# "Influência da Rigidez das Ligações em Estruturas de Aço"

Autor: Eng. Luciano Barbosa dos Santos Orientador: Prof. Dr. José Jairo de Sáles

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Estruturas.

São Carlos (SP), 1998

Aos meus pais, por tudo o que fizeram (e ainda fazem) por mim. À Marilene, pelo carinho, dedicação e incentivo constante. Ao meu avô Antônio e ao amigo João, *in memorian*.

#### Agradecimentos

Ao prof. Jairo, pela extrema paciência e boa vontade com que me orientou nos últimos dois anos.

Aos profs. Roberto Martins Gonçalves (EESC/USP) e Luiz Fernando Loureiro Ribeiro (EM/UFOP), por terem apoiado e incentivado este trabalho.

À CAPES, pela bolsa de estudos concedida, e aos professores e funcionários do Departamento de Engenharia de Estruturas, por terem contribuído de forma direta ou indireta para a conclusão deste trabalho.

Aos amigos Arthur, Jorge e Júlio, companheiros de república, pela amizade e incentivo.

A todos os amigos do "mestrado", por me ajudarem a superar com bom humor todas as dificuldades do curso.

Aos amigos da UFAL, pelo apoio nos momentos difíceis.

## Sumário

Lista de Figuras	vii
Lista de Tabelas	x
Lista de Gráficos	xii
Lista de Siglas e Abreviaturas	xiv
Lista de Símbolos	xv
Resumo	xix
Abstract	xxi
1. Introdução	01
1.1 - Considerações Gerais	01
1.2 - Objetivos, justificativa e aspectos gerais deste trabalho	05
1.3 - Descrição sumária dos capítulos que compõem este trabalho.	07
2. Revisão Bibliográfica	09
2.1 - Histórico e evolução das pesquisas realizadas no exterior	09
2.2 - Histórico e evolução das pesquisas realizadas no Brasil	12
2.3 - Algumas considerações sobre a revisão bibliográfica	13
3. Classificação das Ligações	16
3.1 - Considerações gerais	16
3.2 - Classificação do AISC/ASD (1978)	17
3.3 - Classificação do AISC/LRFD (1986)	19
3.4 - Classificação de STARK & BIJLAARD (1988)	19
3.5 - Classificação de BJORVHODE et al. (1990)	20
3.6 - Classificação do EUROCODE 3 (1992)	23

4. Alguns Aspectos do Comportamento das Ligações	27	
4.1 - Considerações iniciais		
4.2 - Sobre o comportamento das ligações	28	
4.3 - Modelagem analítica do comportamento das ligações	29	
4.3.1 - Modelo linear	30	
4.3.2 - Modelo bi-linear	30	
4.3.3 - Modelo polinomial	31	
4.3.4 - Modelo b-spline cúbico	35	
4.3.5 - Modelo exponencial e exponencial modificado	36	
4.3.6 - Modelo dos três parâmetros	37	
4.3.7 - Modelo de RADZIMINSKI & AZIZINAMINI (1988)	39	
4.3.8 - Modelo de HUMER & TSCHEMMERNEGG (1988)	41	
4.3.9 - Modelo de QUEIROZ (1992)	42	
4.3.10 - Modelo de SÁLES (1995)	43	
4.3.11 - Modelo de RODRIGUES & SALDANHA (1995)	44	
4.3.11 - Modelo de COLSON (1991)	45	
4.3.12 - Modelo de MULAS (1996a,b)	47	
4.4 - Comentários sobre os modelos apresentados	49	
4.5 - Modelagem através do método dos elementos finitos	50	
5. Modelo Teórico para Avaliação do Comportamento Momento- Rotação de Ligações Viga-Coluna com Chapa de Topo	54	
5.1 - Considerações iniciais	54	
5.2 - Resultados experimentais - base de referência	55	
5.3 - Avaliação da rigidez inicial	56	
5.4 - Avaliação do momento último	72	
5.4.1 - Determinação do máximo momento permitido pelos parafusos 5.4.2 - Determinação do máximo momento permitido pela	74	
chapa de topo	80	
5.5 - Aplicação com o modelo de COLSON (1991)	84	
5.6 - Aplicação com o modelo dos três parâmetros	87	
5.7 - Resumo e recomendações sobre o modelo proposto	90	

5.8 - Condições para aplicação do modelo proposto	93
6. Aspectos Gerais da Influência das Ligações no Comportamento Estrutural de Pórticos de Aço	96
6.1 - Considerações iniciais	96
6.2 - Influência nas vigas	97
6.3 - Influência nas colunas	103
6.3.1 - Influência no comprimento efetivo de flambagem	104
6.3.2 - Influência na distribuição de momentos fletores	106
6.3.3 - Influência na resistência de cálculo de elementos comprimidos e flexocomprimidos	108
6.4 - Influência em estruturas aporticadas	115
6.5 - Alguns comentários sobre o fator de rigidez ( $\alpha$ )	117
6.6 - Outros tipos de influência	120
7. Exemplos e Discussões	121
7.1 - Considerações iniciais	121
7.2 - Primeiro grupo de exemplos: pórticos planos simples	124
7.3 -Segundo grupo de exemplos: pórticos planos de andares múltiplos	135
8. Conclusões e Sugestões	157
8.1 - Sobre o modelo proposto	157
8.2 - Sobre a influência das ligações	159
Bibliografia	161
Anexo A: Equações empregadas no dimensionamento das ligações viga-coluna com chana de topo	A1

## Lista de Figuras

Figura 1.1:	exemplos de ligações viga-coluna	03
Figura 1.2:	Exemplos de curvas momento-rotação	04
Figura 3.1:	Classificação das ligações em função da rigidez	18
Figura 3.2:	Simplificação da curva M-	21
Figura 3.3:	Classificação de BJORVHODE <i>et al.</i> (1990)	21
Figura 3.4:	Classificação do EUROCODE 3 (1992)	24
Figura 4.1:	Parâmetros do modelo de FRYE & MORRIS (1975)	33
Figura 4.2:	Modelo de HUMMER & TSCHEMMERNEGG (1988)	41
Figura 4.3:	Modelo de QUEIROZ (1992)	42
Figura 4.4:	Modelo de SÁLES (1995)	43
Figura 4.5:	Modelo de RODRIGUES & SALDANHA (1995)	44
Figura 4.6:	Modelo de MULAS (1996a,b)	48
Figura 4.7:	Ligação estuda por KRUKETI <i>et al.</i> (1987)	52
Figura 5.1:	Arranjo dos protótipos ensaiados por RIBEIRO (1997)	55
Figura 5.2:	Gabarito de furação das ligações ensaidas por RIBEIRO (1997)	56
Figura 5.3:	Modelo simplificado de transmissão de momentos em ligações viga-coluna	57
Figura 5.4:	Giro do sistema viga-coluna	57
Figura 5.5:	Giro da ligação	58

Figura 5.6:	Esquema estático para determinação do afastamento da chapa de topo	59
Figura 5.7:	Elemento com duas coordenadas locais	60
Figura 5.8:	Modelo estático discretizado em três elementos	60
Figura 5.9:	Esquema estático para determinação da influência dos parafusos	65
Figura 5.10:	Elemento sobre base elástica contínua	66
Figura 5.11:	Ligação com chapa de topo com momento aplicado	73
Figura 5.12:	Parâmetros do gabarito de furação da chapa de topo	75
Figura 5.13:	Regiões na ligação a considerar segundo o EUROCODE 3 (1992)	93
Figura 6.1:	Viga com vínculos elásticos	97
Figura 6.2:	Condições de serviço	99
Figura 6.3:	Condições de serviço (exemplo)	99
Figura 6.4:	Fator de rigidez	100
Figura 6.5:	Viga engastada elasticamente	101
Figura 6.6:	Pórtico de CORIC & MARCOVIC (1996)	104
Figura 6.7:	Pórtico exemplo (a)	107
Figura 6.8:	Pórtico exemplo com travamento fora do plano nas extremidades das colunas	111
Figura 6.9:	Pórtico exemplo (b)	116
Figura 7.1:	Elemento finito empregado	123
Figura 7.2:	Exemplo 1 (fonte: SÁLES (1995), pág. 104)	124
Figura 7.3:	Ligações do exemplo 1	125
Figura 7.4:	Exemplo 2 (fonte: CHEN & TOMA (1994), pág. 84)	129
Figura 7.5:	Pórtico ensaiado por PAULA <i>et al.</i> (1997)	131

Figura 7.6:	Ligações do pórtico de PAULA <i>et al.</i> (1997)	132
Figura 7.7:	Esquema estático do exemplo 3	133
Figura 7.8:	Exemplo 4 (fonte: FRANÇA (1985))	138
Figura 7.9:	Perfis e numeração dos nós do exemplo 4	139
Figura 7.10:	Ligações do exemplo 4	140
Figura 7.11:	Exemplo 5 (fonte: LAVALL (1988), pág. 115)	149
Figura 7.12:	Estrutura analisada por LAVALL (1988) (fonte: LAVALL (1988), pág. 119)	149
Figura 7.13:	Gabarito de furação das ligações do exemplo 5	151
Figura 7.14:	Exemplo 6 - pórtico constituído pelos mesmos perfis e ligações ensaiadas por RIBEIRO (1997)	154

## Lista de Tabelas

Tabela 4.1:	Parâmetros das funções polinomiais de FRYE & MORRIS (1975)	32
Tabela 5.1:	Características dos protótipos ensaiadas por RIBEIRO (1997)	55
Tabela 5.2:	Valores obtidos para o parâmetro k	64
Tabela 5.3:	Comparação de resultados teóricos e experimentais	70
Tabela 5.4:	Resultados fornecidos pelos dois termos da equação 5.28	71
Tabela 5.5:	Avaliação da rigidez inicial pela expressão aproximada	71
Tabela 5.6:	Valores obtidos para o momento último das ligações	82
Tabela 6.1:	Esforços e deslocamentos na viga engastada elásticamente	101
Tabela 6.2:	Resultados obtidos por CORIC & MARCOVIC (1996)	104
Tabela 6.3:	Valores obtidos para o módulo e comprimento de flambagem	105
Tabela 6.4:	Momentos nas colunas do pórtico exemplo (a)	107
Tabela 6.5:	Esforços nas colunas - pórtico exemplo (a)	109
Tabela 6.6:	Deslocamentos laterais do pórtico exemplo (b)	116
Tabela 7.1:	Elementos empregados nas ligações do exemplo 1	125
Tabela 7.2:	Resultados do exemplo 1 em 1ª ordem	126
Tabela 7.3:	Resultados do exemplo 1 em 2ª ordem	127
Tabela 7.4:	Resultados do exemplo 2	130

Tabela 7.5:	Descrição das simulações do exemplo 3	134
Tabela 7.6:	Deslocamentos verticais na barra 3-4 do exemplo 3	134
Tabela 7.7:	Posição das ligações na estrutura	140
Tabela 7.8:	Propriedades das ligações do exemplo 4	141
Tabela 7.9:	Deslocamentos laterais dos nós da fila A - exemplo 4	142
Tabela 7.10:	Momentos nas extremidades do eixo B das vigas do exemplo 4	143
Tabela 7.11:	Ligações dimensionadas pelo modelo de MANN & MORRIS (1979) - exemplo 4	145
Tabela 7.12:	Deslocamento no nó 14 com as ligações dimensionadas pelo modelo de MANN & MORRIS (1979)	145
Tabela 7.13:	Comparação dos valores de rigidez inicial	146
Tabela 7.14:	Comparação dos valores de momento último	146
Tabela 7.15:	Propriedades geométricas das barras	150
Tabela 7.16:	Deslocamentos laterais - exemplo 5	152
Tabela 7.17:	Momentos fletores nas barras mais solicitadas	152
Tabela 7.18:	Ligações empregadas no exemplo 6	155
Tabela 7.19:	Deslocamento no topo	155
Tabela 7.20:	Momento na viga mais solicitada (barra 4 - CD)	155

## Lista de Gráficos

Gráfico 2.1:	Estimativa da quantidade de trabalhos sobre ligações semi-rígidas publicados no período de 1917 à 1997	14
Gráfico 4.1:	Desempenho do modelo linear em relação à curva experimental	30
Gráfico 4.2:	Desempenho do modelo b-linear em relação à curva experimental	31
Gráfico 4.3:	Desempenho do modelo polinomial em relação à curva experimental	34
Gráfico 4.4:	Desempenho do modelo b-spline cúbico em relação à curva experimental	35
Gráfico 4.5:	Desempenho do modelo exponencial modificado em relação à curva experimental	37
Gráfico 4.6:	Desempenho do modelo dos três parâmetros em relação à curva experimental	38
Gráfico 4.7:	Desempenho do modelo de COLSON (1991) em relação à curva experimental	47
Gráfico 4.8:	Resultados obtidos por BOSE et al. (1996)	51
Gráfico 4.9:	Resultados obtidos por BAHAARI & SHERBOURNE (1996)	51
Gráfico 5.1:	Comparação dos resultados obtidos para a rigidez inicial das ligações	71
Gráfico 5.2:	Curvas do protótipo 1 ajustadas pelo modelo de COLSON (1991)	84
Gráfico 5.3:	Curvas do protótipo 2 ajustadas pelo modelo de COLSON (1991)	85
Gráfico 5.4:	Curvas do protótipo 3 ajustadas pelo modelo de COLSON (1991)	85

Gráfico 5.5:	Curvas do protótipo 4 ajustadas pelo modelo de COLSON (1991)	85
Gráfico 5.6:	Curvas do protótipo 5 ajustadas pelo modelo de COLSON (1991)	86
Gráfico 5.7:	Curvas do protótipo 6 ajustadas pelo modelo de COLSON (1991)	86
Gráfico 5.8:	Curvas do protótipo 1 ajustadas pelo modelo dos três parâmetros	88
Gráfico 5.9:	Curvas do protótipo 2 ajustadas pelo modelo dos três parâmetros	88
Gráfico 5.10:	Curvas do protótipo 3 ajustadas pelo modelo dos três parâmetros	88
Gráfico 5.11:	Curvas do protótipo 4 ajustadas pelo modelo dos três parâmetros	89
Gráfico 5.12:	Curvas do protótipo 5 ajustadas pelo modelo dos três parâmetros	89
Gráfico 5.13:	Curvas do protótipo 6 ajustadas pelo modelo dos três parâmetros	89
Gráfico 6.1:	Momentos fletores em viga com ligações deformáveis	102
Gráfico 6.2:	Rotação nas extremidades em viga com ligações deformáveis	102
Gráfico 6.3:	Flecha no meio do vão em viga com ligações deformáveis	102
Gráfico 6.4:	Variação do módulo de flambagem em função da rigidez das ligações	106
Gráfico 6.5:	Deslocamentos laterais - pórtico exemplo (b)	117
Gráfico 6.6:	Variação do fator de rigidez (α) em função da rigidez das ligações	119
Gráfico 7.1:	Curvas momento-rotação das ligações do exemplo 1.	126
Gráfico 7.2:	Curva M-	129
Gráfico 7.3:	Curvas M-	141

## Lista de Siglas e Abreviaturas

- ABNT Associação Brasileira de Normas Técnicas
- AISC- American Institute of Steel Construction
- ASD Allowable Stress Design (Manual do AISC Tensões Admissíveis)
- ASTM American Society for Testing and Materials
- LRFD Load and Resistance Factor Design (Manual do AISC Estados Limites)
- MBCEM Manual Brasileiro para Cálculo de Estruturas Metálicas
- MTP Modelo dos Três Parâmetros
- NBR Norma Brasileira Registrada
- MEF Método dos Elementos Finitos

### Lista de Símbolos

### Letras Latinas Maiúsculas

- A = área de seção transversal do elemento
- Ap = área nominal do parafuso
- C1, C2 e C3 = constantes de ajuste do modelo polinomial
- E = módulo de elasticidade do aço
- Ft = força de tração na aba superior da viga
- Fc = força de compressão na aba superior da viga
- {F} = vetor de forças nodais equivalentes
- Fp = força atuante nos parafusos tracionados
- H = altura da viga
- I = momento de inércia do elemento
- Ib = momento de inércia da viga conectada à ligação
- K = parâmetro de padronização do modelo polinomial (cap. 4); módulo de flambagem (cap. 6), rigidez da ligação no modelo de SÁLES (1995); constante de mola no esquema estático do capítulo 5
- L = altura das cantoneiras no modelo de SÁLES (1995), comprimento do elemento empregado na discretização do esquema estático do modelo proposto

Lb = comprimento da viga conectada à ligação

- Lp = comprimento do parafuso
- M1 = momento resistente no modelo de viga para dimensionamento de

ligações com chapa de topo

M = momento fletor atuante na ligação

Mp = momento de plastificação total da viga

Mu = momento último na ligação

M<sub>res</sub> = momento resistente no modelo de viga, abordagem de QUEIROZ

(1988)

P = força normal aplicada

Pcr = carga crítica de EULER

Q = força alavanca; parâmetro de instabilidade local

[R] = matriz de rigidez

Rki = rigidez inicial da ligação no modelo dos três parâmetros

Scon = rigidez da ligação

Sj = rigidez secante da ligação

Si = rigidez inicial da ligação

#### Letras Latinas Minúsculas

- a = fator de ajuste do modelo de COLSON (1991)
- a = distância igual a H tf b
- a', b' = parâmetros do modelo de viga para dimensionamento de ligações
  com chapa de topo

 b = distância entre o centro do furo do parafuso e a linha eixo da aba superior da viga

bch = largura da chapa de topo

- d = distância entre as mesas da coluna no modelo de MULAS (1996a,b)
- dp = diâmetro nominal do parafuso
- fy = módulo de elasticidade do aço
- g = gabarito de furação no modelo de SÁLES (1995)
- h = distância entre as mesas da viga no modelo de MULAS (1996a,b)
- $k(x), k(y) \in k(\theta) = molas de rigidez no modelo de RODRIGUES &$

SALDANHA (1995)

kf = constante de rigidez da base elástica

- n = fator de forma no modelo dos três parâmetros
- p = largura tributária para cada parafuso no modelo de viga para

dimensionamento de ligações com chapa de topo

- q =carga uniformemente distribuída
- t = espessura das cantoneiras no modelo de SÁLES (1995)
- tf = espessura do flange da viga

tch = espessura da chapa de topo

u1,u2,u3,u4,v1,v2,v3,v4 = deslocamentos do modelo de MULAS (1996a,b)

- {u} = vetor de forças nodais equivalentes
- w = distância horizontal entre furos nas ligações com chapa de topo

#### Letras Gregas

 $\alpha$  = fator de escala; fator de rigidez

- $\delta$  = afastamento da chapa de topo no ponto de contato entre a coluna e a linha de eixo da aba superior da viga.
- $\phi$  = giro da ligação
- $\phi_u$  = giro último da ligação
- $\theta$  = giro da ligação no modelo polinomial

### Resumo

SANTOS, L.B. Influência da rigidez das ligações em estruturas de aço. São Carlos, 1998. 159 p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

Este trabalho trata da influência da rigidez das ligações na deslocabilidade lateral e na distribuição de esforços de pórticos planos de aço sob condições de serviço. Estuda-se em particular a influência das ligações com chapa de topo, e propõe-se um modelo para descrição do comportamento momento-rotação dessas ligações. Este trabalho também apresenta um revisão dos diversos modelos existentes para previsão do comportamento momento-rotação de ligações viga-coluna, e discute as diversas formas de influência dessas ligações no comportamento global da estrutura e de seus elementos individuais.

Palavras Chave: Estruturas de Aço. Ligações Semi-Rígidas. Ligações com Chapa de Topo.

### Abstract

SANTOS, L.B. Influence of rigidity connections in steel structures. São Carlos, 1998. 159 p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

The aim of this work is the influence of connections flexibility in the plane framed structures in serviceability conditions. Special attention is paid for the influence of extended end plate connections, for which proposes a model for prevision of moment-rotation relationship. This work also presents a revision of the various models for prevision of moment-rotation relationship of beam-to-column connections, and discusses the several forms of the influence of that connections in overall performance of the structures and your individual members.

Keywords: Steel structures Semirigid connections Extended end plate connections

## Capítulo 1

### Introdução

#### 1.1- Considerações Gerais

Durante muito tempo, as ligações viga-coluna em estruturas de aço foram tratadas sob condições ideais que facilitavam a análise estrutural e reduziam o tempo de elaboração dos projetos. O estudo pormenorizado dessas ligações demonstrou que o comportamento real era bem diferente do comportamento idealizado, e promoveu uma revisão dos conceitos e procedimentos até então empregados nos projetos estruturais em aço. Isso pode ser visto na modernização das normas técnicas internacionais, que nos últimos anos passaram a tratar as ligações de uma forma muito mais realística, como é o caso do EUROCODE 3 (1992).

Na prática usual dos projetos é comum admitir-se que as ligações apresentam um comportamento perfeito ou de rótula ou de engaste. Nos tipos rotulados supõem-se capacidade ilimitada de rotação e inexistência de transmissão de momentos. Nos tipos rígidos supõem-se a completa transferência de momentos e total inexistência de giros relativos entre as partes.

Estudos experimentais realizados desde o início do século sugerem que nenhuma ligação apresenta comportamento semelhante aos descritos anteriormente, e que, na verdade, as ligações apresentam um comportamento intermediário, ou seja, são capazes de transferir momento, mesmo que seja uma pequena parcela, e possuem alguma capacidade de giro.

Desses estudos surgiram os conceitos de "rigidez", que pode ser definido como a capacidade de restrição ao giro imposta pela ligação, e de "flexibilidade", que pode ser entendido como a capacidade de rotação da ligação.

Admitindo-se que as ligações comportam-se de forma distinta das idealizações usualmente adotadas, pode-se afirmar que tal comportamento é determinado pela rigidez (ou flexibilidade) da ligação, pois as parcelas de giro e momento são determinadas por este parâmetro.

A descrição do comportamento das ligações é feita através de curvas momento-rotação (M-φ), obtidas normalmente por meios experimentais ou por modelos teóricos, empíricos ou semi-empíricos. Este comportamento, por sua vez, deve ser incorporado à análise estrutural para que se obtenha informações mais precisas sobre o desempenho da estrutura.

A inclinação de uma curva M- $\phi$  representa a rigidez (S<sub>con</sub>) da ligação, e o inverso, 1/S<sub>con</sub>, representa a flexibilidade rotacional.

As figuras 1.1 e 1.2 fornecem alguns exemplos de ligações vigacoluna e de curvas M- $\phi$ , respectivamente.





Ligação com uma cantoneira de alma

Ligação com dupla cantoneira de alma





Ligações com cantoneiras de topo e assento com e sem dupla cantoneira de alma



Ligações com chapa de topo com e sem enrijecedores de alma



Ligação com chapa soldada à alma da viga

Ligação T stub

Figura 1.1: exemplos de ligações viga-coluna

Algumas ligações da fig. 1.1 não são muito empregadas no Brasil, é o caso das ligações T-stub, e das que possuem cantoneiras de topo e assento com ou sem dupla cantoneira de alma.

A rigor as ligações com "chapa de topo" deveriam ser chamadas de ligações com "placa de extremidade", pois, de fato, o elemento que liga a viga à coluna apresenta um comportamento de placa. Entretanto, preferiu-se adotar neste trabalho a convenção mais empregada no Brasil, que as denomina de "ligações com chapa de topo", mesmo sendo esta nomenclatura bastante discutível e até mesmo equivocada do ponto de vista conceitual.



fonte: KIM & CHEN (1996)

Ligação

- 1 com chapa de topo estendida (extended end plate)
- 2 com chapa de topo (flush end plate)
- **3** com cantoneiras de topo e assento e dupla cantoneira de alma *(top and seat angle with web angle)*
- 4 com cantoneiras de topo e assento (top and seat angle)
- **5** com chapa soldada à alma da viga (header and plate)
- 6 com dupla cantoneira de alma (double web angle)
- 7 com uma cantoneira de alma (single web angle)

Figura 1.2: exemplos de curvas momento-rotação (M- $\phi$ )

Nos últimos anos muitos pesquisadores dedicaram-se ao estudo da influência das ligações no comportamento global da estrutura. Segundo GERSTLE(1988) a flexibilidade da ligação afeta a estrutura de duas formas:

- i) contribui para as deformações totais do pórtico, em particular em pórticos não contraventados e deslocáveis sob a ação do vento;
- ii) afeta a distribuição de forças internas e a transmissão de momentos entre vigas e colunas.

As afirmações de GERSTLE (1988) sugerem que uma análise estrutural que despreze a influência das ligações pode conduzir a resultados distantes daqueles que realmente poderão ocorrer na estrutura, e alertam para a necessidade de considerar tais efeitos nos projetos.

Nos dias atuais, a razão de se investigar a influência das ligações em estruturas de aço e de se elaborar projetos considerando tais efeitos, fundamenta-se no interesse em aperfeiçoar os métodos de cálculo existentes e em realizar estudos mais realísticos sobre as estruturas.

Segundo diversos autores, entre os quais pode-se citar CAMPOS Jr. (1990), JONES *et al.* (1983) e PFEIL (1986), a consideração da deformabilidade das ligações ou mesmo o emprego de ligações semi-rígidas, pode conduzir a projetos mais econômicos.

#### 1.2 - Objetivos, justificativa e aspectos gerais deste trabalho

Embora representem uma parcela insignificante no peso total da estrutura, as ligações constituem uma elevada despesa no custo total do projeto, devido ao grande número de detalhes de fabricação e montagem que são necessários para executá-las. Isso faz com que haja um grande interesse em aperfeiçoar ou criar novos métodos de dimensionamento que

proporcionem redução dos custos, e em conhecer com precisão o comportamento das conexões empregadas.

Nos dias atuais as ligações constituem uma fértil fonte de pesquisa e os estudos realizados normalmente seguem as seguintes abordagens:

- i) realização de testes experimentais para elaboração de modelos empíricos para descrição do comportamento das ligações;
- ii) elaboração, comprovação ou aperfeiçoamento de métodos de dimensionamento de ligações;
- iii) elaboração de modelos teóricos, empíricos e semi-empíricos para descrição do comportamento momento-rotação das ligações;
- iv) simulação por métodos numéricos do comportamento das ligações, visando determinar a influência de cada um dos parâmetros da ligação no comportamento momento-rotação;
- v) estudo da influência das ligações no comportamento global da estrutura e nos elementos individuais;
- vi) incorporação de parâmetros relacionados com a rigidez das ligações nos métodos usuais de análise de estruturas.

O presente trabalho situa-se dentro das linhas de pesquisa indicadas nos itens *iii*, *v* e *vi*, e tem como objetivo principal a verificação da influência das ligações no comportamento estrutural de pórticos de aço.

A razão para este estudo baseia-se nos seguintes fatores:

 Antes do advento dos computadores era aceitável adotar um comportamento de rótula ou engaste para as ligações, pois, como já foi dito, isto simplificava os cálculos, e reduzia consideravelmente o tempo necessário para elaboração dos projetos. Atualmente, a utilização dos computadores permite realizar estudos mais complexos em um espaço de tempo relativamente curto, o que pode ser útil na elaboração de processos de cálculo mais precisos e confiáveis. Diante disto, pode-se afirmar que a consideração da rigidez das ligações na análise estrutural, pode sofisticar o projeto sem comprometer sua viabilidade.

- Embora o estudo de ligações viga-coluna já venha sendo realizado no exterior desde o início deste século, no Brasil o tema só começou a receber atenção nos últimos vinte anos, e mesmo assim, com ênfase voltada para as ligações em si, e não para a influência que estas podem exercer sobre a estrutura. Dessa forma, este trabalho ajudará a preencher uma lacuna ainda vazia (ou quase vazia) na pesquisa brasileira.
- A grande maioria dos estudos realizados no exterior no sentido de representar o comportamento das ligações, podem não ser aplicáveis às estruturas brasileiras, pois foram propostos a partir de ensaios em perfis norte-americanos e europeus, cujas características são muito diferentes dos tipos brasileiros (RIBEIRO (1997)). Dessa forma, há a necessidade de se realizar estudos que empreguem resultados obtidos por pesquisadores brasileiros e os modelos por eles propostos. Isto foi feito neste trabalho, e os resultados obtidos encontram-se apresentados nos capítulos 5, 6 e 7.

# 1.3 - Descrição sumária dos capítulos que compõem este trabalho

Nos dois primeiros capítulos faz-se uma introdução ao assunto, mostram-se as razões que motivaram a pesquisa e revisa-se brevemente as pesquisas realizadas até agora, enfatizando o desenvolvimento histórico dessas pesquisas no Brasil e no mundo. Nos capítulos três e quatro apresentam-se conceitos gerais, necessários a compreensão do texto, e discutem-se os modelos de classificação e de previsão do comportamento das ligações.

No capítulo cinco discute-se as ligações estudadas neste trabalho e propõe-se um modelo teórico, calibrado por resultados experimentais, para avaliação do comportamento momento-rotação das ligações com chapa de topo.

No capítulo seis são abordados diversos aspectos da influência das ligações no comportamento estrutural, conforme encontrado na bibliografia consultada.

No capítulo sete são analisados alguns exemplos onde a influência das ligações foi investigada, e aplica-se o modelo teórico desenvolvido neste trabalho e outros disponíveis na literatura.

No capítulo oito apresentam-se as conclusões obtidas com base nos exemplos analisados, e faz-se algumas sugestões para continuação da pesquisa.

## Capítulo 2

### **Revisão Bibliográfica**

## 2.1- Histórico e evolução das pesquisas realizadas no exterior

O estudo de ligações viga-coluna teve início na Inglaterra em 1917, onde WILSON e MOORE<sup>1</sup> realizaram testes experimentais para conhecer o comportamento momento-rotação de conexões rebitadas. Segundo MONFORTON *et al.* (1963), estudos semelhantes foram feitos por BATHO e ROWAN, em 1934, por YONG e JACKSON, em1934, e por BRANDES e MAINS, em 1944.

Nos Estados Unidos os estudos se intensificaram a partir de 1947, quando foi criado o **Research Council on Riveten and Bolted Structural Joints (RCRBSJ)**, entidade destinada ao estudo de ligações rebitadas e parafusadas, que contou com o apoio de órgãos governamentais, universidades, institutos de pesquisa e do setor industrial. Neste mesmo

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> WILSON, W.M.; MOORE, H.F. (1917). Testes to determinate the rigidity of riveted joints of steel structures. Bulletin n. 302, Engineering Experiment Station, University of Illinois, Urbana, IL apud RIBEIRO (1997)

ano, HECHTMAN e JOHNSTON<sup>2</sup> publicaram através do AISC um artigo no qual sugerem o emprego de vários tipos de ligações semi-rígidas.

