

**DESLOCAMENTOS TRANSVERSAIS
EM LAJES-COGUMELO**

Eng^a. TATIANA THEOPHILO SILVANY

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia
de São Carlos, da Universidade de São Paulo,
como parte dos requisitos para a obtenção
do Título de Mestre em Engenharia Civil.

ORIENTADOR: Prof. Dr. Libânio Miranda Pinheiro

**São Carlos
1996**

S585d

Silvany, Tatiana Theophilo

Deslocamentos transversais em lajes-cogumelo / Tatiana Theophilo
Silvany. -- São Carlos, 1996.
144p.

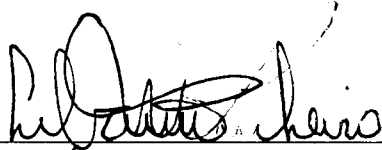
Dissertação (Mestrado) -- Escola de Engenharia de São Carlos-
Universidade de São Paulo, 1996.

Orientador: Prof. Dr. Libânio Miranda Pinheiro

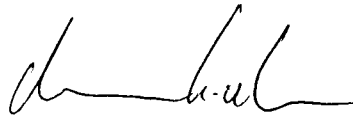
1. Lajes-cogumelo - concreto armado. 2. Lajes-cogumelo -
deslocamentos transversais. I. Título.

FOLHA DE APROVAÇÃO

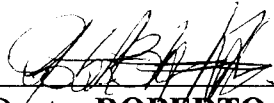
Dissertação defendida e aprovada em 26-11-1996
pela Comissão Julgadora:



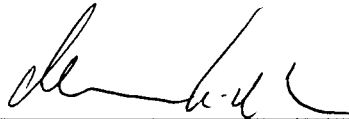
Prof. Doutor **LIBANIO MIRANDA PINHEIRO (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)



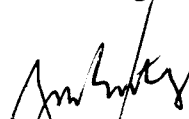
Prof. Assoc. **MOUNIR KHALIL EL DEBS**
(Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)



Prof. Doutor **ROBERTO CHUST CARVALHO**
(Universidade Federal de São Carlos - UFSCar)



Prof. Dr. **MOUNIR KHALIL EL DEBS**
Coordenador da área - Engenharia de Estruturas



JOSE CARLOS A. CINTRA
Presidente da Comissão de Pós-Graduação

A meus pais,
Arnaldo e Vera,
e a minha irmã,
Dani.

AGRADECIMENTOS

Aos meus familiares pelo apoio e incentivo, sempre presentes em todos os momentos.

Ao Prof. Libânio Miranda Pinheiro, pelo cuidadoso trabalho de orientação, pelo apoio e pela amizade demonstrada durante a elaboração desta pesquisa.

Aos Professores Márcio Roberto Silva Corrêa e Marcio Antonio Ramalho, pela preciosa colaboração.

Aos professores Antônio Carlos Mascarenhas (in memoriam) e Hernani Sávio Sobral, pelo incentivo dado para a realização deste trabalho.

Aos amigos Mônica, Inês e Carlos, pelo incentivo dado para a realização deste trabalho, também pelo carinho e apoio que me concederam.

Às amigas Edja e Suzana, pela agradável convivência e apoio demonstrados durante a realização deste trabalho.

À Ana Brandão, Anamaria e Cláudia, pelo apoio e amizade.

Aos amigos, colegas, professores e funcionários do Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos, pela amizade e pelo convívio.

Ao CNPq, pela bolsa de estudos concedida.

Acima de tudo, a Deus.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.....	i
LISTA DE TABELAS.....	iii
LISTA DE SÍMBOLOS.....	vi
RESUMO.....	xv
ABSTRACT.....	xvi
CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO.....	1
1.1 - GENERALIDADES.....	1
1.2 - OBJETIVOS.....	3
1.3 - PLANEJAMENTO.....	3
CAPÍTULO 2 - CONCEITOS BÁSICOS PARA CÁLCULO DOS DESLOCAMENTOS.....	5
2.1 - BASES PARA O CÁLCULO.....	5
2.1.1 - Estados Limites de Utilização.....	5
2.1.2 - Combinação das Ações.....	6
2.1.3 - Estádios de Comportamento.....	9
2.1.4 - Diagrama Momento-curvatura.....	11
2.1.5 - Retração e Fluência.....	12
2.2 - PARÂMETROS ENVOLVIDOS.....	14
2.2.1 - Resistência do Concreto.....	14
2.2.2 - Módulo de Elasticidade.....	15
2.2.3 - Momento de Inércia.....	15

2.3 - PROCESSO CONSTRUTIVO.....	19
2.4 - CÁLCULO DOS DESLOCAMENTOS.....	22
2.4.1 - Deslocamento Inicial.....	22
2.4.2 - Deslocamentos Devidos à Fluência e à Retração.....	23
2.4.3 - Critérios de Aceitação	27
CAPÍTULO 3 - PROCESSOS DE CÁLCULO	29
3.1 - PROCESSOS APROXIMADOS.....	32
3.1.1 - Processo dos Pórticos Equivalentes	33
3.1.2 - Processo de Rangan.....	36
3.1.3 - Processo das Vigas Cruzadas	41
3.2 - PROCESSO DOS ELEMENTOS FINITOS	41
3.2.1 - Análise elastoplástica de acordo com o diagrama momento-curvatura trilinear	42
3.2.2 - Implementação de Graham e Scanlon	47
CAPÍTULO 4 - EXEMPLOS	53
4.1 - EXEMPLO 1	53
4.1.1 - Dados do Pavimento.....	54
4.1.2 - Análise Linear	56
4.1.3 - Análise Não-linear - Uma Única Taxa de Armadura no Pavimento	58
4.1.4 - Análise Não-linear para Regiões com Diferentes Taxas de Armadura	63
4.1.5 - Cálculo dos Deslocamentos para as Ações de Serviço	65
4.1.6 - Cálculo dos Deslocamentos pelo Processo de Rangan	67
4.1.7 - Cálculo pelo Processo das Vigas Cruzadas.....	69
4.1.8 - Verificações do CEB-FIP MC90.....	70

4.1.9 - Verificações segundo o ACI 318-89	72
4.1.10 - Verificações da NB 1	72
4.1.11 - Análise de Resultados	73
4.2 - EXEMPLO 2	75
4.2.1 - Dados do Pavimento.....	75
4.2.2 - Resultados	78
4.2.3 - Análise de Resultados	81
4.3 - EXEMPLO 3	82
4.3.1 - Dados do Pavimento.....	83
4.3.2 - Resultados	85
4.3.3 - Análise de Resultados	89
CAPÍTULO 5 - CONCLUSÕES	91
ANEXO A - FATORES DE CORREÇÃO SEGUNDO O ACI 209R-92.....	96
A.1 - CONDIÇÕES PADRÃO	96
A.1.1 - Composição do Concreto	96
A.1.2 - Cura	97
A.1.3 - Condições Ambientais.....	97
A.1.4 - Geometria do Elemento Estrutural	97
A.1.5 - História do Carregamento.....	98
A.1.6 - Condições de Tensão	98
A.2 - FATORES DE CORREÇÃO.....	98
A.2.1 - Idade de Carregamento.....	99
A.2.2 - Período de Cura	99
A.2.3 - Umidade Ambiente.....	99
A.2.4 - Dimensão e Forma do Elemento	100
A.2.5 - Composição do Concreto	102

ANEXO B - DADOS COMPLEMENTARES PARA O	
EXEMPLO 2.....	104
B.1 - ARMAÇÃO	104
B.2 - CÁLCULO DO DESLOCAMENTO - PROCESSO	
DE RANGAN	107
ANEXO C - DADOS COMPLEMENTARES PARA O	
EXEMPLO 3.....	109
C.1 - ARMAÇÃO	109
C.2 - DETERMINAÇÃO DO DESLOCAMENTO AO LONGO	
DO TEMPO	110
C.3 - CÁLCULO DO DESLOCAMENTO - PROCESSO	
DE RANGAN	114
APÊNDICE I - RECOMENDAÇÕES DE NORMAS.....	116
I.1 - PRESCRIÇÕES DA NB 1	116
I.1.1 - NB 1/1978.....	116
I.1.2 - NB 1/1994 (Projeto de Revisão).....	118
I.2 - PRESCRIÇÕES DO ACI 318-89.....	122
I.2.1 - Espessuras Limites.....	122
I.2.2 - Estimativa dos Deslocamentos	123
I.3 - PRESCRIÇÕES DO CEB-FIP MC90.....	126
I.3.1 - Estimativa dos Deslocamentos	126
I.3.2 - Estimativa da Relação Vão/Altura Útil (l/d)	128
I.4 - PRESCRIÇÕES DO EUROCODE 2 (1992)	130
I.4.1 - Deslocamentos Limites.....	131

I.4.2 - Estimativa da Relação Vão/Altura Útil (l/d)	131
I.4.3 - Estimativa dos Deslocamentos	131
I.5 - COEFICIENTE DE FLUÊNCIA	133
I.5.1 - Indicações da NBR 7197/89	133
I.5.2 - Indicações do CEB-FIP MC90	135
I.5.3 - Indicações do Eurocode 2 (1992).....	136
I.5.4 - Indicações do Projeto de Norma NB 1/94	137
I.5.5 - Idade Fictícia.....	138
BIBLIOGRAFIA.....	139

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1	- Diagramas fictícios de tensão e de deformação considerados para a formação de fissuras.....	10
Figura 2.2	- Diagrama momento-curvatura do CEB-FIP, flexão simples [FAVRE e CHARIF, 1994].....	12
Figura 2.3	- Sistema de lajes, fôrmas e escoras (Sbarounis, 1984).....	20
Figura 2.4	- Esquema da história de carregamento de lajes de edifícios.....	21
Figura 3.1	- Esquema para cálculo do deslocamento no centro da laje [NILSON e WALTERS, 1975].....	34
Figura 3.2	- Esquema da viga para o cálculo do deslocamento [SCANLON e MURRAY, 1982].....	35
Figura 3.3	- Modelo para cálculo dos deslocamentos [RANGAN, 1976].....	37
Figura 3.4	- Definição de viga rígida, segundo Rangan.....	40
Figura 3.5	- Diagrama momento-curvatura trilinear.....	43
Figura 3.6	- Fissuração do concreto.....	44
Figura 3.7	- Escoamento das armaduras.....	45
Figura 3.8	- Situação última.....	46
Figura 3.9	- Diagrama momento-curvatura para análise em estágios de carregamento.....	50
Figura 3.10	- Rotina iterativa para considerar a fissuração [GRAHAM, 1984].	51
Figura 3.11	- Deslocamento incremental [GRAHAM, 1984].....	52
Figura 4.1	- Forma do pavimento.....	55
Figura 4.2	- Região analisada.....	56
Figura 4.3	- Malha utilizada na análise por elementos finitos.....	56
Figura 4.4	- Momento m_x - kN.m/m - Linear.....	57

Figura 4.5	- Diagrama momento - curvatura - $a_s = 8,40 \text{ cm}^2/\text{m}$	58
Figura 4.6	- Momento m_x - kN.m/m - Não-linear - $a_s = 8,40 \text{ cm}^2/\text{m}$	59
Figura 4.7	- Diagrama momento - curvatura - $a_s = 7,35 \text{ cm}^2/\text{m}$	60
Figura 4.8	- Momento m_x - kN.m/m - Não-linear - $a_s = 7,35 \text{ cm}^2/\text{m}$	60
Figura 4.9	- Diagrama momento - curvatura - $a_s = 6,30 \text{ cm}^2/\text{m}$	61
Figura 4.10	- Momento m_x - kN.m/m - Não-linear - $a_s = 6,30 \text{ cm}^2/\text{m}$	61
Figura 4.11	- Diagrama momento - curvatura - $a_s = 5,04 \text{ cm}^2/\text{m}$	62
Figura 4.12	- Momento m_x - kN.m/m - Não-linear - $a_s = 5,04 \text{ cm}^2/\text{m}$	62
Figura 4.13	- Regiões de armadura - Casos 1, 2 e 3.....	63
Figura 4.14	- Regiões de armadura - Caso 4.....	65
Figura 4.15	- Deslocamentos verticais - cm - Não-linear - Estado limite de utilização.....	66
Figura 4.16	- Forma do pavimento.....	76
Figura 4.17	- Região analisada (dimensões em metros).....	77
Figura 4.18	- Gráfico de barras representando os deslocamentos.....	81
Figura 4.19	- Esquema do pavimento.....	84
Figura 4.20	- Deslocamentos ao longo do tempo, segundo o ACI 209R-92.....	86
Figura 4.21	- Diagrama de barras com os deslocamentos finais.....	87
Figura B.1	- Regiões da laje que apresentam diferentes áreas de aço.....	106
Figura C.1	- Esquema para a armação da laje.....	109
Figura I.3.1	- Diagrama de momento fletor, definindo ℓ_a , ℓ_b e ℓ_0	128

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1	- Deslocamentos no centro do painel interno (cm).....	67
Tabela 4.2	- Área de aço para o cálculo do deslocamento por Rangan.....	68
Tabela 4.3	- Cálculo dos deslocamentos segundo Rangan.....	69
Tabela 4.4	- Resumo dos deslocamentos (cm).....	73
Tabela 4.5	- Casos considerados.....	77
Tabela 4.6	- Deslocamento no centro do painel interno para a carga total.....	80
Tabela 4.7	- Aumento no deslocamento, decorrente da fissuração.....	80
Tabela 4.8	- Valores relativos dos deslocamentos considerando a fissuração..	80
Tabela 4.9	- Deslocamentos imediatos.....	86
Tabela 4.10	- Deslocamentos finais - período de 850 dias.....	87
Tabela 5.1	- Deslocamentos obtidos nas análises numéricas (exemplo 2).....	92
Tabela 5.2	- Resumo de resultados dos exemplos 1 e 2.....	92
Tabela 5.3	- Resumo dos deslocamentos, exemplo 1 (cm).....	93
Tabela 5.4	- Deslocamentos obtidos utilizando vigas cruzadas e as análises numéricas (exemplo 2).....	94
Tabela A.1	- Composição do concreto.....	96
Tabela A.2	- Condições de cura.....	97
Tabela A.3	- Condições ambientais.....	97
Tabela A.4	- Geometria.....	98
Tabela A.5	- Aplicação das ações.....	98
Tabela A.6	- Fator de correção γ_{tc}	99
Tabela A.7	- Fator de correção γ_h	101

Tabela B.1	- Áreas de aço - casos 1 e 3.....	104
Tabela B.2	- Áreas de aço - caso 2.....	105
Tabela B.3	- Áreas de aço - caso 4.....	105
Tabela B.4	- Dados para o cálculo dos deslocamentos segundo Rangan.....	108
Tabela B.5	- Deslocamentos segundo Rangan.....	108
Tabela C.1	- Valores das áreas de aço para cada região da laje (cm ² /m).....	109
Tabela C.2	- Fator de correção para o coeficiente de fluência.....	111
Tabela C.3	- Fator de correção para a deformação por retração.....	111
Tabela C.4	- Deslocamentos devidos à fluência segundo o ACI 209R-92.....	112
Tabela C.5	- Deslocamentos devidos ao arqueamento por retração segundo o ACI 209R-92.....	113
Tabela C.6	- Deslocamentos totais (cm).....	114
Tabela C.7	- Deslocamentos segundo Rangan.....	115
Tabela I.1.1	- Limites para deslocamentos com base na aceitabilidade sensorial.....	118
Tabela I.1.2	- Limites para deslocamentos da estrutura em serviço.....	119
Tabela I.1.3	- Limites para deslocamentos baseados nos efeitos em elementos não-estruturais.....	120
Tabela I.2.1	- Espessura mínima para lajes sem vigas.....	123
Tabela I.2.2	- Valores do fator ξ	125
Tabela I.2.3	- Deslocamentos limites.....	125
Tabela I.3.1	- Fator de correção η para estimativa dos deslocamentos.....	127
Tabela I.3.2	- Valores de λ_0 para peças de concreto armado sem compressão axial.....	130

