

**RESERVATÓRIOS METÁLICOS ELEVADOS
PARA APLICAÇÃO NA ÁREA DE PROCESSOS
DA INDÚSTRIA SUCRO-ALCOOLEIRA**

RENATO CELINI BADIALE

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Engenharia de Estruturas.

ORIENTADOR : Prof. Dr. José Jairo de Sáles

São Carlos

1997

**Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca - EESC-USP**

B136r Badiale, Renato Celini
Reservatórios metálicos elevados para aplicação
na área de processos da indústria sucro-alcooleira
/ Renato Celini Badiale. -- São Carlos, 1997.

Dissertação (Mestrado). -- Escola de Engenharia
de São Carlos-Universidade de São Paulo, 1997.
Área: Engenharia de Estruturas
Orientador: Prof. Dr. José Jairo de Sáles

1. Reservatórios metálicos. 2. Cálculo
estrutural. 3. Cascas de revolução. I. Título.

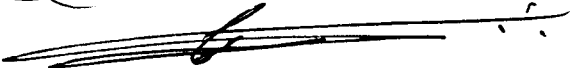
FOLHA DE APROVAÇÃO

Candidato: Engenheiro **RENATO CELINI BADIALE**

Dissertação defendida e aprovada em 15-12-1997
pela Comissão Julgadora:



Prof. Doutor **JOSE JAIRO DE SALES (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)




Prof. Titular **CARLITO CALIL JUNIOR**
(Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)



Prof. Doutor **LEANDRO PALERMO JUNIOR**
(Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP)



Prof. Titular **CARLITO CALIL JUNIOR**
Coordenador da Área de Engenharia de Estruturas



JOSÉ CARLOS A CINTRA
Presidente da Comissão de Pós-Graduação

Aos meus pais e irmã
À Célia, esposa e amiga
Aos meus filhos Ligia,
Lucas e Rafael

AGRADECIMENTOS

À Deus, pela oportunidade e pelas pessoas que colocou em minha caminhada.

Aos colegas do curso de pós-graduação pela acolhida e pelo convívio agradável.

Ao pessoal da secretaria, biblioteca e demais funcionários do Departamento de Estruturas pela colaboração.

Aos funcionários do LaMEM pela amizade fraterna.

À todos os professores do curso de pós-graduação pela paciência.

Aos professores Maximiliano Malite, Carlito Calil Jr. pelo apoio e incentivo.

Ao meu orientador professor José Jairo de Sáles pela experiência transmitida, por compreender minhas falhas e limitações, e principalmente, pela franqueza e amizade.

À todos os meus familiares, minha eterna gratidão por estarem sempre ao meu lado.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	i
LISTA DE TABELAS	ix
RESUMO	xii
<i>ABSTRACT</i>	xiii
1 INTRODUÇÃO	1
2 EQUACIONAMENTO DAS EXPRESSÕES TEÓRICAS	11
2.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS	11
2.2 CASCA CILÍNDRICA	14
2.2.1 CASCA CILÍNDRICA COM BORDA INFERIOR ENGASTADA	19
2.2.2 CASCA CILÍNDRICA COM BORDA INFERIOR APOIADA FIXA	22
2.2.3 TENSÕES TEÓRICAS DE MEMBRANA	24
2.3 CASCA CÔNICA	24
2.3.1 CASCA CÔNICA COM BORDA SUPERIOR ENGASTADA	31
2.3.2 CASCA CÔNICA COM BORDA SUPERIOR APOIADA FIXA	35
2.3.3 TENSÕES TEÓRICAS DE MEMBRANA	37
3 ANÁLISE POR ELEMENTOS FINITOS	39
3.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS	39
3.2 CODIFICAÇÃO PARA CASCA CILÍNDRICA	41
3.2.1 ARQUIVO PARA ENTRADA DE DADOS	43
3.3 CODIFICAÇÃO PARA CASCA CÔNICA	49
3.3.1 ARQUIVO PARA ENTRADA DE DADOS	50
4 ESTRUTURA "TÍPICA" ANALISADA - COMENTÁRIOS GERAIS	55
5 CALCULANDO A ESTRUTURA "TÍPICA"	60

5.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS	60
5.2 CALCULANDO E OBTENDO RESULTADOS PARA A CASCA CILÍNDRICA	63
5.2.1 CASCA CILÍNDRICA COM BORDA INFERIOR ENGASTADA	64
5.2.2 CASCA CILÍNDRICA COM BORDA INFERIOR APOIADA FIXA	74
5.3 CALCULANDO E OBTENDO RESULTADOS PARA A CASCA CÔNICA INCLINAÇÃO $\theta_r = 30^\circ$ COM A HORIZONTAL	83
5.3.1 CASCA CÔNICA COM BORDA SUPERIOR ENGASTADA	84
5.3.2 CASCA CÔNICA COM BORDA SUPERIOR APOIADA FIXA	96
5.4 CALCULANDO E OBTENDO RESULTADOS PARA A CASCA CÔNICA INCLINAÇÃO $\theta_r = 45^\circ$ COM A HORIZONTAL	106
5.4.1 CASCA CÔNICA COM BORDA SUPERIOR ENGASTADA	107
5.4.2 CASCA CÔNICA COM BORDA SUPERIOR APOIADA FIXA	118
5.5 CALCULANDO E OBTENDO RESULTADOS PARA A CASCA CÔNICA INCLINAÇÃO $\theta_r = 60^\circ$ COM A HORIZONTAL	128
5.5.1 CASCA CÔNICA COM BORDA SUPERIOR ENGASTADA	129
5.5.2 CASCA CÔNICA COM BORDA SUPERIOR APOIADA FIXA	140
6 CONCLUSÕES	150
7 BIBLIOGRAFIA	154

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - Equipamentos da alimentação de cana	2
FIGURA 2 - Equipamento da extração de caldo : "terno"de moenda	2
FIGURA 3 - Transportador metálico distribuidor de bagaço : seção transversal e vista lateral	3
FIGURA 4 - Equipamentos da fabricação de açúcar e álcool	3
FIGURA 5 - Cascas cilíndrica e cônica	4
FIGURA 6 - Foto de dorna de fermentação de usina de açúcar na região de Catanduva - S.P.	5
FIGURA 7 - Foto de decantador com fundo sustentado por casca cônica de concreto	7
FIGURA 8 - Seção transversal da "viga anel"	7
FIGURA 9 - Fundo cônico com reforço tipo "grelha circular/radial metálica"	8
FIGURA 10 - Foto onde se pode visualizar imperfeição inicial do corpo cilíndrico	9
FIGURA 11 - Casca cilíndrica de revolução sob ação de pressão hidrostática	14
FIGURA 12 - Esquema para as forças e momentos distribuídos na borda vinculada	19
FIGURA 13 - Esquema para deslocamentos radiais e rotações	20
FIGURA 14 - Esquema para os momentos solicitantes	21
FIGURA 15 - Esquema para as tensões atuantes	22

FIGURA 16 - Casca cônica de revolução sob ação de pressão hidrostática	25
FIGURA 17 - Esquema para as forças e momentos distribuídos na borda superior vinculada	30
FIGURA 18 - Esquema para deslocamentos radiais e rotações	32
FIGURA 19 - Esquema para os momentos solicitantes	33
FIGURA 20 - Esquema para as forças solicitantes	34
FIGURA 21 - Esquema para as tensões atuantes	35
FIGURA 22 - Esquema geral para modelo da casca cilíndrica	42
FIGURA 23 - Esquema da geração dos nós	44
FIGURA 24 - Esquema dos esforços fornecidos na saída de dados para opção "O=0" ("O" igual a zero)	46
FIGURA 25 - Esquema dos esforços fornecidos na saída de dados para opção "O=1" para as faces interna (top) e externa (bot) do elemento	47
FIGURA 26 - Esquema da geração dos elementos	48
FIGURA 27 - Esquema da geração de nós	52
FIGURA 28 - Esquema da geração dos elementos	54
FIGURA 29 - Esquema do reservatório metálico elevado analisado com fundo cônica a 30, 45 e 60 graus com a horizontal	57
FIGURA 30 - Esquema para compreensão da existência de quatro parâmetros por nó	62
FIGURA 31 - Gráficos para os valores dos deslocamentos radiais $W_e(z)$ ao longo do meridiano da superfície média da casca cilíndrica	65
FIGURA 32 - Gráficos para os valores das rotações $\phi_e(z)$ ao longo do meridiano da superfície média da casca cilíndrica	66
FIGURA 33 - Gráficos para os valores dos momentos ao longo dos paralelos $M1e(z)$ da superfície média da casca cilíndrica	67
FIGURA 34 - Gráficos para os valores dos momentos ao longo dos meridianos $M2e(z)$ da superfície média da casca cilíndrica	68

FIGURA 35 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos meridianos da superfície interna $\sigma_{1ein}(z)$ da casca cilíndrica	69
FIGURA 36 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos meridianos da superfície externa $\sigma_{1eex}(z)$ da casca cilíndrica	70
FIGURA 37 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos paralelos da superfície interna $\sigma_{2ein}(z)$ da casca cilíndrica	71
FIGURA 38 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos paralelos da superfície externa $\sigma_{2eex}(z)$ da casca cilíndrica	72
FIGURA 39 - Gráfico comparativo para os valores das tensões ao longo dos paralelos da casca cilíndrica : $\sigma_{2m}(z)$, $\sigma_{2ein}(z)$ e $\sigma_{2eex}(z)$	73
FIGURA 40 - Gráficos para os valores dos deslocamentos radiais $W_a(z)$ ao longo do meridiano da superfície média da casca cilíndrica	75
FIGURA 41 - Gráficos para os valores das rotações $\phi_a(z)$ ao longo do meridiano da superfície média da casca cilíndrica	75
FIGURA 42 - Gráficos para os valores dos momentos ao longo dos paralelos $M_{1a}(z)$ da superfície média da casca cilíndrica	77
FIGURA 43 - Gráficos para os valores dos momentos ao longo dos meridianos $M_{2a}(z)$ da superfície média da casca cilíndrica	77
FIGURA 44 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos meridianos da superfície interna $\sigma_{1ain}(z)$ da casca cilíndrica	79
FIGURA 45 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos meridianos da superfície externa $\sigma_{1aex}(z)$ da casca cilíndrica	79
FIGURA 46 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos paralelos da superfície interna $\sigma_{2ain}(z)$ da casca cilíndrica	81
FIGURA 47 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos paralelos da superfície externa $\sigma_{2aex}(z)$ da casca cilíndrica	81
FIGURA 48 - Gráfico comparativo para os valores das tensões ao longo dos paralelos da casca cilíndrica : $\sigma_{2m}(z)$, $\sigma_{2ain}(z)$ e $\sigma_{2aex}(z)$	82

FIGURA 49 - Gráficos para os valores dos deslocamentos radiais $\xi_e(z)$ ao longo do meridiano da superfície média da casca cônica	85
FIGURA 50 - Gráficos para os valores das rotações $\phi_e(z)$ ao longo do meridiano da superfície média da casca cônica	86
FIGURA 51 - Gráficos para os valores dos momentos ao longo dos paralelos $M1e(z)$ da superfície média da casca cônica	88
FIGURA 52 - Gráficos para os valores dos momentos ao longo dos meridianos $M2e(z)$ da superfície média da casca cônica	88
FIGURA 53 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos meridianos da superfície interna $\sigma1ein(z)$ da casca cônica	90
FIGURA 54 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos meridianos da superfície externa $\sigma1eex(z)$ da casca cônica	90
FIGURA 55 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos paralelos da superfície interna $\sigma2ein(z)$ da casca cônica	92
FIGURA 56 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos paralelos da superfície externa $\sigma2eex(z)$ da casca cônica	92
FIGURA 57 - Gráfico comparativo para os valores das tensões ao longo dos meridianos da casca cônica : $\sigma1m(z)$, $\sigma1ein(z)$ e $\sigma1eex(z)$	94
FIGURA 58 - Gráfico comparativo para os valores das tensões ao longo dos paralelos da casca cônica : $\sigma2m(z)$, $\sigma2ein(z)$ e $\sigma2eex(z)$	95
FIGURA 59 - Gráficos para os valores dos deslocamentos radiais $\xi_a(z)$ ao longo do meridiano da superfície média da casca cônica	97
FIGURA 60 - Gráficos para os valores das rotações $\phi_a(z)$ ao longo do meridiano da superfície média da casca cônica	97
FIGURA 61 - Gráficos para os valores dos momentos ao longo dos paralelos $M1a(z)$ da superfície média da casca cônica	99
FIGURA 62 - Gráficos para os valores dos momentos ao longo dos meridianos $M2a(z)$ da superfície média da casca cônica	99

FIGURA 63 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos meridianos da superfície interna $\sigma_{1ain}(z)$ da casca cônica	101
FIGURA 64 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos meridianos da superfície externa $\sigma_{1aex}(z)$ da casca cônica	101
FIGURA 65 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos paralelos da superfície interna $\sigma_{2ain}(z)$ da casca cônica	103
FIGURA 66 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos paralelos da superfície externa $\sigma_{2aex}(z)$ da casca cônica	103
FIGURA 67 - Gráfico comparativo para os valores das tensões ao longo dos meridianos da casca cônica : $\sigma_{1m}(z)$, $\sigma_{1ain}(z)$ e $\sigma_{1aex}(z)$	104
FIGURA 68 - Gráfico comparativo para os valores das tensões ao longo dos paralelos da casca cônica : $\sigma_{2m}(z)$, $\sigma_{2ain}(z)$ e $\sigma_{2aex}(z)$	105
FIGURA 69 - Gráficos para os valores dos deslocamentos radiais $\xi_e(z)$ ao longo do meridiano da superfície média da casca cônica	108
FIGURA 70 - Gráficos para os valores das rotações $\phi_e(z)$ ao longo do meridiano da superfície média da casca cônica	108
FIGURA 71 - Gráficos para os valores dos momentos ao longo dos paralelos $M_{1e}(z)$ da superfície média da casca cônica	110
FIGURA 72 - Gráficos para os valores dos momentos ao longo dos meridianos $M_{2e}(z)$ da superfície média da casca cônica	110
FIGURA 73 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos meridianos da superfície interna $\sigma_{1ein}(z)$ da casca cônica	112
FIGURA 74 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos meridianos da superfície externa $\sigma_{1eex}(z)$ da casca cônica	112
FIGURA 75 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos paralelos da superfície interna $\sigma_{2ein}(z)$ da casca cônica	114
FIGURA 76 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos paralelos da superfície externa $\sigma_{2eex}(z)$ da casca cônica	114

FIGURA 77 - Gráfico comparativo para os valores das tensões ao longo dos meridianos da casca cônica : $\sigma_{1m}(z)$, $\sigma_{1ein}(z)$ e $\sigma_{1eex}(z)$	116
FIGURA 78 - Gráfico comparativo para os valores das tensões ao longo dos paralelos da casca cônica : $\sigma_{2m}(z)$, $\sigma_{2ein}(z)$ e $\sigma_{2eex}(z)$	117
FIGURA 79 - Gráficos para os valores dos deslocamentos radiais $\xi_a(z)$ ao longo do meridiano da superfície média da casca cônica	119
FIGURA 80 - Gráficos para os valores das rotações $\phi_a(z)$ ao longo do meridiano da superfície média da casca cônica	119
FIGURA 81 - Gráficos para os valores dos momentos ao longo dos paralelos $M_{1a}(z)$ da superfície média da casca cônica	121
FIGURA 82 - Gráficos para os valores dos momentos ao longo dos meridianos $M_{2a}(z)$ da superfície média da casca cônica	121
FIGURA 83 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos meridianos da superfície interna $\sigma_{1ain}(z)$ da casca cônica	123
FIGURA 84 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos meridianos da superfície externa $\sigma_{1aex}(z)$ da casca cônica	123
FIGURA 85 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos paralelos da superfície interna $\sigma_{2ain}(z)$ da casca cônica	125
FIGURA 86 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos paralelos da superfície externa $\sigma_{2aex}(z)$ da casca cônica	125
FIGURA 87 - Gráfico comparativo para os valores das tensões ao longo dos meridianos da casca cônica : $\sigma_{1m}(z)$, $\sigma_{1ain}(z)$ e $\sigma_{1aex}(z)$	126
FIGURA 88 - Gráfico comparativo para os valores das tensões ao longo dos paralelos da casca cônica : $\sigma_{2m}(z)$, $\sigma_{2ain}(z)$ e $\sigma_{2aex}(z)$	127
FIGURA 89 - Gráficos para os valores dos deslocamentos radiais $\xi_e(z)$ ao longo do meridiano da superfície média da casca cônica	130
FIGURA 90 - Gráficos para os valores das rotações $\phi_e(z)$ ao longo do meridiano da superfície média da casca cônica	130
FIGURA 91 - Gráficos para os valores dos momentos ao longo dos	

paralelos $M1e(z)$ da superfície média da casca cônica	132
FIGURA 92 - Gráficos para os valores dos momentos ao longo dos meridianos $M2e(z)$ da superfície média da casca cônica	132
FIGURA 93 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos meridianos da superfície interna $\sigma1ein(z)$ da casca cônica	134
FIGURA 94 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos meridianos da superfície externa $\sigma1eex(z)$ da casca cônica	134
FIGURA 95 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos paralelos da superfície interna $\sigma2ein(z)$ da casca cônica	136
FIGURA 96 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos paralelos da superfície externa $\sigma2eex(z)$ da casca cônica	136
FIGURA 97 - Gráfico comparativo para os valores das tensões ao longo dos meridianos da casca cônica : $\sigma1m(z)$, $\sigma1ein(z)$ e $\sigma1eex(z)$	138
FIGURA 98 - Gráfico comparativo para os valores das tensões ao longo dos paralelos da casca cônica : $\sigma2m(z)$, $\sigma2ein(z)$ e $\sigma2eex(z)$	139
FIGURA 99 - Gráficos para os valores dos deslocamentos radiais $\xi_a(z)$ ao longo do meridiano da superfície média da casca cônica	141
FIGURA 100 - Gráficos para os valores das rotações $\phi_a(z)$ ao longo do meridiano da superfície média da casca cônica	141
FIGURA 101 - Gráficos para os valores dos momentos ao longo dos paralelos $M1a(z)$ da superfície média da casca cônica	143
FIGURA 102 - Gráficos para os valores dos momentos ao longo dos meridianos $M2a(z)$ da superfície média da casca cônica	143
FIGURA 103 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos meridianos da superfície interna $\sigma1ain(z)$ da casca cônica	145
FIGURA 104 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos meridianos da superfície externa $\sigma1aex(z)$ da casca cônica	145
FIGURA 105 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos paralelos	

da superfície interna $\sigma_{2ain}(z)$ da casca cônica	147
FIGURA 106 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos paralelos	
da superfície externa $\sigma_{2aex}(z)$ da casca cônica	147
FIGURA 107 - Gráfico comparativo para os valores das tensões ao longo dos	
meridianos da casca cônica : $\sigma_{1m}(z)$, $\sigma_{1ain}(z)$ e $\sigma_{1aex}(z)$	148
FIGURA 108 - Gráfico comparativo para os valores das tensões ao longo dos	
paralelos da casca cônica : $\sigma_{2m}(z)$, $\sigma_{2ain}(z)$ e $\sigma_{2aex}(z)$	149

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 - Valores dos deslocamentos radiais $W_e(z)$ e rotações $\phi_e(z)$	64
TABELA 2 - Valores dos momentos ao longo dos paralelos $M1_e(z)$ e dos meridianos $M2_e(z)$	66
TABELA 3 - Valores para as tensões ao longo dos meridianos da superfície interna $\sigma1_{ein}(z)$ e externa $\sigma1_{eex}(z)$ da casca	68
TABELA 4 - Valores para as tensões ao longo dos paralelos da superfície interna $\sigma2_{ein}(z)$ e externa $\sigma2_{eex}(z)$ da casca	70
TABELA 5 - Valores para as tensões teóricas de membrana ao longo dos meridianos $\sigma1_m(z)$ e paralelos $\sigma2_m(z)$ da superfície média da casca	72
TABELA 6 - Valores dos deslocamentos radiais $W_a(z)$ e rotações $\phi_a(z)$	74
TABELA 7 - Valores dos momentos ao longo dos paralelos $M1_a(z)$ e dos meridianos $M2_a(z)$	76
TABELA 8 - Valores para as tensões ao longo dos meridianos da superfície interna $\sigma1_{ain}(z)$ e externa $\sigma1_{aex}(z)$ da casca	78
TABELA 9 - Valores para as tensões ao longo dos paralelos da superfície interna $\sigma2_{ain}(z)$ e externa $\sigma2_{aex}(z)$ da casca	80
TABELA 10 - Valores dos deslocamentos radiais $\xi_e(z)$ e rotações $\phi_e(z)$	84
TABELA 11 - Valores dos momentos ao longo dos paralelos $M1_e(z)$ e dos meridianos $M2_e(z)$	86
TABELA 12 - Valores para as tensões ao longo dos meridianos da superfície interna $\sigma1_{ein}(z)$ e externa $\sigma1_{eex}(z)$ da casca	89

TABELA 13 - Valores para as tensões ao longo dos paralelos da superfície interna $\sigma_{2ein}(z)$ e externa $\sigma_{2eex}(z)$ da casca	91
TABELA 14 - Valores para as tensões teóricas de membrana ao longo dos meridianos $\sigma_{1m}(z)$ e paralelos $\sigma_{2m}(z)$ da superfície média da casca	93
TABELA 15 - Valores dos deslocamentos radiais $\xi_a(z)$ e rotações $\phi_a(z)$	96
TABELA 16 - Valores dos momentos ao longo dos paralelos $M_{1a}(z)$ e dos meridianos $M_{2a}(z)$	98
TABELA 17 - Valores para as tensões ao longo dos meridianos da superfície interna $\sigma_{1ain}(z)$ e externa $\sigma_{1aex}(z)$ da casca	100
TABELA 18 - Valores para as tensões ao longo dos paralelos da superfície interna $\sigma_{2ain}(z)$ e externa $\sigma_{2aex}(z)$ da casca	102
TABELA 19 - Valores dos deslocamentos radiais $\xi_e(z)$ e rotações $\phi_e(z)$	107
TABELA 20 - Valores dos momentos ao longo dos paralelos $M_{1e}(z)$ e dos meridianos $M_{2e}(z)$	109
TABELA 21 - Valores para as tensões ao longo dos meridianos da superfície interna $\sigma_{1ein}(z)$ e externa $\sigma_{1eex}(z)$ da casca	111
TABELA 22 - Valores para as tensões ao longo dos paralelos da superfície interna $\sigma_{2ein}(z)$ e externa $\sigma_{2eex}(z)$ da casca	113
TABELA 23 - Valores para as tensões teóricas de membrana ao longo dos meridianos $\sigma_{1m}(z)$ e paralelos $\sigma_{2m}(z)$ da superfície média da casca	115
TABELA 24 - Valores dos deslocamentos radiais $\xi_a(z)$ e rotações $\phi_a(z)$	118
TABELA 25 - Valores dos momentos ao longo dos paralelos $M_{1a}(z)$ e dos meridianos $M_{2a}(z)$	120
TABELA 26 - Valores para as tensões ao longo dos meridianos da superfície interna $\sigma_{1ain}(z)$ e externa $\sigma_{1aex}(z)$ da casca	122

TABELA 27 - Valores para as tensões ao longo dos paralelos da superfície interna $\sigma_{2ain}(z)$ e externa $\sigma_{2aex}(z)$ da casca	124
TABELA 28 - Valores dos deslocamentos radiais $\xi_e(z)$ e rotações $\phi_e(z)$	129
TABELA 29 - Valores dos momentos ao longo dos paralelos $M_{1e}(z)$ e dos meridianos $M_{2e}(z)$	131
TABELA 30 - Valores para as tensões ao longo dos meridianos da superfície interna $\sigma_{1ein}(z)$ e externa $\sigma_{1eex}(z)$ da casca	133
TABELA 31 - Valores para as tensões ao longo dos paralelos da superfície interna $\sigma_{2ein}(z)$ e externa $\sigma_{2eex}(z)$ da casca	135
TABELA 32 - Valores para as tensões teóricas de membrana ao longo dos meridianos $\sigma_{1m}(z)$ e paralelos $\sigma_{2m}(z)$ da superfície média da casca	137
TABELA 33 - Valores dos deslocamentos radiais $\xi_a(z)$ e rotações $\phi_a(z)$	140
TABELA 34 - Valores dos momentos ao longo dos paralelos $M_{1a}(z)$ e dos meridianos $M_{2a}(z)$	142
TABELA 35 - Valores para as tensões ao longo dos meridianos da superfície interna $\sigma_{1ain}(z)$ e externa $\sigma_{1aex}(z)$ da casca	144
TABELA 36 - Valores para as tensões ao longo dos paralelos da superfície interna $\sigma_{2ain}(z)$ e externa $\sigma_{2aex}(z)$ da casca	146
TABELA 37 - Valores das diferenças absolutas máximas para os parâmetros da casca cônica com a borda superior engastada e inclinação $\theta_r = 10$ [graus]	152

RESUMO

BADIALE, R.C. (1997). *Reservatórios metálicos elevados para a aplicação na área de processos da indústria sucro-alcooleira*. São Carlos, 1997. 158p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

Em doze anos de atuação profissional no desenvolvimento de projetos específicos para a indústria sucro-alcooleira, observou-se a pouca informação encontrada para o projeto de equipamentos utilizados neste setor, sendo de grande utilidade aos profissionais que nele atuam, algo introdutório, para auxiliar na análise estrutural de reservatórios metálicos elevados utilizados na fabricação de açúcar e álcool. Objetivou-se, utilizar a teoria de estruturas em casca de revolução e programa "comercial" de análise de estruturas por elementos finitos, como ferramentas, no cálculo estrutural de cascas cilíndrica e cônica que compõem um equipamento com dimensões "típicas" utilizadas na área de processos da indústria sucro-alcooleira. O estudo de forma comparativa com o método dos elementos finitos permitiu calibrar a solução teórica aproximada desenvolvida. As equações obtidas, para cascas cilíndricas e cônicas com bordas engastadas ou apoiadas fixas sob a ação de pressão hidrostática, podem ser utilizadas para prever o seu comportamento estrutural, desde que observadas hipóteses e recomendações básicas. Mesmo distantes da simulação do comportamento real das cascas, já que em campo, encontram-se inúmeros outros parâmetros não considerados neste trabalho, procurou-se apresentar um melhor esboço do comportamento estrutural das mesmas com equacionamento acessível aos engenheiros não acadêmicos envolvidos com problemas de projeto estrutural.

Palavras-chave : Reservatórios metálicos; cálculo estrutural; cascas de revolução.

ABSTRACT

BADIALE, R.C. *Elevated steel tanks used in sugar and alcohol industry processes area*. São Carlos, 1997. 158p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

In twelve years of professional performance in the development of specific projects for the sugar and alcohol industry, the little information for equipments used in this sector design was observed, and it would be of great usefulness to the design engineers of this area, something introductory in the structural analysis of elevated steel tanks used in the production of sugar and alcohol. This work had as objective to use the shell of revolution theory and "commercial" programs for finite element analysis of structures, as tools, in the calculation of cylindrical and conical shells that compose a typical "dimensions" equipment used in the sugar industry processes area. The study in a comparative way with the finite elements method allowed to gauge the approximate theoretical solution developed. The equations developed for cylindrical and conical shells with fixed or supported borders under liquid pressure action, can be used to anticipate the structural behavior of the same ones, since fundamental hypotheses and basic recommendations will have been observed. In spite of far from the real behavior simulation of the shells, because of the countless others in field parameters existence and that had not been considered in this work, we tried to present a better sketch of the structural behavior of the shells with useful equations for the non academics' engineers involved with structural design problems.

Keywords : Steel tanks; structural design; shell of revolution.

1 INTRODUÇÃO

Em doze anos de atuação no desenvolvimento de projetos específicos para a indústria sucro-alcooleira, nem sempre foi possível ter certeza das hipóteses e critérios adotados, tendo muitas vezes que adaptar-se às limitações técnicas, devido a pouca informação encontrada na indústria, para o dimensionamento e projeto de equipamentos para as aplicações do setor.

A falta de um melhor entrosamento entre indústrias e universidades em nosso país, também foi, e continua sendo, responsável pela dificuldade de acesso do engenheiro não acadêmico aos novos estudos e pesquisas desenvolvidas sobre assuntos que é chamado a resolver no seu dia-a-dia.

Algumas vezes também deparou-se com problemas devido ao caráter ainda "coronelista" de certas usinas, que ainda não poderiam ser chamadas de "indústrias", o que levava a algumas surpresas, vendo equipamentos sendo utilizados de forma completamente diversa das condições de projeto consideradas, com mudanças arbitrárias feitas pelo cliente.

Com a finalidade de familiarizar o leitor com os setores mais importantes de uma usina de açúcar e/ou álcool, apresenta-se a seguir uma descrição geral básica de cada um deles :

- **Alimentação de cana** : compreende a chegada da cana com o caminhão, e sua descarga nos transportadores metálicos para a sua movimentação até o setor onde ocorre o processo de extração de caldo. No decorrer desse percurso a cana é lavada, depois picada e desfibrada para que se obtenha uma maior eficiência no processo de extração.

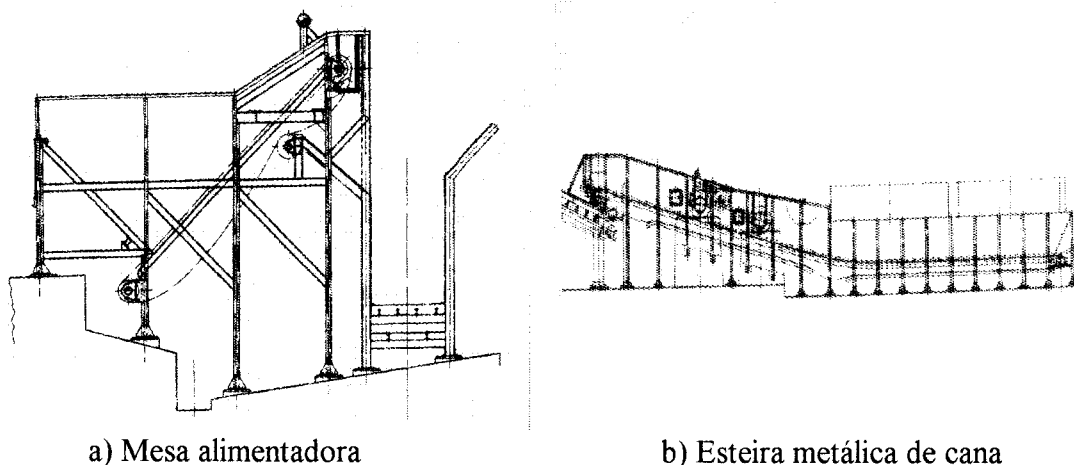


FIGURA 1 - Equipamentos da alimentação de cana

- **Extração de caldo** : compreende a moagem da cana através de sua passagem por um conjunto de equipamentos que são chamados de "ternos" de moenda, dispostos em sequência, de forma a extrair o máximo de caldo possível da cana desfibrada.

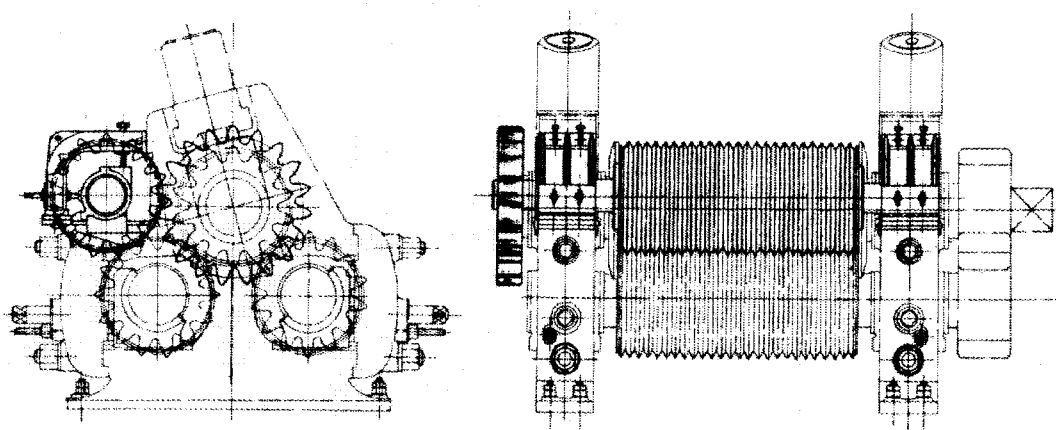


FIGURA 2 - Equipamento da extração de caldo : "terno" de moenda

- **Movimentação e estocagem de bagaço** : compreende um conjunto de transportadores metálicos e de correia existentes após a moagem, dispostos de forma a alimentarem, com o bagaço da cana, as caldeiras que o queimam para a geração da energia utilizada pela usina. A sobra de bagaço é estocada em um pátio para futuro consumo ou mesmo para comercialização.

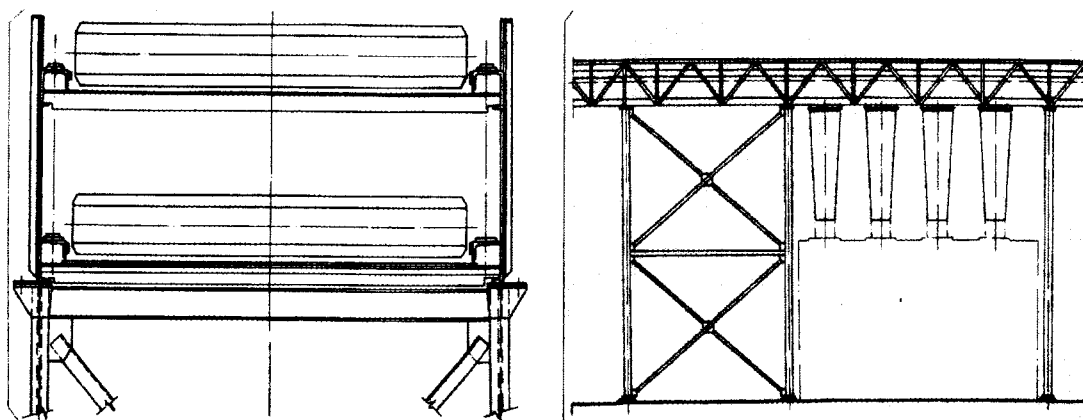
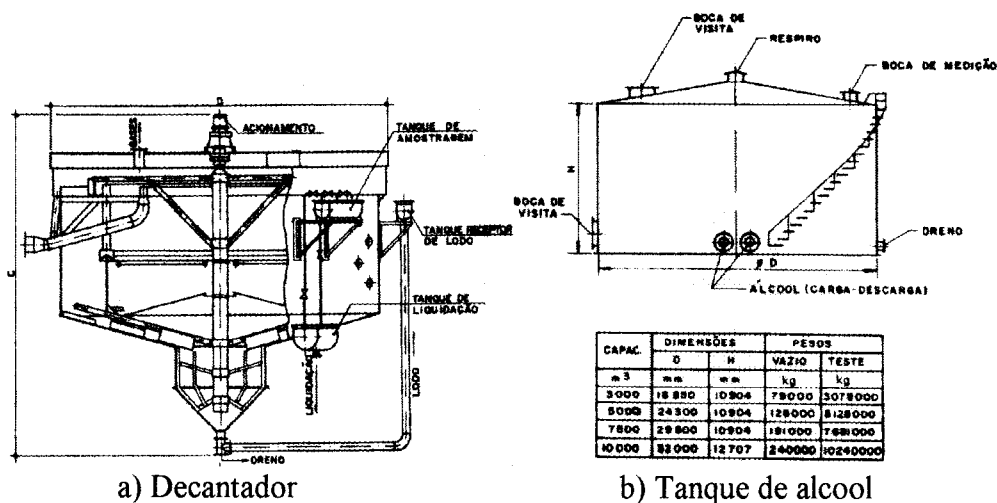


FIGURA 3 - Transportador metálico distribuidor de bagaço : seção transversal e vista lateral

- **Fabricação de açúcar e álcool** : compreende todos os equipamentos que são utilizados para os processos químicos de obtenção do açúcar e do álcool. Neste setor são encontrados : tanques para fermentação, evaporadores, cozedores, decantadores, equipamentos para a movimentação e estocagem de açúcar, tanques para estocagem de álcool, etc.



a) Decantador

b) Tanque de álcool

FIGURA 4 - Equipamentos da fabricação de açúcar e álcool

Este trabalho, visa auxiliar na análise estrutural de reservatórios metálicos elevados; equipamentos geralmente utilizados na área de processos da indústria sucroalcooleira, ou seja, no setor de fabricação de açúcar e álcool.

Esses equipamentos são compostos por estruturas laminares não planas, as quais são chamadas de cascas. A maioria das superfícies geometricamente definidas, utilizadas nas estruturas em casca desses equipamentos, são geradas a partir de uma curva girando ao redor de uma linha chamada "eixo de rotação", são as "superfícies de revolução".

A superfície de revolução com eixo de rotação vertical e com a curva que a defini interceptando este eixo é denominada de "cúpula", sendo a curva de revolução chamada de "meridiano". O plano que a contém é chamado "plano meridiano da superfície", e as seções horizontais são chamadas de "paralelos".

Uma reta paralela ao eixo de rotação, usada como meridiano, gera uma "superfície cilíndrica". Uma reta inclinada em relação ao eixo de rotação interceptando o mesmo, usada como meridiano, gera uma "superfície cônica".

As superfícies podem ser classificadas em categorias distintas, de acordo com a variação de sua curvatura em torno de um ponto. Cascas cilíndricas e cônicas são classificadas como cascas com "curvatura Gaussiana nula".

Nesse trabalho estudaremos o comportamento estrutural de cascas cilíndricas e cônicas, as quais, na linguagem usual das indústrias do setor sucro-alcooleiro, são conhecidas como "costado cilíndrico" e "fundo (por ser uma cúpula "invertida") cônico".

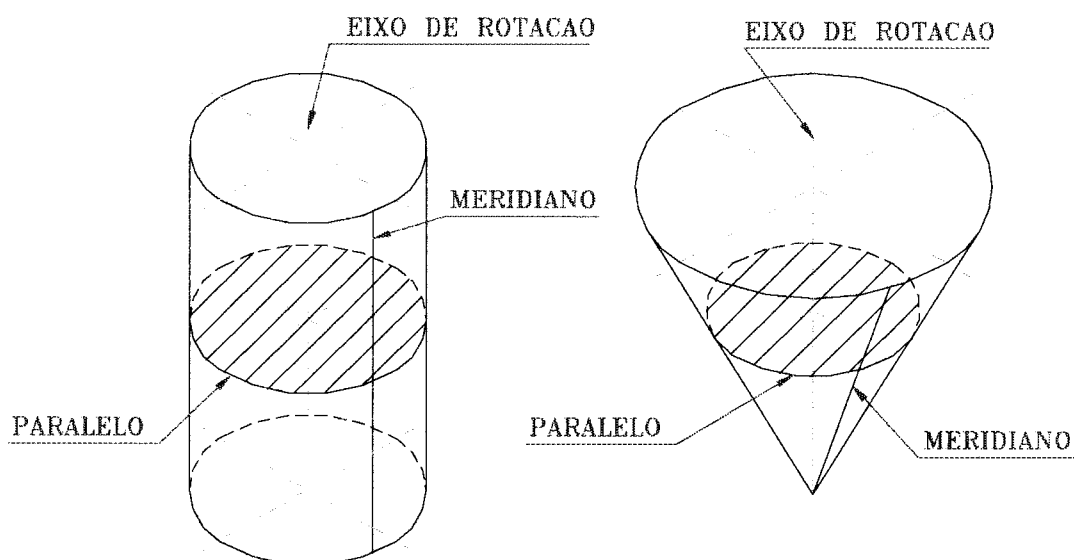


FIGURA 5 - Cascas cilíndrica e cônica

Em 1989, participou-se do projeto de um equipamento bastante utilizado na área de processos da indústria de açúcar e álcool, e descreve-se a seguir algumas características gerais deste típico reservatório metálico elevado, hipóteses de carregamento, critérios e comentários sobre as dificuldades encontradas na época.

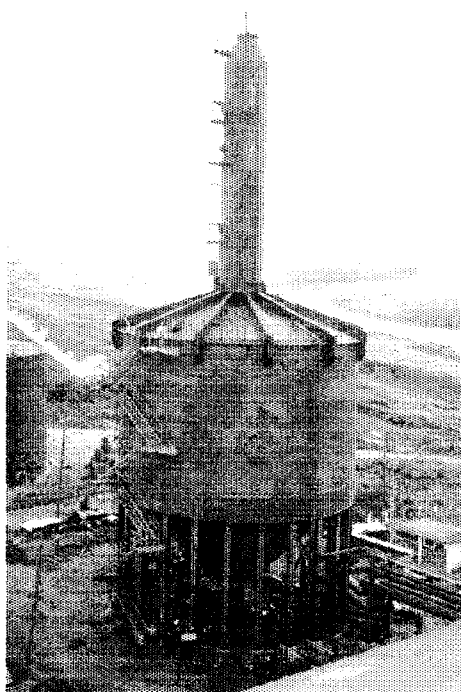


FIGURA 6 - Foto de dorna de fermentação de usina de açúcar na região de Catanduva - S.P.

- Características gerais:

- Designação : Dorna de fermentação
- Descrição : Reservatório metálico elevado onde ocorre o processo de fermentação alcoólica, formado por corpo cilíndrico, fundo e tampo cônicos, sustentado por estrutura metálica.
- Volume útil para fermentação : 2000 [m³]
- Diâmetro do corpo cilíndrico (costado) : 1600 [cm]
- Altura do corpo cilíndrico (costado) : 1200 [cm]
- Inclinação do fundo cônico com a horizontal : 45 [graus]
- Inclinação do tampo cônico com a horizontal : 15 [graus]
- Altura da estrutura de sustentação do reservatório : 950 [cm]

- Ambiente de trabalho : aberto ao tempo

- Estrutura:

- Corpo cilíndrico, fundo e tampo cônicos em aço ASTM A283C;
- Estrutura de sustentação metálica em aço ASTM A36 composta de Perfis Soldados e/ou Laminados

- Hipóteses de Carregamento :

Equipamento totalmente cheio de caldo de cana (peso específico 1,2 [ton/m³]), sobrecarga de 0,5 [m.c.a.] (metros de coluna de água), ação do vento atuando segundo Norma Brasileira NBR 6123/1980 (na época).

- Critérios :

Para corpo, fundo e tampo cônicos utilizou-se a teoria das estruturas em casca de revolução admitindo-se comportamento de membrana, associada às recomendações do código ASME (American Society of Mechanical Engineer [1968a]) para vasos de pressão.

No código ASME além de encontrar toda uma formulação para o cálculo de vasos submetidos a pressão interna (vasos cilíndricos, tampos cônicos, tampos toricônicos, tampos torisféricos, etc), encontrou-se também recomendações para tensões admissíveis a tração para o aço utilizado na temperatura de trabalho do equipamento, tensões admissíveis para evitar a perda de estabilidade em cilindros submetidos a cargas de compressão axial, eficiência de solda, etc.

A estrutura de sustentação foi dimensionada utilizando a Norma Americana AISC [1980a].

- Comentários:

No dimensionamento do corpo e fundo da dorna de fermentação, encontrou-se alguma dificuldade no cálculo dos esforços que aparecem na união entre o corpo cilíndrico e o fundo cônico visto que as teorias passam a ser bastante complicadas na sua aplicação prática. Nesta união é que se encontra o ponto crítico do dimensionamento com tensões bastante elevadas.

Para evitar a aplicação destas teorias mais complicadas, devido à necessidade de solução rápida e segura para o desenvolvimento do projeto, adotaram-se modelos estruturais que permitiam simplificar a análise da união cilindro-cone.

Estas situações não ocorriam com os projetos antigos de dornas de fermentação e decantadores, que eram sustentadas por cascas cônicas de concreto, nas quais todo o fundo metálico era apoiado.

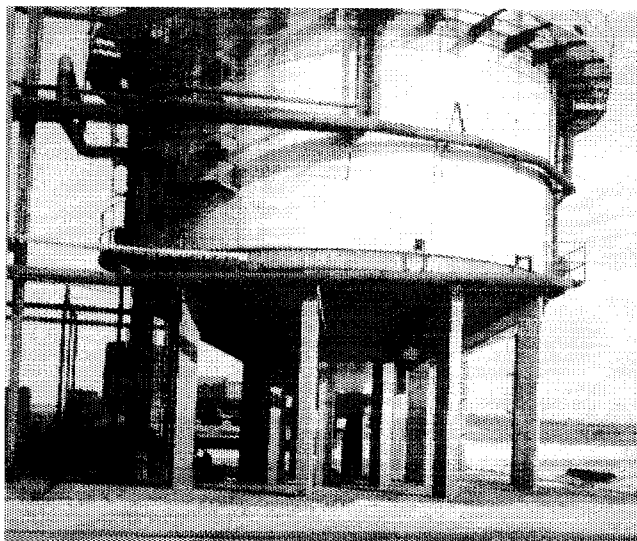


FIGURA 7 - Foto de decantador com fundo sustentado por casca cônica de concreto

O modelo estrutural utilizado consistiu no projeto de uma viga circular ("viga anel") tipo caixão na região onde ocorria a união cilindro-cone, apoiando sobre esta viga o corpo cilíndrico, e sustentando sob esta viga o fundo cônico, dimensionando a mesma para suportar os esforços de compressão, flexão e torção causados pelas reações do cilindro e do cone devidas a ação da carga de coluna de caldo nos mesmos. Com este modelo resolveu-se a viga circular, e também o corpo e o fundo.

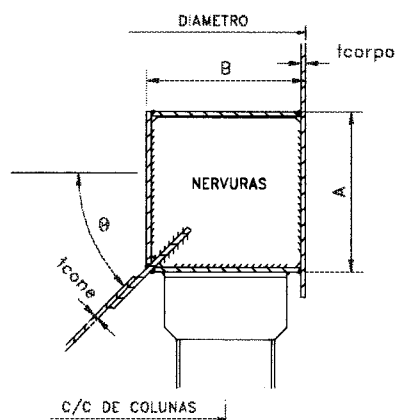


FIGURA 8 - Seção transversal da "viga anel"

Outro problema encontrado foi na solução do fundo cônico, com ângulo de inclinação com a horizontal menor que 45 [graus]. O código ASME, cobre o dimensionamento de tampos cônicos com ângulos de inclinação com a horizontal maiores ou iguais a 60 [graus]. No outro extremo encontram-se algumas literaturas (BROWNELL [1959]) que sugerem que para cones submetidos a pressão externa com ângulos de inclinação com horizontal menores que 30 [graus], deve-se dimensionar o cone como uma placa plana carregada com carga uniformemente distribuída e bordos engastados.

Para não se correr o risco de trabalhar fora das recomendações do código ASME, os fundos cônicos com ângulos de inclinação com a horizontal menores que 60 [graus], eram muitas vezes projetados como placa reforçada por uma grelha circular/radial metálica, por ser modelo estrutural conhecido, mas não se considerava a resistência da estrutura cônica como casca de revolução, levando, em alguns casos, à espessuras super-dimensionadas do fundo.

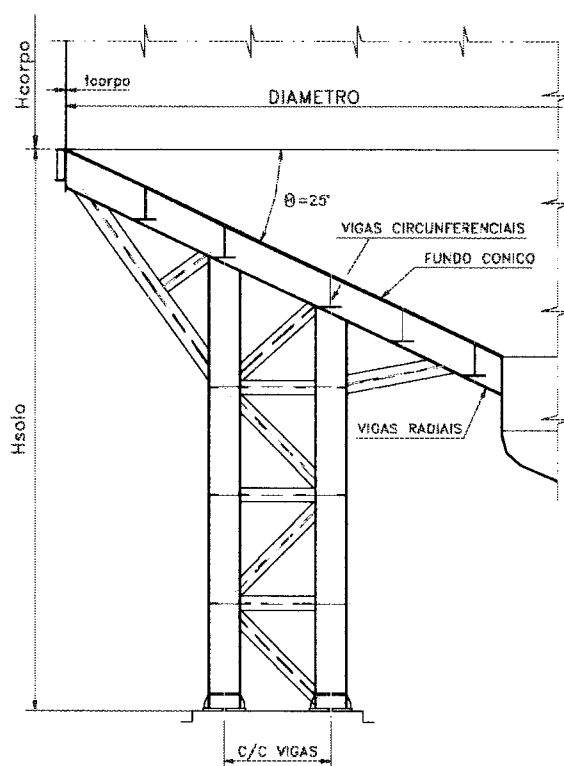


FIGURA 9 - Fundo cônico com reforço tipo "grelha circular/radial metálica"

Após ter-se calculado alguns modelos de fundos cônicos em programa de análise de estruturas por elementos finitos (SAP90), notou-se que com ângulos de inclinação com a horizontal maiores ou iguais a 45 [graus], utilizando o modelo estrutural da viga circular, os mesmos poderiam ser dimensionados com relativa segurança pela teoria das estruturas de casca de revolução com comportamento de membrana.

Depois de projetado e construído o equipamento, decidiu-se fazer um ensaio para a medição das tensões atuantes, nas cascas cilíndrica e cônica, em campo, e contratou-se a equipe do Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia de São Carlos para o trabalho.

No acompanhamento do trabalho em campo observou-se a grande quantidade de imperfeições iniciais de fabricação no equipamento, e, os resultados dos ensaios puderam confirmar a impossibilidade de prever as tensões atuantes no corpo cilíndrico e no fundo cônico simplesmente com as análises teóricas, ou mesmo resolvendo os elementos estruturais que compunham o equipamento através de programa de análise de estruturas por elementos finitos.

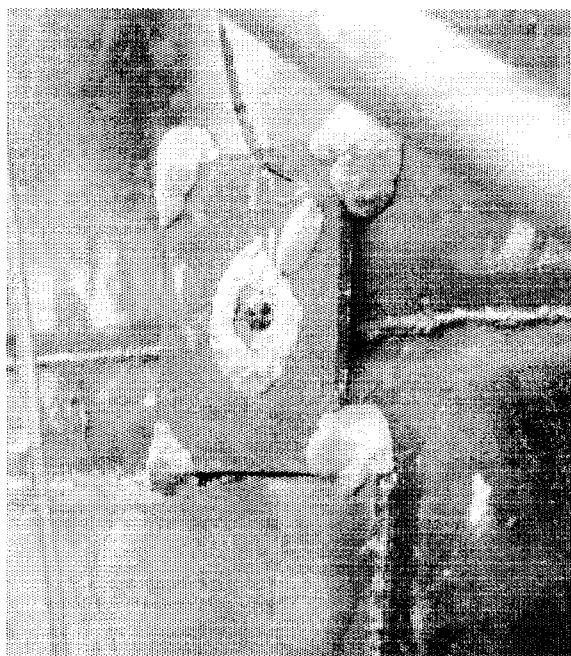


FIGURA 10 - Foto onde se pode visualizar imperfeição inicial no corpo cilíndrico

Essa experiência pessoal vivenciada, tendo em vista os questionamentos por ela levantados, os quais se repetiram em vários outros projetos semelhantes, levou à crer que algo introdutório neste sentido, na linha de pesquisas de silos e reservatórios metálicos, seria de grande utilidade ao engenheiro do setor sucro-alcooleiro e aos profissionais da área de projetos estruturais em geral.

Este trabalho portanto, teve como objetivo, utilizar a teoria de estruturas em casca de revolução e programa "comercial" de análise de estruturas por elementos finitos, como ferramentas, no cálculo estrutural de cascas cilíndrica e cônica que compõem um equipamento com dimensões "típicas" utilizadas na área de processos da indústria sucro-alcooleira.

Obteve-se assim o equacionamento de expressões teóricas aproximadas mais acessíveis do que normalmente o são os programas de análise por elementos finitos a esse engenheiro de projetos.

Foram consideradas duas vinculações de borda : engastada e apoiada fixa.

Utilizou-se neste trabalho um sistema de unidades coerente com o cotidiano do profissional da indústria do açúcar e do álcool.

2 EQUACIONAMENTO DAS EXPRESSÕES TEÓRICAS

2.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

Este trabalho, por ser destinado ao engenheiro de projetos que atua no setor sucro-alcooleiro, utilizou, no equacionamento das expressões teóricas, uma abordagem mais preocupada com a aplicação prática da teoria, do que com o seu desenvolvimento matemático propriamente dito.

Não pretendeu-se desenvolver um estudo profundo da teoria das cascas de revolução, mas sim aplicá-la como ferramenta prática no cálculo estrutural especificamente de cascas cilíndricas e cônicas.

No estudo das estruturas de superfície pode-se utilizar a teoria simplificada para cascas delgadas, desde que sejam obedecidas as seguintes hipóteses fundamentais de "Kirchoff-Love" :

a) o material que constitui a estrutura é homogêneo, isotrópico e tem comportamento elástico linear (obedece a Lei de Hooke);

b) a espessura "t" é pequena em relação às dimensões e aos raios de curvatura principais da superfície média (apresentam a relação do seu raio de curvatura pela sua espessura $R/t \geq 20$);

c) as tensões normais à superfície média são desprezíveis em relação às demais tensões;

d) os pontos pertencentes, antes da deformação a retas normais à superfície média encontram-se, após a deformação, sobre retas perpendiculares à superfície média deformada (corresponde à hipótese de Navier da Resistência dos Materiais);

e) os deslocamentos são muito pequenos em relação à espessura "t" da casca, sendo possível desprezar a influência dos mesmos no estudo das condições de

equilíbrio do elemento de superfície (teoria linear, sendo válida a superposição de efeitos).

Uma casca delgada submetida a ações externas desenvolve "tensões de membrana", isto é, tensões de tração, de compressão e cisalhamento.

Afim de poder desenvolver tensões de membrana sobre toda sua superfície, a casca delgada deverá ser ou estar corretamente vinculada, sendo que uma vinculação adequada é aquela que desenvolve também "reações de membrana", isto é, reações que atuam no plano tangente à casca, nas bordas vinculadas, e permite que as mesmas se desloquem devido aos esforços resultantes das tensões de membrana.

Se as reações na vinculação não forem tangentes à casca ou se os deslocamentos de membrana forem impedidos pela mesma, serão desenvolvidas também tensões provenientes da flexão, as quais se localizam nas vizinhanças das bordas vinculadas, ocasionando uma "perturbação de borda".

Uma casca cilíndrica de revolução simetricamente carregada, com vinculação contínua do tipo apoio articulado móvel em todo o contorno de sua borda inferior, apresentará comportamento análogo ao da membrana, desenvolvendo somente tensões normais de tração ou compressão e tensões tangenciais nulas, devido à simetria.

Na mesma casca anterior se for considerado apoio articulado fixo, o impedimento do deslocamento radial, gera uma reação horizontal radial distribuída ao longo do paralelo vinculado, a qual não sendo tangente à casca, gera momento fletor em torno da borda, criando por sua vez tensões de flexão.

Considerando-se um engastamento contínuo, estará sendo impedindo além do deslocamento radial da casca, a rotação ao longo do seu meridiano, gerando uma reação horizontal radial e um momento, distribuídos ao longo do paralelo vinculado, e novamente haverá o aparecimento de tensões de flexão.

Portanto, para que a casca se comporte como uma membrana, são necessários os seguintes requisitos de projeto e condições de carregamento :

a) a casca deverá ser delgada, de espessura constante, ou então a mesma deverá variar gradativamente, evitando-se variações bruscas;

b) a casca deverá ter uma forma adequada, isto é, a superfície da mesma deve ser contínua e a curvatura deverá variar gradativamente;

c) a casca deverá estar submetida à forças distribuídas que variam contínua e suavemente, isto é, sem variações bruscas nas suas intensidades;

d) a casca deverá estar corretamente apoiada, de tal maneira que os esforços que atuam na borda da mesma, devam ser tangentes à superfície média; as deformações na borda devem acomodar-se ou acompanhar as deformações dos elementos contíguos.

As cascas cilíndrica e cônica pertencentes aos equipamentos normalmente utilizados na área de processos do setor sucro-alcooleiro, possuem as seguintes características :

a) o material das cascas é o aço carbono;

b) a relação R/t é muito maior que 20;

c) as tensões normais à superfície da casca são desprezíveis;

d) os deslocamentos podem ser considerados relativamente pequenos em relação à espessura da casca;

e) normalmente não são consideradas variações bruscas de espessura ao longo do meridiano da casca;

f) as cascas possuem superfícies contínuas e curvaturas bem definidas, sendo simétricas em relação a um eixo de rotação;

g) as ações externas atuantes são geralmente carregamentos simétricos de pressão de gases e/ou pressão hidrostática do produto armazenado;

h) as vinculações nem sempre permitem o deslocamento livre do borda, assemelhando-se geralmente a apoios articulados fixos ou engastes, ambos contínuos.

Portanto, essas cascas, foram consideradas como obedecendo, de maneira relativamente aceitável em termos de engenharia, às hipóteses de "Kirchoff-Love", aos requisitos básicos de carregamento e à quase todos os requisitos básicos de projeto para que se comporte como uma membrana, excetuando-se às vinculações das bordas.

No equacionamento das expressões teóricas, foi considerada a Teoria de Membrana para a análise do comportamento geral da casca, superpondo os efeitos de "perturbação de borda" causados pelos esforços originados pelas vinculações da mesma.

As tensões de flexão desenvolvidas nas vizinhanças das bordas vinculadas da casca, podem ter valores elevados, mas amortecem com rapidez, de modo oscilatório, a medida que distancia-se do vínculo.

BELLUZZI [1967] apresenta dois capítulos dedicados à solução de problemas de cascas de revolução. As suas soluções foram aplicadas na resolução das estruturas que fizeram parte deste trabalho.

Todo desenvolvimento estará apresentado como um "memorial de cálculo", permitindo a aplicação direta das equações encontradas na casca de revolução cilíndrica ou cônica que se deseja verificar.

2.2 CASCA CILÍNDRICA

Considerou-se uma casca cilíndrica de revolução, de espessura constante, sob ação de pressão hidrostática, vinculada continuamente na sua borda inferior primeiramente por um engastamento e depois por apoio articulado fixo.

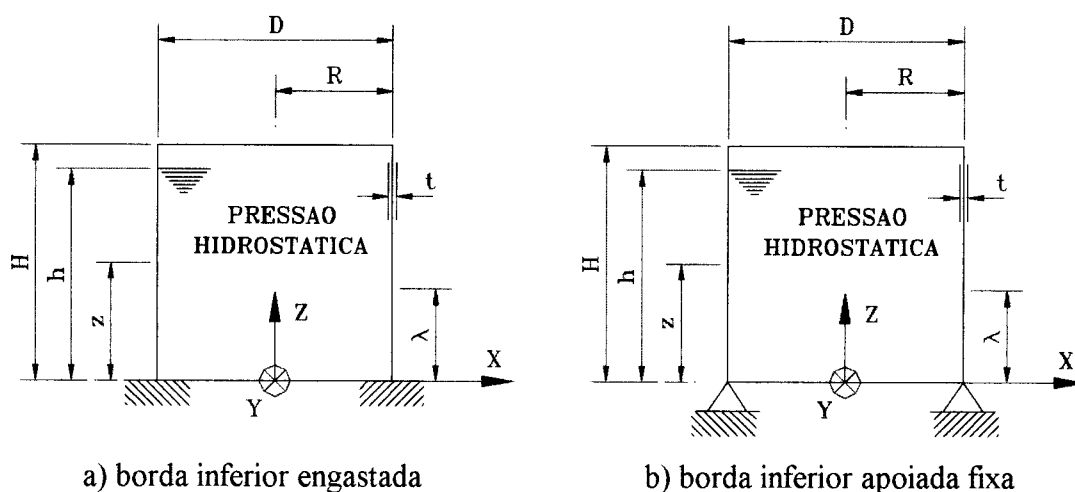


FIGURA 11 - Casca cilíndrica de revolução sob ação de pressão hidrostática

Será chamado de " γ " o peso específico do produto armazenado em $[\text{ton}/\text{cm}^3]$, e as dimensões da casca cilíndrica serão :

D - diâmetro da superfície média da casca em [cm]

R - raio da superfície média da casca em [cm]

H - altura total da casca em [cm]

h - altura da coluna de produto armazenado em [cm]

t - espessura da casca em [cm]

Z - eixo vertical medido a partir da borda vinculada coincidente com o eixo de rotação da casca

X - eixo horizontal pertencente ao plano do papel, medido a partir do início do eixo vertical "Z"

Y - eixo horizontal que fura o plano do papel, medido a partir do início do eixo vertical "Z"

z - coordenada medida na direção do eixo "Z"

Conforme BELLUZZI, os coeficientes básicos para casca cilíndrica que serão utilizados no decorrer do equacionamento são :

$$\beta = \frac{E \cdot t}{R^2} \quad (1) \quad B = \frac{E \cdot t^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \quad (2) \quad \alpha = \frac{\sqrt[4]{3 \cdot (1 - \nu^2)}}{\sqrt{R \cdot t}} \quad (3)$$

onde E é o módulo de elasticidade em [ton/cm²] e ν é o coeficiente de Poisson para o material da casca.

