Na **região II** que tem a seção parcialmente comprimida, conclui-se através da figura (3.25) que o máximo valor para b_1 é:

$$\mathbf{b}_1 = -\frac{1}{2} \quad (3.79)$$

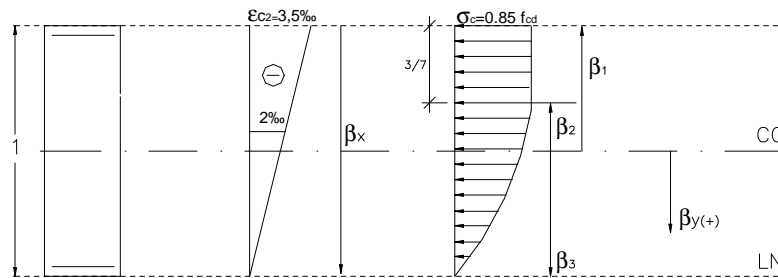


FIGURA 3.25 – Limites adimensionais para integração do diagrama de tensões do concreto.

Como as tensões do concreto se distribuem uniformemente até a fibra distante $(3/7)h$ da borda mais comprimida, em valor adimensional para $e_c = -2‰$, encontra-se um b_2 que será:

$$b_2 = b_1 + \frac{3}{7} \quad (3.80)$$

Substituindo-se a (3.79) na (3.80), obtém-se:

$$b_2 = -\frac{1}{14} \quad (3.81)$$

O seu valor mínimo, considerando que a integral ocorre dentro da seção, como visto na figura (3.26), é:

$$b_2 = -\frac{1}{2} \quad (3.82)$$

Os valores de b_2 podem ser calculados através da expressão que foi obtida da equação (3.52) impondo-se a deformação $e_c = -2‰$ e $b_y = b_2$:

$$b_2 = -\frac{0,002}{h/r} + b_x - \frac{1}{2} \quad (3.83)$$

variando no intervalo:

$$\boxed{-\frac{1}{2} \leq b_2 \leq -\frac{1}{14}} \quad (3.84)$$

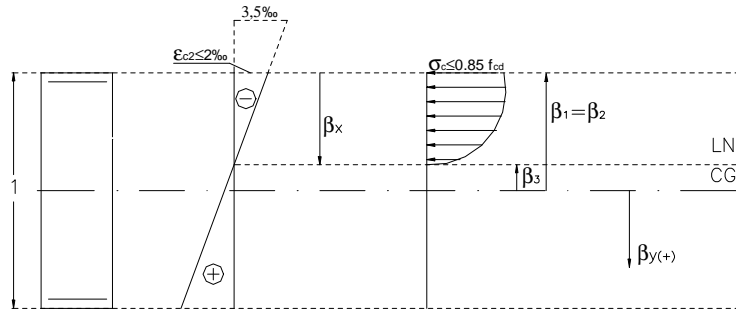


FIGURA 3.26 – Limites adimensionais para integração do diagrama de tensões do concreto.

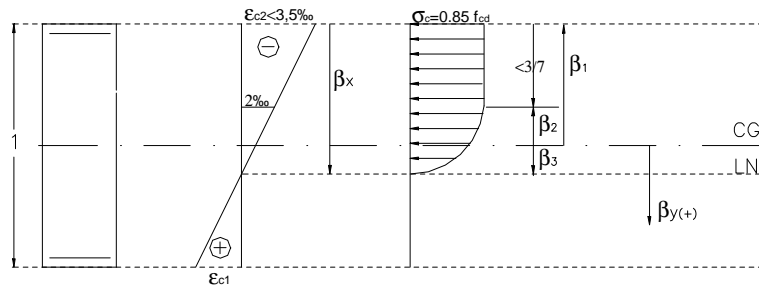


FIGURA 3.27 – Limites adimensionais para integração do diagrama de tensões do concreto.

O parâmetro b_3 que determina o final do diagrama parabólico consiste em uma deformação nula, portanto, da equação (3.53) tem-se:

$$b_3 = b_x - \frac{1}{2} \tag{3.85}$$

em que o valor mínimo permitido, observando as figuras (3.25), (3.26) e (3.27), é:

$$b_3 = -\frac{1}{2} \tag{3.86}$$

Para a **região III** que estará com a seção transversal completamente comprimida, observa-se na figura (3.28) que b_x ultrapassa o contorno da seção, então, o máximo valor permitido é:

$$b_3 = \frac{1}{2} \tag{3.87}$$

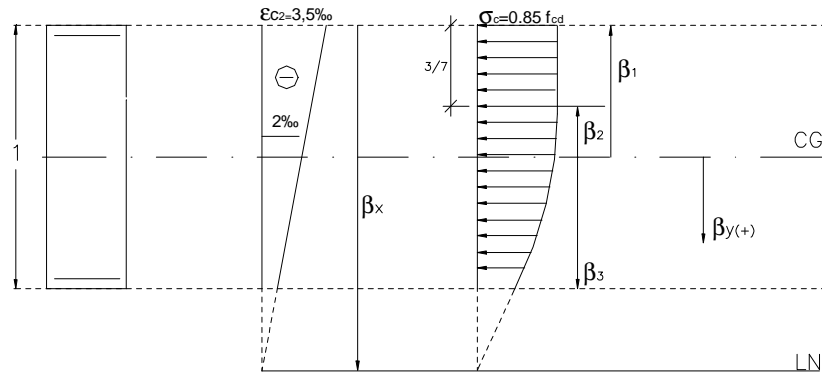


FIGURA 3.28 – Limites adimensionais para integração do diagrama de tensões do concreto.

3.4) DEFORMAÇÃO LENTA

Para um estudo mais realista de peças de concreto armado, deve-se considerar na instabilidade de peças esbeltas o efeito da deformação lenta, também conhecida como fluência, que ocorre em virtude das cargas de longa duração. O fundamento do efeito em si pode ser constatado com a observação de um aumento da flecha, por exemplo em uma marquise, durante o tempo após a retirada do escoramento, sem haver o acréscimo de carregamentos.

Esboçando-se graficamente (fig. 3.29) o que ocorre com uma peça de concreto armado, observa-se que existe uma deformação imediata em virtude da aplicação do carregamento e, com o decorrer do tempo, uma deformação mais lenta até atingir um total constante.

A deformação lenta faz que os deslocamentos da peça aumentem e, conseqüentemente, os momentos de 2ª ordem. No caso de peças com valores máximos pré-fixados por seus esforços internos, isso reduziria uma parte do momento de 1ª ordem.

A fluência ocorre sob ação dos esforços permanentes de serviço (característicos) e as tensões do concreto são suficientemente baixas para que se empregue a Teoria Linear da Fluência, em que é admitida uma função f independente da tensão aplicada.

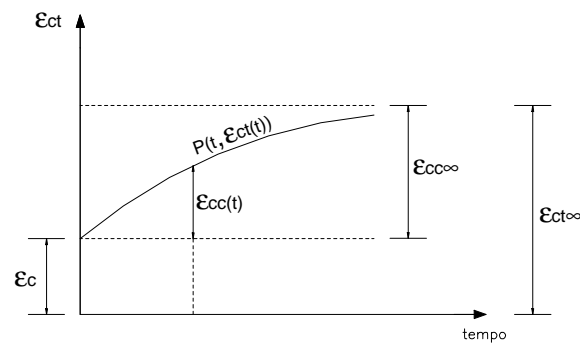


FIGURA 3.29 – Evolução da deformação total com o tempo.

Sendo: e_c = deformação imediata do concreto

e_{cc} = deformação lenta do concreto

$e_{c,total}$ = deformação total do concreto

f = função de fluência

tem-se:

$$e_{cc} = f e_c \quad (3.88)$$

$$e_{c,total} = e_c + e_{cc} = (1 + f) e_c \quad (3.89)$$

Com a hipótese adotada que f é independente da tensão, por efeito da fluência, o diagrama tensão-deformação do concreto é mostrado conforme o gráfico da figura (3.30).

A Teoria Linear da Fluência só se refere à deformabilidade do material. Não existe a linearidade geométrica, por causa dos efeitos de 2ª ordem e, portanto, não é válida a superposição de efeitos.

A determinação dos esforços deve ser feita partindo de uma curvatura alterada pelo parâmetro f . Por esse motivo, sendo e_i a excentricidade instantânea de 2ª ordem, o deslocamento ao longo do tempo não será obtido com a multiplicação do valor e_i por $(1 + f)$, pois a fluência afeta apenas uma parcela das deformações que define a curvatura:

$$\left(\frac{1}{r} \right)_{total} = \frac{e_s + (1 + f) e_c}{d} \quad (3.90)$$

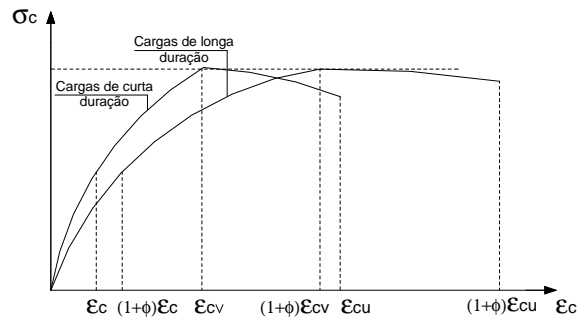


FIGURA 3.30 – Diagrama $\sigma\epsilon$ do concreto com consideração do efeito fluência.

O uso do diagrama é válido se todas as cargas consideradas forem constantes e se estiverem atuando a partir do mesmo instante. Caso contrário, se existir cargas de curta e longa duração, a verificação deve ser feita levando-se em conta tal fato, o que não é imediato. Uma simplificação pode ser adotada fazendo a função de fluência um valor efetivo, dado por:

$$\boxed{f_{ef} = a \cdot b \cdot f(t_{\infty}, t_o)} \quad (3.91)$$

em que: a = fração da força normal que produz fluência

b = fração do momento fletor de 1ª ordem que produz fluência

$f(t_{\infty}, t_o)$ = valor real da função de fluência

Neste trabalho será adotado f igual a 2, mas outros valores podem ser usados.

Capítulo 4

4) ANÁLISE DA ESTABILIDADE DE PEÇAS COMPRIMIDAS DE CONCRETO ARMADO

A análise da estabilidade de um pilar é feita a partir da determinação da carga crítica, considerando-a um valor último que não prejudica o equilíbrio da estrutura. Para a determinação dessa carga é utilizado o **Método Geral** que pode ser aplicado a qualquer tipo de estrutura, inclusive peças de seção variável com qualquer tipo de carregamento. Esse método é baseado na integração exata da equação diferencial do problema e é recomendado na verificação da instabilidade, permitindo a obtenção de resultados mais realistas. Esse procedimento é necessariamente implementado numericamente em virtude do excessivo número de operações do algoritmo resultante. É praticamente impossível usá-lo sem o emprego computacional. Uma alternativa mais aproximada é dada pelo **Método do Pilar Padrão**, que simplifica o uso do Método Geral e é aplicado a peças de seção constante, inclusive a armadura ao longo do seu comprimento.

Abaixo, faz-se uma descrição desses dois procedimentos já bastante conhecidos.

4.1) MÉTODO GERAL

A determinação da carga crítica pelo Método Geral consiste no cálculo da deformação estável da estrutura que corresponde a um estado de equilíbrio entre esforços internos e externos para todas as seções da barra. Esse método considera ainda não-linearidade geométrica para modelo cinemático e não-linearidade física dos materiais.

Em princípio, como o momento fletor varia ao longo da barra, é necessário dividir o pilar em n segmentos, em que quanto maior for o número de intervalos, melhor será a precisão dos resultados. A partir disso, integra-se numericamente a equação diferencial da curvatura ao longo da barra encontrando-se o valor aproximado dos deslocamentos e esforços.

Como visto em PAULA (1988), a figura (4.1) mostra um pilar genérico, dividido em n elementos, os deslocamentos transversais, a distribuição dos momentos fletores e curvaturas. A partir da equação diferencial da curvatura (4.1), a obtenção da integração se dá através da regra do trapézio, resultando para o elemento j , a expressão que dá a primeira derivada do deslocamento correspondente ao extremo superior k do elemento genérico j . Integrando a expressão (4.2), encontra-se o deslocamento deste elemento.

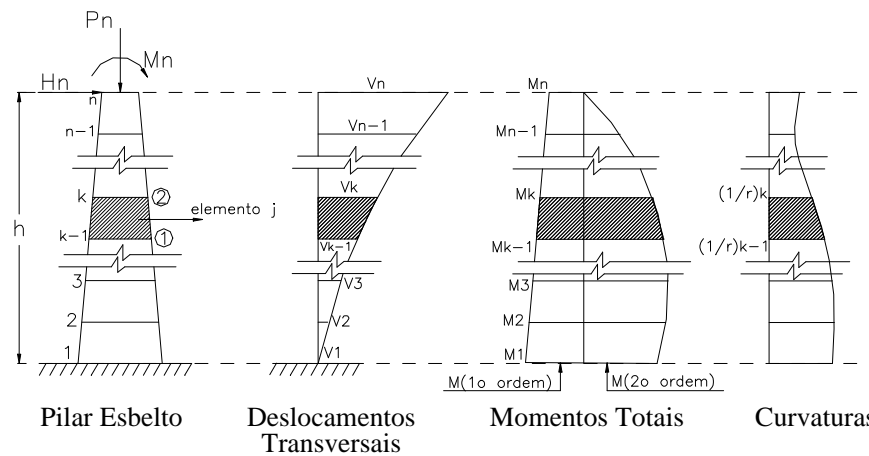


FIGURA 4.1 – Pilar genérico
Deslocamentos, momentos e curvaturas.

$$\frac{d^2v}{dx^2} = \frac{1}{r} \quad (4.1)$$

$$\left. \frac{dv}{dx} \right|_k = \sum_{j=1}^{k-1} \left[\left(\frac{1}{r} \right)_1^j + \left(\frac{1}{r} \right)_2^j \right] \cdot \frac{h_j}{2} + C_1 \quad (4.2)$$

$$v|_k = \sum_{j=1}^{k-1} \left[\left(\frac{dv}{dx} \right)_1^j + \left(\frac{dv}{dx} \right)_2^j \right] \cdot \frac{h_j}{2} + C_1 x + C_2 \quad (4.3)$$

Impondo-se as condições de contorno da estrutura, como visto abaixo, no caso para pilares engastados na base e livres no topo, ou equivalentes, nas equações (4.2) e (4.3), encontram-se as constantes C_1 e C_2 :

$$\left. \frac{dv}{dx} \right|_{x=l} = 0 \quad v(l) = a \quad (4.4)$$

Na flexão normal composta, o comportamento de uma barra é esquematizado como visto na figura (4.2). Após a aplicação de uma carga F com excentricidade e_i , observa-se o surgimento de um momento de 1ª ordem acompanhado de um deslocamento transversal produzido através destas ações externas. A partir deste deslocamento, surge um acréscimo do momento, momento de 2ª ordem, por causa do aumento no deslocamento transversal. Esse processo continua até que o momento total produzido pelas cargas externas seja igual ao momento interno resistente pela peça, como visto no item (3.1) do trabalho.

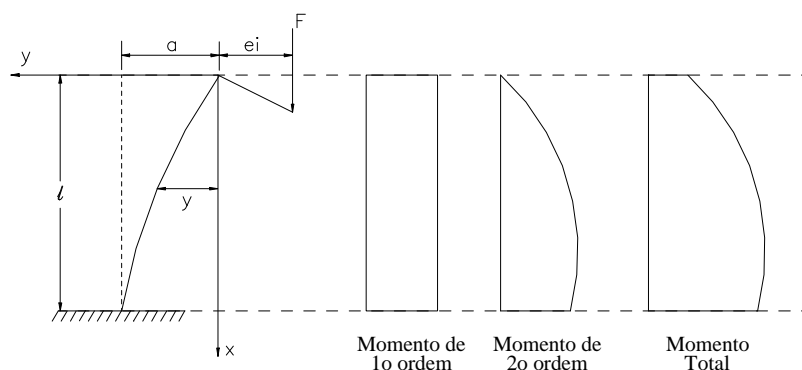


FIGURA 4.2 – Distribuição de momentos ao longo da barra.

Para o estudo da estabilidade, pretende-se aqui conhecer o diagrama momento fletor – força normal – curvatura, correspondente a cada seção da barra. A obtenção desse diagrama é relativamente simples, obtido por integração das tensões ao longo da seção, como já foi detalhado neste trabalho.

A verificação da instabilidade consiste na determinação da carga última. Voltando-se ao caso da barra da figura (4.2), observa-se que aparecerá um momento fletor M_{ext} de 1ª ordem dado pelo produto da carga pela excentricidade. Para o equilíbrio dessa solicitação é necessário um campo de tensões, cuja resultante é o momento interno, M_{int} . A barra deverá deformar-se para apresentar a curvatura necessária a esse equilíbrio $M_{ext} = M_{int}$. A partir da nova configuração geométrica da barra, considerando-se agora a distribuição necessária de curvaturas e conseqüentemente de deformações e deslocamentos, a distribuição de momentos iniciais deve ser recalculada para levar em conta o acréscimo de momentos, dados pela mudança de forma da barra e conhecido como momento de 2ª ordem. O processo se reinicia para estudar novamente a busca da nova posição geométrica que permita o equilíbrio. Esse modelo dá origem a um processo iterativo cuja final se encontra quando não mais houver modificação na geometria entre duas iterações sucessivas, dentro de uma tolerância previamente fixada.

Esse procedimento é feito para todas as seções da barra para que se conheçam as curvaturas locais.

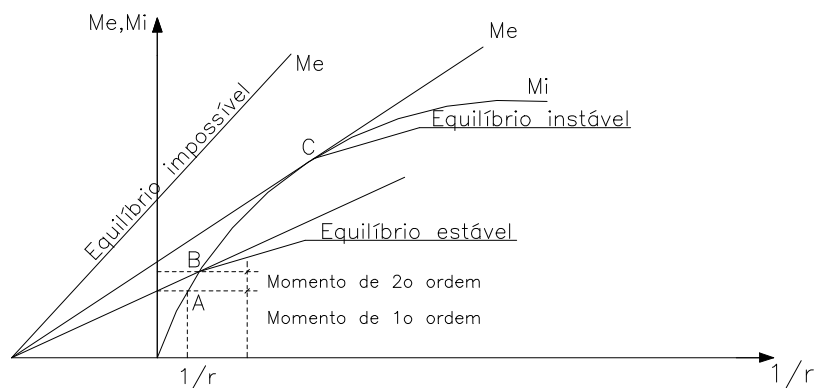


FIGURA 4.3 – Instabilidade na flexo-compressão.
- regime elástico não-linear -

Por esse processo a determinação da carga crítica pode ser feita através de um aumento progressivo do carregamento ou da excentricidade. O carregamento progressivo consiste em aplicar incrementos sucessivos no carregamento e, encontrando-se a posição equilibrada, calcula-se o

deslocamento de cada seção correspondente e os efeitos de 2ª ordem. O carregamento crítico será obtido por sub-divisões das constantes. No diagrama da figura (4.4), o modelo é indicado pela curva carga-deslocamento assintótica.

