

**NÃO-LINEARIDADE FÍSICA E GEOMÉTRICA
NO PROJETO DE EDIFÍCIOS USUAIS DE
CONCRETO ARMADO**

RIVELLI DA SILVA PINTO

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Civil.

ORIENTADOR: Prof. Dr. Marcio Antonio Ramalho

São Carlos

1997

*Aos meus pais, minha irmã e
todos os meus familiares e
amigos.*

'Tudo posso naquele que me fortalece.'

(Fl 4,13)

AGRADECIMENTOS

A Deus que permite mais este passo em minha vida.

Aos meus pais, em especial minha mãe, e minha irmã pelo apoio, incentivo e dedicação sempre manifestados.

Ao Prof. Marcio Antonio Ramalho pelo trabalho de orientação, pela atenção e amizade dispensadas ao longo do mestrado.

Ao Prof. Marcio Roberto Silva Corrêa pela ajuda e amizade manifestadas durante a realização do trabalho.

Aos professores, colegas e funcionários do Departamento de Estruturas da EESC-USP.

Aos amigos da TECSOFT ENGENHARIA DE ESTRUTURAS S/C LTDA pela colaboração e atenção.

À Fabiana Roberta de Camargo pelo carinho, compreensão e companheirismo.

À minha comunidade, tesouro que Deus concede para a minha vida.

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo - FAPESP pela bolsa de estudos e material permanente concedidos.

Ao Conselho Nacional de Pesquisa - CNPq pela bolsa de estudos concedida.

Ao Governo do Estado de Roraima pelo apoio aos estudantes de graduação e pós-graduação deste estado.

A todas às pessoas que direta ou indiretamente contribuíram para a realização desta pesquisa.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	i
LISTA DE TABELAS	vii
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS	vii
LISTA DE SÍMBOLOS	ix
RESUMO	xiii
ABSTRACT	xiv
CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	1
1.1 - GENERALIDADES	1
1.2 - OBJETIVOS E JUSTIFICATIVAS	3
1.3 - ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	4
CAPÍTULO 2 - NÃO - LINEARIDADE FÍSICA	6
2.1 - INTRODUÇÃO	6
2.2 - INDICAÇÕES PARA REDUÇÃO DA INÉRCIA DAS SEÇÕES.....	7
2.3 - CALIBRAGEM DE UM MODELO TEÓRICO PARA VERIFICAÇÃO DA REDUÇÃO DA INÉRCIA	11
2.3.1 - Modelo em elementos finitos	12
2.3.2 - Modelos constitutivos	13
2.3.3 - Verificação do modelo adotado	20
2.4 - VERIFICAÇÃO DA REDUÇÃO DE INÉRCIA PARA VIGAS E PILARES	22
2.4.1 - Vigas de concreto armado	22
2.4.2 - Pilares de concreto armado	26
2.4.3 - Pórtico plano de concreto armado	29
2.5 - CONCLUSÕES	32

CAPÍTULO 3 - NÃO - LINEARIDADE GEOMÉTRICA	34
3.1 - INTRODUÇÃO	34
3.2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	35
3.3 - METODOLOGIA PARA ESTUDO DO COEFICIENTE γ_z	43
3.4 - CONCEITOS BÁSICOS E SIMPLIFICAÇÕES ADOTADAS..	45
3.4.1 - NÃO-LINEARIDADE FÍSICA DO MATERIAL	45
3.4.2 - CARREGAMENTO HORIZONTAL	45
3.4.3 - COEFICIENTES APLICADOS AOS VERTICAL	
CARREGAMENTOS E HORIZONTAL	47
3.5 - EXEMPLO DE ANÁLISE DE EDIFÍCIO	49
3.5.1 - CONSIDERAÇÕES GERAIS DE PROJETO	51
3.5.2 - ANÁLISE DA ESTRUTURA	52
3.5.3 - CÁLCULO DO COEFICIENTE γ_z E DO	
PARÂMETRO DE FORMA ψ	54
3.5.4 - ANÁLISE DOS RESULTADOS	56
3.6 - CONCLUSÕES	70
 CAPÍTULO 4 - AVALIAÇÃO DO COEFICIENTE γ_z	71
4.1 - INTRODUÇÃO	71
4.2 - ESFORÇOS ANALISADOS	73
4.3 - ESFORÇOS NORMAIS NOS PILARES	75
4.4 - MOMENTOS FLETORES NOS PILARES	76
4.5 - ESFORÇO CORTANTE NAS VIGAS	84
4.6 - MOMENTO FLETOR NAS VIGAS	91
4.7 - CONCLUSÃO	98
 CAPÍTULO 5 - CONCLUSÕES	99
 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	103
OBRAS CONSULTADAS.....	106

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 2.1a -	Varição de rigidez para vigas T submetidas a momentos devidos a carregamentos gravitacionais.....	8
FIGURA 2.1b -	Varição de rigidez para vigas T submetidas a momentos devidos a carregamentos laterais.....	9
FIGURA 2.1c -	Varição de rigidez para vigas T submetidas a momentos devidos a carregamentos gravitacionais em combinação com carregamentos laterais.....	9
FIGURA 2.2 -	Elementos finitos adotados.....	12
FIGURA 2.3 -	Critério de resistência do concreto e curva tensão-deformação.....	14
FIGURA 2.4 -	Modelo de decaimento linear.....	15
FIGURA 2.5 -	Parâmetro de endurecimento.....	20
FIGURA 2.6 -	Viga ensaiada por Gobetti.....	21
FIGURA 2.7 -	Flecha no meio do vão para os dados experimentais de GOBETTI e os resultados teóricos obtidos com o LUSAS.....	22
FIGURA 2.8 -	Seção transversal das peças de concreto armado.....	23
FIGURA 2.9a -	Modelo para vigas biapoiadas.....	23
FIGURA 2.9b -	Modelo para vigas biengastadas.....	23
FIGURA 2.10 -	Varição do EI_{ef} para vigas biapoiadas - Processamento no LUSAS.....	24
FIGURA 2.11 -	Varição do EI_{ef} para vigas biengastadas - Processamento no LUSAS.....	25
FIGURA 2.12 -	Diagrama de interação $\mu_d \times v_d$	26
FIGURA 2.13 -	Modelo de pilar de concreto armado.....	27
FIGURA 2.14 -	Pórtico de concreto armado.....	29
FIGURA 2.15 -	Modelo bidimensional - LUSAS.....	30

FIGURA 2.16 - Deslocamentos nos pavimentos segundo diferentes reduções de inércia para vigas e pilares.....	31
FIGURA 3.1 - Analogia entre um edifício alto e uma coluna engastada na base.....	36
FIGURA 3.2 - Produto de rigidez equivalente para uma estrutura qualquer.....	37
FIGURA 3.3 - Casos particulares importantes de ψ para estruturas regulares.....	38
FIGURA 3.4 - Acréscimos sucessivos para a obtenção de M_2	41
FIGURA 3.5 - Edifício TORRE PERDIZES (geometria e carga nos pilares).....	50
FIGURA 3.6 - Modelo em elemento finitos para o edifício TORRE PERDIZES.....	52
FIGURA 3.7 - Resultados para o esforço normal nos pilares na direção x.....	57
FIGURA 3.8 - Resultados para o esforço normal nos pilares na direção y.....	58
FIGURA 3.9 - Resultados para os acréscimos globais de esforço normal nos pilares devidos à ação horizontal.....	60
FIGURA 3.10 - Resultados para os acréscimos de momentos fletores nos pilares na direção x.....	61
FIGURA 3.11 - Resultados para os acréscimos de momentos fletores nos pilares na direção y.....	61
FIGURA 3.12 - Diferença % entre a média dos esforços e o γ_z para os momentos fletores nos pilares.....	62
FIGURA 3.13 - Resultados para os acréscimos de esforço cortante nas vigas na direção x.....	63
FIGURA 3.14 - Resultados para os acréscimos de esforço cortante nas vigas na direção y.....	63
FIGURA 3.15 - Resultados para os acréscimos de momentos fletores nas vigas na direção x.....	64

FIGURA 3.16 - Resultados para os acréscimos de momentos fletores nas vigas na direção y.....	64
FIGURA 3.17 - Diferença % entre a média dos esforços e o γ_z para o esforço cortante nas vigas.....	65
FIGURA 3.18 - Diferença % entre a média dos esforços e o γ_z para os momentos fletores nas vigas.....	65
FIGURA 3.19 - Frequência relativa dos acréscimos de esforços para os momentos fletores nos pilares na direção x.....	66
FIGURA 3.20 - Frequência relativa dos acréscimos de esforços para os momentos fletores nos pilares na direção y.....	67
FIGURA 3.21 - Frequência relativa dos acréscimos de esforços para o esforço cortante nas vigas na direção x.....	67
FIGURA 3.22 - Frequência relativa dos acréscimos de esforços para o esforço cortante nas vigas na direção y.....	68
FIGURA 3.23 - Frequência relativa dos acréscimos de esforços para os momentos fletores nas vigas na direção x.....	68
FIGURA 3.24 - Frequência relativa dos acréscimos de esforços para os momentos fletores nas vigas na direção y.....	69
FIGURA 4.1 - Edifício CÔRSEGA - Geometria.....	74
FIGURA 4.2 - Comparação entre os acréscimos de esforços normais totais nos pilares em segunda ordem e o γ_z	75
FIGURA 4.3 - Comparação entre os acréscimos de esforços normais devidos ao vento nos pilares em segunda ordem e o γ_z	76
FIGURA 4.4 - Comparação entre os acréscimos de momentos fletores nos pilares em segunda ordem e o γ_z	77
FIGURA 4.5 - Diferença % entre os acréscimos médios de momentos fletores nos pilares em segunda ordem e o γ_z	78
FIGURA 4.6 - Comparação entre os acréscimos de momentos fletores nos pilares em segunda ordem e o γ_z - Faixa 1....	78

FIGURA 4.7 -	Diferença % entre os acréscimos médios de momentos fletores nos pilares em segunda ordem e o γ_z - Faixa 1.....	79
FIGURA 4.8 -	Comparação entre os acréscimos de momentos fletores nos pilares em segunda ordem e o γ_z - Faixa 2....	80
FIGURA 4.9 -	Diferença % entre os acréscimos médios de momentos fletores nos pilares em segunda ordem e o γ_z - Faixa 2.....	80
FIGURA 4.10 -	Comparação entre os acréscimos de momentos fletores nos pilares em segunda ordem e o γ_z - Faixa 3....	81
FIGURA 4.11 -	Diferença % entre os acréscimos médios de momentos fletores nos pilares em segunda ordem e o γ_z - Faixa 3.....	81
FIGURA 4.12 -	Comparação entre os acréscimos de momentos fletores nos pilares em segunda ordem e o γ_z - Faixa 4....	82
FIGURA 4.13 -	Diferença % entre os acréscimos médios de momentos fletores nos pilares em segunda ordem e o γ_z - Faixa 4.....	82
FIGURA 4.14 -	Comparação entre os acréscimos de momentos fletores nos pilares em segunda ordem e o γ_z - Faixa 5....	83
FIGURA 4.15 -	Diferença % entre os acréscimos médios de momentos fletores nos pilares em segunda ordem e o γ_z - Faixa 5.....	83
FIGURA 4.16 -	Comparação entre os acréscimos de esforços cortantes nas vigas em segunda ordem e o γ_z	84
FIGURA 4.17 -	Diferença % entre os acréscimos médios de esforços cortantes nas vigas em segunda ordem e o γ_z	85
FIGURA 4.18 -	Comparação entre os acréscimos de esforços cortantes nas vigas em segunda ordem e o γ_z - Faixa 1...	86
FIGURA 4.19 -	Diferença % entre os acréscimos médios de	

	esforços cortantes nas vigas em segunda ordem e o γ_z - Faixa 1.....	86
FIGURA 4.20	- Comparação entre os acréscimos de esforços cortantes nas vigas em segunda ordem e o γ_z - Faixa 2...	87
FIGURA 4.21	- Diferença % entre os acréscimos médios de esforços cortantes nas vigas em segunda ordem e o γ_z - Faixa 2.....	87
FIGURA 4.22	- Comparação entre os acréscimos de esforços cortantes nas vigas em segunda ordem e o γ_z - Faixa 3...	88
FIGURA 4.23	- Diferença % entre os acréscimos médios de esforços cortantes nas vigas em segunda ordem e o γ_z - Faixa 3.....	88
FIGURA 4.24	- Comparação entre os acréscimos de esforços cortantes nas vigas em segunda ordem e o γ_z - Faixa 4...	89
FIGURA 4.25	- Diferença % entre os acréscimos médios de esforços cortantes nas vigas em segunda ordem e o γ_z - Faixa 4.....	89
FIGURA 4.26	- Comparação entre os acréscimos de esforços cortantes nas vigas em segunda ordem e o γ_z - Faixa 5...	90
FIGURA 4.27	- Diferença % entre os acréscimos médios de esforços cortantes nas vigas em segunda ordem e o γ_z - Faixa 5.....	90
FIGURA 4.28	- Comparação entre os acréscimos de momentos fletores nas vigas em segunda ordem e o γ_z	91
FIGURA 4.29	- Diferença % entre os acréscimos médios de momentos fletores nas vigas em segunda ordem e o γ_z	92
FIGURA 4.30	- Comparação entre os acréscimos de momentos fletores nas vigas em segunda ordem e o γ_z - Faixa 1.....	93
FIGURA 4.31	- Diferença % entre os acréscimos médios de	

	momentos fletores nas vigas em segunda ordem e o γ_z - Faixa 1.....	93
FIGURA 4.32	- Comparação entre os acréscimos de momentos fletores nas vigas em segunda ordem e o γ_z - Faixa 2.....	94
FIGURA 4.33	- Diferença % entre os acréscimos médios de momentos fletores nas vigas em segunda ordem e o γ_z - Faixa 2.....	94
FIGURA 4.34	- Comparação entre os acréscimos de momentos fletores nas vigas em segunda ordem e o γ_z - Faixa 3.....	95
FIGURA 4.35	- Diferença % entre os acréscimos médios de momentos fletores nas vigas em segunda ordem e o γ_z - Faixa 3.....	95
FIGURA 4.36	- Comparação entre os acréscimos de momentos fletores nas vigas em segunda ordem e o γ_z - Faixa 4.....	96
FIGURA 4.37	- Diferença % entre os acréscimos médios de momentos fletores nas vigas em segunda ordem e o γ_z - Faixa 4.....	96
FIGURA 4.38	- Comparação entre os acréscimos de momentos fletores nas vigas em segunda ordem e o γ_z - Faixa 5.....	97
FIGURA 4.39	- Diferença % entre os acréscimos médios de momentos fletores nas vigas em segunda ordem e o γ_z - Faixa 5.....	97

LISTA DE TABELAS

TABELA 2.1 - Redução de inércia para pilares.....	28
TABELA 2.2 - Armaduras ao longo da altura do pórtico.....	30
TABELA 3.1 - Determinação da ação do vento na estrutura.....	53
TABELA 3.2 - Deslocamentos resultantes em cada pavimento.....	55
TABELA 3.3 - Acréscimos no esforço normal no pilar P05.....	58
TABELA 3.4 - Acréscimo de esforço normal devido à ação horizontal no pilar P05.....	59
TABELA 4.1 - Edifícios analisados.....	72

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas

ACI - American Concrete Institute

CEB - Comité Européen du Béton

FIP - Fédération Internationale de lo Précontrainte

MC - Model Code

NB - Norma Brasileira

NLF - Não-Linearidade Física

NLG - Não-Linearidade Geométrica

REBAP - Regulamento de Estruturas de Betão Armado e Pré-esforçado

LISTA DE SÍMBOLOS

- a** - Relação entre σ_2 e σ_1
- A_c** - Área da seção bruta de concreto
- a_d** - Flecha em 1ª ordem no topo da edificação obtida com valores de cálculo
- a_k** - Flecha em 1ª ordem no topo da edificação obtida com valores de característicos
- A_s** - Área de armadura da seção transversal
- b** - Largura da seção transversal
- C₁** - Parâmetro de endurecimento
- C_{ax}** - Coeficiente de arrasto na direção X
- C_{ay}** - Coeficiente de arrasto na direção Y
- d** - Altura útil da seção transversal
- d'** - Cobrimento da seção transversal
- E** - Módulo de elasticidade longitudinal
- E_c** - Módulo de elasticidade longitudinal secante do concreto
- E_cI_g** - Produto de rigidez à flexão da seção bruta de concreto
- EI** - Produto de rigidez à flexão
- (EI)_{deq}** - Produto de rigidez equivalente a uma coluna prismática obtido com valores de cálculo
- EI_{ef}** - Produto de rigidez à flexão efetivo
- E_s** - Módulo de elasticidade longitudinal do aço
- f_c'** - Máxima tensão de compressão no concreto
- f_{cd}** - Resistência a compressão de cálculo do concreto
- f_{ck}** - Resistência a compressão característica do concreto
- f_{cm}** - Resistência média à compressão do concreto
- f_{ctm}** - Resistência média à tração do concreto
- FH_i** - Força horizontal equivalente ao desaprumo
- F_{Hid}** - Força horizontal devida ao vento aplicada ao nível do pavimento i

- F_k - Valor característico das ações
- f_t' - Máxima tensão de tração no concreto
- F_v - Carga vertical característica no pilar
- F_X, F_Y - Ação horizontal concentrada aplicada ao nível de cada pavimento nas direções X e Y da edificação
- f_{yd} - Tensão de escoamento de cálculo do aço
- f_{yk} - Tensão de escoamento característica do aço
- g - Carregamento permanente
- G - Módulo de elasticidade transversal
- h - Altura da seção transversal
- H - Altura total do pilar
- I - Momento de inércia da seção transversal
- I_g - Momento de inércia da seção bruta de concreto
- M_1 - Momento em primeira ordem relativo à base da estrutura
- M_{1d} - Momento de cálculo em primeira ordem
- M_{2d} - Momento de cálculo em segunda ordem
- M_d - Momento fletor de cálculo
- M_n - Momento nominal resistido pela peça
- n - Número de pavimentos da edificação
- N_d - Esforço normal de cálculo
- P - Carga total característica da edificação
- p - Carregamento gravitacional uniformemente distribuído
- P_d - Carga total de cálculo da edificação
- P_i - Carga total característica do pavimento
- P_{id} - Carga total de cálculo do pavimento
- Q - Ação horizontal devida ao vento uniformemente distribuída ao longo da edificação
- q - Carregamento acidental
- q_d - Ação horizontal uniformemente distribuída de cálculo
- r - Razão da progressão geométrica
- S_1 - Fator topográfico

- S_2 - Fator estatístico
- S_d - Valor de cálculo dos esforços atuantes
- u - Deslocamento horizontal
- v - Deslocamento vertical
- x - Profundidade da linha neutra da seção transversal
- y_{id} - Altura correspondente ao pavimento i
- α - Parâmetro de instabilidade global
- α_{lim} - Valor limite do parâmetro de instabilidade global α
- β - Fator de redução do módulo de elasticidade transversal
- β' - Desvio de prumo em radianos
- β_x - Relação entre a profundidade da linha neutra e altura útil da seção transversal
- δ_{1d} - Deslocamento horizontal do ponto de aplicação da resultante das cargas verticais com valor de cálculo
- δ_{1k} - Deslocamento horizontal do ponto de aplicação da resultante das cargas verticais com valor característico
- ΔH - Altura de influência para de cada pavimento
- ΔM_j - Acréscimos de momentos devidos ao deslocamento da estrutura
- ε_c - Deformação última no concreto
- ε_{crac} - Deformação correspondente à abertura de fissuras
- $\varepsilon_{p\ lim}$ - Deformação plástica limite
- ε_{ult} - Deformação plástica limite
- ε_{yd} - Deformação de cálculo no aço
- γ_f - Coeficiente de segurança para as ações
- $\gamma_{f1}, \gamma_{f2}, \gamma_{f3}$ - Coeficientes parciais de segurança
- γ_{fh} - Coeficiente de segurança para o carregamento horizontal
- γ_{fv} - Coeficiente de segurança para o carregamento vertical
- γ_g - Coeficiente de segurança para as ações permanentes
- γ_{g1} - Coeficiente de segurança parcial para contabilizar a variabilidade das ações permanentes

γ_d - Coeficiente de segurança para as ações acidentais

γ_{q1} - Coeficiente de segurança parcial para contabilizar a variabilidade das ações acidentais

γ_z - Parâmetro majorador de esforços

η - Relação entre o momento de engastamento e o momento nominal

φ - Fator de redução para o produto de rigidez

λ - Índice de esbeltez

μ - Relação entre o momento na extremidade e o momento nominal

μ_d - Momento fletor adimensional de cálculo

ν_c - Coeficiente de Poisson do concreto

ν_d - Esforço normal adimensional de cálculo

ν_s - Coeficiente de Poisson do aço

σ_1, σ_2 - Tensões principais

σ_{y0} - Tensão uniaxial de escoamento no aço

ω - taxa de armadura adimensional

ξ - Parâmetro de amaciamento

ψ - Parâmetro de forma da linha elástica

ψ_0 - Coeficiente de ponderação das ações

RESUMO

PINTO,R.S. *Não-linearidade física e geométrica no projeto de edifícios usuais de concreto armado*. 108p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

Neste trabalho são discutidos os procedimentos simplificados para a consideração da não linearidade física (NLF) e da não linearidade geométrica (NLG) na análise de edifícios de concreto armado. Deste modo, pretende-se estabelecer o grau de confiabilidade desses processos. Algumas prescrições para redução na inércia dos elementos estruturais são comparadas com os resultados obtidos através de modelos em elementos finitos, permitindo, assim, a avaliação destas prescrições. Um estudo detalhado do parâmetro γ_z , como majorador dos esforços em primeira ordem para a obtenção dos esforços finais em segunda ordem, é efetuada, de modo que se possa estabelecer, de forma mais clara, as vantagens e as limitações deste parâmetro.

Palavras-chave: Edifício altos; efeitos de segunda ordem; parâmetros de instabilidade; não-linearidade física (NLF); não-linearidade geométrica (NLG).

ABSTRACT

PINTO,R.S. *Physical and geometrical non-linearity in design of usual reinforced concrete buildings*. 108p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

This work shows some simplified procedures to consider physical non-linearity (FNL) and geometrical non-linearity (GNL), for reinforced concrete buildings, and discusses its reliability. For FNL, prescriptions for stiffness reduction of structural elements are compared with the results obtained from finite elements analysis, in order to verify its assessment. For GNL, a detailed study of the accuracy of γ_z parameter to evaluate final second order effects is made. The behavior of the parameter along the height of the building and for each effort considered is shown.

Keywords: Tall buildings; second order effects; instability parameters; physical non-linearity (FNL), geometrical non-linearity (GNL).

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

1.1 - GENERALIDADES

No cálculo das estruturas de edifícios altos, é necessário que o projetista esteja atento ao problema da estabilidade global, pois a estrutura é solicitada simultaneamente por ações verticais e horizontais. De fato, as ações adicionais provenientes do deslocamento horizontal da estrutura¹ podem ocasionar o aparecimento de acréscimos de esforços capazes de conduzi-la ao colapso. Esse tipo de análise, onde se considera o *equilíbrio da estrutura em sua posição deslocada*, é o que se denomina *análise com não-linearidade geométrica*.

Por outro lado, o projetista deve levar em conta que o *comportamento do material constituinte da estrutura*, no caso do concreto armado, não é elástico perfeito. Isso porque, o efeito da fissuração, da fluência, o escoamento das armaduras, bem como outros fatores de menor importância conferem ao mesmo um comportamento não linear, a *chamada não-linearidade física*.

Deve-se, portanto, lançar mão de uma análise na qual se considere a *estrutura na sua configuração final de equilíbrio*, determinada pela não-linearidade geométrica (NLG) e pela não-linearidade física (NLF) do material que a constitui.

¹ Os deslocamentos horizontais podem ser devidos a assimetria na geometria da estrutura ou no carregamento, a imperfeições geométricas ou a outros fatores diversos da ação horizontal.

O emprego desse tipo de análise, para as estruturas de concreto armado, pode resultar em uma tarefa complexa, implicando em grande esforço computacional.

Isso porque a consideração da NLF implica na determinação da rigidez de cada elemento estrutural a partir das relações constitutivas dos materiais, da quantidade e disposição de armadura nesse elemento, bem como do nível de solicitação do mesmo. A fim de se evitar esse nível de complexidade, tem-se realizado diversos estudos para a obtenção de métodos para a consideração simplificada da NLF. Esses métodos propõem uma redução média na inércia bruta da seção transversal dos elementos estruturais.

A consideração da NLG, entretanto, pode ser implementada com maior facilidade. Por exemplo, quando se realiza uma análise matricial, através de alterações na matriz de rigidez da estrutura. Mas ainda assim, em muitos casos práticos, nem sempre é conveniente a utilização dessa ferramenta mais sofisticada de análise. Com a intenção de contornar esse problema, tem-se pesquisado parâmetros que permitam avaliar a necessidade de se considerar ou não o efeito da NLG na análise da estrutura. Os parâmetros mais utilizados e difundidos no meio técnico são os parâmetros α e γ_z .

O parâmetro α indica a necessidade ou não de se considerar a NLG no projeto de edifícios de concreto armado, conforme seu valor esteja acima ou abaixo de certos limites. Já o parâmetro γ_z vai além do parâmetro α , fornecendo também uma estimativa dos acréscimos de esforços devidos à NLG, constituindo-se em um recurso interessante para a realização de uma análise simplificada. Alguns autores consideram que, se seu valor não ultrapassar 1,2, a estimativa dos esforços finais na estrutura pode ser feita pela simples multiplicação do valor do parâmetro pelos esforços calculados em teoria de primeira ordem. É óbvio que esse procedimento representa uma simplificação expressiva para a consideração da NLG.

Desse modo, as recomendações para redução na inércia dos elementos estruturais, juntamente com os parâmetros de instabilidade constituem procedimentos de fácil implementação que auxiliam o projetista na consideração dos *efeitos não lineares da estrutura: a não-linearidade física do material e a não-linearidade geométrica da estrutura.*

1.2 - OBJETIVOS E JUSTIFICATIVAS

Para a maioria dos escritórios de projeto considerar a NLG e a NLF, na análise de uma estrutura corrente de concreto armado, pode ser um procedimento incômodo. Isso porque muitos não dispõem dos recursos necessários para a realização desse tipo de análise. No entanto, mesmo dispondo de tais recursos, seria de grande interesse prático a existência de parâmetros que indicassem a necessidade de utilizá-los ou não. De fato, uma análise em segunda ordem, por depender mais tempo para sua execução, deve ser evitada na maioria dos casos.

Por isso, o desenvolvimento de processos confiáveis que possibilitem a estimativa dos efeitos de segunda ordem nas estruturas de concreto armado, de maneira segura e prática, constitui um grande benefício para os projetistas.

Desse modo, no trabalho proposto, pretende-se estudar as prescrições feitas por alguns autores e a proposta contida no texto base da nova **NB-1** para consideração simplificada da NLF, de modo que se possa obter indicações de qual a mais adequada para efeito de projeto.

No entanto, ao se estabelecer indicações a respeito de como efetuar a consideração simplificada da NLF, teria-se apenas parte do problema solucionado. Faltaria a consideração do efeito da NLG que, apesar de mais simples de ser implementado, nem sempre é conveniente para o projetista.

Assim, seria vantajoso para o projetista a existência de uma ferramenta capaz de fornecer indicações a respeito da sensibilidade da

estrutura em relação ao efeitos da NLG, permitindo uma estimativa dos valores finais dos esforços na mesma.

Essa ferramenta pode ser o parâmetro γ_z , que já vem sendo largamente utilizado no meio técnico. Contudo, um estudo mais detalhado a respeito desse parâmetro se faz necessário, no sentido de promover uma maior confiabilidade no seu emprego como majorador dos esforços em primeira ordem.

Em uma primeira abordagem sobre esse assunto, **CARMO (1995)** realizou uma comparação em uma amostra contendo sete prédios. O presente trabalho não tem como único objetivo aumentar o universo da amostra, mas também estudar sistematicamente o modo como os resultados da *análise em segunda ordem* se relacionam com os valores aproximados obtidos pelo *processo simplificado*, no qual os esforços de primeira ordem são majorados pelo coeficiente γ_z . Para tanto, deve-se lançar mão de um tratamento estatístico dos resultados das análises efetuadas por esses dois processos.

Por fim, de posse do resultado final da análise, pretende-se obter indicações mais claras a respeito de questões como: qual o melhor método simplificado de consideração da NLF no projeto de edifícios; até qual limite o parâmetro γ_z pode ser empregado com segurança como majorador dos esforços em primeira ordem; como o parâmetro γ_z se adapta aos diferentes elementos estruturais e de que forma isso se dá ao longo da altura do prédio. Essas informações, obviamente, são relevantes para os projetistas de estruturas de edifícios altos, uma vez que esse parâmetro foi incorporado ao texto provisório da **NB-1**.

1.3 - ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

No capítulo 2 são tratados os problemas relativos à consideração simplificada da NLF no projeto de edifícios de concreto armado. Alguns

exemplos de vigas, pilares e um pórtico plano em concreto armado são analisados através de um modelo capaz de contabilizar os efeitos devidos à NLF. Assim, pode-se estabelecer comparações entre os resultados obtidos através desses modelos e as indicações existentes para a redução de inércia dos elementos estruturais.

No capítulo 3 são tratados os problemas relativos à consideração simplificada da NLG. De modo particular, é realizado um estudo com a finalidade de aferir o parâmetro γ_z como uma grandeza capaz de prever os acréscimos de esforços de segunda ordem devidos à deslocabilidade horizontal da estrutura.

No capítulo 4 apresentam-se os resultados obtidos da análise de 25 edifícios de concreto armado, nos quais são comparados os acréscimos de esforços obtidos em uma análise de segunda ordem com os valores obtidos através do processo simplificado, no qual os esforços finais são obtidos a partir dos esforços em primeira ordem majorados pelo valor de γ_z .

No capítulo 5 apresentam-se as conclusões gerais do trabalho.

CAPÍTULO 2 - NÃO - LINEARIDADE FÍSICA

2.1 - INTRODUÇÃO

Na análise estrutural dos edifícios de concreto armado, é importante que os deslocamentos laterais sejam avaliados da melhor maneira possível. Isso porque, os efeitos de segunda ordem devidos à deslocabilidade horizontal da estrutura só podem ser corretamente avaliados se a posição final desta for determinada de modo satisfatório.

Uma vez que os deslocamentos laterais resultantes de uma análise estrutural são diretamente afetados pela rigidez dos membros constituintes da estrutura, deve-se estimar essa rigidez através de processos que considerem a *não-linearidade física* dos materiais empregados na estrutura.

Entretanto, a consideração da NLF pode-se tornar uma tarefa trabalhosa e difícil de ser implementada em estruturas de concreto armado de grande porte. Isso porque, geralmente, emprega-se nesse tipo de análise um procedimento incremental e iterativo no qual, para cada nível de carregamento da estrutura, a rigidez dos elementos estruturais é estabelecida a partir das relações constitutivas dos materiais e da disposição de armadura no elemento. Do procedimento anterior resulta que, para cada seção, corresponderá um valor do produto de rigidez EI diferente, em função do nível de solicitação, da quantidade e disposição de armadura desta seção. Em virtude dessas dificuldades, tem-se pesquisado métodos

simplificados para a determinação do produto de rigidez efetivo (EI_{ef}) a ser considerado para os diferentes elementos estruturais.

Segundo **MACGREGOR (1993)** os valores de EI para uma análise em segunda ordem de estruturas devem representar a rigidez dos membros imediatamente antes da ruptura. Nessa fase, parte das vigas, lajes, pilares e paredes fissuram devido a flexão. Entretanto, a adoção do momento de inércia para a seção fissurada de concreto, nesse caso, seria por demais conservativo, visto que nem todas as seções transversais dos elementos apresentam esse comportamento.

Neste capítulo são apresentadas as recomendações, de alguns autores que estudaram o fenômeno, para essa redução de inércia. Apresenta-se, também, um modelo para a consideração da NLF, sendo este utilizado para a verificação dessas recomendações em exemplos de vigas, pilares e um pórtico em concreto armado.

2.2 - INDICAÇÕES PARA REDUÇÃO DA INÉRCIA DAS SEÇÕES

MACGREGOR (1993) propõe a existência de dois conjuntos de valores para EI_{ef} : um para a realização de uma análise global da estrutura e outro para a análise de membros isolados. Isso é razoável, considerando-se que as deflexões laterais na análise de uma estrutura são afetadas pela rigidez de todos os seus membros, os valores de EI_{ef} devem se aproximar do valor médio representativo desses elementos estruturais. Por outro lado, quando se lida com a estabilidade de um membro individual, o valor de EI_{ef} utilizado deve ser um limite inferior seguro para o elemento.

KORDINA¹ e **HAGE²** *apud* **MACGREGOR (1993)** estudaram a variação de rigidez para vários membros de pórticos sujeitos a momentos

¹ KORDINA, Karl, "Cracking and Crack Control". Planning and Design of Tall Buildings, Proceedings of 1972 ASCE-IABSE International Conference, V. III, 1972, pp. 721-722.

devidos a carregamentos gravitacionais, carregamentos laterais e uma combinação dessas duas ações.

As figuras 2.1a, 2.1b e 2.1c, adaptadas de **HAGE² apud MACGREGOR (1993)**, mostram a variação no valor de EI_{ef} para vigas T a medida que se incrementa o carregamento.