O comprimento, ao longo do meridiano da casca, necessário para o amortecimento das tensões de flexão causadas pela "perturbação de borda" pode ser calculado a partir da solução da expressão geral que define o deslocamento radial da casca cilíndrica para o efeito provocado por forças radiais ou momentos distribuídos ao longo do paralelo vinculado.

Será chamado de " λ " este comprimento, em [cm], sendo encontrado através da equação :

$$\lambda = \frac{2 \cdot \pi}{\sqrt[4]{3 \cdot (1 - \nu^2)}} \cdot \sqrt{R \cdot t} \quad (4)$$

Esse comprimento, medido a partir da borda vinculada, ajuda a definir se uma casca cilíndrica pode ser considerada como "longa" ou "curta". Para ser longa a altura da casca entre vinculações de borda deve ser maior ou igual ao valor de " λ ". Na casca cilíndrica "longa" as condições de vinculação de uma das suas bordas praticamente não influencia no comportamento estrutural da outra borda, o que não ocorre na "curta". Estar-se-á trabalhando com casca cilíndrica "longa".

A dimensão " λ " também permite saber a partir de que altura a casca tem seu comportamento representado, com boa precisão, pela Teoria de Membrana.

São chamados coeficientes elásticos de borda, o deslocamento radial e a rotação do meridiano da casca cilíndrica encontrados quando da aplicação de uma força radial externa unitária ou de um momento externo unitário, distribuídos uniformemente ao longo do perímetro da superfície média da borda inferior da mesma, e são descritos abaixo :

- deslocamento radial da superfície média da borda inferior da casca cilíndrica em [cm²/ton] para carga radial $f = 1$ ton/cm :

$$w_h := \frac{2 \cdot \alpha}{\beta} \quad (5)$$

- deslocamento radial da superfície média da borda inferior da casca cilíndrica em [cm/ton] para momento $m = 1$ ton.cm/cm :

$$w_m := \frac{2 \cdot \alpha^2}{\beta} \quad (6)$$

- rotação do meridiano da superfície média da borda inferior da casca cilíndrica em [cm/ton] para carga radial $f = 1$ ton/cm :

$$\phi h := \frac{2 \cdot \alpha^2}{\beta} \quad (7)$$

- rotação do meridiano da superfície média da borda inferior da casca cilíndrica em $[\text{ton}^{-1}]$ para momento $m = 1 \text{ ton.cm/cm}$:

$$\phi m := \frac{4 \cdot \alpha^3}{\beta} \quad (8)$$

No caso particular de uma casca cilíndrica sob a ação de pressão hidrostática de um líquido de peso específico " γ " com sua borda inferior livre de qualquer vinculação que impeça seu deslocamento radial e rotação, encontra-se da Teoria de Membrana :

- deslocamento radial para ação da coluna de líquido armazenado em [cm] :

$$Wp(z) := \frac{\gamma \cdot R^2}{E \cdot t} \cdot (h - z) \quad (9)$$

- rotação do meridiano para ação da coluna de líquido armazenado em [radianos] :

$$\phi p(z) := \gamma \cdot \frac{R^2}{E \cdot t} \quad (10)$$

Considerando-se as seguintes condições de contorno para borda inferior engastada (índice "e") :

- deslocamento radial total e rotação total do meridiano nulos na coordenada $z = 0$:

$$wp(z) + Hce \cdot wh + Mce \cdot wm = 0 \quad (11)$$

$$\phi p(z) + Hce \cdot \phi h + Mce \cdot \phi m = 0 \quad (12)$$

Resolvendo o sistema de equações encontra-se a força e o momento necessários para garantirem o engastamento perfeito da borda inferior da casca :

- momento distribuído na borda engastada da casca em [ton.cm/cm] :

$$Mce := \gamma \cdot \frac{\alpha \cdot h - 1}{2 \cdot \alpha^3} \quad (13)$$

- força radial distribuída na borda engastada da casca em [ton/cm] :

$$Hce := -\gamma \cdot \frac{2 \cdot \alpha \cdot h - 1}{2 \cdot \alpha^2} \quad (14)$$

Considerando-se agora as condições de contorno para borda inferior apoiada fixa (índice "a") :

- deslocamento radial total nulo na coordenada $z = 0$:

$$wp(z) + Hca \cdot wh = 0 \quad (15)$$

E resolvendo a equação encontra-se a força necessária para garantir o apoio fixo perfeito da borda inferior da casca :

- força radial distribuída na borda apoiada fixa da casca em [ton/cm] :

$$Hca := -\gamma \cdot \frac{h}{2 \cdot \alpha} \quad (16)$$

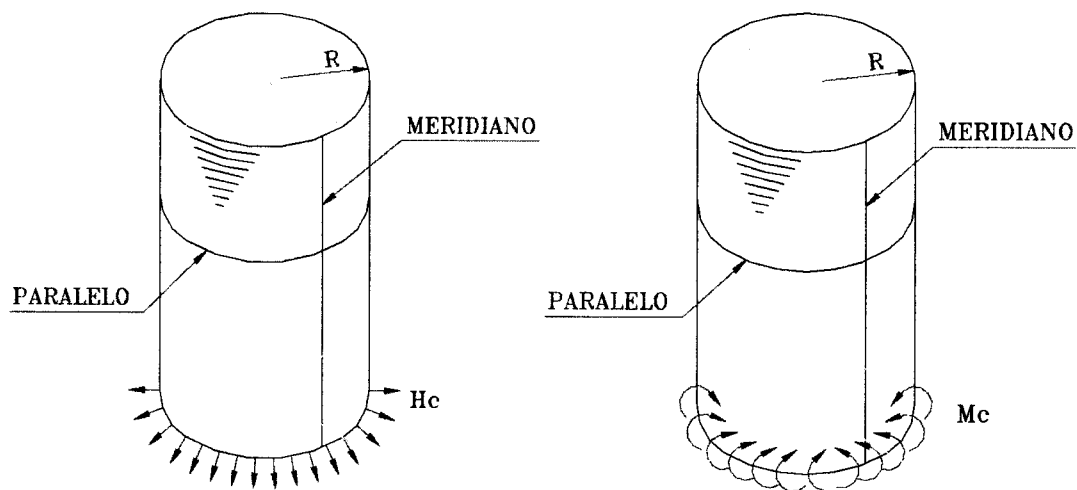


FIGURA 12 - Esquema para as forças e momentos distribuídos na borda vinculada

Através das equações da deformada dos meridianos da casca cilíndrica, desenvolvidas em BELLUZZI (cap.28) para diversas solicitações de borda, pode-se agora encontrar as equações para rotações, momentos e tensões através das seguintes expressões básicas da Teoria da Elasticidade :

$$\phi = -\frac{dW}{dz} \quad M1 = B \frac{d^2 W}{dz^2} \quad M2 = \nu M1 \quad \sigma_2 = \frac{E \cdot t}{R} W$$

2.2.1 CASCA CILÍNDRICA COM BORDA INFERIOR ENGASTADA

Obtem-se então para borda inferior engastada (índice "e") :

- equação dos deslocamentos radiais totais ao longo do meridiano da superfície média da casca cilíndrica (força, momento e líquido armazenado) em [cm] :

$$We(z) = \frac{Hce}{2 \cdot \alpha^3 \cdot B} \cdot e^{-\alpha \cdot z} \cdot \sin\left(\alpha \cdot z + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{Mce \cdot \sqrt{2}}{2 \cdot \alpha^2 \cdot B} \cdot e^{-\alpha \cdot z} \cdot \sin\left(\alpha \cdot z + \frac{3\pi}{4}\right) + \frac{\gamma \cdot R^2}{E \cdot t} \cdot (h - z) \quad (17)$$

- equação das rotações totais ao longo do meridiano da superfície média da casca cilíndrica (força, momento e líquido armazenado) em [radianos] :

$$\begin{aligned} \phi e(z) = & \frac{-Hce}{2 \cdot \alpha^2 \cdot B} \cdot e^{-\alpha \cdot z} \cdot (\cos \alpha \cdot z + \sin \alpha \cdot z) + \\ & - \frac{Mce \cdot \sqrt{2}}{2 \cdot \alpha \cdot B} \cdot e^{-\alpha \cdot z} \cdot \left[\cos\left(\alpha \cdot z + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(\alpha \cdot z + \frac{\pi}{4}\right) \right] - \frac{\gamma \cdot R^2}{E \cdot t} \end{aligned} \quad (18)$$

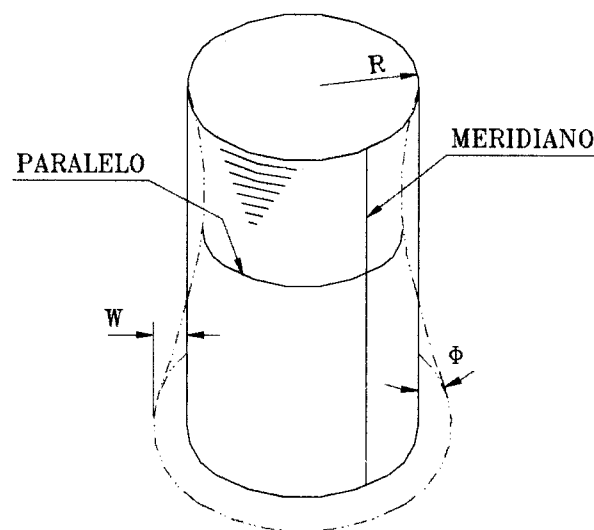


FIGURA 13 - Esquema para deslocamentos radiais e rotações

- equação dos momentos solicitantes ao longo dos paralelos da superfície média da casca cilíndrica para esforços distribuídos na borda engastada em [ton.cm/cm] :

$$M1e(z) := \frac{-Hce}{\alpha} \cdot e^{-\alpha \cdot z} \cdot \sin(\alpha \cdot z) - \sqrt{2} \cdot Mce \cdot e^{-\alpha \cdot z} \cdot \sin\left(\alpha \cdot z + \frac{\pi}{4}\right) \quad (19)$$

- equação dos momentos solicitantes ao longo dos meridianos da superfície média da casca cilíndrica para esforços distribuídos na borda engastada em [ton.cm/cm] :

$$M2e(z) := v \cdot \left(\frac{-Hce}{\alpha} \cdot e^{-\alpha \cdot z} \cdot \sin(\alpha \cdot z) - \sqrt{2} \cdot Mce \cdot e^{-\alpha \cdot z} \cdot \sin\left(\alpha \cdot z + \frac{\pi}{4}\right) \right) \quad (20)$$

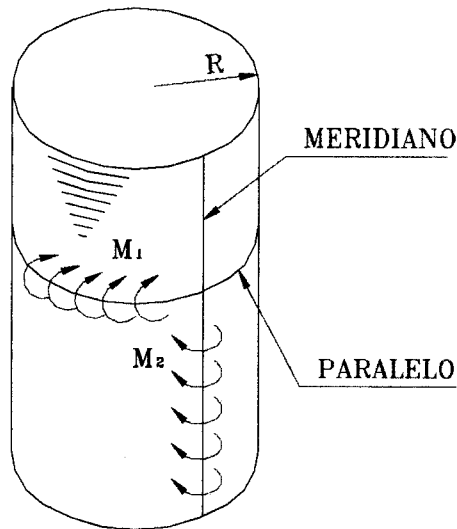


FIGURA 14 - Esquema para os momentos solicitantes

- equação das tensões ao longo dos meridianos das superfícies interna (índice "in") e externa (índice "ex") da casca cilíndrica em [ton/cm²] :

$$\sigma 1ein(z) := \frac{-6 \cdot M1e(z)}{t^2} \quad (21)$$

$$\sigma 1eex(z) := \frac{6 \cdot M1e(z)}{t^2} \quad (22)$$

- equação das tensões ao longo dos paralelos das superfícies interna (índice "in") e externa (índice "ex") da casca cilíndrica em [ton/cm²] :

$$\sigma 2ein(z) := \frac{E \cdot We(z)}{R} - \frac{6 \cdot M2e(z)}{t^2} \quad (23)$$

$$\sigma_{2e}(z) := \frac{E \cdot W_e(z)}{R} + \frac{6 \cdot M_{2e}(z)}{t^2} \quad (24)$$

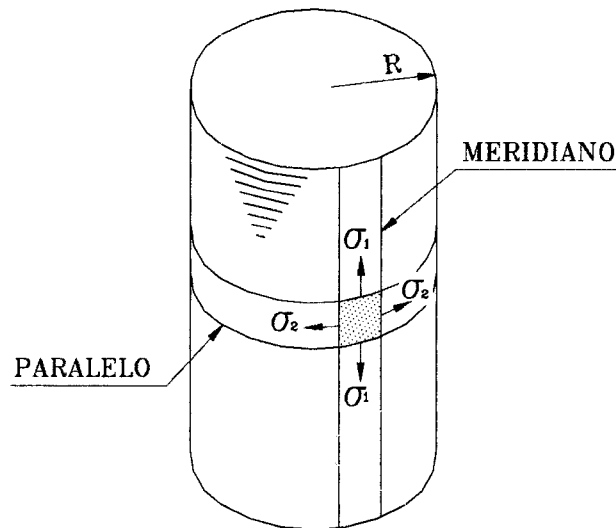


FIGURA 15 - Esquema para as tensões atuantes

2.2.2 CASCA CILÍNDRICA COM BORDA INFERIOR APOIADA FIXA

Para borda inferior apoiada fixa (índice "a"), encontrou-se então :

- equação dos deslocamentos radiais totais ao longo do meridiano da superfície média da casca cilíndrica (força, momento e líquido armazenado) em [cm] :

$$W_a(z) = \frac{Hca}{2 \cdot \alpha^3 \cdot B} \cdot e^{-\alpha \cdot z} \cdot \sin\left(\alpha \cdot z + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{\gamma \cdot R^2}{E \cdot t} \cdot (h - z) \quad (25)$$

- equação das rotações totais ao longo do meridiano da superfície média da casca cilíndrica (força, momento e líquido armazenado) em [radianos] :

$$\phi_a(z) = \frac{-Hca}{2 \cdot \alpha^2 \cdot B} \cdot e^{-\alpha \cdot z} \cdot (\cos \alpha \cdot z + \sin \alpha \cdot z) - \frac{\gamma \cdot R^2}{E \cdot t} \quad (26)$$

- equação dos momentos solicitantes ao longo dos paralelos da superfície média da casca cilíndrica para esforços distribuídos na borda apoiada fixa em [ton.cm/cm] :

$$M1a(z) := \frac{-Hca}{\alpha} \cdot e^{-\alpha \cdot z} \cdot \sin(\alpha \cdot z) \quad (27)$$

- equação dos momentos solicitantes ao longo dos meridianos da superfície média da casca cilíndrica para esforços distribuídos na borda apoiada fixa em [ton.cm/cm] :

$$M2a(z) := \frac{-v \cdot Hca}{\alpha} \cdot e^{-\alpha \cdot z} \cdot \sin(\alpha \cdot z) \quad (28)$$

- equação das tensões ao longo dos meridianos das superfícies interna (índice "in") e externa (índice "ex") da casca cilíndrica em [ton/cm²] :

$$\sigma 1ain(z) := \frac{-6 \cdot M1a(z)}{t^2} \quad (29)$$

$$\sigma 1aex(z) := \frac{6 \cdot M1a(z)}{t^2} \quad (30)$$

- equação das tensões ao longo dos paralelos das superfícies interna (índice "in") e externa (índice "ex") da casca cilíndrica em [ton/cm²] :

$$\sigma 2ain(z) := \frac{E \cdot Wa(z)}{R} - \frac{6 \cdot M2a(z)}{t^2} \quad (31)$$

$$\sigma_{2aex}(z) := \frac{E \cdot W_a(z)}{R} + \frac{6 \cdot M_{2a}(z)}{t^2} \quad (32)$$

2.2.3 TENSÕES TEÓRICAS DE MEMBRANA

As expressões das tensões teóricas de membrana para a casca cilíndrica sob ação da carga hidrostática do produto armazenado podem ser facilmente encontradas na resistência dos materiais, e estão aqui apresentadas para ilustração e comparação com as anteriormente encontradas (índice "m") :

- equação das tensões de membrana ao longo dos meridianos da superfície média da casca cilíndrica em [ton/cm²] :

A tensão de membrana ao longo dos meridianos é considerada nula visto que o atrito entre o líquido armazenado e a parede da casca cilíndrica é desprezível.

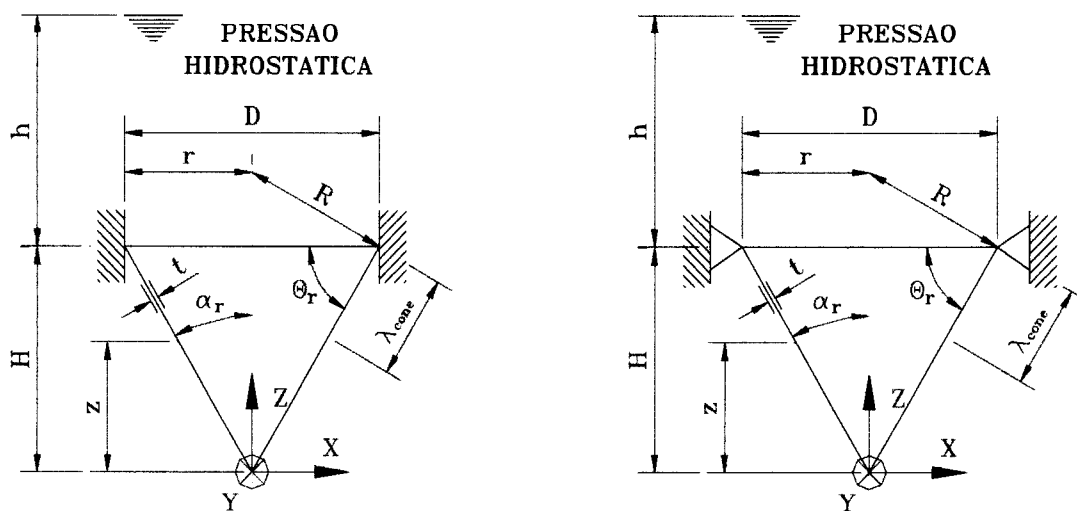
- equação das tensões de membrana ao longo dos paralelos da superfície média da casca cilíndrica em [ton/cm²] :

$$\sigma_{2m}(z) := \frac{\gamma \cdot R}{t} \cdot (h - z) \quad (33)$$

E assim, através da utilização das equações de (1) a (32), pode-se resolver estruturalmente a maioria das cascas cilíndricas delgadas "longas", com borda inferior engastada ou apoiada fixa, submetidas a ação de pressão hidrostática, contanto que possuam características que atendam os comentários apresentados no item 2.1.

2.3 CASCA CÔNICA

Considerando agora, análogamente à casca cilíndrica, uma casca cônica de revolução, de espessura constante, sob ação de pressão hidrostática, vinculada continuamente na sua borda superior primeiramente por um engastamento e depois por apoio articulado fixo.



a) borda superior engastada

b) borda superior apoiada fixa

FIGURA 16 - Casca cônica de revolução sob ação de pressão hidrostática

Sendo " γ " o peso específico do produto armazenado em [ton/cm³], e as dimensões da casca cônica como :

α_r - ângulo de metade do bico da casca cônica com a **vertical** em [graus]

$\theta_r = (90 - \alpha_r)$ - ângulo de metade do bico da casca cônica com a **horizontal** em [graus]

D - diâmetro da superfície média da borda superior da casca cônica em [cm]

$r = \frac{D}{2}$ - raio da superfície média da borda superior da casca cônica em [cm]

$R = \frac{D}{2 \cdot \cos(\alpha_r)}$ - raio projetado da superfície média da borda superior da casca cônica em [cm]

$H = \frac{D}{2 \cdot \tan(\alpha_r)}$ - altura total da casca cônica em [cm]

h - altura da coluna de produto armazenado acima da casca cônica em [cm]

t - espessura da casca cônica em [cm]

Z - eixo vertical medido a partir do bico da casca cônica coincidente com o seu eixo de rotação

X - eixo horizontal pertencente ao plano do papel, medido a partir do início do eixo vertical "Z"

Y - eixo horizontal que fura o plano do papel, medido a partir do início do eixo vertical "Z"

z - coordenada medida na direção do eixo "Z"

Os coeficientes básicos a serem utilizados no equacionamento da casca cônica, serão semelhantes aos da casca cilíndrica das expressões 1, 2, e 3 do item 2.2,

utilizando-se
$$R = \frac{D}{2 \cdot \cos(\alpha r)}$$

Recordando as equações (1), (2) e (3) :

$$\beta = \frac{E \cdot t}{R^2} \quad B = \frac{E \cdot t^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \quad \alpha = \frac{\sqrt[4]{3 \cdot (1 - \nu^2)}}{\sqrt{R \cdot t}}$$

onde E é o módulo de elasticidade em [ton/cm²] e ν é o coeficiente de Poisson para o material da casca.

BELLUZZI orienta para uma solução aproximada de cascas esféricas não muito rebaixadas. Segundo ele, a aproximação é tanto melhor quanto mais rápido é o amortecimento das "perturbações de borda" ao longo da casca, ou seja, quanto maiores forem a relação R/t e os ângulos da casca com a horizontal. Comenta que os resultados da solução aproximada são aceitáveis para ângulos θr maiores que 20 [graus]; e no caso da relação R/t ser muito grande, também para ângulos θr não menores que 10 [graus].

BELLUZZI ainda afirma que, para qualquer casca de revolução (esférica, parabólica, elíptica, cônica, cilíndrica, etc.) de espessura constante, os coeficientes elásticos de borda podem ser obtidos através das equações da solução aproximada para cascas esféricas, transformando-se a casca que se pretende estudar em uma casca esférica equivalente.

Fazendo-se então a utilização deste artifício para a casca cônica, foram desenvolvidas, como na casca cilíndrica, todas as equações necessárias para o cálculo estrutural de cascas cônicas com sua borda superior vinculada continuamente.

O comprimento, ao longo do meridiano da casca, necessário para o amortecimento das tensões de flexão causadas pela "perturbação de borda", pode também ser calculado a partir da solução da expressão geral que define o deslocamento radial da casca esférica equivalente a casca cônica estudada para o efeito provocado por forças radiais ou momentos distribuídos ao longo do paralelo vinculado.

Sendo " λ_{cone} " este comprimento, em [cm], encontrado pela equação :

$$\lambda_{\text{cone}} = R \cdot \tan \left[\frac{360}{\sqrt[4]{3 \cdot (1 - \nu^2)}} \cdot \sqrt{\frac{t}{R}} \right] \quad (34)$$

Medido a partir da borda vinculada tem função equivalente ao comprimento " λ " na casca cilíndrica, sendo que o mais importante para o projeto, é que permite saber a partir de que distância da borda vinculada a casca cônica tem seu comportamento representado, com boa precisão, pela Teoria de Membrana.

Os coeficientes elásticos de borda, ou seja, o deslocamento radial e a rotação do meridiano da casca cônica encontrados quando da aplicação de uma força radial externa unitária ou de um momento externo unitário, distribuídos uniformemente ao longo do perímetro da superfície média da borda superior da mesma, são descritos abaixo :

- deslocamento radial da superfície média da borda superior da casca cônica em [cm²/ton] para carga radial $f = 1$ ton/cm :

$$\xi h := \frac{2 \cdot \alpha}{\beta} \cdot \cos(\alpha r)^2 \quad (35)$$

- deslocamento radial da superfície média da borda superior da casca cônica em [cm/ton] para momento $m = 1 \text{ ton.cm/cm}$:

$$\xi_m := \frac{2 \cdot \alpha^2}{\beta} \cdot \cos(\alpha r) \quad (36)$$

- rotação do meridiano da superfície média da borda superior da casca cônica em [cm/ton] para carga radial $f = 1 \text{ ton/cm}$:

$$\phi_h := \frac{2 \cdot \alpha^2}{\beta} \cdot \cos(\alpha r) \quad (37)$$

- rotação do meridiano da superfície média da borda superior da casca cônica em [ton^{-1}] para momento $m = 1 \text{ ton.cm/cm}$:

$$\phi_m := \frac{4 \cdot \alpha^3}{\beta} \quad (38)$$

No caso particular de uma casca cônica sob a ação de pressão hidrostática de um líquido de peso específico " γ " com sua borda superior livre de qualquer vinculação que impeça seu deslocamento radial e rotação, encontra-se da Teoria de Membrana :

- deslocamento radial para ação da coluna de líquido armazenado em [cm] :

$$\xi_p(z) := \frac{\gamma \cdot \tan(\alpha r)^2 \cdot z^2}{E \cdot t \cdot \cos(\alpha r)} \cdot \left[(h + H - z) - \frac{\nu}{2} \cdot \left(h + H - \frac{2}{3} \cdot z \right) \right] \quad (39)$$

- rotação do meridiano para ação da coluna de líquido armazenado em [radianos] :

$$\phi p(z) := \frac{-\gamma \cdot \tan(\alpha r)^2 \cdot z}{6 \cdot E \cdot t \cdot \cos(\alpha r)} \cdot (-9 \cdot h - 9 \cdot H + 16 z) \quad (40)$$

Considerando-se as seguintes condições de contorno para borda superior da casca cônica engastada (índice "e") :

- deslocamento radial total e rotação total do meridiano nulos na coordenada $z = H$:

$$\xi p(z) + H_{ce} \cdot \xi h + M_{ce} \cdot \xi m = 0 \quad (41)$$

$$\phi p(z) + H_{ce} \cdot \phi h + M_{ce} \cdot \phi m = 0 \quad (42)$$

Resolvendo o sistema de equações encontra-se a força e o momento necessários para garantirem o engastamento perfeito da borda superior da casca :

- momento distribuído na borda engastada da casca em [ton.cm/cm] :

$$M_{ce} := \frac{\xi p(H)}{\xi m} - \frac{2 \cdot \phi p(H)}{\phi m} \quad (43)$$

- força radial distribuída na borda engastada da casca em [ton/cm] :

$$H_{ce} := \frac{\phi p(H)}{\phi h} - \frac{2 \cdot \xi p(H)}{\xi h} \quad (44)$$

Considerando-se agora as condições de contorno para borda superior da casca cônica apoiada fixa (índice "a") :

- deslocamento radial total nulo na coordenada $z = H$:

$$\xi p(z) + Hca. \xi h = 0 \quad (45)$$

E resolvendo a equação encontra-se a força necessária para garantir o apoio fixo perfeito da borda superior da casca :

- força radial distribuída na borda apoiada fixa da casca em [ton/cm] :

$$Hca := \frac{-\xi p(H)}{\xi h} \quad (46)$$

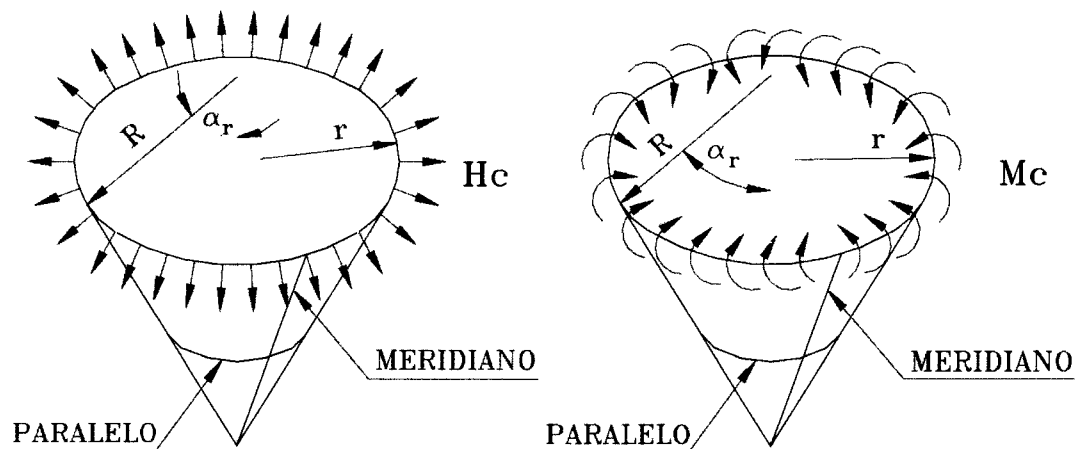


FIGURA 17 - Esquema para as forças e momentos distribuídos na borda superior vinculada

Através das equações da solução aproximada para cascas esféricas apresentadas em BELLUZZI, transformando-se a casca cônica em uma casca esférica equivalente e para diversas solicitações de borda, pode-se agora encontrar as equações para rotações, momentos e tensões através das expressões apresentadas abaixo.

2.3.1 CASCA CÔNICA COM BORDA SUPERIOR ENGASTADA

Obtem-se então para borda superior engastada (índice "e") :

- equação dos deslocamentos radiais totais ao longo do meridiano da superfície média da casca cônica (força, momento e líquido armazenado) em [cm] :

$$\begin{aligned} \xi_e(z) = & \frac{Hce \cdot \cos(\alpha r)^2}{2 \cdot \alpha^3 \cdot B} \cdot e^{-\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)}} \cdot \sin\left(\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)} + \frac{\pi}{2}\right) + \\ & + \frac{Mce \cdot \cos(\alpha r) \cdot \sqrt{2}}{2 \cdot \alpha^2 \cdot B} \cdot e^{-\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)}} \cdot \sin\left(\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)} + \frac{3 \cdot \pi}{4}\right) + \\ & + \frac{\gamma \cdot \tan(\alpha r)^2 \cdot z^2}{E \cdot t \cdot \cos(\alpha r)} \cdot \left[(h + H - z) - \frac{v}{2} \cdot \left(h + H - \frac{2}{3} \cdot z \right) \right] \end{aligned} \quad (47)$$

- equação das rotações totais ao longo do meridiano da superfície média da casca cônica (força, momento e líquido armazenado) em [radianos] :

$$\begin{aligned} \phi_e(z) = & \frac{Hce \cdot \cos(\alpha r)}{2 \cdot \alpha^2 \cdot B} \cdot e^{-\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)}} \cdot \left[\cos\left(\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)}\right) + \sin\left(\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)}\right) \right] + \\ & + \frac{Mce \cdot \sqrt{2}}{2 \cdot \alpha \cdot B} \cdot e^{-\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)}} \cdot \left[\cos\left(\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)} + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)} + \frac{\pi}{4}\right) \right] + \\ & - \frac{\gamma \cdot \tan(\alpha r)^2 \cdot z}{6 \cdot E \cdot t \cdot \cos(\alpha r)} \cdot (-9 \cdot h - 9 \cdot H + 16 \cdot z) \end{aligned} \quad (48)$$

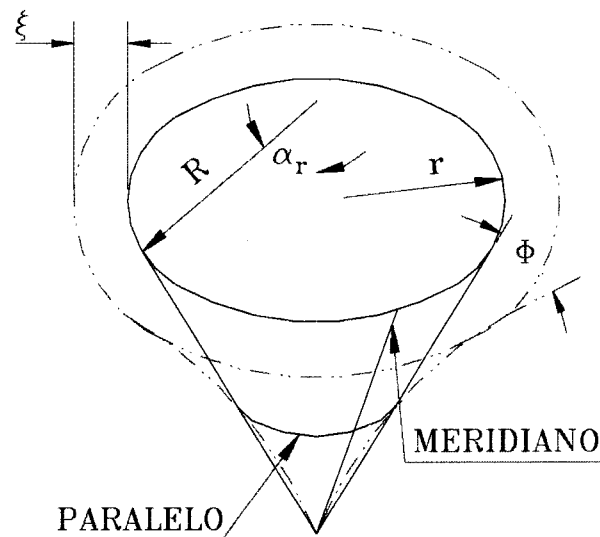


FIGURA 18 - Esquema para deslocamentos radiais e rotações

- equação dos momentos solicitantes ao longo dos paralelos da superfície média da casca cônica para esforços distribuídos na borda superior engastada em [ton.cm/cm] :

$$\begin{aligned}
 M1e(z) &= \frac{Hce \cdot \cos(\alpha r)}{\alpha} \cdot e^{-\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)}} \cdot \sin\left(\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)}\right) + \\
 &+ \sqrt{2} \cdot Mce \cdot e^{-\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)}} \cdot \sin\left(\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)} + \frac{\pi}{4}\right)
 \end{aligned} \quad (49)$$

- equação dos momentos solicitantes ao longo dos meridianos da superfície média da casca cônica para esforços distribuídos na borda superior engastada em [ton.cm/cm] :

$$\begin{aligned}
 M2e(z) &= \frac{Hce \cdot \sin(\alpha r)}{\sqrt{2} \cdot R \cdot \alpha^2} \cdot e^{-\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)}} \cdot \sin\left(\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)} + \frac{\pi}{4}\right) + \\
 &- \frac{Mce \cdot \tan(\alpha r)}{R \cdot \alpha} \cdot e^{-\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)}} \cdot \sin\left(\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)} - \frac{\pi}{2}\right) + v \cdot M1e(z)
 \end{aligned} \quad (50)$$

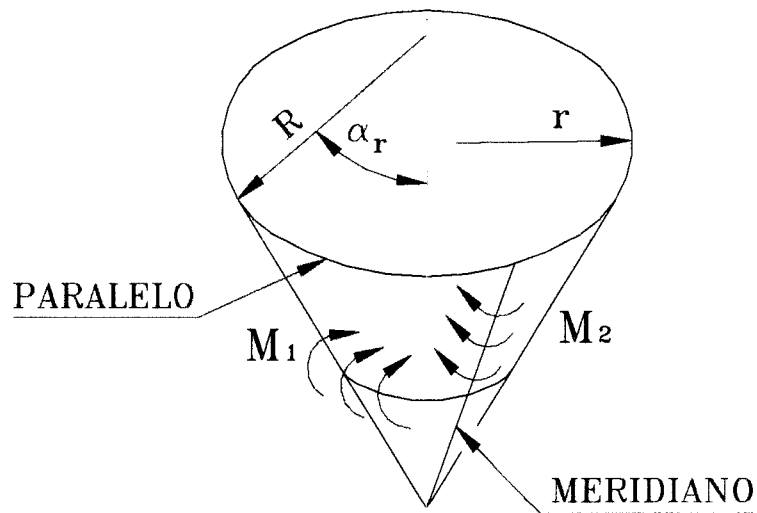


FIGURA 19 - Esquema para os momentos solicitantes

- equação das forças solicitantes ao longo dos meridianos da superfície média da casca cônica para esforços distribuídos na borda superior engastada em [ton/cm] :

$$\begin{aligned}
 N1e(z) = & \sqrt{2} \cdot Hce \cdot \sin(\alpha r) \cdot e^{-\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)}} \cdot \sin\left(\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)} + \frac{3 \cdot \pi}{4}\right) + \\
 & - 2 \cdot Mce \cdot \alpha \cdot \tan(\alpha r) \cdot e^{-\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)}} \cdot \sin\left(\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)}\right)
 \end{aligned} \tag{51}$$

- equação das forças solicitantes ao longo dos paralelos da superfície média da casca cônica para esforços distribuídos na borda engastada em [ton/cm] :

$$\begin{aligned}
 N2e(z) = & 2 \cdot R \cdot \alpha \cdot Hce \cdot \cos(\alpha r) \cdot e^{-\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)}} \cdot \sin\left(\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)} + \frac{\pi}{2}\right) + \\
 & - 2 \cdot \sqrt{2} \cdot R \cdot \alpha^2 \cdot Mce \cdot e^{-\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)}} \cdot \sin\left(\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)} - \frac{\pi}{4}\right)
 \end{aligned} \tag{52}$$

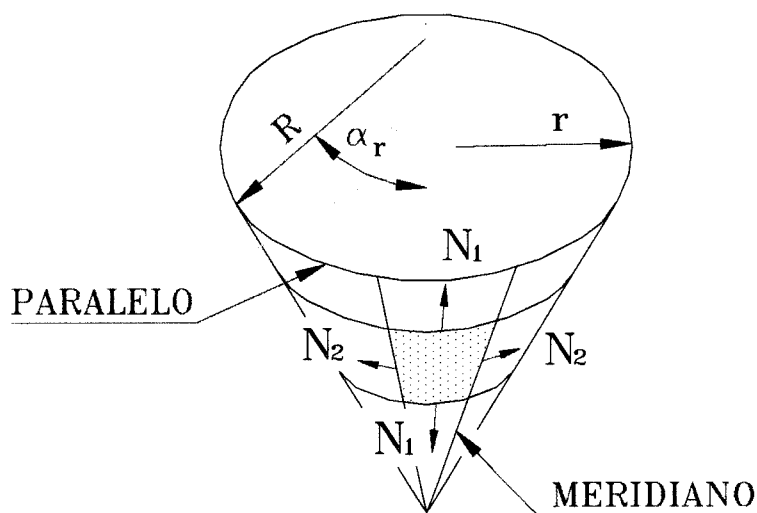


FIGURA 20 - Esquema para as forças solicitantes

- equação das tensões ao longo dos meridianos das superfícies interna (índice "in") e externa (índice "ex") da casca cônica em $[\text{ton}/\text{cm}^2]$:

$$\sigma_{1ein}(z) := \frac{\gamma \cdot \tan(\alpha_r) \cdot z}{2 \cdot t \cdot \cos(\alpha_r)} \cdot \left(h + H - \frac{2}{3} \cdot z \right) + \frac{N_{1e}(z)}{t} - \frac{6 \cdot M_{1e}(z)}{t^2} \quad (53)$$

$$\sigma_{1eex}(z) := \frac{\gamma \cdot \tan(\alpha_r) \cdot z}{2 \cdot t \cdot \cos(\alpha_r)} \cdot \left(h + H - \frac{2}{3} \cdot z \right) + \frac{N_{1e}(z)}{t} + \frac{6 \cdot M_{1e}(z)}{t^2} \quad (54)$$

- equação das tensões ao longo dos paralelos das superfícies interna (índice "in") e externa (índice "ex") da casca cônica em $[\text{ton}/\text{cm}^2]$:

$$\sigma_{2ein}(z) := \frac{\gamma \cdot \tan(\alpha_r) \cdot z}{t \cdot \cos(\alpha_r)} \cdot (h + H - z) + \frac{N_{2e}(z)}{t} - \frac{6 \cdot M_{2e}(z)}{t^2} \quad (55)$$

$$\sigma_{2eex}(z) := \frac{\gamma \cdot \tan(\alpha_r) \cdot z}{t \cdot \cos(\alpha_r)} \cdot (h + H - z) + \frac{N_{2e}(z)}{t} + \frac{6 \cdot M_{2e}(z)}{t^2} \quad (56)$$

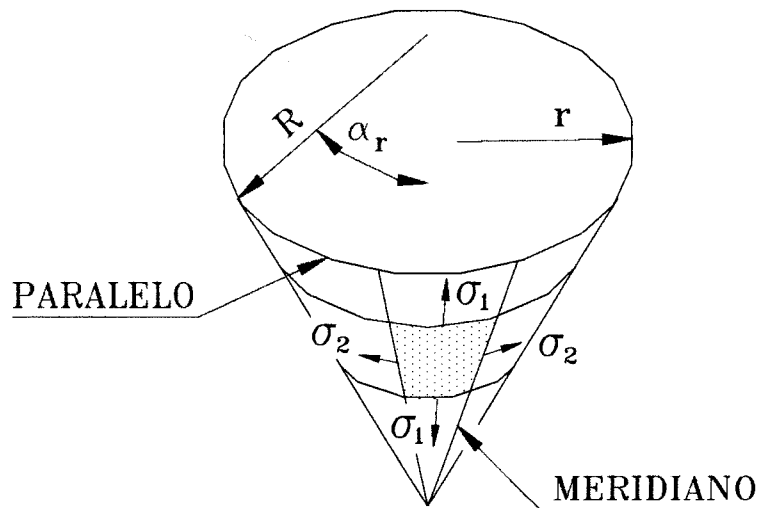


FIGURA 21 - Esquema para as tensões atuantes

2.3.2 CASCA CÔNICA COM BORDA SUPERIOR APOIADA FIXA

Para borda superior apoiada fixa (índice "a"), encontrou-se então :

- equação dos deslocamentos radiais totais ao longo do meridiano da superfície média da casca cônica (força, momento e líquido armazenado) em [cm] :

$$\begin{aligned} \xi_a(z) = & \frac{Hca \cdot \cos(\alpha r)^2}{2 \cdot \alpha^3 \cdot B} \cdot e^{-\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)}} \cdot \sin\left(\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)} + \frac{\pi}{2}\right) + \\ & + \frac{\gamma \cdot \tan(\alpha r)^2 \cdot z^2}{E \cdot t \cdot \cos(\alpha r)} \cdot \left[(h + H - z) - \frac{\nu}{2} \cdot \left(h + H - \frac{2}{3} \cdot z \right) \right] \end{aligned} \quad (57)$$

- equação das rotações totais ao longo do meridiano da superfície média da casca cônica (força, momento e líquido armazenado) em [radianos] :

$$\phi a(z) = \frac{Hca. \cos(\alpha r)}{2. \alpha^2 . B} . e^{-\alpha. \frac{H-z}{\cos(\alpha r)}} . \left[\cos\left(\alpha. \frac{H-z}{\cos(\alpha r)}\right) + \sin\left(\alpha. \frac{H-z}{\cos(\alpha r)}\right) \right] + \frac{\gamma. \tan(\alpha r)^2 . z}{6. E. t. \cos(\alpha r)} . (-9. h - 9. H + 16. z) \quad (58)$$

- equação dos momentos solicitantes ao longo dos paralelos da superfície média da casca cônica para esforços distribuídos na borda superior apoiada fixa em [ton.cm/cm] :

$$M1a(z) = \frac{Hca. \cos(\alpha r)}{\alpha} . e^{-\alpha. \frac{H-z}{\cos(\alpha r)}} . \sin\left(\alpha. \frac{H-z}{\cos(\alpha r)}\right) \quad (59)$$

- equação dos momentos solicitantes ao longo dos meridianos da superfície média da casca cônica para esforços distribuídos na borda superior apoiada fixa em [ton.cm/cm] :

$$M2a(z) = \frac{Hca. \sin(\alpha r)}{\sqrt{2}. R. \alpha^2} . e^{-\alpha. \frac{H-z}{\cos(\alpha r)}} . \sin\left(\alpha. \frac{H-z}{\cos(\alpha r)} + \frac{\pi}{4}\right) + v. M1a(z) \quad (60)$$

- equação das forças solicitantes ao longo dos meridianos da superfície média da casca cônica para esforços distribuídos na borda apoiada fixa em [ton/cm] :

$$N1a(z) = \sqrt{2}. Hca. \sin(\alpha r) . e^{-\alpha. \frac{H-z}{\cos(\alpha r)}} . \sin\left(\alpha. \frac{H-z}{\cos(\alpha r)} + \frac{3. \pi}{4}\right) \quad (61)$$

- equação das forças solicitantes ao longo dos paralelos da superfície média da casca cônica para esforços distribuídos na borda apoiada fixa em [ton/cm] :

$$N2a(z) = 2 \cdot R \cdot \alpha \cdot Hca \cdot \cos(\alpha r) \cdot e^{-\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)}} \cdot \sin\left(\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)} + \frac{\pi}{2}\right) \quad (62)$$

- equação das tensões ao longo dos meridianos das superfícies interna (índice "in") e externa (índice "ex") da casca cônica em [ton/cm²] :

$$\sigma 1ain(z) := \frac{\gamma \cdot \tan(\alpha r) \cdot z}{2 \cdot t \cdot \cos(\alpha r)} \cdot \left(h + H - \frac{2}{3} \cdot z\right) + \frac{N1a(z)}{t} - \frac{6 \cdot M1a(z)}{t^2} \quad (63)$$

$$\sigma 1aex(z) := \frac{\gamma \cdot \tan(\alpha r) \cdot z}{2 \cdot t \cdot \cos(\alpha r)} \cdot \left(h + H - \frac{2}{3} \cdot z\right) + \frac{N1a(z)}{t} + \frac{6 \cdot M1a(z)}{t^2} \quad (64)$$

- equação das tensões ao longo dos paralelos das superfícies interna (índice "in") e externa (índice "ex") da casca cônica em [ton/cm²] :

$$\sigma 2ain(z) := \frac{\gamma \cdot \tan(\alpha r) \cdot z}{t \cdot \cos(\alpha r)} \cdot (h + H - z) + \frac{N2a(z)}{t} - \frac{6 \cdot M2a(z)}{t^2} \quad (65)$$

$$\sigma 2aex(z) := \frac{\gamma \cdot \tan(\alpha r) \cdot z}{t \cdot \cos(\alpha r)} \cdot (h + H - z) + \frac{N2a(z)}{t} + \frac{6 \cdot M2a(z)}{t^2} \quad (66)$$

2.3.3 TENSÕES TEÓRICAS DE MEMBRANA

Como para as cascas cilíndricas, as expressões das tensões teóricas de membrana para a casca cônica sob ação da carga hidrostática do produto armazenado, são facilmente encontradas na resistência dos materiais, e apresentadas abaixo (índice "m") :

- equação das tensões de membrana ao longo dos meridianos da superfície média da casca cônica em [ton/cm²] :

$$\sigma_{1m}(z) := \frac{\gamma \cdot \tan(\alpha r) \cdot z}{2 \cdot t \cdot \cos(\alpha r)} \left(h + H - \frac{2}{3} \cdot z \right) \quad (67)$$

- equação das tensões de membrana ao longo dos paralelos da superfície média da casca cônica em [ton/cm²] :

$$\sigma_{2m}(z) := \frac{\gamma \cdot \tan(\alpha r) \cdot z}{t \cdot \cos(\alpha r)} \cdot (h + H - z) \quad (68)$$

Utilizando-se das equações de (34) a (66), pode-se resolver estruturalmente a maioria das cascas cônicas delgadas, com borda superior engastada ou apoiada fixa, submetidas a ação de pressão hidrostática, desde que, lembrando novamente, possuam características que atendam os comentários do item 2.1.

3 ANÁLISE POR ELEMENTOS FINITOS

3.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

No capítulo anterior obteve-se, através da teoria de estruturas em casca de revolução, o equacionamento das expressões teóricas específicas para o cálculo estrutural de cascas cilíndrica e cônica, com vinculação de borda engastada e articulada fixa.

Neste capítulo utilizou-se, na análise dessas mesmas estruturas, o Método dos Elementos Finitos através do programa "comercial", bastante conhecido pelos engenheiros de cálculo estrutural, SAP90 (Structural Analysis Program) desenvolvido por Edward L. WILSON e Ashraf HABIBULLAH da Universidade da Califórnia, Berkeley.

Esse programa, por ter sido utilizado por centenas de firmas de engenharia em todo o mundo, adquiriu grande reputação na família dos programas de computador para análise estrutural.

Optou-se pelo SAP90, uma das ferramentas de análise estrutural por elementos finitos disponível no momento, por ser suficiente para este estudo introdutório, feito de forma a obedecer as hipóteses fundamentais de "Kirchoff-Love" apresentadas nas considerações gerais do capítulo anterior (item 2.1), considerando teoria linear, efeitos de primeira ordem e carregamento estático.

Hoje, já encontra-se o SAP na sua mais nova versão, o SAP2000, atualizado para um ambiente mais amigável, com novos recursos e também para análises não-lineares das estruturas.

O Método dos Elementos Finitos (MEF), utilizado na análise de estruturas, atinge seus objetivos, considerando a estrutura dividida em partes finitas (elementos)

ligadas entre si por pontos nodais (nós) onde se supõe aplicadas as ações ou reações. A composição desses elementos para constituir a estrutura dá lugar a um sistema de equações que são tratados matricialmente.

Para identificar e ordenar matricialmente as ações mecânicas e os deslocamentos existentes nos nós de uma estrutura integrada ou nas extremidades de um elemento, quando a estrutura é subdividida, utiliza-se um sistema de referência chamado "sistema de coordenadas".

O sistema de referência adotado que define direções e sentidos associados aos nós da estrutura integrada representa as "coordenadas globais". O sistema que define direções e sentidos associados às extremidades dos elementos da estrutura desmembrada representa as "coordenadas locais".

Os "vínculos" são os nós da estrutura escolhidos para satisfazer as condições de contorno que sustentam a mesma no espaço, restringindo o deslocamento do nó escolhido nas coordenadas globais desejadas para satisfazer essas condições. Normalmente os vínculos são chamados de apoios, que podem ser engastes, articulações, apoios móveis ou fixos, conforme a combinação de coordenadas bloqueadas.

O programa SAP90 necessita da definição dos itens citados anteriormente, e isso é feito através da digitação de uma entrada de dados com comandos específicos encontrados no manual do usuário que acompanha o programa.

Ao utilizar-se o MEF para a análise de uma estrutura, é importante a definição do tamanho dos elementos que compõem a casca. Por utilizar elementos "finitos" o MEF também é um método aproximado e quanto maior a experiência do projetista na geração da malha de elementos, maior é a sensibilidade do modelo na representação do comportamento da estrutura.

Para poder comparar as expressões teóricas do capítulo 2 e o MEF, chegou-se, após várias tentativas, aos seguintes valores para altura dos elementos da malha :

- para a casca cilíndrica : malha de elementos com 5 [cm] de altura cada um.

- para a casca cônica : malha de elementos com $\frac{5}{\cos \theta r}$ [cm] de altura cada

um, onde θr é o ângulo da casca cônica com a horizontal.

As malhas assim definidas foram suficientes para permitir a comparação dos resultados de deslocamentos, esforços solicitantes e tensões atuantes obtidos pelas duas ferramentas de cálculo.

Para um melhor entendimento dos conceitos utilizados no MEF, e dos comandos do programa, descrever-se-á passo a passo a codificação dos dados de entrada feita para solução das estruturas deste trabalho, como será visto a seguir.

3.2 CODIFICAÇÃO PARA CASCA CILÍNDRICA

Para a solução de estruturas por elementos finitos, existe a necessidade da definição previa das dimensões das mesmas, de forma que se possua todos os parâmetros exigidos na codificação da entrada de dados do programa.

Utilizou-se as dimensões de uma casca cilíndrica "típica" da área de processos da indústria sucro-alcooleira.

Material da casca cilíndrica : Aço carbono ASTM A283C

Produto armazenado : adotado água

$E = 2100$ - módulo de elasticidade em $[\text{ton}/\text{cm}^2]$

$\nu = 0,3$ - coeficiente de Poisson

$\gamma = 1 \cdot 10^{-6}$ - peso específico do produto armazenado em $[\text{ton}/\text{cm}^3]$

$D = 1200$ - diâmetro da superfície média da casca em [cm]

$R = 600$ - raio da superfície média da casca em [cm]

$H = 1200$ - altura total da casca em [cm]

$h = 1200$ - altura da coluna de produto armazenado em [cm]

$t = 1$ - espessura (constante) da casca em [cm]

Z - eixo vertical medido a partir da borda vinculada coincidente com o eixo de rotação da casca

X - eixo horizontal pertencente ao plano do papel, medido a partir do início do eixo vertical "Z"

Y - eixo horizontal que fura o plano do papel, medido a partir do início do eixo vertical "Z"

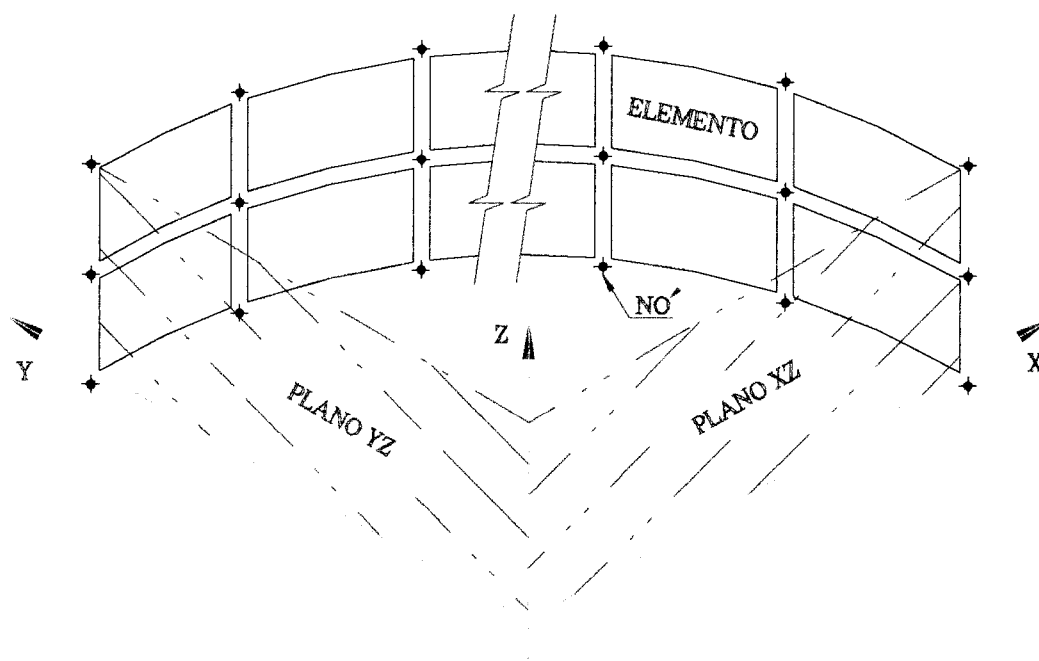


FIGURA 22 - Esquema geral para modelo da casca cilíndrica

O programa permitiu fazer a análise estrutural das cascas cilíndrica e cônica através da geração de apenas um de seus quadrantes por serem de revolução e possuírem carregamento simétrico em relação ao seu eixo (pressão hidrostática).

Os três quadrantes restantes foram simulados através de vinculações que não permitissem que os nós pertencentes aos planos de corte do quadrante estudado saíssem desses planos como pode-se ver adiante.

É importante observar, que a casca cilíndrica não foi gerada na sua altura total de $H=1200$ [cm], mesmo tendo sido carregada com uma coluna de água de $h=1200$ [cm]. Isto se deveu ao fato das expressões téóricas aproximadas, desenvolvidas no capítulo 2, terem fornecido resultados praticamente idênticos aos obtidos pelo MEF para alturas da casca maiores que " λ " (da expressão 4 encontra-se 119,73 [cm]). A análise da casca cilíndrica foi limitada, portanto, até uma altura de aproximadamente " $2.\lambda$ " (adotou-se 240 [cm]).

De posse dessas informações poder-se-á então apresentar a codificação de entrada no programa.

3.2.1 ARQUIVO PARA ENTRADA DE DADOS

A entrada de dados será dividida em blocos para facilidade de compreensão :

- **1º BLOCO** : Título da estrutura em estudo

Casca cilíndrica $D=1200 \times h = 1200$ - Produto : Água

C Vinculação da borda inferior : Engastada ou apoiada fixa

- **2º BLOCO** : Definição do número de carregamentos

SYSTEM

L=1

Considerou-se apenas a ação da pressão hidrostática da água, portanto somente um carregamento, "L=1". O peso próprio da casca cilíndrica foi desprezado para permitir a comparação dos resultados obtidos pelo MEF com os das expressões teóricas do capítulo 2.

- **3º BLOCO** : Geração dos pontos nodais da estrutura

JOINTS

C Eixo de rotação

1 X=0 Y=0 Z=-10

1000 Z=250

Esses nós devem ser gerados para simular o eixo de rotação da casca cilíndrica. São os nós que permitem utilizar o recurso de geração cilíndrica do programa.

C Nós da casca cilíndrica

2 X=600 Y=0 Z=0 A=1,1000,2,10,1,9

13 Z=5 A=1,1000,13,10,1,9

24 Z=10 A=1,1000,24,10,1,9

. . .

. . .

. . .

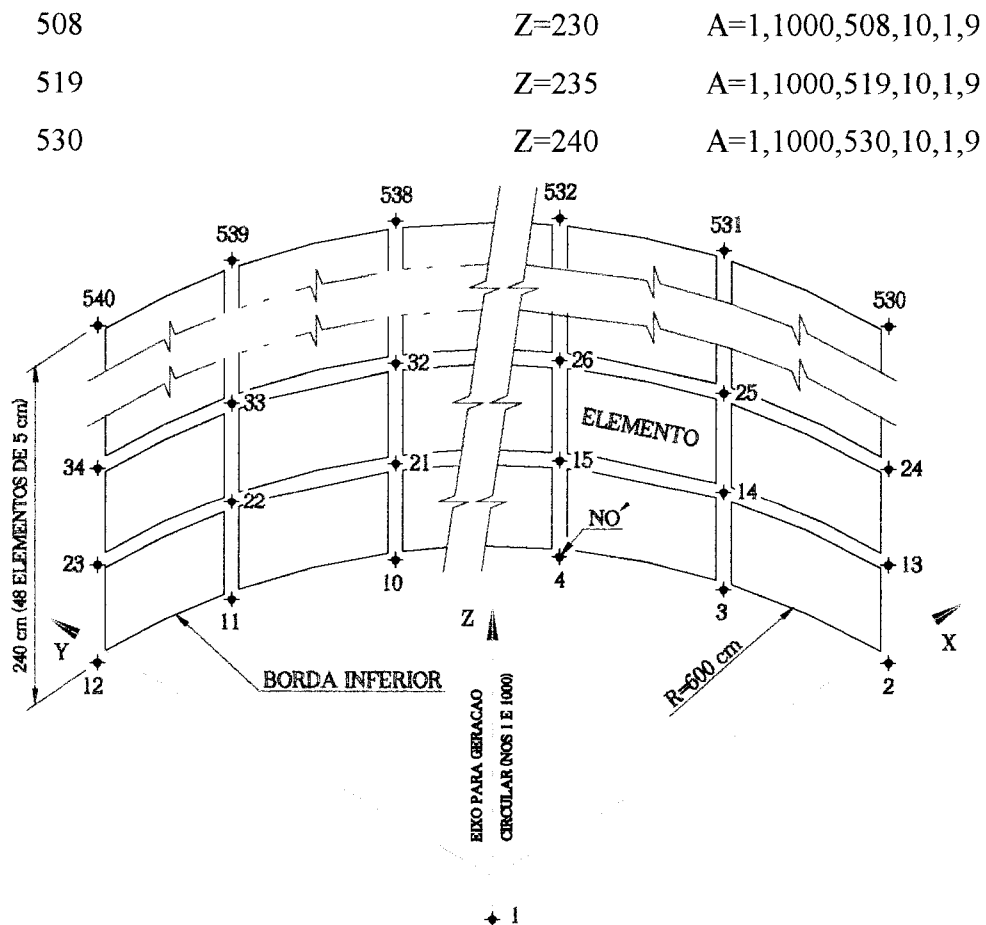


FIGURA 23 - Esquema da geração dos nós

Os nós de 2 a 530 são os nós da casca cilíndrica propriamente dita. As coordenadas dos nós no sistema global são definidas pelos valores de X, Y e Z, onde o valor de X representa o raio da superfície média da casca (600 cm).

