

**CONTRIBUIÇÕES À ANÁLISE DE PAVIMENTOS
DE EDIFÍCIOS EM LAJE NERVURADA**

CARLOS BRAZ CORDEIRO BARBIRATO

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Engenharia de Estruturas

ORIENTADOR: Prof. Dr. Márcio Roberto Silva Corrêa

São Carlos

1997

FOLHA DE APROVAÇÃO

Dissertação defendida e aprovada em 04-4-1997
pela Comissão Julgadora:



Prof. Doutor **MARCIO ROBERTO SILVA CORRÊA (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)



Prof. Titular **WALTER SAVASSI**
(Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)



Prof. Doutor **RICARDO LEOPOLDO E SILVA FRANÇA**
(Escola Politécnica - Universidade de São Paulo)



Prof. Dr. **MOUNIR KHALIL EL DEBS**
Coordenador da Área de Engenharia de Estruturas



JOSE CARLOS A. CINTRA
Presidente da Comissão de Pós-Graduação

Aos meus pais,
João Barbirato Marafoni e
Dulci Cordeiro Barbirato

AGRADECIMENTOS

Aos órgãos de fomento à pesquisa, CNPq e CAPES, pelas bolsas de estudo concedidas.

À TECSOF Engenharia de Estruturas S/C Ltda pelo empréstimo de todo o material referente aos pavimentos utilizados nos exemplos.

A todos os colegas, professores e funcionários do Departamento de Estrutura da EESC-USP, que direta ou indiretamente participaram e tornaram possível a elaboração desse trabalho.

Ao professor Marcio Antônio Ramalho pelas relevantes contribuições no desenvolvimento dos pré e pós-processadores.

Em especial ao professor Márcio Roberto Silva Corrêa pela orientação segura, objetiva, e de fundamental importância para elaboração desse trabalho e, sobretudo pela amizade e pelos ensinamentos.

Aos amigos de pós-graduação Fernando, Gustavo e David pela amizade, apoio e principalmente pelo convívio.

Ao meu irmão João e minha cunhada Gianna, pela constante disponibilidade em me ajudar e, principalmente, pelo incentivo.

Ao meu cunhado Geraldo e minha irmã Regina, pelo apoio e por tudo que fizeram para o meu ingresso na Universidade.

Em especial à minha namorada Vanessa pelo constante incentivo e apoio, sobretudo nos momentos mais difíceis.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.....	i
LISTA DE TABELAS.....	vi
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS.....	vii
LISTA DE SÍMBOLOS.....	viii
RESUMO.....	x
<i>ABSTRACT</i>	xi
CAPÍTULO 1 - APRESENTAÇÃO	01
1.1 - INTRODUÇÃO.....	01
1.2 - OBJETIVOS.....	03
1.3 - DESCRIÇÃO SUCINTA DOS CAPÍTULOS.....	03
CAPÍTULO 2 - PRÉ-PROCESSADOR DE DADOS	05
2.1 - INTRODUÇÃO.....	05
2.2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	06
2.3 - GERADOR DE MODELOS.....	15
2.3.1 - GENERALIDADES.....	15
2.3.2 - GERAÇÃO DO RETICULADO BÁSICO.....	16
2.3.3 - GERAÇÃO DOS NÓS DO PAVIMENTO.....	19
2.3.4 - GERAÇÃO DAS NERVURAS.....	22
2.3.5 - GERAÇÃO DOS ELEMENTOS DE PLACA.....	23
2.3.6 - GERAÇÃO DE VIGAS E PILARES.....	24

2.3.7 - ARQUIVOS UTILIZADOS PELO PRÉ-PROCESSADOR.....	26
2.4 - ACOPLADOR DE MODELOS.....	31
2.5 - GERAÇÃO DO MODELO FINAL.....	33
2.6 - EXEMPLO DE MODELAGEM.....	35
CAPÍTULO 3 - PÓS-PROCESSADOR DE RESULTADOS.....	45
3.1 - INTRODUÇÃO.....	45
3.2 - PROCEDIMENTOS DE EXECUÇÃO.....	46
3.3 - OBSERVAÇÃO GRÁFICA.....	49
CAPÍTULO 4 - MODELOS PARA ANÁLISE DE PAVIMENTOS EM LAJE NERVURADA.....	57
4.1 - INTRODUÇÃO.....	57
4.2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	58
4.3 - MODELAGEM ATRAVÉS DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS.....	60
4.3.1 - GENERALIDADES.....	60
4.3.2 - ESPESSURA EQUIVALENTE DOS ELEMENTOS DE PLACA.....	61
4.3.3 - CARACTERÍSTICAS DOS ELEMENTOS DE BARRA.....	62
4.3.4 - PARÂMETROS DO CONCRETO.....	64
4.3.5 - AÇÕES ATUANTES.....	65
4.3.6 - SIMULAÇÃO DOS PILARES.....	66
4.3.7 - MODELO EM ELEMENTOS DE PLACA.....	68
4.3.8 - MODELO EM ELEMENTOS DE BARRA.....	68
CAPÍTULO 5 - EXEMPLOS NUMÉRICOS.....	70
5.1 - INTRODUÇÃO.....	70
5.2 - PRIMEIRO EXEMPLO DE APLICAÇÃO.....	71
5.3 - SEGUNDO EXEMPLO DE APLICAÇÃO.....	80
5.4 - TERCEIRO EXEMPLO DE APLICAÇÃO.....	98
5.5 - QUARTO EXEMPLO DE APLICAÇÃO.....	113
CAPÍTULO 6 - CONCLUSÕES.....	131
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	134

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 2.1	- Classificação dos Métodos de Geração de Rede [HO-LE (1988) ³ <i>apud</i> MICALI & ANDRÉ (1995)].....	07
FIGURA 2.2	- Geração de elementos a partir das células de um reticulado...	09
FIGURA 2.3	- Esquema de mapeamento dos elementos.....	09
FIGURA 2.4	- Esquema de mapeamento.....	10
FIGURA 2.5	- Mapeamento por Coordenadas Isoparamétricas [ZIENKIEWICZ & PHILLIPS (1971)].....	11
FIGURA 2.6	- Triangularização Semi-Automática [CAVENDISH (1974)].....	12
FIGURA 2.7	- Triangularização Automática [SADEK (1980)].....	13
FIGURA 2.8	- Representação do Método Quadtree Modificado [MICALI & ANDRÉ (1995)].....	14
FIGURA 2.9	- Definição do módulo e meio módulo de nervura.....	16
FIGURA 2.10	- Laje nervurada com detalhe do maciço de concreto.....	16
FIGURA 2.11	- Discretização do contorno do pavimento em segmentos retilíneos.....	17
FIGURA 2.12	- Geração do reticulado, evidenciando as regiões de ajustes....	18
FIGURA 2.13	- Deslocamento dos segmentos do contorno e do capitel.....	19
FIGURA 2.14	- Verificação de um ponto nodal N.....	21
FIGURA 2.15	- Identificação das nervuras.....	22
FIGURA 2.16	- Geração das linhas de nós.....	25
FIGURA 2.17	- Formato do arquivo de dados.....	26
FIGURA 2.18	- Incorporação do maciço de concreto à viga.....	28
FIGURA 2.19	- Formato do arquivo de vigas e nervuras.....	28
FIGURA 2.20	- Sistema de eixos local: Elemento de barra.....	29
FIGURA 2.21	- Ações nas nervuras.....	30
FIGURA 2.22	- Formato do arquivo de ações.....	31

FIGURA 2.23	- Esquema do acoplamento.....	32
FIGURA 2.24	- Formato do arquivo de pilares.....	33
FIGURA 2.25	- Esquema de geração do modelo final.....	35
FIGURA 2.26	- Detalhe das nervuras.....	36
FIGURA 2.27	- Forma do pavimento tipo do edifício Liberal Office.....	37
FIGURA 2.28	- Discretização do pavimento.....	38
FIGURA 2.29	- Geração dos nós e elementos de placa pelo programa GLN...	39
FIGURA 2.30	- Discretização dos trechos em laje maciça.....	39
FIGURA 2.31	- Acoplamento dos modelos através do programa ACOPGLN...	40
FIGURA 2.32	- Modelo completo gerado pelo programa GLS.....	41
FIGURA 2.33	- Detalhe de uma região do pavimento - Detalhe A.....	42
FIGURA 2.34	- Trecho do arquivo de pilares.....	43
FIGURA 2.35	- Trecho do arquivo de vigas e nervuras.....	44
FIGURA 2.36	- Trecho do arquivo de ações.....	44
FIGURA 3.1	- Esquema do pós-processamento.....	46
FIGURA 3.2	- Esforços solicitantes e planos de atuação.....	47
FIGURA 3.3	- Chamada do arquivo DXF.....	50
FIGURA 3.4	- Visualização dos diagramas de momento fletor das nervuras.	51
FIGURA 3.5	- Visualização dos diagramas de momento fletor das vigas.....	52
FIGURA 3.6	- Visualização dos diagramas de momento fletor e esforço cortante da viga V01.....	53
FIGURA 3.7	- Seqüência de comandos para se obter o valor dos esforços...	54
FIGURA 3.8	- Seqüência de comandos para se obter a vista em perspectiva.....	55
FIGURA 3.9	- Vista em perspectiva do pavimento deformado.....	55
FIGURA 4.1	- Exemplos de regiões maciças de concreto em lajes nervuradas.....	59
FIGURA 4.2	- Transformação da laje nervurada em laje maciça equivalente.	61
FIGURA 4.3	- Simulação do pilar através de trechos rígidos.....	66
FIGURA 4.4	- Determinação do coeficiente de mola.....	67
FIGURA 5.1	- Forma e detalhe das nervuras.....	72
FIGURA 5.2	- Discretização do modelo placa [Programa GM].....	73
FIGURA 5.3	- Discretização do modelo barra [Programa GLN].....	73
FIGURA 5.4	- Deformada das nervuras N11 e N12.....	74
FIGURA 5.5	- Deformada das vigas V01, V02, V03 e V04.....	75

FIGURA 5.6	- Diagrama de momento fletor das nervuras N11 e N12.....	75
FIGURA 5.7	- Diagrama de momento fletor das vigas V01, V02, V03 e V04.	76
FIGURA 5.8	- Diagrama de esforço cortante das nervuras N11 e N12.....	78
FIGURA 5.9	- Diagrama de esforço cortante das vigas V01, V02, V03 e V04.....	78
FIGURA 5.10	- Forma do pavimento tipo do edifício Portal da Cidade.....	81
FIGURA 5.11	- Detalhe das nervuras e do bloco de enchimento.....	82
FIGURA 5.12	- Discretização do pavimento: Modelo placa [Programa GM].....	83
FIGURA 5.13	- Discretização do pavimento: Modelo Barra [Programa GLN]...	85
FIGURA 5.14	- Esforço normal na base dos pilares.....	86
FIGURA 5.15	- Momento fletor M_x na base dos pilares.....	87
FIGURA 5.16	- Momento fletor M_y na base dos pilares.....	87
FIGURA 5.17	- Deslocamento vertical: Modelo barra - Perspectiva [Programa PLOT].....	89
FIGURA 5.18	- Deslocamento vertical: Modelo placa - Perspectiva [Programa CPLS].....	89
FIGURA 5.19	- Deformada da nervura N13D.....	90
FIGURA 5.20	- Deformada da nervura N62A.....	90
FIGURA 5.21	- Deformada da viga V04.....	91
FIGURA 5.22	- Deformada da viga V03.....	91
FIGURA 5.23	- Diagrama de momento fletor da nervura N13D.....	92
FIGURA 5.24	- Diagrama de momento fletor da nervura N62A.....	92
FIGURA 5.25	- Diagrama de momento fletor da viga V04.....	92
FIGURA 5.26	- Diagrama de momento fletor da viga V03.....	93
FIGURA 5.27	- Diagrama de esforço cortante da nervura N13D.....	95
FIGURA 5.28	- Diagrama de esforço cortante da nervura N62A.....	96
FIGURA 5.29	- Diagrama de esforço cortante da viga V04.....	96
FIGURA 5.30	- Diagrama de esforço cortante da viga V03.....	96
FIGURA 5.31	- Detalhe da tendência do diagrama no ponto B da nervura N13D.....	97
FIGURA 5.32	- Forma do pavimento tipo do edifício Piaget.....	99
FIGURA 5.33	- Discretização do pavimento: Modelo placa [Programa GM].....	101
FIGURA 5.34	- Discretização do pavimento: Modelo barra [Programa GLN]....	102
FIGURA 5.35	- Esforço normal na base dos pilares.....	104
FIGURA 5.36	- Momento fletor M_x na base dos pilares.....	104

FIGURA 5.37	- Momento fletor M_y na base dos pilares.....	105
FIGURA 5.38	- Deslocamento vertical: Modelo barra - Perspectiva [Programa PLOT].....	106
FIGURA 5.39	- Deslocamento vertical: Modelo placa - Perspectiva [Programa CPLS].....	106
FIGURA 5.40	- Deformada da nervura N17.....	107
FIGURA 5.41	- Deformada da nervura N76.....	107
FIGURA 5.42	- Deformada da viga V22.....	108
FIGURA 5.43	- Deformada da viga V03.....	108
FIGURA 5.44	- Diagrama de momento fletor da nervura N17.....	109
FIGURA 5.45	- Diagrama de momento fletor da nervura N76.....	109
FIGURA 5.46	- Diagrama de momento fletor da viga V22.....	110
FIGURA 5.47	- Diagrama de momento fletor da viga V03.....	110
FIGURA 5.48	- Diagrama de esforço cortante da nervura N17.....	111
FIGURA 5.49	- Diagrama de esforço cortante da nervura N76.....	111
FIGURA 5.50	- Diagrama de esforço cortante da viga V22.....	113
FIGURA 5.51	- Diagrama de esforço cortante da viga V03.....	113
FIGURA 5.52	- Forma do pavimento tipo do edifício Village Park.....	114
FIGURA 5.53	- Discretização do pavimento: Modelo placa [Programa GM].....	116
FIGURA 5.54	- Discretização do pavimento: Modelo barra [Programa GLN].....	117
FIGURA 5.55	- Esforço normal na base dos pilares.....	119
FIGURA 5.56	- Momento fletor M_x na base dos pilares.....	119
FIGURA 5.57	- Momento fletor M_y na base dos pilares.....	119
FIGURA 5.58	- Deslocamento vertical: Modelo placa - Perspectiva [Programa CPLS].....	120
FIGURA 5.59	- Deslocamento vertical: Modelo barra - Perspectiva [Programa PLOT].....	121
FIGURA 5.60	- Deformada da nervura N19C.....	122
FIGURA 5.61	- Deformada da nervura N20B.....	122
FIGURA 5.62	- Deformada da nervura N46B.....	122
FIGURA 5.63	- Deformada da viga V17.....	123
FIGURA 5.64	- Deformada da viga V24.....	123
FIGURA 5.65	- Diagrama de momento fletor da nervura N19C.....	125
FIGURA 5.66	- Diagrama de momento fletor da nervura N20B.....	125
FIGURA 5.67	- Diagrama de momento fletor da nervura N46B.....	125

FIGURA 5.68	- Diagrama de momento fletor da viga V17.....	126
FIGURA 5.69	- Diagrama de momento fletor da viga V24.....	126
FIGURA 5.70	- Redefinição da rede de elementos.....	127
FIGURA 5.71	- Diagrama de momento fletor da nervura N46B (rede mais densa).....	127
FIGURA 5.72	- Diagrama de esforço cortante da nervura N19C.....	128
FIGURA 5.73	- Diagrama de esforço cortante da nervura N20B.....	129
FIGURA 5.74	- Diagrama de esforço cortante da nervura N46B.....	129
FIGURA 5.75	- Diagrama de esforço cortante da viga V17.....	130
FIGURA 5.76	- Diagrama de esforço cortante da viga V24.....	130

LISTA DE TABELAS

TABELA 2.1	- STATUS dos pontos nodais.....	20
TABELA 2.2	- Valores para o código IPERM.....	23
TABELA 5.1	- Esforços solicitantes na base dos pilares.....	74
TABELA 5.2	- Momento fletor no centro da laje.....	79
TABELA 5.3	- Esforços solicitantes na base dos pilares.....	86
TABELA 5.4	- Deslocamento vertical: Flecha.....	88
TABELA 5.5	- Esforços solicitantes na base dos pilares.....	103
TABELA 5.6	- Deslocamento vertical: Flecha.....	105
TABELA 5.7	- Esforços solicitantes na base dos pilares.....	118
TABELA 5.8	- Deslocamento vertical: Flecha.....	120

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ASCII	- American Standard Code for Information Interchange
DXF	- Drawing Interchange File Format
EESC	- Escola de Engenharia de São Carlos
LASER	- Linguagem para Análise de Sistemas Estruturais Reticulados
NB	- Norma Brasileira
NBR	- Norma Brasileira Registrada
STRING	- Cadeia ou conjunto de caracteres
USP	- Universidade de São Paulo

LISTA DE SÍMBOLOS

- a_1 - Distância entre eixos de nervuras.
- A_c - Área da seção geométrica das peças.
- A_t - Área do triângulo formado pela parcela de ação que vai para as nervuras.
- A_s - Área da seção transversal da armadura longitudinal tracionada.
- $A_{s,min}$ - Área mínima da seção transversal da armadura longitudinal tracionada.
- b_1 - Comprimento de cada aba das nervuras de seção T.
- b_2 - Distância livre entre nervuras.
- b_{aj} - Largura do maciço de concreto referente ao ajuste.
- b_b - Largura dos blocos de enchimento.
- b_f - Largura da mesa das nervuras e vigas (seções T e L).
- b_w - Largura das nervuras e vigas (seções retangular, T e L).
- d - Altura útil das nervuras e vigas.
- E^* - Módulo de deformação longitudinal do concreto considerado.
- E_c - Módulo de deformação longitudinal do concreto.
- F_1 - Força devida ao peso próprio da nervura para o cálculo da ação atuante.
- F_2 - Força devida ao peso próprio da nervura para o cálculo da ação atuante.
- f_{ck} - Resistência característica do concreto à compressão.
- G^* - Módulo de deformação transversal do concreto considerado.
- h - Altura total da seção transversal das nervuras e vigas.
- h_{aj} - Altura total do maciço de concreto referente ao ajuste.
- h_b - Altura dos blocos de enchimento.
- h_{eq} - Espessura da laje maciça equivalente à laje nervurada.
- h_f - Espessura da mesa das nervuras e vigas (seções T e L).
- I - Momento de inércia à flexão da seção transversal T, sem fissuração e em relação ao eixo baricêntrico horizontal.
- I_t - Momento de inércia à torção da seção transversal T, sem fissuração.

- $j_{2,m}$ - Parâmetro de ajuste do retângulo que define a mesa, para o cálculo de l_t .
 $j_{2,n}$ - Parâmetro de ajuste do retângulo que define a nervura, para o cálculo de l_t .
 k - Coeficiente para a determinação de ψ_4 .
 k_c - Coeficiente para o cálculo da armadura longitudinal de peças, com seção retangular, de concreto armado sujeitas à flexão simples.
 k_s - Coeficiente para o cálculo da armadura longitudinal de peças, com seção retangular, de concreto armado sujeitas à flexão simples.
 L - Comprimento do tramo das nervuras para o cálculo da largura colaborante.
 l_b - Comprimento dos blocos de enchimento.
 M_2 - Momento fletor que provoca flexão no plano 1-3 de cada elemento de barra.
 M_3 - Momento fletor que provoca flexão no plano 1-2 de cada elemento de barra.
 M_d - Momento fletor de cálculo.
 M_X - Momento fletor que provoca flexão no plano XZ do pavimento.
 M_Y - Momento fletor que provoca flexão no plano YZ do pavimento.
 N - Esforço normal atuante na direção do eixo 1 de cada elemento de barra.
 q - Ação uniformemente distribuída ao longo das nervuras.
 Q - Ação atuante na direção normal ao plano do pavimento (sem peso próprio).
 T - Momento torçor atuante na direção do eixo de cada elemento de barra.
 V_2 - Esforço cortante atuante no plano 1-2 de cada elemento de barra.
 V_3 - Esforço cortante atuante no plano 1-3 de cada elemento de barra.
 V_d - Esforço cortante de cálculo.
 y_{cg} - Ordenada do centróide da seção transversal T, medido a partir da face inferior da peça.
 ϕ - Diâmetro da barra da armadura.
 α - Coeficiente para a determinação de ψ_4 .
 γ - Peso específico do concreto.
 η_m - Relação das dimensões do retângulo que define a mesa, para cálculo de l_t .
 η_n - Relação das dimensões do retângulo que define a nervura, para cálculo de l_t .
 ν - Coeficiente de Poisson do concreto.
 ρ_1 - Menor taxa da armadura longitudinal de tração no trecho de comprimento $2.h$ a partir da face do apoio.
 τ_{wd} - Tensão de cisalhamento de cálculo.
 τ_{wul} - Tensão de referência para a verificação do cisalhamento em lajes.
 ψ_4 - Coeficiente para a determinação de τ_{wul} .

RESUMO

BARBIRATO, C.B.C. *Contribuições à análise de pavimentos de edifícios em laje nervurada*. São Carlos, 1997. 138p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

Este trabalho trata da análise elástico-linear de pavimentos de edifícios de concreto armado em laje nervurada e, em especial, lajes lisas com vigas nas bordas. Inicialmente desenvolve-se um pré-processador dedicado a esse sistema estrutural com todas as facilidades que permitem sua modelagem rápida e eficiente. Os dados de entrada são baseados quase que exclusivamente no fornecimento dos contornos dos capitéis e do pavimento, sendo que este último é discretizado em segmentos retilíneos que devem ser paralelos aos eixos do sistema cartesiano. Com um mínimo de informações, esse pré-processador executa a montagem do arquivo de dados, definindo automaticamente elementos de barra para as nervuras, elementos de placa para os capitéis e realizando todos os ajustes necessários para a modelagem do pavimento a ser analisado com a utilização de um sistema em Elementos Finitos. Com a utilização dessa ferramenta, desenvolve-se um estudo de alguns casos de pavimentos típicos, objetivando-se, em especial, uma comparação entre a análise através de elementos de barra e placa e o procedimento simplificado de se considerar apenas elementos finitos de placa com rigidez equivalente. Para facilitar a análise dos resultados apresenta-se um pós-processador que permite a visualização tridimensional dos esforços solicitantes e deslocamentos obtidos.

Palavras-chave: Laje Nervurada, Análise de Pavimentos, Concreto Armado, Gerador de Redes, Pós-Processador de Diagramas

ABSTRACT

BARBIRATO, C.B.C. *Contributions for analysis of building floors in waffle slab*. São Carlos, 1997. 138p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos.

This work deals with the linearly elastic analysis of reinforced concrete building floors in waffle slab, emphasizing flat slabs with beams at the edges. Initially it is developed a pre-processor dedicated to this structural system, with all facilities that allows a quick and efficient modeling. The input data are based on the supplying of the the drop-panels and the floor contours, and this last one is discretized in right segments that must be parallel with the axes of the Cartesian system. With few informations, this pre-processor performs the assemblage data files, defining automatically bar elements to the ribs, plate elements to the drop-panels and realizing all the necessary adjustments in the model to be analyzed by a Finite Element system. With the utilization of the mentioned tool, it is presented a study of some typical floors, enhancing a comparison between the analysis using bar and plate elements and the simplified process with equivalent rigidity plate elements. In order to facilitate the analysis of the results it is also presented a pos-processor that allows a tridimensional visualization of internal forces and displacements.

Key-words: Waffle Slabs, Floors Analysis, Reinforced Concrete, Mesh Generator, Pos-processor of Diagrams

CAPÍTULO 1

APRESENTAÇÃO

1.1 - INTRODUÇÃO

Para atender a exigências da arquitetura moderna, assim como a fatores econômicos, é crescente a utilização dos chamados “tetos lisos”, que são obtidos através do emprego de lajes de grandes vãos, sem vigas ou nervuras aparentes, sendo neste caso, as lajes nervuradas uma alternativa bastante promissora. As vantagens desse subsistema estrutural, em relação aos demais existentes, referem-se não só à maior liberdade no projeto arquitetônico, mas, principalmente, à economia de material, à redução do peso próprio da estrutura, à menor suscetibilidade da estrutura a deslocamentos transversais, e à possibilidade de se utilizar capitéis nas proximidades dos pilares, onde as tensões normais e cisalhantes são elevadas. Nos edifícios construídos no Brasil, é notável o emprego de pavimentos em laje nervurada, por isso é oportuno o seu estudo que, para ser realizado de maneira eficiente, depende da existência de pré e pós-processadores adequados para a modelagem e a análise do pavimento através de sistemas em Elementos Finitos.

Atualmente, muitos projetistas que utilizam um sistema em Elementos Finitos para cálculo de edifícios, tratam os pavimentos em laje nervurada como se fossem lajes maciças, com espessura determinada através de uma equivalência em inércia à estrutura original. Isso se deve ao fato de que esses sistemas usualmente são dotados de geradores de rede e pós-processadores gráficos eficientes para o tratamento de modelos com elementos finitos de placa. Assim, pode-se agilizar a análise com o artifício de tratar as lajes nervuradas através de uma placa equivalente, e por não necessitar do conhecimento prévio da posição exata das nervuras, além da possibilidade de considerá-la integrada ao vigamento e aos pilares, buscando

representar o maior número possível de vínculos que estão presentes no sistema estrutural real.

Entretanto, os pavimentos em laje nervurada comportam-se, preponderantemente, como uma estrutura formada por barras, isto é, como uma grelha. Dessa forma, o modelo que melhor representa esse comportamento, baseia-se na discretização da laje nervurada em elementos finitos de barra de seção transversal T , e na simulação dos capitéis com elementos finitos de placa. Além disso, os pilares e as vigas devem ser modelados por elementos de barra, considerando a integração com os demais elementos, proporcionando, assim, o caráter tridimensional do modelo.

O fato é que o citado modelo é pouco utilizado pelos projetistas, pois os pré-processadores já desenvolvidos não são adaptados para a geração de dados com esse tipo de modelagem. Para eliminar essa lacuna, é desenvolvido um pré-processador que gera automaticamente elementos de barra para discretizar nervuras, vigas e pilares e, também, elementos finitos de placa para simular os capitéis.

Em se tratando de um procedimento numérico, que requer a partição do pavimento em um número finito de elementos conectados por nós, a quantidade de dados e resultados envolvida é excessiva. Para auxiliar a análise e a interpretação dos resultados, é necessário o desenvolvimento de pós-processadores com recursos gráficos adequados. Para tanto, é apresentado um pós-processador que permite traçar diagramas de esforços solicitantes e deslocamentos, evidenciando o aspecto tridimensional do modelo.

Como último item a ser ressaltado, a comparação dos resultados de esforços solicitantes e deslocamentos para pavimentos em laje nervurada, obtidos com modelos de barra e placa ou modelos de elementos placa, é importante para estabelecer uma correlação entre eles e verificar se o procedimento de análise que utiliza exclusivamente elementos de placa pode ser considerado adequado para a análise dessa tipologia de pavimentos.

1.2 - OBJETIVOS

Os principais objetivos deste trabalho são :

- Desenvolver um pré-processador de dados para modelagem de pavimentos de edifícios em laje nervurada, que gere automaticamente elementos de barra para modelar as nervuras e elementos finitos de placa para os capitéis.

- Desenvolver um pós-processador que permita visualizar graficamente os resultados da análise.

- Com a utilização desses programas, em adição a outros programas já desenvolvidos no âmbito do Departamento de Estrutura da EESC-USP, efetuar estudos comparativos entre modelos em elementos de barra e placa e modelos que utilizem apenas elementos finitos de placa para discretizar a laje equivalente.

1.3 - DESCRIÇÃO SUCINTA DOS CAPÍTULOS

No capítulo 1, apresenta-se uma introdução ao tema, evidenciando os processos de análise de pavimentos em laje nervurada através do Método dos Elementos Finitos, além dos objetivos e justificativas do trabalho.

O capítulo 2 refere-se, basicamente, ao desenvolvimento do pré-processador para a geração do modelo em elementos de barra e placa para a modelagem de pavimentos em laje nervurada. Inicialmente são apresentados os métodos e os procedimentos de geração de redes para sistemas em Elementos Finitos, disponíveis na literatura técnica. Em seguida, é feita uma combinação e uma adaptação dos métodos encontrados, em conjunto com procedimentos de álgebra vetorial, para desenvolver a metodologia a ser empregada no desenvolvimento do pré-processador proposto. Com intuito de juntar partes em laje maciça, já discretizadas em elementos finitos de placa, ao modelo em elemento de barra, é apresentado um programa, cuja função básica, é ler vários arquivos de partes adicionais já discretizadas e acoplá-las ao modelo básico, ajustando a interface dos

modelos. Finalmente, é feita a aplicação dos programas desenvolvidos a um exemplo de pavimento fornecido pela *TECSOF - Engenharia de Estruturas S/C Ltda*, evidenciando-se as diversas etapas de geração.

O capítulo 3 trata do desenvolvimento do pós-processador para traçar diagramas de esforços solicitantes e deslocamentos do pavimento como um todo. Os resultados nodais da análise são obtidos pelo processamento dos modelos através do sistema LASER [RAMALHO (1990) e CORRÊA (1991)]. A visualização gráfica dos resultados é obtida com o AUTOCAD [AUTODESK (1989)], que possui recursos de “ZOOM”, rotação, vista em perspectiva, entre outros. A transferência de dados do pós-processador para o AUTOCAD é realizada através de arquivos em padrão DXF.

O capítulo 4 destina-se à apresentação dos detalhes da modelagem de pavimentos para análise através do Método dos Elementos Finitos. Inicialmente, é feito um histórico sobre lajes nervuradas, com base na literatura técnica disponível. Em seguida, é mostrado o equacionamento para calcular a espessura da placa equivalente à laje nervurada, assim como as recomendações da NORMA BRASILEIRA NB-1/78 para determinar a largura colaborante das nervuras, necessária ao cálculo do momento de inércia. Além disso, é discutida a modelagem dos pilares nos programas em Elementos Finitos. Apresentam-se os coeficientes de rigidez que podem ser utilizados, bem como, a consideração dos trechos rígidos referentes aos topos dos pilares.

O capítulo 5 enfoca o estudo comparativo entre modelos cuja análise é feita com elementos de barra de seção transversal T (mesa oriunda da laje de capeamento) e placa e modelos em que é empregado o procedimento simplificado de considerar apenas elementos de placa com rigidez equivalente à do conjunto nervuras-laje de capeamento. Para tanto, são utilizados quatro exemplos de aplicação, nos quais são comparados resultados tais como reações de apoio, esforços solicitantes e deslocamentos ao longo das lajes e das vigas do pavimento. O objetivo é obter uma correlação entre os modelos para que se possa destacar as particularidades de cada um, com intuito de verificar a confiabilidade da análise da estrutura quando se utiliza, por exemplo, o modelo simplificado em projetos.

No capítulo 6 são listadas as conclusões sobre eficiência dos pré e pós-processadores desenvolvidos, assim como as conclusões obtidas com o estudo comparativo dos modelos propostos. Além disso, são feitas sugestões para a continuação do trabalho, tanto para o melhoramento dos pré e pós-processadores, como no aprofundamento de comparações entre os modelos.

CAPÍTULO 2

PRÉ-PROCESSADOR DE DADOS

2.1 - INTRODUÇÃO

A busca de técnicas numéricas que melhor simulem o comportamento real das estruturas e que, ao mesmo tempo, garantam o seu uso na prática do cálculo estrutural, tem sido a tônica de muitos pesquisadores. A modelagem de pavimentos de edifícios, envolvendo a integração de lajes, vigas e pilares, via Método dos Elementos Finitos, tem sido utilizada mais freqüentemente à medida que são desenvolvidos algoritmos para geração automática desses modelos.

Sistemas comerciais como o SUPERSAP (1987), COSMOS (1989) e o ANSYS (1990), oferecem ao usuário vários recursos de geração de dados, e de observação gráfica dos resultados, mas nenhum voltado especificamente para pavimentos de edifícios. Dessa forma, o volume de dados e informações necessários à modelagem dos pavimentos, com o emprego desses sistemas, se torna excessivo. Por outro lado, no âmbito do Departamento de Estruturas da EESC-USP, encontra-se em REZENDE (1990), em BAPTISTA (1994) e em SOUSA JR (1996) o desenvolvimento de geradores de redes próprios para a modelagem de pavimentos de edifícios, com todos os recursos e facilidades que permitam uma geração rápida e eficiente. Entretanto, esses geradores não são voltados para a geração de modelos em que as nervuras são tratadas como barras de seção transversal T, os capitéis como placas, e vigas e pilares também tratados como barras. Capitéis são regiões maciça de concreto utilizadas para fazer a ligação da laje com os pilares, suas dimensões são definidas de tal forma que as nervuras adjacentes ao seu contorno sejam capazes de resistir as tensões normais e cisalhantes. Nos pavimentos em laje nervurada correntes os capitéis tem a mesma espessura do conjunto nervura-laje de capeamento.

Neste capítulo, inicialmente, é apresentado um estudo sobre os diversos métodos e procedimentos utilizados para a geração automática de redes para sistemas computacionais em Elementos Finitos. Em seguida, faz-se uma adaptação de alguns desses métodos, juntamente com conceitos de álgebra vetorial, para desenvolver o pré-processador dedicado a essa tipologia de pavimentos. Para a distribuição, ao longo do pavimento, dos elementos de barra, correspondentes às nervuras, são implementados procedimentos práticos utilizados nos escritórios de projeto. Com intuito de juntar trechos em laje maciça, comuns em pavimentos nervurados, é apresentado um programa para acoplar trechos já discretizados em elementos de placa ao modelo básico em elementos de barra.

Tanto o pré-processador, denominado GLN, quanto o acoplador batizado como ACOPGLN, têm seus arquivos de saída formatados para o sistema LASER [RAMALHO (1990) e CORRÊA (1991)], que é um sistema geral em Elementos Finitos, formado por uma biblioteca de oito tipos de elementos, dentre eles os elementos de barra e placa necessários à modelagem de pavimentos. Os elementos finitos de placa utilizados pelo sistema LASER foram desenvolvidos com a formulação livre e podem ser triangulares: T3AF com três graus de liberdade por nó, e quadrilaterais: Q4AF composto por quatro elementos triangulares T3AF. Cabe ressaltar que para esses elementos não há problemas na representação da ligação barra-placa pois contemplam os mesmos graus de liberdade por nó. Os programas desenvolvidos neste trabalho são codificados na linguagem de programação FORTRAN, utilizando-se o compilador POWERSTATION 1.0 [MICROSOFT (1992)].

2.2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Até os dias atuais, poucas tentativas foram feitas com intuito de classificar os métodos de geração de redes de elementos finitos. O trabalho publicado em 1973 por BUELL e BUSH¹ *apud* MICALI & ANDRÉ (1995), é tido como a primeira tentativa de rever os métodos de geração. Mais tarde, em 1985 THACKER² *apud* MICALI & ANDRÉ (1995) publica uma extensa bibliografia sobre os

¹ BUELL, W. R. ; BUSH, B. A. (1973). Mesh generation: a survey. *Trans. ASME, J. Eng. Ind.*, p. 332-338. February.

² THACKER, W. C. (1985). A brief review of techniques for generating irregular computational grids. *Int. J. Numer. Eng.*, v. 21, p. 329-347.

métodos de geração, sem se preocupar com a classificação ou em estabelecer comparações entre eles. Em 1988, HO-LE³ *apud* MICALI & ANDRÉ (1995), publica um artigo com a finalidade de classificar os métodos de geração de redes, conforme apresentado na figura 2.1. A classificação apresentada nesta figura, baseia-se na ordem temporal em que o conjunto de nós ou elementos são criados, subdividindo-se posteriormente esses grupos em subgrupos.

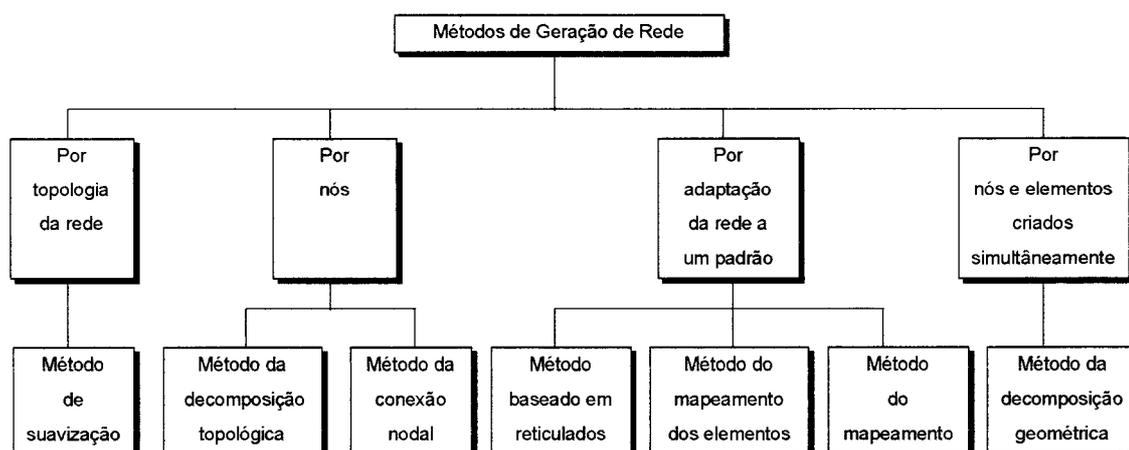


FIGURA 2.1- Classificação dos Métodos de Geração de Rede
[HO-LE (1988)³ *apud* MICALI & ANDRÉ (1995)]

A seguir são descritos sucintamente cada um desses grupos, conforme MICALI & ANDRÉ (1995):

• Por topologia da rede

Os métodos que se enquadram nesse grupo, que têm como etapa inicial a determinação da topologia da rede, envolvem também o **Método de Suavização** para determinar as coordenadas dos pontos nodais. Entretanto, até o momento não se conhece algoritmo capaz de criar a topologia como etapa inicial. Dessa forma, os métodos pertencentes a este grupo, são utilizados apenas como auxiliar de outros.

³ HO-LE, K. (1988). Finite element mesh generation methods: a review and classification. *CAD*, v. 20, n. 1.

• Por nós

Os métodos que formam esse grupo, têm como fase inicial a criação de nós, que são posteriormente conectados para formar os elementos finitos retangulares ou triangulares; podendo-se distinguir dois métodos: **Método da Decomposição Topológica** e o **Método da Conexão Nodal**.

No primeiro método, desenvolvido por WORDENWEBER⁴ *apud* MICALI & ANDRÉ (1995), o objeto é representado por dois tipos de entidades: vértices e arestas. Por procedimentos geométricos são especificadas a posição e a forma de cada entidade, sendo que o relacionamento entre as entidades é feito através da topologia. Os elementos finitos triangulares são criados a partir da conexão dos vértices, de tal forma que a superfície do objeto seja totalmente preenchida.

Já no segundo método, distinguem-se duas fases: a de geração de nós e a de geração dos elementos. A geração dos nós pode ser feita aleatoriamente, por exemplo, através da técnica de CAVENDISH (1974); ou através de técnicas de geração não-aleatórias. Na fase de geração dos elementos, é feita apenas a conexão dos nós gerados na etapa anterior. Para criar os elementos podem-se utilizar os métodos de Triangularização, como por exemplo, o Método de Delaunay, conforme indica MICALI & ANDRÉ (1995).

• Por adaptação da rede a um padrão

Neste grupo estão incluídos todos os métodos em que a rede de elementos é gerada previamente e, em seguida, adaptada ao contorno do objeto. Esse grupo é composto por três métodos:

- **Método Baseado em Reticulados:** Baseia-se na geração de um reticulado, cujas células, definidas pelos nós, são posteriormente transformadas em elementos, conforme ilustrado na figura 2.2. Na geração do reticulado alguns métodos, como o proposto por SHEPHARD & YERRY (1983), requerem que o objeto seja circunscrito

⁴ WORDENWEBER, B. (1984). Finite Element mesh generation. *Comp. - Aided Designer*. v.16, n. 5, p. 285-291. September.

por um contorno de referência. Com base nesse contorno, gera-se o reticulado (rede de pontos) propriamente dito. Os nós localizados fora do objeto são automaticamente eliminados; os nós próximos à fronteira são movidos para esta, com o intuito de gerar a rede compatível com o objeto a ser discretizado.

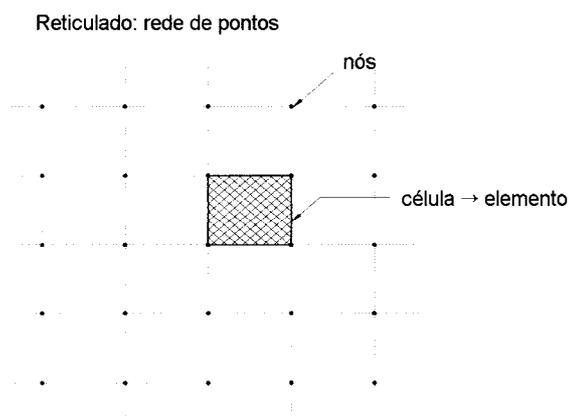


FIGURA 2.2- Geração de elementos a partir das células de um reticulado

- **Método do Mapeamento dos Elementos:** Nesse método, o objeto é subdividido manualmente em regiões mais simples. Essas regiões definem macro elementos de três ou quatro lados. O gabarito da rede é um quadrado unitário discretizado por uma rede de elementos quadrados, ou um triângulo unitário com rede triangular. Em seguida, a rede que discretiza o gabarito é mapeada, via funções de forma, para cada macro elemento que compõe o objeto, conforme ilustra a figura 2.3. Exemplos de funções de forma podem ser encontrados em ZIENKIEWICZ & PHILLIPS (1971).

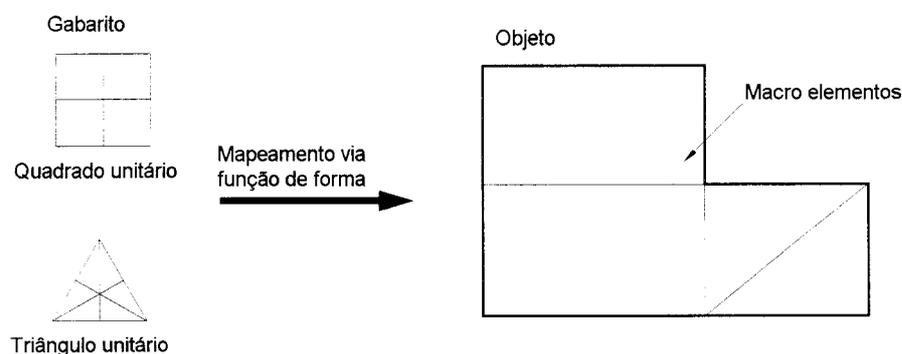


FIGURA 2.3 - Esquema de mapeamento dos elementos

- **Método do Mapeamento:** Esse método baseia-se na construção de um polígono "Q" com o mesmo número de vértices do objeto a ser discretizado. A rede de elementos é gerada no polígono "Q", e em seguida mapeada para o objeto (polígono "P") através de funções que estabelecem correspondências entre os vértices dos polígonos. A figura 2.4 mostra o esquema do mapeamento.

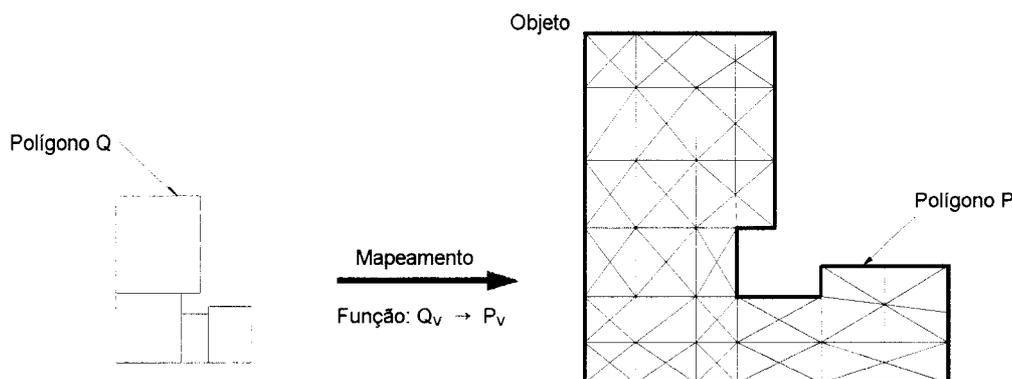


FIGURA 2.4 - Esquema de mapeamento

• Por nós e elementos criados simultaneamente

De acordo com MICALI & ANDRÉ (1995), neste grupo enquadram-se os métodos em que não se faz distinção entre as fases de geração dos nós e dos elementos. Pode-se citar, por exemplo, o **Método da Decomposição Geométrica**, no qual são feitas considerações a respeito do aspecto e da dimensão dos elementos.

Segundo BAPTISTA (1994), as técnicas de geração de redes para sistemas em Elementos Finitos vêm sendo desenvolvidas por várias décadas, sendo que a grande maioria delas requer alguma forma de partição do objeto em várias regiões. Nos geradores de redes correntes as técnicas usualmente empregadas são: Triangularização Automática, Transformação de Coordenadas, Procedimentos de Suavização e Funções Combinadas.

Das técnicas citadas, Transformação de Coordenadas e Funções Combinadas são as mais utilizadas, pois produzem redes bem condicionadas. Embora muito eficazes, essas técnicas exigem que o usuário divida o objeto em

regiões mais simples, para que cada uma delas possa ser discretizada separadamente.

Outra técnica de Transformação de Coordenadas bastante utilizada é a que se baseia no conceito de Coordenadas Isoparamétricas, proposta por ZIENKIEWICZ & PHILLIPS (1971). A essência dessa técnica é discretizar o objeto de interesse em zonas ou regiões quadrilaterais. Cada região é discretizada isoladamente, tendo o cuidado apenas de manter o mesmo número de divisões em lados comuns. Em seguida, é feito o mapeamento isoparamétrico de cada região, através de funções de forma (funções polinomiais). Dessa maneira, são criados automaticamente os nós e os elementos, conforme a figura 2.5. Essa técnica é bastante genérica e produz redes eficientes, podendo ser empregada tanto para superfícies planas quanto curvas.

