

**PROJETO E EXECUÇÃO DE COBERTURAS EM
CASCA DE CONCRETO COM FORMA DE MEMBRANA
PÊNSIL INVERTIDA E SEÇÃO TIPO SANDUÍCHE**

Pedro Wellington Gonçalves do Nascimento Teixeira

Tese apresentada à Escola de Engenharia
de São Carlos, da Universidade de São
Paulo, como parte dos requisitos para
obtenção do título de Doutor em
Engenharia de Estruturas

ORIENTADOR: Prof. Tit. João Bento de Hanai

São Carlos
1999

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

T266p

Teixeira, Pedro Wellington Gonçalves do Nascimento
Projeto e execução de coberturas em casca de
concreto com forma de membrana pênsil invertida e
seção tipo sanduíche / Pedro Wellington Gonçalves do
Nascimento Teixeira. -- São Carlos, 1999.

Tese (Doutorado) -- Escola de Engenharia de São
Carlos-Universidade de São Paulo, 1999.

Área: Engenharia de Estruturas.

Orientador: Prof. Dr. João Bento de Hanai.

1. Cascas. 2. Concreto armado. 3. Projeto.
4. Coberturas. I. Título.

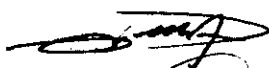
FOLHA DE APROVAÇÃO

Candidato: Engenheiro **PEDRO WELLINGTON GONÇALVES DO NASCIMENTO TEIXEIRA**

Tese defendida e aprovada em 23-11-1999
pela Comissão Julgadora:



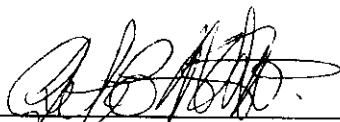
Prof. Titular **JOÃO BENTO DE HANAI (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)



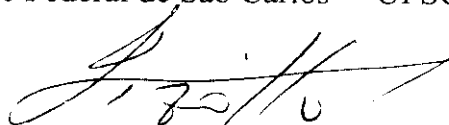
Prof. Associado **ROBERTO LUIZ DE ARRUDA BARBATO**
(Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)



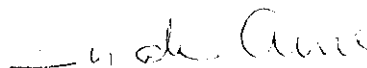
Prof. Titular **WALTER SAVASSI**
(Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)



Prof. Doutor **ROBERTO CHUST CARVALHO**
(Universidade Federal de São Carlos - UFSCar)



Prof. Doutor **ISAÍAS VIZOTTO**
(Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP)



Prof. Doutora **ANA LÚCIA HOMCE DE CRESCER EL DEBS**
Coordenadora da Área de Engenharia de Estruturas



JOSÉ CARLOS A. CINTRA
Presidente da Comissão de Pós-Graduação

AGRADECIMENTOS

A todos que colaboraram para a elaboração deste trabalho e, especialmente, ao Professor João Bento de Hanai, pela sua orientação, efetuada com objetividade e competência, sobretudo, por sua amizade.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	i
LISTA DE TABELAS	iii
RESUMO	iv
ABSTRACT	v
1. INTRODUÇÃO	1
1.1. Considerações preliminares.....	1
1.2. Objetivos do trabalho.....	5
1.3. Apresentação do trabalho.....	6
2. COBERTURAS EM CASCA DE CONCRETO COM	
FORMA LIVRE: ESTADO DA ARTE	7
2.1. Generalidades.....	7
2.2. Notas históricas.....	10
2.3. Tipos de cascas com forma livre.....	19
2.4. Aplicação em coberturas.....	20
2.5. Análise da estrutura.....	27
2.6. Aspectos construtivos.....	35
3. GERAÇÃO DE CASCAS COM FORMA LIVRE	40
3.1. Cálculos preliminares.....	40
3.2. Cascas sobre planta retangular.....	50
3.3. Cascas sobre planta triangular.....	58
3.4. Comentários.....	62
4. PROJETO E CONSTRUÇÃO DE PROTÓTIPOS	71
4.1. Protótipo I.....	71
4.2. Protótipo II.....	80
4.3. Comentários.....	85
4.4. Prova de carga no Protótipo II.....	87

5. ANÁLISE ESTRUTURAL DE CASCAS DE CONCRETO COM FORMA LIVRE E SEÇÃO SANDUÍCHE.....	97
5.1. Ações a considerar.....	97
5.2. Comportamento da seção sanduíche.....	99
5.3. Flambagem da estrutura.....	104
5.4. Variação de temperatura.....	109
5.5. Análise dos resultados da prova de carga do Protótipo II.....	112
6 CONCLUSÕES.....	124
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	
OBRAS CONSULTADAS	

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1. Casca sobre planta triangular (a) com definição estrutural e (b) com definição geométrica da forma. Vistas frontal e lateral.	9
FIGURA 2. Pequena casca ensaiada por Ramaswamy.	12
FIGURA 3. Protótipo de cobertura construído por Ramaswamy.	13
FIGURA 4. Cascas sobre área retangular: (a) casca cilíndrica e (b) casca de dupla curvatura.	14
FIGURA 5. Reservatório com paredes onduladas (HANAI, 1977).	17
FIGURA 6. Inversão da curvatura próximo das bordas de cascas com forma livre.	19
FIGURA 7. Frequência de distribuição de espessuras de cúpulas de concreto [HEGER & ZARGHAMEE (1983)].	22
FIGURA 8. Variação da espessura de cúpulas próximo ao anel externo.	23
FIGURA 9. Variação de espessura de casca com bordas livres.	24
FIGURA 10. Abatimentos usuais de cúpulas [HEGER & ZARGHAMEE (1983)].	26
FIGURA 11. Casca ensaiada por ODELLO & ALLGOOD (1973).	28
FIGURA 12. Tipos de ruína das cascas ensaiadas por ODELLO & ALLGOOD (1973).	29
FIGURA 13. Resultados experimentais apresentados por ODELLO & ALLGOOD (1973).	31
FIGURA 14. Gráfico do comportamento pós-crítico típico de cascas com borda livre ensaiadas por DULÁCSKA & KÓLLAR (1984).	33
FIGURA 15. Esquema para moldagem de cascas de concreto mostrado em RAMASWAMY et al. (1958).	36
FIGURA 16. Vista esquemática de equipamento de projeção de concreto por via seca, extraída de FIGUEIREDO (1992).	39
FIGURA 17. Código em linguagem BASIC para geração de coordenadas de nós a partir de polilinhas desenhadas no software AutoCAD R14.	42
FIGURA 18. Código em linguagem BASIC para geração da incidência de elementos finitos triangulares planos em arranjo quadrangular.	42
FIGURA 19. Código em linguagem BASIC para geração de incidência de elementos finitos triangulares planos em arranjo triangular.	43
FIGURA 20. Arranjos (a) quadrangular e (b) triangular de elementos triangulares.	43
FIGURA 21. Malha de elementos triangulares em um quarto de calota esférica.	44
FIGURA 22. Malha de elementos triangulares em superfície de dupla curvatura.	44
FIGURA 23. Código para geração de arquivo script do AutoCAD R14 que desenha superfícies facetadas com elementos triangulares (linguagem BASIC).	45
FIGURA 24. Valores de M_{ϕ} na borda de uma cúpula esférica calculados com o programa LUSAS (versão 10.0).	47
FIGURA 25. Valores de M_{ϕ} na borda de uma cúpula esférica calculados com o programa ANSYS (versão 5.3).	47
FIGURA 26. Variação de esforços N_x no meio de casca cilíndrica circular (unidades não alteradas para o SI para facilitar comparação com os resultados de RAMASWAMY, 1968)	49
FIGURA 27. Comparação entre valores de $z_{m\acute{a}x}$ calculados com a expressão da Tabela 1 com um, dois e três termos da série (z_1 , z_2 e z_3) e o valor de $z_{m\acute{a}x}$ calculado com a Fórm.7 (z_{simpl}).	51
FIGURA 28. Esforços N_x no meio da casca e na viga de borda para carga uniforme.	53
FIGURA 29. Exemplos de cascas geradas por analogia com membranas suspensas presas em quatro cantos.	55
FIGURA 30. Gráficos carga deslocamento máximo de membranas com 5m x 5m obtidos com o programa SUNPLANNCSST (carga multiplicada por 10^4).	56
FIGURA 31. Curvas de nível de casca com forma de membrana suspensa presa em quatro cantos. ...	56
FIGURA 32. Exemplos de casca com forma de membrana pênsil invertida sobre planta triangular e apoiadas apenas nos vértices.	59
FIGURA 33. Curvas de nível na membrana triangular presa pelos vértices.	60
FIGURA 34. Definições para as Tabelas 5 e 6.	60

FIGURA 35. Modelo de elementos finitos de casca sobre base circular.	63
FIGURA 36. Forma da cúpula sobre base circular.	63
FIGURA 37. Analogia de membrana suspensa pelos vértices com membrana de Prandtl.	67
FIGURA 38. Definições para cálculo simplificado.	68
FIGURA 39. Alternativa para desenho das bordas da casca.	69
FIGURA 40. Alternativa para desenho das bordas da casca.	70
FIGURA 41. Vista frontal da superfície média do modelo escolhido.	72
FIGURA 42. Posição dos nós definidos na Tabela 7.	73
FIGURA 43. Definições para cálculo simplificado dos esforços no Protótipo 1.	74
FIGURA 44. Planta e vistas do Protótipo I.	75
FIGURA 45. Elementos de fundação do Protótipo I.	75
FIGURA 46. Detalhes dos elementos de fundação.	76
FIGURA 47. Peças de madeira do escoramento da fôrma do trecho maciço.	77
FIGURA 48. Detalhe do escoramento da fôrma do trecho maciço.	77
FIGURA 49. Tela inferior posicionada.	78
FIGURA 50. Concretagem dos trechos maciços.	78
FIGURA 51. Aspecto final do Protótipo I.	79
FIGURA 52. Falha construtiva na ligação dos trechos maciço e sanduíche.	80
FIGURA 53. Vista do Protótipo II.	81
FIGURA 54. Detalhe das cambotas utilizadas como cimbramento do Protótipo II.	82
FIGURA 55. Seqüência executiva da colocação do EPS.	83
FIGURA 56. Concretagem da face superior do Protótipo II.	84
FIGURA 57. Vista do protótipo concluído.	84
FIGURA 58. Vista do protótipo concluído.	84
FIGURA 59. Posição dos relógios comparadores (RC) para o ensaio.	89
FIGURA 60. Fissuras na face inferior da casca.	91
FIGURA 61. Deslocamentos no meio da viga de borda (RC6).	93
FIGURA 62. Deslocamentos do ponto RC9.	94
FIGURA 63. Deslocamentos do ponto RC7.	94
FIGURA 64. Deslocamentos do ponto central da casca.	95
FIGURA 65. Vista geral do posicionamento dos defletômetros durante a prova de carga do Protótipo II.	95
FIGURA 66. Vista das etapas 1.2 e 2.1 do carregamento da prova de carga do Protótipo II.	96
FIGURA 68. Ações a serem consideradas na análise da estrutura sanduíche no caso da primeira face ser a inferior.	98
FIGURA 69. Seqüência construtiva adequada para o caso de vão grande.	99
FIGURA 70. Tipos de composição de uma seção sanduíche: (a) completamente composta; (b) não composta com duas faces resistentes; (c) não composta com uma face resistente.	100
FIGURA 71. Modelo de pórtico usado para análise de painel sanduíche.	102
FIGURA 72. Gráfico para determinação do coeficiente de redução da carga crítica de flambagem de cascas de concreto devido às imperfeições geométricas (w_0) (KÓLLAR & DULÁCSKA, 1995).	105
FIGURA 73. Valores de carga crítica de cascas determinados experimentalmente (KÓLLAR & DULÁCSKA, 1995).	107
FIGURA 74. Coeficientes de segurança à flambagem de cascas existentes (KÓLLAR & DULÁCSKA, 1995).	108
FIGURA 75. Elástica da casca – seção central.	118
FIGURA 76. Elástica da casca – seção passando pela diagonal.	119
FIGURA 77. Deslocamentos da viga de borda.	119
FIGURA 78. Deslocamentos do ponto correspondente aos defletômetros RC7 e RC8.	120
FIGURA 79. Deslocamentos do ponto correspondente aos defletômetros RC9, RC10 e RC11.	120
FIGURA 80. Deslocamentos do ponto correspondente ao defletômetro RC12.	121
FIGURA 81. Representação esquemática do modelo usado para análise teórica.	121

LISTA DE TABELAS

TABELA 1. Expressões da superfície média de membranas pneumáticas (RAMASWAMY, 1968)..	11
TABELA 2. Deslocamentos no centro do protótipo (RAMASWAMY et al, 1958).....	32
TABELA 3. Deslocamentos central e na borda de membranas com configuração inicial plana, de planta quadrada, suspensas pelos cantos e submetidas a carregamento uniforme.	57
TABELA 4. Reações de apoio e tensão de membrana nos modelos suspensos de membrana com configuração inicial plana de forma quadrada com 5m de lado.....	58
TABELA 5. Reações de apoio e tensões em membranas suspensas com configuração inicial plana na forma de um triângulo equilátero com lado de 5m, submetidas a carga uniforme (ver Figura 34).....	61
TABELA 6. Deslocamentos em membranas suspensas com configuração inicial plana na forma de um triângulo equilátero, submetidas a carga uniforme (v. Figura 34).	61
TABELA 7. Coordenadas de alguns nós da superfície média do Protótipo I.	73
TABELA 8. Resultados dos relógios comparadores próximos aos pilares (mm).	91
TABELA 9. Resultados obtidos nos demais relógios comparadores.	92
TABELA 10. Valores de temperatura na superfície da casca do Protótipo II.	110
TABELA 11. Resistências dos corpos de prova de argamassa projetada medida em corpos de prova cilíndricos de 7 x 15 cm.	114

RESUMO

TEIXEIRA, P. W. G. N. *Projeto e execução de coberturas em casca de concreto com forma de membrana pênsil invertida e seção tipo sanduíche*. São Carlos, 1999. 132 p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

Coberturas em casca de concreto apresentam bom desempenho estrutural, desde que a forma de sua superfície média seja adequada para resistir predominantemente com esforços de membrana ao carregamento atuante. Atualmente, é possível utilizar-se métodos numéricos para determinar a forma mais adequada de uma casca para carregamentos de naturezas diversas e várias condições de apoio, projetando-se cascas com forma livre. Uma das grandes dificuldades para aplicação dessas estruturas consiste em compatibilizar um processo executivo adequado para moldagem de formas livres, que têm características geométricas muito complexas. A utilização de processo executivo de construção tipo sanduíche, com concreto ou argamassa projetados, é vista neste trabalho como uma alternativa para a viabilização dessas estruturas. Propõe-se definir procedimentos para o projeto de cascas com forma livre, utilizando-se recursos computacionais para definição da forma e análise da estrutura, e um método construtivo adequado a esse tipo de estrutura. Apresentam-se os resultados de geração de formas livres com métodos numéricos disponíveis, bem como parâmetros que podem auxiliar na aplicação dessas formas livres em projetos de coberturas em casca, baseados em resultados numéricos de análise dessas estruturas. São descritas as experiências de execução de dois protótipos de cobertura em casca, com aplicação de argamassa em núcleo de material leve, posicionado entre telas de aço moldadas na forma de membranas pênsis invertidas. Apresentam-se os resultados obtidos em prova de carga de um dos protótipos executados, bem como comparações desses resultados com os obtidos em modelos numéricos, comprovando-se o bom desempenho da estrutura, mesmo sendo a seção formada por duas faces finas sem conexão rígida. Acredita-se que o procedimento executivo proposto para moldagem de cascas com forma livre pode, com pequenas melhorias, ser utilizado na execução de estruturas semelhantes, mesmo com dimensões maiores, compondo-se, dessa maneira, um processo tecnológico viável.

Palavras chave: cascas; concreto armado; projeto; coberturas.

ABSTRACT

TEIXEIRA, P. W. G. N. *Design and construction of sandwich concrete shell roofs with the shape of a reversed hanging membrane*. São Carlos, 1999. 132 p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

Concrete shell roofs are very efficient structures when designed to support the loads mainly by membrane forces. Nowadays, there are numerical methods that can be used to determine the suitable shell shape, once it is given the loading and the boundary conditions, with a great variety of these parameters, thus creating the so called free form shells. When applying these shell shapes at practical situations, using conventional concrete construction technology, problems appear because of their very complex geometrical characteristics. Sandwich type construction and shotcrete have been seen in this work as alternatives to solve many construction problems involved with free form shell construction. It is proposed that conceptual design of free form shells, with basis on computational methods, be applied together with a adequate construction method to define a design methodology. Results of the application of numerical methods for shell shape generation are presented, as well as data that can be used when applying these shell shapes in roof design. Two prototypes were built by applying mortar on lightweight curved panels fixed between two steel meshes. The results of a loading test performed on one of these prototypes are described and compared with those obtained in a numerical simulation. The prototype proved to be so stiff, beware the fact that the thin faces of the sandwich section did not have rigid shear connections. One believes that there are sufficient data to ensure that the proposed construction method is very suitable to cast free form shell roofs and so it can be used, with few improvements, even on large span structures.

Keywords: shells; reinforced concrete; structural design; roofs.

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

1.1. CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES

O desafio de projetar coberturas deu origem ao desenvolvimento de inúmeros sistemas estruturais adequados para esse fim, procurando-se sempre utilizar da maneira mais eficiente possível os recursos disponíveis. O surgimento do concreto armado possibilitou que se alcançasse o máximo de eficiência no projeto de coberturas, com os sistemas estruturais em casca, que combinam as funções portante e de vedação, além de permitirem bom aproveitamento do concreto, material de reconhecidas qualidades técnicas e de custo acessível.

A primeira casca de concreto, a cúpula de Jena, foi construída em 1922 para cobertura de um observatório (HANAI, 1992). A forma da cobertura, semi-esférica, foi definida por requisitos de funcionalidade.

Desde então, as coberturas em casca de concreto despertaram a atenção de grande número de projetistas e pesquisadores por todo o mundo, e uma grande quantidade de conhecimento sobre essas estruturas foi acumulada ao longo desses mais de setenta anos. Porém, a utilização de coberturas em casca é, nos dias de hoje, bastante restrita, não se explorando as suas enormes possibilidades, a despeito de se ter condições bem mais propícias que na década de 1920, quando surgiram essas estruturas.

Os sistemas de cobertura mais utilizados hoje são em estrutura reticulada, de elementos pré-fabricados de aço ou concreto, com telhas, em geral sem função estrutural. Não se pode dizer que sistemas estruturais reticulados são impróprios ou pouco adequados. Pelo contrário, em determinadas situações são de fato a melhor opção que o projetista pode ter. É o caso, por exemplo, de construções em que há

modulação de dimensões e é possível se produzir elementos em série e ligações padronizadas entre esses elementos. Além disso, há os casos em que as modestas dimensões da obra não clamam por sistemas estruturais mais eficientes, considerando-se as resistências usuais dos materiais de construção e, portanto, a utilização de estruturas reticuladas não acarreta elevado consumo de material. No entanto, não é raro se deparar com casos em que soluções com estruturas em casca trariam excelentes vantagens para a construção e, no entanto, sequer são cogitadas. Coberturas de mercados, galpões industriais, reservatórios, ginásios esportivos, auditórios, espaços para exposições ou mesmo postos de abastecimento de veículos, constituem-se, entre outros, em vasto campo de aplicação para estruturas em casca. Particularmente quando a melhor solução arquitetônica não consiste em edificações paralelepípedicas. A não utilização de sistemas estruturais em casca, nesses casos, impede o aproveitamento do espaço construído de maneira mais eficiente.

Muitos fatores concorrem para a pouca utilização de cascas, dentre os quais podem-se destacar as dificuldades matemáticas para análise estrutural de cascas e o custo elevado de fôrmas e cimbramentos para execução por processo convencional. A falta de conhecimento sobre o assunto, por sua vez, pode ser vista como causa e conseqüência da pouca utilização dessas estruturas.

Com relação à dificuldade matemática associada com a análise de estruturas em casca devem ser feitos alguns comentários. Antes da utilização intensiva de computadores a análise de uma casca demandava solução de equações diferenciais complexas por métodos analíticos, e se constituía, de fato, em tarefa exaustiva. Não é à toa que LEONHARDT (1977) cita que a utilização de cascas com predominância de esforços de membrana tem como justificativa não apenas o bom desempenho desses sistemas estruturais, mas também a possibilidade de se calcular os esforços baseando-se principalmente na Teoria de Membrana, eventualmente complementada com teorias simplificadas de flexão. No entanto com o desenvolvimento atual dos métodos numéricos a dificuldade de análise de cascas tornou-se bastante atenuada, restando ainda, é claro, a tarefa de elaboração do modelo numérico e cuidadosa análise dos resultados por parte do engenheiro. Naturalmente, não será a utilização de um programa de computador que irá resolver todos os problemas do projeto de uma

cobertura em casca, porém trata-se de uma ferramenta que traz vantagens indiscutíveis.

Ainda assim, podem-se relacionar uma série de questões que surgem ao se efetuar a análise estrutural de uma casca de concreto com as ferramentas de cálculo disponíveis atualmente. A primeira questão é se a análise pode ser efetuada com modelos simplificados do ponto de vista geométrico. Por exemplo, algumas cascas podem ser analisadas de maneira satisfatória por analogia com arcos ou vigas, enquanto que para a análise de outras estruturas (provavelmente a maior parte delas) é indispensável a representação precisa das características geométricas de sua superfície média, das condições de apoio e de enrijecedores que possam existir. Atualmente, para análise dessas estruturas o procedimento mais usado é o Método dos Elementos Finitos (MEF).

Escolhendo-se utilizar o MEF para a análise, depara-se com o segundo problema que é a escolha do elemento finito a ser usado, dentre a grande variedade de elementos disponíveis nos programas de análise estrutural existentes. É necessário que se conheçam as limitações de cada elemento já que nem sempre se conseguem bons resultados em todas as situações com o mesmo elemento.

Além disso, existem as dificuldades associadas com a análise de estruturas de concreto, como fissuração, retração, fluência, presença da armadura e comportamento não linear do material. Atualmente existem elementos finitos de casca estratificados (*layered elements*), nos quais a cada camada pode ser atribuída uma equação constitutiva de um dado material. É importante lembrar que, apesar disso, a prática corrente de análise de cascas de concreto consiste em considerar o material homogêneo e desprezar a fissuração (exceto para cálculo de deformações) e determinar posteriormente áreas de aço compatíveis com os esforços calculados dessa maneira. É mais comum utilizar-se análise completa com MEF em trabalhos acadêmicos ou aplicações especiais, tais como construções marítimas de grande porte (SCHNOBRICH, 1991; IDING, 1985). Isso apesar do primeiro artigo sobre análise de estruturas de concreto armado com MEF, considerando-se as características de material composto, ter sido publicado há mais de trinta anos (SCORDELIS & NGO, 1967).

As dificuldades construtivas de cascas de concreto por métodos convencionais têm levado ao desenvolvimento de métodos construtivos alternativos, buscando-se sempre racionalizar o processo. Destaca-se nesse contexto a utilização de concreto ou argamassa projetados, processo adequado para moldagem de formas livres.

A possibilidade de aplicação desse processo construtivo aliado à utilização de construção com elementos de seção sanduíche motivou a elaboração e o desenvolvimento deste trabalho. Pretende-se com este trabalho contribuir para formulação de um processo construtivo baseado na utilização de painéis de material leve que sirvam de anteparo para projeção, manual ou mecanizada, de concreto ou argamassa, e que sejam incorporados à estrutura definitiva compondo-se assim uma seção tipo sanduíche, sendo o núcleo da seção formado pelos painéis. Com utilização de tal procedimento, acredita-se que se ganhem algumas vantagens em relação aos métodos convencionais de moldagem de cascas de concreto. A primeira delas é a possibilidade de redução do peso sobre o escoramento e há, além disso, a redução ou mesmo a eliminação das fôrmas que traz uma série de vantagens, sobretudo a redução de custos.

Além disso, a incorporação de painéis leves proporciona vantagens do ponto de vista de isolamento térmico. Esse item é de fundamental importância pois, conforme comentado anteriormente, uma das grandes vantagens das cascas reside na dupla função que desempenham, quais sejam estrutural e de vedação. Sabe-se, porém, que o concreto é um material de grande inércia térmica e de coeficiente de transmissão de calor também relativamente elevado. Assim, muitas vezes, uma casca de concreto não consegue desempenhar bem a função de vedação, pois efetua trocas de calor com o ambiente de maneira lenta e com pouca eficiência, exigindo elevados custos adicionais com climatização artificial do ambiente construído. Outra vantagem é o bom isolamento acústico que pode ser obtido com uso de seção composta (sanduíche) com material leve.

Considerando-se as vantagens que o procedimento proposto para execução de coberturas em casca de concreto pode trazer, e considerando-se também que para aplicação de tal procedimento não há dados suficientes disponíveis na literatura,

procura-se neste trabalho definir procedimentos de cálculo adequados, dentre aqueles disponíveis atualmente, para análise desse tipo específico de estrutura.

1.2 OBJETIVOS DO TRABALHO

De maneira geral, procura-se neste trabalho definir procedimentos para projeto de coberturas em casca com forma livre, utilizando-se métodos numéricos para geração da forma da estrutura. Procura-se também, definir um processo construtivo adequado para execução dessas coberturas, baseado na aplicação, manual ou mecanizada, de concreto sobre painéis leves, que sirvam de fôrma e fiquem incorporados à estrutura definitiva, com objetivo específico de se compor um processo tecnológico viável.

Para cumprir esse objetivo, a metodologia inicialmente previa os seguintes passos:

- 1) – Proceder a geração de formas livres de casca e efetuar análise estrutural dessas cascas visando estabelecer parâmetros para as etapas preliminares de projeto;
- 2) – Planejar e executar a construção de um protótipo com dimensões reduzidas a fim de definir as etapas de um processo construtivo adequado para utilização de painéis leves em substituição às fôrmas para concretagem da estrutura;
- 3) – Efetuar uma prova de carga no protótipo construído, visando obter uma primeira avaliação do desempenho estrutural de uma casca construída com o procedimento proposto, com relação à resistência e rigidez;
- 4) – Analisar os resultados da prova de carga com procedimentos numéricos visando definir procedimentos de cálculo adequados para a estrutura executada com os sistema construtivo proposto.

APRESENTAÇÃO DO TRABALHO

No Capítulo 2, apresenta-se o estado da arte do projeto de coberturas em casca de concreto com forma livre. É feita uma discussão inicial a fim de justificar o termo casca de forma livre. Apresentam-se notas históricas sobre o assunto, colhidas na bibliografia pesquisada e organizadas cronologicamente neste trabalho. São discutidos critérios para projeto, análise e construção de cascas com forma livre.

No Capítulo 3, são apresentados resultados de geração e análise de algumas coberturas em casca com forma de membrana suspensa invertida. Utiliza-se o programa de computador desenvolvido pelo Prof. Isaías Vizotto, da FEC-UNICAMP, em sua tese de Doutorado (VIZOTTO, 1993), e gentilmente cedido pelo citado autor para utilização neste trabalho. Inicia-se com cascas sobre planta quadrada com bordas retas e são tratadas também cascas com bordas livres, apoiadas em pontos, para área retangular e triangular. Os resultados de análise apresentados nesse capítulo servem apenas como orientação inicial para se definir o comportamento dessas formas estruturais.

No Capítulo 4, descrevem-se as experiências de execução de dois protótipos com o processo construtivo proposto neste trabalho. Também se apresentam os resultados da prova de carga efetuada com um dos protótipos.

No Capítulo 5, são feitas considerações sobre aspectos importantes a serem levados em conta na análise de cascas com forma livre executadas com o procedimento construtivo proposto. Comenta-se sobre os efeitos da seqüência executiva. Apresenta-se a comparação dos resultados do ensaio do protótipo com os resultados obtidos com modelos numéricos.

No Capítulo 6, apresentam-se as conclusões obtidas ao fim deste trabalho com relação à viabilidade executiva do processo construtivo proposto, ao comportamento estrutural de cascas com forma livre executadas com tal processo e aos critérios que se julgam mais importantes para que se possa projetar e construir coberturas em casca com seção sanduíche, com base nas análises feitas ao longo do trabalho.

Capítulo 2

COBERTURAS EM CASCA DE CONCRETO COM FORMA LIVRE: ESTADO DA ARTE

2.1. GENERALIDADES.

A metodologia usual de projeto de coberturas em casca de concreto consiste em tomar uma superfície definida analiticamente e “cortar” dessa superfície um certo segmento, podendo-se obter assim cúpulas esféricas e cascas cilíndricas entre outras estruturas. Conhecendo-se o carregamento atuante e as vinculações da estrutura, o estado de tensões pode ser obtido com a aplicação da Teoria de Cascas. Convém lembrar que a Teoria de Cascas conduz a equações diferenciais extremamente complexas e, portanto, muitas vezes não se consegue resolvê-las analiticamente.

Ainda assim, essa metodologia, que poderia ser chamada de clássica, foi empregada para projeto de muitas coberturas em casca. Acredita-se que tenha sido condicionada pelo próprio desenvolvimento da Teoria de Cascas que, inicialmente, tinha como ênfase a busca de soluções analíticas para as equações do problema. Isso implicava em se ter a equação que define a superfície da casca.

Uma metodologia alternativa consiste em predefinir um estado de tensões e a partir daí determinar a superfície média da casca de tal maneira que o carregamento atuante na estrutura seja equilibrado pelo estado de tensões predefinido.

As cascas projetadas dessa maneira recebem várias denominações. VIZOTTO (1993) utiliza o termo **casca de forma livre**, já que sua superfície média não está necessariamente “presa” a simples fórmulas matemáticas.

Heinz Isler citado em BILLINGTON (1982) utiliza a denominação **cascas estruturais** (*structural shells*) com a justificativa de que a forma de cascas desse tipo é definida, principalmente, buscando-se um estado de tensões favorável ao material que está sendo empregado — diferenciando-se assim dos outros dois tipos de casca que Isler denomina geométricas e decorativas. Portanto, seria uma forma “livre” até certo ponto, já que há restrições na definição da forma e essas restrições são de natureza estrutural.

RAMASWAMY (1968) utiliza o termo **casca funicular** para definir o mesmo tipo de estrutura, justificando-se tal denominação pelo fato da superfície média de uma casca como essa se aproximar da superfície “funicular” da carga. Convém ressaltar que o termo funicular aplica-se a elementos lineares, como os cabos.

Com tantas denominações para o mesmo tipo de estrutura, e sendo todas baseadas em idéias consistentes, cabe aqui adotar uma dessas, em detrimento das demais. Adotar-se-á, daqui por diante, o termo **casca de forma livre** para denominar uma **casca cuja superfície média é determinada buscando-se um estado de tensões pré-definido na estrutura**; naturalmente esse estado de tensões é sempre escolhido visando aproveitar melhor as características do material empregado na construção da casca. As metodologias empregadas para definição da forma da casca podem ser várias. Na literatura as mais comuns são as analogias com membranas suspensas, com formas pneumáticas e com formas de fluxo, conforme citado em BILLINGTON (1982). Porém acredita-se que outras metodologias podem ser desenvolvidas além dessas citadas

As cascas funiculares, citadas por RAMASWAMY (1986) são um tipo particular de casca com forma livre, cuja superfície média é obtida com a analogia de membrana suspensa. No caso de cascas abatidas, a superfície média de uma casca funicular pode ser definida alternativamente com a analogia de membrana pneumática, pois quando a casca é abatida, a pressão que atua perpendicularmente à sua superfície média tem praticamente a direção da gravidade.

De maneira geral, o projeto de uma casca com forma livre se inicia com a definição da superfície média por meio de **modelos auxiliares** que podem ser físicos

ou matemáticos. A partir desse modelo faz-se a transformação que conduz à superfície média da **estrutura definitiva**. Como a superfície média de tal estrutura é definida por um grande conjunto de pontos (e não por uma expressão simples) nas etapas posteriores de projeto torna-se necessária a utilização de recursos computacionais (programas de métodos numéricos para análise estrutural e de computação gráfica para visualização da estrutura) a fim de tornar o trabalho menos exaustivo e, em certos casos, como única maneira de viabilizá-lo.

As vantagens de uma casca de forma livre em relação a uma casca cuja superfície média seja definida matematicamente — que Isler denomina cascas geométricas — estão relacionadas com seu comportamento estrutural mais eficiente e com a grande diversidade de formas, podendo-se criar uma cobertura diferente para cada obra de acordo com a planta da construção, o número de apoios e outras características particulares.

BILLINGTON (1982) apresenta uma comparação entre dois projetos semelhantes para casca triangular. Em um dos projetos a casca é um segmento de esfera. No outro utilizou-se uma casca com forma de membrana pênsil invertida. Billington comenta: como os segmentos esféricos são formas geométricas e não estruturais, houve necessidade de acrescentar à casca “pesadas” vigas de borda e “pesadas” fundações. Por outro lado as cascas com forma obtida por analogia com membranas suspensas apresentam uma aparência “leve”, e prescindem de quaisquer elementos enrijecedores em suas bordas.

Na Figura 1 apresenta-se ilustração de um problema semelhante àquele descrito em BILLINGTON (1982). À esquerda, mostra-se, na parte superior, uma vista frontal de uma casca triangular com forma de membrana suspensa invertida e, na parte inferior, uma vista lateral da mesma estrutura. À direita encontram-se as vistas frontal e lateral de uma casca sobre a mesma área com forma obtida por seccionamento de parabolóide elíptico. Nota-se a diferença do aspecto das bordas da duas estruturas.

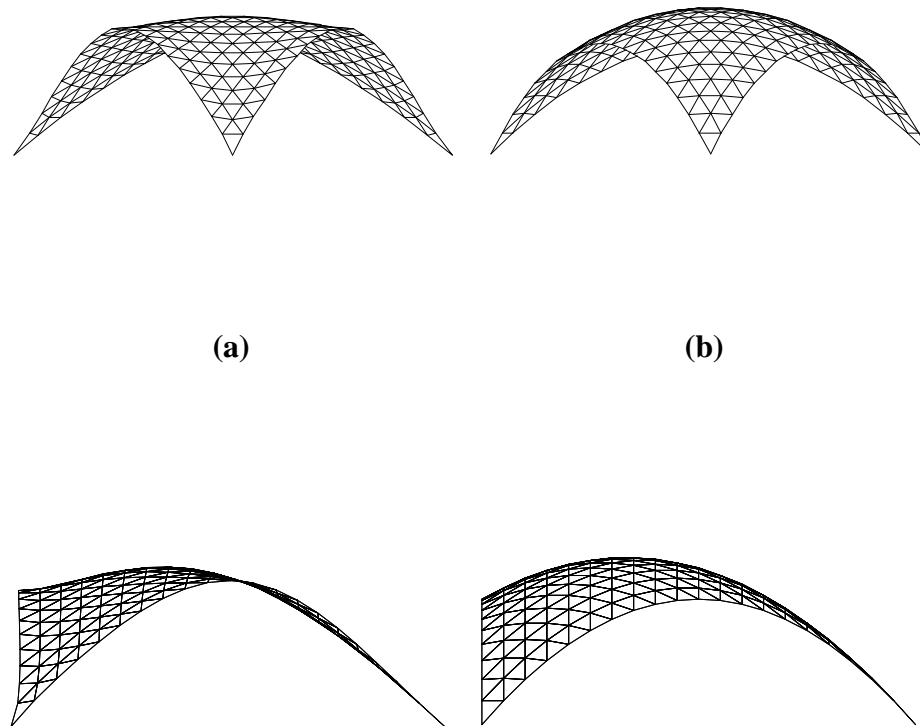


FIGURA 1. Casca sobre planta triangular (a) com definição estrutural e (b) com definição geométrica da forma. Vistas frontal e lateral.

2.2. NOTAS HISTÓRICAS.

As bases do método de projeto de coberturas que consiste em determinar a forma da estrutura a partir de um estado de tensões pré-definido são remotas. De acordo com OTTO (1974), a questão de como construir uma abóbada na qual só atuassem forças axiais de compressão, e nenhuma força tangencial, teve sua solução teórica determinada pela primeira vez no final do século dezessete. Tal solução consistiu em encontrar a equação da catenária, tarefa inicialmente proposta por Jakob Bernoulli, em 1690, e resolvida nos anos seguintes por seu irmão Johann, e por

Leibnitz e Huygens. Estabeleceu-se desde então que o eixo teoricamente correto de uma arco deveria ter a forma de uma catenária invertida.

O uso mais evidente desse princípio só veio ocorrer algum tempo depois nas estruturas projetadas pelo arquiteto espanhol Antoni Gaudi (1852-1926). Gaudi construía modelos com fios suspensos sob ação de pesos que reproduziam o carregamento que iria atuar na estrutura. “Invertendo” esse modelo ele determinava a forma da estrutura. É importante observar que nas estruturas de Gaudi os arcos não eram paralelos. O citado arquiteto explorava de maneira original o espaço tridimensional, diferenciando-se dessa maneira de outros projetistas da época.

A aplicação deste princípio no projeto de coberturas em casca de concreto armado iniciou-se por volta da década de 1950, inicialmente com o engenheiro suíço Heinz Isler e com o indiano G. S. Ramaswamy.

Isler utilizou apenas modelos físicos - métodos experimentais - para a definição da forma dos modelos. O trabalho de Ramaswamy, por outro lado, é fundamentado também na utilização de formulação matemática para a definição da forma dos modelos. No entanto, a formulação proposta por Ramaswamy é restrita à definição da forma de modelos que podem ser usados no projeto de cascas para coberturas de áreas regulares (p. ex. retangular, triangular, circular, etc.) e apoiadas em todo o contorno, conforme mostrado na Tabela 1.

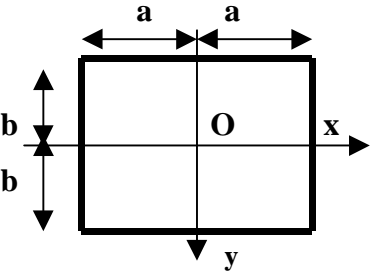
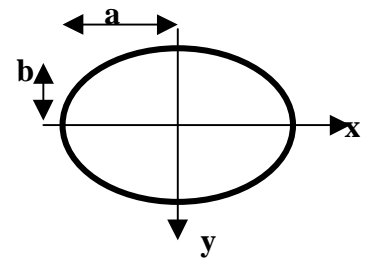
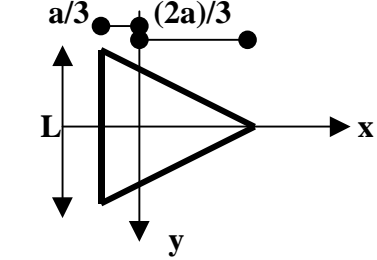
Organizando-se em sequência cronológica os trabalhos encontrados na literatura sobre cascas de concreto com forma livre, chega-se à seguinte evolução histórica:

1958: G. S. Ramaswamy publica os artigos intitulados “*The theory of a shell in the form of a Prandtl Membrane*” e “*Casting and Testing a Shell Roof Unit*” no periódico Civil Engineering and Public Works Review, respectivamente em agosto e outubro.

No primeiro artigo, o autor apresenta a dedução das equações de equilíbrio de cascas de dupla curvatura sobre planta retangular e métodos analíticos para cálculo das coordenadas da superfície média de uma casca de dupla curvatura na forma de uma membrana de Prandtl sobre uma área retangular e com outras formas regulares (é citado no artigo que se encontrava em desenvolvimento um trabalho de pesquisa

teórica para criar tabelas que auxiliem o referido cálculo no Central Research Institute, Índia). As expressões mostradas na Tabela 1 provavelmente são produto desse trabalho.

TABELA 1. Expressões da superfície média de membranas pneumáticas [RAMASWAMY, 1968)].

