

# **CONTRIBUIÇÃO À ANÁLISE DA CONFIABILIDADE EM PAVIMENTOS DE EDIFÍCIOS DE CONCRETO ARMADO**

**TIBÉRIO RÔMULO ROMÃO BERNARDO**

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Estruturas.

**ORIENTADOR: PROF. TIT. WILSON SÉRGIO VENTURINI**

**SÃO CARLOS  
1999**

Dedico este trabalho aos meus pais, José Bernardo e Maria Aparecida, aos meus irmãos, Rodolfo e Adriana e aos meus avós Luís e Josefa Romão.

Andréa, este trabalho é nosso.

## AGRADECIMENTOS

Acredito que não fazemos nada sozinhos... sempre estamos dependendo de outras pessoas e, principalmente, sempre estamos aprendendo com elas. Ao término deste trabalho, desejo manifestar meus mais profundos agradecimentos às pessoas que me auxiliaram na dissertação, e em especial:

A Deus, que sempre esteve presente em minha vida e sempre me ajudou quando precisei. Por me dar a cada dia que passa mais saúde e alegria para que eu possa continuar trabalhando, e com meu trabalho, consiga tudo que sonho ter e com a graça dele, hoje sou muito feliz e tenho muito.

Ao Prof. Wilson Sérgio Venturini, pela orientação, paciência e compreensão. Agradeço também a honra que me foi concedida em tê-lo como meu orientador.

Aos meus pais, José Bernardo e Maria Aparecida, pessoas de garra, que sempre conseguiram dar tudo para seus três filhos. Hoje, vejo neles grandes heróis e, graças a Deus, vitoriosos e que souberam tornar seus filhos também grandes vitoriosos. Obrigado por sempre acreditarem.

Aos meus irmãos, Rodolfo e Adriana, por existirem.

À minha namorada Andréa, cuja convivência foi diminuída durante minha estadia em São Carlos, devido à grande distância e a minha dedicação na confecção deste trabalho. Peço desculpas pelo tempo de amor, carinho e ternura dos quais precisei privá-la.

Aos meus avós, Luís e Josefa Romão, pelo apoio e incentivo imprescindíveis em toda a minha formação.

Ao Eng. Rodrigo de Carvalho Soares, companheiro cuja colaboração teve essencial importância no desenvolvimento deste trabalho. Agradeço pelos valiosos comentários, sugestões, dedicação e paciência para suportar minhas insistentes consultas.

Ao Eng. Faustino Sanches Júnior, pelo companheirismo e pelas contribuições dadas ao trabalho.

Aos amigos Joel Araújo e Carlos Humberto, companheiros de república, pela inesquecível convivência durante nossa estadia em São Carlos.

À Ana Cláudia de Oliveira Pereira, pela amizade, apoio e incentivo, nunca negados.

Ao Prof. Pablo Aníbal López-Yáñez, primeiro orientador e incentivador do meu trabalho no mestrado.

Ao Departamento de Estruturas da EESC pela acolhida.

À CAPES, que proporcionou o apoio financeiro para a execução deste trabalho.

## SUMÁRIO

Lista de Figuras .....	V
Lista de Tabelas.....	X
Lista de Símbolos .....	xí
Lista de Abreviaturas e Siglas.....	xiii
Resumo .....	xiv
Abstract.....	xv
<b>1. APRESENTAÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1 Considerações Iniciais.....	1
1.2 Revisão Bibliográfica .....	4
1.3 Objetivos e Metodologia .....	7
1.4 Organização do Trabalho .....	8
<b>2. A SEGURANÇA NO PROJETO ESTRUTURAL .....</b>	<b>10</b>
2.1 Introdução .....	10
2.2 Modelos Probabilísticos e Determinísticos .....	11
2.3 O Problema da Segurança .....	12
2.4 O Sistema de Tolerância .....	13
2.5 Breve Histórico .....	14
2.6 A Segurança Estrutural .....	18
2.7 O Cálculo em Estados Limites.....	20
2.8 Conceito de Segurança para a Aplicação da Análise Não-Linear no Projeto de Estruturas de Concreto Armado .....	23
2.8.1 Considerações Gerais.....	23
2.8.2 O Conceito Atual de Segurança .....	25
2.8.3 Inconsistências do Conceito Atual de Segurança e Dificuldades na Aplicação para Métodos Numéricos .....	27
2.8.4 A Necessidade de uma Evolução .....	29
2.8.5 Possibilidades para Desenvolvimentos Futuros .....	29
2.8.6 Conclusões para Procedimentos Futuros.....	31
<b>3. A CONFIABILIDADE ESTRUTURAL .....</b>	<b>33</b>
3.1 Introdução .....	33
3.2 Interpretação do Conceito de Probabilidade.....	34
3.3 Natureza da Medida de Confiabilidade.....	34
3.4 O Problema da Ambigüidade.....	35
3.5 Análise e Verificação da Confiabilidade Estrutural.....	36
3.5.1 Introdução .....	36
3.5.2 O Problema Básico da Confiabilidade .....	37
3.6 O Método dos Estados Limites .....	46
3.6.1 Introdução .....	46
3.6.2 Estados Limites de Utilização .....	47
3.6.3 Estados Limites Últimos.....	48
3.6.4 Estados Limites e Confiabilidade.....	49
3.7 O Conceito de Fator de Segurança e a Exigência de uma Formulação Invariante .....	53
3.8 Considerações Probabilísticas Referentes ao Fator de Segurança .....	55
3.9 Método dos Coeficientes Parciais .....	58
3.10 Método de Confiabilidade de 1ª Ordem (FORM) .....	58
3.11 Confiabilidade e Elementos Finitos .....	63

3.11.1	Introdução .....	63
3.11.2	Notações .....	64
3.11.3	Determinação da Superfície de Estado Limite .....	65
3.12	Simulação .....	67
<b>4.</b>	<b>O MODELO DE GHALI &amp; FAVRE .....</b>	<b>69</b>
4.1	Introdução aos Modelos de Comportamento do Concreto Armado.....	69
4.2	Comportamento em Serviço .....	71
4.3	Modelo de Ghali & Favre - Flexão Simples.....	72
4.3.1	Instante de Aplicação do Carregamento.....	72
4.3.2	Instante Genérico de Tempo .....	78
<b>5.</b>	<b>PROGRAMA PARA ANÁLISE DA CONFIABILIDADE EM GRELHAS.....</b>	<b>79</b>
5.1	Introdução .....	79
5.2	Modelo de Gauss .....	81
5.3	Geração de Números Aleatórios .....	83
5.4	Procedimentos de Análise .....	92
<b>6.</b>	<b>EXEMPLOS .....</b>	<b>98</b>
6.1	Confiabilidade em Resistências.....	98
6.1.1	Vigas Simplesmente Apoiadas .....	98
6.1.2	Vigas com Dois Tramos.....	109
6.1.3	Vigas com Três Tramos.....	117
6.2	Confiabilidade em Deslocamentos .....	125
6.2.1	Vigas Simplesmente Apoiadas .....	125
6.2.2	Vigas com Dois Tramos.....	129
6.2.3	Pavimentos de Edifícios.....	134
6.2.3.1	Pavimento Fictício .....	134
6.2.3.2	Pavimento Real .....	136
<b>7.</b>	<b>CONCLUSÕES.....</b>	<b>151</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>153</b>

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 2.1 – ORDEM CRONOLÓGICA DA PUBLICAÇÃO DE ARTIGOS SOBRE SEGURANÇA ESTRUTURAL .....	16
FIGURA 2.2 – FUNÇÕES-DENSIDADE DA SOLICITAÇÃO E DA RESISTÊNCIA .....	20
FIGURA 2.3 – MARGEM DE SEGURANÇA ENTRE AÇÃO (EFEITOS) E RESISTÊNCIA .....	25
FIGURA 3.1 – FUNÇÕES DE DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE $f_x(x)$ e $f_y(y)$ .....	39
FIGURA 3.2 – EFEITO DA POSIÇÃO RELATIVA ENTRE $f_x(x)$ e $f_y(y)$ NA PROBABILIDADE DE FALHA .....	40
FIGURA 3.3 – EFEITO DAS DISPERSÕES DE $f_x(x)$ e $f_y(y)$ NA PROBABILIDADE DE FALHA .....	41
FIGURA 3.4 – DISTRIBUIÇÃO DA MARGEM DE SEGURANÇA .....	42
FIGURA 3.5 – RELAÇÃO ENTRE A PROBABILIDADE DE FALHA E O ÍNDICE $\beta$ DE CONFIABILIDADE .....	43
FIGURA 3.6 – MÉTODOS BÁSICOS PARA AVALIAÇÃO DA CONFIABILIDADE .....	46
FIGURA 3.7 – DOMÍNIO DE DEFINIÇÃO E ESTADO LIMITE DE FALHA PARA UM MODELO DE ANÁLISE DE CONFIABILIDADE .....	52
FIGURA 3.8 – ESTADO LIMITE COMPOSTO DE COLAPSO .....	52
FIGURA 3.9 – DUAS DIFERENTES REPRESENTAÇÕES DOS ESFORÇOS INTERNOS EM UMA VIGA DE CONCRETO ARMADO .....	54
FIGURA 3.10 – FUNÇÕES DE DISTRIBUIÇÃO COM VALORES DE QUANTIS PARA R E S .....	56
FIGURA 3.11 – DOMÍNIO DE FALHA E SUA APROXIMAÇÃO LINEAR NO ESPAÇO NORMAL PADRÃO .....	61
FIGURA 4.1 – MODELO FÍSICO PARA A CONSIDERAÇÃO DO CONCRETO ÍNTEGRO ENTRE FISSURAS: (I) = ESTÁDIO I; (II) = ESTÁDIO II .....	73
FIGURA 4.2 – PEÇA FISSURADA DE CONCRETO ARMADO .....	73
FIGURA 4.3 – TENSÕES EM UM TIRANTE DE CONCRETO ARMADO FISSURADO: a) TENSÕES NA ARMADURA; b) TENSÕES DE ADERÊNCIA; c) TENSÕES NO CONCRETO .....	74
FIGURA 4.4 – MÓDULOS DE DEFORMAÇÃO LONGITUDINAL TANGENTE E SECANTE PARA O CONCRETO .....	76
FIGURA 4.5 – DIAGRAMA MOMENTO – CURVATURA - FLEXÃO SIMPLES .....	77
FIGURA 5.1 – FLUXOGRAMA DO PROCESSO DE GERAÇÃO DAS AMOSTRAS DE RESISTÊNCIAS .....	83
FIGURA 5.2a – FLUXOGRAMA PARA OBTENÇÃO DO NÚMERO INICIAL DA GERAÇÃO .....	86
FIGURA 5.2b – PROCEDIMENTO 1 DO FLUXOGRAMA PARA OBTENÇÃO DO NÚMERO INICIAL DA GERAÇÃO .....	87
FIGURA 5.3 – MÉTODO DE TRANSFORMAÇÃO PARA GERAR UMA VARIAÇÃO ALEATÓRIA $y$ A PARTIR DE UMA DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE $p(y)$ CONHECIDA .....	88

FIGURA 5.4 – VIGA DISCRETIZADA EM CINCO ELEMENTOS FINITOS .....	90
FIGURA 5.5 – HIPOTÉTICAS CONFIGURAÇÕES FINAIS PARA O PROCESSO DE ALOCAÇÃO DE RESISTÊNCIAS EM UMA VIGA SIMPLEMENTE APOIADA .....	91
FIGURA 5.6 – HIPOTÉTICAS CONFIGURAÇÕES FINAIS PARA O PROCESSO DE ALOCAÇÃO DE RESISTÊNCIAS EM ESTRUTURAS DE PAVIMENTOS .....	92
FIGURA 5.7 – FLUXOGRAMA DO PROCEDIMENTO INCREMENTAL-INTERATIVO .....	93
FIGURA 6.1 – VIGA SIMPLEMENTE APOIADA [DIMENSÕES EM cm] .....	99
FIGURA 6.2 – COMPORTAMENTO DA RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO COM A VARIAÇÃO DA TAXA DE ARMADURA - $f_{ck\_0} = 20$ MPa .....	99
FIGURA 6.3 – COMPORTAMENTO DA RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO COM A VARIAÇÃO DA TAXA DE ARMADURA - $f_{ck\_0} = 25$ MPa .....	100
FIGURA 6.4 – COMPORTAMENTO DA RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO COM A VARIAÇÃO DA TAXA DE ARMADURA - $f_{ck\_0} = 30$ MPa .....	100
FIGURA 6.5 – COMPORTAMENTO DA RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO COM A VARIAÇÃO DA TAXA DE ARMADURA - $f_{ck\_0} = 35$ MPa .....	100
FIGURA 6.6 – COMPORTAMENTO DA RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO COM A VARIAÇÃO DA TAXA DE ARMADURA - $f_{ck\_0} = 40$ MPa .....	101
FIGURA 6.7 – COMPORTAMENTO DA RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO COM A VARIAÇÃO DA TAXA DE ARMADURA - $f_{ck\_0} = 45$ MPa .....	101
FIGURA 6.8 – COMPORTAMENTO DA RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO COM A VARIAÇÃO DA TAXA DE ARMADURA - $f_{ck\_0} = 50$ MPa .....	101
FIGURA 6.9 – CONFIABILIDADE DE VIGAS SIMPLEMENTE APOIADAS - $f_{ck\_0} = 20$ MPa .....	105
FIGURA 6.10 – CONFIABILIDADE DE VIGAS SIMPLEMENTE APOIADAS - $f_{ck\_0} = 25$ MPa .....	105
FIGURA 6.11 – CONFIABILIDADE DE VIGAS SIMPLEMENTE APOIADAS - $f_{ck\_0} = 30$ MPa .....	106
FIGURA 6.12 – CONFIABILIDADE DE VIGAS SIMPLEMENTE APOIADAS - $f_{ck\_0} = 35$ MPa .....	106
FIGURA 6.13 – CONFIABILIDADE DE VIGAS SIMPLEMENTE APOIADAS - $f_{ck\_0} = 40$ MPa .....	107
FIGURA 6.14 – CONFIABILIDADE DE VIGAS SIMPLEMENTE APOIADAS - $f_{ck\_0} = 45$ MPa .....	107
FIGURA 6.15 – CONFIABILIDADE DE VIGAS SIMPLEMENTE APOIADAS - $f_{ck\_0} = 50$ MPa .....	108
FIGURA 6.16 – VIGA COM DOIS TRAMOS [DIMENSÕES EM cm] .....	109

FIGURA 6.17 – COMPORTAMENTO DA RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO COM A VARIAÇÃO DA TAXA DE ARMADURA - $f_{ck\_0} = 20$ MPa .....	109
FIGURA 6.18 – COMPORTAMENTO DA RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO COM A VARIAÇÃO DA TAXA DE ARMADURA - $f_{ck\_0} = 25$ MPa .....	110
FIGURA 6.19 – COMPORTAMENTO DA RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO COM A VARIAÇÃO DA TAXA DE ARMADURA - $f_{ck\_0} = 30$ MPa .....	110
FIGURA 6.20 – COMPORTAMENTO DA RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO COM A VARIAÇÃO DA TAXA DE ARMADURA - $f_{ck\_0} = 35$ MPa .....	110
FIGURA 6.21 – COMPORTAMENTO DA RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO COM A VARIAÇÃO DA TAXA DE ARMADURA - $f_{ck\_0} = 40$ MPa .....	111
FIGURA 6.22 – COMPORTAMENTO DA RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO COM A VARIAÇÃO DA TAXA DE ARMADURA - $f_{ck\_0} = 45$ MPa .....	111
FIGURA 6.23 – COMPORTAMENTO DA RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO COM A VARIAÇÃO DA TAXA DE ARMADURA - $f_{ck\_0} = 50$ MPa .....	111
FIGURA 6.24 – CONFIABILIDADE DE VIGAS COM DOIS TRAMOS - $f_{ck\_0} = 20$ MPa .....	112
FIGURA 6.25 – CONFIABILIDADE DE VIGAS COM DOIS TRAMOS - $f_{ck\_0} = 25$ MPa .....	113
FIGURA 6.26 – CONFIABILIDADE DE VIGAS COM DOIS TRAMOS - $f_{ck\_0} = 30$ MPa .....	113
FIGURA 6.27 – CONFIABILIDADE DE VIGAS COM DOIS TRAMOS - $f_{ck\_0} = 35$ MPa .....	114
FIGURA 6.28 – CONFIABILIDADE DE VIGAS COM DOIS TRAMOS - $f_{ck\_0} = 40$ MPa .....	114
FIGURA 6.29 – CONFIABILIDADE DE VIGAS COM DOIS TRAMOS - $f_{ck\_0} = 45$ MPa .....	115
FIGURA 6.30 – CONFIABILIDADE DE VIGAS COM DOIS TRAMOS - $f_{ck\_0} = 50$ MPa .....	115
FIGURA 6.31 – VIGA COM TRÊS TRAMOS [DIMENSÕES EM cm] .....	117
FIGURA 6.32 – COMPORTAMENTO DA RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO COM A VARIAÇÃO DA TAXA DE ARMADURA - $f_{ck\_0} = 20$ MPa .....	117
FIGURA 6.33 – COMPORTAMENTO DA RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO COM A VARIAÇÃO DA TAXA DE ARMADURA - $f_{ck\_0} = 25$ MPa .....	118
FIGURA 6.34 – COMPORTAMENTO DA RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO COM A VARIAÇÃO DA TAXA DE ARMADURA - $f_{ck\_0} = 30$ MPa .....	118
FIGURA 6.35 – COMPORTAMENTO DA RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO COM A VARIAÇÃO DA TAXA DE ARMADURA - $f_{ck\_0} = 35$ MPa .....	118

FIGURA 6.36 – COMPORTAMENTO DA RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO COM A VARIAÇÃO DA TAXA DE ARMADURA - $f_{ck\_0} = 40$ MPa .....	119
FIGURA 6.37 – COMPORTAMENTO DA RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO COM A VARIAÇÃO DA TAXA DE ARMADURA - $f_{ck\_0} = 45$ MPa .....	119
FIGURA 6.38 – COMPORTAMENTO DA RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO COM A VARIAÇÃO DA TAXA DE ARMADURA - $f_{ck\_0} = 50$ MPa .....	119
FIGURA 6.39 – CONFIABILIDADE DE VIGAS COM TRÊS TRAMOS - $f_{ck\_0} = 20$ MPa .....	120
FIGURA 6.40 – CONFIABILIDADE DE VIGAS COM TRÊS TRAMOS - $f_{ck\_0} = 25$ MPa .....	121
FIGURA 6.41 – CONFIABILIDADE DE VIGAS COM TRÊS TRAMOS - $f_{ck\_0} = 30$ MPa .....	121
FIGURA 6.42 – CONFIABILIDADE DE VIGAS COM TRÊS TRAMOS - $f_{ck\_0} = 35$ MPa .....	122
FIGURA 6.43 – CONFIABILIDADE DE VIGAS COM TRÊS TRAMOS - $f_{ck\_0} = 40$ MPa .....	122
FIGURA 6.44 – CONFIABILIDADE DE VIGAS COM TRÊS TRAMOS - $f_{ck\_0} = 45$ MPa .....	123
FIGURA 6.45 – CONFIABILIDADE DE VIGAS COM TRÊS TRAMOS - $f_{ck\_0} = 50$ MPa .....	123
FIGURA 6.46 – RELAÇÃO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE x $A_s/A_c$ PARA VIGAS BIAPOIADAS - $f_{ck\_0} = 20$ MPa .....	126
FIGURA 6.47 – RELAÇÃO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE x $A_s/A_c$ PARA VIGAS BIAPOIADAS - $f_{ck\_0} = 25$ MPa .....	126
FIGURA 6.48 – RELAÇÃO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE x $A_s/A_c$ PARA VIGAS BIAPOIADAS - $f_{ck\_0} = 30$ MPa .....	126
FIGURA 6.49 – RELAÇÃO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE x $A_s/A_c$ PARA VIGAS BIAPOIADAS - $f_{ck\_0} = 35$ MPa .....	127
FIGURA 6.50 – RELAÇÃO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE x $A_s/A_c$ PARA VIGAS BIAPOIADAS - $f_{ck\_0} = 40$ MPa .....	127
FIGURA 6.51 – RELAÇÃO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE x $A_s/A_c$ PARA VIGAS BIAPOIADAS - $f_{ck\_0} = 45$ MPa .....	127
FIGURA 6.52 – RELAÇÃO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE x $A_s/A_c$ PARA VIGAS BIAPOIADAS - $f_{ck\_0} = 50$ MPa .....	128
FIGURA 6.53 – RELAÇÃO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE x $A_s/A_c$ PARA VIGAS COM DOIS TRAMOS - $f_{ck\_0} = 20$ MPa .....	130
FIGURA 6.54 – RELAÇÃO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE x $A_s/A_c$ PARA VIGAS COM DOIS TRAMOS - $f_{ck\_0} = 25$ MPa .....	130
FIGURA 6.55 – RELAÇÃO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE x $A_s/A_c$ PARA VIGAS COM DOIS TRAMOS - $f_{ck\_0} = 30$ MPa .....	130
FIGURA 6.56 – RELAÇÃO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE x $A_s/A_c$ PARA VIGAS COM DOIS TRAMOS - $f_{ck\_0} = 35$ MPa .....	131
FIGURA 6.57 – RELAÇÃO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE x $A_s/A_c$ PARA VIGAS COM DOIS TRAMOS - $f_{ck\_0} = 40$ MPa .....	131
FIGURA 6.58 – RELAÇÃO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE x $A_s/A_c$ PARA VIGAS COM DOIS TRAMOS - $f_{ck\_0} = 45$ MPa .....	131

FIGURA 6.59 – RELAÇÃO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE x $A_s/A_c$ PARA VIGAS COM DOIS TRAMOS - $f_{ck\_0} = 50$ MPa .....	132
FIGURA 6.60 – CONFIABILIDADE EM DESLOCAMENTOS PARA O NÓ 12 DA VIGA 01 DO PAVIMENTO FICTÍCIO .....	134
FIGURA 6.61 – PAVIMENTO FICTÍCIO .....	135
FIGURA 6.62 – PAVIMENTO REAL: PILOTIS DE EDIFÍCIO .....	137
FIGURA 6.63 – SIMETRIA NO PAVIMENTO .....	138
FIGURA 6.64 – DISCRETIZAÇÃO EM ELEMENTOS FINITOS .....	139
FIGURA 6.65 – CARREGAMENTOS NO PAVIMENTO .....	140
FIGURA 6.66 – CONFIABILIDADE EM DESLOCAMENTOS PARA O NÓ 29 DA VIGA 33 DO PAVIMENTO REAL .....	141

## LISTA DE TABELAS

TABELA 3.1 – RELAÇÃO ENTRE A PROBABILIDADE DE FALHA E O ÍNDICE $\beta$ DE CONFIABILIDADE.....	43
TABELA 3.2 – RELAÇÃO ENTRE A PROBABILIDADE DE FALHA E O ÍNDICE $\beta$ DE CONFIABILIDADE.....	44
TABELA 3.3 – ÍNDICES DE CONFIABILIDADE ALVO E CLASSES DE SEGURANÇA .....	49
TABELA 6.1 – COEFICIENTE $\gamma_c$ PARA VIGAS BIAPOIADAS, $\beta = 1,5$ E $f_{ck} = 20$ MPa.....	103
TABELA 6.2 – COEFICIENTE $\gamma_c$ PARA VIGAS BIAPOIADAS, $\beta = 1,5$ E $f_{ck} = 25$ MPa.....	103
TABELA 6.3 – COEFICIENTE $\gamma_c$ PARA VIGAS BIAPOIADAS, $\beta = 1,5$ E $f_{ck} = 30$ MPa.....	103
TABELA 6.4 – COEFICIENTE $\gamma_c$ PARA VIGAS BIAPOIADAS, $\beta = 1,5$ E $f_{ck} = 35$ MPa.....	103
TABELA 6.5 – COEFICIENTE $\gamma_c$ PARA VIGAS BIAPOIADAS, $\beta = 1,5$ E $f_{ck} = 40$ MPa.....	103
TABELA 6.6 – COEFICIENTE $\gamma_c$ PARA VIGAS BIAPOIADAS, $\beta = 1,5$ E $f_{ck} = 45$ MPa.....	103
TABELA 6.7 – COEFICIENTE $\gamma_c$ PARA VIGAS BIAPOIADAS, $\beta = 1,5$ E $f_{ck} = 50$ MPa.....	104
TABELA 6.8 – RAZÃO $A_s/A_c$ MÍNIMA PARA CONFIABILIDADE CONSTANTE .....	112
TABELA 6.9 – COEFICIENTE $\gamma_c$ PARA VIGAS COM DOIS TRAMOS E $\beta = 1,5$ .....	116
TABELA 6.10 – COEFICIENTE $\gamma_c$ PARA VIGAS COM TRÊS TRAMOS E $\beta = 1,5$ .....	125
TABELA 6.11 – APROXIMAÇÃO POLINOMIAL PARA A CONFIABILIDADE - VIGAS BIAPOIADAS .....	129
TABELA 6.12 – APROXIMAÇÃO POLINOMIAL PARA A CONFIABILIDADE - VIGAS COM DOIS 2 TRAMOS.....	133
TABELA 6.13 – COMPARAÇÃO DE CONFIABILIDADE PARA OS PAVIMENTOS ANALISADOS.....	141
TABELA 6.14 – COORDENADAS DO PAVIMENTO REAL .....	142
TABELA 6.15 – INCIDÊNCIA DAS BARRAS PARA O PAVIMENTO REAL .....	144
TABELA 6.16 – SEÇÕES TRANSVERSAIS DOS ELEMENTOS PARA O PAVIMENTO REAL .....	146

## LISTA DE SÍMBOLOS

### Letras romanas maiúsculas

A	área
$A'_s$	área da armadura longitudinal comprimida
$A_s$	área da armadura longitudinal tracionada
$E_c$	módulo de elasticidade longitudinal do concreto
$E_{cs}$	módulo de elasticidade secante
$E_s$	módulo de elasticidade longitudinal do aço
$E[.]$	esperança
F	função de distribuição acumulada
I	momento de inércia à flexão
L	comprimento
M	momento fletor
$M_r$	momento de fissuração
N	esforço normal
P	probabilidade
R	resistência
S	solicitação
$S_r$	espaçamento entre fissuras
V	coeficiente de variação
$\tilde{X}$	vetor de variáveis aleatórias

### Letras romanas minúsculas

$1/r$	curvatura da seção
d	altura útil da seção transversal
f	função de densidade de probabilidade
$f_{cd}$	resistência à compressão do concreto de cálculo
$f_{ck}$	resistência característica do concreto à compressão
$f_{cm}$	resistência média do concreto à compressão
$f_y$	resistência do aço
h	altura da seção transversal
n	fator de segurança

$n_c$	fator de segurança central
$p_f$	probabilidade de falha
$q$	carregamento uniformemente distribuído
$t$	instante de tempo qualquer; maior que $t_0$
$t_0$	instante de aplicação do carregamento
$x_1$	posição da linha neutra no estágio 1

#### Letras gregas minúsculas

$\beta$	índice de confiabilidade
$\varepsilon$	deformação
$\varepsilon_c$	deformação na fibra mais comprimida do concreto
$\varepsilon_s$	deformação na fibra correspondente à armadura tracionada
$\gamma_c$	coeficiente de minoração da resistência do concreto
$\mu$	média
$\sigma$	desvio-padrão
$\zeta$	coeficiente de ponderação entre os estádios 1 e 2

#### Letras gregas maiúsculas

$\Phi$	distribuição normal padrão
--------	----------------------------

**LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

CEB	Comité Euro-international du Béton
EESC	Escola de Engenharia de São Carlos
USP	Universidade de São Paulo
MC	Model Code
NB	Norma Brasileira
FORM	First Order Reliability Method
SORM	Second Order Reliability Method

## RESUMO

Nos últimos anos, inovações e desenvolvimentos importantes ocorreram na engenharia estrutural. Apesar disso, a maioria dos avanços não considera a natureza aleatória das variáveis. Partindo-se dessas idéias, apresenta-se uma contribuição na análise da segurança e confiabilidade em pavimentos de edifícios, introduzindo-se conceitos probabilísticos e estatísticos aplicados dentro de um modelo de comportamento não-linear para o concreto armado (Ghali & Favre). A resistência à compressão do concreto e os deslocamentos nas vigas e nos pavimentos são considerados como variáveis aleatórias, seguindo uma distribuição de probabilidade conhecida. O objetivo é relacionar valores da resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ) e do módulo de elasticidade do material com determinados níveis de confiabilidade, expressos pelo índice  $\beta$  e pela probabilidade de falha da função de estado limite escolhida. Objetiva-se analisar o comportamento das variáveis básicas e a interação entre elas, procurando avaliar, quantitativamente, a margem de segurança obtida com a aplicação de critérios de projeto da NB-1 e do EUROCODE. Pretende-se ainda fazer algumas considerações sobre a necessidade de se estudar a formulação de um coeficiente de minoração da resistência do concreto  $\gamma_c$  como função das variáveis básicas dos modelos empregados e de suas distribuições de probabilidade.

**Palavras-chave:** confiabilidade, concreto armado, pavimentos, estruturas reticuladas.

## ABSTRACT

In the last years, important developments and innovations took place in the structural engineering context. In spite of that, most of that progress does not consider the random nature of the involved variables. Based on these aspects, a contribution to the safety and reliability analyses for building floors is presented. It is also introduced probabilistic and statistic concepts, applied to a well-known non-linear models for the reinforced concrete elements (Ghali & Favre). The concrete compression strength, as well as beam and floor displacements are assumed random variables, following a known probability distribution. The aim of the work is to relate the concrete characteristic strength in compression ( $f_{ck}$ ) and the Young's modulus with certain levels of reliability, expressed by the  $\beta$  index and by the failure probability of the limit state function. The behaviour of the basic variables and their interactions are analysed in order to evaluate the safety reached by applying NB-1 (Brazilian code for reinforced concrete structures) and EUROCODE design recommendations. Moreover, some comments are made on the future studies required to achieve a single reduction coefficient  $\gamma_c$  for the concrete strength, which may be given in terms of the basic variables of material models and their probability distributions.

**Keywords:** reliability, reinforced concrete, building floors, grid structures.

# 1 APRESENTAÇÃO

## 1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Inovações e desenvolvimentos importantes ocorreram na engenharia estrutural nos últimos anos. Dificuldades de análise que pareciam insuperáveis, têm desaparecido com o advento do computador e do método dos elementos finitos. A maioria desses novos avanços tem sido usada para melhorar o projeto de navios e aeronaves, plataformas *offshore*, sistemas subterrâneos, usinas nucleares e hidrelétricas, torres e edifícios altos, e muitas outras formas de construção, anteriormente projetadas de acordo com a experiência e a prática obtidas no decorrer dos anos.

O potencial da tecnologia computacional tem permitido o desenvolvimento e a introdução de métodos numéricos na elaboração de projetos. Inúmeros programas de elementos finitos disponíveis comercialmente e outros *softwares* podem ser encontrados na grande maioria dos escritórios de engenharia.

Além disso, o tempo de processamento diminuiu com o uso do computador. A nova geração de microcomputadores permite a realização de análises com maior conveniência e economia. O engenheiro hoje tem mais tempo para planejar novas formas de construção, para melhorar detalhes de projeto e estudar fenômenos e dados antes negligenciados ou aproximados. Entretanto, a capacidade de solucionar problemas complexos apresentou apenas uma pequena melhora. Todas as atuais possibilidades computacionais para a assistência a engenheiros estruturais, considerando-se determinadas combinações de carga, variações de carregamento, combinações de esforços, resistência e probabilidade de colapso, bem como, na capacidade em serviço das estruturas projetadas, não têm sido completamente exploradas.

A quantidade de variáveis envolvidas nos modelos é tamanha, principalmente no caso do concreto armado, que torna-se praticamente impossível prever, de forma precisa, o comportamento

real de uma dada estrutura. O que se faz é estudar as variáveis mais importantes, obtendo-se avaliações e resultados de caráter apenas aproximado.

Nesse sentido, nas últimas décadas, muito esforço foi feito para a incorporação de propriedades realistas do concreto para a análise estrutural. Os dados experimentais comprovam a alta complexidade desse material. Além de sua constituição heterogênea, possui clara diferença de comportamento à compressão e à tração, respostas diferentes quando submetido a ações estáticas ou dinâmicas, uni ou multiaxiais. Ainda evidenciam-se os efeitos de fissuração, retração, fluência, expansibilidade e contribuição do concreto íntegro entre fissuras. Anteriormente, não se pensava em poder tratá-los de maneira precisa, pelo fato de, em geral, apresentarem difícil modelagem.

Apesar da ampliação dos estudos que permitem a compreensão do real comportamento do concreto armado, a maioria dos avanços não considera a natureza aleatória das variáveis. É possível afirmar que a hipótese determinística representa, convenientemente, os fenômenos que ocorrem nas estruturas. Contudo, as incertezas presentes na determinação do valor das variáveis podem provocar comportamentos não previstos inicialmente.

A intenção do trabalho é analisar a aleatoriedade das variáveis envolvidas nos modelos empregados no estudo de pavimentos de edifícios de concreto armado e introduzir a confiabilidade na determinação, por exemplo, da probabilidade de uma determinada estrutura entrar em colapso, atingir a ruína ou qualquer estado limite desejado. A confiabilidade estrutural é a medida das chances ou da tendência de certo sistema violar um estado limite, por falha ou por não satisfazer a um desempenho esperado.

A abordagem aleatória das variáveis iniciou-se com a necessidade do estabelecimento de diretrizes de projeto baseadas em processos estatísticos e probabilísticos (CEB, 1988), que tornassem possível tratar as incertezas presentes nas variáveis.

A consideração da aleatoriedade na análise estrutural pode ser realizada segundo duas linhas distintas: analítica e numérica.

A resolução analítica encontra-se restrita aos estudos mais simples requerendo, ainda assim, um considerável trabalho matemático.

A resolução numérica, por apresentar um caráter mais geral, encontra-se em notável expansão nas pesquisas em todo o mundo. Elementos Finitos Estocásticos, FORM (*First Order Reliability Method*), SORM (*Second Order Reliability Method*), são exemplos de métodos que permitem o tratamento e avaliação da aleatoriedade das variáveis envolvidas nos modelos.

A utilização de processos que levem em consideração a natureza aleatória das variáveis envolvidas nos modelos de comportamento do concreto armado é uma ferramenta indispensável e talvez até a única realmente apropriada para a estimativa da confiabilidade nas estruturas.

Incertezas são inevitáveis no projeto e planejamento de sistemas estruturais. Portanto, os procedimentos de análise da engenharia devem, adequadamente, incluir métodos e conceitos para avaliação de sua importância no desempenho e no projeto do sistema. Com essa consideração, os princípios de probabilidade, estatística e teoria da decisão oferecem a base matemática para a modelagem da incerteza e análise dos seus efeitos no projeto.

**A avaliação da confiabilidade das estruturas vem conseguindo importantes progressos nos últimos anos, motivados, principalmente, pelo grande número de pesquisas na área, principalmente na Europa e nos Estados Unidos. Durante esse período, o seu campo de aplicação ampliou-se, tornando-se uma parte substancial da teoria geral de confiabilidade. Com isso, um novo ramo da engenharia tem emergido: a Engenharia de Confiabilidade. Esse fato tem salientado novos aspectos e propiciado o surgimento de novos métodos e aplicações.**

Com isso, o esquema do projeto estrutural está melhorando no que se refere à introdução de novos modelos nas normas. O volume de especificações, normas e códigos está aumentando, mas com apenas um lento melhoramento no nível de aplicação da teoria de confiabilidade. Contudo, métodos e procedimentos probabilísticos e estatísticos têm sido encontrados mais amplamente e em aplicações mais extensas na engenharia estrutural e, em formas mais ou menos sofisticadas, são as bases da maioria das versões recentes de normas estruturais ao redor do mundo.

Com o advento do computador pessoal, o uso difundido de procedimentos de avaliação da confiabilidade, diferentes qualitativamente, tem alcançado uma viabilidade inesperada. Poderosos microcomputadores permitem ao usuário conduzir avaliações probabilísticas baseadas nas técnicas de simulação. Na engenharia estrutural, um método como esse pode contribuir significativamente para um projeto racional.

**Os projetistas estão prontos para aplicar novos e avançados procedimentos de avaliação da confiabilidade se esses forem claros, consumindo menos tempo e esforço, se acarretarem uma economia não desprezível de materiais e se eles puderem perceber que o seu trabalho não está limitado à aplicação de equações. Graças, principalmente, à probabilidade e à estatística, e também aos computadores, o conhecimento empírico obtido pela experiência de construção da humanidade pôde ser transposto para um modelo lógico, capaz de apresentar conclusões e prever o comportamento das estruturas.**

No futuro, espera-se que a análise da confiabilidade estrutural tenha seu campo de atuação ainda mais ampliado, possibilitando a execução de projeto mais seguros ou, pelo menos, que permitam o conhecimento do nível de segurança com o qual se está trabalhando.

## 1.2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste item, será apresentada uma breve revisão bibliográfica sobre o que se tem feito no ramo da teoria da confiabilidade aplicada às estruturas de concreto armado, assim como o seu uso no projeto e na análise estrutural.

Todos os projetos estruturais envolvem compromissos legítimos entre a realidade e a simplicidade. Entretanto, com o aperfeiçoamento das ferramentas de projeto, esses compromissos moveram-se firmemente na direção da realidade, ao mesmo tempo em que os chamados fatores de segurança rapidamente diminuíram, como uma recompensa justificada pelo esforço de uma melhor análise. Com esse fato, têm-se desenvolvido pesquisas com o objetivo de analisar o comportamento das estruturas segundo um enfoque não-determinístico. Todos esses estudos tentam levar em conta os efeitos aleatórios nas variáveis básicas envolvidas.

Houve uma importante evolução das normas estruturais ao longo deste século. Particular atenção é dada à introdução e ao uso generalizado de conceitos probabilísticos. Durante as últimas décadas, associações internacionais em engenharia civil têm contribuído para a implementação prática dos resultados das pesquisas em confiabilidade. Os mais importantes passos na direção da harmonização e melhoramento das normas na área da engenharia de estruturas resultaram da iniciativa da *Comission of the European Communities* na preparação do conjunto de Eurocodes.

Em 1926, MAX MAYER<sup>1</sup> apud SOARES (1997) publicou a tese "*The Safety of Structures and their Design According to Ultimate Forces Instead of Allowable Stress*". Essa tese apresenta duas propostas principais visando a racionalização do projeto: considerar estados limites pertinentes, particularmente à falha ou ao colapso, e idealizar a variabilidade das diferentes quantidades envolvidas, tais como as propriedades mecânicas, carregamentos e dimensões, de acordo com conceitos probabilísticos. Essas propostas estavam à frente do seu tempo. O conceito de estado limite foi introduzido em normas apenas em meados dos anos quarenta (na antiga União Soviética). Os trabalhos pioneiros na segurança estrutural devem-se a Freudenthal e Torroja no final da década de quarenta.

Os conceitos teóricos das análise de risco e confiabilidade já estão disponíveis há algum tempo, como pode ser verificado em FREUDENTHAL (1947), PROT<sup>2</sup>, JOHNSON<sup>3</sup> e PUGSLEY<sup>4</sup> apud ANG (1973).

---

<sup>1</sup> MAYER, MAX (1926). *Die Sicherheit der Bauwerke und ihre Brechnung nach Grenzkräften anstatt nach Zulässigen Spanungen, Vorlag von Julius Springer, Berlim* (Traduções em inglês e espanhol foram publicadas pela Intemac, Madrid, 1975).

<sup>2</sup> PROT, M. (1951). *Theorie probabilistede la securite*. Revue Generale de Chemins de Fer, Paris, June.

<sup>3</sup> JOHNSON, A.I. (1953). *Strenght, safety and economical dimensions of structures*. Bulletin n. 12, Division of Buildings Statics and Structural Engineering, Royal Institute of Technology, Stockholm.

Tentativas de implementação da teoria da confiabilidade no projeto estrutural foram feitas por ANG (1972), ANG et al. (1969, 1971, 1973), BENJAMIM (1969), CORNELL (1969a, 1969b), ELLINGWOOD (1973), LIND (1971), RAVINDRA et al. (1974), ROSENBLUETH (1971), SEXSMITH (1969), SHAH (1969) e TURKSTRA (1967), STEVENSON & MOSES (1970), MOSES (1974), PALOHEIMO & HANNUS (1974), ELLINGWOOD (1977), MIRZA et al. (1979), MIRZA & MACGREGOR (1979), ELLINGWOOD (1982), ISRAEL & ELLINGWOOD (1987).

Livros textos sobre confiabilidade estrutural, tomados como referência para este trabalho, foram publicados por ANG & TANG (1975), ANG & TANG (1984), AUGUSTI et al. (1984), MELCHERS (1987), TICHÝ (1993), DITLEVENSEN & MADSEN (1996), FRANGOPOLO et al. (1997), SOARES (1997), MAREK et al. (1996).

LAWRENCE (1989) apresenta um tutorial dos aspectos introdutórios dos métodos de avaliação da confiabilidade - conceitos básicos, variáveis e funções aleatórias, distribuições de probabilidade, geração de números aleatórios e simulação de Monte Carlo - além dos principais progressos na área computacional aplicados na solução dos problemas de engenharia estrutural.

Em trabalho publicado pelo CEB (1991), descrevem-se as principais características na utilização de métodos de elementos finitos, baseados na análise da confiabilidade, para vigas de concreto armado sob cargas de curta duração.

A combinação da teoria de elementos finitos juntamente com a de confiabilidade é utilizada como uma ferramenta para a avaliação da confiabilidade estrutural como possível medida de comparação de desempenho entre diversos procedimentos de dimensionamento existentes. A avaliação é feita através do método de 1ª ordem (FORM). Basicamente, o que o método de 1ª ordem propõe é uma aproximação da função de estado limite, ou seja, a função que define as fronteiras entre os domínios de falha e de segurança da estrutura no espaço das variáveis de projeto.

O CEB (1990) faz referência a uma tabela com as variáveis aleatórias básicas empregadas (carregamentos variáveis e permanentes, dimensões da seção de concreto armado, resistência dos materiais, posição das armaduras, tipos de distribuição, etc.), derivada de normas alemãs.

Também nesse trabalho analisa-se a confiabilidade de seções de concreto armado retangulares simetricamente armadas para várias condições de solicitações  $MxN$ , utilizando-se as variáveis aleatórias anteriormente expostas e, como resultado, apresentam-se isolinhas de confiabilidade para diagramas de interação  $MxN$ . Verifica-se então a existência de coeficientes parciais de dimensionamento não-homogêneos quando do emprego das recomendações de dimensionamento. De forma geral, ao se seguir os procedimentos de dimensionamento para diversos casos de

---

<sup>4</sup> PUGSLEY, A.G. (1959). Concepts of safety in structural engineering. Journal of the Institute of Civil

solicitações  $MxN$ , haverá diversos valores de índices de confiabilidade. Em geral, nos casos analisados, observou-se a validade do emprego do método dos coeficientes parciais para as várias situações de estados limites, ou seja, o uso do método dos coeficientes parciais fornece valores para a confiabilidade altos. Particularmente, percebe-se que um nível de segurança homogêneo pode ser alcançado para estados limites de utilização com o uso de diferentes coeficientes parciais de segurança.

Um estudo semelhante ao feito no CEB (1991) foi elaborado por GOMES (1997a), só que empregando recomendações da Norma Brasileira para o dimensionamento de seções de concreto armado. O estudo é feito para estados limites últimos. Conclusões semelhantes às obtidas pelo CEB (1991) são encontradas nesse estudo.

No trabalho realizado por DUPRAT et al. (1994), a confiabilidade de pilares de concreto armado é avaliada com a aplicação da técnica de simulação de Monte Carlo. O critério de falha tomado foi o da ultrapassagem da carga de flambagem. A formulação foi apresentada via elementos finitos de barras, com as não-linearidades geométricas e dos materiais sendo levadas em conta.

AITALI (1994) apresenta o princípio e o desenvolvimento de um modelo para o caso de uma viga de concreto armado com extremidades fixas submetida a cargas estáticas aleatórias. A confiabilidade é estimada usando a simulação de Monte Carlo.

O Boletim 229 do CEB (1995) apresenta importantes trabalhos na área de segurança e confiabilidade em estruturas de concreto, principalmente no que diz respeito à necessidade da formação de um novo conceito de segurança.

Estudos semelhantes foram elaborados por KRAKOVSKI (1997). Nesse trabalho, mostra-se que o código do ACI não alcança, para diferentes situações de projeto, uma confiabilidade uniforme para o caso do dimensionamento de vigas. Fatores de combinação são propostos para solucionar o problema.

O trabalho de GOMES (1997b) faz uma análise de estruturas de concreto armado, para carregamentos estáticos e dinâmicos, via formulação de elementos finitos, para cargas de curta e longa duração e seus efeitos no valor dos índices de confiabilidade. Além disso, apresenta-se também uma análise de confiabilidade através de simulação direta de Monte Carlo com o emprego da técnica de Amostragem por Importância no estudo de estruturas com fortes não-linearidades.

Um novo formato de projeto em confiabilidade também é proposto por MURZEWSKI (1997), no qual definições mais realísticas de colapso estrutural são introduzidas.

NÜRNBERGEROVÁ & HÁJEK (1994) propõem uma possibilidade de quantificar a confiabilidade e a segurança de lajes de concreto armado por meio da energia de deformação.

SELLIER et al. (1994) apresentam um estudo comparativo dos métodos probabilísticos na análise da segurança estrutural. Os autores consideram os casos de colunas e vigas de concreto armado. A confiabilidade é descrita pelo índice de confiabilidade  $\beta$  e pela probabilidade de falha.

AL-HARTHY & FRANGOPOLO (1994) usam os métodos de primeira e segunda ordem para estimar a confiabilidade com relação a vários estados limites para vigas de concreto protendido, projetadas de acordo com o ACI 318-89.

Um exemplo importante dentro da área de Engenharia de Estruturas da EESC-USP foi a dissertação de mestrado de CASTRO (1997), que aborda a introdução da segurança baseada em métodos probabilísticos, aplicados nos cálculos em estados limites.

Portanto, do que foi apresentado, sugere-se que os métodos probabilísticos são uma alternativa importante no tratamento das incertezas nos modelos e na interpretação de dados nas futuras normas estruturais.

### **1.3 OBJETIVOS E METODOLOGIA**

Os critérios de projeto das estruturas de concreto armado estão relacionados com uma teoria bem fundamentada. Devido à incerteza presente nas variáveis envolvidas, no modelo matemático empregado, na implementação estrutural, ou mesmo em problemas de caráter fenomenológico, formulações empíricas são também utilizadas, assegurando um desempenho conhecido. Nas estruturas é importante o conhecimento do nível de segurança com o qual se está trabalhando. Modelos experimentais podem ser usados para prever o comportamento estrutural, porém essa escolha nem sempre é a preferida devido ao seu alto custo. Ainda assim, não se pode ter uma medida do nível de segurança do projeto. Portanto, o principal problema é a necessidade de uma avaliação quantitativa da margem de segurança, a fim de que se tenha um projeto consistente, onde haja uma distribuição conhecida do nível de segurança em toda a estrutura, particularmente em seus elementos.

Partindo-se dessas idéias, apresenta-se uma contribuição na análise da segurança e confiabilidade em pavimentos de edifícios de concreto armado, introduzindo-se conceitos probabilísticos e estatísticos aplicados dentro de um modelo de comportamento não-linear para o concreto armado. Pretende-se, com esse estudo, ampliar essa linha de pesquisa dentro da análise estrutural de edifícios.

O objetivo deste trabalho é introduzir o estudo da confiabilidade estrutural inicialmente em vigas, analisando-se o comportamento das variáveis básicas - resistência, dimensões geométricas, ações e seus efeitos - e a interação entre elas. Com o avanço da tecnologia em cálculo e da utilização de materiais de maior resistência, a verificação dos estados limites de utilização tornou-se cada vez mais importante e rigorosa. Objetiva-se também estudar modelos que possam caracterizar a estrutura quanto aos limites últimos e de serviço relacionados a uma certa probabilidade característica. O interesse principal está nas aplicações práticas e na relevância dos

conceitos probabilísticos para o projeto. O conceito consistente de projeto, em que cada componente recebe igual atenção quanto à precisão dos resultados, deve ser estendido ao campo da confiabilidade, onde então, se deseja que toda a estrutura tenha um nível de segurança mais homogêneo.

Nesse sentido, o pavimento será analisado como grelha. Emprega-se, para a consideração da não-linearidade física, o modelo proposto pelos autores Ghali & Favre (1986), já implementado computacionalmente por SANCHES JR. (1998), no qual foram feitas várias complementações. O objetivo era tornar possível a realização dos procedimentos e análises probabilísticas necessários para o desenvolvimento do estudo da confiabilidade. As implementações foram executadas em FORTRAN, compilador *Power Station* da *Microsoft*.

Os conceitos matemáticos necessários são desenvolvidos no contexto dos problemas da engenharia e através de ilustrações da modelagem probabilística de situações e fenômenos físicos. A esse respeito, apenas os princípios essenciais da teoria de probabilidade matemática são discutidos, sendo esses princípios apresentados em termos concretos, a fim de ressaltar a sua importância para a engenharia. O rigor matemático, portanto, é minimizado em favor dos aspectos de aplicação dos conceitos de probabilidade; isso é necessário e essencial para acentuar a apreciação e o reconhecimento do significado prático dessas idéias.

**A utilidade de modelos probabilísticos e estatísticos na análise de dados é bem conhecida; entretanto, sua importância transcende qualquer aplicação específica. Pelo fato de ser necessária e vital para o tratamento apropriado da incerteza, a probabilidade tem uma posição importante em todos os aspectos do planejamento e do projeto de engenharia, incluindo-se: (1) a modelagem dos problemas de engenharia e avaliação do desempenho do sistema sob condições de incerteza; e (2) desenvolvimento sistemático de critérios de projeto, levando-se em consideração, explicitamente, a importância das incertezas.**

#### **1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO**

No segundo capítulo são apresentados os conceitos básicos da segurança das estruturas, incluindo-se aspectos filosóficos e históricos, importantes para os desenvolvimentos teóricos e numéricos posteriores. Enfatiza-se a importância dos conceitos probabilísticos e estatísticos no tratamento das incertezas inerentes ao projeto estrutural em concreto armado, apresentando-se, paralelamente, comparações entre os principais modelos de formulação do problema da segurança.

O capítulo 3 introduz o conceito de confiabilidade estrutural aplicada ao projeto. Apresenta-se, primeiramente, a interpretação da probabilidade relacionada à quantificação da confiabilidade, discutindo-se a natureza desse tipo de medida. Em

seguida, são estudados os modelos de análise e verificação da segurança, destacando-se o método de 1ª ordem (FORM). Discutem-se, também, o método dos estados limites (probabilístico e semi-probabilístico) e o métodos dos coeficientes parciais, relacionando-os com os processos de avaliação da confiabilidade. Finalmente, são discutidos alguns aspectos e feitas algumas considerações sobre a interação *elementos finitos – confiabilidade* e a importância dos procedimentos de simulação numérica via computador para esse tipo de problema.

O modelo de comportamento do concreto armado desenvolvido por Ghali & Favre (1986) e usado neste trabalho é descrito no capítulo 4, destacando-se o caso de flexão simples. São ressaltados alguns aspectos importantes do comportamento em serviço das estruturas.

O programa desenvolvido para análise da confiabilidade em grelhas é apresentado no capítulo 5, em especial, os procedimentos numéricos implementados e as análises realizadas. Entre os procedimentos, destacam-se a geração de curvas normais e a determinação das probabilidades relacionadas a valores específicos de resistências e deslocamentos, além do processo de obtenção de números aleatórios.

O capítulo 6 descreve os exemplos escolhidos para avaliação da confiabilidade. São apresentados resultados de simulações numéricas efetuadas sobre estruturas de vigas e pavimentos, relacionando-se variáveis do modelo de comportamento adotado com índices de confiabilidade.

O capítulo final traz conclusões e comentários importantes sobre o estudo desenvolvido, além de idéias para pesquisas futuras na área de confiabilidade estrutural.

# 2 A SEGURANÇA NO PROJETO ESTRUTURAL

## 2.1 INTRODUÇÃO

Diz-se que uma estrutura é segura quando preserva suas características originais de projeto a um custo razoável de manutenção, não apresenta falsos sinais de alarme sob ações previstas e apresenta sinais de alarme sob ações imprevistas. Ou então, quando é capaz de suportar, ileso, todas as ações que vierem a solicitá-la, desde a fase de construção até o final da vida útil. Entretanto, é importante encarar a realidade demonstrada pela prática. Nenhuma estrutura é totalmente segura. O projeto e a análise da engenharia exigem a resolução de incertezas; em virtude disso, o risco é inevitável. Há variações tanto nos carregamentos quanto na capacidade resistente e rigidez da estrutura. São desvios inevitáveis. Até o peso próprio de um edifício pode variar. Isso porque, além dos materiais apresentarem variações de densidade, a forma construída não é idêntica àquela projetada. A espessura da laje de concreto de um determinado pavimento pode ter sido projetada com um certo valor que, após a construção, se forem medidas as espessuras executadas, talvez sejam encontradas dimensões maiores. Os revestimentos das lajes, para formar os pisos, possuem variações ainda mais importantes, às vezes dobrando o peso dessa parte da obra, em relação ao previsto em projeto. As paredes têm cargas também muito variáveis. A influência das reformas e manutenções ou mesmo condições climáticas podem contribuir também para esse quadro. O valor e a distribuição das demais cargas (pessoas, móveis, veículos, ventos) são supostos com a intenção de dificilmente haver a possibilidade de atuação de situações mais desfavoráveis, mas é claro que isto pode vir a acontecer, devido a alta imprevisibilidade estatística contida nesses casos.

De fato, é por causa das incertezas que fatores de segurança são requeridos no projeto. Sua importância na segurança e no desempenho estrutural pode ser sistematicamente analisada apenas através de métodos probabilísticos. Em concordância,

critérios de projeto deveriam também ser desenvolvidos por meio de uma formulação probabilística.

Deve ser enfatizado que a aplicação da probabilidade não é limitada à descrição de dados experimentais ou para a avaliação das estatísticas associadas (tais como média, desvio-padrão e correlação). De fato, as funções mais importantes dos conceitos probabilísticos estão na utilização dessas informações para a formulação de bases próprias para a tomada de decisões e para o projeto.

A incerteza na engenharia, contudo, não está limitada puramente à variabilidade observada nas variáveis básicas. Em primeiro lugar, os valores estimados de uma dada variável (como a média, por exemplo) baseados em dados observados não estarão livres de erros (especialmente quando os dados são limitados). Em segundo lugar, os modelos matemáticos ou de simulação (por exemplo, fórmulas, equações, algoritmos, programas de simulação computacional), e, igualmente, modelos de laboratório, que são freqüentemente usados na análise de engenharia e para desenvolver projetos, são representações idealizadas da realidade; em vários graus, tais modelos são representações imperfeitas do universo real. Conseqüentemente, previsões e/ou cálculos feitos com base nesses modelos podem ser imprecisos e, portanto, também contêm incertezas. Em certos casos, as incertezas associadas com tais previsões ou erros de modelos podem ser mais significantes do que aquelas associadas com as variabilidades inerentes.

Todas as incertezas, quer sejam associadas com a variabilidade inerente ou com erros de previsão, podem ser avaliadas em termos estatísticos, e a estimativa de sua importância sobre o projeto, usando conceitos e métodos da teoria da probabilidade.

## 2.2 MODELOS PROBABILÍSTICOS E DETERMINÍSTICOS

A análise estrutural probabilística é a arte da formulação de um modelo matemático dentro do qual pode-se responder à questão: *“Qual é a probabilidade de uma estrutura comportar-se de um modo específico, considerando que uma ou mais de suas propriedades físicas ou geométricas são de uma natureza aleatória ou não conhecida completamente e/ou que as ações na estrutura em algumas circunstâncias têm propriedades aleatórias ou não completamente conhecidas?”*

Além disso, ela pode ser vista como uma extensão da análise estrutural determinística, que é a arte da formulação de um modelo matemático dentro do qual pode-se responder à questão: *“Como é o comportamento estrutural quando as propriedades físicas, geométricas e ações são consideradas únicas?”*

A análise probabilística é uma extensão da análise determinística porque as quantidades determinísticas podem ser interpretadas como variáveis de natureza aleatória praticamente insignificante. Se um modelo determinístico é tratado como probabilístico, a

resposta para a questão apresentada acima sobre a probabilidade será 0 ou 1. Como os eventos de probabilidade 0 não têm interesse, procura-se o comportamento que tem probabilidade 1 de ocorrência. Isso é equivalente ao problema da análise determinística: *“Que dimensões devem ser dadas à estrutura para que um comportamento específico dentro do universo do modelo seja causado por uma dada ação?”*

O projeto estrutural probabilístico é um problema de decisão adicionado à análise estrutural probabilística. A questão pode ser formulada da seguinte maneira: *“Que dimensões devem ser dadas à estrutura para que ela tenha propriedades ótimas dentro das possibilidades do modelo probabilístico?”*. A essa questão pode ser dada a formulação equivalente: *“Qual deve ser o valor da probabilidade de ocorrência de um comportamento específico para que a estrutura seja projetada de modo ótimo com relação a esse comportamento?”*.

O engenheiro precisa estar apto para decidir se os resultados obtidos a partir de uma análise estrutural ou de um modelo de projeto são suficientemente realísticos. A formulação de um modelo matemático é guiado pelo desejo de obtenção de uma descrição realística, claro, mas também é necessário que o modelo torne-se operacional e adequado para a solução, isto é, que possa dar respostas para as questões apresentadas. Um aspecto importante do processo de formulação do modelo é, portanto, a arte de equilibrar realismo e operacionalidade.