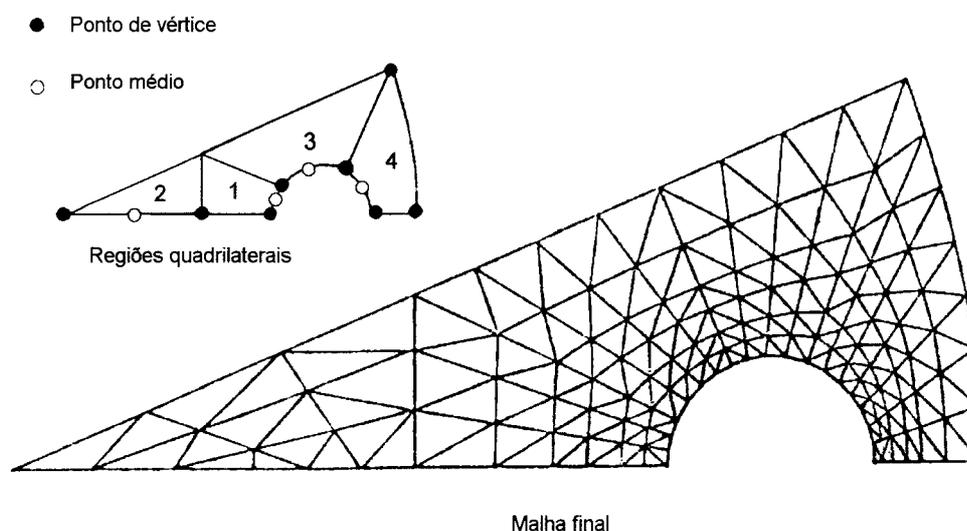


FIGURA 2.5 - Mapeamento por Coordenadas Isoparamétricas
[ZIENKIEWICZ & PHILLIPS (1971)]

A técnica de Funções Combinadas é composta de vários procedimentos, sendo que o mais empregado é o Mapeamento Transfinito. Segundo GORDON (1983), o objeto de interesse é mapeado por um operador linear que transforma funções de um espaço linear em um subespaço. O emprego desse procedimento esbarra na dificuldade de elaboração do algoritmo.

Na grande maioria das aplicações, os Procedimentos de Suavização são empregados em conjunto com outras técnicas, com o intuito de uniformizar os aspectos dos elementos gerados.

De um modo geral, a técnica de Triangularização consiste em discretizar o objeto em elementos triangulares. CAVENDISH (1974), propõe um procedimento de triangularização semi-automática, para o qual deve-se fornecer a densidade de elementos para que os nós possam ser gerados a partir do contorno do objeto. Os nós são inicialmente adicionados ao contorno em intervalos regulares; em seguida, outros nós são gerados aleatoriamente no interior do objeto. Os elementos finitos são criados apenas conectando-se os nós gerados na etapa anterior. Esse procedimento, em geral, permite a concentração de elementos em certas regiões de interesse, como pode ser observado na figura 2.6.

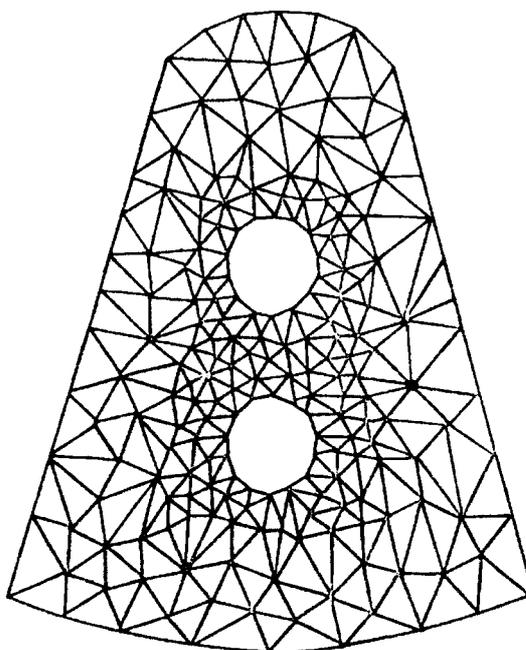


FIGURA 2.6 - Triangularização Semi-Automática
[CAVENDISH (1974)]

Um esquema de triangularização automática é proposto por SADEK (1980). O procedimento consiste em formar dois elementos triangulares em cada

vértice do objeto. Em seguida, consideram-se esses elementos eliminados do objeto, sendo criados, então, novos vértices, conforme ilustra a figura 2.7. O procedimento é recursivo até que todo o objeto seja completamente preenchido por elementos. Na fase de geração, há a preocupação em formar elementos triangulares com geometria mais próxima possível do triângulo equilátero, com a finalidade de criar elementos bem condicionados. Esse procedimento, ocasionalmente, produz redes com alta concentração de elementos. Além disso, é restrito aos casos em que o objeto a ser discretizado seja convexo.

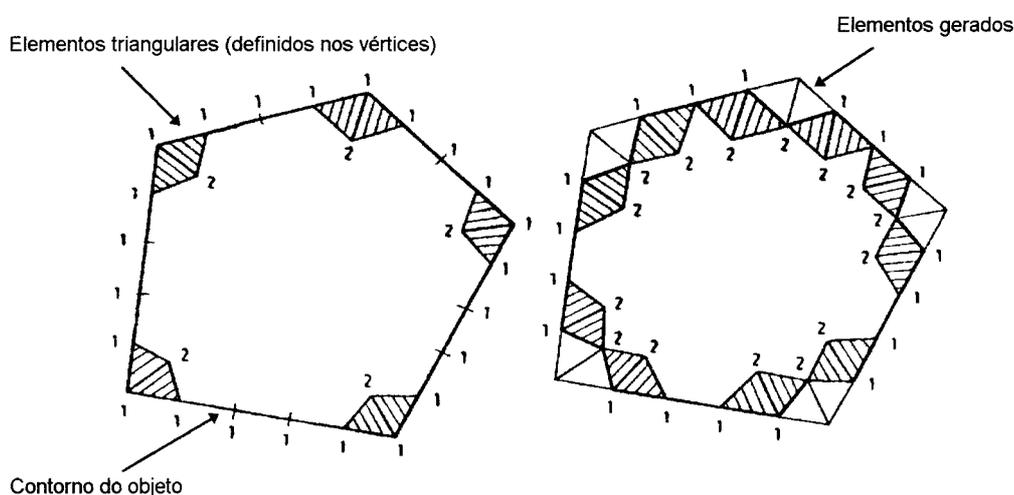


FIGURA 2.7 - Triangularização Automática
[SADEK (1980)]

Outra técnica de triangularização bastante utilizada é a do Quadtree Modificado descrito em SHEPHARD & YERRY (1983). Nada mais é do que uma técnica de decomposição recursiva de um objeto bidimensional em quadrantes. Inicialmente o objeto é circunscrito por um quadrado de referência; em seguida esse quadrado é particionado em quadrantes que possuem, individualmente, um código de preenchimento em relação ao objeto. Posteriormente verifica-se a porção do objeto contida dentro do quadrante: se o objeto for preenchido totalmente pelo quadrante, este é armazenado numa árvore hierárquica; se o preenchimento é parcial pode-se realizar uma nova partição do quadrante em outros menores; e assim sucessivamente, até que os parâmetros de controle da rede sejam atingidos. Os

quadrantes que não contêm nenhuma porção do objeto são descartados; já os quadrantes total e parcialmente preenchidos dão origem aos elementos finitos. A figura 2.8 mostra o emprego da técnica do Quadtree Modificado para a discretização de um objeto.

Os elementos gerados na fronteira do objeto assumem formas intermediárias entre o triângulo e o quadrado, de maneira a se adaptarem ao contorno. Contudo, a rede final não apresenta uma homogeneidade na dimensão dos elementos.

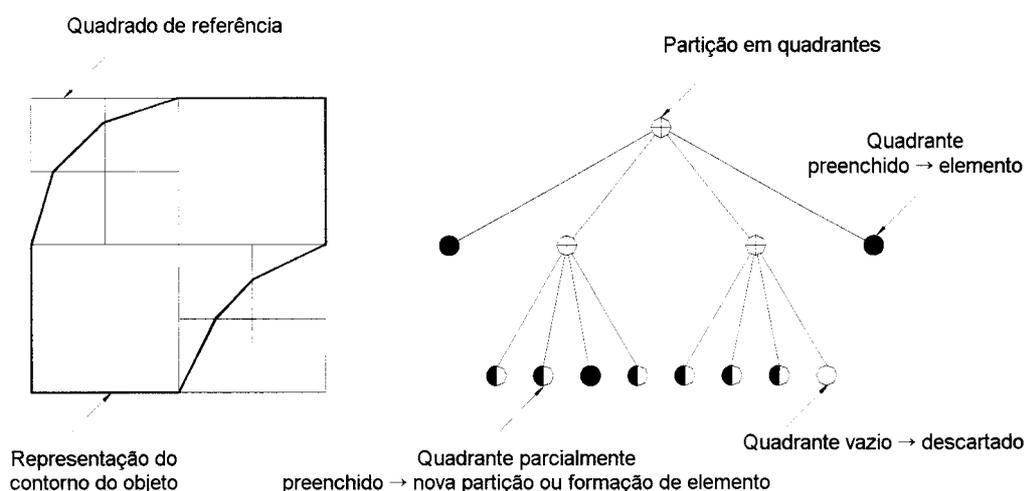


FIGURA 2.8 - Representação do Método Quadtree Modificado
[MICALI & ANDRÉ (1995)]

Outros procedimentos são utilizados para gerar redes para sistemas em elementos finitos. ZHU *et al.* (1991), JOHNSTON *et al.* (1991), TEZUKA (1992) e ALQUATI & GROEHS (1995), propõem gerar redes de elementos quadriláterais a partir de uma triangularização do objeto, obedecendo a certos critérios de estimativa de erros e otimização da rede. Essa técnica embora produza redes próximas das ideais, é pouco utilizada, pois exige um grande esforço computacional.

Com relação aos geradores desenvolvidos no âmbito do Departamento de Estruturas da EESC-USP, cita-se o proposto por REZENDE (1990), que é específico para a discretização de pavimentos de edifícios. O gerador desenvolvido

consiste em gerar redes de elementos quadrilaterais, a partir de uma divisão inicial do pavimento em regiões quadrilaterais. Trata-se de um processo rápido e eficiente, porém limitado a pavimentos que possam ser divididos em regiões quadrilaterais. Entretanto, para uma maior generalidade na forma dos pavimentos, BAPTISTA (1994) apresenta um gerador de redes, fundamentado em procedimentos de álgebra vetorial. Nesse gerador, o contorno do pavimento é representado por segmentos de retas. Inicialmente, o pavimento é circunscrito por um retângulo de referência; posteriormente é gerada uma rede de pontos, cujo espaçamento entre eles é especificado pela dimensão do elemento. Através de procedimentos de álgebra vetorial é verificada a posição de cada ponto nodal em relação ao contorno do pavimento. Os pontos que estiverem fora do contorno são eliminados, os que estiverem próximos ao contorno são deslocados para ele. Os elementos finitos, propriamente ditos, são gerados a partir das células do reticulado. Outro gerador de rede para sistema em Elementos Finitos bastante genérico e dedicado ao pavimento de edifícios, é o desenvolvido por SOUSA JR (1996). Esse pré-processador permite gerar tanto redes de elementos triangulares quanto quadrangulares. Além disso, é desenvolvido em ambiente WINDOWS, possuindo recursos gráficos para verificação e possíveis intervenções na rede gerada.

2.3 - GERADOR DE MODELOS

2.3.1 - GENERALIDADES

As particularidades de um programa gerador de redes próprio para modelos onde a laje nervurada é tratada por elementos de barra e os capitéis por elementos de placa, estão ligadas ao fato de que a rede gerada deve representar o eixo das nervuras. Assim, o gerador é responsável pelo posicionamento dos eixos das nervuras, obedecendo rigorosamente ao espaçamento entre eles, prevendo regiões de ajustes e a utilização do meio módulo de nervura. Usualmente, o módulo de nervura é definido pela junção de dois blocos de enchimento (distância livre entre nervuras), enquanto que o meio módulo corresponde a utilização de apenas um bloco (metade da distância livre entre nervuras), conforme apresentado na figura 2.9.

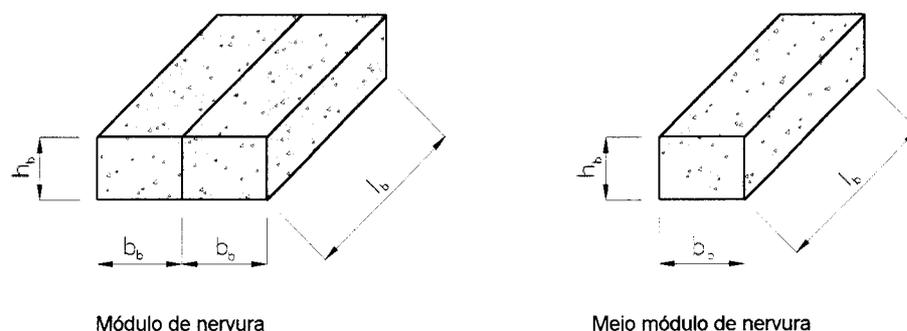


FIGURA 2.9 - Definição do módulo e do meio módulo de nervura

Em se tratando de pavimentos de edifícios, a distribuição das nervuras deve ser tal que as regiões de ajustes sejam criadas junto às vigas de borda, conforme os procedimentos usualmente empregados nos escritórios de projetos. Os ajustes são regiões maciças de concreto, necessárias à correção do espaço para a distribuição das nervuras, conforme ilustrado na figura 2.10. Em muitos casos, as próprias nervuras adjacentes às vigas de borda são utilizadas como ajustes.

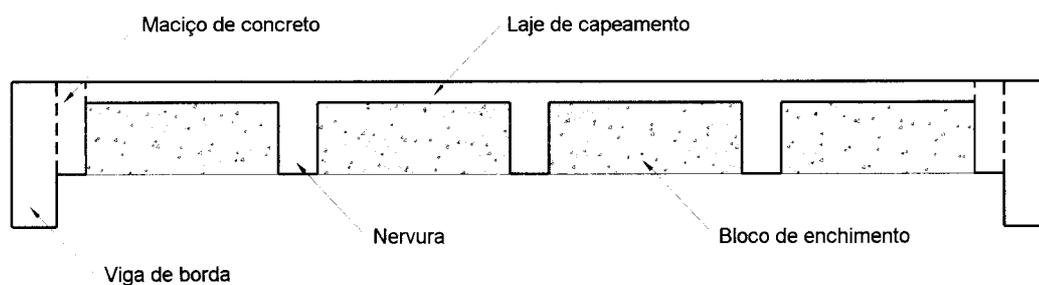


FIGURA 2.10 - Laje nervurada com detalhe do maciço de concreto

2.3.2 - GERAÇÃO DO RETICULADO BÁSICO

O processo de geração do reticulado é automático, necessitando apenas de uma discretização prévia do contorno do pavimento e dos capitéis em segmentos retilíneos, conforme exemplifica a figura 2.11. Neste caso, deve-se

fornecer as coordenadas nodais dos vértices dos contornos, e as respectivas incidências, além do espaçamento entre eixos das nervuras. Com relação à forma dos pavimentos, o gerador é restrito aos casos em que os segmentos que formam o contorno, sejam paralelos a um sistema de eixo cartesiano qualquer. Entretanto, qualquer tipo de recortes são possíveis. Essa simplificação está ligada à necessidade da existência de regiões de ajustes, tendo em vista que no caso de contornos inclinados e curvos, a definição dessas regiões passa a ser um complicador. Também, pelo fato de não ser comum a utilização de lajes nervuradas em pavimentos que apresentam geometria irregular devido às naturais dificuldades de execução. Os segmentos que representam o contorno do pavimento podem ser definidos nas faces ou no eixo das vigas de borda.

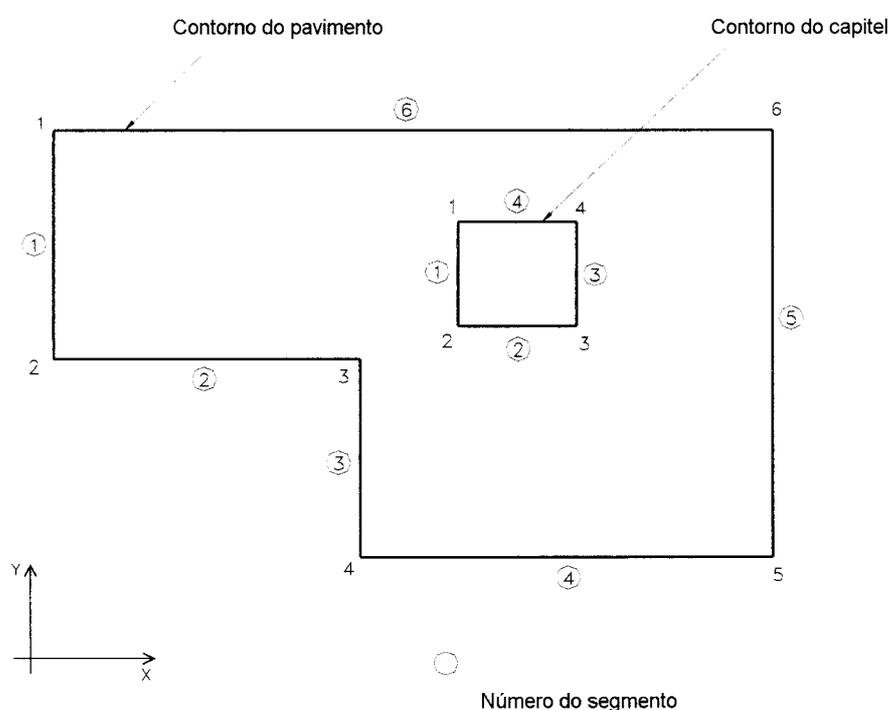


FIGURA 2.11 - Discretização do contorno do pavimento em segmentos retilíneos

O gerador é fundamentado no Método Baseado em Reticulados, descrito anteriormente. Inicialmente, o pavimento discretizado através do seu contorno é circunscrito por um retângulo de referência. O reticulado, isto é, a rede de pontos ou nós é, então, gerada em todo o retângulo de referência, em função do espaçamento entre eixos das nervuras. Com base nesse espaçamento e nas

dimensões do retângulo de referência, determina-se a quantidade de nervuras que podem ser distribuídas nas direções X e Y, assim como as dimensões dos ajustes para cada direção. Com intuito de manter a simetria no posicionamento das nervuras em relação ao retângulo de referência, em cada aresta é deixado metade do ajuste da correspondente direção. A figura 2.12 ilustra o processo descrito acima.

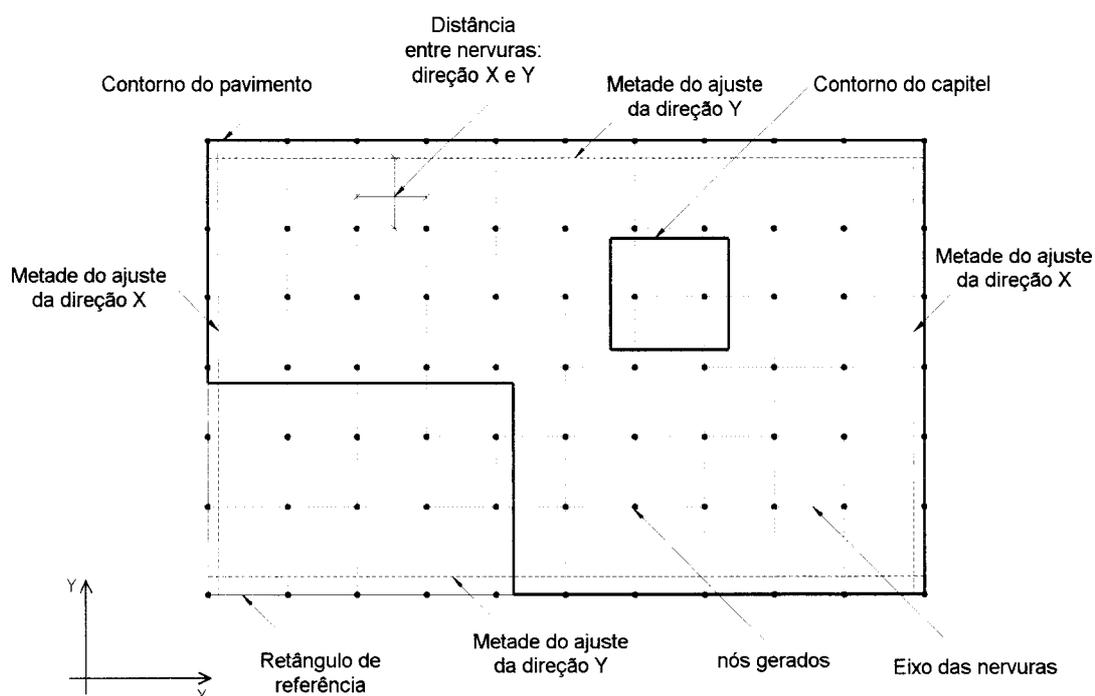


FIGURA 2.12 - Geração do reticulado, evidenciando as regiões de ajustes

Em seguida, os segmentos do contorno que formam os recortes são ajustados em relação à rede de pontos gerada. Os segmentos do contorno são deslocados de suas posições iniciais de acordo com a primeira linha de nós paralela a cada segmento e interna ao contorno do pavimento. No entanto, esse deslocamento não compromete a representatividade do modelo, pois é controlado e não excede ao meio módulo de nervura. Por procedimentos de álgebra vetorial, é calculada a distância de cada segmento do contorno que formam os recortes à referida linha de nós, e tomadas as seguintes providências:

- Se a distância for maior que o meio módulo de nervura, é gerada uma nova linha de nós e os segmentos do contorno são deslocados para essa posição. Isso corresponde à utilização do meio módulo de nervura próximo ao contorno deslocado.

- Se a distância for menor que o meio módulo de nervura, os segmentos do contorno são apenas deslocados para a linha de nós mais próxima.

No caso dos contornos dos capitéis, o mesmo procedimento é utilizado, isto é, os capitéis são ajustados à rede de pontos gerada, testando-se a possibilidade de emprego do meio módulo de nervura. O procedimento acima descrito é ilustrado na figura 2.13.

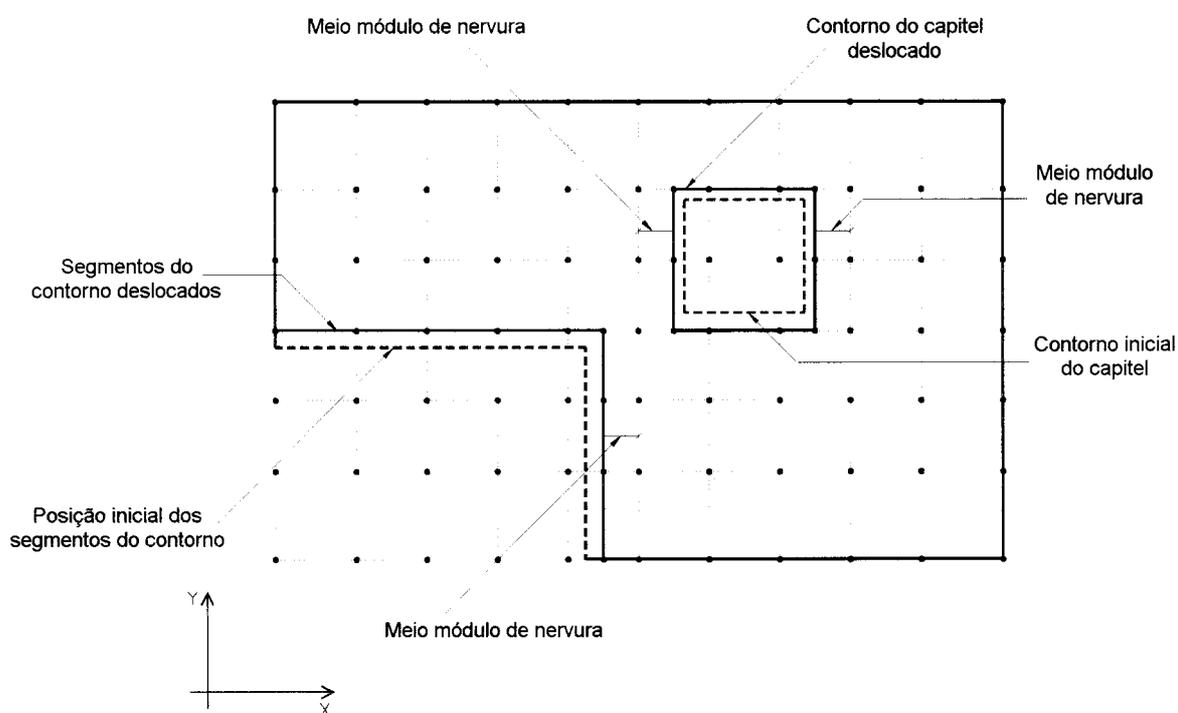


FIGURA 2.13 - Deslocamento dos segmentos do contorno e do capitel

2.3.3 - GERAÇÃO DOS NÓS DO PAVIMENTO

Uma vez ajustados os contornos do pavimento e dos capitéis existentes, passa-se a identificar os pontos nodais que interessam à modelagem. Para tanto é adaptada a idéia de "STATUS" proposta por BAPTISTA (1994), em conjunto com procedimentos de álgebra vetorial. O "STATUS" nada mais é do que

um código com valores pré-definidos que representam a situação de cada ponto nodal gerado em relação ao contorno do pavimento e dos capitéis. Os valores utilizados para o STATUS de cada ponto nodal são listados na tabela 2.1.

TABELA 2.1 - STATUS dos pontos nodais

STATUS	Situação do Ponto Nodal Gerado
0	ainda não identificado
1	situado no vértice de capitéis
2	situado no contorno de capitéis
3	interno aos capitéis
4	externo aos capitéis e interno ao pavimento
5	externo ao pavimento
6	situado no vértice do pavimento
7	situado no contorno do pavimento

Inicialmente são identificados os pontos nodais gerados que coincidam com os pontos definidos nos vértices do pavimento e nos vértices dos capitéis. Para tanto, é calculada a distância de cada ponto nodal a todos os pontos definidos como vértices (distância de ponto a ponto). Caso haja coincidência de algum ponto, é verificado a qual contorno pertence o vértice (pavimento ou capitéis), com intuito de atribuir ao ponto nodal gerado o STATUS correspondente.

Em seguida, são identificados os pontos nodais que estão sobre o contorno do pavimento e sobre o contorno dos capitéis. Nesse caso, é calculada a distância de cada ponto gerado aos segmentos que formam o contorno (distância de ponto a reta). Posteriormente, é verificado a que contorno pertence o segmento, para então atribuir ao ponto gerado o STATUS correspondente.

Finalmente, para os pontos nodais que ainda não foram identificados, isto é, com STATUS igual a zero, é feita a verificação se são internos aos capitéis e ao pavimento, ou externos ao pavimento. Esta verificação baseia-se, também, em procedimentos de álgebra vetorial. Cada ponto nodal gerado é testado em relação a todos os segmentos dos contornos. A figura 2.14 ilustra a verificação de um ponto nodal "N" em relação ao contorno do pavimento. Para cada segmento do contorno, são determinados vetores que ligam o ponto "N" aos seus nós extremos. Dessa

forma, para cada segmento é efetuado o produto escalar entre esses vetores para determinar o ângulo entre eles (α_i). O sentido desse ângulo é obtido através do produto vetorial. Se o somatório dos ângulos entre todos os vetores que unem o ponto "N" aos extremos dos segmentos for igual a 360° , o ponto "N" é interno ao contorno em questão, caso seja igual a 0° o ponto é externo. Esse procedimento é realizado para cada ponto nodal, testando inicialmente em relação aos contornos dos capitéis e, em seguida, em relação ao contorno do pavimento. Assim, é possível atribuir o STATUS correspondente.

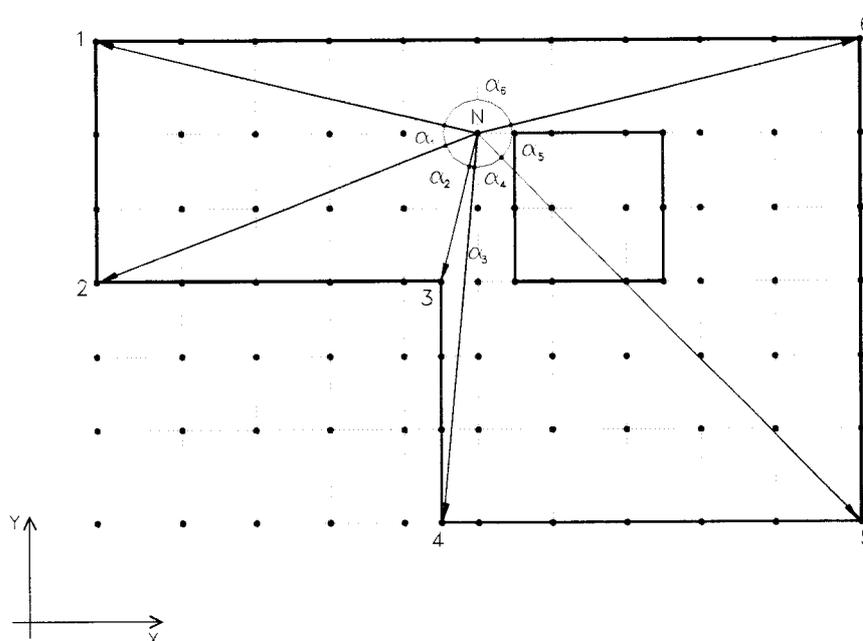


FIGURA 2.14 - Verificação de um ponto nodal N

Os pontos nodais que estiverem fora do contorno do pavimento são eliminados, os que pertencerem aos contornos de capitéis definem os vértices dos elementos de placa, e os que estiverem interno ao contorno do pavimento são utilizados para futura geração dos elementos de barra. Portanto, todos os pontos que não possuem STATUS = 5, são automaticamente considerados como nós, adotando-se numeração seqüencial na ordem de seu aproveitamento.

2.3.4 - GERAÇÃO DAS NERVURAS

Com os nós que discretizam o pavimento determinados, passa-se a definir as nervuras que compõem a laje. Com base no STATUS dos nós, o gerador faz uma pesquisa para cada linha de nós, tanto horizontal (paralela ao eixo X) como vertical (paralela ao eixo Y), com a finalidade de identificar os nós inicial e final de cada nervura, para posterior gravação em arquivo.

O gerador nomeia as nervuras de acordo com as recomendações da NORMA BRASILEIRA REGISTRADA NBR-7191/82, com intuito de utilizar uma nomenclatura usual em projetos, facilitando, dessa forma, a identificação por parte do projetista. As nervuras horizontais são identificadas de cima para baixo com numeração ímpar. Caso as nervuras sejam interrompidas por capitéis, elas são divididas em trechos da esquerda para direita, indicados por letras romanas maiúsculas colocadas após o seu número. Já as nervuras verticais são identificadas da esquerda para direita com numeração par. Caso sejam seccionadas por capitéis, são, também, divididas em trechos de baixo para cima, indicados por letras romanas maiúsculas. Em todos os casos, a numeração é precedida da letra "N", referente a "Nervura". A figura 2.15 exemplifica a nomenclatura das nervuras, obedecendo-se a presença de vigas de borda.

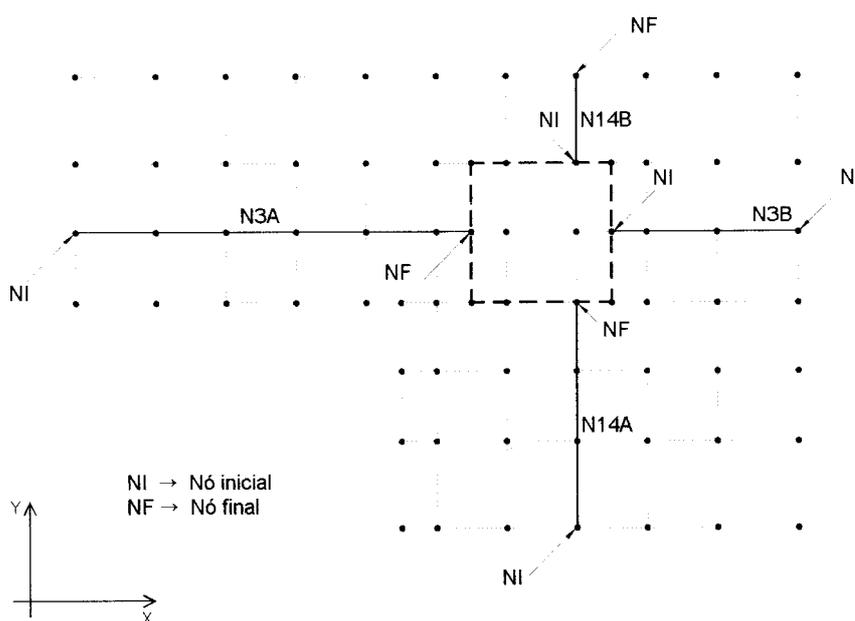


FIGURA 2.15 - Identificação das nervuras

Cabe ressaltar que o gerador não é responsável pela criação dos elementos de barra utilizados para discretizar as nervuras. Entretanto, gera automaticamente dados que indicam início e fim de cada nervura, para uma posterior geração dos elementos de barra através do programa GLS do sistema LASER.

2.3.5 - GERAÇÃO DOS ELEMENTOS DE PLACA

Os elementos finitos de placa são criados apenas no interior dos capitéis. A geração consiste em transformar as células definidas pelos pontos nodais em elementos, cujos vértices são os próprios nós que formam as células. Para tanto, cada célula é analisada individualmente em função do STATUS dos pontos nodais que a define. O procedimento empregado baseia-se em BAPTISTA (1994), que utiliza um ponteiro, denominado "IPERM", para identificar as células que podem ser transformadas em elementos. A tabela 2.2 apresenta os valores pré-definidos para o código IPERM em função do STATUS de cada ponto nodal.

TABELA 2.2 - Valores para o código IPERM

STATUS	IPERM
1	10
2	10
3	100
4	1
5	1
6	1
7	1

O somatório do IPERM dos quatro vértices da célula estabelece se esta pode ou não ser transformada em elemento finito de placa. Entretanto, apenas alguns valores para esse somatório indica a possibilidade de representar elementos de placa:

- $\sum \text{IPERM} = 22$: Célula com dois pontos no contorno de capitéis, um no contorno do pavimento e o outro interno ao pavimento.
- $\sum \text{IPERM} = 40$: Célula com os quatro pontos nos vértices de capitéis; ou com

dois pontos no vértice e dois no contorno de capitéis.

- $\Sigma I_{PERM} = 103$: Célula com um ponto interno a capitéis e os outros três internos ao pavimento; ou com um ponto interno a capitéis, um ponto interno e os outros dois externos ao pavimento. Nesses casos, apenas um quarto da célula é considerado como elemento.
- $\Sigma I_{PERM} = 112$: Célula com um ponto interno a capitéis, um no contorno de capitéis e os demais internos ao pavimento; ou com um ponto interno a capitéis, um no contorno de capitéis, um interno ao pavimento e o outro no contorno do pavimento; ou ainda, com um ponto interno a capitéis, um no contorno de capitéis e os outros dois externos ao pavimento. Nessas situações consideram-se apenas metade da célula com elemento.
- $\Sigma I_{PERM} = 130$: Célula com um ponto interno, dois no contorno e um no vértice de capitéis.
- $\Sigma I_{PERM} = 202$: Célula com dois pontos internos a capitéis e os outros dois internos ou externos ao pavimento. Nesses casos, apenas a metade da célula é considerada como elemento.
- $\Sigma I_{PERM} = 220$: Célula com dois pontos internos e dois no contorno de capitéis.
- $\Sigma I_{PERM} = 400$: Célula com todos os pontos internos a capitéis.

Os casos em que apenas um quarto ou metade da célula são considerados como elementos correspondem às células onde foram utilizados o meio módulo de nervura, isto é, nas proximidades dos contornos deslocados. Todas as células com $\Sigma I_{PERM} = 4$ são automaticamente desprezadas pois nenhum de seus vértices pertence a capitéis. Para as células cujo somatório se enquadra nos limites estabelecidos, o gerador cria os elementos finitos quadrilaterais com as correspondentes incidências.

2.3.6 - GERAÇÃO DE VIGAS E PILARES

Conforme já realçado, o pré-processador não é responsável pela criação dos elementos de barra, que são utilizados para simular tanto nervuras como vigas e pilares. Entretanto, ele fornece recursos para uma posterior geração desses

elementos através do programa GLS do sistema LASER. Esses recursos, referem-se à geração de nós adicionais nas posições das vigas e dos pilares.

No caso das vigas de borda, os nós que as discretizam, são os mesmos gerados para o pavimento. Entretanto, para vigas externas ao domínio definido para a geração automatizada, o gerador permite definir linhas de nós. Deve-se fornecer os nós inicial e final da linha, ficando a geração dos nós intermediários a cargo do gerador, que determina o seu espaçamento em função do próprio módulo de nervura.

Os pilares podem ser tratados através de pontos adicionais definidos no centro da seção transversal ou através de linhas de nós que delimitam a maior dimensão da citada seção. Caso haja coincidência entre os pontos adicionais e os nós do pavimento, o gerador elimina os pontos duplicados. Em se tratando de pilares no interior dos capitéis, as citadas opções de modelagem podem ser empregadas. Nesse caso, o gerador ao posicionar o ponto ou a linha de nós, no interior do capitel, redistribui a rede de elementos, formando elementos finitos triangulares que possibilitam o ajuste. A figura 2.16 apresenta a utilização de linhas de nós para definir vigas e pilares, além de ilustrar a divisão da rede de elementos no interior do capitel.

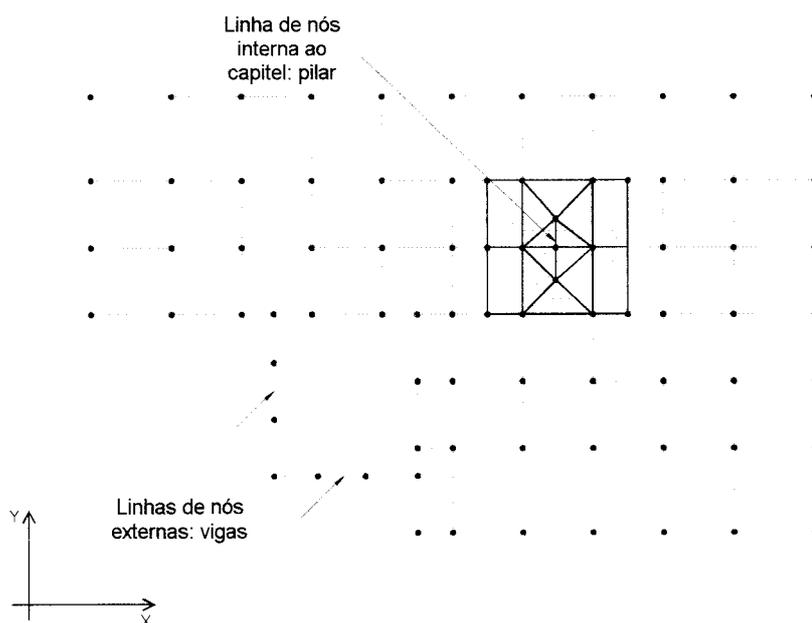


FIGURA 2.16 - Geração das linhas de nós

Cabe ressaltar que o gerador é responsável apenas pela definição de nós ou linhas de nós que delimitam os topos dos pilares. Os elementos de barra

verticais correspondentes aos eixos dos pilares assim como seus nós extremos, são gerados posteriormente pelo programa GLS.

2.3.7 - ARQUIVOS UTILIZADOS PELO PRÉ-PROCESSADOR

O pré-processador GLN, trabalha com quatro arquivos distintos em padrão ASCII. O primeiro é criado pelo usuário, já os demais são criados automaticamente pelo próprio programa.

A entrada de dados é feita através de um arquivo de terminação “.GLN”. Esse arquivo pode ser preparado em qualquer editor de texto. É necessária uma discretização prévia do contorno do pavimento em segmentos, conforme comentado anteriormente. A figura 2.17 apresenta o formato do arquivo de dados. Em todos os arquivos utilizados pelo programa GLN, as variáveis devem ocupar campos que iniciam na primeira ou na sexta coluna. A diferenciação pode ser observada facilmente na figura.

```

PROJETO
ESP
CAR
PES
H,Bw,Hf,Bf,
PTO
  1,X,Y,
  .....
  n,X,Y,
CTN1
  Ni,Nn,
.....
CTNn
  Ni,Nn,
LIN
  1,NI,NF,
  .....
  n,NI,NF,
VEX
  1,DTX,XI,OFXI,OFXF,
  .....
  n,DTX,XI,OFXI,OFXF,
VEY
  1,DTY,YI,OFYI,OFYF,
  .....
  n,DTY,YI,OFYI,OFYF,
FIM

```

FIGURA 2.17 - Formato do arquivo de dados

As variáveis possuem os seguintes significados:

- PROJETO : "STRING" para identificação do projeto.
- ESP : Espessura dos elementos placa (capitéis).
- CAR : Ação normal ao plano do pavimento (sem peso próprio).
- PES : Peso específico do concreto.
- Bw : Largura da nervura.
- H : Altura total da nervura.
- Bf : Largura colaborante da nervura (seção T).
- Hf : Espessura da mesa colaborante.
- PTO : Identificação de início da definição dos vértices do contorno e pontos adicionais. As variáveis X, Y são as coordenadas dos pontos definidos.
- CTN : Identificação de início da definição dos contornos. Ni a Nn são os pontos que definem os contornos. Ni é considerado como o ponto inicial e de fechamento do contorno. Já Nn é o penúltimo ponto do contorno.
- LIN : Identificação de início da definição das linhas internas ou externas de nós. NI representa o ponto inicial da linha, e NF o seu ponto final.
- VEX : Identificação de faixas com diferentes módulos de nervuras segundo o eixo X. DTX representa a distância entre eixos de nervuras a ser adotado para a faixa. XI é a cota inicial da faixa. A faixa se estenderá até a próxima cota XI definida ou até o fim do contorno do pavimento. OFXI é a distância entre a cota inicial da faixa e o início da distribuição das nervuras na direção X. OFXF é a distância entre a cota final da faixa e a cota final para a distribuição das nervuras.
- VEY : Identificação de faixas com diferentes módulos de nervuras segundo o eixo Y. DTY representa a distância entre eixos de nervuras a ser adotado para a faixa. YI é a cota inicial da faixa. A faixa se estenderá até a próxima cota YI definida ou até o fim do contorno do pavimento. OFYI é a distância entre a cota inicial da faixa e o início da distribuição das nervuras na direção Y. OFYF é a distância entre a cota final da faixa e a cota final para a distribuição das nervuras.

Para a discretização do pavimento, podem-se definir até 30 contornos, sendo que o primeiro refere-se ao contorno do pavimento e os demais aos capitéis. Cada contorno pode ser dividido em até 100 segmentos. Além disso, podem ser

empregados até 300 pontos, entre vértices dos contornos e pontos adicionais. Em relação às linhas de nós, podem-se utilizar até 200 linhas.

Com relação às regiões de ajustes, necessárias à correção do espaço para o posicionamento das nervuras, o gerador cria um arquivo de terminação “.AJT”, onde são listadas as dimensões dos maciços de concreto, tanto para as vigas horizontais (paralelas ao eixo X) como para as verticais (paralelas ao eixo Y), situadas no início e no fim das faixas de distribuição das nervuras. Neste caso, esses maciços devem ser adicionados às dimensões das referidas vigas com intuito de transformá-las em vigas de seção transversal L, conforme ilustrado na figura 2.18. Cabe ressaltar que a altura do maciço de concreto é a própria altura das nervuras.

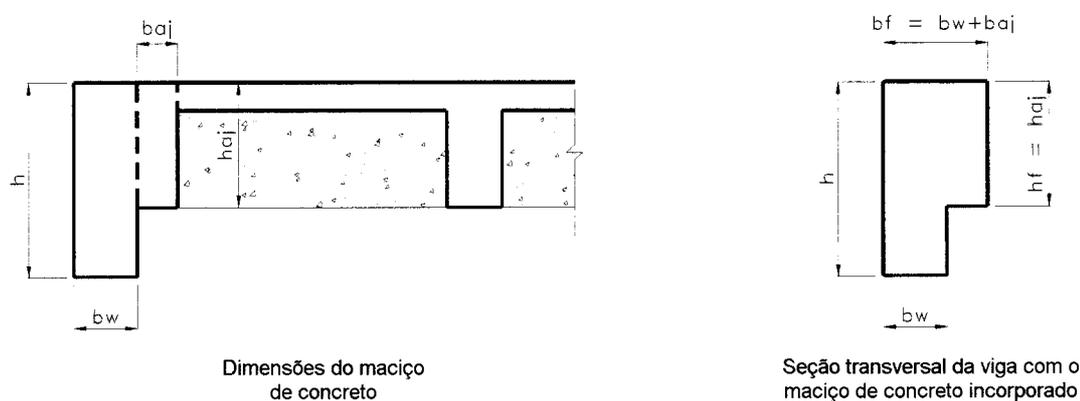


FIGURA 2.18 - Incorporação do maciço de concreto à viga

O pré-processador cria um arquivo de extensão “.V”, onde são definidos os nós iniciais e finais das nervuras do pavimento, conforme o formato apresentado na figura 2.19. Além das nervuras, que são definidas automaticamente, as vigas devem ser editadas nesse arquivo, para posterior geração dos elementos de barra.

```

SECAO
1,D2,D3,D2L,D3L,CA,CT,MULV
.....
n,D2,D3,D2L,D3L,CA,CT,MULV
V...IRI,IRF,IBI,IBF
NOI,NOF,PROP,MESA,INV,PROX,
.....
FIM

```

FIGURA 2.19 - Formato do arquivo de vigas e nervuras

Para entender essas variáveis, é preciso definir o sistema de eixos local dos elementos de barra, que é mostrado na figura 2.20. Sendo assim, essas variáveis têm os seguintes significados:

- D2, D3 : Dimensões segundo os eixos 2 e 3 (eixo 2 normal ao pavimento).
- D2L, D3L : Dimensões da mesa segundo os eixos 2 e 3.
- CA : Coeficiente de área para automatizar o carregamento das nervuras (se = 0, CA=1,0)
- CT : Coeficiente de redução da inércia de torção (se = 0, CT = 0,01).
- MULV : Multiplicador de características geométricas.
- V : "STRING" de 5 posições para identificação de vigas ou nervuras. IRI, IRF definem rótulas associadas à flexão, e simetria no início e fim de vigas e nervuras (0: não coloca rótula, 1: coloca rótula, 2: marca simetria). IBI, IBF definem trechos em balanço no início e fim de vigas e nervuras (0 : trecho normalmente apoiado, 1 : trecho em balanço). NOI, NOF representam os nós de início e fim de vigas e nervuras. PROP refere-se à propriedade de vigas e nervuras. MESA representa o índice para a consideração de mesa (0: não considera, 1: um lado, 2: dois lados). INV representa o índice de inversão da viga ou nervura (≥ 0 : direta, < 0 : invertida). PROX define a tolerância da distância de um nó ao eixo da peça gerada (se = 0 adota-se 0,01 m).