Área em planta	Expressão de $z = f(x,y)$
	$z = \frac{16 \times g \times a^2}{N \times \pi^3} \times \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \left\{ \left(\frac{1}{n^3} \right) \times (-1)^{\left(\frac{n-1}{2} \right)} \times \left[\frac{\cosh\left(\frac{n \times \pi \times y}{2 \times a} \right)}{1 - \frac{\cosh\left(\frac{n \times \pi \times b}{2 \times a} \right)}{\cosh\left(\frac{n \times \pi \times b}{2 \times a} \right)}} \right] \times \cos\left(\frac{n \times \pi \times x}{2 \times a} \right) \right\}$ <p>g=pressão; N=esforço normal.</p>
	$z = [g/(2 \times N)] \times x [(a^2 \times b^2)/(a^2 + b^2)] \times [(x^2/a^2) + (y^2/b^2) - 1]$ <p>g=pressão; N=esforço normal.</p>
	$z = \frac{g}{2 \times N} \times \left[\frac{x^2 + y^2}{2} - \frac{1}{2 \times a} \times (x^3 - 3 \times x \times y^2) - \frac{2 \times a^2}{27} \right]$ <p>(*) triângulo equilátero g=pressão; N=esforço normal.</p>

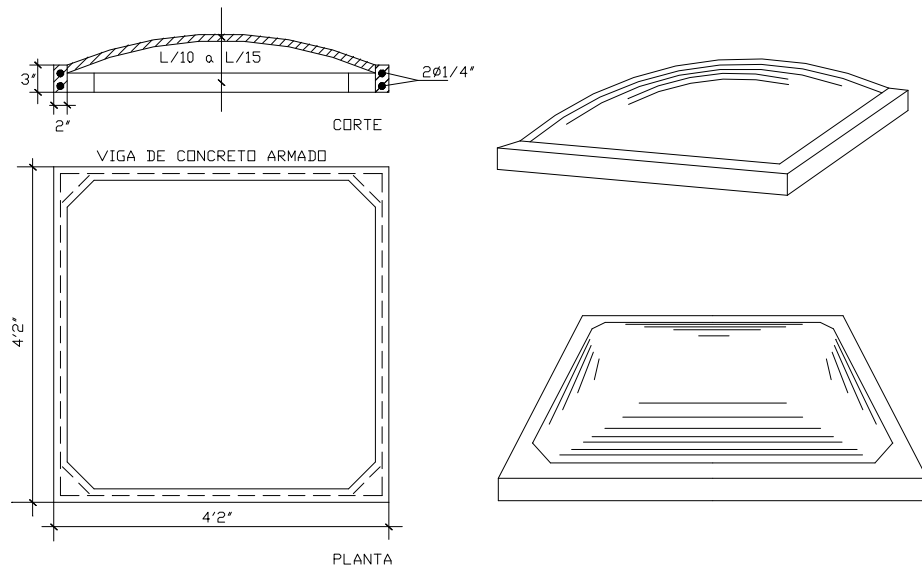


FIGURA 2. Pequena casca ensaiada por Ramaswamy.

No segundo artigo é apresentada a experiência de um ensaio de cascas com dimensões de 4'x4' (1,20m x 1,20m, aproximadamente), com espessura de 1" (2,54cm) e várias relações vão-flecha (valores entre 10 e 15) conforme a Figura 2.

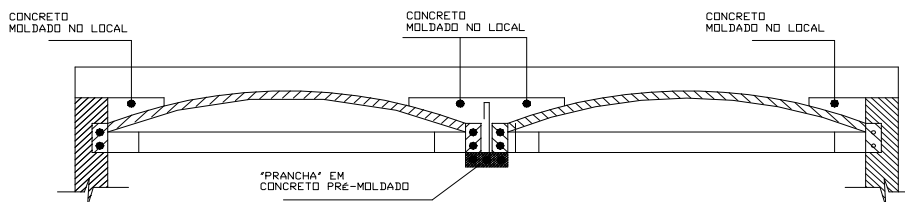


FIGURA 3. Protótipo de cobertura construído por Ramaswamy.

Utilizou-se um material composto por cal, cacos de tijolo e agregados da região (*surkhi*) e na proporção de 1:0,5:1,6, com adição de 10% de cimento em relação ao volume de cal (e água “suficiente para dar trabalhabilidade”, conforme o autor). A casca não foi armada. Nas bordas foram feitas vigas em concreto com seção 2”x3”(5,00cm x 7,50cm, aproximadamente) armadas com duas barras de aço com diâmetro de ¼”. A casca assim executada suportou a (incrível) carga estática de 350 lb/ft² (aproximadamente 17,50 kN/m²) quando ocorreu o colapso, que se iniciou por flexão das vigas de borda no meio do vão. Também foram feitos ensaios com cargas de impacto, deixando-se cair um saco de areia com peso de 90lb (aproximadamente 0,40kN) de uma altura que variava de 5’ a 10’ (1,5m a 3m, aproximadamente); com a altura de lançamento do peso de 10’ a casca quebrava-se em vários pedaços. Um protótipo executado com essas pequenas unidades (Figura 3) sobre uma área de 3,6m x 3,6m também foi ensaiado e os resultados são apresentados no item 2.5.

1961: Heinz Isler publica o artigo “*Experimental shell design*” no seminário sobre pesquisas relacionadas a estruturas em casca realizado em Delft. Uma questão interessante levantada por Isler é, literalmente, a seguinte: “... *our drawing boards are plain, are flat plates, whereas shells are **three**dimensional structures.*” — Isler defende a necessidade de novos métodos de projeto e apresenta métodos experimentais para auxiliar a etapa preliminar do projeto de cascas, a definição da forma da estrutura, bem como a análise. Um exemplo interessante é apresentado por Isler para ilustrar o que ele considera uma deficiência no projeto de cascas : se temos que projetar uma casca sobre uma área retangular nós primeiro pensamos em uma casca cilíndrica, porque somos “educados” a pensar em termos de linhas retas e ortogonais; porém uma casca de dupla curvatura seria mais adequada (Figura 4).

No mesmo congresso, G. S. Ramaswamy apresenta o artigo “*ANALYSIS, DESIGN AND CONSTRUCTION OF A NEW SHELL OF DOUBLE CURVATURE*” no qual faz uma revisão das pesquisas e aplicações de cascas funiculares na Índia. Neste artigo Ramaswamy cita que as pequenas cascas descritas no seu artigo prévio foram utilizadas para cobrir 1500 casas na Índia.

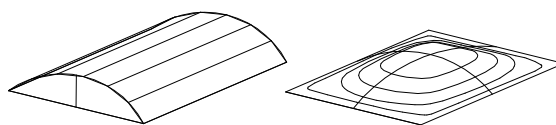


FIGURA 4. Cascas sobre área retangular: (a) casca cilíndrica e (b) casca de dupla curvatura.

1967: Heinz Isler publica dois trabalhos no *Congresso Internacional sobre la Aplicacion de Estructuras Laminares en Arquitectura*, realizado no México. Em um deles, intitulado “*Aplicaciones recientes de cascarones representativos*”, Isler descreve seis projetos seus, já executados, de coberturas em casca sobre áreas entre 400m^2 e 1300m^2 e alguns desenhos de novos projetos que estão sendo estudados. Todas as cascas projetadas com analogias físicas com membranas suspensas, isto é, cascas com forma livre. No outro artigo, “*Doce años de aplicación de cascarones tipo burbuja*”, Isler descreve várias obras executadas com coberturas em casca de concreto cuja forma é definida por analogia com membrana pneumática.

1968: Ramaswamy apresenta em seu livro [RAMASWAMY (1968)] um capítulo (Cap.18 – New Forms of Shells) no qual trata de cascas funiculares.

1973: O artigo de ODELLO, R.J. & ALLGOOD, J.R. publicado no *Journal of the Structural Division*, ASCE, apresenta uma série de testes em cascas semelhantes àquelas analisadas por RAMASWAMY (1958) e RAMASWAMY et al.(1958).

1982: Na segunda edição de seu trabalho clássico, Billington cria um capítulo adicional (Cap. 10 – Roof design) no qual trata dos aspectos conceituais relacionados ao projeto de coberturas em casca e cita as cascas de forma livre como um grande avanço na área de projeto dessas estruturas, ao mesmo tempo em que enaltece o nome de Heinz Isler como o grande personagem na área de projeto de cascas da atualidade.

1986: No Congresso da *International Association for Shell Structures* (IASS) realizado em Osaka, Ramaswamy apresenta aplicações recentes de cascas funiculares

em coberturas, pisos e fundações. No mesmo evento, Isler apresenta o trabalho “*Concrete shells and Architecture*” no qual apresenta sugestões para projeto de coberturas em casca de concreto, com ênfase na utilização de cascas com forma livre.

1989: Entra em cena outro autor de importantes trabalhos sobre cascas com forma livre: Ekkehard Ramm, do Institut für Baustatik da Universidade de Stuttgart, Alemanha. Ramm publicou inicialmente o trabalho *Heinz Isler Schalen* contendo detalhes sobre muitas obras de Isler.

1991: RAMM & MEHLHORN (1991) apresentam métodos numéricos para determinação da forma de cascas por meio de análise não linear de membranas submetidas a pressão ou a peso próprio, simulando portanto os métodos experimentais utilizados por Isler. Os citados autores chamam a atenção para outro aspecto importante no projeto de cascas, a flambagem, e enfatizam que as formas de cascas determinadas com os procedimentos propostos em seu artigo cumprem o objetivo de equilibrarem o carregamento principalmente com esforços de membrana, porém deve ser considerado o problema de flambagem da estrutura definitiva.

1993: O Professor Isafías Vizotto, da FEC-UNICAMP, apresenta, em sua Tese de Doutorado, programa para análise não-linear geométrica de membranas submetidas a vários carregamentos (VIZOTTO, 1993). Com o procedimento proposto por Vizotto é possível obter a forma do modelo suspenso ou pneumático que servirá de base para o projeto de uma casca com forma livre. Vizotto confrontou resultados obtidos com seu programa com aqueles apresentados por RAMM & MEHLHORN (1993) obtendo valores praticamente idênticos.

1995: RAMM & REITINGER (1995) apresentam os resultados de otimização estrutural de uma casca com forma livre obtidos com consideração do problema de flambagem. Resumidamente, os citados autores propõem que, partindo-se de uma forma original, obtida a partir de analogia com membranas suspensas ou pneumáticas, se procure otimizá-la a fim de obter maior carga crítica, alterando para isso parâmetros como variação de espessura e curvatura da casca, porém mantendo o volume de material.

No Brasil, o trabalho de Vizotto é o mais recente sobre o assunto de cascas com forma livre e influenciou diretamente a escolha do tema para este trabalho. Além disso podem-se citar alguns outros trabalhos que direta e indiretamente influenciaram e, de certa forma, desencadearam este.

Pode-se iniciar, por exemplo, citando a Dissertação de Mestrado de HANAI (1977), que trata de reservatórios com paredes onduladas em concreto armado. As ondulações na parede do reservatório têm a função de criar um estado de tensões de compressão na maior parte da estrutura. Declaradamente, existe a preocupação de projeto de uma casca com a forma da “funicular” do carregamento devidamente invertida, portanto com definição estrutural e conseqüentemente com a mesma metodologia de projeto das cascas de forma livre (Figura 5). Com essa idéia foram projetados e construídos reservatórios com grande capacidade de armazenamento.

Em sua Tese de Doutorado (HANAI, 1981) o citado autor concentrou os esforços no estudo das características da argamassa armada, material que utilizaria para construção de reservatórios semelhantes aos citados em sua Dissertação de Mestrado (HANAI, 1977), obtendo assim muitas vantagens em relação à utilização do concreto armado. É importante destacar que há muitos trechos em sua tese e também na sua publicação posterior (HANAI, 1992) nos quais Hanai evidencia a concepção da forma da estrutura como importante etapa para que o projeto com argamassa armada atinja seus requisitos funcionais. Por exemplo, HANAI (1992) diz que de acordo com Nervi “...as estruturas de argamassa armada devem resistir pela forma, e não pela força.”. Em outro trecho da mesma publicação o citado autor diz que “A afinidade entre argamassa e estruturas em casca é natural, tendo em vista que todas as técnicas são voltadas à execução de peças de pequena espessura.”.

Além de destacar a afinidade entre argamassa armada e as cascas, Hanai chama a atenção para o fato de que o material empregado na execução dessas estruturas não precisa apresentar resistência à tração muito elevada. Dois trabalhos orientados por Hanai, posteriores à publicação de sua Tese de Doutorado, apresentam dados teóricos que corroboram essa sua observação (OSHIMA, 1983; TEIXEIRA, 1994). Ambos apresentam resultados de análise teórica de estruturas projetadas por Pier Luigi Nervi, famoso engenheiro italiano.

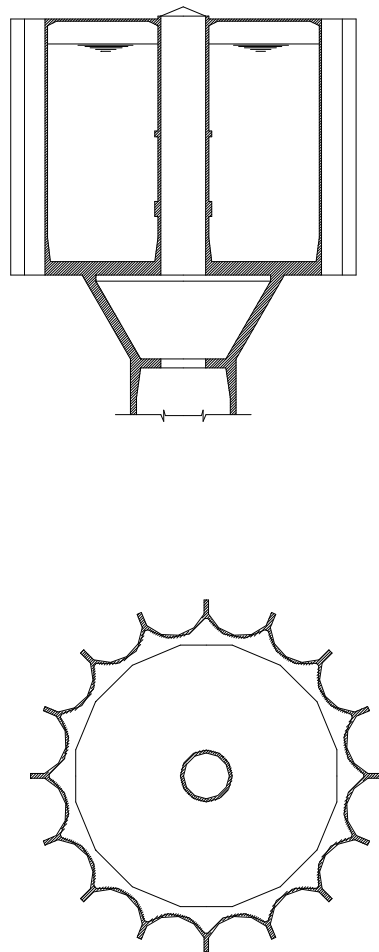


FIGURA 5. Reservatório com paredes onduladas (HANAI, 1977).

Em ambos os trabalhos pôde-se notar a viabilidade técnica de se reduzir as taxas de armadura das peças de argamassa armada (ou “ferro-cimento” como Nervi denominava) utilizadas na execução de estruturas em cascas. Essas possibilidades de redução, de acordo com HANAI (1992) “...acabam levando à convicção de que, mais uma vez, a tecnologia da argamassa armada pode evoluir e se consolidar definitivamente no campo da Construção Civil se ela for baseada, não numa definição prévia do material, mas no desenvolvimento dos métodos de projeto, execução e manutenção de estruturas extremamente delgadas.”.

Tem-se portanto nova definição para um material adequado à execução de estruturas de pequena espessura, com grande potencial de aplicação em cascas com forma livre.

2.3. TIPOS DE CASCAS COM FORMA LIVRE.

A classificação das cascas com forma livre pode ser feita com base no tipo de modelo usado na definição de sua superfície média. VIZOTTO (1993) apresenta alguns tipos de modelos propostos e efetivamente empregados no projeto de cascas com forma livre. A partir do trabalho de VIZOTTO (1993) nota-se que, basicamente, os modelos usados são as membranas suspensas, as membranas pneumáticas e as formas de fluxo, e pode-se concluir que com tais modelos as cascas com forma livre terão sempre curvatura gaussiana positiva em quase toda a sua extensão, com exceção de regiões próximas às bordas da estrutura (Figura 6).

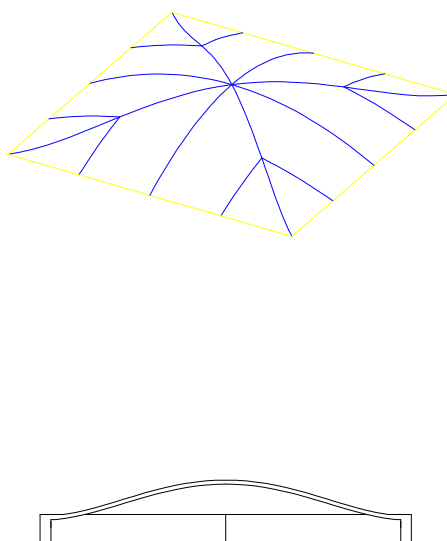


FIGURA 6. Inversão da curvatura próximo das bordas de cascas com forma livre.

O tipo mais comum de modelo, dentre os três supracitados, é o de membrana suspensa. Tal modelo consiste numa membrana, ou um tecido, preso em alguns pontos e submetido à ação de cargas, quer de seu peso próprio ou de outras cargas aplicadas.

No caso particular de utilização de membranas suspensas como modelo pode-se criar uma subdivisão dos tipos de casca com forma livre, baseando-se em uma classificação das formas suspensas como, por exemplo, a proposta por OTTO (1974) com base no tipo e configuração da suspensão nas bordas e no interior do modelo suspenso. Dessa maneira existem as cascas apoiadas em “pontos” ou apoiadas ao longo das bordas, as cascas com bordas rígidas ou flexíveis, etc. Maiores informações podem ser colhidas em OTTO (1974).

No Capítulo 3 são apresentados vários tipos de cascas com forma livre obtidas por analogia com membranas suspensas, com maiores detalhes de suas características geométricas. Portanto, não se tratará com maior profundidade esse tópico neste item. Os demais tipos de modelos podem ser encontrados com mais detalhes em VIZOTTO (1993).

2.4. APLICAÇÃO EM COBERTURAS.

Para aplicação em coberturas deve-se fazer uma “transformação” no modelo utilizado para gerar a forma livre, obtendo-se assim a estrutura definitiva. No caso particular em que o modelo é uma membrana pênsil a transformação nada mais é que uma inversão da forma suspensa, seguida da definição das características geométricas da casca e das características do material a ser empregado.

A inversão da forma suspensa consiste em se tomar as coordenadas de sua superfície média e manter, em todos os pontos, as mesmas coordenadas x e y e tomar para z o simétrico do valor original. A idéia por trás desse procedimento é que se a forma suspensa encontrava-se inteiramente tracionada, a estrutura definitiva, obtida por inversão, estará inteiramente comprimida, mantida a natureza do carregamento aplicado. Naturalmente a estrutura definitiva deve resistir às tensões de compressão advindas do carregamento a que será solicitada. Além disso, outros carregamentos diferentes do que foi usado na geração da forma suspensa irão atuar sobre a estrutura; os esforços oriundos desses carregamentos também devem ser resistidos. Para isso devem-se determinar a espessura da estrutura e as características do material que a constitui. Os critérios para definição dessas características podem ser tomados com base em resultados de análises teóricas e experimentais de cascas com essa forma ou

formas semelhantes, bem como a partir de estruturas previamente construídas com sucesso — experiências anteriores. A seguir discutem-se alguns parâmetros que podem direcionar a escolha das características da estrutura definitiva. Tais parâmetros foram colhidos na bibliografia sobre projeto de cúpulas; acredita-se que diretrizes para projeto de cúpulas possam ser aplicadas, com algumas pequenas adaptações, no projeto de cascas com forma livre pois, como se comentou no Item 2.3, tais cascas tem geralmente curvatura gaussiana positiva, portanto encaixam-se perfeitamente na definição de cúpulas que são cascas de dupla curvatura submetidas principalmente a esforços de compressão (Vocabulário de Teoria das Estruturas – LNEC).

2.4.1. ESPESSURA DA CASCA.

De acordo com o ACI-344 a espessura mínima de uma cúpula deve ser de 3 polegadas (cerca de 7,50cm) admitindo-se o valor de 2,5 polegadas (cerca de 6,5cm) em cúpulas de concreto projetado.

WILBY (1993) recomenda como mínimo para a espessura h da cúpula o valor de $L/450$, onde L é o vão, apesar de citar autores que reportam valores de $L/650$ como espessura de cúpulas existentes.

HEGER & ZARGHAMEE (1983) apresentam resultados de uma pesquisa sobre cúpulas de concreto construídas nos Estados Unidos para cobertura de grandes reservatórios cilíndricos. As frequências de distribuição de espessuras, h , e de relações a/h (onde a é o raio da cúpula esférica) são mostradas na Figura 7. Nota-se que a espessura encontrada pelos autores com maior frequência é de 3,0 polegadas. A relação a/h pode ser comparada com L/h lembrando-se que $L=2.a.\text{sen}(\alpha)$, onde α é o ângulo central da cúpula esférica. Assim, considerando a esbeltez L/h de 450, conforme recomendado por Wilby como valor máximo, os valores correspondentes de a/h são de 660 e 530, para os ângulos α de 20° e 25° , respectivamente. Tais valores de a/h são bastante frequentes no gráfico da Figura 7.

Geralmente a espessura das cúpulas aumenta próximo às bordas da estrutura na direção das vigas de borda. De acordo com WILBY (1993) esse aumento é da

ordem de 2,2 a 2,4 vezes nos casos usuais. Em cúpulas esféricas esse aumento se estende pela distância S dada pela fórmula:

$$S = 2 \times \sqrt{a \times h} \quad \text{(Fórmula 1)}$$

onde h é o valor da espessura média da região da casca que tem espessura variável (Figura 8). A variação de espessura é utilizada porque há uma variação brusca no comportamento estrutural criando-se assim grande propensão à fissuração do concreto naquela região (WILBY, 1993). Também se consegue com esse aumento de espessura da casca maior resistência aos esforços de flexão que ocorrem nas bordas.

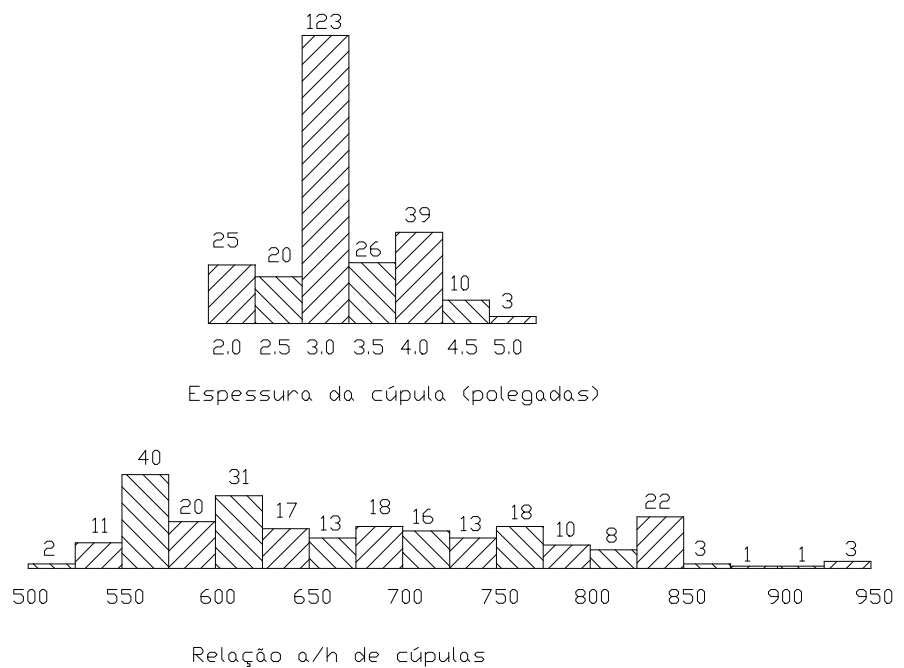


FIGURA 7. Frequência de distribuição de espessuras de cúpulas de concreto [HEGER & ZARGHAMEE (1983)].

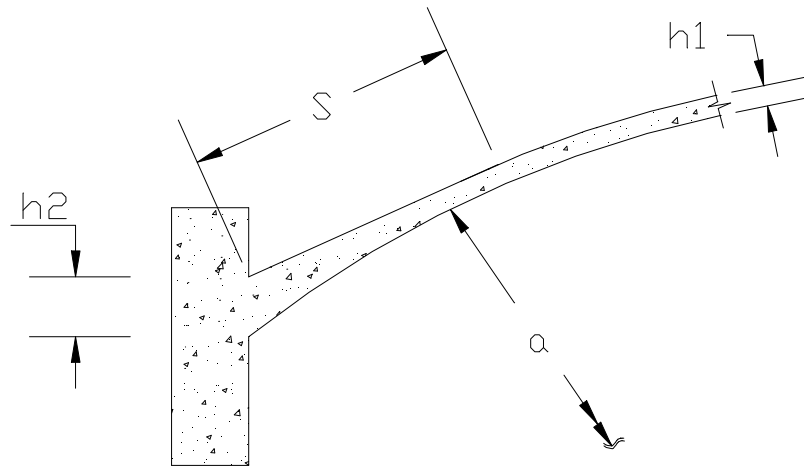


FIGURA 8. Variação da espessura de cúpulas próximo ao anel externo.

Em cascas com forma livre há de se distinguir dois casos. Primeiramente, imaginem-se cascas com vigas de bordas. Pode-se pensar em adotar as recomendações supracitadas de WILBY (1993) para definir a espessura da estrutura bem como a variação dessa espessura em direção aos elementos de borda. Tais recomendações aparentam ser coerentes com o que é feito na prática de projeto de cúpulas e é apresentado por HEGER & ZARGHAMEE (1983). Note-se que aqui surge o problema do raio de curvatura da casca não ser constante, o que impossibilita a aplicação da Fórmula 1 para cálculo de S . Tal problema pode ser contornado com a adoção do raio de uma casca esférica equivalente. BARBATO (1975) utilizou a simplificação de adoção de casca esférica equivalente na análise de cascas de revolução protendidas. Porém as estruturas apresentadas por BARBATO (1975), por serem de revolução, guardam mais semelhança com uma cúpula esférica do que, por exemplo uma cúpula sobre planta retangular, como aquela mostrada na Figura 6. Nota-se que se precisaria de um estudo mais aprofundado da distribuição de esforços

de flexão junto à borda dessas cascas a fim de determinar a extensão adequada da zona de espessura variável.

O segundo caso compreende as cascas com bordas livres nas quais algum aumento de espessura junto às bordas pode ser necessário para que a estrutura apresente maior rigidez. RAMM & MEHLHORN (1991) e RAMM & REITINGER (1995) apresentam sugestões nesse sentido. Isler adotou em alguns de seus projetos a solução mostrada na Figura 9. Também nesse caso necessita-se de estudo sobre os esforços de flexão nas bordas da casca e de melhor compreensão do seu comportamento para que se possa definir melhor a variação de espessura da estrutura em direção às suas bordas.

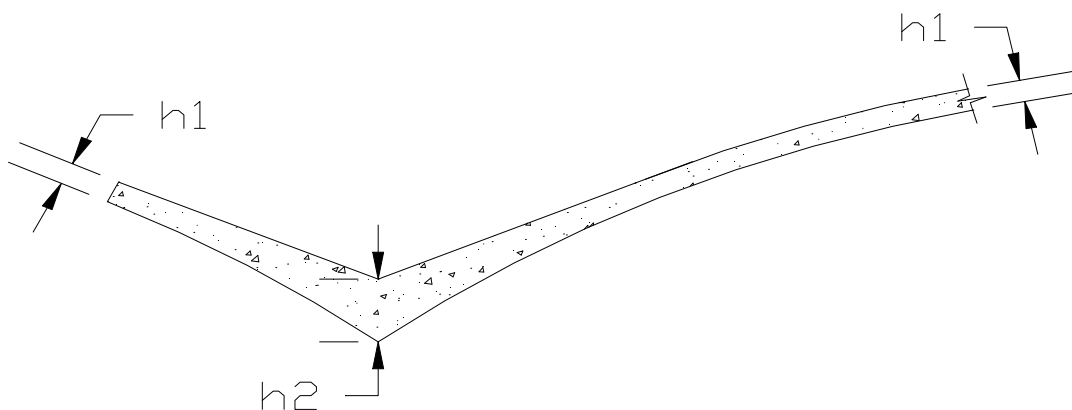


FIGURA 9. Variação de espessura de casca com bordas livres.

O autor deste trabalho teve a oportunidade de conversar pessoalmente com o Eng. Augusto Carlos de Vasconcelos, que já projetou um grande número de estruturas em casca. Entre vários assuntos tratados com relação às cascas o Eng. Vasconcelos emitiu sua opinião sobre a questão da espessura. É extremamente interessante que se comentem aqui as palavras de Vasconcelos, pois refletem uma opinião "filtrada" por décadas de experiência e que portanto transmitem a essência do problema. Vasconcelos disse que a espessura de uma casca deveria ser a mínima possível, pois como os esforços são de membrana e o carregamento predominante é o peso próprio, aumentando-se a espessura não se reduz o valor da tensão. Porém,

Vasconcelos lembra que há limites inferiores devido a questões de durabilidade. Além disso, há os limites impostos pela técnica construtiva.

A necessidade de aumento da espessura da casca junto às bordas foi resumida por Vasconcelos como uma maneira de se reduzirem flechas. O autor deste trabalho acredita que essa opinião é original, pois após exaustiva pesquisa bibliográfica não encontrou nenhum trabalho relacionando o "engrossamento" da casca à rigidez e sim apenas à resistência da estrutura.

2.4.2. RELAÇÃO FLECHA-VÃO (ABATIMENTO).

Por abatimento entende-se a relação entre a altura máxima da casca (flecha) e seu vão. Na pesquisa de HEGER & ZARGHAMEE (1983) os valores mais usuais dessa relação são aqueles mostrados na Figura 10.

O abatimento influencia o comportamento da estrutura e seu processo construtivo. Em alguns casos é determinado em função de requisitos funcionais do projeto. Quando houver liberdade para o projetista na escolha desse parâmetro deve-se levar em conta que cascas mais abatidas podem produzir reações horizontais de maior intensidade e podem ter esforços de flexão mais pronunciados em suas bordas. Por outro lado, caso o processo construtivo seja moldagem in loco, um maior abatimento, por proporcionar menor inclinação da superfície da casca, pode facilitar o lançamento do concreto.

2.4.3. CARACTERÍSTICAS DOS MATERIAIS.

Em princípio, o concreto utilizado em cascas não necessita ter alta resistência já que usualmente as tensões na estrutura não são elevadas. Porém, de acordo com WILBY (1993), deve-se considerar que em uma casca a maior parte do carregamento é permanente e, portanto, a fluência irá se manifestar de maneira intensa, daí ser interessante se utilizar concreto com resistência não muito baixa, que apresente valor adequado do módulo de deformação (E_c). De acordo com o referido autor certas cascas cilíndricas construídas no Reino Unido aumentaram seus deslocamentos iniciais cerca de três vezes após 12 anos. WILBY (1993) cita ainda que no Reino Unido utilizava-se correntemente em cascas cilíndricas, com espessura de 2,50

polegadas (6,35cm), concreto elaborado com mistura de 1:2:4, com resistência cúbica de 3000psi (20.7 MPa), aos 28 dias de idade. Após o colapso parcial de uma casca de cobertura “shed”, o principal escritório de projetos do Reino Unido alterou a dosagem para 1:1,5:3, mesmo tendo sido posteriormente verificado que a principal causa do colapso foi falha no detalhamento da armadura de uma viga de borda, que foi reforçada com protensão externa.

Alguns valores de resistência à compressão do concreto recomendados para cascas de concreto são, de acordo com o citado autor: (1) 3000psi, valor dado pelo ACI 318 para resistência cilíndrica; (2) 25MPa, valor dado pelas BS 8110 e BS 5321.

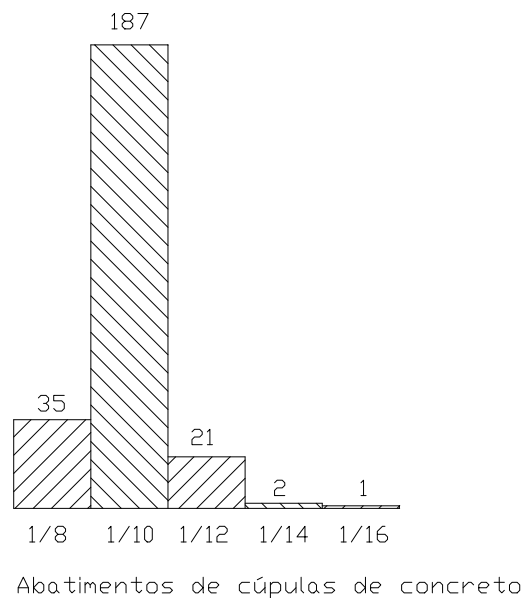


FIGURA 10. Abatimentos usuais de cúpulas [HEGER & ZARGHAMEE (1983)].

Além da resistência adequada a esforços mecânicos o concreto deve proporcionar à armadura proteção adequada contra corrosão. Nesse sentido deve-se utilizar cobrimento adequado das barras. De acordo com HELENE (1986), o ACI 318 recomenda como cobrimento mínimo em cascas de concreto moldadas no local os valores de 13mm e 19mm respectivamente para barras de diâmetro menores ou iguais a 16mm e maiores ou iguais a 19mm. Além disso, o teor de cloretos deve ser

limitado a 2% da massa de cimento. Esses cobrimentos devem ser aumentados quando se deseja resistência ao fogo, porém, de acordo com WILBY (1993) é usual no Reino Unido não se restringir o projeto de coberturas com exigências de resistência ao fogo. Outro fator importante na definição do cobrimento é a aderência da armadura ao concreto que impõe, geralmente, valores de cobrimento no mínimo iguais ao diâmetro das barras.

2.5. ANÁLISE DA ESTRUTURA.

No primeiro artigo que trata do assunto de análise de cascas com forma livre, particularmente de cascas funiculares, RAMASWAMY (1958) apresenta como uma das vantagens desses tipos de cascas o fato de que não é necessário um tedioso cálculo de esforços da estrutura já que a sua superfície foi encontrada escolhendo o estado de tensões que se deseja. No entanto, o estado de tensões escolhido só se verifica para o carregamento utilizado na definição da superfície média da forma suspensa. Na estrutura definitiva dois fatores alteram esse estado de tensões: carregamentos diferentes daquele utilizado na geração da forma suspensa e a rigidez da estrutura definitiva a esforços de compressão.

Outras ações que podem atuar na cobertura além do peso próprio são: variação de temperatura; deformações impostas por retração ou movimentos de apoios; e sobrecargas assimétricas.

A abordagem mais eficiente para análise estrutural de cascas com forma livre, por muitos motivos, consiste na utilização de métodos numéricos, como o Método dos Elementos Finitos (MEF).

Porém existem métodos simplificados como o apresentado por ODELLO & ALLGOOD (1973), definido a partir de ensaios em vários modelos e protótipos de cascas apoiadas ao longo das bordas (Figura 11). Note-se que as cascas ensaiadas por ODELLO & ALLGOOD (1973) são semelhantes às aquelas já apresentadas e ensaiadas por RAMASWAMY et al.(1958). ODELLO & ALLGOOD (1973) ensaiaram um total de 20 (vinte) modelos em escala reduzida, sendo dezessete com dimensões em planta de 20" x 20" (510mm x 510mm) e três com dimensões em planta de 8' x 8' (2400mm x 2400mm). Os modelos estruturas tinham relação vão/flecha limitados a

20 e relação vão/espessura limitados a 200. Além disso, foi construído um protótipo com dimensões em planta de 35' x 40' (11m x 12m), que também foi ensaiado.

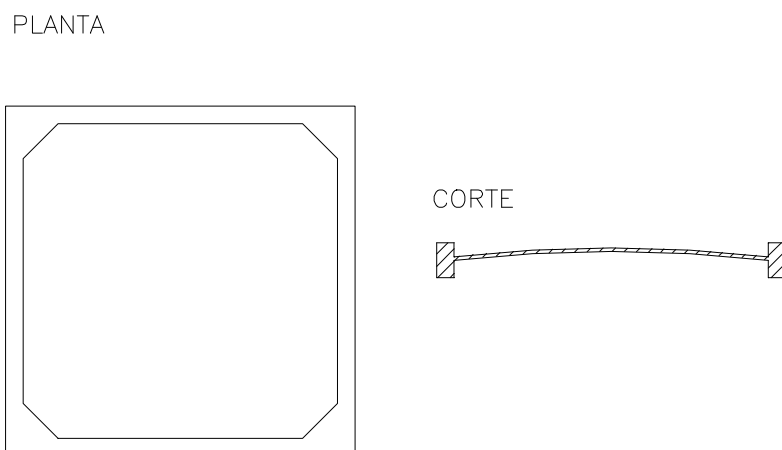


FIGURA 11. Casca ensaiada por ODELLO & ALLGOOD (1973).

Primeiramente foram testadas quatro cascas sem qualquer armadura, com relações vão/flecha variáveis, e os tipos de falha que ocorreram são mostrados na Figura 12. A flambagem, de acordo com os autores, foi o tipo de colapso mais frequente nos ensaios, principalmente quando a espessura era pequena e a casca era muito abatida.

Com os ensaios, ODELLO & ALLGOOD (1973) chegaram às seguintes conclusões:

— O esforço de compressão na casca (N) e a força de tração nas vigas de borda (H) podem ser obtidos, respectivamente, pelas expressões:

$$N = 9 \times a^2 \times g \times [1/(\pi^3 \times z_m)] \quad (\text{Fórmula 2})$$

$$H = N \times a \quad (\text{Fórmula 3})$$

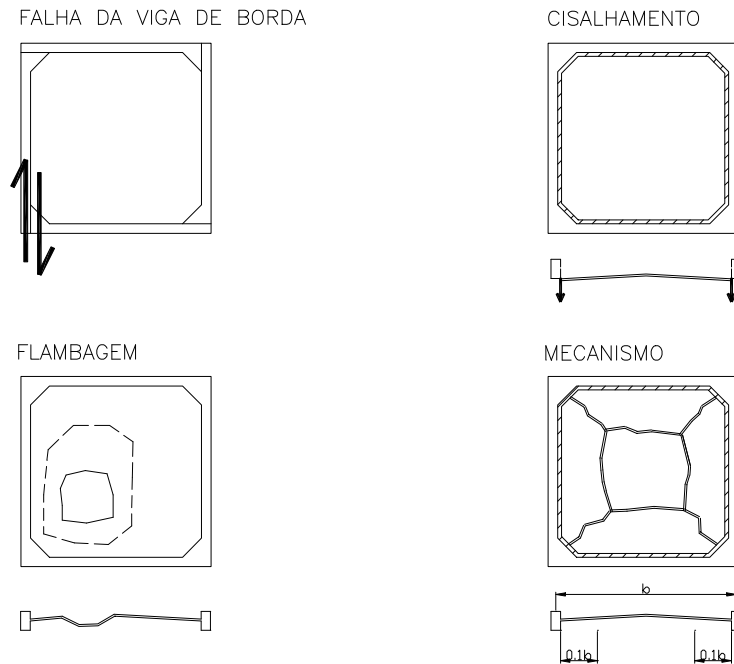


FIGURA 12. Tipos de ruína das cascas ensaiadas por ODELLO & ALLGOOD (1973).

— A carga de flambagem pode ser estimada pela Fórm.4, sendo o valor de K dados na Fórm.5.

$$p_{cr} = E_c \times K \times \left(\frac{t}{b} \times \frac{z_m}{b} \right)^2 \quad (\text{Fórmula 4})$$

$$K = 0,40 \times e^{\left(\frac{-b}{40} \right)} \quad (\text{Fórmula 5})$$

E_c = módulo de deformação longitudinal do concreto;

K = coeficiente cujos valores podem ser estimados com a Fórm.5.

a (b) = metade do comprimento do lado menor (maior) da casca;

t = espessura da casca;

z_m = flecha (coordenada da espessura média da casca no ponto central);

g = carregamento por unidade de área da estrutura.

— O cisalhamento nas bordas: pode ser obtido tomando-se a carga total e dividindo-a pelo perímetro da borda da casca.

As cascas de 2,40m ensaiadas por ODELLO & ALLGOOD (1973), que tinham espessura de 11mm, romperam com carga de 12kN/m².

O protótipo ensaiado por ODELLO & ALLGOOD (1973) alcançou a carga uniforme de 6,5kN / m². A espessura da casca era de 2” (51mm) e a flecha de 30” (760mm) o que dá relações vão/flecha de 16 e vão/espessura de 240; as dimensões das vigas de borda não são descritas no artigo. Houve desenvolvimento de fissuras correspondentes ao colapso com formação de mecanismo próximo à ruína, porém a ruptura foi localizada, com “snap-through”. Os autores atribuem o colapso a falhas no processo construtivo, que ocasionaram desvios na superfície média da casca.

