

# **Projeto de Pilares de Concreto de Alto Desempenho**

**Eduardo Aurélio Barros Aguiar**

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Engenharia de Estruturas.

Orientador: Prof. Dr. Libânio Miranda Pinheiro

São Carlos  
2000

É com prazer que dedico este trabalho a  
minha esposa Fabíola e a meu filho  
Eduardo, pelo carinho e compreensão nas  
horas mais difíceis.

## AGRADECIMENTOS

---

Agradeço primeiramente a Deus, pela proteção e pelas oportunidades oferecidas a cada dia.

Ao Prof. Dr. Libânio Miranda Pinheiro, pelo cuidadoso trabalho de orientação, dedicação, ensinamentos e pela amizade demonstrada ao longo destes dois anos de convivência.

À Profa. Dra. Ana Lúcia Homce de Cresce El Debs, pela amizade, atenção e principalmente pelas oportunas sugestões que contribuíram para a melhoria deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Roberto Chust Carvalho, pelas sugestões dadas para a melhoria deste trabalho.

Minha eterna gratidão aos meus pais, Ari Manoel Aguiar e Maria Vitória Barros Aguiar, pela amizade, apoio, dedicação, constantes incentivos e compreensão.

Aos meus sogros, Abílio Álvares de Oliveira e Lucínda Furtado de Oliveira, pelos sinceros incentivos, apoio e confiança em mim depositada.

Aos meus irmãos Lúcio e Gardenia, e a minha cunhada Fabiana, pelos incentivos e pela amizade.

Ao Prof. Luís Alberto de Castro Albuquerque, da Universidade Estadual do Maranhão, pelo incentivo constante e pela amizade.

A todos os colegas do Departamento de Engenharia de Estruturas, pela convivência ao longo destes dois anos de Mestrado.

Aos funcionários do Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos, especialmente, Rosi Aparecida Jordão Rodrigues, Rui Roberto Casale, Maria Nadir Minatel e Eliana A. Bertin, pela dedicação e eficiência nos serviços prestados.

À Coordenadoria de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pela bolsa de estudos concedida nestes dois anos de Mestrado.

## SUMÁRIO

---

<b>LISTA DE FIGURAS</b>	<b>i</b>
<b>LISTA DE TABELAS</b>	<b>iv</b>
<b>LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS</b>	<b>v</b>
<b>LISTA DE SÍMBOLOS</b>	<b>vi</b>
<b>RESUMO</b>	<b>xiii</b>
<b>ABSTRACT</b>	<b>xiv</b>
<b>CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
1.1- GENERALIDADES	1
1.2- CLASSIFICAÇÃO QUANTO A RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO	2
1.3- EDIFÍCIOS DE CAD NO BRASIL	3
1.4- PILARES DE CAD	8
1.5- JUSTIFICATIVAS E OBJETIVOS	10
1.6- APRESENTAÇÃO DO TRABALHO	11
<b>CAPÍTULO 2 - DIAGRAMA TENSÃO-DEFORMAÇÃO E DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES NA SEÇÃO</b>	<b>13</b>
2.1- GENERALIDADES	13
2.2- RECOMENDAÇÕES DE CÓDIGOS VIGENTES	16
2.2.1- Código Americano ACI 318-95	16
2.2.2- Código Canadense CSA A23.3-94	18
2.2.3- Código Norueguês NS 3473 E-1992	19
2.2.4- Código Finlandês Rak MK4 1989	22
2.2.5- Código Modelo CEB/FIP MC90	22
2.2.6- Código Holandês NEN 6720	24
2.2.7- Código Neozelandês NZS 3101:1995	26
2.2.8- Código Inglês BS 8110: Part 1: 1985	26
2.2.9- EUROCÓDIGO 2 (1992)	27
2.2.10- Código Brasileiro NB-1 (1978)	28
2.3- COMPARAÇÃO ENTRE OS CÓDIGOS APRESENTADOS	29
2.4- PROPOSTAS PARA MODIFICAÇÃO DO DIAGRAMA DE TENSÕES	31
2.4.1- Diagrama triangular proposto por AMARAL FILHO (1997)	31
2.4.2- Diagrama retangular proposto por IBRAHIM & MacGREGOR (1997)	32
2.4.3- Diagrama retangular proposto por ATTARD & STEWART (1998)	35
2.4.4- Diagrama proposto por COLLINS et al. (1993)	36
2.4.5- Diagrama proposto por DINIZ apud VASCONCELOS (1998)	37

2.5- COMPARAÇÃO ENTRE AS PROPOSTAS APRESENTADAS	39
2.6- ESTUDO DO LIMITE DE DEFORMAÇÕES PARA O CAD	41
2.7- ESTUDO DAS EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO DE SEÇÕES DE CAD SUBMETIDAS À FLEXÃO COMPOSTA	45
2.7.1- Caso de uma armadura tracionada e outra comprimida	45
2.7.2- Caso de duas armaduras comprimidas	46
2.7.3- Equações adimensionais de equilíbrio	48
2.7.4- Equações de compatibilidade de deformações	50
2.8- CONSIDERAÇÕES FINAIS	51
<b>CAPÍTULO 3 - INSTABILIDADE DE PILARES DE CAD</b>	<b>52</b>
3.1- GENERALIDADES	52
3.2- CONSIDERAÇÃO DA NÃO-LINEARIDADE FÍSICA	53
3.3- CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS IMPORTANTES	57
3.4- DISPENSA DA ANÁLISE DOS EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM	64
3.4.1- Dispensa segundo o ACI 318-95	65
3.4.2- Dispensa segundo o CSA A23.3-94	65
3.4.3- Dispensa segundo o NS 3473 E-1992	66
3.4.4- Dispensa segundo a Revisão da NB-1 (1999)	67
3.4.5- Dispensa segundo o CEB/FIP MC90	68
3.4.6- Comparação entre os códigos apresentados	69
3.5- CONSIDERAÇÃO DA FLUÊNCIA	71
3.6- MÉTODOS DE VERIFICAÇÃO DA ESTABILIDADE	76
3.6.1- Método geral	76
3.6.2- Método do pilar padrão com curvatura aproximada	77
3.6.3- Método do pilar padrão com rigidez $k$ ( $k$ apa) aproximada	79
3.6.4- Método de amplificação dos momentos	79
3.6.5- Método do pilar padrão acoplado a diagramas M-N-1/r	81
3.6.6- Método do pilar padrão melhorado	83
3.7- CONSIDERAÇÕES FINAIS	84
<b>CAPÍTULO 4 - EXCENTRICIDADES EM PILARES</b>	<b>86</b>
4.1- GENERALIDADES	86
4.2- CLASSIFICAÇÃO DOS PILARES CONFORME A POSIÇÃO	87
4.2.1- Pilares intermediários	87
4.2.2- Pilares de extremidade	87
4.2.3- Pilares de canto	88
4.3- EXCENTRICIDADES PARA O DIMENSIONAMENTO DE PILARES	88
4.3.1- Excentricidade inicial	89
4.3.2- Excentricidade de forma	91
4.3.3- Excentricidade acidental	93
4.3.4- Excentricidade de segunda ordem	94
4.3.5- Excentricidade suplementar	95

4.4- SITUAÇÕES DE PROJETO E SITUAÇÕES DE CÁLCULO	96
4.4.1- Caso de pilares robustos ou pouco esbeltos	96
4.4.2- Caso de pilares medianamente esbeltos	98
4.4.3- Caso de pilares esbeltos	98
4.5- CONSIDERAÇÕES FINAIS	99
<b>CAPÍTULO 5 - PERDA DO COBRIMENTO</b>	<b>100</b>
5.1- GENERALIDADES	100
5.2- CAUSAS DA PERDA DO COBRIMENTO	103
5.3- PREVISÃO DA TENSÃO MÁXIMA	104
5.4- CONSIDERAÇÕES FINAIS	107
<b>CAPÍTULO 6 - ESTUDO DO CONFINAMENTO</b>	<b>108</b>
6.1- GENERALIDADES	108
6.2- O FENÔMENO DO CONFINAMENTO	109
6.3- FORMA DA SEÇÃO RESISTENTE	111
6.3.1- Proposta de SHEIKH & UZUMERI (1982)	111
6.3.2- Proposta de MANDER et al. (1988)	115
6.3.3- Proposta de KÖNIG & SIMSCH (1996)	116
6.3.4- Proposta de COLLINS et al. (1993)	117
6.3.5- Proposta de CUSSON & PAULTRE (1994)	118
6.3.6- Comentário sobre as propostas apresentadas	118
6.4- VARIÁVEIS QUE INFLUENCIAM NO CONFINAMENTO	119
6.4.1- Resistência à compressão do concreto	120
6.4.2- Resistência dos estribos	121
6.4.3- Configuração dos estribos	123
6.4.4- Quantidade de armadura transversal	124
6.4.5- Espaçamento entre estribos	125
6.4.6- Quantidade de armadura longitudinal	126
6.5- ALTERNATIVAS PARA ANÁLISE DO CONFINAMENTO	127
6.5.1- Análise como pilar cintado	127
6.5.2- Análise considerando o confinamento efetivo	129
6.6- CONSIDERAÇÕES FINAIS	134
<b>CAPÍTULO 7 - DISPOSIÇÕES CONSTRUTIVAS</b>	<b>136</b>
7.1- GENERALIDADES	136
7.2- DIMENSÕES MÍNIMAS DOS PILARES	137
7.3- TAXA MÍNIMA DE ARMADURA TRANSVERSAL	138
7.4- TAXA MÍNIMA DE ARMADURA LONGITUDINAL	142
7.5- COBRIMENTO MÍNIMO	145

7.6- CONSIDERAÇÕES SOBRE A ANCORAGEM	147
7.6.1- Cálculo da tensão de aderência	149
7.6.2- Ancoragem de barras comprimidas	150
7.6.3- Ancoragem dos estribos	152
7.7- CONSIDERAÇÕES FINAIS	153
<b>CAPÍTULO 8 – ANÁLISE NUMÉRICA E EXEMPLOS DE APLICAÇÃO</b>	<b>156</b>
8.1- GENERALIDADES	156
8.2- ANÁLISE NUMÉRICA DE PILARES DE CAD	157
8.3- EXEMPLOS DE DIMENSIONAMENTO	160
8.3.1- Exemplo - 01: Pilares intermediários	161
8.3.2- Exemplo - 02: Pilares de extremidade	175
8.4- CONSIDERAÇÕES FINAIS	185
<b>CAPÍTULO 9 - CONCLUSÕES</b>	<b>186</b>
9.1- DEFORMAÇÕES	186
9.2- DIAGRAMA TENSÃO - DEFORMAÇÃO	187
9.3- NÃO - LINEARIDADES	187
9.4- EXCENRICIDADES	188
9.5- PERDA DO COBRIMENTO	188
9.6- CONFINAMENTO	189
9.7- TAXAS DE ARMADURA	190
9.8- SUGESTÕES PARA CONTINUIDADE DA PESQUISA	190
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>192</b>
<b>BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR</b>	<b>200</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1	Edifício sede da ELETROPAULO	4
Figura 1.2	Edifício sede do Supremo Tribunal de Justiça	5
Figura 1.3	Centro Empresarial PREVINOR, Salvador - BA. 18 pavimentos	5
Figura 1.4	Edifício Suarez Trade Center, Salvador - BA. 30 pavimentos	6
Figura 1.5	Edifício Banco de Tóquio, Salvador - BA. 16 pavimentos	7
Figura 1.6	Edifício Arthur Moreira Lima, Salvador - BA. 33 pavimentos	7
Figura 2.1	Influência da resistência do concreto no diagrama tensão-deformação	14
Figura 2.2	Envoltória dos diagramas de tensões na seção	15
Figura 2.3	Parâmetros do diagrama tensão-deformação para seções retangulares	17
Figura 2.4	Diagrama tensão-deformação do concreto - código norueguês	19
Figura 2.5	Diagrama tensão-deformação para resistências de até 44 MPa	21
Figura 2.6	Diagrama tensão-deformação do código finlandês <i>Rak MK4 1989</i>	22
Figura 2.7	Diagrama analítico do <i>CEB/FIP MC90</i>	23
Figura 2.8	Diagrama tensão-deformação simplificado do <i>CEB/FIP MC90</i>	23
Figura 2.9	Diagrama tensão-deformação do concreto - código holandês	25
Figura 2.10	Diagrama tensão-deformação do concreto - código inglês	27
Figura 2.11	Diagrama tensão-deformação do concreto - <i>EUROCÓDIGO 2</i>	28
Figura 2.12	Diagramas permitidos pela <i>NB-1 (1978)</i>	29
Figura 2.13	Diagramas de interação obtidos segundo os códigos apresentados	30
Figura 2.14	Equações de " $\alpha_1 \beta_1$ " comparadas para testes de carga excêntrica	33
Figura 2.15	Testes de flexo-compressão em pilares de $f_{ck} = 72,5$ MPa	34
Figura 2.16	Diagramas de interação para pilares de $f_{ck} = 120$ MPa	35
Figura 2.17	Diagramas tensão-deformação propostos por DINIZ	38
Figura 2.18	Diagramas de interação obtidos segundo as propostas apresentadas	40
Figura 2.19	Domínios de deformações para " $\epsilon_{cu}$ " variável	43
Figura 2.20	Seção retangular com armaduras trancionada e comprimida	45
Figura 2.21	Seção retangular com duas armaduras comprimidas	47



Figura 3.1	Diagrama de interação (M-N-1/r) para $\nu = 0,5$	56
Figura 3.2	Diagrama de interação (M-N-1/r) para $\nu = 1,0$	57
Figura 3.3	Comprimentos de flambagem para vinculações usuais	58
Figura 3.4	Valores de " $l_0$ " e " $l$ " em pilares de edifícios	59
Figura 3.5	Ábaco para cálculo de " $l_e$ " em estruturas de nós fixos	62
Figura 3.6	Ábaco para cálculo de " $l_e$ " em estruturas de nós móveis	63
Figura 3.7	Pilares com curvaturas simples e dupla	66
Figura 3.8	Comparação entre valores de " $\lambda_1$ "	70
Figura 3.9	Deformações ao longo do tempo	72
Figura 3.10	Influência da fluência sobre o diagrama $\sigma$ - $\epsilon$ do concreto	74
Figura 3.11	Gráfico de $\mu$ -1/r na seção crítica	82
Figura 3.12	Determinação da armadura mais econômica	82
Figura 4.1	Excentricidades iniciais no topo e na base do pilar	89
Figura 4.2	Homogenização de momentos segundo o <i>ACI 318-95</i>	90
Figura 4.3	Excentricidades de forma em pilares	91
Figura 4.4	Momentos produzidos e binários correspondentes	92
Figura 4.5	Imperfeições geométricas locais em lances de pilares	93
Figura 4.6	Situações de projeto e de cálculo em pilares robustos	97
Figura 4.7	Situações de projeto e de cálculo em pilares medianamente esbeltos	99
Figura 5.1	Diagrama "carga x deslocamento" em pilares	101
Figura 5.2	Comportamento de pilares de CAD com pequena excentricidade	102
Figura 5.3	Fatores que provocam a perda do cobrimento	103
Figura 5.4	Separação do cobrimento de concreto	104
Figura 5.5	Valores de " $k_3$ " em função da resistência e da solitação dos pilares	106
Figura 6.1	Efeito do confinamento em pilares	110
Figura 6.2	Estimativa da área de concreto não confinada	112
Figura 6.3	Variação da área efetivamente confinada entre estribos adjacentes	113
Figura 6.4	Influência do espaçamento no confinamento de pilares	115
Figura 6.5	Seção crítica efetivamente confinada	116
Figura 6.6	Seção efetivamente confinada em pilares	117
Figura 6.7	Configurações de estribos analisadas	120
Figura 6.8	Influência da resistência do concreto	121
Figura 6.9	Influência da resistência dos estribos	122
Figura 6.10	Influência da configuração dos estribos	123
Figura 6.11	Influência da quantidade de armadura transversal	125
Figura 6.12	Influência do espaçamento entre estribos	126

Figura 6.13	Influência da quantidade de armadura longitudinal	127
Figura 6.14	Seção transversal de pilar cintado	129
Figura 6.15	Distribuição das tensões de confinamento	131
Figura 6.16	Diagrama carga-deformação para pilares de CAD	132
Figura 6.17	Forma alternativa de análise dos estribos	133
Figura 6.18	Pilar de CAD discretizado em elementos finitos	134
Figura 7.1	Configurações mais eficientes para os estribos	142
Figura 7.2	Espaçamento máximo entre barras longitudinais	144
Figura 7.3	Profundidades de carbonatação e de penetração de cloretos	145
Figura 7.4	Configurações dos ganchos para ancoragem de estribos	152
Figura 8.1	Características da seção crítica do pilar P1	161
Figura 8.2	Situações de projeto e de cálculo para o pilar P1	162
Figura 8.3	Determinação da taxa de armadura para o pilar P1	166
Figura 8.4	Disposição inicial das barras longitudinais do pilar P1	167
Figura 8.5	Verificação da taxa de armadura do pilar P1	169
Figura 8.6	Arranjo inicial de armaduras para o pilar P1	171
Figura 8.7	Arranjo final de armaduras para o pilar P1	174
Figura 8.8	Características da seção crítica do pilar P2	175
Figura 8.9	Situações de projeto e de cálculo para o pilar P2	176
Figura 8.10	Determinação da taxa de armadura para o pilar P2	179
Figura 8.11	Disposição inicial das barras longitudinais do pilar P2	180
Figura 8.12	Arranjo inicial de armaduras para o pilar P2	182
Figura 8.13	Arranjo final de armaduras para o pilar P2	184

## LISTA DE TABELAS

---

Tabela 1.2	Estudo comparativo de custos para o Edifício Suarez Trade Center	8
Tabela 2.1	Valores de " $\alpha_1$ ", " $\beta_1$ " e " $\epsilon_{cu}$ ", adaptados do <i>NS 3473 E-1992</i>	21
Tabela 2.2	Parâmetros do diagrama tensão-deformação	25
Tabela 2.3	Valores de " $\alpha_1$ ", " $\beta_1$ " e " $\epsilon_{cu}$ " propostos por DINIZ	38
Tabela 2.4	Valores de " $k_3$ " segundo as propostas apresentadas	39
Tabela 3.1	Valores de " $\phi_u$ " em função da resistência do concreto	73
Tabela 6.1	Classificação dos pilares segundo a eficiência do confinamento	131
Tabela 7.1	Dimensões mínimas do pilar segundo o código canadense	138
Tabela 7.2	Taxas de armaduras transversais para seções usuais	141
Tabela 7.3	Classes de agressividade do ambiente	146
Tabela 7.4	Cobrimentos nominais em função da classe de agressividade	147
Tabela 7.5	Cobrimentos nominais em função da resistência do concreto	147
Tabela 7.6	Raios mínimos de curvatura dos ganchos de estribos	153
Tabela 7.7	Comparação entre o " $I_{ec}$ " para algumas seções transversais	154
Tabela 8.1	Características dos pilares ensaiados	157
Tabela 8.2	Carga última em pilares com seção quadrada	158
Tabela 8.3	Carga última em pilares com seção retangular	159
Tabela 8.4	Carga última com o diagrama tensão-deformação alterado	160

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

---

ABCP	Associação Brasileira de Cimento Portland;
ACI	American Concrete Institute;
BS	British Standards;
CAD	Concreto de alto desempenho;
CAR	Concreto de alta resistência;
CEB	Comité Euro-international du Béton;
CSA	Canadian Standards Association;
EESC	Escola de Engenharia de São Carlos;
E.L.U.	Estado Limite Último;
FIP	Fédération Internationale de la Précontrainte;
MC	Model Code;
NB	Norma Brasileira;
NS	Norwegian Standard;
NZS	New Zealand Standard;
UR	Umidade relativa;
USP	Universidade de São Paulo.

## LISTA DE SÍMBOLOS

---

### LETRAS ROMANAS MAIÚSCULAS

$A_c$	Área da seção transversal de concreto;
$A_{ce}$	Área resultante de concreto efetivamente confinada na seção média entre estribos adjacentes;
$A_{co}$	Área do núcleo definida pelos eixos dos estribos mais externos;
$A^n_{co}$	Área do núcleo de concreto confinado na seção média entre dois estribos adjacentes;
$A_{conf}$	Área de concreto efetivamente confinada;
$A_{cr}$	Área da seção resistente de concreto;
$A_s$	Área total de armadura na seção;
$A_{s,cal}$	Área de armadura calculada;
$A_{s,exist}$	Área de armadura existente na seção;
$A_{shx}$	Área total da armadura transversal na direção "x" no plano de estribos;
$A_{shy}$	Área total da armadura transversal na direção "y" no plano de estribos;
$A_{s1}$	Área da armadura inferior;
$A_{s2}$	Área da armadura superior;
$B$	Dimensão do lado de um pilar quadrado;
$C_m$	Coefficiente que relaciona o diagrama real de momento com um diagrama de momento uniformemente equivalente;
$E_c$	Módulo de elasticidade ou de deformação longitudinal do concreto;
$E_{cl}$	Módulo de elasticidade secante do concreto;
$E_p$	Módulo de elasticidade do pilar;
$E_s$	Módulo de elasticidade da armadura;
$E_v$	Módulo de elasticidade da viga;
$I$	Momento de inércia da seção;
$I_c$	Momento de inércia no estágio I;
$I_{ec}$	Índice de eficiência do confinamento;
$I_g$	Momento de inércia da seção bruta de concreto, sem considerar a armadura;

$I_p$	Momento de inércia do pilar;
$I_s$	Momento de inércia da armadura, calculado em relação ao centro de gravidade da seção de concreto;
$I_v$	Momento de inércia da viga;
$K$	Constante definida pelos códigos americano e canadense para a determinação do comprimento de flambagem do pilar, com valores definidos nas figuras 3.5 e 3.6;
$M_1$	Menor momento atuante nas extremidades do pilar;
$M_2$	Maior momento atuante nas extremidades do pilar;
$M_{2a}$	Momento de segunda ordem;
$M_C$	Momento de primeira ordem no meio da coluna em balanço;
$M_{1d}$	Momento fletor de cálculo de primeira ordem;
$M_{1d,min}$	Momento fletor mínimo de primeira ordem que deve ser considerado no dimensionamento;
$M_d$	Momento fletor de cálculo;
$M_{d,tot}$	Momento total máximo ( $M_{1d} + M_{2a}$ );
$M_{int}$	Momento fletor interno;
$M_{sd}$	Momento fletor considerado para o Estado Limite Último;
$M_{sg}$	Momento fletor obtido sob combinação quase-permanente de ações;
$M_{topo}$	Momento fletor atuante no topo do pilar;
$M_{base}$	Momento fletor atuante na base do pilar;
$N$	Esforço normal genérico ou carga axial resistente do pilar;
$N_c$	Carga crítica elástica de flambagem;
$N_d$	Esforço normal de cálculo;
$N_{ext}$	Esforço normal externo;
$N_{int}$	Esforço normal interno;
$N_{sd}$	Esforço normal considerado para Estado Limite Último;
$N_{sg}$	Esforço normal obtido sob combinação quase-permanente de ações;
$P_c$	Força axial máxima aplicada experimentalmente ou carga axial atuante;
$P_{co}$	Capacidade de carga teórica do núcleo;
$P_f$	Esforço de compressão axial majorado;
$R_C$	Esforço de compressão no concreto;
$R_{sl}$	Esforço na armadura inferior;

$R_{s2}$	Esforço na armadura superior;
$S$	Área das faces do pilar;
$V$	Volume do pilar.

## LETRAS ROMANAS MINÚSCULAS

$b$	Largura do pilar;
$b_c$	Largura do núcleo definido pelo eixo dos estribos mais externos;
$c$	Distância entre eixos de duas barras consecutivas que compõem a armadura longitudinal;
$c_x$	Distância entre eixos dos estribos na direção "x";
$c_y$	Distância entre eixos dos estribos na direção "y";
$d$	Altura útil da seção transversal;
$d'$	Cobrimento do concreto;
$d_c$	Altura do núcleo definido pelo eixo dos estribos mais externos;
$d_e$	Diâmetro externo do pilar;
$d_i$	Diâmetro da área confinada de concreto;
$e$	Excentricidade de carregamento do pilar;
$e_a$	Excentricidade acidental no pilar;
$e_i$	Excentricidade inicial do pilar;
$e_{iA}$	Excentricidade correspondente ao maior momento das extremidades do pilar;
$e_{iB}$	Excentricidade correspondente ao menor momento das extremidades do pilar;
$e_{i,base}$	Excentricidade inicial na base do pilar;
$e_{iC}$	Excentricidade inicial no meio do pilar;
$e_{i,topo}$	Excentricidade inicial no topo do pilar;
$e_2$	Excentricidade de segunda ordem do pilar;
$f'_c$	Resistência à compressão aos 28 dias;
$f_{cc}$	Resistência à compressão do concreto confinado;
$f_{ck}$	Resistência característica do cubo de concreto;
$f_{cd}$	Resistência de projeto do concreto à compressão;

$f_{ck}$	Resistência característica do concreto à compressão;
$f_{cm}$	Resistência média do concreto à compressão;
$f'_{cm,28}$	Resistência média do concreto à compressão aos 28 dias;
$f'_{cm,to}$	Resistência média do à compressão na data do carregamento;
$f_{cn}$	Resistência do concreto na estrutura;
$f_{ctd}$	Resistência de cálculo do concreto à tração;
$f_{hcc}$	Tensão na armadura transversal na máxima deformação do concreto confinado;
$f_l$	Pressão de confinamento;
$f_{le}$	Pressão de confinamento homogeneizada;
$f_y$	Resistência média de escoamento da armadura;
$f_{yd}$	Resistência de cálculo do escoamento da armadura;
$f_{yk}$	Resistência característica da armadura;
$h$	Altura da seção do pilar;
$h_c$	Altura do diagrama de domínio de deformações que representa o ponto onde a deformação de 0,002 permanece inalterada;
$i$	Raio de giração da seção;
$k_e$	Coefficiente de homogenização da pressão de confinamento;
$k_1$	Relação entre a tensão média e a tensão máxima de compressão;
$k_2$	Relação entre as distâncias da fibra mais comprimida à resultante da tensão de compressão e da fibra mais comprimida à linha neutra;
$k_3$	Relação entre a tensão máxima de compressão do diagrama tensão-deformação na estrutura e a resistência do cilindro, levando em consideração o efeito das cargas de longa duração;
$l$	Comprimento do pilar medido de eixo a eixo de vigas adjacentes;
$l_b$	Comprimento de ancoragem da armadura;
$l_{b,nec}$	Comprimento de ancoragem necessário da armadura;
$l_e$	Comprimento de flambagem do pilar;
$l_o$	Comprimento livre do pilar, distância livre entre vigas adjacentes;
$n$	Número de arcos de concreto não confinado na seção transversal;
$r^{-1}$	Curvatura da seção em estudo;
$r^{-1}_{crit}$	Curvatura total (primeira + segunda ordem) na seção crítica;
$s$	Espaçamento entre eixos de estribos adjacentes;
$s'$	Espaçamento livre entre estribos adjacentes;



$t$	Espessura do cobrimento para o cálculo da tensão crítica de flambagem do cobrimento;
$t_f$	Data final do carregamento, para cálculo do coeficiente de fluência;
$t_o$	Idade do concreto no início do carregamento, para cálculo do coeficiente de fluência;
$w$	Distância livre entre duas barras consecutivas que compõem a armadura longitudinal;
$x$	Posição da linha neutra;
$y_m$	Redução nas dimensões da seção transversal do pilar entre dois estribos consecutivos em função do confinamento (ver figura 6.3).

## LETRAS GREGAS

$\alpha_A$	Relação entre a soma das rigidezes ( $EI/l$ ) dos pilares que concorrem à extremidade "A" do elemento e a soma das rigidezes das vigas que ali concorrem (Revisão da NB-1);
$\alpha_B$	Relação entre a soma das rigidezes ( $EI/l$ ) dos pilares que concorrem à extremidade "B" do elemento e a soma das rigidezes das vigas que ali concorrem (Revisão da NB-1);
$\alpha_b$	Coefficiente que relaciona o diagrama real de momento com um diagrama de momento uniformemente equivalente (Revisão da NB-1);
$\alpha_{min}$	Valor mínimo entre " $\alpha_A$ " e " $\alpha_B$ ";
$\alpha_1$	Relação entre a tensão no diagrama retangular e a resistência do cilindro;
$\beta$	Coefficiente de transformação da pressão de confinamento em acréscimo de resistência ao pilar;
$\beta_d$	Valor absoluto da razão entre o momento devido a carga permanente e o momento devido a todas as cargas atuantes;
$\beta_x$	Coefficiente adimensional que relaciona a profundidade da linha neutra com a altura útil da peça;
$\beta_{xi}$	Limite inferior de " $\beta_x$ " para montagem do diagrama M-N-1/r;
$\beta_{xs}$	Limite superior de " $\beta_x$ " para montagem do diagrama M-N-1/r;
$\beta_{x2a,lim}$	Posição da linha neutra referente ao limite entre os domínios "2a" e "2b";
$\beta_{x2b,lim}$	Posição da linha neutra referente ao limite entre os domínios "2b" e "3";

$\beta_{x3,lim}$	Posição da linha neutra referente ao limite entre os domínios "3" e "4";
$\beta_{x4,lim}$	Posição da linha neutra referente ao limite entre os domínios "4" e "4a";
$\beta_1$	Relação entre a altura do diagrama retangular e "x";
$\gamma_c$	Coefficiente minorador da resistência do concreto;
$\gamma_s$	Coefficiente minorador da resistência da armadura;
$\delta$	Fator de majoração do momento que leva em consideração os efeitos de segunda ordem;
$\epsilon_c$	Deformação genérica do concreto;
$\epsilon_{cc}(t,t_o)$	Acréscimo de deformações devido à fluência;
$\epsilon_{cca}$	Fluência rápida do concreto;
$\epsilon_{ccf}$	Deformação lenta irreversível;
$\epsilon_{ce}(t_o)$	Deformação elástica inicial necessária para o cálculo da fluência;
$\epsilon_{ce}(t)$	Recuperação elástica da deformação no tempo "t";
$\epsilon_{co}$	Deformação do concreto na tensão máxima, segundo o código norueguês;
$\epsilon_{cu}$	Deformação última do concreto;
$\epsilon_{cl}$	Deformação do concreto na tensão máxima;
$\epsilon_s$	Deformação genérica na armadura;
$\epsilon_{s1}$	Deformação relativa à armadura inferior;
$\epsilon_{s2}$	Deformação relativa à armadura superior;
$\eta$	Fator de comprimento efetivo para elementos comprimidos segundo a Revisão da NB-1;
$\eta_1$	Fator que leva em consideração a conformação superficial das barras na determinação do comprimento de ancoragem;
$\eta_2$	Fator que leva em consideração a zona de aderência em que barra se encontra, para determinação do comprimento de ancoragem;
$\eta_3$	Fator que leva em consideração o diâmetro da barra na determinação do comprimento de ancoragem;
$\theta_1$	Inclinação do pilar a ser considerada devida a desaprumos ou falta de retilinidade;
$\theta_{1min}$	Valor mínimo de " $\theta_1$ " a ser considerado para determinação da excentricidade acidental;
$\lambda$	Índice de esbeltez do pilar;
$\lambda_c$	Razão entre a área de concreto confinada no plano dos estribos e a área do núcleo delimitada pelo eixo dos estribos mais externos;

$\lambda^*$	Razão entre a área da seção crítica efetivamente confinada e a área do núcleo delimitada pelo eixo dos estribos mais externos;
$\lambda_l$	Índice de esbeltez limite, a partir do qual é necessário considerar os efeitos de segunda ordem no pilar;
$\mu$	Adimensional de momento fletor;
$\nu$	Adimensional de esforço normal;
$\nu_c$	Coefficiente de Poisson do concreto;
$\sigma_c$	Tensão atuante no concreto;
$\rho_g$	Taxa de armadura longitudinal;
$\rho_{g,min}$	Taxa mínima de armadura longitudinal;
$\rho_h$	Taxa volumétrica de armadura transversal;
$\phi$	Coefficiente de fluência;
$\Psi_A$	Relação entre a soma das rigidezes (EI/l) dos pilares que concorrem à extremidade "A" do elemento e a soma das rigidezes das vigas que ali concorrem (código americano);
$\Psi_B$	Relação entre a soma das rigidezes (EI/l) dos pilares que concorrem à extremidade "B" do elemento e a soma das rigidezes das vigas que ali concorrem (código americano);
$\Psi_{min}$	Valor mínimo entre " $\Psi_A$ " e " $\Psi_B$ ";
$\Psi_m$	Média entre os valores de " $\Psi_A$ " e " $\Psi_B$ ".

## RESUMO

---

AGUIAR, E.A.B. (2000). *Projeto de pilares de concreto de alto desempenho*. São Carlos. Dissertação (mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

O presente trabalho fornece uma visão geral sobre a aplicação, o dimensionamento e o detalhamento de pilares confeccionados com concreto de alto desempenho (CAD), cujo principal atributo analisado é a resistência do concreto à compressão. A ênfase do estudo é dada à aplicação do CAD em pilares de edifícios.

São apresentadas as principais diferenças entre pilares de CAD e pilares confeccionados com concretos de baixa resistência ( $f_{ck} < 40$  MPa), sendo abordados, com base em códigos vigentes e em resultados experimentais, os diagramas tensão-deformação mais indicados, as formas de consideração das não-linearidades física e geométrica, as excentricidades a serem consideradas no dimensionamento, as causas e a forma de prevenção do fenômeno da perda do cobrimento (característico de pilares de CAD), a importância e a forma de consideração do confinamento e algumas disposições construtivas necessárias para o bom desempenho do pilar.

Procurou-se, sempre que possível, apresentar os aspectos que não necessitam de alterações, ou seja, que podem ser considerados da mesma forma para concretos de baixa e de alta resistência.

Finaliza-se com a apresentação de alguns exemplos de dimensionamento de pilares de CAD, abordando os tópicos analisados ao longo do texto.

Palavras-chave: concreto de alto desempenho; pilares; dimensionamento.

## ABSTRACT

---

AGUIAR, E.A.B. (2000). *Design of high performance concrete columns*. São Carlos. Dissertação (mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

The present work provides an overview of use and design of columns made with high performance concrete (HPC), whose main analyzed attribute is the compression strength of the concrete. The emphasis of the study is given to the application of HPC in columns of buildings.

The main differences are presented among columns of HPC and columns made with low strength concrete ( $f_{ck} < 40$  MPa), being approached, on base in effective codes and in experimental results, the more suitable stress-strain diagrams, the forms of consideration of the physical and geometrical non-linearities, the eccentricities to be considered in the design, the causes and the form of prevention of the phenomenon of the spalling of the concrete cover (characteristic of HPC columns), the importance and the form of consideration of the confinement and some necessary constructive dispositions for the good performance of the column.

It was sought, whenever possible, to present the aspects that don't need alterations, that is to say, that can be considered in the same way for low and high strength concretes.

It concludes with the presentation of some examples of design of HPC columns, approaching the topics analyzed along the text.

Keywords: High performance concrete; Columns; Design.

## 1.1 GENERALIDADES

A tecnologia do concreto de alto desempenho (CAD) tem evoluído intensamente nas últimas décadas, principalmente no que diz respeito às formas de obtenção do material. Grandes vantagens econômicas e estruturais são obtidas com a utilização desse concreto, tais como: redução das seções dos elementos, baixa porosidade, baixa permeabilidade, elevada resistência ao desgaste e menor custo de manutenção.

A designação *concreto de alto desempenho (CAD)* não deve ser entendida, a priori, como sinônimo de *concreto de alta resistência (CAR)*, pois um concreto que apresente características especiais como baixa permeabilidade, baixo módulo de deformação longitudinal ou baixa retração, pode ser considerado como concreto de alto desempenho, independente da sua resistência à compressão.

É relevante lembrar que quando se obtém um concreto de alta resistência, outras qualidades, além da alta resistência mecânica, são somadas ao concreto. Elevado módulo de deformação longitudinal, alta densidade, baixa permeabilidade, maior durabilidade e maior aderência da armadura ao concreto são algumas das qualidades obtidas como consequência do aumento da resistência do concreto à compressão. Neste texto, embora a principal característica a ser analisada seja o aumento da resistência, não será utilizada a designação *concreto de alta resistência*,

mas sim *concreto de alto desempenho (CAD)*, tendo como justificativa as características adicionais apresentadas.

De acordo com o *CEB Nº 197 (1990)*, houve uma rápida evolução na utilização do CAD principalmente em países como Estados Unidos, Canadá, Noruega, França e Japão, enfatizando seu emprego na execução de pilares de edifícios altos, pontes e viadutos e plataformas marítimas. Atualmente, esse material vem sendo utilizado também em pavimentos rodoviários e industriais, pré-moldados, reparos e recuperação de estruturas, capitéis, dormentes, entre outros.

As crescentes aplicações do CAD conduzem à necessidade de revisões, tanto nos modelos de cálculo empregados, quanto nas recomendações construtivas preconizadas pelos códigos atuais. É relevante lembrar que a utilização do CAD sem o devido conhecimento de seu comportamento estrutural pode conduzir o projetista a cometer erros ou de economia ou de segurança.

## 1.2 CLASSIFICAÇÃO QUANTO A RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO

Nos Estados Unidos e em países da Europa, segundo *LIMA (1997)*, considera-se um concreto como de alta resistência se possuir resistência característica à compressão ( $f_{ck}$ ) entre 40 MPa e 85 MPa. *MEHTA & MONTEIRO (1994)*, assim como *PEREIRA NETO & DJANIKIAN (1995)*, consideram concretos de alta resistência aqueles que possuem  $f_{ck} \geq 40$  MPa.

O *CEB/FIP MC90* e *AMARAL FILHO (1997)* classificam como concretos de alta resistência aqueles que apresentam  $f_{ck} \geq 50$  MPa.

O *NS 3473 E-1992* (Código Norueguês) considera que concretos de alta resistência são aqueles que apresentam  $f_{ck} \geq 44$  MPa, obtidas em corpos-de-prova cilíndricos de 150 mm x 300mm.

Desta forma, embora ainda não exista um consenso na literatura técnica sobre o limite pelo qual um concreto pode ser considerado de alta resistência, adota-se neste trabalho que concretos com resistência característica à compressão superiores a 40 MPa sejam considerados como CAD.

A escolha do limite de 40 MPa é justificável, tendo em vista que a maioria dos códigos vigentes, inclusive a *NB-1 (1978)*, baseiam-se em resultados

experimentais obtidos em ensaios realizados com concretos de resistência inferior a 40 MPa.

Concretos com resistência inferior a 40 MPa serão designados neste trabalho como *concretos de baixa resistência*, lembrando que este limite, com base na literatura técnica, engloba concretos de baixa e média resistência (tabela 1.1).

Tabela 1.1: Classificação dos concretos quanto a resistência

Fonte: *MEHTA & MONTEIRO (1994)*

<b>Resistência à compressão</b>	<b>Classificação</b>
$f_{ck} < 20 \text{ MPa}$	Baixa resistência
$20 \text{ MPa} \leq f_{ck} < 40 \text{ MPa}$	Média resistência
$f_{ck} > 40 \text{ MPa}$	Alta resistência

### 1.3 EDIFÍCIOS DE CAD NO BRASIL

No campo das edificações, o CAD permite construir edifícios com vãos maiores, reduzindo a quantidade e a seção dos pilares, com ganhos significativos de área livre nos pisos inferiores, particularmente em garagens e subsolos. Assim, o CAD gera estruturas mais leves, reduzindo os esforços nas fundações.

No Brasil, a utilização do CAD em edificações iniciou-se em meados da década de sessenta, com a construção do edifício do MASP em São Paulo, onde a resistência característica do concreto à compressão aos 28 dias foi da ordem de 45MPa. Na execução desse concreto não foram usados nem sílica ativa nem superplastificantes, o que gerou um estudo minucioso da dosagem e da forma de execução a ser utilizada.

Ainda em São Paulo pode-se citar o edifício sede da ELETROPAULO (figura 1.1), antiga sede da CNEC, com duas torres de 18 pavimentos que utilizaram concretos com resistência de projeto de 60 MPa em pilares e em capitéis. Esta obra foi concluída no final da década de 80.

Atualmente, em fase final de construção, pode-se citar o Centro Empresarial Nações Unidas (em São Paulo), constituído por três torres, denominadas torres Oeste, Leste e Norte. Na torre Norte, atualmente classificada como o edifício em



concreto mais alto do Brasil, foi utilizado concreto com resistência característica à compressão de 50 MPa nos pilares, o que possibilitou importantes ganhos de espaços nos pisos inferiores.



Figura 1.1: Edifício sede da ELETROPAULO

Em Brasília - DF, pode-se citar o edifício sede do Supremo Tribunal de Justiça (figura 1.2), construído em 1993. Nessa obra foi utilizado concreto com resistência característica à compressão de 60 MPa em pilares troncônicos, trechos de lajes, vigas e vigas-parede.

Em Salvador – BA, encontra-se o maior número de edifícios confeccionados com CAD atualmente no Brasil. A primeira obra, datada de 1992, foi o Centro Empresarial PREVINOR (figura 1.3), formado por dois blocos de 18 pavimentos, onde foram usados concretos com resistências características à compressão de 60 MPa em pilares de canto e em capitéis.

O Edifício Suarez Trade Center, com 30 pavimentos (figura 1.4), foi concluído em 1994, e utilizou concreto com resistência característica à compressão de 60 MPa nos pilares centrais e nos capitéis dos 11 primeiros pavimentos. Nos 19 pavimentos restantes, foram usados concretos com  $f_{ck} = 30$  MPa. LEITE &

*MIRANDA (1998)* apresentaram uma comparação relativa de custos para esse edifício (tabela 1.2), utilizando concretos de 20 MPa, 30 MPa e 60 MPa, onde obtiveram respectivamente 1,37, 1,22 e 1,0 de custo relativo. Desta forma, se fosse utilizado um concreto com  $f_{ck} = 20$  MPa, esta parte da estrutura seria 37% mais cara.



Figura 1.2: Edifício sede do Supremo Tribunal de Justiça

Fonte: *SERRA (1997)*



Figura 1.3: Centro Empresarial PREVINOR, Salvador – BA. 18 pavimentos

Fonte: <http://www.stc.com.br/leiteemiranda/HighStrengthConcrete.html>



Figura 1.4: Edifício Suarez Trade Center, Salvador – BA. 30 pavimentos

Fonte: <http://www.stc.com.br/leiteemiranda/HighStrengthConcrete.html>

O Edifício Banco de Tóquio (figura 1.5), também em Salvador – BA, possui 16 pavimentos, onde nos 5 primeiros foram usados concretos com resistências características à compressão de 60 MPa nos pilares centrais e nos capitéis. Nos 11 pavimentos restantes, foram usados concretos com  $f_{ck} = 30$  MPa. Segundo *LEITE & MIRANDA (1998)*, esse procedimento permitiu dobrar o número de vagas nas garagens do edifício, em relação ao projeto que previa resistência de 20 MPa para o concreto.

Uma obra que também merece destaque é o Edifício Arthur Moreira Lima (figura 1.6), com 33 pavimentos, considerado o edifício residencial mais alto de Salvador – BA. Nessa obra foi usado concreto com resistência característica à compressão de 60 MPa, com a finalidade de obter reduções nas seções transversais dos pilares e aumentar a durabilidade da estrutura, situada na orla marítima.

Outros exemplos de edifícios confeccionados com CAD poderiam ser citados, porém o objetivo deste item foi mostrar a viabilidade econômica e estrutural fornecida por esse material.



Figura 1.5: Edifício Banco de Tóquio, Salvador – BA. 16 pavimentos  
Fonte: <http://www.stc.com.br/leiteemiranda/HighStrengthConcrete.html>



Figura 1.6: Edifício Arthur Moreira Lima, Salvador – BA. 33 pavimentos  
Fonte: <http://www.stc.com.br/leiteemiranda/HighStrengthConcrete.html>

Tabela 1.2: Estudo comparativo de custos para o Edifício Suarez Trade Center

Fonte: <http://www.stc.com.br/leiteemiranda/HighStrengthConcrete.html>

[tabela adaptada]

<b>Resistência do Concreto à Compressão</b>	<b>20 MPa</b>	<b>30 MPa</b>	<b>40 MPa</b>
<i>Dados da seção</i>			
Seção transversal quadrada (m)	1,52 x 1,52	1,42 x 1,42	1,20 x 1,20
Armadura (mm <sup>2</sup> )	135000	117000	84000
Taxa de armadura (%)	5,8	5,8	5,8
Capacidade de carga axial (MN)	53	53	52
<i>Quantidade de material por pilar em cada pavimento</i>			
Pé-direito do pavimento (m)	3,5	3,5	3,5
Concreto (m <sup>3</sup> )	7,61	6,65	4,75
Armadura (kN)	48,2	41,8	30
Fôrma (m <sup>2</sup> )	21,3	19,9	16,8
<i>Custo unitário em US\$</i>			
Concreto (m <sup>3</sup> )	120	150	300
Armadura (N)	0,15	0,15	0,15
Fôrma (m <sup>2</sup> )	20	20	20
<i>Custo por pilar em cada pavimento em US\$</i>			
Concreto	914	997	1424
Armadura	7233	6268	4500
Fôrma	426	398	336
Total (US\$/pilar)	8572	7663	6260
<i>Custo relativo por pilar</i>			
<b>Custo relativo</b>	<b>1,37</b>	<b>1,22</b>	<b>1,00</b>

#### 1.4 PILARES DE CAD

O presente trabalho refere-se ao projeto de pilares de CAD, dada a importância da aplicação desse material em pilares de edifícios.

Os pilares de CAD apresentam comportamento diferente dos executados com concretos de baixa resistência, pois uma característica importante do CAD é o seu comportamento com relação à falta de ductilidade, o que tem levado muitos projetistas de estruturas a não utilizá-lo, principalmente por não saberem como levar este fator em consideração no dimensionamento de uma peça. Segundo *CUSSON &*

*PAULTRE (1994)*, em países onde a utilização do CAD é intensa, os códigos atuais são usados sem nenhuma precaução adicional com a segurança, no que se refere à ductilidade.

O problema da ductilidade assume maior importância quando se tratam de peças submetidas à compressão centrada ou excêntrica, nas quais a ruína pode ocorrer sem aviso (ruptura brusca da peça). Desta forma, a maioria das propostas de dimensionamento de peças de CAD sugerem adotar encurtamento último menor que o relativo aos concretos de baixa resistência.

Outra forma encontrada para a solução do problema da ductilidade é através do confinamento do concreto, propiciado pelas armaduras transversais e longitudinais. Segundo *CUSSON & PAULTRE (1994)*, as normas internacionais preconizam algumas formas de obtenção deste confinamento, sendo que os parâmetros que definem os requisitos para o confinamento lateral gerado pelas armaduras são resultados de testes efetuados em peças de concreto armado com resistências à compressão menores que 40 MPa.

A distribuição de tensões de compressão na seção de concreto também constitui outra grande dúvida, pois o diagrama tensão-deformação do CAD apresenta consideráveis diferenças quando comparado com o de concretos de baixa resistência. Portanto, os requisitos dos códigos correntes podem, em muitas das vezes, não serem adequados e nem seguros para peças de CAD.

Outro problema inerente ao projeto de pilares de CAD refere-se à perda repentina do recobrimento, quando submetido a elevadas tensões de compressão. As causas desse fenômeno são abordadas neste trabalho, assim como os métodos para a previsão da tensão necessária para sua ocorrência.

Infelizmente, recomendações para elementos de CAD não estão presentes na *Revisão da NB-1 (1999)*, o que significa que a lacuna permanecerá por mais algum tempo.

Este trabalho propõe-se a preencher parte desta lacuna, podendo no futuro servir de referência para a inclusão, em Norma Brasileira, de diretrizes para projeto de pilares de concreto de alto desempenho.



## 1.5 JUSTIFICATIVAS E OBJETIVOS

Apesar da crescente aplicação do concreto de alto desempenho em diferentes tipos de obras no Brasil, os procedimentos de cálculo e os critérios de projeto, recomendados pelas Normas Brasileiras, ainda estão baseados em resultados experimentais de concretos de baixa resistência. Em função de evidentes mudanças no comportamento e nas propriedades físicas e mecânicas do concreto de alto desempenho, comparados com os respectivos ao concreto de baixa resistência, torna-se justificável a necessidade de uma reavaliação dos procedimentos descritos nessas Normas.

A elaboração desta dissertação visa estudar o comportamento de pilares de CAD com resistência à compressão de até 80 MPa e índice de esbeltez “ $\lambda$ ” não superior a 90, para aplicação em edifícios usuais, tendo os seguintes objetivos principais:

- No que se refere ao tipo de solicitação (compressão simples e flexão composta), pretende-se verificar se as hipóteses de cálculo e os critérios de projetos usuais podem ser aceitos para o CAD;
- Fazer uma análise crítica das diferenças existentes entre os diversos procedimentos normalizados, analisando códigos internacionais como o *ACI 318-95*, *CSA A23.3-94*, *NS 3473 E-1992*, *CEB/FIP MC90*, entre outros, e comparando-os com os resultados experimentais já disponíveis;
- Fornecer informações suficientes aos projetistas de estruturas, possibilitando dimensionamento e detalhamento corretos de pilares de CAD;
- Apresentar aspectos que necessitam ser melhor investigados por análise experimental.

É importante lembrar que aspectos relativos a produção (materiais constituintes e dosagem), lançamento e cura do CAD não serão abordados neste trabalho.

## 1.6 APRESENTAÇÃO DO TRABALHO

Esta dissertação é constituída por 9 capítulos, onde no *capítulo 1* é feita uma breve introdução apresentando conceitos sobre o CAD. Apresenta-se também a classificação dos concretos quanto a resistência e alguns exemplos de edifícios confeccionados com CAD no Brasil. Uma breve síntese sobre as diferenças existentes entre pilares de CAD e de concretos de baixa resistência também é apresentada neste capítulo. Na seqüência são estabelecidos os objetivos do trabalho e finaliza-se com a apresentação do conteúdo da dissertação.

No *capítulo 2* são apresentados os diagramas tensão-deformação e a forma de distribuição de tensões de compressão em seções de CAD, com base em códigos internacionais vigentes, assim como nas propostas de alguns pesquisadores. As equações de equilíbrio e de compatibilidade, adaptadas para o uso do CAD, também são apresentadas neste capítulo.

Os problemas referentes à instabilidade de pilares, ou seja, a forma de consideração do fenômeno com base nos códigos internacionais, são apresentados no *capítulo 3* deste trabalho. São também apresentadas sugestões para a adaptação do processo simplificado da *NB-1(1978)*, com base no pilar padrão, para a utilização em CAD, já que as deformações últimas dos concretos de alto desempenho são menores que as dos concretos de baixa resistência.

O *capítulo 4* trata das excentricidades para o dimensionamento de pilares. De maneira abrangente, são apresentadas as excentricidades iniciais, as acidentais, as de forma, as suplementares e as excentricidades de segunda ordem, sendo que algumas apresentam modificações em relação ao que preconiza a *NB-1 (1978)*.

No *capítulo 5* apresenta-se o fenômeno da perda do cobrimento, que constitui uma importante característica de pilares em concreto de alto desempenho. São abordadas as causas da perda do cobrimento, a tensão limite para essa perda, assim como os cuidados necessários para evitar sua ocorrência.

O confinamento, que constitui uma das formas de garantia da ductilidade de pilares de CAD, é discutido no *capítulo 6*. São apresentadas algumas propostas para a determinação da seção resistente, assim como as variáveis que influenciam no confinamento dos pilares.



O *capítulo 7* enfoca as disposições construtivas de pilares, onde são discutidos problemas como a ancoragem das barras, taxa máxima de armadura longitudinal, taxa mínima de armadura transversal e cobrimento das armaduras, com base em códigos internacionais vigentes e em resultados experimentais.

As aplicações numéricas são abordadas no *capítulo 8*, onde exemplos de projeto de pilares de CAD, incluindo dimensionamento e detalhamento de armaduras, são criteriosamente apresentados.

No *capítulo 9*, apresentam-se as conclusões do trabalho com sugestões para a continuidade da pesquisa e para novos trabalhos.

Finalizando, são apresentadas as *referências bibliográficas e bibliografia complementar* utilizadas no desenvolvimento desta dissertação.

# DIAGRAMA TENSÃO-DEFORMAÇÃO E DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES NA SEÇÃO

# 2

CAPÍTULO

## 2.1 GENERALIDADES

Para o dimensionamento de pilares submetidos à flexo-compressão, torna-se necessário o estudo da distribuição das tensões de compressão nas seções, sendo de fundamental importância o conhecimento do diagrama tensão-deformação do concreto.

A resistência do concreto à compressão influencia diretamente a forma do diagrama tensão-deformação, pois quanto maior for a resistência, mais íngreme e mais linear passará a ser o ramo ascendente da curva tensão-deformação (figura 2.1), tendo como consequência o aumento do módulo de deformação longitudinal “ $E_c$ ”. Além disso, com o aumento da resistência, a deformação correspondente à tensão máxima passa a aumentar e a deformação última do concreto passa a diminuir, denotando a necessidade de utilização de valores diferentes dos usualmente adotados.

*LIMA (1997)*, com base em ensaios realizados no laboratório de estruturas da EESC-USP, propõe uma relação tensão-deformação através da utilização de uma função polinomial do 3º grau, escrita na forma:  $y = k_1 x^3 + k_2 x^2 + k_3 x$ , onde os valores das constantes variam em função da resistência e da deformação do concreto, obtidas experimentalmente para valores da ordem de 80MPa de resistência média.

Além de *LIMA (1997)*, outros pesquisadores, baseados em resultados experimentais, propõem diagramas tensão-deformação para o concreto de alto desempenho (CAD) cuja utilização passa a ser extremamente laboriosa, tendo em vista o grande número de parâmetros envolvidos na formulação.

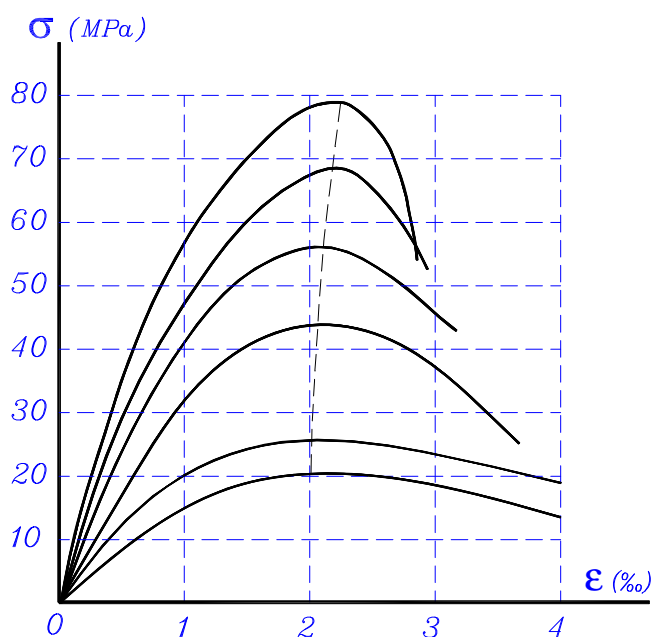


Figura 2.1: Influência da resistência do concreto no diagrama tensão-deformação

Fonte: *MacGREGOR (1992) [modificado]*

Para o caso de concretos com baixas resistências, os diagramas de distribuição de tensões obtidos experimentalmente, quando superpostos, aproximam-se de um diagrama parábola-retângulo (figura 2.2), com o trecho retangular de profundidade  $3x/7$ , onde “ $x$ ” é a profundidade da linha neutra medida a partir da fibra mais comprimida. Assim, segundo *FUSCO (1995)*, o diagrama parábola-retângulo que tinha sido imaginado como representativo das tensões na zona comprimida das peças fletidas, também pode ser interpretado como uma aproximação do diagrama tensão-deformação do concreto comprimido e, como tal, tem sido largamente empregado nas aplicações do concreto estrutural.

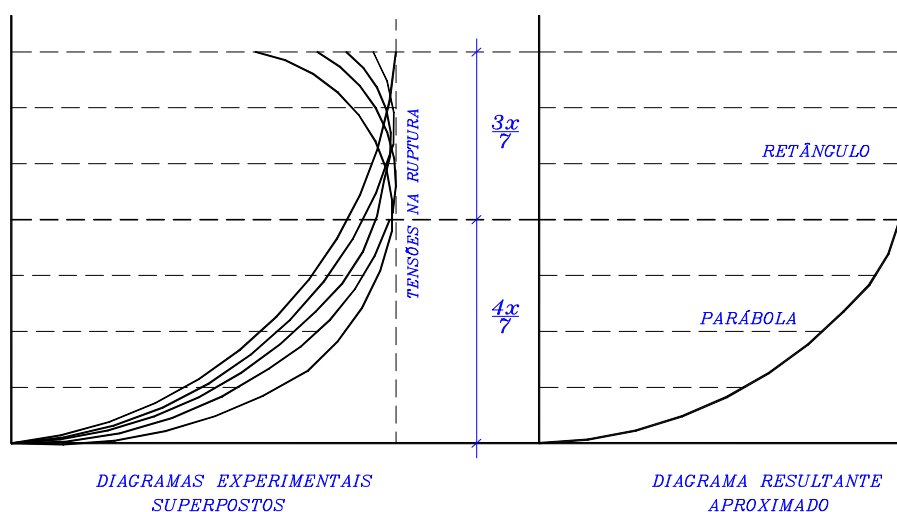


Figura 2.2: Envoltória dos diagramas de tensões na seção

Fonte: *FUSCO (1995)*

Códigos como a *NB-1 (1978)* e o *EUROCÓDIGO 2 (1992)*, entre outros, que adotam o diagrama parábola-retângulo, permitem sua substituição por um diagrama simplificado (distribuição retangular de tensões), que deve fornecer resultados equivalentes aos do diagrama parábola-retângulo. Convém salientar que tal procedimento constitui apenas um recurso numérico de simplificação de cálculos, uma vez que a distribuição real de tensões na ruptura não é retangular.