### **2.3 O PROBLEMA DA SEGURANÇA**

A segurança das estruturas compõe um tipo particular de problema. Para visualizá-lo de modo ilustrativo, recorre-se a um conceito de experimento, no qual o universo comporta-se sob controle determinístico total. Imagina-se um projeto para a estrutura que, relativamente a uma dada configuração de carga, tem capacidade resistente prevista nos mínimos detalhes. A configuração de carga especificada contém um parâmetro livre (denominado de parâmetro de carga), cujo valor fixa o nível de carga. Quanto maior o parâmetro de carga, maior o nível de carga. Além disso, supõe-se que a estrutura projetada tem a seguinte propriedade: é possível, para qualquer valor do parâmetro de carga, projetar a estrutura de tal forma que ela estará, exatamente, no limite entre a situação onde a estrutura pode suportar o carregamento e a situação onde a estrutura falha. Se a configuração de carga considerada é conhecida com a certeza de que será a única que a estrutura experimentará, e o futuro valor máximo do parâmetro de carga é conhecido, então, será suficientemente seguro projetar a estrutura de tal maneira que a situação limite não ocorra quando o valor do parâmetro de carga for máximo.

É óbvio que qualquer dúvida sobre o valor do parâmetro máximo ou sobre a capacidade resistente da estrutura levanta, na mente do engenheiro, uma questão sobre

segurança: “*Quanto maior que o parâmetro máximo de carga deve ser escolhido o valor último de carga no modelo de capacidade resistente para que o engenheiro possa garantir que a estrutura não falhará em serviço ou, ao menos, que haja um risco extremamente pequeno de que uma falha venha a ocorrer?*”. A diferença entre os dois valores é a *margem de segurança*.

A natureza do problema é tal que não pode ser solucionada unicamente por considerações teóricas. A experiência acumulada na engenharia deve, necessariamente, compor a base para a avaliação do valor das margens de segurança. Por outro lado, é claro que a variabilidade das estruturas é tão grande que há a necessidade de estruturação da informação, isto é, análises racionais e descrição das experiências.

De modo geral, para a tomada de decisões ótimas, uma ferramenta de modelo racionalmente estruturada deve estar à mão. Essa ferramenta deve conter elementos que permitam a quantificação dos diferentes tipos de incertezas. As incertezas caracterizam a dúvida na mente dos engenheiros sobre seu próprio conhecimento dos valores exatos da carga última e do parâmetro máximo de carga. A quantificação de tais incertezas pode ser, filosoficamente, discutível do ponto de vista da objetividade científica usual. Contudo, é o poder de avaliação, mais do que a explicação científica, o pilar sobre o qual toda a atividade humana é construída. A teoria da confiabilidade estrutural deve, necessariamente, ser desenvolvida sob a suposição de que o exercício da decisão através da experiência e treinamento pode ser refletido dentro de um modelo formal e universal. A formulação desse modelo deve ser adaptável, no sentido de refletir as possibilidades disponíveis para a realização de avaliações e julgamentos razoáveis. Por outro lado, o engenheiro deve adaptar seu modo de pensamento à linguagem do modelo que, gradualmente, muda seu status, de um sistema mais ou menos arbitrário de formulação com menos avaliações de valor objetivo, para um sistema que é bem adequado para o processamento e transmissão de informações essenciais para a engenharia.

## **2.4 O SISTEMA DE TOLERÂNCIA**

Quando uma medida geométrica  $B$  de um componente estrutural é acompanhada por uma especificação de tolerância  $T$ , isto significa, usualmente, que a dimensão do componente deve estar dentro de um certo intervalo. A exigência é satisfeita para um dado elemento estrutural quando se impõe um alto grau de confiança nas dimensões. Por outro lado, o processo construtivo não pode ser exageradamente refinado na busca de dimensões desnecessariamente precisas, especialmente se o custo dessa obtenção for significativa. A partir dessa observação, a exigência de tolerância torna-se um ferramenta adaptável de controle do processo construtivo, já que, muitas vezes, componentes estruturais com dimensões além das previstas nunca são identificados.

É natural usar os conceitos do cálculo de probabilidade para a descrição das propriedades com relação à exatidão das medidas em um processo construtivo. Pela avaliação adequada de grandes amostras, dados claros podem ser obtidos sem dificuldades. Na forma de histogramas ou curvas cumulativas, o conjunto de dados fornece, diretamente, informações sobre a freqüência de ocorrência de diferentes dimensões.

## 2.5 BREVE HISTÓRICO

Métodos diversos foram desenvolvidos e aperfeiçoados na tentativa de se quantificar o nível de segurança das estruturas.

Os primeiros procuravam apenas obter construções seguras, sem a preocupação de quantificar essa segurança. Procurava-se introduzir conceitos e concepções estruturais baseados na intuição dos projetistas e construtores, condicionada por sucessos e insucessos de construções similares já executadas. Esses métodos primitivos acabavam por conduzir, geralmente, a estruturas anti-econômicas, o que era explicado pelo quase total desconhecimento das teorias do comportamento estrutural.

Com o desenvolvimento da Mecânica das Estruturas, foram sendo desenvolvidas teorias quantitativas que reproduziam os vários comportamentos estruturais de forma cada vez melhor, tanto na definição do comportamento reológico dos materiais, como na determinação dos esforços internos, deformações e deslocamentos, produzidos por um dado carregamento, e até mesmo na definição dos critérios de resistência dos materiais.

Paralelamente, com o desenvolvimento da análise experimental, foram sendo obtidas definições cada vez mais completas e claras do comportamento reológico dos materiais e dos seus correspondentes critérios de resistência, bem como do comportamento estrutural, com a conseqüente possibilidade da verificação experimental das teorias quantitativas, completando e dirigindo tal desenvolvimento até os dias atuais.

Todas essas teorias baseiam-se na hipótese de que o comportamento das estruturas pode ser explicado deterministicamente. Isto significa que, para um mesmo corpo com as mesmas vinculações, a aplicação de uma certa solitação, de acordo com uma certa lei de variação com o decorrer do tempo, se pudesse ser repetida diversas vezes, produziria, em todas as aplicações, esforços internos iguais, as mesmas deformações e os mesmos deslocamentos.

Dentro da teoria da confiabilidade, as idéias de Alfred Freudenthal iniciaram e tornaram possíveis grandes desenvolvimentos nesta área. Os avanços foram incentivados pelos desenvolvimentos de equipamentos de ensaio, de aquisição de dados e tecnologia computacional e os resultados das pesquisas foram muitos.

JULIAN (1957) já apresentava definições e dados estatísticos considerando as variações nas propriedades físicas do aço e do concreto, juntamente com tabelas e gráficos

para correlacionar fatores de segurança e probabilidades de falha. De modo igual, ZSUTTY (1963) tentava descrever a função de distribuição de probabilidades da resistência última à flexão de vigas de concreto armado.

A escolha de um razoável nível de segurança é um dos mais importantes problemas da engenharia estrutural. Tradicionalmente, a possibilidade das ações e das propriedades dos materiais não se comportarem como previsto em projeto é levada em conta pela multiplicação ou divisão dos resultados por fatores de segurança. TURKSTRA (1967) discute esses aspectos e indica como a avaliação da confiabilidade deveria ser usada no projeto.

Segundo BENJAMIM (1968), os procedimentos determinísticos são inferiores aos conceitos probabilísticos em conteúdo de informações, modelagem da realidade, refinamento da análise e do projeto, na tomada de decisões e nas estruturas resultantes.

A proposta de uma formulação alternativa da segurança estrutural é feita por ANG & AMIN (1969). O método proposto combina certos aspectos do método convencional de projeto com a teoria da confiabilidade, de forma a tomar partido das melhores características de cada um. Da mesma forma, BENJAMIM & LIND (1969) discutem uma possível aplicação de procedimentos probabilísticos para apoiar os códigos convencionais. A intenção é poder dar uma base probabilística racional ao procedimento determinístico, de tal maneira que o projeto permaneça determinístico.

Ao longo dos últimos 40 anos, um grande número de artigos sobre segurança estrutural têm sido discutidos, publicados em jornais científicos e apresentados em conferências internacionais. A figura 2.1 apresenta um resumo cronológico dos trabalhos mais importantes nessa área.

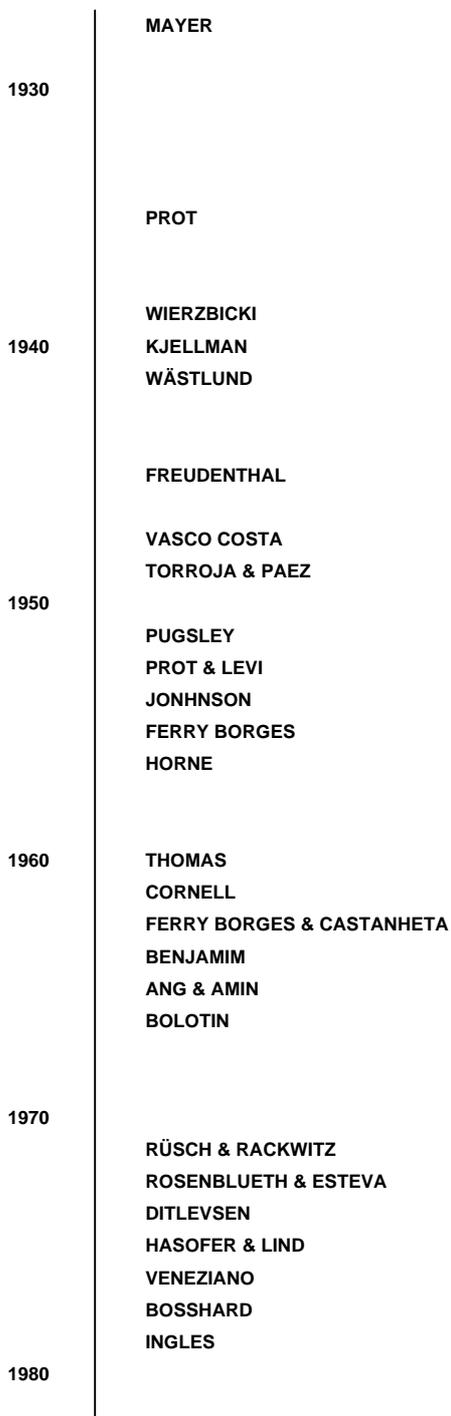
Os principais passos da evolução dos métodos adotados no projeto de edifícios de concreto armado correspondem à introdução dos seguintes conceitos gerais:

- (a) Estados limites - último e de serviço
- (b) Formulação probabilística da segurança estrutural

Além disso, buscou-se entender bem a resistência última das estruturas sob carregamentos estáticos e dinâmicos. Esse entendimento foi então aplicado na prática de uma forma direta para um projeto específico ou em normas de cálculo.

A análise de confiabilidade para materiais e estruturas requer tanto um modelo de comportamento mecânico (cenário de falha, função de desempenho ou função de estado limite) como também um modelo eficiente de probabilidade de falha. Baseado nas relações da mecânica do contínuo e da teoria das estruturas, o *métodos dos elementos finitos* é a solução numérica mais importante para levar em conta o comportamento mecânico do concreto. LEMAIRE (1998) propõe uma análise de confiabilidade, que mostra como um

método de superfície de estado limite permite combinar elementos finitos com a avaliação da probabilidade de falha pelos métodos FORM e SORM.



**FIGURA 2.1- ORDEM CRONOLÓGICA DA PUBLICAÇÃO DE ARTIGOS SOBRE SEGURANÇA ESTRUTURAL**

Na mesma linha de pesquisa, VAL et al. (1997) propõem um método probabilístico para a avaliação da confiabilidade em estruturas de pórticos planos com relação aos estados limites últimos.

O crescimento da pesquisa em comportamento não-linear de estruturas, em análise computacional, otimização, análise e cálculo probabilístico se mostrou intenso. Em particular, a pesquisa na aplicação de métodos estocásticos tem representado, nesse contexto, um dos mais proveitosos esforços de pesquisa dos últimos quarenta anos.

Uma breve revisão histórica da evolução da segurança estrutural probabilística até 1980 é apresentada na terceira edição do livro "*Structural Safety*" de FERRY BORGES & CASTANHETA<sup>1</sup> apud SOARES (1997).

As conferências ICOSSAR (*International Conference on Structural Safety and Reliability*) ocorreram em Washington (1969), Munich (1977), Trondheim (1981), Tokyo (1985), San Francisco (1989), Innsbruck (1993), Kyoto (1997). Mais de 450 artigos foram apresentados nas últimas três conferências.

O aumento do número de normas que regulamentam o cálculo e a construção de edifícios e outras estruturas contribuiu para o progresso na área. No século passado, a construção era feita de acordo com a experiência e a perícia do construtor. Com a proliferação de estruturas, depois do avanço da tecnologia do concreto e do aço, por volta da metade do século, ficou evidente que deveria existir controle para que falhas causadas pelo mau funcionamento estrutural fossem minimizadas.

Apesar disso, desenvolvimentos e mudanças em normas de cálculo são lentas e graduais. Maiores mudanças de filosofia não são, a princípio, bem aceitas. Entretanto, a transição pode ser alcançada com um mínimo de perturbação, como mostra a experiência já vivida por alguns países.

Os grandes avanços em normas durante os últimos 40 anos foram:

- A ênfase no controle e garantia de qualidade no escritório de cálculo, na fábrica e na obra;
- A emergência de métodos de introdução da segurança baseados em probabilidade;
- A progressiva internacionalização do processo de elaboração de normas, como por exemplo, os códigos europeus (EUROCODE).

A componente final de progresso está, naturalmente, na prática da construção de edifícios e outras estruturas. Frequentemente, o desenvolvimento de normas e pesquisas é precedido por desenvolvimentos práticos.

---

<sup>1</sup> BORGES, J.F.; CASTANHETA, M. (1985). *Structural Safety*. Course 3<sup>rd</sup> Edition. Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisboa.

O papel das normas de cálculo é apresentar recomendações que garantam a segurança de todas as estruturas construídas sob sua jurisdição. A função do calculista é, então, criar uma estrutura que atenda às exigências mínimas das normas para a segurança e que seja, ao mesmo tempo, prática e econômica. É necessário que as normas dêem atenção à praticidade e à economia, mas sua principal função é a garantia de segurança.

A segurança estrutural pode ser definida pelas duas declarações seguintes:

- não haver colapso ou outra má função estrutural durante a construção;
- não haver danos sérios à estrutura ou seus componentes, nem provocar qualquer trauma físico ou psicológico para seus ocupantes durante a vida útil da estrutura.

Calculistas estruturais, guiados pelas normas de cálculo e por sua perícia e experiência, são cobrados pela sociedade para assegurar tais condições de segurança.

## 2.6 A SEGURANÇA ESTRUTURAL

Projetos sempre foram realizados sob condições de incertezas quanto às ações e às resistências e as estruturas sempre foram projetadas para resistir a ações maiores do que as realmente esperadas. Historicamente, havia dois métodos básicos de se alcançar isto:

[1] Projeto em ações últimas, em que a ação total é majorada por um coeficiente de segurança e o projetista demonstra que a estrutura ou elemento estrutural considerado pode suportar esta ação majorada. Simbolicamente, isto pode ser expresso por:

$$\gamma_s \cdot S \leq R \quad (2.1)$$

**onde:**

$\gamma_s$  - coeficiente de segurança aplicado ao carregamento;

S - carregamento (ações ou solicitações) na estrutura;

R - resistência da estrutura.

[2] Projeto em tensões admissíveis, em que a tensão do material é limitada por alguma fração de sua tensão última e o projetista demonstra que, sob o

carregamento esperado ou especificado, a tensão alcançada não excede o valor admissível. Isto tem sido expresso simbolicamente por:

$$S \leq R/\gamma_m \quad (2.2)$$

**onde:**

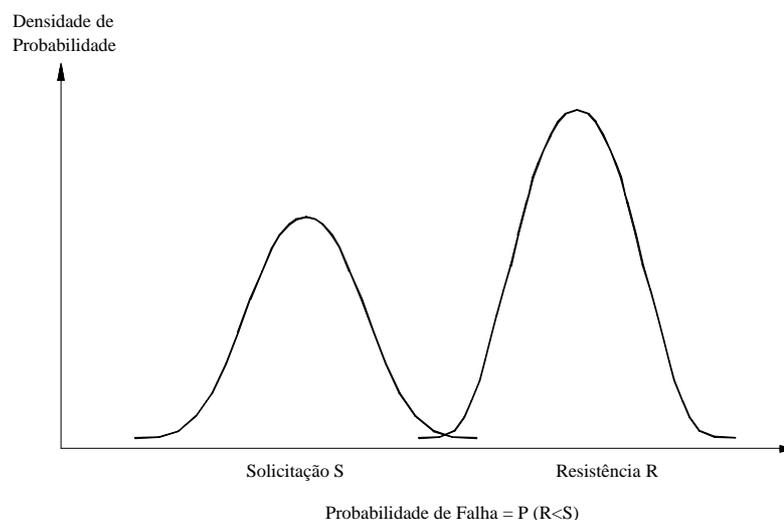
$\gamma_R$  - coeficiente de segurança aplicado à tensão última do material.

A equação (2.1) poderia tratar com diferentes níveis de incerteza das várias ações atuantes na estrutura, aplicando-se coeficientes distintos a cada uma destas ações. Analogamente, a equação (2.2) pode representar também o caso onde dois ou mais materiais diferentes são utilizados, como por exemplo, o concreto armado, aplicando coeficientes diferentes nas tensões últimas do aço e do concreto, de acordo com o grau de incerteza associado a cada resistência respectivamente.

Do argumento anterior, percebe-se que um passo óbvio para combinar essas duas aproximações seria a introdução de coeficientes de segurança parciais em cada tipo de ação e em cada material usado. Essa é a aproximação adotada pelo novo método de introdução da segurança que surgiria: *o cálculo em estados limites*. Além disso, já se havia percebido também a possibilidade de se quantificar, probabilisticamente, algumas das incertezas associadas a um projeto estrutural. Vale comentar que o conceito de que uma aproximação probabilística poderia fornecer uma forma razoável para definir os coeficientes de segurança não era novo quando o método dos coeficientes parciais de segurança foi criado, sendo natural a consideração da possibilidade de definir estes coeficientes por meios estatísticos.

As duas maiores causas de mau funcionamento estrutural são aquelas quantificáveis por teoria probabilística racional e aquelas devidas a causas irracionais (erro humano).

As causas quantificáveis são as coincidências de resistência excepcionalmente baixa e ações excepcionalmente altas (figura 2.2). Esses são os domínios das normas de cálculo estrutural. Eles afetam os valores dos coeficientes que fornecem as margens de segurança, por exemplo, fatores de segurança, coeficientes de ponderação das ações, coeficientes de resistência, etc.



**FIGURA 2.2 – FUNÇÕES-DENSIDADE DA SOLICITAÇÃO E DA RESISTÊNCIA**

## 2.7 O CÁLCULO EM ESTADOS LIMITES

Vários pesquisadores começaram a perceber a possibilidade de quantificar os juízos e incertezas, que são a base dos fatores de segurança, usando teoria de probabilidade.

Dessas várias fontes, tais como, teoria de probabilidade, de plasticidade e pesquisa extensa do comportamento de resistência última de vários tipos de estruturas, surgiu a primeira geração de normas de cálculo baseadas na capacidade última, conhecidas como normas de cálculo em estados limites.

A idéia de que as variáveis ação e resistência são quantidades aleatórias tem sido sempre aceita e é a base para a aceitação filosófica do conceito de fatores de segurança. Como foi difícil usar os preceitos probabilísticos explicitamente, estes foram aplicados implicitamente através do juízo coletivo dos engenheiros construtores e calculistas quando escolheram os fatores de segurança aplicáveis. Quanto maior a incerteza suposta da ação ou resistência, maior o fator de segurança. Os fatores de segurança flutuaram acima ou abaixo, dependendo da experiência de sucesso ou insucesso. Com o tempo, experiência e juízo produziram estruturas aceitáveis, que foram, em média ou na maioria das vezes, seguras e econômicas. De alguma forma, nos tempos modernos, esse processo empírico é julgado não totalmente satisfatório: a aquisição da experiência leva muito tempo e os novos esquemas estruturais exigem uma maior rapidez de aceitação.

Para fazer a verificação da segurança de maneira mais científica, métodos estatísticos e conceitos probabilísticos são mais convenientes.

O comitê de Pugsley apresentou à Instituição Britânica de Engenheiros Estruturais, em 1955, recomendações que incluíam uma série de coeficientes de ponderação das ações e combinações de ações que foram obtidos por consenso de um conjunto de peritos. O uso da probabilidade foi feito somente de maneira indireta e subjetiva. O trabalho de Pugsley foi o precursor da primeira geração de normas de cálculo em estados limites.

Após o comitê de Pugsley ter completado seu trabalho, fornecendo um conjunto de recomendações claras, o comitê da Sociedade Americana de Engenheiros Civis, sob presidência de Julian e com Freudenthal como membro principal, enfrentou sessões turbulentas e concluiu, depois de mais de dez anos, com dois artigos finais. Mesmo não havendo claras orientações para o cálculo, exceto pelas expectativas um tanto pessimistas: "ficou evidente que este trabalho será de pequena utilidade até que engenheiros estruturais tenham adquirido a necessária competência no cálculo de probabilidade" e "embora o comitê não tenha sido bem sucedido em seus esforços para resolver a questão fator de segurança, a opinião do presidente e de alguns de seus membros é que a aproximação de probabilidade merece consideravelmente mais estudo do que tem recebido", o impacto do comitê ASCE, e especialmente do artigo de Freudenthal, foi profundo. Freudenthal apontou o caminho que foi seguido na continuidade das pesquisas. Além do bom senso e da experiência (probabilidade subjetiva), as normas modernas de cálculo em estados limites são baseadas em cálculos probabilísticos explícitos.

A estrutura das normas baseadas em probabilidade foi desenvolvida nos anos 60 com o "Método de Confiabilidade de Primeira Ordem" (FORM) por E. Basler, Benjamim, Cornell, Lind, Ang e outros. Elaboraões do método conhecido como o "Método de Confiabilidade de Segunda Ordem" (SORM), começaram a ficar disponíveis no início dos anos 70.

Em 1964, o Comitê Europeu do Concreto (CEB) adotou a aproximação dos coeficientes parciais, mas uma novidade nas propostas do CEB foi a introdução de resistência e ações características, definidas respectivamente por:

$$f_k = f_m - K\sigma_m \quad \text{e} \quad S_k = S_m - K\sigma_s \quad (2.3)$$

**onde:**

$f_k$  e  $S_k$  - resistência característica do material e as ações ou solicitações características, respectivamente;

$f_m$  e  $S_m$  - resistência e solicitações médias;

$K$  - constante;

$\sigma_R$  e  $\sigma_s$  - desvios padrões da resistência do material e das solicitações, respectivamente.

O CEB descreve este conceito estatístico como aproximação "semi-probabilística". Simbolicamente, este método pode ser colocado como:

$$R_k / \gamma_m \geq \gamma_s \cdot S_k \quad (2.4)$$

em que  $R_k$  é a resistência característica do material.

Neste modelo, a estatística foi usada somente para definir os valores característicos e não para determinar os coeficientes parciais de cálculo. Mesmo na segunda versão das recomendações do CEB, publicada em 1970, é deixado claro que os coeficientes adotados para modificar os valores característicos são destinados a considerar aqueles aspectos ainda não avaliados por tratamento estatístico.

No começo dos anos 70, já havia ferramentas para desenvolver, realmente, uma norma de cálculo baseada em probabilidade, cuja aproximação básica era a consideração das propriedades estatísticas das variáveis envolvidas. Duas linhas de trabalho probabilístico podem ser identificadas:

1. Desenvolvimento de métodos de cálculo completamente probabilísticos.
2. Calibração de coeficientes parciais por meios probabilísticos.

Essa última é a linha de maior interesse deste trabalho e é também a linha com maior aplicação para as normas técnicas de cálculo.

ANG (1974) mostra que os conceitos e métodos probabilísticos são as bases adequadas para a estimativa da segurança estrutural e para o desenvolvimento de critérios de projeto. São resumidos os principais requisitos para a implementação desses conceitos, com ênfase na formulação dos fatores de segurança baseados nos níveis de risco específicos. Além disso, com os métodos probabilísticos propostos, os efeitos das diferentes fontes de incertezas podem ser combinados e analisados sistematicamente e de uma maneira adequada para a avaliação quantitativa da segurança e do desempenho. Os principais resultados e conceitos dos desenvolvimentos na teoria da confiabilidade e nas bases probabilísticas do projeto e segurança estrutural são identificadas e discutidas nesse trabalho, juntamente com as limitações associadas.

Foram desenvolvidos métodos para a análise sistemática de incertezas no projeto e modelos foram formulados para a estimativa dos riscos associados a vários projetos. ELLINGWOOD (1974) ilustra a análise quantitativa das incertezas de projeto e mostra como estas afetam o nível de risco. Ao mesmo tempo, os riscos associados com procedimentos existentes de projeto são estimados com referência ao concreto armado.

Desenvolvimentos posteriores têm comprovado que estava errada a previsão pessimista de Freudenthal. O estudo de confiabilidade em engenharia estrutural tem sido

um dos mais ativos e proveitosos esforços de pesquisa de nossa profissão no último quarto de século.

Estados-da-arte sobre segurança estrutural foram publicados pela *American Society of Civil Engineers*<sup>2</sup>, MATHIEU<sup>3</sup> e BOSSHARD<sup>4</sup> apud SOARES (1997). O jornal internacional "Structural Safety" foi fundado em 1982.

"A partir de 1990 houve uma quantidade razoável de pesquisas, com grande impacto na forma de se calcular e avaliar as estruturas. Infelizmente, essas informações não são aproveitadas nas normas de cálculo e, tão pouco, usadas em escritórios de projeto. A educação é a única solução para esse problema. Aliás, os ensinamentos deveriam ser iniciados na graduação, com o objetivo de tornar futuros engenheiros de cálculo estrutural hábeis para fazer análises de confiabilidade baseadas em probabilidade com a mesma facilidade com que fazem a análise de esforços em uma estrutura. A ampla disseminação dos métodos de análise de confiabilidade resultará no aumento do uso de tais análises para projetos e surgirá a necessidade de normas que padronizem a interpretação de resultados. Não se tem ainda uma forma ideal para tal norma, mas é tempo de começar a discussão sobre o assunto" (GALAMBOS, 1990).

## **2.8 CONCEITO DE SEGURANÇA NA ANÁLISE NÃO-LINEAR DE PROJETOS DE ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO**

### **2.8.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS**

Até agora, o dimensionamento de elementos estruturais de concreto armado é, usualmente, realizado em dois passos. Primeiro, os esforços internos são calculados, quase sempre utilizando a teoria da elasticidade linear, após a concepção de um sistema estrutural idealizado. No sistema estático simplificado são considerados apenas os parâmetros mais importantes da estrutura real. Informações mais precisas, como dimensões das seções transversais e propriedades específicas dos materiais não são necessárias nesse estágio da elaboração do projeto. Conseqüentemente, a distribuição da rigidez estrutural, dependente do carregamento e causada pelas fissuras ao longo do elemento estrutural, não é levada em consideração. Em outras palavras, a distribuição de esforços internos assim determinada pode ser apenas uma estimativa aproximada da situação real, na qual a distribuição de rigidez, dependente do carregamento, influencia fortemente a distribuição de esforços internos.

---

<sup>1</sup> AMERICAN SOCIETY FOR CIVIL ENGINEERING (1972). *Structural safety*, A structural review.

<sup>2</sup> MATHIEU, H. (1980). *Manuel sécurité de structures*, Bulletin d'information n. 127, Comité Euro-International du Béton, Paris, Janvier.

<sup>3</sup> BOSSHARD, W. (1979). *Structural Safety*, A matter of decision and control, International Association for Bridge and Structural Engineering, Peiodica, n. 2, Zürich.

Em um segundo passo, o dimensionamento das seções transversais é realizado com base na aproximação anteriormente mencionada dos esforços internos, usando as leis constitutivas não-lineares idealizadas para os materiais. Nessa etapa, deve-se também verificar se a resistência da seção transversal é maior que os efeitos das ações, levando-se em consideração a margem de segurança exigida em cada caso. Portanto, é feita uma distinção rigorosa entre a avaliação dos esforços internos de projeto e a capacidade resistente de projeto das seções transversais, independentemente do tipo de sistema estrutural.

Com a aprovação do *EC2*, em 1991, vários métodos de cálculo foram introduzidos, procurando-se levar em conta o comportamento não-linear das estruturas de concreto armado.

Métodos mais refinados foram introduzidos para a avaliação dos esforços internos e verificação do projeto. A verificação é baseada em leis constitutivas não-lineares dos materiais ou nas relações *momento-curvatura*. Aumentando o carregamento de forma incremental, a distribuição de rigidez real e, conseqüentemente, a distribuição dos esforços internos são modeladas realisticamente para cada passo de carga. Tais métodos têm sido usados com sucesso em aplicações práticas. Um exemplo é o Modelo de Ghali & Favre para descrever o comportamento das estruturas de concreto armado, que é utilizado neste trabalho.

A evolução dos procedimentos de teste, medição e técnicas computacionais, que permitiram a introdução de novos métodos de controle, gravação e processamento de dados, possibilitou que, tanto o material quanto o comportamento estrutural, pudessem ser investigados mais especificamente e com métodos suficientemente sofisticados. Novas avaliações de resultados de testes, usando-se programas de *Elementos Finitos* e levando-se em consideração as relações carga-deformação não-lineares dos diferentes materiais envolvidos, serviram para verificar proposições de como modelar, adequadamente, o material e o comportamento estrutural.

A principal vantagem no uso dos programas de elementos finitos é a descrição mais realista da capacidade resistente e da rigidez da estrutura.

Surgiram, entretanto, contradições ao se confrontar os conceitos de segurança antigos com aqueles que se deseja implantar na análise estrutural. Por exemplo, a exigência de verificação da seção transversal, usando valores de projeto das propriedades dos materiais, é incompatível com o objetivo de uma determinação realística dos esforços internos. Portanto, a tendência mundial é trabalhar no desenvolvimento de um novo conceito de segurança, que permita uma aplicação consistente de métodos numéricos refinados, usando leis constitutivas não-lineares para os materiais. Esse é o principal objetivo dos novos conceitos: considerar o comportamento realístico do material e a sensibilidade da capacidade estrutural. Supõe-se que resultados consistentes poderão ser obtidos para

todos os tipos de sistemas estruturais e condições de carregamento. O resultado será um nível de confiabilidade mais constante por causa da aplicação uniforme.

Para tirar vantagem das possibilidades desses novos métodos de cálculo, exige-se um conhecimento mais detalhado do comportamento do material, especialmente no que se refere à capacidade de deformação e a uma melhor compreensão de sua influência no comportamento estrutural. Dentro desse contexto, a teoria da confiabilidade torna-se uma ferramenta das mais importantes na avaliação e análise dos fenômenos característicos do material concreto armado e das incertezas inerentes a cada um deles.

## 2.8.2 O CONCEITO ATUAL DE SEGURANÇA

A idéia básica de todos os conceitos de segurança é proporcionar uma adequada margem de segurança entre a resistência estrutural e as ações esperadas ou efeitos dessas ações, como é ilustrado na figura 2.3. Nos formatos de segurança atuais, referentes ao projeto de estruturas de concreto, o nível de confiabilidade é definido pela comparação entre a resistência e os efeitos das ações, ambos referentes à seção transversal. Este conceito geral serve, independentemente e de modo idêntico, se é aplicado um fator de segurança global (como nas normas alemãs) ou um sistema de fatores de segurança parciais (como nos Eurocodes).

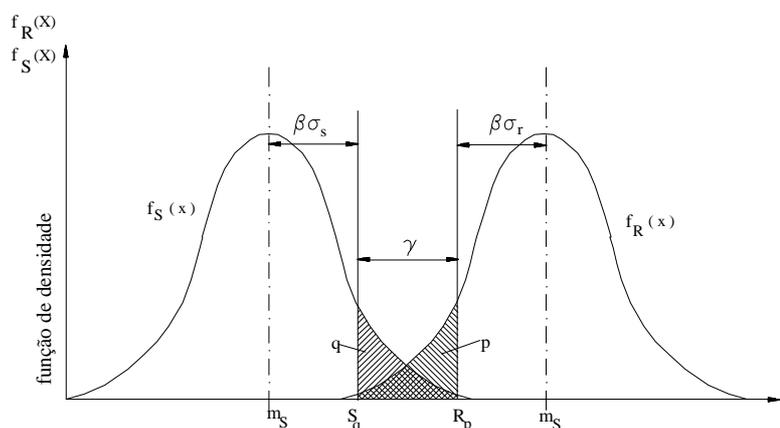


FIGURA 2.3 – MARGEM DE SEGURANÇA ENTRE AÇÃO (EFEITOS) E RESISTÊNCIA

A diferença na aplicação dos fatores de segurança parciais e do fator de segurança global pode ser caracterizada, brevemente, como segue.

Supõe-se que o fator de segurança global pode explicar todas as incertezas, tanto do ponto de vista da ação, como da resistência, em um fator apenas, enquanto o sistema de fatores de segurança parciais leva em consideração o caráter estocástico das diferentes

variáveis básicas e as subseqüentes incertezas separadamente. Como conseqüência, ambos os métodos fornecerão, em geral, diferentes capacidades resistentes, já que a resistência estrutural não aumentará linearmente com a capacidade de suportar o carregamento da seção transversal.

Aplicando-se o conceito de fatores de segurança globais, a capacidade resistente da seção em consideração é determinada usando os chamados “valores de cálculo” da resistência. Na maioria dos casos, não é óbvio afirmar quais as influências que foram levadas em consideração na definição daqueles valores de cálculo especialmente referentes às propriedades do concreto. A função determinística de estado limite para a verificação é expressa da seguinte forma:

$$R = f[\beta_R, \beta_S, h, d, b] > \gamma_{gl} \cdot S \quad (2.5)$$

onde,

- R     resistência, dependendo das dimensões da seção transversal e das propriedades dos materiais;
- S     ações, ou melhor, efeitos das ações (esforços internos), dependendo das ações, do sistema estático e do método de cálculo;
- $\gamma_{gl}$    fator de segurança global, dependendo do tipo de colapso (colapso frágil ou dúctil – por exemplo, concreto sob compressão axial ou aproximadamente axial).

De acordo com o conceito de segurança dos códigos europeus, a resistência da seção transversal é determinada considerando-se os fatores de segurança parciais para os diferentes materiais envolvidos. Supõe-se que o fator de segurança parcial para o concreto leve em consideração a dispersão “usual” das propriedades do material, incluindo pequenas imperfeições, que podem ocorrer, geralmente, durante a execução do projeto. A ocorrência de maiores fragilidades locais também são, supostamente, cobertas. Erros grosseiros devem, normalmente, ser prevenidos por sistemas de garantia de qualidade. Os fatores parciais de segurança para as ações, relacionados a funções de distribuição adequadas, são aplicados durante a avaliação dos esforços internos. A função de estado limite também é determinística e é dada por:

$$R = f\left[\frac{f_{ck}}{\gamma_c}, \frac{f_y}{\gamma_s}, h, d, b\right] > \gamma_Q \cdot S \quad (2.6)$$

onde

$\gamma_c, \gamma_s$  fatores de segurança parciais, considerando as incertezas dos materiais (concreto e aço);

$\gamma_Q$  fatores de segurança parciais, considerando incertezas referentes à carga.

Para determinar fatores de segurança parciais adequados, estruturas representativas são investigadas considerando-se as funções probabilísticas de distribuição das variáveis básicas. Isto é feito expressando-se, independentemente, as variáveis aleatórias R e S como funções de suas variáveis básicas (propriedades dos materiais, dados geométricos, cargas, parâmetros do sistema, etc., usando-se os parâmetros estocásticos das funções de distribuição).

Da exigência de um nível de confiabilidade constante ao nível da seção transversal, expresso pela probabilidade de colapso  $p_f$  ou pelo índice de segurança  $\beta$  relacionado, uma aproximação de valores razoáveis dos fatores parciais de segurança para aplicação prática pode ser deduzida usando investigações probabilísticas.

Esse método não se responsabiliza pela correlação de ambas as variáveis aleatórias R e S, como geralmente ocorrerá em estruturas hiperestáticas, por causa da dispersão do comportamento de redistribuição provocada pela variação das propriedades dos materiais.

Já que a capacidade resistente da seção transversal é pouco influenciada pela definição das deformações últimas do aço e do concreto, a formulação da margem de segurança para a seção transversal é uma solução sensível e adequada, desde que os efeitos realistas das ações (esforços internos) sejam conhecidos na seção em consideração. Isto é rigorosamente discutido apenas no caso de estruturas estaticamente determinadas. No caso de sistemas estruturais hiperestáticos, a distribuição dos esforços internos difere, usualmente, daquela calculada de acordo com a teoria da elasticidade linear, especialmente quando as possibilidades de redistribuição de momento são, por suposição, exploradas com o propósito de rearranjar a armadura correspondentemente. Como a rigidez é influenciada tanto pelo comportamento da seção transversal, como pelas propriedades do sistema (por exemplo, grande ou pequena capacidade de deformação, esbeltez, modelo de carregamento, etc.), a interação mencionada entre as variáveis aleatórias de ação e resistência, R e S, ocorrerá.

### **2.8.3 INCONSISTÊNCIAS DO CONCEITO ATUAL DE SEGURANÇA E DIFICULDADES NA APLICAÇÃO PARA MÉTODOS NUMÉRICOS (MEF)**

Considere-se uma viga de dois tramos sob carregamento uniforme. Torna-se evidente que os momentos, determinados de acordo com a teoria da elasticidade linear,

diferem significativamente daqueles calculados com base na rigidez real. Esta diferença é causada pela redistribuição de esforços.

Se os efeitos reais das ações servem como uma base para o projeto da seção transversal, seguindo a filosofia do conceito atual de segurança, o sistema dimensionado, portanto, vai comportar-se diferentemente do original, como pode ser mostrado em um repetido cálculo não-linear com a nova quantidade de armadura, de acordo com o projeto da seção transversal.

O exemplo mostra que a diferenciação entre a estimativa dos esforços internos e o projeto da seção transversal é uma simplificação útil para o dimensionamento de um elemento estrutural. O nível de confiabilidade estimado pode, portanto, ser apenas uma aproximação do nível real. O nível pretendido não chegará a seu valor esperado porque a distribuição real dos esforços internos diferirá da distribuição assumida sob o carregamento considerado. Rigorosamente falando, a separação entre a estimativa dos esforços internos e o dimensionamento conduz a uma contradição mecânica, já que a distribuição dos esforços internos é uma função da distribuição de rigidez ao longo de toda a estrutura. Ela é influenciada pelas dimensões da seção transversal (concreto e aço e sua interação – aderência) e pela deformação real nas várias partes da estrutura.

No anexo A2 do EC2, é mencionado que devem ser usados os valores médios das propriedades dos materiais para a análise estrutural. Ao mesmo tempo, exige-se verificar bem a resistência da seção transversal, considerando-se valores de projeto das propriedades dos materiais em qualquer seção da estrutura. Esta exigência é contraditória e não pode ser usada em um conceito de segurança consistente e aplicável de modo geral. De fato, as regras de aplicação para a análise estrutural não-linear no EC2 Parte 1, Anexo 2, exigem o cálculo simultâneo do comportamento estrutural usando valores médios das propriedades dos materiais e a comparação contínua com a resistência da seção transversal de projeto para a mesma combinação de esforços internos em cada seção relevante.

Quando o valor de projeto da resistência da seção transversal é alcançado, uma rótula plástica ideal é inserida na análise estrutural com a resistência à flexão de projeto da seção correspondente constante (isto é, as leis constitutivas padronizadas dos materiais para o projeto não são válidas para a avaliação do comportamento de deformação). A distinção é feita entre o comportamento tensão-deformação a nível do material e a nível estrutural e de seção transversal.

Em virtude de uma compreensão melhorada do comportamento real da estrutura, intervenções irreais devem ser evitadas no cálculo não-linear. As leis constitutivas dos materiais devem servir como a base fundamental para a análise estrutural sem modificações para fins de projeto. As existentes e bem estabelecidas leis constitutivas podem servir para este propósito.

Em cálculos probabilísticos (por exemplo, métodos de confiabilidade de primeira ou segunda ordem) ou determinísticos, com vários quantis das propriedades dos materiais (parâmetros de deformação e resistência), a influência da variação dessas propriedades na capacidade resistente da seção transversal, na capacidade de deformação e na capacidade de suporte estrutural pode ser determinada. O objetivo dessa investigação é estudar as implicações da definição de um fator de segurança estrutural razoável, que leve em consideração a influência das propriedades estruturais em adição ao formato de segurança atual.

#### **2.8.4 A NECESSIDADE DE UMA EVOLUÇÃO**

A análise não-linear de estruturas de concreto exhibe novamente, depois de vários anos, o grande apelo técnico e científico experimentado nos anos 60 e 70.

As normas vigentes podem, portanto, precisar de uma revisão que leve em consideração novos conhecimentos e necessidades. O novo conhecimento deve ser tomado do mais alto nível de estado-da-arte, como discutido em recentes encontros especializados.

As novas necessidades devem proceder da experiência de aplicações práticas em estruturas reais, em toda a sua complexidade de combinações de geometria e de carga. Necessidades surgem, principalmente, no campo de utilização dos Elementos Finitos bi e tridimensionais.

Em cada trabalho, um método evolucionário é desejável. A evolução avança com a identificação das deficiências da estrutura teórica existente e sugere os melhoramentos que são necessários para incluir o novo conhecimento.

#### **2.8.5 POSSIBILIDADES PARA DESENVOLVIMENTOS FUTUROS**

Como já apontado, é possível modelar, realisticamente, o comportamento estrutural sob configurações de carregamento e leis dos materiais bem definidas. Isso pode ser ilustrado pelas revisões de resultados de testes em vários artigos de pesquisa (CEB, 1995). As exigências de segurança de um projeto solicitam a consideração da dispersão estocástica das variáveis básicas. Portanto, o nível de confiabilidade pretendido deve ser garantido pela aplicação de uma margem de segurança entre a capacidade resistente estrutural teórica e as cargas de projeto. Isto é, a margem de segurança  $\gamma$  deve ser determinada para cada sistema estrutural individualmente, considerando as seguintes variáveis básicas:

- cargas / restrições
- propriedades dos materiais
- dados geométricos
- incertezas do modelo

Usualmente, as propriedades dos materiais não são igualmente distribuídas em toda a estrutura. Modelos estocásticos adequados do material com uma descrição da distribuição ao longo do elemento estrutural não estão ainda disponíveis ou são excessivamente complexos para uma aplicação prática (CEB, 1993). Isso aumenta o problema na determinação de fatores de segurança adequados.

Além disso, a influência da variação das propriedades dos materiais na resistência estrutural e na sua rigidez não é uniforme para estruturas diferentes. A sensibilidade não é apenas dependente da geometria da seção transversal e da taxa de armadura, mas também dos parâmetros do sistema, tais como o grau de hiperestaticidade, a esbeltez e o modelo de carregamento.

O comportamento de uma estrutura pode diferir muito do de uma viga contínua em termos da variação das propriedades do concreto. Conseqüentemente, a margem de segurança de cada sistema estrutural individual deve ser determinada em uma investigação probabilística.

Para aplicações práticas, o método probabilístico ainda não é adequado. Nesse caso, uma solução simplificada deve ser encontrada, usando métodos numéricos de análise estrutural não-linear. Assumindo-se, como se sabe, a dispersão das propriedades dos materiais e das diferentes cargas (por suas funções de distribuição estocásticas), apenas a sensibilidade do comportamento estrutural com relação à dispersão dessas variáveis permanece para ser investigada.

Um meio simples de se alcançar a exigência de segurança em um modo semi-probabilístico é definir um fator de segurança parcial  $\gamma_R$  em relação à resistência estrutural. Diferentemente do conceito de segurança atual, esse fator de segurança pode ser considerado como uma reserva estrutural. Deve ser suficientemente grande para prevenir o colapso do elemento estrutural caso as propriedades dos materiais caiam para valores abaixo dos quantis (valor de projeto) em alguma seção.

A fim de determinar um valor razoável deste fator de segurança, deve ser levada em conta a influência da dispersão das propriedades dos materiais na capacidade resistente da seção transversal, bem como a sua influência sobre o comportamento de deformação da estrutura e, conseqüentemente, no comportamento de redistribuição.

O procedimento de projeto em aplicação prática pode ser descrito, brevemente, da seguinte forma:

- Escolha do sistema estático com seus principais parâmetros geométricos; pré-dimensionamento da seção transversal (concreto e aço), escolha do arranjo de armadura e materiais com suas propriedades específicas.
- Cálculo não-linear da carga última teórica  $F_u$ , usando as propriedades dos materiais realmente esperadas (valores médios, usualmente). Esta carga última é alcançada quando a deformação última do aço e/ou do concreto é alcançada em alguma seção da estrutura.
- A fim de estimar o valor de projeto da capacidade resistente, a carga última teórica  $F_u$  é reduzida pelo fator de segurança estrutural  $\gamma_R$ . A capacidade resistente é verificada, adequadamente, se

$$\frac{F_m}{\gamma_R} \geq \gamma_G \cdot G + \gamma_Q \cdot Q \quad (2.11)$$

é satisfeita.

### 2.8.6 CONCLUSÕES PARA PROCEDIMENTOS FUTUROS

O objetivo idealizado para um conceito de segurança voltado para o dimensionamento de elementos estruturais deve ser o de assegurar um suficiente e constante nível de confiabilidade para todos os tipos de estruturas estaticamente determinadas e indeterminadas separadamente.

Tem sido demonstrado que esta meta não pode ser alcançada com o conceito de segurança atual (formulação para a seção transversal da margem de segurança exigida). A resistência estrutural não é representada precisamente pela reserva da seção transversal da seção analisada. Além disso, o formato atual de segurança não é, geralmente, aplicável aos métodos numéricos, que trabalham na base de leis constitutivas não-lineares dos materiais. Contudo, pode-se esperar que esses métodos sejam aplicados progressivamente dentro de um futuro próximo.

Portanto, deve ser desenvolvido um novo conceito de segurança, que leve em consideração a sensibilidade da resistência estrutural em relação à dispersão das propriedades dos materiais e das cargas, dependendo do tipo de estrutura em consideração. Isto é, a margem de segurança deve ser aplicada em relação à resistência estrutural e não em relação à resistência da seção transversal. A vantagem desse conceito é que ele pode ser geralmente aplicado e, mais importante, a chance de modelar o comportamento estrutural ainda no estágio de dimensionamento. Isso possibilita ao

projetista tirar vantagem, intencionalmente, das reservas estruturais (por exemplo, o procedimento de projeto descrito produzirá diferentes avaliações de elementos estruturais com diferentes comportamentos de deformação, enquanto a formulação para a seção transversal não produz esta avaliação diferenciada diretamente). Um nível constante de confiabilidade torna-se possível para vários tipos de estrutura ou taxas de armadura. Ao mesmo tempo, a verificação das exigências do estado limite de serviço torna-se igualmente mais importante e mais precisa, já que a distribuição de esforços internos é automaticamente estimada sob condições de serviço, explicando, além disso, a distribuição realística de rigidez.

Atualmente, a influência do sistema estático na segurança estrutural não tem sido investigada sistematicamente. Contudo, o comportamento estrutural favorável das estruturas hiperestáticas tem sido de confiança.

A investigação dessa influência pode ser feita usando métodos probabilísticos. Para isso, a função de estado limite tem de ser expandida para a combinação de todas as seções críticas ou então um sistema de funções condicionais de estado limite tem de ser formulado. Esse procedimento requer a investigação de todos os possíveis caminhos de colapso do estado original não-perturbado ao colapso da estrutura.

Uma possibilidade futura é a investigação de vários tipos de estrutura usando programas de elementos finitos não-lineares disponíveis. A influência estrutural se tornará evidente pela variação das propriedades dos materiais de acordo com a sua dispersão. Esse procedimento é similar a uma investigação semi-probabilística.

Como um resultado da investigação, duas formulações geralmente possíveis para a aplicação prática podem ser distinguidas:

1. Definição de um fator de segurança constante  $\gamma_R$  a fim de cobrir a dispersão “normal” das propriedades dos materiais. Elementos adicionais de segurança (investigação dos efeitos de fragilidades locais) devem ser aplicados em seções críticas que exigem uma maior margem de segurança para alcançar o mesmo nível de confiabilidade
2. Definição de um fator de segurança variável, que leve em consideração o modo de colapso nas seções relevantes por análise da distribuição de deformação real naquelas seções no estado limite último. A implementação de uma rotina de otimização dentro do processo computacional poderia determinar as dimensões relativas (por exemplo, das colunas e vigas de uma estrutura, bem como, do arranjo da armadura), de tal forma que o menor fator de segurança exigido seria decisivo para o projeto. O aumento do número de estruturas mais flexíveis poderia ser um resultado desse futuro procedimento de projeto.

# 3 A CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

## 3.1 INTRODUÇÃO

Um dos principais objetivos do cálculo estrutural na engenharia é garantir a segurança e o desempenho satisfatório das estruturas com o máximo de economia possível. Atingir esse objetivo, entretanto, geralmente não é um problema simples, particularmente pelo grande número de sistemas estruturais existentes. Sistemas estruturais podem falhar ao desempenhar suas funções para as quais foram projetados, pois o risco está sempre implícito nesses sistemas.

A maioria dos projetos de sistemas de engenharia estrutural podem ser bem sucedidos sem o conhecimento completo das informações; assim, a garantia de desempenho raramente é perfeita. Além disso, muitas decisões requeridas durante o processo de projeto e cálculo são tomadas, invariavelmente, sob condições de incertezas. Portanto, há sempre alguma probabilidade de falha ou mau desempenho associado às suas consequências adversas. O risco será sempre inevitável. Sob tais condições, não é viável (prática ou economicamente) garantir segurança ou desempenho absolutos das estruturas de engenharia (FREUDENTHAL, 1947).

No caso de uma estrutura, sua segurança é, claramente, uma função da máxima ação (ou combinação de ações) que lhe pode ser imposta durante seu tempo de vida útil e dependerá também da resistência ou capacidade dessa estrutura ou seus componentes, de suportar essas ações. Como a máxima ação da vida útil de uma estrutura e sua capacidade real são difíceis de serem previstas exatamente e qualquer previsão está sujeita a incertezas, a garantia absoluta da segurança de uma estrutura é impossível. Na realidade, segurança (ou desempenho) podem ser garantidos somente em termos da probabilidade de que a resistência disponível (ou capacidade estrutural) será suficiente para resistir à máxima ação ou combinação de ações que poderá ocorrer durante a vida útil da estrutura. É dentro desse contexto que a confiabilidade estrutural encontra seu campo de atuação.

### **3.2 INTERPRETAÇÃO DO CONCEITO DE PROBABILIDADE**

Nos últimos anos, diferentes métodos probabilísticos formais foram desenvolvidos com o propósito de expressar avaliações e seu processo. Várias tentativas foram realizadas para aplicar essas ferramentas em problemas de confiabilidade estrutural. A opinião dominante é que o cálculo probabilístico é a base matemática mais conveniente para a estimativa da confiabilidade das estruturas. Uma razão para isso, com relação às aplicações práticas, é que a teoria de probabilidade matemática permite muitas interpretações diferentes. No exemplo da tolerância foi explicado que o conceito de probabilidade pode ser usado para modelar a freqüência de ocorrência de um evento específico, considerando um grande número de repetições sob circunstâncias controladas.

É óbvio que a análise da confiabilidade estrutural deve considerar as flutuações aleatórias e inevitáveis das propriedades físicas, geométricas e das ações. Estas flutuações são mais ou menos descritas na forma de histogramas ou curvas cumulativas baseadas nos dados observados. Elas compõem um elemento de incerteza vinculada ao conhecimento do engenheiro em relação à estrutura. Com a inclusão desse elemento de incerteza física no modelo determinístico, tem-se, agora, um modelo probabilístico.

A teoria de probabilidade é também interpretável como um sistema de avaliação, em que as probabilidades expressam graus de confiança com relação à ocorrência ou não de eventos.

Retornando-se à suposição de modelo determinístico, imagina-se que o engenheiro possua experiência profissional suficiente para ser capaz não apenas de avaliar se o modelo resistente fornece resultados que se desviam da capacidade real, mas também dar uma estimativa quantitativa mais ou menos precisa desse desvio.

As probabilidades podem ser interpretadas como medidas do grau de confiança ou conhecimento do engenheiro sobre suas avaliações, que podem tomar como base valores como a média e o desvio-padrão de uma amostra de dados, por exemplo.

Foi indicado, anteriormente, que o processo de avaliação é um problema para engenheiros experientes. Na prática, as avaliações devem ser feitas com base nas recomendações existentes nas normas.

### **3.3 NATUREZA DA MEDIDA DE CONFIABILIDADE**

Uma medida quantitativa da confiabilidade de uma estrutura não pode ser interpretada como um número que, isoladamente, caracteriza uma propriedade física da estrutura. Deve ser interpretada como uma quantificação da qualidade global do conhecimento que se tem a respeito da estrutura e das propriedades dos materiais constituintes. Se o engenheiro levar em consideração mais informações, a medida da

confiabilidade mudará. Ela pode decrescer, se a informação extra diz respeito a propriedades desfavoráveis, não conhecidas anteriormente, ou pode aumentar. Em alguns casos, informações negativas podem aumentar o nível de confiabilidade. Essa propriedade, à primeira vista surpreendente, ocorre devido ao fato de que a falta de informação, freqüentemente, pode implicar em maiores incertezas a respeito das propriedades da estrutura e, portanto, da sua segurança, do que uma informação correta sobre suas propriedades desfavoráveis.

A medida da confiabilidade pode auxiliar, inclusive, na avaliação de estruturas já existentes. Dessa forma, pode-se acrescentar armadura em determinados elementos, estudar alterações de uso, ou ainda, analisar estruturas deterioradas.

### 3.4 O PROBLEMA DA AMBIGUIDADE

É possível formular diferentes modelos probabilísticos para estimativa da confiabilidade de uma estrutura. Esses modelos podem ser mais ou menos elaborados em seu detalhamento e, portanto, ser mais flexíveis com relação a lidar com novas informações. É comum que a medida de confiabilidade seja relacionada à probabilidade de um dado comportamento ocorrer dentro de um certo intervalo de tempo, tal como o assumido para a vida útil da estrutura (vida útil de projeto). É a *chamada Probabilidade de Falha*. O termo “falha” é empregado aqui apenas como uma indicação de que o evento corresponde a um comportamento adverso.

Para uma mesma estrutura, o ideal seria que as informações sobre ela e sobre a definição de falha fossem as mesmas para diferentes modelos empregados. Portanto, a sensibilidade para a escolha do modelo é um problema que não pode ser evitado quando se procura estabelecer regras para a avaliação racional da confiabilidade das estruturas. Os resultados só podem ser comparados se forem produzidos pelo mesmo método, levando-se em consideração as mesmas hipóteses.

Para ser capaz de comparar probabilidades de falha computadas para diferentes esquemas estruturais e definições de falha, é necessário, portanto, que todas as quantidades sejam computadas dentro do mesmo modelo probabilístico. Essa exigência deve ser respeitada por qualquer engenheiro que deseje trabalhar com tais comparações.

Contudo, tem-se um problema de decisão: *qual valor a ser atribuído para o nível de confiabilidade com relação a um evento de falha específico?* A medida da confiabilidade pode ser alterada, quer por variação nas dimensões, quer por mudanças no esquema estrutural. Que valor deve ser fixado para a confiabilidade?

## 3.5 ANÁLISE E VERIFICAÇÃO DA CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

### 3.5.1 INTRODUÇÃO

Neste item, apresentam-se os métodos de análise de confiabilidade de estruturas empregados no trabalho, assim como o esquema planejado para a resolução dos problemas.

O atendimento às exigências de segurança e economia, sob restrições específicas, é o principal objetivo do projeto estrutural. Os recentes desenvolvimentos em métodos numéricos, especialmente nos *elementos finitos*, têm contribuído para esse propósito. Entretanto, quando vários fatores relacionados ao projeto são incertos ou sua estimativa exata é impossível, os projetistas devem continuar o trabalho levando em consideração a incerteza. Convencionalmente, as incertezas são tratadas como quantidades determinísticas pela aplicação de fatores de segurança. Entretanto, pode-se demonstrar que os fatores de segurança são imperfeitos, uma vez que o nível de segurança não é claramente definido, ao contrário do que ocorre com os requisitos de economia. Portanto, fica-se diante de uma situação na qual coexistem estruturas econômicas, mas pouco seguras, assim como estruturas muito seguras, mas pouco econômicas. Em vista dessa situação, vários métodos de projeto baseados em confiabilidade estão sendo propostos.

O termo confiabilidade estrutural é utilizado, na engenharia, para quantificar a segurança oferecida por um sistema estrutural frente a um determinado desempenho esperado. Alternativamente, a confiabilidade pode ser entendida como o complemento da probabilidade de falha, ou seja, as chances ou a tendência de determinado sistema em violar um estado limite, quer seja por falha ou por não atender a seu desempenho esperado. Portanto, a confiabilidade estrutural está relacionada, essencialmente, com as variáveis que descrevem o sistema e, mais precisamente, com a variabilidade das mesmas. Particularmente, esta variabilidade está presente nos sistemas sob a forma de incertezas. De acordo com MELCHERS (1987), essas incertezas podem ser divididas nos seguintes tipos:

- **Incertezas físicas:** geralmente presentes nas avaliações de dimensões, valores de ações, valores de propriedades de materiais, etc.;
- **Incertezas estatísticas:** provenientes da extrapolação de parâmetros estatísticos extraídos de populações finitas do modelo empregado.
- **Incertezas devidas a fatores humanos:** provenientes de ação do homem, quer seja intencional ou não, no comportamento do sistema estrutural;

- ***Incertezas de caráter fenomenológico***: provenientes da existência de eventos não previsíveis ou não levados em consideração;
- ***Incertezas de modelagem***: provenientes das simplificações e das hipóteses adotadas para a modelagem do comportamento estrutural, o emprego de novos materiais, técnicas construtivas, etc.;

Sabe-se, porém, que nem todas as incertezas citadas anteriormente podem ser levadas em conta em uma análise. Portanto, fala-se em confiabilidade *formal*, condicionada às incertezas adotadas. Logo, conclui-se que essa confiabilidade *formal* não é a real e, assim, tornam-se lógicas apenas comparações entre confiabilidades de sistemas com as mesmas considerações de incertezas. Dessa forma, a avaliação da confiabilidade estrutural surge como ferramenta de comparação entre procedimentos existentes de projeto, além de avaliar a validade das recomendações estabelecidas em normas.