$A=c_1, c_2, c_3, n_c, i_c, a$ é o comando para geração circular e significa :

c_1 - nó inicial que define o eixo de rotação simulado (1)

c_2 - nó final que define o eixo de rotação simulado (1000)

c_3 - nó inicial da geração (2 a 530)

n_c - número de nós adicionais a serem gerados (10)

i_c - incremento para a numeração dos nós (1)

a - ângulo de incremento da geração em graus (9)

Com isso, por exemplo, para $A=1,1000,2,10,1,9$ foram gerados os primeiros 11 nós da casca cilíndrica na coordenada global $Z=0$.

- 4º BLOCO : Vinculação dos nós da estrutura

RESTRAINTS

C Nós do eixo de rotação

1 1000 999 R=1,1,1,1,1,1

Os nós de 1 a 1000, com incremento de 999, representam a simulação do eixo de rotação da casca, e como não farão parte da estrutura, estão com todos os seus graus de liberdade restringidos (R=1,1,1,1,1,1).

A vinculação é simulada pelo comando $R=r_{ux}, r_{uy}, r_{uz}, r_{rx}, r_{ry}, r_{rz}$, onde :

r_{ux} , r_{uy} e r_{uz} - são respectivamente translações nos eixos X, Y e Z globais

r_{rx} , r_{ry} e r_{rz} - são respectivamente as rotações em torno dos eixos X, Y e Z globais

O valor "1" significa a restrição do movimento no eixo desejado e o valor "0" significa a liberação do seu movimento.

C Nós da casca cilíndrica

2 530 11 R=0,1,0,1,0,1

Os nós de 2 a 530, com incremento de 11, podem se deslocar em relação ao eixo X, não podem em relação a Y e podem em relação a Z. Não podem girar em torno do eixo X, podem em relação a Y e não podem em relação a Z. Esta vinculação os impede de saírem do plano XZ, simulando os quadrantes faltantes da casca, que como já foi dito não precisam ser gerados para estruturas de revolução com carregamento simétrico em relação ao seu eixo.

12 540 11 R=1,0,0,0,1,1

Os nós de 12 a 540, com incremento de 11, não podem se deslocar em relação ao eixo X, podem em relação a Y e a Z. Podem girar em torno do eixo X, não podem em relação a Y e a Z. Esta vinculação os impede de saírem do plano YZ, também simulando os quadrantes faltantes da casca como anteriormente para os nós de 2 a 530.

2 12 1 R=1,1,1,1,1,1

As condições de contorno consideradas neste trabalho, já definidas no capítulo 2, são aqui representadas : os nós de 2 a 12, com incremento de 1, compõem a borda

inferior da casca cilíndrica, que será vinculada por um **engaste** ($R=1,1,1,1,1$) e posteriormente por um **apoio articulado fixo** ($R=1,1,1,0,0,0$).

- 5º **BLOCO** : Geração dos elementos da estrutura

SHELL

NM=1 O=0 P=-1

"NM" define o número de tipos de materiais que compõem a estrutura, no caso, apenas um : aço carbono.

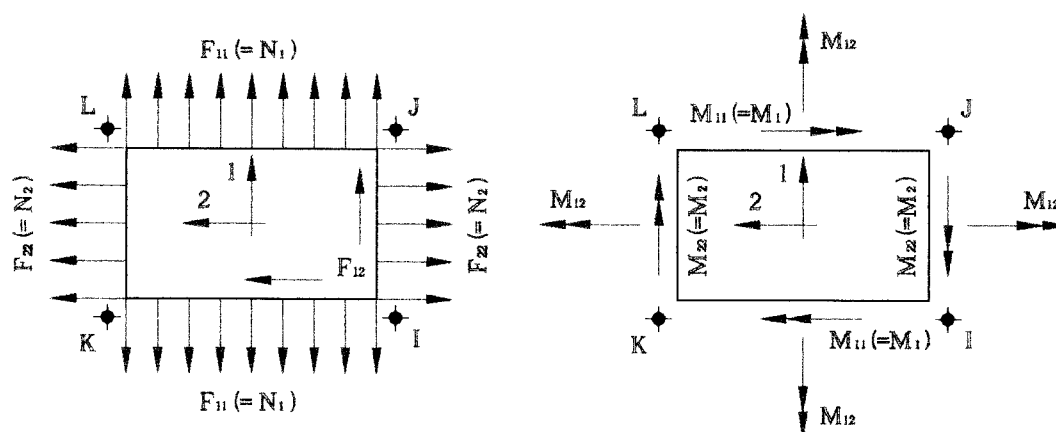


FIGURA 24 - Esquema dos esforços fornecidos na saída de dados para opção "O=0" ("O" igual a zero)

A letra "O" define como será a saída de dados após o processamento do programa. Para "O=0" ("O" igual a zero) o programa fornecerá as forças e momentos solicitantes em cada nó do elemento. Para "O=1" fornecerá a saída de dados com as tensões atuantes nos nós das duas faces do elemento, superior e inferior, ou para a casca cilíndrica, internamente e externamente a mesma.

"P" define os multiplicadores para carregamentos de pressão. Com "P=-1" fica definido que a pressão hidrostática do produto armazenado se dirige de dentro para fora da casca cilíndrica (pressão interna).

1 E=2100 U=0.3

Esta linha define as propriedades do material "1" (aço), como o módulo de elasticidade "E" e o coeficiente de Poisson, simbolizado por "U".

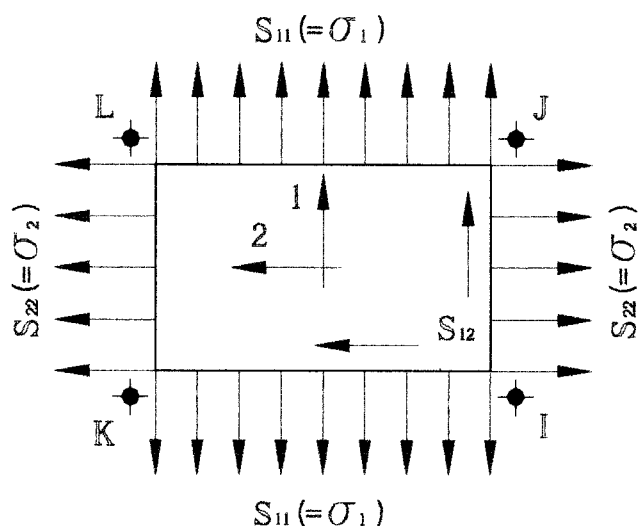


FIGURA 25 - Esquema dos esforços fornecidos na saída de dados para opção "O=1" para as faces interna (top) e externa (bot) do elemento

1 JQ=2,13,3,14 ETYPE=0 M=1 TH=1,1 LP=0 G=48,10

A linha acima significa que o elemento número "1" é criado pelo comando $JQ=j_I,j_J,j_K,j_L$, onde j_I,j_J,j_K,j_L são os números dos nós que compõem o elemento, nas suas respectivas extremidades I, J, K e L.

O comando "ETYPE" define, se igual a "0", comportamento de membrana e solicitações de flexão, se igual a "1", apenas comportamento de membrana, e, se igual a "2", apenas solicitações de flexão na casca. Considerou-se "ETYPE=0".

"M" define o tipo do material do elemento da casca, no caso material "1".

A espessura, $t=1$ cm da casca, deve ser especificada, para comportamento de membrana e para solicitações de flexão, através do comando "TH= t_{h1},t_{h2} ", sendo t_{h1} espessura para membrana e t_{h2} para flexão.

Os eixos locais dos elementos, eixos "1, 2 e 3", são considerados como partindo do centro do elemento, e seguem a regra da mão direita para sua definição. O vetor V3 que representa o eixo local "3", tem sempre sua direção normal ao plano do elemento da casca. "LP=0" indica que o vetor V1, que representa o eixo "1", vai do ponto central do lado I-K do elemento para o ponto central do seu lado J-L. Com o produto vetorial de V3 por V1 define-se então a direção e sentido do vetor V2, correspondente ao eixo "2". E assim, direções e sentidos dos eixos locais do elemento, são obtidas.

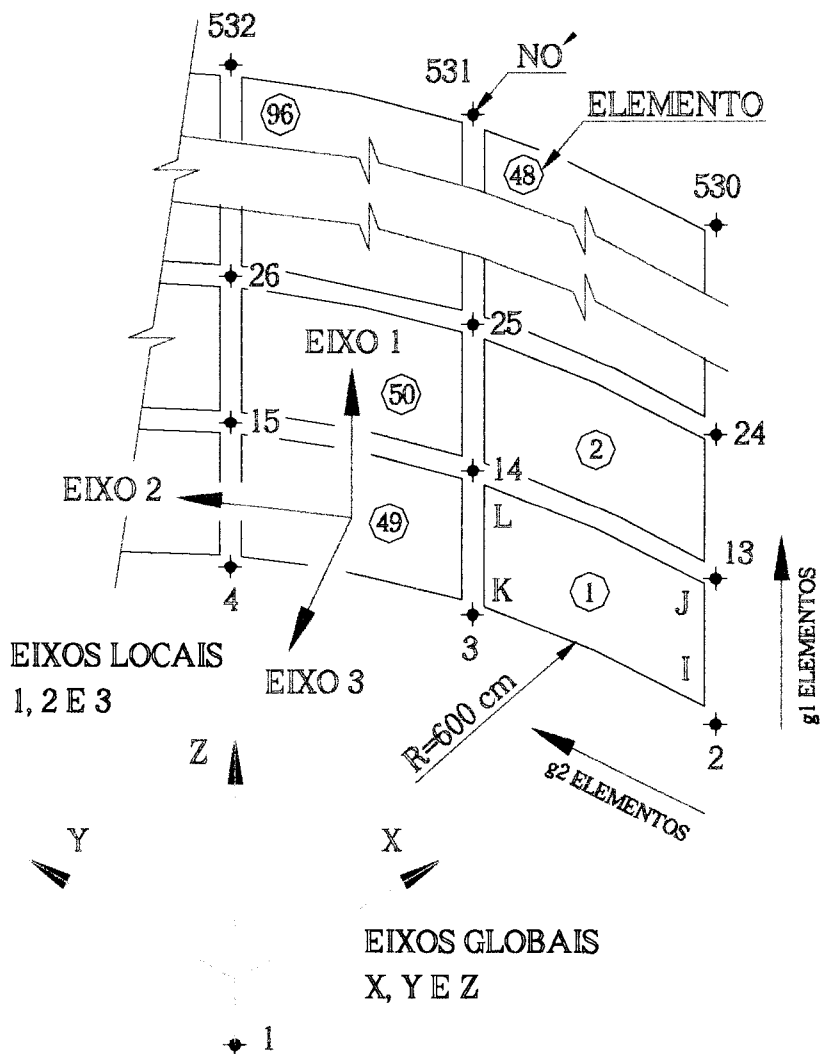


FIGURA 26 - Esquema da geração dos elementos

Para geração de elementos do tipo "SHELL" utiliza-se o comando " $G=g_1, g_2$ ", sendo g_1 e g_2 parâmetros que criam uma malha bi-dimensional com g_1 elementos na direção I-J do elemento gerador, e g_2 elementos na direção I-K. Com " $G=48, 10$ ", foram criados 48 elementos na direção I-J (na direção do meridiano do quadrante cilíndrico ou sentido positivo do eixo global Z) e 10 elementos na I-K (na direção do paralelo do quadrante cilíndrico).

- 6º BLOCO : Ação dos carregamentos na estrutura

POTENTIAL

2 540 1 W=1E-06,1200

A casca cilíndrica está sendo carregada, do nó 2 ao 540, com incremento de 1, com pressão hidrostática causada por uma coluna de água de peso específico $\gamma = 1.10^{-6}$ [ton/cm³] e altura de 1200 [cm], ou seja "W=1E-06,1200".

Fica assim definida a entrada de dados com os comandos necessários para que o programa SAP90 possa resolver a casca cilíndrica de revolução, sob a ação de pressão hidrostática, vinculada continuamente na sua borda inferior primeiramente por um engastamento (R=1,1,1,1,1,1) e depois por apoio articulado fixo (R=1,1,1,0,0,0).

3.3 CODIFICAÇÃO PARA CASCA CÔNICA

A partir das dimensões da casca cilíndrica foi utilizado para a casca cônica :

Material da casca cilíndrica : Aço carbono ASTM A283C

Produto armazenado : adotado água

$E = 2100$ - módulo de elasticidade em [ton/cm²]

$\nu = 0,3$ - coeficiente de Poisson

$\gamma = 1.10^{-6}$ - peso específico do produto armazenado em [ton/cm³]

$\alpha r = 30, 45$ e 60 - ângulo de metade do bico da casca cônica com a **vertical** em [graus] (codificou-se para três diferentes inclinações da casca)

$\theta r = (90 - \alpha r) = 60, 45$ e 30 - ângulo de metade do bico da casca cônica com a **horizontal** em [graus] (codificou-se para três diferentes inclinações da casca)

$D = 1200$ - diâmetro da superfície média da borda superior da casca cônica em [cm]

$r = \frac{D}{2} = 600$ - raio da superfície média da borda superior da casca cônica em [cm]

$R = \frac{D}{2 \cdot \cos(\alpha r)}$ - raio projetado da superfície média da borda superior da casca cônica em [cm] (variável com αr)

$H = \frac{D}{2 \cdot \tan(\alpha r)}$ - altura total da casca cônica em [cm] (variável com αr)

$h = 1200$ - altura da coluna de produto armazenado acima da casca cônica em [cm]

$h + H$ - altura total da coluna de produto armazenado em [cm] (variável com αr)

$t = 1$ - espessura (constante) da casca cônica em [cm]

Z - eixo vertical medido a partir do bico da casca cônica coincidente com o seu eixo de rotação

X - eixo horizontal pertencente ao plano do papel, medido a partir do início do eixo vertical "Z"

Y - eixo horizontal que fura o plano do papel, medido a partir do início do eixo vertical "Z"

A casca cônica foi gerada na sua altura total H e carregada com uma coluna de água de $h + H$.

3.3.1 ARQUIVO PARA ENTRADA DE DADOS

Os blocos da entrada de dados são semelhantes aos apresentados para a casca cilíndrica, portanto, serão comentados apenas os que possuírem características de aplicação específicas para a casca cônica.

- **1º BLOCO** : Título da estrutura em estudo (exemplo para $\theta r = 30$ [graus])

Casca cônica 30 graus com horizontal $D=1200$ - Produto : Água

C Vinculação da borda superior : Engastada ou apoiada fixa

- **2º BLOCO** : Definição do número de carregamentos

SYSTEM

L=1

- **3º BLOCO** : Geração dos pontos nodais da estrutura

JOINTS

C Eixo de rotação

1 X=0 Y=0 Z=-10

2000 Z=610

C Nós da casca cônica

2 X=0 Y=0 Z=0

3 X=5 Z=5*0.57735027 A=1,2000,3,10,1,9

14 X=10 Z=10*0.57735027 A=1,2000,14,10,1,9

.

.

.

.

.

.

.

.

.

1290 X=590 Z=590*0.57735027 A=1,2000,1290,10,1,9

1301 X=595 Z=595*0.57735027 A=1,2000,1301,10,1,9

1312 X=600 Z=600*0.57735027 A=1,2000,1312,10,1,9

O valor 0,57735027 multiplicado pelas coordenadas X (de 5 a 600), corresponde à tangente do ângulo θ_r , nesse exemplo tangente de 30 [graus].

- **4º BLOCO** : Vinculação dos nós da estrutura

RESTRAINTS

C Nós do eixo de rotação

1 2000 1999 R=1,1,1,1,1,1

C Nós da casca cônica

2 R=1,1,0,1,1,1

Este nó define o bico da casca cônica, pertencendo aos dois planos XZ e YZ, não podendo, portanto, deslocar em relação aos eixos X e Y mas podendo deslocar em relação a Z. Não pode girar em torno dos três eixos.

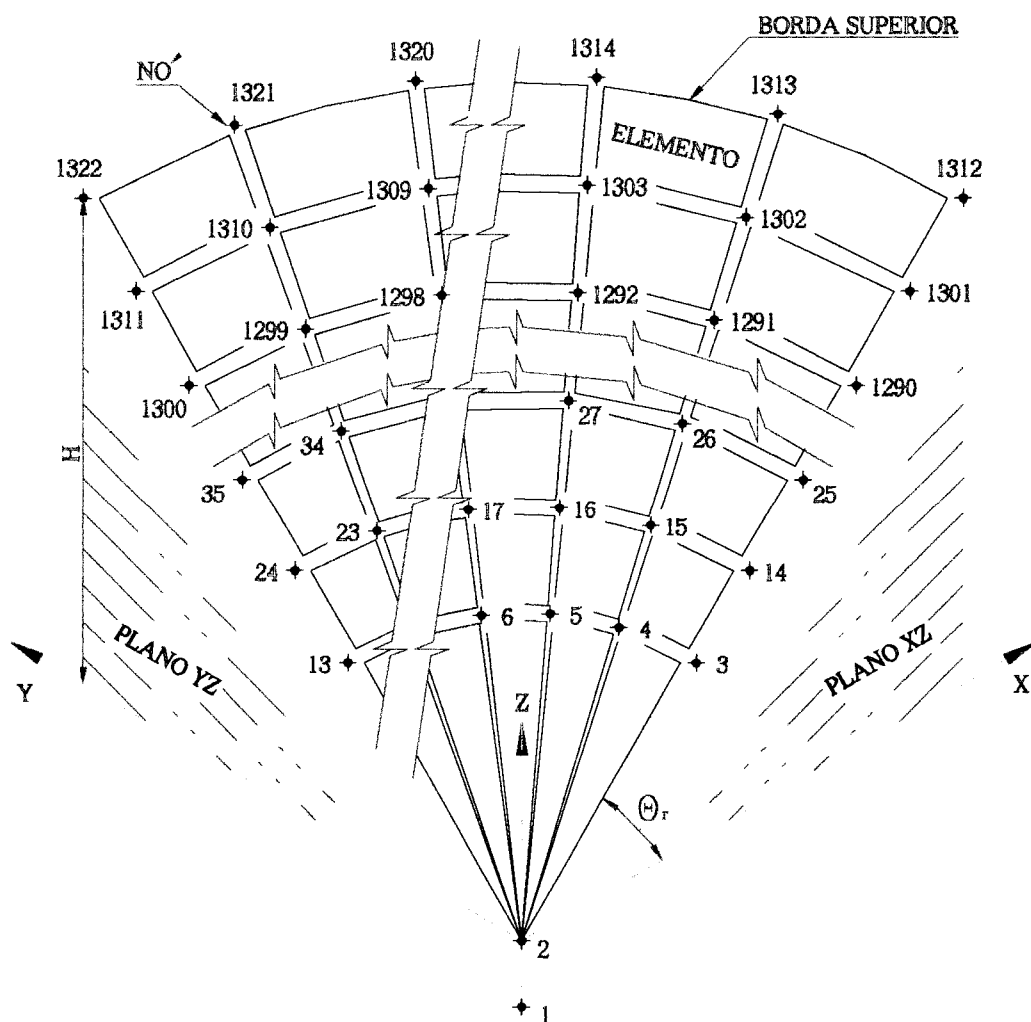


FIGURA 27 - Esquema da geração dos nós

3 1312 11 $R=0,1,0,1,0,1$

Esta vinculação impede os nós de 3 a 1312 de saírem do plano XZ, simulando os quadrantes faltantes da casca.

13 1322 11 $R=1,0,0,0,1,1$

Esta impede os nós de 13 a 1322 de saírem do plano YZ, também simulando os quadrantes faltantes da casca.

1312 1322 1 $R=1,1,1,1,1,1$

Os nós de 1312 a 1322, com incremento de 1, compõem a borda superior da casca cônica, que será vinculada por um **engaste** ($R=1,1,1,1,1,1$) e posteriormente por um **apoio articulado fixo** ($R=1,1,1,0,0,0$).

- 5º BLOCO : Geração dos elementos da estrutura

SHELL

NM=1 O=0 P=1

1 E=2100 U=0.3

C Casca cônica

1 JQ=1312,1301,1313,1302 ETYPE=0 M=1 TH=1,1 LP=0 G=119,10

Como na casca cilíndrica, os eixos locais dos elementos "1, 2 e 3", partem do centro do elemento, e seguem a regra da mão direita para sua definição. O vetor V3 tem sempre sua direção normal ao plano do elemento da casca. "LP=0" indica que V1 vai do ponto central do lado I-K do elemento para o ponto central do seu lado J-L. Com o produto vetorial de V3 por V1 define-se a direção e o sentido de V2.

Observar que, enquanto para "LP=0", V3 se dirigia de fora para dentro na casca cilíndrica, na casca cônica se dirige de dentro para fora. Portanto, em função do modo como a casca cônica foi gerada, fica definido que a pressão hidrostática do produto armazenado se dirige de dentro para fora da casca (pressão interna) somente com "P=1", ou seja no sentido positivo do eixo V3.

C Fechamento do bico da casca cônica

1191 JQ=3,2,4 ETYPE=0 M=1 TH=1,1 LP=0

1192 JQ=4,2,5 ETYPE=0 M=1 TH=1,1 LP=0

.

.

.

.

.

.

.

.

.

1199 JQ=11,2,12 ETYPE=0 M=1 TH=1,1 LP=0

1200 JQ=12,2,13 ETYPE=0 M=1 TH=1,1 LP=0

Para o fechamento do bico da casca cônica utilizou-se elementos do tipo "SHELL" triangulares, criados pelo comando $JQ=j_i,j_j,j_k$, onde j_i,j_j,j_k são os números dos nós que compõem o elemento, nas suas respectivas extremidades I, J e K. Os eixos locais dos elementos "1, 2 e 3" seguem a regra da mão direita e são assim definidos : V3 tem sempre sua direção normal ao plano do elemento da casca, V1 vai do ponto central do lado J-K do triângulo para a sua extremidade I e o produto vetorial de V3 por V1 define a direção e o sentido de V2.

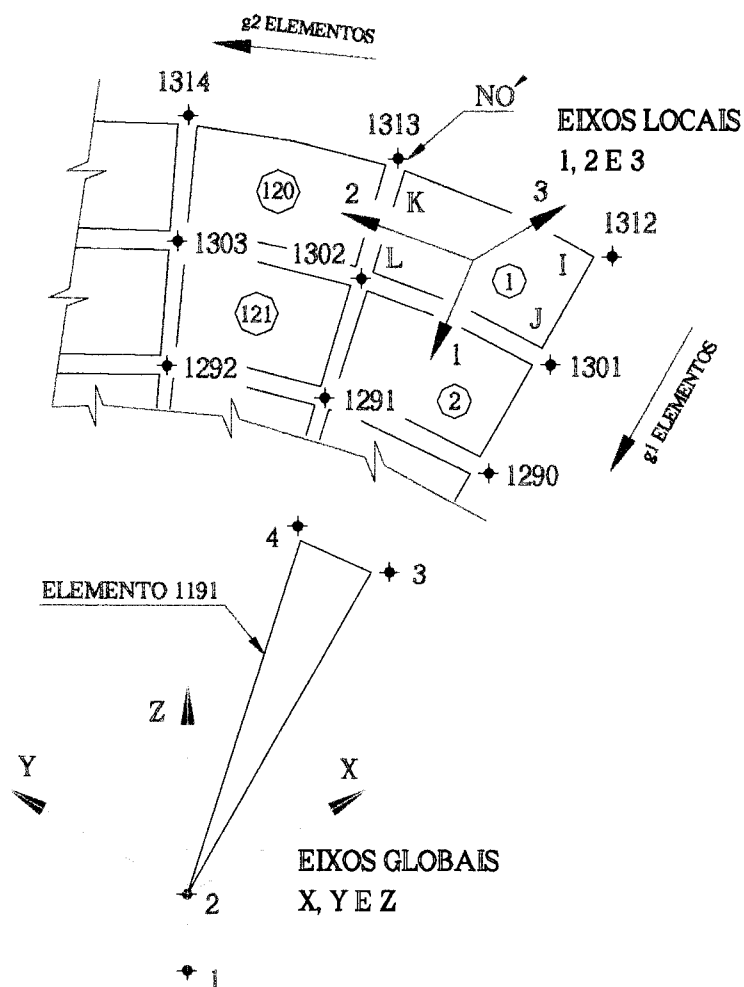


FIGURA 28 - Esquema da geração dos elementos

- 6º BLOCO : Ação dos carregamentos na estrutura

POTENTIAL

2 1322 1 W=1E-06,1546.4102

A casca cônica está sendo carregada, do nó 2 ao 1322, com incremento de 1, com pressão hidrostática causada por uma coluna de água de peso específico $\gamma = 1.10^{-6}$ [ton/cm³] e altura de $[1200 + (600. \tan \theta r)]$. Com $\theta r = 30$ [graus] obtém-se 1546,4102 [cm].

Esta definida a entrada de dados com os comandos necessários para que o programa SAP90 possa resolver a casca cônica de revolução, sob a ação de pressão hidrostática, vinculada continuamente na sua borda superior primeiramente por um engastamento (R=1,1,1,1,1) e depois por apoio articulado fixo (R=1,1,1,0,0,0).

4 ESTRUTURA "TÍPICA" ANALISADA - COMENTÁRIOS GERAIS

Relembrando o objetivo de utilizar a teoria de estruturas em casca de revolução e programa de análise de estruturas por elementos finitos no cálculo de cascas cilíndrica e cônica de um equipamento com dimensões "típicas" utilizadas na área de processos da indústria sucro-alcooleira, apresenta-se as suas características gerais adotadas :

- Descrição : Reservatório metálico elevado com corpo cilíndrico e fundo e teto cônicos sustentado por estrutura metálica.
- Material do reservatório : Aço Carbono ASTM A283C
 - Módulo de elasticidade $E=2100$ [ton/cm²]
 - Coefficiente de Poisson $\nu=0,3$
 - Tensão de ruptura (ASME) $3,87$ [ton/cm²]
 - Tensão de escoamento (ASME) $2,11$ [ton/cm²]
 - Peso específico $7,85$ [ton/m³]
- Produto armazenado : Água
 - Peso específico $1,0$ [ton/m³]
- Diâmetro do corpo cilíndrico : $1200,0$ [cm]
- Altura do corpo cilíndrico : $1200,0$ [cm]
- Espessura do corpo cilíndrico (constante) : $1,0$ [cm]
- Inclinação do fundo cônico com a horizontal (ângulo θ_r)
 - 1º modelo : 30 [graus]
 - 2º modelo : 45 [graus]
 - 3º modelo : 60 [graus]

- Altura do fundo cônico	- 1º modelo	: 346,4 [cm]
	- 2º modelo	: 600,0 [cm]
	- 3º modelo	: 1039,2 [cm]
- Espessura do fundo cônico (constante)		: 1,0 [cm]
- Inclinação do teto cônico com a horizontal		: 15 [graus]
- Altura do teto cônico		: 160,0 [cm]
- Espessura do teto cônico (constante)		: 0,8 [cm]
- Volume de produto armazenado	- 1º modelo	: 1500 [m ³]
	- 2º modelo	: 1600 [m ³]
	- 3º modelo	: 1750 [m ³]
- Peso do produto armazenado	- 1º modelo	: 1500 [ton]
	- 2º modelo	: 1600 [ton]
	- 3º modelo	: 1750 [ton]
- Peso próprio estimado somente para o reservatório		
- Teto cônico		: 7,4 [ton]
- Corpo cilíndrico		: 36,0 [ton]
- Fundo cônico	- 1º modelo	: 10,3 [ton]
	- 2º modelo	: 13,0 [ton]
	- 3º modelo	: 18,0 [ton]
- Peso próprio total	- 1º modelo	: 53,7 [ton]
	- 2º modelo	: 56,4 [ton]
	- 3º modelo	: 61,4 [ton]
- Ambiente de trabalho		: aberto ao tempo

Foi considerado, portanto, um reservatório com três ângulos diferentes para o seu fundo cônico com a finalidade de testar as expressões teóricas aproximadas.

Observar que o ângulo de 60 graus com a horizontal, na prática, dificilmente seria utilizado no projeto de um reservatório para produto líquido, visto que estes não necessitam de ângulos acentuados para o seu escoamento, e também por esta inclinação do fundo exigir altura elevada para sua estrutura de sustentação.

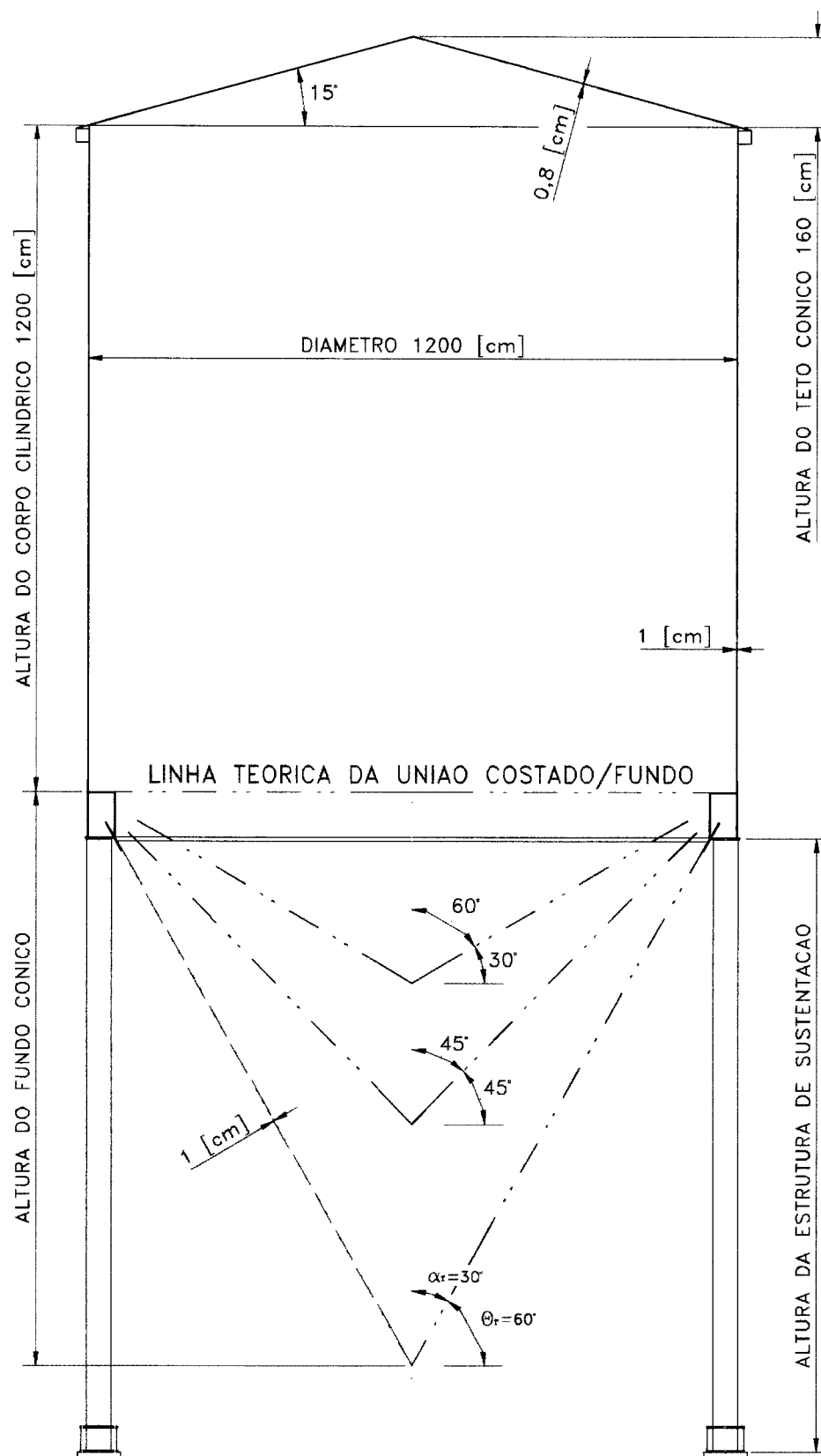


FIGURA 29 - Esquema do reservatório metálico elevado analisado com fundo cônico a 30, 45 e 60 [graus] com a horizontal

Os carregamentos de peso próprio do equipamento, sobrecarga no teto, ação do vento e ações dinâmicas não foram considerados neste trabalho.

O peso próprio estimado para o reservatório, pelo fato de representar aproximadamente 3,5% do peso total do mesmo cheio de produto, foi desconsiderado em favor da agilização do desenvolvimento matemático das equações teóricas. Sua consideração seria preciosismo, visto que as hipóteses fundamentais e de projeto simulam o comportamento real da estrutura de forma aproximada.

Se considerada sobrecarga de 60 [kgf/m²] no teto cônico, conforme recomenda a Norma Brasileira "NB 89/1978 - Tanques soldados para armazenamento de petróleo e derivados" (1978a), a tensão de compressão atuante ao longo do meridiano da casca cilíndrica de diâmetro D=1200,0 [cm] e espessura t=1,0 [cm] atinge o seu valor máximo na borda inferior da mesma e vale :

$$\sigma_{1s} = -\frac{p \cdot D}{4 \cdot 10^7 \cdot t} = -0,0018 \text{ [ton/cm}^2\text{]} \text{ que é desprezível.}$$

O efeito da ação de arrasto do vento na estrutura global, **para o reservatório cheio de produto**, é pouco significativo em termos de tensões que gera no corpo cilíndrico do mesmo. Utilizando a Norma Brasileira "NBR 6123/1988 - Forças devidas ao vento em edificações" (1988) fez-se as seguintes considerações rápidas :

- Altura da estrutura de sustentação do reservatório : 1200,0 [cm]
- Altura do reservatório acima da estrutura de sustentação : 1360,0 [cm]
- Altura total até o topo do teto do reservatório : 2560,0 [cm]
- Velocidade básica do vento : V₀=40 [m/s]
- Fator topográfico (terreno plano, fracamente acidentado) : S₁=1,0
- Fator rugosidade do terreno (Categoria III / Classe B) variável
com a cota Z em [m] acima do terreno : S_{23B}(Z)
- Fator estatístico (terreno plano, fracamente acidentado) : S₃=1,0
- Velocidade característica do vento variável com a
cota Z em [m] acima do terreno : V_{k3B}(Z) [m/s]
- Pressão dinâmica do vento variável com a
cota Z em [m] acima do terreno : q_{3B}(Z) [kgf/m²]

- Coeficiente de arrasto (NBR TABELA 10 /
acabamento liso) : 0,5
- Pressão efetiva do vento variável com a
cota Z em [m] acima do terreno : $p_{3B}(Z)$ [kgf/m²]
- Forças de arrasto atuantes em 4 pontos a altura
 $z_f(Z)$ em [m] do costado : $F_{3B}(Z)$ [kgf]

Z [m]	$S_{23B}(Z)$	$V_{k3B}(Z)$ [m/s]	$q_{3B}(Z)$ [kgf/m ²]	$p_{3B}(Z)$ [kgf/m ²]
5,12	0,86	34	74	37
10,24	0,92	37	85	43
15,36	0,96	39	93	46
20,48	0,99	40	99	49
25,60	1,02	41	103	52

$z_f(Z)$ [m]	$F_{3B}(Z)$ [kgf]
1,5	1663
4,5	1728
7,5	1785
10,5	1836

- Momento na posição da união costado/fundo
para forças de arrasto atuantes no costado : $M_v=4293,5$ [ton.cm]

Com este valor de momento agindo na base do corpo cilíndrico pode-se encontrar de forma "simplista" a tensão de flexão máxima atuante no meridiano da casca cilíndrica :

$$\sigma_{1v} = + / - \frac{4 \cdot M_v}{\pi \cdot t \cdot D^2} = + / - 0,0038 \text{ [ton/cm}^2\text{]} \text{ que também é desprezível.}$$

É importante observar que a ação localizada do vento na casca, principalmente quando esta se encontra totalmente vazia, merece um estudo específico devido a sua complexidade, mas não faz parte do escopo deste trabalho.

Ações dinâmicas não foram consideradas pois os processos químicos que normalmente se utilizam destes equipamentos são na sua maioria praticamente estáticos (fermentação, decantação, etc).

Esta rápida análise das ações atuantes no reservatório, foi feita com o objetivo de justificar a opção pelo desenvolvimento do cálculo estrutural, tanto para as equações teóricas como para o método dos elementos finitos, apenas para a ação do carregamento do produto armazenado até a altura do topo do corpo cilíndrico.

5 CALCULANDO A ESTRUTURA "TÍPICA"

5.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

Partindo dos dados apresentados no capítulo anterior fez-se o cálculo das cascas de revolução cilíndrica e cônica através das equações teóricas e do método dos elementos finitos (MEF).

Foi considerado como sendo importante para este trabalho calcular os seguintes parâmetros, tanto para a casca cilíndrica como para a cônica :

- comprimento ao longo do meridiano da casca necessário para o amortecimento das tensões de flexão causadas pela "perturbação de borda" em [cm]:

- cilíndrica : λ

- cônica : λ_{conc}

- deslocamentos radiais ao longo do meridiano da superfície média da casca em [cm] :

- cilíndrica engastada : $W_e(z)$

- cilíndrica apoiada fixa : $W_a(z)$

- cônica engastada : $\xi_e(z)$

- cônica apoiada fixa : $\xi_a(z)$

- rotações ao longo do meridiano da superfície média da casca em [radianos]:

- cilíndrica e cônica engastadas : $\phi_e(z)$

- cilíndrica e cônica apoiada fixa : $\phi_a(z)$

- momentos solicitantes ao longo dos paralelos da superfície média da casca em [ton.cm/cm] :

- cilíndrica e cônica engastadas : $M1e(z)$
- cilíndrica e cônica apoiada fixa : $M1a(z)$
- momentos solicitantes ao longo dos meridianos da superfície média da casca em [ton.cm/cm] :
 - cilíndrica e cônica engastadas : $M2e(z)$
 - cilíndrica e cônica apoiada fixa : $M2a(z)$
- tensões atuantes ao longo dos meridianos da superfície interna da casca em [ton/cm²] :
 - cilíndrica e cônica engastadas : $\sigma1ein(z)$
 - cilíndrica e cônica apoiada fixa : $\sigma1ain(z)$
- tensões atuantes ao longo dos meridianos da superfície externa da casca em [ton/cm²] :
 - cilíndrica e cônica engastadas : $\sigma1eex(z)$
 - cilíndrica e cônica apoiada fixa : $\sigma1aex(z)$
- tensões atuantes ao longo dos paralelos da superfície interna da casca em [ton/cm²] :
 - cilíndrica e cônica engastadas : $\sigma2ein(z)$
 - cilíndrica e cônica apoiada fixa : $\sigma2ain(z)$
- tensões atuantes ao longo dos paralelos da superfície externa da casca em [ton/cm²] :
 - cilíndrica e cônica engastadas : $\sigma2eex(z)$
 - cilíndrica e cônica apoiada fixa : $\sigma2aex(z)$
- tensões teóricas de membrana atuantes ao longo dos meridianos da superfície média da casca em [ton/cm²] :
 - cilíndrica e cônica : $\sigma1m(z)$
- tensões teóricas de membrana atuantes ao longo dos paralelos da superfície média da casca em [ton/cm²] :
 - cilíndrica e cônica : $\sigma2m(z)$

Para maior agilidade no cálculo pelas equações teóricas, utilizou-se um programa de planilha eletrônica, no qual codificou-se as equações obtendo os valores dos parâmetros citados.

Pelo método dos elementos finitos, obteve-se do programa SAP90 os resultados dos parâmetros referentes aos deslocamentos radiais, rotações, momentos solicitantes e tensões atuantes para a ação da pressão hidrostática nas cascas.

Os resultados para momentos e tensões tiveram que ser trabalhados, pois para cada nó da estrutura desmembrada, ou seja, para cada nó dos elementos finitos da casca, são apresentados quatro valores do parâmetro (momento ou tensão). Para se obter o momento ou a tensão em um nó do elemento deve-se simplesmente fazer a média aritmética dos quatro valores apresentados pelo programa para aquele nó.

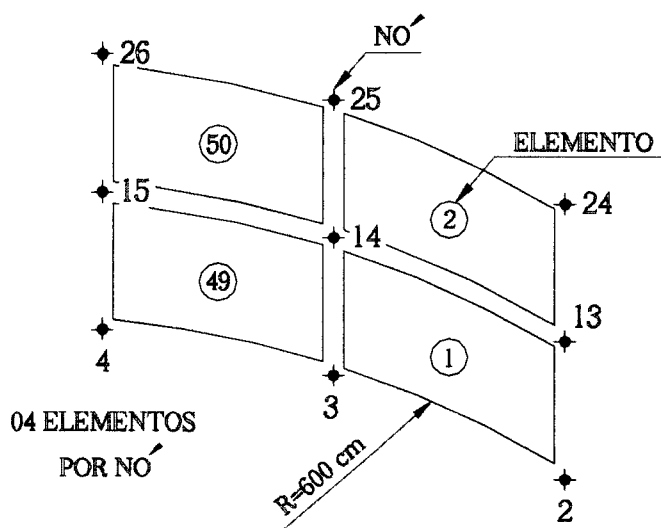


FIGURA 30 - Esquema para compreensão da existência de quatro parâmetros por nó

A casca cilíndrica foi calculada até uma altura de 240 [cm] e carregada com 1200 [cm] de coluna de água, como já citado no capítulo 3.

A casca cônica foi calculada com três diferentes ângulos de inclinação com a horizontal de 30, 45 e 60 graus. Portanto para casca cônica tem-se três modelos de estrutura calculada, carregadas com uma coluna de água de 1200 [cm] mais a altura do cone.

Os resultados obtidos através das equações teóricas aproximadas e por elementos finitos serão tabelados lado a lado para que possam ser observados

comparativamente. Os valores foram tabelados em função da coordenada "z" na direção do eixo vertical, medida para a casca cilíndrica a partir da borda vinculada e, para casca cônica a partir de seu bico, coincidente com o eixo de rotação da casca. Apesar do cálculo ter sido efetuado para toda extensão das cascas, as tabelas serão apresentadas até a coordenada "z" que corresponda aproximadamente ao comprimento λ (ou λ_{cone}). Deste modo, visualiza-se a região das cascas influenciada pelas tensões de flexão causadas pela "perturbação de borda", além de deixar este capítulo menos cansativo ao leitor.

Os gráficos traçados com os resultados obtidos pelos dois métodos também serão apresentados lado a lado para permitir uma melhor visualização das curvas obtidas.

5.2 CALCULANDO E OBTENDO RESULTADOS PARA A CASCA CILÍNDRICA

Através das equações teóricas do capítulo 2, e com os dados abaixo :

E	ν	γ	D	R	H	h	t
[ton/cm ²]	(Aço)	[ton/cm ³]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]
2100	0,3	1,00E-06	1200	600	1200	1200	1

Encontram-se :

β	B	α	wh	wm	ϕh	ϕm
[ton/cm ³]	[ton/cm]	[cm ⁻¹]	[cm ² /ton]	[cm/ton]	[cm/ton]	[ton ⁻¹]
0,0058	192,3077	0,0525	17,9920	0,9442	0,9442	0,0991

Mce	Hce	Hca
[ton.cm/cm]	[ton/cm]	[ton/cm]
0,2144	-0,0227	-0,0114

E para o comprimento ao longo do meridiano da casca necessário para o amortecimento das tensões de flexão causadas pela "perturbação de borda" medido a partir do vínculo :

$$- \lambda = 119,73 \text{ [cm]}$$

Portanto a tabela de valores para a casca cilíndrica será apresentada até a coordenada "z" adotada como igual a 125 [cm].

5.2.1 CASCA CILÍNDRICA COM BORDA INFERIOR ENGASTADA

Para os deslocamentos radiais e rotações ao longo do meridiano da superfície média da casca cilíndrica encontrou-se :

TABELA 1 - Valores dos deslocamentos radiais $We(z)$ e rotações $\phi e(z)$

z [cm]	We(z) [cm]		Diferença	$\phi e(z)$ [radianos]		Diferença
	Teoria	Elementos Finitos		Teoria	Elementos Finitos	
0,00	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
5,00	0,0116	0,0115	0,0001	0,0042	0,0042	0,0000
10,00	0,0386	0,0383	0,0003	0,0063	0,0062	0,0000
15,00	0,0718	0,0713	0,0005	0,0068	0,0068	0,0000
20,00	0,1050	0,1044	0,0006	0,0064	0,0064	0,0000
25,00	0,1345	0,1340	0,0006	0,0054	0,0054	0,0000
30,00	0,1588	0,1582	0,0006	0,0043	0,0043	0,0000
35,00	0,1772	0,1767	0,0005	0,0031	0,0031	0,0000
40,00	0,1901	0,1897	0,0004	0,0021	0,0021	0,0000
45,00	0,1984	0,1980	0,0004	0,0012	0,0012	0,0000
50,00	0,2028	0,2025	0,0003	0,0006	0,0006	0,0000
55,00	0,2045	0,2042	0,0003	0,0001	0,0001	0,0000
60,00	0,2043	0,2040	0,0003	-0,0002	-0,0002	0,0000
65,00	0,2029	0,2026	0,0003	-0,0004	-0,0004	0,0000
70,00	0,2008	0,2004	0,0004	-0,0005	-0,0005	0,0000
75,00	0,1985	0,1981	0,0004	-0,0005	-0,0005	0,0000
80,00	0,1962	0,1957	0,0005	-0,0005	-0,0005	0,0000
85,00	0,1940	0,1935	0,0005	-0,0004	-0,0004	0,0000
90,00	0,1921	0,1915	0,0005	-0,0004	-0,0004	0,0000
95,00	0,1904	0,1898	0,0006	-0,0003	-0,0003	0,0000
100,00	0,1889	0,1884	0,0006	-0,0003	-0,0003	0,0000

z [cm]	We(z) cm		Diferença	Teoria	$\phi e(z)$ radianos		Diferença
	Teoria	Elementos Finitos			Teoria	Elementos Finitos	
105,00	0,1877	0,1871	0,0006	-0,0002	-0,0002	0,0000	
110,00	0,1866	0,1860	0,0006	-0,0002	-0,0002	0,0000	
115,00	0,1856	0,1850	0,0006	-0,0002	-0,0002	0,0000	
120,00	0,1848	0,1842	0,0006	-0,0002	-0,0002	0,0000	
125,00	0,1839	0,1833	0,0006	-0,0002	-0,0002	0,0000	

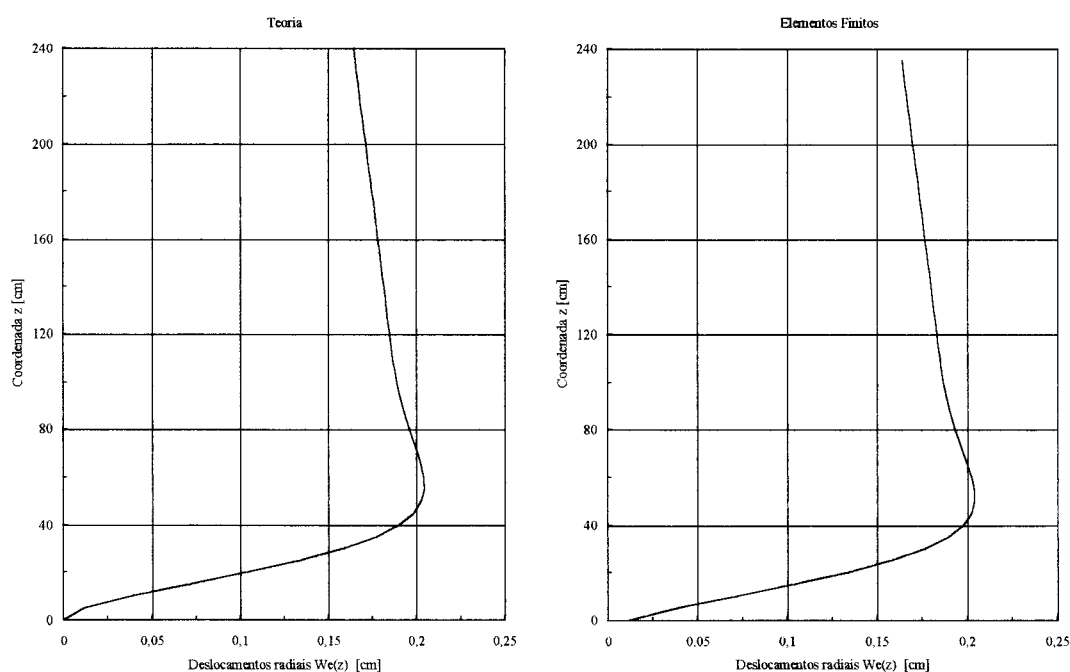


FIGURA 31 - Gráficos para os valores dos deslocamentos radiais $We(z)$ ao longo do meridiano da superfície média da casca cilíndrica

A coluna "Diferença" da tabela apresenta os valores das diferenças absolutas entre os parâmetros obtidos pelas equações da teoria aproximada e os obtidos pelo cálculo através do método dos elementos finitos.

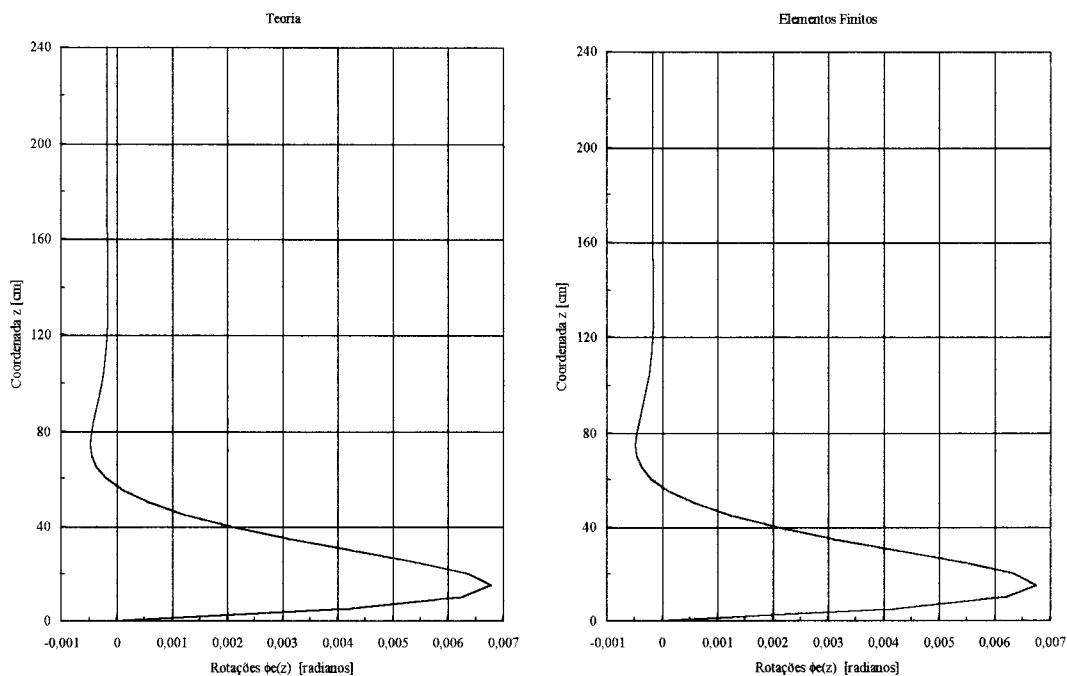


FIGURA 32 - Gráficos para os valores das rotações $\phi_e(z)$ ao longo do meridiano da superfície média da casca cilíndrica

Os momentos solicitantes ao longo dos paralelos e dos meridianos da superfície média da casca cilíndrica e suas correspondentes diferenças absolutas foram

TABELA 2 - Valores dos momentos ao longo dos paralelos $M1e(z)$ e dos meridianos $M2e(z)$

z [cm]	$M1e(z)$ [ton.cm/cm]			$M2e(z)$ [ton.cm/cm]		
	Teoria	Elementos Finitos	Diferença	Teoria	Elementos Finitos	Diferença
0,00	-0,2144	-0,2092	0,0053	-0,0643	-0,0627	0,0016
5,00	-0,1158	-0,1125	0,0033	-0,0347	-0,0338	0,0010
10,00	-0,0452	-0,0434	0,0018	-0,0136	-0,0130	0,0005
15,00	0,0014	0,0023	0,0010	0,0004	0,0007	0,0003
20,00	0,0288	0,0292	0,0005	0,0086	0,0088	0,0001
25,00	0,0419	0,0422	0,0003	0,0126	0,0127	0,0001
30,00	0,0453	0,0454	0,0002	0,0136	0,0136	0,0000
35,00	0,0425	0,0426	0,0001	0,0127	0,0128	0,0000
40,00	0,0363	0,0364	0,0001	0,0109	0,0109	0,0000

z [cm]	M1e(z) [ton.cm/cm]		Diferença	Teoria	M2e(z) [ton.cm/cm]		Diferença
	Teoria	Elementos Finitos			Teoria	Elementos Finitos	
45,00	0,0288	0,0289	0,0001	0,0086	0,0087	0,0000	
50,00	0,0213	0,0214	0,0001	0,0064	0,0064	0,0000	
55,00	0,0146	0,0147	0,0000	0,0044	0,0044	0,0000	
60,00	0,0091	0,0091	0,0000	0,0027	0,0027	0,0000	
65,00	0,0049	0,0049	0,0000	0,0015	0,0015	0,0000	
70,00	0,0019	0,0018	0,0001	0,0006	0,0005	0,0000	
75,00	-0,0001	-0,0002	0,0001	0,0000	-0,0001	0,0000	
80,00	-0,0013	-0,0013	0,0001	-0,0004	-0,0004	0,0000	
85,00	-0,0018	-0,0019	0,0001	-0,0005	-0,0006	0,0000	
90,00	-0,0020	-0,0020	0,0001	-0,0006	-0,0006	0,0000	
95,00	-0,0018	-0,0019	0,0001	-0,0005	-0,0006	0,0000	
100,00	-0,0016	-0,0016	0,0001	-0,0005	-0,0005	0,0000	
105,00	-0,0012	-0,0013	0,0000	-0,0004	-0,0004	0,0000	
110,00	-0,0009	-0,0009	0,0000	-0,0003	-0,0003	0,0000	
115,00	-0,0006	-0,0006	0,0000	-0,0002	-0,0002	0,0000	
120,00	-0,0004	-0,0004	0,0000	-0,0001	-0,0001	0,0000	
125,00	-0,0002	-0,0002	0,0000	-0,0001	-0,0001	0,0000	

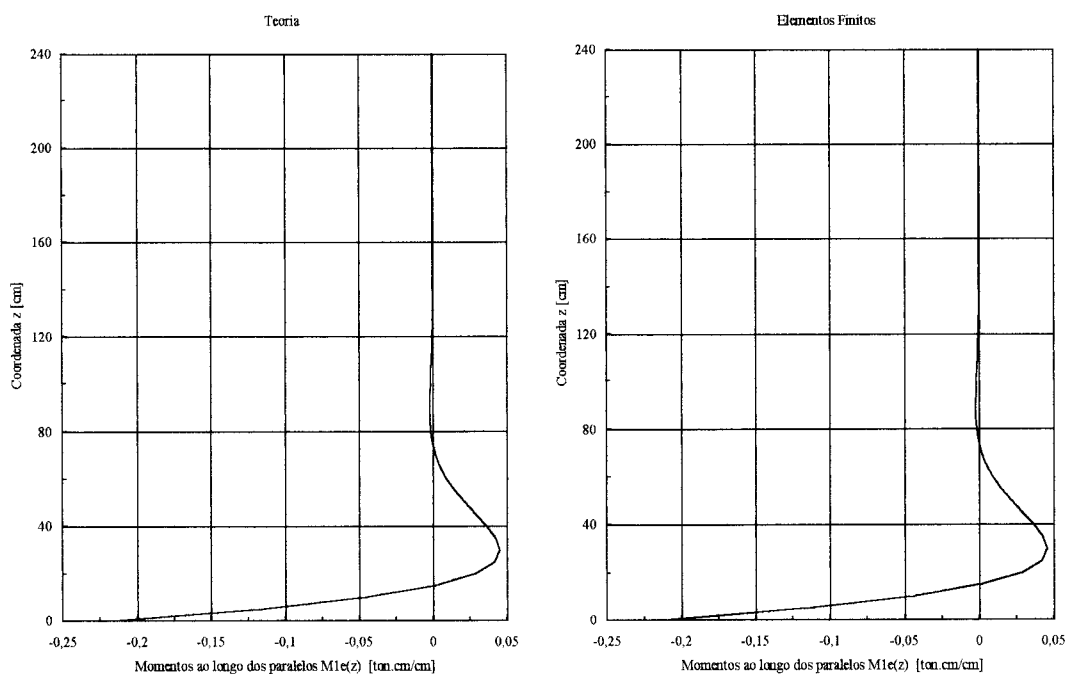


FIGURA 33 - Gráficos para os valores dos momentos ao longo dos paralelos $M1e(z)$ da superfície média da casca cilíndrica

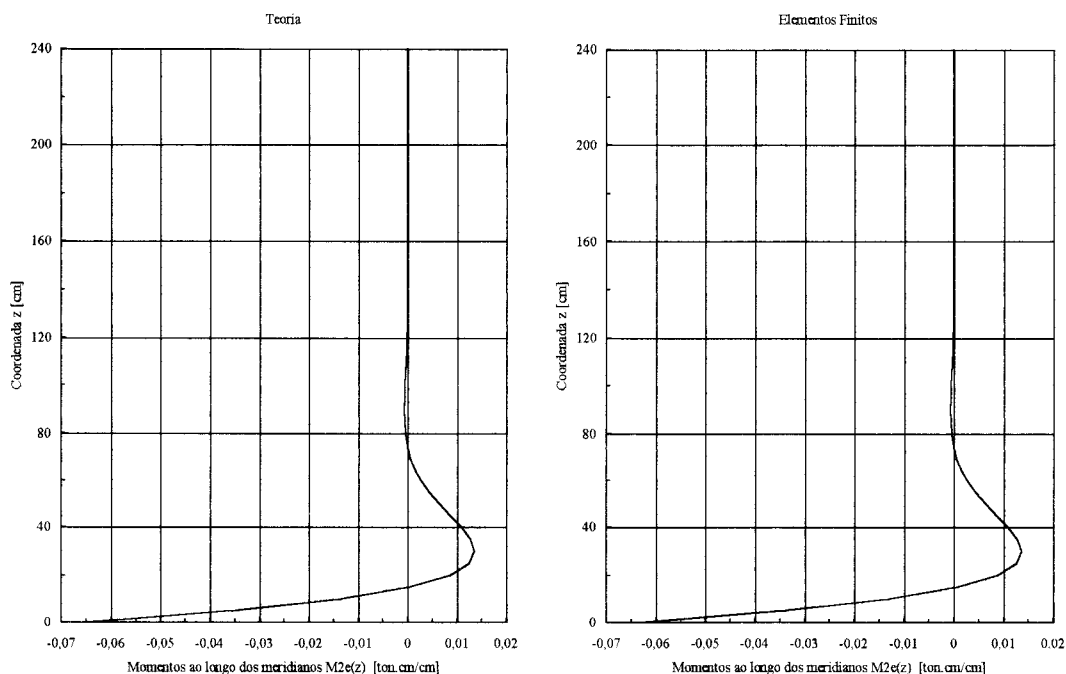


FIGURA 34 - Gráficos para os valores dos momentos ao longo dos meridianos $M2e(z)$ da superfície média da casca cilíndrica

Para as tensões atuantes ao longo dos meridianos da superfície interna e externa da casca cilíndrica obteve-se :

