

***ANÁLISE DOS MODELOS ESTRUTURAIS  
PARA DETERMINAÇÃO DOS ESFORÇOS  
RESISTENTES EM SAPATAS ISOLADAS***

EDJA LAURINDO DA SILVA

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia  
de São Carlos, da Universidade de São Paulo,  
como parte dos requisitos para obtenção do Título  
de Mestre em Engenharia de Estruturas

ORIENTADOR: José Samuel Giongo

**São Carlos  
1998**

A meus pais  
Maria José e Luis (in memorian).

# ***AGRADECIMENTOS***

Ao Professor José Samuel Giongo, pela cuidadosa orientação, pelo incentivo e pelo apoio na elaboração deste trabalho.

À CAPES, pela bolsa de mestrado.

A todos os funcionários e professores dos Departamento de Engenharia de Estruturas e de Geotecnia, que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho.

A meu marido, Fernando, pela compreensão e incentivo; e a todos meus familiares pelo grande apoio.

Aos amigos: Fabiana, Flávio, João, Suzana, Tatiana e Zelma pelo companheirismo e apoio.

A todos que direta ou indiretamente contribuíram para realização deste trabalho.

# SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS .....	i
LISTA DE TABELAS .....	iv
LISTA DE SIGLAS .....	v
LISTA DE SÍMBOLOS .....	vi
RESUMO .....	xi
<i>ABSTRACT</i> .....	xiii
1 INTRODUÇÃO .....	1
1.1 Generalidades.....	1
1.2 Tipologia das fundações rasas .....	2
1.2.1 Sapatas.....	2
1.2.2 Radier .....	5
1.2.3 Blocos .....	6
1.3 Histórico .....	7
1.4 Objetivo do trabalho .....	9
1.5 Planejamento .....	9
1.6 Rigidez da sapata .....	10
1.7 Detalhes construtivos.....	11
2 ALGUNS ASPECTOS GEOTÉCNICOS PARA O PROJETO DE SAPATAS	
2.1 Investigações geotécnicas .....	14
2.2 Escolha do tipo de fundação.....	15
2.3 Dimensionamento geométrico .....	19
2.4 Distribuição das tensões sob a base da sapata.....	22
2.4.1 Sapatas sob ações excêntricas .....	22
2.4.2 Limitação das tensões admissíveis do terreno, no caso de ações excêntricas.....	24

2.5 Recalques .....	33
2.6 Interação solo-estrutura .....	37
2.7 Coeficientes de Segurança .....	37
2.8 Tensão admissível .....	38
3 MODELOS DE CÁLCULO .....	41
3.1 Método clássico .....	42
3.2 Critérios do ACI 318/1995 .....	46
3.2.1 Determinação do momento fletor .....	46
3.2.2 Distribuição da armadura Inferior .....	47
3.3 Recomendações do CEB-FIP/1970 .....	50
3.3.1 Determinação do momento fletor .....	50
3.3.2 Área da seção transversal da armadura inferior .....	50
3.3.3 Disposição da armadura .....	51
3.4 Método das bielas .....	52
3.4.1 Determinação dos esforços de tração na armadura .....	53
3.4.2 Área da seção transversal da armadura inferior .....	55
3.5 Verificações .....	55
3.5.1 Verificação da estabilidade .....	55
3.5.2 Punção nas sapatas .....	57
3.5.3 Esforço cortante .....	65
3.5.4 Aderência .....	73
3.5.5 Ancoragem .....	75
3.5.6 Transmissão dos esforços do pilar a sapata segundo critérios do ACI 318/1995 .....	76
3.5.7 Comprimento de ancoragem da armadura de ligação .....	78
4 EXEMPLOS .....	79
4.1 Exemplo 1 .....	79
4.2 Exemplo 2 .....	98
4.3 Exemplo 3 .....	102

4.4 Exemplo 4.....	110
5 CONCLUSÕES.....	116
ANEXOS.....	119
BIBLIOGRAFIA.....	122

## **LISTA DE FIGURAS**

Figura 1.1 - Sapatas isoladas .....	2
Figura 1.2 - Sapata associada retangular .....	3
Figura 1.3 - Sapata associada em divisa .....	3
Figura 1.4 - Sapata com viga de equilíbrio .....	4
Figura 1.5 - Sapata corrida para pilares.....	5
Figura 1.6 - Sapata corrida sob carregamento contínuo.....	5
Figura 1.7 - Sapata pré-fabricada .....	6
Figura 1.8 - Radier com vigas superiores .....	6
Figura 1.9 - Blocos.....	7
Figura 1.10 - Sapatas com grelhas .....	8
Figura 1.11 - Dimensões da sapata .....	10
Figura 1.12 - Fundações próximas, mas em cotas diferentes .....	12
Figura 2.1 - Dimensões de uma sapata em planta .....	20
Figura 2.2 - Pilar de seção transversal em forma de L .....	21
Figura 2.3 - Distribuição de tensões nas sapatas rígidas .....	23
Figura 2.4 - Distribuição de tensões nas sapatas flexíveis .....	23
Figura 2.5 - Sapata sob ação excêntrica .....	24
Figura 2.6 - Tensões máximas para ações excêntricas.....	27
Figura 2.7 - Excentricidade nas duas direções .....	27
Figura 2.8 - Zonas de aplicação da ação.....	29
Figura 2.9 - Parâmetros das áreas comprimidas .....	30
Figura 2.10 - Ábaco para determinação das tensões máximas nas sapatas.....	31
Figura 2.11 - Construções simultâneas .....	34
Figura 2.12 - Construções não simultâneas (caso 1).....	35
Figura 2.13 - Construções não simultâneas (caso 2).....	36
Figura 2.14 - Construções não simultâneas (caso 3) .....	36
Figura 2.15 – Estimativa de N.....	40
Figura 3.1 - Totalidade da ação nas duas direções .....	43
Figura 3.2 - Regra dos triângulos.....	44

Figura 3.3 - Regra dos trapézios.....	45
Figura 3.4 - Distribuição de tensões sob a base da sapata .....	47
Figura 3.5 - Seção de referência para cálculo do momento fletor (planta) .....	48
Figura 3.6 - Seção de referência para cálculo do momento fletor (corte) .....	48
Figura 3.7 - Momento fletor na sapata .....	49
Figura 3.8 - Distribuição da armadura.....	49
Figura 3.9 - Seção $S_1$ para cálculo do momento fletor.....	51
Figura 3.10 - Disposição da armadura nas sapatas quadradas.....	51
Figura 3.11 - Teoria das bielas .....	52
Figura 3.12 - Bielas de concreto comprimidas .....	53
Figura 3.13 - Determinação de $d_0$ .....	54
Figura 3.14 - Sapata submetida a momento e força horizontal .....	56
Figura 3.15 - Consideração do perímetro crítico para pilares alongados. ....	61
Figura 3.16 - Perímetro do contorno crítico .....	65
Figura 3.17 - Seção crítica para cálculo do esforço cortante .....	67
Figura 3.18 - Definição da seção de referência $S_2$ .....	69
Figura 3.19 - Sapatas alongadas .....	69
Figura 3.20 - Tensão de aderência em peças fletidas .....	74
Figura 3.21 - Transmissão dos esforços para a barra através da aderência.....	74
Figura 3.22 - Comprimento de ancoragem .....	75
Figura 3.23 - Ligação pilar-sapata .....	77
Figura 3.24 - Definição de $A_{co}$ e $A_{c1}$ .....	77
Figura 4.1 - Dimensões da sapata em planta .....	81
Figura 4.2 - Corte transversal .....	81
Figura 4.4 - Detalhamento da sapata do item 4.1.4.....	97
Figura 4.5 - Dimensões da sapata em planta .....	98
Figura 4.6 - Corte transversal .....	99
Figura 4.7 - Detalhamento sapata rígida.....	101
Figura 4.8 - Tensões sob a base da sapata.....	104
Figura 4.9 - Dimensões em planta .....	104
Figura 4.10 - Corte transversal sapata.....	105

Figura 4.11 - Tensões nas seções de referência.....	106
Figura 4.12 - Seção de referência para o cálculo do esforço cortante...	108
Figura 4.13 - Detalhamento sapata.....	109
Figura 4.14 - Dimensões em planta.....	111
Figura 4.15 - Tensões sob a base da sapata em x.....	112
Figura 4.16 - Tensões sob a base da sapata em y.....	114
Figura 4.17 - Seções de referência para o cálculo do esforço cortante nas direções x e y respectivamente.....	118

## ***LISTA DE TABELAS***

Tabela 2.1 -Coeficiente $k_e$ , em função de $e_x / a$ e $e_y / b$ .....	32
Tabela 2.2 - Fatores que influenciam na escolha do coeficiente de segurança.....	39
Tabela 3.1 -Valores de $\tau_{Rd}$ .....	62
Tabela 3.2 -Valores de $K$ .....	64
Tabela 4.1 – Resumo do exemplo 1.....	97

## ***LISTA DE SIGLAS***

ACI - American Concrete Institute

CEB - Comité Euro-Internacional du Béton

EC-2 - Eurocode N° 2

FIP - Fédération Internationale de la Précontrainte

NB - Norma Brasileira

NBR - Norma Brasileira Registrada

## ***LISTA DE SÍMBOLOS***

$A$	área da base da sapata
$A_c$	área da seção transversal da base do pilar
$A_{c0}$	área carregada na base do pilar
$A_{c1}$	área geometricamente similar e concêntrica à área carregada na base do pilar
$A_s$	área da seção transversal da armadura inferior de tração das sapatas
$A_{s1}$	área da seção transversal da armadura inferior de tração, distribuída na faixa próxima do pilar de largura $b$ nas sapatas retangulares, definida pelo ACI 318 [1995] e CEB [1970]
$A_{s2}$	área da seção transversal da armadura inferior de tração, distribuída na faixa de largura $(a - b)$ nas sapatas retangulares, definida pelo ACI 318 [1995] e CEB[1970]
$A_{sl}$	área da seção transversal de armadura na ligação pilar-sapata
$A_{sl, \min}$	área mínima da seção transversal de armadura na ligação pilar-sapata
$A_{s, \min}$	área mínima da seção transversal de armadura longitudinal mínima
$A_{sx}$	área da seção transversal da armadura inferior de tração na direção $x$
$A_{sy}$	área da seção transversal da armadura inferior de tração na direção $y$
$F$	esforço de compressão na biela
$F_h$	ação horizontal atuante na sapata
$F_{Tx}$	esforço de tração na armadura inferior da sapata na direção $x$

$F_{Ty}$	esforço de tração na armadura inferior da sapata na direção y
$F_{Txd}$	esforço de tração de cálculo na armadura inferior da sapata na direção x
$F_{Tyd}$	esforço de tração de cálculo na armadura inferior da sapata na direção y
$F_v$	ação vertical total atuante na sapata
$F_{vd}$	ação vertical total atuante de cálculo na sapata
$F_{vd, exc}$	esforços excedentes à resistência da base do pilar
$F_{vd, red}$	ação vertical atuante de cálculo reduzida, considerada na verificação de punção
$G$	ação vertical permanente atuante na sapata
$G_{pp}$	peso próprio da sapata
$I$	momento de inércia da base da sapata
$K$	coeficiente definido pelo CEB [1991] na verificação da punção, que fornece a parcela de momento transmitida à sapata por cisalhamento e depende da relação $c_1/c_2$
$M$	momento devido à excentricidade da ação
$M_{Sx}$	momento fletor solicitante na direção x
$M_{Sy}$	momento fletor solicitante na direção y
$M_{Sdx}$	momento fletor solicitante de cálculo na direção x
$M_{Sdy}$	momento fletor solicitante de cálculo na direção y
$N$	valor médio da resistência à penetração (SPT)
$Q$	ação vertical variável atuante na sapata
$S_1$	seção de referência para cálculo do momento fletor (CEB/1970)
$S_2$	seção de referência para cálculo do esforço cortante (CEB/1970)
$V_{ccd}$	componente da força na zona de compressão paralela a $V_{Sd}$

$V_{Sd}$	esforço cortante solicitante de cálculo
$V_{Sdx}$	esforço cortante solicitante de cálculo na direção x
$V_{Sdy}$	esforço cortante solicitante de cálculo na direção y
$V_{td}$	componente da força na zona de tração paralela a $V_{Sd}$
$W_1$	definido pelo CEB [1991] como sendo o parâmetro referente ao perímetro crítico na verificação da punção
$Y$	distância do eixo central da sapata ao ponto onde a tensão máxima do solo está sendo calculada
$a$	dimensão do maior lado nas sapatas retangulares, ou dimensão do lado nas sapatas quadradas
$a_0$	dimensão do maior lado dos pilares retangulares ou dos lados dos pilares quadrados
$b$	dimensão do menor lado nas sapatas retangulares
$b_0$	dimensão do menor lado dos pilares retangulares
$c$	valor da coesão do solo
$c_d$	valor de cálculo da coesão do solo
$c_1$	dimensão do pilar paralela à excentricidade da ação, definida pelo CEB [1991] na verificação da punção
$c_1$	dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da ação, definida pelo CEB [1991] na verificação da punção
$d$	altura útil
$d_0$	cota vertical da biela comprimida com relação a base da sapata
$e$	excentricidade da ação
$e_x$	excentricidade da ação na direção x
$e_y$	excentricidade da ação na direção y
$f_{cd}$	resistência de cálculo do concreto à compressão

$f_{cd2}$	parâmetro definido pelo CEB [1991], utilizado na verificação de punção
$f_{yd}$	tensão de escoamento de cálculo da armadura de tração
$h$	altura da sapata
$h_1$	distância entre os pontos de atuação da ação horizontal e a base da sapata
$k$	coeficiente definido pela NBR 6118 [1982] e pelo EUROCODE N°2 [1992]
$l$	balanço da sapata
$n$	número de barras por unidade de largura
$s$	parâmetro que define o eixo neutro nas sapatas submetidas a flexão oblíqua com ação atuante na zona 3
$t$	parâmetro que define o eixo neutro nas sapatas submetidas a flexão oblíqua com ação atuante na zona 4
$u$	perímetro crítico na verificação de punção
$x$	direção x
$y$	direção y
$\alpha$	coeficiente definido pela NBR 6118 [1982] e EUROCODE N° 2 [1992]
$\alpha_s$	coeficiente utilizado pelo ACI 318 [1995];
$\beta$	coeficiente definido pelo EUROCODE N° 2 [1992], que leva em conta os efeitos da excentricidade da ação
$\beta_c$	coeficiente definido pelo ACI 318 [1995] e que representa a razão entre os lados mais longo e mais curto do pilar
$\phi$	coeficiente de minoração da resistência ao cisalhamento do concreto, definido pelo ACI 318 [1995]
$\varphi$	ângulo de atrito nos solos arenosos

$\varphi_d$	ângulo de atrito de cálculo nos solos arenosos
$\gamma_c$	coeficiente de majoração das ações e minoração da resistência do concreto
$\gamma_1$	coeficiente de segurança ao tombamento
$\gamma_2$	coeficiente de segurança ao deslizamento
$\theta$	ângulo
$\rho$	taxa de armadura de tração
$\sigma_{adm}$	tensão admissível do solo
$\tau_{Sd}$	tensão cisalhante atuante de cálculo
$\tau_{Rd}$	tensão cisalhante resistente de cálculo
$\tau_{wd}$	tensão cisalhante atuante de cálculo, definida pela NBR 6118 [1982] anexo da NBR 116 [1989]
$\tau_{wd, red}$	tensão cisalhante atuante de cálculo reduzida
$\tau_{wu1}$	tensão cisalhante resistente de cálculo, definida pela NBR 6118 [1982] anexo da NBR 116 [1989]
$\tau_{bd}$	tensão de aderência atuante de cálculo da armadura de tração
$\tau_{bdu}$	tensão de aderência resistente de cálculo da armadura de tração
$\psi_4$	coeficiente utilizado no cálculo dos esforços resistentes de cisalhamento.

## **RESUMO**

SILVA, E.L. (1998) *Análise dos modelos estruturais para determinação dos esforços resistentes em sapatas isoladas*. São Carlos, 129p. Dissertação (mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo.

Esta dissertação de mestrado discute e analisa os critérios especificados em normas brasileiras e internacionais sobre projetos de sapatas isoladas em concreto armado, com relação a determinação dos esforços solicitantes, dimensionamento e detalhamento das armaduras. O trabalho contém as recomendações essenciais para o projeto e a construção de sapatas isoladas, como o tipo de fundação rasa mais freqüentemente utilizado. São discutidos os critérios apresentados no Boletim número 73 do CEB(1970), da norma brasileira “ Projeto e execução de obras de concreto armado “, NBR 6118(1982), do Código Modelo do CEB - FIP(1991), Código de Projeto de Edifícios do ACI 318/1995, Eurocode 2 (1992) e do Texto Base para Revisão da NB 1/78(1992) e alguns modelos de cálculo não normalizados mas encontrados na literatura técnica. Observa-se em alguns desses códigos a omissão com relação ao dimensionamento no estado limite último de sapatas isoladas, onde foram, portanto, adaptados critérios indicados para lajes maciças. Exemplos de projetos de sapatas isoladas submetidas a ação centrada, excêntrica com plano de ação do momento paralelo a um dos lados do pilar e sapata com ação centrada e momentos paralelos aos dois lados do pilar são analisados para facilitar o entendimento dos conceitos emitidos pelas várias normas citadas e que são utilizadas comumente pelo meio técnico. Observou-se nos exemplos apresentados que para as tensões normais de tração foram encontradas armaduras mínimas ou valores próximos aos mínimos. Para os valores das forças

cortantes e forças para verificar a punção, em alguns casos, se aproximaram das forças últimas. Foi notado que geralmente os efeitos das tensões cisalhantes determinam não só as alturas das sapatas mas também todo o seu dimensionamento.

Palavras-chaves: Concreto armado; Sapatas isoladas; Dimensionamento.

## **ABSTRACT**

SILVA, E.L. (1998) *Analysis of structural models to determine limits forces in spread footings*. 129p. Dissertação (mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo.

This **paper** discusses the changes contained in the most recent versions of Brazilian and international codes on reinforced concrete design in regard to footing design criteria. The **paper** sets forth the essential concepts and recommendations for the design and construction of spread footings, such as the most frequently used type of shallow foundation. The author engages in a discussion of the criteria presented in the CEB/1970, NBR 6118/1982, CEB MC-90, ACI 318/1995, EC-2/92, e text which serve as the basis for the **revised version** of the Brazilian code NBR 6118/1997 , as well as of some design models that are not yet normalized. Since some of these codes do not take into consideration the ultimate limit state in spread footing design, some criteria that are applicable to slabs were adapted for this study. Several examples are analysed to facilitate understanding of the concepts and recommendations outlined in the codes. **One of these examples, in which a comparison is made of the results of different codes, shows that the limit values of shear force drawn up in the CEB Bulletin d'Information n.73[1970] are low.**

Keywords: Reinforced Concrete; Spread Footings; Design.

# **1 INTRODUÇÃO**

## **1.1. GENERALIDADES**

Fundação é o elemento estrutural que transmite para o terreno as ações atuantes na estrutura. Uma fundação deve transmitir e distribuir seguramente as ações da superestrutura ao solo, de modo que não cause recalques diferenciais prejudiciais ao sistema estrutural, ou ruptura do solo.

De acordo com a NBR-6122 [1996], pode-se ter as seguintes classes de fundações:

### **Fundação superficial** (ou rasa ou direta)

Elemento de fundação em que a ação é transmitida predominantemente pelas pressões distribuídas sob a base da fundação, e em que a profundidade de assentamento em relação ao terreno adjacente é inferior a duas vezes a menor dimensão da fundação.

### **Fundação profunda**

Elemento de fundação que transmite as ações ao terreno pela base (resistência de ponta), por sua superfície lateral (resistência de fuste) ou por uma combinação das duas e que está assente em profundidade superior ao dobro de sua menor dimensão em planta e no mínimo 3m. Neste tipo de fundação incluem-se as estacas, os tubulões e os caixões.

## 1.2 TIPOLOGIA DAS FUNDAÇÕES RASAS

### 1.2.1. Sapatas

Elemento de fundação superficial de concreto armado, dimensionado de modo que as tensões de tração nele produzidas não sejam resistidas pelo concreto, mas sim pelo emprego da armadura.

As sapatas podem ser divididas em:

#### **Sapatas isoladas**

Transmitem ações de um único pilar. É o tipo de sapata mais freqüentemente utilizado. Estas podem receber ações centradas ou excêntricas. Podem ser quadradas, retangulares ou circulares. E podem ainda ter a altura constante ou variável (chanfrada), (figura 1.1).

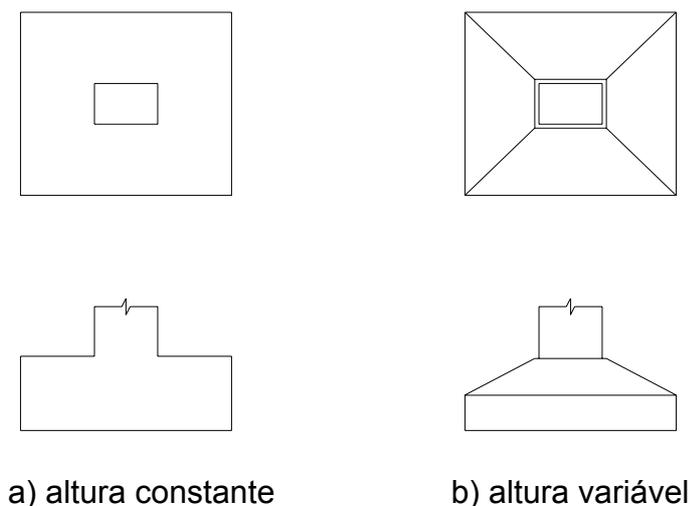


Figura 1.1 - Sapatas isoladas

#### **Sapatas associadas ou combinadas**

Transmitem ações de dois ou mais pilares adjacentes. São utilizadas quando a distância entre as sapatas é relativamente pequena, onde este tipo de fundação oferece uma opção mais econômica. Com condições de carregamento similares, podem ser assentes em uma sapata corrida simples (figura 1.2), mas quando ocorrem variações consideráveis de carregamento, um plano de base trapezoidal satisfaz mais adequadamente à

imposição de coincidir o centro geométrico da sapata com o centro das ações. Podem ser adotadas também no caso de pilares de divisa, quando há um pilar interno próximo, onde a utilização de viga-alavanca não é necessária (figura 1.3); a viga de rigidez funciona também como viga-alavanca.

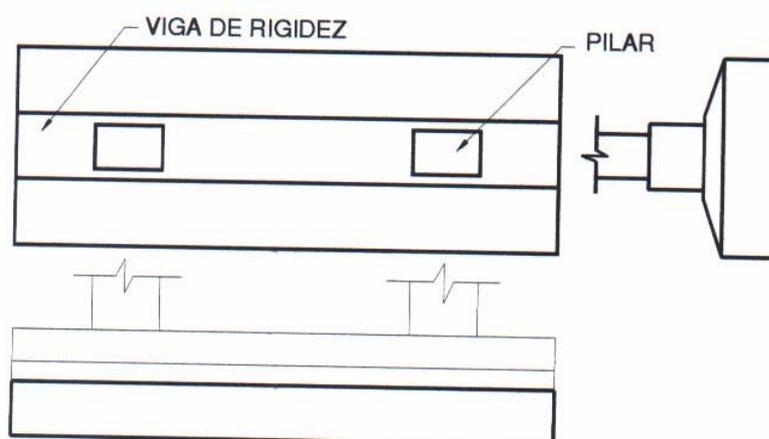


Figura 1.2 - Sapata associada retangular

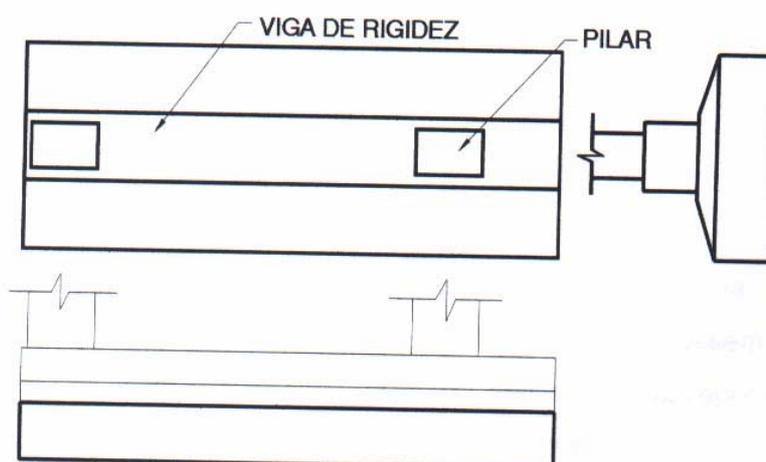


Figura 1.3 - Sapata associada em divisa

### Sapatas com vigas de equilíbrio

Utilizadas em pilares de divisa, onde o momento produzido por um pilar extremo, colocado excentricamente sobre a sua base, é balanceado por um pilar interno, através de uma viga de equilíbrio (ligação rígida). Da utilização da viga de equilíbrio resultam cargas nas fundações, diferentes das ações dos pilares nelas atuantes (figura 1.4). A NBR 6122 [1996] indica que, quando ocorre uma redução das ações, a fundação deve ser dimensionada, considerando-se apenas 50% desta redução; e quando da soma dos alívios totais puder resultar tração na fundação do pilar interno, o projeto deve ser reestudado.

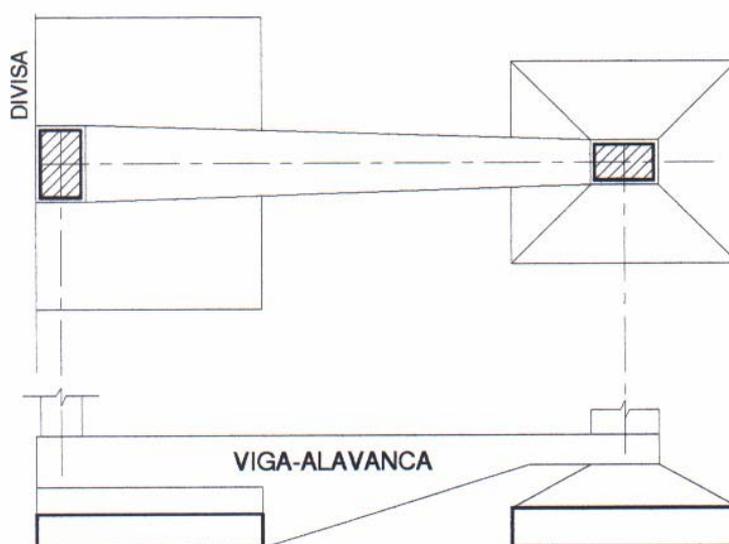


Figura 1.4 - Sapata com viga de equilíbrio

### Sapatas corridas para pilares

Os pilares são locados freqüentemente em uma fila com espaçamentos relativamente curtos, de maneira que, se fossem utilizadas sapatas isoladas, estas se aproximariam ou mesmo se sobreporiam a uma base adjacente. Uma sapata corrida contínua é então desenvolvida na linha dos pilares (figura 1.5).

### Sapatas corridas sob carregamento contínuo

Semelhantes às anteriores, no entanto suporta ação de paredes ou muros (figura 1.6).

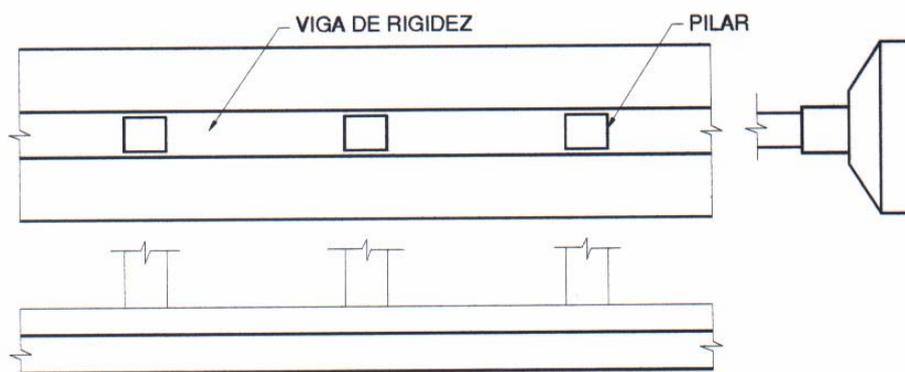


Figura 1.5 - Sapata corrida para pilares

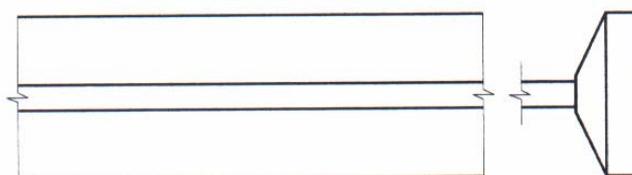


Figura 1.6 - Sapata corrida sob carregamento contínuo

### Sapatas para pilares pré-moldados

Sapatas com pedestal vazado de encaixe para vinculação de pilares pré-moldados (figura 1.7).

#### 1.2.2. Radier

Quando a área da base das sapatas totaliza em mais de 70% da área do terreno, é recomendado o emprego de radier. Trata-se de uma sapata associada, formando uma laje espessa, que abrange todos os pilares da obra ou ações distribuídas. Podem ser executados sem vigas ou com vigas inferiores ou superiores (figura 1.8).

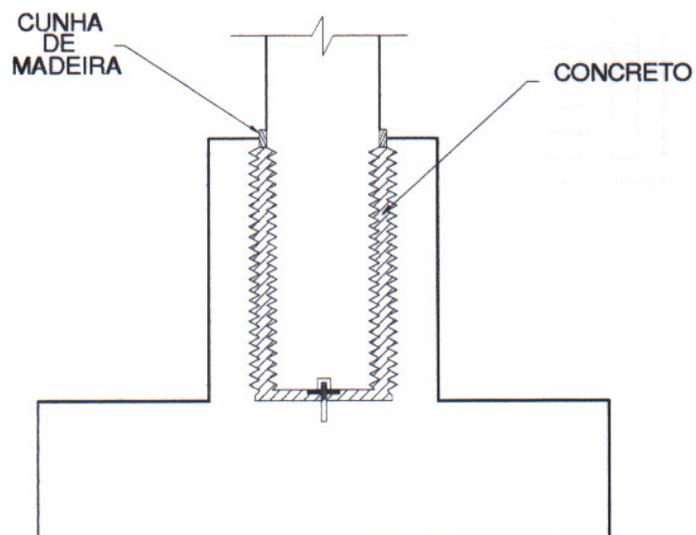


Figura 1.7 - Sapata pré-fabricada

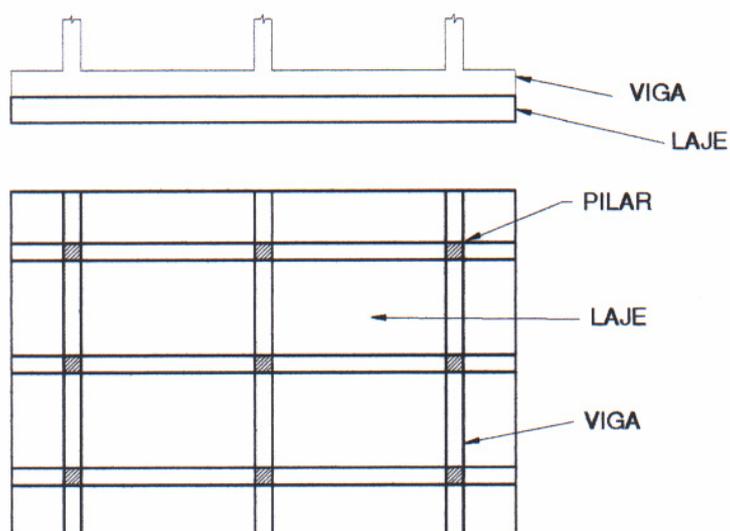


Figura 1.8 - Radier com vigas superiores

### 1.2.3. Blocos

São elementos de grande rigidez, executados com concreto simples ou ciclópico, dimensionados de modo que as tensões de tração neles produzidas possam ser resistidas pelo concreto. Podem ter suas faces verticais, inclinadas ou escalonadas e apresentar normalmente em planta seção quadrada ou retangular (figura 1.9).