### 3.5.2 O PROBLEMA BÁSICO DA CONFIABILIDADE

Problemas de confiabilidade de engenharia podem ser definidos como a determinação da capacidade de um sistema para atender a determinadas condições (exigências). Na consideração da segurança de uma estrutura, a preocupação é assegurar que sua resistência seja suficiente para suportar a atuação da máxima ação ou combinação de ações durante a sua vida útil.

Tradicionalmente, a confiabilidade de sistemas estruturais é alcançada através da utilização de coeficientes ou margens de segurança e adoção de suposições conservadoras nos métodos de cálculo, visando assegurar uma mínima condição de resistência para suportar a atuação de uma ação máxima. Frequentemente, essa confiabilidade é definida em bases de juízos subjetivos e a suficiência ou insuficiência das "margens" aplicadas podem ser avaliadas ou calibradas somente em termos de experiências passadas com sistemas semelhantes. É difícil quantificar a eficiência da aproximação tradicional e há carência de bases lógicas para o estudo das incertezas, conseqüentemente, os níveis de segurança e confiabilidade não podem ser calculados quantitativamente. Além disso, para novos sistemas em que não há bases anteriores para calibração, o problema de assegurar o bom desempenho estrutural se torna extremamente difícil.

Na realidade, a determinação da resistência disponível bem como da máxima solicitação da estrutura não são problemas simples. Estimativas e previsões são sempre necessárias para esses tipos de problemas; incertezas são inevitáveis pela simples razão de serem as informações relativas aos problemas de engenharia invariavelmente incompletas. Diante de tal situação, a resistência disponível e a solicitação real não podem

ser determinadas precisamente; elas podem ser descritas como pertencentes a determinados intervalos, podendo ser modeladas como variáveis aleatórias. Nesses termos, portanto, a confiabilidade de um sistema pode ser mais realisticamente medida em termos de probabilidade. Dessa forma, com a intenção de apresentar os conceitos básicos de avaliação da confiabilidade definem-se as seguintes variáveis aleatórias:

R = resistência

S = solicitação

O problema básico da confiabilidade estrutural considera apenas um efeito de ação S resistido por uma resistência R. Tanto R quanto S são descritos por uma função de densidade de probabilidade,  $f_S()$  e  $f_R()$ , respectivamente. Uma estrutura entra em colapso se a resistência R inerente ao sistema é menor do que a solicitação S atuante. O objetivo da análise de confiabilidade é assegurar o evento  $(R>S)$  durante toda a vida útil da estrutura. Essa garantia é possível somente em termos da probabilidade  $P(R>S)$ . Essa probabilidade, portanto, representa a medida realista da confiabilidade da estrutura.

Supõe-se que as distribuições de probabilidade de R e S estejam disponíveis e sejam conhecidas. A probabilidade de falha  $p_f$  pode ser determinada pela integração da função de densidade conjunta  $f_{RS}$  das variáveis aleatórias R e S dentro do domínio de falha D, isto é, sob a condição de que  $S \geq R$ . Portanto,

$$P_f = P\left[\frac{R}{S} \leq 1\right] = P[R - S \leq 0] = P[R \leq S] = \iint_D f_{RS}(r, s) dr ds \quad (3.1)$$

Como as variáveis aleatórias de resistência e ação são, geralmente, admitidas como estatisticamente independentes uma da outra, tem-se:

$$f_{RS}(r, s) = f_R(r) \cdot f_S(s) \quad (3.2)$$

Dessa forma, a distribuição de probabilidade conjunta pode ser substituída pelo produto de suas funções de densidade. Assim,

$$P_f = \iint_D f_R(r) \cdot f_S(s) dr ds \quad (3.3)$$

Logo,

$$P_f = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{s \geq r} f_R(r) f_S(s) dr ds \quad (3.4)$$

Integrando-se a função densidade  $f_R$ , a equação (3.4) reduz-se a:

$$P_f = \int_{-\infty}^{\infty} F_R(y) \cdot f_s(y) dy \quad (3.5)$$

onde  $F_R$  é a função de distribuição acumulada da resistência.

Para ilustrar aspectos interessantes do processo de avaliação da confiabilidade estrutural, denota-se, a partir de agora, a resistência da estrutura por  $X$  e a solicitação atuante por  $Y$ . Com isso, a equação (3.5) passa a ser escrita da seguinte forma:

$$p_f = \int_{-\infty}^{\infty} F_X(y) \cdot f_Y(y) dy \quad (3.6)$$

A equação (3.6) representa uma integração em relação a  $y$ , podendo ser representada pela figura 3.1. A probabilidade de falha pode também ser formulada através da integração em relação a  $x$ . Portanto,

$$p_f = \int_{-\infty}^{\infty} [1 - F_Y(x)] \cdot f_X(x) dx \quad (3.7)$$

Paralelamente, a correspondente probabilidade de bom desempenho pode ser apresentada da seguinte forma:

$$p_s = 1 - p_f \quad (3.8)$$

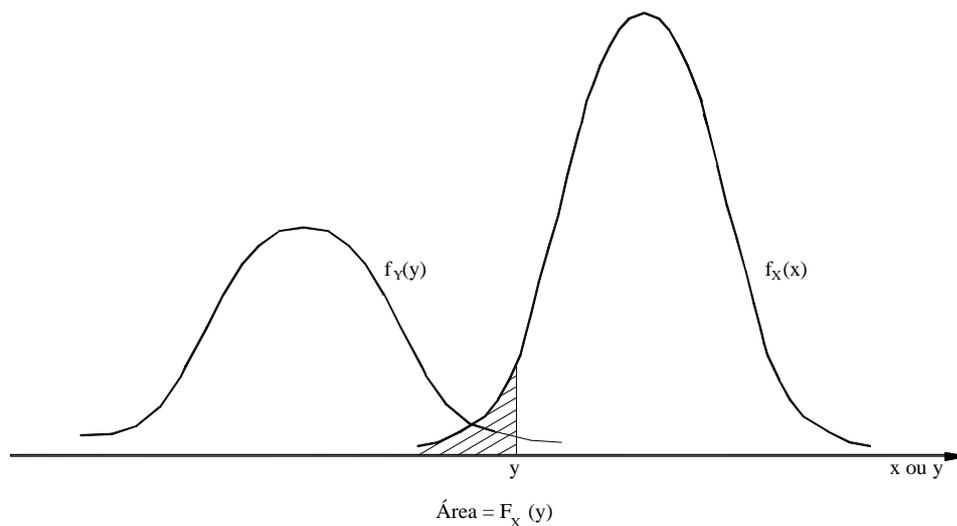
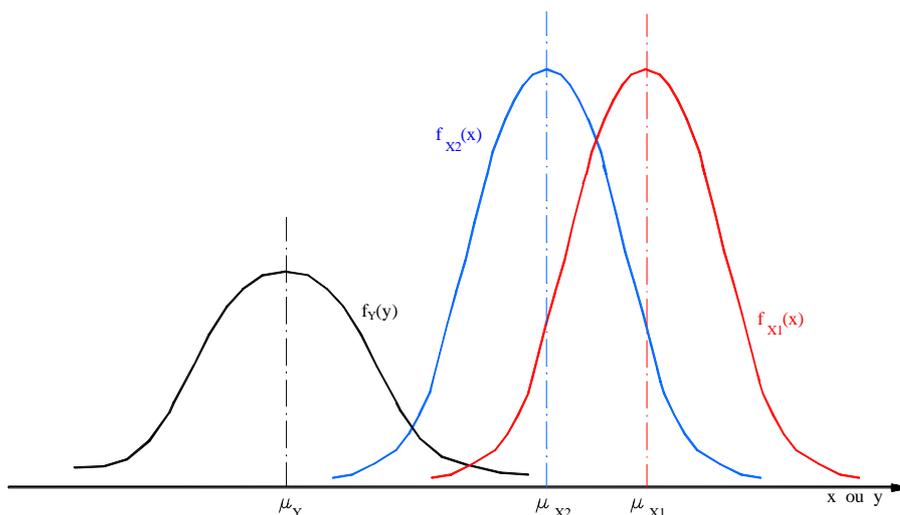


FIGURA 3.1 – FUNÇÕES DE DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE  $f_x(x)$  e  $f_y(y)$

A sobreposição das curvas  $f_x(x)$  e  $f_y(y)$  representa uma medida da probabilidade de falha  $p_f$ . Isso pode ser comprovado graficamente na figura 3.1.

Algumas observações devem ser feitas:

- [1] A região sobreposta depende das posições relativas de  $f_x(x)$  e  $f_y(y)$ , como ilustrado na figura 3.2. Quando as duas curvas ficam graficamente mais afastadas, a probabilidade de falha  $p_f$  diminui. De modo contrário,  $p_f$  cresce à medida que as curvas  $f_x(x)$  e  $f_y(y)$  ficam mais próximas.
- [2] A posição relativa entre  $f_x(x)$  e  $f_y(y)$  pode ser medida pela relação  $\mu_x/\mu_y$  (*fator de segurança central*) ou pela diferença  $(\mu_x - \mu_y)$  (*margem de segurança média*).

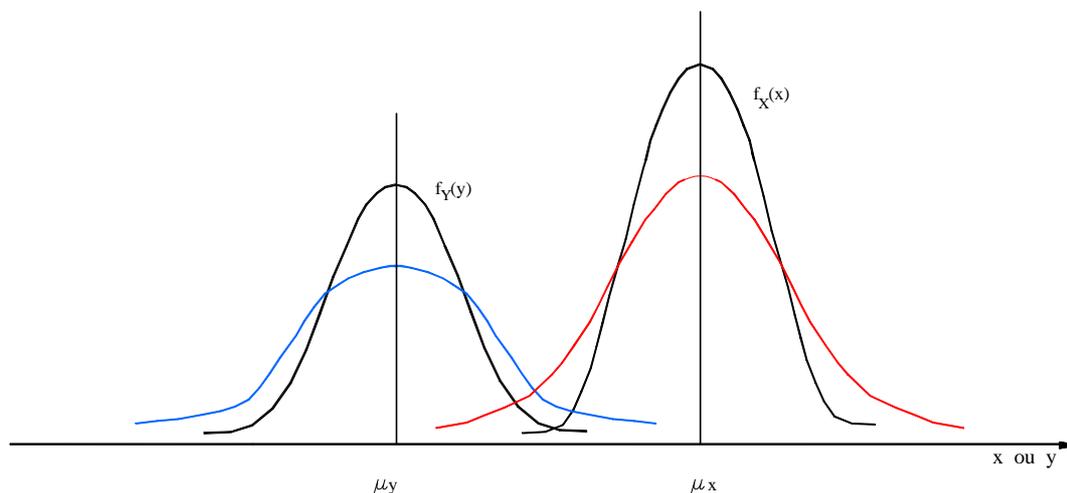


**FIGURA 3.2 – EFEITO DA POSIÇÃO RELATIVA ENTRE  $f_x(x)$  e  $f_y(y)$  NA PROBABILIDADE DE FALHA**

- [3] A região sobreposta também depende do grau de dispersão de  $f_x(x)$  e  $f_y(y)$  como pode ser observado pela sobreposição das curvas de linhas contínuas com a das curvas de linhas tracejadas, de acordo com a figura 3.3. Essas dispersões podem ser expressas em termos dos coeficientes de variação  $\delta_x$  e  $\delta_y$ .

Resumindo-se,

$$p_f \cong g\left(\frac{\mu_x}{\mu_y}; \delta_x, \delta_y\right) \quad (3.9)$$



**FIGURA 3.3 – EFEITO DAS DISPERSÕES DE  $f_x(x)$  e  $f_y(y)$  NA PROBABILIDADE DE FALHA**

Portanto, conclui-se que qualquer medida de segurança confiável deve ser uma função da posição relativa de  $f_x(x)$  e  $f_y(y)$  e do grau de dispersão dessas curvas.

Com relação a esse estudo é preciso observar alguns fatos importantes. Na prática, informações sobre as variáveis escolhidas para representar um determinado modelo são limitadas. As disponíveis são suficientes apenas para calcular os principais parâmetros estatísticos de  $X$  e  $Y$ , tais como os valores médios  $\mu_x$  e  $\mu_y$ , além dos correspondentes coeficientes de variação  $\delta_x$  e  $\delta_y$ . A quantificação da verdadeira confiabilidade, como pode ser observado, não é uma tarefa simples.

Nas equações (3.4) e (3.5) supõe-se que  $R$  e  $S$  são variáveis aleatórias estatisticamente independentes. Entretanto, as variáveis em análise podem ser correlacionadas. Nesse caso, novas formulações são necessárias. É o que se verá no próximo tópico.

Para poucas distribuições de  $R$  e  $S$  é possível integrar a equação (3.4) analiticamente. O exemplo mais notável acontece quando  $R$  e  $S$  são variáveis aleatórias normais com médias  $\mu_R$  e  $\mu_S$  e variâncias  $\sigma_R^2$  e  $\sigma_S^2$ , respectivamente. A distribuição de probabilidade da margem de segurança  $Z = R - S$  é também normal, tal que:

$$\mu_Z = \mu_R - \mu_S \quad (3.10)$$

$$\sigma_Z^2 = \sigma_R^2 + \sigma_S^2 \quad (3.11)$$

A equação (3.4) torna-se, então:

$$p_f = P(R - S \leq 0) = P(Z \leq 0) = \Phi\left(\frac{0 - \mu_z}{\sigma_z}\right) \quad (3.12)$$

onde  $\Phi$  é a função de distribuição normal padrão (média zero e variância unitária), amplamente tabulada nos textos estatísticos. A variável aleatória  $Z = R - S$  é mostrada na figura 3.4, na qual a região de falha está sombreada.

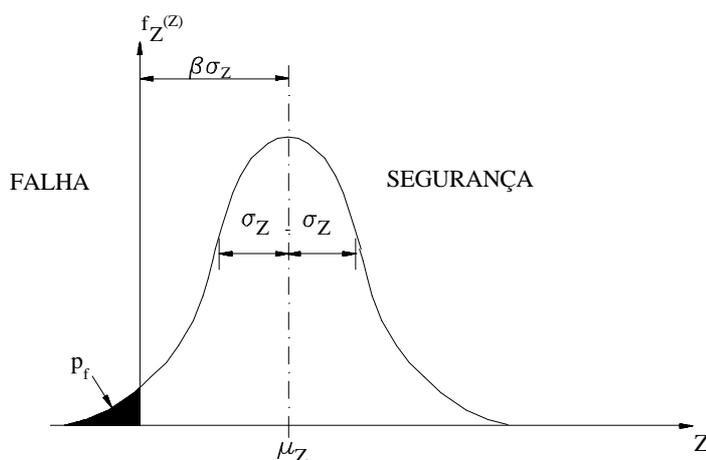


FIGURA 3.4 - DISTRIBUIÇÃO DA MARGEM DE SEGURANÇA

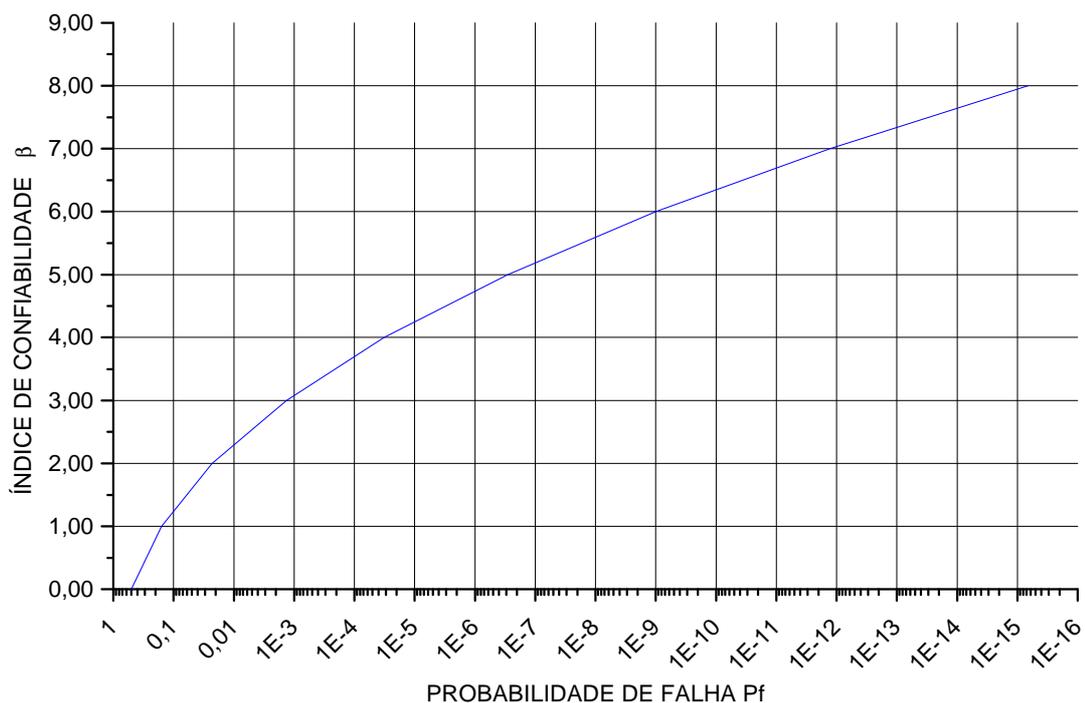
Usando as equações (3.10), (3.11) e (3.12) segue que

$$p_f = \Phi\left[\frac{-(\mu_R - \mu_S)}{(\sigma_S^2 + \sigma_R^2)^{1/2}}\right] = \Phi(-\beta) \quad (3.13)$$

onde  $\beta$  é definido como o *índice de confiabilidade*, expresso pela seguinte equação:

$$\beta = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_S^2 + \sigma_R^2}} \quad (3.14)$$

Esse índice proporciona uma alternativa adicional à probabilidade de falha  $p_f$  como medida da segurança do sistema, sendo, inclusive, mais conveniente, pois enquanto  $p_f$  varia entre  $10^{-1}$  e  $10^{-9}$  na maioria dos problemas estruturais,  $\beta$  varia entre 1 e 6. Um gráfico representativo dessa relação é apresentado na figura 3.5.



Na teoria da Confiabilidade Estrutural, o índice  $\beta$  é usado para comparar e quantificar resultados de métodos para análise da segurança de sistemas estruturais. Entretanto, deve se reconhecer que  $\beta$  tem apenas um caráter operativo, pois a probabilidade de falha pode ter uma grande sensibilidade às variações do modelo estocástico, especialmente quando se trabalha com probabilidades muito pequenas ( $P_f < 10^{-5}$ ). Os índices  $\beta$  de confiabilidade e as correspondentes probabilidades de falha são mostrados nas tabelas 3.1 e 3.2.

**TABELA 3.1 RELAÇÃO ENTRE A PROBABILIDADE DE FALHA E O ÍNDICE  $\beta$  DE CONFIABILIDADE**

$\beta$	PROBABILIDADE DE FALHA
0.00	5,00E-01
1.00	1,59E-01
2.00	2,28E-02
3.00	1,35E-03
4.00	3,17E-05
5.00	2,87E-07
6.00	9,90E-10
7.00	1,29E-12
8.00	6,66E-16

TABELA 3.2 RELAÇÃO ENTRE A PROBABILIDADE DE FALHA E O ÍNDICE  $\beta$  DE CONFIABILIDADE

$p_f$	$\beta$
0.50	0
$10^{-1}$	1,282
$10^{-2}$	2,326
$10^{-3}$	3,090
$10^{-4}$	3,719
$10^{-5}$	4,265
$10^{-6}$	4,768
$10^{-7}$	5,199
$10^{-8}$	5,612

A equação (3.14) foi obtida supondo-se distribuições normais para a resistência  $R$  e a solicitação  $S$ . Assumindo-se agora que essas variáveis comportem-se de acordo com uma distribuição log-normal, tem-se:

$$p_f = \Phi(v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^v e^{-\frac{x^2}{2}} dx \quad (3.15)$$

onde

$$v = -\frac{\ln\left(\frac{\bar{R}}{\bar{S}} \cdot \sqrt{\frac{V_S^2 + 1}{V_R^2 + 1}}\right)}{\sqrt{\ln(V_R^2 + 1) + \ln(V_S^2 + 1)}} \quad (3.16)$$

e  $V_S$  e  $V_R$  representam, respectivamente, os coeficientes de variação da solicitação atuante e da resistência estrutural.

Contudo, para muitos problemas, a formulação apresentada não é inteiramente adequada, já que pode não ser possível reduzir o problema da confiabilidade estrutural a uma simples formulação  $R$  versus  $S$  e, ainda mais, com  $R$  e  $S$  sendo variáveis aleatórias independentes.

A resistência  $R$  é uma função das propriedades dos materiais e das dimensões estruturais ou dos elementos, enquanto  $S$  é uma função das cargas aplicadas, densidades dos materiais e dimensões da estrutura. Cada qual pode ser uma variável aleatória. Além disso,  $R$  e  $S$  podem não ser independentes, tal como ocorre quando determinados carregamentos agem no sentido de se opor ao colapso ou quando as mesmas dimensões afetam tanto  $R$  quanto  $S$ . Nesses casos, não é válido usar a integral expressa na equação (3.5). O mesmo ocorre quando há mais de uma resultante de tensão agindo em uma seção

ou mais de um fator contribuindo para a resistência da estrutura. Exige-se, portanto, uma formulação mais geral.

As variáveis fundamentais que definem e caracterizam o comportamento e a segurança de uma estrutura podem ser chamadas de *variáveis básicas*. Elas são, geralmente, aquelas empregadas na análise estrutural convencional e no projeto. Exemplos típicos são as dimensões, densidades, pesos-próprios, materiais, cargas, resistências. A resistência à compressão do concreto seria considerada igualmente uma variável básica, embora possa estar relacionada a mais variáveis fundamentais, tais como a quantidade de cimento, relação água/cimento, dimensões e resistência do agregado, etc. Entretanto, engenheiros estruturais, normalmente, não usam essas últimas variáveis nos cálculos de resistência ou segurança.

Muitas vezes, é possível escolher as variáveis básicas de tal maneira que elas sejam independentes. Entretanto, esse não é sempre o caso. A dependência entre as variáveis básicas adiciona, usualmente, complicações à análise da confiabilidade. É importante que essa dependência, quando houver, seja conhecida e modelada de alguma forma.

As distribuições de probabilidade para as variáveis básicas podem ser obtidas por inferência direta dos dados observados, por avaliação subjetiva ou por alguma combinação dessas técnicas. Na prática, alguma influência subjetiva está sempre presente, já que, raramente, existem dados suficientes disponíveis para identificar, com certeza, apenas uma distribuição como apropriada. Tudo isso confirma que observações passadas e a experiência com estruturas similares podem ser usadas para a estrutura em avaliação.

Alguns raciocínios físicos podem ser usados para sugerir uma aproximação. Assim, quando as variáveis básicas forem compostas pela soma de outras variáveis, o teorema do limite central pode ser usado para admitir que uma distribuição normal é adequada. Esse poderia ser o caso da resistência à compressão do concreto e para o peso próprio de uma viga ou laje. Deve ser enfatizado, porém, que tais técnicas não podem ser usadas inconscientemente. Análises críticas dos dados são sempre necessárias. Os parâmetros das respectivas distribuições de probabilidade podem ser estimados a partir dos dados usando um dos métodos usuais, por exemplo, métodos dos momentos, máxima verossimilhança, estatísticas de ordem. Esses métodos são bem descritos nos textos estatísticos (ANG & TANG, 1975) e não serão detalhados neste trabalho.

Com as variáveis básicas e suas distribuições de probabilidade estabelecidas, a forma simplificada R – S de função de estado limite pode ser substituída por uma versão generalizada expressa, diretamente, em termos das variáveis básicas.

## 3.6 O MÉTODO DOS ESTADOS LIMITES

### 3.6.1 INTRODUÇÃO

O processo de melhoramento dos métodos usados no projeto requer atenção especial para todos os componentes, conceitos teóricos, dados experimentais e para todas as ferramentas matemáticas envolvidas na estimativa da confiabilidade. A inclusão, ao longo das últimas três décadas, do métodos dos *Estados Limites* nas especificações, códigos e normas de avaliação da segurança tem possibilitado o surgimento de melhores expressões para o carregamento, combinações de esforços internos, resistência dos elementos estruturais e confiabilidade de componentes e sistemas, ou seja, aumentaram a segurança, a capacidade em serviço, a durabilidade e a economia. A figura 3.6 mostra os métodos básicos para a avaliação da confiabilidade.

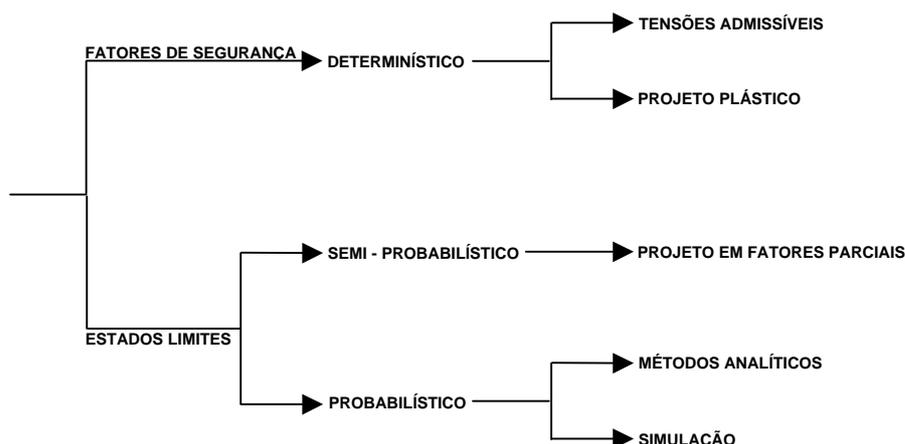


FIGURA 3.6 – MÉTODOS BÁSICOS PARA AVALIAÇÃO DA CONFIABILIDADE

O método determinístico tem sido abandonado em virtude do tratamento em função de variáveis aleatórias. O conceito de estado limite separando um domínio multidimensional de variáveis aleatórias dentro de domínios de segurança e falha tem sido geralmente aceito e é amplamente usado na teoria da confiabilidade estrutural e em aplicações de projeto.

Desde o início da década de 60, muitas especificações internacionais baseadas no conceito de estados limites têm sido desenvolvidas e introduzidas dentro do trabalho diário dos projetistas. Centenas de artigos justificando a transição para esse método têm sido publicados. Esses artigos explicam as limitações dos conceitos determinísticos contidos, por exemplo, no projeto em *tensões admissíveis* e apresentam as vantagens de métodos que utilizam a estatística e a probabilidade para determinar a confiabilidade das estruturas

projetadas. Cada norma, entretanto, tem seguido seu próprio caminho para alcançar esse objetivo.

As especificações existentes, baseadas no conceito de estados limites, diferem entre elas nas definições e análises de carregamentos e suas combinações, nas definições de resistência e capacidade em serviço e na extensão da utilização consciente de reservas plásticas. As especificações têm em comum o formato geral do critério de confiabilidade, ou seja, comparação entre os efeitos extremos de carga e resistência mínima. Esse método é baseado, principalmente, na determinação do assim chamado *ponto de projeto*. Existem vários outros métodos alternativos baseados em aproximação, que podem servir na análise de confiabilidade. Esses métodos são baseados nos procedimentos de ajustes de curvas ou na aproximação de uma superfície de falha, análise de sensibilidade e outros.

Quando se considera uma quantidade de variáveis aleatórias resultantes de estimativas probabilísticas e estatísticas de dados, a análise de confiabilidade baseada em soluções matemáticas analíticas pode se tornar extremamente difícil ou até impossível.

Em resumo, para o cálculo da probabilidade de falha, faz-se necessário a definição de estados limites, os quais definirão quando a estrutura falhou. Neste trabalho, a violação ou ultrapassagem de um estado limite significa o alcance de uma situação não desejável, que corresponde à falha.

Normalmente, definem-se dois tipos básicos de estados limites: os estados limites últimos (ruína) e os estados limites de utilização. Essa é apenas uma classificação simplificada. Em muitos casos particulares alguns novos estados limites intermediários podem ser considerados (MELCHERS, 1987). Assim, definido um estado limite (ou estados limites) para a estrutura, o cálculo da confiabilidade fica condicionado a esse estado.

### **3.6.2 ESTADOS LIMITES DE UTILIZAÇÃO**

Quando a estrutura atinge um estado tal que sua durabilidade ou funcionalidade está comprometida, diz-se que a mesma atingiu um estado limite de utilização. Assim, flechas excessivas, vibrações excessivas, dano local por abertura excessiva de fissura são exemplos de estados limites de utilização.

O código modelo do CEB (1990) subdivide este estado limite em três categorias para estruturas de concreto:

- Dano estrutural local limitado, tais como fissuração ou tensões de compressão excessivas. Esse tipo de dano está relacionado ao comprometimento da durabilidade da peça estrutural;

- Deformações que produzem dano inaceitável em elementos não estruturais, ou que afetam excessivamente o uso ou aparência desses mesmos elementos;
- Vibrações que resultem em desconforto, sobressalto ou perda de utilidade.

Para estados limites de deformações em estruturas de concreto armado, pode-se citar os limites adotados pela Norma Brasileira, a qual fixa que para todas ações de longa duração, deve-se ter flechas máximas nas vigas e lajes de  $L/300$  e  $L/150$  (balanços) e apenas para as cargas acidentais de  $L/500$  e  $L/250$  (balanços), sendo  $L$  o vão efetivo na peça analisada.

### 3.6.3 ESTADOS LIMITES ÚLTIMOS

Quando a estrutura atinge estado tal que sua capacidade resistente está comprometida, diz-se que a mesma atingiu um estado limite último. Assim, ruptura por colapso progressivo, formação de mecanismos plásticos, por deterioração ou por instabilidade (dinâmica, estática) são exemplos de estados limites últimos para estruturas de concreto armado. Em termos de capacidade portante dos elementos estruturais, o estado limite último pode ser considerado, segundo o código modelo do CEB (1990) como:

- Perda do equilíbrio estático, quando uma parte estrutural ou toda a estrutura é rompida;
- Ultrapassagem da resistência em uma ou mais regiões críticas da estrutura (regiões que possam levar à formação de um mecanismo na estrutura).

Na tabela 3.3 mostram-se alguns valores do índice de confiabilidade de acordo com o CEB (1991) e as respectivas classes de segurança. Esses valores são utilizados como meta para um dimensionamento ou verificação estrutural. Em outras palavras, ao se projetar as estruturas, ou verificar sua segurança, espera-se chegar a valores do índice de confiabilidade que sejam próximos ao adotados na tabela, a fim de tornar o projeto econômico e ao mesmo tempo seguro. Para funções de estado limite último, percebe-se uma maior preocupação, vista através de um maior índice de confiabilidade para estes casos, devido aos maiores danos (econômicos, sociais, etc.) que possam advir de sua ultrapassagem.

TABELA 3.3 - ÍNDICES DE CONFIABILIDADE ALVO E CLASSES DE SEGURANÇA

ÍNDICE $\beta$ ( $p_f$ )			
NÍVEL DE SEGURANÇA	1	2	3
ESTADO LIMITE DE UTILIZAÇÃO	2.5 (6.20X10 <sup>-3</sup> )	3.0 (1.35X10 <sup>-3</sup> )	3.5 (2.33X10 <sup>-4</sup> )
ESTADO LIMITE ÚLTIMO	4.2 (1.33X10 <sup>-5</sup> )	4.7 (1.30X10 <sup>-6</sup> )	5.2 (9.98X10 <sup>-8</sup> )

### 3.6.4 ESTADOS LIMITES E CONFIABILIDADE

O conceito de estado limite é definido como uma configuração da estrutura, incluindo suas cargas, em que ela se encontra exatamente no ponto de não-satisfação de uma exigência específica.

Muitas vezes, a exigência é formulada verbalmente. Entretanto, de modo geral, o requerimento é interpretado e formulado dentro de um modelo matemático que inclui as propriedades geométricas e mecânicas da estrutura e para as ações. Considere  $x_1, x_2, \dots, x_n$  como aquelas variáveis que, independentemente, contribuem para a parte do modelo matemático referente à geometria, resistência e ações. As variáveis são livres no sentido de seus valores poderem ser escolhidos, livre e independentemente, dentro de um dado subconjunto do espaço  $\mathfrak{R}^n$  n-dimensional. Esse subconjunto é o domínio de definição do modelo. A estrutura em análise e suas cargas são um objeto puramente matemático, que satisfaz a uma dada exigência de estado limite.

Portanto, a resposta estrutural pode ser definida por um vetor de variáveis aleatórias básicas  $\tilde{X}$ , que pode incluir parâmetros que definem ações, propriedades do material, tamanho das seções, etc.

$$\tilde{X} = \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{Bmatrix} \quad (3.17)$$

Para poder calcular a probabilidade de falha deve-se formular uma função de estado limite  $g(\tilde{x})$  que depende das variáveis aleatórias, e tal que:

$$g(\tilde{x}) \geq 0 \quad (3.18)$$

seja satisfeita toda vez que haja segurança.

Portanto, a resistência  $R$  pode ser expressa como  $R = g_R(\tilde{X})$  e o carregamento ou seu efeito por  $S = g_S(\tilde{X})$ . As funções  $g_R$  e  $g_S$  podem ser não-lineares.

Considerando-se, para efeito de ilustração, uma estrutura muito simples, consistindo de um cabo fixado a um gancho e suportando uma carga. Supondo que o gancho seja mais resistente do que o cabo, tem-se um problema de confiabilidade, correspondente à exigência de que o cabo deve ser capaz de suportar a carga. Esse problema pode ser formulado em termos de duas variáveis livres, a resistência  $r$  do cabo e o peso  $p$  da carga. Ambas são quantidades positivas por definição. Portanto, o domínio de definição do modelo é o subconjunto  $\mathfrak{R}_+^2$  de  $\mathfrak{R}^2$ .

Se o modelo matemático é desenvolvido através de uma variável geométrica  $A$ , área da seção transversal do cabo, calcula-se a tensão  $s$  no cabo como  $p/A$ , independentemente do valor de  $r$ . Além disso, se o modelo é baseado na Lei de Hooke e com um comprimento  $L$  do cabo, pode-se calcular o deslocamento resultante da carga, quando seu peso é transferido gradualmente para o cabo, supondo-se que o gancho é completamente rígido. O deslocamento é dado por  $Lp/(AE)$ , onde  $E$  é o módulo de elasticidade.

A análise de um problema de confiabilidade com consideração simultânea das exigências de que o cabo deve ser capaz de suportar a carga e de que o deslocamento não deve ser maior do que um dado valor  $d$  torna-se, portanto, formulada em termos das cinco variáveis  $A$ ,  $L$ ,  $E$ ,  $r$ ,  $p$ , que, por definição, são todas positivas. Dessa forma, o domínio de definição do modelo é  $\mathfrak{R}_+^5$ .

Mostrou-se que o problema da confiabilidade pode ser formulado em termos de um número finito de variáveis  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . Há problemas relevantes de confiabilidade onde a formulação do modelo requer o uso de uma infinidade de variáveis (funções). É o caso particular onde variações espaciais e temporais das propriedades de ações e resistências são relevantes. Contudo, essa primeira parte de teoria da confiabilidade para estruturas trata, quase que exclusivamente, com modelos simples caracterizados por um número finito de variáveis de entrada  $x_1, x_2, \dots, x_n$ .

Uma dada exigência de estado limite divide o domínio de definição do modelo em duas regiões, a de segurança e a de falha, nas quais a exigência é satisfeita ou não, respectivamente. O limite da região segura (que, obviamente, também é o limite da região de falha) é chamado de *estado limite*. Nos modelos considerados, o estado limite é de estrutura suficientemente simples, podendo ser representado como o conjunto de raízes para uma função diferenciável  $g(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , que é definida em todo o domínio de definição do modelo e que toma valores positivos no interior da região de segurança e valores negativos no interior da região de falha. Portanto, o estado limite é dado como o conjunto de valores das variáveis de entrada  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  para o qual:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \quad (3.19)$$

Enfatiza-se que a escolha de  $g$  não é única. A função  $g^3$ , por exemplo, pode ser usada no lugar de  $g$ .

Uma função de estado limite como  $g(\tilde{x})$ , separa duas situações: uma de *segurança* e outra de *falha*. Se  $g(\tilde{x}) \geq 0$ , considera-se que os requerimentos de projeto têm sido devidamente satisfeitos e corresponde a um ponto da região de segurança. Se  $g(\tilde{x}) < 0$ , os requerimentos de projeto não foram satisfeitos e corresponde a um ponto da região de falha.

Partes ou todo o estado limite pode ser escolhido para pertencer à região de falha ou de segurança, de acordo com o que pode ser considerado conveniente em um dado problema.

Um estado limite último representa uma situação onde a estrutura está justamente no ponto de perda de sua integridade, isto é, está na iminência de passar para um estado "irreversível". A estrutura só se recupera por reparo ou reconstrução. Um estado limite de utilização corresponde ao limite entre um estado aceitável e um não-aceitável sob uso normal. Muitas vezes, um determinado estado é reversível, pois a estrutura, por descarregamento, pode passar para a região de segurança. Contudo, a passagem através do estado limite de utilização pode causar também danos permanentes à estrutura, tais como formação de fendas ou outros defeitos visíveis. Geralmente, este dano não causará um problema de confiabilidade do tipo de estado limite de colapso se a estrutura está sujeita à manutenção geral periódica.

O estado limite último para o cabo é dado pelas raízes da função:

$$g(r, s) = r - s \quad (3.20)$$

O estado limite último é dado por  $r = s$ , a região de colapso por  $r < s$  e a região de segurança por  $r > s$ , como mostrado na figura 3.7.

A exigência de que o deslocamento provocado pela carga seja, no máximo, um dado valor  $\delta$  está na categoria de um estado limite de utilização. A função  $g$  pode ser escolhida como:

$$g(A, L, E, r, s) = \delta \cdot A \cdot E - L \cdot s \quad (3.21)$$

Portanto, o estado limite de utilização é dado por  $\delta AE = Ls$ , a falha por  $\delta AE < Ls$  e a segurança por  $\delta AE \geq Ls$ .

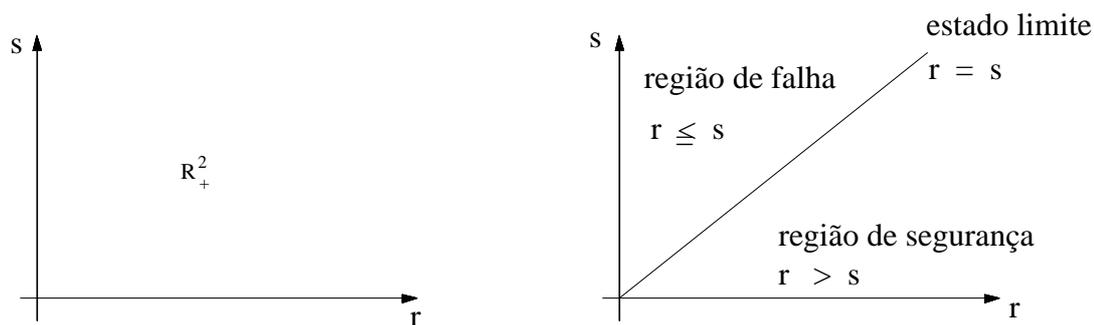


FIGURA 3.7 – DOMÍNIO DE DEFINIÇÃO E ESTADO LIMITE DE FALHA PARA UM MODELO DE ANÁLISE DE CONFIABILIDADE

Na análise da confiabilidade, os dois estados limites de categorias diferentes são considerados separadamente. A situação é outra se dois ou mais diferentes estados limites de colapso são importantes. Por exemplo, na consideração realizada, assumiu-se que a capacidade resistente do gancho era muito maior do que a do cabo. Se essa suposição não pode ser mantida, deve-se introduzir outra variável  $r_g$  para a capacidade resistente do gancho. Considere  $r_c$  como a capacidade resistente do cabo. Então, tem-se um estado limite de colapso composto, que pode ser definido como as raízes da função:

$$g(r_g, r_c, s) = \min\{r_g, r_c\} - s \quad (3.22)$$

A região de segurança é a interseção das duas áreas dadas por  $r_g > s$  e  $r_c > s$ , enquanto a região de falha é a união das duas áreas dadas por  $r_g \leq s$  e  $r_c \leq s$ . O estado limite é dado por  $\min\{r_g, r_c\} = s$ , como mostra a figura 3.8.

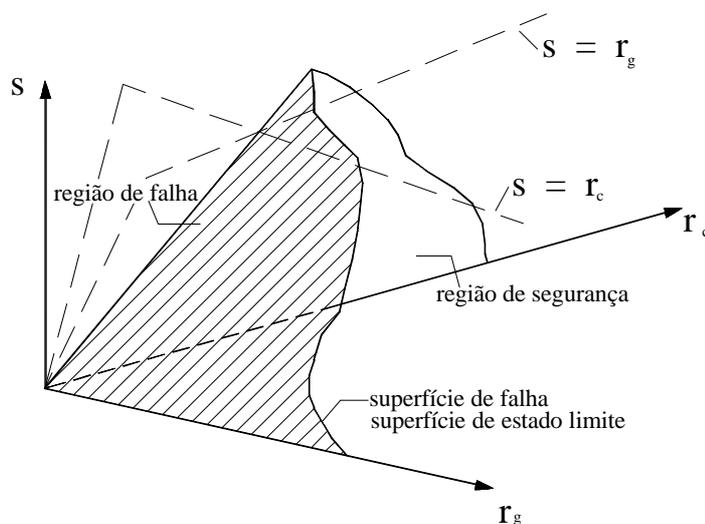


FIGURA 3.8 – ESTADO LIMITE COMPOSTO DE COLAPSO

O cálculo do índice de confiabilidade real de uma estrutura é praticamente impossível, uma vez que para atingir tal objetivo, é necessário levar em consideração a identificação de todos os modos de falha possíveis para a estrutura, as incertezas de cunho físico, estatístico, do modelo empregado e incertezas fenomenológicas; tarefa essa bastante dispendiosa, sendo de pouca utilidade para os níveis de precisão exigidos em projetos usuais.

Entre os problemas normais de estado limite, aqueles com regiões de segurança convexas compõem uma classe particularmente simples, que muitas vezes, são os problemas relevantes na prática. Se duas estruturas de um dado tipo são representadas por pontos dentro de uma região de segurança convexa, então, qualquer estrutura projetada por interpolação linear entre elas também é segura. Em particular, problemas convexos de estado limite são adequados para a aplicação do método semi-probabilístico de garantia da segurança conhecido como o *Método dos Fatores Parciais de Segurança* ou *Método dos Coeficientes Parciais*

### 3.7 O CONCEITO DE FATOR DE SEGURANÇA E A EXIGÊNCIA DE FORMULAÇÃO INVARIANTE

A documentação sobre segurança para uma estrutura tem sido baseada na razão entre a capacidade resistente calculada  $r$  e a tensão  $s$  correspondente à carga aplicada. Essa razão

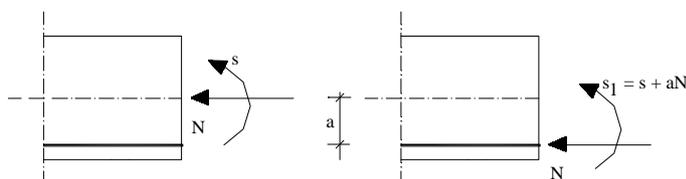
$$n = \frac{r}{s} \quad (3.23)$$

é chamada de *fator de segurança*.

Como  $n > 1$ , se e só se  $r > s$ , a estrutura nessa condição corresponde a um ponto na região segura. A declaração  $n \leq 1$  mostra que a estrutura corresponde a um ponto na região de falha. À primeira vista, pode-se ter a impressão de que o valor de  $n$  é uma medida de segurança. Naturalmente, para uma dada definição de  $r$  e, portanto, também de  $s$ , um crescimento de  $n$  refletirá em uma segurança ampliada. Contudo, deve ser notado que o fator  $n$  depende de como a resistência  $r$  é definida. Por exemplo, podia-se considerar a razão  $r^3/s^3 = n^3$  como um fator de segurança. Possivelmente, podia-se alegar que há uma definição “natural” de  $r$  em uma dimensão física “natural”. Essa alegação não pode resistir a uma investigação precisa.

De fato, considere-se  $r$  como sendo a resistência à flexão de uma seção transversal de concreto armado de uma viga sujeita à uma força normal de compressão  $N$  e a um momento fletor  $s$ . Os esforços internos referem-se a um dado eixo situado a uma distância  $a$  da armadura, conforme é mostrado na figura 3.9. Porém, a escolha desse eixo é arbitrária.

Uma escolha natural é um eixo passando pelo centro geométrico da seção transversal. Igualmente natural é escolher um eixo que passa no centro da armadura.



**FIGURA 3.9 – DUAS DIFERENTES REPRESENTAÇÕES DOS ESFORÇOS INTERNOS EM UMA VIGA DE CONCRETO ARMADO**

Se o momento fletor causado pela ação sobre a viga é  $s$  quando se refere ao eixo do centro geométrico, então o momento fletor  $s_1$  com relação ao eixo da armadura é dado por  $s_1 = s + a.N$ . O fator de segurança (3.23) pode, portanto, ser escrito como:

$$n = \frac{r_1 - a \cdot N}{s_1 - a \cdot N} \quad (3.24)$$

onde  $r_1 = r + a.N$  é a resistência com a qual  $s_1 = s + a.N$  deve ser comparada. De (3.24), vê-se que se  $n > 1$  para todo  $a$ . Contudo, o fator de segurança pode tomar todos os valores no intervalo aberto de 1 (para  $a \rightarrow \pm \infty$ ) a  $\infty$  (para  $a = s_1/N$ ). Apenas o valor  $n = 1$  é invariante com respeito a  $a$ . Isso corresponde ao fato de que o estado limite é dado pela equação:

$$g(r,s) = \frac{r}{s} - 1 = 0 \quad (3.25)$$

Naturalmente, a superfície de falha correspondente é independente de  $a$ .

A natureza arbitrária da definição da resistência e a conseqüente arbitrariedade do fator de segurança tornam difícil propor recomendações para manusear no contexto das normas. Uma proposta para esse problema deve ser acompanhada por recomendações para a resistência, correspondentes às hipóteses empregadas.

Contudo, é altamente inconveniente tal nível de detalhamento para a formulação das normas. Isso levará à confusão e à falta de clareza teórica, e também, paralisará o desenvolvimento e a aplicação de melhoramentos e mais modelos teóricos universais na mecânica estrutural.

Portanto, tornar as especificações de segurança das normas independentes das formulações de resistências e efeitos das ações é uma exigência.

### 3.8 CONSIDERAÇÕES PROBABILÍSTICAS REFERENTES AO FATOR DE SEGURANÇA

Em uma formulação probabilística, o fator de segurança (3.23) é uma variável aleatória:

$$N = \frac{R}{S} \quad (3.26)$$

onde R e S são variáveis aleatórias correspondentes à definição de resistência escolhida.

A probabilidade da estrutura não falhar é dada por

$$P(N > 1) = P(R > S) \quad (3.27)$$

Ao contrário do fator de segurança determinístico, essa concepção probabilística não varia com relação à definição de R. Claramente, exige-se que a definição de resistência com relação a um dado estado limite e correspondentes efeitos das ações seja definida no mesmo espaço probabilístico.

Assumindo que R e S são mutuamente independentes e normalmente distribuídas com parâmetros  $(\mu_R, \sigma_R)$  e  $(\mu_S, \sigma_S)$ , respectivamente ( $\mu$  - média,  $\sigma$  - desvio-padrão). Então,

$$P(N > 1) = P(S - R < 0) = \Phi \left( \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \right) \quad (3.28)$$

onde  $\Phi$ , como já mencionado, é a função de distribuição normal padrão.

Com base na equação (3.23), pode ser definido um fator central de segurança  $n_c$ :

$$n_c = \frac{E[R]}{E[S]} \quad (3.29)$$

onde  $E[.]$  é o valor médio (esperança). Nota-se que  $n_c$  não é igual a  $E[N]$ .

Um fator de segurança mais geral é:

$$n_{p,q} = \frac{r_p}{s_q} \quad (3.30)$$

que é baseado na escolha dos valores de quantis  $r_p$ ,  $s_q$  para R e S, definidos de acordo com a figura 3.10.

$$P(R < r_p) = p \quad (3.31)$$

$$P(S < s_q) = q \quad (3.32)$$

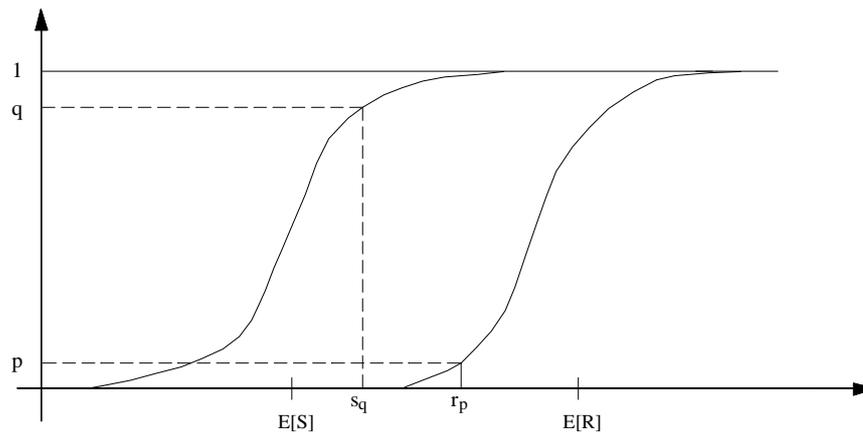


FIGURA 3.10 – FUNÇÕES DE DISTRIBUIÇÃO COM VALORES DE QUANTIS PARA R E S

Se R e S são, por suposição, normalmente distribuídas, tem-se:

$$n_c = \frac{\mu_R}{\mu_S} \quad (3.33)$$

Além disso, tem-se:

$$n_{p,q} = \frac{\mu_R + k_p \sigma_R}{\mu_S + k_q \sigma_S} = n_c \frac{1 - k_{1-p} V_R}{1 + k_q V_S} \quad (3.34)$$

onde  $V_R = \sigma_R/\mu_R$ ,  $V_S = \sigma_S/\mu_S$  são os coeficientes de variação para R e S, respectivamente, e onde  $k_p$  é definido por  $\Phi(k_p) = p$  (correspondentemente para  $k_q$ ). Supõe-se agora que a estrutura seja projetada de tal modo que (3.28) seja igual a  $1 - p_f$ , isto é, tal que

$$\beta = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (3.35)$$

Após algumas manipulações algébricas, o fator central de segurança  $n_c$  pode, então, ser expresso em função de  $\beta$  através da fórmula

$$n_c = \frac{1 + \beta \sqrt{V_R^2 + V_S^2 - \beta^2 V_R^2 V_S^2}}{1 - \beta^2 V_R^2} \quad (3.36)$$

Nota-se que  $n_c \rightarrow \infty$  para  $V_R \rightarrow 1/\beta$ . Portanto, a estrutura não pode ser projetada para uma probabilidade de falha  $p_f$  que corresponda a  $\beta$  se  $V_R \geq 1/\beta$ . Contudo, isso se deve a um erro de inconsistência física do modelo. A distribuição normal aponta uma probabilidade positiva para o evento  $R < 0$ . Para valores menores de  $V_R$  o erro não tem importância, mas o modelo perde sua aplicabilidade para valores de  $V_R$  ou  $\beta$ , para os quais  $V_R$  não é consideravelmente menor do que  $1/\beta$ . Uma escolha típica de  $\beta$  será 4 ou 5. O modelo de distribuição normal para  $R$  é, portanto, indicado para  $V_R$  maior do que  $0,15 \cong 1/6,7$ .

A grande variação de  $n_c$  (para  $\beta = 4$  tem-se  $n_c = 1, 1.84, 2.76$  para  $V_R = V_S = 0, 0.1, 0.15$ , respectivamente) ilustra a inconveniência no uso do fator central de segurança na determinação de valores em normas baseadas no controle de  $\beta$  e, portanto, da probabilidade de falha.

Se  $n_c$  dado por (3.37) é substituído em (3.35) tem-se:

$$n_{p,q} = \frac{1 - k_{1-p} V_R}{1 + \beta V_R} \frac{1 + \beta V_R \sqrt{1 + (V_R/V_S)^2 - \beta^2 V_R^2}}{(1 + \beta V_R)(1 + k_q V_S)} \quad (3.37)$$

Sugere-se, portanto, escolher os quantis  $p = 0.05$  e  $q = 0.95$ . Tem-se assim uma variação consideravelmente menor do fator de segurança para uma escolha adequada de  $p$  e  $q$ .

### 3.9 MÉTODO DOS COEFICIENTES PARCIAIS

Com vistas a evitar a ocorrência de um dado estado limite, último ou de utilização, diversas normas recomendam métodos específicos para o projeto de estruturas de concreto armado.

O CEB (1990), por exemplo, emprega o método dos coeficientes parciais. Embora sejam várias as equações de estados limites representando as diferentes condições de falha, de maneira geral, as recomendações de projeto podem ser representadas por:

$$\gamma_{S,G}S_G + \gamma_{S,Q}S_Q < \gamma_R R \quad (3.38)$$

onde,  $S$ ,  $R$ ,  $\gamma_{S,G}$ ,  $\gamma_{S,Q}$ ,  $\gamma_R$  representam, respectivamente, as ações atuantes na estrutura, a resistência da peça, um coeficiente de majoração da ação estrutural (cargas permanentes e cargas variáveis) e um coeficiente de minoração da resistência da peça. Pretende-se, assim, obter uma margem de segurança adequada através de coeficientes que cubram as incertezas presentes nos modelos empregados na análise e na avaliação das ações, ou seja, as incertezas inerentes ao problema que de uma outra forma não poderiam ser levadas em consideração.

Em muitas normas adotam-se diferentes coeficientes parciais. Como exemplo o CEB (1990) faz distinção entre os diversos tipos de cargas existentes nas estruturas correntes (ações permanentes, variáveis, acidentais), adotando coeficientes diferentes para cada tipo. De forma análoga, adota coeficientes diferentes para os diversos materiais componentes da estrutura.

Dessa forma, por exemplo, a partir da análise de confiabilidade de uma estrutura de concreto armado, podem-se encontrar os valores das variáveis de cálculo (o ponto sobre a superfície de estado limite cuja probabilidade de ocorrência é máxima). Partindo-se desse resultado e adotando-se um procedimento como descrito anteriormente, facilmente determinam-se quais os valores dos coeficientes parciais de segurança para as variáveis básicas, adotados de forma a atenderem a um certo índice de confiabilidade especificado pelo projetista.

### 3.10 MÉTODO DE CONFIABILIDADE DE 1ª ORDEM (FORM)

O método de confiabilidade de 1ª ordem é um procedimento aproximado para o cálculo da probabilidade de falha em problemas não-lineares com variáveis que seguem ou não uma distribuição normal. Ao longo dos anos, essa técnica demonstrou ser uma ferramenta bastante eficiente.

O problema de encontrar a confiabilidade de uma determinada situação de projeto é a própria busca do índice  $\beta$ . Tem-se como objetivo a obtenção de um nível homogêneo de segurança para os componentes estruturais. Porém, na prática, existem dificuldades na aplicação de métodos probabilísticos no projeto.

Como já foi mencionado, supõe-se que a resposta de uma estrutura seja definida por um vetor das variáveis aleatórias básicas  $\tilde{X} = [X_1, X_2, \dots, X_n]^T$ .

Formula-se uma função de estado limite  $g(\tilde{x})$ , dependente das variáveis básicas, de modo que  $g(\tilde{x}) \geq 0$  sempre que a estrutura encontrar-se na região de segurança. Caso contrário, as condições de projeto não são atendidas e a estrutura localiza-se no campo de falha. A probabilidade de falha pode ser expressa pela integral sobre a região de insegurança da função de estado limite. Assim,

$$P_f = \int_{|\tilde{x}|_{g(\tilde{x}) < 0}} f_{\tilde{x}}(\tilde{x}) d\tilde{x} \quad (3.39)$$

onde  $f_{\tilde{x}}(\tilde{x})$  é a função de densidade conjunta das variáveis aleatórias envolvidas.

A integral da equação (3.39) é, na maioria das vezes, impossível. A função  $f_{\tilde{x}}(\tilde{x})$  pode não ser conhecida a partir das funções de estado limite gerais.

O FORM fornece um modelo consistente e invariante para a determinação do ponto de projeto  $x^*$  na maioria dos casos práticos. O ponto de projeto é caracterizado pela probabilidade mais alta entre todos os pontos na região de falha (máximo da função densidade conjunta). É necessário, portanto, achar um método para o cálculo do ponto  $x^*$ , para se ter  $g(\tilde{x}^*) = 0$  e cuja distância à origem do espaço n-dimensional seja mínima. O ponto  $\tilde{x}^*$  contém os valores de projeto no limite das regiões de segurança e de falha.

Para aplicação do FORM, devem ser satisfeitas algumas condições. Usualmente, se transformam as variáveis básicas para um espaço normal padrão através de uma *transformação de probabilidade*:

$$y = T(x) \quad (3.40)$$

O espaço normal padrão é definido por um conjunto de variáveis  $Y$  normais padrão, independentes, com médias zero e desvios-padrão unitários. Portanto,  $y$  é o ponto, no espaço normal padronizado, correspondente ao ponto de projeto  $x^*$ . As principais propriedades desse espaço são:

1. O espaço é rotacionalmente simétrico. Isso significa que linhas de densidade de probabilidade constante formam círculos concêntricos em torno da origem.

2. As densidades de probabilidade em qualquer hiper-plano dentro do espaço decrescem, exponencialmente, com o quadrado da distância à origem.
3. A probabilidade definida por qualquer hiper-plano é igual a  $\Phi(-b)$ , onde  $b$  representa a distância do hiper-plano à origem.