Tabela I.4.1	- Valor da resistência média do concreto à tração (MPa), segundo a tabela 3.1 do código.....	132
Tabela I.4.2	- Valor do módulo de elasticidade secante (MPa), segundo a tabela 3.2 do código.....	132

LISTA DE SÍMBOLOS

A_c	área da seção transversal da peça
A_s	área de aço tracionado
a_s	área de aço tracionado por metro de laje
A'_s	área de aço comprimido
a'_s	área de aço comprimido por metro de laje
b	base da seção transversal
c	consumo de cimento
d	altura útil da seção
D	rigidez à flexão por unidade de largura de placa
D_A	rigidez à flexão da placa que corresponde ao trecho inicial do diagrama momento-curvatura trilinear, do zero até o ponto A
D_B	rigidez à flexão da placa que corresponde ao segundo trecho do diagrama momento-curvatura trilinear, do ponto A ao ponto B
D_C	rigidez à flexão da placa que corresponde ao terceiro trecho do diagrama momento-curvatura trilinear, do ponto B ao ponto C
E_c	módulo de elasticidade do concreto
$E_{c,ef}$	módulo de elasticidade reduzido, para levar em conta o efeito da fluência
E_s	módulo de elasticidade do aço
E_x e E_y	módulos de elasticidade do concreto nas direções x e y, utilizados na implementação de GRAHAM e SCANLON (1985)
f'_c	resistência do concreto à compressão, segundo o ACI 318-89
f_r	resistência do concreto à tração na flexão, segundo o ACI 318-89
f_{ct}	resistência do concreto à tração na flexão
f_{ctm}	resistência do concreto à tração na flexão, segundo a NBR 7197/1989
f_{cm}	resistência média do concreto à compressão

f_{ck}	resistência característica do concreto à compressão, segundo a NB 1/78
f_{tk}	resistência característica do concreto à tração axial, segundo a NB 1/78
f_y	resistência de escoamento do aço
f_{yk}	resistência característica de escoamento do aço à tração
$\frac{f_c(t_0)}{f_c(t_\infty)}$	função de crescimento da resistência do concreto com a idade, utilizado pela NBR 7197/1989 para o cálculo da fluência
$F_{d,uti}$	ação de cálculo para a verificação dos estados limites de utilização
$F_{g,k}$ ou g	ação permanente característica
$F_{q,k}$ ou q	ação variável característica
F_i	ação total por unidade de área (processo de Rangan)
F_t	ação de longa duração por unidade de área (processo de Rangan)
G_{xy}	módulo de elasticidade transversal do concreto
h	altura da seção transversal, espessura da laje
h_0	espessura fictícia da peça, indicada no CEB-FIP MC90 e no Eurocode 2 (1992)
h_{fic}	espessura fictícia da peça, segundo a NBR 7197/89
H'_B	parâmetro de endurecimento correspondente ao trecho AB do diagrama momento-curvatura trilinear
H'_C	parâmetro de endurecimento correspondente ao trecho BC do diagrama momento-curvatura trilinear
I	momento de inércia
I_{cr}	momento de inércia da seção fissurada
I_e	momento de inércia efetivo, obtido pela expressão de Branson
I_g	momento de inércia da seção não-fissurada, sem considerar a armadura
I_c	momento de inércia da seção na faixa central (processo de Rangan)
I_p	momento de inércia da seção na faixa dos pilares (processo de Rangan)

I_{port}	momento de inércia da seção de largura total da laje, para o processo dos pórticos equivalentes
I_{faixa}	momento de inércia da seção com a largura de uma faixa da laje, para o processo dos pórticos equivalentes
K_{eq}	rigidez do pilar equivalente no processo dos pórticos equivalentes
K_{ℓ}	coeficiente para levar em conta o comprimento do vão, utilizado na verificação da relação vão/altura útil, para a dispensa do cálculo dos deslocamentos, segundo o CEB-FIP MC90
K_t	coeficiente para levar em conta a forma da seção transversal na verificação da relação vão/altura útil para a dispensa do cálculo dos deslocamentos, segundo o CEB-FIP MC90
K_1	coeficiente para o cálculo do deslocamento pelo processo de Rangan
K_2	coeficiente para o cálculo do deslocamento pelo processo de Rangan
ℓ	vão da laje em uma determinada direção; geralmente os vãos são diferenciados nas direções como ℓ_1 e ℓ_2
ℓ_n	vão livre
m_x e m_y	momentos por metro de laje, nas direções x e y
M_A	momento do ponto A do diagrama momento-curvatura trilinear, que é o momento de fissuração
M_B	momento do ponto B do diagrama momento-curvatura trilinear, que é o momento em que se inicia o escoamento da armadura
M_C	momento do ponto C do diagrama momento-curvatura trilinear, que é o momento último da seção
M_a	momento máximo atuante no elemento, para o cálculo do momento de inércia efetivo
M_{cr}	momento de fissuração
$(M_0)_{faixa}$	momento de referência de uma faixa, que é dividido entre uma parcela de momento negativo e uma parcela de momento positivo (SCANLON e MURRAY, 1982)
M_1 e M_2	momentos nos apoios

M_m	momento máximo no meio do vão
M_{port}	momento calculado para a seção de largura total da laje, para o processo dos pórticos equivalentes
M_{faixa}	momento calculado para a faixa da laje, para o processo dos pórticos equivalentes
M_{pp}	momento máximo devido à ação do peso próprio do elemento estrutural
M_v	momento máximo devido às ações variáveis
ΔM	momento descompensado no pilar (processo dos pórticos equivalentes)
p	carregamento transversal uniformemente distribuído
p_s	ação equivalente de uma faixa nos cálculos propostos por SCANLON e MURRAY (1982)
Δq	parcela da ação variável de caráter permanente
sl	valor do slump
t	idade do concreto, que durante o cálculo da fluência deve ser ajustado de acordo com a temperatura e o tipo de cimento usado
t_{ta}	idade de carregamento
T	temperatura média do ambiente
u_{ar}	perímetro da seção transversal em contato com o ambiente
U	umidade relativa
v/s	relação volume - superfície da seção transversal de um elemento estrutural
w	deslocamento transversal
w_{cp}	deslocamento adicional devido à fluência
w_e	deslocamento elástico calculado para rigidez da seção bruta, desprezando a armadura; é utilizado na estimativa do deslocamento final indicado no CEB-FIP MC90
w_i	deslocamento imediato
w_{sh}	deslocamento causado por arqueamento devido à retração

W_{faixa}	deslocamento total no centro de uma faixa para o processo dos pórticos equivalentes
$W_{\text{ref,faixa}}$	deslocamento de referência de uma faixa para o processo dos pórticos equivalentes
W_{ref}	deslocamento de referência para o processo dos pórticos equivalentes, que é o deslocamento de uma viga biengastada com carga uniformemente distribuída, considerando a largura total da laje
w_{θ}	deslocamento que surge com a rotação do apoio (processo dos pórticos equivalentes)
w_u	deslocamento total no centro do painel, segundo Rangan
w_p	deslocamento na faixa dos pilares, segundo Rangan
w_c	deslocamento na faixa central, segundo Rangan
W_c	peso específico do concreto, segundo o ACI 318-89
W_r	módulo de resistência da seção, indicado no cálculo do momento de fissuração do CEB-FIP MC-90
x	profundidade da linha neutra; também é usado para indicar o eixo x
x_{Ia}	profundidade da linha neutra no estágio Ia
y_t	distância da linha neutra à fibra de concreto mais tracionada, indicada no cálculo do momento de fissuração segundo o ACI 318-89
α	índice de vazios do concreto
α_c	coeficiente que depende do tipo do cimento, usado na determinação da idade fictícia
α_e	relação entre o módulo de elasticidade do aço e do concreto (E_s / E_c)
α_x e α_y	graus de fissuração nas direções x e y , utilizados na implementação de GRAHAM e SCANLON (1985)
β_b	coeficiente multiplicador do momento de fissuração indicado no diagrama momento-curvatura do CEB, para levar em consideração o efeito das ações de longa duração
β_c	coeficiente para cálculo do deslocamento elástico para a faixa central de um painel interior pelo processo de Rangan.

β_p	coeficiente para cálculo do deslocamento elástico para a faixa dos pilares de um painel interior pelo processo de Rangan
β_d	coeficiente relativo à deformação lenta reversível, segundo a NBR 7197/89
$\beta_f(t)$ ou $\beta_f(t_0)$	coeficiente relativo à deformação lenta irreversível, função da idade do concreto, segundo a NBR 7197/89
$\beta(t, t_0)$	coeficiente que descreve o desenvolvimento da fluência com o tempo, usado na estimativa de fluência segundo o CEB-FIP MC-90 e o Eurocode 2 (1992)
β_h	fator que leva em consideração a umidade relativa ambiente e a espessura fictícia da laje no coeficiente $\beta(t, t_0)$
$\chi = 1/r$	curvatura da seção
χ_A, χ_B e χ_C	curvaturas nos pontos A, B e C do diagrama momento-curvatura trilinear
ϵ_c	deformação do concreto; ϵ_{ci} é a deformação imediata e ϵ_{cf} é a deformação final (com o efeito da fluência)
ϵ_s	deformação do aço
ϵ_{sh}	deformação de retração que varia com o tempo, segundo o ACI 209R-92
$\epsilon_{sh,u}$	deformação última de retração, segundo o ACI 209R-92
ϵ_t	deformação do concreto na fibra mais tracionada
ϵ_x e ϵ_y	deformações nas direções x e y
ϕ	coeficiente de fluência
ϕ_a	coeficiente de fluência rápida, segundo a NBR 7198/1989
$\phi_{d\infty}$	valor final do coeficiente de deformação lenta reversível, segundo a NBR 7197/89
$\phi_{f\infty}$	= $\phi_{1c} \cdot \phi_{2c}$ é o valor final do coeficiente de deformação lenta irreversível segundo a NBR 7197/89
ϕ_{1c}	coeficiente que depende da umidade relativa do ambiente e da consistência do concreto

ϕ_{2c}	coeficiente que depende da espessura fictícia da peça (h_{fic})
ϕ_{cc}	multiplicador para a obtenção do deslocamento final; leva em conta o efeito da fluência nos deslocamentos
ϕ_{sh}	curvatura provocada pela retração
ϕ_0	valor de referência do coeficiente de fluência na idade t_0 (instante do carregamento), usado na estimativa da fluência usando o CEB-FIP MC-90 e o Eurocode 2 (1992)
γ	coeficiente que depende da umidade relativa do ambiente U , usado na determinação da espessura fictícia pelas indicações da NBR 7197/89
γ_c	coeficiente de minoração aplicado na resistência do concreto para obtenção da resistência de cálculo
γ_f	coeficiente de ponderação das ações $\gamma_f = \gamma_{f1} \cdot \gamma_{f3}$
γ_{f1}	parcela do coeficiente de ponderação que leva em conta as incertezas com relação às ações
γ_{f3}	parcela do coeficiente de ponderação que leva em conta as incertezas com relação aos esforços
γ_s	coeficiente de minoração aplicado na resistência do aço para obtenção da resistência de cálculo
γ_{cf}	fator de correção a ser aplicado no coeficiente de fluência último recomendado pelo ACI 209R-92, obtido pela mutiplicação de todos os fatores de correção parciais
γ_{dr}	fator de correção a ser aplicado na deformação por retração última recomendada pelo ACI 209R-92, obtido pela mutiplicação de todos os fatores de correção parciais
γ_{cc}	fator de correção calculado em função do consumo de cimento, para considerar a composição do concreto na deformação de retração última do ACI 209R-92
γ_h	fator de correção para considerar a dimensão e a forma do elemento estrutural no coeficiente de fluência último e na deformação de retração última do ACI 209R-92

$\gamma_{\ell a}$	fator de correção para considerar a idade de carregamento no coeficiente de fluência último do ACI 209R-92
γ_{sl}	fator de correção calculado em função do slump, para considerar a composição do concreto no coeficiente de fluência último e na deformação de retração última do ACI 209R-92
γ_{tc}	fator de correção para considerar período de cura na deformação de retração última do ACI 209R-92
γ_U	fator de correção para considerar a umidade ambiente no coeficiente de fluência último e na deformação de retração última do ACI 209R-92
γ_{α}	fator de correção calculado em função do índice de vazios, para considerar a composição do concreto no coeficiente de fluência último e na deformação de retração última do ACI 209R-92
γ_v	fator de correção em função da porcentagem de agregados finos, para considerar a composição do concreto no coeficiente de fluência último e na deformação de retração última do ACI 209R-92
γ_{xy}	distorção angular
η	fator de correção, que inclui os efeitos da fissuração e da fluência, indicado para a estimativa dos deslocamentos pelo CEB-FIP MC90
λ	multiplicador para a obtenção dos deslocamentos adicionais devidos à fluência e à retração, indicado no ACI 318-89
λ_0	relação vão/altura útil básica, que é utilizada nos cálculos do CEB-FIP MC90 para a dispensa do cálculo dos deslocamentos
ν	coeficiente de poisson do concreto
ν_x e ν_y	coeficientes de poisson do concreto nas direções x e y, utilizados na implementação de GRAHAM e SCANLON (1985)
ν_t	coeficiente de fluência de acordo com o tempo, indicado no ACI 209R-92
ν_u	coeficiente de fluência último, definido pela razão entre a deformação de fluência e a deformação inicial, indicado no ACI 209R-92

θ	rotação do pilar no pavimento em questão (processo dos pórticos equivalentes)
ρ	taxa de armadura de tração
ρ_p	taxa média de armadura de tração na faixa dos pilares (processo de Rangan)
ρ'	taxa de armadura de compressão
σ_x e σ_y	tensões normais nas direções x e y
τ_{xy}	tensão tangencial
ξ	fator utilizado no cálculo de λ , que depende do tempo de atuação das ações
ξ_r	fator corretivo para considerar a armadura de compressão no cálculo do deslocamento adicional devido à fluência, indicado no ACI 209R-92
ξ_w	coeficiente tabelado que depende das condições de contorno, que é usado para calcular o deslocamento devido ao arqueamento por retração, recomendado pelo ACI 209R-92
ψ	relação em peso dos agregados finos e agregados totais
ψ_0	fator de combinação que leva em conta a baixa probabilidade de ocorrência simultânea dos valores característicos de duas ou mais ações variáveis
ψ_2	fator de combinação para as combinações quase-permanentes
ζ	coeficiente de distribuição utilizado para a estimativa do deslocamento segundo o Eurocode 2 (1992)

RESUMO

SILVANY, T.T. (1996). Deslocamentos transversais em lajes-cogumelo. São Carlos. 144p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

Lajes-cogumelo são sistemas estruturais que apresentam uma série de vantagens em relação aos sistemas convencionais. Por outro lado, com a retirada das vigas, podem surgir problemas como o deslocamento transversal das lajes, a instabilidade global do edifício e a punção da laje pelo pilar.

Este trabalho concentra-se no estudo dos deslocamentos transversais das lajes-cogumelo, procurando-se fazer a comparação entre deslocamentos calculados por diferentes processos: o das vigas cruzadas, o de Rangan e o dos elementos finitos. São abordados conceitos básicos para o cálculo desses deslocamentos, o estado de fissuração a ser adotado na determinação da rigidez e os efeitos da fluência e da retração do concreto, que foram baseados no ACI 209R-92.

São apresentados três exemplos de aplicação. Com base nos resultados obtidos, verifica-se que os valores dos deslocamentos calculados pelos diferentes processos dependem muito da rigidez considerada, uma vez que é grande a influência do estado de fissuração nos deslocamentos da laje. Nos dois primeiros exemplos, pode-se observar que a diferença de resultados entre o processo de Rangan (que adota um estado padrão de fissuração) e a análise por elementos finitos (considerando a fissuração) é muito variável; os resultados diferem de 1% a 200%. Os resultados obtidos com dois programas de elementos finitos (que consideram a fissuração de formas diferentes) não apresentam diferenças maiores que 14%.

Palavras-chave: concreto armado; lajes-cogumelo; deslocamentos transversais.