A figura 2.1a considera momentos devidos a carregamentos gravitacionais (p). O termo η é o quociente entre o momento de engastamento perfeito e o momento nominal resistido pela viga (M_n) :

$$\eta = \frac{pl^2}{12} \cdot \frac{1}{M_n}$$

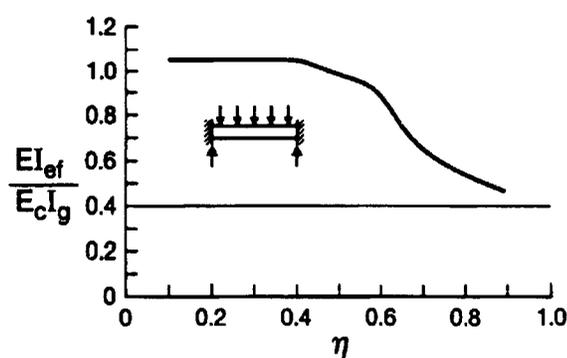


Figura 2.1a - Variação de rigidez para vigas T submetidas a momentos devidos a carregamentos gravitacionais. Adaptada de Hage *apud* MacGregor

Pode-se observar que, para pequenos carregamentos, o EI_{ef} excede um pouco o valor do produto de inércia da seção bruta de concreto ($E_c I_g$), devido à presença da armadura. À medida que o valor de η aumenta, devido ao aparecimento de fissuras, o EI_{ef} se aproxima de **0,4** $E_c I_g$. A figura 2.1a foi obtida para uma seção transversal particular. No entanto, os autores

² HAGE, Sven E., e MCGREGOR, James G., "Second order Analysis of Reinforced Concrete Frames", Structural Engineering Report No. 9, Department of Civil Engineering, University of Alberta, Edmonton, Oct. 1974, 331 pp.

afirmam que se mantem a mesma tendência para outros tipos de seções transversais, inclusive seções retangulares.

A figura 2.1b ilustra o comportamento da viga quando submetida a momentos devidos a carregamentos laterais. O termo μ é o quociente entre o momento na extremidade devido ao carregamento lateral e o momento nominal resistido pela viga. Novamente o EI_{ef} se aproxima de $0,4 E_c I_g$, à medida que μ se aproxima de 1,0. A figura 2.1c mostra combinações de η e μ .

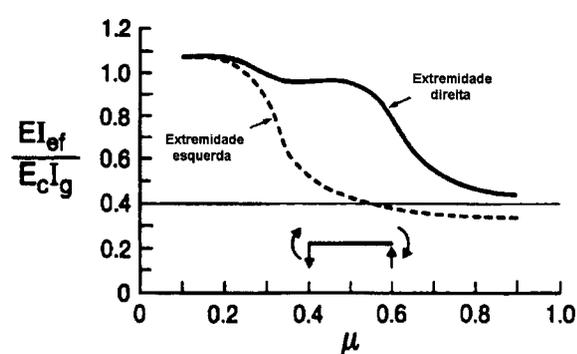


Figura 2.1b - Variação de rigidez para vigas T submetidas a momentos devidos a carregamentos laterais. Adaptada de Hage *apud* MacGregor

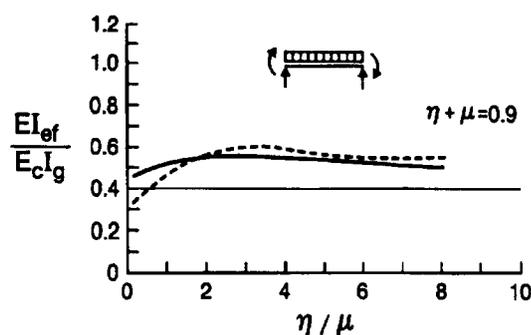


Figura 2.1c - Variação de rigidez para vigas T submetidas a momentos devidos a carregamentos gravitacionais em combinação com carregamentos laterais. Adaptada de Hage *apud* MacGregor

Gráficos semelhantes aos anteriores foram obtidos para outras seções transversais, incluindo seções retangulares.

Uma vez estabelecido o valor do EI_{ef} para vigas, HAGE² obteve o valor do EI_{ef} para colunas, recalculando pórticos de concreto armado cujas deflexões laterais haviam sido determinadas em ensaios de laboratório. Obteve como resultado um valor de EI_{ef} próximo de $0,8 E_c I_g$.

Baseados nesses estudos MACGREGOR & HAGE³ *apud* MACGREGOR (1993) propõem que se considere para as vigas $EI_{ef} = 0,4 E_c I_g$ e para os pilares $EI_{ef} = 0,8 E_c I_g$.

FURLONG⁴ *apud* MacGregor (1993) propôs que o EI_{ef} de vigas T seja tomado como o EI total da alma, mas não menos que metade da inércia correspondente à da seção T. Para colunas localizadas nos níveis inferiores, ele sugeriu $EI_{ef} = 0,6 E_c I_g$, enquanto que para colunas dos níveis superiores propôs $EI_{ef} = 0,3 E_c I_g$.

DIXON⁵ *apud* MacGregor (1993) recalculou 13 pórticos que haviam sido testados experimentalmente, utilizando um programa que permitia uma análise não linear. Baseado nos resultados de HAGE² assumiu $EI_{ef} = 0,5 E_c I_g$ para as vigas. Utilizando essa rigidez para as vigas, a rigidez das colunas que conduziu à melhor estimativa dos deslocamentos laterais medidos, de modo conservativo, foi $EI_{ef} = 0,5 E_c I_g$.

MCDONALD⁶ *apud* MACGREGOR (1993) produziu relações momento nas extremidades x rotação para vigas T, lajes armadas em uma direção e colunas. Para vigas T, com 1,2 % de armadura, o coeficiente de redução do $E_c I_g$ variou de 0,37 a 0,44. Para lajes armadas em uma única direção, com 0,5 % de armadura, esse coeficiente variou de 0,16 a 0,22. Para colunas, o coeficiente de redução variou de 0,66 a 0,89. Baseado nesses resultados, MCDONALD propôs valores de coeficientes de redução

³ MCGREGOR, James G., e HAGE, Seven E., "Stability and Design of Concrete Frames". Journal of Structural Division, ASCE, v. 103, No. ST10, Oct 1977, pp 1953-1970.

⁴ FURLONG, Richard W., "Frames with Slender Columns-Lateral Loads Analysis". CRSI Professional members Structural Bulletin No. 6, Mar. 1980, 10pp.

⁵ DIXON, D. G., "Second-Order Analysis of Reinforced Concrete Sway Frames". M.A.Sc. Thesis, Department of Civil Engineering, University of Waterloo, Ontario, 1985, 230pp.

⁶ MCDONALD, Brian E., "Second Order effects in Reinforced Concrete Frames". M.A.Sc. Thesis, Department of Civil Engineering, University of Waterloo, Ontario, 1986, 257pp.

iguais a **0,42** , **0,2** e **0,7** para vigas T, lajes armadas em uma única direção e pilares, respectivamente.

Observa-se um certo grau de variabilidade nos valores de EI_{ef} indicados para projeto pelos autores anteriormente citados.

MACGREGOR (1993) propõe ainda a adoção de um fator de redução para os valores de EI_{ef} dado por $\phi = 0,875$. Essa redução permite levar em conta a variabilidade nas deflexões laterais, resultante de simplificações na modelagem das estruturas e da incerteza quanto aos valores reais de E_c e da inércia efetiva (I_{ef}).

FRANCO (1995) considera que essa redução só faz sentido para a formulação geral do **ACI 318/89** e indica os valores de I_{ef} considerados para a próxima edição da Norma Brasileira (**NB-1**). O texto provisório da **NB-1** prescreve que para as vigas com armadura nas duas faces da seção transversal, deve-se adotar $I_{ef} = 0,5 I_g$; para vigas armadas em apenas uma face $I_{ef} = 0,4 I_g$; para os pilares $I_{ef} = 0,8 I_g$; e para as lajes $I_{ef} = 0,3 I_g$. **FRANCO & VASCONCELOS (1991)** propõem ainda a adoção de um valor único de $I_{ef} = 0,7 I_g$ para vigas e pilares.

2.3 - CALIBRAGEM DE UM MODELO TEÓRICO PARA VERIFICAÇÃO DA REDUÇÃO DA INÉRCIA

Com o intuito de obter indicações adicionais a respeito das prescrições para consideração simplificada da NLF, no projeto de edifícios de concreto armado, foram analisados neste trabalho alguns exemplos simples de vigas, pilares e um pórtico em concreto armado, nos quais se considerou a NLF do material. Para a realização dessa análise foi utilizado o software **LUSAS**, versão 11 (1995). Este software, produzido na Inglaterra pela FEA (Finite Element Analysis Ltd), permite a realização de análises considerando a não linearidade física do material.

Neste item são apresentados os detalhes da elaboração de um modelo teórico para o concreto armado, sendo esse modelo aferido com resultados experimentais.

2.3.1 - Modelo em elementos finitos

Para a modelagem das estruturas foi adotado um esquema bidimensional formado por elementos quadrangulares de chapa (estado plano de tensão) caracterizando o concreto armado e elementos de barra caracterizando o aço.

Cada elemento de chapa possui oito nós: um em cada vértice e um no meio de cada lado. A cada nó correspondem dois graus de liberdade que são os deslocamentos horizontal (u) e vertical (v). Já o elemento de barra, empregado para a modelagem do aço, possui três nós: um em cada extremidade e um no meio da barra, cada nó apresenta os mesmos graus de liberdade que os elementos de chapa. Esses elementos são acoplados através do nós, possuindo deslocamentos nodais iguais o que proporciona a aderência entre os mesmos.

Os elementos de chapa e de barra empregados no modelo são definidos no LUSAS como QPM8 e BAR3, respectivamente, e são ilustrados na figura 2.2.

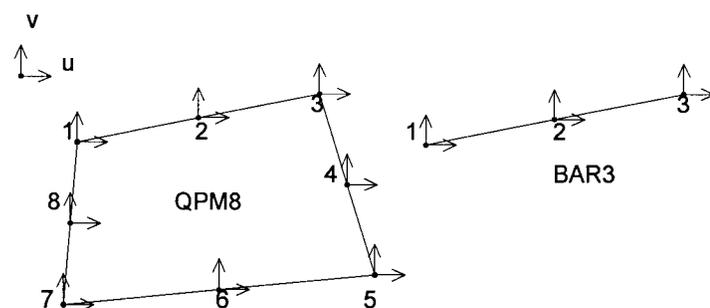


Figura 2.2- Elementos finitos adotados

2.3.2 - Modelos constitutivos

A utilização de softwares para análise estrutural em segunda ordem está se tornando cada vez mais viável devido o rápido desenvolvimento dos microcomputadores. No entanto, a utilização desses recursos somente faz sentido se estiverem disponíveis relações constitutivas confiáveis para os materiais. De fato, a realização de uma análise que possa reproduzir com fidelidade o comportamento real da estrutura implica na utilização de dados de entrada representativos do fenômeno descrito. Portanto, a adoção dos modelos constitutivos para os materiais deve ser realizada de maneira criteriosa, de forma a possibilitar a obtenção de bons resultados na análise numérica.

A seguir são apresentados os modelos constitutivos empregados neste trabalho para o concreto e para o aço, de modo a se tentar reproduzir, do melhor modo possível, o comportamento desses materiais.

2.3.2.1 - Modelo constitutivo do concreto

O modelo constitutivo disponível no software LUSAS para o concreto leva em consideração os seguintes aspectos :

- (i) a relação não-linear tensão-deformação é observada na compressão e na tração;
- (ii) o concreto fissurado pode suportar tensões de tração;
- (iii) o concreto fissurado pode suportar tensões de cisalhamento.

O critério de resistência adotado é apresentado na figura 2.3a.

As considerações feitas no critério, conforme o **LUSAS: theory manual**, são:

A ruptura por tração é definida na tração biaxial pelo critério da máxima tensão de tração:

$$\sigma_1 - f_t' \leq 0 \quad \text{e} \quad \sigma_2 - f_t' \leq 0 \quad \dots(2.1)$$

No caso de tração e compressão combinadas a superfície de ruptura é definida por uma reta interpolada entre a maior tensão de tração e a de compressão :

$$\sigma_1 - \frac{f_t'}{f_c'}(1 + \sigma_2) \leq 0 \quad \text{e} \quad \sigma_2 - \frac{f_t'}{f_c'}(1 + \sigma_1) \leq 0 \quad \dots(2.2)$$

sendo f_t' e f_c' as máximas tensões de tração e de compressão respectivamente.

Para a compressão biaxial a superfície de ruptura é dada por :

$$\sigma_1 = f_c' \frac{(1 + 3.65a)}{(1 + a)^2} \quad \text{e} \quad \sigma_2 = f_c' \frac{(1 + 3.65a)a}{(1 + a)^2} \quad \dots(2.3)$$

onde : $a = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$

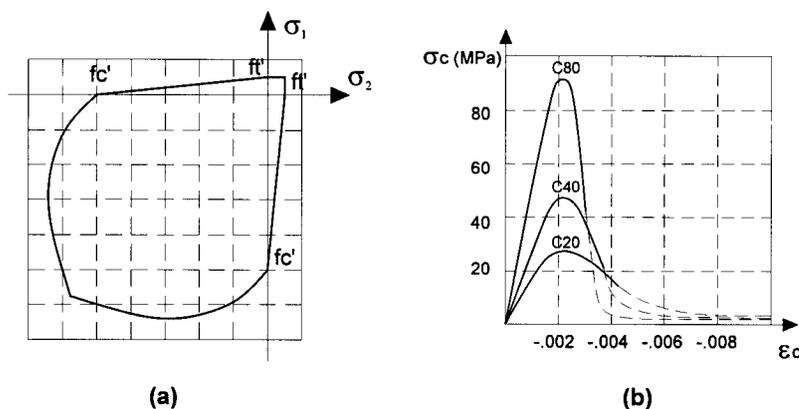


Figura 2.3 - Critério de resistência do concreto e curva tensão-deformação

A curva tensão-deformação para o concreto pode ser observada na figura 2.3b. Admite-se que o concreto entre em colapso quando a deformação principal atinge duas vezes o valor da deformação na tensão de pico. Para o concreto rompido é assumida completa perda de rigidez. A fissuração do concreto ocorre quando uma das tensões principais, ou ambas, violam o critério de fissuração definido pela superfície de tração. Os planos de fissuração se formam na direção normal às tensões principais de tração. Uma vez aberta, a fissura permanece até o fim da análise, podendo fechar ou abrir como resposta à possíveis reversões de carregamento.

Para simular numericamente o alívio gradual de tensões ocorrido no concreto fissurado utiliza-se uma curva de suavização de deformações. Esta é implementada como um ramo descendente da curva tensão-deformação do concreto na tração que, gradualmente, alivia a tensão normal à fissura à medida que a deformação correspondente aumenta (figura 2.4). O modelo padrão de decaimento adotado pelo programa é o decaimento linear. Esse decaimento é controlado pelo parâmetro de amaciamento ξ , que relaciona a deformação inicial da fissura com a deformação última de tração admitida, sendo:

$$\varepsilon_{ult} = \xi \cdot \varepsilon_{crac} \quad e \quad \varepsilon_{crac} = \frac{f'_t}{E}$$

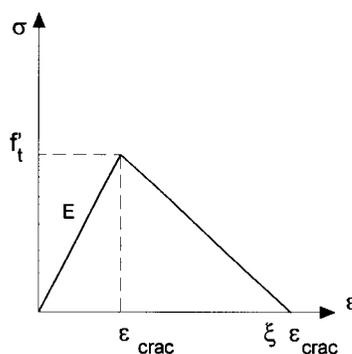


Figura 2.4 - Modelo de decaimento linear

As fissuras sujeitas a deformações maiores que as da última tensão de tração admitida são consideradas inteiramente abertas e não transmitem

tensões normais. O valor correto do parâmetro de amaciamento é incerto, depende do tipo de problema. Os valores típicos variam de 5 a 50, dependendo do modo de ruptura esperado. Para ruptura frágil são indicados valores mais baixos, ao passo que para ruptura dúctil são aconselhados valores mais elevados.

Após o surgimento das fissuras no concreto, a capacidade de transferência de cisalhamento entre as superfícies das fissuras depende, além de outros fatores de menor importância, do engrenamento entre os agregados e da força na armadura. A transferência de tensões de cisalhamento é modelada numericamente pelo módulo de elasticidade transversal (G). Para representar a transferência de cisalhamento entre as superfícies de fissuras no concreto, o módulo de elasticidade transversal é reduzido por um fator β ($0 \leq \beta \leq 1$).

Portanto, a definição do modelo constitutivo do concreto se dá através dos seguintes parâmetros:

- Módulo de elasticidade longitudinal (E_c);
- Coeficiente de Poisson (ν_c);
- Resistência à compressão (f'_c);
- Parâmetro β ;
- Resistência à tração (f'_t);
- Deformação correspondente à máxima resistência à compressão (ϵ_c);
- Parâmetro de amaciamento ξ .

A adoção dos parâmetros acima será feita de acordo com as prescrições do **CEB-FIP MC 90**. Para os valores do módulo de elasticidade longitudinal (E_c), resistência à compressão (f'_c) e resistência à tração (f'_t) foram adotados os valores médios conforme indicação do **CEB-FIP MC 90** item 5.4.1.4 e de **FRANÇA (1991)** para análises com a consideração na NLF.

- **Módulo de elasticidade longitudinal (E_c) :**

Segundo o **CEB-FIP MC 90**, item 2.1.4.2 :

$$E_c = 2,15 \cdot E_{co} \cdot \left(\frac{f_{cm}}{f_{cmo}} \right)^{1/3}$$

onde :

$$E_{co} = 10000 \text{ MPa}$$

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 \text{ MPa}$$

$$f_{cmo} = 10 \text{ MPa}$$

- **Coefficiente de Poisson (ν_c) :**

Será adotado o valor $\nu_c = 0,2$, conforme **CEB-FIP MC 90**, item 2.1.4.3.

- **Resistência à compressão (f'_c) :**

A resistência à compressão para a definição da superfície de ruptura será admitida como sendo o f_{cm} .

- **Parâmetro β :**

Este parâmetro reduz o módulo de elasticidade transversal para representar a transferência de cisalhamento entre as superfícies de fissuras. Para o mesmo, devem ser adotados valores baixos (menores que 0,5) se o modo de ruptura for determinado pelo cisalhamento. Como no caso de vigas a ruptura é determinada predominantemente pela flexão, será assumido $\beta = 0,8$ (próximo de 1).

- **Resistência à tração (f_t') :**

Segundo o **CEB-FIP MC 90**, item 2.1.3.3.1 :

$$f_{ctm} = 1,40 \cdot \left(\frac{f_{ck}}{f_{cko}} \right)^{2/3} \quad \text{em MPa.}$$

onde $f_{cko} = 10 \text{ MPa}$.

- **Deformação correspondente à máxima resistência à compressão (ε_c):**

Conforme o item 2.1.4.4.1 do **CEB-FIP MC 90**, deve-se adotar o valor $\varepsilon_c = 0,0022$.

- **Parâmetro de amaciamento ξ :**

No tipo de problema analisado a ruptura ocorre principalmente devido à flexão. Por isso, o valor do parâmetro de amaciamento será adotado como 35, conforme **Manual de Verificação II do LUSAS (1995)**.

2.3.2.2 - Modelo constitutivo do aço

Para o aço será adotado um modelo elasto-plástico definido pelo critério de ruptura de Von Mises. Esse critério, datado de 1913, admite que a ruptura se inicia quando a tensão de cisalhamento *octaédrica*⁷ no ponto atinge um valor crítico. É empregado, preferencialmente, como critério de ruptura para materiais dúcteis, em virtude das deformações plásticas nos

mesmos estarem associadas às tensões de cisalhamento, não produzindo variação de volume.

No modelo proposto, o critério de Mises será utilizado como critério de plastificação.

Para definir o modelo constitutivo do aço deve-se estabelecer os seguintes parâmetros :

- Módulo de elasticidade longitudinal (E_s);
- Coeficiente de Poisson (ν_s);
- Tensão uniaxial de escoamento (σ_{yo});
- Parâmetro de endurecimento (C_1);
- Deformação plástica limite ($\epsilon_{p\ lim}$);

Os valores adotados para o modelo são os valores de cálculo, conforme indica **FRANÇA (1991)**:

- **Módulo de elasticidade longitudinal (E_s) :**

De acordo com a **NB1-78**, item 7.2, tem-se : $E = 210000$ MPa

- **Coeficiente de Poisson (ν_s) :**

Será adotado o valor $\nu = 0,3$, conforme **NBR 8800** item 4.6.10.

- **Tensão de escoamento (σ_{yo}) :**

A tensão de escoamento será admitida como sendo o f_{yd} ($f_{yk} / 1,15$).

⁷Na teoria da plasticidade, as tensões atuantes em planos igualmente inclinados em relação aos eixos coordenados são chamadas tensões octaédricas.

- **Parâmetro de endurecimento (C_1) :**

Este parâmetro é definido pela razão entre a parcela de tensão que excede σ_{y0} e a deformação plástica (figura 2.5), sendo: $\theta = \tan^{-1} C_1$.

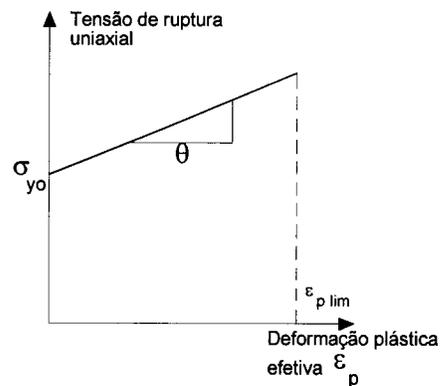


Figura 2.5 - Parâmetro de endurecimento C_1

O modelo será adotado para aços classe A. Logo a inclinação da curva de deformação plástica é nula (encruamento nulo), sendo $C_1 = 0$.

- **Deformação plástica limite ($\varepsilon_{p \text{ lim}}$):**

Conforme indica a **NB1-78**, item 7.2, a deformação máxima de ruptura do aço é de 0,010. Em virtude dos aços tipo A apresentarem um comportamento elástico até o limite ε_{yd} , a deformação plástica máxima ($\varepsilon_{p \text{ lim}}$) será obtida pela diferença entre a deformação máxima permitida ($\varepsilon_{ult} = 0,010$) e a deformação elástica (ε_{yd}). Assim :

$$\varepsilon_{ult} = \varepsilon_{yd} + \varepsilon_{p \text{ lim}} \quad \text{logo :} \quad \varepsilon_{p \text{ lim}} = 0,010 - \varepsilon_{yd} \quad \dots(2.4)$$

2.3.3 - Verificação do modelo adotado

São comparados, neste item, os resultados provenientes da análise de uma viga de concreto armado através do modelo anteriormente proposto, com resultados experimentais obtidos em ensaios realizados por **GOBETTI⁸ apud CAMPOS (1986)**.

No estudo desenvolvido por **GOBETTI⁸** foram ensaiadas vigas de concreto armado simplesmente apoiadas, com seção transversal de 7,5 x 20 cm e vão de 3,72 m. O detalhamento das vigas é apresentado na figura 2.6.

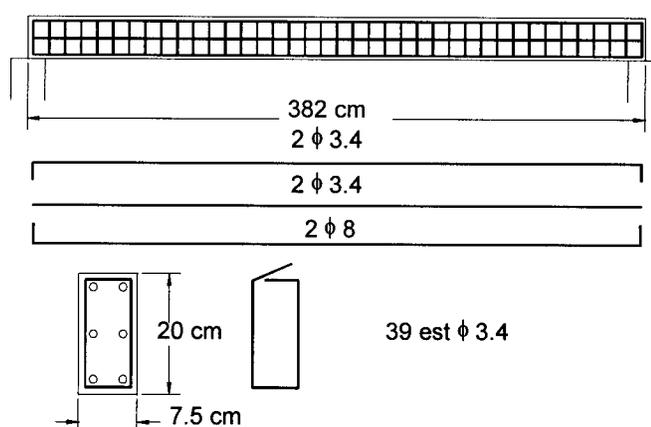


Figura 2.6 - Viga ensaiada por Gobetti

Duas vigas foram carregadas simultaneamente, 16 dias após a concretagem, por um carregamento uniformemente distribuído de 3,04 kN/m, incluindo o peso próprio. Essa carga foi mantida constante por mais 67 dias. Mediram-se os deslocamentos verticais, por meio de defletômetros mecânicos, e as deformações específicas do concreto e da armadura, através de extensômetros elétricos colados na armadura tracionada e na superfície da zona comprimida do concreto. Durante o período de ensaio, o ambiente apresentou, em média, temperatura de 20° C e umidade relativa do ar de 75%.

Na data do ensaio, foram determinados para o concreto, valores

⁸ GOBETTI, L; CAMPOS, F. A. & CAMPAGNOLO, J. 'Análise teórico-experimental das deformações em vigas de concreto armado'. Porto Alegre, Curso de Pós-Graduação em engenharia Civil da UFRGS, 1983. 58 p.

médios da resistência à compressão simples de 19,5 MPa, da resistência à tração diametral de 2,2 MPa e do módulo de deformação longitudinal de 26475 MPa.

Na figura 2.7 comparam-se os valores da flecha no meio do vão das vigas, obtidos através do modelo teórico (LUSAS), com os resultados experimentais obtidos para carregamento de curta duração.

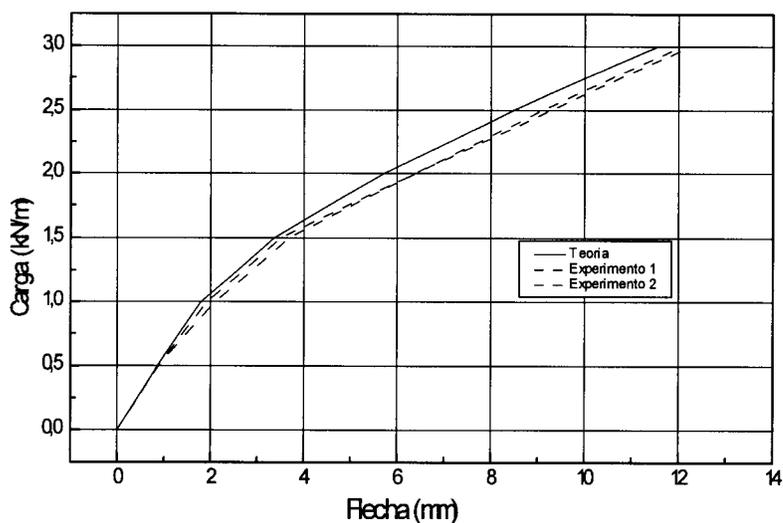


Figura 2.7 - Flecha no meio do vão para os dados experimentais de GOBETTI e os resultados teóricos obtidos com o LUSAS

Pela figura acima pode-se observar a validade do modelo proposto, uma vez que os resultados teóricos encontram-se bem próximos daqueles obtidos em ensaios de laboratório.

2.4 - VERIFICAÇÃO DA REDUÇÃO DE INÉRCIA PARA VIGAS E PILARES

2.4.1 - Vigas de concreto armado

Dando prosseguimento ao estudo, foram analisadas vigas biapoiadas e biengastadas de concreto armado. Essas vigas foram dimensionadas de modo a atingirem o estado limite último no domínio 3. Nos exemplos analisados a ruptura ocorre para posições da linha neutra variando desde a proximidade do domínio 2 até chegar no limite do domínio 3-4. Assim, pode-se avaliar a influência da quantidade de armadura nos valores obtidos. A posição da linha neutra é indicada pelo valores de $\beta_x = x / d$, onde x é a profundidade da linha neutra e d é a altura útil da seção transversal (figura 2.8).

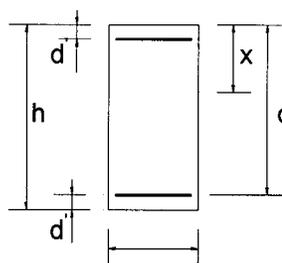


Figura 2.8 - Seção transversal das peças de concreto armado

As vigas analisadas possuem as seguintes dimensões : $b=15\text{cm}$, $h=60\text{cm}$ e vão de $6,00\text{ m}$. O esquema geral das vigas analisadas, bem como a discretização utilizada são apresentados nas figuras 2.9a e 2.9b.

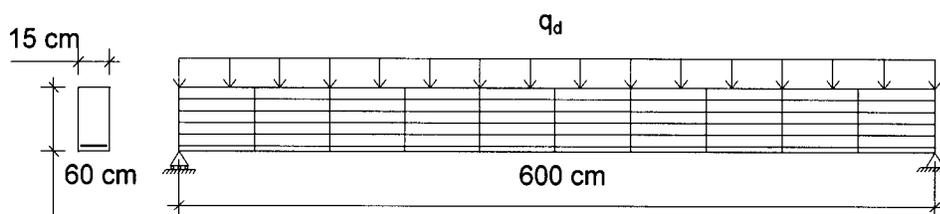


Figura 2.9a - Modelo para vigas biapoiadas

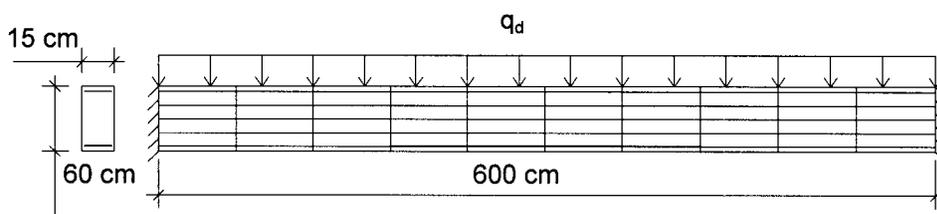


Figura 2.9b - Modelo para vigas biengastadas

As características admitidas para os materiais foram : concreto com $f_{ck} = 20$ MPa e aço CA-50A. As vigas foram submetidas a carregamentos crescentes até o valor teórico da carga ruptura. A redução de inércia correspondente foi estabelecida de modo que o produto de rigidez, dado pelo módulo de elasticidade proposto pelo **CEB-FIP MC 90** (item 2.1.4.2) e pela inércia da seção bruta de concreto armado, multiplicado pelo fator de redução, reproduza a flexa no meio do vão obtida através do processamento com a NLF. Os resultados obtidos para as vigas biapoiadas e biengastadas encontram-se, respectivamente, nas figuras 2.10 e 2.11.

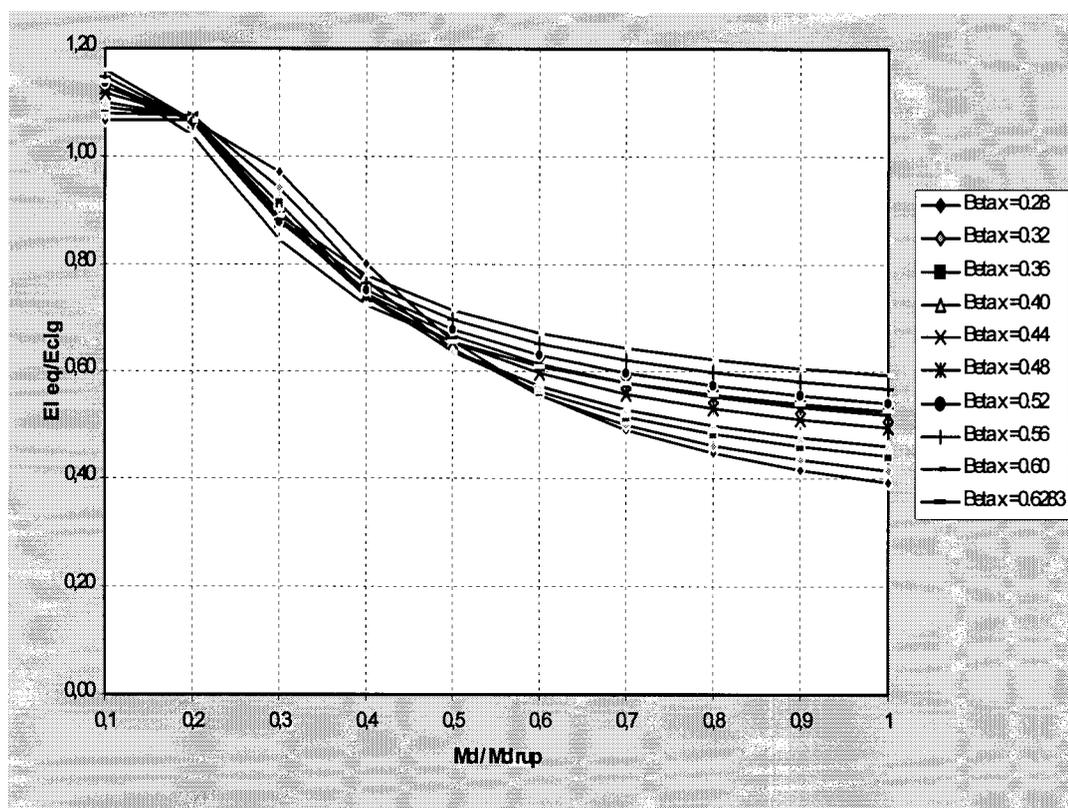


Figura 2.10 - Variação do Ei_{ef} para vigas biapoiadas - Processamento no LUSAS

Observa-se pela figura 2.10 que, para as vigas biapoiadas, quando a linha neutra se encontra nas proximidades do domínio 2 ($\beta_x=0,28$) o valor de Ei_{ef} se aproxima de $0,40 E_c I_g$. À medida que a linha neutra se aproxima do

domínio 4 ($\beta_x=0,6283$), o valor de EI_{ef} se aproxima de $0,60 E_c I_g$. Resultando em média um valor de EI_{ef} de $0,50 E_c I_g$.