Usando-se a transformação (3.40), a função de estado limite fica, então, dada por:

$$g(x) = g(T(y)) = h(y) \quad (3.41)$$

Substituindo-se (3.41) em (3.39), tem-se:

$$P_f = \int_{h(y) < 0} (2\pi)^{-n/2} \exp\left(-\frac{1}{2} y^T y\right) dy \quad (3.42)$$

onde  $n$  é igual ao número de variáveis aleatórias.

O FORM tem as vantagens proporcionadas pelas propriedades do espaço normal padrão. O ponto da superfície de estado limite mais próximo da origem (no espaço transformado) é o de projeto (densidade de probabilidade mais alta). Assim, a contribuição máxima para a integral da probabilidade de falha  $p_f$  em (3.42) vem da densidade dos pontos que estão na vizinhança do ponto de projeto. Isso permite a aproximação de primeira ordem para a confiabilidade. A superfície de estado limite é substituída por um hiper-plano  $l(y)$  tangente com dimensão  $(n-1)$  no ponto de projeto  $y^*$ , com  $h(y^*) = 0$  (ver figura 3.11). Dessa forma,

$$l(y) = \nabla h(y^*)(y - y^*) \quad (3.43)$$

onde  $\nabla h(y^*)$  é o gradiente de  $h(y^*)$  em  $y^*$ .

**O método proposto é satisfatório, já que as superfícies de estados limites são razoavelmente suaves e não possuem mais do que um ponto de mínimo.**

**A relação entre a probabilidade de falha  $p_f$  e o índice de confiabilidade  $\beta$  é definida por:**

$$P_f = \Phi(-\beta) \Rightarrow \beta = -\Phi^{-1}(P_f) \quad (3.44)$$

onde  $\Phi$  é a distribuição normal padrão.

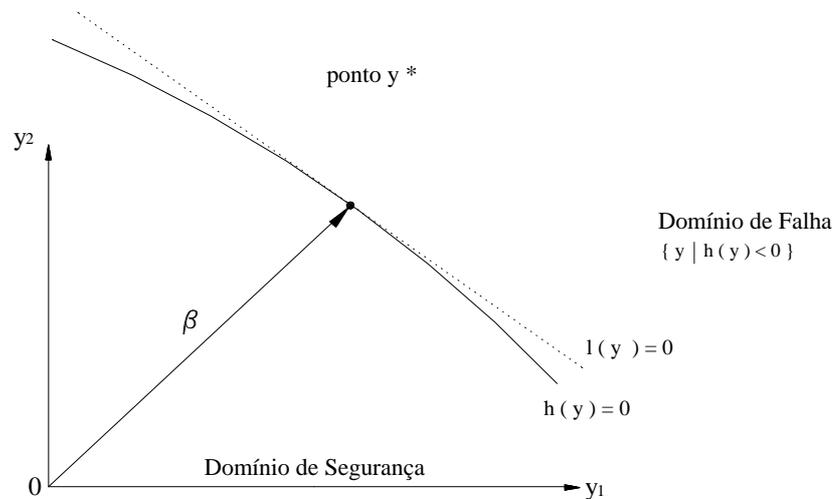


FIGURA 3.11 – DOMÍNIO DE FALHA E SUA APROXIMAÇÃO LINEAR NO ESPAÇO NORMAL PADRÃO

É fácil entender como o índice de confiabilidade  $\beta$  e  $p_f$  são estimados através de uma interpretação geométrica. A figura 3.11 mostra um domínio bidimensional no espaço das variáveis normais padrão  $y_1$  e  $y_2$ . A aproximação do domínio de falha pelo seu hiperplano tangente em  $y^*$  está também indicada. Sendo  $\beta$  a mínima distância da origem ( $y = 0$ ) à superfície de falha  $h(y)=0$ , tem-se um problema de otimização para o cálculo do índice  $\beta$  formulado da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar } \sqrt{y^T y} \\ &\text{Sujeito a } h(y) = 0 \end{aligned} \quad (3.45)$$

Para a solução do problema de otimização utilizam-se os *multiplicadores de Lagrange*. Assim, introduzindo-se o multiplicador de Lagrange  $\lambda$ , tem-se:

$$L = (y^T y)^{1/2} + \lambda h(y) \quad (3.46)$$

Derivando-se a expressão (3.46) em relação a  $y$  e em relação ao multiplicador de Lagrange, tem-se o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} \nabla_y L = \left\{ \frac{\partial h}{\partial y_1}, \frac{\partial h}{\partial y_2}, \dots, \frac{\partial h}{\partial y_n} \right\}_{y=y^*}^T = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \end{cases} \quad (3.47)$$

Expandindo-se a primeira equação de (3.47) tem-se:

$$\nabla_y L = \frac{1}{2}(y^T y)^{1/2} (2y) + \lambda \nabla_y h = 0 \quad (3.48)$$

Isolando-se a variável  $y$ , chega-se a :

$$y^* = -\lambda \beta \nabla_y h \quad (3.49)$$

Utilizando-se (3.49) na definição do índice de confiabilidade, chega-se ao valor do multiplicador de Lagrange:

$$\lambda = \pm (y^{*T} y^*) = \pm [(\nabla_y h)^T (\nabla_y h)]^{-1/2} \quad (3.50)$$

que utilizado na equação (3.49) fornece o valor do índice de confiabilidade, dado pela expressão:

$$\beta = -\frac{y^T \nabla_y h}{(\nabla_y^T h \nabla_y h)^{1/2}} \quad (3.51)$$

com a direção dada pelos cosenos diretores:

$$\alpha = \frac{y^*}{\beta} = \frac{\nabla_y h}{(\nabla_y^T h \nabla_y h)^{1/2}} \quad (3.52)$$

Caso haja uma correlação entre as componentes de  $y$ , representada através de uma matriz de correlação  $\rho_y$ , pode-se definir o mesmo problema de otimização, trabalhando-se com as variáveis sem a correlação. Dessa forma, tem-se que:

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar } \sqrt{y^T \rho_y y} \\ &\text{Sujeito a } h(y^*) = 0 \end{aligned} \quad (3.53)$$

e as equações (3.51) e (3.52) transformam-se em:

$$\beta = -\frac{y^T \nabla_y h}{\left( \nabla_y^T h \rho_y \nabla_y h \right)^{1/2}} \quad (3.54)$$

e

$$\alpha = \frac{y^*}{\beta} - \frac{\rho_y \nabla_y h}{\left( \nabla_y^T h \rho_y \nabla_y h \right)^{1/2}} \quad (3.55)$$

onde a matriz  $\rho_y$  representa a matriz de correlação entre as variáveis transformadas  $y$ .

O FORM consiste, portanto, na transformação do conjunto de variáveis aleatórias em variáveis normais padronizadas não-correlacionadas e na busca da mínima distância entre o critério de estado limite expresso pela superfície  $g(Y_1, Y_2, \dots, Y_n) = 0$  no espaço de coordenadas padronizadas e sua coordenada de origem.

Coordenadas padronizadas são obtidas pela aplicação da transformação:

$$Y = \frac{(X - \mu)}{\sigma} \quad (3.56)$$

onde  $X$  é a variável aleatória no espaço original,  $\mu$ , sua média e  $\sigma$ , seu desvio-padrão.

Para regiões de segurança convexas, o índice de confiabilidade  $\beta$  revela dois limites para a probabilidade de falha:

$$1 - \Phi(\beta) < p_f < 1 - \chi_n^2(\beta) \quad (3.57)$$

onde  $\Phi$  é a distribuição normal padrão e  $\chi_n^2$  é a distribuição  $\chi^2$  com  $n$  graus de liberdade ( $n$  corresponde à dimensão do critério de estado limite). Em geral, o limite inferior é uma estimativa suficientemente precisa da probabilidade de falha exata.

O ponto no qual  $\beta$  torna-se mínimo pode ser encontrado por um processo de interação, no qual o critério de estado limite é aproximado consecutivamente por um hiperplano tangente. É essencial para o método ser descrito de modo que a linearização local do critério de estado limite possa ser feita. Maiores detalhes sobre o método, além de um extenso guia sobre a literatura existente pode ser encontrado no boletim 112 do CEB (1976).

### 3.11 CONFIABILIDADE E ELEMENTOS FINITOS

#### 3.11.1 INTRODUÇÃO

A análise da confiabilidade em estruturas exige tanto um bom modelo de comportamento mecânico (cenário de falha e função de estado limite) como um

procedimento eficiente de estimativa da probabilidade de falha. O MEF é, atualmente, a solução numérica mais eficiente no tratamento do comportamento mecânico do concreto armado. Para sua utilização na análise de confiabilidade consideram-se como aleatórias algumas variáveis da matriz de rigidez e do vetor das ações. Com essa modificação, passa a ser chamado, então, Método dos Elementos Finitos Estocásticos (SFEM). Esse termo reúne uma grande quantidade de métodos, diferenciados de acordo com o tipo de análise desejada e se as equações são escritas em um domínio contínuo ou discreto.

Mostra-se, a seguir, como o método de superfícies de resposta permite combinar um código de elementos finitos com procedimentos de estimativa da probabilidade de falha (FORM e SORM).

### 3.11.2 NOTAÇÕES

Considere-se  $X_i$  como o vetor de variáveis aleatórias e  $g(X_i)$ , a função de estado limite. Como já mencionado, considere-se também as seguintes afirmações:

- $g(X_i) > 0$  é uma realização de sucesso,  $X_i \in D_s$ , domínio de segurança;
- $g(X_i) \leq 0$  é uma realização de falha,  $X_i \in D_f$ , domínio de falha;
- $g(X_i) = 0$  é a função de estado limite.

Uma transformação isoprobabilística  $T$  é associada com o vetor  $X_i$  de alguma variável aleatória no espaço físico, que gera o vetor  $U_j$  de variáveis normais padronizadas e não-correlacionadas  $f(0,1)$ . A transformação  $T$  deve incluir todos os casos possíveis (independência, truncção, correlação e composição), podendo as dimensões  $m$  e  $n$  dos espaços padronizado e físico ser diferentes. A transformação de Nataf (KIUREGHIAN & LIU<sup>1</sup> apud LEMAIRE, 1998) nas variáveis  $X_i$ , aplicável ao caso de informações limitadas, constitui uma solução eficiente. Essa transformação é dada por:

$$U_i = T_i(X_j) \quad G(X_j) = G(T_i^{-1}(U_i)) \equiv H(U_i) \quad (3.58)$$

O índice de confiabilidade Hasofer-Lind  $\beta$  é então calculado resolvendo o problema de otimização:

$$\beta = \min \left( \sqrt{\sum_{i=1}^m U_i^2} \right) \text{ sob a restrição } H(U_i) \leq 0 \quad (3.59)$$

A solução fornece o valor de  $\beta$  e a coordenada  $u_i^*$  do ponto de projeto  $P^*$ , assim como os cosenos diretores  $\alpha_i$  (fatores de sensibilidade) da direção  $P^*O$  no espaço padronizado.

**Supondo-se que os espaços físicos e padronizados tenham as mesmas dimensões e as variáveis aleatória sejam normais, a transformação pode ser expressa pela equação (3.56).**

Considerando-se apenas a resistência  $f_c$  do concreto como variável aleatória, relacionada aos deslocamentos  $d$  na estrutura, e a superfície de falha sendo aproximada por um polinômio, tem-se, para o espaço físico:

$$d(f_c) = G_{(f_c)} = a_0 + a_1 \cdot f_c + a_2 \cdot f_c^2 + \dots + a_k \cdot f_c^k \quad \text{tal que } k < n \quad (3.60)$$

No espaço normalizado, a partir de (3.56), tem-se:

$$d(f_c) = G_{(f_c)} = H_{(U_1)} = a_0 + a_1 \cdot (f_{cm} + U_1 \cdot \sigma_{f_c}) + a_2 \cdot (f_{cm} + U_1 \cdot \sigma_{f_c})^2 + \dots + a_k \cdot (f_{cm} + U_1 \cdot \sigma_{f_c})^k \quad (3.61)$$

tal que  $k < n$ .

### 3.11.3 DETERMINAÇÃO DA SUPERFÍCIE DE ESTADO LIMITE

Para determinar, aproximadamente, a superfície de estado limite por meio de um modelo mecânico conhecido, recorre-se à geração de valores aleatórios equidistantes para as variáveis escolhidas, de forma que o domínio de falha pertença ao domínio de variação dessas variáveis. Supondo-se que a resistência à compressão do concreto seja escolhida como variável aleatória básica, determinam-se pontos de falha correspondentes a cada valor de resistência escolhido. Através de regressão é possível obter a superfície de falha.

É possível relacionar também outras variáveis e avaliar a interação entre elas. Neste trabalho, procurou-se estabelecer relações entre a resistência à compressão do concreto e os deslocamentos em nós pré-determinados de uma estrutura. Para isso, eram supostos valores para a resistência e calculados os deslocamentos correspondentes utilizando-se o modelo de Ghali & Favre (1986).

$$\left\{ \begin{array}{l} f_{c[1]} \rightarrow \text{GHALI \& FAVRE} \rightarrow d_1 \\ f_{c[2]} \rightarrow \text{GHALI \& FAVRE} \rightarrow d_2 \\ \vdots \\ f_{c[n-1]} \rightarrow \text{GHALI \& FAVRE} \rightarrow d_{[n-1]} \\ f_{c[n]} \rightarrow \text{GHALI \& FAVRE} \rightarrow d_{[n]} \end{array} \right. \quad (3.62)$$

<sup>1</sup> KIUREGHIAN, A.D.; LIU, P.L. (1986). *Structural reliability under incomplete probability information*. J. Eng. Mechanics, (112(1)).

Estabelecendo-se um valor para o deslocamento máximo permitido, é possível determinar, em primeiro lugar, a função de estado limite e, posteriormente, a confiabilidade oferecida pela estrutura para diferentes valores da resistência à compressão.

Esse estudo pode ser generalizado, acrescentando ou alterando as variáveis básicas e as variáveis de saída.

Considerando-se uma relação entre a resistência à compressão do concreto e a carga última de ruptura  $P_u$ , por exemplo, tem-se o seguinte:

$$\left\{ \begin{array}{l} f_{c[1]} \rightarrow \text{MODELO MECÂNICO} \rightarrow P_{u[1]} \\ f_{c[2]} \rightarrow \text{MODELO MECÂNICO} \rightarrow P_{u[2]} \\ \vdots \\ f_{c[n-1]} \rightarrow \text{MODELO MECÂNICO} \rightarrow P_{u[n-1]} \\ f_{c[n]} \rightarrow \text{MODELO MECÂNICO} \rightarrow P_{u[n]} \end{array} \right. \quad (3.63)$$

Para esse caso,  $5 \leq n \leq 10$  é suficiente.

Procedendo-se a uma regressão com base na variação da carga última  $P_{u(i)}$  com relação à resistência à compressão aleatória  $f_{c(i)}$ , determina-se a curva de ruptura ou curva de falha por meio de uma equação polinomial. Assim,

$$P_{u(f_c)} = G_{(f_c)} = a_0 + a_1 \cdot f_c + a_2 \cdot f_c^2 + \dots + a_k \cdot f_c^k \quad (3.64)$$

tal que  $k < n$ .

**Se as variáveis aleatórias são as resistências do concreto  $f_c$  e do aço  $f_y$ , por exemplo, tem-se agora:**

$$\left\{ \begin{array}{l} f_{c[1]}, f_{y[1]} \rightarrow \text{MODELO MECÂNICO} \rightarrow P_{u[1]} \\ f_{c[2]}, f_{y[2]} \rightarrow \text{MODELO MECÂNICO} \rightarrow P_{u[2]} \\ \vdots \\ f_{c[n-1]}, f_{y[n-1]} \rightarrow \text{MODELO MECÂNICO} \rightarrow P_{u[n-1]} \\ f_{c[n]}, f_{y[n]} \rightarrow \text{MODELO MECÂNICO} \rightarrow P_{u[n]} \end{array} \right. \quad (3.65)$$

Realizando-se uma regressão com a variação de  $P_{u(i)}$  com respeito às variáveis aleatórias, no caso,  $f_{c(i)}$  e  $f_{y(i)}$ , determina-se a superfície de falha:

$$P_{u(f_c, f_y)} = G_{(f_c, f_y)} = a_0 + a_1 \cdot f_c + a_2 \cdot f_y + a_3 \cdot f_c^2 + a_4 \cdot f_c f_y + a_5 \cdot f_y^2 + \dots + a_m \cdot f_c^k + b_n \cdot f_y^k \quad (3.66)$$

tal que  $k < n$ . O procedimento repete-se para qualquer número finito de variáveis aleatórias básicas.

Portanto, o que se faz é substituir as variáveis do polinômio por variáveis aleatórias distribuídas de acordo com alguma função de probabilidade conhecida. Em seguida, transforma-se o espaço físico no espaço normal padrão.

O problema de confiabilidade a ser resolvido pode ser assim expresso:

$$P_s = 1 - P_f = P[(g_{fc} - P_{adm}) \leq 0] \quad (3.67)$$

**A generalização para caso de duas ou mais variáveis aleatórias básicas é imediata, alterando-se apenas a configuração da função de estado limite.**

Para solucionar a equação (3.67) basta apenas utilizar um método – FORM, SORM, processos de otimização, etc – que encontre a mínima distância entre a superfície de falha padronizada e a origem do sistema no espaço normal padrão. Essa distância obtida, quando transposta para o sistema físico original, equivalerá ao valor do índice de confiabilidade  $\beta$ .

Na teoria da Confiabilidade Estrutural, o índice  $\beta$  é usado para comparar e quantificar resultados de métodos para análise da segurança de sistemas estruturais, entretanto, deve ser reconhecido que  $\beta$  tem apenas um caráter operativo, pois a probabilidade de falha tem uma grande sensibilidade às variações do modelo estocástico, especialmente quando se trabalha com probabilidades muito pequenas ( $p_f < 10^{-5}$ ).

No campo de Engenharia Estrutural, critérios de falha ou funções de estado limites não são formulados em termos de variáveis básicas. Eles são expressos em termos de quantidades  $M$ , que surgem da resposta da estrutura, tais como tensões, largura de fissuras, deformações, etc., que são derivadas das variáveis básicas. Esta dependência pode ser representada por  $M = M(X)$ , que são chamadas de *transformações mecânicas* e que podem ser avaliadas apenas numa forma implícita através, por exemplo, do método dos elementos finitos (M.E.F.). Esta é uma razão importante pela qual se utiliza o método dos elementos finitos na análise da confiabilidade estrutural.

### 3.12 SIMULAÇÃO

Um método alternativo, que pode se tornar muito eficiente devido à moderna tecnologia computacional, é usar procedimentos baseados em amostragem e simulações. Esses conceitos podem ser baseados na clássica *Simulação de Monte Carlo* (MELCHERS, 1987).

Do ponto de vista do projeto, os procedimentos atuais para avaliação da confiabilidade de componentes e sistemas estruturais não utilizam, completamente, as potencialidades computacionais disponíveis. A simulação de Monte Carlo pode agir como uma parte importante na avaliação dos dados disponíveis das diferentes fontes, constituindo-se em uma ferramenta muito poderosa e conveniente para análise de combinações de esforços, determinação da resistência, estimativa da probabilidade de falha e avaliação de critérios para a capacidade em serviço das estruturas.

A checagem de segurança usando a técnica de simulação determina, diretamente, a probabilidade de falha correspondente a alguma combinação de ações  $Q$  e resistências  $R$ , ambos considerados como variáveis aleatórias. O computador cria dezenas de milhares de pontos representando as possíveis interações resistência  $\times$  cargas. Para obter a probabilidade de falha, o número de pontos fora da região de segurança é dividido pelo número total de pontos. Esses resultados são, então, comparados com o nível aceitável de falha.

Para incluir métodos de avaliação da confiabilidade baseados em simulação dentro das especificações e normas não é uma tarefa fácil. As normas são, em essência, um resumo do conhecimento atual expresso como um conjunto de instruções, equações e procedimentos para o cálculo da confiabilidade de elementos, componentes e sistemas selecionados.

Muitas falhas existem nas normas atuais. Além disso, não são especificadas, clara e explicitamente, as regras gerais para a avaliação da confiabilidade. Além disso, o projetista está habituado à forma tradicional das normas e não tenderá para um conceito completamente diferente apenas porque um novo método foi proposto.

Parece impossível incluir em normas todas as opções possíveis para as propriedades mecânicas dos materiais, todas as equações para avaliação de todos os tipos de elementos e sistemas estruturais expostos a diferentes tipos de carregamento. Dessa forma, torna-se responsabilidade do engenheiro decidir sobre o processo de cálculo daqueles casos não especificados nas normas. Tais decisões devem ser baseadas em regras elementares, que definem o processo de avaliação e as condições individuais de confiabilidade precisa e clara. A simulação de Monte Carlo serve em tais casos como uma ferramenta compatível com o modo de pensar do engenheiro e com sua experiência e capacidade de julgamento.

Para atrair o projetista para um método de avaliação baseado em técnicas de simulação, deve ser claramente provado que tal método alternativo economizará tempo, esforço e material, e será facilmente compreendido e aplicável para qualquer situação de projeto.

# 4 O MODELO DE GHALI & FAVRE

## 4.1 INTRODUÇÃO AOS MODELOS DE COMPORTAMENTO DO CONCRETO ARMADO

A forma mais simplificada de se analisar um sistema estrutural em concreto armado supõe uma relação linear entre tensões e deformações – a Lei de Hooke - ainda bastante utilizada em várias áreas.

Apesar da facilidade de compreensão, é importante questionar a validade das hipóteses lineares para explicar o comportamento do concreto armado. A complexidade e singularidade desse material pode ser verificada pelos dados experimentais e explicada pelo trabalho conjunto do concreto e do aço, que apresentam características notadamente não-lineares ao serem submetidos a determinados níveis de carga.

São muitas as variáveis que influem diretamente na resistência do concreto. Além disso, comportamentos particulares podem ser esperados e considerados – contribuição do concreto íntegro entre fissuras, aderência imperfeita entre as armaduras e o concreto, fissuração, retração, fluência e expansibilidade.

A resistência à tração do concreto armado esgota-se para um nível de tensão que corresponde a um décimo da tensão que causa a ruptura na compressão. Na flexão simples, a região tracionada sofrerá um processo de formação de fissuras espaçadas entre si. O alongamento máximo do aço tracionado ocorrerá justamente na região da fissura e o mínimo no trecho intacto entre fissuras sucessivas. A *contribuição do concreto íntegro entre fissuras* é exemplificada por esse fato.

Todos os aspectos peculiares do comportamento do concreto armado são, notadamente, não-lineares. Para representá-los adequadamente e de maneira simples podem ser utilizadas as *relações momento–curvatura*.

A dificuldade na análise de tais fenômenos levou os engenheiros, no passado, a projetar estruturas de concreto armado de acordo com fórmulas empíricas derivadas de várias experiências. Nos últimos anos, com o uso de computadores, os métodos numéricos de análise apresentaram uma grande ascensão, notadamente, o *Método dos Elementos Finitos*. A partir disso, novos modelos matemáticos foram desenvolvidos para descrever com mais exatidão o comportamento das estruturas de concreto armado, passando a considerar os efeitos das não-linearidades.

A experimentação comprova o bom desempenho dos novos modelos na análise estrutural. Entretanto, com a introdução da teoria da confiabilidade, tornar-se-á economicamente inviável qualquer tentativa de modelagem experimental ou de verificação da validade dos estimadores, uma vez que o número de amostras necessárias para representar o modelo probabilístico de quantificação da confiabilidade seria extremamente elevado.

Apesar disso, a utilização de métodos de avaliação da confiabilidade fornece resultados satisfatórios, mesmo trabalhando-se ainda com estimativas, tanto das grandezas aleatórias como dos valores da confiabilidade das estruturas, de forma que a sua utilização em conjunto com modelos de comportamento não-linear para o concreto é uma ferramenta importante, útil e talvez até, a única, para o tratamento dos problemas relacionados com a natureza aleatória das variáveis.

Existem duas maneiras diferentes de se modelar o comportamento em serviço do concreto armado, utilizando-se o método dos elementos finitos com a incorporação da não-linearidade física:

[a] Modelagem baseada nas relações entre tensões e deformações dos materiais constituintes: concreto e aço

[b] Modelagem baseada nas relações momento-curvatura de uma seção transversal

A primeira modelagem tem um campo de aplicação mais amplo do que a segunda, podendo ser empregada em qualquer tipo de elemento finito. A segunda modelagem tem a virtude de considerar mais facilmente, através de um modelo adequado, a contribuição do concreto íntegro entre fissuras.

Neste trabalho, será empregado um modelo baseado nas relações momento-curvatura – Modelo de GHALI & FAVRE. Os resultados obtidos em análises anteriores são bastante satisfatórios.

A formulação desse problema conduz a sistemas matemáticos complexos, cuja resolução numérica é a única alternativa viável.

A caracterização completa do material exigiria que fossem levados em consideração todas as variáveis que influenciam de alguma maneira no comportamento estrutural. Mais do que isso, seria importante a consideração da aleatoriedade presente em cada uma delas,

tanto para a definição dos limites em serviço, como para a avaliação da capacidade última da estrutura.

A incorporação de modelos particulares para peças de concreto armado tem sido objeto de pesquisas recentes em todo o mundo. Entretanto, os trabalhos desenvolvidos, geralmente, tratam o problema sem levar em conta a natureza aleatória das variáveis componentes desses modelos.

Pretende-se introduzir conceitos probabilísticos e estatísticos na definição de certas variáveis como, por exemplo, na resistência à compressão do concreto e nas flechas em seções críticas de vigas e pavimentos de concreto armado.

Todas as considerações e hipóteses assumidas neste estudo podem ser utilizadas, salvo as devidas proporções, na consideração de outras variáveis físicas ou geométricas do modelo.

## **4.2 COMPORTAMENTO EM SERVIÇO**

O desenvolvimento científico e tecnológico aliado a um maior nível de aproveitamento dos materiais proporcionaram, como consequência imediata, o aparecimento de estruturas cada vez mais esbeltas, aumentando a probabilidade de ocorrência de valores de flechas inadmissíveis. Há a necessidade, portanto, de se levar em consideração o estado em serviço.

Para que uma estrutura seja considerada segura não basta que sejam respeitados os estados limites últimos. Mais do que isso, é importante que seja assegurado um comportamento satisfatório nas condições de serviço da edificação.

As verificações dos estados limites de utilização são realizadas, em uma primeira etapa, supondo modelos e hipóteses adequados para a descrição do comportamento das estruturas de concreto armado. A partir dessas considerações, são determinadas tensões e deformações nas seções em análise. Posteriormente, com os valores obtidos, inicia-se uma avaliação dos deslocamentos e das aberturas características das fissuras, comparando-os com os valores limites prescritos em normas ou pela experiência do construtor. Modificações no esquema estrutural serão introduzidas quando os limites não forem respeitados. Muitas vezes, no entanto, não é dada a devida importância a essa avaliação, conduzindo a resultados pouco compatíveis com a situação real.

Nas duas últimas décadas, diversos autores apresentaram trabalhos sobre o comportamento em serviço das estruturas de concreto armado – LEONHARDT (1979), GHALI e FAVRE (1986), DEBERNARDI (1989) – são alguns exemplos. Na USP, destacam-se MACHADO (1989), CILONI (1993) e SANCHES JR. (1998), entre outros.

A primeira etapa da análise em serviço, ou seja, a determinação das tensões, deformações e deslocamentos nas estruturas, foi realizada segundo o modelo de GHALI & FAVRE (1986), implementado em linguagem FORTRAN.

A segunda fase, a da verificação, foi desenvolvida com a introdução dos conceitos da teoria da confiabilidade, através de implementações probabilísticas e estatísticas.

Avaliações de confiabilidade em estruturas de vigas e pavimentos na ruína e nas condições de serviço foram realizadas com a intenção de relacionar os estados limites últimos e de utilização.

Em paralelo, procura-se quantificar a probabilidade, por exemplo, de uma determinada seção crítica apresentar um deslocamento transversal superior a um certo valor admissível.

Pretende-se, portanto, apresentar os meios para se avaliar o nível de confiabilidade das estruturas frente a uma dada situação limite, considerando um modelo de comportamento não-linear para o concreto armado e a natureza aleatória das variáveis envolvidas. Isso será feito com a introdução de procedimentos probabilísticos e estatísticos na avaliação de estados limites específicos.

Serão estudados, a seguir, os elementos básicos do modelo de GHALI & FAVRE (1986) necessários para o desenvolvimento da implementação computacional.

### **4.3 MODELO DE GHALI & FAVRE – FLEXÃO SIMPLES**

#### **4.3.1 INSTANTE DE APLICAÇÃO DO CARREGAMENTO**

Para uma seção não-fissurada de concreto armado são admitidas todas as hipóteses do estágio 1, sendo que o cálculo das propriedades geométricas e da curvatura correspondente à seção íntegra são efetuados conforme GHALI & FAVRE (1986) e FUSCO (1986). Da mesma maneira procede-se para seções totalmente fissuradas - estágio 2, com as mesmas hipóteses e considerações das citações anteriores. Descreve-se, a seguir, a formulação desenvolvida por GHALI & FAVRE para uma configuração média entre os estádios 1 e 2.

O modelo de GHALI & FAVRE baseia-se na hipótese que considera a deformação média de um elemento fissurado como igual à de um elemento fictício em que parte dele funciona no Estádio I e a restante no Estádio II, como mostra a figura 4.1.

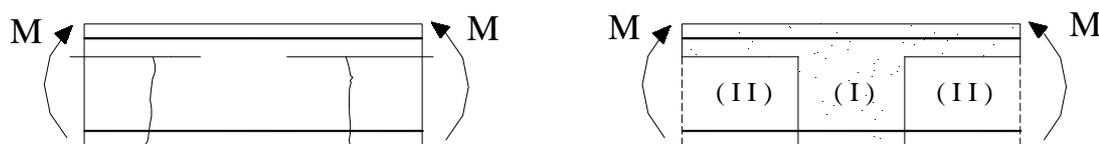


FIGURA 4.1 – MODELO FÍSICO PARA A CONSIDERAÇÃO DO CONCRETO ÍNTEGRO ENTRE FISSURAS: (I) = ESTÁDIO I; (II) = ESTÁDIO II

Para as peças fletidas admite-se, além da hipótese de ser a deformação média  $\epsilon_{sm}$  na armadura tracionada igual para o modelo e para o elemento considerado, também a igualdade das curvaturas, isto é, das deformações angulares por unidade de comprimento.

Considere-se um trecho de uma barra de concreto armado submetido a um momento  $M$ , de acordo com a figura 4.2. Enquanto o momento fletor atuante não atingir o valor do momento de fissuração  $M_r$ , ou, em outras palavras, a tensão na fibra mais tracionada da seção não superar a resistência média à tração,  $f_{ctm}$ , o trecho considerado não deverá fissurar.

O momento de fissuração,  $M_r$ , pode ser determinado usando-se a seguinte expressão (CEB-90):

$$M_r = \frac{f_{ctm} \cdot I_1}{(h - x_1)} \quad (4.1)$$

onde  $I_1$  e  $x_1$  são, respectivamente, o momento de inércia da seção homogeneizada e a posição da linha neutra no estágio 1.

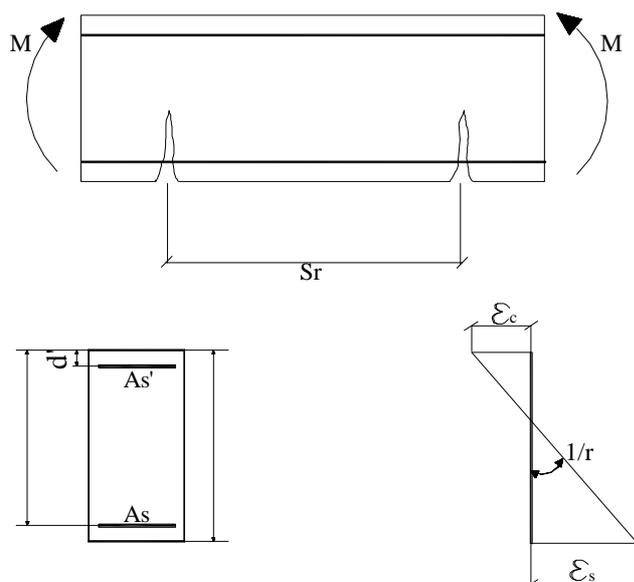
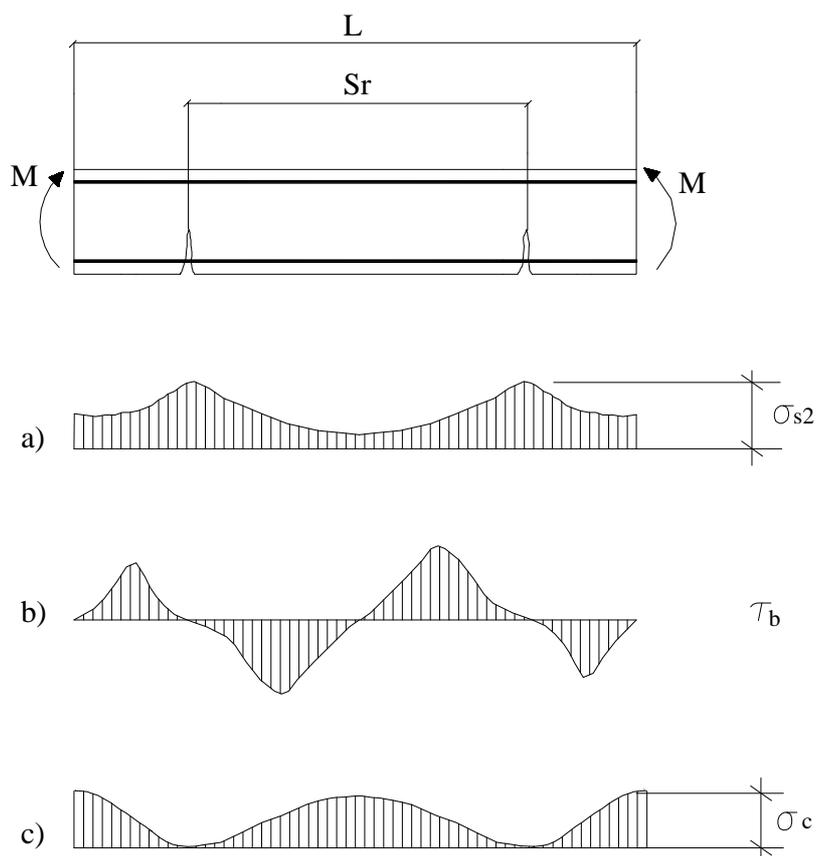


FIGURA 4.2 – PEÇA FISSURADA DE CONCRETO ARMADO

Para  $M > M_r$ , a distribuição das tensões e deformações é semelhante ao caso de tração simples (GHALI & FAVRE, 1986), ou seja, variam de um valor máximo nas seções das fissuras para um valor mínimo no trecho intacto entre fissuras sucessivas, como apresentado na figura 4.3.



**FIGURA 4.3 – TENSÕES EM UM TIRANTE DE CONCRETO ARMADO FISSURADO: a) TENSÕES NA ARMADURA; b) TENSÕES DE ADERÊNCIA; c) TENSÕES NO CONCRETO**

Supondo-se, para a determinação da deformação média no aço, que a contribuição do concreto íntegro entre fissuras provoca um efeito equivalente ao descrito para o caso de tração simples, pode-se representar a deformação média na fibra correspondente à armadura tracionada da seguinte forma:

$$\varepsilon_{sm} = (1 - \zeta) \cdot \varepsilon_{s1} + \zeta \varepsilon_{s2} \quad (4.2)$$

onde  $\varepsilon_{s1}$  é a deformação da armadura tracionada quando supõe-se a estrutura no estágio 1,  $\varepsilon_{s2}$  é a deformação da armadura tracionada quando supõe-se estágio 2 e  $\zeta$  é um coeficiente de ponderação definido por GHALI & FAVRE e expresso pela seguinte equação:

$$\zeta = 1 - \beta_1 \beta_2 \cdot \left( \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_{s2}} \right)^2 = 1 - \beta_1 \beta_2 \cdot \left( \frac{M_r}{M} \right)^2 \quad (4.3)$$

onde  $\beta_1$  e  $\beta_2$  são coeficientes que consideram, respectivamente, as condições de aderência e o tipo de carregamento.

Portanto,

[a] Condições de Aderência

$\beta_1 = 1$  para barras de alta aderência ( $\eta_b \geq 1.5$ )

$\beta_1 = 0.5$  para barras lisas ( $\eta_b = 1.0$ )

[b] Condições de Carregamento

$\beta_2 = 1.0$  para o primeiro carregamento ou para cargas pouco repetitivas, não permanentes

$\beta_2 = 0.5$  para cargas permanentes ou com um grande número de ciclos

Quando os efeitos dependentes do tempo forem considerados em uma análise de estruturas de concreto armado, é sugerido que  $\beta_2$  seja tomado igual a 1 para o instante inicial da análise e igual a 0.5 para um instante genérico de tempo.

Pode-se calcular a abertura das fissuras para um espaçamento médio,  $s_{rm}$ , entre elas da seguinte forma:

$$w = s_{rm} \cdot \zeta \cdot \varepsilon_{s2} \quad (4.4)$$

A curvatura  $\psi$  pode ser expressa para a flexão simples, considerando as hipóteses da seção plana permanecer assim após a deformação e da proporcionalidade entre tensões e deformações, através da seguinte expressão:

$$\psi = \frac{1}{r} = \frac{M}{E_c \cdot I} \quad (4.5)$$

ou,

$$\psi = \frac{1}{r} = \frac{\varepsilon_c + \varepsilon_s}{d} \quad (4.6)$$

onde  $E_c$  é o módulo de elasticidade do concreto,  $I$  é o momento de inércia da seção,  $\varepsilon_c$  e  $\varepsilon_s$  são, respectivamente, a deformação na fibra mais comprimida do concreto e na fibra

correspondente à armadura tracionada e  $d$  é a distância entre a fibra mais comprimida e a armadura tracionada.

O módulo de elasticidade longitudinal, tangente na origem do diagrama tensão x deformação, para concretos de peso específico normal, pode ser estimado, pelo CEB-90, através da seguinte expressão:

$$E_c(28) = 21500 \cdot \left[ \frac{(f_{ck} + \Delta f)}{f_{cm0}} \right]^{\frac{1}{3}} \quad (4.7)$$

onde  $E_c(28)$ , expresso em MPa, se refere a uma idade de 28 dias para o concreto;  $f_{ck}$  é resistência característica à compressão do concreto e  $f_{cm0}$  assume o valor de 10 MPa e  $\Delta f$ , 8 MPa.

Para as análises realizadas em estruturas sob regime elástico linear, considerando-se a fluência e módulos mais elevados de tensão, é definido um *módulo de elasticidade secante*,  $E_{cs}(28)$ , expresso da seguinte forma:

$$E_{cs} = 0.85 \cdot E_c \quad (4.8)$$

Na realidade, o módulo secante constitui-se em uma minoração do módulo tangente. A figura 4.4 ilustra o fato.

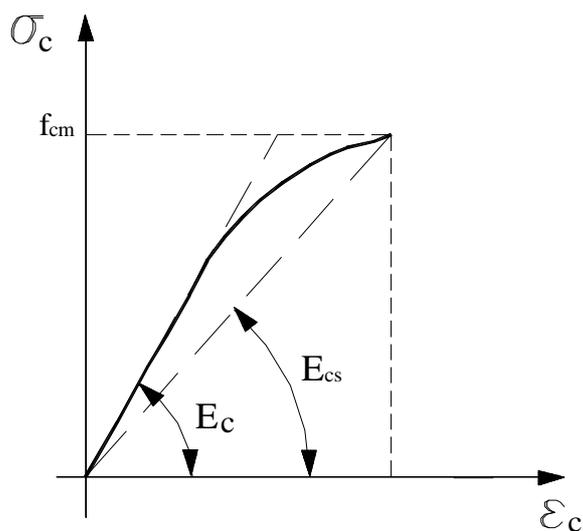


FIGURA 4.4 – MÓDULOS DE DEFORMAÇÃO LONGITUDINAL TANGENTE E SECANTE PARA O CONCRETO

Levando-se em consideração a contribuição do concreto íntegro entre fissuras, pode-se representar a expressão da curvatura média da seguinte maneira:

$$\psi_m = \frac{1}{r_m} = (1 - \zeta) \cdot \frac{1}{r_1} + \zeta \cdot \frac{1}{r_2} = (1 - \zeta) \cdot \psi_1 + \zeta \cdot \psi_2 \quad (4.9)$$

onde  $\psi_1$  e  $\psi_2$  são as curvaturas correspondentes a um momento fletor  $M$ , calculadas conforme a equação (x), assumindo, respectivamente, estágio 1 e estágio 2. O coeficiente  $\zeta$  tem a função de interpolar as curvaturas do estágio 1 e do estágio 2.

Obtido o valor da curvatura média, torna-se possível determinar um módulo médio de deformação por flexão,  $(E_c I)_m$ , correspondente, na realidade, a uma rigidez secante para a seção. Dessa forma,

$$(EI)_m = \frac{M}{1/r_m} = \frac{M}{\psi_m} \quad (4.10)$$

A figura 4.5 ilustra os fatos mencionados.

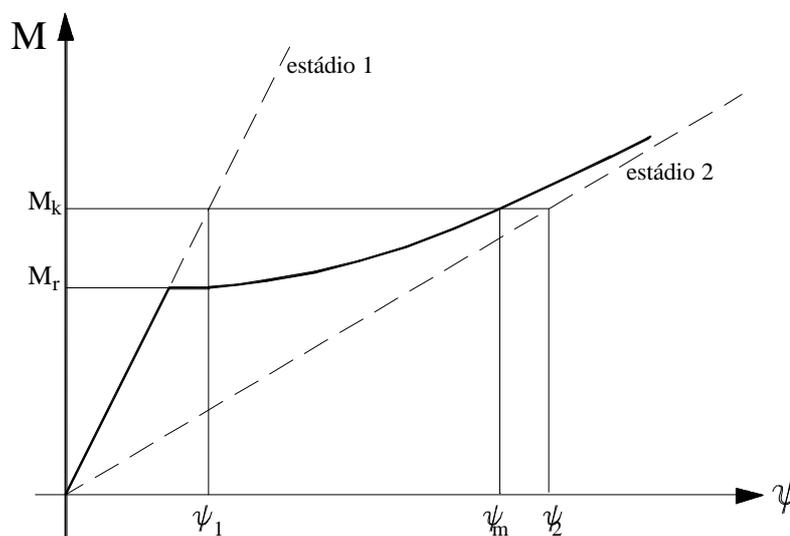


FIGURA 4.5 – DIAGRAMA MOMENTO – CURVATURA - FLEXÃO SIMPLES

### 4.3.2 INSTANTE GENÉRICO DE TEMPO

Entre o instante em que o carregamento é aplicado e um outro instante qualquer no tempo podem ocorrer alterações no estado de tensões atuantes em fibras genéricas de uma determinada seção de concreto armado.

As modificações nos estados de tensões e deformações das peças de concreto armado estão relacionadas a diversos fatores. Entre os principais encontram-se a fluência e a retração. Essas mudanças têm sido estudadas por vários pesquisadores, dentre os quais podem-se destacar NEVILLE (1983) e BAZANT (1982).

Para avaliar as mudanças nas deformações causadas pela retração e fluência torna-se necessária a utilização de funções de tempo adequadas. Ao longo do tempo, o valor do módulo de elasticidade do concreto cresce, gradualmente, com relação ao seu valor inicial; fato semelhante ocorre com a resistência à compressão e com a resistência à tração. Recorre-se, portanto, às formulações empregadas por normas internacionais – ACI e códigos-modelo do CEB.

Nas estruturas isostáticas, tanto a fluência quanto a retração provocam alterações apenas nos deslocamentos, pois os esforços solicitantes dependem apenas de equações de equilíbrio externo. No caso de vigas contínuas, grelhas e pórticos, por exemplo, é possível que ocorra, paralelamente, uma redistribuição de esforços. Maiores detalhes poderão ser encontrados em NEVILLE (1983).

As deformações que, por ventura, venham a ocorrer internamente em uma estrutura devidas ao efeito da fluência do concreto implicarão em um aumento da magnitude dos seus deslocamentos com o tempo. Na avaliação de casos em que o efeito de segunda ordem não puder ser negligenciado, a deformação lenta deve ser considerada.

Neste trabalho, entretanto, não foi considerada, na análise dos modelos, a parcela referente à quantificação dos fenômenos reológicos. O concreto é um material de difícil modelagem, ainda mais quando se deseja envolver os efeitos do tempo. Na revisão bibliográfica realizada não foi encontrado nenhum estudo que levasse em conta a aleatoriedade dos fenômenos reológicos do concreto. Optou-se, portanto, por não considerá-los no processo de avaliação da confiabilidade em pavimentos, uma vez que o inter-relacionamento das variáveis básicas – resistências, dimensões geométricas, ações – deve ser melhor pesquisado antes da introdução de qualquer novo fator.

A teoria dos fenômenos reológicos do concreto e a sua aplicação nos modelos de comportamento encontra-se bem definida em GHALI & FAVRE (1986), MACHADO (1989) e SANCHES JÚNIOR (1998).

Todas as concepções apresentadas ao longo do trabalho são de fácil generalização e espera-se que pesquisas posteriores possam vir a incorporar novas variáveis de influência, contribuindo para uma avaliação mais realista do comportamento das estruturas de concreto armado.

# 5 PROGRAMA PARA ANÁLISE DA CONFIABILIDADE EM GRELHAS

## 5.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo, pretende-se apresentar os algoritmos numéricos que possibilitaram a avaliação da confiabilidade em vigas e pavimentos de edifícios de concreto armado.

Os procedimentos de análise de confiabilidade foram aplicados dentro do modelo de GHALI & FAVRE (1986), implementado computacionalmente por SANCHES JÚNIOR (1998) e que permite a determinação dos esforços solicitantes e dos deslocamentos em pavimentos, para os quais o subsistema estrutural *grelha* é empregado. As seções transversais das vigas de concreto armado seguem um critério não-linear descrito em termos das relações *momento-curvatura*. O MEF é utilizado na discretização das estruturas analisadas.

O programa desenvolvido por SANCHES JÚNIOR (1998) permite, basicamente, a realização de três tipos de análise:

1. Análise de esforços e deslocamentos na estrutura considerando a não-linearidade física para o instante de aplicação do carregamento;
2. Consideração da fluência do concreto e das modificações nos esforços solicitantes e deslocamentos que acontecerão ao longo do tempo em virtude dos fenômenos reológicos;
3. Simulação de fases de carregamento. Assim, cada ação é suposta como sendo aplicada em um instante de tempo conhecido.

Por este trabalho apresentar um caráter introdutório na investigação da confiabilidade em pavimentos de edifícios, optou-se por desenvolver o estudo considerando apenas o primeiro tipo de análise.

Para o cálculo das propriedades mecânicas do concreto – módulo de elasticidade, resistência à compressão, resistência à tração – além das deformações dependentes do tempo e do momento de fissuração da seção, foram usadas as recomendações do CEB-1990.

A partir disso, são apresentadas idéias, que propiciarão a quantificação e a análise da confiabilidade nos pavimentos de edifícios e que se baseiam no desenvolvimento das seguintes ferramentas:

1. Rotina computacional que permite a obtenção de amostras de resistências e deslocamentos, representadas por vetores, cujos elementos seguem uma distribuição normal.
2. Rotina computacional para relacionar determinados valores de resistências e deslocamentos com suas respectivas probabilidades de ocorrência dentro da amostra.
3. Alocação aleatória de diferentes valores de resistência  $f_c$ , pertencentes a uma distribuição normal, nos elementos finitos de uma determinada estrutura em análise. Esse processo será gerenciado por um gerador de números aleatórios.

A resistência à compressão do concreto e os deslocamentos nas vigas e nos pavimentos são considerados como variáveis aleatórias, seguindo uma distribuição de probabilidade conhecida. O objetivo é relacionar valores da resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ) e do módulo de elasticidade do material com determinados níveis de segurança, expressos pelo índice de confiabilidade  $\beta$  e pela probabilidade de falha da função de estado limite escolhida. Objetiva-se analisar o comportamento das variáveis básicas – resistência, dimensões geométricas, grau de hiperstaticidade, ações e seus efeitos – e a interação entre elas, procurando avaliar, quantitativamente, a margem de segurança obtida com a aplicação de certos critérios de projeto da NB-1 e do EUROCODE. Pretende-se, conjuntamente, apresentar modelos que possam caracterizar estruturas de vigas e pavimentos quanto aos estados limites últimos e de serviço relacionados a uma certa probabilidade característica de ocorrência.

Objetiva-se ainda fazer algumas considerações sobre a necessidade de se estudar a formulação de um coeficiente de minoração da resistência do concreto  $\gamma_c$  como função das variáveis básicas dos modelos empregados e de suas distribuições de probabilidade.

Maiores detalhes sobre cada uma dessas análises serão descritos no decorrer deste capítulo.

## 5.2 MODELO DE GAUSS

Neste trabalho, supõe-se que a resistência à compressão do concreto varia segundo uma distribuição normal. Os parâmetros necessários para defini-la são a média (resistência média à compressão do concreto [ $f_{cm}$ ]) e o desvio-padrão ( $\sigma$ ) da amostra considerada.

A distribuição normal é definida pela seguinte função de densidade de probabilidade:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2} \quad (5.1)$$

válida para  $\sigma > 0$ , no intervalo  $-\infty \leq x \leq +\infty$ , onde:

$f(x)$  – densidade de probabilidade

$\mu = \mu_x =$  valor médio da distribuição (no caso, o  $f_{cm}$ )

$\sigma = \sigma_x =$  desvio-padrão da distribuição

O objetivo é desenvolver um algoritmo capaz de gerar um vetor de resistências, cujos valores sigam uma distribuição normal com parâmetros definidos pela média e pelo desvio-padrão da amostra desejada.

$$\tilde{F} = \left\{ \begin{array}{c} fc_1 \\ fc_2 \\ fc_3 \\ \vdots \\ fc_j \end{array} \right\} \quad (5.2)$$

onde  $j$  é o número de elementos que se deseja gerar. Nas análises desenvolvidas, considerou-se  $j = 100$ .

A obtenção do vetor (5.2) é realizada com a implementação de uma rotina computacional adequada, utilizada para gerar as amostras iniciais de resistências do concreto e, posteriormente, as amostras de deslocamentos. A partir daí, é possível se determinar a função densidade correspondente. A generalização para as demais variáveis é

imediatamente, podendo se considerar, portanto, a possibilidade de gerar amostras de resistência do aço, carregamentos (permanentes ou não) ou de variáveis relacionadas aos fenômenos reológicos.

A partir daí, poderão ser estudados diferentes quantis das variáveis consideradas (resistências e deslocamentos), isto é, valores particulares associados a determinadas probabilidades pré-fixadas. Escolhe-se, a princípio, o quantil de 5%, definido pela condição

$$P(X \leq x_{0.05}) = 0.05 \quad (5.3)$$

ou pela condição equivalente

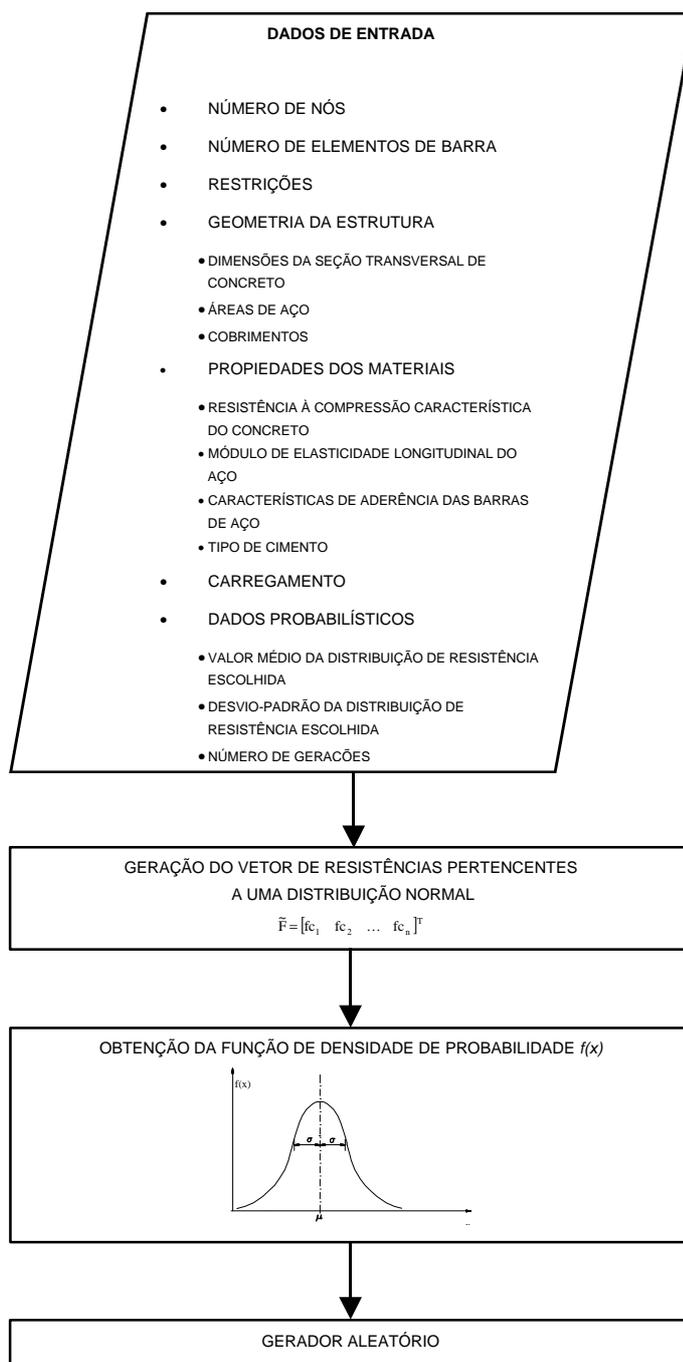
$$P(X \geq x_{0.05}) = 0.95 \quad (5.4)$$

É exatamente essa probabilidade de 5% que se adota, convencionalmente, para a definição dos valores característicos, tanto das ações e das solicitações quanto das resistências dos materiais. De um modo geral, especifica-se que o valor característico satisfaça aos requisitos impostos com 95% de probabilidade, isto é, que deixe de satisfazê-los com 5% de probabilidade. Quando o valor característico deve ser menor do que a média, ele será feito igual ao quantil de 5%. Esse é o caso usual dos valores característicos das resistências. Por outro lado, quando o valor característico for maior do que a média, ele será igualado ao quantil de 95% da distribuição correspondente. Esse é o caso usual dos deslocamentos.

Para manipular tais quantis de forma apropriada, desenvolveu-se um algoritmo que fornece valores numéricos da variável em estudo correspondentes a uma dada probabilidade. Esse processo baseia-se na integração numérica da curva de densidade normal através da *Quadratura de Gauss* com 10 pontos.

O procedimento seguinte será alocar, através de um processo de geração de números aleatórios, diferentes valores de resistência  $f_c$ , pertencentes ao vetor  $\tilde{F}$ , nos elementos finitos das vigas e dos pavimentos.

Para isso, várias modificações foram introduzidas na concepção das variáveis utilizadas por SANCHES JÚNIOR (1998). É apresentado, na figura 5.1, um fluxograma básico dos procedimentos implementados na preparação para a entrada no processo de geração aleatória.



**FIGURA 5.1 – FLUXOGRAMA DO PROCESSO DE GERAÇÃO DAS AMOSTRAS DE RESISTÊNCIAS**

### 5.3 GERAÇÃO DE NÚMEROS ALEATÓRIOS

As incertezas presentes em determinados fenômenos estruturais assumem, com freqüência, e cada vez mais, o centro dos debates na engenharia. Porém, ainda se está longe de poder observar um consenso sobre qual o tratamento adequado da aleatoriedade.

Ao se buscar uma síntese, o que todas as suas definições parecem ter em comum, algo que portanto pode lhe definir uma essência, é o fato de que a incerteza é sempre denominada a partir da impossibilidade de se compreender as determinações de um fenômeno, a incapacidade de levar em consideração todas as condições do processo, sua imprevisibilidade, a falta de controle sobre ele, lapsos do conhecimento etc. Entre o nível atual de conhecimento e a realidade há sempre uma lacuna, que não pode ainda ser representada por qualquer modelo disponível. Variações de carregamento, resistência e rigidez, por exemplo, são inevitáveis nas estruturas de concreto armado e sua importância só pode ser quantificada por meios probabilísticos e estatísticos adequados.

Neste trabalho, a resistência à compressão do concreto é a variável básica escolhida para análise. Então, o que fazer para modelá-la, admitindo-se que a sua distribuição ao longo de uma estrutura não ocorre de maneira uniforme e sabendo-se que resultados baseados em valores de projeto não correspondem ao comportamento real?

A idéia é simular uma distribuição normal de resistências para uma dada estrutura de pavimento. Dessa forma, propõe-se alocar valores diversos de resistência  $f_c$ , mas distribuídos normalmente, em cada elemento finito da discretização estrutural. Processa-se a estrutura assim constituída, determinando-se esforços e deslocamentos nos nós. Os dados obtidos são armazenados e procede-se a uma nova geração, determinando-se uma outra *semente* e, conseqüentemente, uma nova distribuição de resistência ao longo do pavimento. O processo é repetido de 5000 a 10000 vezes, de acordo com cada caso em particular. Para garantir a aleatoriedade da simulação proposta, implementou-se um gerador de números aleatórios.

Existem livros com listagens de números aleatórios. Há pouco mais de dez anos, os livros de Simulação de Monte Carlo continham “geradores” na forma de tabelas. Hoje, com o advento dos computadores, são inúteis. Dezenas de milhares de números aleatórios podem ser gerados e milhares de passos de simulação podem ser desempenhados em segundos.