ABSTRACT

SILVANY, T.T. (1996). *Flat plate deflections*. São Carlos. 144p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

Flat plates are structural systems that present some advantages when compared to slabs with beams. On the other hand, when beams are removed some problems can arise, such as slab deflections, global instability of the building and punching shear.

This work deals with the flat plate deflections, comparing computed deflections using different procedures: crossing beam method, Rangan method and finite element method. Basic concepts for the calculation of these deflections, the cracking stage to be adopted in order to determine the stiffness and the effects of concrete creep and shrinkage using the ACI 209R-92 are presented.

Three examples are developed. Based on the results, it is noticed that the computed deflections using different procedures depend on the esteemed stiffness, since the influence of cracking stage in the slab deflections is great. In the first two examples, the difference between the results calculated using the Rangan method (which adopts a standard cracking stage) and the finite element method (considering cracking) is very variable; the results differ within a range of 1% to 200%. The results calculated with two finite element program (which consider cracking by different ways) do not present differences greater than 14%.

Keywords: reinforced concrete; flat plates; deflections.

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

1.1 - GENERALIDADES

Lajes-cogumelo, objetos de estudo deste trabalho, são sistemas estruturais bastante atraentes no ponto de vista econômico e arquitetônico, possibilitando tetos lisos e com isso a liberdade na definição dos espaços internos. Este tipo de estrutura proporciona também facilidades na execução das fôrmas e no projeto e na execução das instalações.

Por outro lado, com a eliminação das vigas, surgem alguns problemas como os deslocamentos transversais das lajes, a estabilidade global do edifício e a punção da laje pelo pilar. Este trabalho se concentrará no estudo dos deslocamentos transversais; sabe-se que em lajes-cogumelo estes deslocamentos são maiores do que os das lajes apoiadas sobre vigas, para uma mesma rigidez e um mesmo vão.

O estudo desses deslocamentos é de grande importância, porque podem causar uma série de problemas que prejudicam o desempenho satisfatório da estrutura. A ocorrência de deslocamentos que ultrapassem determinados limites podem causar desconforto aos usuários, danos a elementos não-estruturais e interferência no funcionamento da própria estrutura.

As normas de cálculo geralmente tratam o assunto da seguinte forma: estabelecem uma altura útil mínima para os elementos, a partir da qual não é

necessária a verificação dos deslocamentos, e para elementos com altura útil menor que a estabelecida deve ser feito o cálculo dos deslocamentos e a comparação destes com valores limites especificados.

A determinação do valor do deslocamento envolve um grande número de variáveis. Há uma série de fatores que têm influência sobre os deslocamentos, podendo ser citados: ações de serviço e história do carregamento, retração e fissuração do concreto, fluência, resistência do concreto, processo construtivo etc. A consideração adequada dos parâmetros de cálculo é de fundamental importância para que se chegue a valores próximos dos que irão ocorrer durante a vida útil da peça.

Para a determinação dos deslocamentos existem tabelas baseadas na teoria de placas elásticas, processos aproximados e processos numéricos que facilitam o cálculo desses deslocamentos, como o processo dos elementos finitos, que será utilizado neste trabalho.

Um ponto muito importante é a determinação da rigidez, que está bastante interligada com o problema da fissuração do concreto. A fissuração tem influência sobre a rigidez do elemento e determinar o grau de fissuração da peça é uma tarefa difícil, mesmo porque a fissuração é um fenômeno que ocorre progressivamente, dependendo dos momentos fletores e, à medida que esta ocorre, há uma redistribuição de momentos.

A NB 1/1978 permite o cálculo do deslocamento transversal de lajes considerando a rigidez do concreto não-fissurado (estádio I) e o de vigas considerando a rigidez do concreto fissurado (estádio II). Como normalmente as peças fletidas de concreto armado estão parte no estágio I e parte no estágio II, nas seções mais solicitadas geralmente há fissuração, mas à medida que se afasta dessas regiões tem-se seções não fissuradas. O ACI fornece uma expressão empírica (Fórmula de Branson) para o cálculo do momento de inércia efetivo, com o qual se obtém uma rigidez equivalente, situada entre a inércia do estágio I e a do estágio II.

Nas lajes onde a taxa de armadura é muito pequena, a razão entre a rigidez da seção não-fissurada e a rigidez da seção fissurada (EI_g/EI_{cr}) é muito grande; assim a quantidade de fissuras tem uma influência importante no deslocamento transversal final.

Hoje tem-se disponibilidade de programas de elementos finitos que analisam lajes de concreto com comportamento elastoplástico. Desta forma o fenômeno da fissuração tem uma representação mais próxima da real.

1.2 - OBJETIVOS

O objetivo principal consiste em fazer uma análise dos deslocamentos transversais em lajes-cogumelo. Será feito um estudo comparativo entre os deslocamentos transversais obtidos por diferentes processos de cálculo.

Serão observados resultados obtidos por programas de elementos finitos que fazem análise elástica linear e análise considerando a não-linearidade física do concreto. Também serão estudados processos simplificados para cálculo dos deslocamentos, como o processo das vigas cruzadas e o processo de Rangan. Dos três exemplos considerados, em um deles serão feitas comparações dos deslocamentos calculados com medidas experimentais de uma laje de edifício.

1.3 - PLANEJAMENTO

Neste capítulo 1 apresenta-se o trabalho, com seus objetivos e planejamento. No capítulo 2 são abordados conceitos básicos para o cálculo de deslocamentos transversais em elementos fletidos. São definidos os estados limites de utilização, as combinações de ações na estrutura, os coeficientes de segurança a serem aplicados, segundo a NBR 8681/84 - Ações e Segurança nas Estruturas, e o cálculo do momento

de inércia através da expressão de Branson. São abordados também os deslocamentos devidos à retração e à fluência e são apresentadas as indicações do ACI 209R-92 para a realização deste cálculo.

O capítulo 3 apresenta alguns processos para cálculo de deslocamentos: Processo de Rangan, Processo das Vigas Cruzadas e o Processo dos Elementos Finitos. Utilizando o Processo dos Elementos Finitos, é considerada a não-linearidade física nas placas de concreto armado.

No capítulo 4 são apresentados três exemplos de cálculo dos deslocamentos transversais para painéis de lajes-cogumelo e o capítulo 5 apresenta as conclusões. O trabalho tem três anexos e um apêndice. No primeiro anexo são apresentados os fatores de correção utilizados no cálculo dos deslocamentos devidos à fluência e à retração, segundo o ACI 209R-92. Nos outros dois anexos, estão os dados complementares para dois dos exemplos. No apêndice estão as recomendações de normas nacionais e de algumas normas internacionais, sobre o tema ora abordado.

CAPÍTULO 2 - CONCEITOS BÁSICOS PARA CÁLCULO DOS DESLOCAMENTOS

São apresentados os fatores que interferem na determinação dos deslocamentos e como estes devem ser considerados no cálculo.

2.1 - BASES PARA O CÁLCULO

Neste item são definidos os estados limites de utilização, com enfoque ao estado de deformação excessiva. É definida a combinação das ações para a verificação desse estado limite, são apresentados os estádios de comportamento das seções de concreto submetidas a momento fletor e o diagrama momento-curvatura. São também definidas as deformações dependentes do tempo: retração e fluência.

2.1.1 - Estados Limites de Utilização

As estruturas de concreto armado devem ser projetadas para atender aos critérios de segurança contra a ruína e também satisfazer às condições de utilização. Os estados limites de utilização correspondem às exigências funcionais e de durabilidade da estrutura. São aqueles que correspondem a efeitos estruturais que não respeitam as condições especificadas para o uso normal do edifício.

A NB 1/1978 define três estados limites de utilização: estado de formação de fissuras, estado de fissuração inaceitável e estado de deformação excessiva. Neste trabalho será estudado o estado limite de deformação excessiva, dando enfoque aos deslocamentos em lajes-cogumelo de concreto armado.

A ocorrência de deslocamentos que ultrapassem determinados limites podem causar desconforto aos usuários, danos a elementos não estruturais e interferir no funcionamento da própria estrutura. Alguns desses problemas são relacionados a seguir:

- deslocamentos excessivos em elementos estruturais visíveis e vibração em pisos causam sensações desagradáveis aos usuários;
- paredes rígidas que se apoiam em elementos flexíveis podem fissurar, pois as paredes não acompanham a deformação da estrutura;
- esquadrias de portas e de janelas podem ser danificadas ou ter funcionamento insatisfatório;
- no caso de balanços, em especial em lajes de cobertura, os deslocamentos podem causar uma inversão na inclinação da laje, interferindo na drenagem das águas de chuva.

2.1.2 - Combinação das Ações

O cálculo dos deslocamentos é feito para as ações de serviço; estas procuram quantificar as ações efetivamente atuantes na peça durante sua vida útil. São definidas combinações de ações que tentam representar, da forma mais próxima do real, o carregamento atuante.

Nas ações de serviço não são aplicados os coeficientes de majoração utilizados no dimensionamento da seção. Segundo a NBR 8681/1984, os coeficientes

de ponderação para a verificação dos estados limites de utilização devem ser tomados como $\gamma_f = 1$, salvo exigência em contrário, expressa em norma especial.

A verificação dos estados limites de utilização é feita em função de valores reduzidos de utilização. Para a verificação da segurança em relação ao estado limite de deformações excessivas, devem ser admitidas as combinações quase-permanentes de utilização, de acordo com o anexo da NBR 7197/1989.

As combinações quase-permanentes das ações, definidas na NBR 8681/84, são aquelas que podem atuar durante grande parte do período de vida da estrutura. Todas as ações variáveis são consideradas com seus valores quase-permanentes $\psi_2 F_q$.

$$F_{d,uti} = \sum_{i=1}^m F_{gi,k} + \sum_{j=1}^n \psi_{2,j} \cdot F_{qj,k} \quad (2.1)$$

$F_{d,uti}$ é a ação de cálculo para a verificação dos estados limites de utilização

$F_{gi,k}$ é a ação permanente característica

$F_{qi,k}$ é a ação variável característica

ψ_2 é o fator de combinação para as combinações quase-permanentes

O valor de ψ_2 é dado de acordo com o tipo da ação. Considerando as ações variáveis de edifícios, ψ_2 é dado por:

- $\psi_2 = 0,2$ para locais em que não há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longo período de tempo e nem de elevadas concentrações de pessoas;
- $\psi_2 = 0,4$ para locais onde há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos ou elevadas concentrações de pessoas;
- $\psi_2 = 0,6$ para o caso de bibliotecas, arquivos, garagens e oficinas.

Na NBR 8681/1984 encontra-se a tabela com os valores de ψ_2 , na qual há outras situações além do caso de ações em edifícios.

No CEB-FIP MC90 é indicado que, para a verificação dos estados limites de utilização, deve-se considerar a combinação frequente das ações no cálculo dos deslocamentos ao longo do tempo e a combinação rara das ações para o cálculo do deslocamento imediato.

O ACI 318-89 não define um fator redutor para as ações variáveis na verificação dos deslocamentos; é apenas especificado que as ações não devem estar multiplicadas pelos fatores de majoração aplicados no dimensionamento. Quando os limites de deslocamentos são fornecidos, é feita a indicação do carregamento a ser utilizado para a verificação. Os deslocamentos considerados são o deslocamento imediato da ação variável e o deslocamento das ações de longa duração que ocorrem depois da instalação dos elementos não-estruturais. Segundo MACGREGOR (1992), para a estimativa do deslocamento das ações de longa duração, é desejável considerar a parcela quase-permanente das ações variáveis (geralmente de 20% a 30% da ação variável).

No ACI 435.9R-91 é indicado que o deslocamento imediato da ação variável é obtido do deslocamento calculado para a ação total menos o calculado para a ação permanente. Sob carregamento crescente, dois valores para momento de inércia devem ser usados para o cálculo do deslocamento nesses dois níveis de ações. O deslocamento da ação permanente é calculado para o estado de fissuração da peça submetida ao carregamento das ações permanentes e o deslocamento devido à ação total é calculado para o estado de fissuração da peça submetida ao carregamento da ação total. Isto porque, quando a ação variável é aplicada, os momentos fletores crescem e causam mais fissuração na peça; conseqüentemente a inércia efetiva sofre uma redução. No momento em que a ação variável é retirada, o valor do deslocamento devido à ação permanente não retorna ao seu valor inicial; este será maior porque a peça está mais fissurada. O deslocamento imediato da ação variável é

calculado da forma ora descrita porque é na primeira vez que a ação variável é aplicada que vai se verificar o maior deslocamento imediato por causa da mudança do estado de fissuração. Para a verificação dos deslocamentos da ação permanente e da ação total é utilizada a fissuração correspondente ao carregamento da ação total. O estado de fissuração da peça é um aspecto importante no cálculo do deslocamento. O cálculo do momento de inércia da seção fissurada é tratado no item 2.2.3 do presente trabalho.

No caso de edifícios de vários pavimentos, o processo construtivo pode gerar ações que são maiores que as ações de serviço e provocar um grau de fissuração maior que o provocado pelas ações de serviço. Neste caso as estimativas dos deslocamentos imediatos devem ser feitas com o momento de inércia correspondente ao carregamento das ações de construção. As ações de construção são abordadas no item 2.3 deste trabalho.

2.1.3 - Estádios de Comportamento

Os estádios de comportamento retratam as tensões atuantes no concreto. As peças de concreto armado podem estar trabalhando no estágio I, estágio II ou estágio III. O estágio I corresponde à peça de concreto não-fissurada; portanto os momentos de serviço são menores que o momento de fissuração. Quando os momentos de serviço ultrapassam o momento de fissuração, a peça passa a trabalhar no estágio II, que corresponde ao concreto fissurado. O estágio III corresponde à ruína.

Para o cálculo do momento de fissuração são consideradas as recomendações do anexo da NBR 7197/89. A verificação da formação de fissuras pode ser feita calculando a máxima tensão de tração do concreto no estágio Ia, concreto não-fissurado e comportamento elástico linear dos materiais, com iguais módulos de deformação do concreto à tração e à compressão, figura 2.1(a).

De acordo com a figura 2.1 (a), o momento fletor que vai corresponder a iminência da formação da fissura é $M_{cr} = \frac{f_{ctm} I}{h - x_{la}}$. Desprezando o efeito da armadura (figura 2.1 (b)), a expressão se reduz a $M_{cr} = f_{ctm} \frac{bh^2}{6}$, na qual f_{ctm} é a resistência do concreto à tração na flexão. O valor de f_{ctm} é dado por: $f_{ctm} = 1,2f_{tk}$ para peças de seção T ou duplo T e $f_{ctm} = 1,5f_{tk}$ para peças de seção retangular. f_{tk} é a resistência característica à tração axial do concreto e pode ser determinada através do ensaio de compressão diametral do cilindro padrão. No caso de não ser realizado o ensaio, a NB 1/78 fornece expressões para o cálculo do f_{tk} em função do f_{ck} : $f_{tk} = f_{ck} / 10$ para $f_{ck} \leq 18$ MPa e $f_{tk} = 0,06f_{ck} + 0,7$ MPa para $f_{ck} > 18$ MPa.