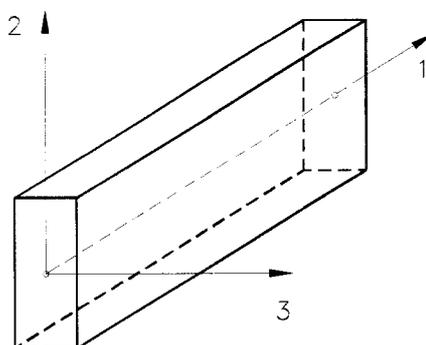


FIGURA 2.20 - Sistema de eixos local: Elemento de barra

Com relação às ações atuantes no plano do pavimento, o gerador transforma, automaticamente, essas ações em carregamentos uniformemente distribuídos ao longo das nervuras. Essa transformação baseia-se no quinhão de ação que vai para cada nervura, conforme ilustrado na figura 2.21 para o caso particular em que a distância entre eixos de nervuras é igual para as duas direções. Entretanto, como o peso próprio das nervuras é calculado, automaticamente, pelo processador LS5H do sistema LASER em função da área da seção transversal, é necessário abater do carregamento, que vai para as nervuras, uma parcela de peso próprio que seria considerada duas vezes devido às interseções das nervuras.

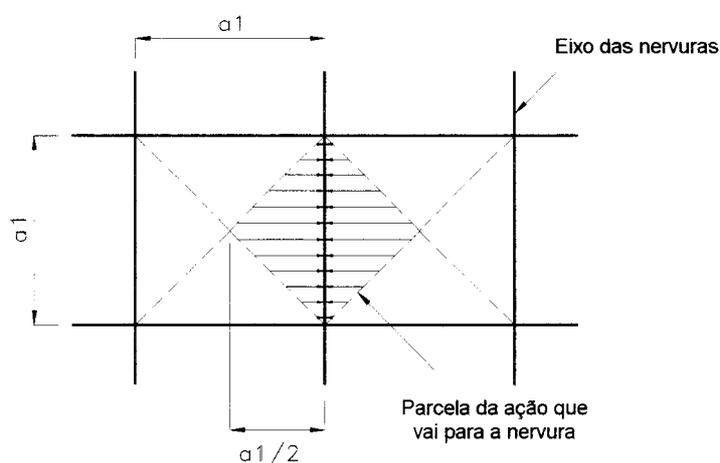


FIGURA 2.21 - Ações nas nervuras

Portanto, a ação atuante nas nervuras é determinada de acordo com a equação 2.1.

$$q = \frac{2 \cdot Q \cdot A_t}{a_1} - \frac{|F_1 - F_2|}{2 \cdot b_f} \quad (2.1)$$

onde:

$$- F_1 = 2 \cdot b_f \cdot \gamma \cdot [b_w \cdot (h - h_f) + b_f \cdot h_f]$$

$$- F_2 = \gamma \cdot [h_f \cdot b_f^2 + b_w^2 \cdot (h - h_f)]$$

$$- A_t = \frac{a_1^2}{4} \quad (\text{área do triângulo formado pelo quinhão de ação})$$

- γ : peso específico do concreto
- a_1 : distância entre eixos de nervuras
- Q: ação atuante normal ao plano do pavimento (a menos do peso próprio)
- h, b_w , h_f e b_f : dimensões da nervura

Uma vez determinado o carregamento das nervuras, o gerador cria um arquivo ASCII de extensão “.C”, onde são definidos os nós iniciais e finais das linhas de ações correspondentes às nervuras, conforme figura 2.22. A variável PROX define a tolerância da distância de um nó ao eixo da linha de ações. É importante frisar que parte das ações distribuídas no pavimento e o peso próprio da laje de capeamento devem ser adicionadas às ações atuantes nas vigas de borda.

```

PROX=0.01
CARR=1
LINHA
  NOI,NOF,CARGA
  .....
  NOI,NOF,CARGA
FIM

```

FIGURA 2.22 - Formato do arquivo de ações

Finalmente, é criado o arquivo do modelo gerado. Esse arquivo tem extensão “.B”, e nele são definidos: as coordenadas nodais dos pontos gerados, suas respectivas restrições, elementos de placa com suas incidências, e propriedades do concreto utilizado. O arquivo de saída do pré-processador é formatado para o processamento do sistema LASER e permite intervenções com facilidade, por ser um arquivo do tipo ASCII.

2.4 - ACOPLADOR DE MODELOS

É comum, em pavimentos de edifícios em laje nervurada, a utilização de laje maciça em alguns trechos. É o caso das sacadas e das lajes próximas ao poço do elevador e da escada. A laje maciça é preferida em relação à nervurada,

pelo fato de que a geometria desses trechos geralmente é irregular e as dimensões são reduzidas.

Com intuito de modelar o pavimento por completo, isto é, gerar num só modelo todos os elementos estruturais que o formam, é utilizado o procedimento de discretizar os trechos em laje maciça através de um gerador de redes, e em seguida juntá-los ao modelo básico em elementos de barra (trecho nervurado) e de placa (capitéis). Para tanto, é empregado o programa ACOPGLN, cuja função básica é ler arquivos de vários trechos em laje maciça, já discretizados em elementos finitos de placa, e acoplá-los ao modelo em que a laje nervurada é tratada por barras. Dessa forma, o acoplador verifica e ajusta a interface dos modelos, com a finalidade de garantir a interação dos elementos, e eliminar nós duplicados, conforme pode ser observado na figura 2.23. Tendo em vista que os nós correspondentes ao trecho nervurado do pavimento não podem ser desalinhados, devido ao espaçamento fixo entre nervuras, os ajustes são realizados nos nós correspondentes à interface dos trechos em laje maciça. Conseqüentemente, ocorre alteração no aspecto dos elementos finitos de placas. Entretanto, para que o acoplamento seja eficiente, é preciso que os trechos em laje maciça sejam discretizados coerentemente com o trecho nervurado, isto é, que o número de nós existentes na interface seja o mesmo, a menos dos nós extremos.

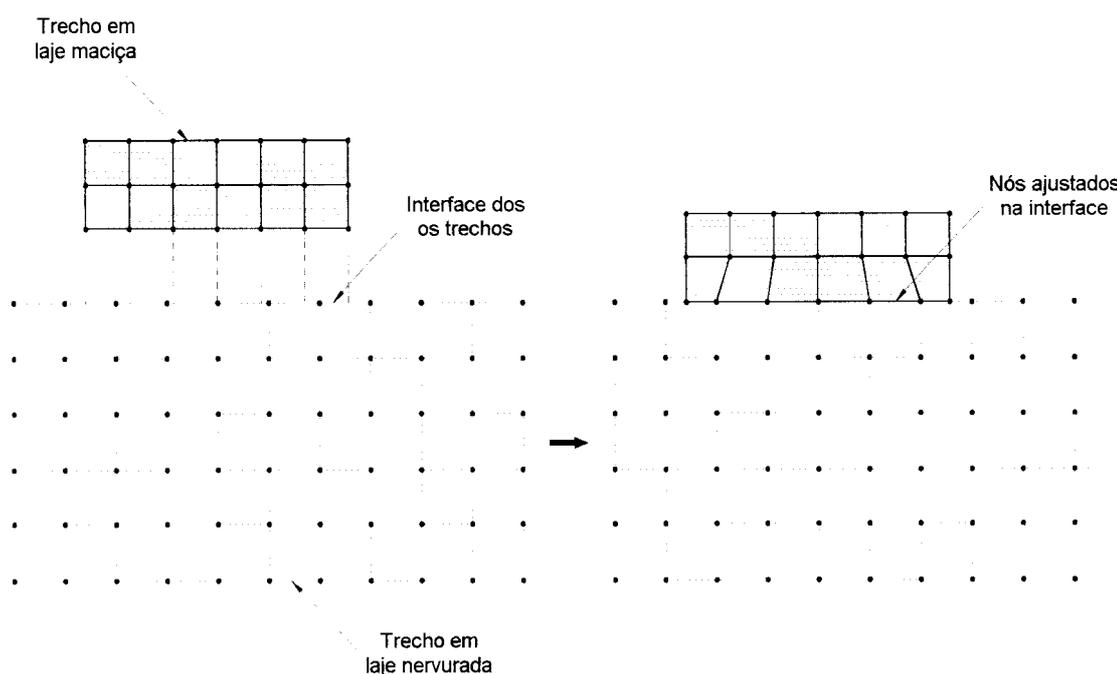


FIGURA 2.23 - Esquema do acoplamento

Por fim, o acoplador cria um arquivo de dados referente ao modelo acoplado, no formato adequado para o sistema LASER. Neste modelo, admite-se que o eixo das nervuras coincidam com a superfície média dos elementos de placa referentes aos trechos em laje maciça e aos capitéis. Os trechos em laje maciça, podem ser discretizados tanto pelo programa GM, desenvolvido por BAPTISTA (1994), como pelo gerador GMA do sistema LASER, que possui todos os recursos necessários para tal finalidade.

2.5 - GERAÇÃO DO MODELO FINAL

A geração do modelo final consiste em utilizar o programa GLS para gerar os elementos de barra, correspondentes às nervuras, vigas e pilares, e as forças nodais, provenientes das linhas de ações definidas no arquivo “.C”. Entretanto, é preciso, antes de processar o programa GLS, adicionar ao arquivo de definição de nervuras (“.V”) as vigas que formam o pavimento e montar o arquivo de definição dos pilares (“.P”), cujo formato é apresentado na figura 2.24. Deve-se, ainda, completar o arquivo de definição das linhas de ações, com os carregamentos que atuam diretamente nas vigas e com as ações provenientes das alvenarias.

```
PROJETO
CLIENTE
ESTRUTURA
UNIFOR
UNICOM
FCK
FYK
ESP
PDIR,DELTA
SECAO
    1,D2,D3,MULP
.....
P...IR1,IR2
    NO1,NO2,NOK,PROP,
.....
FIM
```

FIGURA 2.24 - Formato do arquivo de pilares

As variáveis utilizadas no arquivo de pilares têm os seguintes significados:

- UNIFOR : Unidade de força utilizada.
- UNICOM : Unidade de comprimento utilizada.
- FCK : Resistência característica à compressão do concreto.
- FYK : Resistência característica à tração do aço.
- ESP : Espessura da laje.
- PDIR : Distância de piso a piso.
- DELTA : Comprimento máximo dos elementos de barra.
- D2, D3 : Dimensões dos pilares segundo os eixos 2 e 3.
- MULP : Multiplicador de características geométricas.
- P : "STRING" de 5 posições para identificação do pilar. IR1,IR2 definem rótulas junto ao início e fim do pilar (0: não rotula, 1: rotula). NO1, NO2 são os nós que limitam o topo pilar (se NO2 = 0 o pilar é pontual). NOK define a posição do pilar em relação ao pavimento. PROP refere-se à propriedade do pilar.

Com relação à variável NOK que define a posição do pilar relativa ao pavimento, podem-se ter os seguintes valores: NOK = 1, se a maior dimensão da seção transversal do pilar for paralela ao eixo X do pavimento; NOK = 2, se a maior dimensão da seção transversal do pilar for paralela ao eixo Y que define o plano do pavimento; se o pilar for inclinado em relação a esse sistema de eixos, o NOK deve ser o número de um nó do modelo que defina, em conjunto com o ponto central do pilar, a direção da maior dimensão da sua seção transversal.

O esquema de geração do modelo final do pavimento é apresentado na figura 2.25. Nesta figura, pode ser observada a geração do modelo básico em elementos de barra, o acoplamento de trechos em laje maciça, além dos arquivos criados e utilizados pelos programas.

O sistema LASER possui, ainda, o programa MPLS, que serve para conferência e possíveis intervenções no modelo gerado. Esse programa, permite conferir todos os elementos estruturais que formam o pavimento, possuindo recursos de eliminação e criação de nós, elementos de barra e elementos de placa; permite, também, alterar e conferir espessuras e carregamentos dos elementos de placa.

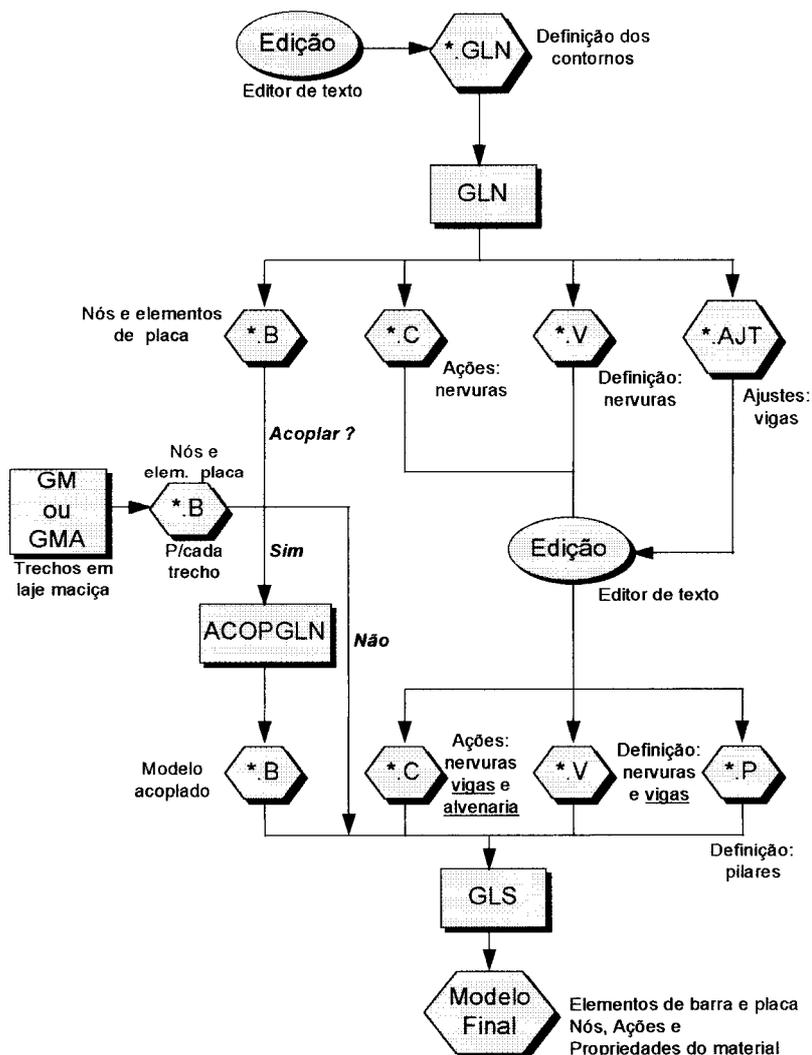


FIGURA 2.25 - Esquema de geração do modelo final

2.6 - EXEMPLO DE MODELAGEM

Trata-se do pavimento tipo do edifício Liberal Office construído na cidade de Mogi das Cruzes - SP por *Arquitetura e Construções MARSIL Ltda*, sendo o sistema estrutural concebido em concreto armado com resistência característica à compressão (f_{ck}) de 25 MPa. O pé-direito adotado é de 3,00 m.

O subsistema horizontal desse edifício é formado por laje nervurada (LN01) e trechos em laje maciça (L01, L02 e L03). Na ligação dos pilares P10, P11, P12, P13, P19 e P20, à laje nervurada são dispostos capitéis de 18 cm de espessura. A figura 2.26 mostra o detalhe das nervuras, com suas respectivas características geométricas. Já a figura 2.27 apresenta a forma do pavimento tipo, onde são listadas as características de vigas e pilares, além da espessura das lajes maciças.

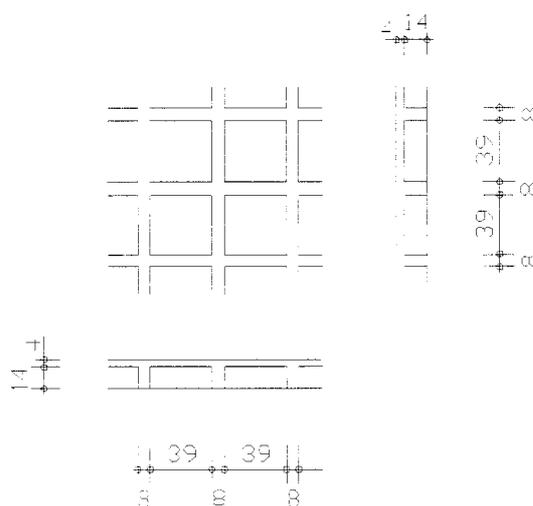


FIGURA 2.26 - Detalhe das nervuras

Com relação ao concreto armado adotou-se peso específico (γ) de 25 kN/m^3 , módulo de deformação longitudinal (E^*) de $2,233 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$, módulo de deformação transversal reduzido de $9,304 \times 10^4 \text{ kN/m}^2$ e coeficiente de Poisson (ν) igual a 0,20. Como carregamento, foi admitida uma ação vertical de $2,50 \text{ kN/m}^2$ distribuída em todo o pavimento correspondente a contrapiso, piso e sobrecarga de utilização, em adição ao peso próprio da laje.

Conforme já ressaltado, para utilizar o pré-processador GLN é necessária uma discretização prévia do pavimento em segmentos retilíneos, definindo os vértices do pavimento e dos capitéis, pontos adicionais nas posições de pilares, assim como possíveis linhas de nós para representar pilares e vigas externas ao contorno nervurado. Neste exemplo, os pilares situados no contorno do pavimento estão representados por um nó na interseção das vigas (P06, P07, P08, P09A, P14, P15, P16A, P18, P21, P22, P25 e P28) e por um nó posicionado no centro da seção transversal (P02, P03, P04, P05, P17, P26 e P27), e os pilares internos aos capitéis estão representados por dois nós que delimitam a maior dimensão da seção transversal (P10, P11, P12, P13, P19 e P20). A figura 2.28 apresenta a discretização utilizada para montar o arquivo de dados do pré-processador GLN e do gerador de redes dos trechos em laje maciça (GM ou GMA). Nessa figura, os segmentos de reta do contorno representam os eixos das vigas de borda.

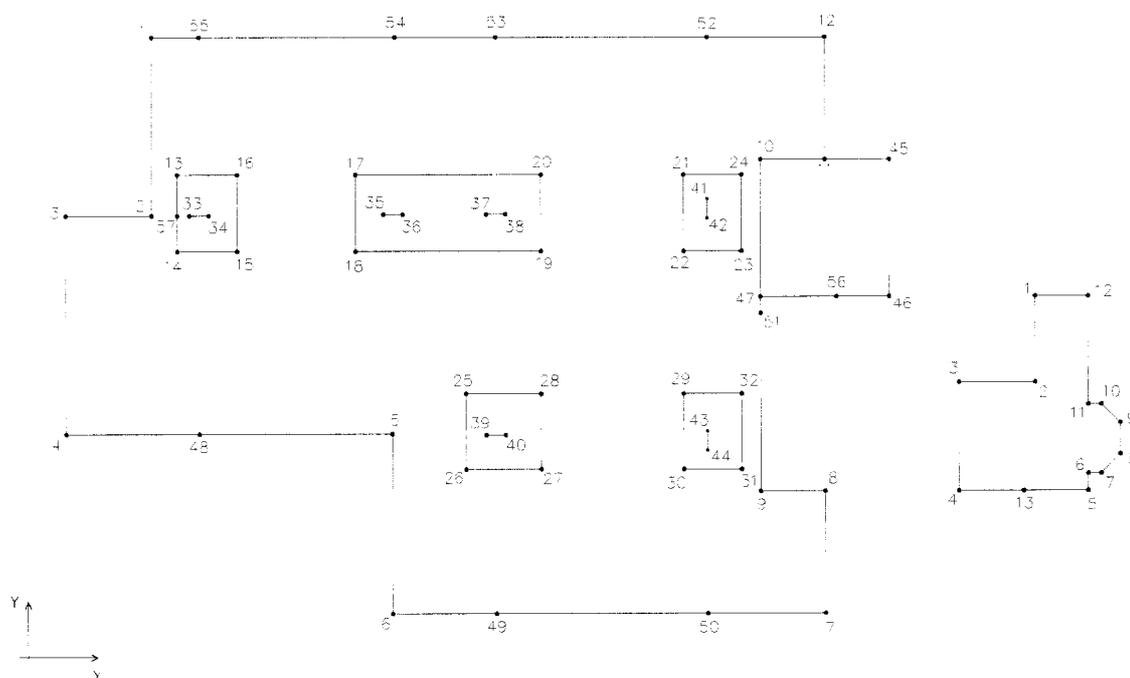


FIGURA 2.28 - Discretização do pavimento

A figura 2.29 mostra a rede de nós criada pelo programa GLN, para posterior geração dos elementos de barra, bem como a rede de elementos finitos de placa correspondentes aos capitéis.

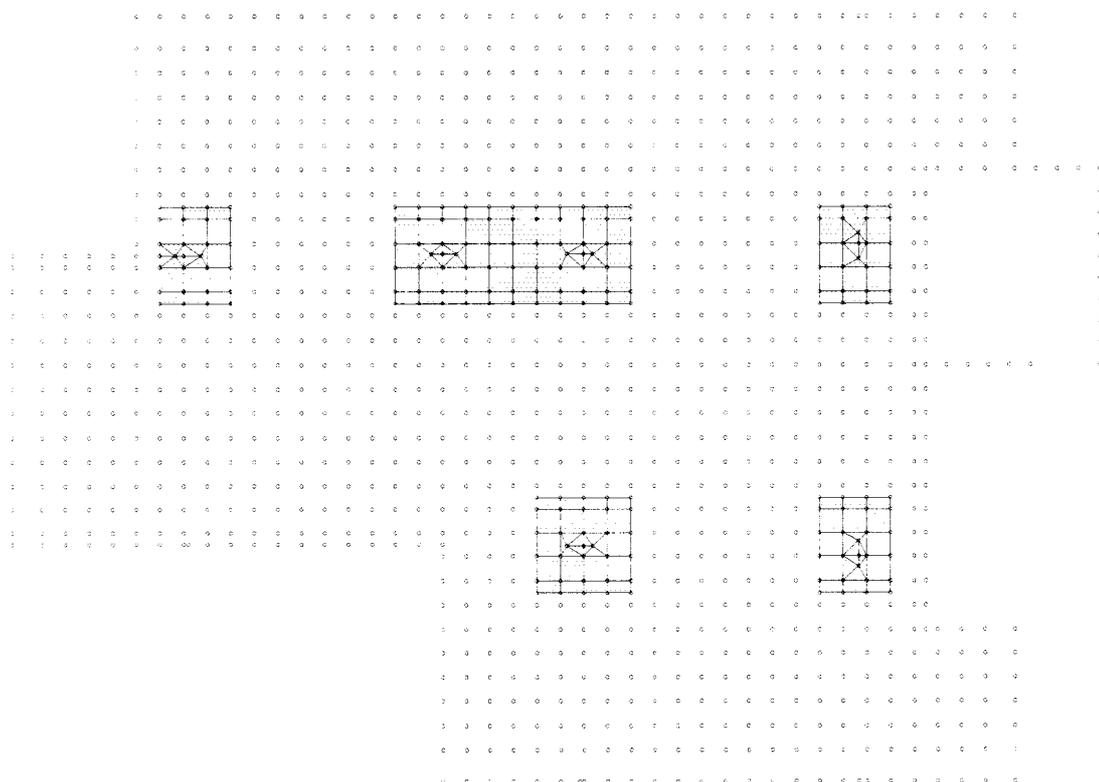


FIGURA 2.29 - Geração dos nós e elementos de placa pelo programa GLN

A figura 2.30, apresenta a discretização dos trechos em laje maciça, obtida com o programa GM desenvolvido por BAPTISTA (1994).

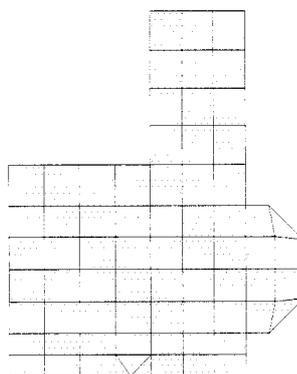


FIGURA 2.30 - Discretização dos trechos em laje maciça

Com o modelo básico gerado e com os trechos em laje maciça também discretizados, é utilizado o programa ACOPGLN para acoplar esses modelos, cujo resultado é apresentado na figura 2.31.

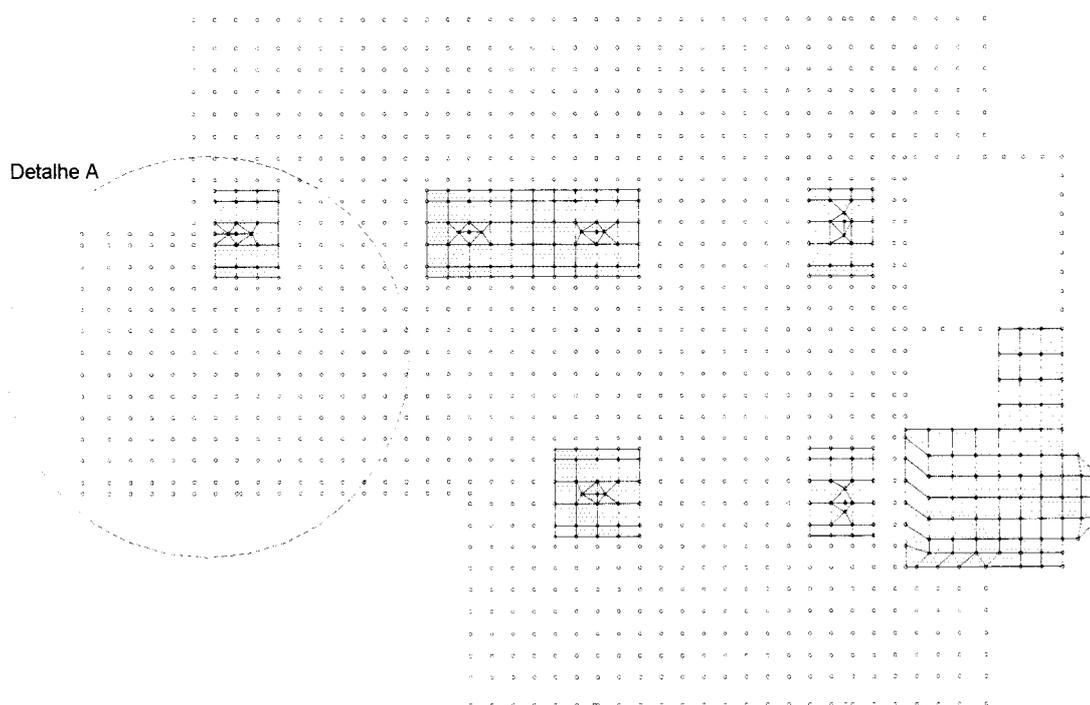
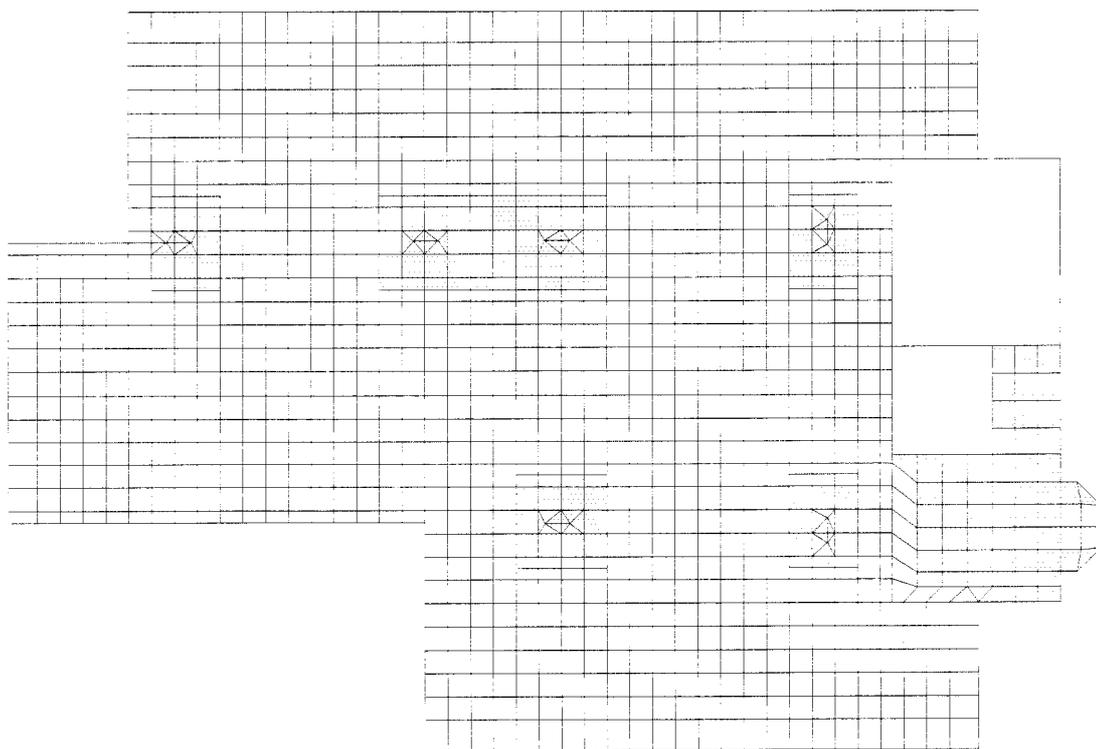
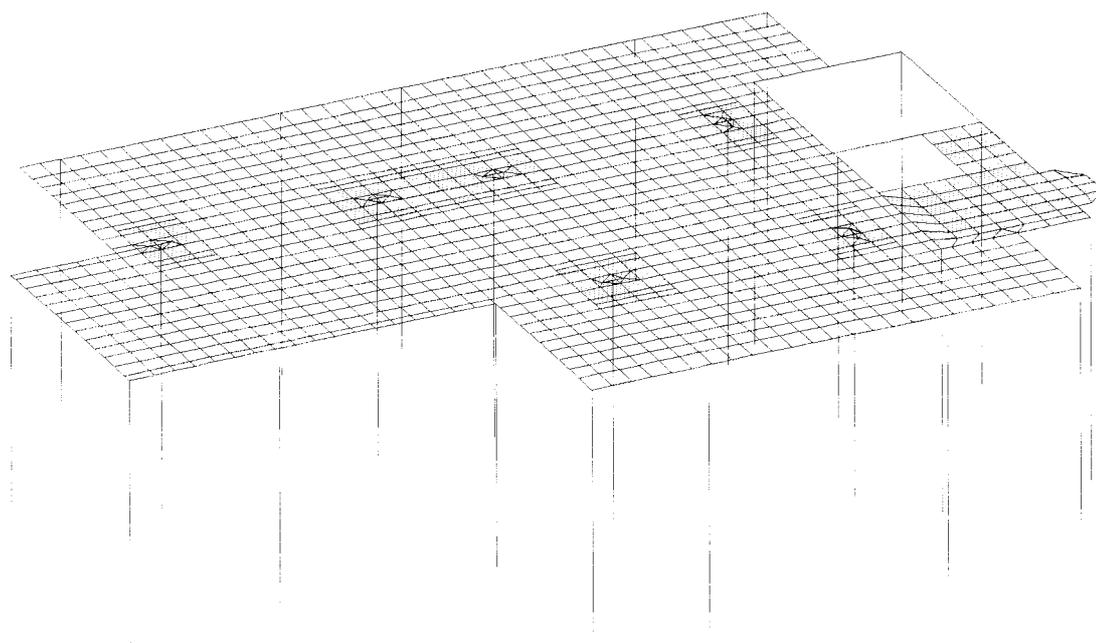


FIGURA 2.31 - Acoplamento dos modelos através do programa ACOPGLN

Com os modelos acoplados, passa-se a definição de vigas e pilares nos arquivos apropriados. Com isso, processa-se o programa GLS para gerar os elementos de barra correspondentes às nervuras, vigas e pilares, montando o modelo completo, conforme é apresentado na figura 2.32. O programa GLS monta o arquivo final do modelo, pronto para a análise estrutural a ser realizada pelo processador LS5H do sistema LASER.



(a) Vista em planta



b) Vista em perspectiva

FIGURA 2.32 - Modelo completo gerado pelo programa GLS

Com intuito de exemplificar a montagem dos arquivos de definição de vigas, pilares e ações provenientes das alvenarias, são apresentados trechos desses arquivos com base na região do pavimento indicada na figura 2.31 e reproduzida na figura 2.33 com numeração dos nós representativos. Além disso, é simulado um trecho de parede com uma ação uniformemente distribuída de 5,45 kN/m.

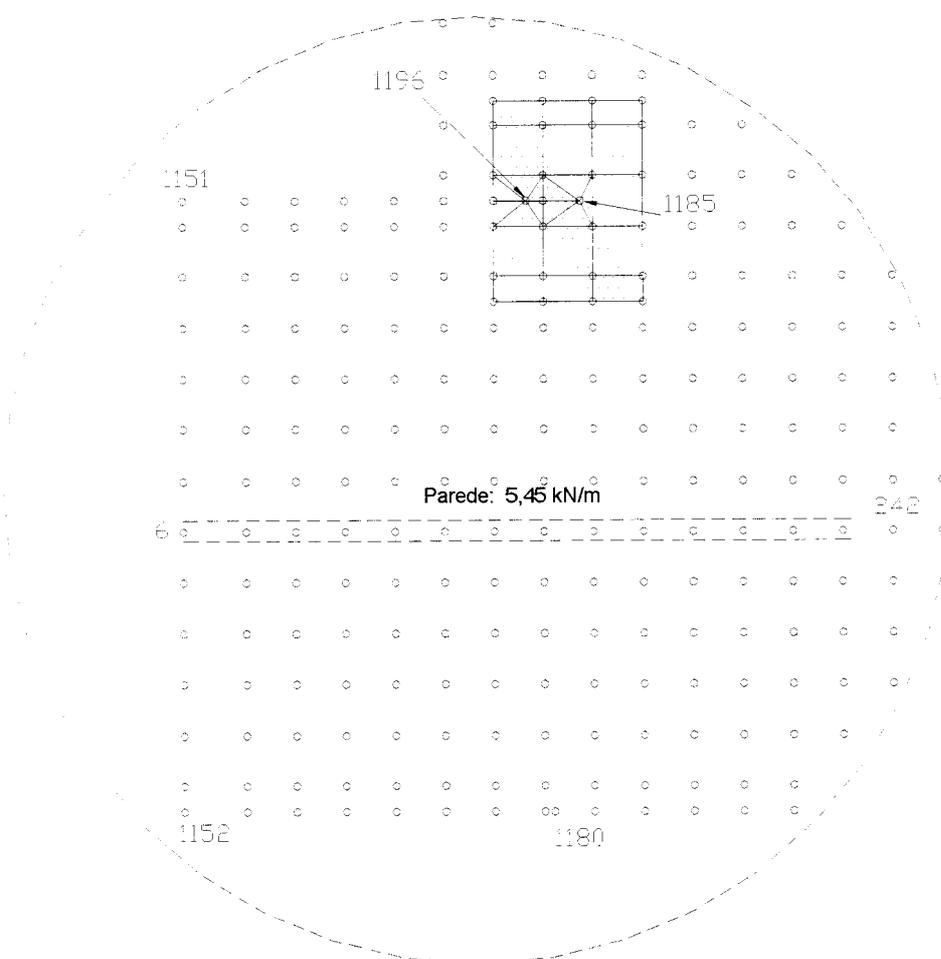


FIGURA 2.33 - Detalhe de uma região do pavimento - Detalhe A

A figura 2.34 mostra um trecho do arquivo de pilares do edifício Liberal Office. Nesta figura, destaca-se a definição dos pilares P09A (20/30), P10 (20/50), P16A (20/30) e P17 (20/50), cuja representação nodal é indicada na figura 2.33. O pilar P10 é discretizado por dois pontos que definem o seu topo, já os demais foram

considerados pontuais. Para esses pilares a variável NOK é igual a 1, pois suas maiores dimensões da seção transversal são paralelas ao eixo X do pavimento.

```

ED. LIBERAL OFFICE
MARSIL LTDA
PAV.TIPO
KN
M
25000,
500000,
0.18,
3.00,
SECAO
  1,0.300,0.200,0.000,
  2,0.400,0.200,0.000,
  3,0.500,0.200,0.000,
.....
P09A
  1151,0,1,1,
.....
P10
  1196,1185,1,3,
.....
P16A
  1152,0,1,1,
.....
P17
  1180,0,1,3,
.....
FIM

```

FIGURA 2.34 - Trecho do arquivo de pilares

A figura 2.35 apresenta um trecho do arquivo de definição de vigas e nervuras. Nesta figura é dado destaque à definição das vigas V02 (14/50) e V05 (14/50), cujos nós iniciais e finais estão indicados na figura 2.33. Como a viga V02 está posicionada no início da faixa para a distribuição das nervuras, o pré-processador determinou um ajuste de 9x18 cm que deve ser incorporado à viga, conforme indicado no item 2.3.7.

```

SECAO
  1,0.500,0.140,0.000,0.000,
  2,0.500,0.140,0.180,0.230,
.....
V05 0,0,0,0,
    1151,1196,1,0,0,0.010,
.....
V02 0,0,0,0,
    1152,1151,2,0,0,0.010
.....
FIM

```

FIGURA 2.35 - Trecho do arquivo de vigas e nervuras

A figura 2.36 mostra um trecho do arquivo de definição das linhas de ações, tanto atuantes nas vigas e nervuras como provenientes das alvenarias indicadas no projeto arquitetônico. Nesta figura, destaca-se apenas a definição da linha de ação correspondente à parede indicada na figura 2.33. Para tanto, adotou-se uma ação uniformemente distribuída de 5,45 kN/m. O sinal negativo mostrado no arquivo indica que a ação atua no sentido contrário do eixo Z do pavimento.

```

PROX=0.010
CARR=1
LINHA
.....
    6,242,-5.45,
.....
FIM

```

FIGURA 2.36 - Trecho do arquivo de ações

CAPÍTULO 3

PÓS-PROCESSADOR DE RESULTADOS

3.1 - INTRODUÇÃO

Segundo CORRÊA (1991), para que o Método dos Elementos Finitos possa ser empregado como ferramenta usual no projeto de pavimentos de edifícios, é necessário que o "SOFTWARE" a ser utilizado disponha de poderosos geradores de dados, elementos eficientes e adequados, boa documentação, e recursos gráficos adequados para verificação dos dados e análise dos resultados.

No tocante à análise dos resultados, os pós-processadores gráficos são extremamente importantes, tendo em vista que a quantidade de informações fornecidas por um programa em Elementos Finitos é excessiva. Dessa forma, a análise através de listagens, onde se tem acesso apenas aos valores de deslocamentos e esforços solicitantes, torna-se demorada, exaustiva e, principalmente, passível de erros de interpretação. Por outro lado, através de pós-processadores gráficos, passa-se a ter uma visão global dos resultados e, conseqüentemente, do comportamento da estrutura. Assim, obtêm-se melhores informações sobre a distribuição de deslocamentos e esforços solicitantes em todo o sistema estrutural, o que enriquece a análise e possibilita uma disposição mais racional das armaduras.

Para o caso específico de pavimentos de edifícios em laje nervurada, tratados basicamente por elementos de barra, o pós-processador adequado deve dispor de recursos gráficos para traçar diagramas de esforços solicitantes para cada viga, nervura e pilar, e que permita uma visualização tridimensional do pavimento deformado.

3.2 - PROCEDIMENTOS DE EXECUÇÃO

O pós-processador, denominado PLOT*, é codificado na linguagem de programação FORTRAN, utilizando-se o compilador POWERSTATION 1.0 [MICROSOFT (1992)]. Nele, são implementadas apenas rotinas para geração de arquivos em padrão DXF, com base em AUTODESK (1989). O arquivo DXF gerado, permite a interface de desenhos com o programa AUTOCAD, onde é feita toda a visualização gráfica dos resultados.

Através do processamento do modelo do pavimento pelo sistema LASER, obtêm-se os deslocamentos nodais e os esforços solicitantes, que são gravados em arquivos de acesso aleatório de extensão “.DO” e “.SO”, respectivamente. Em seguida, com o processamento do programa PLOT, cria-se o arquivo em padrão DXF, baseado nos arquivos de resultados e no arquivo de definição do modelo do pavimento discretizado. Finalmente, o arquivo DXF, contendo informações de geometria, deslocamentos e esforços solicitantes, é importado para o AUTOCAD, que é utilizado para a observação gráfica dos diagramas de esforços solicitantes e do pavimento deformado. A figura 3.1, esquematiza o procedimento do pós-processamento acima descrito.

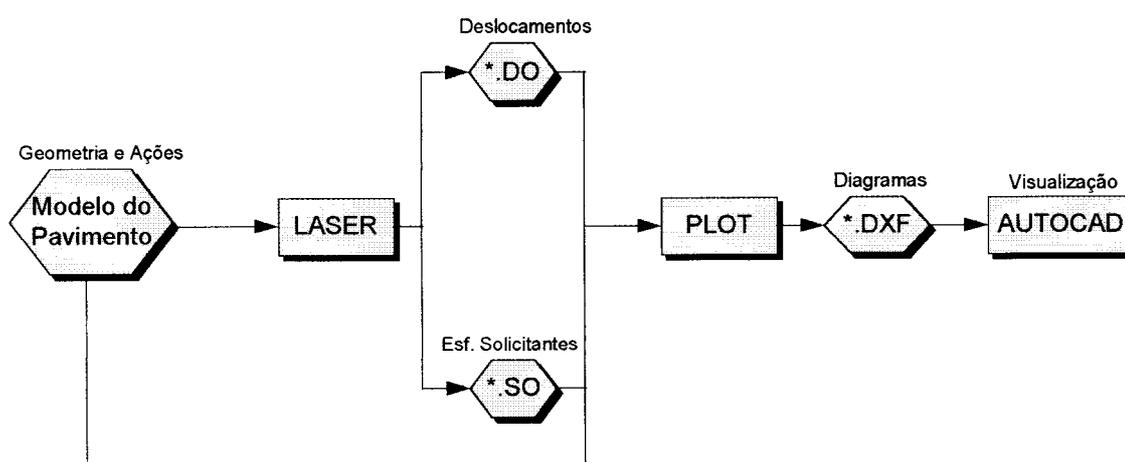


FIGURA 3.1 - Esquema do pós-processamento

* O programa PLOT foi desenvolvido em conjunto com PEREIRA, G. S. (1997), referente à dissertação de mestrado intitulada "Contribuições à Análise de Estruturas de Contraventamento em Edifícios de Concreto Armado".

O pós-processador permite, além da análise de pavimentos em laje nervurada, analisar estruturas de contraventamento. Para tanto, basta que o arquivo do modelo seja referente ao pórtico tridimensional do edifício. Além disso, é aplicado, também, a pavimentos em laje maciça, para a observação dos diagramas de esforços solicitantes nas vigas e nos pilares. Apesar de ser adaptado ao sistema LASER, pode ser facilmente utilizado em outros sistemas, desde que se desenvolva programas de conversão de arquivos para o formato adequado.

Conforme já comentado, o programa PLOT é dedicado à geração de diagramas de esforços solicitantes e deslocamentos, apenas para elementos de barra. O elemento de barra utilizado pelo sistema LASER é tridimensional, e por isso apresenta 6 esforços e 6 deslocamentos por nó em cada extremidade. A figura 3.2 ilustra esses esforços, definindo o sistema de coordenadas locais (Eixos 1, 2 e 3), o sistema de coordenadas do pavimento (Eixos X, Y e Z), além dos respectivos planos de atuação.

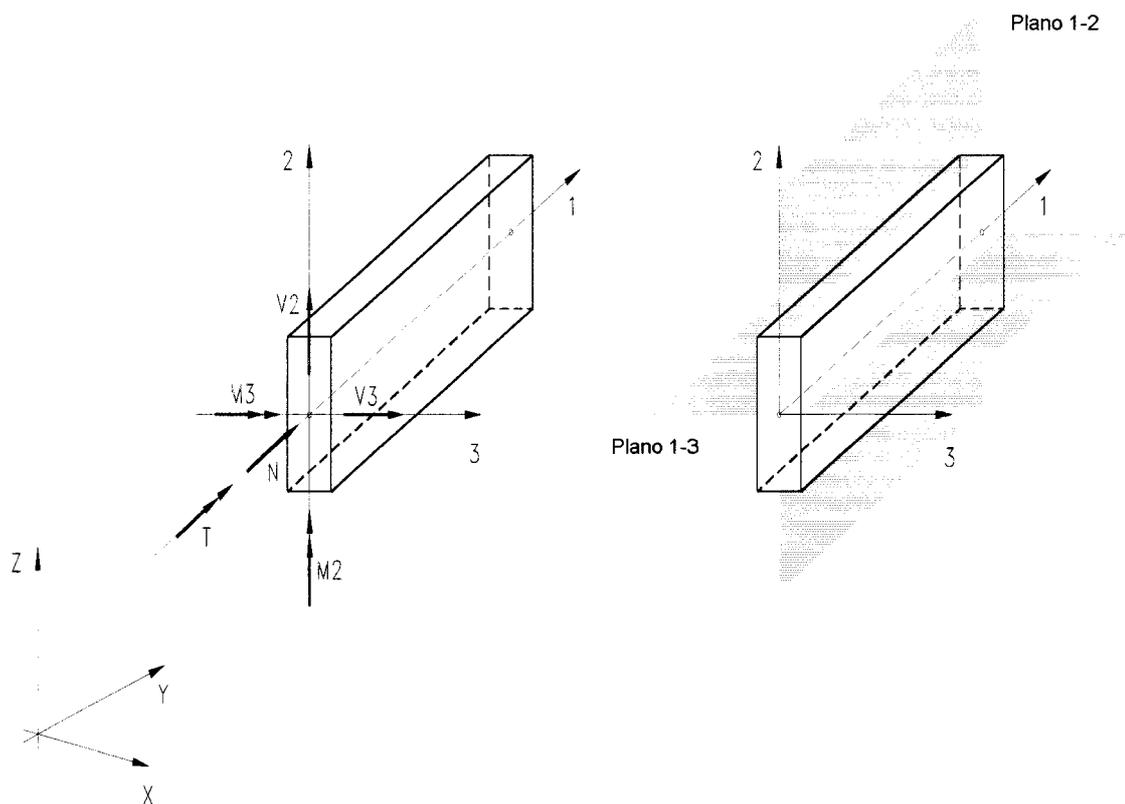


FIGURA 3.2 - Esforços solicitantes e planos de atuação

Os símbolos mostrados na figura 3.2 referem-se aos esforços solicitantes e possuem os seguintes significados:

- V_2 : Esforço cortante na direção do eixo 2.
- M_2 : Momento fletor que provoca flexão no plano 1-3.
- V_3 : Esforço cortante na direção do eixo 3.
- M_3 : Momento fletor que provoca flexão no plano 1-2.
- N : Esforço normal.
- T : Momento torçor.

O pós-processador oferece a opção de se escolher o caso de carregamento correspondente aos diagramas de esforços solicitantes e deslocamentos. Por exemplo, em relação a pavimentos, pode-se analisar individualmente o comportamento da estrutura perante as ações permanentes e variáveis. Já em análise de estruturas de contraventamento, pode-se ter a ação do vento segundo as duas principais fachadas do edifício.