Outra forma de aplicação do método é o uso do incremento progressivo das excentricidades. Esse procedimento consiste em cálculos semelhantes ao do processo anterior; agora, o valor crítico é obtido como o valor assintótico do diagrama excentricidade-deslocamento. O processo incremental é feito com a variável excentricidade, cuja variação deverá, também, estar menor que uma tolerância prévia.

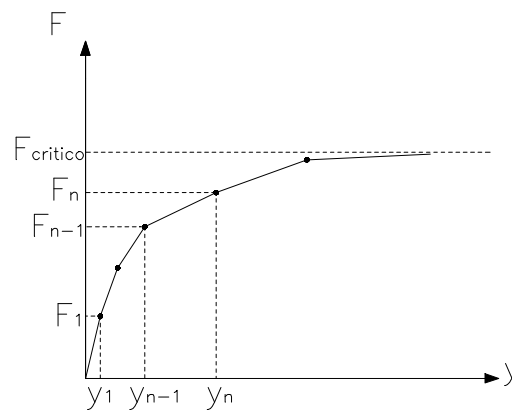


FIGURA 4.4 – Processo do carregamento progressivo .

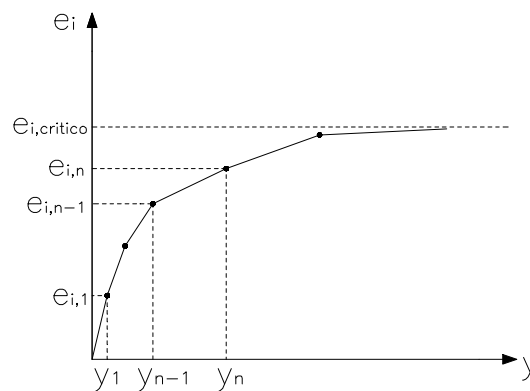


FIGURA 4.5 – Processo da excentricidade progressiva.

4.2) PROCESSO DO PILAR PADRÃO

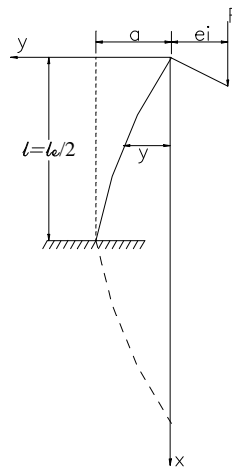


FIGURA 4.6 – Pilar Padrão.

No processo conhecido como Pilar Padrão, adota-se uma aproximação senoidal para a linha elástica, determinando os deslocamentos de 1ª e 2ª ordem e conseqüentemente os momentos.

Esse método elimina a integração das curvaturas ao longo da barra que tornava o Método Geral um processo mais trabalhoso.

Sendo a linha elástica simplificada dada por uma função senoidal, pode-se escrever:

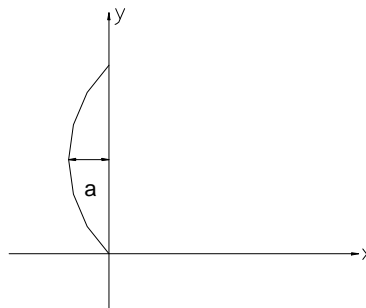


FIGURA 4.7 – Linha senoidal.

$$y = -a \cdot \text{sen} \frac{\mathbf{p}}{\mathbf{l}} x \quad (4.5)$$

$$y' = -a \frac{\mathbf{p}}{\mathbf{l}} \cos \frac{\mathbf{p}}{\mathbf{l}} x \quad (4.6)$$

$$y'' = a \frac{\mathbf{p}^2}{\mathbf{l}^2} \text{sen} \frac{\mathbf{p}}{\mathbf{l}} x \quad (4.7)$$

$$\text{Como:} \quad \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{1}{r} \quad (4.8)$$

$$\left(\frac{1}{r}\right)_{x=l/2} = a \left(\frac{p}{l}\right)^2 \quad (4.9)$$

$$\therefore a = \left(\frac{l}{p}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{r}\right)_{x=l/2} \quad (4.10)$$

A distribuição das curvaturas também é considerada uma função linear dos deslocamentos e pode ser referenciada ao valor da base. Este valor é dado por:

$$a = \left(\frac{l_e}{p}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{r}\right)_{base} \quad (4.11)$$

ou aproximadamente:

$$\boxed{a = \frac{l_e^2}{10} \cdot \left(\frac{1}{r}\right)_{base}} \quad (4.12)$$

Não pode deixar de ser lembrado que este método consiste em uma análise em que apenas a base do pilar é tratada. Assim, a verificação da estabilidade através do diagrama de momento fletor – força normal – curvatura fica restrito à análise dos esforços nesse ponto, admitindo-se que as demais seções estejam verificadas indiretamente.

Para uma seção transversal constante com uma força normal F e diagrama momento fletor – força normal – curvatura conhecido, obtém-se o momento interno resistente em função da curvatura calculada na base do pilar que dá o equilíbrio entre os esforços externos e internos. O momento externo pode ser dividido em duas partes: momento de 1ª ordem e momento de 2ª ordem. Na base, pode-se escrever:

$$M_{base} = M_1 + M_2 \quad (4.13)$$

$$M_2 = N \cdot a \quad (4.14)$$

$$M_2 = N \cdot \frac{l_e^2}{10} \cdot \left(\frac{1}{r}\right)_{base} \quad (4.15)$$

$$\therefore M_{base} = M_1 + N \cdot \frac{l_e^2}{10} \left(\frac{1}{r} \right)_{base} \quad (4.16)$$

Como $M_{ext} = M_{int}$, determina-se o momento de 1ª ordem dado por:

$$M_1 = M_{int} - N \cdot \frac{l_e^2}{10} \left(\frac{1}{r} \right)_{base} \quad (4.17)$$

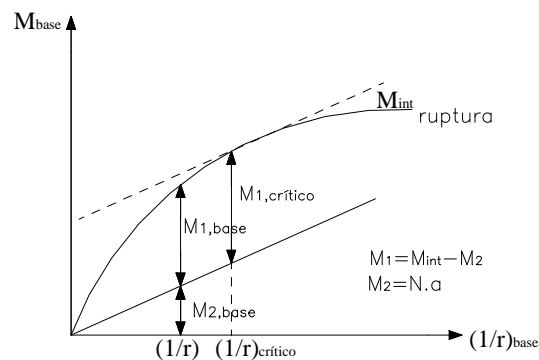


FIGURA 4.8 – Diagrama de momentos de 1ª e 2ª ordem na seção da base.

O valor máximo do momento de 1ª ordem, com o qual ainda é possível encontrar o equilíbrio da barra, corresponde ao estado limite último de instabilidade ou momento crítico de 1ª ordem, que fica restrito à base do pilar.

Observa-se também, que o momento de 2ª ordem é linear (função da curvatura) e é mostrado na figura (4.8).

4.3) CÁLCULO DA CARGA CRÍTICA PELO MÉTODO DO EQUILÍBRIO.

Conforme visto anteriormente, para a determinação da carga crítica através do Método Geral adota-se o carregamento progressivo com o traçado completo do diagrama carregamento-deslocamento. Para o caso da excentricidade progressiva deve ser traçado o diagrama completo excentricidade-deslocamento. Para o processo do Pilar Padrão, mesmo sendo sua análise referida apenas à base da seção de um pilar, é necessário traçar o diagrama completo momento-curvatura.

O Método do Equilíbrio consiste em verificar a segurança contra o estado limite de instabilidade sem o traçado de um diagrama completo esforço-deslocamento. A verificação é feita calculando apenas um ponto desse diagrama.

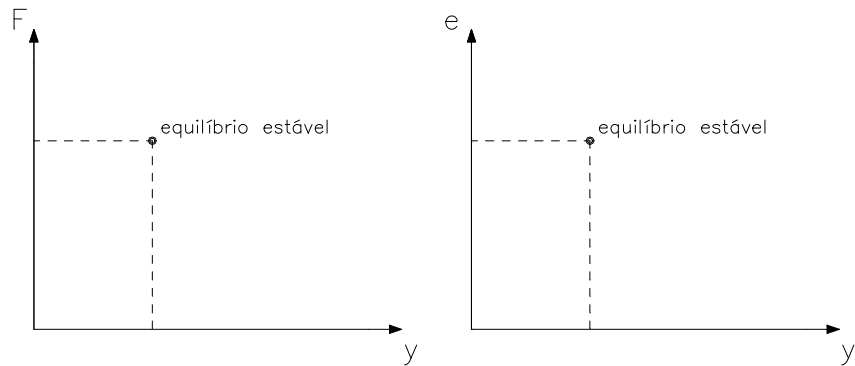


FIGURA 4.9 – Diagramas para o Processo do Equilíbrio.

Sob a ação do carregamento de cálculo ou da excentricidade de cálculo, a flecha da seção corresponde a uma configuração estável de equilíbrio.

A verificação do único ponto do diagrama é feita de forma similar ao processo exato de cálculo da carga crítica, podendo também ser utilizado o processo do Pilar Padrão. Em uma primeira etapa, calcula-se o deslocamento y_i considerando-se apenas os efeitos de 1ª ordem. Em uma segunda etapa, considera-se a configuração da barra com as deformações calculadas anteriormente para o equilíbrio da peça. Repete-se esse procedimento sucessivamente, calculando-se as flechas y_1 , y_2 e y_n que se constituem em uma seqüência que, quando convergente, leva à instabilidade da configuração de equilíbrio.

Quando esta convergência ocorre, sabe-se que o ponto F_d está abaixo de F_{crit} e o equilíbrio é estável.

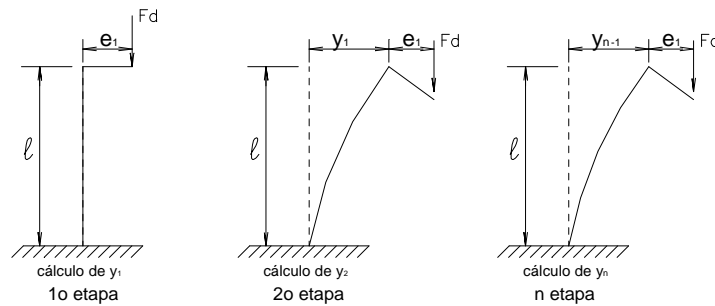


FIGURA 4.10 – Etapas do Processo do Equilíbrio.

4.3.1) Processo do Método do Equilíbrio através do Pilar Padrão.

No Método do Equilíbrio utiliza-se o Processo do Pilar Padrão para o cálculo dos deslocamentos de 2ª ordem. Isto é feito arbitrando-se as deformações e_c e e_s das fibras extremas de uma seção transversal com um valor convencional, em que não devem superar os valores correspondentes ao estado limite último de ruptura ou de deformações plásticas excessivas. Com isso, ficam conhecidos os valores de $1/r$, N_{int} , M_{int} .

Os momentos de 2ª ordem podem ser calculados em função das deformações específicas arbitradas admitindo-se que a flecha máxima a seja uma função conhecida da curvatura da seção da base. Com o conceito do Pilar Padrão, tem-se:

$$M_2 = N_d \cdot \frac{l_e^2}{10} \cdot \left(\frac{1}{r} \right)_{base} \quad (4.18)$$

Para que a peça seja considerada segura contra o estado limite de instabilidade na flexão composta, deve-se satisfazer as condições:

$$N_{int} \geq N_d \quad (4.19)$$

$$e_{int} \geq e_1 + e_2 \quad \left\{ \begin{array}{l} e_{int} = \frac{M_{int}}{N_{int}} \end{array} \right. \quad (4.20)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} e_2 = a = \frac{l_e^2}{10} \cdot \left(\frac{1}{r} \right)_{base} \end{array} \right. \quad (4.21)$$

A verificação da segurança através desse método é feita da constatação da existência de um estado possível de equilíbrio com $N_{\text{int}} \geq N_d$. Este método garante, portanto, a segurança da peça, mas não dá a melhor solução.

Eventualmente poderia ser desenvolvido um algoritmo para sua verificação, mas, para o caso de obtenção de cargas limites, isto não seria recomendado.

4.3.2) Processo Simplificado de Equilíbrio.

O Método do Equilíbrio pode ser simplificado adotando um valor convencional para a curvatura. No dimensionamento, para seção mais solicitada da peça, são impostas as condições:

$$N_{\text{int}} = N_d \quad (4.22)$$

$$M_{\text{int}} = M_{1d} + M_{2d} \quad (4.23)$$

em que, M_{1d} é decorrente de todos os efeitos de 1ª ordem e M_{2d} (de 2ª ordem) é:

$$M_{2d} = N_d \cdot \frac{l_e^2}{10} \cdot \left(\frac{1}{r} \right)_u \quad (4.24)$$

A curvatura última $(1/r)_u$ é um valor convencional, ajustado em face de verificações feitas para diferentes seções transversais. Este valor é sempre obtido para um dos limites de deformação e_{cu} ou e_{su} .

A Norma Brasileira, NBR-6118/78, adota para a curvatura última a expressão:

$$\left(\frac{1}{r} \right)_u = \frac{0,0035 + \frac{f_{yd}}{E_s}}{(n_d + 0,5) \cdot h} \quad (4.25)$$

em que: $(n_d + 0,5) \geq 1 \quad (4.26)$

$$n_d = \frac{F_d}{A_c \cdot f_{cd}} \quad (4.27)$$

A curvatura última convencional é superestimada, fornece um valor de momento de 2ª ordem também superestimado e leva a um dimensionamento da seção muito a favor da segurança.

Para barras com esbeltez muito alta, este processo é bastante antieconômico, apesar de estar a favor da segurança.

4.3.3) Processo Simplificado da Norma Brasileira, NBR-6118/78.

O processo simplificado da norma brasileira para $\lambda \leq 80$ restringe-se a seções transversais simétricas e constantes (inclusive a armadura) e força normal constante ao longo do seu comprimento. É adotado a partir do processo simplificado do equilíbrio, em que a seção transversal mais solicitada deve ser dimensionada como se a esbeltez fosse nula, adotando-se os esforços:

$$N_d = F_d \quad (4.28)$$

$$M_d = M_{1d} + M_{2d} \quad (4.29)$$

$$M_{1d} = \underbrace{M_{1i}}_{\text{efeitos iniciais}} + \underbrace{M_{1a}}_{\text{efeitos da excentricidade adicional}} \quad (4.30)$$

$$e_a = \frac{h}{30} \geq 2cm \quad (4.31)$$

$$M_{2d} = F_d \cdot \frac{l_e^2}{10} \left(\frac{1}{r} \right)_u \quad (4.32)$$

$$\left(\frac{1}{r} \right)_u = \frac{0,0035 + \frac{f_{yd}}{E_s}}{(n_d + 0,5)h} \quad (4.33)$$

A distinção dos aços Classe A e Classe B não é feita, já que essa diferença não é significativa.

A segurança da NB1 também pode ser verificada no diagrama

$$MxNx \frac{1}{r}$$

Capítulo 5

5) MODELOS APROXIMADOS PARA CÁLCULO DO MOMENTO DE 2ª ORDEM

5.1) CONSIDERAÇÕES GERAIS.

Os resultados apresentados neste capítulo provêm de adaptações feitas no algoritmo ÁBACO. Tal programa possui um conjunto de subrotinas baseadas nos processos Exato e do Pilar Padrão, que permitem a análise de seções isoladas no estado limite último. O programa permite a determinação da solicitação última em barras de concreto armado solicitadas à flexão composta, indicando ainda os valores dos momentos de primeira e segunda ordem e a curvatura última observada. Avalia-se o comportamento dos processos para vários índices de esbelte e taxas de armaduras, como também para diferentes diagramas de momento fletor de 1ª ordem.

O algoritmo foi preparado para reproduzir diagramas momento fletor – força normal – curvatura para uma dada seção de concreto armado. Considerando-se que as deformações são definidas linearmente ao longo da seção (hipótese de Bernoulli), fixa-se a força normal e reproduz o diagrama, em forma gráfica ou não, com valores dos momentos fletores e curvaturas. Isso é feito atribuindo-se valores à curvatura (h/r) da seção, determinando-se, então, a profundidade da linha neutra que é capaz de gerar força normal interna aproximadamente igual ao valor da força prefixada.

Através dos valores obtidos, encontra-se o momento interno resistente. Uma nova curvatura é adotada e resulta no cálculo de um novo valor para a força normal interna capaz de equilibrar com a força normal externa. Este processo continua até encontrar um equilíbrio, tornando a

estabilidade da coluna verificada. Se esse equilíbrio for ultrapassado a estrutura pode chegar até a ruptura do material.

Para facilitar a programação, avaliaram-se separadamente as influências do concreto e da armadura, calculados em valores adimensionais da força normal e do momento fletor.

Esse procedimento é feito em todas as seções das barras tornando conhecida a posição fletida de equilíbrio da coluna.

5.2) ALGORITMO PARA A CONSTRUÇÃO DO DIAGRAMA FORÇA NORMAL x MOMENTO FLETOR x CURVATURA

Para a construção do diagrama $v - \mu - \frac{h}{r}$ foi utilizado o algoritmo definido por Paula (1988) a partir da força normal adimensional pré fixada (v_{fix}). Este procedimento é para uma dada seção, não incluindo, portanto, a participação do comprimento de flambagem do pilar.