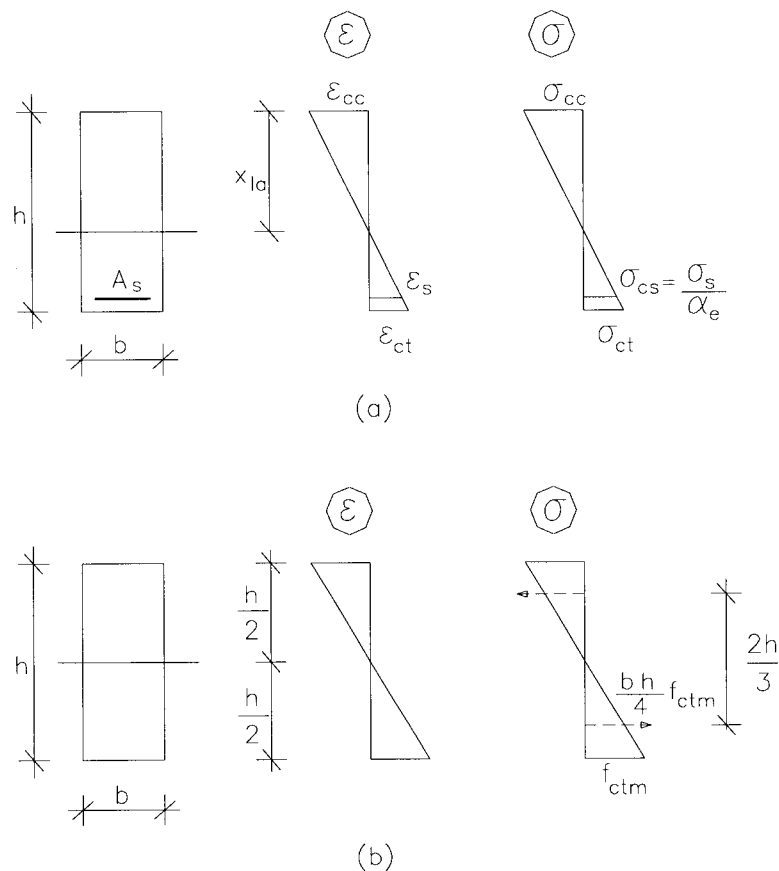


Figura 2.1 - Diagramas fictícios de tensão e de deformação considerados para a formação de fissuras

No ACI 318-89, o momento de fissuração é dado por $M_{cr} = f_{ct} I_g / y_t$, onde f_{ct} é a resistência do concreto à tração, y_t é a distância da linha neutra à fibra de concreto mais tracionada sem considerar a armadura e I_g é o momento inércia da seção não-fissurada, também sem considerar a armadura. No CEB-FIP MC90, o momento de fissuração é dado por $M_{cr} = W_r f_{ct}$, sendo W_r o módulo de resistência da seção e f_{ct} a resistência do concreto à tração. Essas duas expressões se reduzem a $M_{cr} = f_{ct} (b h^2 / 6)$, considerando o diagrama triangular de tensões do concreto na tração, com a tensão da fibra mais tracionada igual à resistência do concreto à tração e desprezando a presença da armadura.

Para o estudo da peça em serviço são considerados os estádios I e II. Identificar o estágio de comportamento do concreto é muito importante na determinação da rigidez da peça. As estruturas de concreto armado geralmente trabalham entre o estágio I e o estágio II. Num elemento estrutural as seções mais solicitadas sofrem fissuração e à medida que se afasta das seções fissuradas o comportamento aproxima-se do estágio I.

2.1.4 - Diagrama Momento-Curvatura

Segundo FAVRE e CHARIF (1994), a aproximação do diagrama momento-curvatura do CEB-FIP é um bom modelo para representar o comportamento do concreto armado e do protendido nas condições de serviço. O CEB-FIP MC90 adota o diagrama momento-curvatura representado na figura 2.2. Neste modelo é considerado o efeito da armadura, fissuração, fluência e a contribuição do concreto tracionado entre as fissuras.

No gráfico da figura 2.2 a linha cheia representa a curvatura média. χ_1 é a curvatura considerando o concreto não-fissurado, no estágio I. χ_2 é a curvatura considerando a seção de concreto fissurada, estágio II. A diferença entre a curvatura

no estágio II e a curvatura média corresponde à contribuição do concreto tracionado entre as fissuras (tension stiffening). M_{cr} é o momento de fissuração; o valor do momento de fissuração é reduzido do fator $\sqrt{\beta_b}$ para levar em consideração o efeito das ações de longa duração e o comportamento no estágio I se dá até o momento atingir $\sqrt{\beta_b} \cdot M_{cr}$.

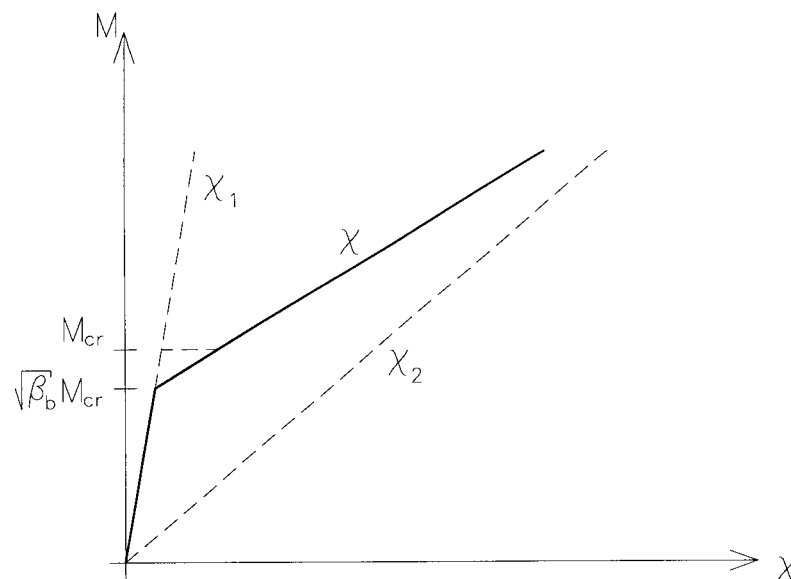


Figura 2.2 - Diagrama momento-curvatura do CEB-FIP, flexão simples [FAVRE e CHARIF, 1994]

O CEB 158-E (1985) apresenta processos simplificados para a estimativa dos deslocamentos baseados no diagrama da figura 2.2. São eles o processo bilinear (bilinear method) e o processo dos coeficientes globais (method of global coefficients). Em FAVRE e CHARIF (1994) são demonstradas as simplificações nas expressões do processo dos coeficientes globais, baseadas em estudos paramétricos, resultando em expressões simplificadas, que são as expressões adotadas no CEB-FIP MC-90 para a estimativa dos deslocamentos.

2.1.5 - Retração e Fluência

A retração e a fluência do concreto são fenômenos interligados. Na verdade, as deformações dependentes do tempo são dois aspectos de um único fenômeno

físico. A separação de retração e fluência é considerada por uma questão de definição e conveniência.

A retração é a redução espontânea de volume das peças de concreto ao longo do tempo, sem força externa e sem variação de temperatura. Esta diminuição de volume é decorrente da perda de água, no contato do concreto com o meio ambiente, e também do fato de que as reações de hidratação do concreto ocorrem com diminuição de volume. A parcela principal da retração é aquela que ocorre com a perda da água livre. Dependendo do equilíbrio higrométrico com o meio ambiente, parte da água capilar caminha para fora da massa de concreto, gerando tensões superficiais que provocam a diminuição de volume da peça. A retração provoca fissuração nas peças de concreto. Para minimizar os efeitos da retração, é muito importante a realização de cura adequada, após a execução da peça.

A fluência é definida como o aumento da deformação do concreto com o tempo, sem haver o aumento de tensão. Esta também é causada pelas tensões superficiais nos capilares. A deformação instantânea decorrente da aplicação de uma tensão provoca a acomodação dos cristais que constituem a parte sólida do concreto, diminuindo o diâmetro dos capilares e comprimindo a água capilar. A diminuição do diâmetro capilar aumenta as tensões superficiais e a pressão da água capilar força seu fluxo para fora da peça, aumentando também as tensões superficiais.

Quantificar a parcela dos deslocamentos decorrente da retração e da fluência não é uma tarefa fácil. Há vários fatores que influem na deformabilidade do concreto. Pode-se citar: tipo e quantidade de cimento, relação água/cimento, granulometria dos agregados, idade e temperatura da peça (amadurecimento do concreto), umidade ambiente, tamanho e forma da peça etc.

Para calcular os deslocamentos decorrentes da retração e da fluência, as normas apresentam cálculos aproximados que procuram considerar os fatores que interferem no comportamento da peça. O ACI 209R-92 ressalta que, para melhorar a

correlação entre a estimativa e os valores reais, é importante que as características dos materiais sejam baseadas em dados de ensaios sob condições ambientais e de carregamento similares aos que ocorrerão na vida útil da peça.

As normas de cálculo permitem que sejam utilizados multiplicadores a serem aplicados nos deslocamentos imediatos para a obtenção dos deslocamentos finais. Comparações entre valores de deslocamentos medidos e calculados, apresentados por RANGAN (1976), indicaram que, calculando separadamente as parcelas do deslocamento correspondente aos efeitos da fluência e da retração e somando com o deslocamento imediato, melhores são os resultados obtidos.

2.2 - PARÂMETROS ENVOLVIDOS

Dentre os parâmetros que estão envolvidos no cálculo dos deslocamentos, podem ser citados: resistência do concreto, módulo de elasticidade e momento de inércia. Este último está relacionado com o estado de fissuração do elemento estrutural.

2.2.1 - Resistência do Concreto

A resistência do concreto à compressão é uma característica que interfere no módulo de elasticidade e na resistência à tração. As normas de cálculo de estruturas de concreto armado geralmente fornecem expressões para o cálculo da resistência à tração e do módulo de elasticidade em função do valor da resistência do concreto à compressão. O valor da resistência à tração é importante na determinação do momento de fissuração e o módulo de elasticidade é um fator que relaciona a deformação com o nível de tensões.

O aumento de resistência produz acréscimos, não-lineares, no módulo de elasticidade e na resistência à tração, produzindo um aumento na rigidez e conseqüentemente uma redução no deslocamento imediato. O aumento da resistência à tração eleva o momento de fissuração e aumenta a rigidez efetiva, por causa da colaboração do concreto tracionado entre as fissuras e próximo da linha neutra. Por outro lado, se o aumento de resistência foi obtido com o aumento no consumo de cimento, o concreto pode apresentar uma retração maior. Segundo TAYLOR e HEIMAN (1977), os efeitos dessa retração podem anular os benefícios obtidos com o aumento do módulo de elasticidade e da resistência à tração.

Para o cálculo dos deslocamentos é recomendada a utilização dos valores de resistência correspondente aos 28 dias. Segundo BURGHARDT (1988), este valor corresponde a 75% do valor final da resistência.

2.2.2 - Módulo de Elasticidade

O módulo de elasticidade é um fator da rigidez da peça que depende do material utilizado. O valor do módulo de elasticidade do concreto, E_c , depende dos módulos de elasticidade da pasta de cimento e do agregado. Um aumento na relação água-cimento aumenta a porosidade da pasta, reduzindo a resistência à compressão e o módulo de elasticidade. Pode-se notar que as expressões para cálculo de E_c estão em função da resistência à compressão. A influência do módulo de elasticidade do agregado em E_c é muito grande; portanto este aspecto também deve ser observado na determinação do módulo de elasticidade a ser utilizado no cálculo dos deslocamentos.

2.2.3 - Momento de Inércia

A fissuração ocorre quando os momentos solicitantes excedem o valor do momento de fissuração, causando uma redução da rigidez da laje à flexão. Quando a

fissuração ocorre em uma determinada região, os momentos são redistribuídos para as regiões adjacentes não-fissuradas. Esta redistribuição de momentos provoca mais fissuração e nova redistribuição.

Como a fissuração tem influência sobre a rigidez do elemento, faz-se necessário determinar o grau de fissuração da peça. Nas lajes onde a taxa de armadura é pequena, a razão entre a rigidez da seção não-fissurada e a rigidez da seção fissurada (EI_g/EI_{cr}) é muito grande; assim a quantidade de fissuras tem uma influência importante no deslocamento transversal final.

A NB 1/1978 permite o cálculo do deslocamento transversal de lajes considerando a rigidez do concreto não-fissurado (estádio I) e o de vigas considerando a rigidez do concreto fissurado (estádio II). Normalmente as peças fletidas de concreto armado estão parte no estágio I e parte no estágio II. Nas seções mais solicitadas, geralmente há fissuração, mas à medida que se afasta dessas regiões tem-se seções não-fissuradas. Desta forma é desejável considerar um grau de fissuração intermediário entre o da seção não-fissurada e o da completamente fissurada.

BRANSON¹ apud ACI 435.9R-91 desenvolveu uma relação empírica para o cálculo do momento de inércia efetivo de uma seção de concreto, sujeita a momentos fletores maiores que o momento de fissuração. A expressão, baseada em ensaios de vigas biapoiadas e vigas contínuas, é dada por:

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \right] I_{cr} \quad (2.2)$$

I_e é o momento de inércia efetivo

¹ BRANSON, D. E. (1963). Instantaneous and time dependent deflections of simple and continuous reinforced concrete beams. *HPR Publications*, n.7, part. I, p.1-78, Aug, Alabama Highway Department, Bureau of Public Roads apud ACI 435.9R-91.

I_g é o momento de inércia da seção não-fissurada, sem considerar a armadura

I_{cr} é o momento de inércia da seção completamente fissurada

M_{cr} é o momento de fissuração, dado por

$$M_{cr} = \frac{f_{ct} \cdot I_g}{y_t}$$

f_{ct} é a resistência do concreto à tração

y_t é a distância da linha neutra até a fibra de concreto mais tracionada, desprezando a armadura

M_a é o momento máximo atuante

A expressão 2.2 se refere a uma inércia efetiva para fissuração ao longo do vão de viga biapoiada ou entre pontos de momento nulo de vigas contínuas. No caso de elementos contínuos, o código do ACI permite que a inércia efetiva final seja tomada como a média dos valores de inércias efetivas da seção de momento positivo e das seções de momento negativo, $I_e = \left(\frac{(I_{e1} + I_{e2})}{2} + I_{em} \right) / 2$, onde I_{e1} e I_{e2} são as inércias das seções de momento negativo (nos apoios contínuos) e I_{em} é a inércia da seção de momento positivo máximo. MACGREGOR (1992) recomenda uma média ponderada para obtenção da inércia efetiva final, $I_e = 0,70 I_{em} + 0,15(I_{e1} + I_{e2})$ para o caso de vigas contínuas nas duas extremidades e $I_e = 0,85 I_{em} + 0,15 I_{e1}$ para vigas contínuas em uma extremidade.

O momento M_a é definido no ACI 318-89 como o momento máximo atuante no elemento estrutural para o nível de ações do instante para o qual está sendo calculado o deslocamento. Porém vários autores propõem que seja modificada a definição de M_a para o maior momento fletor que já tenha atuado no elemento até o instante para o qual está sendo calculado o deslocamento [SCANLON e THOMPSON (1990), MACGREGOR (1992)].

Na determinação do momento de fissuração, um dos parâmetros utilizados no cálculo é a resistência do concreto à tração. A expressão do ACI 318 para o cálculo

da resistência à tração é baseada em resultados de ensaios de corpos-de-prova de concreto simples, que não são afetados pelo fenômeno da retração. Os valores de resistência obtidos estão no intervalo de $7\sqrt{f'_c}$ a $12\sqrt{f'_c}$ (psi). A expressão indicada no ACI é $7,5\sqrt{f'_c}$ (psi), que corresponde a $0,62\sqrt{f'_c}$ (MPa).

Nas lajes de concreto armado, entretanto, acontece o fenômeno da retração e essas peças normalmente não apresentam liberdade de movimento. Então a retração provoca o aparecimento de tensões de tração na peça. Para levar em conta a existência dessas tensões de tração, faz-se uma redução da resistência à tração no cálculo do momento de fissuração. Para os casos de lajes que apresentam continuidade, o valor reduzido da resistência à tração é $4\sqrt{f'_c}$ (psi) ($0,33\sqrt{f'_c}$ em MPa) [SCANLON e MURRAY (1982)].

A expressão de Branson foi desenvolvida para vigas, mas também tem sido adotada para calcular o deslocamento de lajes parcialmente fissuradas. Esta é a expressão indicada no ACI 318-89 para considerar a perda de rigidez devida à fissuração, no cálculo dos deslocamentos transversais.

RANGAN (1976, 1986) utilizou o momento de inércia efetivo do ACI para calcular deslocamentos finais em lajes-cogumelo, cujos valores reais foram medidos em prédios da Austrália. O processo de resolução adotado por Rangan é apresentado no item 3.1.2 deste trabalho. Os momentos de inércia obtidos inicialmente corresponderam a uma pequena fissuração na faixa dos pilares e nenhuma ou pouca fissuração na faixa central. Rangan considerou que estes resultados não representaram o comportamento real de lajes-cogumelo e considerou a faixa dos pilares completamente fissurada ($I_e = I_{cr}$) e a faixa central parcialmente fissurada

($I_e = \frac{I_g + I_{cr}}{2}$). Rangan obteve bons resultados com estas considerações posteriores.