Apesar de apresentarem fórmulas simples para análise de cascas com forma livre (de um tipo específico) não se deve deixar de lembrar que ODELLO & ALLGOOD (1973) recomendam que cálculos de tensões utilizando-se métodos numéricos podem dar valores mais precisos e que as expressões apresentadas deveriam ser usadas apenas em fase de anteprojeto.

Na Figura 13 apresentam-se os resultados dos ensaios de ODELLO & ALLGOOD (1973). No gráfico mostra-se a carga de colapso versus ψ , parâmetro obtido com a Fórm. 6. Para valores de ψ menores que 2 o colapso foi sempre por “snap-through” de uma pequena região. Para ψ maior que 2 a flambagem alcançava uma região maior da casca. Finalmente, nas cascas com valores de ψ maiores que 8 o colapso se deu por falha da viga de borda.

$$\psi = (t \times z_m / b^2)^2 \quad \text{Fórm.6}$$

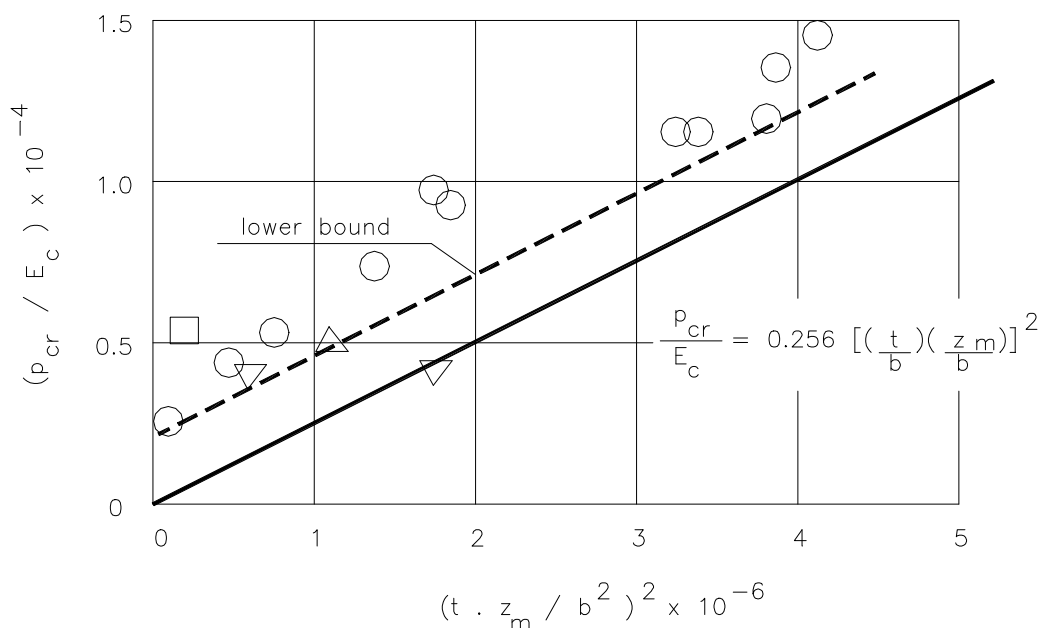


FIGURA 13. Resultados experimentais apresentados por ODELLO & ALLGOOD (1973).

RAMASWAMY et al. (1958) apresentam resultados de ensaios que também podem ser úteis ao se efetuar a análise de cascas com forma livre. As dimensões dos modelos são mostradas na Figura 2. A carga de ruptura média, alcançada nos ensaios, foi de cerca de 350 lb/ft² (aproximadamente 17,00 kN/m²) e o colapso deu-se sempre por falha da viga de borda, à flexão, no meio do vão. Portanto, a casca não apresentou nenhum dos tipos de ruptura citados por ODELLO & ALLGOOD (1973) e ilustrados na Figura 12. A explicação está no fato de que as vigas de borda utilizadas por esses últimos autores tinham resistência “...sufficient to develop failure in the shells...”, isto é, apesar de não detalharem as dimensões desses elementos no artigo os autores deixam implícito que usaram vigas de borda robustas. A conclusão que se pode tirar é que RAMASWAMY et al (1958) utilizaram vigas de borda que não permitiam que a casca alcançasse sua capacidade de carga.

O protótipo ensaiado por RAMASWAMY et al(1958) com as pequenas cascas de 1,20m x 1,20m, cobrindo um vão de cerca de 3,75m (12' 4”) suportaram

carga de 346 lb/ft² (cerca de 16,5 kN/m²) sem sinais de ruína, e apenas com pequenas fissuras, por um período de 09/12/1957 até outubro do ano seguinte, época em que foi apresentado o artigo. Resultados desse ensaio são apresentados na Tabela 2.

TABELA 2. Deslocamentos no centro do protótipo (RAMASWAMY et al ,1958).

Carga (lb/ft ²)	Deslocamento (cm)	Observações
100	0,15	-
207	0,26	-
269	0,39	Fissuras em duas cascas
315	0,75	Fissuras na alvenaria de apoio da viga central
346	0,78	-

Os ensaios dos dois trabalhos apresentados até agora foram feitos com cascas com vigas de borda. Dois trabalhos também foram encontrados tratando de ensaios de cascas sem vigas de borda e superfície média com forma semelhante à das cascas com forma livre. O primeiro, apresentado por DULÁCSKA & KÓLLAR (1984), foi realizado sobre modelos reduzidos feitos de “plexiglass” sobre planta triangular com lado de 564mm, espessura de 3mm e flecha de 87,1mm. Foram feitos dois modelos, um cuja superfície era esférica e o outro uma superfície de revolução cujo meridiano é uma senóide. Apesar de terem a superfície definida analiticamente as cascas aproximam a “funicular” da carga uniforme, segundo os autores.

A conclusão dos autores destaca uma diferença entre cascas com e sem viga de borda. Nestas últimas a flambagem não é do tipo local (com “snap-through”) como ocorreu na maioria dos ensaios comentados anteriormente. Os modelos apresentaram enrugamento das bordas em determinada carga (cujo valor não é apresentado pelos autores) e a partir daí as tensões, que antes eram maiores nas bordas, passaram a se concentrar na região central dos modelos. Ambos os modelos ruíram por flexão da região próxima aos apoios. Os autores destacam que os modelos ensaiados têm aumento da capacidade de carga no regime pós-crítico (Figura 14).

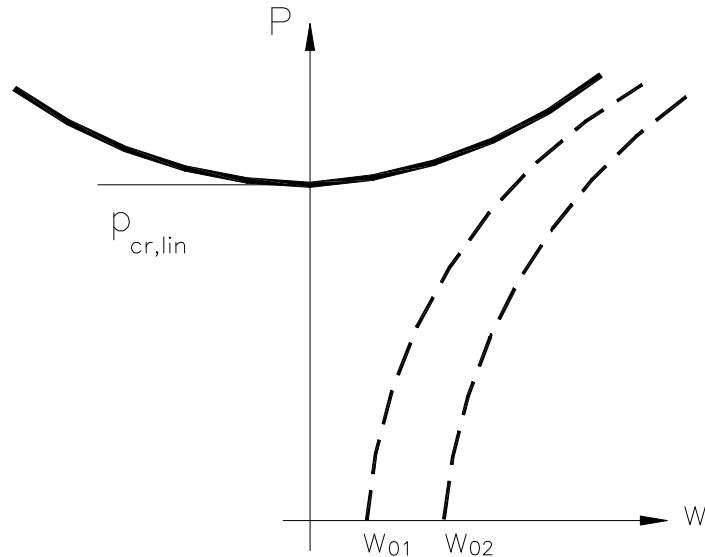


FIGURA 14. Gráfico do comportamento pós-crítico típico de cascas com borda livre ensaiadas por DULÁCSKA & KÓLLAR (1984).

O segundo trabalho sobre cascas com borda livre foi apresentado por RAMM & MEHLHORN (1991). A casca tinha dimensões de 5m x 5m e espessura variável de 2,2cm no meio da casca para 6,0cm próximo aos apoios. A flecha no meio do vão era de 1,00m, portanto a esbeltez e o abatimento da estrutura valiam respectivamente $550/2,2 = 250$ e $550/100 \approx 5$. Não havia vigas de borda. Detalhes sobre a geometria da casca e a armação utilizada podem ser vistos no referido trabalho. Os autores elaboraram uma série de modelos numéricos a fim de comparar resultados com os obtidos no ensaio. Basicamente, os resultados a que se chegaram foram:

- Cálculo considerando-se a casca sem imperfeições geométricas: carga última = $24,5 \text{ kN/m}^2$;
- Cálculo considerando-se a casca com imperfeições geométricas, usando-se o terceiro modo de flambagem como forma deformada: carga última = $8,5 \text{ kN/m}^2$;
- Experimento: carga última = $9,9 \text{ kN/m}^2$.

Nota-se que o resultado obtido considerando-se a estrutura deformada não é muito diferente daquele encontrado no ensaio.

É interessante notar que no artigo de RAMM & MEHLHORN (1991) há utilização de métodos numéricos e análise não-linear de cascas com forma livre, tendo sido, pelo menos de acordo com a pesquisa bibliográfica realizada pelo autor deste trabalho, a primeira análise dessas estruturas feita com esses recursos.

Nos trabalhos anteriores, geralmente utilizam-se métodos simplificados. Por exemplo RAMASWAMY (1986) diz que uma casca com forma livre, retangular, apoiada nas quatro bordas, sob ação de carga uniforme, pode ser analisada como dois arcos triarticulados ortogonais, sendo que cada arco receberia um quinhão da carga atuante na estrutura proporcionalmente à sua curvatura. A carga seria dividida e transmitida para os lados. Os ensaios de ODELLO & ALLGOOD (1973) mostram que esse comportamento, nesse tipo de estrutura, não corresponde à realidade próximo à de ruptura, quando a carga é então transmitida diretamente para os cantos. Além disso, ODELLO & ALLGOOD (1973) indicam que a casca “se comportou elasticamente” apenas para valores de carga da ordem de 20% da carga última. Logo a análise simplificada de RAMASWAMY (1986) provavelmente pode ser utilizada apenas para valores de carga baixos (comparados com a carga última), quando se tem regime elástico. Porém, como determinar o valor da carga última? Caso se utilizem métodos simplificados, esses devem ser complementados por ensaios. Por outro lado, os ensaios mostram que há vários modos de colapso, de acordo com as características da casca e da viga de borda. Portanto há demanda de grande número de ensaios para cobrir as várias situações possíveis, o que pode ser minimizado utilizando-se métodos mais refinados para complementá-los.

De acordo com SCHNOBRICH (1991), a utilização de métodos de análise não-linear por elementos finitos é a alternativa mais eficiente nos dias de hoje para suplementar testes em laboratório feitos sobre cascas de concreto.

MANG (1991) aponta que há ainda uma distância muito grande entre o estado-da-arte de análise não-linear de cascas de concreto por elementos finitos e a prática corrente de projeto dessas estruturas, na qual se utilizam métodos clássicos, e que essa distância deveria ser encurtada com a elaboração de modelos numéricos

mais sofisticados, que podem auxiliar o projetista. O citado autor diz que os métodos atuais, nos quais se utilizam equações constitutivas realistas, além de trazerem melhorias em relação aos métodos clássicos, podem ser úteis na simulação do comportamento de cascas levando-se em conta adequadamente vários fenômenos mecânicos. Porém, embora isso possa ser relevante para a determinação do estado de tensões mais real de uma estrutura e para a análise de exemplos acadêmicos, sua influência sobre a resposta estrutural de uma estrutura de concreto “bem projetada” é muito menor.

Pode-se concluir que os procedimentos clássicos de cálculo de esforços em regime elástico e dimensionamento de estruturas de concreto, embora desprezem muitos efeitos mecânicos complexos, que de fato ocorrem na estrutura, podem trazer bons resultados e, principalmente, dar origem a uma estrutura “bem projetada”. Porém, a determinação de modo de ruptura bem como da carga de ruptura deve ser feita com utilização de métodos requintados, sendo o Método dos Elementos Finitos o mais indicado atualmente, podendo-se representar de maneira mais exata a geometria da estrutura.

2.6. ASPECTOS CONSTRUTIVOS.

Os processos construtivos mais empregados para construção de cascas com forma livre são: processo convencional de moldagem local, bastante utilizado por Heinz Isler [ISLER(1961); ISLER(1967)¹; ISLER(1967)²; ISLER (1986)]; moldagem sobre monte de terra e içamento da estrutura, proposto e utilizado por ODELLO & ALLGOOD (1973); moldagem invertida sobre tecido, proposto por RAMASWAMY et al(1958) e adequado apenas a peças pequenas (no caso o citado autor moldou várias cascas com 1,20m x 1,20m) conforme se mostra na Figura 15; e, por fim, há a utilização de fôrmas infláveis.

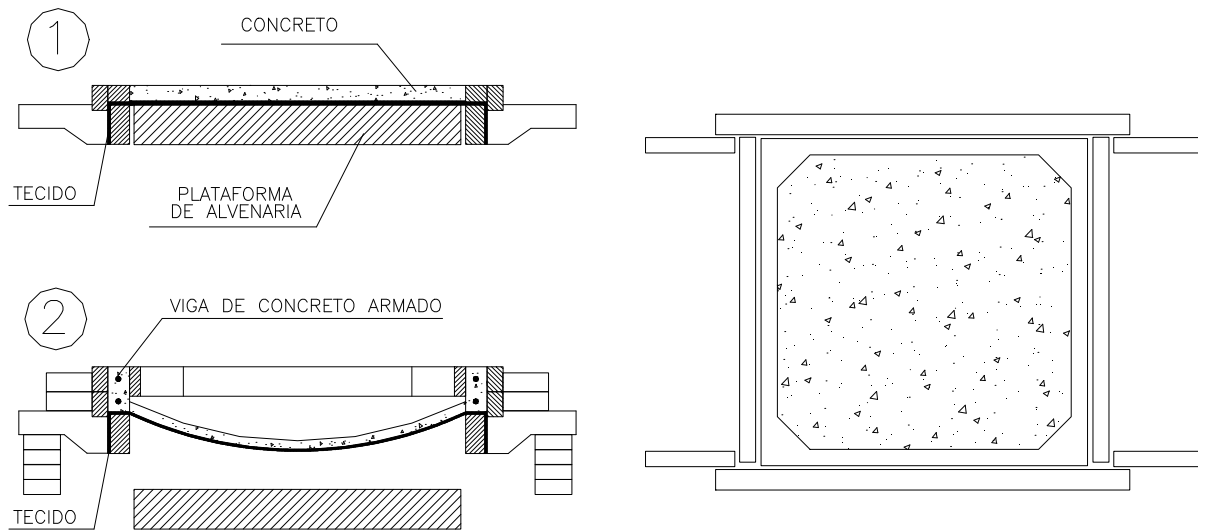


FIGURA 15. Esquema para moldagem de cascas de concreto mostrado em RAMASWAMY et al. (1958).

O processo convencional de moldagem no local pode acarretar custo proibitivo. A variação da curvatura e sua inversão próximo à borda das cascas com forma livre traz sérias dificuldades à execução da fôrma. O descimbramento deve ser bem planejado, com relação à seqüência de retirada do escoramento; além disso há risco da fôrma ficar presa à estrutura, problema comum em peças de grande superfície, que pode causar esforços e deslocamentos elevados na estrutura ainda com pequena idade. No entanto, esse processo tem sido muito utilizado em estruturas com até 40m de vão. Naturalmente, podem ser tomados cuidados necessários para evitar esses problemas. Para evitar problemas com a montagem da fôrma a superfície deve ser definida em projeto por coordenadas bem próximas umas das outras. A seqüência de descimbramento deve ser analisada caso a caso e, além disso, é conveniente prever dispositivos de descimbramento. O problema da fôrma ficar presa à estrutura pode ser evitado com uso de ligações adequadas entre os painéis da fôrma, que facilitem a desfôrma.

Com relação ao descimbramento de cascas, em carta ao autor deste trabalho, o eng.^o Augusto Carlos de Vasconcelos escreveu: "Creio que o ponto delicado ao qual deve ser dada a maior atenção é o do descimbramento. A retirada dos escoramentos deve ser feita com muito conhecimento das deformações, de maneira a não ocorrer inversão de esforços. É nessa ocasião que podem surgir trincas e defeitos difíceis de serem corrigidos posteriormente. O Prof. Mario Franco teve problemas deste tipo com a cobertura do salão de convenções do Anhembi, onde, durante as operações de descimbramento, houve subida inesperada de alguns pontos da casca já descimbrada. Uma sequência errada de descimbramento pode pôr tudo a perder."

Vasconcelos citou ainda, em outra ocasião de conversa com o autor deste trabalho, um projeto de sua autoria em que cascas em parabolóide hiperbólico com 15m de vão e espessura de 5cm experimentaram flechas de 20cm! Porém essas flechas foram causadas apenas pelo descimbramento prematuro da estrutura, motivado por cláusulas contratuais que impunham multas por atraso na entrega da obra. Nota-se a importância que deve ser dada não só à sequência de retirada dos escoramentos mas também à data em que tal etapa construtiva deve ser executada.

A moldagem sobre monte de terra é uma alternativa interessante que tem como problema principal o içamento da estrutura (de maneira semelhante ao processo "lift-up" utilizado em lajes cogumelo, principalmente nos EUA). Essa etapa requer grande controle do processo, equipamentos adequados e equipe especializada.

Neste trabalho propõe-se utilizar um processo em que a fôrma seja incorporada à estrutura definitiva. Nesse caso a fôrma, de material leve, poderia ser aproveitada como isolante térmico e acústico, suprimindo assim deficiências do concreto em realizar tais funções. Isso pode trazer vantagens com relação ao método convencional como redução do peso sobre o cimbramento, por exemplo. Além disso, procura-se dar ênfase à utilização de concretos com granulometria fina que possibilitem moldagem de peças com pequena espessura (30-60mm) em vez dos 76mm (3 polegadas) propostos como mínimo pelo ACI, conforme mostrado na Página 21.

Com a incorporação da "fôrma" a estrutura definitiva passa a ter características de lâmina tipo sanduíche, sendo a seção formada por duas placas de

concreto e o núcleo formado pelo material da fôrma. A conexão entre as duas faces irá definir o grau de composição da seção.

A utilização de concreto projetado é bastante interessante para a execução de elementos com seção tipo sanduíche. O concreto projetado é “...um concreto (mistura de cimento, areia, pedrisco, água, aditivos e adições) que é transportado por um mangote, desde o equipamento de projeção até um bico, que por meio de ar comprimido o projeta a grande velocidade contra uma superfície.” (SILVA, 1997). Existem dois processos de projeção, o processo de via úmida e o de via seca, conforme a mistura que é transportada através do mangote contenha ou não água. Na Figura 16 apresenta-se vista esquemática do equipamento de projeção via seca, que deve ser ligado a um compressor de ar para efetuar a projeção.

As características mais importantes do processo de via seca são, de acordo com SILVA (1997):

- Fator água cimento entre 0,35 e 0,45;
- Velocidade de projeção de 15 a 35m/s;
- Pressão do ar maior ou igual a 3,5kgf/cm²;
- Pressão da água = pressão do ar + 1kgf/cm²;
- Umidade do concreto de 3% a 6,5%;
- Umidade no bico de projeção de 8% a 10%;
- Agregado com módulo de finura de 2,35 a 2,75 e dimensão máxima de 9,5mm;
- Como característica mais importante: o sucesso depende em grande parte do operário que efetua a projeção, chamado mangoteiro.

Neste trabalho utilizou-se o processo de via seca para execução de um protótipo, mostrado no Capítulo 4.

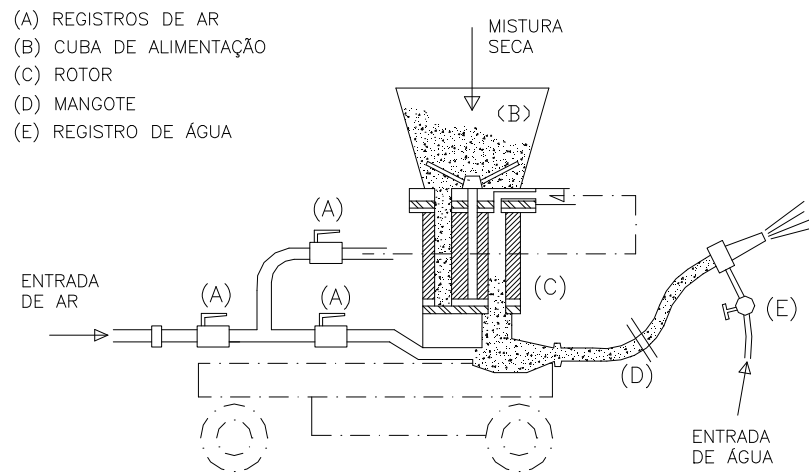


FIGURA 15. Vista esquemática de equipamento de projeção de concreto por via seca, extraída de FIGUEIREDO (1992).

Capítulo 3

GERAÇÃO DE CASCAS COM FORMA LIVRE

3.1. CÁLCULOS PRELIMINARES.

3.1.1. MALHAS DE ELEMENTOS FINITOS TRIANGULARES.

Atualmente, os programas de elementos finitos disponíveis comercialmente são geralmente fornecidos juntamente com programas auxiliares, elaborados para facilitar o trabalho do usuário na preparação dos dados e na análise dos resultados. Tais programas recebem as denominações de pré-processadores e pós-processadores. Esses últimos têm sido tradicionalmente programas gráficos. Os pré-processadores, inicialmente, consistiam em comandos que podiam ser usados pelo usuário no arquivo de entrada a fim de evitar listas exaustivas de dados, quando esses podiam ser ordenados em uma seqüência lógica. Atualmente, são verdadeiros editores gráficos que facilitam bastante o trabalho do usuário.

Os programas utilizados neste trabalho dispõem de pré-processadores com muitos recursos. Apesar disso optou-se por elaborar pequenos programas que fazem a geração das coordenadas dos nós e da incidência de elementos finitos triangulares planos, descritos a seguir. O principal motivo para isso foi que o programa de geração da forma da membrana suspensa (elaborado por VIZOTTO, 1993), com o qual se pretendia processar grande quantidade de exemplos, requer uma lista grande de dados, e não dispõe de geradores automáticos. Porém, notou-se que esses pré-processadores poderiam ser úteis na preparação de dados para outros programas utilizados neste trabalho, como o ANSYS, o LUSAS ou o SAP2000, porque utilizando-se os pré-processadores que os acompanham pode-se perder um pouco o controle sobre a numeração de nós e elementos, bem como sobre a orientação dos

eixos locais dos elementos, o que dificulta a interpretação dos resultados. Além disso, em alguns casos a malha gerada pelos programas não apresentava características desejadas pelo autor deste trabalho, tais como simetria. Não se pretende dizer que os pré-processadores disponíveis nos programas citados não são eficientes. Pelo contrário, tratam-se de editores extremamente complexos, porém, talvez exatamente por isso, encontrem-se algumas dificuldades para utilizá-los em algumas situações simples.

A seguir apresentam-se os programas que foram utilizados na geração das malhas de elementos finitos. Tratam-se de programas extremamente simples feitos em BASIC, cuja única função é a de gerar listas de coordenadas de nós e incidência de elementos planos triangulares.

As coordenadas de nós são facilmente obtidas para qualquer arranjo utilizando-se o editor gráfico AutoCAD, em sua versão mais recente (R14). A seqüência para isso é:

- 1) desenhar polilinhas no AutoCAD definindo a posição dos nós da malha nos *endpoints* das polilinhas, com o cuidado de desenhá-las de forma que não haja cruzamento entre elas, para evitar nós duplicados;
- 2) selecionar as polilinhas, digitar o comando LIST e copiar o “history” (memória de texto temporária do AutoCAD); o conteúdo da “área de transferência” do Windows deve ser então colado em um arquivo;
- 3) para arrumar os dados pode-se usar o código abaixo (Figura 17), complementando-o com os passos de criação dos arquivos de entrada (1) e saída (2);

Definidas as coordenadas dos nós deve-se proceder à determinação da incidência dos elementos triangulares. Isso pode ser feito, em malhas simples, com os códigos mostrados na Figura 18 (para arranjo quadrangular dos elementos finitos) e na Figura 19 (para arranjo triangular).

Os elementos estão dispostos de maneira quadrangular quando em todas as linhas da malha há a mesma quantidade de elementos (Figura 20a). Quando a cada linha subtrai-se um nó em relação à anterior o arranjo é triangular (Figura 20b).

```

INPUT "Nó inicial"; n
WHILE NOT EOF(1)
  INPUT #1, a$
  IF LEFT$(a$, 8) = "at point" THEN
    b$ = RIGHT$(a$, LEN(a$) - 8)
    PRINT #2, n;
    n = n + 1
    PRINT #2, b$
  END IF

```

FIGURA 17. Código em linguagem BASIC para geração de coordenadas de nós a partir de polilinhas desenhadas no software AutoCAD R14.

```

INPUT "NOME DO ARQUIVO DE SAIDA"; ARQSAI$
OPEN ARQSAI$ FOR OUTPUT AS #2
INPUT "NUMERO DE DIVISOES DA BASE"; NX
INPUT "NUMERO DE DIVISOES DA ALTURA"; NY
NO = 0 ' NO=0 / USUAL
IE = 0 ' IE=0/USUAL
ID = 0 ' ID=0/USUAL
FOR I = 1 TO NY
  FOR K = 1 TO NX
    IF I > 1 THEN
      IE = IE + 2
      ID = ID + 2
    ELSE
      IF K > 1 THEN
        IE = IE + 2
        ID = ID + 2
      ELSE
        IE = IE + 1
        ID = ID + 2
      END IF
    END IF
    IF I = 1 THEN
      NO = NO + 1
    ELSE
      IF K = 1 THEN
        NO = NO + 2
      ELSE
        NO = NO + 1
      END IF
    END IF
    NO1 = NO
    NO2 = NO1 + 1 + NX + 1
    NO3 = NO1 + NX + 1
    NO4 = NO
    NO5 = NO4 + 1
    NO6 = NO2
    PRINT #2, IE, NO1, NO2, NO3
    PRINT #2, ID, NO4, NO5, NO6
  NEXT
NEXT
END

```

FIGURA 18. Código em linguagem BASIC para geração da incidência de elementos finitos triangulares planos em arranjo quadrangular.

```

INPUT "NOME DO ARQUIVO DE SAIDA"; ARQSAI$
OPEN ARQSAI$ FOR OUTPUT AS #2
INPUT "FREQUENCIA DE DIVISAO DO TRIANGULO"; F
NEL = F * F
NNOS = 0
FOR I = 1 TO F + 1
    NNOS = NNOS + F + 2 - I
NEXT
IE1 = 1
NO = 1
FOR I = 1 TO F
    IF I > 1 THEN GOTO 75
    NO = NO + 0
    IE1 = IE1 + 0
    GOTO 85
75    IE1 = IE1 + (2 * F - 1) - (I - 2) * 2
    NO = NO + (F + 3 - I)
85    FOR K = 1 TO F - I + 1
        IE = IE1 + (K - 1) * 2
        NO1 = NO + (K - 1)
        NO2 = NO1 + 1
        NO3 = NO1 + (F - I + 2)
        IF K >= (F - I + 1) THEN GOTO 95
        ID = IE + 1
        NO4 = NO2
        NO5 = NO3 + 1
        NO6 = NO5 - 1
        PRINT #2, IE, NO1, NO2, NO3
        PRINT #2, ID, NO4, NO5, NO6
        GOTO 65
95    PRINT #2, IE, NO1, NO2, NO3
65    NEXT
NEXT
END

```

FIGURA 19. Código em linguagem BASIC para geração de incidência de elementos finitos triangulares planos em arranjo triangular.

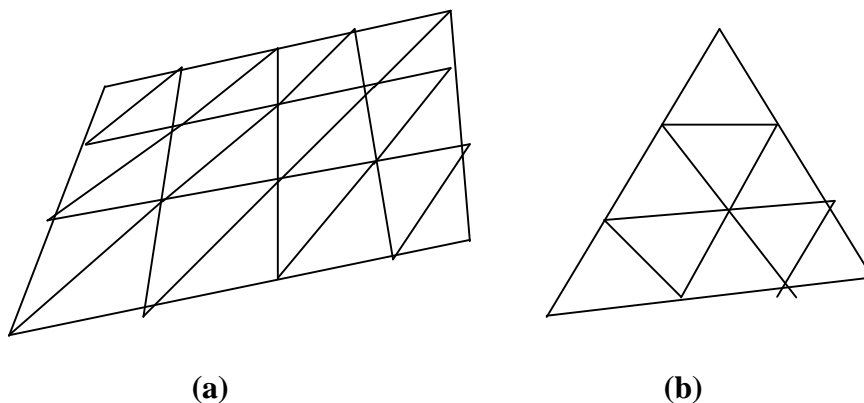


FIGURA 20. Arranjos (a) quadrangular e (b) triangular de elementos triangulares.

Nota-se que na disposição triangular todos os lados são divididos em número igual de segmentos. O número de segmentos em que cada lado do arranjo triangular é dividido é aqui chamado de frequência da malha (F), e pode-se demonstrar que o número de elementos da malha será F^2 .

Apesar de se ter mostrado na Figura 20 os nós em um plano, os arranjos quadrangular e triangular podem ser empregados também em superfícies curvas como se mostra nas Figuras 21 e 22.

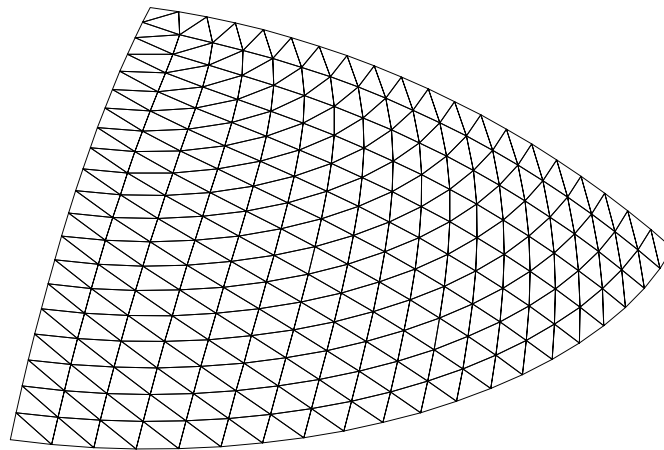


FIGURA 21. Malha de elementos triangulares em um quarto de calota esférica.

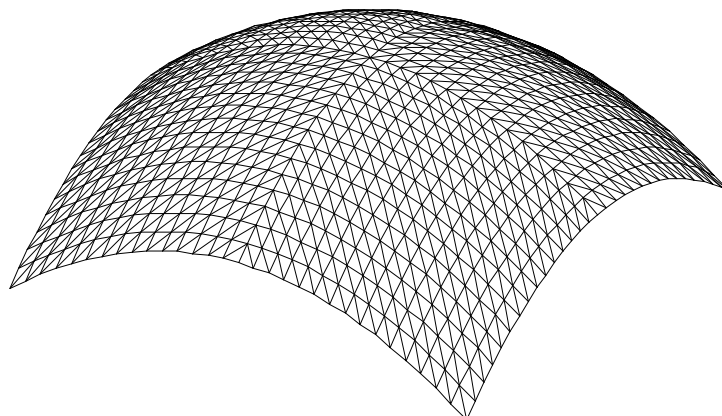


FIGURA 22. Malha de elementos triangulares em superfície de dupla curvatura.

Para visualizar a malha gerada optou-se por utilizar o editor gráfico AutoCAD R14. Para isso é preparado um arquivo do tipo *script* com o código mostrado na Figura 23, que, como se pode notar, necessita de um arquivo de dados contendo as listas das coordenadas dos nós e da incidência dos elementos, precedidas por uma linha de dados com o número de nós e de elementos do modelo. O código mostrado na Figura 23 deve ser seguido rigorosamente para dar o resultado correto, pois em um arquivo *script* um simples espaço é entendido como <ENTER> pelo AutoCAD e isso pode ter conseqüências desastrosas. Espaços entre dados também criam problemas que podem ser evitados de maneira fácil alternando-se os comandos WRITE e PRINT para escrever no arquivo de saída.

```
CLS
INPUT "nome do arquivo de dados"; arqent$
OPEN arqent$ FOR INPUT AS #1
arqsai$ = arqent$ + ".scr"
OPEN arqsai$ FOR OUTPUT AS #2
PRINT #2, "pface"
INPUT #1, nnos, nel
FOR i = 1 TO nnos
    INPUT #1, i, x, y, z
    WRITE #2, x, y, z
NEXT
PRINT #2,
FOR i = 1 TO nel
    INPUT #1, num, no1, no2, no3
    WRITE #2, no1
    WRITE #2, no2
    WRITE #2, no3
    PRINT #2,
NEXT
PRINT #2,
END
```

FIGURA 23. Código para geração de arquivo script do AutoCAD R14 que desenha superfícies facetadas com elementos triangulares (linguagem BASIC).

3.1.2. EXEMPLOS INICIAIS.

Com os programas auxiliares definidos pode-se efetuar a elaboração de modelos. Antes de se elaborarem modelos de cascas com forma livre foram processados exemplos de cálculo de cascas cujos resultados são encontrados na literatura, a fim de verificar como os elementos finitos dos programas utilizados se comportavam em determinadas situações.

Foram feitas comparações de resultados de esforços, já que resultados de deslocamentos são encontrados facilmente na literatura, às vezes no próprio manual do programa utilizado. Nota-se que, com os programas utilizados, a convergência dos resultados de deslocamentos é geralmente assegurada e valores próximos ao resultado “exato” são encontrados com malhas relativamente pobres, ao menos para os exemplos contidos nos manuais. Por outro lado, poucas comparações são feitas com relação a esforços. Sendo os esforços encontrados por sucessivas operações numéricas sobre os resultados de deslocamentos nodais pode-se imaginar que o erro acumulado tende a aumentar.

Estudos sobre refinamentos de malha convenientes para se chegar ao valor correto são necessários. Porém, está além dos objetivos deste trabalho fazer um estudo completo de refinamentos de malha. O que se mostra a seguir são resultados obtidos em casos particulares, para os quais se dispõem de resultados, e com os quais se buscaram indicações sobre o comportamento dos elementos finitos dos programas disponíveis. Tais resultados auxiliarão a análise dos resultados obtidos em modelos de cascas com forma livre, para as quais não se encontram resultados nem métodos de análise disponíveis, devido à complexa geometria de sua superfície.

Inicialmente, foi feito o modelo de uma cúpula esférica submetida a carga uniforme, cujos dados são mostrados na Figura 24. O modelo foi processado com o programa LUSAS, versão 10.0. Comparou-se o valor de M_ϕ na borda da cúpula, considerada engastada. Foram utilizados três tipos de elementos finitos: o elemento axissimétrico (BXS3); o elemento plano com quatro ou três nós (QSI4, TSI3); e o elemento curvo com oito ou seis nós (QSL8, TSL6). Os resultados convergiram para o valor encontrado com o método proposto por GECKELER (1926). Na Figura 25 são apresentados os valores de M_ϕ em kN.m / m para as várias malhas utilizadas, que eram todas uniformes, apesar de se saber que próximo à borda há maior variação de esforços do que nas demais regiões da estrutura.

Em seguida, o mesmo exemplo foi analisado com o programa ANSYS, versão 5.3, utilizando-se o elemento SHELL 63, elemento plano quadrangular ou triangular. Notou-se a convergência para um valor próximo àquele encontrado anteriormente, porém foi necessário um refinamento localizado da malha, próximo à

borda do modelo para se ter diferenças da mesma ordem de grandeza das encontradas com o programa LUSAS (Figura 24).

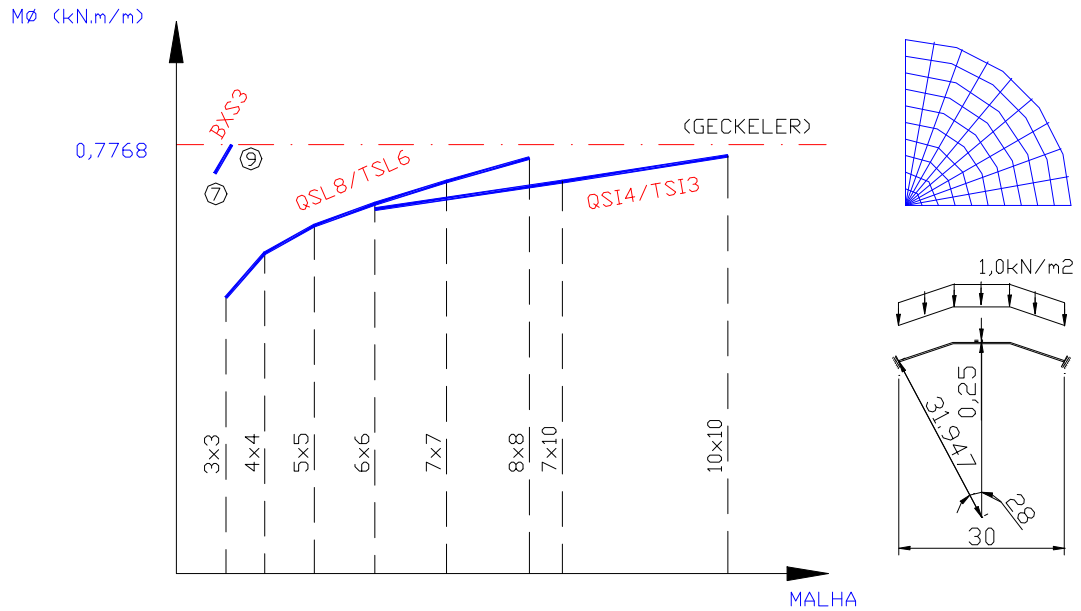


FIGURA 24. Valores de M_ϕ na borda de uma cúpula esférica calculados com o programa LUSAS (versão 10.0).

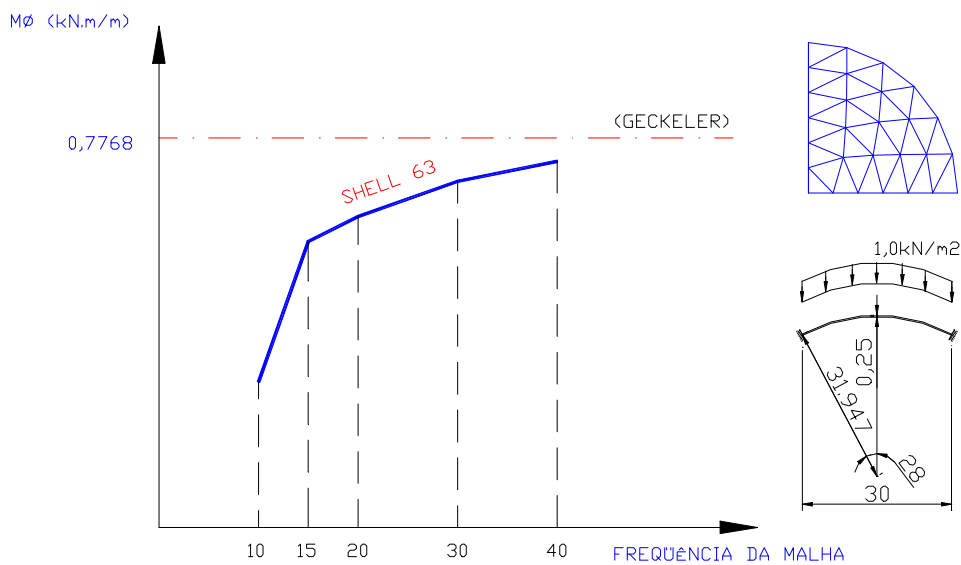


FIGURA 25. Valores de M_ϕ na borda de uma cúpula esférica calculados com o programa ANSYS (versão 5.3).