A seguir são apresentados os passos que permitem a elaboração desse diagrama:

1. Define-se a curvatura adimensional $\left(\frac{h}{r}\right)_i$ da seção transversal e o seu incremento Δ_i , resultando na expressão:

$$\left(\frac{h}{r}\right)_i = \left(\frac{h}{r}\right)_{i-1} + \Delta_i \quad (5.1)$$

2. Definem-se os valores extremos do intervalo de variação de β_x (profundidade da linha neutra).

- Para o limite superior de β_x , define-se:

$$\beta_{x,\text{sup}} = \frac{0,0035}{\frac{h}{r}} \quad (5.2)$$

- Se, ($\beta_{x,\text{sup}} > 1$), tem-se:

$$\beta_{x,\text{sup}} = \frac{0,002}{\frac{h}{r}} + \frac{3}{7} \quad (5.3)$$

- Para o limite inferior de β_x , define-se:

$$\beta_{x,\text{inf}} = \frac{0,010}{h/r} + 1 - \delta \quad (5.4)$$

3. Para cada valor de β_x :

- Encontra-se a força normal adimensional referente à influência do aço, definida como:

$$v_s = \frac{\omega}{f_{yd}} + \sum_{i=1}^n \sigma_{si} \eta_{si} \quad (5.5)$$

- Encontra-se a força normal adimensional referente à influência do concreto através da definição dos limites de integração β_1 , β_2 e β_3 , em que:

$$\beta_1 = -0,5 \quad (5.6)$$

$$\beta_2 = \frac{-0,002}{h/r} + \beta_x - 0,5 \quad (5.7)$$

$$\text{em que, para } \beta_x < -0,5 \Rightarrow \beta_2 = 0,5 \quad (5.8)$$

$$\beta_2 > -\frac{1}{14} \Rightarrow \beta_2 = -\frac{1}{14} \quad (5.9)$$

$$\beta_3 = 0,5 \quad (5.10)$$

$$\text{em que, para } \beta_x < 1 \Rightarrow \beta_3 = \beta_x - \frac{1}{2} \quad (5.11)$$

$$v_c = -0,85(\beta_2 - \beta_1) + 850 \frac{h}{r} \left\{ \frac{k_2}{2} + k_1 \cdot k_3 + 250 \frac{h}{r} \left[\frac{k_4}{3} + k_1 \cdot k_2 + k_1^2 \cdot k_3 \right] \right\} \quad (5.12)$$

Os parâmetros k_1 , k_2 , k_3 e k_4 foram definidos no item (3.3.2).

- A força normal adimensional resistente correspondente aos limites de β_x será $v_{res,1}$ e $v_{res,2}$, definida como:

$$v_{res} = v_s + v_c \quad (5.13)$$

4. Verifica-se a normal adimensional previamente fixada através do intervalo definido no passo anterior.
- Se v_{fix} for menor ou aproximadamente igual a uma tolerância estabelecida, vai para o passo 7.
 - Se $v_{fix} < v_{res,2}$ ou $v_{fix} > v_{res,1}$, o equilíbrio é impossível, interrompendo o procedimento, pois os limites de resistência são ultrapassados. Caso contrário, segue para o passo 5.
5. Calcula-se um novo valor de β_x interpolando os valores β_{xi} e β_{xs} anteriormente encontrados.

$$\beta_x = \frac{(v_{fix} - v_{res,1})(\beta_{xs} - \beta_{xi})}{(v_{res,2} - v_{res,1})} + \beta_{xi} \quad (5.14)$$

Retorna ao passo 3.

6. Caso a tolerância não seja alcançada com um número estipulado de iterações, o programa é interrompido.
7. Encontra-se o momento fletor adimensional na armadura do aço através da expressão:

$$\mu_s = \frac{\omega}{f_{yd}} \sum_{i=1}^n \sigma_{si} \cdot \beta_{ysi} \cdot \eta_{si} \quad (5.15)$$

Encontra-se o momento fletor adimensional no concreto através da expressão:

$$\mu_c = -0,425k_6 + 850 \frac{h}{r} \left\{ \frac{k_4}{3} + \frac{k_1 \cdot k_2}{2} + 250 \frac{h}{r} \left[\frac{k_5}{4} + \frac{2k_1 \cdot k_4}{3} + \frac{k_1^2 \cdot k_2}{2} \right] \right\} \quad (5.16)$$

Os parâmetros k_5 e k_6 foram definidos no item (3.3.2).

O momento fletor adimensional resistente é encontrado empregando a expressão:

$$\mu_{res} = \mu_s + \mu_c \quad (5.17)$$

5.3) MODELO PARA DETERMINAÇÃO DO MOMENTO DE 2ª ORDEM

Através do diagrama $v - \mu - \frac{h}{r}$ é possível observar a obtenção do momento último convencional de 1ª ordem. Este momento é encontrado subtraindo-se, do momento resistente, o momento de 2ª ordem.

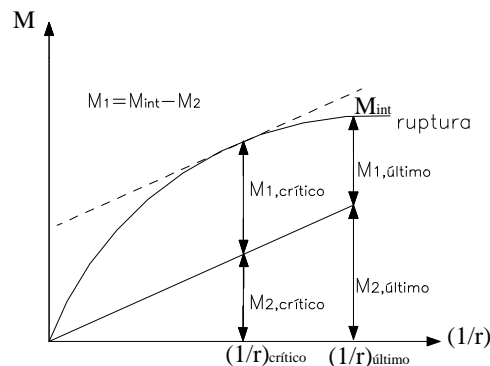


FIGURA 5.1 – Diagrama de momentos de 1ª e 2ª ordem

Para isso, utiliza-se o Processo do Pilar Padrão nos casos mais simples, em que o deslocamento é encontrado apenas em um ponto e o momento de 2ª ordem analisado apenas para a base do pilar. No caso do Método Geral, é possível analisar os deslocamentos em cada ponto da barra através da curvatura encontrada, conseguindo-se, então, obter o momento de 2ª ordem ao longo da barra.

Na figura (5.1) é mostrado a determinação desses momentos acima comentados.

Com os valores encontrados de momento de 1ª ordem crítico e último, determina-se um erro que leva a observar a segurança em que a estrutura é armada.

$$Erro\ Relativo = \frac{(M_{1,crit} - M_{1,ult})}{M_{1,uly}} \quad (5.18)$$

Análise com o Método Geral

Com o Método Geral é possível estudar as relações entre $M_{1,crit}$ e o $M_{1,último-convencional}$, porém, é necessário obter-se agora, na situação na qual o

momento M_1 tem forma conhecida (linear, por exemplo), pois, a distribuição final de M_2 e M_{int} são também incógnitas do problema.

Para este trabalho foi admitido que a distribuição de momentos M_1 aplicado é linear.

Com isso, pretende-se verificar os valores finais de $M_{1,último}$ e do respectivo M_2 e compará-los com o valor $M_{1,crit}$ (exato) para verificar o erro e o momento no ponto final calculando $M_{1,último} + M_2$.

Abaixo descreve-se o algoritmo para o cálculo de M_1 e M_2 com os pontos referentes à situação crítica e última convencional.

1. Define-se a distribuição do diagrama de momento fletor de 1ª ordem fazendo:

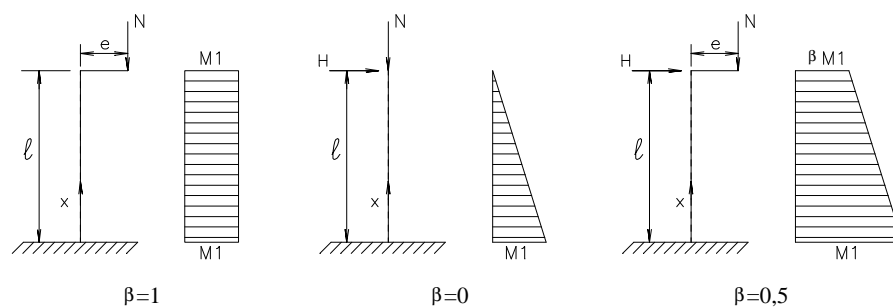


FIGURA 5.2 – Diagramas de distribuição de momento de 1ª ordem.

$$\mu_{2,base} = 0 \quad (5.19)$$

$$\mu_{1,base} = \mu_{res} - \mu_{2,base} \quad (5.20)$$

$$(\mu_1)_i = \frac{\mu_{1,base}(l-x) + \beta\mu_{1,base}(x)}{l} \quad (5.21)$$

em que,

l = comprimento do pilar

x = distância da origem à cada seção da barra

β = tipo de distribuição de momento de 1ª ordem

2. Encontra-se uma curvatura adimensional que produz um momento fletor adimensional aproximadamente igual ao encontrado para cada seção da barra, retornando aos passos de 1 ao 7.
3. Para cada seção da barra encontra-se um deslocamento correspondente, integrando-se numericamente a equação diferencial da curvatura adimensional calculada anteriormente ao longo da barra, como visto no item (4.1).
4. Retorna-se ao passo 1 para novo valor de $\frac{h}{r}$.

5.4) CASOS BÁSICOS ADOTADOS.

Os dados de entrada são consistidos pela geometria da seção do pilar, definição do tipo de aço utilizado para as armaduras, resistências de cálculo do concreto e do aço, módulo de elasticidade do aço e número de camadas da armadura. Analisam-se os resultados para diversos valores de esbeltez, com variação de 60 a 120, com taxas de armaduras que variam de 0 a 1,0. A força normal, tomada em forma adimensional, também teve sua variação permitida entre 0,5 e 1,0. Pode ser considerada ou não o efeito de fluência; neste caso, segue-se um modelo aproximado que se considere um valor fixo para a variável ϕ , coeficiente de fluência.

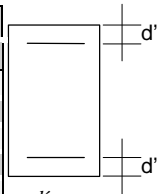
Com isso, pode-se estudar diversos casos variando-se os parâmetros ω , λ , ν e β , mostrando os resultados em forma de tabelas (tabela 5.5-1 à 5.5-2, 5.6-1 à 5.6-2, 5.7-1 à 5.7-6, 5.8-1 à 5.8-6), obtendo uma ferramenta para o cálculo inverso de (h/r) , que reproduz para uma força normal uma situação segura segundo o método do equilíbrio.

Para o processo exato, uma variável (α) foi determinada para que se possa usar a expressão do momento de 2ª ordem, facilitando o dimensionamento e alcançando um dos objetivos deste trabalho. Tem-se, portanto:

$$M_2 = N_d \cdot \frac{l_e^2}{10} \cdot \left(\frac{1}{r} \right) \alpha \quad (5.22)$$

5.5) TABELAS REFERENTES AO PROCESSO DO PILAR PADRÃO.

w	n	l						
		60	70	80	90	100	110	120
1,0	1,0	0,002700	0,002693	0,002693	0,002693	0,002664	0,002108	---
	0,9	0,002986	0,002983	0,002983	0,002983	0,002983	0,002443	0,001812
	0,8	0,003322	0,003322	0,003322	0,003319	0,003319	0,003319	0,002080
	0,7	0,004274	0,003672	0,003672	0,003665	0,003662	0,003662	0,003060
	0,6	0,004920	0,004260	0,004018	0,004018	0,004018	0,004018	0,004018
0,5	0,005782	0,005100	0,004560	0,004414	0,004414	0,004414	0,004414	
0,9	1,0	0,002568	0,002558	0,002558	0,002558	0,002280	0,001800	---
	0,9	0,002856	0,002854	0,002854	0,002854	0,002796	0,002148	0,001356
	0,8	0,003180	0,003180	0,003180	0,003180	0,003178	0,002580	0,001704
	0,7	0,003706	0,003564	0,003564	0,003557	0,003554	0,003554	0,002280
	0,6	0,004560	0,003934	0,003936	0,003936	0,003931	0,003931	0,003929
0,5	0,005749	0,005100	0,004354	0,004354	0,004356	0,004351	0,004351	
0,8	1,0	0,002460	0,002412	0,002412	0,002412	0,002316	---	---
	0,9	0,002760	0,002712	0,002712	0,002712	0,002400	0,001980	---
	0,8	0,003300	0,003060	0,003060	0,003048	0,003000	0,002160	0,001651
	0,7	0,003420	0,003420	0,003420	0,003420	0,003408	0,002760	0,001920
	0,6	0,004200	0,003840	0,003840	0,003840	0,003828	0,003780	0,002700
0,5	0,005688	0,004680	0,004320	0,004320	0,004260	0,004260	0,004272	
0,7	1,0	0,002268	0,002268	0,002256	0,002220	0,001380	---	---
	0,9	0,002580	0,002580	0,002556	0,002556	0,002208	0,000960	---
	0,8	0,002940	0,002904	0,002880	0,002892	0,002520	0,001920	0,000744
	0,7	0,003300	0,003300	0,003300	0,003240	0,003240	0,002280	0,001680
	0,6	0,004200	0,003720	0,003720	0,003720	0,003708	0,003000	0,002040
0,5	0,005460	0,004500	0,004200	0,004200	0,004200	0,004188	0,003300	
0,6	1,0	0,002088	0,002088	0,002076	0,002004	---	---	---
	0,9	0,002400	0,002400	0,002400	0,002340	0,001680	---	---
	0,8	0,002760	0,002760	0,002700	0,002700	0,002220	0,001680	---
	0,7	0,003180	0,003120	0,003120	0,003132	0,002340	0,001920	0,001572
	0,6	0,003660	0,003600	0,003600	0,003588	0,003300	0,002340	0,001740
0,5	0,005100	0,004140	0,004140	0,004080	0,004080	0,003600	0,002280	
0,5	1,0	0,001872	0,001872	0,001800	---	---	---	---
	0,9	0,002232	0,002232	0,002220	0,002100	---	---	---
	0,8	0,002580	0,002580	0,002556	0,002280	0,001980	---	---
	0,7	0,003000	0,002964	0,002940	0,002700	0,002100	0,001752	---
	0,6	0,003480	0,003420	0,003420	0,003432	0,002580	0,001920	0,001560
0,5	0,004260	0,004200	0,003960	0,003960	0,003780	0,002460	0,001740	
0,4	1,0	0,001620	0,001622	0,000627	---	---	---	---
	0,9	0,002040	0,002016	0,001920	0,000504	---	---	---
	0,8	0,002400	0,002376	0,002352	0,002040	0,000672	---	---
	0,7	0,002760	0,002760	0,002700	0,002340	0,001665	0,001020	---
	0,6	0,003240	0,003240	0,003228	0,002700	0,002100	0,001680	0,001464
0,5	0,003900	0,003840	0,003840	0,003480	0,002580	0,001920	0,001560	
0,3	1,0	0,001260	0,000504	---	---	---	---	---
	0,9	0,001764	0,001276	0,000792	---	---	---	---
	0,8	0,002220	0,002184	0,002100	0,000960	---	---	---
	0,7	0,002580	0,002520	0,002339	0,002100	0,001260	---	---
	0,6	0,003060	0,003000	0,002460	0,002220	0,001860	0,001596	---
0,5	0,003660	0,003660	0,003600	0,002580	0,002040	0,001680	0,001380	
0,2	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	0,001380	0,000275	---	---	---	---	---
	0,8	0,001920	0,001800	0,000900	---	---	---	---
	0,7	0,002340	0,002340	0,002040	0,001260	---	---	---
	0,6	0,002820	0,002520	0,002292	0,001980	0,001716	---	---
0,5	0,003420	0,003240	0,002580	0,002100	0,001800	0,001500	0,001260	
0,1	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	---	---	---	---	---	---	---
	0,8	0,001260	---	---	---	---	---	---
	0,7	0,002100	0,001740	0,001020	---	---	---	---
	0,6	0,002520	0,002160	0,001952	0,001560	---	---	---
0,5	0,003000	0,002460	0,002100	0,001788	0,001620	0,000966	---	



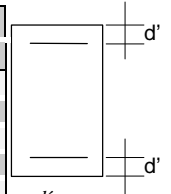
$\frac{d'}{h} = 0,1$

$\nu_d = \frac{F_d}{A_c \cdot f_{cd}}$

$\mu_d = \frac{M_d}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}}$

TABELA 5.1 – Valores de h/r crítico – Processo Pilar Padrão - sem consideração da fluência -

w	n	l						
		60	70	80	90	100	110	120
1,0	1,0	0,004188	0,004190	0,004190	0,004190	0,002676	0,002108	---
	0,9	0,004483	0,004481	0,004481	0,004481	0,004481	0,002443	0,001824
	0,8	0,004819	0,004819	0,004819	0,004817	0,004817	0,003322	0,003580
	0,7	0,004274	0,003684	0,003684	0,003667	0,003665	0,003665	0,004500
	0,6	0,004980	0,004320	0,004020	0,004020	0,004020	0,004020	0,004020
	0,5	0,005782	0,005160	0,004620	0,004416	0,004416	0,004416	0,004416
0,9	1,0	0,004056	0,004056	0,004056	0,004057	0,002340	0,001812	---
	0,9	0,004354	0,004351	0,004351	0,004351	0,002808	0,002160	0,001368
	0,8	0,004678	0,004678	0,004678	0,004678	0,004675	0,004020	0,003192
	0,7	0,003706	0,005052	0,005052	0,005054	0,005052	0,005052	0,003720
	0,6	0,004560	0,003936	0,003948	0,003948	0,003934	0,003934	0,003931
	0,5	0,005749	0,005160	0,004356	0,004356	0,004368	0,004354	0,004354
0,8	1,0	0,003900	0,003900	0,003900	0,002424	0,002328	---	---
	0,9	0,004200	0,004200	0,004200	0,004200	0,002460	0,002040	---
	0,8	0,004500	0,004500	0,004500	0,004536	0,004440	0,003600	0,001651
	0,7	0,004908	0,004860	0,004860	0,004908	0,004896	0,004200	0,003360
	0,6	0,004500	0,005280	0,005280	0,005280	0,005316	0,005220	0,003900
	0,5	0,005700	0,004740	0,004380	0,004380	0,005700	0,005700	0,004284
0,7	1,0	0,003756	0,003756	0,003744	0,002232	0,001440	---	---
	0,9	0,004020	0,004020	0,004044	0,002568	0,002220	0,001020	---
	0,8	0,004380	0,004392	0,004320	0,004380	0,003960	0,001980	0,000756
	0,7	0,004740	0,004740	0,004740	0,004680	0,004680	0,003720	0,003120
	0,6	0,004500	0,005160	0,005160	0,005160	0,005196	0,004200	0,003480
	0,5	0,005520	0,005700	0,005640	0,005640	0,005640	0,005676	0,004500
0,6	1,0	0,003576	0,003576	0,002088	0,002016	---	---	---
	0,9	0,003888	0,003888	0,003888	0,002400	0,001740	---	---
	0,8	0,004200	0,004200	0,004140	0,004188	0,002280	0,001740	---
	0,7	0,004620	0,004560	0,004560	0,004620	0,003780	0,003360	0,001584
	0,6	0,005100	0,005040	0,005040	0,005076	0,004500	0,003780	0,003180
	0,5	0,005400	0,005580	0,005580	0,005520	0,005520	0,004800	0,003720
0,5	1,0	0,003360	0,001884	0,001812	---	---	---	---
	0,9	0,003720	0,003720	0,002232	0,002160	---	---	---
	0,8	0,004020	0,004020	0,004044	0,002340	0,002040	---	---
	0,7	0,004440	0,004452	0,004380	0,004140	0,003540	0,001752	---
	0,6	0,004920	0,004860	0,004860	0,004920	0,004020	0,003360	0,001620
	0,5	0,004320	0,005400	0,005400	0,005400	0,005220	0,005400	0,003180
0,4	1,0	0,001632	0,001625	0,000627	---	---	---	---
	0,9	0,003480	0,003504	0,001980	0,000516	---	---	---
	0,8	0,003840	0,003864	0,002364	0,002100	0,000684	---	---
	0,7	0,004200	0,004200	0,004140	0,003780	0,001665	0,001080	---
	0,6	0,004680	0,004680	0,004716	0,003900	0,003540	0,003120	0,001476
	0,5	0,005340	0,005280	0,005280	0,004920	0,004020	0,003360	0,003000
0,3	1,0	0,001262	0,000516	---	---	---	---	---
	0,9	0,003252	0,001276	0,000804	---	---	---	---
	0,8	0,003660	0,003672	0,002160	0,001020	---	---	---
	0,7	0,004020	0,003960	0,003839	0,002160	0,001320	---	---
	0,6	0,004500	0,004440	0,003900	0,003660	0,003300	0,001608	---
	0,5	0,005100	0,005100	0,005040	0,004020	0,003480	0,003120	0,001440
0,2	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	0,001440	0,000276	---	---	---	---	---
	0,8	0,003408	0,001860	0,000960	---	---	---	---
	0,7	0,003780	0,003828	0,002100	0,001320	---	---	---
	0,6	0,004260	0,003960	0,003780	0,003420	0,001728	---	---
	0,5	0,004860	0,004680	0,004020	0,003540	0,003240	0,001560	0,001320
0,1	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	---	---	---	---	---	---	---
	0,8	0,001320	---	---	---	---	---	---
	0,7	0,003540	0,001800	0,001080	---	---	---	---
	0,6	0,003960	0,003600	0,001952	0,001620	---	---	---
	0,5	0,004440	0,003900	0,003540	0,003276	0,001680	0,000966	---



$$\frac{d'}{h} = 0,1$$

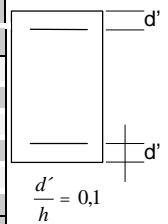
$$\nu_d = \frac{F_d}{A_c \cdot f_{cd}}$$

$$\mu_d = \frac{M_d}{A_c \cdot h f_{cd}}$$

TABELA 5.2 – Valores de h/r último – Processo Pilar Padrão - sem consideração da fluência -