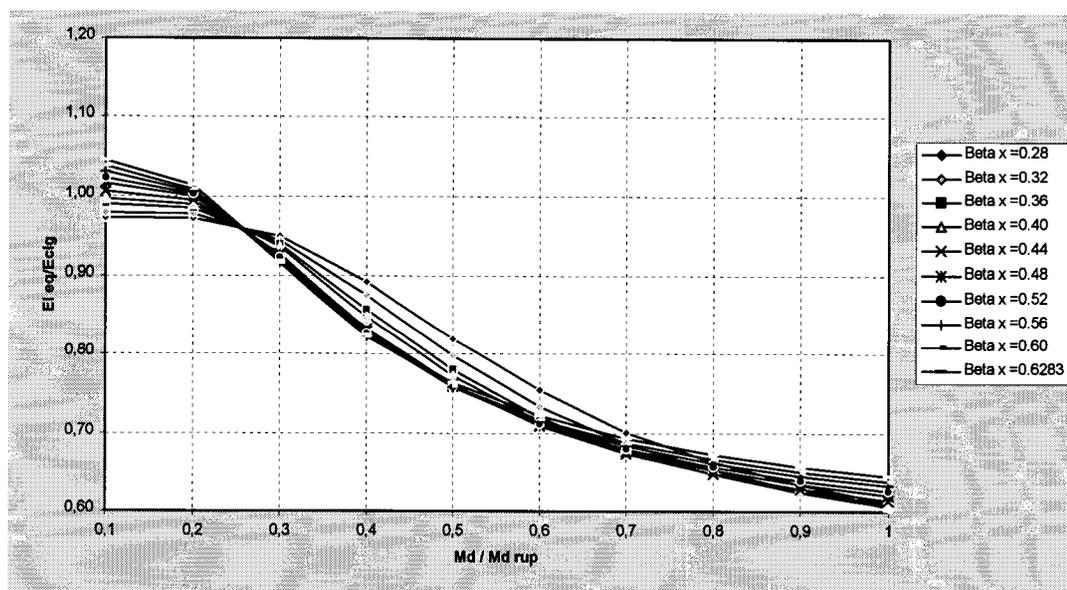


Figura 2.11 - Variação do EI_{ef} para vigas biengastadas - Processamento no LUSAS

Pela figura 2.11, para as vigas biengastadas, observa-se não haver variação significativa dos valores de EI_{ef} , na ruptura, para as diferentes posições da linha neutra. Os valores de EI_{ef} se encontram entre $0,60 E_c I_g$ e $0,64 E_c I_g$, resultando em um valor médio de $0,62 E_c I_g$.

No entanto, as condições de vinculação consideradas nos exemplos anteriores são condições extremas: extremidades apoiadas ou com engastes fixos. Na realidade, a vinculação das vigas de edifícios de concreto armado deve ser uma situação intermediária entre os dois casos considerados. Portanto, deve-se esperar que o valor de EI_{ef} , adaptado às condições de vinculação reais da estrutura, deva ser um valor médio entre esses dois valores obtidos. Isso leva a um valor de EI_{ef} de aproximadamente $0,55 E_c I_g$.

Observa-se ainda, pelos valores acima, que as vigas com armadura posicionada nas faces inferior e superior apresentam uma redução de inércia menor que as vigas com armadura simples. Este comportamento era

esperado, uma vez que a armadura restringe a fissuração, que é uma das principais causas da redução de inércia nas peças de concreto armado.

2.4.2 - Pilares de concreto armado

Proseguiu-se o estudo com a análise de pilares, de modo a se obter indicações do comportamento desses elementos quando submetidos à flexo-compressão. Optou-se pelo estudo de pilares engastados na base e livres no topo. Esse tipo de vinculação foi adotada por ser muito difícil se reproduzir, na modelagem proposta, o que realmente acontece na ligação pilar-viga. Os pilares foram dimensionados no domínio 4 e submetidos à ação de esforços normais e momentos fletores que, combinados, estão no limite da superfície de ruptura da peça (diagramas de interação $\mu_d \times v_d$). Desse modo, pode-se calcular o deslocamento na extremidade livre das peças, quando estas são submetidas ao carregamento de ruptura, estabelecendo-se a respectiva redução de inércia.

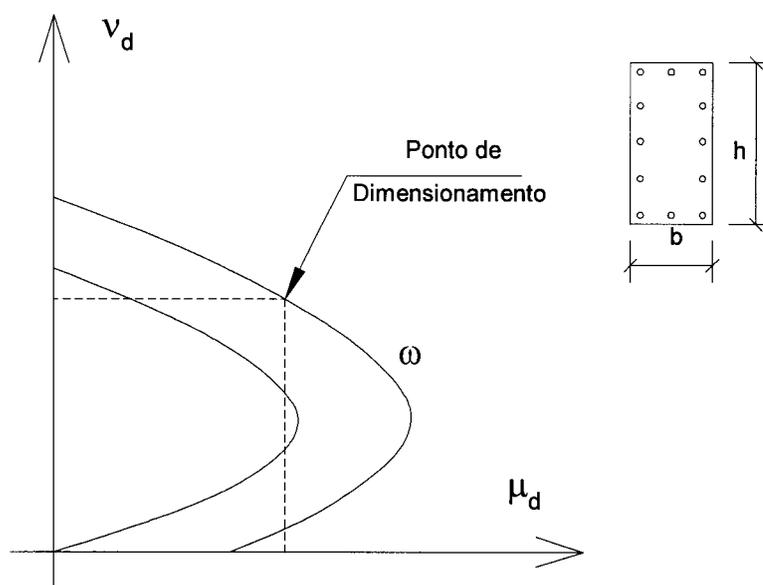


Figura 2.12 - Diagrama de interação $\mu_d \times v_d$.

Sendo as variáveis adimensionais dadas por:

$$v_d = \frac{N_d}{A_c f_{cd}}; \quad \mu_d = \frac{M_d}{A_c f_{cd} h}; \quad \omega = \frac{A_s f_{yd}}{A_c f_{cd}}.$$

A fim de se evitar o aparecimento dos efeitos devidos à não-linearidade geométrica, inerentes aos pilares esbeltos, foram analisados somente pilares curtos ($\lambda \leq 40$), nos quais esse efeito pode ser desprezado. As dimensões dos pilares analisados são $b=25\text{cm}$, $h=50\text{cm}$ (figura 2.8) e um comprimento de 280cm . A discretização utilizada para os pilares está definida na figura 2.13.

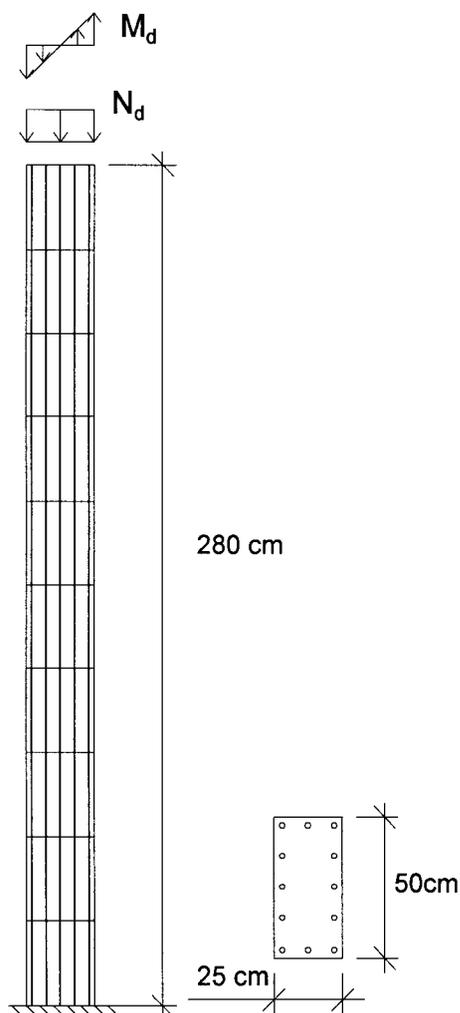


Figura 2.13 - Modelo de pilar de concreto armado

Para os pilares, também foi admitido o concreto com $f_{ck}=20$ MPa e aço CA-50A. O resultados obtidos se encontram na tabela 2.1.

Tabela 2.1 - Redução de inércia para pilares

ω	Nd (kN)	v_d	Md (kN)	μ_d	Flecha elástica (cm)	Flecha NLF (cm)	E_{ef}/E_I	μ_d / v_d
0,5	892,86	0,5	19107,14	0,214	0,949	1,192	0,80	0,43
0,5	1071,43	0,6	17857,14	0,200	0,887	0,917	0,97	0,33
0,5	1250,00	0,7	16875,00	0,189	0,838	0,780	1,08	0,27
0,5	1428,57	0,8	14642,86	0,164	0,727	0,644	1,13	0,21
0,5	1607,14	0,9	12767,86	0,143	0,634	0,561	1,13	0,16
0,8	892,86	0,5	25803,57	0,289	1,282	1,776	0,72	0,58
0,8	1071,43	0,6	24553,57	0,275	1,220	1,444	0,84	0,46
0,8	1250,00	0,7	22946,43	0,257	1,140	1,163	0,98	0,37
0,8	1428,57	0,8	21339,29	0,239	1,060	0,960	1,10	0,30
0,8	1607,14	0,9	19732,14	0,221	0,980	0,831	1,18	0,25
0,8	1785,71	1,0	17500,00	0,196	0,869	0,720	1,21	0,20
1	892,86	0,5	30267,86	0,339	2,055	2,120	0,97	0,68
1	1071,43	0,6	29017,86	0,325	1,762	1,805	0,98	0,54
1	1250,00	0,7	27410,71	0,307	1,468	1,484	0,99	0,44
1	1428,57	0,8	25803,57	0,289	1,229	1,309	0,94	0,36
1	1607,14	0,9	22678,57	0,254	0,955	1,031	0,93	0,28
1	1785,71	1,0	22321,43	0,250	1,109	0,906	1,22	0,25
1	1964,29	1,1	20446,43	0,229	1,016	0,808	1,26	0,21

Observa-se pelos resultados acima que, para a modelagem efetuada, o valor de E_{ef} para pilares se torna menor que o correspondente à seção bruta de concreto apenas para valores de μ/η acima de 0,3 (aproximadamente), o que representa momentos fletores elevados em relação ao esforço normal. Para valores mais baixos dos momentos fletores em relação à normal, a inércia equivalente se mantém com valores acima dos admitidos para a seção bruta de concreto armado, em virtude da presença da armadura.

Esse comportamento era esperado, pois os momentos fletores produzem fissuras que reduzem a inércia bruta das peças. Já o esforço normal produz um grau menor de fissuração, resultando em uma perda de rigidez no concreto insignificante, quando comparada à parcela de inércia acrescida pela armadura.

Esses resultados indicam ser razoável a indicação de **FURLONG⁴**, que prevê valores diferenciados de EI_{ef} para os pilares localizados em níveis inferiores e superiores da edificação. Isso porque, estes estão submetidos predominantemente a momentos fletores, enquanto aqueles, à esforços normais.

2.4.3 - Pórtico plano de concreto armado

Obtidas indicações gerais a respeito do comportamento de pilares e vigas, realizou-se o processamento de um pórtico de 13 pavimentos de concreto armado (figura 2.14). Para a análise da estrutura foi considerado concreto com $f_{ck}=20$ MPa e aço CA-50A.

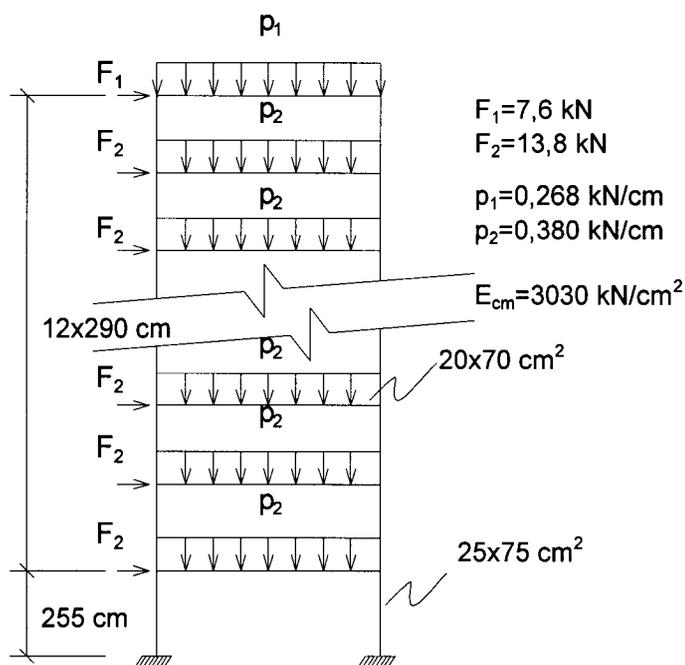


Figura 2.14 - Pórtico de concreto armado

Determinou-se, então, as armaduras para os elementos estruturais a partir dos esforços provenientes de uma análise em primeira ordem da estrutura. As armaduras das vigas foram uniformizadas em faixas

Efetuu-se, então, o processamento com a consideração da não-linearidade física do material. Assim, comparando-se os resultados dessa análise com os obtidos através do processamento em primeira ordem, podem ser obtidas indicações a cerca da redução de inércia correspondente às vigas e aos pilares. Os resultados obtidos encontram-se na figura 2.16, que mostra curvas correspondentes a processamentos com diferentes considerações na redução de inércia de vigas e pilares.

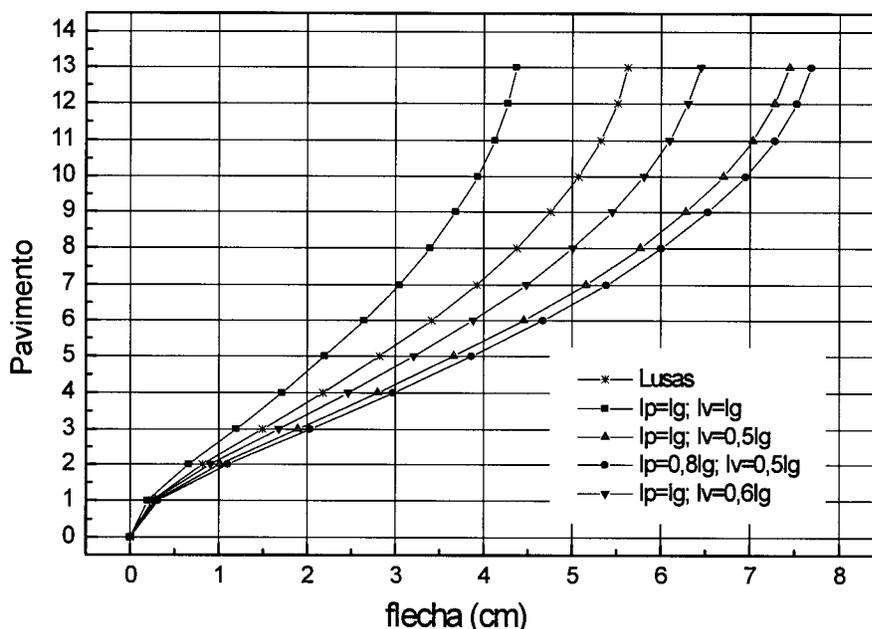


Figura 2.16 - Deslocamento nos pavimentos segundo diferentes reduções de inércia para vigas e pilares

Observa-se que os deslocamentos obtidos para o pórtico plano com o modelo analisado no LUSAS, quando comparados com aqueles obtidos através de processos simplificados, se mostram a favor da segurança em todos os casos.

Comparando-se com os resultados obtidos considerando-se $EI_{ef} = 0,50 E_c I_g$ para as vigas e $EI_{ef} = 0,80 E_c I_g$ para os pilares, observa-se que, em relação ao processamento no lusas, o processo simplificado apresenta um deslocamento no topo cerca de 37% maior.

Os resultados obtidos com o lusas estão mais próximos dos correspondentes a uma análise em primeira ordem onde sejam considerados $EI_{ef} = 0,60 E_c I_g$ para as vigas e $EI_{ef} = 1,0 E_c I_g$ para os pilares. Esses valores de redução de inércia foram tomados segundo os resultados obtidos nos itens 2.4.1 e 2.4.2 deste trabalho, nos quais se observa que, para as vigas, os valores EI_{ef} variam no intervalo de 0,4 a 0,64 $E_c I_g$ e que, para os pilares, somente ocorrem reduções de inércia quando os momentos fletores são elevados e a normais pequenas, permanecendo os valores de EI_{ef} acima de 1,0 $E_c I_g$ caso contrário.

2.5 - CONCLUSÕES

Para as vigas analisadas percebe-se uma variação de valores de EI_{ef} de 0,40 $E_c I_g$ a 0,64 $E_c I_g$, sendo que os valores mais baixos de EI_{ef} correspondem a vigas com armaduras em uma única face e os maiores valores, às vigas com armadura nas duas faces. Portanto, parece razoável o estabelecimento de valores diferenciados para esses dois casos, como o faz a proposta da nova **NB-1**.

Os pilares analisados apresentam valores de EI_{ef} variando desde 0,72 $E_c I_g$ a 1,26 $E_c I_g$, conforme sejam maiores ou menores os valores dos momentos fletores a que estão submetidos. Essa grande variabilidade nos resultados, já percebida na literatura, recomenda certa cautela na adoção do EI_{ef} para estes elementos.

Entretanto, como nos edifícios usuais a solicitação predominante nos pilares é a solicitação normal, o valor $EI_{ef} = 0,80 E_c I_g$ apresentado no texto base para a revisão da **NB-1** parece seguro, uma vez que, nesses casos, o valor de EI_{ef} é maior que o valor $E_c I_g$.

Observa-se no exemplo de pórtico plano analisado, que os valores propostos no texto base da **NB-1** estão a favor da segurança, sendo que os resultados correspondentes a valores de EI_{ef} de 0,6 $E_c I_g$ para as vigas e 1,0

$E_c I_g$ para pilares estão mais próximos dos valores obtidos com o **LUSAS**.

Por fim, conclui-se que os valores de EI_{ef} são extremamente influenciados por diversos fatores que só podem ser corretamente avaliados através de uma análise estrutural mais sofisticada. Entretanto, os exemplos analisados neste capítulo indicam que as prescrições para a redução na inércia dos elementos estruturais, mais próximas dos resultados aqui obtidos, correspondem às que devem ser adotadas na próxima edição da **NB-1**, ou seja: $EI_{ef} = 0,5 E_c I_g$ para as vigas e $EI_{ef} = 0,8 E_c I_g$ para os pilares.

CAPÍTULO 3 - NÃO - LINEARIDADE GEOMÉTRICA

3.1 - INTRODUÇÃO

Pode-se dizer, de modo simples, que os efeitos devidos à não-linearidade geométrica (NLG) são aqueles oriundos da mudança de posição da estrutura no espaço. Esses efeitos são determinados através de uma análise na qual se considera a estrutura na sua configuração final de equilíbrio.

No projeto de edifícios altos deve-se estar atento ao problema da NLG quando a estrutura é solicitada simultaneamente pelo carregamento vertical e pelas ações horizontais. Isso porque, o carregamento vertical agindo na estrutura deslocada pode ocasionar o aparecimento de acréscimos de esforços capazes de conduzi-la ao colapso.

Nas estruturas rígidas esses efeitos são pequenos e podem ser desprezados, entretanto, nas estruturas flexíveis, tais efeitos passam a ser significativos devendo ser obrigatoriamente considerados. Desse modo, as estruturas podem ser classificadas em estruturas de nós móveis ou estruturas de nós fixos, conforme a importância dos efeitos de segunda ordem na análise.

Segundo o **CEB-FIP MC 90** (item 6.6.3.1.3) um edifício pode ser considerado de nós fixos se os efeitos de segunda ordem, devidos à deslocabilidade horizontal da estrutura, resultam em acréscimos inferiores a

10% nos momentos fletores relevantes obtidos de uma análise em primeira ordem. Esse critério é conhecido como *condição de imobilidade dos nós*.

Neste capítulo são tratados os problemas relacionados com a classificação das estruturas quanto ao grau de mobilidade. De modo particular, pretende-se avaliar o coeficiente γ_z que, além de classificar a estrutura quanto ao grau de mobilidade, permite a previsão dos acréscimos de esforços devidos ao seu deslocamento horizontal.

3.2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

No sentido de se estabelecer o grau de sensibilidade das estruturas aos efeitos de segunda ordem, tem-se pesquisado critérios seguros e de fácil implementação prática que permitam classifica-las quando ao grau de mobilidade (estruturas de nós móveis ou de nós fixos).

O critério adotado por alguns regulamentos **CEB MODEL CODE (1977)**, **REBAP (Regulamento de Estruturas de Betão Armado e Pré-Esforçado - 1984)** é o do parâmetro α , introduzido por **BECK & KÖNIG¹ apud FRANCO (1985a)**, como uma grandeza capaz de avaliar a sensibilidade da estrutura em relação aos efeitos de segunda ordem. O modelo proposto considera um pilar engastado na base, com uma carga vertical distribuída ao longo de toda a sua altura, supondo-se para o mesmo um comportamento elástico-linear. O parâmetro fica, então, definido do seguinte modo:

$$\alpha = H \cdot \sqrt{\frac{F_v}{EI}} \quad \dots (3.1)$$

onde:

¹ BECK, H. and KÖNIG, G - " Restraining forces in the analysis of tall buildings ". Symposium on Tall Buildings, Proceedings, Pergamon Press, Oxford, 1966.

H = altura total do pilar

F_v = carga vertical característica no pilar

EI = produto de rigidez do pilar em regime de utilização

Segundo a teoria desenvolvida por **BECK**, para α superior a 0,60 , torna-se necessária a consideração do efeito de segunda ordem no pilar.

Posteriormente, este conceito foi estendido por **FRANCO (1985a)** para o caso de edifícios altos, uma vez que pode-se associar um edifício alto a uma coluna engastada na base, com os pavimentos tipo conferindo às cargas verticais o caráter de carregamento uniformemente distribuído (figura 3.1).

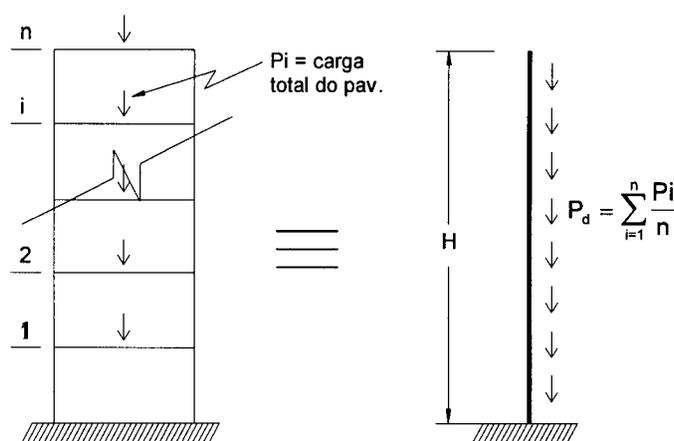


Figura 3.1 - Analogia entre um edifício alto e uma coluna engastada na base
Adaptada de CARMO (1995)

Para que se possa efetuar esta analogia, no entanto, deve-se estender às estruturas dos edifícios altos os conceitos de *produto de rigidez equivalente* e *parâmetro de forma da linha elástica*.

Considere-se uma estrutura submetida a uma ação horizontal uniformemente distribuída q_d e seja a_d o deslocamento horizontal do topo (figura 3.2). O produto de rigidez $(EI)_{eq}$ é aquele equivalente a uma estrutura prismática engastada na base, de módulo de rigidez E constante ao longo de sua altura H , que sob a ação de q_d apresenta o mesmo deslocamento a_d no topo.

Recorrendo-se então à expressão da linha elástica correspondente a um pilar engastado na base com uma ação lateral uniformemente distribuída, tem-se:

$$(EI)_{eq} = \frac{q_d \times H^4}{8 \times a_d} \quad \dots (3.2)$$

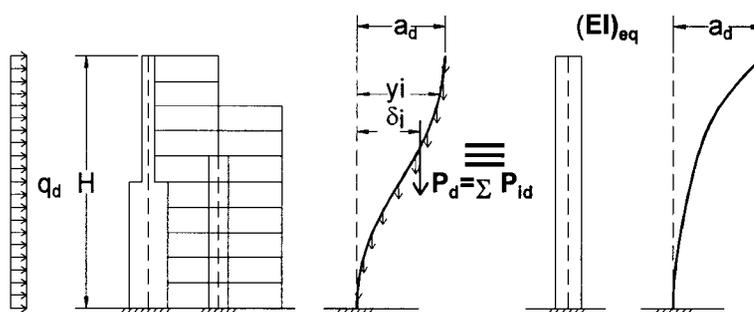


Figura 3.2 - Produto de rigidez equivalente para uma estrutura qualquer
Adaptada de FRANCO (1985a)

Na estimativa do $(EI)_{eq}$ devem ser computados todos os elementos que contribuem para a estabilidade da estrutura. Portanto, além da consideração de elementos isolados, principalmente núcleos e pilares paredes, deve-se também considerar os pórticos planos constituintes da estrutura, pois estes contribuem para um contraventamento eficiente.

Seja δ_{1d} o deslocamento horizontal de 1ª ordem do ponto de aplicação da resultante das cargas verticais de intensidade P_d . Define-se o parâmetro de forma da linha elástica como sendo:

$$\psi = \frac{\delta_{1d}}{a_d} = \frac{\delta_{1k}}{a_k} \quad \dots (3.3)$$

Esse parâmetro pode ser facilmente calculado para estruturas regulares em casos particulares importantes (figura 3.3).

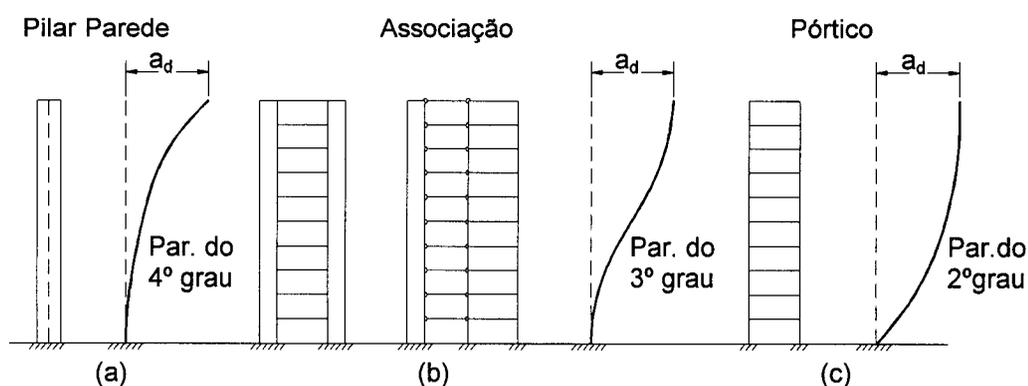


Figura 3.3 - Casos particulares importantes de ψ para estruturas regulares
Adaptada de FRANCO (1985a)

FRANCO (1985a) apresenta os seguintes resultados na avaliação do ψ : estruturas com contraventamento em pilar parede $\psi=0,4$, estruturas com contraventamento misto $\psi=0,5$ e estruturas com contraventamento em pórtico $\psi=0,67$. O parâmetro de forma permite que se possa conhecer melhor o comportamento global da estrutura, indicando o modo como se desloca horizontalmente conforme o tipo de contraventamento predominante na mesma.

Percebe-se que, na análise de edifícios altos, o parâmetro α serve como um indicador da necessidade ou não de se levar em conta o efeito de 2ª ordem para o projeto da estrutura. Assim, pode-se desprezar o efeito de 2ª ordem quando o valor calculado de α for menor que α_{lim} . Isso equivale a dizer que os esforços totais, em segunda ordem, não ultrapassam em 10% os em 1ª ordem (condição de imobilidade dos nós).

Alguns valores de α_{lim} , para edifícios de vários pavimentos, foram propostos por alguns pesquisadores de forma a viabilizar a sua utilização.

De acordo com o CEB (1977), para edifícios de vários pavimentos, tem-se:

$$\alpha_{lim} \leq 0,2 + 0,1 \cdot n \quad ; \quad \text{para } n \leq 3$$

$$\alpha_{lim} \leq 0,6 \quad ; \quad \text{para } n \geq 4$$

onde n é o número de pavimentos do edifício.

Esta definição de α_{lim} pressupõe que o contraventamento seja constituído exclusivamente por pilares-parede, visto que se despreza a influência das vigas. Além disso, o valor $\alpha_{lim} = 0,60$ foi obtido considerando-se $\gamma_f = 1,5$. **FRANCO (1985a)** demonstra que para $\gamma_f = 1,4$ tem-se $\alpha_{lim} = 0,70$. Ainda no mesmo trabalho, apresenta valores limites do parâmetro α dependentes do tipo de contraventamento predominante na estrutura. Esses valores limites são obtidos através da *condição generalizada de imobilidade dos nós*, definida por **FRANCO (1985a)** como:

$$\alpha_{lim} \leq \sqrt{\frac{2}{11\psi}} \quad \dots (3.4)$$

Partido-se do parâmetro de forma da linha elástica pode-se estabelecer valores limites de α em função do tipo de contraventamento predominante na estrutura. Os resultados obtidos para estruturas regulares, são:

$\alpha_{lim} \leq 0,7$; contraventamento em pilares-parede;

$\alpha_{lim} \leq 0,6$; contraventamento misto (pilares-parede + pórticos ou associações de pilares parede).

$\alpha_{lim} \leq 0,5$; contraventamento em pórtico;

VASCONCELOS (1987) sugere uma variação de α_{lim} em função do número de pavimentos n , dada por (para $n \geq 1$):

$$\alpha_{lim} = \frac{1}{\sqrt{1,2}} \left(0,88 - 0,44 \times 10^{-0,144n} \right) \quad \dots (3.5)$$

Um outro modo de se avaliar a sensibilidade da estrutura em relação às ações horizontais é através do parâmetro γ_z .

Esse parâmetro foi proposto por **FRANCO & VASCONCELOS (1991)** como um coeficiente majorador dos esforços em primeira ordem, para a obtenção dos esforços finais que incluem os em segunda ordem.

Partindo-se de uma análise linear para as ações horizontais, na qual seja calculado o momento de primeira ordem M_1 , em relação à base da estrutura e os deslocamentos horizontais de cada pavimento, verifica-se que esses deslocamentos combinados com as ações verticais ocasionam o aparecimento de acréscimos de momentos ΔM_2 . Esses acréscimos proporcionam o surgimento de novos deslocamentos. Esse processo ocorre sucessivamente ao longo de várias etapas, diminuindo ao longo destas, até que os acréscimos sejam insignificantes, se a estrutura for estável. Com os diversos acréscimos de momentos determina-se os momentos finais em segunda ordem:

$$M_2 = M_1 + \Delta M_2 + \Delta M_3 + \dots + \Delta M_j \quad \dots (3.6)$$

onde j é o número de iterações (considerando-se M_1 como a primeira iteração).

O **CEB-FIP Manual of Buckling and Instability (1978)** sugere que os momentos M_1 , ΔM_2 , ΔM_3 , ΔM_j constituam uma progressão geométrica decrescente de razão $r \leq 1$, assim:

$$r = \frac{\Delta M_2}{M_1} = \frac{\Delta M_3}{\Delta M_2} = \dots = \frac{\Delta M_j}{\Delta M_{j-1}} \quad \dots (3.7)$$

donde $\Delta M_j = r \cdot \Delta M_{j-1}$. A equação 3.6 torna-se, então :

$$M_2 = (1 + r + r^2 + r^3 + \dots + r^{j-1}) M_1 \quad \dots (3.8)$$

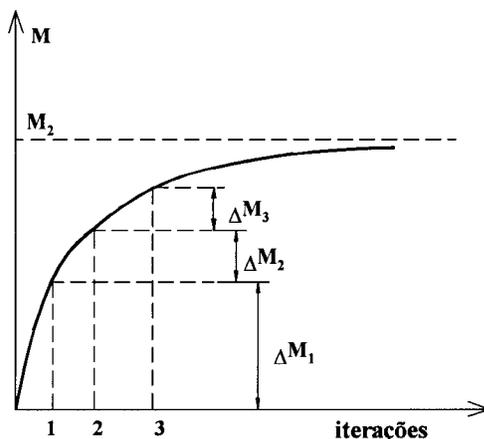


Figura 3.4 - Acréscimos sucessivos para obtenção de M_2
Adaptada de CARMO (1995)

No limite, para j tendendo ao infinito, a soma da progressão da equação 3.8 vale:

$$\lim_{j \rightarrow \infty} (1 + r + r^2 + r^3 + \dots + r^{j-1}) M_1 = \frac{1}{1-r} M_1 \quad \dots (3.9)$$

A razão $r = \Delta M_j / \Delta M_{j-1}$ pode ser escrita como $r = \Delta M_2 / \Delta M_1 = \Delta M / M_1$, pois, considerando-se $j=1$ como a primeira análise linear, tem-se que $\Delta M_2 = \Delta M$ e $\Delta M_1 = M_1$. A equação 3.9 fica, então :

$$M_{2d} \cong \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_d}{M_{1d}}} M_{1d} \quad \dots (3.10)$$

Chamando-se de γ_z o fator que multiplica a parcela M_{1d} , tem-se :

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_d}{M_{1d}}} \quad \dots (3.11)$$

Desse modo, pode-se obter uma aproximação dos esforços em segunda ordem da estrutura, com uma análise simplificada em primeira ordem.

A principal vantagem do parâmetro γ_z sobre o parâmetro α consiste em que, enquanto este apenas indica a necessidade de se lançar mão de uma análise em segunda ordem para a estrutura, aquele fornece uma estimativa dos acréscimos dos esforços globais em segunda ordem. **FRANCO & VASCONCELOS (1991)** afirmam ter utilizado com sucesso o parâmetro γ_z , para valores até 1,2 ou mais.

CARMO (1995), estabeleceu uma relação entre os parâmetro α e γ_z , após a análise de 30 estruturas correntes:

$$\gamma_z = 0,90 + 0,52\alpha - 0,62\alpha^2 + 0,46\alpha^3 \quad \dots (3.12)$$

Nesse mesmo trabalho, estudou-se uma amostra contendo sete prédios, nos quais se comparou os resultados de análises em segunda ordem pelo processo que pode-se chamar de rigoroso (com alterações na matriz de rigidez dos elementos para a consideração da NLG), processo **P- Δ** e pelo método simplificado (utilizando-se o coeficiente γ_z). Essa comparação envolveu, principalmente, o deslocamento no topo do edifício analisado e os esforços em sua estrutura. Apenas os esforços contidos no plano definido pela direção de atuação do vento em questão foram considerados nesta comparação. Isso porque, no plano perpendicular à ação do vento, os esforços são secundários e ocasionam uma grande dispersão nos resultados.

Como conclusão de seu trabalho, **CARMO (1995)** considera satisfatório o processo simplificado de análise em segunda ordem dentro de

certos limites, conforme indicam **FRANCO & VASCONCELOS (1991)**. No entanto, para o universo das estruturas analisadas em seu trabalho, percebe-se uma tendência a se avançar na utilização desse processo para além do limite 1,2. Além disso, verificou-se que o valor do coeficiente γ_z pode, para os níveis superiores do edifício, fornecer resultados maiores que os obtidos pelo processo rigoroso e pelo processo **P- Δ** .