Nos modelos processados com o LUSAS foram obtidos valores de M_ϕ próximos daquele encontrado com a solução de Geckeler com malhas relativamente pobres, se comparadas com as malhas utilizadas no programa ANSYS. Porém, os resultados não diferiram de maneira muito significativa. Comparando-se as malhas feitas com elementos planos a diferença encontrada foi de 2,6% com o elemento QSI4 (LUSAS) e 6,6% com o elemento SHELL 63 (ANSYS), para malhas com 100 e 1600 elementos, respectivamente. Nota-se que para análise desse problema, com simetria de revolução, o elemento finito mais indicado seria o BXS3 (LUSAS), elemento axissimétrico, com o qual se obteve diferença de 0,06% com apenas 9 elementos.

Analisou-se também uma casca cilíndrica longa, cujos resultados são encontrados em RAMASWAMY (1968). Neste exemplo há uma dificuldade adicional causada pela presença de viga de borda. A viga de borda foi modelada de duas maneiras distintas, com elementos de barra e com elementos de casca, e os resultados não diferiram significativamente entre si. Porém, algumas diferenças foram encontradas entre os resultados do programa e os do método clássico, próximo à ligação entre viga e casca, embora para fins práticos essa diferença não implique em erros significativos para o dimensionamento da casca (Figura 26).

Outros exemplos foram analisados, de casca cilíndrica e também de parabolóides de revolução sobre base retangular, com o elemento SHELL 63 do programa ANSYS. Em geral, precisou-se de refinamentos localizados, tornando a malha bastante densa, próximo às bordas onde ocorre maior variação de esforços, para que os resultados convergissem para a solução encontrada com a formulação clássica. Isso ocorreu em decorrência de se estar utilizando um elemento plano, nos quais se adotam funções aproximadoras de deslocamentos simples na formulação do elemento. Porém, apesar de haver elementos mais complexos, o elemento plano é mais fácil de ser utilizado e combinado com elementos de barra na simulação de elementos de borda.

Os exemplos feitos têm solução analítica e procurou-se ver se os resultados convergiam para aquela solução, o que foi um tanto trabalhoso em determinados

modelos, requerendo sempre muita atenção na análise dos resultados. Quando não se tem a solução do problema, a situação tende a ficar mais complicada. Nota-se ser necessário experiência com análise de cascas por parte do usuário de um programa de uso geral. Principalmente porque os pós-processadores gráficos escondem muitas incoerências nos resultados por trás de sua apresentação colorida e bastante vistosa.

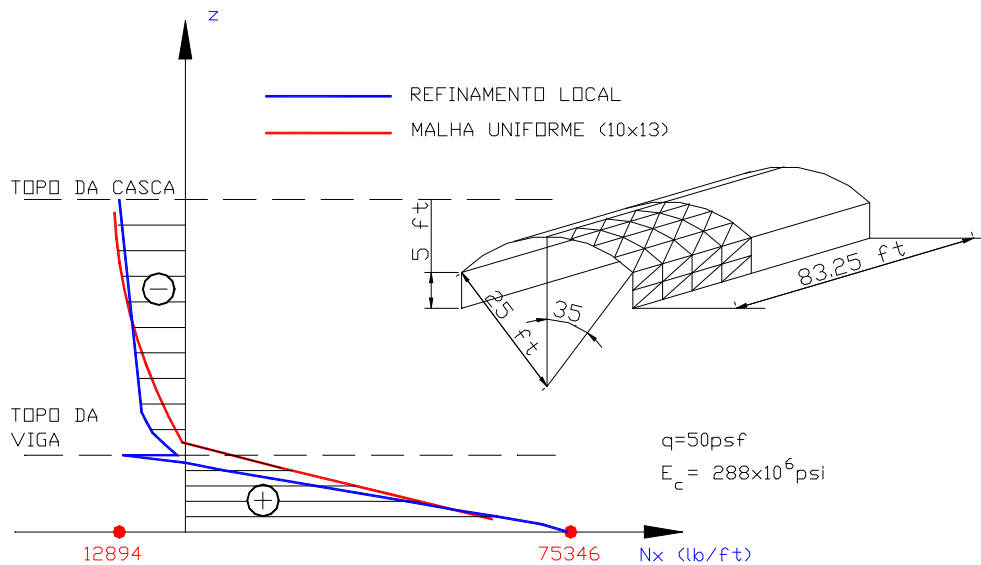


FIGURA 26. Variação de esforços N_x no meio de casca cilíndrica circular (unidades não alteradas para o SI para facilitar comparação com os resultados de RAMASWAMY, 1968).

Para efetuar uma análise segura dos resultados obtidos com um programa de uso geral necessita-se de mais trabalho do que simplesmente plotar os resultados na tela do computador. Acredita-se que no mínimo deva-se dar atenção aos seguintes pontos, a fim de evitar problemas:

- 1) – Antever certos resultados. Não os valores “exatos”, obviamente, mas pelo menos uma ordem de grandeza de determinados valores em pontos nos quais esses valores podem ser estimados de maneira simplificada;

Para isso podem ser feitos vários modelos, iniciando pelo mais simples que podem ser calculados “manualmente”, e ir aumentando a complexidade nos seguintes.

- 2) – Analisar a convergência dos resultados por meio de refinamentos sucessivos da malha do modelo completo, mantendo-se sempre todos os nós da malha anterior. Nesse caso não há necessidade de se refinar todo o modelo, apenas as regiões onde ocorrerem maior variação de esforços.
- 3) – Verificar o equilíbrio fazendo-se determinadas seções na estrutura, por meio de testes simples como aqueles descritos por RAMASWAMY (1968) na análise de cascas cilíndricas que podem ser estendidos a outras formas de cascas.

Julga-se ainda ser importante a compreensão do real funcionamento da estrutura, no sentido de saber quais os esforços mais importantes para o equilíbrio. Apenas dessa maneira foram desenvolvidas soluções de problemas de cascas pelo método clássico. Engenheiros como Ulrich Finsterwalder, ou mesmo matemáticos como Geckeler, desenvolveram teorias coerentes por simplificação da teoria geral, aplicadas respectivamente às cascas cilíndricas e às cúpulas de revolução, eliminando termos das equações gerais que tinham importância secundária.

3.2. CASCAS SOBRE PLANTA RETANGULAR.

3.2.1. COM APOIO NAS BORDAS.

A expressão da superfície média de cascas sobre planta retangular apoiada em todo o contorno é dada na Tabela 1, porém RAMASWAMY (1968) apresenta uma expressão mais simples que é mostrada na Fórm.7.

$$z = \frac{5}{8} \times \frac{g}{N} \times \frac{1}{a^2 + b^2} \times (a^2 - x^2) \times (b^2 - y^2)$$

Fórmula 7

Na Figura 27 mostra-se a comparação entre valores de $z_{\text{máx}}$ encontrados com a expressão da Tabela 1 com um, dois e três termos da série, denominados na referida figura por z_1 , z_2 e z_3 , e os valores de $z_{\text{máx}}$ encontrados com a Fórm.7, denominado z_{simpl} . A partir de dois termos da série o valor de $z_{\text{máx}}$ não varia de maneira

significativa. Porém, a diferença entre o valor dado pela Fórm.7 e o encontrado adotando-se três termos na série (ver Tabela 1) chega a ter diferenças da ordem de 10%.

Os dados da Figura 27 auxiliam a determinação da superfície média de uma casca sobre planta retangular apoiada em todo o contorno. Para isso deve-se ter a relação entre os lados maior e menor do retângulo que será coberto. Entrando-se com o valor de b/a no gráfico determina-se no eixo das ordenadas o valor de $z^*(N/g)/a^2$ que permite determinar N de acordo com g e $z_{máx}$, dados que são conhecidos previamente.

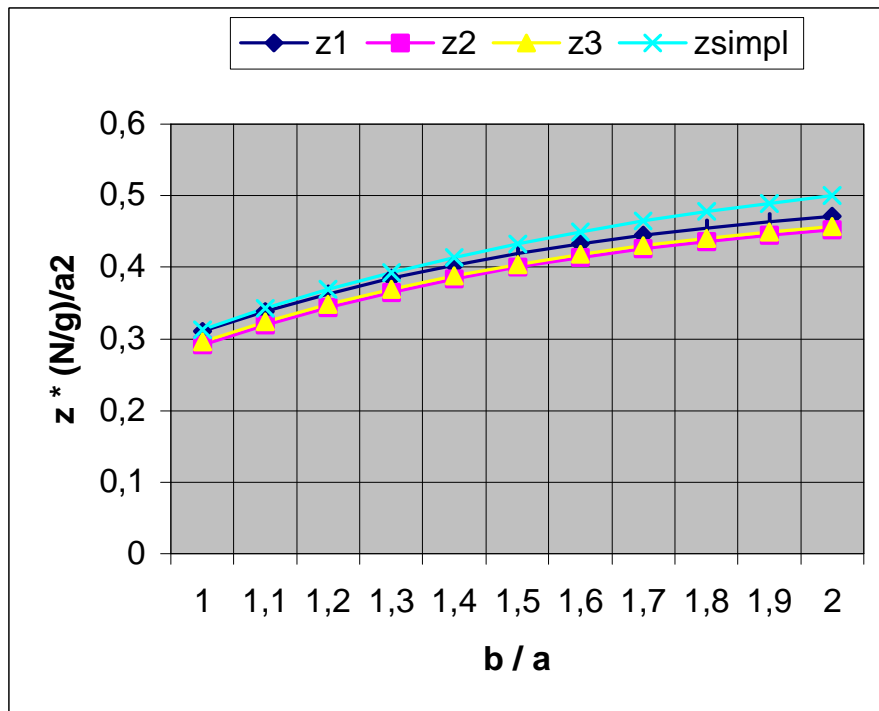


FIGURA 27. Comparação entre valores de $z_{máx}$ calculados com a expressão da Tabela 1 com um, dois e três termos da série (z_1 , z_2 e z_3) e o valor de $z_{máx}$ calculado com a Fórm.7 (z_{simpl}).

Por exemplo, para uma casca com $a=b=20\text{m}$, na qual se pretende adotar flecha de $1/10$ do vão, tem-se $z^*(N/g)/a^2 \approx 0,3$. Sendo $g=2,50\text{kN/m}^2$, dado de projeto, e $z_{\text{máx}} = 2,00\text{m}$ o valor de N será de $37,5\text{kN/m}$. Com o valor de N é possível estimar a espessura da casca tomando-se como base um valor de tensão admissível no concreto, por exemplo 7MPa , o que daria espessura da ordem de $0,5\text{cm}$. Nota-se que é um valor impossível de ser adotado pensando-se em termos construtivos e, além disso, apesar de se ter o material submetido a tensão baixa haverá com certeza problema de flambagem da estrutura se for adotada espessura tão pequena. Uma alternativa para estimativa da espessura mínima pode ser o valor recomendado por WILBY (1993), de $L/450$, o que resultaria em cerca de $4,5\text{cm}$. Poder-se-ia adotar, então, $5,0\text{cm}$ para a espessura da casca. Isso é apenas o pré-dimensionamento da seção que naturalmente precisa ser confirmado em análise mais apurada.

Utilizando a formulação proposta por ODELLO & ALGOOD (1973), mostrada no Capítulo 2, encontram-se os seguintes valores de esforços:

$$N = 9 \cdot (10\text{m})^2 \cdot 2,5\text{kN/m}^2 / (\pi^3 \cdot 2\text{m}) = 36,28\text{kN/m}$$

$$H = 36,28 \text{ kN/m} \cdot 10\text{m} = 362,8 \text{ kN}$$

$$K = 0,40 \cdot e^{(-10/12,2)} = 0,17623$$

$$p_{\text{cr}} = 2 \times 10^7 \text{ kN/m}^2 \cdot 0,17623 \cdot [(0,05/10) \cdot (2/10)]^2 = 3,5 \text{ kN/m}^2$$

Nota-se que os valores de N , como era de se esperar, estão bastante próximos. Os esforços encontrados não são elevados, porém, comparando-se a carga de projeto com a obtida pela expressão de p_{cr} vê-se que estão muito próximas ($p_{\text{cr}}/p=1,4$). É verdade que foi adotado um valor baixo para o módulo de deformação para o concreto. Caso se considere o valor de E_c de acordo com a expressão da NBR 6118 ter-se-á para resistência à compressão do concreto de 30MPa um valor de $E_c = 3,44 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$, e a relação entre p_{cr} e p , carga de projeto, chega a cerca de $2,4$, bem maior que o valor $1,4$ encontrado. Porém, a consideração de um valor mais baixo de E_c pode ser indicada para se considerar, ainda que de maneira bastante grosseira, a deformação lenta do concreto. Além disso, caso se use concreto ou argamassa projetados o valor de E_c pode ser mais baixo.

Preparou-se um modelo de elementos finitos, que foi processado com o programa ANSYS. Assim podem ser determinados os esforços na estrutura de maneira mais precisa. Considerou-se viga de borda com seção de 20x120cm e a casca com espessura constante de 5cm.

Os valores de N encontrados, para a seção do meio do vão da casca, bem como os esforços na viga de borda, são desenhados na Figura 28. São verificados esforços de tração na casca junto à borda com intensidade de até 147,8 kN/m. Isso resultaria em tensão de tração, na seção bruta, de aproximadamente 3,00 MPa.

Além disso, foram determinados, junto aos cantos da estrutura, valores de momentos fletores da ordem de 7kN.m/m, mais do que poderia suportar a seção com espessura de 5cm. Esses esforços ocorrem apenas nos cantos, enquanto que no restante da estrutura os valores de momentos são realmente desprezíveis.

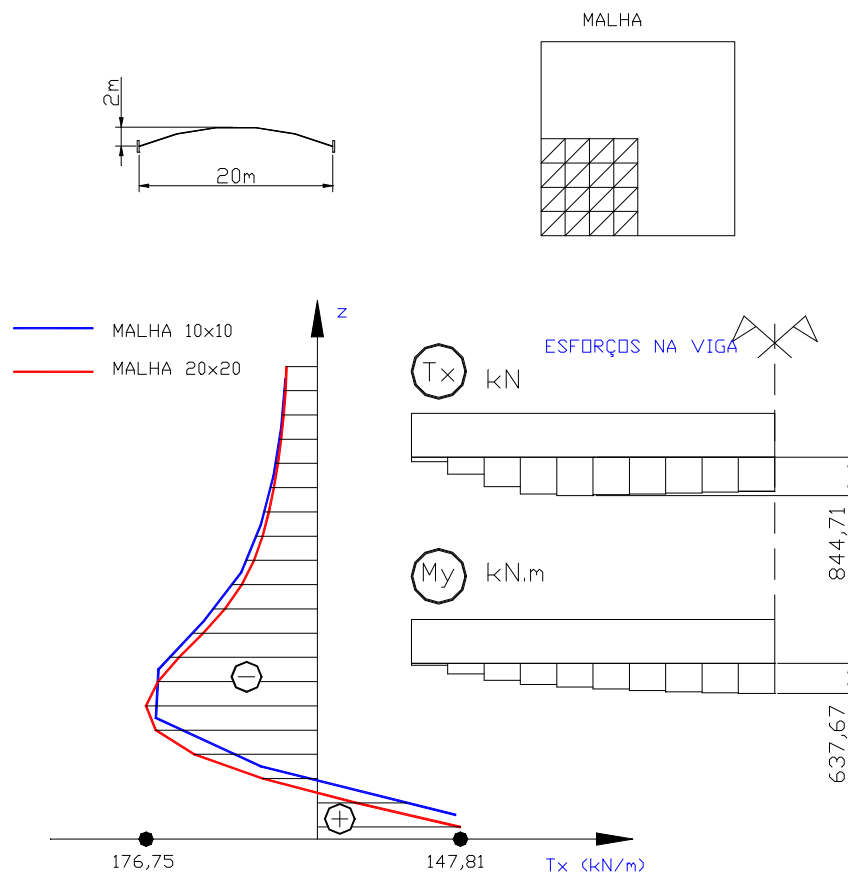


FIGURA 28. Esforços N_x no meio da casca e na viga de borda para carga uniforme.

Nota-se que a idéia da estrutura funcionar apenas sob compressão não é correta nesse caso. Há perturbações na borda, que aumentam o valor do esforço de compressão em quase cinco vezes, e dão origem a esforços de tração. Os esforços de tração podem ser combatidos com armadura mais concentrada próximo à borda, sem necessidade de elevadas taxas de aço. Além disso surgem momentos fletores nos cantos, que têm valores muito elevados para espessura de 5cm. Uma alternativa para resistir a esses esforços seria aumentar a espessura próximo às bordas, como é comum no projeto de cascas. Por outro lado, aqui cabe uma colocação que está dentro do contexto do trabalho: se for utilizada seção tipo sanduíche, adotando-se para ambas as faces, inferior e superior, espessura de 5cm, e núcleo de material leve também com espessura de 5cm, pode-se obter resistência suficiente para combater o momento fletor de 7kN.m/m encontrado na análise, desde que as faces da seção tenham boas condições de interação. Essa interação entre as faces pode ser conseguida com uma ligação rígida por meio de elementos denominados conectores, que podem ser, por exemplo, nervuras de concreto. Convém lembrar que se adotou um valor de carga de 2,5kN/m², o que equivale ao dobro do peso próprio da estrutura com seção de 5cm e que, portanto, a presença de outra face, com igual espessura, não tornaria a carga maior que o valor utilizado na análise. Por outro lado, nota-se a necessidade de se considerarem outros carregamentos, além do peso-próprio da estrutura. Porém, para determinar outras ações, pretende-se antes passar pela etapa de execução dos protótipos de casca com seção sanduíche, a fim de definir melhor o processo executivo que se pretende propor.

3.2.2. CASCAS APOIADAS NOS CANTOS.

A estrutura apresentada no Item 3.2.1 foi obtida com modelo suspenso apoiado ao longo das bordas. Isso obrigou a estrutura definitiva a ter bordas retas e conseqüentemente vigas de borda para amenizar os esforços de tração. Cabe nesse momento um esclarecimento, já que não foi feita uma otimização da seção da viga de borda; provavelmente aumentando-se sua rigidez conseguir-se-ia que esse elemento “absorvesse” mais tração aliviando assim a casca. Porém, os valores de esforços encontrados nos dois elementos, viga e casca, não demandam taxas de armadura que

inviabilizem seu uso. Por outro lado, uma alternativa para se eliminarem as vigas é a utilização de modelos suspensos apoiados por pontos, que terão assim bordas “auto-modeladas”, evitando-se a necessidade de vigas na estrutura definitiva.

Foram feitos vários modelos de membranas suspensas presas nos cantos e submetidas a carga uniforme. Na Figura 29 apresenta-se a forma típica dessas estruturas já invertidas. Na Figura 30 encontram-se curvas carga x deslocamento máximo para membranas suspensas presas nos quatro cantos, que podem auxiliar a geração dessas formas quando se deseja determinada flecha no modelo, orientando na escolha do valor da carga.

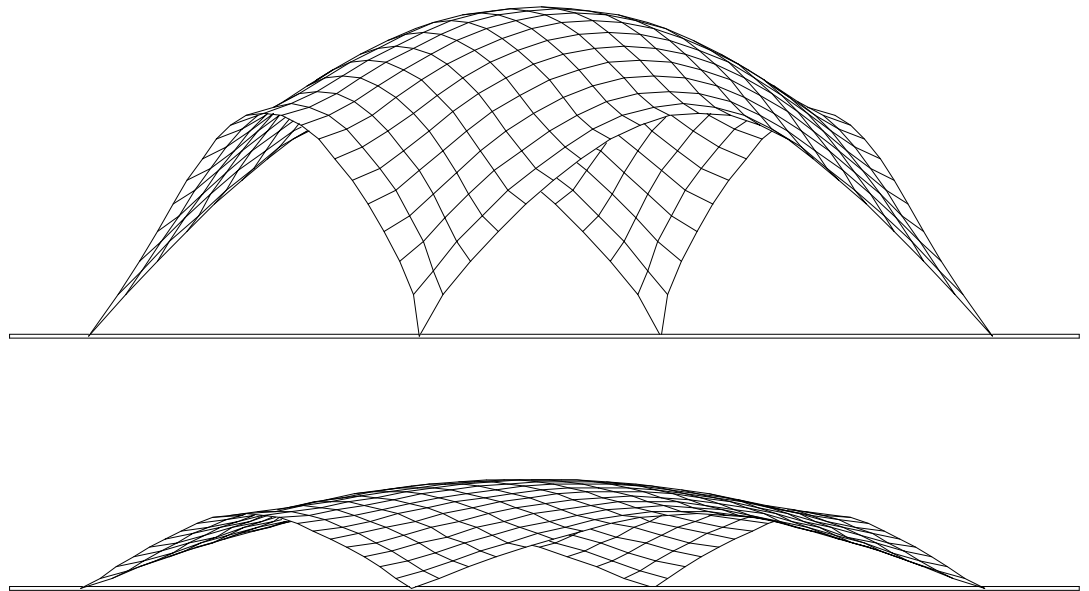


FIGURA 29. Exemplos de cascas geradas por analogia com membranas suspensas presas em quatro cantos.

Foram feitas representações da superfície dessas cascas por curvas de nível (Figura 31). Nota-se que as estruturas se assemelham a cúpulas sobre apoios em forma de “leque”. Os resultados do processamento dos modelos, devidamente invertidos, indicam que nesses leques tem-se em certa extensão, basicamente, compressão uniaxial e pequenos esforços de flexão, enquanto que na cúpula nota-se compressão biaxial, para carga uniforme.

GRÁFICOS CARGA x DESLOCAMENTO
MEMBRANAS QUADRADAS PRESAS NOS QUATRO CANTOS

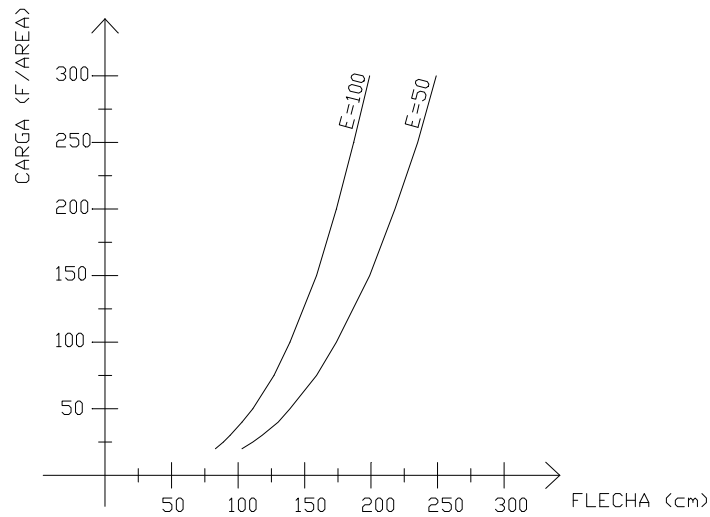


FIGURA 30. Gráficos carga deslocamento máximo de membranas com 5m x 5m obtidos com o programa SUNPLANNCSST (carga multiplicada por 10^4).

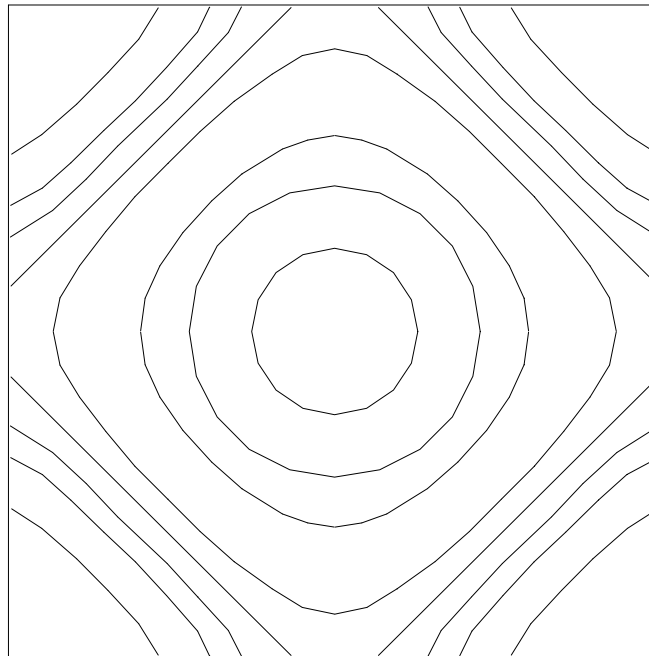


FIGURA 31. Curvas de nível de casca com forma de membrana suspensa presa em quatro cantos.

Na Tabela 3 relacionam-se os dados que foram utilizados para traçado do gráfico apresentado na Figura 30.

TABELA 3. Deslocamentos central e na borda de membranas com configuração inicial plana, de planta quadrada, suspensas pelos cantos e submetidas a carregamento uniforme .

MODELO	E (kN/cm ²)	p (kN/cm ² *10 ⁻⁶)	δ_{borda} (cm)	δ_{central} (cm)
CR01	0,50	20	56,9308	82,6264
CR02	0,50	25	63,3415	88,8466
CR03	0,50	30	67,1814	94,2690
CR04	0,50	40	73,7032	103,4959
CR05	0,50	50	79,1802	111,2641
CR06	0,50	75	90,1593	126,8939
CR07	0,50	100	98,8388	139,2928
CR08	0,50	150	112,4939	158,8481
CR09	0,50	200	123,3101	174,3664
CR10	0,50	250	132,4147	187,4415
CR11	0,50	300	140,3554	198,8501
CR12	1,00	20	73,7032	103,4959
CR13	1,00	25	79,1802	111,2641
CR14	1,00	30	83,9459	118,0396
CR15	1,00	40	92,0387	129,5761
CR16	1,00	50	98,8388	139,2928
CR17	1,00	75	112,4939	158,8481
CR18	1,00	100	123,3101	174,3664
CR19	1,00	150	140,3554	198,8501
CR20	1,00	200	153,8790	218,2802
CR21	1,00	250	165,2777	234,6454
CR22	1,00	300	175,2315	248,9163

Na Tabela 4 apresentam-se resultados de processamento de alguns dos modelos suspensos, submetidos ao mesmo carregamento que foi usado em sua geração.

TABELA 4. Reações de apoio e tensão de membrana nos modelos suspensos de membrana com configuração inicial plana de forma quadrada com 5m de lado.

MODELO	Reação vertical (kN)	Reação horizontal (kN)	TENSÃO (kN/cm ²) *10 ⁻²	p (kN/cm ²) *10 ⁻⁶
CR01	1,25	2,173142	0,8270	20
CR02	1,5625	2,527623	0,9588	25
CR03	1,875	2,860095	1,0818	30
CR04	2,50	3,476548	1,3083	40
CR05	3,125	4,045478	1,5157	50
CR06	4,6875	5,329904	1,978	75

A tensão (de membrana) tem praticamente valor constante em quase toda a superfície, aumentando na transição cúpula-leque e chegando ao valor máximo nos apoios. Deve-se lembrar que os apoios, conforme se mostra na Figura 29, são pontuais no modelo, enquanto na prática devem ter uma certa largura, o que altera os valores de tensão. Os apoios tratam-se na verdade de regiões de introdução de esforços e, portanto, devem ser considerados à parte. Os valores mostrados na Tabela 4 referem-se à região no centro da casca que não apresenta perturbações.

3.3. CASCAS SOBRE BASE TRIANGULAR.

Também foram processados vários modelos de membranas com configuração inicial plana na forma de triângulo equilátero, suspensas apenas pelos cantos. As forma estruturais obtidas com carga uniforme podem ser invertidas dando origem às cascas sobre base triangular, mostradas na Figura 32. Os resultados das análises dessas estruturas também têm indicado apenas esforços de compressão, para carga uniforme.

De maneira semelhante às cascas sobre planta retangular esses tipos de casca apresentam predominância de esforços de compressão para carga uniforme e podem conduzir a estruturas sem vigas de borda, o que é uma solução bastante interessante do ponto de vista arquitetônico.

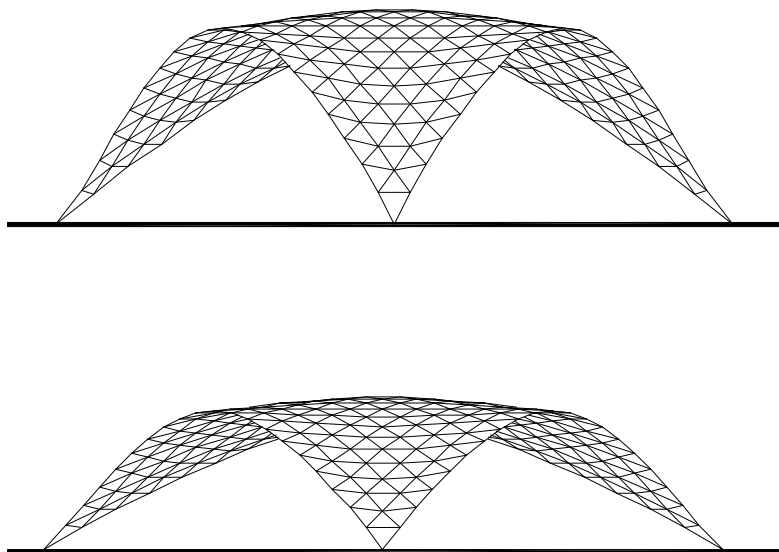


FIGURA 32. Exemplos de casca com forma de membrana pênsil invertida sobre planta triangular e apoiadas apenas nos vértices.

Foram traçadas as curvas de nível dessas superfícies e chegou-se ao resultado mostrado na Figura 33. Nota-se a semelhança com as cascas sobre planta retangular no sentido em que se tem uma cúpula apoiada em “leques”. Porém, notou-se que a simetria, que deveria existir, não se verificou nas curvas de nível. A causa para esse fato é, provavelmente, uma pequena assimetria na membrana triangular plana, usada como ponto de partida para geração da forma suspensa. Ao se fornecer as medidas da base e da altura da membrana triangular plana, comete-se um (pequeno) erro numérico no valor da altura, dando-lhe forma de triângulo isóceles e não equilátero.

Nas Tabelas 5 e 6 apresentam-se os resultados dos processamentos dos modelos suspensos. Nas referidas tabelas são mostrados valores das reações de apoio

verticais e horizontais nos três apoios além dos deslocamentos nas bordas e o deslocamento máximo, obtido com o carregamento aplicado na membrana suspensa, para cada carregamento. As membranas que foram analisadas têm, todas, como configuração inicial, a forma de um triângulo equilátero com 5m de lado. Apresentam-se também os valores das tensões de membrana, distante das regiões de introdução de cargas, que geram perturbação no regime de membrana.

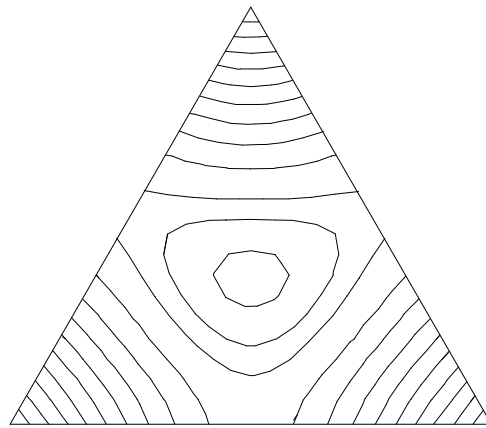


FIGURA 33. Curvas de nível na membrana triangular presa pelos vértices.

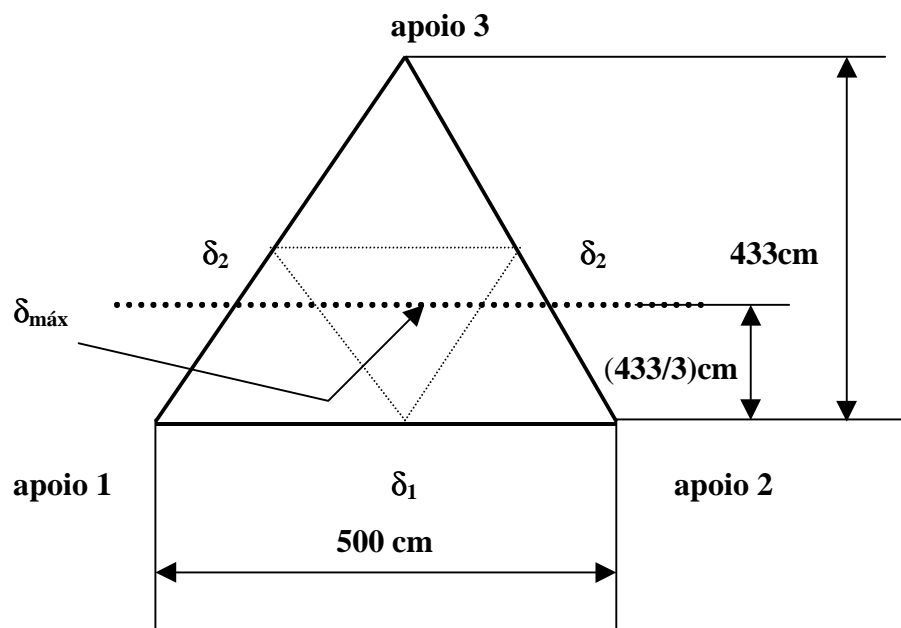


FIGURA 34. Definições para as Tabelas 5 e 6.

TABELA 5. Reações de apoio e tensões em membranas suspensas com configuração inicial plana na forma de um triângulo equilátero com lado de 5m, submetidas a carga uniforme (ver Figura 34).

MODELO	p (kN/cm ²) *10 ⁻⁶	Reação vertical (kN)	Reação horizontal (kN)	TENSÃO (kN/cm ²) *10 ⁻²
CTRI07	100	APOIO 1: 3,570812	APOIO 3: 574,0321	2,1508
		APOIO 2=APOIO 1	APOIO 2=APOIO 1:	
		APOIO3: 3,683375	496,2068 (Rx) 287,0161 (Ry)	
CTRI08	150	APOIO 1: 5,34587	APOIO 3: 757,0305	2,8176
		APOIO 2=APOIO 1	APOIO 2=APOIO1:	
		APOIO 3: 5,545759	650,9849 (Rx) 378,5153 (Ry)	
CTRI09	200	APOIO 1: 7,117263	APOIO 3: 921,2110	3,2733
		APOIO 2= APOIO 1	APOIO 2=APOIO 1:	
		APOIO 3: 7,415473	789,1104 (Rx) 460,6055 (Ry)	
CTRI10	250	APOIO 1: 8,885884	APOIO 3: 1072,6188	3,7673
		APOIO 2=APOIO 1	APOIO 2=APOIO 1:	
		APOIO 3: 9,290733	916,0007 536,3091	

TABELA 6. Deslocamentos em membranas suspensas com configuração inicial plana na forma de um triângulo equilátero, submetidas a carga uniforme (v. Figura 34).

MODELO	p (kN/cm ²) *10 ⁻⁶	$\delta_{\text{máx}}$ (cm)	δ_1 (cm)	δ_2 (cm)
CTRI07	100	111,289	94,9922	101,9258
CTRI08	150	126,8739	108,3592	116,1802
CTRI09	200	139,2369	118,944	127,5009
CTRI10	250	149,6526	127,848	137,0479
CTRI11	300	158,7418	135,6076	145,3857

3.4. COMENTÁRIOS.

Após processamento de vários modelos numéricos com utilização de programas de elementos finitos convém registrar alguns comentários que se julgam importantes.

Primeiramente, com relação à característica geométrica comum aos dois tipos de estruturas analisadas, que é o fato de se tratarem de cúpulas apoiadas em leques. Cabe aqui uma comparação entre esses dois tipos estruturais ora analisados, e uma estrutura importante projetada por Pier Luigi Nervi, engenheiro italiano, na década de 1950. Trata-se da cúpula do Palacete de Esportes de Roma onde o citado projetista fez a transição entre a cúpula e os apoios por meio de elementos por ele denominados de “leques”. O cálculo dos esforços nessa cúpula, efetuado pelo autor deste trabalho em sua Dissertação de Mestrado, levou a valores de esforços de tração elevados nessa transição (TEIXEIRA, 1994). Esses esforços foram calculados com modelos numéricos complexos, envolvendo elementos finitos de casca e de barra. Nervi, por sua vez, não dispunha dessas ferramentas à época do projeto, porém, com grande sensibilidade estrutural, criou um anel de tração exatamente naquela região. Resta questionar porque nas estruturas apresentadas nesse trabalho não há esforços de tração nessa região de transição, enquanto existem esses esforços na cúpula de Nervi. A resposta para esse questionamento está provavelmente relacionada ao fato de que a forma concebida por Nervi é semelhante à que se obteria utilizando-se a analogia de membrana porém as proporções entre as dimensões da cúpula e dos leques, aparentemente, não são precisas o suficiente para evitar descontinuidades na transição entre esses elementos. Com uso de um programa, como o desenvolvido por VIZOTTO (1993), poder-se-ia otimizar aquela estrutura? O autor acredita que sim, porém não será efetuada tal tarefa neste trabalho devido ao grande tempo necessário, embora se trate de uma interessante investigação numérica.

Na Figura 36 apresenta-se uma cúpula sobre base circular com forma gerada pelo programa de VIZOTTO (1993), e nota-se que a estrutura é bastante semelhante à que foi concebida por Nervi, porém no caso específico usaram-se poucos apoios, apenas para ilustrar a semelhança. Na Figura 35 é mostrada a malha de elementos finitos que foi usada na geração da estrutura.

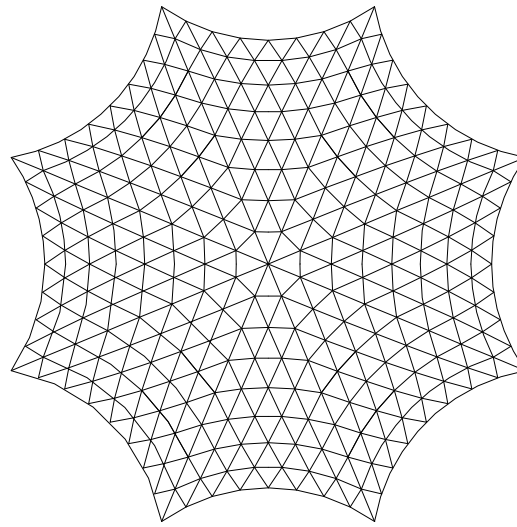


FIGURA 35. Modelo de elementos finitos de casca sobre base circular.

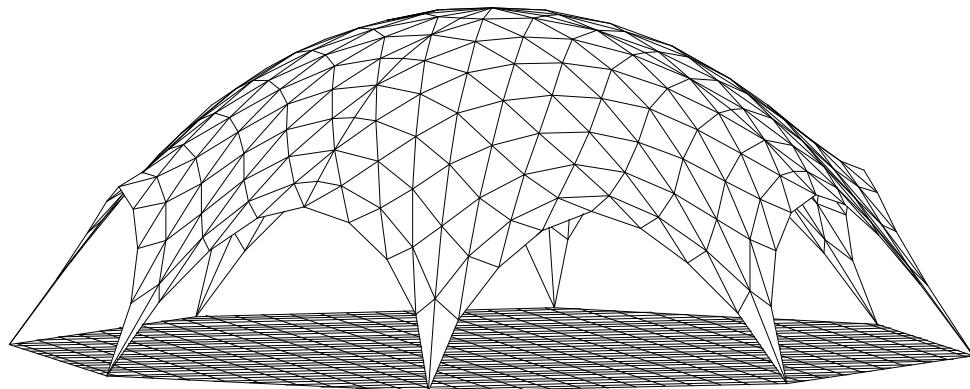


FIGURA 36. Forma da cúpula sobre base circular.

Um outro comentário que se julga importante fazer diz respeito ao cálculo dos esforços nas estruturas geradas com a analogia de membrana. Dada a complexidade das superfícies dessas cascas, nota-se a necessidade do uso de procedimentos numéricos, como o MEF, para a análise estrutural. Essa necessidade encontra plena

justificação também com a disponibilidade de muitos bons programas nos dias de hoje, como o ANSYS, o SAP2000, o LUSAS, o ADYNA e outros.