5.6) TABELAS REFERENTES AO PROCESSO DO PILAR PADRÃO COM A CONSIDERAÇÃO DA DEFORMAÇÃO LENTA.

w	n	l						
		60	70	80	90	100	110	120
1,0	1,0	0,001873	0,001873	0,001759	0,001759	0,001759	---	---
	0,9	0,003840	0,002220	0,002076	0,002076	0,002076	0,002076	---
	0,8	0,004800	0,002904	0,002424	0,002414	0,002414	0,002415	0,002048
	0,7	0,006120	0,003627	0,002808	0,002798	0,002798	0,002798	0,002774
	0,6	0,007500	0,004871	0,003456	0,003204	0,003194	0,003194	0,003194
	0,5	0,008700	0,007320	0,005520	0,003607	0,003607	0,003607	0,003607
0,9	1,0	0,002465	0,001488	0,001488	0,001488	0,001487	---	---
	0,9	0,003720	0,001872	0,001862	0,001861	0,001861	---	---
	0,8	0,004440	0,002663	0,002220	0,002220	0,002220	0,002220	---
	0,7	0,005760	0,003348	0,002599	0,002599	0,002597	0,002597	0,002460
	0,6	0,006240	0,005187	0,003031	0,003031	0,003029	0,003029	0,003007
	0,5	0,008580	0,007140	0,005071	0,003470	0,003468	0,003468	0,003468
0,8	1,0	0,001478	0,001188	0,001176	0,001178	---	---	---
	0,9	0,003300	0,001680	0,001596	0,001584	0,001589	---	---
	0,8	0,004200	0,002400	0,002040	0,001992	0,001992	---	---
	0,7	0,005400	0,003000	0,002400	0,002400	0,002400	0,002388	---
	0,6	0,006300	0,004500	0,002880	0,002832	0,002820	0,002820	0,002825
	0,5	0,008100	0,006900	0,004500	0,003360	0,003312	0,003312	0,003300
0,7	1,0	0,001417	0,000852	0,000850	0,000847	---	---	---
	0,9	0,002400	0,001440	0,001293	0,001293	---	---	---
	0,8	0,003900	0,001800	0,001740	0,001728	0,001733	---	---
	0,7	0,003900	0,002700	0,002172	0,002172	0,002160	0,002165	---
	0,6	0,006300	0,004200	0,002616	0,002640	0,002616	0,002604	0,002148
	0,5	0,008400	0,005700	0,003600	0,003120	0,003120	0,003120	0,003108
0,6	1,0	0,000540	0,000418	0,000418	---	---	---	---
	0,9	0,001410	0,000924	0,000917	0,000914	---	---	---
	0,8	0,003900	0,001428	0,001428	0,001416	---	---	---
	0,7	0,003664	0,002400	0,001896	0,001896	0,001884	---	---
	0,6	0,006300	0,003900	0,002376	0,002376	0,002376	0,002364	---
	0,5	0,007800	0,005700	0,003180	0,002940	0,002892	0,002832	0,002340
0,5	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	0,000784	0,000466	0,000463	---	---	---	---
	0,8	0,002700	0,001008	0,001008	0,000996	---	---	---
	0,7	0,004200	0,001920	0,001560	0,001558	---	---	---
	0,6	0,005220	0,003300	0,002100	0,002100	0,002088	---	---
	0,5	0,007200	0,004800	0,002628	0,002640	0,002616	0,002616	---
0,4	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	0,000492	---	---	---	---	---	---
	0,8	0,001500	0,000540	0,000533	---	---	---	---
	0,7	0,003315	0,001152	0,001142	0,001140	---	---	---
	0,6	0,004860	0,002372	0,001752	0,001750	---	---	---
	0,5	0,006120	0,004560	0,002400	0,002340	0,002328	---	---
0,3	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	---	---	---	---	---	---	---
	0,8	0,000611	---	---	---	---	---	---
	0,7	0,002700	0,000612	0,000602	---	---	---	---
	0,6	0,004141	0,001800	0,001296	0,001176	---	---	---
	0,5	0,005700	0,003600	0,002040	0,001992	0,001860	---	---
0,2	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	---	---	---	---	---	---	---
	0,8	---	---	---	---	---	---	---
	0,7	---	---	---	---	---	---	---
	0,6	0,003720	0,000682	0,000514	---	---	---	---
	0,5	0,004800	0,002803	0,001524	---	---	---	
0,1	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	---	---	---	---	---	---	---
	0,8	---	---	---	---	---	---	---
	0,7	---	---	---	---	---	---	---
	0,6	0,001020	---	---	---	---	---	---
	0,5	0,004320	0,000876	---	---	---	---	

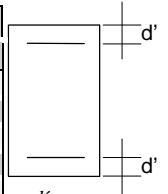


$$\nu_d = \frac{F_d}{A_c \cdot f_{cd}}$$

$$\mu_d = \frac{M_d}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}}$$

TABELA 5.3 – Valores de h/r crítico – Processo Pilar Padrão
- com consideração da fluência - $\phi = 2$

w	n	l						
		60	70	80	90	100	110	120
1,0	1,0	0,009373	0,006373	0,003259	0,001760	0,001760	---	---
	0,9	0,011280	0,008160	0,005076	0,003576	0,002076	0,002076	---
	0,8	0,012000	0,011892	0,008412	0,005412	0,003912	0,002415	0,002049
	0,7	0,012060	0,012627	0,010296	0,007296	0,005796	0,004296	0,002774
	0,6	0,013200	0,012371	0,012454	0,010692	0,007692	0,006192	0,004693
	0,5	0,014400	0,013260	0,014460	0,014105	0,011105	0,008105	0,006605
0,9	1,0	0,008465	0,004487	0,002986	0,001488	0,001487	---	---
	0,9	0,011160	0,007860	0,004860	0,003360	0,001861	---	---
	0,8	0,011880	0,010163	0,006720	0,003720	0,002220	0,002220	---
	0,7	0,013200	0,012348	0,008597	0,007097	0,004094	0,002598	0,002472
	0,6	0,012180	0,012687	0,012029	0,009029	0,006026	0,004526	0,003007
	0,5	0,014520	0,014580	0,014071	0,012468	0,009466	0,007966	0,004966
0,8	1,0	0,007478	0,004176	0,001188	0,001181	---	---	---
	0,9	0,009000	0,006120	0,003084	0,001596	0,001591	---	---
	0,8	0,011400	0,008100	0,004980	0,003480	0,002004	---	---
	0,7	0,012600	0,011700	0,008388	0,005388	0,003888	0,002400	---
	0,6	0,013500	0,013200	0,011820	0,007320	0,005808	0,004308	0,002827
	0,5	0,013800	0,014100	0,013200	0,010800	0,007800	0,006300	0,004788
0,7	1,0	0,004417	0,002340	0,000852	0,000850	---	---	---
	0,9	0,008100	0,004380	0,002793	0,001293	---	---	---
	0,8	0,011100	0,006240	0,004728	0,001740	0,001735	---	---
	0,7	0,012840	0,009900	0,006660	0,003660	0,002172	0,002166	---
	0,6	0,013500	0,012900	0,010104	0,007080	0,004104	0,002616	0,002160
	0,5	0,014100	0,014400	0,013800	0,010608	0,007608	0,004608	0,003120
0,6	1,0	0,001980	0,000420	0,000418	---	---	---	---
	0,9	0,005910	0,002412	0,000919	0,000917	---	---	---
	0,8	0,008100	0,005916	0,002916	0,001428	---	---	---
	0,7	0,012664	0,008100	0,004884	0,003384	0,001896	---	---
	0,6	0,013500	0,011100	0,008364	0,005364	0,003864	0,002376	---
	0,5	0,013500	0,014400	0,012120	0,008880	0,005880	0,004320	0,002400
0,5	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	0,003784	0,000468	0,000466	---	---	---	---
	0,8	0,006900	0,002506	0,001010	0,001008	---	---	---
	0,7	0,009900	0,006360	0,003048	0,001560	---	---	---
	0,6	0,012660	0,009000	0,006588	0,003588	0,002100	---	---
	0,5	0,014400	0,013500	0,010116	0,007080	0,004104	0,002618	---
0,4	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	0,000504	---	---	---	---	---	---
	0,8	0,004200	0,000552	0,000534	---	---	---	---
	0,7	0,007815	0,004140	0,001145	0,001142	---	---	---
	0,6	0,012300	0,006872	0,004740	0,001752	---	---	---
	0,5	0,013560	0,012000	0,008340	0,005328	0,002340	---	---
0,3	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	---	---	---	---	---	---	---
	0,8	0,000611	---	---	---	---	---	---
	0,7	0,005400	0,000624	0,000605	---	---	---	---
	0,6	0,008641	0,004500	0,001308	0,001188	---	---	---
	0,5	0,014400	0,009300	0,004980	0,003480	0,001862	---	---
0,2	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	---	---	---	---	---	---	---
	0,8	---	---	---	---	---	---	---
	0,7	---	---	---	---	---	---	---
	0,6	0,006660	0,002179	0,000516	---	---	---	---
	0,5	0,010500	0,005803	0,003012	---	---	---	---
0,1	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	---	---	---	---	---	---	---
	0,8	---	---	---	---	---	---	---
	0,7	---	---	---	---	---	---	---
	0,6	0,001080	---	---	---	---	---	---
	0,5	0,007260	0,002364	---	---	---	---	---



$$\frac{d'}{h} = 0,1$$

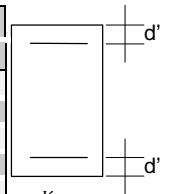
$$\nu_d = \frac{F_d}{A_c \cdot f_{cd}}$$

$$\mu_d = \frac{M_d}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}}$$

TABELA 5.4 – Valores de h/r último – Processo Pilar Padrão - com consideração da fluência - $\phi = 2$

5.7) TABELAS REFERENTES AO MÉTODO GERAL.

w	n	l						
		60	70	80	90	100	110	120
1,0	1,0	0,003375	0,003319	0,003319	0,003244	0,002494	---	---
	0,9	0,003750	0,003750	0,003675	0,003581	0,002869	0,002025	---
	0,8	0,004144	0,004144	0,004125	0,004125	0,003975	0,002269	0,001725
	0,7	0,004575	0,004575	0,004575	0,004575	0,004500	0,003150	0,001969
	0,6	0,005250	0,005063	0,005063	0,005062	0,004987	0,004875	0,003000
	0,5	0,006375	0,005512	0,005513	0,005512	0,005513	0,005494	0,005494
0,9	1,0	0,003206	0,003150	0,003150	0,002719	0,001671	---	---
	0,9	0,003563	0,003563	0,003488	0,003488	0,002494	---	---
	0,8	0,003975	0,003975	0,003975	0,003581	0,003000	0,002025	---
	0,7	0,004500	0,004500	0,004425	0,004406	0,004350	0,002550	0,001744
	0,6	0,004913	0,004912	0,004913	0,004894	0,004875	0,003825	0,002194
	0,5	0,006375	0,005456	0,005400	0,005400	0,005400	0,005250	0,004350
0,8	1,0	0,002625	0,002625	0,002625	0,002625	---	---	---
	0,9	0,003750	0,002625	0,002625	0,002625	0,001875	---	---
	0,8	0,003750	0,003750	0,003750	0,003750	0,002250	0,001500	---
	0,7	0,004125	0,004125	0,004125	0,004125	0,003000	0,001875	0,001125
	0,6	0,004688	0,004500	0,004500	0,004500	0,004125	0,002625	0,001500
	0,5	0,005625	0,005063	0,004875	0,004875	0,004875	0,004875	0,002625
0,7	1,0	0,002250	0,002250	0,002250	0,001125	---	---	---
	0,9	0,002625	0,002625	0,002625	0,002250	---	---	---
	0,8	0,003750	0,003000	0,003000	0,003000	0,001875	---	---
	0,7	0,003938	0,003938	0,003000	0,003000	0,002250	0,001500	---
	0,6	0,004500	0,004500	0,004125	0,003000	0,003000	0,001875	0,001500
	0,5	0,005625	0,004500	0,004500	0,004500	0,003000	0,003000	0,001875
0,6	1,0	0,002250	0,002250	0,002250	---	---	---	---
	0,9	0,002250	0,002250	0,002250	0,001500	---	---	---
	0,8	0,002625	0,002625	0,002625	0,002250	0,001125	---	---
	0,7	0,003938	0,003750	0,003000	0,002625	0,001875	0,001500	---
	0,6	0,004125	0,004125	0,003000	0,003000	0,002250	0,001500	0,001125
	0,5	0,004875	0,004500	0,004500	0,004500	0,003000	0,002250	0,001500
0,5	1,0	0,001875	0,001125	---	---	---	---	---
	0,9	0,002250	0,002250	0,002250	---	---	---	---
	0,8	0,002625	0,002625	0,002625	0,002250	---	---	---
	0,7	0,003750	0,003000	0,003000	0,002250	0,002250	---	---
	0,6	0,003938	0,003938	0,003000	0,002625	0,001875	0,001875	---
	0,5	0,004312	0,004313	0,004313	0,003000	0,002625	0,001875	0,001125
0,4	1,0	0,001125	0,001125	---	---	---	---	---
	0,9	0,001875	0,001125	---	---	---	---	---
	0,8	0,002250	0,002250	0,001125	---	---	---	---
	0,7	0,002625	0,002625	0,002625	0,001875	---	---	---
	0,6	0,003750	0,002813	0,002812	0,002250	0,001875	0,000750	---
	0,5	0,003938	0,003938	0,002813	0,002625	0,001875	0,001875	0,001125
0,3	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	0,000938	0,000938	---	---	---	---	---
	0,8	0,002063	0,001125	0,001125	---	---	---	---
	0,7	0,002625	0,002625	0,001125	0,001125	---	---	---
	0,6	0,002437	0,002438	0,002438	0,001125	0,001125	---	---
	0,5	0,003938	0,002438	0,002438	0,002250	0,001875	0,001125	---
0,2	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	---	---	---	---	---	---	---
	0,8	0,000938	0,000938	---	---	---	---	---
	0,7	0,002063	0,001125	0,001125	---	---	---	---
	0,6	0,002437	0,002438	0,001125	0,001125	---	---	---
	0,5	0,002438	0,002438	0,002438	0,001125	0,001125	---	---
0,1	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	---	---	---	---	---	---	---
	0,8	---	---	---	---	---	---	---
	0,7	0,000938	0,000938	---	---	---	---	---
	0,6	0,002063	0,000938	0,000938	---	---	---	---
	0,5	0,002438	0,002063	0,001125	0,001125	0,000750	---	---