O efeito da deformabilidade das ligações no desempenho da estrutura foi inicialmente considerado por BAKER (1931)<sup>3</sup> na Inglaterra, e por RATHBUN (1936) nos Estados Unidos, que passou a preocupar-se com o assunto quando começou a estudar a deslocabilidade lateral do edifício Empire States. Ambos, trabalhando independentemente, propuseram modificações nas equações do método dos deslocamentos e no processo de Cross, para incorporar deformações elásticas nas ligações de pórticos planos. Posteriormente, JOHNSTON & MOUNT (1942) e STEWART (1947) também analisaram pórticos com ligações semi-rígidas.

Na década de 50 merecem destaque os trabalhos de SHOROCHNIKOFF (1950), que estudou a influência da ação do vento em pórticos semi-rígidos, e de LOTHERS (1951), que propôs equações para representar a restrição elástica de ligações semi-rígidas.

Somente a partir da década de 60 os estudos nessa área foram intensificados. A razão disto está no desenvolvimento das ciências da computação e no aperfeiçoamento das técnicas de análise matricial de estruturas e do método dos elementos finitos.

LIGHTFOOT e BAKER (1961)<sup>4</sup> elaboraram uma solução computacional para análise de pórticos planos com ligações elásticas, empregando em forma matricial as equações clássicas do método dos deslocamentos.

MONFORTON e WU (1963) apresentaram um resumo sobre a aplicação das técnicas de análise matricial de estruturas ao estudo de estruturas aporticadas com ligações semi-rígidas, e sugeriram a implementação em um programa para computador. Também merecem

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> HECHTMAN,R.A.; JOHNSTON, R.A.(1947). Riveted and semi-rigid beam to column building connections. Progress Report Number I, American Institute of Steel Construction, New York. *apud* RIBEIRO (1997)

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> BAKER (1931) Methods of stress analysis. Firs and Second Reports. Steel Structures Research Committee, HMSO, Londo, England. *apud* MONFORTON *et al.* (1963).

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> LIGHTFOOT, E.; BAKER, A.R. (1961). The analysis of steel frames with elastic beam-column connections. Golden Jubilee Congress Symposium on the design of high building. Hong Kong: Hong Kong University Press, p. 205-217. *apud* JONES *et al.* (1983)

destaque os trabalhos de LIONBERGER (1967)<sup>5</sup>, LIONBERGER & WEAVER (1969) e SOMMER (1969).<sup>6</sup>

Na década de 70 os estudos seguiram linhas de pesquisa semelhantes. LIGHTFOOT & LE MESSURIER (1974) também incorporaram ligações com comportamento elástico linear na análise de pórticos planos, e FRYE & MORRIS (1975) propuseram um método interativo para análise de pórticos planos metálicos com sete tipos diferentes de ligações, representadas analiticamente por equações polinomiais.

Ainda na década de 70, DRISCOLL Jr. (1976) estudou o comprimento efetivo de colunas com conexões semi-rígidas, e KRISHNAMURTHY *et al.* (1979) aplicaram o método dos elementos finitos (MEF) na obtenção de curvas momento-rotação de ligações com chapa de topo.

No início dos anos 80, JONES *et al.* (1980) estudaram a influência de ligações semi-rígidas na resistência de colunas de aço, e SIMITSES & VLAHINOS (1982) fizeram um estudo de estabilidade de um pórtico plano simples com ligações semi-rígidas.

Na segunda metade da década de 80, a influência de ligações semirígidas no comportamento global de estruturas de aço foi estuda por LINDSEY *et al.* (1985), BIJLAARD (1986), NETHERCOT (1986) e GERSTLE (1988).

Nesta mesma época POGGI & ZANDONINI (1987) aplicaram o MEF na análise de pórticos planos semi-rígidos e IOANNIDES (1987) analisou pórticos planos semi-rígidos considerando o efeito p-delta.

No final da década de 80, CHEN & KISHI (1989) organizaram os dados experimentais disponíveis até então em um banco de dados informatizado, que além de fornecer os resultados experimentais obtidos por diversos pesquisadores para diversos tipos de ligações, também ajustava a curva experimental por três métodos analíticos, fornecendo todas as informações necessárias à análise de estruturas com nós semi-rígidos.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> LIONBERGER(1967). Statics and dinamics of building frames with non-rigid connections. PhD thesis, Stanfort University *apud* JONES *et al.* (1983)

O início da década de 90 ficou marcado pelos trabalhos de BARAKAT & CHEN (1990), onde é apresentado um procedimento simplificado para análise elástica em teoria de segunda ordem de pórticos planos com ligações semi-rígidas; e pelo trabalho de BJORHOVDE *et al.* (1990), que apresentaram um esquema para classificação das ligações em função da rigidez, resistência e da ductilidade que elas apresentavam. Merecem destaque também os trabalhos de COLSON (1991), onde é apresentado um procedimento teórico para a obtenção da curva M-\u03c6 de ligações viga-coluna, e de BAHHARI & SHERBOURNE (1994), que modelaram ligações com chapa de topo pelo método dos elementos finitos.

Nos últimos anos foram apresentados os trabalhos de KIM & CHEN (1996), que discutem "procedimentos avançados" para análise de pórticos com nós semi-rígidos, BAHAARI & SHERBOURNE (1996), que realizaram simulações numéricas de ligações com chapa de topo com elementos finitos tridimensionais, MULAS (1996a,1996b), que propôs um modelo teórico para representação do comportamento de ligações viga-coluna, e KISHI *et al.* (1997), que propuseram um procedimento para determinação do comprimento efetivo de flambagem de colunas em pórticos semi-rígidos deslocáveis.

#### 2.2 - Histórico e evolução das pesquisas realizadas no Brasil

Em 1990 foi desenvolvido no Brasil o primeiro trabalho sobre pórticos de aço com ligações semi-rígidas. Campos Jr. (1990) discutiu a análise de pórticos planos de aço com ligações semi-rígidas e apresentou um programa computacional com vários modelos de descrição do comportamento das ligações.

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> SOMMER, W.H. (1969). Behaviour of welded header plate connections. Ontaio. Master thesis. University of Toronto. *apud* RIBEIRO (1997).

Logo em seguida surgiram os trabalhos de PRELOURENTZOU (1991), que estudou ligações com dupla cantoneira de alma e com chapa de topo, RODRIGUES (1991), que estudou pórticos planos com ligações semirígidas, e QUEIROZ (1992), que estudou o comportamento de ligações rígidas entre perfis I com almas coplanares.

Posteriormente surgiram os trabalhos de SÁLES (1995), que retomou a discussão sobre as ligações estudadas por PRELOURENTZOU (1991) e propôs um modelo simplificado para avaliação da rigidez de conexões com dupla cantoneira de alma. Neste mesmo ano QUEIROZ (1995) desenvolveu um estudo experimental de ligações soldadas.

Também neste mesmo ano, RODRIGUES *et al.* (1995) realizaram um estudo não-linear de pórticos planos com ligações semi-rígidas, e HELMAN & QUEIROZ (1995) simularam via elementos finitos o comportamento de ligações com chapa de topo.

Nos últimos anos surgiram os trabalhos de FAKURI *et al.* (1997), que analisaram estruturas de aço com nós semi-rígidos, e os trabalhos de SOARES FILHO & SAHILIT (1997a,b), que realizaram estudos dinâmicos em estruturas reticuladas com nós semi-rígidos.

#### 2.3 - Algumas considerações sobre a revisão bibliográfica

Como se pôde perceber, os trabalhos realizados nos últimos anos têm basicamente os mesmos objetivos daqueles realizados no início do século. A continuidade dessas pesquisas, seja por meios teóricos ou experimentais, revela um crescente interesse em se conhecer melhor o comportamento das conexões, e determinar qual a sua influência no desempenho estrutural. A pesquisa mundial sobre ligações semi-rígidas e sua influência na estrutura intensificou-se nos últimos, é o que mostra o gráfico a seguir, no qual apresenta-se uma estimativa da quantidade de artigos publicados nas diversas revistas técnicas da área de engenharia de estruturas, em várias fases deste século.



Gráfico 2.1: estimativa quantidade trabalhos sobre ligações semi-rígidas publicados no período de 1917 à 1997

A intensificação das pesquisas nas últimas duas décadas pode ser atribuída à uma reestruturação do pensamento mundial sobre o comportamento e a concepção das estruturas de aço, e à modernização dos meios de pesquisa, pois, o estágio tecnológico atual permite realizar estudos teóricos e experimentais antes impossíveis de serem realizados.

Uma característica marcante das pesquisas realizadas até agora está no fato de que a grande maioria dos pesquisadores investigou a influência das ligações no comportamento de pórticos planos, o que se justifica pela facilidade em analisar estruturas desse tipo, e porque um problema tridimensional, pode, em muitos casos, ser analisado através de uma associação equivalente de problemas planos.

O último ponto a ser observado refere-se às duas abordagens pelas quais as ligações são estudadas. A primeira delas refere-se à ligação em si, à sua modelagem e aos critérios de dimensionamento; neste tipo de estudo o trabalho experimental ocupa lugar de destaque, pois representa um maneira segura e expedita de abordar a ligação. A segunda abordagem refere-se à interação da ligação com o restante da estrutura, e nesta área as pesquisas receberam um considerável grau de sofisticação. Atualmente é relativamente comum no meio científico falar-se em análise dinâmica, análise em teoria de segunda ordem e em vários outros critérios que sofisticam a análise estrutural. Tudo isso tem sido aplicado à análise de estruturas de aço com ligações semi-rígidas e resultados significativos têm sido obtidos.

## Capítulo 3

### Classificação das Ligações

#### 3.1 - Considerações Gerais

Nos últimos anos vários critérios de classificação das ligações foram apresentados. Merecem destaque os trabalhos de STARK & BIJLAARD (1988) e BJORHOVDE *et al.* (1990), que propuseram métodos de classificação bastante difundidos no meio técnico-científico.

As normas AISC/ASD (1978), AISC/LRFD (1986), AISC/ASD (1989) e EUROCODE 3 (1992) também apresentam critérios de classificação que têm servido de base para diversos estudos, entre os quais pode-se citar GOTO & MIYASHITA (1995) e GOMES & NEVES (1996).

Este capítulo apresenta uma revisão dos principais sistemas de classificação das ligações, e apresenta conceitos que serão utilizados nos capítulos seguintes.
## 3.2 - Classificação do AISC/ASD (1978)<sup>1</sup>

Conforme a rigidez que imponham à estrutura, a norma americana AISC/ASD (1978), classifica as ligações em estruturas de aço em três categorias:

i) ligações rígidas;

- ii) ligações flexíveis (também conhecidas como articuladas);
- iii) ligações semi-rígidas;

onde cada tipo pode ser assim definido:

i) ligação rígida: teoricamente é o tipo de conexão que impede completamente a rotação relativa entre as peças. Em termos práticos uma ligação é considerada rígida se restringir no mínimo 90% da capacidade de rotação. Este tipo de conexão sugere que a deformação no nó é extremamente pequena, de forma a não influenciar a distribuição de momentos nas vigas e colunas.

ii) ligação flexível: admite-se que neste tipo de ligação não existe nenhuma restrição à rotação. São confeccionadas de forma a fornecerem a maior rotabilidade possível. Na prática admite-se que a ligação é flexível se após a aplicação do carregamento ela atingir no mínimo 80% da rotação esperada teoricamente. Também são chamadas de ligações simples, rotuladas ou articuladas.

iii) **ligação semi-rígida**: compreende os tipos de conexões onde a rotação relativa entre as peças varia entre 20 e 90% da rotação que poderia haver se a ligação fosse perfeitamente flexível. O emprego deste tipo de ligação requer que o projetista conheça a relação momento-rotação da

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> AISC/ASD (1978) apud RIBEIRO (1997)

ligação e que a incorpore na análise estrutural, pois neste caso a rotação da conexão interfere na distribuição de esforços da estrutura.

A figura 3.1 ilustra o comportamento momento-rotação desses três tipos de ligações e dos dois tipos ideais freqüentemente considerados em projetos.



Figura 3.1: classificação das ligações em função da rigidez

De acordo com esta classificação a maioria das ligações pode ser enquadrada dentro da categoria de semi-rígidas (JONES *et al.* (1983)). Segundo PRELOURENTZOU (1991) apenas os tipos em que os elementos são soldados diretamente uns aos outros podem ser considerados rígidos, e apenas os tipos ligados por um pino podem ser considerados rotulados.

Esta é a forma de classificação mais popular no meio técnico, e foi mantida nas versões seguintes desta norma.

## 3.3 - Classificação do AISC/LRFD (1986)

O AISC/LRFD (1986) introduziu uma outra forma de classificação, desta vez resumindo as ligações em apenas dois tipos:

Tipo FR (fully restrainded): Ligações completamente restringidas Tipo PR (partially restrained): Ligações parcialmente restringidas

O tipo FR abrange as ligações do tipo 1 (ligações rígidas) do AISC/ASD (1978). O tipo PR abrange as ligações dos tipos 2 e 3.

Esta abordagem permite classificar em uma única categoria as ligações que possuem rigidez insuficiente para manter constante o ângulo original entre as peças conectadas, e cujas deformações influenciam o comportamento estrutural.

## 3.4 - Classificação de STARK & BIJLAARD (1988)

STARK & BIJLAARD (1988) propuseram um método de classificação das ligações fundamentado no método de projeto empregado, que pode ser plástico ou elástico.

Para o projeto na fase elástica a classificação baseia-se no nível de rigidez imposto pela ligação, recaindo na divisão indicada pelo AISC/ASD (1978).

Para o projeto na fase plástica, STARK & BIJLAARD (1988) classificam as ligações em três tipos:

 i) ligações nominalmente rotuladas: projetadas apenas para transferir esforços normais e cortantes. Devem ter capacidade de rotação suficiente para permitir a formação de todas as rótulas plásticas necessárias ao mecanismo de colapso; ii) ligações completamente resistentes: devem ter resistência ao momento fletor maior que a dos membros conectados, de modo a fazer com que as rótulas plásticas surjam nos membros e não na ligação.
 Teoricamente este tipo de ligação não apresenta nenhuma capacidade de rotação;

iii) **ligações parcialmente resistentes**: não devem ter resistência de cálculo menor que aquela necessária para transmitir as forças e momentos calculados, mas esta resistência pode e deve ser menor que a resistência do membro conectado, de forma que a formação da rótula plástica ocorra na ligação e não no elemento conectado. Este tipo de ligação requer uma capacidade de rotação adequada à formação da rótula plástica.

## 3.5 - Classificação de BJORVHODE et al. (1990)

BJORVHODE *et al.* (1990) propôs um sistema adimensional para classificação de ligações viga-coluna em termos de rigidez, resistência e capacidade de rotação, utilizando como base os resultados de testes experimentais.

O sistema desenvolvido compara a rigidez da ligação com a rigidez da viga, utilizando um parâmetro denominado comprimento de referência, que é escolhido de forma que a rigidez da viga iguale-se à rigidez da ligação. O comprimento de referência equivale a cinco vezes a altura da viga.

A idéia principal do método é classificar as ligações nas categorias rígidas, semi-rígidas e flexíveis, e mostrar em um gráfico as regiões que delimitam cada uma dessas classificações. Para isso, a curva  $M-\emptyset$  é representada simplificadamente através de dois trechos lineares como mostra a figura a seguir:



Figura 3.2: simplificação da curva M-Ø admitida por BJORVHODE et al. (1990)

Na figura acima, a linha inclinada representa a rigidez secante da ligação, e  $M_u$  e  $\emptyset_u$  são, respectivamente, a capacidade última da conexão e sua rotação correspondente.

O esquema de classificação de BJORVHODE *et al.* (1990) encontrase resumido na figura a seguir.



Figura 3.3: classificação de BJORVHODE et al. (1990)

Os parâmetros adimensionais apresentados na figura anterior, são assim definidos:

$$\overline{m} = \frac{M}{M_P}$$
 e  $\overline{f} = \frac{f}{f_P}$ 

onde:

 $\overline{m}$  = parâmetro adimensional de momento fletor

 $\overline{f}$  = parâmetro adimensional de rotação

M = momento fletor

 $\emptyset$  = rotação relativa da ligação

M<sub>P</sub> = momento de plastificação total da viga

 $\emptyset_{\mathsf{P}}$  = rotação da extremidade da viga no regime elástico-linear. É definido como  $f_p = \frac{M_p}{\frac{EI}{5d}}$ , onde 5d é o comprimento de referência da viga.

Segundo CHEN & TOMA (1994) a classificação de BJORVHODE *et al.* (1990) pode ser entendida da seguinte forma:

i) ligação rígida, se

em termos de resistência:  $\overline{m} \ge 0.7$ em termos de rigidez:  $\overline{m} \ge 2.5\overline{\theta}$ 

ii) ligação semi-rígida, se

em termos de resistência:  $0.7 > \overline{m} > 0.2$ em termos de rigidez:  $2.5\overline{0} > \overline{m} > 0.5\overline{0}$ 

iii) ligação flexível, se

em termos de resistência:  $\overline{m} \le 0.2$ em termos de rigidez:  $\overline{m} \le 0.5\overline{0}$  A capacidade de rotação da ligação pode ser determinada pela expressão simplificada indicada abaixo,

$$\overline{m} = \frac{\left(5, 4 - 2\overline{f}\right)}{3}$$

obtida com base no conceito do comprimento de referência e em dados experimentais.

## 3.6 - CLASSIFICAÇÃO DO EUROCODE 3 (1992)

O EUROCODE 3 (1992) também apresenta uma classificação para as ligações. A princípio é apresentado uma classificação geral baseada em critérios de rigidez e resistência, e em seguida uma classificação específica para ligações viga-coluna baseada nos mesmos critérios.

Em termos de rigidez a classificação é semelhante à adotada pelo AISC/ASD (1978); em termos de resistência, a classificação é a mesma proposta por STARK E BIJLAARD (1987) para projetos que utilizam o método plástico.

A proposta do EUROCODE 3 para classificação das ligações em função da rigidez consiste nos seguintes aspectos:

- Em função da rigidez, as ligações viga-coluna podem ser classificadas como: nominalmente rotuladas, rígidas e semirígidas;
- Uma ligação viga-coluna pode ser classificada como rígida ou nominalmente rotulada com base em evidências experimentais ou na experiência com casos similares que tiveram performances satisfatórias.

 Uma ligação viga-coluna pode ser classificada como nominalmente rotulada se sua rigidez rotacional S<sub>i</sub> satisfizer a condição

$$S_{j} \leq \frac{EI_{b}}{2L_{b}}$$

onde S<sub>j</sub> e a rigidez secante da ligação I<sub>b</sub> é o momento de inércia da viga conectada

L<sub>b</sub> é o comprimento da viga conectada

- Uma conexão viga-coluna em um pórtico contraventado, quando comparada à viga conectada, pode ser considerada rígida se suas características momento-rotação situarem-se acima da linha cheia do diagrama da figura 3.4 (a);
- 5) Se as características momento-rotação situarem-se abaixo da linha cheia da figura 3.4, a ligação deve ser considerada semirígida, a não ser que também satisfaça os requisitos para ser classificada como nominalmente rotulada.
- 6) Ligações que são classificadas como rígidas ou nominalmente rotuladas podem opcionalmente ser tratada como semi-rígidas.



Figura 3.4: classificação EUROCODE 3 (1992)

Para efeito desta classificação, a curva M- $\phi$  da ligação é obtida em função dos parâmetros adimensionais  $\overline{m}$  e  $\overline{f}$  da seguinte forma:

a) Para pórticos não-contraventados

quando 
$$\overline{m} \le \frac{2}{3} \implies \overline{m} = 25\overline{f}$$
  
quando  $\frac{2}{3} < \overline{m} \le 1 \implies \overline{m} = (25\overline{f} + 4)/7$ 

b) Para pórticos contraventados

quando 
$$\overline{m} \le \frac{2}{3} \implies \overline{m} = 8\overline{f}$$
  
quando  $\frac{2}{3} < \overline{m} \le 1 \implies \overline{m} = (20\overline{f} + 3) / 7$ 

 $\overline{m}$  e  $\overline{f}$  são definidos como

$$\overline{m} = \frac{M}{M_p}$$
 e  $\overline{f} = \frac{EI_b f}{L_b M_p}$ 

onde as grandezas envolvidas são as mesmas da classificação de BJORHVODE *et al.* (1990).

GOTO *et al.* (1995) revisou a classificação apresentada pelo EUROCODE 3 (1992) e comparou com a classificação proposta por BJORVHODE *et al.* (1990). Os estudos numéricos realizados indicaram que o contorno sugerido por BJORVHODE *et al.* (1990) é menos restritivo que o fornecido pelo EUROCODE 3 (1992), especialmente em termos da capacidade de momento das ligações. Segundo GOTO *et al.* (1995), para que a ligação seja classificada como rígida, o método de BJORVHODE *et al.* (1990) sugere que a capacidade de momento da ligação seja 70% do momento de plastificação total da viga conectada, enquanto o EUROCODE 3 (1992) exige 100%. Em contrapartida, devido a esta capacidade de momento reduzida, o contorno especificado por BJORVHODE *et al.* (1990) pode não assegurar o comportamento de pórtico rígido em alguns casos.

## Capítulo 4

# Alguns Aspectos do Comportamento das Ligações

## 4.1 - Considerações iniciais

"As ligações em estruturas de aço são a origem de descontinuidades geométricas e mecânicas, que introduzem efeitos localizados e imperfeições que interferem no comportamento global da estrutura, e por isso devem ser estudadas de modo rigoroso, não só do ponto de vista de fabricação e montagem, mas também do ponto de vista da função estrutural." (COLSON (1991), p. 213).

O comportamento das ligações e sua interação com a estrutura é um problema extremamente complexo. Embora muitas pesquisas tenham sido empreendidas nos últimos anos no sentido de compreender melhor esse comportamento, inúmeras perguntas permanecem sem respostas ou ainda não foram respondidas satisfatoriamente. Esta é a razão pela qual se realizam estudos teóricos e experimentais há quase um século, e a perspectiva seja continuá-las por um tempo ainda indefinido.

## 4.2 - Sobre o comportamento das ligações

Estudos realizados para caracterização do comportamento momentorotação das ligações demonstraram a existência de um comportamento fortemente não-linear. Tal comportamento ocorre em função da perda da rigidez da ligação a medida que a solicitação é incrementada. A explicação física desse fenômeno é atribuída a diversos fatores, entre os quais pode-se citar:

- a) largura e comprimento das vigas conectadas;
- b) presença de tensões residuais oriundas de operações de soldagem e recorte;
- c) alta concentração de tensões nas regiões dos furos e deformações em parafusos;
- d) distância entre os centros dos furos dos parafusos e dimensões dos filetes de solda;
- e) espessuras das cantoneiras, chapas e demais dimensões dos elementos de ligação;
- f) plastificação dos elementos de ligação devido ao giro da viga;
- g) rigidez devida à coluna;
- h) flambagem local das abas da viga;
- i) contato entre a viga e a coluna durante a deformação;
- j) imperfeições geométricas.

Embora esta não-linearidade realmente exista e deva ser considerada em muitos casos, muitos pesquisadores afirmam que é possível adotar um comportamento linear dentro das condições de serviço, uma vez que dentro desta região a relação momento-rotação é aproximadamente linear. "Em certos estágios, uma completa definição da relação M-φ pode não ser necessária, e uma estimativa da rigidez inicial (inclinação inicial da curva M-φ) é suficiente. Por exemplo, sob cargas gravitacionais e variações da ação do vento correspondentes à resposta nominal elástica da estrutura, a análise estrutural usando uma variação linear da rigidez das ligações pode ser adequada. Sob condições extremas de solicitação, tais como as impostas por eventos de natureza sísmica, a adoção do comportamento não-linear da curva M-φ é exigida para avaliar o desempenho estrutural." (RADZIMINSKI & AZIZINAMINI (1988), p. 33).

Segundo CUNINGHAN(1990), em condições normais esta nãolinearidade pode não influenciar o desempenho global da estrutura, deixando de interferir em fatores como deslocamentos nodais, esforços internos e limites de resistência.

## 4.3 - Modelagem Analítica do Comportamento das Ligações

A incorporação do comportamento das ligações na análise estrutural requer uma representação matemática das curvas M-φ, ou outro critério para determinação da rigidez ou flexibilidade da conexão. Isto pode ser feito através de modelagem numérica por elementos finitos, como sugerido por CAMPOS Jr. (1990), CHEN & TOMA (1994) e RIBEIRO (1997), ou aplicando técnicas de ajuste de curva aos resultados experimentais. Também é bastante comum o desenvolvimento de modelos teóricos, empíricos e semi-empíricos, que na grande maioria dos casos são comparados e calibrados por estudos experimentais.

Apresenta-se a seguir um breve resumo de alguns modelos propostos no últimos anos. Como será visto, a investigação experimental teve uma função preponderante na proposição de cada um deles.

#### 4.3.1 - Modelo linear

Adota um comportamento elástico-linear para a relação M- $\phi$ . É a forma mais simples que pode ser adotada para considerar a influência da flexibilidade das ligações na análise estrutural.

O gráfico 4.1 mostra a curva experimental de uma ligação viga-coluna com chapa de topo parafusada ensaiada por RIBEIRO (1997), e uma aproximação linear desta curva.



Gráfico 4.1 : desempenho do modelo linear em relação à curva experimental

Este modelo apresenta como grande vantagem a extrema facilidade de uso, pois utiliza a rigidez inicial da ligação para representar todo o comportamento da conexão. Contudo, à medida que a solicitação aumenta o modelo torna-se menos preciso e superestima a capacidade da ligação.

#### 4.3.2 - Modelo bi-linear

Foi criado para melhorar os resultados do modelo linear. Também apresenta grande facilidade de uso e descreve a curva M-\u03c6 de uma forma

mais precisa que o modelo linear. O gráfico a seguir mostra a curva experimental anterior, aproximada desta vez por dois trechos lineares.



Gráfico 4.2 : desempenho do modelo bi-linear em relação à curva experimental

Também é comum a aproximação de curvas experimentais por vários trechos lineares, como cita CUNNINGHAM (1990).

#### 4.3.3 - Modelo Polinomial

Foi desenvolvido por SOMMER<sup>1</sup> em 1969 para descrever o comportamento de ligações com chapa de topo, e posteriormente generalizado por FRYE e MORRIS em 1975 para outros tipos de ligações. Segundo CHEN & TOMA (1994) este é o modelo mais popular entre os diversos disponíveis na literatura técnica.

A idéia básica consiste em aproximar a curva experimental através de uma função polinomial que apresenta a seguinte forma:

$$\phi = C_1(kM) + C_2(kM)^3 + C_3(kM)^5$$
(4.1)

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> SOMMER, W. H. (1969). Behavior of welded header plate connections. M.S. Thesis, University of Toronto, Ontario. *apud* JONES *et al.* (1983)

onde k é um parâmetro de padronização que depende do tipo e das características geométricas da ligação, e os coeficientes  $C_1$ ,  $C_2$  e  $C_3$ , constantes obtidas por técnicas de ajuste de curva. A tabela a seguir fornece os parâmetros das funções polinomiais de FRYE & MORRIS (1975) para diversos tipos de ligações.

Tipo de ligação	Constantes de	Parâmetro de
	ajuste de curva	padronização
com uma cantoneira	$C_1 = 4,28 \times 10^{-3}$	
de alma	$C_2 = 1,45 \times 10^{-9}$	$k = d_a^{-2,4} t_a^{-1,84} g^{0,15}$
	$C_3 = 1,51 \times 10^{-16}$	
com dupla cantoneira	$C_1 = 3,66 \times 10^{-4}$	
de alma	$C_2 = 1,15 \times 10^{-6}$	$k = d_a^{-2,4} t_a^{-1,84} g^{0,15}$
	$C_3 = 4,57 \times 10^{-8}$	_
com cantoneiras de topo	$C_1 = 2,23 \times 10^{-5}$	
e assento e dupla	$C_2 = 1,85 \times 10^{-8}$	$k = d^{-1,287} t^{-1.128} t_c^{-0,415} l^{-0,694}$
		g <sup>1.35</sup>
cantoneira de alma	$C_3 = 3,19 \times 10^{-12}$	_
com cantoneiras de topo	$C_1 = 8,46 \times 10^{-4}$	
e assento	$C_2 = 1,01 \times 10^{-4}$	$k = d^{-1,5} t^{-0,5} l_{a}^{-0,7} d_{b}^{-1,1}$
	$C_3 = 1,24 \times 10^{-8}$	
com chapa de topo	$C_1 = 1,83 \times 10^{-3}$	
estendida sem	$C_2 = -1,04 \times 10^{-4}$	$k = d_g^{-2.4} t_p^{-0.4} t_f^{-1.5}$
enrijecedores de alma	$C_3 = 6,38 \times 10^{-6}$	
com chapa de topo	$C_1 = 1,79 \times 10^{-3}$	
estendida com	$C_2 = -1,76 \times 10^{-4}$	$k = d_g^{-2.4} t_p^{-0.4}$
enrijecedores de alma	$C_3 = 2,04 \times 10^{-4}$	
	$C_1 = 2,10 \times 10^{-4}$	
T-stub	$C_2 = 6,2 \times 10^{-6}$	$k = d^{-1,5} t^{-0,5} l_t^{-0,7} d_b^{-1,1}$
	$C_3 = -7,6 \times 10^{-9}$	
com chapa de topo	$C_1 = 5,10 \times 10^{-5}$	
soldada à alma da viga	$C_2 = 6,20 \times 10^{-10}$	$k = t_p^{-1.6} g^{1.6} d_p^{-2.3} t_w^{-0.5}$
	$C_3 = 2,10 \times 10^{-13}$	

	Tabela 4.1: parâmetros	das funções	polinomiais d	le FRYE & MORRIS (	1975)
--	------------------------	-------------	---------------	--------------------	-------

fonte: CHEN & TOMA(1994)

Os termos que aparecem nos parâmetros de padronização das ligações (k) estão definidos na figura a seguir:



Ligações com cantoneiras de topo e assento com e sem dupla cantoneira de alma



Ligações com chapa de topo com e sem enrijecedores de alma



Figura 4.1: parâmetros do modelo de FRYE & MORRIS (1975) (fonte: CHEN & TOMA (1994)

A aplicação deste modelo no Brasil torna-se muito limitada, pois as expressões da tabela 4.1 foram calibradas por ensaios em perfis estrangeiros, que por enquanto permanecem sem similares no mercado nacional, e as constantes das funções foram ajustadas no sistema inglês de unidades, o que exige que este mesmo sistema seja empregado na análise estrutural, ou que seja criado um dispositivo adequado de conversão de unidades.