Para o CAD, a validade do diagrama parábola-retângulo convencional [adotado pela *NB-1 (1978)*] é contestada por muitos pesquisadores. Segundo *AMARAL FILHO (1997)*, conforme será explanado no item 2.4.1 deste trabalho, o diagrama parábola-retângulo convencional é válido até a resistência de 50MPa, sendo que para valores superiores a distribuição de tensões de compressão na seção de concreto assume, para o caso de flexão, a forma triangular.

Outros pesquisadores, como *IBRAHIM & MacGREGOR (1997)* e *ATTARD & STEWART (1998)*, propõem a utilização de diagramas retangulares de distribuição de tensões variando com a resistência do concreto à compressão. É oportuno lembrar que as propostas destes pesquisadores, válidas desde concretos de baixa resistência

até concretos de alta resistência, serão apresentadas nos itens 2.4.2 e 2.4.3, respectivamente.

Para o dimensionamento de peças de concreto com auxílio de computador, via programação, pode-se adotar uma formulação para o diagrama de distribuição de tensões com base no diagrama tensão-deformação experimental (através da entrada de uma função polinomial aproximada) e todo o dimensionamento seria feito sem necessidades de adotar diagramas retangulares equivalentes. Entretanto, muitos são os códigos vigentes que permitem esse tipo de simplificação, tendo como justificativa as facilidades práticas daí decorrentes.

## **2.2 RECOMENDAÇÕES DE CÓDIGOS VIGENTES**

Neste item são apresentadas, simplificadaamente, algumas recomendações de importantes códigos internacionais, no que se refere à consideração do diagrama tensão-deformação do concreto. Dez códigos foram escolhidos para compor este item, incluindo o código brasileiro em vigor, com o intuito de mostrar quais os que adotam modificações no diagrama de tensões em função do aumento da resistência, e como é feita tal modificação. É oportuno lembrar que no item 2.3 são apresentadas as comparações entre os 10 códigos, onde são indicados os mais adequados para a utilização no dimensionamento de pilares de CAD.

### **2.2.1 Código Americano ACI 318-95**

Segundo este código, a resistência à compressão do concreto é especificada com base em ensaios realizados em corpos-de-prova cilíndricos padronizados de 150 mm x 300 mm.

No que se refere à distribuição de tensões nas seções de peças fletidas, o *ACI 318-95* preconiza que podem ser admitidos diagramas com forma retangular, trapezoidal, parabólica e outras, assegurando-se que as relações entre a distribuição de tensões de compressão no concreto e suas respectivas deformações estejam de acordo com resultados obtidos experimentalmente. A figura 2.3c mostra os

parâmetros do diagrama tensão-deformação obtidos experimentalmente, “ $k_1$ ”, “ $k_2$ ” e “ $k_3$ ”, onde tais parâmetros são definidos como:

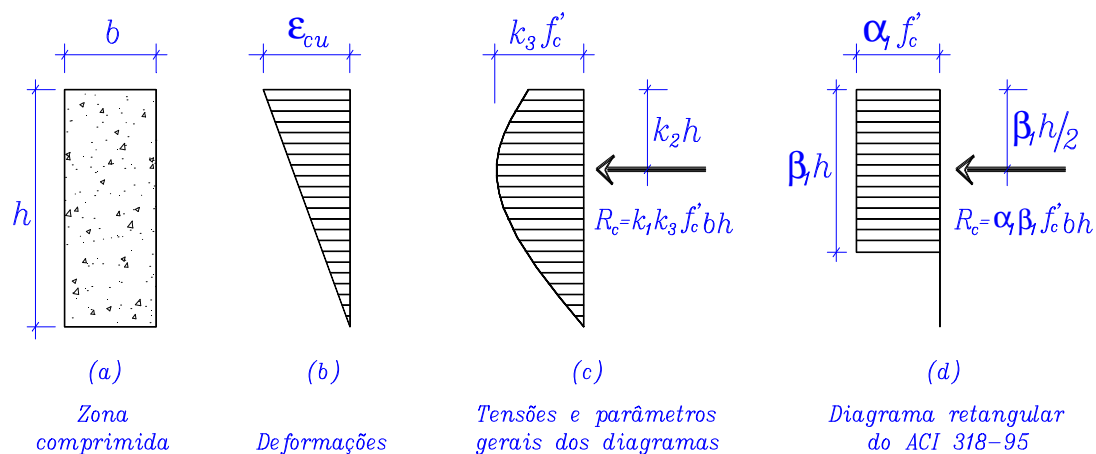


Figura 2.3: Parâmetros do diagrama tensão-deformação para seções retangulares

Fonte: IBRAHIM & MacGREGOR (1997)

- $k_1$ : relação entre a tensão média e a tensão máxima de compressão;
- $k_2$ : relação entre as distâncias da fibra mais comprimida à resultante da tensão de compressão e da fibra mais comprimida à linha neutra;
- $k_3$ : relação entre a tensão máxima de compressão do diagrama tensão-deformação na estrutura e a resistência do cilindro, levando em consideração o efeito das cargas de longa duração ( $k_3 = 0,85$ ).

O diagrama de tensão retangular equivalente é definido pelos parâmetros “ $a_1$ ” e “ $b_1$ ”, conforme mostrado na figura 2.3d, onde:

- $a_1$ : relação entre a tensão no diagrama retangular e a resistência do cilindro;
- $b_1$ : relação entre a altura do diagrama retangular e “ $x$ ”;
- $x$ : posição da linha neutra.

O parâmetro “ $a_1$ ” é assumido como constante e igual a 0,85. O parâmetro “ $b_1$ ” é igual a 0,85 para concretos com resistências até 30 MPa, sendo reduzido

continuamente a uma razão de 0,08 para cada 10 MPa de resistência acima de 30 MPa. O *ACI 318-95* ainda preconiza que o parâmetro “ $b_1$ ” não deve ser tomado menor que 0,65. Este valor começou a ser adotado desde 1976, quando foi publicado um suplemento para o *ACI 318-71*, baseado em resultados obtidos em ensaios com concretos de alta resistência.

Ainda segundo o *ACI 318-95*, a deformação máxima de compressão do concreto na flexão, “ $e_{cu}$ ”, apresenta valor constante igual a 3‰.

### 2.2.2 Código Canadense CSA A23.3-94

A resistência à compressão obtida em corpos-de-prova cilíndricos de 150 mm x 300 mm, especificada por este código, não pode ser menor que 20MPa nem maior que 80MPa, sendo que este limite superior pode ser superado desde que comprovadas as propriedades estruturais em concretos similares aos que serão utilizados.

No que se refere à distribuição de tensões na seção de peças fletidas, este código assume posição semelhante à do *ACI 318-95*, onde os diagramas com forma retangular, trapezoidal, parabólica e outras podem ser assumidos, assegurando-se que as relações entre a distribuição de tensões de compressão no concreto e suas respectivas deformações estejam de acordo com resultados obtidos experimentalmente.

A utilização do diagrama de tensão retangular equivalente é também definido pelos parâmetros “ $a_1$ ” e “ $b_1$ ”, conforme mostrado na figura 2.3d, sendo que os valores adotados pelo *CSA A23.3-94* são diferentes dos preconizados pelo *ACI 318-95*, sendo dados pelas expressões:

$$a_1 = 0,85 - 0,0015 f'_c \geq 0,67 \quad f'_c \text{ em MPa} \quad (2.1)$$

$$b_1 = 0,97 - 0,0025 f'_c \geq 0,67 \quad f'_c \text{ em MPa} \quad (2.2)$$

Quanto à deformação última do concreto na flexão, “ $\epsilon_{cu}$ ”, este código preconiza um valor constante igual a 3,5‰.

### 2.2.3 Código Norueguês NS 3473 E-1992

A relação tensão-deformação, segundo este código, pode ser assumida conforme ilustra a figura 2.4. Sua utilização é restringida a resistências da ordem de 105 MPa (C105), para concretos de densidade normal, obtidas para corpos-de-prova cúbicos de 100 mm de aresta. O fator de conversão para o cilindro 150 mm x 300 mm é dado como 0,8 até C55 e a resistência do cubo menos 11 MPa para as classes mais altas.

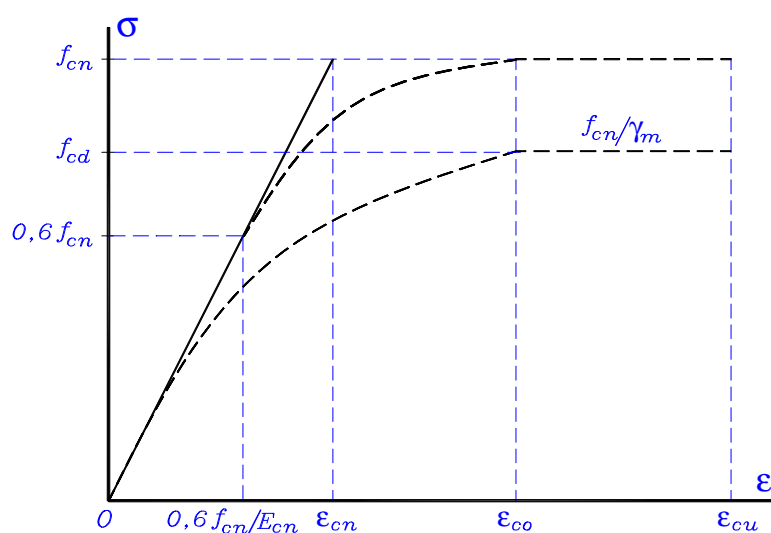


Figura 2.4: Diagrama tensão-deformação do concreto - código norueguês

Fonte: NS 3473 E-1992

O símbolo “ $f_{cn}$ ” na figura 2.4, representa a resistência do concreto na estrutura, dada pela expressão:  $f_{cn} = k_3 f'_c$ , sendo que “ $k_3$ ” varia com a resistência especificada.

Este código assume um valor efetivo de “ $k_3$ ” ( já definido no item 2.2.1), que decresce com o aumento da resistência do concreto, variando entre 0,84 para



uma resistência cilíndrica de 20MPa e 0,66 para uma resistência cilíndrica de 94 MPa.

O diagrama da figura 2.4 é regido pelas expressões que seguem, sendo que para o entendimento da lei de variação das tensões propostas por esse código, as deformações específicas apresentadas devem ser tomadas com valores negativos.

$$\mathbf{e}_{cu} < \mathbf{e}_c \leq \mathbf{e}_{co}, \rightarrow \mathbf{s}_{cn} = -f_{cn} \quad (2.3)$$

$$\mathbf{e}_{co} < \mathbf{e}_c \leq -0,6 \frac{f_{cn}}{E_{cn}}, \rightarrow \mathbf{s}_{cn} = E_{cn} \mathbf{e}_c + (m-1) f_{cn} \left[ \frac{E_{cn} \mathbf{e}_c + 0,6 f_{cn}}{(0,6-m) f_{cn}} \right]^{\frac{m-0,6}{m-1}} \quad (2.4)$$

$$-0,6 \frac{f_{cn}}{E_{cn}} \leq \mathbf{e}_c < 0, \rightarrow \mathbf{s}_{cn} = E_{cn} \mathbf{e}_c \quad (2.5)$$

A deformação última no concreto ( $\mathbf{e}_{cu}$ ) é dada por:

$$\mathbf{e}_{cu} = (2,5m - 1,5) \mathbf{e}_{cn} \quad (2.6)$$

$$\mathbf{e}_{cn} = -f_{cn} / E_{cn} \quad (2.7)$$

$$m = \mathbf{e}_{co} / \mathbf{e}_{cn} \quad (2.8)$$

Para concretos de densidade normal com  $f_{ck} \leq 85 \text{ MPa}$ , pode-se admitir que:

$$E_{cn} = k_E (f_{cn})^{0,3} \text{ onde se pode adotar } k_E = 10\,000 \text{ (MPa)} \quad (2.9)$$

$$\mathbf{e}_{co} = \mathbf{e}_1 - k_e f_{cn} \quad (2.10)$$

$$\mathbf{e}_1 = -1,9\text{‰}$$

$$k_e = 4 \times 10^{-6} \text{ (MPa)}$$

Para concretos de resistência cúbica (corpo-de-prova cúbico) maior que 85 MPa e para todas as classes de concretos de agregados leves, os valores de “ $E_{cn}$ ” e “ $\mathbf{e}_{co}$ ” devem ser determinados por testes do concreto real a ser utilizado.

Variando-se a resistência cilíndrica ( $f_{ck}$ ) entre 20 MPa e 94 MPa, a deformação na tensão máxima, “ $\mathbf{e}_{co}$ ”, varia entre -1,97‰ e -2,15‰, e a deformação última, “ $\mathbf{e}_{cu}$ ”, varia entre -3,84‰ e -2,68‰. Tais valores são coerentes, pois quanto maior a resistência do concreto, maior é sua deformação na tensão máxima. Já a

deformação última tende a diminuir com o acréscimo de resistência, pois o trecho descendente da curva tensão-deformação torna-se gradativamente mais íngreme, causando assim essa redução.

Para concretos de densidade normal das classes C25 a C55 (resistências cilíndricas de 20 MPa a 44 MPa), a tensão de compressão no concreto pode ser assumida como variando parabolicamente entre “0” e “ $-f_{cd}$ ”, enquanto a deformação, “ $\epsilon_c$ ”, varia entre 0 e  $-2,0\text{‰}$  (ver figura 2.5).

Para deformações entre  $\epsilon_{co} = -2,0\text{‰}$  e a deformação última  $\epsilon_{cu} = -3,5\text{‰}$ , a tensão de compressão pode ser assumida constante e igual a “ $-f_{cd}$ ”, como ilustra a figura 2.5.

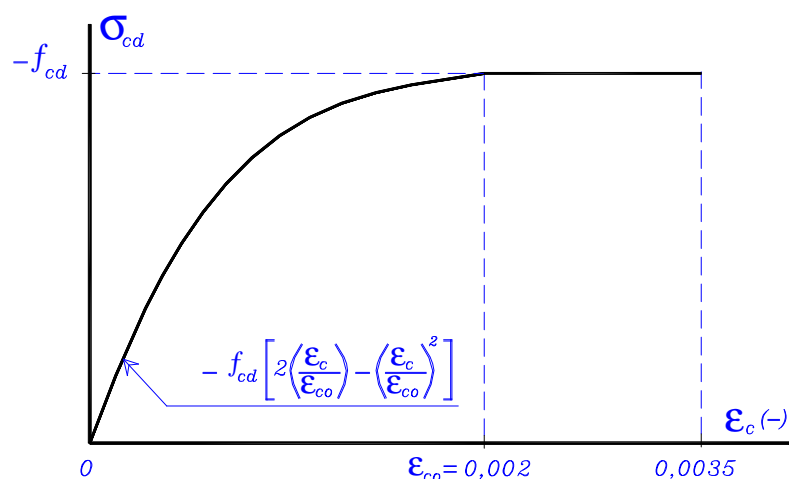


Figura 2.5: Diagrama tensão-deformação para resistências de até 44MPa

Fonte: NS 3473 E-1992

O NS 3473 E-1992 também permite a utilização de diagrama de tensão retangular equivalente definido pelos parâmetros “ $a_1$ ” e “ $b_1$ ”, dados na tabela 2.1, onde “ $k_3$ ” é coincidente com “ $a_1$ ” até a resistência de 44 MPa.

Tabela 2.1: Valores de “ $a_1$ ”, “ $b_1$ ” e “ $\epsilon_{cu}$ ”, adaptados do NS 3473 E-1992

Resistência	20 MPa	30 MPa	40 MPa	50 MPa	60 MPa	70 MPa	80 MPa
$a_1$	0,84	0,81	0,78	0,72	0,68	0,66	0,63
$b_1$	0,80	0,80	0,80	0,80	0,79	0,77	0,75
$\epsilon_{cu}$	0,0035	0,0035	0,0035	0,0033	0,0031	0,003	0,0029

### 2.2.4 Código Finlandês Rak MK4 1989

A utilização deste código é restringida à resistências máximas da ordem de 100 MPa (K100), para concretos de densidade normal, definida em testes de compressão em corpos-de-prova cúbicos de 150 mm de aresta. O fator de conversão para o cilindro de 150 mm x 300 mm é igual à resistência do cubo menos 8 MPa. O código finlandês assume um valor constante para “ $k_3$ ” igual a 0,7.

A figura 2.6 mostra a relação tensão-deformação recomendada por este código. O símbolo “ $f_{ck}$ ” representa a resistência do concreto na estrutura.

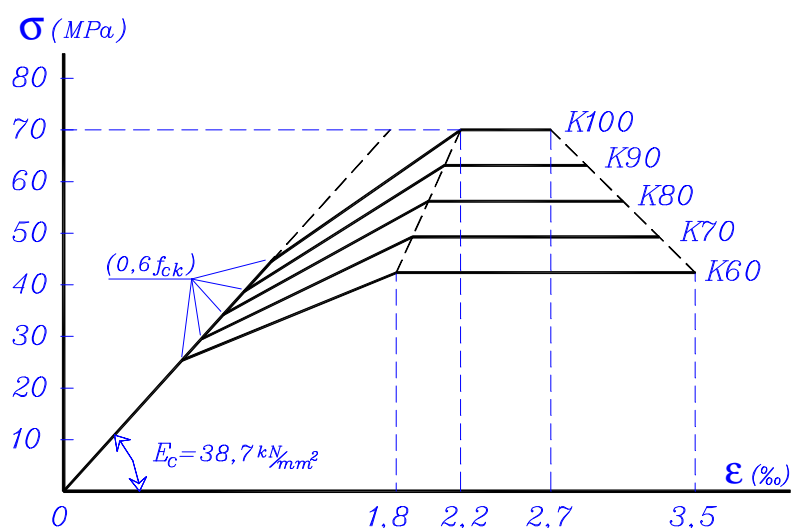


Figura 2.6: Diagrama tensão-deformação do código finlandês *Rak MK4 1989*

Fonte: *IBRAHIM & MacGREGOR (1997)[modificado]*

### 2.2.5 Código Modelo CEB/FIP MC90

A mais alta classe de resistência para concretos de densidade normal baseada na compressão uniaxial de cilindros de 150 mm x 300 mm é de 80 MPa. As formas dos diagramas tensão-deformação são mostradas esquematicamente na figura 2.7 para propósitos analíticos. O valor de “ $e_{cl}$ ” é admitido como 2,2‰. Os valores de “ $E_c$ ”, “ $E_{cl}$ ” e “ $e_{cu}$ ” variam com a resistência do concreto.

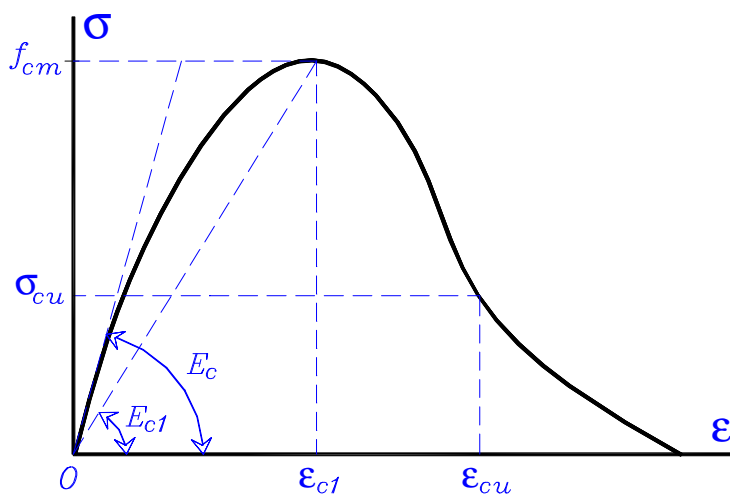


Figura 2.7: Diagrama analítico do *CEB/FIP MC90*

Fonte: *CEB/FIP MC90 (1991)*

Para projeto, dois diagramas tensão-deformação são descritos. O primeiro (parábola-retângulo) consiste em uma parábola de segundo grau com uma tensão máxima de  $0,85f_{cd}$  no ponto de deformação “ $\epsilon_{c1}$ ”, seguida por um trecho reto com tensão constante de  $0,85f_{cd}$  para deformações entre “ $\epsilon_{c1}$ ” e “ $\epsilon_{cu}$ ”, conforme indica a figura 2.8.

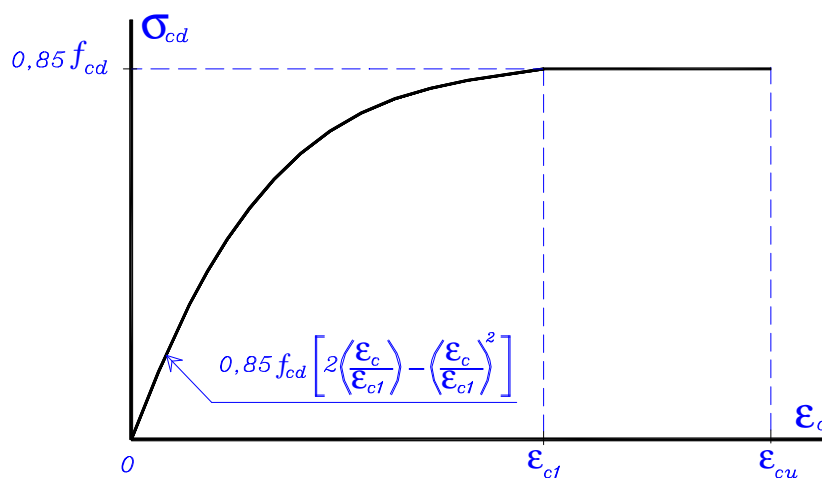


Figura 2.8: Diagrama tensão-deformação simplificado do *CEB/FIP MC90*

Fonte: *CEB/FIP MC90 (1991)*

Para concretos com  $f_{ck} \leq 50$  MPa, os valores de “ $e_{cl}$ ” e “ $e_{cu}$ ”, são respectivamente 0,002 e 0,0035. Para  $50 \text{ MPa} < f_{ck} \leq 80$  MPa, tem-se:

$$e_{cu} = 0,0035 \left( \frac{50}{f_{ck}} \right) \quad (\text{MPa}) \quad (2.11)$$

O segundo diagrama descrito consiste em um diagrama retangular de distribuição de tensões com “ $a_l$ ” (função da resistência do concreto) decrescendo de 0,782 (para  $f_{ck} = 20$  MPa) até 0,578 (para  $f_{ck} = 80$  MPa), e  $b_l = 1$ . Convém salientar que o coeficiente “ $a_l$ ” também pode ser usado para a determinação da capacidade de carga de pilares submetidos à compressão centrada.

### 2.2.6 Código Holandês NEN 6720

A mais alta classe de resistência de concreto segundo este código é a B105, onde o número denota a resistência característica à compressão do concreto em MPa, obtida aos 28 dias em corpos-de-prova cúbicos de aresta igual a 150mm.

A resistência à compressão de projeto do concreto “ $f_{cd}$ ” é calculada pela expressão:

$$f_{cd} = \frac{k f_{cck}}{g_c} \quad (2.12)$$

$$k = \frac{785 - f_{cck}}{1000} \quad (2.13)$$

$f_{cd}$  : Resistência de projeto à compressão;

$f_{cck}$  : Resistência característica do cubo;

$g_c$  : Coeficiente de minoração igual a 1,2;

$k$  : Fator de redução que leva em consideração a diferença entre a resistência cilíndrica e a cúbica, além do efeito da carga permanente

O diagrama tensão-deformação, conforme ilustra a figura 2.9, consiste em um ramo linear ascendente até “ $f_{cd}$ ”, alcançando sua respectiva deformação “ $e_{c1}$ ”, seguido de um trecho horizontal até a deformação “ $e_{cu}$ ”.

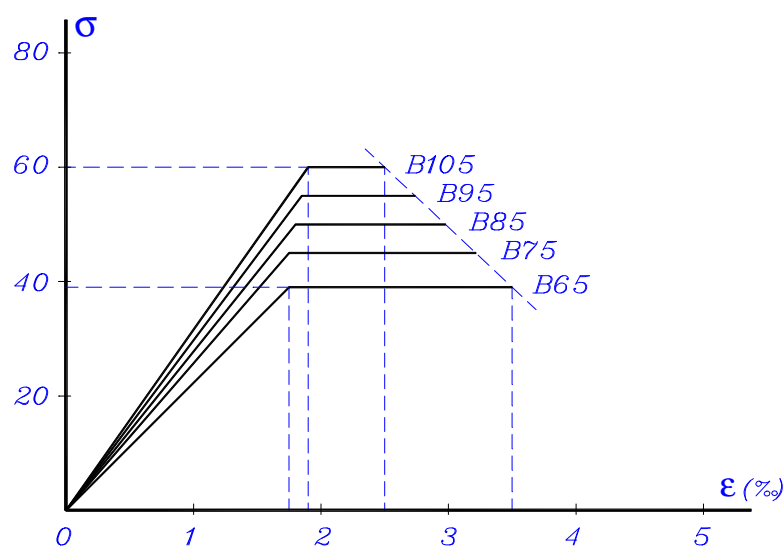


Figura 2.9: Diagrama tensão-deformação do concreto – código holandês

Fonte: CEB N° 222 (1994)

Os valores característicos das deformações de acordo com cada classe de resistência especificada por este código são apresentados na tabela 2.2.

Tabela 2.2: Parâmetros do diagrama tensão-deformação

Fonte: CEB N° 222 (1994)

Classes de Resistência	$f_{cd}$ (MPa)	$e_{c1}$ (‰)	$e_{cu}$ (‰)
B65	39	1,75	3,50
B75	45	1,75	3,25
B85	50	1,80	3,00
B95	55	1,85	2,75
B105	60	1,90	2,50

### 2.2.7 Código Neozelandês NZS 3101:1995

A mais alta classe de resistência definida por este código é de 100MPa, para concretos de densidade normal, definida em testes de compressão em corpos-de-prova cilíndricos de 150 mm x 300 mm.

O *NZS 3101:1995* preconiza a utilização do diagrama de tensões retangular equivalente também definido pelos parâmetros “ $a_1$ ” e “ $b_1$ ”, dados pelas seguintes expressões:

$$a_1 = 1,07 - 0,004 f_c' \geq 0,75 \quad f_c' \text{ em MPa} \quad (2.14)$$

$$b_1 = 1,09 - 0,008 f_c' \geq 0,65 \quad f_c' \text{ em MPa} \quad (2.15)$$

Segundo esse código, os valores de “ $a_1$ ” e “ $b_1$ ” não devem exceder 0,85 em nenhum caso, e a deformação máxima de compressão do concreto na flexão, “ $e_{cu}$ ”, apresenta valor constante igual a 3‰.

### 2.2.8 Código Inglês BS 8110: Part 1: 1985

A mais alta classe de resistência do concreto especificada por este código é a C50. O número denota a resistência à compressão em MPa obtida em corpos-de-prova cúbicos de 100mm de aresta.

O diagrama tensão-deformação adotado é o parábola-retângulo (figura 2.10), onde o valor 0,67 representa a relação entre a resistência cúbica e a resistência do concreto na estrutura, levando em consideração também o efeito de cargas permanentes. Desta forma, é incorreto afirmar que este valor embute algum tipo de fator de segurança, pois multiplicando o fator de conversão da resistência cúbica para a resistência cilíndrica pelo fator que leva em consideração o efeito da carga permanente, obterem-se como resultado o coeficiente 0,67.

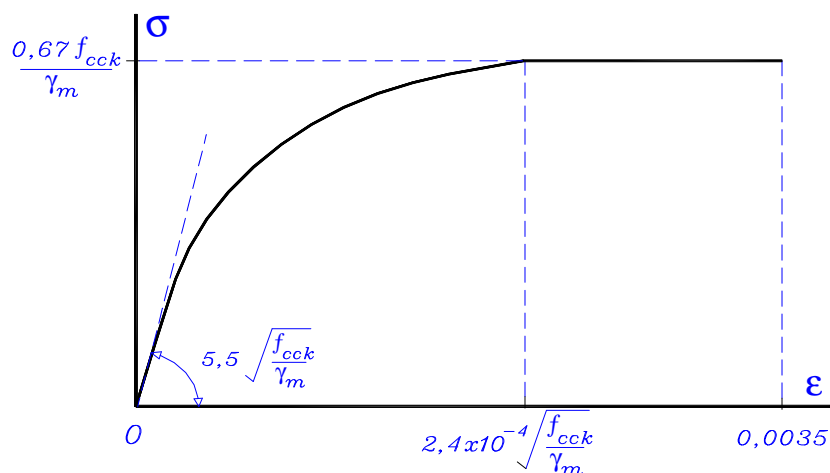


Figura 2.10: Diagrama tensão-deformação do concreto – código inglês

Fonte: *BS 8110 (1985)*

Este código também permite a utilização do diagrama retangular de distribuição de tensões, onde os parâmetros “ $a_1$ ” e “ $b_1$ ”, conforme mostrado na figura 2.2d, valem respectivamente 0,67 e 0,9. Convém salientar que o código inglês trabalha com a resistência cúbica do concreto, “ $f_{cck}$ ”, e se fosse usada a resistência cilíndrica, o parâmetro “ $a_1$ ” passaria a valer 0,85.

Quanto à deformação última do concreto na flexão, “ $e_{cu}$ ”, o diagrama tensão-deformação fornece um valor constante igual a 3,5‰.

### 2.2.9 EUROCÓDIGO 2 (1992)

A mais alta classe de resistência especificada para concretos de densidade normal baseada na compressão uniaxial de cilindros de 150 mm x 300 mm é de 50 MPa. A forma do diagrama tensão-deformação adotado é o parábola-retângulo, mostrada esquematicamente na figura 2.11. O *EUROCÓDIGO 2* permite a utilização de outros diagramas idealizados, desde que seja efetivamente equivalente ao parábola-retângulo.



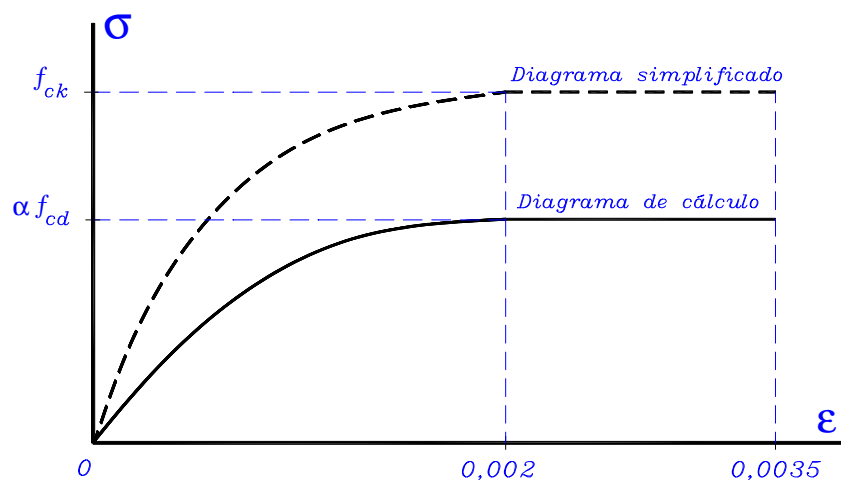


Figura 2.11: Diagrama tensão-deformação do concreto – *EUROCÓDIGO 2*

Fonte: *EUROCÓDIGO 2 (1992)*

Este código permite um procedimento semelhante ao descrito no item 2.2.1, onde se pode substituir o diagrama proposto por um diagrama retangular equivalente de altura  $b_f = 0,8x$  e com “ $a_f$ ” dado por:

$0,85f_{cd}$  : Caso em que a largura da seção, medida paralelamente à linha neutra (LN), não diminua a partir desta para a borda mais comprimida;

$0,80f_{cd}$  : Caso contrário.

Quanto à deformação última do concreto à flexão, “ $e_{cu}$ ”, o diagrama tensão-deformação fornece um valor constante igual a 3,5‰.

### 2.2.10 Código Brasileiro NB-1(1978)

Segundo este código, a resistência à compressão do concreto é especificada com base em ensaios realizados em corpos-de-prova cilíndricos de 150 mm x 300 mm, aos 28 dias.

A distribuição das tensões de compressão do concreto na seção é feita de acordo com um diagrama parábola-retângulo aproximado (figura 2.12). Além disso,

este código também permite procedimento semelhante ao descrito no item 2.2.1, onde se pode substituir o diagrama proposto por um diagrama retangular equivalente, com as mesmas características apresentadas no item 2.2.9 deste trabalho.

A NB-1/78 admite  $e_{cu}=3,5\%$  (encurtamento último) para dimensionamento nos domínios 3 e 4. Nas seções inteiramente comprimidas (domínio 5), admite que o encurtamento na borda mais comprimida, na ocasião da ruptura, varie de  $3,5\%$  a  $2\%$ , mantendo-se inalterada e igual a  $2\%$  a  $3/7$  da altura total da seção, medida a partir da borda mais comprimida.

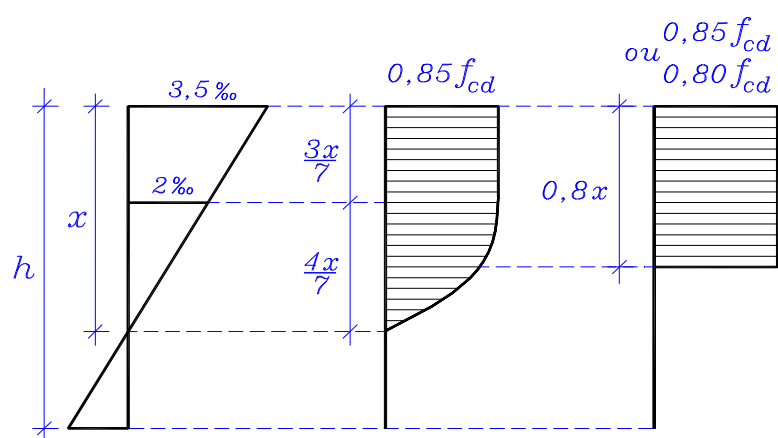


Figura 2.12: Diagramas permitidos pela NB-1 (1978)

Fonte: ANDRADE JÚNIOR (1999)

### 2.3 COMPARAÇÃO ENTRE OS CÓDIGOS APRESENTADOS

Para a comparação entre os códigos apresentados criaram-se diagramas de interação adimensionais entre o momento fletor “ $\mu$ ” e a força normal “ $v$ ”, utilizando diagramas retangulares de distribuição de tensões, para concretos de 20 MPa e 80 MPa (figura 2.13), com taxa mecânica de armadura “ $\omega$ ” constante e igual a 0,5. É oportuno lembrar que *para a execução desses diagramas não foi utilizado nenhum tipo de coeficiente de segurança*.

Para concretos de baixa resistência, 20 MPa, as curvas obtidas (figura 2.13a) quase que se superpuseram, denotando assim poucas diferenças entre os códigos apresentados. Apenas a curva obtida com base no CEB/FIP MC90 obteve resultados mais conservadores, inclusive no ponto de momento nulo.

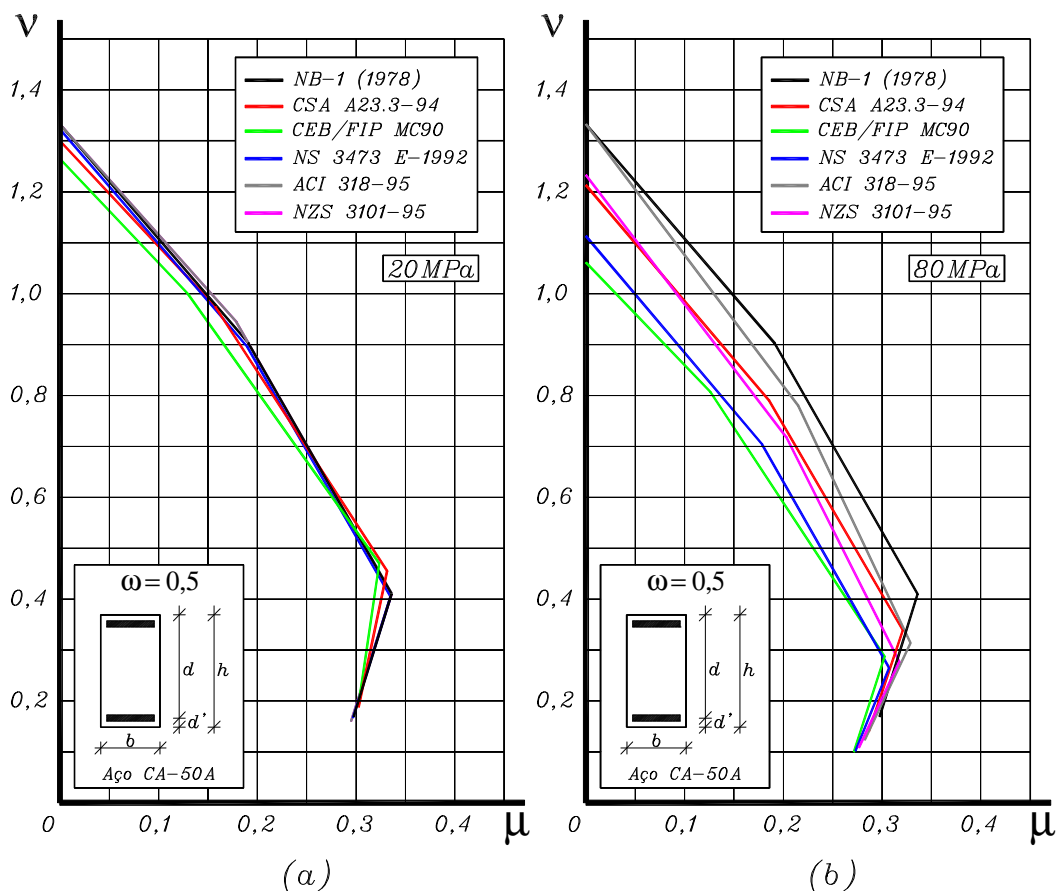


Figura 2.13: Diagramas de interação obtidos segundo os códigos apresentados

Para concretos de alta resistência, 80 MPa, observa-se que os códigos apresentaram resultados bem distintos (figura 2.13b). Os códigos *CAN3 A23.3-94* (Canadense) e *NZS 3101:1995* (Neozelandês), os mais indicados para o CAD [segundo *LÉGERON & PAULTRE (1996)*], apresentaram quase que os mesmos valores, embora adotem deformações últimas diferentes. O código norueguês *NS 3473 E-1992*, concordando com *IBRAHIM & MacGREGOR (1997)*, apresentou resultados bem conservadores, embora seja indicado para o CAD

O *CEB/FIP MC90* também apresentou resultados conservadores, aproximando-se do *NS 3473 E-1992*. *VANDERLEI (1999)*, comparando a relação tensão-deformação preconizada pelo *CEB/FIP MC90* (diagrama parábola-retângulo) com resultados experimentais obtidos em seu trabalho, comenta que tanto o valor da

força normal quanto do momento fletor obtidos com base nesse código são a favor da segurança.

O código Americano *ACI 318-95*, embora adote correções para o bloco de tensões de compressão, não conduz a resultados satisfatórios. Pesquisadores como *IBRAHIM & MacGREGOR (1997)* e *ATTARD & STEWART (1998)* afirmam que o *ACI 318-95* superestima a capacidade de pilares de CAD quando o esforço normal passa a ser predominante (pequena excentricidade). Segundo *LÉGERON & PAULTRE (1996)*, o bloco retangular de tensões preconizado pelo *ACI 318-95* é aceitável para concretos de até 60MPa de resistência à compressão.

Segundo o *CEB N° 222 (1994)*, os códigos *RAK MK4 1989* (Finlandês) e *NEN 6720* (Holandês), embora não apareçam na figura 2.13, são adequados para o CAD, pois consideram modificação do diagrama tensão-deformação de forma gradativa com o aumento da resistência do concreto.

Códigos como a *NB-1 (1978)* (Brasileiro), o *BS 8110-1985* (Inglês), e o *EUROCÓDIGO 2 (1992)* não são adequados para o CAD e devem ser usados com cautela.

## **2.4 PROPOSTAS PARA MODIFICAÇÃO DO DIAGRAMA DE TENSÕES**

Neste item serão discutidas as modificações do diagrama de tensões de compressão nas seções de concreto com base nas propostas de *AMARAL FILHO (1997)*, *IBRAHIM & MacGREGOR (1997)*, *ATTARD & STEWART (1998)*, *COLLINS et al. (1993)* e *DINIZ apud VASCONCELOS (1998)*.

### **2.4.1 Diagrama triangular proposto por AMARAL FILHO (1997)**

Segundo *AMARAL FILHO (1997)*, para concretos com resistência de até 50 MPa, pode-se aceitar o diagrama tensão-deformação adotado pela *NB-1 (1978)* e a forma de dimensionamento pode ser feita no Estádio III, como estágio final de ruptura. Neste caso a deformação última na flexão seria, por definição, igual a 3,5‰.

Nas classes de alta resistência, definidas para valores de “ $f_{ck}$ ” entre 50 MPa e 90 MPa, o diagrama tensão-deformação é triangular e o estágio de ruptura seria o Estádio II. Para  $f_{ck} = 90$  MPa pode-se admitir a deformação máxima como sendo 2,4 ‰. *AMARAL FILHO (1997)* justifica tal procedimento afirmando que neste caso a deformação máxima é igual ao limite da resposta elástica linear do material. Isto torna o cálculo bem definido e sugere adotar-se sempre a estrutura como sendo subarmada.

Outra justificativa, segundo *AMARAL FILHO (1997)*, é garantir maior ductilidade à estrutura, tornando-a maior quando comparada com a ductilidade de uma estrutura de concreto convencional.

O limite para a modificação do diagrama de tensões proposto por este pesquisador é contestável, uma vez que a configuração do diagrama tensão-deformação obtido experimentalmente tende a mudar gradativamente com o aumento da resistência do concreto. Assim, dimensionando-se uma peça com  $f_{ck} = 49$  MPa e outra com  $f_{ck} = 51$  MPa, ambas submetidas à mesma solicitação, seriam usados respectivamente diagrama parábola-retângulo e diagrama triangular de distribuição de tensões, além de considerar deformações últimas diferentes, contrariando assim a distribuição experimental de tensões que, para o exemplo dado, quase não apresenta diferenças.

#### **2.4.2 Diagrama retangular proposto por IBRAHIM & MacGREGOR (1997)**

Tendo como justificativa que o diagrama retangular proposto pelo *ACI 318-95* não oferece bons resultados à medida que crescem a resistência do concreto e a importância da força normal em relação à flexão (compressão com pequena excentricidade), *IBRAHIM & MacGREGOR (1997)* propuseram uma modificação para o diagrama retangular equivalente, de tal forma que houvesse melhor concordância com os resultados experimentais. Foram analisados os resultados de 184 ensaios, sendo que 90 ensaios foram realizados em pilares submetidos a carga centrada e os outros 94 foram realizados em pilares submetidos a cargas excêntricas, chegando às seguintes conclusões:

• O diagrama retangular de distribuição de tensões pode ser usado em projeto, adotando-se uma deformação limite de 3‰ e os parâmetros modificados “ $a_1$ ” e “ $b_1$ ” dados como segue:

$$a_1 = 0,85 - \frac{f'_c}{800} \geq 0,725 \quad f'_c \text{ em MPa} \quad (2.16)$$

$$b_1 = 0,95 - \frac{f'_c}{400} \geq 0,70 \quad f'_c \text{ em MPa} \quad (2.17)$$

• Os parâmetros propostos fornecem forças resultantes maiores para concretos de resistência usual e de alta resistência, quando comparados com as equações do *ACI 318-95*. No caso de resistências superiores a 80 MPa, os parâmetros propostos fornecem forças resultantes menores, conforme apresentado na figura 2.14.

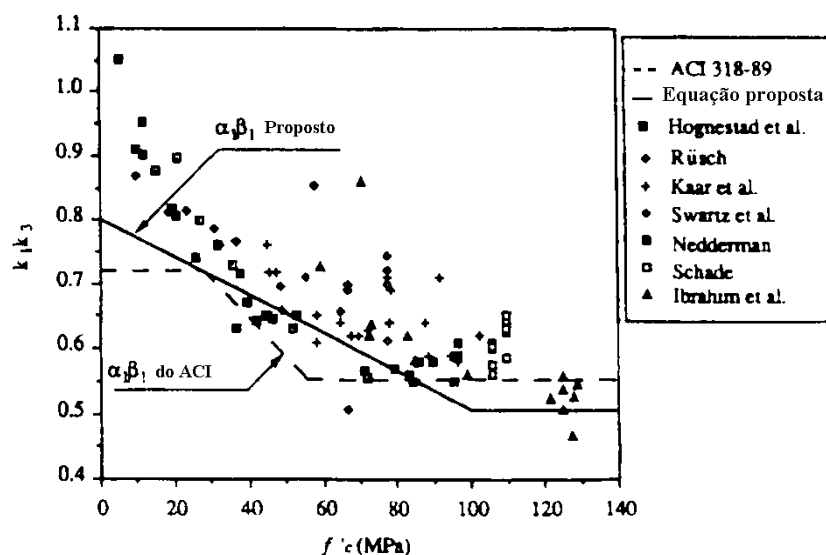


Figura 2.14: Equações de “ $a_1, b_1$ ” comparadas para testes de carga excêntrica

Fonte: *IBRAHIM & MacGREGOR (1997)*

• Os atuais parâmetros adotados pelo *ACI 318-95*, para o diagrama retangular de tensões, superestimam a capacidade de flexão de pilares de CAD,

quando submetidos à flexo-compressão, falhando na compressão. A figura 2.15 representa os ensaios realizados por *IBRAHIM & MacGREGOR (1997)*, na qual são comparados os resultados obtidos pelo modelo proposto com os do ACI 318-89 (igual ao *ACI 318-95*), *NS 3473 E-1989* e resultados experimentais.

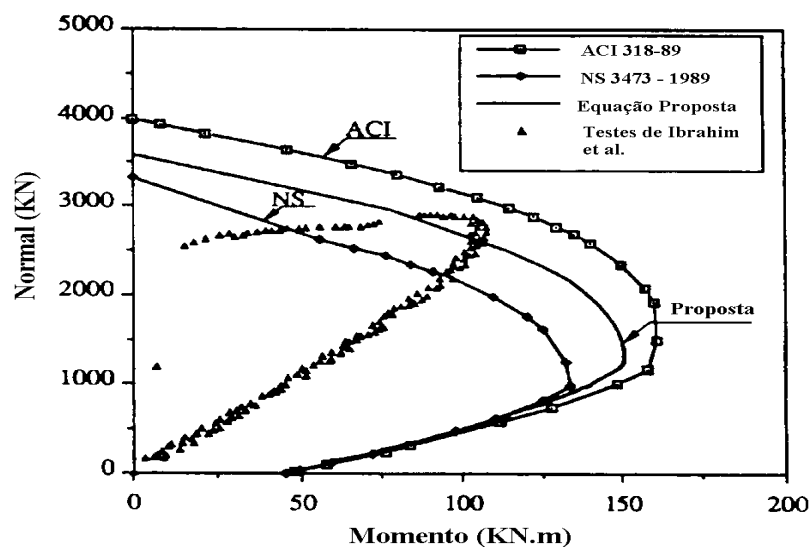


Figura 2.15: Testes de flexo-compressão em pilares de  $f_{ck} = 72,5\text{MPa}$

Fonte: *IBRAHIM & MacGREGOR (1997)*

Vale ressaltar que o parâmetro “ $a_l$ ” substitui, segundo esta proposta, o coeficiente “ $k_3$ ”, já definido no item 2.2.1 deste trabalho. Assim, para a determinação da capacidade de carga de pilares submetidos à compressão centrada, pode-se utilizar a seguinte expressão:

$$N = a_1 f_c' (A_c - A_s) + A_s f_y \quad (2.18)$$

Segundo *IBRAHIM & MacGREGOR (1997)*, o efeito de usar diferentes blocos de tensões na flexão simples não conduzem a resultados cuja diferença seja considerada importante. Desta forma, tal procedimento passa a ser relevante quando o esforço normal é predominante na seção.

### 2.4.3 Diagrama retangular proposto por ATTARD & STEWART (1998)

Esta proposta foi desenvolvida com base na média de resultados de uma análise probabilística de parâmetros equivalentes de blocos de tensões baseados na proposta de *IBRAHIM & MacGREGOR (1997)*.

*ATTARD & STEWART (1998)* propõem um diagrama retangular equivalente, válido para flexão simples e composta, que leva em consideração o efeito da carga permanente, com os parâmetros modificados “ $a_1$ ” e “ $b_1$ ” dados como segue:

$$a_1 = 0,6470(f_c')^{0,0324} \geq 0,58 \quad f_c' \text{ em MPa} \quad (2.19)$$

$$b_1 = 1,0948(f_c')^{-0,091} \geq 0,67 \quad f_c' \text{ em MPa} \quad (2.20)$$

A figura 2.16 ilustra uma comparação das curvas do diagrama de interação para um concreto de resistência de 120MPa, onde a proposta de *ATTARD & STEWART (1998)* é apresentada com e sem o efeito da carga permanente (carga de longa duração).

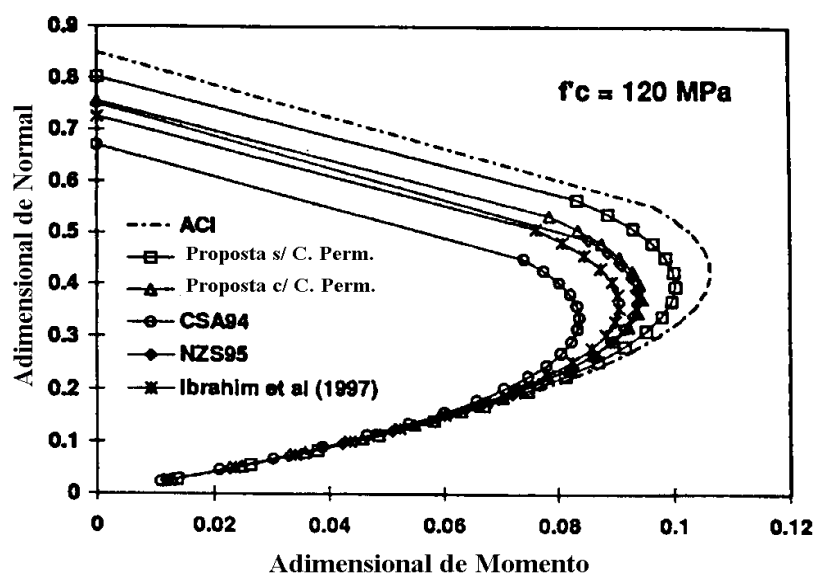


Figura 2.16: Diagramas de Interação para pilares de  $f_{ck} = 120$  MPa

Fonte: *ATTARD & STEWART (1998)*



Segundo esta proposta, o parâmetro “ $a_1$ ” não substitui o coeficiente “ $k_3$ ”, sendo que para a determinação da capacidade de carga de pilares submetidos à compressão centrada pode-se utilizar a seguinte expressão:

$$N = k_3 f_c' (A_c - A_s) + A_s f_y \quad (2.21)$$

$$k_3 = j (0,92 - 0,0009 f_{cm}) \quad (2.22)$$

$$j = (0,71 + 0,002 f_{cm}) \leq 1 \quad (2.23)$$

$$f_{cm} \cong f_c' + 7,5 \quad f_c' \text{ em MPa} \quad (2.24)$$

#### 2.4.4 Diagrama proposto por COLLINS et al. (1993)

Com base em relações constitutivas, estes pesquisadores propuseram uma expressão que representa muito bem o diagrama tensão-deformação do concreto, tanto no ramo ascendente quanto no descendente. Esta expressão pode também ser usada como representativa das tensões de compressão na seção de concreto, sendo dada por:

$$s_c = \frac{f_c e_c n}{e_{cl} (n-1 + (e_c / e_{cl})^{nk})} \quad (2.25)$$

$$k = 0,67 + \frac{f_c'}{62} \quad f_c' \text{ em MPa} \quad (2.26)$$

$$n = 0,80 + \frac{f_c'}{17} \quad f_c' \text{ em MPa} \quad (2.27)$$

A expressão (2.26) é válida apenas para o ramo descendente do diagrama tensão-deformação. Para o ramo ascendente, deve-se adotar  $k = 1$ .

*COLLINS et al. (1993)* também realizaram pesquisas em pilares submetidos a carregamento centrado, com o intuito de avaliar a variação do coeficiente “ $k_3$ ”, ou

seja, a relação entre a tensão máxima de compressão do diagrama tensão-deformação na estrutura e a resistência do cilindro.

Com base em ensaios realizados em Sherbrooke por CUSSON & PAULTRE, em Alberta por IBRAHIM & MacGREGOR, em Toronto por SUNDARARAJ & SHEIKH, POLAT & UZUMERI, OZDEN & UZUMERI e SHEIKH & UZUMERI, *COLLINS et al. (1993)* chegaram a uma expressão para o valor de “ $k_3$ ”, que apresentou boa concordância com os resultados experimentais, dada por:

$$k_3 = 0,6 + \frac{10}{f_c'} \quad f_c' \text{ em MPa} \quad (2.28)$$

Convém salientar que o valor de “ $k_3$ ” não deve ser maior que 0,85. Desta forma pode-se afirmar, segundo esta proposta, que a expressão preconizada pela *NB-1 (1978)* para o cálculo da capacidade de carga de pilares submetidos à compressão centrada só é válida para concretos de resistências inferiores a 40MPa.

Pesquisas realizadas por *LIMA (1997)* e *QUEIROGA (1999)*, no Laboratório de Estruturas da EESC, com pilares submetidos à compressão centrada cuja média de resistência era de 80MPa e 60MPa respectivamente, concordaram que a expressão proposta por *COLLINS et al. (1993)* conduz a resultados próximos aos obtidos experimentalmente.

#### **2.4.5 Diagrama proposto por DINIZ apud VASCONCELOS (1998)**

Para projetos de CAD, *DINIZ apud VASCONCELOS (1998)* recomenda que o diagrama tensão-deformação deve concordar com resultados obtidos experimentalmente. Na falta de resultados experimentais, este pesquisador indica um diagrama parábola-retângulo (figura 2.17) semelhante ao preconizado pelo *CEB/FIP MC90*.

Segundo *VASCONCELOS (1998)*, a utilização de diagramas parábola-retângulo é inteiramente arbitrária, sendo mais uma questão de costume do que de necessidade. Quanto maior a resistência do concreto, tanto menor é o trecho

retangular, e a parábola se aproxima mais de uma reta (ver figura 2.1). A deformação última do concreto diminui de 0,0035 até 0,0024 para concretos de 50 MPa e 80 MPa respectivamente (tabela 2.3).

*DINIZ apud VASCONCELOS (1998)* também recomenda a utilização de diagramas retangulares de distribuição de tensões definidos pelos parâmetros “ $a_1$ ” e “ $b_1$ ” apresentados na tabela 2.3.

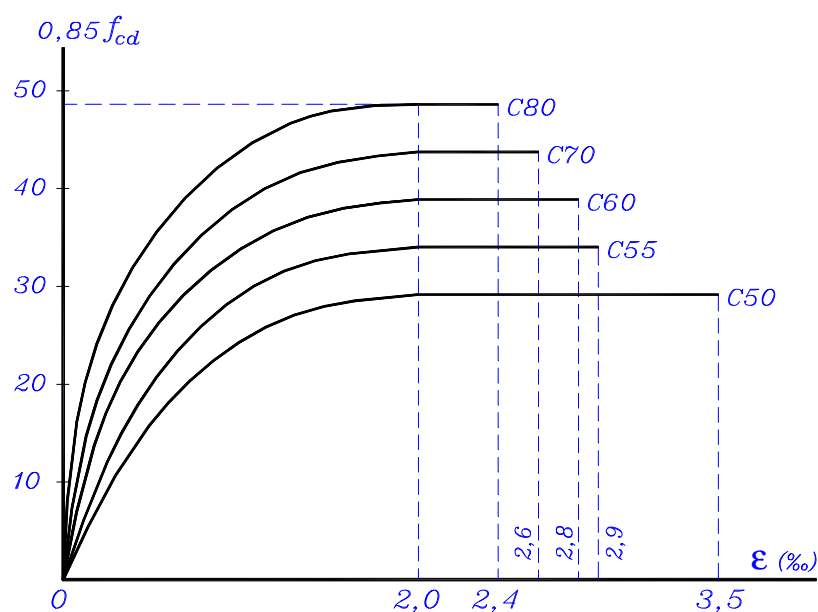


Figura 2.17: Diagramas tensão-deformação propostos por DINIZ

Fonte: VASCONCELOS (1998)[modificado]

Tabela 2.3: Valores de “ $a_1$ ”, “ $b_1$ ” e “ $e_{cu}$ ” propostos por DINIZ

Fonte: VASCONCELOS (1998)

Resistência	20 MPa	40 MPa	50 MPa	55 MPa	60 MPa	70 MPa	80 MPa
$a_1$	0,85	0,85	0,85	0,835	0,82	0,79	0,76
$b_1$	0,80	0,80	0,80	0,793	0,787	0,773	0,76
$e_{cu}$	0,0035	0,0035	0,0035	0,0029	0,0028	0,0026	0,0024

## 2.5 COMPARAÇÃO ENTRE AS PROPOSTAS APRESENTADAS

Propostas como a de *AMARAL FILHO (1997)*, em que o diagrama de distribuição de tensões de compressão muda bruscamente de forma a partir de um limite de resistência estabelecido, devem ser usadas com cautela, pois o ideal seria que houvesse uma mudança gradual.