Como sugestão, **CARMO (1995)** indica a necessidade de se dar um melhor tratamento estatístico aos resultados obtidos, relativos a um universo maior de exemplos. Também sugere que se estude o comportamento do coeficiente γ_z ao longo da altura da edificação.

3.3 - METODOLOGIA PARA ESTUDO DO COEFICIENTE γ_z

A fim de se estudar de modo mais detalhado o coeficiente γ_z , serão processados edifícios em primeira ordem e em segunda ordem, de modo que se possa determinar o acréscimo de esforços ocorrido nos elementos constituintes da estrutura. Esses acréscimos serão comparados com os acréscimos previstos pelo processo aqui chamado de *simplificado*, no qual *os esforços finais em segunda ordem são obtidos pela multiplicação dos esforços em primeira ordem pelo coeficiente γ_z* .

A metodologia a ser empregada, de modo sistemático, consiste nas seguintes etapas:

a) Realização de uma análise em primeira ordem da estrutura para as ações horizontais agindo simultaneamente com o carregamento vertical, levando-se em conta a NLF de forma simplificada (através de uma redução na inércia dos elementos estruturais);

b) Cômputo dos esforços em primeira ordem para cada elemento da estrutura;

c) Cálculo dos valores de γ_z e ψ correspondentes às duas direções do edifício (x e y);

d) Análise da estrutura em segunda ordem, considerando-se a NLG através de alterações incrementais na matriz de rigidez e a NLF de modo simplificado;

e) Cômputo dos esforços em segunda ordem para cada elemento da estrutura;

f) Cálculo da relação entre os esforços obtidos pela análise em primeira ordem e em segunda ordem;

g) Comparação entre os acréscimos obtidos em segunda ordem e os valores previstos através do coeficiente γ_z para a estrutura global e para faixas ao longo da altura da edificação;

Para tornar viável a execução das análises propostas será utilizado o sistema **LASER, RAMALHO (1990)**, adaptado por **CORRÊA (1991)** para a consideração da NLG. Esse sistema permite a análise de estruturas compostas por barras, dispostas no espaço e submetidas a carregamentos aplicados nos nós.

3.4 - CONCEITOS BÁSICOS E SIMPLIFICAÇÕES ADOTADAS

Neste item são apresentados os principais conceitos empregados e as simplificações adotadas para a análise dos edifícios. Todas as simplificações adotadas no trabalho correspondem, fundamentalmente, às simplificações usualmente empregadas nos escritórios de projeto.

3.4.1 - NÃO - LINEARIDADE FÍSICA DO MATERIAL

A NLF será considerada de maneira simplificada, tomando-se os coeficientes indicados por FRANCO (1995):

Colunas	$I = 0,8 I_g$
Vigas com armadura nas duas faces	$I = 0,5 I_g$
Vigas com armadura em uma face	$I = 0,4 I_g$
Lajes	$I = 0,3 I_g$

3.4.2 - CARREGAMENTO HORIZONTAL

A ação do vento e as imperfeições geométricas (desaprumo) são as principais ações horizontais que devem ser consideradas no projeto estrutural.

As forças devidas ao vento nas edificações foram determinadas segundo a **NBR-6123/1988 (ABNT)**.

As imperfeições geométricas podem introduzir excentricidades favoráveis ao tombamento da estrutura. O **CEB-FIP MC 90** indica a adoção de uma inclinação acidental correspondente a um desvio de prumo

correspondente a $\beta'=1/200$ radianos. Esse desaprumo pode ser substituído por forças horizontais equivalentes, aplicadas ao nível do pavimento (FH_i), que produzam o efeito equivalente ao das ações verticais agindo concomitantemente com o desaprumo. As forças horizontais devidas ao desaprumo são dadas por:

$$FH_i = \left(\sum_i^n P_i - \sum_{i+1}^n P_{i+1} \right) \cdot \text{tg}(\beta') \quad \dots (3.13)$$

onde $\sum_i^n P_i$ é a carga vertical total até o pavimento i , $\sum_{i+1}^n P_{i+1}$ a carga vertical total até o pavimento $i+1$ e n é o número total de pavimentos do edifício.

A ação horizontal devida ao desaprumo não foi incluída nas análises efetuadas pois, para a análise comparativa proposta neste trabalho, essa ação implicaria apenas em um aumento na ação horizontal atuante na estrutura, não acarretando alterações sensíveis nos resultados a serem obtidos.

O sentido de atuação da ação horizontal deve ser aquele que conduza à situação mais crítica, quando o efeito dessa ação for combinado com o efeito do carregamento vertical. Isso porque o edifício pode se deslocar horizontalmente estando sujeito apenas ao carregamento vertical, devido à assimetria neste ou na geometria do edifício.

Para contornar esse problema, os prédios foram primeiramente analisados estando submetidos apenas ao carregamento vertical. Observou-se qual a tendência de deslocamento segundo as direções x e y , aplicando-se a ação horizontal no sentido desse deslocamento, de modo a se obter a situação mais crítica para a determinação dos esforços na estrutura.

3.4.3 - COEFICIENTES APLICADOS AOS CARREGAMENTOS VERTICAL E HORIZONTAL

Para o carregamento aplicado na estrutura são propostos coeficientes diferenciados conforme a **NBR 8681/1984 (ABNT)**. Esta prescreve que, ao se considerar a não-linearidade geométrica, o coeficiente de ponderação de ações γ_f pode ser desdobrado nos coeficientes parciais γ_{f1} , γ_{f2} e γ_{f3} , de modo que :

$$S_d = \gamma_{f3} \cdot S(\gamma_{f1} \cdot \gamma_{f2} \cdot F_k) \quad \dots (3.14)$$

sendo S_d o valor de cálculo dos esforços atuantes e F_k o valor característico das ações.

O coeficiente $\gamma_{f2} = \psi_0$ é o fator de combinação, definido na **NBR 8681/1984**, cujos valores prescritos são:

ψ_0	=	0,4	para casos gerais
ψ_0	=	0,7	para elevadas concentrações de pessoas
ψ_0	=	0,8	para livrarias, garagens, etc.

O coeficiente γ_{f1} leva em conta a variabilidade das ações e o γ_{f3} considera possíveis erros na avaliação dessas ações.

Nos casos em que se considera a NLG, a **NBR 8681/1984** prescreve que não se deve tomar γ_{f3} menor que 1,10. No presente trabalho adota-se $\gamma_{f3} = 1,15$. Isso porque a determinação dos esforços através do métodos dos elementos finitos, considerando-se a NLG, contribui para uma melhoria significativa na determinação dos efeitos das ações sobre a estrutura, em relação aos métodos convencionais de cálculo.

Para os edifícios em concreto armado é razoável assumir, conforme **FRANCO & VASCONCELOS (1991)**:

$$\begin{aligned} g &= 0,8 (g+q) && \text{para o carregamento permanente;} \\ q &= 0,2 (g+q) && \text{para o carregamento acidental;} \end{aligned}$$

desse modo, o carregamento vertical e as ações horizontais podem ser assim fatoradas:

Para carregamento permanente, $\psi_0 = 1$:

$$\begin{aligned} \gamma_g &= 1,3 \\ \gamma_f &= \gamma_g = 1,3 = \gamma_{f1} \cdot \gamma_{f3} = \gamma_{f1} \cdot 1,15 \\ \gamma_{g1} &= 1,130 \end{aligned}$$

Para carregamento acidental:

$$\begin{aligned} \gamma_q &= 1,4 \\ \gamma_f &= \gamma_q = 1,4 \cdot \psi_0 = \gamma_{f1} \cdot \psi_0 \cdot \gamma_{f3} = \gamma_{f1} \cdot \psi_0 \cdot 1,15 \\ \gamma_{q1} &= 1,217 \end{aligned}$$

$$\text{Assim, } \gamma_f = \frac{\gamma_{g1} \cdot g + \gamma_{q1} \cdot q \cdot \psi_0}{g + q} = 0,8 \cdot \gamma_{g1} + 0,2 \cdot \gamma_{q1} \cdot \psi_0$$

$$\gamma_{fv} = 0,8 \cdot 1,130 + 0,2 \cdot 1,217 \cdot \psi_0$$

$$\gamma_{fv} = 0,904 + 0,243 \cdot \psi_0 = \begin{cases} 1,001 \rightarrow \psi_0 = 0,4 \\ 1,074 \rightarrow \psi_0 = 0,7 \\ 1,098 \rightarrow \psi_0 = 0,8 \end{cases}$$

Para a ação horizontal, considerada como ação variável principal ($\psi_0 = 1$), é razoável adotar-se :

$$\gamma_{fh} = 1,4 = \gamma_{f1} \cdot \gamma_{f3} = \gamma_{f1} \cdot 1,15 \therefore \gamma_{f1} = 1,217$$

Dessa maneira, serão empregados os seguintes valores para os edifícios analisados neste trabalho :

Para o carregamento vertical :

$$\gamma_{fv} = 1,00; \quad \text{para casos gerais}$$

Para o carregamento horizontal :

$$\gamma_{fh} = 1,22$$

Deve-se aplicar, no fim da análise, o fator $\gamma_{fs} = 1,15$ aos esforços obtidos, conforme eq. 3.14.

3.5 - EXEMPLO DE ANÁLISE DE EDIFÍCIO

Neste item apresenta-se um exemplo de análise de edifício com o objetivo de ilustrar, de maneira detalhada, a metodologia empregada neste trabalho.

Considere-se a estrutura do edifício residencial **TORRE PERDIZES**. As dimensões dos elementos estruturais, o carregamento vertical nos pilares e o esquema vertical do edifício são apresentados na figura 3.5.

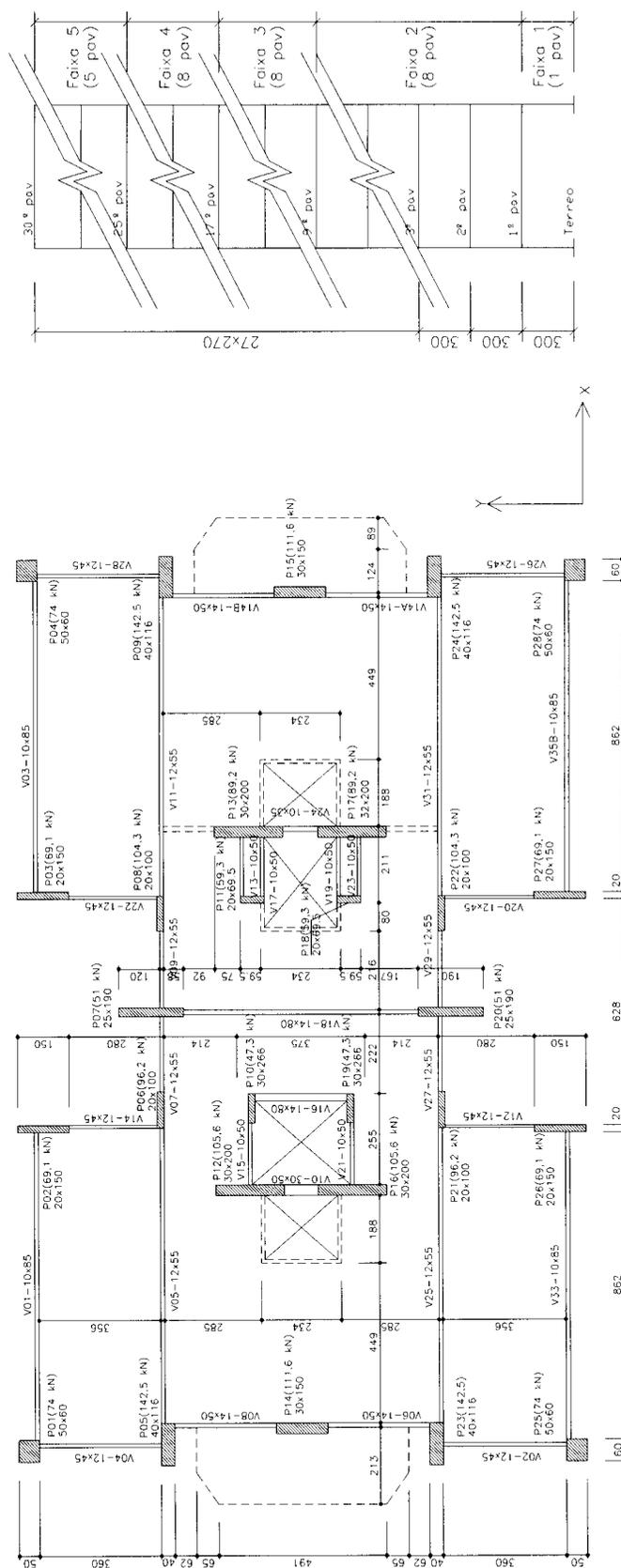


Figura 3.5 - Edifício TORRE PERDIZES (geometria e carga nos pilares)

3.5.1 - CONSIDERAÇÕES GERAIS DE PROJETO

O prédio foi projetado com $f_{ck} = 21$ Mpa, sendo adotado, para efeito de análise, o módulo de elasticidade secante segundo a **NB1-78** (item 4.2.3.1):

$$E_c = 0,9 \cdot 6600 \cdot \sqrt{f_{cj}}, \quad \dots (3.15)$$

sendo: $f_{cj} = f_{ck} + 3,5\text{MPa} \quad \dots (3.16)$

resultando em $E_c = 29400$ Mpa.

Para a determinação dos esforços horizontais devidos à ação do vento segundo a **NBR-6123/1988**, utilizaram-se os seguintes dados :

- Velocidade básica do vento: 38,0 m/s
- Categoria: IV
- Classe: C
- Fator topográfico: $S_1 = 1,0$
- Fator estatístico: $S_3 = 1,0$

Os coeficientes de segurança para as ações foram adotados conforme estabelecido no item 3.4.3 deste trabalho:

$$\gamma_{fv} = 1,00 \quad \text{para as ações verticais}$$

$$\gamma_{fh} = 1,22 \quad \text{para as ações horizontais}$$

3.5.2 - ANÁLISE DA ESTRUTURA

O edifício da figura 3.5 foi analisado através do método dos elementos finitos. O modelo adotado é apresentado na figura 3.6.

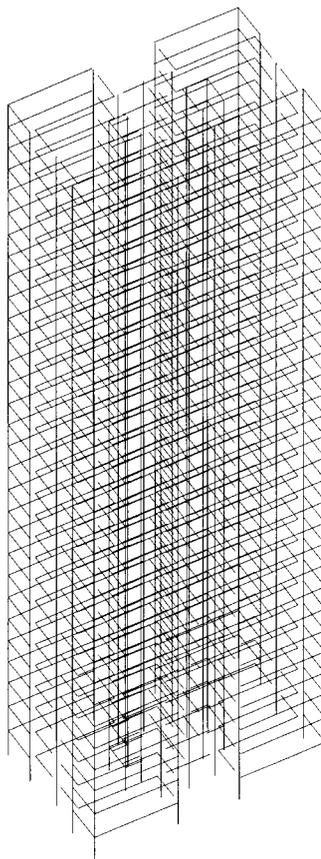


Figura 3.6 -Modelo em elementos finitos para o edifício TORRE PERDIZES

Quando submetido unicamente ao carregamento vertical, o edifício apresentou um deslocamento na direção x de -0,002 m, não apresentando deslocamento na direção y. Portanto, a ação horizontal na direção x deverá ser aplicada no sentido negativo do eixo x.

A ação horizontal aplicada ao nível de cada pavimento corresponde ao carregamento devido ao vento majorado por $\gamma_m = 1,22$. Essa ação foi aplicada sob a forma de cargas concentradas, equivalentes ao carregamento distribuído nas faces da edificação, ao nível de cada pavimento.

O carregamento horizontal aplicado aos pavimentos é apresentado na tabela 3.1. Nessa tabela constam, ainda, os parâmetros necessários para a determinação do carregamento devido ao vento, a saber: cota de cada pavimento, coeficiente S2 na respectiva cota, a altura de influência de cada pavimento (ΔH) e a carga uniformemente distribuída em cada nível da edificação (Q).

Tabela 3.1 - Determinação da ação do vento na estrutura

Nível	Cota (m)	Coef S2	ΔH (m)	Q (kN/m ²)	1,22 . FX (kN)	1,22 . FY (kN)
1	3,00	0,678	3,00	0,407	-25,80	51,20
2	6,00	0,745	3,00	0,491	-31,10	61,80
3	9,00	0,787	2,85	0,548	-33,00	65,50
4	11,70	0,815	2,70	0,588	-33,50	66,60
5	14,40	0,838	2,70	0,622	-35,50	70,40
6	17,10	0,858	2,70	0,652	-37,20	73,80
7	19,80	0,875	2,70	0,678	-38,70	76,80
8	22,50	0,890	2,70	0,701	-40,00	79,40
9	25,20	0,904	2,70	0,723	-41,30	81,90
10	27,90	0,917	2,70	0,744	-42,40	84,20
11	30,60	0,928	2,70	0,762	-43,50	86,30
12	33,30	0,939	2,70	0,780	-44,50	88,30
13	36,00	0,949	2,70	0,797	-45,40	90,20
14	38,70	0,958	2,70	0,812	-46,30	92,00
15	41,40	0,967	2,70	0,828	-47,20	93,70
16	44,10	0,975	2,70	0,841	-48,00	95,30
17	46,80	0,983	2,70	0,855	-48,80	96,80
18	49,50	0,990	2,70	0,868	-49,50	98,30
19	52,20	0,997	2,70	0,880	-50,20	99,70
20	54,90	1,004	2,70	0,892	-50,90	101,10
21	57,60	1,011	2,70	0,905	-51,60	102,40
22	60,30	1,017	2,70	0,916	-52,20	103,70
23	63,00	1,023	2,70	0,926	-52,80	104,90
24	65,70	1,029	2,70	0,937	-53,40	106,10
25	68,40	1,035	2,70	0,948	-54,00	107,30
26	71,10	1,040	2,70	0,957	-54,60	108,40
27	73,80	1,045	2,70	0,967	-55,10	109,50
28	76,50	1,050	2,70	0,976	-55,70	110,60
29	79,20	1,055	2,70	0,985	-56,20	111,60
30	81,90	1,060	2,70	0,995	-56,70	112,60

Coeficiente de arrasto na direção x: $C_{ax} = 1,05$
 Coeficiente de arrasto na direção y: $C_{ay} = 1,25$

Aplicou-se, simultaneamente à ação horizontal, o carregamento vertical ponderado de $\gamma_{fv} = 1,00$, processando-se então a estrutura em primeira e em segunda ordem através do sistema **LASER**.

3.5.3 - CÁLCULO DO COEFICIENTE γ_z E DO PARÂMETRO DE FORMA ψ

Aplicando-se a ação horizontal devida ao vento, no modelo da figura 3.6, foram obtidos os deslocamentos de cada pavimento (tabela 3.2). Sabendo-se que o carregamento vertical total por pavimento é de 2471,4 kN, podem ser calculados o coeficiente γ_z e o parâmetro de forma ψ , conforme as equações 3.17 e 3.18.

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\sum P_{id} \cdot x_{id}}{\sum F_{Hid} \cdot y_{id}}} \quad \dots (3.17)$$

$$\psi = \frac{\sum P_{id} \cdot x_{id}}{a_d \cdot P_d} \quad \dots (3.18)$$

Onde P_{id} = carga vertical total do pavimento i ;

x_{id} = deslocamento horizontal total do pavimento i ;

F_{Hid} = carga horizontal aplicada ao nível do pavimento i ;

y_{id} = altura correspondente ao pavimento i em relação à base do edifício;

a_d = flecha no topo da edificação;

P_d = carga total da edificação.

Tabela 3.2 - Deslocamentos resultantes em cada pavimento

NIV	VENTO X			VENTO Y		
	Desl x (m)	Desl y (m)	Rotação (rad)	Desl x (m)	Desl y (m)	Rotação (rad)
1	-0,00270	0	0	0	0,00264	0,00000
2	-0,00890	0	0	0	0,00946	0,00001
3	-0,01683	0	0	0	0,01916	0,00001
4	-0,02460	0	0	0	0,02954	0,00002
5	-0,03267	0	0	0	0,04100	0,00003
6	-0,04091	0	0	0	0,05320	0,00004
7	-0,04922	0	0	0	0,06587	0,00004
8	-0,05753	0	0	0	0,07883	0,00005
9	-0,06579	0	0	0	0,09190	0,00006
10	-0,07395	0	0	0	0,10498	0,00007
11	-0,08199	0	0	0	0,11798	0,00008
12	-0,08986	0	0	0	0,13081	0,00009
13	-0,09755	0	0	0	0,14341	0,00009
14	-0,10502	0	0	0	0,15573	0,00010
15	-0,11226	0	0	0	0,16773	0,00011
16	-0,11924	0	0	0	0,17938	0,00011
17	-0,12596	0	0	0	0,19063	0,00012
18	-0,13239	0	0	0	0,20147	0,00013
19	-0,13852	0	0	0	0,21187	0,00013
20	-0,14434	0	0	0	0,22182	0,00013
21	-0,14984	0	0	0	0,23130	0,00014
22	-0,15502	0	0	0	0,24030	0,00014
23	-0,15986	0	0	0	0,24882	0,00014
24	-0,16438	0	0	0	0,25687	0,00014
25	-0,16857	0	0	0	0,26444	0,00015
26	-0,17243	0	0	0	0,27156	0,00015
27	-0,17597	0	0	0	0,27825	0,00015
28	-0,17922	0	0	0	0,28458	0,00015
29	-0,18220	0	0	0	0,29059	0,00015
30	-0,18499	0	0	0	0,29640	0,00015

Computando-se os respectivos valores de deslocamentos e carregamentos segundo as direções x e y, são obtidos os seguintes valores para γ_z e ψ :

Direção x :

$$\sum P_{id} \cdot x_{id} = 7939,785 \text{ kN.m}$$

$$\sum F_{Hid} \cdot y_{id} = 64414,23 \text{ kN.m}$$

$$a_d = 0,18499 \text{ m}$$

$$P_d = 74142 \text{ kN}$$

$$\gamma_z = 1,14$$

$$\psi = 0,579$$

Direção y :

$$\sum P_{id} \cdot x_{id} = 12061,72 \text{ kN.m}$$

$$\sum F_{Hid} \cdot y_{id} = 127884,3 \text{ kN.m}$$

$$a_d = 0,29640 \text{ m}$$

$$P_d = 74142 \text{ kN}$$

$$\gamma_z = 1,10$$

$$\psi = 0,549$$

3.5.4 - ANÁLISE DOS RESULTADOS

Após o processamento do edifício em primeira e em segunda ordem, realizou-se a análise comparativa entre os acréscimos de esforços obtidos através do processamento em segunda ordem e o valor esperado pelo coeficiente γ_z . Esta comparação foi realizada para os diferentes elementos estruturais (vigas e pilares), considerando-se os esforços solicitantes predominantes a que estão submetidos.

Os esforços tomados para a análise correspondem àqueles determinados na direção de incidência do vento, evitando-se, dessa forma, as perturbações nas comparações que poderiam advir da consideração de esforços secundários.

Subdividiu-se o prédio em 5 faixas ao longo da altura para verificar a influência deste fator na estimativa realizada pelo coeficiente γ_z .

Procurou-se, fundamentalmente, a obtenção de informações a cerca da média dos acréscimos de esforços obtidos segundo as direções

analisadas e da dispersão dos acréscimos em torno dessa média. Essas informações são obtidas para os diferentes tipos de elementos estruturais, a nível global, bem como para faixas estabelecidas ao longo da altura.

Segundo **FRANCO & VASCONCELOS (1991)** o coeficiente γ_z “é em geral uma boa aproximação para os coeficientes majoradores dos momentos fletores relevantes”, neste trabalho será analisada também a possibilidade de estender a utilização do γ_z para a previsão dos acréscimos obtidos para esforços normais e cortantes.

Nas figuras 3.7 e 3.8 são comparados os acréscimos de esforços normais segundo o processo simplificado com os acréscimos médios obtidos da análise em segunda ordem.

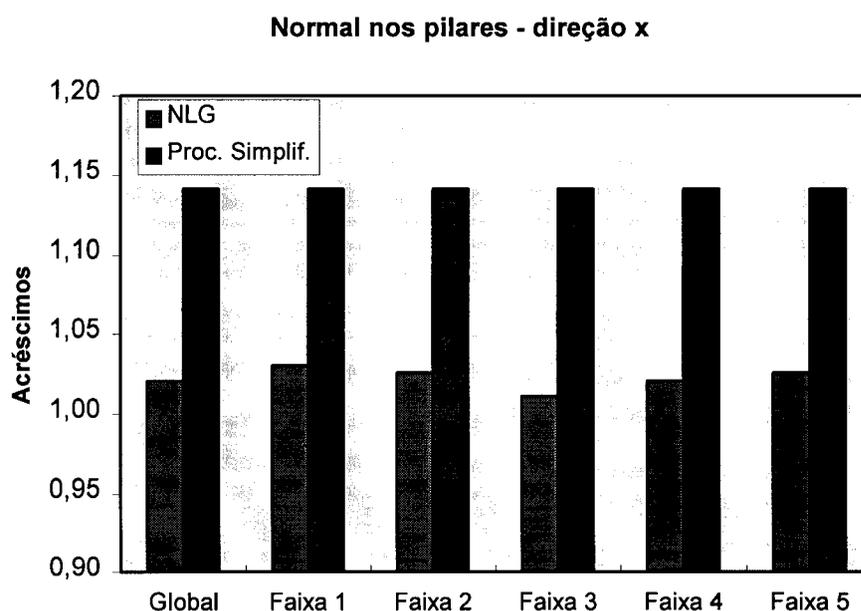


Figura 3.7 - Resultados para o esforço normal nos pilares na direção x

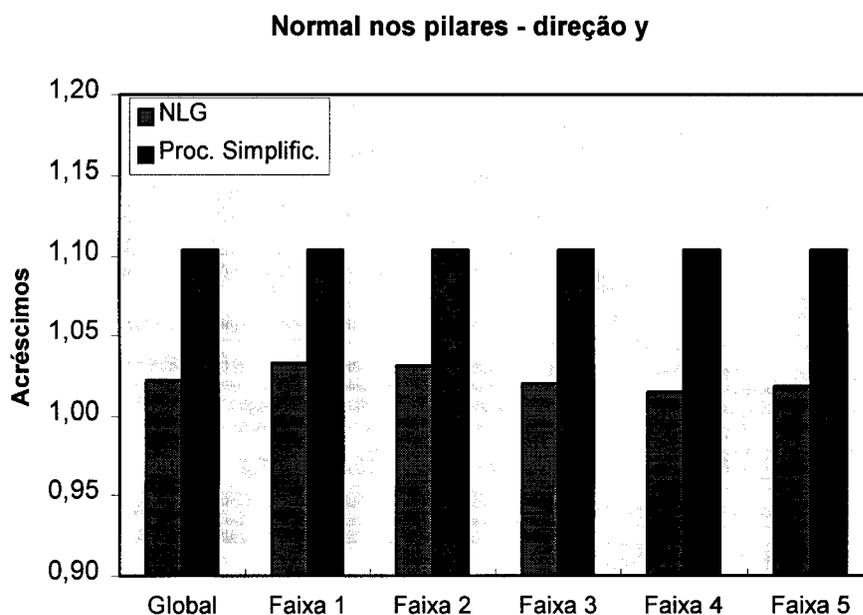


Figura 3.8 - Resultados para o esforço normal nos pilares na direção y

Observa-se que os acréscimos obtidos para o esforço normal nos pilares não correspondem aos previstos pelo γ_z , nem a nível de estrutura global nem a nível das faixas estabelecidas ao longo da altura.

Esse tipo de comportamento pode ser estudado de modo mais detalhado considerando-se um elemento isolado. Para tanto, toma-se o pilar P05 (figura 3.5).

A tabela 3.3 apresenta os valores do esforço normal na base, segundo os processamentos em primeira e em segunda ordem nas direções x e y, para esse elemento estrutural:

Tabela 3.3 - Acréscimo no esforço normal no pilar P05

Esforço		1ª Ordem	2ª Ordem	Acréscimo	γ_z
Normal na Base	x	453,5	460,4	1,015	1,14
x 10kN	y	562,4	579,7	1,031	1,10

Observa-se que os acréscimos obtidos são bem inferiores aos previstos pelo γ_z . Entretanto, pode-se de estabelecer, de maneira aproximada, o acréscimo nos esforços normais devidos apenas à ação horizontal. Para tanto, analisa-se o edifício sujeito apenas ao carregamento

vertical, determinando-se o valor das normais devidas exclusivamente a esse carregamento. Esse valor deve ser retirado do valor total do esforço em primeira ordem apresentado na tabela 3.3, determinando-se assim, a parcela do esforço devida somente à ação do vento.

Embora não seja válida a superposição de efeitos para análises não-lineares, pode-se de estabelecer, de maneira aproximada, o valor devido à ação do vento após o processamento em segunda ordem, com um procedimento análogo ao estabelecido em primeira ordem. Esses resultados são mostrados na tabela 3.4:

Tabela 3.4 - Acréscimo de esforço normal devido à ação horizontal no pilar P05

Esforço		1ª Ordem	2ª Ordem	vertical	1ª Ordem	2ª Ordem	Acréscimo	γ_z
		total	total		vento	vento	vento	
Normal na Base	x	453,5	460,4	407,3	46,2	53,1	1,15	1,14
x 10kN	y	562,4	579,7	407,3	155,1	172,4	1,11	1,10

Observa-se que os acréscimos nos esforços normais devidos à ação horizontal acompanham de modo aproximado o γ_z , embora os esforços totais, oriundos da ação simultânea do carregamento vertical e da ação horizontal, não acompanhem a magnitude dos acréscimos previstos.

Esse tipo de comportamento pode ser explicado pelo fato de que o esforço normal nos pilares é devido, predominantemente, ao carregamento vertical atuante na estrutura. Esse carregamento, em geral, não sofre alterações apreciáveis devido aos efeitos de segunda ordem na estrutura, sendo esses efeitos sensíveis, principalmente, nos esforços oriundos da ação horizontal sobre a estrutura.

Uma vez que os esforços normais devidos às ações horizontais sobre a estrutura são, em geral, pequenos em relação aos esforços normais devidos ao carregamento vertical, o acréscimo no valor global dos esforços normais passa a ser insignificante. É o que se constata nos gráficos 3.7 e 3.8.

A metodologia utilizada para a determinação dos acréscimos em segunda ordem impede que se possa efetuar comparações mais precisas

para o esforço normal. Isso porque, a realização da análise em segunda ordem só pode ser efetuada com o carregamento vertical aplicado à estrutura. Entretanto, uma vez realizada a análise não se sabe qual parcela do esforço normal é devida ao carregamento vertical e qual parcela é devida à ação horizontal.

A figura 3.9 traz indicações acerca dos acréscimos na parcela do esforço normal devida à ação horizontal, imaginando-se válida a superposição de efeitos para a análise não linear. Esses resultados mostram que, a nível global, os acréscimos de esforços devidos à ação horizontal estão próximos aos valores previstos através do γ_z .

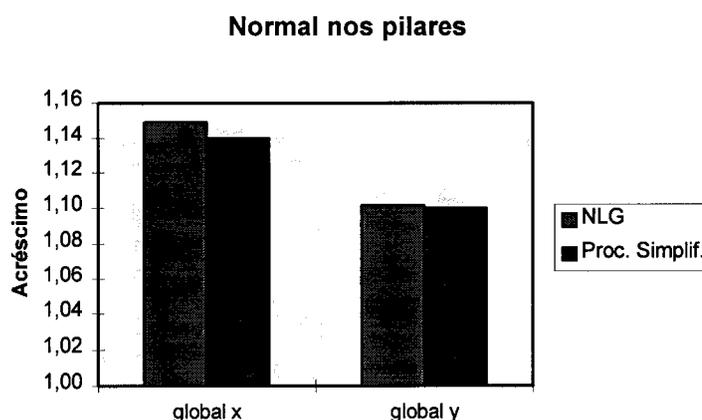


Figura 3.9 - Resultados para os acréscimos globais de esforço normal nos pilares devidos à ação horizontal

A realização de uma análise mais detalhada dos acréscimos de esforços normais torna-se sem sentido, em virtude da aproximação aqui empregada. Entretanto, percebe-se, neste exemplo, que os acréscimos médios no valor do esforço normal devido à ação horizontal, para a estrutura global, estão próximos aos previstos pelo γ_z . Observa-se, também, que esses acréscimos se tornam insignificantes quando comparados com os esforços devidos ao carregamento vertical.

As figuras 3.10 e 3.11 ilustram os acréscimos nos momentos fletores nos pilares estabelecidos em segunda ordem e através do processo simplificado.