Com o intuito de proporcionar uma maior flexibilidade no que se refere à escala dos diagramas, o programa PLOT permite definir fatores de multiplicação individuais, tanto para a geometria quanto para os esforços solicitantes e deslocamentos.

Como o modelo é tridimensional, os esforços solicitantes atuam em planos diferentes (figura 3.2), e por isso o pós-processador oferece três opções para o desenho dos diagramas de esforços. As opções permitidas são:

- Nos dois planos de flexão (Plano 1-2: N , T , M_3 e V_2 ; Plano 1-3: M_2 e V_3).
- No plano definido pelos eixos 1 e 2 (N , T , M_3 , V_2 , M_2 e V_3).
- No plano definido pelos eixos 1 e 3 (N , T , M_3 , V_2 , M_2 e V_3).

Note-se que nas duas últimas opções, todos os esforços solicitantes são desenhados no mesmo plano. A necessidade de se definir em quais planos os diagramas de esforços devem ser desenhados, está intimamente relacionada com o tipo de elemento estrutural que se pretende analisar. Em relação à análise dos esforços solicitantes nas vigas e nas nervuras, a melhor opção é desenhar os diagramas no plano do pavimento, isto é, no plano 1-3 dos elementos. Neste caso, os

esforços solicitantes significativos são M_3 , V_2 e T . Já para a análise dos esforços nos pilares, a melhor opção é o desenho dos diagramas nos planos de flexão dos elementos, ou seja, os esforços solicitantes são apresentados nos respectivos planos de atuação.

Basicamente, os procedimentos implementados no programa PLOT são simples. Em relação ao desenho dos diagramas, são empregados procedimentos de álgebra vetorial para identificar as direções dos eixos do sistema de coordenadas local, e a partir dessas direções definir os planos de flexão, para então efetuar o rebatimento dos esforços. No que se refere ao padrão DXF, são utilizados apenas procedimentos para desenhar linhas (comando "LINE" do AUTOCAD), e procedimentos de criação de desenhos em camadas, denominadas "LAYERS" no AUTOCAD.

Cada peça estrutural que compõe o pavimento, isto é, cada viga, nervura e pilar, é desenhada em LAYERS distintas, cujo nome é o mesmo da peça, acrescido da letra "G" (Geometria). No caso dos diagramas de esforços solicitantes, o mesmo procedimento é empregado. Sendo assim, cada esforço solicitante, de cada peça estrutural, corresponde a uma LAYER própria e com cores diferenciadas, cuja denominação é formada pela associação do nome da peça com o símbolo do esforço. Por exemplo, a LAYER denominada "V03M3", corresponde ao diagrama de momento fletor M_3 da viga V03.

A geração do desenho em LAYERS permite uma maior flexibilidade no que se refere à observação dos diagramas, pois tem-se a opção de visualizar individualmente cada peça para cada esforço, ou todos os esforços para a mesma peça ou, ainda, uma visão global de todas as peças com todos os esforços.

No caso dos deslocamentos, estes são definidos em apenas uma LAYER, denominada "DESL", permitindo uma visão tridimensional do pavimento deformado.

3.3 - OBSERVAÇÃO GRÁFICA

Conforme já realçado, toda observação gráfica dos resultados da análise é feita através do programa AUTOCAD, escolhido por apresentar vários

recursos e ferramentas que facilitam a interpretação dos mesmos. Entretanto, qualquer outro SOFTWARE que tenha a opção de importar arquivos em padrão DXF, pode ser utilizado como ambiente gráfico do pós-processador PLOT, dentre eles pode-se citar o AUTOSKETCH da AUTODESK. No ambiente do AUTOCAD, pode-se efetuar rotações, impressões em escala, identificar pontos, medir distâncias, ativar e desativar as LAYERS, obter vistas em perspectivas de vários ângulos, efetuar “ZOOM” em regiões de interesse, entre outros.

A seguir, são mostrados alguns passos para a visualização e interpretação dos resultados de esforços solicitantes e deslocamentos, obtidos pelo processamento de um pavimento. Para tanto, é utilizado o arquivo DXF, correspondente ao pós-processamento do edifício Liberal Office, cuja modelagem geométrica e de ações foi apresentada no capítulo 2.

A figura 3.3, apresenta o ambiente do AUTOCAD, evidenciando os menus de acesso à chamada do arquivo DXF. No menu “FILE” deve-se escolher a opção “IMPORT/EXPORT”, que apresenta um menu em cascata onde deve-se selecionar a opção “DXF IN”. Em seguida, abre-se uma caixa de diálogo, onde é feita a identificação do arquivo correspondente ao pós-processamento do programa PLOT.

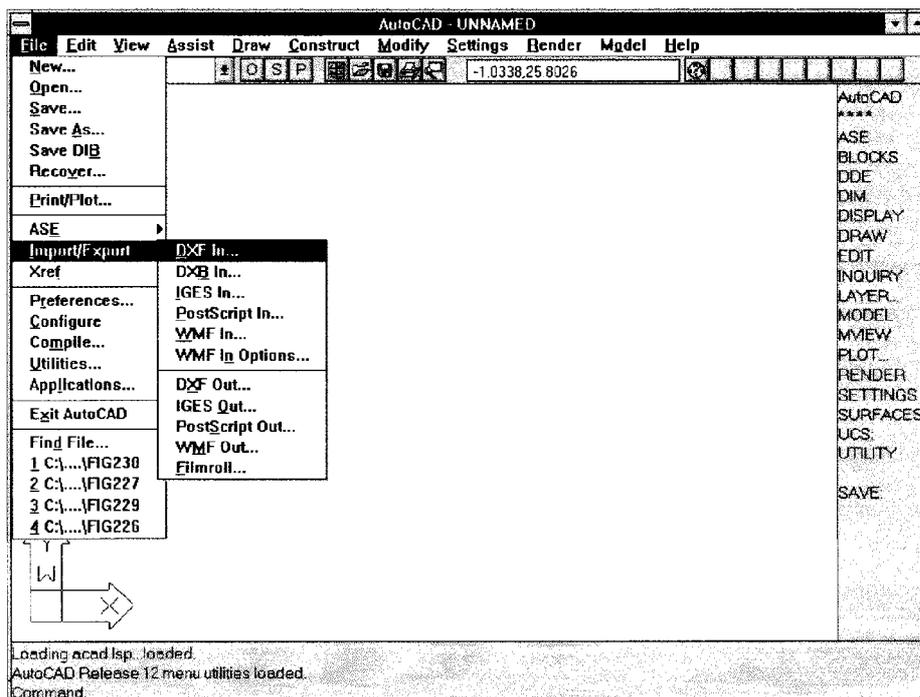


FIGURA 3.3 - Chamada do arquivo DXF

A figura 3.4, mostra os diagramas de momento fletor (M_3) de todas as nervuras rebatidos no plano do pavimento. Neste caso, estão ativas as LAYERS correspondentes à geometria das nervuras e vigas, e todas as LAYERS referentes ao momento fletor M_3 . O acesso às LAYERS é feito através do menu "SETTINGS" escolhendo-se a opção "LAYER CONTROL", dessa forma abre-se uma caixa de diálogo, onde são listadas todas as LAYERS, que através da opção "FREEZE" e "THAW", são desativadas e ativadas, respectivamente.

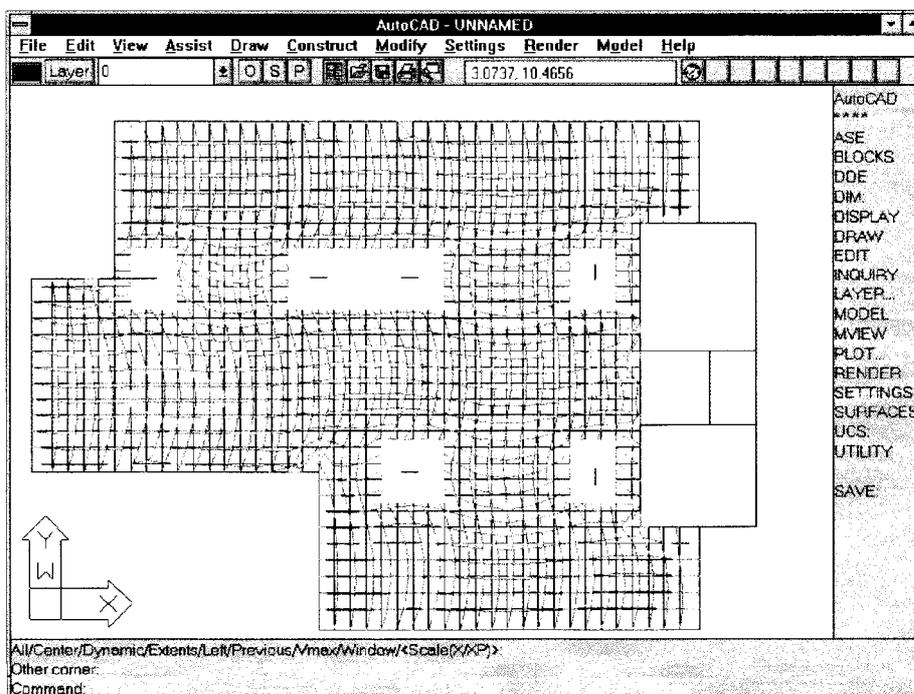


FIGURA 3.4 - Visualização dos diagramas de momento fletor das nervuras

Já a figura 3.5, apresenta os diagramas de momento fletor das vigas, também rebatidos no plano do pavimento. Neste caso, estão ativas todas as LAYERS referentes ao momento M_3 e à geometria das vigas.

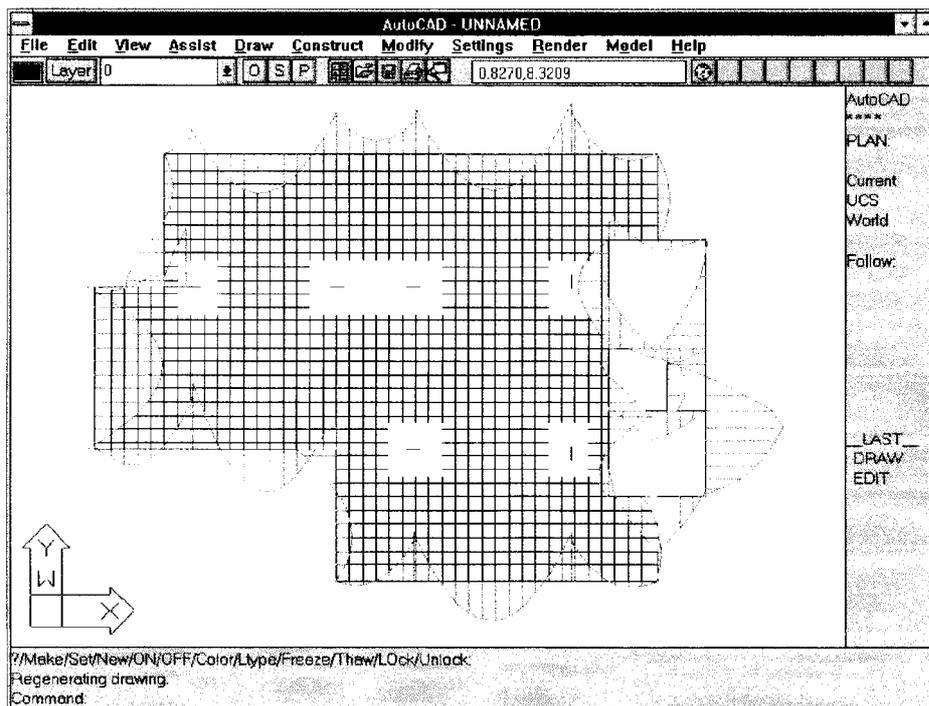


FIGURA 3.5 - Visualização dos diagramas de momento fletor das vigas

Na figura 3.6, são ilustrados os diagramas de momento fletor e esforço cortante da viga V01. Nesta figura, apenas as LAYERS referentes à geometria da viga e aos esforços M_3 e V_2 estão ativadas. Cabe ressaltar que o aspecto do diagrama de esforço cortante mostrado nessa figura, é devido ao fato de que o sistema LASER admite apenas ações concentradas nos nós. Conseqüentemente, o esforço cortante é constante e a variação do momento fletor é linear ao longo de cada elemento de barra.

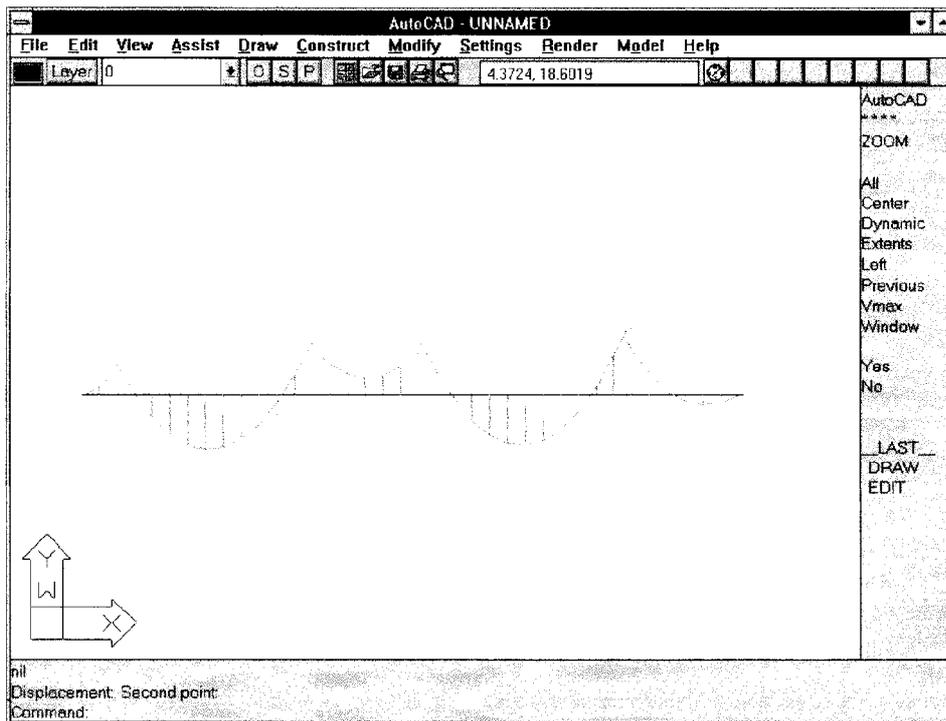


FIGURA 3.6 - Visualização dos diagramas de momento fletor e esforço cortante da viga V01

Embora nas figuras apresentadas não sejam mostrados os valores dos esforços solicitantes, eles podem ser obtidos através do recurso de medição de distâncias do AUTOCAD. A figura 3.7 ilustra como se deve proceder para obter esses valores. Assim, no menu "ASSIST" escolhe-se a opção "INQUIRY", que apresenta um menu onde deve-se escolher a opção "DISTANCE". Com esse comando ativo, mede-se a distância entre dois pontos de interesse. O valor obtido representa o esforço multiplicado pelo respectivo fator definido no início do processamento do programa PLOT.

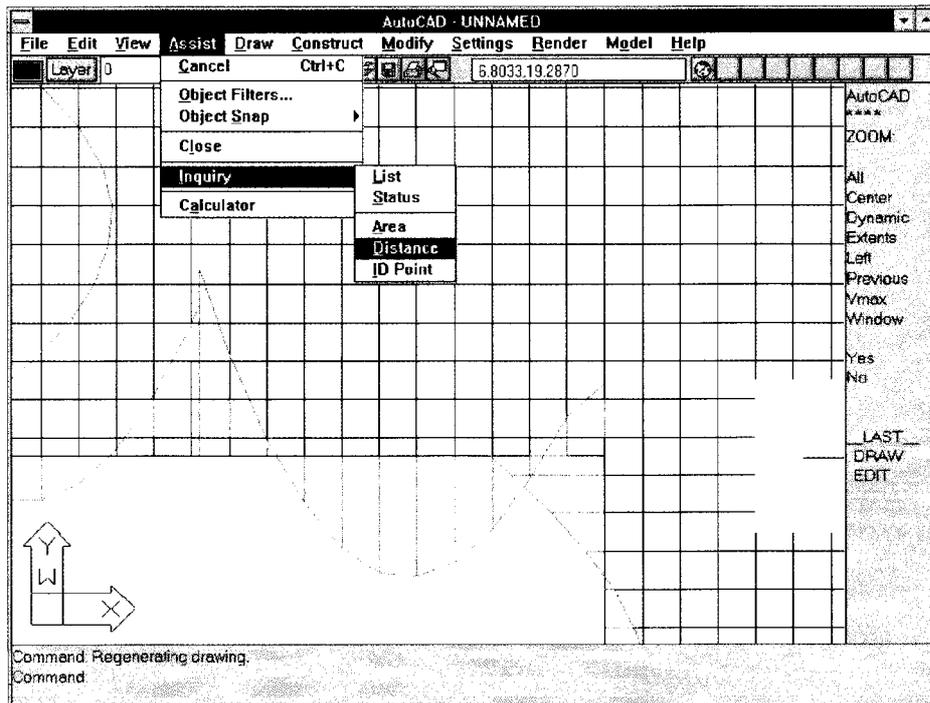


FIGURA 3.7 - Seqüência de comandos para se obter o valor dos esforços

Para observar o pavimento deformado, e também os esforços nos pilares, é preciso ter uma vista em perspectiva. Neste caso, a figura 3.8 mostra a seqüência de comandos para tal finalidade. No menu "VIEW" escolhe-se a opção "SET VIEW", que apresenta um menu suspenso, onde deve-se escolher a opção "VIEWPOINT" e em seguida o comando "AXES". Dessa forma, o AUTOCAD, mostra um sistema de eixos, onde é definida a vista da perspectiva. Assim, obtém-se a visão tridimensional do pavimento deformado, conforme ilustra a figura 3.9. Nesta figura, apenas a LAYER "DESL" é ativada.

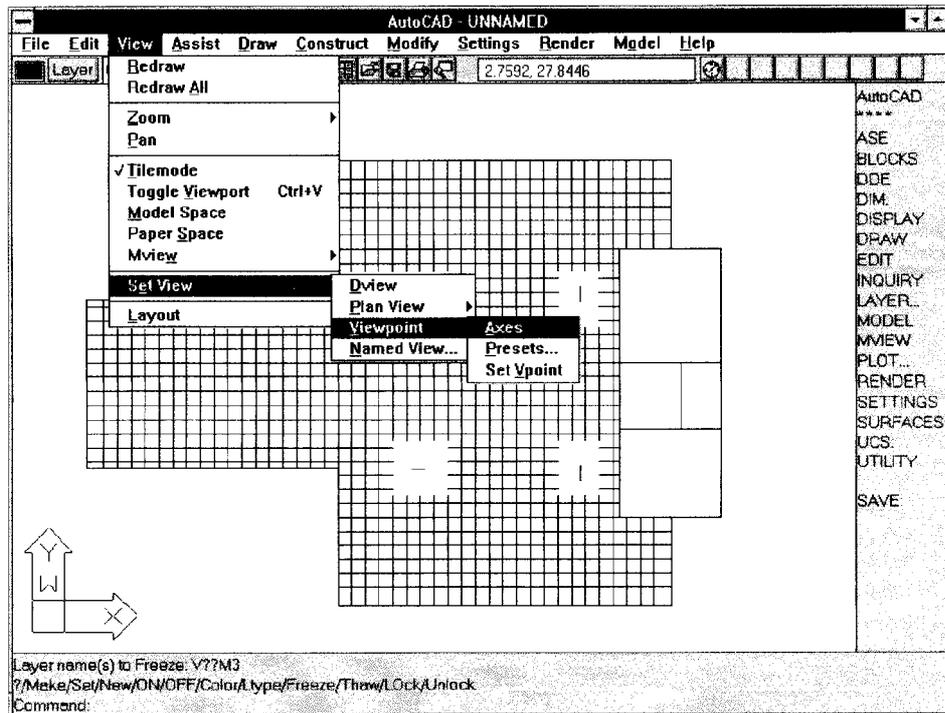


FIGURA 3.8 - Sequência de comandos para se obter a vista em perspectiva

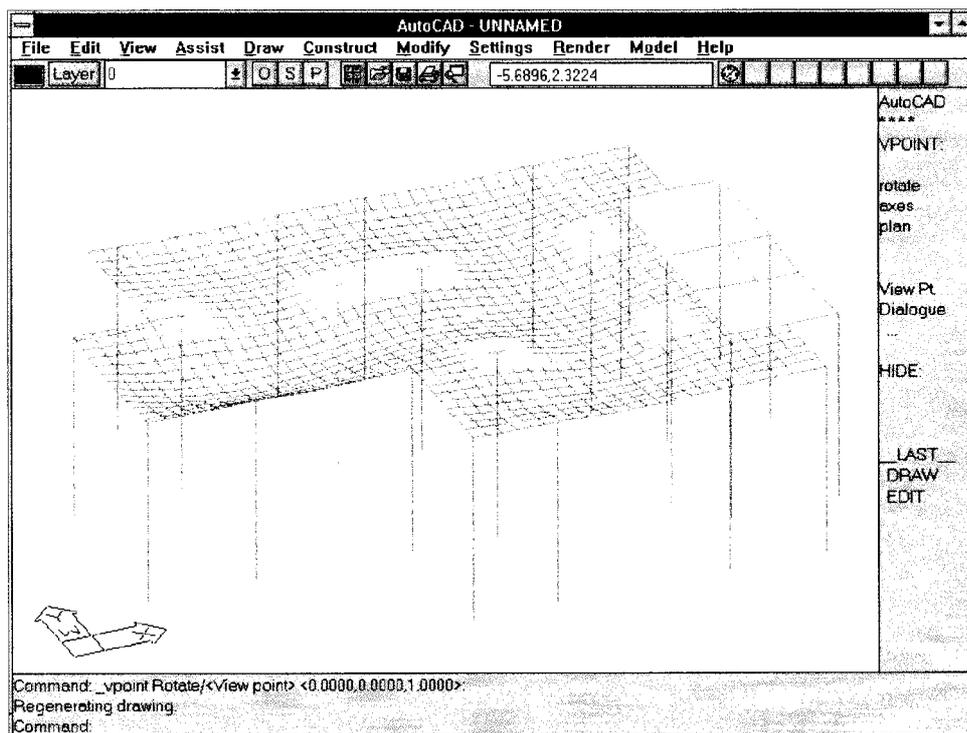


FIGURA 3.9 - Vista em perspectiva do pavimento deformado

Para obter o valor dos deslocamentos, basta proceder da mesma forma como foi mostrado na figura 3.7, com a utilização do comando "ID POINT". Com esse comando ativo, obtêm-se as coordenadas do ponto escolhido, onde a cota Z representa o próprio deslocamento do nó, multiplicado pelo respectivo fator definido também no início do processamento do programa PLOT.

Em resumo, os procedimentos utilizados no desenvolvimento do pós-processador são simples, o programa é de fácil utilização e, principalmente, de grande utilidade para a análise e interpretação dos resultados. Além dos recursos descritos anteriormente, outros podem ser observados com o próprio uso do pós-processador, tendo em vista a grande quantidade de recursos disponíveis no AUTOCAD.

CAPÍTULO 4

MODELOS PARA ANÁLISE DE PAVIMENTOS EM LAJE NERVURADA

4.1 - INTRODUÇÃO

Com o avanço dos recursos computacionais e, principalmente, dos métodos numéricos aplicados à análise de estruturas, muitos são os escritórios de projetos que utilizam programas fundamentados nesses métodos para a obtenção de esforços solicitantes e deslocamentos nos pavimentos de edifícios. São procedimentos de cálculo que tratam a laje como um meio contínuo, e consistem em resolver as equações diferenciais que regem o comportamento da estrutura através de funções aproximadoras. Dentre esses procedimentos, destacam-se o Método das Diferenças Finitas [TIMOSHENKO (1959) e SZILARD (1974)], o Método dos Elementos de Contorno [BÉZINE (1978), STERN (1978) e PAIVA (1987)] e o Método dos Elementos Finitos [BATHE (1982) e HRABOK (1984)].

No caso particular de pavimentos de edifícios, o mais utilizado é o Método dos Elementos Finitos que, segundo CORRÊA (1991), permite considerar a laje integrada às vigas e aos pilares, buscando representar o maior número possível de vínculos que estão presentes no sistema estrutural, bem como um tratamento mais realista das ações atuantes. Além da simulação automática dos painéis de lajes, da reprodução das interações de flexão e torção entre vigas e lajes, e da representação da rigidez relativa laje-viga-pilar.

Conforme já comentado, os pavimentos de edifícios em laje nervurada, podem ser analisados através do Método dos Elementos Finitos, mediante o procedimento simplificado de transformar a laje nervurada numa laje maciça de mesma rigidez. Entretanto, o tratamento da laje nervurada através de elementos de barra de seção transversal T, representa de forma mais adequada o comportamento dessa tipologia de pavimentos.

4.2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Segundo ANDRADE (1982), considerando-se que nas seções de concreto armado a zona tracionada deve funcionar como elemento de ligação entre a armadura de tração e a zona comprimida, pode-se no caso das lajes (em que são pequenas as tensões oriundas do cisalhamento), sem prejuízo da capacidade resistente, discretizar tal ligação. Tais lajes, são denominadas de lajes nervuradas, cuja zona de tração é constituída de nervuras entre as quais pode-se colocar materiais inertes. Essas lajes têm o consumo de concreto diminuído e o peso próprio aliviado, pois na composição dos painéis são utilizados materiais mais leves, sem com isso prejudicar a altura da seção resistente e conseqüentemente da rigidez. Embora exista a possibilidade de cálculo por métodos rigorosos, permite-se o cálculo como placa, e portanto como laje, desde que certas condições sejam obedecidas.

Em JI *et al.* (1985) encontra-se um estudo analítico e experimental de deformações em painéis de lajes nervuradas sujeitas a combinações de ações estáticas. O estudo de deformações antes da fissuração é feito com base na análise elástica pelo Método dos Elementos Finitos. Para a utilização do Método dos Elementos Finitos, JI *et al.* (1985) utiliza o conceito de “Espessura Equivalente”, com a finalidade de transformar os painéis de lajes nervuradas em lajes maciças, e bons resultados são encontrados.

Tendo em vista a crescente utilização de lajes nervuradas em pavimentos de edifícios, e principalmente por serem limitadas as informações a respeito dos estados limites desse tipologia de laje, AJDUKIEWICZ & KLISZCZEWICZ (1986) realizaram diversos ensaios em painéis de lajes nervuradas apoiadas em pilares. Nos modelos utilizados, a ligação dos pilares com a laje foi feita através de capitéis para absorver os efeitos da punção. Além disso, nesse trabalho, são discutidos aspectos referentes à localização das principais fissuras, o mecanismo de ruína, e a magnitude das ações de colapso. Os testes indicaram que as principais fissuras ocorrem na ligação da laje com os pilares, sendo dependentes das dimensões dos capitéis utilizados.

Em TARANATH (1988), são apresentados alguns tipos de sistemas de piso, utilizados em edifícios altos construídos em aço. As lajes nervuradas, são admitidas como um ótima solução, tendo em vista a economia de material proporcionada pelo grande número de repetições dos pavimentos, e devido a

considerável diminuição do peso próprio da estrutura. Além disso, através do emprego de blocos de enchimento, as lajes nervuradas resultam em pavimentos lisos, como se fossem em laje-cogumelo. Não só o aspecto arquitetônico, mas o próprio comportamento das lajes nervuradas sob o aspecto da distribuição dos momentos fletores é bastante semelhante aos pavimentos em laje-cogumelo. TARANATH (1988) refere-se, também, à facilidade de se definirem regiões maciças de concreto em áreas críticas para absorver altos momentos fletores e forças cortantes elevadas, como por exemplo nas proximidades dos pilares, onde usualmente são utilizados capitéis.

Em AALAMI (1989), encontra-se exemplos de lajes nervuradas com diferentes regiões maciças de concreto ao redor dos pilares. Dentre eles, destacam-se as lajes nervuradas com capitéis, e lajes nervuradas com faixas maciças de concreto na direção dos pilares, conforme ilustrado na figura 4.1.

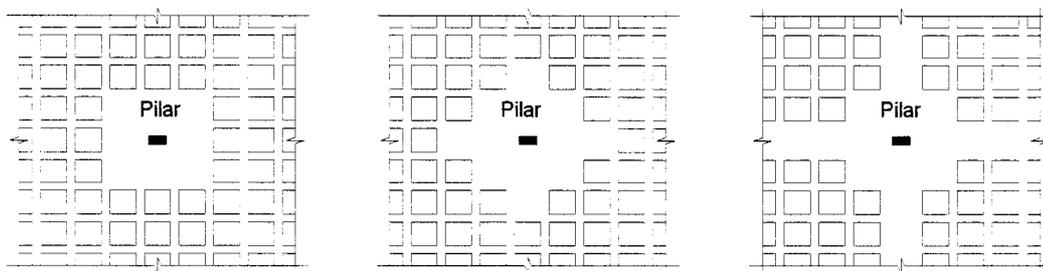


FIGURA 4.1 - Exemplos de regiões maciças de concreto em lajes nervuradas

Para a modelagem dos painéis de laje nervurada, é apresentado o Método das Faixas Equivalentes, no qual a laje nervurada é substituída por faixas maciças de concreto. Entretanto, AALAMI (1989) destaca que o comportamento à flexão das lajes nervuradas é melhor descrito por modelos aproximados, considerando-se uma placa ortótropa. Nesses modelos, a laje nervurada é substituída por uma laje de espessura constante e de mesma rigidez.

AJDUKIEWICZ & STAROSOLSKI (1990), apresentam uma discussão sobre os métodos analíticos empregados para analisar lajes nervuradas. Os métodos que se destacam são baseados na analogia de placas e em soluções em grelhas. Os métodos baseados na analogia de placas referem-se à transformação da laje

nervurada numa laje maciça de rigidez equivalente. Tal equivalência proporciona resultados satisfatórios, no que se refere ao comportamento da estrutura. A laje equivalente pode ser admitida tanto isótropa quanto ortótropa; entretanto, a teoria de placas ortótropas representa o comportamento de forma mais realista. Já os métodos que se baseiam em grelhas são mais utilizados quando as dimensões das nervuras são praticamente iguais às das vigas. Em geral, esses métodos são largamente empregados em projetos de tabuleiros de pontes.

BOCCHI JR (1995), descreve procedimentos de análise e verificação dos estados limites últimos e de utilização de lajes nervuradas, segundo recomendações da NORMA BRASILEIRA NB-1/78, bem como procedimentos de execução tanto para lajes nervuradas moldadas no local quanto pré-moldadas. O autor apresenta, ainda, uma comparação entre modelos em grelha e em Elementos Finitos para cálculo de esforços solicitantes, concluindo que os resultados nem sempre são compatíveis.

ANDRADE (1995), trata das verificações das tensões atuantes nas nervuras e nos capitéis. São apresentados, também, detalhes de armação desde a utilização de barras de aço até o emprego de telas soldadas. Além disso, são definidos critérios de projeto para lajes nervuradas, tanto de dimensionamento, quanto de verificação e apresentação dos projetos.

Segundo FUSCO (1995), a denominação laje nervurada refere-se às lajes cuja zona de tração são constituída por nervuras, entre as quais podem ser colocadas materiais de características não-estruturais, com a finalidade, apenas, de tornar plana a superfície inferior da laje. Essa tipologia de laje pode ser calculada como se fosse maciça, desde que se observem as restrições prescritas pela NB-1/78. Além de listar essas restrições, FUSCO (1995) apresenta alguns detalhes de armação de lajes nervuradas.

4.3 - MODELAGEM ATRAVÉS DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

4.3.1 - GENERALIDADES

Neste item, é apresentado o equacionamento para se determinar a espessura da laje maciça, utilizada em substituição à laje nervurada. Para tanto, são definidas as propriedades geométricas das nervuras, em função das recomendações

da NB-1/78. Além disso, são listadas as características mecânicas do concreto, e as ações atuantes, que devem ser fornecidas para o processamento dos modelos. Em seguida, é discutida a simulação dos pilares, tendo em vista o aspecto tridimensional dos modelos. Finalmente, são descritos os dois modelos utilizados para analisar pavimentos em laje nervurada, tendo como base o Método dos Elementos Finitos.

4.3.2 - ESPESSURA EQUIVALENTE DOS ELEMENTOS DE PLACA

A determinação da laje maciça de rigidez equivalente à laje nervurada, baseia-se no conceito de “Espessura Equivalente” descrita em *Jl et al.* (1985). O procedimento consiste em transformar a laje nervurada numa laje de espessura constante, conforme ilustrado na figura 4.2. A laje equivalente é considerada isótropa se as nervuras forem igualmente espaçadas nas duas direções, em caso contrário é considerada ortótropa.

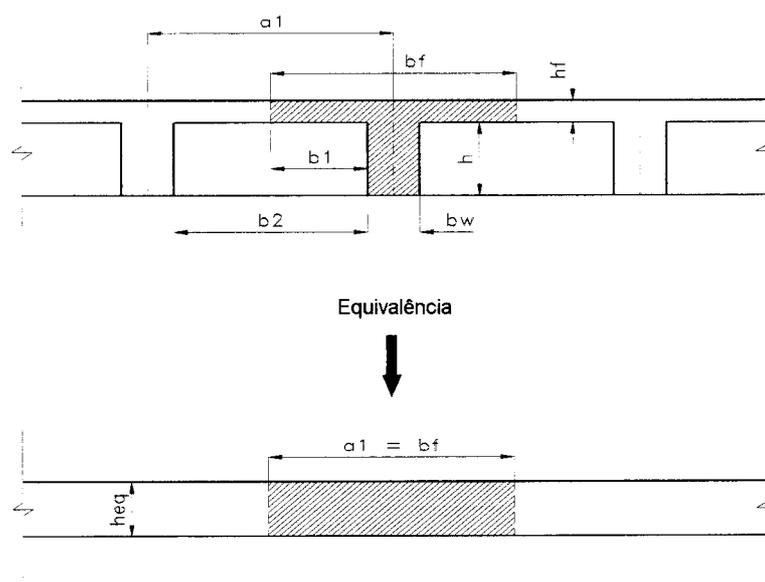


FIGURA 4.2 - Transformação da laje nervurada em laje maciça equivalente

Segundo *Jl et al.* (1985), a espessura da laje pode ser calculada através da equação 4.1, que representa uma equivalência apenas em momento de

inércia de flexão. Diferentes espessuras podem ser obtidas através de equivalências em momento de fissuração ou em módulo de resistência.

$$h_{eq} = \left(\frac{12 \cdot I}{a_1} \right)^{1/3} \quad (4.1)$$

onde:

- a_1 : distância entre eixos de nervuras
- I : momento de inércia da seção transversal T, sem considerar a fissuração e em relação ao eixo baricêntrico horizontal

4.3.3 - CARACTERÍSTICAS DOS ELEMENTOS DE BARRA

Para o cálculo do momento de inércia da seção integral T, é necessário definir a largura colaborante da mesa, o que é feito de acordo com a NORMA BRASILEIRA NB-1/78, conforme as equações 4.2. Considera-se a seção T, pelo fato de que a mesa tem função de solidarizar as nervuras, compatibilizando, dessa forma, os deslocamentos. Sendo assim, a mesa participa da rigidez da laje. Cabe ressaltar que, nos pavimentos correntes, a prescrição $0,5 \cdot b_2$ é quase sempre atendida.

$$b_1 \leq \begin{cases} 0,10 \cdot a \\ 8 \cdot h_f \\ 0,5 \cdot b_2 \end{cases} \quad (4.2)$$

$$b_f = 2 \cdot b_1 + b_w$$

onde:

- $a = L$: tramo simplesmente apoiado
- $a = 0,75 \cdot L$: tramo com momento fletor apenas em uma extremidade
- $a = 0,60 \cdot L$: tramo com momento fletor nas duas extremidade
- $a = 2 \cdot L$: tramo em balanço
- L : comprimento do tramo

- b_2 : distância livre entre as nervuras
- b_1 : aba da seção T

O momento de inércia da seção integral em relação à linha neutra, pode ser determinado, dividindo-se a seção transversal T em retângulos. Dessa forma, separa-se a capa da nervura, e emprega-se a equação 4.3.

$$I = \frac{b_f \cdot h_f^3}{12} + h_f \cdot b_f \cdot \left(h - h_f - y_{cg} + \frac{h_f}{2} \right)^2 + \frac{b_w \cdot (h - h_f)^3}{12} + b_w \cdot (h - h_f) \cdot \left(y_{cg} - \frac{h - h_f}{2} \right)^2 \quad (4.3)$$

onde:

$$- y_{cg} = \frac{\frac{b_w \cdot (h - h_f)^2}{2} + \left(\frac{h_f}{2} + h - h_f \right) \cdot b_f \cdot h_f}{b_f \cdot h_f + b_w \cdot (h - h_f)}$$

- y_{cg} : ordenada do centróide da seção T, medido a partir da face inferior da nervura

Já o momento de inércia à torção da seção T integral pode ser calculado através da equação 4.4, considerando-se a composição de retângulos, por exemplo, separando-se a mesa da nervura. O parâmetro de ajuste “j” de cada retângulo é dado por SILVA JR (1962).

$$I_t = j_{2,m} \cdot h_f^3 \cdot b_f + j_{2,w} \cdot b_w^3 \cdot (h - h_f) \quad (4.4)$$

onde:

$$- j_{2,m} = \frac{1}{3} - 0,21 \cdot \eta_m + \frac{7}{400} \cdot \eta_m^5$$

$$- j_{2,n} = \frac{1}{3} - 0,21 \cdot \eta_n + \frac{7}{400} \cdot \eta_n^5$$

$$- \eta_m = \frac{h_f}{b_f}$$

$$- \eta_n = \frac{b_w}{h - h_f}$$

Quando não se deseja considerar a rigidez de torção, nos casos em que não é fundamental ao equilíbrio da estrutura, o momento de inércia de torção pode ser desprezado segundo LEONHARDT (1978). Nesses casos, CORRÊA (1991) utiliza 1% do valor calculado pela equação 4.4.

4.3.4 - PARÂMETROS DO CONCRETO

Em relação aos parâmetros do concreto, devem ser fornecidos a resistência característica à compressão (f_{ck}), o coeficiente de Poisson (ν), o módulo de deformação longitudinal do concreto (E^*), o módulo de deformação transversal do concreto (G^*), e o peso específico (γ).

O módulo de elasticidade longitudinal tangente do concreto é calculado através das recomendações da NB-1/78, conforme equação 4.5.

$$E_c = 6600 \cdot \sqrt{f_{ck} + 3,5} \quad (\text{MPa}) \quad (4.5)$$

Já o módulo de deformação secante do concreto considerado, é determinado através da equação 4.6. A consideração de apenas 70% do módulo de deformação secante ($0,9 \cdot E_c$) é uma forma aproximada de compensar os efeitos da deformação lenta em lajes de piso de edifícios residenciais.

$$E^* = 0,7 \cdot 0,9 \cdot E_c \quad (4.6)$$

O módulo de deformação transversal do concreto é obtido através da Teoria Clássica da Elasticidade, conforme equação 4.7.

$$G^* = \frac{E^*}{2 \cdot (1 + \nu)} \quad (4.7)$$

Entretanto, para os elementos de placa, o módulo de deformação transversal considerado neste trabalho, corresponde a 1% do valor calculado pela equação 4.7, para não considerar a rigidez de torção. Dessa forma, há um aumento nos momentos fletores atuantes na placa, e conseqüentemente uma diminuição no momento volvente.

4.3.5 - AÇÕES ATUANTES

As ações atuantes no pavimento podem ser determinadas de acordo com as prescrições das NORMAS BRASILEIRAS NB-1/78 e NB-5/80. As ações usualmente consideradas dividem-se em ações permanentes diretas e ações variáveis normais.

Segundo a NORMA BRASILEIRA REGISTRADA NBR-8681/84, as ações permanentes diretas são aquelas que ocorrem com valores constantes, ou de pequena variação em torno de sua média, durante praticamente toda vida útil da edificação. Essas ações referem-se ao peso próprio dos elementos estruturais, revestimentos, enchimentos e alvenarias.

As ações variáveis normais, também denominadas de sobrecargas de utilização, são aquelas que ocorrem com valores que apresentam variações significativas em torno de sua média. Tais ações, correspondem ao peso dos móveis, pessoas e objetos destinados ao funcionamento do ambiente, previsto no projeto arquitetônico.

4.3.6 - SIMULAÇÃO DOS PILARES

Segundo CORRÊA (1991), a vinculação de pilares aos demais elementos estruturais pode ser feita simplificada através de um nó definido no centro do apoio, no qual deve-se impedir os graus de liberdade ou associar vínculos deformáveis. No caso de pilares com grande dimensão na direção longitudinal da viga pode-se definir nós nas respectivas faces. Nesse caso, os nós podem ser considerados como indeslocáveis para ações verticais, devido à grande rigidez dos pilares comparada com a da viga. Outro procedimento, consiste em definir trechos rígidos de barra correspondentes à maior dimensão da seção transversal do pilar, com um único nó no centro do apoio e com a adição de elementos do tipo mola ou mesmo barra, para a simulação das características de deformabilidade desse apoio.

Os trechos rígidos são utilizados em várias situações para a modelagem do edifício. Dentre essas situações, pode-se destacar a simulação do apoio em pilares. A figura 4.3 apresenta, em planta, um tipo de ligação muito comum em pavimentos de edifícios, que é a ligação de duas vigas a um pilar de canto. O ponto de apoio é situado no baricentro da seção transversal do pilar e as barras que simulam as vigas são tratadas com trechos rígidos. No ponto de apoio, são aplicadas as condições de contorno (restrições ou imposições de deslocamentos) ou a ligação a elementos do tipo mola ou barra para a simulação de apoio flexível.

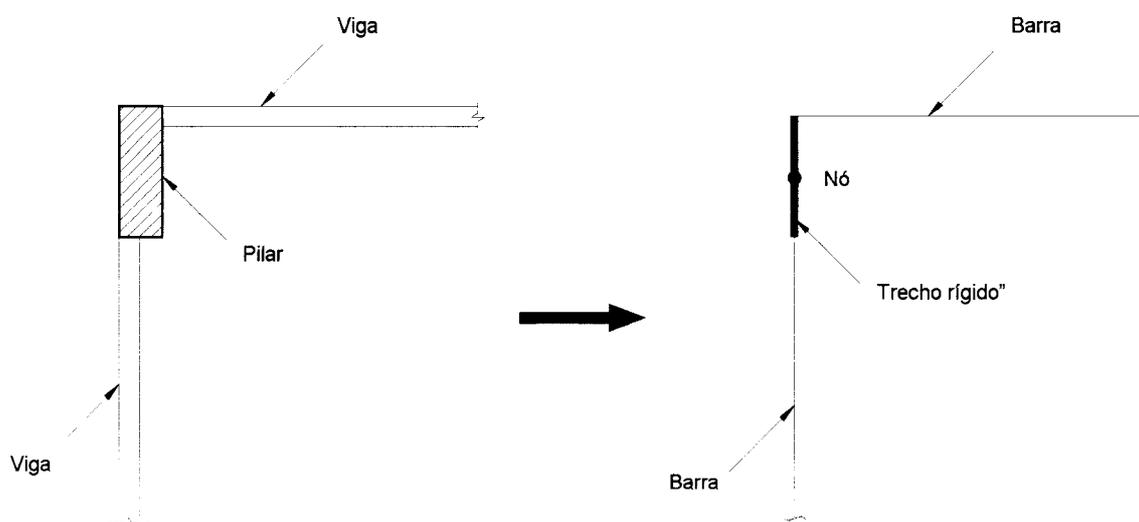


FIGURA 4.3 - Simulação do pilar através de trechos rígidos

As barras que representam os trechos rígidos são modeladas com momento de inércia elevado, e com área da seção transversal praticamente desprezível, para não afetar o cômputo do peso próprio da estrutura. Entretanto, deve-se efetuar testes buscando-se a rigidez adequada para simular o trecho rígido, sem causar desastres numéricos.

A determinação das constantes de molas associadas à deformabilidade dos pilares, pode ser feita de maneira simples quando se admite o comportamento elástico linear e se limita a consideração da deformação dos tramos de pilar adjacentes ao pavimento. Na figura 4.4, são apresentados dois tramos de pilar, cuja rigidez associada à rotação do nó "N", em torno do eixo perpendicular ao plano da figura, deseja-se determinar. Nesse caso, supõe-se que a extremidade "B" é um engaste fixo, como é usual para o caso de ligações de pilares à fundações rígidas; dessa forma, o coeficiente de mola correspondente ao tramo "BN" é igual a $4 \cdot (E \cdot I / L)_1$. Admitindo-se que o extremo "A" do tramo superior do pilar seja submetido a uma rotação igual à do nó "N", como é razoável supor no caso de sucessivos pavimentos-tipo, de comportamento semelhante, a rigidez correspondente é determinada como a de uma barra apoiada no ponto médio do tramo "AN" e, portanto, igual a $6 \cdot (E \cdot I / L)_2$. Tendo em vista o processo construtivo, sob o peso próprio, a rigidez à rotação poderia ser menor do que a que resulta do esquema da figura 4.4.

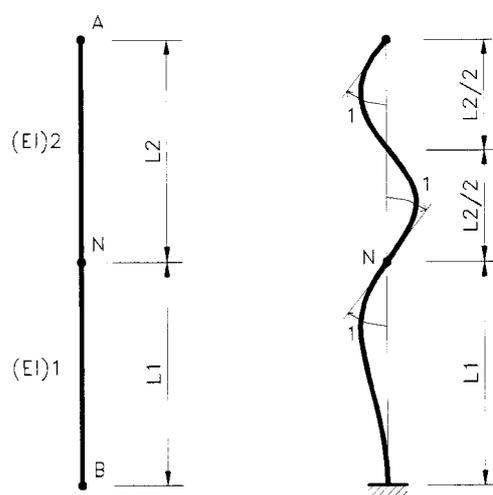


FIGURA 4.4 - Determinação do coeficiente de mola

Em relação ao sistema LASER, os pilares são simulados através da definição de barras rígidas (trechos rígidos) situadas no topo dos pilares, ou através de um único nó. Ao nó central do apoio são associados coeficientes de rigidez referentes a uma translação vertical e duas rotações ($2 \cdot E \cdot I / L$). Esses coeficientes são determinados em função dos momentos de inércia do pilar, da distância de piso a piso e levando-se em conta o processo construtivo.

4.3.7 - MODELO EM ELEMENTOS DE PLACA

O modelo em elementos finitos de placa consiste em simular a laje nervurada através de uma laje maciça de espessura determinada pela equação 4.1. Para o emprego desta equação deve-se determinar a largura colaborante da seção T das nervuras de acordo com as equações 4.2. Além disso, é necessário calcular o momento de inércia da seção T, o que é feito através da equação 4.3. As características mecânicas do concreto são determinadas de acordo com o item 4.3.4, sendo que, neste caso, o desprezo da rigidez de torção é feito com a redução a 1% do módulo de deformação transversal do concreto, conforme já explicitado. As ações atuantes são determinadas conforme o item 4.3.5, exceto o peso próprio dos elementos estruturais, que é calculado automaticamente pelo processador LS5H do sistema LASER, em função da seção transversal da peça, e do peso específico do concreto. Com relação às ações provenientes das alvenarias, devem ser transformadas em linhas de ações de acordo com a localização das paredes no projeto arquitetônico.