Apesar disso encontram-se vários problemas na análise de cascas com forma livre como a escolha do tipo de elemento finito, forma e densidade da malha, modelagem dos enrijecedores e do comportamento dos materiais. Tais problemas constituem o desafio da técnica de modelagem que, segundo COOK (1987), é uma arte baseada na capacidade de visualizar interações físicas. Para solucioná-los não há regras gerais. Cabe ao usuário do programa elaborar, processar e analisar vários modelos e a partir dos resultados, com base em sua intuição, decidir-se pelos valores corretos das grandezas assim determinadas e que serão utilizadas para detalhamento do projeto.

No caso das estruturas apoiadas por pontos, portanto com bordas livres (itens 3.2 e 3.3), o autor deste trabalho deparou-se com os seguintes problemas, que dificultam a análise dos resultados obtidos com os modelos de elementos finitos:

- 1) O refinamento da malha é uma tarefa complicada pois, ao contrário do que ocorre nos modelos com bordas retas, não se tem a expressão que define a superfície média da membrana suspensa. Um refinamento requer nova geração do modelo com uma malha contendo mais nós. Isso obviamente altera a forma do modelo.
- 2) As características geométricas da estrutura e a disposição dos elementos finitos complicam a interpretação dos resultados em certos pontos que são importantes para se compreender o funcionamento da estrutura como um todo. Os eixos locais dos elementos variam muito de direção entre elementos adjacentes.

Frente a isso acredita-se que para modelos com bordas retas as soluções obtidas com elementos finitos tem custo computacional bastante razoável, o que faz com que este procedimento seja o mais indicado para tal caso. Neste trabalho não se acrescenta nenhuma novidade com relação ao cálculo de esforços nessas estruturas. Com os resultados do processamento do modelo mostrado no item 3.1, com programas disponíveis, nota-se que os resultados são satisfatórios. Naturalmente, em um projeto real, é necessário que se faça uma análise detalhada dos esforços por toda

a estrutura, a fim de dimensionar e distribuir a armadura corretamente, o que não foi apresentado neste trabalho.

WILBY (1993) defende que o dimensionamento da armadura de cúpulas deve ser feito em Estádio II. Para os esforços de tração, um procedimento bastante empregado é de se calcular armaduras de acordo com os esforços obtidos com análise da estrutura em regime elástico, adotando-se valores baixos de tensão. Essa armadura é posicionada, usualmente, na direção dos esforços principais.

Na casca apresentada no item 3.1, os esforços principais de tração são paralelos às bordas da estrutura e confinados a uma estreita região de transição entre a casca e a viga de borda, conforme pode ser visto na Figura 28. Porém, nos cantos, os esforços principais de tração seguem uma trajetória que, em planta, faz um ângulo de cerca de 45° com as bordas. Portanto, haveria necessidade de uma armação que seguisse essa trajetória. Convém registrar que os esforços de tração nos cantos tem valores menores que os esforços de tração na seção central, mostrados na Figura 28. Resumindo, tudo se passa como se a região tracionada formasse um anel em torno da cúpula. Esse anel tem forma, em planta, intermediária entre a forma de um círculo e a de um quadrado, ou, no caso mais geral, entre uma elipse e um retângulo, e a armação deveria seguir essa forma. Por praticidade, a armação poderia ser simplificada e ficar com forma, em planta, de um polígono (não regular) com oito lados. Ou ainda, ser uma malha “quadrada” desde que houvesse reforço nos cantos devido à armadura não estar na direção dos esforços principais.

No caso dos modelos com bordas livres, suspensos apenas pelos vértices a análise dos resultados obtidos com elementos finitos é mais complexa, devido às dificuldades comentadas anteriormente. Isso pode aumentar bastante o custo computacional da análise, forçando à definição de outras formas de malhas, diferentes das usadas para geração da forma suspensa. Frente a isso, procurou-se definir regras simples que podem auxiliar na análise. Tais regras foram baseadas na percepção do comportamento básico dessas estruturas e não podem, obviamente, ser usadas em substituição a cálculos mais refinados. O objetivo é estabelecer critérios para julgar os resultados de análises mais rigorosas além de auxiliar na concepção da estrutura. Acredita-se que, dessa maneira, os esforços na estrutura possam ser

determinados de maneira simples e o modelo de elementos finitos poderia ser usado muito mais no sentido de se determinar os deslocamentos de maneira precisa, além de analisar partes localizadas da estrutura. Essa é a conclusão a que se chegou após inúmeros modelos processados e analisados.

Propõe-se que, para efetuar a análise de membranas suspensas presas pelos vértices, se inicie transformando-a em uma estrutura auxiliar. Essa estrutura auxiliar seria uma membrana de Prandtl que se adaptasse à sua geometria. Por exemplo, para uma estrutura com forma idêntica àquela mostrada na Figura 29, sobre planta quadrada, de lado A , poder-se-ia prever sua forma e estimar os esforços predominantes tomando-a como uma membrana de Prandtl sobre área quadrada de lado igual a $C = \sqrt{2} \cdot (A/2)$, conforme mostra a Figura 37. Assim, seriam definidas duas áreas distintas, a membrana de Prandtl e os leques de apoio.

Com tal procedimento foi feita a análise do modelo CR01, como exemplo. Como o modelo tem planta quadrada de lado = 500cm, a membrana de Prandtl equivalente tem lado de 353,55cm. A flecha ($z_{\text{máx}}$) da membrana de Prandtl será a diferença entre as flechas dadas na Tabela 3, como segue:

$$z_{\text{máx}} = \delta_{\text{central}} - \delta_{\text{borda}} = 82,6264\text{cm} - 58,9308\text{cm} = 23,6956\text{cm}$$

Da Figura 27 retira-se o valor de $[z_{\text{máx}} \cdot (N/g)/a^2]$, no caso aproximadamente 0,3. Daí tem-se que $N=0,00791 \text{ kN/cm}^2$. Como o modelo tem espessura unitária a tensão de membrana terá o mesmo valor. Na Tabela 4 o valor da tensão é de $0,00827 \text{ kN/cm}^2$. A diferença entre os dois valores é pequena como se pode ver. As reações por sua vez podem ser determinadas com base na Figura 38, na qual se procura mostrar um diagrama de corpo livre do leque. A simplificação que se propõe é admitir momento nulo na transição leque-cúpula. Daí, conhecendo-se o valor da reação vertical, pode-se calcular a horizontal, que resulta em 3,125kN, contra os 2,17kN dados na Tabela 4. Porém, esse valor da Tabela é a reação na direção x . A resultante na direção da diagonal vale 3,07kN, valor bem próximo do encontrado com o procedimento simplificado.

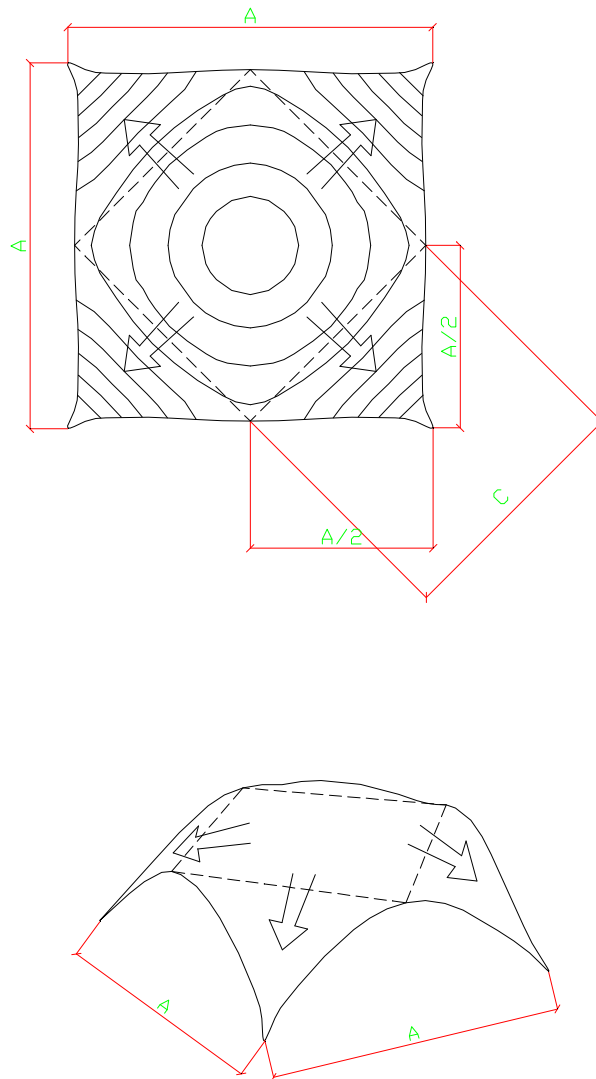


FIGURA 37. Analogia de membrana suspensa pelos vértices com membrana de Prandtl.

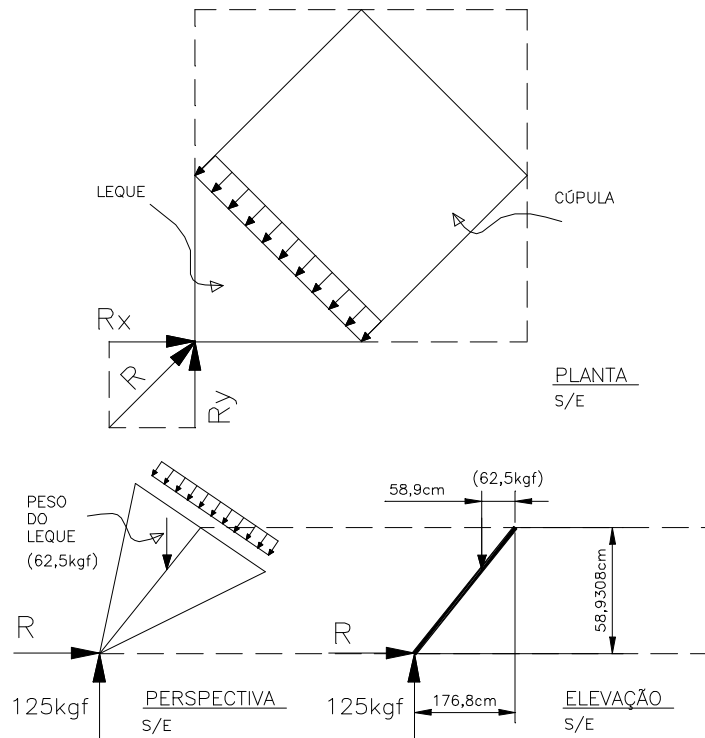


FIGURA 38. Definições para cálculo simplificado.

Outra observação importante diz respeito à inversão da curvatura próximo às bordas das cascas. No modelo suspenso nota-se que os trechos com curvatura invertida, concentrados nas bordas, estão “frouxos”, isto é, livres de tensões, exceto na direção perpendicular às bordas. Para otimizar a estrutura poder-se-ia eliminar parte da estrutura ou, o que se julga mais eficiente, aumentar a curvatura daquela região, conforme se mostra nas Figuras 39 e 40.

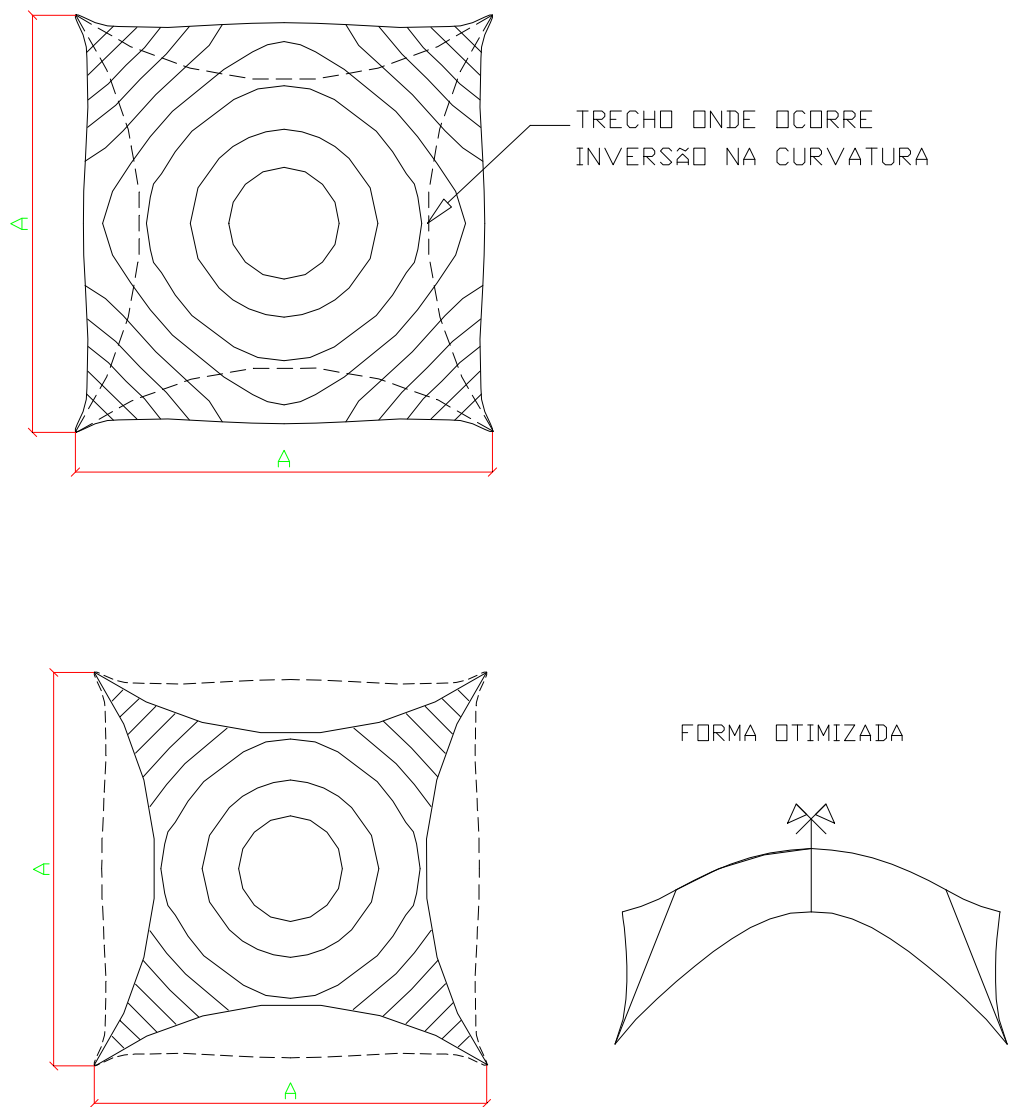


FIGURA 39. Alternativa para desenho das bordas da casca.

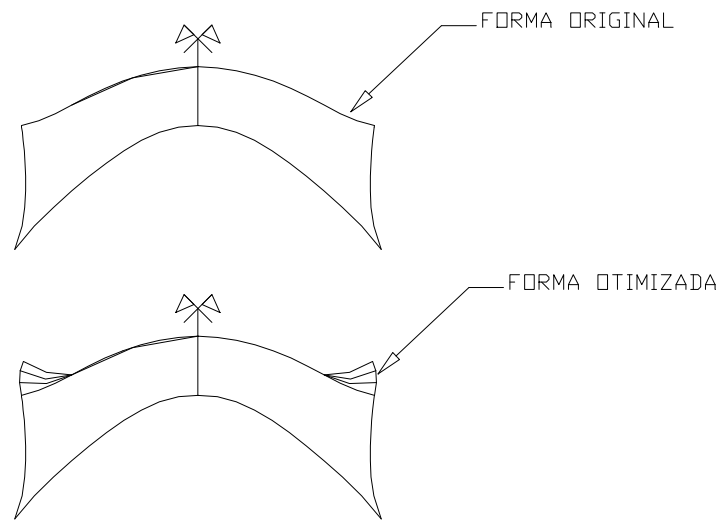


FIGURA 40. Alternativa para desenho das bordas da casca.

Capítulo 4

PROJETO E CONSTRUÇÃO DE PROTÓTIPOS.

4.1. PROTÓTIPO I.

4.1.1. DESCRIÇÃO DA ESTRUTURA.

Trata-se da cobertura de uma área na forma de triângulo equilátero em planta, com lado de 7m. A estrutura se apoia nos três vértices. A relação entre a flecha máxima e o lado do triângulo é de cerca de 1/5.

Foram processados cinco modelos suspensos utilizando-se o programa elaborado por VIZOTTO (1993) até se alcançar o valor da flecha de 135,4487cm o que resulta na relação procurada entre o lado maior e a flecha ($1/5,168 \approx 1/5$). Na Figura 41 mostra-se o modelo escolhido e na Tabela 7 encontram-se as coordenadas da superfície média do modelo escolhido.

Definido o modelo suspenso passou-se para a segunda etapa do processo, a inversão do modelo para geração da estrutura definitiva. Foi feita a análise estática da estrutura definitiva adotando-se para isso as seguintes características:

- espessura $t = 3\text{cm}$;
- módulo de deformação do concreto $E_c = 2 \times 10^3 \text{ kN/cm}^2$;
- coeficiente de Poisson $\nu = 1/6$;
- carregamento $g = 0,75\text{kN/m}^2$.

Considerou-se apenas peso-próprio como carregamento. Os apoios foram considerados como articulações fixas. Como a análise é linear, esforços causados por cargas maiores (uniformes) podem ser obtidos por proporcionalidade. A análise foi feita com o programa ANSYS (versão 5.3) e os resultados são comentados a seguir.

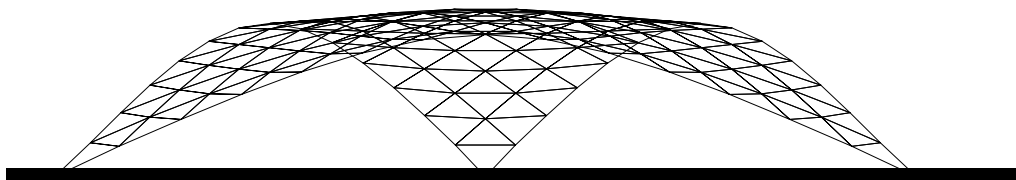


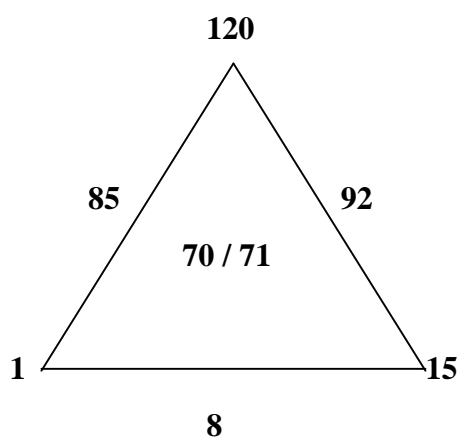
FIGURA 41. Vista frontal da superfície média do modelo escolhido.

Inicialmente foram aferidas as reações verticais que alcançaram valores máximo de 5,5kN, e de aproximadamente 5,0kN nos outros dois apoios, anulando assim o somatório das forças na vertical, já que o peso da estrutura é cerca de 15,5kN. As reações horizontais alcançaram o valor de 9,9kN, portanto quase o dobro das reações verticais. O deslocamento máximo foi de 0,2mm. As tensões de compressão alcançaram valores de no máximo $0,18\text{kN/cm}^2$ nos apoios. Distante dos apoios foram obtidos valores de tensão de compressão da ordem de $0,0091\text{kN/cm}^2$. As tensões de tração encontradas no modelo tem valor desprezível. Vê-se que como se trata de uma estrutura muito pequena as solicitações devidas à carga são insignificantes para o material.

Com os dados da análise estática foram feitas as definições de projeto. Nota-se que com espessura de 3cm tem-se comportamento satisfatório do protótipo. Ter-se-ia adotado essa espessura total para execução das duas faces da seção sanduíche, ficando cada uma portanto com 1,5cm, porém com os recursos disponíveis não se teria condições de se executar a casca com tal espessura. Após efetuar alguns testes de moldagem de painéis isolados, com dimensões de 50x100cm, optou-se por adotar como mínimo o valor de 3cm para cada face, tendo o núcleo também essa espessura. Assim a espessura total ficou sendo 9,00cm.

TABELA 7. Coordenadas de alguns nós da superfície média do Protótipo I.

NÓ	COORD.X(cm)	COORD.Y(cm)	COORD.Z(cm)
1	0	0	0
8	350	5,2249	114,81250
15	700	0	0
70	324,7719	221,2486	135,4487
71	375,2281	221,2486	135,44870
85	175,033	305,8595	123,9493
92	524,967	305,8595	123,9493
120	350	602,218	0

**FIGURA 42.** Posição dos nós definidos na Tabela 7.

Próximo aos apoios foi definida uma região, com cerca de 1,20m de extensão em direção ao centro da casca, a qual foi executada com seção maciça, com 9,00cm de espessura. Para que os apoios não fossem pontuais fez-se um alargamento daquela região que passou a ter largura variável, com mínimo de 30cm. Nas figuras a seguir (Figura 44, Figura 45 e Figura 46) ilustra-se o que foi dito.

A título de ilustração do procedimento simplificado de análise exposto no Capítulo 3, foi feito o cálculo simplificado dos valores de reação horizontal, de acordo com a Figura 43, chegando-se a:

$$R = \frac{5,5 \times 303,11 - 4 \times 101,04}{123,95} = 10,2\text{kN}$$

Da mesma maneira o valor da tensão pode ser calculado usando-se a expressão mostrada na Tabela 1 (Capítulo 2) para a superfície média da membrana de Prandtl sobre área triangular. Substituindo-se naquela expressão os valores de $x=y=0$ chega-se a:

$$N = \frac{g \times a^2}{27 \times z} \quad \text{Fórmula 8}$$

que aplicada à estrutura em questão resultaria em:

$$N = \frac{0,75 \times 3,5^2}{27 \times 0,114994} = 2,96 \text{ kN/m}$$

No caso a flecha da estrutura (z) usada para cálculo é dada pela diferença entre as coordenadas dos nós 70 e 85. A tensão de membrana vale $0,0099 \text{ kN/cm}^2$ o que é bem próximo do valor encontrado com o modelo de elementos finitos.

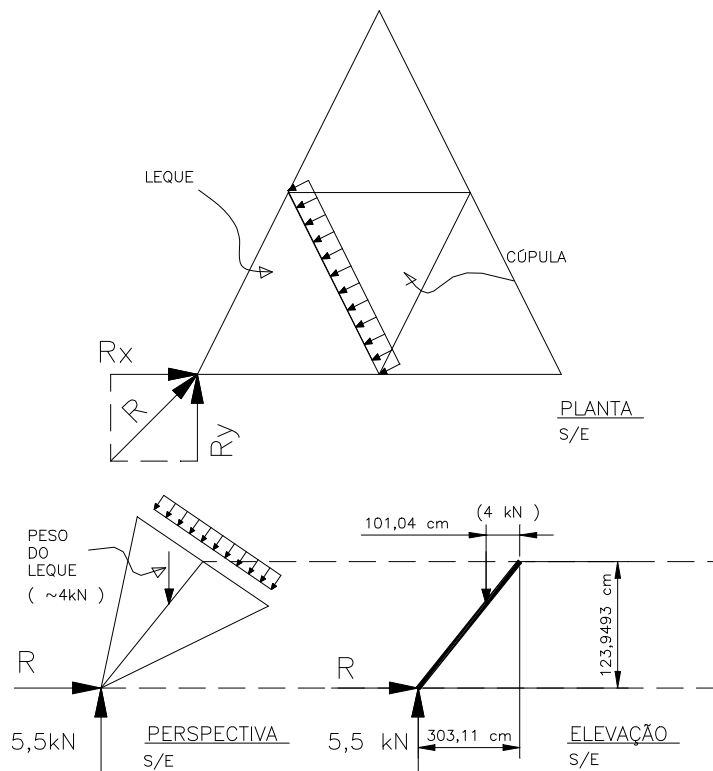


FIGURA 43. Definições para cálculo simplificado dos esforços no Protótipo 1.

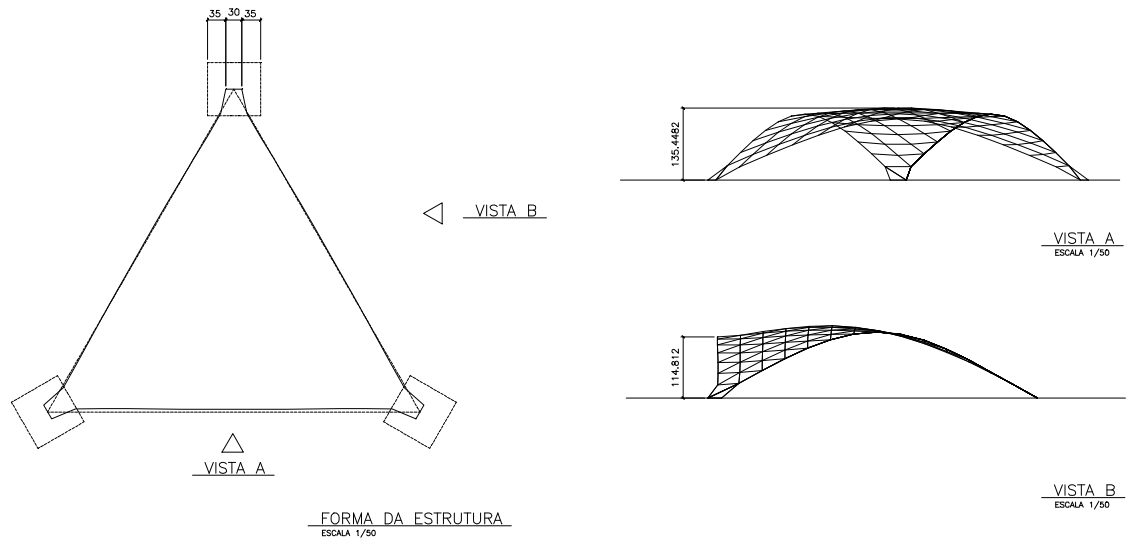


FIGURA 44. Planta e vistas do Protótipo I.

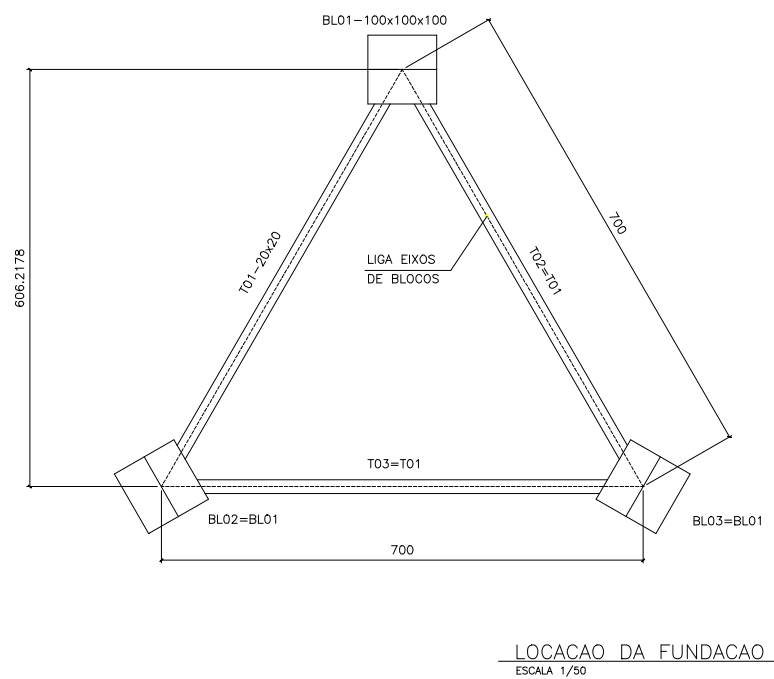


FIGURA 45. Elementos de fundação do Protótipo I.

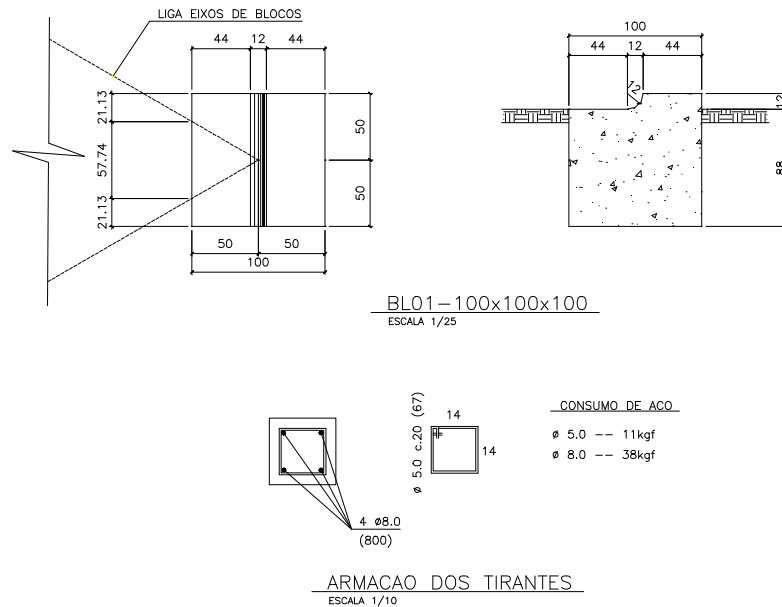


FIGURA 46. Detalhes dos elementos de fundação.

4.1.2. PROCESSO CONSTRUTIVO.

Após execução dos blocos e tirantes da fundação foram confeccionadas e posicionadas as fôrmas e a armação dos trechos maciços da casca como mostrado nas Figuras 47 e 48. A armação consistia de barras longitudinais de 8mm (CA-50 A) e estribos com diâmetro de 5mm (CA-60 B). Foi feita uma tela com fios de 5mm de diâmetro espaçados de 25cm, com forma triangular, que foi então posicionada sobre as fôrmas dos trechos maciços (Figura 49). Como a tela era bastante flexível obteve-se praticamente a forma da casca, com pequenas diferenças, que foram corrigidas por meio de colocação de quatro pontaletes sob a tela. As posições dos pontaletes e suas alturas foram definidas pelos pontos da superfície média da casca, corrigindo-se com metade da espessura para se alcançar a superfície inferior. A tela foi então presa por “cabos” a três pequenas torres tubulares posicionadas na metade de cada lado do protótipo e equipadas com lastro de sacos de areia na base para evitar tombamento. Procedeu-se então à concretagem dos trechos maciços com processo convencional (Figura 50).

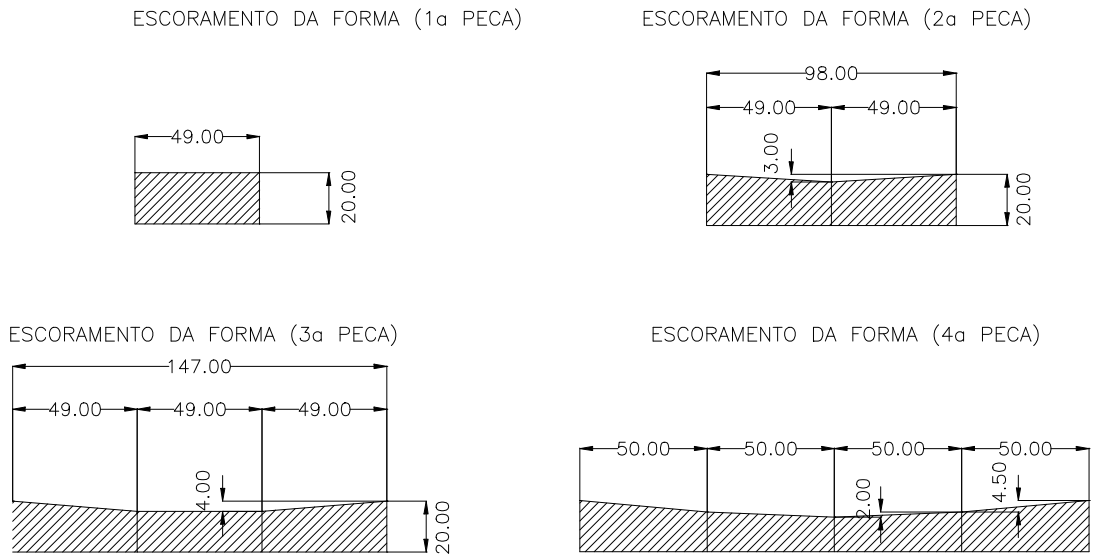


FIGURA 47. Peças de madeira do escoramento da fôrma do trecho maciço.

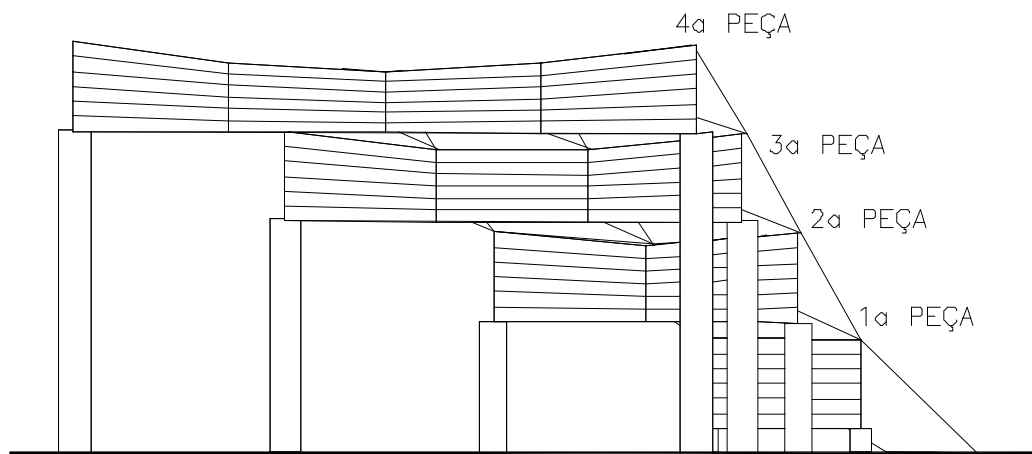


FIGURA 48. Detalhe do escoramento da fôrma do trecho maciço.

Simultaneamente foram confeccionados os núcleos, utilizando-se palha de arroz, por ser um material encontrado com facilidade no local. Como não há

preocupação com durabilidade do protótipo, procura-se apenas fazer um teste inicial do processo construtivo com seção sanduíche, não se deu importância a um problema que pode ocorrer se a palha de arroz usada como núcleo, apesar de isolada em sacos formando verdadeiros “travesseiros”, vier a sofrer algum processo de decomposição biológica que prejudique o concreto ou a armadura. Porém esse problema não deve ser desprezado em situações práticas, o que pode inviabilizar a utilização do material.

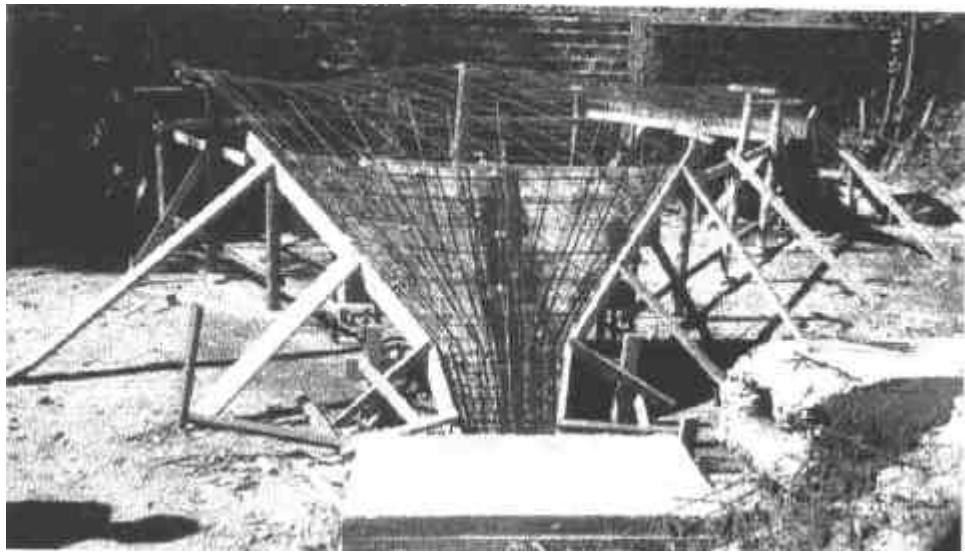


FIGURA 49. Tela inferior posicionada.

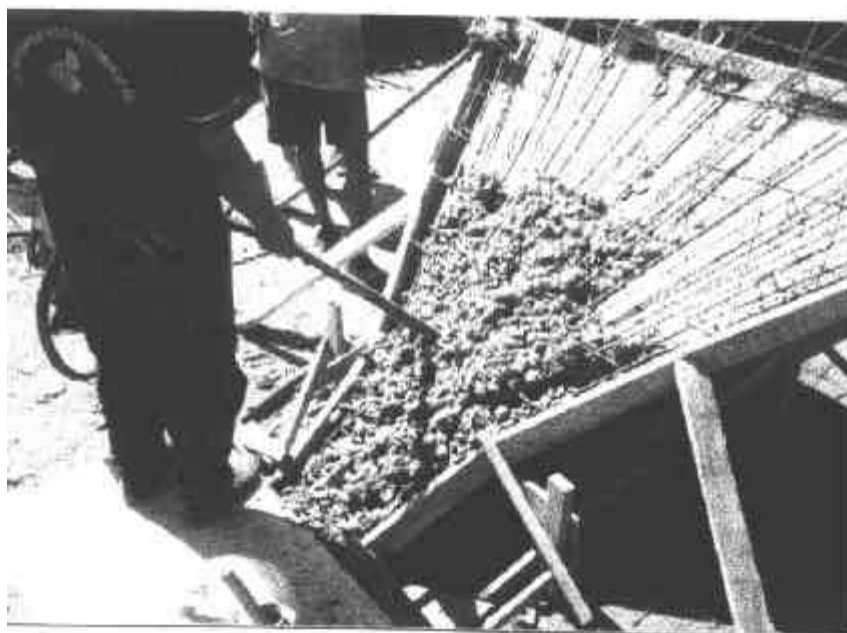


FIGURA 50. Concretagem dos trechos maciços.

Posicionadas as peças que formam o núcleo sobre a tela inferior colocou-se uma tela superior com fios de 3,4mm c. 20cm e os conectores do tipo flexível, formados por fios de 3,4mm dobrados em forma de Z, espaçados cada 50cm, aproximadamente. Procedeu-se à argamassagem manual da estrutura, dos apoios para o centro e simultaneamente nas duas faces. O aspecto final da estrutura é mostrado na Figura 51.

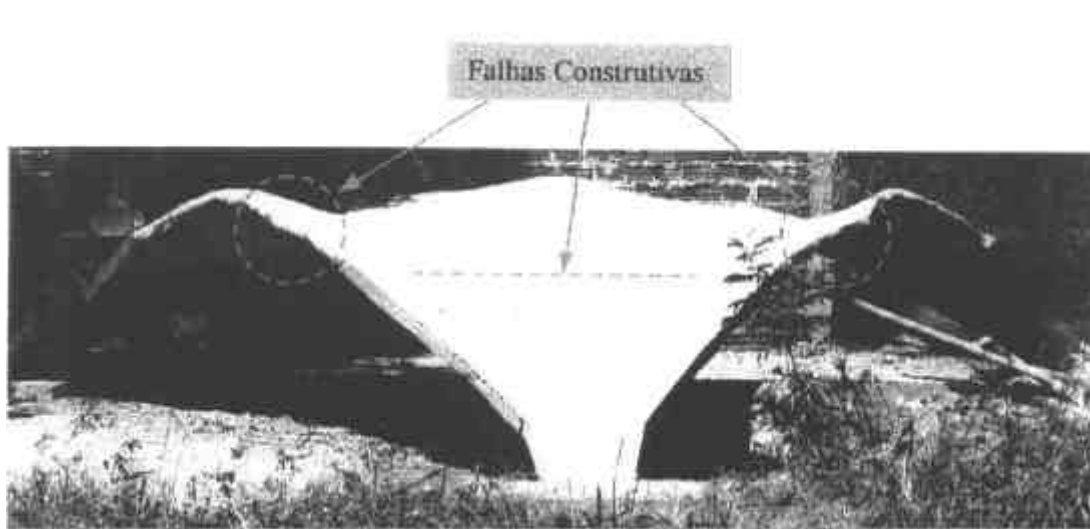


FIGURA 51. Aspecto final do Protótipo I.