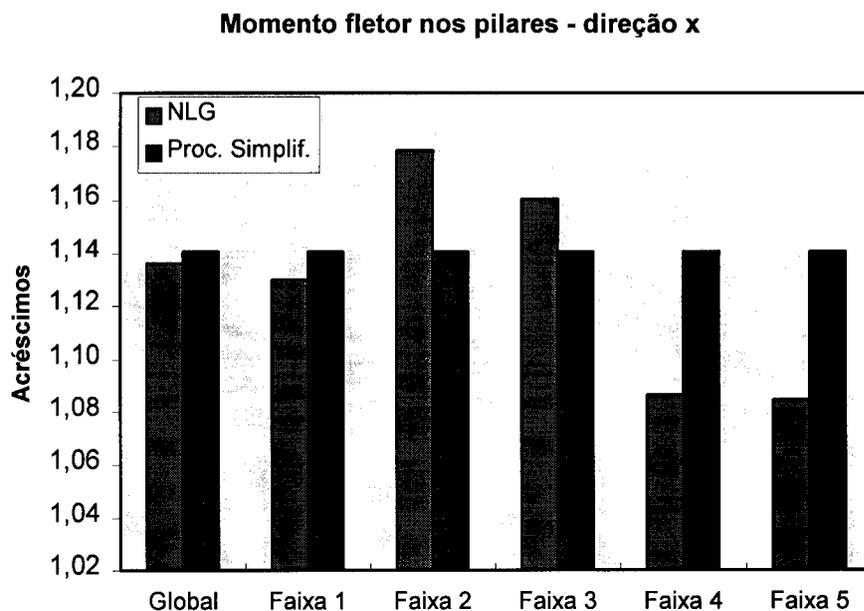


Figura 3.10 - Resultados para os acréscimos de momentos fletores nos pilares na direção x

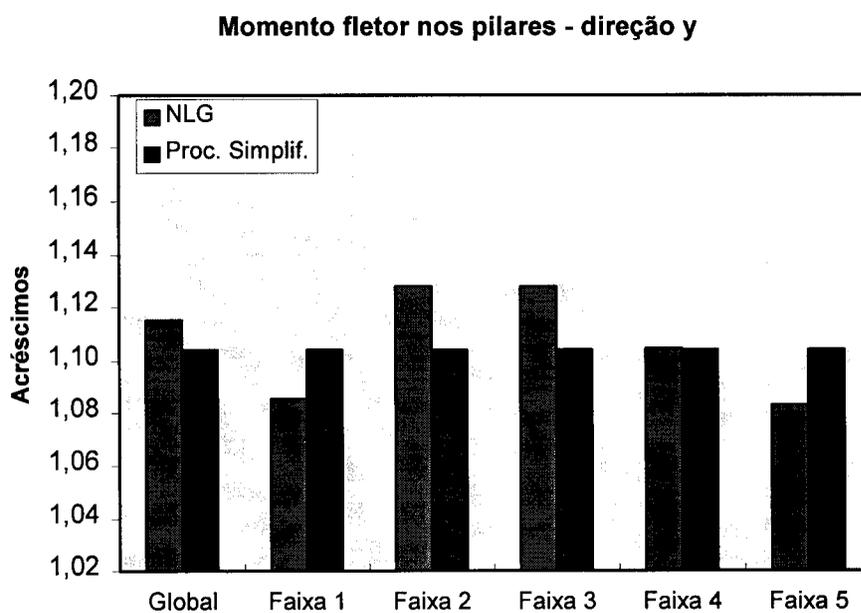


Figura 3.11 - Resultados para os acréscimos de momentos fletores nos pilares na direção y

Observa-se que os acréscimos de esforços ocorridos nos momentos nos pilares correspondem aos previstos pelo γ_z , considerando-se a estrutura em nível global. Entretanto, para as faixas estabelecidas ao longo da altura observa-se certa diferença entre a média dos acréscimos e o γ_z (figuras 3.10 e 3.11).

Em ambas as direções, para a faixa 1, a média dos acréscimos de momentos fletores são menores que os previstos pelo γ_z . Essa média mostra-se maior que o γ_z nas faixas 2 e 3, tanto na direção x como na direção y. Na faixa 4 a média dos acréscimos está próxima ao γ_z na direção y, e cerca de 5% menor que o γ_z na direção x. Na faixa 5 ambas as direções apresentaram valores de γ_z menores que os acréscimos médios. Essas diferenças podem ser melhor analisadas na figura 3.12.

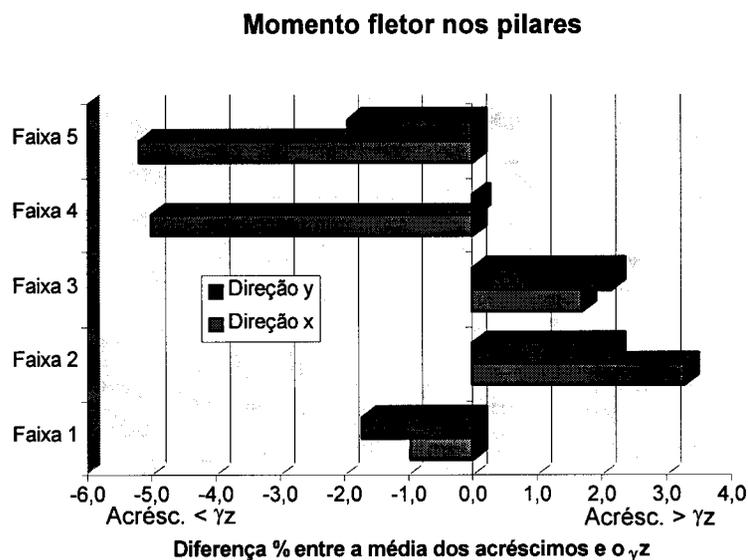


Figura 3.12 - Diferença % entre a média dos esforços e o γ_z para os momentos fletores nos pilares

Para as vigas (figuras 3.13 a 3.16) pode-se observar que os acréscimos obtidos para os momentos fletores se comportam de modo muito próximo dos obtidos para o esforço cortante. Esses acréscimos de

esforços estão de acordo com os previstos pelo γ_z , em nível global. Entretanto, de modo análogo ao momento fletor nos pilares, ao longo da altura verifica-se uma diferença entre a média dos acréscimos de esforços o γ_z .

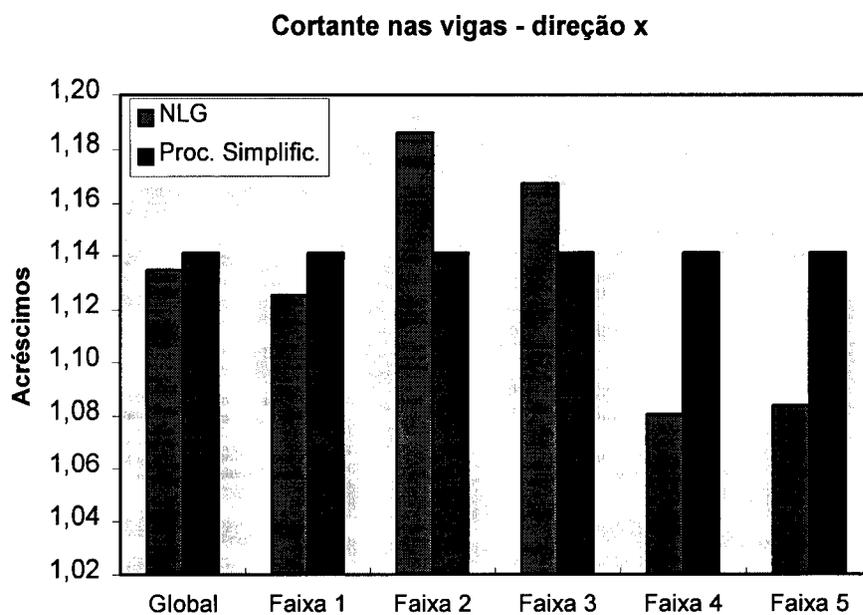


Figura 3.13 - Resultados para os acréscimos de esforço cortante nas vigas na direção x

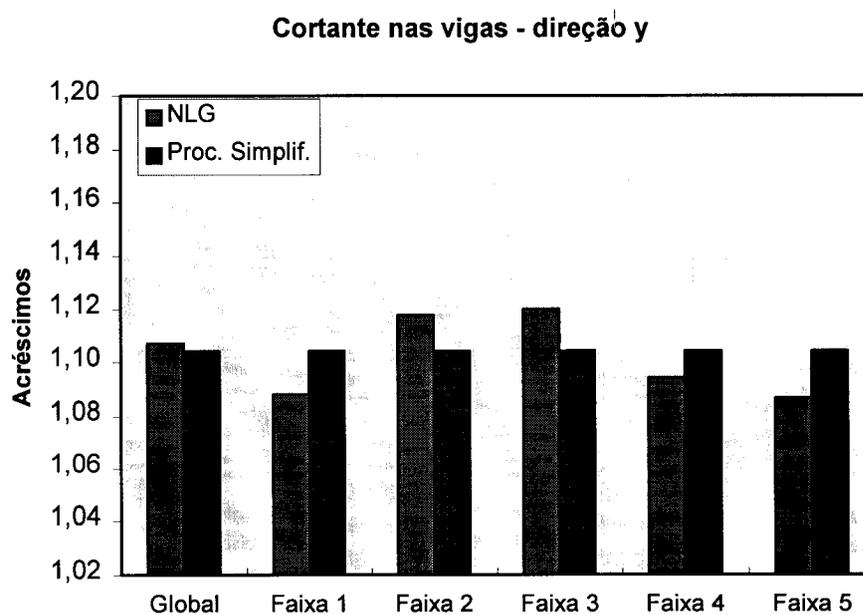


Figura 3.14 - Resultados para os acréscimos de esforço cortante nas vigas na direção y

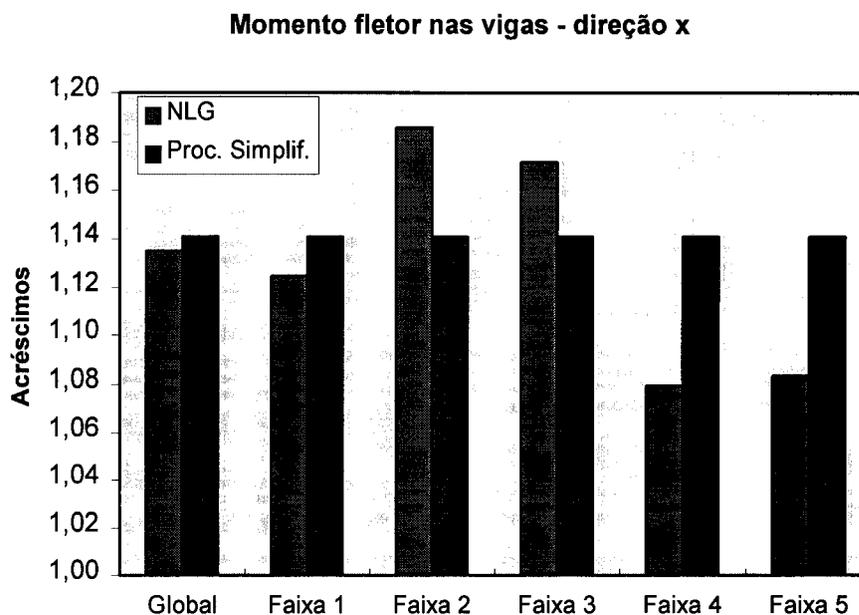


Figura 3.15 - Resultados para os acréscimos de momentos fletores nas vigas na direção x

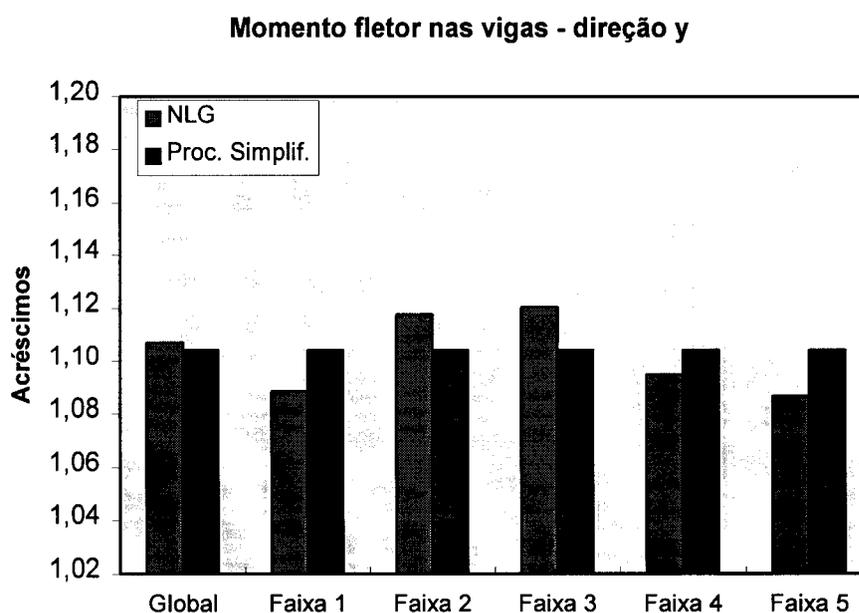


Figura 3.16 - Resultados para os acréscimos de momentos fletores nas vigas na direção y

Analisando-se os figuras 3.17 e 3.18 nota-se que, em ambas as direções, para a faixa 1, os acréscimos médios nos esforços são menores que os obtidos através do processo simplificado. Nas faixas 2 e 3 o processo simplificado conduz a esforços menores que os obtidos em segunda ordem, tanto na direção x quanto na direção y. As faixas 4 e 5, nas

duas direções, apresentam acréscimos médios de esforços menores que os previstos pelo γ_z .

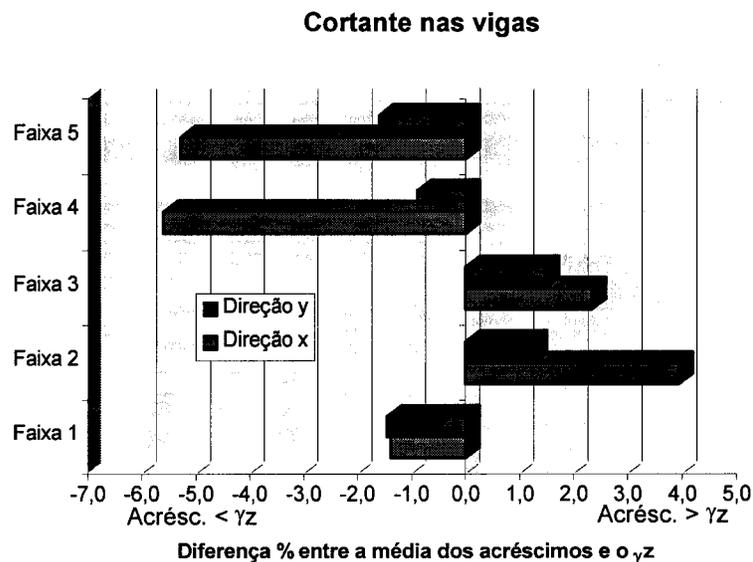


Figura 3.17 - Diferença % entre a média dos esforços e o γ_z para o esforço cortante nas vigas

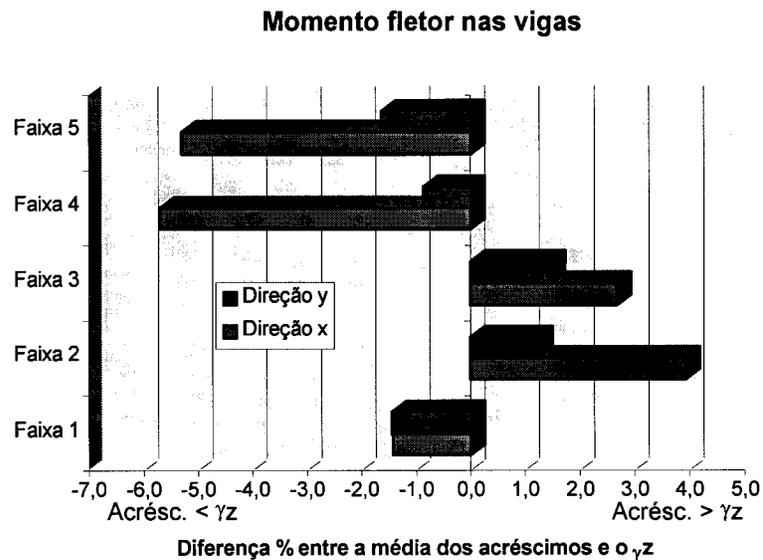


Figura 3.18 - Diferença % entre a média dos esforços e o γ_z para os momentos fletores nas vigas

Observa-se que tanto os esforços solicitantes nas vigas como os momentos fletores nos pilares apresentam variações ao longo da altura que,

em relação ao γ_z , se mostram seguros para faixa 1; estão contra a segurança nas faixas 2 e 3 e a favor da segurança para as faixas 4 e 5.

Deve-se observar que os acréscimos de momentos fletores e esforços cortantes, são estabelecidos para os esforços devidos à ação horizontal na estrutura, visto que o carregamento vertical é aplicado nos nós, o que torna desprezível esforços devidos a este carregamento que eventualmente apareçam.

Após obter indicações a cerca da média dos acréscimos em relação ao γ_z , faz-se necessário estabelecer também o grau de dispersão destes acréscimos em torno da média.

Apresentam-se nas figuras 3.19 a 3.24 as distribuições das frequências relativas de cada esforço para a estrutura global, de forma a se visualizar a dispersão dos resultados em torno da média, possibilitando deste modo uma análise qualitativa do fenômeno.

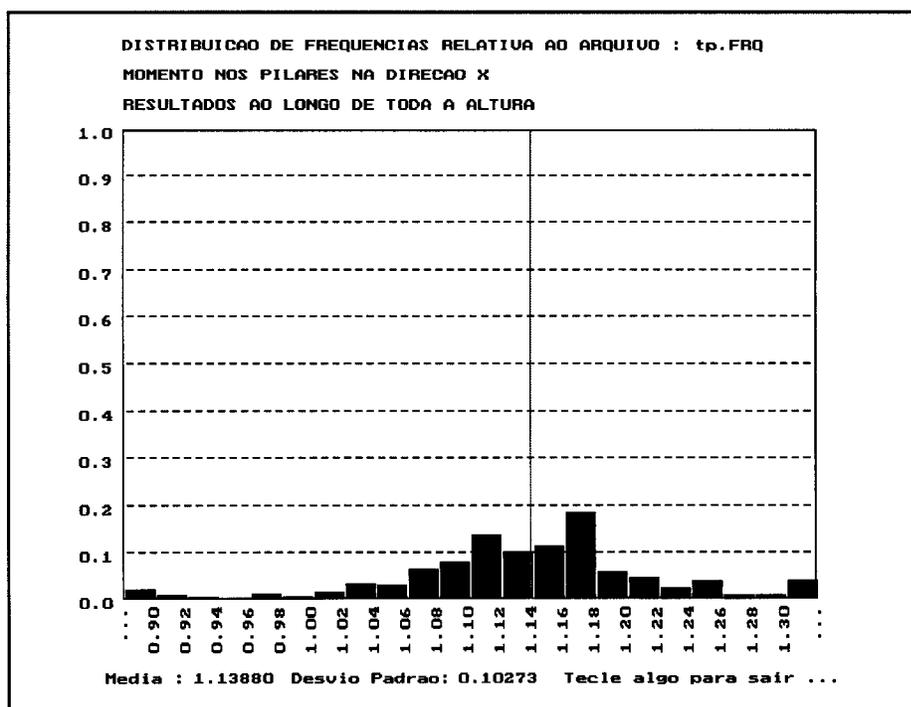


Figura 3.19 - Frequência relativa dos acréscimos de esforços para os momentos fletores nos pilares na direção x

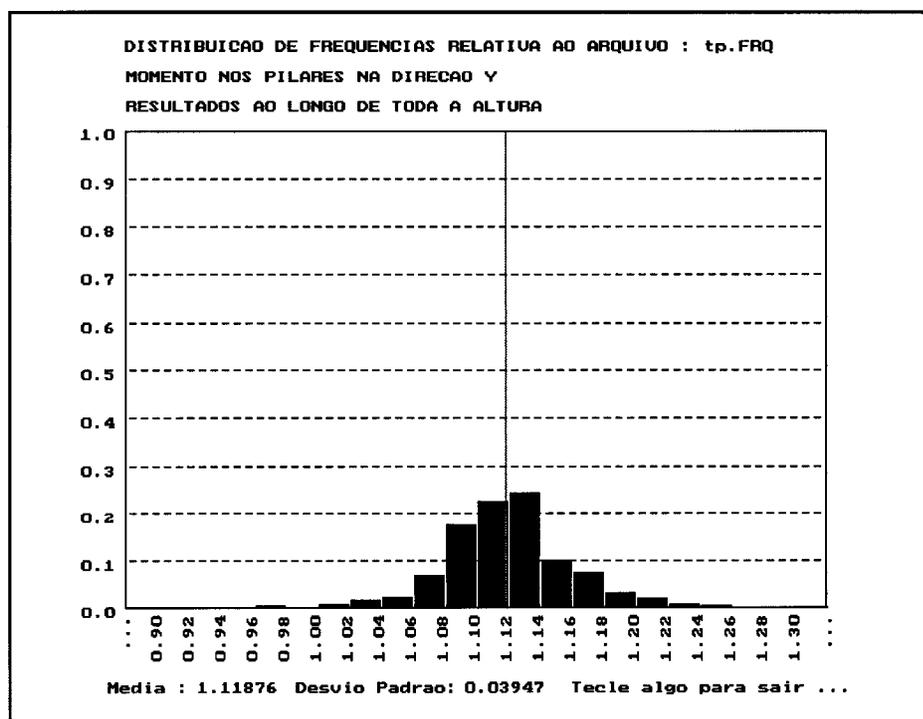


Figura 3.20 - Frequência relativa dos acréscimos de esforços para os momentos fletores nos pilares na direção y

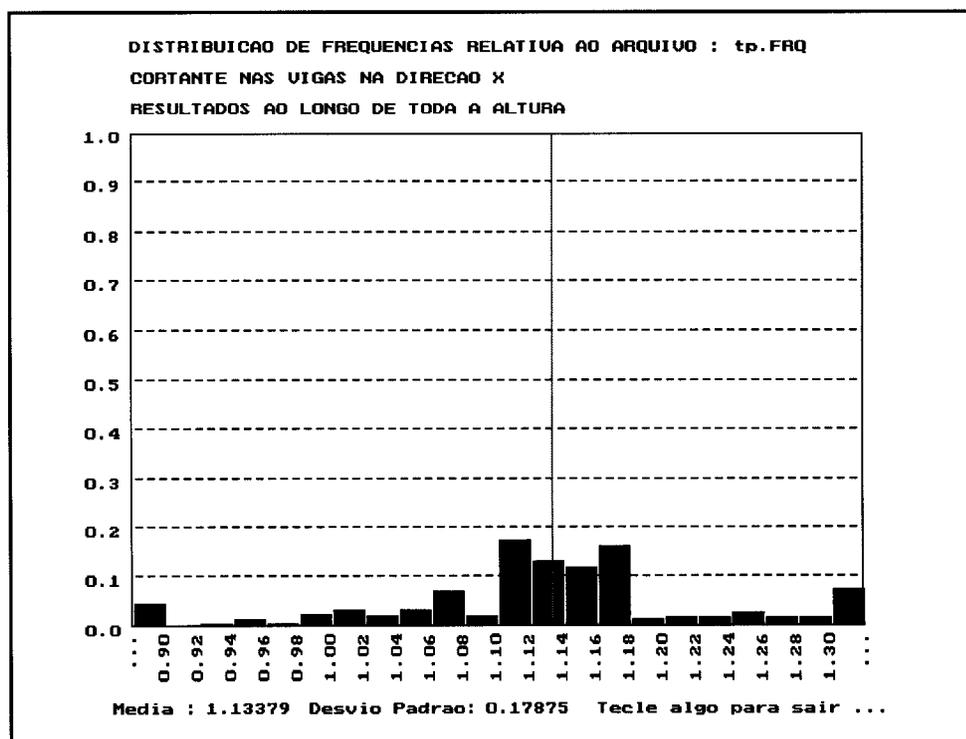


Figura 3.21 - Frequência relativa dos acréscimos de esforços para o esforço cortante nas vigas na direção x

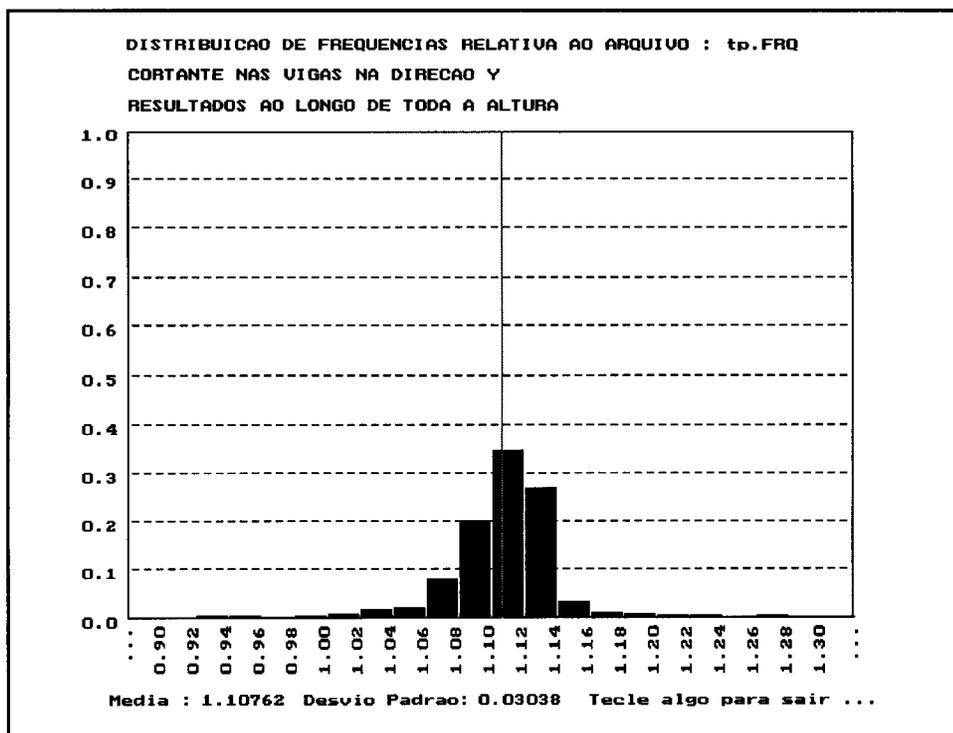


Figura 3.22 - Frequência relativa dos acréscimos de esforços para o esforço cortante nas vigas na direção y

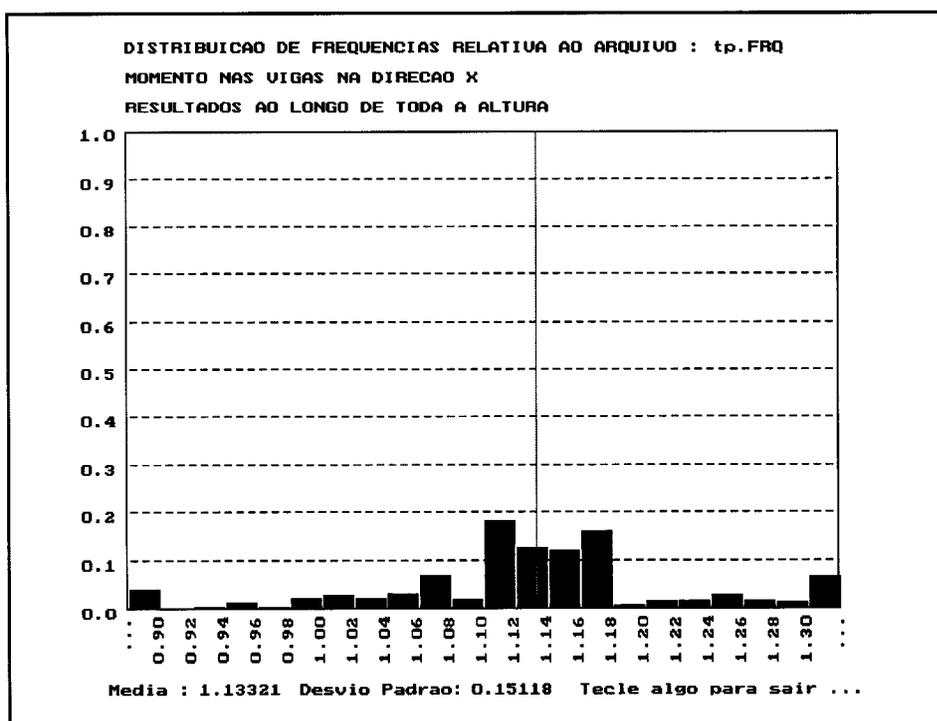


Figura 3.23 - Frequência relativa dos acréscimos de esforços para os momentos fletores nas vigas na direção x

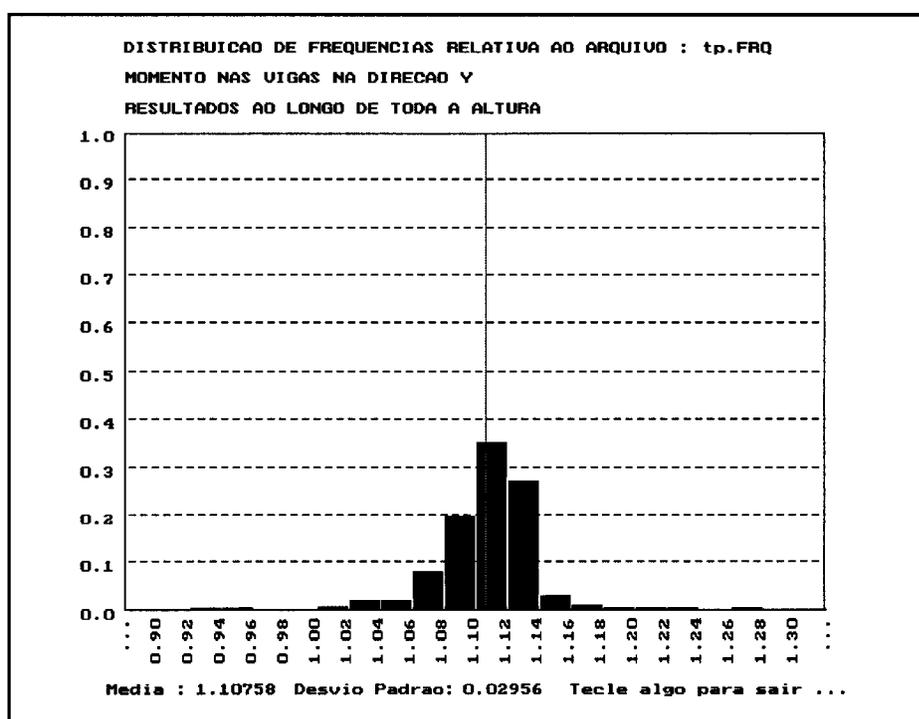


Figura 3.24 - Frequência relativa dos acréscimos de esforços para os momentos fletores nas vigas na direção x

Da análise das distribuições de frequências pode-se observar que, na direção x, onde o γ_z é maior, os acréscimos se encontram mais dispersos em relação à média que os acréscimos na direção y.

Entretanto, considerando-se o grau elevado de hiperstaticidade das estruturas de edifícios, essa dispersão parece não acarretar maiores problemas. De fato, se alguns esforços estão acima do valor médio previsto pelo γ_z , outros estão abaixo deste valor, havendo até esforços que apresentam redução com o processamento em segunda ordem.

Essa redução acontece, fundamentalmente, em esforços localizados nas faixas superiores do edifício. Esses esforços, por apresentarem valores pequenos, estão sujeitos a perturbações de ordem numérica.

3.6 - CONCLUSÕES

O processo simplificado de análise apresentou, para o exemplo analisado neste capítulo, resultados satisfatórios em relação à análise em segunda ordem.

Para a obtenção dos acréscimos no esforço normal nos pilares devidos ao carregamento horizontal, empregou-se um procedimento aproximado, impedindo a obtenção de resultados mais precisos. Contudo, essa aproximação indica ser o coeficiente γ_z uma boa ferramenta para a previsão dos acréscimos de esforços normais, para a estrutura global.

Quanto aos acréscimos de momentos fletores nos pilares, esforços cortantes e momentos fletores nas vigas, percebe-se uma boa aproximação para a estimativa efetuada pelo γ_z . Contudo, para as faixas 2 e 3 o processo simplificado mostrou-se contra a segurança, com diferenças de até 4% em relação aos acréscimos médios de esforços. É oportuno ressaltar que essas faixas apresentam os maiores esforços em valores absolutos, quando a estrutura submetida à ação do vento.

A distribuição de frequências relativas dos acréscimos de esforços mostra que há uma certa dispersão destes resultados em torno da média.

Para as faixas nas quais o γ_z está próximo aos acréscimos médios de esforços essa dispersão não parece constituir problema pois, considerando-se a hiperestaticidade da estrutura, os elementos mais solicitados podem redistribuir esforços para os menos solicitados.

Entretanto, para as faixas 2 e 3 essa capacidade da estrutura em redistribuir os esforços pode não ser suficiente para promover o equilíbrio estrutural pois, nessas faixas, a média dos acréscimos se encontra acima do γ_z . Isso pode implicar em uma redução no coeficiente de segurança.

CAPÍTULO 4 - AVALIAÇÃO DO COEFICIENTE γ_z

4.1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos do processamento de 25 edifícios de concreto armado, em primeira e em segunda ordem. Os resultados provenientes desta análise possibilitam a determinação do modo como os acréscimos de esforços em segunda ordem se relacionam com o coeficiente γ_z .

Esses prédios fazem parte do acervo de consultorias da **TECSOF ENGENHARIA DE ESTRUTURAS S/C LTDA**, sendo estruturas concebidas por diferentes projetistas em diversas partes do país. Desse modo, acredita-se ser esta uma amostra representativa das estruturas projetadas no Brasil.

Muitas dessas estruturas foram tomadas na fase de anteprojeto apresentando, assim, valores de γ_z fora dos limites tolerados. Dessa forma, pôde-se obter um espectro mais abrangente de valores para a avaliação do coeficiente γ_z .

O procedimento utilizado na análise dos edifícios é o mesmo apresentado para o edifício **TORRE PERDIZES**, no capítulo 3.

Na tabela 4.1 estão listados os edifícios analisados neste trabalho com seus respectivos valores de γ_z , ψ , o número de pavimentos, a carga total por pavimento e o local para onde foram projetados.