Pode até parecer estranho usar um computador, que é a mais precisa e determinística de todas as máquinas, para produzir números aleatórios. Além de estranho pode parecer uma impossibilidade conceitual. Qualquer programa, afinal de contas, produzirá uma saída que é inteiramente previsível e, portanto, não verdadeiramente aleatória. Contudo, práticos *geradores de números aleatórios* para computadores estão em uso nas mais diversas aplicações científicas. O que é e como simular, então, o acaso para um computador?

Em princípio, o funcionamento dessa máquina não permite erro, não permite jogo, pois ele trabalha seguindo rigorosamente instruções que são dadas por um programa. Mas o acaso pode ser simulado através de uma operação complexa, que produz resultados variados, mas de forma perfeitamente determinada - como todas as ações do computador –

utilizando uma lógica que não se pode acompanhar, mesmo ao longo de um grande número de sorteios.

Para simular um sorteio, o computador parte de um número qualquer chamado de *inicial* ou *semente*, inserindo-o numa série de operações matemáticas. O número resultante poderá cumprir bem o papel de um número tirado ao acaso pelo simples fato de não ser previamente conhecido, isto é, de ser imprevisível.

Se o que se quer é um conjunto de números, basta instruir o computador para que tome o resultado como uma nova *semente*, e assim sucessivamente, quantas vezes for necessário. Esses números são chamados de aleatórios ou, no jargão computacional, randômicos.

Neste trabalho, o gerador de números aleatórios desenvolvido pode se basear em três funções diferentes: linear, exponencial e gaussiana. Com o decorrer das análises, observou-se que todas forneciam resultados satisfatórios. Entretanto, a mais adequada e de melhor comportamento, de acordo com os estudos realizados, foi a função exponencial.

Está claro que esses números correspondem apenas a uma representação do acaso, pois existe uma rigorosa relação de causa e efeito atuando nesse processo: um mesmo gerador de números randômicos, sempre que partir de uma mesma semente, oferecerá os mesmos resultados. Por isso, o mais correto seria dizer "pseudo-aleatório" ou "pseudo-randômico" para se referir a um número resultante dessa operação. Eles são gerados por uma equação conhecida, mas cujos resultados aparentam ser aleatórios.

Para restringir a probabilidade de repetição de um resultado, basta tomar uma *semente* diferente a cada vez que o cálculo é inicializado. Uma forma eficiente de fazer isso é solicitar ao computador que adote como semente números variáveis extraídos do sistema, como hora, minuto, segundo e décimo de segundo. Além disso, impõem-se uma série de condições que tornam improvável a possibilidade de se construir um gerador viciado. Posteriormente, são realizadas uma série de operações com esses números, até deduzir o resultado final daquilo que se entende como um sorteio. Para o computador a operação é absolutamente determinada: bastaria repetir o mesmo cálculo para obter o mesmo resultado, se o programa fosse feito de forma a permitir isso. Mas para o usuário, o número resultante é casual, porque ele não tem acesso à sua lógica de construção. Os usos possíveis para essa função são os mais variados.

Descreve-se agora, passo a passo, o funcionamento do gerador desenvolvido. Em primeiro lugar, é necessário determinar um número inicial ou semente para a geração a ser processada. Para isso, na implementação realizada, adotou-se o procedimento descrito pelas figuras 5.2a e 5.2b.

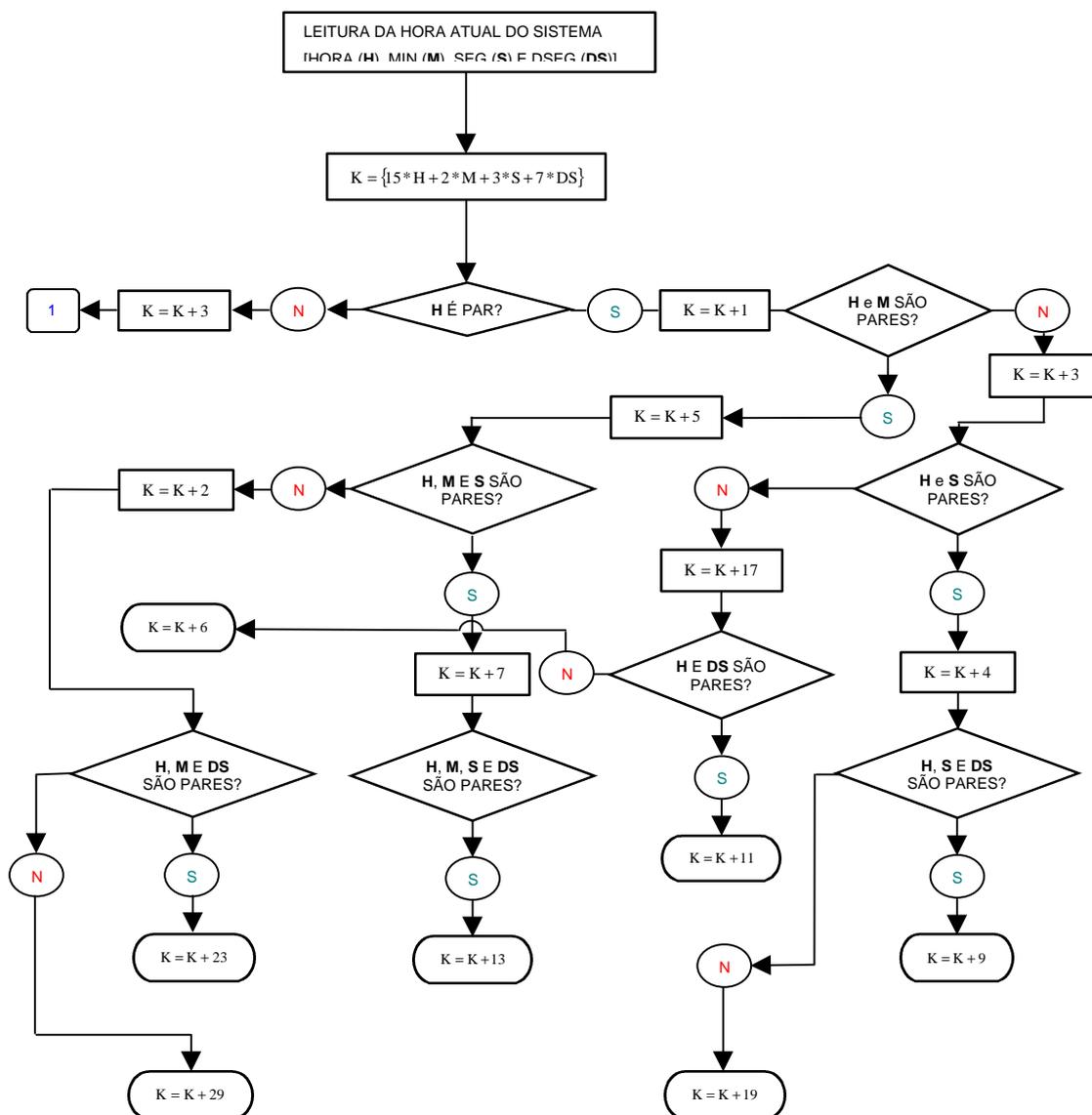


FIGURA 5.2a – FLUXOGRAMA PARA OBTENÇÃO DO NÚMERO INICIAL DA GERAÇÃO

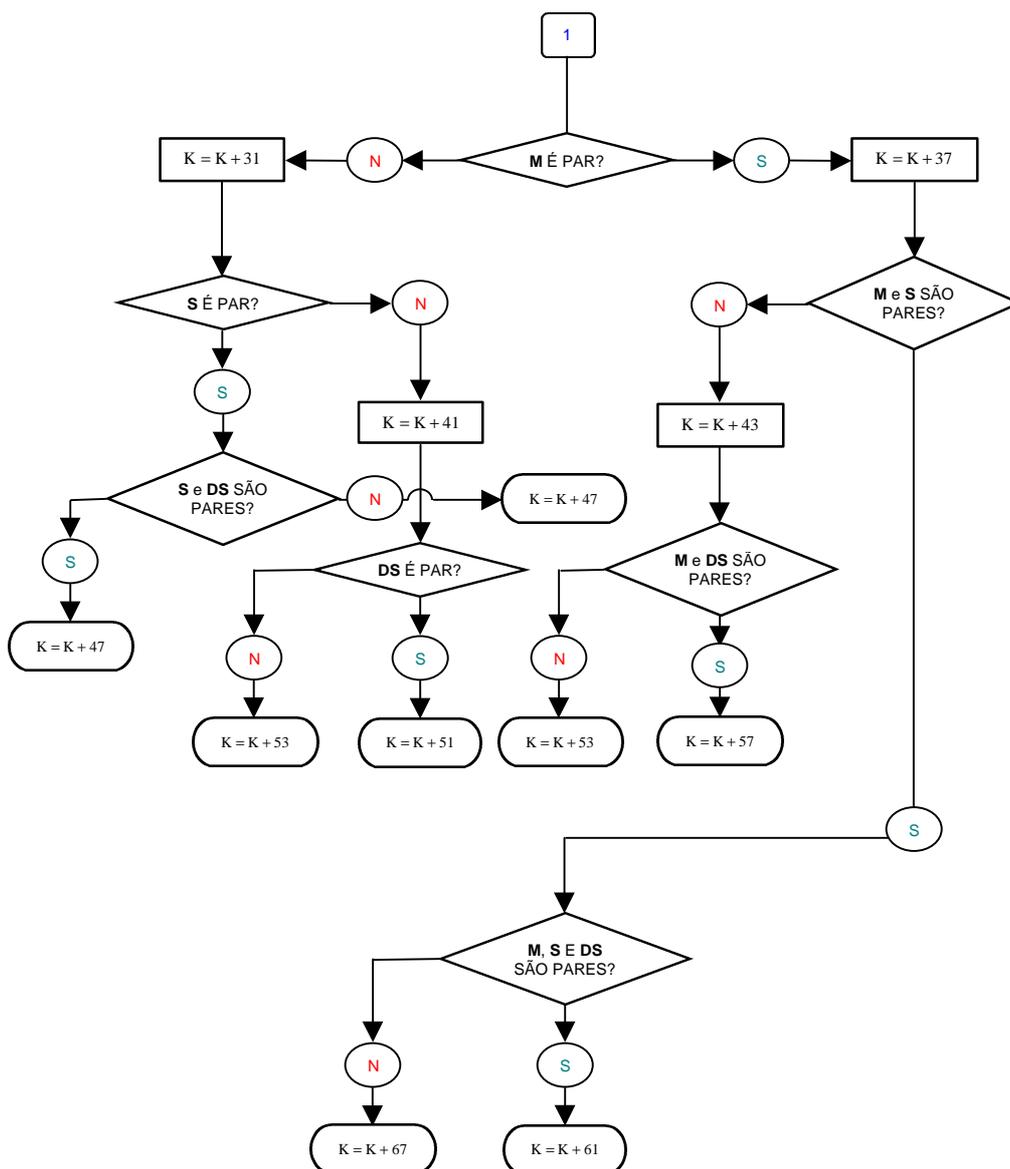


FIGURA 5.2b – PROCEDIMENTO 1 DO FLUXOGRAMA PARA OBTENÇÃO DO NÚMERO INICIAL DA GERAÇÃO

Com a obtenção do número inicial  $K$  (figuras 5.2a e 5.2b), o processo de geração de números aleatórios é iniciado.

Na construção do gerador utilizou-se a rotina *ran1*, apresentada em PRESS et al. (1994). É bastante prática e baseia-se no gerador de Park e Miller<sup>1</sup> apud PRESS et al. (1994), com adição de algumas técnicas especiais. Não se conhece qualquer teste estatístico no qual *ran1* falhe, exceto quando o número de chamadas é da ordem de  $10^8$ , muito além, portanto, do número de gerações com o qual se irá trabalhar.

<sup>1</sup> PARK, S.K.; MILLER, K.W. (1988). *Communications of the ACM*. Vol. 31, pp. 1192-1201.

A rotina *ran1* produz uma variação aleatória entre 0.0 e 1.0 a partir de um número inicial *K*. Apresenta uma distribuição probabilística uniforme, tal que a probabilidade de se gerar um número entre  $x$  e  $x+dx$ , denotada por  $p(x)dx$ , é dada por:

$$p(x)dx = \begin{cases} dx, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (5.5)$$

Neste trabalho, produz-se uma variação uniforme de  $x$  em cada chamada do gerador. A partir daí, considera-se uma função  $y(x)$ , tal que sua distribuição de probabilidade,  $p(y)dy$  é determinada pela lei de transformação fundamental de probabilidades, ou seja:

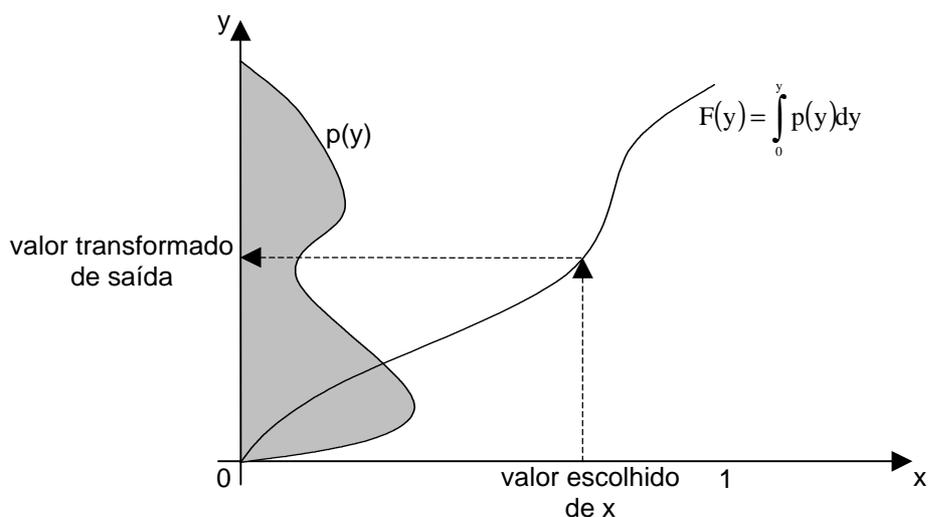
$$|p(y)dy| = |p(x)dx| \quad (5.6)$$

ou

$$p(y) = p(x) \cdot \left| \frac{dx}{dy} \right| \quad (5.7)$$

O método de transformação para produzir uma variação aleatória de  $y$  a partir de uma distribuição de probabilidade  $p(y)$  conhecida pode ser realizada da seguinte forma:

- A integral indefinida de  $p(y)$  deve ser conhecida e inversível;
- Um valor de  $x$  da variação obtida é escolhido;
- O valor de  $y$  correspondente na curva da integral definida é o valor desejado (figura 5.3).



**FIGURA 5.3 - MÉTODO DE TRANSFORMAÇÃO PARA GERAR UMA VARIAÇÃO ALEATÓRIA  $y$  A PARTIR DE UMA DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE  $p(y)$  CONHECIDA**

Escolhe-se  $y(x) = -\ln(x)$  e  $p(x)$  como sendo dado pela equação (5.5) para uma variação uniforme de  $x$ . Daí, tem-se:

$$p(y)dy = \left| \frac{dx}{dy} \right| \cdot dy = e^{-y} dy \quad (5.8)$$

que é distribuída exponencialmente. Essa distribuição exponencial ocorre, freqüentemente, em problemas reais e foi apresentada em PRESS (1994).

Portanto, para o processo de geração de números aleatórios, segue-se o seguinte algoritmo:

- [a] Determina-se um número inicial  $K$  inteiro e positivo;
- [b] Toma-se o oposto desse número inicial  $K$ ;
- [c] Gera-se uma variação aleatória uniforme entre 0 e 1 para  $x$ .
- [d] Determina-se uma função para  $y(x)$ :

$$\begin{aligned} y(x) &= -\ln(x) = z \\ x &\in I, \quad y \in \mathfrak{R} \end{aligned} \quad (5.9)$$

- [e] Utilizam-se os primeiros algarismos da parte decimal de  $y$  para produzir o número aleatório final  $z$  desejado. De acordo com o tipo de amostra pretendido, determina-se o número de algarismos necessário. Por exemplo, nos casos estudados considerou-se uma amostra inicial de resistência com 100 valores. Portanto, são tomados os dois primeiros dígitos da parte decimal de  $y$  para gerar o número aleatório  $z$ .

Foram implementadas também as funções de transformação *linear* e *gaussiana ou normal*. Como as resposta geradas por essas funções devem ser aleatórias, pode-se escolher qualquer uma delas que o resultado é satisfatório. Salienta-se que devido às amostras serem grandes e ao fato do gerador ser aleatório, os resultados serão os mesmos independente da função utilizada.

O gerador implementado tem a função de produzir, manipulando elementos de uma amostra de resistência, um vetor-posição aleatório para a estrutura analisada.

Portanto, o que vem a ser esse vetor-posição? Responde-se essa questão, com o seguinte exemplo. Considere-se uma viga simplesmente apoiada discretizada em cinco elementos finitos, de acordo com a figura 5.4.

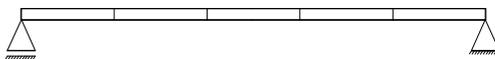


FIGURA 5.4 – VIGA DISCRETIZADA EM CINCO ELEMENTOS FINITOS

Seja  $\tilde{\mathbf{F}}$  o vetor de resistências normalmente distribuídas e obtido de acordo com o procedimento descrito no tópico 5.2.

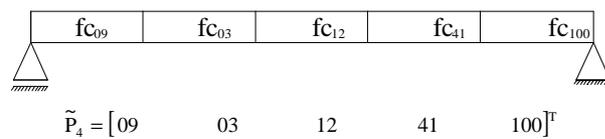
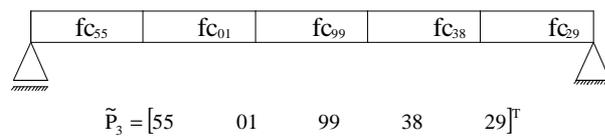
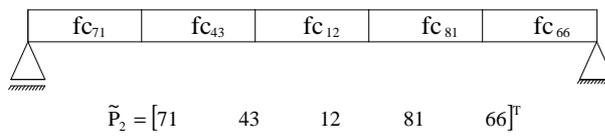
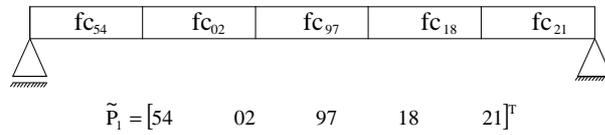
$$\tilde{\mathbf{F}} = \begin{Bmatrix} fc_1 \\ fc_2 \\ fc_3 \\ fc_4 \\ \vdots \\ fc_{100} \end{Bmatrix} \quad (5.10)$$

Utilizando-se o gerador para a viga da figura 5.4, obtém-se um vetor  $\tilde{\mathbf{P}}$ , que posiciona aleatoriamente os diversos valores da resistência à compressão de (5.5) nos elementos finitos da estrutura. Por exemplo, supondo-se que uma certa geração fornecesse o seguinte vetor  $\tilde{\mathbf{P}}$ :

$$\tilde{\mathbf{P}} = \begin{Bmatrix} 54 \\ 02 \\ 97 \\ 18 \\ 21 \end{Bmatrix} \quad (5.11)$$

Dessa forma, o primeiro elemento finito da viga receberia o valor de resistência à compressão equivalente ao  $fc_{54}$ , o segundo,  $fc_2$ , o terceiro,  $fc_{97}$  e assim sucessivamente.

As configurações apresentadas na figura 5.5 representam, hipoteticamente, possíveis soluções da geração para uma viga biapoiada.



**FIGURA 5.5 – HIPOTÉTICAS CONFIGURAÇÕES FINAIS PARA O PROCESSO DE ALOCAÇÃO DE RESISTÊNCIAS EM UMA VIGA SIMPLEMENTE APOIADA**

O procedimento é análogo para as estruturas de pavimentos, como mostra a figura 5.6.

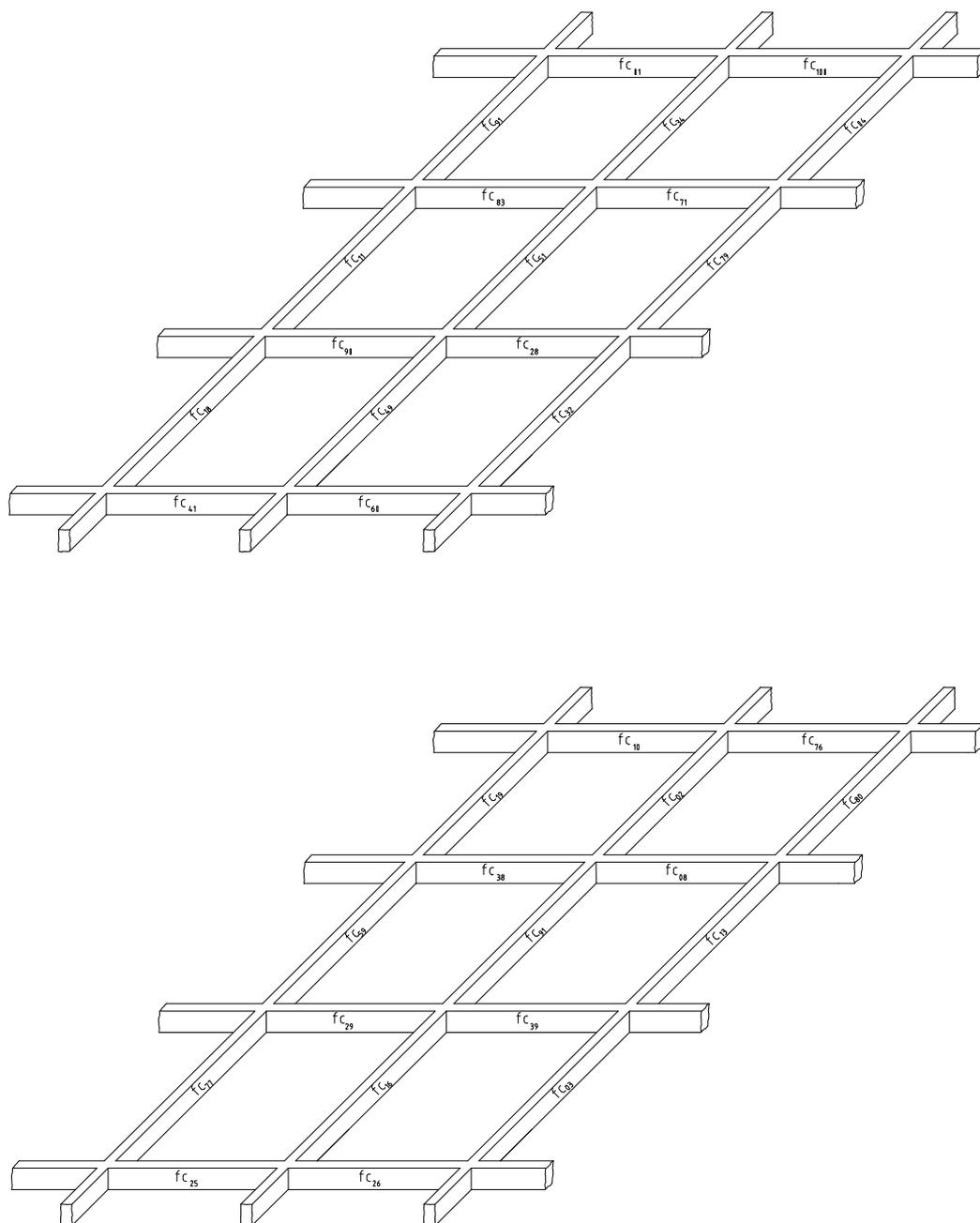


FIGURA 5.6 – HIPOTÉTICAS CONFIGURAÇÕES FINAIS PARA O PROCESSO DE ALOCAÇÃO DE RESISTÊNCIAS EM ESTRUTURAS DE PAVIMENTOS

#### 5.4 PROCEDIMENTOS DE ANÁLISE

Com as ferramentas numéricas implementadas, a idéia é gerar uma amostra de deslocamentos a partir do vetor de resistências obtido de acordo com o tópico 5.2.

O gerador aleatório produz, a cada chamada, uma configuração diferente de resistência para os elementos finitos da estrutura. Para cada uma dessas configurações é calculado o deslocamento em um nó pré-determinado (GHALI & FAVRE (1986)). O processo repete-se de 5000 a 10000 vezes gerando, no final, um vetor de deslocamentos de dimensão equivalente ao número de gerações realizado. Em cada uma delas, segue-se o procedimento incremental-iterativo mostrado na figura 5.7.

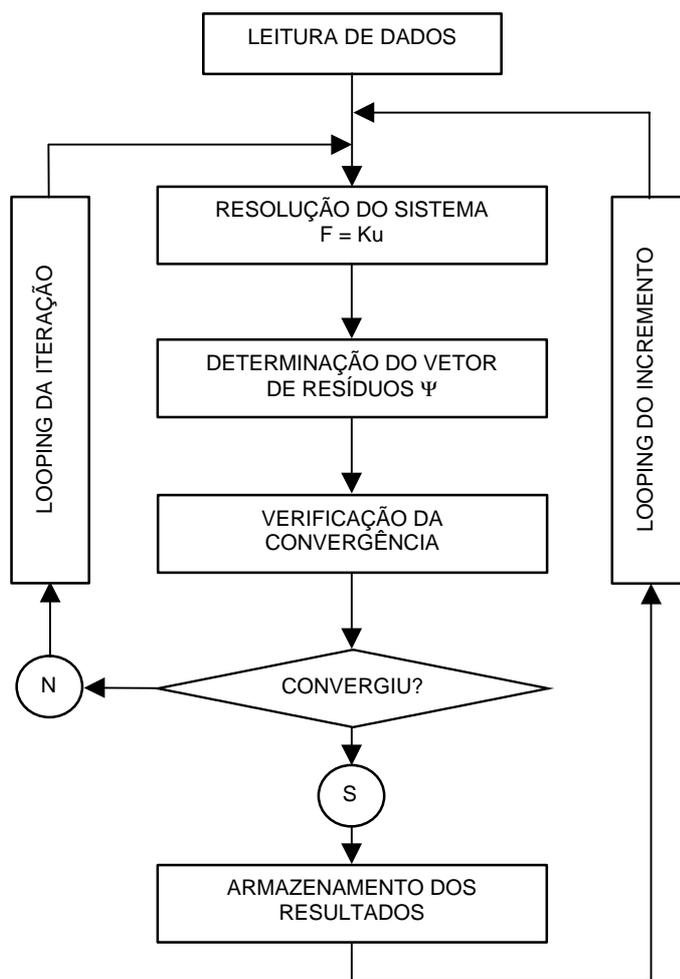


FIGURA 5.7 – FLUXOGRAMA DO PROCEDIMENTO INCREMENTAL-ITERATIVO

Cada geração fornece uma configuração de deslocamentos para os nós da estrutura analisada. Escolhe-se o nó a analisar e armazena-se o valor do deslocamento correspondente em cada geração, de acordo com (5.12).

$$\tilde{D} = \left\{ \begin{array}{l} 1^{\text{a}} \text{ Geração} \rightarrow d_1 \\ 2^{\text{a}} \text{ Geração} \rightarrow d_2 \\ 3^{\text{a}} \text{ Geração} \rightarrow d_3 \\ \vdots \\ 5000^{\text{a}} \text{ Geração} \rightarrow d_{5000} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ \vdots \\ d_{5000} \end{array} \right\} \quad (5.12)$$

As primeiras estruturas escolhidas para a realização desse estudo foram vigas simplesmente apoiadas. Posteriormente, ampliou-se o campo de análise com a introdução de vigas contínuas de dois e três tramos, objetivando avaliar a influência do grau de hiperestaticidade na análise da segurança e da confiabilidade dessas estruturas.

Foram escolhidos valores característicos de resistência: 20.0, 25.0, 30.0, 35.0, 40.0, 45.0 e 50.0 MPa. Para cada um desses valores, determina-se a carga Q uniformemente distribuída que levará a viga em consideração ao estado limite último, definido pela ocorrência simultânea da ruptura do concreto e do escoamento da armadura. Consideram-se também variações desta carga Q e determinam-se as seções correspondentes no Estado Limite Último para carregamentos equivalentes a 1.1Q, 1.2Q, 1.3Q, 1.4Q, 1.5Q e 1.6Q, distribuídos uniformemente. Todas as vigas são analisadas com dimensões obtidas no estado limite último.

Foram analisados também dois exemplos de pavimentos. O primeiro deles pertence a um edifício fictício, concebido apenas para efeito de estudo teórico. O outro pavimento faz parte de um edifício construído em Brasília-DF. Para esses casos, foram mantidos os valores característicos de resistência à compressão do concreto na entrada de dados, mas a configuração geométrica e a de cargas atuantes segue uma situação supostamente real.

Os desvios-padrão da amostra de resistência foram escolhidos de acordo com o sugerido na NB-1/1982 [8.3.1.2] - 4.0, 5.5 e 7.0 MPa.

Para cada caso analisado, tem-se um vetor de deslocamentos dado por (5.12). Esse vetor passa pelo *Teste de Kolmogorov-Smirnov* (ANG & TANG, 1975; MELCHERS, 1987) para verificar sua adequação a uma distribuição normal de probabilidade. Em caso positivo, o vetor passa a ser representado pelos dois parâmetros da distribuição normal: a média e o desvio-padrão.

Obtém-se, a partir disso, a curva de densidade de probabilidade para o vetor de deslocamentos, de modo idêntico ao realizado para o vetor de resistências.

Nesse ponto, dois tipos diferentes de análise podem ser realizadas, a saber:

1. *Análise da Confiabilidade em Resistências*
2. *Análise da Confiabilidade em Deslocamentos*

A primeira pode ser descrita da seguinte forma: através de um processo numérico de busca, determina-se o deslocamento cuja probabilidade de ocorrência de valores

superiores seja de apenas 5% ( $d_{95\%}$ ). Com isso, calcula-se o valor característico de resistência [ $f_{ck\_1}$ ] que, considerado em todos os elementos da viga ou pavimento em questão, produza um deslocamento igual ao encontrado ( $d_{95\%}$ ).

Para o caso em questão, os parâmetros que definem o índice de confiabilidade  $\beta$  precisam ser redefinidos para se adequarem às grandezas envolvidas no problema. Dessa forma, de acordo com a equação (3.14), tem-se:

$$\beta = \frac{\text{valor médio da distribuição} - \text{valor característico da distribuição}}{\text{desvio - padrão da distribuição}}$$

Portanto, para a distribuição de resistências, o índice de confiabilidade  $\beta$  adquire a seguinte expressão:

$$\beta = \frac{f_{cm} - f_{ck}}{\sigma} \quad (5.13)$$

**onde:**

$f_{cm}$  - valor médio da resistência à compressão do concreto na amostra considerada;

$f_{ck}$  - valor característico da resistência à compressão do concreto na amostra considerada;

$\sigma$  - desvio-padrão da amostra de resistências considerada.

A partir da equação (5.13) será possível obter valores para o índice de confiabilidade,  $\beta_1$ , suposto na entrada de dados, em função da amostra de resistência do elemento estrutural considerado, e compará-los com o índice de confiabilidade,  $\beta_2$ , obtido com base no valor de resposta do  $f_{ck}$  ( $f_{ck\_1}$ ), de acordo com o procedimento computacional descrito. Dessa forma,

$$\beta_1 = \frac{f_{cm} - f_{ck} - 0}{\sigma} \quad (5.14)$$

$$\beta_2 = \frac{f_{cm} - f_{ck} - 1}{\sigma} \quad (5.15)$$

Ao todo, 441 casos foram considerados nessa análise. Eles são definidos por todas as combinações dos valores de resistência característica à compressão do concreto, área de aço e grau hiperestático supostos nos exemplos.

Introduziu-se ainda um estudo sobre o comportamento do coeficiente de minoração da resistência do concreto,  $\gamma_c$ . Para a obtenção da resistência à compressão de cálculo do

concreto, a NB-1 recomenda um coeficiente  $\gamma_c$  único. Entretanto, não é claro para o projetista que tipo de influências foram levadas em consideração na definição desse valor e, principalmente, que margem de segurança é oferecida para cada tipo particular de estrutura. Pretende-se avaliar a sua relação com a confiabilidade e estudar a necessidade de se formular esse coeficiente como função das variáveis básicas dos modelos de comportamento do concreto e de suas distribuições de probabilidade.

O outro tipo de análise, a da confiabilidade em deslocamentos, foi implementada de acordo com o seguinte procedimento:

- [a] Com o fim do processo de geração, determina-se o valor médio  $d_m$  dos deslocamentos obtidos;
- [b] Calcula-se novamente a estrutura, utilizando o procedimento convencional, ou seja, sem a alocação aleatória de resistências;
- [c] Determina-se o deslocamento  $d$  no nó analisado;
- [d] Define-se um índice de confiabilidade dado pela seguinte expressão:

$$\beta_d = \frac{d - d_m}{\sigma_d} \quad (5.16)$$

onde  $\sigma_d$  é o desvio-padrão dos elementos componentes do vetor de deslocamentos.

Com esse índice de confiabilidade definido por (5.16) é possível não apenas medir a segurança da estrutura em serviço, mas também obter relações entre esse índice e as variáveis do modelo.

Para essa análise, foram estudados 294 casos de vigas compostos por todas as combinações dos valores de resistência característica à compressão do concreto, área de aço e grau hiperestático idealizados nos exemplos. Além disso, foram considerados 42 casos de pavimentos, baseados nos dois exemplos originais e constituídos pela combinação de resistências características e desvios-padrão diferentes.

Para resumir, apresenta-se a seqüência de procedimentos realizados para avaliação da confiabilidade em estruturas de vigas e pavimentos de concreto armado.

1. Leitura dos dados de entrada do problema, de acordo com a figura 5.1;

2. Gera-se o vetor de resistências com elementos seguindo uma distribuição normal, cujos parâmetros são a média e o desvio-padrão. A amostra gerada possui 100 elementos;
3. Obtém-se a função de densidade de probabilidade correspondente;
4. Escolhe-se o tipo de análise a ser realizada: confiabilidade em resistências ou em deslocamentos.

No próximo capítulo, serão mostrados os exemplos de aplicação do programa desenvolvido, além de comentários sobre os resultados.

# 6 EXEMPLOS

Neste capítulo, pretende-se apresentar os exemplos de aplicação do programa de análise de confiabilidade desenvolvido.

## 6.1 CONFIABILIDADE EM RESISTÊNCIAS

A análise da confiabilidade em vigas e pavimentos de concreto armado inicia-se com a observação do comportamento do  $f_{ck,1}$  (resistência à compressão característica do concreto de resposta) nos elementos estruturais analisados à medida que varia a razão entre a área de aço e a área de concreto.

**Foram consideradas as seguintes características para os materiais:**

- Concreto –  $f_{ck} = 20, 25, 30, 35, 40, 45$  e  $50$  MPa.
- Módulo de elasticidade longitudinal do aço igual a  $200$  GPa.
- Barras de aço rugosas.

Procurou-se, simultaneamente, realizar várias análises da confiabilidade estrutural, utilizando conceitos probabilísticos em conjunto com as prescrições contidas, em particular, na norma brasileira e no EUROCODE 1. Pretende-se, por exemplo, estudar a relação entre o índice de confiabilidade  $\beta$  e o coeficiente de ponderação da resistência do concreto. Os resultados obtidos são apresentados nos itens seguintes.

### 6.1.1 VIGAS SIMPLEMENTE APOIADAS

O exemplo de estrutura escolhido para representar o caso de viga simplesmente apoiada encontra-se representado na figura 6.1.

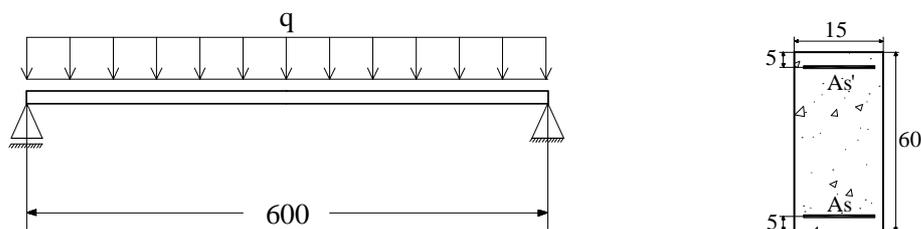


FIGURA 6.1 - VIGA SIMPLEMENTE APOIADA [DIMENSÕES EM cm]

A viga foi dividida em 20 elementos finitos iguais e a carga foi aplicada de forma integral, sem incrementos. Os fenômenos de retração e fluência não foram considerados. O valor característico da resistência à compressão do concreto,  $f_{ck}$ , apresenta uma probabilidade pré-fixada, correspondente ao quantil de 5% de uma distribuição normal, de não ser ultrapassado no sentido desfavorável. Dessa forma, define-se o valor característico  $f_{ck}$  pela expressão:

$$f_{ck} = f_{cm} - 1.645 \cdot \sigma \quad (6.1)$$

Portanto, admite-se, de acordo com as equações (3.13) e (5.14), um nível de confiabilidade para a resistência do concreto correspondente a uma probabilidade de falha de aproximadamente 5%. Aqui, o termo “falha” é empregado para indicar a não satisfação de uma condição limite. No caso, existe uma probabilidade de 5% dos valores de resistência do concreto situarem-se abaixo do valor característico,  $f_{ck}$ .

Pela análise dos resultados obtidos através do processo de simulação descrito no capítulo 5, constatou-se a necessidade de um valor característico maior da resistência do concreto para que fosse assegurado a mesma confiabilidade em deslocamentos. As figuras 6.2 a 6.8 apresentam, graficamente, os resultados que levam a essa conclusão.

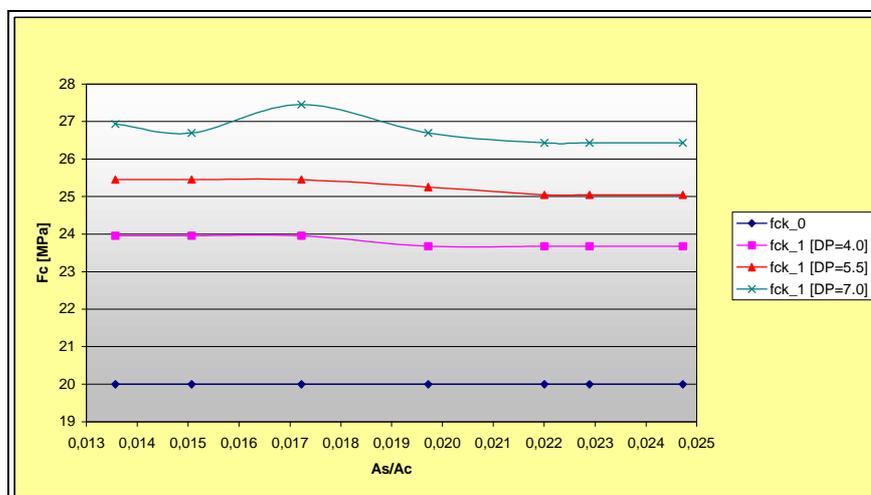


FIGURA 6.2 - COMPORTAMENTO DA RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO COM A VARIAÇÃO DA TAXA DE ARMADURA - FCK\_0 = 20 MPa

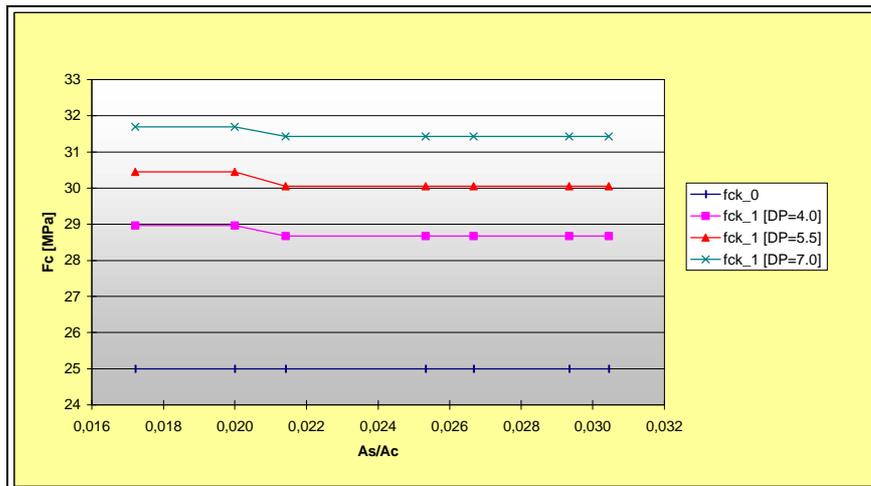


FIGURA 6.3 - COMPORTAMENTO DA RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO COM A VARIAÇÃO DA TAXA DE ARMADURA - FCK\_0 = 25 MPa

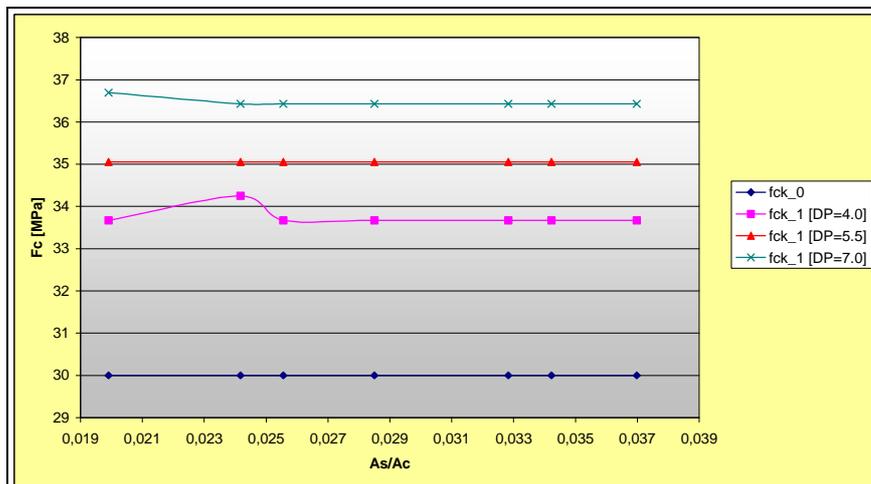


FIGURA 6.4 - COMPORTAMENTO DA RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO COM A VARIAÇÃO DA TAXA DE ARMADURA - FCK\_0 = 30 MPa

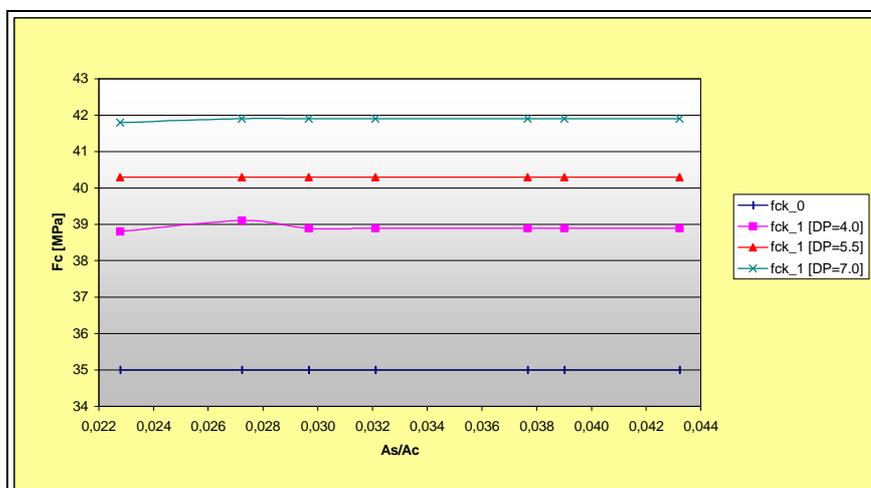


FIGURA 6.5 - COMPORTAMENTO DA RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO COM A VARIAÇÃO DA TAXA DE ARMADURA - FCK\_0 = 35 MPa

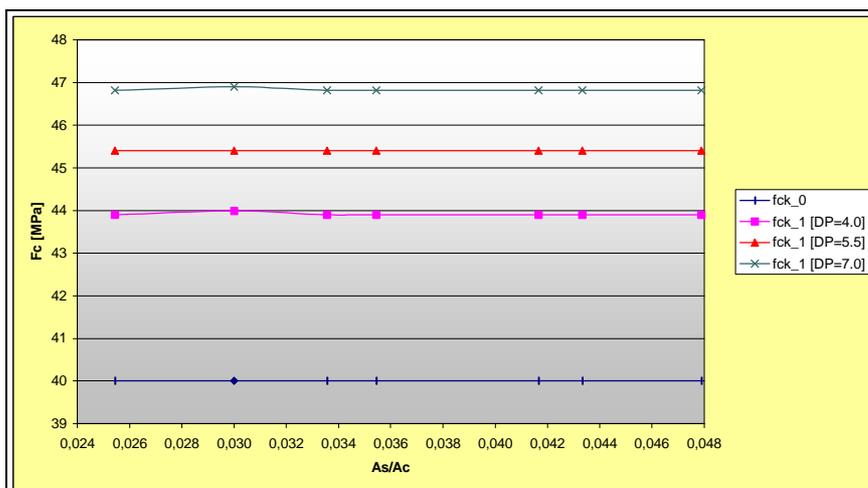


FIGURA 6.6 - COMPORTAMENTO DA RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO COM A VARIÇÃO DA TAXA DE ARMADURA - FCK\_0 = 40 MPa

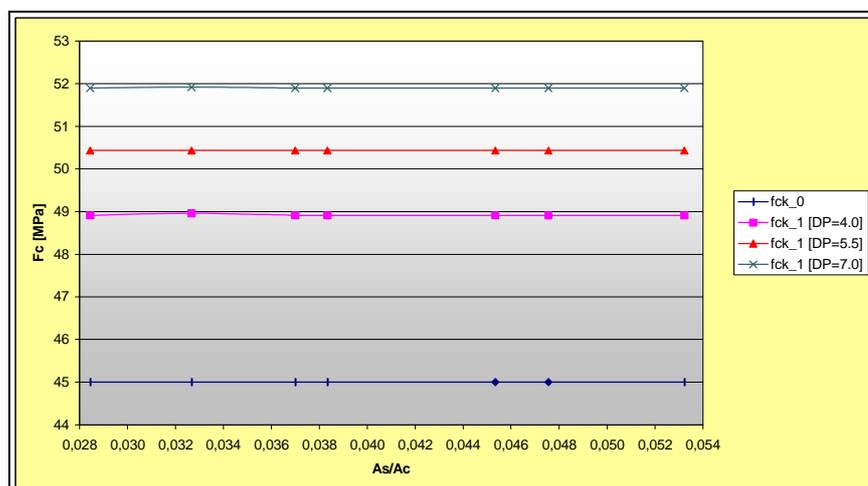


FIGURA 6.7 - COMPORTAMENTO DA RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO COM A VARIÇÃO DA TAXA DE ARMADURA - FCK\_0 = 45 MPa

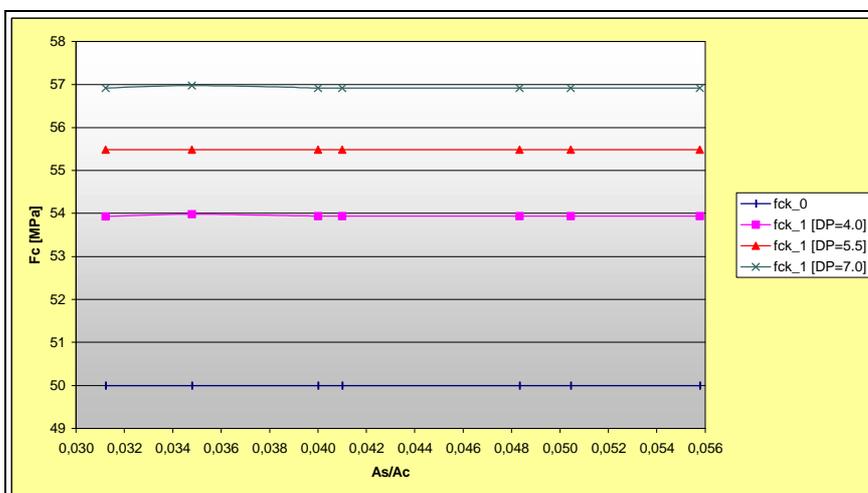


FIGURA 6.8 - COMPORTAMENTO DA RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO COM A VARIÇÃO DA TAXA DE ARMADURA - FCK\_0 = 50 MPa

É possível constatar que a variação da taxa de armadura não influenciou na análise realizada. Os valores de resposta da resistência característica de compressão do concreto ( $f_{ck-1}$ ) não sofreram alterações significativas com o progressivo aumento da área de aço nas vigas.

Para o caso das vigas biapoiadas, é possível estabelecer, com razoável precisão, uma expressão que relaciona o valor característico da resistência à compressão do concreto na entrada,  $f_{ck-0}$ , com o respectivo valor de resposta,  $f_{ck-1}$ . Dessa forma, por regressão, obtém-se:

$$f_{ck-1} \cong f_{ck-0} + \sigma \quad (6.2)$$

O resultado, já é esperado qualitativamente, uma vez que foi implementada uma análise em serviço para as peças estruturais dimensionadas no estado limite último. Objetiva-se, a seguir, ampliar o estudo sobre as verificações pertinentes ao estado limite de utilização considerando, agora, os conceitos de confiabilidade.

O EUROCODE 1 indica valores limites de  $\beta$  para várias situações de projeto. Estes valores são interpretados como apropriados para a maioria dos casos. Entretanto, por razões relacionadas ao tipo e à conseqüência da falha e à economia da construção, pode ser necessária a utilização de valores maiores ou menores.

Neste trabalho, lida-se com a análise em serviço de vigas de concreto armado dimensionadas no estado limite último. Portanto, de acordo com o EUROCODE 1, o índice de confiabilidade indicado é  $\beta = 1.5$ , considerando o tempo integral de vida útil no projeto. Esse valor deve ser entendido como uma exigência mínima razoável, proveniente de calibrações em normas de projeto de vários países. Finalmente, deve ser enfatizado que um valor de  $\beta$  e a correspondente probabilidade de falha são números formais, entendidos, primariamente, como uma ferramenta para o desenvolvimento de regras de projeto consistentes e não como uma descrição da freqüência de falha estrutural.

Portanto, com base nos resultados obtidos, torna-se possível relacionar diretamente o índice de confiabilidade  $\beta$  indicado pelo EUROCODE 1 para análise em condições de serviço com o coeficiente de ponderação  $\gamma_c$  para a resistência do concreto.

A resistência de cálculo do concreto  $f_{cd}$  é dada por:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (6.3)$$

A NB-1/1982 prescreve  $\gamma_c = 1,4$  como o coeficiente geral de ponderação da resistência do concreto. No caso de peças cuja execução seja realizada em condições desfavoráveis,  $\gamma_c$  deve ser elevado para 1,5. Para peças executadas com cuidados rigorosos,  $\gamma_c$  pode ser reduzido para 1,3. Com base nessas prescrições, procurou-se

quantificar o valor do coeficiente de ponderação  $\gamma_c$  para o caso de vigas biapoiadas e supondo um índice de confiabilidade  $\beta$  igual a 1,5, correspondente a uma probabilidade de falha  $p_f$  de 0,06681. As tabelas 6.1 a 6.7 apresentam os resultados.

TABELA 6.1 - COEFICIENTE  $\gamma_c$  PARA VIGAS BIAPOIADAS,  $\beta = 1,5$  E  $f_{ck} = 20$  MPa.

DESVIO-PADRÃO DA AMOSTRA DE RESISTÊNCIA (MPa)	$\gamma_c$
4,0	1,17
5,5	1,23
7,0	1,28

TABELA 6.2 - COEFICIENTE  $\gamma_c$  PARA VIGAS BIAPOIADAS,  $\beta = 1,5$  E  $f_{ck} = 25$  MPa.

DESVIO-PADRÃO DA AMOSTRA DE RESISTÊNCIA (MPa)	$\gamma_c$
4,0	1,13
5,5	1,18
7,0	1,22

TABELA 6.3 - COEFICIENTE  $\gamma_c$  PARA VIGAS BIAPOIADAS,  $\beta = 1,5$  E  $f_{ck} = 30$  MPa.

DESVIO-PADRÃO DA AMOSTRA DE RESISTÊNCIA (MPa)	$\gamma_c$
4,0	1,11
5,5	1,14
7,0	1,18

TABELA 6.4 - COEFICIENTE  $\gamma_c$  PARA VIGAS BIAPOIADAS,  $\beta = 1,5$  E  $f_{ck} = 35$  MPa.

DESVIO-PADRÃO DA AMOSTRA DE RESISTÊNCIA (MPa)	$\gamma_c$
4,0	1,10
5,5	1,12
7,0	1,16

TABELA 6.5 - COEFICIENTE  $\gamma_c$  PARA VIGAS BIAPOIADAS,  $\beta = 1,5$  E  $f_{ck} = 40$  MPa.

DESVIO-PADRÃO DA AMOSTRA DE RESISTÊNCIA (MPa)	$\gamma_c$
4,0	1,08
5,5	1,10
7,0	1,15

TABELA 6.6 - COEFICIENTE  $\gamma_c$  PARA VIGAS BIAPOIADAS,  $\beta = 1,5$  E  $f_{ck} = 45$  MPa.

DESVIO-PADRÃO DA AMOSTRA DE RESISTÊNCIA (MPa)	$\gamma_c$
4,0	1,07
5,5	1,09
7,0	1,12

TABELA 6.7 - COEFICIENTE  $\gamma_c$  PARA VIGAS BIAPOIADAS,  $\beta = 1,5$  E  $f_{ck} = 50$  MPa.

DESVIO-PADRÃO DA AMOSTRA DE RESISTÊNCIA (MPa)	$\gamma_c$
4,0	1,04
5,5	1,07
7,0	1,10

Das tabelas 6.1 a 6.7 pode-se verificar que o coeficiente  $\gamma_c$  necessário para assegurar um índice de confiabilidade de 1,5 decresce à medida que aumenta a resistência do concreto. Este estudo foi realizado com o valor de  $f_{ck}$  que satisfazia a condição de igual confiabilidade para resistências e deslocamentos (quantil de 5%). Evidencia-se, desta forma, a confiabilidade não-uniforme providenciada pelas recomendações da NB-1.

Propõe-se, a partir deste resultado, a investigação da confiabilidade das vigas simplesmente armadas. Já foram definidos, neste texto, os índices de confiabilidade  $\beta_1$  e  $\beta_2$ , expressos pelas equações (5.14) e (5.15). Além disso, foi apresentado o índice de confiabilidade indicado pelo EUROCODE 1 como uma exigência mínima para o atendimento às condições de serviço ( $\beta = 1.5$ ). Define-se, agora, um índice de confiabilidade  $\beta_3$ , expresso pela seguinte equação:

$$\beta_3 = \frac{f_{cm} - [f_{ck} - 1/\gamma_c]}{\sigma} \quad (6.4)$$

onde  $\gamma_c$  assume o valor de 1.4, como indicado na NB-1.

O objetivo é simular as prescrições de projeto contidas na norma brasileira e comparar os índices de confiabilidade obtidos, avaliando os casos em que ocorre confiabilidade inadequada. Isso será feito pela comparação entre os diversas situações propostas e os índices de confiabilidade correspondentes a cada uma delas, de forma que se tem o seguinte:

- $\beta$  - proposto pelo EUROCODE como condição mínima exigida na análise em condições de serviço; assume o valor de 1,5.
- $\beta_1$  - é o índice de confiabilidade suposto para a amostra de resistência quando da definição de um valor característico para a amostra.
- $\beta_2$  - é o índice de confiabilidade proposto pela equação (5.15).
- $\beta_3$  - é o índice de confiabilidade proposto pela equação (6.4), representando uma situação prática de projeto, segundo a NB-1

Os resultados são apresentados nas figuras 6.9 a 6.15.

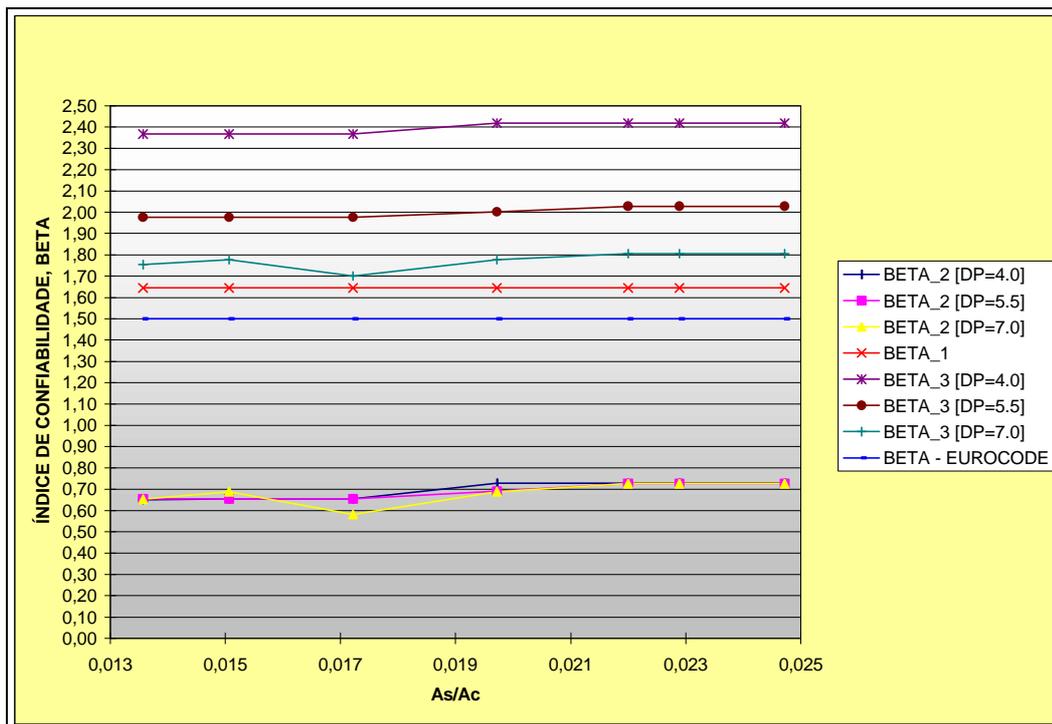


FIGURA 6.9 - CONFIABILIDADE DE VIGAS SIMPLEMENTE APOIADAS -  $f_{ck\_0} = 20$  MPa.