O gráfico a seguir apresenta a curva experimental de uma ligação viga-coluna com dupla cantoneira de alma ensaiada por RATHBUM(1936)<sup>2</sup>, aproximada pelo modelo polinomial:



Gráfico 4.3: desempenho do modelo polinomial em relação à curva experimental

Este modelo só é capaz de descrever o comportamento da conexão até um certo limite do carregamento, a partir do qual começa a apresentar grandes discrepâncias em relação à curva experimental, além disso, outro aspecto desagradável deste modelo é que alguns valores de momento

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> RATHBUN, J.C. (1936). Elastic properties of riveted connections, Trans. ASCE, paper No. 1933, 101, p. 524-563. Apud CHEN & TOMA (1994)

conduzem a inclinações negativas na curva, implicando na existência de uma rigidez negativa para a ligação, o que é fisicamente impossível.

#### 4.3.4 - Modelo b-spline cúbico

As técnicas de b-spline cúbico para ajustamento de curva foram utilizadas por JONES *et al.* (1980) para contornar as deficiências do modelo polinomial; conseguiu-se com isso evitar o problema da tangente negativa e melhorar bastante a aproximação da curva.

A aplicação deste método requer a subdivisão da curva experimental em pequenos intervalos, que são ajustados por uma função do terceiro grau de forma que a primeira e segunda derivadas sejam contínuas entre os intervalos adjacentes. Estas condições garantem curvas suaves e contínuas que aproximam-se bastante das curvas experimentais. O gráfico a seguir mostra uma curva experimental ajustada por este modelo.



fonte: JONES et al. (1980)

Gráfico 4.4: desempenho do modelo b-spline cúbico em relação à curva experimental

Embora este método forneça aproximações bastante precisas, tem o inconveniente de exigir um elevado número de dados experimentais para o ajustamento da curva.

#### 4.3.5 - Modelo exponencial e exponencial modificado

O modelo exponencial foi elaborado por LUI e CHEN em 1985, e modificado por KISHI e CHEN em 1986, passando então a ser chamado de "modelo exponencial modificado". Ambos representam o comportamento das ligações através de equações exponenciais, obtidas por ajustamento de curvas pela técnica dos mínimos quadrados.

O modelo exponencial modificado é representado por uma função da forma

$$M = M_0 + \sum_{j=1}^{m} C_j \left[ 1 - \exp\left(-\frac{|\mathbf{q}_r|}{2j\mathbf{a}}\right) \right] + \sum_{k=1}^{n} D_k \left( |\mathbf{q}_r| - |\mathbf{q}_k| \right) H[|\mathbf{q}_r| - |\mathbf{q}_k|]$$
(4.2)

onde:

M<sub>0</sub> = momento inicial na ligação

 $\alpha$  = fator de escala

 $C_j$ ,  $D_k$  = coeficientes de ajuste de curva

- $\theta_k$  = rotação inicial da k-ésima componente linear da curva experimental M- $\theta_r$
- $H[\theta] = função de ponderação, sendo H[\theta] = 1, quando <math>\theta \ge 0$ , e  $H[\theta] = 0$ , quando  $\theta < 0$ .

O gráfico a seguir ilustra o comportamento do modelo exponencial modificado em relação à curva experimental apresentada anteriormente com o modelo polinomial.



Fonte: CHEN & TOMA (1994)

Gráfico 4.5: desempenho do modelo exponencial modificado em relação à curva experimental

O inconveniente deste modelo, assim como no modelo com b-spline cúbico, é que sua aplicação depende da disponibilidade de numerosos dados experimentais, o que nem sempre está disponível na prática normal dos escritórios de engenharia.

## 4.3.6 - Modelo dos três parâmetros<sup>3</sup>

O modelo dos três parâmetros foi proposto por KISHI & CHEN (1990) e, como o próprio nome diz, representa o comportamento das ligações através de três parâmetros; são eles:

- i) rigidez inicial da ligação (R<sub>ki</sub>);
- ii) capacidade última de momento na ligação (M<sub>u</sub>);
- iii) fator de forma (n).

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> do inglês "Three-parameter power model"

A relação momento-rotação da ligação é representada pela seguinte expressão:

$$M = \frac{R_{ki}\boldsymbol{q}}{\left\{1 + \left(\frac{\boldsymbol{q}}{\boldsymbol{q}_0}\right)^n\right\}^{1/n}}$$
(4.3)

onde  $\theta_0$  é chamado de rotação plástica de referência e é dado por:  $\theta_0 = M_u/R_{ki.}$ 

Este modelo pode ser aplicado a qualquer tipo de ligação, bastando para isso que sejam avaliados de forma teórica ou experimental os três parâmetros que o caracterizam. O fator de forma (n), segundo CHEN & TOMA (1994), pode ser obtido aplicando-se o método dos mínimos quadrados às diferenças entre as curvas teórica e experimental.

O gráfico a seguir mostra o comportamento do modelo dos três parâmetros em relação à curva experimental apresentada no modelo polinomial e exponencial modificado:



Fonte: CHEN & TOMA (1994)

Gráfico 4.6: desempenho modelo dos três parâmetros em ralação à curva experimental

Segundo CHEN & TOMA(1994), este modelo é bastante apropriado para análises não-lineares, pois a rigidez tangente e a rotação da conexão podem ser obtidas diretamente da expressão do modelo, sem a necessidade de processos interativos adicionais.

#### 4.3.7 - Modelo de RADZIMINSKI & AZIZINAMINI (1988)

RADZIMINSKI & AZIZINAMINI (1988) apresentaram um modelo semi-empírico para previsão do comportamento de ligações com cantoneiras de topo e assento e dupla cantoneira de alma. Foram ensaiados dezoito protótipos com diferentes dimensões e os resultados foram utilizados na determinação de uma função polinomial que aproximasse o comportamento M-\u00f6 da ligação.

Foi empregado um método semelhante ao usado por SOMMER (1969)<sup>4</sup>, porém com algumas modificações para evitar o problema da tangente negativa.

A expressão geral do modelo de RADZIMINSKI & AZIZINAMINI(1988) é idêntica a do modelo de SOMMER (1969), e, consequentemente, idêntica a do modelo de FRYE & MORRIS (1975) como é mais conhecida:

$$\theta = C_1(kM) + C_2(kM)^3 + C_3(kM)^5$$
(4.4)

onde:

 $\theta$  = rotação da extremidade da viga em relação a face do pilar

M = momento desenvolvido na ligação viga-coluna

C<sub>i</sub> = coeficientes determinados empiricamente

$$k = P_1^{\alpha 1} P_2^{\alpha 2} \dots P_n^{\alpha n}$$
onde:

<sup>4</sup> SOMMER, W. H. (1969). Behavior of welded header plate connections. M.S. Thesis, University of Toronto, Ontario. *apud* RADZIMINSKI & AZIZINAMINI(1988).

- P<sub>i</sub> = parâmetros geométricos dos elementos que afetam o comportamento da ligação
- $\alpha_i$  = expoentes determinados empiricamente.

Empregando técnicas de ajuste de curva RADZIMINSKI & AZIZINAMINI (1988) obtiveram:

Valores de P<sub>i</sub>:

- P<sub>1</sub> = espessura das abas das cantoneiras de topo e assento;
- P<sub>2</sub> = altura da viga conectada;
- P<sub>3</sub> = espessura das abas das cantoneiras de alma junto à face do pilar;
- $P_4$  = comprimento da aba cantoneira de topo junto à face da viga;
- P<sub>5</sub> = g d<sub>b</sub>/2, onde g é a distância entre os cento dos parafusos nas cantoneiras de topo e assento e d<sub>b</sub> o diâmetro nominal dos parafusos.

Valores de  $\alpha_i$ :

α <sub>1</sub> = -1,1280877	$\alpha_4 = -0,9412158$
α <sub>2</sub> = -1,2870455	$\alpha_5 = 1,34994572$
α <sub>3</sub> = -0,41454097	

Valores de C<sub>i</sub>:

 $C_1 = 0,2232427 \times 10^{-4}$  $C_2 = 0,1850728 \times 10^{-7}$  $C_3 = 0,3188976 \times 10^{-11}$ 

Como no modelo de FRYE & MORRIS (1975), essas constantes também foram obtidas por ajuste de curva com unidades no sistema inglês,

e portanto, esse mesmo sistema deve ser utilizado quando este modelo for empregado.

Este modelo apresenta algumas limitações de utilização, que podem ser observadas na citada referência.

#### 4.3.8 - Modelo de HUMER & TSCHEMMERNEGG (1988)

Representa o comportamento das ligações através de várias molas que procuram considerar a flexibilidade da união da viga com a mesa do pilar (molas de ligação), a flexibilidade da região interna do pilar (molas de introdução), e as deformações por cisalhamento da alma do pilar na região entre as mesas da viga (molas de cisalhamento). A figura a seguir ilustra esse modelo:



Figura 4.2: Modelo HUMER & TSCHEMMERNEGG (1988)

As constantes de mola foram determinadas através de ensaios experimentais em perfis laminados europeus, e os resultados obtidos organizados em forma de tabela e utilizados na elaboração de um programa computacional para análise de estruturas aporticadas (QUEIROZ (1992)).

#### 4.3.9 - Modelo de QUEIROZ (1992)

O modelo de QUEIROZ (1992) surgiu de uma adaptação do modelo de HUMER & TSCHEMMERNEGG (1988). As molas de introdução e ligação foram substituídas por uma única mola, de flexibilidade igual a soma das duas anteriores, e a mola de cisalhamento foi substituída pela exigência de se definir a área da seção da coluna que reage à força cortante.



Figura 4.3: modelo de QUEIROZ (1992)

QUEIROZ (1992) elaborou um programa computacional que dimensiona ligações completamente soldadas e ligações com chapa de topo, e fornece, para a ligação dimensionada, as constantes de mola do modelo proposto. Posteriormente MONTEIRO(1997)<sup>5</sup> elaborou um programa computacional para análise de pórticos planos que cria automaticamente os nós conforme o modelo proposto por QUEIROZ(1992), determina as constantes de mola e efetua a análise estrutural.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> MONTEIRO, R.C. (1997). Análise de estruturas de aço com ligações semi-rígidas. Dissertação de mestrado. Escola de Engenharia de Universidade Federal de Minas Gerais. Apud Fakury (1997).

## 4.3.10 - Modelo de SÁLES (1995)

SÁLES (1995) forneceu uma expressão para determinação da rigidez de ligações com dupla cantoneira de alma, obtida através do esquema estático apresentado na figura a seguir:



Figura 4.4: modelo de SÁLES (1995)

Admitindo que o giro da ligação ocorria em torno da linha neutra da viga, que por simplificação foi admitida ser também a linha neutra das cantoneiras, SÁLES (1995) obteve por compatibilização dos deslocamentos que ocorriam na ligação e no esquema estático a seguinte expressão para cálculo da rigidez inicial da ligação:

$$k = \frac{EL^3 t^3}{21,84g^3}$$
(4.5)

onde:

E: módulo de elasticidade do aço

L: altura das cantoneiras

t: espessura da aba das cantoneiras

g: gabarito de furação da ligação (ver fig. 4.4).

#### 4.3.11 - Modelo de RODRIGUES et al. (1995)

RODRIGUES *et al.* (1995) apresentaram um modelo de ligação semirígida para análise de pórticos planos, esquematizada na figura abaixo:



Figura 4.5: modelo de RODRIGUES et al. (1995)

O modelo consiste em um elemento de pórtico plano de comprimento nulo e seis graus de liberdade (dois por nó). As molas fictícias tem as seguintes funções:

- i) k(θ), mola espiral de rigidez, simula o comportamento à flexão da ligação;
- ii) k(x), mola axial de rigidez, simula o comportamento axial da ligação;
- iii) k(y), mola axial de rigidez, simula o comportamento da ligação sob os esforços de cisalhamento.

Segundo RODRIGUES *et al.* (1995)), a interação dessas três molas reproduz o comportamento global da ligação, e tomando-se valores infinitos ou nulos para  $k(\theta)$ , pode-se simular ligações rígidas e rotuladas, respectivamente.

A fim de facilitar a análise, RODRIGUES *et al.* (1995) assumem valores infinitamente grandes para as rigidezes  $k(x) \in k(y)$ .

A rigidez rotacional,  $k(\theta)$ , é avaliada por técnicas de ajuste de curva bspline tensionada, que segundo RODRIGUES *et al.* (1995) fornece melhores resultados que o b-spline cúbico, mas que também tem o inconveniente de depender essencialmente de resultados experimentais.

#### 4.3.12 - MODELO DE COLSON (1991)

COLSON (1991) afirma que para carregamentos monotônicos as ligações comportam-se de forma regular, e que nessas condições as principais características da curva são a rigidez inicial (Si), que caracteriza o comportamento inicial da ligação, e o momento último (Mu), que é o valor assintótico da curva. Afirma também que é vantajoso utilizar esses dois parâmetros, pois estes podem ser avaliados a partir das propriedades geométricas e mecânicas dos componentes da ligação.

Neste modelo o comportamento momento-rotação é descrito por duas parcelas, uma elástica, caracterizada pela rigidez inicial da ligação, e outra inelástica, caracterizada pela influência das imperfeições e concentração de tensões na região da ligação.

Essas duas parcelas são avaliadas a partir de um esquema que considera a ligação como um sistema termodinâmico submetido a lentos efeitos mecânicos, efeitos estes produzidos apenas pelo momento fletor atuante no conjunto viga-coluna.

Considerando-se as energias internas e externas do sistema e a energia dissipada sob a atuação do carregamento, COLSON (1991) monta equações que analisadas sob as leis da termodinâmica conduzem à expressão 4.6:

$$\boldsymbol{f} = \frac{M}{k} \cdot \frac{1}{1 - m^a} \tag{4.6}$$

onde:  $m = \frac{M}{Mu}$ , e **a** é um fator avaliado experimentalmente que leva em consideração as imperfeições geométricas e concentração de tensões na ligação.

Na eq. 4.6 o termo *M/k* representa a fase elástica da ligação, e o restante representa a fase inelástica, através do parâmetro "**a**" e da relação entre o momento aplicado e o momento último.

COLSON (1991), apoiado em estudos experimentais define o parâmetro "a" da seguinte forma:

- ⇒ a = 1,5; para ligações completamente soldadas, onde as imperfeições são produzidas pelas tensões residuais de soldagem;
- ⇒ a = 2,5 ou 3,0; para ligações parafusadas sem controle de fabricação;
- ⇒ a = 4,0 ou 5,0; para ligações parafusadas com controle de fabricação.

Segundo COLSON(1991) a grande vantagem deste modelo está em depender de apenas um fator de calibração, que apresenta características simples e cujo sentido físico é garantido pelos princípios fundamentais da termodinâmica.

Como exemplo de aplicação desse modelo considere-se novamente a curva experimental do gráfico 4.1, onde pode-se admitir Si = 5.000.000kN.cm/rad e Mu = 14.000 kN.cm. Aplicando a expressão de COLSON (1991) com a = 4,0; 4,5 e 5,0; obtém-se o gráfico apresentado a seguir:



Gráfico 4.7: desempenho do modelo de COLSON(1991) em relação à curva experimental

Como mostra o gráfico, as curvas obtidas foram suaves e contínuas, e aproximaram-se bastante da curva experimental. Observa-se também que o modelo subestimou entre 4 e 7% a capacidade da ligação, diferença que não é muito significativa.

A precisão do modelo é mais influenciada pela precisão com que os parâmetros **Si** e **Mu** são determinados do que propriamente pelo valor de **a**, pois sua variação parece não ter muita influência na curva aproximada. Esses parâmetros podem ser avaliados teoricamente, através das propriedades geométricas e elementos da ligação, como observou COLSON (1991), ou podem ser obtidos de curvas experimentais.

#### 4.3.13 - Modelo de MULAS (1996a,b)

Admitindo a hipótese de que em ligações rígidas os momentos e forças axiais são transmitidos principalmente pelas mesas das vigas e as forças cortantes transmitidas principalmente pela alma, MULAS(1996) propõe o modelo mostrado na figura a seguir, onde **h** é a distância entre as linhas de eixo das mesas da viga, e **d**, a distância entre as linhas de eixo das mesas da coluna.



Figura 4.6: modelo de MULAS (1996)

As barras do modelo são consideradas elementos de treliça (submetidos apenas a esforços axiais), e representam a rigidez das mesas das vigas e colunas que chegam no nó.

O mecanismo resistente a esforços axiais e de flexão é representado pela treliça plana da figura 4.6. Conhecendo-se os deslocamentos u<sub>i</sub> e v<sub>i</sub>, determina-se o comportamento da ligação.

Nesse modelo o comportamento ao esforço cortante é avaliado pelo "deslizamento" que ocorre entre barras paralelas, e por isso foi adotado um mecanismo resistente constituído por um elemento retangular, de área **h.d** e espessura constante, entre as barras da treliça. Segundo KATO *et al.* (1988)<sup>6</sup> e BALLIO & YOUQUAN (1993)<sup>7</sup> essas hipóteses parecem satisfatórias até o colapso no interior da ligação.

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> KATO, B;CHEN, W.F.;NAKAO,M. (1988). Effects of joint-panel shear deformation on frames. Journal of constructional steel research, no. 10, p. 269-320, apud MULAS (1996).

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> BALLIO,G.YOUQUAN C. (1993). Na experimental research on beam-to-ccolumn joints: exterior connections, CTA, Giornate Italiane della Construzione in Acciaio, Oct., p.110-120 apud MULLAS(1990)

MULAS (1996a,b) desenvolveu o equacionamento do modelo e o incorporou em um programa computacional para análise não-linear de pórticos planos. Foram realizados testes experimentais a fim de verificar a eficiência do modelo e concluiu-se que este apresentava boa concordância com os resultados experimentais.

#### 4.3 - Comentários sobre os modelos apresentados

Os modelos citados até agora mostraram de forma genérica o procedimento que normalmente é empregado na elaboração de modelos para descrição do comportamento das ligações. Pode-se dizer que o procedimento consiste em obter expressões teóricas, empíricas ou semiempíricas, que representem aproximadamente os resultados experimentais. Para isso utilizam-se técnicas de ajuste de curva e diversos fatores de "calibração", como coeficientes de ajuste e fatores de escala. Como cita COLSON (1991), esses parâmetros em geral não tem significado ou base física, e são utilizados apenas para fazerem os modelos "funcionarem".

Embora a literatura apresente vários modelos para descrição do comportamento das ligações, muitos deles podem não ser aplicáveis às estruturas brasileiras, pois, como já foi dito anteriormente, foram propostos a partir de ensaios em perfis norte-americanos e europeus, cujas características são muito diferentes dos tipos brasileiros. O problema é que um parâmetro obtido em ensaios estrangeiros que serviu como calibração do modelo, pode não ter o mesmo efeito quando este for aplicado às estruturas brasileiras. Isto posto, a aplicação de modelos estrangeiros deve ser feita com reservas, pois estes podem exigir algumas adaptações ou mesmo uma reformulação para funcionarem adequadamente em situações diferentes daquelas em que foram propostos.

A pesquisa brasileira já produziu alguns trabalhos sobre ligações, e entre eles encontram-se os modelos propostos por QUEIROZ (1992), SÁLES (1995), e RODRIGUES *et al.* (1995). Entretanto, a aplicação de alguns desses modelos ainda é muito difícil, pois dependem da disponibilidade de numerosos dados experimentais para ajuste da curva, como é o caso do modelo de RODRIGUES *et al.* (1995), ou dependem de programas computacionais específicos, como é o caso do modelo de QUEIROZ (1995). O modelo de SÁLES(1995), embora simples e fácil de aplicar, ainda aguarda um estudo experimental que comprove sua eficiência.

#### 4.4 - Modelagem através do método dos elementos finitos

Como mostram KRISHNAMURTHY & GRADDY (1976), KUKRETI *et al.* (1987), BOSE *et al.* (1996), BAHAARI & SHERBOUNE (1996) e RIBEIRO (1997), o método dos elementos finitos (MEF) é uma alternativa viável para avaliação do comportamento de ligações em estruturas de aço.

A literatura que trata da simulação numérica de ligações viga-coluna via elementos finitos, aborda essencialmente as ligações com chapa de topo, é o caso, por exemplo, de todas as referências citadas anteriormente. Talvez a razão para isto esteja no fato de que as ligações com chapa de topo constituem um problema estrutural extremamente complexo e altamente indeterminado, no qual uma extensa variedade de parâmetros afetam seu comportamento (BOSE *et al.* (1996), p.316).

BOSE *et al.* (1996) e BAHAARI & SHOUBONE (1996) simularam ligações com chapa de topo sem enrijecedores de alma através de elementos finitos tridimensionais e, em ambos os casos, foram obtidos bons resultados. Os gráficos a seguir mostram resultados de ligações simuladas por BOSE *et al.* (1996) e BAHAARI & SHOUBONE (1996), respectivamente.



Gráfico 4.8: resultados obtidos por BOSE et al. (1996)



Gráfico 4.9: resultados obtidos por BAHAARI & SHERBOURNE (1996)

Os pontos do gráfico 4.11 com rótulo "Elementos Finitos 3D \*" foram obtidos por BAHHARI & SHERBOURNE(1996) em uma simulação que considerou apenas os deslocamentos da chapa de extremidade na região da mesa tracionada da viga. Os resultados obtidos foram muito bons e praticamente não diferiram daqueles obtidos com a análise mais complexa, onde considerou-se a influência de todos os componentes da ligação.

KUKRETI *et al.* (1987) aplicaram o MEF em um estudo paramétrico que visava determinar a influência no comportamento momento-rotação dos diversos parâmetros de ligações com chapa de topo. Foram realizadas simulações com elementos finitos de duas e três dimensões e testes experimentais que comprovaram a formulação desenvolvida. O tipo de ligação estudada está apresentado na figura a seguir:



Figura 4.7: ligação estudada por KUKRETI et al. (1987) (flush end plate)

Empregando unidades do sistema inglês, o estudo com elementos bidimensionais forneceu a função a seguir, que segundo KUKRETI *et al.* (1987) mostrou boa concordância com os resultados experimentais:

$$\phi = CM^{\beta} \tag{4.7}$$

onde:

$$\begin{split} \beta &= 1,356 \\ C &= (359 \times 10^{-6})(p_{f}^{2,227})(h)^{-2,616}(t_{w})^{-0,501}(t_{f})^{-0,038}(d_{b})^{-0,849}(g_{b})^{-0,519}(b_{p})^{-0,218}(t_{p})^{-1,539} \\ p_{f} &= \text{distância entre a linha de centro dos parafusos e o topo da viga} \\ h &= \text{altura da viga} \\ t_{w} &= \text{espessura da alma da viga} \end{split}$$
$$\begin{split} t_f &= espessura \ do \ flange \ da \ viga \\ d_b &= di \hat{a} metro \ nominal \ do \ parafuso \\ g_b &= dist \hat{a} ncia \ horizontal \ entre \ as \ linhas \ de \ centro \ dos \ parafusos \\ b_p &= largura \ da \ chapa \ de \ topo \\ t_p &= espessura \ da \ chapa \ de \ topo \end{split}$$

A comparação entre as simulações com elementos bidimensionais e tridimensionais indicou um comportamento mais flexível para o modelo tridimensional, o que pode ser atribuído as restrições adicionais que existem no modelo bidimensional, e inexistem nos protótipos ensaiados e no modelo tridimensional. A vantagem de se trabalhar com elementos bidimensionais, segundo KUKRETI *et al.* (1987), está no tempo de processamento, que normalmente é muito menor que o tempo gasto numa simulação tridimensional.

Os inconvenientes da aplicação do MEF na resolução desse tipo de problema são os custos financeiros envolvidos e o tempo gasto na simulação, pois simulações deste tipo normalmente requerem a utilização de programas comerciais sofisticados, que apresentam custo elevado e requerem cursos específicos para formação de usuários.

Existe a possibilidade de se elaborar um programa computacional que simule as ligações e, neste caso, o problema maior será o tempo necessário para concluí-lo, e dependo do grau de sofisticação desejado para as simulações o programador terá que resolver problemas matemáticos e computacionais extremamente complexos.

O emprego do MEF também deve ser feito com cuidado e, de preferência, os resultados obtidos devem ser comparados com os fornecidos por outros métodos e/ou com resultados experimentais, pois, em muitos casos, a discretização adotada, o elemento finito empregado e muitos outros fatores envolvidos na simulação podem conduzir a resultados equivocados.



# Modelo Teórico para Avaliação do Comportamento de Ligações Viga-Coluna com Chapa de Topo

# 5.1- Considerações iniciais

Apresenta-se neste capítulo um modelo teórico, calibrado e verificado por resultados experimentais, para previsão do comportamento momentorotação de ligações viga-coluna com chapa de topo. O modelo consiste em algumas equações para determinação da rigidez inicial e do momento último das ligações, para serem aplicadas juntamente com a equação de COLSON (1991), com a equação dos três parâmetros e com qualquer outra equação que utilize esses mesmos parâmetros para descrever o comportamento das ligações.

#### 5.2 - Resultados experimentais - base de referência

O modelo apresentado a seguir foi elaborado com base nos resultados experimentais obtidos por RIBEIRO (1997) no ensaio destrutivo de 6 protótipos com duas ligações cada um.

Os protótipos foram fabricados conforme figura abaixo, em aço ASTM A - 36 e parafusos A - 325.



Figura 5.1: arranjo dos protótipos ensaiados por RIBEIRO (1997)

Os elementos empregados nos ensaios e o gabarito de furação das ligações estão indicadas a seguir:

Protótipos	Viga	Coluna	Espessura da chapa de	diâmetro nominal dos
			topo	parafusos
1	VS 250 x 37	CVS 350 x 105	31,5 mm	16 mm
2	VS 250 x 37	CVS 350 x 105	25,0 mm	16 mm
3	VS 250 x 37	CVS 350 x 105	25,0 mm	16 mm
4	VS 250 x 37	CVS 350 x 105	22,4 mm	16 mm
5	VS 250 x 37	CVS 350 x 105	22,4 mm	16 mm
6	VS 250 x 37	CVS 350 x 105	19,0 mm	19 mm

Tabela 5.1: características dos protótipos ensaiadas por RIBEIRO (1997)



Figura 5.2: gabarito de furação das ligações ensaiadas por RIBEIRO (1997)

Os gráficos momento-rotação dessas ligações serão apresentados posteriormente, junto às curvas obtidas com o modelo proposto. Adianta-se, porém, que os protótipos 2 e 6 apresentaram problemas no ensaio, e por isso seus resultados não foram considerados no ajuste do modelo proposto.

## 5.3 - Avaliação da rigidez inicial

Em ligações viga-coluna é comum admitir-se que os momentos fletores e forças normais são transmitidos apenas pelas abas da viga, e o esforço cortante apenas pela alma (PRELORETZOU (1992); SÁLES (1995); MALITE(1995); MULAS(1996a); VALENCIANI (1997)).

Dessa forma, o momento fletor pode ser tratado como um binário cujas forças estão aplicadas no plano médio das abas da viga (PRELORETZOU(1992); SÁLES(1995)), como indica a figura a seguir:



Figura 5.3: modelo simplificado de transmissão de momentos em ligações viga-coluna

Outra convenção bastante empregada, é a de representar os elementos estruturais através de seus eixos, o que implica em assumir as ligações como elementos concentrados nas interseções desses eixos. Assim, quando o nó sofre uma rotação, admite-se que esta ocorre em torno desse ponto de interseção (JONES *et al.* (1983); FIELDING (1994)).



Figura 5.4: Giro do sistema viga-coluna

No caso de ligações perfeitamente rígidas, após a deformação do nó o ângulo de 90<sup>0</sup> entre as linhas de eixo dos elementos permanece o mesmo; porém tal comportamento não se verifica na prática, pois a ligação é deformável e também introduz um giro no nó (JONES *et al.*(1983); FIELDING (1994); SÁLES (1995)). Com isso, o giro total sofrido pelo sistema viga-coluna é dado pela equação 5.1: A avaliação da rigidez de uma ligação requer a determinação da parcela de giro introduzida apenas pela ligação sob a atuação do carregamento (RADMZIMINSKI & AZIZINAMINI (1988); FIELDING (1994); SÁLES (1995)), dessa forma:

$$\mathrm{Si} = \frac{\mathrm{M}}{\mathrm{\Phi}_{\mathrm{con}}} \tag{5.2}$$

onde **Si** é a rigidez da ligação, **M** é o momento fletor solicitante e  $\phi_{con}$  o giro sofrido pela ligação sob a atuação do momento M.



Figura 5.5: giro da ligação

Para ligações com chapa de topo pode-se admitir que o giro ocorre em torno do ponto de contato entre a coluna e a linha de eixo da aba inferior da viga (PRELORENTZOU (1992); RIBEIRO (1997)).

Com isso, para determinar o giro da conexão basta conhecer o afastamento da chapa de topo na altura da linha de eixo da aba superior da viga em relação a sua posição original, pois, tendo em vista que o momento pode ser decomposto em um binário, este é o ponto onde ocorrerá o maior afastamento da chapa. Com isso pode-se escrever:

$$f_{con} = \frac{d}{H - t_f}$$
(5.3)

onde:

 $\delta$  = afastamento da chapa no ponto de contato entre a coluna e a linha de eixo da aba superior da viga;

 $\mathbf{H} =$ altura da viga;

 $\mathbf{t}_{f}$  = espessura da aba da viga.

Para determinação de  $\delta$  pode-se partir do esquema estático indicado na figura a seguir, onde a chapa da ligação é representada por uma viga com apoios elásticos ao nível dos parafusos superiores, e uma articulação na linha de eixo da aba inferior da viga, onde supõe-se haver o giro da ligação.



Figura 5.6:esquema estático para determinação do afastamento da chapa de topo

O deslocamento no ponto de aplicação da carga pode ser determinado através das técnicas de análise matricial das estruturas e da aplicação do método dos deslocamentos.