Finalmente, o pavimento é discretizado em elementos finitos de placa através dos pré-processadores GM [BAPTISTA (1994)] ou GMA [sistema LASER]. Com o modelo definido, passa-se ao processamento através do sistema LASER, do qual se obtêm esforços solicitantes e deslocamentos para todo o pavimento.

4.3.8 - MODELO EM ELEMENTOS DE BARRA

O modelo em elementos de barra consiste em simular a laje nervurada por barras de seção transversal T, e eventuais capitéis em elementos de placa. Os parâmetros de entrada são os mesmos utilizados no modelo em elementos de placa.

Entretanto, para desconsiderar a rigidez de torção nos resultados, é feita a redução a 1% apenas no momento de inércia à torção dos elementos de barra, conforme já ressaltado no item 4.3.3. Em seguida, o pavimento é discretizado pelo programa GLN, e finalmente processado pelo sistema LASER, para obter os resultados da análise.

Cabe ressaltar que, nos dois modelos, os pilares são simulados da mesma forma, isto é, através de barras rígidas definidas nos seus topos, ou através de um único nó, associando-se ao nó central coeficientes de rigidez calculados em função dos momentos de inércia de flexão dos pilares e da distância de piso a piso.

CAPÍTULO 5

EXEMPLOS NUMÉRICOS

5.1 - INTRODUÇÃO

O presente capítulo tem como principal objetivo a comparação de esforços solicitantes e deslocamentos obtidos através de modelos com elementos de barra e modelos com elementos de placa para a simulação das lajes nervuradas. A denominação modelo barra refere-se aos modelos em que a laje nervurada é discretizada em elementos de barra com inércia de seção T, sendo os trechos em laje maciça discretizados em elementos finitos de placa; além disso os elementos de barra são, também, utilizados para discretizar as vigas e os pilares. O nome modelo placa refere-se àqueles em que os trechos em laje nervurada são previamente transformados em laje maciça através da equivalência em inércia e em seguida discretizados por elementos finitos de placa; nesse modelo as vigas e os pilares também são discretizados por elementos de barra. Nos dois modelos, os extremos das vigas são considerados nas faces dos pilares, quando estes são representados por mais de um ponto, conforme as opções de modelagem descritas no capítulo 4.

Para as comparações, são utilizados um exemplo simples de laje nervurada quadrada apoiada em vigas encontrado em BOCCHI JR (1995), e três exemplos de pavimentos de edifícios em laje nervurada cedidos pela *TECSOF - Engenharia de Estruturas S/C Ltda*, os quais foram projetados com esforços solicitantes e deslocamentos obtidos pelo modelo placa, utilizando-se o Método dos Elementos Finitos. Nos exemplos são utilizados o pré-processador desenvolvido como gerador do modelo barra e o pós-processador para auxiliar a análise dos resultados, além dos pré e pós-processadores do sistema LASER [RAMALHO (1990) e CORRÊA (1991)].

Os pavimentos são analisados em comportamento elástico-linear do material, submetidos a ações estáticas e sem levar em conta a não-linearidade geométrica. Em todos os exemplos, a rigidez à torção é reduzida com intuito de não considerar os seus efeitos nos resultados, pelo fato de não ser fundamental ao equilíbrio da estrutura. No primeiro exemplo, considera-se como rigidez à torção apenas 20% do seu valor original, conforme utilizado por BOCCHI JR (1995), que segue a recomendação de SUSSEKIND (1991). Nos demais exemplos a rigidez à torção é desprezada como indica LEONHARDT (1978), para tanto considera-se apenas 1% do seu valor inicial conforme utiliza CORRÊA (1991).

Admite-se que o plano do pavimento coincida com o plano XY, ficando o eixo Z normal a este e voltado para cima. Dessa forma, o momento fletor M_x provoca flexão no plano XZ, e o momento fletor M_y provoca flexão no plano YZ.

Partindo do princípio que o comportamento estrutural das lajes nervuradas melhor se assemelha ao de uma estrutura formada por barras (comportamento de grelha), os modelos em elementos barra são tomados como corretos e os modelos em elementos placa uma aproximação desse comportamento. Assim, nas comparações, a diferença percentual dos resultados tem como referência o modelo barra.

Ao longo do capítulo, são apresentados diagramas de deslocamentos e esforços solicitantes. Nesses diagramas são utilizadas letras para destacar pontos onde os resultados são expressivos, e por isso merecedores de comparação. Cabe ressaltar que essas letras só têm efeito na própria figura onde está sendo representada, de sorte que não há nenhuma relação entre letras de figuras diferentes. No caso específico do esforço cortante, os diagramas representam as cortantes atuantes no ponto médio dos elementos de barra, pois o processador do sistema LASER admite apenas cargas nodais, que resulta em cortantes constantes (figura 3.6) e momentos fletores com variação linear ao longo de cada elemento barra.

5.2 - PRIMEIRO EXEMPLO DE APLICAÇÃO

A figura 5.1 mostra a forma de uma laje nervurada quadrada apoiada em vigas nos quatro lados, apresentada em BOCCHI JR (1995). As características

das vigas de borda, dos pilares e das nervuras podem, também, ser observadas na figura 5.1. O pé-direito adotado é de 2,90 m.

O concreto utilizado tem resistência característica à compressão (f_{ck}) de 20 MPa, peso específico (γ) de 25 kN/m³, coeficiente de Poisson (ν) 0,20, módulo de deformação longitudinal (E^*) de $2,01 \times 10^7$ kN/m² e, finalmente, módulo de deformação transversal integral de $1,28 \times 10^7$ kN/m². Como ação atuante foram considerados 3,00 kN/m² correspondentes à sobrecarga de utilização, piso e revestimento, em adição ao peso próprio da laje.

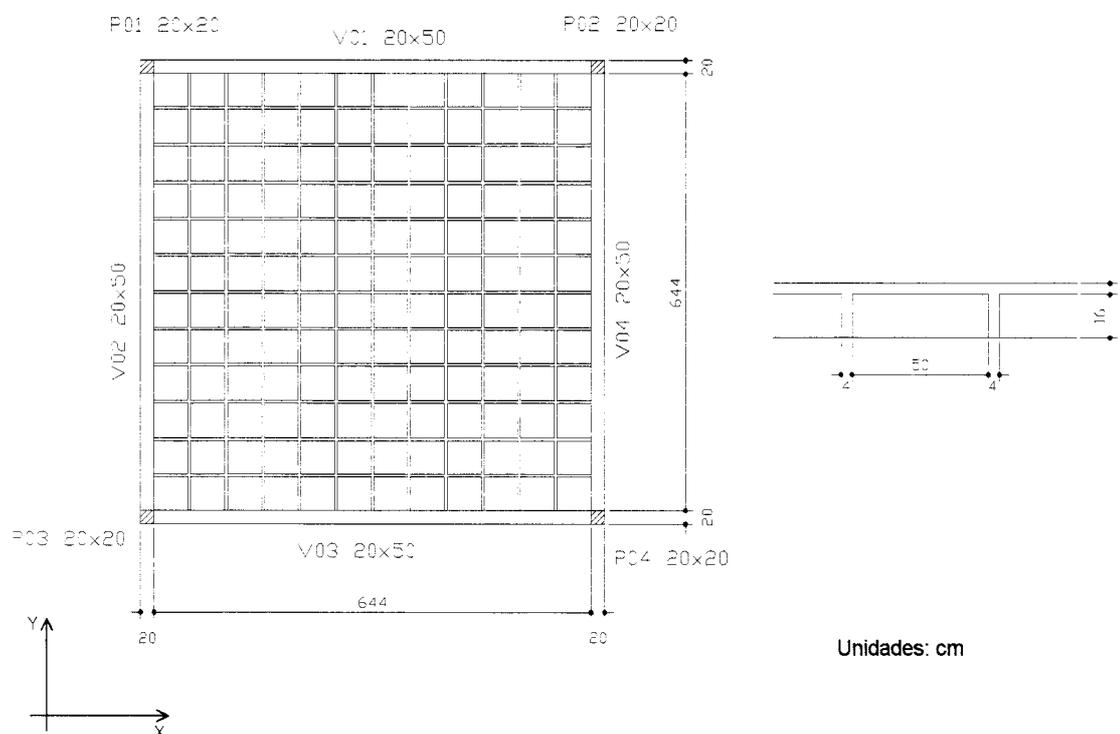


FIGURA 5.1 - Forma e detalhe das nervuras

As nervuras são consideradas como seção T com largura colaborante de 54 cm, determinada conforme as prescrições da NB-1/78 expostas no capítulo 4. Portanto, as nervuras apresentam uma inércia de flexão de $6,590 \times 10^{-5}$ m⁴ (equação 4.3), e inércia de torção de $1,493 \times 10^{-5}$ m⁴, cujo valor é transcrito de

BOCCHI JR (1995). A placa equivalente à laje nervurada tem 11,35 cm de espessura, calculada pela equação 4.1.

A discretização do modelo placa é mostrada na figura 5.2, onde foram utilizados 173 nós, 144 elementos finitos de placa e 52 elementos de barra correspondentes às vigas e aos pilares. Quanto ao modelo barra, foram empregados 485 nós e 628 elementos de barra, conforme ilustra a figura 5.3. Nos dois modelos, os pilares foram considerados pontuais. Nessas figuras, os elementos de placas são diferenciados dos elementos de barra pelas hachuras.

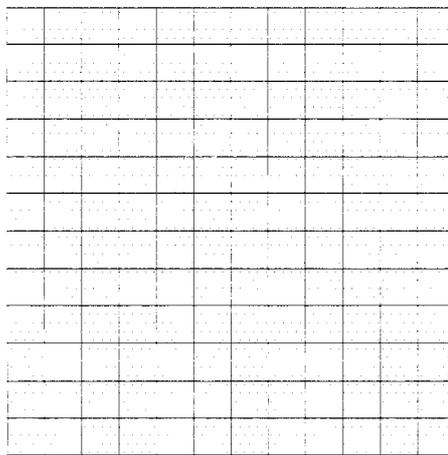


FIGURA 5.2 - Discretização do modelo placa [Programa GM]

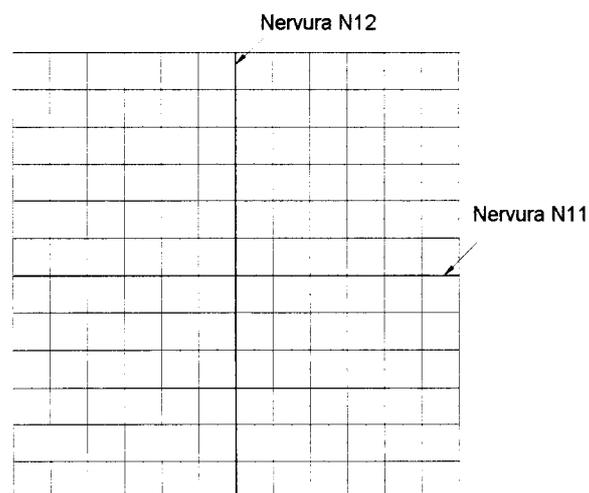


FIGURA 5.3 - Discretização do modelo barra [Programa GLN]

A tabela 5.1 mostra as reações de apoio obtidas com os dois modelos empregados. Nessa tabela, não se faz distinção para momentos atuantes no plano XZ ou no plano YZ, pois os resultados são iguais, devido à dupla simetria do pavimento. No caso das normais, em todos os pilares o modelo placa apresenta valores maiores, em torno de 0,82%, do que no modelo barra. Para os momentos fletores, os resultados obtidos com o modelo placa são 1,43% menores do que os encontrados com o modelo barra. Com esses resultados, fica clara a ótima correlação entre os modelos, pois as diferenças encontradas não são significativas e não interferem no dimensionamento dos pilares, podendo estar relacionadas à manipulação dos dados de entrada.

TABELA 5.1 - Esforços solicitantes na base dos pilares

Pilar	Mod. Barra		Mod. Placa	
	Normal kN	Fletor kN.m	Normal kN	Fletor kN.m
P01	66,52	-2,85	67,07	-2,81
P02	66,52	-2,85	67,08	-2,81
P03	66,52	2,85	67,06	2,81
P04	66,52	2,85	67,07	2,81

As figuras 5.4 e 5.5 representam, respectivamente, as deformadas das nervuras (N11 e N12) e das vigas de borda (V01, V02, V03 e V04).

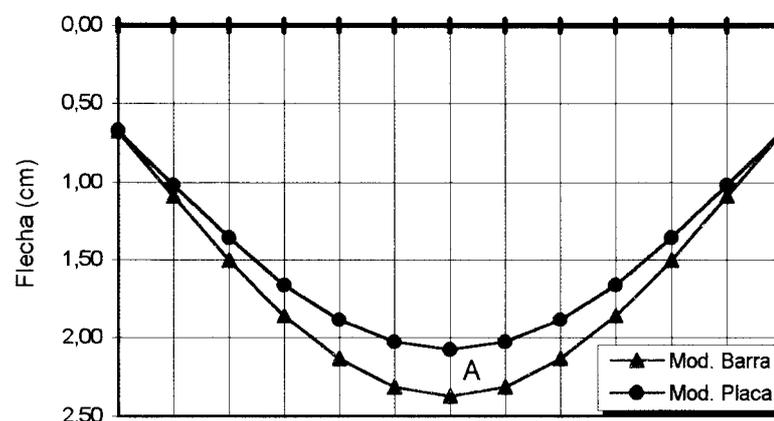


FIGURA 5.4 - Deformada das nervuras N11 e N12

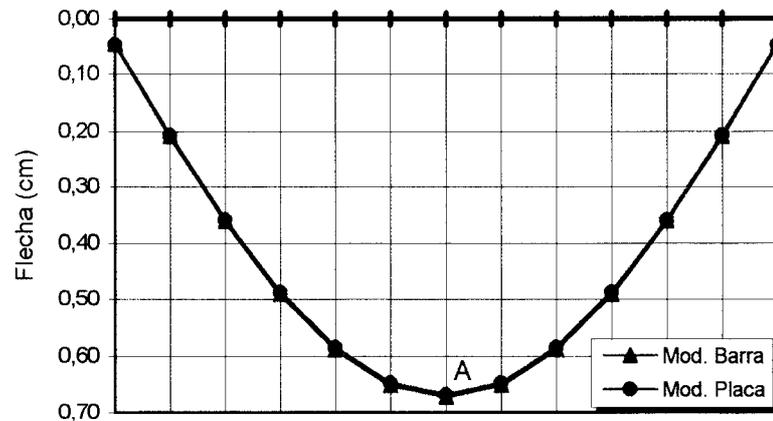


FIGURA 5.5 - Deformada das vigas V01, V02, V03 e V04

No caso das nervuras, no ponto de deslocamento máximo (ponto A), o modelo placa apresenta deslocamento 12,39% menor em relação ao correspondente no modelo barra. Já para as vigas, os deslocamentos são praticamente iguais, com uma diferença de -0,60% no ponto A.

Com relação aos momentos fletores, as figuras 5.6 e 5.7 mostram os diagramas para as nervuras e vigas, respectivamente.

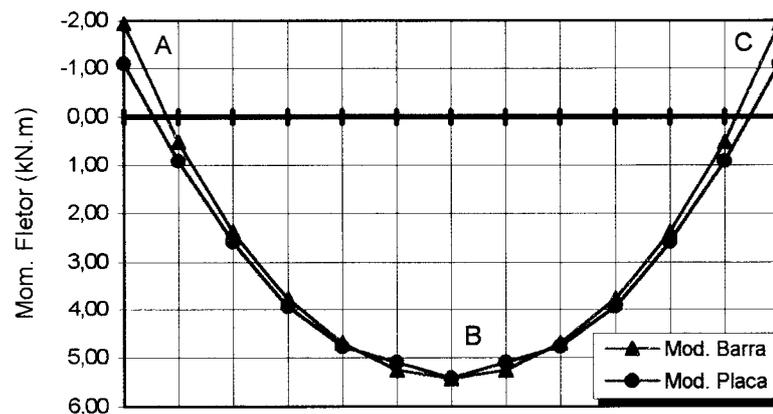


FIGURA 5.6 - Diagrama de momento fletor das nervuras N11 e N12

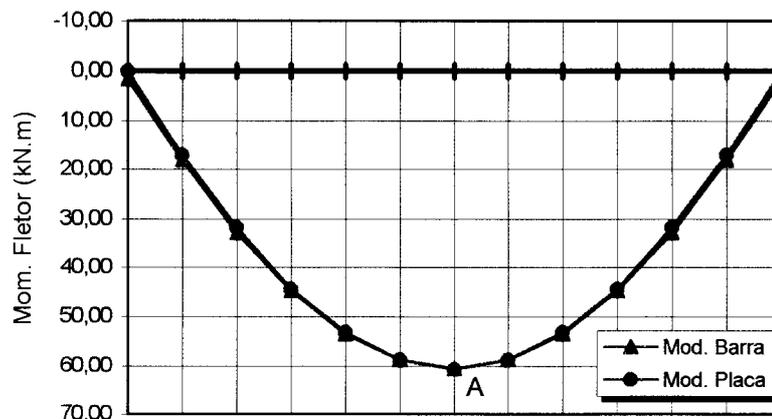


FIGURA 5.7 - Diagrama de momento fletor das vigas V01, V02, V03 e V04

Nas nervuras, o valor obtido no modelo placa para o momento máximo positivo (ponto B) é 0,18% menor que momento máximo encontrado no modelo barra. Entretanto, nas extremidades das nervuras (pontos A e C) os resultados são bastantes diferentes (-43,52%). Nesses pontos, as diferenças são mais expressivas pois a interface laje-viga é representada diferentemente nos modelos. No modelo placa a ligação ocorre com a integração de elemento de placa (laje) com elemento de barra (viga), enquanto que no modelo barra a ligação é de elemento de barra (nervura) com elemento de barra (viga). No modelo barra a ligação é melhor representada.

No caso das vigas, praticamente não há diferenças entre os momentos fletores. No ponto de momento máximo positivo (ponto A) a diferença é de 0,12%.

As figuras 5.8 e 5.9 mostram os diagramas de esforço cortante para as nervuras e para as vigas, respectivamente. Nas extremidades das nervuras (ponto A e B), onde o esforço cortante é máximo, as diferenças obtidas são da ordem de -36,23%. Entretanto o aspecto dos diagramas é bastante semelhante, exceto nessas regiões, onde ocorrem problemas na ligação dos elementos, conforme já mencionado. Embora a diferença percentual seja bastante significativa, ela não influi no dimensionamento das nervuras, pois para ambos os modelos não há necessidade de armadura de cisalhamento, conforme é mostrado a seguir. A verificação é feita apenas para o modelo barra que apresenta maior esforço cortante.

- Flexão [PINHEIRO (1993)]:

$$K_c = \frac{b \cdot d^2}{M_d} = \frac{54 \times 18^2}{1,4 \times 193} = 64,75 \Rightarrow K_s = 0,023$$

$$A_s = K_s \frac{M_d}{d} = 0,023 \times \frac{1,4 \times 193}{18} = 0,35 \text{ cm}^2 / \text{nerv.}$$

$$A_{s,\min} = 0,15\% \cdot b_w \cdot h = \frac{0,15}{100} \times 4 \times 20 = 0,12 \text{ cm}^2 / \text{nerv.}$$

Portanto, adota-se 2 ϕ 5,0

- Cisalhamento [NB-1/78]:

$$\tau_{wd} = \frac{V_d}{b_w \cdot d} = \frac{1,4 \times 4,72}{0,04 \times 0,18} = 917,8 \text{ KN/m}^2 \cong 0,92 \text{ MPa}$$

$$k = 1,6 - d = 1,6 - 0,18 = 1,42 > 1,00 \Rightarrow k = 1,42$$

$$\rho_1 = \frac{A_s}{A_c} = \frac{0,40}{4 \times 54 + 4 \times 16} = \frac{0,40}{280}$$

$$\alpha = 1 + 50 \cdot \rho_1 = 1 + 50 \times \frac{0,40}{280} = 1,07 < 1,5 \Rightarrow \alpha = 1,07$$

$$\psi_4 = 0,14 \cdot \alpha \cdot k = 0,14 \times 1,07 \times 1,42 \Rightarrow \psi_4 = 0,213$$

$$\tau_{wul} = \psi_4 \cdot \sqrt{f_{ck}} = 0,213 \cdot \sqrt{20} = 0,95 \text{ MPa} < 1,00 \text{ MPa} \Rightarrow \tau_{wul} = 0,95 \text{ MPa}$$

Portanto, $\tau_{wd} = 0,92 \text{ MPa} < \tau_{wul} = 0,95 \text{ MPa}$, o que dispensa a utilização de armadura de combate ao esforço cortante.

Assim como ocorreu nos momentos fletores, a distribuição do esforço cortante nas vigas é praticamente a mesma. Nas extremidades das vigas (pontos A e B), o esforço cortante obtido no modelo placa é 1,21% menor que o correspondente no modelo barra.

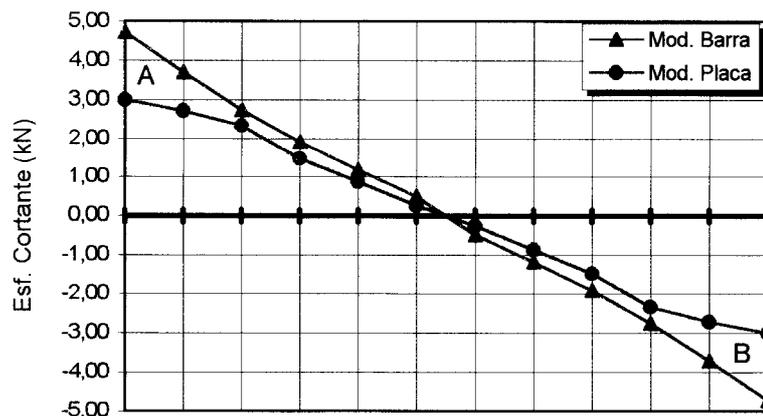


FIGURA 5.8 - Diagrama de esforço cortante das nervuras N11 e N12

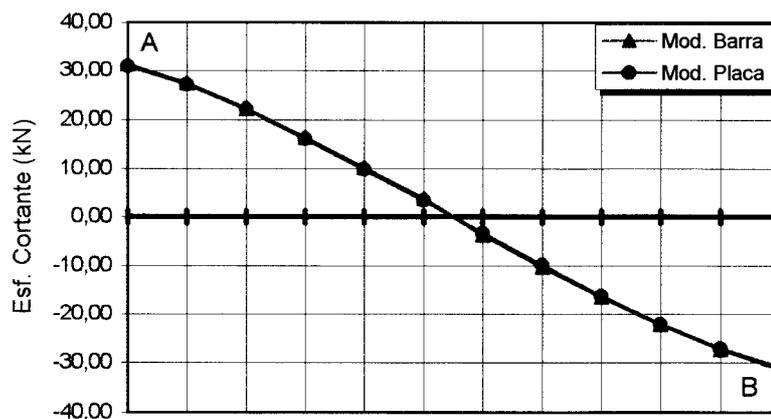


FIGURA 5.9 - Diagrama de esforço cortante das vigas V01, V02, V03 e V04

A tabela 5.2 permite observar a comparação para o momento máximo que ocorre no centro da laje. A comparação visa verificar a correlação dos resultados obtidos com os modelos aqui apresentados com outros procedimentos de análise disponíveis. PINHEIRO refere-se à utilização de tabelas para o cálculo de placas

[PINHEIRO (1993)]. NEXP é um programa para análise de pavimentos de edifícios com a utilização de elementos finitos de placa, desenvolvido por REZENDE (1990). GPLAN3 é a denominação do programa para análise de grelhas desenvolvido por CORRÊA & RAMALHO (1987). Cabe ressaltar que os valores determinados por PINHEIRO, NEXP e GPLAN3 são transcritos de BOCCHI JR (1995). Nota-se que o resultado que mais diverge dos demais é o obtido através da modelagem em elementos finitos utilizando-se o programa NEXP. O momento encontrado é 37,20 % maior do que o obtido pelo modelo barra. Já a modelagem em grelha, utilizando-se o programa GPLAN3, apresenta momento 2,03% menor do que o apresentado pelo modelo barra. Com relação ao valor obtido através da tabela de PINHEIRO (1993), este é 19,34% menor do que o correspondente no modelo barra.

TABELA 5.2 - Momento fletor no centro da laje

Mom. Fletor kN.m	PINHEIRO	NEXP	GPLAN3	Mod. Barra	Mod. Placa
	4,38	7,45	5,32	5,43	5,42

A diferença significativa encontrada entre PINHEIRO e o modelo barra está ligada ao fato de que nessas tabelas o módulo de deformação transversal do concreto é considerado integral, enquanto que no modelo barra considerou-se apenas 20% desse valor. Dessa forma, no modelo barra, ocorre uma redução no momento volvente e conseqüentemente um aumento nos momentos fletores. Além do fato de que nas tabelas não são consideradas as deformabilidades das vigas em que a laje é apoiada.

Em relação ao resultado encontrado com o programa GPLAN3, embora seja bastante próximo do correspondente no modelo barra, a distribuição das ações é melhor representada com a utilização desse programa, pois ele admite ações distribuídas ao longo dos elementos de barra, enquanto que no sistema LASER as ações são apenas nodais.

Com base no resultado obtido com a análise em Elementos Finitos pelo programa NEXP, BOCCHI JR (1995) recomenda a não utilização desse método para a análise de pavimentos em laje nervurada, pois segundo ele os resultados nem sempre são compatíveis com os resultados obtidos por modelos em grelha, e geralmente os momentos fletores atuantes na mesa são elevados, o que inviabiliza o

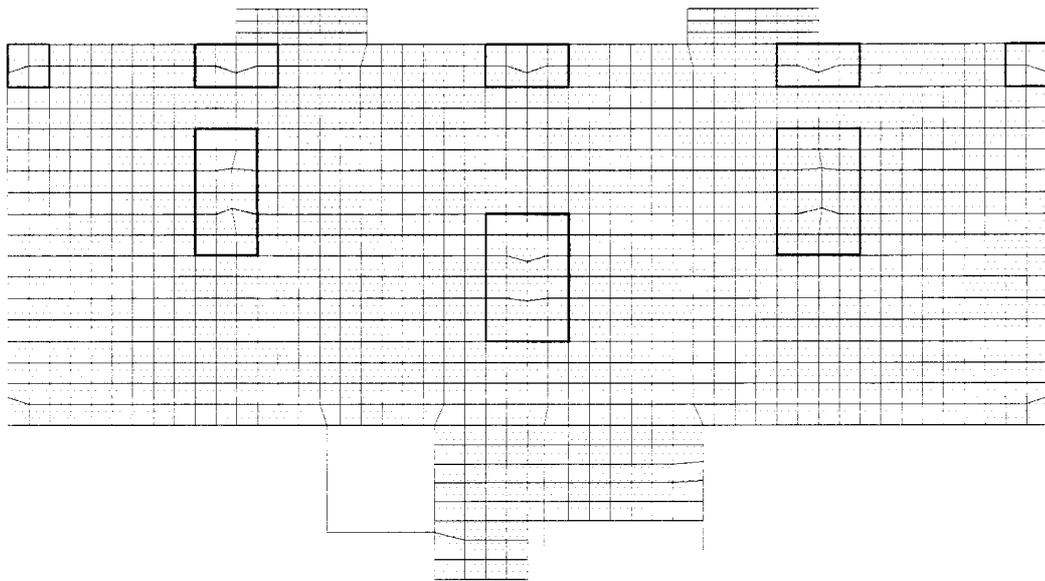
seu dimensionamento. O modelo utilizado por BOCCHI JR (1995) considera pequenas lajes apoiadas nas nervuras, devido à fissuração do concreto nos painéis de laje junto às nervuras. Entretanto, em face do resultado obtido com o modelo placa em relação ao modelo barra, pode-se inferir que o modelo em Elementos Finitos utilizado por BOCCHI JR (1995) não está correto, e a análise de lajes nervuradas em elementos finitos é viável desde que o modelo seja adequado, como por exemplo, o modelo placa equivalente aqui apresentado.

5.3 - SEGUNDO EXEMPLO DE APLICAÇÃO

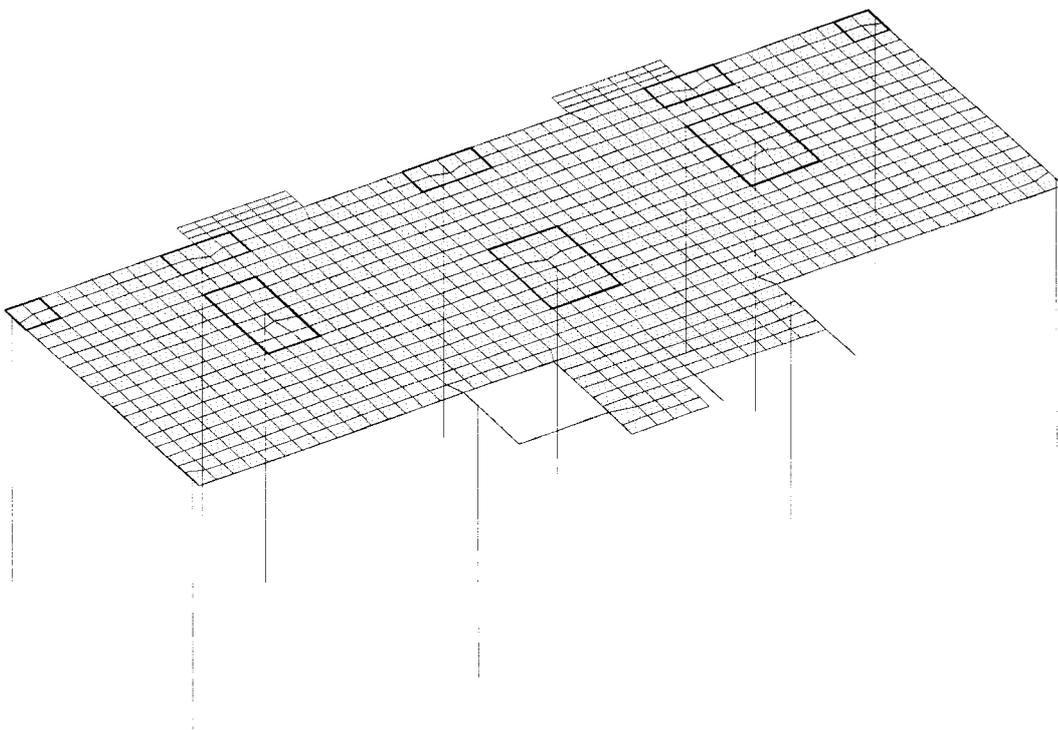
Trata-se do pavimento tipo do edifício Portal da Cidade construído na cidade de Sorocaba - SP pela Construtora *Encol Engenharia Comércio e Indústria SA*, sendo o sistema estrutural concebido em concreto armado com resistência característica à compressão (f_{ck}) de 25 MPa.

O subsistema horizontal é composto por laje nervurada (LN01) e trechos em laje maciça (L01, L02, L03 e L04). Na ligação entre os pilares internos P06, P07 e P08, e a laje nervurada existem capitéis, bem como nos pilares de fronteira P01, P02, P03, P04 e P05. A figura 5.10 apresenta a forma do pavimento tipo, e a figura 5.11 o detalhe das nervuras e dos blocos de enchimento. Como o pavimento é simétrico, apenas a sua metade é apresentada.

As características de vigas e pilares podem ser observadas também na figura 5.10. A modulação da laje nervurada é ilustrada na figura 5.11, assim como as características das nervuras e as dimensões dos blocos de enchimento de peso específico de $12,5 \text{ kN/m}^3$. Os trechos em laje maciça possuem 10 cm de espessura e os capitéis 18 cm. Além disso, o pavimento apresenta pé-direito de 3,00 m.



(a) Vista em planta



(b) Vista em perspectiva

FIGURA 5.12 - Discretização do pavimento: Modelo placa
[Programa GM]

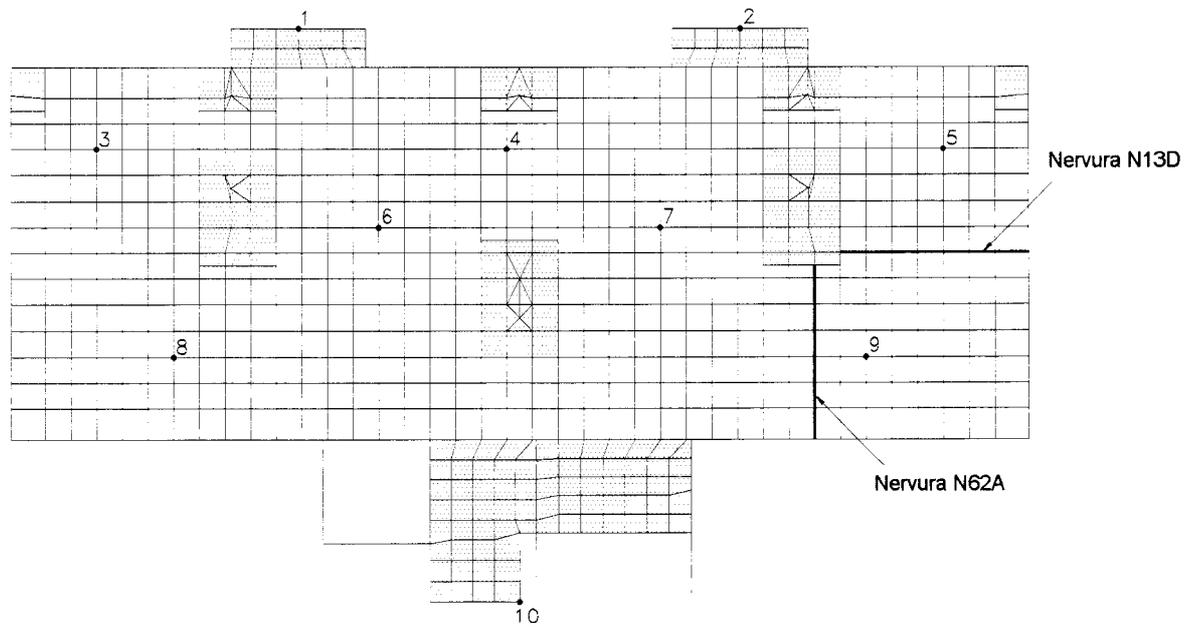
A figura 5.13 mostra a discretização do modelo barra, onde utilizaram-se 782 nós, 193 elementos placa e 1095 elementos barra. Os elementos barra discretizam as nervuras, as vigas e os pilares, enquanto que os elementos placa discretizam os capitéis e as partes em laje maciça. Na figura, os elementos placa são destacados através das hachuras.

Tanto no modelo placa quanto no modelo barra os topos dos pilares foram delimitados por dois pontos que definem barras rígidas, conforme mostrado no capítulo 4.

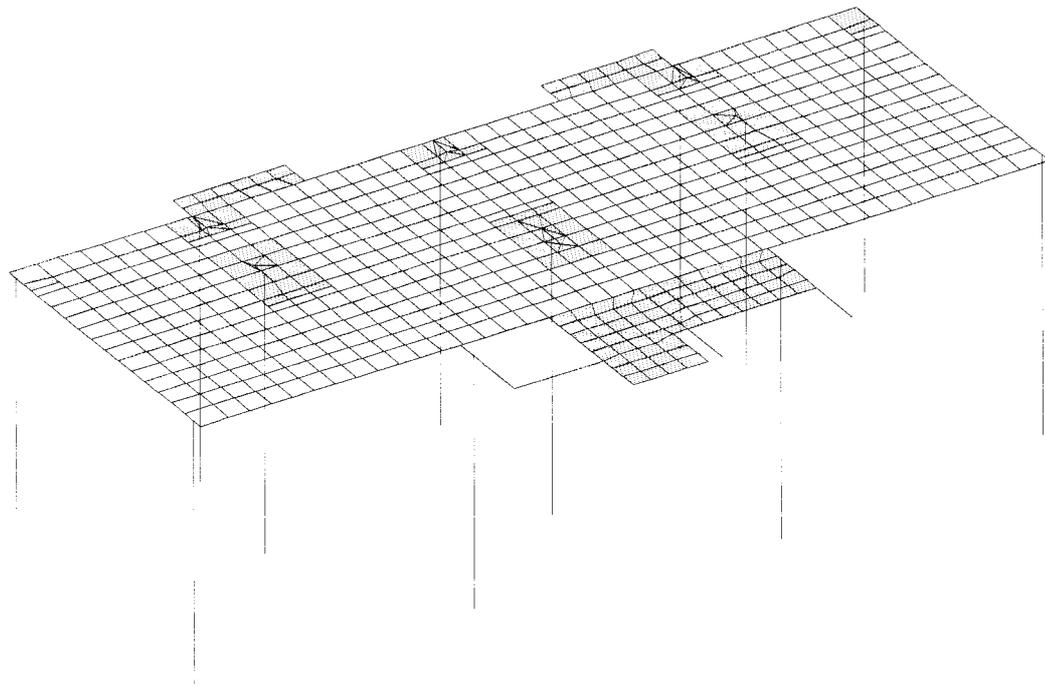
A tabela 5.3 permite observar a correlação para as reações de apoio entre os modelos. Para auxiliar a interpretação dos resultados são apresentadas as figuras 5.14, 5.15 e 5.16. No caso do esforço normal a diferença entre os modelos é pouco significativa, sendo que a maior é de 4,52% correspondendo ao pilar P06. O modelo barra apresenta um total de normais de 1794,90 KN e o modelo placa 1789,10 KN, o que comprova a equivalência de ações entre os modelos com uma diferença desprezível de 0,32%. Nesses totais já está sendo considerado o peso próprio dos pilares.

Quanto aos momentos M_y as diferenças mais significativas ocorrem em P08 e P10. Para os demais pilares os resultados são bastante próximos. Em P08 o modelo placa fornece valor 52,11% menor do que o modelo barra, em P10 a diferença é de 29,89%. Embora essas diferenças percentuais sejam expressivas, a influência no dimensionamento é praticamente desprezível pois, no modelo barra, a excentricidade da ações atuantes no pilar é de 4,01 cm, que corresponde a 5,72% da maior dimensão do pilar.

Finalmente, o momento M_x nos pilares P06 e P07 apresenta grandes discrepâncias entre os valores, já os demais resultados são satisfatórios. O pilar P07 apresenta uma diferença bastante significativa pois comporta-se diferentemente para os dois modelos, isto é, há um inversão de sentido de M_x de um modelo para o outro. As comparações do momento M_x não são significativas pois os valores são reduzidos, de maneira que não interferem no dimensionamento.



(a) Vista em planta



(b) Vista em perspectiva

FIGURA 5.13 - Discretização do pavimento: Modelo Barra
[Programa GLN]

TABELA 5.3 - Esforços solicitantes na base dos pilares

Pilar	Mod. Barra			Mod. Placa		
	Normal kN	Fletor - M_x kN.m	Fletor - M_y kN.m	Normal kN	Fletor - M_x kN.m	Fletor - M_y kN.m
P01	71,20	0,60	-14,70	74,20	0,70	-15,20
P02	81,90	0,50	5,50	83,60	0,40	4,80
P03	129,30	0,00	-9,50	124,30	0,00	-7,80
P04	82,40	-0,50	5,50	83,10	-0,40	4,90
P05	71,20	-0,60	-14,70	73,90	-0,70	-15,20
P06	228,00	0,70	-38,20	217,70	0,10	-35,90
P07	225,10	-0,50	-37,60	219,20	0,10	-36,90
P08	177,20	-0,50	7,10	182,80	-0,40	3,40
P09	90,40	2,70	12,90	93,90	2,90	13,90
P10	256,90	5,50	44,50	258,60	4,40	57,80
P11	284,50	-5,50	45,70	279,00	-4,80	51,20
P12	96,90	-3,70	12,70	98,80	-3,80	13,80

Com relação aos esforços atuantes nos pilares, cabe ressaltar que a preponderância dos momentos fletores ocorre quando se leva em conta o efeito do vento, principalmente nos pavimentos intermediários. Além disso, os momentos fletores não mudam de um andar para outro, apenas as normais são acumulativas e, para estas, os modelos apresentam praticamente os mesmos valores, conforme já comentado. As pequenas diferenças observadas para os momentos fletores não são significativas, devida a capacidade que as estruturas de concreto armado possuem de redistribuir os esforços com a manutenção do equilíbrio. Em se tratando de dimensionamento, nos últimos pavimentos são utilizadas, geralmente, armaduras mínimas nos pilares, e nos pavimentos inferiores o efeito do vento é preponderante em relação aos momentos de ligação do pilar com a laje.

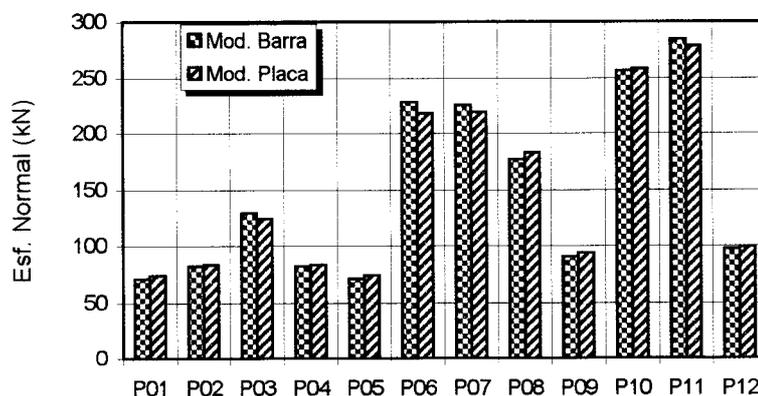


FIGURA 5.14 - Esforço normal na base dos pilares

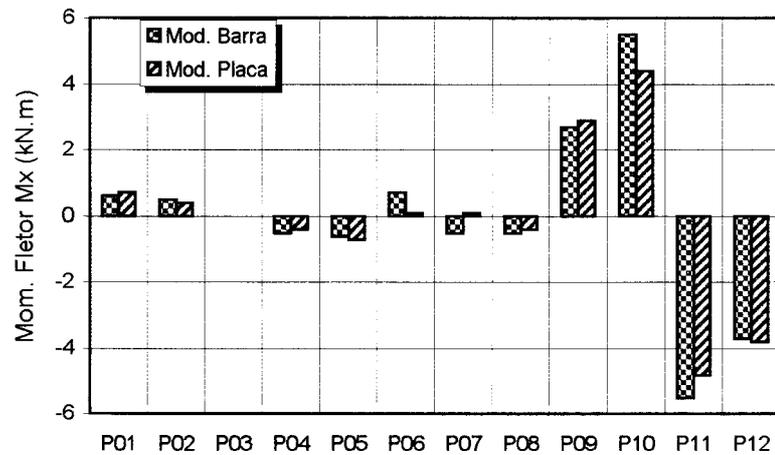


FIGURA 5.15 - Momento fletor M_x na base dos pilares

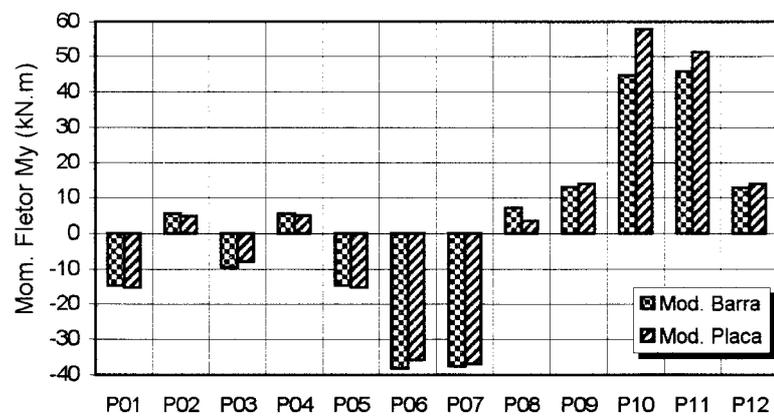


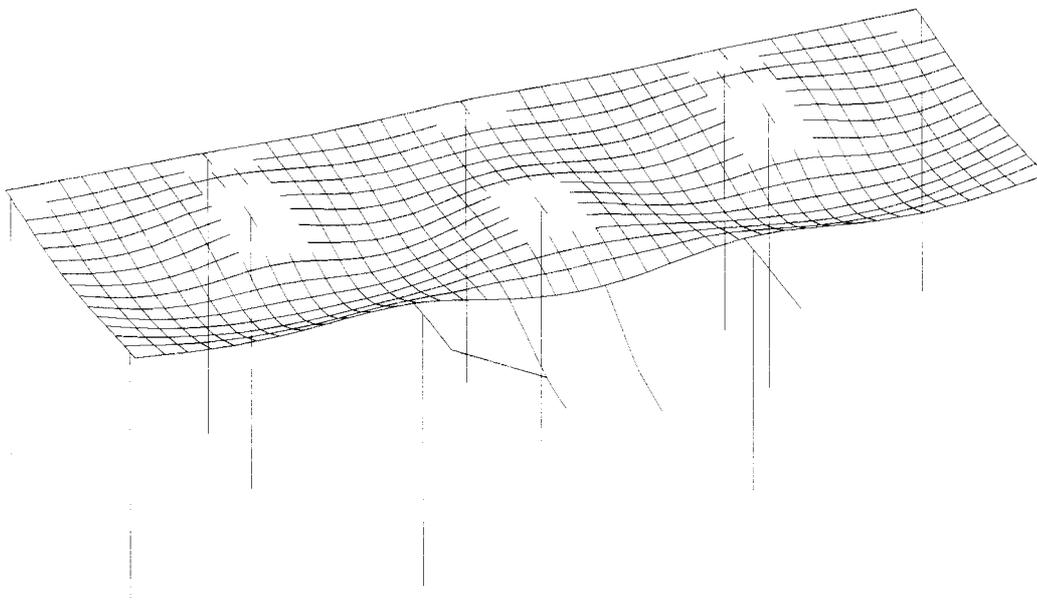
FIGURA 5.16 - Momento fletor M_y na base dos pilares

A tabela 5.4 apresenta o valor dos deslocamentos verticais nos pontos assinalados na figura 5.13, além da diferença percentual dos resultados. A distribuição desses deslocamentos ao longo de todo o pavimento pode ser observada de forma qualitativa para o modelo barra na figura 5.17, e para o modelo placa na figura 5.18.