Quando a distribuição de tensões de compressão tende a variar gradativamente com o aumento da resistência, como é o caso das propostas de *IBRAHIM & MacGREGOR (1997)*, *ATTARD & STEWART (1998)* e *COLLINS et al. (1993)*, tem-se um comportamento mais próximo do real, pois a resultante das tensões tende a mudar tanto de valor quanto de posição à medida que muda a resistência do concreto.

A tabela 2.4 estabelece uma comparação entre as propostas apresentadas e o *CSA A23.3-94* no que se refere ao coeficiente “ $k_3$ ”, usado para a determinação da capacidade de carga de pilares submetidos à compressão centrada.

Tabela 2.4: Valores de “ $k_3$ ” segundo as propostas apresentadas

RESISTÊNCIA DO CONCRETO	IBRAHIM & MacGREGOR	ATTARD & STEWART	COLLINS et al.	CAN3 1994
20 MPa	0,825	0,680	0,850	0,820
30 MPa	0,813	0,696	0,850	0,805
40 MPa	0,800	0,706	0,850	0,790
50 MPa	0,788	0,716	0,800	0,775
60 MPa	0,775	0,726	0,767	0,760
70 MPa	0,763	0,735	0,743	0,745
80 MPa	0,750	0,745	0,725	0,730

A proposta de *ATTARD & STEWART (1998)* segue uma lei de variação inversa à apresentada pelas outras propostas, subestimando de forma considerável a capacidade de carga de pilares confeccionados com concretos de baixa resistência.

*COLLINS et al. (1993)* apresentam valores bem satisfatórios quando comparados com os obtidos pela proposta de *IBRAHIM & MacGREGOR (1997)* e pelo *CSA A23.3-94*. Quanto ao dimensionamento de seções submetidas à

flexo-compressão, a utilização da relação constitutiva fornecida por estes pesquisadores é laboriosa, dificultando assim sua utilização.

Para analisar as propostas de *IBRAHIM & MacGREGOR (1997)* e *DINIZ apud VASCONCELOS (1998)*, criaram-se diagramas de interação adimensionais (figura 2.18) semelhantes aos apresentados no item 2.3, também sem coeficientes de segurança, utilizando diagramas retangulares de distribuição de tensões e também o diagrama parábola-retângulo proposto por *DINIZ apud VASCONCELOS (1998)*, onde os resultados obtidos são comparados com os do *CSA A23.3-94*.

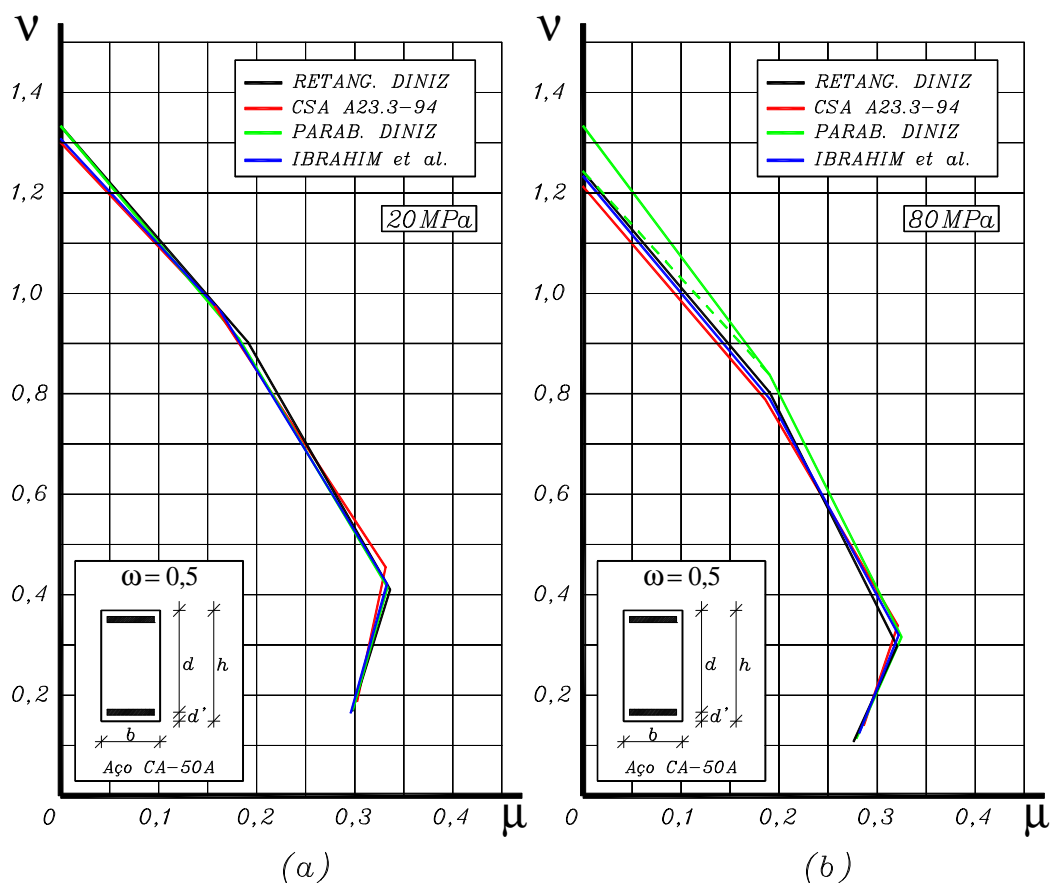


Figura 2.18: Diagramas de interação obtidos segundo as propostas apresentadas

Os diagramas retangulares de distribuição de tensões propostos por *DINIZ apud VASCONCELOS (1998)* e por *IBRAHIM & MacGREGOR (1997)*

apresentam resultados bem próximos aos obtidos segundo o *CSA A23.3-94*, tanto para concretos de baixa resistência, 20 MPa, quanto de alta resistência, 80 MPa.

Para concretos de 20 MPa de resistência, o diagrama parábola-retângulo proposto por *DINIZ apud VASCONCELOS (1998)*, que é o mesmo preconizado pela *NB-1 (1978)*, apresentou boa concordância com as propostas analisadas e com o *CSA A23.3-94*. Quanto à resistência de 80 MPa, o diagrama parábola-retângulo proposto por esse pesquisador também apresentou boa concordância, porém mostrou a necessidade de correção no ponto de momento nulo (linha tracejada) por não levar em consideração o fenômeno da perda do cobrimento (abordado no capítulo 5 deste trabalho).

É oportuno lembrar que a proposta de *DINIZ apud VASCONCELOS (1998)* apresenta uma variação brusca na consideração da deformação última do concreto, mudando de 0,0035 a 0,0029 para concretos de resistência de 50 MPa e 55 MPa, respectivamente. Talvez essa mudança brusca indique a necessidade de revisão no valor de  $\epsilon_{cu} = 0,0035$ , para a resistência de 50 MPa.

## 2.6 ESTUDO DO LIMITE DE DEFORMAÇÕES PARA O CAD

Para a determinação da deformação última à flexão de peças de CAD, que tende a diminuir com o aumento da resistência, a forma mais correta seria a utilização das clássicas relações constitutivas, onde as tensões e as deformações são dadas por expressões do tipo:

$$Y = \frac{AX + BX^2}{1 + (A-2)X + (B+1)X^2} \quad (2.29)$$

No item 2.4.4 deste trabalho, foi apresentada a relação constitutiva proposta por *COLLINS et al. (1993)*, que pode ser aplicada tanto para o CAD quanto para concretos de baixas resistências. Convém salientar que tal procedimento é muito laborioso, sendo de pouca utilização em escritórios de cálculo, o que justifica a utilização de valores previamente estabelecidos.

Códigos como o *CSA A23.3-94*, o *BS 8110* e a *NB-1 (1978)*, além do *EUROCÓDIGO 2 (1992)*, adotam como deformação última “ $e_{cu}$ ” um valor constante igual a 3,5‰. O *ACI 318-95* e a *NZS 3101:1995* adotam o valor de 3,0‰ e códigos como o *NS 3473 E-1992*, o *RAK MK4-1989* e a *NEN 6720* adotam valores variáveis com a resistência do concreto à compressão.

Pesquisadores como *IBRAHIM & MacGREGOR (1997)* e *ATTARD & STEWART (1998)* afirmam que o valor de 3,0‰, adotado pelo *ACI 318-95*, concorda com os resultados experimentais obtidos para o CAD. *LIMA (1997)* realizou ensaios em pilares de 80MPa de resistência média, submetidos à flexo-compressão, e chegou a valores médios de deformação última igual a 2,5‰. *VANDERLEI (1999)*, que também realizou ensaios em pilares submetidos à flexo-compressão com resistência média à compressão entre 80 MPa e 90 MPa, obteve valores médios de deformação última igual a 2,59‰ (deformações variaram entre 2,3‰ e 3,0‰). *ANDRADE JÚNIOR (1999)*, após a realização de uma vasta pesquisa bibliográfica, recomenda a utilização de “ $e_{cu}$ ” igual a 3,0‰ .

A utilização de “ $e_{cu}$ ” igual a 3,5‰ não é recomendada para o CAD, pois por apresentar um comportamento mais frágil que os concretos de resistência usual, a adoção deste valor superestima sua capacidade de deformação.

Desta forma, denotando maior preocupação com a ductilidade das peças confeccionadas com o CAD, e acompanhando a lei natural de redução das deformações com o aumento da resistência, é conveniente adotar valores variáveis de deformações. Propostas como a de *DINIZ apud VASCONCELOS (1998)* ou a expressão (2.11), preconizada pelo *CEB/FIP MC90* podem ser usadas para a determinação de “ $e_{cu}$ ”.

A utilização de deformações variáveis requer a utilização de diagramas de domínios de deformações também variáveis, pois os limites dos domínios são diferentes para cada valor de deformação última considerada.

Obedecendo as mesmas hipóteses descritas pela *NB-1 (1978)*, pode-se determinar os limites dos domínios de deformações admitindo-se que:

- A deformação plástica máxima da armadura ocorre na Reta “a” e nos domínios 1 e 2. Nos domínios 3, 4, 4a, 5 e Reta “b”, ocorre ruptura do concreto (figura 2.19);

- O alongamento específico último da armadura tracionada ( $\epsilon_{su}$ ), como valor convencional, seja igual a 10‰, a fim de prevenir deformação plástica excessiva;

- A deformação específica última no concreto ( $\epsilon_{cu}$ ) seja variável para a flexão, e para o caso da seção inteiramente comprimida admite-se que o encurtamento da borda comprimida, na ocasião da ruptura, varie de “ $\epsilon_{cu}$ ” a 2‰, mantendo-se inalterado e igual a 2‰ a altura “ $h_c$ ”, medida a partir da borda mais comprimida (figura 2.19);

- Nos domínios 1 e 2, os diagramas giram em torno do polo de rotação dado pelo ponto “A”, ao passo que nos domínios 3, 4 e 4a o polo é o ponto “B”. No domínio 5, o giro é em torno do ponto “C”.

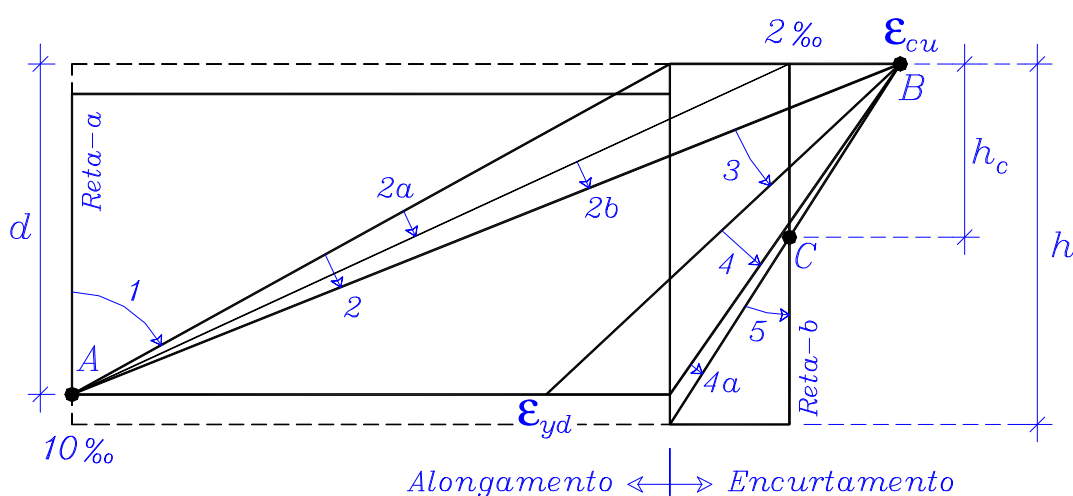


Figura 2.19: Domínios de deformações para “ $\epsilon_{cu}$ ” variável

Fonte: ANDRADE JÚNIOR (1999) [adaptado]

Seja “ $b_x$ ” o coeficiente adimensional que relaciona a profundidade da linha neutra com a altura útil da peça:



$$b_x = x / d \quad (2.30)$$

Admitindo-se a validade da Lei de Bernoulli até o Estado Limite Último e por semelhanças de triângulos, chega-se a:

$$b_x = \frac{e_c}{e_c + e_s} \quad (2.31)$$

$e_c$ : deformação no concreto;

$e_s$ : deformação na armadura.

Assim, a posição limite da linha neutra para cada um dos domínios considerados, adotando-se “ $e_{cu}$ ” variável e indicando também a subdivisão do domínio 2 em domínio 2a ( $0 < e_c < 2\text{‰}$ ) e domínio 2b ( $2\text{‰} < e_c < e_{cu}$ ), é dada por:

$$b_{x2a,lim} = 0,167$$

$$b_{x2b,lim} = \frac{e_{cu}}{e_{cu} + 10} \quad (2.32)$$

$$b_{x3,lim} = \frac{e_{cu}}{e_{cu} + e_{yd}} \quad (2.33)$$

$$b_{x4,lim} = 1$$

O valor de “ $h_c$ ”, que para  $\epsilon_{cu} = 0,0035$  é igual a  $3h/7$ , passa a ser determinado pela seguinte expressão:

$$h_c = \left( 1 - \frac{0,002}{e_{cu}} \right) h \quad (2.34)$$

## 2.7 ESTUDO DAS EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO DE SEÇÕES DE CAD SUBMETIDAS À FLEXÃO COMPOSTA.

Para o dimensionamento de uma seção de CAD submetida à flexo-compressão é necessário conhecer a variação da distribuição de tensões de compressão na seção de concreto, conforme apresentado anteriormente, e considerar que as deformações específicas devam variar linearmente ao longo da seção, sendo sempre limitadas às deformações máximas de compressão do concreto e de tração do aço para cada domínio de dimensionamento.

São apresentadas neste item as equações para dimensionamento no Estado Limite Último (E.L.U.), baseadas em diagramas retangulares de distribuição de tensões. É importante frisar que as equações aqui apresentadas são válidas para qualquer código ou proposta, uma vez que os parâmetros “ $a_l$ ” e “ $b_l$ ” são tratados como variáveis.

### 2.7.1 Caso de uma armadura tracionada e outra comprimida

Os domínios possíveis de ocorrência para o caso de uma armadura tracionada e outra comprimida são os domínios 2 ( $x > d'$ ), 3 e 4.

As equações de equilíbrio que seguem são baseadas na figura 2.20.

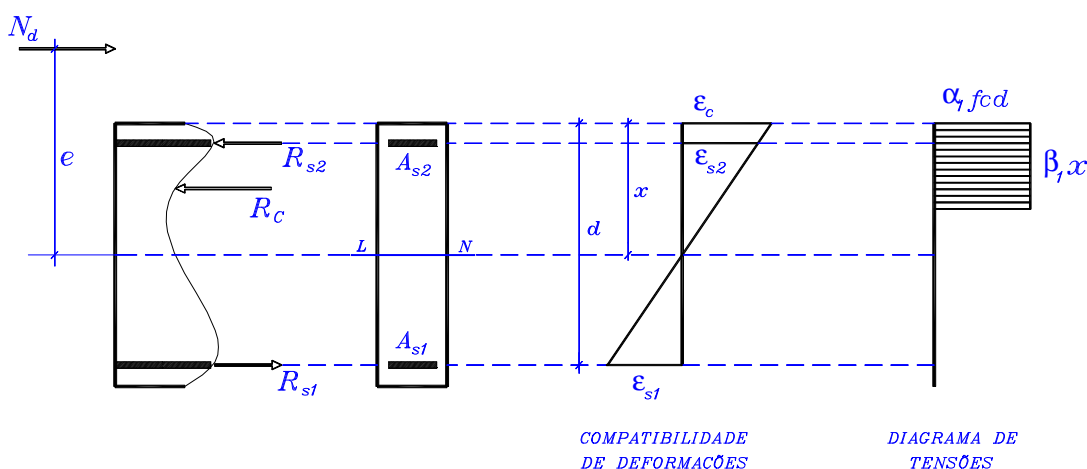


Figura 2.20: Seção retangular com armadura tracionada e comprimida

Fazendo o equilíbrio das forças horizontais e o equilíbrio de momento em relação ao centro de gravidade da seção, tem-se respectivamente as seguintes expressões:

$$N_d = R_C - R_{S1} + R_{S2} \quad (2.35)$$

$$M_d = R_C \left( \frac{h}{2} - \mathbf{b}_1 \frac{x}{2} \right) + R_{S1} \left( \frac{h}{2} - d' \right) + R_{S2} \left( \frac{h}{2} - d' \right) \quad (2.36)$$

Substituindo-se o valor  $R_C = b \mathbf{b}_1 x \mathbf{a}_1 f_{cd} \frac{d}{d}$  em (2.35) e (2.36), resulta:

$$N_d = \mathbf{a}_1 \mathbf{b}_1 b d \mathbf{b}_x f_{cd} - A_{S1} \mathbf{s}_{S1} + A_{S2} \mathbf{s}_{S2} \quad (2.37)$$

$$M_d = \frac{\mathbf{a}_1 \mathbf{b}_1}{2} b d^2 \mathbf{b}_x f_{cd} \left( \frac{h}{d} - \mathbf{b}_1 \mathbf{b}_x \right) + (A_{S1} \mathbf{s}_{S1} + A_{S2} \mathbf{s}_{S2}) \left( \frac{h}{2} - d' \right) \quad (2.38)$$

Convém salientar que no domínio 2 só se tem bons resultados, utilizando diagramas retangulares de tensões, quando  $\epsilon_c \cong \epsilon_{cu}$ .

### 2.7.2 Caso de duas armaduras comprimidas

Os domínios possíveis de ocorrência para o caso de duas armaduras comprimidas são os domínios 4a, 5 e reta b.

- Domínio 4a:

$$d < x < h \Rightarrow 1 < \mathbf{b}_x < \frac{h}{d} \quad \text{onde } \mathbf{e}_{S1} \cong 0$$

- Domínio 5:

$$h < x < +\infty \quad \text{onde} \quad \frac{h}{d} < \mathbf{b}_x < +\infty$$

Onde  $\mathbf{e}_c = 2\text{‰}$  a “ $h_c$ ” da borda mais comprimida (ver figura 2.19).

- Reta b:

$$\mathbf{e}_c = \mathbf{e}_{s1} = \mathbf{e}_{s2} = 2\text{‰}$$

As equações de equilíbrio que seguem são baseadas na figura 2.21.

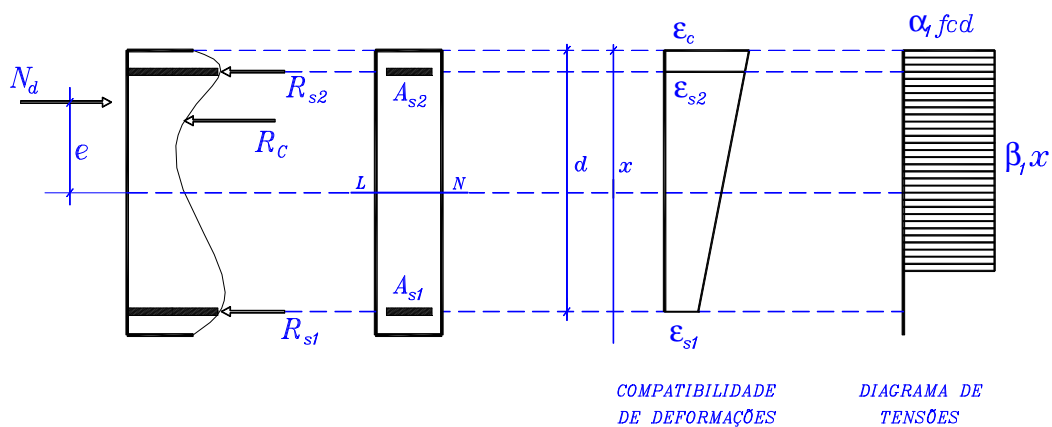


Figura 2.21: Seção retangular com duas armaduras comprimidas

Para os domínios 4a e 5a ( $\mathbf{b}_1 x < h$ ), tem-se :

$$N_d = \mathbf{a}_1 \mathbf{b}_1 b d \mathbf{b}_x f_{cd} + A_{s1} \mathbf{s}_{s1} + A_{s2} \mathbf{s}_{s2} \quad (2.39)$$

$$M_d = \frac{\mathbf{a}_1 \mathbf{b}_1}{2} b d^2 \mathbf{b}_x f_{cd} \left( \frac{h}{d} - \mathbf{b}_1 \mathbf{b}_x \right) + (-A_{s1} \mathbf{s}_{s1} + A_{s2} \mathbf{s}_{s2}) \left( \frac{h}{2} - d' \right) \quad (2.40)$$

Para o domínio 5b ( $b_1 x \geq h$ ) e a reta b tem-se:

$$N_d = a_1 b h f_{cd} + A_{S1} s_{S1} + A_{S2} s_{S2} \quad (2.41)$$

$$M_d = (-A_{S1} s_{S1} + A_{S2} s_{S2}) \left( \frac{h}{2} - d' \right) \quad (2.42)$$

A utilização do diagrama retangular de distribuição de tensões nos domínios 5a e 5b, pelo fato da deformação do concreto ser menor que “ $\epsilon_{cu}$ ”, não conduz a bons resultados.

### 2.7.3 Equações adimensionais de equilíbrio

As equações adimensionais de equilíbrio foram escritas em função do esforço normal adimensional (2.43), do momento fletor adimensional (2.44) e da taxa mecânica de armadura (2.45) na seção de concreto.

$$n = \frac{N_d}{b h f_{cd}} \quad (2.43)$$

$$m = \frac{M_d}{b h^2 f_{cd}} \quad (2.44)$$

$$w = \frac{A_s f_{yd}}{A_c f_{cd}} \quad (2.45)$$

Para o caso particular de armadura disposta simetricamente na seção de concreto (comum em pilares de edifícios), tem-se:

$$A_{s1} = A_{s2} = \frac{A_s}{2} \quad \text{e} \quad \mathbf{w}_1 = \mathbf{w}_2 = \frac{\mathbf{w}}{2}$$

Assim, as equações (2.37), (2.38), (2.39), (2.40), (2.41) e (2.42) assumem respectivamente as formas:

- Domínios 2 ( $\epsilon_c \cong \epsilon_{cu}$ ), 3 e 4:

$$\mathbf{n} = \mathbf{a}_1 \mathbf{b}_1 \left(1 - \frac{d'}{h}\right) \mathbf{b}_x + \frac{\mathbf{w}}{2f_{yd}} (\mathbf{s}_{s2} - \mathbf{s}_{s1}) \quad (2.46)$$

$$\mathbf{m} = \frac{\mathbf{a}_1 \mathbf{b}_1}{2} \left(1 - \frac{d'}{h}\right)^2 \mathbf{b}_x \left(\frac{h}{d} - \mathbf{b}_1 \mathbf{b}_x\right) + \frac{\mathbf{w}}{2f_{yd}} (\mathbf{s}_{s1} + \mathbf{s}_{s2}) \left(\frac{1}{2} - \frac{d'}{h}\right) \quad (2.47)$$

- Domínios 4a e 5a:

$$\mathbf{n} = \mathbf{a}_1 \mathbf{b}_1 \left(1 - \frac{d'}{h}\right) \mathbf{b}_x + \frac{\mathbf{w}}{2f_{yd}} (\mathbf{s}_{s2} + \mathbf{s}_{s1}) \quad (2.48)$$

$$\mathbf{m} = \frac{\mathbf{a}_1 \mathbf{b}_1}{2} \left(1 - \frac{d'}{h}\right)^2 \mathbf{b}_x \left(\frac{h}{d} - \mathbf{b}_1 \mathbf{b}_x\right) + \frac{\mathbf{w}}{2f_{yd}} (-\mathbf{s}_{s1} + \mathbf{s}_{s2}) \left(\frac{1}{2} - \frac{d'}{h}\right) \quad (2.49)$$

- Domínio 5b e reta b:

$$\mathbf{n} = \mathbf{a}_1 + \frac{\mathbf{w}}{2f_{yd}} (\mathbf{s}_{s2} + \mathbf{s}_{s1}) \quad (2.50)$$

$$\mathbf{m} = \frac{\mathbf{w}}{2f_{yd}} (-\mathbf{s}_{s1} + \mathbf{s}_{s2}) \left(\frac{1}{2} - \frac{d'}{h}\right) \quad (2.51)$$

De posse das equações adimensionais, pode-se construir ábacos de interação entre o momento fletor ( $\mu$ ) e o esforço normal ( $\nu$ ). Assim, fixando-se o aço, o valor de  $d'/h$  e o concreto usado [pois o par  $(\mathbf{a}_1, \mathbf{b}_1)$  depende do “ $f_{ck}$ ”], para cada par  $(\mathbf{b}_x, \mathbf{w})$  existe um único par  $(\mathbf{n}, \mathbf{m})$ .

### 2.7.4 Equações de compatibilidade de deformações

Além das equações de equilíbrio, é necessário que sejam usadas equações de compatibilidade de deformações com base nos limites de deformação última do concreto à flexão a serem utilizados.

#### a) Caso de uma armadura tracionada e outra comprimida

- Domínios 2 ( $x > d'$ ), 3 e 4:

$$\frac{\mathbf{e}_{s1}}{d-x} = \frac{\mathbf{e}_{s2}}{x-d'} = \frac{\mathbf{e}_c}{x} \quad \text{ou} \quad (2.52)$$

$$\frac{\mathbf{e}_{s1}}{1-\mathbf{b}_x} = \frac{\mathbf{e}_{s2}}{\mathbf{b}_x - \frac{d'}{d}} = \frac{\mathbf{e}_c}{\mathbf{b}_x} \quad (2.53)$$

#### b) Caso de duas armaduras comprimidas

- Domínio 4a ( $\mathbf{e}_c = \mathbf{e}_{cu}$ )

$$\frac{\mathbf{e}_{s1}}{\mathbf{b}_x - 1} = \frac{\mathbf{e}_{s2}}{\mathbf{b}_x - \frac{d'}{d}} = \frac{\mathbf{e}_c}{\mathbf{b}_x} \quad (2.54)$$

- Domínio 5

$$\frac{e_{s1}}{b_x - 1} = \frac{e_{s2}}{b_x - \frac{d'}{d}} = \frac{2\text{‰}}{b_x - h_c \left( \frac{h}{d} \right)} \quad (2.55)$$

- Reta b

$$e_c = e_{s1} = e_{s2} = 2\text{‰} \quad (2.56)$$

## 2.8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Recomenda-se, para uso do CAD, o diagrama parábola-retângulo modificado proposto por *DINIZ apud VASCONCELOS (1998)* ou o preconizado pelo *CEB/FIP MC90*, para dimensionamento de pilares submetidos à flexo-compressão. No caso de compressão centrada (situação fictícia), é oportuno lembrar que o coeficiente  $k_3 = 0,85$  superestima a capacidade de carga de pilares de CAD.

Códigos como o *CSA A23.3-94* e a *NZS 3101:1995*, além da proposta de *IBRAHIM & MacGREGOR (1997)*, que adotam deformações últimas constantes, podem ser usados para o dimensionamento de peças de CAD no Estado Limite Último (E.L.U), pois por adotarem modificações nos blocos de tensões, conduzem praticamente ao mesmo resultado.



---

## 3.1 GENERALIDADES

O uso de concretos com alta resistência à compressão, conforme explanado no capítulo 1 deste trabalho, proporciona um melhor aproveitamento de áreas construídas, tendo em vista a possibilidade de reduções tanto em seções transversais como em quantidade de pilares de uma edificação. Como conseqüência, podem ser geradas estruturas mais leves que as confeccionadas com concretos de baixa resistência, além da possibilidade de obtenção de pilares cada vez mais esbeltos, onde os deslocamentos laterais alcançados adquirem maior importância no cálculo.

No caso desses pilares, os deslocamentos entre seções geram esforços que não são considerados em uma análise de primeira ordem, pois levando em consideração os deslocamentos e analisando o elemento estrutural na posição deformada, surgem esforços superiores aos inicialmente considerados, tendo em vista a mudança de sua configuração, inicialmente reta, para uma configuração deformada. Para levar em consideração este problema, surge então a necessidade de uma análise de segunda ordem, que consiste na soma dos efeitos de primeira ordem (configuração geométrica inicial) com os obtidos considerando a configuração deformada. Esta influência das deformações da estrutura no momento total é conhecida como *não-linearidade geométrica*.

Além da não-linearidade geométrica, outro problema que surge na análise da instabilidade de pilares de concreto armado é a resposta não-linear do aço e do concreto nos respectivos diagramas de tensão-deformação. Este comportamento característico do material concreto armado é conhecido como *não-linearidade física*, e constitui a grande diferença do CAD em relação a concretos de baixa resistência.

No estudo de pilares de concreto armado, a instabilidade é um estado limite último que é alcançado sempre que, segundo a *Revisão da NB-1(1999)*, ao crescer a intensidade do carregamento e portanto as deformações, há elementos submetidos à flexo-compressão em que o aumento da capacidade resistente passa a ser inferior ao aumento da solicitação.

Segundo *BORGES (1999)*, em pilares esbeltos, mesmo pequenas excentricidades causam deformações por flexão, que por sua vez geram tensões de compressão desiguais até o ponto em que a fibra mais solicitada ultrapassa o limite de deformação plástica e rompe.

No caso do CAD a situação é ainda mais crítica, pois por apresentar limites menores de deformação plástica na flexão, a utilização desse material pode levar o pilar à ruína mais rapidamente. Segundo *KIM & YANG (1995)* o uso do CAD em pilares esbeltos passa a não ser tão vantajoso quanto em pilares curtos, pois com o aumento da resistência do concreto, a possibilidade de ruptura por instabilidade desse elemento estrutural é aumentada.

Desta forma, para a análise de pilares, deve-se considerar a influência das excentricidades causadas por deslocamentos laterais nestes elementos, não esquecendo do comportamento não-linear do concreto e do crescimento também não-linear das deformações por flexão, que caracterizam a teoria de segunda ordem.

### **3.2 CONSIDERAÇÃO DA NÃO-LINEARIDADE FÍSICA**

A capacidade de carga de pilares de concreto armado está diretamente ligada à relação existente entre carregamento e deformação, sendo assim essencial basear os cálculos numa apropriada representação dos diagramas tensão-deformação do aço e do concreto. Desta forma, para a consideração da não-linearidade física, diagramas retangulares de distribuição de tensões no concreto não podem ser

empregados, uma vez que a deformação da peça deve ser analisada desde solicitações muito baixas até a ruína.

É importante ressaltar que ficam evidentes aqui as limitações da maioria das propostas apresentadas no capítulo 2 deste trabalho, que assumem diagramas retangulares simplificados, válidos somente para dimensionamento no Estado Limite Último.

A consideração da não-linearidade física pode ser feita através da relação momento-normal-curvatura (M-N-1/r) para cada seção em estudo, sendo que a armadura deve ser supostamente conhecida e a força normal atuante deve ser de valor constante. Convém salientar que a utilização destes diagramas de interação são essenciais para qualquer cálculo de verificação de estabilidade em pilares de concreto armado.

A execução do diagrama (M-N-1/r) é relativamente trabalhosa e necessita da utilização de computador, em função do grande número de operações efetuadas. Embora a execução desse diagrama seja trabalhosa, a idéia é bastante simples: a curvatura está relacionada com as deformações; estas ligam-se às tensões através das equações constitutivas; conhecidas as tensões, a deformação no concreto e a curvatura, tem-se todos os elementos para calcular o esforço normal e o momento fletor. Portanto, existe uma relação entre essas três grandezas que, graficamente, é representada pelo diagrama (M-N-1/r).

Para a execução do diagrama (M-N-1/r) para o CAD foi escolhida a proposta de *DINIZ apud VASCONCELOS (1998)*, que utiliza o diagrama parábola-retângulo com reduções na deformação última do concreto de acordo com o aumento da resistência.

O algoritmo utilizado para a confecção do diagrama de interação foi realizado com base no trabalho de *PAULA (1988)*, sendo necessárias algumas adaptações para o CAD. O procedimento para a construção do diagrama segue os seguintes passos:

a- Adota-se um valor inicial para a relação  $d/r$ ;

b- Definem-se os valores extremos do intervalo de variação da profundidade da linha neutra, adotando-se limites inferiores ( $\beta_{xi}$ ) e superiores ( $\beta_{xs}$ ) com base nas seguintes expressões:

$$\beta_{xi} = 1 - \frac{0,01}{d/r} \quad (3.1)$$

$$\beta_{xs1} = \frac{\varepsilon_{cu}}{d/r} \quad (3.2)$$

$$\beta_{xs2} = \frac{0,002}{d/r} + \left( \frac{h}{d} \right) \left( 1 - \frac{0,002}{\varepsilon_{cu}} \right) \quad (3.3)$$

Considera-se “ $\beta_{xs}$ ”, o menor dos valores obtidos entre as expressões (3.2) e (3.3).

- c- Adota-se  $\beta_x = \beta_{xi} + \text{incremento}$ , e calculam-se as devidas deformações no concreto e no aço, por equações de compatibilidade, em função da curvatura da seção;
- d- Conhecidas as deformações, calculam-se as tensões no aço e no concreto;
- e- Efetuando-se o equilíbrio das forças internas, calcula-se o valor da força normal interna ( $N_{int}$ ) e compara-se com a força normal externa ( $N_{ext}$ );
- f- Se ( $N_{int}$ ) for igual a ( $N_{ext}$ ), calcula-se o valor do momento fletor interno ( $M_{int}$ ) e obtém-se um ponto do diagrama;
- g- Se ( $N_{int}$ ) não for igual a ( $N_{ext}$ ), deve-se retornar ao passo “c” até que o equilíbrio seja obtido, lembrando que o valor de  $\beta_x$  deve está compreendido entre os valores limite calculados no passo “b”;

h- Retorna-se ao passo “a” com outro valor para a relação  $d/r$ .

Como ilustração, apresentam-se nas figuras 3.1 e 3.2 exemplos de diagramas de interação (M-N-1/r) obtidos para valores de esforços normais adimensionais ( $v$ ) iguais a 0,5 e 1,0 respectivamente, onde são comparadas as curvas obtidas pela *Revisão da NB-1 (1999)* e pela proposta de *DINIZ apud VASCONCELOS (1998)*. Convém salientar que as curvas apresentadas são superpostas e que a forma de apresentação escolhida teve como finalidade permitir ao leitor a percepção do caminhamento e do limite final da curva representativa do CAD.

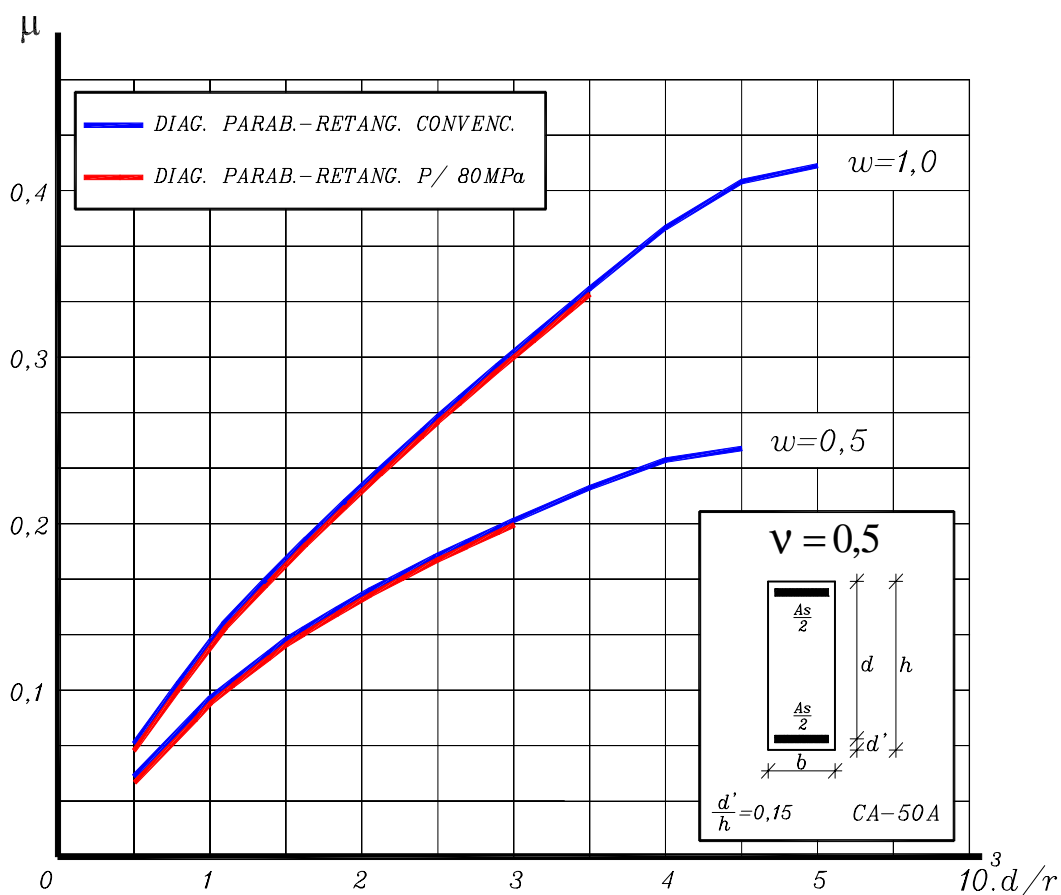


Figura 3.1: Diagrama de interação (M-N-1/r) para  $v = 0,5$

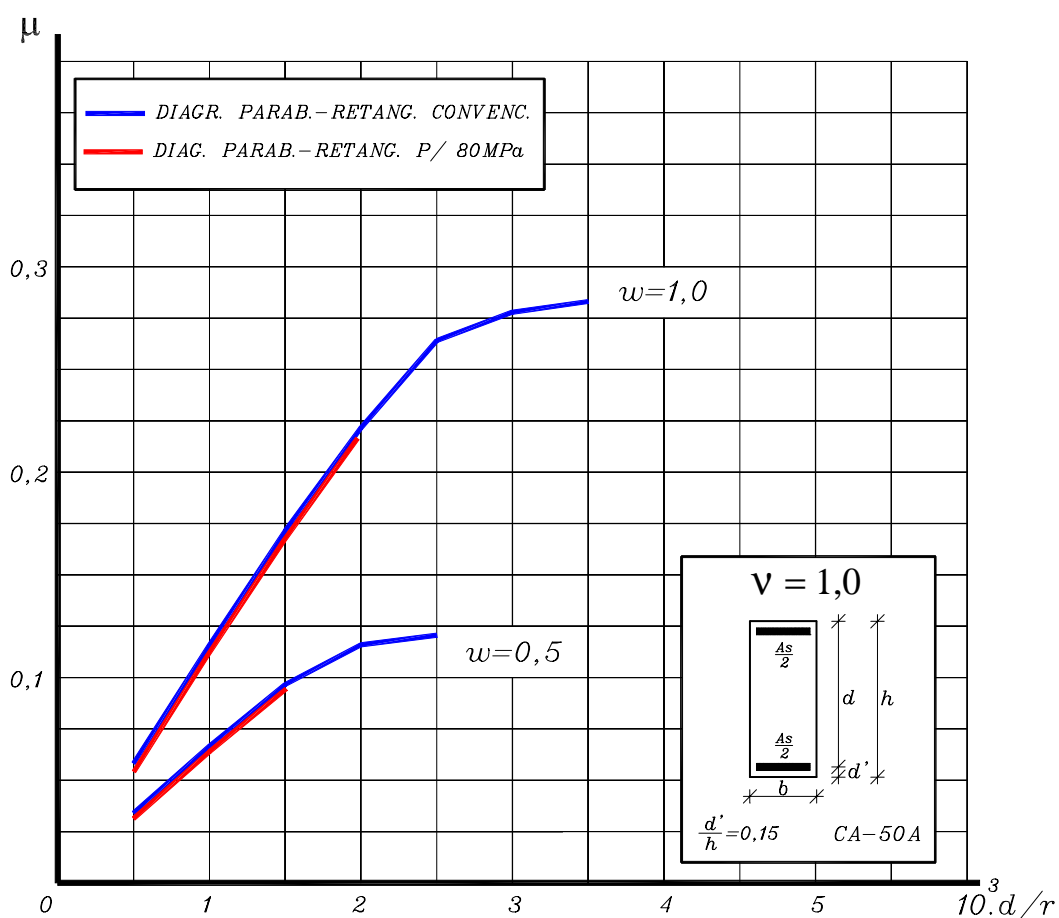


Figura 3.2: Diagrama de interação (M-N-1/r) para  $v = 1,0$

Alguns códigos como o Americano (*ACI 318-95*) e o Canadense (*CSA A23.3-94*), que preconizam o uso do Processo de Amplificação dos Momentos para levar em conta os efeitos de segunda ordem, fazem a consideração da não-linearidade física de forma aproximada através de expressões matemáticas que forneçam o valor da rigidez “EI” do pilar. Tais expressões, assim como todo o procedimento de cálculo, serão melhor discutidos no item 3.6.4 deste trabalho, onde o Processo de Amplificação dos Momentos é apresentado.

### 3.3 CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS IMPORTANTES

Uma importante característica geométrica que influencia o estudo dos efeitos de segunda ordem em pilares é o *comprimento de flambagem* “ $l_e$ ”. Fisicamente seu valor representa a distância entre os pontos de inflexão da

deformada de um pilar, sendo variável com os graus de liberdade de suas extremidades.

O estudo dos graus de liberdade quanto à rotação e à translação das extremidades dos pilares é de grande relevância na determinação do comprimento de flambagem, pois dependendo deste estudo, o ponto de inflexão situar-se-á mais ou menos próximo do nó, podendo até coincidir com o próprio nó em alguns casos. Assim, os valores de  $l_e$  apresentam variações entre 0,5 e 2 para os casos mais usuais de vinculação, como pode ser observado na figura 3.3.

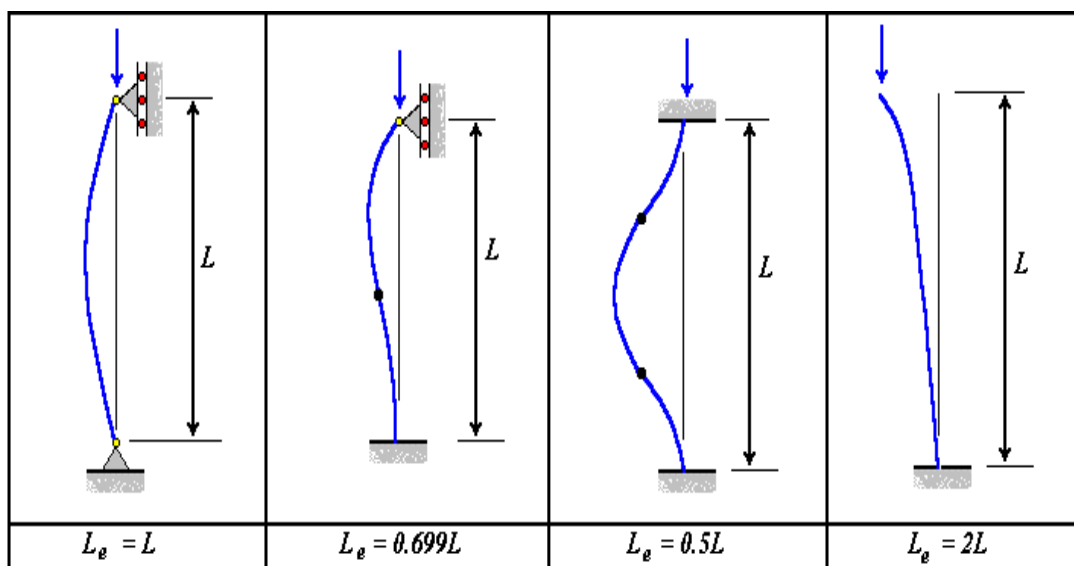


Figura 3.3: Comprimentos de flambagem para vinculações usuais

Fonte: <http://www.aero.usyd.edu.au/structures/mos/index.html>

No caso de estruturas de edifícios, a *NB-1 (1978)* admite considerar  $l_e = 1$ , desde que a estrutura possa ser admitida como indeslocável. Tal consideração é a favor da segurança, uma vez que as vigas que compõem os pavimentos impedem parcialmente a rotação das extremidades do pilar.

A *Revisão da NB-1 (1999)* é um pouco mais realista e considera, para o caso de pilares de edifícios supostamente vinculados em ambas as extremidades, o menor valor obtido pelas expressões (3.4) e (3.5), com base nas características geométricas dadas na figura 3.4.

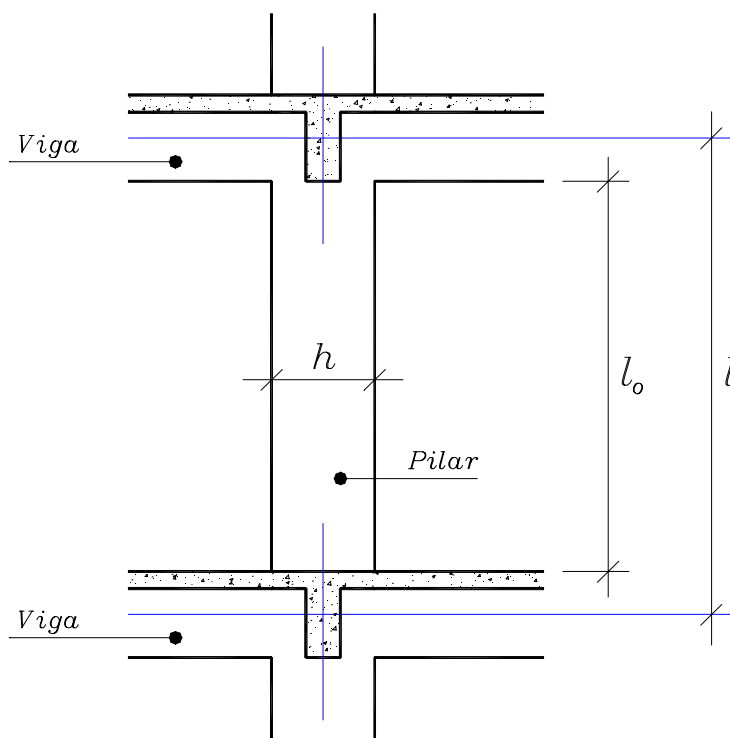


Figura 3.4: Valores de “ $l_0$ ” e “ $l$ ” em pilares de edifícios

$$l_e = l_0 + h \quad (3.4)$$

$$l_e = \eta l \quad (3.5)$$

$l_0$ : distância entre as faces internas dos elementos estruturais, supostos horizontais, que vinculam o pilar;

$h$ : altura da seção transversal do pilar, medido no plano da estrutura;

$l$ : distância entre os eixos dos elementos estruturais aos quais o pilar está vinculado;

$\eta$ : coeficiente dado pelo menor valor entre os obtidos com as expressões (3.6) e (3.7), obedecendo o limite de  $0,85 \leq \eta \leq 1$ .

$$\eta = 0,7 + 0,05(\alpha_A + \alpha_B) \quad (3.6)$$

$$\eta = 0,85 + 0,05\alpha_{\min} \quad (3.7)$$



$\alpha_A$ : relação entre a soma das rigidezes ( $EI / l$ ) dos pilares que concorrem à extremidade “A” do elemento e a soma das rigidezes das vigas que ali concorrem;

$\alpha_B$ : relação análoga na extremidade “B”;

$\alpha_{min}$ : valor mínimo entre  $\alpha_A$  e  $\alpha_B$ .

Em situações em que a determinação dos valores de “ $\alpha_A$ ” e “ $\alpha_B$ ” não seja possível, adotam-se valores dependendo da rigidez que vincula a extremidade considerada. Quando a rigidez considerada é baixa, a *Revisão da NB-1 (1999)* preconiza a adoção de  $\alpha = 10$ . Quando a rigidez é considerada alta, adota-se o valor de  $\alpha = 1$ .

São consideradas estruturas com baixa rigidez ( $\alpha = 10$ ): pilares ligados às fundações, que não são projetadas para resistir momento; pilares ligados a vigas projetadas como simplesmente apoiadas ou a lajes sem vigamento. No caso de pilares engastados em fundações projetadas para resistir ao momento aplicado, trata-se de estruturas com alta rigidez e portanto o valor de “ $\alpha$ ” é adotado como igual à unidade ( $\alpha = 1$ ).

Códigos como o Americano (*ACI 318-95*) e o Canadense (*CSA A23.3-94*) adotam o mesmo procedimento apresentado na *Revisão da NB-1 (1999)*. Baseados na relação entre a soma das rigidezes dos pilares e das vigas que concorrem à extremidade em estudo, definida como “ $\Psi$ ” por estes códigos, determinam o comprimento de flambagem de pilares através de expressões ou ábacos que fornecem o valor de uma constante “ $K$ ”, que multiplicada pela distância “ $l$ ” (já definida), fornece o valor de “ $l_e$ ”.

Os dados para a determinação de “ $K$ ” são apenas os valores de “ $\Psi_A$ ” e “ $\Psi_B$ ”, relativos às extremidades “A” e “B” respectivamente, dados pela expressão:

$$\Psi = \frac{\sum (E_p I_p / l_p)}{\sum (E_v I_v / l_v)} \quad (3.8)$$

- $E_p$ : módulo de elasticidade do pilar;  
 $E_v$ : módulo de elasticidade da viga;  
 $I_p$ : momento de inércia do pilar;  
 $I_v$ : momento de inércia da viga;  
 $l_p$ : comprimento do pilar entre eixos de vigas (“l” definido na figura 3.4);  
 $l_v$ : comprimento da viga entre eixos de pilares.

No cálculo das rigidezes, a quantidade de armadura e a redução da seção transversal em função do nível de fissuração da peça podem ser levados em consideração de forma simplificada, adotando-se fatores de redução para o momento de inércia bruto da peça. Desta forma, o *ACI 318-95* considera  $0,35.I_g$  para as vigas e  $0,7.I_g$  para os pilares, sendo “ $I_g$ ” a inércia bruta da peça (sem a consideração da armadura).

Tanto o *ACI 318-95* quanto a *CSA A23.3-94* preconizam que o valor de “K” pode ser determinado tanto para estruturas de nós fixos como para estruturas de nós móveis. Para estruturas de nós fixos, o valor de “K” é dado pelo menor valor obtido com as expressões (3.9) e (3.10), ou pelo ábaco da figura 3.5.

$$K = 0,7 + 0,05(\Psi_A + \Psi_B) \leq 1,0 \quad (3.9)$$

$$K = 0,85 + 0,05\Psi_{\min} \leq 1,0 \quad (3.10)$$

Para estruturas de nós móveis, o valor de “K” é obtido pelas expressões (3.11) e (3.12), ou pelo ábaco da figura 3.6.

$$K = \frac{20 - \Psi_m}{20} \sqrt{1 + \Psi_m} \quad \text{para } \Psi_m < 2 \quad (3.11)$$

$$K = 0,9\sqrt{1 + \Psi_m} \quad \text{para } \Psi_m \geq 2 \quad (3.12)$$

O valor de “ $\Psi_m$ ” corresponde à média entre os valores de “ $\Psi$ ” nas duas extremidades do pilar.

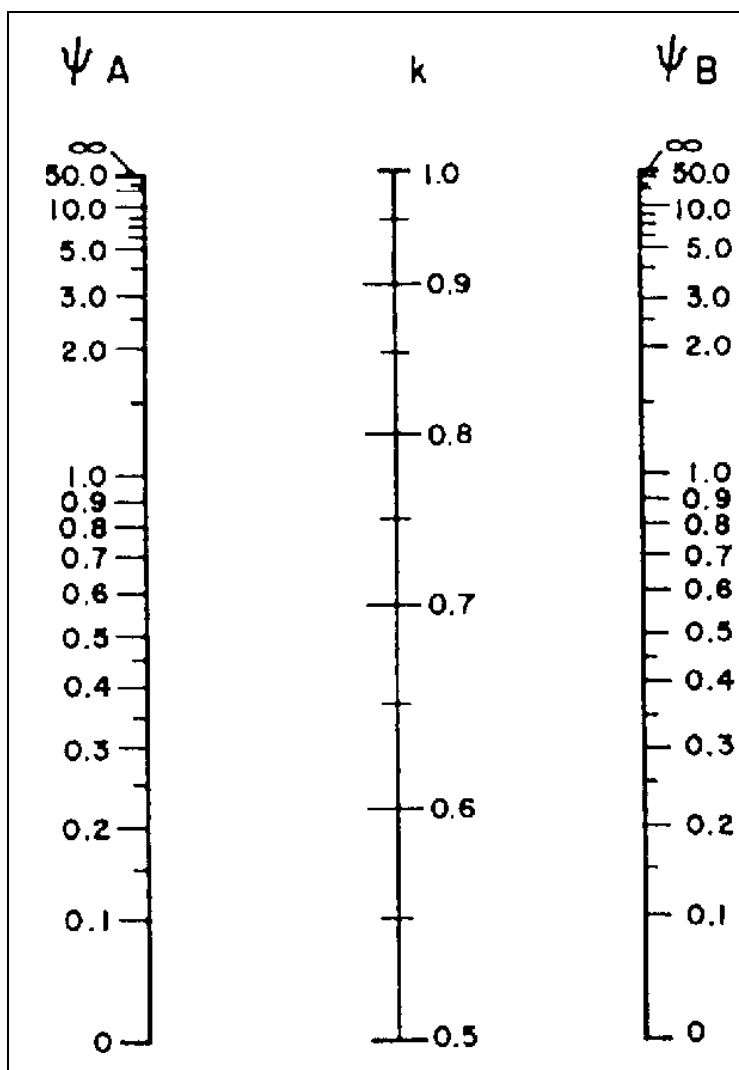


Figura 3.5: Ábaco para cálculo de “ $l_e$ ” em estruturas de nós fixos

Fonte: *ACI 318-95*

Com relação aos ábacos das figuras 3.5 e 3.6, se o valor de “ $\Psi$ ” for igual a zero em uma extremidade do pilar, esta é dita como perfeitamente engastada. Se o valor tender ao infinito, a extremidade do pilar é dita perfeitamente rotulada. É oportuno lembrar que o comprimento de flambagem calculado com o auxílio dos ábacos é menor que os obtidos através dos valores de “ $K$ ” dados pelas equações (3.9) a (3.12).

Em casos práticos, estruturas perfeitamente engastadas ou perfeitamente rotuladas não existem. Desta forma, o *ACI 318-95* preconiza que o valor de “ $K$ ” para

pilares de estruturas contraventadas não deve ser menor que 0,6 e, no caso de estruturas não contraventadas, este valor não deve ser inferior a 1,2.

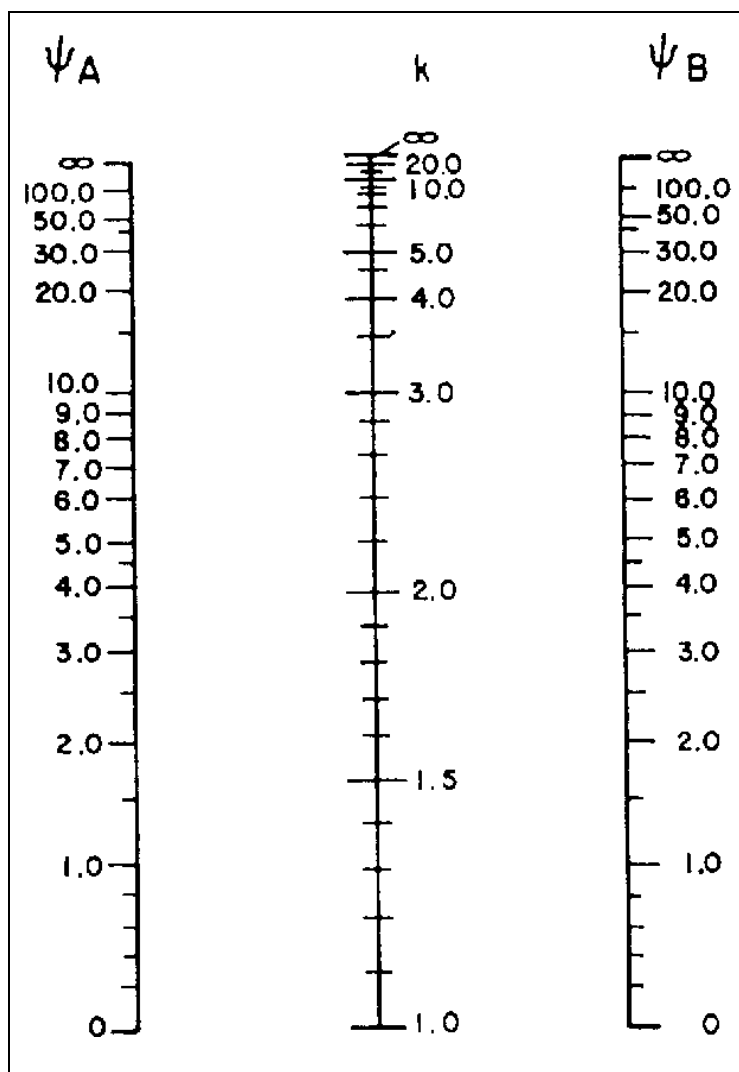


Figura 3.6: Ábaco para cálculo de “ $l_e$ ” em estruturas de nós móveis

Fonte: ACI 318-95

Códigos como a da Noruega (*NS 3473 E-1992*) e o *EUROCÓDIGO 2 (1992)* também calculam o comprimento de flambagem levando em consideração a relação entre a soma das rigidezes dos pilares e das vigas que concorrem às extremidades dos pilares. É importante ressaltar que o *EUROCÓDIGO 2 (1992)* considera para o cálculo da rigidez a seção bruta, enquanto que a *NS 3473 E-1992* considera uma redução de  $0,5.I_g$  apenas para as vigas.