4.1.3. COMENTÁRIOS.

Ao final puderam ser observadas algumas falhas construtivas, particularmente nas bordas e na junção das partes maciça e sanduíche. Os problemas nas bordas foram causadas por deficiência do escoramento. Os cabos que sustentavam a tela foram concentrados no interior da casca e provavelmente teria sido melhor contar com tais elementos apenas para essa região. Nas bordas deveriam ter sido colocados montantes verticais que dariam maior rigidez à estrutura na argamassagem.

Na junção das partes maciça e sanduíche o problema que ocorreu foi um desvio da superfície da casca, como se mostra na Figura 52, exagerando-se nas dimensões para ilustrar melhor o problema. O motivo foi a deformação da tela

inferior no momento da concretagem do trecho maciço. Isso só foi notado após a concretagem e ficou impossível retornar a tela à posição correta.

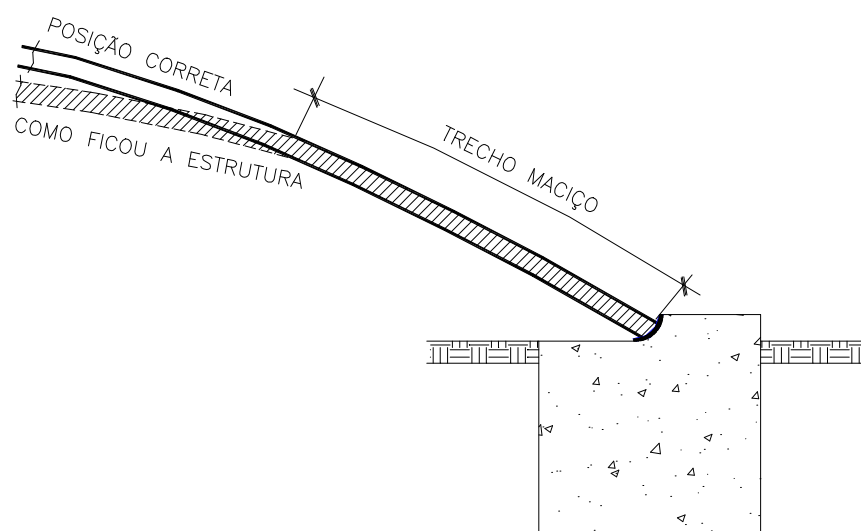


FIGURA 52. Falha construtiva na ligação dos trechos maciço e sanduíche.

Como se pode notar a experiência não foi perfeita, apesar de se ter tentado programá-la para que não houvesse erros. Porém, os erros ocorridos contribuíram bastante para definição dos pontos críticos do processo construtivo. Isso serviu para o planejamento da construção do Protótipo II.

4.2. PROTÓTIPO II.

4.2.1. DESCRIÇÃO DA ESTRUTURA.

Trata-se da cobertura de uma área com planta quadrada com dimensões de 5m x 5m, com vigas de borda retas e flecha máxima de 70cm. Os pontos da superfície média do modelo suspenso foram definidos com uso da Fórmula 7. Para a estrutura definitiva adotou-se a mesma espessura do Protótipo I, ou seja duas faces com 3cm cada, e núcleo, em EPS (poliestireno expandido ou isopor), também com 3cm, constituído por três placas de 10mm cada, superpostas. A argamassagem já não foi

feita manualmente e sim com uso de equipamento adequado, uma máquina de projeção de concreto por via seca, modelo CP-3, fabricada pela ESTE Ind. e Comércio, empresa de São Paulo. Na Figura 53 mostra-se uma vista da estrutura, tal como foi concebida.

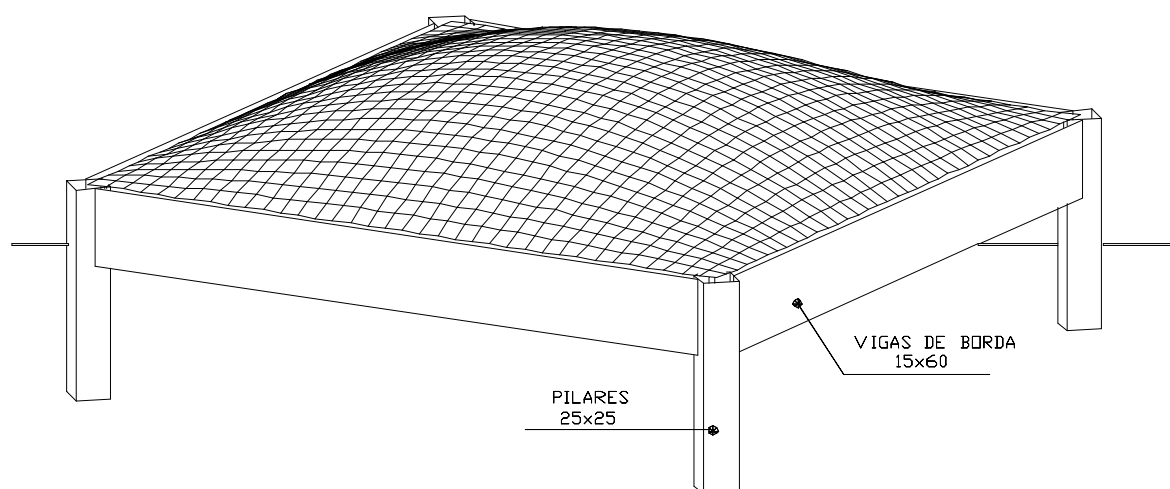


FIGURA 53. Vista do Protótipo II.

4.2.2. PROCESSO CONSTRUTIVO.

Devido às falhas que ocorreram na execução do Protótipo I foi tomado cuidado adicional com o cimbramento. Optou-se por utilizar escoramento na face inferior e então concretar primeiro a face superior. Para isso foram preparadas peças curvas de madeira (denominadas cambotas) sobre as quais colocar-se-iam as telas de aço e o EPS. Na Figura 54 encontram-se detalhes dessas peças.

Após a execução das fundações, pilares e parte das vigas, as cambotas foram posicionadas e escoradas com pontaltes. Sobre as cambotas foi colocada a tela de aço inferior formada por malha de fios de 5mm a cada 15cm. Novamente, como a tela era bastante flexível assumiu praticamente a forma da casca e a sua colocação sobre as cambotas foi extremamente simples. Sobre a tela de aço inferior foi

colocado o EPS, que foi perfurado, numa quantidade de dois furos por placa de 50x100cm, para colocação dos conectores, fios de 3,4mm dobrados em forma de Z.

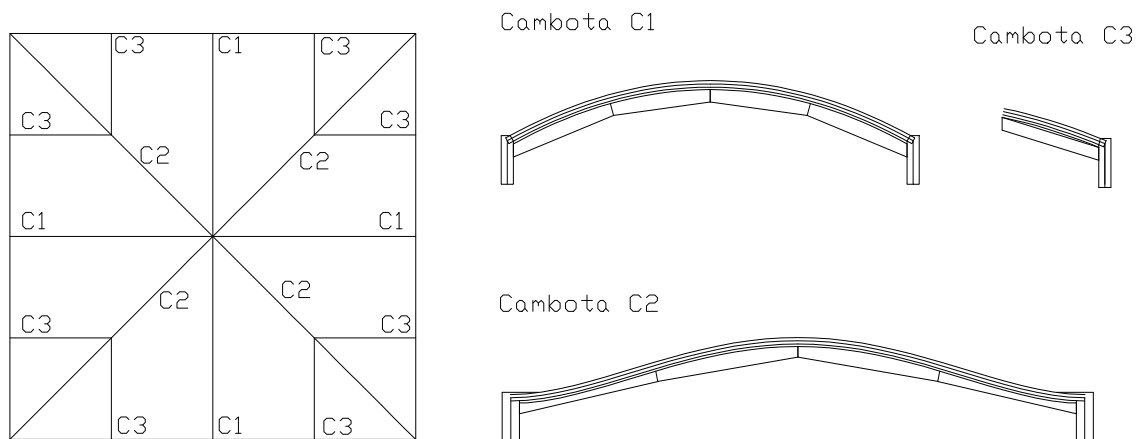
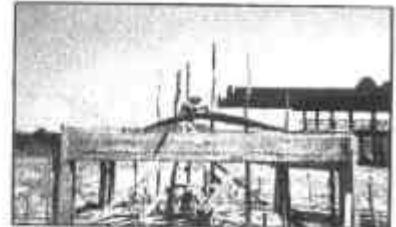
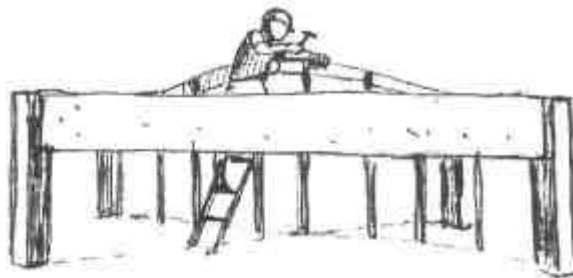


FIGURA 54. Detalhe das cambotas utilizadas como cimbramento do Protótipo II.

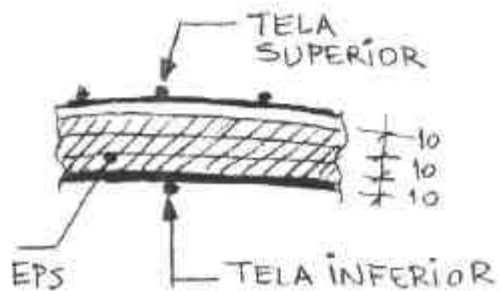
Na Figura 55 mostra-se a sequência executiva até a colocação do EPS e da tela superior, malha de fios de 3,4mm a cada 15cm, reforçada nas bordas com fios de 5mm a cada 15cm e comprimento de 50cm. Após a colocação da tela superior concretou-se a face superior da casca (Figura 56). Sete dias após a concretagem retiraram-se as cambotas e fez-se a projeção da face inferior. Nas Figuras 57 e 58 vê-se o protótipo concluído.

Com relação ao Protótipo I pode-se dizer que houve um sensível progresso. Não se notaram falhas construtivas e a forma da casca foi conseguida com êxito. O Protótipo II passou por uma prova de carga, cujos resultados são apresentados no Item 4.4. Também será feita adiante no Capítulo 5 a análise estrutural do Protótipo II, comparando-se os resultados com aqueles obtidos na prova de carga, já que para projeto as dimensões foram adotadas com base em cálculos simplificados.

① COLOCAÇÃO DAS CÂMBOTAS



② COLOCAÇÃO DAS TELAS E DO EPS.



③ DETALHE DA SEÇÃO SANDUÍCHE (MEDIDAS EM mm)

FIGURA 55. Seqüência executiva da colocação do EPS.



FIGURA 56. Concretagem da face superior do Protótipo II.



FIGURA 57. Vista do protótipo concluído.



FIGURA 58. Vista do protótipo concluído.

4.3. COMENTÁRIOS.

As experiências de execução dos dois protótipos foram úteis para confirmar de maneira prática a viabilidade do processo executivo e serviram para se definir um processo construtivo que será descrito a seguir e passará por análise detalhada no Capítulo 5.

A seqüência executiva do processo que se pretende propor fica assim definida:

- 1) – Colocação de elementos para escoramento das telas e do núcleo que servirão de anteparo para projeção ou aplicação manual do concreto. Esses elementos podem ser constituídos por tirantes de aço e/ou cambotas de madeira. As cambotas de madeira são de fácil execução e permitem a execução de escoramento bastante rígido. O escoramento com tirantes, ou cabos, requer obviamente projeto e execução mais cuidadosos sem os quais pode-se ter problemas de deformação do conjunto, como ficou provado na execução do Protótipo I. Para o núcleo, o EPS mostra-se um material que combina boas características com um preço acessível.
- 2) Aplicação do concreto em uma das faces, que pode ser manual ou com máquina de projeção. A aplicação manual do concreto só é viável no caso de superfícies pequenas, como por exemplo no caso de se utilizarem elementos pré-moldados. A aplicação com máquina é um processo extremamente rápido e mostrou-se viável, apesar do receio inicial que se tinha com relação à integridade do núcleo de EPS devido ao impacto provocado pela elevada velocidade de projeção.
- 3) Após a cura da face já concretada executar a outra face. Nota-se que nesse caso uma das faces deverá suportar o peso total da casca, pelo menos no início de sua vida útil.

Na execução do Protótipo II optou-se por concretar inicialmente a face superior, porém, acreditava-se que o ideal seria definir um escoramento que permitisse inicialmente a concretagem da face inferior e após sua cura pudesse ser executada a face superior da seção sanduíche. A principal vantagem que se ganharia seria o fato da face inferior estar protegida de intempéries o que a torna mais indicada

para ser o elemento principal da seção. Nesse caso a face superior teria duas funções, a primeira de proteção do núcleo das intempéries e conseqüentemente, dependendo do tipo de composição da seção, haveria proteção da face inferior contra ação da temperatura. A segunda função seria de funcionar como um “travamento” da face inferior tornando-a assim menos sensível a imperfeições geométricas e conseqüentemente aumentando assim a carga de flambagem e viabilizando a utilização de pequenas espessuras.

Com as experiências de execução dos protótipos a concretagem inicial da face superior mostrou-se ser um procedimento mais adequado, ou pelo menos mais prático com os recursos que se dispunha.

A eficiência da utilização de seção não-composta precisa ser testada. Nota-se que apesar de se perder em rigidez pode-se ganhar amenizando os efeitos de temperatura na estrutura. Com os resultados da prova de carga tem-se ao menos um primeiro resultado prático que permita aferir a questão.

O fato das faces serem postas em serviço em idades diferentes deve ser também analisado com mais rigor. Em princípio pode-se imaginar que não seria o mais adequado uma face servir apenas de sobrecarga para a outra. Porém pode-se notar que com a evolução da resistência da face superior, no caso desta ser concretada posteriormente, ter-se-ia ao menos as parcelas de deformação correspondentes à fluência do concreto resistidas pelas duas faces. É interessante lembrar que a fluência é um fator que provoca grande redução de capacidade de carga em cascas de concreto.

Essas questões, e outras que porventura venham a surgir em decorrência dessas, podem ser esclarecidas por meio de análise estrutural mais detalhada, considerando-se a influência do processo construtivo e das características reais dos materiais, diferentemente das análises feitas até o momento neste trabalho, que consideram o comportamento dos materiais de maneira simplificada.

4.4. PROVA DE CARGA NO PROTÓTIPO II.

4.4.1. GENERALIDADES.

Quando foi feita a revisão bibliográfica sobre o assunto foram encontrados alguns artigos relatando ensaios de cascas com forma livre (RAMASWAMY, 1958; ODELLO & ALLGOOD, 1973; RAMM & MEHLHORN, 1991). Tais trabalhos tratam todos de estruturas em casca maciça sendo todas as estruturas feitas com controle bem maior do que realmente é possível efetuar-se em obras reais. Portanto, no caso dos protótipos executados tem-se duas diferenças significativas em relação a tais trabalhos. Primeiro, o processo construtivo que é proposto neste trabalho é inteiramente novo e segundo os protótipos foram executados exatamente da maneira como se propõe, o que implica que são tão sujeitos a falhas, imperfeições de montagem de cimbramento ou de concretagem quanto uma obra real. Portanto imaginou-se que um ensaio sobre um protótipo poderia contribuir para os objetivos deste trabalho, mesmo que não possa ser feita uma instrumentação tão perfeita quanto aquela que seria executada em laboratório. Com respeito à instrumentação convém lembrar que apenas em um dos trabalhos encontrados na literatura foram tomadas medidas de deformações (RAMM & MEHLHORN, 1991).

O carregamento em todos esses ensaios relatados foi feito de maneira semelhante à utilizada neste trabalho, com sacos de areia. Esse procedimento é justificável pela dificuldade de se reproduzir um carregamento uniforme em uma casca com outros dispositivos, a não ser quando se tratam de modelos reduzidos em escala adequada para que se possa usar estruturas de reação de dimensões usuais.

Outro dado interessante sobre os ensaios que se encontram relatados na literatura sobre o assunto diz respeito às dimensões das estruturas ensaiadas, que em geral não ultrapassam 5m x 5m, exceção feita ao trabalho de ODELLO & ALLGOOD (1973) no qual apresentam-se resultados de prova de carga até ruptura de uma casca com 10m x 11m. É conveniente dizer que não há muitos dados no citado artigo além da carga última alcançada no ensaio e uma descrição sucinta do modo de ruptura.

Por fim, antes de iniciar-se a descrição do ensaio, o autor deste trabalho julga importante fazer referência a uma prova de carga realizada pelo Instituto de Pesquisas

Tecnológicas (IPT) de São Paulo, em maio de 1947, conforme apresentado no Certificado Oficial N° 68806, assinado pelo então Engenheiro Chefe da Seção, Jayme Ferreira da Silva Júnior, e pelo Engenheiro da Seção, Augusto Carlos de Vasconcelos.

Trata-se do ensaio de uma miniatura em escala 1:5 de uma estrutura que seria construída em São Bernardo do Campo. A miniatura tem dimensões em planta de aproximadamente 6,20m por 1,60m e trata-se de uma casca que tem “...superfície gerada por uma reta, que se desloca paralelamente ao plano vertical e se apoia sobre os dois arcos...”. O ensaio teve como objetivo fornecer dados ao calculista para verificação do coeficiente de segurança da obra.

A importância de mencionar tal trabalho diz respeito ao questionamento que pode ser feito sobre a necessidade de, nos dias de hoje, se efetuar uma prova de carga, dada a facilidade de se encontrarem programas que permitem a simulação de problemas bastante complexos. Àquela época era praticamente inevitável a realização de um ensaio para avaliação do comportamento de uma estrutura que não fosse passível de cálculo analítico, como era o caso da abóbada ensaiada.

O autor acredita que, nos dias de hoje, um ensaio, ainda que não conduzido até a ruína, pode ser justificado por uma questão simples: fornecer dados que valorizem os experimentos numéricos, particularmente no sentido de permitir que se possam utilizar modelos simples com boa precisão de resultados.

Apenas complementando a descrição do relatório sobre a prova de carga do IPT, o carregamento foi obtido por meio de pedra britada número 1 e atingiu-se a carga total de 23016 kgf sobre a estrutura “... sem que se tivesse verificado a sua ruptura.”.

4.4.2. DESCRIÇÃO DO ENSAIO.

Em 12 / 06 / 1999, portanto praticamente seis meses após sua execução, procedeu-se a uma prova de carga no Protótipo II.

Foram instrumentados doze pontos da estrutura de acordo com a Figura 59. Foram usados relógios comparadores (defletômetros) para medida dos deslocamentos dos pontos mostrados na referida figura. Desses doze aparelhos, quatro foram localizados imediatamente ao lado de cada um dos pilares, dois foram colocados no

meio do vão das vigas de borda e os restantes foram posicionados para medir os deslocamentos da casca propriamente dita. Os defletômetros colocados ao lado dos pilares tinham função de registrar, ainda que de maneira aproximada, os recalques da fundação.

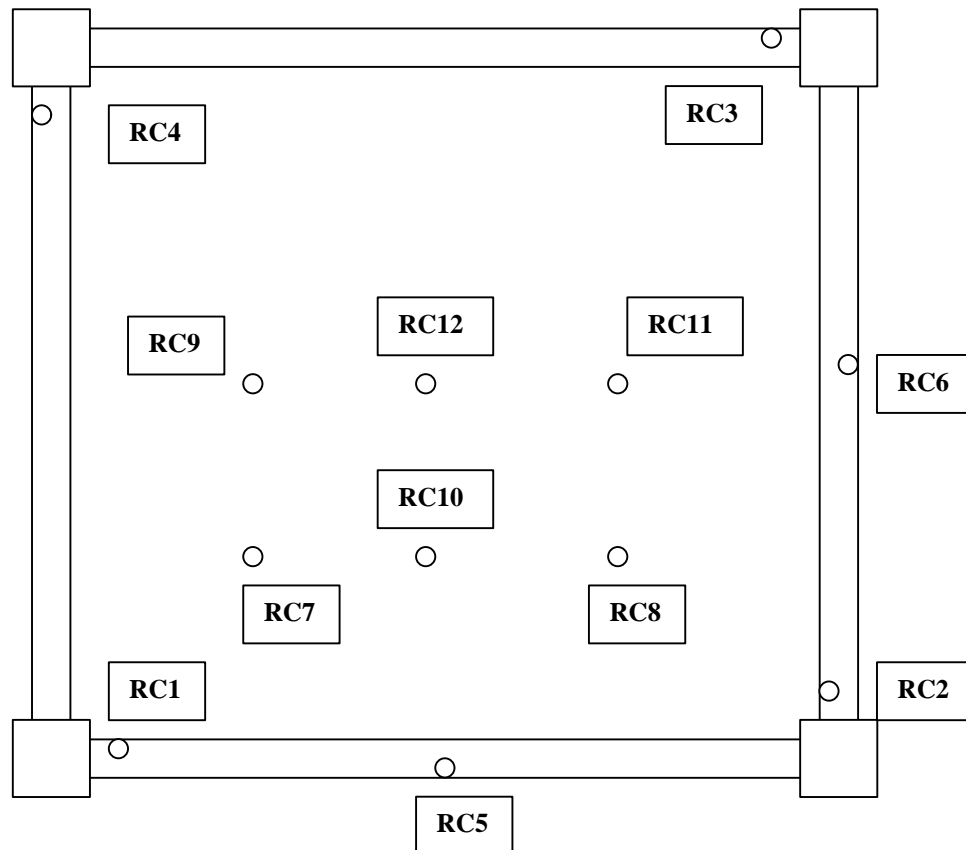


FIGURA 59. Posição dos relógios comparadores (RC) para o ensaio.

O carregamento foi efetuado em 9 (nove) etapas. Nas quatro primeiras etapas o carregamento foi aplicado com areia solta, sendo o valor controlado por pesagem de cada volume que era depositado sobre a superfície da casca. Para conter lateralmente a areia foi executada uma parede de alvenaria com espessura de 20cm sobre as vigas de borda. O lastro de areia ia sendo depositado e nivelado em camadas, sendo que ao final

de cada etapa paralisava-se a operação de carregamento para que fossem feitas as leituras dos deslocamentos.

Após preenchimento do lastro de areia foi complementado o carregamento com areia acondicionada em sacos com 0,50kN, cada. Esse procedimento foi dividido em cinco etapas com 25kN cada.

A carga total foi de 226,655 kN, que somada ao peso da estrutura e ao peso estimado da parede de alvenaria totaliza uma carregamento total de aproximadamente 12,30kN/m². Esse carregamento não é exatamente uniforme em toda a superfície da casca pois o lastro de areia solta tem altura variável e o peso da alvenaria é distribuído apenas no contorno.

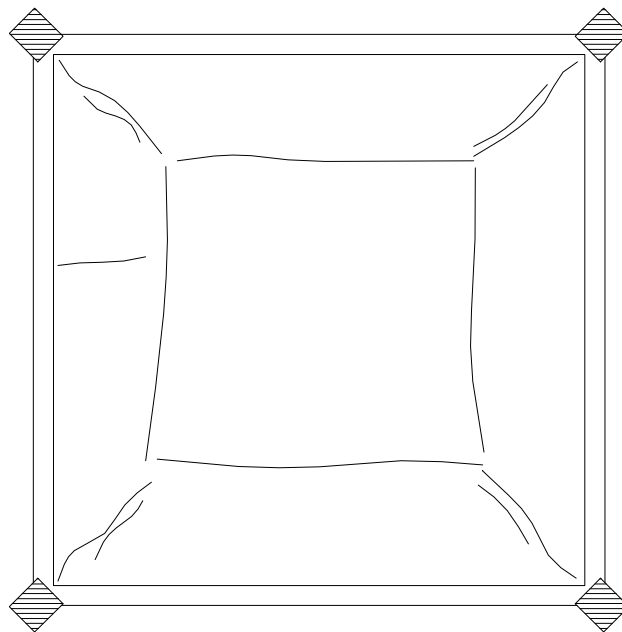


FIGURA 60. Fissuras na face inferior da casca.

A estrutura chegou a apresentar deslocamentos apreciáveis, com valores de até 6,43mm no ponto em que foi colocado o aparelho RC7 (ver Figura 59). A configuração de fissuras na casca é mostrada na Figura 60. Nota-se, ainda que no início, a formação de um mecanismo que, provavelmente seria a forma de ruína. As vigas não apresentaram

fissuras visíveis a olho nu, o que era esperado, pois são bastante robustas e foram assim dimensionadas para poder submeter a estrutura a carregamento elevado. As primeiras fissuras surgiram na etapa 2.4 do carregamento com abertura de 0,05mm. Na última etapa a abertura máxima alcançou 0,15mm.

O ensaio teve duração de seis horas, iniciando às 09:25h e terminando às 15:25h do dia 12/06/1999.

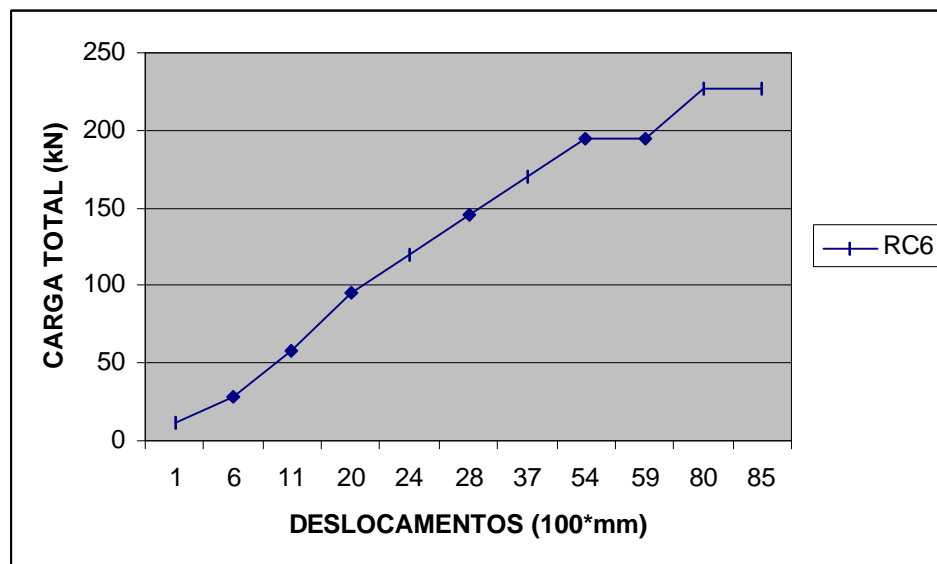
No capítulo 5 são comparados os resultados experimentais com resultados obtidos por modelos numéricos. Nas Tabelas 8 e 9 apresentam-se os resultados do ensaio que foram colocados em gráfico nas figuras mostradas a seguir. Também mostram-se a seguir fotos ilustrando o ensaio.

TABELA 8. Resultados dos relógios comparadores próximos aos pilares (mm).

ETAPA	F (kN)	RC1	RC2	RC3	RC4
1.		0,00	0,00	0,00	0,00
1.1	11,655	0,00	0,04	0,01	0,03
1.2	16,0	0,00	0,05	0,04	0,03
1.3	29,5	0,00	0,10	0,05	0,03
1.4	37,5	0,00	0,11	0,10	0,05
2					
2.1	25	0,00	0,16	0,13	0,05
2.2	25	0,01	0,15	0,15	0,05
2.3	25	0,03	0,21	0,20	0,07
2.4	25	0,07	0,26	0,29	0,09
2.5	0	0,10	0,25	0,31	0,10
2.6	32	0,16	0,27	0,37	0,15
2.7	0	0,18	0,22	0,30	0,14

TABELA 9. Resultados obtidos nos demais relógios comparadores (mm).

ETAPA	RC5	RC6	RC7	RC8	RC9	RC10	RC11	RC12
1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
1.1	0,04	0,01	-0,02	-0,01	-0,01	0,07	-0,02	0,03
1.2	0,09	0,06	0,11	0,09	0,02	0,07	0,00	0,08
1.3	0,18	0,11	0,47	0,46	0,14	0,17	0,13	0,26
1.4	0,24	0,20	0,97	0,97	0,37	0,44	0,37	0,59
2								
2.1	0,30	0,24	1,38	1,31	0,55	0,70	0,57	0,82
2.2	0,32	0,28	1,77	1,70	0,76	0,83	0,78	1,07
2.3	0,43	0,37	2,43	2,19	1,04	1,20	1,10	1,46
2.4	0,50	0,54	3,27	2,83	1,50	1,60	1,54	2,01
2.5	0,55	0,59	3,52	3,02	1,64	1,76	1,68	2,21
2.6	0,83	0,80	5,92	5,20	3,03	3,28	2,95	3,67
2.7	0,85	0,85	6,43	5,67	3,45	3,67	3,29	4,14

**FIGURA 61.** Deslocamentos no meio da viga de borda (RC6).

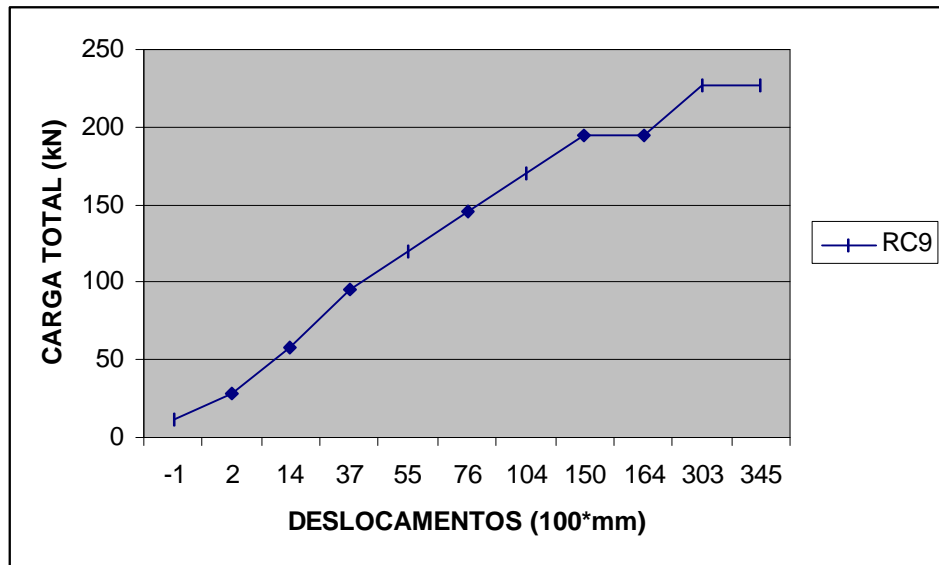


FIGURA 62. Deslocamentos do ponto RC9.

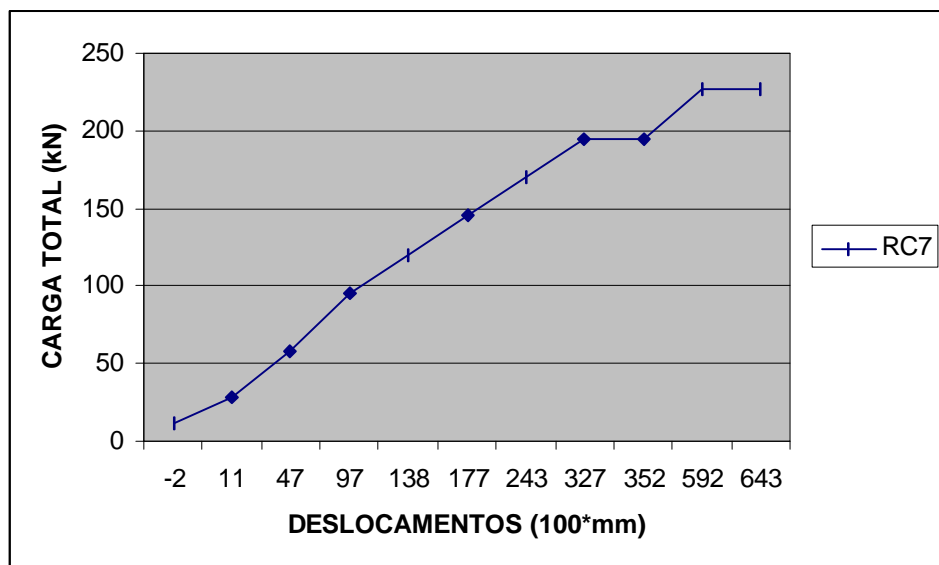


FIGURA 63. Deslocamentos do ponto RC7.

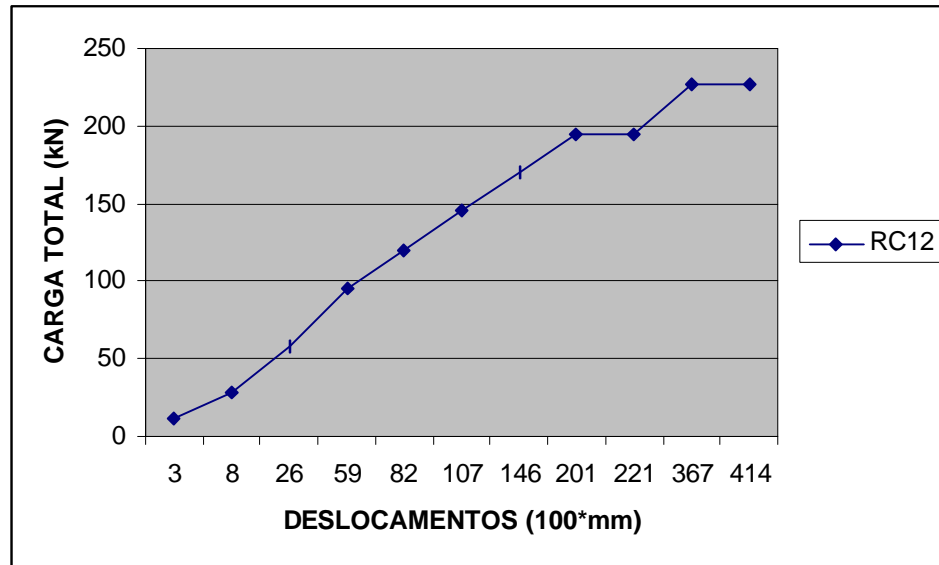


FIGURA 64. Deslocamentos do ponto central da casca.



FIGURA 65. Vista geral do posicionamento dos defletômetros durante a prova de carga do Protótipo II.

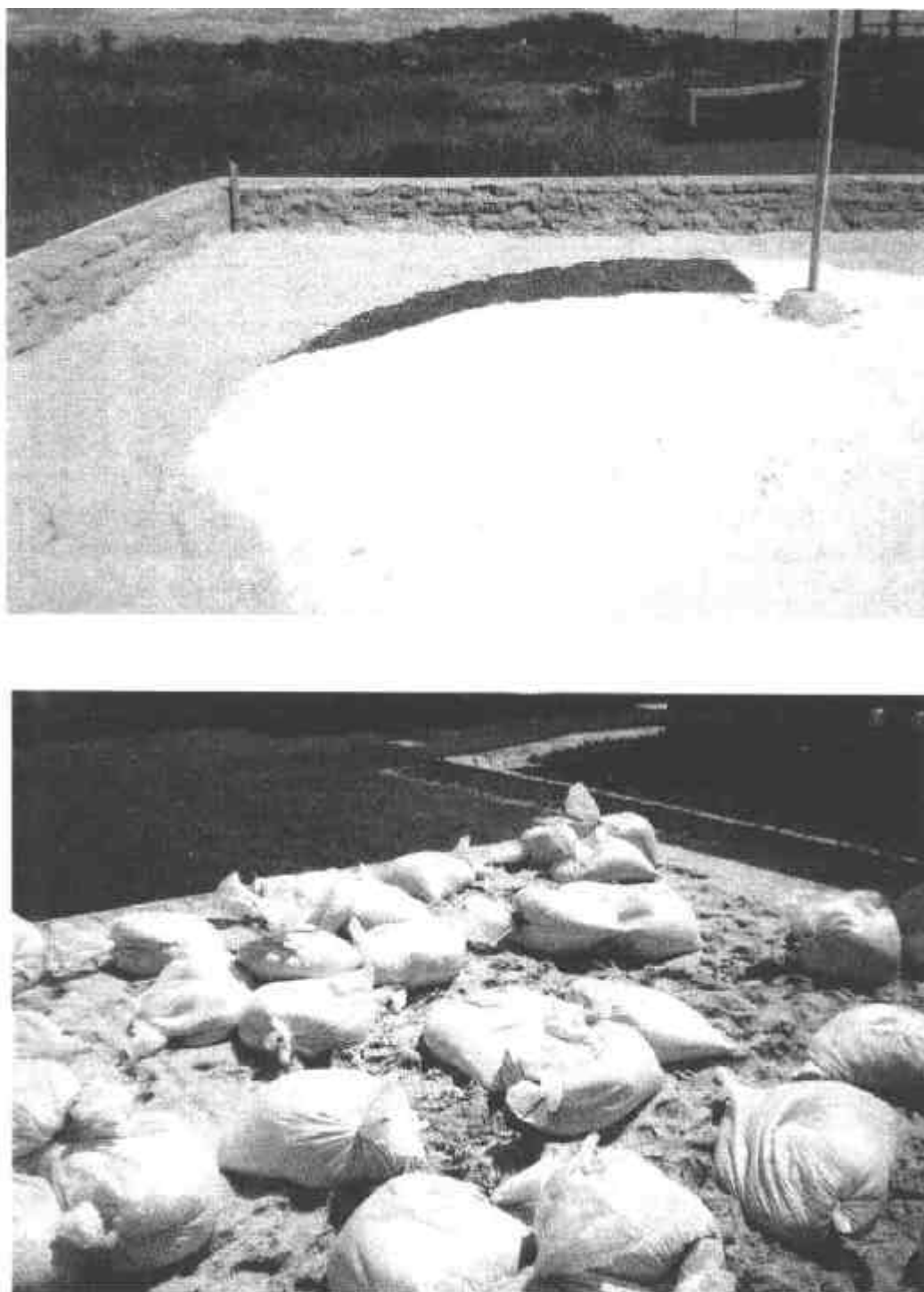


FIGURA 66. Vista das etapas 1.2 e 2.1 do carregamento da prova de carga do protótipo II.



FIGURA 67. Protótipo II com toda a carga aplicada.

Capítulo 5

ANÁLISE ESTRUTURAL DE CASCAS DE CONCRETO COM FORMA LIVRE E SEÇÃO SANDUÍCHE

1. AÇÕES A CONSIDERAR.

Neste item serão tratadas as ações especiais que devem ser consideradas na análise de uma casca com forma livre e seção sanduíche construída com o processo construtivo proposto. Por ações especiais entendem-se as ações que decorrem do processo construtivo empregado. Em um projeto real deve-se levar em conta também outras ações variáveis, como o vento, por exemplo, e outras ações permanentes que porventura não estejam sendo consideradas neste trabalho.

O processo construtivo pode ser esquematizado como se apresenta na Figura 68. É interessante notar que, apesar de naquela figura estar sendo mostrada a face inferior da seção sanduíche servindo como “escoramento” para a superior, com a experiência de execução dos protótipos notou-se ser melhor adotar o procedimento inverso, isto é, executar inicialmente a superior. De fato, inicialmente pensou-se em executar a face inferior, curá-la e utilizá-la como escoramento para a superior, porém as experiências de execução dos protótipos levaram à conclusão de que o inverso seria mais simples. De qualquer maneira nota-se que a estrutura irá ser composta inicialmente apenas por uma das faces, que pode ser a inferior ou a superior e que, adiante, será denominada primeira face para diferenciá-la de acordo com a seqüência executiva, chamando-se a outra de segunda face.