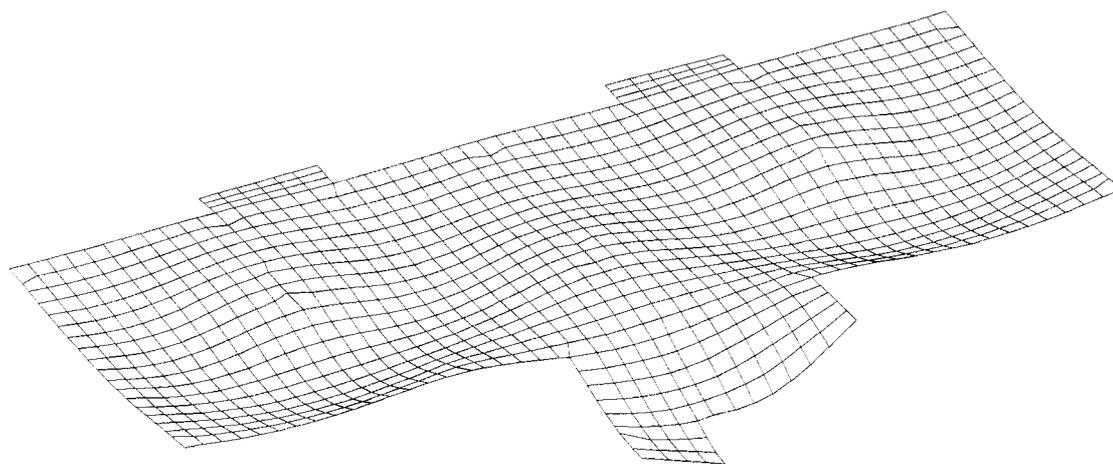
TABELA 5.4 - Deslocamento vertical: Flecha

Ponto	Mod. Barra cm	Mod. Placa cm	Dif. Percentual %
1	0,074	0,064	-13,51
2	0,076	0,067	-11,84
3	0,219	0,218	-0,46
4	0,170	0,162	-4,71
5	0,221	0,219	-0,90
6	0,493	0,422	-14,40
7	0,467	0,413	-11,56
8	0,667	0,625	-6,30
9	0,713	0,672	-5,75
10	1,980	1,582	-20,10

De um modo geral o modelo barra apresenta maiores valores para os deslocamentos devido ao menor número de vínculos internos representados. Entretanto é o modelo que melhor representa o comportamento real do pavimento. Para os pontos situados na parte nervurada do pavimento a correlação entre os valores é bastante satisfatória. A maior diferença encontrada é no ponto 6, onde o modelo placa apresenta deslocamento 14,40% menor do que no modelo barra. Para os pontos 1, 2 e 10, situados nas partes em laje maciça, a diferença entre os valores é mais significativa, chegando a ser de -20,10% no ponto 10, tendo em vista que nesse modelo a interface entre a parte nervurada e a maciça é menos rígida do que no modelo placa onde existe uma continuidade entre os painéis de laje. Além disso, ocorre o problema da ligação dos elementos. No modelo placa a ligação ocorre entre elementos de placa, enquanto que no modelo barra a ligação é elemento barra (trecho nervurado) com elemento placa (trecho maciço).



**FIGURA 5.17 - Deslocamento vertical: Modelo barra - Perspectiva
[Programa PLOT]**



**FIGURA 5.18 - Deslocamento vertical: Modelo placa - Perspectiva
[Programa CPLS]**

As figuras 5.19 e 5.20 mostram a configuração deformada das nervuras N13D (horizontal) e N62A (vertical) mais solicitadas e representativas do que ocorre em todo o pavimento. Essas nervuras estão destacadas na figura 5.13.

Nota-se que comportamento do pavimento nos dois modelos é bastante semelhante, sendo o modelo barra o que apresenta maiores deslocamentos, conforme já realçado anteriormente. No ponto de deslocamento máximo (ponto A) da nervura N13D a diferença é de -4,20%, já para o ponto de deslocamento máximo (ponto A) da nervura N62A a diferença é de -6,57%.

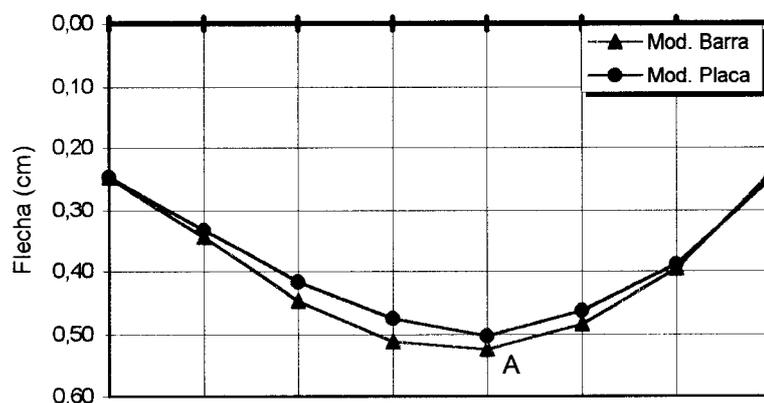


FIGURA 5.19 - Deformada da nervura N13D

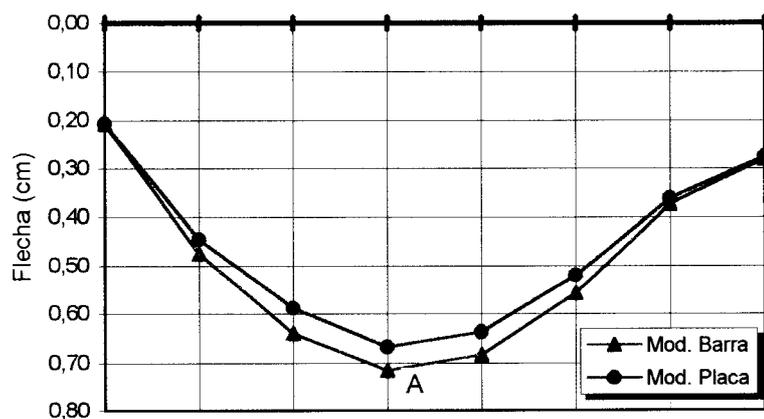


FIGURA 5.20 - Deformada da nervura N62A

As figuras 5.21 e 5.22 mostram a configuração deformada das vigas V04 e V03, que são as mais solicitadas de todo o pavimento. Para a viga V04 o modelo placa apresenta deslocamentos maiores do que o modelo barra, chegando a

ser 5,51% maior no ponto de deslocamento máximo (ponto A). Nos tramos extremos da viga V03 os modelos apresentam uma diferença desprezível para os deslocamentos. No ponto A a diferença é de 2,19% e no ponto C é de -1,47%. No tramo interno (ponto B), a diferença atinge -9,46%.

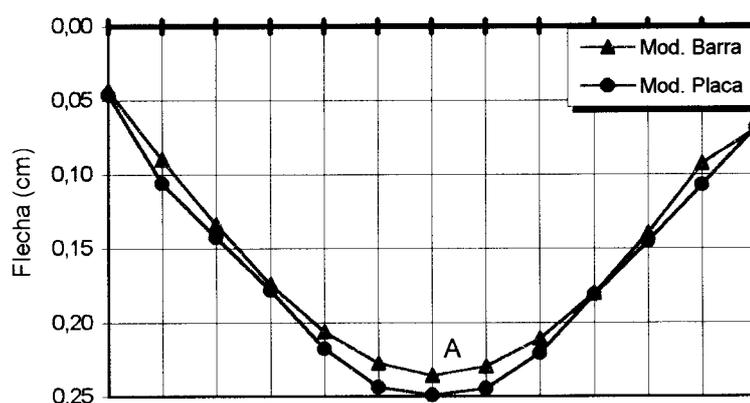


FIGURA 5.21 - Deformada da viga V04

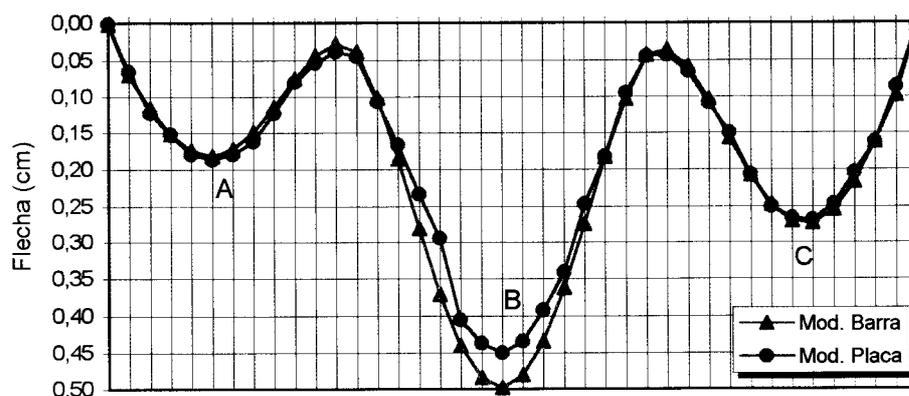


FIGURA 5.22 - Deformada da viga V03

Em relação aos esforços solicitantes as figuras 5.23, 5.24, 5.25 e 5.26 apresentam os diagramas de momento fletor e as figuras 5.27, 5.28, 5.29 e 5.30 os diagramas de esforço cortante para as nervuras N13D e N62A e para as vigas V04 e V03, respectivamente.

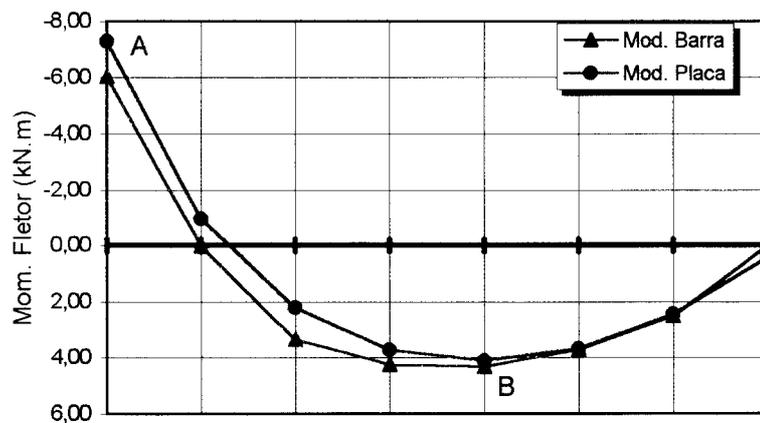


FIGURA 5.23 - Diagrama de momento fletor da nervura N13D

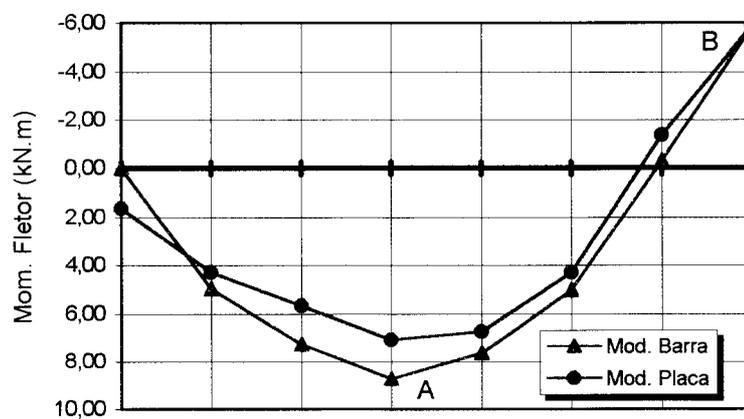


FIGURA 5.24 - Diagrama de momento fletor da nervura N62A

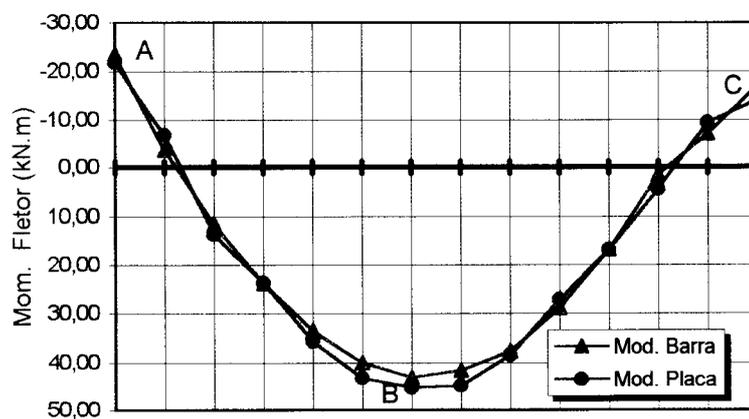


FIGURA 5.25 - Diagrama de momento fletor da viga V04

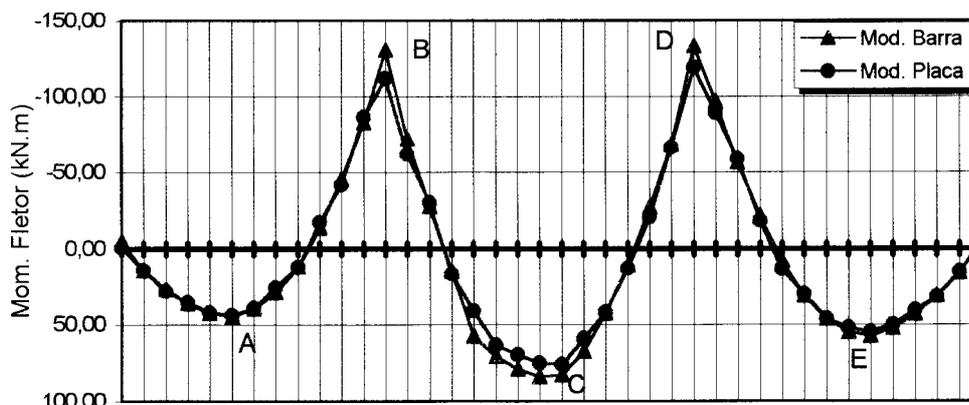


FIGURA 5.26 - Diagrama de momento fletor da viga V03

No caso da nervura N13D nota-se que para o máximo momento negativo (ponto A), o modelo placa apresenta valor 21,03% maior do que o correspondente no modelo barra. O aparecimento do momento negativo é caracterizado pelo aumento de rigidez devido à presença do capitel e pela proximidade do pilar (P07). A diferença encontrada é devida ao fato de que a interface do capitel com laje nervurada é modelada diferentemente nos modelos. No modelo placa a interface se dá através da ligação de elementos de placa, enquanto que no modelo barra a ligação é entre elementos de barra com elementos de placa. Já para o momento máximo positivo (ponto B) os modelos apresentaram valores muito próximos, com uma diferença de -4,63%.

Na nervura N62A os modelos apresentaram praticamente o mesmo resultado (1,02%) para o máximo momento negativo (ponto B), enquanto que para o momento máximo positivo (ponto A) a diferença foi mais acentuada, com o modelo placa apresentando momento 11,91% menor.

No tocante às vigas, a correlação entre os modelos é bastante satisfatória. Os momentos negativos surgem nas extremidades da viga V04 devido à ligação viga-pilar ocorrer na direção do eixo de maior inércia dos pilares (P09 e P01). Para o ponto A a diferença é de 6,65% a menos para o modelo placa, enquanto que para o ponto C a diferença é de -17,64%. Entretanto, o momento máximo positivo (ponto B) no modelo placa é 4,65% menor do que no modelo barra.

Para a viga V03 os resultados são próximos. Para o apoio no pilar P10 (ponto B) o modelo placa apresenta momento negativo 14,52% menor do que no modelo barra; o mesmo acontece para o apoio no pilar P11, onde a diferença percentual é de -10,53. No caso do momento máximo positivo pode-se observar a

proximidade dos valores para os tramos extremos da viga (ponto A: -2,75%, ponto E: -4,42%), já para o tramo interno (ponto C) a diferença entre os resultados é um pouco maior e atinge -10,27%.

Para o esforço cortante as diferenças encontradas entre os modelos são mais acentuadas do que para os momentos, embora o aspecto dos diagramas seja bastante próximo de um modelo para o outro. No ponto A da nervura N13D, o esforço cortante é 6,37% menor no modelo placa do que no modelo barra. No ponto B a diferença percentual é bem maior; atingindo -42,47%; tal fato é caracterizado pela diferença no tratamento da ligação laje-viga nos modelos. Esse comportamento é também observado na nervura N62A, onde o ponto A representa a região de ligação da laje com a viga. No modelo barra a ligação é entre elementos de barra, enquanto que no modelo placa a ligação é elemento placa (laje) com elemento barra (viga). Neste caso a diferença chega a ser de 52,89% a menos para o modelo placa. Já para o ponto B a diferença diminui para -15,40%. Embora as diferenças percentuais encontradas sejam numericamente expressivas, elas não devem ser consideradas como fator decisivo para se utilizar ou não o modelo placa, pois as lajes nervuradas dificilmente são armadas ao cisalhamento, exceto nas proximidades dos pilares e dos capitéis. Para os capitéis, o projetista ainda tem a opção de aumentar as dimensões de forma a cobrir a região onde as cortantes são elevadas e, conseqüentemente, não utilizar estribos. Entretanto, nos casos de pavimentos sem vigas periféricas, devem-se utilizar armaduras de cisalhamento para combater o aumento de tensões nas ligações laje-pilar provocado pela ação do vento. Com relação à ligação laje-viga, onde as diferenças percentuais entre os modelos são elevadas, não é necessário utilizar estribos, pois segundo as recomendações da NB-1/78 para verificação do cisalhamento, a seção de concreto das nervuras resiste até 9,14 KN de esforço cortante, para o qual a tensão de cisalhamento não ultrapassa o limite de 1,00 MPa. Com esse resultado, percebe-se que nas proximidades dos capitéis, devem ser dispostas armaduras de combate ao cisalhamento, pois as cortantes ultrapassam o limite de 9,14 KN. Entretanto, como as diferenças percentuais entre os modelos, neste caso, são pequenas, o dimensionamento não é afetado.

No caso das vigas, o comportamento dos diagramas de esforço cortante entre os modelos é bastante parecido, exceto para os pontos de apoio nos pilares onde ocorre um arredondamento no diagrama para o modelo placa. Isso é caracterizado pelo fato de que parte das ações são transmitidas diretamente da laje

para o pilar, o que não ocorre no modelo barra, pois, neste caso, as ações são transmitidas exclusivamente da viga para o pilar, a menos dos pilares onde existe capitéis. Tal comportamento é observado para a viga V04 (figura 5.29), onde fica claro o arredondamento do diagrama para o modelo placa nos pontos A e B (pilares P09 e P01, respectivamente). No ponto A para o modelo barra o diagrama é linear e crescente, enquanto que no ponto B ocorre o arredondamento devido à presença do capitel que transmite parte das ações diretamente ao pilar P01. No ponto A a diferença chega a ser de -19,08%, enquanto que o ponto B a diferença é de 2,56%. Na viga V03 as diferenças são mais significativas nos apoios, embora o mesmo comportamento seja verificado. Nos pontos indicados na figura 5.30 o modelo placa apresentou valores inferiores ao modelo barra: ponto A: -10,70%, ponto B: -29,04%, ponto C: -40,76%, ponto D: -42,07%, ponto E: -13,51% e ponto F: -11,06%.

Com intuito de verificar a influência da discretização nos resultados, em torno do pilar P10 foi utilizada uma rede de elementos finitos de placa mais densa. Com isso, as diferenças para o esforço cortante nos pontos B e C da figura 5.30 diminuíram para -22,34% e -35,63%, respectivamente. Embora as diferenças ainda sejam significativas, esta é uma alternativa que minimiza o efeito de arredondamento no diagrama na proximidade dos pilares, para o modelo placa.

No modelo placa, todos as vigas do pavimento apresentam o arredondamento no diagrama de esforço cortante, devido ao efeito de partes das ações serem transmitidas diretamente da laje para o pilar. Nesse caso, recomenda-se não utilizar as reduções na cortante permitidas pela NB-1/78 no item 4.1.4.3 para as seções próximas aos apoios, quando da utilização do modelo placa.

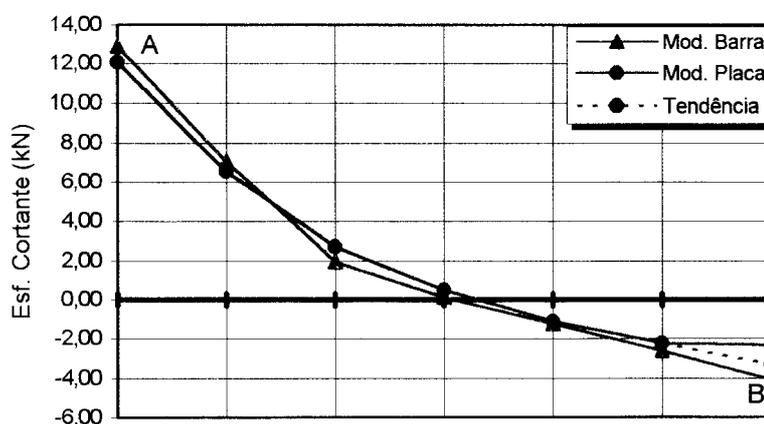


FIGURA 5.27 - Diagrama de esforço cortante da nervura N13D

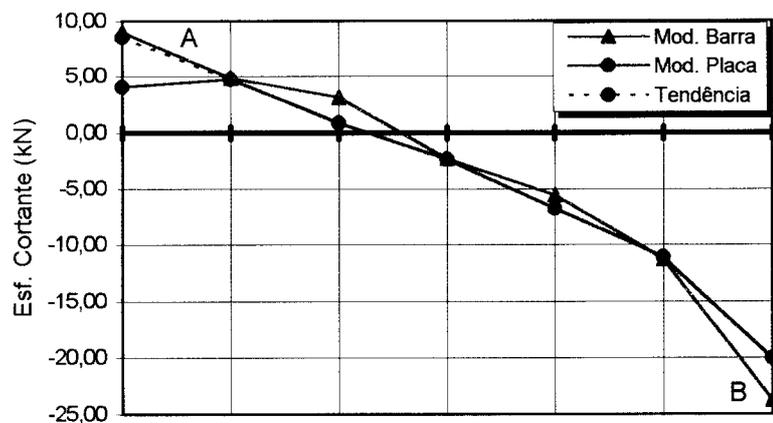


FIGURA 5.28 - Diagrama de esforço cortante da nervura N62A

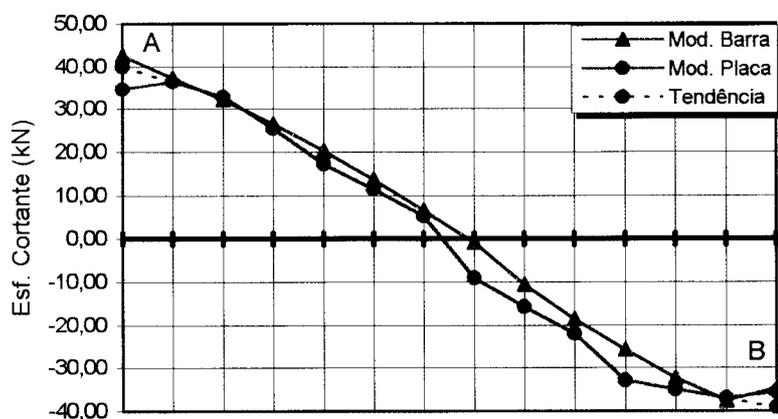
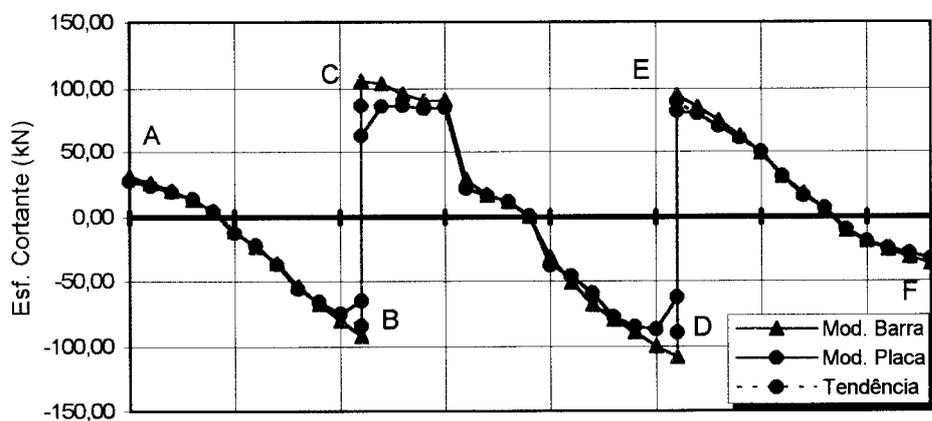


FIGURA 5.29 - Diagrama de esforço cortante da viga V04



As significativas diferenças encontradas para o esforço cortante, são causadas, basicamente, por tratamentos diferenciados dos modelos de certas regiões do pavimento, mais precisamente das ligações dos elementos estruturais, conforme ressaltado anteriormente.

No caso das nervuras, as maiores diferenças são observadas exatamente na ligação da laje com as vigas de borda. Além dessa ligação ser representada diferentemente nos dois modelos, no caso do modelo placa há um certo prejuízo na representação dos esforços nessas regiões, pois o pós-processador CPLS (sistema LASER) de curvas isovalor não consegue representar com fidelidade os esforços nessas regiões, pelo fato de que as curvas são traçadas com base na média ponderada dos valores dos esforços no centro de gravidade dos 5 elementos de placa mais próximos do nó do modelo onde se deseja determinar o valor. O fator de ponderação utilizado por esse pós-processador varia com o inverso da distância ao quadrado.

Com base no aspecto dos diagramas de esforço cortante das nervuras obtidos com o modelo placa, fica patente que nas regiões de ligação da laje com as vigas, esses diagramas sofrem uma mudança significativa. Com isso, pode-se perceber claramente que obedecendo-se à tendência dos diagramas com manutenção da declividade do trecho adjacente, os modelos se aproximam bastante. A figura 5.31 mostra o detalhe da extremidade da nervura N13D, onde é dado destaque à tendência do diagrama de esforço cortante e listado o valor do esforço para os dois modelos e para a tendência do modelo placa.

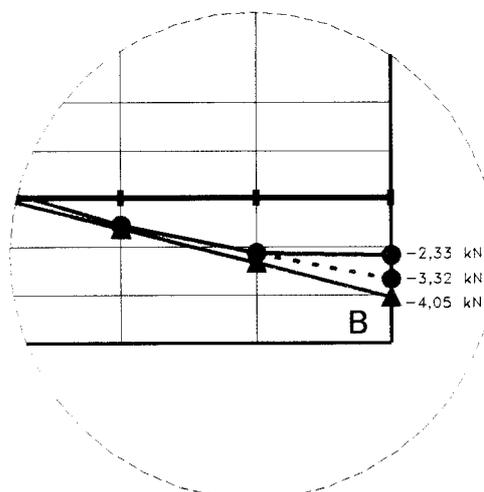


FIGURA 5.31 - Detalhe da tendência do diagrama no ponto B da nervura N13D

Admitindo-se a tendência do diagrama para o modelo placa, a diferença no ponto B diminui para -18,02%. Procedendo-se dessa mesma forma para a nervura N62A, no ponto A (figura 5.28) , correspondente à ligação da laje com a viga de borda, a diferença diminui para -5,11%.

No caso das vigas, as diferenças são elevadas e devidas ao efeito de que no modelo placa partes das ações são transmitidas diretamente da laje para os pilares. Mas na realidade, esse fato não ocorre nas lajes nervuradas pois a laje de capeamento não possui rigidez suficiente para desencadear tal efeito. Conforme já comentado, e os próprios diagramas traduzem isso, as diferenças são localizadas e claramente pode-se perceber que a tendência do diagrama não é obedecida, isto é, as diferenças ocorrem pelo fato que nas regiões dos apoios os modelos representam mecanismos de transmissão de ações diferenciados. Portanto, obedecendo-se à tendência dos diagramas obtidos com o modelo placa, os resultados se aproximam bastante. No caso da viga V04, no ponto A (figura 5.29), a diferença é atenuada para -6,43%, já no ponto B a diferença é aumentada para 12,26% embora não seja significativa. O fato é que no ponto B do modelo barra existe capitel, que faz com que parte das ações atuantes na laje seja transmitida para o pilar pelo próprio capitel. Em relação à viga V03 as diferenças nos pontos assinalados na figura 5.30 diminuem para: ponto B: -8,65%, ponto C: -18,20%, ponto D: -17,55% e ponto E: -5,29%.

5.4 - TERCEIRO EXEMPLO DE APLICAÇÃO

A figura 5.32 ilustra a forma do pavimento tipo do edifício Piaget, construído em Campinas - SP pela Construtora *Encol Engenharia Comércio e Indústria SA*. Por ser simétrico, apenas a sua metade é modelada. O subsistema horizontal é do tipo laje nervurada (LN02) apoiada em vigas de borda e trechos em laje maciça (LM01, LM03 e LM04). Nos pilares internos P13, P16 e P21, são utilizados capitéis de 18 cm de espessura para fazer a ligação destes com a laje. Assim como nos pilares de canto P10 e P24.

As dimensões dos pilares e vigas, são listadas na figura 5.32. Já as características da laje nervurada e do bloco de enchimento são as mesmas do edifício Portal da Cidade (figura 5.11). Nos trechos em laje maciça a espessura é de 10 cm. Quanto ao pé-direito do pavimento, este é de 2,88 m.

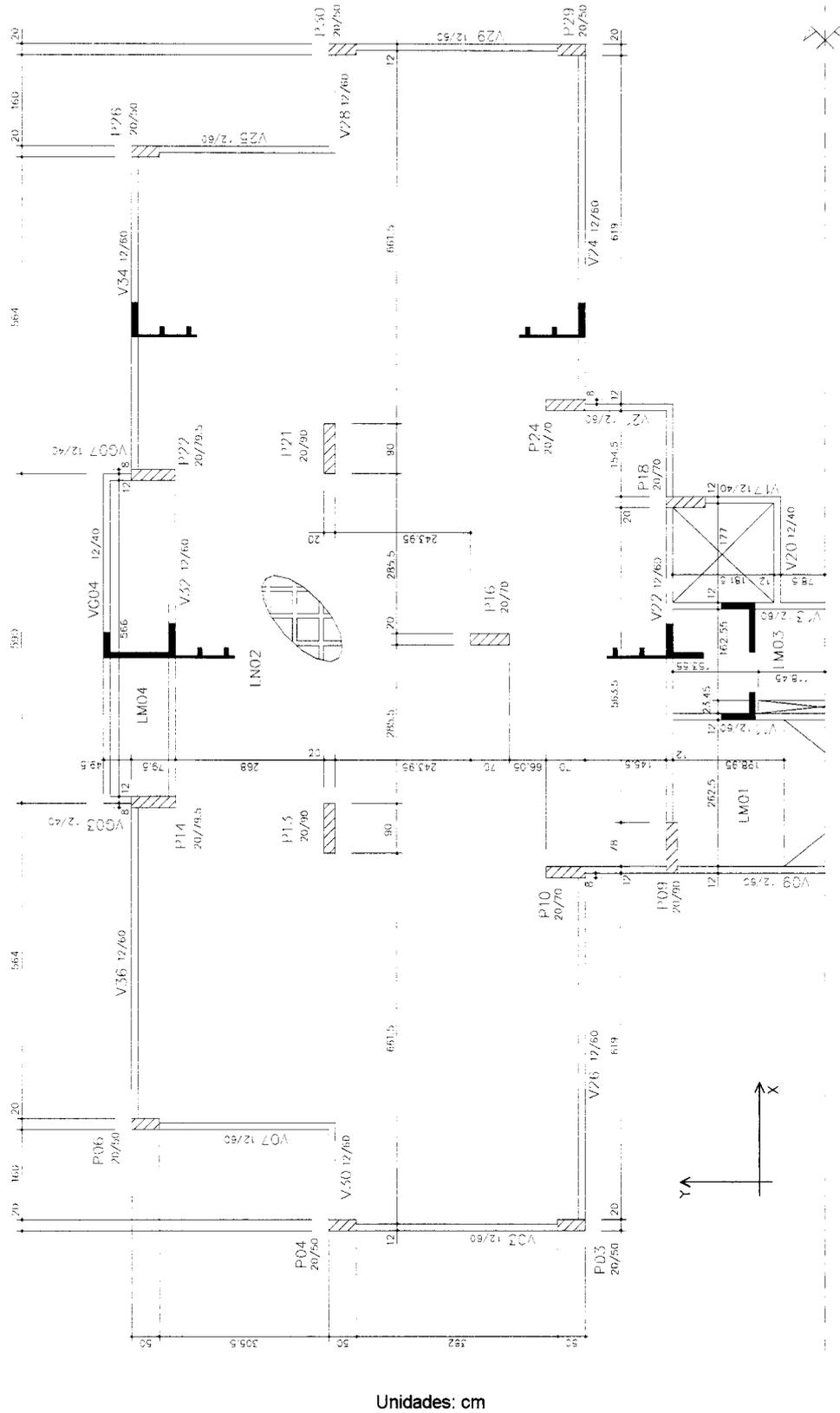


FIGURA 5.32 - Forma do pavimento tipo do edifício Piaget

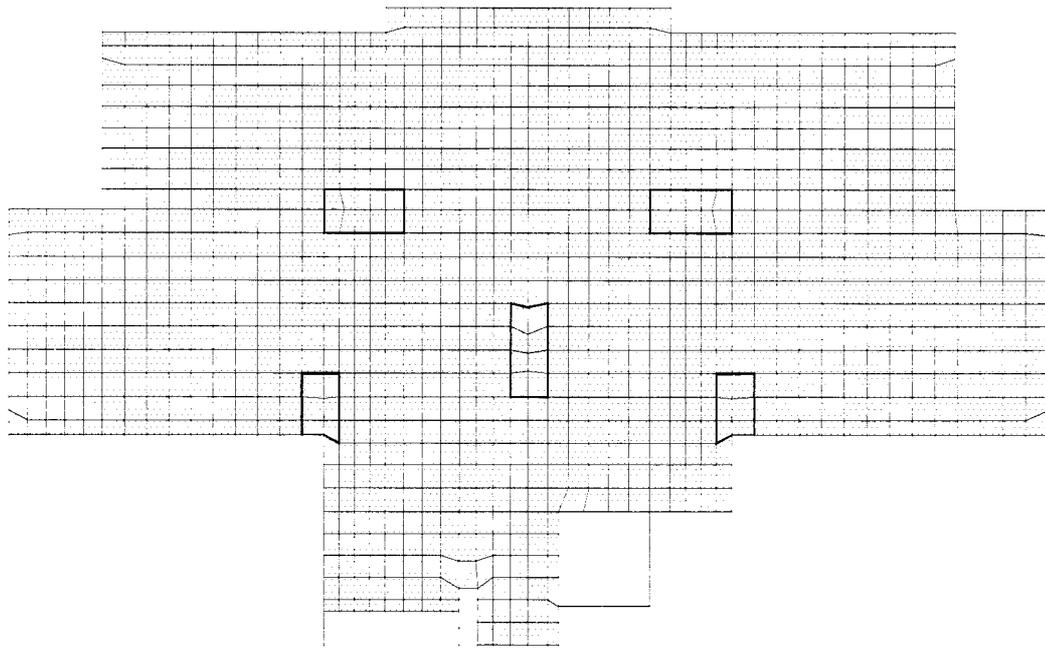
No projeto estrutural foi utilizado concreto armado com resistência característica à compressão (f_{ck}) de 25 MPa, coeficiente de Poisson 0,20, módulo de deformação longitudinal (E^*) de $2,233 \times 10^7$ kN/m², módulo de deformação transversal reduzido de $9,304 \times 10^4$ kN/m² e peso específico (γ) de 25 kN/m³.

Além do peso próprio, o pavimento é solicitado por uma ação uniformemente distribuída de 2,65 kN/m², correspondente à sobrecarga de utilização, piso e contrapiso. As ações provenientes das alvenarias, são transformadas em forças nodais de acordo com linhas de ações definidas pela posição das paredes no projeto arquitetônico.

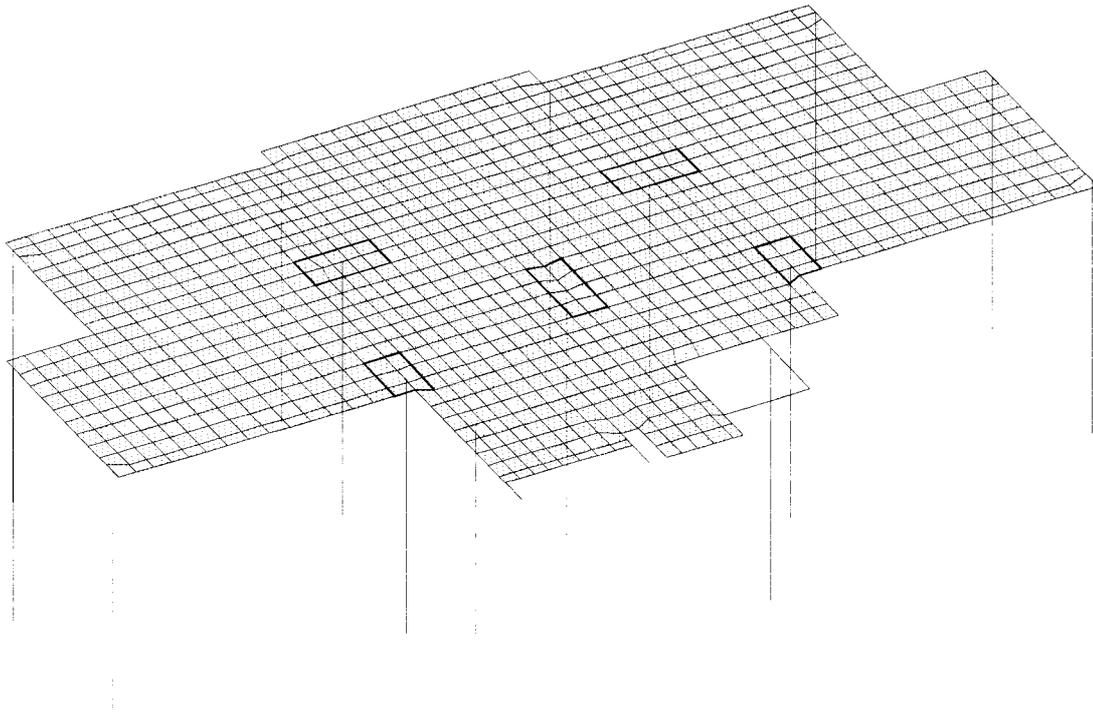
O modelo placa foi discretizado em 1186 nós, 1064 elementos de placa e 236 elementos de barra. Os elementos de placa discretizam as lajes, e os elementos de barra simulam as vigas e pilares, assim como os trechos rígidos referentes aos topos dos pilares. A figura 5.33 mostra a distribuição da rede de elementos utilizada, sendo que os contornos dos capitéis são evidenciados por traços mais fortes. Como as nervuras têm as mesmas dimensões das que foram utilizadas no edifício Portal da Cidade (segundo exemplo), a equivalência em momento de inércia de flexão resulta numa placa, também, com 12,5 cm de espessura.

A figura 5.34 apresenta a discretização do pavimento para o modelo barra. Neste modelo, foram empregados 1031 nós, 170 elementos finitos de placa referentes aos capitéis e trechos em laje maciça, e 1634 elementos de barra correspondentes às nervuras, vigas, pilares e trechos rígidos (topos dos pilares).

Nos dois modelos, os topos dos pilares foram delimitados por dois pontos, para a definição do trecho rígido. A simetria do pavimento foi simulada, impedindo-se a rotação em torno do eixo de simetria de todos os nós que se encontram localizados sobre o mesmo.

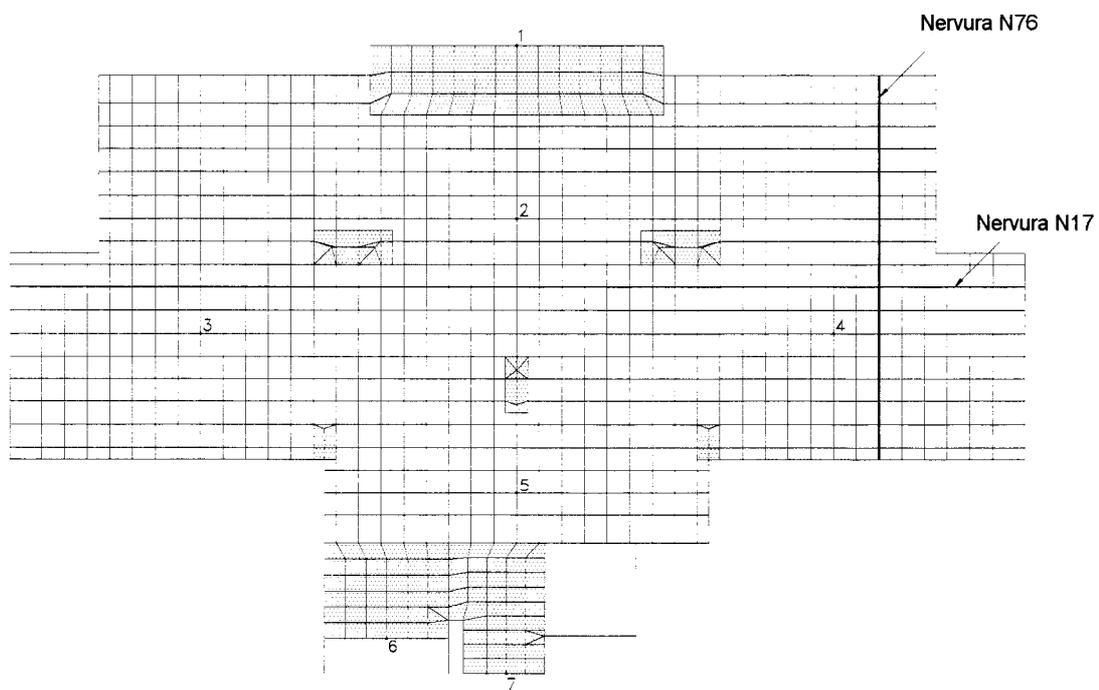


(a) Vista em planta

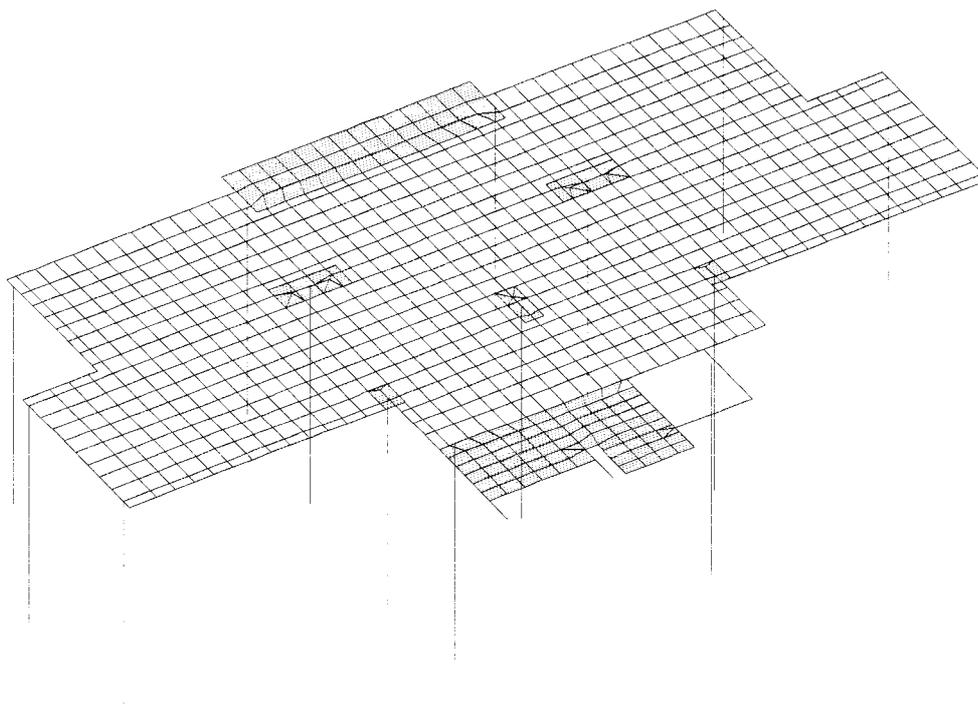


(b) Vista em perspectiva

FIGURA 5.33 - Discretização do pavimento: Modelo placa
[Programa GM]



(a) Vista em planta



(b) Vista em perspectiva

FIGURA 5.34 - Discretização do pavimento: Modelo barra
[Programa GLN]

A tabela 5.5 mostra os resultados dos esforços solicitantes na base dos pilares e para auxiliar a interpretação dos resultados são apresentadas as figuras 5.35, 5.36 e 5.37. Com relação ao esforço normal na base dos pilares, os modelos apresentam valores muito próximos. A maior diferença encontrada é no pilar P30, onde o modelo placa apresenta esforço normal 4,19% maior do que o correspondente no modelo barra. No somatório total das normais, o modelo placa (2187,20 kN) apresenta um total de 0,02% a menos em relação ao modelo barra (2187,60 kN), fato que comprova a equivalência de ações atuantes nos modelos. Além disso, nota-se que o fluxo das ações nos modelos é bastante semelhante, isto é, o comportamento dos modelos em relação ao caminhamento das ações é praticamente o mesmo.

TABELA 5.5 - Esforços solicitantes na base dos pilares

Pilar	Mod. Barra			Mod. Placa		
	Normal kN	Fletor - Mx kN.m	Fletor - My kN.m	Normal kN	Fletor - Mx kN.m	Fletor - My kN.m
P03	105,7	9,30	-3,00	109,90	8,40	4,70
P04	78,9	20,90	-1,10	81,20	18,20	-5,40
P06	100,2	2,50	-54,80	100,60	2,80	-49,60
P09	217,4	75,20	2,10	211,30	77,40	2,40
P10	193	-10,40	21,20	196,20	-9,00	27,60
P13	213,7	-61,70	2,70	211,30	-59,00	2,60
P14	156,1	1,20	5,50	152,60	0,30	1,00
P16	122,9	0,50	-2,20	123,30	0,30	-0,70
P18	145,6	-6,00	9,30	142,40	-5,90	11,50
P21	215,4	61,90	3,00	215,70	58,80	3,00
P22	155,6	-1,20	5,60	150,60	-0,30	1,00
P24	198,8	10,10	36,30	200,30	9,00	44,90
P26	100,2	-2,50	-54,90	100,20	-2,80	-49,10
P29	105,3	-9,20	-2,90	109,40	-8,40	4,70
P30	78,8	-20,90	-1,10	82,10	-18,10	-5,30

Para o momento fletor M_x , flexão no plano XZ, as maiores diferenças encontradas correspondem aos pilares P14 e P22 e são da ordem de -75%. Entretanto, o valor dos momentos são muito pequenos, de forma que não influem no dimensionamento. Já para os pilares onde o valor dos momentos é expressivo, a diferença percentual dos resultados é pequena. Por exemplo, o que ocorre com os pilares P09, P13 e P21, onde as diferenças obtidas são, respectivamente: 2,93%, -4,38% e 5,01%. Em relação aos momentos M_y , as diferenças observadas para os

pilares onde o valor do momento é pequeno, é bastante expressiva, contudo irrelevantes. Há ainda, casos em que ocorre inversão de sentido dos momentos, como nos pilares P03 e P29. Entretanto, nos pilares onde o momento é significativo, as diferenças são aceitáveis. Vale lembrar que a preponderância dos momentos fletores acontecem quando as ações verticais são combinadas com as ações provenientes do vento.