TABELA 3 - Valores para as tensões ao longo dos meridianos da superfície interna $\sigma_{1ein}(z)$ e externa $\sigma_{1eex}(z)$ da casca

z [cm]	$\sigma_{1ein}(z)$ [ton/cm ²]			$\sigma_{1eex}(z)$ [ton/cm ²]		
	Teoria	Elementos Finitos	Diferença	Teoria	Elementos Finitos	Diferença
0,00	1,2865	1,2482	0,0383	-1,2865	-1,2616	0,0249
5,00	0,6949	0,6708	0,0241	-0,6949	-0,6796	0,0153
10,00	0,2713	0,2585	0,0127	-0,2713	-0,2621	0,0092
15,00	-0,0081	-0,0139	0,0058	0,0081	0,0138	0,0057
20,00	-0,1726	-0,1745	0,0019	0,1726	0,1765	0,0039
25,00	-0,2516	-0,2516	0,0000	0,2516	0,2547	0,0030
30,00	-0,2717	-0,2710	0,0008	0,2717	0,2743	0,0026
35,00	-0,2549	-0,2540	0,0009	0,2549	0,2572	0,0023
40,00	-0,2179	-0,2171	0,0007	0,2179	0,2199	0,0020
45,00	-0,1729	-0,1724	0,0006	0,1729	0,1745	0,0016

z [cm]	$\sigma_{1ein}(z)$ [ton/cm ²]		Diferença	Teoria	$\sigma_{1eex}(z)$ [ton/cm ²]		Diferença
	Teoria	Elementos Finitos			Teoria	Elementos Finitos	
50,00	-0,1280	-0,1276	0,0004	0,1280	0,1292	0,0012	
55,00	-0,0879	-0,0875	0,0004	0,0879	0,0886	0,0008	
60,00	-0,0548	-0,0545	0,0004	0,0548	0,0552	0,0004	
65,00	-0,0295	-0,0291	0,0004	0,0295	0,0295	0,0000	
70,00	-0,0113	-0,0109	0,0004	0,0113	0,0111	0,0003	
75,00	0,0006	0,0010	0,0004	-0,0006	-0,0010	0,0004	
80,00	0,0076	0,0080	0,0004	-0,0076	-0,0081	0,0005	
85,00	0,0109	0,0114	0,0004	-0,0109	-0,0115	0,0006	
90,00	0,0117	0,0121	0,0004	-0,0117	-0,0123	0,0005	
95,00	0,0110	0,0113	0,0003	-0,0110	-0,0115	0,0005	
100,00	0,0094	0,0096	0,0003	-0,0094	-0,0098	0,0004	
105,00	0,0074	0,0076	0,0002	-0,0074	-0,0077	0,0003	
110,00	0,0055	0,0056	0,0001	-0,0055	-0,0057	0,0002	
115,00	0,0038	0,0038	0,0001	-0,0038	-0,0039	0,0001	
120,00	0,0023	0,0024	0,0000	-0,0023	-0,0024	0,0001	
125,00	0,0012	0,0013	0,0000	-0,0012	-0,0013	0,0000	

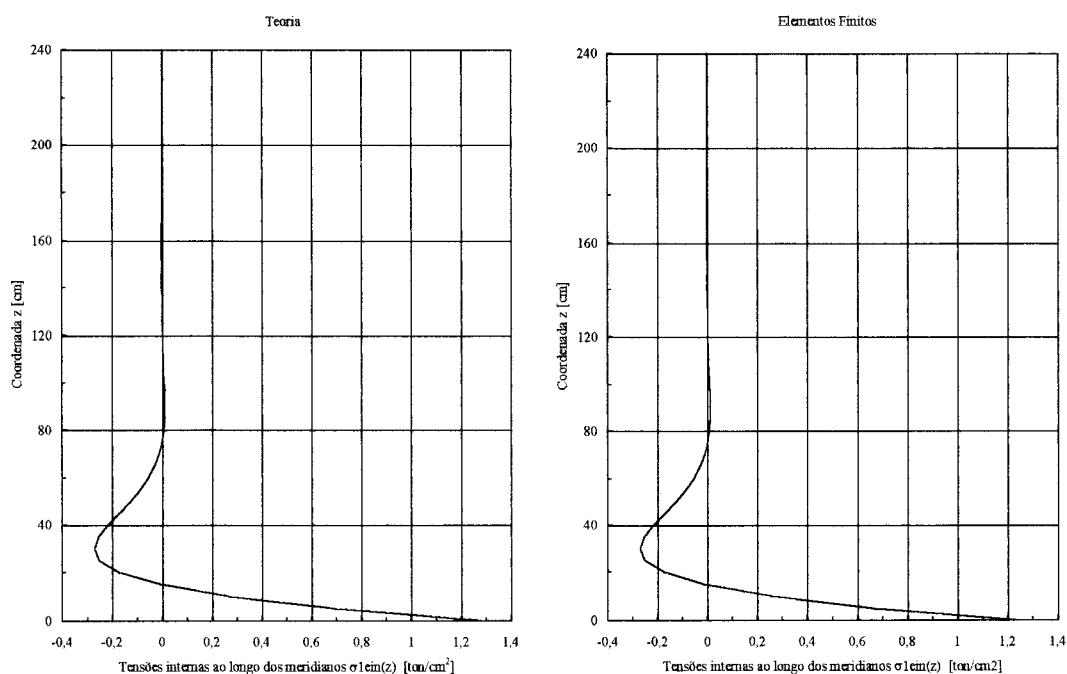


FIGURA 35 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos meridianos da superfície interna $\sigma_{1ein}(z)$ da casca cilíndrica

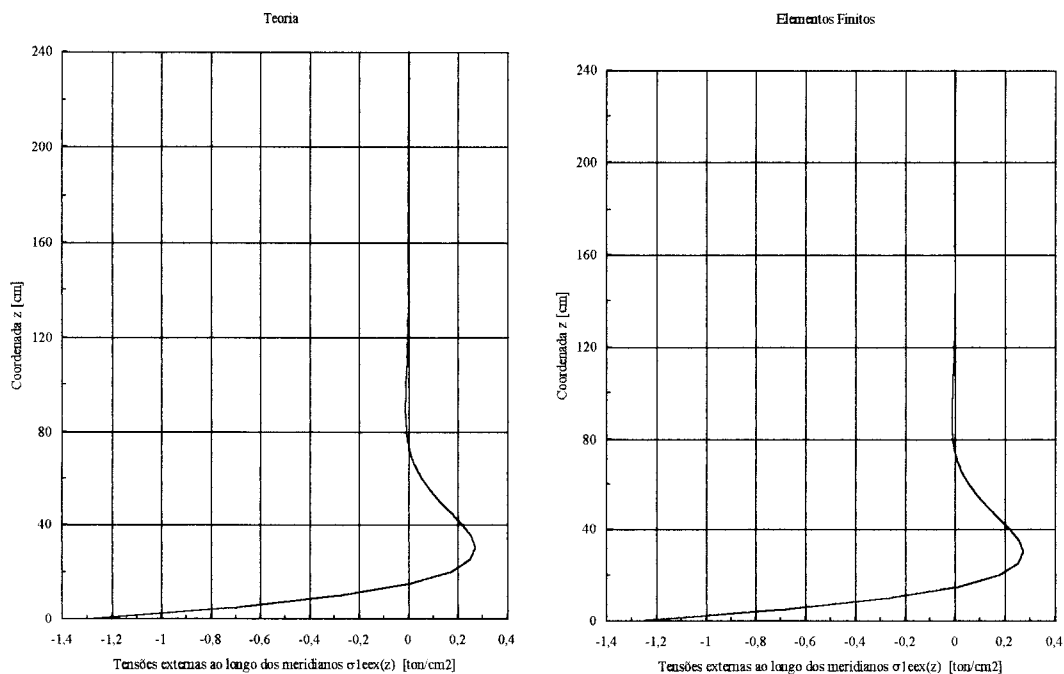


FIGURA 36 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos meridianos da superfície externa $\sigma_{1eex}(z)$ da casca cilíndrica

E finalmente para as tensões atuantes ao longo dos paralelos da superfície interna e externa da casca cilíndrica encontrou-se :

TABELA 4 - Valores para as tensões ao longo dos paralelos da superfície interna $\sigma_{2ein}(z)$ e externa $\sigma_{2eex}(z)$ da casca

z [cm]	$\sigma_{2ein}(z)$ [ton/cm ²]		Diferença	$\sigma_{2eex}(z)$ [ton/cm ²]		Diferença
	Teoria	Elementos Finitos		Teoria	Elementos Finitos	
0,00	0,3860	0,3745	0,0115	-0,3860	-0,3785	0,0075
5,00	0,2492	0,2416	0,0076	-0,1677	-0,1635	0,0042
10,00	0,2166	0,2117	0,0049	0,0539	0,0555	0,0017
15,00	0,2488	0,2454	0,0034	0,2537	0,2537	0,0000
20,00	0,3156	0,3130	0,0026	0,4191	0,4183	0,0008
25,00	0,3954	0,3934	0,0021	0,5464	0,5452	0,0012
30,00	0,4742	0,4725	0,0017	0,6373	0,6361	0,0012
35,00	0,5437	0,5423	0,0014	0,6967	0,6957	0,0010
40,00	0,6001	0,5989	0,0012	0,7308	0,7300	0,0008
45,00	0,6424	0,6413	0,0011	0,7461	0,7454	0,0007

z [cm]	$\sigma_{2\text{ein}}(z)$ [ton/cm ²]		Diferença	Teoria	$\sigma_{2\text{eex}}(z)$ [ton/cm ²]		Diferença
	Teoria	Elementos Finitos			Teoria	Elementos Finitos	
50,00	0,6715	0,6706	0,0010	0,7483	0,7476	0,0007	
55,00	0,6895	0,6886	0,0009	0,7422	0,7414	0,0008	
60,00	0,6987	0,6977	0,0010	0,7316	0,7306	0,0010	
65,00	0,7013	0,7002	0,0011	0,7190	0,7178	0,0012	
70,00	0,6995	0,6983	0,0012	0,7063	0,7049	0,0014	
75,00	0,6949	0,6936	0,0014	0,6945	0,6929	0,0016	
80,00	0,6889	0,6874	0,0015	0,6843	0,6825	0,0018	
85,00	0,6823	0,6806	0,0017	0,6757	0,6738	0,0020	
90,00	0,6758	0,6740	0,0018	0,6687	0,6667	0,0021	
95,00	0,6696	0,6677	0,0019	0,6630	0,6609	0,0021	
100,00	0,6641	0,6621	0,0020	0,6585	0,6563	0,0022	
105,00	0,6591	0,6571	0,0020	0,6547	0,6525	0,0022	
110,00	0,6548	0,6527	0,0021	0,6515	0,6493	0,0022	
115,00	0,6509	0,6488	0,0021	0,6486	0,6465	0,0021	
120,00	0,6474	0,6453	0,0021	0,6460	0,6438	0,0021	
125,00	0,6441	0,6421	0,0021	0,6434	0,6413	0,0021	

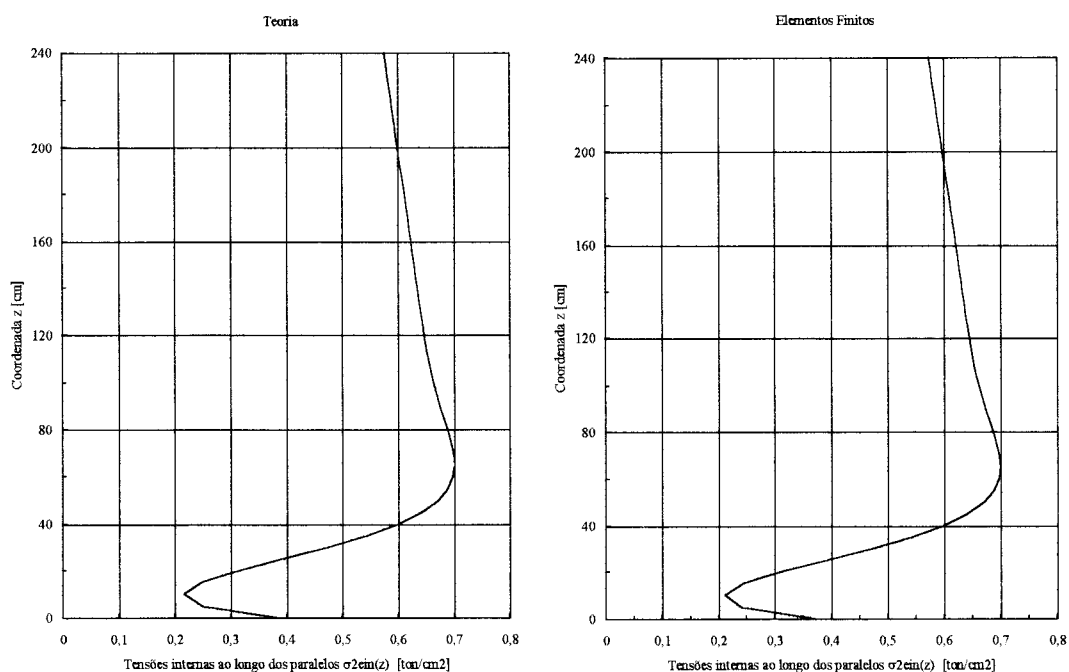


FIGURA 37 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos paralelos da superfície interna $\sigma_{2\text{ein}}(z)$ da casca cilíndrica

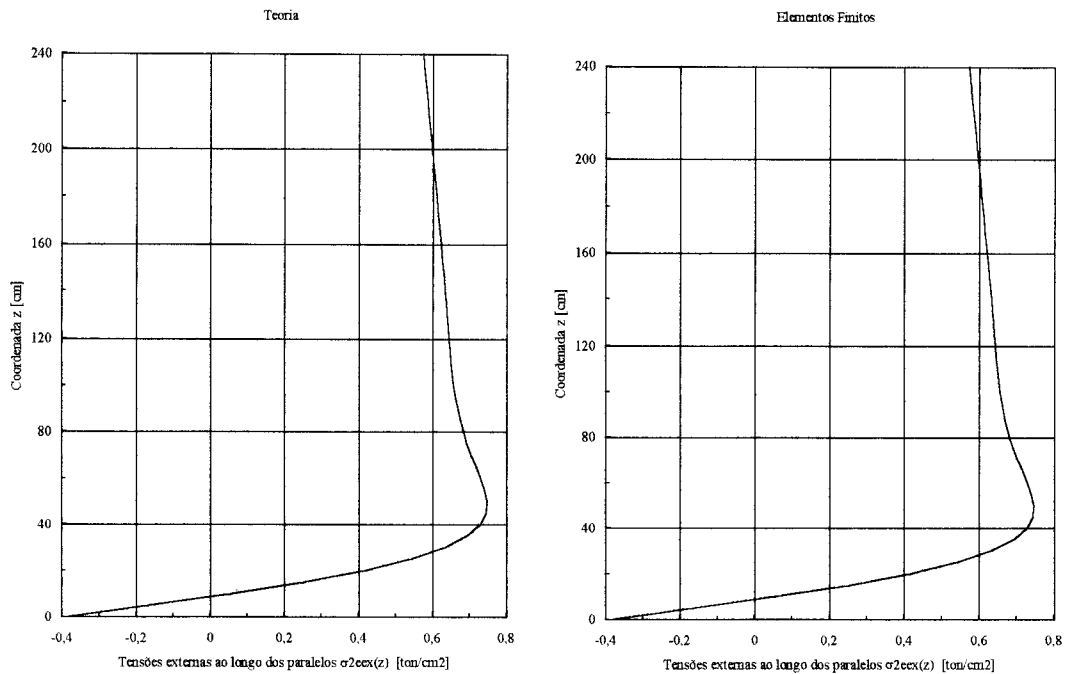


FIGURA 38 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos paralelos da superfície externa $\sigma_{2eex}(z)$ da casca cilíndrica

Apenas para comparação são apresentados abaixo os valores encontrados para as tensões de membrana atuantes ao longo dos meridianos e dos paralelos da superfície média da casca cilíndrica :

TABELA 5 - Valores para as tensões teóricas de membrana ao longo dos meridianos $\sigma_{1m}(z)$ e paralelos $\sigma_{2m}(z)$ da superfície média da casca

z [cm]	$\sigma_{1m}(z)$ [ton/cm ²]	$\sigma_{2m}(z)$ [ton/cm ²]	z [cm]	$\sigma_{1m}(z)$ [ton/cm ²]	$\sigma_{2m}(z)$ [ton/cm ²]
0,00	0,0000	0,7200	65,00	0,0000	0,6810
5,00	0,0000	0,7170	70,00	0,0000	0,6780
10,00	0,0000	0,7140	75,00	0,0000	0,6750
15,00	0,0000	0,7110	80,00	0,0000	0,6720
20,00	0,0000	0,7080	85,00	0,0000	0,6690
25,00	0,0000	0,7050	90,00	0,0000	0,6660
30,00	0,0000	0,7020	95,00	0,0000	0,6630
35,00	0,0000	0,6990	100,00	0,0000	0,6600
40,00	0,0000	0,6960	105,00	0,0000	0,6570
45,00	0,0000	0,6930	110,00	0,0000	0,6540

z [cm]	$\sigma_{1m}(z)$ [ton/cm ²]	$\sigma_{2m}(z)$ [ton/cm ²]	z [cm]	$\sigma_{1m}(z)$ [ton/cm ²]	$\sigma_{2m}(z)$ [ton/cm ²]
50,00	0,0000	0,6900	115,00	0,0000	0,6510
55,00	0,0000	0,6870	120,00	0,0000	0,6480
60,00	0,0000	0,6840	125,00	0,0000	0,6450

Pode-se ver abaixo no gráfico com as tensões teóricas ao longo dos paralelos da casca cilíndrica, que as mesmas possuem seus valores praticamente coincidentes acima da região de $z = \lambda = 119,73$ [cm].

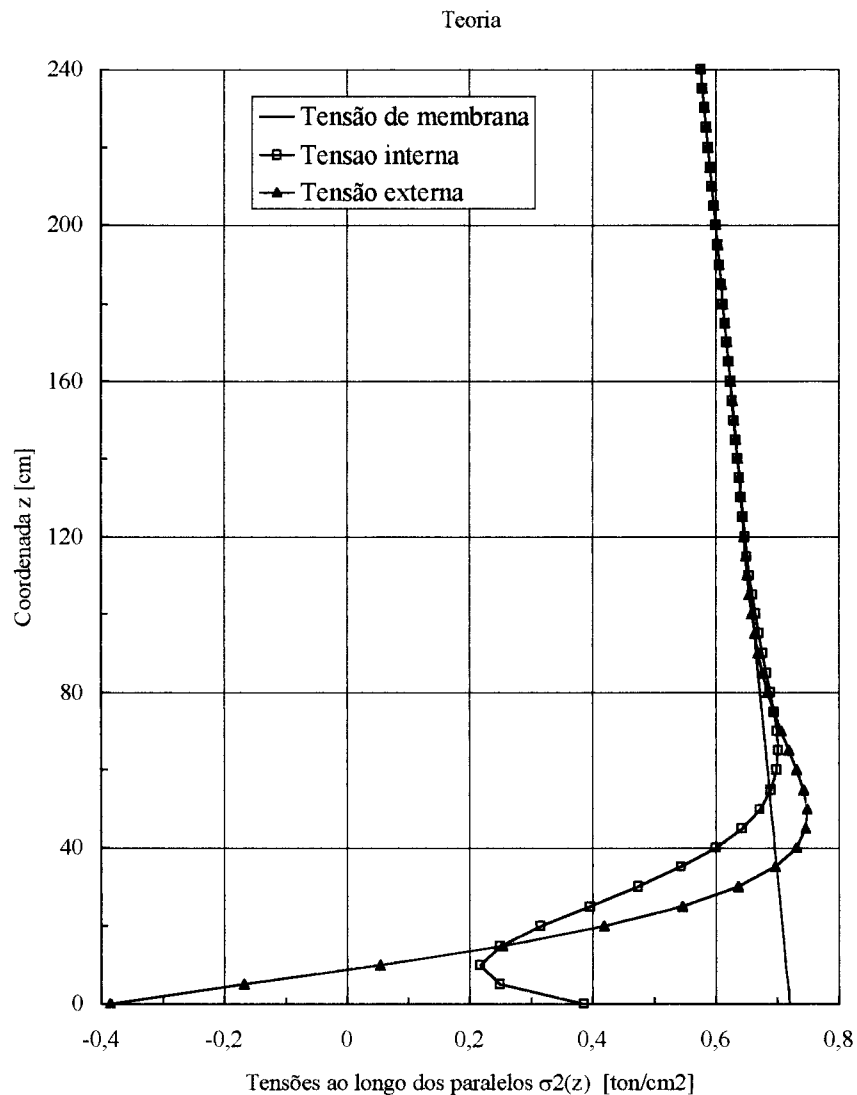


FIGURA 39 - Gráfico comparativo para os valores das tensões ao longo dos paralelos da casca cilíndrica : $\sigma_{2m}(z)$, $\sigma_{2ein}(z)$ e $\sigma_{2eex}(z)$

5.2.2 CASCA CILÍNDRICA COM BORDA INFERIOR APOIADA FIXA

Para os deslocamentos radiais e rotações ao longo do meridiano da superfície média da casca cilíndrica encontrou-se :

TABELA 6 - Valores dos deslocamentos radiais $W_a(z)$ e rotações $\phi_a(z)$

z [cm]	W _a (z) [cm]		Diferença	φ _a (z) [radianos]		Diferença
	Teoria	Elementos Finitos		Teoria	Elementos Finitos	
0,00	0,0000	0,0000	0,0000	0,0106	0,0105	0,0001
5,00	0,0520	0,0515	0,0005	0,0100	0,0099	0,0001
10,00	0,0987	0,0979	0,0008	0,0086	0,0085	0,0000
15,00	0,1371	0,1362	0,0009	0,0068	0,0068	0,0000
20,00	0,1664	0,1656	0,0008	0,0050	0,0050	0,0000
25,00	0,1872	0,1866	0,0006	0,0034	0,0034	0,0000
30,00	0,2007	0,2002	0,0005	0,0021	0,0021	0,0000
35,00	0,2083	0,2079	0,0004	0,0010	0,0011	0,0000
40,00	0,2116	0,2112	0,0004	0,0003	0,0003	0,0000
45,00	0,2118	0,2115	0,0003	-0,0002	-0,0002	0,0000
50,00	0,2101	0,2098	0,0003	-0,0005	-0,0005	0,0000
55,00	0,2074	0,2071	0,0003	-0,0006	-0,0006	0,0000
60,00	0,2043	0,2039	0,0004	-0,0006	-0,0006	0,0000
65,00	0,2011	0,2007	0,0004	-0,0006	-0,0006	0,0000
70,00	0,1982	0,1978	0,0004	-0,0005	-0,0006	0,0000
75,00	0,1957	0,1952	0,0005	-0,0005	-0,0005	0,0000
80,00	0,1935	0,1930	0,0005	-0,0004	-0,0004	0,0000
85,00	0,1917	0,1912	0,0005	-0,0003	-0,0003	0,0000
90,00	0,1903	0,1897	0,0006	-0,0003	-0,0003	0,0000
95,00	0,1890	0,1884	0,0006	-0,0002	-0,0002	0,0000
100,00	0,1880	0,1874	0,0006	-0,0002	-0,0002	0,0000
105,00	0,1871	0,1865	0,0006	-0,0002	-0,0002	0,0000
110,00	0,1863	0,1857	0,0006	-0,0002	-0,0002	0,0000
115,00	0,1855	0,1849	0,0006	-0,0002	-0,0002	0,0000
120,00	0,1848	0,1842	0,0006	-0,0002	-0,0002	0,0000
125,00	0,1840	0,1834	0,0006	-0,0002	-0,0002	0,0000

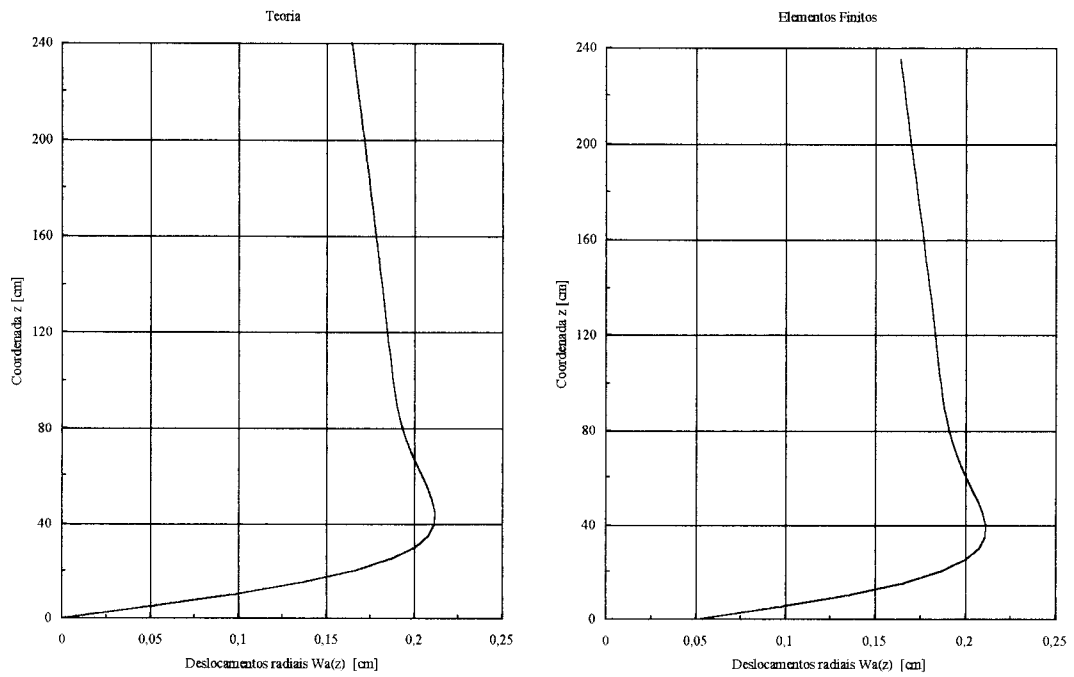


FIGURA 40 - Gráficos para os valores dos deslocamentos radiais $W_a(z)$ ao longo do meridiano da superfície média da casca cilíndrica

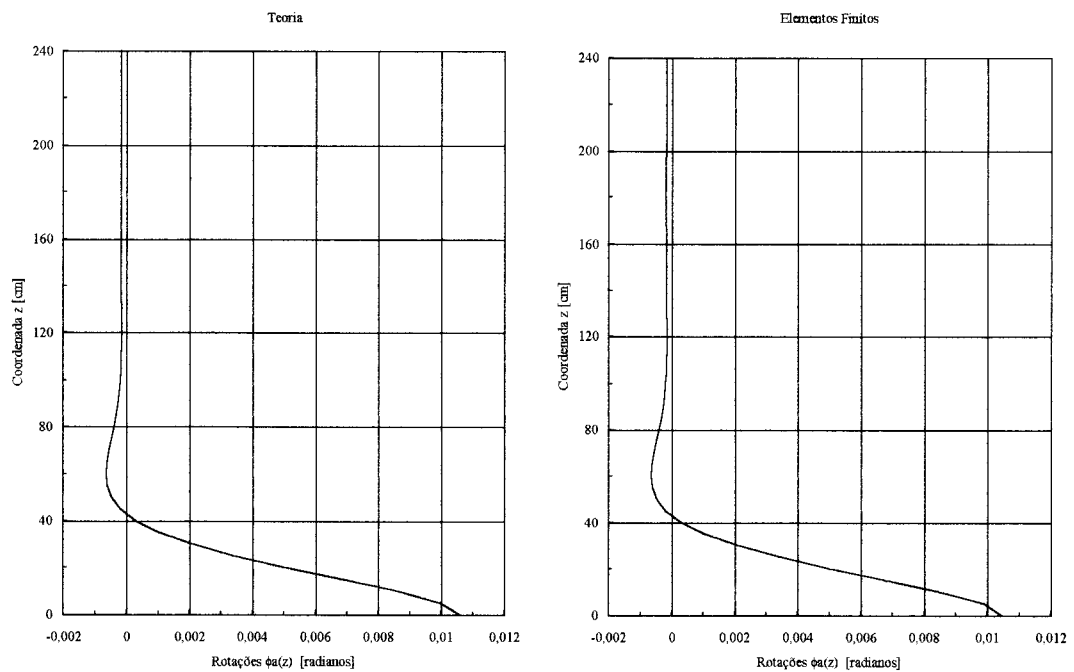


FIGURA 41 - Gráficos para os valores das rotações $\phi_a(z)$ ao longo do meridiano da superfície média da casca cilíndrica

Os momentos solicitantes ao longo dos paralelos e dos meridianos da superfície média da casca cilíndrica e suas correspondentes diferenças absolutas foram :

TABELA 7 - Valores dos momentos ao longo dos paralelos

M1a(z) e dos meridianos M2a(z)

z [cm]	M1a(z) [ton.cm/cm]			M2a(z) [ton.cm/cm]		
	Teoria	Elementos Finitos	Diferença	Teoria	Elementos Finitos	Diferença
0,00	0,0000	-0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000
5,00	0,0435	0,0430	0,0004	0,0130	0,0129	0,0001
10,00	0,0646	0,0641	0,0005	0,0194	0,0192	0,0002
15,00	0,0702	0,0699	0,0004	0,0211	0,0210	0,0001
20,00	0,0662	0,0659	0,0002	0,0198	0,0198	0,0001
25,00	0,0567	0,0567	0,0001	0,0170	0,0170	0,0000
30,00	0,0451	0,0452	0,0000	0,0135	0,0136	0,0000
35,00	0,0335	0,0336	0,0001	0,0100	0,0101	0,0000
40,00	0,0231	0,0232	0,0001	0,0069	0,0070	0,0000
45,00	0,0144	0,0145	0,0001	0,0043	0,0044	0,0000
50,00	0,0078	0,0079	0,0000	0,0023	0,0024	0,0000
55,00	0,0031	0,0031	0,0000	0,0009	0,0009	0,0000
60,00	-0,0001	-0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
65,00	-0,0019	-0,0020	0,0001	-0,0006	-0,0006	0,0000
70,00	-0,0028	-0,0029	0,0001	-0,0008	-0,0009	0,0000
75,00	-0,0030	-0,0031	0,0001	-0,0009	-0,0009	0,0000
80,00	-0,0029	-0,0029	0,0001	-0,0009	-0,0009	0,0000
85,00	-0,0024	-0,0025	0,0001	-0,0007	-0,0008	0,0000
90,00	-0,0019	-0,0020	0,0001	-0,0006	-0,0006	0,0000
95,00	-0,0014	-0,0015	0,0000	-0,0004	-0,0004	0,0000
100,00	-0,0010	-0,0010	0,0000	-0,0003	-0,0003	0,0000
105,00	-0,0006	-0,0006	0,0000	-0,0002	-0,0002	0,0000
110,00	-0,0003	-0,0003	0,0000	-0,0001	-0,0001	0,0000
115,00	-0,0001	-0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
120,00	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
125,00	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

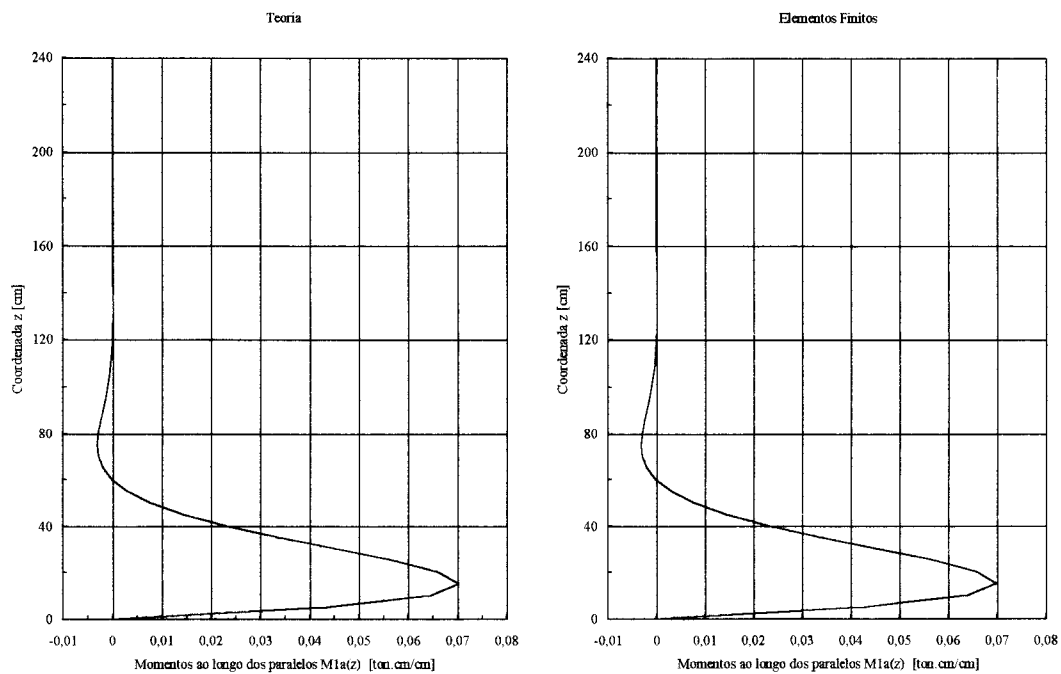


FIGURA 42 - Gráficos para os valores dos momentos ao longo dos paralelos $M1a(z)$ da superfície média da casca cilíndrica

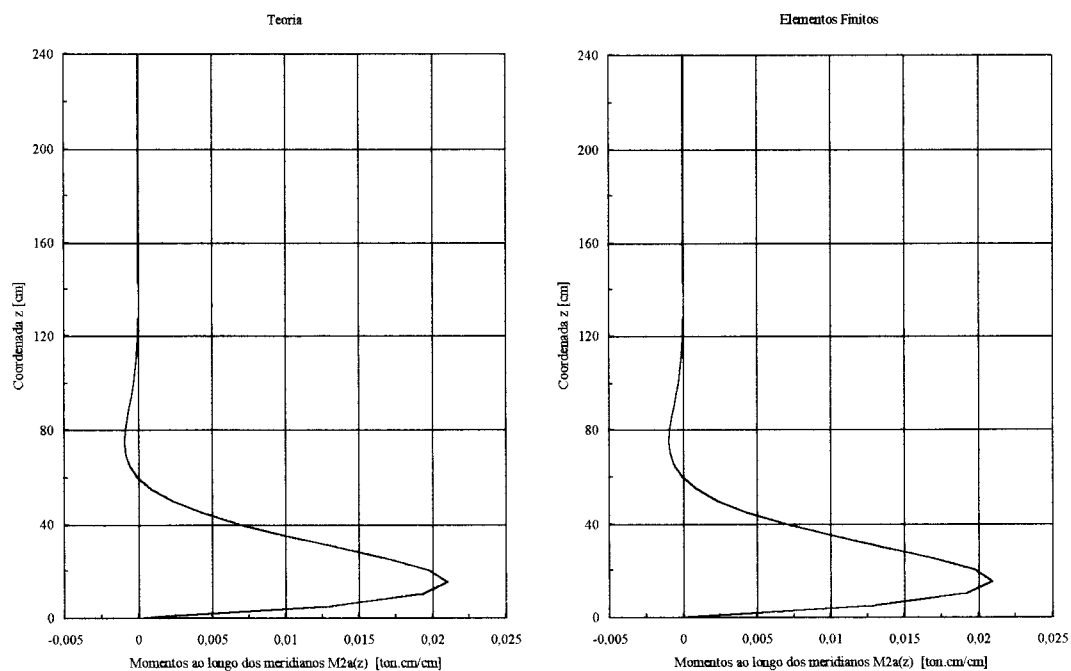


FIGURA 43 - Gráficos para os valores dos momentos ao longo dos meridianos $M2a(z)$ da superfície média da casca cilíndrica

Para as tensões atuantes ao longo dos meridianos da superfície interna e externa da casca cilíndrica obteve-se :

TABELA 8 - Valores para as tensões ao longo dos meridianos da superfície interna $\sigma_{1ain}(z)$ e externa $\sigma_{1aex}(z)$ da casca

z [cm]	$\sigma_{1ain}(z)$ [ton/cm ²]		Diferença	$\sigma_{1aex}(z)$ [ton/cm ²]		Diferença
	Teoria	Elementos Finitos		Teoria	Elementos Finitos	
0,00	0,0000	-0,0289	0,0289	0,0000	-0,0305	0,0305
5,00	-0,2608	-0,2568	0,0040	0,2608	0,2598	0,0011
10,00	-0,3875	-0,3823	0,0053	0,3875	0,3869	0,0006
15,00	-0,4215	-0,4166	0,0048	0,4215	0,4218	0,0003
20,00	-0,3969	-0,3932	0,0037	0,3969	0,3981	0,0012
25,00	-0,3403	-0,3379	0,0024	0,3403	0,3421	0,0018
30,00	-0,2708	-0,2694	0,0014	0,2708	0,2728	0,0020
35,00	-0,2010	-0,2003	0,0007	0,2010	0,2029	0,0019
40,00	-0,1384	-0,1381	0,0003	0,1384	0,1399	0,0015
45,00	-0,0867	-0,0866	0,0001	0,0867	0,0877	0,0010
50,00	-0,0469	-0,0468	0,0001	0,0469	0,0474	0,0005
55,00	-0,0184	-0,0182	0,0002	0,0184	0,0185	0,0001
60,00	0,0004	0,0007	0,0003	-0,0004	-0,0007	0,0003
65,00	0,0115	0,0119	0,0004	-0,0115	-0,0120	0,0005
70,00	0,0168	0,0173	0,0004	-0,0168	-0,0175	0,0006
75,00	0,0182	0,0187	0,0004	-0,0182	-0,0189	0,0007
80,00	0,0171	0,0175	0,0004	-0,0171	-0,0177	0,0006
85,00	0,0146	0,0150	0,0004	-0,0146	-0,0152	0,0006
90,00	0,0116	0,0119	0,0003	-0,0116	-0,0121	0,0005
95,00	0,0086	0,0088	0,0002	-0,0086	-0,0090	0,0003
100,00	0,0059	0,0061	0,0002	-0,0059	-0,0062	0,0002
105,00	0,0037	0,0038	0,0001	-0,0037	-0,0038	0,0001
110,00	0,0020	0,0020	0,0000	-0,0020	-0,0021	0,0001
115,00	0,0008	0,0008	0,0000	-0,0008	-0,0008	0,0000
120,00	0,0000	-0,0001	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000
125,00	-0,0005	-0,0005	0,0000	0,0005	0,0006	0,0000

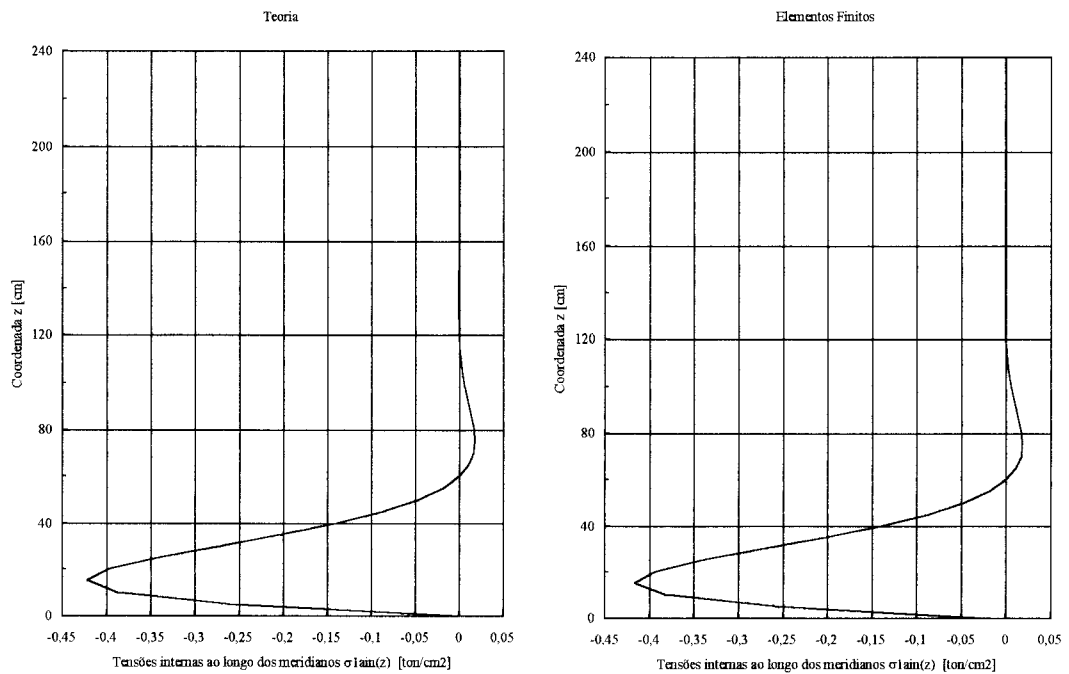


FIGURA 44 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos meridianos da superfície interna $\sigma_{1ain}(z)$ da casca cilíndrica

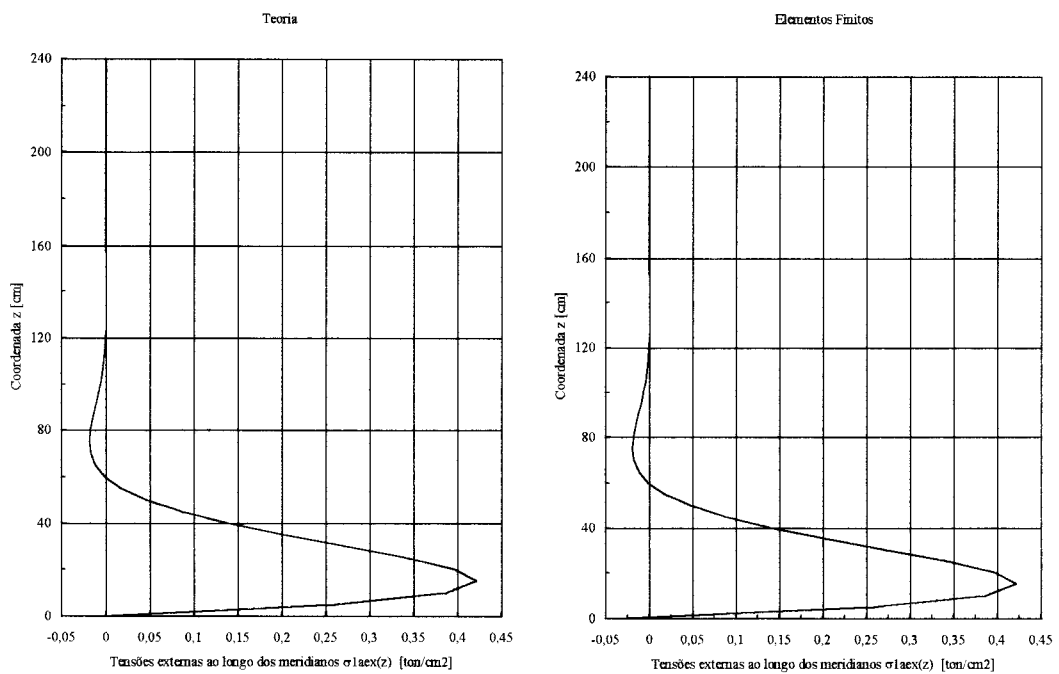


FIGURA 45 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos meridianos da superfície externa $\sigma_{1aex}(z)$ da casca cilíndrica

E finalmente para as tensões atuantes ao longo dos paralelos da superfície interna e externa da casca cilíndrica encontrou-se :

TABELA 9 - Valores para as tensões ao longo dos paralelos da superfície interna $\sigma_{2ain}(z)$ e externa $\sigma_{2aex}(z)$ da casca

z [cm]	$\sigma_{2ain}(z)$ [ton/cm ²]		Diferença	$\sigma_{2aex}(z)$ [ton/cm ²]		Diferença
	Teoria	Elementos Finitos		Teoria	Elementos Finitos	
0,00	0,0000	-0,0087	0,0087	0,0000	-0,0092	0,0092
5,00	0,1039	0,1032	0,0007	0,2604	0,2582	0,0022
10,00	0,2290	0,2278	0,0012	0,4616	0,4586	0,0030
15,00	0,3532	0,3517	0,0016	0,6061	0,6032	0,0029
20,00	0,4634	0,4618	0,0017	0,7015	0,6992	0,0024
25,00	0,5533	0,5517	0,0016	0,7575	0,7557	0,0018
30,00	0,6213	0,6199	0,0014	0,7838	0,7826	0,0012
35,00	0,6688	0,6677	0,0012	0,7894	0,7886	0,0008
40,00	0,6990	0,6979	0,0010	0,7820	0,7813	0,0007
45,00	0,7152	0,7143	0,0010	0,7673	0,7666	0,0007
50,00	0,7213	0,7203	0,0010	0,7495	0,7486	0,0008
55,00	0,7203	0,7193	0,0010	0,7314	0,7303	0,0011
60,00	0,7150	0,7139	0,0011	0,7148	0,7135	0,0013
65,00	0,7074	0,7060	0,0013	0,7005	0,6989	0,0016
70,00	0,6988	0,6973	0,0015	0,6887	0,6869	0,0018
75,00	0,6903	0,6887	0,0016	0,6794	0,6774	0,0020
80,00	0,6825	0,6807	0,0018	0,6722	0,6701	0,0021
85,00	0,6755	0,6735	0,0019	0,6667	0,6645	0,0022
90,00	0,6694	0,6674	0,0020	0,6624	0,6602	0,0022
95,00	0,6643	0,6622	0,0021	0,6591	0,6568	0,0022
100,00	0,6598	0,6577	0,0021	0,6563	0,6541	0,0022
105,00	0,6560	0,6539	0,0021	0,6538	0,6516	0,0022
110,00	0,6526	0,6505	0,0021	0,6514	0,6493	0,0022
115,00	0,6496	0,6475	0,0021	0,6491	0,6470	0,0021
120,00	0,6467	0,6446	0,0021	0,6467	0,6446	0,0021
125,00	0,6439	0,6418	0,0021	0,6442	0,6421	0,0020

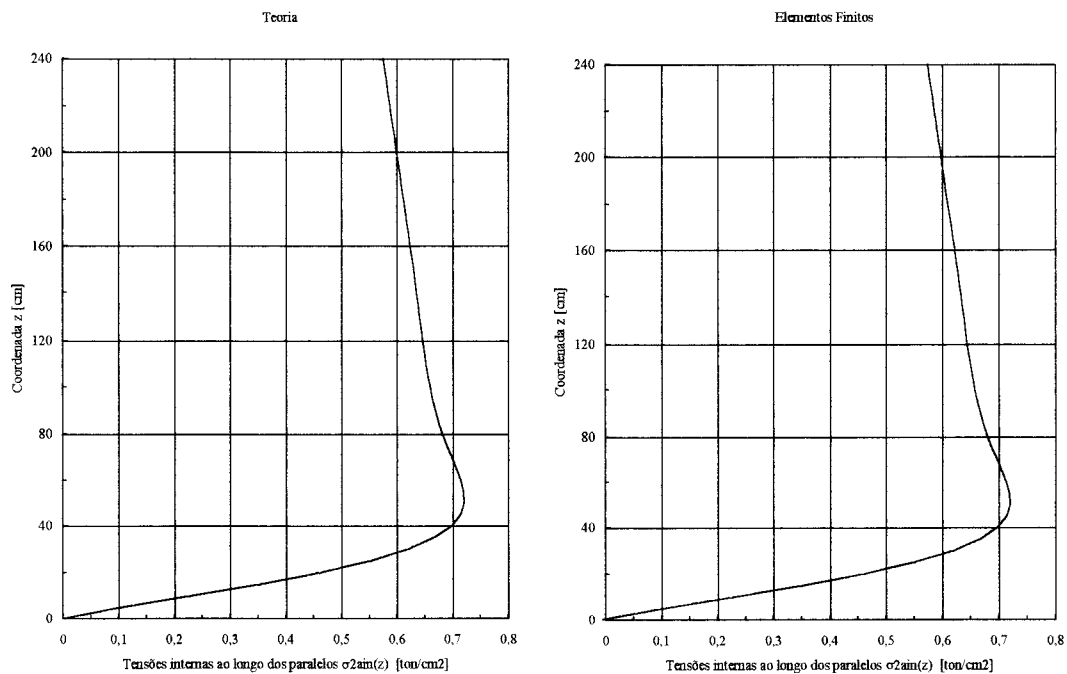


FIGURA 46 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos paralelos da superfície interna $\sigma_{2ain}(z)$ da casca cilíndrica

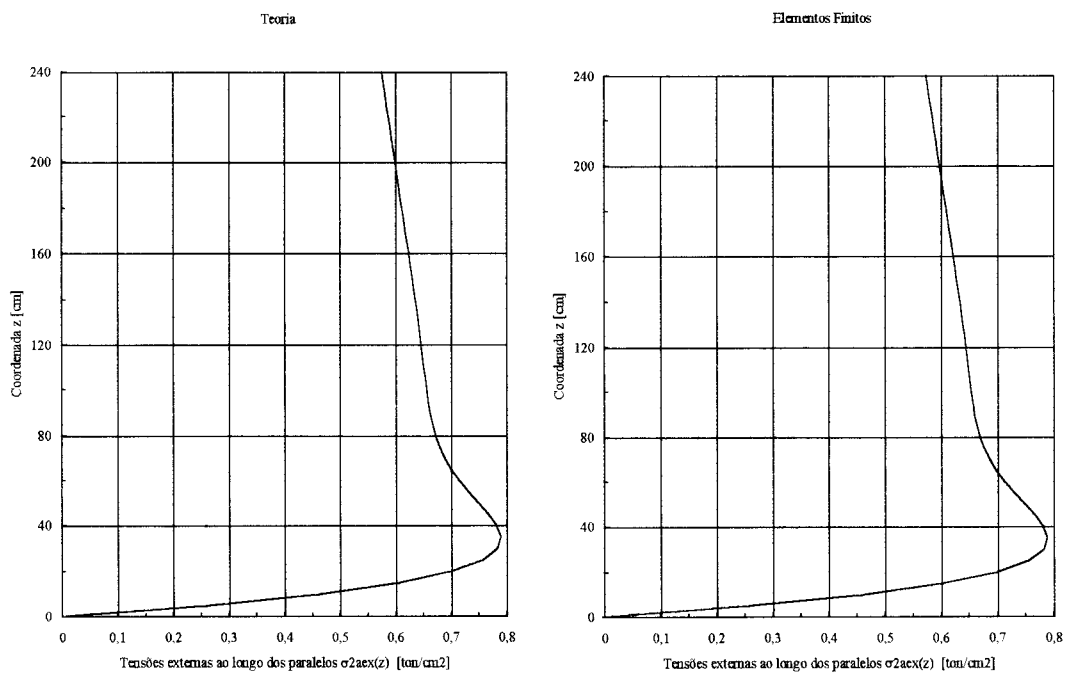


FIGURA 47 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos paralelos da superfície externa $\sigma_{2aex}(z)$ da casca cilíndrica

E para comparação apresenta-se abaixo o gráfico com as tensões teóricas ao longo dos paralelos da casca cilíndrica que, como já visto para borda engastada, possuem seus valores praticamente coincidentes acima da região de $z = \lambda = 119,73$ [cm].

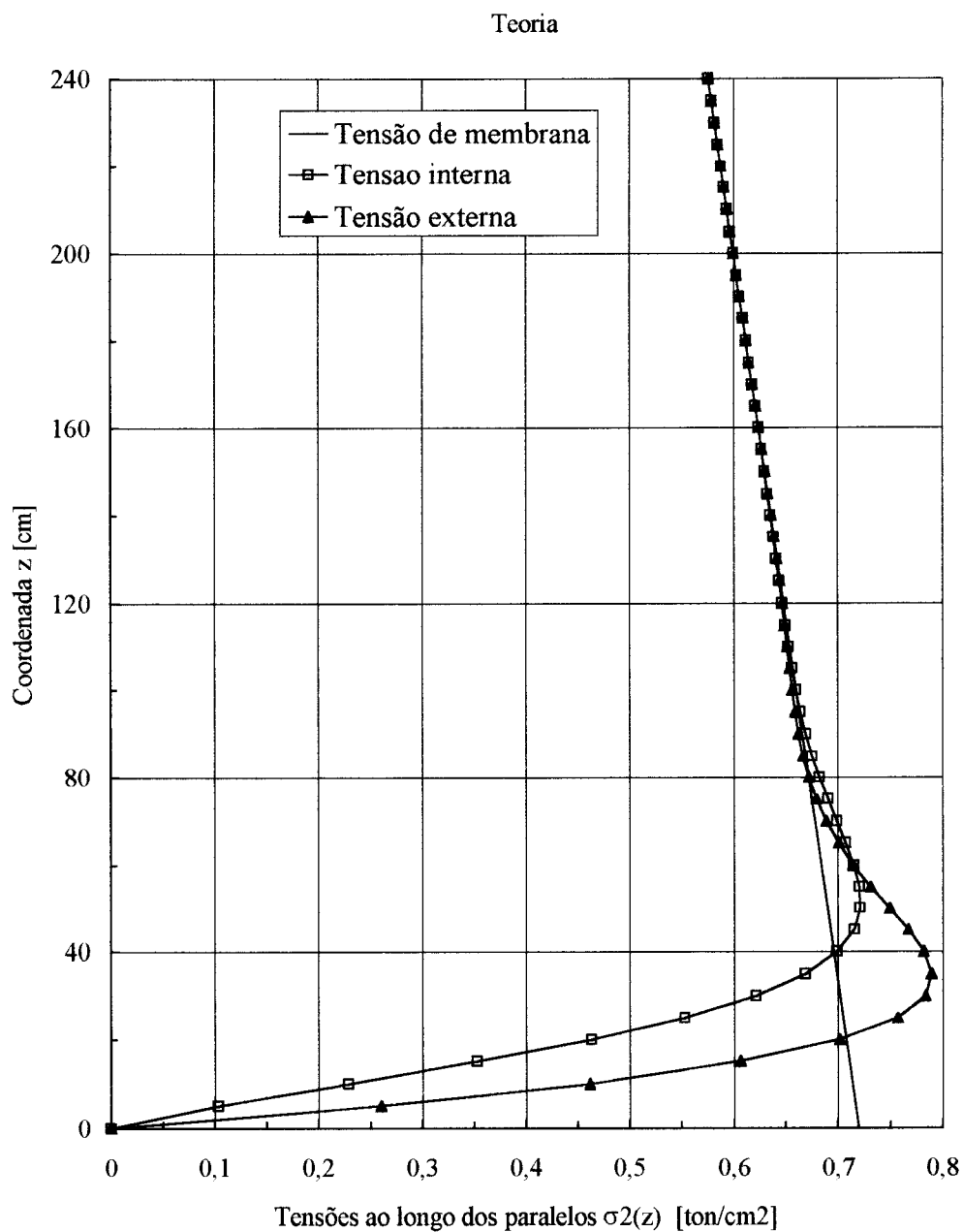


FIGURA 48 - Gráfico comparativo para os valores das tensões ao longo dos paralelos da casca cilíndrica : $\sigma_{2m}(z)$, $\sigma_{2ain}(z)$ e $\sigma_{2aex}(z)$

5.3 CALCULANDO E OBTENDO RESULTADOS PARA A CASCA CÔNICA INCLINAÇÃO $\theta_r=30^\circ$ COM A HORIZONTAL

Através das equações teóricas do capítulo 2 para casca cônica, e com os dados abaixo :

E	v	γ	θ_r	α_r	D	r
[ton/cm ²]	(Aço)	[ton/cm ³]	[graus]	[graus]	[cm]	[cm]
2100	0,3	1,00E-06	30	60	1200	600

R	H	h	t
[cm]	[cm]	[cm]	[cm]
1200	346,41	1200	1

Encontram-se :

β	B	α	ξ_h	ξ_m	ϕ_h	ϕ_m
[ton/cm ³]	[ton/cm]	[cm ⁻¹]	[cm ² /ton]	[cm/ton]	[cm/ton]	[ton ⁻¹]
0,0015	192,3077	0,0371	12,7222	0,9442	0,9442	0,1401

Mce	Hce	Hca
[ton.cm/cm]	[ton/cm]	[ton/cm]
0,3444	-0,0526	-0,0270

E para o comprimento ao longo do meridiano da casca necessário para o amortecimento das tensões de flexão causadas pela "perturbação de borda" medido a partir do vínculo :

$$- \lambda_{\text{cone}} = 170,46 \text{ [cm]}$$

Na vertical chamou-se este valor de λ_z que é igual a $\lambda_{\text{cone}} \cdot \text{sen}\theta_r = 85,23 \text{ [cm]}$, e portanto a tabela de valores para a casca cônica deveria ser apresentada das

coordenadas "z" igual a $H - \lambda z = 261,18$ até $H = 346,41$. Adotou-se de 259,81 até 346,41 [cm].

5.3.1 CASCA CÔNICA COM BORDA SUPERIOR ENGASTADA

Para os deslocamentos radiais e rotações ao longo do meridiano da superfície média da casca cônica encontrou-se :

TABELA 10 - Valores dos deslocamentos radiais $\xi e(z)$ e rotações $\phi e(z)$

z [cm]	$\xi e(z)$ [cm]		Diferença	$\phi e(z)$ [radianos]		Diferença
	Teoria	Elementos Finitos		Teoria	Elementos Finitos	
346,41	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
343,52	0,0120	0,0116	0,0004	-0,0082	-0,0084	0,0002
340,64	0,0424	0,0420	0,0004	-0,0129	-0,0132	0,0003
337,75	0,0821	0,0823	0,0002	-0,0149	-0,0152	0,0003
334,86	0,1247	0,1255	0,0008	-0,0149	-0,0153	0,0004
331,98	0,1656	0,1671	0,0015	-0,0138	-0,0141	0,0003
329,09	0,2020	0,2041	0,0021	-0,0119	-0,0121	0,0002
326,20	0,2325	0,2349	0,0024	-0,0097	-0,0098	0,0001
323,32	0,2565	0,2589	0,0024	-0,0075	-0,0074	0,0001
320,43	0,2742	0,2762	0,0020	-0,0054	-0,0052	0,0002
317,54	0,2861	0,2875	0,0014	-0,0037	-0,0032	0,0005
314,66	0,2930	0,2937	0,0007	-0,0019	-0,0016	0,0003
311,77	0,2958	0,2957	0,0001	-0,0006	-0,0003	0,0003
308,88	0,2954	0,2945	0,0009	0,0003	0,0006	0,0003
306,00	0,2926	0,2910	0,0016	0,0010	0,0013	0,0003
303,11	0,2882	0,2858	0,0024	0,0015	0,0017	0,0002
300,22	0,2826	0,2798	0,0028	0,0018	0,0019	0,0001
297,34	0,2764	0,2733	0,0031	0,0020	0,0020	0,0000
294,45	0,2700	0,2666	0,0034	0,0020	0,0020	0,0000
291,56	0,2635	0,2601	0,0034	0,0020	0,0020	0,0000
288,68	0,2571	0,2539	0,0032	0,0019	0,0019	0,0000
285,79	0,2511	0,2480	0,0031	0,0018	0,0017	0,0001
282,90	0,2453	0,2425	0,0028	0,0017	0,0016	0,0001
280,01	0,2398	0,2372	0,0026	0,0016	0,0015	0,0001
277,13	0,2346	0,2324	0,0023	0,0015	0,0014	0,0001
274,24	0,2297	0,2277	0,0020	0,0014	0,0013	0,0001
271,35	0,2250	0,2233	0,0017	0,0014	0,0013	0,0001

z [cm]	$\xi e(z)$ [cm]		Diferença	Teoria	$\phi e(z)$ [radianos]		Diferença
	Teoria	Elementos Finitos			Teoria	Elementos Finitos	
268,47	0,2205	0,2190	0,0015	0,0013	0,0012	0,0001	
265,58	0,2161	0,2148	0,0013	0,0013	0,0012	0,0001	
262,69	0,2119	0,2107	0,0012	0,0012	0,0012	0,0000	
259,81	0,2078	0,2067	0,0011	0,0012	0,0012	0,0000	

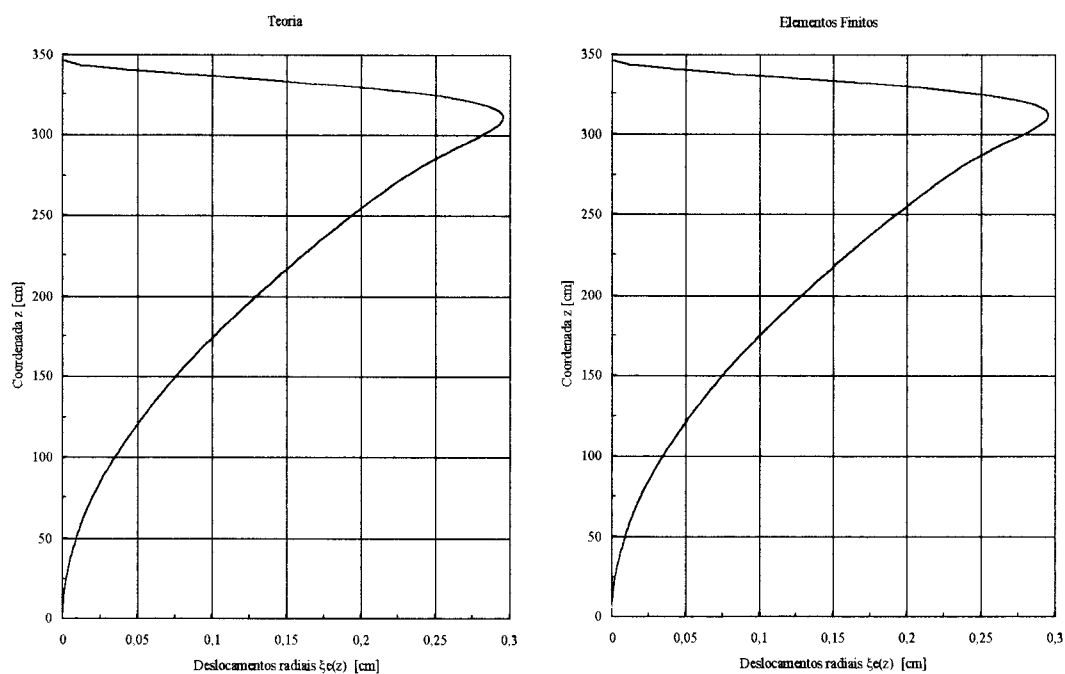


FIGURA 49 - Gráficos para os valores dos deslocamentos radiais $\xi e(z)$ ao longo do meridiano da superfície média da casca cônica

Lembrando que a coluna "Diferença", da tabela, apresenta os valores das diferenças absolutas entre os parâmetros obtidos pelas equações da teoria aproximada e os obtidos pelo cálculo através do método dos elementos finitos.