Tendo-se em vista o tipo de problema que pretende-se resolver, pode-se adotar o elemento indicado na figura a seguir:



Figura 5.7: elemento com duas coordenadas locais

que apresenta apenas duas coordenadas locais (uma por nó) e cuja matriz de rigidez é dada por:

$$[r] = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{L^3} & -\frac{12EI}{L^3} \\ -\frac{12EI}{L^3} & \frac{12EI}{L^3} \end{bmatrix}$$
(5.4)

Discretizando o modelo estático em três elementos, conforme figura abaixo,



Figura 5.8: modelo estático discretizado em três elementos

obtém-se as contribuições de cada elemento e das molas elásticas à matriz de rigidez global da estrutura:

$$[r_{1}] = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{b^{3}} & -\frac{12EI}{b^{3}} & 0 & 0\\ -\frac{12EI}{b^{3}} & \frac{12EI}{b^{3}} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad [r_{2}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & \frac{12EI}{b^{3}} & -\frac{12EI}{b^{3}} & 0\\ 0 & -\frac{12EI}{b^{3}} & \frac{12EI}{b^{3}} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(5.5)  
$$[r_{3}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & \frac{12EI}{a^{3}} & -\frac{12EI}{a^{3}}\\ 0 & 0 & -\frac{12EI}{a^{3}} & \frac{12EI}{a^{3}} \end{bmatrix} \qquad [r_{K}] = \begin{bmatrix} K & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & K & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

A matriz de rigidez global é dada por

$$[R] = [r_1] + [r_2] + [r_3] + [r_k]$$
(5.6)

logo,

$$[R] = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{b^3} + K & -\frac{12EI}{b^3} & 0 & 0\\ -\frac{12EI}{b^3} & \frac{24EI}{b^3} & -\frac{12EI}{b^3} & 0\\ 0 & -\frac{12EI}{b^3} & \frac{12EI}{b^3} + \frac{12EI}{a^3} + K & -\frac{12EI}{a^3}\\ 0 & 0 & -\frac{12EI}{a^3} & \frac{12EI}{a^3} \end{bmatrix}$$
(5.7)

Do método dos deslocamentos temos:

$$\{F\} = [R]\{u\}$$
(5.8)

onde {F} e {u}, são, respectivamente, os vetores de cargas nodais equivalentes e dos deslocamentos nodais. Assim,

$$\begin{cases}
\begin{bmatrix}
0\\F_t\\0\\0
\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}
\frac{12EI}{b^3} + K & -\frac{12EI}{b^3} & 0 & 0\\
-\frac{12EI}{b^3} & \frac{24EI}{b^3} & -\frac{12EI}{b^3} & 0\\
0 & -\frac{12EI}{b^3} & \frac{12EI}{b^3} + \frac{12EI}{a^3} + K & -\frac{12EI}{a^3}\\
0 & 0 & -\frac{12EI}{a^3} & \frac{12EI}{a^3} + \frac{12EI}{a^3} + \frac{12EI}{a^3}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
u_1\\u_2\\u_3\\u_4\end{bmatrix}$$
(5.9)

o que interessa na equação 5.9 é o valor do deslocamento na coordenada 2. Impondo as condições de contorno ( $u_4 = 0$ ), este deslocamento pode ser obtido da equação abaixo

$$\begin{cases} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{cases} = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{b^3} + K & -\frac{12EI}{b^3} & 0 \\ -\frac{12EI}{b^3} & \frac{24EI}{b^3} & -\frac{12EI}{b^3} \\ 0 & -\frac{12EI}{b^3} & \frac{12EI}{b^3} + \frac{12EI}{a^3} + K \end{bmatrix}^{-1} \begin{cases} 0 \\ F_t \\ 0 \end{cases}$$
(5.10)

que resolvida fornece:

$$\begin{cases} u_{1} \\ u_{2} \\ u_{3} \end{cases} = \begin{cases} \frac{1}{2} \cdot \frac{\left(12 \text{EIa}^{3} + 12 \text{EIb}^{3} + \text{Kb}^{3} \text{a}^{3}\right)}{\left(12 \text{E}^{2} \text{I}^{2} + 12 \text{EIKa}^{3} + 12 \text{EIKb}^{3} + \text{K}^{2} \text{b}^{3} \text{a}^{3}\right)} \\ \frac{\left(12 \text{EI} + \text{Kb}^{3}\right) \cdot \left(12 \text{EIa}^{3} + 12 \text{EIKb}^{3} + \text{Kb}^{3} \text{a}^{3}\right)}{24 \text{EI} \left(72 \text{E}^{2} \text{I}^{2} + 12 \text{EIKa}^{3} + 12 \text{EIKb}^{3} + \text{K}^{2} \text{b}^{3} \text{a}^{3}\right)} \\ \frac{1}{2} \cdot \frac{\left(12 \text{EI} + \text{Kb}^{3}\right) \cdot \text{a}^{3}}{\left(72 \text{E}^{2} \text{I}^{2} + 12 \text{EIKa}^{3} + 12 \text{EIKb}^{3} + \text{K}^{2} \text{b}^{3} \text{a}^{3}\right)} \end{cases} \right\} \cdot \text{F}_{t} \quad (5.11)$$

Assim, o deslocamento u<sub>2</sub>, pode ser escrito como:

$$u_{2} = \frac{(12EI + Kb^{3}) \cdot (12EIa^{3} + 12EIb^{3} + Kb^{3}a^{3})}{24EI(72E^{2}I^{2} + 12EIKa^{3} + 12EIKb^{3} + K^{2}b^{3}a^{3})} \cdot F_{t}$$
(5.12)

Sendo a força de tração (Ft) uma das componentes do binário temos:

$$F_t = \frac{M}{H - t_f} \tag{5.13}$$

substituindo em (5.12) obtém-se

$$u_{2} = \frac{\left(12EI + Kb^{3}\right) \cdot \left(12EIa^{3} + 12EIb^{3} + Kb^{3}a^{3}\right)}{24EI\left(72E^{2}I^{2} + 12EIKa^{3} + 12EIKb^{3} + K^{2}b^{3}a^{3}\right)} \times \frac{M}{H - t_{f}}$$
(5.14)

O giro da ligação pode ser expresso como

$$f = \frac{u_2}{(a+b)} = \frac{u_2}{(H-t_f)}$$
(5.15)

daí:

$$\phi = \frac{M}{(H - t_{f})^{2}} \cdot \frac{(12EI + Kb^{3}) \cdot (12EIa^{3} + 12EIb^{3} + Kb^{3}a^{3})}{24EI(72E^{2}I^{2} + 12EIKa^{3} + 12EIKb^{3} + K^{2}b^{3}a^{3})}$$
(5.16)

substituindo (5.16) na equação (5.2) obtém-se a expressão abaixo:

$$S = \frac{24 \text{EI} (72 \text{E}^{2} \text{I}^{2} + 12 \text{EI} \text{Ka}^{3} + 12 \text{EI} \text{Kb}^{3} + \text{K}^{2} \text{b}^{3} \text{a}^{3}) \cdot (\text{H} - \text{t}_{\text{f}})^{2}}{(12 \text{EI} + \text{Kb}^{3}) \cdot (12 \text{EI} \text{a}^{3} + 12 \text{EI} \text{b}^{3} + \text{Kb}^{3} \text{a}^{3})}$$
(5.17)

que fornece a rigidez inicial da ligação em função das características do material, das dimensões e propriedades geométricas da chapa, e do coeficiente de mola k.

Apenas a expressão 5.17 não é suficiente para determinar a rigidez inicial da ligação, pois o parâmetro k ainda é desconhecido. A avaliação deste parâmetro foi feita em três etapas:

- a) emprego de resultados experimentais para determinação dos parâmetros que o influenciavam (diâmetro dos parafusos, gabarito de furação, espessura da chapa, etc.);
- b) obtenção de uma expressão teórica para incorporar na constante de mola k a influência dos parafusos;
- c) ajuste da expressão obtida teoricamente na etapa anterior, para que houvesse compatibilidade de unidades e que os resultados teóricos reproduzissem aproximadamente os resultados experimentais. Nesta etapa foi feita a única calibração da expressão para cálculo da rigidez inicial da ligação.

A tabela a seguir apresenta alguns resultados experimentais obtidos por RIBEIRO (1997), para os quais foram calculados os valores de k, de forma a obter-se com o modelo teórico a mesma rigidez inicial medida experimentalmente.

	t <sub>ch</sub>	dp	S (exp.)	k
Ligação	(mm)	(mm)	(kN.cm/rad)	(kN/cm)
1	31,5	19	5.066.667	4.327,59
2	25	16	4.750.594	4.109,00
3	22,4	16	4.222.222	3.675,44
4	19	19	4.560.000	3.960,36

Tabela 5.2: valores obtidos para o parâmetro k

Da tabela anterior duas observações podem ser feitas. A primeira refere-se ao fato de que o parâmetro **k** não é o mesmo em todas as ligações e, dessa forma, para que o modelo seja coerente deve-se obter uma expressão que considere esta variação. A segunda refere-se aos fatores que interferem na constante de mola, que segundo os resultados

experimentais utilizados são a espessura da chapa e o diâmetro dos parafusos, pois todas as outras variáveis foram mantidas constantes nos protótipos ensaiados.

A fim de determinar como os parafusos afetam a rigidez inicial da ligação, considere-se a figura abaixo, onde propõe-se um esquema estático para determinação desta influência na constante de mola k.



Corte A - A

Corte B - B



Figura 5.9: esquema estático para determinação da influência dos parafusos

O esquema estático indicado simula a influência dos parafusos através de uma mola elástica distribuída ao longo da largura da chapa. Analisando-se uma faixa da chapa na região dos parafusos (cortes A-A e B-B, na figura 5.9) tem-se um problema de viga apoiada sobre base elástica contínua, no caso do modelo teórico, e um problema de viga apoiada sobre dois apoios elásticos, representados pelos parafusos, no caso da ligação real. Por compatibilidade de deslocamentos, pode-se afirmar que o deslocamento sofrido pela viga com base elástica deve ser igual ao alongamento dos parafusos. Com este critério pode-se obter uma relação entre a constante de rigidez da base elástica e a rigidez dos parafusos.

A figura a seguir apresenta um elemento de viga apoiado sobre base elástica contínua. A matriz de rigidez desse elemento é apresentada logo em seguida.



Figura 5.10: elemento sobre base elástica contínua

$$\begin{bmatrix} R_{be} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{L^3} + \frac{13L}{35} \cdot K_f & -\frac{12EI}{L^3} + \frac{9L}{70} \cdot K_f \\ -\frac{12EI}{L^3} + \frac{9L}{70} \cdot K_f & \frac{12EI}{L^3} + \frac{13L}{35} \cdot K_f \end{bmatrix}$$
(5.18)

os deslocamentos nas coordenadas 1 e 2 podem ser determinados através da equação

$$\begin{cases} u_1 \\ u_2 \end{cases} = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{L^3} + \frac{13L}{35} \cdot K_f & -\frac{12EI}{L^3} + \frac{9L}{70} \cdot K_f \\ -\frac{12EI}{L^3} + \frac{9L}{70} \cdot K_f & \frac{12EI}{L^3} + \frac{13L}{35} \cdot K_f \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{Ft}{4} \\ \frac{Ft}{4} \end{bmatrix}$$
(5.19)

onde  $F_t/4$  é a força que atua em cada uma das coordenadas do elemento, pois cada base elástica reage a  $F_t/2$ .

A equação (5.19) pode ser escrita como

$$\begin{cases} u_1 \\ u_2 \end{cases} = \frac{140L^2}{K_f \left( 1680EI + 17L^4 K_f \right)} \begin{bmatrix} \frac{420EI + 13L^4 K_f}{35L^3} & \frac{840EI - 9L^4 K_f}{70L^3} \\ \frac{840EI - 9L^4 K_f}{70L^3} & \frac{420EI + 13L^4 K_f}{35L^3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{Ft}{4} \\ \frac{Ft}{4} \end{bmatrix}$$
(5.20)

que resolvida fornece

$$u = u_1 = u_2 = \frac{F_t}{4} \cdot \left\{ \frac{140L^2}{K_f \left( 1680EI + 17L^4K_f \right)} \left[ \frac{420EI + 13L^4K_f}{35L^3} + \frac{840EI - 9L^4K_f}{70L^3} \right] \right\}$$

Com o desenvolvimento desta expressão vários termos são cancelados e obtém-se

$$u = u_1 = u_2 = \frac{F_t}{2K_f L}$$
(5.22)

fazendo-se L = b<sub>ch</sub>, obtém-se

$$u = u_1 = u_2 = \frac{F_t}{2K_f b_{ch}}$$
(5.23)

O alongamento do parafuso é determinado pela equação 5.24, vinda da resistência dos materiais:

$$\boldsymbol{d} = \frac{PL}{EA} \tag{5.24}$$

onde,

P: força normal aplicada

L: comprimento do elemento

- E: módulo de elasticidade do material
- A: área da seção transversal do elemento

A força que atua em cada parafuso na região da mesa tracionada da viga é dada por  $F_t/4$ , pois o esforço de tração distribui-se de forma praticamente uniforme entre os parafusos (QUEIROZ (1988); SÁLES *et al.* (1994)). Com isso:

$$\boldsymbol{d} = \frac{Ft \cdot L_p}{4 \cdot E \cdot A_p} \tag{5.25}$$

onde L<sub>p</sub> e A<sub>p</sub> são, respectivamente, o comprimento e a área da seção transversal do parafuso.

Fazendo-se  $u = \delta$  obtém-se

$$K_f = \frac{2EA_p}{L_p b_{ch}}$$
(5.26)

que é a constante de rigidez da base elástica, que equivale à soma da rigidez dos dois parafusos dividida pela largura da chapa.

A expressão 5.26 caracteriza a influência dos parafusos na constante de mola k, contudo, apenas esta relação não é suficiente para defini-lo. São dois os motivos:

- i) a equação 5.26 considera apenas a influência dos parafusos, e sabe-se que a constante de mola k também é influenciada pela espessura da chapa;
- ii) não há compatibilidade de unidades. Kf é expresso em termos de unidades de força dividida por unidades de comprimento ao quadrado, e k deve se substituído na equação 5.17 com unidades de força dividida por unidades de comprimento.

Há, portanto, a necessidade de multiplicar a expressão de Kf por um parâmetro que tenha unidades de comprimento, para então obter-se uma expressão que defina a constante de mola k.

A partir daqui surge a necessidade de ajustar o modelo, pois com os esquemas estáticos adotados já não há mais o que possa ser equacionado para determinar o parâmetro k.

O ajuste foi feito de forma a haver compatibilidade de unidades, e obter-se resultados próximos dos valores medidos experimentalmente. Isso aconteceu quando multiplicou-se o valor de Kf pela espessura da chapa, ou seja, fazendo-se:

$$K = 2 \cdot \frac{EA_p}{L_p} \cdot \frac{t_{ch}}{b_{ch}}$$
(5.27)

A inclusão da espessura da chapa na expressão anterior, além de ajustar o modelo, parece coerente, pois, como mostrado anteriormente, a espessura da chapa também afeta o parâmetro em questão. Entretanto, esse ajuste introduz um erro no parâmetro k , pois como pode ser visto na tabela 5.2, a chapa influencia a constante de mola k, mas de forma linear como é admitido na equação 5.27.

Convém deixar claro que, ao contrário da expressão obtida para Kf, a expressão da constante de mola k não tem uma explicação física convincente, pois trata-se de um "artifício" desenvolvido para fazer a equação 5.17 funcionar. Como mostrado no capítulo anterior e como comentado por COLSON (1991), este é um procedimento bastante comum na proposição de modelos para caracterização do comportamento de ligações em estruturas de aço, e, como relata a extensa bibliografia sobre o assunto, tem fornecido bons resultados.

Na tabela a seguir novamente são apresentados os resultados experimentais das ligações ensaiadas por RIBEIRO (1997), e ao lado desses, os resultados obtidos com o modelo proposto neste trabalho, desta vez avaliando o parâmetro k pela equação 5.27.

Ligação	t <sub>ch</sub> (mm)	d <sub>p</sub> (mm)	K <sub>con</sub> (exp.) (kN.cm/rad)	K <sub>con</sub> (teórico) (kN.cm/rad)
1	31,5	16	5.066.667	6.382.881
2	25	16	4.750.594	4.801.623
3	22,4	16	4.222.222	4.201.796
4	19	19	4.560.000	4.279.822

Tabela 5.3: comparação de resultados teóricos e experimentais

Exceto para a ligação 1, os demais valores teóricos praticamente coincidiram com os resultados experimentais.

A expressão (5.17) é um pouco extensa e pode tornar a determinação da rigidez inicial um pouco trabalhosa. Contudo, esta expressão pode ser simplificada, pois verificou-se que

$$\frac{(12\text{EIa}^3 + 12\text{EIb}^3 + \text{Kb}^3\text{a}^3)}{(72\text{E}^2\text{I}^2 + 12\text{EIKa}^3 + 12\text{EIKb}^3 + \text{K}^2\text{b}^3\text{a}^3)} \cong \frac{1}{\text{K}}$$
(5.28)

Com isso:

$$Si = \frac{24EIK(H - t_f)^2}{12EI + Kb^3}$$
(5.29)

O segundo termo da equação 5.28 foi obtido decompondo-se o primeiro em outros dois, de forma que um deles é igual 1/K, e o outro tende a zero quando aplicado a ligações com valores usuais do módulo de elasticidade, da espessura da chapa e do gabarito de furação.

A equação 5.29 será chamada de equação teórica "aproximada", enquanto a equação 5.17 será chamada de equação teórica "exata". Analogamente, o primeiro termo da equação 5.28 será chamado de termo "exato", enquanto o segundo será chamado de termo "aproximado". As tabelas a seguir apresentam os valores fornecidos pelos dois termos da expressão 5.28, e os resultados fornecidos pela expressão 5.29 para a rigidez inicial das ligações ensaiadas por RIBEIRO (1997).

Ligação	Termo "Exato"	Termo "Aproximado"
1	0,000172	0,000190
2	0,000224	0,000239
3	0,000254	0,000267
4	0,000239	0,000245

Tabela 5.4: resultados fornecidos pelos dois termos da equação (28)

Tabela 5.5: avaliação da rigidez inicial pela expressão aproximada

	Si (teórico) "aproximado"	Si (experimental)	
Ligação	(kN.cm/rad)	(kN.cm/rad)	
1	5.777.872	5.066.667	
2	4.509.148	4.750.594	
3	3.995.978	4.222.222	
4	4.164.420	4.560.000	

O gráfico a seguir compara os resultados experimentais com os resultados teóricos fornecidos pelas equações (5.17) e (5.29):



Gráfico 5.1: comparação dos valores obtidos para a rigidez inicial das ligações

Como pode-se observar, os resultados fornecidos pela equação 5.29 também apresentaram boa concordância com os resultados experimentais. Essa equação, entretanto, tende a subestimar levemente a capacidade da ligação, o que ocorre porque o termo **1/K** majora em aproximadamente 6% o termo exato empregado na equação 5.17. Contudo, tendo-se em vista as incertezas de ensaio e as incertezas e simplificações inerentes ao modelo estático empregado (fig. 5.3 e 5.9), essa diferença parece não ser muito significativa.

Como a expressão simplificada tende a subestimar a capacidade da ligação em relação a expressão "exata" e em relação aos resultados experimentais, pode-se afirmar que a sua utilização está a favor da segurança.

#### 5.4 - Avaliação do momento último

Segundo QUEIROZ (1988) o projeto de ligações viga-coluna com chapa de topo parafusada requer as seguintes verificações:

- i) verificação das soldas da viga com a chapa de topo (mesas e alma);
- ii) verificação dos parafusos (tração e cisalhamento puros e/ou combinados);
- iii) verificação da flexão local da chapa de topo;
- iv) verificação dos enrijecedores de alma da coluna (caso existam);
- v) verificação do cisalhamento na alma da coluna na região entre as mesas da viga.

O momento fletor interfere apenas nos quatro últimos itens, e, com base nessas verificações, pode-se determinar o máximo momento que pode ser aplicado, sem que a ligação atinja o colapso. Admitindo-se que o momento último seja o máximo momento que pode ser aplicado na ligação em função dos elementos resistentes que a compõe, o problema consiste em determinar o maior momento que pode ser aplicado na ligação sem que esta atinja algum estado limite. A figura 5.11 apresenta uma ligação com chapa de topo com um momento aplicado, cujo valor máximo deseja-se determinar.



Figura 5.11: ligação com chapa de topo com momento aplicado

A rigor, é necessário considerar os quatro estados limites citados anteriormente, porém, supondo-se que a coluna e seus enrijecedores sejam suficientemente resistentes de modo a não interferirem significativamente no comportamento da ligação, pode-se determinar o maior valor de M em função apenas das resistências dos parafusos e da chapa de topo. Esta simplificação será aqui adotada, porque os resultados experimentais disponíveis para verificação e ajuste do modelo também apresentam essas características. Como conseqüência, as equações deduzidas a seguir só devem ser aplicadas quando o colapso da ligação se der pela chapa de topo ou pelos parafusos, ou quando for garantido que a coluna não interferirá significativamente no comportamento da ligação.

A avaliação do momento último está relacionada aos critérios adotados no dimensionamento da ligação, que neste trabalho limitaram-se apenas aos modelos do AISC/LRFD (1986) e de MANN & MORRIS (1979). Informações básicas sobre esses modelos podem ser obtidas no anexo A.

#### 5.4.1 - Determinação no máximo momento permitido pelos parafusos

A solicitação crítica nos parafusos ocorre naqueles que estão situados na região da mesa tracionada da viga.

Dependendo da espessura da chapa, esses parafusos podem ou não estarem submetidos ao "efeito alavanca" (*prying action*), que nada mais é do que um acréscimo da força de tração devido à excentricidade entre a força aplicada e a linha de ação dos parafusos (SÁLES *et al.* (1994), pág. 81).

Entre os vários modelos existentes para avaliação do efeito alavanca, o mais simples, e consequentemente o mais difundido, foi proposto por STRUIK & BACK (1969)<sup>1</sup> e é conhecido como "modelo de viga".

Maiores detalhes sobre o efeito alavanca e sobre os métodos de dimensionamento de ligações com chapa de topo podem ser obtidos em VALENCIANI (1997), RIBEIRO (1997) e no anexo A deste trabalho. A seguir será apresentado apenas o estritamente necessário para avaliar o momento último de ligações em função da resistência de parafusos com e sem efeito alavanca.

Pelo modelo de viga existe efeito alavanca na ligação se  $0 < \alpha < 1$ , sendo o parâmetro  $\alpha$  definido como

$$\boldsymbol{a} = \frac{F_p \boldsymbol{b}' - \boldsymbol{M}_1}{\boldsymbol{d} \boldsymbol{M}_1} \tag{5.30}$$

onde, 
$$d = \frac{p - d_p}{p}$$
 e  $M_1 = 0.9 \cdot \left(1.5 \cdot \frac{p \cdot t_{ch}^2}{6} \cdot f_y\right) = \frac{p \cdot t_{ch}^2 \cdot f_y}{4.44}$ .

Os parâmetros **p** e **b'**, assim como outros parâmetros que serão utilizados adiante, estão definidos a seguir, com base na ligação genérica apresentada na figura 5.12:

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> STRUIK , J.H.A.; BACK, J. (1969). Tests on bolted t-stub with respect to a bolted beam-to-column conections, reported 6-69-13, Stevin Laboratory, Delft University of Technology. Netherlands. Apud VALENCIANI (1997).

a' = a +  $d_p/2$ , b' = b +  $d_p/2$ , p = 2p<sub>1</sub> , para os parafusos centrais, p = p<sub>1</sub> + p<sub>2</sub> , para os parafusos extremos,

sendo  $p_1$  o menor valor entre **e1/2** e (**b** + **d**<sub>p</sub>/2); e  $p_2$ , o menor valor entre **e2** e (**b** + **d**<sub>p</sub>/2) (ver figura 5.12).



Figura 5.12: parâmetros do gabarito de furação da chapa de topo

Conforme o valor obtido para  $\alpha$ , tem-se:

 $\alpha < 0$ : não há efeito alavanca;

 $0 < \alpha < 1$ : há efeito alavanca;

 $\alpha > 1$ : a resistência da chapa é insuficiente para a solicitação do parafuso;

Outro modelo bastante simples, aliás, muito mais simples que o modelo de viga, foi proposto por SURTEES & MANN (1970)<sup>2</sup>, que apoiados em evidências experimentais rejeitaram uma análise mais sofisticada do efeito alavanca e afirmaram que um incremento de 33% na força de tração na mesa superior da viga era suficiente para considerar o efeito alavanca e para dimensionar os parafusos, assim:

$$F_{p} = \frac{1,33F_{t}}{4} = \frac{F_{t}}{3}$$
(5.31)

Embora seja extremamente simplista, a equação anterior também foi verifica experimentalmente por PACKER & MORRIS (1978)<sup>3</sup>, e é recomendada por MANN & MORRIS (1979) e por PROLOURENTZOU (1991).

Tendo-se estabelecido esses dois critérios para avaliação do efeito alavanca nas ligações, tem-se a seguir as expressões deduzidas para determinação do momento máximo que pode ser aplicado na ligação em função da resistência à tração dos parafusos, com e sem esse efeito.

#### a) sem efeito alavanca

Não havendo efeito alavanca, cada parafuso tracionado absorve a seguinte parcela de esforço:

$$F_p = \frac{F_t}{4} \tag{5.32}$$

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> SURTEES, J.O.; MANN, A.P.; (1970). End-plante connections in plastically designed structures. Conference on Joint in Strucutures, vol. 1, paper 5, University of Sheffield, England, july. Apud MANN & MORRIS (1979)

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> PACKER, J.A.; MORRIS, L.J. (1978). Discussion of a limit state method of the tension region of bolted beam to column connection. The Structural Engineer, vol. 56<sup>A</sup>, No. 8, London, England. Apud MANN & MORRIS (1979)

onde  $F_p$  é a força nos parafusos tracionados,  $F_t$  a força de tração na mesa superior da viga, e 4, o número de parafusos situados na região da mesa tracionada.

Pela norma NBR 8800 (1986), a resistência nominal de parafusos tracionados é dada por:

$$R_{nt} = 0,75A_p f_u$$
(5.33)

fazendo-se F<sub>p</sub> = R<sub>nt</sub>, obtém-se

$$F_t = 3A_p f_u \tag{5.34}$$

como

$$F_{t} = \frac{M}{H - t_{f}}$$
(5.35)

chega-se à

$$M_u = 3A_p f_u \left(H - t_f\right) \tag{5.36}$$

que fornece o momento último da ligação, quando o colapso se dá por ruptura à tração nos parafusos sem efeito alavanca.

Para parafusos com diâmetro nominal acima de 25 mm a NBR 8800 (1986) sugere uma equação alternativa para cálculo da resistência à tração em função da área efetiva dos parafusos, definida no item 7.3.1.2 da referida norma. Essa equação é dada por:

$$R_{nt} = 0.95 A_t f_u \tag{5.37}$$

que pelo mesmo procedimento anterior conduz a

$$M_u = 3,8A_k f_u (H - t_f)$$
(5.38)

que também pode ser aplicada na avaliação do momento último da ligação, mas que em geral fornece valores menores que os obtidos com a equação 5.35.

#### b) com efeito alavanca

Havendo efeito alavanca, o esforço em cada parafuso passa a ser dado por

$$F_p = \frac{F_t}{4} + Q \tag{5.39}$$

onde Q, é a força introduzida pelo efeito alavanca, que pelo modelo de viga pode ser calculada por

$$Q = \frac{F_p b' - M_1}{a'}$$
(5.40)

com isso,

$$F_{p} = \frac{F_{t}}{4} + \frac{F_{p}b' - M_{1}}{a'}$$
(5.41)

resolvendo para F<sub>p</sub>, obtém-se

$$F_{p} = \frac{1}{\left(1 - \frac{b'}{a'}\right)} \cdot \left(\frac{F_{t}}{4} - \frac{M_{1}}{a'}\right)$$
(5.42)

fazendo-se  $F_p = R_{nt}$ , e resolvendo a equação para  $F_t$  obtém-se:

$$F_{t} = 3 \cdot A_{p} \cdot f_{u} \cdot \left(1 - \frac{b'}{a'}\right) + 4 \cdot \frac{M_{1}}{a'}$$
(5.43)

que fornece

$$\mathbf{M}_{u} = \left[ 3 \cdot \mathbf{A}_{p} \cdot \mathbf{f}_{u} \cdot \left( 1 - \frac{\mathbf{b}'}{\mathbf{a}'} \right) + 4 \cdot \frac{\mathbf{M}_{1}}{\mathbf{a}'} \right] \cdot \left( \mathbf{H} - \mathbf{t}_{f} \right)$$
(5.44)

Pela expressão alternativa da NBR 8800 (1986) para diâmetros nominais acima de 25 mm obtém-se

$$\mathbf{M}_{u} = \left[3,8 \cdot \mathbf{A}_{r} \cdot \mathbf{f}_{u} \cdot \left(1 - \frac{\mathbf{b}'}{\mathbf{a}'}\right) + 4 \cdot \frac{\mathbf{M}_{1}}{\mathbf{a}'}\right] \cdot \left(\mathbf{H} - \mathbf{t}_{f}\right)$$
(5.45)

Destas equações obtém-se o momento último da ligação, quando o colapso se dá por ruptura á tração nos parafusos com efeito alavanca, e quando o modelo de viga está dentro do seu campo de validade, que é dado pelo intervalo  $0 \le \alpha < 1$ .

Pela equação proposta por SURTEES & MANN (1970)<sup>1</sup> também é possível avaliar o momento último da ligação. Assim, aplicando-se o mesmo procedimento anterior à equação 5.31, obtém-se:

$$M_{u} = 2,25 \cdot A_{p} \cdot f_{u} \cdot (H - t_{f})$$
 (5.46)

ou, alternativamente para diâmetros nominais acima de 25 mm:

$$\mathbf{M}_{u} = 2,85 \cdot \mathbf{A}_{r} \cdot \mathbf{f}_{u} \cdot (\mathbf{H} - \mathbf{t}_{f})$$
(5.47)

Tem-se então, duas formas de avaliação do momento último da ligação, a escolha entre uma delas deve ser feita conforme o modelo adotado no dimensionamento, pois as condições exigidas pelo modelo de viga normalmente só são satisfeitas pelas ligações dimensionadas por este mesmo modelo. As expressões deduzidas a partir da equação de SURTESS e MANN, pelo menos teoricamente, parecem ser aplicáveis a qualquer ligação com chapa de topo.