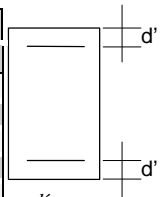
$$\frac{d'}{h} = 0,1$$

$$\nu_d = \frac{F_d}{A_c \cdot f_{cd}}$$

$$\mu_d = \frac{M_d}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}}$$

TABELA 5.5 – Valores de h/r crítico –Método Geral
- Diagrama Retangular / sem consideração da fluência -

w	n	l						
		60	70	80	90	100	110	120
1,0	1,0	0,002402	0,002402	0,002401	0,002299	0,002229	0,002160	0,002128
	0,9	0,002628	0,002637	0,002609	0,002548	0,002462	0,002424	0,002357
	0,8	0,002874	0,002871	0,002868	0,002829	0,002826	0,002734	0,002572
	0,7	0,003143	0,003143	0,003143	0,003089	0,003089	0,002949	0,002949
	0,6	0,003438	0,003438	0,003432	0,003432	0,003432	0,003414	0,003315
	0,5	0,003751	0,003749	0,003749	0,003749	0,003738	0,003738	0,003738
0,9	1,0	0,002319	0,002289	0,002265	0,002198	0,002144	0,002078	0,001741
	0,9	0,002499	0,002496	0,002496	0,002360	0,002357	0,002319	0,002247
	0,8	0,002778	0,002723	0,002723	0,002723	0,002656	0,002566	0,002464
	0,7	0,003058	0,003058	0,003058	0,003019	0,002970	0,002901	0,002740
	0,6	0,003360	0,003359	0,003359	0,003359	0,003360	0,003325	0,003171
	0,5	0,003702	0,003702	0,003702	0,003702	0,003696	0,003656	0,003626
0,8	1,0	0,002183	0,002183	0,001946	0,001941	0,001941	0,001876	---
	0,9	0,002378	0,002369	0,002369	0,002355	0,002189	0,002035	0,001945
	0,8	0,002637	0,002501	0,002501	0,002417	0,002407	0,002407	0,002171
	0,7	0,002872	0,002872	0,002830	0,002830	0,002744	0,002744	0,002606
	0,6	0,003228	0,003177	0,003177	0,003177	0,003143	0,002939	0,002880
	0,5	0,003553	0,003553	0,003553	0,003521	0,003521	0,003521	0,003505
0,7	1,0	0,002088	0,002065	0,001816	0,001816	0,001790	0,000755	---
	0,9	0,002293	0,002287	0,002287	0,002205	0,001900	0,001803	0,000775
	0,8	0,002577	0,002545	0,002455	0,002343	0,002315	0,002297	0,001970
	0,7	0,002758	0,002758	0,002729	0,002729	0,002506	0,002476	0,002476
	0,6	0,003083	0,003083	0,003083	0,003083	0,003083	0,002858	0,002715
	0,5	0,003477	0,003420	0,003420	0,003420	0,003420	0,003420	0,003251
0,6	1,0	0,001774	0,001774	0,001612	0,001612	0,000786	---	---
	0,9	0,002190	0,002190	0,001892	0,001892	0,001828	0,000908	---
	0,8	0,002344	0,002344	0,002344	0,002340	0,002006	0,001924	0,001505
	0,7	0,002635	0,002635	0,002399	0,002399	0,002399	0,001888	0,001888
	0,6	0,002967	0,002967	0,002967	0,002967	0,002847	0,002482	0,002482
	0,5	0,003381	0,003301	0,003301	0,003301	0,003301	0,003292	0,002867
0,5	1,0	0,001623	0,001469	0,001456	0,000763	---	---	---
	0,9	0,002022	0,001868	0,001726	0,001726	0,001492	---	---
	0,8	0,002223	0,002223	0,002223	0,002217	0,001875	0,001741	---
	0,7	0,002543	0,002336	0,002394	0,002337	0,002276	0,001965	0,001741
	0,6	0,002848	0,002848	0,002848	0,002570	0,002487	0,002487	0,001906
	0,5	0,003172	0,003172	0,003172	0,003172	0,003172	0,002724	0,002703
0,4	1,0	0,001390	0,001390	0,000848	---	---	---	---
	0,9	0,002012	0,001511	0,001511	0,000863	---	---	---
	0,8	0,002135	0,002135	0,001705	0,001705	0,000972	---	---
	0,7	0,002319	0,002319	0,002319	0,002301	0,002024	0,001701	0,000769
	0,6	0,002704	0,002704	0,002450	0,002450	0,002213	0,001843	0,001772
	0,5	0,003104	0,003042	0,003042	0,003042	0,002460	0,002375	0,001883
0,3	1,0	0,000614	0,000572	---	---	---	---	---
	0,9	0,001338	0,001310	0,000784	0,000122	---	---	---
	0,8	0,002010	0,001756	0,001605	0,000874	0,000377	---	---
	0,7	0,002218	0,002218	0,002218	0,001771	0,001703	0,000741	---
	0,6	0,002359	0,002359	0,002339	0,002339	0,001864	0,001568	0,000728
	0,5	0,002956	0,002956	0,002956	0,002485	0,002441	0,001808	0,001808
0,2	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	0,000637	0,000450	---	---	---	---	---
	0,8	0,001350	0,001350	0,000647	0,000334	---	---	---
	0,7	0,002146	0,001872	0,001629	0,001485	0,000610	---	---
	0,6	0,002259	0,002259	0,002259	0,001736	0,001647	0,000740	---
	0,5	0,002690	0,002275	0,002215	0,002175	0,001828	0,001648	0,001505
0,1	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	---	---	---	---	---	---	---
	0,8	0,000501	0,000501	---	---	---	---	---
	0,7	0,001450	0,001450	0,000731	0,000591	---	---	---
	0,6	0,002156	0,001997	0,001566	0,001566	0,000739	---	---
	0,5	0,002321	0,002204	0,002145	0,001600	0,001525	0,000852	0,000852



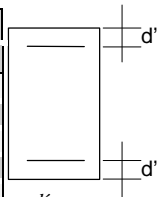
$$\frac{d'}{h} = 0,1$$

$$\nu_d = \frac{F_d}{A_c \cdot f_{cd}}$$

$$\mu_d = \frac{M_d}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}}$$

TABELA 5.6 – Valores de h/r crítico – Método Geral - Diagrama Triangular / sem consideração da fluência -

w	n	l						
		60	70	80	90	100	110	120
1,0	1,0	0,003097	0,002979	0,002825	0,002814	0,002686	0,002339	---
	0,9	0,003411	0,003292	0,003188	0,003078	0,002986	0,002670	0,001978
	0,8	0,003750	0,003749	0,003680	0,003442	0,003326	0,003295	0,002383
	0,7	0,004113	0,004073	0,004032	0,003816	0,003816	0,003688	0,003247
	0,6	0,004505	0,004492	0,004492	0,004492	0,004298	0,004072	0,004015
	0,5	0,004899	0,004899	0,004883	0,004883	0,004831	0,004698	0,004580
0,9	1,0	0,002919	0,002779	0,002679	0,002633	0,002564	0,001182	---
	0,9	0,003228	0,003201	0,002993	0,002953	0,002846	0,002396	---
	0,8	0,003681	0,003593	0,003364	0,003250	0,003184	0,002890	0,002043
	0,7	0,004005	0,003868	0,003855	0,003781	0,003625	0,003531	0,002623
	0,6	0,004415	0,004415	0,004414	0,004252	0,004154	0,003916	0,003806
	0,5	0,004856	0,004856	0,004856	0,004779	0,004746	0,004552	0,004386
0,8	1,0	0,002825	0,002572	0,002453	0,002380	0,001291	---	---
	0,9	0,003027	0,003027	0,003004	0,002564	0,002564	0,001915	---
	0,8	0,003205	0,003205	0,003092	0,003042	0,003042	0,002478	0,001009
	0,7	0,003779	0,003575	0,003575	0,003466	0,003407	0,003316	0,002315
	0,6	0,004249	0,004120	0,004120	0,004120	0,003711	0,003711	0,002405
	0,5	0,004668	0,004657	0,004657	0,004623	0,004623	0,004462	0,004064
0,7	1,0	0,002320	0,002320	0,002290	0,002224	0,000359	---	---
	0,9	0,002914	0,002914	0,002909	0,002447	0,002331	---	---
	0,8	0,003222	0,003107	0,003030	0,002960	0,002639	0,002168	---
	0,7	0,003648	0,003648	0,003316	0,003281	0,003233	0,002341	0,001873
	0,6	0,004171	0,004016	0,004016	0,003597	0,003536	0,003536	0,002128
	0,5	0,004586	0,004586	0,004528	0,004528	0,004528	0,003902	0,003380
0,6	1,0	0,002086	0,002043	0,002043	0,000986	---	---	---
	0,9	0,002831	0,002350	0,002350	0,002294	0,000999	---	---
	0,8	0,003031	0,003031	0,003013	0,002520	0,002460	0,000968	---
	0,7	0,003402	0,003134	0,003060	0,003060	0,002629	0,002190	0,000997
	0,6	0,003967	0,003967	0,003482	0,003430	0,003376	0,002568	0,001986
	0,5	0,004488	0,004400	0,004322	0,004322	0,003936	0,003618	0,002483
0,5	1,0	0,001878	0,001862	0,001209	---	---	---	---
	0,9	0,002239	0,002198	0,002192	0,001226	---	---	---
	0,8	0,002900	0,002900	0,002359	0,002359	0,000987	---	---
	0,7	0,003007	0,003007	0,003001	0,002602	0,002570	0,001006	---
	0,6	0,003736	0,003270	0,003270	0,003216	0,002564	0,002275	0,001000
	0,5	0,004347	0,004260	0,004260	0,003700	0,003534	0,002350	0,002129
0,4	1,0	0,001800	0,001146	---	---	---	---	---
	0,9	0,001964	0,001938	0,001209	---	---	---	---
	0,8	0,002814	0,002293	0,002167	0,001253	---	---	---
	0,7	0,003027	0,003027	0,002433	0,002399	0,001154	---	---
	0,6	0,003576	0,003126	0,003034	0,002524	0,002290	0,002022	0,000987
	0,5	0,004189	0,004120	0,003392	0,003392	0,002497	0,002244	0,001748
0,3	1,0	0,000809	---	---	---	---	---	---
	0,9	0,001726	0,001107	---	---	---	---	---
	0,8	0,002072	0,002065	0,001126	---	---	---	---
	0,7	0,002930	0,002277	0,002277	0,002277	0,000973	---	---
	0,6	0,003189	0,003041	0,002443	0,002358	0,002088	0,001202	---
	0,5	0,004004	0,003341	0,003147	0,002384	0,002332	0,001999	0,001146
0,2	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	0,000809	---	---	---	---	---	---
	0,8	0,001052	0,000979	---	---	---	---	---
	0,7	0,002102	0,002102	0,001136	0,000814	---	---	---
	0,6	0,002993	0,002989	0,002231	0,002149	0,000994	---	---
	0,5	0,002947	0,002947	0,002212	0,002119	0,002010	0,001209	---
0,1	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	---	---	---	---	---	---	---
	0,8	0,000746	---	---	---	---	---	---
	0,7	0,001891	0,000979	0,000809	---	---	---	---
	0,6	0,002513	0,002066	0,002066	0,000826	---	---	---
	0,5	0,003155	0,002949	0,002067	0,002046	0,001155	0,000822	---



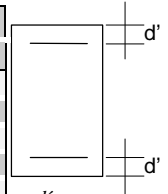
$$\frac{d'}{h} = 0,1$$

$$\nu_d = \frac{F_d}{A_c \cdot f_{cd}}$$

$$\mu_d = \frac{M_d}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}}$$

TABELA 5.7 – Valores de h/r crítico – Método Geral
- Diagrama Trapezoidal / sem consideração da fluência -

w	n	l						
		60	70	80	90	100	110	120
1,0	1,0	0,005295	0,005269	0,005269	0,004500	0,003581	---	---
	0,9	0,005625	0,005625	0,005625	0,005662	0,004144	0,002963	---
	0,8	0,005813	0,005813	0,006019	0,006019	0,005437	0,004313	0,002288
	0,7	0,006375	0,006375	0,006375	0,006375	0,006188	0,005494	0,004406
	0,6	0,006750	0,006750	0,006750	0,006750	0,006750	0,006750	0,005888
	0,5	0,007125	0,007125	0,007125	0,007125	0,007125	0,007125	0,007125
0,9	1,0	0,005138	0,005063	0,005062	0,003994	0,002625	---	---
	0,9	0,005438	0,005438	0,005250	0,005062	0,003769	---	---
	0,8	0,005906	0,005906	0,005906	0,005813	0,004688	0,003713	---
	0,7	0,006187	0,006188	0,006262	0,006188	0,006188	0,004875	0,003244
	0,6	0,006563	0,006581	0,006581	0,006750	0,006769	0,006581	0,005250
	0,5	0,007125	0,007125	0,007125	0,007125	0,007125	0,007125	0,007125
0,8	1,0	0,003750	0,003750	0,003750	0,002812	---	---	---
	0,9	0,004312	0,004313	0,004312	0,004312	0,003000	---	---
	0,8	0,005625	0,005625	0,005625	0,003938	0,003937	0,003000	---
	0,7	0,005625	0,005625	0,005625	0,005625	0,004313	0,004313	0,001500
	0,6	0,005813	0,005813	0,005812	0,005813	0,005812	0,005813	0,004500
	0,5	0,006563	0,006563	0,006375	0,006375	0,006375	0,006375	0,006375
0,7	1,0	0,003750	0,003750	0,003750	0,001500	---	---	---
	0,9	0,003938	0,003938	0,003938	0,003750	---	---	---
	0,8	0,005625	0,005625	0,005625	0,003750	0,003750	---	---
	0,7	0,005625	0,005625	0,005625	0,005625	0,004125	0,003375	---
	0,6	0,005813	0,005813	0,005812	0,005813	0,005812	0,004500	0,003375
	0,5	0,006375	0,006375	0,006375	0,006375	0,006375	0,006375	0,004875
0,6	1,0	0,003750	0,003750	0,002438	---	---	---	---
	0,9	0,003750	0,003750	0,003750	0,002625	---	---	---
	0,8	0,004500	0,004500	0,004500	0,004312	0,003000	---	---
	0,7	0,005625	0,005625	0,005625	0,003938	0,003937	0,002625	---
	0,6	0,005625	0,005625	0,005625	0,005625	0,005625	0,004313	0,002625
	0,5	0,006187	0,006188	0,006188	0,006188	0,006188	0,006188	0,003188
0,5	1,0	0,003750	0,002250	---	---	---	---	---
	0,9	0,003750	0,003750	0,002625	---	---	---	---
	0,8	0,003938	0,003938	0,003938	0,002812	---	---	---
	0,7	0,005625	0,005625	0,005625	0,003750	0,003187	---	---
	0,6	0,005625	0,005625	0,005625	0,005625	0,004312	0,003187	---
	0,5	0,006000	0,006000	0,006000	0,006000	0,006188	0,004688	0,003188
0,4	1,0	0,002250	0,002250	---	---	---	---	---
	0,9	0,003750	0,002250	---	---	---	---	---
	0,8	0,003750	0,003750	0,002625	---	---	---	---
	0,7	0,004125	0,004125	0,004125	0,003938	---	---	---
	0,6	0,005625	0,005625	0,005625	0,003938	0,003937	0,001500	---
	0,5	0,005813	0,005813	0,005812	0,005813	0,004500	0,003938	0,002438
0,3	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	0,002063	0,001125	---	---	---	---	---
	0,8	0,003750	0,002438	0,001313	---	---	---	---
	0,7	0,003750	0,003750	0,003750	0,001313	---	---	---
	0,6	0,005625	0,005625	0,003750	0,003750	0,001313	---	---
	0,5	0,005625	0,005625	0,005625	0,005625	0,004125	0,002813	---
0,2	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	---	---	---	---	---	---	---
	0,8	0,002063	0,001125	---	---	---	---	---
	0,7	0,003750	0,003750	0,002438	---	---	---	---
	0,6	0,005625	0,005625	0,003750	0,002812	---	---	---
	0,5	0,005625	0,005625	0,005625	0,003750	0,002813	---	---
0,1	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	---	---	---	---	---	---	---
	0,8	---	---	---	---	---	---	---
	0,7	0,003750	0,001125	---	---	---	---	---
	0,6	0,003750	0,003750	0,001125	---	---	---	---
	0,5	0,005625	0,005625	0,003750	0,002437	0,002437	---	---



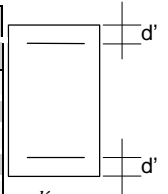
$$\frac{d'}{h} = 0,1$$

$$\nu_d = \frac{F_d}{A_c \cdot f_{cd}}$$

$$\mu_d = \frac{M_d}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}}$$

TABELA 5.8 – Valores de h/r último –Método Geral
- Diagrama Retangular / sem consideração da fluência -

w	n	l						
		60	70	80	90	100	110	120
1,0	1,0	0,002410	0,002410	0,002401	0,002454	0,002410	0,002389	0,002417
	0,9	0,002634	0,002637	0,002667	0,002637	0,002668	0,002674	0,002676
	0,8	0,002879	0,002872	0,002862	0,002862	0,002861	0,002861	0,002896
	0,7	0,003143	0,003143	0,003143	0,003126	0,003126	0,003158	0,003158
	0,6	0,003438	0,003438	0,003438	0,003438	0,003438	0,003431	0,003430
0,5	0,003754	0,003751	0,003751	0,003751	0,003743	0,003743	0,003743	
0,9	1,0	0,002324	0,002319	0,002317	0,002278	0,002386	0,002317	0,002289
	0,9	0,002532	0,002531	0,002531	0,002499	0,002538	0,002532	0,002539
	0,8	0,002784	0,002768	0,002768	0,002786	0,002760	0,002760	0,002760
	0,7	0,003058	0,003058	0,003058	0,003037	0,003041	0,003040	0,003055
	0,6	0,003360	0,003360	0,003360	0,003360	0,003349	0,003393	0,003341
0,5	0,003693	0,003693	0,003693	0,003693	0,003702	0,003683	0,003679	
0,8	1,0	0,002183	0,002227	0,002183	0,002172	0,002172	0,002179	---
	0,9	0,002347	0,002378	0,002378	0,002395	0,002369	0,002355	0,002384
	0,8	0,002731	0,002622	0,002622	0,002637	0,002637	0,002637	0,002632
	0,7	0,002933	0,002933	0,002933	0,002933	0,002830	0,002830	0,002942
	0,6	0,003223	0,003261	0,003261	0,003261	0,003223	0,003035	0,003223
0,5	0,003553	0,003553	0,003553	0,003553	0,003553	0,003553	0,003553	
0,7	1,0	0,002086	0,002088	0,002086	0,002086	0,002088	0,001930	---
	0,9	0,002320	0,002320	0,002320	0,002279	0,002279	0,002279	0,001962
	0,8	0,002584	0,002577	0,002545	0,002435	0,002545	0,002584	0,002557
	0,7	0,002833	0,002833	0,002827	0,002827	0,002827	0,002827	0,002827
	0,6	0,003125	0,003125	0,003125	0,003125	0,003125	0,002948	0,003125
0,5	0,003477	0,003463	0,003463	0,003463	0,003463	0,003463	0,003351	
0,6	1,0	0,002008	0,002087	0,002008	0,002008	0,002008	---	---
	0,9	0,002184	0,002140	0,002190	0,002190	0,002244	0,002190	---
	0,8	0,002376	0,002376	0,002376	0,002393	0,002376	0,002331	0,002325
	0,7	0,002730	0,002730	0,002730	0,002730	0,002730	0,002730	0,002730
	0,6	0,003016	0,003016	0,003016	0,003016	0,002943	0,002974	0,002974
0,5	0,003375	0,003381	0,003381	0,003381	0,003381	0,003356	0,003351	
0,5	1,0	0,001781	0,001869	0,002020	0,001787	---	---	---
	0,9	0,002081	0,001995	0,002090	0,002090	0,002081	---	---
	0,8	0,002297	0,002297	0,002270	0,002260	0,002273	0,002306	---
	0,7	0,002520	0,002642	0,002508	0,002543	0,002548	0,002543	0,002543
	0,6	0,002900	0,002900	0,002900	0,002686	0,002851	0,002851	0,002900
0,5	0,003238	0,003238	0,003238	0,003238	0,003238	0,003238	0,003244	
0,4	1,0	0,001399	0,001399	0,001379	0,001278	---	---	---
	0,9	0,002021	0,002011	0,002012	0,002021	0,001504	---	---
	0,8	0,002206	0,002206	0,002181	0,002181	0,002201	0,001838	---
	0,7	0,002353	0,002353	0,002353	0,002372	0,002353	0,002353	0,002098
	0,6	0,002768	0,002768	0,002768	0,002567	0,002780	0,002780	0,002704
0,5	0,003104	0,003104	0,003104	0,003104	0,003104	0,003104	0,003104	
0,3	1,0	0,001177	0,001252	---	---	---	---	---
	0,9	0,001839	0,001778	0,001999	0,001331	---	---	---
	0,8	0,002078	0,002078	0,002078	0,002141	0,001756	---	---
	0,7	0,002251	0,002251	0,002218	0,002251	0,002251	0,002071	---
	0,6	0,002591	0,002591	0,002514	0,002514	0,002507	0,002500	0,002472
0,5	0,002966	0,002966	0,002966	0,002956	0,002956	0,002956	0,002956	
0,2	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	0,001291	0,001331	---	---	---	---	---
	0,8	0,002041	0,002060	0,002047	0,001419	---	---	---
	0,7	0,002166	0,002166	0,002166	0,002166	0,001942	---	---
	0,6	0,002259	0,002259	0,002341	0,002349	0,002341	0,002341	0,001568
0,5	0,002720	0,002795	0,002720	0,002795	0,002795	0,002795	0,002690	
0,1	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	---	---	---	---	---	---	---
	0,8	0,001500	0,001500	---	---	---	---	---
	0,7	0,002176	0,002098	0,002092	0,001616	---	---	---
	0,6	0,002200	0,002202	0,002220	0,002220	0,002202	0,001275	---
0,5	0,002395	0,002303	0,002400	0,002395	0,002395	0,002437	0,001907	