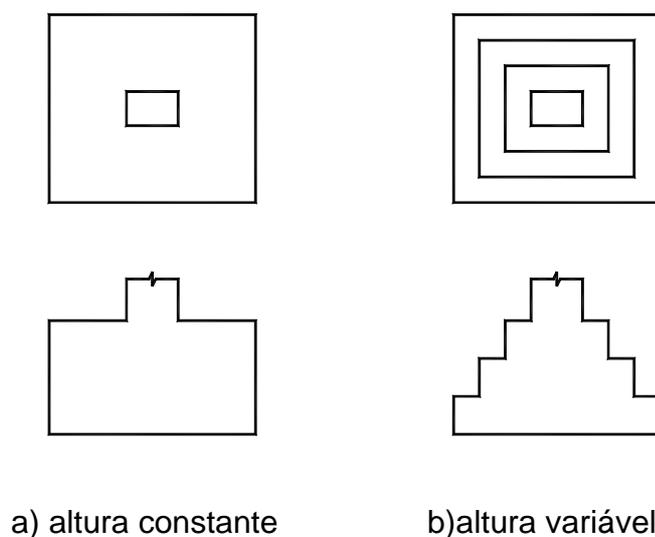


Figura 1.9 - Blocos

### 1.3. HISTÓRICO

Segundo LEONARDS [1962], as sapatas indubitavelmente representam o modo mais antigo de fundações. As sapatas isoladas, que serão abordadas neste trabalho, surgiram durante a idade média, com o desenvolvimento da arquitetura gótica e, conseqüentemente, das colunas individuais. Nenhuma regra de projeto era seguida. A largura da sapata freqüentemente era determinada a partir da resistência do solo. Portanto, para solos mais resistentes, empregavam-se sapatas com áreas menores do que para solos de maior resistência. Raramente se associava o tamanho da sapata à ação que essa iria receber, e sim ao espaço disponível e à forma da coluna ou parede que ela suportava. Na ocorrência de falhas, alargavam-se as fundações afetadas. Os recalques de tais fundações com freqüência eram grandes.

Até o meados do século XIX, muitas sapatas eram construídas de alvenaria. A evolução da arquitetura, com projetos cada vez mais arrojados, trouxe os edifícios altos e de grande peso próprio, resultando, portanto, em difíceis casos de fundações, despertando maior interesse em projeto nessa

área. As sapatas, para suportarem maiores ações, tornaram-se mais largas, profundas e, portanto, com maior peso próprio, contribuindo com uma grande parte do peso da estrutura. Uma solução encontrada para o problema do peso das fundações foi a construção de grelhas, executadas em camadas perpendiculares entre si, constituídas de madeira ou aço (figura 1.10). As sapatas convencionais de alvenaria eram construídas sobre estas grelhas. Utilizadas primeiro em Chicago (EUA), no final do século XIX, essas grelhas, principalmente as de aço, representaram um importante avanço na diminuição de peso e profundidade das sapatas. Com o desenvolvimento do concreto armado no início do século XX, o custo das fundações diminuiu consideravelmente, substituindo, portanto, as sapatas com grelhas.

Um significativo avanço na área de fundações foi obtido com a concepção de que a área da fundação deveria ser proporcional à ação aplicada e que o centro de aplicação deveria ser alinhado com o centro de gravidade da sapata. Esta grande contribuição foi dada por Frederick Baumann em Chicago, no ano de 1873.

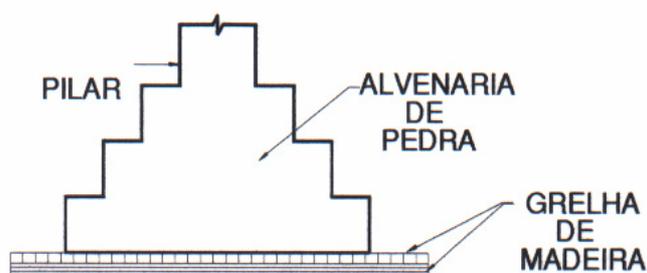


Figura 1.10 - Sapatas com grelhas

Ainda, segundo LEONARDS[1962], a engenharia de fundações progrediu rapidamente, com o desenvolvimento recente da mecânica dos solos. Muito deste avanço deve-se a Karl Terzaghi quando, em 1925, publicou um trabalho, fornecendo a primeira análise integrada do comportamento dos solos e particularmente dos recalques, encontrando solução para muitos problemas de fundações.

Na engenharia estrutural, os processos de cálculo vêm se desenvolvendo. No entanto poucos ensaios experimentais são realizados, para melhoria dos atuais modelos de cálculo. Com o advento do computador, os métodos numéricos ganham espaço para o dimensionamento automatizado. Hoje, muitos softwares, trazem rotinas para dimensionamento de fundações.

#### **1.4. OBJETIVO DO TRABALHO**

O objetivo deste trabalho é a análise dos modelos para determinação dos esforços resistentes em sapatas isoladas. Pretende-se comparar resultados com modelos e critérios de verificações, baseados no Código Modelo CEB [1991], ACI 318 [1995], EUROCODE 2 [1992], NBR 6118 [1982] e Texto Base para revisão da NB 1 [1993]. Frente aos resultados, dar condições de opção ao engenheiro de projetos estruturais com relação ao método de cálculo a ser escolhido para o dimensionamento econômico de sapatas isoladas. Pretende-se contribuir para o meio técnico, com formas e disposições construtivas mais freqüentemente utilizadas.

#### **1.5. PLANEJAMENTO**

No capítulo 2, serão apresentados conceitos básicos, da área de geotecnia, relacionados ao projeto de fundações.

No capítulo 3, serão apresentados os modelos existentes para determinação dos esforços resistentes em sapatas isoladas, como também as recomendações de normas brasileiras e internacionais.

No capítulo 4, serão resolvidos diversos exemplos com os diferentes modelos estudados, apresentando forma, detalhes construtivos e detalhes das armaduras.

No capítulo 5, serão apresentadas as conclusões finais do trabalho.

Por fim, será relacionadas a bibliografia utilizada para realização do trabalho.

## 1.6. RIGIDEZ DA SAPATA

Pela relação entre suas dimensões, uma sapata pode ser rígida ou flexível. Em MONTROYA [1973], diz-se que a sapata é flexível, quando  $\ell > 2h$  e rígida quando  $\ell \leq 2h$  (figura 1.11). A rigidez influi, principalmente, no processo adotado para determinação das armaduras.

Um outro fator determinante na definição da rigidez da sapata é a resistência do solo. Para baixas tensões indica-se sapata flexível, e para tensões maiores sapata rígida. ANDRADE [1989] sugere a utilização de sapatas flexíveis para solos com tensão admissível abaixo de  $150 \text{ kN/m}^2$ .

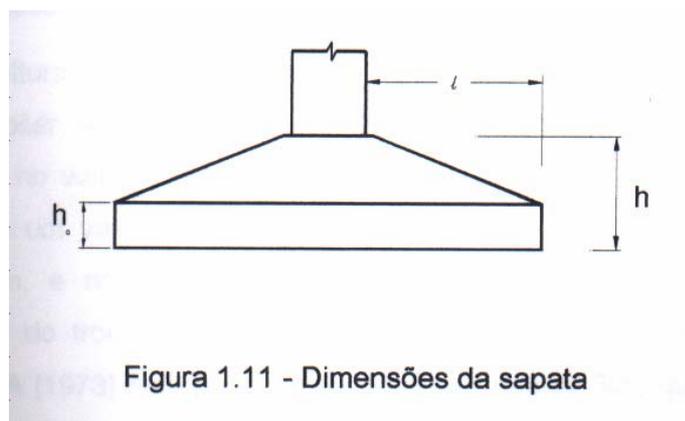


Figura 1.11 - Dimensões da sapata

Nas sapatas flexíveis, o comportamento estrutural é de uma peça fletida, devendo-se, além de dimensionar a peça para absorver o momento fletor, verificar o cisalhamento oriundo da força cortante e o puncionamento. Já nas sapatas rígidas não é necessária a verificação da punção.

## 1.7. DETALHES CONSTRUTIVOS

A base de uma fundação deve ser assente a uma profundidade tal que garanta que o solo de apoio não seja influenciado pelos agentes

atmosféricos e fluxos d'água. Na divisa com terrenos vizinhos, salvo quando a fundação for assente sobre rocha, tal profundidade não deve ser inferior a 1,5m. E na escolha do nível da base da sapata, devem ser considerados os seguintes fatores:

- a) altura da sapata;
- b) altura dos baldrames;
- c) dificuldades de execução das formas e das concretagens;
- d) necessidade de espaço acima das sapatas para passagem de dutos, pisos rebaixados, etc;
- e) profundidade da camada de solo de apoio;
- f) volume de terra resultante das escavações;
- g) presença de água subterrânea;
- h) necessidade de aumentar as cargas permanentes.

A altura da sapata pode ser variável, linearmente decrescente, da face do pilar até a extremidade livre da sapata, proporcionando uma economia no volume de concreto. No entanto, a altura  $h_0$  (figura 1.11) é limitada a um valor tal, que o cobrimento seja suficiente nas zonas de ancoragem, e no mínimo 15 cm; e o ângulo das superfícies laterais inclinadas do tronco de pirâmide não dificulte a concretagem. Segundo MONTROYA [1973] este ângulo não deve ultrapassar  $30^\circ$ , que corresponde aproximadamente ao ângulo do talude natural do concreto fresco.

As sapatas de altura constante são mais fáceis de construir, mas como o consumo de concreto é maior; são indicadas quando há a necessidade de um volume elevado para aumentar o peso próprio e para sapatas de pequenas dimensões.

No caso de sapatas de altura variável, no topo da sapata deve existir uma folga para apoio e vedação da fôrma do pilar.

No caso de sapatas próximas, porém situadas em cotas diferentes, a reta de maior declive que passa pelos seus bordos deve fazer, com a

vertical, um ângulo  $\alpha$  como mostrado na figura 1.12, com os seguintes valores:

- solos pouco resistentes:  $\alpha \geq 60^\circ$ ;
- solos resistentes:  $\alpha = 45^\circ$ ;
- rochas:  $\alpha = 30^\circ$ ;

A fundação situada em cota mais baixa deve ser executada em primeiro lugar, a não ser que se tomem cuidados especiais.

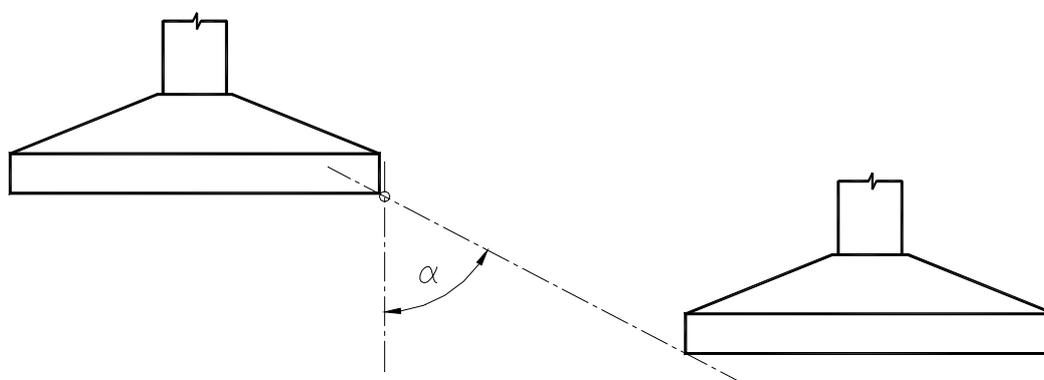


Figura 1.12 – Fundações próximas, mas em cotas diferentes NBR 6122

Deve ser executada uma camada de concreto simples de 5 a 10 cm, ocupando toda a área da cava da fundação. Essa camada serve para nivelar o fundo da cava, como também serve de fôrma da face inferior da sapata. Em fundações apoiadas em rocha, após o preparo da superfície (chumbamento ou escalonamento em superfícies horizontais), deve-se executar um enchimento de concreto de modo a se obter uma superfície plana e horizontal, nesse caso, o concreto a ser utilizado deve ter resistência compatível com a pressão de trabalho da sapata.

O cobrimento utilizado para as sapatas deve ser igual ou maior que 5 cm, visto que se encontram num meio agressivo. Em terrenos altamente agressivos aconselha-se executar um revestimento de vedação.

## **2 ALGUNS ASPECTOS GEOTÉCNICOS PARA O PROJETO DE SAPATAS**

O projeto de uma fundação envolve considerações de mecânica dos solos e de análise estrutural. O projeto deve associar racionalmente, no caso geral, os conhecimentos das duas especialidades.

Este capítulo traz conceitos básicos atinentes aos problemas de geotecnia no projeto de fundações, que ajudam a prever e adotar medidas que evitem recalques prejudiciais ou ruptura do terreno, com conseqüente colapso da estrutura.

### **2.1. INVESTIGAÇÕES GEOTÉCNICAS**

O engenheiro de fundações deve iniciar o seu projeto com um conhecimento, tão perfeito quanto possível, do solo onde irá se apoiar a fundação. É importante que numa investigação geotécnica haja confiança nos resultados obtidos, portanto, deve ser realizada por empresas e profissionais experientes e de conhecimento confiável no mercado. Resultados de uma investigação geotécnica mal realizada, muitas vezes impõem um perigo maior do que a ausência de dados sobre um terreno, pois no segundo caso, o projetista torna-se altamente cauteloso. Os problemas causados em uma superestrutura por insuficiência de infra-estrutura são graves na maioria das vezes, e sempre de correção onerosa. É recomendável negligenciar economias nas investigações geotécnicas, para

evitar desperdício ou reforço nas fundações, que poderia ser evitado com a realização de ensaio complementar, cujo valor torna-se irrelevante quando comparado ao valor total do empreendimento, .

O projetista deve saber acerca da extrema complexidade do solo, cujo comportamento é função das pressões com que é solicitado, e depende do tempo e do meio físico, não sendo possível uma definir precisamente a relação tensão-deformação. Uma investigação tão completa quanto possível da natureza do solo é indispensável, no entanto, sempre haverá risco em relação a condições desconhecidas.

A amplitude das investigações geotécnicas é função de diversos fatores, entre eles: tipo e tamanho da obra; e o conhecimento prévio das características do terreno, obtidas através de dados disponíveis de investigações anteriores de terrenos vizinhos ou de mapas geológicos.

Através dessas investigações geotécnicas são obtidas as características do terreno de fundação, natureza, propriedades, sucessão e disposição das camadas; e a localização do lençol freático, de maneira que se possa avaliar mais corretamente a tensão admissível do solo.

Para fins de projeto e execução, as investigações geotécnicas do terreno de fundação deve seguir as especificações da NBR 6122.

## **2.2. ESCOLHA DO TIPO DE FUNDAÇÕES**

A qualidade e o comportamento de uma fundação dependem de uma boa escolha, que melhor concilie os aspectos técnicos e econômicos de cada obra. Qualquer insucesso nessa escolha pode representar, além de outros inconvenientes, custos elevadíssimos de recuperação ou até mesmo o colapso da estrutura ou do solo.

O engenheiro de fundações, ao planejar e desenvolver o projeto, deve obter todas as informações possíveis, atinentes ao problema; estudar as

diferentes soluções e variantes; analisar os processos executivos; prever suas repercussões; estimar os seus custos e, então, decidir sobre as viabilidades técnica e econômica da sua execução.

Os fatores que influenciam na escolha do tipo de fundação são:

**a) Relativos à superestrutura**

- Tipo de material: concreto, madeira, aço, etc.
- Função: edifícios, galpões, pontes, silos, etc.
- Ações: grandeza, natureza, posição, tipo, etc.

**b) Características e propriedades mecânicas do solo**

As investigações geotécnicas são primordiais e muito importantes para a definição do tipo de fundação mais adequado. Delas obtém-se dados do solo, tais como: tipo de solo, granulometria, cor, posição das camadas resistência, compressibilidade, etc.

**c) Posição e característica do nível d'água**

Dados sobre o lençol freático são importantes para o estudo de um possível rebaixamento do lençol freático. Consideráveis variações do nível d'água podem ocorrer devido às chuvas. Um poço de reconhecimento muitas vezes é uma boa solução para observação dessas possíveis variações.

**d) Aspectos técnicos dos tipos de fundações**

Muitas vezes surgem algumas limitações a certos tipos de fundações devido à capacidade de carga, equipamentos disponíveis, restrições técnicas, tais como: nível d'água, matacões, camadas muito resistentes, repercussão dos prováveis recalques, etc.

**e) Edificações na vizinhança**

Estudo da necessidade de proteção dos edifícios vizinhos, de acordo com o conhecimento do tipo e estado de conservação dos mesmos; como também a análise da tolerância aos ruídos e vibrações são indispensáveis.

#### **f) Custo**

Depois da análise técnica é feito um estudo comparativo entre as alternativas tecnicamente indicadas. De acordo com as dificuldades técnicas que possam elevar os custos, o projeto arquitetônico poderá ser modificado. Um outro ponto relativo ao custo é o planejamento de início e execução, pois, algumas vezes, uma fundação mais cara, garante um retorno financeiro mais rápido.

#### **g) Limitações dos tipos de fundações existentes no mercado**

Determinadas regiões optam pela utilização mais freqüente de alguns poucos tipos que se firmaram como mais convenientes localmente, o mercado torna-se limitado, sendo, portanto, necessária uma análise da viabilidade da utilização de um tipo de fundação tecnicamente indicada, mas não existente na região.

O problema é resolvido por eliminação escolhendo-se, entre os tipos de fundações existentes, aqueles que satisfaçam tecnicamente ao caso em questão. A seguir, é feito um estudo comparativo de custos dos diversos tipos selecionados, visando com isso escolher o mais econômico. A escolha de um tipo de fundação deve satisfazer aos critérios de segurança, tanto contra a ruptura (da estrutura ou do solo), como contra recalques incompatíveis com o tipo de estrutura.

Muitas vezes um único tipo impõe-se desde o início, e, então, a escolha é quase automática. Outras vezes, apesar de raras, mais de um tipo é igualmente possível e de igual custo.

Quando o terreno é formado por uma espessa camada superficial, suficientemente compacta ou consistente, adota-se previamente uma fundação do tipo sapata, que é o primeiro tipo de fundação a ser pesquisada. Existe uma certa incompatibilidade entre alguns tipos de solos e

o emprego de sapatas isoladas, pela incapacidade desses solos de suportar as ações comuns das estruturas.

ALONSO [1983] indica que, em princípio, o emprego de sapatas só é viável técnica e economicamente quando a área ocupada pela fundação abranger, no máximo, de 50% a 70% da área disponível. De uma maneira geral, esse tipo de fundação não deve ser usado nos seguintes casos:

- Aterro não compactado;
- Argila mole;
- Areia fofa e muito fofa;
- Solos colapsíveis;
- Existência de água onde o rebaixamento do lençol freático não se justifica economicamente.

Segundo MELLO [1971], o encaminhamento racional para o estudo de uma fundação, após o conhecimento das ações estruturais e características do solo, é o seguinte:

- Analisa-se inicialmente a possibilidade do emprego de fundações diretas. No caso da não ocorrência de recalques devidos a camadas compressíveis profundas, o problema passa a ser a determinação da cota de apoio das sapatas e da tensão admissível do terreno, nessa cota. No caso de haver ocorrência de recalques profundos, deverá ainda ser examinada a viabilidade da fundação direta em função dos recalques totais, diferenciais e diferenciais de desaprumo (isto é, quando a resultante das ações dos pilares não coincide com o centro geométrico da área de projeção do prédio, ou quando há heterogeneidade do solo).

- Sendo viável a fundação direta poder-se-á então compará-la com qualquer tipo de fundação profunda para determinação do tipo mais econômico.

- Não sendo viável o emprego das fundações diretas passa-se então para fundações profundas (estacas ou tubulões).

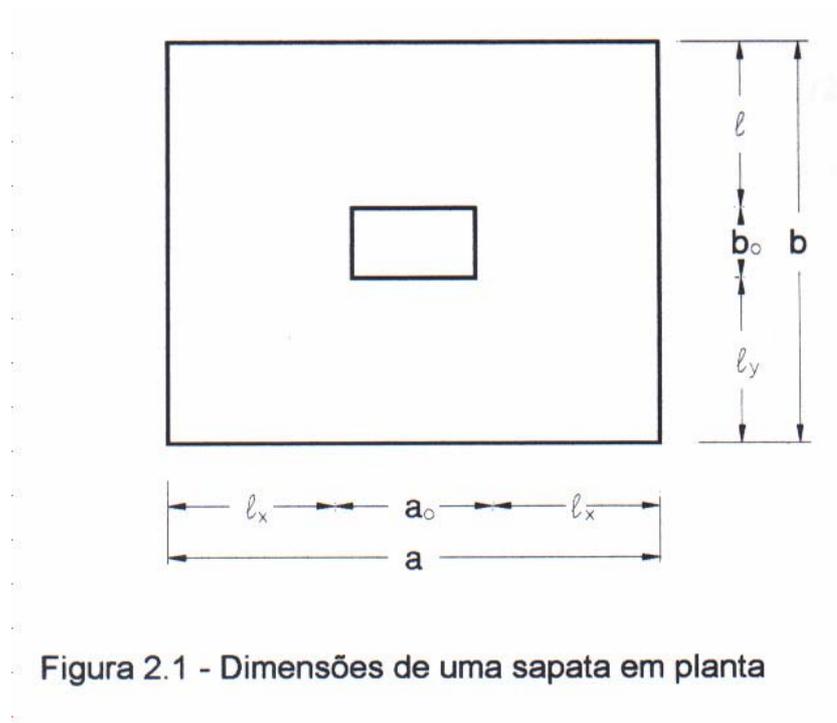
O conhecimento dos avanços tecnológicos na área de fundações é necessário para que não se esbarre em problemas associados a uma cultura técnica inercial. Na escolha de um tipo de fundação, o engenheiro precisa ter em mãos os recursos mais modernos à disposição da tecnologia, quer seja dos materiais disponíveis no mercado, quer seja dos equipamentos executivos.

### 2.3. DIMENSIONAMENTO GEOMÉTRICO DE SAPATAS

As dimensões em planta necessárias para uma sapata isolada são obtidas a partir da divisão da ação característica total do pilar pela tensão admissível do terreno. Para levar em conta o peso próprio da fundação, deve-se considerar um acréscimo nominal na ação do pilar. Esse acréscimo pode ser de 5% para sapatas flexíveis e 10% no caso das sapatas rígidas.

Segundo ALONSO [1983], conhecida a área da superfície de contato, a escolha do par de valores  $a$  e  $b$  (figura 2.1), para o caso de sapatas isoladas, deve ser feita de modo que:

- a) o centro de gravidade da sapata deve coincidir com o centro de aplicação da ação do pilar;
- b) a sapata não deverá ter nenhuma dimensão menor que 60 cm;
- c) sempre que possível, a relação entre os lados  $a$  e  $b$  deverá ser menor ou, no máximo, igual a 2,5;
- d) regularmente, os valores  $a$  e  $b$  devem ser escolhidos de modo que os balanços  $\ell$  da sapata, em relação às faces do pilar, sejam iguais nas duas direções.



Em consequência do item d, a forma da sapata fica condicionada à forma do pilar; caso não existam limitações de espaço, podem ser distinguidos três casos:

**1.º Caso: Pilar de seção transversal quadrada (ou circular).**

Neste caso, quando não existe limitação de espaço, a sapata mais indicada deve ter em planta seção quadrada, cujo lado é igual a:

$$a = \sqrt{\frac{F_v}{\sigma_{adm}}} \quad (2.1)$$

onde  $F_v$  é a ação vertical do pilar e  $\sigma_{adm}$  a tensão admissível do solo.

## 2.º Caso: Pilar de seção transversal retangular.

Neste caso, com base na figura 2.1, quando não existe limitação de espaço, pode-se escrever:

$$a \times b = \frac{F_v}{\sigma_{adm}} \quad (2.2)$$

Para um dimensionamento econômico, consideram-se os balanços iguais nas duas direções, portanto:

$$a - a_0 = b - b_0 \quad (2.3)$$

Com esta condição, as seções de armaduras resultam aproximadamente iguais nas duas direções.

## 3.º Caso: Pilar de seção transversal em forma de L, Z, U etc.

Este caso recai facilmente no caso anterior ao se substituir a seção transversal do pilar por uma seção retangular equivalente, circunscrita à mesma, e que tenha seu centro de gravidade coincidente com o centro de ação do pilar em questão (figura 2.2).

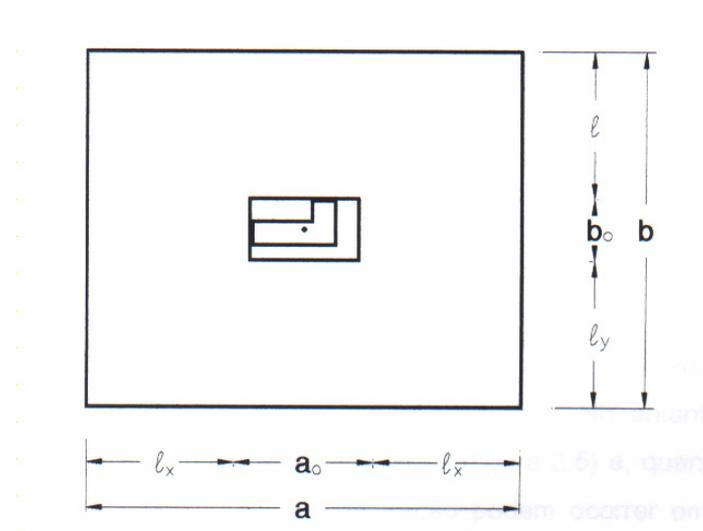


Figura 2.2 - Pilar de seção transversal em forma de L

## **2.4. DISTRIBUIÇÃO DAS TENSÕES SOB A BASE DA SAPATA**

As principais variáveis que regem a distribuição das tensões sobre o solo em contato com uma fundação são a natureza do solo (rocha, areia ou argila) e a rigidez da fundação (rígida ou flexível).

A distribuição real não é uniforme, mas por aproximação admite-se na maioria dos casos uma distribuição uniforme para as pressões do solo, representada pelas linhas tracejadas (figuras 2.3 e 2.4). No dimensionamento estrutural, esta consideração eleva os valores dos esforços solicitantes quando comparados com a situação em que se usa a distribuição real.

A NBR 6122 [1996] indica que para efeito de cálculo estrutural de fundações sobre rocha, o elemento estrutural deve ser calculado como peça rígida, adotando-se o diagrama bitriangular de distribuição (figura 2.3 a).

Nas sapatas sobre solos coesivos, a distribuição uniforme de tensões não difere muito da distribuição real, o que pode ser observado nas figuras 2.3.b e 2.4.b.

No caso de sapatas flexíveis apoiadas sobre solo arenoso, o diagrama triangular de distribuição é o mais indicado (figura 2.4 c).

### **2.4.1. Sapatas sob ações excêntricas**

No caso de ação axial, a tensão admissível a ser adotada no dimensionamento da sapata é considerada em seu total. No entanto, a sapata pode ser sujeita a carregamento excêntrico (figura 2.5) e, quando a excentricidade é muito grande, tensões de tração podem ocorrer em um lado da sapata, o que não é aceitável, pois entre o solo e a fundação não pode haver tensões de tração.

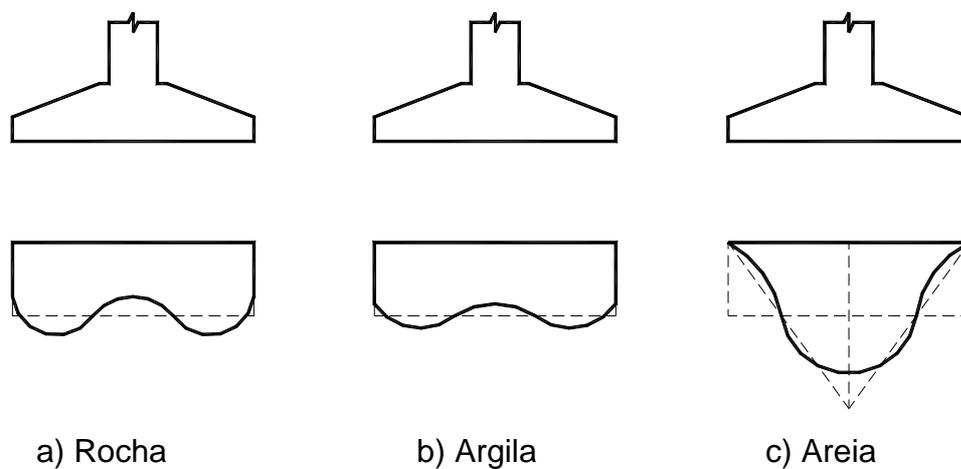


Figura 2.3 - Distribuição de tensões nas sapatas rígidas

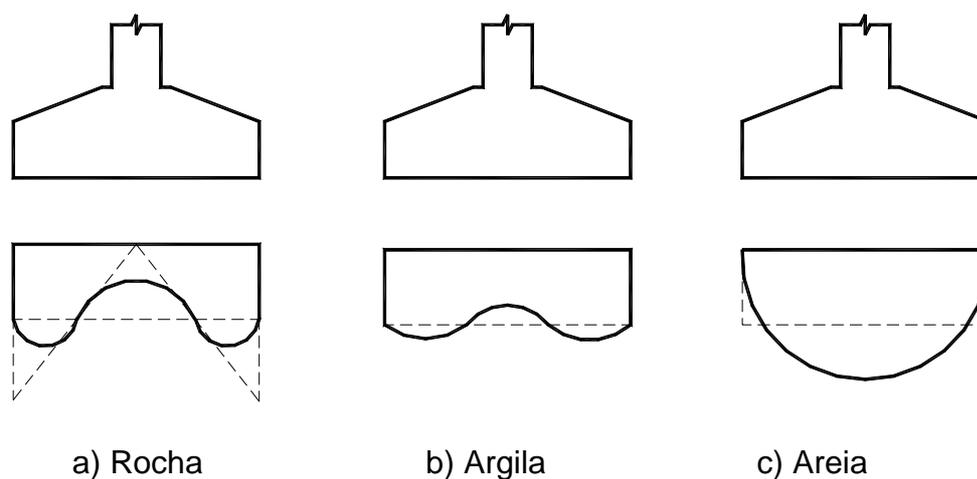
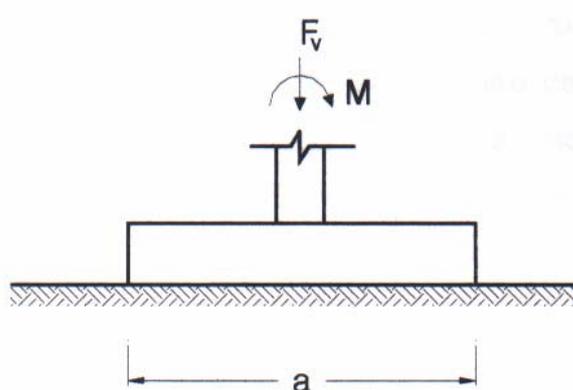


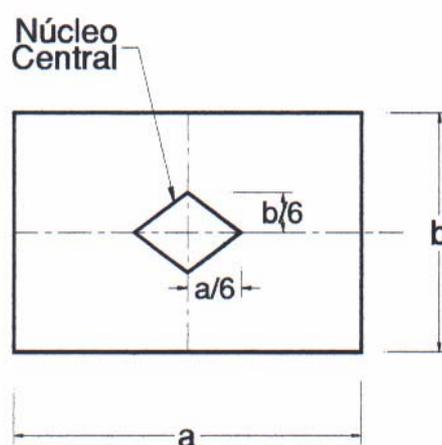
Figura 2.4 - Distribuição de tensões nas sapatas flexíveis

Diz-se que uma fundação é solicitada à ação excêntrica quando submetida a:

- a) uma força vertical cujo eixo não passa pelo centro de gravidade da superfície de contato da fundação com o solo;
- b) forças horizontais situadas fora do plano da base da fundação;
- c) qualquer outra composição de forças que gerem momentos na fundação.



(a) Ações



(b) Núcleo central de inércia

Figura 2.5 - Sapata sob ação excêntrica

As vigas de equilíbrio devem ser empregadas, como uma solução estrutural, para absorver o momento fletor oriundo da excentricidade nos casos de sapatas dos pilares situados nas divisas de terrenos.