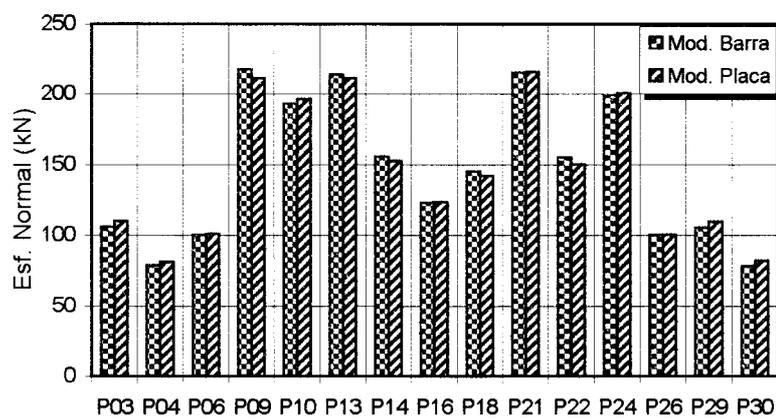


FIGURA 5.35 - Esforço normal na base dos pilares

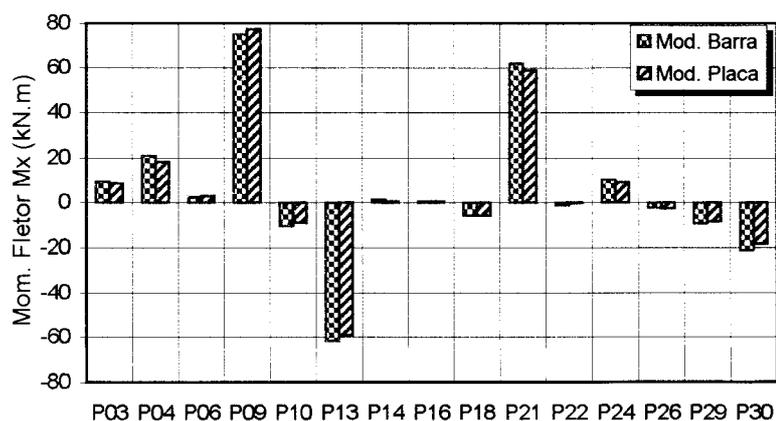


FIGURA 5.36 - Momento fletor M_x na base dos pilares

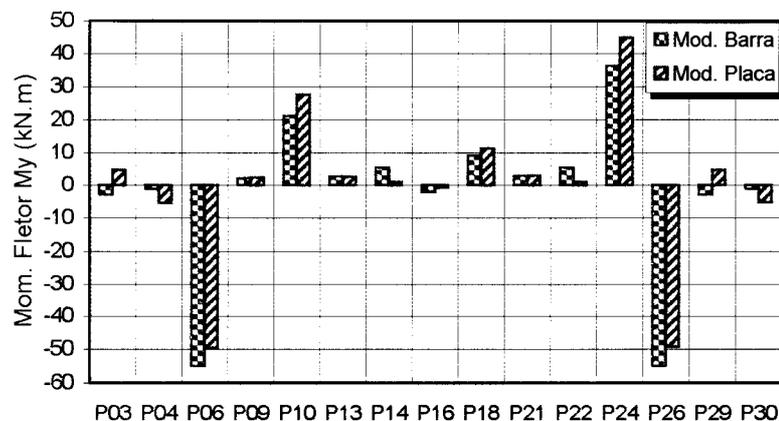


FIGURA 5.37 - Momento fletor M_y na base dos pilares

Na tabela 5.6 estão listados os valores dos deslocamentos nos pontos assinalados na figura 5.34, tanto para o modelo placa quando para o modelo barra. Além disso, as figuras 5.38 e 5.39 mostram a distribuição dos deslocamentos verticais em todo o pavimento. Essas figuras mostram apenas o aspecto qualitativo do pavimento deformado.

TABELA 5.6 - Deslocamento vertical: Flecha

Ponto	Mod. Barra cm	Mod. Placa cm	Dif. Percentual %
1	0,559	0,425	-23,97
2	0,349	0,315	-9,74
3	2,078	1,995	-3,99
4	2,081	2,058	-1,11
5	0,328	0,277	-15,55
6	1,151	1,323	14,94
7	0,856	0,874	2,10

O modelo barra, em geral, apresenta maiores valores para as flechas, a menos dos pontos situados nos trechos em laje maciça (pontos 6 e 7). Uma exceção é o ponto 1, onde a flecha medida com o modelo placa é 23,97% menor que a obtida com o modelo barra. Para o trecho nervurado, a maior diferença entre os resultados refere-se ao ponto 5, para o qual o modelo placa fornece deslocamento

15,55% menor do que o correspondente no modelo barra. Entretanto, para o deslocamento máximo referente ao trecho nervurado (ponto 4), a diferença encontrada com os modelos é muito pequena (-1,11%).

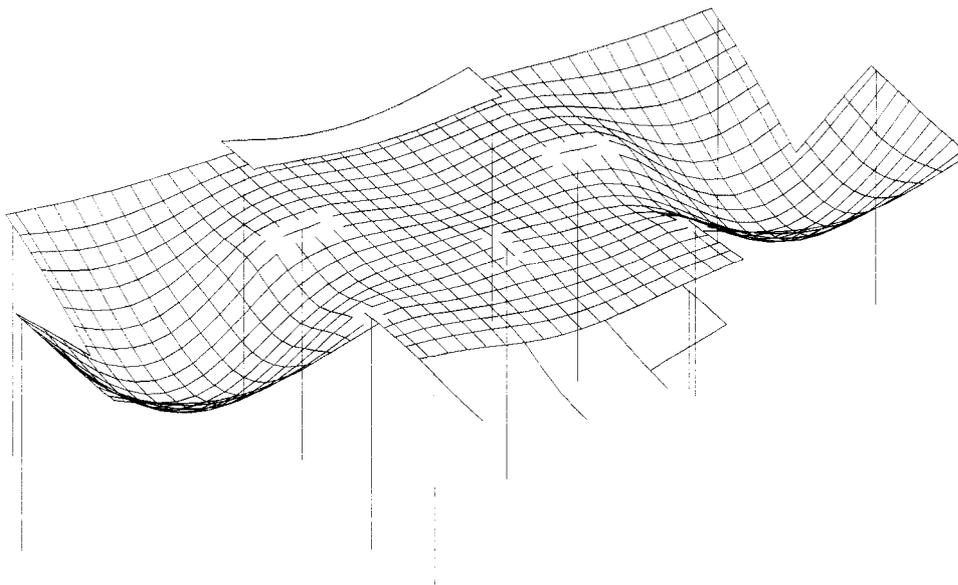


FIGURA 5.38 - Deslocamento vertical: Modelo barra - Perspectiva
[Programa PLOT]

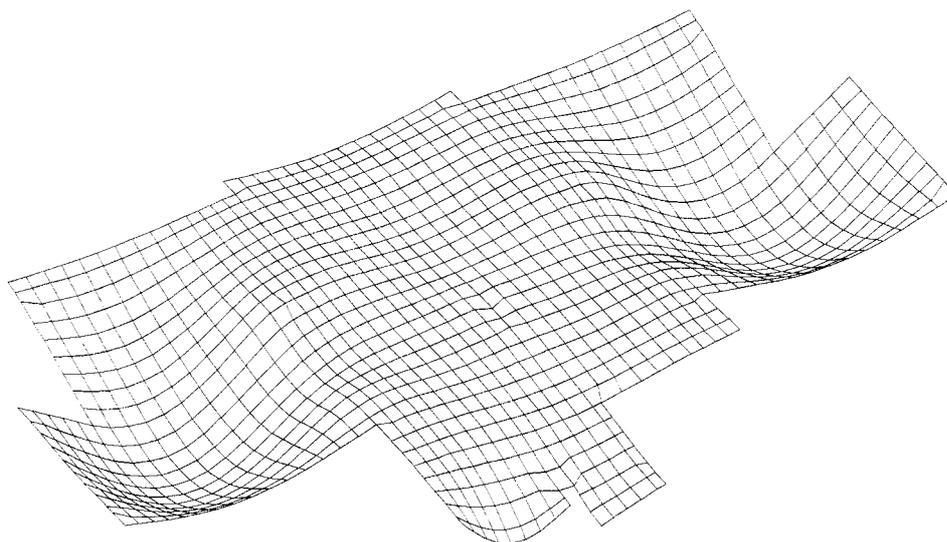


FIGURA 5.39 - Deslocamento vertical: Modelo placa - Perspectiva
[Programa CPLS]

As figuras 5.40 e 5.41 apresentam a configuração deformada das nervuras N17 (horizontal) e N76 (vertical), situadas nas regiões mais solicitadas de todo o pavimento. As nervuras estão indicadas na figura 5.34. Com essas deformadas pode-se observar que as respostas dos modelos para o comportamento do pavimento são bastante próximas. Para os pontos A e B, onde ocorrem os deslocamentos máximos da nervura N17, as diferenças são de -2,27% e -3,27%, respectivamente. Para a nervura N76, o modelo placa apresenta deslocamento máximo (ponto A) 0,76% menor do que o correspondente no modelo barra.

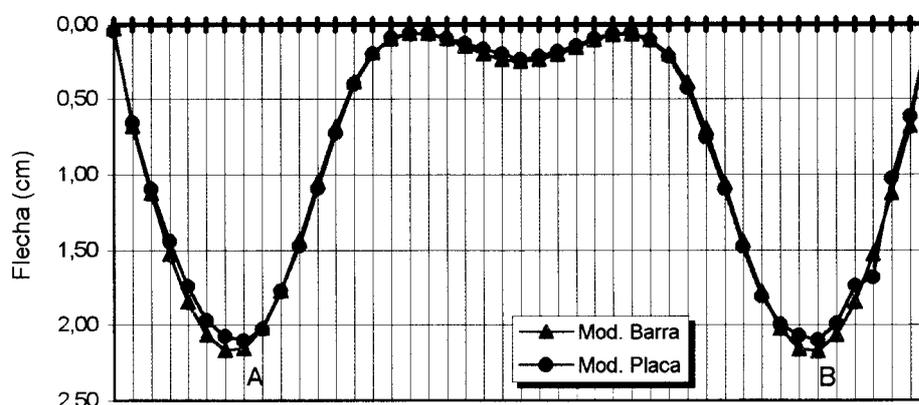


FIGURA 5.40 - Deformada da nervura N17

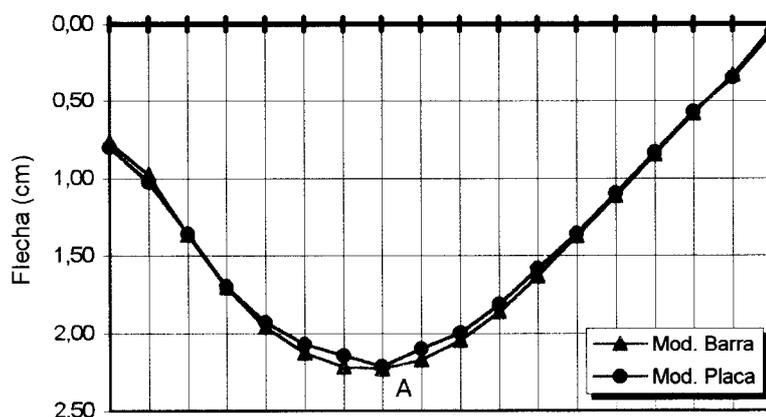
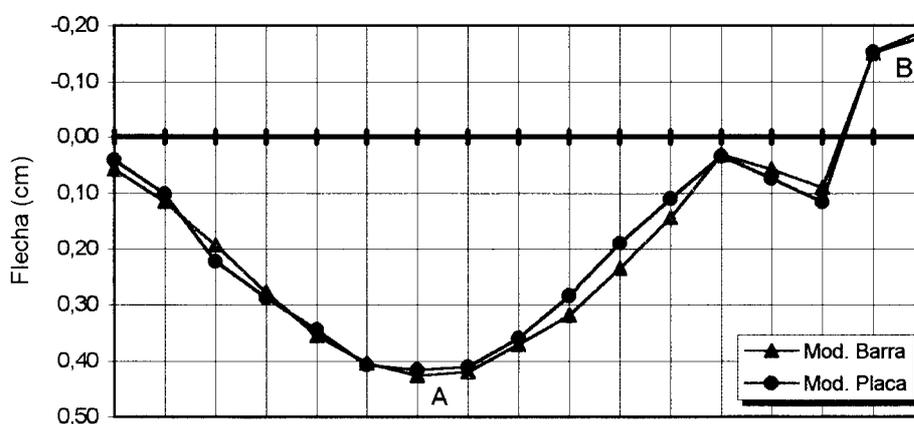


FIGURA 5.41 - Deformada da nervura N76

No tocante às vigas, as figuras 5.42 e 5.43 mostram, respectivamente, a configuração deformada das vigas V22 e V03. Para viga V22, os modelos apresentam deslocamentos muito próximos. No ponto A, a flecha obtida com o modelo placa é 2,46% maior do que a determinada com o modelo barra. No ponto B, onde a extremidade em balanço sobe, a diferença é de 5,76%. No caso da viga V03, a diferença obtida para o deslocamento máximo (ponto A) é de 16,13%. Embora essa diferença seja numericamente elevada, os deslocamentos são extremamente pequenos, o que torna a comparação irrelevante.



As figuras 5.44 e 5.45 ilustram os diagramas de momento fletor das nervuras N17 e N76, pelos quais pode-se perceber que o comportamento do pavimento analisado pelos dois modelos é bastante semelhante. No caso da nervura N17, as diferenças percentuais obtidas nos pontos assinalados na figura 5.44 são: ponto A: 1,05%, ponto B: 8,69%, ponto C: -12,40%, ponto D: 8,82% e ponto E: 7,23%. Para o momento máximo positivo (ponto A) da nervura N76, o modelo placa apresenta valor 13,17% maior em relação ao do modelo barra.

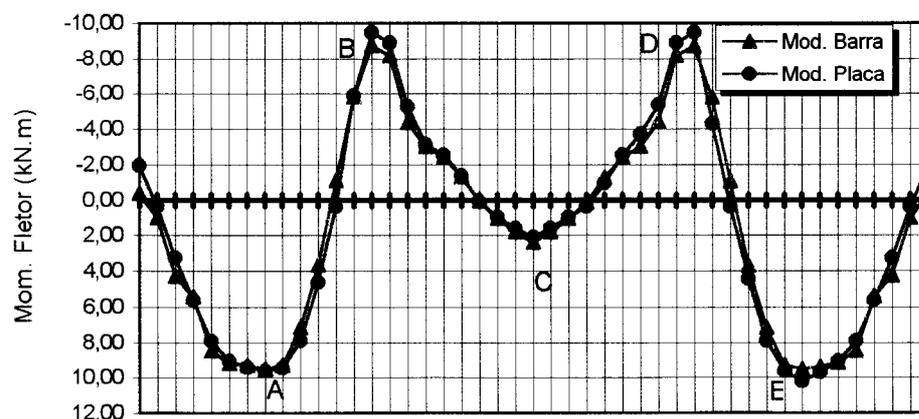


FIGURA 5.44 - Diagrama de momento fletor da nervura N17

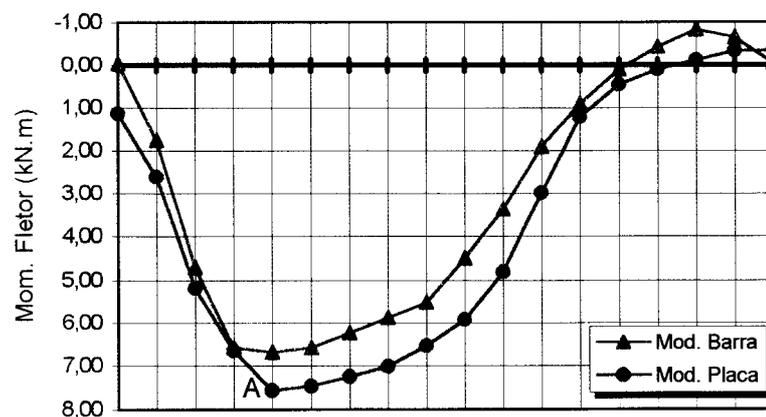


FIGURA 5.45 - Diagrama de momento fletor da nervura N76

Para a viga V22, a distribuição dos momentos fletores obtidos com os modelos é basicamente parecida, conforme pode ser observada na figura 5.46. Os diagramas iniciam com momento negativo (ponto A), devido a ligação da viga com o pilar P09; em seguida passam ao máximo positivo no meio do vão (ponto B); voltam a tracionar as fibras superiores, atingido o valor máximo local no pilar P18 (ponto C) e, finalmente decrescem até a extremidade em balanço. As diferenças encontradas nesses pontos são, respectivamente: -3,39%, -4,47% e -0,87%. A figura 5.47 apresenta o diagrama de momento fletor da viga V03. Para o momento máximo (ponto A), a diferença entre os resultados é de 1,09%.

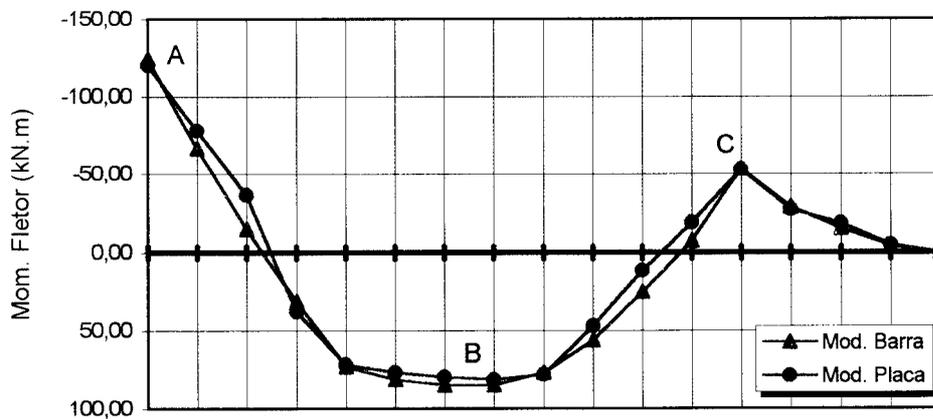


FIGURA 5.46 - Diagrama de momento fletor da viga V22

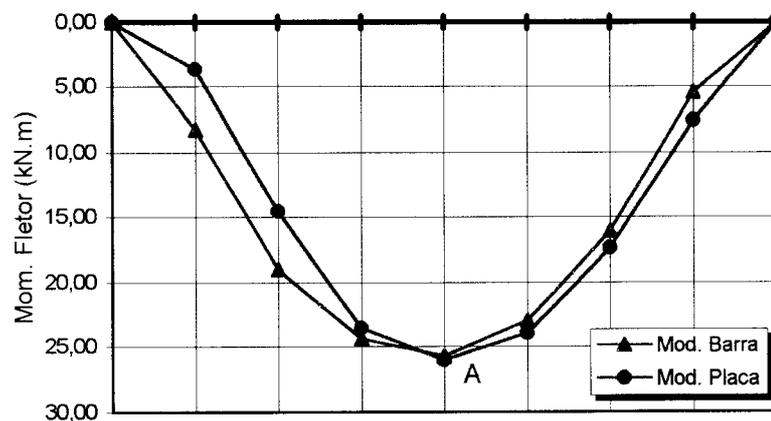


FIGURA 5.47 - Diagrama de momento fletor da viga V03

A simulação do comportamento do pavimento em relação à distribuição do esforço cortante é bastante semelhante, como pode ser observado pelo aspecto dos diagramas das nervuras N17 e N76, mostrados nas figuras 5.48 e 5.49.

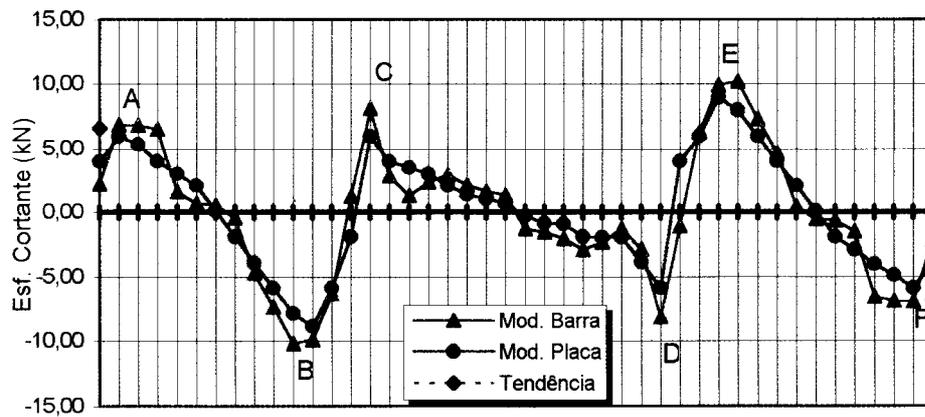


FIGURA 5.48 - Diagrama de esforço cortante da nervura N17

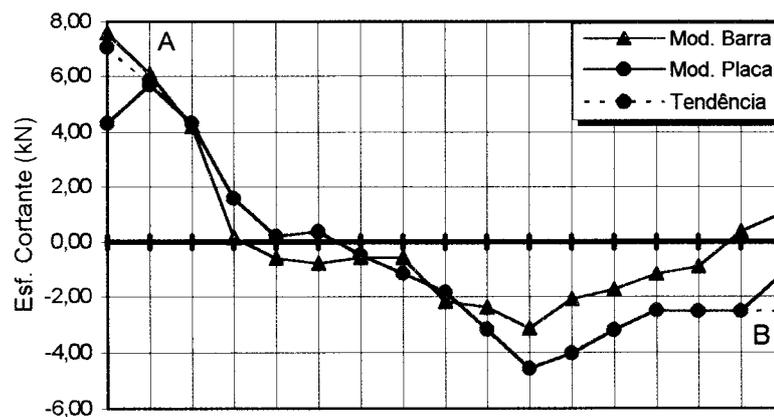


FIGURA 5.49 - Diagrama de esforço cortante da nervura N76

As diferenças encontradas nos pontos assinalados na figura 5.48 valem: ponto A: -13,28%, ponto B: -23,02%, ponto C: -26,17%, ponto D: -27,76%,

ponto E: -5,06% e ponto F: -14,91%. Seguindo-se a tendência do diagrama do modelo placa nas extremidades da nervura (pontos A e F), as diferenças em relação ao modelo barra aumentam consideravelmente, embora sejam a favor da segurança.

Já para a nervura N76 (figura 5.49), as diferenças entre os modelos são mais significativas, embora não interfiram no dimensionamento à força cortante, pois em ambas as extremidades da nervura, o esforço cortante atuante provoca tensões de cisalhamento ($\tau_{wd} = 1,4 \times 7,58 / 0,08 \times 0,16 = 829,1 \text{ KN/m}^2$) menores do que o limite de 1,00 MPa preestabelecido pela NB-1/78 para dispensa de armadura. No ponto A, o modelo placa apresenta cortante 43,01% menor do que a do modelo barra. No ponto B, a diferença percentual é alta, mas o valor absoluto das cortantes obtidas com os modelos são bem próximos, ocorrendo apenas uma inversão no sentido do esforço. As diferenças são acentuadas nessas regiões, pois a ligação laje-viga é representada diferentemente nos modelos. No modelo placa a ligação ocorre entre elemento finito de placa (laje) com elemento de barra (viga), enquanto que no modelo barra a ligação se dá entre elementos finitos de barra. Com intuito de atenuar essas diferenças, pode-se seguir a tendência do diagrama do modelo placa, mantendo-se a declividade do trecho adjacente. Dessa forma, no ponto A a diferença diminui para -7,11%, já para o ponto B a diferença para o modelo barra cresce significativamente, mas é a favor da segurança.

No caso das vigas, o aspecto dos diagramas de esforço cortante é bastante parecido. A figura 5.50 mostra os diagramas de esforço cortante da viga V22. As diferenças encontradas nos apoios da viga são: ponto A: 8,15%, ponto B: 0,20%, ponto C: -6,04% e ponto D: -10,52%. A cortante na extremidade em balanço da viga ocorre devido a ligação com a viga V21, que funciona como apoio. Já para os pontos de apoio da viga V03 (figura 5.51) as diferenças são mais acentuadas (ponto A: -71,19% e ponto B: -42,92%), em virtude do arredondamento do digrama no modelo placa. Caracterizado pela transferência de parte das ações, da laje aos pilares P03 e P04. Neste caso, considerando-se a tendência do diagrama do modelo placa, as diferenças nas extremidades diminuem consideravelmente: ponto A: 0,21% e ponto B: -0,10%.

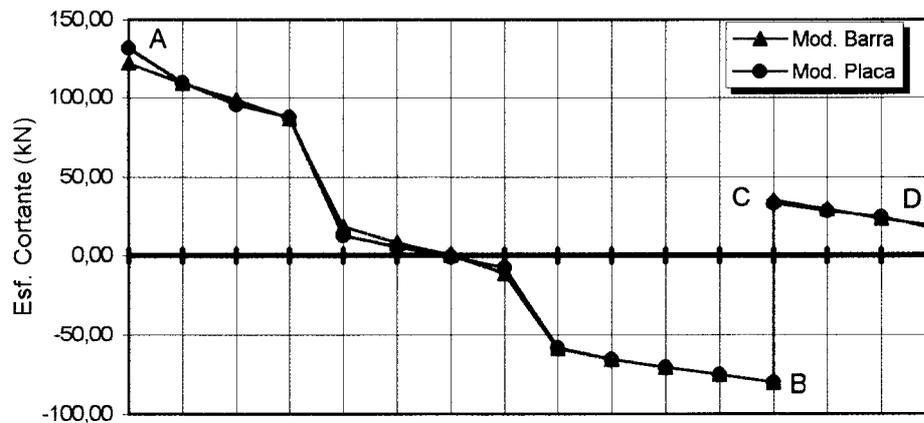


FIGURA 5.50 - Diagrama de esforço cortante da viga V22

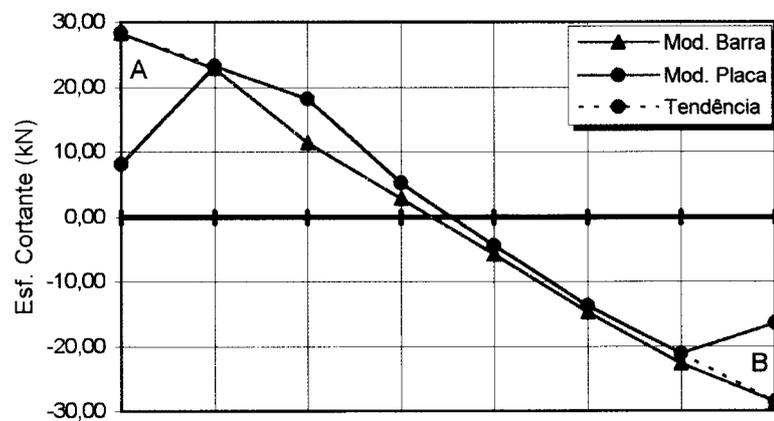


FIGURA 5.51 - Diagrama de esforço cortante da viga V03

5.5 - QUARTO EXEMPLO DE APLICAÇÃO

O quarto exemplo refere-se ao pavimento tipo do edifício Village Park, construído em concreto armado de resistência característica à compressão (f_{ck}) de 25 MPa. O edifício localiza-se na cidade de Capinas, em São Paulo, onde foi construído pela construtora *Encol Engenharia Comércio e Indústria SA*.

O pavimento é formado por laje nervurada (LN02) apoiada em vigas de borda, e trechos em laje maciça de 10 cm de espessura (L05, L06, L07, L08 e L09).

Na ligação dos pilares P18, P19 e P20 com a laje, são utilizados capitéis de 18 cm de espessura para absorver os efeitos da punção. A figura 5.52 apresenta apenas metade da planta de forma do pavimento, devido à simetria; nela são listadas, também, as características geométricas das vigas e dos pilares. O pé-direito adotado é de 2,88 m.

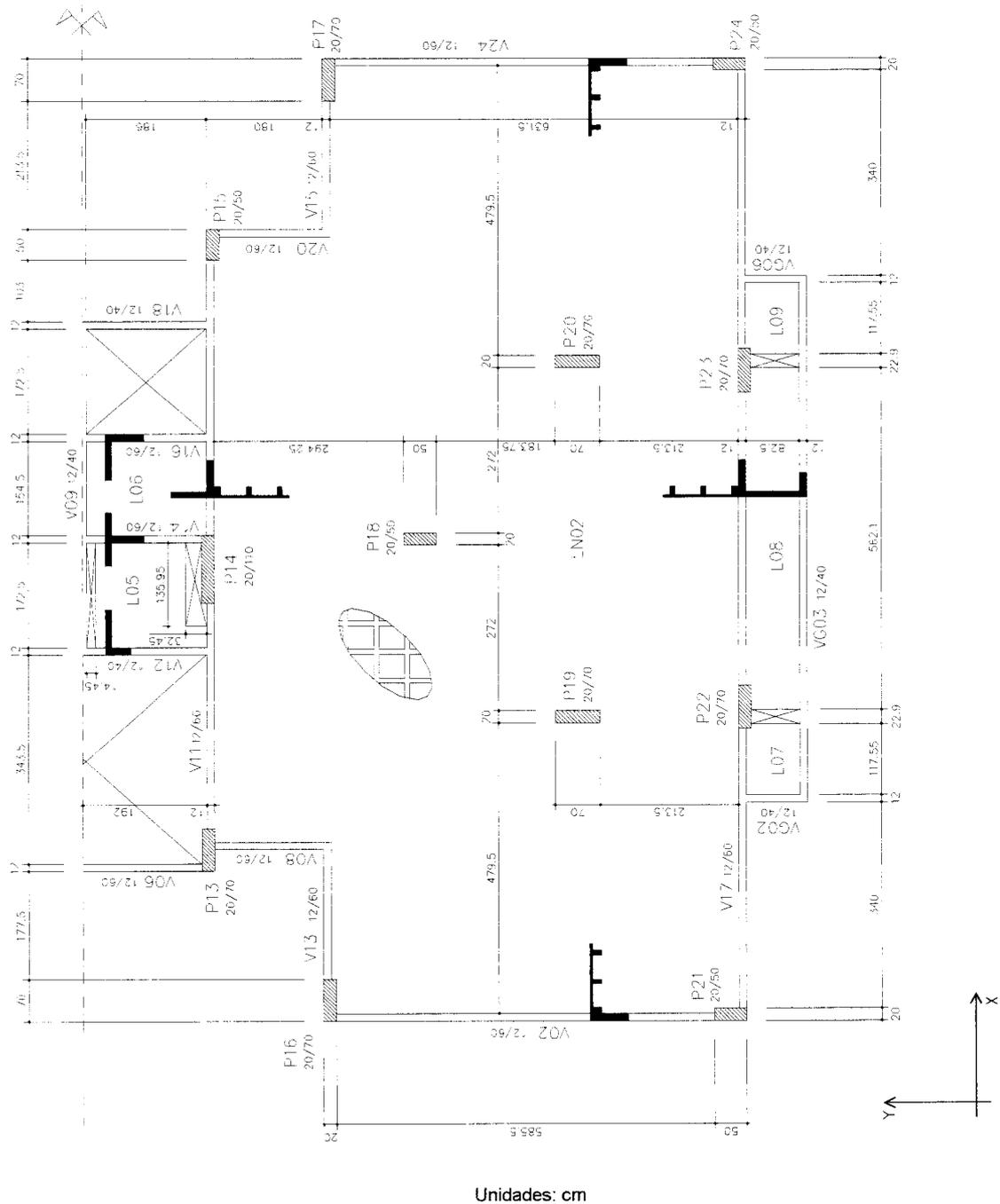


FIGURA 5.52 - Forma do pavimento tipo do edifício Village Park

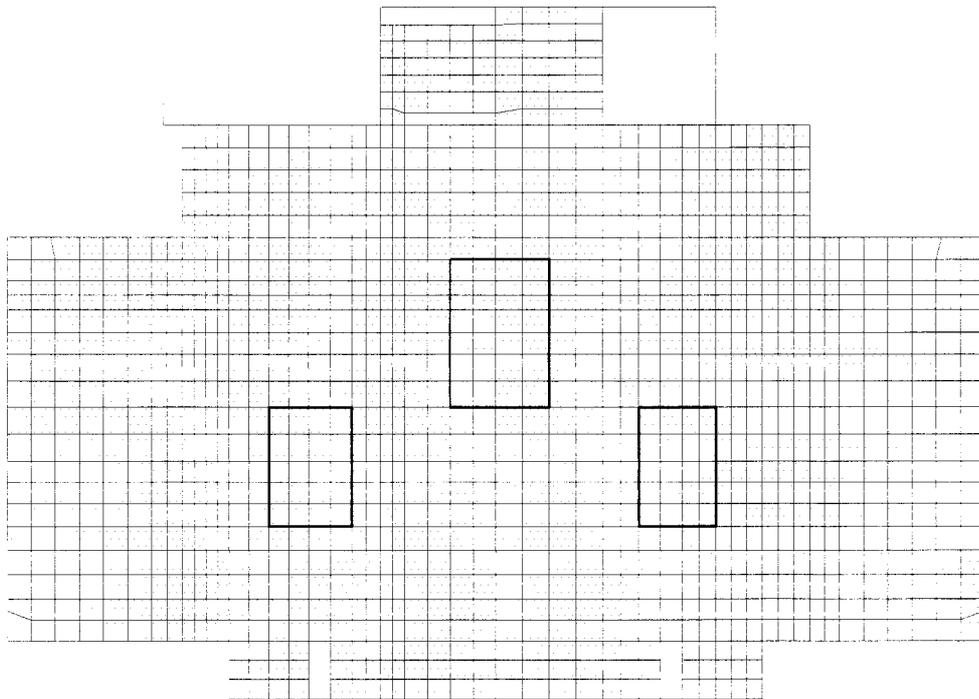
A modulação da laje nervurada, assim como as características geométricas das nervuras e dos blocos de enchimento, são as mesmas empregadas para o edifício Portal da Cidade, conforme figura 5.11.

O concreto adotado tem peso específico (γ) de 25 kN/m^3 , coeficiente de Poisson 0,20, módulo de deformação longitudinal (E^*) de $2,233 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$ e módulo de deformação transversal reduzido de $9,304 \times 10^4 \text{ kN/m}^2$. O pavimento é solicitado por uma ação vertical de $2,75 \text{ kN/m}^2$ (piso, contrapiso e sobrecarga de utilização), além do peso próprio da laje, que é calculado automaticamente pelo processador LS5H do sistema LASER. As ações devidas às paredes foram transformadas em linhas de forças concentradas nos nós, de acordo com a disposição das alvenarias no projeto arquitetônico.

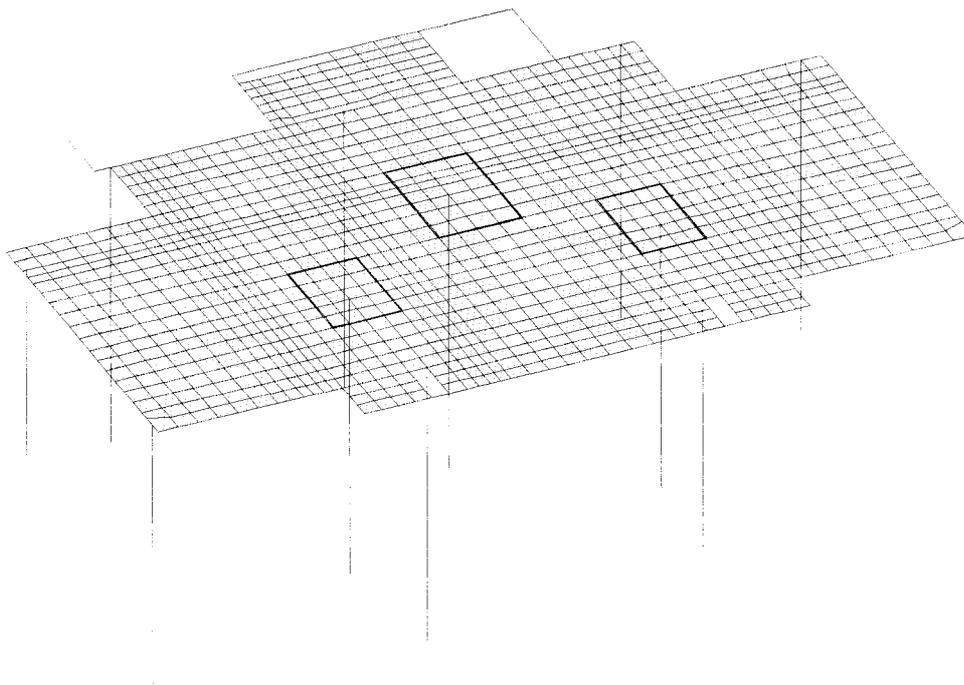
No modelo placa, o pavimento foi discretizado em 1342 nós, 1205 elementos finitos de placa para simular as lajes, e 254 elementos de barra para modelar vigas e pilares, conforme mostra a figura 5.53. A espessura da placa equivalente ao trecho nervurado tem 12,5 cm, e foi determinada através da equação 4.1 em função das características geométricas das nervuras utilizadas.

A figura 5.54 mostra a discretização utilizada no modelo barra. Foram empregados 767 nós, 196 elementos de placa para discretizar os capitéis e os trechos em laje maciça, e 1070 elementos de barra para simular a laje nervurada, as vigas e os pilares.

Nos dois modelos os topos dos pilares foram delimitados por dois pontos, para a definição de barras rígidas até o seu ponto médio.

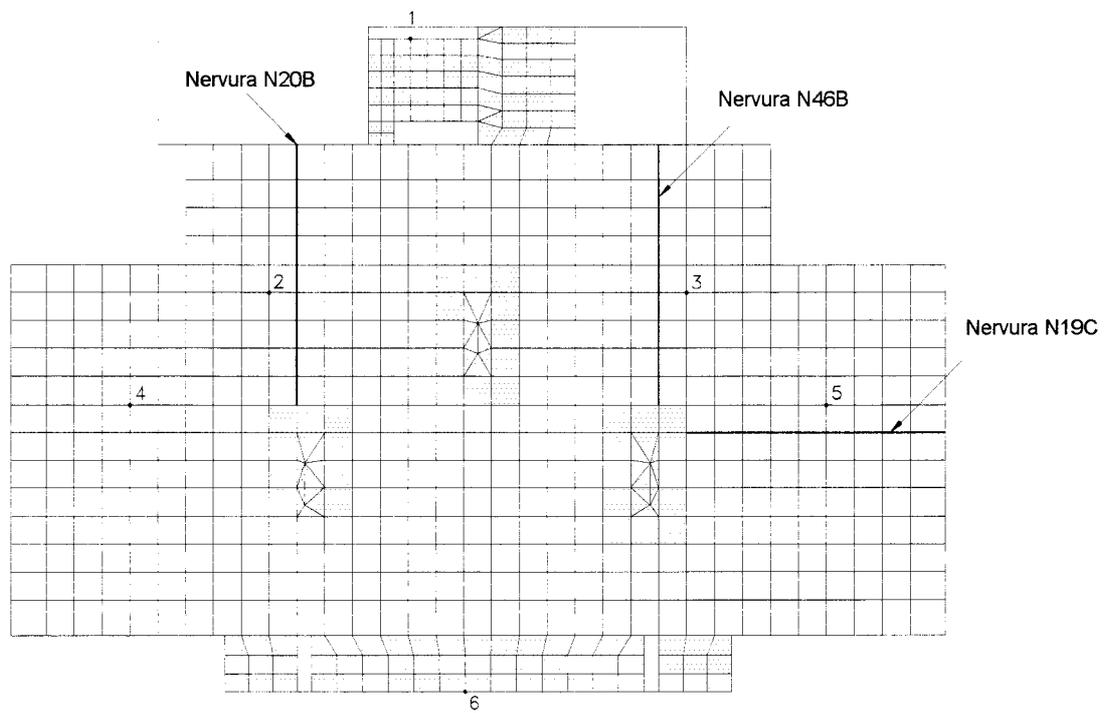


(a) Vista em planta

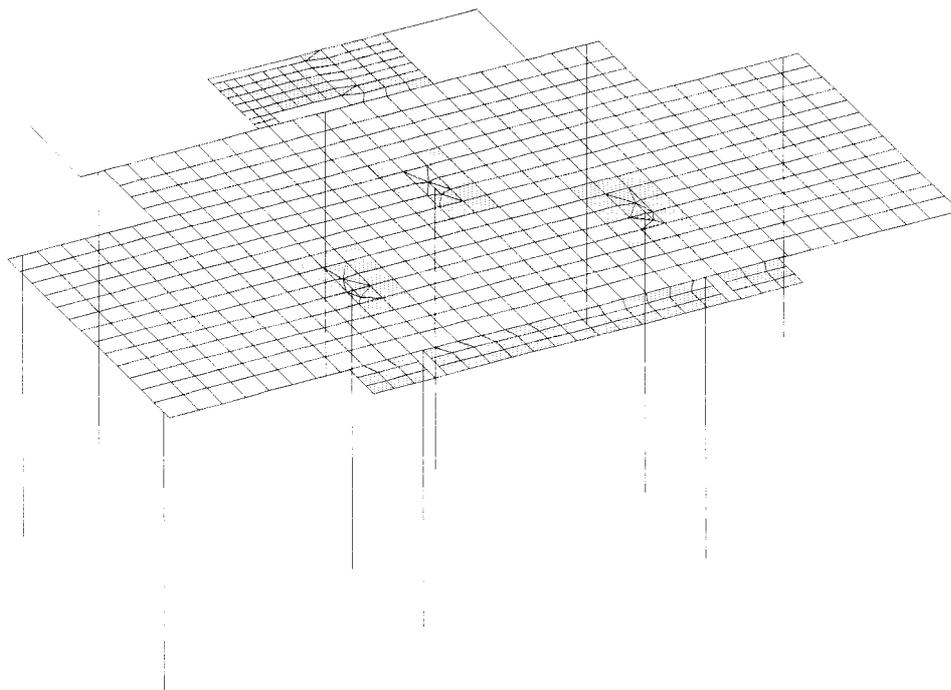


(b) Vista em perspectiva

FIGURA 5.53 - Discretização do pavimento: Modelo placa
[Programa GM]



(a) Vista em planta



(b) Vista em perspectiva

FIGURA 5.54 - Discretização do pavimento: Modelo barra
[Programa GLN]

A tabela 5.7 mostra os resultados dos esforços solicitantes na base dos pilares. Com o intuito de auxiliar a interpretação desses resultados são apresentadas as figuras 5.55, 5.56 e 5.57

Em relação ao esforço normal, os resultados são bem parecidos. A maior diferença encontrada refere-se ao pilar P19; para o qual o modelo placa apresenta esforço normal 3,37% menor do que o correspondente no modelo barra. A equivalência de ações atuantes entre os modelos é comprovada pelo somatório do esforço normal de todos os pilares. O modelo placa (1704,70 kN) apresenta um total de 0,02% menor em relação ao total do modelo barra (1704,30 kN).

No que se refere ao momento M_x , os resultados são bastante próximos, exceto para os pilares onde o valor do momento é pequeno (P22 e P23); ocorrendo, inclusive, divergência no sentido de atuação do esforço. Já para o momento M_y , os modelos não apresentaram inversão no sentido de atuação. Entretanto, como já salientado, para valores pequenos a diferença percentual tende a aumentar (P14: -22,73%, P21 e P24: 28,57%), mas para os pilares onde o momento é considerável, os resultados são bastantes semelhantes. Os pilares mais solicitados em relação ao momento M_y são P19 e P20, para os quais as diferenças obtidas com os modelos são, respectivamente: -7,21% e -2,36%.

TABELA 5.7 - Esforços solicitantes na base dos pilares

Pilar	Mod. Barra			Mod. Placa		
	Normal kN	Fletor - M_x kN.m	Fletor - M_y kN.m	Normal kN	Fletor - M_x kN.m	Fletor - M_y kN.m
P13	93,2	9,10	6,70	95,60	9,10	6,40
P14	270,6	13,10	-2,20	276,00	11,10	-1,70
P15	89,4	-13,00	8,00	88,20	-13,70	7,60
P16	108,9	45,10	6,10	109,40	39,60	6,70
P17	118,8	-53,40	6,20	121,40	-50,20	6,80
P18	123,7	0,00	8,00	125,10	0,50	6,70
P19	193	-7,60	31,90	186,50	-7,40	29,60
P20	195,9	7,70	33,00	191,12	7,20	32,22
P21	90	19,60	1,40	92,50	21,20	1,80
P22	165,5	0,70	3,00	165,40	-2,90	2,60
P23	165	-0,80	3,10	160,40	3,10	2,50
P24	90,3	19,70	-1,40	93,10	21,30	-1,80

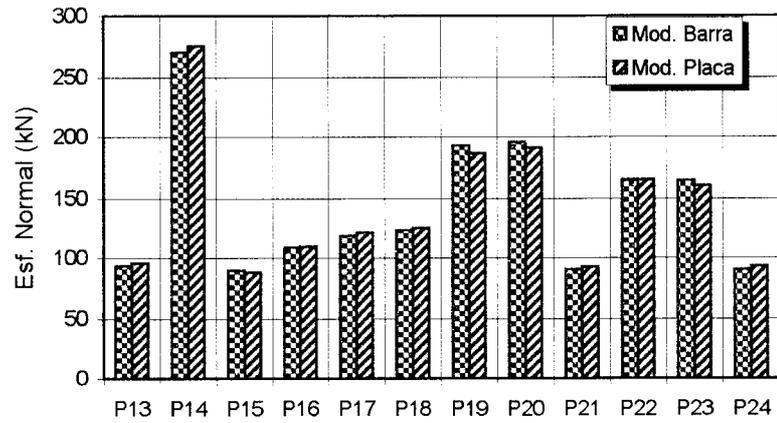
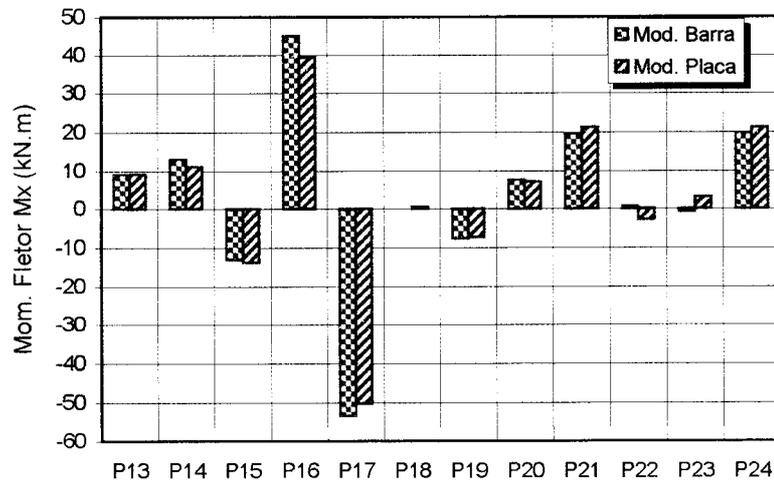
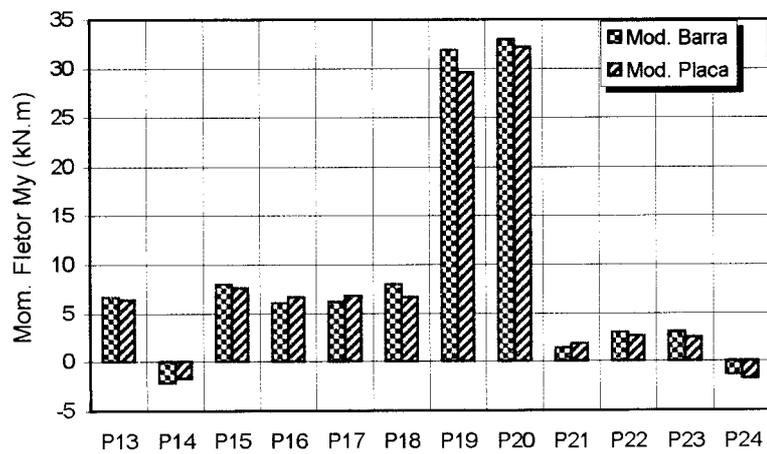


FIGURA 5.55 - Esforço normal na base dos pilares

FIGURA 5.56 - Momento fletor M_x na base dos pilaresFIGURA 5.57 - Momento fletor M_y na base dos pilares

A tabela 5.8 lista os deslocamentos obtidos com o processamento dos modelos, para os pontos especificados na figura 5.54. Conforme já realizado nos exemplos anteriores, o modelo barra apresenta flechas maiores do que o modelo placa. As maiores diferenças observadas, embora pequenas, correspondem aos pontos 1 e 6, situados no trecho em laje maciça; devido à ligação entre o trecho nervurado e o maciço ser representado de maneira diferente nos dois modelos. Para o deslocamento máximo no trecho nervurado (ponto 5) a diferença entre os dois modelos é pequena (-5,94%).