Tabela 4.1 - Edifícios analisados

	Edifício	Direção	Nº de Pav.	ψ	γ_z	Carga/pav (x10kN)	Localização
1	Saint Regis	y	16	0,594	1,040	173	Campinas-SP
2	Saint Regis	x	16	0,556	1,043	173	Campinas-SP
3	Padova-Luca	y	16	0,566	1,047	304	Santos-SP
4	Conde do Pinhal	y	14	0,563	1,059	232	São Carlos-SP
5	Spazio Uno	x	17	0,598	1,060	231	Rib. Preto-SP
6	Córsega	y	18	0,521	1,065	296	São Paulo-SP
7	Andaluzia	y	20	0,541	1,068	207	Sto André-SP
8	Stradus	y	12	0,580	1,071	439,5	Brasília-DF
9	Maison Bougainville	y	20	0,564	1,076	302	Sto André-SP
10	Córsega	x	18	0,494	1,095	296	São Paulo-SP
11	Corinto	x	18	0,550	1,099	383	São Paulo-SP
12	Andaluzia	x	20	0,629	1,104	207	Sto André-SP
13	Torre Perdizes	y	30	0,549	1,104	247	São Paulo-SP
14	Porto Bello	y	11	0,580	1,111	478	Manaus-AM
15	Maison Etoile	x	21	0,562	1,113	341	São Paulo-SP
16	Ville Dijon	y	15	0,588	1,113	392	Taubaté-SP
17	Maison Etoile	y	21	0,531	1,116	314	São Paulo-SP
18	Ville Florence	x	16	0,521	1,122	470	Jundiaí-SP
19	Ville Florence	y	16	0,624	1,124	470	Jundiaí-SP
20	Maison Bougainville	x	20	0,564	1,128	302	Sto André-SP
21	Porto Bello	x	11	0,565	1,129	478	Manaus-AM
22	Ville Dijon	x	15	0,556	1,130	392	Taubaté-SP
23	Premium	y	15	0,637	1,133	385	Goiânia-GO
24	Corinto	y	18	0,529	1,138	383	São Paulo-SP
25	Av. Circular	y	14	0,583	1,140	324	Goiânia-GO
26	Torre Perdizes	x	30	0,579	1,141	247	São Paulo-SP
27	Lion Dior	y	19	0,539	1,151	309	Rib. Preto-SP
28	Conde do Pinhal	x	14	0,561	1,156	232	São Carlos-SP
29	Spazio Uno	y	17	0,598	1,157	231	Rib. Preto-SP
30	Cartier Tower	y	18	0,581	1,159	527	Rib. Preto-SP
31	Premium	x	15	0,571	1,160	385	Goiânia-GO
32	Butantã	x	15	0,528	1,162	234	São Paulo-SP
33	Lion Dior	x	19	0,555	1,170	309	Rib. Preto-SP
34	J. F. Guimarães	y	18	0,562	1,174	603	Rib. Preto-SP
35	Padova-Luca	x	16	0,553	1,183	304	Santos-SP
36	Maison Classic	x	15	0,558	1,195	433	Recife-PE
37	Espaço São Paulo II	y	21	0,588	1,196	575	São Paulo-SP
38	Rua Indiana	y	25	0,501	1,199	372	São Paulo-SP
39	Av. Circular	x	14	0,576	1,209	324	Goiânia-GO
40	Top Life	y	20	0,596	1,225	220	Juiz de Fora-MG
41	Butantã	y	15	0,535	1,257	234	São Paulo-SP
42	Espaço São Paulo II	x	21	0,556	1,261	575	São Paulo-SP
43	Top Life	x	20	0,587	1,276	220	Juiz de Fora-MG
44	Cartier Tower	x	18	0,523	1,277	527	Rib. Preto-SP
45	J. F. Guimarães	x	18	0,553	1,290	603	Rib. Preto-SP
46	Maison Classic	y	15	0,545	1,298	433	Recife-PE
47	Condomínio III	y	24	0,537	1,389	385	São Paulo-SP
48	Condomínio III	x	24	0,565	1,444	385	São Paulo-SP
49	Stradus	x	12	0,617	1,458	439,5	Brasília-DF
50	Rua Indiana	x	25	0,553	1,557	372	São Paulo-SP

4.2 - ESFORÇOS ANALISADOS

Para a análise da eficiência do processo simplificado estudou-se o modo como os esforços obtidos através do processamento em segunda ordem da estrutura, se relacionam com aqueles previstos pelo coeficiente γ_2 . Os esforços considerados nessas comparações são aqueles realmente relevantes no dimensionamento dos elementos estruturais. Desse modo, para os pilares foram considerados esforços normais e momentos fletores enquanto que, para as vigas, as comparações foram estabelecidas para esforços cortantes e momentos fletores. Essas comparações envolveram os esforços segundo a direção de incidência do vento, pois observou-se que os esforços fora desta direção não apresentam valores significativos, impondo distorções que prejudicam a análise dos resultados.

Entretanto, mesmo na direção de incidência do vento, observou-se que alguns esforços, cuja ordem de grandeza em relação aos demais era pequena, provocavam certa dispersão nos resultados. Este problema foi contornado desprezando os seus valores para o cômputo dos acréscimos ocorridos na estrutura.

Um caso particular ocorreu para a direção y do edifício **CÓRSEGA** (figura 4.1). Isso porque a maior parcela do momento fletor atuante na estrutura, nessa direção, é absorvida pelo núcleo que, desse modo, apresenta momentos fletores predominantes sobre os demais pilares. Por isso, os acréscimos de momentos fletores apresentados na direção y , para esse prédio, correspondem apenas aos acréscimos no núcleo.

As comparações foram efetuadas para a estrutura como um todo e para faixas ao longo da altura da edificação. A divisão em faixas foi efetuada de forma que os n pavimentos do edifício fossem subdivididos em 5 faixas. Essas faixas foram estabelecidas de modo que a faixa 1 esteja sempre compreendida entre a fundação e o primeiro piso do edifício. Os $n-1$ pavimentos restantes foram distribuídos, da maneira mais uniforme possível, em quatro faixas até o último pavimento.

4.3 - ESFORÇOS NORMAIS NOS PILARES

Os resultados relativos aos acréscimos médios dos esforços normais nos pilares são apresentados na figura 4.2. Esses acréscimos correspondem aos obtidos para os esforços normais provenientes da ação conjunta do carregamento vertical e da ação horizontal.

Nessa figura os acréscimos obtidos através do processamento em segunda ordem são comparados com os valores esperados através do coeficiente γ_z . Observa-se que os acréscimos médios dos esforços normais são, como constatado no capítulo 3 para o edifício **TORRE PERDIZES**, menores que os previstos pelo coeficiente γ_z .

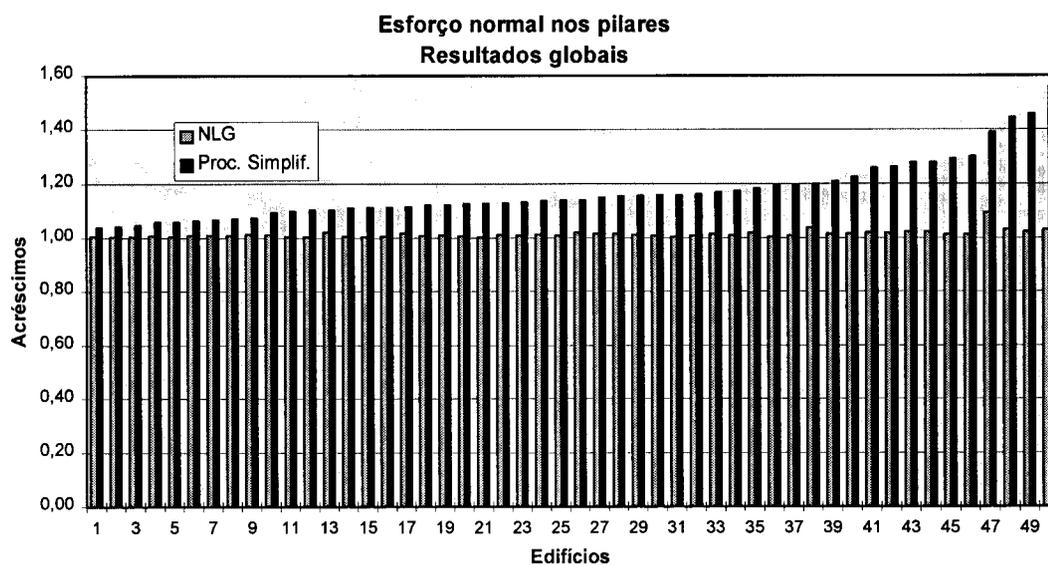


Figura 4.2 - Comparação entre os acréscimos de esforços normais totais nos pilares em segunda ordem e o γ_z

No entanto, analisando-se os acréscimos de esforços devidos unicamente à ação horizontal, observa-se (figura 4.3) que esses acréscimos nos esforços normais acompanham, de modo aproximado, o γ_z .

Essa análise, entretanto, apresenta as mesmas simplificações realizadas para o edifício TORRE PERDIZES, na determinação da parcela do esforço normal em segunda ordem devida unicamente ao vento.

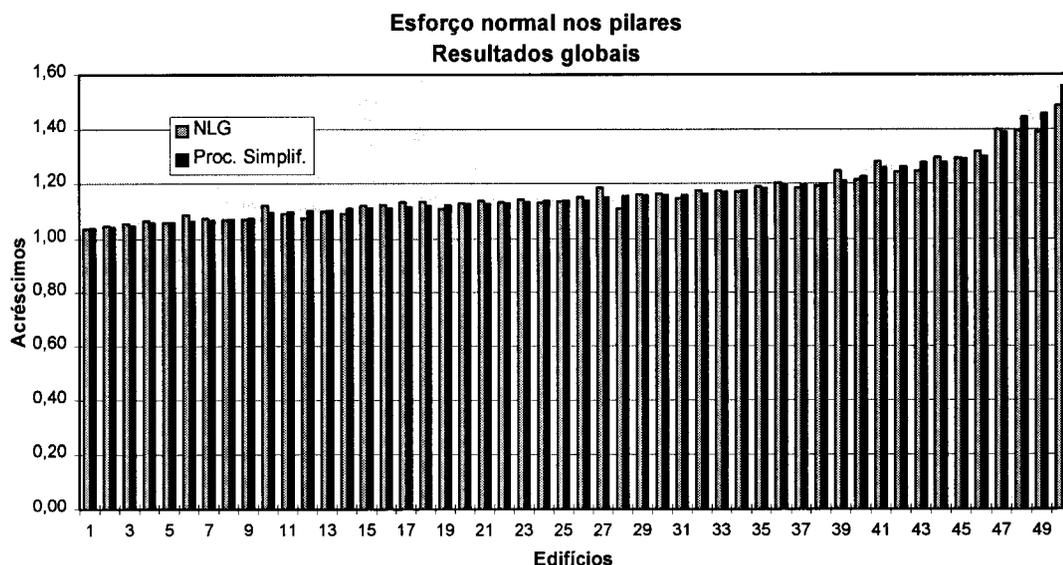


Figura 4.3 - Comparação entre os acréscimos de esforços normais devidos ao vento nos pilares em segunda ordem e o γ_z

Esses resultados, obtidos para a estrutura global, servem para indicar a tendência dos acréscimos de esforços normais, devidos às ações horizontais na estrutura, acompanharem o γ_z . Entretanto, uma análise mais detalhada desses acréscimos torna-se sem sentido.

4.4 - MOMENTOS FLETORES NOS PILARES

A análise dos acréscimos de esforços nos momentos fletores para os pilares, a nível de estrutura global, é apresentada nas figuras 4.4 e 4.5.

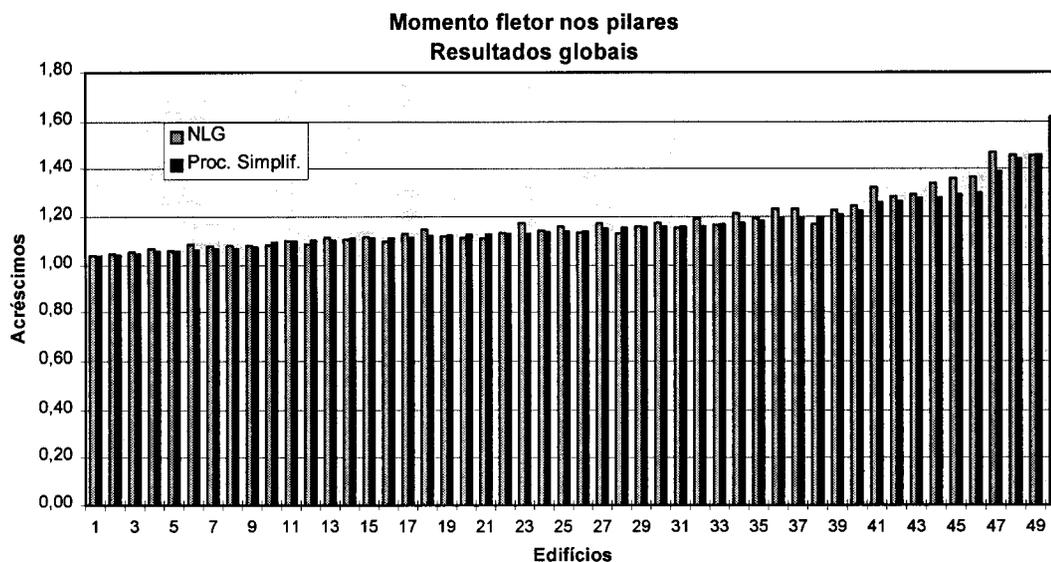


Figura 4.4 - Comparação entre os acréscimos de momentos fletores nos pilares em segunda ordem e o γ_z

Na figura 4.4 pode-se perceber a proximidade nos resultados de acréscimos de esforços para a estrutura, obtidos através do processo simplificado e do processamento em segunda ordem. Observa-se, ainda, que as maiores diferenças ocorrem para γ_z acima de 1,2.

A figura 4.5 indica, de modo mais claro, como essas diferenças percentuais se comportam em função dos valores de γ_z . Observa-se, nessa figura, que para valores de γ_z até 1,15 as diferenças percentuais se mantêm em torno de 2%, ora a favor, ora contra a segurança. A única exceção é o edifício nº 23 que apresenta uma diferença de 3,7% contra a segurança.

Para valores de γ_z entre 1,15 e 1,20 começam a aparecer diferenças da ordem de 3% contra a segurança. Acima de 1,20 as diferenças tendem aumentar para valores acima de 5%, sendo que a maioria destas se mostra contra a segurança.

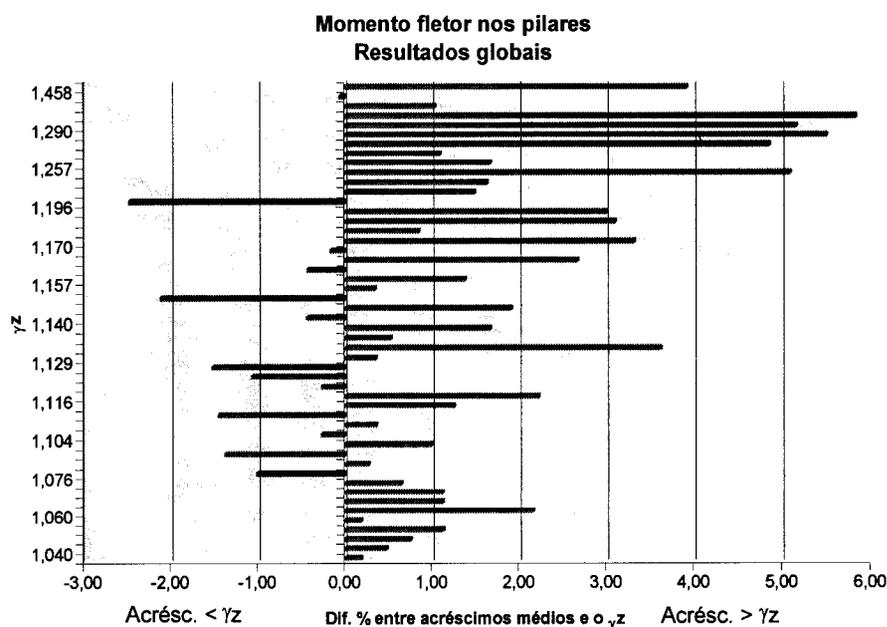


Figura 4.5 - Diferença % entre os acréscimos médios de momentos fletores nos pilares em segunda ordem e o γ_z

Nas figuras 4.6 e 4.7 são apresentados os resultados obtidos para a faixa 1. Observa-se que, a maioria dos edifícios, apresenta acréscimos de segunda ordem menores que os esperados através do γ_z . Nessa faixa o edifício que apresentou resultados mais discrepantes do geral foi o de nº 43, cujos acréscimos estiveram 3,2% acima do γ_z .

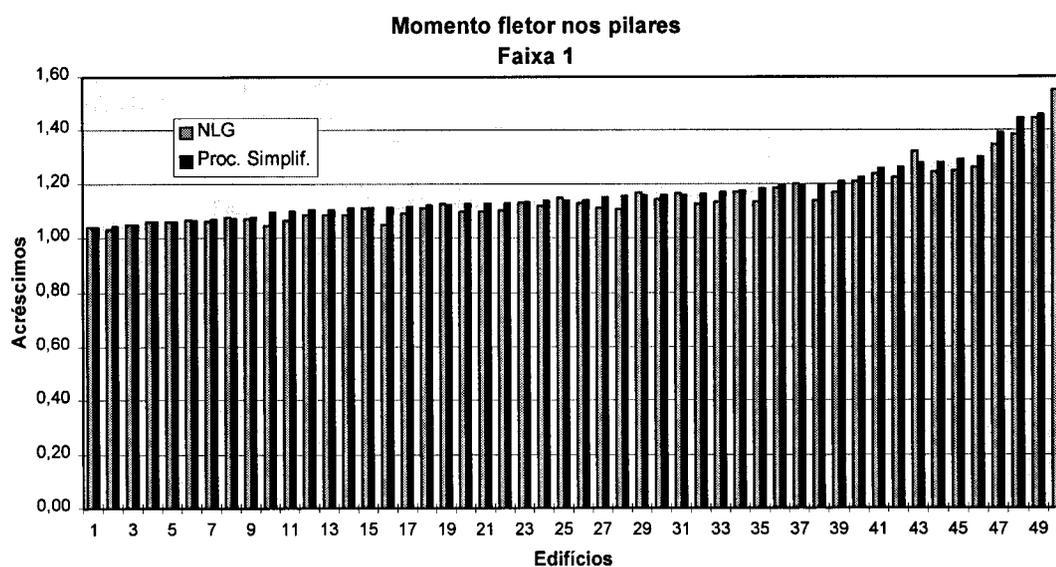


Figura 4.6 - Comparação entre os acréscimos de momentos fletores nos pilares em segunda ordem e o γ_z - Faixa 1

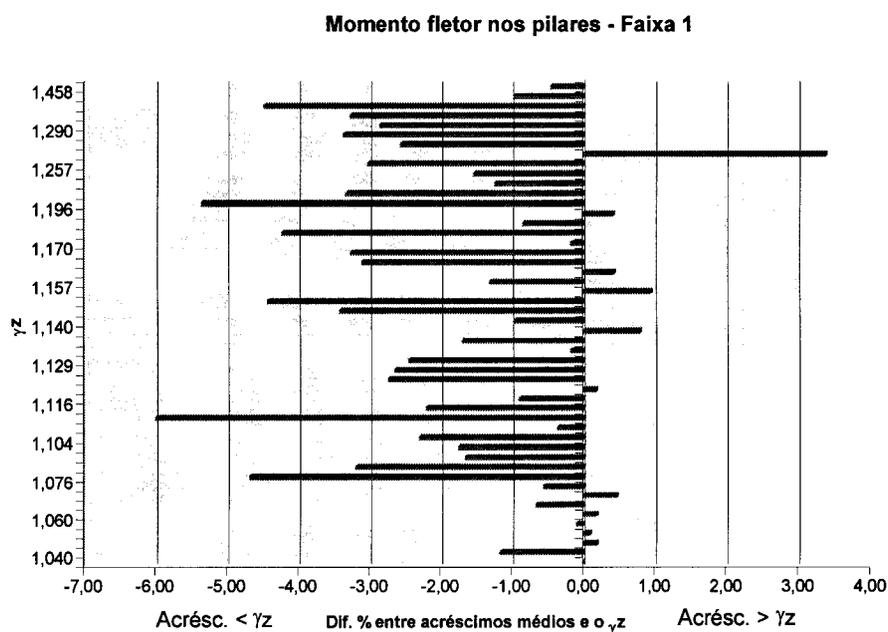


Figura 4.7 - Diferença % entre os acréscimos médios de momentos fletores nos pilares em segunda ordem e o γ_z - Faixa 1

Para a faixa 2 observa-se, nas figuras 4.8 e 4.9, que a grande maioria dos edifícios apresenta resultados contra a segurança, ou seja, os acréscimos de segunda ordem são maiores que o valor do γ_z . As diferenças tornam-se maiores à medida que os valores de γ_z aumentam. Para γ_z acima de 1,3 essas diferenças estão acima de 6% contra a segurança, atingindo até valores da ordem de 19%.

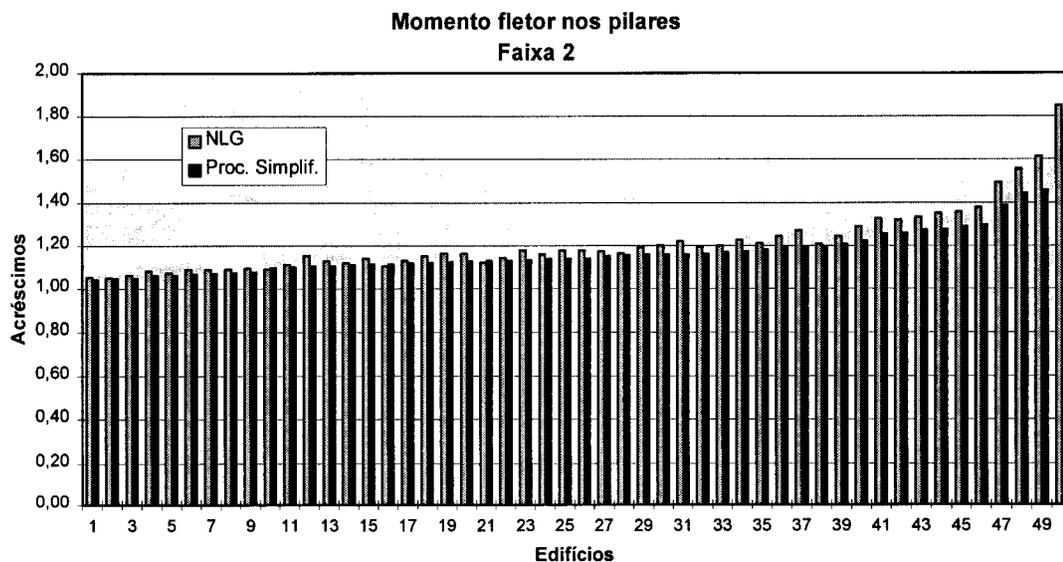


Figura 4.8 - Comparação entre os acréscimos de momentos fletores nos pilares em segunda ordem e o γ_z - Faixa 2

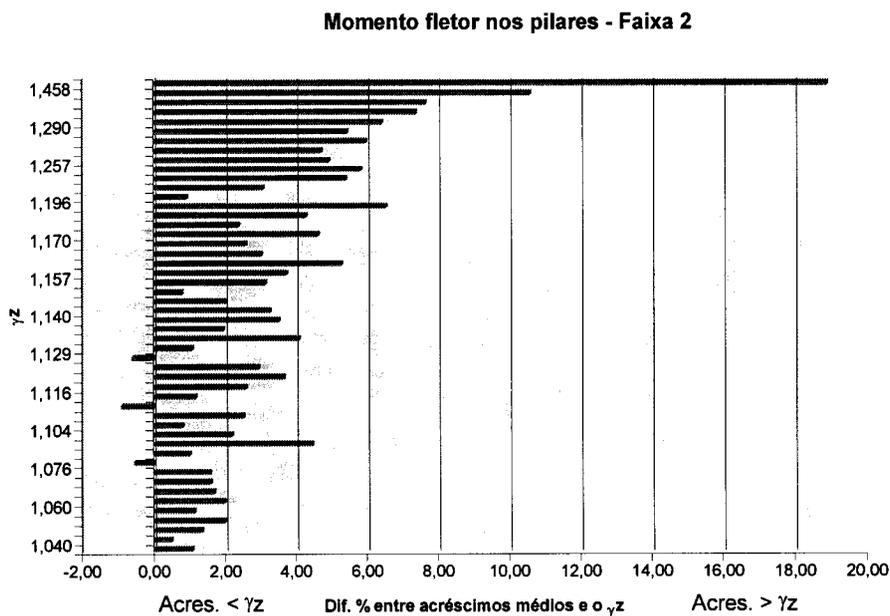


Figura 4.9 - Diferença % entre os acréscimos médios de momentos fletores nos pilares em segunda ordem e o γ_z - Faixa 2

A faixa 3 se comporta de modo análogo à faixa 2, sendo que o edifício nº 21 apresenta os resultados mais discrepantes, com acréscimos cerca de 3% menores que os previstos pelo γ_z .

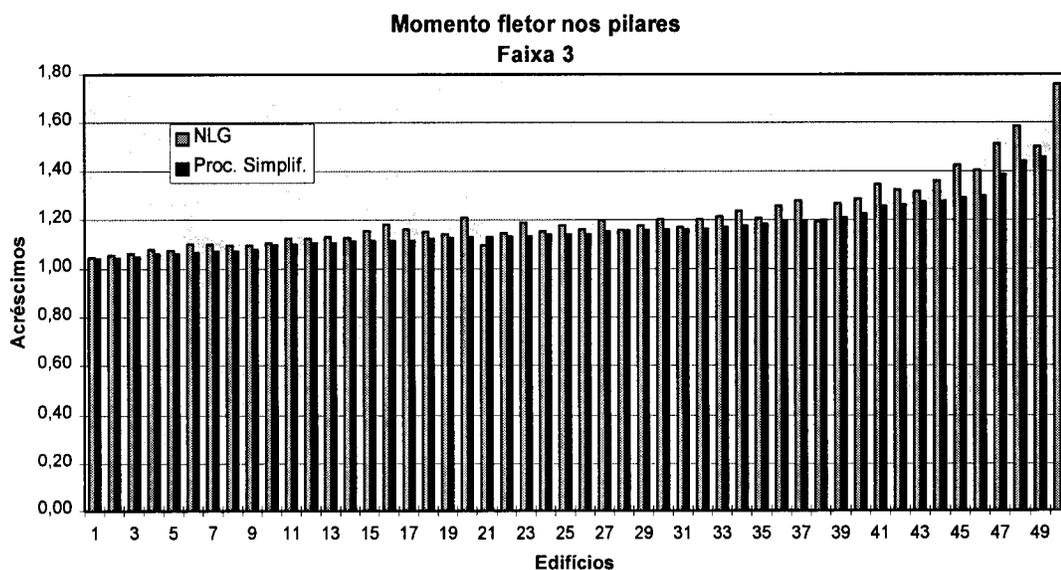


Figura 4.10 - Comparação entre os acréscimos de momentos fletores nos pilares em segunda ordem e o γ_z - Faixa 3

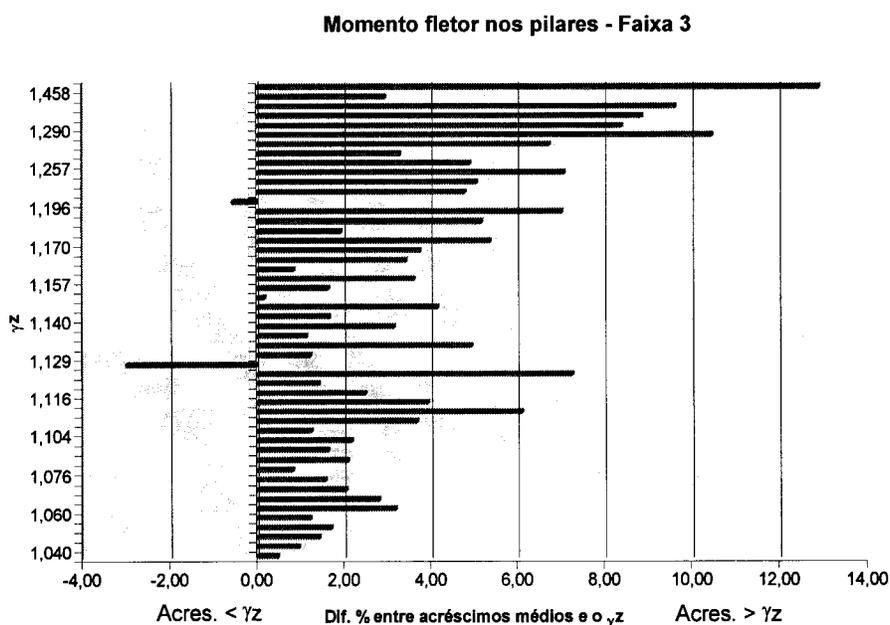


Figura 4.11 - Diferença % entre os acréscimos médios de momentos fletores nos pilares em segunda ordem e o γ_z - Faixa 3

O processo simplificado apresenta, na faixa 4, resultados ora a favor ora contra a segurança independentemente dos valores de γ_z . Nessa faixa alguns edifícios apresentam acréscimos médios até 10% inferiores aos valores de γ_z . Já as diferenças contra a segurança apresentam-se mais

acentuadas apenas para γ_z acima de 1,25, onde atingem valores acima de 10%.

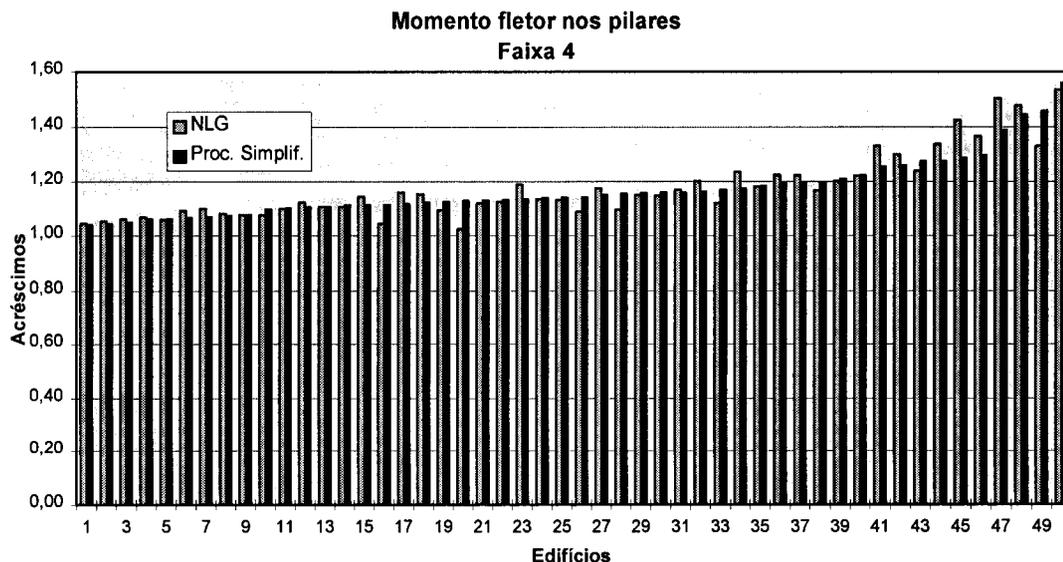


Figura 4.12 - Comparação entre os acréscimos de momentos fletores nos pilares em segunda ordem e o γ_z - Faixa 4

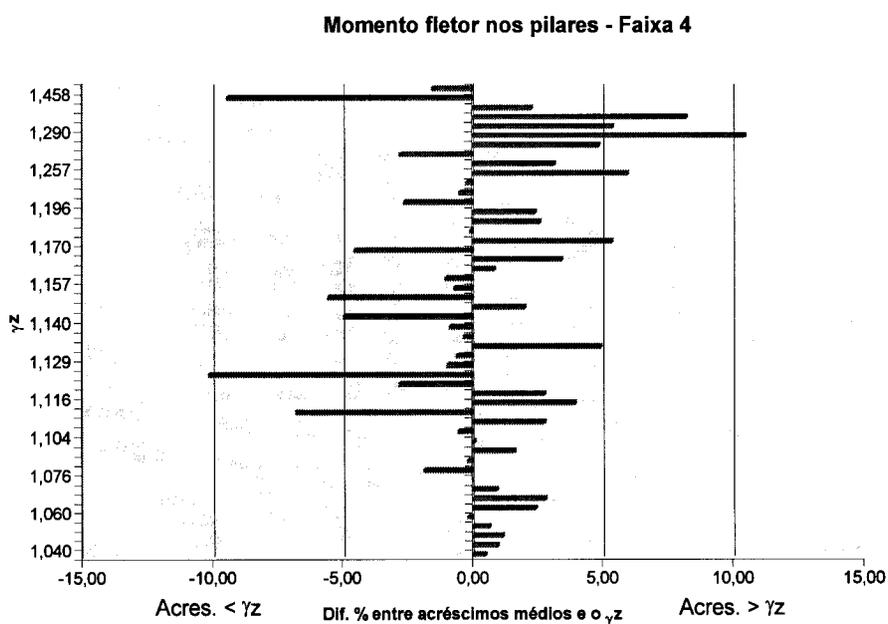


Figura 4.13 - Diferença % entre os acréscimos médios de momentos fletores nos pilares em segunda ordem e o γ_z - Faixa 4

Na faixa 5 observa-se uma tendência do processo simplificado apresentar resultados seguros, independentemente da magnitude dos valores γ_z .