SCANLON e MURRAY (1982) propuseram uma modificação nas propriedades do material elástico-linear na análise de placas com elementos finitos, baseando-se no momento de inércia equivalente desenvolvido por Branson, para representar a redução da rigidez devida à fissuração. GRAHAM e SCANLON (1985) implementaram no programa de elementos finitos de análise de placas SAP IV uma rotina que insere as modificações propostas por Scanlon e Murray. Esta implementação é descrita no item 3.2.2.

Há um grande número de programas de elementos finitos que realizam apenas análise elástica linear; atualmente tem-se a análise elastoplástica de placas. O desenvolvimento desta análise proporciona uma representação mais realista do fenômeno da fissuração. Isto será tratado no item 3.2.1.

2.3 - PROCESSO CONSTRUTIVO

Durante a construção podem ocorrer situações que agravam o problema dos deslocamentos, tais como:

- a armadura superior da laje pode sair da sua posição durante a concretagem ou durante a preparação para a concretagem, quando os trabalhadores caminham sobre elas, diminuindo a altura útil da laje; com isso, a rigidez nas regiões de momentos negativos é substancialmente reduzida, levando a maior fissuração, maiores momentos positivos e, conseqüentemente, maiores deslocamentos;
- lajes do primeiro piso quando suportadas por escoras que, no solo, se apoiam em placas de tamanho insuficiente para prevenir recalques, sofrem deslocamentos mesmo antes da desforma;
- o método construtivo pode resultar em ações de construção que ultrapassam as de serviço; ações de construção, devidas às escoras ou ao armazenamento de materiais em lajes de pouca idade, podem ser altas o

suficiente para causar grandes fissuras nas lajes e aumentar os deslocamentos iniciais e finais;

- cura inadequada causa excessivas fissuras devidas à retração.

Nos edifícios de vários pavimentos o processo construtivo utilizado normalmente produz ações de construção que atingem valores altos. As lajes são concretadas e se apoiam nas lajes inferiores, anteriormente concretadas, através de um sistema de fôrmas e escoras (figura 2.3). A figura 2.4 apresenta esquematicamente a história de carregamento de uma laje de um edifício com vários pavimentos.

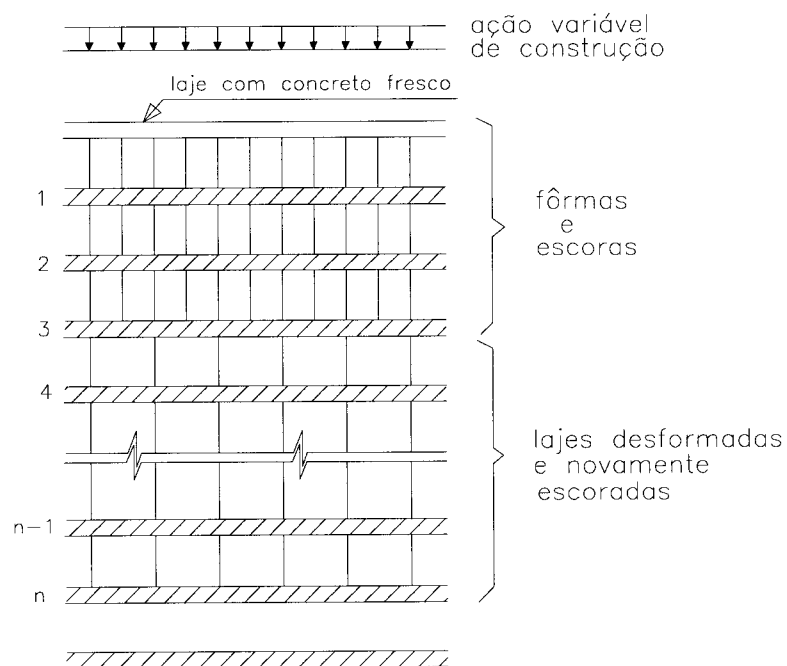


Figura 2.3 - Sistema de lajes, fôrmas e escoras. (Sbarounis, 1984)

Durante a construção, as ações sobre a laje aumentam a cada nova laje concretada, atingindo o carregamento máximo quando se encontra no nível mais baixo do sistema de escoramento. Quando as escoras acima da laje são retiradas, no instante t_1 da figura 2.4, a laje passa a estar sob a ação do seu peso próprio. Ainda observando a figura 2.4, no instante t_2 são aplicadas as ações permanentes adicionais

e em um instante t_3 , qualquer, são consideradas as ações variáveis atuando sobre a laje.

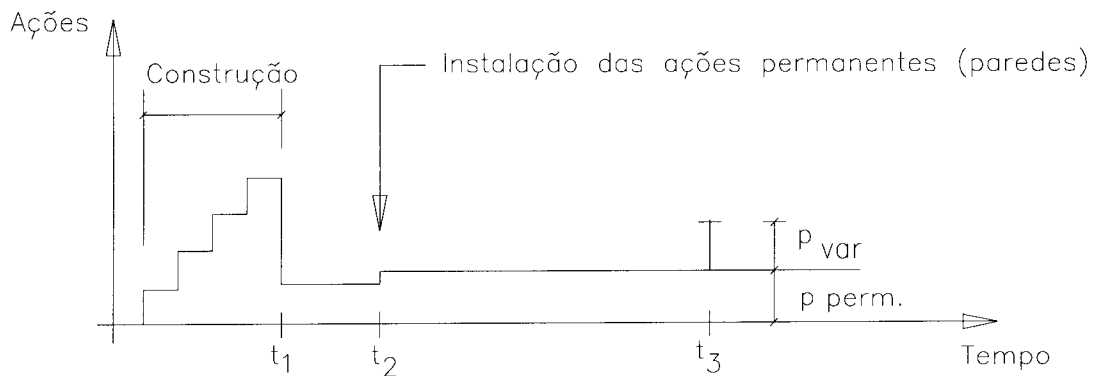


Figura 2.4 - Esquema da história de carregamento de lajes de edifícios

As ações de construção atuam durante um pequeno período da vida útil da estrutura e são, geralmente, maiores que as ações de serviço. Segundo SCANLON e THOMPSON (1990), para levar em conta as ações de construção, o cálculo dos deslocamentos das ações de serviço deve ser feito com a rigidez à flexão associada às ações de construção. Estas ações de construção estão na ordem de 2 ou 2,3 vezes o peso próprio da laje. Então é indicado que para o cálculo do momento de inércia efetivo seja tomado como momento máximo atuante $M_a = 2,3 M_{pp}$ ou $M_a = M_{pp} + M_v$, o maior dos dois valores (M_{pp} é o momento máximo devido à ação do peso próprio e M_v é o momento máximo devido às ações variáveis). Se o processo construtivo for conhecido, outros fatores podem ser utilizados.

Um processo simples para a determinação das ações de construção foi proposto por GRUNDY e KABAILA (1963). O ACI 435.9R-91 comenta que processos mais refinados para determinar as ações de construção foram propostos por outros autores, dando resultados semelhantes aos de Grundy e Kabaila.

Um aspecto importante é que as ações de construção, quando atuam em concretos novos, provocam fluência maior do que em concretos carregados após um

tempo maior. Isto causa deslocamentos que aumentam com a permanência da carga e, mesmo que essas ações sejam retiradas após um determinado tempo, não reduzem os deslocamentos.

2.4 - CÁLCULO DOS DESLOCAMENTOS

É feita uma breve introdução dos procedimentos de cálculo dos deslocamentos, iniciais e ao longo do tempo, e dos critérios de aceitação desses deslocamentos.

2.4.1 - Deslocamento Inicial

O cálculo dos deslocamentos elásticos iniciais pode ser feito utilizando a teoria clássica das placas elásticas, através da equação diferencial das placas (equação de Lagrange), que relaciona os deslocamentos com as ações, expressão 2.3. Os conceitos da análise clássica das placas são importantes para uma melhor compreensão das relações entre momentos e curvaturas. Há uma ampla bibliografia que trata do assunto; a obra clássica foi escrita por Timoshenko [TIMOSHENKO e WOINOWSKY-KRIEGER (1959)].

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{2\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p}{D} \quad (2.3)$$

w deslocamento transversal do ponto x, y

p carregamento transversal uniformemente distribuído

$$D = \frac{E_c h^3}{12(1 - \nu^2)}, \text{ rigidez à flexão por unidade de largura}$$

h espessura da placa

E_c módulo de elasticidade do concreto
 ν coeficiente de poisson

Normalmente não é fácil encontrar a função $w(x,y)$ que satisfaça à equação diferencial das placas. A solução para vários casos de geometria e condições de apoio são encontradas em TIMOSHENKO e WOINOWSKY-KRIEGER (1959) e em JESEN¹ apud ACI 435.9R-91.

Uma alternativa utilizada foi a integração numérica pelo processo das diferenças finitas. Este cálculo foi aplicado na elaboração das tabelas de BARES² apud PINHEIRO (1988). Há também as tabelas de Czerny, que são anteriores às de Bares. No caso de placas com forma não-regulares, com aberturas e distribuição de ações complexas, as soluções apresentadas anteriormente não são de aplicação prática.

Há processos de cálculo aproximados para a determinação dos deslocamentos, nos quais as lajes são divididas em faixas que são tratadas como vigas. Atualmente, os processos numéricos já estão bastante difundidos e o processo dos elementos finitos na análise de placas é bastante utilizado. Esta ferramenta proporciona uma melhor representação do pavimento e resultados mais precisos. O estudo dos processos de cálculo para a determinação dos deslocamentos se encontra no capítulo 3 deste trabalho.

2.4.2 - Deslocamentos Devidos à Fluência e à Retração

Para obter as parcelas de deslocamentos decorrentes da fluência e da retração, podem ser utilizados os multiplicadores a serem aplicados nos deslocamentos iniciais

¹ JESEN, V.P. (1938). *Solution for certain rectangular slabs continuous over flexible supports*. University of Illinois, Engineering Experimentation Station, Bulletin n.303 apud ACI 435.9R-91.

² BARES, R. (1972). *Tablas para el calculo de placas y vigas pared*. Barcelona, Gustavo Gili apud PINHEIRO, L.M. (1988).

ou proceder o cálculo de cada uma das parcelas separadamente, isto é, calcular o deslocamento imediato, o deslocamento devido à fluência e o deslocamento devido à retração e depois somar as parcelas.

Na NB 1/1978, para as ações de longa duração, permite-se avaliar os deslocamentos finais como o produto do valor do deslocamento imediato pela relação das curvaturas final e inicial, na seção de maior momento em valor absoluto. A curvatura é $\chi = \frac{|\epsilon_c| + \epsilon_s}{d}$, sendo que ϵ_s é considerado constante; para o concreto, $\epsilon_{cf} = 3\epsilon_{ci}$ no caso de aplicação do carregamento logo após a execução e $\epsilon_{cf} = 2\epsilon_{ci}$ no caso de aplicação do carregamento seis meses após a concretagem.

Segundo MACHADO (1989), o processo aproximado para o cálculo do deslocamento final da NB 1/1978 foi desenvolvido baseado em estudos com vigas fissuradas de concreto armado. Neste caso, a hipótese da constância (ao longo do tempo) da deformação na armadura tracionada é aproximadamente atendida. Já no caso das peças não-fissuradas, a deformação da armadura tracionada não se mantém constante. Desta forma, o processo aproximado da NB 1 /1978 não é aplicável às peças não-fissuradas. MACHADO¹ apud MACHADO (1989) faz algumas sugestões para a avaliação dos deslocamentos de peças não-fissuradas.

Segundo o ACI 318-89, os deslocamentos adicionais, devidos à fluência e à retração dos elementos fletidos, devem ser determinados pela multiplicação dos deslocamentos imediatos causados pelas ações de longa duração pelo fator

$$\lambda = \frac{\xi}{1 + 50\rho'}$$

de armadura de compressão dada por $\frac{A'_s}{bd}$.

¹ MACHADO, C.P. (1989). *Tensões, deformações e deslocamentos em estruturas de concreto armado e protendido*. São Paulo. 3v. Dissertação (mestrado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo apud MACHADO, C.P. (1989).

O CEB-FIP MC90 fornece expressões para o cálculo do deslocamento final que se baseiam no diagrama momento-curvatura adotado pelo código, onde são levados em consideração os efeitos da armadura, da fissuração, da fluência e da retração.

Para o cálculo das parcelas de deslocamentos devidos à fluência e à retração separadamente, será aqui apresentado o procedimento indicado no ACI 209R-92. As expressões indicadas a seguir foram determinadas para condições padrão especificadas no anexo A; no caso de qualquer condição diferente, são fornecidos fatores de correção.

O deslocamento adicional devido à fluência é dado pela expressão a seguir.

$$w_{cp} = \xi_r v_t w_i \quad (2.4)$$

ξ_r é um fator corretivo para considerar a presença da armadura de compressão

$$\xi_r = 0,85 - 0,45 \frac{A'_s}{A_s}$$

v_t é o coeficiente de fluência de acordo com o tempo, $v_t = \frac{t^{0,6}}{10 + t^{0,6}} v_u$

v_u é o coeficiente de fluência último, definido pela razão entre a deformação de fluência e a deformação inicial; o ACI 209R-92 recomenda $v_u = 2,35$

w_i é o deslocamento imediato

t é o tempo decorrido desde a aplicação da ação (dias)

A retração causa arqueamento em elementos estruturais que tem diferença de quantidade de armadura nas faces superior e inferior, como é o caso de lajes. Normalmente, as lajes apresentam concentração de armadura na face inferior; assim a face superior (face mais distante da concentração de armadura) apresenta maior liberdade à retração e a face inferior tem a retração restrita pela presença da armadura.

O deslocamento causado por arqueamento devido à retração para vigas é dado pela expressão a seguir.

$$w_{sh} = \xi_w \phi_{sh} \ell^2 \quad (2.5)$$

ξ_w coeficiente tabelado que depende das condições de contorno

$\xi_w = 11/128$, para o caso de continuidade em uma extremidade

$\xi_w = 1/16$, para o caso de continuidade nas duas extremidades

ϕ_{sh} é a curvatura, determinada pelas expressões empíricas

$\phi_{sh} = 0,7 \frac{\epsilon_{sh}}{h} \rho^{1/3}$, para elementos simplesmente armados

$\phi_{sh} = 0,7 \frac{\epsilon_{sh}}{h} (\rho - \rho')^{1/3} \left(\frac{\rho - \rho'}{\rho} \right)^{1/2}$, para elementos duplamente armados

h é a espessura da laje

ρ é a taxa de armadura de tração A_s / bd , que deve ser expressa em porcentagem

ϵ_{sh} é a deformação de retração

$$\epsilon_{sh} = \frac{t}{35 + t} \epsilon_{sh,u}$$

$\epsilon_{sh,u}$ é a deformação de retração última; o ACI 209R-92 indica $\epsilon_{sh,u} = 780 \cdot 10^{-6}$ m/m

t é o tempo medido a partir do final da cura (dias)

O procedimento do ACI 209R-92 para calcular o deslocamento devido ao arqueamento provocado pela retração diferencial refere-se a vigas, não havendo recomendações para o caso das lajes. Segundo RIOS (1991), a retração é significativa em todas as direções da laje e uma forma simplificada de considerá-la é usar o procedimento do ACI 209R-92 na direção dos maiores momentos, independente do efeito da direção perpendicular. Outra alternativa é o cálculo independente em cada uma das direções perpendiculares, adotando-se a média dos resultados obtidos.

Segundo GRAHAM (1984), a expressão 2.5 pode ser utilizada na determinação dos deslocamentos em lajes usando o processo dos pórticos

equivalentes. A laje é tratada como faixas de vigas (este processo é apresentado no item 3.1, para o cálculo dos deslocamentos imediatos). Toma-se uma faixa na linha dos pilares na direção do maior vão e uma faixa ortogonal a esta no meio do vão (faixa central). A soma dos deslocamentos calculados para a faixa dos pilares e para a faixa central é o deslocamento total devido ao arqueamento por retração.