# 5.4.2 - Determinação do máximo momento permitido pela chapa de topo

Segundo QUEIROZ (1988), que utiliza uma versão uma pouca mais conservadora do modelo de viga, recomendada pelo MANUAL BRASILEIRO PARA CÁLCULO DE ESTRUTURAS METÁLICAS (MBCEM), a chapa de topo está sujeita a flexão localizada, e por isso é necessário verificar se o momento atuante na chapa à altura do eixo da mesa superior da viga não excede o momento resistente.

Pelo MBCEM o momento resistente é dado por

$$M_{res} = \frac{p \cdot t_{ch}^2 \cdot f_y}{5,33}$$
(5.48)

onde  $t_{ch}$  é a espessura da chapa, e p é a largura tributária de cada parafuso definida anteriormente para a figura 5.12.

Segundo QUEIROZ (1988) o momento máximo atuante na chapa de topo é dado por

$$M = \frac{F_t}{4} \cdot b' \tag{5.49}$$

fazendo-se  $M = M_{res}$ , obtém-se

$$F_{t} = 0.75 \frac{pt^{2} f_{y}}{b'}$$
(5.50)

que resulta em

$$M_{u} = 0.75 \frac{pt^{2}f_{y}}{b'}(H - t_{f})$$
(5.51)

Pelo modelo original de viga, o momento resistente da chapa é dado por

$$M_{\rm res} = \frac{p \cdot t_{\rm ch}^2 \cdot f_{\rm y}}{4,44}$$
(5.52)

com isso, para o momento último obtém-se:

$$M_{u} = 0.90 \cdot \frac{pt^{2}f_{y}}{b'}(H - t_{f})$$
(5.53)

Da mesma forma como ocorre com as expressões deduzidas em função da resistência à tração dos parafusos, as expressões 5.44 e 5.46 só fornecem resultados coerentes se a ligação tiver sido dimensionada por este mesmo modelo.

Na tabela a seguir são apresentados os resultados obtidos com a aplicação das equações deduzidas anteriormente, e a média dos valores medidos experimentalmente por RIBEIRO (1997):

	Parafusos		Chapa		Surtees	Result.
Ligação	s/ alav.	c/ alav.	MBCEM	AISC	& Mann	Exper.
1	11.639	13.944	12.888	15.465	8.729	13.500
2	11.639	10.506	8.118	9.741	8.729	10.700
3	11.639	10.506	8.118	9.741	8.729	14.000
4	11.639	9.352	6.517	7.820	8.729	13.000
5	11.639	9.352	6.517	7.820	8.729	14.200
6	16.635	10.943	5.108	6.130	12.476	15.000

Tabela 5.6: valores obtidos para o momento último das ligações

(valores em kN.cm)

Antes de discutir os resultados da tabela, convém avisar que RIBEIRO (1997) ensaiou essas ligações com o objetivo de verificar a validade de alguns modelos de dimensionamento dessas ligações, e demonstrar que é possível utilizar chapas menos espessas que aquelas fornecidas pelos modelos mais difundidos. Por estas razões, algumas dessas ligações não satisfazem a condição de resistência imposta pelo modelo de viga, que é caracterizada por  $\alpha < 1$ , e isso justifica o fato das expressões obtidas com a resistência da chapa não terem reproduzido o comportamento das ligações na maioria dos casos analisados.

Segundo RIBEIRO (1997), das ligações anteriores apenas a primeira não apresenta efeito alavanca, e nessa ligação a chapa é tão espessa que a expressão que considera o efeito alavanca fornece um momento último maior que a expressão que não o considera. Isto ocorre porque a espessura da chapa é quase o dobro do diâmetro do parafuso, fazendo com que a expressão que também varia em função da espessura da chapa forneça valores maiores que a expressão que varia apenas em função do diâmetro dos parafusos. Com as ligações onde a diferença entre a espessura da chapa e o diâmetro dos parafusos não era tão discrepantes, os resultados obtidos foram bem mais coerentes. Com a expressão deduzida a partir da equação de SURTEES & MANN obteve-se resultados bastante conservadores, foi o custo de se trabalhar com uma expressão tão simplificada.

Comparando-se os resultados obtidos com as expressões deduzidas a partir do modelo de viga e da equação de SURTEES e MANN, observa-se que o modelo de viga forneceu melhores resultados com as ligações com as maiores espessuras de chapa, enquanto com a equação de SURTEES e MANN obteve-se melhores resultados com a ligação com as menores espessuras. Por esta razão parece ser aconselhável adotar a equação de SURTEES e MANN quando a ligação tiver chapa de pequena espessura, pois nestas circunstâncias o modelo de viga parece subestimar consideravelmente a capacidade da ligação, e porque normalmente o emprego de chapas finas excede o campo de validade desse modelo.

A resistência da ligação também deve ser avaliada em relação à resistência da viga, pois, se esta tiver resistência muito maior que a resistência da ligação haverá perda de material, pois a ligação atingirá o colapso muito antes da viga atingir sua capacidade máxima. Neste caso, como citam PRELOURENTZOU (1992) e SÁLES (1995), é recomendável dimensionar a ligação com resistência superior à resistência da viga, de modo que a formação de rótulas plásticas ocorra na viga, onde o comportamento é bem conhecido, e não na ligação, onde a formação de uma rótula plástica poderia comprometer seu desempenho, em virtude das deformações e desalinhamentos que poderiam ocorrer (SÁLES (1995), p. 113).

Dentro desse mesmo critério, também não é conveniente dimensionar a ligação muito mais resistente que a viga, pois da mesma forma haveria desperdício de resistência, neste caso, na ligação.

Em termos práticos recomenda-se que a resistência da ligação seja um pouco maior que a resistência da viga (da ordem de 10 % maior), e que na avaliação do momento último também seja calculado o momento de plastificação da viga, e se este valor for inferior à resistência da ligação, que seja então considerado como o momento último da ligação, pois seria este o limite de resistência do conjunto "viga-ligação" como um todo.

# 5.5 - Aplicação com o modelo COLSON (1991)

Conhecendo-se a rigidez inicial e o momento último da ligação, podese aplicar a equação de COLSON (1991) para obtenção de curvas momento-rotação.

Os gráficos 5.2 à 5.7, apresentam as curvas experimentais fornecidas por RIBEIRO (1997), e as curvas obtidas com a equação de COLSON (1997), juntamente com as expressões propostas dos itens anteriores. Na aplicação desta equação, fez-se a = 5, como sugerido por COLSON (1991), e adotou-se também a = 7 e a = 9, a fim de verificar a influência deste parâmetro, e determinar qual o valor mais apropriado a empregar com as expressões deduzidas neste capítulo.



Gráfico 5.2: curvas do protótipo 1 ajustadas pela equação de COLSON (1991)



Gráfico 5.3: curvas do protótipo 2 ajustadas pela equação de COLSON (1991)



Gráfico 5.4: curvas do protótipo 3 ajustadas pela equação de COLSON (1991)



Gráfico 5.5: curvas do protótipo 4 ajustadas pela equação de COLSON (1991)



Gráfico 5.6: curvas do protótipo 5 ajustadas pela equação de COLSON (1991)



Gráfico 5.7: curvas do protótipo 6 ajustadas pela equação de COLSON (1991)

Dos gráficos apresentados podem ser feitas as seguintes observações:

 o parâmetro a teve pouca influência no comportamento da curva, pois, como observado, o emprego de vários valores não conduziu a resultados muito diferentes. O que realmente interfere no comportamento da curva é a rigidez inicial e o momento último, de forma que a precisão do modelo está vinculada à precisão com que essas grandezas são avaliadas;

- com as equações propostas o modelo de COLSON (1991) tende a subestimar a capacidade da ligação, isso ocorre porque as expressões que calculam o momento último fornecem valores, em média, 30 % menores que os medidos experimentalmente;
- quando comparado aos resultados experimentais, o modelo proposto está a favor da segurança do ponto de vista de resistência ao momento fletor, porém, quando empregado na análise de uma estrutura, pode conduzir a deslocamentos laterais e rotações maiores do que os que realmente poderão ocorrer na estrutura.

## 5.6 – Aplicação com o modelo dos três parâmetros

O modelo dos três parâmetros apresenta características semelhantes ao modelo de COLSON (1991), pois também depende da rigidez inicial, do momento último e de um parâmetro de ajuste, neste caso, chamado de parâmetro de forma (n).

Como salientado por CHEN & TOMA (1994), desde que disponha-se de resultados experimentais, o fator de forma pode ser obtido por técnicas de ajuste de curva, ou seja, trata-se mais uma vez um fator que não tem uma explicação física definida, mas que faz o modelo teórico reproduzir com razoável precisão o comportamento experimental.

Os gráficos a seguir mostram as curvas obtidas com a aplicação do modelo dos três parâmetros juntamente com as equações propostas nos itens anteriores para as ligações ensaiadas por RIBEIRO (1997).



Gráfico 5.8: curvas do protótipo 1 ajustadas pela equação dos três parâmetros



Gráfico 5.9: curvas do protótipo 2 ajustadas pela equação dos três parâmetros



Gráfico 5.10: curvas do protótipo 3 ajustadas pela equação dos três parâmetros


Gráfico 5.11: curvas do protótipo 4 ajustadas pela equação dos três parâmetros



Gráfico 5.12: curvas do protótipo 5 ajustadas pela equação dos três parâmetros



Gráfico 5.13: curvas do protótipo 6 ajustadas pela equação dos três parâmetros

Os fatores de forma indicados nos gráficos anteriores foram obtidos empregando-se os resultados experimentais diretamente na equação do modelo dos três parâmetros, e determinando-se os valores de n que faziam a igualdade da equação ser verificada. Os valores apresentados representam a média daqueles que foram encontrados com mais freqüência.

Para obtenção dos valores de **n** foi utilizada uma calculadora HP 48G, que calcula a raiz das equações através do método de NEWTON-RAPSON.

## 5.7 - Resumo e recomendações sobre o modelo proposto

Propõem-se neste capítulo equações para avaliação da rigidez inicial e do momento último de ligações viga-coluna com chapa de topo, para serem aplicadas com os modelos de COLSON (1991) e dos três parâmetros. Para cada um desses modelos foram avaliados os parâmetros de ajuste (**a** e **n**, respectivamente) e obteve-se os valores aparentemente mais indicados para aplicação com as equações propostas.

Para determinação da rigidez inicial propõem-se o emprego de uma das equações abaixo:

$$S = \frac{24 \text{EI} \left(72 \text{E}^2 \text{I}^2 + 12 \text{EIK} \text{a}^3 + 12 \text{EIK} \text{b}^3 + \text{K}^2 \text{b}^3 \text{a}^3\right) \cdot (\text{H} - \text{t}_{\text{f}})^2}{\left(12 \text{EI} + \text{K} \text{b}^3\right) \cdot \left(12 \text{EI} \text{a}^3 + 12 \text{EI} \text{b}^3 + \text{K} \text{b}^3 \text{a}^3\right)}$$
(5.17)

$$S = \frac{24 \text{EIK}(H - t_f)^2}{12 \text{EI} + \text{Kb}^3}$$
(5.29)

onde: E = módulo de elasticidade do aço (20.500 kN/cm<sup>2</sup>);

 $I = (b_{ch}t_{ch}^{3})/12$ ; sendo  $b_{ch}$  e  $t_{ch}$  e a largura e a espessura da chapa de topo, respectivamente;

H = altura da viga;

- t<sub>f</sub> = espessura do flange da viga
- b = distância entre a linha de eixo dos parafusos situados acima da mesa superior da viga e a linha de eixo desta mesma mesa;
- a = distância entre a linha de eixo dos parafusos situados imediatamente abaixo da mesa superior da viga e a linha de eixo da mesa inferior da viga;
- $k = 2.(EA_pt_{ch})/(L_pb_{ch})$ , onde  $A_p e L_p$  são, respectivamente, a área nominal e comprimento dos parafusos.

Para o cálculo do momento último em ligações dimensionadas pelo modelo de viga, propõem-se o menor valor obtido entre o momento de plastificação da viga e as equações apresentadas a seguir:

a1) para ligações sem efeito alavanca

$$M_u = 3A_p f_u (H - t_f), \text{ ou}$$
 (5.36)

$$M_u = 3.8A_v f_r (H - t_f)$$
, para d<sub>p</sub> >25 mm, alternativamente. (5.38)

a2) para ligações com efeito alavanca

$$\mathbf{M}_{u} = \left[ 3 \cdot \mathbf{A}_{p} \cdot \mathbf{f}_{u} \cdot \left( 1 - \frac{\mathbf{b}'}{\mathbf{a}'} \right) + 4 \cdot \frac{\mathbf{M}_{1}}{\mathbf{a}'} \right] \cdot \left( \mathbf{H} - \mathbf{t}_{f} \right), \text{ ou}$$
(5.44)

$$M_{u} = \left[3.8 \cdot A_{r} \cdot f_{u} \cdot \left(1 - \frac{b'}{a'}\right) + 4 \cdot \frac{M_{1}}{a'}\right] \cdot \left(H - t_{f}\right), \text{ para } d_{p} > 25 \text{ mm}, \quad (5.45)$$

alternativamente.

b) em função da resistência da chapa

$$M_{u} = 0.90 \cdot \frac{pt^{2}f_{y}}{b'}(H - t_{f})$$
(5.53)

que só deve ser aplicada quando a verificação da chapa à flexão local tiver sido incluída no dimensionamento da ligação.

Quando o modelo de MANN & MORRIS (1979) for aplicado, ou quando não se disponha de uma expressão mais precisa, o momento último pode ser avaliado por

$$M_{u} = 2,25 \cdot A_{p} \cdot f_{u} \cdot (H - t_{f})$$
 (5.46)

embora possa-se obter resultados muito conservadores.

$$\boldsymbol{f} = \frac{M}{S_i} \cdot \frac{1}{1 - \left(\frac{M}{M_u}\right)^a}$$
(4.6)

a ser aplicada com **a = 9**; e a aplicação do modelo dos três parâmetros, cuja forma básica é:

$$M = \frac{S_{i}f}{\left[1 + \frac{f}{(M_{u}/S_{i})^{n}}\right]^{1/n}}$$
(4.3)

com **n = 0,875**, pois com este valor obteve-se uma representação razoável da curva M -  $\phi$ , sem superestimar a capacidade da ligação.

# 5.8 - Condições para aplicação do modelo proposto

O EUROCODE 3 (1992) recomenda que a determinação da rigidez inicial, do momento último e da rotação última da ligação sejam feitas considerando-se o comportamento das regiões tracionadas, comprimidas e cisalhadas da ligação, conforme figura a seguir:



Figura 5.13: regiões na ligação a considerar segundo o EUROCODE 3 (1992)

As equações apresentadas avaliam esses parâmetros considerando apenas a flexão da chapa e o alongamento dos parafusos na região tracionada, portanto, o modelo pode não fornecer bons resultados quando as deformações da coluna interferirem consideravelmente no comportamento da ligação.

Para evitar este tipo de problema, a aplicação do modelo deve limitarse apenas às ligações cuja coluna possua enrijecedores de alma que impeçam deformações excessivas na mesa da coluna junto às regiões comprimida e tracionada pela viga.

O emprego de reforçadores pode não ser suficiente para atender todos esses requisitos, porém, confere à coluna um comportamento mais rígido na região comprimida, e diminui a influência do flange nas deformações na região tracionada pela viga. Sob essas condições o comportamento do modelo teórico proposto assemelha-se bastante ao comportamento da ligação.

Ao analisar o modelo apresentado deve-se atentar para os seguintes aspectos:

- i) o modelo para avaliação da rigidez inicial é bastante simplificado, e simula a chapa de topo como se esta tivesse um comportamento de viga, e não um comportamento de placa como imagina-se ocorrer na realidade;
- ii) na avaliação da rigidez inicial e do momento da ligação, admitiram-se as hipóteses de que o momento fletor pode ser decomposto em um binário, e que o esforço de tração é absorvido em parcelas iguais pelos parafusos tracionados. É sabido de QUEIROZ (1988), SÁLES *et al.* (1994) e RIBEIRO *et al.* (1997b), que essas suposições não são verdadeiras e que foram desenvolvidas apenas para viabilizarem o dimensionamento das ligações e porque um estudo mais apurado seria demasiadamente complexo;
- iii) o giro da chapa foi calculado da forma clássica, ou seja, admitiu-se que o centro de rotação estava situado no contato entre a linha de eixo do flange comprimido da viga e o flange da coluna, entretanto, sabe-se que as tensões nesta região são transmitidas pelo contato entre a chapa e o flange da coluna, e não por um ponto discreto como comumente idealizado. Dessa forma não há garantia de que o centro de rotação da ligação esteja situado no referido ponto;

Todas essas simplificações são amplamente utilizadas na prática das estruturas de aço e introduzem incertezas e imprecisões no modelo, porém o tornam simples e fácil de aplicar. Uma vez que estas hipóteses já estão "consagradas" pelo uso profissional, a princípio pode-se afirmar que elas também podem ser aplicadas na avaliação do comportamento da ligação, de forma semelhante ou igual a realizada neste trabalho, entretanto, sempre que possível, estudos mais precisos devem ser efetuados.

Embora o modelo tenha apresentado bons resultados nos casos estudados, ainda é necessário aplicá-lo a um universo maior de dados experimentais, pois os dados disponíveis tinham como variáveis apenas a espessura da chapa e o diâmetro do parafuso. Seria interessante, então, dispor de informações onde o gabarito de furação e as dimensões da viga e da coluna também variassem, pois tudo leva a crer que estes fatores também interferem no comportamento da ligação.

# Capítulo 6

# Aspectos Gerais da Influência das Ligações no Comportamento Estrutural de Pórticos de Aço

# 6.1 - Considerações iniciais

A influência das ligações em estruturas de aço pode ser estudada sob dois aspectos:

- a) estudo do comportamento de membros individuais, abordando a influência das ligações na performance de vigas e colunas;
- b) estudo do comportamento global de pórticos metálicos considerando a influência das ligações na distribuição de esforços, deslocamentos e na estabilidade da estrutura.

A fim de analisar as diversas formas de influência das ligações nas estruturas e nos elementos individuais que as compõem, serão abordadas nos próximos itens as alterações que ocorrem no comportamento de vigas, colunas e pórticos planos de aço quando admite-se ligações viga-coluna deformáveis.

# 6.2 - Influência nas vigas

Como indicado por SALMON & JOHNSON (1996), a influência de vínculos elásticos nas extremidades de uma viga pode ser deduzida considerando-se a viga da figura 6.1(a), que tem comprimento L e momentos  $M_{fa}$  e  $M_{fb}$  atuando nas extremidades.

A aplicação do carregamento provoca os momentos  $M_a$  e  $M_b$  e as rotações  $\theta_a$  e  $\theta_b$  (fig. 6.1(b)).



Figura 6.1: Viga com vínculos elásticos

Os momentos nas extremidades das vigas são dados por:

$$M_a = M_{fa} + \frac{4EI}{L}\boldsymbol{q}_a + \frac{2EI}{L}\boldsymbol{q}_b$$
(6.1)

$$M_{b} = M_{fb} + \frac{2EI}{L}\boldsymbol{q}_{a} + \frac{4EI}{L}\boldsymbol{q}_{b}$$
(6.2)

que colocados em função das rotações fornecem:

$$M_a - M_{fa} = \frac{2EI}{L} \left( 2\boldsymbol{q}_a + \boldsymbol{q}_b \right)$$
(6.3)

$$\boldsymbol{M}_{b} - \boldsymbol{M}_{fb} = \frac{2EI}{L} (\boldsymbol{q}_{a} + 2\boldsymbol{q}_{b})$$
(6.4)

subtraindo a segunda da primeira:

$$\left(\boldsymbol{M}_{a}-\boldsymbol{M}_{fa}\right)-\left(\boldsymbol{M}_{b}-\boldsymbol{M}_{fb}\right)=\frac{2EI}{L}\left(2\boldsymbol{q}_{a}+\boldsymbol{q}_{b}-\boldsymbol{q}_{a}-2\boldsymbol{q}_{b}\right)$$
(6.5)

obtém-se:

$$\left(M_{a}-M_{fa}\right)-\left(M_{b}-M_{fb}\right)=\frac{2EI}{L}(\boldsymbol{q}_{a}-\boldsymbol{q}_{b})$$
(6.6)

no caso de vinculação e carregamento simétricos, tem-se  $M_b = -M_a$ ;  $M_{fa} = -M_{fb} = -\theta_a$ . Com isso obtém-se a expressão

$$M_a = M_{fa} + \frac{2EI}{L} \boldsymbol{q}_a \tag{6.7}$$

que representa a influência da rotação da ligação no momento absorvido pela extremidade da viga. Desta expressão pode-se fazer duas observações importantes:

- i) no caso particular de ligações perfeitamente rígidas, a condição de rotação nula (θ<sub>a</sub> = 0) fornece M<sub>a</sub> = M<sub>fa</sub>;
- ii) a segunda, relacionada às ligações perfeitamente articuladas, onde M<sub>a</sub> = 0, fornece  $q_a = \frac{M_{fa}}{\frac{2EI}{L}}$ .

Plotando em gráfico estes dois valores, juntamente com as curvas que representam o comportamento das ligações rígidas, semi-rígidas e flexíveis, SÁLES (1995) determina a região para a qual pode-se adotar um comportamento linear para o comportamento momento-rotação, sem que sejam cometidos erros muito grosseiros. Em termos práticos, este trecho pode ser entendido como a região onde a ligação trabalha em condições de serviço.



Figura 6.2: condições de serviço - SÁLES (1995)

Adotando como exemplo uma viga de comprimento L, com uma carga q uniformemente distribuída sobre todo o vão, tem-se:

$$M_a = rac{qL^2}{12}$$
 e  $q_a = 0$ , para ligação rígida $M_a = 0$  e  $q_a = rac{qL^3}{24EI}$ , para ligação articulada

pondo em gráfico,



Figura 6.3: Condições de serviço (exemplo)

A equação que representa a linha inclinada do gráfico anterior pode ser obtida por uma aplicação direta da equação deduzida por SALMON & JOHNSON (1996), ou considerando a viga como apoiada sobre "engastes elásticos", dessa forma, a redução do esforço nas duas extremidades em função das rotações permitidas pelos apoios é (ver GERE & WEAVER (1987)):

$$\frac{4EI}{L}\boldsymbol{q} - \frac{2EI}{L}\boldsymbol{q} = \frac{2EI}{L}\boldsymbol{q}$$
(6.8)

logo,

$$M = \frac{qL^2}{12} - \frac{2EI}{L}\boldsymbol{q} .$$
(6.9)

Uma outra forma de descrever a influência da rigidez da ligação é através do conceito de "fator de rigidez" ( $\alpha$ ), proposto por CUNNINGHAM (1990), que o define como a relação existente entre a rotação da extremidade da viga devido à aplicação de um momento unitário, e a rotação devido a este mesmo momento acrescida da rotação devida à própria ligação (fig. 6.4).



Figura 6.4: fator de rigidez

O fator de rigidez ( $\alpha$ ) define a rigidez de uma conexão em relação à viga conectada, e segundo CUNNINGHAM (1990) pode ser obtido pela expressão:

$$a = \frac{f_1}{f_2} = \frac{1}{1 + \frac{3EI}{LK}}$$
(6.10)

onde E, I e L são, respectivamente, o módulo de elasticidade, o momento de inércia e o comprimento da viga; K, é a rigidez ao giro da ligação.

Os valores do fator de rigidez variam de **0** (para ligações totalmente articuladas, onde K = 0) a **1** (para ligações perfeitamente rígidas, onde K =  $\infty$ ). Para valores entre 0 e 1 as ligações são consideradas semi-rígidas.

A fim de verificar os efeitos do fator de rigidez, considere-se a viga mostrada na figura 6.5, que será analisada com ligações deformáveis com fator de rigidez variando de 0 (ligação flexível) a 1 (ligação rígida):



Figura 6.5: viga engastada elasticamente

Discretizando esta viga em dois elementos de mesmo comprimento e analisando-a pelo programa PRECAST (LIMA (1994)), obtém-se os resultados apresentados na tabela a seguir:

Tabela 6.1: Esforços e deslocamentos na viga engastada elasticamente

а	M <sub>ext</sub> (kN.cm)	M <sub>vão</sub> (kN.cm)	Rotação (rad)	Flecha (cm)
0,0	0,00	8.000,00	0,0094	2,355
0,1	1.333,33	6.666,67	0,0071	1,884
0,2	2.285,71	5.714,29	0,0054	1,547
0,3	3.000,00	5.000,00	0,0041	1,295
0,4	3.555,56	4.444,44	0,0031	1,099
0,5	4.000,00	4.000,00	0,0024	0,942
0,6	4.363,64	3636,36	0,0017	0,813
0,7	4.666,67	3.333,33	0,0012	0,706
0,8	4.923,08	3.076,92	0,0007	0,616
0,9	5.142,86	2.857,14	0,0003	0,538
1,0	5.333,33	2.666,67	0,00	0,471

Estes resultados podem ser melhor visualizados nos gráficos 6.1, 6.2 e 6.3.



Gráfico 6.1: momentos fletores em viga com ligações deformáveis



Gráfico 6.2: rotação nas extremidades em viga com ligações deformáveis



Gráfico 6.3: flecha no meio do vão em viga com ligações deformáveis

Como era de se esperar, o aumento do fator de rigidez provoca um aumento do momento nas extremidades da viga e uma diminuição do momento no meio do vão. Ocorre também uma diminuição nas rotações, que variam de **qL**<sup>3</sup>/24EI, para ligação rotulada ( $\alpha = 0$ ), até **0**, para ligação rígida ( $\alpha = 1$ ). A flecha no meio do vão varia do valor **5qL**<sup>4</sup>/384EI, quando  $\alpha$ = 0, até **qL**<sup>4</sup>/384EI, quando  $\alpha = 1$ .

O gráfico 6.1, mostra que o emprego de ligações semi-rígidas teoricamente permite um balanceamento entre os momentos nas extremidades e no meio do vão. Para uma viga bi-apoiada isso pode representar o emprego de um perfil mais leve, pois o desenvolvimento de momentos nas extremidades diminui a solicitação no meio do vão. Para uma viga bi-engastada pode representar o emprego de ligações menos rígidas, o significa detalhes de fabricação aue menos е montagem. e. conseqüentemente, a redução do custo da ligação. Muitos autores usam esses argumentos com incentivo ao emprego de ligações semi-rígidas, é o caso de PFEIL(1986), CAMPOS Jr. (1990), JONES et al. (1983), entre outros. No Brasil, porém, isso acaba não tendo muito efeito, pois a falta de tradição no emprego de ligações semi-rígidas, ou mesmo a consideração da rigidez dos tipos mais empregados, inviabiliza considerações desse tipo.

# 6.3 - Influência nas colunas

A principal influência da rigidez das ligações no comportamento de elementos comprimidos está na determinação do comprimento efetivo de flambagem. Outros efeitos são a redução ou incremento do momento fletor transmitido pelas vigas, e um possível ganho de resistência, dependendo do caso e do elemento considerado.

### 6.3.1 - Influência no comprimento efetivo de flambagem

O comprimento efetivo de flambagem de um pilar depende das condições de vinculação de suas extremidades. Se o elemento possui vínculos elásticos então seu comprimento efetivo dependerá, entre outros fatores, da rigidez desses vínculos. Se esta rigidez não for constante para todo o alcance do carregamento o comprimento efetivo também não será, e se modificará a cada variação do carregamento.

Como ilustração considere-se o pórtico abaixo, analisado inicialmente por CORIC & MARCOVIC (1996) com nós rígidos e semi-rígidos.



Figura 6.6: pórtico de CORIC & MARCOVIC (1996)

CORIC & MARCOVIC (1996) empregando um modelo por eles desenvolvido para análise de estabilidade de estruturas, e aplicando também as equações do anexo E do EUROCODE 3 (1992), calcularam os valores de P que levariam a estrutura da figura 6.7 à instabilidade sob as condições de ligações rígidas e semi-rígidas. Os valores obtidos estão na tabela a seguir:

Tabela 6.2: Resultados obtidos por CORIC & MARCOVIC (1996)

Método empregado	Semi-Rígido	Rígido
Eurocode 3 - anexo E	1.358,6 kN	1.564,9 kN
Coric & Marcovic (1996)	1.365,6 kN	1.587,3 kN

Segundo TIMOSHENKO (1936), que analisou estrutura semelhante a esta (exceto pelos apoios, que eram articulados), quando existe simetria na estrutura e no carregamento, as colunas podem ser consideradas como elementos isolados. Aplicando-se, então, a equação de Euler às colunas do pórtico, e substituindo os valores da tabela anterior, obtém-se valores para o módulo de flambagem (k), conforme indicado na tabela 6.3.

$$P_{cr} = \frac{\boldsymbol{p}^2 E I}{\left(kL\right)^2} \quad \rightarrow \quad k = \sqrt{\frac{\boldsymbol{p}^2 E I}{P_{cr}L^2}} \tag{6.11}$$

Tabela 6.3:valores obtidos para o módulo e comprimento de flambagem

Eurocode 3 - Anexo E			CORIC & MARCOVIC (1996)				
Ríg	jido	Semi	rígido	Ríg	jido	Semi-	rígido
k	kL	k	KI	k	kL	k	kL
1.18	472 cm	1.20	480 cm	1.11	444 cm	1.20	480 cm

Percebe-se, então, que a redução da rigidez da ligação interfere no comprimento efetivo de flambagem das colunas, pois afeta diretamente o parâmetro k.

No exemplo apresentado a consideração da rigidez das ligações majorou o comprimento efetivo dos pilares, isto porque a estrutura de referência tinha ligações perfeitamente rígidas. O oposto teria ocorrido se as ligações originais fosses completamente rotuladas.

O gráfico a seguir descreve a variação do módulo de flambagem das colunas do pórtico anterior no intervalo em que a rigidez das ligações varia de **0** a **40.000 kN.m/rad**. Intuitivamente percebe-se que o comportamento da curva mantería-se o mesmo até **S** =  $\infty$ .



Gráfico 6.4: Variação do módulo de flambagem em função da rigidez das ligações

Note-se que k  $\approx$  2,0, quando a rigidez das ligações é nula, ou seja, o módulo de flambagem obtido aproxima-se do caso em que a coluna tem uma extremidade engastada e outra livre. No outro extremo do intervalo, quando a rigidez tende a infinito, tem-se k  $\approx$  1,1, ou seja, aproxima-se do caso em que a coluna tem uma extremidade engastada e outra com deslocamento horizontal livre e giro impedido. O gráfico mostra também, que a partir de um certo valor de rigidez, que depende das propriedades dos elementos e do material da estrutura, o módulo de flambagem torna-se praticamente constante.