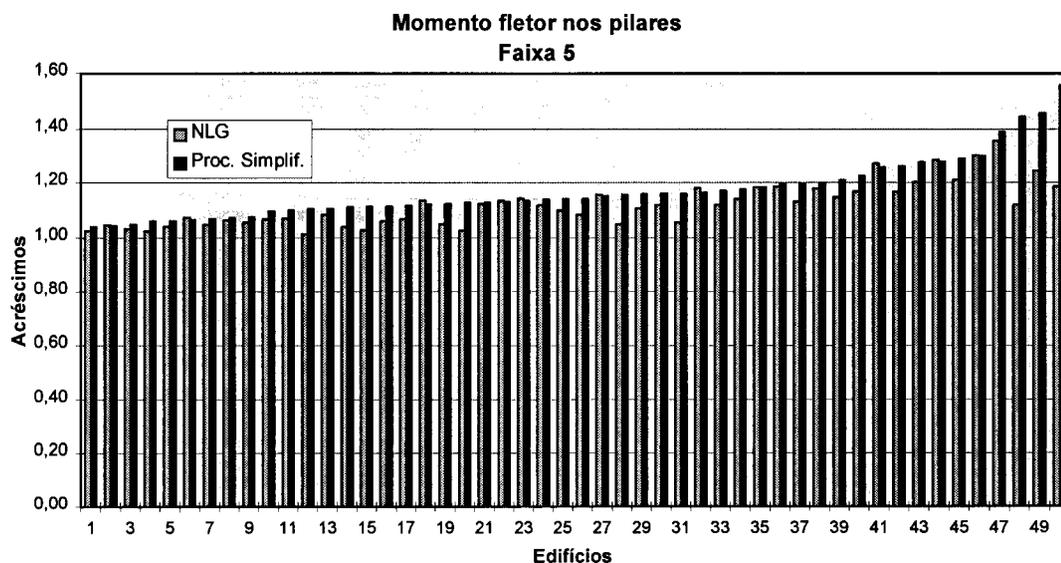


Figura 4.14 - Comparação entre os acréscimos de momentos fletores nos pilares em segunda ordem e o γ_z - Faixa 5

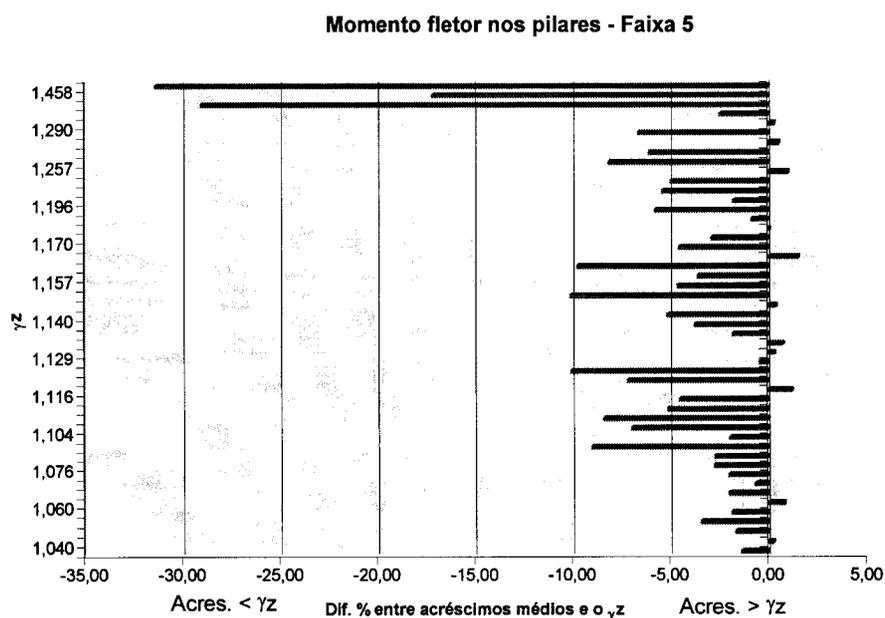


Figura 4.15 - Diferença % entre os acréscimos médios de momentos fletores nos pilares em segunda ordem e o γ_z - Faixa 5

Os resultados para os momentos fletores nos pilares indicam que, para a segunda e a terceira faixas, a previsão efetuada pelo γ_z se mostra contra a segurança. Percebe-se também, nessas faixas, que as diferenças entre o processo simplificado e os acréscimos médios em segunda ordem crescem com o aumento do valor de γ_z .

4.5 - ESFORÇO CORTANTE NAS VIGAS

Para a estrutura global observa-se, através das figuras 4.16 e 4.17, que os acréscimos médios de esforços estão próximos ao γ_z mesmo para valores mais elevados deste. Para γ_z menor que 1,25 a maior diferença contra a segurança observada é da ordem de 2%. Para γ_z acima de 1,25 surgem diferenças pouco maiores que 3% contra a segurança.

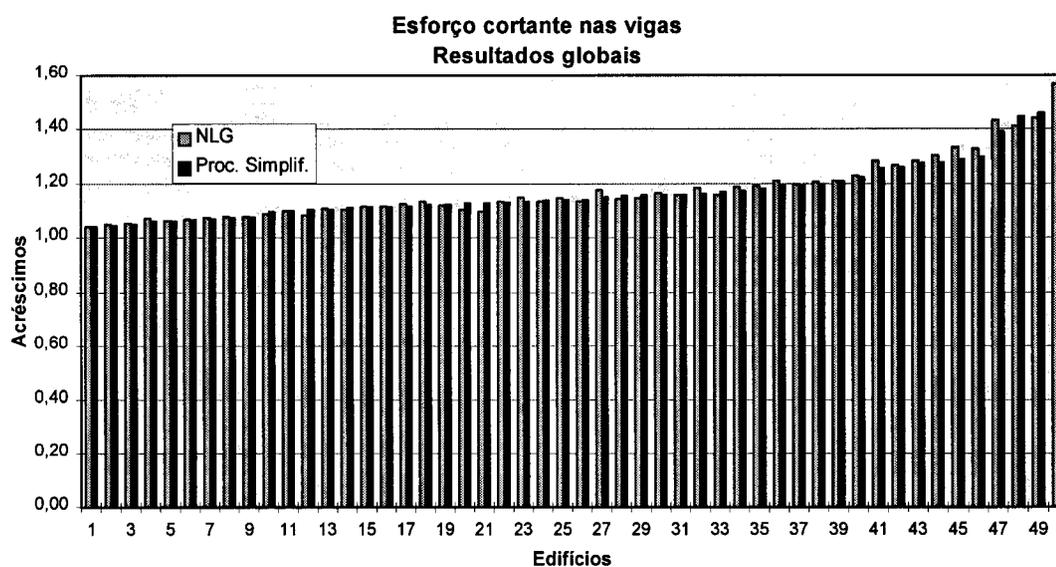


Figura 4.16 - Comparação entre os acréscimos de esforços cortantes nas vigas em segunda ordem e o γ_z

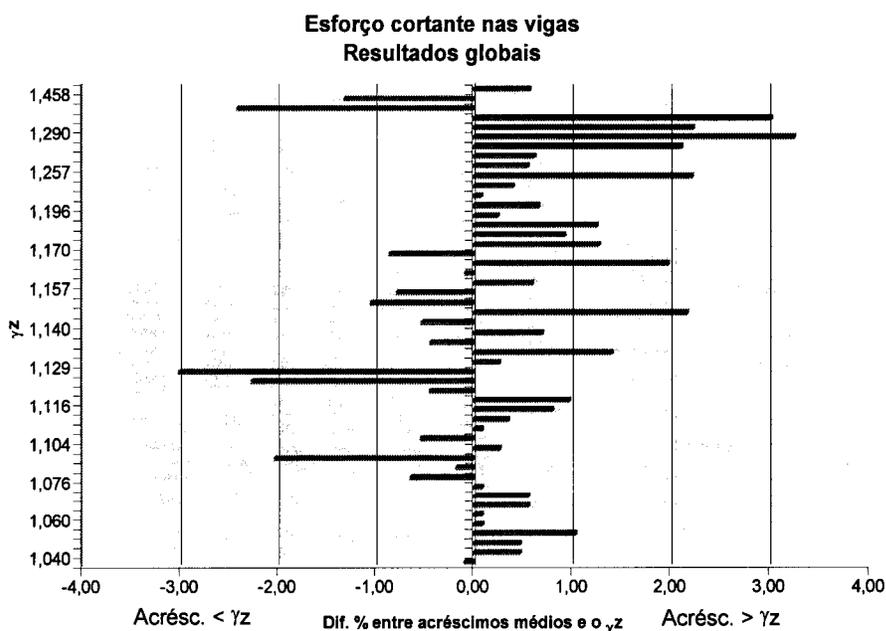


Figura 4.17 - Diferença % entre os acréscimos médios de esforços cortantes nas vigas em segunda ordem e o γ_z

Estudando-se o comportamento do γ_z ao para as faixas ao longo da altura percebe-se pelas figuras 4.18 e 4.19 que, para a faixa 1, os acréscimos médios de esforços se apresentam, para a maior parte dos casos, oscilando cerca 2% em torno do γ_z . As maiores diferenças contra a segurança surgem para γ_z maior que 1,4. Entretanto, o edifício nº 31, cujo $\gamma_z=1,16$, apresenta uma diferença de 4% contra a segurança, resultado este fora da tendência geral observada para os demais edifícios.

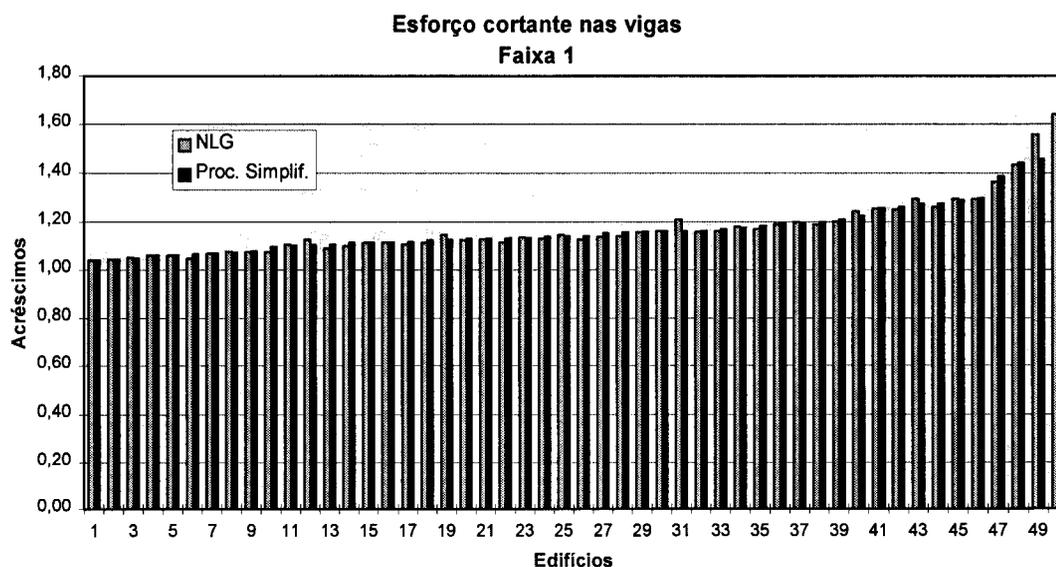


Figura 4.18 - Comparação entre os acréscimos de esforços cortantes nas vigas em segunda ordem e o γ_z - Faixa 1



Figura 4.19 - Diferença % entre os acréscimos médios de esforços cortantes nas vigas em segunda ordem e o γ_z - Faixa 1

Os figuras 4.20 e 4.21 ilustram os resultados para a faixa 2 que apresenta, como tendência geral, valores de γ_z contra a segurança. À exceção dos edifícios nº 6 e nº 21, cujos acréscimos são da ordem de 5% menores que o γ_z , todos os outros edifícios apresentaram acréscimos médios de esforços maiores que este.

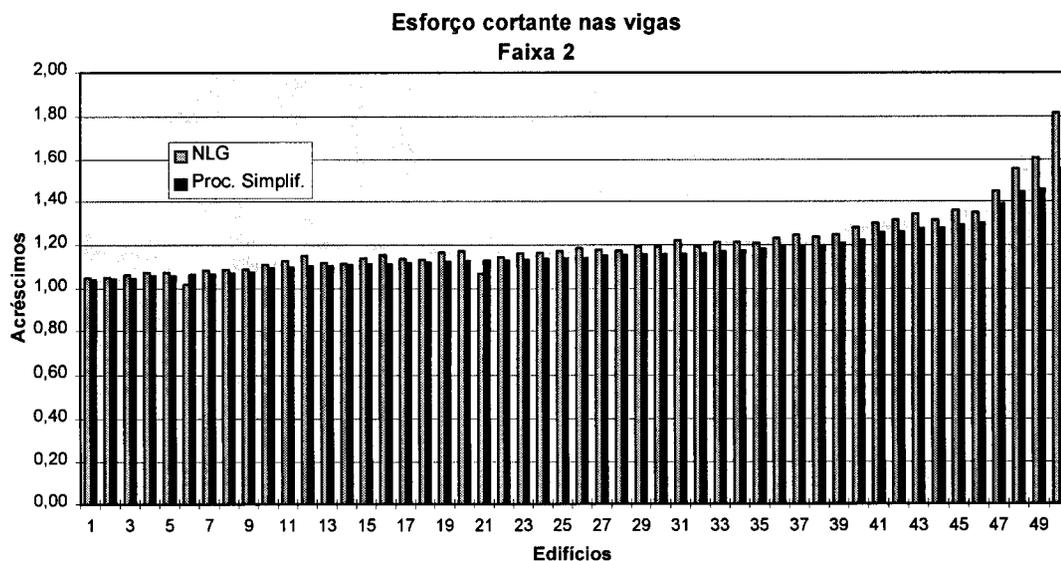


Figura 4.20 - Comparação entre os acréscimos de esforços cortantes nas vigas em segunda ordem e o γ_z - Faixa 2

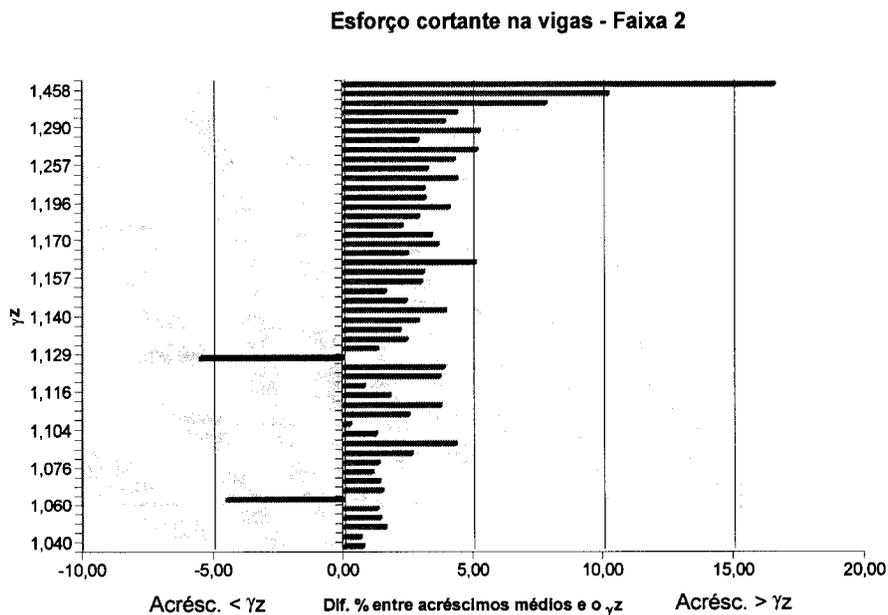


Figura 4.21 - Diferença % entre os acréscimos médios de esforços cortantes nas vigas em segunda ordem e o γ_z - Faixa 2

As diferenças entre os acréscimos médios e o processo simplificado tornam-se maiores à medida que γ_z aumenta. Entretanto, essas diferenças só ultrapassam valores da ordem de 5% para γ_z acima de 1,30.

A faixa 3 (figuras 4.22 e 4.23) apresenta resultados semelhantes aos da faixa 2, exceto pelo edifício nº 33, cujos acréscimos médios são cerca de 9,5% maiores que o γ_z .

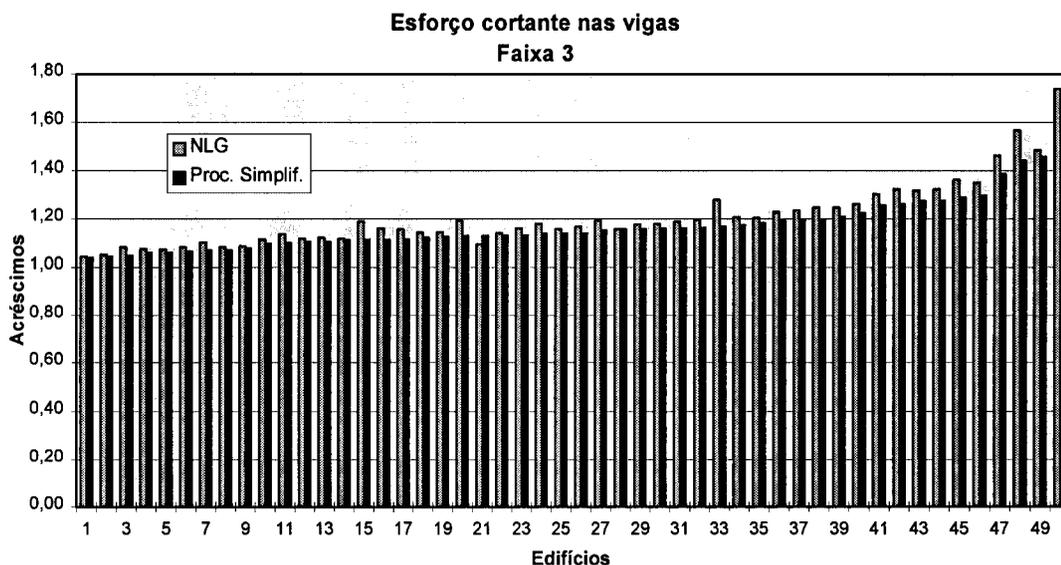


Figura 4.22- Comparação entre os acréscimos de esforços cortantes nas vigas em segunda ordem e o γ_z - Faixa 3

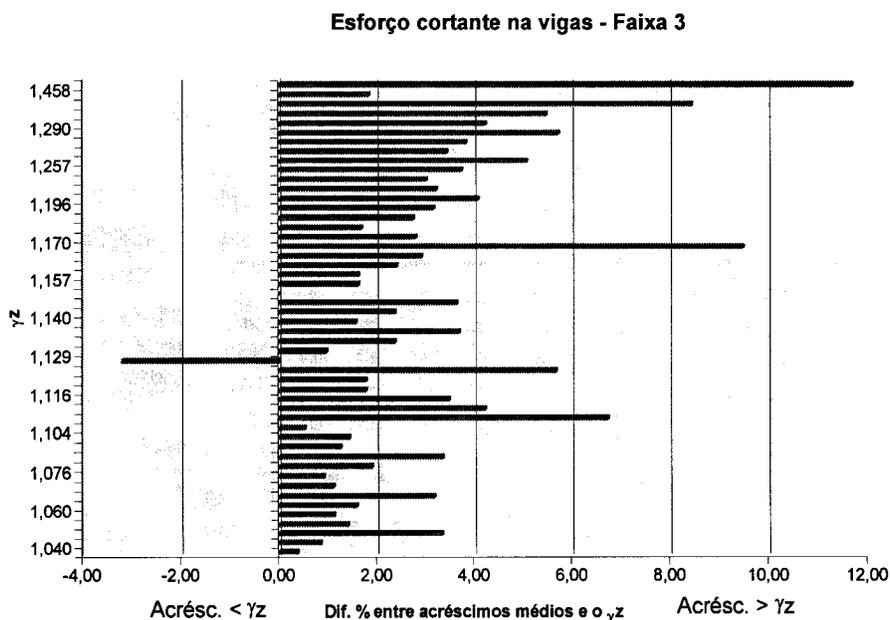


Figura 4.23 - Diferença % entre os acréscimos médios de esforços cortantes nas vigas em segunda ordem e o γ_z - Faixa 3

Para a faixa 4 (figuras 4.24 e 4.25) a maior parte dos edifícios se apresenta a favor da segurança em relação ao γ_z . As diferenças percentuais

a favor da segurança chegam a valores próximos a 11% mesmo para valores baixos de γ_z , chegando a 13% para γ_z acima de 1,30. Já as diferenças contra a segurança verificadas são menores, ultrapassando 4,5% em apenas dois edifícios (nº 17 e 45).

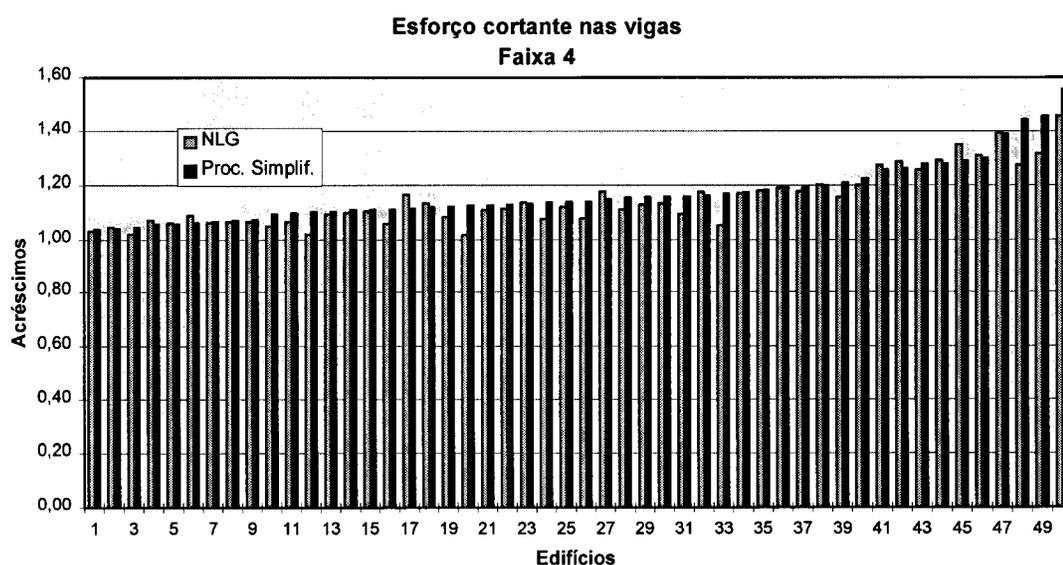


Figura 4.24- Comparação entre os acréscimos de esforços cortantes nas vigas em segunda ordem e o γ_z - Faixa 4

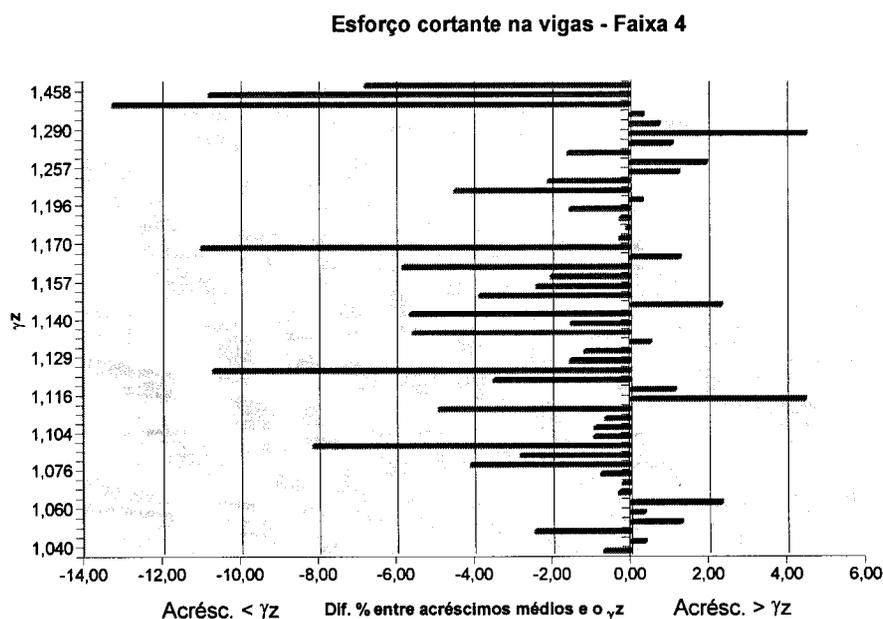


Figura 4.25 - Diferença % entre os acréscimos médios de esforços cortantes nas vigas em segunda ordem e o γ_z - Faixa 4

Os acréscimos médios nos esforços para a faixa 5 (figuras 4.26 e 4.27) apresentam a tendência de se manterem a favor da segurança. Muitos destes, estão mais de 5% abaixo do valor de γ_z sendo as maiores diferenças constatadas quando γ_z assume valores acima de 1,30.

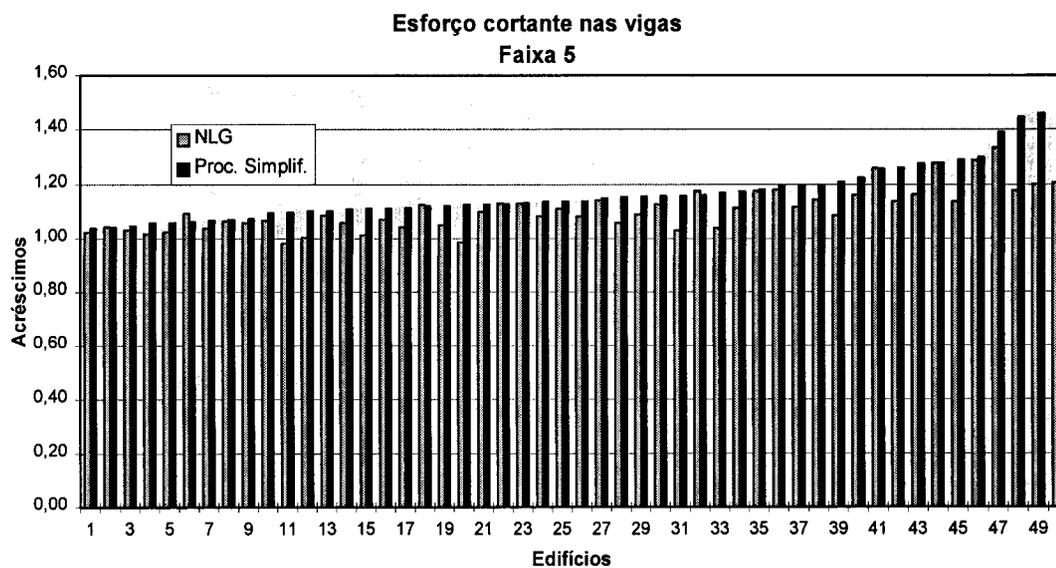


Figura 4.26- Comparação entre os acréscimos de esforços cortantes nas vigas em segunda ordem e o γ_z - Faixa 5

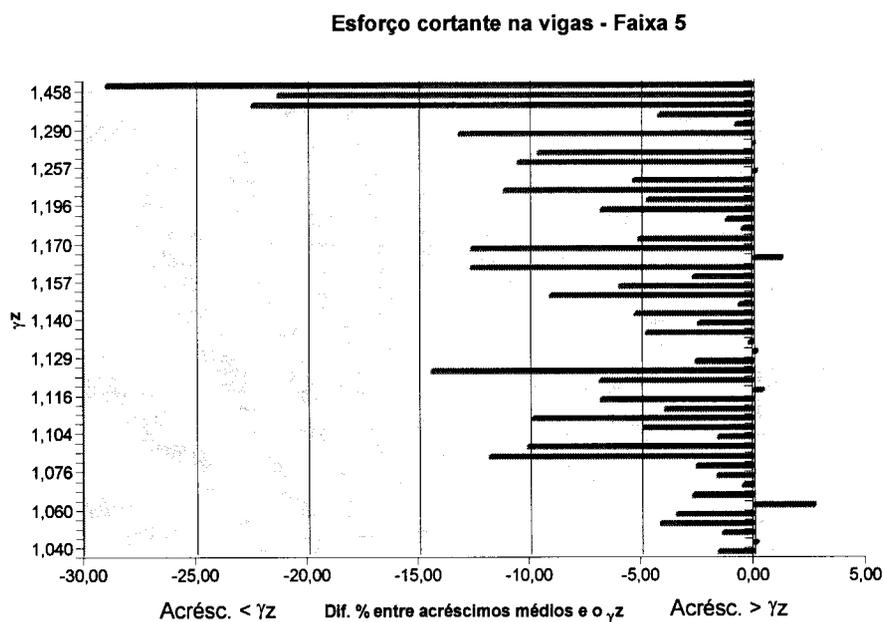


Figura 4.27 - Diferença % entre os acréscimos médios de esforços cortantes nas vigas em segunda ordem e o γ_z - Faixa 5

4.6 - MOMENTO FLETOR NAS VIGAS

Os acréscimos médios nos momentos fletores nas vigas, para a estrutura global, se apresentam próximos aos valores previsto pelo γ_z (figuras 4.28 e 4.29). Para γ_z menor que 1,25 as diferenças oscilam em torno de 2% acima e abaixo do γ_z , à exceção do edifício nº 21, cujos acréscimos médios nos esforços são cerca de 3% menores que o γ_z .

Para γ_z acima de 1,25 surgem diferenças pouco maiores que 3% contra a segurança.

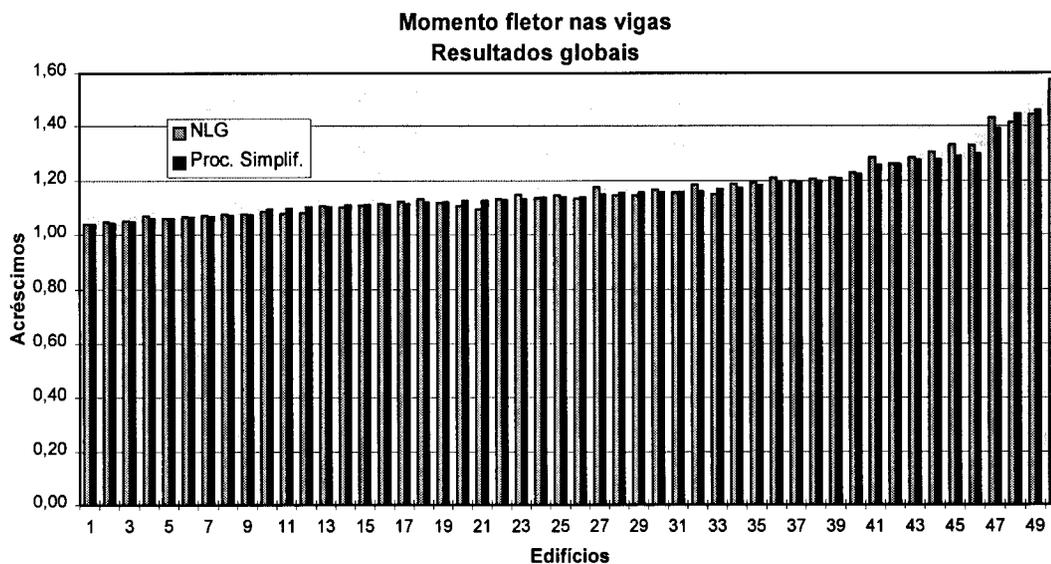


Figura 4.28- Comparação entre os acréscimos de momentos fletores nas vigas em segunda ordem e o γ_z

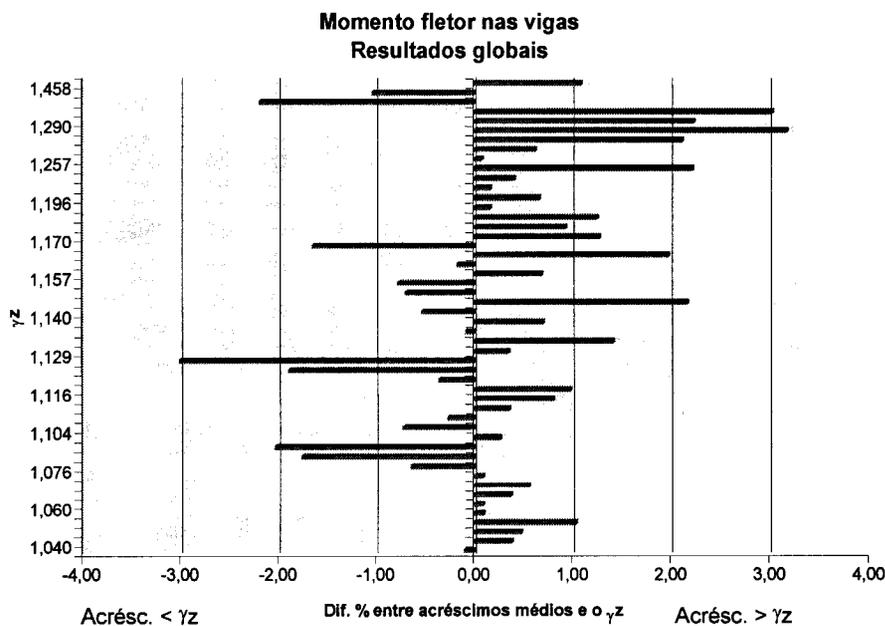


Figura 4.29 - Diferença % entre os acréscimos médios de momentos fletores nas vigas em segunda ordem e o γ_z

Para a faixa 1 (figuras 4.30 e 4.31) os resultados mostram a tendência dos acréscimos médios de esforços oscilarem, de forma análoga aos esforços cortantes, cerca 2% em torno do γ_z . As maiores diferenças contra a segurança surgem para γ_z maior que 1,4.

O edifício nº 31 apresenta-se, também, fora da tendência geral observada para os demais edifícios, com acréscimos médios de esforços cerca de 4% maiores que o γ_z .