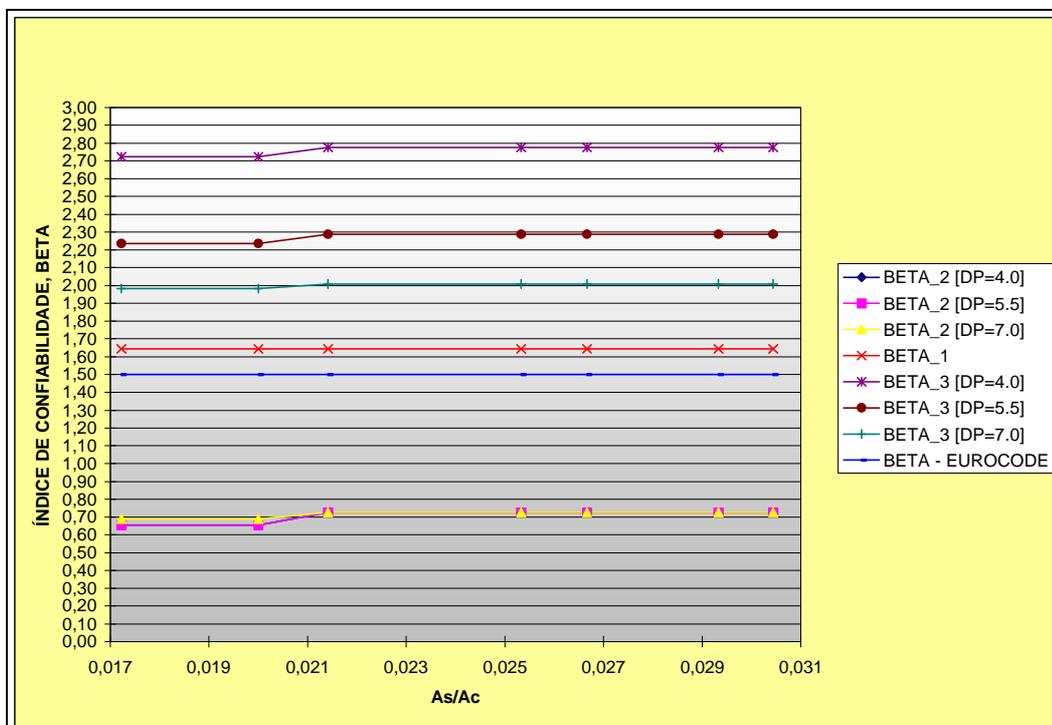


FIGURA 6.10 - CONFIABILIDADE DE VIGAS SIMPLEMENTE APOIADAS -  $f_{ck\_0} = 25$  MPa.

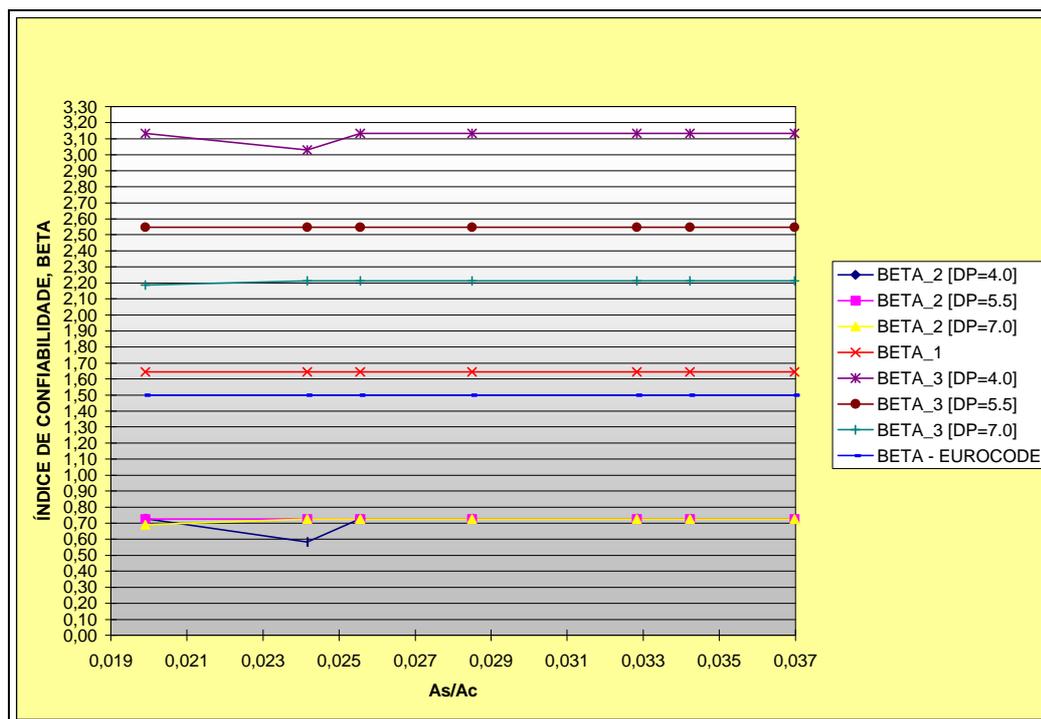


FIGURA 6.11 - CONFIABILIDADE DE VIGAS SIMPLEMENTE APOIADAS -  $f_{ck\_0} = 30$  MPa.

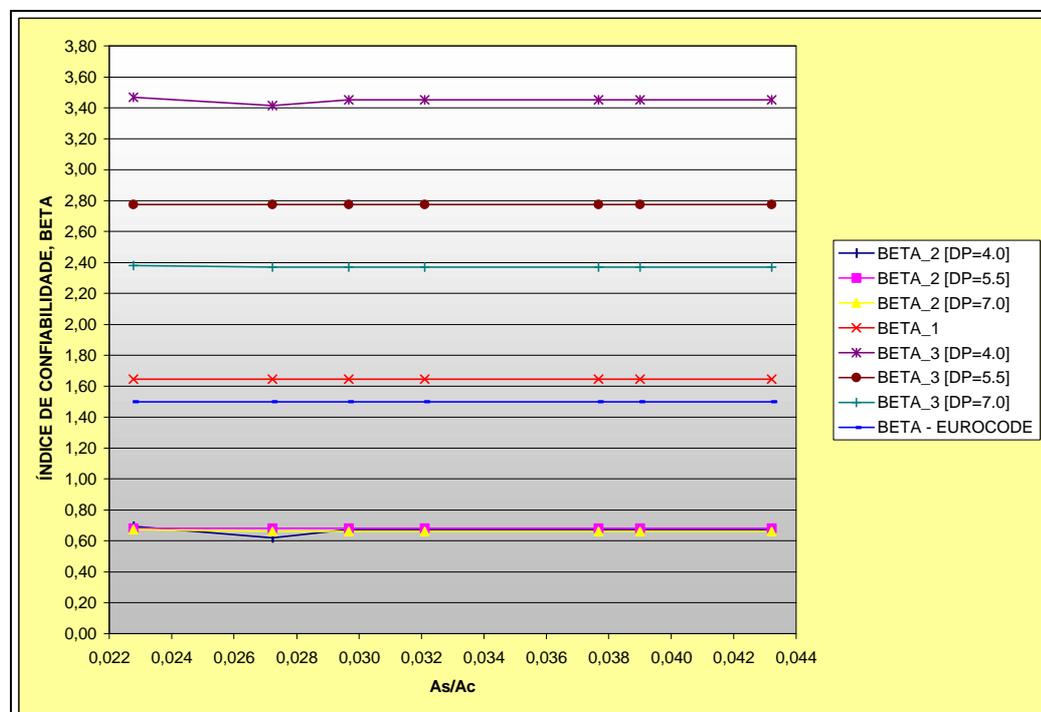


FIGURA 6.12 - CONFIABILIDADE DE VIGAS SIMPLEMENTE APOIADAS -  $f_{ck\_0} = 35$  MPa.

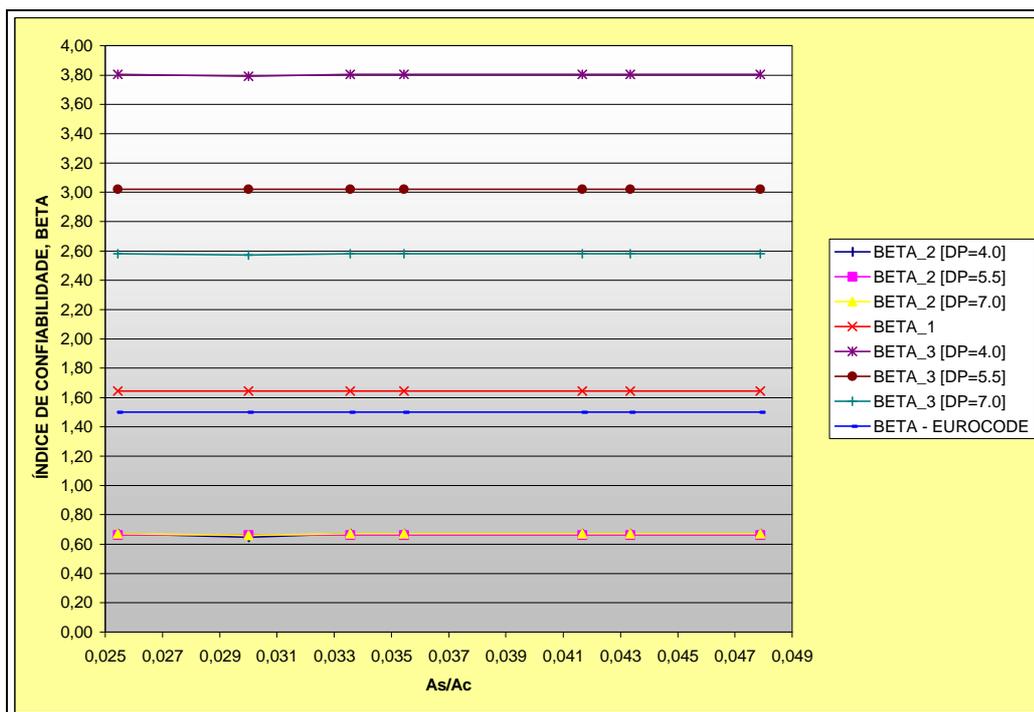


FIGURA 6.13 - CONFIABILIDADE DE VIGAS SIMPLEMENTE APOIADAS -  $f_{ck_0} = 40$  MPa.

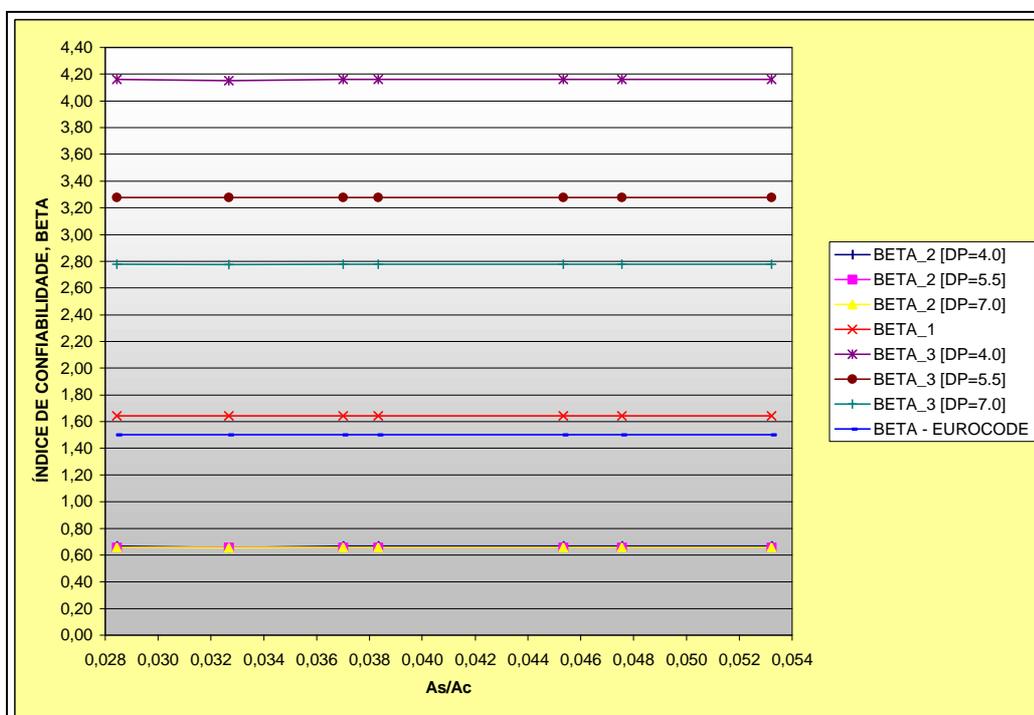


FIGURA 6.14 - CONFIABILIDADE DE VIGAS SIMPLEMENTE APOIADAS -  $f_{ck_0} = 45$  MPa.

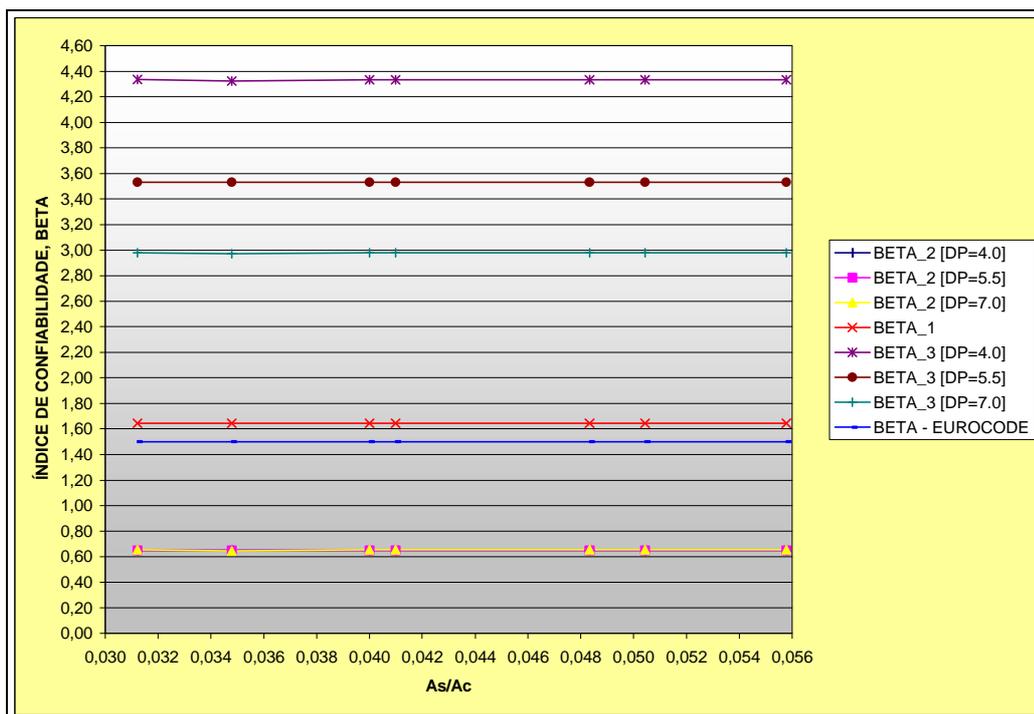


FIGURA 6.15 - CONFIABILIDADE DE VIGAS SIMPLEMENTE APOIADAS -  $f_{ck\_0} = 50 \text{ MPa}$ .

A partir desse estudo, podem-se extrair algumas conclusões importantes, a saber:

- A confiabilidade expressa pela equação (5.14) indica, para todos os casos, um nível de segurança bem abaixo do mínimo exigido pelo EUROCODE. Isso ocorre porque o valor característico da resistência não foi minorado por nenhum coeficiente. Outro aspecto interessante é o fato de que essa confiabilidade mantém-se aproximadamente constante mesmo para diferentes valores de desvio-padrão.
- O índice de confiabilidade  $\beta_3$ , expresso pela equação (6.4) e com um coeficiente de ponderação indicado pela NB-1 (1,4), apresenta-se com valores aproximadamente constantes com o crescente aumento da taxa de armadura e superiores ao mínimo exigido. Maiores taxas de confiabilidade ocorrem para valores de desvio-padrão menores. Portanto, com o aumento do rigor na execução das peças estruturais, o coeficiente  $\gamma_c$  pode ser reduzido com maior segurança.

As análises seguintes mostrarão também a necessidade de ajustes no coeficiente de ponderação da resistência do concreto  $\gamma_c$  à medida que aumenta o grau de hiperstaticidade e a taxa de armadura na estrutura.

### 6.1.2 VIGAS COM DOIS TRAMOS

Propõe-se, agora, o estudo de vigas de concreto armado com dois tramos (figura 6.16), visando avaliar a influência do aumento do grau de hiperestaticidade. A metodologia empregada é análoga ao caso das vigas simplesmente apoiadas.

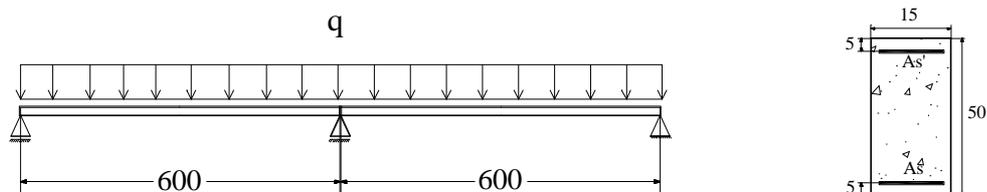


FIGURA 6.16 - VIGA COM DOIS TRAMOS [DIMENSÕES EM cm].

Ao contrário do que acontece para as vigas biapoiadas, a variação da taxa de armadura influencia o comportamento do  $f_{ck}$  de saída ( $f_{ck\_1}$ ) de maneira importante. As figuras 6.17 a 6.23 ilustram esse fato.

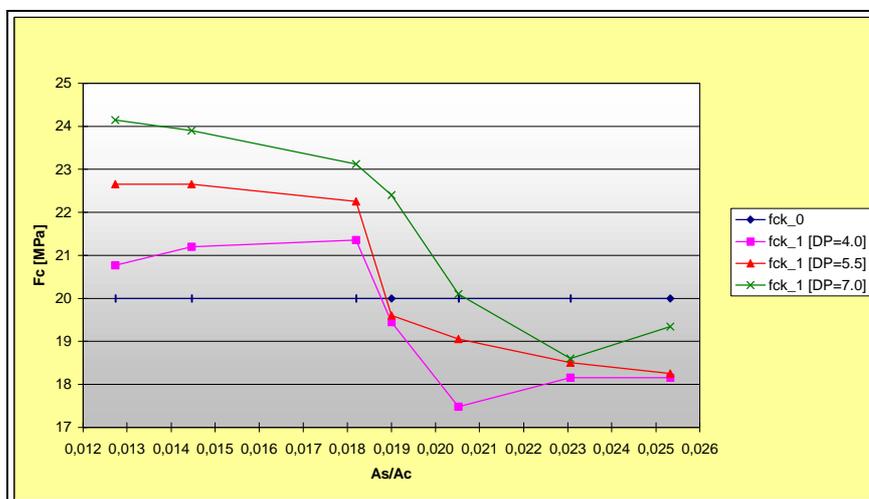


FIGURA 6.17 - COMPORTAMENTO DA RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO COM A VARIÇÃO DA TAXA DE ARMADURA -  $f_{ck\_0} = 20$  MPa

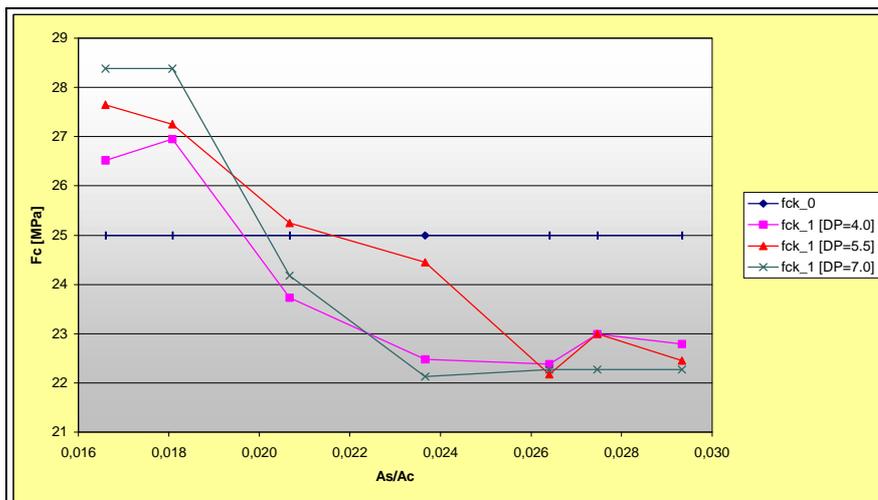


FIGURA 6.18 - COMPORTAMENTO DA RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO COM A VARIÇÃO DA TAXA DE ARMADURA -  $f_{ck_0} = 25 \text{ MPa}$

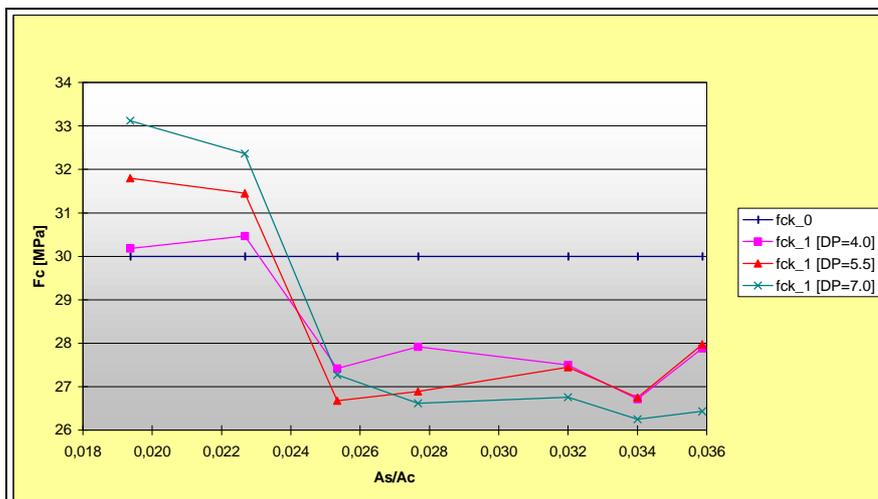


FIGURA 6.19 - COMPORTAMENTO DA RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO COM A VARIÇÃO DA TAXA DE ARMADURA -  $f_{ck_0} = 30 \text{ MPa}$

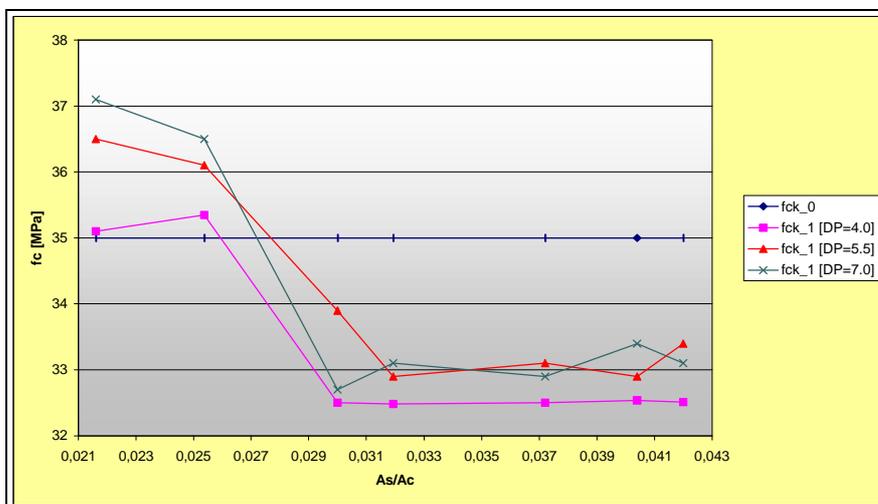


FIGURA 6.20 - COMPORTAMENTO DA RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO COM A VARIÇÃO DA TAXA DE ARMADURA -  $f_{ck_0} = 35 \text{ MPa}$

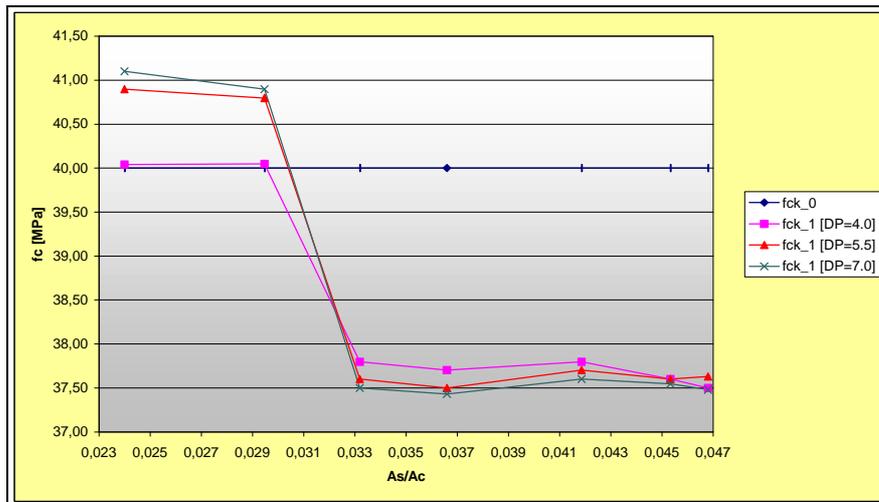


FIGURA 6.21 - COMPORTAMENTO DA RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO COM A VARIAÇÃO DA TAXA DE ARMADURA -  $f_{ck_0} = 40$  MPa

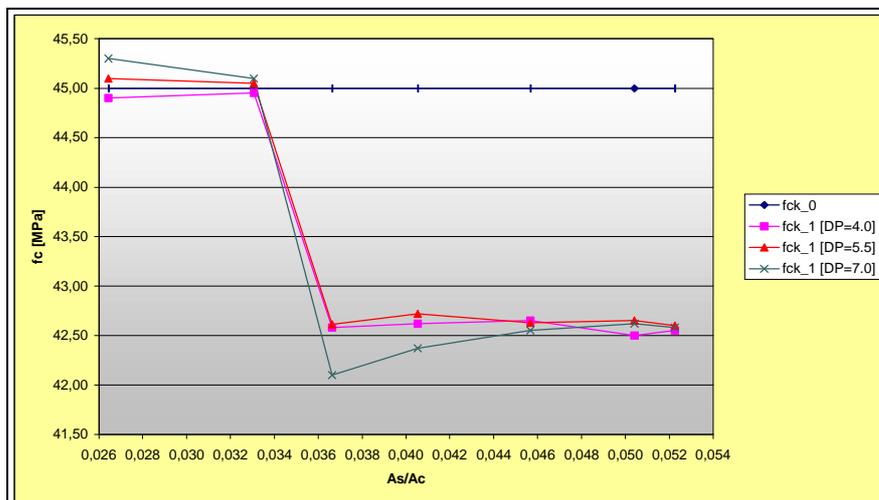


FIGURA 6.22 - COMPORTAMENTO DA RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO COM A VARIAÇÃO DA TAXA DE ARMADURA -  $f_{ck_0} = 45$  MPa

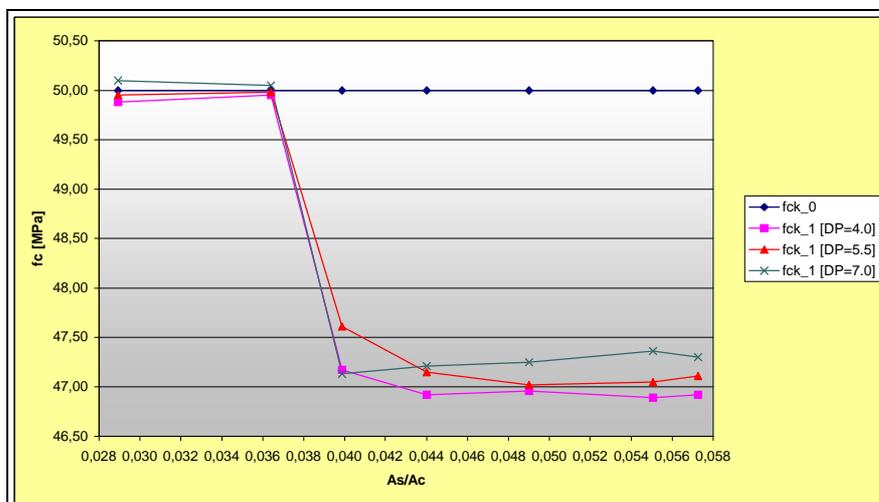


FIGURA 6.23 - COMPORTAMENTO DA RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO COM A VARIAÇÃO DA TAXA DE ARMADURA -  $f_{ck_0} = 50$  MPa

Analisando-se os resultados obtidos, verifica-se que o  $f_{ck}$  de saída ( $f_{ck-1}$ ) diminui à medida que aumenta a taxa de armadura, tornando-se razoavelmente constante a partir de um determinado valor da razão entre a área de aço e a área de concreto ( $A_s/A_c$ ).

Conclui-se, portanto, que a confiabilidade aumenta com o crescimento da taxa de armadura para o caso das vigas com dois tramos. Esse aumento ocorre até um certo limite, a partir do qual o índice de confiabilidade não apresenta mais mudanças significativas do ponto de vista de projeto, como pode ser observado nas figuras 6.24 a 6.30.

Esse valor da razão entre a área de aço e a área de concreto ( $A_s/A_c$ ), para o qual o índice de confiabilidade torna-se aproximadamente constante, varia de acordo com o  $f_{ck}$  de entrada ( $f_{ck-0}$ ), como mostra a tabela 6.8.

TABELA 6.8 - RAZÃO  $A_s/A_c$  MÍNIMA PARA CONFIABILIDADE CONSTANTE.

$f_{ck}$ [MPa]	$A_s/A_c$ [%]
20.00	2.3
25.00	2.6
30.00	3.0
35.00	3.2
40.00	3.4
45.00	3.7
50.00	4.0

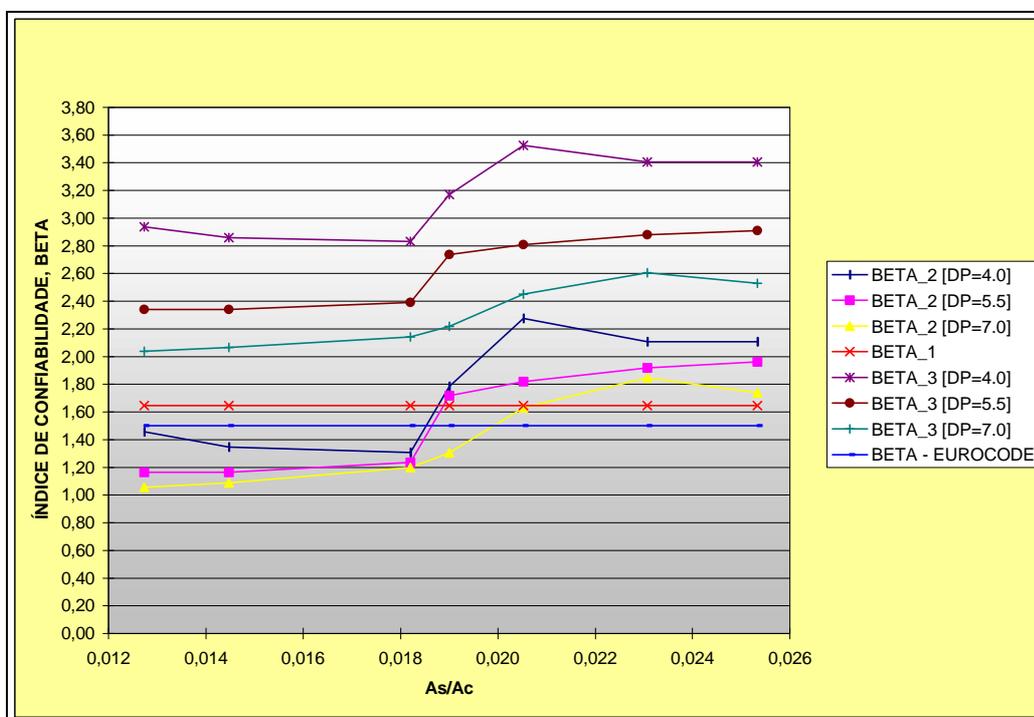


FIGURA 6.24 - CONFIABILIDADE DE VIGAS COM DOIS TRAMOS -  $f_{ck-0} = 20$  MPa

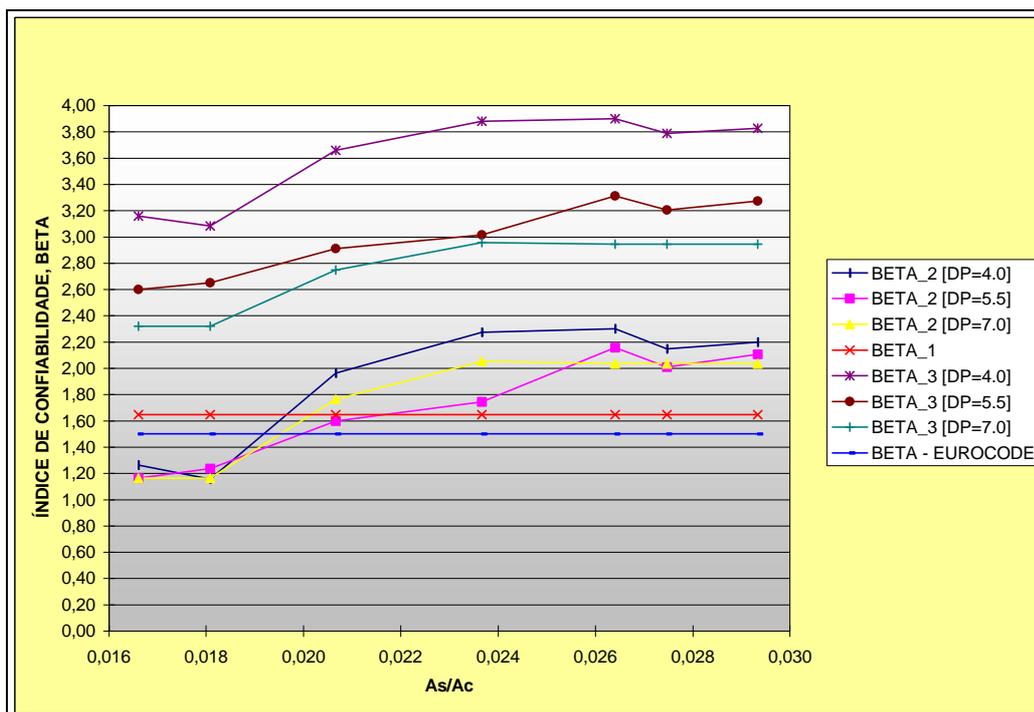


FIGURA 6.25 - CONFIABILIDADE DE VIGAS COM DOIS TRAMOS -  $F_{ck_0} = 25 \text{ MPa}$

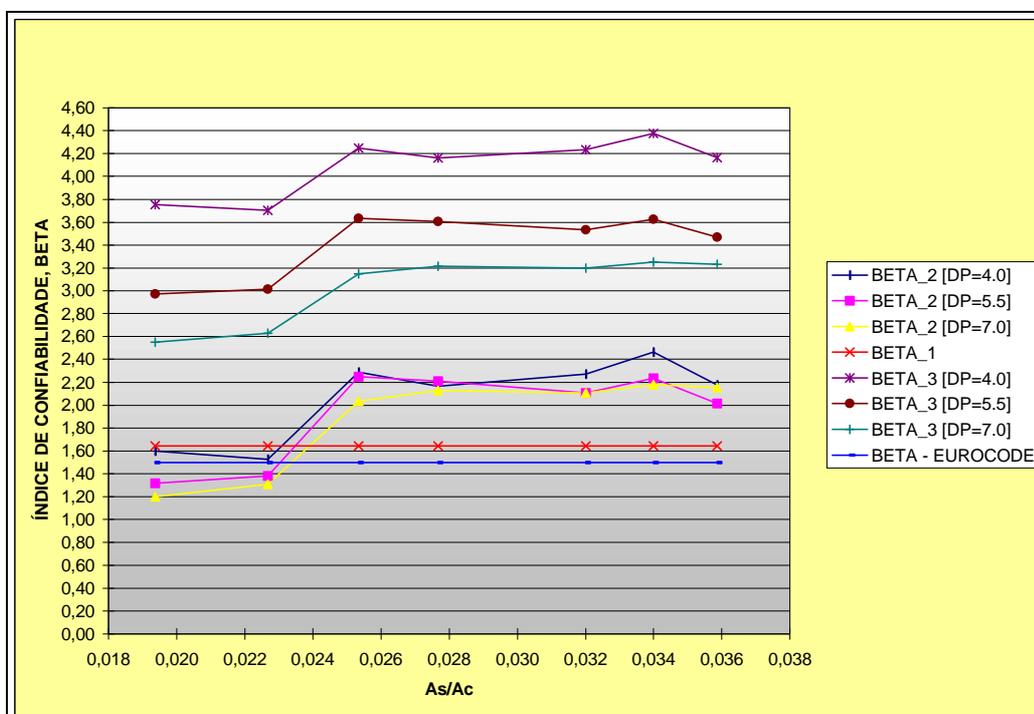


FIGURA 6.26 - CONFIABILIDADE DE VIGAS COM DOIS TRAMOS -  $F_{ck_0} = 30 \text{ MPa}$

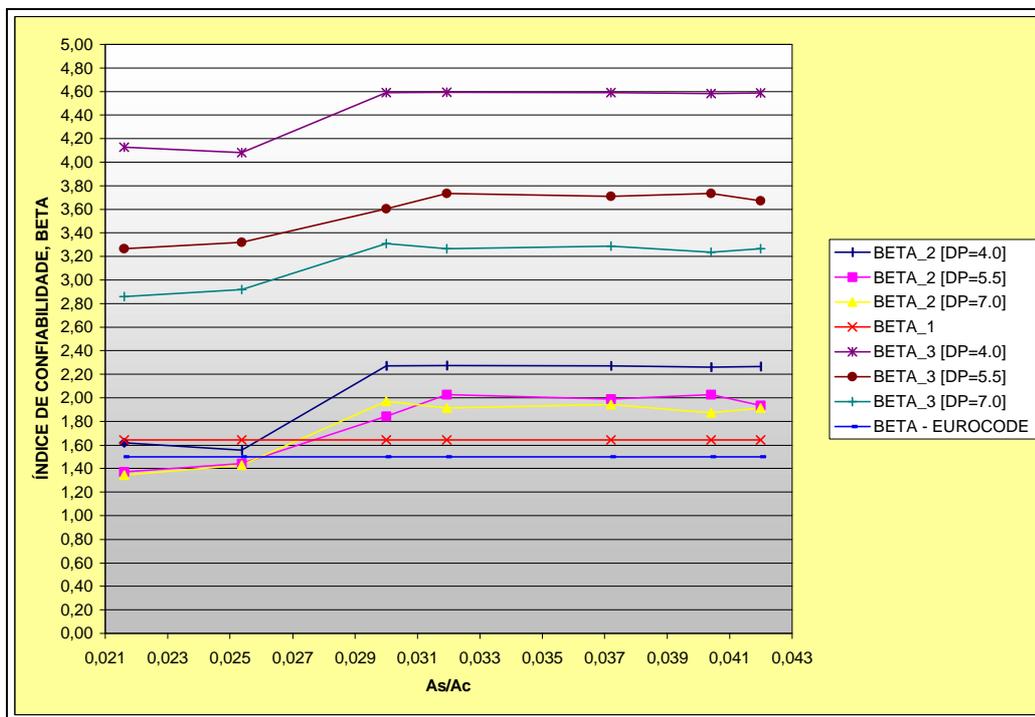


FIGURA 6.27 - CONFIABILIDADE DE VIGAS COM DOIS TRAMOS -  $F_{ck_0} = 35$  MPa

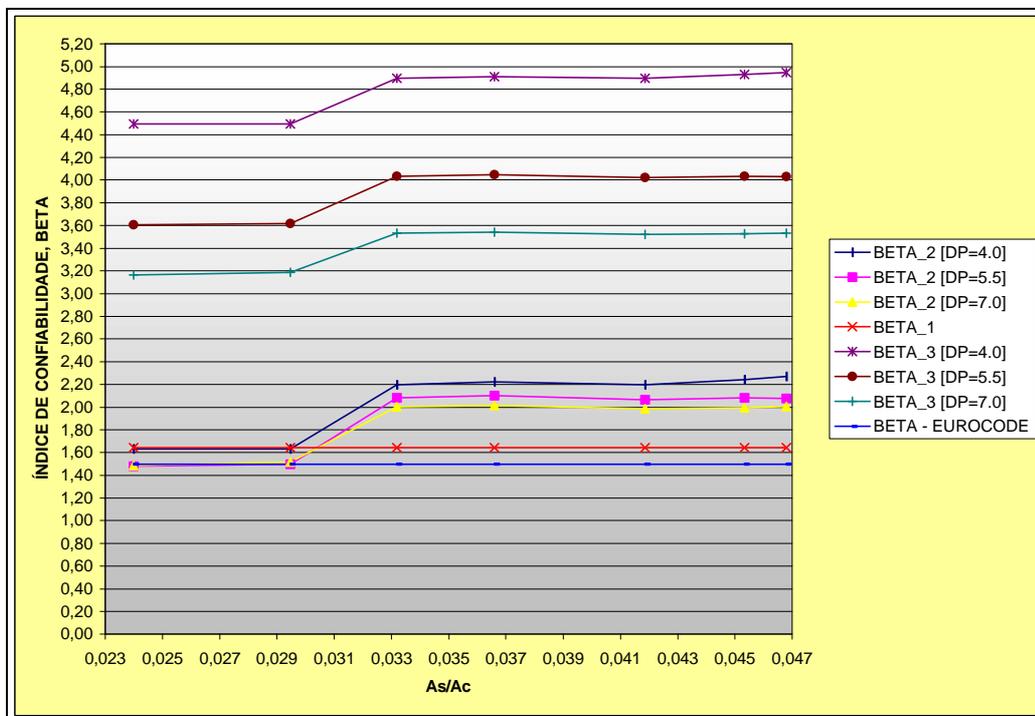


FIGURA 6.28 - CONFIABILIDADE DE VIGAS COM DOIS TRAMOS -  $F_{ck_0} = 40$  MPa

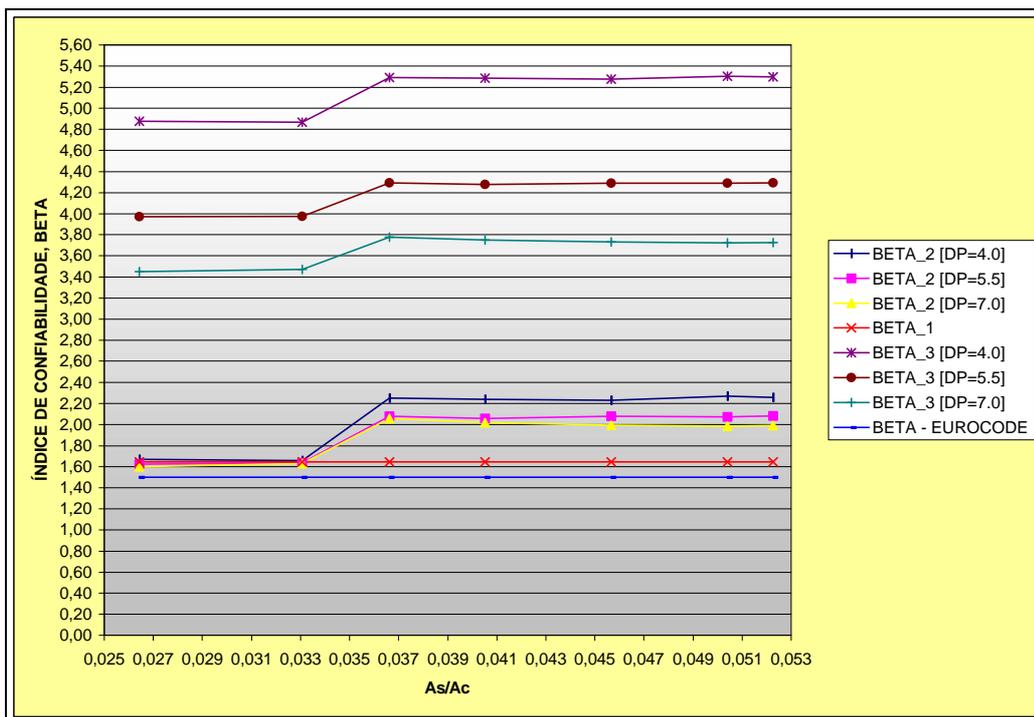


FIGURA 6.29 - CONFIABILIDADE DE VIGAS COM DOIS TRAMOS -  $F_{ck_0} = 45 \text{ MPa}$

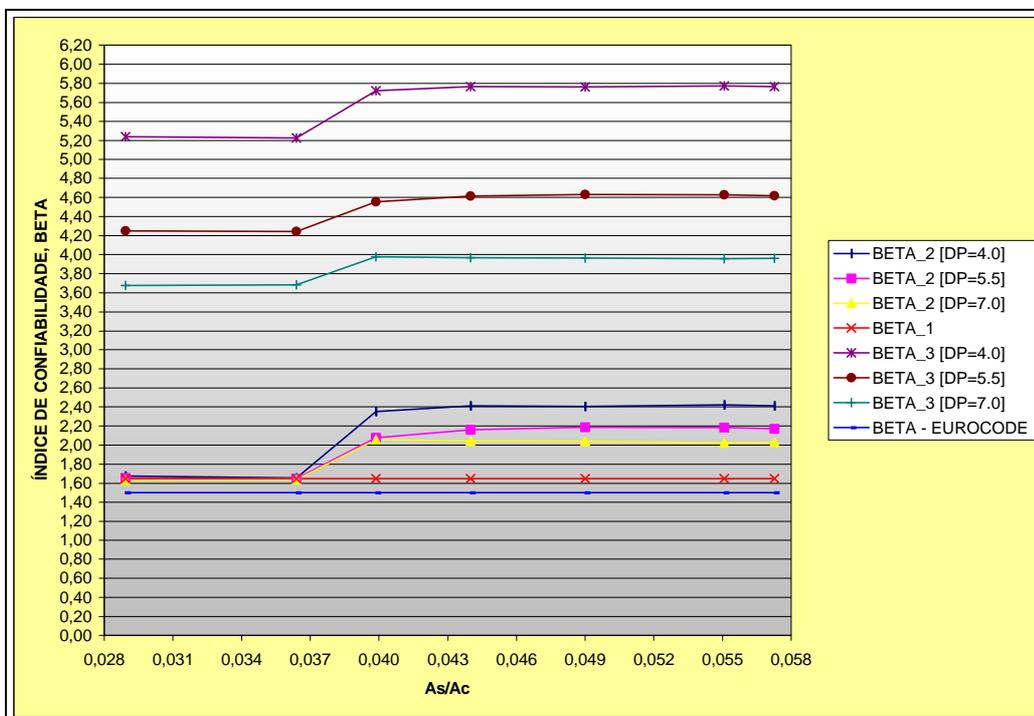


FIGURA 6.30 - CONFIABILIDADE DE VIGAS COM DOIS TRAMOS -  $F_{ck_0} = 50 \text{ MPa}$

Dessa primeira análise, pode-se verificar o seguinte: para valores baixos da taxa de armadura, torna-se necessário um valor maior da resistência característica à compressão do concreto para garantir a mesma confiabilidade, tanto em resistências quanto em deslocamentos. À proporção que cresce a área de aço, observa-se um gradual aumento do nível de confiabilidade e, conseqüentemente, um menor valor da resistência característica para assegurar patamares iguais de confiança. Chega-se ao ponto em que o valor característico da resistência necessário para garantir, com probabilidade de 95%, que os deslocamentos não ultrapassem o valor característico  $d_k$ , torna-se inferior ao  $f_{ck}$  de entrada ( $f_{ck_0}$ ) da amostra de resistências. Com o fim da análise, algumas conclusões podem ser apresentadas:

- A confiabilidade expressa pela equação (5.14) apresenta-se, para baixos valores da taxa de armadura, bem abaixo do mínimo exigido pelo EUROCODE. À medida que cresce a área de aço, os índices de confiabilidade aumentam progressivamente superando o índice proposto e estabilizando-se em torno de um único valor para todos os desvios-padrão de entrada.
- O índice de confiabilidade  $\beta_3$ , expresso pela equação (6.4) e com um coeficiente de ponderação indicado pela NB-1 (1,4), cresce gradualmente com o aumento da taxa de armadura e, em todos os casos, com valores superiores ao mínimo exigido pelo EUROCODE. Como no caso das vigas simplesmente armadas, maiores valores de confiabilidade ocorrem para valores de desvio-padrão menores. Conclui-se que o aumento do rigor na execução das peças estruturais propicia uma redução mais segura do coeficiente  $\gamma_c$ .

Não foi possível, como no caso das vigas biapoiadas, estabelecer uma expressão que relacionasse o valor característico da resistência à compressão do concreto na entrada,  $f_{ck_0}$ , com o respectivo valor de resposta,  $f_{ck_1}$ . Para isso, exigem-se novas análises.

Portanto, de modo análogo ao realizado para as vigas biapoiadas, procura-se relacionar o índice de confiabilidade  $\beta$  indicado pelo EUROCODE 1 para análise em condições de serviço com o coeficiente de ponderação  $\gamma_c$  para a resistência do concreto, levando-se em consideração a variação da taxa de armadura. A tabela 6.9 apresenta os resultados obtidos.

TABELA 6.9 - COEFICIENTE  $g_c$  PARA VIGAS COM DOIS TRAMOS E  $\eta = 1,5$ .

As/Ac [%]	$g_c$
1.0 < As/Ac < 1.5	1,20
1.5 < As/Ac < 2.0	1.15
2.0 < As/Ac < 2.5	1.10
2.5 < As/Ac < 3.0	0.95
3.0 < As/Ac < 3.5	0.90
3.5 < As/Ac < 4.0	0.88

A análise das estruturas de vigas com dois tramos mostra a necessidade da realização de ajustes no coeficiente de ponderação da resistência do concreto  $\gamma_c$  à medida que aumenta o grau de hiperestaticidade e a taxa de armadura na estrutura.

### 6.1.3 VIGAS COM TRÊS TRAMOS

Pretende-se, agora, estudar o comportamento das vigas com três tramos de modo similar ao realizado para as estruturas anteriores. A figura 6.31 mostra o exemplo de estrutura escolhido para as análises.

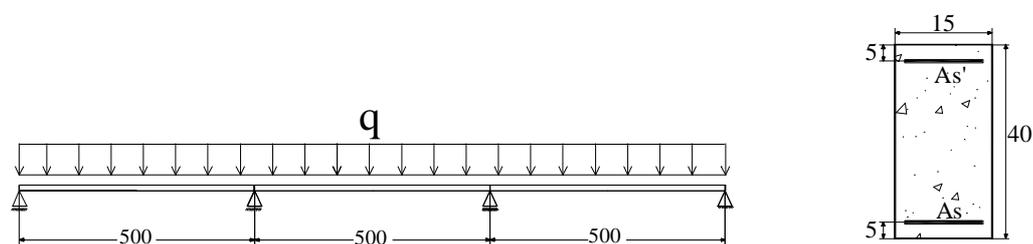


FIGURA 6.31 – VIGA COM TRÊS TRAMOS [DIMENSÕES EM cm]

Com base nos resultados obtidos, observa-se que, de modo igual ao caso anterior, a variação da taxa de armadura influencia o comportamento do  $f_{ck}$  de saída ( $f_{ck\_1}$ ) de maneira significativa, como mostram as figuras 6.32 a 6.38.

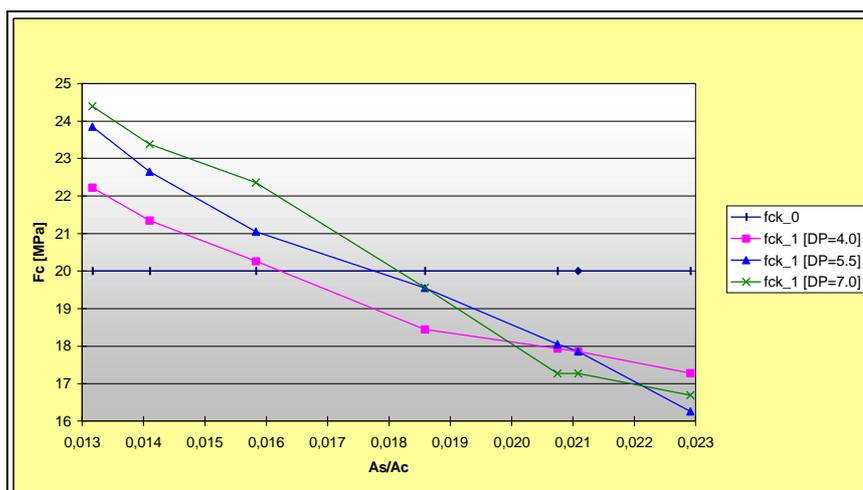


FIGURA 6.32 – COMPORTAMENTO DA RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO COM A VARIAÇÃO DA TAXA DE ARMADURA -  $F_{ck\_0} = 20$  MPa

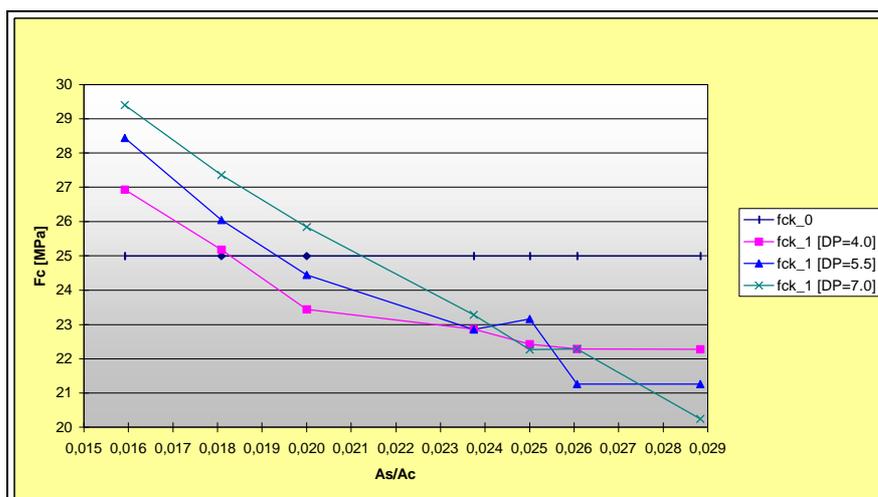


FIGURA 6.33 – COMPORTAMENTO DA RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO COM A VARIAÇÃO DA TAXA DE ARMADURA -  $F_{ck_0} = 25$  MPa

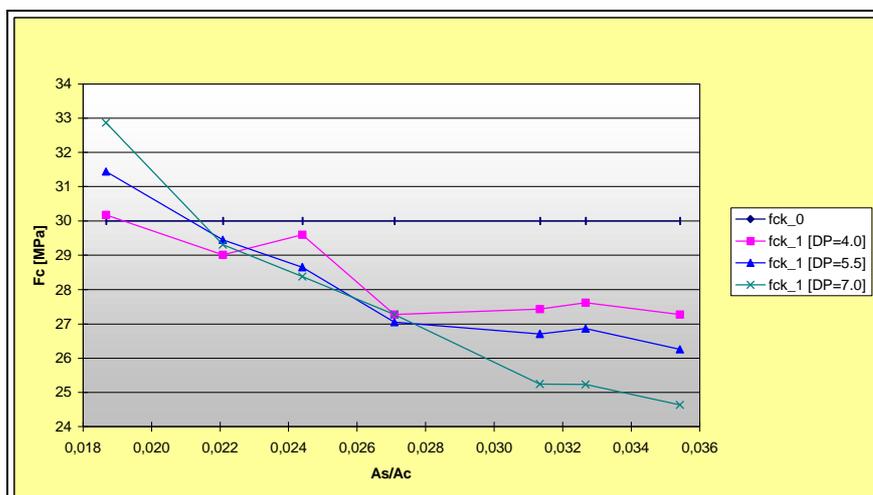


FIGURA 6.34 – COMPORTAMENTO DA RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO COM A VARIAÇÃO DA TAXA DE ARMADURA -  $F_{ck_0} = 30$  MPa

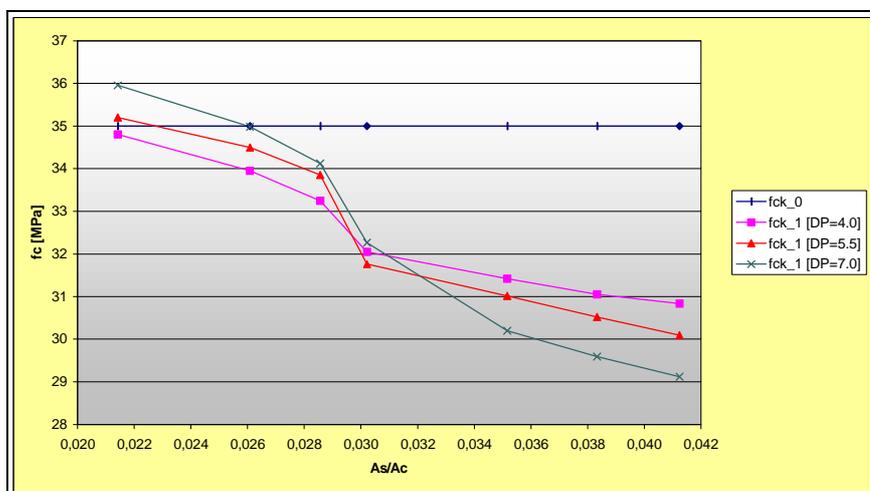


FIGURA 6.35 – COMPORTAMENTO DA RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO COM A VARIAÇÃO DA TAXA DE ARMADURA -  $F_{ck_0} = 35$  MPa

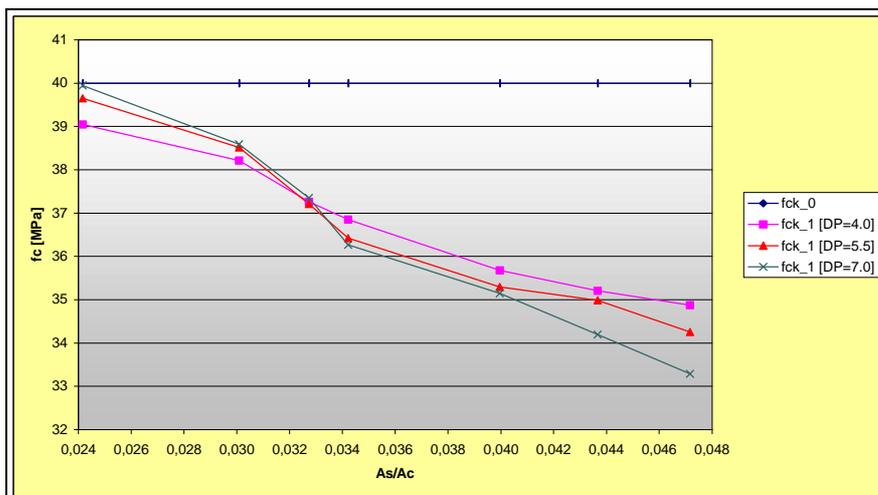


FIGURA 6.36 – COMPORTAMENTO DA RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO COM A VARIAÇÃO DA TAXA DE ARMADURA -  $F_{ck_0} = 40$  MPa

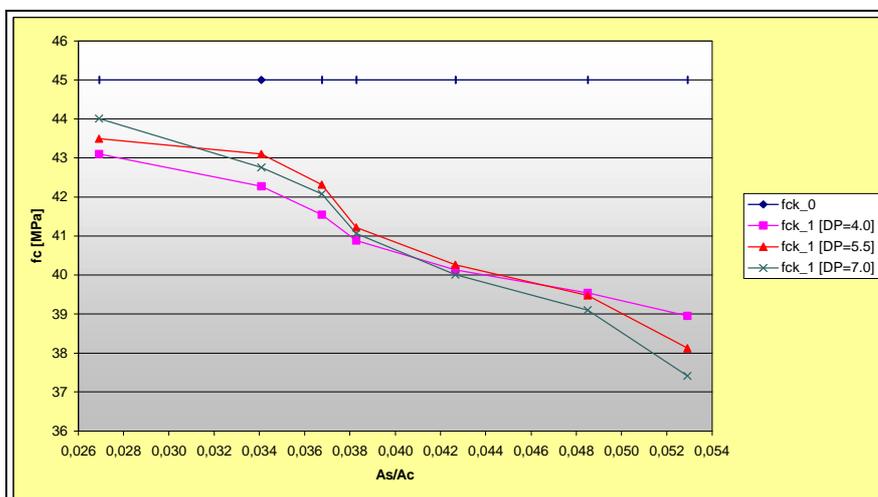


FIGURA 6.37 – COMPORTAMENTO DA RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO COM A VARIAÇÃO DA TAXA DE ARMADURA -  $F_{ck_0} = 45$  MPa

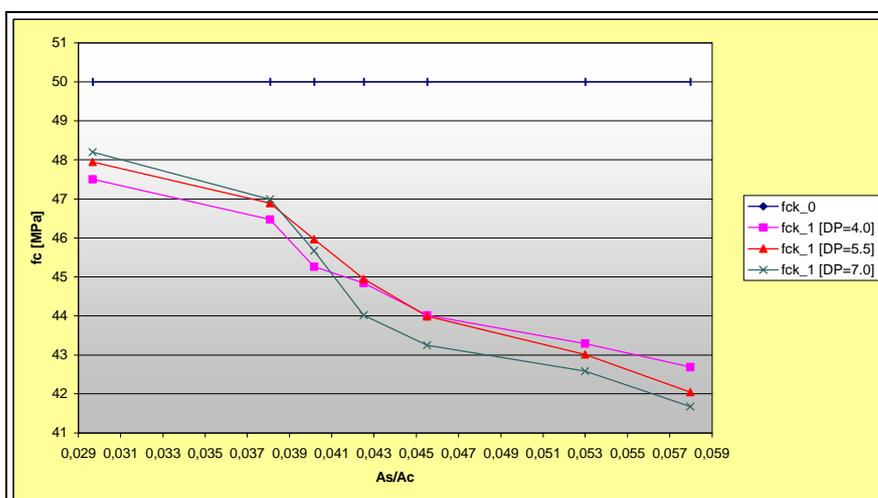


FIGURA 6.38 – COMPORTAMENTO DA RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO COM A VARIAÇÃO DA TAXA DE ARMADURA -  $F_{ck_0} = 50$  MPa

De forma semelhante ao que ocorreu para o caso das vigas com dois tramos, os resultados obtidos para este caso também mostram que o  $f_{ck}$  de saída ( $f_{ck\_1}$ ) diminui à medida que aumenta a taxa de armadura. No entanto, para os casos analisados, não é possível determinar um ponto a partir do qual haja uma certa constância para estes valores. Para isso, são exigidas novas análises

Com o objetivo de simular as prescrições de projeto contidas na norma brasileira e comparar os índices de confiabilidade obtidos, será feita a comparação entre os diversas situações propostas e os índices de confiabilidade correspondentes a cada uma delas também para o caso das vigas com três tramos. Os resultados são apresentados nas figuras 6.39 a 6.45.