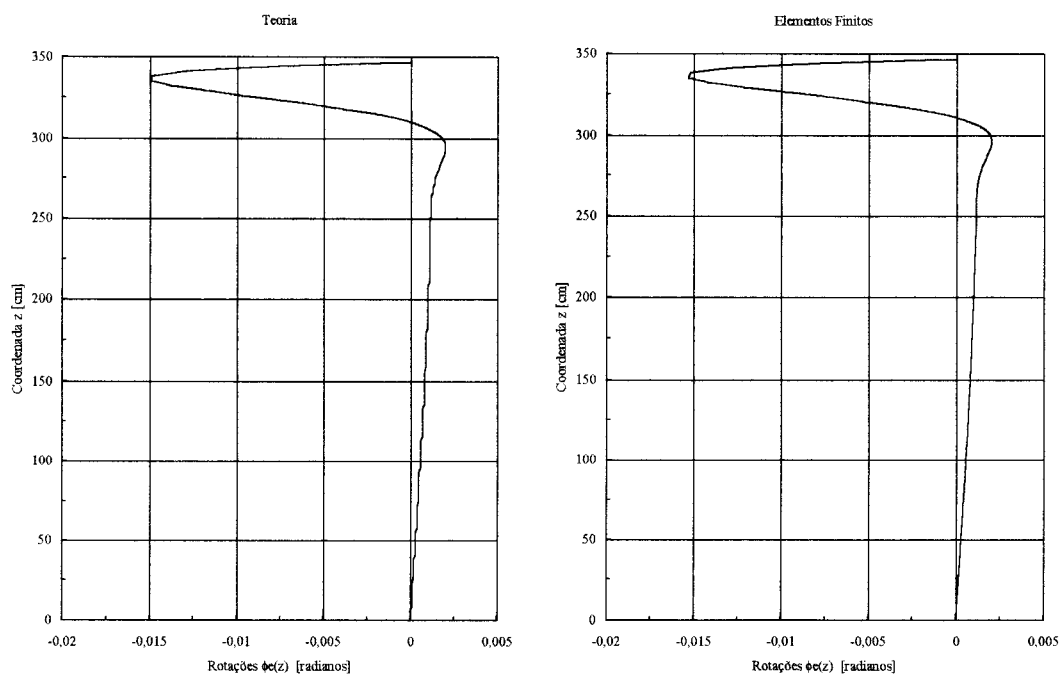


FIGURA 50 - Gráficos para os valores das rotações $\phi_e(z)$ ao longo do meridiano da superfície média da casca cônica

Os momentos solicitantes ao longo dos paralelos e dos meridianos da superfície média da casca cônica e suas correspondentes diferenças absolutas foram :

TABELA 11 - Valores dos momentos ao longo dos paralelos $M1e(z)$ e dos meridianos $M2e(z)$

z [cm]	$M1e(z)$ [ton.cm/cm]		Diferença	$M2e(z)$ [ton.cm/cm]		Diferença
	Teoria	Elementos Finitos		Teoria	Elementos Finitos	
346,41	0,3444	0,3471	0,0027	0,1029	0,1041	0,0012
343,52	0,2091	0,2107	0,0016	0,0601	0,0611	0,0010
340,64	0,1055	0,1054	0,0001	0,0277	0,0283	0,0006
337,75	0,0302	0,0281	0,0021	0,0046	0,0045	0,0001
334,86	-0,0211	-0,0250	0,0039	-0,0109	-0,0115	0,0006
331,98	-0,0530	-0,0581	0,0051	-0,0201	-0,0211	0,0010
329,09	-0,0698	-0,0755	0,0056	-0,0246	-0,0259	0,0013
326,20	-0,0756	-0,0811	0,0055	-0,0258	-0,0269	0,0011
323,32	-0,0738	-0,0785	0,0047	-0,0246	-0,0256	0,0010
320,43	-0,0671	-0,0707	0,0036	-0,0220	-0,0226	0,0006

z [cm]	M1e(z) [ton.cm/cm]		Diferença	M2e(z) [ton.cm/cm]		Diferença
	Teoria	Elementos Finitos		Teoria	Elementos Finitos	
317,54	-0,0578	-0,0601	0,0023	-0,0187	-0,0189	0,0002
314,66	-0,0475	-0,0485	0,0010	-0,0151	-0,0150	0,0001
311,77	-0,0372	-0,0370	0,0002	-0,0117	-0,0112	0,0005
308,88	-0,0278	-0,0266	0,0012	-0,0086	-0,0078	0,0008
306,00	-0,0196	-0,0177	0,0019	-0,0059	-0,0049	0,0010
303,11	-0,0128	-0,0104	0,0024	-0,0038	-0,0026	0,0012
300,22	-0,0074	-0,0049	0,0025	-0,0021	-0,0009	0,0012
297,34	-0,0033	-0,0009	0,0024	-0,0008	0,0003	0,0011
294,45	-0,0005	0,0018	0,0023	0,0001	0,0011	0,0010
291,56	0,0015	0,0034	0,0019	0,0006	0,0016	0,0010
288,68	0,0026	0,0042	0,0016	0,0010	0,0018	0,0008
285,79	0,0031	0,0043	0,0012	0,0011	0,0018	0,0007
282,90	0,0033	0,0041	0,0008	0,0011	0,0017	0,0006
280,01	0,0031	0,0036	0,0005	0,0010	0,0016	0,0006
277,13	0,0028	0,0030	0,0002	0,0009	0,0013	0,0004
274,24	0,0024	0,0024	0,0000	0,0008	0,0011	0,0003
271,35	0,0019	0,0019	0,0000	0,0006	0,0010	0,0004
268,47	0,0015	0,0014	0,0001	0,0005	0,0008	0,0003
265,58	0,0011	0,0010	0,0001	0,0003	0,0007	0,0004
262,69	0,0007	0,0007	0,0000	0,0002	0,0006	0,0004
259,81	0,0005	0,0005	0,0000	0,0001	0,0005	0,0004

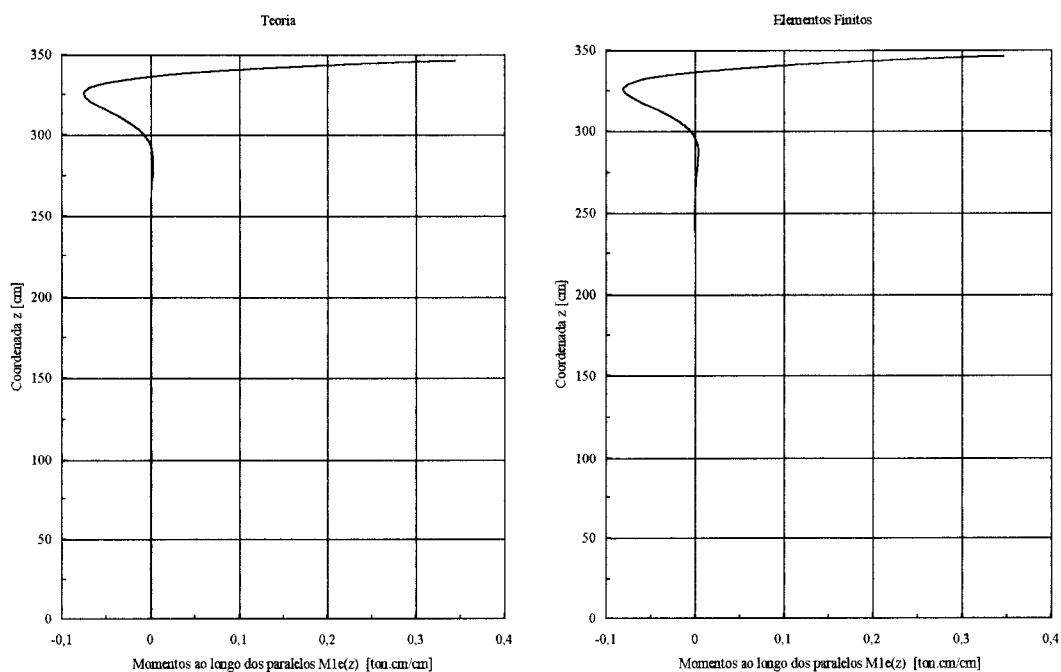


FIGURA 51 - Gráficos para os valores dos momentos ao longo dos paralelos $M1e(z)$ da superfície média da casca cônica

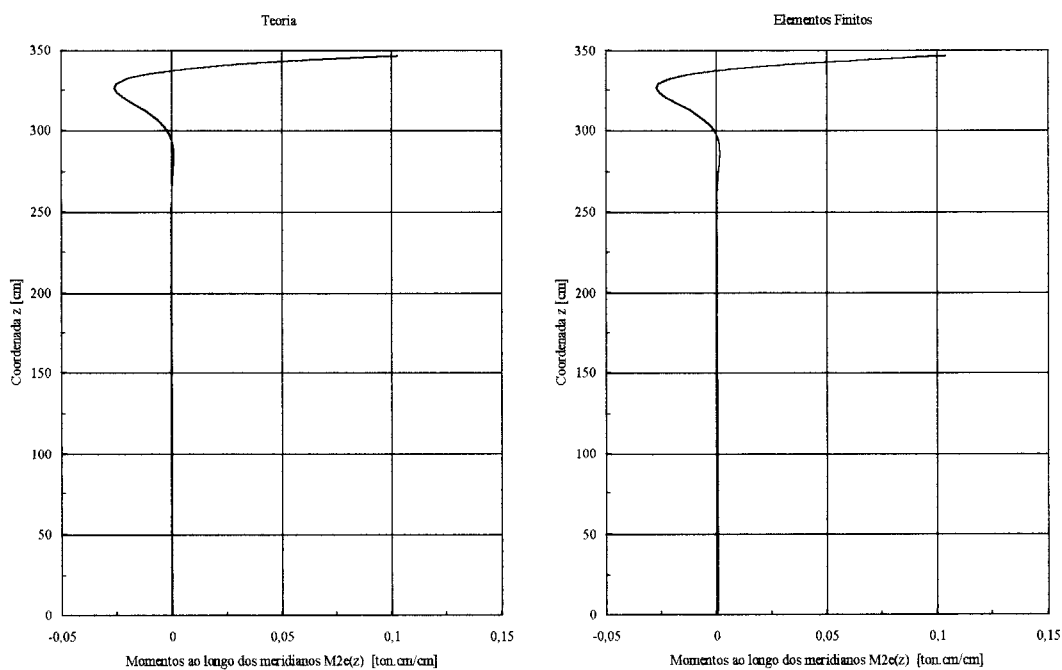


FIGURA 52 - Gráficos para os valores dos momentos ao longo dos meridianos $M2e(z)$ da superfície média da casca cônica

Para as tensões atuantes ao longo dos meridianos da superfície interna e externa da casca cônica obteve-se :

TABELA 12 - Valores para as tensões ao longo dos meridianos da superfície interna $\sigma_{1ein}(z)$ e externa $\sigma_{1eex}(z)$ da casca

z [cm]	$\sigma_{1ein}(z)$ [ton/cm ²]			$\sigma_{1eex}(z)$ [ton/cm ²]		
	Teoria	Elementos Finitos	Diferença	Teoria	Elementos Finitos	Diferença
346,41	-1,3226	-1,3483	0,0257	2,8101	2,8168	0,0067
343,52	-0,5067	-0,5270	0,0203	2,0030	2,0017	0,0013
340,64	0,1186	0,1109	0,0077	1,3849	1,3762	0,0088
337,75	0,5729	0,5796	0,0067	0,9354	0,9166	0,0188
334,86	0,8818	0,9010	0,0192	0,6286	0,6007	0,0279
331,98	1,0726	1,1004	0,0278	0,4370	0,4032	0,0339
329,09	1,1720	1,2037	0,0317	0,3344	0,2983	0,0361
326,20	1,2040	1,2352	0,0312	0,2968	0,2624	0,0344
323,32	1,1893	1,2164	0,0271	0,3040	0,2743	0,0297
320,43	1,1449	1,1653	0,0203	0,3395	0,3164	0,0231
317,54	1,0840	1,0964	0,0123	0,3902	0,3749	0,0153
314,66	1,0164	1,0207	0,0042	0,4468	0,4391	0,0077
311,77	0,9490	0,9458	0,0032	0,5026	0,5017	0,0009
308,88	0,8864	0,8771	0,0093	0,5532	0,5579	0,0047
306,00	0,8311	0,8172	0,0139	0,5964	0,6050	0,0086
303,11	0,7842	0,7674	0,0168	0,6310	0,6420	0,0110
300,22	0,7458	0,7278	0,0180	0,6571	0,6690	0,0119
297,34	0,7154	0,6975	0,0179	0,6753	0,6868	0,0115
294,45	0,6920	0,6752	0,0168	0,6865	0,6966	0,0101
291,56	0,6745	0,6595	0,0150	0,6920	0,7001	0,0081
288,68	0,6616	0,6489	0,0127	0,6928	0,6987	0,0059
285,79	0,6524	0,6420	0,0104	0,6901	0,6938	0,0037
282,90	0,6457	0,6375	0,0082	0,6849	0,6864	0,0015
280,01	0,6407	0,6344	0,0063	0,6780	0,6777	0,0003
277,13	0,6368	0,6321	0,0047	0,6701	0,6684	0,0017
274,24	0,6335	0,6299	0,0036	0,6617	0,6589	0,0028
271,35	0,6303	0,6274	0,0029	0,6531	0,6497	0,0034
268,47	0,6269	0,6245	0,0024	0,6445	0,6409	0,0036
265,58	0,6233	0,6210	0,0023	0,6362	0,6326	0,0036
262,69	0,6194	0,6169	0,0025	0,6283	0,6249	0,0034
259,81	0,6151	0,6122	0,0029	0,6207	0,6177	0,0030

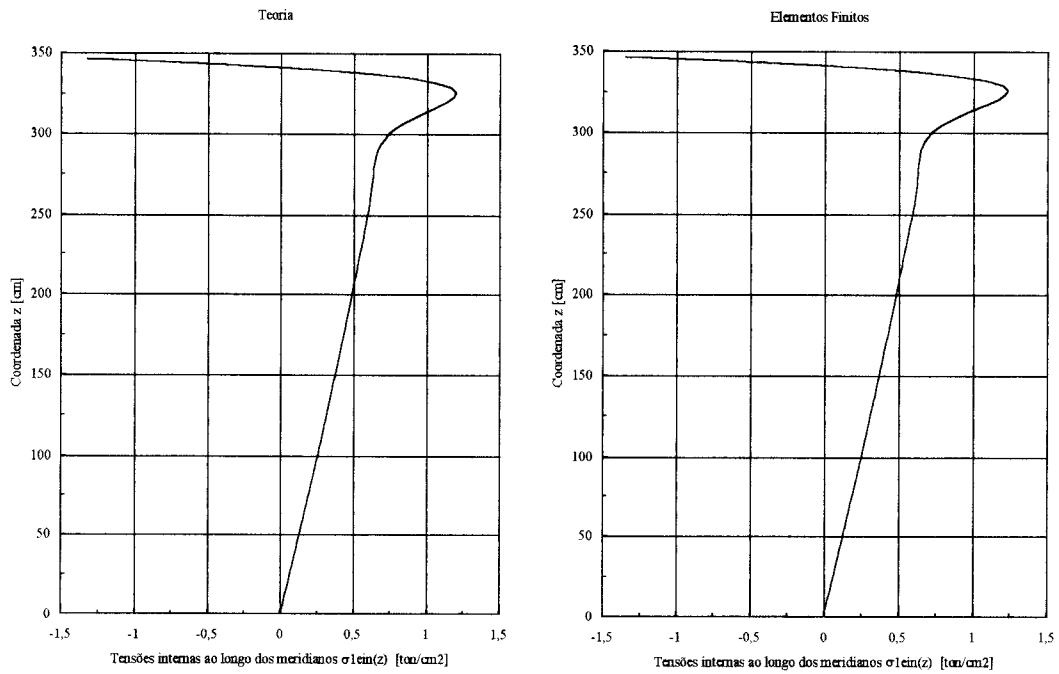


FIGURA 53 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos meridianos da superfície interna $\sigma_{1ein}(z)$ da casca cônica

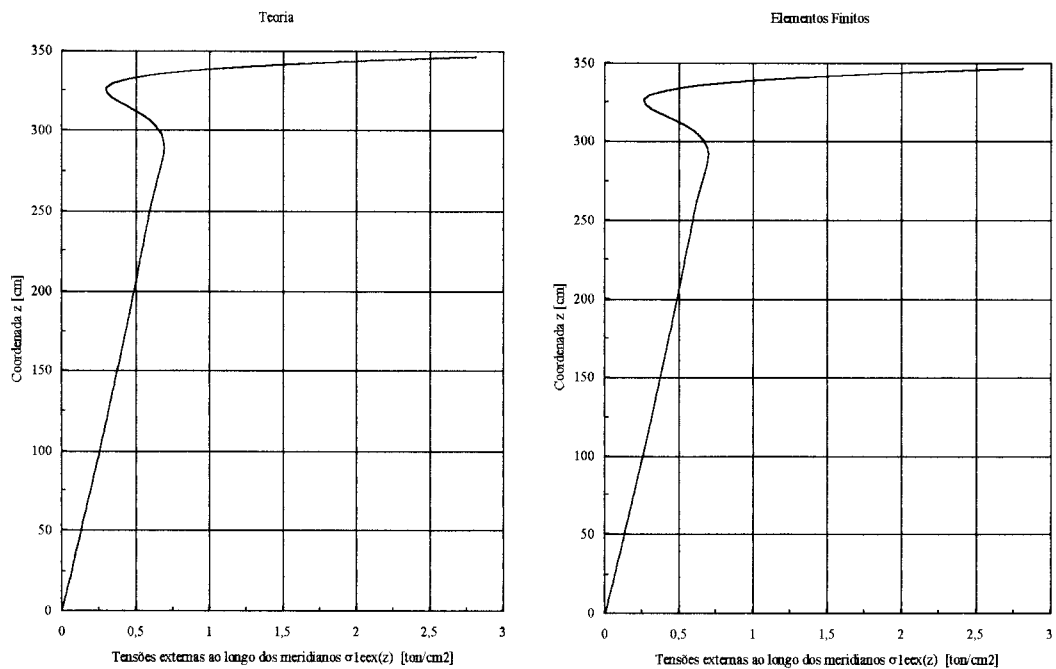


FIGURA 54 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos meridianos da superfície externa $\sigma_{1eex}(z)$ da casca cônica

E finalmente para as tensões atuantes ao longo dos paralelos da superfície interna e externa da casca cônica encontrou-se :

TABELA 13 - Valores para as tensões ao longo dos paralelos da superfície interna $\sigma_{2ein}(z)$ e externa $\sigma_{2eex}(z)$ da casca

z [cm]	$\sigma_{2ein}(z)$ [ton/cm ²]			$\sigma_{2eex}(z)$ [ton/cm ²]		
	Teoria	Elementos Finitos	Diferença	Teoria	Elementos Finitos	Diferença
346,41	-0,3808	-0,4045	0,0237	0,8544	0,8450	0,0094
343,52	-0,0733	-0,1045	0,0312	0,6476	0,6285	0,0191
340,64	0,2355	0,2031	0,0324	0,5679	0,5421	0,0258
337,75	0,5216	0,4928	0,0288	0,5763	0,5466	0,0297
334,86	0,7710	0,7487	0,0223	0,6407	0,6107	0,0300
331,98	0,9774	0,9627	0,0147	0,7363	0,7090	0,0273
329,09	1,1399	1,1324	0,0075	0,8443	0,8221	0,0222
326,20	1,2609	1,2593	0,0016	0,9518	0,9359	0,0159
323,32	1,3453	1,3477	0,0024	1,0503	1,0410	0,0094
320,43	1,3990	1,4032	0,0042	1,1350	1,1315	0,0035
317,54	1,4279	1,4322	0,0043	1,2037	1,2050	0,0013
314,66	1,4379	1,4407	0,0028	1,2562	1,2608	0,0046
311,77	1,4341	1,4344	0,0002	1,2936	1,3000	0,0064
308,88	1,4209	1,4181	0,0028	1,3176	1,3245	0,0068
306,00	1,4018	1,3959	0,0059	1,3305	1,3366	0,0061
303,11	1,3797	1,3707	0,0090	1,3344	1,3390	0,0046
300,22	1,3564	1,3449	0,0115	1,3315	1,3341	0,0026
297,34	1,3334	1,3200	0,0134	1,3236	1,3240	0,0004
294,45	1,3116	1,2969	0,0147	1,3124	1,3106	0,0018
291,56	1,2915	1,2761	0,0155	1,2990	1,2953	0,0037
288,68	1,2732	1,2577	0,0155	1,2846	1,2794	0,0053
285,79	1,2567	1,2415	0,0152	1,2698	1,2634	0,0064
282,90	1,2418	1,2274	0,0145	1,2551	1,2480	0,0071
280,01	1,2284	1,2148	0,0136	1,2408	1,2334	0,0074
277,13	1,2162	1,2035	0,0127	1,2271	1,2197	0,0074
274,24	1,2049	1,1932	0,0118	1,2140	1,2069	0,0071
271,35	1,1943	1,1834	0,0110	1,2015	1,1949	0,0066
268,47	1,1842	1,1740	0,0102	1,1897	1,1836	0,0061
265,58	1,1743	1,1647	0,0096	1,1783	1,1729	0,0054
262,69	1,1646	1,1554	0,0093	1,1673	1,1625	0,0048
259,81	1,1549	1,1460	0,0089	1,1566	1,1523	0,0043

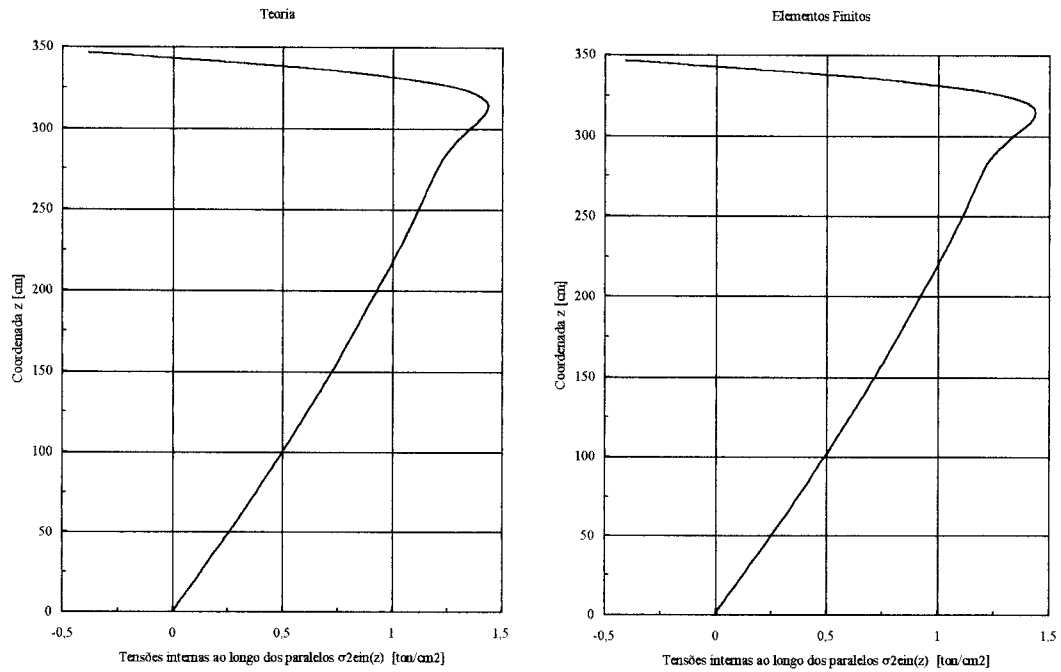


FIGURA 55 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos paralelos da superfície interna $\sigma_{2ein}(z)$ da casca cônica

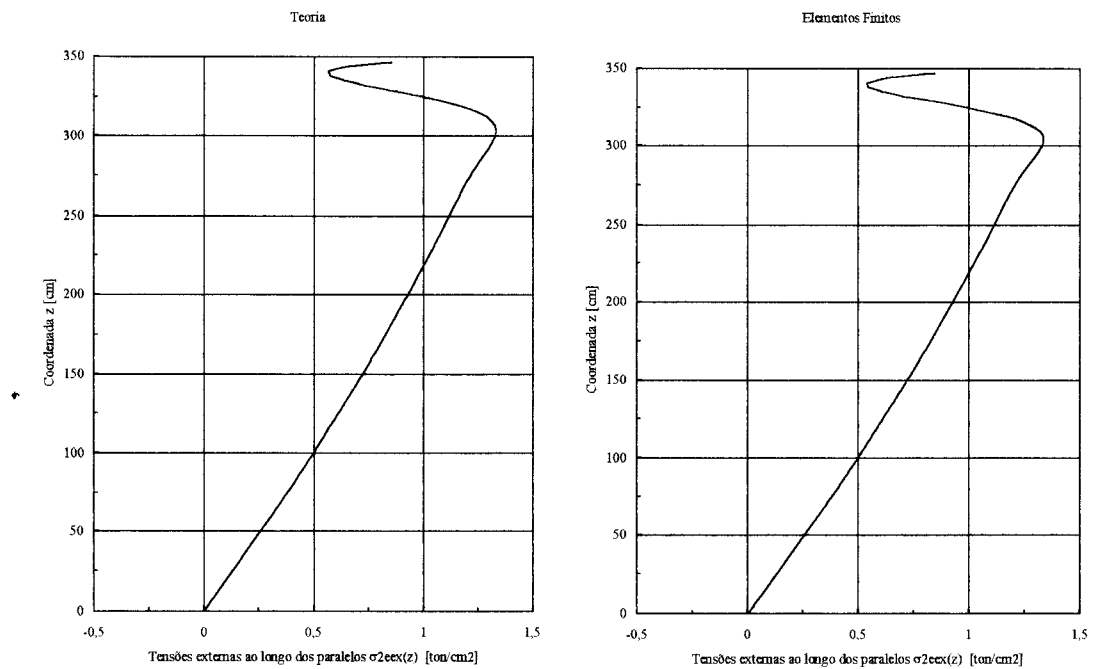


FIGURA 56 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos paralelos da superfície externa $\sigma_{2eex}(z)$ da casca cônica

São apresentados abaixo os valores encontrados para as tensões de membrana atuantes ao longo dos meridianos e dos paralelos da superfície média da casca cônica para comparação :

TABELA 14 - Valores para as tensões teóricas de membrana ao longo dos meridianos $\sigma_{1m}(z)$ e paralelos $\sigma_{2m}(z)$ da superfície média da casca

z [cm]	$\sigma_{1m}(z)$ [ton/cm ²]	$\sigma_{2m}(z)$ [ton/cm ²]	z [cm]	$\sigma_{1m}(z)$ [ton/cm ²]	$\sigma_{2m}(z)$ [ton/cm ²]
346,41	0,7893	1,4400	300,22	0,7001	1,2960
343,52	0,7838	1,4314	297,34	0,6943	1,2865
340,64	0,7784	1,4228	294,45	0,6886	1,2770
337,75	0,7729	1,4141	291,56	0,6828	1,2674
334,86	0,7674	1,4054	288,68	0,6770	1,2577
331,98	0,7619	1,3966	285,79	0,6712	1,2480
329,09	0,7564	1,3877	282,90	0,6653	1,2382
326,20	0,7509	1,3788	280,01	0,6595	1,2284
323,32	0,7453	1,3699	277,13	0,6536	1,2185
320,43	0,7397	1,3608	274,24	0,6477	1,2086
317,54	0,7341	1,3518	271,35	0,6418	1,1986
314,66	0,7285	1,3426	268,47	0,6359	1,1885
311,77	0,7228	1,3334	265,58	0,6299	1,1784
308,88	0,7172	1,3242	262,69	0,6239	1,1682
306,00	0,7115	1,3148	259,81	0,6179	1,1579
303,11	0,7058	1,3055			

Pode-se ver abaixo nos gráficos com as tensões teóricas ao longo dos meridianos e paralelos da casca cônica, que as mesmas possuem seus valores praticamente coincidentes abaixo da região de $z = H - \lambda z = 261,18$ [cm].

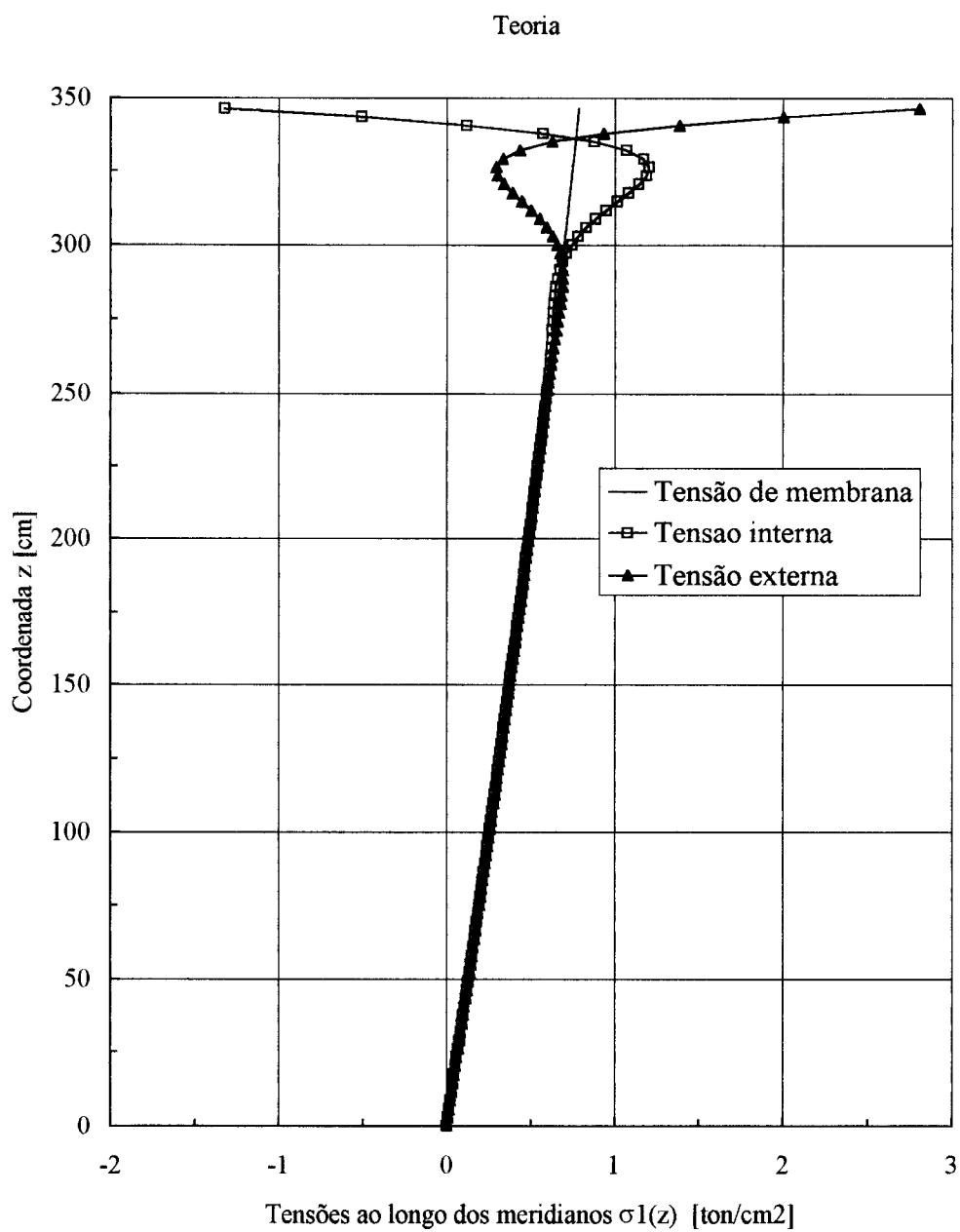


FIGURA 57 - Gráfico comparativo para os valores das tensões ao longo dos meridianos da casca cônica : $\sigma_{1m}(z)$, $\sigma_{1ein}(z)$ e $\sigma_{1eex}(z)$

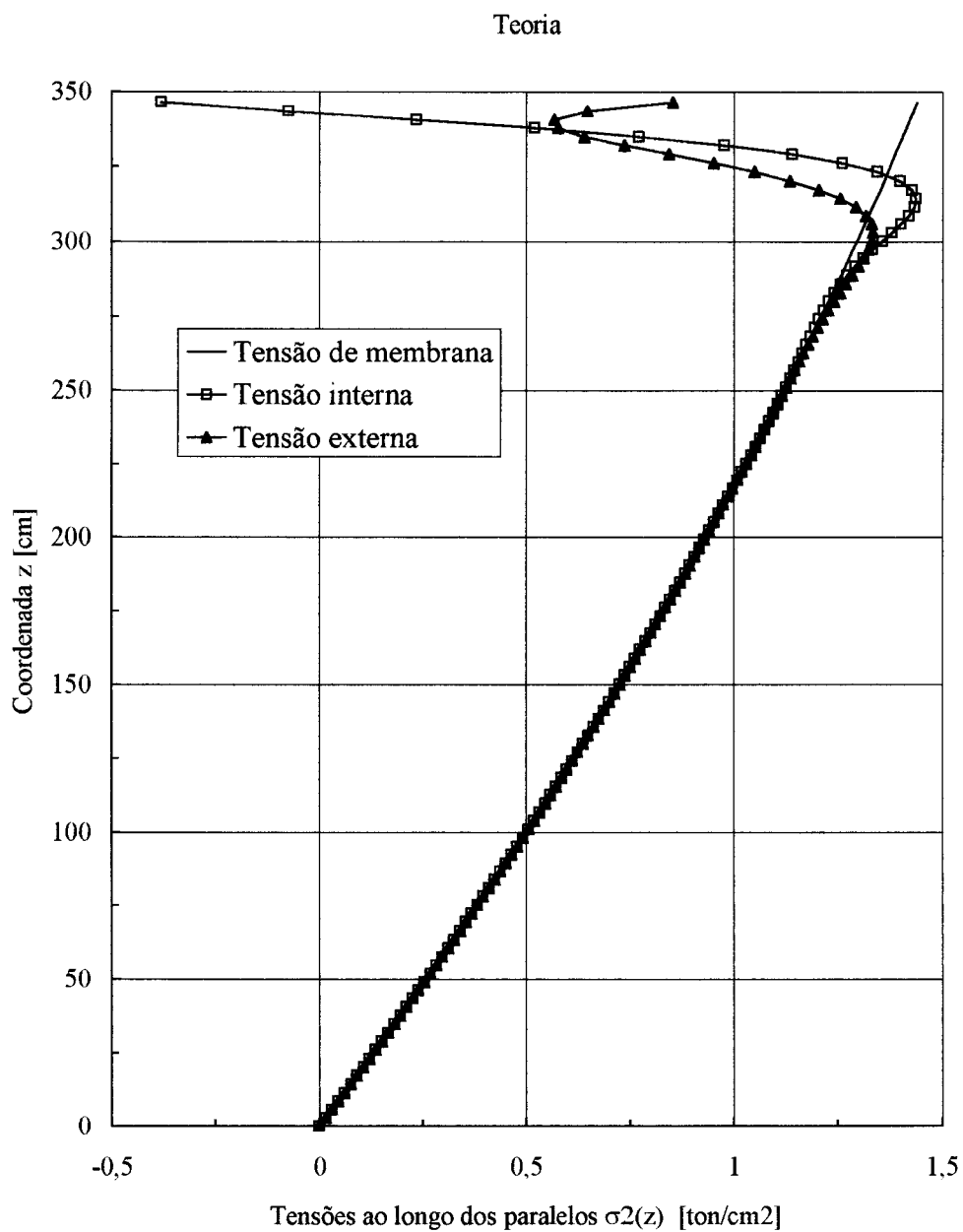


FIGURA 58 - Gráfico comparativo para os valores das tensões ao longo dos paralelos da casca cônica : $\sigma_{2m}(z)$, $\sigma_{2ein}(z)$ e $\sigma_{2eex}(z)$

5.3.2 CASCA CÔNICA COM BORDA SUPERIOR APOIADA FIXA

Para os deslocamentos radiais e rotações ao longo do meridiano da superfície média da casca cônica encontrou-se :

TABELA 15 - Valores dos deslocamentos radiais $\xi_a(z)$ e rotações $\phi_a(z)$

z [cm]	$\xi_a(z)$ [cm]		Diferença	$\phi_a(z)$ [radianos]		Diferença
	Teoria	Elementos Finitos		Teoria	Elementos Finitos	
346,41	0,0000	0,0000	0,0000	-0,0241	-0,0241	0,0001
343,52	0,0678	0,0674	0,0004	-0,0231	-0,0232	0,0001
340,64	0,1304	0,1300	0,0004	-0,0207	-0,0208	0,0001
337,75	0,1846	0,1845	0,0002	-0,0174	-0,0175	0,0001
334,86	0,2290	0,2291	0,0000	-0,0139	-0,0140	0,0001
331,98	0,2634	0,2635	0,0001	-0,0105	-0,0105	0,0000
329,09	0,2883	0,2884	0,0001	-0,0074	-0,0073	0,0001
326,20	0,3049	0,3047	0,0002	-0,0047	-0,0046	0,0001
323,32	0,3145	0,3139	0,0006	-0,0025	-0,0024	0,0001
320,43	0,3185	0,3173	0,0012	-0,0008	-0,0006	0,0002
317,54	0,3182	0,3164	0,0018	0,0004	0,0007	0,0002
314,66	0,3148	0,3124	0,0023	0,0013	0,0015	0,0002
311,77	0,3092	0,3064	0,0028	0,0019	0,0021	0,0002
308,88	0,3024	0,2992	0,0032	0,0022	0,0024	0,0001
306,00	0,2949	0,2914	0,0035	0,0024	0,0025	0,0001
303,11	0,2872	0,2836	0,0036	0,0024	0,0024	0,0000
300,22	0,2796	0,2760	0,0036	0,0023	0,0023	0,0000
297,34	0,2723	0,2689	0,0034	0,0022	0,0021	0,0001
294,45	0,2655	0,2622	0,0032	0,0021	0,0020	0,0001
291,56	0,2590	0,2561	0,0030	0,0019	0,0018	0,0001
288,68	0,2531	0,2504	0,0026	0,0017	0,0016	0,0001
285,79	0,2475	0,2452	0,0023	0,0016	0,0015	0,0001
282,90	0,2423	0,2403	0,0020	0,0015	0,0014	0,0001
280,01	0,2375	0,2357	0,0017	0,0014	0,0013	0,0001
277,13	0,2329	0,2313	0,0015	0,0013	0,0012	0,0001
274,24	0,2284	0,2271	0,0013	0,0013	0,0012	0,0001
271,35	0,2242	0,2230	0,0012	0,0012	0,0012	0,0001
268,47	0,2200	0,2189	0,0011	0,0012	0,0012	0,0000
265,58	0,2159	0,2149	0,0010	0,0012	0,0012	0,0000
262,69	0,2119	0,2109	0,0010	0,0012	0,0012	0,0000
259,81	0,2079	0,2069	0,0010	0,0012	0,0012	0,0000

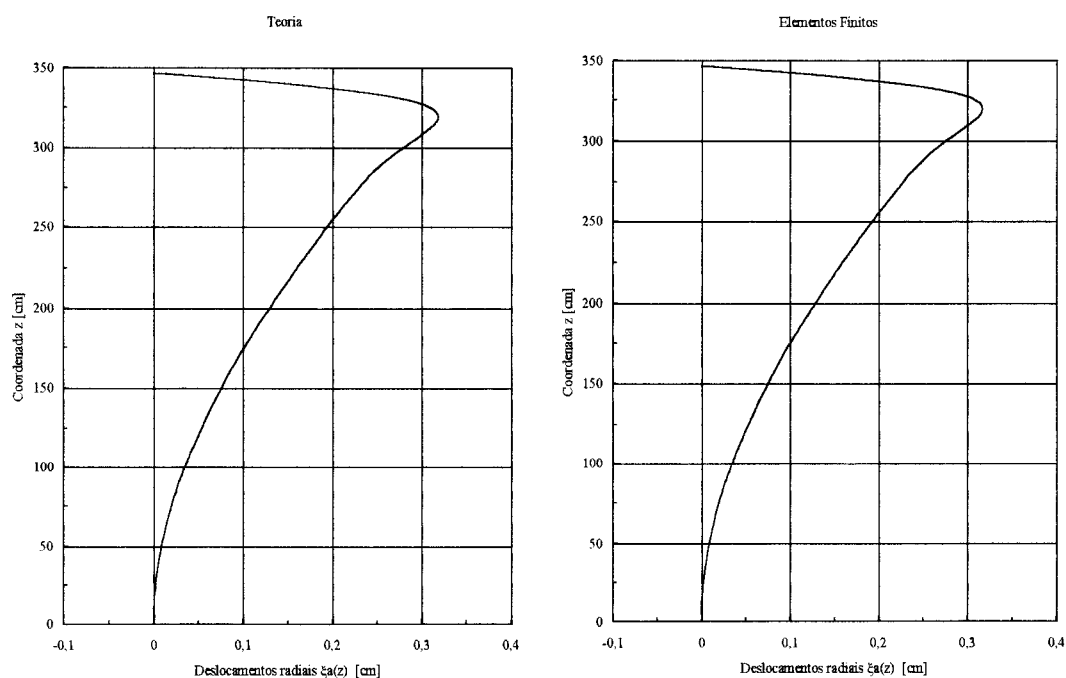


FIGURA 59 - Gráficos para os valores dos deslocamentos radiais $\xi_a(z)$ ao longo do meridiano da superfície média da casca cônica

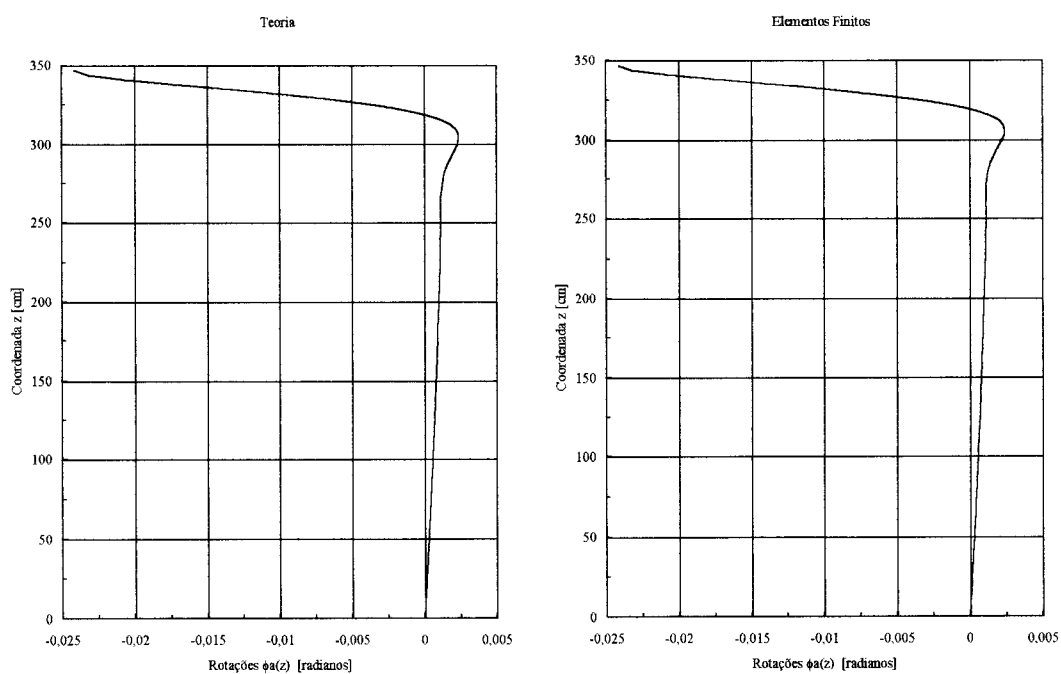


FIGURA 60 - Gráficos para os valores das rotações $\phi_a(z)$ ao longo do meridiano da superfície média da casca cônica

Os momentos solicitantes ao longo dos paralelos e dos meridianos da superfície média da casca cônica e suas correspondentes diferenças absolutas foram :

TABELA 16 - Valores dos momentos ao longo dos paralelos
M1a(z) e dos meridianos M2a(z)

z [cm]	M1a(z) [ton.cm/cm]			M2a(z) [ton.cm/cm]		
	Teoria	Elementos Finitos	Diferença	Teoria	Elementos Finitos	Diferença
346,41	0,0000	0,0005	0,0005	-0,0071	-0,0059	0,0011
343,52	-0,0625	-0,0636	0,0011	-0,0255	-0,0250	0,0006
340,64	-0,0986	-0,1009	0,0023	-0,0357	-0,0356	0,0001
337,75	-0,1148	-0,1181	0,0034	-0,0396	-0,0400	0,0003
334,86	-0,1168	-0,1207	0,0039	-0,0393	-0,0399	0,0006
331,98	-0,1095	-0,1133	0,0038	-0,0361	-0,0368	0,0006
329,09	-0,0966	-0,0998	0,0032	-0,0314	-0,0319	0,0005
326,20	-0,0811	-0,0834	0,0023	-0,0260	-0,0263	0,0002
323,32	-0,0649	-0,0662	0,0013	-0,0206	-0,0205	0,0001
320,43	-0,0496	-0,0498	0,0002	-0,0155	-0,0151	0,0004
317,54	-0,0359	-0,0352	0,0007	-0,0110	-0,0104	0,0007
314,66	-0,0244	-0,0229	0,0015	-0,0073	-0,0064	0,0009
311,77	-0,0150	-0,0130	0,0020	-0,0044	-0,0033	0,0010
308,88	-0,0078	-0,0056	0,0023	-0,0021	-0,0010	0,0011
306,00	-0,0026	-0,0003	0,0023	-0,0005	0,0006	0,0011
303,11	0,0011	0,0032	0,0022	0,0006	0,0017	0,0010
300,22	0,0033	0,0052	0,0019	0,0013	0,0022	0,0009
297,34	0,0046	0,0061	0,0015	0,0016	0,0025	0,0008
294,45	0,0050	0,0062	0,0012	0,0017	0,0024	0,0007
291,56	0,0050	0,0058	0,0008	0,0017	0,0023	0,0006
288,68	0,0046	0,0050	0,0005	0,0015	0,0020	0,0005
285,79	0,0040	0,0042	0,0002	0,0013	0,0017	0,0004
282,90	0,0033	0,0033	0,0000	0,0010	0,0014	0,0004
280,01	0,0026	0,0025	0,0001	0,0008	0,0011	0,0003
277,13	0,0019	0,0018	0,0002	0,0006	0,0009	0,0003
274,24	0,0014	0,0012	0,0002	0,0004	0,0007	0,0003
271,35	0,0009	0,0008	0,0001	0,0003	0,0006	0,0003
268,47	0,0005	0,0005	0,0001	0,0002	0,0005	0,0004
265,58	0,0003	0,0003	0,0000	0,0001	0,0005	0,0004
262,69	0,0001	0,0002	0,0001	0,0000	0,0004	0,0004
259,81	-0,0001	0,0001	0,0002	0,0000	0,0004	0,0005

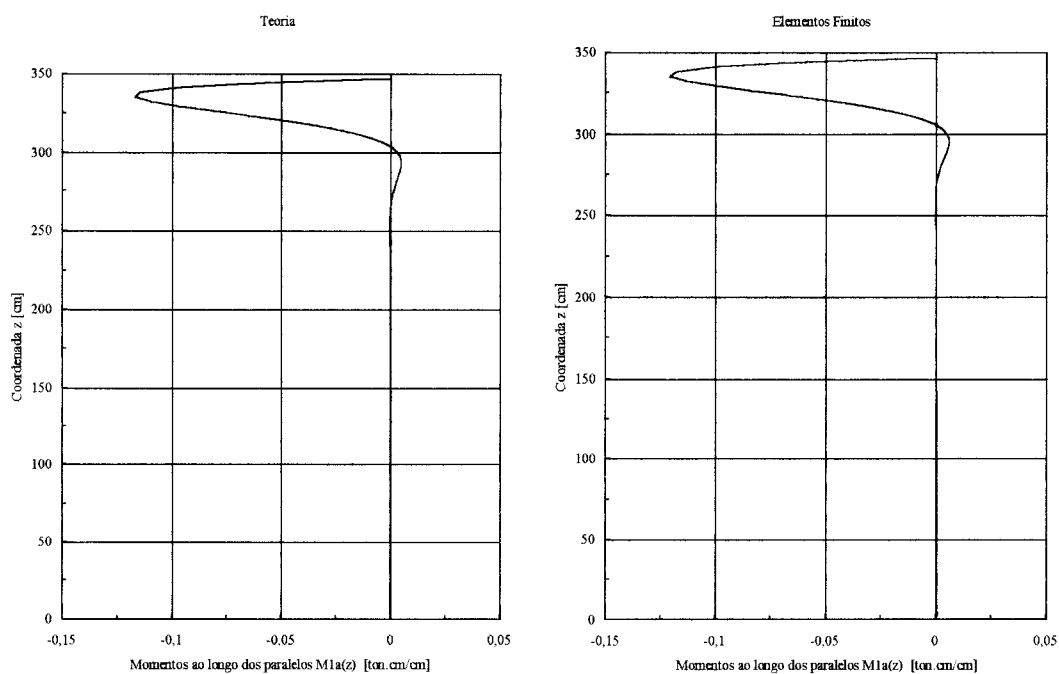


FIGURA 61 - Gráficos para os valores dos momentos ao longo dos paralelos $M1a(z)$ da superfície média da casca cônica

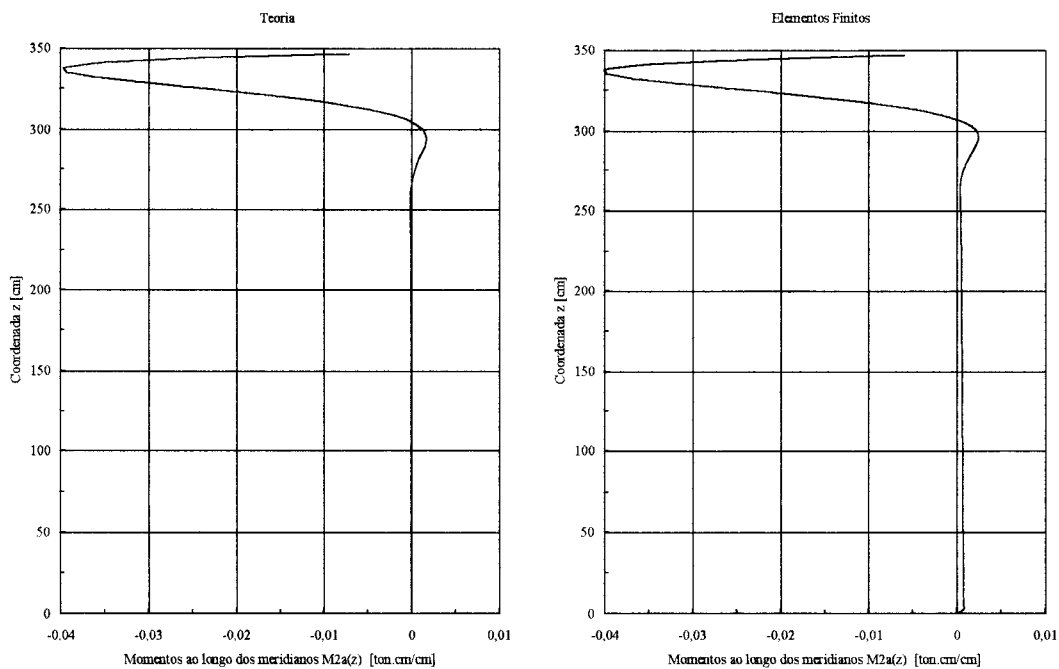


FIGURA 62 - Gráficos para os valores dos momentos ao longo dos meridianos

M2a(z) da superfície média da casca cônica

Para as tensões atuantes ao longo dos meridianos da superfície interna e externa da casca cônica obteve-se :

TABELA 17 - Valores para as tensões ao longo dos meridianos da superfície interna $\sigma_{1ain}(z)$ e externa $\sigma_{1aex}(z)$ da casca

z [cm]	$\sigma_{1ain}(z)$ [ton/cm ²]		Diferença	$\sigma_{1aex}(z)$ [ton/cm ²]		Diferença
	Teoria	Elementos Finitos		Teoria	Elementos Finitos	
346,41	0,7659	0,7214	0,0445	0,7659	0,7269	0,0390
343,52	1,1443	1,1471	0,0028	0,3945	0,3844	0,0101
340,64	1,3622	1,3739	0,0117	0,1795	0,1631	0,0164
337,75	1,4590	1,4776	0,0186	0,0819	0,0603	0,0216
334,86	1,4693	1,4914	0,0221	0,0676	0,0434	0,0241
331,98	1,4221	1,4440	0,0218	0,1081	0,0846	0,0235
329,09	1,3405	1,3590	0,0185	0,1811	0,1609	0,0202
326,20	1,2421	1,2550	0,0129	0,2693	0,2542	0,0151
323,32	1,1396	1,1459	0,0063	0,3605	0,3514	0,0090
320,43	1,0417	1,0412	0,0006	0,4464	0,4434	0,0030
317,54	0,9536	0,9469	0,0066	0,5222	0,5245	0,0023
314,66	0,8779	0,8664	0,0115	0,5853	0,5917	0,0064
311,77	0,8156	0,8007	0,0148	0,6350	0,6442	0,0091
308,88	0,7661	0,7494	0,0166	0,6720	0,6824	0,0104
306,00	0,7282	0,7112	0,0171	0,6974	0,7078	0,0105
303,11	0,7003	0,6840	0,0164	0,7130	0,7225	0,0095
300,22	0,6806	0,6657	0,0148	0,7206	0,7284	0,0078
297,34	0,6671	0,6543	0,0128	0,7220	0,7277	0,0057
294,45	0,6583	0,6478	0,0105	0,7189	0,7223	0,0034
291,56	0,6528	0,6446	0,0083	0,7126	0,7139	0,0013
288,68	0,6494	0,6431	0,0063	0,7042	0,7036	0,0006
285,79	0,6472	0,6426	0,0046	0,6947	0,6926	0,0021
282,90	0,6455	0,6421	0,0034	0,6847	0,6816	0,0032
280,01	0,6438	0,6412	0,0026	0,6747	0,6709	0,0039
277,13	0,6418	0,6396	0,0022	0,6650	0,6609	0,0042
274,24	0,6393	0,6372	0,0021	0,6558	0,6517	0,0041
271,35	0,6362	0,6340	0,0022	0,6471	0,6432	0,0039
268,47	0,6325	0,6300	0,0026	0,6390	0,6355	0,0034
265,58	0,6283	0,6253	0,0030	0,6314	0,6285	0,0029
262,69	0,6236	0,6201	0,0035	0,6242	0,6219	0,0023
259,81	0,6184	0,6144	0,0040	0,6174	0,6156	0,0018

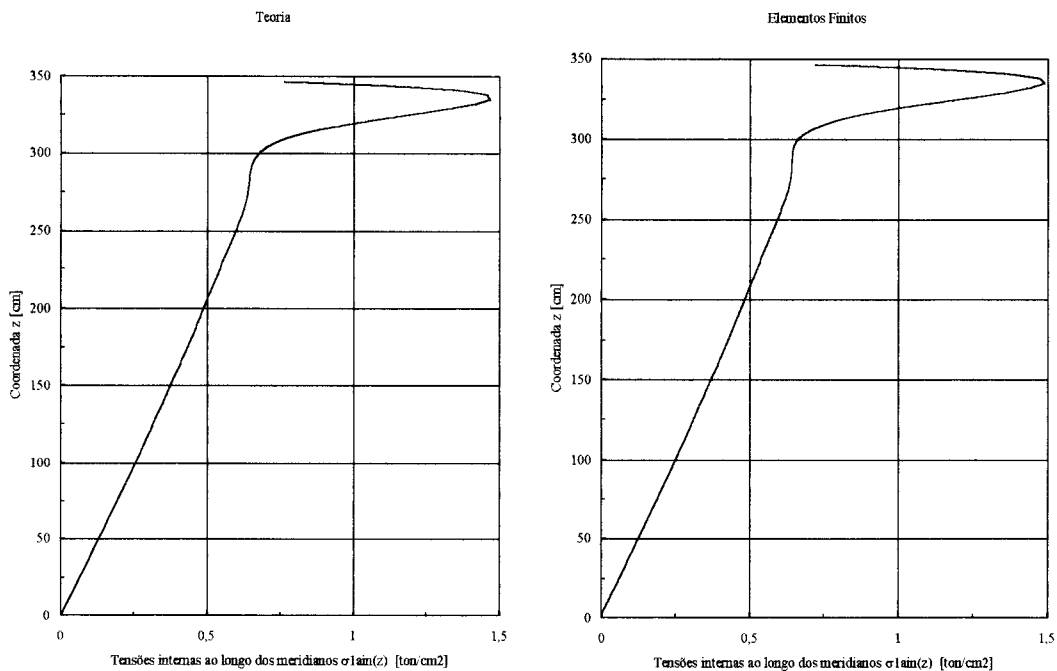


FIGURA 63 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos meridianos da superfície interna $\sigma_{1ain}(z)$ da casca cônica