#### 2.4.2. Limitação das tensões admissíveis do terreno, no caso de ações excêntricas

O valor da tensão máxima na borda mais comprimida da sapata deve ser limitado ao valor da tensão admissível do solo, com a qual deve ser feito o dimensionamento estrutural da fundação.

Conforme a NBR 6122 [1996], quando forem levadas em consideração todas as combinações possíveis entre os diversos tipos de carregamentos previstos pelas normas estruturais, inclusive a ação do vento, poder-se-á, na combinação mais desfavorável, majorar 30% os valores admissíveis das pressões no terreno, logo  $\sigma \leq 1,3\sigma_{adm}$ . Entretanto, esses valores admissíveis não podem ser ultrapassados quando consideradas apenas as ações permanentes e acidentais .

O valor da tensão máxima é obtido através de princípios básicos da resistência dos materiais, relacionados ao caso geral de ação excêntrica. A distribuição de tensões depende do ponto de aplicação da ação; no entanto este ponto limita-se a uma região, de modo que não ocorram tensões de tração entre o solo e a sapata.

#### **a) Excentricidade em uma direção**

• **Caso em que o ponto de aplicação da ação está dentro do núcleo central de inércia.**

Este caso, que pode ser observado na figura 2.6a, ocorre quando  $e < a/6$ .

A partir da fórmula de flexão composta da Resistência dos Materiais, tem-se:

$$\sigma = \frac{F_v}{A} \pm \frac{M.y}{I} \quad (2.5)$$

Neste caso tem-se:

$$\frac{F_v}{A} > \frac{M.y}{I} \quad (2.6)$$

A área da base da sapata;

M momento aplicado ou devido à excentricidade da ação;

I momento de inércia da base da sapata;

y distância do eixo central ao ponto onde a tensão está sendo calculada.

Fazendo-se a substituição na equação (2.4) pode-se obter:

$$\sigma = \frac{F_v}{a.b} \left( 1 \pm \frac{6.e_x}{a} \right) \quad (2.7)$$

Onde a tensão máxima é dada por:

$$\sigma_{\max} = \frac{F_v}{a.b} \left( 1 + \frac{6.e_x}{a} \right) \quad (2.8)$$

A tensão mínima é dada por:

$$\sigma_{\min} = \frac{F_v}{a.b} \left( 1 - \frac{6.e_x}{a} \right) \quad (2.9)$$

• **Caso em que o ponto de aplicação da ação está no limite do núcleo central de inércia.**

Este caso, pode ser observado na figura 2.6b, ocorre quando  $e = a/6$ .

O valor da tensão máxima é obtido através da seguinte expressão:

$$\sigma_{\max} = 2 \times \frac{F_v}{a.b} \quad (2.10)$$

Neste caso tem-se:

$$\frac{F_v}{A} = \frac{M.y}{I} \quad (2.11)$$

• **Caso em que o ponto de aplicação da ação está fora do núcleo central de inércia.**

Neste caso tem-se  $e > a/6$ . Apenas parte da sapata está comprimida. Para que não ocorram tensões de tração entre o solo e a sapata, o ponto de aplicação da ação deve estar alinhado com o centro de gravidade do diagrama triangular de pressões. Portanto, a largura do triângulo de

pressões é igual a três vezes a distância desse ponto a extremidade direita da sapata (Figura 2.6 c).

A tensão máxima é dada por:

$$\sigma_{\max} = \frac{2F_v}{3b\left(\frac{a}{2} - e\right)} \quad (2.12)$$

### b) Excentricidade nas duas direções (solicitação oblíqua),

O equilíbrio é obtido com o diagrama linear das pressões atuando em apenas uma parte da seção (figura 2.7). Tem-se portanto:

$$\sigma = \frac{F_v}{A} \pm \frac{M_x \cdot y}{I} \pm \frac{M_y \cdot z}{I} \quad (2.13)$$

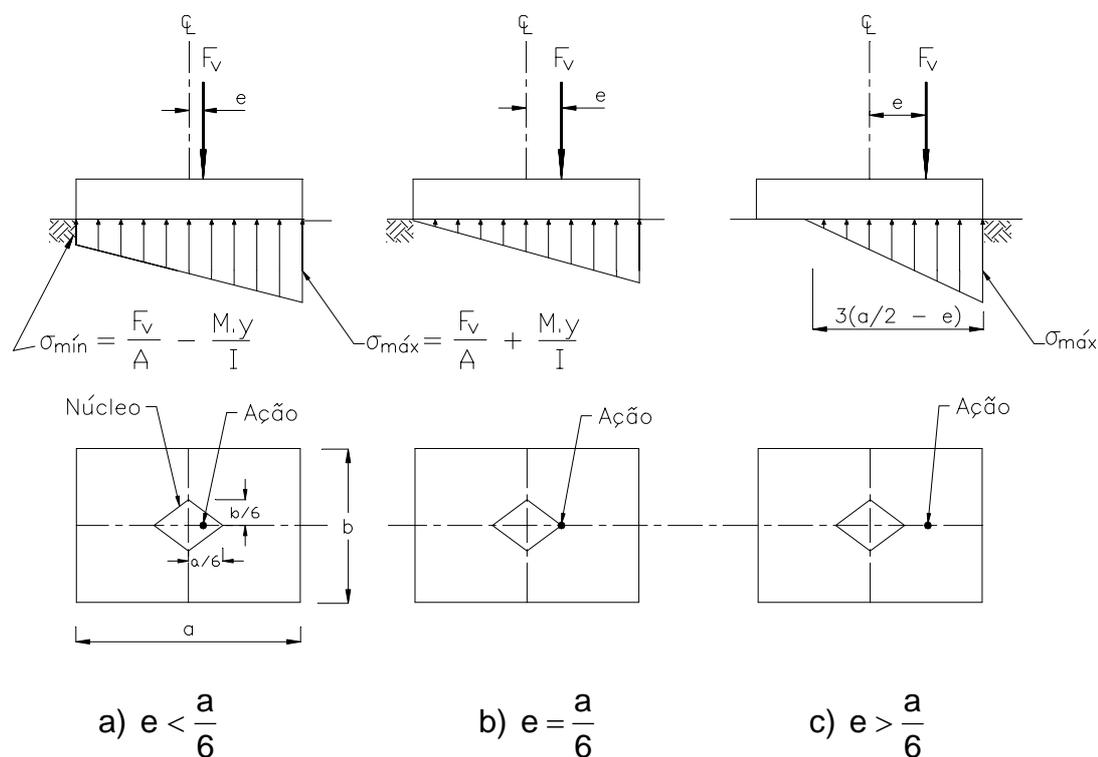


Figura 2.6 - Tensões máximas para as ações excêntricas

Segundo CAPUTO [1978], dividindo-se a área da base da sapata em regiões, a obtenção da tensão máxima depende das coordenadas  $e_x$  e  $e_y$  que definem o ponto de aplicação da ação e caracteriza a zona na qual está sendo aplicada tal ação.

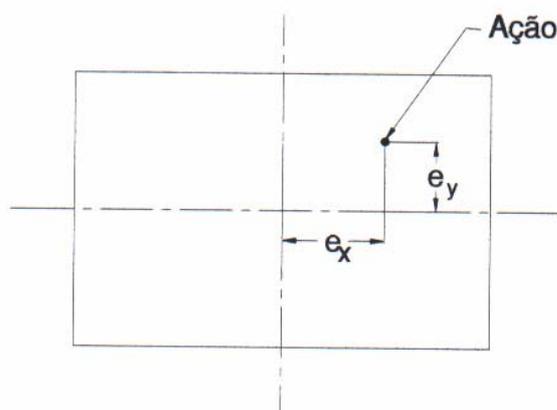


Figura 2.7 - Excentricidade nas duas direções

#### • Zona 1

Esta região corresponde ao núcleo central de inércia da sapata, aplicando-se a fórmula já conhecida:

$$\sigma_{\max} = \frac{F_v}{a \cdot b} \left( 1 + \frac{6 \cdot e_x}{a} + \frac{6 \cdot e_y}{b} \right) \quad (2.14)$$

#### • Zona 2

É inaceitável a aplicação da ação nesta região, pois o centro de gravidade da sapata estaria na região tracionada.

#### • Zona 3

A região comprimida corresponde à área hachurada na figura 2.9a. O eixo neutro fica definido pelos parâmetros  $s$  e  $\alpha$  (figura 2.9):

O valor de  $s$  é obtido através da seguinte equação:

$$s = \frac{b}{12} \times \left( \frac{b}{e_y} + \sqrt{\frac{b^2}{e_y^2} - 12} \right) \quad (2.15)$$

$\alpha$  pode ser obtido da seguinte equação:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{3}{2} \times \frac{a - 2.e_x}{s + e_y} \quad (2.16)$$

A tensão máxima é dada por:

$$\sigma_{\max} = \frac{12.F_v}{b.\operatorname{tg}\alpha} \times \frac{b + 2.s}{b^2 + 12.s^2} \quad (2.17)$$

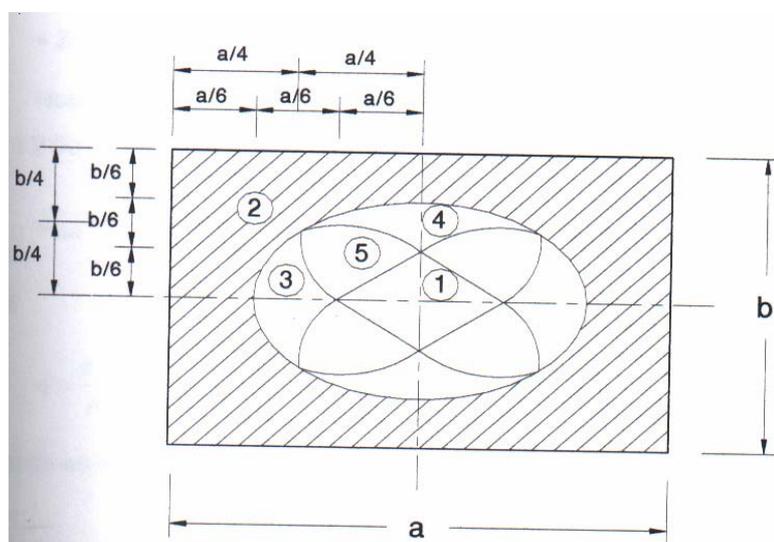


Figura 2.8 - Zonas de aplicação da ação

#### • Zona 4

A região comprimida corresponde à área hachurada na figura 2.9b. O eixo neutro fica definido pelos parâmetros  $t$  e  $\beta$ :

O valor de  $t$  é obtido através da seguinte equação:

$$t = \frac{a}{12} \times \left( \frac{a}{e_x} + \sqrt{\frac{a^2}{e_x^2} - 12} \right) \quad (2.18)$$

enquanto  $\beta$  é obtido da equação:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{3}{2} \times \frac{b - 2.e_y}{t + e_x} \quad (2.19)$$

A tensão máxima é dada por:

$$\sigma_{\max} = \frac{12.F_v}{a.tg\beta} \times \frac{a + 2.t}{a^2 + 12.t^2} \quad (2.20)$$

### • Zona 5

Neste caso, a região comprimida corresponde à área hachurada na figura 2.9c e a tensão máxima será calculada pela fórmula aproximada:

$$\sigma_{\max} = \frac{F_a}{a.b} \times \alpha [12 - 3,9(6\alpha - 1) \times (1 - 2\alpha) \times (2,3 - 2\alpha)] \quad (2.21)$$

onde

$$\alpha = \frac{e_x}{a} + \frac{e_y}{b} \quad (2.22)$$

tomando-se  $e_x$  e  $e_y$  sempre com o sinal positivo.

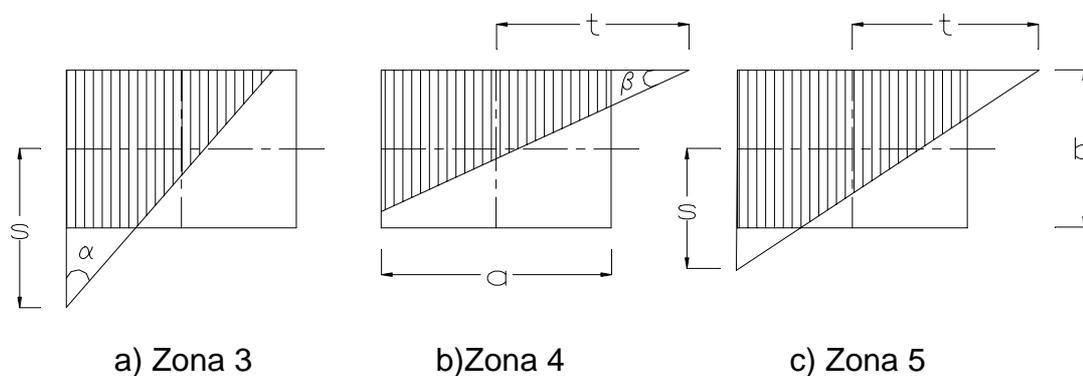


Figura 2.9 - Parâmetros das áreas comprimidas

O cálculo da pressão máxima e da extensão da área comprimida pode ser facilitado pelo emprego do ábaco da figura 2.10 ou tabela 2.1

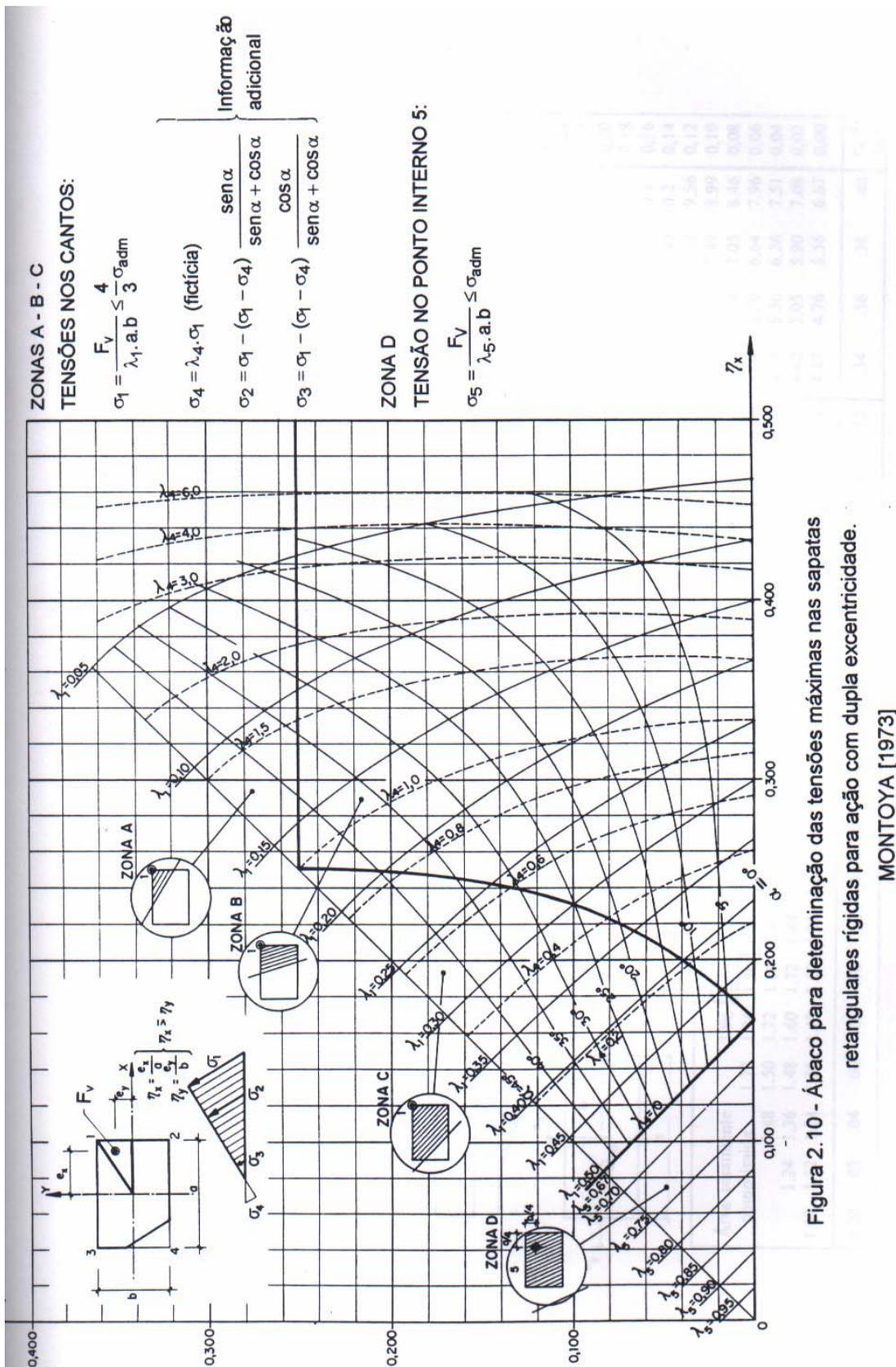


Figura 2.10 - Ábaco para determinação das tensões máximas nas sapatas retangulares rígidas para ação com dupla excentricidade. MONTOYA [1973]

Tabela 2.1 - Coeficientes  $k_0$  de pressão máxima no solo, em função de  $e_x/a$  e  $e_y/b$  (ação com dupla excentricidade).

PFEIL[1983]

Fundação de base retangular, não considerando tensões de tração entre a fundação e o solo.

Área totalmente comprimida	1.96	1.72	1.96	1.96	2.20	2.48	2.79	3.17	3.61	4.14	4.77	A	5.55	6.01	6.56	7.10	7.75	8.52	9.38	10.4	11.7	13.4	15.6	18.8	0.30
	1.84	1.50	1.72	1.84	2.08	2.21	2.34	2.48	2.63	2.80	2.97	3.17	3.38	3.62	3.88	4.18	4.53	4.94	5.43	6.04	6.79	7.76	9.06	10.9	0.16
1.48	1.24	1.36	1.48	1.60	1.72	1.84	1.96	2.08	2.21	2.35	2.50	2.68	2.88	3.13	3.41	3.75	4.17	4.69	5.36	6.26	7.51	9.04	10.8	0.06	
1.00	1.12	1.24	1.36	1.48	1.60	1.72	1.84	1.96	2.08	2.21	2.36	2.53	2.72	2.95	3.22	3.54	3.93	4.42	5.05	5.90	7.08	8.56	10.4	0.02	
0.00	0.02	0.04	0.06	0.08	0.10	0.12	0.14	0.16	0.18	0.20	0.22	0.24	0.26	0.28	0.30	0.32	0.34	0.36	0.38	0.40					
																								$e_x/a$	
																								$e_y/b$	

## 2.5. RECALQUES

Os recalques são deformações do solo, com conseqüentes deslocamentos dos apoios da estrutura. Os recalques de fundações podem causar prejuízos à boa utilização da obra, como também ameaçar a estabilidade.

Os recalques totais das fundações diretas são obtidos através da soma do recalque imediato, recalque de adensamento e recalque secular.

O recalque imediato é proveniente das deformações com mudança de forma, sem diminuição de volume do solo. Ocorre simultaneamente com aplicação da carga. A grandeza desses recalques é estimada com base na teoria da elasticidade; por exemplo: os solo arenosos, que devido à alta permeabilidade, a água flui tão rapidamente que a expulsão de água dos poros é praticamente instantânea. Portanto, as fundações em areias recalcam quase imediatamente à aplicação da carga.

O recalque de adensamento resulta da expulsão gradual de água e de ar dos vazios do solo e ocorre lentamente com o decorrer do tempo; por exemplo: os solos argilosos, submetidos a carregamentos permanentes, onde os recalques se processam lentamente face à baixa permeabilidade destes solos.

Os recalques uniformes ocorrem quando as fundações sofrem recalques iguais em toda extensão da obra. Já quando os recalques são desiguais, são ditos recalques diferenciais.

As principais causas dos recalques diferenciais são:

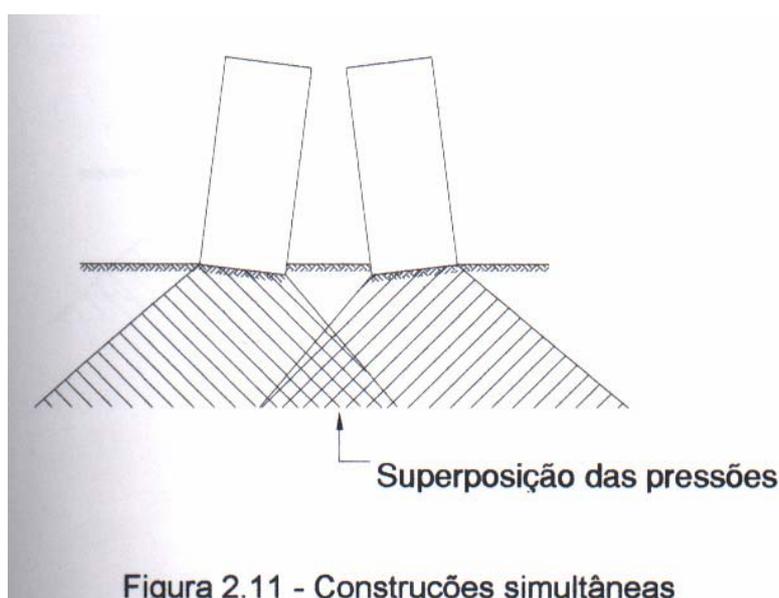
a) superposição dos campos de pressões de construções vizinhas (figuras 2.11 a 2.14);

b) grande concentração de pressões no centro das edificações submetidas a ações aproximadamente distribuídas, devido à lei da distribuição de pressões no solo;

c) distribuição irregular das ações da edificação;

- d) diferentes tipos de fundação em um mesmo edifício;
- e) variação de espessura ou de características das camadas do solo que condicionam os recalques;
- f) fundações assentes em cotas diferentes.

Em geral, não são os recalques uniformes que prejudicam a estrutura e sim os diferenciais, por provocar solicitações adicionais na estrutura, podendo comprometer a estabilidade da obra. No entanto, quando os recalques uniformes começam a ultrapassar um certo limite e, dependendo do tipo de construção, a utilização da mesma pode ficar bastante prejudicada. Os recalques diferenciais evidenciam-se por desnivelamentos, desaprumos e fissuras.



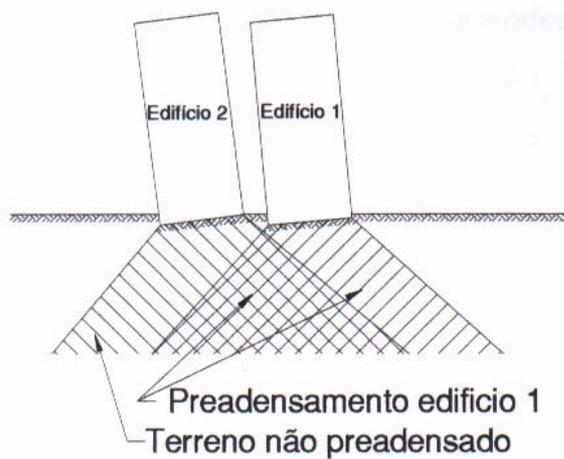


Figura 2.12 - Construções não simultâneas (caso 1)

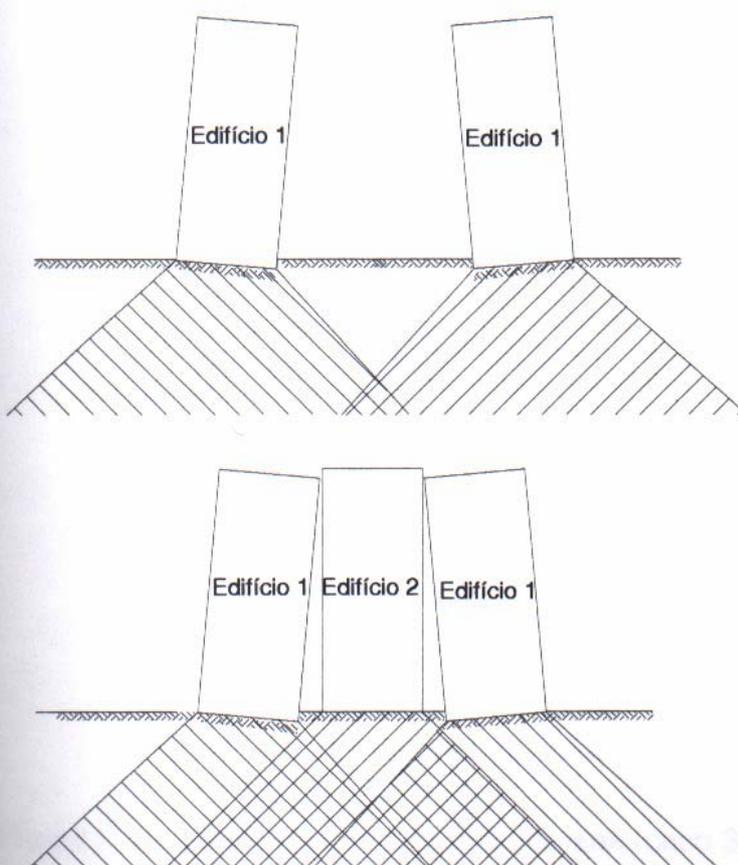


Figura 2.13 Construções não simultâneas (caso 2)

As medidas (relativas ao solo ou às estruturas) a serem tomadas, visando minimizar os efeitos dos recalques, dependem da destinação da obra e do tipo da estrutura a serem adotados. As estruturas metálicas suportam melhor os efeitos dos recalques que as estruturas de concreto, enquanto as hiperestáticas são mais sensíveis que as isostáticas; portanto, prevendo uma construção suficientemente rígida, pode-se minimizar os efeitos dos recalques diferenciais.

No caso de solo compressível, pode-se reduzir a um mínimo os recalques, retirando por escavação um peso de terra que se substitui pelo peso da construção.

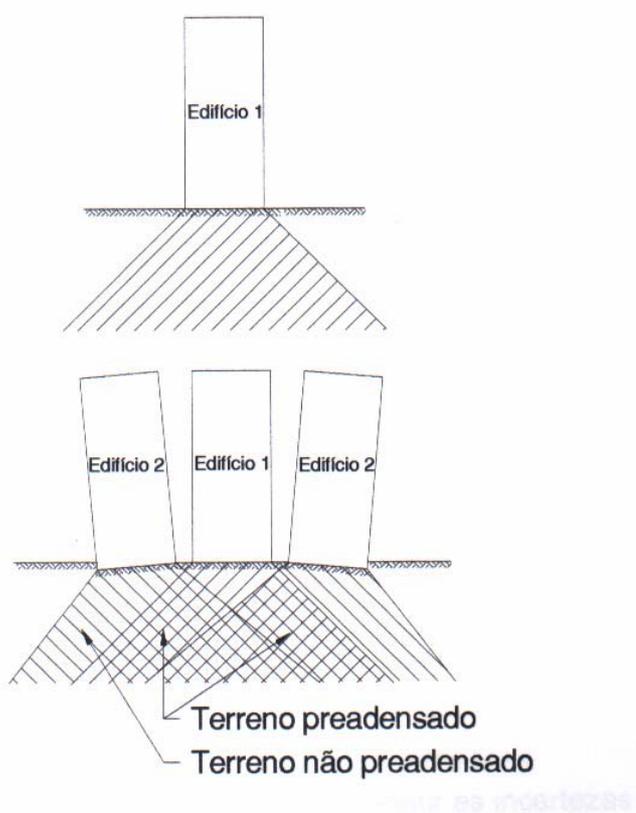


Figura 2.14 - Construções não simultâneas (caso 3)

## **2.6. INTERAÇÃO SOLO - ESTRUTURA**

O comportamento real de uma estrutura apoiada sobre o solo envolve um processo interativo que começa com a fase de execução, passa por um período de ajustamento de tensões e esforços na estrutura e no solo, e termina com um estado de equilíbrio. O projetista não pode ignorar este comportamento, para que se possa estimar a magnitude dos recalques, adotar soluções estruturais e então avaliar o mérito da fundação escolhida.

A conclusão de que uma estrutura pode acomodar os recalques previstos, necessita de uma larga experiência do projetista. No entanto, critérios baseados em situações similares na prática podem ser adotados.

A análise da interação solo-estrutura é de grande complexidade e está intimamente relacionada com a utilização de métodos numéricos, pois os cálculos de interação só se tornaram praticamente possíveis com os computadores.

Em algumas circunstâncias, onde a estrutura não tem poder de acomodação, para os recalques diferenciais previstos pelo cálculo geotécnico convencional, a estrutura pode ser projetada como isostática (podendo acomodar os deslocamentos sem provocar solicitações internas), introduzindo-se rótulas que permitam deslocamentos relativos sem, no entanto, causar prejuízos estéticos, de durabilidade e de desempenho.

## **2.7. COEFICIENTES DE SEGURANÇA**

Os coeficientes de segurança buscam refletir as incertezas quanto às ações e às resistências, respectivamente majorando e minorando estes valores. Incertezas essas ligadas aos próprios fenômenos naturais aos quais as obras devem resistir (por exemplo, as incertezas hidrológicas ou meteorológicas), outras vezes devidas à insuficiência de informações (por exemplo, bolsões de solo mole ou até vazios subterrâneos que podem não

ser detectados por sondagens de reconhecimento programadas e executadas dentro da melhor técnica vigente).

De acordo com HACHICH [1996], uma estrutura é considerada segura quando puder suportar as ações que vierem a solicitá-la durante a sua vida útil sem ser impedida, quer permanentemente, quer temporariamente, de desempenhar funções para as quais foi concebida. Denomina-se estado-limite qualquer condição que impeça a estrutura de desempenhar essas funções.

Os estados-limites últimos correspondem ao esgotamento da capacidade portante da estrutura; por exemplo: esgotamento da capacidade de carga de uma sapata. Os estados-limites de utilização correspondem a situações em que a estrutura deixa de satisfazer a requisitos funcionais ou de durabilidade; por exemplo: recalques excessivos.

Tendo em vista que os dados básicos necessários para o projeto e execução de uma fundação provêm de fontes as mais diversas, a escolha do coeficiente de segurança é de grande responsabilidade. A tabela 2.2 resume os principais fatores a considerar.

Para maiores detalhes, critérios e valores básicos relacionados à segurança no projeto de fundações, o leitor deverá recorrer à NBR 6122.

## **2.8. PRESSÃO ADMISSÍVEL DO TERRENO**

De acordo com a NBR 6122 [1996], a pressão admissível pode ser estimada segundo métodos teóricos, empíricos, semi-empíricos e prova de carga sobre placa. Indica, também, que os seguintes fatores devem ser considerados na determinação da tensão admissível:

- a) profundidade da fundação;
- b) dimensões e forma dos elementos de fundação;
- c) características das camadas de terreno abaixo do nível da fundação;

d) lençol d'água;

d) modificação das características do terreno por efeito de alívio de pressões, alteração do teor de umidade ou ambos;

Tabela 2.2 - Fatores que influenciam a escolha do coeficiente de segurança [CAPUTO,1978].

Fatores que influenciam a escolha do coeficiente de segurança	Coeficiente de segurança		
	Pequeno		Grande
Propriedade dos materiais	Solo homogêneo Investigações geotécnicas amplas		Solo não homogêneo Investigações geotécnicas escassas
Influência exteriores, tais como: vento, água, tremores de terra, etc	Grande número de informações, medidas e observações disponíveis		Poucas informações disponíveis
Precisão do modelo de cálculo	Modelo bem representativo das condições reais		Modelo grosseiramente representativo das condições reais
Conseqüências em caso de acidentes	Conseqüências financeiras limitadas e sem perda de vidas humanas	Conseqüências financeiras consideráveis e risco de perda de vidas humanas	Conseqüências financeiras desastrosas e elevadas perdas de vidas humanas

f) características da obra, em especial a rigidez da estrutura;

g) recalques admissíveis, definidos pelo projetista da estrutura.

Em obra de pequeno vulto, o engenheiro é muitas vezes levado a tomar decisões em cima de poucos resultados de sondagens de percussão (SPT).

A NBR 6122 [1996] apresenta uma tabela com os valores básicos de tensão admissível, que serve para orientação inicial.

HACHICH [1996] apresenta rotina de método empírico para estimativa das pressões admissíveis, que é dada pela expressão:

$$\sigma_{adm} = 0,02 \times N \quad (\text{em MPa}) \quad (2.23)$$

válida para qualquer solo natural no intervalo  $5 \leq N \leq 20$ .