A *Revisão da NB-1 (1999)* não tece comentários sobre a utilização de fatores de redução para as inércias de vigas e de pilares no cálculo dos coeficientes “ $\alpha_A$ ” e “ $\alpha_B$ ”. No entanto, é prudente considerar estes fatores, tendo em vista que a quantidade de armadura e o nível de fissuração da peça influenciam no momento de inércia.

Outra característica geométrica importante para o estudo de pilares é o *índice de esbeltez* “ $\lambda$ ”. Esta característica é definida como a razão entre o comprimento de flambagem “ $l_e$ ” e o raio de giração “ $i$ ” da seção, sendo dada pela expressão:

$$\lambda = \frac{l_e}{i} \quad (3.13)$$

$$i = \sqrt{\frac{I}{A_c}} \quad (3.14)$$

$I$ : menor momento de inércia da seção transversal;

$A_c$ : área da seção transversal.

O estudo do índice de esbeltez de um pilar é importante, tendo em vista que todos os códigos vigentes definem valores para “ $\lambda$ ” a partir do qual fenômenos como efeitos de segunda ordem e fluência devem ser considerados.

### **3.4 DISPENSA DA ANÁLISE DOS EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM**

Muitos pilares em estruturas correntes são suficientemente robustos para não serem afetados por esforços de segunda ordem. Os códigos vigentes, com o intuito de quantificar até que ponto a consideração destes esforços podem ser desprezados, preconizam a adoção de limites para o índice de esbeltez “ $\lambda_1$ ” a partir do qual é necessária a análise de segunda ordem.

Inúmeras são as divergências sobre o assunto, pois cada código apresenta formulações distintas para o cálculo do índice de esbeltez limite. A indicação de um

valor adequado para este índice é uma tarefa difícil, tendo em vista o alto grau de complexidade do estudo. Assim, este item refere-se apenas à apresentação e aos comentários de algumas destas formulações, e no item 3.4.6 apresenta-se uma comparação entre os códigos.

### 3.4.1 Dispensa segundo o ACI 318-95

O *ACI 318-95*, baseado no método de amplificação dos momentos (item 3.6.4) e assumindo que os momentos de segunda ordem não ultrapassem 5% dos momentos de primeira, apresenta como “ $\lambda_1$ ” o valor dado pela expressão (3.15) para o caso de estruturas de nós fixos.

$$\lambda_1 \leq 34 - 12 \left( \frac{M_1}{M_2} \right) \quad (3.15)$$

$M_1$ : menor momento atuante nas extremidades do pilar;

$M_2$ : maior momento atuante nas extremidades do pilar.

Para o caso de estruturas de nós móveis, esse código preconiza que o valor de “ $\lambda_1$ ” não deve ser superior a 22.

Quando a razão entre os momentos atuantes nas extremidades do pilar é positiva, indica que a deformada apresenta uma curvatura simples. A razão sendo negativa, a deformada apresenta dupla curvatura. Desta forma, quando existe inversão de sinais entre os momentos, o índice de esbeltez limite é maior, pois a distância entre os pontos de inflexão fica reduzida, como pode ser observado na figura 3.7. Convém salientar que o *ACI 318-95* não admite adotar valores inferiores a  $-0,5$  para a razão entre os momentos.

### 3.4.2 Dispensa segundo o CSA A23.3-94

O código canadense (*CSA A23.3-94*) apresenta as mesmas considerações do código americano, diferindo apenas na expressão para o cálculo do índice de esbeltez

limite [expressão (3.16)]. O CSA A23.3-94 leva em consideração, além da relação entre os momentos, o efeito da resistência do concreto à compressão e o esforço axial atuante. Segundo MacGREGOR (1993) a expressão (3.16), proposta para a revisão do ACI 318-89, conduz a resultados melhores que os obtidos pela expressão (3.15).

$$\lambda_1 \leq \frac{25 - 10(M_1 / M_2)}{\sqrt{P_f / (f'_c \cdot A_c)}} \quad (3.16)$$

$P_f$ : esforço de compressão axial majorado;

$f'_c$ : resistência do concreto à compressão.

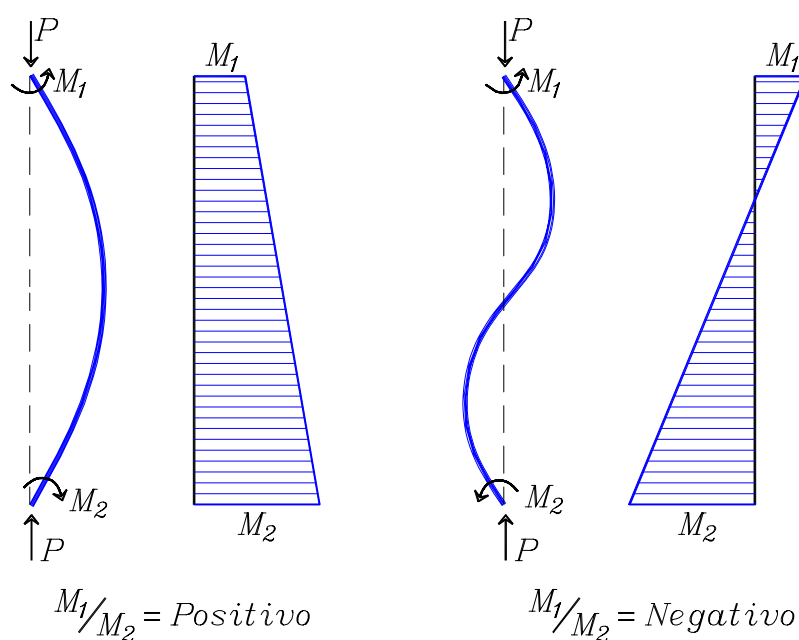


Figura 3.7: Pilares com curvaturas simples e dupla.

Fonte: CSA A23.3-94

### 3.4.3 Dispensa segundo o NS 3473 E-1992

O código norueguês (NS 3473 E-1992) apresenta como índice de esbeltez limite o valor dado pela expressão (3.17). No caso de elementos pertencentes a

estruturas de nós fixos e sem carregamento transversal, o valor “ $\lambda_1$ ” pode ser calculado pela expressão (3.18).

$$\lambda_1 \leq \frac{10}{\sqrt{v/(1+4\omega)}} \quad (3.17)$$

$$\lambda_1 \leq \frac{18-8(M_1/M_2)}{\sqrt{v/(1+4\omega)}} \quad (3.18)$$

$$v = \frac{N_d}{A_c f_{cd}} \quad (3.19)$$

$$\omega = \frac{A_s f_{yd}}{A_c f_{cd}} \quad (3.20)$$

Os valores de “ $M_1$ ” e “ $M_2$ ” são definidos da mesma forma que nos outros códigos anteriormente apresentados.

#### 3.4.4 Dispensa segundo a Revisão da NB-1 (1999)

A *NB-1 (1978)*, ao contrário de outros códigos, adota para “ $\lambda_1$ ” um valor constante e igual a 40. Tal procedimento é contestável, pois de acordo com *SANTOS & FRANCO (1993)* esse limite pode ser a favor da segurança em alguns casos e imprudente em outros. Já a *Revisão da NB-1 (1999)* propõe que o valor de “ $\lambda_1$ ” seja calculado pela expressão (3.21).

$$\lambda_1 = \frac{[25 + 12,5(e_1/h)]}{\alpha_b} \geq \frac{35}{\alpha_b} \quad (3.21)$$

$e_1/h$  : máxima excentricidade relativa de primeira ordem;



$\alpha_b$  : valor dependente da vinculação dos extremos da coluna isolada e do carregamento atuante, definido para os seguintes casos:

- Para colunas biapoiadas sem cargas transversais  $\alpha_b = \alpha_{bi}$ ;

$$\alpha_{bi} = 0,6 + 0,4 \frac{M_1}{M_2} \geq 0,40 \quad (3.22)$$

- Para colunas biapoiadas com cargas transversais  $\alpha_b = 1$ ;

- Para colunas em balanço  $\alpha_b = \alpha_{ba}$ ;

$$\alpha_{ba} = 0,8 + 0,2 \frac{M_C}{M_2} \geq 0,85 \quad (3.23)$$

- Para colunas biapoiadas ou em balanço com momentos menores que o mínimo  $[M_{1d,min} = N_d(0,015 + 0,03h)]$ ,  $\alpha_b = 1$ .

Os valores de “ $M_1$ ” e “ $M_2$ ” possuem a mesma definição anteriormente apresentada, e valor de “ $M_C$ ” representa o momento de primeira ordem no meio da coluna em balanço. É importante lembrar que a expressão de “ $\lambda_1$ ”, segundo a *Revisão da NB-1 (1999)*, não pode ser superior a 90, e foi desenvolvido para que os momentos de segunda ordem não ultrapassem em 10% os momentos de primeira.

### 3.4.5 Dispensa segundo o CEB/FIP MC90

O *CEB/FIP MC90* adota valores para “ $\lambda_1$ ” diferenciando os elementos em móveis e fixos, ou seja, elementos incluídos em estruturas de nós móveis ou fixos respectivamente. Para elementos móveis, este código preconiza os valores dados pelas expressões (3.24) ou (3.25). Para o caso de elementos fixos, os valores são dados pelas expressões (3.26) ou (3.27).

$$\lambda_1 = \frac{7,5}{\sqrt{\nu}}, \text{ se } \nu \leq 0,39 \quad (3.24)$$

$$\lambda_1 = 12, \text{ se } \nu > 0,39 \quad (3.25)$$

$$\lambda_1 = \frac{7,5(2 - e_{iB}/e_{iA})}{\sqrt{\nu}}, \text{ se } \nu \leq 0,39 \quad (3.26)$$

$$\lambda_1 = 12(2 - e_{iB}/e_{iA}), \text{ se } \nu > 0,39 \quad (3.27)$$

$e_{iA}, e_{iB}$  : excentricidades iniciais nas extremidades ( $|e_{iB}| \leq |e_{iA}|$ )

Segundo *FRANCO (1997)*, a diferença entre o tratamento dado pelo *CEB/FIP MC90* a elementos móveis e fixos é bastante contestável, uma vez que o comportamento em particular de um elemento é afetado pela condição de imobilidade somente na medida em que os momentos de suas extremidades e sua força axial são ou não afetados pelos deslocamentos laterais dos nós. Uma vez que esses deslocamentos foram levados devidamente em conta através de uma análise global de segunda ordem, e os momentos finais de extremidade e as forças axiais finais foram corretamente determinados, nenhuma diferença deveria existir no tratamento do elemento isolado.

### 3.4.6 Comparação entre os códigos apresentados

Para a comparação entre os índices de esbeltez limite preconizados pelos códigos apresentados, criou-se um gráfico ilustrativo (figura 3.8) onde estão plotadas as equações de “ $\lambda_1$ ” para pilares pertencentes a estruturas de nós fixos.

Nos códigos *CSA A23.3-94*, *CEB/FIP MC90* e *NS 3473 E-1992* foram adotados valores de 0,3 e 1,0 para o adimensional de normal “ $\nu$ ”, e no caso do código norueguês, adotou-se também uma taxa mecânica de armadura “ $\omega$ ” de 0,5.

Analisando a figura 3.8, conclui-se que a formulação apresentada pelo *CEB/FIP MC90* não mostra sensibilidade quanto à influência do adimensional de normal, sendo a mais conservadora entre os códigos apresentados.

O *ACI 318-95* apresenta-se como uma média dos valores obtidos pelo *CSA A23.3-94*, sendo que este último, ao contrário do *CEB/FIP MC90*, demonstra boa sensibilidade quanto à influência do adimensional de normal.

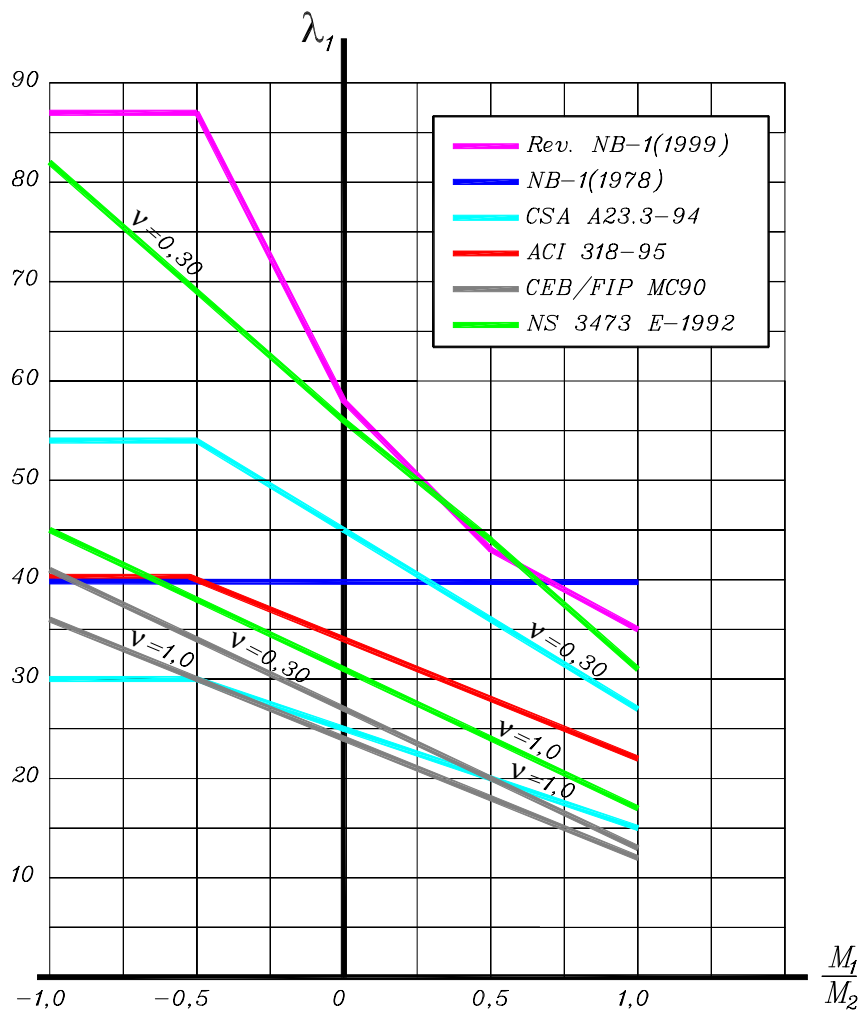


Figura 3.8: Comparação entre valores de “ $\lambda_1$ ”.

A *NB-1 (1978)* apresenta um valor constante para “ $\lambda_1$ ”, não seguindo a mesma tendência dos códigos apresentados. No caso da *Revisão da NB-1 (1999)* o gráfico plotado refere-se a uma relação ( $e/h \leq 0,8$ ), onde são apresentados limites bem elevados. É importante lembrar que na formulação apresentada por este texto

(equação (3.21)), o valor de “ $\lambda_1$ ” só supera  $35/\alpha_b$  quando a relação “ $e/h$ ” for maior que 0,8 (caso atípico em pilares).

A *NS 3473 E-1992* mostrou grande sensibilidade quanto à influência do adimensional de normal, e para ( $\nu = 0,3$ ), apresentou valores bem próximos aos obtidos pela *Revisão da NB-1 (1999)*.

Diante da grande discrepância de limites para “ $\lambda_1$ ”, torna-se muito difícil a indicação de uma formulação adequada sem uma vasta análise de cada caso considerado. Desta forma, a verificação dos efeitos de segunda ordem em qualquer caso de dimensionamento é uma prática considerada prudente, tendo em vista o grande número de opção em softwares existentes.

### 3.5 CONSIDERAÇÃO DA FLUÊNCIA

Para o entendimento do conceito de fluência, imaginemos uma barra prismática solicitada por carregamento axial externo mantido constante ao longo de um intervalo de tempo entre “ $t_0$ ” e “ $t$ ”. As tensões nesta barra permanecerão constantes ao longo do tempo. Entretanto, devido a um rearranjo da estrutura interna do concreto, as deformações sofrerão acréscimos em seus valores. Este acréscimo de deformação sob tensão constante é denominado de *fluência* (ver figura 3.9).

Considerando ainda a mesma barra prismática, se após o tempo “ $t$ ” houver um descarregamento, parte da deformação devida à fluência será recuperada ao longo do tempo e é denominada de *fluência recuperável*. A parcela que não é recuperável pode ser dividida em *deformação lenta irreversível* e *fluência rápida*, sendo que esta última ocorre nas primeiras 24 horas após o carregamento.

A figura 3.9 ilustra todos os conceitos anteriormente apresentados, onde  $\epsilon_{ce}(t_0)$  é a deformação elástica inicial;  $\epsilon_{cc}(t, t_0)$  é o acréscimo de deformação devida à fluência;  $\epsilon_{ce}(t)$  é a recuperação elástica no tempo “ $t$ ”;  $\epsilon_{ccd}$  é a fluência recuperável;  $\epsilon_{ccf}$  é a deformação lenta irreversível e  $\epsilon_{cca}$  é a fluência rápida.

A deformação adicional para uma determinada idade “ $t$ ” devida à fluência pode ser determinada em função da deformação elástica inicial, através do coeficiente de fluência  $\phi(t)$  definido pela expressão (3.28).

$$\varphi(t) = \frac{\varepsilon_{cc}(t)}{\varepsilon_{ce}} \quad (3.28)$$

$\varepsilon_{cc}(t)$ : deformação adicional devida à fluência;

$\varepsilon_{ce}$ : deformação elástica inicial

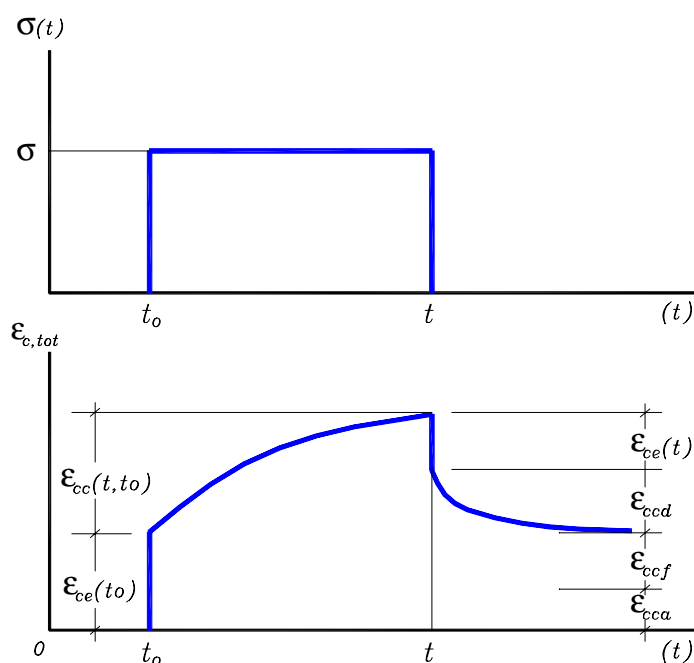


Figura 3.9: Deformações ao longo do tempo

O efeito da fluência no CAD é menor que em concretos de baixa resistência, pois em função de sua estrutura interna, a perda de umidade do concreto é reduzida. Segundo *AMARAL FILHO (1997)*, a fluência pode ser admitida no CAD como sendo cerca de 2/3 da obtida em concretos de baixa resistência.

A tabela 3.1 apresenta valores para os coeficientes de fluência último ( $\varphi_u$ ), obtidos com a deformação adicional máxima, para concretos com resistência à compressão entre 20 e 55MPa. A partir dos valores apresentados, percebe-se claramente a tendência de redução da fluência com o aumento da resistência do concreto.

É importante salientar que toda esta tendência de redução da fluência com o aumento da resistência é mais acentuada para casos onde a relação  $\sigma_c / f_{ck} \leq 0,50$ .

NGAB *et al* (1981) afirmam que os elementos confeccionados com CAD estão normalmente submetidos a níveis mais elevados de tensão, onde a fluência total torna-se basicamente a mesma para qualquer resistência.

Vários são os modelos matemáticos para a consideração da fluência. Segundo *McDONALD & ROPER* (1993) e *GARDNER & ZHAO* (1993), a metodologia empregada pelo *CEB-FIP MC90* apresenta uma correlação aceitável com as deformações experimentais por fluência, e o *ACI 209* (1982) subestima a fluência. O *NS 3473 E-1992* (código norueguês) apresenta uma metodologia bem semelhante à do *CEB-FIP MC90*.

Tabela 3.1: Valores de “ $\varphi_u$ ” em função da resistência do concreto

Fonte: *NILSON & WINTER* (1991) [adaptada]

Resistência à compressão (M P a)	$\varphi_u$
20	3,10
30	2,90
35	2,65
40	2,40
50	2,20
55	2,00

*ANDRADE JÚNIOR* (1999), após uma vasta pesquisa bibliográfica, indica para o cálculo da fluência a expressão (3.29), proposta pelos pesquisadores *GARDNER & ZHAO* (1993).

$$\varphi(t_o, t_f) = \left[ 1,57 + 2,98 \left( \frac{f'_{cm,28}}{f'_{cm,t_o}} \right) \left( \frac{25}{f'_{cm,28}} \right)^{\frac{1}{2}} (1 - h^2) \left( \frac{t_f - t_o}{t_f - t_o + 0,1 \cdot (V/S)^2} \right) \right] \left[ \frac{7,27 + \ln(t - t_f)}{17,18} \right] \quad (3.29)$$

$h$ : umidade expressa como um decimal;

$t_o$ : idade do concreto no início do carregamento;

$t_f$ : data final do carregamento;

$V/S$ : relação volume/superfície ( $mm$ );

$f'_{cm,28}$ : resistência média do concreto aos 28 dias;

$f'_{cm,t_0}$ : resistência média do concreto na data do carregamento.

A expressão (3.29) necessita da resistência média à compressão, a qual não é conhecida a priori pelo projetista. Desta forma, em situação de projeto, pode-se usar a expressão (3.30), definida pelo *CEB-FIP MC90* e que relaciona a resistência média com a resistência característica aos 28 dias.

$$f'_{cm,28} = f_{ck} + 8 \quad (\text{MPa}) \quad (3.30)$$

Uma vez determinado o coeficiente de fluência, obtém-se o diagrama tensão-deformação modificado do concreto, conforme ilustra a figura 3.10.

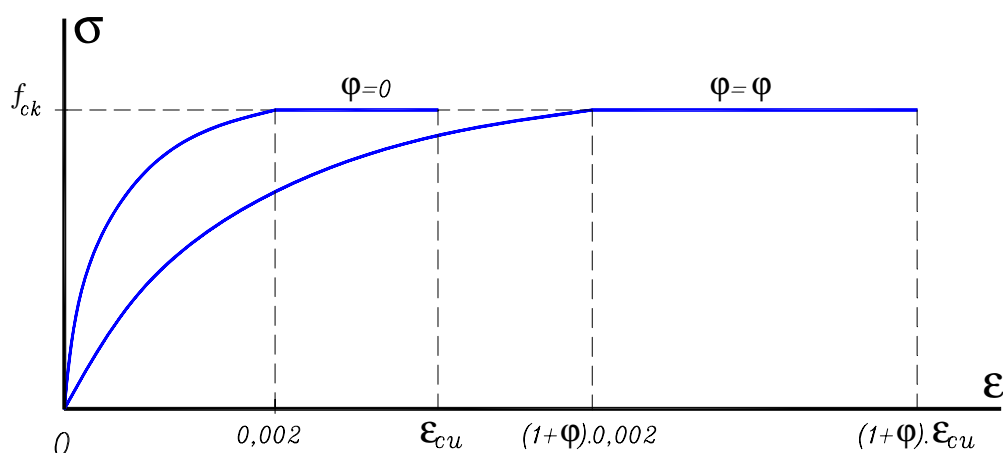


Figura 3.10: Influência da fluência sobre o diagrama  $\sigma$ - $\epsilon$  do concreto

Fonte: *FUSCO (1981) [adaptada]*

Outra forma de consideração da fluência pode ser feita através da adoção da excentricidade suplementar, que significa substituir o efeito da fluência por uma excentricidade que será somada às demais para o dimensionamento dos pilares. Esta forma de consideração será discutida no capítulo 4 deste trabalho.

Para evitar a consideração da fluência em qualquer dimensionamento de pilar, os códigos vigentes preconizam valores limite para “ $\lambda_1$ ” a partir do qual este fenômeno merece relevância.

A *NB-1 (1978)* preconiza um limite de  $\lambda_1 = 80$  para a consideração da fluência em pilares. Já na *Revisão da NB-1 (1999)* o valor mínimo de “ $\lambda_1$ ” passa a ser igual a 90.

O *NS 3473 E-1992* preconiza para a consideração da fluência o mesmo limite definido no item 3.4.3 deste capítulo. Desta forma, o limite de “ $\lambda_1$ ” para a consideração da fluência é o mesmo limite para a consideração dos efeitos de segunda ordem.

Códigos como o *ACI 318-95* e o *CSA A23.3-94* levam em consideração a fluência no cálculo da rigidez do pilar no Processo de Amplificação dos Momentos, discutido no item 3.6.4 deste trabalho.

Segundo o *CEB-FIP MC90*, os efeitos da fluência podem ser desprezados quando, pelo menos, duas das seguintes condições são atendidas simultaneamente:

$$\lambda \leq \frac{53}{f_{ck}^{1/3} \sqrt{v}} \quad (f_{ck} \text{ em MPa}) \quad (3.31)$$

$$e_o \geq 2h \quad (3.32)$$

$$\frac{N_{Sg} M_{Sg}}{N_{Sd} M_{Sd}} \leq 0,2 \quad (3.33)$$

$N_{Sg}$ ,  $M_{Sg}$ : esforço normal e momento respectivamente, obtidos sob combinação quase-permanente de ações;

$N_{Sd}$ ,  $M_{Sd}$ : esforço normal e momento respectivamente, considerados para o Estado Limite Último.



### 3.6 MÉTODOS DE VERIFICAÇÃO DA ESTABILIDADE

Conforme já foi comentado anteriormente, devido à deformação do pilar, aparecem novos momentos nas seções (momentos de segunda ordem) que provocam mais deformações, e assim sucessivamente. Neste caso, ou a série é divergente e o pilar perde estabilidade, ou a série é convergente e o pilar pára numa forma fletida estável. Verificar a estabilidade consiste exatamente em saber se existe esta configuração de equilíbrio estável.

Neste item são apresentados simplificadaamente o método geral e alguns métodos aproximados para a verificação da estabilidade, baseados em *BORGES (1999)*, *BACARJI (1993)*, *FUSCO (1981)* e principalmente na *Revisão da NB-1 (1999)*. Desta forma, recomenda-se esta bibliografia caso o leitor sinta necessidade de um aprofundamento ou queira conhecer outros métodos de verificação da estabilidade não apresentados neste item.

#### 3.6.1 Método geral

O método geral é aceito como o melhor para analisar o comportamento real da estrutura, uma vez que se baseia na equação diferencial da curvatura e considera as não-linearidades física e geométrica do material e da estrutura, respectivamente.

Este método é aplicável a qualquer tipo de pilar, inclusive nos casos em que as dimensões da peça, a armadura ou a força aplicada são variáveis ao longo de seu comprimento. Sua aplicação é trabalhosa, necessitando de uma discretização adequada da barra, considerando a relação momento-curvatura real de cada seção.

O princípio do método é procurar uma posição deformada estável para um determinado elemento submetido a uma situação particular de carregamento. Essa posição corresponde a um estado de equilíbrio entre esforços e solicitações, respeitada a compatibilidade entre curvaturas, deformações e posição da linha neutra, além das equações constitutivas dos materiais.

Para a determinação da configuração estável, pode-se utilizar o *método geral com variação da flecha*, o *método geral com carregamento progressivo proporcional* e o *método geral com excentricidades progressivas*, apresentados por

*BACARJI (1993)*. Convém salientar que todos estes três processos são iterativos e na maioria dos casos necessitam do uso de micro computadores.

A *Revisão da NB-1 (1999)* preconiza o uso deste método para pilares com índice de esbeltez  $\lambda > 140$ .

### 3.6.2 Método do pilar padrão com curvatura aproximada

A *Revisão da NB-1 (1999)* permite a utilização deste método para pilares com  $\lambda \leq 90$ , de seção constante e de armadura simétrica e constante ao longo de seu eixo.

A não-linearidade geométrica é considerada de forma aproximada, pois supõe-se que a deformada do pilar apresente uma curvatura senoidal. Já a não-linearidade física é considerada através de uma expressão aproximada da curvatura na seção mais solicitada.

O pilar padrão é um pilar em balanço com uma distribuição de curvaturas que provoque na sua extremidade livre uma flecha “a” dada pela expressão (3.34). É relevante salientar que no pilar padrão a flecha máxima é admitida como uma função linear da curvatura da seção da base.

$$a = \frac{l_e^2}{10} \left( \frac{1}{r} \right)_{base} \quad (3.34)$$

A expressão (3.34) pode ser considerada como exata se a elástica for senoidal, desde que se considere  $\pi^2 \cong 10$ . Segundo *AUFIERO (1978)*, esta expressão pode ser interpretada como o primeiro termo da série de Fourier relativa à forma real da elástica, o que significa que há uma boa aproximação da flecha em vários casos práticos.

A grande discussão deste método refere-se ao valor da curvatura última a ser adotada. A *NB-1 (1978)* adota o valor dado pela expressão (3.35). Já a *Revisão da NB-1 (1999)* fornece a expressão (3.36) para o cálculo da curvatura última. Analisando estas duas equações, percebe-se que a expressão (3.36) é uma

simplificação da expressão (3.35), pois para o aço CA-50 obtém-se um valor bem próximo do apresentado.

$$\left(\frac{1}{r}\right) = \frac{0,0035 + (f_{yd} / E_s)}{(v + 0,5)h} \quad (3.35)$$

$$\left(\frac{1}{r}\right) = \frac{0,005}{(v + 0,5)h} \leq \frac{0,005}{h} \quad (3.36)$$

O *NS 3473 E-1992* preconiza para o cálculo da curvatura última as expressões (3.37) ou (3.38).

$$\left(\frac{1}{r}\right) = \frac{0,003 + (f_{yd} / E_s)}{d} \quad \text{para } N_d \leq 0,5A_c f_{cd} \quad (3.37)$$

$$\left(\frac{1}{r}\right) = \frac{0,003 + (f_{yd} / E_s)}{d} \left( \frac{0,5A_c f_{cd}}{N_d} \right) \quad \text{para } N_d > 0,5A_c f_{cd} \quad (3.38)$$

No caso do CAD, como a curvatura última é menor que nos concretos de baixa resistência, conforme apresentado nas figuras 3.1 e 3.2, pode-se utilizar a expressão (3.39), tendo em vista a deformação última do concreto tende a diminuir com o aumento da resistência.

$$\left(\frac{1}{r}\right) = \frac{\varepsilon_{cu} + (f_{yd} / E_s)}{(v + 0,5)h} \quad (3.39)$$

Nas expressões (3.35), (3.36) e (3.39), o valor de  $(v + 0,5)$  deve ser tomado como maior ou igual a unidade, funcionando assim como um corretor da curvatura última que tende a diminuir com o aumento do esforço axial (vide figuras 3.1 e 3.2).

Empregando o pilar padrão, o momento de segunda ordem “ $M_{2a}$ ” pode ser determinado como função exclusiva da curvatura da seção da base, expressão (3.40),

não havendo a necessidade de se proceder à integração da equação diferencial do eixo deformado da barra ao longo de todo o seu comprimento.

$$M_{2a} = N_d \frac{l_e^2}{10} \left( \frac{1}{r} \right) \quad (3.40)$$

### 3.6.3 Método do pilar padrão com rigidez $\kappa$ (kapa) aproximada

A *Revisão da NB-1 (1999)* tece as mesmas considerações apresentadas no item anterior, ou seja, permite a utilização deste método para pilares com  $\lambda \leq 90$ , de seção constante e de armadura simétrica e constante ao longo de seu eixo.

A não-linearidade geométrica é considerada de forma aproximada, supondo que a deformada da barra seja senoidal. A não-linearidade física é levada em conta através de uma expressão aproximada da rigidez.

O momento total máximo no pilar é dado pela expressão (3.41), onde todas as variáveis envolvidas já foram definidas anteriormente.

$$M_{d,tot} = \frac{\alpha_b M_d}{1 - \frac{\lambda^2}{120(\kappa/v)}} \geq M_d \quad (3.41)$$

$$\kappa = 32v \left( 1 + 5 \frac{M_{d,tot}}{N_d h} \right) \quad (3.42)$$

Em função do número de simplificações adotadas para a obtenção da formulação apresentada, não se sabe dizer até que classe de resistência do concreto a expressão (3.41) pode ser usada com segurança.

### 3.6.4 Método de amplificação dos momentos

O método de amplificação dos momentos é indicado tanto pelo *ACI 318-95* como pelo *CSA A23.3-94* para a determinação dos momentos de segunda ordem.

Segundo estes códigos, o método apresentado deve ser utilizado em pilares com “ $\lambda$ ” menor ou igual 100.

O princípio deste método é determinar o coeficiente “ $\delta$ ” capaz de amplificar o momento máximo de primeira ordem, levando em consideração assim os efeitos de segunda ordem. Desta forma, o momento total (momento de primeira e segunda ordem) pode ser determinado pela expressão (3.43).

$$M_{d,tot} = \delta M_{1d} \quad (3.43)$$

$$\delta = \frac{C_m}{1 - \frac{N_d}{0,7N_c}} \geq 1,0 \quad (3.44)$$

$$N_c = \frac{\pi^2 EI}{l_e^2} \quad (3.45)$$

Para elementos contraventados, impedidos de se deslocarem e sem esforços transversais entre os suportes, “ $C_m$ ” deve ser obtido pela expressão (3.46). Para todos os outros casos, “ $C_m$ ” deve ser tomado como igual a unidade.

$$C_m = 0,6 + 0,4 \frac{M_1}{M_2} \geq 0,40 \quad (3.46)$$

Para a determinação da rigidez “ $EI$ ” do pilar, tanto o *ACI 318-95* como o *CSA A23.3-94* preconizam a adoção da expressão (3.47)

$$EI = \frac{(0,2E_c I_g + E_s I_s)}{1 + \beta_d} \quad (3.47)$$

$$\beta_d = \frac{|Momento\ devido\ ao\ carregamento\ permanente|}{|Momento\ total|} \quad (3.48)$$

A consideração da fluência neste método é feita de forma bem simplificada, através da expressão  $(1+\beta_d)$  usada para reduzir a rigidez “EI”.

Segundo *KIM & YANG (1995)*, o uso do método de amplificação dos momentos em pilares de CAD não conduz a resultados satisfatórios, uma vez que este método superestima a capacidade de carga de destes elementos estruturais.

### 3.6.5 Método do pilar padrão acoplado a diagramas M-N-1/r

A *Revisão da NB-1 (1999)* preconiza a utilização deste método para a determinação dos esforços de segunda ordem em pilares com  $\lambda \leq 140$ .

Este método é caracterizado pela utilização de valores da curvatura da seção crítica, obtidos com o auxílio de diagramas de interação M-N-1/r específicos para cada caso em estudo.

Com base na investigação numérica e experimental realizada por *LLOYD & RANGAN (1996)*, que compararam os valores da análise numérica com os resultados experimentais, pode-se afirmar que este método conduz a resultados bem satisfatórios na previsão da capacidade de carga de pilares de CAD, desde que a relação tensão-deformação seja adequada.

Partindo-se da hipótese que o momento de segunda ordem varia linearmente com a curvatura da seção crítica considerada, o gráfico do adimensional desse momento é uma reta, como mostra a figura 3.11.

Assim, para uma dada força normal “v” o máximo momento suportável pelo pilar “ $\mu_{1,máx}$ ” é dado pelo ponto “A” de tangência à curva “ $\mu$ ”, pertencente à reta paralela à reta “ $\mu_2$ ”. A abscissa do ponto “A” indica a curvatura da seção crítica correspondente ao estado limite último de instabilidade.

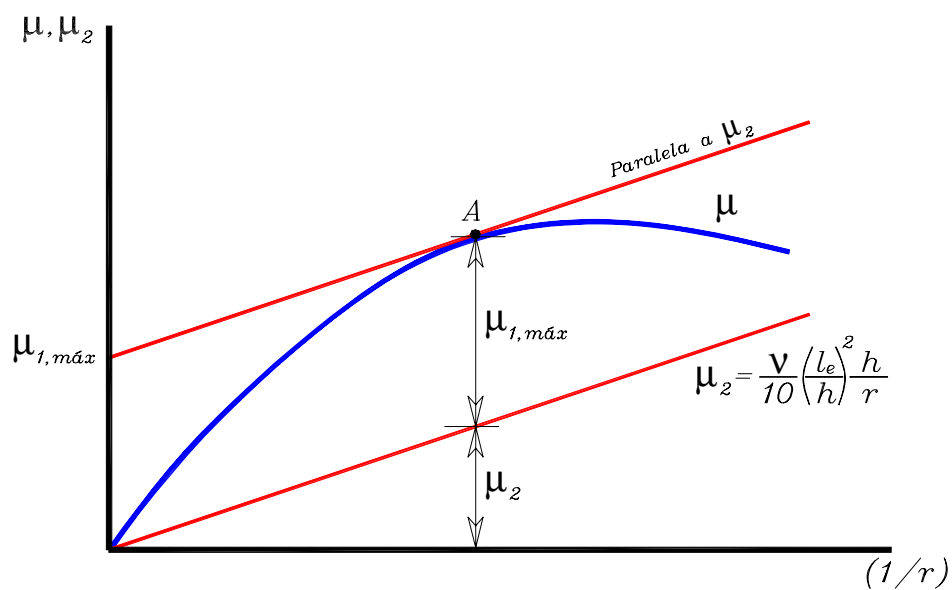


Figura 3.11: Gráfico de  $\mu - 1/r$  na seção crítica

Com o auxílio do diagrama M-N- $1/r$  da seção crítica e de posse do momento fletor de primeira ordem e do esforço normal, pode-se determinar a menor armadura possível para suportar o momento total (primeira e segunda ordem) conforme ilustra a figura 3.12.

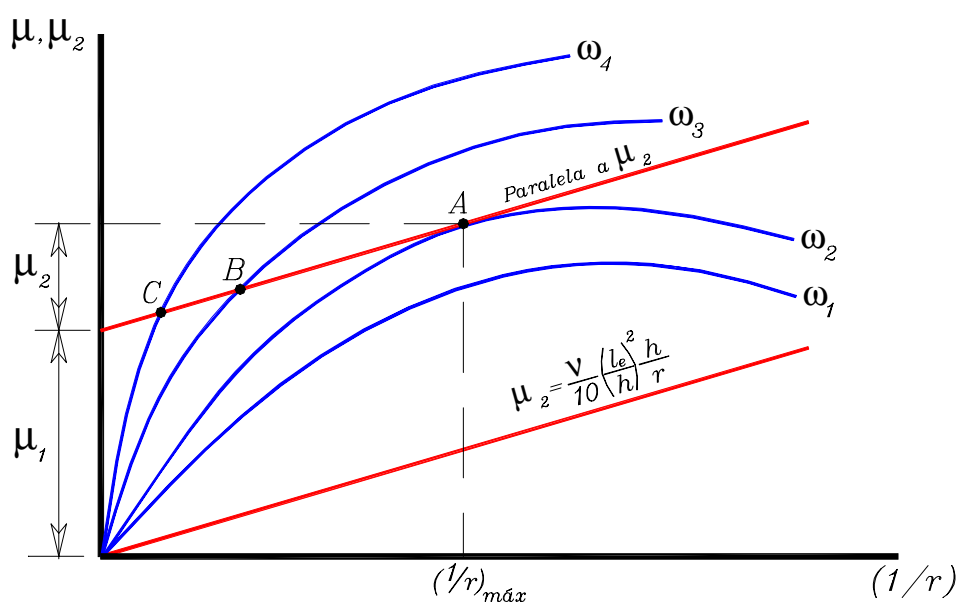


Figura 3.12: Determinação da armadura mais econômica

O procedimento é simples, pois partindo do momento de primeira ordem e traçando uma reta paralela à do momento de segunda ordem, determina-se o ponto “A” que tangencia uma curva qualquer  $\omega_1$  (taxa de armadura). No caso da figura 3.12, a curva “ $\omega_1$ ” é igual a “ $\omega_2$ ” e esta taxa de armadura será então a mais econômica, além de ser a mínima com a qual é necessário armar a seção. Para esta armadura haverá um estado limite último de instabilidade e qualquer outra armadura, superior a esta mínima, não só dará equilíbrio ao pilar (pontos B e C) como também reduzirá os efeitos de segunda ordem, não ocorrendo nenhum estado limite último.

É relevante salientar que o método do pilar padrão conduzirá ao resultado exato se a linha elástica for realmente senoidal. Isto acontece quando não existirem carregamentos transversais atuando ao longo do pilar. Caso contrário, o método pode ser melhorado, dando origem ao “*método do pilar padrão melhorado*”.

### 3.6.6 Método do pilar padrão melhorado

No caso usual de pilares de seção constante, uma solução suficientemente precisa pode ser obtida com o emprego do método descrito no item 3.6.5. Entretanto, em certos casos, faz-se necessária a melhoria da precisão dos resultados obtidos, uma vez que em pilares de maior esbeltez, nem sempre pode ser admitida uma linha elástica senoidal.

Tendo em vista que a real configuração do eixo deformado do pilar depende da verdadeira distribuição de momentos fletores totais, em princípio não se pode admitir como verdadeira a expressão (3.34), apresentada no item 3.6.2.

O método do pilar padrão melhorado é caracterizado por admitir que apenas a componente de segunda ordem da linha elástica seja senoidal. Assim, a componente de primeira ordem passa a ser dependente da distribuição dos momentos de primeira ordem.

Desta forma, a curvatura da seção crítica do pilar passa a ser dividida em duas parcelas, conforme mostra a expressão (3.49).



$$\left(\frac{1}{r}\right)_{crit} = \left(\frac{1}{r}\right)_1 + \left(\frac{1}{r}\right)_2 \quad (3.49)$$

$(1/r)_1$ : curvatura referente ao momento de primeira ordem;

$(1/r)_2$ : curvatura referente ao momento de segunda ordem.

A determinação da curvatura de primeira ordem é feita com base na teoria elástica, onde existem tabelas para a determinação destes valores em função do tipo de carregamento atuante.

### 3.7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O uso do CAD em pilares com  $\lambda \leq 90$  é considerada uma prática prudente, tendo em vista a fragilidade que esse material apresenta. Caso seja necessária a utilização do CAD em pilares com  $\lambda > 90$ , métodos adequados de verificação da estabilidade devem ser utilizados.

O método mais adequado para esta verificação é sem dúvida o *método geral*, podendo ser utilizado também o *método do pilar padrão acoplado a diagramas M-N-1/r*, desde que seja obedecido o limite de índice de esbeltez recomendado ( $\lambda \leq 140$ ).

*BORGES (1999)* constatou que à medida que cresce a resistência do concreto à compressão, há um aumento significativo no valor da carga última em pilares robustos. Ainda segundo *BORGES (1999)*, para o caso de pilares esbeltos também se verifica um aumento na capacidade de carga, porém de forma mais discreta, sendo também aumentada a possibilidade de ruína por instabilidade.

*CLEASON & GYLLTOFT (1998)*, após a realização de experimentos com pilares de resistência à compressão média de 90 MPa, constataram que mesmo com a utilização de estribos pouco espaçados, houve ruptura por instabilidade em pilares de “ $\lambda$ ” entre 104 e 140. Para  $\lambda \cong 70$ , estes pesquisadores constataram que o comportamento de pilares de CAD foi praticamente o mesmo dos pilares confeccionados com concretos de baixa resistência (35 MPa no caso dessa pesquisa).

A utilização de estribos com espaçamentos reduzidos em pilares esbeltos de CAD não alteram a capacidade de carga, sendo adequado para a melhoria do comportamento da estrutura após o alcance da carga máxima. A influência das armaduras assim como as configurações adequadas de estribos serão discutidas no capítulo 6 deste trabalho.

---

### 4.1 GENERALIDADES

Para o dimensionamento de pilares de concreto armado, independente de sua resistência à compressão, é necessário o conhecimento das excentricidades a serem consideradas.

No caso do CAD, a capacidade de carga de pilares é fortemente afetada pela soma das excentricidades. Segundo *CLAESON & GYLLTOFT (1998)* e *LLOYD & RANGAN (1996)*, com o acréscimo na excentricidade, a capacidade de pilares de concreto de alta resistência decresce mais rapidamente que em concretos de baixa resistência.

É importante frisar que a forma de consideração das excentricidades em pilares não é alterada pelo acréscimo da resistência à compressão. Todas as considerações relativas a concretos de baixa resistência são válidas também para concretos de alta resistência, diferindo apenas em alguns valores a serem comentados posteriormente.

Os critérios aqui apresentados para a consideração das excentricidades são válidos para o dimensionamento de pilares isolados. Segundo a *Revisão da NB-1 (1999)*, são considerados elementos isolados: as peças isostáticas; os elementos contraventados; os elementos das estruturas de contraventamento de nós fixos e os

elementos das sub-estruturas de contraventamento de nós móveis desde que, aos esforços nas extremidades, obtidos numa análise de primeira ordem, sejam acrescentados os determinados por análise global de segunda ordem. Convém salientar que os processos de obtenção dos esforços atuantes em pilares podem ser encontrados em qualquer bibliografia referente ao assunto, não sendo comentados neste trabalho.

## **4.2 CLASSIFICAÇÃO DOS PILARES CONFORME A POSIÇÃO**

Para o entendimento dos conceitos apresentados neste capítulo, é necessário conhecer a classificação dos pilares conforme a posição que ocupam na estrutura.

Os pilares contraventados de edifícios podem ser classificados de acordo com a posição que ocupam e também de acordo com os esforços solicitantes iniciais em: pilares intermediários, de extremidade e de canto.

### **4.2.1 Pilares intermediários**

Os pilares intermediários são também denominados pilares internos, por se localizarem no interior do edifício. Em geral estes pilares são interceptados por vigas contínuas e lajes nas duas direções, admitindo-se que as reações sobre os pilares sejam centradas e que os momentos fletores a ele transmitidos possam ser desprezados.

O esforço solicitante inicial nos pilares intermediários consiste em uma força normal de compressão, caracterizando a situação básica de projeto em *compressão centrada*.

### **4.2.2 Pilares de extremidade**

Os pilares de extremidade situam-se nas bordas da edificação, onde as vigas e as lajes perpendiculares a esta borda são interrompidas no pilar. Desta forma, o

pilar recebe momento fletor proveniente da viga em uma só direção, pois existe continuidade na outra direção.

Os esforços solicitantes iniciais nos pilares de extremidade consistem em uma força normal de compressão e um momento fletor atuando no plano perpendicular à borda, caracterizando a situação básica de projeto em *flexão normal composta*. Esta situação também pode ocorrer em pilares intermediários, quando há transmissão de momento fletor da viga para o pilar em uma direção.

#### **4.2.3 Pilares de canto**

Os pilares de canto situam-se nos cantos da edificação, onde as vigas e as lajes são interrompidas no pilar nas duas direções. Desta forma, o pilar recebe momentos fletores provenientes das vigas nas duas direções, pois não existe continuidade.

Os esforços solicitantes iniciais nos pilares de canto consistem em uma força normal de compressão e momentos fletores atuando nas duas direções, caracterizando a situação básica de projeto em *flexão oblíqua composta*. Esta situação também pode ocorrer em pilares de extremidade ou intermediários, quando há transmissão de momentos fletores das vigas para o pilar em duas direções.

### **4.3 EXCENTRICIDADES PARA O DIMENSIONAMENTO DE PILARES**

Conforme apresentado no item anterior, as situações básicas de projeto levam em consideração apenas os esforços solicitantes iniciais, não levando em consideração imperfeições geométricas, efeito de segunda ordem e outras exigências preconizadas nos códigos vigentes para o cálculo de pilares.

Todas essas exigências podem ser levadas em consideração na forma de excentricidades de cálculo, sendo necessário o conhecimento de seus valores, assim como o significado de cada excentricidade a considerar.

### 4.3.1 Excentricidade inicial

A *excentricidade inicial* é oriunda das ligações monolíticas dos pilares com as vigas que com eles se interceptam. Este tipo de excentricidade é característico, principalmente, de pilares de extremidade e de canto.

Partindo-se das ações atuantes em cada tramo do pilar, as excentricidades iniciais no topo e na base são obtidas pelas expressões (4.1) e (4.2) respectivamente.

$$e_{i,topo} = \frac{M_{topo}}{N} \quad (4.1)$$

$$e_{i,base} = \frac{M_{base}}{N} \quad (4.2)$$

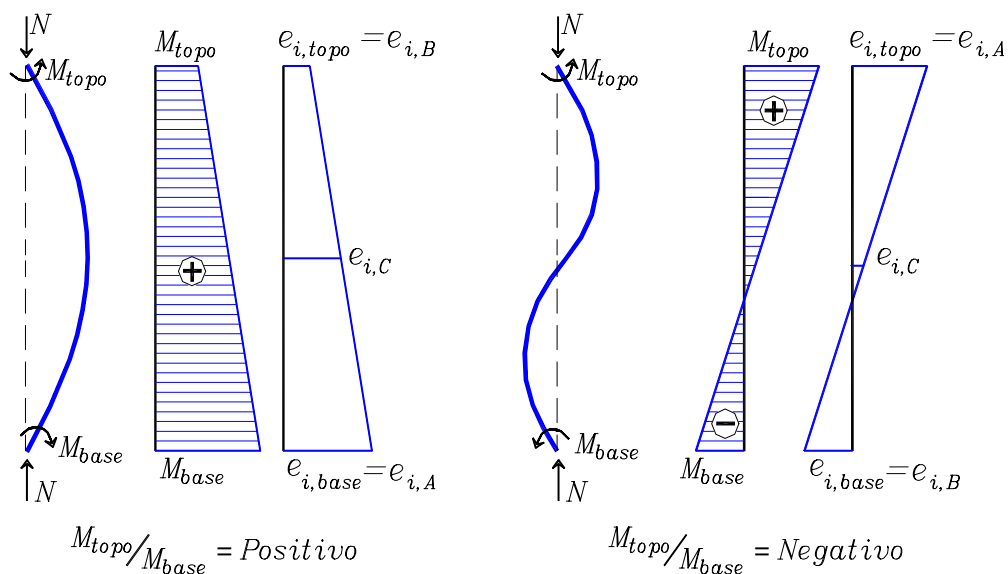


Figura 4.1: Excentricidades iniciais no topo e na base do pilar

Entre as excentricidades “ $e_{i,topo}$ ” e “ $e_{i,base}$ ”, conforme apresentado na figura 4.1, a maior é denominada “ $e_{i,A}$ ” e é sempre tomada como sendo positiva. A menor é denominada “ $e_{i,B}$ ” e é negativa caso as excentricidades sejam de sentido contrário.

Além das extremidades do pilar, nas estruturas de nós indeslocáveis, códigos como a *NB-1(1978)* e a *NS 3473 E-1992*, entre outros, preconizam a adoção de uma excentricidade “ $e_{iC}$ ” no meio do vão, dada pela expressão (4.3), para o caso de não haver força transversal aplicada ao longo da barra.

$$e_{iC} = 0,6e_{iA} + 0,4e_{iB} \geq 0,4e_{iA} \quad (4.3)$$

O *ACI 318-95* e o *CSA A23.3-94* adotam indiretamente essa mesma prática, pois homogeneizam o momento de primeira ordem em todo o pilar, figura 4.2, multiplicando o coeficiente “ $C_m$ ” (equação 3.46) pelo momento máximo atuante “ $M_2$ ”. Tal procedimento conduz ao mesmo resultado obtido se fosse usada a excentricidade “ $e_{iC}$ ”, conforme é mostrado na equação 4.4.

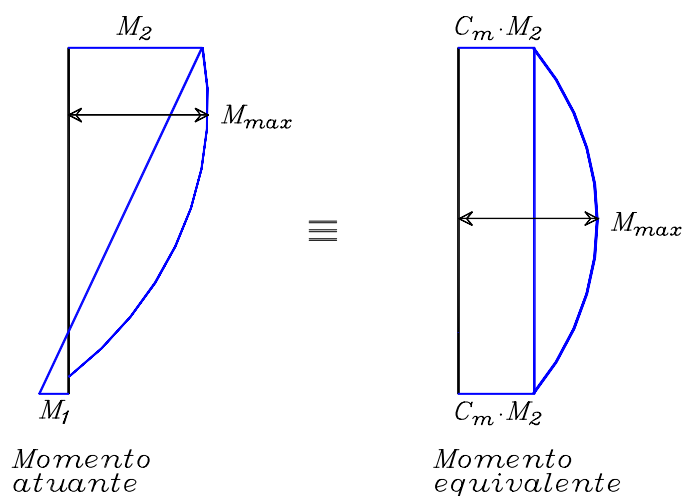


Figura 4.2: Homogeneização de momentos segundo o *ACI 318-95*

Fonte: *MacGREGOR (1992) [adaptado]*

$$C_m M_2 = \left( 0,6 + 0,4 \frac{M_1}{M_2} \right) M_2 \therefore$$

$$C_m M_2 = (0,6M_2 + 0,4M_1) \therefore$$

$$C_m M_2 = 0,6(N e_{iA}) + 0,4(N e_{iB}) \therefore$$

$$C_m M_2 = (0,6e_{iA} + 0,4e_{iB})N \quad (4.4)$$

### 4.3.2 Excentricidade de forma

As vigas e os pilares de um edifício geralmente são concebidas pelos projetistas em função do projeto arquitetônico. Muitas vezes o projetista é obrigado a coincidir as faces internas ou externas das vigas com as faces dos pilares que as apoiam, adequando assim o projeto estrutural ao arquitetônico.

Tal prática faz com que os eixos das vigas não passem pelo centro de gravidade da seção transversal do pilar, pois em casos gerais as vigas são mais estreitas que os pilares. Desta forma, as reações das vigas passam a apresentar excentricidades em relação ao centro de gravidade do pilar, que são denominadas *excentricidades de forma*.

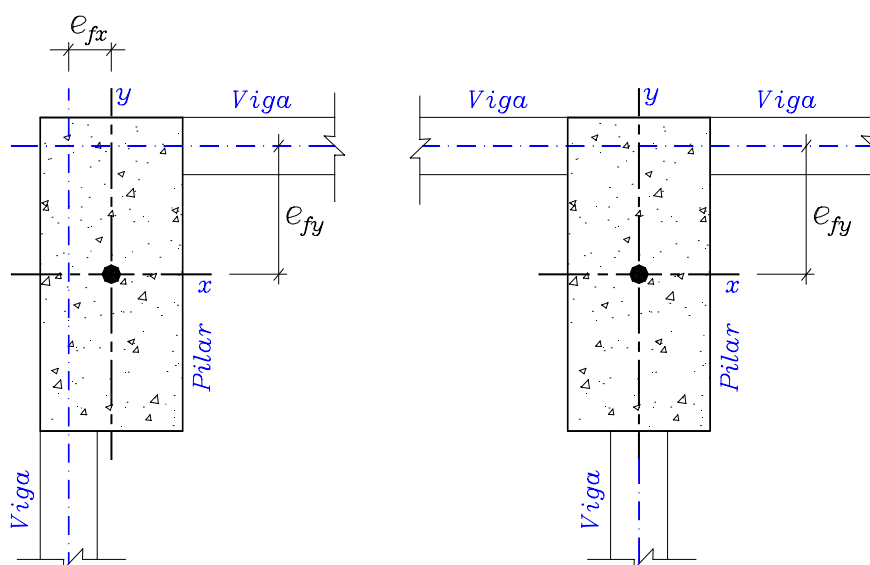


Figura 4.3: Excentricidades de forma em pilares

As excentricidades de forma em geral não são consideradas no dimensionamento dos pilares, pois o momento fletor produzido ao nível de cada andar tende a ser equilibrado por um binário.



Para um melhor entendimento, considere a figura 4.4, onde estão representados esquematicamente os pilares em vários tramos sucessivos, os momentos introduzidos pela excentricidade de forma e os binários que os equilibram.