Maiores detalhes sobre a influência de ligações semi-rígidas no comprimento efetivo de flambagem de vigas e colunas podem ser encontrados em DRISCOLL Jr. (1976), KISHI *et al.* (1997) e FAKURY *et al.* (1997).

### 6.3.2 - Influência na distribuição de momentos fletores

Quanto à alteração do momento fletor transmitido pelas vigas basta observar duas coisas:

- i) se uma estrutura analisada com nós rígidos for novamente analisada com nós semi-rígidos obter-se-á momentos nas extremidades das colunas inferiores àqueles obtidos na primeira análise, pois a rotação permitida pela ligação promove uma redução nos momentos transmitidos pelas vigas às colunas;
- ii) se uma estrutura analisada com vigas rotuladas às colunas for novamente analisada com ligações semi-rígidas, obter-se-á momentos fletores nas extremidades maiores do que os da primeira análise, pois, se antes não havia transferência de momentos pelo fato das ligações poderem rotacionar livremente, a consideração da rigidez faz surgir momentos que dependem do próprio valor da rigidez.

Para visualizar melhor estas afirmações considere-se o pórtico mostrado na figura 6.7, cuja análise com nós rígidos, articulados e semirígidos (com  $\alpha$  = 0,5) forneceu os resultados apresentados na tabela 6.4.



Figura 6.7: pórtico exemplo (a)

Tabela 6.4: momentos nas colunas do pórtico	exemp	olo (	a
---	-------	-------	---

	Momentos na barra 1		
Fator de rigidez (a)	Nó 1	Nó 2	
0	0	0	
0,5	808.78	1619,88	
1,0	1020.34	2043,61	

Percebe-se que os momentos transmitidos pela viga com  $\alpha$  = 0,5 são menores que os transmitidos pela viga com nós rígidos, e maiores que os transmitidos pela viga com nós articulados, confirmando assim, o que foi dito anteriormente.

# 6.3.3 - Influência na resistência de cálculo de elementos comprimidos e flexocomprimidos

Quanto ao ganho de resistência que pode haver em elementos comprimidos basta considerar uma coluna bi-rotulada e admitir-se que seus apoios não são rótulas perfeitas. Se suas extremidades são capazes de fornecer alguma restrição ao giro o comprimento efetivo será menor e conseqüentemente a coluna terá uma resistência de cálculo maior. Sobre esse assunto NETHERCOT (1986) afirma que mesmo conexões muito flexíveis são capazes de fornecer alguma restrição a guma restrição capaz de melhorar a resistência da coluna.

Por outro lado, uma coluna que tenha vigas rigidamente conectadas, quando analisada sob a condição de vínculos elásticos passa a ter um comprimento efetivo maior, reduzindo assim sua resistência à compressão, e passando a absorver um momento fletor menor que o obtido na análise anterior.

A fim de avaliar esta influência considere-se novamente o pórtico da figura 6.7, agora, porém, com ligações viga-coluna com os seguintes valores de rigidez:

- a) S =  $\infty$ , ligação perfeitamente rígida;
- b) S = 45.000 kN.m/rad, ligação semi-rígida com alto valor de rigidez;
- c) S = 0, ligação perfeitamente rotulada;
- d) S = 3.000 kN.m/rad, ligação semi-rígida com baixo valor de rigidez.

Desprezando-se o comportamento fora do plano do carregamento, e fazendo-se o mesmo estudo de estabilidade realizado por CORIC & MARCOVIC (1996), TIMOSHENKO (1936) e aplicando-se a equação de Euler obtém-se as informações apresentadas na tabela abaixo:

Rigidez (kN.m/rad)	Compressão (kN)	Momento (kN.m)	k
0	62,5	0	2,00
∞	62,5	20,44	1,10
3.000	62,5	16,98	1,98
45.000	62,5	20,16	1,76

Tabela 6.5: esforços nas colunas - pórtico exemplo (a)

Para se verificar como a rigidez das ligações interfere nos elementos comprimidos e flexocomprimidos, foram determinadas pela norma NBR - 8800 (1986) as resistências de cálculo à compressão das colunas para ligações com S = 0 e S = 3.000 kN.m/rad. Logo em seguida foram verificadas as equações de interação propostas por esta mesma norma para verificação elementos flexocomprimidos nos casos em que  $S = \infty$  e S = 45.000 kN.m/rad.

a) resistência de cálculo à compressão com S = 0

$$\frac{b}{t} = \frac{130}{2 \cdot 8} = 8,125 < 16 \rightarrow Q_s = 1,0$$
  
$$\frac{h}{t_w} = \frac{184}{8} = 23 < 42 \rightarrow Q_a = 1,0$$
  
$$Q = Q_s \cdot Q_a = 1,0$$
  
$$\overline{I_x} = \frac{kL_x}{pr_x} \sqrt{\frac{Q \cdot f_y}{E}} = \frac{2,00 \cdot 400}{3,14 \cdot 8,33} \cdot \sqrt{\frac{1,0 \cdot 25}{20500}} = 1,07 \xrightarrow{curva \ a} \mathbf{r} = 0,629$$

com isso:

$$f_c N_n = f_c r Q A_e f_v = 0.9 \cdot 0.629 \cdot 1.0 \cdot 32.5 \cdot 25 = 459.96 \ kN$$

b) resistência de cálculo à compressão com S = 3.000 kN.m/rad

$$\frac{b}{t} = \frac{130}{2 \cdot 8} = 8,125 < 8,5 \rightarrow Q_s = 1,0$$
  

$$\frac{h}{t_w} = \frac{184}{8} = 23 < 42 \rightarrow Q_a = 1,0$$
  

$$Q = Q_s \cdot Q_a = 1,0$$
  

$$\overline{I_x} = \frac{kL_x}{pr_x} \sqrt{\frac{Q \cdot f_y}{E}} = \frac{1,98 \cdot 400}{3,14 \cdot 8,33} \cdot \sqrt{\frac{1,0 \cdot 25}{20500}} = 1,06 \xrightarrow{curva \ a} \mathbf{r} = 0,634$$
  
com isso:

$$f_c N_n = f_c r Q A_g f_y = 0.9 \cdot 0.634 \cdot 1.0 \cdot 32.5 \cdot 25 = 463.61 \ kN$$

Observe-se que a consideração da rigidez realmente forneceu maiores resultados de resistência. Entretanto, o aumento foi quase insignificante (da ordem de 0,7%). Além de ser muito pequeno, este resultado perde totalmente o sentido se for considerado o comportamento fora do plano da estrutura, pois neste caso a resistência da coluna é governada pela flambagem em torno do eixo de menor inércia, e, dependendo da vinculação das colunas fora do plano, a consideração da rigidez da ligação no plano do carregamento pode não ter nenhuma utilidade.

O estudo de apenas um caso não nos permite tirar muitas conclusões, entretanto, convém lembrar que foram empregadas ligações com S = 0 e S = 3.000 kN.m/rad, e as ligações consideradas rotuladas na prática<sup>1</sup> podem atingir valores de rigidez menores que este último, o que resultaria numa variação de resistência ainda menor.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Ligações com dupla cantoneira de alma, com uma cantoneira de alma, com chapa soldada à alma da viga, etc.

Para verificar a influência nos elementos flexocomprimidos considerese novamente o mesmo pórtico, porém com as condições de vinculação fora do plano indicadas na figura 6.8(b).



Figura 6.8: pórtico exemplo com travamento lateral nas extremidades das colunas

Pela norma NBR 8800 (1986) a verificação de elementos flexocomprimidos requer preliminarmente a verificação à compressão e flexão isoladamente, e, posteriormente, a verificação de duas equações de interação que procuram considerar a ação conjunta desses dois esforços. Para avaliar a influência da rigidez das ligações neste tipo de elemento foram estudas apenas as colunas com S =  $\infty$  e S = 45.000 kN.m/rad, pois são os casos onde a interação entre compressão e flexão são mais proeminentes no exemplo em estudo.

c) verificação à flexocompressão com S =  $\infty$ 

Verificação à compressão

Neste caso a flambagem das colunas é crítica fora do plano de carregamento da estrutura, assim:

$$\boldsymbol{I}_{y} = \frac{1}{\boldsymbol{p}} \cdot \frac{kL}{\boldsymbol{r}_{y}} \sqrt{\frac{\boldsymbol{Q} \cdot \boldsymbol{f}_{y}}{E}} = \frac{0.7 \cdot 400}{3.14 \cdot 3.01} \cdot \sqrt{\frac{1.0 \cdot 25}{20500}} = 1.04 \xrightarrow{\text{curva } b} \boldsymbol{r} = 0.450$$

com isso:

$$f_c N_n = f_c r Q A_g f_y = 0.9 \cdot 0.450 \cdot 1.0 \cdot 32.5 \cdot 25 = 329 \ kN$$

- Verificação ao momento fletor
  - $\Rightarrow$  Flambagem local da mesa (FLM):

$$\frac{b}{t} = \frac{130}{2 \cdot 8} = 8,125 < 11 \implies M_n = M_{pl}$$
$$M_n = Z_x f_y = 639,92 \cdot 25 = 15998 \quad kN.m$$

 $\Rightarrow$  Flambagem local da alma (FLA):

$$\frac{N_d}{0.9N_y} = \frac{N_d}{0.9 \cdot A_g \cdot f_y} = \frac{1.4 \cdot 62.5}{0.9 \cdot 32.5 \cdot 25} = 0.12 < 0.207$$
$$I_p = 3.5 \sqrt{\frac{E}{f_y}} (1 - 2.8 \cdot \frac{Nd}{0.9 \cdot N_y}) = 66.55$$
$$\frac{h_w}{t_w} = \frac{184}{8} = 23 < 66.55 \Rightarrow M_n = M_{pl}$$
$$M_n = Z_x f_y = 639.92 \cdot 25 = 15998 \quad kN.m$$

⇒ Flambagem lateral com torção (FLT)

$$I = \frac{L_b}{r_y} = \frac{400}{3,01} = 133 > I_p = 1,75\sqrt{\frac{E}{f_y}} = 50$$
$$M_r = W_x(f_y - f_r) = 225 \cdot (25 - 11,5) = 3037,5 \ kN$$

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_{1} &= \mathbf{p} \sqrt{EGA_{g}I_{t}} = 3,14 \cdot \sqrt{20500 \cdot 8000 \cdot 32,5 \cdot 6} = 561525 \\ \mathbf{b}_{2} &= 6,415 \cdot \frac{A_{g}(d-t_{f})^{2}}{I_{t}} = 6,415 \cdot \frac{32,5(20-0,8)^{2}}{6} = 12.809 \\ \mathbf{I}_{r} &= \frac{0,707 \cdot C_{b} \cdot \mathbf{b}_{1}}{M_{r}} \sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{4\mathbf{b}_{2}}{C_{b}^{2}\mathbf{b}_{1}^{2}} \cdot M_{r}^{2}}} = 210 \\ M_{n} &= M_{pl} - (M_{pl} - M_{r}) \frac{\mathbf{I} - \mathbf{I}_{p}}{\mathbf{I}_{r} - \mathbf{I}_{p}} = 9275 \ kN.cm \end{aligned}$$

⇒ Resistência de cálculo

$$f_b M_n = 0.9 \cdot 9275 = 8347.5 \ kN$$

• Verificação da 1<sup>ª</sup> equação de interação

$$\frac{N_{d}}{\phi_{c}N_{n}} + \frac{M_{d}}{\phi_{b}M_{n}} \le 1,0 \rightarrow \frac{1,4 \cdot 62,5}{731,25} + \frac{1,4 \cdot 20,44}{8347,5} = 0,120 + 0,003 = 0,123 < 1,0$$
  
obs.:  $\phi_{c}N_{c} = 0,9 \times 1,0 \times 1,0 \times 32,5 \times 25 = 731,25$  kN

• Verificação da 2<sup>ª</sup> equação de interação

$$\frac{N_d}{f_c N_n} + \frac{C_m M_x}{(1 - \frac{N_d}{0.73N_{ex}})f_b M_n} \le 1.0$$

C<sub>m</sub> = 0,85 (estrutura deslocável)

$$N_{ex} = \frac{\mathbf{p}^{2} E I_{x}}{(KL)^{2}} = \frac{3.14^{2} \cdot 20500 \cdot 9499}{(1.1 \cdot 400)^{2}} = 9917 \quad kN$$
  
$$\frac{1.4 \cdot 62.5}{329} + \frac{0.85 \cdot 1.4 \cdot 20.44}{\left(1 - \frac{87.5}{0.73 \cdot 9917}\right) \cdot 8347.5} = 0.266 + 0.003 = 0.269 < 1.0$$

d) verificação à flexocompressão com S = 45.000 kN.m/rad

• Verificação à compressão

 $\Rightarrow$  idêntico ao item anterior

• Verificação ao momento fletor

 $\Rightarrow$  idêntico ao item anterior

• Verificação da 1<sup>ª</sup> equação de interação

$$\frac{N_{d}}{\phi_{c}N_{n}} + \frac{M_{d}}{\phi_{b}M_{n}} \le 1,0 \rightarrow \frac{1,4 \cdot 62,5}{731,25} + \frac{1,4 \cdot 20,16}{8347,5} = 0,120 + 0,003 = 0,123 < 1,0$$

• Verificação da 2<sup>ª</sup> equação de interação

$$\frac{N_d}{f_c N_n} + \frac{C_m M_x}{(1 - \frac{N_d}{0.73N_{ex}}) f_b M_n} \le 1.0$$

C<sub>m</sub> = 0,85 (estrutura deslocável)

$$N_{ex} = \frac{\mathbf{p}^{2} E I_{x}}{(KL)^{2}} = \frac{3.14^{2} \cdot 20500 \cdot 9499}{(1.1 \cdot 400)^{2}} = 9917 \quad kN$$
  
$$\frac{1.4 \cdot 62.5}{329} + \frac{0.85 \cdot 1.4 \cdot 20.16}{\left(1 - \frac{87.5}{0.73 \cdot 9917}\right) \cdot 8347.5} = 0.266 + 0.002 = 0.268 < 1.0$$

Como pôde ser observado, a resistência à compressão das colunas foi determinada pela flambagem fora do plano da estrutura, e dessa forma, a rigidez das ligações interferiu apenas nos parâmetros relacionados com o momento fletor. Da verificação das equações de interação percebeu-se que a contribuição do momento fletor foi extremamente pequena em ambos os casos. Isso, porém, não constitui uma regra, pois o comportamento de elementos flexocomprimidos depende da relação entre a força de compressão e o momento fletor, e por isso não é possível extrapolar valores baseados no exemplo anterior.

Tendo em vista a importância do assunto e a simplicidade dos exemplos analisados neste item, recomenda-se um estudo mais detalhado sobre o mesmo, pois apenas uma investigação mais rigorosa permitirá avaliar com segurança esta influência. Tal investigação, porém, não constitui um dos objetivos deste trabalho, e fica aqui registrado como uma sugestão para trabalhos futuros.

## 6.4 - Influência em estruturas aporticadas

Sendo as estruturas aporticadas constituídas por vigas e colunas, tudo aquilo que foi dito nos itens anteriores permanece válido quando se analisa a estrutura como um todo.

Neste item, então, cabe discutir os efeitos globais das ligações vigacoluna na estrutura. Entre esses efeitos, a influência em pórticos submetidos a ação de cargas horizontais (vento, por exemplo) merece destaque, pois a deformabilidade lateral da estrutura é, em muitos casos, um fator preponderante no projeto.

Considere-se, então, o pórtico da figura a seguir, onde novamente serão admitidas vigas ligadas elasticamente às colunas com fator de rigidez variando de 0 a 1.



Figura 6.9: pórtico exemplo (b)

Analisando-se esta estrutura no programa PRESCAST (LIMA (1994)) obtém-se a tabela 6.6, onde constam os deslocamentos laterais dos nós 2, 3 e 4 para fatores de rigidez variando de 0 a 1.

а	Nó 2	Nó 3	Nó 4
0,0	0,989	3,229	5,931
0,1	0,707	2,179	3,806
0,2	0,568	1,670	2,796
0,3	0,481	1,362	2,199
0,4	0,421	1,151	1,802
0,5	0,375	0,995	1,515
0,6	0,338	0,873	1,300
0,7	0,308	0,774	1,125
0,8	0,282	0,691	0,985
0,9	0,259	0,620	0,868
1,0	0,238	0,557	0,768

Tabela 6.6: Deslocamentos laterais do pórtico exemplo (b)

Graficamente, temos:



Gráfico 6.5: deslocamentos laterais - pórtico exemplo (b)

Como era de se esperar, a deslocabilidade lateral da estrutura aumenta à medida em que o fator de rigidez diminui. Nos casos onde  $\alpha$  < 0,5 os deslocamentos tornaram-se excessivos, o que poderia exigir perfis mais pesados ou alguma forma de travamento para tornar a estrutura menos deslocável.

Os resultados obtidos apresentam variações mais bruscas para baixos valores de  $\alpha$ , indicando que o enrijecimento das ligações pode diminuir significativamente a deslocabilidade da estrutura.

Esta influência constitui um dos objetivos deste trabalho, e será melhor estudada no próximo capítulo.

# 6.5 - Alguns comentários sobre o fator de rigidez ( $\alpha$ )

A variação do fator de rigidez no intervalo entre **0** e **1**, fornece uma boa descrição do comportamento das conexões, pois define com precisão o comportamento de ligações rígidas e articuladas e, para o caso semi-rígido, fornece uma boa noção da rigidez da ligação, estabelecendo um valor que permite compará-la com as ligações rígidas e articuladas, e informar quão próxima de um tipo ou outro ela está.

"(...) a representação da rigidez das ligações através de valores que variam de 0 a 1 é muito significativa pois dá ao engenheiro um claro conhecimento da extensão da rigidez disponível na conexão. O número relata precisamente como a estrutura irá comportar-se no contexto da conexão, de uma maneira melhor que o valor absoluto da rigidez da conexão (k), que realmente tem pouco significado na análise." (CUNNINGHAM (1990)).

De fato, quando se diz que uma viga está ligada a uma coluna com um fator de rigidez de 0,6, por exemplo, tem-se uma noção imediata de como será o comportamento da estrutura naquele ponto. O mesmo não ocorre quando se diz que uma ligação tem rigidez à rotação de 4.525 kN.m/rad, por exemplo.

Com base no fator de rigidez CUNNINGHAM (1990) afirma que para representar o comportamento da ligação é necessário apenas uma representação aproximada da curva M- $\phi$ , pois o parâmetro  $\alpha$  é praticamente insensível à variação da rigidez absoluta<sup>2</sup> da ligação. A discussão fundamenta-se na gráfico 6.6 (próxima página), que relaciona o fator de rigidez ( $\alpha$ ) com a rigidez absoluta das ligações de um pórtico plano típico. A seguir transcreve-se a interpretação de CUNNINGHAM (1990) do referido gráfico:

"Como pode ser visto, para altos valores de rigidez absoluta, uma grande variação em **K** produz pequena modificação em **a** (...). O fato de **a** ser mais insensível que **K** confirma que somente uma curva momentorotação aproximada é requerida, pois a análise é diretamente afetada por **a** e não por **K** (...). Inversamente, do trecho inferior do diagrama pode ser visto que pequenos incrementos em **K** produzem apreciáveis variações em **a**, o que é benéfico para a estrutura, pois uma ligação rotulada terá sempre

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> CUNNINGHAM (1990) chama de rigidez absoluta a mesma grandeza que neste trabalho é chamada simplesmente de rigidez da ligação.

alguma rigidez, conduzindo a significativos momentos restringidos." (CUNNINGHAM (1990)).



Gráfico 6.6: Variação do fator de rigidez (a) em função da rigidez das ligações

Embora CUNNINGHAM (1990) defenda entusiasticamente o emprego do fator de rigidez em lugar da rigidez absoluta, a tendência mundial, pelo que se pode observar pelas pesquisas realizadas até agora, é a de se trabalhar diretamente com a rigidez absoluta, mesmo que seu emprego traga alguns inconvenientes. É o que pode ser visto em CHEN & TOMA (1994), BARAKTA & CHEN (1991), FRYE & MORRIS (1975), CAMPOS Jr. (1990) e muitos outros. A grande vantagem de se utilizar o fator de rigidez está na valiosa informação que ele fornece sobre como será o comportamento no nó. Entretanto, com um pouco mais de dificuldade isso também pode ser obtido a partir da rigidez absoluta e do próprio detalhe de fabricação das ligações, pois sabe-se da prática cotidiana da construção metálica e dos diversos estudos sobre ligações, qual é o comportamento dos tipos mais usuais de ligações viga-coluna.

## 6.6 - Outros tipos de influência

As ligações interferem também na estabilidade e na freqüência natural de vibração das estruturas. Essas influências porém não serão abordadas neste trabalho e ficam como sugestão para trabalhos futuros. Detalhes sobre esses tipos de influência podem ser obtidas em SIMITSES & VLAHINOS (1980), LINDSEY *et al.* (1985), CORIC & MARCOVIC (1996), SÁLES (1995) e SOARES FILHO & SAHILIT (1997a,b).

# Capítulo 7

# **Exemplos e Discussões**

# 7.1- Considerações iniciais

Este capítulo apresenta alguns exemplos onde a influência das ligações foi investigada. O estudo consistiu na análise de pórticos planos de aço em teorias de primeira e segunda ordem, incorporando o comportamento momentorotação das ligações. Os resultados assim obtidos foram comparados com os fornecidos por análises clássicas, onde os nós são admitidos ou rígidos ou articulados.

O principal objetivo dessa investigação foi a verificação da influência da rigidez das ligações em estruturas de aço sob condições de serviço. Dentro desse contexto, admitiu-se em todos os exemplos que a estrutura deformava-se em regime elástico e verificou-se se os deslocamentos provocados pelas combinações apropriadas de ações nominais ultrapassavam ou não os valores limites estabelecidos em norma. Em alguns exemplos também foi discutida a

influência das ligações na distribuição de momentos fletores e nos giros dos nós das estruturas.

Procurou-se analisar estruturas cujas características gerais e resultados obtidos com análises clássicas estivessem disponíveis na literatura. Isso foi feito com os seguintes objetivos:

- i) recuperar estudos realizados anteriormente para comparar e discutir resultados e, dependendo do caso, acrescentar informações referentes à influência das ligações;
- ii) garantir que as estruturas analisadas tivessem dimensões e carregamentos compatíveis com o que é realizado na prática da construção metálica.

A análise dos exemplos foi feita com o auxílio do programa computacional "**FLFRM**", elaborado por GOTO & CHEN em 1986, e modificado por KISHI *et al.* (1991)<sup>1</sup>. Este programa analisa pórticos planos com ligações rígidas e semi-rígidas em teorias de primeira e segunda ordem, e já vem sendo utilizado mundialmente há algum tempo, é o caso de WU & CHEN (1990), BARAKTA & CHEN (1991), CHEN & TOMA (1994), KIM & CHEN (1996) e KIM *et al.* (1997). Trata-se, portanto, de um programa de uso já consagrado e razoavelmente difundido no meio técnico-científico. Maiores informações sobre este programa podem ser obtidas em CHEN & TOMA (1994).

O programa em questão utiliza o elemento finito indicado na figura 7.1, que é constituído por um elemento de pórtico plano com molas de rotação nas extremidades, cujo comportamento é descrito neste trabalho pelos modelos linear, polinomial, exponencial modificado e dos três parâmetros.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> KISHI *et al.* (1991). Analysis program for design of flexibly joint frames. Structural Engineering Report No. CE-SRT-91-26, School of Civil Engineering, Pardue University, West La Lafayette, IN, 26 pp. *Apud* CHEN & TOMA (1994).



Figura 7.1: elemento finito empregado

Na grande maioria dos exemplos foram consideradas apenas ligações com chapa de topo, a fim de aplicar o modelo desenvolvido neste trabalho e verificar a influência deste tipo de ligação no desempenho da estrutura. Também analisou-se uma estrutura com ligações com dupla cantoneira de alma, e avaliou-se o desempenho do modelo de SÁLES (1995) em relação ao modelo polinomial de FRYE & MORRIS (1975) e a resultados experimentais.

Em apenas um exemplo, extraído da literatura norte-americana, foram utilizadas ligações com cantoneiras de topo e assento e dupla cantoneira de alma, o comportamento dessas ligações foi representado pelo modelo exponencial modificado, empregando os parâmetros de ajuste de curva fornecidos por CHEN & TOMA (1994).

Os exemplos analisados estão divididos em dois grupos. No primeiro deles são analisados pórticos planos simples com ligações com chapa de topo parafusada, com dupla cantoneira de alma e com cantoneiras de topo e assento e dupla cantoneira de alma. No segundo grupo são analisados apenas pórticos planos de andares múltiplos com ligações com chapa de topo parafusada.

Na apresentação dos resultados de alguns exemplos foi necessário utilizar um elevado número de casas decimais, que embora não tivessem nenhum sentido prático, serviram para mostrar quão pequenos foram alguns dos efeitos analisados.

Em todos os exemplos onde o modelo proposto neste trabalho foi aplicado admitiu-se que as condições de aplicação discutidas no capítulo anterior eram atendidas.

# 7.2 - Primeiro grupo de exemplos: pórticos planos simples

Neste grupo de exemplos são analisadas estruturas cujos resultados obtidos em algum tipo de análise estão disponíveis na literatura consultada. Nesses exemplos, os deslocamentos e esforços obtidos em primeira e segunda ordem foram determinados através da aplicação direta das ações, ou seja, sem aplicação de coeficientes de majoração.

# **Exemplo 1**

O pórtico da figura 7.2 foi analisado com ligações perfeitamente rígidas em teorias de primeira e segunda ordem por SÁLES (1995). Neste trabalho, o mesmo pórtico foi analisado admitindo-se ligações semi-rígidas nos nós 3 e 4.



Figura 7.2: exemplo 1 (fonte: SÁLES (1995), pág. 104)
Dimensionando-se essas ligações com parafusos ASTM A-325 e aplicando os modelos do AISC/LRFD (1986) e as equações de MANN & MORRIS (1979), obtém-se:

Tabela 7.1: elementos empregados nas ligações do exemplo 1

Modelo	Espessura da chapa	Diâmetro dos parafusos
AISC/LRFD (1986)	22,4 mm	19 mm
MANN & MORRIS (1979)	9,5 mm	16 mm

O gabarito de furação, e os parâmetros necessários para obtenção do comportamento momento-rotação dessas ligações estão na fig. 7.3.



Parâmetros da curva M-o:

a) modelo do AISC/LRFD (1986)

Si<sub>(exato)</sub> = 16.860.970 kN.cm/rad Si<sub>(aprox.)</sub> = 16.734.978 kN.cm/rad Mu = 16.041 kN.cm

#### b) modelo de MANN & MORRIS (1979)

 $Si_{(exato)} = 4.745.362 \text{ kN.cm/rad}$  $Si_{(aprox.)} = 4.738.028 \text{ kN.cm/rad}$ Mu = 19.865 kN.cm

Figura 7.3: ligações do exemplo 1

Utilizando-se os valores de rigidez inicial obtidos com a expressão simplificada e aplicando-se o modelo dos três parâmetros, obtém-se as curvas do gráfico a seguir:



Gráfico 7.1: curvas momento-rotação das ligações do exemplo 1

Incorporando essas curvas na análise da estrutura obteve-se os resultados apresentados nas tabelas 7.2 e 7.3, para os mesmos parâmetros estudados por SÁLES (1995).

Tabela 7.2: resultados do exem	plo 1 em 1ª orde	em
--------------------------------	------------------	----

Parâmetros	Ligações Rígidas	Ligações Semi-Rígidas	
avaliados	(Análise Clássica)	AISC/LRFD	MANN & MORRIS
Deslocamento			
horizontal nó 3	0,7185	0,7188	0,7194
(cm)			
Força axial na			
barra 2-4	537,5	537,5	537,5
(kN)			
Momento fletor			
na barra 2-4	7478,60	7478,60	7478,60
(kN.cm)			

Parâmetros	Ligações Rígidas	Ligações Se	emi-Rígidas	
avaliados	(Análise Clássica)	AISC/LRFD	MANN & MORRIS	
Deslocamento horizontal nó 3	0,7586	0,7590	0,7596	
(cm)				
Força axial na barra 2-4 (kN)	539,39	539,39	539,39	
Momento fletor na barra 2-4 (kN.cm)	7854,10	7854,30	7854,7	

Tabela 7.3: resultados do exemplo 1 em 2ª ordem

Observa-se que mesmo empregando-se duas ligações com comportamento bastante diferentes, os resultados obtidos em ambos os casos não diferiram muito daqueles fornecidos pela análise com nós rígidos. Pode-se afirmar, que, para este exemplo, a influência das ligações foi quase imperceptível, e que a hipótese de nós perfeitamente rígidos representou muito bem o comportamento da estrutura, tanto em primeira, quanto em segunda ordem.

Extrapolando-se a capacidade da estrutura, apenas para comparação de resultados, através da aplicação de uma carga horizontal de 100 kN em lugar da carga de 50 kN, de forma a fazer o deslocamento no topo exceder a limitação da NRB 8800 (1986) que recomenda que esse deslocamento seja no máximo de 1/400 em relação a altura total da estrutura, obtém-se em primeira ordem os seguintes valores para o deslocamento horizontal no nó 3:

- Ligações rígidas: 1,437 cm
- Ligações semi-rígidas (AISC): 1,443 cm
- Ligações semi-rígidas (MANN & MORRIS): 1,445 cm

Esses valores indicam que mesmo com a estrutura solicitada além da sua capacidade, a flexibilidade das ligações representou uma majoração nos deslocamentos laterais de aproximadamente **0,42%** em relação à análise com nós rígidos.

Em relação a distribuição de momentos, têm-se para a estrutura subdimensionada (com H = 100 kN) os seguintes valores para a coluna 2-4:

- Ligações rígidas: 14.957 kN.cm
- Ligações semi-rígidas (AISC): 14.958 kN.cm
- Ligações semi-rígidas (MANN & MORRIS): 14.958 kN.cm

Percebe-se novamente que mesmo com a estrutura subdimensionada os momentos fletores com ligações rígidas e semi-rígidas são praticamente os mesmos, confirmando novamente que as ligações consideradas tiveram pouquíssima influência no comportamento da estrutura.