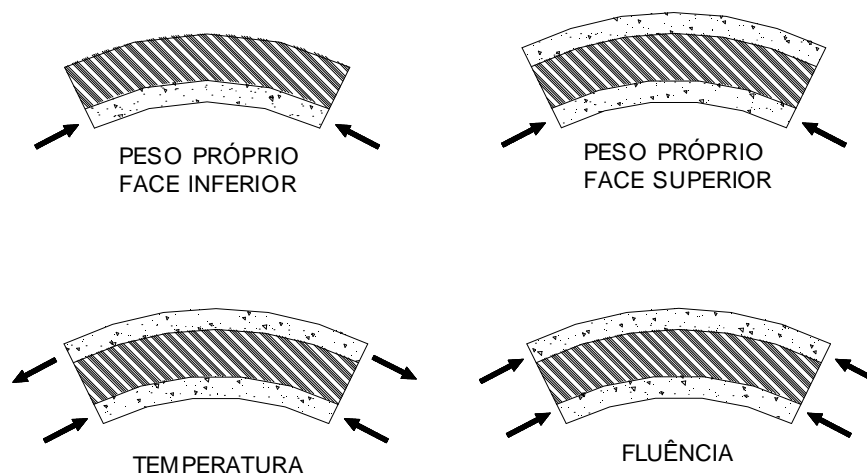


FIGURA 68. Ações a serem consideradas na análise da estrutura sanduíche no caso da primeira face ser a inferior.

Portanto, com a seção maciça de espessura igual à espessura da primeira face a estrutura deverá resistir ao peso dessa face e da segunda e ao peso de eventuais sobrecargas. Após a cura da segunda face as ações que venham a solicitar a estrutura deverão ser resistidas pela seção sanduíche.

Como a espessura de cada face é muito pequena nota-se que são necessárias algumas medidas cautelares para evitar que a primeira face não fique submetida a esforços elevados. Nos protótipos executados, que tinham vãos modestos para uma casca, não houve problemas desse tipo. Na execução do Protótipo II, por exemplo, retirou-se quase todo o escoramento sete dias após a concretagem da primeira face (superior) mantendo-se apenas as cambotas C2 (ver Figura 54, Capítulo 4) e seus escoramentos para execução da segunda face. Foi feita uma primeira camada de projeção, de poucos milímetros, semelhante a um “chapisco”, sobre o EPS, retiraram-se as cambotas C2, e então completou-se a projeção de concreto dos 3cm em uma única camada. Portanto, todo o peso da camada inferior foi resistido pela face superior apenas. Não se notou qualquer problema de trincas, pois, conforme já comentado, o vão era bastante pequeno para uma casca com 3cm de espessura. Porém, em uma estrutura com 15 ou 20m de vão a situação é mais complicada. Nesses casos o autor acredita que o mais coerente é executar-se a segunda face por

etapas, mantendo-se sempre escorada parte da estrutura. Na Figura 69 apresenta-se uma ilustração do que foi dito.

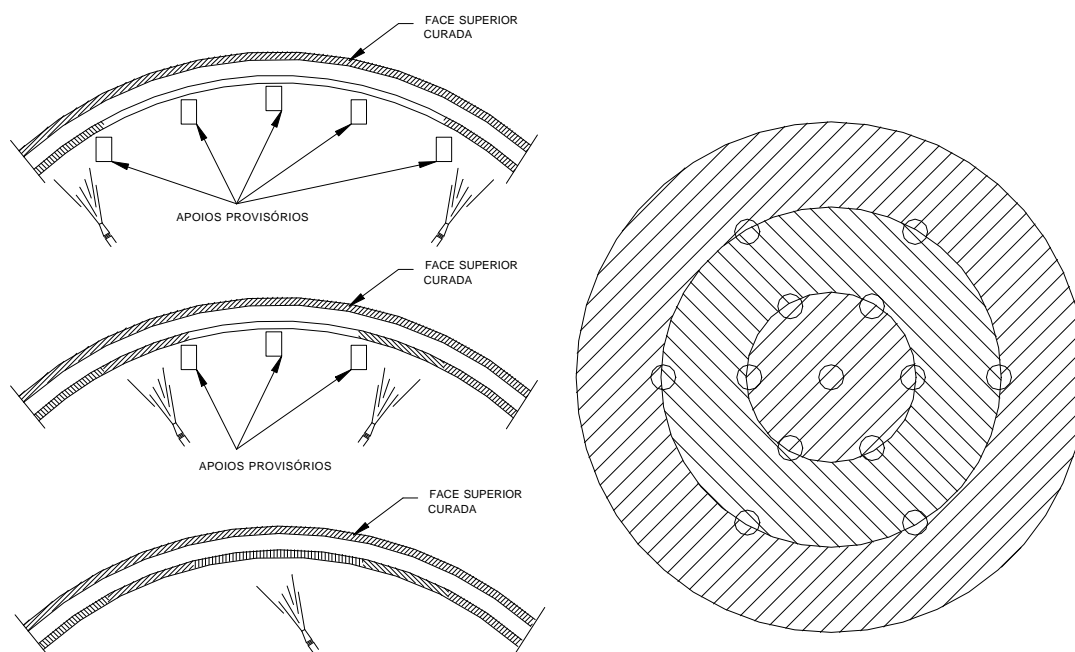


FIGURA 69. Seqüência construtiva adequada para o caso de vão grande.

5.2. COMPORTAMENTO DA SEÇÃO SANDUÍCHE

Uma seção sanduíche pode ser composta, não composta ou ainda parcialmente composta, de acordo com a ligação existente entre as duas faces que a compõem (Figura 70).

A ligação entre as duas faces pode ser assegurada por conectores ou pelo próprio núcleo. No caso da seção não composta tem-se duas possibilidades: ou as duas faces são resistentes ou apenas uma delas é resistente. Com o processo construtivo proposto pode-se ter em cada etapa da execução da estrutura um tipo de composição diferente.

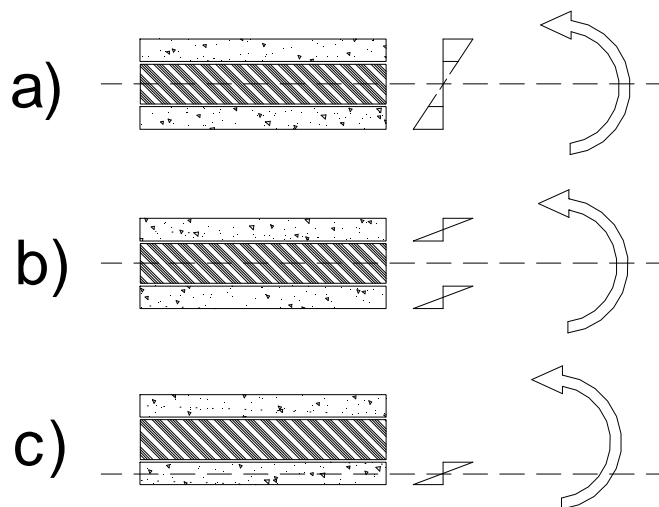


FIGURA 70. Tipos de composição de uma seção sanduíche: (a) completamente composta; (b) não composta com duas faces resistentes; (c) não composta com uma face resistente.

Como se está tratando de cascas é interessante que se façam alguns comentários com relação à composição da seção. Primeiro, em uma casca, e particularmente nas cascas que são tratadas neste trabalho, os esforços predominantes são de membrana e não de flexão. Portanto, não há tanta necessidade de composição da seção como há em elementos predominantemente fletidos. Pode-se pensar então em utilizar seção com baixo grau de composição ou, de maneira mais clara, utilizar conectores do tipo flexível para fazer a composição da seção. As vantagens dos conectores flexíveis estão na facilidade construtiva e também no fato de que uma seção não composta apresentará menor restrição aos movimentos impostos por variações de temperatura e, conseqüentemente, menores esforços devidos a essa ação se comparado com uma seção composta.

Deve-se considerar também o grau de composição da seção proporcionado pela rigidez transversal do núcleo. Ensaio feitos em laboratório (FONSECA, 1994) mostraram que, mesmo um núcleo de EPS, pode transmitir esforços e conferir um certo grau de composição à seção sanduíche. Porém, no caso das cascas de forma livre o núcleo é feito por camadas que podem assim deslizar umas em relação às

outras. Pelo menos, na execução do protótipo esse método tornou-se mais eficaz, devido à complexidade da superfície que implica em trechos com curvatura negativa. O núcleo foi feito então com placas finas superpostas para facilitar o dobramento.

Um outro aspecto que merece ser comentado diz respeito à perda de rigidez causada pela não composição da seção. Uma seção não composta com duas faces de espessura “t”, portanto com área de $2 \cdot t$ por unidade de largura, tem inércia quatro vezes menor que uma seção maciça com igual espessura e, conseqüentemente, mesma área. Portanto, é de se esperar que os deslocamentos sejam maiores, a não ser que os esforços predominantes sejam realmente de membrana em vez de flexão. Como se mostrou no Capítulo 3 deste trabalho as cascas com forma livre apresentam esforços de flexão consideráveis apenas nos casos de bordas retas. Nessas estruturas, portanto, os deslocamentos serão fortemente afetados pela rigidez à flexão da seção da casca. Porém, é interessante lembrar que mesmo com uso de conectores flexíveis pode-se conseguir certa composição da seção nesses casos pois as vigas de borda funcionam como nervuras de borda de painéis sanduíche.

Para verificar a influência das nervuras de borda na rigidez de um elemento fletido com seção sanduíche foi analisado um painel com duas faces de 3cm ligadas apenas por conectores flexíveis, com núcleo de 7cm de espessura. A largura do painel é de 100cm, o comprimento de 400cm, e é considerada uma carga de 1kN/m^2 . Foi elaborado um modelo numérico de pórtico plano em que os conectores flexíveis e o núcleo são simulados por meio de imposição de coações a certos nós do modelo. Dessa maneira tem-se para os nós de um mesmo alinhamento vertical iguais deslocamentos verticais (Figura 71). Considerou-se o material com $E=2000\text{kN/cm}^2$ e desprezou-se a fissuração.

Foram analisados modelos com espessura da nervura de borda variáveis. Iniciou-se com um valor bem pequeno (0,01cm) tendo sido obtido um valor de flecha de 3,691cm.

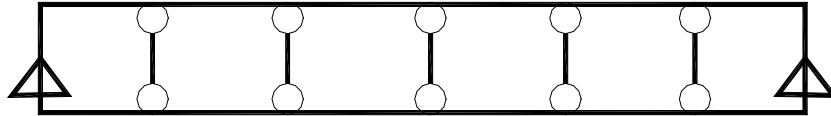


FIGURA 71. Modelo de pórtico usado para análise de painel sanduíche.

Se for feito o cálculo da flecha supondo metade da carga resistida por cada face, o que é razoável no caso de seção não composta e ambas as faces resistentes de mesma rigidez, chega-se a

$$f = 5 * 0,005 * 400^4 / (384 * 2000 * 225) = 3,7\text{cm}$$

o que confirma a correta simulação fornecida pelo modelo.

A espessura da nervura de borda (que corresponde ao montante vertical do pórtico) foi aumentada notando-se redução nos valores da flecha. A partir de uma certa espessura notou-se que não havia redução significativa na flecha e para o valor da espessura de 3cm a flecha chegou a 0,83cm, isto é, quatro vezes menor. Portanto, a presença da nervura transversal confere um certo grau de composição para a seção que, a título de comparação, chegou a se comportar como se fora uma seção maciça de 6cm!

Na verdade, nota-se que o que ocorre não é bem uma composição mas sim um engastamento das faces da seção na nervura de borda, resultante do comportamento de pórtico e garantido pela grande rigidez da nervura em relação às faces. Como pode ser facilmente verificado, considerando-se a face superior resistindo à metade do

carregamento, ou seja 0,005kN/cm, o momento de engastamento perfeito em sua extremidade seria de

$$M=0,005 * 400 * 400 / 12 = 66,7 \text{ kN.cm}$$

o que causaria uma flecha no meio da viga de

$$f = 66,7 * 400 * 400 / (8 * 2000 * 225) = 2,96 \text{ cm}$$

para cima o que daria uma flecha total de $3,69 - 2,96 = 0,73\text{cm}$, valor mais próximo daquele encontrado com a nervura de 3cm.

Devido ao efeito de pórtico as faces inferior e superior ficam solicitadas por flexo-tração e flexo-compressão, respectivamente. O esforço normal que atua em cada face é de aproximadamente

$$N = 2 * 66,7 / 10\text{cm} = 13,34\text{kN}$$

Os valores corretos para o momento fletor na ligação entre face e montante e para o esforço normal, dados pelo modelo de pórtico, são de 64,05kN.cm e 12,94kN, portanto bem próximos ao valor estimado.

Como se pode ver a nervura de borda fornece uma rigidez adicional ao painel, que pode ser vista como uma composição parcial da seção. Comparando-se o painel completamente composto pode-se dizer que o grau de composição alcançado nesse caso foi de aproximadamente 13% o que é pouco para um elemento fletido mas pode ser suficiente para uma casca. É conveniente lembrar que no caso em questão as faces estão bastante separadas, já que a espessura do núcleo é mais de duas vezes a espessura das faces, e, nesses casos, qualquer tipo de conector começa a perder eficiência. Usando-se faces não tão afastadas o grau de composição conseguido tende a aumentar.

Portanto, para as cascas com forma livre julga-se ser possível trabalhar com seções sanduíche com faces ligadas apenas por conectores flexíveis já que nas

estruturas com bordas curvas os esforços de flexão são desprezíveis enquanto nas estruturas com bordas retas, as nervuras de borda propiciam um grau de composição adequado à seção da casca.

5.3. FLAMBAGEM DA ESTRUTURA.

Tratando-se as cascas de estruturas essencialmente comprimidas deve ser verificado o problema de flambagem da estrutura que deve ser evitado adotando-se um coeficiente de segurança adequado, isto é, uma relação adequada entre a carga crítica e a carga de projeto.

A determinação da carga crítica de flambagem de uma casca de concreto é extremamente complexa pois o valor da carga crítica é afetado por vários fatores, dentre os quais podem ser citados: a fissuração do concreto, as imperfeições geométricas, a deformação lenta do concreto e o comportamento não-linear dos materiais, aço e concreto. O procedimento recomendado pela International Association for Shell Structures (IASS) é descrito por KÓLLAR & DULÁCSKA (1995) e consiste em determinar coeficientes de redução associados a esses fatores que são aplicados ao valor da carga crítica linear. Assim o valor da carga crítica é dado por:

$$P_{cr} = p_{cr,lin} * k_{imp} * k_{creep} * k_{crack} * k_{pl}$$

O coeficiente k_{imp} leva em conta as imperfeições geométricas da estrutura e pode ser determinado a partir da Figura 72 de acordo com o tipo de casca. Para cascas esféricas e cascas cilíndricas comprimidas axialmente o coeficiente de redução pode assumir valores bastante baixos, chegando até 0,2, dependendo da amplitude das imperfeições geométricas. É recomendável que seja feito bom controle da execução para reduzir tais imperfeições que devem ser especificadas em projeto na forma de tolerâncias. Nas cascas sanduíche a sensibilidade às imperfeições é menor que em uma casca maciça de mesma espessura, embora não se tenha conhecimento de nenhum método para estimar o coeficiente k_{imp} para essas estruturas.

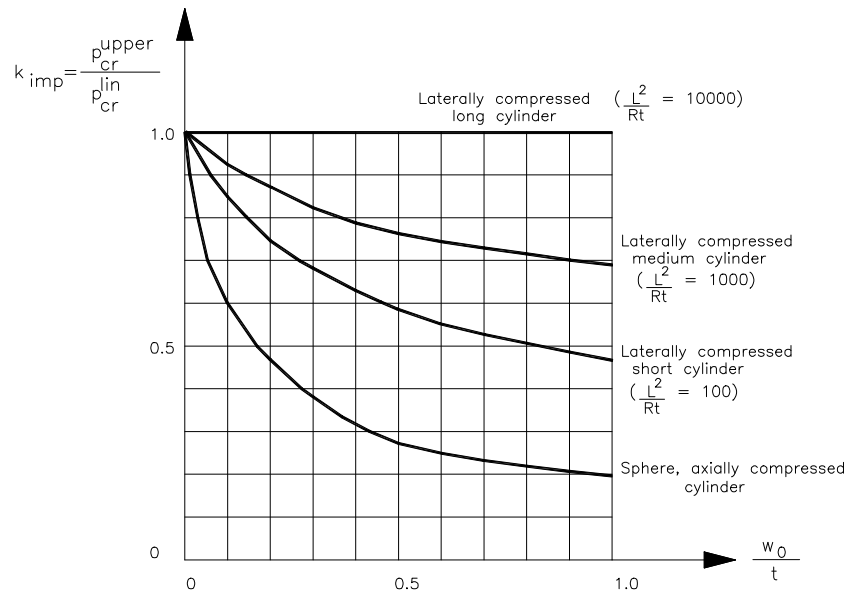


FIGURA 72. Gráfico para determinação do coeficiente de redução da carga crítica de flambagem de cascas de concreto devido às imperfeições geométricas (w_0) (KÓLLAR & DULÁCSKA, 1995).

O coeficiente de redução k_{creep} leva em consideração a deformação lenta do concreto. Tal efeito pode conduzir a um aumento nas curvaturas iniciais das seções, e conseqüentemente as excentricidades dos esforços de membrana, o que pode aumentar consideravelmente os momentos fletores de segunda ordem. Esse coeficiente é dado pela relação entre o módulo de deformação do concreto reduzido pela fluência e o módulo de deformação inicial do concreto.

O coeficiente k_{crack} é utilizado para considerar a redução de $p_{cr,lin}$ devido à fissuração do concreto que provoca diminuição da rigidez das seções da estrutura. Seções com uma só camada de barra, colocadas na metade da espessura, como é usual no projeto de cascas, apresentam redução muito grande na rigidez quando passam de Estádio I para Estádio II. Por outro lado as seções com duas camadas de tela apresentam uma redução menor. Isso provoca uma diferença significativa na redução de $p_{cr,lin}$. No artigo de KÓLLAR & DULÁCSKA (1995) apresenta-se tabela a partir da qual pode-se determinar o valor de k_{crack} .

Finalmente, o coeficiente k_{pl} é usado para levar em conta a redução de $p_{cr,lin}$ devido ao comportamento não-linear dos materiais, aço e concreto. A determinação desse coeficiente é feita com uso da expressão

$$\left(p_{cr} / p_{pl} \right)^2 + \left(p_{cr} / p_{cr,el,rc} \right) = 1$$

O valor de p_{pl} denota a carga que a casca é capaz de suportar com a excentricidade inicial e_0 das forças de membrana, desprezando-se os efeitos de segunda ordem. Portanto corresponde à carga que irá esgotar a capacidade resistente da seção por ruptura do concreto ou alongamento excessivo da armadura. O valor de $p_{cr,el,rc}$ corresponde ao valor de $p_{cr,lin}$ afetado pelos coeficientes de redução já determinados, quais sejam k_{imp} , k_{creep} e k_{crak} .

Determinado o valor de P_{cr} resta saber qual o coeficiente de segurança adequado para ser usado no projeto da estrutura. Tal coeficiente de segurança depende principalmente da relação $p_{pl} / p_{cr,lin}$. De acordo com o valor dessa relação tem-se as seguintes sugestões para o coeficiente de segurança:

$p_{pl} / p_{cr,lin} = 0$	-----	c.s.=1,50
$p_{pl} / p_{cr,lin} = 0,5$	-----	c.s.=1,90
$p_{pl} / p_{cr,lin} = 1,0$	-----	c.s.=2,35
$p_{pl} / p_{cr,lin} = 2,0$	-----	c.s.=2,75
$p_{pl} / p_{cr,lin} = \infty$	-----	c.s.=3,0

Portanto quanto mais “esbelta” for a casca, isto é, quanto menor for a carga crítica linear, em comparação com a carga que provoca solicitações normais capazes de esgotar a capacidade resistente da seção, maior deve ser o coeficiente de segurança a ser usado no projeto.

O método proposto pela IASS foi testado por meio de comparações com alguns resultados experimentais existentes na literatura. De acordo com KÓLLAR & DULÁCSKA (1995) as comparações levaram a um valor médio da relação entre o valor calculado e o determinado experimentalmente de 1,02 com desvio padrão de 20%, conforme pode ser visto na Figura 73.

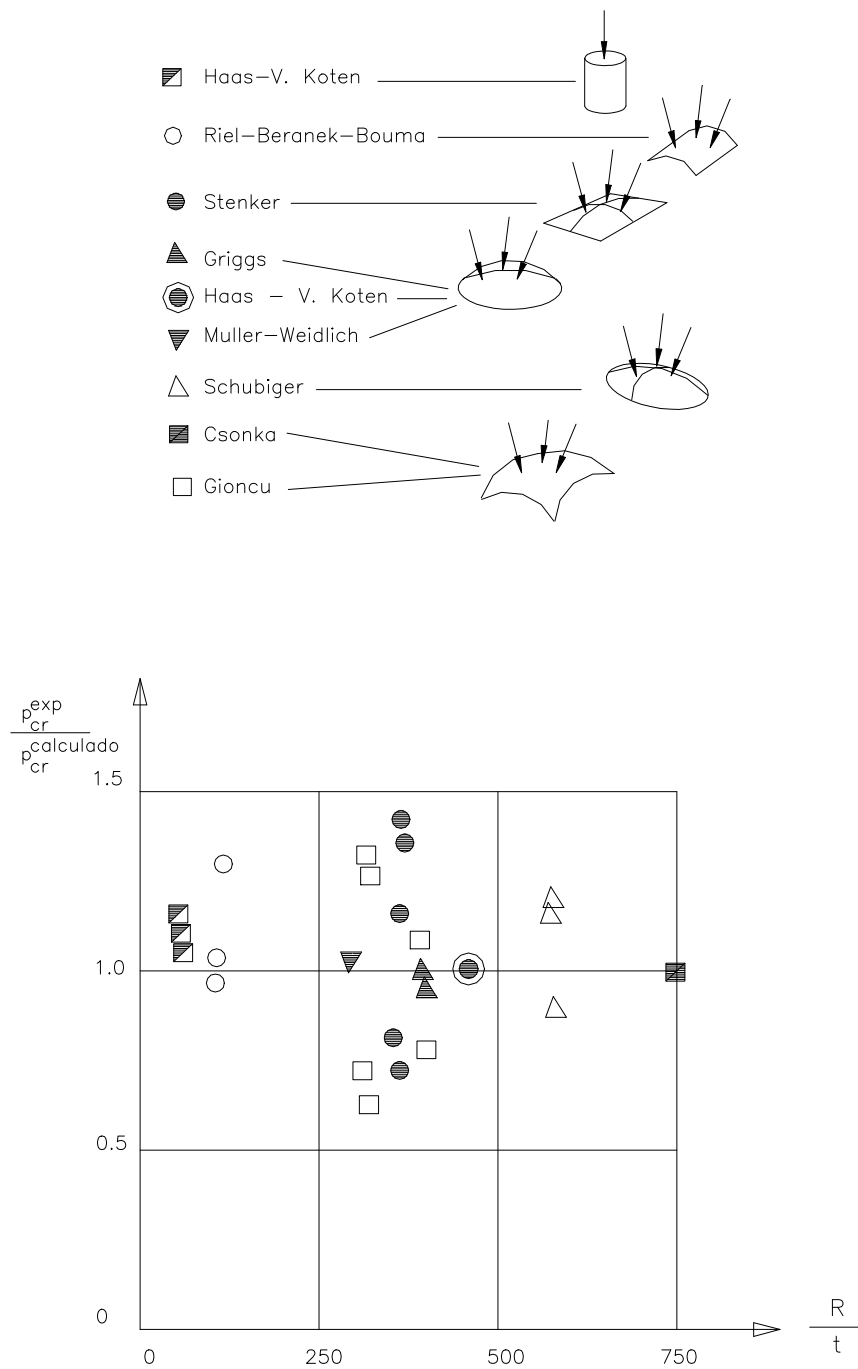


FIGURA 73. Valores de carga crítica de cascas determinados experimentalmente (KÓLLAR & DULÁCSKA ,1995).

Na Figura 74, apresentam-se resultados de comparação de valores dos coeficientes de segurança, calculados com o método proposto, para cascas construídas

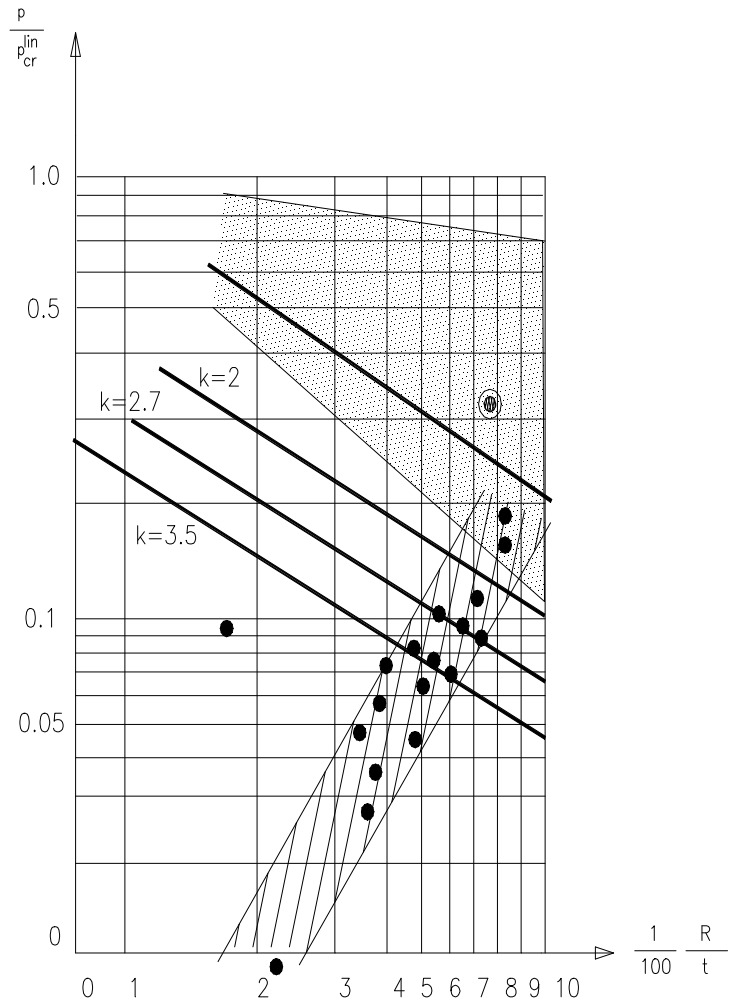


FIGURA 74. Coeficientes de segurança à flambagem de cascas existentes (KÓLLAR & DULÁCSKA, 1995).

As conclusões a que chegaram é que na maior parte das cascas pesquisadas tem-se coeficiente de segurança, calculado com o procedimento apresentado, maior que 2. Apenas uma dentre as estruturas observadas apresentaram coeficiente de segurança menor que 1, e essa estrutura, coincidência ou não, de fato foi à ruína.

A aplicação do procedimento de KÓLLAR & DULÁCSKA (1995) requer conhecimento do valor de $p_{cr,lin}$ o que pode ser obtido com utilização de programas de elementos finitos como o ANSYS, por exemplo, para cascas com forma qualquer. Para as cascas com forma de membrana de Prandtl sobre planta quadrada apoiada nas bordas ODELLO & ALLGOOD (1973) apresentam o valor de p_{cr} mostrado no Capítulo 2.

5.4. VARIAÇÃO DE TEMPERATURA.

Nas estruturas com seção sanduíche, devido à presença do núcleo, cria-se um gradiente de temperatura ao longo da altura da seção. Para determinar o valor desse gradiente de temperatura pode-se, de maneira simplificada, considerar que a temperatura ao longo da altura das faces é constante e que toda a variação de temperatura ocorre ao longo da altura do núcleo. Esse procedimento é plenamente justificável frente à grande diferença entre os coeficientes de transmissão de calor do concreto e do material do núcleo, por exemplo, o EPS.

O gradiente de temperatura tem como consequência a flexão da estrutura, caso exista uma ligação rígida entre as faces. Nota-se a vantagem de se utilizarem conectores flexíveis, os quais, permitindo o movimento relativo entre as faces, eliminam a flexão causada por variação de temperatura.

No Protótipo II foram tomadas algumas medidas de temperatura com uso de um termopar, aparelho que permite medir a temperatura em superfícies. Não se pretendeu fazer um estudo completo e sim ter alguns valores de referência, por isso foi feito um número pequeno de leituras, em alguns dias seguidos, mostrando-se na Tabela 10 os valores máximos alcançados, que foram tomados no dia 25/05/1999.

TABELA 10. Valores de temperatura na superfície da casca do Protótipo II.

HORA	Temperatura à sombra (°C)	Temperatura na superfície externa pintada de branco (°C)	Temperatura na superfície externa pintada de preto (°C)
07:30	25,4	26,4	27,1
13:40	32,8	36,9	46,4
18:00	25,3	26,3	30,9

Com os valores da Tabela 10 nota-se que o gradiente de temperatura pode variar, no horário de temperatura mais alta, de cerca de 4° C a quase 14° C, de acordo com a cor da superfície exposta ao sol, ao longo de um dia. Isso admitindo-se que a temperatura da superfície interna é praticamente igual à temperatura do ar à sombra. A pintura com cor branca é, portanto, uma alternativa para redução do gradiente de temperatura

No entanto, além do problema de gradiente de temperatura também podem surgir problemas na estrutura devido à variação uniforme de temperatura. Com os dados da Tabela nota-se que no mesmo dia alcançou-se uma variação uniforme de praticamente 20°C, no caso de se ter a superfície externa pintada de preto. A variação pode ser maior se considerarem-se dias diferentes, com temperatura máxima e mínima. O autor deste trabalho acredita que a variação uniforme, no caso de regiões de clima quente, pode trazer problemas tão danosos a uma casca sanduíche quanto os provocados por gradiente de temperatura. No segundo caso, como se falou anteriormente, a utilização de conectores flexíveis pode amenizar ou até eliminar o problema. No caso da variação uniforme a maneira de se diminuir os efeitos pode ser a introdução de articulações elásticas na ligação das vigas de borda com os pilares (por exemplo, com elastômeros).

No Protótipo II notaram-se trincas na parte inferior da casca no período em que a superfície externa foi mantida com a cor natural do concreto (cinza escuro). As trincas saíam da viga de borda e avançavam para o centro da casca, particularmente no meio da estrutura. Após a caiação a que o Protótipo foi submetido as trincas se fecharam e nem mesmo durante o ensaio tornaram a aparecer. Provavelmente essas

trincas tenham sido causadas por variação uniforme de temperatura já que as vigas de borda foram concretadas monoliticamente com os pilares. Esses por sua vez, devido à pequena altura (1,50m), tem rigidez bastante elevada. Portanto criou-se um confinamento na casca que assim não podia se deformar livremente e, mesmo tratando-se de uma estrutura pequena, surgiram tensões de tração de valor apreciável dada a elevada temperatura a que a estrutura foi submetida.

O valor dessas tensões pode ser calculado admitindo-se que, devido à simetria da estrutura, seu ponto de deslocamento nulo (PDN) se situa no centro. A variação da área (em projeção) da cobertura seria:

$$\Delta A = \beta * A * \Delta T = 2 * 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} * (25\text{m}^2) * 40 \text{ } ^\circ\text{C} = 0,02\text{m}^2$$

Considerou-se um valor de ΔT de 40°C , levando-se em conta 20°C de variação de temperatura propriamente dita e 20°C correspondentes à deformação por retração de $20 * 10^{-5}$. Com a nova área o comprimento dos lados da estrutura passa a ser de

$$L = \sqrt{(25,02)} = 5,002\text{m}$$

Supondo a estrutura confinada a variação de 1mm na distância ao PDN daria origem a um esforço de

$$N = 0,001\text{m} * 0,06\text{m}^2 * 2 * 10^7 / 2,5\text{m} = 480 \text{ kN/m}$$

A tensão de tração na seção bruta seria de $480 / 0,06 = 8000 \text{ kN/m}^2$, ou seja 8,0 MPa. Com esse valor de tensão é possível o aparecimento de trincas no concreto. Particularmente no caso da face inferior onde, devido ao processo construtivo, a armadura ficou em contato com o EPS o que favorece as deformações por retração.

5.5. ANÁLISE DOS RESULTADOS DA PROVA DE CARGA DO PROTÓTIPO II.

Após serem feitos comentários sobre aspectos importantes da análise de cascas com forma livre de seção sanduíche apresenta-se neste item a análise dos resultados da prova de carga efetuada sobre o Protótipo II, cujos resultados são apresentados no Capítulo 4.

5.5.1. PREVISÃO DA CARGA A SER APLICADA NO ENSAIO.

Um dos pontos importantes da prova de carga constitui-se na estimativa de carga a ser utilizada. Houve uma certa dificuldade inicial pois trata-se de uma estrutura com várias questões não completamente esclarecidas.

Em primeiro lugar dever-se-ia determinar a forma de ruína. Dada a semelhança entre o Protótipo II e as estruturas ensaiadas por ODELLO & ALLGOOD (1973), pode-se imaginar que a forma de ruína deveria ser uma daquelas citadas pelos autores, sendo a carga última, logicamente, a menor dentre estas. Por outro lado ODELLO & ALLGOOD (1973) relacionaram o modo de ruína com o parâmetro ψ (Figura 13). O parâmetro ψ do Protótipo vale:

$$[0,0889 * 0,70 / (2,5^2)]^2 * 10^{-6} = 99,14 * 10^{-6}$$

ou $11,29 * 10^{-6}$ com a espessura de 3cm apenas. Como há um certo grau de composição da seção a espessura equivalente, de flexão, está provavelmente entre 3cm e 8,89cm. O valor inferior corresponde à seção não composta com apenas uma face resistente e o superior à seção com composição total. De qualquer maneira o coeficiente ψ é sempre maior que 8 o que indica, de acordo com os autores supracitados, que a falha da estrutura será governada pelas vigas de borda.

No entanto, o valor de ψ é dado para dimensões compatíveis das vigas de borda. Para o caso do Protótipo II, conforme comentado anteriormente, foram usadas vigas de borda bastante robustas. Assim, apesar do valor do parâmetro ψ é de se esperar que a ruína ocorra na casca, provavelmente com a formação de um mecanismo. Dessa maneira torna-se interessante determinar o valor de p_{cr} dado pela

expressão de ODELLO & ALLGOOD (1973). Considerando-se a seção com uma face apenas resistente, o valor de p_{cr} seria:

$$p_{cr} = E_c * 0,3259 * [(0,7/2,5) * (0,03/2,5)]^2 = 3,68 * 10^{-6} * E_c$$

O valor de E_c para o concreto, ou argamassa, projetados ainda não é uma questão bem definida. O processo de adensamento (se projeção ou moldagem) afeta a medida de E_c assim como o fator de forma (corpo-de-prova cilíndrico ou prismático). HANAI relata que chegou a observar em seus experimentos diferenças de mais de 40% entre a resistência de uma argamassa projetada medida em corpos de prova extraídos de um painel e aquela medida em corpos-de-prova cilíndricos moldados.

Para estimar o valor de E_c serão usados os valores de resistência obtidos em ensaios da argamassa projetada, da qual foram moldados alguns corpos-de-prova.. Os dados de dosagem usados foram os mesmos usados na casca, isto é:

- 1) – dosagem em volume de 1 : 2,25 (cimento-areia)
- 2) – dosagem em peso de 1 : 1,89 (considerando areia com peso específico real de 2,65 kgf/dm³);
- 3) – consumo de cimento de 660 kgf/m³;
- 4) –fator água/cimento: como a argamassa foi projetada por via seca utiliza-se fator água-cimento, geralmente, em torno de 0,45.

Como se pode ver trata-se de uma argamassa de elevado desempenho, simplesmente por ser rica em cimento, não se tendo empregado sílica ativa em sua composição.

A moldagem se deu por projeção com a máquina sobre anteparo em forma de caixa de madeira. A fim de permitir a extração foram colocados tubos de PVC na argamassa ainda fresca. Após a pega da argamassa retiraram-se os tubos, que foram removidos e então colocaram-se os corpos-de-prova em tanque de cura. Os resultados obtidos dessa maneira, aos 7 e 28 dias, encontram-se na Tabela 11. Também foram feitos corpos de prova para extração por serragem, porém não se conseguiu o equipamento de extração e, portanto, tais exemplares não foram ensaiados.

Como informação complementar sobre a resistência da argamassa projetada, no dia da retirada das cambotas para projeção da face inferior (portanto, sete dias após a moldagem da face superior) da casca resolveu-se fazer uma esclerometria na face superior, com esclerômetro de Schmidt. Foram feitas quatorze (14) leituras sempre em posição coincidente com a de uma cambota da face inferior. Chegou-se ao valor médio mínimo de 20MPa. Esse dado serve como um parâmetro a mais para se estimar a resistência e o módulo de deformação do concreto. Note-se que os corpos de prova, com a mesma idade, apresentaram resistência inferior (Tabela 11).

TABELA 11. Resistência dos corpos de prova de argamassa projetada medida em corpos de prova cilíndricos de 7 x 15 cm.

CORPO-DE- PROVA	IDADE (dias)	CARGA (tf)	TENSÃO DE RUPTURA (MPa)
01	07	5,8	15,07
02	07	7,2	18,71
03	07	6,45	16,76
04	28	10,0	25,98
05	28	10,9	28,32

Com a resistência de 25MPa o módulo de deformação da argamassa poderia ser estimado, de acordo com HANAI (1992), em:

$$E = 0,85 * 0,8 * 6600 * \sqrt{(25 + 3,5)} = 23959,36 \text{ MPa.}$$

Ou seja, aproximadamente 24 GPa. Considerando-se que se deve dar uma redução maior ao valor de E em função da forma do corpo-de-prova, já que esse aspecto não está sendo considerado na fórmula acima, pode-se chegar a valores menores do que 24 GPa. Por outro lado usando-se o valor de 24GPa, chega-se ao seguinte valor de p_{cr} :

$$p_{cr} = 2,4 * 10^7 \text{ kN/m}^2 * 3,68 * 10^{-6} = 88,32 \text{ kN/m}^2$$

Considerando-se sobre esse valor uma redução devido a imperfeições geométricas da casca, com os dados do gráfico mostrado na Figura 67, admitindo-se uma imperfeição da ordem de grandeza da espessura da casca, chega-se a um fator de redução de 0,2. Portanto, a casca alcançaria valor de p_{cr} de $0,2 * 88,32 = 17,664 \text{ kN/m}^2$. Era de se esperar que no ensaio se alcançassem cargas de mais de 15 kN/m^2 . Assim, dimensionou-se a quantidade de areia a ser colocada sobre a estrutura. Nesse momento cabe uma informação adicional. O autor deste trabalho, considerando que não havia qualquer experiência prévia sobre o processo construtivo, apesar de ter aplicado uma fator de redução bastante grande de p_{cr} , devido às imperfeições construtivas, imaginou que não se alcançaria carga de 15 kN/m^2 . Devido a isso dimensionou uma quantidade um pouco menor de material para carregamento, no caso areia. Como foi demonstrado no Capítulo 4, não se chegou à ruína da estrutura.

5.5.2. ANÁLISE PRELIMINAR PARA POSICIONAMENTO DOS DEFLETÔMETROS.

Definidos alguns parâmetros iniciais passou-se para uma primeira análise teórica da estrutura, com um modelo que chamamos aqui de MODELO 0. Nesse modelo considerou-se comportamento linear e carga uniforme de 10 kN/m^2 . O modelo foi processado no programa SAP2000. O maior deslocamento ocorreu aproximadamente na metade da distância entre o apoio e o centro da casca, medida na diagonal. Foi exatamente nessa posição que foram instalados os defletômetros RC7 e RC8.