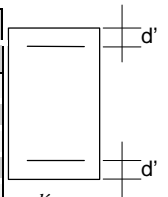
$\frac{d'}{h} = 0,1$

$v_d = \frac{F_d}{A_c \cdot f_{cd}}$

$\mu_d = \frac{M_d}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}}$

TABELA 5.9 – Valores de h/r último – Método Geral - Diagrama Triangular / sem consideração da fluência -

w	n	l						
		60	70	80	90	100	110	120
1,0	1,0	0,003120	0,003089	0,003105	0,003213	0,003107	0,003086	---
	0,9	0,003411	0,003370	0,003427	0,003493	0,003432	0,003416	0,003021
	0,8	0,003755	0,003750	0,003747	0,003734	0,003734	0,003774	0,003748
	0,7	0,004113	0,004171	0,004104	0,004130	0,004130	0,004163	0,004107
	0,6	0,004489	0,004500	0,004500	0,004500	0,004540	0,004500	0,004505
	0,5	0,004904	0,004904	0,004892	0,004892	0,004893	0,004914	0,004870
0,9	1,0	0,003025	0,002991	0,002943	0,003000	0,002980	0,002388	---
	0,9	0,003290	0,003291	0,003302	0,003388	0,003290	0,003287	---
	0,8	0,003691	0,003678	0,003618	0,003676	0,003617	0,003592	0,003505
	0,7	0,004013	0,003976	0,003964	0,004000	0,004003	0,004002	0,004001
	0,6	0,004421	0,004415	0,004415	0,004412	0,004390	0,004415	0,004411
	0,5	0,004847	0,004847	0,004847	0,004844	0,004823	0,004847	0,004847
0,8	1,0	0,002776	0,002825	0,002903	0,002824	0,002824	---	---
	0,9	0,003037	0,003037	0,003027	0,003037	0,003037	0,003004	---
	0,8	0,003381	0,003381	0,003488	0,003481	0,003495	0,003495	0,002880
	0,7	0,003834	0,003744	0,003744	0,003575	0,003839	0,003844	0,003844
	0,6	0,004242	0,004242	0,004242	0,004242	0,004267	0,004267	0,004242
	0,5	0,004657	0,004668	0,004668	0,004657	0,004657	0,004572	0,004657
0,7	1,0	0,002724	0,002724	0,002719	0,002724	0,002219	---	---
	0,9	0,002909	0,002909	0,002951	0,002962	0,002951	---	---
	0,8	0,003419	0,003222	0,003322	0,003302	0,003302	0,003316	---
	0,7	0,003714	0,003714	0,003452	0,003711	0,003711	0,003711	0,003354
	0,6	0,004171	0,004138	0,004138	0,004138	0,004133	0,004133	0,004135
	0,5	0,004586	0,004586	0,004568	0,004568	0,004568	0,004575	0,004568
0,6	1,0	0,002742	0,002685	0,002685	0,002396	---	---	---
	0,9	0,002862	0,002831	0,002831	0,002826	0,002457	---	---
	0,8	0,003061	0,003061	0,003061	0,003054	0,003066	0,002554	---
	0,7	0,003600	0,003591	0,003591	0,003591	0,003591	0,003587	0,002548
	0,6	0,004012	0,004012	0,003967	0,003973	0,004054	0,004015	0,003967
	0,5	0,004472	0,004482	0,004488	0,004488	0,004465	0,004477	0,004477
0,5	1,0	0,002498	0,002679	0,002368	---	---	---	---
	0,9	0,002770	0,002719	0,002709	0,002719	---	---	---
	0,8	0,003005	0,003005	0,002950	0,002950	0,002950	---	---
	0,7	0,003485	0,003485	0,003400	0,003392	0,003392	0,003079	---
	0,6	0,003884	0,003884	0,003884	0,003876	0,003830	0,003830	0,003227
	0,5	0,004337	0,004337	0,004337	0,004337	0,004398	0,004347	0,004347
0,4	1,0	0,001806	0,001822	---	---	---	---	---
	0,9	0,002727	0,002724	0,002665	---	---	---	---
	0,8	0,002912	0,002912	0,002862	0,002904	---	---	---
	0,7	0,003063	0,003063	0,003066	0,003066	0,003066	---	---
	0,6	0,003675	0,003758	0,003735	0,003758	0,003758	0,003450	0,002343
	0,5	0,004186	0,004189	0,004179	0,004179	0,004189	0,004189	0,003677
0,3	1,0	0,001630	---	---	---	---	---	---
	0,9	0,002476	0,002476	---	---	---	---	---
	0,8	0,002789	0,002789	0,002847	0,002025	---	---	---
	0,7	0,002966	0,002959	0,002961	0,002959	0,002277	---	---
	0,6	0,003378	0,003181	0,003378	0,003383	0,003384	0,002615	---
	0,5	0,004083	0,004083	0,004078	0,004004	0,004004	0,003913	0,002686
0,2	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	0,001722	---	---	---	---	---	---
	0,8	0,002867	0,002693	---	---	---	---	---
	0,7	0,002906	0,002906	0,002906	0,002131	---	---	---
	0,6	0,002993	0,003068	0,003149	0,003068	0,002698	---	---
	0,5	0,003778	0,003778	0,003845	0,003849	0,003845	0,003024	0,002114
0,1	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	---	---	---	---	---	---	---
	0,8	0,002309	---	---	---	---	---	---
	0,7	0,003000	0,002905	0,002014	---	---	---	---
	0,6	0,002940	0,002945	0,002945	0,002563	---	---	---
	0,5	0,003273	0,003066	0,003258	0,003269	0,003066	0,002107	---



$$\frac{d'}{h} = 0,1$$

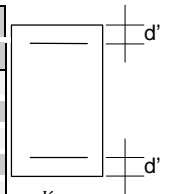
$$\nu_d = \frac{F_d}{A_c \cdot f_{cd}}$$

$$\mu_d = \frac{M_d}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}}$$

TABELA 5.10 – Valores de h/r último – Método Geral - Diagrama Trapezoidal / sem consideração da fluência -

5.8) TABELAS REFERENTES AO MÉTODO GERAL COM A CONSIDERAÇÃO DA DEFORMAÇÃO LENTA.

w	n	l						
		60	70	80	90	100	110	120
1,0	1,0	0,002194	0,002194	0,002194	0,002119	---	---	---
	0,9	0,002812	0,002625	0,002569	0,002550	0,002494	---	---
	0,8	0,003206	0,003019	0,003019	0,003019	0,002944	---	---
	0,7	0,005719	0,003563	0,003469	0,003469	0,003394	0,003394	---
	0,6	0,007313	0,003994	0,003994	0,003994	0,003994	0,003600	0,002719
	0,5	0,009000	0,006750	0,004500	0,004500	0,004500	0,004500	0,004444
0,9	1,0	0,001875	0,001875	0,001875	0,001744	---	---	---
	0,9	0,002325	0,002325	0,002325	0,002269	---	---	---
	0,8	0,002831	0,002813	0,002756	0,002756	0,002719	---	---
	0,7	0,005344	0,003244	0,003244	0,003244	0,003244	0,002269	---
	0,6	0,006000	0,004125	0,003788	0,003787	0,003750	0,003581	---
	0,5	0,009000	0,006750	0,004350	0,004350	0,004275	0,004275	0,004275
0,8	1,0	0,002063	0,000750	0,000750	---	---	---	---
	0,9	0,002063	0,002063	0,002063	0,001875	---	---	---
	0,8	0,002437	0,002250	0,002250	0,002250	---	---	---
	0,7	0,004125	0,002625	0,002625	0,002625	0,002625	---	---
	0,6	0,005625	0,003750	0,003750	0,003000	0,003000	0,002625	---
	0,5	0,007875	0,004313	0,004125	0,004125	0,004125	0,004125	0,002250
0,7	1,0	0,000750	0,000750	---	---	---	---	---
	0,9	0,001875	0,001875	0,001125	---	---	---	---
	0,8	0,002250	0,002250	0,002250	0,001875	---	---	---
	0,7	0,003750	0,002625	0,002625	0,002625	0,001500	---	---
	0,6	0,006000	0,002625	0,002625	0,002625	0,002625	---	---
	0,5	0,007875	0,004125	0,003938	0,003938	0,003000	0,003000	---
0,6	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	0,000750	0,000750	---	---	---	---	---
	0,8	0,002063	0,001125	0,001125	---	---	---	---
	0,7	0,002437	0,002438	0,001125	0,001125	---	---	---
	0,6	0,004125	0,002625	0,002625	0,001125	0,001125	---	---
	0,5	0,006000	0,004125	0,003000	0,003000	0,003000	0,001125	---
0,5	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	0,000563	---	---	---	---	---	---
	0,8	0,000750	0,000750	---	---	---	---	---
	0,7	0,002063	0,002063	0,001125	---	---	---	---
	0,6	0,004125	0,002625	0,001125	0,001125	---	---	---
	0,5	0,006000	0,002625	0,002625	0,002625	0,001125	---	---
0,4	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	---	---	---	---	---	---	---
	0,8	0,000563	---	---	---	---	---	---
	0,7	0,000750	0,000750	---	---	---	---	---
	0,6	0,002250	0,002063	0,001125	---	---	---	---
	0,5	0,004125	0,002625	0,002625	0,001125	---	---	---
0,3	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	---	---	---	---	---	---	---
	0,8	---	---	---	---	---	---	---
	0,7	0,000563	---	---	---	---	---	---
	0,6	0,001875	0,000563	---	---	---	---	---
	0,5	0,004125	0,002438	0,000937	---	---	---	---
0,2	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	---	---	---	---	---	---	---
	0,8	---	---	---	---	---	---	---
	0,7	---	---	---	---	---	---	---
	0,6	0,000563	---	---	---	---	---	---
	0,5	0,002250	0,000563	0,000562	---	---	---	---
0,1	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	---	---	---	---	---	---	---
	0,8	---	---	---	---	---	---	---
	0,7	---	---	---	---	---	---	---
	0,6	---	---	---	---	---	---	---
	0,5	0,002063	---	---	---	---	---	---



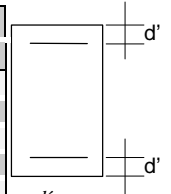
$$\frac{d'}{h} = 0,1$$

$$\nu_d = \frac{F_d}{A_c \cdot f_{cd}}$$

$$\mu_d = \frac{M_d}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}}$$

TABELA 5.11 – Valores de h/r crítico – Método Geral
- Diagrama Retangular / com consideração da fluência - $\phi = 2$

w	n	l						
		60	70	80	90	100	110	120
1,0	1,0	0,004040	0,002837	0,001982	0,001742	0,001497	0,001459	---
	0,9	0,004394	0,003572	0,002663	0,002247	0,001971	0,001792	0,001740
	0,8	0,004955	0,004410	0,003305	0,002751	0,002367	0,002110	0,002051
	0,7	0,005511	0,004985	0,004373	0,003462	0,002864	0,002495	0,002424
	0,6	0,006191	0,005600	0,005064	0,004361	0,003799	0,003201	0,002865
	0,5	0,006392	0,006392	0,006001	0,005581	0,004807	0,004108	0,003652
0,9	1,0	0,003506	0,002203	0,001703	0,001438	0,001307	0,001221	---
	0,9	0,004287	0,003375	0,002567	0,001823	0,001711	0,001567	---
	0,8	0,004918	0,003801	0,003197	0,002460	0,002044	0,001973	0,001847
	0,7	0,005650	0,004945	0,003863	0,003195	0,002531	0,002430	0,002181
	0,6	0,006096	0,005661	0,005015	0,004040	0,003355	0,002948	0,002741
	0,5	0,006468	0,006398	0,005851	0,005028	0,004594	0,003765	0,003385
0,8	1,0	0,003297	0,001567	0,001426	0,000901	0,000901	---	---
	0,9	0,003779	0,002596	0,001681	0,001613	0,001449	0,001362	---
	0,8	0,004498	0,003395	0,002539	0,001828	0,001768	0,001704	---
	0,7	0,005407	0,003797	0,003459	0,002574	0,002342	0,002029	0,002003
	0,6	0,006248	0,005946	0,004414	0,003865	0,002945	0,002564	0,002564
	0,5	0,006393	0,006228	0,005751	0,004519	0,004224	0,003116	0,003116
0,7	1,0	0,002587	0,001417	0,000708	0,000588	---	---	---
	0,9	0,003058	0,002427	0,001423	0,000965	0,000875	---	---
	0,8	0,003915	0,003216	0,002350	0,001717	0,001579	0,000769	---
	0,7	0,005167	0,004118	0,003474	0,002394	0,001871	0,001871	0,000782
	0,6	0,006159	0,004664	0,004023	0,003411	0,002635	0,002409	0,002083
	0,5	0,006436	0,006264	0,005790	0,004388	0,003633	0,003034	0,002637
0,6	1,0	0,001531	0,000337	0,000337	---	---	---	---
	0,9	0,002548	0,001396	0,000725	0,000717	---	---	---
	0,8	0,004001	0,002336	0,001561	0,001410	0,000886	---	---
	0,7	0,004606	0,003278	0,002617	0,001791	0,001709	0,000886	---
	0,6	0,006071	0,005192	0,003431	0,002587	0,002587	0,002045	0,001774
	0,5	0,006533	0,005890	0,005315	0,003627	0,003065	0,002604	0,002562
0,5	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	0,001631	0,000518	0,000474	---	---	---	---
	0,8	0,003608	0,001629	0,000744	0,000740	---	---	---
	0,7	0,004957	0,003501	0,001652	0,001535	0,000933	---	---
	0,6	0,005936	0,004669	0,002581	0,002475	0,001804	0,001666	---
	0,5	0,006778	0,005812	0,004188	0,003358	0,002685	0,001980	0,001980
0,4	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	0,001719	---	---	---	---	---	---
	0,8	0,002530	0,000542	0,000512	---	---	---	---
	0,7	0,004773	0,002483	0,001481	0,000690	0,000122	---	---
	0,6	0,004835	0,003387	0,002622	0,001731	0,000899	---	---
	0,5	0,006940	0,005031	0,003434	0,002513	0,001925	0,001831	0,000390
0,3	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	---	---	---	---	---	---	---
	0,8	0,001554	---	---	---	---	---	---
	0,7	0,003705	0,001430	0,000371	---	---	---	---
	0,6	0,004580	0,002752	0,001452	0,000703	0,000121	---	---
	0,5	0,006795	0,004531	0,002567	0,001780	0,001581	0,000616	---
0,2	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	---	---	---	---	---	---	---
	0,8	---	---	---	---	---	---	---
	0,7	0,001713	---	---	---	---	---	---
	0,6	0,004663	0,001632	0,000338	---	---	---	---
	0,5	0,005670	0,003605	0,001674	0,000628	0,000112	---	---
0,1	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	---	---	---	---	---	---	---
	0,8	---	---	---	---	---	---	---
	0,7	---	---	---	---	---	---	---
	0,6	0,002765	---	---	---	---	---	---
	0,5	0,004893	0,002695	0,000271	---	---	---	---