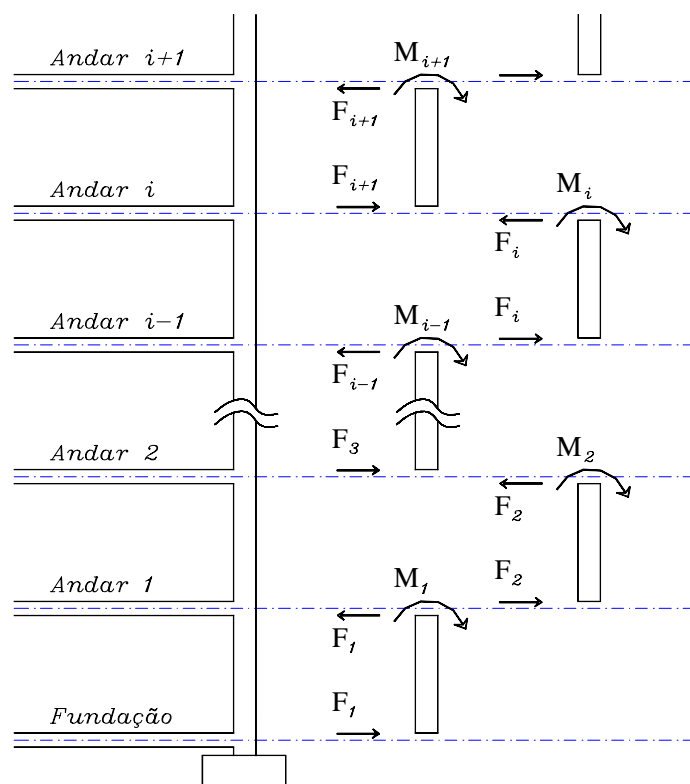


Figura 4.4: Momentos produzidos e binários correspondentes

Analisando a figura 4.4, observa-se que em cada piso atuam pares de forças em sentidos contrários com valores da mesma ordem de grandeza e que tendem a se anular. Desta forma, apenas ao nível da cobertura e da fundação as excentricidades de forma deveriam ser levadas em conta.

A não consideração de tal excentricidade no nível da fundação se justifica pelo fato de que o valor da força normal atuante é muito grande e o acréscimo de uma pequena excentricidade praticamente não alteraria os resultados do dimensionamento. Já no caso da cobertura, os pilares são pouco solicitados e dispõem de uma armadura mínima capaz de absorver os esforços adicionais causados pela excentricidade de forma.

### 4.3.3 Excentricidade acidental

Para levar em consideração a incerteza da localização da força normal atuante e um possível desvio do eixo da peça durante a construção, a *NB-1 (1978)* prevê a consideração de uma *excentricidade acidental* “ $e_a$ ”, que deve ser igual a “ $h/30$ ”, não devendo ser adotado valor inferior a 2 cm, onde “ $h$ ” é a maior dimensão da seção na direção em que se considera a excentricidade.

Segundo *AUFIERI (1997)*, os valores recomendados pela *NB-1 (1978)* são conservadores e usualmente os projetistas adotam essa excentricidade igual a unidade para todos os casos ( $e_a = 1$  cm).

A *Revisão da NB-1 (1999)* assim como o *CEB/FIP MC90* preconizam que a excentricidade acidental seja substituída pela consideração do efeito do desaprumo ou da falta de retilidade do eixo do pilar (figura 4.5). É admitido que para os casos usuais a consideração da falta de retilidade seja suficiente.

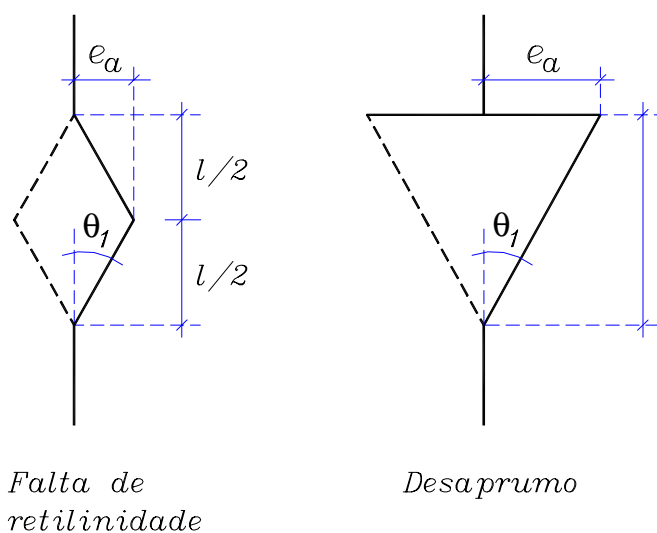


Figura 4.5: Imperfeições geométricas locais em lances de pilares

Fonte: *Revisão da NB-1(1999)*

O valor da excentricidade acidental a ser considerada, segundo esses códigos, é dada pela expressão (4.5), para o caso de falta de retilidade.

$$e_a = \theta_1 \left( \frac{l}{2} \right) \quad (4.5)$$

$$\theta_1 = \frac{1}{100\sqrt{l}} \geq \theta_{1\text{mín}} \quad (4.6)$$

O coeficiente “ $\theta_{1\text{mín}}$ ” deve ser considerado como:

$$\theta_{1\text{mín}} = \frac{1}{400} \text{ para estruturas de nós fixos;}$$

$$\theta_{1\text{mín}} = \frac{1}{300} \text{ para estruturas de nós móveis e imperfeições locais.}$$

A *Revisão da NB-1 (1999)* recomenda que o momento total de primeira ordem, isto é, o momento de primeira ordem acrescido dos efeitos das imperfeições locais, deve respeitar o valor mínimo dado pela expressão:

$$M_{1d,\text{mín}} = N_d (0,015 + 0,03h) \quad (4.7)$$

$N_d$ : Esforço normal de cálculo;

$h$ : altura total da seção transversal na direção considerada (em metros).

Códigos como o *ACI 318-95* e o *CSA A23.3-94* adotam a mesma expressão (4.7) para a consideração do momento mínimo de primeira ordem.

#### 4.3.4 Excentricidade de segunda ordem

A *excentricidade de segunda ordem* foi discutida no capítulo 3 deste trabalho, onde foi visto que para barras retas de seção transversal constante, inclusive a armadura, submetidas a flexo-compressão, com esbeltez inferior a 90 [*Revisão da NB-1 (1999)*], as deformações na barra podem ser consideradas de modo

simplificado, através de expressões que forneçam o valor da curvatura última na seção mais solicitada.

Foram apresentadas algumas expressões para o cálculo dessa curvatura, segundo códigos vigentes, e sugeriu-se a adoção da expressão (3.39) para o CAD.

#### 4.3.5 Excentricidade suplementar

A *excentricidade suplementar* leva em conta a fluência do concreto, considerada significativa para pilares com esbeltez superior a 90 [Revisão da NB-1 (1999)]. Para pilares com esbeltez inferior a 90, o efeito da fluência pode ser desprezado.

A consideração da fluência é complexa, pois cada ação deveria ser considerada com seu respectivo tempo de duração, ou seja, seria necessário o conhecimento do histórico de cada ação atuante.

Simplificadamente, de acordo com a *Revisão da NB-1 (1999)* e o *CEB/FIP MC90*, o efeito da fluência pode ser transformado numa excentricidade de primeira ordem, que pode ser calculada através da expressão (4.8).

$$e_c = \left( \frac{M_{sg}}{N_{sg}} + e_a \right) \left( 2,718^{\frac{\phi N_{sg}}{N_e - N_{sg}}} - 1 \right) \quad (4.8)$$

$$N_e = \frac{10E_c I_c}{l_e^2} \quad (4.9)$$

$M_{sg}$ ,  $N_{sg}$ : esforços solicitantes devidos às ações permanentes, com seus valores característicos;

$e_a$ : excentricidade acidental;

$\phi$ : coeficiente de fluência;

$E_c$ : módulo de deformação longitudinal;

$I_c$ : momento de inércia no estágio I.

Como a presença da armadura exerce grande influência na inibição da deformação lenta, *FUSCO (1981)* considera razoável tomar-se a seção homogeneizada no estádio Ia para o cálculo do momento de inércia, pois desta forma leva-se em conta, de forma aproximada, a presença da armadura.

#### **4.4 SITUAÇÕES DE PROJETO E SITUAÇÕES DE CÁLCULO**

Serão apresentadas aqui as situações de projeto e de cálculo para o dimensionamento de pilares usuais de edifícios, ou seja, pilares com esbeltez inferior a 90 [*Revisão da NB-1 (1999)*].

As situações de projeto dos pilares de edifícios dependem apenas da posição que eles ocupam na estrutura, conforme classificação apresentada no item 4.2 deste trabalho. Assim, as situações de projeto para pilares intermediários, de extremidade e de canto são respectivamente de compressão centrada, flexão composta normal e flexão composta oblíqua.

As situações de cálculo, que surgiram da necessidade da consideração de outras excentricidades no dimensionamento, além de dependerem da posição que os pilares ocupam na estrutura, dependem também do seu índice de esbeltez, que indica se esforços provenientes das deformações de segunda ordem locais e da fluência devem ser considerados. Conforme comentado no item 3.4.6, a análise dos efeitos de segunda ordem em qualquer hipótese é considerada uma prática prudente.

É importante lembrar que no dimensionamento devem ser verificadas as seções do topo, da base e a seção intermediária dos pilares, efetuando cada situação de cálculo separadamente, e adotando-se a armadura correspondente à situação mais desfavorável.

##### **4.4.1 Caso de pilares robustos ou pouco esbeltos**

São considerados pilares robustos ou pouco esbeltos aqueles que apresentam o índice de esbeltez  $\lambda \leq 40$  [para a *NB-1 (1978)*] ou  $\lambda \leq \lambda_1$  [para a *Revisão da NB-1 (1999)*].

No dimensionamento de pilares robustos os efeitos de segunda ordem podem ser considerados desprezíveis (a critério do projetista), ficando assim dispensada a verificação da seção intermediária do pilar. Desta forma, no caso específico desses pilares, é necessário analisar apenas as seções da base e do topo.

Uma vez conhecidos os esforços solicitantes iniciais decorrentes das situações de projeto, somam-se as excentricidades, gerando assim as situações de cálculo indicadas na figura 4.6.

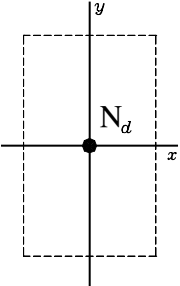
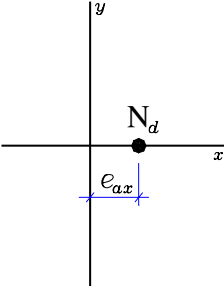
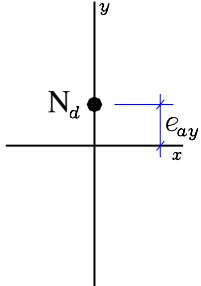
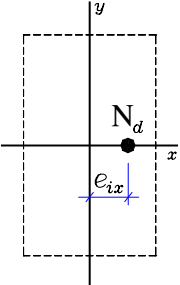
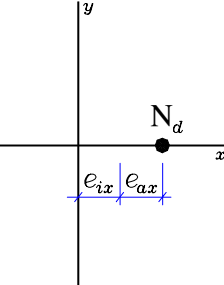
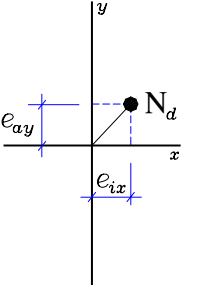
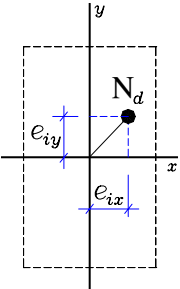
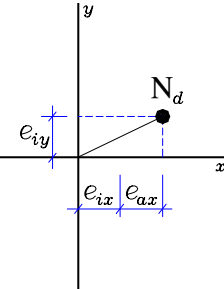
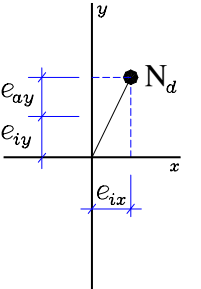
	<i>Situação de projeto</i>	<i>Situações de cálculo</i>	
<i>Pilar intermediário</i>	 <p><i>Compressão centrada</i></p>	 <p><i>Flexão composta normal</i></p>	 <p><i>Flexão composta normal</i></p>
<i>Pilar de extremidade</i>	 <p><i>Flexão composta normal</i></p>	 <p><i>Flexão composta normal</i></p>	 <p><i>Flexão composta oblíqua</i></p>
<i>Pilar de canto</i>	 <p><i>Flexão composta oblíqua</i></p>	 <p><i>Flexão composta oblíqua</i></p>	 <p><i>Flexão composta oblíqua</i></p>

Figura 4.6: Situações de projeto e de cálculo em pilares robustos

Fonte: BACARJI (1993) [adaptado]

#### 4.4.2 Caso de pilares medianamente esbeltos

São considerados pilares medianamente esbeltos aqueles que apresentam o índice de esbeltez compreendido ente  $40 < \lambda \leq 80$  [para a *NB-1 (1978)*] ou  $\lambda_1 < \lambda \leq 90$  [para a *Revisão da NB-1 (1999)*]. Estes pilares correspondem à maioria dos usualmente encontrados em estruturas correntes de edifícios, pois raramente são utilizados pilares com esbeltez superior a 90.

No dimensionamento dos pilares medianamente esbeltos, ao contrário dos pilares robustos, torna-se necessária a consideração dos efeitos de segunda ordem, podendo ser desprezado o efeito da fluência.

Devem ser analisadas separadamente as seções de topo, de base e intermediária do pilar a ser dimensionado. No caso típico de edifícios, as seções de topo e de base são verificadas para as situações de projeto e de cálculo apresentadas na figura 4.6, ou seja, podem ser verificadas usando o mesmo procedimento apresentado para o caso de pilares robustos.

A seção intermediária do pilar deve ser verificada considerando a excentricidade de segunda ordem, caso sejam usados processos simplificados para a determinação dessa excentricidade, conforme descrito no item 4.3.4 deste trabalho. As situações de projeto e cálculo para a seção intermediária do pilar estão apresentadas na figura 4.7, sendo que “ $e_{iX}$ ” e “ $e_{iY}$ ” devem ser substituídos por “ $e_c$ ”.

Se o dimensionamento do pilar for realizado por métodos rigorosos, as situações de projeto e cálculo passam a ser novamente as apresentadas na figura 4.6, uma vez que nos próprios métodos já estão incorporados os efeitos de segunda ordem, interessando apenas o momento máximo de primeira ordem.

#### 4.4.3 Caso de pilares esbeltos

Para o caso de pilares esbeltos, ou seja, pilares com o índice de esbeltez  $\lambda > 90$ , as situações de projeto e de cálculo são as mesmas descritas para pilares medianamente esbeltos, sendo necessário acrescentar em cada direção a excentricidade suplementar “ $e_c$ ” definida no item 4.3.5.

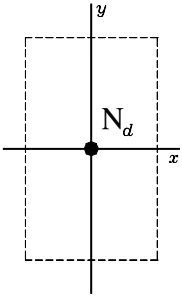
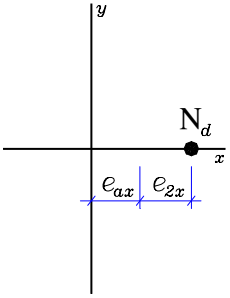
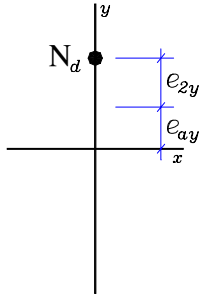
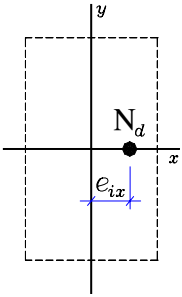
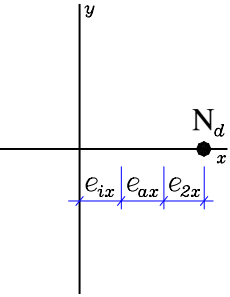
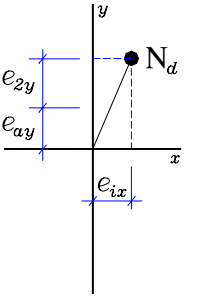
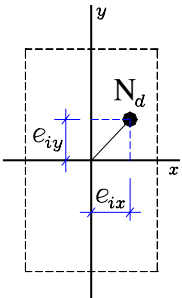
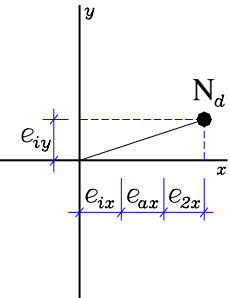
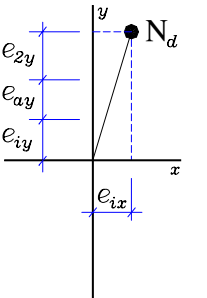
	Situação de projeto	Situações de cálculo	
Pilar intermediário	 <p><i>Compressão centrada</i></p>	 <p><i>Flexão composta normal</i></p>	 <p><i>Flexão composta normal</i></p>
Pilar de extremidade	 <p><i>Flexão composta normal</i></p>	 <p><i>Flexão composta normal</i></p>	 <p><i>Flexão composta oblíqua</i></p>
Pilar de canto	 <p><i>Flexão composta oblíqua</i></p>	 <p><i>Flexão composta oblíqua</i></p>	 <p><i>Flexão composta oblíqua</i></p>

Figura 4.7: Situações de projeto e de cálculo em pilares medianamente esbeltos

Fonte: BACARJI (1993) [adaptado]

## 4.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para o caso de situações de cálculo de pilares submetidos à flexão oblíqua composta, em que os momentos atuantes sejam inferiores ao momento mínimo definido pela expressão (4.7), a *Revisão da NB-1(1999)* preconiza que esse valor mínimo deva ser respeitado em cada uma das direções separadamente, ou seja, em cada verificação pelo menos um dos momentos deve ser igual ao mínimo.



## PERDA DO COBRIMENTO

# 5

CAPÍTULO

---

### 5.1 GENERALIDADES

Os pilares de CAD submetidos à compressão centrada ou à compressão com pequenas excentricidades, apresentam uma importante característica no seu comportamento, que é a perda prematura do cobrimento.

Com a tentativa de aumentar a ductilidade de pilares de CAD, maiores quantidades de armaduras, tanto longitudinais quanto transversais, tendem a ser adicionadas à peça, proporcionando assim uma ruptura mais gradual (não brusca). Entretanto, para cargas próximas à carga máxima admissível, este arranjo de armaduras (longitudinais e transversais) pode formar um plano natural de separação do cobrimento. Este fenômeno não é exclusivo de peças de CAD, e pode ocorrer também em peças de concreto de baixa resistência com configurações densas de armaduras.

*CLAESON (1998)* realizou vários testes em pilares de concretos de baixa e de alta resistência, onde os resultados mostraram que a ruptura em concretos de baixa resistência ocorre de forma gradual, com o cobrimento desprendendo-se lentamente, gerando o ramo descendente da curva “carga x deslocamento” apresentada na figura 5.1. No caso do CAD, os pilares apresentaram uma ruptura explosiva, onde altas tensões de compressão atuantes conduziram à instabilidade do cobrimento de

concreto. Os estribos, situados entre o cobrimento e o núcleo do concreto, formaram um plano natural de separação que contribuiu para a perda repentina do cobrimento.

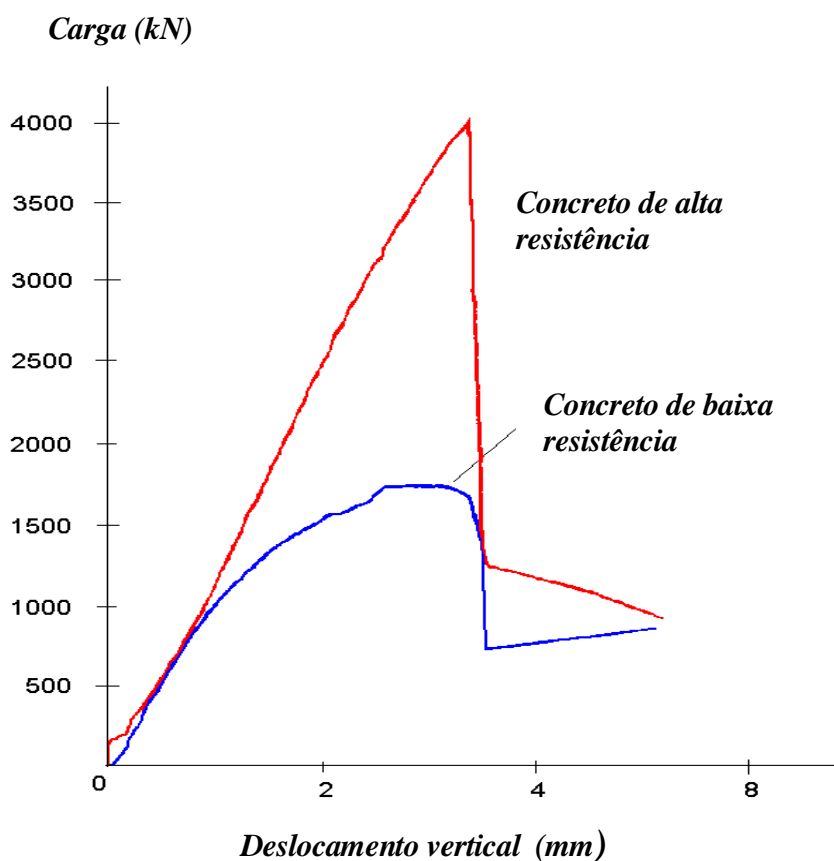


Figura 5.1: Diagrama “carga x deslocamento” em pilares

Fonte: *CLAESON (1998)*

Ainda segundo *CLAESON (1998)*, a rápida redução na capacidade de carga dos pilares de CAD, observada na figura 5.1, ocorreu porque o confinamento do núcleo do concreto não foi suficiente para compensar a perda do cobrimento.

Para uma melhor compreensão, o instante em que ocorre a perda repentina do cobrimento é representado na figura 5.2, que ilustra o comportamento estrutural de um pilar de CAD, submetido a uma carga axial com pequena excentricidade em diferentes estágios de carregamento e de deslocamento. É importante observar a diferença entre as figuras 5.1 e 5.2, que representam respectivamente o deslocamento vertical e o deslocamento horizontal, a meia altura do pilar.

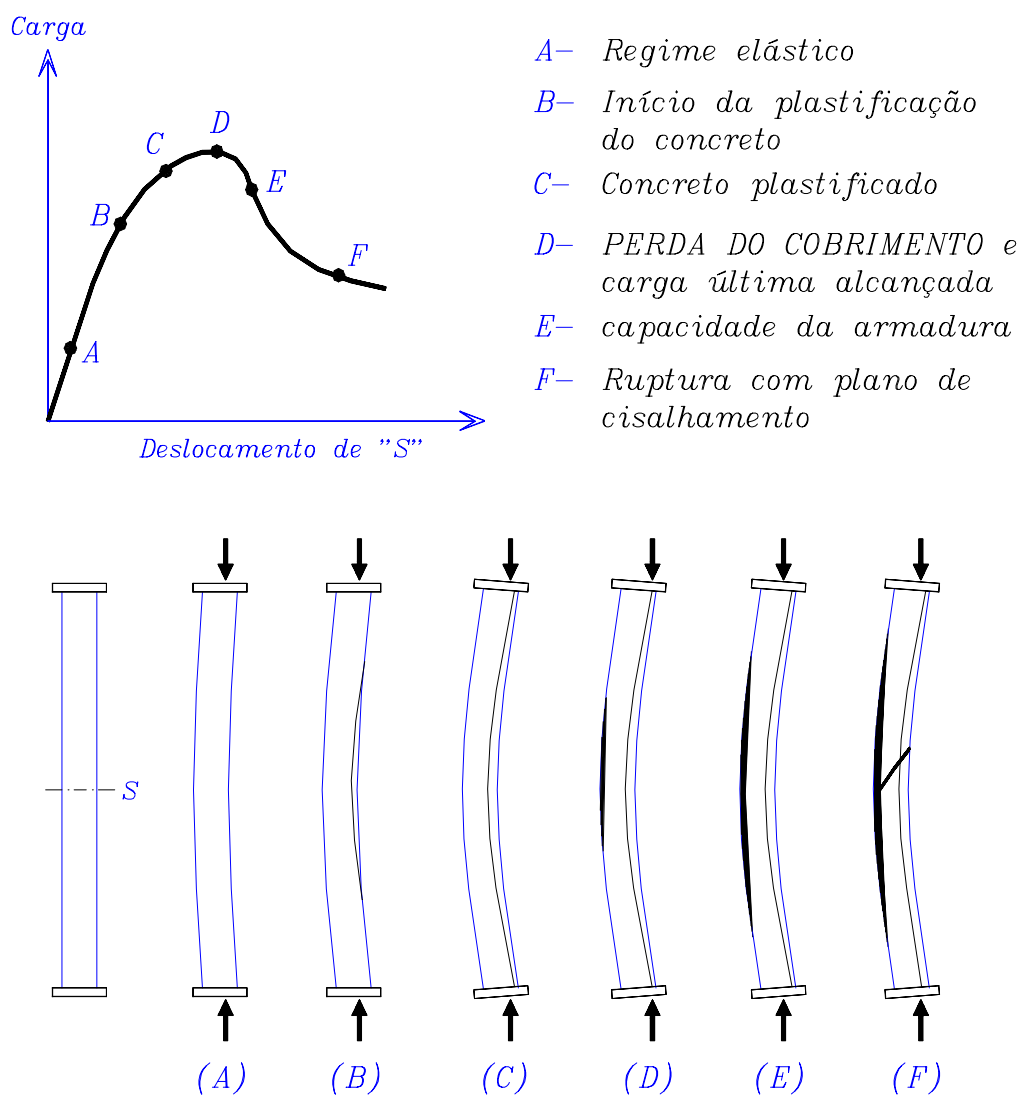


Figura 5.2: Comportamento de pilares de CAD com pequena excentricidade

Fonte: *CLAESON (1998)*

O fenômeno da perda do cobrimento vem sendo intensamente pesquisado nos últimos anos, tendo como finalidade explicar e prevenir sua ocorrência. É oportuno lembrar, talvez ainda por falta de conhecimentos suficientes, que nenhum código vigente trata explicitamente do assunto em questão. Desta forma, são discutidas neste capítulo apenas recomendações baseadas em pesquisas já realizadas.

## 5.2 CAUSA DA PERDA DO COBRIMENTO

*COLLINS et al. (1993)* indicam que a perda do cobrimento está associada à permeabilidade muito baixa do concreto de alto desempenho, permitindo que apenas o cobrimento de concreto venha a secar, resultando assim em tensões de tração que se desenvolvem ao longo do cobrimento, devido à retração em torno do núcleo úmido, conforme ilustra a figura 5.3a. Como a armadura tende a impedir a retração no concreto, formam-se fissuras radiais em torno das barras longitudinais (figura 5.3b), iniciando a formação de um plano natural de separação. Desta forma, sob altas cargas de compressão axial, a combinação destes dois efeitos mencionados anteriormente resulta na perda do cobrimento (figura 5.3c).

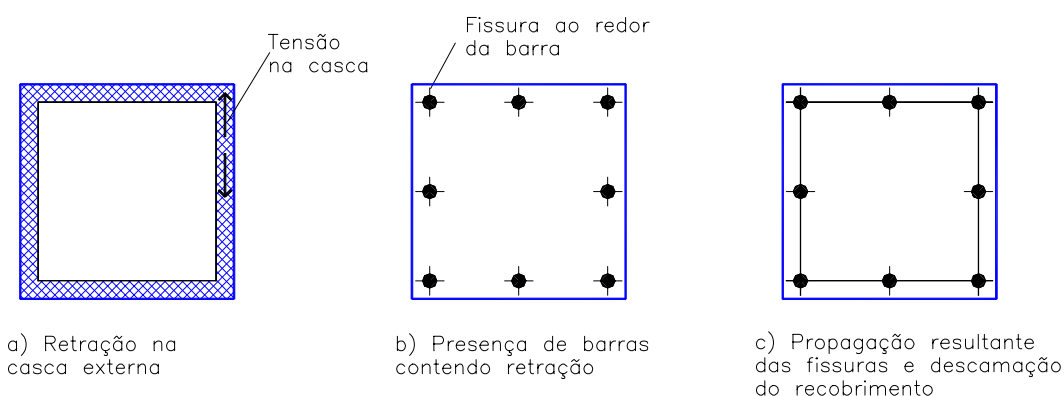


Figura 5.3: Fatores que provocam a perda do cobrimento

Fonte: *COLLINS et al. (1993)*.

A probabilidade de ocorrência da perda do cobrimento é maior quando a densidade de armadura e a resistência do concreto à compressão é aumentada. *PAULTRE et al. (1996)*, em ensaios realizados com pilares de resistência superior à 100 MPa, concluíram que a utilização de densas armaduras criaram planos de separação entre o núcleo e o cobrimento do concreto, que sob elevada força axial, ocasionaram a flambagem do cobrimento de forma semelhante à flambagem de uma chapa (figura 5.4).

### 5.3 PREVISÃO DA TENSÃO MÁXIMA

Para que ocorra a perda repentina do cobrimento não é necessário apenas que haja a formação de plano natural de separação, pois uma interface fissurada não é suficiente para promover a separação completa entre o cobrimento e o núcleo do concreto. Para que essa separação ocorra é necessário que algum mecanismo de instabilidade ou alguma força atue no plano de separação.

*RAZVI & SAATCIOGLU (1994)*, em ensaios realizados em pilares de 120 MPa de resistência cilíndrica à compressão, concluíram que a tensão responsável pela perda do cobrimento do concreto pode ser tomada como aproximadamente 70% da resistência do concreto sem confinamento.

*PAULTRE et al. (1996)* propõem que a tensão máxima que causa a perda prematura do cobrimento pode ser considerada como a tensão responsável pela perda de estabilidade do cobrimento, analisando-o como uma chapa isolada (figura 5.4).

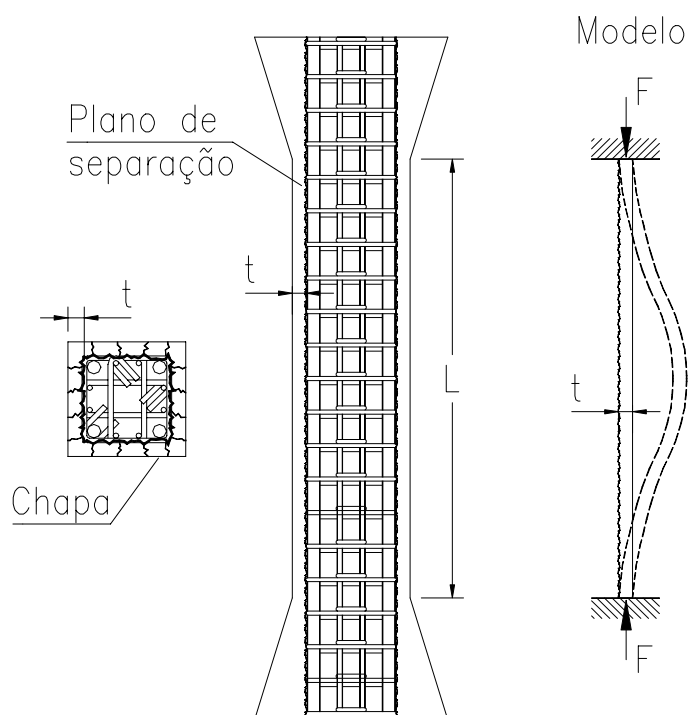


Figura 5.4: Separação do cobrimento de concreto

Fonte: *PAULTRE et al. (1996)*

Considerando-se o cobrimento de concreto como uma chapa de espessura “t” e comprimento “L”, com ambas as extremidades fixas (engastadas), *PAULTRE et al. (1996)* propõem a expressão (5.1) (equação de Euler) para a determinação da tensão crítica de flambagem do cobrimento.

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E_c}{3(1-\nu_c^2)} \left( \frac{t}{L} \right)^2 \quad (5.1)$$

$E_c$  - módulo de elasticidade do concreto;

$\nu_c$  - coeficiente de Poisson do concreto igual a 0,18.

O comprimento “L” apresentado na expressão (5.1) não corresponde a altura do pilar, e sim ao comprimento de flambagem da chapa que se forma com o desprendimento do cobrimento. *PAULTRE et al. (1996)* não sugerem valores para “L”, porém *CLAESON (1998)*, após análises experimentais, sugere a adoção de  $L = 4b$ , onde “b” é a menor dimensão do pilar. Assim, a expressão (5.1) pode ser escrita na forma:

$$\sigma_{cr} = \frac{E_c \pi^2 t^2}{48b^2 (1-\nu_c^2)} \quad (5.2)$$

$$E_c = 3320 \sqrt{f_{ck}} + 6900 \quad f_{ck} \text{ em MPa} \quad (5.3)$$

Dependendo da resistência e da inércia das cascas formadas pelo cobrimento de concreto, a tensão de flambagem da chapa pode ser alcançada antes da força teórica de esmagamento, ou seja, antes de ser atingida a máxima capacidade de carga prevista.

Segundo *FOSTER (1999)*, *IBRAHIM & MacGREGOR (1997)* indiretamente demonstraram a importância da perda do cobrimento no projeto de pilares de CAD quando discutiram os valores de “ $k_3$ ”, definidos no item 2.2.1 deste trabalho. As figuras 5.5(a) e 5.5(b), reproduzidas do trabalho destes pesquisadores, representam

respectivamente os resultados obtidos em ensaios de pilares submetidos à compressão excêntrica (com distribuição triangular de deformações de compressão, partindo do zero em uma das extremidades) e à compressão centrada, para a determinação do coeficiente “ $k_3$ ”.

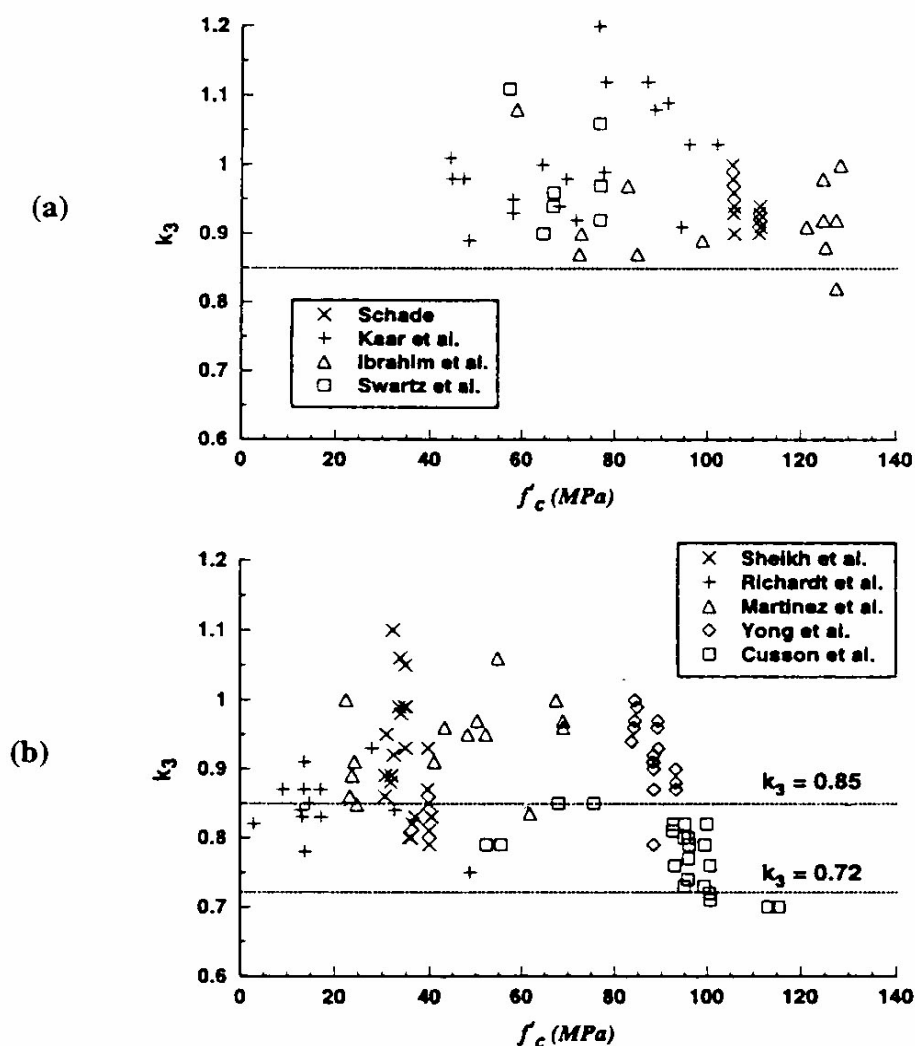


Figura 5.5: Valores de “ $k_3$ ” em função da resistência e da solicitação dos pilares

Fonte: IBRAHIM & MacGREGOR (1997)

Analisando a figura 5.5(a) percebe-se que o valor de  $k_3 = 0,85$ , limite inferior, pode ser considerado como razoavelmente a favor da segurança. Já na figura 5.5(b), para o caso de compressão centrada, verifica-se que o limite inferior de “ $k_3$ ” passa a ser 0,72. FOSTER (1999) comenta que a diferença entre os dois valores

apresentados está diretamente ligada ao fenômeno da perda do cobrimento, que é característico de pilares submetidos à compressão centrada ou à compressão com pequena excentricidade. Desta forma, quando se utiliza a proposta de *IBRAHIM & MacGREGOR (1997)* para o cálculo da carga máxima admissível à compressão, leva-se indiretamente em consideração o efeito da perda do cobrimento.

Outras propostas apresentadas no capítulo 2 deste trabalho, para a determinação da capacidade de carga de pilares, que adotam reduções no coeficiente “ $k_3$ ” com o aumento da resistência do concreto, também levam indiretamente em consideração o efeito da perda do cobrimento. Portanto, para a determinação da tensão máxima que pode ser suportada pelo cobrimento, deve-se adotar o menor valor obtido entre a tensão crítica de flambagem [expressão (5.2)] e a tensão atuante quando a capacidade de carga do pilar é atingida.

## 5.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Segundo *FOSTER (1999)*, mais dois mecanismos que contribuem para a perda do cobrimento devem ser analisados. Trata-se da dilatação transversal das barras longitudinais do pilar e também da análise da instabilidade dessas barras.

Quando o pilar é submetido a elevadas tensões de compressão, devido ao efeito de Poisson, tanto o concreto como a armadura sofrem dilatações transversais. Como o coeficiente de Poisson da armadura é maior que o do concreto, ocorre uma dilatação diferencial que empurra o cobrimento causando o seu desprendimento.

O outro mecanismo, referente à instabilidade das barras longitudinais, ocorre também a elevadas tensões de compressão. Quando os estribos são muito espaçados, pode ocorrer a perda de estabilidade do trecho da armadura longitudinal compreendido entre eles, gerando assim deslocamentos transversais na armadura, que por sua vez causam o desprendimento do cobrimento. Este problema pode ser evitado se espaçamentos adequados entre estribos forem utilizados no detalhamento dos pilares de CAD, os quais são apresentados no capítulo 7 deste trabalho.



### 6.1 GENERALIDADES

No estudo de pilares de CAD, uma das formas de garantia da ductilidade é através da análise do confinamento gerado pelas armaduras longitudinais e transversais, pois a utilização adequada de arranjos de armaduras pode possibilitar acréscimos de resistência e principalmente de ductilidade nesses pilares. Desta forma o estudo do confinamento passa adquirir maior importância, pois permite determinar o nível de eficiência do arranjo de armaduras utilizado.

Após a tensão última do concreto ter sido atingida, os pilares de CAD necessitam de uma maior quantidade de armadura de confinamento para obter o mesmo nível de ductilidade de pilares confeccionados com concretos de baixa resistência.

O estudo do confinamento pode também ser empregado para a determinação do núcleo resistente do pilar, ou seja, a parcela da seção transversal que resiste aos esforços externos. Pesquisas experimentais realizadas com CAD têm mostrado que existe a formação de um núcleo resistente, definido geometricamente pelo arranjo de armaduras empregado.

Pesquisadores como *CUSSON & PAULTRE (1994)* indicam, para o cálculo da seção resistente, a área do núcleo limitada pelo eixo (linha de centro) dos estribos

mais externos, desprezando portanto o cobrimento. *CLAESON et al. (1996)*, assim como *KÖNIG & SIMSCH (1996)*, observaram que a área de concreto efetivamente confinada é menor que o núcleo delimitado pelo eixo dos estribos mais externos, sendo variável em função da configuração e do espaçamento das armaduras longitudinais e transversais empregadas.

## 6.2 O FENÔMENO DO CONFINAMENTO

O fenômeno do confinamento em pilares de CAD pode ser perfeitamente entendido com base nos princípios da teoria clássica da elasticidade.

Quando um elemento estrutural é submetido a ações de compressão, este elemento sofre uma deformação longitudinal e, pelo efeito de Poisson, sofre também uma deformação transversal de sinal contrário. No caso de pilares, quando submetidos à compressão, o concreto sofre um encurtamento longitudinal e, pelo efeito de Poisson, ele se expande lateralmente. Tal expansão passa então a ser contida pelas armaduras transversais, que ficam submetidas a tensões de tração, e em contrapartida geram no núcleo do concreto uma pressão lateral de confinamento.

Segundo o *CEB N° 197 (1990)*, o confinamento lateral causado pela armadura produz dois efeitos benéficos nos comportamentos de pilares de concreto: acréscimo de resistência do núcleo de concreto e maior deformação axial, permitindo ruptura gradual e dúctil.

Os pilares confeccionados em concretos de baixa resistência apresentam tal comportamento mais bem definido que os concretos de resistências elevadas. Segundo *CUSSON & PAULTRE (1994)*, a expansão lateral do CAD é menor que a de concretos de baixa resistência, o que se traduz em menor eficiência do confinamento.

Pesquisadores como *SHAH & AHMAD (1982)*, *MARTINEZ et al. (1984)* e *BJERKELI et al. (1990)* mostraram que a pressão lateral de confinamento gerada pelas armaduras transversais, tanto em espiral quanto em estribos, apresentaram-se menos eficientes com o aumento da resistência do concreto.

A pressão lateral de confinamento não é uniformemente distribuída ao longo de todo o núcleo do pilar, sendo mais eficiente no plano transversal compreendido entre o eixo dos estribos e menos eficiente à meia distância entre estribos adjacentes (figura 6.1). Quanto menor for o espaçamento entre estribos, maior será a eficiência do confinamento e menor será o risco de flambagem localizada das barras da armadura longitudinal.

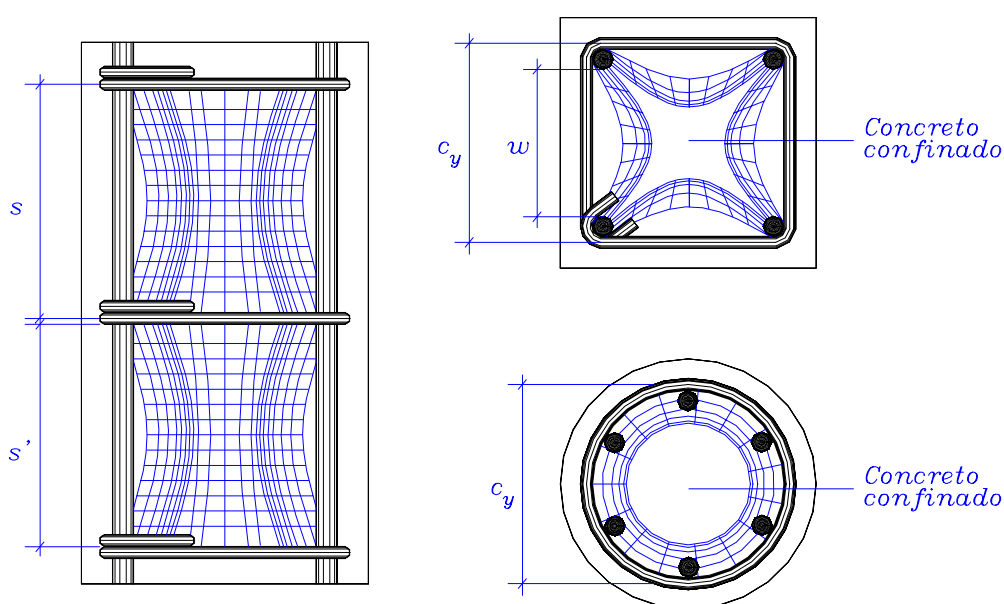


Figura 6.1: Efeito do confinamento em pilares

Fonte: *CUSSON & PAULTRE (1996)*

É relevante lembrar que, no caso de pilares de CAD, o fenômeno do confinamento adquire importância após a perda prematura do cobrimento. Esta perda prematura resulta em uma redução da capacidade de carga antes que o confinamento lateral surta efeito. Desta forma, após o cobrimento de concreto ter sido perdido, importantes ganhos de ductilidade e de resistência podem ser alcançados em pilares bem confinados.

### 6.3 FORMA DA SEÇÃO RESISTENTE

Em pilares de CAD, devido à perda repentina do cobrimento, a seção resistente passa a ser menor que a área da seção transversal de concreto. Existem algumas divergências sobre a forma da seção resistente a ser considerada num dimensionamento, pois alguns pesquisadores definem como seção resistente a área de concreto efetivamente confinada, e outros já consideram que essa seção resistente é igual ao núcleo definido geometricamente pelo arranjo de armaduras longitudinais e transversais.

Desta forma, são apresentadas neste item algumas propostas para o cálculo da área de concreto efetivamente confinada [*SHEIKH & UZUMERI (1982)*, *MANDER et al (1988)* e *KÖNIG & SIMSCH (1996)*], além de outras propostas para a determinação da seção resistente [*COLLINS et al (1993)* e *CUSSON & PAULTRE (1994)*]. Convém salientar que no item 6.3.6 são realizados alguns comentários sobre as propostas apresentadas, e sobre a forma de dimensionamento usando a área de concreto efetivamente confinada.

#### 6.3.1 Proposta de SHEIKH & UZUMERI (1982)

Esta proposta foi idealizada para aplicação em pilares de concreto de baixa resistência, podendo também ser aplicada em pilares de CAD.

Segundo *SHEIKH & UZUMERI (1982)*, a área de concreto efetivamente confinada é menor que o núcleo delimitado pelo eixo dos estribos mais externos, sendo determinada em função da distribuição de armaduras longitudinais e transversais do pilar.

A pressão de confinamento gerada pelos estribos não é aplicada uniformemente em toda a altura do núcleo. Quando o cobrimento se destaca, uma parte do núcleo começa a ser menos efetiva na participação da seção resistente. Esta parte do núcleo menos efetiva pode ser estimada de acordo com a figura 6.2, na qual é assumido que a separação entre o concreto efetivamente confinado e o concreto não confinado é na forma de uma série de arcos entre as barras que compõem a armadura

longitudinal, podendo também ser admitida na forma de uma série de triângulos gerados pelas tangentes desses arcos no ponto inicial.

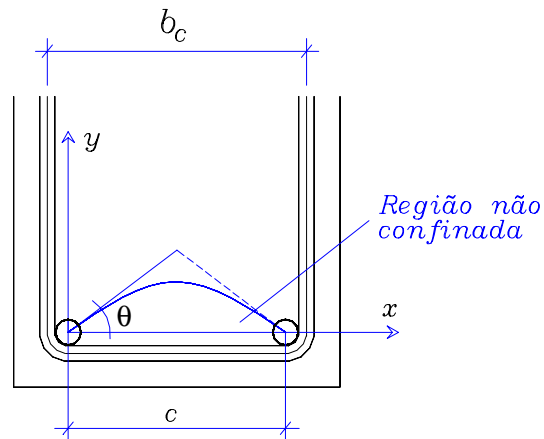


Figura 6.2: Estimativa da área de concreto não confinada

Fonte: *SHEIKH & UZUMERI (1982)*

A área de concreto efetivamente confinada no plano dos estribos não deve ser maior que o valor dado pela seguinte expressão:

$$A_{conf} = A_{co} - \sum_{i=1}^n \frac{c_i^2}{6} \cot \theta \quad (6.1)$$

$A_{co}$ : área do núcleo definida pelos eixos dos estribos mais externos;

$c$ : distância entre os eixos das barras da armadura longitudinal;

$n$ : número de arcos formados na seção;

$\theta$ : ângulo entre a tangente à curva no ponto inicial e a linha compreendida entre os centros das barras longitudinais na direção da análise, obtido experimentalmente (figura 6.2).

O objetivo desta proposta é determinar a área de concreto efetivamente confinada da seção crítica do pilar (figura 6.3), ou seja, a área da seção transversal localizada no ponto médio entre dois estribos adjacentes.

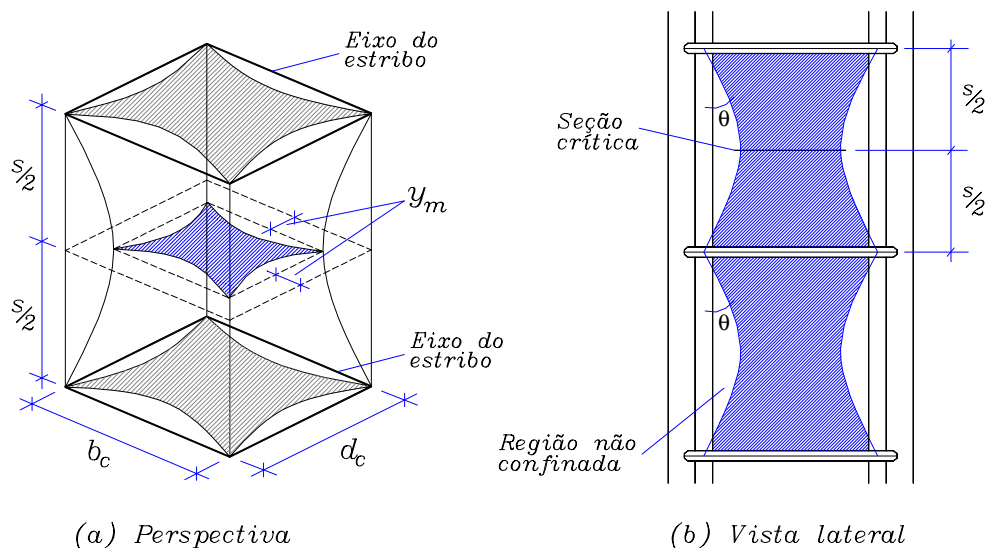


Figura 6.3: Variação da área efetivamente confinada entre estribos adjacentes

Fonte: SHEIKH & UZUMERI (1982) [adaptado]

Para a determinação da seção crítica, SHEIKH & UZUMERI (1982), baseados na figura 6.3, propõem a seguinte metodologia:

a- Cálculo da área do núcleo:

$$A_{co} = b_c d_c \quad (6.2)$$

b- Cálculo da área efetivamente confinada:

$$A_{conf} = \lambda_c A_{co} \quad (6.3)$$

$$\lambda_c = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n \frac{c_i^2}{6} \cot \theta}{A_{co}} \quad (6.4)$$

c- Não se considerando a redução de “ $A_{co}$ ” no nível dos estribos, a área do núcleo de concreto confinado na seção média entre estribos adjacentes é dada por:

$$A_{co}^n = (b_c - 2y_m)(d_c - 2y_m) \quad (6.5)$$

$$y_m = \frac{s}{4} \tan \theta \quad (6.6)$$

d- Cálculo da área resultante de concreto efetivamente confinada na seção média entre estribos adjacentes:

$$A_{ce} = \lambda_c (b_c - 2y_m)(d_c - 2y_m) \quad (6.7)$$

e- A área de concreto efetivamente confinada na seção média entre estribos adjacentes “ $A_{ce}$ ” pode ser relacionada à área do núcleo pela expressão:

$$A_{ce} = \lambda_c \left( b_c - \frac{s}{2} \tan \theta \right) \left( d_c - \frac{s}{2} \tan \theta \right) = \lambda^* A_{co} \quad (6.8)$$

O termo “ $\lambda^*$ ” é definido como a razão entre a área da seção crítica efetivamente confinada “ $A_{ce}$ ” e a área do núcleo “ $A_{co}$ ”. A figura 6.4 ilustra o índice de confinamento efetivo “ $\lambda^*$ ” para vários tipos de arranjos de armaduras em pilares quadrados de lado “ $B$ ”, onde se percebe a influência do espaçamento “ $s$ ” no confinamento da peça.

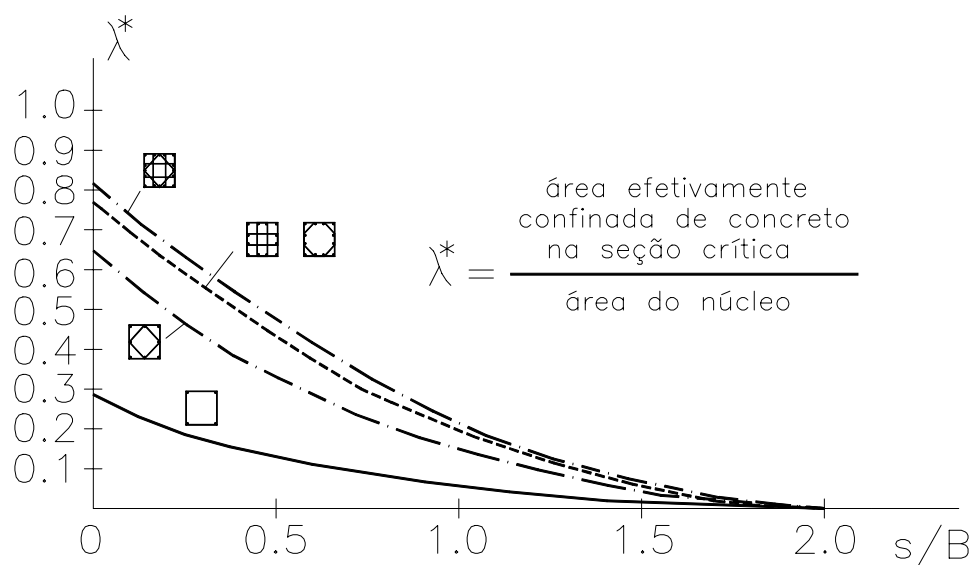


Figura 6.4: Influência do espaçamento no confinamento de pilares

Fonte: *SHEIKH & UZUMERI (1982)*

### 6.3.2 Proposta de MANDER et al. (1988)

O modelo proposto por estes pesquisadores é semelhante ao proposto por *SHEIKH & UZUMERI (1982)*, onde é assumido que a pressão de confinamento exercida pela armadura transversal distribui-se na forma de arcos, definindo assim a seção efetivamente confinada (figura 6.5). A seção crítica definida por estes pesquisadores também é a seção média entre dois estribos adjacentes.

Para a determinação da área da seção efetivamente confinada no plano dos estribos basta subtrair as áreas não confinadas da área do núcleo, definido geometricamente pelo eixo dos estribos. Segundo *MANDER et al. (1988)* a área não confinada no plano dos estribos pode ser estimada pela expressão:

$$A_i = \sum_{i=1}^n \frac{(w_i)^2}{6} \quad (6.9)$$



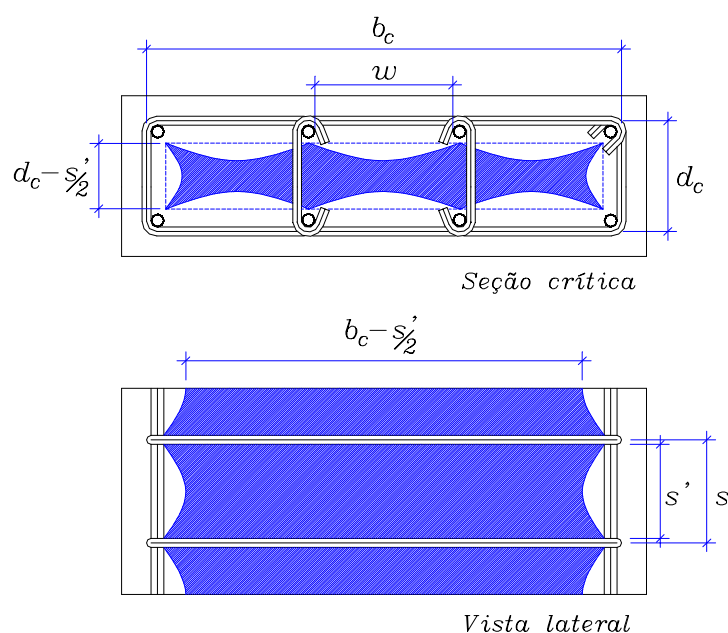


Figura 6.5: Seção crítica efetivamente confinada

Fonte: MANDER *et al.* (1988)

Para o caso da seção crítica, seção média entre dois estribos adjacentes, a área de concreto efetivamente confinada “ $A_{ce}$ ” passa a ser dada pela expressão (6.10), onde as variáveis envolvidas estão apresentadas na figura 6.5.

$$A_{ce} = \left( b_c d_c - \sum_{i=1}^n \frac{(w_i)^2}{6} \right) \left( 1 - \frac{s'}{2b_c} \right) \left( 1 - \frac{s'}{2d_c} \right) \quad (6.10)$$

### 6.3.3 Proposta de KÖNIG & SIMSCH (1996)

Estes pesquisadores adotam modelos semelhantes ao de SHEIKH & UZUMERI (1982) e ao de MANDER *et al.* (1988) para o cálculo da seção crítica efetivamente confinada.

Para a formulação desta proposta foram analisados pilares de seções retangulares com dois tipos de arranjos de armaduras, longitudinais e transversais, conforme ilustra a figura 6.6.