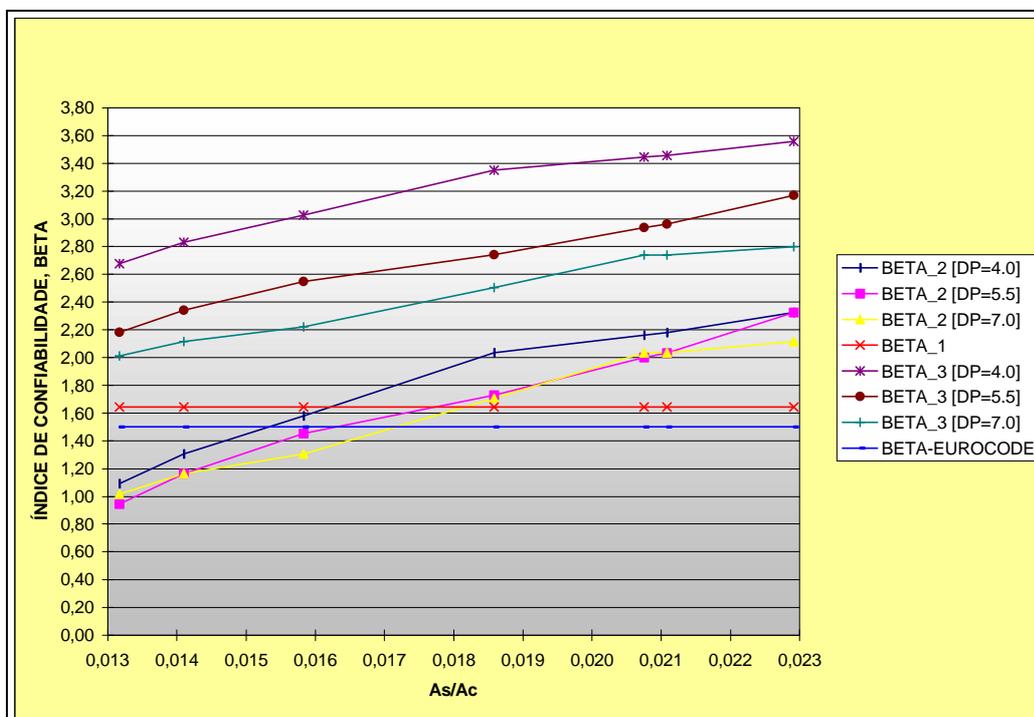


FIGURA 6.39 - CONFIABILIDADE DE VIGAS COM TRÊS TRAMOS -  $f_{ck\_0} = 20$  MPa

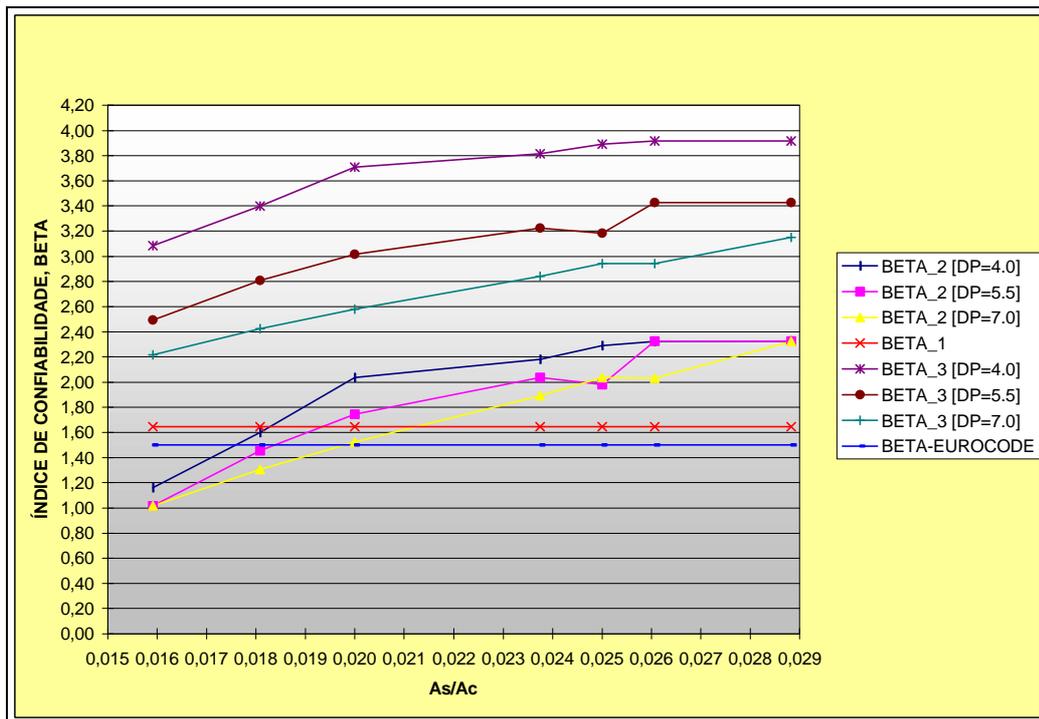


FIGURA 6.40 - CONFIABILIDADE DE VIGAS COM TRÊS TRAMOS -  $f_{ck\_0} = 25$  MPa

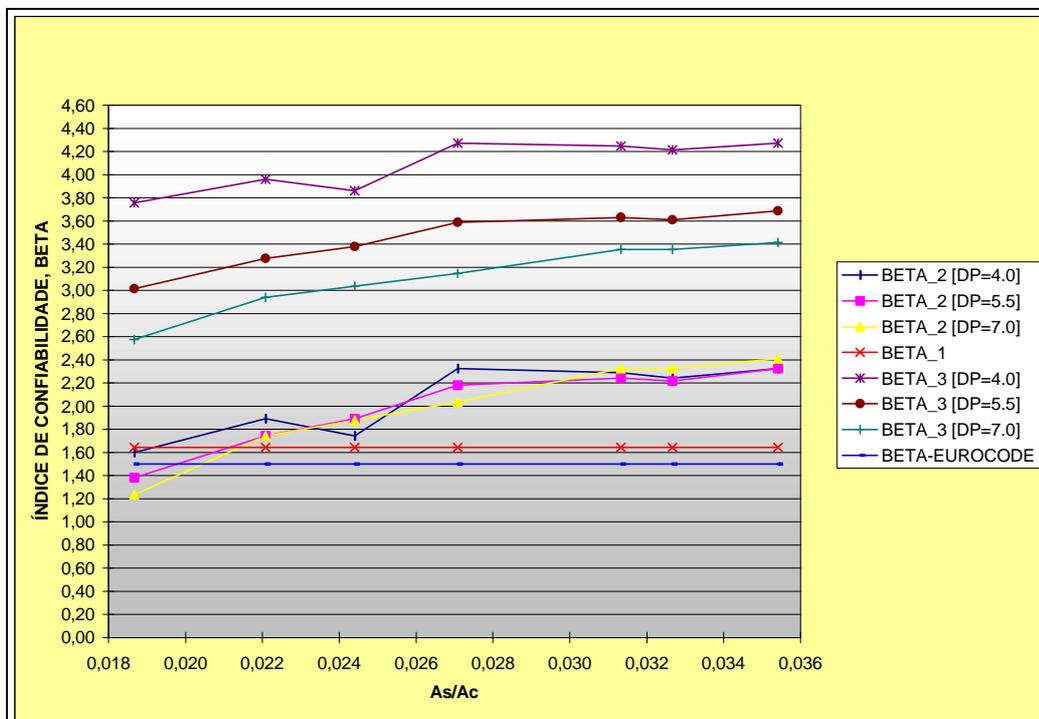


FIGURA 6.41 - CONFIABILIDADE DE VIGAS COM TRÊS TRAMOS -  $f_{ck\_0} = 30$  MPa

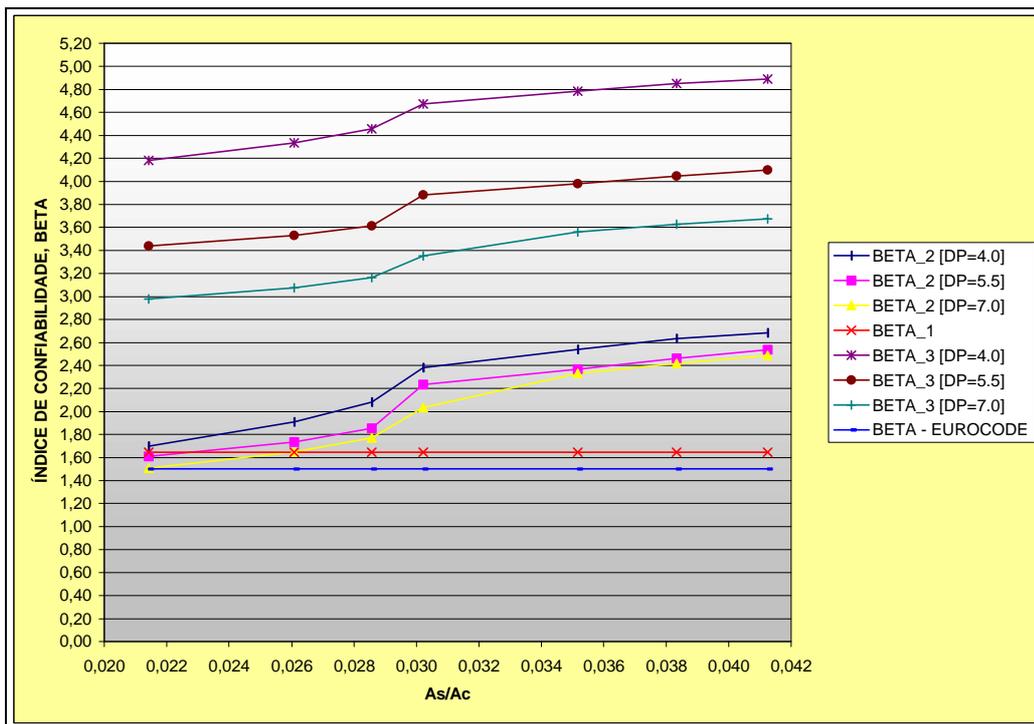


FIGURA 6.42 - CONFIABILIDADE DE VIGAS COM TRÊS TRAMOS -  $f_{ck_0} = 35 \text{ MPa}$

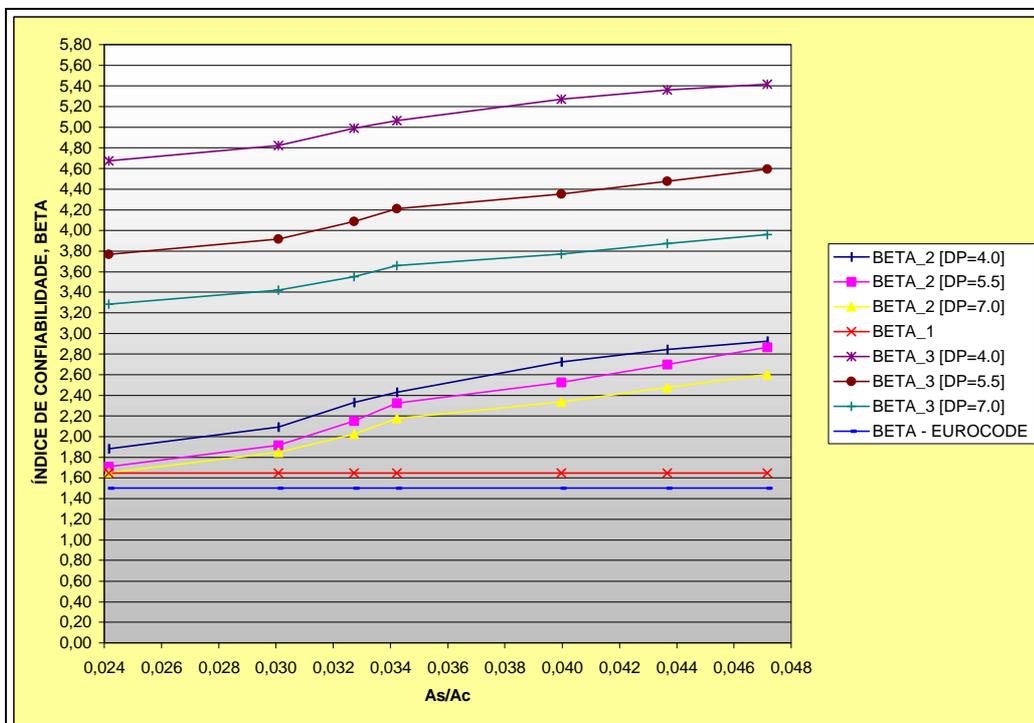


FIGURA 6.43 - CONFIABILIDADE DE VIGAS COM TRÊS TRAMOS -  $f_{ck_0} = 40 \text{ MPa}$

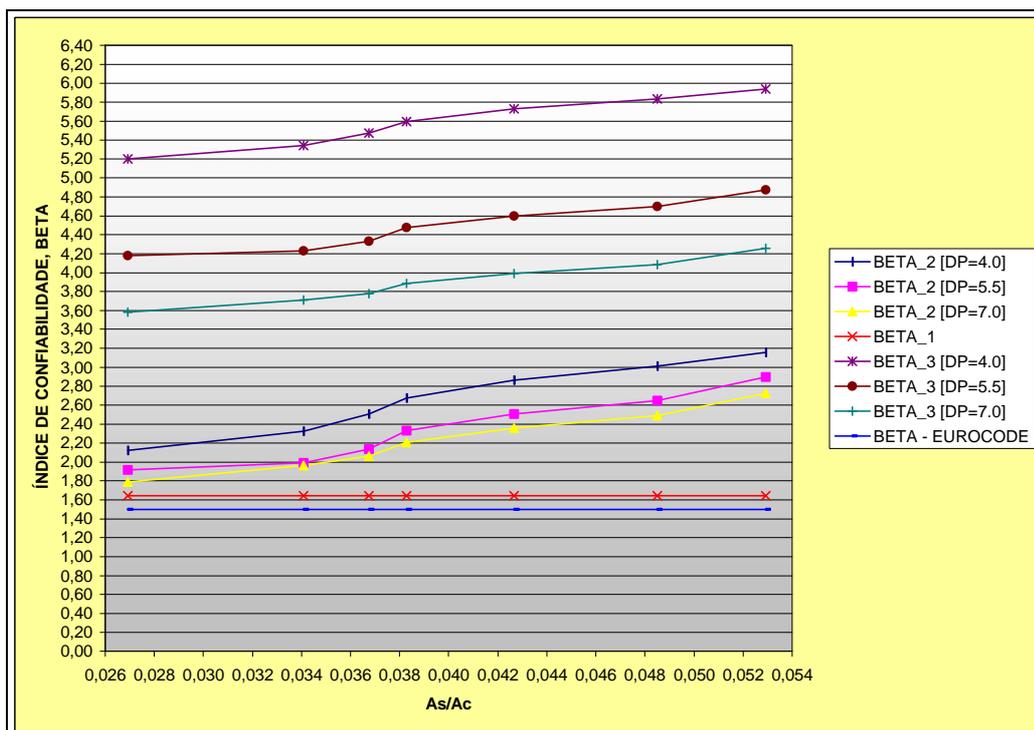


FIGURA 6.44 - CONFIABILIDADE DE VIGAS COM TRÊS TRAMOS -  $f_{ck\_0} = 45$  MPa

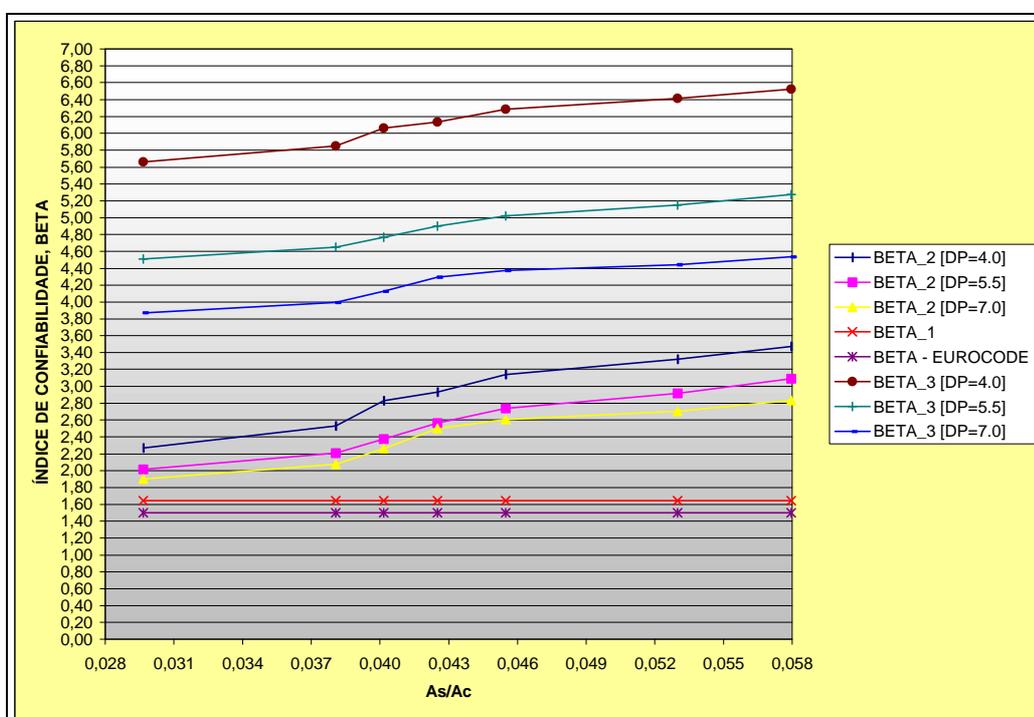


FIGURA 6.45 - CONFIABILIDADE DE VIGAS COM TRÊS TRAMOS -  $f_{ck\_0} = 50$  MPa

Pode-se também verificar que à medida que cresce a área de aço, observa-se um crescente aumento do nível de confiabilidade e, conseqüentemente, um menor valor da resistência característica para assegurar níveis iguais de confiança para resistências e deslocamentos. De forma igual ao caso das vigas com dois tramos, chega-se a um ponto no qual o valor característico da resistência necessário para garantir, com probabilidade de 95% que os deslocamentos não ultrapassem o valor característico  $d_k$ , torna-se inferior ao  $f_{ck}$  de entrada ( $f_{ck_0}$ ) da amostra de resistências.

De modo análogo aos anteriores, algumas conclusões também podem ser apresentadas:

- A confiabilidade expressa pela equação (5.14) apresenta-se, para baixos valores da taxa de armadura, abaixo do mínimo exigido pelo EUROCODE. À medida que cresce a área de aço, os índices de confiabilidade aumentam gradualmente superando o índice proposto. Ao contrário das vigas com dois tramos, não se configura mais um patamar constante para os valores de confiabilidade, que se encontram, para este caso, em crescimento contínuo.
- O índice de confiabilidade  $\beta_3$ , expresso pela equação (6.4) e com um coeficiente de ponderação indicado pela NB-1 (1,4), cresce gradualmente com o aumento da taxa de armadura e, em todos os casos, com valores superiores ao mínimo exigido pelo EUROCODE. Como no caso das vigas anteriores, valores de confiabilidade maiores ocorrem para desvios-padrão menores. Novamente, conclui-se que o aumento do rigor na execução das peças estruturais propicia uma redução mais segura do coeficiente  $\gamma_c$ .

Não foi possível também estabelecer uma expressão que relacionasse o valor característico da resistência à compressão do concreto na entrada,  $f_{ck_0}$ , com o respectivo valor de resposta,  $f_{ck_1}$ . Para isso, exigem-se novas análises.

Comparando-se os casos de vigas com dois e três tramos, verifica-se que estas últimas alcançam níveis mais altos de confiabilidade para uma taxa idêntica de armadura. Portanto, conclui-se que as prescrições da norma brasileira não fornecem os meios para a obtenção de uma confiabilidade uniforme para todos os sistemas estruturais de concreto armado.

Procura-se, agora, relacionar o índice de confiabilidade  $\beta$ , indicado pelo EUROCODE 1 para análise em condições de serviço, com o coeficiente de ponderação  $\gamma_c$  para a resistência do concreto, levando-se em conta a variação da taxa de armadura. A tabela 6.10 apresenta os resultados obtidos.

A análise das estruturas de vigas com três tramos também mostra a necessidade da realização de ajustes no coeficiente de ponderação da resistência do concreto  $\gamma_c$  à proporção que aumenta o grau de hiperstaticidade e a taxa de armadura na viga.

**TABELA 6.10 - COEFICIENTE  $\gamma_c$  PARA VIGAS COM TRÊS TRAMOS E  $\beta = 1,5$ .**

<b>As/Ac [%]</b>	<b><math>\gamma_c</math></b>
1.0 < As/Ac < 1.5	1,20
1.5 < As/Ac < 2.0	1.15
2.0 < As/Ac < 2.5	1.00
2.5 < As/Ac < 3.0	0.90
3.0 < As/Ac < 3.5	0.89
3.5 < As/Ac < 4.0	0.87

## 6.2 CONFIABILIDADE EM DESLOCAMENTOS

Neste tópico serão apresentados os resultados da avaliação de confiabilidade em deslocamentos. Os procedimentos de análise seguem o que foi descrito no capítulo 5.

A finalidade desse estudo é medir a segurança oferecida por vigas e pavimentos em serviço. Com o progresso técnico-científico e o melhor aproveitamento dos materiais, as estruturas tornaram-se mais esbeltas. Logo, não é mais suficiente dimensioná-las levando em conta apenas a capacidade resistente dos elementos estruturais. É preciso garantir um perfeito comportamento em serviço, particularmente, diminuir a probabilidade de flechas inadmissíveis.

### 6.2.1 VIGAS SIMPLEMENTE APOIADAS

Para este caso, utilizou-se novamente a estrutura de viga simplesmente apoiada mostrada na figura 6.1.

Os resultados de confiabilidade em deslocamentos relacionados à razão entre a área de aço e a de concreto são apresentados nas figuras 6.46 a 6.52. Pretende-se avaliar a influência da resistência à compressão do concreto sobre o comportamento das flechas nessas estruturas e quantificar a segurança oferecida com relação à probabilidade de ocorrência de flechas superiores a um certo valor limite.

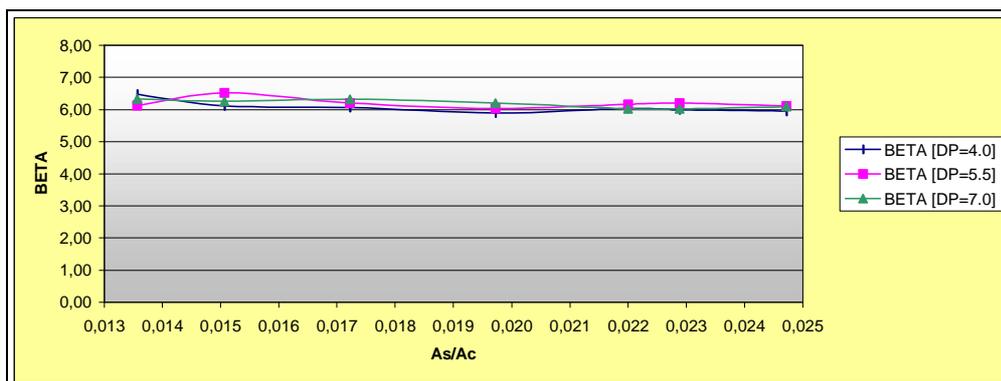


FIGURA 6.46 – RELAÇÃO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE x As/Ac PARA VIGAS BIAPOIADAS -  $f_{ck_0} = 20$  MPa

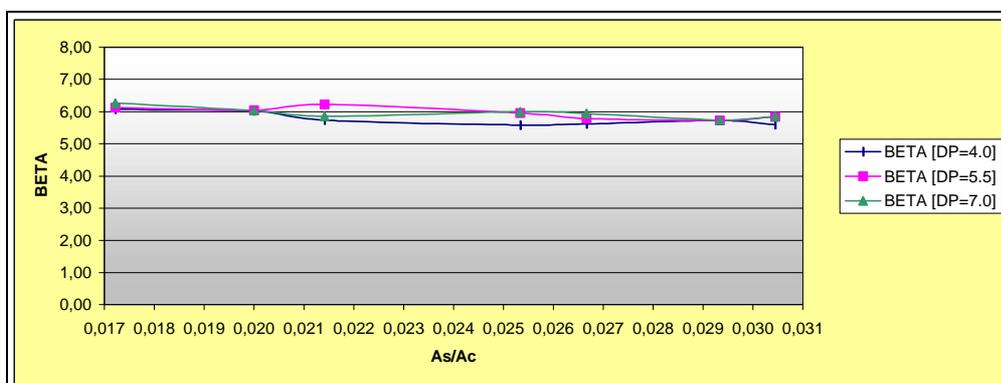


FIGURA 6.47 – RELAÇÃO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE x As/Ac PARA VIGAS BIAPOIADAS -  $f_{ck_0} = 25$  MPa

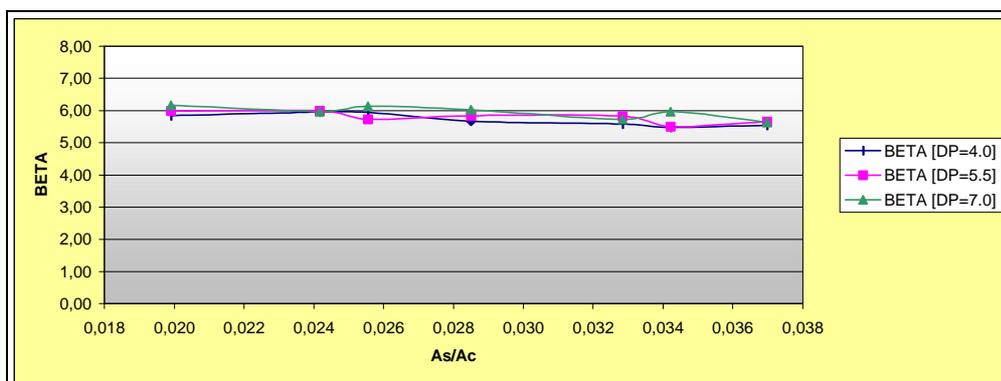


FIGURA 6.48 – RELAÇÃO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE x As/Ac PARA VIGAS BIAPOIADAS -  $f_{ck_0} = 30$  MPa

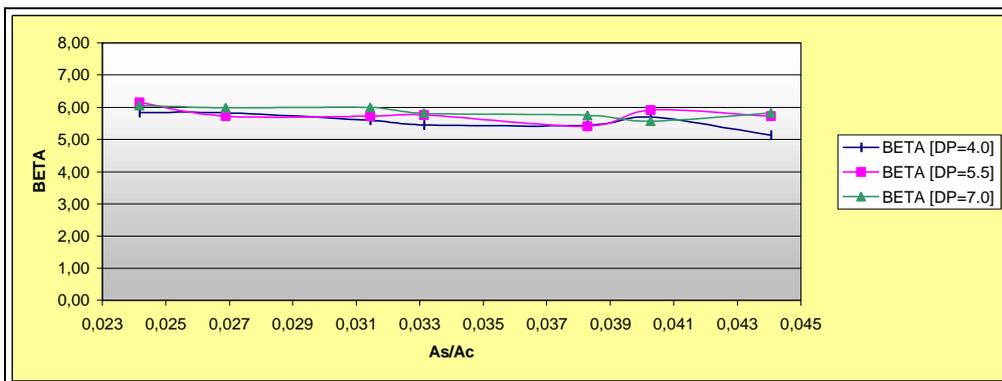


FIGURA 6.49 –RELAÇÃO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE x As/Ac PARA VIGAS BIAPOIADAS -  $f_{ck\_0} = 35$  MPa

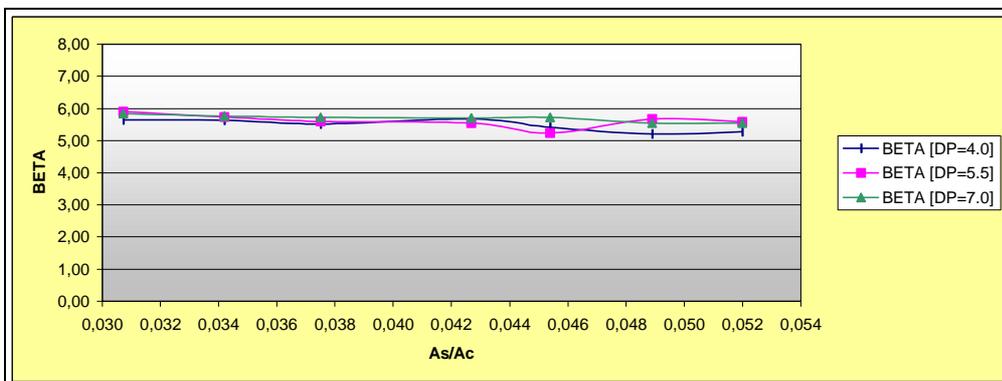


FIGURA 6.50 – RELAÇÃO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE x As/Ac PARA VIGAS BIAPOIADAS -  $f_{ck\_0} = 40$  MPa

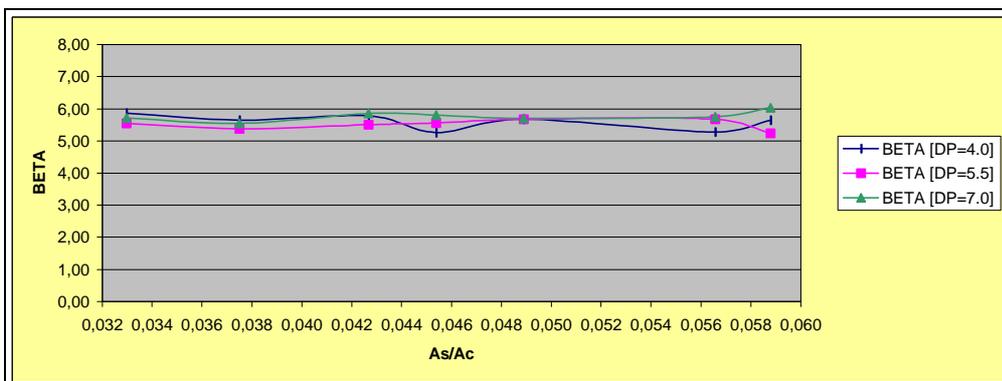


FIGURA 6.51 –RELAÇÃO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE x As/Ac PARA VIGAS BIAPOIADAS -  $f_{ck\_0} = 45$  MPa

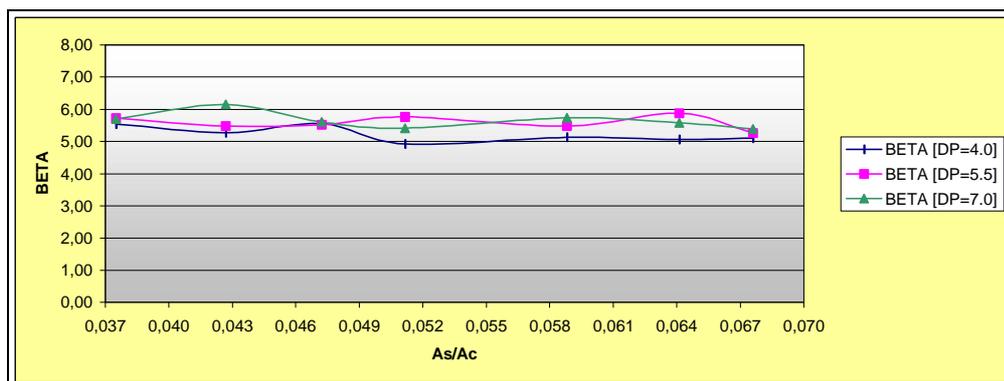


FIGURA 6.52 – RELAÇÃO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE x As/Ac PARA VIGAS BIAPOIADAS -  $f_{ck_0} = 50$  MPa

Para o caso das vigas simplesmente apoiadas, mesmo com as variações da resistência à compressão e da taxa de armadura, observa-se um comportamento aproximadamente uniforme para a confiabilidade. Pode-se estimar, com razoável precisão, o índice  $\beta$  como sendo igual a 5,8 para todos os exemplos de vigas biapoiadas, que equivale a uma probabilidade de falha de  $3,3 \times 10^{-9}$ .

Em termos práticos, é possível constatar uma confiabilidade constante em toda a análise para deslocamentos. Entretanto, em valores estatísticos, foram verificadas importantes variações (tabela 6.11). Por exemplo, para  $\beta = 5,5$  tem-se uma corresponde probabilidade de falha  $p_f = 1,9 \times 10^{-8}$ ; por outro lado, para  $\beta = 6,0$ ,  $p_f = 9,9 \times 10^{-10}$ . Ou seja, para pequenas diferenças entre os valores do índice  $\beta$  são verificadas importantes variações na probabilidade de falha, que necessitam, portanto, de uma avaliação mais detalhada.

A diversidade de variáveis envolvidas torna o processo de análise consideravelmente complexo. Uma das possíveis razões para as variações citadas pode ser a interferência de comportamentos não previstos ou não levados em conta nos procedimentos numéricos implementados. Cria-se, portanto, a necessidade de estudos separados para diversos tipos de estruturas sob as mais variadas condições de resistência, materiais, dimensões geométricas, carregamentos e modos de falha, levando-se em consideração a aleatoriedade das variáveis que explicam os fenômenos relacionados.

Por regressão, procurou-se relacionar a confiabilidade em deslocamentos para vigas biapoiadas com a variação da taxa de armadura. As melhores regressões foram conseguidas com polinômios do 6º grau, como mostrado na tabela 6.11.

TABELA 6.11 – APROXIMAÇÃO POLINOMIAL PARA A CONFIABILIDADE – VIGAS BIAPOIADAS

$f_{ck}$ MPa	$\sigma$ MPa	APROXIMAÇÃO POLINOMIAL PARA A RELAÇÃO BETA x $\theta$ [ $A_s/A_c$ ]
20	4.0	$\beta = -8x10^{13}\theta^6 + 1x10^{13}\theta^5 - 5x10^{11}\theta^4 + 1x10^{10}\theta^3 - 2x10^8\theta^2 + 1x10^6\theta - 3790,9$
	5.5	$\beta = 8x10^{12}\theta^6 - 1x10^{12}\theta^5 + 5x10^{10}\theta^4 - 2x10^9\theta^3 + 3x10^7\theta^2 + 2,1x10^5\theta - 737,94$
	7.0	$\beta = 1x10^{13}\theta^6 - 1x10^{12}\theta^5 - 5x10^{10}\theta^4 - 1x10^9\theta^3 + 1x10^7\theta^2 - 9,5x10^3\theta + 241,12$
25	4.0	$\beta = 1x10^{13}\theta^6 - 2x10^{12}\theta^5 + 1x10^{11}\theta^4 - 4x10^9\theta^3 + 8x10^7\theta^2 - 7,4x10^5\theta + 2926$
	5.5	$\beta = -5x10^{12}\theta^6 + 8x10^{11}\theta^5 - 5x10^{10}\theta^4 + 2x10^9\theta^3 - 4x10^7\theta^2 + 3,7x10^5\theta - 1554,2$
	7.0	$\beta = 1x10^{13}\theta^6 - 2x10^{12}\theta^5 + 1x10^{11}\theta^4 - 3x10^9\theta^3 + 6x10^7\theta^2 - 6,3x10^5\theta + 2551,5$
30	4.0	$\beta = -9x10^{12}\theta^6 + 2x10^{12}\theta^5 - 1x10^{11}\theta^4 + 4x10^9\theta^3 - 9x10^7\theta^2 + 9,8x10^5\theta - 4480,7$
	5.5	$\beta = 1x10^{12}\theta^6 - 3x10^{11}\theta^5 + 3x10^{10}\theta^4 - 2x10^9\theta^3 + 4x10^7\theta^2 - 4,9x10^5\theta + 2523,3$
	7.0	$\beta = 5x10^{12}\theta^6 - 8x10^{11}\theta^5 + 5x10^{10}\theta^4 - 2x10^9\theta^3 + 3x10^7\theta^2 - 2,9x10^5\theta + 1055,9$
35	4.0	$\beta = 1x10^{12}\theta^6 - 2x10^{11}\theta^5 + 1x10^{10}\theta^4 - 5x10^8\theta^3 + 1x10^7\theta^2 - 1,5x10^5\theta + 716,84$
	5.5	$\beta = 7x10^{12}\theta^6 - 1x10^{12}\theta^5 + 1x10^{11}\theta^4 - 5x10^9\theta^3 + 1x10^8\theta^2 - 2x10^6\theta + 8173$
	7.0	$\beta = -5x10^{12}\theta^6 + 1x10^{12}\theta^5 - 9x10^{10}\theta^4 + 4x10^9\theta^3 - 1x10^8\theta^2 + 1x10^6\theta - 6839,2$
40	4.0	$\beta = 2x10^{12}\theta^6 - 6x10^{11}\theta^5 + 6x10^{10}\theta^4 - 3x10^9\theta^3 + 1x10^8\theta^2 - 2x10^6\theta + 10871$
	5.5	$\beta = 5x10^{12}\theta^6 - 1x10^{12}\theta^5 + 1x10^{11}\theta^4 - 6x10^9\theta^3 + 2x10^8\theta^2 - 3x10^6\theta + 20307$
	7.0	$\beta = -1x10^{12}\theta^6 + 2x10^{11}\theta^5 - 2x10^{10}\theta^4 + 1x10^9\theta^3 - 4x10^7\theta^2 + 6x10^5\theta - 3965$
45	4.0	$\beta = -4x10^{12}\theta^6 + 1x10^{12}\theta^5 - 1x10^{11}\theta^4 + 8x10^9\theta^3 - 3x10^8\theta^2 + 5x10^6\theta - 33492$
	5.5	$\beta = -1x10^{11}\theta^6 + 4x10^{10}\theta^5 - 4x10^9\theta^4 + 3x10^8\theta^3 - 1x10^7\theta^2 + 1,8x10^5\theta - 1422,6$
	7.0	$\beta = -4x10^{11}\theta^6 + 1x10^{11}\theta^5 - 1x10^{10}\theta^4 + 8x10^8\theta^3 - 3x10^7\theta^2 + 5,2x10^5\theta - 3947,8$
50	4.0	$\beta = -9x10^{11}\theta^6 + 3x10^{11}\theta^5 - 4x10^{10}\theta^4 + 3x10^9\theta^3 - 1x10^8\theta^2 + 2x10^6\theta - 17615$
	5.5	$\beta = 5x10^{11}\theta^6 - 2x10^{11}\theta^5 + 2x10^{10}\theta^4 - 1x10^9\theta^3 + 5x10^7\theta^2 - 1x10^6\theta + 8560,5$
	7.0	$\beta = -4x10^{10}\theta^6 + 9x10^9\theta^5 - 8x10^8\theta^4 + 3x10^7\theta^3 + 3,4x10^5\theta^2 - 3,5x10^4\theta + 538,11$

### 6.2.2 VIGAS COM DOIS TRAMOS

Para se avaliar a confiabilidade em deslocamentos para vigas com dois tramos, utilizou-se a estrutura apresentada na figura 6.16. A metodologia empregada é idêntica a das vigas biapoçadas. Pretende-se verificar qual a influência do aumento do grau hiperestático na confiabilidade em flechas.

Os resultados são apresentados nas figuras 6.53 a 6.59.

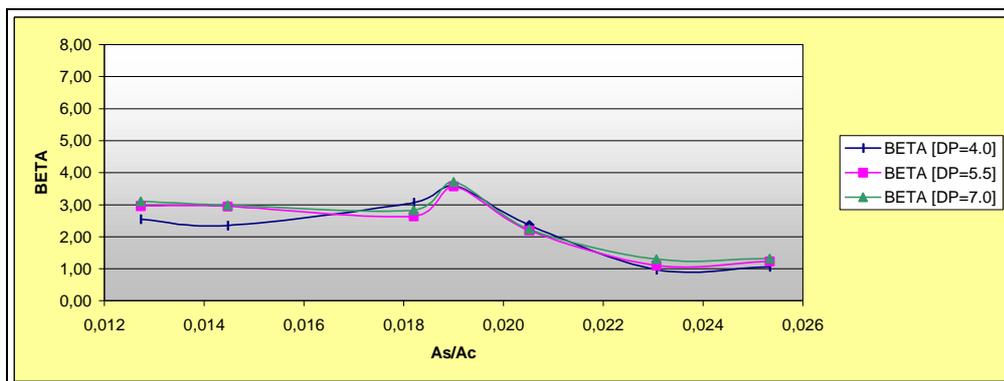


FIGURA 6.53 – RELAÇÃO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE x  $As/Ac$  PARA VIGAS COM DOIS TRAMOS -  $f_{ck\_0} = 20$  MPa

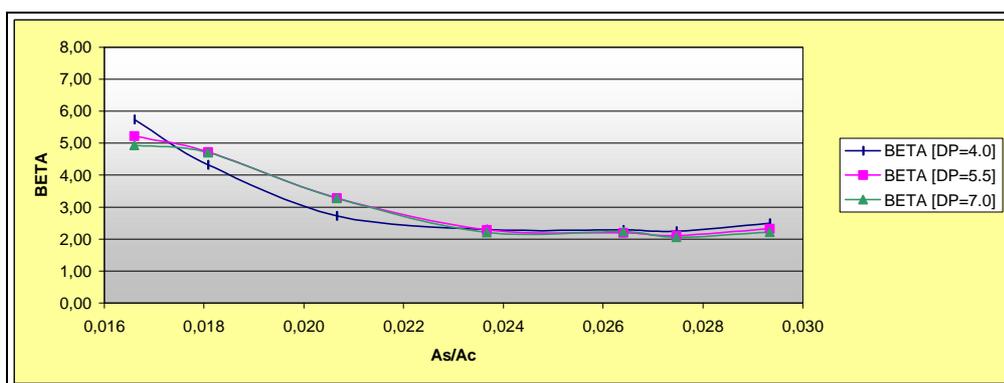


FIGURA 6.54 – RELAÇÃO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE x  $As/Ac$  PARA VIGAS COM DOIS TRAMOS -  $f_{ck\_0} = 25$  MPa

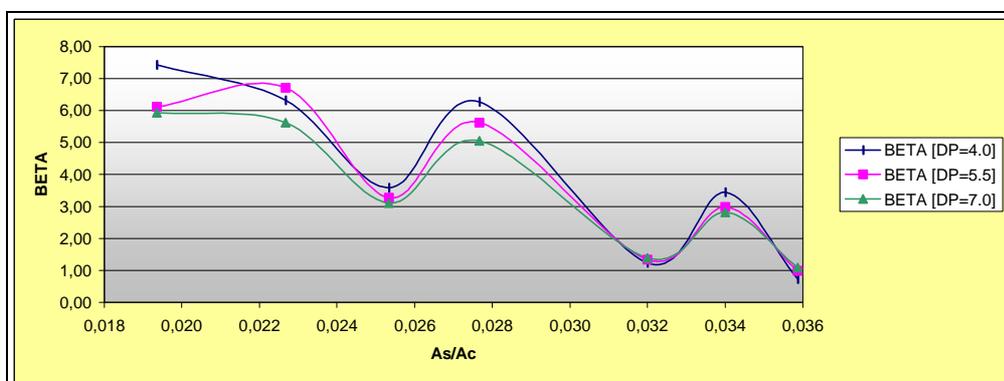


FIGURA 6.55 – RELAÇÃO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE x  $As/Ac$  PARA VIGAS COM DOIS TRAMOS -  $f_{ck\_0} = 30$  MPa

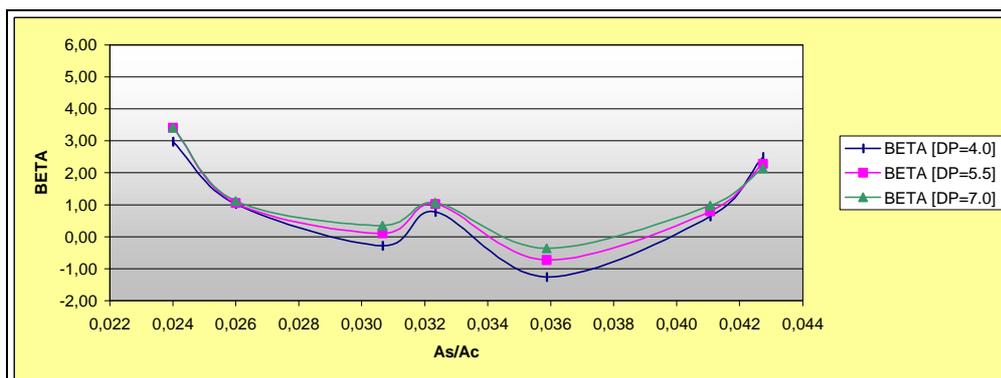


FIGURA 6.56 – RELAÇÃO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE x  $As/Ac$  PARA VIGAS COM DOIS TRAMOS -  $f_{ck\_0} = 35$  MPa

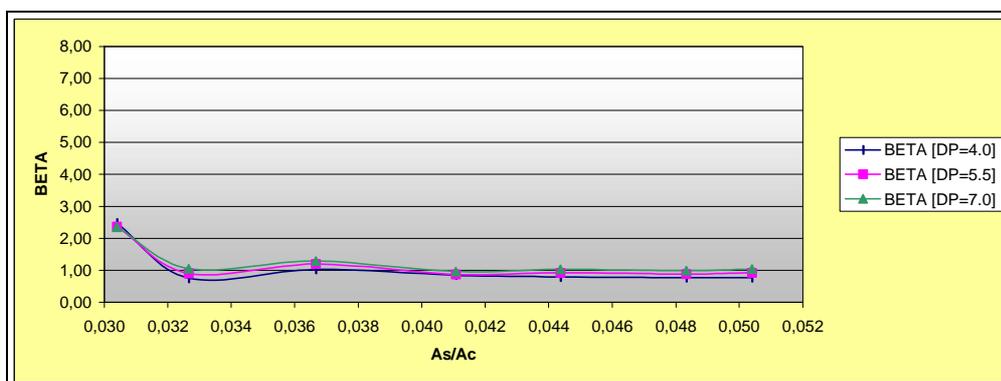


FIGURA 6.57 – RELAÇÃO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE x  $As/Ac$  PARA VIGAS COM DOIS TRAMOS -  $f_{ck\_0} = 40$  MPa

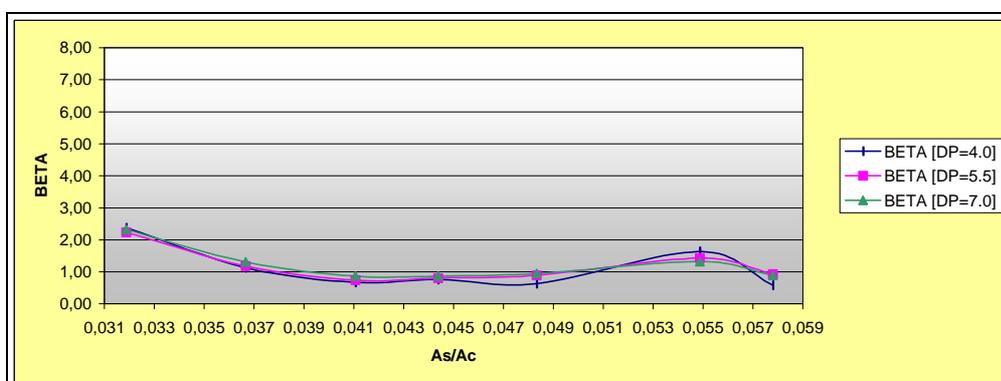
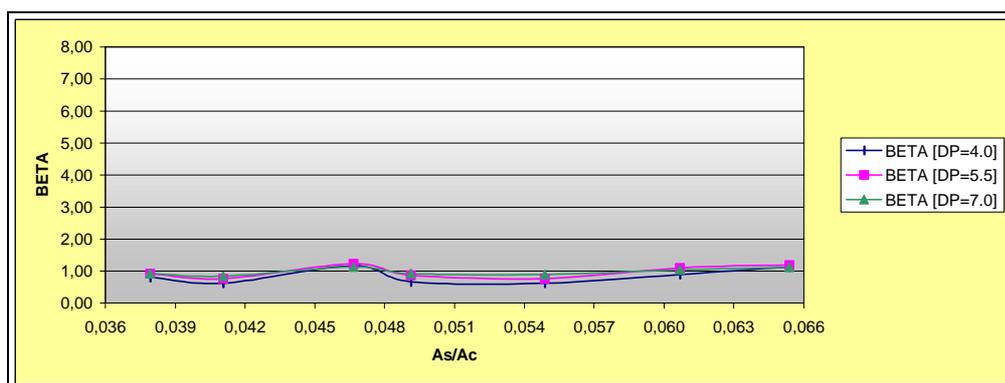


FIGURA 6.58 – RELAÇÃO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE x  $As/Ac$  PARA VIGAS COM DOIS TRAMOS -  $f_{ck\_0} = 45$  MPa



**FIGURA 6.59 – RELAÇÃO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE x  $A_s/A_c$  PARA VIGAS COM DOIS TRAMOS -  $f_{ck_0} = 50$  MPa**

Para as vigas com dois tramos, é possível observar-se uma variação ainda maior da confiabilidade (tabela 6.12), principalmente para valores menores de resistência. Esse comportamento é causado pelos mesmos fatores apresentados para o caso das vigas simplesmente apoiadas.

Para valores de 40, 45 e 50 MPa de resistência à compressão característica do concreto, as vigas comportaram-se com confiabilidade constante ( $\beta = 1,0$ ), bem abaixo, porém, dos valores obtidos para as biapoiadas. A explicação para isso vem do fato da viga com dois tramos apresentar uma inércia menor para um mesmo comprimento de vão, o que aumentou, consideravelmente, os deslocamentos transversais nos nós. O resultado indica uma probabilidade maior dessas estruturas alcançarem flechas inadmissíveis.

Por regressão, procurou-se relacionar a confiabilidade em deslocamentos para vigas com 2 tramos com a variação da taxa de armadura. As melhores regressões foram conseguidas, novamente, com polinômios do 6º grau, de acordo com a tabela 6.12.