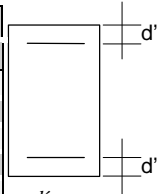
$$\frac{d'}{h} = 0,1$$

$$\nu_d = \frac{F_d}{A_c \cdot f_{cd}}$$

$$\mu_d = \frac{M_d}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}}$$

TABELA 5.12 – Valores de h/r crítico – Método Geral
 - Diagrama Triangular / com consideração da fluência - $\phi = 2$

w	n	l						
		60	70	80	90	100	110	120
1,0	1,0	0,003338	0,002290	0,002077	0,001873	0,001829	---	---
	0,9	0,004269	0,003182	0,002598	0,002340	0,002239	0,001905	---
	0,8	0,005331	0,003928	0,003210	0,002722	0,002607	0,002550	---
	0,7	0,006498	0,004996	0,003902	0,003377	0,003085	0,002935	0,002879
	0,6	0,007749	0,006328	0,005057	0,004049	0,003676	0,003485	0,003325
0,5	0,008850	0,007739	0,006516	0,005373	0,004545	0,004219	0,003887	
0,9	1,0	0,002600	0,001925	0,001687	0,001546	0,001385	---	---
	0,9	0,004100	0,002643	0,002166	0,001958	0,001935	---	---
	0,8	0,004783	0,003678	0,002737	0,002510	0,002421	0,002319	---
	0,7	0,006218	0,004763	0,003575	0,003121	0,002819	0,002707	0,002511
	0,6	0,007266	0,005735	0,004610	0,003723	0,003445	0,003241	0,003146
0,5	0,008460	0,007530	0,006395	0,004939	0,004377	0,003872	0,003702	
0,8	1,0	0,002103	0,001163	0,001141	0,001141	---	---	---
	0,9	0,003101	0,002157	0,001876	0,001855	0,000946	---	---
	0,8	0,004263	0,003193	0,002317	0,002250	0,002131	---	---
	0,7	0,005196	0,004428	0,003288	0,002531	0,002524	0,002412	---
	0,6	0,007090	0,005586	0,003576	0,003494	0,003263	0,002752	0,002538
0,5	0,008795	0,007179	0,005673	0,004558	0,003699	0,003582	0,003525	
0,7	1,0	0,001930	0,000927	0,000825	---	---	---	---
	0,9	0,002161	0,001787	0,001219	0,001154	---	---	---
	0,8	0,004362	0,002185	0,002155	0,001999	0,000983	---	---
	0,7	0,004747	0,003472	0,002425	0,002381	0,002265	---	---
	0,6	0,007187	0,004809	0,003434	0,003069	0,002603	0,002603	---
0,5	0,008859	0,006625	0,004837	0,003587	0,003587	0,003357	0,002765	
0,6	1,0	0,000667	---	---	---	---	---	---
	0,9	0,002111	0,000933	0,000933	---	---	---	---
	0,8	0,003281	0,002021	0,001799	0,001135	---	---	---
	0,7	0,004451	0,003187	0,002269	0,002181	0,001172	---	---
	0,6	0,005787	0,004570	0,003195	0,002474	0,002454	---	---
0,5	0,008307	0,005655	0,004410	0,003499	0,003349	0,002675	0,002443	
0,5	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	0,000716	0,000616	---	---	---	---	---
	0,8	0,002112	0,000982	0,000962	---	---	---	---
	0,7	0,003493	0,002158	0,001951	0,001226	---	---	---
	0,6	0,004522	0,003450	0,002349	0,002277	0,000995	---	---
0,5	0,008418	0,004608	0,003460	0,002600	0,002571	0,002505	---	
0,4	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	---	---	---	---	---	---	---
	0,8	0,002128	0,000512	---	---	---	---	---
	0,7	0,003511	0,002095	0,000991	---	---	---	---
	0,6	0,004595	0,002265	0,002035	0,000780	---	---	---
0,5	0,005793	0,004525	0,003470	0,002399	0,002399	---	---	
0,3	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	---	---	---	---	---	---	---
	0,8	---	---	---	---	---	---	---
	0,7	0,002101	0,000501	---	---	---	---	---
	0,6	0,003555	0,002104	0,000979	---	---	---	---
0,5	0,005771	0,003467	0,002241	0,002214	---	---	---	
0,2	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	---	---	---	---	---	---	---
	0,8	---	---	---	---	---	---	---
	0,7	---	---	---	---	---	---	---
	0,6	0,003526	0,000649	---	---	---	---	---
0,5	0,004610	0,002109	0,000942	---	---	---	---	
0,1	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	---	---	---	---	---	---	---
	0,8	---	---	---	---	---	---	---
	0,7	---	---	---	---	---	---	---
	0,6	---	---	---	---	---	---	---
0,5	0,003616	0,002006	---	---	---	---	---	



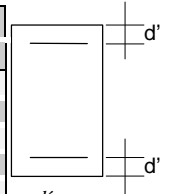
$$\frac{d'}{h} = 0,1$$

$$\nu_d = \frac{F_d}{A_c \cdot f_{cd}}$$

$$\mu_d = \frac{M_d}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}}$$

TABELA 5.13 – Valores de h/r crítico – Método Geral
 - Diagrama Trapezoidal / com consideração da fluência - $\phi = 2$

w	n	l						
		60	70	80	90	100	110	120
1,0	1,0	0,009938	0,006187	0,003750	0,002662	---	---	---
	0,9	0,012750	0,008625	0,005625	0,003825	0,002662	---	---
	0,8	0,015750	0,011250	0,007875	0,005269	0,003638	---	---
	0,7	0,016313	0,014438	0,010500	0,007556	0,005250	0,003937	---
	0,6	0,016875	0,016875	0,014063	0,010350	0,007538	0,005437	0,004200
	0,5	0,016875	0,016875	0,016875	0,014438	0,010875	0,008250	0,006113
0,9	1,0	0,008250	0,004875	0,003000	0,001875	---	---	---
	0,9	0,010875	0,007163	0,004387	0,002812	---	---	---
	0,8	0,014438	0,009938	0,006563	0,004256	0,003075	---	---
	0,7	0,016313	0,013125	0,009206	0,006225	0,004369	0,003206	---
	0,6	0,016875	0,016875	0,012562	0,009019	0,006375	0,004688	---
	0,5	0,016875	0,016875	0,016875	0,012750	0,009562	0,006937	0,005250
0,8	1,0	0,006000	0,002813	0,001313	---	---	---	---
	0,9	0,009375	0,006000	0,002812	0,002250	---	---	---
	0,8	0,011250	0,007687	0,005625	0,002812	---	---	---
	0,7	0,015000	0,011250	0,007875	0,004688	0,003000	---	---
	0,6	0,015000	0,015000	0,009375	0,006375	0,004688	0,003187	---
	0,5	0,015000	0,015000	0,015000	0,011250	0,008063	0,006188	0,004500
0,7	1,0	0,004500	0,002438	---	---	---	---	---
	0,9	0,007500	0,004313	0,002438	---	---	---	---
	0,8	0,009375	0,006000	0,004125	0,002625	---	---	---
	0,7	0,013125	0,007687	0,006188	0,003000	0,001500	---	---
	0,6	0,015000	0,013125	0,007875	0,006188	0,004500	---	---
	0,5	0,015000	0,015000	0,013125	0,009563	0,006375	0,004688	---
0,6	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	0,004312	0,002813	---	---	---	---	---
	0,8	0,007500	0,004500	0,002813	---	---	---	---
	0,7	0,011250	0,006000	0,004500	0,002812	---	---	---
	0,6	0,015000	0,011250	0,007875	0,004688	0,003000	---	---
	0,5	0,015000	0,015000	0,011250	0,006188	0,004688	0,003187	---
0,5	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	0,002625	---	---	---	---	---	---
	0,8	0,006000	0,002625	---	---	---	---	---
	0,7	0,009375	0,006000	0,002812	---	---	---	---
	0,6	0,013125	0,007500	0,004500	0,002812	---	---	---
	0,5	0,015000	0,013125	0,009375	0,006188	0,003000	---	---
0,4	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	---	---	---	---	---	---	---
	0,8	0,002625	---	---	---	---	---	---
	0,7	0,005813	0,002625	---	---	---	---	---
	0,6	0,011250	0,006000	0,002812	---	---	---	---
	0,5	0,015000	0,011250	0,006000	0,002812	---	---	---
0,3	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	---	---	---	---	---	---	---
	0,8	---	---	---	---	---	---	---
	0,7	0,004125	---	---	---	---	---	---
	0,6	0,007500	0,004313	---	---	---	---	---
	0,5	0,013125	0,007500	0,002625	---	---	---	---
0,2	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	---	---	---	---	---	---	---
	0,8	---	---	---	---	---	---	---
	0,7	---	---	---	---	---	---	---
	0,6	0,004312	---	---	---	---	---	---
	0,5	0,009375	0,005813	0,002625	---	---	---	---
0,1	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	---	---	---	---	---	---	---
	0,8	---	---	---	---	---	---	---
	0,7	---	---	---	---	---	---	---
	0,6	---	---	---	---	---	---	---
	0,5	0,005625	---	---	---	---	---	---



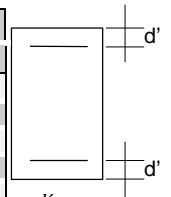
$\frac{d'}{h} = 0,1$

$\nu_d = \frac{F_d}{A_c \cdot f_{cd}}$

$\mu_d = \frac{M_d}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}}$

TABELA 5.14 – Valores de h/r último – Método Geral
 - Diagrama Retangular / com consideração da fluência - $\phi = 2$

w	n	l						
		60	70	80	90	100	110	120
1,0	1,0	0,005332	0,005336	0,005334	0,004507	0,003109	0,002100	---
	0,9	0,005513	0,005623	0,005336	0,005509	0,004427	0,003187	0,002167
	0,8	0,005871	0,005738	0,005714	0,005871	0,005615	0,004476	0,003304
	0,7	0,005968	0,005968	0,005968	0,005968	0,006006	0,005954	0,004690
	0,6	0,006269	0,006289	0,006253	0,006253	0,006253	0,006269	0,006253
	0,5	0,006378	0,006378	0,006397	0,006400	0,006400	0,006397	0,006400
0,9	1,0	0,005384	0,005398	0,005258	0,003499	0,002301	0,001473	---
	0,9	0,005681	0,005570	0,005569	0,005092	0,003552	0,002423	---
	0,8	0,005708	0,005778	0,005936	0,005822	0,005078	0,003631	0,002574
	0,7	0,006113	0,006168	0,006054	0,005967	0,006168	0,005311	0,003905
	0,6	0,006353	0,006353	0,006345	0,006353	0,006353	0,006375	0,005737
	0,5	0,006512	0,006512	0,006511	0,006512	0,006516	0,006517	0,006514
0,8	1,0	0,005381	0,005298	0,004042	0,002540	0,001657	---	---
	0,9	0,005405	0,005405	0,005322	0,004073	0,002660	0,001783	---
	0,8	0,005652	0,005652	0,005680	0,005652	0,004095	0,002910	0,001869
	0,7	0,005997	0,005997	0,005997	0,006020	0,006003	0,004359	0,003212
	0,6	0,006248	0,006248	0,006248	0,006247	0,006247	0,006247	0,004633
	0,5	0,006565	0,006565	0,006565	0,006565	0,006565	0,006565	0,006565
0,7	1,0	0,005535	0,004748	0,002733	0,001522	---	---	---
	0,9	0,005457	0,005457	0,004635	0,002926	0,001763	---	---
	0,8	0,005831	0,005774	0,005774	0,004717	0,003216	0,001958	---
	0,7	0,006123	0,006123	0,006123	0,006073	0,004931	0,003453	0,002312
	0,6	0,006328	0,006322	0,006328	0,006328	0,006328	0,005263	0,003904
	0,5	0,006639	0,006639	0,006639	0,006639	0,006639	0,006639	0,006116
0,6	1,0	0,005371	0,002715	0,001214	---	---	---	---
	0,9	0,005758	0,005463	0,003068	0,001725	---	---	---
	0,8	0,005934	0,005919	0,005477	0,003516	0,002024	---	---
	0,7	0,006056	0,006056	0,006056	0,005580	0,003765	0,002436	---
	0,6	0,006569	0,006569	0,006569	0,006418	0,005958	0,004232	0,002826
	0,5	0,006827	0,006837	0,006837	0,006837	0,006827	0,006487	0,004911
0,5	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	0,005644	0,003300	0,001588	---	---	---	---
	0,8	0,006142	0,005902	0,003616	0,001925	---	---	---
	0,7	0,006212	0,006212	0,006212	0,004085	0,002515	0,001527	---
	0,6	0,006566	0,006566	0,006566	0,006566	0,004568	0,002929	0,001837
	0,5	0,006906	0,006906	0,006906	0,006901	0,006906	0,005209	0,003658
0,4	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	0,003050	---	---	---	---	---	---
	0,8	0,005746	0,003921	0,001684	---	---	---	---
	0,7	0,006174	0,006421	0,004477	0,002389	0,001125	---	---
	0,6	0,006659	0,006667	0,006705	0,004826	0,002949	0,001745	---
	0,5	0,006940	0,006940	0,007013	0,006940	0,005590	0,003641	0,002304
0,3	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	---	---	---	---	---	---	---
	0,8	0,003937	---	---	---	---	---	---
	0,7	0,006158	0,004827	0,001877	---	---	---	---
	0,6	0,006800	0,006800	0,005382	0,002877	0,001632	---	---
	0,5	0,007042	0,007042	0,007043	0,005968	0,003630	0,001988	---
0,2	1,0	0,000322	0,000183	0,000183	---	---	---	---
	0,9	---	---	---	---	---	---	---
	0,8	---	---	---	---	---	---	---
	0,7	0,005196	---	---	---	---	---	---
	0,6	0,006659	0,005813	0,002117	---	---	---	---
	0,5	0,007057	0,007057	0,006298	0,003421	0,001712	---	---
0,1	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	0,000390	0,000183	0,000183	---	---	---	---
	0,8	---	---	---	---	---	---	---
	0,7	---	---	---	---	---	---	---
	0,6	0,006298	---	---	---	---	---	---
	0,5	0,006784	0,006784	0,002893	---	---	---	---



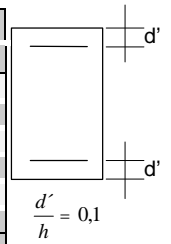
$$\frac{d'}{h} = 0,1$$

$$\nu_d = \frac{F_d}{A_c \cdot f_{cd}}$$

$$\mu_d = \frac{M_d}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}}$$

TABELA 5.15 – Valores de h/r último – Método Geral
 - Diagrama Triangular / com consideração da fluência - $\phi = 2$

w	n	l						
		60	70	80	90	100	110	120
1,0	1,0	0,007791	0,007800	0,005237	0,003461	0,002324	---	---
	0,9	0,008032	0,008006	0,007229	0,005054	0,003433	0,002318	---
	0,8	0,008316	0,008351	0,008561	0,006902	0,004952	0,003471	---
	0,7	0,008601	0,008588	0,008600	0,008556	0,006900	0,004999	0,003716
	0,6	0,009036	0,008929	0,008929	0,008832	0,008929	0,007170	0,005443
	0,5	0,009069	0,009069	0,009069	0,009059	0,009069	0,009067	0,008010
0,9	1,0	0,007840	0,006559	0,003996	0,002596	0,001609	---	---
	0,9	0,008103	0,008103	0,006065	0,003937	0,002572	---	---
	0,8	0,008266	0,008415	0,008252	0,005847	0,004054	0,002725	---
	0,7	0,008829	0,008829	0,008713	0,008084	0,005875	0,004182	0,002883
	0,6	0,009123	0,009114	0,009099	0,009317	0,008320	0,006162	0,004482
	0,5	0,009236	0,009236	0,009236	0,009244	0,009233	0,009027	0,006936
0,8	1,0	0,007547	0,005001	0,003021	0,001853	---	---	---
	0,9	0,008005	0,007508	0,004800	0,003127	0,002057	---	---
	0,8	0,008241	0,008241	0,006911	0,004692	0,003257	---	---
	0,7	0,008543	0,008543	0,008543	0,006864	0,004829	0,003382	---
	0,6	0,008976	0,008976	0,009127	0,008972	0,007090	0,005163	0,003655
	0,5	0,009245	0,009245	0,009245	0,009245	0,009255	0,007793	0,005786
0,7	1,0	0,006369	0,003372	0,001829	---	---	---	---
	0,9	0,007965	0,005774	0,003474	0,002079	---	---	---
	0,8	0,008245	0,008191	0,005478	0,003577	0,002273	---	---
	0,7	0,008864	0,008668	0,008143	0,005538	0,003784	0,002451	---
	0,6	0,009148	0,009148	0,009379	0,008286	0,005860	0,004015	0,002664
	0,5	0,009439	0,009439	0,009439	0,009439	0,008961	0,006465	0,004737
0,6	1,0	0,003861	---	---	---	---	---	---
	0,9	0,007343	0,003733	0,002135	---	---	---	---
	0,8	0,008285	0,006761	0,003828	0,002246	---	---	---
	0,7	0,008682	0,008801	0,006497	0,004175	0,002559	---	---
	0,6	0,009432	0,009432	0,009432	0,006729	0,004560	0,002903	---
	0,5	0,009604	0,009599	0,009604	0,009599	0,007150	0,005094	0,003519
0,5	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	0,004709	0,001353	---	---	---	---	---
	0,8	0,008296	0,004483	0,002189	---	---	---	---
	0,7	0,008527	0,007898	0,004747	0,002599	---	---	---
	0,6	0,009388	0,009388	0,007860	0,005052	0,003255	---	---
	0,5	0,009780	0,009725	0,009725	0,008165	0,005597	0,003802	---
0,4	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	---	---	---	---	---	---	---
	0,8	0,005367	0,002262	---	---	---	---	---
	0,7	0,008409	0,005434	0,002662	---	---	---	---
	0,6	0,009459	0,009243	0,005571	0,003445	---	---	---
	0,5	0,009834	0,009834	0,009557	0,006074	0,003865	---	---
0,3	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	---	---	---	---	---	---	---
	0,8	---	---	---	---	---	---	---
	0,7	0,006642	0,002503	---	---	---	---	---
	0,6	0,009080	0,006597	0,003355	---	---	---	---
	0,5	0,009886	0,009886	0,006775	0,003895	---	---	---
0,2	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	---	---	---	---	---	---	---
	0,8	---	---	---	---	---	---	---
	0,7	---	---	---	---	---	---	---
	0,6	0,008101	0,002695	---	---	---	---	---
	0,5	0,009689	0,007916	0,003938	---	---	---	---
0,1	1,0	---	---	---	---	---	---	---
	0,9	0,000390	---	---	---	---	---	---
	0,8	---	---	---	---	---	---	---
	0,7	---	---	---	---	---	---	---
	0,6	---	---	---	---	---	---	---
	0,5	0,009176	0,003860	---	---	---	---	---



$$\frac{d'}{h} = 0,1$$

$$\nu_d = \frac{F_d}{A_c \cdot f_{cd}}$$

$$\mu_d = \frac{M_d}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}}$$

TABELA 5.16 – Valores de h/r último – Método Geral
 - Diagrama Trapezoidal / com consideração da fluência – $\phi = 2$

Capítulo 6

6) EXEMPLOS

Neste capítulo são feitas comparações entre os resultados obtidos através do modelo proposto para o cálculo de M_2 do Método Geral e do Processo do Pilar Padrão com o processo simplificado da Norma Brasileira, NBR-6118/78. Esta comparação mostra a precisão do modelo feito a partir do processo exato e a importância do dimensionamento de colunas esbeltas através dele.