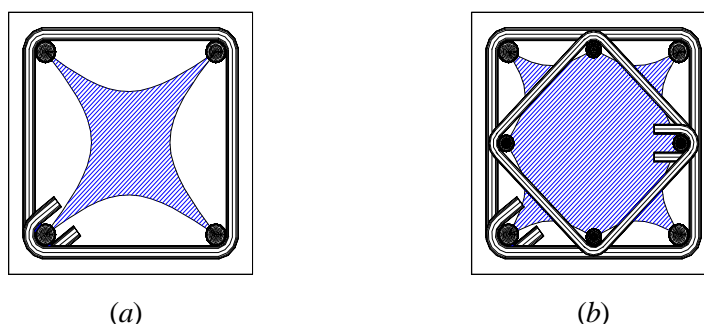


Figura 6.6: Seção efetivamente confinada em pilares

Fonte: *KÖNIG & SIMSCH (1996)*

*KÖNIG & SIMSCH (1996)* estimam a área não confinada no plano dos estribos da mesma forma que *MANDER et al. (1988)*, ou seja, usando a expressão (6.9)

Para o arranjo da figura 6.6a, a área da seção crítica efetivamente confinada de concreto é dada pela expressão:

$$A_{ce} = \left( b_c d_c - \sum_{i=1}^n \frac{(w_i)^2}{6} \right) \left( 1 - \frac{s'}{2b_c \sqrt{2}} \right) \left( 1 - \frac{s'}{2d_c \sqrt{2}} \right) \quad (6.12)$$

Para o arranjo da figura 6.6b, a área da seção crítica efetivamente confinada de concreto é dada pela expressão (6.10). Segundo *KÖNIG & SIMSCH (1996)*, a expressão (6.10) pode ser usada para qualquer outro arranjo de armaduras de pilares retangulares compostos por estribos (exceto o arranjo da figura 6.6a).

### 6.3.4 Proposta de *COLLINS et al. (1993)*

Estes pesquisadores não propõem uma forma geométrica para o núcleo resistente, porém adotam um coeficiente redutor da seção transversal dado pela expressão (2.28), definida no item 2.4.4 deste trabalho. Desta forma, a seção resistente do pilar “ $A_{cr}$ ” passa a ser dada pela expressão:

$$A_{cr} = k_3(A_c - A_s) \quad (6.11)$$

$k_3$ : coeficiente redutor dado pela expressão (2.28);

$A_c$ : área da seção transversal do pilar;

$A_s$ : área de armadura longitudinal do pilar.

É oportuno lembrar que a seção resistente definida por esses pesquisadores não deve ser confundida com seção efetivamente confinada, pois a seção definida pela expressão (6.11) leva em consideração apenas a perda do cobrimento.

### 6.3.5 Proposta de CUSSON & PAULTRE (1994)

Para o cálculo da seção resistente de pilares de CAD, estes pesquisadores consideram que o cobrimento pode ser desprezado e apenas o núcleo definido geometricamente pelo eixo dos estribos mais externos pode ser considerado para a contribuição na resistência axial do pilar.

*CUSSON & PAULTRE (1994)* concluíram que a forma da seção efetivamente confinada é menor que o núcleo geometricamente definido pelo eixo dos estribos mais externos e que a seção mais crítica encontra-se no nível médio entre dois estribos adjacentes.

A seção efetivamente confinada passa a adquirir maior importância quando o pilar perde o cobrimento e a armadura transversal (estribos) atinge a tensão máxima. Desta forma, antes de ocorrer a perda prematura do cobrimento, a seção resistente é o núcleo definido geometricamente pelo eixo dos pilares.

### 6.3.6 Comentários sobre as propostas apresentadas

Na determinação da área de concreto efetivamente confinada, a proposta *SHEIKH & UZUMERI (1982)* conduz praticamente aos mesmos resultados da proposta de *MANDER et al. (1988)*, se for adotado  $\theta = 45^\circ$ . A proposta de *KÖNIG & SIMSCH (1996)* difere da proposta de *MANDER et al. (1988)* apenas para o arranjo

da figura 6.6a. Desta forma, percebe-se que poucas são as divergências entre as propostas apresentadas para o cálculo da seção crítica efetivamente confinada, e que a variável “resistência do concreto” não é utilizada em nenhuma das propostas apresentadas.

Pesquisas realizadas por *AGOSTINI (1992)*, *PAIVA (1994)*, *LIMA (1997)* e *QUEIROGA (1999)*, em pilares de CAD, mostraram que a seção resistente de concreto é o núcleo definido geometricamente pelas armaduras longitudinais e transversais.

É relevante lembrar que a forma da seção resistente não é constante ao longo de todo o estado de carregamento-deformação do pilar. Até a ocorrência da perda repentina do cobrimento a seção resistente pode ser considerada como a seção do núcleo definido geometricamente pelo eixo dos estribos mais externos, ou pode ser estimada usando-se valores de “ $k_3$ ”, variáveis com a resistência do concreto. A seção resistente pode ser considerada como a seção efetivamente confinada apenas quando o pilar perde o cobrimento, adquirindo maior importância quando o estribo atinge sua capacidade resistente (tensão de escoamento).

A seção crítica efetivamente confinada pode ser usada para o cálculo da capacidade de carga, a favor da segurança, de pilares de CAD. Segundo *KÖNIG & SIMSCH (1996)*, para pilares em que a carga atuante estiver aplicada dentro do núcleo central de inércia da seção, o pilar pode ser dimensionado usando o coeficiente “ $k_3$ ” constante e igual a “0,85”.

#### **6.4 VARIÁVEIS QUE INFLUENCIAM NO CONFINAMENTO**

Serão apresentados, neste item, os efeitos de algumas variáveis ensaiadas por *CUSSON & PAULTRE (1994)*, que afetam o comportamento do concreto confinado. Serão analisadas as seguintes variáveis:

- Resistência do concreto à compressão;
- Resistência dos estribos;
- Configuração dos estribos;

- Quantidade de armadura transversal;
- Espaçamentos entre estribos;
- Quantidade de armadura longitudinal.

*CUSSON & PAULTRE (1994)* ensaiaram 27 (vinte e sete) modelos de pilares com dimensões de 235 mm x 235 mm x 1400 mm, somente à compressão axial, com quatro configurações de estribos (figura 6.7). A resistência à compressão do concreto variou de 52,6 MPa a 115,9 MPa. Nos pilares das séries de 1 a 5, usados na maioria das comparações aqui apresentadas, a resistência à compressão do concreto foi em média de 100 MPa.

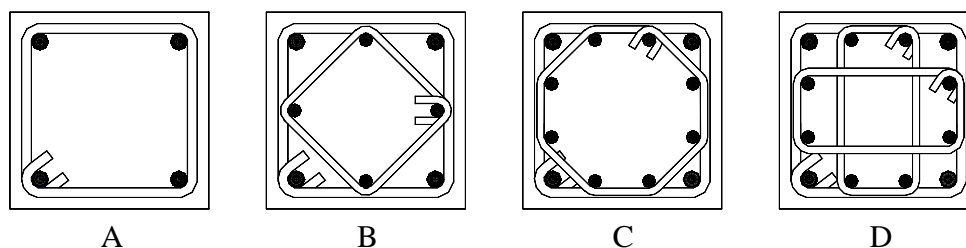


Figura 6.7: Configurações de estribos analisadas

Fonte: *CUSSON & PAULTRE (1994)*

#### 6.4.1 Resistência do concreto à compressão

O concreto de alto desempenho apresenta uma menor expansão lateral quando submetido à compressão axial (em comparação com concretos de baixa resistência), devido ao maior módulo de elasticidade e a menor microfissuração interna que esse material apresenta. Desta forma, a eficiência do confinamento em pilares de CAD é menor que em pilares de concreto de baixa resistência.

A figura 6.8 ilustra as curvas tensão-deformação dos pilares ensaiados por *CUSSON & PAULTRE (1994)*, com configuração “B” de estribos, onde a resistência do concreto à compressão variou de 52,6 MPa a 115,9 MPa (especificados na figura 6.8). São apresentadas também as curvas tensão-deformação obtidas em corpos-de-prova cilíndricos de 150 mm x 300 mm.

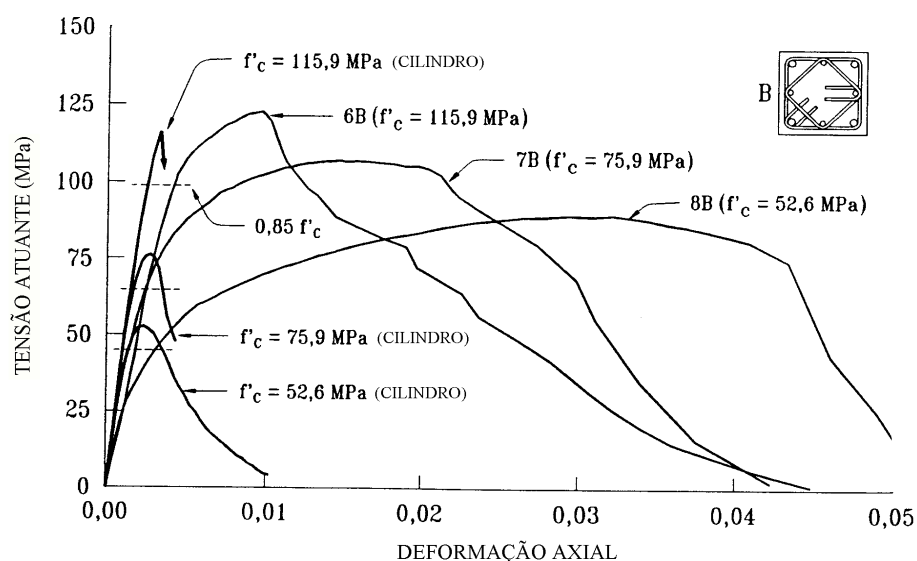


Figura 6.8: Influência da resistência do concreto

Fonte: *CUSSON & PAULTRE (1994)*

Ganhos de resistência à compressão de 24%, 66% e 100% foram obtidos nos pilares 6B, 7B e 8B respectivamente (figura 6.8), em relação aos resultados obtidos em corpos-de-prova. Com relação à ductilidade, houve acréscimos de 347,5%, 521,5% e 833% respectivamente, também em relação aos resultados obtidos em corpos-de-prova.

Os resultados dos ensaios obtidos por *CUSSON & PAULTRE (1994)* confirmaram que quanto maior for a resistência do concreto à compressão, menor será a eficiência do confinamento, tanto em acréscimos de resistência quanto em acréscimos de ductilidade.

#### 6.4.2 Resistência dos estribos

Muitas ainda são as dúvidas sobre o efeito da resistência dos estribos nos acréscimos de resistência e de ductilidade em pilares de CAD confinados. Alguns pesquisadores acreditam que quanto maior for a resistência dos estribos, maior será a pressão de confinamento aplicada no núcleo de concreto, e maior será a eficiência do confinamento.

A figura 6.9 ilustra de forma clara os resultados obtidos em quatro diferentes pares de pilares ensaiados por *CUSSON & PAULTRE (1994)*, com as configurações “A”, “B”, “C” e “D” de estribos. Foram comparados pares de pilares com estribos de diferentes resistências, porém de idênticos arranjos de armaduras.

A capacidade relativa “ $P_c/P_{co}$ ”, especificada na figura 6.9, representa a razão entre a força axial máxima aplicada experimentalmente “ $P_c$ ” e a capacidade de carga teórica do núcleo “ $P_{co}$ ”.

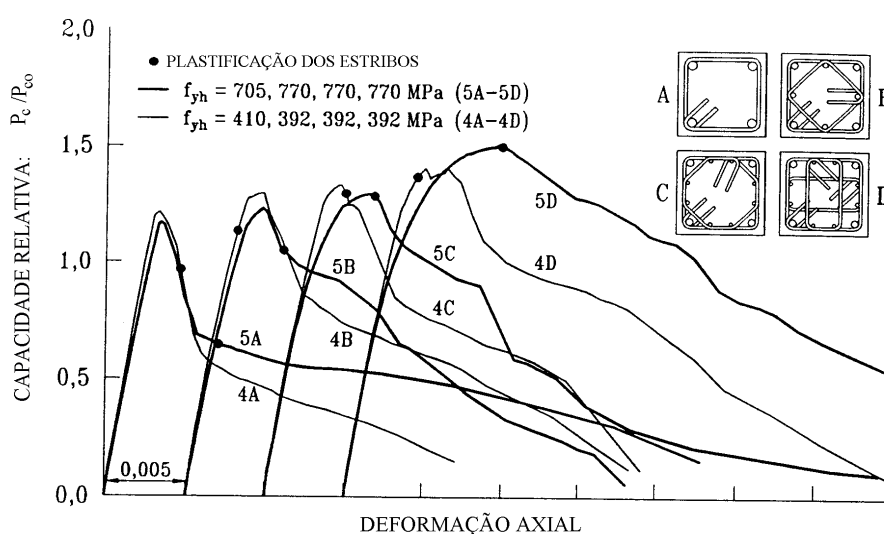


Figura 6.9: Influência da resistência dos estribos

Fonte: *CUSSON & PAULTRE (1994)*

Quase nenhum aumento de resistência e pequenos ganhos de ductilidade foram obtidos nas séries “A”, “B” e “C”, quando a resistência dos estribos foi aumentada em média de 400 MPa para 700 MPa (figura 6.9). A explicação para tal comportamento é que os estribos de maiores resistências não atingiram seus limites de tensões na resistência máxima do concreto confinado.

Na série “D”, como a resistência dos estribos foi completamente desenvolvida no pico da resistência do concreto confinado, foi observado um ganho de resistência de 7% e de ductilidade de 57%, com o aumento da resistência dos estribos.

De modo geral, com base na figura 6.9, percebe-se que não existe uma grande influência da resistência dos estribos no acréscimo de resistência e de ductilidade de pilares confinados, caso a tensão limite dos estribos não seja alcançada. Desta forma, se a expansão transversal do concreto não for suficientemente alta para que o estribo deforme até atingir o escoamento, a capacidade máxima da armadura não é alcançada.

### 6.4.3 Configuração dos estribos

A configuração dos estribos determina a área efetivamente confinada de concreto, que aumenta com uma melhor distribuição da armadura longitudinal ao redor do núcleo do pilar. Quanto maior for a área efetivamente confinada, maior será a eficiência do confinamento.

A figura 6.10 compara cinco pares de pilares igualmente confinados, com os estribos de configurações “B” e “C”, onde cada par analisado apresenta a mesma resistência à compressão.

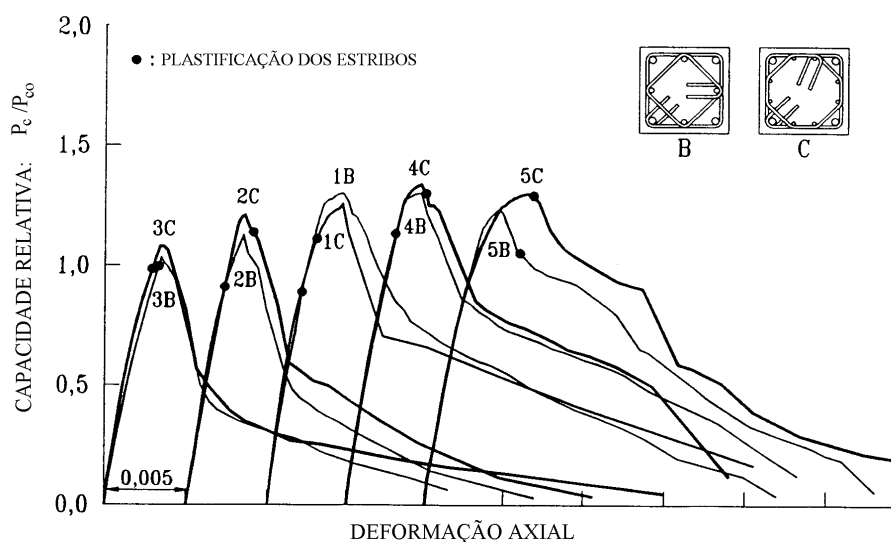


Figura 6.10: Influência da configuração dos estribos

Fonte: *CUSSON & PAULTRE (1994)*



Os ensaios realizados por *CUSSON & PAULTRE (1994)* indicaram que os estribos da configuração “B” foram tão eficientes quanto os estribos da configuração “C” (figura 6.10), para o aumento da resistência e da ductilidade do concreto confinado.

A configuração “A” é a menos eficiente, apresentando pequenos acréscimos de resistência e de ductilidade, conforme comentado no item 6.4.4.

#### **6.4.4 Quantidade de armadura transversal**

A quantidade de armadura transversal é expressa pela grandeza “ $\rho_h$ ”, denominada taxa volumétrica de armadura transversal, definida como a razão entre o volume de estribos e o volume de concreto do pilar.

Segundo *CUSSON et al. (1996)*, a pressão lateral de confinamento imposta no núcleo do pilar é diretamente proporcional à quantidade de armadura transversal. Desta forma, um aumento na taxa volumétrica de armadura corresponde a um aumento direto na pressão de confinamento, que conseqüentemente proporciona ganhos de resistência e principalmente de ductilidade.

A figura 6.11 ilustra os resultados obtidos por *CUSSON & PAULTRE (1994)* para os quatro diferentes tipos de configurações de estribos, onde a taxa de armadura transversal foi aumentada em média 50%. Nos modelos com estribos de configuração “A” (séries 2A e 1A), houve ganhos de 10% na resistência e 17% na ductilidade. Nas outras séries analisadas houve maiores ganhos de resistência, que variaram entre 10% e 16%, e principalmente de ductilidade, que variaram de 55% até 136%.

Com base nos resultados apresentados (figura 6.11), percebe-se que a configuração de estribos de menor eficiência é a configuração “A”, tanto em ganhos de resistência quanto em ganhos de ductilidade.

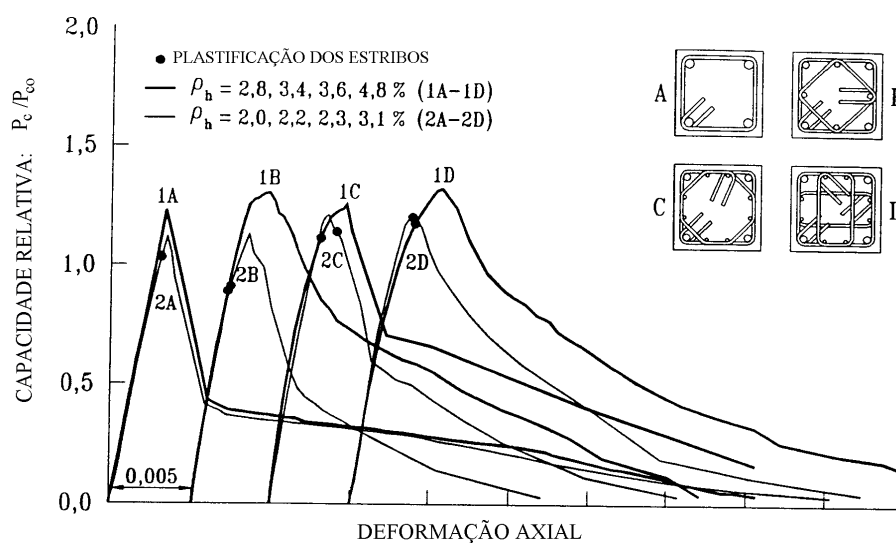


Figura 6.11: Influência da quantidade de armadura transversal

Fonte: *CUSSON & PAULTRE (1994)*

#### 6.4.5 Espaçamento entre estribos

O espaçamento entre estribos é um dos mais importantes parâmetros responsáveis por ganhos tanto de resistência quanto de ductilidade no estudo do confinamento. Com o aumento do espaçamento entre estribos, a pressão lateral de confinamento decresce, e como consequência decrescem também a resistência e a ductilidade do pilar. Segundo *DINIZ (1994)*, quando o espaçamento entre estribos é maior que a menor dimensão do pilar, o efeito do confinamento pode ser desprezado.

A figura 6.12 ilustra os resultados obtidos por *CUSSON & PAULTRE (1994)*, onde foram analisados os quatro diferentes tipos de configurações de estribos, com espaçamentos de 100 mm e 50 mm. A redução do espaçamento de 100 mm (série 3) para 50 mm (série 2) resultaram em acréscimos de resistência, que variaram entre 7% e 14%, e em ganhos de ductilidade, que variaram entre 9% e 34%.

É importante frisar que além de ganhos de resistência e ductilidade, o espaçamento entre estribos também influencia na instabilidade das barras

longitudinais. Os espaçamentos adequados entre estribos serão discutidos no capítulo 7 deste trabalho.

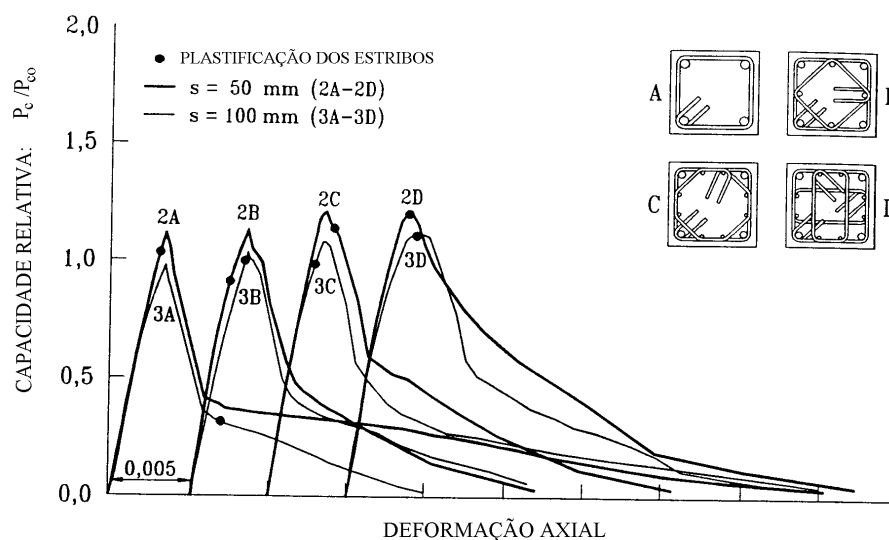


Figura 6.12: Influência do espaçamento entre estribos

Fonte: *CUSSON & PAULTRE (1994)*

#### 6.4.6 Quantidade de armadura longitudinal

A quantidade de armadura longitudinal é expressa pela grandeza “ $\rho_g$ ”, denominada de taxa geométrica de armadura longitudinal, definida como a razão entre a área da seção transversal total da armadura longitudinal e a área da seção transversal do pilar.

A figura 6.13 ilustra os resultados obtidos por *CUSSON & PAULTRE (1994)*, onde foram analisados os quatro tipos de configurações de estribos, variando apenas a taxa geométrica de armadura longitudinal.

Para os pares de pilares das séries 1A-4A e 1B-4B, não houve aumento de resistência, e quase não houve aumento de ductilidade. Por outro lado, os pares 1C-4C e 1D-4D, com melhor distribuição de armaduras transversais que os dois anteriormente apresentados, mostraram ganhos de resistência de 7% e de ductilidade variando entre 28% e 56%, quando a taxa de armadura foi aumentada de 2,2% para 3,6%.

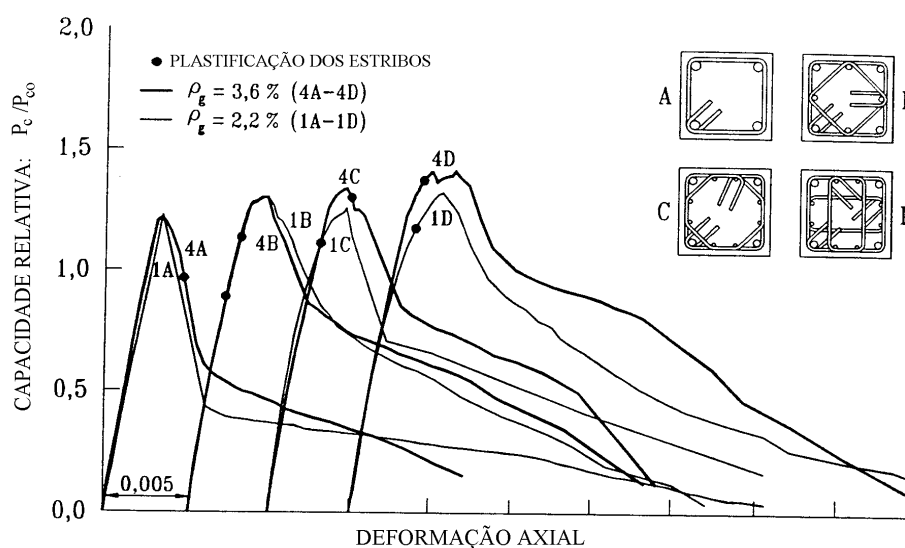


Figura 6.13: Influência da quantidade de armadura longitudinal

Fonte: *CUSSON & PAULTRE (1994)*

É oportuno lembrar que a quantidade de armadura longitudinal passa a exercer uma maior influência no estudo do confinamento quando a taxa de armadura empregada for melhor distribuída na seção do pilar. Desta forma, deve-se optar por um maior número de barras longitudinais e não simplesmente aumentar o diâmetro das barras empregadas.

## 6.5 ALTERNATIVAS PARA ANÁLISE DO CONFINAMENTO

Neste item, são apresentadas duas alternativas para o dimensionamento de pilares em concreto de alto desempenho, que tentam levar em consideração o efeito do confinamento no aumento da ductilidade da peça.

### 6.5.1 Análise como pilar cintado

Os critérios para o dimensionamento de pilares cintados podem ser aplicados aos pilares de CAD, pois em ambos os casos o efeito do confinamento gerado pelas armaduras transversais passa a ser de fundamental importância. Uma

característica importante nos pilares cintados, assim como nos pilares de CAD, é que no dimensionamento não se considera o concreto exterior ao núcleo (cobrimento).

No cálculo de pilares cintados, o perigo é haver o esmagamento do cobrimento, onde o efeito do confinamento é desprezado. Tendo em vista tal risco, as normas limitam o cintamento impondo que a resistência de cálculo da peça cintada não deva ultrapassar 1,7 vezes a resistência do pilar não cintado.

Assim, a taxa de armadura transversal necessária para o confinamento de pilares cintados é dada pela expressão:

$$\rho_h \leq \frac{f_{ck}}{2 f_{yk} (1 - 8e)} \left( 1,7 \frac{d_e^2}{d_i^2} - 1 \right) + 0,576 \rho_g \frac{\sigma_{sd}}{f_{yk} (1 - 8e)} \quad (6.13)$$

$\rho_h$  - taxa de armadura transversal;

$\rho_g$  - taxa de armadura longitudinal;

$d_e$  - diâmetro externo do pilar;

$d_i$  - diâmetro da área confinada;

$e$  - excentricidade do carregamento.

*AGOSTINI (1992)* realizou experimentos em pilares de seção quadrada, considerando uma distribuição helicoidal para os estribos, conforme ilustra a figura 6.14, e concluiu que em pilares confeccionados com concretos de baixa resistência ( $f_{ck} = 24,8$  MPa), a armadura helicoidal cintou o núcleo permitindo um acréscimo de tensões de 75% em relação aos resultados obtidos em corpos-de-prova ensaiados aos 28 dias.

No caso do CAD ( $f_{ck} = 60,2$  MPa), *AGOSTINI (1992)* relata que a armadura helicoidal apenas confinou o núcleo evitando uma ruptura frágil. Foi observado também que a tensão última alcançada, ao contrário do pilar de baixa resistência, foi cerca de 83% da tensão obtida nos ensaios de corpos-de-prova.

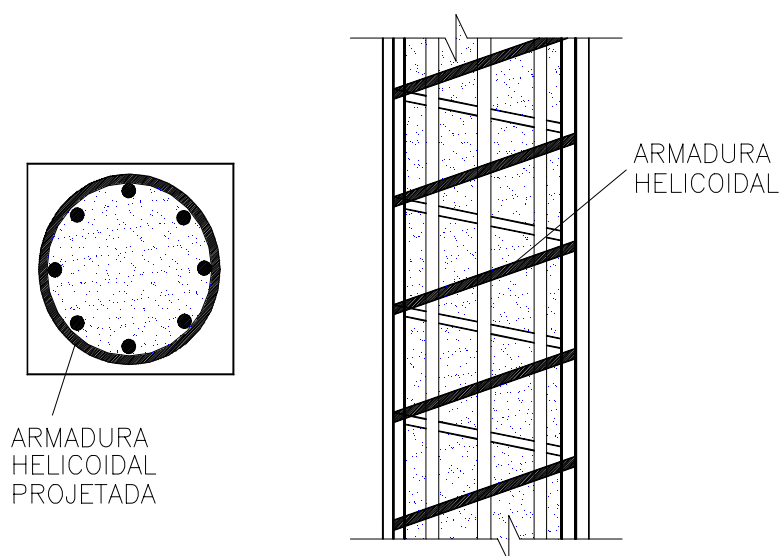


Figura 6.14: Seção transversal de pilar cintoado

Fonte: AGOSTINI (1992)

### 6.5.2 Análise considerando o confinamento efetivo

Neste caso, a análise proposta é uma extensão da teoria anterior, aplicada a seções retangulares. Assim, a teoria usada para o cálculo também é baseada no pilar cintoado, em que a resistência da seção confinada é igual a:

$$f_{cc} = f_c + \beta f_l \quad (6.14)$$

$f_{cc}$  - resistência à compressão do concreto confinado;

$f_c$  - resistência à compressão do concreto não confinado;

$\beta$  - coeficiente de transformação da pressão de confinamento em acréscimo de resistência ao pilar ( $\beta = 4,1$  em concretos de baixa resistência);

$f_l$  - pressão de confinamento.

Segundo BJERKELI *et al.* (1990), para concretos com resistência à compressão acima de 80 MPa, o coeficiente “ $\beta$ ” é aproximadamente igual a 3. Desta

forma, a variável que merece relevância para a determinação da resistência à compressão do concreto confinado “ $f_{cc}$ ” é a pressão de confinamento “ $f_l$ ” para seções retangulares. Segundo *CUSSON & PAULTRE (1993)*, a pressão de confinamento para seções retangulares pode ser calculada pela seguinte expressão:

$$f_l = \frac{f_{hcc}}{s} \left( \frac{A_{shx} + A_{shy}}{c_x + c_y} \right) \quad (6.15)$$

$f_{hcc}$  - tensão na armadura transversal na máxima deformação do concreto confinado;

$s$  - espaçamento entre estribos;

$A_{shx}$  - área total da armadura transversal na direção “x” no plano de estribos;

$A_{shy}$  - área total da armadura transversal na direção “y” no plano de estribos;

$c_x$  - distância entre os eixos dos estribos na direção “x”;

$c_y$  - distância entre os eixos dos estribos na direção “y”.

Como a pressão de confinamento não é distribuída uniformemente ao longo de todo o espaçamento entre os estribos, é necessário fazer uma correção na pressão de confinamento, dada pela expressão :

$$f_{le} = k_e f_l \quad (6.16)$$

$$k_e = \left( 1 - \frac{\sum \omega_i^2}{6c_x c_y} \right) \left( 1 - \frac{s'}{2c_x} \right) \frac{\left( 1 - \frac{s'}{2c_y} \right)}{\left( 1 - \frac{A_s}{A_{co}} \right)} \quad (6.17)$$

De posse da pressão efetiva de confinamento, a tensão atuante na armadura pode ser calculada por equilíbrio de forças na seção, usando o mesmo procedimento para o cálculo de pilares cintados, conforme pode ser visto na figura 6.15.

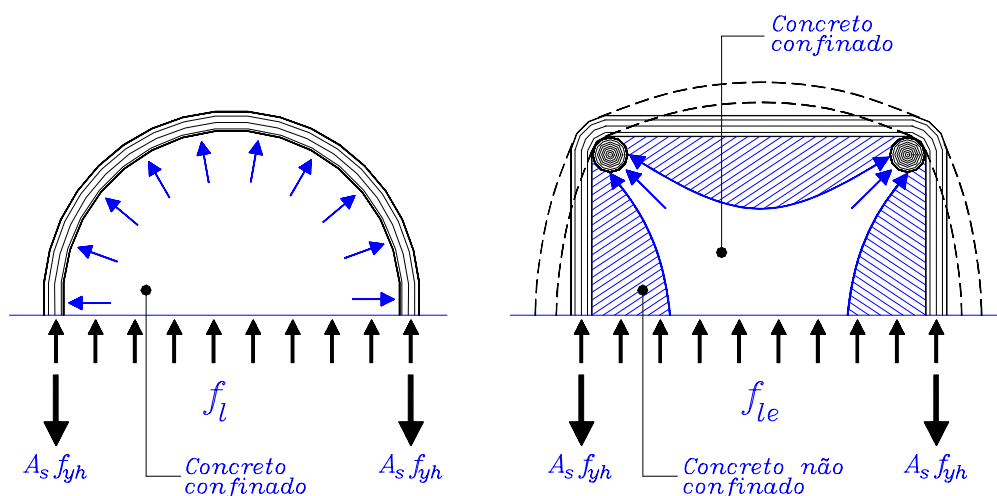


Figura 6.15: Distribuição das tensões de confinamento

Fonte: *CUSSON & PAULTRE (1993)*

*CUSSON & PAULTRE (1993)* sugerem ainda um estimador para a eficiência do confinamento da seção do pilar, denominado *índice efetivo de confinamento* “ $I_{ec}$ ” (expressão 6.18). Este índice considera o efeito de arco que separa as regiões confinadas das regiões não confinadas do núcleo de concreto (figura 6.15).

$$I_{ec} = \frac{f_{le}}{0,85f_c'} \quad (6.18)$$

Talvez a análise mais importante no estudo do confinamento seja a determinação do índice efetivo de confinamento “ $I_{ec}$ ”, pois de acordo com esse índice três importantes classes de pilares podem ser definidas de acordo com a tabela 6.1.

Tabela 6.1: Classificação dos pilares segundo a eficiência do confinamento

Fonte: *CUSSON & PAULTRE (1993)*

CLASSIFICAÇÃO	EFICIÊNCIA
CLASSE 1 (baixo confinamento)	$0\% < f_{le}/(0,85f_{ck}) \leq 5\%$
CLASSE 2 (médio confinamento)	$5\% < f_{le}/(0,85f_{ck}) \leq 20\%$
CLASSE 3 (alto confinamento)	$f_{le}/(0,85f_{ck}) > 20\%$



Segundo *CUSSON & PAULTRE (1993)*, de posse da classificação dada na tabela 6.1, com o auxílio da figura 6.16, pode-se chegar às seguintes conclusões:

- a- Pilares pertencentes à CLASSE 1: apresentam pequena ductilidade e nenhum ganho de resistência por efeito do confinamento, podendo ser empregado apenas onde efeitos sísmicos não sejam considerados no projeto;
- b- Pilares pertencentes à CLASSE 2: apresentam acréscimos moderados de resistência e comportamento dúctil após a tensão de pico, sendo a classe indicada para regiões sujeitas a efeitos sísmicos brandos;
- c- Pilares pertencentes à CLASSE 3: apresentam elevados acréscimos de resistência e grande ductilidade, sendo a classe mais indicada para regiões sujeitas a efeitos sísmicos elevados.

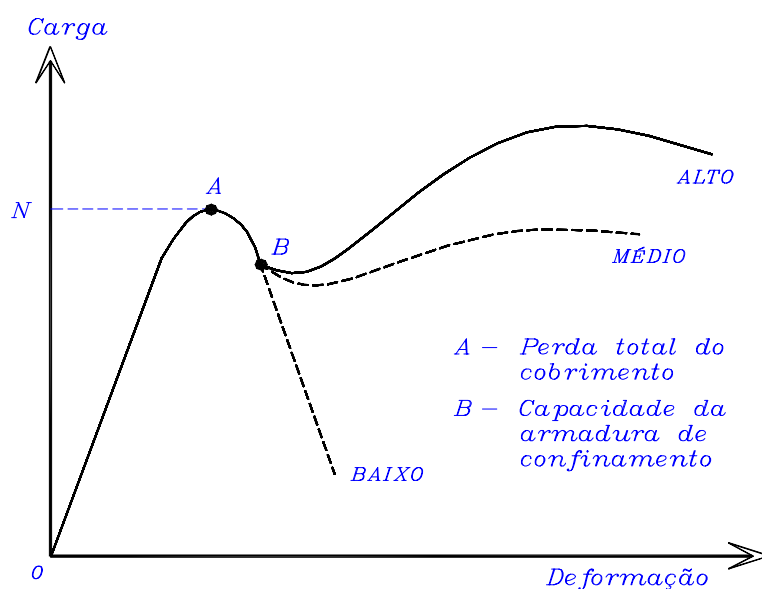


Figura 6.16: Diagrama carga-deformação para pilares de CAD

No cálculo da força atuante nos estribos, analisando a configuração deformada do estribo retangular apresentado na figura 6.15, conclui-se que existe um

acréscimo de tensões na armadura transversal em função do momento fletor atuante. Assim, uma simples análise de equilíbrio de forças normais pode conduzir a valores de tensões pouco precisos.

Desta forma, a análise da seção de estribos, considerando que a pressão efetiva de confinamento está aplicada em um quadro hiperestático fechado, onde a armadura longitudinal do pilar funciona como apoio elástico, pode conduzir a valores de tensões mais confiáveis. Desta forma, a análise não considera apenas as tensões provenientes do esforço normal, mas também as provenientes do momento fletor (mesmo que sejam valores pequenos).

A figura 6.17 ilustra algumas configurações de estribos e a forma possível de análise para cada caso.

Com base no modelo da figura 6.17, *CLAESON et al. (1996)* utilizaram elementos finitos para análise numérica dos pilares ensaiados. O modelo tridimensional adotado, baseado na mecânica de fratura, foi idealizado com elementos sólidos de 20 nós (figura 6.18), e mostrou boa concordância com os resultados experimentais.

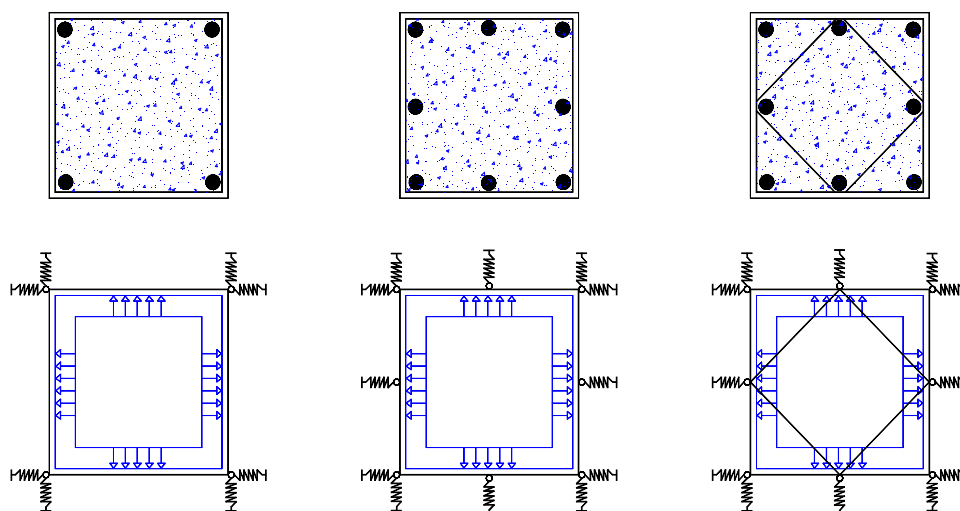


Figura 6.17: Forma alternativa de análise dos estribos

Nessa análise numérica foram utilizadas duas curvas tensão-deformação: a do *EUROCÓDIGO 2 (1992)* e a do *BBK 94 (Código Sueco)*. Os resultados para uma série de ensaios à flexo-compressão levam a concluir que a forma do diagrama é

essencial para obter resultados que refletem o comportamento de pilares de forma correta.

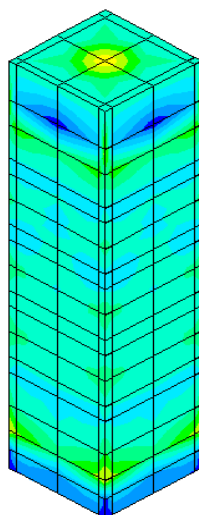


Figura 6.18: Pilar de CAD discretizado em elementos finitos

Fonte: <http://univ7.vsect.chalmers.se/~coscc/pelare.html>

*CLAESON et al. (1996)* observaram que a diferença de resistência do concreto dos pilares ensaiados (50MPa e 120MPa) não influenciou no deslocamento à meia altura sob força máxima. Apesar disso, um menor espaçamento entre estribos, mesmo não provendo acréscimos à capacidade de carga, dá aos pilares um comportamento mais dúctil, permitindo deformação lateral maior antes do colapso total.

Foi observado, também, que o efeito de confinamento dos estribos foi maior na área em torno dos estribos, e menor entre dois estribos adjacentes, o que confirma a forma da seção do núcleo efetivamente confinado, discutida anteriormente.

## 6.6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Conforme discutido em *CD-ROM (1999)*<sup>1</sup>, a ductilidade em pilares é sempre necessária, mas adquire importância fundamental em regiões sujeitas a ações

---

<sup>1</sup> Concreto de Alto Desempenho - CD-ROM versão 1.0 (1999) - Associação Brasileira de Cimento Portland (ABCP).

sísmicas, onde as estruturas devem apresentar grande capacidade de redistribuição de esforços e, por conseqüência, os elementos estruturais devem ser suficientemente deformáveis.

Os pilares classificados na tabela 6.1 como CLASSE 2 (médio confinamento) podem ser tomados como parâmetro de indicação de bom nível de ductilidade, para aplicação em regiões não sujeitas a ações sísmicas. Tal afirmação não significa que pilares classificados como CLASSE 1 (baixo confinamento) não possam ser utilizados.

Conforme já comentado, os acréscimos de ductilidade provenientes do confinamento começam a adquirir importância após a perda do cobrimento. Como o pilar deve ser dimensionado para que não haja a ocorrência de tal fenômeno, tanto os pilares da CLASSE 1 quanto os da CLASSE 2 podem ser utilizados. É oportuno salientar que a utilização de pilares da CLASSE 2 ou com " $I_{ec}$ " próximo de 5% denota uma maior segurança quanto ao colapso da estrutura, devido à maior capacidade de redistribuição de esforços que esses pilares apresentam.

---

## 7.1 GENERALIDADES

De modo geral, a disposição das armaduras nos elementos estruturais não influencia somente o comportamento da estrutura, mas também a facilidade e a viabilidade de sua execução na obra. Desta forma, como os pilares de CAD, quando comparados com pilares confeccionados em concretos de baixa resistência, necessitam de maiores quantidades de armaduras longitudinais e transversais, é de fundamental importância dispor da melhor maneira possível as barras que compõem o arranjo de armaduras.

Pesquisas realizadas por *AGOSTINI (1992)*, em pilares de CAD, mostraram que as taxas mínimas usuais de armaduras longitudinais e transversais, preconizadas pelo código brasileiro em vigor, são insuficientes, pois com a ruptura do concreto foi observado que as armaduras longitudinais flambavam e os estribos se abriam. Ainda segundo *AGOSTINI (1992)*, tal comportamento mostrou a necessidade de uma reavaliação das taxas mínimas de armaduras para os pilares de CAD.

Embora os pilares de CAD necessitem de taxas mais elevadas de armadura para a garantia da ductilidade, o material “concreto de alto desempenho”, devido a características físicas e mecânicas favoráveis (discutidas oportunamente), pode propiciar reduções no comprimento de ancoragem e na espessura do cobrimento.

As diferenças existentes, entre pilares de CAD e pilares confeccionados com concretos de baixa resistência, conduzem à necessidade de uma reavaliação das disposições construtivas, previstas na *NB-1(1978)*, baseando-se em resultados experimentais e em alguns códigos que permitem a utilização do CAD.

As disposições construtivas apresentadas neste capítulo são: dimensões mínimas dos pilares, taxa mínima de armadura transversal, taxa mínima de armadura longitudinal, cobrimento mínimo e comprimento de ancoragem. Convém lembrar que o objetivo deste capítulo não é apresentar técnicas de armar pilares de concreto, e sim apontar quais as diferenças que devem ser consideradas devido a utilização do CAD.

## **7.2 DIMENSÕES MÍNIMAS DOS PILARES**

A prescrição de valores limites para as dimensões de peças estruturais de concreto armado tem como objetivo, segundo a *Revisão da NB-1(1999)*, evitar um desempenho inaceitável para os elementos estruturais e propiciar condições adequadas de execução.

A *Revisão da NB-1(1999)* preconiza que a seção transversal do pilar não deve apresentar dimensão menor que 19 cm. Em casos especiais, permite-se a utilização de dimensões entre 19 cm e 12 cm, desde que se multipliquem as ações a serem consideradas no dimensionamento por um *coeficiente adicional* “ $\gamma_n$ ”, variando linearmente de 1,00 a 1,35 respectivamente.

Segundo o código norueguês (*NS 3473 E-1992*), a seção transversal do pilar não deve ter área menor que  $40.000 \text{ mm}^2$ , sendo que sua menor dimensão não deve ser inferior a 150 mm.

O código canadense (*CSA A23.3-94*) define as dimensões mínimas do pilar levando em consideração sua exposição ao fogo. A tabela 7.1 apresenta as dimensões mínimas do pilar (em “mm”), em função do tempo (em horas) de ocorrência do incêndio. Para a utilização da tabela 7.1 é necessária a determinação da relação “ $N/P_c$ ”, que é a razão entre a carga axial resistente do pilar (determinada com o auxílio do coeficiente “ $k_3$ ”, já definido) e a carga axial atuante.

Tabela 7.1: Dimensões mínimas do pilar segundo o código canadense

Fonte: CSA A23.3-94

N/P <sub>c</sub>	Tempo de duração do incêndio		
	1 hora	2 horas	3 horas
1,00	160	240	320
1,25	144	216	288
1,50	133	199	266

A tabela 7.1 é válida para pilares com comprimentos de flambagem inferiores a 3,7 m, com taxa de armadura longitudinal qualquer, ou para qualquer outro comprimento de flambagem, com taxa de armadura longitudinal superior a 3%. Para outros casos, o CSA A23.3-94 define outros valores para a dimensão mínima dos pilares.

Segundo *MacGREGOR (1992)*, embora o código americano não especifique dimensões mínimas para pilares, não devem ser adotadas dimensões inferiores a 20 cm.

No caso de pilares de CAD, é prudente a consideração da dimensão mínima igual a 20 cm, pois deve ser lembrado que o pilar perde o cobrimento próximo de ser atingida sua capacidade máxima, e a partir daí a seção resistente começa a sofrer reduções.

### 7.3 TAXA MÍNIMA DE ARMADURA TRANSVERSAL

A determinação de uma taxa mínima de armadura transversal “ $\rho_{h,min}$ ” para pilares de CAD tem sido ainda motivo de muitas pesquisas. A indicação de um valor para essa taxa passa a ser uma tarefa difícil, pois cada pesquisador, com base em resultados experimentais, recomenda um valor diferente.

Define-se “ $\rho_{h,min}$ ” como a taxa mínima necessária para a garantia da ductilidade do pilar, dada pela razão entre o volume de estribos e o volume de concreto do pilar ou pela razão entre o volume de um estribo e o volume de concreto compreendido entre dois estribos adjacentes, considerando-se o cobrimento.

*AGOSTINI (1992)*, pioneiro desse estudo no Brasil, e *PAIVA (1994)* recomendam a adoção de taxa mínima de armadura transversal em torno de 2,2%, para pilares submetidos à compressão centrada. Segundo *LIMA (1997)*, que realizou ensaios com pilares de resistência média de 80 MPa submetidos à compressão centrada e excêntrica, esse valor pode ser tomado em torno de 1,6%.

*CLAESON (1998)*, com base em resultados de pilares submetidos à compressão centrada, recomenda que se adotem taxas mínimas de armaduras transversais variando com o aumento da resistência do concreto, podendo ser tomado os seguintes valores: 1,5%, 2,0% e 2,5% para concretos com resistências de 60 MPa, 80 MPa e 120 MPa respectivamente.

*QUEIROGA (1999)*, em ensaios realizados com pilares de resistência média de 60 MPa submetidos à compressão centrada, garantiu ruptura dúctil com taxa de armadura transversal igual a 0,51%.

*KÖNIG & SIMSCH (1996)* recomendam para pilares submetidos à compressão centrada ou com pequena excentricidade que a taxa de armadura transversal seja superior a 1,0%, e para pilares submetidos à compressão excêntrica (com a carga atuando fora do núcleo central de inércia da seção), esse valor caia para 0,5%.

O texto apresentado no *CD-ROM (1999)*<sup>1</sup> indica como adequada a utilização de uma taxa de armadura transversal igual a 1,5%, valor próximo ao indicado por *LIMA (1997)*.

A armadura transversal não tem apenas a função de garantir a ductilidade do pilar, mas também de garantir o posicionamento e impedir a flambagem das barras longitudinais, além de resistir a eventuais esforços de tração. Desta forma, uma vez escolhida a taxa de armadura transversal, outros dois problemas surgem: a determinação do diâmetro adequado e o espaçamento máximo entre estribos adjacentes. Para auxiliar na determinação dessas variáveis, os códigos vigentes preconizam diâmetros mínimos a serem utilizados e também espaçamentos máximos a serem seguidos.



O código norueguês (*NS 3473 E-1992*) preconiza, para concretos com resistências superiores a 54 MPa, estribos de alta aderência com diâmetro mínimo de 10 mm e espaçamento máximo igual a 10 vezes o diâmetro das barras longitudinais.

Segundo o código canadense (*CSA A23.3-94*), o diâmetro mínimo não deve ser inferior a 30% do diâmetro das barras longitudinais, para barras de até 30 mm de diâmetro. Nos outros casos, incluindo feixes de armaduras, o diâmetro mínimo passa a ser 10 mm. Quanto ao espaçamento máximo, o código canadense preconiza, para concretos de até 50 MPa de resistência, o menor dos seguintes valores:

- a- 16 vezes o menor diâmetro longitudinal utilizado no pilar;
- b- 48 vezes o diâmetro do estribo;
- c- a menor dimensão do pilar;
- d- 300 mm em pilares contendo feixe de armaduras.

Para concretos com resistências superiores a 50 MPa, os valores especificados devem ser multiplicados por 0,75.

O *ACI 318-95* preconiza o diâmetro mínimo de 9,5 mm, para pilares com armadura longitudinal de diâmetro até 32 mm, e 12,7 mm, para os outros casos. O espaçamento máximo preconizado pelo código americano é o mesmo do código canadense, com exceção do item “d”, lembrando que não é feita nenhuma ressalva quanto à resistência do concreto.

Segundo a *Revisão da NB-1(1999)* e também o *CEB/FIP MC90*, o diâmetro mínimo a ser utilizado não deve ser inferior a 5 mm nem a 1/4 do diâmetro da barra longitudinal isolada ou do diâmetro equivalente no feixe que constitui a armadura longitudinal. O espaçamento entre os estribos não deve exceder os seguintes valores: 200 mm (300 mm no caso do *CEB/FIP MC90*), a menor dimensão do pilar ou 12 vezes o diâmetro da barra longitudinal (para o aço CA-50).

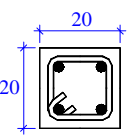
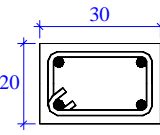
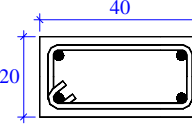
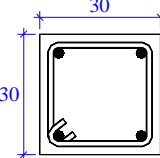
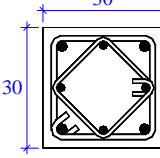
---

<sup>1</sup> Concreto de Alto Desempenho – CD-ROM versão 1.0 (1999) – Associação Brasileira de

Segundo o *NZS 3101:1995*<sup>2</sup> apud *CLAESON (1998)*, para evitar a instabilidade das barras longitudinais, o espaçamento entre estribos não deve ser maior que seis vezes o diâmetro da barra longitudinal.

Para uma melhor visualização dos diâmetros mínimos e dos espaçamentos máximos a serem adotados, a tabela 7.2 ilustra algumas seções de dimensões usuais, com cobertura de 2 cm, onde a configuração mais simples de estribos é analisada para quatro valores de espaçamento “s”.

Tabela 7.2: Taxas de armaduras transversais para seções usuais

SEÇÃO	s (cm)	TAXA DE ARMADURA $\rho_h$ (%)			
		$\phi=5\text{mm}$	$\phi=6,3\text{mm}$	$\phi=8\text{mm}$	$\phi=10\text{mm}$
A 	20	0,16	0,25	0,40	0,63
	15	0,21	0,33	0,54	0,84
	10	0,31	0,50	0,80	1,26
	5	0,63	1,00	1,61	2,51
B 	20	0,14	0,22	0,35	0,55
	15	0,18	0,29	0,47	0,73
	10	0,27	0,44	0,70	1,10
	5	0,55	0,87	1,41	2,20
C 	20	0,13	0,20	0,33	0,51
	15	0,17	0,27	0,44	0,68
	10	0,26	0,41	0,65	1,02
	5	0,51	0,81	1,31	2,04
D 	20	0,11	0,18	0,29	0,45
	15	0,15	0,24	0,39	0,60
	10	0,23	0,36	0,58	0,91
	5	0,45	0,72	1,16	1,81
E 	20	0,19	0,31	0,50	0,77
	15	0,26	0,41	0,66	1,03
	10	0,39	0,61	0,99	1,55
	5	0,77	1,23	1,98	3,10

Cimento Portland (ABCP).

<sup>2</sup> STANDARDS NEW ZEALAND (1995). *NZS 3101:1995 – Design of concrete structures*. Wellington, New Zealand.

Com base na tabela 7.2, percebe-se que para alcançar taxas de armaduras transversais superiores a 1%, com as configurações mais usuais de estribos, é necessário utilizar diâmetros superiores a 8 mm, com espaçamentos menores que 10 cm. Desta forma, a solução para elevar a taxa de armadura seria aumentar o comprimento dos estribos, escolhendo outras configurações como a “E” (tabela 7.2), por exemplo.

*QUEIROGA (1999)* recomenda a utilização das configurações apresentadas na figura 7.1, lembrando que a adoção de espaçamentos superiores a 15 cm deveriam ser evitadas.

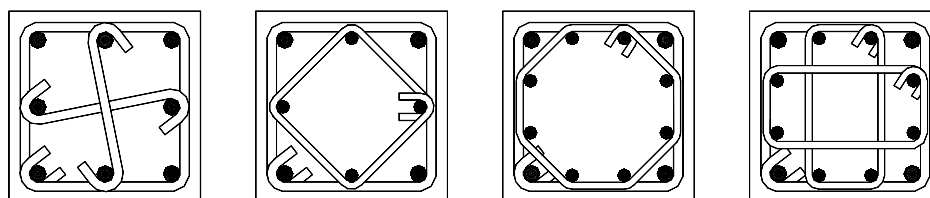


Figura 7.1: Configurações mais eficientes para os estribos

Fonte: *QUEIROGA (1999)*

De modo geral, em pilares de CAD, os estribos com diâmetros inferiores a 6,3 mm devem ser evitados, pois conduzem a taxas de armaduras muito baixas. Com relação ao espaçamento entre estribos, recomenda-se a adoção de valores em torno de 10 cm, pois espaçamentos em torno de 5 cm podem gerar dificuldades tanto de montagem quanto de concretagem da peça.

#### **7.4 TAXA MÍNIMA DE ARMADURA LONGITUDINAL**

Define-se como taxa de armadura longitudinal “ $\rho_g$ ” a razão entre a soma das áreas das seções transversais das barras longitudinais e a seção transversal do pilar.

A taxa de armadura longitudinal exerce uma grande influência na determinação da área de concreto efetivamente confinada, pois quanto maior for a quantidade de barras longitudinais dispostas no perímetro dos estribos, maior será a área de concreto efetivamente confinada, gerando assim maior ductilidade ao pilar.

A taxa de armadura longitudinal necessária para a obtenção de um comportamento dúctil, segundo *AGOSTINI (1992)* e *PAIVA (1994)*, deve ser em torno de 3,2%. *LIMA (1997)* recomenda que essa taxa deva ser mantida em torno de 3%. *QUEIROGA (1999)* garantiu ruptura dúctil com taxa de armadura longitudinal em torno de 2,5%. *KÖNIG & SIMSCH (1996)* recomendam que as taxas de armaduras longitudinais para pilares de CAD não devam ser inferiores a 1% nem superiores a 6%.

De modo geral os valores sugeridos para a taxa de armadura transversal não são tão divergentes, o que leva a acreditar que valores próximos a 3% podem ser considerados como satisfatórios.

Os códigos vigentes também preconizam valores mínimos e máximos para a taxa de armadura longitudinal, assim como os diâmetros mínimos a serem utilizados.

A *Revisão da NB-1 (1999)* preconiza que a taxa mínima de armadura longitudinal em pilares deva ser igual ao valor dado pela expressão (7.1). O valor máximo permitido é de 8% da seção real, considerando-se inclusive a superposição de armaduras existentes nas regiões de emenda. O diâmetro das barras longitudinais não deverá ser inferior a 10 mm e nem superior a 1/10 da menor dimensão transversal.

$$\rho_{g,\min} = 0,15 \frac{N_d}{f_{yd} A_c} \geq 0,40\% \quad (7.1)$$

O código norueguês (*NS 3473 E-1992*) considera como taxa mínima de armadura o valor dado pela expressão (7.2), sendo que o diâmetro da barra longitudinal a ser usada não deve ser inferior a 10 mm.

$$\rho_{g,\min} = 0,2 \frac{f_{cn}}{f_{yk}} \geq 1\% \quad (7.2)$$

Segundo o *CEB/FIP MC90*, a taxa de armadura longitudinal não deve ser inferior a 0,8% nem superior a 8% (região da emenda), sendo que o diâmetro mínimo a ser adotado deve ser de 12 mm.

O *ACI 318-95* e o *CSA A23.3-94* preconizam que a taxa de armadura longitudinal deve estar compreendida entre 1% e 8%, lembrando que o limite superior considera a superposição de armaduras nas regiões de emenda.

Para pilares de CAD, na distribuição da taxa de armadura longitudinal, deve-se optar por um maior número de barras ao invés de se aumentar apenas o diâmetro, tendo em vista a influência dessa armadura na determinação da área de concreto efetivamente confinada.