N valor médio representativo da camada de apoio, estimado dentro da profundidade do bulbo de tensões das sapatas ( $\sim 1,5b$ ). Este valor corresponde, na maioria das vezes, a média dos três valores de SPT abaixo do apoio da sapata.

No exemplo da figura 2.15, tem-se:

$$N = \frac{v1 + v2 + v3}{3} \quad (2.24)$$

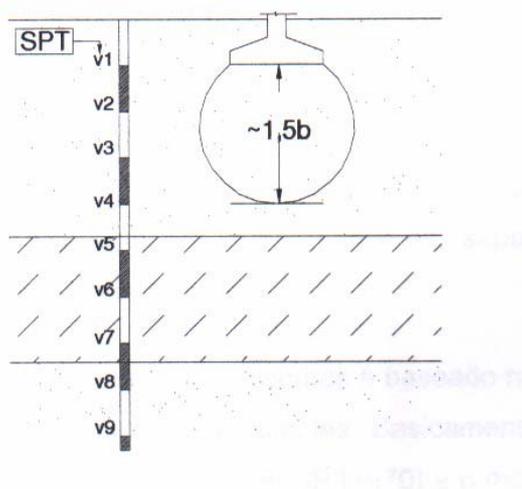


Figura 2.15 – Estimativa de N

## **3 MODELOS DE CÁLCULO**

Este capítulo apresenta processos de dimensionamento de sapatas rígidas e flexíveis, como também critérios de verificação da segurança estrutural.

O dimensionamento de sapatas deve ser feito no estado limite último, onde duas condições devem ser satisfeitas:

a) A resistência de cálculo tem que ser maior do que a solicitação interna de cálculo. Para isto, as deformações nos materiais concreto e aço, sob solicitações de cálculo, não deve ultrapassar valores limites . As solicitações internas são:

- Solicitações internas resultantes de tensões normais, no caso das sapatas, momentos fletores;
- Solicitações internas resultantes de tensões tangenciais, tais como: esforço cortante, punção, aderência e ancoragem das armaduras.

b) Equilíbrio estático da estrutura

Este estado considera os riscos de tombamento e deslizamento das sapatas em condições desfavoráveis, que é o caso das sapatas submetidas a ações horizontais e ações excêntricas.

O dimensionamento à flexão das sapatas é baseado na mesma teoria aplicada às vigas submetidas à flexão simples. Basicamente, o que difere entre os critérios do ACI 318 [1995], CEB-FIP [1970] e o método clássico é a seção de referência indicada para o cálculo do momento fletor, que se desenvolve nas proximidades do pilar. Para maior simplificação, as sapatas

são armadas nas duas direções principais. Os esforços solicitantes são determinados para uma distribuição uniforme de pressões no solo como apresentado no capítulo 2, e não se admite que as forças de atrito possam reduzir a força de tração na armadura principal das sapatas.

As sapatas podem ser dimensionadas por diferentes modelos de cálculo, ou seja, podem ser consideradas rígidas ou flexíveis em função da relação entre a altura e o comprimento do balanço.

### **3.1. MÉTODO CLÁSSICO**

Segundo ANDRADE [1989] este modelo de cálculo se aplica às sapatas flexíveis e consiste em calcular o momento fletor no eixo central da sapata, enquanto o esforço cortante é verificado na seção adjacente à face do pilar. A área da seção transversal da armadura, para absorver os momentos fletores, pode ser determinada no centro da sapata, como nas vigas submetidas à flexão simples, e estendida ao longo da mesma sem redução, ou seja, a armadura é distribuída uniformemente nas duas direções.

Uma dificuldade do método está em fixar a proporção de carregamento para cada direção. Para esta repartição, critérios empíricos são apresentados a seguir:

#### **a) Totalidade da ação nas duas direções**

Este critério permite que cada direção trabalhe independentemente com toda a ação. Esta consideração eleva os valores do momento fletor e do esforço cortante, tornando a área de armadura antieconômica. A parcela de ação considerada no cálculo age no centro de gravidade da região (figura 3.1).

No cálculo do momento fletor na direção x tem-se:

$$M_{Sdx} = \left( \frac{F_{vd}}{2} \times \frac{a}{4} \right) - \left( \frac{F_{vd}}{2} \times \frac{a_0}{4} \right) \quad (3.1)$$

simplificando a equação 3.1 obtém-se:

$$M_{Sdx} = \frac{F_{vd}}{8} (a - a_0) \quad (3.2)$$

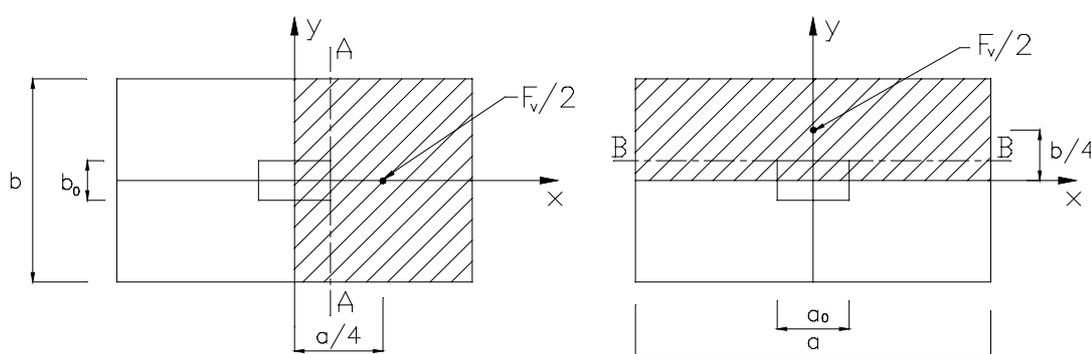


Figura 3.1 - Totalidade da ação nas duas direções

Para determinação do esforço cortante junto à face do pilar tem-se:

$$V_{Sdx} = \frac{F_{vd}}{a \cdot b} \times b \times \left( \frac{a - a_0}{2} \right) \quad (3.3)$$

donde pode-se obter:

$$V_{Sdx} = \frac{F_{vd}}{2} \left( 1 - \frac{a_0}{a} \right) \quad (3.4)$$

Analogamente na direção y obtém-se:

$$M_{Sdy} = \frac{F_{vd}}{8} (b - b_0) \quad (3.5)$$

$$V_{Sdy} = \frac{F_{vd}}{2} \left( 1 - \frac{b_0}{b} \right) \quad (3.6)$$

**b) Divisão da área da sapata em triângulos (regra dos triângulos)**

Esta regra é apropriada quando a área da base da sapata e a área da seção transversal do pilar são homotéticas. As áreas são repartidas em triângulos, cabendo a cada uma  $\frac{1}{4}$  da ação total (figura 3.2).

Na determinação do momento fletor na direção x tem-se:

$$M_{Sdx} = \left( \frac{F_{vd}}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{a}{2} \right) - \left( \frac{F_{vd}}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{a_0}{2} \right) \quad (3.7)$$

donde, obtém-se:

$$M_{Sdx} = \frac{F_{vd}}{12} (a - a_0) \quad (3.8)$$

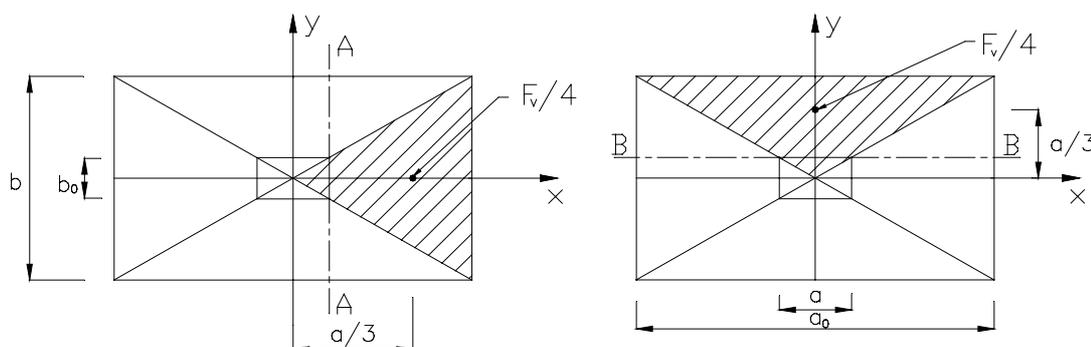


Figura 3.2 - Regra dos triângulos

Para determinação do esforço cortante considera-se:

$$V_{Sdx} = \frac{F_{vd}}{a \cdot b} \times \left[ \left( \frac{b + b_0}{2} \right) \times \left( \frac{a - a_0}{2} \right) \right] \quad (3.9)$$

logo, simplificando-se:

$$V_{Sdx} = \frac{F_{vd}}{4} \left( 1 + \frac{b_0}{b} \right) \times \left( 1 - \frac{a_0}{a} \right) \quad (3.10)$$

Analogamente na direção y obtém-se:

$$M_{Sdy} = \frac{F_{vd}}{12} (b - b_0) \quad (3.11)$$

$$V_{Sdy} = \frac{F_{vd}}{4} \left(1 + \frac{a_0}{a}\right) \times \left(1 - \frac{b_0}{b}\right) \quad (3.12)$$

### c) Divisão da área da sapata em trapézios (regra dos trapézios)

Adequado, quando a área da base da sapata e a área da seção transversal do pilar não são homotéticas. Este critério também é o mais indicado para as sapatas dimensionadas geometricamente com balanços iguais nas duas direções. A área da sapata é repartida em trapézios, enquanto a área da seção transversal do pilar em triângulos (figura 3.3). Neste caso, uma parcela da ação age no centro de gravidade do trapézio.

Uma simplificação adotada neste critério é a de considerar  $F_v/4$  para cada direção; o que não acontece na realidade.

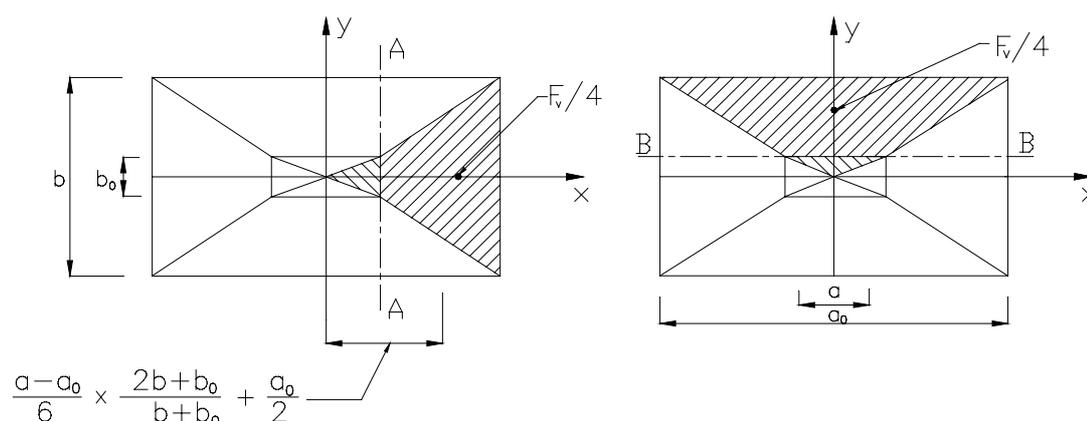


Figura 3.3 - Regra dos trapézios

Na determinação do momento fletor na direção x tem-se:

$$M_{Sdx} = \frac{F_{vd}}{4} \times \left( \frac{a-a_0}{6} \times \frac{2b+b_0}{b+b_0} + \frac{a_0}{2} \right) - \frac{F_v}{4} \times \left( \frac{2}{3} \times \frac{a_0}{2} \right) \quad (3.13)$$

simplificando a expressão 3.13 obtém-se:

$$M_{Sdx} = \frac{F_{vd}}{4} \left[ \left( \frac{a-a_0}{6} \right) \times \left( \frac{2b+b_0}{b+b_0} \right) + \frac{a_0}{6} \right] \quad (3.14)$$

Para determinação do esforço cortante junto à face do pilar tem-se:

$$V_{Sdx} = \frac{F_{vd}}{a.b} \times \left[ \left( \frac{b+b_0}{2} \right) \times \left( \frac{a-a_0}{2} \right) \right] \quad (3.15)$$

logo

$$V_{Sdx} = \frac{F_{vd}}{4} \left( 1 + \frac{b_0}{b} \right) \times \left( 1 - \frac{a_0}{a} \right) \quad (3.16)$$

Analogamente na direção y

$$M_{Sdy} = \frac{F_{vd}}{4} \left[ \left( \frac{b-b_0}{6} \right) \times \left( \frac{2a+a_0}{a+a_0} \right) + \frac{b_0}{6} \right] \quad (3.17)$$

$$V_{Sdy} = \frac{F_{vd}}{4} \left( 1 + \frac{a_0}{a} \right) \times \left( 1 - \frac{b_0}{b} \right) \quad (3.18)$$

## 3.2. CRITÉRIOS DO ACI-318 [1995]

### 3.2.1. Determinação do momento fletor

Os critérios do ACI 318 [1995], aplicam-se no dimensionamento das sapatas flexíveis. De acordo com a norma americana, o momento fletor é calculado na seção adjacente à face do pilar (figura 3.4), levando em consideração a pressão do solo atuante na área hachurada (figura 3.5). Tem-se portanto:

$$M_{Sdx} = \left[ \frac{F_{vd}}{a \times b} \times b \times \frac{(a-a_0)}{2} \right] \times \frac{(a-a_0)}{4} \quad (3.19)$$

Simplificando a expressão acima tem-se:

$$M_{Sdx} = \frac{F_{vd}}{8} \times \frac{(a-a_0)^2}{a} \quad (3.20)$$

onde:

$$F_{vd} = 1,4 \times G + 1,7 \times Q \quad (3.21)$$

G ações permanentes

Q ações variáveis

Analogamente na direção y tem-se:

$$M_{sd,y} = \frac{F_{vd}}{8} \times \frac{(b - b_0)^2}{b} \quad (3.22)$$

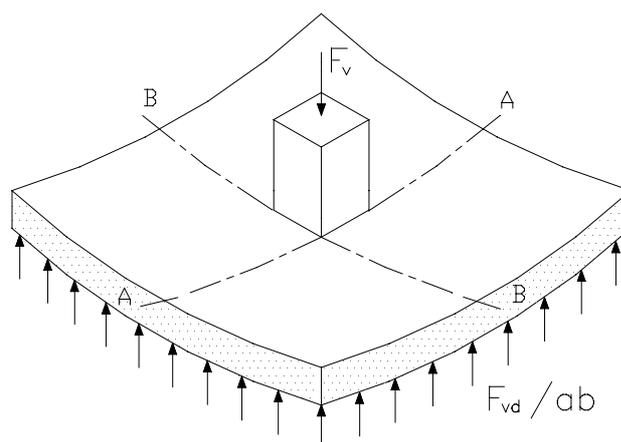


Figura 3.4 - Distribuição de pressões sob a base da sapata.

MACGREGOR [1992]

A justificativa física da seção crítica na face do pilar deve-se ao fato do pilar, solidário com a sapata, contribuir para a resistência do prisma de base  $a_0 \times b_0$ , obrigando a sapata a romper fora deste prisma.

Tais momentos devem ser resistidos pelas armaduras, cujas áreas são calculadas nas duas direções principais.

### 3.2.2. Distribuição da armadura inferior

O momento fletor por unidade de comprimento varia ao longo do corte A-A, com o máximo ocorrendo na seção adjacente ao pilar (figura 3.7), no entanto, nas sapatas quadradas, a armadura deverá ser distribuída uniformemente na largura total, em ambas as direções.

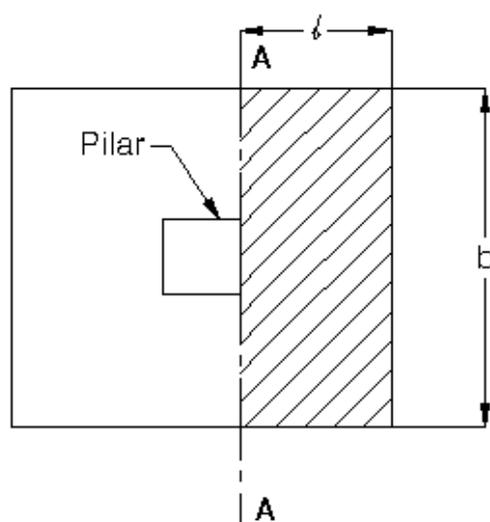


Figura 3.5 - Seção de referência para o cálculo do momento fletor (planta)

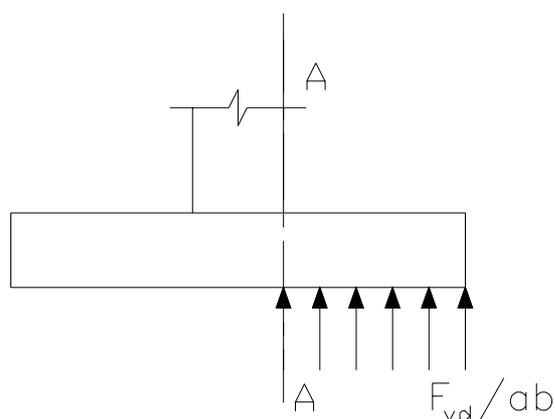


Figura 3.6 - Seção de referência para o cálculo do momento fletor (corte A-A)

Já nas sapatas retangulares, a distribuição da armadura difere ao longo das duas direções. A armadura paralela ao maior lado pode ser distribuída uniformemente na largura  $b$ , enquanto, na outra direção, deve-se ter uma maior densidade de barras numa faixa próxima do pilar (figura 3.8). Esta faixa, de largura  $b$ , deve conter a armadura  $A_{S1}$  determinada através da equação 3.23, enquanto  $A_{S2}$ , equação 3.24, deve ser distribuída uniformemente fora desta faixa central

Tem-se portanto:

$$A_{s1} = A_s \times \frac{2 \times b}{a + b} \quad (3.23)$$

e

$$A_{s2} = A_s - A_{s1} \quad (3.24)$$

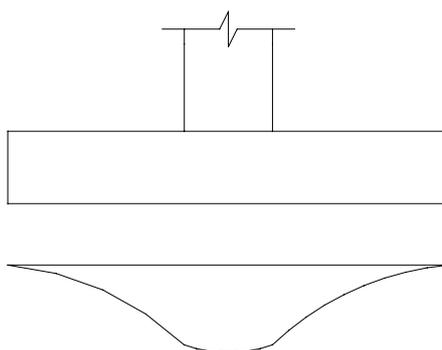


Figura 3.7 - Momento fletor na sapata

Segundo BARROSO [1974], a distribuição concentrada próxima ao pilar é desaconselhável à medida que aumenta a relação  $a/b$  da sapata, devido às grandes deformações que ocorrem na direção do maior lado. Por tal motivo se recomenda limitar a retangularidade da sapata pela relação  $a = 2 \times b$ .

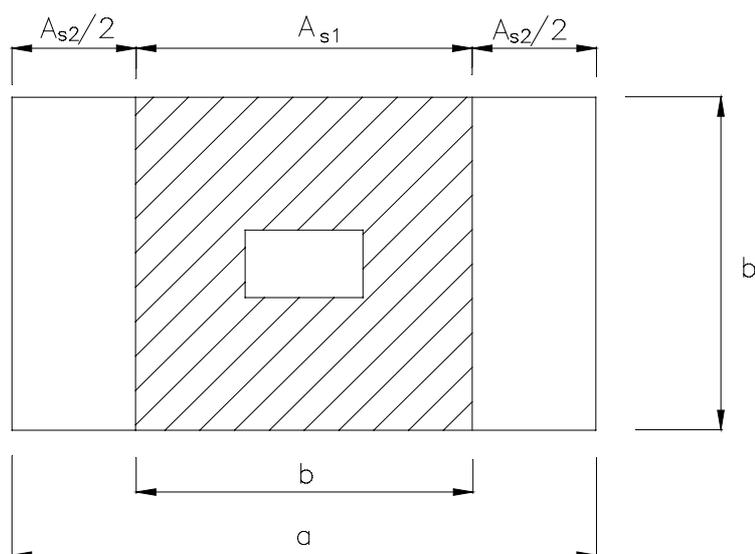


Figura 3.8 - Distribuição da armadura

### 3.3. RECOMENDAÇÕES DO CEB-FIP/1970

Tais critérios são aplicáveis a sapatas rígidas com a seguinte relação geométrica:

$$\frac{h}{2} \leq \ell \leq 2h \quad (3.25)$$

onde  $\ell$  é o menor balanço.

### 3.3.1. Determinação do momento fletor

O momento fletor que determinará a armadura inferior é calculado em cada direção principal, em relação a uma seção de referência  $S_1$  (figura 3.9), situada entre as faces do pilar, a uma distância  $0,15a_0$  na direção  $x$  e  $0,15b_0$  na direção  $y$ , medida no sentido perpendicular à seção considerada. Esta recomendação deve-se ao fato de que no caso dos pilares de seção alongada o valor do momento pode crescer sensivelmente além da seção situada na face do pilar.

A altura útil  $d$  da seção  $S_1$  é tomada igual à altura da seção paralela a  $S_1$  e situada na face do pilar, salvo se esta altura exceder 1,5 vezes o comprimento do balanço da sapata ( $1,5\ell$ ), medida perpendicularmente a  $S_1$ . Neste último caso, a altura útil deve ser limitada a 1,5 vezes o balanço.

### 3.3.2. Área da seção transversal da armadura inferior

O cálculo da área da seção da armadura que atravessa  $S_1$  é feito a partir das características geométricas da seção de referência  $S_1$ , definidas no item anterior, e do momento fletor calculado.

No caso de rede ortogonal de armaduras, a relação das áreas das seções transversais das barras correspondentes a cada direção deve pelo menos ser igual a 1/5.

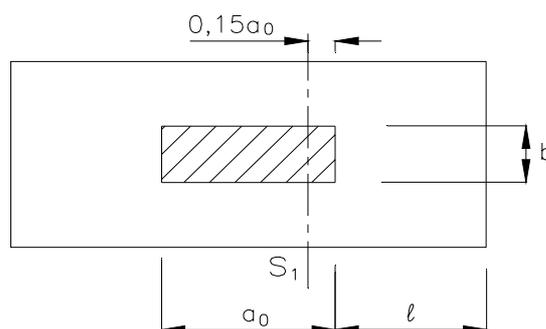


Figura 3.9 - Seção  $S_1$  para o cálculo do momento fletor

### 3.3.3. Disposição da armadura

Em todos os casos a armadura deve ser prolongada sem redução de seção sobre toda extensão da sapata.

No caso das sapatas de base quadrada, a armadura pode ser uniformemente distribuída, paralelamente aos lados do quadrado. Um acréscimo de resistência ao esforço cortante pode ser adquirido nas sapatas de altura constante, localizando uma maior densidade de armadura nas faixas paralelas aos lados do quadrado, centradas sob o pilar e de largura  $a_0 + 2h$  (figura 3.10).

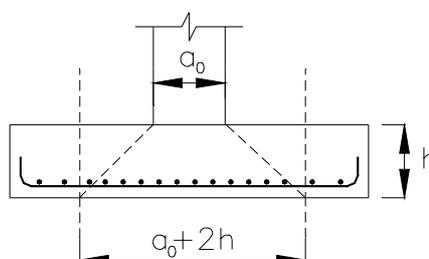


Figura 3.10 - Disposição de armadura nas sapatas quadradas

Nas sapatas de base retangular a armadura é distribuída de modo semelhante ao indicado no item 3.2.2. No entanto se  $b < a_0 + 2h$  a equação 3.23 deve ser substituída pela expressão 3.26 dada por:

$$A_{s1} = A_s \frac{2 \times (a_0 + 2h)}{a + a_0 + 2h} \quad (3.26)$$

Neste caso  $A_{s1}$  deve ser distribuída na faixa central de largura  $a_0 + 2h$ .

### 3.4. MÉTODO DAS BIELAS

Este método foi proposto por LEBELLE apud GUERRIN [1955]<sup>1</sup>. Aplica-se às sapatas rígidas, baseado na teoria das bielas, onde se pode, então, compreender a existência de bielas inclinadas de compressão, que são resistidas pelo concreto e transmitem às barras de aço esforços de tração (figura 3.11).

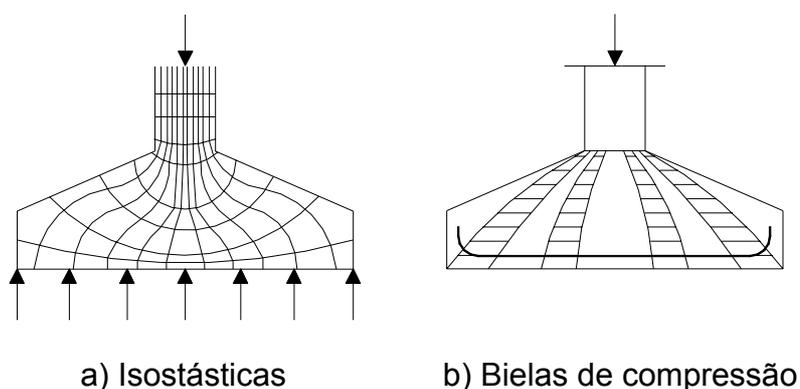


Figura 3.11. - Teoria das bielas

Segundo GUERRIN [1955], ensaios mostraram que rupturas por excesso de compressão do concreto nas proximidades do pilar nunca se verificam, podendo-se, portanto, dispensar tal verificação.

Não se pode falar de flexão numa sapata rígida, por isso não há necessidade de verificar o esforço cortante.

O método consiste em calcular os esforços de tração na armadura, determinando posteriormente a área de aço para resistir a tais esforços.

#### 3.4.1. Determinação dos esforços de tração na armadura

<sup>1</sup> O método de cálculo proposto foi baseado nos numerosos ensaios sistemáticos que foram realizados pelo "Bureau Securitas". LEBELLE, M. apud GUERRIN, A. *Traité de Béton Armé*, Paris, Dunot, 1955. p.61

Analisando inicialmente a sapata quadrada de lado  $a$ , tem-se a componente horizontal  $dF_T$  do esforço  $dF$  transmitido pela biela  $\overline{DM}$  equilibrada pelas tensões das duas barras, passando por  $M(x, y)$ .

De acordo com a figura 3.12 tem-se:

$$dF_v = dx.dy.\sigma_{adm} = \frac{F_v}{a^2} dx.dy \quad (3.27)$$

Por semelhança de triângulos obtém-se:

$$\frac{dF_v}{dF_T} = \frac{d_0}{r} \therefore dF_T = \frac{r}{d_0} dF_v \quad (3.28)$$

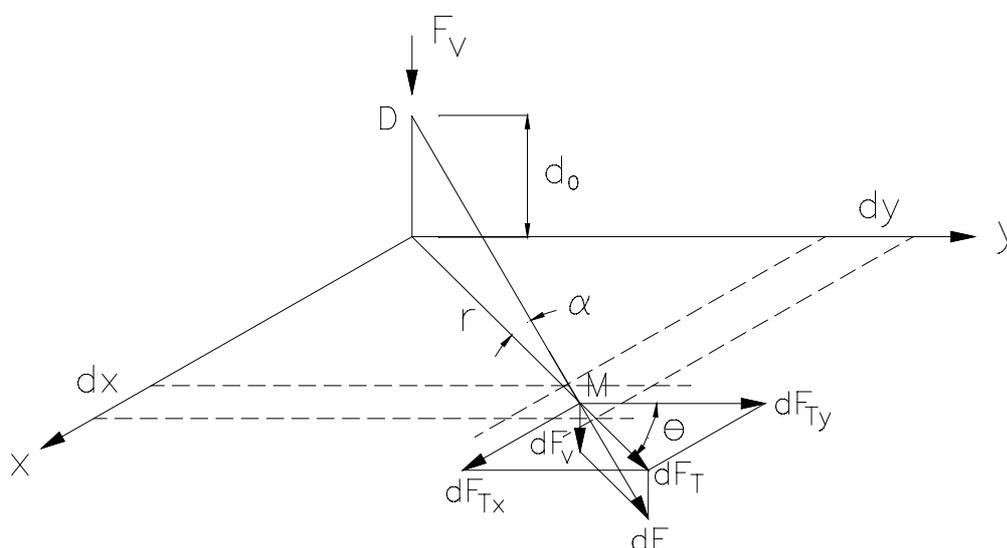


Figura 3.12 - Bielas de concreto comprimido GUERRIN [1955]

Substituindo-se a expressão 3.27 na 3.28 pode-se obter:

$$dF_T = \frac{F_v \times r}{d_0 \times a^2} dx.dy \quad (3.29)$$

Como

$$dF_{Ty} = dF_T \cos \theta \quad (3.30)$$

Substituindo-se 3.29 em 3.30 obtém-se:

$$dF_{Ty} = \frac{F_v \cdot y}{d_0 \cdot a^2} dx \cdot dy \quad (3.31)$$

Logo para o esforço total tem-se:

$$F_{Ty} = \frac{F_v}{a^2 \cdot d_0} \int_{-a/2}^{a/2} dx \int_0^{a/2} y \cdot dy \quad (3.32)$$

Resolvendo as integrais obtém-se:

$$F_{Ty} = \frac{F_v \cdot a}{8 \cdot d_0} \quad (3.33)$$

Pela figura 3.13 pode-se obter:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{d}{(a - a_0)/2} = \frac{d_0}{a/2} \quad (3.34)$$

Logo

$$d_0 = \frac{a \times d}{a - a_0} \quad (3.35)$$

Substituindo-se a equação 3.35 em 3.33 obtém-se:

$$F_{Ty} = \frac{F_v}{8} \times \frac{(a - a_0)}{d} \quad (3.36)$$

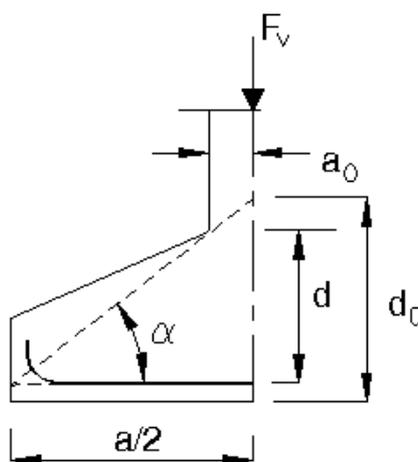


Figura 3.13 - Determinação de  $d_0$   
Analogamente na outra direção tem-se:

$$F_{Tx} = \frac{F_v}{8} \times \frac{(a - a_0)}{d} \quad (3.37)$$

No caso das sapatas retangulares com a seção transversal do pilar homotética da base, as equações expostas para a base quadrada serão válidas, portanto:

$$F_{Tx} = \frac{F_v}{8} \times \frac{(a - a_0)}{d} \quad (3.38)$$

$$F_{Ty} = \frac{F_v}{8} \times \frac{(b - b_0)}{d} \quad (3.39)$$

### 3.4.2. Área da seção transversal da armadura inferior

No método das bielas a determinação da área de aço é bastante simples. Depois de determinados os esforços de tração na armadura, pode-se obter a área da mesma por meio da seguinte equação:

$$A_{sx} = \frac{F_{Txd}}{f_{yd}} \quad (3.40)$$

Analogamente na outra direção tem-se:

$$A_{sy} = \frac{F_{Tyd}}{f_{yd}} \quad (3.41)$$

## 3.5. VERIFICAÇÕES

### 3.5.1. Verificação da estabilidade

Para evitar que as sapatas possam estar sujeitas a movimentos de tombamento e deslizamento, suas dimensões a e b devem ser determinadas de modo a satisfazer às condições de estabilidade.

#### a) Segurança ao tombamento

Segundo MONTROYA [1973], a primeira verificação que deve ser feita em sapatas submetidas a momentos ou forças horizontais (figura 3.14) é a segurança ao tombamento. O momento de tombamento majorado por um coeficiente de segurança deve ser inferior ao momento das forças que se opõem ao tombamento, logo:

$$(M + F_h \times h_1) \times \gamma_1 \leq (F_v + G_{pp}) \times \frac{a}{2} \quad (3.42)$$

$G_{pp}$  peso próprio da sapata;

$\gamma_1$  coeficiente de segurança ao tombamento que segundo MONTROYA [1973] deve ser igual a 1,5.