Para o Método Geral foram considerados exemplos que levam em conta as distribuições de momentos fletores de 1ª ordem retangular, triangular e trapezoidal, indicados na figura (5.2). Para o Processo do Pilar Padrão, por ser um processo aproximado, apenas foram adotados exemplos para distribuição constante de momentos fletores de 1ª ordem.

Os resultados que serão analisados foram obtidos através das tabelas já apresentadas, que foram formadas pelos programas citados anteriormente, para diversas situações de dimensionamento.

6.1) EXEMPLO 1

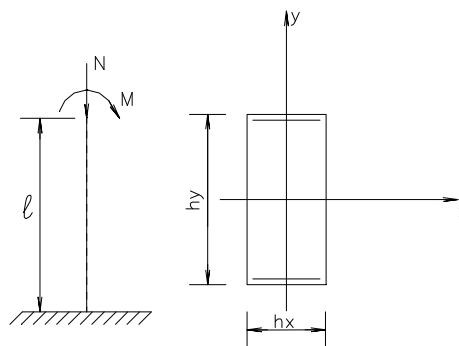


FIGURA 6.1 – Exemplo 1

$$N = 3000kN$$

$$h_x = 0,30m$$

Aço CA - 50A

$$M = 500kN.m$$

$$h_y = 0,80m$$

$$f_{ck} = 20MPa$$

$$l = 3m$$

$$\lambda = \frac{l_e}{i} \cong 70$$

➤ Dimensionamento através da Norma Brasileira, NBR-6118/78.

$$N_d = 3000kN$$

$$v_d = 0,88$$

$$M_{1d} = M_{1i} + M_{1a}$$

$$M_{1i} = 500kN.m$$

$$M_{1a} = N_d \cdot e_a$$

$$M_{1d} = 500 + 60$$

$$e_a = \frac{h_x}{30} = 1 < 2cm$$

$$M_{1d} = 560kN.m$$

$$\therefore e_a = 2cm$$

$$\mu_{1d} = 0,20$$

$$M_{1a} = 3000 \cdot 0,02 = 60kN.m$$

$$M_{2d} = N_d \cdot \frac{l_e^2}{10} \cdot \left(\frac{1}{r}\right)_u$$

$$\left(\frac{1}{r}\right)_u = \frac{0,0035 + \frac{f_{yd}}{E_s}}{(v_d + 0,5)h_x} \Rightarrow v_d + 0,5 = 1,38 > 1$$

$$\left(\frac{1}{r}\right)_u = 1,345 \cdot 10^{-4}$$

$$M_{2d} = 3000 \cdot \frac{600^2}{10} \cdot (1,345 \cdot 10^{-4}) = 14526kN.cm = 145,3kN.m$$

$$\mu_{2d} = 0,053$$

$$\mu_d = \mu_{1d} + \mu_{2d} = 0,20 + 0,053$$

$$\mu_d = 0,26$$

Ábaco A-2 (Venturini, 1987):

$$\omega = 0,75$$

$$\omega = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}}$$

$$A_s \cong 60\text{cm}^2$$

➤ Dimensionamento através do Pilar Padrão

- Para o momento de primeira ordem crítico, encontra-se através do dimensionamento o valor de $\omega = 0,75$.

$$\therefore A_s \cong 60\text{cm}^2$$

- Para o momento de primeira ordem último, segue-se o exemplo:

$$v_d = 0,88$$

$$\mu_{1d} = 0,20$$

$$\lambda = 70$$

$$v_d = 0,88$$

$$\omega = 0,75 \text{ (adotado)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Tabela 5.2} \\ \left(\frac{h}{r} \right) = 0,004177 \end{array} \right\}$$

$$M_{2d} = \frac{N_d}{h} \cdot \frac{l_e^2}{10} \cdot \left(\frac{h}{r} \right)$$

$$M_{2d} = \frac{3000}{30} \cdot \frac{6^2}{10} \cdot (0,004177) = 15037\text{kN.cm} = 150,4\text{kN.m}$$

$$\mu_{2d} = 0,055$$

$$\mu_d = \mu_{1d} + \mu_{2d} = 0,20 + 0,055$$

$$\mu_d = 0,25$$

Ábaco A-2 (Venturini, 1987):

$$\omega = 0,75$$

$$\omega = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}}$$

$$\boxed{A_s \cong 60\text{cm}^2}$$

➤ Dimensionamento através do Método Geral

- Para o momento de primeira ordem crítico, encontra-se através do dimensionamento o valor de $\omega = 0,75$.

$$\therefore A_s \cong 60\text{cm}^2$$

- Para o momento de primeira ordem último, segue-se o exemplo:

$$v_d = 0,88$$

$$\mu_{1d} = 0,20$$

$$\lambda = 70$$

$$v_d = 0,88$$

$$\omega = 0,75 \text{ (adotado)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Tabela 5.8} \\ \left(\frac{h}{r}\right) = 0,004425 \end{array} \right\}$$

$$M_{2d} = \frac{N_d}{h} \cdot \frac{l_e^2}{10} \cdot \left(\frac{h}{r}\right)$$

$$M_{2d} = \frac{3000}{30} \cdot \frac{600^2}{10} \cdot (0,004425) = 15930\text{kN.cm} = 159,3\text{kN.m}$$

$$\mu_{2d} = 0,042$$

$$\mu_d = \mu_{1d} + \mu_{2d} = 0,20 + 0,058$$

$$\mu_d = 0,26$$

Ábaco A-2 (Venturini, 1987):

$$\omega = 0,75$$

$$\omega = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}}$$

$$A_s \cong 60\text{cm}^2$$

6.2) EXEMPLO 2

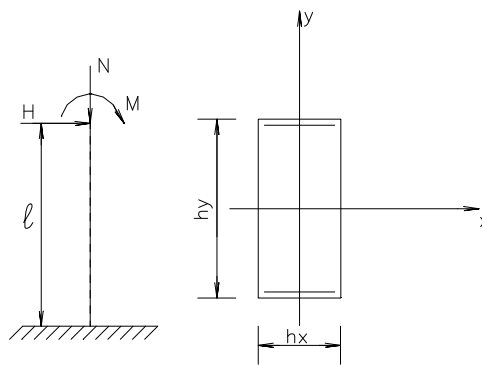


FIGURA 6.2 – Exemplo 2

$$N = 3000\text{kN}$$

$$h_x = 0,30\text{m}$$

Aço CA – 50A

$$M = 400\text{kN.m}$$

$$h_y = 0,80\text{m}$$

$$f_{ck} = 20\text{MPa}$$

$$H = 100\text{kN}$$

$$l = 3\text{m}$$

$$\lambda = \frac{l_e}{i} \cong 70$$

➤ Dimensionamento através da Norma Brasileira, NBR-6118/78.

$$N_d = 3000\text{kN}$$

$$v_d = 0,88$$

$$M_{1d} = M_{1i} + M_{1a}$$

$$M_{1i} = 400 + 100.3$$

$$M_{1i} = 700 \text{ kN.m}$$

$$M_{1a} = N_d \cdot e_a$$

$$e_a = \frac{h_x}{30} = 1 < 2 \text{ cm}$$

$$\therefore e_a = 2 \text{ cm}$$

$$M_{1a} = 3000 \cdot 0,02 = 60 \text{ kN.m}$$

$$M_{1d} = 700 + 60$$

$$M_{1d} = 760 \text{ kN.m}$$

$$\mu_{1d} = 0,28$$

$$M_{2d} = \frac{N_d}{h} \cdot \frac{l_e^2}{10} \cdot \left(\frac{1}{r} \right)_u$$

$$\left(\frac{1}{r} \right)_u = \frac{0,0035 + \frac{f_{yd}}{E_s}}{(v_d + 0,5) \cdot h_x} \Rightarrow v_d + 0,5 = 1,38 > 1$$

$$\left(\frac{1}{r} \right)_u = 1,345 \cdot 10^{-4}$$

$$M_{2d} = 3000 \cdot \frac{600^2}{10} \cdot (1,345 \cdot 10^{-4}) = 14531 \text{ kN.cm} = 145,3 \text{ kN.m}$$

$$\mu_{2d} = 0,053$$

$$\mu_d = \mu_{1d} + \mu_{2d} = 0,28 + 0,053$$

$$\mu_d = 0,33$$

Ábaco A-2 (Venturini, 1987):

$$\omega = 0,93$$

$$\omega = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}}$$

$$A_s \cong 74 \text{ cm}^2$$

➤ Dimensionamento através do Método Geral

- Para o momento de primeira ordem crítico, encontra-se através do dimensionamento o valor de $\omega = 0,90$.

$$\therefore A_s \cong 71\text{cm}^2$$

- Para o momento de primeira ordem último, segue-se o exemplo:

$$v_d = 0,88$$

$$\mu_{1d} = 0,28$$

$$\left. \begin{array}{l} \lambda = 70 \\ v_d = 0,88 \\ \omega = 0,90 \text{ (adotado)} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Tabela 5.10} \\ \left(\frac{h}{r}\right) = 0,003368 \end{array}$$

$$M_{2d} = \frac{N_d}{h} \cdot \frac{l_e^2}{10} \cdot \left(\frac{h}{r}\right)$$

$$M_{2d} = \frac{3000}{30} \cdot \frac{600^2}{10} \cdot (0,003368) = 12126,24\text{kN.cm} = 121,26\text{kN.m}$$

$$\mu_{2d} = 0,044$$

$$\mu_d = \mu_{1d} + \mu_{2d} = 0,28 + 0,044$$

$$\mu_d = 0,32$$

Ábaco A-2 (Venturini, 1987):

$$\omega = 0,90$$

$$\omega = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}}$$

$$\boxed{A_s \cong 71\text{cm}^2}$$

6.3 EXEMPLO 3

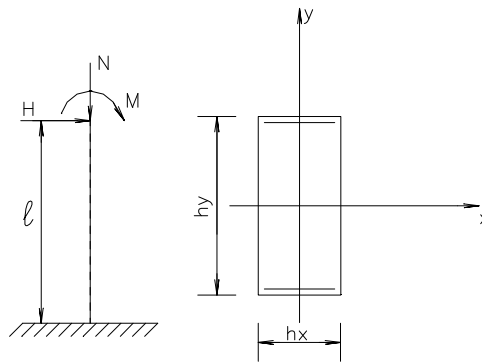


FIGURA 6.3 – Exemplo 3

$$N = 3000kN$$

$$h_x = 0,30m$$

Aço CA - 50A

$$M = 400kN.m$$

$$h_y = 0,80m$$

$$f_{ck} = 20MPa$$

$$H = 100kN$$

$$l = 4,5m$$

$$\lambda = \frac{l_e}{i} \cong 100$$

- Dimensionamento através da Norma Brasileira, NBR-6118/78.

$$N_d = 3000kN$$

$$\nu_d = 0,88$$

$$M_{1d} = M_{1i} + M_{1a}$$

$$M_{1i} = 400 + 100.3$$

$$M_{1a} = N_d . e_a$$

$$M_{1d} = 700 + 60$$

$$M_{1i} = 700kN.m$$

$$e_a = \frac{h_x}{30} = 1 < 2cm$$

$$M_{1d} = 760kN.m$$

$$\therefore e_a = 2cm$$

$$\mu_{1d} = 0,28$$

$$M_{1a} = 3000.0,02 = 60kN.m$$

$$M_{2d} = \frac{N_d}{h} \cdot \frac{l_e^2}{10} \cdot \left(\frac{1}{r}\right)_u$$

$$\left(\frac{1}{r}\right)_u = \frac{0,0035 + \frac{f_{yd}}{E_s}}{(v_d + 0,5)h_x} \Rightarrow v_d + 0,5 = 1,38 > 1$$

$$\left(\frac{1}{r}\right)_u = 1,345 \cdot 10^{-4}$$

$$M_{2d} = 3000 \cdot \frac{900^2}{10} \cdot (1,345 \cdot 10^{-4}) = 32683,5 \text{ kN.cm} = 326,8 \text{ kN.m}$$

$$\mu_{2d} = 0,119$$

$$\mu_d = \mu_{1d} + \mu_{2d} = 0,28 + 0,119$$

$$\mu_d = 0,40$$

Ábaco A-2 (Venturini, 1987):

$$\omega = 1,15$$

$$\omega = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}}$$

$$\boxed{A_s \cong 91 \text{ cm}^2}$$

➤ Dimensionamento através do Método Geral

- Para o momento de primeira ordem crítico, encontra-se através do dimensionamento o valor de $\omega = 1.0$.

$$\therefore A_s \cong 79 \text{ cm}^2$$

- Para o momento de primeira ordem último, segue-se o exemplo:

$$v_d = 0,88$$

$$\mu_{1d} = 0,28$$

$$\left. \begin{array}{l} \lambda = 70 \\ v_d = 0,88 \\ \omega = 1,0 \text{ (adotado)} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Tabela 5.10} \\ \left(\frac{h}{r} \right) = 0,003493 \end{array}$$

$$M_{2d} = \frac{N_d}{h} \cdot \frac{l_e^2}{10} \cdot \left(\frac{h}{r} \right)$$

$$M_{2d} = \frac{3000}{30} \cdot \frac{900^2}{10} \cdot (0,003496) = 28317,6 \text{ kN.cm} = 283,2 \text{ kN.m}$$

$$\mu_{2d} = 0,10$$

$$\mu_d = \mu_{1d} + \mu_{2d} = 0,28 + 0,10$$

$$\mu_d = 0,38$$

Ábaco A-2 (Venturini, 1987):

$$\omega = 1,05$$

$$\omega = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}}$$

$$\boxed{A_s \cong 83 \text{ cm}^2}$$

Capítulo 7

7) COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES

O dimensionamento de pilares de concreto armado pode ser feito através de processos simplificados, como o método recomendado pela norma brasileira, que se restringe a determinados tipos de pilares. No entanto, se estiver disponível um programa computacional, a análise pode ser mais eficaz e não haveria problemas no que se diz respeito a essas restrições.

Este trabalho expõe procedimentos de dimensionamento de colunas esbeltas de concreto armado solicitadas à flexão composta, usando a teoria do Método Geral e o processo aproximado do Pilar Padrão.

Um dos principais objetivos deste estudo foi o de encontrar tabelas com os valores referentes a curvaturas para determinadas forças normais, taxas de armaduras e índices de esbeltez, analisadas também para cargas de longa duração. Para isso, baseou-se no trabalho já desenvolvido por Paula (1988) que se fundamentou em conceitos teóricos para elaborar um programa que realiza um estudo da estabilidade dos pilares de concreto armado encontrando o momento de 1ª ordem crítico e elaborando o diagrama de interação momento fletor – força normal – curvatura.

Observou-se durante o processo de estudo que o método proposto pela Norma Brasileira, NBR-6118/78, é bem próximo aos métodos estudados, dentro de suas limitações, mas percebe-se que nas tabelas não são encontradas curvaturas para taxas de armaduras muito baixas.

O processo aproximado do Pilar Padrão mostra bons resultados dentro de suas restrições, podendo assim, proceder dimensionamentos seguros e a verificação da estabilidade mais eficaz.

O Método Geral sempre será o mais recomendado, pois ele é o mais exato e abrange qualquer tipo de pilar.

Por fim, este trabalho desenvolveu uma ferramenta que possibilita a realização de dimensionamentos através de estudos já desenvolvidos, como o de Paula, que contribuiu para uma análise mais detalhada de pilares esbeltos de concreto armado. Espera-se que este esforço possa contribuir como base para análise de outros trabalhos, podendo levar em conta outros fatores, como por exemplo, outros tipos de vinculações, que tornarão cada vez mais complexo o desenvolvimento deste tema, contribuindo para um crescimento maior na área da engenharia civil.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – **NBR 6118 – Cálculo e Execução de Obras de Concreto Armado**. São Paulo, 1978.

BAZANT, Z. P. & XIANG, Y. – **Inelastic Buckling of Concrete Column in Braced Frame**. Journal of Structural Engineering – ASCE, V.123, Nº 5, May, 1997.

CADAMURO JÚNIOR, I. W. – **Dimensionamento de Pilares Esbeltos de Concreto Armado com Seção Qualquer Solicitados por Flexão Composta Oblíqua**. São Carlos. Dissertação (mestrado), Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1997.

EL-METWALLY, S. E. E. – **Method of Segment Length for Instability Analysis of Reinforced Concrete Beam-Columns**. ACI Structural Journal, V. 91 Nº 6, November-December, 1994.

ESPION, B. & HALLEUX, P. – **Moment Curvature Relationship of Reinforced Concrete Sections under Combined Bending and Normal Force**. Materials and Structures, V. 21, Nº 125, September, 1988.

FRANÇA, R. L. S. – **Relações Momento-Curvatura em Peças de Concreto Armado Submetidas à Flexão Oblíqua Composta**. São Paulo. Dissertação (mestrado), Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, 1984.

_____ – **Contribuição ao Estudo dos Efeitos de Segunda Ordem em Pilares de Concreto Armado**. São Paulo. Tese (doutorado), Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, 1991.

FUSCO, P. B. – ***Estruturas de Concreto. Solicitações Normais.*** Rio de Janeiro, Guanabara Dois, 1981.

_____ – ***Curso de Concreto Armado – 1ª Parte.*** Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, 1990.

KIM, J. K. & YANG, J. K. – ***Buckling Behaviour of Slender High-Strength Concrete Columns.*** Engineering Structures, V. 17, Nº 1, January, 1995.

MACGREGOR, J. G. ; BREEN, J. E. & PFRANG, E. O. – ***Design of Slender Concrete Columns.*** Journal of the American Concrete Institute, V. 67, Nº 1, January, 1970.

MARCOTTI, P. – ***Instabilidade na Flexão Composta Oblíqua de Pilares de Concreto Armado.*** São Paulo. Dissertação (mestrado), Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, 1984.

PAULA, J. A. – ***Algoritmos para o Estudo de Pilares Esbeltos de Concreto Armado Solicitados à Flexão Normal Composta.*** São Carlos. Dissertação (mestrado), Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1988.

PRAYA, G. K. V. & MOERLEY, C. T. – ***Tension-Stiffening and Moment-Curvature Relations of Reinforced Concrete Elements.*** ACI Structural Journal, V. 87, No 5, September-October, 1990.

RANGAN, B. V. – ***Strength of Reinforced Concrete Slender Columns.*** ACI Structural Journal, V. 87, Nº 1, January-February, 1990.

VENTURINI, W. S. – ***Dimensionamento de Peças Retangulares de Concreto Armado Solicitadas à Flexão Reta.*** São Carlos. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1987.