Os valores de v_u e de $\epsilon_{sh,u}$ são dados para as condições padrão definidas no ACI 209R-92. Fatores de correção são aplicados a v_u e a $\epsilon_{sh,u}$ quando as condições de umidade, período de cura, idade de carregamento, espessura da peça, slump do concreto, percentagem de agregados finos, consumo de cimento e índice de vazios estão fora das condições padrão. Esses fatores de correção são apresentados no anexo A.

2.4.3 - Critérios de Aceitação

As normas de cálculo geralmente tratam o assunto da seguinte forma: estabelecem uma altura útil mínima para os elementos, a partir da qual não é necessária a verificação dos deslocamentos, e para elementos com altura útil menor que a estabelecida deve ser feito o cálculo dos deslocamentos e a comparação destes com valores limites especificados.

A NB 1/1978 não faz referências ao cálculo dos deslocamentos e nem à espessura mínima para a dispensa do cálculo dos deslocamentos para lajes sem vigas. É indicado um multiplicador para as ações de longa duração, para levar em conta o efeito da fluência, como também é indicado o valor do módulo de elasticidade a ser utilizado. São fornecidos valores limites de deslocamento, que são válidos para vigas e para lajes de edifícios. No projeto de revisão da NB 1/1994, os valores limites dos deslocamentos são fornecidos de acordo com quatro critérios: aceitabilidade sensorial, estrutura em serviço, efeitos em elementos não-estruturais e efeito em elementos estruturais.

O ACI 318-89, no seu item 9.5, define as espessuras mínimas para lajes-cogumelo e nos casos onde é necessário o cálculo dos deslocamentos não é indicado o processo de cálculo, mas são feitas algumas recomendações quanto aos valores do módulo de elasticidade, momento de inércia e fatores de multiplicação para a consideração da fluência e da retração. Os deslocamentos máximos permissíveis especificados no código são com respeito ao deslocamento imediato da ação variável e ao deslocamento de longa duração das ações permanentes somado ao deslocamento imediato das ações variáveis, nos casos onde elementos não-estruturais, que podem ser danificados com deslocamentos excessivos, estão apoiados ou fixados aos elementos fletidos.

O CEB-FIP MC90 fornece a relação ℓ/d máxima para que não seja necessário o cálculo dos deslocamentos. Quando este cálculo for necessário, o código fornece expressões para calcular os deslocamentos finais. O deslocamento limite deve ser estabelecido de acordo com as exigências do prédio. Para lajes sem vigas, o limite sugerido corresponde ao deslocamento de $\ell/250$ no meio do vão, sendo ℓ o vão maior.

O Eurocode 2 (1992) recomenda a mesma relação ℓ/d máxima que o CEB-FIP, para que não seja necessário o cálculo dos deslocamentos. Quando este cálculo for necessário, é sugerida uma expressão também baseada no diagrama momento-curvatura do CEB. Partindo-se das expressões sugeridas no Eurocode, chegam-se às expressões simplificadas do CEB.

No apêndice I estão as recomendações para a verificação do estado limite de deformação excessiva segundo a norma brasileira e as normas internacionais de maior relevância.

CAPÍTULO 3 - PROCESSOS DE CÁLCULO

A determinação dos deslocamentos transversais em lajes pode ser feita através de vários processos. Pela teoria clássica das placas elásticas, baseada na teoria de placas delgadas e isotrópicas, o deslocamento é determinado através da conhecida Equação de Lagrange:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{2\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p}{D} \quad (3.1)$$

TIMOSHENKO e WOINOWSKY-KRIEGER (1959) catalogaram soluções para essa equação, para vários casos de placa isolada. Soluções aproximadas também são dadas, utilizando coeficientes tabelados de acordo com as condições de apoio e a razão entre as dimensões da laje. Para um painel interno de laje apoiada sobre pilares, é indicado coeficiente para calcular o deslocamento no meio do vão.

Algumas aproximações foram feitas, nas quais uma laje que funciona nas duas direções é tratada como dois sistemas que trabalham em uma direção e são ortogonais, permitindo que seja aplicado o processo para cálculo de deslocamentos de viga. Essas aproximações se baseiam no processo dos pórticos equivalentes, que como o cálculo direto são indicados para a determinação dos momentos fletores no ACI 318 - 89 para lajes regulares, ou seja, lajes apoiadas em pilares alinhados formando painéis retangulares. Alguns desses processos têm apenas importância histórica e serão apresentados resumidamente.

Propostas de análise de lajes-cogumelo como pórticos contínuos foram feitas no meio da década de trinta na Alemanha. Nos Estados Unidos, PEABODY¹ apud GRAHAM (1984) apresentou um processo baseado na análise de pórtico elástico, que foi incluído no subsequente código do ACI denominado “Design by Elastic Analysis”. No final dos anos cinquenta, uma extensa pesquisa realizada na Universidade de Illinois resultou no refinamento da análise dos pórticos equivalentes. Este trabalho serviu de base para que em 1971 fosse incluído no código do ACI o processo dos pórticos equivalentes, para a determinação dos momentos em lajes. No entanto, no código não foi feita nenhuma recomendação do uso do processo para o cálculo dos deslocamentos; e isso também ocorre na versão de 1989.

VANDERBILT, SOZEN e SIESS² apud GRAHAM (1984) descreveram um processo para o cálculo dos deslocamentos, baseado no processo dos pórticos equivalentes; a descrição desse processo também é feita no ACI 435.6R-74. NILSON e WALTERS (1975) também desenvolveram um processo para cálculo dos deslocamentos baseado no processo dos pórticos equivalentes.

É desejável a consideração da fissuração no cálculo dos deslocamentos. Utilizando o conceito de inércia equivalente, onde o momento de inércia é reduzido de acordo com a razão entre o momento de fissuração e o momento aplicado no elemento, KRIPANARAYANAN e BRANSON (1976) incluíram o efeito da fissuração no processo desenvolvido por Nilson e Walters, onde a rigidez é modificada pelo uso de uma média ponderada do momento de inércia efetivo, calculado para as regiões de momento positivo e de momento negativo.

RANGAN (1976, 1986) propôs o cálculo do deslocamento no meio de um painel de laje apoiada sobre pilares através da soma dos deslocamentos obtidos para

¹ PEABODY, D. (1948). Continuous frame analysis of flat slab. *Journal of Boston Society of Civil Engineering*, v.35, n.1, Jan. apud GRAHAM (1984).

² VANDERBILT, M.D.; SOZEN, M.A.; SIESS, C.P. (1965). Deflections of multi-panel reinforced concrete floor slabs. *Proceedings - ASCE*, v.91, n.ST4, p.77-101, Aug. apud GRAHAM (1984)

uma faixa na direção dos pilares e no maior vão e para outra faixa perpendicular a anterior e no meio do vão. Cada faixa é tratada como viga suportando ações uniformemente distribuídas e com momentos aplicados junto aos apoios. SCANLON e MURRAY (1982) propuseram um processo similar, mas utilizaram um carregamento equivalente uniformemente distribuído e os momentos reais aplicados na estrutura.

GHALI (1989) calcula o deslocamento, no meio do vão da faixa central e da faixa dos pilares, através dos valores das curvaturas da seção do meio do vão e dos apoios de cada uma das faixas. Os efeitos da fissuração, fluência e retração são levados em conta na determinação da curvatura de cada seção.

O ACI 435.9R - 91 apresenta o processo das vigas cruzadas. O deslocamento no centro da laje também é dado pela superposição da média dos deslocamentos das faixas dos pilares com o deslocamento das faixas centrais. Estes deslocamentos são calculados com base nos momentos obtidos no processo dos pórticos equivalentes ou no cálculo direto do ACI.

RESHEIDAT (1985) apresenta um processo simplificado para calcular deslocamentos em lajes de concreto armado. O modelo é baseado numa relação momento - deslocamento bilinear, onde é considerada a influência da armadura. Na referência citada, há uma rotina na linguagem de programação Fortran, automatizando os cálculos do modelo proposto.

Com o desenvolvimento na área computacional, é crescente a utilização dos processos numéricos, como a analogia de grelhas e elementos finitos. A analogia de grelhas foi usada inicialmente por Marcus (vide TIMOSHENKO e WOINOWSKY-KRIEGER, 1959). O procedimento consiste em substituir as lajes por um conjunto de barras (vigas), assumidas como equivalente à estrutura original. Esse processo apresenta a dificuldade de se definirem as propriedades das barras equivalentes. Programas de computadores para a resolução de grelhas foram empregados

inicialmente por LIGHFOOT¹ apud CARVALHO (1994). Atualmente, além da análise linear, tem sido introduzida a não-linearidade física na analogia de grelhas; pode-se citar o trabalho de CARVALHO (1994).

A princípio, os programas de elementos finitos também realizavam apenas a análise elástica linear, mas atualmente há processos que consideram a fissuração na análise de placas. Uma revisão dos modelos de fissuração propostos para a análise de placas em elementos finitos é feito no ASCE Task Committee¹ apud ACI 435.9R-91.

SCANLON e MURRAY (1982) propuseram uma modificação nas propriedades do material elástico linear, baseando-se na inércia equivalente desenvolvida por Branson, para representar a redução da rigidez devida à fissuração. GRAHAM e SCANLON (1985) implementaram no programa de elementos finitos de análise de placas, SAP IV, uma rotina que insere as modificações propostas por Scanlon e Murray.

Recentemente tem sido introduzida a consideração do comportamento elastoplástico do concreto nos programas de elementos finitos. Em CORRÊA (1991) é proposta a utilização do modelo elastoplástico baseado no diagrama momento-curvatura trilinear, buscando representar melhor o comportamento bidimensional das lajes de concreto armado, principalmente com relação à fissuração e ao escoamento das armaduras.

3.1 - PROCESSOS APROXIMADOS

Serão apresentados os processos que resolvem as lajes como dois sistemas perpendiculares que funcionam em uma direção. Vale ressaltar que esses processos

¹ LIGHFOOT, E.F.; SAWKO, F. (1959). Structural frame analysis by electronic computer: grid frameworks resolved by generalised slope deflection. *Engineering*, v.187, p.18-20 apud CARVALHO (1994).

são limitados a painéis de lajes regulares, isto é, pilares alinhados formando painéis retangulares.

3.1.1 - Processo dos Pórticos Equivalentes

A estimativa de deslocamentos apresentada a seguir, que também pode ser aplicada a sistemas laje-viga, é baseada nos trabalhos de NILSON e WALTERS (1975) e KRIPANARAYANAN e BRANSON (1976). Este processo também pode ser aplicado quando os momentos fletores são determinados pelo cálculo direto do ACI 318.

A laje é analisada como vigas largas e de pouca altura. Considerando a direção x , tem-se uma viga de largura ℓ_y e vão igual a ℓ_x , apoiada em linhas “não-deformadas” em $x = 0$ e $x = \ell_x$. Faz-se o mesmo procedimento para a direção y e, depois, faz-se a superposição dos resultados, como pode ser observado na figura 3.1.

Observando cada direção separadamente, o deslocamento da laje apresenta diferença da borda para o centro da laje. Isto ocorre por causa da variação do momento fletor e da rigidez à flexão ao longo da largura da seção da laje. Dividindo a laje em faixas, têm-se duas faixas de pilares e a faixa central (a largura das faixas é definida na determinação dos momentos pelo processo dos pórticos equivalentes ou pelo cálculo direto). O deslocamento total no centro de uma faixa é dado pela expressão 3.2.

$$W_{\text{faixa}} = W_{\text{ref,faixa}} + W_{\theta\text{esq}} + W_{\theta\text{dir}} \quad (3.2)$$

¹ ASCE Task Committee on Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures (1982). Finite Element Analysis of Reinforced Concrete. ASCE, New York, 545p. *apud* ACI 435.9R-91.

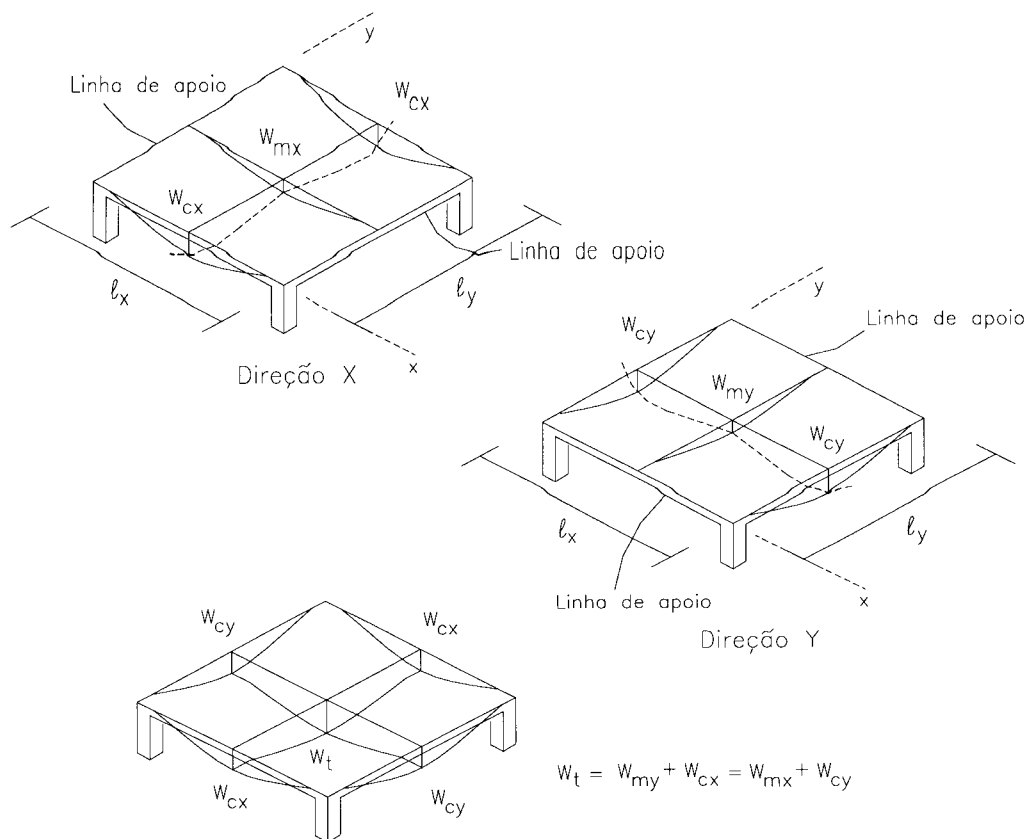


Figura 3.1 - Esquema para cálculo do deslocamento no centro da laje [NILSON e WALTERS, 1975]

Para determinar $w_{ref,faixa}$, primeiramente é determinado um deslocamento de referência w_{ref} , que é o deslocamento de uma viga biengastada com carga uniformemente distribuída e com a largura total da laje.

$$w_{ref} = \frac{pl^4}{384E_c I_{port}} \quad (3.3)$$

p carregamento total uniformemente distribuído

l vão na direção considerada

E_c módulo de elasticidade do concreto

I_{port} momento de inércia da seção de largura total

Finalmente, para a determinação do $w_{ref,faixa}$, o deslocamento de referência w_{ref} é multiplicado pela relação M / EI da faixa pelo M / EI do pórtico (largura total).

$$w_{\text{ref,faixa}} = w_{\text{ref}} \frac{M_{\text{faixa}}}{M_{\text{port}}} \frac{EI_{\text{port}}}{EI_{\text{faixa}}} \quad (3.4)$$

O deslocamento w_{θ} corresponde ao deslocamento que surge com a rotação do apoio.

$$w_{\theta} = \frac{\theta \ell}{8} \quad (3.5)$$

θ rotação do pilar no pavimento em questão

$$\theta = \frac{\Delta M}{K_{\text{eq}}}$$

ΔM momento descompensado no pilar

K_{eq} rigidez do pilar equivalente

O deslocamento da laje no centro do painel é dado pela soma do deslocamento na faixa dos pilares em uma direção e o deslocamento da faixa central na outra direção.