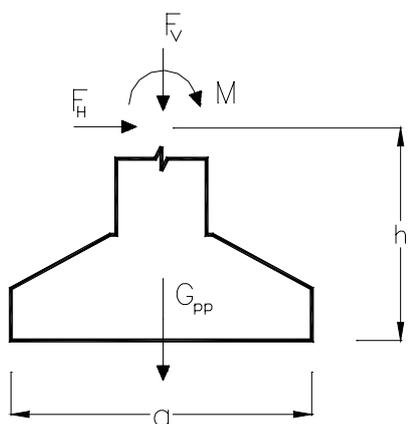


Figura 3.14 - Sapata submetida a momento e força horizontal

A pressão do solo não é levada em consideração porque não existe na iminência do tombamento.

### b) Segurança ao deslizamento

Para sapatas isoladas com ação horizontal, o deslizamento é evitado pelo atrito entre a base da sapata e o terreno ou a coesão do mesmo. O empuxo passivo sobre a superfície lateral da sapata é desprezado, a menos que se garanta sua ação permanentemente.

Deve-se verificar a seguinte condição:

$$(F_v + G_{pp}) \times \operatorname{tg} \varphi_d \geq \gamma_2 \times F_h \text{ (solos arenosos)} \quad (3.43)$$

$$A \times c_d \geq \gamma_2 \times F_v \quad \text{(solos argilosos)} \quad (3.44)$$

onde:

$$\varphi_d = \frac{2}{3} \times \varphi$$

$$c_d = 0,5 \times c$$

$\varphi_d$  ângulo de atrito de cálculo (minorado);

$c_d$  valor de cálculo da coesão (minorado);

A área da base da sapata;

$\gamma_2$  coeficiente de segurança ao deslizamento que, segundo MONTROYA [1973], pode-se tomar o valor de 1,5.

### 3.5.2. Punção nas sapatas

O Texto Base para a revisão da NB 1/78 [1997] define punção como sendo o estado limite último determinado por cisalhamento no entorno de cargas concentradas. Ela é diferente do estado limite último determinado por cisalhamento em seções planas solicitadas à força cortante. A punção basicamente é a perfuração de uma placa devida às altas tensões de cisalhamento, provocadas por forças concentradas.

Devido a fatores construtivos e econômicos é recomendado evitar-se sapatas com armadura transversal, adotando-se uma altura suficiente para que não ocorra ruptura por punção. Portanto, o efeito de puncionamento geralmente determina a altura da sapata.

Nas sapatas rígidas para pilares isolados não há necessidade de verificação à punção, no entanto nas flexíveis não se pode deixar de verificar o puncionamento.

Os primeiros estudos do fenômeno do puncionamento foram realizados por TALBOT<sup>2</sup> apud FIGUEIREDO FILHO [1989] onde ensaiou, até a ruptura, 83 sapatas de concreto armado sob pilares, das quais aproximadamente 20 romperam devido ao puncionamento, com superfície de ruptura tendo a forma de um tronco de cone, e as faces inclinadas a aproximadamente 45°. Sua proposta foi para que a ação de punção fosse determinada a partir de uma tensão nominal dada pela expressão abaixo:

$$\tau_{Sd} = \frac{F_{vd}}{u \times d} \quad (3.45)$$

onde  $u$  é o perímetro de um contorno crítico com lados paralelos aos lados do pilar, distante de um valor igual à altura útil  $d$  da sapata.

RICHART<sup>3</sup> apud FIGUEIREDO FILHO [1989] numa extensa pesquisa, onde foram ensaiadas 164 sapatas, das quais 140 sob pilares, pôde observar que são as tensões tangenciais, e não o momento fletor, que freqüentemente causam situação crítica no projeto de sapatas.

A resistência à punção das sapatas isoladas é usualmente verificada pelo chamado método clássico e foi utilizado já por TALBOT [1913]. Tal modelo, conhecido como modelo da superfície de controle, considera como seção crítica uma superfície vertical em torno do pilar, cuja distância em relação a ele tem sido tomada como função da altura útil da sapata e varia conforme o regulamento utilizado. A tensão média nominal de cisalhamento  $\tau_{Sd}$  obtida nessa superfície deve então ser limitada a uma fração da resistência do concreto, fração esta determinada com base em valores obtidos em ensaios de modelos físicos. A NBR 6118 [1982], o EUROCODE n° 2 [1992], o Código Modelo CEB-FIP [1991], o ACI 318 [1995] e o Texto

---

<sup>2</sup>TALBOT, A. N. (1913) **Reinforced concrete wall footings and column footings**. University of Illinois, Engineering Experiment Station. Bull. n.67, 114p. apud FIGUEIREDO F°, J. R. (1989) **Sistemas estruturais de lajes sem vigas: subsídios para o projeto e execução**. São Carlos. Tese (doutorado), EESC-USP.

<sup>3</sup>RICHART, F. E. (1948) **Reinforced concrete wall and column footings**. ACI Journal, v.45, n.2, p.97-127, n.3, p.237-260 apud FIGUEIREDO F°, J. R. (1989) **Sistemas estruturais de lajes sem vigas: subsídios para o projeto e execução**. São Carlos. Tese (doutorado), EESC-USP.

Base para a revisão da NB 1/78 [1993] baseiam-se neste modelo, no entanto diferem basicamente na definição da superfície de controle e na escolha do parâmetro de resistência.

Alguns parâmetros interferem na punção das sapatas isoladas sem armadura transversal; entre eles destacam-se:

- **Resistência à compressão do concreto**

A resistência ao cisalhamento da sapata é proporcional à resistência à compressão do concreto.

- **Armadura de flexão**

A resistência ao cisalhamento da sapata cresce proporcionalmente à quantidade de armadura longitudinal, representada pela taxa de armadura de flexão. TALBOT [1913] em seu trabalho pioneiro, ao ensaiar 197 sapatas verificou que os maiores valores de resistência à punção foram encontrados nas sapatas mais armadas à flexão, o que também foi observado por posteriores estudos.

- **Altura da sapata**

Com o aumento da altura da sapata a tensão solicitante de cisalhamento diminui.

No dimensionamento das sapatas, quando o valor da tensão de cisalhamento ultrapassa os valores limites fixados por norma, ANDRADE [1989] indica que a melhor alternativa para evitar-se a utilização de armadura transversal é aumentar a altura da sapata, visto que o aumento da taxa de armadura longitudinal é antieconômico, e o aumento da resistência à compressão do concreto é pouco eficiente.

---

### a) Critérios do ACI 318 [1995]

Para o projeto de sapatas sem armadura de punção tem-se:

$$\tau_{Sd} = \frac{F_{vd, red}}{u \times d} \leq \tau_{Rd} \quad (3.46)$$

onde:

$$F_{vd, red} = F_{vd} - \Delta F_{vd} \quad (3.47)$$

$$F_{vd} = 1,4 \times G + 1,7 \times Q \quad (3.48)$$

$\Delta F_{vd}$  ação da pressão do solo dentro do perímetro de controle.

$\tau_{Rd}$  é o menor valor obtido através das seguintes expressões:

$$\tau_{Rd} = \phi \times \left[ 0,08303 \times \left( 2 + \frac{4}{\beta_c} \right) \times \sqrt{f_{ck}} \right] \quad (3.49)$$

$$\tau_{Rd} = \phi \times \left[ 0,08303 \times \left( \frac{\alpha_s d}{u} + 2 \right) \sqrt{f_{ck}} \right] \quad (3.50)$$

$$\tau_{Rd} = \phi \times \left[ 0,33212 \sqrt{f_{ck}} \right] \quad (3.51)$$

$\phi$  coeficiente de minoração da resistência, igual a 0,85 para o caso de torção e cisalhamento;

$\beta_c$  razão entre os lados mais longo e mais curto do pilar;

$u$  comprimento do perímetro crítico localizado a  $d/2$  do contorno do pilar;

$d$  altura útil da sapata ;

$\alpha_s$  constante que assume os seguintes valores: 40 para pilares no centro da sapata, 30 para pilares na borda da sapata e 20 para pilares no canto da sapata.

$f_{ck}$  e  $\tau_{Rd}$  estão em MPa

### b) Recomendações do EUROCODE N° 2 (1992)

As recomendações deste código são aplicadas a sapatas isoladas com pilares retangulares cuja relação entre o lado maior e o menor seja inferior a 2.

No caso de pilares alongados, o esforço cortante se concentra nos cantos dos apoios; portanto, na ausência de uma análise mais detalhada, recomenda-se que se considere apenas certos trechos do perímetro crítico (figura 3.15).

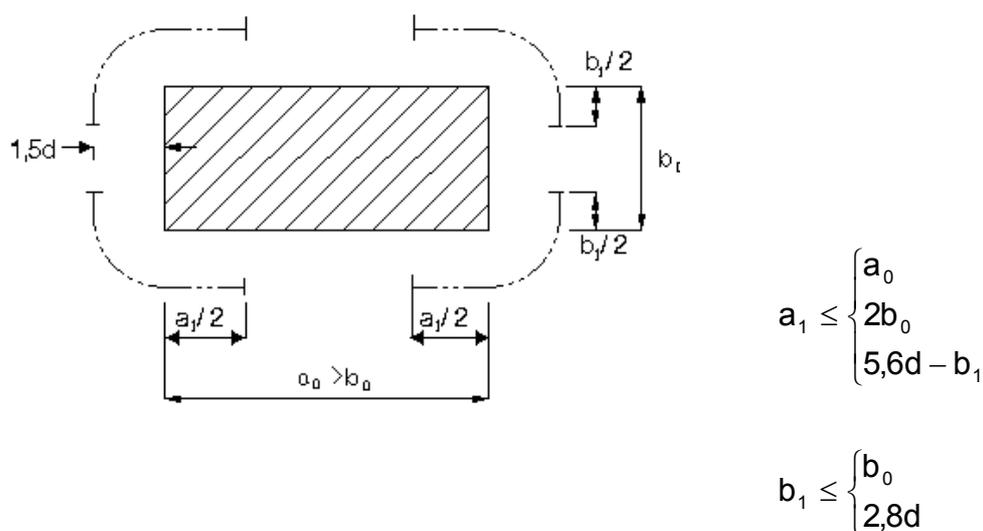


Figura 3.15 - Consideração do perímetro crítico para pilares alongados

No projeto de sapatas sem armadura transversal, a seguinte consideração deve ser satisfeita:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd1} \quad (3.52)$$

$V_{Sd}$  esforço cortante de cálculo, dado por unidade de comprimento de um perímetro crítico  $u$ , localizado a  $1,5d$  do contorno do pilar;

$V_{Rd1}$  esforço resistente de cálculo, dado por unidade de comprimento do perímetro crítico  $u$ , para uma sapata sem armadura de punção.

O coeficiente de majoração da ação é igual a  $\gamma_f = 1,5$ .

O valor de  $V_{Sd}$  é dado através da equação:

$$V_{Sd} = \frac{V_{sd} \times \beta}{u} \quad (3.53)$$

$\beta$  é um coeficiente que leva em conta os efeitos de excentricidade da ação. Nos casos em que não houver excentricidade  $\beta = 1$ , para pilares no canto da sapata  $\beta = 1,50$ , para pilares na borda da sapata  $\beta = 1,40$  e para pilares no centro da sapata  $\beta = 1,15$ .  $u$  é dado em m.

$V_{Rd1}$  é obtido através da seguinte expressão:

$$V_{Rd1} = \tau_{Rd} \times k \times (1 + 40\rho_1) \times d \quad (3.54)$$

onde:

$$k = |1,6 - d| \geq 1,0 \quad (d \text{ em metros}) \quad (3.55)$$

$$\rho_1 = \sqrt{\rho_{1x} \times \rho_{1y}} < 0,015 \quad (3.56)$$

$\rho_{1x}$  e  $\rho_{1y}$  são os valores das taxas de armadura de tração nas direções x e y respectivamente.

d altura útil da sapata

Os valores de  $\tau_{Rd}$  são dados pela tabela 3.1.

Tabela 3.1 - Valores de  $\tau_{Rd}$

$f_{ck}$ (MPa)	12	16	20	25	30	35	40	45	50
$\tau_{Rd}$ (N/mm <sup>2</sup> )	0,18	0,22	0,26	0,30	0,34	0,37	0,41	0,44	0,48

### c). Recomendações do Código Modelo CEB-FIP [1991]

A tensão nominal atuante é comparada à tensão nominal resistente no perímetro a  $2d$  do perímetro do pilar.

Para carregamento concentrado tem-se:

$$\tau_{Sd} = \frac{F_{vd,red}}{u \cdot d} \leq \tau_{Rd} \quad (3.57)$$

onde:

$$F_{vd, red} = F_{vd} - \Delta F_{vd} \quad (3.58)$$

u      perímetro a 2d da face do pilar;

d      altura útil da sapata;

$F_{vd}$     ação total do pilar;

$\Delta F_{vd}$    ação da pressão do solo dentro do perímetro de controle.

Os coeficientes de majoração da ação e minoração da resistência do concreto são iguais a 1,5.

A tensão limite é dada por:

$$\tau_{Rd} = 0,12 \times \xi \times (100 \times \rho \times f_{ck})^{1/3} \times 2 \times \frac{d}{a_u} \leq 0,5f_{cd2} \quad (3.59)$$

onde:

$a_u$     distância da face da coluna ao perímetro de controle em questão

$$\xi = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \quad (\text{com } d \text{ em mm}) \quad (3.60)$$

$$f_{cd2} = 0,60 \times \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \times f_{cd} \quad (3.61)$$

Para ações excêntricas tem-se:

$$F_{vd} = F_{vd, red} \left[ 1 + K \frac{M_{Sd}}{F_{vd}} \frac{u_1}{W_1} \right] \quad (3.62)$$

K      coeficiente que fornece a parcela de  $M_{Sd}$  transmitida à sapata por cisalhamento, que depende da relação  $c_1/c_2$

$M_{Sd}$     momento de cálculo transmitido pelo pilar à sapata

$W_1$     parâmetro geométrico referente ao perímetro crítico. Pode ser calculado desprezando a curvatura dos cantos do perímetro crítico.

Para pilar retangular tem-se:

$$W_1 = \frac{c_1}{c_2} + c_1 c_2 + 4c_2 d + 16d^2 + 2\pi d c_1 \quad (3.63)$$

com:

$c_1$  dimensão do pilar paralela à excentricidade da ação

$c_2$  dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da ação

Os valores de K podem ser obtidos da tabela 3.2.

Tabela 3.2 - Valores de K

$c_1/c_2$	0,5	1,0	2,0	3,0
K	0,40	0,60	0,70	0,80

#### d) Recomendações da NBR [1982]

Para que se dispense a armadura transversal de punção, a tensão nominal de cálculo deverá ser comparada à tensão resistente de cálculo, logo:

$$\tau_{Sd} = \frac{F_{vd}}{u \times d} \leq \frac{\tau_{Rd}}{2} \quad (3.64)$$

$u$  perímetro do contorno crítico distante  $d/2$  da face do pilar (figura 3.16);

$d$  altura útil da sapata ao longo do contorno crítico;

$F_{Sd}$  ação concentrada de cálculo.

A tensão  $\tau_{Rd}$  é determinada através da seguinte expressão:

$$\tau_{Rd} = \frac{0,63}{\gamma_c} \sqrt{f_{ck}} \quad (f_{ck} \text{ em MPa}) \quad (3.65)$$

onde  $\gamma_c = 1,4$ .

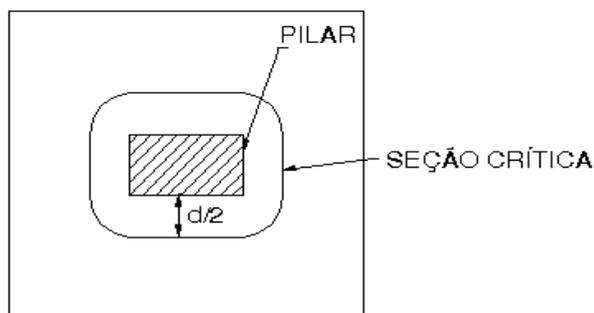


Figura 3.16 - Perímetro do contorno crítico

### e) Recomendações do Texto Base para a revisão da NB 1/78 [1993]

O Texto Base para a revisão da NB 1/78 fundamenta-se no CEB [1991], não havendo, portanto, a necessidade de reescrever aqui tais critérios, lembrando apenas que os coeficientes de majoração das ações e minoração da resistência do concreto no Texto Base são iguais a 1,4, levando a uma pequena diferença nos valores obtidos com o CEB [1991]. Tal diferença é corrigida com a mudança do coeficiente de 0,12 para 0,13 da equação (3.59) da tensão resistente.

### 3.5.3. Esforço cortante

Armadura para absorver a força cortante raramente é utilizada nas sapatas isoladas pelas mesmas razões do caso de punção. Portanto, as sapatas isoladas são dimensionadas de modo que a força cortante seja resistida pelo concreto.

A verificação é feita determinando-se a força cortante solicitante de cálculo ( $V_{Sd}$ ) como sendo o produto da tensão do solo pela área da sapata limitada por uma seção de referência, que está a uma certa distância do pilar, definida segundo o critério de cálculo a ser utilizado. O valor de  $V_{Sd}$  não deve ultrapassar o valor limite também fixado pelo regulamento a ser adotado e levando em consideração a ausência de armadura transversal.

Os parâmetros que influem na resistência ao esforço cortante das sapatas, sem armadura transversal, são os mesmos indicados para punção no item 3.2.2. Portanto, a melhor alternativa para se evitar armadura transversal é aumentar a altura da sapata, nos casos em que a altura escolhida, a princípio, não satisfaça os limites fixados pela norma utilizada.

#### a) Recomendações do ACI 318 [1995]

Essa norma indica que a força cortante nas sapatas deve ser verificada como nas vigas largas. A seção crítica para a verificação do esforço cortante é localizada a distância  $d$  da face do pilar como mostra a figura 3.17 Para que se dispense a armadura transversal de combate ao esforço cortante, a seguinte condição deve ser satisfeita:

$$\tau_{Sd} = \frac{V_{Sd}}{b_w \times d} \leq \tau_{Rd} \quad (3.66)$$

$V_{Sd}$  é o esforço cortante na seção crítica dado por:

$$V_{Sdx} = \frac{F_{vd}}{a} \times \left[ \frac{a - a_0}{2} - d \right] \quad \text{na direção x} \quad (3.67)$$

$$V_{Sdy} = \frac{F_{vd}}{b} \times \left[ \frac{b - b_0}{2} - d \right] \quad \text{na direção y} \quad (3.68)$$

onde:

$$F_{vd} = 1,4 \times G + 1,7 \times Q \quad (3.69)$$

G ação permanente

Q ação variável

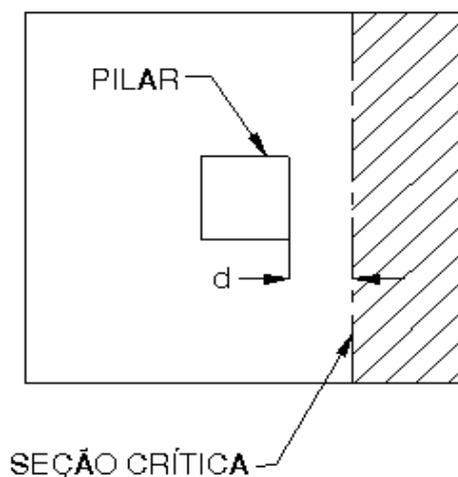


Figura 3.17 - Seção crítica para o cálculo do esforço cortante

O valor limite  $\tau_{Rd}$  é dado por:

$$\tau_{Rd} = \phi \left[ 0,166 \sqrt{f_{ck}} \right] \quad (3.70)$$

sendo  $\phi = 0,85$ .  $f_{ck}$  e  $\tau_{Rd}$  em MPa

### b) Recomendações do EUROCODE 2 (1992)

Os critérios do EUROCODE 2 aqui utilizados para verificação da força cortante nas sapatas são baseados naqueles adotados para laje maciça.

No projeto de sapatas sem armadura transversal, a seguinte consideração deve ser satisfeita:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd1} \quad (3.71)$$

$V_{Sd}$  esforço cortante de cálculo atuante, determinado na seção crítica a  $d$  da face do pilar;

$V_{Rd1}$  esforço resistente de cálculo.

$V_{Sd}$  é o esforço cortante na seção crítica dado por:

$$V_{Sdx} = \frac{F_{vd}}{a} \times \left[ \frac{a - a_0}{2} - d \right] \quad \text{na direção x} \quad (3.72)$$

$$V_{Sdy} = \frac{F_{vd}}{b} \times \left[ \frac{b - b_0}{2} - d \right] \quad \text{na direção y} \quad (3.73)$$

No caso de sapata com altura variável, tem-se:

$$V_{Sd,v} = V_{Sd} - V_{ccd} - V_{td}$$

$V_{ccd}$  componente da força na zona de compressão paralela a  $V_{Sd}$

$V_{td}$  componente da força na zona de tração, paralela a  $V_{Sd}$ .

$V_{ccd}$  e  $V_{td}$  são tomadas como positiva na mesma direção de  $V_{Sd}$ .

$V_{Rd1}$  é obtido através da expressão:

$$V_{Rd1} = \tau_{Rd} \times k \times (1,2 + 40\rho_1) b_w d \quad (3.74)$$

onde:

$$k = |1,6 - d| \geq 1,0 \quad (d \text{ em metros}) \quad (3.75)$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w \times d} < 0,02 \quad (3.76)$$

$d$  altura útil da seção crítica

Os valores de  $\tau_{Rd}$  são dados pela tabela 3.1.

### c) Recomendações do CEB - FIP [1970]

A força cortante é verificada numa seção  $S_2$  (figura 3.18), perpendicular à superfície de apoio da sapata, distante  $d/2$  da face do pilar, considerando-se a resultante das tensões no terreno que atua à direita da seção  $S_2$ , na região hachurada, e sua largura é dada por:

$$b_2 = b_0 + d \quad (3.77)$$

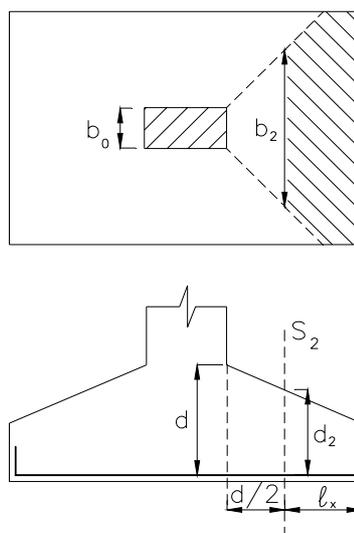


Figura 3.18 - Definição da seção de referência  $S_2$ .

No caso em que a base da sapata e a seção transversal do pilar são quadradas, concêntricas e uniformemente carregadas, as características da seção de referência  $S_2$  são tais que conduzem às mesmas disposições previstas nas recomendações para as superfícies de punção.

Nas sapatas alongadas ( $l_x > 1,5b$ ), a seção de referência  $S_2$ , relativa à força cortante  $V_{sd}$ , fica situada na face do pilar e perpendicular à direção de  $l$  (figura 3.19).

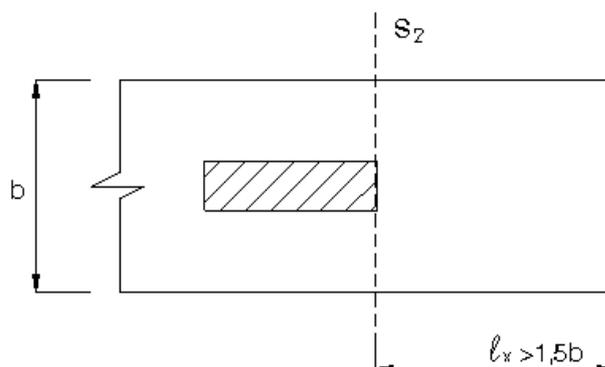


Figura 3.19 - Sapatas alongadas

Na verificação da força cortante na seção crítica, a seguinte condição deve ser satisfeita:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd} \quad (3.78)$$

$V_{Sd}$  força cortante solicitante de cálculo, determinada na seção crítica;

$V_{Rd}$  força resistente de cálculo.

$V_{Rd}$  é o menor valor obtido através das seguintes equações:

$$V_{Rd} = \frac{4,7 \times b_2 \times d_2}{\gamma_c} \sqrt{\rho} \sqrt{f_{ck}} \quad (f_{ck} \text{ em MPa}) \quad (3.79)$$

ou

$$V_{Rd} = \frac{0,47 \times b_2 \times d_2}{\gamma_c} \sqrt{f_{ck}} \quad (f_{ck} \text{ em MPa}) \quad (3.80)$$

onde:

$$\rho = \frac{A_s}{b_2 \times d_2} < 0,01 \quad (3.81)$$

$\rho$  taxa de armadura de tração na seção  $S_2$ ;

$b_2$  largura da seção crítica em m;

$d_2$  altura útil da seção crítica em m.

Os coeficientes de majoração das ações e minoração da resistência do concreto são dados por 1,5.

#### **d) Recomendações da NBR 6118 [1982] (anexo da NB 116/89)**

Os critérios da NBR 6118 [1982] aqui utilizados para verificação da força cortante nas sapatas são baseados naqueles adotados para lajes maciças.

Quando não se pretende dispor de armadura transversal a tensão de cisalhamento de referência, devida à força cortante, não deve ultrapassar o valor de  $\tau_{wu1}$ , ou seja:

$$\tau_{wd} \leq \tau_{wu1} \quad (3.82)$$

$\tau_{wd}$  tensão de cisalhamento de cálculo atuante na seção de referência;  
 $\tau_{wu1}$  tensão de cisalhamento última de cálculo na seção sem armadura.

O valor de  $\tau_{wd}$  é obtido através da seguinte expressão:

$$\tau_{wd} = \frac{V_{Sd}}{b_w \times d} \quad (3.83)$$

No caso das sapatas de altura variável pode-se considerar o efeito favorável da variação da seção, logo se tem:

$$\tau_{wd, red} = \frac{V_{Sd} - \frac{M_{Sd}}{d} \operatorname{tg}\theta}{b_w \times d} \quad (3.84)$$

Onde:

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{h - h_0}{(a - a_0)/2} \quad (3.85)$$

$M_{Sd}$  momento solicitante de cálculo na seção adjacente à face do pilar.

O valor da tensão de cisalhamento última de cálculo  $\tau_{wu1}$  é dado por:

$$\tau_{wu1} = \psi_4 \sqrt{f_{ck}} \quad (3.86)$$

Limita-se  $\psi_4 \sqrt{f_{ck}}$  a 1,0 Mpa, onde  $\psi_4$  assume os seguintes valores:

$$\psi_4 = 0,12 \frac{\alpha \times k}{1 - \frac{3d}{L}} \quad (d > L/20) \quad (3.87)$$

$$\psi_4 = 0,14 \times \alpha \times k \quad (d \leq L/20) \quad (3.88)$$

L é igual à dimensão da sapata perpendicular à seção que está sendo verificada.

Os coeficientes  $\alpha$  e k são dados pelas seguintes expressões:

$$\alpha = 1 + 50\rho_\ell \leq 1,5 \quad (3.89)$$

$$k = 1,6 - d \geq 1 \quad (\text{com } d \text{ em metros}) \quad (3.90)$$

onde:

$\rho_\ell$  taxa de armadura longitudinal de tração, perpendicular à seção que está sendo verificada.

Limita-se o valor de  $\alpha k$  a 1,75.

### e) Recomendações do texto base para revisão da NB 1/78 [1993]

Os critérios do texto base para revisão da NB 1/78 aqui utilizados para verificação da força cortante nas sapatas são baseados naqueles adotados para lajes maciças.

$$V_{Sd} \leq V_{Rd1} \quad (3.91)$$

$V_{Sd}$  força cortante de cálculo solicitante na seção que dista  $d$  da face do pilar;

$V_{Rd1}$  esforço resistente de cálculo na seção sem armadura.

No caso das sapatas de altura variável pode-se considerar o efeito favorável da variação da seção, subtraindo-se de  $V_{Sd}$  o valor de  $V_{1d}$  dado pela seguinte expressão:

$$V_{1d} = \frac{M_{Sd}}{d} \operatorname{tg}\theta \quad (3.92)$$

Onde:

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{h - h_0}{(a - a_0)/2} \quad (3.93)$$

$M_{Sd}$  momento atuante de cálculo na seção adjacente à face do pilar.

O valor da força cortante resistente de cálculo  $V_{Rd1}$  é dado por:

$$V_{Rd1} = \psi_4 \sqrt{f_{ck}} b_w d \quad (3.94)$$

Limita-se  $\psi_4 \sqrt{f_{ck}}$  a 1,0 MPa onde  $\psi_4$  assume os seguintes valores:

$$\psi_4 = 0,095 \frac{\alpha \times k}{1 - \frac{3d}{L}} \quad (d > L/20) \quad (3.95)$$

$$\psi_4 = 0,11 \times \alpha \times k \quad (d \leq L/20) \quad (3.96)$$

L é igual à dimensão da sapata paralela à direção que está sendo verificada.

Os coeficientes  $\alpha$  e  $k$  são dados pelas seguintes expressões:

$$\alpha = 1 + 50\rho_\ell \leq 1,5 \quad (3.97)$$

$$k = 1,6 - d \geq 1 \quad (\text{com } d \text{ em metros}) \quad (3.98)$$

onde:

$$0,001 \leq \rho_\ell \leq 0,015$$

$\rho_\ell$  taxa de armadura longitudinal de tração, perpendicular à seção transversal que está sendo verificada.

Limita-se o valor de  $\alpha k$  a 2.

#### 3.5.4. Aderência

Para não haver escorregamento das barras, a verificação pode ser feita calculando-se a tensão de aderência e comparando-a com valores últimos, fixados por norma. O cálculo da tensão de aderência é feito considerando-se o equilíbrio das forças atuantes na barra e no concreto que a envolve. O resultado é a tensão de aderência relacionada com a tensão atuante na barra, com suas características geométricas.

A resistência do concreto tem uma grande influência no valor da tensão limite de aderência ( $\tau_{bd,lim}$ ). Os resultados experimentais indicam que  $\tau_{bd}$  é proporcional à resistência do concreto à tração.

A partir dos esforços apresentados na figura 3.20 pode-se obter a seguinte equação para o cálculo da tensão de aderência nas peças fletidas:

$$\tau_{bd} = \frac{V_{Sd}}{0,9 \times d \times n \times \pi \times \emptyset} \quad (3.99)$$

$V_{Sd}$  força cortante de cálculo na face do pilar por unidade de largura;

$n$  número de barras por unidade de largura;

$\emptyset$  diâmetro da barra.

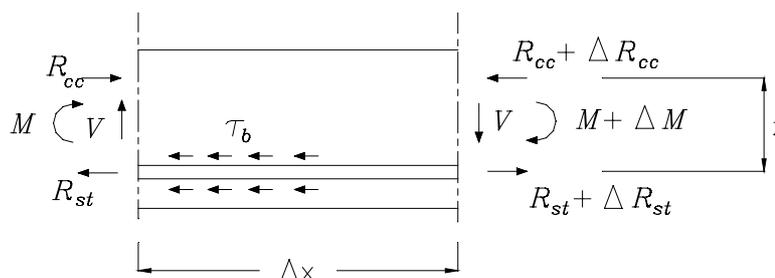


Figura 3.20 - Tensão de aderência em peças fletidas

Nas sapatas rígidas, em uma dedução baseada no método das bielas, pode-se obter a tensão de aderência a partir dos esforços apresentados na figura 3.21. Tem-se:

$$\tau_{bd} = \frac{F_{vd}}{2n\pi\emptyset} \times \frac{a - a_0}{ad} \quad (3.100)$$

A NBR 6118 [1982] limita o valor da tensão de aderência em:

$$\tau_{bu} = 0,74 \times (f_{cd})^{2/3} \quad (f_{cd} \text{ em MPa}) \quad (3.101)$$

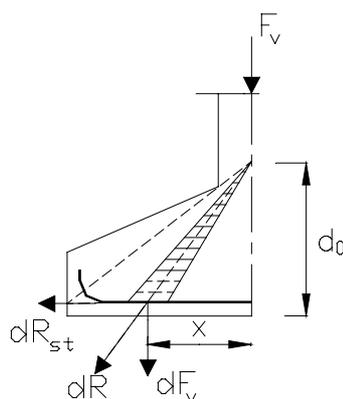


Figura 3.21 - Transmissão dos esforços para a barra através da aderência  
**3.5.5. Ancoragem**

Todas as barras das armaduras deverão ser ancoradas com segurança no concreto, transmitindo a esse as forças que o solicita. O comprimento necessário de ancoragem por aderência das barras tracionadas deve ser calculado de acordo com as prescrições da NBR 6118, considerando-se ancoragem com ou sem gancho e respeitando os limites mínimos fixados.