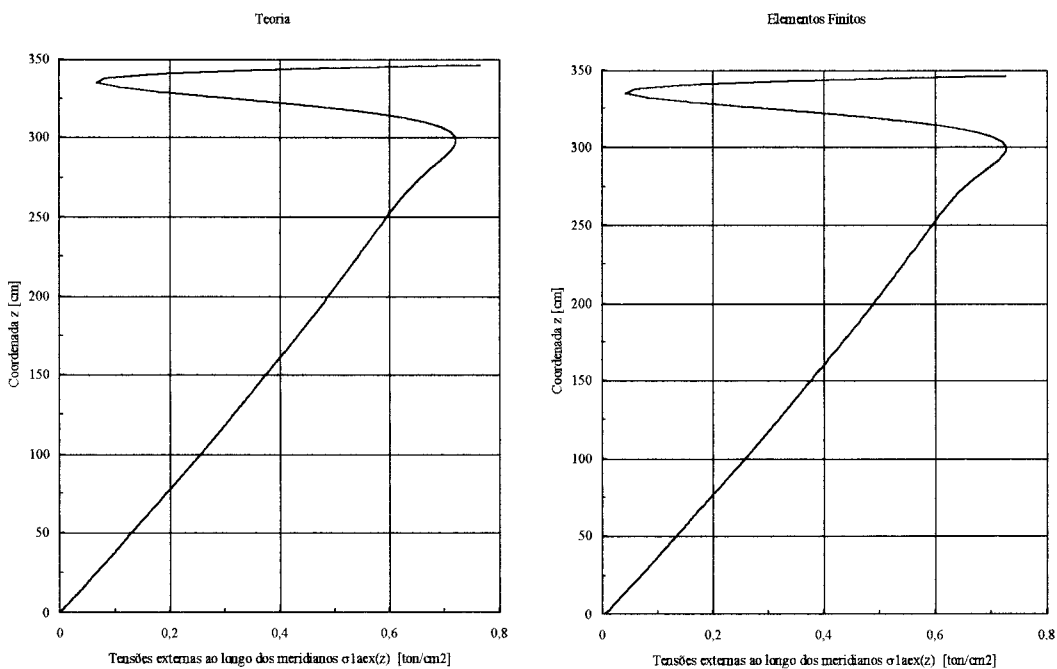


FIGURA 64 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos meridianos da superfície externa $\sigma_{1aex}(z)$ da casca cônica

E, para as tensões atuantes ao longo dos paralelos da superfície interna e externa da casca cônica, encontrou-se :

TABELA 18 - Valores para as tensões ao longo dos paralelos da superfície interna $\sigma_{2ain}(z)$ e externa $\sigma_{2aex}(z)$ da casca

z [cm]	$\sigma_{2ain}(z)$ [ton/cm ²]		Diferença	$\sigma_{2aex}(z)$ [ton/cm ²]		Diferença
	Teoria	Elementos Finitos		Teoria	Elementos Finitos	
346,41	0,2793	0,2529	0,0264	0,1943	0,1816	0,0127
343,52	0,6357	0,6175	0,0182	0,3292	0,3179	0,0113
340,64	0,9239	0,9070	0,0168	0,4957	0,4798	0,0159
337,75	1,1455	1,1327	0,0128	0,6698	0,6530	0,0168
334,86	1,3067	1,2987	0,0080	0,8353	0,8205	0,0148
331,98	1,4159	1,4123	0,0037	0,9823	0,9712	0,0110
329,09	1,4826	1,4819	0,0007	1,1056	1,0991	0,0065
326,20	1,5158	1,5164	0,0006	1,2037	1,2014	0,0023
323,32	1,5241	1,5246	0,0004	1,2774	1,2786	0,0012
320,43	1,5150	1,5140	0,0010	1,3291	1,3327	0,0035
317,54	1,4944	1,4912	0,0032	1,3620	1,3665	0,0045
314,66	1,4671	1,4612	0,0059	1,3794	1,3839	0,0045
311,77	1,4369	1,4283	0,0086	1,3847	1,3883	0,0036
308,88	1,4063	1,3952	0,0111	1,3812	1,3832	0,0020
306,00	1,3770	1,3640	0,0131	1,3713	1,3714	0,0000
303,11	1,3500	1,3355	0,0145	1,3574	1,3554	0,0020
300,22	1,3258	1,3106	0,0152	1,3412	1,3373	0,0039
297,34	1,3045	1,2890	0,0155	1,3240	1,3185	0,0055
294,45	1,2859	1,2707	0,0152	1,3066	1,3000	0,0066
291,56	1,2697	1,2551	0,0147	1,2897	1,2823	0,0074
288,68	1,2556	1,2418	0,0138	1,2736	1,2659	0,0078
285,79	1,2432	1,2303	0,0129	1,2585	1,2508	0,0078
282,90	1,2320	1,2200	0,0120	1,2445	1,2370	0,0075
280,01	1,2217	1,2107	0,0110	1,2314	1,2244	0,0070
277,13	1,2120	1,2017	0,0103	1,2192	1,2128	0,0064
274,24	1,2026	1,1930	0,0096	1,2077	1,2019	0,0058
271,35	1,1935	1,1843	0,0092	1,1967	1,1916	0,0052
268,47	1,1843	1,1755	0,0089	1,1861	1,1817	0,0045
265,58	1,1751	1,1664	0,0088	1,1759	1,1719	0,0040
262,69	1,1658	1,1571	0,0087	1,1658	1,1623	0,0035
259,81	1,1562	1,1476	0,0087	1,1558	1,1526	0,0032

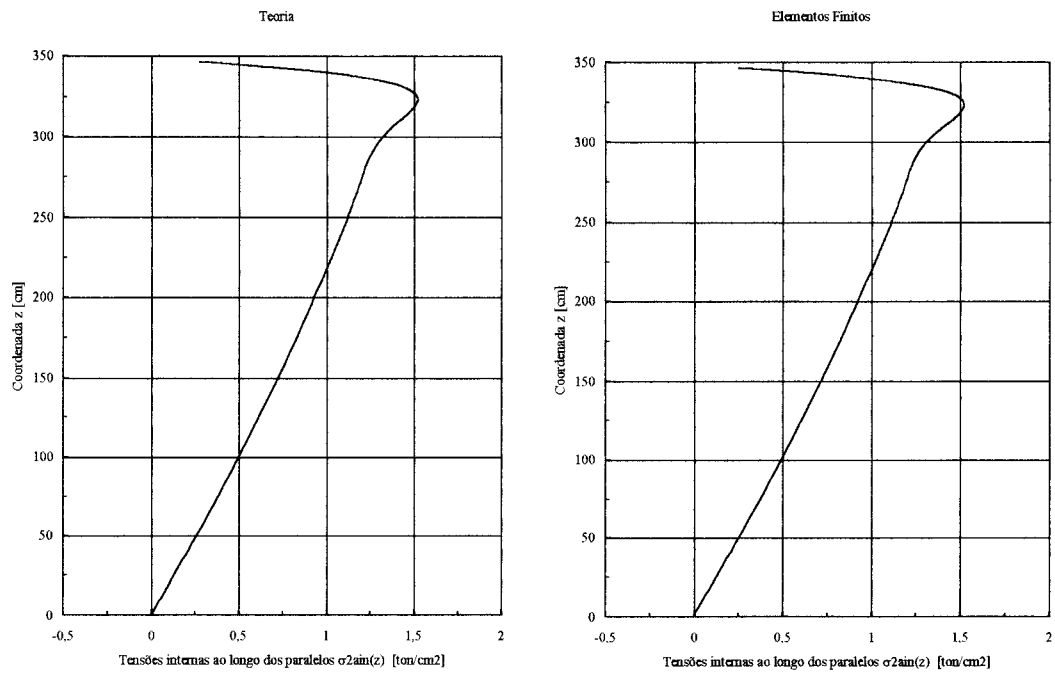


FIGURA 65 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos paralelos da superfície interna $\sigma_{2ain}(z)$ da casca cônica

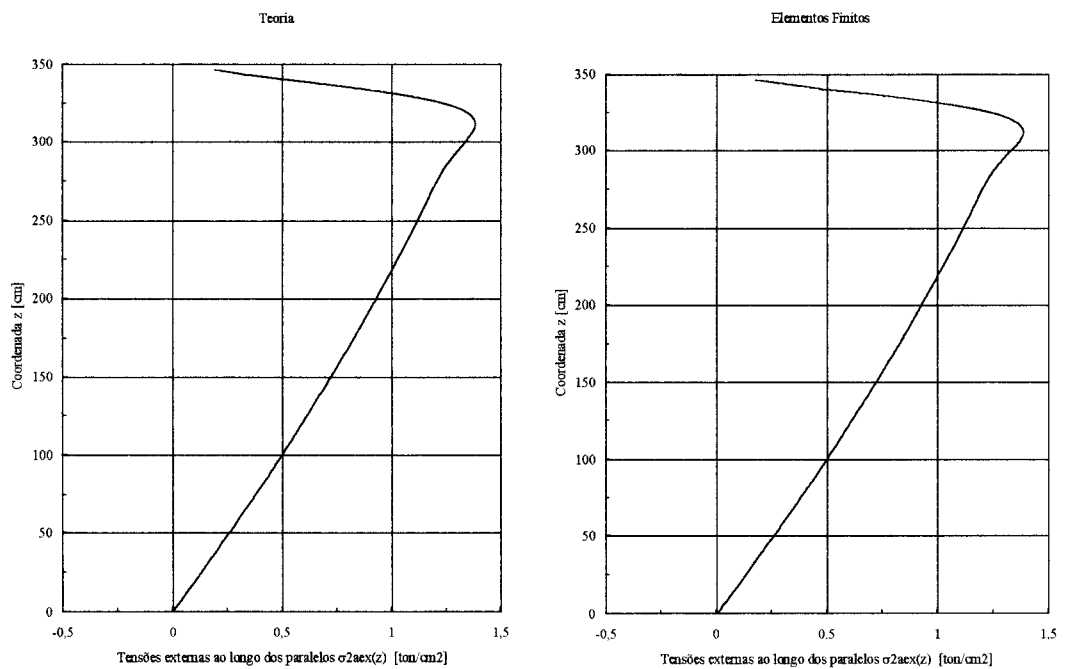


FIGURA 66 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos paralelos da superfície externa $\sigma_{2aex}(z)$ da casca cônica

Observar, nos gráficos abaixo, que as tensões teóricas ao longo dos meridianos e paralelos da casca cônica, como para borda engastada, possuem seus valores praticamente coincidentes com as tensões de membrana para a região abaixo de $z = H - \lambda z = 261,18$ [cm].

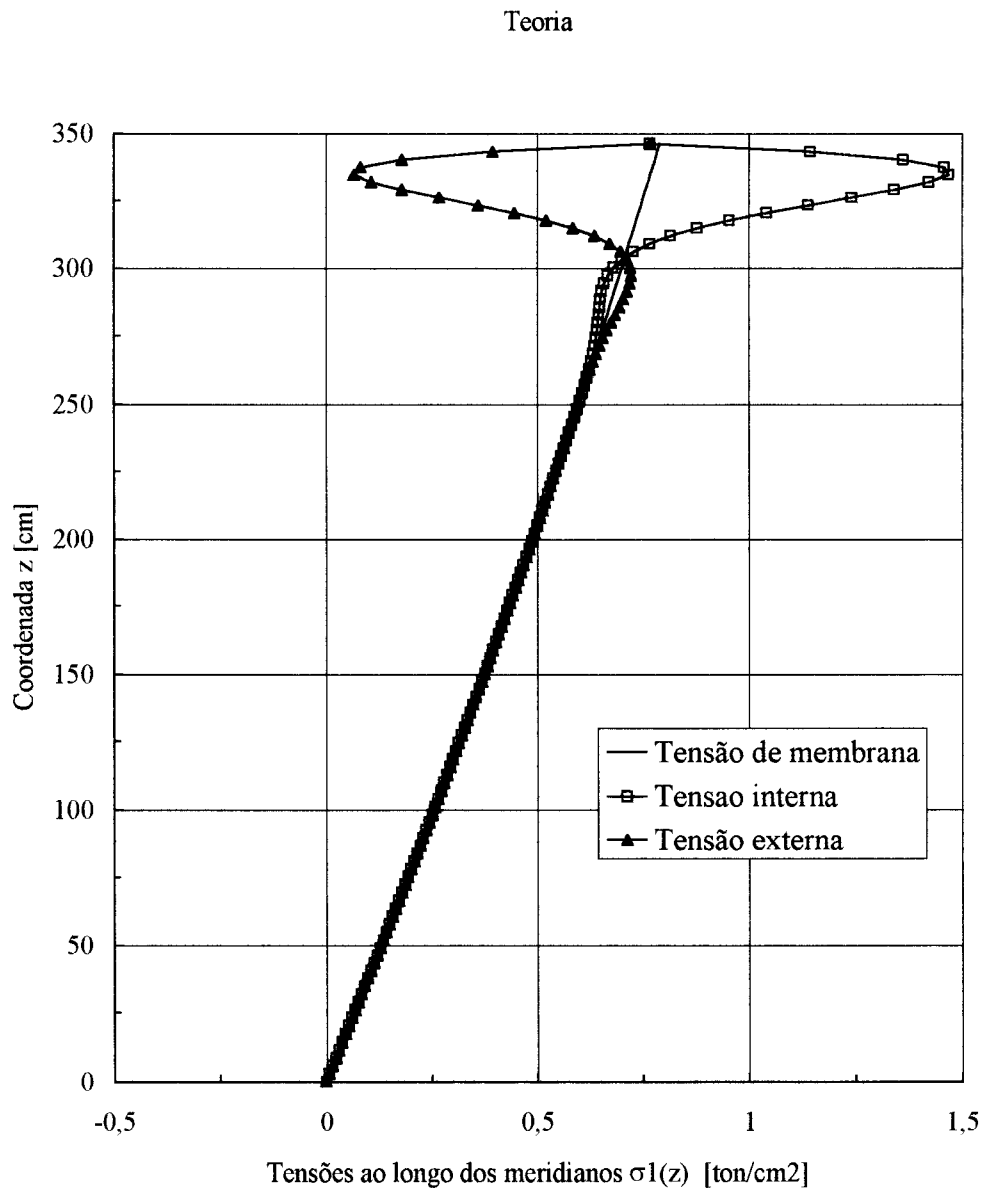


FIGURA 67 - Gráfico comparativo para os valores das tensões ao longo dos meridianos da casca cônica : $\sigma_{1m}(z)$, $\sigma_{1in}(z)$ e $\sigma_{1ex}(z)$

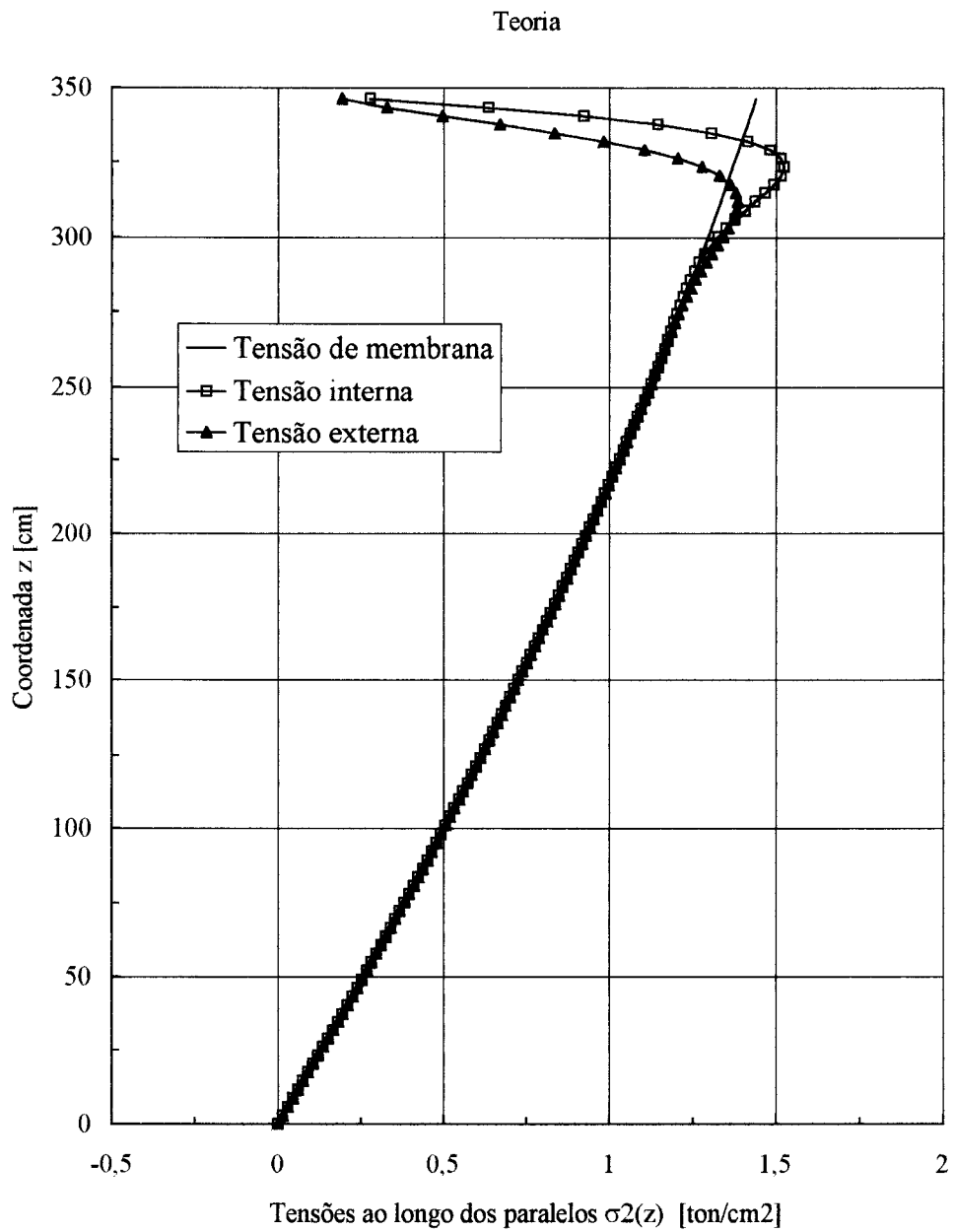


FIGURA 68 - Gráfico comparativo para os valores das tensões ao longo dos paralelos da casca cônica : $\sigma_{2m}(z)$, $\sigma_{2ain}(z)$ e $\sigma_{2aex}(z)$

5.4 CALCULANDO E OBTENDO RESULTADOS PARA A CASCA CÔNICA INCLINAÇÃO $\theta_r=45^\circ$ COM A HORIZONTAL

Através das equações teóricas do capítulo 2 para casca cônica, e com os dados abaixo :

E	ν	γ	θ_r	α_r	D	r
[ton/cm ²]	(Aço)	[ton/cm ³]	[graus]	[graus]	[cm]	[cm]
2100	0,3	1,00E-06	45	45	1200	600

R	H	h	t
[cm]	[cm]	[cm]	[cm]
848,53	600	1200	1

Encontram-se :

β	B	α	ξ_h	ξ_m	ϕ_h	ϕ_m
[ton/cm ³]	[ton/cm]	[cm ⁻¹]	[cm ² /ton]	[cm/ton]	[cm/ton]	[ton ⁻¹]
0,0029	192,3077	0,0441	15,1294	0,9442	0,9442	0,1178

Mce	Hce	Hca
[ton.cm/cm]	[ton/cm]	[ton/cm]
0,2467	-0,0313	-0,0159

E para o comprimento ao longo do meridiano da casca necessário para o amortecimento das tensões de flexão causadas pela "perturbação de borda" medido a partir do vínculo :

$$-\lambda_{cone} = 143,74 \text{ [cm]}$$

Na vertical chamou-se este valor de λz que é igual a $\lambda_{\text{conc.}} \cdot \text{sen}\theta r = 101,64$ [cm], e portanto a tabela de valores para a casca cônica deveria ser apresentada das coordenadas "z" igual a $H - \lambda z = 498,36$ até $H = 600$. Adotou-se de 495 até 600 [cm].

5.4.1 CASCA CÔNICA COM BORDA SUPERIOR ENGASTADA

Para os deslocamentos radiais e rotações ao longo do meridiano da superfície média da casca cônica encontrou-se :

TABELA 19 - Valores dos deslocamentos radiais $\xi e(z)$ e rotações $\phi e(z)$

z [cm]	$\xi e(z)$ [cm]			$\phi e(z)$ [radianos]		
	Teoria	Elementos Finitos	Diferença	Teoria	Elementos Finitos	Diferença
600,00	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
595,00	0,0176	0,0173	0,0003	-0,0065	-0,0066	0,0001
590,00	0,0569	0,0568	0,0001	-0,0090	-0,0091	0,0001
585,00	0,1019	0,1024	0,0005	-0,0090	-0,0091	0,0002
580,00	0,1431	0,1441	0,0010	-0,0076	-0,0077	0,0001
575,00	0,1760	0,1773	0,0013	-0,0057	-0,0058	0,0000
570,00	0,1993	0,2006	0,0013	-0,0039	-0,0038	0,0000
565,00	0,2137	0,2147	0,0009	-0,0022	-0,0021	0,0001
560,00	0,2209	0,2213	0,0004	-0,0010	-0,0009	0,0001
555,00	0,2228	0,2226	0,0002	-0,0001	0,0000	0,0001
550,00	0,2212	0,2204	0,0008	0,0004	0,0006	0,0001
545,00	0,2175	0,2162	0,0013	0,0007	0,0008	0,0001
540,00	0,2128	0,2112	0,0016	0,0009	0,0009	0,0000
535,00	0,2078	0,2060	0,0018	0,0009	0,0009	0,0000
530,00	0,2030	0,2012	0,0018	0,0008	0,0008	0,0000
525,00	0,1985	0,1968	0,0017	0,0007	0,0007	0,0000
520,00	0,1945	0,1929	0,0015	0,0007	0,0006	0,0000
515,00	0,1908	0,1894	0,0013	0,0006	0,0005	0,0000
510,00	0,1874	0,1863	0,0012	0,0005	0,0005	0,0000
505,00	0,1843	0,1833	0,0010	0,0005	0,0005	0,0000
500,00	0,1814	0,1805	0,0009	0,0005	0,0004	0,0000
495,00	0,1785	0,1777	0,0008	0,0004	0,0004	0,0000

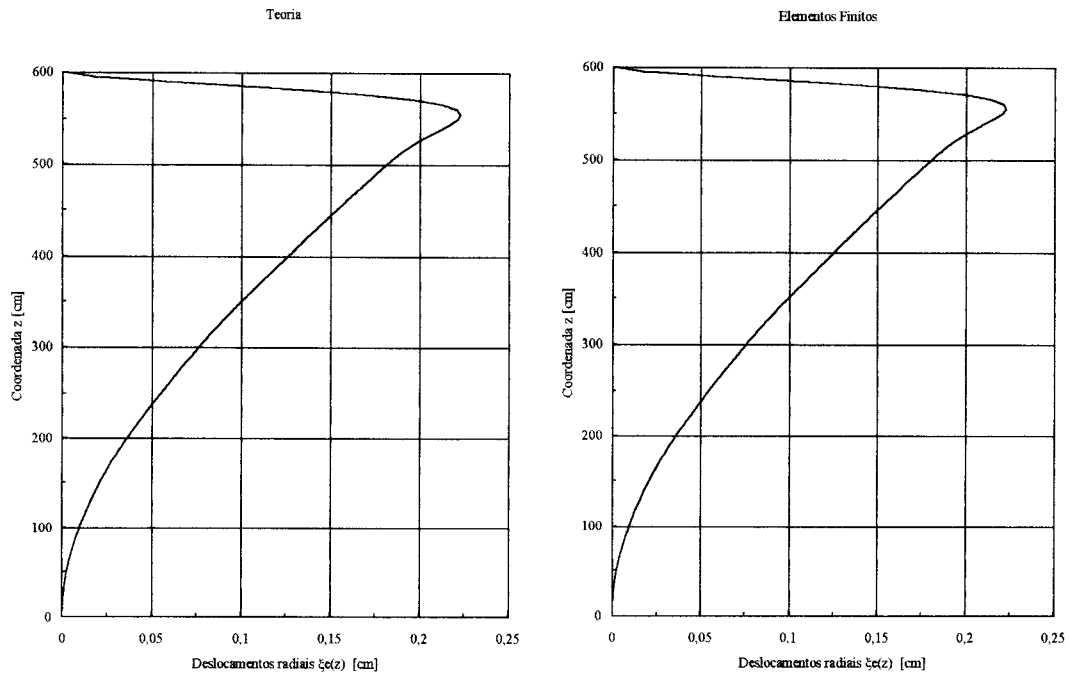


FIGURA 69 - Gráficos para os valores dos deslocamentos radiais $\xi_e(z)$ ao longo do meridiano da superfície média da casca cônica

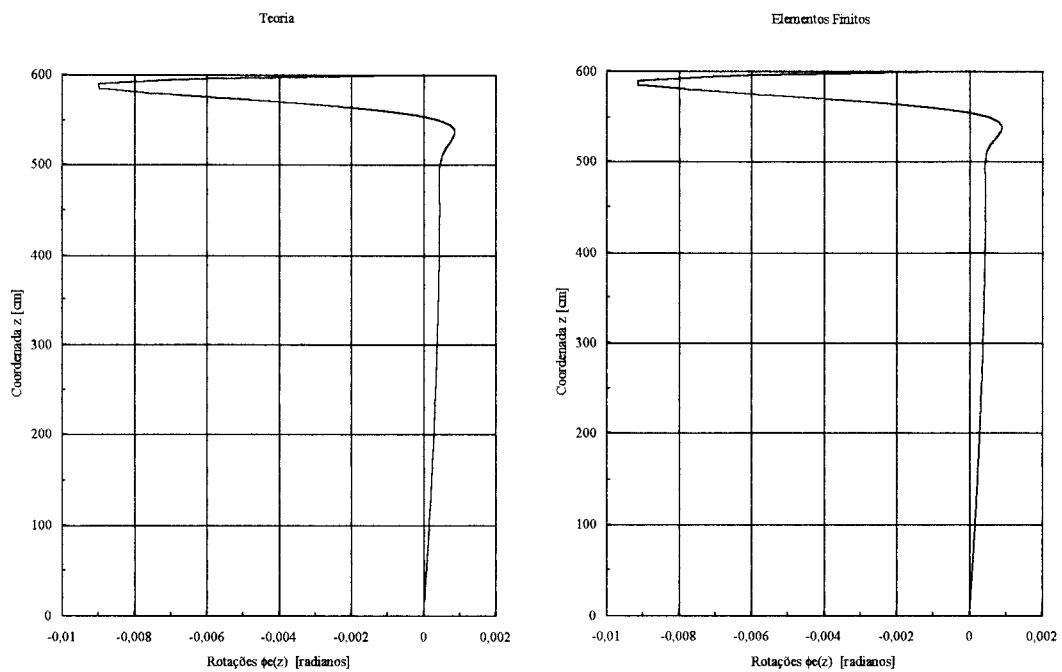


FIGURA 70 - Gráficos para os valores das rotações $\phi_e(z)$ ao longo do meridiano da superfície média da casca cônica

Lembrando que a coluna "Diferença", da tabela, apresenta os valores das diferenças absolutas entre os parâmetros obtidos pelas equações da teoria aproximada e os obtidos pelo cálculo através do método dos elementos finitos.

Os momentos solicitantes ao longo dos paralelos e dos meridianos da superfície média da casca cônica e suas correspondentes diferenças absolutas foram :

TABELA 20 - Valores dos momentos ao longo dos paralelos

M1e(z) e dos meridianos M2e(z)

z [cm]	M1e(z) [ton.cm/cm]		Diferença	M2e(z) [ton.cm/cm]		Diferença
	Teoria	Elementos Finitos		Teoria	Elementos Finitos	
600,00	0,2467	0,2440	0,0027	0,0739	0,0732	0,0007
595,00	0,1147	0,1126	0,0021	0,0328	0,0324	0,0004
590,00	0,0277	0,0250	0,0027	0,0062	0,0056	0,0006
585,00	-0,0229	-0,0264	0,0035	-0,0090	-0,0098	0,0008
580,00	-0,0468	-0,0505	0,0038	-0,0159	-0,0168	0,0009
575,00	-0,0529	-0,0563	0,0034	-0,0173	-0,0181	0,0009
570,00	-0,0486	-0,0512	0,0026	-0,0156	-0,0162	0,0006
565,00	-0,0394	-0,0409	0,0015	-0,0124	-0,0127	0,0003
560,00	-0,0288	-0,0293	0,0004	-0,0090	-0,0090	0,0000
555,00	-0,0191	-0,0187	0,0004	-0,0058	-0,0056	0,0003
550,00	-0,0111	-0,0102	0,0009	-0,0033	-0,0029	0,0004
545,00	-0,0053	-0,0041	0,0012	-0,0015	-0,0010	0,0005
540,00	-0,0014	-0,0002	0,0012	-0,0003	0,0001	0,0005
535,00	0,0009	0,0019	0,0010	0,0004	0,0008	0,0004
530,00	0,0020	0,0027	0,0007	0,0007	0,0010	0,0003
525,00	0,0023	0,0027	0,0004	0,0007	0,0010	0,0002
520,00	0,0021	0,0023	0,0002	0,0007	0,0008	0,0002
515,00	0,0017	0,0017	0,0000	0,0005	0,0006	0,0001
510,00	0,0013	0,0011	0,0001	0,0004	0,0005	0,0001
505,00	0,0009	0,0007	0,0002	0,0003	0,0003	0,0001
500,00	0,0005	0,0003	0,0002	0,0002	0,0002	0,0001
495,00	0,0002	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001

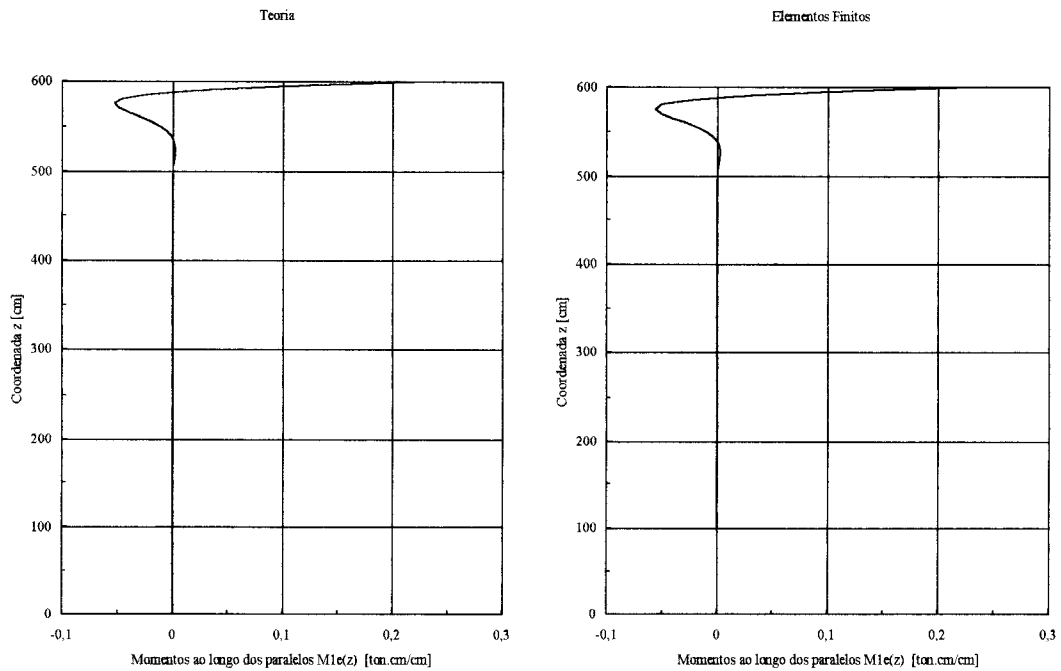


FIGURA 71 - Gráficos para os valores dos momentos ao longo dos paralelos $M1e(z)$ da superfície média da casca cônica

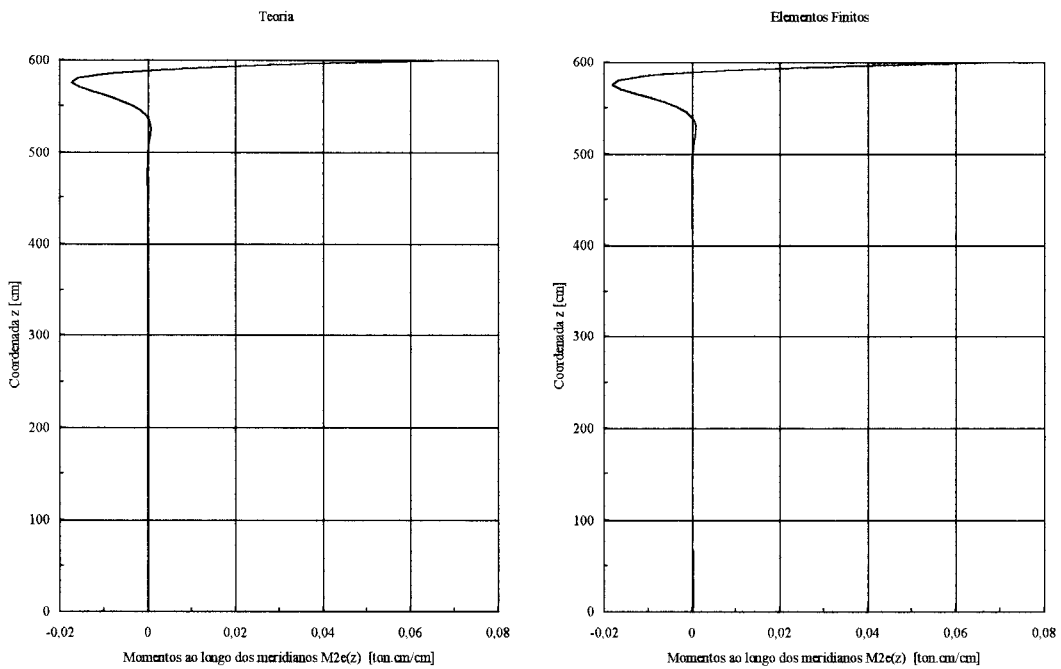


FIGURA 72 - Gráficos para os valores dos momentos ao longo dos meridianos $M2e(z)$ da superfície média da casca cônica

Para as tensões atuantes ao longo dos meridianos da superfície interna e externa da casca cônica obteve-se :

TABELA 21 - Valores para as tensões ao longo dos meridianos da superfície interna $\sigma_{1ein}(z)$ e externa $\sigma_{1eex}(z)$ da casca

z [cm]	$\sigma_{1ein}(z)$ [ton/cm ²]			$\sigma_{1eex}(z)$ [ton/cm ²]		
	Teoria	Elementos Finitos	Diferença	Teoria	Elementos Finitos	Diferença
600,00	-0,9081	-0,9031	0,0050	2,0519	2,0246	0,0273
595,00	-0,1132	-0,1102	0,0029	1,2634	1,2414	0,0220
590,00	0,4114	0,4226	0,0113	0,7433	0,7223	0,0210
585,00	0,7157	0,7346	0,0189	0,4407	0,4180	0,0227
580,00	0,8582	0,8806	0,0223	0,2972	0,2743	0,0229
575,00	0,8932	0,9140	0,0209	0,2589	0,2387	0,0202
570,00	0,8649	0,8807	0,0158	0,2818	0,2667	0,0151
565,00	0,8064	0,8153	0,0089	0,3338	0,3248	0,0091
560,00	0,7394	0,7414	0,0020	0,3934	0,3901	0,0033
555,00	0,6769	0,6733	0,0036	0,4480	0,4492	0,0012
550,00	0,6252	0,6178	0,0074	0,4917	0,4957	0,0040
545,00	0,5860	0,5769	0,0091	0,5226	0,5277	0,0051
540,00	0,5587	0,5494	0,0093	0,5419	0,5466	0,0047
535,00	0,5409	0,5327	0,0083	0,5515	0,5550	0,0035
530,00	0,5304	0,5237	0,0067	0,5541	0,5559	0,0018
525,00	0,5246	0,5196	0,0050	0,5520	0,5521	0,0001
520,00	0,5216	0,5182	0,0035	0,5471	0,5457	0,0014
515,00	0,5200	0,5177	0,0023	0,5408	0,5383	0,0024
510,00	0,5188	0,5172	0,0015	0,5341	0,5310	0,0031
505,00	0,5174	0,5162	0,0012	0,5276	0,5243	0,0033
500,00	0,5155	0,5144	0,0011	0,5215	0,5182	0,0033
495,00	0,5130	0,5117	0,0013	0,5160	0,5129	0,0031

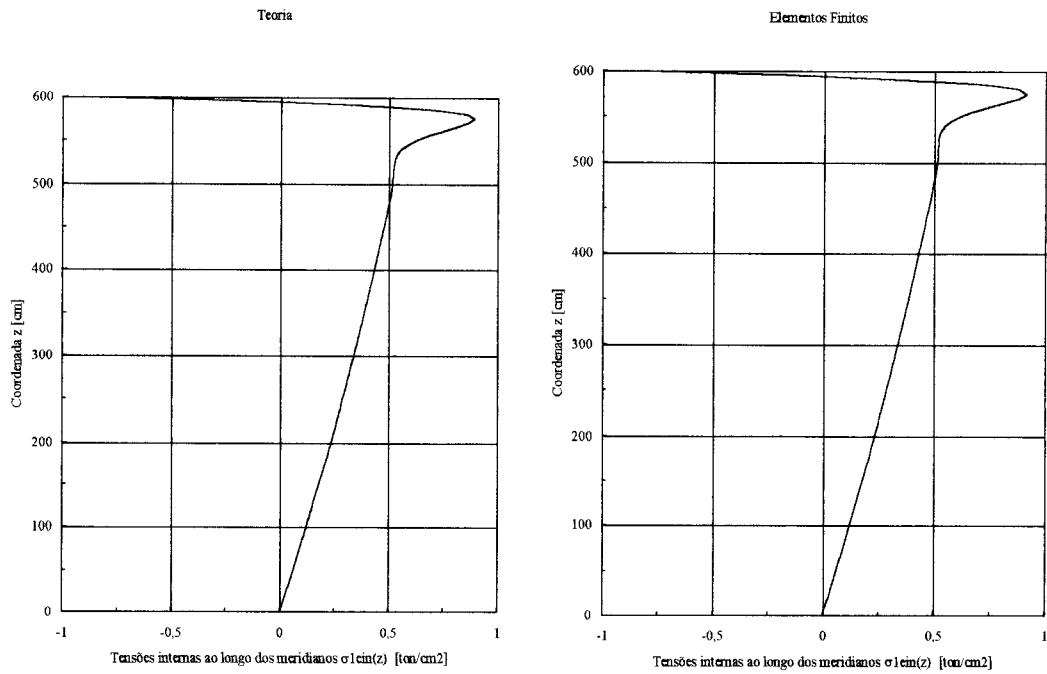


FIGURA 73 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos meridianos da superfície interna $\sigma_{1in}(z)$ da casca cônica

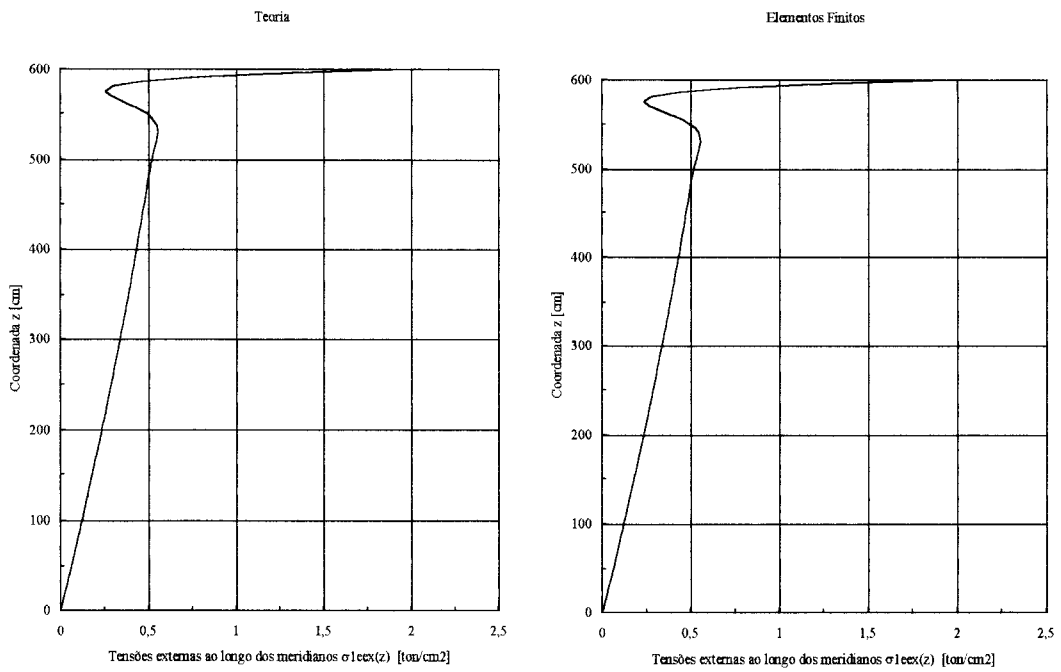


FIGURA 74 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos meridianos da superfície externa $\sigma_{1ex}(z)$ da casca cônica

E finalmente para as tensões atuantes ao longo dos paralelos da superfície interna e externa da casca cônica encontrou-se :

TABELA 22 - Valores para as tensões ao longo dos paralelos da superfície interna $\sigma_{2ein}(z)$ e externa $\sigma_{2eex}(z)$ da casca

z [cm]	$\sigma_{2ein}(z)$ [ton/cm ²]			$\sigma_{2eex}(z)$ [ton/cm ²]		
	Teoria	Elementos Finitos	Diferença	Teoria	Elementos Finitos	Diferença
600,00	-0,2652	-0,2709	0,0057	0,6216	0,6074	0,0142
595,00	0,0486	0,0361	0,0125	0,4426	0,4252	0,0174
590,00	0,3522	0,3406	0,0116	0,4262	0,4076	0,0186
585,00	0,6065	0,5995	0,0071	0,4984	0,4813	0,0171
580,00	0,7975	0,7958	0,0017	0,6072	0,5942	0,0130
575,00	0,9266	0,9291	0,0025	0,7194	0,7116	0,0079
570,00	1,0035	1,0081	0,0046	0,8168	0,8139	0,0029
565,00	1,0408	1,0453	0,0045	0,8917	0,8925	0,0008
560,00	1,0508	1,0536	0,0028	0,9431	0,9459	0,0028
555,00	1,0441	1,0442	0,0001	0,9739	0,9771	0,0032
550,00	1,0286	1,0260	0,0026	0,9885	0,9909	0,0023
545,00	1,0100	1,0050	0,0050	0,9917	0,9925	0,0007
540,00	0,9915	0,9848	0,0067	0,9876	0,9864	0,0011
535,00	0,9750	0,9673	0,0077	0,9793	0,9765	0,0028
530,00	0,9612	0,9532	0,0080	0,9693	0,9651	0,0041
525,00	0,9500	0,9422	0,0077	0,9589	0,9539	0,0050
520,00	0,9410	0,9337	0,0072	0,9491	0,9437	0,0054
515,00	0,9336	0,9270	0,0066	0,9402	0,9348	0,0054
510,00	0,9275	0,9215	0,0060	0,9322	0,9270	0,0052
505,00	0,9219	0,9165	0,0054	0,9251	0,9203	0,0048
500,00	0,9168	0,9117	0,0051	0,9186	0,9142	0,0044
495,00	0,9117	0,9068	0,0048	0,9125	0,9085	0,0040

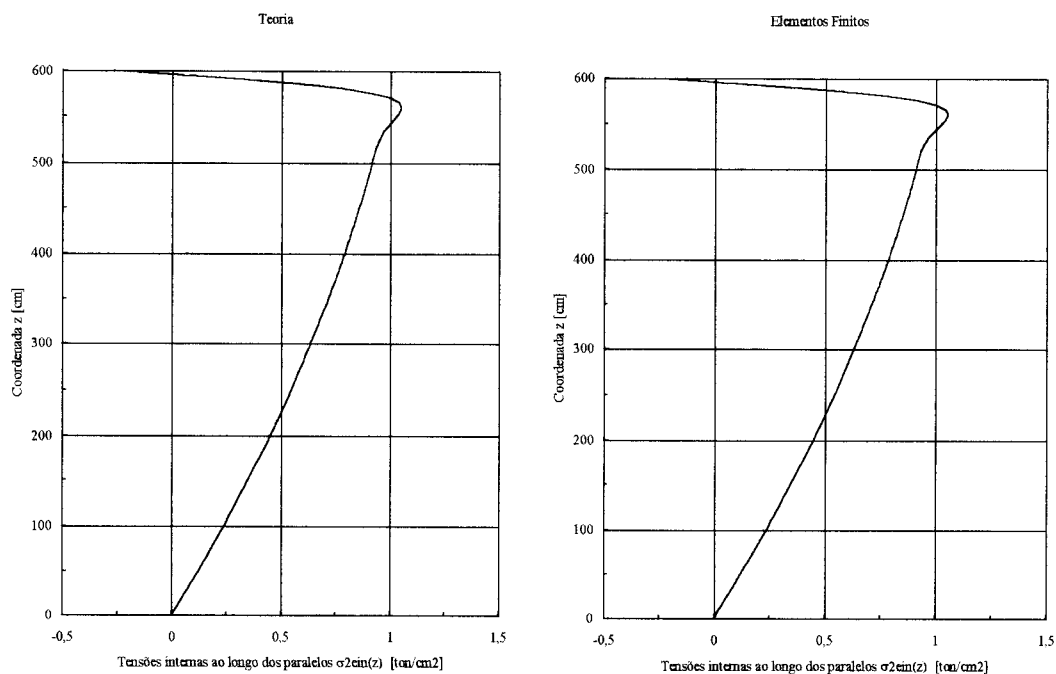


FIGURA 75 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos paralelos da superfície interna $\sigma_{2ein}(z)$ da casca cônica

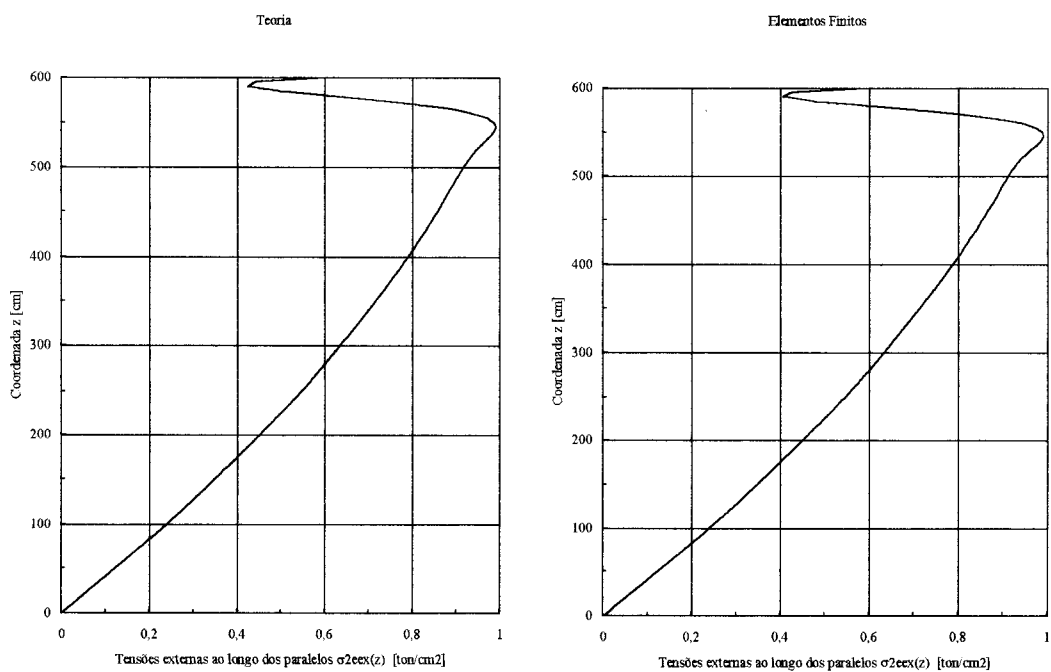


FIGURA 76 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos paralelos da superfície externa $\sigma_{2eex}(z)$ da casca cônica

São apresentados abaixo os valores encontrados para as tensões de membrana atuantes ao longo dos meridianos e dos paralelos da superfície média da casca cônica para comparação :

TABELA 23 - Valores para as tensões teóricas de membrana ao longo dos meridianos $\sigma_{1m}(z)$ e paralelos $\sigma_{2m}(z)$ da superfície média da casca

z [cm]	$\sigma_{1m}(z)$ [ton/cm ²]	$\sigma_{2m}(z)$ [ton/cm ²]	z [cm]	$\sigma_{1m}(z)$ [ton/cm ²]	$\sigma_{2m}(z)$ [ton/cm ²]
600,00	0,5940	1,0182	545,00	0,5537	0,9673
595,00	0,5904	1,0140	540,00	0,5498	0,9622
590,00	0,5869	1,0096	535,00	0,5460	0,9571
585,00	0,5833	1,0052	530,00	0,5422	0,9519
580,00	0,5796	1,0007	525,00	0,5383	0,9466
575,00	0,5760	0,9961	520,00	0,5344	0,9413
570,00	0,5723	0,9915	515,00	0,5305	0,9359
565,00	0,5686	0,9868	510,00	0,5265	0,9304
560,00	0,5649	0,9820	505,00	0,5225	0,9249
555,00	0,5612	0,9772	500,00	0,5185	0,9192
550,00	0,5574	0,9723	495,00	0,5145	0,9135

Pode-se ver abaixo nos gráficos com as tensões teóricas ao longo dos meridianos e paralelos da casca cônica, que as mesmas possuem seus valores praticamente coincidentes abaixo da região de $z = H - \lambda z = 498,36$ [cm].

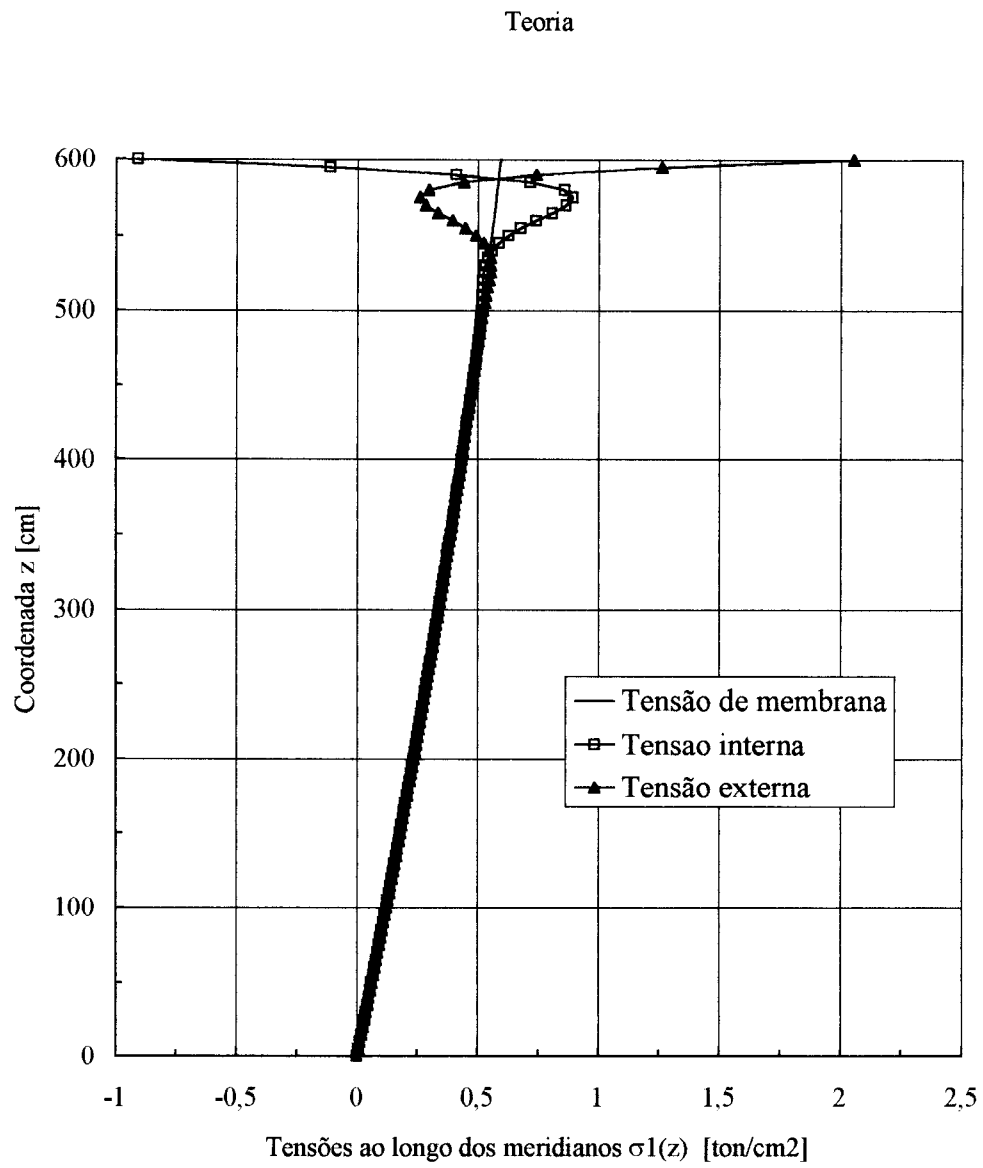


FIGURA 77 - Gráfico comparativo para os valores das tensões ao longo dos meridianos da casca cônica : $\sigma_{1m}(z)$, $\sigma_{1in}(z)$ e $\sigma_{1ex}(z)$

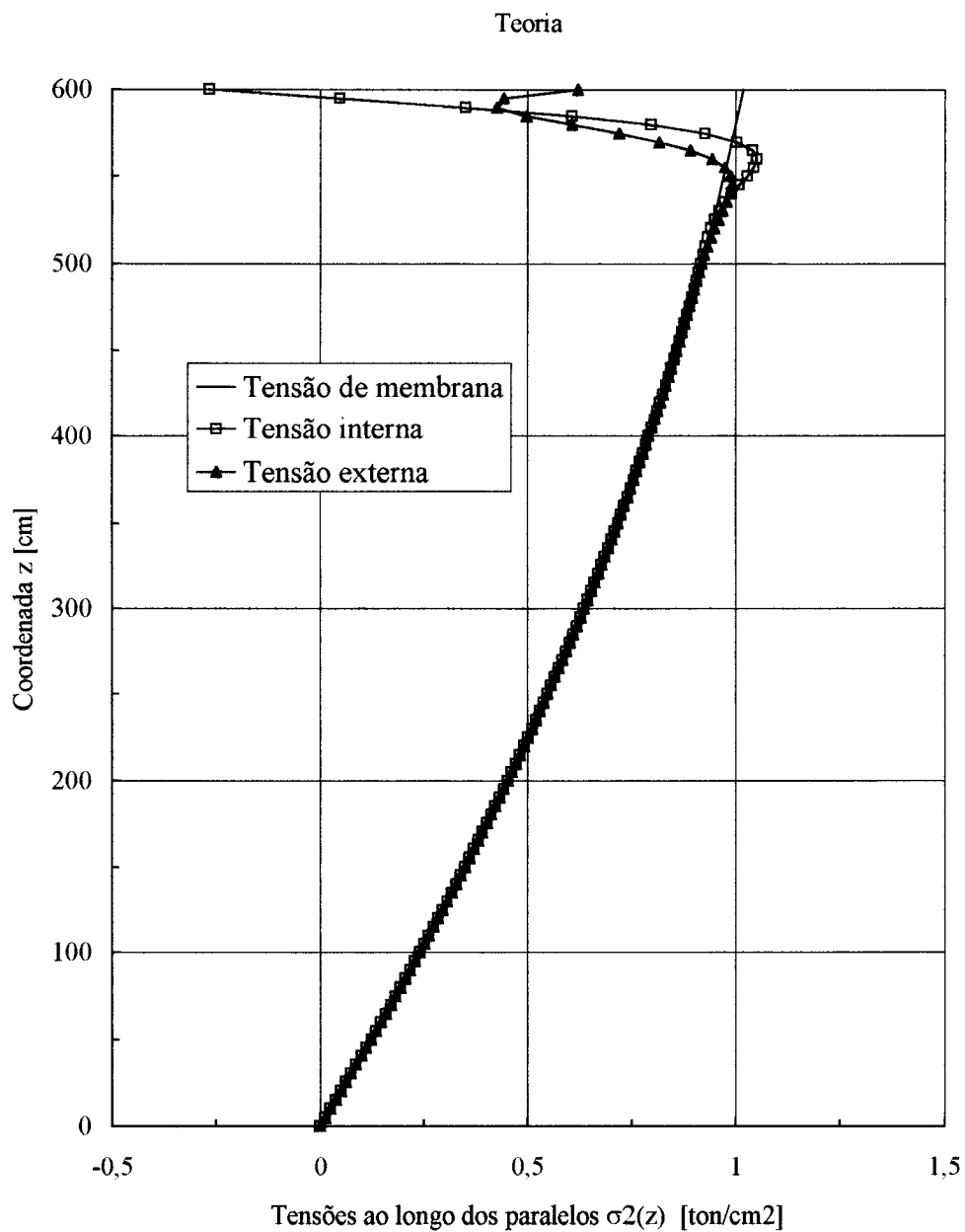


FIGURA 78 - Gráfico comparativo para os valores das tensões ao longo dos paralelos da casca cônica : $\sigma^2_m(z)$, $\sigma^2_{ein}(z)$ e $\sigma^2_{eex}(z)$

5.4.2 CASCA CÔNICA COM BORDA SUPERIOR APOIADA FIXA

Para os deslocamentos radiais e rotações ao longo do meridiano da superfície média da casca cônica encontrou-se :

TABELA 24 - Valores dos deslocamentos radiais $\xi_a(z)$ e rotações $\phi_a(z)$

z [cm]	$\xi_a(z)$ [cm]		Diferença	$\phi_a(z)$ [radianos]		Diferença
	Teoria	Elementos Finitos		Teoria	Elementos Finitos	
600,00	0,0000	0,0000	0,0000	-0,0145	-0,0144	0,0001
595,00	0,0699	0,0693	0,0006	-0,0134	-0,0134	0,0000
590,00	0,1298	0,1293	0,0005	-0,0108	-0,0108	0,0001
585,00	0,1755	0,1752	0,0002	-0,0078	-0,0078	0,0001
580,00	0,2065	0,2065	0,0000	-0,0050	-0,0050	0,0000
575,00	0,2249	0,2248	0,0001	-0,0027	-0,0027	0,0000
570,00	0,2335	0,2332	0,0003	-0,0011	-0,0010	0,0001
565,00	0,2352	0,2344	0,0007	0,0000	0,0001	0,0001
560,00	0,2325	0,2313	0,0011	0,0007	0,0008	0,0001
555,00	0,2274	0,2259	0,0015	0,0010	0,0011	0,0001
550,00	0,2214	0,2197	0,0017	0,0011	0,0011	0,0000
545,00	0,2154	0,2135	0,0019	0,0011	0,0011	0,0000
540,00	0,2097	0,2079	0,0018	0,0010	0,0009	0,0000
535,00	0,2046	0,2029	0,0017	0,0008	0,0008	0,0000
530,00	0,2002	0,1987	0,0015	0,0007	0,0007	0,0000
525,00	0,1964	0,1950	0,0013	0,0006	0,0006	0,0000
520,00	0,1929	0,1918	0,0012	0,0005	0,0005	0,0000
515,00	0,1898	0,1888	0,0010	0,0005	0,0004	0,0000
510,00	0,1869	0,1860	0,0009	0,0005	0,0004	0,0000
505,00	0,1841	0,1833	0,0008	0,0004	0,0004	0,0000
500,00	0,1814	0,1806	0,0008	0,0004	0,0004	0,0000
495,00	0,1786	0,1779	0,0008	0,0004	0,0004	0,0000