SCANLON e MURRAY (1982) propuseram uma outra aproximação em que cada faixa é considerada como uma viga biapoiada sob carregamento uniformemente distribuído e momentos aplicados nos apoios (vide figura 3.2).

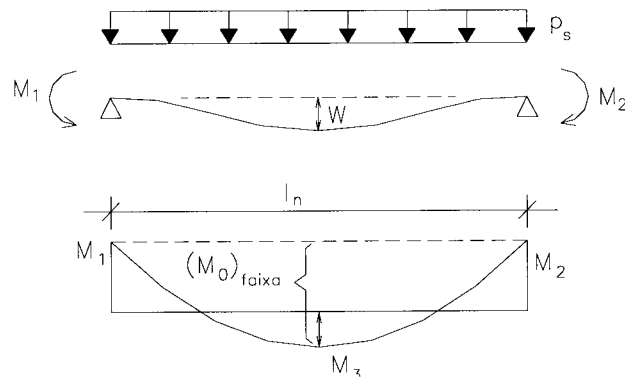


Figura 3.2 - Esquema da viga para o cálculo do deslocamento [SCANLON e MURRAY, 1982]

O deslocamento no meio do vão de uma faixa é calculado como a superposição do deslocamento elástico de uma viga biapoiada com carregamento uniformemente distribuído e o deslocamento da viga biapoiada com momentos aplicados nas extremidades.

$$w = \frac{5}{384} \frac{p_s \ell_n^4}{E_c I_e} - \frac{(M_1 + M_2) \ell_n^2}{16 E_c I_e} \quad (3.6)$$

p_s	ação equivalente da faixa
ℓ_n	vão livre na direção considerada
M_1, M_2	momentos nos apoios obtidos através do processo dos pórticos equivalentes ou do cálculo direto
E_c	módulo de elasticidade do concreto
I_e	momento de inércia efetivo

A ação p_s distribuída na viga é uma ação equivalente para aquela faixa e é obtida através da seguinte relação: $\frac{p_s \ell_n^2}{8} = \frac{(M_1 + M_2)}{2} + M_3 = (M_0)_{\text{faixa}}$.

O deslocamento no centro da laje é obtido da mesma forma: soma dos deslocamentos da faixa dos pilares e da faixa central (ortogonal).

3.1.2 - Processo de Rangan

Este processo foi desenvolvido por RANGAN (1976, 1986) e RANGAN e McMULLEN (1978). Através deste processo obtém-se uma estimativa do deslocamento transversal final em lajes-cogumelo, de forma bem simplificada.

O deslocamento w_u em um ponto no centro de um painel de laje retangular é dado pela soma dos deslocamentos centrais de duas faixas perpendiculares da laje, tratadas como vigas de largura unitária. Uma faixa tomada na linha dos pilares, com

direção do maior vão, sofre um deslocamento w_p , no meio do vão e uma faixa perpendicular na região central sofre um deslocamento w_c , também no meio do vão. O modelo está representado na figura 3.3.

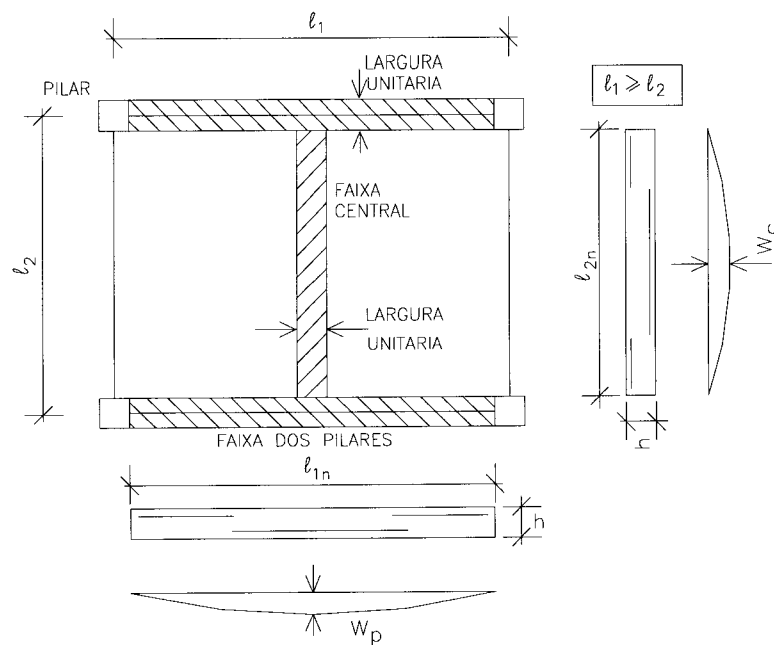


Figura 3.3 - Modelo para cálculo dos deslocamentos [RANGAN, 1976]

O deslocamento total w_u é dado por:

$$w_u = w_p + w_c \quad (3.7)$$

Os deslocamentos w_p e w_c são dados pelas expressões:

$$w_p = \frac{\beta_p l_1 l_{1n}^3}{E_c I_p} (F_i + \lambda F_t) \quad (3.8)$$

$$w_c = \frac{\beta_c l_2 l_{2n}^3}{E_c I_c} (F_i + \lambda F_t) \quad (3.9)$$

I_p momento de inércia, por unidade de largura, da faixa dos pilares

- I_c momento de inércia, por unidade de largura, da faixa central
- β_p = 1/384, é o coeficiente de deslocamento elástico em um painel interior de laje-cogumelo, para porções da laje (vigas de largura unitária), para a faixa dos pilares
- β_c = 2/384, é o coeficiente de deslocamento elástico em um painel interior de laje-cogumelo, para porções da laje (vigas de largura unitária), para a faixa central
- l_1, l_{1n} vãos maiores teórico e livre, respectivamente
- l_2, l_{2n} vãos menores teórico e livre, respectivamente
- E_c módulo de elasticidade do concreto
- F_i ação total por unidade de área (permanente + variável)
- F_t ação de longa duração por unidade de área (permanente + parcela da carga variável de caráter permanente)
- λ fator de multiplicação aplicado aos deslocamentos iniciais, para a determinação dos deslocamentos adicionais, segundo o ACI 318-89

Substituindo as expressões de w_p e w_c em (3.7) obtém-se:

$$w_u = \frac{\beta_p l_1 l_{1n}^3}{E_c I_p} (F_i + \lambda F_t) \left[1 + \frac{I_p \beta_c l_2 \left(\frac{l_{2n}}{l_{1n}} \right)^3}{I_c \beta_p l_1} \right] \quad (3.10)$$

Rangan levou em conta a redução do momento de inércia devida ao fenômeno da fissuração. Estudos feitos por TAYLOR¹, HEIMAN e TAYLOR², e HEIMAN³ apud RANGAN (1976) constataram que a fissuração na faixa dos pilares

¹ TAYLOR, P.J.(1970). Long-term deflection calculation methods for flat plates. Construction Review (Sidney), v.43, n.2, p.68-74, May apud RANGAN (1976).

² HEIMAN, J.L.; TAYLOR, P.J.(1972). Long-term deflection of a reinforced concrete flat plate. Architectural Science Review (Sidney), v.15, n.2, p.25-29, July apud RANGAN (1976).

³ HEIMAN, J.L. (1974). A comparison of measured and calculate deflections of flexural members in four reinforced concrete buildings. Deflections of Concrete Structures. Detroit, ACI, p.515-545 (SP - 43) apud RANGAN (1976).

é maior que na faixa central. Assim, Rangan adotou a faixa dos pilares totalmente fissurada e a faixa central parcialmente fissurada.

O momento de inércia I_p é tomado como momento de inércia da seção fissurada I_{cr} e o momento I_c , como média aritmética entre o momento de inércia da seção geométrica I_g e o da seção fissurada.

O momento de inércia de uma faixa de laje fissurada (com intervalos usuais de $\alpha_e = E_s/E_c$) por unidade de largura é, aproximadamente, $5\rho d^3$, onde ρ é a taxa média de armadura de tração. Assim, na faixa dos pilares, o momento de inércia é dado por $I_p = 5\rho d^3$.

Na faixa central o momento de inércia é tomado como $I_c = \frac{I_{cr} + I_g}{2}$ e pode ser aproximado para $0,6I_g$, porque I_{cr} é muito pequeno em relação a I_g . Sendo $I_g = h^3/12$, tem-se $I_c = \frac{0,6h^3}{12}$. E ainda, admitindo que $h=1,2d$, tem-se: $I_c = 0,0864 d^3$.

Substituindo os valores das inércias I_p e I_c na expressão 3.10, obtém-se:

$$w_u = \frac{\beta_p \ell_1 (F_i + \lambda F_t) \left(\frac{\ell_{1n}}{d}\right)^3}{5\rho_p E_c} \left[1 + 58\rho_p \frac{\beta_c \ell_2 \left(\frac{\ell_{2n}}{\ell_{1n}}\right)^3}{\beta_p \ell_1} \right] \quad (3.11)$$

Um estudo paramétrico, feito por RANGAN e McMULLEN (1978), mostrou que a expressão 3.11 é relativamente insensível a alguns dos parâmetros. Com uma reavaliação dos resultados obtidos ela foi simplificada:

$$w_u = K_1 K_2 \frac{\ell_1 (F_i + \lambda F_t) \left(\frac{\ell_{1n}}{d}\right)^3}{90\sqrt{\rho_p} E_c} \quad (3.12)$$

d média das alturas úteis das duas faixas

$$K_2 = (\ell_{2n}/\ell_{1n}) \geq 0,5$$

$K_1 = 1,0$ para painéis interiores

= 1,3 para painéis exteriores com vigas rígidas de borda

= 1,6 para painéis sem vigas de borda

A viga é considerada rígida se sua largura e a parte que excede a espessura da laje são, no mínimo, uma vez e meia a espessura da laje (vide figura 3.4).

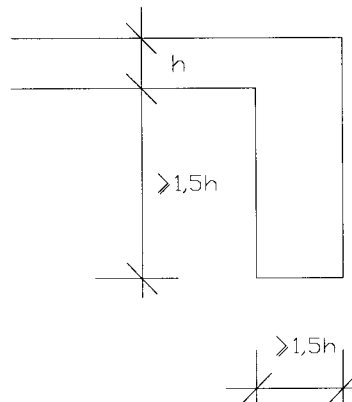


Figura 3.4 - Definição de viga rígida, segundo Rangan

Rangan simplifica mais a expressão, tomando o valor de $\rho_p = 0,006$ (segundo Rangan este valor não varia muito). Tem-se então para expressão do deslocamento total:

$$w_u = K_1 K_2 \frac{\ell_1 (F_i + \lambda F_t)}{7 E_c} \left(\frac{\ell_{1n}}{d} \right)^3 \quad (3.13)$$

Para estimar o deslocamento incremental, relativo à parte que ocorre após a colocação das unidades não-estruturais, pode-se admitir que $w_{inc} = w_u - w_{perm}$, onde w_{perm} é o deslocamento imediato devido à ação permanente g , resultando:

$$w_{inc} = w_u - \left(\frac{g}{F_i + \lambda F_t} \right) w_u \quad (3.14)$$

3.1.3 - Processo das Vigas Cruzadas

Todas as aproximações que analisam as lajes como um sistema de vigas perpendiculares podem ser denominados genericamente de processo das vigas cruzadas. Há algumas variações entre as propostas dos vários autores, mas a base dos processos é a mesma (como pôde ser observado ao longo do item 3.1 deste trabalho).

O que é aqui denominado de processo das vigas cruzadas é o processo apresentado no ACI 435.9R - 91 e indicado em MACGREGOR (1992). A laje é tratada como vigas de largura unitária e ortogonais, na linha dos pilares e na região central da laje. O deslocamento no meio do vão de cada viga de largura unitária é calculado usando a equação dos deslocamentos de vigas elásticas.

$$w = \frac{5}{48} \frac{\ell_n^2}{E_c I_e} \left[M_m - 0,1 (M_1 + M_2) \right] \quad (3.15)$$

ℓ_n	vão livre na direção considerada
E_c	módulo de elasticidade do concreto
I_e	momento de inércia efetivo, obtido com a expressão 2.2
M_m, M_1 e M_2	momentos no meio-vão e nos apoios, determinados com o processo dos pórticos equivalentes ou com o cálculo direto

3.2 - PROCESSO DOS ELEMENTOS FINITOS

É crescente a utilização do processo dos elementos finitos na análise estrutural. Este processo permite a análise integrada do pavimento, onde é considerada a influência de um elemento estrutural sobre os outros, e também é fácil

a representação de disposições irregulares de ações e de elementos estruturais como vigas e pilares, propiciando uma representação mais próxima da real. Vale ressaltar que, para a utilização desta ferramenta, é necessário estar habilitado para a escolha do elemento, para preparar os dados e interpretar os resultados.

3.2.1 - Análise Elastoplástica Utilizando Diagrama Momento-Curvatura Trilinear

Há uma disponibilidade muito grande de programas de elementos finitos com análise elástica linear; recentemente tem sido introduzida a consideração do comportamento elastoplástico do concreto.

A análise elastoplástica com processo dos elementos finitos em lajes de concreto armado tem sido feita através de duas aproximações. A primeira considera o diagrama momento-curvatura, que representa os vários estágios de comportamento do material, e a segunda que considera a placa estratificada em camadas superpostas, que possibilitam a representação de variações nas propriedades do material ao longo da espessura. Em CORRÊA (1991) encontra-se um breve histórico da aplicação da análise elastoplástica com o processo dos elementos finitos.

Neste trabalho serão calculados deslocamentos utilizando o programa de elementos finitos que incorpora a rotina para considerar o comportamento elastoplástico do concreto, proposto por CORRÊA (1991), onde é utilizado o modelo não-estratificado.

No modelo utilizado, o comportamento do material é representado por um diagrama momento-curvatura trilinear, onde cada estágio do comportamento do concreto armado (concreto não-fissurado, concreto fissurado e escoamento das armaduras) é representado por uma linha reta, como se pode observar na figura 3.5.

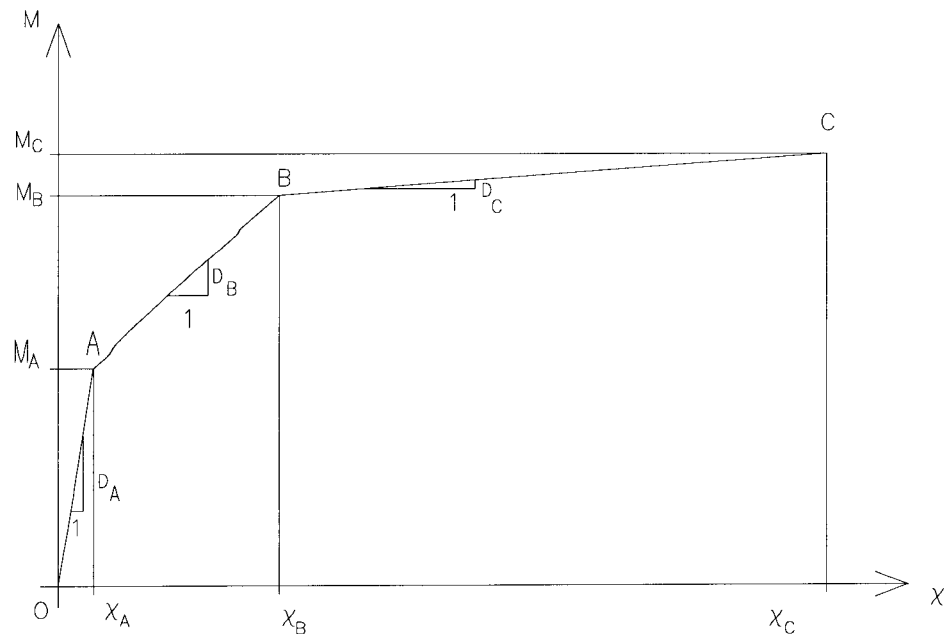


Figura 3.5 - Diagrama momento-curvatura trilinear

No diagrama momento-curvatura da figura 3.5, supõe-se que o comportamento não-elástico começa com o aparecimento da primeira fissura no ponto A, com endurecimento linear e mudança de endurecimento no ponto B. As descargas são sempre paralelas ao trecho elástico inicial. Então, no modelo adotado, a partir do ponto A surgem deformações irreversíveis.