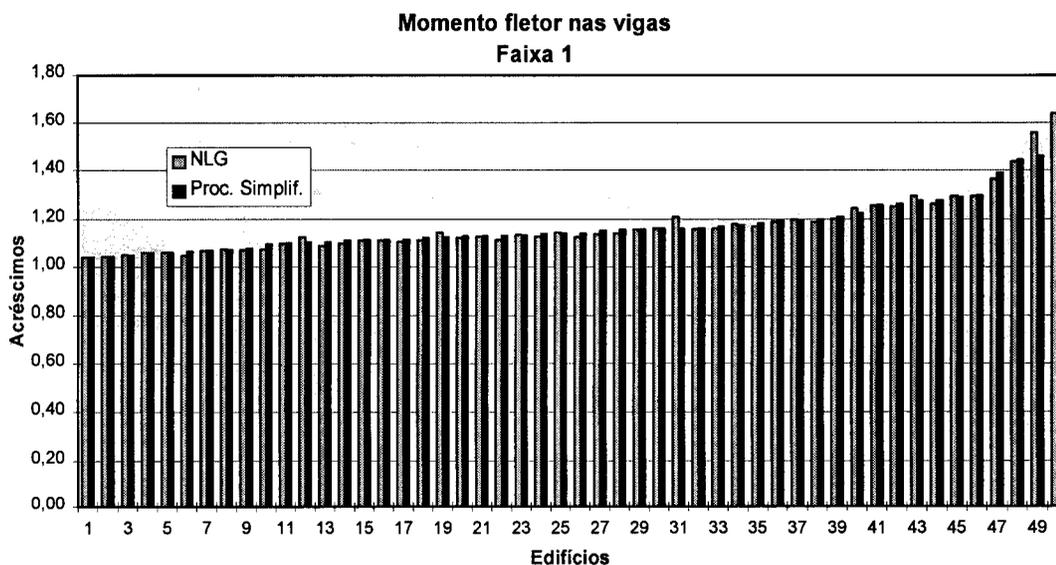


Figura 4.30- Comparação entre os acréscimos de momentos fletores nas vigas em segunda ordem e o γ_z - Faixa 1

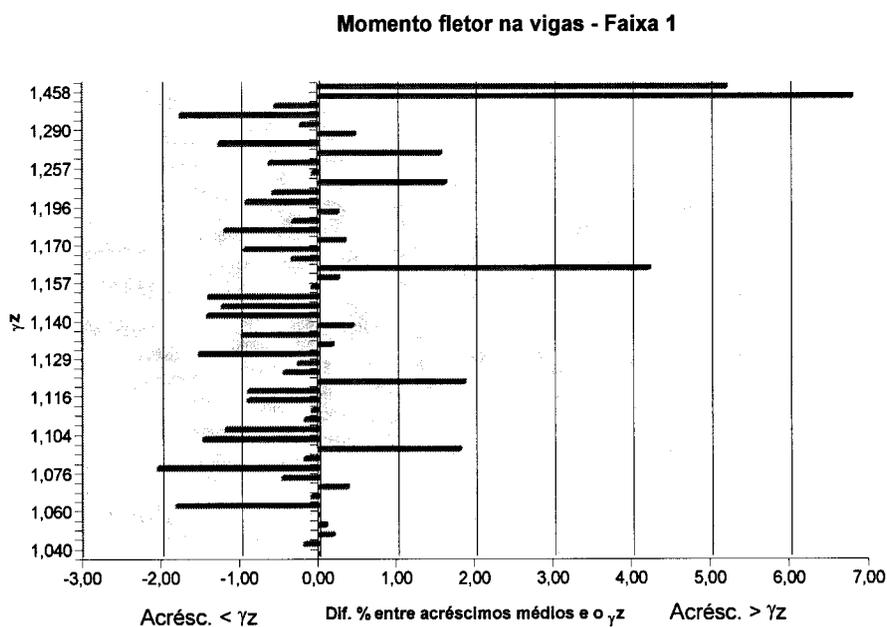


Figura 4.31 - Diferença % entre os acréscimos médios de momentos fletores nas vigas em segunda ordem e o γ_z - Faixa 1

A faixa 2 apresenta, na maior parte dos exemplos, resultados de γ_z abaixo dos acréscimos médios ocorridos na estrutura (figuras 4.32 e 4.33). Essas diferenças somente atingem valores superiores a 5%, para γ_z acima de 1,3.

Os edifícios nº 6 e nº 21 apresentam-se fora da tendência geral das demais estruturas.

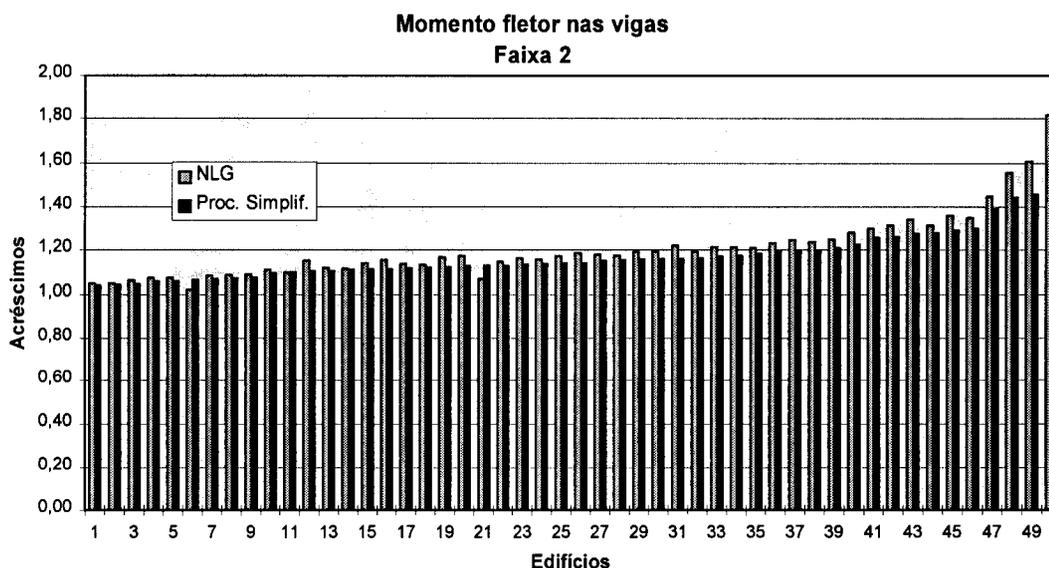


Figura 4.32- Comparação entre os acréscimos de momentos fletores nas vigas em segunda ordem e o γ_z - Faixa 2

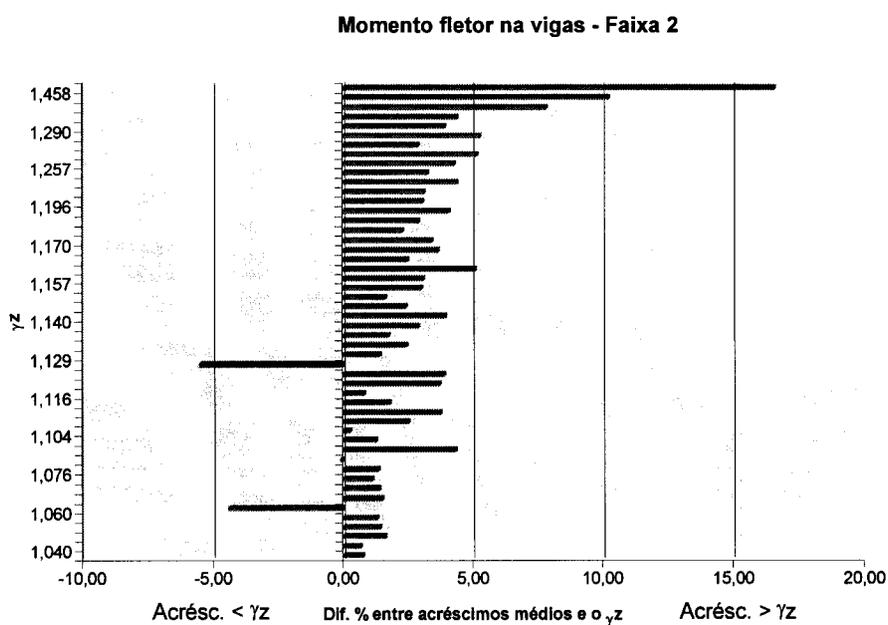


Figura 4.33 - Diferença % entre os acréscimos médios de momentos fletores nas vigas em segunda ordem e o γ_z - Faixa 2

As figuras 4.34 e 4.35 ilustram o comportamento da faixa 3 que, de modo análogo à faixa 2, apresenta, como tendência geral, acréscimos médios superiores ao γ_z .

Nessa faixa observa-se um maior número de exemplares com diferenças percentuais acima de 5% contra a segurança, mesmo para valores mais baixos de γ_z , o que não acontece para a faixa 2.

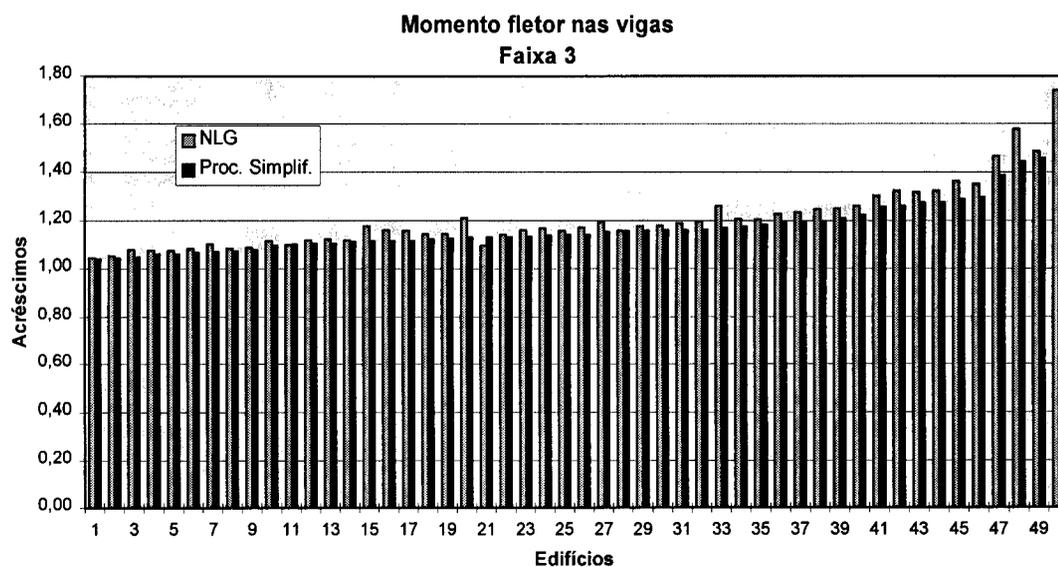


Figura 4.34- Comparação entre os acréscimos de momentos fletores nas vigas em segunda ordem e o γ_z - Faixa 3

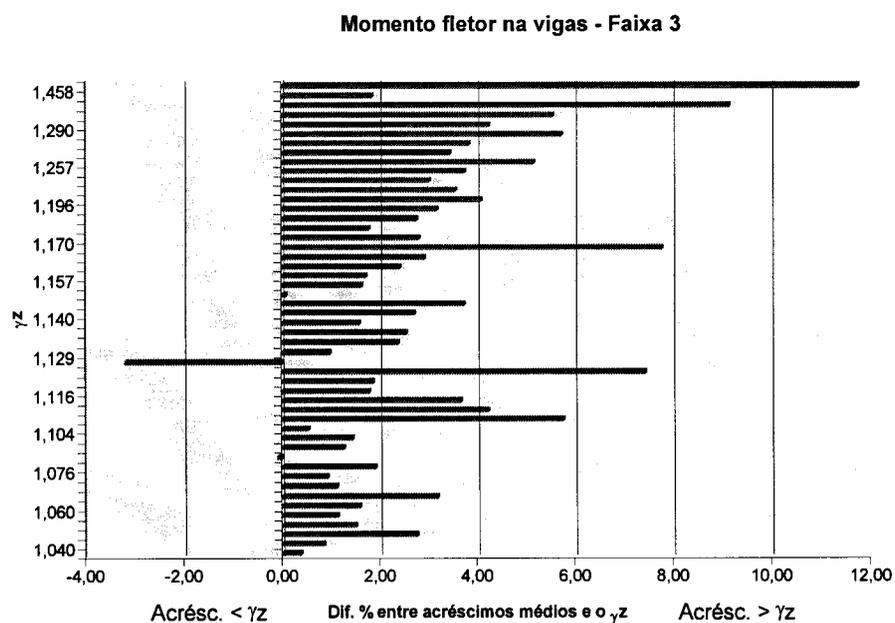


Figura 4.35 - Diferença % entre os acréscimos médios de momentos fletores nas vigas em segunda ordem e o γ_z - Faixa 3

Para a faixa 4 (figuras 4.36 e 4.37) a maior parte dos edifícios se apresenta a favor da segurança em relação ao γ_z . As diferenças percentuais

a favor da segurança chegam a valores próximos a 13%, mesmo para valores baixos de γ_z . Já as diferenças contra a segurança são todas inferiores a 4%.

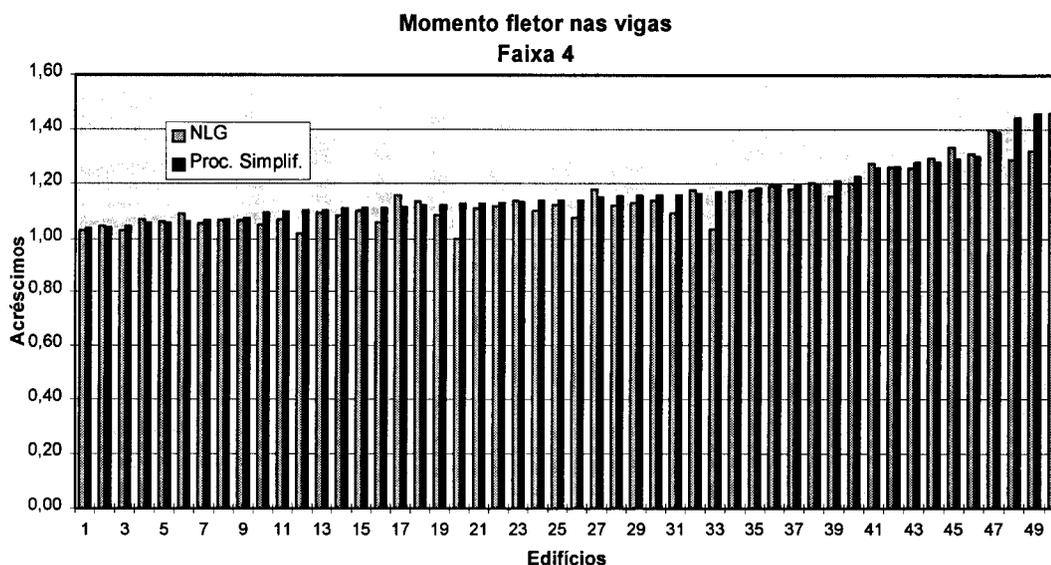


Figura 4.36- Comparação entre os acréscimos de momentos fletores nas vigas em segunda ordem e o γ_z - Faixa 4

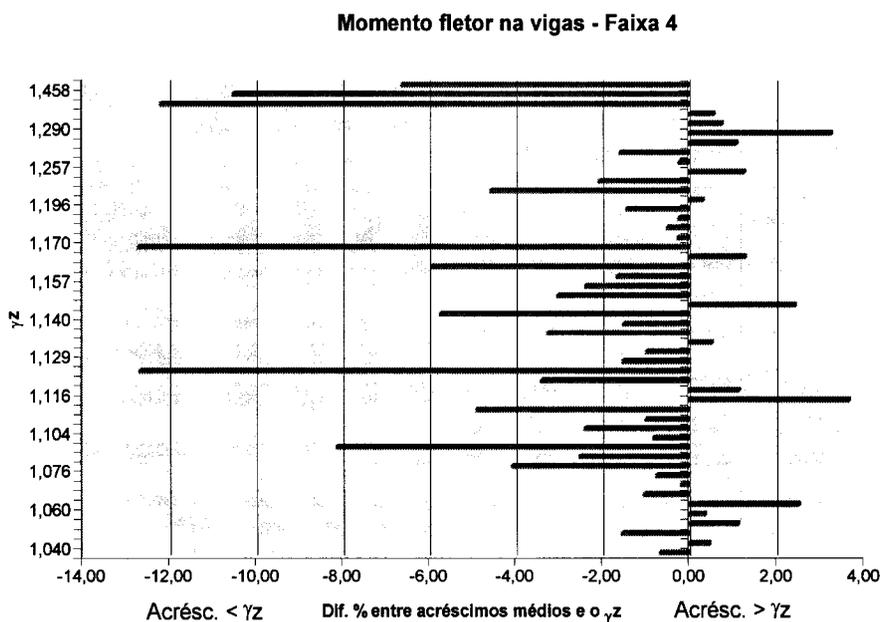


Figura 4.37 - Diferença % entre os acréscimos médios de momentos fletores nas vigas em segunda ordem e o γ_z - Faixa 4

Para a faixa 5 (figuras 4.38 e 4.39) observa-se uma tendência geral dos acréscimos médios nos esforços estarem abaixo dos acréscimos previstos através do γ_z .

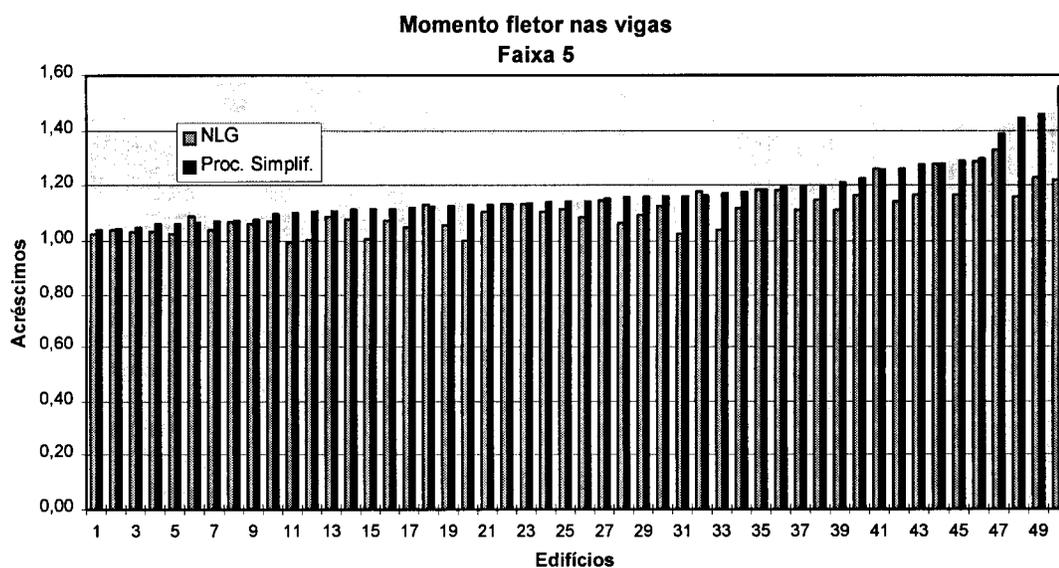


Figura 4.38- Comparação entre os acréscimos de momentos fletores nas vigas em segunda ordem e o γ_z - Faixa 5

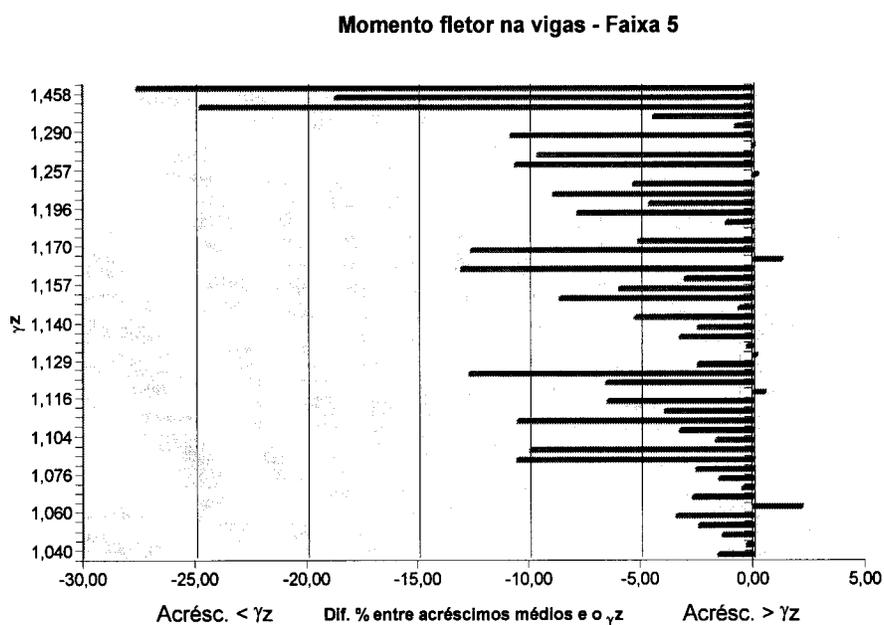


Figura 4.39 - Diferença % entre os acréscimos médios de momentos fletores nas vigas em segunda ordem e o γ_z - Faixa 5

4.7 - CONCLUSÃO

Analisando-se os resultados obtidos observa-se que o γ_z , na grande maioria dos exemplares analisados, descreve com boa aproximação os acréscimos médios de esforços em segunda ordem.

Essa estimativa apresenta, na maior parte dos casos, resultados seguros para a faixa 1 e contra a segurança para as faixas 2 e 3. A faixa 4 apresenta resultados ora seguros, ora não, parecendo ser uma faixa de transição entre a faixa 3, onde o γ_z se mostra contra a segurança, e a faixa 5, onde está a favor da segurança.

CAPÍTULO 5 - CONCLUSÕES

Neste capítulo são apresentadas as conclusões gerais baseadas nas análises efetuadas ao longo do trabalho.

No capítulo 2 são apresentados modelos bidimensionais para a análise de elementos de concreto armado através do método dos elementos finitos. Esse esquema foi aferido através de comparações com resultados experimentais para uma viga biapoiada, apresentando um resultado satisfatório.

Deste modo, pôde-se obter indicações a respeito dos valores de EI_{ef} , produto de rigidez à flexão efetivo, correspondentes a vigas de concreto armado, através do estudo de peças biapoiadas e biengastadas. Observou-se que o EI_{ef} dessas vigas variou entre $0,40 E_c I_g$ a $0,64 E_c I_g$, sendo que os valores mais baixos de EI_{ef} correspondem a vigas com armaduras em uma única face e os maiores valores às vigas com armadura nas duas faces. Portanto, parece razoável o estabelecimento de valores diferenciados para esses dois casos, como se faz na proposta na nova **NB-1**.

Para os pilares analisados, observou-se a grande influência do esforço normal nos resultados obtidos para os valores de EI_{ef} . Esses resultados mostram que, quando o esforço normal é elevado e o momento fletor é pequeno, o EI_{ef} permanece com valores acima do $E_c I_g$, chegando a valores de até $1,26 E_c I_g$. Quando, por outro lado, o momento fletor é predominante, o EI_{ef} tem seus valores menores que o $E_c I_g$, chegando a um mínimo de $0,72 E_c I_g$. Esta variabilidade nos resultados também é verificada

na literatura sobre o assunto e aponta a necessidade de uma dose de cautela na adoção do EI_{ef} para esses elementos.

O exemplo de pórtico plano analisado indica que as reduções de inércia usualmente empregadas se encontram a favor da segurança, quando comparadas com os resultados obtidos com o modelo teórico. Os resultados que mais se aproximam daqueles obtidos com o processamento teórico são os correspondentes a $0,6 E_c I_g$ para as vigas e $1,0 E_c I_g$ para pilares. Esse resultado pode ser decorrente do fato dos pilares, quando solicitados predominantemente por esforços normais, chegarem a apresentar valores de EI_{ef} maiores que o $E_c I_g$.

Com base nesses resultados, conclui-se que os valores de EI_{ef} são extremamente influenciados por diversos fatores e só podem ser corretamente avaliados através de uma análise estrutural mais sofisticada. Entretanto, os exemplos analisados indicam que as prescrições para a redução na inércia bruta dos elementos estruturais a serem adotadas na próxima edição da **NB-1**, ou seja: $EI_{ef} = 0,5 E_c I_g$ para as vigas e $EI_{ef} = 0,8 E_c I_g$ para os pilares, parecem bastantes razoáveis.

Os problemas relativos à NLG são discutidos no capítulo 3, onde se apresentam as considerações gerais para a realização de dois tipos de análise em segunda ordem: um *processo simplificado*, onde os esforços em primeira ordem são majorados pelo γ_z ; e um *processo mais rigoroso*, no qual a NLG é considerada através de alterações incrementais na matriz de rigidez. Em ambos os procedimentos, a NLF é considerada através de simples reduções na inércia dos elementos estruturais. Comparando-se os esforços obtidos através desses dois procedimentos de análise em segunda ordem, pôde-se aferir a acuidade do processo simplificado.

Os resultados obtidos para 25 edifícios submetidos ao carregamento horizontal e à ação vertical, apresentados no capítulo 4, indicam o modo como o coeficiente γ_z se relaciona com os esforços em segunda ordem.

Para os esforços normais, considerando-se a estrutura global, os acréscimos de primeira para segunda ordem mostram-se próximos ao γ_z ,

mesmo para valores elevados desses acréscimos. Pôde-se constatar, entretanto, que os acréscimos de esforços normais devidos à ação horizontal na estrutura tornam-se pouco significativos quando comparados com os esforços devidos ao carregamento vertical.

Os acréscimos de momentos fletores nos pilares se mostram, a nível global, próximos ao γ_z até para valores elevados do parâmetro. Para valores de γ_z entre 1,15 e 1,20 começam a aparecer diferenças da ordem de 3% contra a segurança. Acima de 1,20, as diferenças tendem aumentar para valores acima de 5%, sendo que a maioria destas se mostra contra a segurança.

Considerando-se o comportamento ao longo da altura, os acréscimos de momentos fletores se apresentam menores que o γ_z para trechos de pilares próximos à base. Para os trechos intermediários, os acréscimos são maiores que os previstos pelo γ_z , voltando a ser menores nos trechos próximos ao topo.

Os esforços nas vigas, esforços cortantes e momentos fletores, apresentam comportamentos semelhantes entre si. A nível global, as diferenças são da ordem de apenas 3% contra a segurança, mesmo para valores de γ_z acima de 1,25.

Considerando-se o comportamento ao longo da altura, esses esforços apresentam-se ora a favor ora contra a segurança para as peças próximas à base. Sendo que somente para γ_z acima de 1,3 aparecem diferenças contra a segurança da ordem de 7% nessa região. Para as peças situadas nas regiões intermediárias, a estimativa do γ_z mostra-se contra a segurança, com diferenças acima de 5% para γ_z maior que 1,3. Finalmente, para peças próximas ao topo a estimativa através do γ_z volta a ser a favor da segurança.

De todos os resultados obtidos, pode-se concluir que a utilização do parâmetro γ_z é satisfatória dentro de certos limites, sendo que o valor de 1,2, estabelecido por **FRANCO & VASCONCELOS (1991)**, parece ser realmente adequado. O estabelecimento de um limite superior a 1,2 deve ser evitado,

levando-se em conta o fato de que nas faixas intermediárias, onde os valores dos esforços devidos à ação horizontal são maiores, a estimativa se mostra contra a segurança. Nessas faixas, deve-se considerar ainda que os acréscimos de esforços apresentam certa dispersão em torno da média, o que concorre para a diminuição da segurança.

Como sugestão para trabalhos posteriores, recomenda-se o estudo mais aprofundado do comportamento de vigas e pilares, considerando-se a NLF, visando um melhor conhecimento do valor de EI_{ef} . Em especial, deve-se estar atento ao comportamento dos pilares quando submetidos a ações combinadas de esforços normais e momentos fletores. A análise da NLF com modelos mais sofisticados, que permitam o estudo desses membros quando submetidos à flexão oblíqua, se mostra necessária, visto que no presente trabalho são tratados apenas casos de flexão normal.

Outros casos de vinculação devem ser estudados, tanto para vigas quanto para os pilares, de modo a tentar reproduzir a elasticidade da ligação viga-pilar. Um número maior de pórticos planos deve ser analisado, de forma a se verificar os valores obtidos neste trabalho, que indicam EI_{ef} de $0,6 E_c I_g$ para as vigas e $1,0 E_c I_g$ para pilares, nesse tipo de análise. Deve-se também proceder com esse tipo de estudo lançando-se mão de uma modelagem com pórticos espaciais.

Por fim, deve-se estudar a validade do parâmetro γ_z como majorador de esforços em edifícios com pavimentos de transição, com grandes variações nos pés direitos entre os pavimentos e contendo pilares com variações bruscas de inércia ao longo do elemento. Deve-se ainda, estudar os casos onde a resultante do carregamento horizontal não passa pelo centro de torção do edifício.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (1994). Manual of concrete practice: *Use of concrete in buildings; design, specifications, and related topics*. Detroit. (ACI 318/318R-111).

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1978). *NB-1 - Projeto e execução de obras de concreto armado*. Rio de Janeiro, ABNT.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1978). *NB-5 - Cargas para o cálculo de estruturas de edificações*. ABNT.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1984). *NBR-8681 - Ações e segurança nas estruturas*. Rio de Janeiro, ABNT.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1988). *NBR-6123 - Forças devidas ao vento em edificações*. ABNT.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1994). *NB-1 - Texto base para revisão*.

BECK, H.; KÖNIG, G. (1966). Restraining forces (Festhaltekräfte) in the analysis of tall buildings. In: SYMPOSIUM ON TALL BUILDINGS, Oxford. *Proceedings*. p.513-536.

CAMPOS Fº, A.(1986). Estudo de estruturas de concreto armado através do método dos elementos finitos. In: CONGRESSO LATINO AMERICANO

SOBRE MÉTODOS COMPUTACIONAIS PARA ENGENHARIA, 6., São Carlos, 4-7 nov. *Anais v.3*, p.1413-1426.

CARMO, R.M.S.(1995). *Efeitos de segunda ordem em edifícios usuais de concreto armado*.112p. São Carlos. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

COMITÉ EURO-INTERNACIONAL DU BÉTON (1977). Code modèle CEB-FIP pour les structures en béton. *CEB Bulletin D'Information*, n.124/125.

COMITÉ EURO-INTERNACIONAL DU BÉTON (1978). CEB-FIP: Manual of buckling and instability. *CEB Bulletin D'Information*, n.123.

COMITÉ EURO-INTERNACIONAL DU BÉTON (1990). CEB-FIP model code 1990: final draft. *CEB Bulletin D'Information*, n.203/204/205.

CORRÊA, M.R.S.(1991). *Aperfeiçoamento de modelos usualmente empregados no projeto de sistemas estruturais de edifícios*. São Carlos. 331p. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos - USP.

FRANÇA, R.L.S. (1991). *Contribuição ao estudo dos efeitos de segunda ordem em pilares de concreto armado*. São Paulo. Tese (Doutorado) - Escola Politécnica - USP.

FRANCO, M. (1985a). O parâmetro de instabilidade dos edifícios de altos. *Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas*, Lisboa, n.23, p.69-72.

FRANCO, M.(1995). Global and local instability of concret tall buildings. In: SYMPOSIUM ON SPACE STRUCTURES, Milan, May. *Proceedings*.

FRANCO, M; VASCONCELOS, A.C. (1991). Pratical assessment of second order effects in tall buildings. In: COLLOQUIUM ON THE CEB-FIP MC 90, Rio de Janeiro. *Proceedings*. p.307-324.

LUSAS: verification manual II, versão 11.

LUSAS: theory manual, versão 10.

MACGREGOR, J.G. (1993). Design of slender concrete columns: Revisited. *ACI Structural Journal*, v.90, n.3,p.302-309, May-Jun.

MASON, R.L.; GUNST, R.F.; HESS, J.L. *Statistical design and analysis of experiments*, John Wiley & Sons.

RAMALHO, M.A.(1990). *Sistemas para análise de estruturas considerando interação com o meio elástico*. São Carlos. 389p. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos - USP.

REBAP - Regulamento de estruturas de betão armado e pré-esforçado. Porto, 1984.

VASCONCELOS, A.C. (1987). Como especificar a segurança quando há efeitos de segunda ordem a considerar. In: REUNIÃO ANUAL DO IBRACON : Seminário Sobre os Aspectos Conflitantes em Normas Brasileiras, São Paulo, 20-24 de jul. *Anais*.

OBRAS CONSULTADAS

ACHCAR, J.A.; RODRIGUES, J. *Introdução à estatística para ciências e tecnologia*. São Carlos, Publicação EESC-USP.

BHATTACHARYYA, G.; JOHNSON, R.A. (1984). *Statistical concepts and methods*. John Wiley & Sons.

BOX, G.E.; HUNTER, W.G.; HUNTER, J.S. (1978) *Statistics for experimenters, an introduction to design, data analysis, and model building*. John Wiley & Sons.

CHATFIELD, C. (1978). *Statistics for technology*. Chapman and Hall.

COSTA NETO, P.L.O. (1977). *Estatística*. Editora Edgard Blucher Ltda.

DUARTE, H.; PRADO, J.F.M.A. (1992). Análise da estabilidade global de edifícios. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos - USP.

FRANÇA, R.L.S. (1985). Exemplo de cálculo do esforço de segunda ordem em um edifício de concreto armado. In: REUNIÃO ANUAL DO IBRACON: Colóquio sobre Estabilidade Global das Estruturas de Concreto Armado, São Paulo, 22-26 jul. *Anais*.

FRANCO, M. (1985b). O parâmetro de estabilidade nos edifícios de concreto. In: REUNIÃO ANUAL DO IBRACON: Colóquio sobre Estabilidade Global das Estruturas de Concreto Armado, São Paulo, 22-26 jul. *Anais*. 26p.

- FUSCO, P.B. (1981). *Estruturas de concreto armado : solicitações normais*. Rio de Janeiro, Guanabara Dois.
- HAGE, S.E.; MACGREGOR, J.G. (1974). *Second order analysis of reinforced concrete frames*. Edmonton, University of Alberta, Department of Civil Engineering. 331p. (Structural Engineering Report n.9).
- MACGREGOR, J.G.; HAGE, A.M.(1977). Stability analysis and design of concrete frames. *Journal of Structural Division, ASCE*, v.103, n.ST10, p1953-1970, Oct.
- MIRZA, S.A. (1990). Flexural stiffness of rectangular reinforced concrete columns. *Aci Structural Journal*, v.87, n. 4, July-August.
- MÜLLER, H.S.; HILSDORF, H.K. (1991). Constitutive relations for concrete. IN: COLLOQUIUM ON THE CEB-FIP MC 90. Rio de Janeiro. *Proceedings*. p.1-46.
- SANTOS, L.M.; FRANCO, M. (1993). *Instabilidade e efeitos de segunda ordem nas estruturas de concreto*. In: SIMPÓSIO EPUSP SOBRE ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO, 3., São Paulo, 1-3 dec. *Anais*.
- SIGMON, G.R.; AHMAD, S.H. (1990). Flexural rigidity of circular reinforced concrete sections. *Aci Structural Journal*, v.87, n. 5, September-October.
- VASCONCELOS, A.C. (1985). Critérios para dispensa de consideração do efeito de segunda ordem. In: REUNIÃO ANUAL DO IBRACON: Colóquio sobre Estabilidade Global das Estruturas de Concreto Armado, São Paulo, 22-26 jul. *Anais*.

VASCONCELOS, A.C. (1986). Como enrijecer edifícios muito flexíveis. In: LA INGENIARÍA ESTRUCTURAL SUDAMERICANA EN LA DÉCADA DEL 80: Homenaje al Ingeniero Julio Ricaldoni, Montevideo, Uruguay, 17-19 dic. P.237-269.

ZENG, J.M.; DUAN, L; WANG, F.M.; CHEN, W.F. (1992). Flexural rigidity of reinforced concrete columns. *ACI Structural Journal*, v.89 n. 2, March-April.