Na determinação do espaçamento entre barras longitudinais pode ser adotado o que preconiza o *ACI 318-95*, que considera as barras como adequadamente apoiadas contra movimentos laterais se estiverem localizadas nos cantos dos estribos ou até uma distância de 150 mm, conforme ilustra a figura 7.2. Desta forma, é aconselhável a colocação de estribos suplementares a distâncias de até 300 mm, deixando que apenas uma barra intermediária fique sem travamento. É oportuno lembrar que um espaçamento mínimo de  $2\phi_{\text{long}}$ , 2 cm ou  $1,2\phi_{\text{agregado}}$ , o maior deles, deve ser adotado para a garantia de uma boa concretagem.

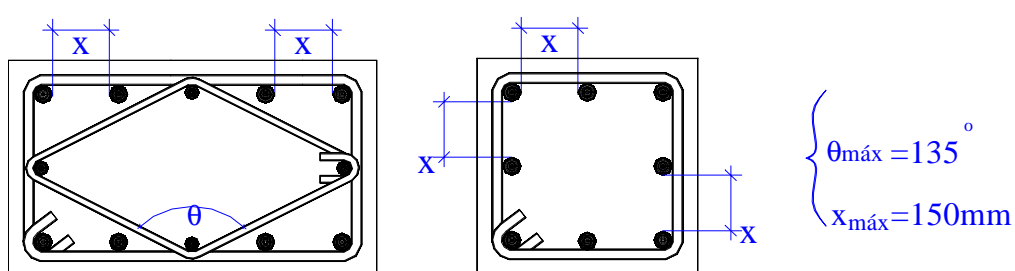


Figura 7.2: Espaçamento máximo entre barras longitudinais

Fonte: *ACI 318-95 [adaptado]*

Na literatura técnica, sobre pilares de CAD, não foi encontrada nenhuma restrição quanto ao uso de barras longitudinais com diâmetros de 10 mm. Porém, como os pilares de CAD estão sujeitos a elevadas tensões de compressão, denotando

maior preocupação com riscos de flambagem da barra, é prudente adotar diâmetros iguais ou superiores a 12,5 mm.

## 7.5 COBRIMENTO MÍNIMO

O cobrimento mínimo para uma peça de concreto armado deve ser definido em função da exposição dessa peça a meios agressivos e também em função da qualidade do concreto utilizado.

O concreto de alto desempenho, devido a sua maior compactidade e maior impermeabilidade em relação a concretos de baixa resistência, propicia a possibilidade de reduções na espessura do cobrimento. Para ilustrar tal afirmação, são apresentados na figura 7.3 dois gráficos comparativos relativos à profundidade de carbonatação com o tempo (figura 7.3a) e à profundidade de penetração de cloretos (figura 7.3b).

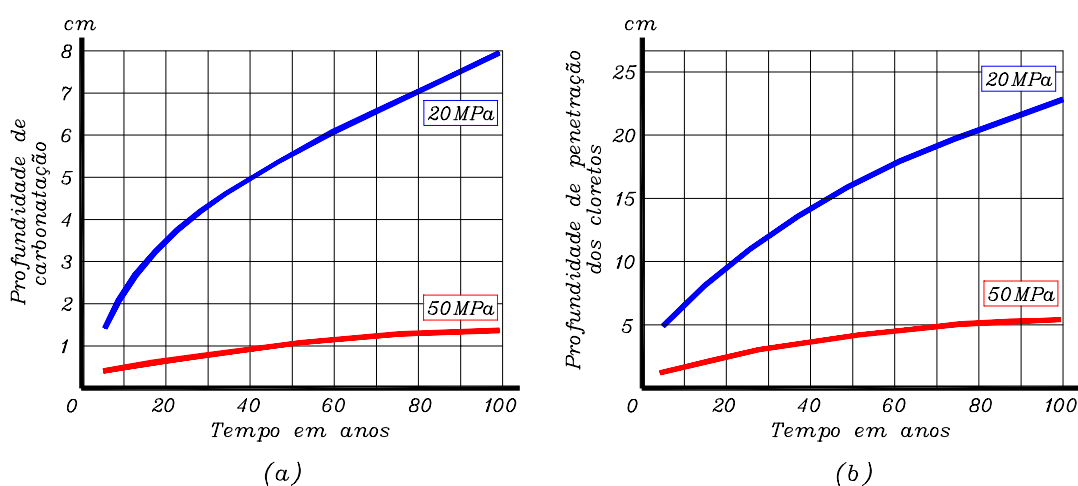


Figura 7.3: Profundidades de carbonatação e de penetração de cloretos

Fonte: *CD-ROM (1999)*<sup>1</sup>

O caso da figura 7.3a refere-se a um ambiente urbano com pouca chuva, e a figura 7.3b refere-se a zonas sujeitas a variação de marés [*CD-ROM (1999)*<sup>1</sup>].

A diferença apresentada na figura 7.3 não deve ser tomada como regra geral, pois os valores de profundidade de carbonatação e de penetração de cloretos variam

em função da região, da umidade relativa do ar, da quantidade de chuvas, da velocidade dos ventos, entre outros fatores. Desta forma, podem existir casos em que o desempenho tanto do CAD quanto do concreto de baixa resistência sejam equivalentes. Talvez esse seja o motivo que tenha levado a maioria dos códigos vigentes a não adotarem valores diferentes para o cobrimento em função da resistência do concreto.

A *Revisão da NB-1 (1999)* define o cobrimento nominal dos pilares em função da classe de agressividade na qual a peça está exposta, definida de acordo com a tabela 7.3.

Tabela 7.3: Classes de agressividade do ambiente

Fonte: *Revisão NB-1 (1999)*

Macro-clima	Micro-clima			
	Interior das edificações		Exterior das edificações	
	seco <sup>1</sup> UR≤65%	úmido ou ciclos <sup>2</sup> de molhagem e secagem	seco <sup>3</sup> UR≤65%	úmido ou ciclos <sup>4</sup> de molhagem e secagem
rural	I	I	I	II
urbana	I	II	I	II
marinha	II	III	-	III
industrial	II	III	II	III
respingos de maré	-	-	-	IV
submersa ≥3m	-	-	-	I
solo	-	-	não agressivo, I	úmido e agressivo, II, III ou IV

Notas: 1. Salas, dormitórios ou ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura.

2. Vestiários, banheiros, cozinhas, garagens, lavanderias.

3. Obras no interior do nordeste do país, partes protegidas de chuva em ambientes secos.

4. Incluindo ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em ind. de celulose e papel, armazéns de fertilizantes e ind. químicas

Os valores mínimos para o cobrimento devem ser acrescidos de uma tolerância de execução, afim de garantir o valor desejado. Quando houver um adequado controle de qualidade e rígidos limites de tolerância da variabilidade das medidas durante a execução, a *Revisão da NB-1 (1999)* preconiza que a tolerância a ser somada ao cobrimento mínimo deva ser de 5 mm. Em casos contrários, em obras correntes, o valor mínimo de tolerância deve ser de 10 mm.

A tabela 7.4 indica os valores para o cobrimento nominal em “mm” (cobrimento mínimo acrescido da tolerância) para o caso de controle rigoroso de qualidade (tolerância igual a 5 mm).

Tabela 7.4: Cobrimentos nominais em função da classe de agressividade

Fonte: *Revisão da NB-1 (1999)*

Componente ou elemento	Classes de agressividade (tabela 7.2)			
	I	II	III	IV
laje	15	20	30	40
viga / pilar	20	25	35	45

O *CEB N° 182 (1989)* apresenta valores mínimos para o cobrimento do concreto em “mm” (tabela 7.5), levando em consideração a influência da resistência do concreto à compressão, para condições brandas, moderadas e severas de exposição.

Tabela 7.5: Cobrimentos nominais em função da resistência do concreto

Fonte: *CEB N° 182 (1989)*

Condições de exposição	Classe do concreto					
	C20		C25, C30, C35		C40, C45, C50	
	caso geral	placas	caso geral	placas	caso geral	placas
brandas (I)	20	15	15	15	15	15
moderadas (II)	30	25	25	20	20	15
severas (III, IV)	40	35	35	30	30	25

De modo geral, os valores do cobrimento de pilares de CAD podem ser reduzidos, porém a adoção dos valores preconizados pela *Revisão da NB-1 (1999)* refletem diretamente no aumento da durabilidade da estrutura, o que constitui uma das vantagens da utilização do CAD.

## 7.6 CONSIDERAÇÕES SOBRE A ANCORAGEM



Todas as barras que compõem as armaduras devem ser ancoradas, tendo como finalidade a transferência, para o concreto, dos esforços a que estejam submetidas.

No caso dos pilares, a ênfase é dada à ancoragem de barras comprimidas, cuja aplicação se dá em regiões de emendas por traspasse, ao nível dos andares, e nas regiões de ancoragem das armaduras junto aos blocos de fundação.

A transferência dos esforços do aço para o concreto (ou vice-versa) é assegurada pelas *tensões de aderência*, que garantem também a igualdade de deformações específicas entre os dois materiais.

No concreto de alto desempenho, devido às baixas relações água/cimento e também devido à presença de sílica ativa, existe uma grande redução da porosidade, proporcionando uma melhor aderência aço-concreto.

Segundo *VIEIRA & DAL MOLIM (1995)*, a presença da sílica ativa afeta a morfologia e a microestrutura da zona de transição aço-pasta de cimento, reduzindo a espessura dessa zona, além da porosidade. Isso contribui para o aumento da resistência à compressão e da resistência à tração do concreto, refletindo no aumento das tensões de aderência. Desta forma, esses pesquisadores consideram viável a utilização do CAD para a melhoria do comportamento da aderência aço-concreto.

Os estudos da influência da sílica ativa e do fator água/cimento, realizados por *VIEIRA & DAL MOLIM (1995)*, revelaram que concretos com 10% de adição de sílica ativa obtiveram aumentos de 15% a 20% na tensão de aderência, quando comparados com concretos sem adição de sílica ativa. Quanto ao fator água/cimento, foi observado que a redução do fator água/aglomerante (cimento + sílica ativa) de 0,50 para 0,25 proporcionou acréscimos de aproximadamente 40% nas tensões de aderência. É importante frisar que quanto menor for o fator água/cimento utilizado, maior será a tensão de aderência.

*DUCATTI & AGOPYAN (1995)*, em estudos realizados com concretos de elevado desempenho, confirmaram que a presença da sílica ativa no concreto aumenta a resistência de aderência aço-concreto.

Segundo *ALMEIDA (1990)*, a aderência aço-concreto aumenta com a resistência do concreto à compressão até valores superiores a 84 MPa.

### 7.6.1 Cálculo da tensão de aderência

A tensão de aderência pode ser estimada a partir de expressões de cálculo propostas pelos códigos vigentes. O *CEB N° 197 (1990)* considera prudente, na falta de resultados experimentais, utilizar as mesmas propriedades de aderência, válidas para concretos de baixa resistência, para o caso do CAD.

Códigos como o *NS 3473 E-1992*, o *CSA A23.3-94* e o *CEB/FIP MC90* levam em consideração praticamente as mesmas variáveis, utilizando formulações válidas tanto para concretos de baixa resistência quanto para o CAD.

A *Revisão da NB-1 (1999)* preconiza para o cálculo da *tensão de aderência de projeto* a mesma formulação apresentada pelo *CEB/FIP MC90*, com pequenas adaptações. Os valores obtidos de acordo com essa formulação são próximos dos valores experimentais, porém a favor da segurança.

Embora as tensões de aderência não sejam uniformemente distribuídas ao longo do comprimento da barra, a *Revisão da NB-1 (1999)* e o *CEB/FIP MC90* preconizam, para o cálculo do comprimento de ancoragem, um valor último da tensão de aderência de projeto “ $f_{bd}$ ” constante e dado pela expressão:

$$f_{bd} = \eta_1 \eta_2 \eta_3 f_{ctd} \quad (7.3)$$

$$f_{ctd} = \frac{0,21 \sqrt[3]{f_{ck}^2}}{\gamma_c} \quad (7.4)$$

$f_{ctd}$ : valor de cálculo da resistência à tração do concreto;

$\gamma_c$ : coeficiente de minoração da resistência igual a 1,4, *Revisão da NB-1 (1999)*, ou 1,5, *CEB/FIP MC90*;

$\eta_1$ : fator que leva em consideração a conformação superficial das barras, podendo assumir os seguintes valores:

$$\eta_1 = \begin{cases} 1,0 & \text{para barras lisas (CA25 ou CA60 usual)} \\ 1,2 & \text{para barras dentadas (CA60 dentado)} \\ 2,25 & \text{para barras nervuradas (CA50 usual)} \end{cases}$$

$\eta_2$ : fator que considera a zona de aderência em que a barra se encontra, podendo assumir os seguintes valores:

$$\eta_2 = \begin{cases} 1,0 & \text{para situações de boa aderência} \\ 0,7 & \text{para situações de má aderência} \end{cases}$$

$\eta_3$ : leva em conta o diâmetro da barra, podendo assumir os seguintes valores:

$$\eta_3 = \begin{cases} 1,0 & \text{para } \phi \leq 32 \text{ mm} \\ \frac{132 - \phi}{100} (\phi \text{ em mm}) & \text{para } \phi > 32 \text{ mm} \end{cases}$$

### 7.6.2 Ancoragem de barras comprimidas

A eficiência da ancoragem das barras comprimidas pode, a princípio, ser considerada maior que a das barras tracionadas, tendo em vista que existe uma maior

integridade do concreto (quase ausência de fissuras) decorrente da própria situação de compressão da peça.

No caso das barras comprimidas, a eficiência da ancoragem é aumentada devido ao efeito de ponta, ou seja, a seção transversal do topo da barra contribui para o aumento da capacidade de absorção de esforços de forma semelhante a uma estaca cravada no solo. Porém, o efeito da ancoragem de ponta sofre reduções com o passar do tempo, devido à deformação lenta do concreto na extremidade da barra. Por esse motivo, a resistência desenvolvida pela ancoragem de ponta deve ser desprezada e o comprimento de ancoragem das barras comprimidas devem ser determinados da mesma forma que nas barras tracionadas.

O comprimento de ancoragem “ $l_b$ ” de uma barra é definido como o comprimento reto necessário para que haja a completa transferência de esforços entre o concreto e o aço. Segundo a *Revisão da NB-1 (1999)*, o comprimento de ancoragem deve ser calculado pela seguinte expressão:

$$l_b = \frac{\phi f_{yd}}{4 f_{bd}} \quad (7.5)$$

O comprimento de ancoragem calculado pela expressão (7.5) pode ser reduzido, pois como na maioria dos casos, devido à normalização das bitolas das armaduras, a área de armadura existente na seção “ $A_{s,exist}$ ” é maior que a área de armadura calculada “ $A_{s,calc}$ ”, ocorre uma redução nas tensões das barras e, portanto, o comprimento de ancoragem pode ser reduzido na mesma proporção, sendo dado pela seguinte expressão:

$$l_{b,nec} = l_b \frac{A_{s,calc}}{A_{s,exist}} \geq l_{b,min} \quad (7.6)$$

A *Revisão da NB-1 (1999)* define o “ $l_{b,min}$ ”, para o comprimento de traspasse de barras comprimidas, como o maior dos valores dados a seguir:

$$l_{b,\min} = \begin{cases} 0,6l_b \\ 15\phi \\ 200\text{mm} \end{cases}$$

Sempre que possível, as emendas nas barras longitudinais dos pilares devem ser executadas no terço inferior ou superior (menos usual) da altura do pilar, tendo como justificativa a precaução contra o perigo de rompimento da emenda por acréscimos de momentos decorrentes de efeitos de segunda ordem.

Outros aspectos relativos ao detalhamento construtivo das regiões das emendas não serão abordados neste texto, devendo ser consultados em bibliografias especializadas no assunto ou nos códigos vigentes.

### 7.6.3 Ancoragem de estribos

Para que não ocorra a abertura dos estribos, decorrentes de esforços de tração gerados pela pressão de confinamento, deve-se necessariamente garantir a ancoragem desses elementos por meio de ganchos ou barras longitudinais soldadas (menos usual).

Tendo em vista a facilidade de execução na obra, recomenda-se a utilização de ancoragens por meio de ganchos. Segundo a *Revisão da NB-1 (1999)*, os ganchos dos estribos podem assumir as formas representadas na figura 7.4, com as seguintes especificações:

- a- ganchos semi-circulares (figura 7.4a) ou em ângulo interno de 45° (figura 7.4b) devem apresentar ponta reta de comprimento igual a  $5\phi_t$ , porém não inferior a 5 cm;
- b- ganchos em ângulo reto (figura 7.4c) devem apresentar ponta reta de comprimento maior ou igual a  $10\phi_t$ , porém não inferior a 7 cm (não sendo permitido para barras lisas).

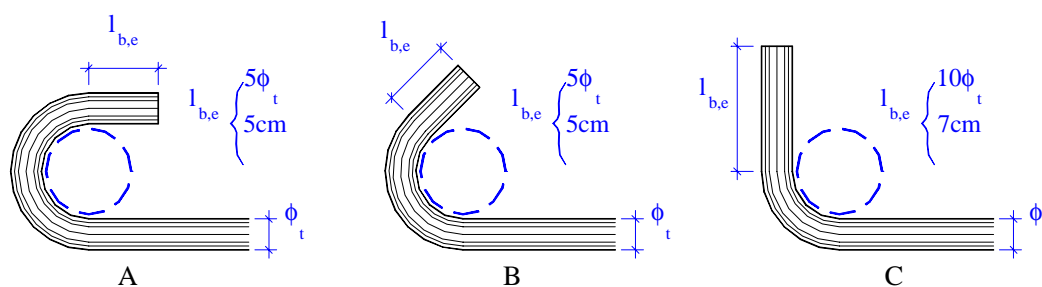


Figura 7.4: Configurações dos ganchos para ancoragem de estribos

O raio interno da curvatura dos estribos deve obedecer os valores mínimos apresentados na tabela 7.6.

Tabela 7.6: Raios mínimos de curvatura dos ganchos de estribos

Fonte: *Revisão da NB-1 (1999)*

Bitola	Tipo de aço		
	CA 25	CA 50	CA 60
$\leq 10$	$3\phi_t$	$3\phi_t$	$3\phi_t$
$< 20$	$4\phi_t$	$5\phi_t$	$6\phi_t$
$\geq 20$	$5\phi_t$	$8\phi_t$	–

## 7.7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Uma forma de avaliação do arranjo de armaduras empregado no pilar pode ser feita com base na determinação do índice de eficiência de confinamento “ $I_{ec}$ ”, definido no item 6.5.2 deste trabalho.

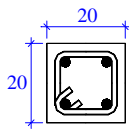
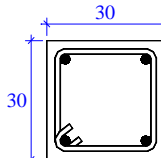
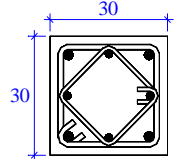
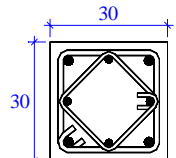
Conforme comentado anteriormente, o índice efetivo de confinamento passa a ser um indicador do nível de eficiência do confinamento gerado pelo arranjo de armaduras, classificando o pilar quanto aos prováveis ganhos de ductilidade e de resistência (ver item 6.5.2).

Para o prosseguimento dessa avaliação, é necessário que todos os dados geométricos do pilar estejam bem definidos, inclusive a posição das armaduras. É necessário também estimar o nível de deformações dos estribos, para a determinação da tensão normal atuante nesses elementos.

Na tabela 7.7 são apresentados os valores de “ $I_{ec}$ ” para concretos com resistências à compressão de 60 MPa e 80 MPa, calculados para algumas das seções apresentadas na tabela 7.2.

Na determinação dos valores de “ $I_{ec}$ ” apresentados na tabela 7.7, foi considerada a capacidade máxima dos estribos, aço (CA-50A) em escoamento. É oportuno lembrar que nessa análise não foi considerado nenhum coeficiente minorador de resistência (“ $\gamma_c$ ” e “ $\gamma_s$ ”).

Tabela 7.7: Comparação entre o “ $I_{ec}$ ” para algumas seções transversais

SEÇÃO	Armadura longitudinal.	Armadura transvers.	$I_{ec}$ (60MPa)	CLASSE (60MPa)	$I_{ec}$ (80MPa)	CLASSE (80MPa)
A 	4 $\phi$ 12,5	$\phi$ 6,3 c.10	1,13 %	I	0,85 %	I
	4 $\phi$ 16	$\phi$ 6,3 c.10	1,24 %	I	0,93 %	I
	4 $\phi$ 20	$\phi$ 6,3 c.10	1,37 %	I	1,03 %	I
B 	4 $\phi$ 12,5	$\phi$ 6,3 c.10	0,79 %	I	0,59 %	I
	4 $\phi$ 16	$\phi$ 6,3 c.10	0,84 %	I	0,63 %	I
	4 $\phi$ 20	$\phi$ 6,3 c.10	0,91 %	I	0,68 %	I
C 	8 $\phi$ 12,5	$\phi$ 6,3 c.10	2,59 %	I	1,94 %	I
	8 $\phi$ 16	$\phi$ 6,3 c.10	2,69 %	I	2,02 %	I
	8 $\phi$ 20	$\phi$ 6,3 c.10	2,81 %	I	2,11 %	I
	8 $\phi$ 20	$\phi$ 8 c.10	4,65 %	I	3,49 %	I
D 	8 $\phi$ 12,5	$\phi$ 6,3 c.5	6,48 %	II	4,86 %	I
	8 $\phi$ 16	$\phi$ 6,3 c.5	6,73 %	II	5,05 %	II
	8 $\phi$ 20	$\phi$ 6,3 c.5	7,04 %	II	5,28 %	II
	8 $\phi$ 20	$\phi$ 8 c.5	11,65 %	II	8,74 %	II

Com base na tabela 7.7, percebe-se que para atingir valores de “ $I_{ec}$ ” superiores a 5% (CLASSE 2) são necessários densos arranjos de armaduras. Os arranjos “A” e “B”, conforme esperado, não apresentaram boa eficiência quanto ao

confinamento. A mudança no arranjo de armaduras (do arranjo “B” para o arranjo “C”) triplicou o valor de “ $I_{ec}$ ”, para o mesmo espaçamento entre estribos.

A armadura transversal composta por estribos de 6,3 mm de diâmetro espaçados a cada 10 cm não foi tão eficiente quanto os espaçados a cada 5cm. Entretanto, o espaçamento livre entre estribos deve ser verificado, pois no caso da configuração “D” (estribos duplos) o espaçamento, para os estribos de 6,3 mm de diâmetro, é da ordem de 3,5 cm.

A configuração “C”, com estribos de diâmetro de 8 mm c.10, apresenta taxa de armadura transversal igual a 0,99% (ver tabela 7.2) e “ $I_{ec}$ ” iguais a 4,65% ( $f_{ck} = 60$  MPa) e 3,49% ( $f_{ck} = 80$  MPa). Na configuração “D”, as taxas de armaduras transversais são superiores a 1,23% (ver tabela 7.2) e apresentam valores para “ $I_{ec}$ ” superiores a 4,86% ( $f_{ck} = 80$  MPa). Desta forma, talvez a indicação de *KÖNIG & SIMSCH (1996)*, para a taxa de armadura transversal ( $\rho_h > 1\%$ , para pilares submetidos à compressão centrada ou com pequena excentricidade), possa ser tomada como um bom parâmetro para alcançar valores de “ $I_{ec}$ ” próximos de 5%.

De modo geral, taxas elevadas de armaduras de confinamento são necessárias para pilares submetidos à compressão centrada ou pequena excentricidade (carga posicionada dentro do núcleo central de inércia da seção). Quanto mais afastada a carga estiver do núcleo central de inércia (maior influência do momento fletor), maior será a chance de se obter um comportamento mais dúctil com taxas menores de armaduras.

Convém ressaltar que os valores de “ $I_{ec}$ ” calculados utilizando coeficientes minoradores de resistência (“ $\gamma_c = 1,4$ ” e “ $\gamma_s = 1,15$ ”) conduzem em média a resultados 20% superiores aos apresentados na tabela 7.7.



# ANÁLISE NUMÉRICA E EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

# 8

CAPÍTULO

## 8.1 GENERALIDADES

São apresentados neste capítulo os resultados de algumas análises numéricas, baseadas em resultados experimentais, e também dois exemplos de dimensionamento de pilares de CAD.

A análise numérica, apresentada no item 8.2, tem como objetivo verificar a precisão do diagrama parábola-retângulo proposto por *DINIZ apud VASCONCELOS (1998)*, usado também nos exemplos de aplicação apresentados neste capítulo. Toda a análise numérica foi realizada com base nos resultados teórico-experimentais obtidos por *LLOYD & RANGAN (1996)* em pilares submetidos à compressão excêntrica.

Nos exemplos de aplicação, apresentados no item 8.3, foram analisados pilares de CAD com  $f_{ck} = 80$  MPa, para duas situações de projeto: compressão centrada e flexo-compressão normal. O método de dimensionamento utilizado foi o “método do pilar padrão acoplado a diagramas M-N-1/r” (ver item 3.6.5).

A escolha desse método de dimensionamento é justificável pela simplicidade da análise, uma vez que a armadura é determinada levando em consideração os efeitos de segunda ordem, sem a necessidade da adoção de valores aproximados de curvatura.

## 8.2 ANÁLISE NUMÉRICA DE PILARES DE CAD

Neste item são apresentados os resultados de uma análise numérica para a determinação da carga última (carga máxima de primeira ordem) em 15 (quinze) pilares de CAD, usando o diagrama parábola-retângulo proposto por *DINIZ apud VASCONCELOS (1998)*. Os resultados obtidos nessa análise são comparados com os resultados experimentais disponíveis em *LLOYD & RANGAN (1996)*, que também realizaram análises numéricas utilizando o diagrama tensão-deformação proposto por *COLLINS et al. (1993)*.

Os pilares analisados por *LLOYD & RANGAN (1996)* apresentavam comprimentos de flambagem de 1680 mm, com seções transversais de 175 mm x 175 mm e 300 mm x 100 mm. A resistência do concreto à compressão de cada pilar ensaiado é especificada na tabela 8.1, assim como a quantidade de armaduras longitudinais e transversais utilizadas.

Tabela 8.1: Características dos pilares ensaiados

Fonte: *LLOYD & RANGAN (1996)*

Pilar	Armadura longitudinal	Armadura transversal	$f_y$ (MPa)	$f'_c$ (MPa)
P1 A	4 $\phi$ 12 mm	$\phi$ 4 mm c. 60	430	58
P1 B	4 $\phi$ 12 mm	$\phi$ 4 mm c. 60	430	58
P1 C	4 $\phi$ 12 mm	$\phi$ 4 mm c. 60	430	58
P2 A	4 $\phi$ 12 mm	$\phi$ 4 mm c. 60	430	92
P2 B	4 $\phi$ 12 mm	$\phi$ 4 mm c. 60	430	92
P2 C	4 $\phi$ 12 mm	$\phi$ 4 mm c. 60	430	92
P3 A	4 $\phi$ 12 mm	$\phi$ 4 mm c. 60	430	58
P3 B	4 $\phi$ 12 mm	$\phi$ 4 mm c. 60	430	58
P3 C	4 $\phi$ 12 mm	$\phi$ 4 mm c. 60	430	58
P4 A	6 $\phi$ 12 mm	$\phi$ 4 mm c. 60	430	58
P4 B	6 $\phi$ 12 mm	$\phi$ 4 mm c. 60	430	58
P4 C	6 $\phi$ 12 mm	$\phi$ 4 mm c. 60	430	58
P5 A	6 $\phi$ 12 mm	$\phi$ 4 mm c. 60	430	92
P5 B	6 $\phi$ 12 mm	$\phi$ 4 mm c. 60	430	92
P5 C	6 $\phi$ 12 mm	$\phi$ 4 mm c. 60	430	92

Para a determinação da carga última dos pilares ensaiados foi utilizado o software (SISTEMA FLEXOR) desenvolvido por *CADAMURO Jr. (1997)*, que necessitou de algumas adaptações para a entrada do diagrama parábola-retângulo proposto por *DINIZ apud VASCONCELOS (1998)*.

O SISTEMA FLEXOR é um conjunto de subprogramas que permitem o dimensionamento e a verificação da estabilidade de pilares de concreto armado. Nessa análise foram utilizados apenas os subprogramas VERIFIC\_EXATO e VERIFIC\_PPADRÃO, que verificam a estabilidade dos pilares pelo método do equilíbrio com o processo geral e pelo método do equilíbrio com o processo do pilar padrão, respectivamente.

Cada série de pilares ensaiada apresentava três valores diferentes de excentricidade inicial, aplicada paralelamente à menor dimensão do pilar. Nos pilares quadrados (175 mm x 175 mm), as excentricidades eram de 15 mm, 50 mm e 65 mm, e nos pilares retangulares (300 mm x 100 mm), as excentricidades eram 10 mm, 30 mm e 40 mm. O valor do cobrimento utilizado em todos os pilares ensaiados foi de 15 mm.

A tabela 8.2 apresenta os valores das cargas últimas calculadas para as séries “P1” e “P2” (pilares quadrados), pelo método geral “ $P_{\text{geral}}$ ” e pelo método do pilar padrão “ $P_{\text{ppadrão}}$ ”, com base no diagrama parábola-retângulo proposto por *DINIZ apud VASCONCELOS (1998)*. A carga última “ $P_{\text{collins}}$ ” foi determinada por *LLOYD & RANGAN (1996)* com base no diagrama tensão-deformação proposto por *COLLINS et al. (1993)*.

Tabela 8.2: Carga última em pilares com seção quadrada

Fonte: *LLOYD & RANGAN (1996)[adaptada]*

Pilar	Seção		Excentric. "e" (mm)	$P_{\text{exp}}$ (kN)	$P_{\text{collins}}$ (kN)	$P_{\text{geral}}$ (kN)	$P_{\text{ppadrão}}$ (kN)	$P_{\text{geral}}/P_{\text{exp}}$
	B (mm)	H (mm)						
P1 A	175	175	15	1140	1102	1261	1272	1,11
P1 B	175	175	50	723	601	702	715	0,97
P1 C	175	175	65	511	478	551	568	1,08
P2 A	175	175	15	1745	1499	1858	1876	1,06
P2 B	175	175	50	908	787	963	982	1,06
P2 C	175	175	65	663	604	719	736	1,08

De acordo com os valores apresentados na tabela 8.2, obtidos sem a consideração de coeficientes de segurança, percebe-se que a carga última calculada pelo processo geral e pelo processo do pilar padrão apresentaram valores bem próximos, sendo a maior diferença em torno de 3%. Desta forma, para este caso de carregamento (sem carregamentos transversais), o processo do pilar padrão conduz a resultados bem satisfatórios.

Os valores obtidos pelo processo geral foram em média 6% maiores que os obtidos experimentalmente. Já os valores obtidos de acordo com a proposta de *COLLINS et al. (1993)* apresentaram-se a favor da segurança em todos os casos.

Nas séries “P3”, “P4” e “P5” (pilares retangulares) a carga última foi determinada pelo processo do pilar padrão (tabela 8.3), onde se percebe que os valores obtidos oscilaram em torno de 10% a mais ou a menos, em relação aos resultados experimentais, com exceção dos pilares “P5 A” e “P5 B”, que apresentaram diferenças de 29% e 32% respectivamente.

Tabela 8.3: Carga última em pilares com seção retangular

Fonte: *LLOYD & RANGAN (1996)[adaptada]*

Pilar	Seção		Excentric. "e" (mm)	P <sub>exp</sub> (kN)	P <sub>collins</sub> (kN)	P <sub>ppadrão</sub> (kN)	P <sub>ppadrão</sub> /P <sub>exp</sub>
	B (mm)	H (mm)					
P3 A	300	100	10	915	848	974	1.06
P3 B	300	100	30	425	348	401	0.94
P3 C	300	100	40	262	257	295	1.13
P4 A	300	100	10	1192	887	1017	0.85
P4 B	300	100	30	436	392	456	1.05
P4 C	300	100	40	342	304	355	1.04
P5 A	300	100	10	1189	1175	1537	1.29
P5 B	300	100	30	471	483	624	1.32
P5 C	300	100	40	422	362	456	1.08

Os valores obtidos com base na proposta de *DINIZ apud VASCONCELOS (1998)* conduziram a valores próximos aos obtidos experimentalmente, porém superiores. Talvez, este diagrama tenha conduzido a valores da carga última superiores aos resultados experimentais por não levar em consideração o fenômeno da perda do cobrimento (“k<sub>3</sub>” constante e igual a 0,85).

Para verificar tal afirmação, a tabela 8.4 apresenta os valores de “ $P'_{\text{padrão}}$ ” calculados utilizando o diagrama parábola-retângulo proposto por *DINIZ apud VASCONCELOS (1998)*, com correções no valor de “ $k_3$ ” variando de acordo com a resistência ( $k_3 \neq 0,85$ ), segundo a expressão (2.28) proposta por *COLLINS et al. (1993)*.

Tabela 8.4: Carga última com o diagrama tensão-deformação alterado

Pilar	$P_{\text{exp}}$ (kN)	$P_{\text{collins}}$ (kN)	$P_{\text{geral}}$ (kN)	$P_{\text{ppadrão}}$ (kN)	$P'_{\text{ppadrão}}$ (kN)	$P_{\text{geral}}/P_{\text{exp}}$	$P'_{\text{ppadrão}}/P_{\text{exp}}$
P1 A	1140	1102	1261	1272	1170	1,11	1,03
P1 B	723	601	702	715	664	0,97	0,92
P1 C	511	478	551	568	531	1,08	1,04
P2 A	1745	1499	1858	1876	1589	1,06	0,91
P2 B	908	787	963	982	845	1,06	0,93
P2 C	663	604	719	736	643	1,08	0,97

Analisando a tabela 8.4, percebe-se que os valores obtidos são mais próximos dos resultados experimentais, apresentando-se a favor da segurança na maior parte dos pilares analisados. Desta forma, assim como foi comentado no item 2.5, o diagrama parábola-retângulo proposto necessita de correções para levar em consideração o fenômeno da perda do cobrimento, sendo viável a realização de estudos para a obtenção da lei de variação do coeficiente “ $k_3$ ” para esse diagrama.

Embora os resultados apresentados nas tabelas 8.2 e 8.3 sejam um pouco superiores aos valores obtidos experimentalmente, o diagrama parábola-retângulo proposto pode ser utilizado. É oportuno lembrar que o uso de coeficientes de segurança conduzem a resultados satisfatórios, uma vez que os valores obtidos nessa análise foram próximos dos valores experimentais.

### 8.3 EXEMPLOS DE DIMENSIONAMENTO

Neste item são apresentados exemplos de dimensionamento de um pilar intermediário e de um pilar de extremidade, utilizando o diagrama parábola-retângulo proposto por *DINIZ apud VASCONCELOS (1998)*, onde são abordados alguns dos

tópicos apresentados ao longo deste trabalho. Procurou-se, sempre que possível, analisar os pilares de acordo com os procedimentos preconizados pela *Revisão da NB-1 (1999)*.

Com o intuito de facilitar a análise dos pilares, parte-se da hipótese de que os esforços atuantes e a seção mais crítica do pilar já foram determinados, uma vez que essa análise inicial independe da resistência do concreto. Desta forma, em cada exemplo é analisada apenas a seção considerada mais crítica, com seus respectivos esforços iniciais.

É importante frisar que o objetivo deste item é apenas apresentar a forma de dimensionamento de pilares de CAD utilizando a teoria apresentada. Comparações entre códigos vigentes não são realizadas neste item, tendo em vista a não disponibilidade de diagramas de interações para a resistência analisada. Caso o objetivo fosse a realização de tais comparações, diagramas de interações teriam que ser confeccionados para cada código estudado.

### 8.3.1 Exemplo - 01: Pilares intermediários

Será dimensionada a seção crítica do pilar P1, com suas características apresentadas na figura 8.1.

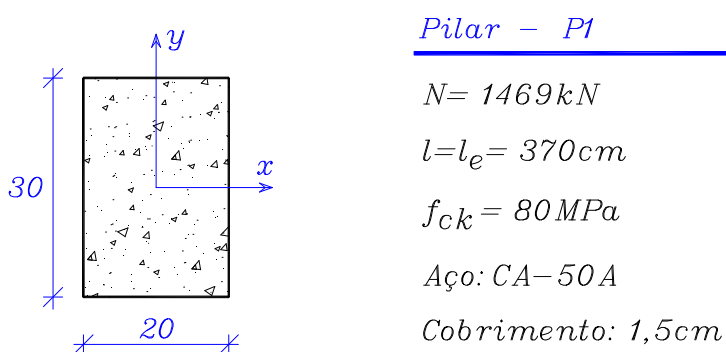


Figura 8.1: Características da seção crítica do pilar P1

Para o dimensionamento de uma seção de pilar de CAD, deve-se seguir os seguintes passos:

a- cálculo do índice de esbeltez “ $\lambda$ ” do pilar:

$$I_x = \sqrt{12} \frac{l_e}{h_x} \quad \therefore I_x = \sqrt{12} \frac{370}{20} \quad \therefore I_x = 64$$

$$I_y = \sqrt{12} \frac{l_e}{h_y} \quad \therefore I_y = \sqrt{12} \frac{370}{30} \quad \therefore I_y = 43$$

b- situações de projeto e situações de cálculo - esforços iniciais:

Para o pilar da figura 8.1, tem-se as seguintes situações de projeto e de cálculo:

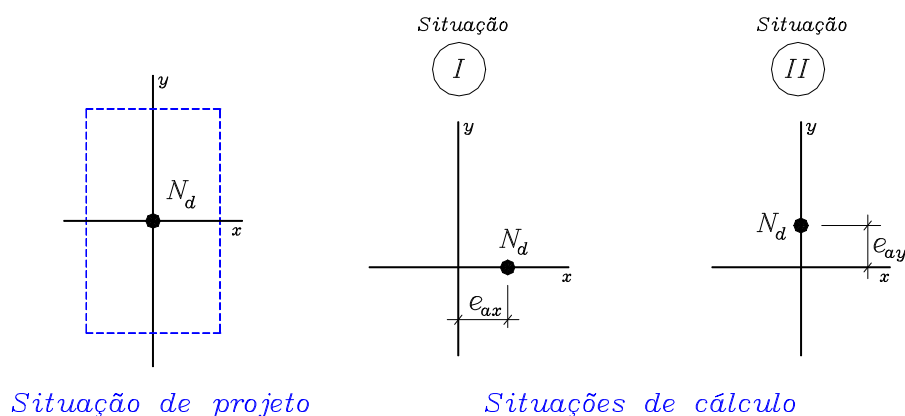


Figura 8.2: Situações de projeto e de cálculo para o pilar P1

Com base na figura 8.2, a situação de cálculo mais crítica é a situação em que a excentricidade acidental é aplicada paralelamente à menor dimensão do pilar (direção “x”). Desta forma, o dimensionamento deve ser feito para a situação de cálculo “I” e a situação de cálculo “II” deverá ser verificada.

É importante frisar que a excentricidade de segunda ordem só deve ser levada em consideração na situação de cálculo quando for usado o método do pilar padrão com curvatura aproximada.

c- cálculo da excentricidade acidental:

Segundo a *Revisão da NB-1 (1999)*, a excentricidade acidental deve ser calculada pela seguinte expressão:

$$e_a = q_1 \left( \frac{l}{2} \right), \text{ sendo que } q_1 = \frac{1}{100\sqrt{l}} \geq q_{1\min}$$

$$q_1 = \frac{1}{100\sqrt{3,7}} \quad \therefore q_1 = \frac{1}{192,35} > \frac{1}{300} \text{ ok!}$$

$$e_a = \frac{1}{192,35} \left( \frac{370}{2} \right) \therefore e_a \cong 0,96 \text{ cm}$$

d- cálculo do momento de primeira ordem:

$$M_{1d} = 1,4N(e_a) \quad \therefore M_{1d} = 1974 \text{ kN.cm}$$

e- cálculo do momento mínimo de primeira ordem:

A *Revisão da NB-1 (1999)* preconiza que o momento mínimo a ser considerado no dimensionamento deve ser calculado pela seguinte expressão:

$$M_{1d,\min} = 1,4N(1,5 + 0,03h)$$

$$M_{1d,\min} = 1,4 \cdot 1469 \cdot (1,5 + 0,03 \cdot 20) \quad \therefore M_{1d,\min} = 4319 \text{ kN.cm}$$

Logo os esforços iniciais a serem considerados no dimensionamento da seção do pilar são:



$$N_d = 2057kN \quad \text{e} \quad M_{1d} = 4319kN.cm$$

f- cálculo da tensão crítica de flambagem do cobrimento:

$$s_{cr} = \frac{E_c p^2 t^2}{48b^2(1-n_c^2)}, \text{ sendo que } E_c = 3320\sqrt{f_{ck}} + 6900 \text{ e } n_c = 0,18$$

$$E_c = 3320\sqrt{80} + 6900 \quad \therefore E_c = 36595MPa \text{ ou } E_c = 3659,5kN/cm^2$$

$$s_{cr} = \frac{3659,5 p^2 \cdot 1,5^2}{48 \cdot 20^2 (1 - 0,18^2)} \quad \therefore s_{cr} = 4,38kN/cm^2$$

Logo a carga máxima que pode ser aplicada no pilar é determinada multiplicando a tensão crítica de flambagem pela área da seção.

$$N_{cr} = 4,38 \cdot (20 \cdot 30) \quad \therefore N_{cr} = 2628kN > 2057kN \text{ ok!}$$

g- cálculo da armadura:

O cálculo da armadura será realizado com o auxílio do diagrama M-N-1/r, conforme descrito no item 3.6.5, onde a armadura é determinada também para suportar o momento de segunda ordem.

Para a determinação da armadura, deve-se primeiramente determinar o momento adimensional de primeira ordem “ $\mu$ ”, o esforço adimensional de normal “ $\nu$ ” e a relação “ $d'/h$ ”.

$$m = \frac{M_d}{bh^2 f_{cd}} \quad m = \frac{4319}{30 \cdot 20^2 \cdot \frac{8}{1,4}} \quad \therefore m = 0,063$$

$$\mathbf{n} = \frac{N_d}{bhf_{cd}} \quad \mathbf{n} = \frac{2057}{30.20 \cdot \frac{8}{1,4}} \quad \therefore \mathbf{n} = 0,60$$

Para a determinação da relação “d’/h”, será adotado “d’ ” (distância do centro de gravidade da armadura até a extremidade da seção) igual a 3 cm.

$$\frac{d'}{h} = \frac{3}{20} \quad \therefore \frac{d'}{h} = 0,15$$

De posse dos valores de “v”, “μ” e “d’/h”, monta-se o diagrama M-N-1/r a ser utilizado. De acordo com o procedimento apresentado no item 3.6.5, marca-se no eixo do momento adimensional “μ” o valor do momento adimensional de primeira ordem encontrado. A partir do ponto marcado, traça-se uma reta paralela à reta representativa do momento de segunda ordem, dada pela equação:

$$\mathbf{m}_2 = \frac{\mathbf{n}}{10} \left( \frac{d}{r} \right) \frac{l_e^2}{dh}$$

Assim, para qualquer valor de curvatura, pode-se graficamente determinar a reta representativa de “μ<sub>2</sub>”, que passa pela origem.

Considerando o valor de “d/r” igual a 0,002, por exemplo, encontra-se o seguinte valor de “μ<sub>2</sub>”:

$$\mathbf{m}_2 = \frac{0,6}{10} (0,002) \frac{370^2}{17.20} \quad \therefore \mathbf{m}_2 = 0,048$$

Uma vez definido o valor de “μ<sub>2</sub>”, pode-se traçar a reta passando pelos pontos (0; 0) e (0,002; 0,048). A figura 8.3 ilustra o procedimento adotado e a taxa de armadura obtida.

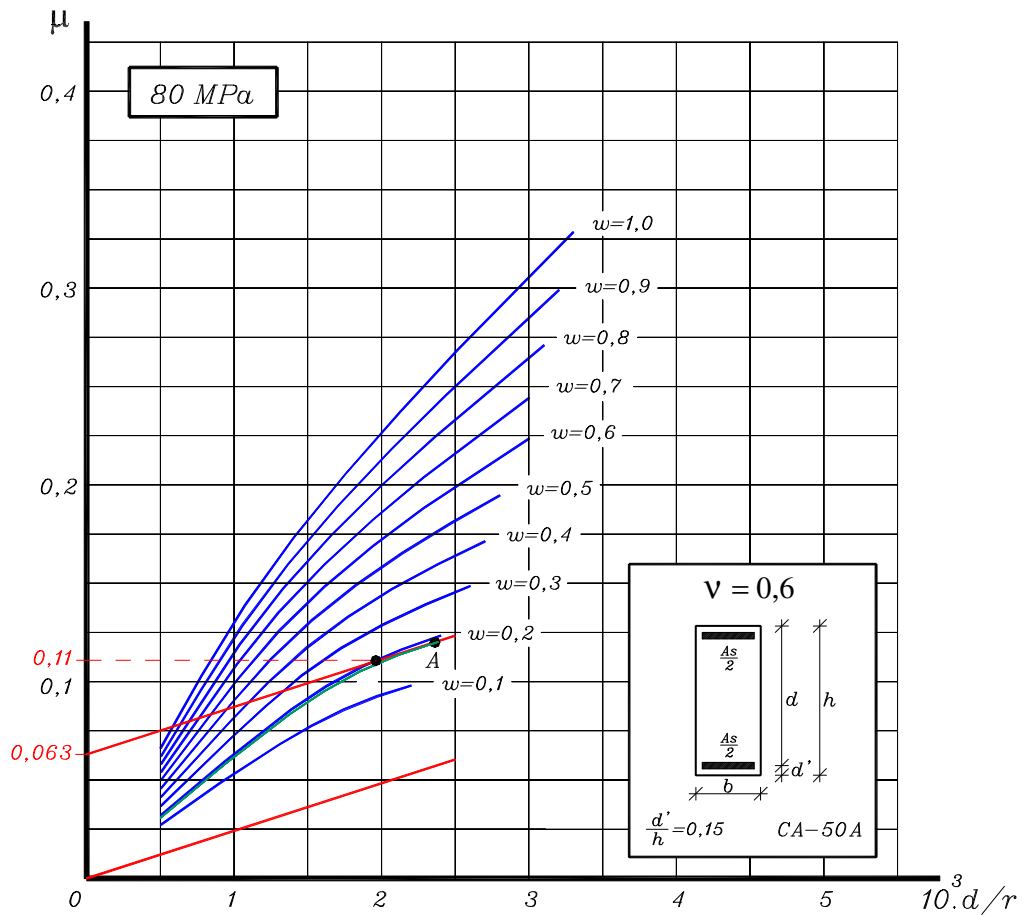


Figura 8.3: Determinação da taxa de armadura para o pilar P1

O valor obtido para “ $\omega$ ”, de acordo com a figura 8.3, é de aproximadamente 0,2 (ponto “A”). Desta forma, para se determinar a área de aço “ $A_s$ ” é só usar a expressão (2.45):

$$w = \frac{A_s f_{yd}}{A_c f_{cd}} \quad 0,2 = \frac{A_s \frac{50}{1,15}}{20.30 \cdot \frac{8}{1,4}} \quad \therefore A_s = 15,77 \text{ cm}^2$$

A taxa de armadura “ $\rho_g$ ” para a área de aço encontrada é de:

$$r_g = \frac{15,77}{20.30} \cdot 100 \quad \therefore r_g = 2,63\%$$

Analisando a figura 8.3 percebe-se que a taxa mínima de armadura necessária está bem próxima de 0,2. A adoção do valor de “ $\omega = 0,2$ ” significa que a seção alcançará um momento total adimensional de “0,11” (momento de primeira ordem somado ao momento de segunda ordem). É oportuno lembrar que, no caso desse exemplo, a adoção de valores maiores que “ $\omega = 0,2$ ” conduzem a momentos totais menores, ou seja, reduzem os efeitos de segunda ordem.

#### h- escolha da armadura longitudinal:

Para a escolha da armadura longitudinal o projetista deve optar pelo maior número possível de barras, tendo em vista o aumento da área de concreto efetivamente confinada. O diâmetro das barras não deve ser inferior a 12,5 mm e o espaçamento máximo, entre barras, deve ser em torno de 15 cm. Desta forma, optou-se pela seguinte armadura:

$$A_s = 8f16mm = 16cm^2 > 15,77cm^2$$

A distribuição dessa armadura deverá ser feita ao longo do maior lado do pilar, sendo quatro barras em cada face, conforme apresentado na figura 8.4.

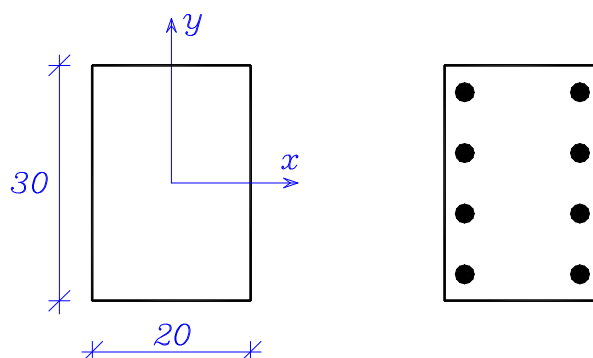


Figura 8.4: Disposição inicial das barras longitudinais do pilar P1

i- verificação da situação “II” de cálculo:

Para a situação “II” de cálculo, deve-se recalculer o momento mínimo para a direção “y”, ou seja, adotando a altura “h” igual a 30 cm. Assim, o momento mínimo fica:

$$M_{1d,\min} = 1,4 \cdot 1469 \cdot (1,5 + 0,03 \cdot 30) \quad \therefore M_{1d,\min} = 4936 \text{ kN.cm}$$

Os esforços adimensionais, para essa situação, são dados por:

$$m = \frac{4936}{30 \cdot 20^2 \cdot \frac{8}{1,4}} \quad \therefore m = 0,072$$

$$n = \frac{2057}{30 \cdot 20 \cdot \frac{8}{1,4}} \quad \therefore n = 0,60$$

$$\frac{d'}{h} = \frac{3}{30} \quad \therefore \frac{d'}{h} = 0,10$$

Para a correta verificação, dever-se-ia determinar a taxa de armadura “ $\omega$ ” em diagramas de interação M-N-1/r preparados para seções com a configuração de armaduras apresentada na figura 8.4, para a relação “ $d'/h = 0,10$ ”. Desta forma, como não se tem o diagrama de interação com as características exigidas, será utilizado o mesmo diagrama da situação “I” de cálculo, lembrado que a adoção da relação “ $d'/h = 0,15$ ” é a favor da segurança. Está sendo desprezada, também, a contribuição das barras que não se encontram nos cantos da seção.

Usando o mesmo procedimento apresentado no item “g”, deve-se determinar os pontos para a obtenção da reta representativa do momento de segunda ordem. Usando o mesmo valor de “ $d/r$ ” igual a 0,002, tem-se:

$$m_2 = \frac{0,6}{10} (0,002) \frac{370^2}{27.30} \quad \therefore m_2 = 0,02$$

De forma análoga à situação “I”, uma vez definido o valor de “ $\mu_2$ ”, pode-se traçar a reta passando pelos pontos (0; 0) e (0,002; 0,02). A figura 8.5 ilustra o procedimento adotado e a taxa de armadura obtida.

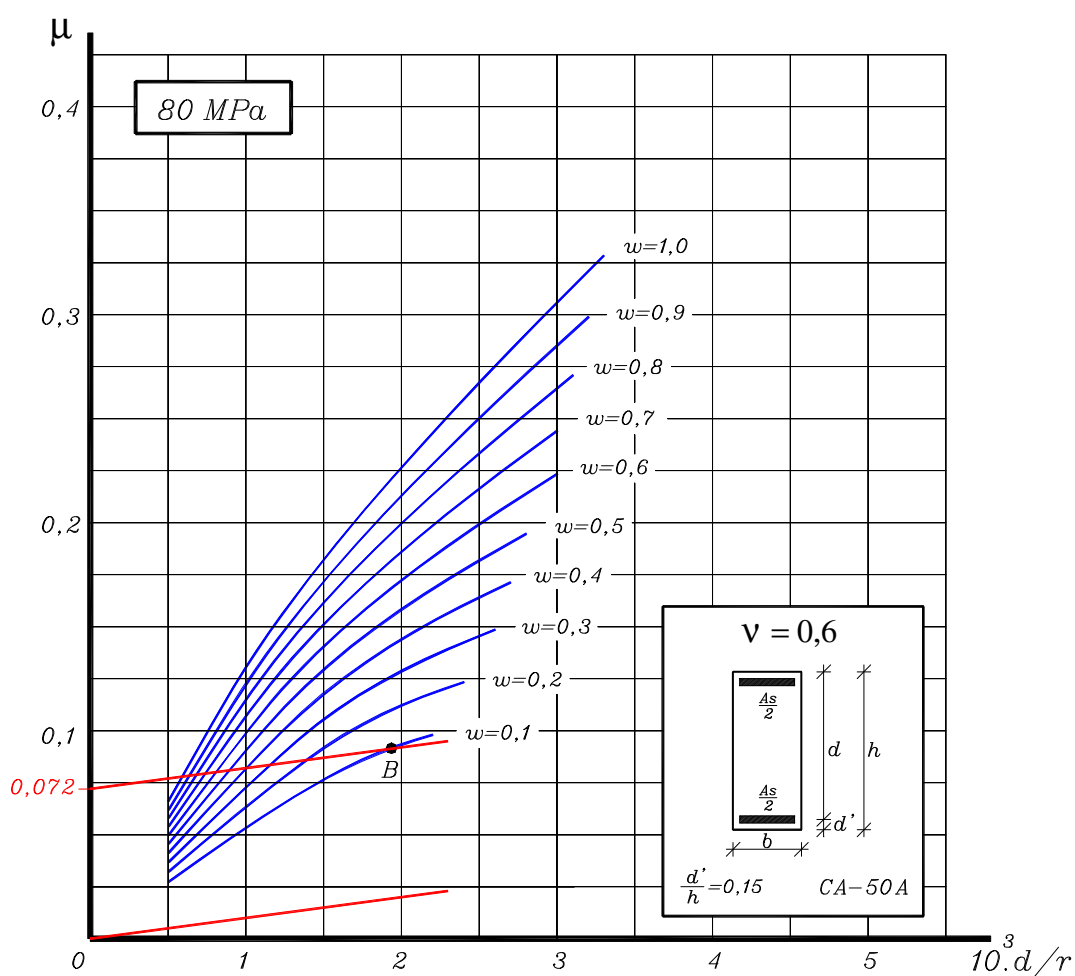


Figura 8.5: Verificação da taxa de armadura do pilar P1

Na figura 8.5 verifica-se que a taxa de armadura “ $\omega$ ” necessária é inferior a 0,1. Desta forma, apenas quatro barras de diâmetro de 16 mm, dispostas na menor dimensão do pilar (sendo duas barras em cada face), seriam suficientes.

Com base nessa análise, considera-se que a configuração de armaduras longitudinais apresentada na figura 8.4 é satisfatória para as duas situações de cálculo.

#### j- determinação da armadura transversal:

Para a obtenção do índice efetivo de confinamento “ $I_{ec}$ ” próximo de 5%, é necessária a adoção da taxa de armadura transversal superior a 1%. Recomenda-se que o diâmetro dos estribos não seja inferior a 6,3 mm e que o espaçamento (entre estribos) deva ser em torno de 10 cm.

A escolha da armadura transversal deve ser feita por tentativas, sendo que uma forma de obtenção de uma configuração adequada de estribos é estimar a taxa de armadura transversal (superior a 1%) e o espaçamento entre estribos, para a obtenção do comprimento mínimo necessário.

Adotando-se primeiramente o espaçamento entre estribos de 10 cm e uma taxa de armadura de 1,0%, para um arranjo previamente fixado (figura 8.6), o comprimento mínimo necessário é:

$$r_h = 100 \frac{A_{st} l_t}{s A_c}$$

$$1,0 = 100 \frac{0,315 l_t}{10 \cdot (20 \cdot 30)} \quad \therefore l_t = 191 \text{ cm}$$

Partindo do comprimento mínimo necessário, deve-se verificar se o arranjo adotado (figura 8.6) apresenta o comprimento dos estribos igual ou superior ao valor encontrado. É importante lembrar que o comprimento de ancoragem dos estribos não deve ser considerado para a determinação do comprimento. Desta forma, para o espaçamento entre estribos de 10 cm o comprimento mínimo é superior ao comprimento existente, que é de 138,76 cm, sendo necessário o uso de um espaçamento menor.

Adotando-se o espaçamento entre estribos de 7 cm:

$$1,0 = 100 \frac{0,315.l_t}{7.(20.30)} \quad \therefore l_t = 133,34\text{cm}$$

Para o espaçamento de 7 cm, o comprimento mínimo é inferior ao comprimento existente. Assim, o arranjo adotado é o apresentado na figura 8.6 com espaçamento entre estribos igual a 7 cm, o que gera uma taxa de armadura transversal de 1,04%.

Uma vez determinado o arranjo de armaduras, deve-se calcular o índice efetivo de confinamento “ $I_{ec}$ ”.