#### **Exemplo 2**

O pórtico da figura 7.4 foi analisado por CHEN & TOMA (1994) em teoria de  $2^{\underline{a}}$  ordem<sup>2</sup>. Foram empregadas ligações com cantoneiras de topo e assento e dupla cantoneira de alma (ver. fig. 1.1), com comportamento momento-rotação representado pela curva do gráfico 5.2, obtida experimentalmente por AZIZINAMINI *et al.* (1985)<sup>3</sup>, e ajustada pelo modelo exponencial modificado por CHEN & TOMA (1994):

 $<sup>^{2}</sup>$  Os dados originais desta estrutura estão em unidades inglesas, e foram aqui transformados para o sistema internacional (SI), a fim de facilitar o entendimento por parte do leitor brasileiro.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> AZIZINZMINI, A.; BRADBURN, J.H.; RADZIMINSKI, J.B. (1985). Statik and cyclic behaviour of semi-rigid steel beam-column conections. Department of Civil Engineering, University of South Carolina, Columbia. *apud* CHEN & TOMA (1994).



Figura 7.4: exemplo 2 (fonte: CHEN & TOMA (1994), pag. 84)



fonte: CHEN & TOMA (1994), pág. 84

Gráfico 7.2: curva M -  $\phi$  da ligação do exemplo 2

Do gráfico 7.2 pode-se perceber que o tipo de ligação empregada neste exemplo é bem mais flexível que as do exemplo anterior, de forma que a influência das ligações neste caso será bem mais acentuada que a verificada no exemplo anterior.

Para efeito de comparação de resultados analisou-se a estrutura sob diversas situações, inclusive com ligações rígidas e rotuladas. Considerou-se também ligações semi-rígidas com comportamento linear, pois, uma vez que espera-se uma influência acentuada devidas às ligações, este exemplo mostrase uma boa oportunidade de observar a influência de um modelo linear no comportamento da estrutura.

A tabela a seguir fornece os esforços e deslocamentos em alguns pontos da estrutura obtidos nas diversas análises realizadas.

Características das ligações e tipo de análise empregada	Deslocamento horizontal no nó 5 (cm)	Rotação no nó 3 (rad)	Momento Fletor na barra 2 (kN.cm)
lig. rígidas 1ª ordem	1,42	0,003984	15.512,04
lig. rígidas 2ª ordem	1,44	0,004009	15.582,09
lig. semi-rígidas (comp. não-linear) 1ª ordem	5,38	0,008945	3.275,49
lig. semi-rígidas (comp. não-linear) 2ª ordem	5,66	0,009368	3.308,71
lig. semi-rígidas (comp. linear) 1ª ordem	3,33	0,006032	7.526,00
lig. semi-rígidas (comp. linear) 2ª ordem	3,45	0,006199	7.638,52
lig. rotuladas 1ª ordem	11,89	0,008000	2.980,40

Tabela 7.4: resultados do exemplo 2

O comportamento do pórtico com nós semi-rígidos não se aproximou do comportamento dos tipos rígido e rotulado, por isso, no que se refere a esses comportamentos não é possível fazer comparações além daquelas que já foram feitas no capítulo anterior.

Observando-se os resultados das análises com nós semi-rígidos, nota-se a extrema flexibilidade da estrutura, pois, já em 1<sup>ª</sup> ordem, o deslocamento lateral do nó 5 em relação à altura da estrutura é de 1/136, muito acima dos limites recomendados pelas normas, que normalmente é de 1/400. Apenas essa característica é suficiente para inviabilizar o uso da estrutura, e exigir o emprego de uma ligação mais rígida ou de algum tipo de contraventamento.

Comparando-se agora as análises com ligações semi-rígidas com comportamentos linear e não-linear, nota-se que em primeira ordem a descrição linear subestimou a deslocabilidade lateral da estrutura em mais de 60% e superestimou o momento na barra 2 em quase 130 %, mostrando-se, então, totalmente inadequada na análise dessa estrutura. Em relação as análises em segunda ordem os resultados foram um pouco piores, e não faz sentido discutilos, pois se uma estrutura não apresenta comportamento satisfatório em primeira ordem, com a análise não-linear esse comportamento só tende a agravar-se.

#### **Exemplo 3**

No terceiro exemplo o modelo proposto neste trabalho e o modelo de SÁLES (1995) foram aplicados a uma estrutura ensaiada experimentalmente por PAULA *et al.*  $(1997)^4$ .

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Neste trabalho não serão apresentados detalhes sobre a instrumentação da estrutura e da metodologia adotada no ensaio. Detalhes dessa natureza poderão ser obtidos na citada referência.

A estrutura em questão, esta esquematizada na figura a seguir, e como pode ser observado apresentava duas ligações viga-coluna, uma com chapa de topo parafusada e outra com dupla cantoneira de alma



Figura 7.5: pórtico ensaiado de PAULA et al. (1997)

As ligações e o esquema estático utilizado na análise da estrutura estão nas figuras a seguir:



Figura 7.6: ligações do pórtico de PAULA et al. (1997)



Figura 7.7: esquema estático do exemplo 3

Apenas para comparação de resultados o modelo polinomial de FRYE & MORRIS (1975) também foi aplicado na análise teórica dessa estrutura. Adotou-se o modelo polinomial pelos seguintes motivos:

- a) o modelo é simples e fácil de aplicar, e já está implementado no programa computacional utilizado neste trabalho;
- b) trata-se, segundo CHEN & TOMA (1994), do modelo mais difundido no meio técnico e cujas informações necessárias para aplicação em diversos tipos de ligações (inclusive as que estão sendo investigadas neste exemplo) estão disponíveis na literatura técnica;
- c) é conveniente comparar os modelos desenvolvidos mais recentemente aos modelos mais antigos, a fim de checar a "ordem de grandeza" dos resultados obtidos;
- d) aplicando-se o modelo polinomial neste exemplo pode-se observar como este se comporta quando aplicado a uma estrutura com perfis e ligações nacionais.

O inconveniente do modelo polinomial é que ele exige o emprego do sistema inglês de unidades, e por conseguinte torna-se necessário converter todos os dados da estrutura para este sistema. Embora todas as análises realizadas com o modelo polinomial tenham sido feitas no sistema inglês, os resultados aqui apresentados foram convertidos para as unidades do sistema internacional.

A tabela a seguir apresenta as simulações teóricas realizadas com essa estrutura, e descreve como as ligações foram tratadas em cada uma delas:

Simulação	Ligação com	Ligação com dupla
numérica	chapa de topo (nó 3)	cantoneira de alma (nó 4)
1	Rígida (clássico)	Rotulada (clássico)
2	Semi-Rígida (modelo proposto)	Rotulada (clássico)
3	Semi-Rígida (modelo polinomial)	Rotulada (clássico)
4	Rígida (clássica)	Semi-Rígida (SÁLES (1995))
5	Rígida (clássica)	Semi-Rígida (modelo polinomial)
6	Semi-Rígida (modelo proposto)	Semi-Rígida (SÁLES (1995))
7	Semi-Rígida (modelo polinomial)	Semi-Rígida (modelo polinomial)

Tabela 7.5: descrição das simulações do exemplo 3

Os resultados obtidos experimentalmente e em cada uma dessas simulações estão na tabela a seguir:

Tabela 7 6 <sup>.</sup>	deslocamentos	verticais na	barra 3	-4 do	exemplo 3
	acolocumentos	vertiouis nu	bunu 0	- uu	exemple o

	Ponto Central	Ponto da Carga 1	Ponto da Carga 2
Experimental	1,208	1,115	1,029
Simulação 1	0,6865	0,5222	0,6805
Simulação 2	0,6873	0,5230	0,6811
Simulação 3	0,6867	0,5224	0,6807
Simulação 4	0,5916	0,4603	0,5687
Simulação 5	0,5500	0,4332	0,5197
Simulação 6	0,5922	0,4609	0,5692
Simulação 7	0,5501	0,4333	0,5198

(valores em cm)

Como mostra a tabela 7.6, as análises teóricas forneceram resultados pouco diferentes entre si, e muito distantes dos resultados experimentais.

Entre as simulações realizadas, a que mais se aproximou dos resultados experimentais foi a que considerou a ligação com dupla cantoneira de alma como uma rótula perfeita e incorporou o comportamento da ligação com chapa de topo através do modelo proposto neste trabalho. Mesmo assim, os resultados dessa simulação pouco diferiram daqueles onde a ligação com chapa de topo foi considerada perfeitamente rígida.

A aplicação do modelo proposto neste trabalho e do modelo polinomial na descrição do comportamento da ligação com chapa de topo forneceu praticamente os mesmos resultados, sendo que o primeiro deles forneceu resultados levemente melhores.

Sobre a ligação com dupla cantoneira de alma a melhor representação foi obtida com a hipótese clássica de rótula perfeita; entre os modelos semirígidos utilizados o que forneceu melhores resultados foi o de SÁLES (1995).

# 7.3 - Segundo grupo de exemplos: pórticos planos de andares múltiplos

Neste grupo de exemplos são analisados pórticos planos de andares múltiplos com ligações com chapa de topo parafusada, e novamente são realizadas análises em primeira e segunda ordem. Foram discutidos basicamente os seguintes aspectos:

i) influência das ligações na deslocabilidade lateral da estrutura:

Em primeira ordem este estudo foi feito com as combinações apropriadas de ações nominais, como recomendam as normas NBR 8800 (1986) e NBR

8681 (1984). Neste item procurou-se determinar a ordem de grandeza das majorações introduzidas pela flexibilidade das ligações na deslocabilidade lateral da estrutura, tendo sempre como parâmetro de comparação as recomendações do anexo C da NBR 8800 (1986), que limita o deslocamento lateral máximo em 1/400 da altura do edifício, e em 1/500 o deslocamento horizontal relativo entre dois pisos consecutivos.

Nas análises em teoria de segunda ordem procurou-se atender as recomendações da norma NBR 8681 (1984) e de SÁLES *et al.* (1997), que recomendam o desdobramento do coeficiente de majoração em coeficientes parciais, de forma a aplicar uma parte às ações nominais e o restante às solicitações, para então obter-se as solicitações de cálculo em teoria de segunda ordem.

O desdobramento desse coeficiente fica a critério do projetista, porém a norma de ações e segurança (NBR-8681) recomenda no item 5.3.2.1 que a parcela que será aplicada às solicitações seja maior ou igual a 1,1.

Tratando especificamente dos exemplos analisados neste grupo, nos quais admitiu-se apenas ações permanente de grande variabilidade e ações devidas ao vento, os coeficientes de ponderação foram desdobrados da seguinte forma (conforme nomenclatura da norma NBR 8681 (1984)):

- <u>ação permanente de grande variabilidade</u>: para este carregamento a norma NBR 8800 (1986) prevê γ<sub>f</sub> = 1,4, assim, foi adotado γ<sub>f1</sub> = 1,1 e γ<sub>f3</sub> = 1,27, de forma que γ<sub>f</sub> = γ<sub>f1</sub> × γ<sub>f3</sub> = 1,4;
- <u>ação devida ao vento</u>: para este carregamento a norma NBR 8800 (1986) também prevê o mesmo coeficiente de 1,4, assim, para simplificar a análise foi adotado o mesmo desdobramento anterior.

Em resumo, no caso específico de análise em teoria de segunda ordem, os deslocamentos laterais foram calculados com ações majoradas em 10%, majoração esta que, segundo a norma NBR 8681(1984), pretende levar em consideração possíveis erros de avaliação dos efeitos das ações, seja por meios construtivos, seja por deficiência do método de cálculo empregado.

i) influência das ligações na distribuição de momentos fletores:

Considerando-se a influência das ligações na estrutura foram determinados os esforços de cálculo, que em seguida foram comparados aos esforços obtidos com nós rígidos e com os momentos últimos avaliado teoricamente com as equações propostas no capítulo 5.

Em primeira ordem esses esforços foram obtidos aplicando-se o coeficiente 1,4 aos esforços obtidos com a combinação crítica de ações nominais. Em segunda ordem os mesmos esforços foram determinados como descrito anteriormente, ou seja, aplicando-se o coeficiente de 1,27 ao esforços obtidos com a análise com ações nominais multiplicadas por 1,1.

Em teoria de segunda ordem as análises foram feitas admitindo-se uma seqüência de carregamento constituída inicialmente pela aplicação das ações verticais, representadas nos exemplos deste trabalho apenas pelas ações permanentes, seguida da aplicação das ações horizontais, representadas pela ação do vento. Adotou-se essa seqüência de carregamento por entender-se que esta é a combinação crítica de ações que pode ocorre durante a vida útil da estrutura. Combinações durante a construção não são objetos deste trabalho.

Apenas por curiosidade também foram realizadas análises mais e menos refinadas, porém não obteve-se resultados muito diferentes daqueles obtidos com a seqüência citada anteriormente.

#### **Exemplo 4**

O pórtico a seguir foi extraído de FRANÇA (1985) e dimensionado neste trabalho em estrutura de aço pela norma NBR 8800 (1986).

A estrutura foi admitida sem comportamento fora do plano do carregamento, e para fins de dimensionamento e análise foram admitidas as seguintes hipóteses:

- a) o carregamento vertical representa uma ação permanente de grande variabilidade na qual já está incluído o peso próprio da estrutura;
- b) o carregamento horizontal representa a ação do vento.





Figura 7.8: exemplo 4 (fonte: FRANÇA (1985))

Os perfis empregados na estrutura e a numeração dos nós adotada na análise estão indicados na figura a seguir:



Figura 7.9: perfis e numeração dos nós do exemplo 4

Como as vigas são compostas por três tipos diferentes de perfis e ocorrem diversos níveis de solicitação, foram dimensionadas três ligações com chapa de topo, cujas características estão apresentadas na figura a seguir:



Dimensões dos elementos empregados (mm)

Ligação	dp	tch
1	28,5	31,5
2	28,5	31,5
3	25,0	25,0

Gabarito de Furação (mm)

Liga-	Gabarito de Furação			ação
ção	H <sub>ch</sub>	<b>b</b> <sub>cn</sub>	b	w
1	800	400	50	220
2	800	400	50	220
3	800	400	50	220

Figura 7.10: ligações do exemplo 4

A posição de cada uma dessas ligações e os perfis que as mesmas conectam às colunas estão apresentados a seguir:

Tabela 7.7:	posição	das	ligações	na	estrutura
			<b>U</b> ,		

Ligação	Viga/Perfil Conectado	Nós onde as ligações estão situadas
1	VS 600 x 125	2, 3, 4, 5, 6, 16, 17, 18, 19 e 20
2	VS 600 x 111	7, 8, 9, 10, 21, 22, 23 e 24
3	VS 600 x 95	11, 12, 13,14, 25, 26, 27 e 28

Dimensionou-se mais de um tipo de ligação apenas para comparar resultados e para utilizar ligações menos rígidas onde era possível, entretanto, na prática usual de projetos pode ser mais adequado utilizar apenas um tipo de ligação As espessuras das chapas e o diâmetro dos parafusos indicados na fig. 7.10 foram determinadas pelo modelo de viga proposto pelo AISC-LRFD (1986). Caso o dimensionamento fosse feito MBCEM obtería-se em algumas delas espessuras e diâmetros um pouco maiores e, consequentemente, ligações mais rígidas.

A tabela a seguir fornece a rigidez inicial e momento último dessas ligações, obtidos pela aplicação das equações deduzidas no capítulo anterior.

	Rigidez Inici	Momento Último	
Ligação	"Exp. Exata"	"Exp. Aproximada"	(kN.cm)
1	27.264.353	26.694.168	66.957
2	27.599.542	27.035.335	67.328
3	27.990.305	27.433.046	46.065

Tabela 7.8: propriedades das ligações do exemplo 4

O gráfico a seguir descreve o comportamento momento-rotação dessas ligações através do modelo dos três parâmetros.



Observa-se que os valores obtidos para a rigidez inicial e o momento último das ligações que conectam os perfis VS 600 x 125 são levemente inferiores aos obtidos com as ligações que conectam os perfis VS 600 x 111, embora este último tenha menor peso e menor inércia.

Esta variação deve-se unicamente às expressões deduzidas no capítulo 5, que foram obtidas decompondo-se o momento fletor em um binário com forças separadas pela distância H - tf. Com essa hipótese, a altura da viga passa a interferir sensivelmente na rigidez inicial e no momento último da ligação e, dentro de uma mesma classe de perfis, terá maior rigidez a ligação que conectar o perfil com menor espessura do flange (desde que sejam empregas ligações com os mesmos parafusos, a mesma espessura de chapa e o mesmo gabarito de furação, obviamente). Entretanto, essa variação não é muito acentuada, e como pode ser visto no gráfico anterior tem pouca influência no comportamento momento-rotação da ligação.

As tabelas a seguir apresentam os resultados obtidos na análise da estrutura em teorias de  $1^{\underline{a}}$  e  $2^{\underline{a}}$  ordem com nós rígidos e semi-rígidos.

Nós	Análise em 1ª ordem		Análise em 2ª ordem	
(fila A)	Rígida	Semi-rígida	Rígida	Semi-rígida
1	0,000	0,000	0,000	0,000
2	0,288	0,288	0,329	0,329
3	0,783	0,784	0,899	0,900
4	1,288	1,544	1,480	1,483
5	1,767	1,769	2,032	2,036
6	2,212	2,215	2,543	2,547
7	2,631	2,634	3,023	3,028
8	3,021	3,024	3,468	3,474
9	3,366	3,370	3,861	3,868
10	3,665	3,670	4,201	4,208
11	3,924	3,928	4,493	4,501
12	4,138	4,143	4,735	4,743
13	4,296	4,302	4,914	4,922
14	4,428	4,433	5,062	5,071

Tabela 7.9: deslocamentos laterais dos nós da fila A - exemplo 4

142

(valores em cm)

Em primeira ordem, a flexibilidade das ligações majorou o deslocamento no topo da estrutura em apenas **0,11%**. Em segunda ordem, com cargas majoradas em 10%, a majoração foi de **0,18%** em relação a análise em segunda ordem com nós rígidos. Comparando-se a análise semi-rígida em segunda ordem com a análise rígida em primeira ordem tem-se uma majoração de **14,52%**, sendo este valor devido mais ao efeito de segunda ordem do que a influência das ligações.

A tabela a seguir fornece os momentos de cálculo obtidos em primeira e segunda ordem com nós rígidos e semi-rígidos.

Nós das Vigas	Ligações	s Rígidas	Ligações Se	emi-Rígidas
Fila A	1 <sup>ª</sup> ordem	2 <sup>ª</sup> ordem	1 <sup>ª</sup> ordem	2 <sup>ª</sup> ordem
16	56.348,38	57.280,08	56.323,07	57.249,95
17	60.373,82	61.617,59	60.348,52	61.584,59
18	58.894,93	60.073,71	58.874,36	60.049,31
19	56.511,29	57.524,00	56.493,89	57.503,92
20	54.205,16	55.051,78	54.187,76	55.034,56
21	50.682,70	51.325,51	50.671,62	51.314,03
22	48.395,54	48.896,34	48.384,47	48.884,86
23	45.798,38	46.154,36	45.788,89	46.144,32
24	43.310,35	43.542,96	43.302,44	43.537,22
25	40.159,59	40.272,97	40.139,02	40.247,15
26	37.834,47	37.875,36	37.818,66	37.856,71
27	35.563,14	35.543,75	35.548,91	35.529,41
28	22.420,72	22.425,05	22.415,98	22.422,18

Tabela 7.10: momentos nas extremidades do eixo B das vigas do exemplo 4

(valores em kN.cm)

Considerando-se a influência das ligações obteve-se praticamente os mesmos resultados obtidos com a análise clássica. De uma maneira geral, a flexibilidade das ligações minorou os momentos em aproximadamente **0,05%**, o que não representa nenhuma vantagem para a estrutura, tendo em vista as

incertezas que existem na avaliação das ações e as diversas hipóteses simplificadoras usualmente admitidas na análise estrutural.

Supondo-se que seja possível empregar perfis CS 400 x 106 em todas as colunas, perfis VS 600 x 95 em todas as vigas, chapa de topo e parafusos de 25 mm (ligação 3) em todas as ligações, obtém-se um deslocamento no topo de **6,52 cm** com ligações rígidas, e **6,55 cm** com ligações semi-rígidas. Nota-se que, mesmo com a estrutura subdimensionada, a influência da flexibilidade das ligações no comportamento global da estrutura ainda foi muito pequena, implicando em uma majoração do deslocamento no topo de apenas **0,46%**.

Os resultados apresentados até agora sugerem que a influência de ligações viga-coluna com chapa de topo no comportamento global de estruturas de aço é extremamente pequena, e que a hipótese de ligações perfeitamente rígidas é bastante apropriada para representar o comportamento dessas ligações. Contudo, convém lembrar que as ligações foram dimensionadas pelo modelo do AISC/LRFD (1986), que, como é conhecido de PRELOURENTZOU (1991), SÁLES (1995), SÁLES *et* al. (1994) e RIBEIRO (1997), é bastante conservador e fornece ligações com elevadas espessuras de chapa e consequentemente com elevada rigidez ao giro.

Apenas para comparação de resultados as ligações desta estrutura foram também dimensionadas pelo modelo de MANN & MORRIS (1979), pois, como é conhecido das referências citadas anteriormente este modelo costuma fornecer ligações com chapas menos espessas que aquelas fornecidas pelos demais modelos disponíveis na literatura. Convém avisar, porém, que segundo MANN & MORRIS (1979) o modelo por eles proposto deve limitar-se a ligações cuja solicitação não exceda 420 kN.m, e neste exemplo os momentos atuantes estão acima deste valor.

Desrespeitando essa limitação, apenas para discutir resultados, obtevese:

	Elementos Empregados		Rigide	z Inicial	Momento
Ligação	dp	tch	"Exata"	"Aproxim."	Último
_	(mm)	(mm)	(kN.cm/rad)		(kN.cm)
1	28,5	25,0	21.063.347	20.788.882	68.373,82
2	25,0	22,4	17.118.683	16.925.038	50.682,70
3	22,2	19,0	12.996.859	12.882.350	40.159,59

Tabela 7.11: ligações dimensionadas pelo modelo de MANN & MORRIS (1979) - exemplo 4

Analisando-se a estrutura com os valores de rigidez inicial aproximada e momento último indicados na tabela anterior, obtém-se os seguintes resultados para o deslocamento no topo da estrutura (nó 14):

Tabela 12: deslocamento no nó 14 com as ligações dimensionadas pelo modelo de MANN & MORRIS (1979)

Análise	Ligações Rígidas	Ligações Semi-Rígidas
1 <sup>ª</sup> ordem	4,428	4,438
2 <sup>a</sup> ordem	5,062	5,078

(valores em cm)

Observa-se mais uma vez que a influência das ligações não foi muito acentuada, mesmo tendo-se reduzido consideravelmente as espessuras das chapas e o diâmetro dos parafusos das ligações.

Com essas ligações o deslocamento lateral do nó 14 foi majorado em **0,23%** em teoria de primeira ordem, e **14,68%** em teoria de segunda ordem, sendo este valor devido mais ao efeito de segunda ordem do que a influência das ligações propriamente dita.

Para finalizar a discussão deste exemplo, convém comparar entre si os parâmetros referentes ao comportamento momento-rotação das ligações

dimensionadas pelos modelos do AISC/LRFD (1986) e MANN & MORRIS (1979).

As tabelas a seguir apresentam as solicitações para as quais as ligações foram dimensionadas e os valores de rigidez inicial e momento último obtidos com as expressões deduzidas no capítulo 5.

	AISC/LRFD (1986)		MANN & MORRIS (1979)	
Ligação	"Exata"	"Aproximada"	"Exata"	"Aproximada"
1	27.264.353	26.694.168	21.063.347	20.788.882
2	27.599.542	27.035.335	17.118.683	16.925.038
3	27.990.305	27.433.046	12.996.859	12.882.350

Tabela 7.13: comparação dos valores de rigidez inicial

(valores em kN.cm/rad)

	Solicitação	Momento Último Estimado		
Ligação	de Cálculo	AISC/LRFD (1986)	MANN & MORRIS (1979)	
1	60.374	66.957	68.766	
2	50.683	67.328	53.186	
3	40.160	46.065	42.191	

Tabela 7.14: comparação dos valores de momento último

(valores em kN.cm)

A variação média entre os valores de rigidez inicial obtidos com as expressões "aproximada" e "exata" foi de aproximadamente **1,6 %**, o que mostra que a expressão aproximada é tão adequada quanto a expressão exata para estimar a rigidez inicial da ligação. Outro fator que incentiva o emprego da expressão aproximada, além da sua simplicidade, é o fato de que até agora observou-se que grandes variações neste parâmetro tiveram pouca influência no comportamento global da estrutura. É o que se percebe quando observa-se que reduzindo-se a rigidez inicial das ligações em aproximadamente 23%, 38% e 54%, respectivamente, a influência no deslocamento do nó 14 passou de

**0,11%** para **0,23%**. Foi o que aconteceu quando passou-se do modelo de AISC/LFRD (1986) para o modelo de MANN & MORRIS (1979).

Sobre os valores estimados para os momentos últimos das ligações, percebe-se que com a aplicação das equações do AISC/LRFD (1986) obtevese momentos últimos em média 19% maiores que as solicitações de cálculo, e que, com as equações de MANN & MORRIS (1979), os momentos últimos foram em média 11% maiores que estas mesmas solicitações. Isto revela uma certa coerência sobre o comportamento das ligações, pois, tendo sido projetadas para uma determinada solicitação, uma avaliação da sua capacidade revela que estas resistem a esforços um pouco maiores. Embora esse comentário parece trivial, é importante observar que foram utilizados valores de momento último da mesma ordem de grandeza das solicitações para as quais as ligações foram projetadas, pois, caso tivessem sido utilizados valores muito acima dos valores de projeto, a capacidade da ligação seria superestimada e a isso poderia ser atribuída a pequena influência das ligações no comportamento global da estrutura. Também convém lembrar que, por razões óbvias, o momento último deve ser maior (ou igual) ao momento para o qual a ligação foi projetada, pois, caso isso não ocorra, além da incoerência, a capacidade da ligação seria subestimada e conduziria a uma influência devida as ligações que na verdade não existiria.

Para que exista a devida coerência entre as solicitações de projeto e o valor estimado para o momento último, a avaliação deste parâmetro deve ser feita com base nos mesmos critérios adotados no dimensionamento, pois, tendo-se em vista que existem na literatura técnica vários critérios para dimensionamento e análise de ligações com chapa de topo, a avaliação do momento último por um método diferente daquele que foi empregado no dimensionamento pode conduzir a valores menores do que a solicitação de cálculo, é, por exemplo, o que teria acontecido caso os momento últimos das ligações dimensionadas pelo modelo de MANN & MORRIS (1979) fossem avaliados pelo modelo de viga, aliás, aplicando-se o modelo de viga na

avaliação dessas ligações em algumas delas obteria-se  $\alpha > 1$ , exigindo então um aumento de sua espessura da chapa e invalidando todo o estudo feito com as equações de MANN & MORRIS (1979).

Embora este trabalho não pretenda abordar questões relacionadas aos métodos de dimensionamento de ligações com chapa de topo, é propício lembrar o que dizem as referências citadas anteriormente sobre o modelo de viga fornecer resuldados muito conservadores e conduzirem a espessuras de chapa bastante elevadas. Essa afirmação também parece ser verdadeira do ponto de vista do comportamento global da estrutura, pois, no exemplo em questão, a redução das espessuras das chapas e em alguns casos a redução do diâmetro dos parafusos praticamente não interferiram no comportamento da estrutura.

#### **Exemplo 5**

A figura 7.11 apresenta um caso analisado por LAVALL(1988). Trata-se de um edifício em aço com 20 andares e pé-direito de 3 m de altura, cuja estrutura é constituída por colunas em perfis CVS 550 x 329, vigas em perfis VS 750 x 140 e aço com módulo de elasticidade de 2.100 tf/cm<sup>2</sup>.

A estrutura foi analisada através do pórtico plano equivalente mostrado na figura 7.12, obtido a partir de algumas simplificações adotadas no projeto estrutural. Para esta estrutura, LAVALL (1988) determina os esforços e deslocamentos em teoria de primeira e segunda ordem, e ilustra a aplicação do programa computacional por ele desenvolvido.

A estrutura da figura 7.12 foi obtida admitindo-se em projeto que a estaticidade lateral, no que se refere a ação do vento, era garantida apenas pelos pórticos dos eixos 1 e 4. Maiores detalhes sobre a concepção estrutural e sobre as hipóteses simplificadoras podem ser obtidos na citada referência. Neste trabalho interessa apenas a influência das ligações nessa estrutura.



Figura 7.11: exemplo 5 (fonte: LAVALL (1988), pág. 115)



Figura 7.12: estrutura analisada por LAVALL (1988) (fonte: LAVALL (1988), pág. 119)

Para a estrutura da fig. 7.12, LAVALL (1988) fornece as seguintes propriedades geométricas para as barras:

Barras	Área da seção transversal	Momento de Inércia
1 - 40	419 cm <sup>2</sup>	219700 cm <sup>4</sup>
41 - 60	838 cm <sup>2</sup>	219700 cm <sup>4</sup>
61 - 80	179 cm <sup>2</sup>	186500 cm <sup>4</sup>
81 - 100	1790 cm <sup>2</sup>	1865 cm <sup>4</sup>

Tabela 7.15: propriedades geométricas das barras

As ações de cálculo atuantes na estrutura da fig. 7.12 são, segundo LAVALL (1988):

Ações permanentes e sobrecargas (verticais):

q = 2,13 tf/m (aplicada em todas as vigas entre os eixos A e B) P = 125,40 tf/m (aplicada em todos os nós do eixo C)

Ações devidas ao vento (horizontais):

H = 3,78 tf (aplicada em todos os nós do eixo A)

Dimensionando-se as ligações das vigas 61 à 80 pelo modelo do AISC/LRFD (1986), com parafusos ASTM A-490 e a geometria indicada na figura 7.13, obtém-se chapa de topo de 37,5 mm e parafusos com diâmetro nominal de 31,75 mm.

Os parâmetros que caracterizam o comportamento momento-rotação dessa ligação são:

- Rigidez Inicial: 6.268.997,49 tf.cm/rad (expressão "aproximada")
- Momento Último: 12.148,13 tf.cm



Figura 7.13: gabarito de furação das ligações do exemplo 5

As tabelas a seguir apresentam os resultados para os deslocamentos laterais nos nós do eixo A, e os esforços nos elementos mais solicitados. Avisase, porém, que os valores aqui apresentados não coincidem com os fornecidos por LAVALL (1988), pois, como neste trabalho o objetivo é caracterizar a influência das ligações sob condições de serviço e comparar os momentos de cálculo com os momentos últimos avaliados teoricamente, os esforços e deslocamentos foram aqui determinados como indicado anteriormente, e não com ações de cálculo, como o faz LAVALL (1988), cujo objetivo principal era demonstrar o programa computacional por ele desenvolvido e ilustrar a análise de um problema tridimensional por meio de um problema plano equivalente.