TABELA 6.12 – APROXIMAÇÃO POLINOMIAL PARA A CONFIABILIDADE – VIGAS - 2 TRAMOS

$f_{ck}$ MPa	$\sigma$ MPa	APROXIMAÇÃO POLINOMIAL PARA A RELAÇÃO BETA x $\theta$ [ $A_s/A_c$ ]
20	4.0	$\beta = 7 \times 10^{14} \theta^6 - 8 \times 10^{13} \theta^5 + 4 \times 10^{12} \theta^4 - 1 \times 10^{11} \theta^3 + 1 \times 10^9 \theta^2 - 1 \times 10^7 \theta + 29037$
	5.5	$\beta = 1 \times 10^{15} \theta^6 - 1 \times 10^{14} \theta^5 + 6 \times 10^{12} \theta^4 - 2 \times 10^{11} \theta^3 + 2 \times 10^9 \theta^2 - 2 \times 10^7 \theta + 46546$
	7.0	$\beta = 1 \times 10^{15} \theta^6 - 1 \times 10^{14} \theta^5 + 6 \times 10^{12} \theta^4 - 2 \times 10^{11} \theta^3 + 2 \times 10^9 \theta^2 - 2 \times 10^7 \theta + 46630$
25	4.0	$\beta = -4 \times 10^{12} \theta^6 + 4 \times 10^{11} \theta^5 - 2 \times 10^{10} \theta^4 + 4 \times 10^8 \theta^3 - 3 \times 10^6 \theta^2 + 6,2 \times 10^3 \theta + 25,207$
	5.5	$\beta = -2 \times 10^{13} \theta^6 + 3 \times 10^{12} \theta^5 - 2 \times 10^{11} \theta^4 + 5 \times 10^9 \theta^3 - 8 \times 10^7 \theta^2 + 6,4 \times 10^5 \theta - 2190,7$
	7.0	$\beta = -5 \times 10^{13} \theta^6 + 7 \times 10^{12} \theta^5 - 4 \times 10^{11} \theta^4 + 1 \times 10^{10} \theta^3 - 2 \times 10^8 \theta^2 + 2 \times 10^6 \theta - 5428,1$
30	4.0	$\beta = 3 \times 10^{14} \theta^6 - 4 \times 10^{13} \theta^5 + 3 \times 10^{12} \theta^4 - 1 \times 10^{11} \theta^3 + 2 \times 10^9 \theta^2 - 2 \times 10^7 \theta + 111177$
	5.5	$\beta = 2 \times 10^{14} \theta^6 - 4 \times 10^{13} \theta^5 + 3 \times 10^{12} \theta^4 - 1 \times 10^{11} \theta^3 + 2 \times 10^9 \theta^2 - 2 \times 10^7 \theta + 103066$
	7.0	$\beta = 2 \times 10^{14} \theta^6 - 3 \times 10^{13} \theta^5 + 2 \times 10^{12} \theta^4 - 8 \times 10^{10} \theta^3 + 2 \times 10^9 \theta^2 - 2 \times 10^7 \theta + 83118$
35	4.0	$\beta = 5 \times 10^{13} \theta^6 - 1 \times 10^{13} \theta^5 + 8 \times 10^{11} \theta^4 - 4 \times 10^{10} \theta^3 + 9 \times 10^8 \theta^2 - 1 \times 10^7 \theta + 58517$
	5.5	$\beta = 4 \times 10^{13} \theta^6 - 8 \times 10^{12} \theta^5 + 7 \times 10^{11} \theta^4 - 3 \times 10^{10} \theta^3 + 7 \times 10^8 \theta^2 - 9 \times 10^6 \theta + 46368$
	7.0	$\beta = 3 \times 10^{13} \theta^6 - 6 \times 10^{12} \theta^5 + 5 \times 10^{11} \theta^4 - 2 \times 10^{10} \theta^3 + 5 \times 10^8 \theta^2 - 7 \times 10^6 \theta + 36206$
40	4.0	$\beta = -4 \times 10^{12} \theta^6 + 9 \times 10^{11} \theta^5 - 9 \times 10^{10} \theta^4 + 5 \times 10^9 \theta^3 - 2 \times 10^8 \theta^2 + 3 \times 10^6 \theta - 18075$
	5.5	$\beta = -5 \times 10^{12} \theta^6 + 1 \times 10^{12} \theta^5 - 1 \times 10^{11} \theta^4 + 7 \times 10^9 \theta^3 - 2 \times 10^8 \theta^2 + 3 \times 10^6 \theta + 22335$
	7.0	$\beta = -4 \times 10^{12} \theta^6 + 1 \times 10^{12} \theta^5 - 1 \times 10^{11} \theta^4 + 6 \times 10^9 \theta^3 - 2 \times 10^8 \theta^2 + 3 \times 10^6 \theta - 20429$
45	4.0	$\beta = 2 \times 10^{12} \theta^6 - 5 \times 10^{11} \theta^5 + 5 \times 10^{10} \theta^4 - 3 \times 10^9 \theta^3 + 1 \times 10^8 \theta^2 - 2 \times 10^6 \theta + 11640$
	5.5	$\beta = 8 \times 10^{11} \theta^6 - 2 \times 10^{11} \theta^5 + 2 \times 10^{10} \theta^4 - 1 \times 10^9 \theta^3 + 4 \times 10^7 \theta^2 - 7,7 \times 10^5 \theta + 5463,6$
	7.0	$\beta = 5 \times 10^{11} \theta^6 - 1 \times 10^{11} \theta^5 + 1 \times 10^{10} \theta^4 - 8 \times 10^8 \theta^3 + 3 \times 10^7 \theta^2 - 4,7 \times 10^5 \theta + 3364,7$
50	4.0	$\beta = -2 \times 10^{12} \theta^6 + 6 \times 10^{11} \theta^5 - 8 \times 10^{10} \theta^4 + 5 \times 10^9 \theta^3 - 2 \times 10^8 \theta^2 + 4 \times 10^6 \theta - 32710$
	5.5	$\beta = -1 \times 10^{12} \theta^6 + 4 \times 10^{11} \theta^5 - 5 \times 10^{10} \theta^4 + 4 \times 10^9 \theta^3 - 1 \times 10^8 \theta^2 + 3 \times 10^6 \theta - 22545$
	7.0	$\beta = -8 \times 10^{11} \theta^6 + 3 \times 10^{11} \theta^5 - 3 \times 10^{10} \theta^4 + 2 \times 10^9 \theta^3 - 8 \times 10^7 \theta^2 + 2 \times 10^6 \theta + 13983$

## 6.2.3 PAVIMENTOS DE EDÍFÍCIOS

### 6.2.3.1 PAVIMENTO FICTÍCIO

Este exemplo tem como objetivo analisar a confiabilidade em deslocamentos para um pavimento de edifício fictício, figura 6.61. A metodologia empregada é similar à empregada no caso das vigas. Os dados do pavimento são os seguintes:

- Concreto –  $f_{ck} = 20, 25, 30, 35, 40, 45$  e  $50$  MPa.
- Módulo de elasticidade longitudinal do aço igual a  $200$  GPa.
- Barras de aço rugosas.
- Não foram considerados os efeitos de fluência e retração
- Carregamentos:
  - peso próprio da estrutura  $G=7,0$  kN/m
  - sobrecarga devida as alvenarias  $Q_1=7,0$  kN/m
  - sobrecarga devida a revestimentos  $Q_2=3,5$  kN/m.

Os resultados obtidos, para a viga V01, são apresentados a seguir.

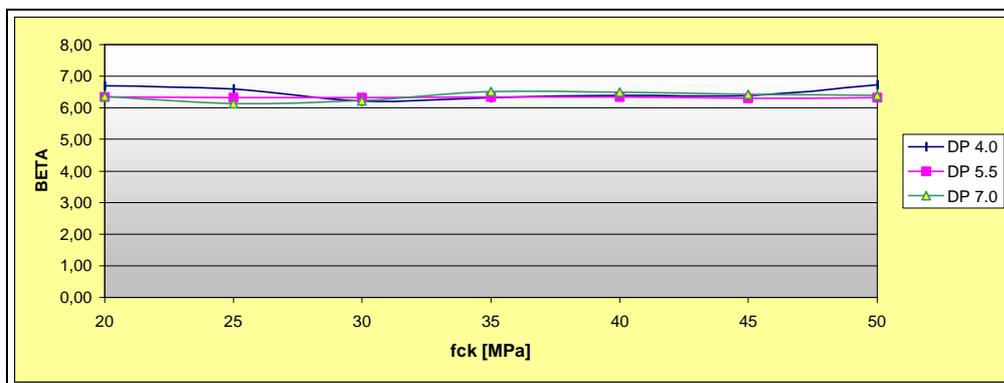


FIGURA 6.60 – CONFIABILIDADE EM DESLOCAMENTOS PARA O NÓ 12 DA VIGA 01 DO PAVIMENTO FICTÍCIO

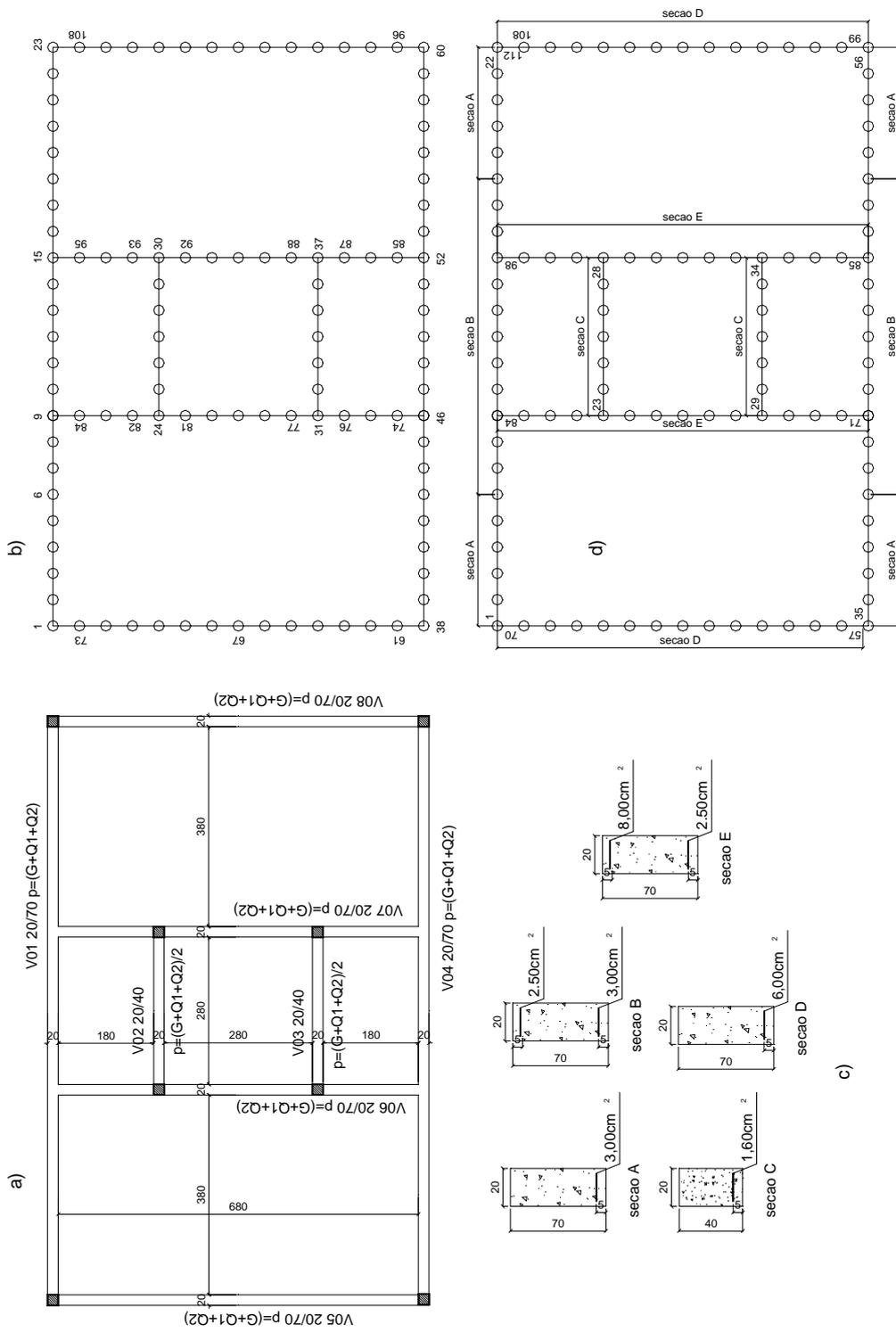


FIGURA 6.61 – PAVIMENTO FICTÍCIO

A análise da confiabilidade em pavimentos comprova os resultados obtidos para as vigas. Verificou-se uma confiabilidade constante, com índice  $\beta = 6,5$  na média, mesmo com a variação de resistência. Esse índice corresponde a uma probabilidade de falha de  $4 \times 10^{-11}$ .

Os resultados obtidos auxiliam na quantificação da segurança para uma análise em serviço, simulando, numericamente, o que viria a ser uma série de medições de flechas em vigas de pavimentos já executados.

### **6.2.3.2 PAVIMENTO REAL**

Esse exemplo tem como objetivo mostrar a aplicação do programa desenvolvido a um caso prático. Analisou-se o pilotis de um edifício de alvenaria estrutural, que foi construído na cidade de Brasília-DF. O projeto estrutural foi cedido pela empresa TECSOFF – ENGENHARIA DE ESTRUTURAS, da cidade de São Carlos. O pavimento completo é mostrado na figura (6.62).

Na discretização da estrutura foi considerada a simetria e desprezada a caixa da escada, reduzindo assim o piso do edifício ao ilustrado na figura (6.63). Os elementos finitos e nós são mostrados na figura (6.64) e os carregamentos na figura (6.65).

As coordenadas dos nós; a incidência dos elementos e as seções transversais e respectivas armaduras podem ser encontradas, respectivamente, nas tabelas 6.14, 6.15 e 6.16.

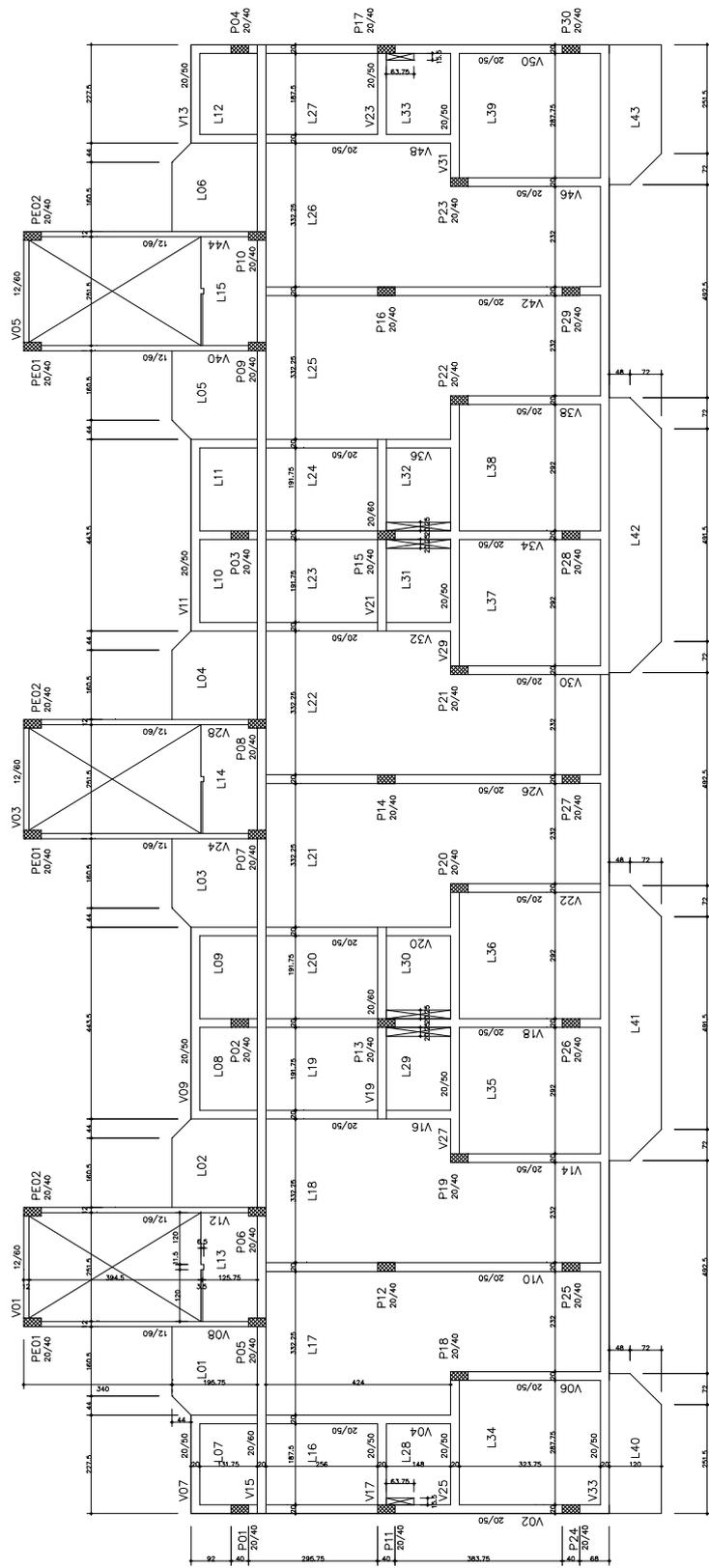


FIGURA 6.62 – PAVIMENTO REAL : PILOTIS DE EDIFÍCIO.

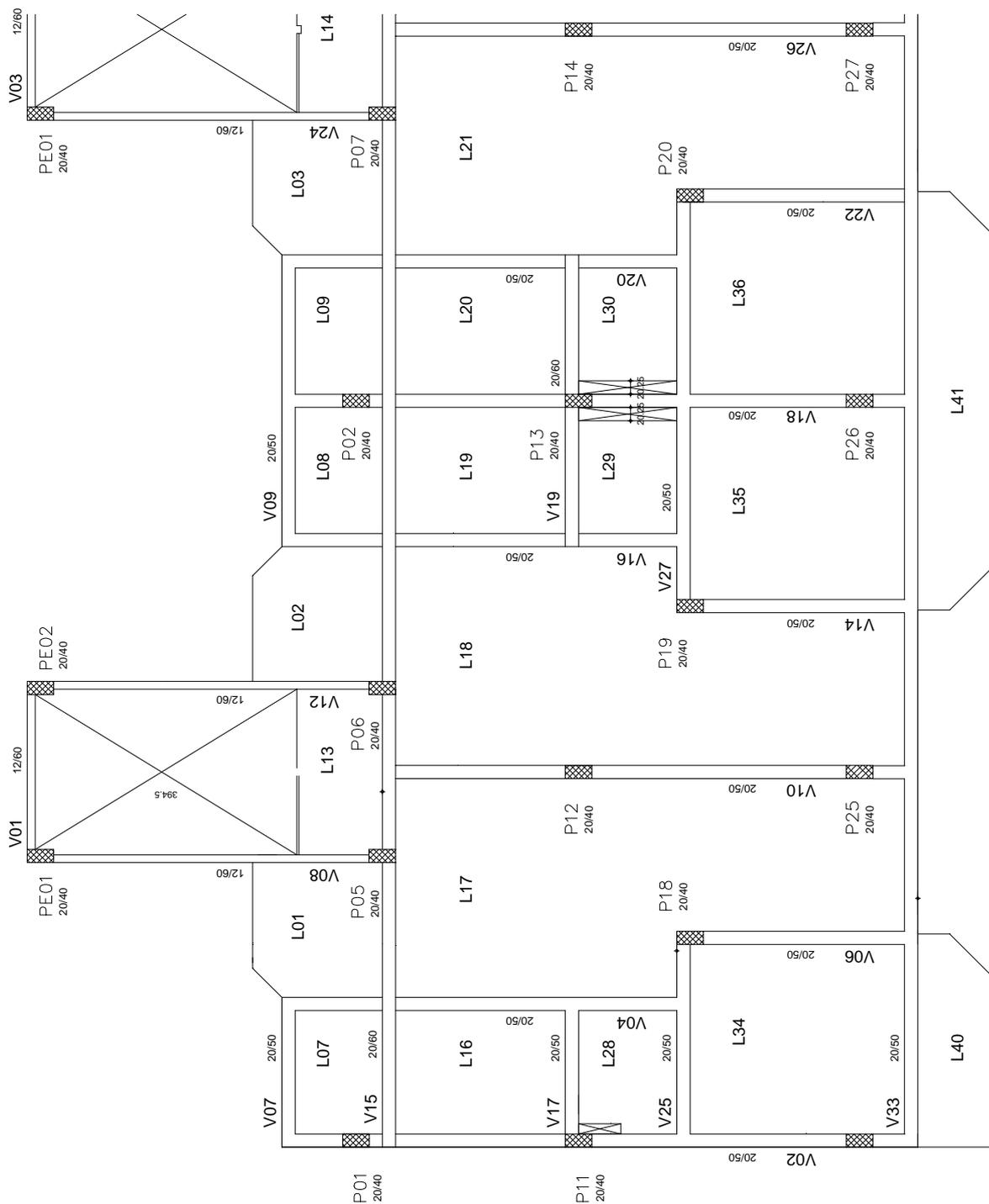


FIGURA 6.63 – SIMETRIA NO PAVIMENTO

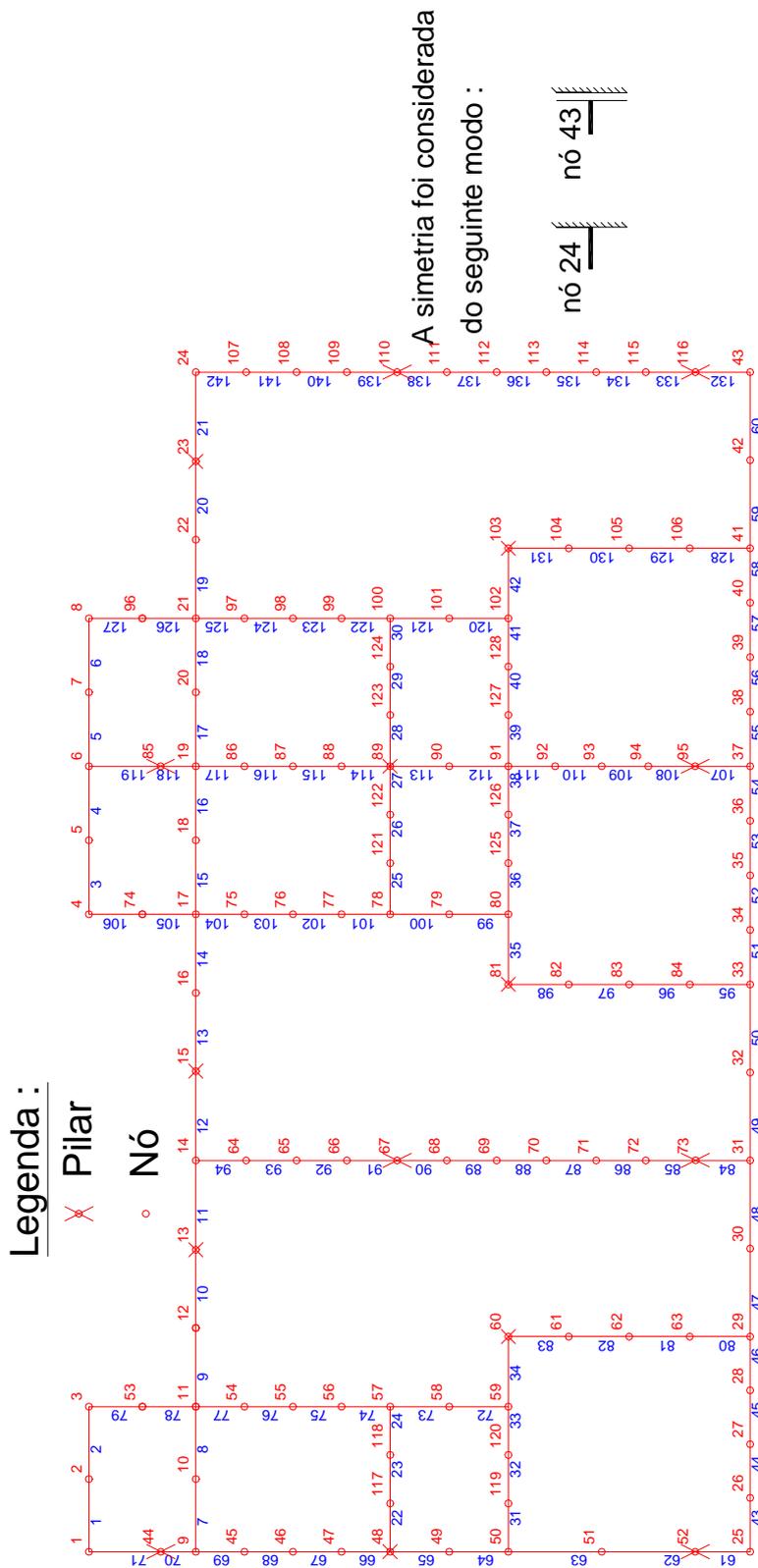


FIGURA 6.64 – DISCRETIZAÇÃO EM ELEMENTOS FINITOS

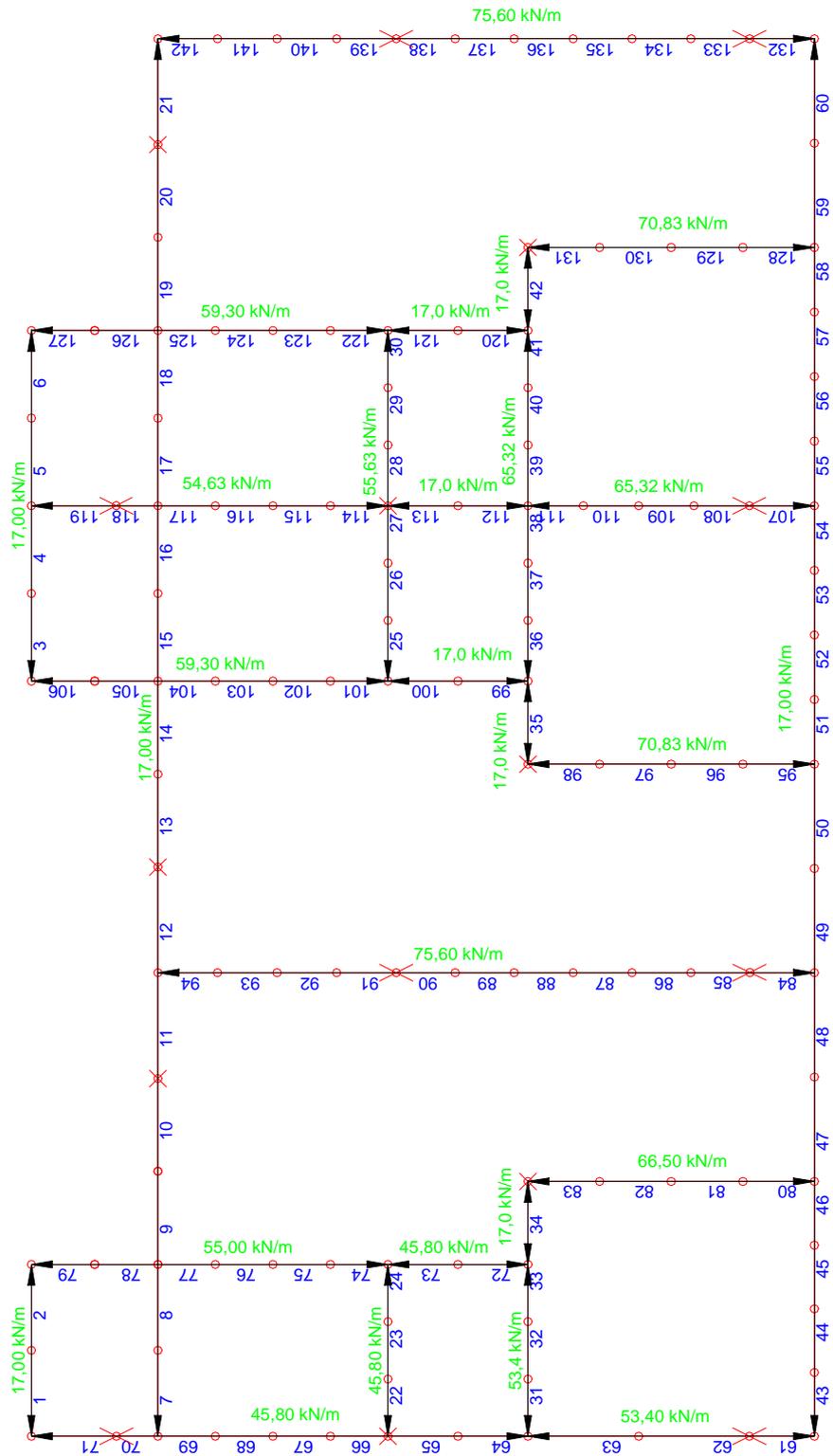


FIGURA 6.65 – CARREGAMENTOS NO PAVIMENTO

Os resultados obtidos são apresentados na figura 6.66.

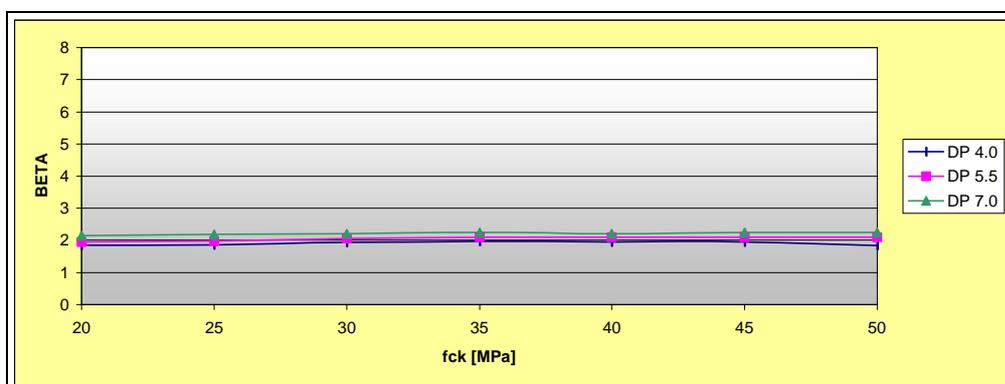


FIGURA 6.66 – CONFIABILIDADE EM DESLOCAMENTOS PARA O NÓ 29 DA VIGA 33 DO PAVIMENTO REAL

Observa-se, novamente, um comportamento aproximadamente constante para a confiabilidade. Os níveis de segurança ( $\beta = 2.00$ , na média), entretanto, situaram-se bem abaixo daqueles obtidos para o pavimento fictício. As diferentes configurações geométricas de cada caso são a causa principal das diferenças apresentadas. A tabela 6.13 apresenta a relação entre o vão e a altura da seção transversal para cada trecho de pavimento analisado e as respectivas confiabilidades associadas.

TABELA 6.13 – COMPARAÇÃO DE CONFIABILIDADE PARA OS PAVIMENTOS ANALISADOS

ESTRUTURA	ELEMENTO	SEÇÃO [cm]	VÃO [m]	$\beta$	$p_F$
PAV. FICTÍCIO	NÓ 12 VIGA 01	20 x 70	3.00	6.5	$4.0 \times 10^{-11}$
PAV. REAL	NÓ 29 VIGA 33	20 x 50	5.60	2.0	$2.3 \times 10^{-2}$

TABELA 6.14 – COORDENADAS DO PAVIMENTO REAL

Nó	x (cm)	y (cm)	Nó	x (cm)	y (cm)	Nó	x (cm)	y (cm)
1	100.00	1039.50	51	100.00	310.88	101	1435.50	527.75
2	203.75	1039.50	52	100.00	178.00	102	1435.50	443.75
3	307.50	1039.50	53	307.50	963.63	103	1535.75	443.75
4	1012.00	1039.50	54	307.50	818.75	104	1535.75	357.81
5	1117.88	1039.50	55	307.50	749.75	105	1535.75	271.88
6	1223.75	1039.50	56	307.50	680.75	106	1535.75	185.94
7	1329.63	1039.50	57	307.50	611.75	107	1787.75	816.25
8	1435.50	1039.50	58	307.50	527.75	108	1787.75	744.75
9	100.00	887.75	59	307.50	443.75	109	1787.75	673.25
10	203.75	887.75	60	407.75	443.75	110	1787.75	601.75
11	307.50	887.75	61	407.75	357.81	111	1787.75	531.13
12	419.75	887.75	62	407.75	271.88	112	1787.75	460.50
13	532.00	887.75	63	407.75	185.94	113	1787.75	389.88
14	659.75	887.75	64	659.75	816.25	114	1787.75	319.25
15	787.50	887.75	65	659.75	744.75	115	1787.75	248.63
16	899.75	887.75	66	659.75	673.25	116	1787.75	178.00
17	1012.00	887.75	67	659.75	601.75	117	169.10	611.75
18	1117.88	887.75	68	659.75	531.13	118	238.30	611.75
19	1223.75	887.75	69	659.75	460.50	119	169.10	443.75
20	1329.63	887.75	70	659.75	389.88	120	238.30	443.75
21	1435.50	887.75	71	659.75	319.25	121	1085.35	611.75
22	1547.75	887.75	72	659.75	248.63	122	1154.55	611.75
23	1660.00	887.75	73	659.75	178.00	123	1297.10	611.75
24	1787.75	887.75	74	1012.00	963.63	124	1366.30	611.75
25	100.00	100.00	75	1012.00	818.75	125	1085.35	443.75
26	176.94	100.00	76	1012.00	749.75	126	1154.50	443.75
27	253.88	100.00	77	1012.00	680.75	127	1297.10	443.75
28	330.81	100.00	78	1012.00	611.75	128	1366.30	443.75
29	407.75	100.00	79	1012.00	527.75			
30	533.75	100.00	80	1012.00	443.75			

**TABELA 6.14 – COORDENADAS DO PAVIMENTO REAL (CONTINUAÇÃO)**

31	659.75	100.00	81	911.75	443.75
32	785.75	100.00	82	911.75	357.81
33	911.75	100.00	83	911.75	271.88
34	989.75	100.00	84	911.75	185.94
35	1067.75	100.00	85	1223.75	937.50
36	1145.75	100.00	86	1223.75	818.75
37	1223.75	100.00	87	1223.75	749.75
38	1301.75	100.00	88	1223.75	680.75
39	1379.75	100.00	89	1223.75	611.75
40	1457.75	100.00	90	1223.75	527.75
41	1535.75	100.00	91	1223.75	443.75
42	1661.75	100.00	92	1223.75	377.31
43	1787.75	100.00	93	1223.75	310.88
44	100.00	937.50	94	1223.75	244.44
45	100.00	818.75	95	1223.75	178.00
46	100.00	749.75	96	1435.50	963.63
47	100.00	680.75	97	1435.50	818.75
48	100.00	611.75	98	1435.50	749.75
49	100.00	527.75	99	1435.50	680.75
50	100.00	443.75	100	1435.50	611.75

TABELA 6.15 – INCIDÊNCIA DAS BARRAS PARA O PAVIMENTO REAL

Barra	Nó inicial	Nó final	Barra	Nó inicial	Nó final	Barra	Nó inicial	Nó final
1	1	2	51	33	34	101	78	77.00
2	2	3	52	34	35	102	77	76
3	4	5	53	35	36	103	76	75
4	5	6	54	36	37	104	75	17
5	6	7	55	37	38	105	17	74
6	7	8	56	38	39	106	74	4
7	9	10	57	39	40	107	37	95
8	10	11	58	40	41	108	95	94
9	11	12	59	41	42	109	94	93
10	12	13	60	42	43	110	93	92
11	13	14	61	25	52	111	92	91
12	14	15	62	52	51	112	91	90
13	15	16	63	51	50	113	90	89
14	16	17	64	50	49	114	89	88
15	17	18	65	49	48	115	88	87
16	18	19	66	48	47	116	87	86
17	19	20	67	47	46	117	86	19
18	20	21	68	46	45	118	19	85
19	21	22	69	45	9	119	85	6
20	22	23	70	9	44	120	102	101
21	23	24	71	44	1	121	101	100
22	48	117	72	59	58	122	100	99
23	117	118	73	58	57	123	99	98
24	118	57	74	57	56	124	98	97
25	78	121	75	56	55	125	97	21
26	121	122	76	55	54	126	21	96
27	122	89	77	54	11	127	96	8
28	89	123	78	11	53	128	41	106
29	123	124	79	53	3	129	106	105
30	124	100	80	29	63	130	105	104

TABELA 6.15 – INCIDÊNCIA DAS BARRAS PARA O PAVIMENTO REAL (CONTINUAÇÃO)

31	50	119	81	63	62	131	104	103
32	119	120	82	62	61	132	43	116
33	120	59	83	61	60	133	116	115
34	59	60	84	31	73	134	115	114
35	81	80	85	73	72	135	114	113
36	80	125	86	72	71	136	113	112
37	125	126	87	71	70	137	112	111
38	126	91	88	70	69	138	111	110
39	91	127	89	69	68	139	110	109
40	127	128	90	68	67	140	109	108
41	128	102	91	67	66	141	108	107
42	102	103	92	66	65	142	107	24
43	25	26	93	65	64			
44	26	27	94	64	14			
45	27	28	95	33	84			
46	28	29	96	84	83			
47	29	30	97	83	82			
48	30	31	98	82	81			
49	31	32	99	80	79			
50	32	33	100	79	78			

TABELA 6.16 – SEÇÕES TRANSVERSAIS DOS ELEMENTOS PARA O PAVIMENTO REAL

Elemento	B (cm)	H (cm)	A's (cm <sup>2</sup> )	d' (cm)	As (cm <sup>2</sup> )	d (cm)
1	20	50	1.6	3	1.6	47
2	20	50	1.6	3	1.6	47
3	20	50	2.5	3	1.6	47
4	20	50	3.75	3	1.6	47
5	20	50	3.75	3	1.6	47
6	20	50	2.5	3	1.6	47
7	20	60	2.5	3	10	57
8	20	60	2.5	3	14	57
9	20	60	4	3	14	57
10	20	60	8	3	8.5	57
11	20	60	8	3	2.5	57
12	20	60	5	3	2.5	57
13	20	60	5	3	6	57
14	20	60	2.5	3	10	57
15	20	60	4	3	10	57
16	20	60	8	3	6	57
17	20	60	8	3	6	57
18	20	60	4	3	10	57
19	20	60	2.5	3	10	57
20	20	60	5	3	6	57
21	20	60	5	3	4	57
22	20	50	1.6	3	1.6	47
23	20	50	1.6	3	1.6	47
24	20	50	1.6	3	1.6	47
25	20	60	6	3	2.5	57
26	20	60	10	3	2.5	57
27	20	60	10	3	2.5	57
28	20	60	10	3	2.5	57
29	20	60	10	3	2.5	57
30	20	60	6	3	2.5	57

TABELA 6.16 – SEÇÕES TRANSVERSAIS DOS ELEMENTOS PARA O PAVIMENTO REAL (CONTINUAÇÃO)

31	20	50	1.6	3	6	47
32	20	50	1.6	3	6	47
33	20	50	1.6	3	6	47
34	20	50	1.6	3	6	47
35	20	50	1.6	3	6	47
36	20	50	1.6	3	6	47
37	20	50	1.6	3	6	47
38	20	50	1.6	3	4	47
39	20	50	1.6	3	4	47
40	20	50	1.6	3	6	47
41	20	50	1.6	3	6	47
42	20	50	1.6	3	6	47
43	20	50	1.6	3	4	47
44	20	50	0.6	3	8	47
45	20	50	0.6	3	8	47
46	20	50	0.6	3	8	47
47	20	50	0.6	3	8	47
48	20	50	8	3	4	47
49	20	50	8	3	4	47
50	20	50	0.6	3	6	47
51	20	50	0.6	3	6	47
52	20	50	0.6	3	4	47
53	20	50	6	3	4	47
54	20	50	6	3	4	47
55	20	50	6	3	4	47
56	20	50	6	3	4	47
57	20	50	0.6	3	4	47
58	20	50	0.6	3	8	47
59	20	50	0.6	3	8	47
60	20	50	6	3	4	47

TABELA 6.16 – SEÇÕES TRANSVERSAIS DOS ELEMENTOS PARA O PAVIMENTO REAL (CONTINUAÇÃO)

61	20	50	3.75	3	4	47
62	20	50	3.75	3	4	47
63	20	50	6	3	6	47
64	20	50	6	3	6	47
65	20	50	6	3	4	47
66	20	50	6	3	2.5	47
67	20	50	6	3	2.5	47
68	20	50	6	3	2.5	47
69	20	50	3.75	3	2.5	47
70	20	50	3.75	3	2.5	47
71	20	50	3.75	3	2.5	47
72	20	50	1.6	3	4	47
73	20	50	1.6	3	6	47
74	20	50	10	3	6	47
75	20	50	10	3	4	47
76	20	50	10	3	4	47
77	20	50	10	3	4	47
78	20	50	10	3	4	47
79	20	50	10	3	4	47
80	20	50	1.6	3	5	47
81	20	50	1.6	3	5	47
82	20	50	2.5	3	5	47
83	20	50	2.5	3	2.5	47
84	20	50	10	3	2.5	47
85	20	50	10	3	2.5	47
86	20	50	10	3	2.5	47
87	20	50	10	3	3.75	47
88	20	50	2.5	3	3.75	47
89	20	50	5	3	2.5	47
90	20	50	5	3	2.5	47
91	20	50	5	3	2.5	47
92	20	50	5	3	2.5	47

TABELA 6.16 – SEÇÕES TRANSVERSAIS DOS ELEMENTOS PARA O PAVIMENTO REAL (CONTINUAÇÃO)

93	20	50	2.5	3	3.75	47
94	20	50	1.6	3	3.75	47
95	20	50	1.6	3	5	47
96	20	50	1.6	3	5	47
97	20	50	2.5	3	5	47
98	20	50	2.5	3	2.5	47
99	20	50	1.6	3	2.5	47
100	20	50	1.6	3	3.75	47
101	20	50	4	3	3.75	47
102	20	50	4	3	3.75	47
103	20	50	8	3	2.5	47
104	20	50	8	3	2.5	47
105	20	50	8	3	1	47
106	20	50	8	3	1	47
107	20	50	10	3	6	47
108	20	50	10	3	6	47
109	20	50	10	3	6	47
110	20	50	10	3	14	47
111	20	50	6	3	14	47
112	20	50	14	3	14	47
113	20	50	14	3	2.5	47
114	20	50	14	3	2.5	47
115	20	50	14	3	2.5	47
116	20	50	24	3	2.5	47
117	20	50	10	3	3.75	47
118	20	50	10	3	3.75	47
119	20	50	10	3	3.75	47
120	20	50	1.6	3	2.5	47
121	20	50	1.6	3	3.75	47
122	20	50	4	3	3.75	47
123	20	50	4	3	3.75	47
124	20	50	8	3	2.5	47

TABELA 6.16 – SEÇÕES TRANSVERSAIS DOS ELEMENTOS PARA O PAVIMENTO REAL (CONTINUAÇÃO)

126	20	50	8	3	1	47
127	20	50	8	3	1	47
128	20	50	1.6	3	5	47
129	20	50	1.6	3	5	47
130	20	50	2.5	3	5	47
131	20	50	2.5	3	2.5	47
132	20	50	8	3	4	47
133	20	50	8	3	4	47
134	20	50	8	3	4	47
135	20	50	4	3	4	47
136	20	50	2.5	3	4	47
137	20	50	5	3	4	47
138	20	50	5	3	4	47
139	20	50	5	3	2.5	47
140	20	50	5	3	2.5	47
141	20	50	1.6	3	3.75	47
142	20	50	1.6	3	3.75	47

# 7 CONCLUSÕES

Foi realizada uma implementação de métodos probabilísticos na avaliação de confiabilidade no contexto da análise não-linear de estruturas de concreto armado. Para a formulação do modelo estrutural foram utilizados elementos finitos de barra em conjunto com o modelo de Ghali & Favre. A vantagem dessa formulação é a previsão suficientemente precisa do comportamento estrutural. Além disso, no campo probabilístico, permite aplicação explícita de dados estatísticos na descrição das propriedades e das incertezas associadas ao concreto e ao aço.

O modelo probabilístico foi baseado em um processo de simulação numérica com o uso de um gerador de números aleatórios. O índice de confiabilidade  $\beta$  foi usado como medida da segurança estrutural. Para seu cálculo tirou-se vantagem das propriedades das distribuições de probabilidade associadas às variáveis básicas escolhidas para análise.

O efeito da correlação entre a resistência à compressão do concreto e as flechas nas estruturas sobre o índice de confiabilidade foi examinada e resultados específicos para vigas e pavimentos, como componentes estruturais, podem ser encontrados dentro das hipóteses admitidas.

**Fez-se ainda algumas considerações sobre a necessidade de se estudar a formulação de um coeficiente de minoração da resistência como função das variáveis básicas dos modelos de comportamento do concreto armado e de suas distribuições de probabilidade.**

Algumas conclusões podem ser apresentadas:

1. A NB-1 atual não providencia meios para assegurar uma confiabilidade uniforme para todos os tipos de sistemas estruturais em diferentes situações de projeto;

2. A confiabilidade das vigas cresce com o aumento do grau de hiperestaticidade da estrutura. Observou-se também que, para vigas biapoiadas, a taxa de armadura não influencia nos índices de segurança. Nas vigas com dois e três tramos, ao contrário, verificou-se que o crescimento da taxa de armadura propicia índices superiores, mantidas fixas as demais variáveis.
3. Propõem-se, ao longo do trabalho, valores do coeficiente  $\gamma_c$  julgados adequados para cada situação específica da estrutura - dimensões geométricas, grau de hiperestaticidade e taxa de armadura. Verificou-se que todos os valores propostos são menores que o atual prescrito pela NB-1 (1,4).
4. Para as vigas biapoiadas, constatou-se a necessidade de um valor característico maior da resistência do concreto para garantir uma confiabilidade igual em resistências e deslocamentos (quantis de 5% e 95%, respectivamente).
5. Os desvios-padrão recomendados na NB-1 para considerar as condições de execução das obras deveriam ser expressos em função da resistência característica à compressão suposta para o concreto e não como valores fixos – 4.0, 5.5 e 7.0. Deveriam ser aplicados coeficientes de variação, como nas normas internacionais e nas recentes pesquisas em confiabilidade estrutural. Do contrário, supõe-se para estruturas construídas com concreto de alta resistência uma segurança maior do que a apresentada na realidade.

A análise da confiabilidade em deslocamentos revelou a necessidade de se acrescentar mais variáveis à análise probabilística, em particular, propriedades e configurações geométricas.

Para se alcançar uma confiabilidade uniforme em todas as estruturas de vigas são necessárias calibrações com extensivos exercícios probabilísticos. O uso de um coeficiente  $\gamma_c$  único é, em princípio, também possível, mas não pode ser uma constante; deverá ser uma função de todas as variáveis básicas envolvidas e de suas distribuições. Esta função pode, talvez, ser encontrada para tipos de estruturas individuais por calibrações probabilísticas.

As conclusões aqui expostas manifestam a tentativa de introdução dos conceitos de confiabilidade estrutural dentro do projeto prático e devem ser tomadas apenas como base para futuras análises.

**REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- AITALI, M. (1994). *Probabilistic estimation of the risk under bending of statically indeterminate RC beams*. In: SCHUELLER, G.; SHINOZUKA, M., eds. *Structural Safety and Reliability*, ICOSSAR, Innsbruck, Balkema p.1363-1365.
- ANG, A.H-S.; AMIN, M. (1969). *Safety factors and probability in structural design*. *Journal of the Structural Division*, ASCE, v.95, n.ST7, p.1389-1405, July.
- ANG, A. H-S. (1973). *Structural risk analysis and reliability-based design*. *Journal of the Structural Division*, ASCE, v.99, n.ST9, p.1891-1910, September.
- ANG, A.H-S.; CORNELL, C.A. (1974). *Reliability bases of structural safety and design*. *Journal of the Structural Division*, ASCE, v.100, n.ST9, p.1755-1769, September.
- ANG, A. H-S.; TANG, W.H. (1975). *Probability concepts in engineering planning and design: basic principles*. New York: John Wiley. v.1.
- ANG, A. H.S.; TANG, W.H. (1984). *Probability concepts in engineering planning and design: decision, risk and reliability*. New York: John Wiley. v.2.
- AUGUSTI, G.; BARATTA, A.; CASCIATTI, F. (1984). *Probabilistic methods in structural engineering*. London, Chapman and Hall.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1982). NB-1 - *Projeto e execução de obras de concreto armado*. Rio de Janeiro.
- BAZANT, Z. P. (1982). *Creep and shrinkage in concrete structures*. 2ª Edição, Chichester, John Willey & Sons.

- BENJAMIM, J.R. (1968). *Probabilistic structural analysis and design*. *Journal of the Structural Division*, ASCE, v.94, n.ST7, p.1665-1679, July.
- BENJAMIM, J.R.; LIND, N.C. (1969). *A probabilistic basis for a deterministic code*. *Journal of the American Concrete Institute*, v.66, n.11, p.857-865, November.
- BORGES, J.F. (1997). Basic concepts of structural design. In: SOARES, C.G., ed. *Probabilistic Methods for Structural Design*. Dordrecht, Kluwer Academic, p.1-15.
- CASTRO, L. A. (1997). *Análise da segurança no projeto de estruturas: método dos estados limites*. São Carlos. 119p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- COMITÉ EURO-INTERNACIONAL DU BETON (1988). *General principles on reliability for structures*. Dubrovnik, sept., 51p., (CEB Bulletin d'Information, 191).
- COMITÉ EURO-INTERNACIONAL DU BETON (1990). *Evaluation of time dependent behavior of concrete*. Paris, sept, 210p., (CEB Bulletin d'Information , 199).
- COMITÉ EURO-INTERNACIONAL DU BETON (1991). *Behavior and analysis of reinforced concrete structures under alternate actions inducing inelastic response*. july, 296 p., (CEB Bulletin d'Information , 210).
- COMITÉ EURO-INTERNACIONAL DU BETON (1993). *CEB-FIP Model Code 1990*. Lausanne, may, 437p., (CEB Bulletin d'Information, 213/214).
- COMITÉ EURO-INTERNACIONAL DU BETON (1995). *New developments in non-linear analysis methods*. (CEB Bulletin d'Information, 229).
- DEBERNARDI, P.G. (1989). *La deformazione differita in C. A. Sogette a fessurazione: considerazioni sui metodi approssimati di calcolo*. L'Industria Italiana del Cemento. Roma, V. 7/8, p. 499-510.
- DITLEVSEN, O.; MADSEN, H.O. (1996). *Structural Reliability Methods*. Chichester, Wiley.
- DUPRAT, F.; PINGLOT, M.; LORRAIN, M. (1994). *Reliability analysis of reinforced concrete columns*. In: SCHUELLER, G.; SHINOZUKA, M., eds. *Structural Safety and Reliability*, ICOSSAR, Innsbruck, Balkema p.1249-1255.

- ELLINGWOOD, B.; ANG, A.H-S. (1974). *Risk-based evaluation of design criteria*. *Journal of the Structural Division, ASCE*, v.100, n.ST9, p.1771-1788, September.
- ELLINGWOOD, B. (1982). *Safety checking formats for limit states design*. *Journal of the Structural Division, ASCE*, v.108, n.ST7, p.1481-1493, July.
- ELLINGWOOD, B. (1977). *Statistical analysis of RC beam-column interaction*. *Journal of the Structural Division, ASCE*, v.103, n.ST7, p.1377-1388, July.
- EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION (1994). *Eurocode 1 - Basis of design and actions on structures - Part 1: Basis of design*. Brussels.
- EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION (1992). *Eurocode 2 - Design of concrete structures - Part 1: General rules and rules for buildings*. Brussels.
- FERRY BORGES, J. (1997). Probability based structural codes: past and future. In: SOARES, C.G., ed. *Probabilistic Methods for Structural Design*. Dordrecht, Kluwer Academic, p.339-350.
- FRANGOPOL, D.M.; AL-HARTHY (1994). *Reliability analysis of prestressed concrete beams*. In: SCHUELLER, G.; SHINOZUKA, M., eds. *Structural Safety and Reliability*, ICOSSAR, Innsbruck, Balkema
- FREUDENTHAL, A.M. (1947). *The safety of structures*. *ASCE Transactions*, v. 121, p. 125-159.
- FUSCO, P.B. (1976). *Fundamentos estatísticos da segurança das estruturas*. São Paulo, EDUSP/McGraw-Hill.
- FUSCO, P.B. (1986). *Estruturas de concreto: solicitações normais*. 2ª Edição. Rio de Janeiro, Guanabara Dois.
- GALAMBOS, T.V. (1990). *Developments in modern steel design standards*. *Journal of construction steel research*. v. 17, n. 1 e 2, p. 144-162.
- GHALI, A.; FAVRE, R. (1986). *Concrete Structures: stress and deformations*. New York, Chapman and Hall.

- GOMES, H.M. (1997). *Análise da confiabilidade de estruturas de concreto armado usando o método dos elementos finitos e processos de simulação*. Porto Alegre, 118p. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- GOMES, H.M.; AWRUCH, A.M.; ROCHA, M.M. (1997). Análise da confiabilidade no projeto de estruturas de concreto armado. In: JORNADAS SUL-AMERICANAS DE ENGENHARIA ESTRUTURAL, 28., São Carlos, 1997. Estruturas e Fundações. São Carlos, Departamento de Engenharia de Estruturas, EESC-USP / ASAAE. v.1, p.99-108.
- JULIAN, O.G. (1957). *Synopsis of first progress report of committee on factors of safety*. *Journal of the Structural Division, ASCE*, v.83 n.ST4, April.
- KRAKOVSKI, M.B. (1997). *RC beams designed for flexure to ACI code: cases with inadequate reliability*. In: FRANGOPOLO, D.M. et al. ed. *Reliability and optimization of structural systems*. Oxford, Pergamon, p.215-222.
- LABEYRIE, J. (1997). *Response surface methodology in structural reliability*. In: SOARES, C.G., ed. *Probabilistic Methods for Structural Design*. Dordrecht, Kluwer Academic, p.39-58.
- LAWRENCE, M. (1989). *An introduction to reliability methods*. In: LIU, W.K. & BELYTSCHKO, T., ed. *Computational Mechanics of Probabilistic and Reliability Analysis*. Lausanne, Elmepress, p.10-46.
- LEMAIRE, M. (1998). *Finite element and reliability: combined methods by response surface*. In: FRANTZISKONIS, G.N. (ED.) - PROBAMAT – 21<sup>st</sup> Century: Probabilities and Materials, p. 317-331.
- LEONHARDT, F. (1979). *Construções de concreto – volume 1: princípios básicos para o dimensionamento das estruturas de concreto armado*. Rio de Janeiro, Interciência.
- MACHADO, C.P. (1989). *Tensões, deformações e deslocamentos em estruturas de concreto armado e protendido*. São Paulo. Dissertação (Mestrado). Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.
- MAREK, P.; GUSTAR, M.; ANAGNOS, T. (1996) *Simulation-based reliability assessment for structural engineers*. Boca Raton, CRC.

- MELCHERS, R. E. (1987) *Structural reliability analysis and prediction*. Chichester, John Wiley.
- MIRZA, S.A.; MACGREGOR, J.G. (1979). *Statistical description of the strenght of concrete*. *Journal of the Structural Division, ASCE*, v.105, n.ST5, p.1021-1035, May.
- MOSES, F. (1974). *Reliability of structural systems*. *Journal of the Structural Division, ASCE*, v.100, n.ST9, p.1813-1820, September.
- MURZEWSKI, J. (1997). *Objective functions in reliability*. In: FRANGOPOL, D.M. et al. ed. *Reliability and optimization of structural systems*. Oxford, Pergamon, p.263-272.
- NEVILLE, A. M. (1983). *Creep of plain and structural concrete*. New York, London Construction Press.
- NÜRNBERGEROVÁ, T.; HÁJEK, J. (1994). *Strain energy as a criterion of structural safety and reliability of RC slabs*. In: SCHUELLER, G.; SHINOZUKA, M., eds. *Structural Safety and Reliability*, ICOSSAR, Innsbruck, Balkema
- PALOHEIMO, E.; HANNUS, M. (1974). *Structural design based on weighted fractiles*. *Journal of the Structural Division, ASCE*, v.100, n.ST7, p.1367-1378, December.
- PRESS, W. H. et al.(1994). *Numerical recipes in FORTRAN – The art of scientific computing*. Second edition. New York, Cambridge.
- RAVINDRA, M.K.; LIND, N.C.; SIU, W. (1974). *Illustrations of reliability-based design*, *Journal of the Structural Division, ASCE*, v.100, n.ST9, p.1789-1811, September.
- SANCHES JÚNIOR, F. (1998). *Cálculo de esforços e deslocamentos em pavimentos de edifícios considerando-se modelos próprios para o concreto armado*. São Carlos. 159p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- SELLIER, A.; PINGLOT, M.; et al. (1994). *A comparative study of probabilistic methods in structural safety analysis*. In: SCHUELLER, G.; SHINOZUKA, M., eds. *Structural Safety and Reliability*, ICOSSAR, Innsbruck, Balkema, p. 1329-1336.

- SOARES, C.G. (1997). Quantification of model uncertainty in structural reliability. In: SOARES, C.G., ed. *Probabilistic methods for structural design*. Dordrecht, Kluwer Academic, p.17-37.
- STEVENSON, J.; MOSES, F. (1970). *Reliability analysis of frame structures*. *Journal of the Structural Division, ASCE*, v.96, n.ST11, p.2409-2427, November.
- TICHÝ, M. (1993). *Applied Methods of Structural Reliability*. Dordrecht, Kluwer Academic (Topics in safety, reliability and quality, v.2).
- TURKSTRA, C.J. (1967). Choice of failure probabilities. *Journal of the Structural Division, ASCE*, v.93, n.ST6, p.189-200, December.
- VAL, D.; BLJUGER, F.; YANKELEVSKY, D. (1997). *Reliability evaluation in nonlinear analysis of reinforced concrete structures*. *Structural Safety*, v. 19, n. 2, p. 203-217.
- ZSUTTY, T. (1963). *Error statistics for reinforced concrete beams*. *Journal of the Structural Division, ASCE*, v.89, n.ST6, p.235-270, December.

#### **BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR**

- BUCHER, C. G.; SCHÜLLER, I. (1994). *Systems reliability: revisited*. In: SCHUELLER, G.; SHINOZUKA, M., eds. *Structural Safety and Reliability*, ICOSAR, Innsbruck, Balkema, p. 1227-1231.
- FREUDENTHAL, A.M.; GARRELT, J.M.; SHINOZUKA, M. (1966). The analysis of structural safety. *Journal of the Structural Division, ASCE*, v.92, n.ST1, p.125-159, February.
- GALAMBOS, T.V.; ELLINGWOOD, B.R.; MACGREGOR, J.G.; CORNELL, C.A. (1982). Probability based load criteria: assessment of current design practice. *Journal of the Structural Division, ASCE*, v.108, n.ST5, p.959-977, May.
- HASOFER, A.M. (1974). Reliability index and failure probability. *Journal of Structural Mechanics, ASCE*, v.3, n.1, p.25-27.

- ISRAEL, M.; ELLINGWOOD, B.R.; COROTIS, R. (1987). *Reliability-based code formulations for reinforced concrete buildings*. *Journal of Structural Engineering, ASCE*, v.113, n. 10, p. 2235-2252, October.
- MICIC, T.V.; CHRYSANTHOPOULOS, M.K. (1997). *System reliability of beam-and-slab bridges*. In: FRANGOPOL, D.M. et al. ed. *Reliability and optimization of structural systems*. Oxford, Pergamon, p.239-246.
- ORISSAMOLU, I. R.; CHERNUKA, M. W. (1994). *Probabilistic Reliability Analysis Using General Purpose Commercial Computer Programs*. In: SCHUELLER, G.; SHINOZUKA, M., eds. *Structural Safety and Reliability*, ICOSSAR, Innsbruck, Balkema, p. 1295-1398.
- PILISZEK, J.; CZOMOCH, I. (1994). *Probabilistic FEM analysis of reinforced concrete beams*. In: SCHUELLER, G.; SHINOZUKA, M., eds. *Structural Safety and Reliability*, ICOSSAR, Innsbruck, Balkema, p. 295-398.
- REH, S.; BRÜCKNER-FOIT, A.; BÖHM, F. (1994). *Reliability analysis of complex structures with random material properties and random geometry*. In: SCHUELLER, G.; SHINOZUKA, M., eds. *Structural Safety and Reliability*, ICOSSAR, Innsbruck, Balkema, p. 399-402.
- STEWART, M. G. (1996). *Serviceability reliability analysis of reinforced concrete structures*. *Journal of Structural Engineering*, v. 122, n.7, July.