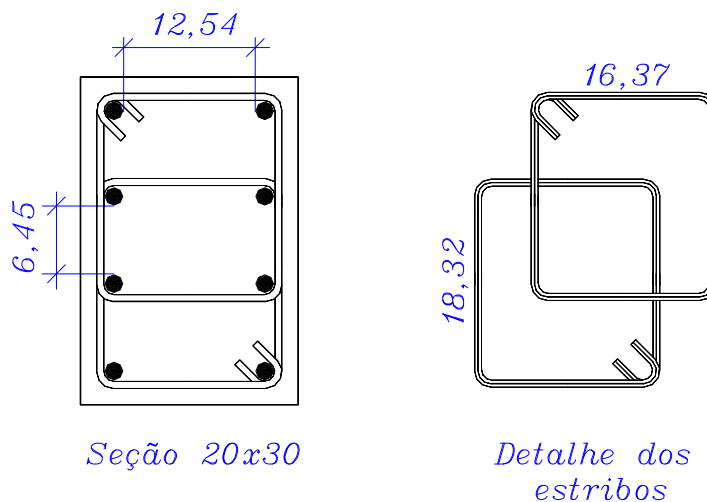


Figura 8.6: Arranjo inicial de armaduras para o pilar P1

k- cálculo do índice efetivo de confinamento:

Para a determinação do “ $I_{ec}$ ” considera-se que a armadura transversal atinja sua capacidade máxima, ou seja, a tensão de escoamento. A partir daí, deve-se determinar a pressão de confinamento, usando a expressão (6.15), como segue:

$$f_l = \frac{f_{hcc}}{s} \left( \frac{A_{shx} + A_{shy}}{c_x + c_y} \right)$$



$$f_l = \frac{43,48}{7} \left( \frac{4,0,315 + 2,0,315}{16,37 + 26,37} \right) \quad \therefore f_l = 0,275 \text{ kN} / \text{cm}^2$$

No caso deste exemplo, o valor de “A<sub>shy</sub>” (área total da armadura transversal na direção “y” no plano de estribos) foi considerado como duas vezes a área dos estribos (a favor da segurança), embora no tramo central (figura 8.6) exista uma superposição dos estribos. Desta forma, poder-se-ia também calcular um valor médio para “A<sub>shy</sub>” considerando que dois tramos possuem duas vezes a área dos estribos e um tramo possui quatro vezes a área dos estribos.

Como a pressão de confinamento não é distribuída uniformemente ao longo de todo o espaçamento entre os estribos, é necessário fazer uma correção na pressão de confinamento, dada pela expressão:

$$f_{le} = k_e f_l$$

$$k_e = \left( 1 - \frac{\sum w_i^2}{6c_x c_y} \right) \left( 1 - \frac{s'}{2c_x} \right) \left( \frac{1 - \frac{s'}{2c_y}}{1 - \frac{A_s}{A_{co}}} \right)$$

$$k_e = \left( 1 - \frac{6.(6,45)^2 + 2.(12,54)^2}{6.16,37.26,37} \right) \left( 1 - \frac{(7-0,63)}{2.16,37} \right) \left( \frac{1 - \frac{(7-0,63)}{2.26,37}}{1 - \frac{16}{16,37.26,37}} \right) = 0,58$$

Logo, a pressão efetiva de confinamento vale:

$$f_{le} = 0,58.0,275 \quad \therefore f_{le} = 0,16 \text{ kN} / \text{cm}^2$$

Para o arranjo de armaduras da figura 8.6 o índice efetivo de confinamento vale:

$$I_{ec} = \frac{f_{le}}{0,85 f_c'} \qquad I_{ec} = \frac{0,16}{0,85 \cdot \frac{8}{1,4}} \qquad \therefore I_{ec} = 3,29\%$$

Se o projetista optar pelo valor de “ $I_{ec}$ ” próximo de 5%, o cálculo do item “k” deve ser feito para uma outra bitola de armadura transversal. Como exemplo, pode-se adotar estribos de 8 mm de diâmetro, lembrando que as dimensões apresentadas na figura 8.6 passam a ser diferentes (ver figura 8.7).

1- cálculo do índice efetivo de confinamento para  $\phi_t = 8$  mm:

$$f_l = \frac{43,48}{7} \left( \frac{2 \cdot 0,50 + 4 \cdot 0,50}{16,20 + 26,20} \right) \qquad \therefore f_l = 0,439 \text{ kN/cm}^2$$

$$k_e = \left( 1 - \frac{6 \cdot (6,33)^2 + 2 \cdot (12,20)^2}{6 \cdot 16,20 \cdot 26,20} \right) \left( 1 - \frac{(7 - 0,8)}{2 \cdot 16,20} \right) \left( \frac{1 - \frac{(7 - 0,8)}{2 \cdot 26,20}}{1 - \frac{16}{16,20 \cdot 26,20}} \right) = 0,59$$

$$f_{le} = 0,59 \cdot 0,439 \qquad \therefore f_{le} = 0,26 \text{ kN/cm}^2$$

Logo o índice efetivo de confinamento vale:

$$I_{ec} = \frac{0,26}{0,85 \cdot \frac{8}{1,4}} \qquad \therefore I_{ec} = 5,35\%$$

Desta forma, pode-se adotar tanto a armadura transversal composta por estribos de 6,3 mm de diâmetro, quanto a composta por estribos de 8 mm de diâmetro.

Denotando maior segurança quanto ao colapso da estrutura, será adotada a armadura transversal composta por estribos de 8 mm de diâmetro, tendo em vista sua maior capacidade de redistribuição de esforços.

m- cálculo do comprimento de ancoragem dos estribos:

Segundo a *Revisão da NB-1 (1999)*, estribos com ganchos semi-circulares ou em ângulo interno de  $45^\circ$  devem apresentar ponta reta de comprimento igual a  $5\phi_t$ , porém não inferior a 5 cm.

Logo, para estribos de 8 mm, o comprimento de ancoragem deve ser de 5 cm, pois  $5\phi_t = 4$  cm.

n- detalhamento final da seção:

O detalhamento final da seção do pilar P1 é apresentado na figura 8.7.

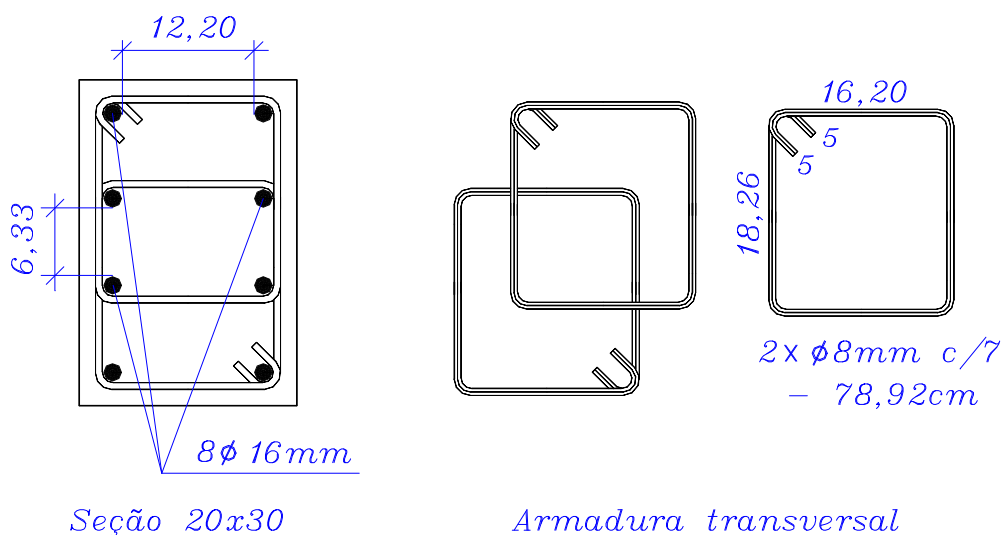


Figura 8.7: Arranjo final de armaduras para o pilar P1

### 8.3.2 Exemplo - 02: Pilares de extremidade

Será dimensionada a seção crítica do pilar P2, com suas características apresentadas na figura 8.8.

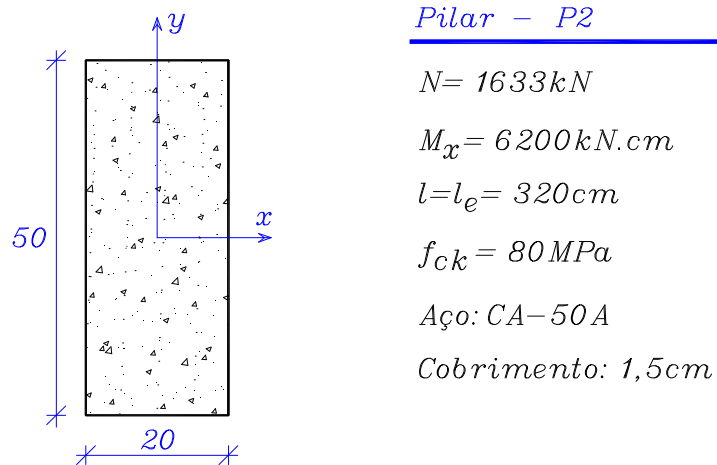


Figura 8.8: Características da seção crítica do pilar P2

Para o dimensionamento dessa seção de pilar de CAD, deve-se seguir os mesmos procedimentos apresentados no item 8.3.1.

a- cálculo do índice de esbeltez “ $\lambda$ ” do pilar:

$$I_x = \sqrt{12} \frac{l_e}{h_x} \quad \therefore I_x = \sqrt{12} \frac{320}{20} \quad \therefore I_x = 55$$

$$I_y = \sqrt{12} \frac{l_e}{h_y} \quad \therefore I_y = \sqrt{12} \frac{320}{50} \quad \therefore I_y = 22$$

b- situações de projeto e situações de cálculo - esforços iniciais:

Para o pilar da figura 8.8, tem-se as seguintes situações de projeto e de cálculo:

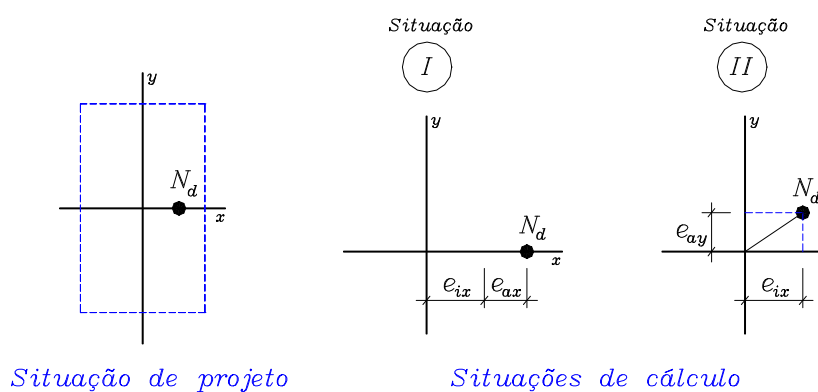


Figura 8.9: Situações de projeto e de cálculo para o pilar P2

Com base na figura 8.9, a situação de cálculo mais crítica é a situação em que a excentricidade acidental é aplicada paralelamente à menor dimensão do pilar (direção “x”). Desta forma, o dimensionamento deve seguir o mesmo procedimento apresentado no exemplo - 01, ou seja, deve ser feito para a situação de cálculo “I” e a situação de cálculo “II” deverá ser verificada.

c- cálculo da excentricidade inicial:

$$e_{ix} = \frac{M_x}{N} \quad e_{ix} = \frac{6200}{1633} \quad \therefore e_{ix} \cong 3,8cm$$

d- cálculo da excentricidade acidental:

$$q_1 = \frac{1}{100\sqrt{3,2}} \quad \therefore q_1 = \frac{1}{178,89} > \frac{1}{300} \text{ ok!}$$

$$e_a = \frac{1}{178,89} \left( \frac{320}{2} \right) \therefore e_a \cong 0,89 \text{ cm}$$

e- cálculo do momento de primeira ordem:

$$M_{1d} = 1,4N(e_i + e_a) \quad \therefore M_{1d} = 10722 \text{ kN.cm}$$

f- cálculo do momento mínimo de primeira ordem:

$$M_{1d,\min} = 1,4N(1,5 + 0,03h)$$

$$M_{1d,\min} = 1,4 \cdot 1633 \cdot (1,5 + 0,03 \cdot 20) \quad \therefore M_{1d,\min} = 4801 \text{ kN.cm}$$

Logo os esforços iniciais a serem considerados no dimensionamento da seção do pilar são:

$$N_d = 2286 \text{ kN} \quad \text{e} \quad M_{1d} = 10722 \text{ kN.cm}$$

g- cálculo da tensão crítica de flambagem do cobrimento:

$$s_{cr} = \frac{E_c p^2 t^2}{48b^2(1-n_c^2)}, \text{ sendo que } E_c = 3320\sqrt{f_{ck}} + 6900 \text{ e } n_c = 0,18$$

$$E_c = 3320\sqrt{80} + 6900 \quad \therefore E_c = 36595 \text{ MPa} \text{ ou } E_c = 3659,5 \text{ kN/cm}^2$$

$$s_{cr} = \frac{3659,5 p^2 \cdot 1,5^2}{48 \cdot 20^2 (1 - 0,18^2)} \quad \therefore s_{cr} = 4,38 \text{ kN/cm}^2$$

Logo a carga máxima que pode ser aplicada no pilar é determinada multiplicando a tensão crítica de flambagem pela área da seção.

$$N_{cr} = 4,38.(20.50) \quad \therefore N_{cr} = 4380kN > 2286kN \text{ ok!}$$

#### h- cálculo da armadura:

Seguindo o mesmo procedimento apresentado no item 8.3.1, deve-se primeiramente determinar o momento adimensional de primeira ordem “ $\mu$ ”, o esforço adimensional de normal “ $\nu$ ” e a relação “ $d'/h$ ”.

$$\mathbf{m} = \frac{M_d}{bh^2 f_{cd}} \quad \mathbf{m} = \frac{10722}{50.20^2 \cdot \frac{8}{1,4}} \quad \therefore \mathbf{m} = 0,094$$

$$\mathbf{n} = \frac{N_d}{bh f_{cd}} \quad \mathbf{n} = \frac{2286}{50.20 \cdot \frac{8}{1,4}} \quad \therefore \mathbf{n} = 0,40$$

Para a determinação da relação “ $d'/h$ ”, adotaremos “ $d'$ ” (distância do centro de gravidade da armadura até a extremidade da seção) igual a 3 cm.

$$\frac{d'}{h} = \frac{3}{20} \quad \therefore \frac{d'}{h} = 0,15$$

De posse dos valores de “ $\nu$ ”, “ $\mu$ ” e “ $d'/h$ ”, monta-se o diagrama M-N-1/r a ser utilizado, conforme apresentado no item 8.3.1.

Desta forma, deve-se determinar os pontos para a obtenção da reta representativa do momento de segunda ordem. Usando o valor de “ $d'/r$ ” igual a 0,002, tem-se:

$$\mathbf{m}_2 = \frac{0,4}{10} (0,002) \frac{320^2}{17.20} \quad \therefore \mathbf{m}_2 = 0,024$$

Uma vez definido o valor de “ $\mu_2$ ”, pode-se traçar a reta passando pelos pontos (0; 0) e (0,002; 0,024). A figura 8.10 ilustra o procedimento adotado e a taxa de armadura obtida.

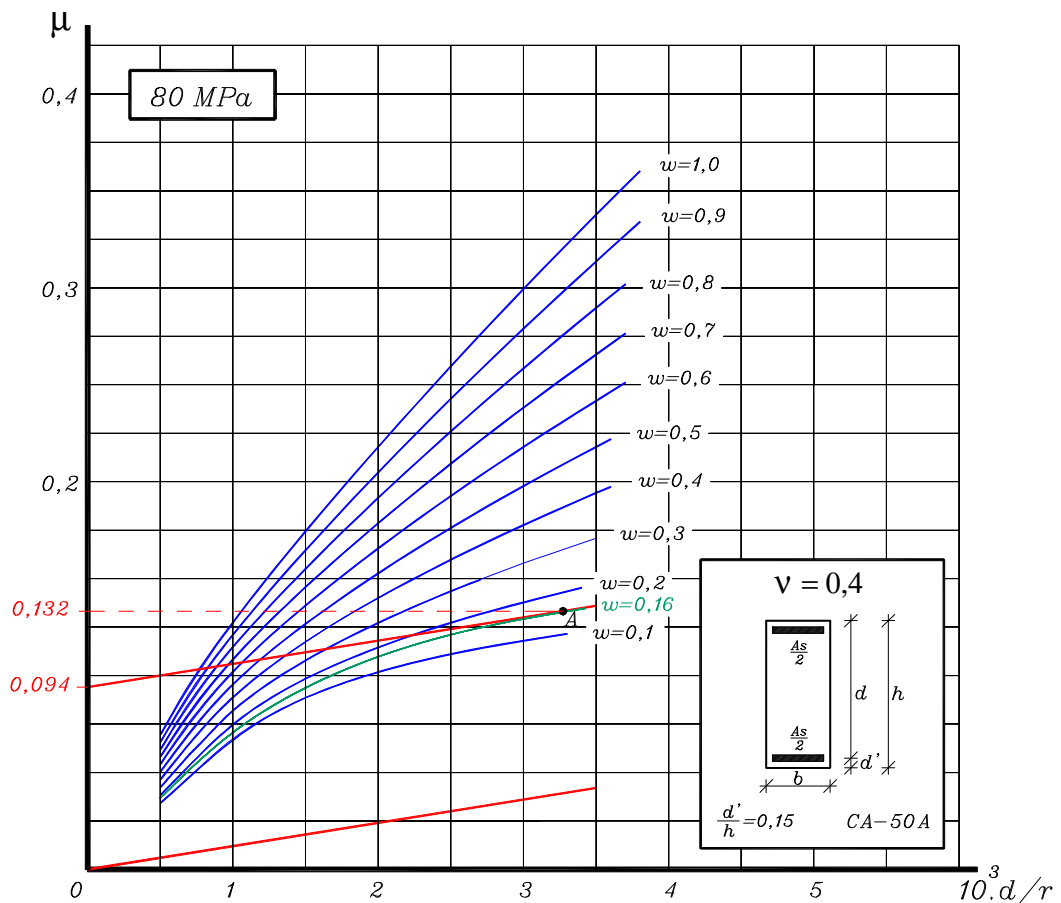


Figura 8.10: Determinação da taxa de armadura para o pilar P2

O valor obtido para “ $w$ ”, de acordo com a figura 8.10, é de 0,16 (ponto “A”). Desta forma, para se determinar a área de aço “ $A_s$ ” é só usar a expressão (2.45):

$$w = \frac{A_s f_{yd}}{A_c f_{cd}} \quad 0,16 = \frac{A_s \frac{50}{1,15}}{20 \cdot 50 \cdot \frac{8}{1,4}} \quad \therefore A_s = 21,03 \text{ cm}^2$$



A taxa de armadura “ $\rho_g$ ” para a área de aço encontrada é de:

$$r_g = \frac{21,03}{20.50} \cdot 100 \quad \therefore r_g = 2,1\%$$

A adoção do valor de “ $\omega = 0,16$ ” significa que a seção alcançará um momento total adimensional de “0,132” (momento de primeira ordem somado ao momento de segunda ordem).

#### i- escolha da armadura longitudinal:

Conforme comentado no item 8.3.1, para a escolha da armadura longitudinal, deve-se optar pelo maior número possível de barras, tendo em vista o aumento da área de concreto efetivamente confinada. O diâmetro das barras não deve ser inferior a 12,5 mm e o espaçamento máximo, entre barras, deve ser em torno de 15 cm. Desta forma, optou-se pela seguinte armadura:

$$A_s = 12f16mm = 24cm^2 > 21,03cm^2$$

A distribuição dessa armadura deverá ser feita ao longo do maior lado do pilar, sendo seis barras em cada face, conforme apresentado na figura 8.11.

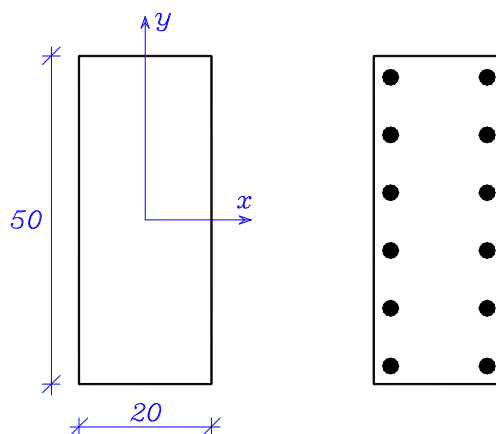


Figura 8.11: Disposição inicial das barras longitudinais do pilar P2

j- verificação da situação “II” de cálculo:

Para a situação “II” de cálculo a verificação não será possível, tendo em vista a falta de diagramas de interação entre esforço normal e momento fletor para o diagrama parábola-retângulo utilizado. Porém, para o caso desse exemplo, como a excentricidade acidental é pequena, provavelmente a seção seria verificada com a armadura apresentada na figura 8.11.

k- determinação da armadura transversal:

De forma análoga ao exemplo - 01, adotando-se primeiramente o espaçamento entre estribos de 10 cm e uma taxa de armadura de 1,0%, para uma arranjo de armaduras previamente fixado (figura 8.12). Adotando-se  $\phi_t = 8$  mm o comprimento mínimo necessário é:

$$r_h = 100 \frac{A_{st} l_t}{s A_c}$$

$$1,0 = 100 \frac{0,50 l_t}{10 \cdot (20 \cdot 50)} \quad \therefore l_t = 200 \text{ cm}$$

Para o espaçamento entre estribos de 10 cm o comprimento mínimo necessário é superior ao comprimento existente, que é de 179,6, sendo necessário o uso de um espaçamento menor.

Adotando-se o espaçamento entre estribos de 8 cm:

$$1,0 = 100 \frac{0,50 l_t}{8 \cdot (20 \cdot 50)} \quad l_t = 160,0 \text{ cm}$$

Para o espaçamento de 8 cm, o comprimento mínimo é inferior ao comprimento existente. Assim, será adotada a configuração da figura 8.12 com o espaçamento de 8 cm, o que gera uma taxa de armadura transversal de 1,12%.

Uma vez determinado o arranjo de armaduras, deve-se calcular o índice efetivo de confinamento “ $I_{ec}$ ”.

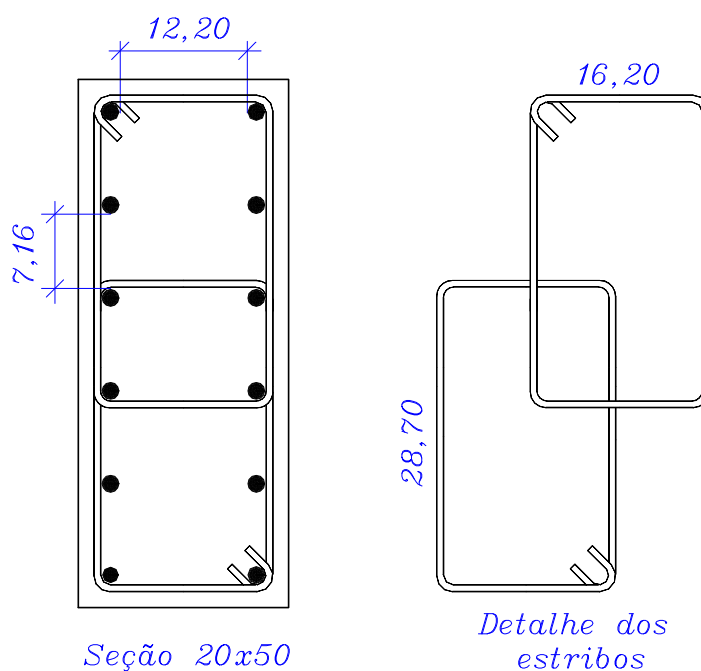


Figura 8.12: Arranjo inicial de armaduras para o pilar P2

#### 1- cálculo do índice efetivo de confinamento:

De forma análoga ao exemplo - 01, para a determinação do “ $I_{ec}$ ” considera-se que a armadura transversal atinja sua capacidade máxima, ou seja, a tensão de escoamento. A partir daí, deve-se determinar a pressão de confinamento, usando a expressão (6.15), como segue:

$$f_l = \frac{f_{hcc}}{s} \left( \frac{A_{shx} + A_{shy}}{c_x + c_y} \right)$$

$$f_l = \frac{43,48}{8} \left( \frac{4,0,50 + 2,0,50}{16,20 + 46,20} \right) \quad \therefore f_l = 0,261 \text{ kN/cm}^2$$

Como a pressão de confinamento não é distribuída uniformemente ao longo de todo o espaçamento entre os estribos, é necessário fazer uma correção na pressão de confinamento, dada pela expressão:

$$f_{le} = k_e f_l$$

$$k_e = \left( 1 - \frac{\sum w_i^2}{6c_x c_y} \right) \left( 1 - \frac{s'}{2c_x} \right) \frac{\left( 1 - \frac{s'}{2c_y} \right)}{\left( 1 - \frac{A_s}{A_{co}} \right)}$$

$$k_e = \left( 1 - \frac{10 \cdot (7,16)^2 + 2 \cdot (12,20)^2}{6 \cdot 16,20 \cdot 46,20} \right) \left( 1 - \frac{(8-0,8)}{2 \cdot 16,20} \right) \frac{\left( 1 - \frac{(8-0,8)}{2 \cdot 46,20} \right)}{\left( 1 - \frac{24}{16,20 \cdot 46,20} \right)} = 0,61$$

Logo, a pressão efetiva de confinamento vale:

$$f_{le} = 0,61 \cdot 0,261 \quad \therefore f_{le} = 0,159 \text{ kN/cm}^2$$

Para o arranjo de armaduras da figura 8.12 o índice efetivo de confinamento vale:

$$I_{ec} = \frac{f_{le}}{0,85 f_c'} \quad I_{ec} = \frac{0,159}{0,85 \cdot \frac{8}{1,4}} \quad \therefore I_{ec} = 3,27\%$$

Se o projetista optar pelo valor de “ $I_{ec}$ ” próximo de 5%, o cálculo deve ser refeito para uma outra bitola de armadura transversal ou para outra configuração de estribos. No caso deste exemplo será adotada a armadura analisada ( $\phi_t$  8 mm c.8).

m- cálculo do comprimento de ancoragem dos estribos:

Segundo a *Revisão da NB-1 (1999)*, estribos com ganchos semi-circulares ou em ângulo interno de  $45^\circ$  devem apresentar ponta reta de comprimento igual a  $5\phi_t$ , porém não inferior a 5 cm.

Logo, para estribos de 8 mm, o comprimento de ancoragem deve ser de 5 cm, pois  $5\phi_t = 4$  cm.

m- detalhamento final da seção:

O detalhamento final da seção do pilar P2 é apresentado na figura 8.13.

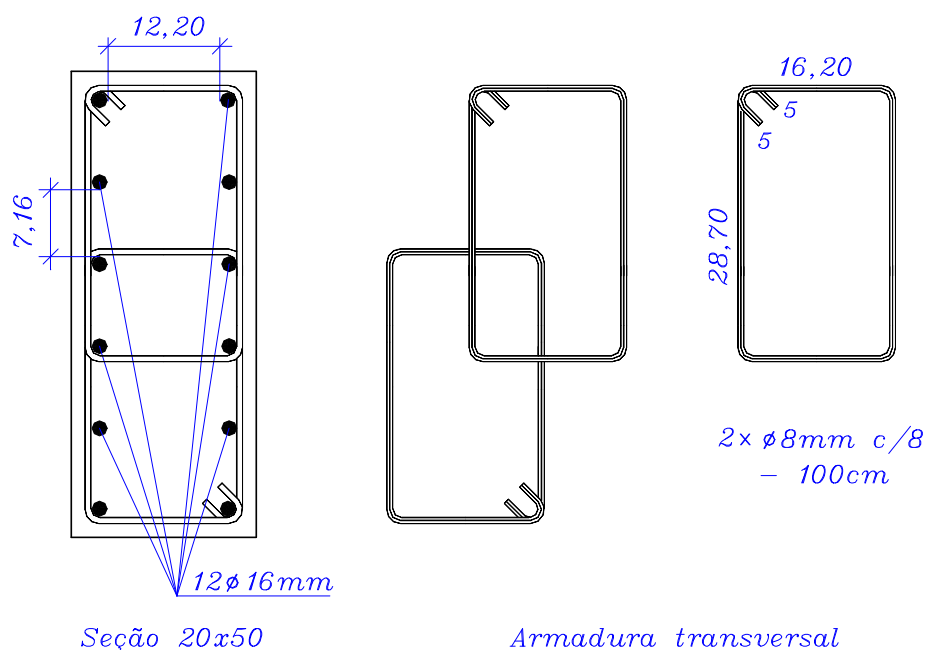


Figura 8.13: Arranjo final de armaduras para o pilar P2

## 8.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Conforme apresentado no item 8.2, o diagrama parábola-retângulo proposto por *DINIZ apud VASCONCELOS (1998)* necessita de correções no coeficiente “ $k_3$ ”, para levar em consideração o fenômeno da perda do cobrimento. Caso seja adotado um valor de  $k_3 \neq 0,85$ , todos os diagramas M-N-1/r apresentados neste trabalho passam a ser inválidos, necessitando serem refeitos.

Na confecção do diagrama M-N-1/r, a adoção do coeficiente  $k_3 < 0,85$  conduz a valores de momentos adimensionais internos menores, quando comparados com os obtidos usando  $k_3 = 0,85$ . Como consequência, em um dimensionamento para o mesmo adimensional de momento fletor externo, as taxas de armaduras longitudinais obtidas com diagramas confeccionados com  $k_3 < 0,85$  passam a ser superiores às obtidas com  $k_3 = 0,85$ . Desta forma, se os exemplos 01 e 02 fossem refeitos para o diagrama parábola-retângulo corrigido ( $k_3 < 0,85$ ), provavelmente a armadura longitudinal seria superior à encontrada.

## CONCLUSÕES

# 9

CAPÍTULO

---

São apresentadas neste capítulo, de uma forma geral, as principais observações feitas ao longo do trabalho, no que se refere ao projeto de pilares de concreto de alto desempenho (CAD).

Esses pilares apresentam algumas diferenças em relação aos pilares confeccionados com concretos de baixa resistência, que devem ser levadas em consideração no projeto desses elementos estruturais.

### 9.1 DEFORMAÇÕES

A deformação última “ $\epsilon_{cu}$ ” do concreto, que constitui uma dessas diferenças, sofre reduções com o aumento da resistência do concreto à compressão, e pode ser estimada de acordo com o que preconiza o *CEB/FIP MC90* ou com base na proposta de *DINIZ apud VASCONCELOS (1998)*. A deformação correspondente à tensão máxima “ $\epsilon_{cl}$ ”, embora sofra aumento com os acréscimos de resistência do concreto à compressão, pode ser tomada como constante e igual a 2% (a favor da segurança).

Com a utilização de deformações variáveis é necessária a utilização de diagramas de domínios de deformações também variáveis, pois os limites dos domínios passam a ser diferentes para cada deformação última adotada. Recomenda-se a utilização do diagrama de domínios apresentado na figura 2.19, para a determinação dos limites dos domínios de deformações.

## 9.2 DIAGRAMAS TENSÃO-DEFORMAÇÃO

Com relação aos diagramas tensão-deformação a serem utilizados no dimensionamento, recomenda-se o diagrama parábola-retângulo preconizado pelo *CEB/FIP MC90* ou o diagrama parábola-retângulo proposto por *DINIZ apud VASCONCELOS (1998)*, que apresenta valores bem próximos ao do *CEB/FIP MC90*. É relevante lembrar que os diagramas tensão-deformação do concreto são geralmente assumidos como do tipo parábola-retângulo, sendo esta prática mais uma questão de tradição do que de necessidade. Assim, outras formas de diagramas tensão-deformação, comprovados experimentalmente, podem ser adotadas.

Diagramas retangulares de distribuição de tensões como os preconizados pelo *CSA A23.3-94* (código canadense), *NSZ 3101:1995* (código neozelandês), além da proposta de *IBRAHIM & MacGREGOR (1997)*, que adotam deformações últimas constantes, conduzem a resultados satisfatórios e podem ser usados para o dimensionamento de peças de CAD no Estado Limite Último (E.L.U.).

## 9.3 NÃO-LINEARIDADES

A não-linearidade física do CAD pode ser levada em consideração utilizando-se os diagramas momento-normal-curvatura (M-N-1/r), confeccionados de acordo com o item 3.2 deste trabalho.

A verificação dos efeitos de segunda ordem (não-linearidade geométrica) em qualquer caso de dimensionamento é uma prática considerada prudente. Os critérios de dispensa da verificação dos efeitos de segunda ordem, preconizados pelos códigos vigentes, apresentam resultados bastante divergentes (figura 3.8), o que dificulta a indicação de uma formulação adequada e reforça a idéia de verificação em qualquer caso de dimensionamento.

Recomenda-se para a verificação dos efeitos de segunda ordem o “método do pilar padrão acoplado a diagramas M-N-1/r”, apresentado no item 3.6.5 deste trabalho. Para pilares esbeltos, esta verificação deve ser rigorosa, pelo “método geral”, lembrando que o risco de instabilidade é maior em pilares de CAD devido à



fragilidade do material, ou seja, com os deslocamentos gerados pelos efeitos de segunda ordem, o CAD, que apresenta a deformação última menor que a dos concretos de baixa resistência, pode vir a atingir a ruína mais rapidamente.

A limitação do índice de esbeltez “ $\lambda$ ” de pilares de CAD a valores de até 90 é também considerada uma prática prudente. Entretanto, o leitor não deve interpretar que para “ $\lambda$ ” superior a 90 a utilização do CAD deva ser evitada.

#### **9.4 EXCENTRICIDADES**

As excentricidades em pilares de CAD devem ser cuidadosamente analisadas, tendo em vista que a capacidade de carga desses pilares é fortemente afetada pela soma das excentricidades. Com a soma das excentricidades, os deslocamentos passam a ser maiores e a deformação última do concreto pode vir a ser atingida mais rapidamente. É oportuno lembrar que a excentricidade de segunda ordem não precisa ser somada às demais excentricidades, caso a verificação dos efeitos de segunda ordem seja realizada por métodos rigorosos ou pelo método do pilar padrão acoplado a diagramas M-N-1/r.

#### **9.5 PERDA DO COBRIMENTO**

Em pilares de CAD submetidos à compressão centrada ou com pequena excentricidade, um outro problema que merece relevância é a perda do cobrimento, com suas causas descritas nos itens 5.2 e 5.4 deste trabalho. Para evitar a ocorrência desse fenômeno, deve-se determinar a capacidade de carga dos pilares utilizando o coeficiente “ $k_3$ ”, variando com a resistência do concreto (descrito no capítulo 2), ou analisando o cobrimento como uma chapa isolada e determinando sua tensão crítica de flambagem de acordo com a expressão (5.2).

O menor dos dois valores encontrados na análise referente à perda do cobrimento passa a ser a capacidade de carga do pilar. Desta forma, o diagrama parábola-retângulo do *CEB/FIP MC90* e de *DINIZ apud VASCONCELOS (1998)*

necessitam de correções no ponto de momento nulo (compressão centrada) por não levarem em consideração esse fenômeno (figura 2.18b).

## 9.6 CONFINAMENTO

Quanto à ductilidade dos pilares de CAD, pode-se afirmar que a utilização de adequados arranjos de armaduras longitudinais e transversais contribuem para o aumento da pressão de confinamento, aumentando também a capacidade de deformação da peça.

Os pilares confeccionados em concretos de baixa resistência apresentam o comportamento, quanto ao confinamento, mais bem definido que os concretos de resistências elevadas. Tal afirmação pode ser justificada pela menor expansão lateral do CAD, o que se traduz em menor eficiência do confinamento.

A eficiência do confinamento pode ser estimada de acordo o índice “ $I_{ec}$ ” definido no item 6.5.2 deste trabalho. Os pilares pertencentes à CLASSE 2 (médio confinamento) ou com “ $I_{ec}$ ” próximo de 5% podem ser tomados como parâmetro de indicação de bom nível de ductilidade, para aplicação em regiões não sujeitas a ações sísmicas. Tal afirmação não significa que os pilares pertencentes à CLASSE 1 (baixo confinamento) não possam ser utilizados. É importante ressaltar que quanto maior for o esforço de flexão no pilar (carga mais afastada do núcleo central de inércia), maior será a chance de se obter um comportamento mais dúctil com taxas mais baixas de armaduras.

A eficiência do confinamento não depende somente da quantidade de armadura de confinamento, pois tanto a armadura transversal quanto a armadura longitudinal devem ser convenientemente detalhadas para que as tensões de confinamento se apresentem o mais próximo possível da distribuição uniforme ao longo do pilar.

A configuração mais simples de arranjo de armaduras (figura 6.7a), que consiste em estribos retangulares simples com quatro barras longitudinais nos cantos, deve ser evitada para o uso em pilares de CAD, pois este arranjo representa a configuração menos eficiente com relação ao confinamento.

## 9.7 TAXAS DE ARMADURA

O valor da taxa volumétrica de armadura transversal a ser empregada no pilar ainda constitui uma grande dúvida, pois cada pesquisador indica valores diferentes para essa taxa. Entretanto, a taxa a ser empregada pode ser avaliada de acordo com o “ $I_{ec}$ ”. Taxas de armaduras transversais superiores a 1%, sugeridas por *KÖNIG & SIMSCH (1996)*, são mais indicadas para a obtenção de valores para o “ $I_{ec}$ ” próximos de 5%. Recomenda-se a utilização de estribos com diâmetros não inferiores a 6,3 mm, com espaçamentos em torno de 10 cm.

Na taxa de armadura longitudinal já existe um consenso em relação ao valor a ser empregado, que é em torno de 3%. A distribuição dessa armadura pode ser até mais importante que a quantidade empregada, sendo desejável o maior número possível de barras longitudinais, tendo em vista o aumento da área efetivamente confinada. O espaçamento entre as barras longitudinais deve ser inferior a 15 cm. Quanto ao diâmetro da barra a ser empregada, recomenda-se não utilizar valores inferiores a 12,5 mm.

De modo geral, acredita-se que a utilização dos procedimentos apresentados ao longo deste trabalho conduzirão a projetos adequados e confiáveis de pilares de CAD.

## 9.8 SUGESTÕES PARA CONTINUIDADE DA PESQUISA

No estudo de pilares de CAD muitos aspectos relevantes ainda são obscuros e necessitam ser melhor investigados. Dentre esses aspectos pode-se citar o nível mínimo de ductilidade que um pilar deve apresentar para garantia de segurança, podendo ser expresso por meio do “ $I_{ec}$ ” (índice de eficiência do confinamento). Talvez pilares com “ $I_{ec}$ ” bem inferiores a 5% apresentem comportamento satisfatório com relação à ductilidade, quando comparados com concretos de baixa resistência.

Outro aspecto relevante refere-se a validade do diagrama parábola-retângulo convencional. Conforme apresentado no item 2.4.5, a deformação última sugerida cai de 0,0035 ( $f_{ck} = 50$  MPa) para 0,0029 ( $f_{ck} = 55$  MPa), o que indica a necessidade de

uma reavaliação dos valores adotados para as deformações de concretos com  $f_{ck} \leq 50$  MPa. É relevante lembrar que o diagrama parábola-retângulo proposto necessita de correções no valor de “ $k_3 = 0,85$ ”, com o aumento da resistência, para levar em consideração o fenômeno da perda do cobrimento.

É necessária também a criação de diagramas de interação entre momento fletor e esforço normal (adimensionais) para vários valores de resistência à compressão, inclusive para flexo-compressão oblíqua, facilitando assim o dimensionamento de peças de CAD.

Aspectos como novas configurações de estribos, coeficientes de fluência ou adição de novos materiais para melhoria do comportamento de pilares de CAD, são importantes e necessários para um maior domínio sobre o assunto.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

- AGOSTINI, L.R.S. (1992). *Pilares de concreto de alta resistência*. São Paulo. Tese (Doutorado) - Escola Politécnica, USP.
- ALMEIDA, I.R. (1990). *Betões de alta resistência e durabilidade: composição e características*. Lisboa. Tese (doutorado) - Universidade Técnica de Lisboa.
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. (1995). *ACI 318-95 - Building code requirements for reinforced concrete*. Detroit, ACI.
- AMARAL FILHO, E.M. (1997). *Concreto de alto desempenho*. (CD ROM) In: *Concreto de Alto Desempenho - NUTAL/USP versão 1.0*, São Paulo.
- ANDRADE JÚNIOR, J.P. (1999). *Projeto estrutural de vigas de concreto de alto desempenho*. São Carlos. Dissertação (mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, USP.
- AUFIERI, F.A. (1997). *Diretrizes para o dimensionamento e detalhamento de pilares de edifícios em concreto armado*. São Carlos. Dissertação (mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, USP.
- AUFIERO, L. (1978). *Estabilidade de colunas isostáticas de concreto armado*. São Carlos. Dissertação (mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, USP.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1978). *NB-1 - Projeto e execução de obras de concreto armado*. Rio de Janeiro, ABNT.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1999). *NB-1 - Texto para revisão da NB-1 e comentários*. Rio de Janeiro, ABNT.
- ATTARD, M.M.; STEWART, M.G. (1998). *A two parameter stress block for high-strength concrete*. *ACI Structural Journal*, Vol. 95, n.3, p.305-317, May-June.

- BACARJI, E. (1993). *Análise de estruturas de edifícios: projeto de pilares*. São Carlos. Dissertação (mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, USP.
- BACCIN, A.G.C. (1998). *Fundamentos do concreto de alto desempenho e sua aplicação no projeto de pilares*. São Carlos. Dissertação (mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, USP.
- BJERKELI, L.; TOMASZEWICZ, A.; JENSEN, J. J. (1990). *Deformation properties and ductility of high-strength concrete*. In: HESTER, W. T., ed. Detroit, ACI. p.215-238 (SP-121).
- BORGES, A.C.L. (1999). *Análise de pilares esbeltos de concreto armado submetidos a flexo-compressão oblíqua*. São Carlos. Dissertação (mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, USP.
- BRESLER, B.; GILBERT, P.H. (1961). *Tie requirements for reinforced concrete columns*. ACI Journal, Vol. 58, n.5, p.555-569, November.
- BRITISH STANDARDS INSTITUTION (1985). BS 8110 - *Structural use of concrete*, Part 1: Code of practice for design and construction. London. BSI.
- CADAMURO JÚNIOR, I.W. (1997). *Dimensionamento de pilares esbeltos de concreto armado com seção qualquer solicitados por flexão composta oblíqua*. São Carlos. Dissertação (mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, USP.
- CANADIAN STANDARD ASSOCIATION (1994). CSA A23.3-94 - *Design of concrete structure with explanatory notes*. Rexdale, Ontario.
- CEB-FIP Design Guide (1989). *Durable concrete structures*. CEB Bulletin d'Information, n.182, June.
- CEB-FIP MC90 (1991). *CEB-FIP model code 1990*. CEB Bulletin d'Information, n.203-205, July.
- CEB-FIP Working Group on High-strength Concrete. (1990). *High strength concrete-state of the art report*. CEB Bulletin d'Information, n.197, August.

- CEB-FIP Working Group on High-strength Concrete. (1994). *Application High Performance concrete*. CEB Bulletin d'Information, n.222, November.
- CLAESON, C.; GYLLTOFT, K.; GRAUERS, M. (1996). *Experiments and numerical analyses of reinforced high strength concrete columns*. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON THE UTILIZATION OF HIGH-STRENGTH/ HIGH-PERFORMANCE CONCRETE, 4. França, may, p.797-806, Proceedings.
- CLAESON, C. (1998). *Structural behavior of reinforced high-strength concrete columns*. Göteborg. thesis (PhD) - Chalmers University of Technology.
- CLAESON, C.; GYLLTOFT, K. (1998). *Slender high-strength concrete subjected to eccentric loading*. ASCE, Vol. 124, n.3, p.233-240, March.
- COLLINS, M. P.; MITCHEL, D. MacGREGOR, J. G. (1993). *Structural design considerations for high-strength concrete*. Concrete International, p.27-34. May.
- CUSSON, D.; PAULTRE, P. (1993). *Confinement Model for High-strength concrete ties columns*. Structures Materials Solid Mechanics SMS-93/02, may.
- CUSSON, D.; PAULTRE, P. (1994). *High-strength concrete columns confined by rectangular ties*. Journal of structural engineering, ASCE, Vol. 122, n.9, p.1055-1061, September.
- CUSSON, D.; PAULTRE, P. (1996). *Strain Localization in Confined High-Strength Concrete Columns*. Journal of structural engineering, ASCE, Vol. 120, n.3, p.783-804, March.
- DUCATTI, V.A.; AGOPYAN, V. (1995). *Estudo da aderência do concreto de elevado desempenho com a armadura*. In: JORNADAS SUDAMERICANAS DE INGENIERIA ESTRUCTURAL, 27. Tucumán, Argentina.
- EUROCODE N° 2 (1992). *Design of concrete structures - part 1: general rules and rules for buildings*. Brussels, CEN.
- FOSTER, S.J. (1999). *The fallacy of early cover spalling in HSC columns*. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON THE UTILIZATION OF HIGH-STRENGTH/ HIGH-PERFORMANCE CONCRETE, 5. Noruega, july, p.282-291, Proceedings.

- FRANCO, M. (1997). *Instabilidade local e global dos edifícios altos de concreto armado*. In: COLETÂNEA DE TRABALHOS SOBRE ESTABILIDADE GLOBAL E LOCAL DAS ESTRUTURAS DE EDIFÍCIOS. São Paulo, Instituto de Engenharia.
- FUSCO, P.B. (1981). *Estruturas de concreto: solicitações normais*. Rio de Janeiro, Ed. Guanabara 2.
- FUSCO, P.B. (1995). *O cálculo de concreto armado em regime de ruptura*. Campinas, Serviço Gráfico da UNICAMP.
- GARCIA, D.T.; NILSON, A.H. (1990). *A comparative study of eccentrically loaded high strength concrete columns*. ACI Structural Journal, Research Report n.90-2, Department of Civil Engineering, Cornell University, Ithaca, 206p, January.
- GARDNER, N.J.; ZHAO, J.W. (1993). *Creep and shrinkage revisited*. ACI Materials Journal, Vol. 90, n.3, p.236-246, May-June.
- IBRAHIM, H.H.H.; MacGREGOR, J.G. (1997). *Modification of the ACI rectangular stress block for high-strength concrete*. ACI Structural Journal, Vol. 94, n.1, p.40-48, January-February.
- KARABINIS, A.I.; KIOUSIS, P.D. (1996). *Strength and ductility of rectangular concrete columns: a plasticity approach*. Journal of structural engineering, ASCE, Vol. 122, n.3, p.267-274, March.
- KIM, J.K.; YANG, J.K. (1995). *Buckling behaviour of slender high-strength concrete columns*. Engineering Structures. Vol. 17, n.1, p.39-51, January.
- KÖNIG, G.; SIMSCH, G. (1996). *Failure mechanism and load-deformation behaviour of high-strength concrete columns with confining reinforcement*. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON THE UTILIZATION OF HIGH-STRENGTH/ HIGH-PERFORMANCE CONCRETE, 4. França, may, p.777-786, Proceedings.



- LEITE, M.F.; MIRANDA, M. (1998). *High-strength concrete in new buildings in Salvador, Brasil*. <http://www.stc.com.br/leiteemiranda/HighStrengthConcrete.html>.
- LIMA, F.B. (1997). *Pilares de concreto de alto desempenho: fundamentos e experimentação*. São Carlos. Tese (doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, USP.
- LIN, C.H.; FURLONG, R.W. (1995). *Longitudinal steel limits for concrete columns*. ACI Structural Journal, Vol. 92, n.3, p.282-287, May-June.
- MacGREGOR, J.G. (1992). *Reinforced concrete mechanics and design*, 2<sup>nd</sup>. Ed. Prentice-Hall.
- MacGREGOR, J.G. (1993). *Design of slender concrete columns - Revisited*. ACI Journal, Vol. 90, n.3, p.302-309, May-June.
- MALIER, Y., (1994). *High performance concrete: from material to structure*, London, Ed. E&FN Spon.
- MANDER, J.P.; PRIESTLEY, M.J.N.; PARK, R. (1988). *Theoretical stress-strain model for confined concrete*. Journal of structural engineering, ASCE, Vol. 114, n.8, p.1804-1825, August.
- MARTINEZ, S.; NILSON, A.H.; SLATE, F.O. (1984). *Spirally reinforced high-strength concrete columns*. ACI Journal, Vol. 81, n.5, p.431-442, September-October.
- MAU, S.T.; ELWI, A.I.; ZHOU, S.Z. (1998). *Analytical study of spacing of lateral steel and column confinement*. Journal of structural engineering, ASCE, Vol.124, n.3, p.262-269, March.
- McDONALD, D.P.; ROPER, H. (1993). *Accuracy of prediction models for shrinkage of concrete*. ACI Journal, Vol. 90, n.3, p.265-271, May-June.
- METHA, P.K.; MONTEIRO, P.J.M. (1994). *Concreto: estrutura, propriedades e materiais*. São Paulo, Ed. Pini.

- NGAB, A.S.; NILSON, A.H.; SLATE, F.O. (1981). *Shrinkage and creep of high-strength concrete*. ACI Journal, Vol. 78, n.4, p.255-261, July-August.
- NILSON, A.H.; WINTER, G. (1991). *Design of concrete structures*, 11<sup>th</sup> ed. McGraw-Hill Inc., New York, 904p.
- NORWEGIAN COUNCIL FOR BUILDINGS STANDARDIZATION. (1992). *NS 3473 E - Concrete structures: design rules*, 4<sup>th</sup>. Ed. Oslo, NSF.
- PAIVA, N.M.B. (1994). *Pilares de concreto de alta resistência com seção transversal retangular solicitados à compressão simples*. Campinas. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas
- PAULA, J.A. (1988). *Algoritmos para o estudo de pilares esbeltos de concreto solicitados à flexão normal composta*. São Carlos. Dissertação (mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, USP.
- PAULTRE, P. et al. (1996). *Structural performance of some special concretes*. In: INTERNATIONAL SIMPOSIUM ON THE UTILIZATION OF HIGH-STRENGTH/ HIGH-PERFORMANCE CONCRETE, 4. França, may, p.787-796, Proceedings.
- PEREIRA NETO, P.M.; DJANIKIAN, J.G. (1995). *Algumas características do concreto de alta resistência com microssílica*. São Paulo, EPUSP (BT/PCC/143).
- QUEIROGA, M.V.M. (1999). *Análise experimental de pilares de concreto de alto desempenho submetidos à compressão simples*. São Carlos. Dissertação (mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, USP.
- RAZVI, S. R.; SAATCIOGLU, M. (1994). *Strength and deformability of confined high-strength concrete columns*. ACI Structural Journal, Vol. 91, n.6, p.678-687. November - December.
- SAATCIOGLU, M.; RAZVI, S.R. (1992). *Strength and ductility of confined concrete*. Journal of structural engineering, ASCE, Vol. 118, n.6, p.1590-1607, June.

- SANTOS, L.M.; FRANCO, M. (1993). *Instabilidade e efeitos de segunda ordem nas estruturas de concreto*. In: III SIMPÓSIO EPUSP SOBRE ESTRUTURAS DE CONCRETO. São Paulo.
- SANTOS, L.M. (1987). *Instabilidade nas estruturas de concreto - Análise de pilares*. São Paulo. Curso de especialização (estruturas) - Escola Politécnica, USP.
- SÁNCHEZ, E.(1997). *Aspectos gerais e reológicos do concreto de alta resistência*. In: REUNIÃO ANUAL DO IBRACON, 39. São Paulo.
- SERRA, G.G. (1997). *O concreto de alto desempenho e a nova arquitetura*. (CD ROM) In: Concreto de Alto Desempenho - NUTAL/USP versão 1.0, São Paulo.
- SHAH, S.P.; AHMAD, S.H. (1982). *Stress-strain curves of concrete confined by spiral reinforcement*. ACI Journal, Vol. 79, n.6, p.484-490 November-December.
- SHAH, S.P.; AHMAD, S.H. (1994). *High performance concretes and applications*. London, Edward Arnold. 402 p.
- SHEIKH, S.A.; UZUMERI, S.M. (1982). *Analytical model for concrete confinement in tied columns*. Journal of structural engineering, ASCE, Vol 180, n.12, p.2703-2722, December.
- VANDERLEI, R.D. (1999). *Análise experimental de pilares de concreto armado de alta resistência sob flexo compressão reta*. São Carlos. Dissertação (mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, USP.
- VASCONCELOS, A.C. (1998). *Concreto de alto desempenho – CAD*. Material divulgado na palestra “A prática de projetos estruturais usando concreto de alto desempenho e pontos relevantes no congresso da FIP/98 em Amsterdam – Holanda”, ministrada no Departamento de Estruturas da EESC-USP, em 16/09/1998.

- VIEIRA, F.P.; DAL MOLIM, D.C. (1995). *Comportamento da aderência das barras de aço no concreto de alta resistência com adição de microssílica*. In: JORNADAS SUDAMERICANAS DE INGENIERIA ESTRUCTURAL, 27. Tucumán, Argentina.
- XIE, J.; ELWI, A. E., MACGREGOR, J. G. (1995). *Mechanical Properties of high-Strength Concretes Containing Silica Fume*. ACI Materials Journal, p.135-145, March-April.



## BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR

- AGUIAR, E.A.B. (1999). *Distribuição de tensões em seções de CAD submetidas à flexo-compressão*. In: REUNIÃO ANUAL DO IBRACON, 41. Salvador.
- AGUIAR, E.A.B. (1998). *Comportamento de seções de CAD submetidas à flexão normal composta*. São Carlos. Seminário de Fundamentos do Concreto I - Escola de Engenharia de São Carlos, USP.
- AGUIAR, E.A.B. (1998). *Confinamento em pilares de concreto de alto desempenho*. São Carlos. Seminário de Fundamentos do Concreto II - Escola de Engenharia de São Carlos, USP.
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. Committee 363R. (1992). *State-of-the-art report on high strength concrete*. Detroit, ACI.
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. Committee 441R. (1996). *High-strength concrete: state of the art*. Detroit, ACI.
- ATTARD, M.M.; FOSTER, S.J. (1999). *The effect of cover on the strength of high strength concrete columns*. In: INTERNATIONAL SIMPOSIUM ON THE UTILIZATION OF HIGH-STRENGTH/ HIGH-PERFORMANCE CONCRETE, 4. Noruega, july, p.127-136, Proceedings.
- CARMO, R.M. (1995). *Efeitos de segunda ordem em edifícios usuais de concreto armado*. São Carlos. Dissertação (mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, USP.
- CEB-FIP Working Group on High-strength Concrete. (1995). High strength concrete. *CEB Bulletin d'Information*, n.228, July.

- DAL MOLIN, D.C.; WOLF, J. (1991). *Viabilidade técnico econômica da utilização de concretos de alta resistência em edifícios altos*. In: CICLO DE PALESTRAS SOBRE NOVAS TENDÊNCIAS DE AUMENTO DA RESISTÊNCIA DO CONCRETO. CB-18, ABNT, Porto Alegre, abril.
- DUCATTI, V.A. (1993). *Concreto de elevado desempenho – estudo da aderência com a armadura*. São Paulo. Tese (doutorado) - Escola Politécnica, USP.
- FERGUSON, P.M.; BREEN, J.E.; JIRSA, J.O. (1988). *Reinforced concrete fundamentals*, 5<sup>th</sup>. Ed. John Wiley & Sons.
- FIORIN, E. (1998). *Arranjos de armaduras em estruturas de concreto armado*. São Carlos. Dissertação (mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, USP.
- FOSTER, S.J.; LUI, J.; SHEIKH, S.A. (1998). *Cover spalling in HSC columns loaded in concentric compression*. Journal of structural engineering, ASCE, Vol. 124, n.12, p.1431-1437, December.
- FRANÇA, R.L.S. (1991). *Contribuição ao estudo dos efeitos de segunda ordem em pilares de concreto armado*. São Paulo. Tese (Doutorado) - Escola Politécnica, USP.
- FUSCO, P.B. (1995). *Técnicas de armar as estruturas de concreto*. São Paulo, Ed. Pini.
- GALAMBOS, T.V. (1968). *Structural members and frames*. Ed. Prentice-Hall.
- GUIMARÃES, A.E.P. (1999). *Análise experimental de pilares de concreto de alta resistência com adição de fibras metálicas submetidos à compressão centrada*. São Carlos. Tese (doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, USP.
- LORIGGIO, D.D. (1999). *Estudos sobre o estado limite último de instabilidade de estruturas de concreto armado*. In: REUNIÃO ANUAL DO IBRACON, 41. Salvador.

- MANSUR, M.A.; CHIN, M.S.; WEE, T.H. (1997). *Flexural behavior of high-strength concrete beams*. ACI Structural Journal, Vol. 94, No.6, p.663-674, November-December.
- MARQUES, S.P.C.; MARQUES, D.C.S.C. (1999). *Análise numérica não-linear de pilares de concreto armado sob carga excêntrica*. In: REUNIÃO ANUAL DO IBRACON, 41. Salvador.
- NAWY, E.G. (1995). *Reinforced concrete: a fundamental approach*, 3<sup>rd</sup>. Ed. Prentice-Hall.
- SANTOS, L.M. (1983). *Cálculo de concreto armado segundo a nova NB-1 e o CEB*, v.1 - 2ed. São Paulo, Ed. LMS Ltda.
- SILVA, I.S.S.(1995). *Concreto de alta resistência: composição, propriedades e dimensionamento*. São Carlos. Dissertação (mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, USP.
- SUSSEKIND, J.C. (1991). *Curso de concreto v.1 - 7ed.*. São Paulo, Ed. Globo.
- SUSSEKIND, J.C. (1991). *Curso de concreto v.2 - 4ed.*. São Paulo, Ed. Globo.
- VENTURINI, W.S.; RODRIGUES, R.O. (1996). *Dimensionamento de peças retangulares de concreto armado solicitadas à flexão reta - Reimpressão*. São Carlos, Serviço Gráfico da EESC-USP.