De acordo com o CEB-FIP [1970], no fascículo onde são tratadas as sapatas de fundações, se a aba  $\ell$  da sapata não exceder à altura  $h$ , a armadura inferior deve ser totalmente ancorada na vizinhança imediata da borda da sapata (figura 3.22.a); o comprimento de ancoragem deve ser medido a partir da extremidade da parte retilínea das barras. Neste caso, o raio de dobramento deve ser correspondente ao de barras curvadas e deve respeitar os limites fixados por norma.

Se a aba  $\ell$  da sapata exceder à altura  $h$ , a armadura inferior deve ser totalmente ancorada além da seção situada à distância  $h$  da face do pilar (figura 3.22.b). O comprimento de ancoragem deve ser calculado, considerando-se a barra com gancho na extremidade.

Em nenhum caso, a armadura pode ser interrompida antes de ter atingido a borda da sapata.

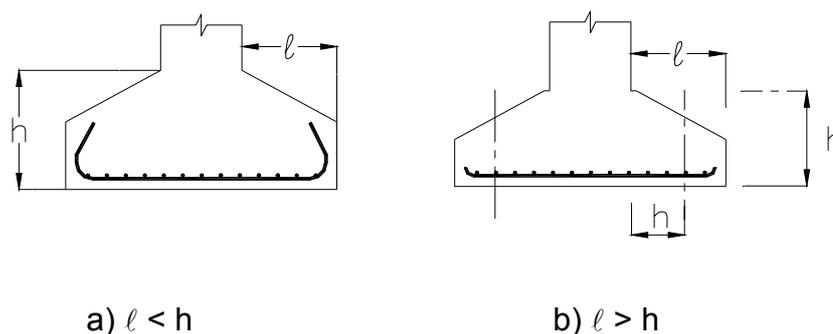


Figura 3.22 - Comprimento de ancoragem

### 3.5.6. Transmissão dos esforços do pilar para a sapata segundo os critérios do ACI 318 [1995].

As forças na base do pilar são transmitidas para a sapata através das tensões de compressão no concreto e também pela armadura de ligação, que transmite à sapata tensões de compressão e de possíveis esforços de tração (figura 3.23).

No estado limite último considerado no projeto de sapatas, na transmissão de esforços do pilar para a sapata, o colapso pode surgir em três situações diferentes:

- a. esmagamento do concreto na base do pilar por insuficiência de área da seção transversal da armadura de ligação;
- b. esmagamento do concreto na sapata por falha de aderência da armadura de ligação dentro da sapata;
- c. falha nas emendas por traspasse entre a armadura de ligação e as barras de aço do pilar.

Na base do pilar deve ser verificada a seguinte condição:

$$F_{vd} < \phi(0,85 \times f_{ck} \times A_{c0}) \quad (3.102)$$

onde  $\phi = 0,70$ .

Na verificação do concreto no topo da sapata, como o pilar descarrega diretamente sobre a sapata, onde a superfície de suporte é maior que a área da base do pilar, o código permite que a tensão máxima de compressão dada pela equação (3.102) seja multiplicada por  $\sqrt{A_{c0}/A_{c1}}$ , no entanto este valor não pode ser maior que 2.  $A_{c0}$  é a área carregada e  $A_{c1}$  é geometricamente similar e concêntrica à área carregada.  $A_{c1}$  é a maior área homotética de  $A_{c0}$ , e com o centro de gravidade no mesmo eixo vertical, que se pode inscrever na área total do elemento, ou seja, é a maior área que pode ser obtida com uma inclinação 2:1 das faces laterais do tronco de pirâmide (2 na horizontal, 1 na vertical) (figura 3.24). Essa inclinação visa garantir a existência de um volume suficiente de concreto na região da área  $A_{c0}$ , onde atuam tensões elevadas, não devendo ser confundida com a inclinação das superfícies de espalhamento de tensões.

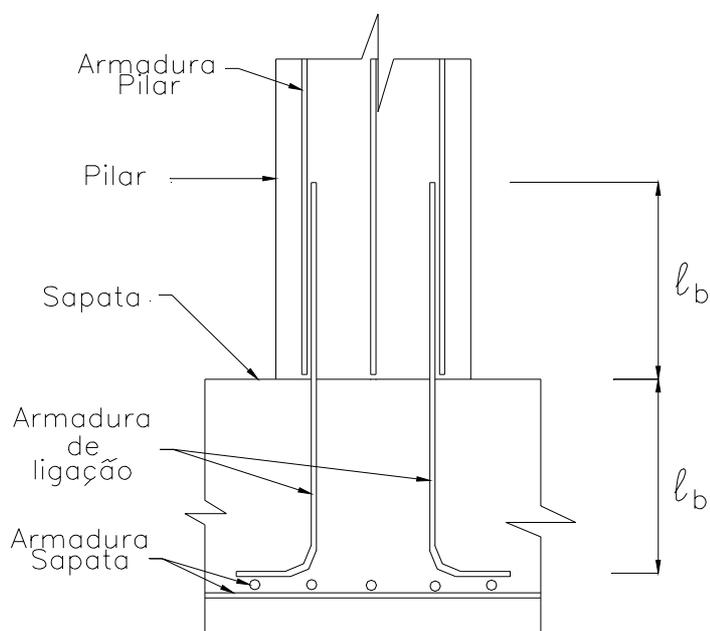


Figura 3.23 - Ligação pilar-sapata

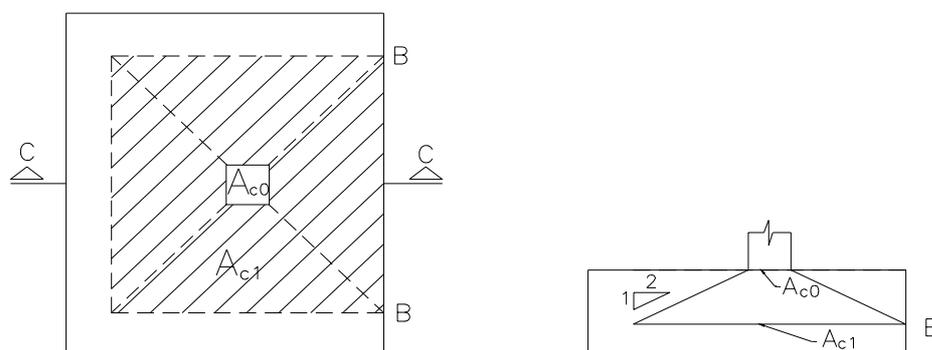


Figura 3.24 - Definição de  $A_{c0}$  e  $A_{c1}$

Caso a condição da expressão (3.102) seja satisfeita deve-se adotar uma armadura mínima de ligação dada por:

$$A_{sl, \min} = 0,005 \times A_c \quad (3.103)$$

onde  $A_c$  é a área da seção transversal da base do pilar.

Na situação em que isso não aconteça, é necessário calcular a área de armadura para resistir aos esforços excedentes ( $F_{vd, exc}$ ). No entanto, se

tal valor for inferior ao dado pela equação (3.103), adota-se a armadura mínima, logo:

$$A_{sl} = \frac{F_{vd,exc}}{\phi f_y} \geq A_{sl, min} \quad (3.105)$$

Esta redução da área da seção transversal de armadura na ligação pilar - sapata diminui a aglomeração de aço na base do pilar e só foi permitida a partir do ACI 318 [1971], baseando-se em diversas experiências.

Quando, além da ação axial, são transmitidos momentos, geralmente isso leva a não redução de aço na ligação pilar-sapata.

### **3.5.7. Comprimento de ancoragem da armadura de ligação**

As barras que forem apenas comprimidas deverão ser ancoradas dentro da sapata com ancoragem retilínea (sem gancho), e o comprimento de ancoragem deverá ser calculado como no caso de tração. Já no caso de armadura sujeita a esforços de tração, seu comprimento de ancoragem deve ser calculado considerando-se o gancho na extremidade, dentro da sapata. Tal comprimento influi na determinação da altura da sapata, no entanto, pode-se considerar apenas 60% desse total.

O comprimento de ancoragem da armadura de ligação no interior do pilar deve ser igual ao comprimento das barras no interior da sapata e deverão ser emendadas às barras longitudinais do pilar por traspasse segundo indicações da NBR 6118.

## **4 EXEMPLOS**

Neste capítulo serão apresentados alguns exemplos de dimensionamento de sapatas isoladas rígidas e flexíveis, utilizando os processos de cálculo apresentados no capítulo 3. Serão consideradas no cálculo os diferentes coeficientes de majoração das normas, assim como os valores de armadura mínima. Em alguns métodos, onde não são definidas seções de cálculo de esforços solicitantes, utiliza-se o método clássico que é um método não normalizado. No primeiro exemplo será feito o cálculo de uma mesma sapata flexível, com os diferentes modelos de cálculo para flexão.

### **4.1. EXEMPLO 1**

Este exemplo apresenta o dimensionamento de uma sapata isolada considerada como flexível ( $\sigma_{adm} < 150 \text{ kN/m}^2$ ) e com ação centrada, utilizando o método clássico e os critérios do ACI 318 [1995] (que são aplicáveis às sapatas flexíveis}. Nas verificações das solicitações internas resultantes de tensões tangenciais, os valores nas seções críticas serão comparados aos limites fixados pela NBR [1982], texto base para revisão da NB 1/78 [1993], ACI 318 [1995] e EC 2 [1992].

#### **4.1.1. Dados do problema**

A sapata será dimensionada para um pilar de 25 cm x 35 cm, com uma ação vertical de 1200 kN. A resistência característica do concreto a ser utilizado na obra é de 25 MPa e o aço do tipo CA-50 A. A tensão admissível do solo é de 130 kN/m<sup>2</sup>.

#### 4.1.2. Dimensionamento geométrico

Tratando-se de sapata flexível, o acréscimo da ação de serviço atuante na sapata para levar em conta a ação do peso próprio será de 5%. Logo para se obter a área da sapata tem-se:

$$A = \frac{1,05 \times F_v}{\sigma_{adm}}$$

onde, com a substituição dos dados, obtém-se  $A = 9,7 \text{ m}^2$ .

Para um dimensionamento econômico, consideram-se os balanços iguais nas duas direções principais, resultando, portanto, em áreas de aço aproximadamente iguais em tais direções; logo:

$$a - b = a_0 - b_0 = 10 \text{ cm}$$

donde, para a consideração de uma sapata aproximadamente quadrada, tem-se:

$$\sqrt{9,7} = 3,11 \Rightarrow \begin{cases} b = 3,05 \text{ m} \\ a = 3,15 \text{ m} \end{cases}$$

#### 4.1.3. Determinação da altura

Para sapata flexível  $h < \ell/2$ . Determinando-se o valor do balanço tem-se:

$$\ell = \frac{3,15 - 0,35}{2} = 1,4 \text{ m}$$

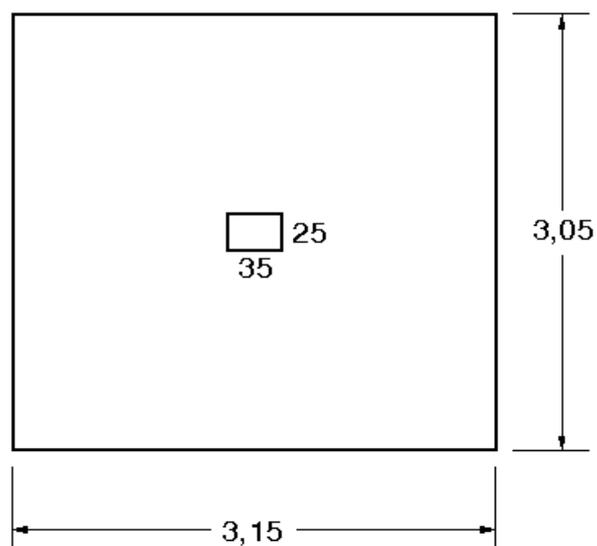


Figura 4.1 – Dimensões em planta da sapata

Adota-se, portanto, uma altura constante de  $h = 60$  cm e considerando-se um cobrimento de 5 cm tem-se uma altura útil de  $d = 55$  cm.

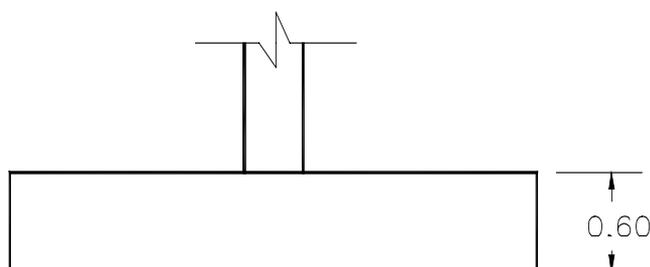


Figura 4.2 – Corte transversal

#### 4.1.4. Dimensionamento segundo prescrições da NBR 6118 [1982]

##### a) Determinação dos momentos fletores

Como a NBR 6118 [1982] não indica as seções para o cálculo dos momentos fletores nas sapatas isoladas, adotam-se aqui as seções definidas no método clássico. As áreas da seção transversal do pilar e da base da sapata não são homotéticas. Utiliza-se, portanto, a regra dos trapézios. Logo, na direção  $x$  e de acordo com a equação 3.14 obtém-se:

$$M_{Sdx} = \frac{1,4 \times 1200}{4} \times \left[ \frac{315 - 35}{6} \times \frac{2 \times 305 + 25}{305 + 25} + \frac{315}{6} \right] = 59.765 \text{ kN.cm}$$

e na direção y conforme expressão 3.17:

$$M_{Sdy} = \frac{1,4 \times 1200}{4} \times \left[ \frac{305 - 25}{6} \times \frac{2 \times 315 + 35}{315 + 35} + \frac{305}{6} \right] = 58.590 \text{ kN.cm}$$

### b) Verificação da punção

De acordo com a NB1/78 a punção deve ser verificada num perímetro a uma distância  $d/2$  da face do pilar.

Para determinação do perímetro crítico tem-se:

$$u = 2 \times (a_0 + b_0) + \pi d$$

$$u = 2 \times (35 + 25) + \pi \times 55 = 293 \text{ cm}$$

A carga de punção pode ser reduzida da pressão do solo aplicada na face oposta da sapata, logo:

$$F_{vd,red} = 1,4 \times (F_v - \sigma_{adm} \times A_1)$$

onde:

$$A_1 = a_0 \times b_0 + d \times (a_0 + b_0) + \frac{\pi d^2}{4} = 6551 \text{ cm}^2$$

Substituindo os dados nas equações acima obtém-se:

$$F_{vd,red} = 1561 \text{ kN}$$

Calculando-se a tensão de referência conforme expressão 3.64 obtém-se o valor de:

$$\tau_{Sd} = \frac{1561}{293 \times 55} = 0,097 \text{ kN/cm}^2 = 0,97 \text{ MPa}$$

Para não se dispor de armadura transversal de punção, a tensão de referência deve ser menor ou igual à metade do valor de  $\tau_{Rd}$ , dado pela expressão 3.65:

$$\tau_{Rd} = \frac{1}{1,4} \times 0,63 \times \sqrt{25} = 2,25 \text{ MPa}$$

Como  $\tau_{Sd} < \frac{\tau_{Rd}}{2}$ , pode-se dispensar a armadura transversal de punção.

### c) Verificação do esforço cortante

Pelo mesmo motivo citado no item a, adotam-se aqui as seções definidas no método clássico, onde a verificação do esforço cortante é feita na seção adjacente à face do pilar. Logo, de acordo com as equações 3.16 e 3.18, obtém-se:

$$V_{Sdx} = \frac{1,4 \times 1200}{4} \times \left[ \left( 1 + \frac{25}{305} \right) \times \left( 1 - \frac{35}{315} \right) \right] = 404 \text{ kN}$$

$$V_{Sdy} = \frac{1,4 \times 1200}{4} \times \left[ \left( 1 + \frac{35}{315} \right) \times \left( 1 - \frac{25}{305} \right) \right] = 428 \text{ kN}$$

Calculando-se a tensão de referência na direção x conforme expressão 3.83 obtém-se:

$$\tau_{wdx} = \frac{404}{305 \times 55} = 0,024 \text{ kN/cm}^2 = 0,24 \text{ MPa}$$

Para se dispensar armadura transversal, a tensão de referência deve ser menor ou igual ao valor de  $\tau_{wu1}$  dado pela equação 3.86.

$$\tau_{wu1x} = \psi_4 \sqrt{f_{ck}} < 1,0 \text{ MPa}$$

Para  $d > L/20$   $\psi_4$  é calculado pela equação 3.87. Logo, adotando-se uma taxa de armadura  $\rho = 0,0015$ , tem-se:

$$k = 1,6 - 0,55 = 1,05 > 1$$

Substituindo os dados acima, tem-se:

$$\psi_4 = 0,12 \times \frac{1,075 \times 1,05}{1 - \frac{3 \times 0,55}{3,15}} = 0,285$$

donde se pode obter:

$$\tau_{wu1,x} = 1,42 \text{ MPa} > 1,0 \text{ MPa}$$

Logo  $\tau_{wu1,x}$  será igual ao valor limite 1,0 MPa.

Analogamente na direção y obtém-se:

$$\tau_{wdy} = 0,25 \text{ MPa} < \tau_{wu1,y} = 1,0 \text{ MPa}$$

Em ambas direções fica dispensado o uso de armadura transversal, pois as condições exigidas são satisfeitas.

#### **d) Determinação da área da seção transversal da armadura inferior**

No cálculo da armadura tem-se na direção x:

$$k_c = \frac{b_w \times d^2}{M_{Sdx}} = 15,4$$

onde da tabela 1(anexo), obtém-se  $k_s = 0,024$ .

Para determinação da área total da armadura na direção x tem-se:

$$A_{s,x} = \frac{k_s \times M_{Sdx}}{d} = 26,08 \text{ cm}^2$$

Tal valor deve ser comparado à armadura mínima dada por:

$$A_{sx,min} = 0,0015 \times b_w h = 27,45 \text{ cm}^2 > A_{s,x}$$

Será adotada a área da armadura mínima, pois seu valor excede ao da armadura calculada. Tem-se, portanto, por unidade de comprimento:

$$A_{s,x} = 9,0 \text{ cm}^2 / \text{m}, \text{ equivalente a } \varnothing 12,5 \text{ c/14 ( } 8,93 \text{ cm}^2/\text{m)}$$

Analogamente na direção y tem-se:

$$k_c = \frac{b_w \times d^2}{M_{Sdy}} = 15,75$$

onde, da tabela 1(anexo), obtém-se  $k_s = 0,024$

$$A_{s,y} = 25,57 \text{ cm}^2$$

A armadura mínima para a direção y é dada por:

$$A_{s,y,\min} = 0,0015 \times b_w h = 28,35 \text{ cm}^2 > A_{s,y}$$

A área de armadura por unidade de comprimento é igual a:

$$A_{s,y} = 8,25 \text{ cm}^2 / \text{m} \text{ que é equivalente a } \varnothing 12,5 \text{ c/15 ( } 8,33 \text{ cm}^2/\text{m)}$$

#### **4.1.5. Dimensionamento segundo prescrições do texto base para revisão da NB 1/78**

##### **a) Determinação dos momentos fletores**

Os momentos fletores são os mesmos calculados no item 4.1.4.a, onde:

$$M_{Sdx} = 59.765 \text{ kN.cm}$$

$$M_{Sdy} = 58.590 \text{ kN.cm}$$

##### **b) Verificação da punção**

De acordo com o texto base para revisão da NB1/78, a punção deve ser verificada num perímetro a uma distância  $2d$  da face do pilar, cujo comprimento é dado por:

$$u = 2 \times (a_0 + b_0) + 4\pi d = 811 \text{ cm}$$

A carga de punção pode ser reduzida da pressão do solo aplicada na face oposta da sapata; logo:

$$F_{vd,red} = 1,4 \times (F_v - \sigma_{adm} \times A_1)$$

onde:

$$A_1 = a_0 \times b_0 + 4d \times (a_0 + b_0) + 4\pi d^2 = 52.088 \text{ cm}^2$$

Substituindo os dados nas equações acima obtém-se:

$$F_{vd,red} = 732 \text{ kN}$$

Calculando-se a tensão de referência conforme expressão 3.57 obtém-se o valor de:

$$\tau_{Sd} = \frac{732}{811 \times 55} = 0,016 \text{ kN/cm}^2 = 0,16 \text{ MPa}$$

Para não se dispor de armadura transversal de punção a tensão de referência deve ser menor ou igual a  $\tau_{Rd}$  dado pela expressão 3.59 (observar que na NB1 o coeficiente da equação é igual a 0,13), onde:

$$\tau_{Rd} = 0,13 \times \left( 1 + \sqrt{\frac{200}{550}} \right) \times (100 \times 0,0015 \times 25)^{1/3} = 0,32 \text{ MPa} < 0,5 \times f_{cd2}$$

$$f_{cd2} = 0,60 \times \left( 1 - \frac{25}{250} \right) \times \frac{25}{1,4} = 9,64 \text{ MPa}$$

Como  $\tau_{Sd} > \tau_{Rd}$ , pode-se dispensar a armadura transversal.

### c) Verificação do esforço cortante

De acordo com o texto base para revisão da NB 1/78, o esforço cortante é verificado na seção a d da face do pilar, logo, calculando-se o esforço cortante de referência na direção x obtém-se:

$$V_{Sdx} = 1,4 \times [(1,4 - 0,35) \times 3,05 \times 130 = 583 \text{ kN}$$

Para se dispensar armadura transversal, o esforço cortante atuante de cálculo deve ser menor ou igual ao valor de  $V_{Rd1}$  dado pela equação 3.94.

$$V_{Rd1} = \psi_4 \sqrt{f_{ck}} b_w d$$

onde:

$$\psi_4 \sqrt{f_{ck}} < 1,0 \text{ MPa}$$

Para  $d > L/20$   $\psi_4$  é calculado pela equação 3.95, logo adotando-se uma taxa de armadura  $\rho = 0,0016$ , tem-se:

$$\alpha = 1 + 50\rho = 1 + 50 \times 0,0016 = 1,08 < 1,5$$

$$k = 1,6 - 0,55 = 1,05 > 1$$

Substituindo os dados acima, tem-se:

$$\psi_4 = 0,095 \times \frac{1,075 \times 1,05}{1 - \frac{3 \times 0,55}{3,05}} = 0,24$$

Como  $\psi_4 \sqrt{f_{ck}} = 1,17 > 1,0 \text{ MPa}$ , tem-se:

$$V_{Rd1,x} = 0,1 \times 305 \times 55 = 1,678 \text{ MN} = 1678 \text{ kN} > V_{Sdx}$$

Analogamente na direção y obtém-se:

$$V_{Rd1,y} = 1733 \text{ kN} > V_{Sdy} = 659 \text{ kN}$$

**d) Determinação da área da seção transversal da armadura inferior**

No cálculo da armadura tem-se na direção x:

$$k_c = \frac{b_w \times d^2}{M_{Sdx}} = 15,4$$

onde da tabela 1(anexo), obtém-se  $k_s = 0,024$  .

Para determinação da área total da armadura na direção x tem-se:

$$A_{s,x} = \frac{k_s \times M_{Sdx}}{d} = 26,08 \text{ cm}^2$$

Tal valor pode ser comparado à armadura mínima dada por:

$$A_{sx,min} = 0,0012 \times b_w d = 20,13 \text{ cm}^2 < A_{s,x}$$

Será adotada a seguinte área de armadura por unidade de comprimento:

$$A_{s,x} = 8,55 \text{ cm}^2 / \text{m} , \text{ equivalente a } \varnothing 12,5 \text{ c/15 ( 8,33 cm}^2/\text{m)}$$

Analogamente na direção y tem-se:

$$k_c = \frac{b_w \times d^2}{M_{Sdy}} = 16,3$$

onde da tabela 1(anexo), obtém-se  $k_s = 0,024$

$$A_{s,y} = 25,57 \text{ cm}^2$$

A armadura mínima para a direção y é dada por:

$$A_{sy,min} = 0,0012 \times b_w d = 20,79 \text{ cm}^2 < A_{s,y}$$

A área de armadura por unidade de comprimento é igual a:

$$A_{s,y} = 8,12 \text{ cm}^2 / \text{m} \text{ que é equivalente a } \varnothing 12,5 \text{ c/15 (8,33 cm}^2/\text{m)}$$

#### 4.1.6. Dimensionamento segundo prescrições do EUROCODE N° 2

### a) Determinação dos momentos fletores

Assim como nos dois itens anteriores, adotam-se aqui as seções definidas no método clássico. Utiliza-se, no entanto,  $\gamma_f = 1,5$ . Logo, na direção x e de acordo com a equação 3.14 obtém-se:

$$M_{Sdx} = \frac{1,5 \times 1200}{4} \times \left[ \frac{315 - 35}{6} \times \frac{2 \times 305 + 25}{305 + 25} + \frac{315}{6} \right] = 64.034 \text{ kN.cm}$$

e na direção y conforme expressão 3.17:

$$M_{Sdy} = \frac{1,5 \times 1200}{4} \times \left[ \frac{305 - 25}{6} \times \frac{2 \times 315 + 35}{315 + 35} + \frac{305}{6} \right] = 62.775 \text{ kN.cm}$$

### b) Verificação da punção

Para utilização dos critérios do EUROCODE N° 2 a condição  $a_0 / b_0 < 2$  deve ser satisfeita; logo:

$$\frac{35}{25} = 1,4 < 2$$

A punção é verificada num perímetro a uma distância 1,5d da face do pilar, cujo comprimento é dado por:

$$u = 2 \times (a_0 + b_0) + 3\pi d = 6,38 \text{ m}$$

A carga de punção pode ser reduzida da pressão do solo aplicada na face oposta da sapata; logo:

$$F_{vd,red} = 1,5 \times (F_v - \sigma_{adm} \times A_1)$$

onde:

$$A_1 = a_0 \times b_0 + 3d \times (a_0 + b_0) + \pi(1,5d)^2$$

Substituindo os dados nas equações obtém-se:

$$F_{vd,red} = 1173 \text{ kN}$$

Calculando-se a força cortante por unidade de comprimento, de acordo com a expressão 3.53 obtém-se o valor de:

$$V_{Sd} = \frac{1173 \times 1}{6,38} = 184 \text{ kN/m}$$

Para não se dispor de armadura transversal  $V_{Sd}$  deve ser menor ou igual a  $V_{Rd1}$  dado pela expressão 3.54:

$$V_{Rd1} = \tau_{Rd} \times k \times (1 + 40\rho_1) \times d$$

onde:

$$k = 1,6 - d = 1,05 > 1$$

$$\tau_{Rd} = 300 \text{ kN/m}^2 \quad (\text{tabela 3.1})$$

Adotando-se  $\rho_1 = 0,0016$ , obtém-se:

$$V_{Rd1} = 191 \text{ kN/m} > V_{Sd}$$

### c) Verificação do esforço cortante

O esforço cortante é verificado na seção a d da face do pilar, logo calculando-se o esforço cortante de referência na direção x de acordo com as equações 3.72 e 3.73, obtém-se:

$$V_{Sdx} = \frac{1,5 \times 1200}{3,15} \times \left[ \frac{3,15 - 0,35}{2} - 0,55 \right] = 486 \text{ kN}$$

$$V_{Sdy} = \frac{1,5 \times 1200}{3,05} \times \left[ \frac{3,05 - 0,35}{2} - 0,55 \right] = 502 \text{ kN}$$

Para se dispensar armadura transversal os valores de  $V_{Sdx}$  e  $V_{Sdy}$  não devem ultrapassar o limite fixado pela equação 3.74, dado por:

$$V_{Rd1} = \tau_{Rd} \times k \times (1,2 + 40\rho_1) \times b_w d$$

onde:

$$k = 1,6 - d = 1,05 > 1$$

$$\tau_{Rd} = 300 \text{ kN/m}^2 \quad (\text{tabela 3.1})$$

Adotando-se  $\rho_1 = 0,0016$ , obtém-se:

$$V_{Rd1,x} = 668 \text{ kN} > V_{Sdx}$$

$$V_{Rd1,y} = 710 \text{ kN} > V_{Sdy}$$

#### d) Determinação da área da seção transversal da armadura inferior

No cálculo da armadura tem-se na direção x:

$$k_c = \frac{b_w \times d^2}{M_{Sdx}} = 13,5$$

onde, da tabela 1(anexo), obtém-se  $k_s = 0,024$ .

Para determinação da área total da armadura na direção x, tem-se:

$$A_{s,x} = \frac{k_s \times M_{Sdx}}{d} = 28 \text{ cm}^2$$

Tal valor deve ser comparado à armadura mínima dada por:

$$A_{s,x,min} = 0,0015 \times b_w d = 25 \text{ cm}^2 < A_{s,x}$$

A área da armadura mínima por unidade de comprimento é igual a:

$$A_{s,x} = 9,16 \text{ cm}^2 / \text{m}, \text{ equivalente a } \varnothing 12,5 \text{ c/14 (8,93 cm}^2/\text{m)}$$

Analogamente, na direção y, tem-se:

$$k_c = \frac{b_w \times d^2}{M_{Sdy}} = 14,2$$

onde da tabela 1(anexo), obtém-se  $k_s = 0,024$

$$A_{s,y} = 27,4 \text{ cm}^2$$

A armadura mínima para a direção y é dada por:

$$A_{s,y,\min} = 0,0015 \times b_w d = 26 \text{ cm}^2 < A_{s,y}$$

A área de armadura por unidade de comprimento é igual a:

$$A_{s,y} = 8,7 \text{ cm}^2 / \text{m} \text{ que é equivalente a } \varnothing 12,5 \text{ c}/14 \text{ (8,93 cm}^2/\text{m)}$$

#### 4.1.7. Dimensionamento segundo critérios do ACI 318 [1995]

##### a) Determinação dos momentos fletores

Os momentos fletores são calculados nas seções adjacentes às faces do pilar. Tem-se então:

$$M_{Sdx} = \frac{F_{vd}}{8} \times \frac{(a - a_0)^2}{a}$$

$$M_{Sdy} = \frac{F_{vd}}{8} \times \frac{(b - b_0)^2}{b}$$

A ação atuante de cálculo na sapata é dada por:

$$F_{vd} = 1,4 \times G + 1,7 \times Q$$

Como as ações permanentes e as variáveis não estão bem definidas nos dados do problema, adota-se aqui 80% da ação total como sendo ação permanente, e os outros 20% ação variável; logo:

$$F_{vd} = 1200 \times (1,4 \times 0,8 + 1,7 \times 0,2) = 1752 \text{ kN}$$

Com a substituição dos dados, obtém-se:

$$M_{Sdx} = 54.507 \text{ kN.cm} \quad \text{e} \quad M_{Sdy} = 56.294 \text{ kN.cm}$$

### b) Verificação da punção

A punção deve ser verificada num perímetro a uma distância  $d/2$  da face do pilar, cujo comprimento é dado por:

$$u = 2 \times (a_0 + b_0) + \pi d = 293 \text{ cm}$$

A carga de punção pode ser reduzida da pressão do solo aplicada na face oposta da sapata; logo:

$$F_{vd,red} = F_{vd} \times \left(1 - \frac{A_1}{A}\right)$$

onde:

$$A_1 = a_0 \times b_0 + d \times (a_0 + b_0) + \frac{\pi d^2}{4} = 6.551 \text{ cm}^2$$

Substituindo os dados nas equações acima, obtém-se:

$$F_{vd,red} = 1633 \text{ kN}$$

Calculando-se a tensão de referência conforme expressão 3.46, obtém-se o valor de:

$$\tau_{Sd} = \frac{1633}{293 \times 55} = 0,101 \text{ kN/cm}^2 = 1,01 \text{ MPa}$$

Para não se dispor de armadura transversal, a tensão de referência não deve ultrapassar ao menor dos valores dados pelas expressões 3.49, 3.50 e 3.51, de onde se obtém:

$$\tau_{Rd} = 0,85 \times \left[ 0,08303 \times \left( 2 + \frac{4}{35/25} \right) \times \sqrt{25} \right] = 1,71 \text{ MPa}$$

$$\tau_{Rd} = 0,85 \times \left[ 0,08303 \times \left( \frac{40 \times 0,55}{2,93} + 2 \right) \times \sqrt{25} \right] = 3,366 \text{ MPa}$$

$$\tau_{Rd} = 0,85 \times [0,33212 \times \sqrt{25}] = 1,41 \text{ MPa}$$

### c) Verificação do esforço cortante

O esforço cortante é verificado na seção a d da face do pilar, logo, calculando-se o esforço cortante de referência na direção x de acordo com a equação 3.67, obtém-se:

$$V_{Sdx} = \frac{1752}{3,15} \times \left[ \frac{3,15 - 0,35}{2} - 0,55 \right] = 473 \text{ kN}$$

Para se dispensar armadura transversal, a força cortante de cálculo deve ser menor ou igual ao valor de  $V_{Rd}$  dado pela expressão 3.70; logo:

$$V_{Rdx} = 0,85 \times 0,166 \times \sqrt{25} \times 3,05 \times 0,55 = 1,183 \text{ MN} = 1.183 \text{ kN}$$

Como  $V_{Sdx} < V_{Rdx}$ , a altura da sapata é suficiente para se dispensar a armadura transversal.