TABELA 5.8 - Deslocamento vertical: Flecha

Ponto	Mod. Barra cm	Mod. Placa cm	Dif. Percentual %
1	0,313	0,278	-11,18
2	0,880	0,789	-10,34
3	0,907	0,844	-6,95
4	1,076	0,984	-8,55
5	1,111	1,045	-5,94
6	0,349	0,308	-11,75

A distribuição dos deslocamento pode ser observada através das figuras 5.58 e 5.59. Essas figuras mostram apenas o aspecto qualitativo do pavimento deformado.

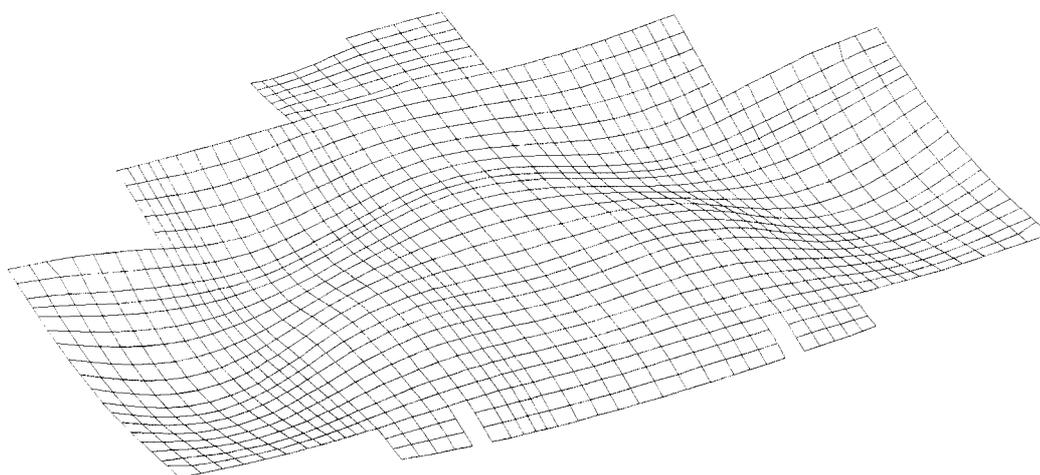


FIGURA 5.58 - Deslocamento vertical: Modelo placa - Perspectiva
[Programa CPLS]

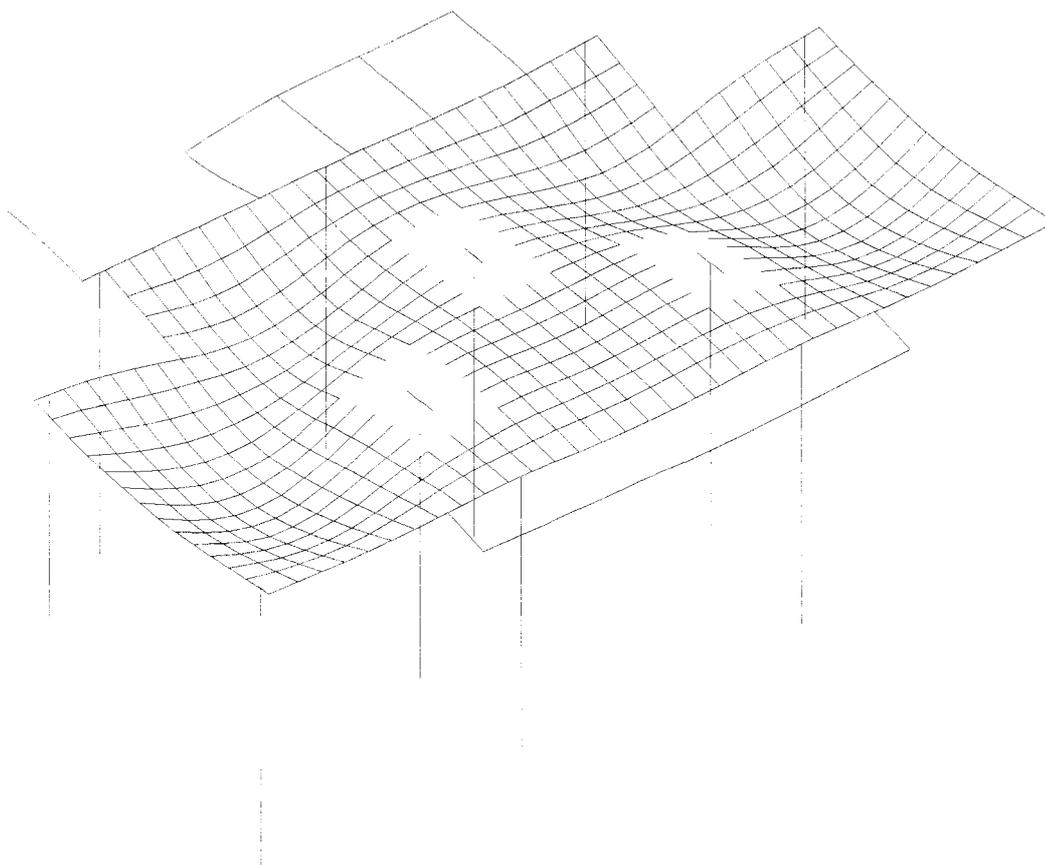


FIGURA 5.59 - Deslocamento vertical: Modelo barra - Perspectiva
[Programa PLOT]

As figuras 5.60, 5.61 e 5.62 mostram a configuração deformada das nervuras N19C (horizontal), N20B e N46B (verticais), especificadas na figura 5.54. No ponto de deslocamento máximo (ponto A) da nervura N19C, o modelo placa apresenta valor 7,49% menor em relação ao modelo barra. Para a flecha máxima da nervura N20B (ponto A), o modelo placa apresenta valor 12,84% menor do que o correspondente no modelo barra. No ponto A da nervura N46B, onde o deslocamento é máximo, a diferença entre os resultados é de -4,25%. Esses resultados comprovam o fato de que, em geral, o modelo barra apresenta maiores deslocamentos para as lajes.

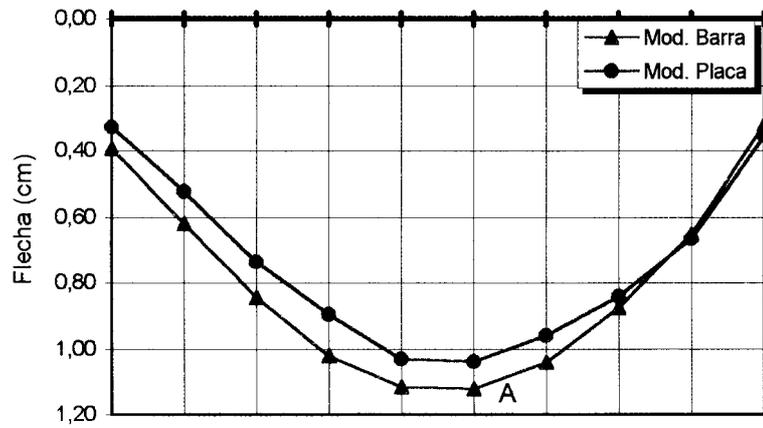


FIGURA 5.60 - Deformada da nervura N19C

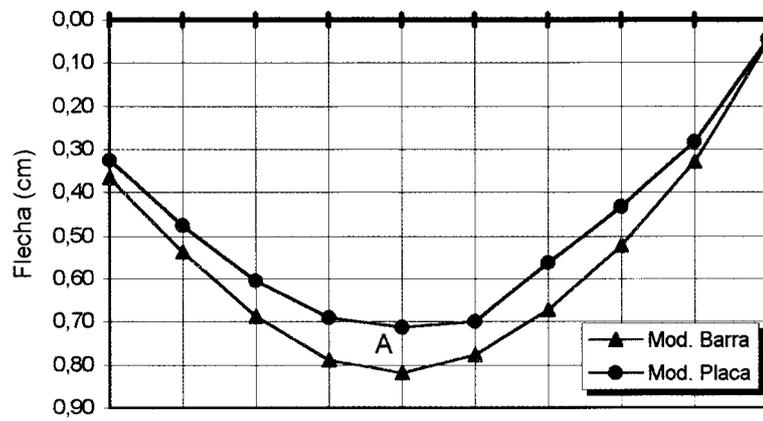


FIGURA 5.61 - Deformada da nervura N20B

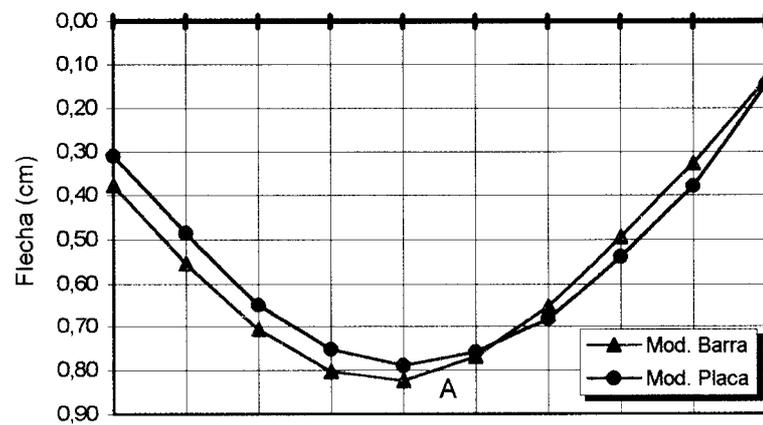


FIGURA 5.62 - Deformada da nervura N46B

As figuras 5.63 e 5.64 ilustram as deformadas das vigas V17 e V24. Para a viga V17, as diferenças percentuais obtidas nos pontos assinalados na figura são elevadas, entretanto os deslocamentos são muito pequenos, da ordem de 1mm. Para os deslocamentos máximos, dos tramos extremos (pontos A e C), o modelo placa apresenta resultados 24,36% maiores do que o modelo barra. Mas, para o tramo interno, o modelo placa apresenta deslocamento máximo (ponto B) 33,33% menor em relação ao correspondente no modelo barra. As discontinuidades observadas na figura 5.63 representam os trechos rígidos que simulam os topos dos pilares. No caso da viga V24, a diferença obtida para o deslocamento máximo (ponto A) é de 12,35%.

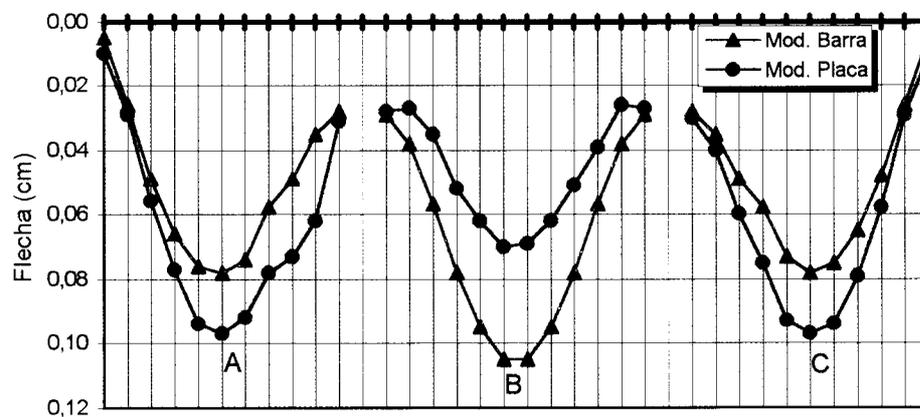


FIGURA 5.63 - Deformada da viga V17

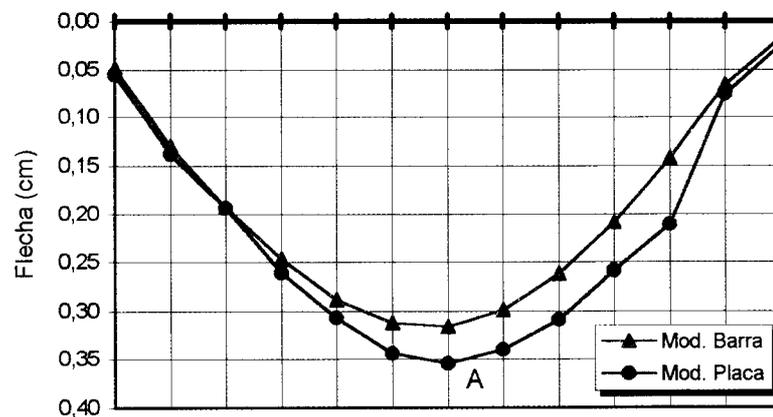


FIGURA 5.64 - Deformada da viga V24

Em relação aos momentos fletores, são apresentados nas figuras 5.65, 5.66, 5.67, 5.68 e 5.69 os diagramas das nervuras N19C, N20B e N46B, e das vigas V17 e V24, representativas do que ocorre em todo pavimento.

Para a nervura N19C, a maior diferença observada corresponde ao momento negativo na face do capitel (ponto A), para o qual o modelo placa apresenta valor 21,18% maior em relação ao do modelo barra. Já para o ponto de momento máximo positivo, a diferença é de -3,63%. Para a nervura N20B o mesmo comportamento pode ser observado, isto é, a maior diferença entre os modelos é na face do capitel (ponto A: 11,49%), já no ponto de momento máximo positivo (ponto B) a diferença é praticamente desprezível (-2,07%). Nota-se que as maiores diferenças observadas acontecem na ligação da laje com as vigas de borda, isto devido ao tratamento diferenciado dos modelos nessa ligação, conforme ressaltado anteriormente. Com os resultados obtidos para a nervura N46B fica patente a representação diferenciada dos modelos na ligação laje-viga, pois novamente na face do capitel a diferença é bastante acentuada (ponto A: 78,81%), e no caso do momento máximo positivo os resultados são muito próximos (ponto B: -0,95%). Entretanto, no ponto C, os modelos apresentam comportamentos distintos, influenciados não só pela diferença na representação da ligação da laje com a viga, mas também pela proximidade da ligação da viga V18 com a viga V11.

O aspecto dos diagramas de momento fletor da viga V17 é bastante semelhante. No entanto, para os momentos positivos máximos, as diferenças são significativas: ponto A: 17,83%, ponto C: -18,67% e ponto E: -18,28%. Entretanto, como no dimensionamento a área de aço é discreta, ou seja, é em função dos diâmetros das barras, essas diferenças acabam se atenuando. Já para os momentos negativos nas faces dos pilares, os resultados são próximos, a saber: ponto B: 3,40% e -7,20%, ponto D: -8,76% e 2,08%. Para a viga V24 os resultados são praticamente iguais: ponto A: -7,54% e ponto B: 1,73%. No ponto A surge momento negativo devido ao fato de que a ligação da viga com o pilar P24 ocorre segundo o eixo de maior inércia do pilar, o que não acontece na ligação com o pilar P17.

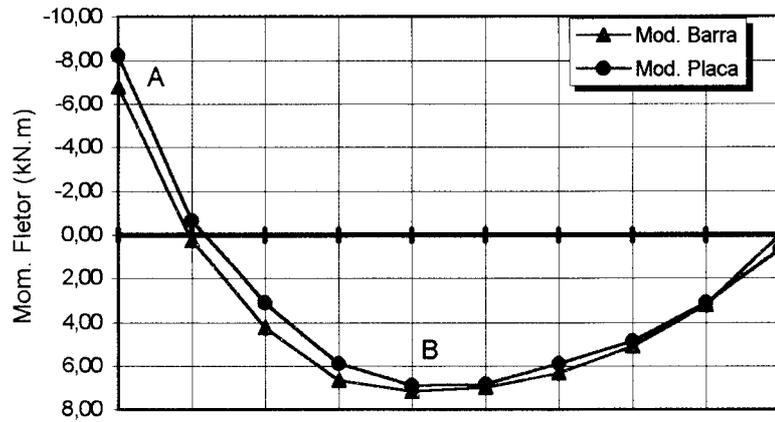


FIGURA 5.65 - Diagrama de momento fletor da nervura N19C

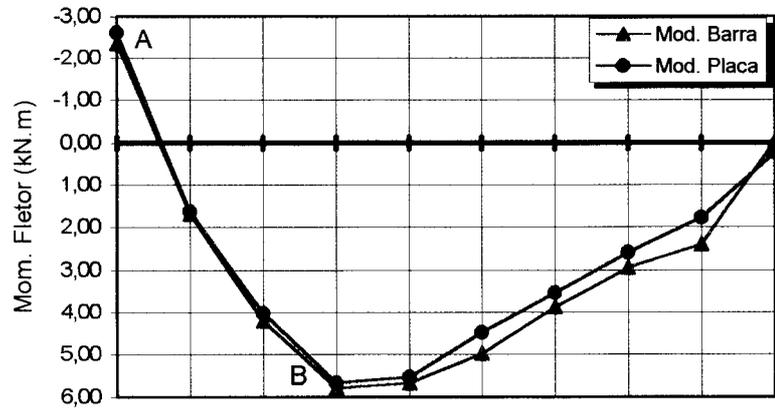


FIGURA 5.66 - Diagrama de momento fletor da nervura N20B

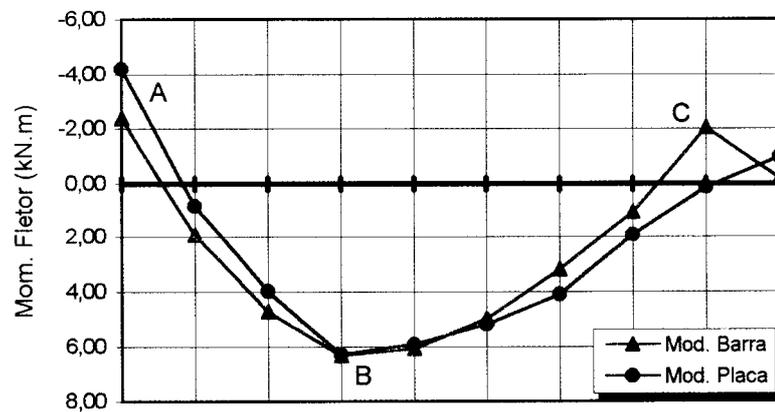


FIGURA 5.67 - Diagrama de momento fletor da nervura N46B

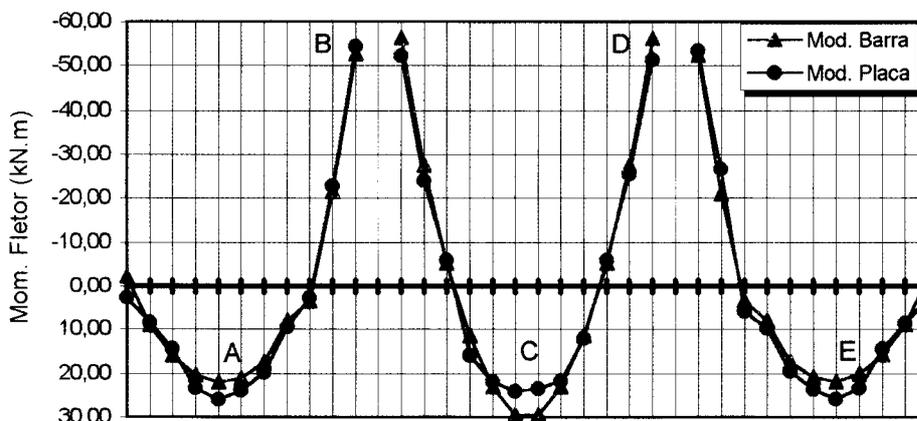


FIGURA 5.68 - Diagrama de momento fletor da viga V17

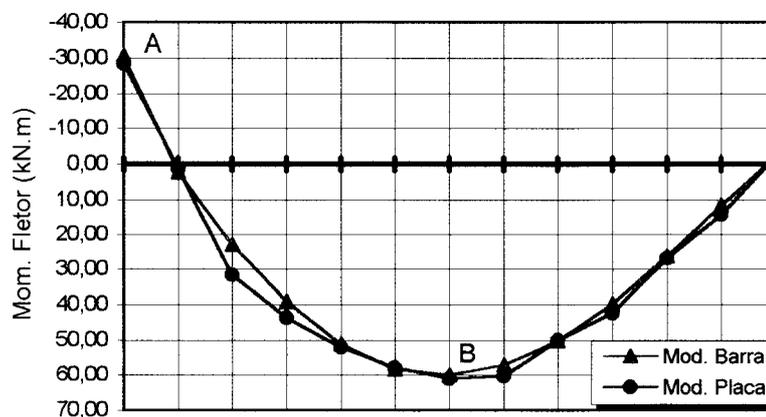


FIGURA 5.69 - Diagrama de momento fletor da viga V24

A diferença no comportamento representado pelo modelo placa em relação ao modelo barra no ponto C da nervura N46B (figura 5.67), também está ligada ao problema causado pela dificuldade do pós-processador de curvas isovalor (CPLS) em representar com fidelidade o comportamento dessa região do pavimento, pelos mesmos motivos descritos anteriormente. Entretanto, melhorando-se a discretização de elementos de placa nessa região, pode-se melhorar os resultados obtidos com o modelo placa. A figura 5.70 mostra a redefinição da rede de elementos na proximidade da ligação da viga V18 com a viga V11, e a figura 5.71 apresenta o diagrama de momento fletor da nervura N46B referente a essa nova discretização. Com esse novo diagrama pode-se perceber que o modelo placa apresenta sensivelmente o mesmo comportamento do modelo barra, embora as diferenças

ainda sejam bastante significativas. Com isso fica comprovado o problema de representatividade do pós-processador de curvas isovalor para o modelo placa em certas regiões do pavimento. Nesses casos, uma rede de elementos mais densa em torno dessas regiões é aconselhável.

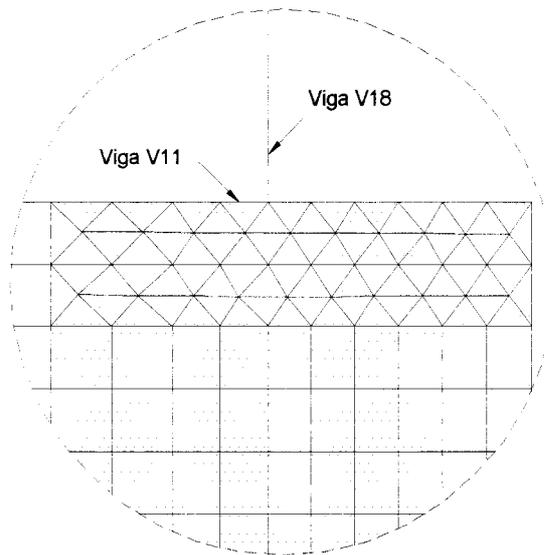


FIGURA 5.70 - Redefinição da rede de elementos

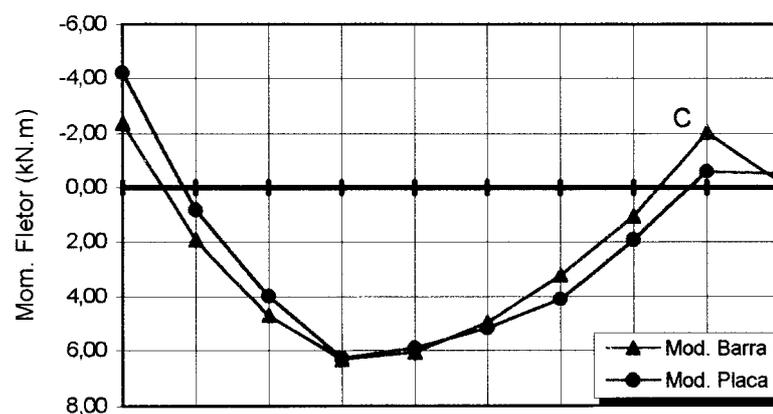


FIGURA 5.71 - Diagrama de momento fletor da nervura N46B (rede mais densa)

As figuras 5.72, 5.73 e 5.74 mostram os diagramas de esforço cortante para as nervuras N19C, N20B e N46B, respectivamente. Na interface do capitel com a nervura N19C (ponto A), a diferença obtida é de 4,64%. Entretanto, para o ponto B (ligação da laje com a viga) o modelo placa apresenta resultado 47,53% menor em relação ao modelo barra. Seguindo-se a tendência do diagrama do modelo placa a diferença no ponto B diminui significativamente para -16,86%.

No ponto A da nervura N20B, a diferença obtida com os dois modelos é de -7,67%, no ponto B a diferença é mais significativa (-41,45%) devido aos problemas na representação da ligação laje-viga, conforme já comentado. Admitindo-se a tendência do diagrama do modelo placa a diferença dos resultados é praticamente desprezível, isto é, o resultado obtido com o modelo placa (tendência) é 2,65% menor do que o correspondente no modelo barra.

Para a nervura N46B, o aspecto dos diagramas é semelhante, exceto nas proximidades da ligação da laje com a viga (ponto B), onde ocorre uma inversão significativa no sentido do esforço no modelo placa. Já para a interface da laje com o capitel (ponto A), a diferença é de 28,51%.

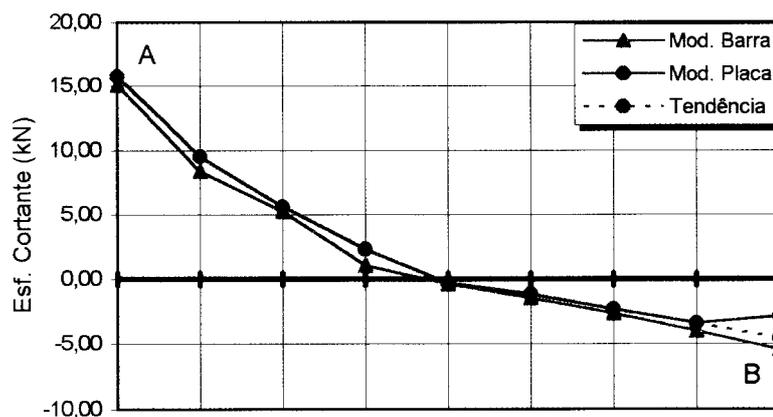


FIGURA 5.72 - Diagrama de esforço cortante da nervura N19C

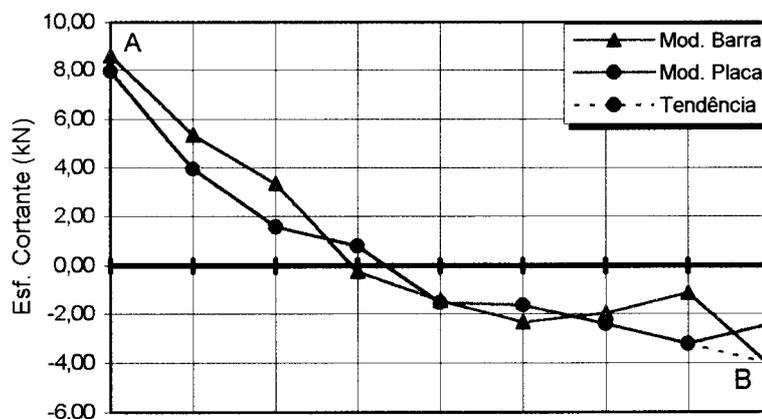


FIGURA 5.73 - Diagrama de esforço cortante da nervura N20B

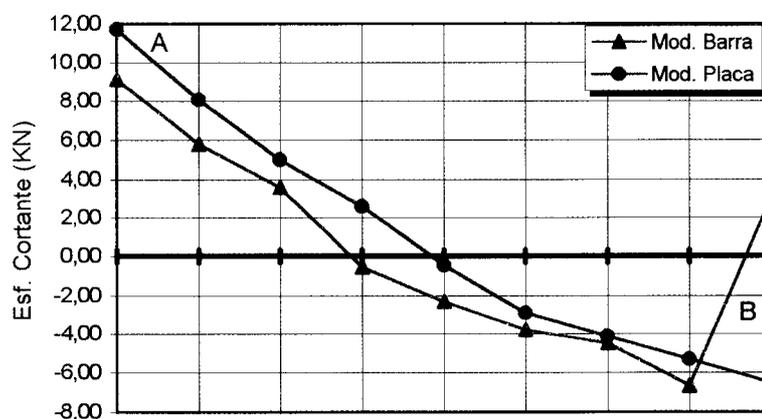


FIGURA 5.74 - Diagrama de esforço cortante da nervura N46B

No tocante às vigas, é patente a proximidade dos diagramas de esforço cortante, como pode ser observado nas figuras 5.75 e 5.76. As diferenças encontradas nas faces dos pilares para a viga V17 são: ponto A: -23,51%, ponto B: 2,03%, ponto C: 14,56%, ponto D: 5,15%, ponto E: 1,97% e ponto F: 22,36%. Nas extremidades da viga V24, as diferenças obtidas são: ponto A: -27,09% e ponto B: 8,67%. No caso do modelo placa, observa-se o efeito de arredondamento na ligação da viga com os pilares. Seguindo-se a tendência do diagrama do modelo placa, a diferença de resultados no ponto A diminui para -11,34%; já para o ponto B a diferença aumenta para 26,33%, embora seja, neste caso, a favor da segurança.

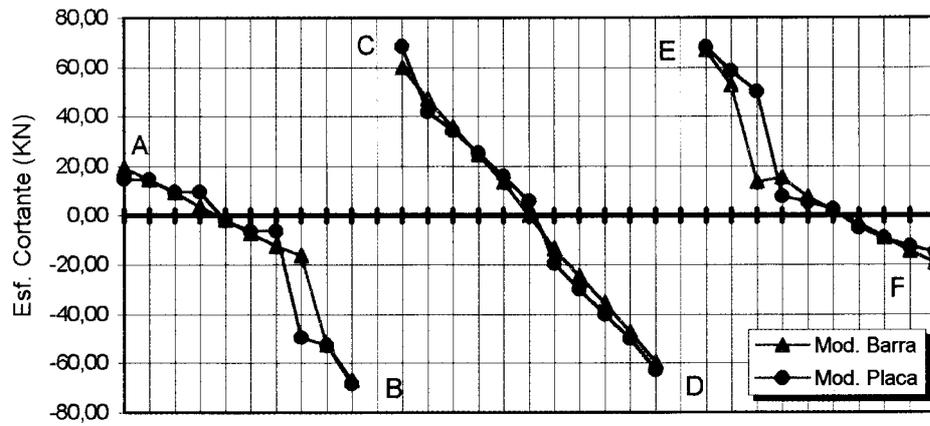


FIGURA 5.75 - Diagrama de esforço cortante da viga V17

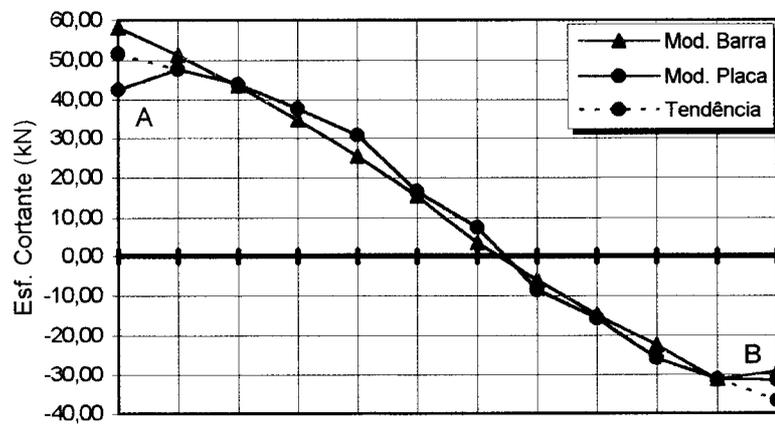


FIGURA 5.76 - Diagrama de esforço cortante da viga V24

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES

Em relação ao pré-processador desenvolvido, pode-se dizer que é bastante eficiente e de fácil manuseio. Com ele pode-se viabilizar a utilização de um modelo mais adequado para a análise de pavimentos de edifícios em laje nervurada através do Método dos Elementos Finitos. Embora seja restrito a pavimentos que possuam contornos paralelos a um sistema de eixos quaisquer, abrange a maioria dos casos, pois em pavimentos de geometria irregular não é usual o emprego de lajes nervuradas devido às próprias dificuldades de execução. Em conjunto com o programa acoplador, permite integrar num só modelo todos os elementos estruturais que compõem o pavimento, proporcionando, dessa forma, uma melhor representação do comportamento da estrutura, levando-se em conta a rigidez relativa desses elementos e simulando-se com maior fidelidade os fluxos de ações.

O pós-processador desenvolvido mostrou-se de fundamental importância para a análise e interpretação dos resultados, tendo em vista o volume excessivo de informações fornecidas por um sistema em Elementos Finitos. É um programa de implementação relativamente simples, mas que resulta numa ferramenta bastante necessária e útil à análise estrutural, tanto do pavimento como do pórtico tridimensional. Os fatores individuais de multiplicação dos esforços, geometria e deslocamentos permitem que se defina uma escala adequada para o desenho dos diagramas para cada caso que se pretende analisar, garantindo-se, dessa forma, uma maior flexibilidade na utilização do pós-processador. A escolha do caso de carregamento a ser analisado permite que se efetuem várias combinações de ações atuantes na estrutura, verificando-se quais são as preponderantes, através de uma visualização individualizada. Além disso, a escolha do plano de desenho dos diagramas de esforços solicitantes permite uma maior flexibilidade no que se refere a quais elementos estruturais se pretende analisar. Em relação à observação gráfica no ambiente do AUTOCAD pode-se dizer que é bastante adequada, pois possui vários

recursos e ferramentas que facilitam e agilizam a análise e a interpretação dos resultados.

Com relação ao estudo comparativo entre os dois modelos utilizados, pode-se dizer que o modelo que melhor representa o comportamento real dessa tipologia de pavimentos é aquele em que a laje nervurada é discretizada em elementos de barra de seção transversal T, e os capitéis em elementos de placa. Já o modelo placa equivalente pode ser também empregado, tendo em vista os resultados obtidos nas comparações, devendo-se tomar algumas precauções nas regiões de ligação da laje com as vigas de borda, na interface da laje com os capitéis, e nos resultados de esforço cortante nos apoios das vigas.

No caso do esforço normal na base dos pilares, os modelos apresentaram praticamente os mesmos resultados, fato que comprova as semelhanças na representação do fluxo das ações. Em relação aos momentos fletores fica claro que quando significativos os resultados são bem próximos. Quando os valores são pequenos as diferenças são mais acentuadas, não interferindo, neste caso, no dimensionamento pois esses momentos fletores não são preponderantes na análise da estrutura do edifício.

Com relação aos deslocamentos verticais, os modelos apresentaram resultados muito próximos. As maiores diferenças observadas, embora desprezíveis, ocorreram nos trechos em laje maciça, proporcionadas pelo fato de a ligação desses trechos com o trecho nervurado ser representada diferentemente nos dois modelos. Outro fato comprovado é que, geralmente, o modelo placa apresentou deslocamentos verticais no trecho nervurado menores do que os correspondentes no modelo barra, devido ao menor número de vínculos internos representados neste último. No caso das vigas, o modelo placa apresentou resultados de flechas com bastante precisão em relação aos correspondentes no modelo barra.

No tocante ao momento fletor nas nervuras, as maiores diferenças observadas entre os modelos, embora pouco significativas, correspondem à interface da laje com as vigas de borda e com os capitéis, devido ao tratamento diferenciado dos modelos nessas regiões. Em relação às vigas os modelos representam basicamente o mesmo comportamento, apresentando diferenças praticamente desprezíveis.

As diferenças observadas na representação do esforço cortante nas nervuras são influenciadas principalmente pelo tratamento diferenciado dos modelos nas ligações da laje com as vigas de bordas, e da laje com os capitéis. No caso da

distribuição do esforço cortante nas vigas, as maiores divergências entre os modelos correspondem aos apoios, onde o modelo placa apresenta o efeito do arredondamento do diagrama devido ao fato de que partes das ações são transmitidas diretamente da laje para os pilares. Entretanto, esse comportamento na realidade não ocorre na laje nervurada pois a mesa não possui rigidez suficiente para produzi-lo. Portanto, no caso do modelo placa recomenda-se não utilizar as reduções das cortantes nas seções próximas aos apoios, permitidas pela NB-1/78. Além disso, obedecendo-se à tendência do diagrama de esforço cortante do modelo placa, consegue-se atenuar significativamente as diferenças entre os dois modelos. Tal procedimento pode ser facilmente implementado num pós-processador de resultados com base na declividade do trecho adjacente ao apoio. É importante frisar que o arredondamento observado no diagrama de esforço cortante não é o mesmo permitido pela NB-1/78 para os momentos fletores nos apoios em pilares.

Como sugestões para a continuação desse trabalho pode-se citar, no caso do pré-processador, a implementação dos casos de pavimentos de contornos inclinados e curvos, e a capacitação do próprio gerador em discretizar os trechos em laje maciça, sem necessitar de uma discretização prévia em outro gerador e em seguida acoplá-los ao trecho nervurado. Nesse caso, os trechos em laje maciça podem ser fornecidos como contornos adicionais, ficando o pré-processador responsável por discretizá-los em elementos finitos de placa. No caso pós-processador pouco há a acrescentar. Entretanto um recurso que agilizaria a observação gráfica dos resultados seria a marcação dos valores significativos dos esforços e deslocamentos junto aos diagramas. Além disso, a implementação de rotinas para desenho de curvas de isovalor, tanto de esforços como de deslocamentos, permitiria uma melhor representação do comportamento global do pavimento. Em relação ao estudo comparativo, devem-se processar mais exemplos de pavimentos e comparar os resultados levando-se em conta os efeitos da rigidez de torção. Além disso, deve-se verificar se o estudo de inércia equivalente é interessante para a consideração dos efeitos de fissuração do concreto nos resultados, assim como verificar a influência dos momentos volventes nos cantos das lajes, e os efeitos da torção nos trechos de mudanças bruscas de rigidez.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AALAMI, B.O. (1989). Design of post-tensioned floor slabs (ACI Committee 360). *Concrete International*, p.59-67, June.
- ALQUAT, E.L.G. ; GROEHS, A.G. (1995). Transformação triângulos / quadriláteros em redes não estruturadas para elementos finitos. In: CONGRESSO IBERO LATINO AMERICANO SOBRE MÉTODOS COMPUTACIONAIS PARA ENGENHARIA, 16. Curitiba, 29 nov - 01 dez. *Anais*. v.1, p.478-487.
- AJDUKIEWICZ, A.B. ; KLISZCZEWICZ, A.T. (1986). Experimental analysis of limit states in a six-panel waffle flat-plate structure. *ACI Journal*, p.909-915, Nov.-Dec.
- AJDUKIEWICZ, A. ; STAROSOLSKI, W. (1990). *Reinforced - concrete slab-column structures*. Amsterdam, Elsevier.
- ANDRADE, J.R.L. (1982). *Estruturas correntes de concreto armado - 1ª parte*. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- ANDRADE, J.R.L. (1995). *Lajes nervuradas*. ENCOL S/A Engenharia Comércio e Indústria.
- ANSYS-386/ED revision 4.4: reference manual. (1990). Swanson Analysis Systems, Inc.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1978). *NB-1/78 - Projeto e execução de obras de concreto armado*. Rio de Janeiro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1980). **NB-5/80 - Cargas para o cálculo de estruturas de edificações**. Rio de Janeiro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1984). **NBR-8681/84 - Ações e segurança nas estruturas**. Rio de Janeiro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1982). **NBR-7191/82 - Execução de desenhos para obras de concreto simples e armado**. Rio de Janeiro.

AUTODESK (1989). **AUTOCAD release 10: reference manual**. Autodesk.

BAPTISTA, S.M. (1994). **Análise de pavimentos de edifícios com a utilização do método dos elementos finitos**. São Carlos. 109p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

BATHE, K.Y. (1982). **Finite element procedures in engineering analysis**. Englewood Cliffs, Prentice Hall.

BÉZINE, G.P. (1978). Boundary integral formulation plate flexure with arbitrary boundary conditions. **Mech. Res. Commun**, v.5, p. 197-206.

BOCCHI JR, C.F. (1995). **Lajes nervuradas de concreto armado: projeto e execução**. São Carlos. 183p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

CAVENDISH, J.C. (1974). Automatic triangulation of arbitrary planar domains for the finite element method. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v.8, p.679-696.

CORRÊA, M.R.S. (1991). **Aperfeiçoamento de modelos usualmente empregados no projeto de sistemas estruturais de edifícios**. São Carlos. 331p. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

- CORRÊA, M.R.S. ; RAMALHO, M.A. (1987). Sistema LASER de análise estrutural. In: SIMPÓSIO NACIONAL DE TECNOLOGIA DA CONSTRUÇÃO, 5., "Software para o projeto do edifício", São Paulo, 15-16 out. **Anais**. São Paulo, EPUSP.
- FUSCO, P.B. (1995). **Técnica de armar as estruturas de concreto**. São Paulo, Pini.
- GORDON, W.J. (1983). An operator calculus for surface and volume modeling. **IEE Computer Graphics and Applications**, v.3, n.7, p.18-22, Oct.
- HRABOK, M.M. ; HRUDEY, T.M. (1984). A review and catalogue of plate bending finite elements. **Computers. & Structures**, v.19, p. 479-498.
- INTRODUCTION to COSMOS/M version 1.52a (1989). 2.ed. Structural Research and Analysis Corporation.
- JI, X. ; CHEN, S. et al. (1985). Deflection of waffle slabs under gravity and in-plane loads. In: SABNIS, G., ed. **Deflections of concrete structures**. Detroit, ACI. p.283-295. (ACI SP-66).
- JOHNSTON, B.P. ; SULLIVAN JR, J.M. ; KWASNIK, A. (1991). Automatic conversion of triangular finite element meshes to quadrilateral elements. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v.31, p.67-84.
- LEONHARDT, F. (1978). **Construções de concreto**. Rio de Janeiro, Interciência. v.3.
- MICALI, J.F.M. ; ANDRÉ, J.C. (1995). **Conceitos básicos sobre geração automática de malhas**. São Paulo, EPUSP - Depto. de Engenharia de Estruturas e Fundações. 8p. (BT/PEF/9521).
- MICROSOFT (1992). **FORTRAN PowerStation: user's guide**. Professional Development System. Version 1.0. Microsoft Corporation.
- PAIVA, J.B. (1987). **Formulação do método dos elementos de contorno para flexão de placas e suas aplicações em engenharia de estruturas**. São Carlos.

- 195p. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- PINHEIRO, L.M. (1993). **Concreto armado: tabelas e ábacos**. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- RAMALHO, M.A. (1990). **Sistema para análise de estruturas considerando interação com meio elástico**. São Carlos. 389p. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- REZENDE, M.N. (1990). **Análise de pavimentos de edifícios pelo método dos elementos finitos em microcomputador**. São Carlos. 87p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- SADEK, E.A. (1980). A scheme for automatic generation of triangular finite elements. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v.15, p.1813-1822.
- SHEPHARD, M.S. ; YERRY, M.A. (1983). Approaching the automatic generation of finite element meshes. **Computers in Mechanical Engineering**, Apr., p.49-56.
- SILVA JR, J. F. (1962). **Resistência dos materiais**. Rio de Janeiro, Ed. Ao Livro Técnico.
- SOUSA JR, E. (1996). **Um aplicativo para ambiente Windows para aquisição de dados para análise de pavimentos de edifícios via método dos elementos finitos**. São Carlos. 99p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- STERN, M. (1978). A general boundary integral formulation for the numerical solution of plate bending problems. **Int. J. Solids Struct.**, v.18, p. 769-782.
- SUPERSAP: user's manual. (1987). Algor Interactives Systems.
- SUSSEKIND, J.C. (1991). **Curso de concreto**. Porto Alegre, Editora Globo. v.2.

- SZILARD, R. (1974). *Theory and analysis of plates*. Englewood Cliffs, Prentice Hall.
- TARANATH, B.S. (1988). *Structural analysis and design of tall buildings*. New York, McGraw-Hill.
- TEZUKA, A. (1992). Adaptive remeshing process with quadrangular finite elements. *Advances in Engineering Software*, v.15, p.185-201.
- TIMOSHENKO, S.P. ; WOINOWSKY-KRIEGER, S. (1959). *Theory of plates and shells*. New York, McGraw-Hill.
- ZHU, J.Z. ; HINTON, E. ; ZIENKIEWICZ, O.C. (1991). Adaptive finite element analysis with quadrilaterals. *Computers & Structures*, v.40, n.5, p.1097-1104.
- ZIENKIEWICZ, O.C. ; PHILLIPS, D.V. (1971). An automatic mesh generation scheme for plane and curved surfaces by "isoparametric" co-ordinates. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v.3, p.519-528.