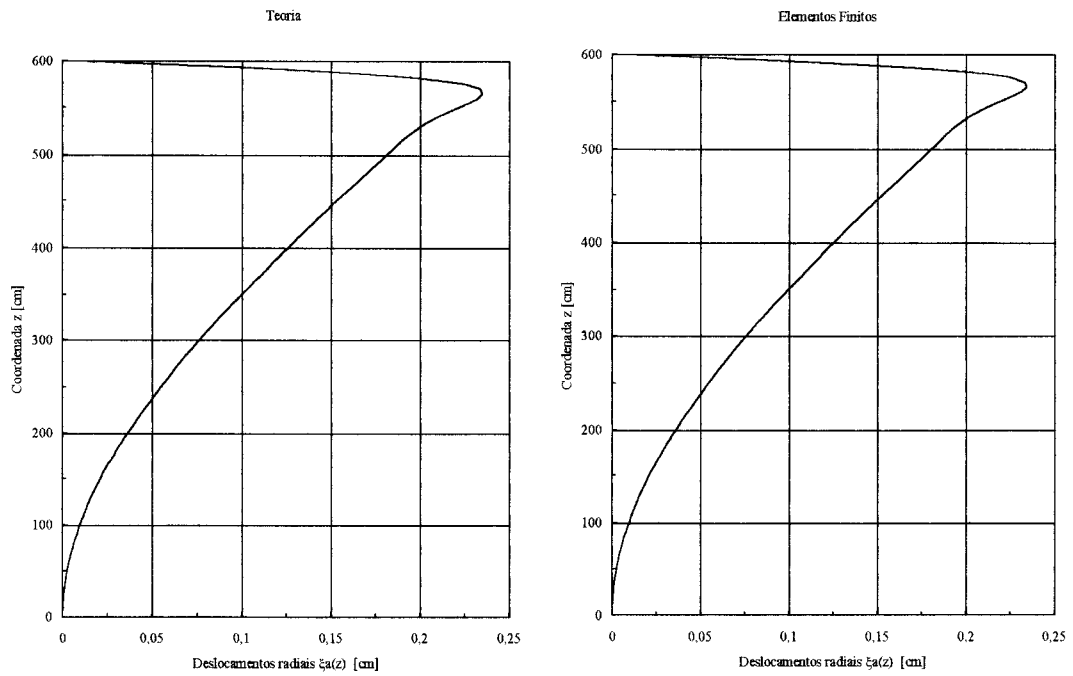


FIGURA 79 - Gráficos para os valores dos deslocamentos radiais $\xi_a(z)$ ao longo do meridiano da superfície média da casca cônica

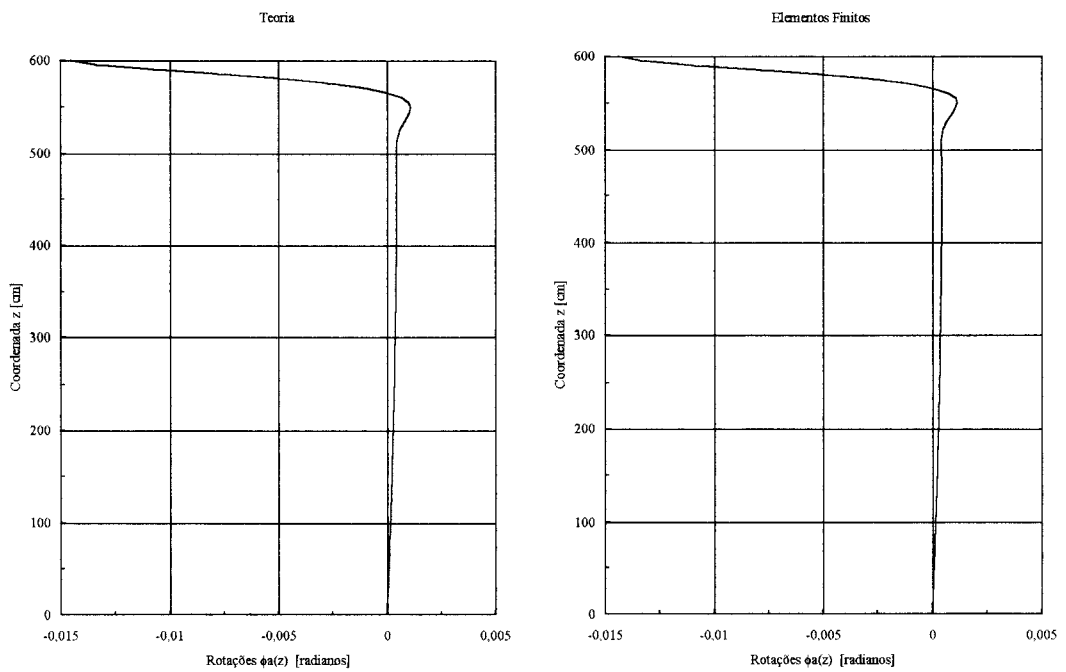


FIGURA 80 - Gráficos para os valores das rotações $\phi_a(z)$ ao longo do meridiano da superfície média da casca cônica

Os momentos solicitantes ao longo dos paralelos e dos meridianos da superfície média da casca cônica e suas correspondentes diferenças absolutas foram :

TABELA 25 - Valores dos momentos ao longo dos paralelos
M1a(z) e dos meridianos M2a(z)

z [cm]	M1a(z) [ton.cm/cm]			M2a(z) [ton.cm/cm]		
	Teoria	Elementos Finitos	Diferença	Teoria	Elementos Finitos	Diferença
600,00	0,0000	0,0003	0,0003	-0,0034	-0,0029	0,0005
595,00	-0,0571	-0,0581	0,0010	-0,0203	-0,0202	0,0001
590,00	-0,0796	-0,0816	0,0020	-0,0264	-0,0267	0,0003
585,00	-0,0803	-0,0827	0,0024	-0,0259	-0,0265	0,0005
580,00	-0,0692	-0,0714	0,0022	-0,0220	-0,0225	0,0005
575,00	-0,0534	-0,0549	0,0015	-0,0167	-0,0171	0,0003
570,00	-0,0373	-0,0380	0,0006	-0,0115	-0,0116	0,0001
565,00	-0,0234	-0,0232	0,0002	-0,0071	-0,0069	0,0002
560,00	-0,0126	-0,0119	0,0007	-0,0037	-0,0034	0,0003
555,00	-0,0050	-0,0040	0,0010	-0,0014	-0,0010	0,0004
550,00	-0,0002	0,0008	0,0011	0,0001	0,0005	0,0004
545,00	0,0024	0,0033	0,0009	0,0008	0,0012	0,0004
540,00	0,0034	0,0041	0,0007	0,0011	0,0014	0,0003
535,00	0,0035	0,0039	0,0004	0,0011	0,0014	0,0002
530,00	0,0030	0,0032	0,0002	0,0010	0,0011	0,0001
525,00	0,0024	0,0023	0,0000	0,0007	0,0008	0,0001
520,00	0,0017	0,0015	0,0002	0,0005	0,0006	0,0001
515,00	0,0010	0,0008	0,0002	0,0003	0,0004	0,0000
510,00	0,0006	0,0004	0,0002	0,0002	0,0002	0,0000
505,00	0,0002	0,0001	0,0002	0,0001	0,0001	0,0001
500,00	0,0000	-0,0001	0,0001	0,0000	0,0001	0,0001
495,00	-0,0001	-0,0002	0,0001	0,0000	0,0001	0,0001

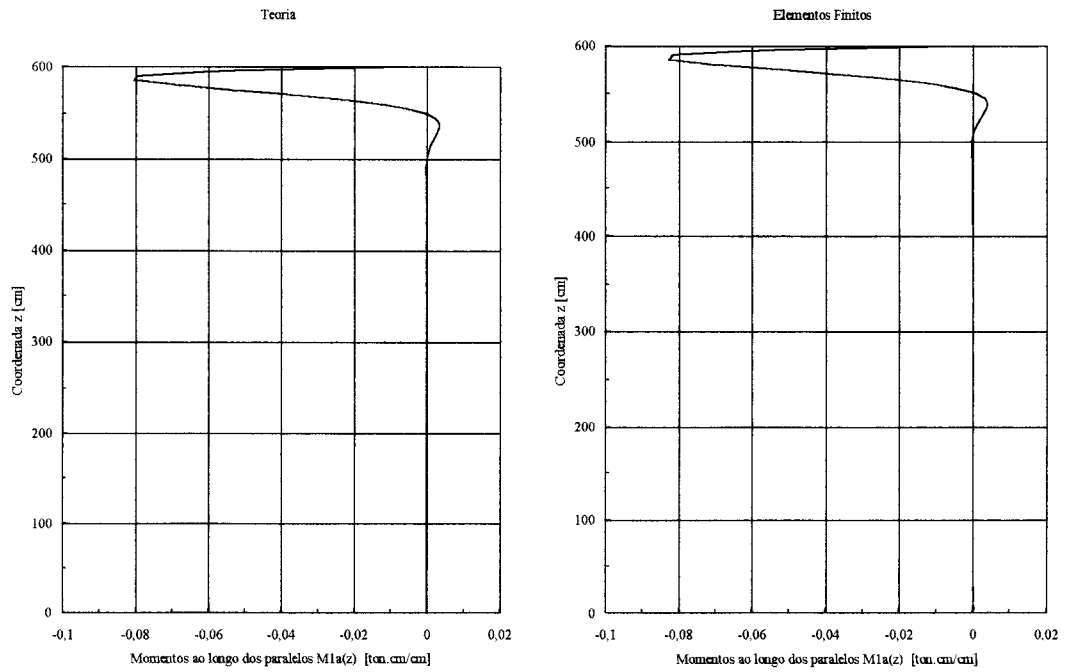


FIGURA 81 - Gráficos para os valores dos momentos ao longo dos paralelos $M1a(z)$ da superfície média da casca cônica

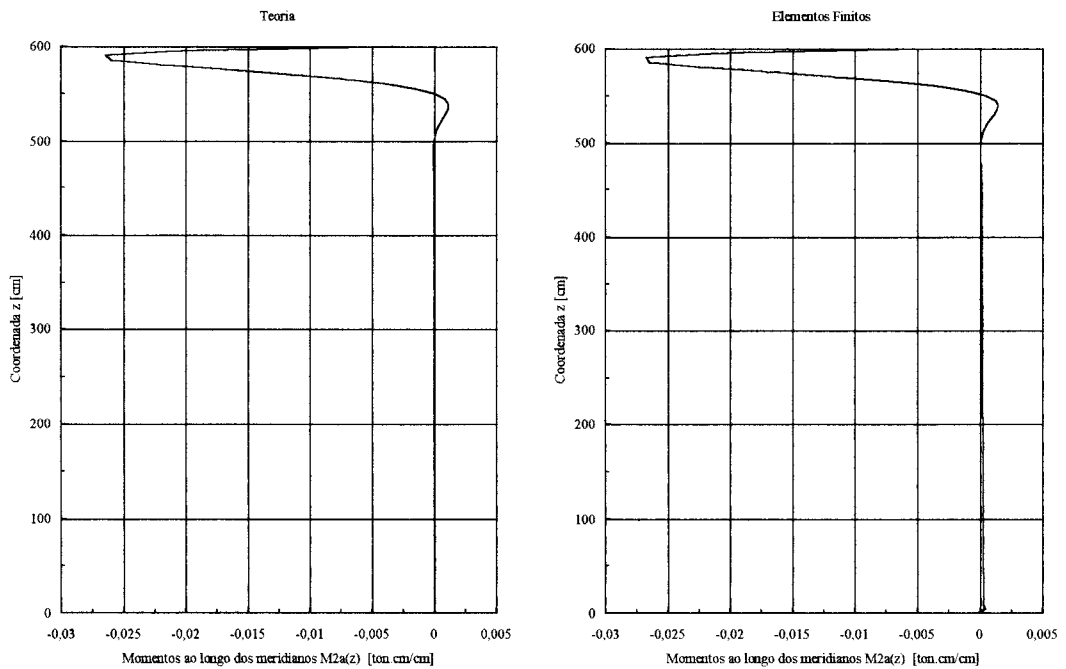


FIGURA 82 - Gráficos para os valores dos momentos ao longo dos meridianos $M2a(z)$ da superfície média da casca cônica

Para as tensões atuantes ao longo dos meridianos da superfície interna e externa da casca cônica obteve-se :

TABELA 26 - Valores para as tensões ao longo dos meridianos da superfície interna $\sigma_{1ain}(z)$ e externa $\sigma_{1aex}(z)$ da casca

z [cm]	$\sigma_{1ain}(z)$ [ton/cm ²]		Diferença	$\sigma_{1aex}(z)$ [ton/cm ²]		Diferença
	Teoria	Elementos Finitos		Teoria	Elementos Finitos	
600,00	0,5828	0,5393	0,0434	0,5828	0,5429	0,0399
595,00	0,9279	0,9331	0,0053	0,2424	0,2359	0,0065
590,00	1,0630	1,0759	0,0129	0,1080	0,0972	0,0108
585,00	1,0658	1,0819	0,0160	0,1025	0,0896	0,0130
580,00	0,9969	1,0113	0,0144	0,1665	0,1545	0,0119
575,00	0,8988	0,9084	0,0097	0,2579	0,2494	0,0085
570,00	0,7985	0,8022	0,0037	0,3505	0,3464	0,0041
565,00	0,7108	0,7089	0,0019	0,4300	0,4300	0,0000
560,00	0,6418	0,6358	0,0060	0,4906	0,4935	0,0028
555,00	0,5922	0,5839	0,0083	0,5320	0,5361	0,0042
550,00	0,5594	0,5505	0,0088	0,5565	0,5606	0,0041
545,00	0,5398	0,5316	0,0081	0,5680	0,5711	0,0031
540,00	0,5295	0,5228	0,0067	0,5704	0,5719	0,0016
535,00	0,5251	0,5200	0,0050	0,5669	0,5668	0,0001
530,00	0,5239	0,5204	0,0035	0,5603	0,5587	0,0016
525,00	0,5240	0,5218	0,0022	0,5523	0,5497	0,0026
520,00	0,5243	0,5229	0,0014	0,5442	0,5410	0,0033
515,00	0,5241	0,5230	0,0011	0,5367	0,5331	0,0035
510,00	0,5230	0,5220	0,0010	0,5299	0,5264	0,0035
505,00	0,5211	0,5199	0,0012	0,5239	0,5207	0,0032
500,00	0,5184	0,5169	0,0015	0,5186	0,5158	0,0029
495,00	0,5151	0,5133	0,0018	0,5139	0,5114	0,0025

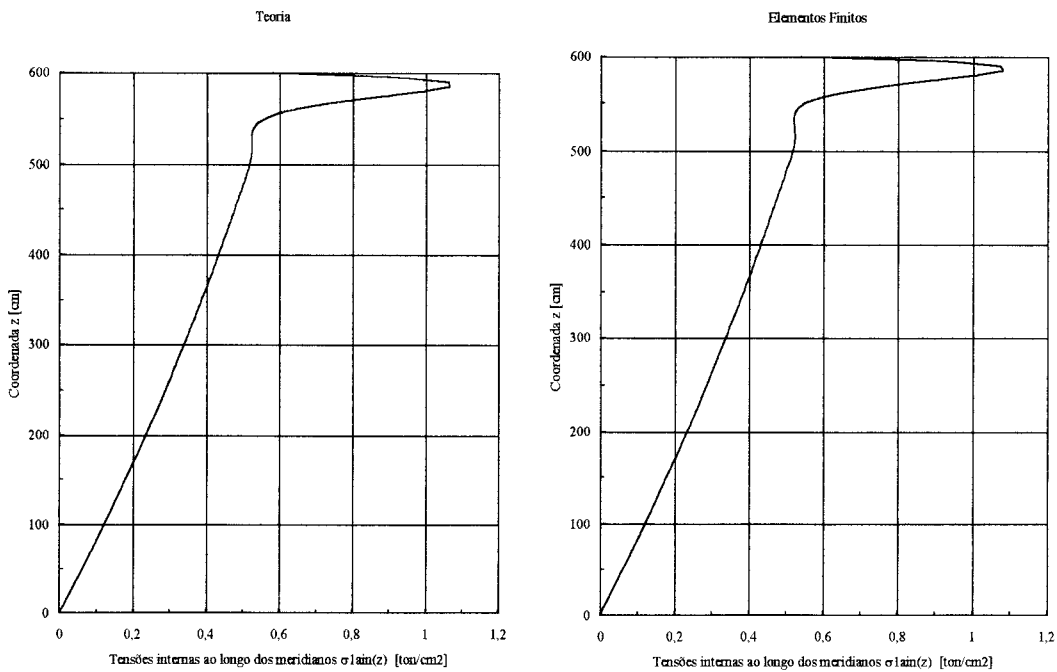


FIGURA 83 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos meridianos da superfície interna $\sigma_{1ain}(z)$ da casca cônica

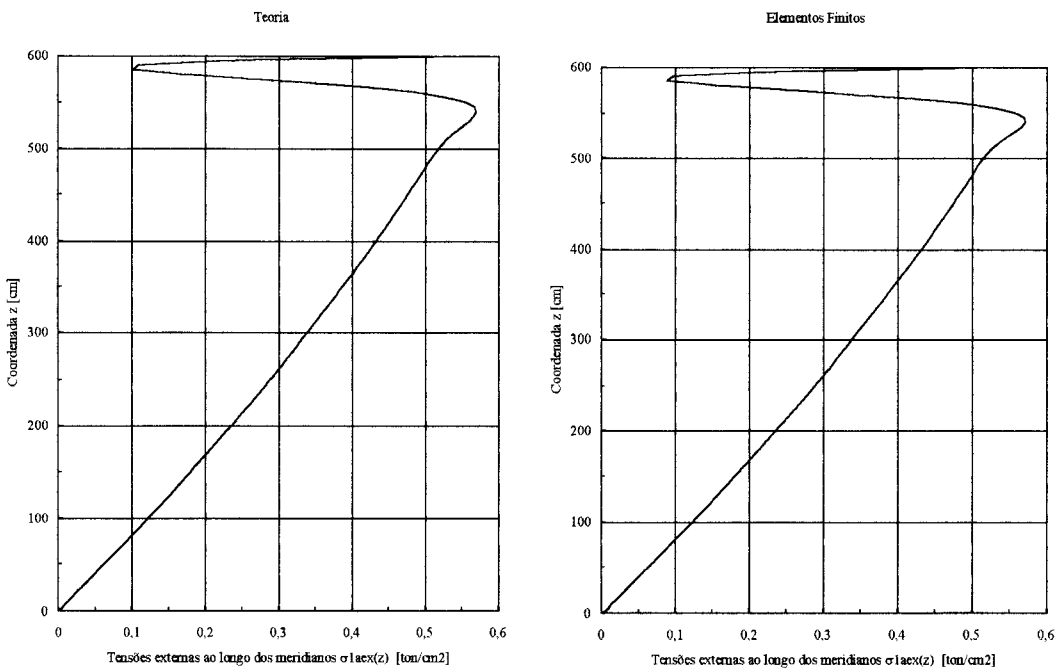


FIGURA 84 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos meridianos da superfície externa $\sigma_{1aex}(z)$ da casca cônica

E, para as tensões atuantes ao longo dos paralelos da superfície interna e externa da casca cônica, encontrou-se :

TABELA 27 - Valores para as tensões ao longo dos paralelos da superfície interna $\sigma_{2ain}(z)$ e externa $\sigma_{2aex}(z)$ da casca

z [cm]	$\sigma_{2ain}(z)$ [ton/cm ²]		Diferença	$\sigma_{2aex}(z)$ [ton/cm ²]		Diferença
	Teoria	Elementos Finitos		Teoria	Elementos Finitos	
600,00	0,1986	0,1796	0,0190	0,1578	0,1451	0,0127
595,00	0,5504	0,5413	0,0091	0,3072	0,2988	0,0084
590,00	0,8029	0,7967	0,0062	0,4859	0,4758	0,0100
585,00	0,9655	0,9635	0,0020	0,6542	0,6460	0,0082
580,00	1,0562	1,0574	0,0012	0,7923	0,7875	0,0047
575,00	1,0947	1,0972	0,0024	0,8938	0,8925	0,0013
570,00	1,0991	1,1010	0,0018	0,9606	0,9616	0,0011
565,00	1,0839	1,0839	0,0000	0,9986	1,0006	0,0020
560,00	1,0597	1,0573	0,0024	1,0150	1,0167	0,0017
555,00	1,0333	1,0286	0,0047	1,0168	1,0172	0,0004
550,00	1,0089	1,0025	0,0064	1,0098	1,0086	0,0012
545,00	0,9882	0,9807	0,0075	0,9983	0,9955	0,0029
540,00	0,9718	0,9639	0,0079	0,9854	0,9812	0,0042
535,00	0,9592	0,9515	0,0078	0,9727	0,9677	0,0051
530,00	0,9497	0,9424	0,0073	0,9613	0,9558	0,0055
525,00	0,9425	0,9358	0,0066	0,9513	0,9458	0,0056
520,00	0,9366	0,9307	0,0060	0,9428	0,9375	0,0053
515,00	0,9316	0,9262	0,0054	0,9355	0,9305	0,0049
510,00	0,9270	0,9220	0,0050	0,9290	0,9245	0,0045
505,00	0,9224	0,9176	0,0048	0,9232	0,9190	0,0041
500,00	0,9176	0,9129	0,0047	0,9176	0,9138	0,0038
495,00	0,9126	0,9079	0,0047	0,9122	0,9086	0,0035

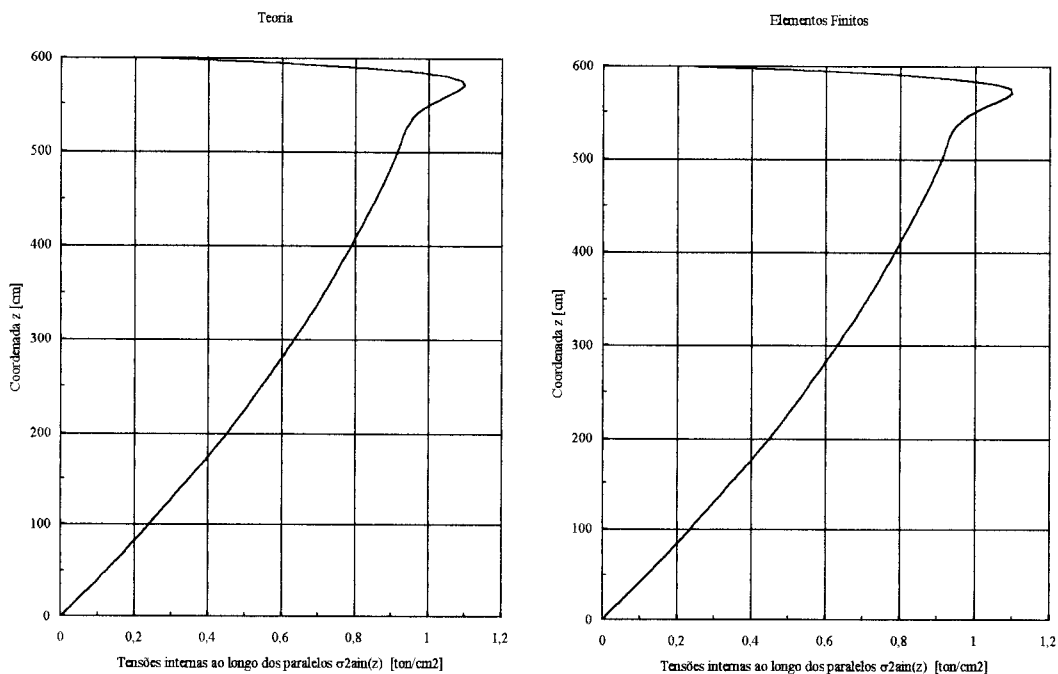


FIGURA 85 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos paralelos da superfície interna $\sigma_{2ain}(z)$ da casca cônica

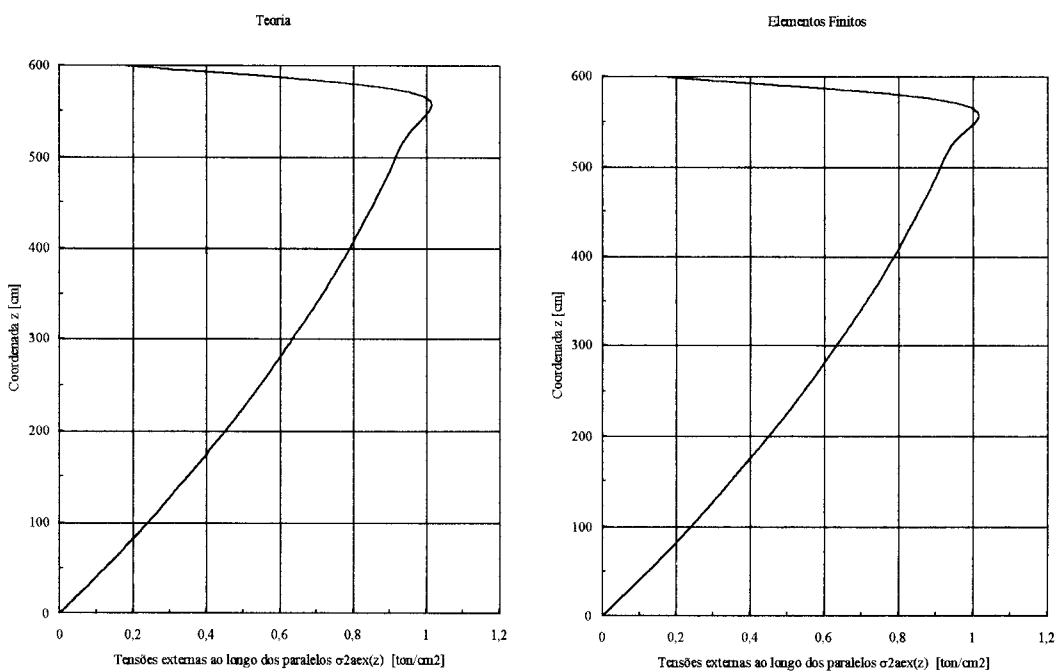


FIGURA 86 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos paralelos da superfície externa $\sigma_{2aex}(z)$ da casca cônica

Observar, nos gráficos abaixo, que as tensões teóricas ao longo dos meridianos e paralelos da casca cônica, como para borda engastada, possuem seus valores praticamente coincidentes com as tensões de membrana para a região abaixo de $z = H - \lambda z = 498,36$ [cm].

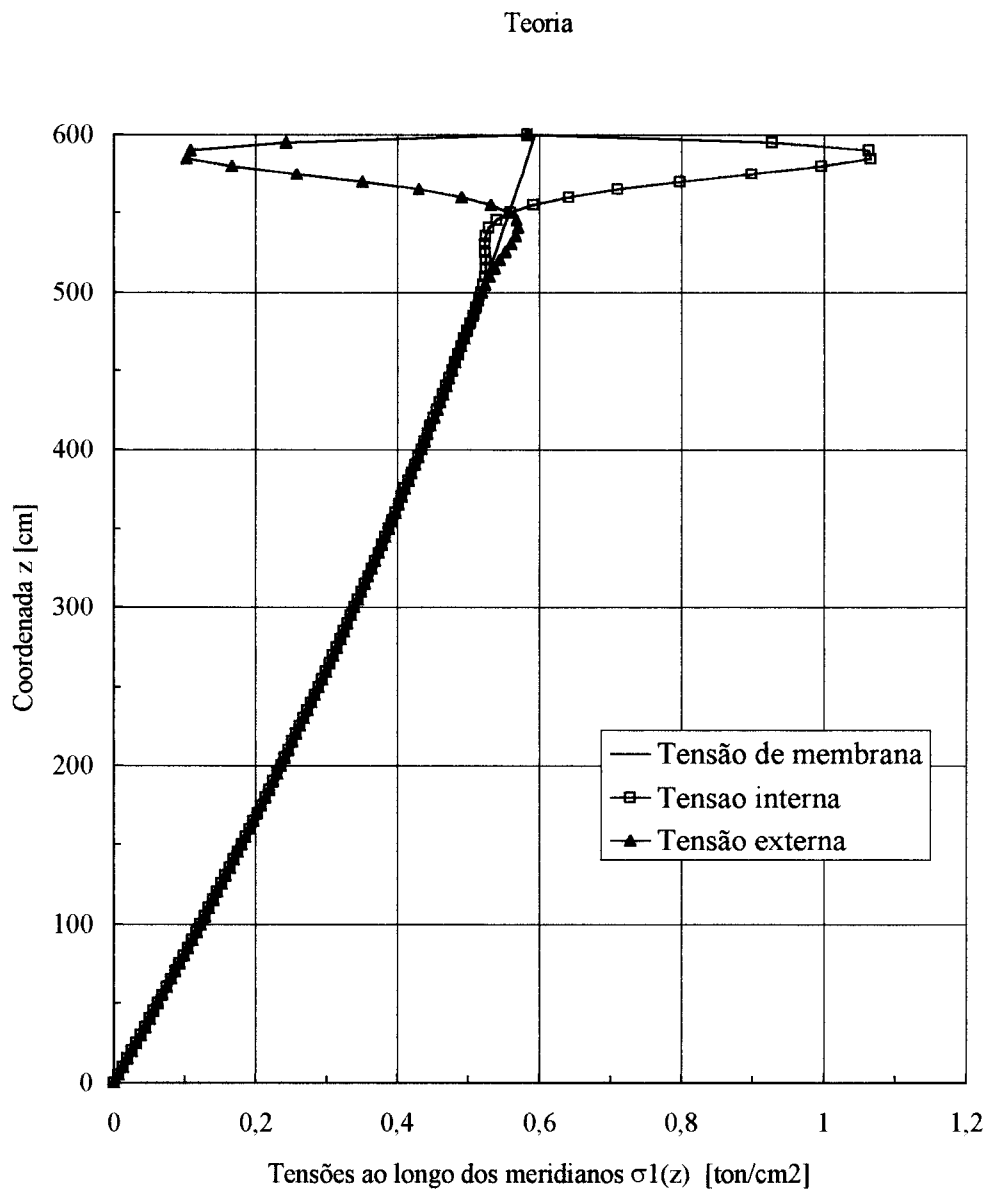


FIGURA 87 - Gráfico comparativo para os valores das tensões ao longo dos meridianos da casca cônica : $\sigma_{1m}(z)$, $\sigma_{1ain}(z)$ e $\sigma_{1aex}(z)$

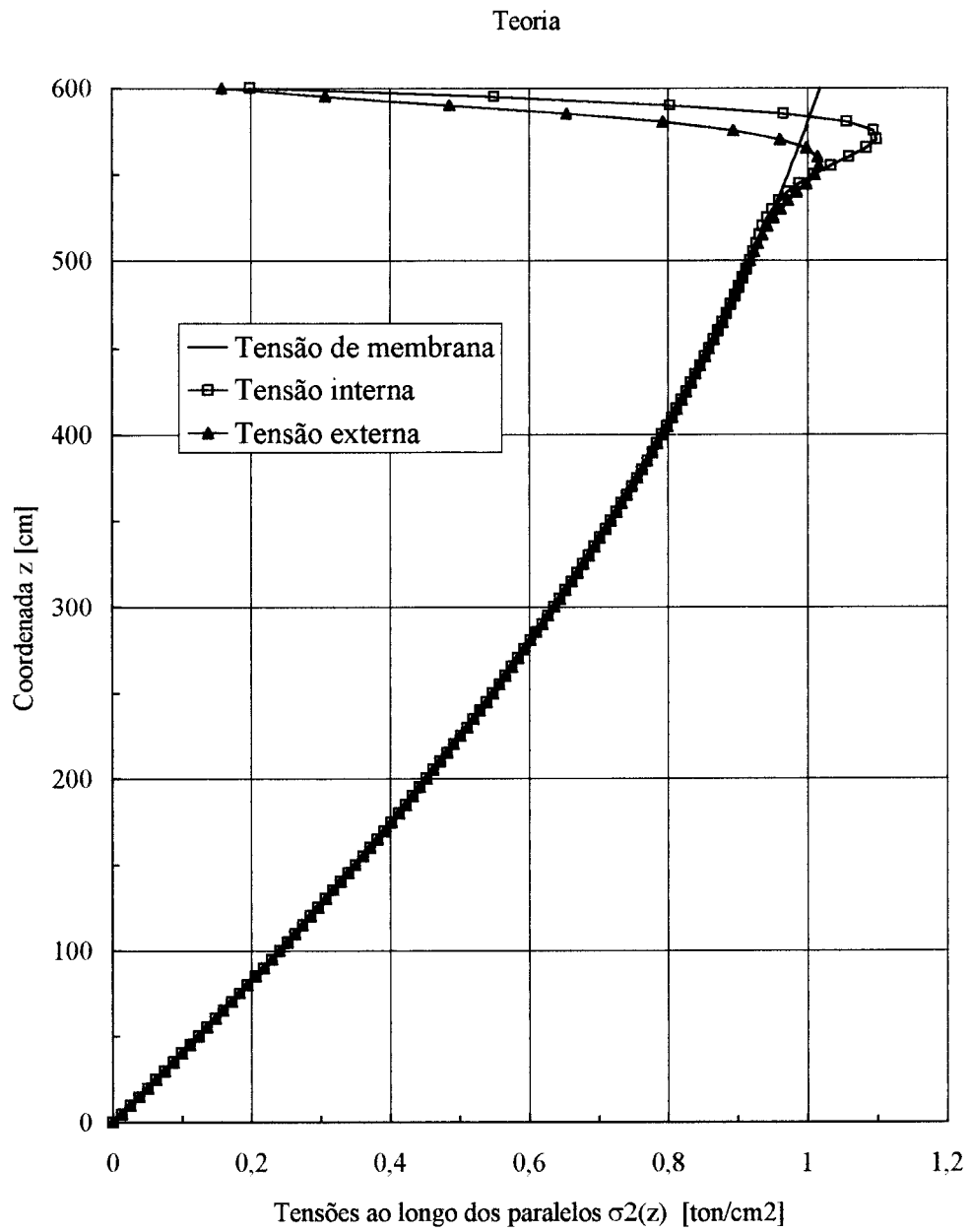


FIGURA 88 - Gráfico comparativo para os valores das tensões ao longo dos paralelos da casca cônica : $\sigma^2_m(z)$, $\sigma^2_{ain}(z)$ e $\sigma^2_{aex}(z)$

5.5 CALCULANDO E OBTENDO RESULTADOS PARA A CASCA CÔNICA INCLINAÇÃO $\theta_r=60^\circ$ COM A HORIZONTAL

Através das equações teóricas do capítulo 2 para casca cônica, e com os dados abaixo :

E	ν	γ	θ_r	α_r	D	r
[ton/cm ²]	(Aço)	[ton/cm ³]	[graus]	[graus]	[cm]	[cm]
2100	0,3	1,00E-06	60	30	1200	600

R	H	h	t
[cm]	[cm]	[cm]	[cm]
692,82	1039,23	1200	1

Encontram-se :

β	B	α	ξ_h	ξ_m	ϕ_h	ϕ_m
[ton/cm ³]	[ton/cm]	[cm ⁻¹]	[cm ² /ton]	[cm/ton]	[cm/ton]	[ton ⁻¹]
0,0044	192,3077	0,0488	16,7434	0,9442	0,9442	0,1065

Mce	Hce	Hca
[ton.cm/cm]	[ton/cm]	[ton/cm]
0,2009	-0,0228	-0,0114

E para o comprimento ao longo do meridiano da casca necessário para o amortecimento das tensões de flexão causadas pela "perturbação de borda" medido a partir do vínculo :

$$- \lambda_{\text{cone}} = 130,16 \text{ [cm]}$$

Na vertical chamou-se este valor de λ_z que é igual a $\lambda_{\text{cone}} \cdot \text{sen}\theta_r = 112,72$ [cm], e portanto a tabela de valores para a casca cônica deveria ser apresentada das

coordenadas "z" igual a $H - \lambda z = 926,51$ até $H = 1039,23$. Adotou-se de 917,99 até 1039,23 [cm].

5.5.1 CASCA CÔNICA COM BORDA SUPERIOR ENGASTADA

Para os deslocamentos radiais e rotações ao longo do meridiano da superfície média da casca cônica encontrou-se :

TABELA 28 - Valores dos deslocamentos radiais $\xi_e(z)$ e rotações $\phi_e(z)$

z [cm]	$\xi_e(z)$ [cm]		Diferença	$\phi_e(z)$ [radianos]		Diferença
	Teoria	Elementos Finitos		Teoria	Elementos Finitos	
1039,23	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
1030,57	0,0315	0,0312	0,0003	-0,0061	-0,0062	0,0001
1021,91	0,0887	0,0891	0,0004	-0,0066	-0,0067	0,0001
1013,25	0,1383	0,1395	0,0012	-0,0048	-0,0049	0,0001
1004,59	0,1700	0,1716	0,0015	-0,0027	-0,0027	0,0000
995,93	0,1852	0,1864	0,0012	-0,0011	-0,0010	0,0001
987,27	0,1892	0,1897	0,0005	-0,0001	0,0000	0,0001
978,61	0,1872	0,1870	0,0003	0,0003	0,0004	0,0001
969,95	0,1831	0,1823	0,0008	0,0004	0,0005	0,0000
961,29	0,1788	0,1777	0,0011	0,0004	0,0004	0,0000
952,63	0,1751	0,1741	0,0011	0,0003	0,0003	0,0000
943,97	0,1723	0,1713	0,0010	0,0002	0,0002	0,0000
935,31	0,1699	0,1691	0,0008	0,0002	0,0002	0,0000
926,65	0,1679	0,1672	0,0007	0,0001	0,0001	0,0000
917,99	0,1661	0,1654	0,0006	0,0001	0,0001	0,0000

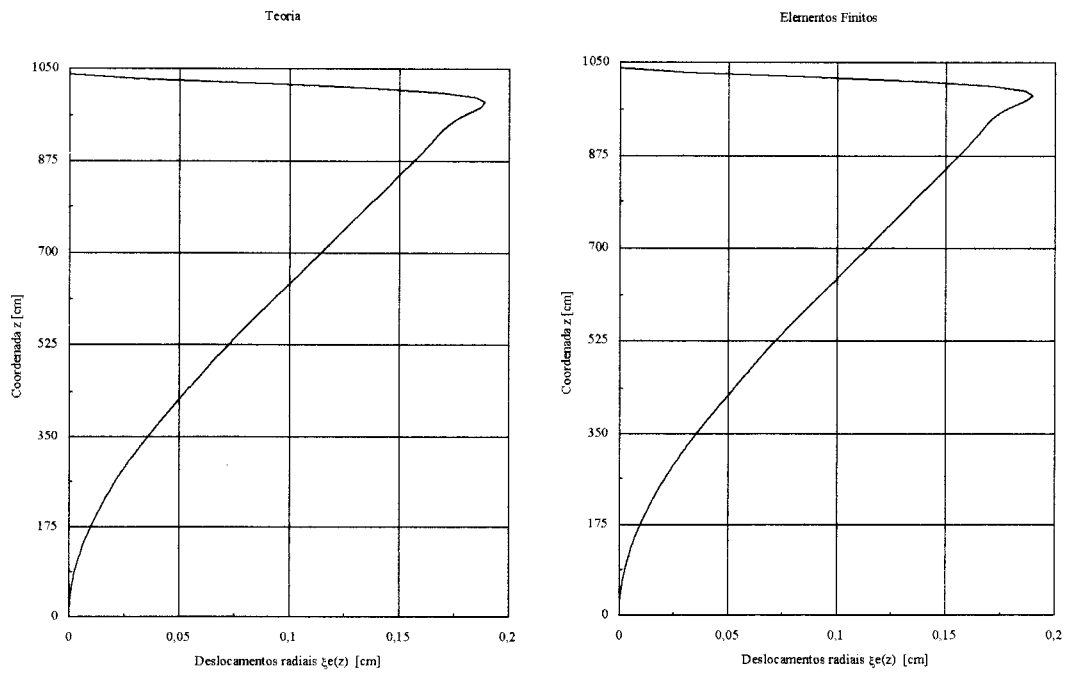


FIGURA 89 - Gráficos para os valores dos deslocamentos radiais $\xi_e(z)$ longo do meridiano da superfície média da casca cônica

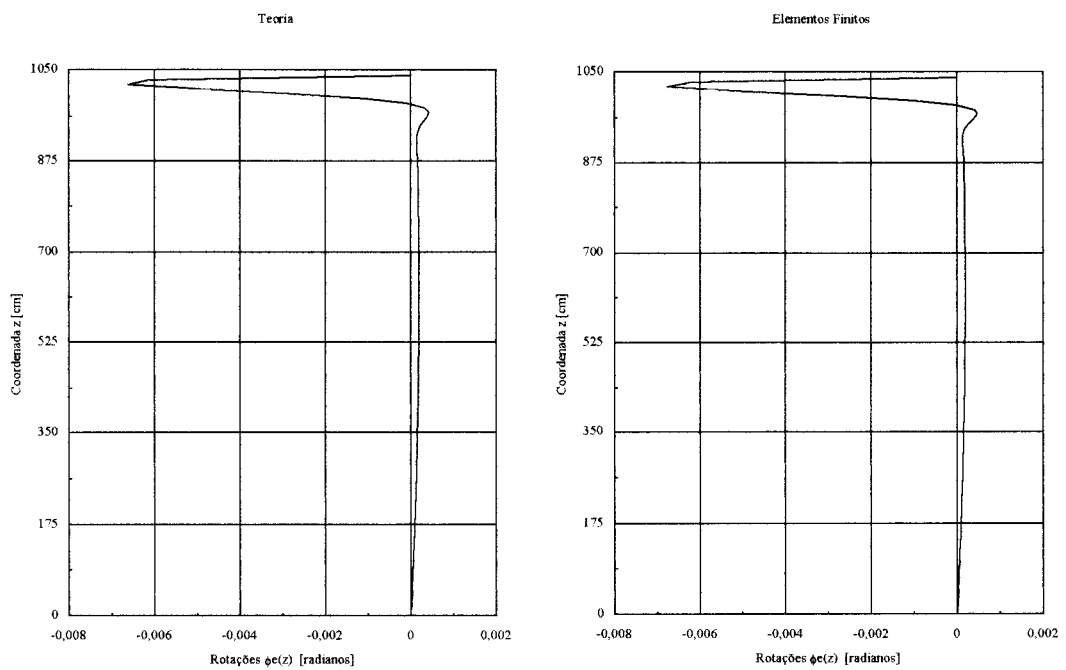


FIGURA 90 - Gráficos para os valores das rotações $\phi_e(z)$ ao longo do meridiano da superfície média da casca cônica

Lembrando que a coluna "Diferença", da tabela, apresenta os valores das diferenças absolutas entre os parâmetros obtidos pelas equações da teoria aproximada e os obtidos pelo cálculo através do método dos elementos finitos.

Os momentos solicitantes ao longo dos paralelos e dos meridianos da superfície média da casca cônica e suas correspondentes diferenças absolutas foram :

TABELA 29 - Valores dos momentos ao longo dos paralelos

$M1e(z)$ e dos meridianos $M2e(z)$

z [cm]	$M1e(z)$ [ton.cm/cm]		Diferença	$M2e(z)$ [ton.cm/cm]		Diferença
	Teoria	Elementos Finitos		Teoria	Elementos Finitos	
1039,23	0,2009	0,1908	0,0101	0,0602	0,0573	0,0030
1030,57	0,0504	0,0459	0,0045	0,0141	0,0129	0,0013
1021,91	-0,0210	-0,0252	0,0042	-0,0074	-0,0086	0,0012
1013,25	-0,0417	-0,0455	0,0038	-0,0133	-0,0144	0,0011
1004,59	-0,0373	-0,0398	0,0025	-0,0117	-0,0123	0,0007
995,93	-0,0247	-0,0256	0,0009	-0,0076	-0,0078	0,0002
987,27	-0,0128	-0,0125	0,0003	-0,0039	-0,0038	0,0001
978,61	-0,0045	-0,0037	0,0008	-0,0013	-0,0010	0,0003
969,95	-0,0001	0,0008	0,0009	0,0000	0,0003	0,0003
961,29	0,0016	0,0022	0,0006	0,0005	0,0007	0,0002
952,63	0,0018	0,0021	0,0003	0,0006	0,0007	0,0001
943,97	0,0013	0,0013	0,0000	0,0004	0,0004	0,0000
935,31	0,0008	0,0006	0,0002	0,0002	0,0002	0,0000
926,65	0,0003	0,0002	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000
917,99	0,0001	-0,0001	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000

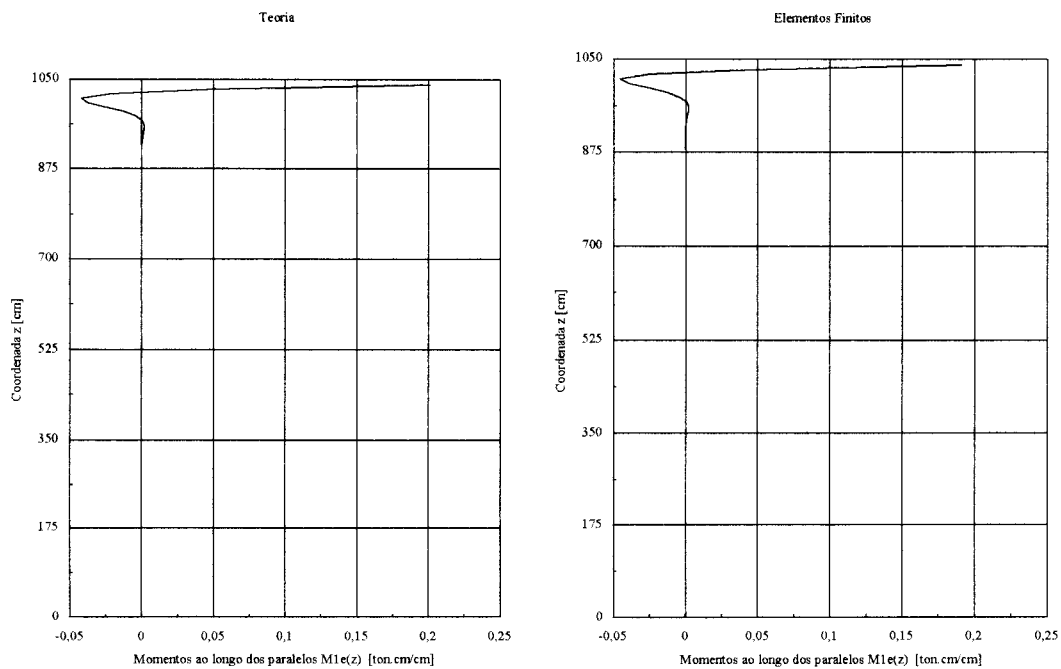


FIGURA 91 - Gráficos para os valores dos momentos ao longo dos paralelos $M1e(z)$ da superfície média da casca cônica

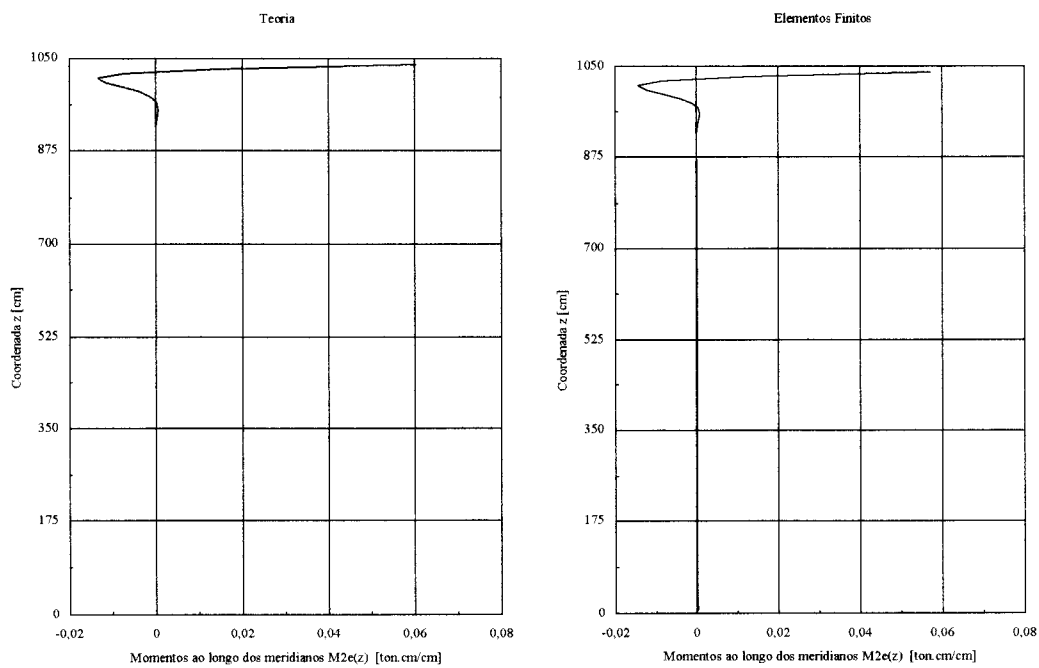


FIGURA 92 - Gráficos para os valores dos momentos ao longo dos meridianos $M2e(z)$ da superfície média da casca cônica

Para as tensões atuantes ao longo dos meridianos da superfície interna e externa da casca cônica obteve-se :

TABELA 30 - Valores para as tensões ao longo dos meridianos da superfície interna $\sigma_{1ein}(z)$ e externa $\sigma_{1eex}(z)$ da casca

z [cm]	$\sigma_{1ein}(z)$ [ton/cm ²]		Diferença	$\sigma_{1eex}(z)$ [ton/cm ²]		Diferença
	Teoria	Elementos Finitos		Teoria	Elementos Finitos	
1039,23	-0,6808	-0,6391	0,0418	1,7294	1,6510	0,0784
1030,57	0,2246	0,2418	0,0173	0,8295	0,7925	0,0371
1021,91	0,6543	0,6796	0,0254	0,4024	0,3767	0,0257
1013,25	0,7783	0,8038	0,0255	0,2775	0,2584	0,0191
1004,59	0,7502	0,7677	0,0176	0,3022	0,2907	0,0115
995,93	0,6722	0,6791	0,0069	0,3753	0,3714	0,0039
987,27	0,5975	0,5958	0,0017	0,4443	0,4458	0,0015
978,61	0,5451	0,5388	0,0063	0,4909	0,4946	0,0037
969,95	0,5156	0,5084	0,0072	0,5146	0,5179	0,0033
961,29	0,5026	0,4966	0,0059	0,5218	0,5234	0,0016
952,63	0,4987	0,4948	0,0040	0,5200	0,5196	0,0004
943,97	0,4986	0,4964	0,0023	0,5144	0,5126	0,0019
935,31	0,4991	0,4979	0,0013	0,5083	0,5056	0,0027
926,65	0,4989	0,4980	0,0009	0,5028	0,4999	0,0029
917,99	0,4975	0,4966	0,0009	0,4983	0,4956	0,0027

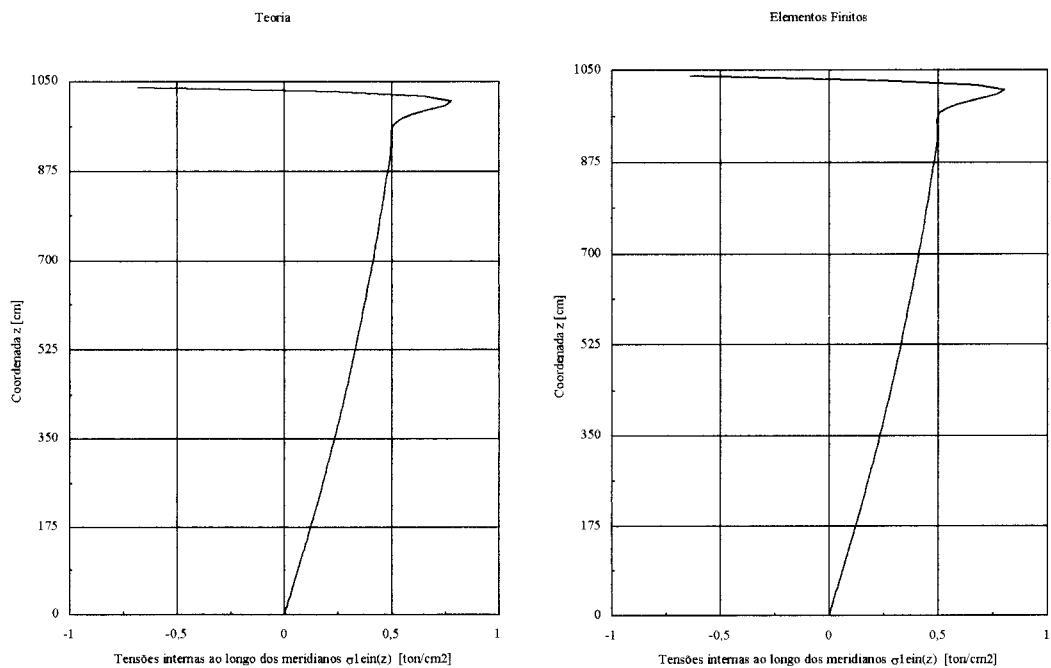


FIGURA 93 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos meridianos da superfície interna $\sigma_{1ein}(z)$ da casca cônica

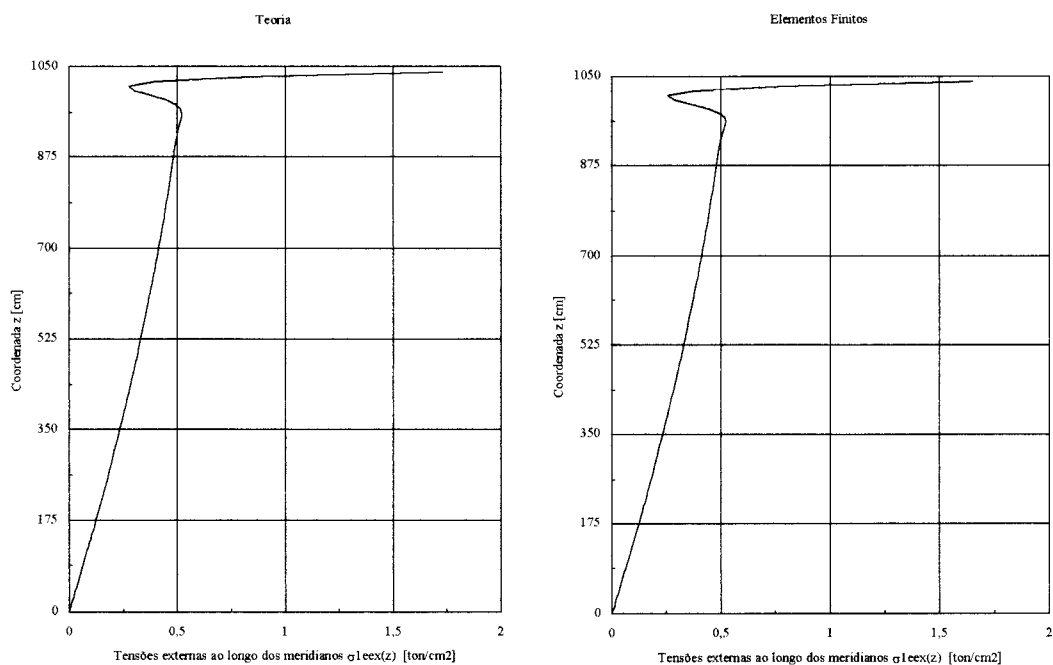


FIGURA 94 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos meridianos da superfície externa $\sigma_{1eex}(z)$ da casca cônica

E finalmente para as tensões atuantes ao longo dos paralelos da superfície interna e externa da casca cônica encontrou-se :

TABELA 31 - Valores para as tensões ao longo dos paralelos da superfície interna $\sigma_{2ein}(z)$ e externa $\sigma_{2eex}(z)$ da casca

z [cm]	$\sigma_{2ein}(z)$ [ton/cm ²]			$\sigma_{2eex}(z)$ [ton/cm ²]		
	Teoria	Elementos Finitos	Diferença	Teoria	Elementos Finitos	Diferença
1039,23	-0,2007	-0,1917	0,0090	0,5221	0,4953	0,0268
1030,57	0,1911	0,1883	0,0028	0,3606	0,3426	0,0180
1021,91	0,5251	0,5269	0,0018	0,4366	0,4240	0,0126
1013,25	0,7392	0,7464	0,0072	0,5794	0,5740	0,0054
1004,59	0,8450	0,8540	0,0090	0,7052	0,7060	0,0008
995,93	0,8786	0,8855	0,0069	0,7872	0,7913	0,0041
987,27	0,8748	0,8775	0,0028	0,8284	0,8325	0,0041
978,61	0,8575	0,8562	0,0012	0,8416	0,8437	0,0021
969,95	0,8396	0,8357	0,0039	0,8399	0,8394	0,0004
961,29	0,8262	0,8211	0,0051	0,8325	0,8299	0,0026
952,63	0,8178	0,8127	0,0051	0,8245	0,8208	0,0038
943,97	0,8132	0,8087	0,0045	0,8181	0,8139	0,0042
935,31	0,8107	0,8068	0,0039	0,8135	0,8094	0,0041
926,65	0,8090	0,8057	0,0034	0,8102	0,8065	0,0037
917,99	0,8075	0,8044	0,0031	0,8077	0,8043	0,0034

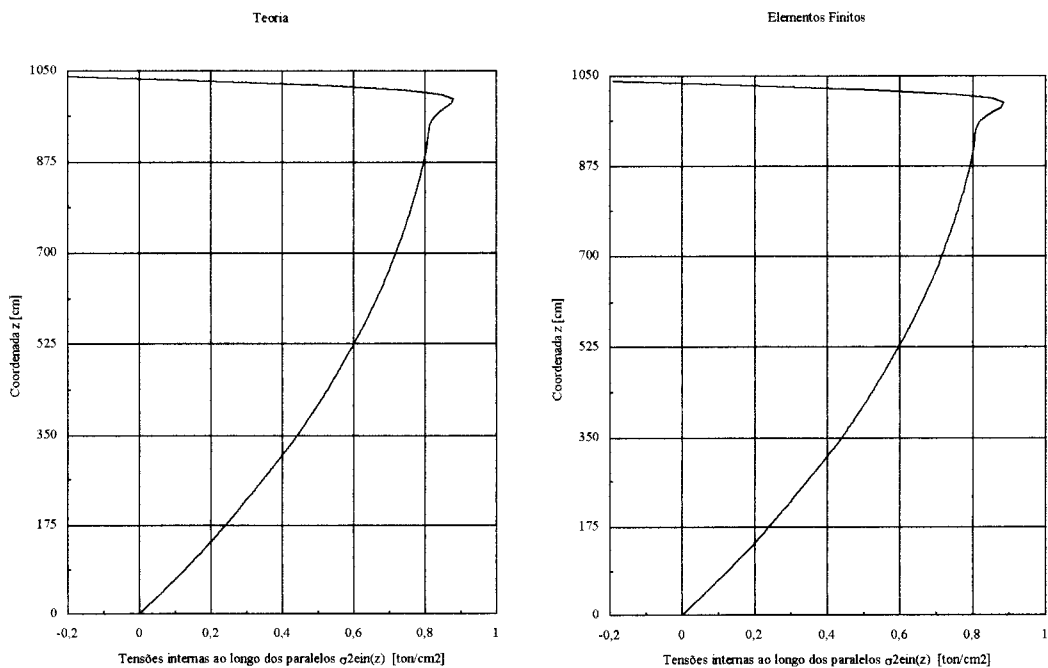


FIGURA 95 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos paralelos da superfície interna $\sigma_{2ein}(z)$ da casca cônica

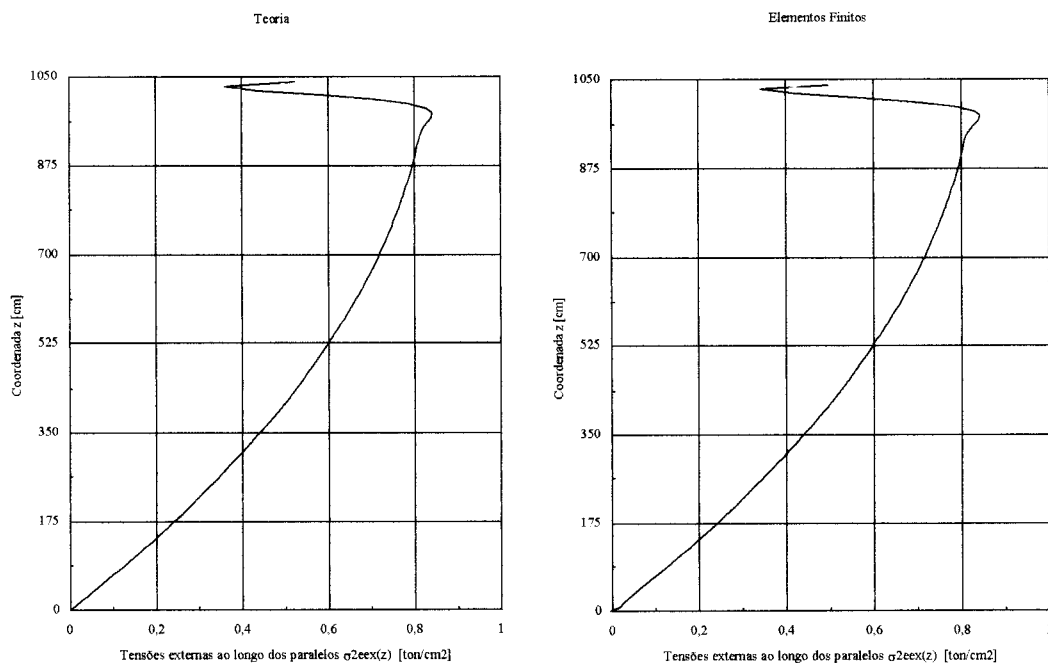


FIGURA 96 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos paralelos da superfície externa $\sigma_{2eex}(z)$ da casca cônica

São apresentados abaixo os valores encontrados para as tensões de membrana atuantes ao longo dos meridianos e dos paralelos da superfície média da casca cônica para comparação :

TABELA 32 - Valores para as tensões teóricas de membrana ao longo dos meridianos $\sigma_{1m}(z)$ e paralelos $\sigma_{2m}(z)$ da superfície média da casca

z [cm]	$\sigma_{1m}(z)$ [ton/cm ²]	$\sigma_{2m}(z)$ [ton/cm ²]
1039,23	0,5357	0,8314
1030,57	0,5332	0,8304
1021,91	0,5307	0,8293
1013,25	0,5281	0,8281
1004,59	0,5256	0,8269
995,93	0,5230	0,8255
987,27	0,5203	0,8240
978,61	0,5176	0,8224
969,95	0,5149	0,8208
961,29	0,5122	0,8190
952,63	0,5094	0,8171
943,97	0,5066	0,8151
935,31	0,5037	0,8130
926,65	0,5008	0,8109
917,99	0,4979	0,8086

Pode-se ver abaixo nos gráficos com as tensões teóricas ao longo dos meridianos e paralelos da casca cônica, que as mesmas possuem seus valores praticamente coincidentes abaixo da região de $z = H - \lambda z = 926,51$ [cm].