Cabe aqui uma observação complementar. O autor deste trabalho consultou o Prof. Toshiaki Takeya, do Laboratório de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos, a fim de buscar orientação sobre o posicionamento dos defletômetros. O Prof. Takeya sugeriu que fossem instalados os doze pontos que foram instrumentados, entre eles o RC7 e RC8, mesmo sem ter acesso aos resultados da análise teórica, demonstrando assim boa intuição e experiência na questão. De fato, os pontos forneceram dados importantes sobre o comportamento da estrutura.

5.5.3. ANÁLISE DOS RESULTADOS DO ENSAIO.

Após o ensaio pôde-se notar que:

- 1) – A configuração de fissuras, mostrada na Figura 60 do Capítulo 4, sugere pelo menos quatro partes da estrutura com comportamentos distintos:
 - VIGAS: não fissuradas, podendo-se admitir comportamento linear em primeira instância, embora possam ter sofrido pequena perda de rigidez em função de microfissuras;
 - CASCA/INFERIOR: parte da casca situada junto à viga de borda com perda de rigidez causada por microfissuração;
 - FISSURAS NA CASCA: regiões próximas às fissuras com bastante perda de rigidez;
 - CASCA/SUPERIOR: coroamento da casca, provavelmente com comportamento linear, estando essencialmente comprimida;
- 2) – Os diagramas força-deslocamento (experimentais) mostraram-se lineares até forças da ordem de 200 kN. Ocorreu, no entanto, um fenômeno estranho em que se notam “patamares” nos diagramas. Provavelmente, a causa é a acomodação da estrutura, decorrente de processos de danificação (microfissuração) que levam algum tempo para se estabilizar.

Com base nessas observações chegou-se à conclusão que os principais aspectos a serem considerados na análise teórica, seriam o módulo de deformação do material da casca e o do material das vigas e pilares, bem como as espessuras de membrana e de flexão da casca. Resumidamente, a rigidez da casca a esforços de membrana e de flexão, lembrando-se ainda que os módulos de deformação dos materiais da casca e da viga deveriam ser, provavelmente, diferentes, em função do processo de moldagem.

Dessa maneira foram feitas várias combinações desses parâmetros obtendo-se os resultados que se comentam a seguir, os quais, na opinião do autor deste trabalho, são aqueles em que o modelo teórico forneceu resultados mais próximos dos observados em campo.

5.5.4. DESCRIÇÃO DO MODELO TEÓRICO UTILIZADO E APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS TEÓRICOS OBTIDOS.

O modelo em que os parâmetros adotados reproduziram de melhor maneira o comportamento observado no ensaio, consistiu de um modelo de casca com uma “falha”, modelada como uma faixa de elementos com espessura pequena, e seguindo a trajetória das fissuras observadas em campo (Figura 81).

Os valores de módulo de deformação usados para os materiais foram $E=2 * 10^7$ kN/m² para as vigas e $E=1 * 10^7$ kN/m² para a casca. É interessante notar que caso não se considere essa diferença entre os valores de E os resultados perdem completamente a coerência. Por exemplo, considerando-se o mesmo módulo de deformação para a casca e a viga nota-se que a viga de borda passa a ter deslocamentos bem maiores e os deslocamentos na casca tendem a diminuir.

Para a inércia à flexão em relação ao eixo de maior inércia da viga de borda considerou-se um aumento de 50% em relação à inércia da seção bruta; isso foi feito visando simular um aumento na rigidez na direção de maior inércia causado por colaboração de parte da casca como mesa de uma viga T, já que o eixo da viga foi considerado sem excentricidade alguma em relação à superfície média da casca. Para a inércia à flexão em relação ao eixo de menor inércia considerou-se redução de 60% na inércia da seção bruta, visando simular uma perda de rigidez devido à microfissuração do concreto. A inércia à torção foi adotada com um valor bem pequeno.

Convém registrar que a armadura da viga, que tem seção de 15cm x 60cm, consiste de 6 ϕ 10mm (aço CA-50/A) sendo 3 barras colocados na face inferior e 3 barras colocadas na face superior e mais 10 ϕ de 5.0mm de diâmetro (aço CA-60/B), sendo que cinco fios foram colocados em cada lateral, fazendo assim uma armadura de pele. Os estribos são fios de 5.0mm de diâmetro espaçados a cada 15cm.

A ligação viga-pilar foi considerada monolítica. As características geométricas dos pilares não foram reduzidas em função de fissuração. Além disso considerou-se o pilar como estando engastado na base a 2m de distância do topo.

A espessura da casca foi adotada como sendo variável, já que o módulo de deformação foi admitido constante. Na parte inferior da casca adotou-se para

espessura de membrana o valor de 6cm e para espessura de flexão o valor de 6,5cm. A parte fissurada foi modelada como uma faixa com espessura bem pequena, tendo-se adotado 2cm tanto para a espessura de membrana quanto para a de flexão (ver Figura 81). Na parte superior (coroamento) da casca adotou-se para espessura de membrana o valor de 6cm e para espessura de flexão o valor de 9cm.

Os deslocamentos obtidos são representados nas Figuras 75 à 80, traçados juntamente com os registrados no ensaio. No ponto do defletômetro RC5 (meio da viga de borda) chegou-se a um valor de 0,9453mm contra os 0,85mm obtidos no ensaio. No ponto do defletômetro RC7, chegou-se a valor de 4,56mm contra os 6,05mm (média entre RC7 e RC8) obtidos no ensaio. E finalmente no ponto central da casca alcançou-se o valor de 3,56mm contra os 4,14mm obtidos com o defletômetro RC12 no ensaio. É interessante registrar que, caso não se considere a fissuração, os valores dos deslocamentos teóricos supracitados passam para, respectivamente, 0,817mm, 2,33mm e 1,97mm.

Convém observar que o carregamento foi aplicado, no experimento numérico, de maneira variável, visando simular o carregamento usado no ensaio.

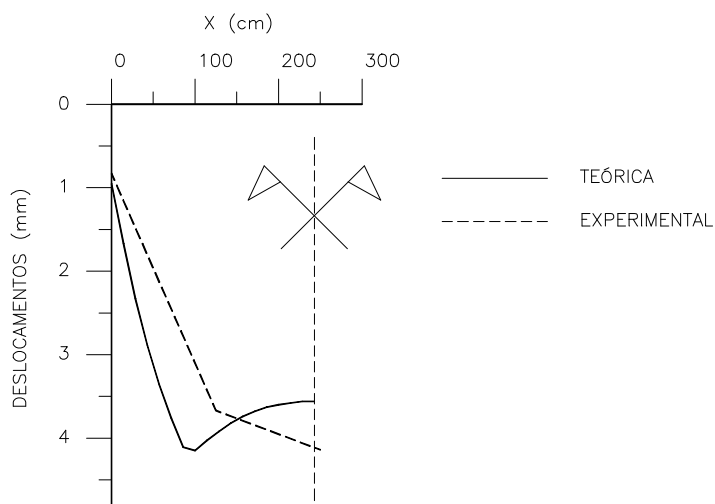


FIGURA 75. Elástica da casca – seção central.

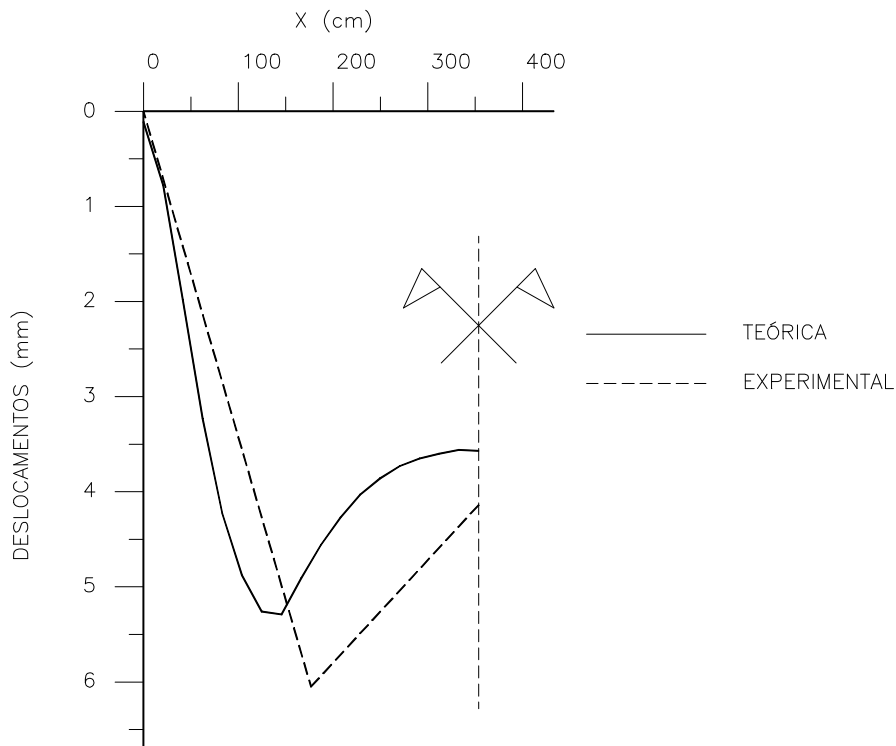


FIGURA 76. Elástica da casca – seção passando pela diagonal.

Nas figuras a seguir apresentam-se a descrição de como foi considerada a fissuração no modelo e as comparações entre deslocamentos obtidos no ensaio com os resultados obtidos com os modelos numéricos.

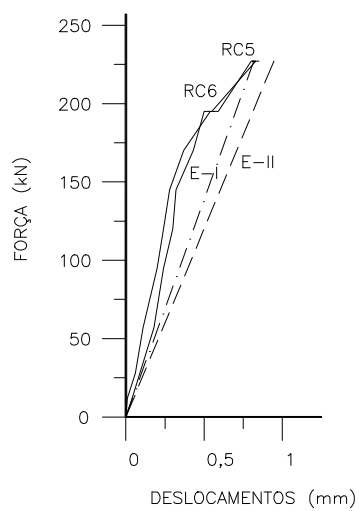


FIGURA 77. Deslocamentos da viga de borda.

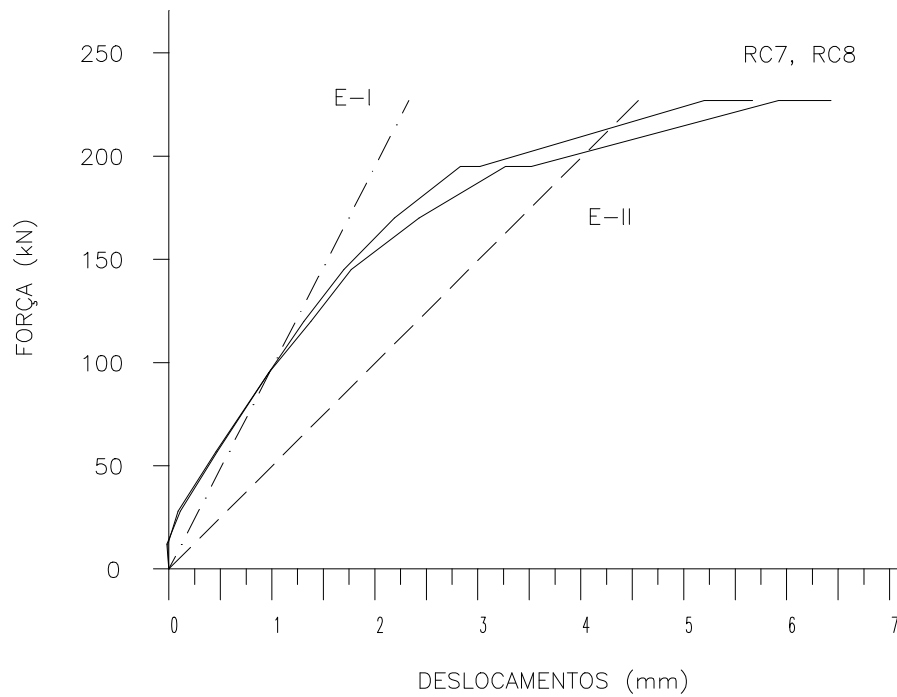


FIGURA 78. Deslocamentos do ponto correspondente aos defletômetros RC7 e RC8.

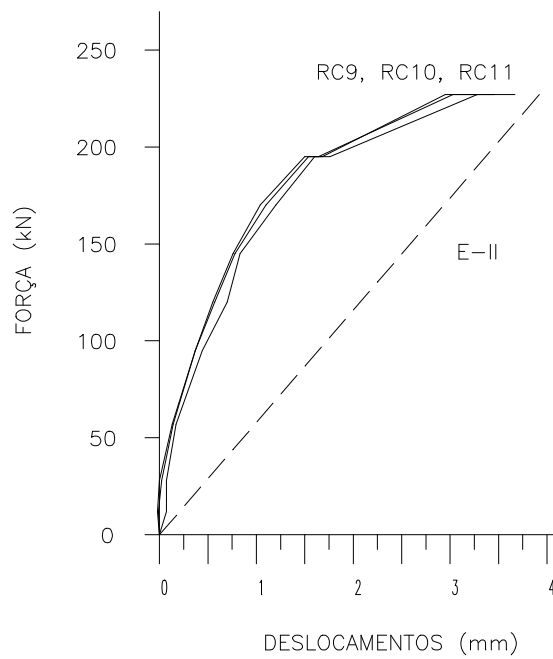


FIGURA 79. Deslocamentos do ponto correspondente aos defletômetros RC9, RC10 e RC11.

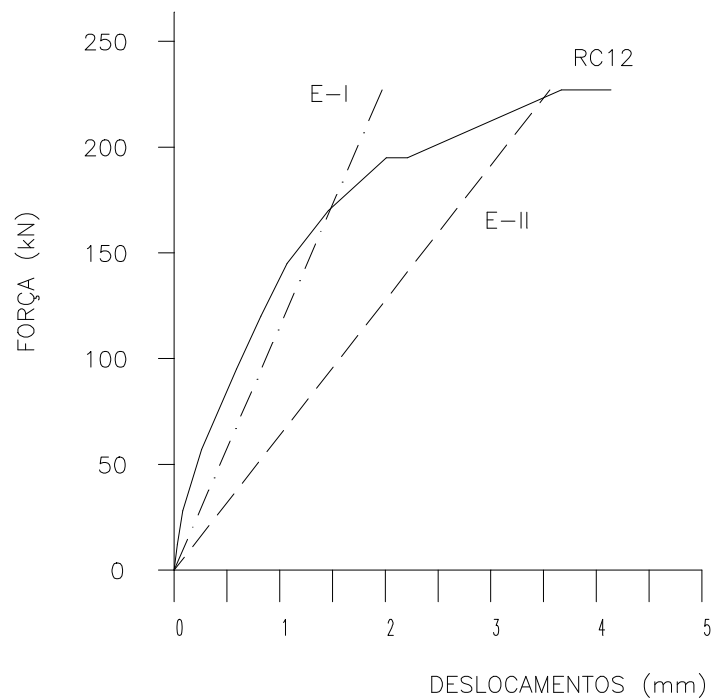


FIGURA 80. Deslocamentos do ponto correspondente ao defletômetro RC12.

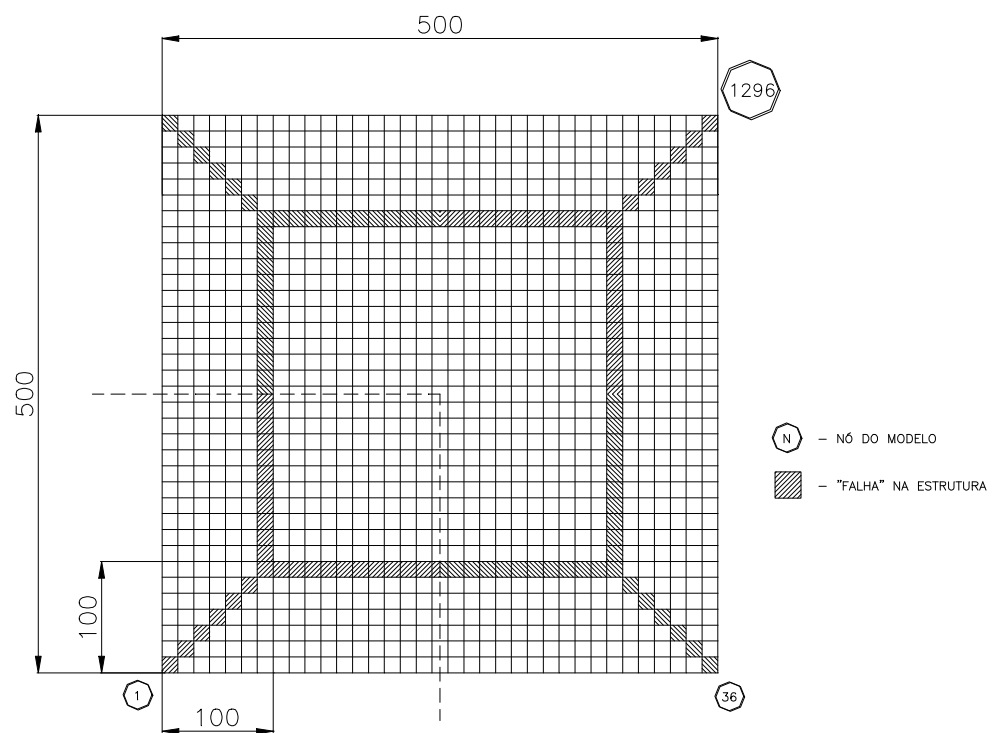


FIGURA 81. Representação esquemática do modelo usado para análise teórica.

5.5.5. ESFORÇOS OBTIDOS COM O MODELO TEÓRICO

No Protótipo II não foram instalados medidores de deformações, portanto, os esforços que se apresentam são os obtidos com o modelo teórico (Figura 81).

Nas vigas de borda, a situação é de flexão composta oblíqua. O momento fletor em relação ao eixo de maior inércia, alcançou valores de $-6,3\text{kN.m}$, sobre os apoios, e de $22,9\text{kN.m}$ no meio do vão. O momento fletor em relação ao eixo de menor inércia alcança no máximo $5,6\text{kN.m}$. O esforço normal de tração é variável de zero, nos apoios, a $108,6\text{kN}$ no meio do vão. É interessante registrar que no detalhamento da armadura de pele da viga, foram criados ganchos na extremidade. Porém, sabendo-se que o esforço normal de tração vale zero nos apoios, nota-se que não havia necessidade de tais ganchos, o que simplificaria bastante a montagem da armadura. Os cortantes são na ordem de, no máximo, 30kN , portanto bastante baixos para a seção da viga. Nota-se que, em geral, a viga estava com a seção e a armadura com boa folga para tais esforços, o que se pôde notar também pelo seu comportamento durante o ensaio.

A região central da casca, onde deveriam aparecer apenas esforços de membrana, apresenta de fato essa característica no modelo numérico, sendo que o valor do esforço normal vale $8,3\text{kN/m}$, de compressão. Avaliando esse esforço com uso dos dados da Figura 27 (Capítulo 3), chega-se a:

$$N = 0,3 \times 10 \times \frac{2,5^2}{0,7} = 26,8\text{kN/m}$$

valor bastante distante daquele encontrado com o modelo numérico.

Um outro resultado estranho obtido com o modelo numérico citado é o do esforço normal de tração nos cantos da casca. O valor desse esforço foi de 117kN/m , fazendo ângulo de 45° com a borda da casca (direção do esforço paralela à diagonal da casca), justificando o aparecimento das trincas naquela região. As trincas tem direção exatamente perpendicular à direção desse esforço, conforme se vê na Figura 60 do Capítulo 4. No meio da seção o valor de N é de 37kN/m , paralelo às bordas da casca.

Os momentos fletores nos cantos da casca, por sua vez alcançam valores de 5,5 kN.m/m, causando tração na face inferior, e com direção de 45° com a borda reta (direção do vetor seta dupla paralela à diagonal da casca), justificando-se ainda mais a fissuração que ocorre naquela região.

Nota-se que os esforços apresentam valores bem diferentes dos que seriam usados para dimensionamento da casca. Esses últimos são obtidos por meio de modelo em que se despreza a fissuração. As diferenças ocorreram porque no modelo numérico foram alteradas as características de rigidez da casca, a fim de aproximar melhor os deslocamentos obtidos no ensaio. No dimensionamento, por sua vez, o cálculo é feito em regime elástico. Porém, é conveniente lembrar que apenas com medição das deformações se poderia afirmar que os esforços obtidos com o modelo numérico estão corretos.

Admitindo-se que os valores dos esforços obtidos com o modelo numérico estejam coerentes, nota-se que, com a fissuração da estrutura, que só ocorre com cargas elevadas, ocorre redistribuição dos esforços. Principalmente dos esforços normais de tração nas bordas da casca. Em regime elástico esses esforços são maiores junto à seção central da casca do que nos cantos, conforme se viu no exemplo mostrado no Capítulo 3 (Figura 28). De certa maneira, esse comportamento havia sido apontado por ODELLO & ALLGOOD (1973), ao dizerem que para valores de carregamento maiores que 20% da carga última a estrutura passa a transmitir mais esforços para os cantos, aliviando assim as laterais.

Acredita-se que uma boa estratégia de projeto seja reforçar a armadura nos cantos da estrutura, usando maiores taxas de armaduras que aquelas obtidas com os esforços determinados em regime elástico.

Capítulo 6

CONCLUSÕES

Considerando-se os objetivos propostos acredita-se ter contribuído para que conhecimentos científicos e tecnológicos, resultados não só deste como também de outros trabalhos, possam ser empregados no sentido de viabilizar o projeto e a execução de coberturas em casca de concreto com forma livre.

Com a revisão bibliográfica, apresentada no Capítulo 2, mostrou-se que o interesse pelas cascas com forma livre manifesta-se já desde a década de 1950, tendo sido os pesquisadores motivados inicialmente pela possibilidade de obtenção de estruturas mais eficientes e com grande diversidade de novas formas.

Os resultados de experimentos numéricos efetuados com o programa elaborado por VIZOTTO (1993), e apresentados no Capítulo 3, permitem que se tenham parâmetros para a etapa inicial do projeto de cascas com forma livre, que consiste nesse caso (a etapa inicial) na geração do modelo suspenso.

Tratando-se ainda da etapa inicial de projeto convém registrar que a analogia proposta neste trabalho entre membranas suspensas por pontos e membranas de Prandtl estabelece um dado novo, de valor significativo na opinião do autor deste trabalho. Com essa analogia mostrou-se ser possível estimar alguns dos esforços na estrutura e, apesar de consistir em um procedimento bastante simplificado do ponto de vista matemático, particularmente se comparado com a formulação matemática de qualquer Teoria de Cascas, se chegou a resultados próximos dos encontrados com programas de elementos finitos.

Porém, convém lembrar que se determinaram dessa maneira apenas esforços de membrana, distante das bordas, e reações horizontais de apoio. Outros esforços

bem como deslocamentos na estrutura podem ser mais precisamente determinados com programas de elementos finitos. Ainda assim, utilizar-se um procedimento simplificado para determinação de alguns esforços tem suas vantagens. Particularmente no que diz respeito à concepção da estrutura.

Com essa analogia criou-se também uma ligação entre os estudos já desenvolvidos por RAMASWAMY (1958) e o trabalho de VIZOTTO (1993). A descrição do funcionamento estrutural de cascas com forma de membrana de Prandtl, feita por RAMASWAMY (1958), apresentava incompatibilidades com as condições de borda das cascas, dado que o citado autor reportou-se sempre a cascas com forma gerada por analogia com membranas apoiadas ao longo das bordas. Isso por causa das grandes dificuldades numéricas de definição da forma de membranas suspensas por pontos, e conseqüentemente com bordas livres. Por sua vez o trabalho de VIZOTTO (1993), permite que se obtenha a superfície média de membranas suspensas com inúmeras condições de apoio.

Mesmo tratando-se de um programa bastante abrangente, algumas implementações podem ser feitas no programa de VIZOTTO (1993), ainda que sem alterar sua estrutura. O que se sugere é um maior dimensionamento dos vetores e matrizes que guardam os valores das variáveis na leitura de dados bem como no processamento. Isso permitiria a geração de formas suspensas complexas. Para simplificar a preparação de dados, no caso de formas complexas, uma boa alternativa seria a criação de uma rotina que igualasse os graus de liberdade de nós com mesmas coordenadas, podendo-se assim trabalhar com a estrutura complexa dividida em várias estruturas simples. As formas simples por sua vez poderiam ter as malhas geradas com os programas apresentados no Capítulo 3.

Outra implementação que poderia surtir bons resultados seria a introdução de elementos lineares que pudessem ser combinados com os elementos de membrana já disponíveis no programa. Com esses elementos se poderia pesquisar, numericamente, que formas teriam membranas suspensas com “enrijecedores” (fios ou cabos). Um programa de análise não-linear, de natureza geométrica, de elementos lineares foi desenvolvido por OSHIMA (1999).

As vantagens estruturais de cascas com forma de membrana pênsil invertida tem origem em suas complexas características geométricas. Essas mesmas características geométricas tornam-se um incômodo quando se trata da execução da estrutura em concreto, por métodos convencionais. Com as experiências obtidas na execução dos dois protótipos, mostrados no Capítulo 4, pôde-se constatar que o processo executivo proposto neste trabalho revela-se uma alternativa interessante. Confirmou-se a possibilidade de utilização do processo executivo proposto sem conectores rígidos (embora se possa utilizar esses elementos concentrados em regiões localizadas da estrutura sem prejuízo à simplicidade do processo) criando-se assim uma alternativa para aproveitamento desses eficientes sistemas estruturais.

A respeito do comportamento estrutural das cascas com forma livre, os experimentos numéricos, bem como a prova de carga, confirmaram a tese de sua grande capacidade resistente, bem como grande rigidez, mesmo com uso de seção composta sem forte interação entre as faces, graças à predominância de esforços de membrana para os carregamentos analisados.

A questão de se adotar conectores rígidos entre as faces para melhorar a rigidez da seção pode ser uma alternativa de projeto. Neste trabalho utilizou-se sempre conectores flexíveis o que simplificou o processo executivo. Caso se usem conectores rígidos pode-se alterar o comportamento da estrutura e isso requer análise mais refinada, provavelmente com modelos de casca ortótropa, dependendo da disposição dos conectores na estrutura. Deve-se notar também que no caso de se ter conexão rígida entre as faces pode-se dar origem a efeitos de temperatura mais pronunciados devido ao gradiente de temperatura ao longo da altura da seção.

No desenvolvimento do trabalho foram percorridas todas as etapas do projeto de uma casca com a forma definida por analogia com membranas suspensas. Foram notadas algumas lacunas do conhecimento científico e tecnológico referentes ao assunto. Acredita-se ter acrescentado dados suficientes com este trabalho para que todas as etapas do projeto fossem definidas claramente, tendo-se assim preenchido tais lacunas, o que era objetivo geral. Refinamentos nos procedimentos apresentados podem ser interessantes e se fazem necessários na medida em que se procura maior concordância entre os fatos e as teorias de projeto. Porém é importante destacar que

no projeto de uma estrutura, sejam quais forem o material, o sistema estrutural e o processo construtivo, há sempre incertezas e necessidade de estudos complementares para diminuir tais problemas.

Entre os itens que mereceriam atenção especial em trabalhos futuros pode-se destacar a definição de um critério para se determinar o módulo de deformação do concreto ou argamassa projetados, que tem grande influência não apenas na rigidez mas também na capacidade de carga da estrutura.

Concluindo, acredita-se que foi atingido o objetivo geral de interligar as etapas do projeto de uma cobertura em casca de concreto com forma livre, associando-as a um método construtivo adequado, definindo-se, dessa maneira, o que pode vir a ser uma metodologia de projeto. Estudos mais detalhados de alguns itens relacionados ao projeto dessas cascas podem se fazer necessários, e não foram desenvolvidos neste trabalho por dois motivos. Primeiro, as limitações naturais de tempo e, além disso, o próprio desconhecimento prévio de quais itens precisariam ser mais aprofundados e não foram previstos na metodologia adotada para execução da pesquisa. Não obstante, espera-se que seja também uma contribuição deste trabalho a definição de aspectos importantes relacionados ao projeto e execução de coberturas em casca de concreto com a metodologia proposta, e que ainda precisam ser mais aprofundados em trabalhos futuros.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. ALLEN, H.G. *Analysis and design of structural sandwich panels*. Oxford: Pergamon, 1986.
2. AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. ACI 506 R/90 – *Guide to shotcrete*. Detroit: ACI, 1994.
3. BALLISTA, L. P. Z. Estudo de argamassas e microconcretos projetados. In: VI Congresso de Iniciação Científica – USP. Out de 1998. Anais São Carlos, SP. v. 2, pg 35.
4. BELLUZZI, O. *Ciencia de la construcción*. Madrid, Aguillar, 1970. 3 v.
5. BLJUGER, F. *Safety and serviceability of thin-section structures*. ACI Journal, p. 94-99. March-April 1982.
6. BLJUGER, F. *Cracking resistance of concrete members in bending*. ACI Journal, p. 467-474. July-August 1985.
7. CONCRETE SHELL BUCKLING. ACI Symposium, Washington, D.C. , 1979. ACI, 1981.
8. CONCRETE SHELL STRUCTURES: PRACTICE AND COMENTARY. ACI 334.1R-64.
9. CHRISTIANSEN, J. *Economics of hyperbolic paraboloid concrete shells*. Concrete International, p.24-29. August, 1990.
10. CLOUGH, R. W.; JOHNSON, C. P. Finite element analysis of arbitrary thin shells. In: MEDWADOWSKI, S. J. et al. *Concrete thin shells*. Proc. ACI Symposium, New York, 1970. 2 ed. s. 1., ACI, 1980.
11. DESAYI, P. et al. *Shear strength of ferrocement trough section elements*. Journal of Ferrocement, vol. 24, n. 4, october 1994. p. 323-342.
12. DESIGN OF CYLINDRICAL CONCRETE SHELL ROOFS. ASCE, n. 31. New York, 1952. 177p.
13. GALLAGHER, R. H. *Problems and progress in thin shell finite element analysis*. in: Gallagher and Ashwell ed.: *Finite elements for thin shells and curved members*. Wiley, 1976. p. 1-13.
14. GIBSON, J. E. *The design of cylindrical shell roofs*. 2ed, London: Spon, 1961. 272 p.
15. GIONCU, V. *Thin reinforced concrete shells: special analysis problems*. New York: John Wiley & Sons, 1979. 500 p.
16. IRONS, B. M. *The semiloof shell element*. in: Gallagher and Ashwell ed.: *Finite elements for thin shells and curved members*. Wiley, 1976. p. 197-222.
17. KNOWLES, N. C., RAZZAQUE, A., SPOONER, J. B. Experiences of finite element analysis of shell structures. in: Gallagher and Ashwell ed.: *Finite elements for thin shells and curved members*. Wiley, 1976. p. 245-262.
18. MAKOWSKI, Z. S. Shell analogies applied to the analysis of stress distribution in braced domes. In: MAKOWSKI, Z. S. *Analysis, design and construction of braced domes*. New York, Nichols, 1984.

19. MEDWADOWSKI, S. J. Conceptual design of shells. In: MEDWADOWSKI, S. J. *Concrete thin shells*. Proc. ACI Symposium, New York, 1970. 2 ed. s. l., ACI, 1980.
20. MEYER, A. *Germany's first glass fiber reinforced concrete shell roof*. ACI Journal, p. N8-N17, nov. 1978.
21. MARGARIT, J. & BUXADÉ, C. *Cálculo de estructuras en paraboloides hiperbólicas*. España: Blume, 1969. 139 p.
22. MOLITERNO, A. *Escoramentos, cimbramentos, fôrmas para concreto e travessias em estruturas de madeira*. São Paulo: Edgard Blücher, 1989. p. 98-197.
23. OSHIMA, E. *Estudo de projetos e obras. Obra: Palácio de Exposições de Turim*. São Carlos, 1983. Monografia (Curso de Pós-Graduação) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
23. RAO, C. B. K. & RAO, A. K. *Interaction curve for ferrocement in biaxial state of compression-compression*. Journal of Ferrocement, vol. 24, No. 4, p. 301-307. 1994.
24. RAO, C. B. K. & RAO, A. K. *Stress-strain relationship for ferrocement in tension*. Journal of Ferrocement, vol. 24, No. 4, p. 309-321. 1994.
25. RÜHLE, H. *Development of ferrocement-membranes*. Proc. IASS symposium, Osaka, 1986. Amsterdam: Elsevier Science, 1986. v. 1, p. 289-296.
26. SCHLAICH, J.; SOBEK, W. *Suitable shell shapes*. Concrete International, jan. 1986.
27. SHELL STRUCTURES: STABILITY AND STRENGTH. Narayanan, R. ed. London: Elsevier, 1985. 345 p.
28. TEIXEIRA, P.W.G.N. *Estruturas espaciais de elementos pré-moldados delgados de concreto*. São Carlos, 1994. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
29. TIMOSHENKO, S. P. & GOODIER, J. N. *Teoria da elasticidade*. 3 ed. Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1980. p. 295-308.
30. TIMOSHENKO, S. P. & GERE, J. M. *Theory of elastic stability*. 2 ed. New York: McGraw-Hill, 1961.

OBRAS CONSULTADAS

1. AGUIAR, E. O. *Contribuição ao estudo de cabos para coberturas de grandes áreas livres, considerando as não-linearidades física e geométrica*. São Carlos, 1999. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
2. BARBATO, R. L. A. *Contribuição ao estudo das coberturas pênséis em casca protendida de revolução*. São Carlos, 1975. Tese de Doutorado – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
3. BILLINGTON, D. P. Concrete thin shells of revolution. In: MEDWADOWSKI, S. J. et al. *Concrete thin shells*. Proc. ACI Symposium, New York, 1970. 2ed. s. l., ACI, 1980.
4. BILLINGTON, D. P. *Thin shell concrete structures*. 2 ed. New York, McGraw-Hill, 1982.
5. COOK, R. D.; MALKUS, D. S.; PLESHA, M. E. *Concepts and applications of finite element analysis*. 3 ed. s. l., John Wiley & Sons, 1989.
6. FIGUEIREDO, A. D. *Concreto projetado: fatores intervenientes no controle da qualidade do processo*. São Paulo, 1992. Dissertação de Mestrado – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
7. FIGUEIREDO, A. D. *Parâmetros de controle e dosagem do concreto projetado com fibras de aço*. São Paulo, 1997. Tese de Doutorado – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
8. FONSECA, F.J.C. *Projeto de painéis sanduíche de concreto pré-moldado*. São Carlos, 1994. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
9. HANAI, J. B. *Construções de argamassa armada: fundamentos tecnológicos para projeto e execução*. São Paulo: Pini, 1992.
10. HANAI, J. B. *Construções de argamassa armada: situação, perspectivas e pesquisas*. São Carlos, 1981. Tese de Doutorado – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
11. HANAI, J. B. *Reservatórios com paredes onduladas*. São Carlos, 1977. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
12. HEGER, F. J. & ZAGHARMEE, M. S. Buckling of thin concrete domes. *ACI Journal*, November – December, 1983.
13. HEGER, F. J. *Concrete domes for water and wastewater tanks*. *ACI Structural Journal*, 1990. p. 445-452.
14. HELENE, P. R. L. *Corrosão de armaduras para concreto armado*. São Paulo: Pini, 1986.
15. IDING, R. H. *Nonlinear finite element analysis of reinforced concrete in engineering practice*. in: Meyer, C. and Okamura, H. ed.: *Finite element analysis of reinforced concrete structures*. Tokyo, 1985. P.544-556.
16. ISLER, H. *Aplicaciones recientes de cascarones representativos*. Congresso Internacional sobre la aplicación de estructuras laminares en Arquitectura. México, 1967.

17. ISLER, H. *Concrete shells and architecture*. Invited Lecture at the IASS symposium on membrane structures and space frames. Osaka, 1986.
18. ISLER, H. *Experimental shell design*. Proc. symposium on shell research, Delft, 1961. Amsterdam: north Holland, 1961. p. 356-361.
19. ISLER, H. *Doce años de aplicación de cascarones tipo burbuja*. Congreso Internacional sobre la aplicación de estructuras laminares en Arquitectura. México, 1967.
20. KOLLÁR, L. & DULÁCSKA, E. *Buckling of shells for engineers*. Hungary: Wiley-Interscience, 1984. 303 p.
21. KOLLAR, L. & DULÁCSKA, E. *Design procedure for the buckling analysis of reinforced concrete shells*. Thin-Walled Structures, 23 (1995), pp 313-321. Elsevier Science Limited. 1995.
22. LEONHARDT, F.; MÖNNIG, E. *Construções de concreto*. Rio de Janeiro: Interciência, 1977. v.1.
23. LUSAS: FINITE ELEMENT ANALYSIS SYSTEM (VERSION 10.0). Examples manual. FEA, 1990.
24. LUSAS: FINITE ELEMENT ANALYSIS SYSTEM (VERSION 10.0). Theory manual. FEA, 1990.
25. LUSAS: FINITE ELEMENT ANALYSIS SYSTEM (VERSION 10.0). User manual. FEA, 1990.
26. MANG, H. A. & MESCHKE, G. *Nonlinear finite element analysis of reinforced and prestressed concrete structures*. Eng. Struct., 1991. V. 13, p. 211-226.
27. ODELLO, R. J. & ALGOOD, J. R. *Shells for standard floor and roof elements*. Journal of Structural Division. ASCE, v.99, N° ST10, october, 1973. Pp 1999-2009.
28. OTTO, F. et al. *Gitterschalen = Grid shells*. Stuttgart, Institut für leichte Flächentragwerke (IL), 1974. 346 p. (IL 10).
29. RAMASWAMY, G. S. *The theory of a shell in the form of a Prandtl membrane*. Civil Engineering and Public Works Review. Vol. 53, No. 626. August, 1958.
30. RAMASWAMY, G. S., CHETTY, S. M. K., BHARGAVA, R. N. *Casting and testing a shell roof unit*. Civil Engineering and Public Works Review. Vol. 53, No. 626. August, 1958.
31. RAMASWAMY, G. S. *Design and construction of concrete shell roofs*. New York, McGraw-Hill, 1968.
32. RAMASWAMY, G. S. *Analysis, design and construction of a new shell of double curvature*. Proc. symposium on shell research, Delft, 1961. Amsterdam: North-Holland, 1961. p. 102-115.
33. RAMASWAMY, G. S. *Inovative aplicaciones of funicular shells*. Proc. IASS symposium, Osaka, 1986. Amsterdam: Elsevier Science, 1986. v. 1, p. 313-320.
34. RAMM, E. & SCHUNK, E. *Heinz Isler Schalen*. Stuttgart, Krämer, 1989. (*)
35. RAMM, E. & MEHLHORN, G. *On shape finding and ultimate load analyses of reinforced concrete shells*. Eng. Struct. 1991, vol. 13, April. Pp 178-198.

36. RAMM, E. & REITINGER, R. *Buckling and imperfection sensitivity in the optimization of shell structures*. Thin-Walled Structures, 23 (1995), pp 158-177. Elsevier Science Limited, 1995.
37. SCHNOBRICH, W. C. Reflections on the behaviour of reinforced concrete shells. Eng. Struct, 1991. v. 13, p.199-210.
38. SCORDELIS, A. C.; NGO, D. *Finite element analysis of reinforced concrete beams*. ACI Journal, vol. 64, No. 3, março, 1967.
39. SCORDELIS, A. C. *Past, present and future developments*. in: Meyer, C. and Okamura, H. ed.: Finite element analysis of reinforced concrete structures. Tokyo, 1985. P.656-666.
40. SILVA, P. F. A. *Concreto projetado para túneis*. São Paulo, PINI, 1997.
41. VIZOTTO, I. *Geração computacional de formas livres de estruturas em casca*. Campinas, 1993. Tese (Doutorado). Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas.
42. WILBY, C. B. *Concrete dome roofs*. Longman Scientific & Technical, 1993. 313 p.