Nós	1 <sup>a</sup> o	rdem	2 <sup>a</sup> or	rdem
(Eixo A)	Rígido	Semi-Rígido	Rígido	Semi-Rígido
1	0,00	0,00	0,00	0,00
2	0,45	0,45	0,56	0,56
3	1,29	1,29	1,67	1,67
4	2,22	2,22	2,86	2,87
5	3,17	3,17	4,07	4,08
6	4,12	4,12	5,27	5,28
7	5,05	5,06	6,45	6,46
8	5,97	5,98	7,60	7,61
9	6,87	6,87	8,72	8,73
10	7,73	7,74	9,80	9,82
11	8,57	8,58	10,84	10,86
12	9,37	9,38	11,84	11,85
13	10,14	10,15	12,79	12,80
14	10,87	10,88	13,68	13,70
15	11,56	11,56	14,53	14,55
16	12,20	12,21	15,32	15,34
17	12,81	12,82	16,06	16,08
18	13,37	13,37	16,75	16,76
19	13,88	13,89	17,38	17,39
20	14,35	14,36	17,95	17,97
21	14,79	14,80	18,49	18,51

Tabela 7.16: deslocamentos laterais - exemplo 5

(valores em cm)

Tabela 7.17: momentos fletores nas barras mais solicitadas

Barras mais	1ª ordem		2 <sup>ª</sup> ordem	
solicitadas	Rígidas	Semi-Rigidas	Rígidas	Semi-Rigidas
21 (nó 22)	10.373,30	10.376,77	10.858,75	10.865,99
62 (nó 24)	10.665,90	10.662,82	12.588,88	12.582,02

(valores em tf.cm)

Percebe-se mais uma vez que a influência das ligações, tanto em primeira quanto em segunda ordem foi extremamente pequena, não chegando a interferir significativamente no comportamento da estrutura. Mais uma vez observou-se que a hipótese de nós perfeitamente rígidos representou muito bem o comportamento das ligações com chapa de topo.

Observa-se, porém, que os deslocamentos laterais em segunda ordem superaram em mais de 25% os deslocamentos em primeira ordem, valor este que está bem acima daqueles indicados por SALMON & JOHNSON (1990), SÁLES (1995) e SÁLES *et al.* (1997), que afirmam que este efeito normalmente não excede 10% dos resultados obtidos em primeira ordem.

Observando-se os resultados em primeira ordem, observa-se que o deslocamento máximo desta estrutura é de 1/405 da altura total da estrutura, entretanto, a limitação de deslocamento relativo entre pisos de 1/500 é excedida em vários pisos da estrutura, indicando a existência de uma flexibilidade lateral além do recomendado. Possivelmente esta é a razão dos valores tão elevados observados em segunda ordem.

#### **Exemplo 6**

Tendo-se em vista que o modelo proposto neste trabalho foi calibrado por ensaios em perfis VS 250 x 37 e foi aplicado nos exemplos anteriores em estruturas com perfis bem maiores que este, pode-se questionar a validade dessa extrapolação argumentando-se que o modelo pode não representar adequadamente o comportamento de ligações que conectem perfis de altura muito maior do que aquele que foi usado para estabelecê-lo.

A fim de tirar essa dúvida criou-se a estrutura da figura 7.14, que apresenta propositadamente colunas em perfis CVS 350 x 105, vigas em perfis VS 250 x 37 e na qual serão empregadas as mesmas ligações ensaiadas por RIBEIRO (1997), para as quais tem-se a certeza de que o modelo fornece um comportamento conservador e que subestima a capacidade das ligações (ver gráficos do capítulo 5).



#### Características da estrutura

#### <u>Materiais</u>

Colunas: CVS 350 x 105 Vigas: VS 250 x 37 Aço ASTM A-36  $E = 20.500 \text{ kN/cm}^2$ 

Carregamento

- Carga uniformemente distribuída vertical de 16 kN/m aplicada em todas as vigas;
- Carga horizontal concentrada de 10 kN aplicada nos nós da fila A, exceto no apoio;



Uma análise preliminar dessa estrutura no programa CYPECAD -METÁLICA 3D, revelou que alguns dos elementos empregados não são apropriados para o carregamento indicado, e que embora o deslocamento no topo esteja abaixo do limite de 1/400, o deslocamento relativo entre alguns andares excede a limitação de 1/500.

Mesmo sabendo-se que a estrutura está subdimensionada e totalmente fora de norma, manteve-se esta configuração e apenas para efeito de comparação o carregamento lateral foi aumentado gradativamente até 50 kN.

As características gerais das ligações e os resultados desse estudo estão apresentados nas tabelas a seguir e discutidos logo em seguida:

Eleme	Elementos empregados		Propriedades teóricas (modelo proposto)		
Ligação	t <sub>ch</sub> (mm)	dp (mm)	Rigidez Inicial (kN.cm/rad)	Momento Último (kN.cm)	
1	31,5	16	6.382.881	11.639	
2	25	16	4.801.623	10.506	
3	22,4	16	4.201.796	9.352	
4	19	19	4.279.822	12.476	

Tabela 7.19: deslocamento no topo

н	Ligações	Ligações Semi-Rigidas				
(kN)	Rígidas	Ligação 1	Ligação 2	Ligação 3	Ligação 4	
10	6,086	6,088	6,090	6,089	6,089	
20	12,163	12,172	12,189	12,715	12,175	
30	18,240	20,739	23,300	29,450	19,545	
40	24,317	45,594	59,350	78,362	38,200	
50	30,395	98,588	122,82	160,40	83,093	

(valores em cm)

rabela 7.20. momento na viga mais solicitada (barra 4-CD)	Fabela 7.20:	momento na	viga	mais	solicitada	(barra	4-CD)
---	--------------	------------	------	------	------------	--------	-------

Н	Ligações	Ligações Semi-Rigidas					
(KN)	Rígidas	Ligação 1	Ligação 2	Ligação 3	Ligação 4		
10	6.415	6.414	6.414	6.413	6.414		
20	10.451	10.442	10.385	9.328	10.443		
30	14.487	11.630	10.385	9.347	12.454		
40	18.523	11.635	10.497	9.350	12.469		
50	22.559	11.637	10.503	9.351	12.473		

(valores em kN.cm)

As tabelas mostram que começou-se a obter resultados absurdos apenas quando  $H \ge 40$  kN, o que não é nada assustador, pois já com H = 30 kN o deslocamento no topo era de 1/191, e nas vigas mais solicitadas o momento fletor já havia ultrapassado o momento último.

Esses resultados mostram que de fato a influência das ligações vigacoluna com chapa de topo é extremamente pequena, e que só ocorre quando a estrutura está subdimensionada ou é extremamente flexível. Tudo leva a crer que se os elementos estruturais e ligações estiverem devidamente dimensionada em primeira ordem, e forem atendidas as limitações de deslocamentos recomendadas pelas normas, a influência das ligações será pequena e poderá ser desprezada na análise estrutural sem comprometer a segurança da estrutura.

Mesmo com todos os resultados convergindo para a conclusão de que a hipótese de nós perfeitamente rígidos é apropriada para ligações com chapa de topo parafusada, ainda é aconselhável investigar a validade do modelo proposto quando este for aplicado a ligações com perfis diferentes daqueles em que foi estabelecido. Também é aconselhável realizar estudos experimentais onde seja estudado um esquema estrutural completo, e não apenas a ligação isolada, pois um estudo dessa natureza pode indicar a necessidade de realizar ajustes adicionais no modelo, que podem não serem captados quando a ligação é estudada isoladamente. Essa sugestão baseia-se nos resultados do exemplo 3, onde mesmo considerando-se a flexibilidade da ligação com chapa de topo conforme o modelo proposto, obteve-se praticamente os mesmos resultados dos nós rígidos, que por sua vez divergiram consideravelmente dos resultados experimentais.

## **Capítulo 8**

### **Conclusões e Sugestões**

#### 8.1- Sobre o modelo proposto

No capítulo 5 foi proposto um modelo teórico para previsão do comportamento momento-rotação de ligações viga-coluna com chapa de topo. Este modelo foi aplicado a ligações ensaiadas experimentalmente e os resultados obtidos mostraram que este definia curvas M -  $\phi$  bastante próximas da experimental, porém com uma leve tendência em subestimar seu comportamento.

Foram propostas duas equações para cálculo da rigidez inicial dessas ligações, e foi observado que as duas apresentavam boa concordância com os resultados experimentais. A aplicação dessas equações em todos os exemplos onde considerou-se ligações com chapa de topo demostrou que a diferença entre os resultados fornecidos por elas normalmente não chegava a 10%.

Para determinação do momento último foram deduzidas equações baseadas nos modelos de dimensionamento empregados (AISC/LRFD (1986) e MANN & MORRIS (1979)) e nas recomendações da norma NBR 8800 (1986). As equações obtidas apresentaram uma tendência em subestimar os resultados experimentais em valores que variaram de 10 a 30%. Entretanto, mesmo apresentando um comportamento bastante conservador em alguns casos, essas expressões forneceram resultados coerentes, pois em todos os exemplos analisados obteve-se valores de 10 a 20% maiores que aqueles que foram utilizados para dimensionar as ligações. Uma folga de resistência aceitável e até mesmo esperada.

Para aperfeiçoamento do modelo aconselha-se a realização de testes experimentais onde varie-se os perfis empregados, o gabarito de furação e os demais parâmetros que caracterizam as ligações com chapa topo. Com um estudo deste tipo pode-se averiguar com mais precisão o modelo proposto e realizar os ajustes que possam se mostrar necessários. Caso um estudo experimental mais profundo sobre essas ligações demonstre que o ajuste feito na expressão para cálculo da rigidez inicial não seja válido para ligações com características diferentes daquelas ensaiadas por RIBEIRO (1997), pode ser pesquisada uma outra expressão para a constante de mola k, com base nos outros termos da equação 5.11.

Também parece aconselhável ensaiar um conjunto estrutural completo, a fim de verificar se todas as considerações feitas para a ligação isolada permanecem válidas quando considera-se a estrutura como um todo, ou se é necessário realizar mais alguns ajustes, para fazerem os resultados teóricos aproximarem-se dos resultados experimentais. Essa sugestão pode ser interessante tanto para as ligações com chapa topo, onde pode-se investigar o modelo proposto neste trabalho, como para as ligações com dupla cantoneira de alma, onde pode-se investigar o modelo proposto por SÁLES (1995). Essa investigação pode ser acompanhada por simulações numéricas via elementos finitos, uma vez que a literatura técnica tem relatado bons resultados sobre esse tipo de aplicação.

Para as ligações com chapa de topo é importante desenvolver meios de avaliar a influência das regiões comprimida e cisalhada, como sugere o EUROCODE (1992), a fim de que o modelo possa ser aplicado sem restrições.

Também seria interessante realizar todas essas investigações com as ligações com chapa de topo sem enrijecedores de alma na coluna, pois este tipo de ligação é de mais fácil fabricação, o que poderia representar alguma economia. Além disso, seria uma boa oportunidade de verificar qual a influência dos enrijecedores de alma no comportamento momento-rotação da ligação.

#### 8.2- Sobre a influência das ligações

Por meio dos exemplos analisados observou-se que a influência das ligações viga-coluna com chapa de topo no comportamento global de pórticos planos de aço é extremamente pequena, e que a hipótese de ligações perfeitamente rígidas é adequada para descrever o comportamento de tais ligações. Tendo-se em vista essa pequena influência, pode-se afirmar que em condições de serviço apenas a consideração da rigidez inicial representa muito bem essas ligações.

O mesmo não se pode afirmar para as outras ligações analisadas, pois, como observou-se no exemplo onde foram empregadas ligações com cantoneiras de topo e assento e dupla cantoneira de alma, o modelo linear conduziu a resultados absurdos. Recomenda-se, então, que, quando forem utilizadas ligações cuja prática cotidiana as qualifique como completamente flexíveis ou mesmo semi-rígidas, que seja analisadas com modelos nãolineares, pois um modelo linear atuará contra a segurança da estrutura.

Em termos numéricos podem ser feitos diversos estudos em estrutura com ligações semi-rígidas, por exemplo:

- implementação do modelo de COLSON (1991) no programa FLFRM ou em outro programa que efetue análise de estruturas com ligações semirígidas;
- ii) investigação da influência das ligações em problemas de estabilidade, na determinação do comprimento de flambagem e no cálculo da carga crítica de flambagem;
- iii) investigação da influência das ligações na freqüência natural de vibração das estruturas.

Para comprovação dos resultados obtidos em estudos teóricos e experimentais, pode-se realizar simulações numéricas via elementos finitos tridimensionais de toda a estrutura, considerando-se desta vez o comportamento macroscópico das ligações. Simulações desse tipo já podem ser feitas atualmente em programas comerciais como o ANSYS e o LUSAS, e já existem computadores que permitem realizar simulações com elevado número de elementos, demonstrando que um estudo dessa natureza é perfeitamente viável.
## **Bibliografia**

- AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION (1986). Load and resistance factor design: specifications for structural steel buildings. Chicago, AISC.
- AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION (1989). Allowable stress design: specifications for structural steel buildings. Chicago, AISC.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1986). NBR 8800 -Projeto e execução de estruturas de aço em edifícios. Rio de Janeiro, ABNT.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1984). NBR 8681 -Ações e segurança nas estruturas. Rio de Janeiro, ABNT.
- AZIZINAMINI, A.; BRADBURN, J. H.; RADZIMINSKI, J.B. (1987). Initial stiffness of semi-rigid steel beam-to-column connections. Journal of Constructional Steel Research. Vol. 8, p. 71-90.

- BAHAARI, M.R.; SHERBOURNE, A.N. (1994). Computer modelling of an extended end-plate bolted connection. Computer & Structures, v. 52, n. 5, p. 879-893.
- BAHAARI, M. R.; SHERBOURNE, A.N. (1996). 3D simulation of bolted connections to unstiffened columns-II. Extended endplate connections. Journal of Constructional Steel Research. Vol. 40, no. 3, p. 189-224.
- BARAKTA, M. CHEN, W.F. (1991). Design analysis of semi-rigid frames: evaluation and implementation. Engineering Journal, American Institute of Steel Construction, second quarter, p.55-64.
- BJORHVDE, R.; COLSON, A.; BROZZETTI, J. (1990). Classification system for beam-to-column connections. Journal of the Structural Connections Division, v. 116, no. 11, p. 3059-3076, November.
- BOSE, B.; SARKAR, S.; BAHRAMI, M. (1996). Extended endplate connections: comparison between three-dimensional nonlinear finite-element analysis and full-scale destructive tests.
- CAMPOS Jr. R. A. (1990). Análise do comportamento de estruturas reticuladas de aço com ligações semi-rígidas. Rio de Janeiro, 165 p. Dissertação (Mestrado). Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.
- CHEN, W. F.; KISHI, N. (1989). Semirigid steel beam-to-column connections: data base and modelling. Journal of Structural Engineering, v. 115, n. 1, january, p. 105-119.
- CHEN, W.F.; TOMA, S. (1994). Advanced analysis of steel frames: theory, software and applications. CRC Press.

- COLSON, A. (1991). Theoretical modelling of semirigid connections behaviour. Journal of Constructional of Steel Research, n. 19, p. 213-224.
- CORIC, B.; MARKOVIC, Z.(1996). Stability Analysis of steel frames structures with semi-rigid connections. Proceedings of 5th International Colloquium on Structural Stability. Rio de Janeiro, p. 131-142.
- CUNNINGHAM, R. (1990). Some aspects of semi-rigid connections in structural steelwork. The Structural Engineer, vol. 68, n. 5, p.85-92.
- CYPECAD METAL 3D: MANUAL DO USUÁRIO (1995). Múltiplus computação gráfica. São Paulo.
- DRISCOLL Jr., G. C. (1976). Effective length of columns with semi-rigid connections. Engineering Journal, American Institute of Steel Construction, n. 13, fourth quarter, p.109-115.
- EUROPEAN COMMITEE FOR STANDARDIZATION (1992). Eurocode 3, design of steel structures. Part 1.1. General rules and rules for buildings.
- FAKURY, R.H.; MONTEIRO, R.C.; ,MAIA, E.V.; QUEIROZ, G. (1997). Análise de estruturas de aço com ligações semi-rígidas. XVIII Congresso Ibero Latino-Americano de Métodos Computacionais para Engenharia. Vol. 1, p. 31-38.
- FIELDING, D. (1994). Frame response considering plastic panel hinges. Engineering journal, first quarter.
- FRANÇA, R. L. S. (1985). Exemplo de cálculo do esforço de segunda ordem global em um edifício de concreto armado. In: Colloquium sobre

Estabilidade Global das Estruturas de Concreto Armado, São Paulo, julho. SãoPaulo: IBRACON, 45P.

- FRYE, M. J.; MORRIS, G. A. (1975). Analysis of lexibility connected steel frames. Cannadian Journal of Civil Engineering, v. 2, p. 280-291.
- GALAMBOS, T.V. (1988). Guide to Stability design criteria for metal structures. 4 th edition. John Wiley & Sons. U.S.A.
- GERE, J. M.; WEAVER Jr, W. (1987). Análise de estruturas reticuladas. Editora Guanabara. Rio de Janeiro, Brasil.
- GERSTLE, K.H. (1988). Effect of connections on frames. Journal of Constructional Steel Research, v. 10. P. 241-267.
- GOMES, F.C.T.; NEVES, L.F.C. (1996). Influence of semi-rigid connections on the behaviour of frames. Classification of connections. Proceedings of 5th International Colloquium on Structural Stability. Rio de Janeiro, p. 121-130.
- GOTO, Y. MIYASHITA,S. (1995). Validity of classification systems of semirigid connections. Engineering Structures, v. 17, n. 8, p.544-553.
- GUÍA DEL USUARIO DE LA CALCULADORA HP 48G (1994). Hewlett Packaard Company. U.S.A.
- HELMAN,H. QUEIROZ, G. (1995). Comportamento tridimensional de nós semi-rígidos em estruturas de aço. In: XXVII Jornadas Sudamericanas de Ingenieria Estructural. Tucumán-Argentina, p.439-450.

- HUMER, C.; TSCHEMMERNEGG, F.A. (1988). A nonlinear joint model for the design of structural steel frames. Construzioni Metalique, n. 1, p.31-41.
- IOANNIDES, S.A. (1987). Frame analysis including semi-rigid connections and p-delta effects. In: BJORHOVDE, R.; BROZZETTI, J. COLSON, A., ed, Connections in steel structures, Elsever, London, p.33-40.
- JOHNSTON, B.G.; MOUNT, E.H. (1942). Analysis of building frames with semi-rigid connections. Transactions, ASCE, vol. 107, p. 993-1019.
- JONES, S. W.; KIRBY, P. A.; NETHERCOT, D. A. (1980). Effect of semi-rigid connections on steel column strength. Journal of Constructional Steel Research, v. 1, n. 1, p.38-46.
- JONES, S. W.; KIRBY, P. A.; NETHERCOT, D. A. (1983). The analysis of frames with semi-rigid connections - A state-of-the-art-report. Journal of constructional Steel Research, v. 3, n. 2, p.2-13.
- JONES, S.W.; KIRBY, P.A.; NETHERCOT, D.A. (1987). The effects of imperfections on the strength of columns with semi-rigid end restrained. Structural engineering group. Proc. Istn. Civil Engrs., part 2, p. 427-441, june.
- KIM, S.E.; CHEN, W.F. (1996). Practical advanced analysis for semi-rigid frame design. Engineering journal, v. 33, n.4, fourth quarter.
- KISHI, N.; CHEN, W.F.; GOTO, Y. (1997). Effective length factor of columns in semirigid and unbraced frames. Journal of Structural Engineering, v.123, n. 3, p. 313-320, march.

- KRISHNAMURTHY, N.; HUANG, H. T.; JEFFREY, P. K.; AVERY, L. K. (1979). Analytical M-φ curves for end-plate connections. Journal of structural division, American Society of Civil Engineers, n. 105, ST1 p. 133-145, january.
- KUKRETI, A.R.; MURRAY, T.M.; ABOLMAALI, A. (1987). End-plate connection moment-rotation relationship. Journal of Constructional Steel Research. Vol. 8, p. 137-160.
- LAVALL, A. C. C. (1988). Análise elástica em segunda-ordem de pórticos planos. São Carlos, 198 p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- LIGHTFOOT, E.; LE MESSURIER, A. P. (1974). Elastic analysis of frameworks with elastic connections. Journal of structural division, American Society of Civil Engineers, n. 100, p. 1297-1309.
- LIMA, M.V.C. (1994). Software para pórticos palnos com ligações deformáveis. Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- LINDSEY, S.D.; IOANNIDES, S. A.; GOVERDHAN, A. V. (1985). The effect of connection flexibility on steel members and frame stability. *In:* Connection Flexibility and Steel Frames. CHEN, W.F., ed.
- LORENTZ, R. (1985). A new alternative in steel construction partially restrained connections. *In:* Connection Flexibility and Steel Frames. CHEN, W.F., ed.
- LOTHERS, J.E. (1951). Elastic restraint equations for semi-rigid connections. Transactions, ASCE, vol. 116, p. 480-494.

- MANN, A.P.; MORRIS, L.J. (1979). Limit design of extended end-plate connections. Journal of Structural Division, ASCE, vol. 105, n. 3, p. 511-28, Mar.
- MANUAL BRASILEIRO PARA CÁLCULO DE ESTRUTURAS METÁLICAS (1986). Brasília, Ministério da Indústria e do Comércio, Secretaria de Tecnologia Industrial. 4 volumes.
- MULAS, M.G. (1996a). An analytical model for steel beam-to-column joints behaviour. Part I - model derivation. Costruzioni Metalliche, n. 2 marzoaprile, p.15-31.
- MULAS, M.G. (1996b). An analytical model for steel beam-to-column joints behaviour. Part II - model validation. Costruzione Metalliche, n. 3 maggio-giunno, p.19-30.
- MONFORTON, G.R.; WU, T.S. (1963). Matrix Analysis of semi-rigidly connected frames. Journal of the structural division, v.87, n. St6, p.13-42, december.
- NETHERCOT, D.A. (1985). Utilisation of experimentally obtained connections data in assessing the performance of steel frames. *In:* Connection Flexibility and Steel Frames. CHEN, W.F., ed.
- NETHERCOT, D.A. (1986). The behaviour of steel frame structures allowing for semi-rigid for semi-rigid joint action. *In:* Steel structures, recent research advances and their applications to design. PAVLOVIC, M.N., ed.
- NETHERCOT, D.A.(1996). Stability connections: their interaction as it affects the behaviour and design of steel frames. Proceedings of 5th

International Colloquium on Structural Stability. Rio de Janeiro, p. 95-108.

- PAULA, C. *et al.* (1997). Ensaio de viga de aço. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. 38 p.
- PFEIL, W. (1986). Estruturas de aço. Rio de Janeiro. LCT Livro Técnico e Científico S.A. vol. 3.
- POGGI, C.; ZANDONINI, R. (1987). A finite element method for the analysis of semi-rigid frames. In: BJORHOVDE, R.; BROZZETTI, J. COLSON, A., ed, Connections in steel structures, Elsever, London, p.33-40.
- PRELORENTZOU, P.A. (1991). Um estudo sobre ligações viga-coluna em estruturas de aço. São Carlos, 221 p. Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- QUEIROZ, G. (1988). Elementos das Estruturas de Aço. Belo Horizonte. Publicado pelo autor.
- QUEIROZ, G. (1992). Estudo do comportamento e sistematização do projeto de ligações rígidas entre perfis I com almas coplanares. Belo Horizonte, 159 p. Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia, Universidade de Minas Gerais.
- QUEIROZ, G. (1995). Análise experimental de Ligações Soldadas. Belo Horizonte, 258p. Tese (Doutorado). Escola de Engenharia, Universidade de Minas Gerais.
- RADMZIMINSKI, J.B.; AZIZINAMINI, A. (1988). Prediction of momentrotation behaviour of semi-rigid beam-to-column connections. In:

BJORHOVDE, R.; BROZZETTI, J. COLSON, A., ed, Connections in steel structures, Elsever, London, p.33-40.

- RATHBUN, J.C. (1936). Elastic properties of riveted connections. Transactions, ASCE, v. 101, 9. 524-563.
- RIBEIRO, L.F.L. (1997). Comportamento estrutural de ligações viga-coluna com chapa de topo: análise teórico experimental. Relatório final apresentado à FAPESP. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- RIBEIRO, L.F.L.; GONÇALVES, R. M.; TAKEYA, T. (1997a). Beam-tocolumn connections - a theorical and experimental analysis. 1997 Annual Technical Session and Meeting. Toronto - Canadá.
- RIBEIRO, L.F.L.; GONÇALVES, R. M.; TAKEYA, T. (1997b). Transmissão de esforços através das mesas das vigas em ligações viga-coluna com chapa de topo. XXVIII Jornadas Sul-Americanas de Engenharia de Estrutural. São Carlos, Vol. 3, p. 1703-1712.
- RODRIGUES, F.C.; SALDANHA, A.C.; PFEIL, M.S. (1995). Análise nãolinear do comportamento de pórticos planos metálicos contraventados e não contraventados, com ligações semi-rígidas. In: XXVII Jornadas Sudamericanas de Ingenieria Estructural. Tucumán-Argentina, p.403-413.
- SÁLES, J.J. (1995). Estudo do projeto e da construção de edifícios de andares múltiplos com estruturas de aço. São Carlos, 257 p. Tese (Doutorado) Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

- SÁLES, J.J.; GONÇALVES, R. M.; SANTOS, L.B. (1997). Efeito de segunda ordem em estruturas de aço. XXVIII Jornadas Sul-Americanas de Engenharia Estrutural. Vol. 2, pág. 775-784.
- SÁLES, J.J; MALITE, M.; GONÇALVES, R.M. (1994). Ligações em estruturas de aço. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- SALMON, C.G.; JOHNSON, J.E. (1996). Steel structures:design and behaviour. 4.ed. New yuork, Harper & Row.
- SIMITSES, G. J.; VLAHINOS, A. S. (1982). Stability analysis of a semi-rigid connected simple frame. Journal of Constructional Steel Research, v. 2, n.3, p. 29-32, september.
- SHANMUGAM; N. E. CHEN, W.F. (1995). An assessment of k factor formulas. Engineering Journal, first quarter, p.3-11.
- SHOROCHNIKOFF, B. (1950). Wind stresses in semi-rigid connections of steel framework. Transactions, ASCE, vol. 115, p. 382-395.
- SOARES FILHO, M.; SAHLIT, C.L. (1997a). Vibrações livres de estruturas reticuladas com conexões semi-rígidas. In: XXVIII Jornadas Sulamericanas de Engenharia Estrutural. São Carlos-Brasil, p. 1791-1800.
- SOARES FILHO, M.; SAHLIT, C.L. (1997b). Resposta dinâmica de estruturas semi-rígidas como um problema de complementaridade linear. XVIII Congresso Ibero Latino-Americano de Métodos Computacionais para Engenharia. Vol 1, p. 127-134.

- STARK, J.W.B.; BIJLAARD, F.S.K. (1988). Structural properties of connections in steel frames. In: BJORHOVDE, R.; BROZZETTI, J.; COLSON, A., ed. Connections in steel structures, Elsevier, London, p. 186-194.
- TIMOSHENKO, S. P.; GERE, J.M. (1936). Theory of elastic stability. Tokyo, McGraw-Hill.
- VALENCIANI, V.C. (1997). Ligações em Estruturas de Aço. São Carlos, 309p. Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- WU, F.H.; CHEN, W.F. (1990). A design model for semi-rigid connections. Engineering Structures, v. 12, n.2, 88-97, apr.



## Equações Empregadas no Dimensionamento das Ligações Viga-Coluna com Chapa de Topo

## A1 - Modelo do AISC/LRFD (1986)

O modelo do AISC/LRFD (1986) é basicamente o mesmo que aquele proposto por STRUIK & BACK (1969)<sup>1</sup>, e apresentado sucintamente no capítulo 5.

Utilizando os mesmos parâmetros definidos na figura 5.12, o AISC/LRFD (1986) propõe a seguinte equação para determinação da espessura da chapa:

$$t_{ch} = \sqrt{\frac{4,44 \cdot F_{p} \cdot b'}{p \cdot f_{y} \cdot (1 + \delta \alpha)}}$$

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> STRUIK, J.H.A.; BACK, J. (1969). Tests on bolted t-stub with respect to a bolted beam-to-column conections, reported 6-69-13, Stevin Laboratory, Delft University of Technology. Netherlands. Apud VALENCIANI (1997).

Fazendo  $\alpha = 0$  na equação anterior obtém-se a menor espessura de chapa para que não ocorra efeito alavanca. Com  $\alpha = 1$ , obtém-se a menor espessura que pode ser utilizada na ligações quando o efeito alavanca é máximo.

Nas ligações dimensionadas por este modelo adotou-se  $0 < \alpha < 1$ ; calculou-se o efeito alavanca através da equação 5.40, e então dimensionou-se os parafusos.

## A2 - Modelo de MANN & MORRIS (1979)

MANN & MORRIS (1979) propõem que a espessura da chapa de topo esteja compreendida no seguinte intervalo:

$$\sqrt{\frac{F_{t}}{\varphi_{b}f_{y}\!\left(\frac{B}{b}\!+\!\frac{h_{w}}{w}\right)}} \leq t_{ch} \leq \sqrt{\frac{F_{t}b'}{\varphi_{b}f_{y}B}}$$

onde: B = largura da chapa de topo;  $h_w$  = altura da alma da viga e  $\phi_b$  = 0,9. Os demais parâmetros já são conhecidos e estão definidos na lista de símbolos.

Nesse modelo os parafusos são dimensionados pela equação 5.31, que majora em 33% a força de tração na mesa superior da viga para considerar o efeito alavanca.

Nos exemplos onde esse modelo foi empregado adotou-se a maior espessura nominal compreendida dentro do intervalo recomendado, e procurou-se não utilizar espessuras superiores a espessura do flange da coluna, ou espessuras muito inferiores a esta.