Analogamente, na direção y, obtém-se:

$$V_{Sdy} = 488 \text{ kN} < V_{Rdy} = 1.222 \text{ kN}$$

### d) Determinação da área da seção transversal da armadura inferior

No cálculo da armadura, tem-se o coeficiente de majoração  $\gamma_c$  dado por:

$$\gamma_c = 1,4 \times 0,8 + 1,7 \times 0,2 = 1,46$$

logo

$$k_c = \frac{305 \times \frac{1,4}{1,46} \times 55^2}{54.507} = 15,8$$

onde, da tabela do anexo A, obtém-se  $k_s = 0,024$ .

Para determinação da área total da armadura na direção x tem-se:

$$A_{s,x} = \frac{0,024 \times 54.507}{55} = 23,79 \text{ cm}^2$$

Tal valor deve ser comparado à armadura mínima dada por:

$$A_{sx,min} = 0,0018 \times b_w h = 32,94 \text{ cm}^2 > A_{s,x}$$

Será adotada a seguinte área de armadura por unidade de comprimento:

$$A_{s,x} = 10,8 \text{ cm}^2 / \text{m}, \text{ equivalente a } \varnothing 12,5 \text{ c}/12 (10,42 \text{ cm}^2/\text{m})$$

Analogamente, na direção y, tem-se:

$$k_c = \frac{\frac{1,4}{1,46} \times 315 \times 55^2}{56.294} = 16,9$$

onde, da tabela 1(anexo), obtém-se  $k_s = 0,024$

$$A_{s,y} = 24,57 \text{ cm}^2$$

A armadura mínima para a direção y é dada por:

$$A_{sy,min} = 0,0018 \times b_w h = 31,19 \text{ cm}^2 > A_{s,y}$$

A área de armadura por unidade de comprimento é igual a:

$$A_{s,y} = 9,9 \text{ cm}^2 / \text{m} \text{ que é equivalente a } \varnothing 12,5 \text{ c}/13 (9,62 \text{ cm}^2/\text{m})$$

#### 4.1.9. Resumo

Tabela 4.1 – Resumo do exemplo 1

Critério	Altura (cm)	A <sub>sx</sub> (cm <sup>2</sup> )	A <sub>sy</sub> (cm <sup>2</sup> )	Volume concreto (m <sup>3</sup> )
NB 1/78	60	27,45	28,35	5,76
Texto base/93	60	26,08	25,57	5,76
EC-2/92	60	27,94	27,40	5,76
ACI 318/89	60	32,94	31,19	5,76

#### 4.1.10. Verificação da aderência

Para o caso de sapata flexível, a tensão de aderência da armadura inferior junto à face do pilar é determinada conforme expressão 3.99; logo:

$$\tau_b = \frac{V_d}{0,9 \times d \times n \times \pi \times \varnothing}$$

Considera-se para verificação de aderência a armadura do item 4.1.5.d. Substituindo os valores, tem-se:

$$\tau_b = \frac{130 \times 1,0 \times 1,4 \times 1,4}{0,9 \times 55 \times \frac{100}{15} \times \pi \times 1,25} = 0,20 \text{ kN/cm}^2 = 2,0 \text{ MPa}$$

sendo que, para satisfazer às condições de aderência, não deve ultrapassar o valor limite dado pela NB1/78.

$$\tau_{bu} = 0,74 \sqrt[3]{f_{cd}^2} = 5,06 \text{ MPa}$$

Como  $\tau_{bd} < \tau_{bu}$ , a armadura satisfaz às condições de aderência.

#### 4.1.11. Verificação da Ancoragem

#### 4.1.11. Verificação da Ancoragem

Como os balanços são iguais nas duas direções, e maiores do que a altura da sapata, a armadura inferior deverá ser ancorada a partir de uma seção S situada a uma distância  $h$  da face do pilar (figura 3.21.b).

A armadura inferior está numa região de boa aderência e, de acordo com a tabela do anexo C, para o aço CA-50 A, concreto C-25 e barras de diâmetro de 12,5 mm, o comprimento de ancoragem com gancho é igual a  $\ell_{b1} = 35$  cm. As barras devem ser estendidas até a borda da sapata.

A armadura inferior foi dimensionada para resistir a esforços de tração; logo, nas extremidades serão colocados ganchos em ângulo reto.

#### 4.1.12. Detalhamento

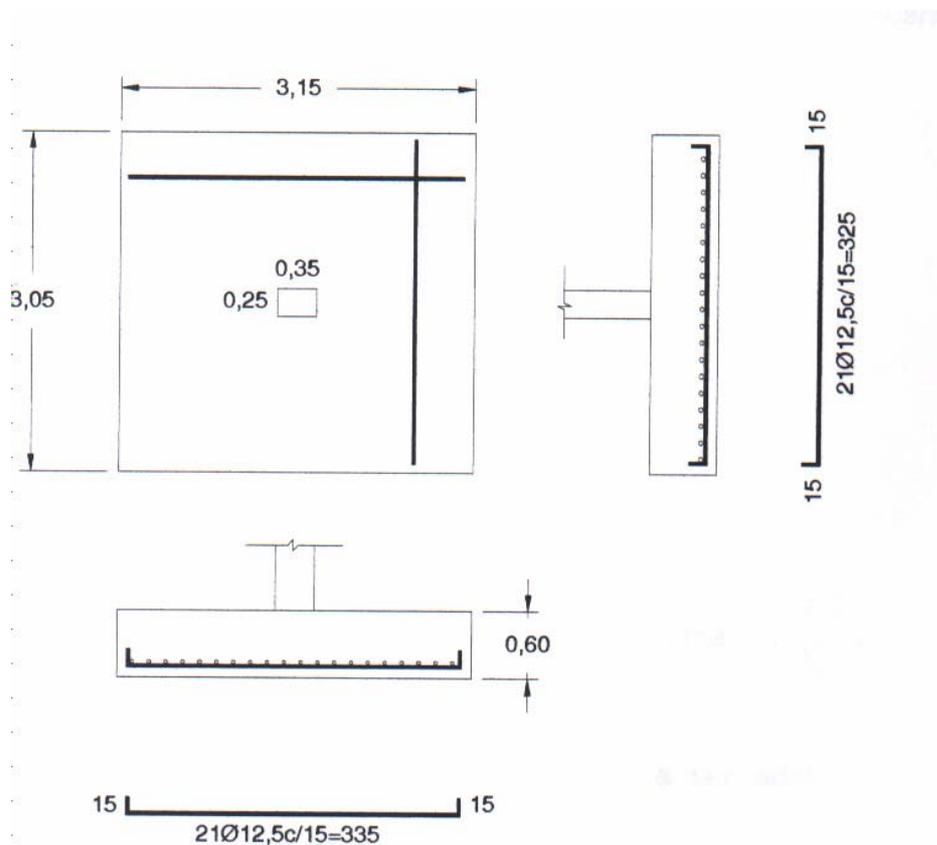


Figura 4.4 – Detalhamento da sapata do item 4.1.4

## 4.2. Exemplo 2

Este exemplo apresenta o dimensionamento de uma sapata isolada, considerada como rígida ( $\sigma_{adm} > 150 \text{ kN/m}^2$ ) e com ação centrada, utilizando o método das bielas.

### 4.2.1. Dados do problema

A sapata será dimensionada para um pilar de 45 cm x 45 cm, com uma ação vertical de  $F_v = 1000 \text{ kN}$ . A resistência característica do concreto a ser utilizado na obra é de  $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$  e o aço do tipo CA-50 A. A tensão admissível do solo é de  $\sigma_{adm} = 200 \text{ kN/m}^2$ .

### 4.2.2. Dimensões da sapata

Considerando-se a sapata quadrada e um acréscimo na ação atuante de 10%, obtém-se o valor de  $a = 2,35 \text{ m}$ .

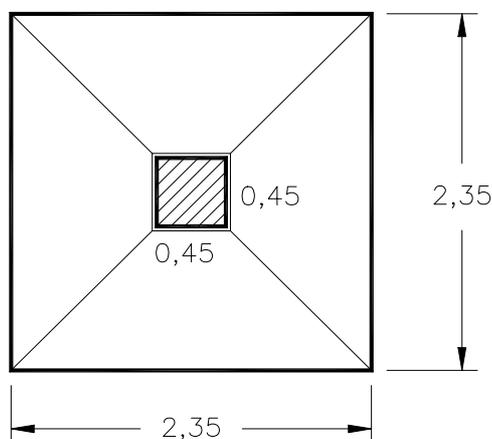


Figura 4.5. Dimensões da sapata em planta

Tratando-se de uma sapata rígida, a altura a ser adotada deve satisfazer à seguinte condição:

$$h \geq \frac{a - a_0}{4} = 47,50 \text{ cm}$$

Adota-se, portanto, uma altura de  $h = 50$  cm e, considerando-se um cobrimento de 5, cm tem-se uma altura útil de  $d = 45$  cm.

Para um dimensionamento econômico, considera-se a sapata com altura variável, adotando-se  $h_0 = 20$  cm. No entanto é necessário verificar o ângulo das faces inclinadas, logo:

$$\arctg \frac{50 - 20}{92,5} = 18^\circ < 30^\circ$$

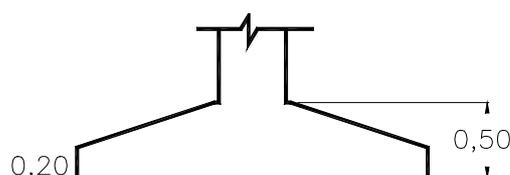


Figura 4.6 – Corte transversal

#### 4.2.3. Determinação dos esforços de tração na armadura inferior

Utilizando-se as expressões 3.36 e 3.37, obtém-se:

$$F_{Tx} = F_{Ty} = \frac{1000}{8} \times \frac{235 - 45}{45} = 528 \text{ kN}$$

#### 4.2.4. Determinação da área da seção transversal da armadura inferior

O valor da área da armadura inferior de tração é obtida por meio das equações 3.40 e 3.41, logo:

$$A_{sx} = A_{sy} = \frac{528 \times 1,4}{50 / 1,15} = 17 \text{ cm}^2$$

A área da seção de armadura por metro de largura é igual a  $7,23 \text{ cm}^2/\text{m}$ , o que equivale a  $\varnothing 10 \text{ c}/11$ .

#### 4.2.5. Verificação da aderência

Calculando-se a tensão de aderência de acordo com a equação 3.100, tem-se:

$$\tau_{bd} = \frac{1,4 \times 1000}{2 \times \frac{100}{11} \times \pi \times 1,0} \times \frac{235 - 45}{235 \times 45} = 0,44 \text{ kN/cm}^2 = 4,4 \text{ MPa}$$

onde, para satisfazer às condições de aderência não deve ultrapassar o valor limite dado pela NB1/78, por intermédio da expressão 3.101:

$$\tau_{bdu} = 0,74 \sqrt[3]{f_{cd}^2} = 5,06 \text{ MPa}$$

Como  $\tau_{bd} < \tau_{bdu}$ , nas duas direções, a armadura satisfaz às condições de aderência.

#### 4.2.6. Verificação da Ancoragem

Como o balanço da sapata excede a sua altura, a armadura inferior deverá ser ancorada além da seção S, situada a uma distância h da face do pilar (figura 3.21.b).

A armadura inferior está numa região de boa aderência e de acordo com a tabela do anexo c, para o aço CA-50 A, concreto C-25 e barras de diâmetro de 10 mm; o comprimento de ancoragem com gancho é igual a  $\ell_{b1} = 28$  cm. As barras devem ser estendidas até a borda da sapata.

## 4.2.7. Detalhamento

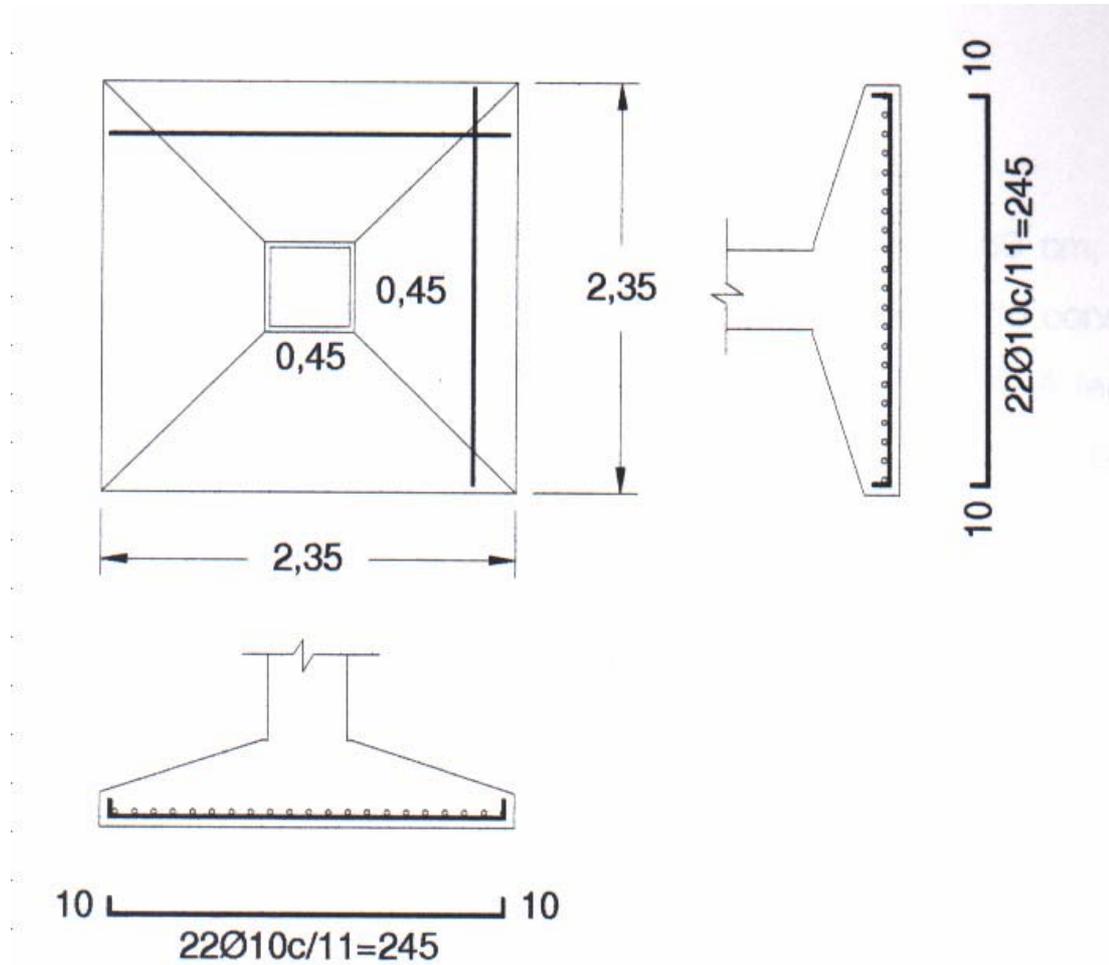


Figura 4.7 – Detalhamento sapata rígida

### 4.3. Exemplo 3

Este exemplo apresenta o dimensionamento de uma sapata isolada, utilizando o método do CEB-FIP [1970].

#### 4.3.1. Dados do problema

A sapata será dimensionada para um pilar de 40 cm x 60 cm, com uma ação vertical de  $F_v = 1040$  kN. A resistência característica do concreto a ser utilizado na obra é de  $f_{ck} = 20$  MPa e o aço do tipo CA-50 A. A tensão admissível do solo é de  $\sigma_{adm} = 500$  kN/m<sup>2</sup>. A armadura do pilar é dada por 22Ø20, existindo armadura tracionada. Os momentos nas direções x e y são dados, respectivamente, por  $m_x = 280$  kN.m e  $m_y = 190$  kN.m.

#### 4.3.2. Dimensionamento geométrico

Supondo-se inicialmente ação centrada e considerando-se sapata rígida, o acréscimo na ação de serviço atuante na sapata para levar em conta a ação do peso próprio será de 10%. Obtém-se, portanto, o valor da área  $A = 2,29$  m<sup>2</sup>. Para um dimensionamento econômico, tem-se  $a = 1,60$  m e  $b = 1,40$  m.

#### 4.3.3. Verificação da tensão máxima

É necessário verificar a tensão máxima para as dimensões adotadas, visto, que entre o solo e a sapata, não devem existir tensões de tração.

A tensão máxima será determinada pelo do ábaco da figura 2.10.

As excentricidades da ação são dadas por:

$$e_x = \frac{280}{1040} = 0,27 \text{ m}$$

$$e_y = \frac{190}{1040} = 0,18 \text{ m}$$

donde se pode obter:

$$\eta_x = \frac{0,27}{1,60} = 0,17$$

$$\eta_y = \frac{0,18}{1,40} = 0,13$$

Por meio do ábaco da figura 2.10 obtém-se:

$$\lambda_1 = 0,34 \text{ e está na zona C}$$

A tensão máxima é dada por:

$$\sigma_1 = \frac{F_v}{\lambda_1 ab} = \frac{1,10 \times 1040}{0,34 \times 1,6 \times 1,4} = 1502 \text{ kN/m}^2$$

Tal valor ultrapassa o limite permitido pela NBR 6122 [1996], que é de  $1,3 \sigma_{adm}$ , portanto, deve-se aumentar as dimensões da sapata; logo, adota-se agora  $a = 2,20 \text{ m}$  e  $b = 2,00 \text{ m}$ .

$$\eta_x = \frac{0,27}{2,20} = 0,12$$

$$\eta_y = \frac{0,18}{2,00} = 0,09 \quad \text{zona C} \begin{cases} \lambda_1 = 0,44 \\ \lambda_4 = 0,10 \\ \alpha = 36^\circ \end{cases}$$

$$\sigma_1 = \frac{1,10 \times 1040}{0,44 \times 2,20 \times 2,00} = 591 \text{ kN/m}^2 < 1,3 \times 500 = 650 \text{ kN/m}^2$$

$$\sigma_4 = -\lambda_4 \sigma_1 = -59,1 \text{ kN/m}^2$$

$$\sigma_2 = \sigma_1 - (\sigma_1 - \sigma_4) \frac{\text{sen } \alpha}{\text{sen } \alpha + \text{cos } \alpha} = 317 \text{ kN/m}^2$$

$$\sigma_3 = \sigma_1 - (\sigma_1 - \sigma_4) \frac{\text{cos } \alpha}{\text{sen } \alpha + \text{cos } \alpha} = 215 \text{ kN/m}^2$$

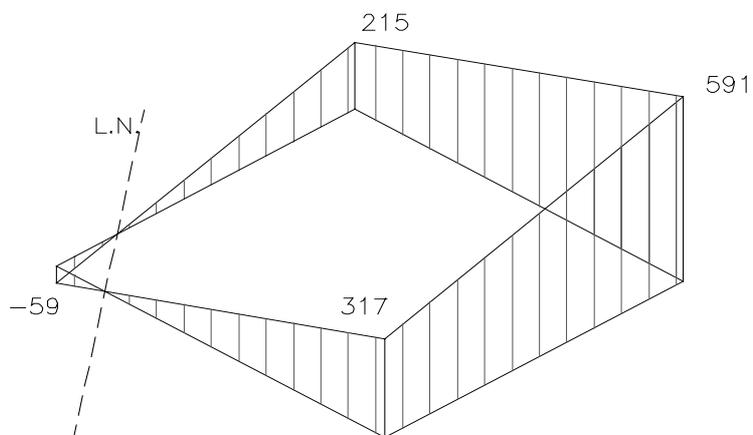


Figura 4.8 – Tensões sob a base da sapata

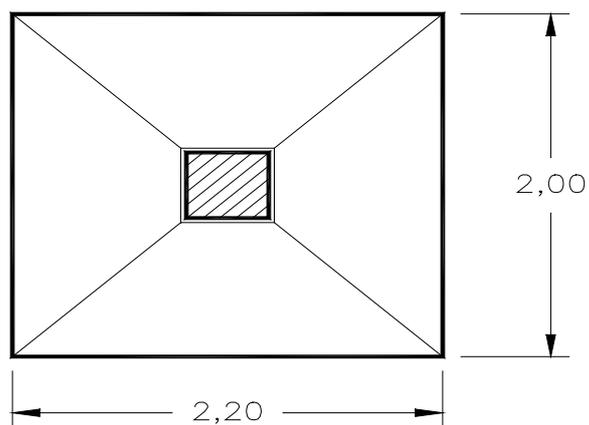


Figura 4.9 – Dimensões em planta

#### 4.3.4. Estimativa da altura

Como a tensão admissível do solo tem um valor elevado, por economia adota-se sapata rígida. Portanto tem-se:

$$h > \frac{\ell}{2} = \frac{220 - 60}{2} = 40 \text{ cm}$$

Apesar da sapata ser rígida, será adotada uma altura que satisfaça às condições geométricas do CEB-FIP [1970], para utilização de tal método neste exemplo, tem-se:

$$\frac{h}{2} \leq 80 \leq 2h$$

Nota-se, portanto, que esses limites geométricos levam a uma altura mínima de 40 cm (sapata rígida).

É importante adotar uma altura que seja suficiente para o comprimento de ancoragem das barras longitudinais do pilar. Nos dados do problema, tem-se que, na armadura do pilar, existem barras tracionadas e são dadas por 22 Ø 20. Logo, para aço CA 50-A, concreto C-20, em região de boa aderência, o comprimento de ancoragem com gancho é dado por  $l_b = 34 \times 2,0 = 68$  cm. Portanto é conveniente adotar uma altura de 75 cm, considerando um cobrimento de 5 cm. Considerando-se a sapata com altura variável, e limitando o ângulo das faces laterais a  $30^\circ$ , pode-se adotar  $h_0 = 35$  cm.

$$\text{Logo } \begin{cases} h = 75 \text{ cm} \\ h_0 = 35 \text{ cm} \\ d = 70 \text{ cm} \end{cases}$$

Com a consideração de sapata rígida, não é necessária a verificação da punção.

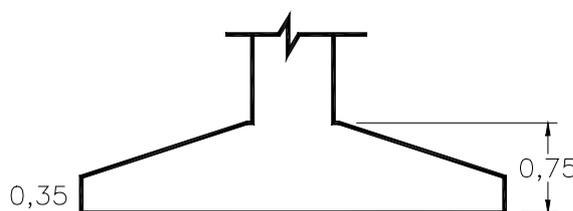


Figura 4.10 – Corte transversal sapata

#### 4.3.5. Dimensionamento segundo CEB-FIP [1970]

Aplicando-se a regra de três obtém-se as tensões nos pontos A, B, C, e D (figura 4.11), que são respectivamente:  $\sigma_A = 97,2 \text{ kN/m}^2$ ,  $\sigma_B = 439 \text{ kN/m}^2$ ,  $\sigma_C = 473 \text{ kN/m}^2$ ,  $\sigma_D = 165 \text{ kN/m}^2$ .

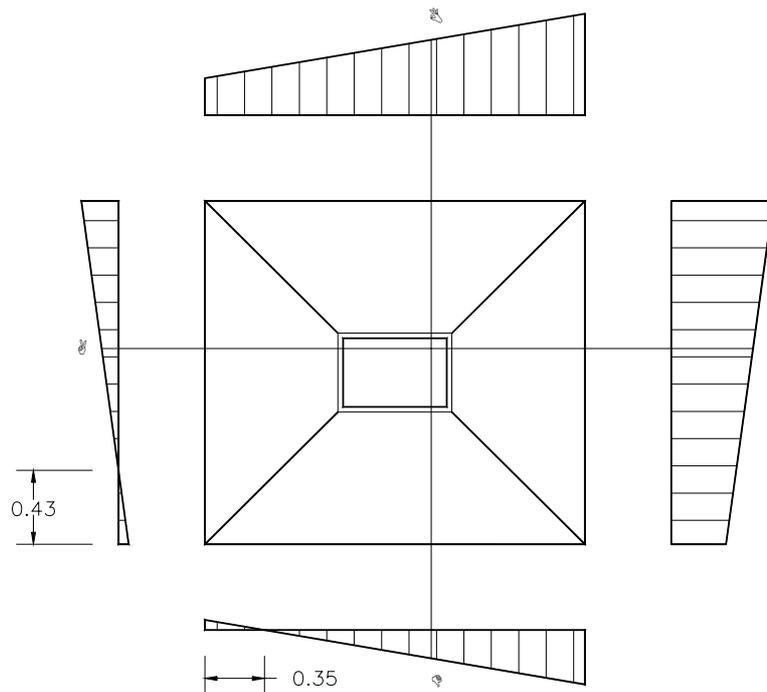


Figura 4.11 – Tensões nas seções de referência

Na determinação dos momentos, determina-se a tensão média nas áreas mais carregadas, para que haja uma maior aproximação na distribuição real de tensões.

$$\frac{591 + 215}{2} = 403 \text{ kN/m}^2$$

$$\frac{473 + 97}{2} = 285 \text{ kN/m}^2$$

$$\frac{439 + 165}{2} = 302 \text{ kN/m}^2$$

$$\frac{591 + 317}{2} = 454 \text{ kN/m}^2$$

$$M_x = \left\{ 302 \times \frac{0,89^2}{2} + \left[ (454 - 302) \times \frac{0,89}{2} \right] \times \frac{2}{3} \times 0,89 \right\} \times 2,00 = 320,47 \text{ kN.m}$$

$$M_y = \left\{ 285 \times \frac{0,86^2}{2} + \left[ (403 - 285) \times \frac{0,86}{2} \right] \times \frac{2}{3} \times 0,86 \right\} \times 2,20 = 295,86 \text{ kN.m}$$

#### 4.3.6. Determinação da área da seção transversal de armadura inferior

$$k_c = \frac{bd^2}{M_{Sdx}} = \frac{\frac{1,4}{1,5} \times 220 \times 70^2}{1,5 \times 30.840} = 19,8$$

$$k_s = 0,024$$

$$A_{sx} = 15,91 \text{ cm}^2 \quad A_{sx,\min} = 21,0 \text{ cm}^2 (\varnothing 12,5 \text{ c/12})$$

Analogamente na direção y, obtém-se:

$$A_{sy} = 15,1 \text{ cm}^2 \quad A_{sy,\min} = 23,1 \text{ cm}^2 (\varnothing 12,5 \text{ c/12})$$

#### 4.3.7. Verificação do esforço cortante

No cálculo do esforço cortante, será levada em conta a distribuição não uniforme de tensões causada pela excentricidade, como mostra a figura 4.12. Deste modo, determina-se a tensão média para a área considerada no cálculo do esforço cortante

$$\sigma_{\text{méd},x} = \frac{591 + 514 + 317 + 240}{4} = 416 \text{ kN/m}^2$$

$$V_{Sdx} = 1,5 \times \sigma_{\text{méd},x} \times A_x = 1,5 \times 416 \times \left[ \frac{2,00 + (0,40 + 0,70)}{2} \times 0,45 \right]$$

$$V_{Sdx} = 435 \text{ kN}$$

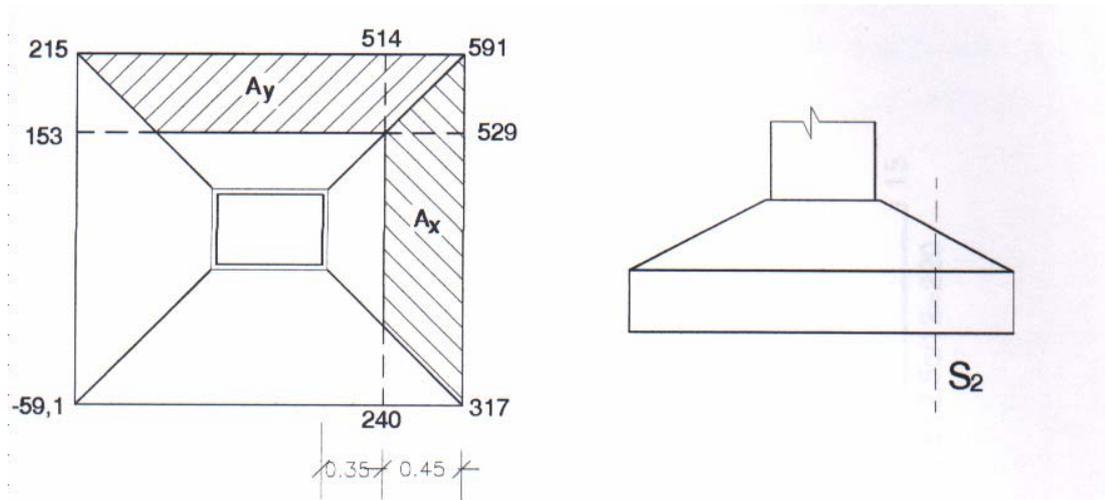


Figura 4.12 – Seção de referência para cálculo do esforço cortante

$$\sigma_{\text{méd},y} = \frac{591 + 529 + 215 + 153}{4} = 372 \text{ kN/m}^2$$

$$V_{\text{Sdy}} = 1,5 \times \sigma_{\text{méd},x} \times A_y = 1,5 \times 372 \times \left[ \frac{2,20 + (0,60 + 0,70)}{2} \times 0,45 \right]$$

$$V_{\text{Sdy}} = 43 \text{ kN}$$

É importante observar que, para o cálculo do esforço resistente se deve tomar a altura útil da seção a  $d/2$  da face do pilar, visto que a altura é variável. Tal altura é dada por  $d_2 = 52,5$  cm figura 4.12

Na mesma seqüência do item 4.1.7c, obtém-se o esforço resistente  $V_{\text{Rdx}} = 482$  kN e  $V_{\text{Rdy}} = 550$  kN.

## 4.3.8. Detalhamento

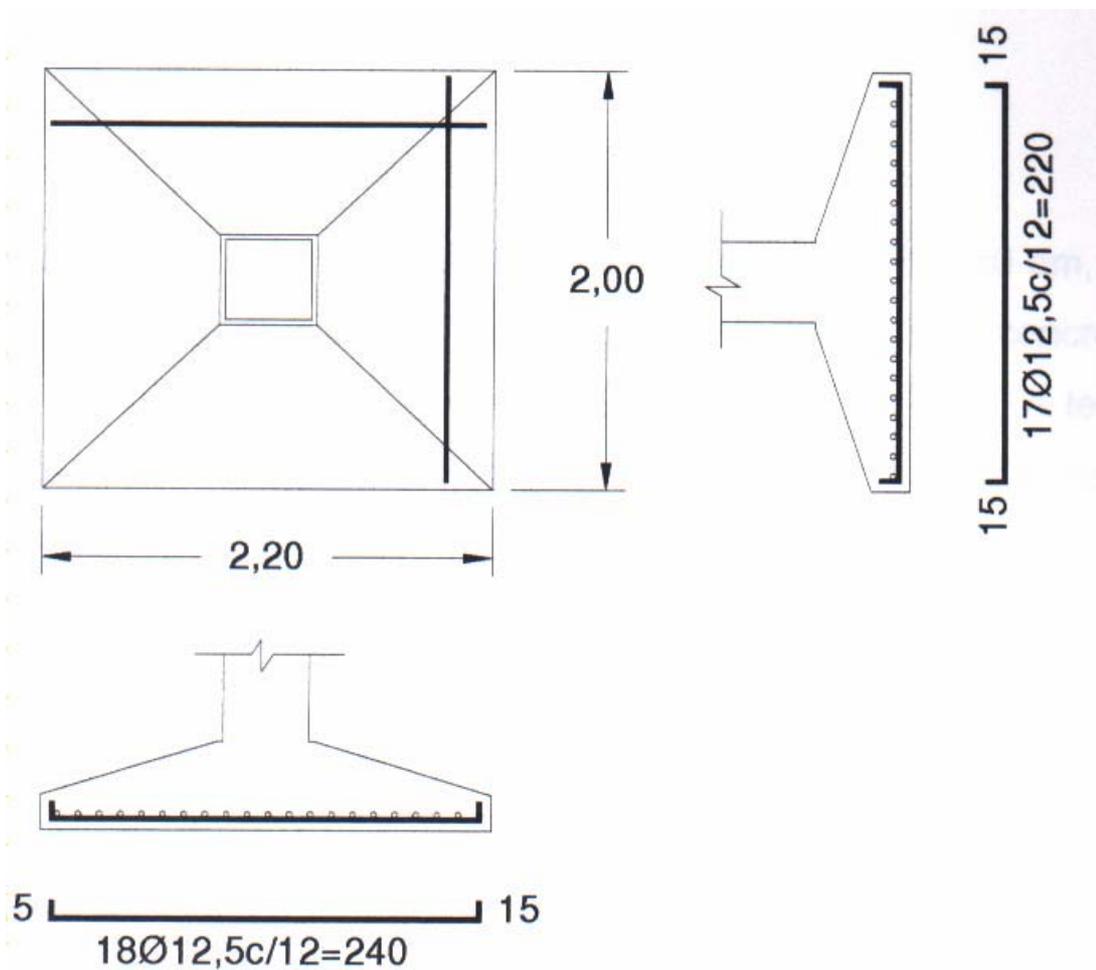


Figura 4.13 – Detalhamento da sapata

#### 4.4. Exemplo 4

Este exemplo apresenta o dimensionamento de uma sapata isolada, com excentricidade em uma direção, utilizando os critérios do ACI 318 [1995].