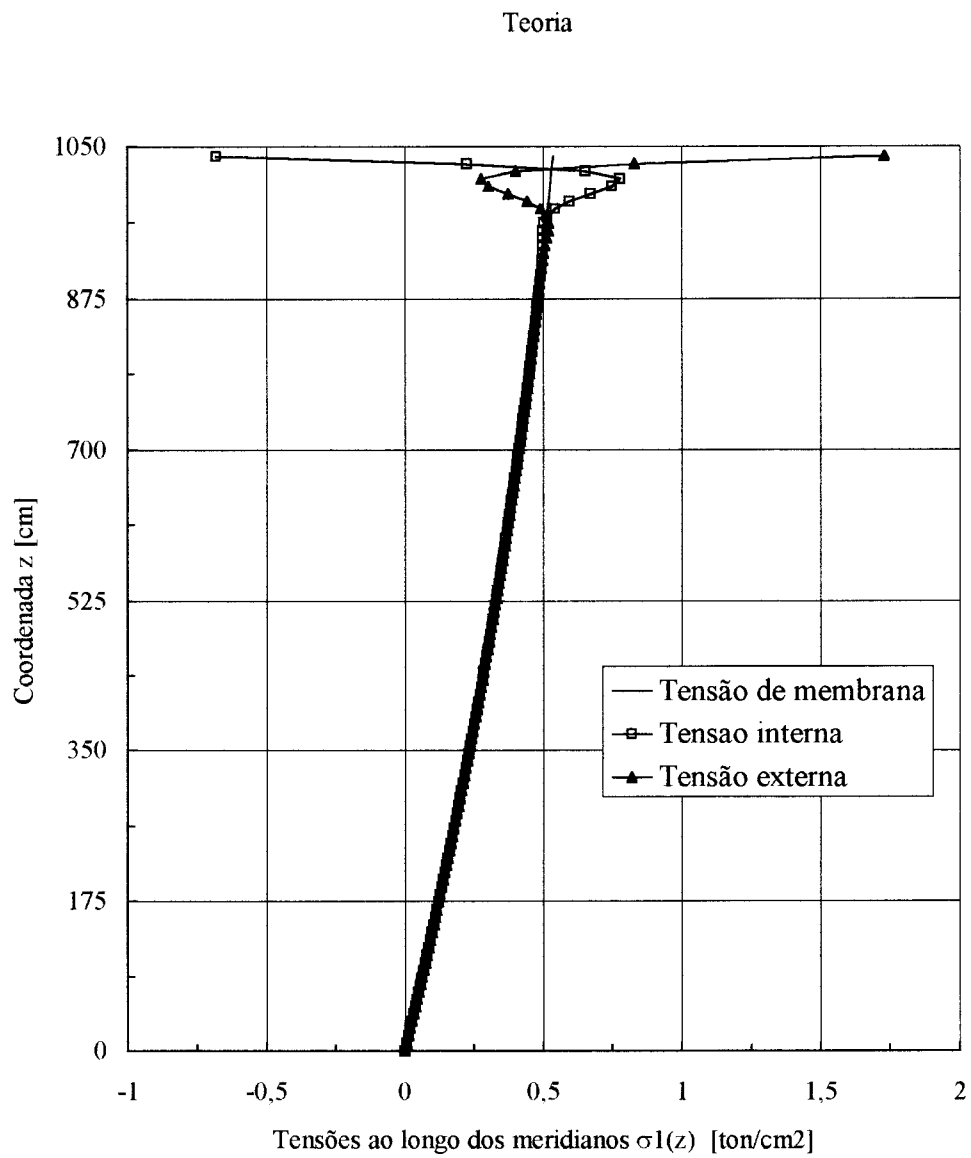


FIGURA 97 - Gráfico comparativo para os valores das tensões ao longo dos meridianos da casca cônica : $\sigma_{1m}(z)$, $\sigma_{1ein}(z)$ e $\sigma_{1eex}(z)$

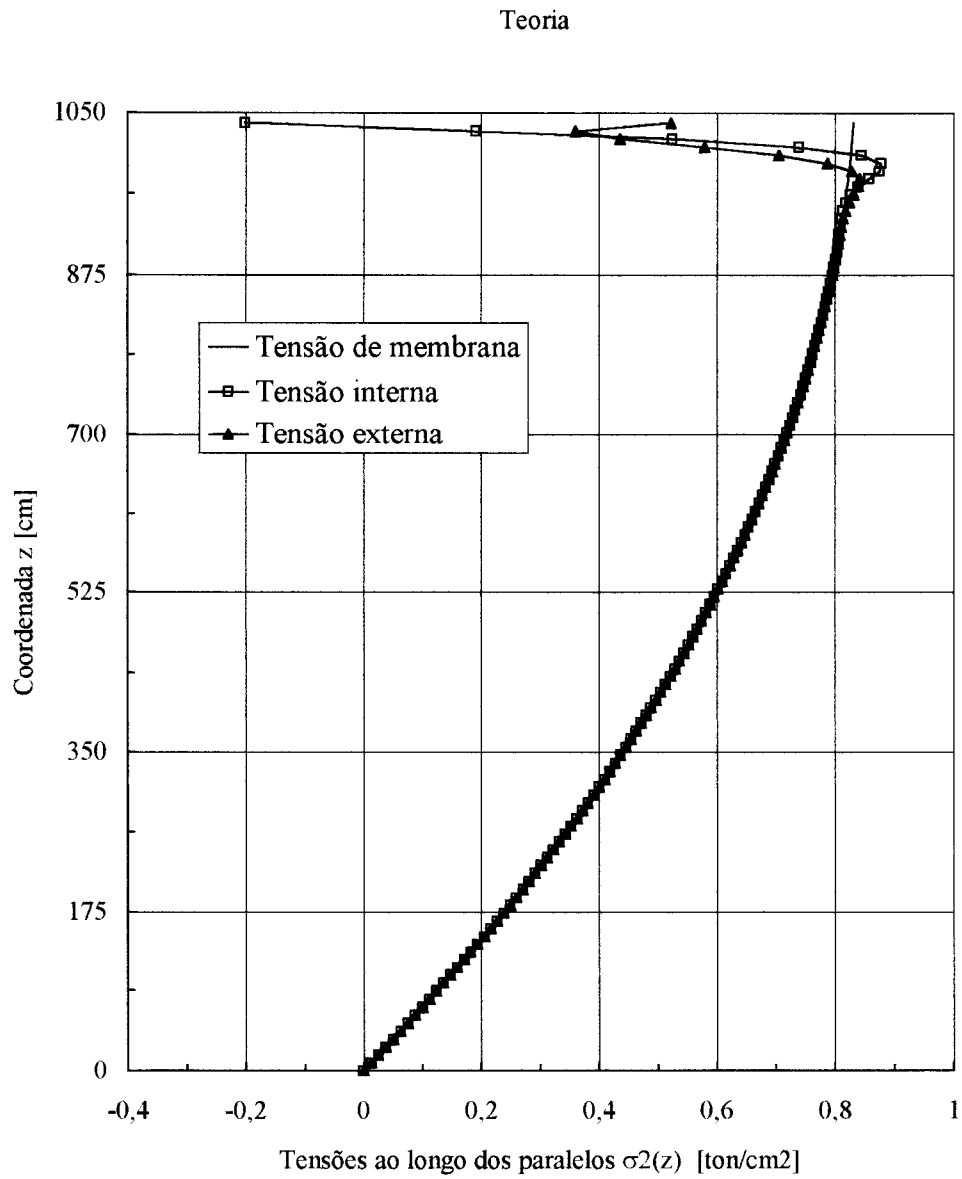


FIGURA 98 - Gráfico comparativo para os valores das tensões ao longo dos paralelos da casca cônica : $\sigma_{2m}(z)$, $\sigma_{2ein}(z)$ e $\sigma_{2eex}(z)$

5.5.2 CASCA CÔNICA COM BORDA SUPERIOR APOIADA FIXA

Para os deslocamentos radiais e rotações ao longo do meridiano da superfície média da casca cônica encontrou-se :

TABELA 33 - Valores dos deslocamentos radiais $\xi_a(z)$ e rotações $\phi_a(z)$

z [cm]	$\xi_a(z)$ [cm]			$\phi_a(z)$ [radianos]		
	Teoria	Elementos Finitos	Diferença	Teoria	Elementos Finitos	Diferença
1039,23	0,0000	0,0000	0,0000	-0,0107	-0,0104	0,0002
1030,57	0,0861	0,0851	0,0010	-0,0089	-0,0089	0,0001
1021,91	0,1479	0,1476	0,0002	-0,0055	-0,0057	0,0001
1013,25	0,1819	0,1824	0,0005	-0,0026	-0,0027	0,0001
1004,59	0,1950	0,1956	0,0006	-0,0007	-0,0007	0,0000
995,93	0,1958	0,1960	0,0002	0,0002	0,0003	0,0001
987,27	0,1913	0,1909	0,0004	0,0006	0,0006	0,0001
978,61	0,1855	0,1847	0,0009	0,0006	0,0006	0,0000
969,95	0,1805	0,1794	0,0011	0,0004	0,0005	0,0000
961,29	0,1766	0,1755	0,0011	0,0003	0,0003	0,0000
952,63	0,1737	0,1728	0,0010	0,0002	0,0002	0,0000
943,97	0,1716	0,1707	0,0008	0,0002	0,0001	0,0000
935,31	0,1697	0,1690	0,0007	0,0001	0,0001	0,0000
926,65	0,1680	0,1673	0,0006	0,0001	0,0001	0,0000
917,99	0,1662	0,1656	0,0006	0,0001	0,0001	0,0000

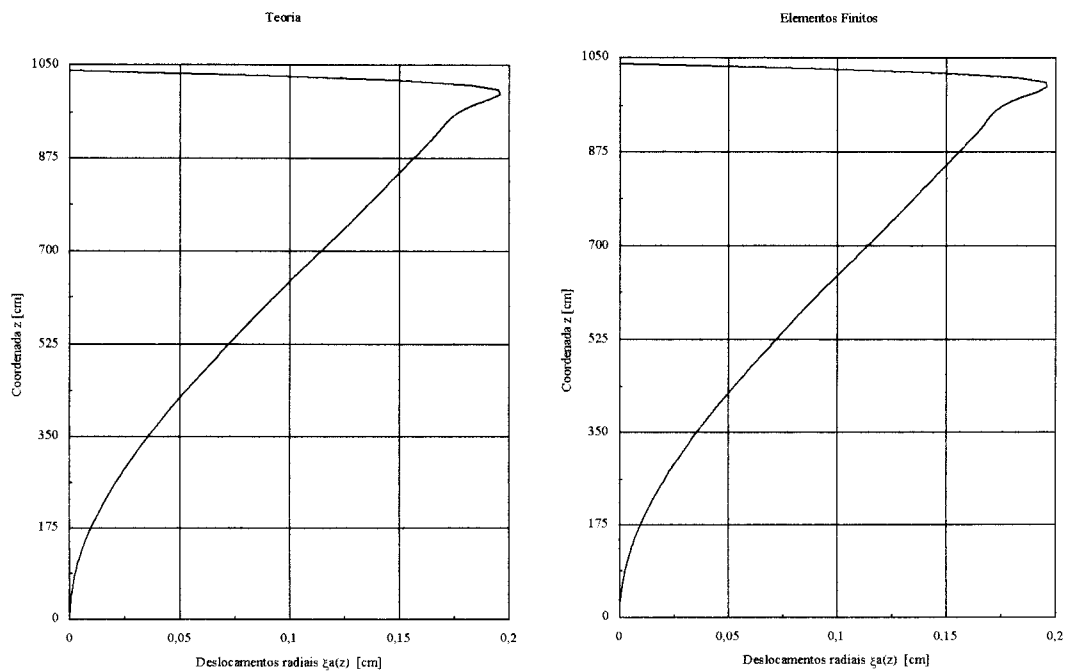


FIGURA 99 - Gráficos para os valores dos deslocamentos radiais $\xi_a(z)$ longo do meridiano da superfície média da casca cônica

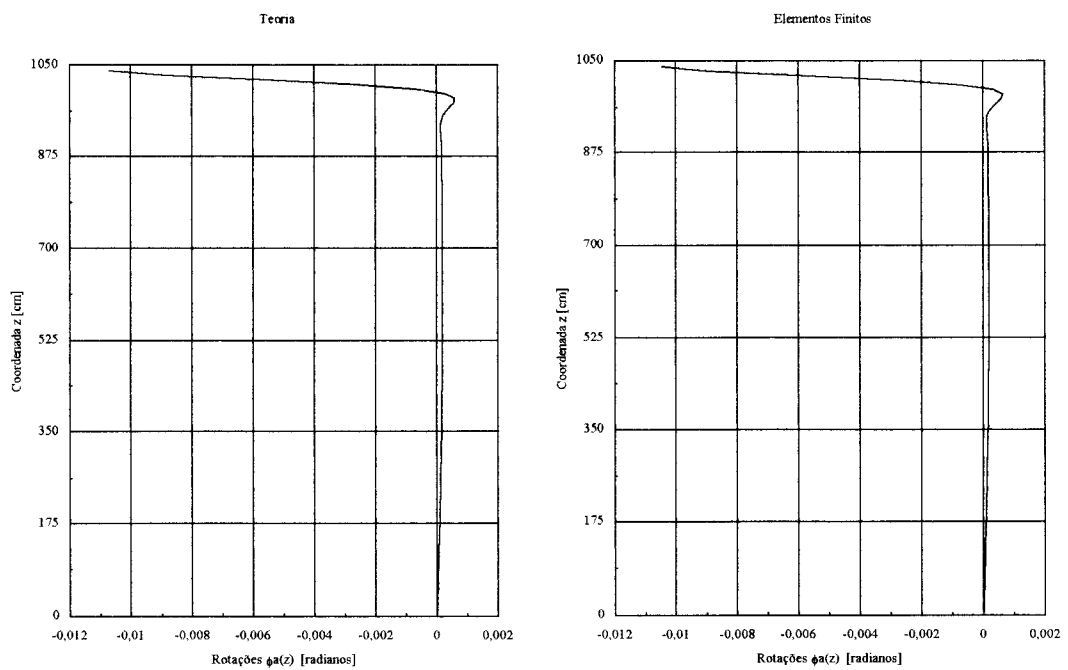


FIGURA 100 - Gráficos para os valores das rotações $\phi_a(z)$ ao longo do meridiano da superfície média da casca cônica

Os momentos solicitantes ao longo dos paralelos e dos meridianos da superfície média da casca cônica e suas correspondentes diferenças absolutas foram :

TABELA 34 - Valores dos momentos ao longo dos paralelos
M1a(z) e dos meridianos M2a(z)

z [cm]	M1a(z) [ton.cm/cm]		Diferença	M2a(z) [ton.cm/cm]		Diferença
	Teoria	Elementos Finitos		Teoria	Elementos Finitos	
1039,23	0,0000	-0,0004	0,0004	-0,0017	-0,0017	0,0001
1030,57	-0,0584	-0,0598	0,0014	-0,0190	-0,0192	0,0003
1021,91	-0,0633	-0,0658	0,0025	-0,0199	-0,0206	0,0007
1013,25	-0,0466	-0,0487	0,0021	-0,0144	-0,0150	0,0006
1004,59	-0,0267	-0,0276	0,0009	-0,0081	-0,0084	0,0003
995,93	-0,0114	-0,0112	0,0002	-0,0034	-0,0033	0,0001
987,27	-0,0023	-0,0015	0,0008	-0,0006	-0,0004	0,0003
978,61	0,0018	0,0026	0,0008	0,0006	0,0009	0,0003
969,95	0,0028	0,0034	0,0006	0,0009	0,0011	0,0002
961,29	0,0024	0,0026	0,0002	0,0007	0,0008	0,0001
952,63	0,0015	0,0015	0,0000	0,0005	0,0005	0,0000
943,97	0,0007	0,0006	0,0001	0,0002	0,0002	0,0000
935,31	0,0002	0,0001	0,0002	0,0001	0,0000	0,0001
926,65	0,0000	-0,0002	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000
917,99	-0,0001	-0,0002	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000

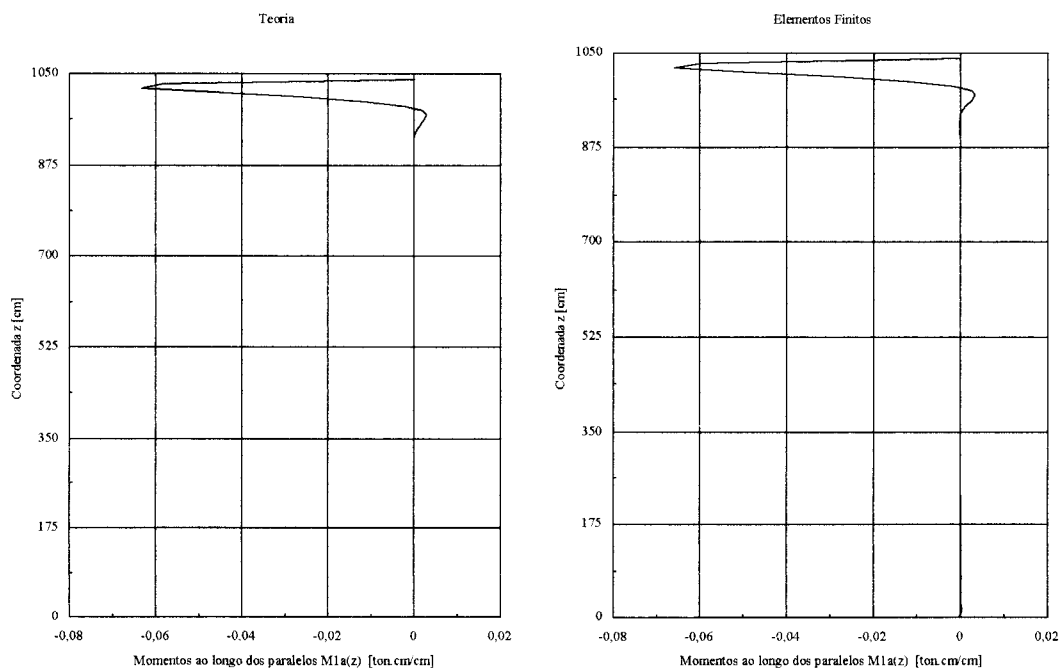


FIGURA 101 - Gráficos para os valores dos momentos ao longo dos paralelos $M1a(z)$ da superfície média da casca cônica

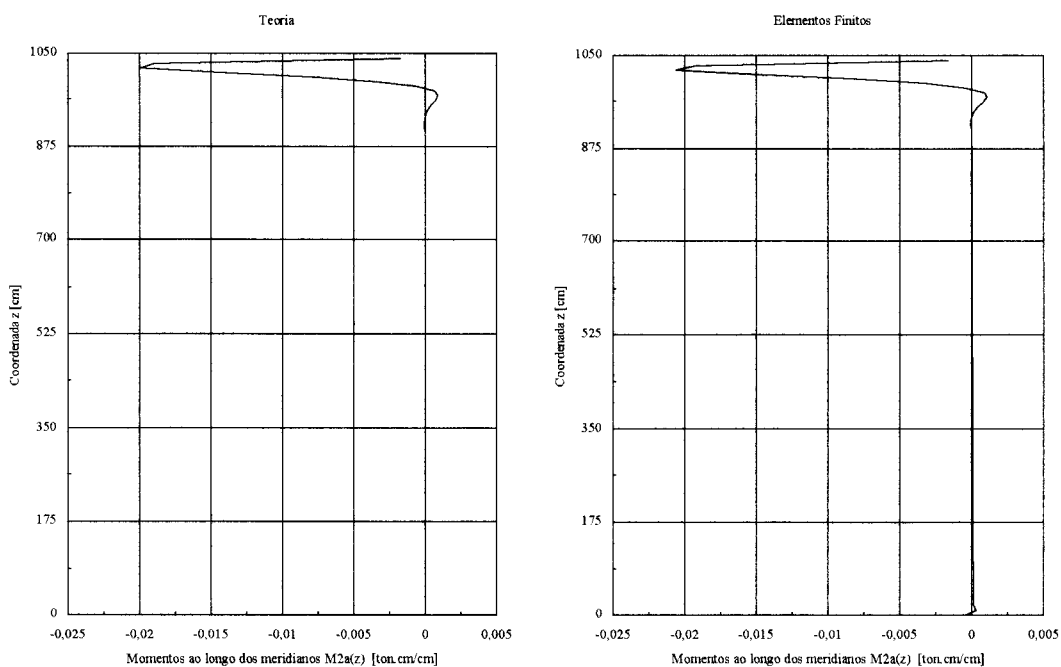


FIGURA 102 - Gráficos para os valores dos momentos ao longo dos meridianos $M2a(z)$ da superfície média da casca cônica

Para as tensões atuantes ao longo dos meridianos da superfície interna e externa da casca cônica obteve-se :

TABELA 35 - Valores para as tensões ao longo dos meridianos da superfície interna $\sigma_{l\text{ain}}(z)$ e externa $\sigma_{l\text{aex}}(z)$ da casca

z [cm]	$\sigma_{l\text{ain}}(z)$ [ton/cm ²]			$\sigma_{l\text{aex}}(z)$ [ton/cm ²]		
	Teoria	Elementos Finitos	Diferença	Teoria	Elementos Finitos	Diferença
1039,23	0,5300	0,4823	0,0477	0,5300	0,4771	0,0529
1030,57	0,8823	0,8945	0,0122	0,1812	0,1769	0,0043
1021,91	0,9112	0,9319	0,0207	0,1513	0,1422	0,0091
1013,25	0,8091	0,8257	0,0166	0,2495	0,2414	0,0081
1004,59	0,6868	0,6939	0,0071	0,3664	0,3631	0,0034
995,93	0,5919	0,5904	0,0015	0,4554	0,4564	0,0010
987,27	0,5343	0,5281	0,0062	0,5070	0,5101	0,0031
978,61	0,5069	0,4998	0,0071	0,5287	0,5314	0,0027
969,95	0,4980	0,4922	0,0057	0,5319	0,5329	0,0011
961,29	0,4978	0,4941	0,0037	0,5264	0,5256	0,0008
952,63	0,5003	0,4982	0,0020	0,5184	0,5162	0,0022
943,97	0,5021	0,5010	0,0011	0,5110	0,5082	0,0029
935,31	0,5023	0,5015	0,0008	0,5051	0,5022	0,0030
926,65	0,5010	0,5000	0,0009	0,5007	0,4980	0,0027
917,99	0,4986	0,4974	0,0012	0,4972	0,4948	0,0024

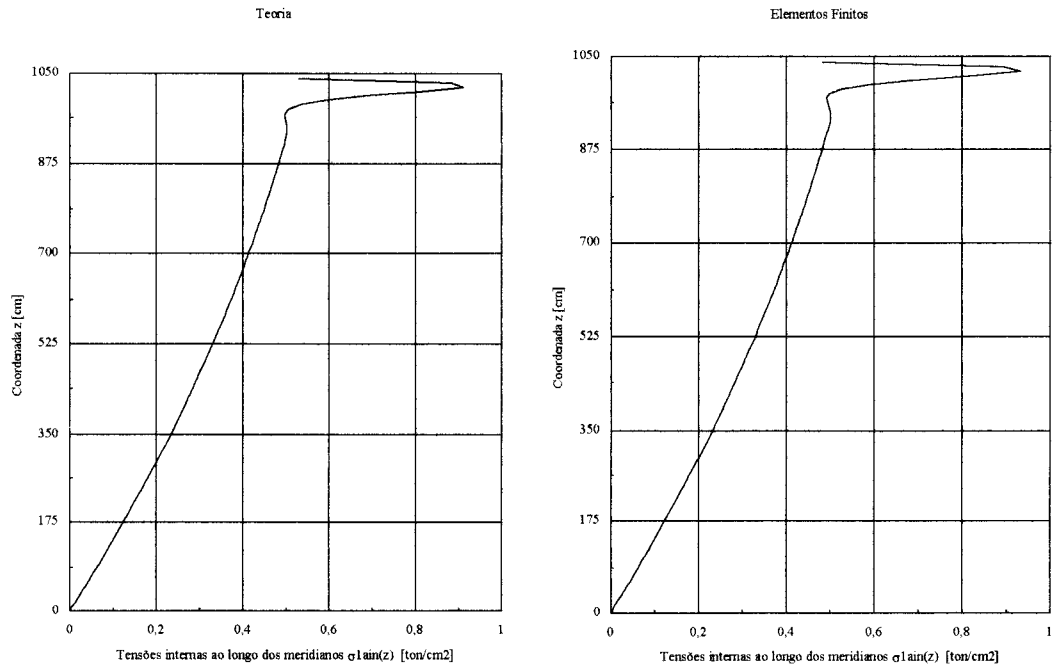


FIGURA 103 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos meridianos da superfície interna $\sigma_{1ain}(z)$ da casca cônica

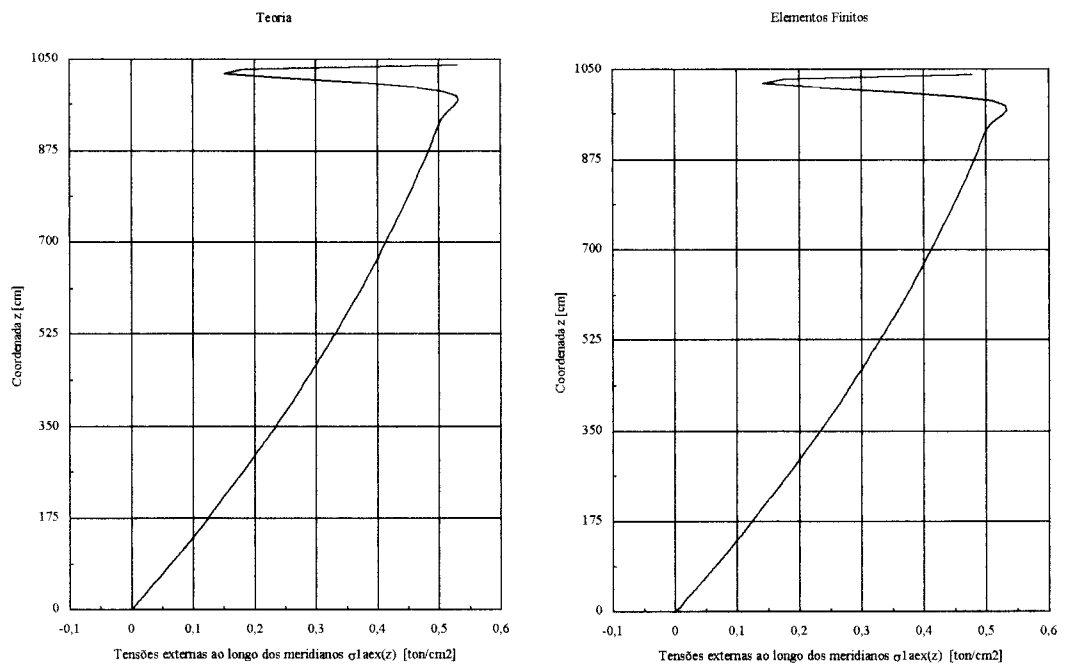


FIGURA 104 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos meridianos da superfície externa $\sigma_{1aex}(z)$ da casca cônica

E, para as tensões atuantes ao longo dos paralelos da superfície interna e externa da casca cônica, encontrou-se :

TABELA 36 - Valores para as tensões ao longo dos paralelos da superfície interna $\sigma_{2ain}(z)$ e externa $\sigma_{2aex}(z)$ da casca

z [cm]	$\sigma_{2ain}(z)$ [ton/cm ²]		Diferença	$\sigma_{2aex}(z)$ [ton/cm ²]		Diferença
	Teoria	Elementos Finitos		Teoria	Elementos Finitos	
1039,23	0,1711	0,1538	0,0173	0,1503	0,1340	0,0163
1030,57	0,5808	0,5767	0,0041	0,3532	0,3457	0,0075
1021,91	0,8074	0,8101	0,0027	0,5685	0,5631	0,0054
1013,25	0,8984	0,9048	0,0064	0,7252	0,7247	0,0005
1004,59	0,9112	0,9169	0,0056	0,8135	0,8164	0,0028
995,93	0,8905	0,8926	0,0021	0,8498	0,8530	0,0032
987,27	0,8627	0,8611	0,0016	0,8554	0,8569	0,0015
978,61	0,8399	0,8358	0,0041	0,8473	0,8464	0,0009
969,95	0,8251	0,8199	0,0052	0,8359	0,8330	0,0029
961,29	0,8171	0,8120	0,0051	0,8260	0,8220	0,0040
952,63	0,8134	0,8090	0,0045	0,8190	0,8148	0,0043
943,97	0,8119	0,8081	0,0038	0,8146	0,8105	0,0041
935,31	0,8109	0,8076	0,0033	0,8117	0,8080	0,0037
926,65	0,8098	0,8067	0,0030	0,8096	0,8063	0,0033
917,99	0,8082	0,8052	0,0030	0,8078	0,8047	0,0031

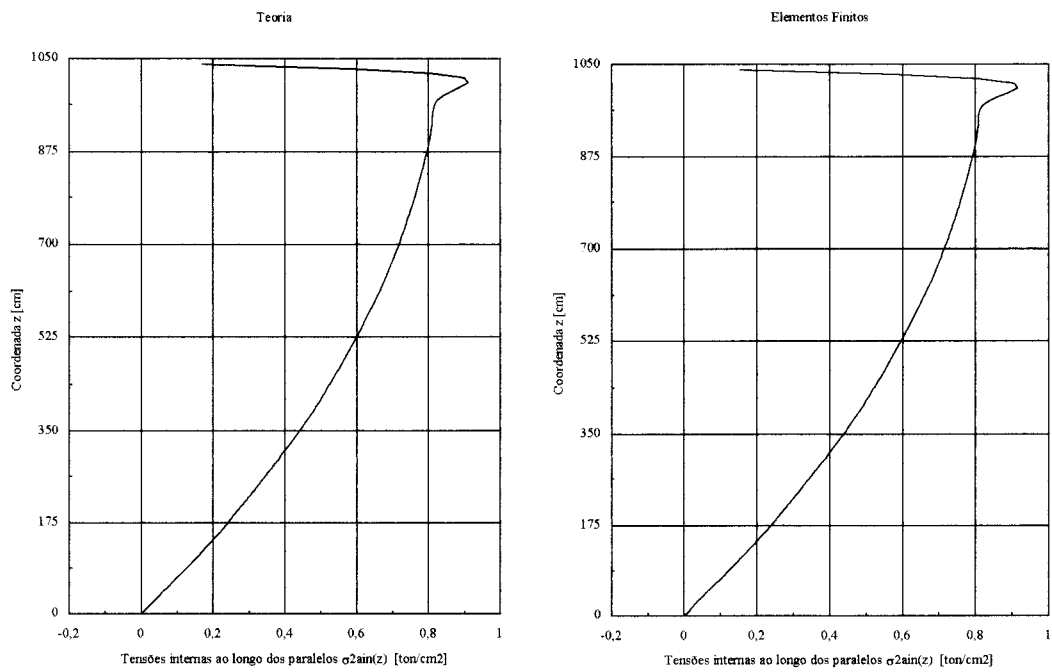


FIGURA 105 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos paralelos da superfície interna $\sigma_{2ain}(z)$ da casca cônica

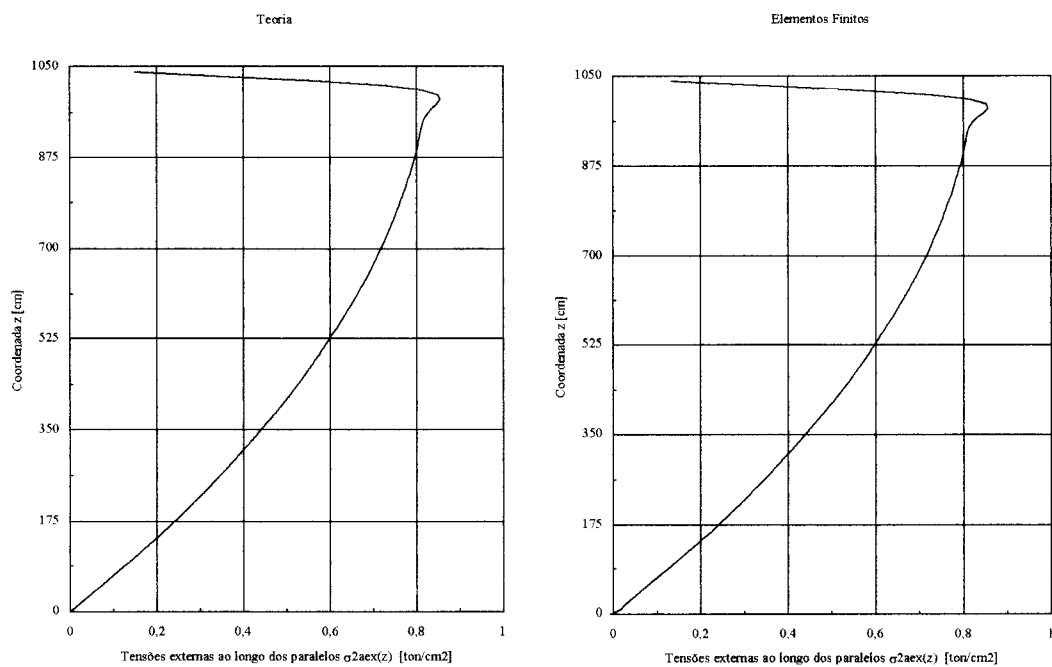


FIGURA 106 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos paralelos da superfície externa $\sigma_{2aex}(z)$ da casca cônica

Observar, nos gráficos abaixo, que as tensões teóricas ao longo dos meridianos e paralelos da casca cônica, como para borda engastada, possuem seus valores praticamente coincidentes com as tensões de membrana para a região abaixo de $z = H - \lambda z = 926,51$ [cm].

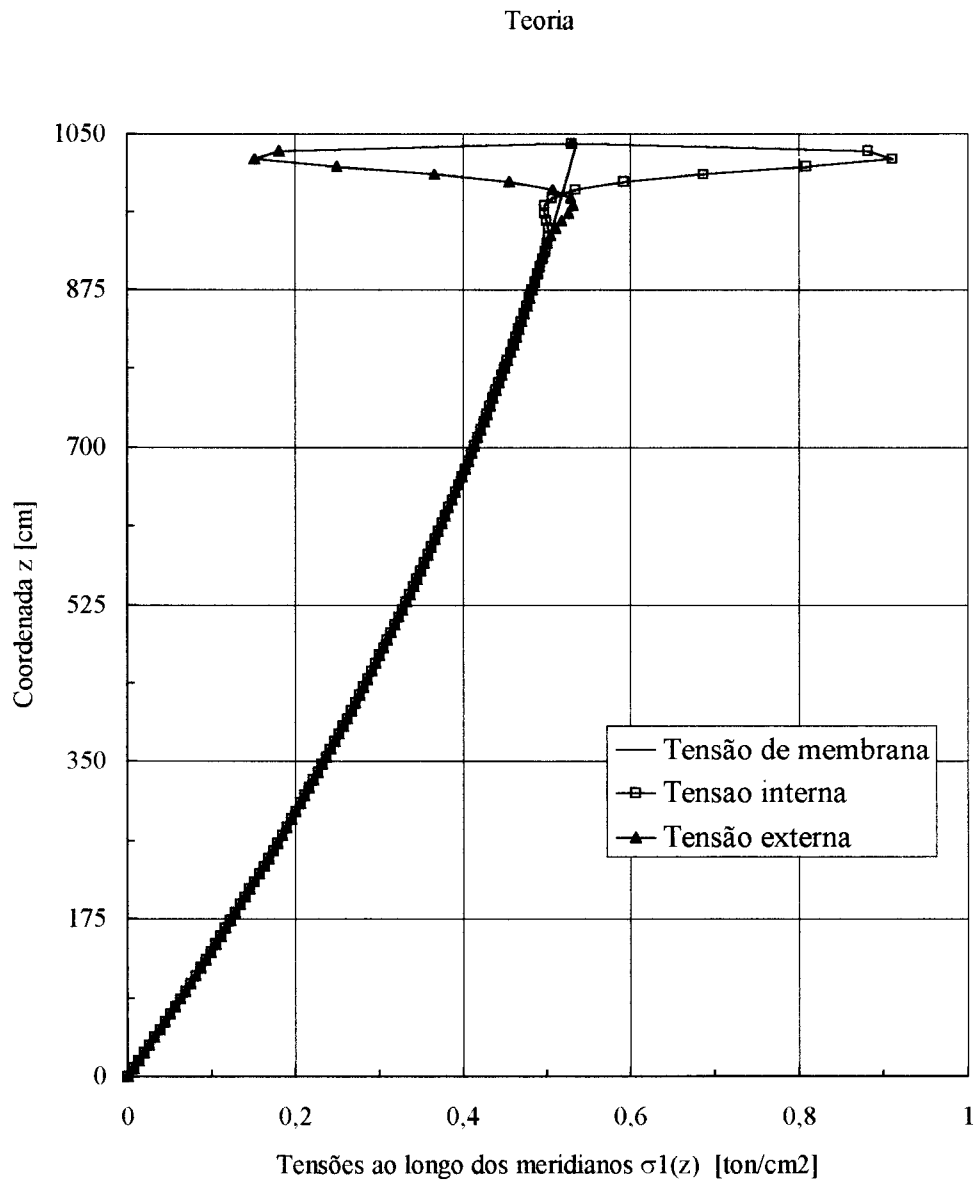


FIGURA 107 - Gráfico comparativo para os valores das tensões ao longo dos meridianos da casca cônica : $\sigma_{1m}(z)$, $\sigma_{1ain}(z)$ e $\sigma_{1aex}(z)$

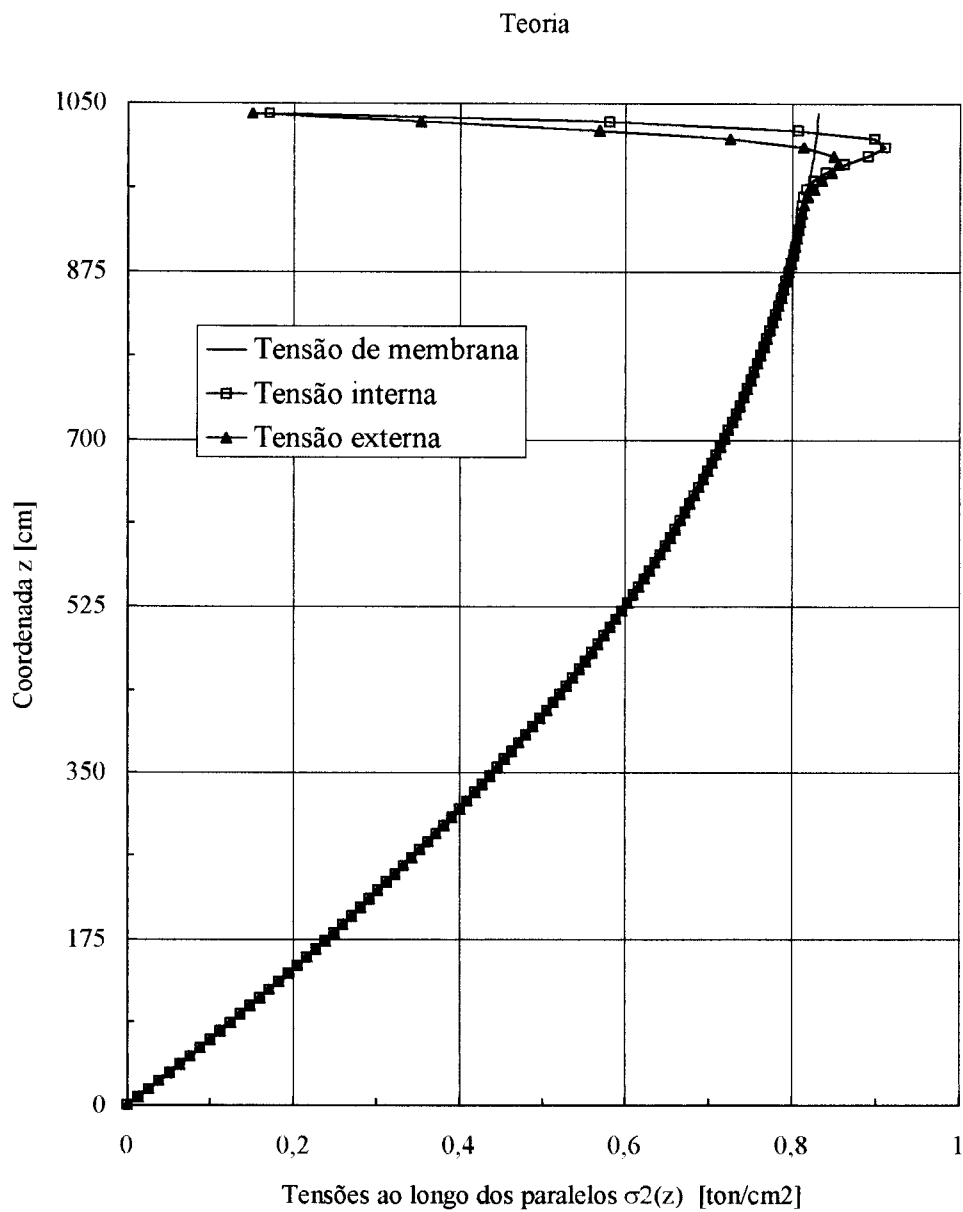


FIGURA 108 - Gráfico comparativo para os valores das tensões ao longo dos paralelos da casca cônica : $\sigma_{2m}(z)$, $\sigma_{2ain}(z)$ e $\sigma_{2aex}(z)$

6 CONCLUSÕES

Muitos estudos tem explorado o assunto referente ao comportamento das cascas de revolução, principalmente das cascas cilíndricas, sendo que muitos desses trabalhos surgem da busca por um tratamento teórico que possa prever as tensões na estrutura real.

Atualmente existem recursos computacionais sofisticados que facilitam o trabalho da predição do comportamento das estruturas, mas normalmente não são acessíveis aos engenheiros não acadêmicos, que, na verdade, são os que convivem diariamente com problemas de projeto estrutural. Este trabalho tentou introduzir um equacionamento teórico aproximado para ser utilizado por esse engenheiro.

A comparação dos resultados obtidos através das expressões teóricas aproximadas (capítulo 2) com os obtidos através da análise por elementos finitos (capítulo 3) foi a forma encontrada para defrontar duas ferramentas diferentes de cálculo estrutural, mostrando que é possível, dentro de hipóteses bem definidas, vislumbrar o comportamento das cascas cilíndricas e cônicas através da utilização de uma boa calculadora científica ou de um simples programa de planilha eletrônica.

Para a casca cilíndrica nada se apresentou de novidade, já que a solução teórica simplificada para seu comportamento, dentro das hipóteses obedecidas, é facilmente encontrada em várias das referências bibliográficas citadas (capítulo 7).

Para as cascas cônicas pouco ou quase nada encontrou-se referente a soluções teóricas aproximadas prontas para o uso do engenheiro de projetos.

Através das orientações de BELLUZZI, transformando-se a casca cônica em casca esférica equivalente, encontrou-se equações, para deslocamentos, rotações, momentos e tensões, de aplicação relativamente fácil no dia a dia do projetista.

Obviamente era esperado que os resultados obtidos, tanto por um desenvolvimento teórico, como pelo método dos elementos finitos, fossem idênticos, porém, não se esperava que a solução de uma casca cônica utilizando-se como modelo uma esférica equivalente pudesse levar a um equacionamento aceitável para a sua aplicação na engenharia. O estudo de forma comparativa com o método dos elementos finitos permitiu calibrar a solução teórica aproximada desenvolvida.

Apresentou-se, portanto, um equacionamento teórico aproximado que muito se assemelha a resolução pelo método dos elementos finitos.

Isto pode ser observado através das colunas "Diferença" das tabelas do capítulo 5, que mostram como são pequenos os valores encontrados para as diferenças absolutas entre os parâmetros obtidos pelas equações e os obtidos por elementos finitos.

Para a casca cilíndrica pode-se dizer que, nas condições consideradas, os resultados são muito bons para qualquer das ferramentas de cálculo que se deseje utilizar.

Para as cascas cônicas devem ser consideradas as limitações comentadas por BELLUZZI quanto aos resultados da solução aproximada serem aceitáveis para ângulos θ_r maiores que 20 [graus] e, não menores que 10 [graus] no caso da relação R/t ser muito grande. Segundo ele a aproximação é tanto melhor quanto mais rápido é o amortecimento das "perturbações de borda" ao longo da casca.

Para visualizar esta limitação calculou-se uma casca cônica com as mesmas dimensões das do capítulo 5, com sua borda superior engastada e com ângulo de inclinação com a horizontal de 10 [graus] obtendo-se as seguintes diferenças absolutas máximas que foram consideradas elevadas comparativamente com as das cascas com 30, 45 e 60 [graus] de inclinação :

TABELA 37 - Valores das diferenças absolutas máximas para os parâmetros da casca cônica com a borda superior engastada e inclinação $\theta_r = 10$ [graus]

		$\xi e(z)$ [cm]			$\phi e(z)$ [radianos]		
z [cm]	Teoria	Finitos	Diferença	z [cm]	Teoria	Finitos	Diferença
75,82	0,5586	0,5445	0,0141	100,51	-0,0665	-0,0700	0,0035
		$M1e(z)$ [ton.cm/cm]			$M2e(z)$ [ton.cm/cm]		
z [cm]	Teoria	Finitos	Diferença	z [cm]	Teoria	Finitos	Diferença
105,80	0,9294	0,9670	0,0376	105,80	0,2739	0,2901	0,0162
		$\sigma 1ein(z)$ [ton/cm ²]			$\sigma 1eex(z)$ [ton/cm ²]		
z [cm]	Teoria	Finitos	Diferença	z [cm]	Teoria	Finitos	Diferença
105,80	-3,6892	-3,9351	0,2459	105,80	7,4637	7,6691	0,2054
		$\sigma 2ein(z)$ [ton/cm ²]			$\sigma 2eex(z)$ [ton/cm ²]		
z [cm]	Teoria	Finitos	Diferença	z [cm]	Teoria	Finitos	Diferença
103,15	0,3966	0,1847	0,2119	99,62	1,5638	1,4316	0,1322

Para $\theta_r = 10$ [graus] encontrou-se o comprimento de amortecimento $\lambda_{cone} = 287,99$ [cm], que na vertical é $\lambda_z = 50,01$ [cm], representando quase 50% da altura total da casca cônica $H = 105,80$ [cm], reforçando a observação de BELLUZZI quanto aos limites de aplicação das equações da teoria aproximada.

Finalmente concluindo, as equações desenvolvidas neste trabalho, para cascas cilíndricas e cônicas com bordas engastadas ou apoiadas fixas sob a ação de pressão hidrostática, podem ser utilizadas para prever o comportamento estrutural das mesmas, desde que se observe as hipóteses fundamentais de "Kirchoff-Love" (ver capítulo 2) e o limite de inclinação para as cascas cônicas recomendados por BELLUZZI.

Esta distante a simulação do comportamento real das cascas, já que após construídas, em campo, encontram-se inúmeros outros parâmetros que não foram considerados neste trabalho e que deverão fazer parte de futuros estudos para

sua continuidade, como por exemplo : plastificação do aço, deformações geométricas iniciais de fabricação, ocorrência de mudanças bruscas de espessura, imperfeições iniciais e tensões residuais devido ao processo de soldagem, descontinuidade na região da união cilindro "versus" cone, etc.

Apesar disso, procurou-se apresentar um melhor esboço do comportamento estrutural das cascas, do que a simples utilização da teoria de membrana sem a consideração da flexão causada pelas "perturbações de borda".

7 BIBLIOGRAFIA

1. AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION (1980a). *Manual of Steel Construction*. 8ª edição. New York. AISC.
2. AMERICAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERS (1960). *Pressure Vessel and Piping Design. Collected Papers*. New York.
3. AMERICAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERS (1968a). *ASME Boiler and Pressure Vessel Code Section VIII: Rules for construction of pressure vessels - Division 1*. New York.
4. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1978a). *NB-89. Tanques soldados para armazenamento de petróleo e derivados*. Rio de Janeiro.
5. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1984a). *NB-8400/84. Cálculo de equipamento para levantamento e movimentação de cargas*. Rio de Janeiro.
6. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1986a). *NBR 8800/86. Projeto e execução de estruturas de aço de edifícios: método dos estados limites*. Rio de Janeiro.
7. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1988). *NBR 6123/88. Forças devidas ao vento em edificações*. Rio de Janeiro.
8. BADIALE, R.C. (1996b). Estudo de flambagem de cascas cilíndricas submetidas à compressão axial - Ênfase: cascas metálicas. Seminário da Disciplina SET819 - Instabilidade das Estruturas. São Carlos, Curso de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, Agosto.

9. BADIALE, R.C., CALIL Jr.,C. (1996a). CRA071 - Projeto e construção de um silo para açúcar. In: XXV CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA AGRÍCOLA, Bauru, Julho.
10. BEDNAR, H. H. (1986b). *Pressure vessels design handbook*. 2. ed. New York, Van Nostrand.
11. BELLUZZI, O. (1967). *Ciencia de la construccion*. Madrid, Aguilar, v.3.
12. BLODGETT, O. W. (1966). *Design of Welded Structures*. Cleveland. The James F. Lincoln Arc Welding Foundation.
13. BROWNELL, L. E., YOUNG, E. H. (1959). *Process Equipment Design*. New York, John Wiley.
14. BRUSH, D. O., ALMROTH, B. O. (1975). *Buckling of Bar, Plates, and Shells*. New York. McGraw-Hill.
15. BULL, J. W. (1990). *Finite element applications to thin-walled structures*. New York, Elsevier.
16. BUSHNELL, D. (1989a). *Computerized Buckling Analysis of Shells*. Dordrecht, Kluwer Academic.
17. CHAJES, A. (1974). *Principles of Structural Stability Theory*. New Jersey, Prentice-Hall.
18. COOPERATIVA CENTRAL DOS PRODUTORES DE AÇUCAR E ALCOOL DO ESTADO DE SÃO PAULO (1983a). *I Seminário de Tecnologia Industrial*. Piracicaba. Centro de Tecnologia Copersucar.
19. COOPERATIVA CENTRAL DOS PRODUTORES DE AÇUCAR E ALCOOL DO ESTADO DE SÃO PAULO (1987a). *III Seminário de Tecnologia Industrial*. Piracicaba. Centro de Tecnologia Copersucar.
20. DEUTSCHE NORM. (1987b). *DIN 1055. Design loads for buildings: loads in silo bins*. Part 6. Berlin, DIN - Sprachendienst.
21. DONNEL, L. H. (1934). A new theory for the buckling of thin cylinders under axial compression and bending. *Trans. of ASME*, v.56, p.795-806, Nov.
22. EUROPEAN CONVENTION FOR CONSTRUCTIONAL STEELWORK. (1976). Shells. In.: *Manual on Stability of Steel Structures*. 2ª Edition. Milano, Tip. Scotti-Cornate d'A. cap.10, p.275-297, June.

-
23. EUROPEAN CONVENTION FOR CONSTRUCTIONAL STEELWORK. (1983b). *ECCS Recommendations for Steel Construction: buckling of shells*. 2^a Edition.
 24. FLUGGE, W. (1973). *Stresses in Shells*. 2a Edição. New York, Springer-Verlag.
 25. FUNG, Y. C., SECHLER, E. E. (1957a). Buckling of thin-walled circular cylinders under axial compression and internal pressure. *Journal of the Aeronautical Sciences*, v.24, n.5, p.351-356, May.
 26. GAYLORD, E. H., GAYLORD, C. N. (1984b). *Design of steel bins for storage of bulk solids*. New Jersey, Prentice-Hall.
 27. HARRIS, L. A. et al. (1957b). The stability of thin-walled unstiffened circular cylinders under axial compression including the effects of internal pressure. *Journal of the Aeronautical Sciences*, v.24, n.8, p.587-596, Aug.
 28. KANEMITSU, S., NOJIMA, N. M. (1939). *Axial Compression Tests of Thin Circular Cylinders*. California. M. S. Thesis. Dept. of Aeronautical Engineering, California Institute of Technology.
 29. MANFRIM, I. M. S. (1994a). *Um estudo dos silos para açúcar : propriedades físicas do material armazenado, recomendações construtivas, normativas e análise estrutural*. São Carlos. 81p. Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
 30. McLEAN, R. F. (1984c). Safer Silos. In.: RHODES, J., WALKER, A.C. *Developments in Thin-Walled Structures 2*. London, Elsevier, Cap.6, p.211-237.
 31. MUKHANOV, K. (1980b). *Estruturas metálicas*. Moscou, Editora Mir.
 32. ODLAND, J. (1978b). Bucking resistance of unstiffened and stiffened circular cylindrical shell structures. *Norwegian Maritime Research*, v.6, n.3, p.2-22.
 33. PIROK, J. N., WOZNIAK, R. S. (1968b). Steel Tanks. In.: GAYLORD, E. H., GAYLORD, C. N. *Structural Engineering Handbook*. New York, McGraw-Hill. section 23, p.23.1-23.26.
 34. PISARENKO, G. S.; YÁKOVLEV, A. P.; MATVÉEV, V. V. (1979). Cálculo de bóvedas de paredes delgadas. In: *Manual de resistencia de materiales*. Moscú, Editorial Mir, Cap.16, p.425-436.

-
35. ROTTER, J. M. (1985a). Buckling under axial compression. In: *Design of steel bins for the storage of bulk solids*. Sydney, University of Sidney.
 36. ROTTER, J. M. (1985b). *Design of steel bins for the storage of bulk solids*. Sydney, University of Sidney.
 37. SÁLES, J. J. , MALITE, M., GOLÇALVES, R. M. (1994b). *SET 403 - Sistemas estruturais - Elementos estruturais*. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
 38. SAP90 ETABS SAFE (1995). *Computer software for structural and earthquake engineering* : Installation guide. Berkeley. Computers and Structures, Inc..
 39. SHULTE, H., YAGUI, T. (1981). *Estruturas de Aço* : elementos básicos. São Carlos. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
 40. TENG, J. G., ROTTER, J. M. (1989b). Plastic collapse of restrained steel silo hoppers. *Jnl. Construct. Steel Research*, n.14, p.139-158.
 41. TENG, J. G., ROTTER, J. M. (1991). Plastic buckling of rings at steel silo transition junctions. *Jnl. Construct. Steel Research*, n.19, p.1-18.
 42. TENG, J. G., ROTTER, J. M. (1992). Recent research on the behaviour and design of steel silo hoppers and transition junctions. *Jnl. Construct. Steel Research*, n.23, p.313-343.
 43. TIMOSHENKO, S. P. (1961). *Theory of Elastic Stability*. Tokio. McGraw-Hill.
 44. TIMOSHENKO, S. P. *Resistência dos Materiais*. 02 Volumes. Brasil. LTC Editora.
 45. TIMOSHENKO, S. P., GOODIER, J. N. (1980c). *Teoria da Elasticidade*. 3ª edição. Rio de Janeiro. Guanabara Dois.
 46. VON KÁRMÁN, T., DUNN, L. G., TSIEN, H. (1940). The influence of curvature on the buckling characteristics of structures. *Journal of the Aeronautical Sciences*, v.7, n.7, p.276-289, May.
 47. VON KÁRMÁN, T., TSIEN, H. (1941). The buckling of thin cylindrical shells under axial compression. *Journal of the Aeronautical Sciences*, v.8, n.8, p.303-312, June.

48. WEINGARTEN, V. I., MORGAN, E. J., SEIDE, P. (1965a). Elastic stability of thin-walled cylindrical and conical shells under axial compression. *AIAA Jnl*, v.3, n.3, p.500-505, March.
49. WEINGARTEN, V. I., MORGAN, E. J., SEIDE, P. (1965b). Elastic stability of thin-walled cylindrical and conical shells under combined internal pressure and axial compression. *AIAA Jnl*, v. 3, n.6, p.1118-1125, June.