##### 4.4.1. Dados do problema

A sapata será dimensionada para um pilar de 20 cm x 50 cm, com uma ação vertical de  $F_v = 500$  kN. A resistência característica do concreto a ser utilizado na obra é de  $f_{ck} = 20$  MPa e o aço do tipo CA-50 A. A tensão admissível do solo é de  $\sigma_{adm} = 180$  kN/m<sup>2</sup>. A armadura do pilar é dada por 8Ø12,5, existindo armadura tracionada. O momento na direção x é dado por  $m_x = 280$  kN.m.

##### 4.4.2. Dimensionamento geométrico

Supondo inicialmente ação centrada, obtém-se, portanto, o valor da área  $A = 2,92$  m<sup>2</sup>, levando as dimensões  $a = 1,70$  m e  $b = 1,70$  m. No entanto, na direção x será adotada uma dimensão maior que a calculada acima, tal aumento dá-se devido à excentricidade nesta direção, de forma que não haja tração entre o solo e a base da sapata. Portanto, de acordo com o capítulo 2, para que isto não ocorra, a resultante das ações permanentes deve passar pelo núcleo central de inércia da base da fundação; logo:

$$\frac{a}{6} \geq e \quad \text{ou} \quad a \geq 6e$$

$$\text{Tem-se } e = \frac{M_x}{F_v} = 0,5 \text{ m}$$

donde resulta  $a = 6 \times 0,5 = 3,00$  m.

#### 4.4.3. Verificação da tensão máxima

Com a consideração de  $e = a/6$ , tem-se a ação aplicada no limite do núcleo central de inércia, portanto, a equação utilizada para o cálculo da tensão máxima será a 2.9; logo:

$$\sigma_{\text{máx}} = 2 \times \frac{F_v}{ab} = 196 \text{ kN/m}^2 < 1,3 \times \sigma_{\text{solo}}$$

A condição exigida pela NBR 6122/1986 foi satisfeita. Portanto as dimensões da base da sapata serão:

$$a = 3,00 \text{ m e } b = 1,70 \text{ m}$$

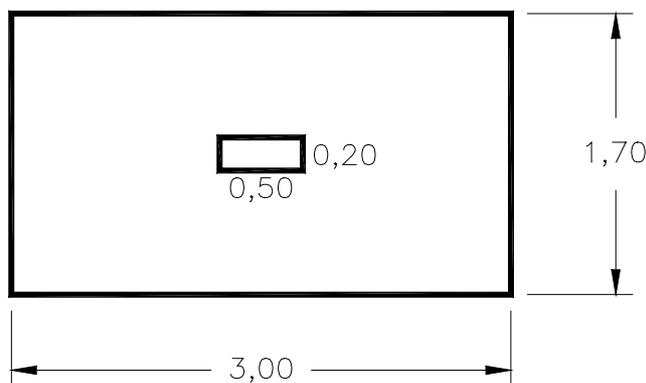


Figura 4.14 – Dimensões em planta

Observa-se que estes valores fogem das condições de geometria econômica para as sapatas isoladas.

#### 4.4.4. Estimativa da altura

Dimensionando a sapata como flexível, tem-se:

$$h < \frac{\ell}{2} = \frac{1,25}{2} = 0,63 \text{ m}$$

Adota-se uma altura de  $h = 40 \text{ cm}$  e  $d = 35 \text{ cm}$ .

#### 4.4.5. Determinação dos momentos fletores

Os momentos são determinados levando-se em conta a distribuição não uniforme das tensões (figuras 4.15 e 4.16).

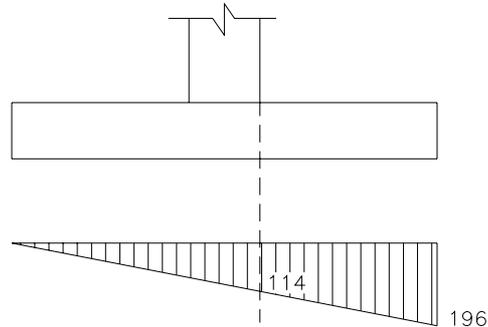


Figura 4.15 – Tensões sob a base da sapata na direção x

$$M_{Sx} = \left\{ 114 \times \frac{1,25^2}{2} + \left[ (196 - 114) \times \frac{1,25}{2} \right] \times \frac{2}{3} \times 1,25 \right\} \times 1,70 = 224 \text{ kN.m}$$

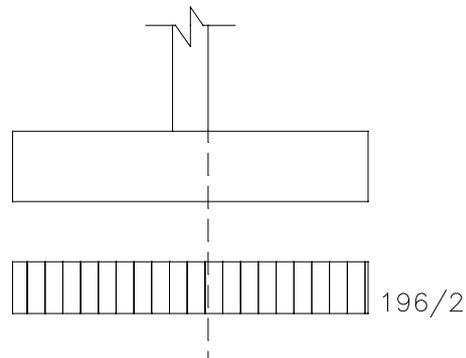


Figura 4.16 – Tensões sob a base da sapata na direção y

$$M_{Sy} = \frac{196}{2} \times 3,00 \times \frac{0,75^2}{2} = 82,7 \text{ kN.m}$$

Majorando os momentos, tem-se:

$$M_{Sdx} = 224(1,4 \times 0,8 + 1,7 \times 0,2) = 327 \text{ kN.m} = 32.700 \text{ kN.cm}$$

$$M_{Sdy} = 82,7 \times 1,46 = 120,7 \text{ kN.m} = 12.072 \text{ kN.cm}$$

#### 4.4.6. Verificação da punção

$$u = 2 \times (20 + 50) + \pi \times 35 = 250 \text{ cm}$$

$$F_{Vd} = 500 \times 1,46 = 730 \text{ kN}$$

Na redução da carga de punção tem-se:

$$F_{Vd,red} = 730 \times \left(1 - \frac{4.4412}{51.000}\right) = 667 \text{ kN}$$

Logo a tensão de referência é dada por:

$$\tau_{Sd} = \frac{667}{250 \times 35} = 0.076 \text{ kN/cm}^2 = 0,76 \text{ MPa}$$

A tensão resistente é dada pelo menor dos valores:

$$\tau_{Rd} = 0,85 \times \left[0,08303 \times \left(2 = \frac{4}{50/20}\right) \times \sqrt{20}\right] = 1,14 \text{ MPa}$$

$$\tau_{Rd} = 0,85 \times \left[0,08303 \times \left(\frac{40 \times 0,35}{2,5} + 2\right) \times \sqrt{20}\right] = 2,40 \text{ MPa}$$

$$\tau_{Rd} = 0,85 \times \left[0,33212 \times \sqrt{20}\right] = 1,26 \text{ MPa}$$

Tem-se então  $\tau_{Sd} < \tau_{Rd}$ .

#### 4.4.7. Verificação do esforço cortante

Determinando-se o esforço cortante na seção a d da face do pilar (figura 4.17), tem-se:

$$V_{Sdx} = 1,46 \times \sigma_{méd,x} \times A_x = 1,46 \times \left(\frac{196 + 137}{2}\right) \times 0,90 \times 1,70 = 372 \text{ kN}$$

$$V_{Sdy} = 1,46 \times \sigma_{méd,y} \times A_y = 1,46 \times \frac{196}{2} \times 0,4 \times 3,0 = 172 \text{ kN}$$

Os valores resistentes são dados por  $V_{Rdx} = 375 \text{ kN}$  e

$$V_{Rdy} = 662 \text{ kN}.$$

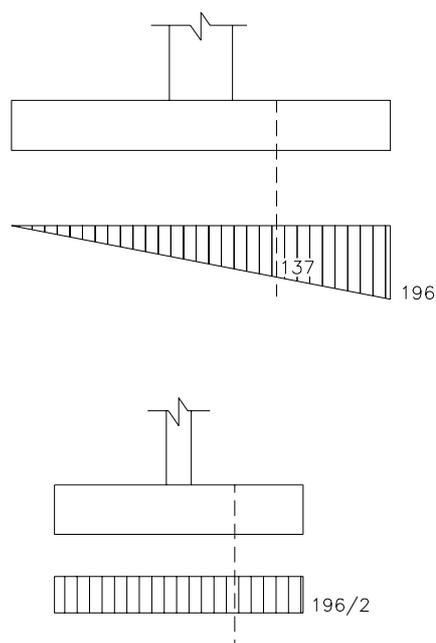


Figura 4. 17 – Seções de referência para o cálculo do esforço cortante nas direções x e y.

#### 4.4.8. Determinação da área da seção transversal da armadura inferior

Na direção x tem-se:

$$k_c = \frac{170 \times \frac{1,4}{1,46} \times 35^2}{32.700} = 6,1$$

onde, da tabela anexo A, obtém-se  $k_s = 0,025$ .

$$A_{sx} = 23,4 \text{ cm}^2 \text{ (19 } \varnothing 12,5 \text{ c/ 9)} \quad \text{e} \quad A_{sx,\min} = 12,2 \text{ cm}^2$$

Analogamente, na direção y, tem-se:

$$A_{sy} = 7,9 \text{ cm}^2 \quad \text{e} \quad A_{sy,\min} = 21,6 \text{ cm}^2 \text{ (28 } \varnothing 10 \text{ c/ 11)}$$

No caso deste exemplo a sapata é retangular e  $a < 2b$ , onde recomenda-se uma concentração de armadura próxima ao pilar. No entanto, devido à excentricidade, o gráfico do momento não é exatamente igual ao apresentado na figura 3.7. Logo, como o momento foi calculado na seção

mais carregada, considera-se essa armadura distribuída uniformemente na largura total, como nas sapatas quadradas.

## **5 CONCLUSÕES**

Atualmente, não existem recomendações técnicas na normalização brasileira sobre o projeto estrutural de sapatas; o que o meio técnico faz é associar critérios de verificação da segurança estrutural preconizados para vigas e lajes. Em alguns casos, o engenheiro de projeto estrutural reúne critérios de dimensionamento indicados nas normas internacionais e nacionais, procurando adaptar os diferentes coeficientes de segurança e de minoração das resistências dos materiais; os valores mínimos das dimensões e das áreas das armaduras que devem ser consideradas. Procurou-se, portanto, reunir neste trabalho, informações para a obtenção de dados geotécnicos, métodos e critérios referentes ao projeto estrutural e critérios para arranjos de armaduras e sobre detalhes construtivos que devem ser atendidos para correta execução e garantia da segurança de sapatas isoladas.

Quanto ao aspecto geotécnico, e estando o solo diretamente relacionado ao dimensionamento das estruturas de fundações, o maior número de informações devem ser obtidas. A escolha do tipo de fundação e, a partir daí, o estudo das distribuições dos esforços nos pilares e possíveis recalques, devem mostrar o caminho para um projeto seguro e também atendendo requisitos de economia.

Embora na definição da rigidez da sapata, haja grande cautela por parte da maioria dos autores, alguns, conforme visto no texto do trabalho, sugerem o emprego de sapatas flexíveis para solo de pouca resistência ( $\sigma_{adm} \leq 150 \text{ kN/m}^2$ ). Não foi possível neste trabalho análise mais ampla para

justificar este limite. Entende-se que para solos mais deformáveis usam-se sapatas flexíveis, em contraposição para solos menos deformáveis adotam-se sapatas rígidas. Caberiam, no futuro, pesquisas mais amplas com o objetivo de indicar ao meio técnico posturas mais corretas.

A rigidez da sapata é fator determinante na definição do método de cálculo dos esforços solicitantes e da verificação da segurança estrutural a ser utilizado no projeto. Para as sapatas rígidas, pode-se encontrar os esforços solicitantes através do método das bielas ou ainda pelas recomendações indicadas no Boletim de Informação publicado pelo CEB-FIP [1970], que considera as sapatas submetidas à ação de momento fletor, no entanto, não verifica a punção por se tratar de elemento rígido. Para as sapatas flexíveis, pode-se utilizar o método clássico ou do ACI 318 [1995]. O meio técnico dimensiona as sapatas flexíveis considerando as seções de referência adotadas pelo processo indicado no Boletim de Informação do CEB [1970].

Os esforços solicitantes calculados para as sapatas isoladas podem ser comparados aos esforços resistentes determinados com os critérios das normas NBR 6118 [1982], Eurocode 2 [1992], Boletim de Informação do CEB-FIP [1970], Código Modelo CEB-FIP [1991] e código do ACI 318 [1995]. Em algumas dessas normas não existem critérios para cálculo dos esforços resistentes nas sapatas, em tais casos foram considerados os valores indicados para lajes maciças.

As determinações das áreas das seções transversais, das armaduras nas sapatas flexíveis, são baseadas nas mesmas teorias aplicadas às vigas usuais de edifícios submetidas à flexão simples. Os valores mínimos das áreas das armaduras devem ser observados para os casos analisados.

As áreas das armaduras, calculadas para absorver as tensões normais, nos exemplos apresentados resultaram, na maioria dos casos, com seus valores mínimos ou próximos dos mínimos. Isto foi notado para as indicações das várias normas. Os valores das forças cortantes e forças de punção, em alguns casos, se aproximaram bastante dos valores últimos.

Lembra-se, novamente, que os efeitos das tensões cisalhantes não só determinam as alturas das sapatas mas, também, todo o seu dimensionamento.

Espera-se que com este trabalho tenha sido alcançado o objetivo de apresentar modelos de cálculo para o projeto de sapatas isoladas.

## **BIBLIOGRAFIA**

- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. Committee 336 (1993). ACI 336.2R-88 - *Suggested design procedures for combined footings and mats (reapproved 1993)*. Detroit, ACI.
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. Committee 318 (1995). ACI 318-95 - *Building code requirements for reinforced concrete and commentary* . Detroit, ACI.
- ALONSO, U. R. (1983). *Exercícios de fundações*. São Paulo, Edgard Blucher.
- ANDRADE, J.R.L. (1989). *Dimensionamento estrutural de elementos de fundação*. São Carlos, EESC-USP. (Notas de aula).
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1982). NBR 6118 - *Projeto e execução de obras de concreto armado*. Rio de Janeiro.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1983). NBR 7808 - *Símbolos gráficos para projeto de estruturas*. Rio de Janeiro.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1996). NBR 6122 - *Projeto e execução de fundações*. Rio de Janeiro.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1989). NBR 116 - *Projeto de estruturas de concreto protendido*. Rio de Janeiro.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1993). NB 1/93 - *Texto base para revisão da NB 1/78*. São Paulo.

- BARROSO, P.M (1974). *Blocos e sapatas de fundação*. São Carlos. Dissertação (mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- BELL, B.J. (1985). *Fundações em concreto armado*. Tradução de Alexandre Verski. Rio de Janeiro, Guanabara Dois.
- BOWLES, J. E. (1974). *Analytical and computer methods in foundation engineering*. New York, McGraw-Hill.
- BOWLES, J.E. (1968). *Foundation analysis and design*. New York, McGraw-Hill.
- CAPUTO, H.P. (1978). *Mecânica dos solos e suas aplicações*. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos. v.4
- CINTRA, J.C. A.; ALBIERO, J. H. (1990). *Projeto de fundações*. São Carlos, EESC-USP.
- CINTRA, J.C. A.; ALBIERO, J. H. (1989). *Capacidade de carga e recalques de fundações diretas*. São Carlos, EESC-USP.
- COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON (1970). *Recommandations particulières au calcul et à l'exécution des semelles de fondation*. Bulletin d'Information n.73. Paris.
- COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON (1991). CEB-FIP model code 1990. Final draft. *CEB Bulletin d'Information*, n.204.
- DAVIES, G.; MAYFIEL, B. (1972). Choosing plan dimensions for an eccentrically loaded footing slab. *ACI Journal*, v.69, n.5, p.285-290.
- EUROCODE N° 2 (1992). *Design of concrete structures*, Revised final draft. Eurocode 2 Editorial Group.
- GUERRIN, A. (1955). *Traité de béton armé*. Paris, Dunot. v.3.

- INSTITUTION OF STRUCTURAL ENGINEERS (1989). *Soil-structure interaction: the real behaviour of structures*. London.
- KUTNER, M. (1994). Recursos modernos da geotecnia à disposição no Brasil. *Engenharia*, São Paulo, n.501, p.52-55
- LEONARDS, G.A. (1962). *Foundation engineering*. New York, McGraw Hill. p.525-531.
- LEONHARDT, F.; MONNING, E. (1978). *Construções de concreto*. Rio de Janeiro, Interciência.
- MACGREGOR, J. G. (1992). *Reinforced concrete: mechanics and design*. New Jersey, Prentice Hall. p.514-550.
- MACHADO, C.P. (1985). *Edifícios de concreto armado*. São Paulo, FDTE - EPUSP. Cap 11: Fundações. (Notas de aula).
- MELGES, J.L.P (1995). *Punção em lajes: exemplos de cálculo e análise teórico-experimental*. São Carlos. Dissertação (mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- MONTOYA, J. et al. (1973). *Hormigón armado*. Barcelona, Gustavo Gilli. p.467-483.
- NAWY, E. G. (1996). *Reinforced concrete: a fundamental approach*. New Jersey, Prentice Hall. p.564-602.
- PFEIL, W. (1983). *Pontes de concreto armado*. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos. p.314-331.
- PFEIL, W. (1988). *Concreto armado*. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos. v.1 e 2.
- PINHEIRO, L. M. (1993) *Concreto armado: tabelas e ábacos*. São Carlos, EESC-USP.

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO. Escola de Engenharia de São Carlos.  
Serviço de Biblioteca (1993). *Diretrizes para elaboração de dissertações  
e teses na EESC-USP*. São Carlos. 56 p.

VARGAS, M. (1977). *Fundações de edifícios*. São Paulo, EPUSP/ Grêmio  
Politécnico.

ANEXO A														
FLEXÃO SIMPLES EM SEÇÃO RETANGULAR - ARMADURA SIMPLES														
$\beta_x = \frac{x}{d}$	$k_c = \frac{b \times d^2}{M_d} \quad (\text{cm}^2 / \text{kN})$									$k_s = \frac{A_s \times d}{M_d} \quad (\text{cm}^2 / \text{kN})$				D O M Í N I O
	C-10	C-15	C-20	C-25	C-30	C-35	C-40	C-45	C-50	CA25	CA50 A	CA50 B	CA60B	
0,02	103,8	69,2	51,9	41,5	34,6	29,6	25,9	23,1	20,8	0,046	0,023	0,023	0,019	2
0,04	52,3	34,9	26,2	20,9	17,4	14,9	13,1	11,6	10,5	0,047	0,023	0,023	0,019	
0,06	35,2	23,4	17,6	14,1	11,7	10,0	8,8	7,8	7,0	0,047	0,024	0,024	0,020	
0,08	26,6	17,7	13,3	10,6	8,9	7,6	6,6	5,9	5,3	0,048	0,024	0,024	0,020	
0,10	21,4	14,3	10,7	8,6	7,1	6,1	5,4	4,8	4,3	0,048	0,024	0,024	0,020	
0,12	18,0	12,0	9,0	7,2	6,0	5,1	4,5	4,0	3,6	0,048	0,024	0,024	0,020	
0,14	15,6	10,4	7,8	6,2	5,2	4,5	3,9	3,5	3,1	0,049	0,024	0,024	0,020	
0,16	13,7	9,2	6,9	5,5	4,6	3,9	3,4	3,1	2,7	0,049	0,025	0,025	0,020	
0,18	12,3	8,2	6,2	4,9	4,1	3,5	3,1	2,7	2,5	0,050	0,025	0,025	0,021	
0,20	11,2	7,5	5,6	4,5	3,7	3,2	2,8	2,5	2,2	0,050	0,025	0,025	0,021	
0,22	10,3	6,8	5,1	4,1	3,4	2,9	2,6	2,3	2,1	0,050	0,025	0,025	0,021	
0,24	9,5	6,3	4,7	3,8	3,2	2,7	2,4	2,1	1,9	0,050	0,025	0,025	0,021	
0,26	8,8	5,9	4,4	3,5	2,9	2,5	2,2	2,0	1,8	0,051	0,026	0,026	0,021	
0,28	8,3	5,5	4,1	3,3	2,8	2,4	2,1	1,8	1,7	0,052	0,026	0,026	0,022	
0,30	7,8	5,2	3,9	3,1	2,6	2,2	1,9	1,7	1,6	0,052	0,026	0,026	0,022	
0,32	7,4	4,9	3,7	3,0	2,5	2,1	1,8	1,6	1,5	0,053	0,026	0,026	0,022	
0,34	7,0	4,7	3,5	2,8	2,3	2,0	1,8	1,6	1,4	0,053	0,027	0,027	0,022	
0,36	6,7	4,5	3,3	2,7	2,2	1,9	1,7	1,5	1,3	0,054	0,027	0,027	0,022	
0,38	6,4	4,3	3,2	2,6	2,1	1,8	1,6	1,4	1,3	0,054	0,027	0,027	0,023	
0,40	6,1	4,1	3,1	2,5	2,0	1,8	1,5	1,4	1,2	0,055	0,027	0,027	0,023	
0,438	5,7	3,8	2,8	2,3	1,9	1,6	1,4	1,3	1,1	0,056	0,028	0,028	0,023	
0,44	5,7	3,8	2,8	2,3	1,9	1,6	1,4	1,3	1,1	0,056	0,028	0,028	0,023	
0,462	5,5	3,6	2,7	2,2	1,8	1,6	1,4	1,2	1,1	0,056	0,028	0,028	0,024	
0,48	5,3	3,5	2,7	2,1	1,8	1,5	1,3	1,2	1,1	0,057	0,028	0,029	0,025	
0,52	5,0	3,3	2,5	2,0	1,7	1,4	1,2	1,1	1,0	0,058	0,029	0,031	0,027	
0,56	4,7	3,2	2,4	1,9	1,6	1,4	1,2	1,1	1,0	0,059	0,030	0,033	0,029	
0,60	4,5	3,0	2,3	1,8	1,5	1,3	1,1	1,0	0,9	0,061	0,030	0,035	-	
0,628	4,4	2,9	2,2	1,8	1,5	1,3	1,1	1,0	0,9	0,061	0,031	0,037	-	
0,64	4,3	2,9	2,2	1,7	1,4	1,2	1,1	1,0	0,9	0,062	-	-	-	
0,68	4,2	2,8	2,1	1,7	1,4	1,2	1,0	0,9	0,8	0,063	-	-	-	
0,72	4,0	2,7	2,0	1,6	1,3	1,2	1,0	0,9	0,8	0,065	-	-	-	
0,76	3,9	2,6	2,0	1,6	1,3	1,1	1,0	0,9	0,8	0,066	-	-	-	
0,772	3,9	2,6	1,9	1,5	1,3	1,1	1,0	0,9	0,8	0,067	-	-	-	

Elaborada por Sebastião W. Mendes e Libânio Miranda Pinheiro

Diagrama Retangular de Tensões no Concreto,  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$

Para  $\gamma_c \neq 1,4$ , multiplicar b por  $1,4/\gamma_c$  antes de usar a tabela

## ANEXO B

ÁREA DA SEÇÃO DE ARMADURA POR METRO DE LARGURA  $a_s$  ( $\text{cm}^2/\text{m}$ )

espaçamento (cm)	BITOLA NOMINAL (mm)							espaçamento (cm)
	3,2	4	5	6,3	8	10	12,5	
5	1,60	2,50	4,00	6,30	10,00	16,00	25,00	5
5,5	1,45	2,27	3,64	5,73	9,09	14,55	22,73	5,5
6	1,33	2,08	3,33	5,25	8,33	13,33	20,83	6
6,5	1,23	1,92	3,08	4,85	7,69	12,31	19,23	6,5
7	1,14	1,79	2,86	4,50	7,14	11,43	17,86	7
7,5	1,07	1,67	2,67	4,20	6,67	10,67	16,67	7,5
8	1,00	1,56	2,50	3,94	6,25	10,00	15,63	8
8,5	0,94	1,47	2,35	3,71	5,88	9,41	14,71	8,5
9	0,89	1,39	2,22	3,50	5,56	8,89	13,89	9
9,5	0,84	1,32	2,11	3,32	5,26	8,42	13,16	9,5
10	0,80	1,25	2,00	3,15	5,00	8,00	12,50	10
11	0,73	1,14	1,82	2,86	4,55	7,27	11,36	11
12	0,67	1,04	1,67	2,62	4,17	6,67	10,42	12
12,5	0,64	1,00	1,60	2,52	4,00	6,40	10,00	12,5
13	0,62	0,96	1,54	2,42	3,85	6,15	9,62	13
14	0,57	0,89	1,43	2,25	3,57	5,71	8,93	14
15	0,53	0,83	1,33	2,10	3,33	5,33	8,33	15
16	0,50	0,78	1,25	1,97	3,13	5,00	7,81	16
17	0,47	0,74	1,18	1,85	2,94	4,71	7,35	17
17,5	0,46	0,71	1,14	1,80	2,86	4,57	7,14	17,5
18	0,44	0,69	1,11	1,75	2,78	4,44	6,94	18
19	0,42	0,66	1,05	1,66	2,63	4,21	6,58	19
20	0,40	0,63	1,00	1,58	2,50	4,00	6,25	20
22	0,36	0,57	0,91	1,43	2,27	3,64	5,68	22
24	0,33	0,52	0,83	1,31	2,08	3,33	5,21	24
25	0,32	0,50	0,80	1,26	2,00	3,20	5,00	25
26	0,31	0,48	0,77	1,21	1,92	3,08	4,81	26
28	0,29	0,45	0,71	1,12	1,79	2,87	4,46	28
30	0,27	0,42	0,67	1,05	1,67	2,67	4,17	30
33	0,24	0,38	0,61	0,95	1,52	2,42	3,79	33

Elaborada por LIBÂNIO MIRANDA PINHEIRO

Bitolas especificadas pela NBR 7480

ANEXO C								
COMPRIMENTO DE ANCORAGEM (cm)								
C O N C R E T O	CA 25		CA 50		CA 60			
	LISAS $\eta_b = 1,0$		ALTA ADERÊNCIA $\eta_b = 1,5$		LISAS $\eta_b = 1,0$		RANHURADAS $\eta_b = 1,2$	
	$l_{b1}$	$l_{b1} - 15\emptyset$	$l_{b1}$	$l_{b1} - 10\emptyset$	$l_{b1}$	$l_{b1} - 15\emptyset$	$l_{b1}$	$l_{b1} - 15\emptyset$
C10	73 $\emptyset$	58 $\emptyset$	70 $\emptyset$	60 $\emptyset$	174 $\emptyset$	159 $\emptyset$	122 $\emptyset$	107 $\emptyset$
C15	59 $\emptyset$	44 $\emptyset$	53 $\emptyset$	43 $\emptyset$	142 $\emptyset$	127 $\emptyset$	96 $\emptyset$	81 $\emptyset$
C20	51 $\emptyset$	36 $\emptyset$	44 $\emptyset$	34 $\emptyset$	123 $\emptyset$	108 $\emptyset$	80 $\emptyset$	65 $\emptyset$
C25	46 $\emptyset$	31 $\emptyset$	38 $\emptyset$	28 $\emptyset$	110 $\emptyset$	95 $\emptyset$	70 $\emptyset$	55 $\emptyset$
C30	42 $\emptyset$	27 $\emptyset$	34 $\emptyset$	24 $\emptyset$	101 $\emptyset$	86 $\emptyset$	63 $\emptyset$	48 $\emptyset$
C35	39 $\emptyset$	24 $\emptyset$	30 $\emptyset$	20 $\emptyset$	93 $\emptyset$	78 $\emptyset$	57 $\emptyset$	42 $\emptyset$
C40	36 $\emptyset$	21 $\emptyset$	28 $\emptyset$	18 $\emptyset$	87 $\emptyset$	72 $\emptyset$	54 $\emptyset$	39 $\emptyset$
C45	34 $\emptyset$	19 $\emptyset$	26 $\emptyset$	16 $\emptyset$	82 $\emptyset$	67 $\emptyset$	49 $\emptyset$	34 $\emptyset$
C50	32 $\emptyset$	17 $\emptyset$	24 $\emptyset$	14 $\emptyset$	78 $\emptyset$	63 $\emptyset$	46 $\emptyset$	31 $\emptyset$

Elaborada por SANDRO PEPE e JOSÉ SAMUEL GIONGO

De acordo com a NB-1/78 e CB-130/92

$\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$  -  $\eta_b = 1,0$  (CA 25 e CA 60, lisas)

$\eta_b = 1,2$  (CA 60 ranhuradas)

$\eta_b = 1,5$  (CA 50 corrugadas)

$l_{b1}$  = comprimento de ancoragem reta

$l_{b1} - \Delta l_b$  = comprimento de ancoragem com gancho

Valores de  $l_{b1}$  calculados para barras localizadas em zona de boa aderência; em zona de má aderência multiplica-se por 1,5.

O comprimento  $l_b$  é igual a  $l_{b1}$  multiplicado por  $A_{scal}/A_{se}$ .

O comprimento  $l_b$  deve ser maior do que os seguintes valores:

$l_{b1}/3$ ,  $10\emptyset$  e 10 cm

## **ANEXO**

Figura 2.10 - Ábaco para determinação das tensões máximas nas sapatas retangulares rígidas para ação com dupla excentricidade.

MONTOYA [1973]

Figura 2.10 - Ábaco para determinação das tensões máximas nas sapatas retangulares rígidas para ação com dupla excentricidade.

MONTOYA [1973]

ZONAS A - B - C

TENSÕES NOS CANTOS:

$$\sigma_1 = \frac{F_v}{\lambda_1 \cdot a \cdot b} \leq \frac{4}{3} \sigma_{adm}$$

$$\sigma_4 = \lambda_4 \cdot \sigma_1 \text{ (fictícia)}$$

$$\sigma_2 = \sigma_1 - (\sigma_1 - \sigma_4) \frac{\text{sen } \alpha}{\text{sen } \alpha + \text{cos } \alpha}$$

$$\sigma_3 = \sigma_1 - (\sigma_1 - \sigma_4) \frac{\text{cos } \alpha}{\text{sen } \alpha + \text{cos } \alpha}$$

} Informação adicional

ZONA D

TENSÃO NO PONTO INTERNO 5:

$$\sigma_5 = \frac{F_v}{\lambda_5 \cdot a \cdot b} \leq \sigma_{adm}$$

$$\alpha = \arctan \left( \frac{F_v}{G_{pp}} \right)$$

$$\alpha =$$

Tabela 2.1 - Coeficientes  $k_e$  de pressão máxima no solo, em função de  $e_x/a$  e  $e_y/b$  (ação com dupla excentricidade).

PFEIL[1983]

Fundação de base retangular, não considerando tensões de tração entre a fundação e o solo.

$$F_v$$

$$G_{pp}$$