O endurecimento do material é o aumento da tensão de escoamento à medida que ocorre a deformação plástica. Os parâmetros de endurecimento, correspondentes aos trechos AB e BC, são dados pelas seguintes expressões:

$$H'_B = \frac{D_B}{1 - D_B / D_A} \quad \text{e} \quad H'_C = \frac{D_C}{1 - D_C / D_A} \quad (3.16)$$

D_A , D_B e D_C rigidezes à flexão da placa relativas aos trechos OA, AB e BC, respectivamente

Para a fixação do diagrama é necessária a determinação dos pontos A, B e C. O ponto A é o ponto de fissuração, isto é, a máxima tensão de tração do concreto atinge a resistência à tração. Para determinar o ponto A despreza-se a presença da

armadura, a seção é considerada homogênea e o módulo de elasticidade é E_c (vide figura 3.6).

O momento M_A é o momento de fissuração M_{cr} , dado por:

$$M_A = f_{tk} b h^2 / 6 \quad (3.17)$$

E a curvatura associada é dada por:

$$\chi_A = \frac{2f_{tk}}{E_c h} \quad (3.18)$$

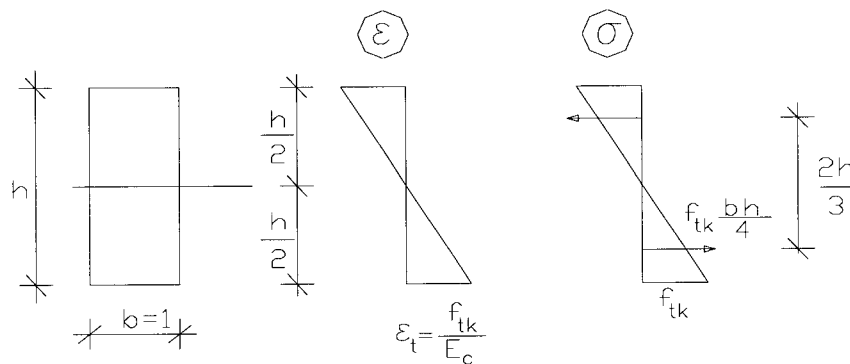


Figura 3.6 - Fissuração do concreto

No ponto B supõe-se que as armaduras iniciam o escoamento, ou seja, a tensão normal σ_s atinge o valor da resistência característica do aço à tração f_{yk} . É desprezada a contribuição do concreto tracionado e as tensões de compressão no concreto são consideradas proporcionais às deformações com módulo de deformação E_c (vide figura 3.7).

O momento M_B e a curvatura χ_B para seção retangular com armadura simples são dados por:

$$M_B = f_{yk} A_s (d - x / 3) \quad (3.19)$$

$$\chi_B = \frac{\varepsilon_{yk}}{d - x} \quad (3.20)$$

onde $x = -m + \sqrt{m^2 + 2md}$ e $m = \frac{E_s A_s}{E_c b}$

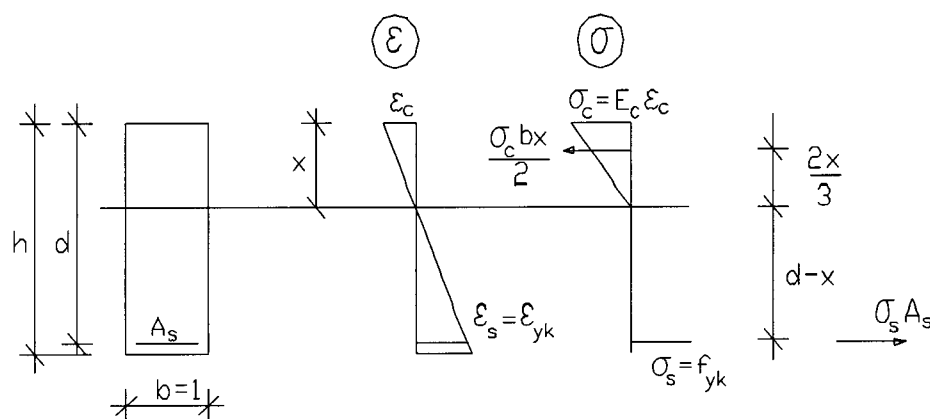


Figura 3.7 - Escoamento das armaduras

No ponto C a região mais comprimida do concreto atinge a resistência característica f_{ck} , enquanto as armaduras escoam com tensão $\sigma_s = f_{yk}$. Na distribuição de deformações podem-se ter duas situações. A primeira em que a deformação na fibra mais comprimida do concreto está compreendida entre 0,20% e 0,35% e a deformação do aço já atingiu o valor de 1%. E a segunda em que a deformação do concreto atinge o valor de 0,35% enquanto no aço a deformação está entre ϵ_{yk} e 1%. É feita a substituição do diagrama parábola-retângulo de tensões de compressão do concreto pelo retângulo equivalente, como permite a NB 1 (vide figura 3.8).

O momento M_C e a curvatura χ_C para seção retangular com armadura simples são dados por:

$$M_C = 0,8x b f_{ck} (d - 0,4x) \quad (3.21)$$

$$\chi_{C1} = \frac{0,0035}{x} \quad \text{ou} \quad \chi_{C2} = \frac{0,010}{d - x} \quad (3.22)$$

$$\text{onde } x = \frac{A_s f_{yk}}{0,8 b f_{ck}} \quad (3.23)$$

e adota-se a menor curvatura entre χ_{C1} e χ_{C2} .

Para ações de longa duração, pode-se optar por substituir f_{ck} por $0,85f_{ck}$ nas equações 3.21 e 3.23.

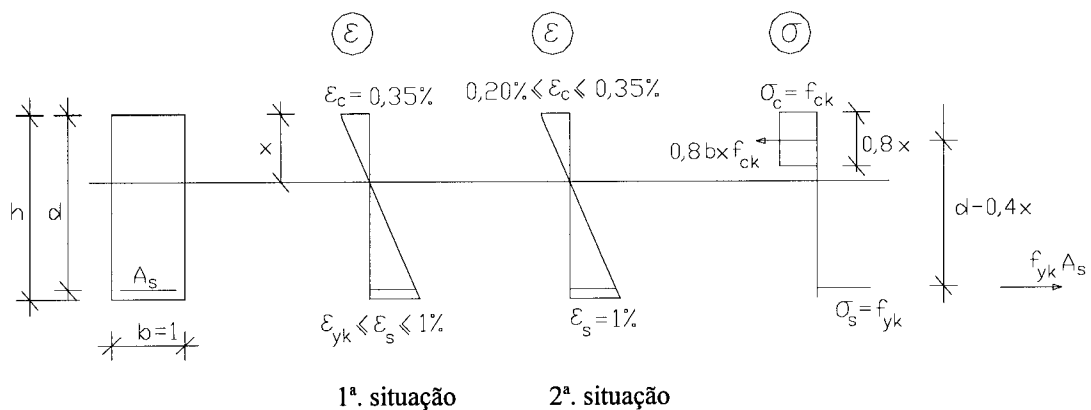


Figura 3.8 - Situação última

O modelo proposto por Corrêa é simples e através das aferições feitas comprovou bom desempenho. O desenvolvimento desses modelos busca representações mais realistas do comportamento bidimensional de lajes de concreto armado, principalmente com relação aos fenômenos da fissuração e do escoamento da armadura.

A implementação computacional foi feita para elementos triangulares de placa com três graus de liberdade por nó. O comportamento elastoplástico é analisado para carregamento estático monotonicamente crescente. A solução de problemas não-lineares, como a análise elastoplástica de placas, é feita através de um processo incremental-iterativo. A análise da placa é feita através de incrementos de ações, onde é necessário fornecer os seguintes dados: número de incrementos de ações e a parcela da ação para cada incremento, número máximo de iterações por incremento, valores das tolerâncias em força e em deslocamento para verificar a convergência e os dados do diagrama momento-curvatura.

Os dados do diagrama momento-curvatura que devem ser fornecidos para a análise são: momento de fissuração (ponto A), momento de escoamento das armaduras (ponto B), parâmetros de endurecimento dos trechos AB e BC.

O diagrama momento-curvatura apresentado foi montado com base nos valores característicos dos materiais. Levando em conta que a busca da

representatividade do modelo é no intervalo das ações de serviço, é razoável considerar que os valores médios das propriedades dos materiais conduzam a resultados mais próximos dos reais.

3.2.2 - Implementação de Graham e Scanlon

Para incluir o efeito da fissuração em programas de elementos finitos de análise linear, SCANLON e MURRAY (1982) propuseram a utilização da relação tensão deformação ortotrópica, com redução na rigidez à flexão em cada direção. Esta redução de rigidez é feita baseada no momento de inércia equivalente recomendado no código do ACI. Estas modificações foram implementadas por GRAHAM e SCANLON (1985), através de uma subrotina, no programa SAP IV. Os procedimentos da rotina são apresentados a seguir. A análise é feita utilizando elemento de placa quadrilateral com quatro pontos nodais.

Os momentos nas direções x e y são calculados inicialmente para a laje não-fissurada. Uma vez que as ações aplicadas são suficientes para exceder o momento de fissuração, as propriedades dos materiais são reduzidas e os momentos são novamente calculados usando uma relação tensão-deformação ortotrópica para o estado plano de tensão, expressão (3.27). A rigidez à flexão é reduzida em cada direção, utilizando a expressão do momento de inércia efetivo dado no código do ACI 318 - 83 (e que foi mantido na versão de 1989). O grau de fissuração, ou a redução da rigidez, em cada direção é dado pelas expressões (3.24). As propriedades dos materiais são reduzidas na mesma proporção, como pode ser visto nas expressões (3.25) e (3.26).

$$\alpha_x = \frac{I_{ex}}{I_{gx}} \quad \alpha_y = \frac{I_{ey}}{I_{gy}} \quad (3.24)$$

$$E_x = \alpha_x E_c \quad E_y = \alpha_y E_c \quad (3.25)$$

$$v_x = \alpha_x v \quad v_y = \alpha_y v \quad (3.26)$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_x}{1 - v_x v_y} & \frac{E_y v_x}{1 - v_x v_y} & 0 \\ \frac{E_x v_y}{1 - v_x v_y} & \frac{E_y}{1 - v_x v_y} & 0 \\ 0 & 0 & G_{xy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.27)$$

α_x, α_y	grau de fissuração nas direções x e y
I_{ex}, I_{ey}	momento de inércia efetivo para um elemento
I_{gx}, I_{gy}	momento de inércia da seção bruta para um elemento
E_c	módulo de elasticidade do concreto
E_x, E_y	módulo de elasticidade do concreto nas direções x e y
v	coeficiente de Poisson
v_x, v_y	coeficiente de Poisson nas direções x e y
G_{xy}	módulo de elasticidade transversal
σ_x, σ_y	tensões normais na direção x e y
τ_{xy}	tensão tangencial
$\varepsilon_x, \varepsilon_y$	deformações normais na direção x e y
γ_{xy}	distorção angular

A relação momento-curvatura é obtida através da integração das tensões ao longo da espessura da laje.

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{h^3 E_x}{12(1 - v_x v_y)} & \frac{h^3 E_y v_x}{12(1 - v_x v_y)} & 0 \\ \frac{h^3 E_x v_y}{12(1 - v_x v_y)} & \frac{h^3 E_y}{12(1 - v_x v_y)} & 0 \\ 0 & 0 & G_{xy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \chi_x \\ \chi_y \\ \chi_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.28)$$

M_x , M_y e M_{xy} são os momentos

χ_x , χ_y , χ_{xy} são as curvaturas

O módulo de elasticidade transversal sofre uma redução no seu valor depois da fissuração, mas quantificar esta redução é uma tarefa difícil. HAND; PECKNOLD E SCHNOBRICH¹ apud SCANLON e MURRAY (1982), fazendo análises por elementos finitos, chegaram à conclusão de que o cálculo do deslocamento não é sensível ao valor reduzido de G_{xy} depois da fissuração. Por simplicidade, o módulo de elasticidade transversal não-fissurado é utilizado mesmo depois da peça fissurada.

No cálculo do momento de inércia efetivo, o efeito das tensões geradas pela restrição à retração do material pode ser considerado no cálculo do momento de fissuração M_{cr} , através da redução da resistência à tração.

A análise da laje é repetida usando as constantes reduzidas, e subsequentes iterações são feitas até não haver fissuração adicional. Um esquema da rotina de fissuração iterativa pode ser visualizada na figura 3.10.

Para fazer a análise incluindo a consideração da fissuração há uma entrada adicional de dados para a subrotina de fissuração, onde são fornecidos os dados da armação da laje e o estado de fissuração de cada elemento.

Pode-se fazer a análise da laje através de estágios de carregamento. As ações que atuam na laje são divididas em parcelas e são calculados os deslocamentos da laje para cada nível de ação. Através desse procedimento se obtém uma aproximação em degraus ao longo do diagrama momento-curvatura (vide figura 3.9), melhor que uma única aproximação da rigidez da laje no nível do momento máximo de serviço.

¹ HAND, F.R.; PECKNOLD, D.A.; SCHNOBRICH, W.C. (1973). Nonlinear layered analysis of reinforced concrete plates and shells. *Proceedings - ASCE*, v.99, n.ST7, p.1491-1505, July apud SCANLON e MURRAY (1982).

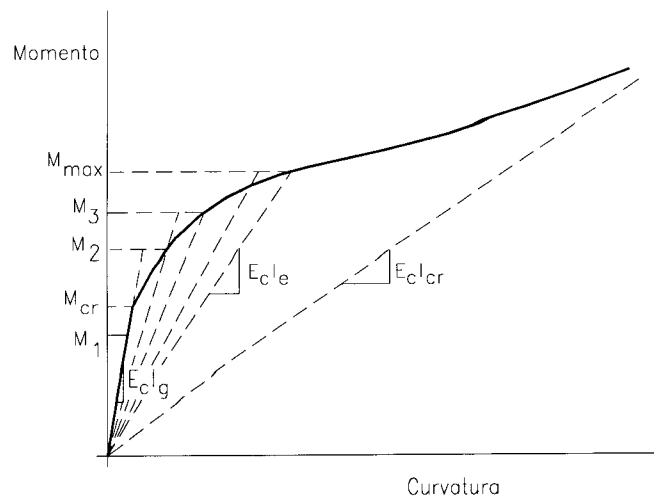


Figura 3.9 - Diagrama momento-curvatura para análise em estágios de carregamento

Na figura 3.11 há uma sequência do procedimento para a análise da laje através de estágios de carregamento; é considerada uma sequência típica de ações de construção. Na figura 3.11(a) tem-se a história das ações atuantes na laje. Na figura 3.11(b) tem-se o primeiro nível de ações atuando no tempo t_1 e o deslocamento imediato w_1 . Na figura 3.11(c) tem-se o segundo nível das ações atuando no tempo t_2 , o deslocamento imediato w_2 e o deslocamento incremental Δw_2 . O mesmo é apresentado para o terceiro nível de ações da figura 3.11(d).

Os deslocamentos incrementais imediatos entre os sucessivos estágios de carregamento são obtidos pela subtração do deslocamento do estágio atual pelo deslocamento do estágio anterior. Esses deslocamentos incrementais devem ser utilizados na determinação do deslocamento devido à fluência.

Nas análises feitas através de estágios de carregamento, os elementos que fissuram em um nível de ações devem ser considerados já fissurados no início da resolução dos níveis de ações subsequentes. Para indicar a existência de elementos já fissurados no início de uma análise, deve-se fornecer os valores das propriedades reduzidas e do grau de fissuração para aqueles elementos. Neste caso, o fluxograma da figura 3.10 não começa com o cálculo dos momentos elásticos, mas com os momentos obtidos com o uso da rigidez reduzida.

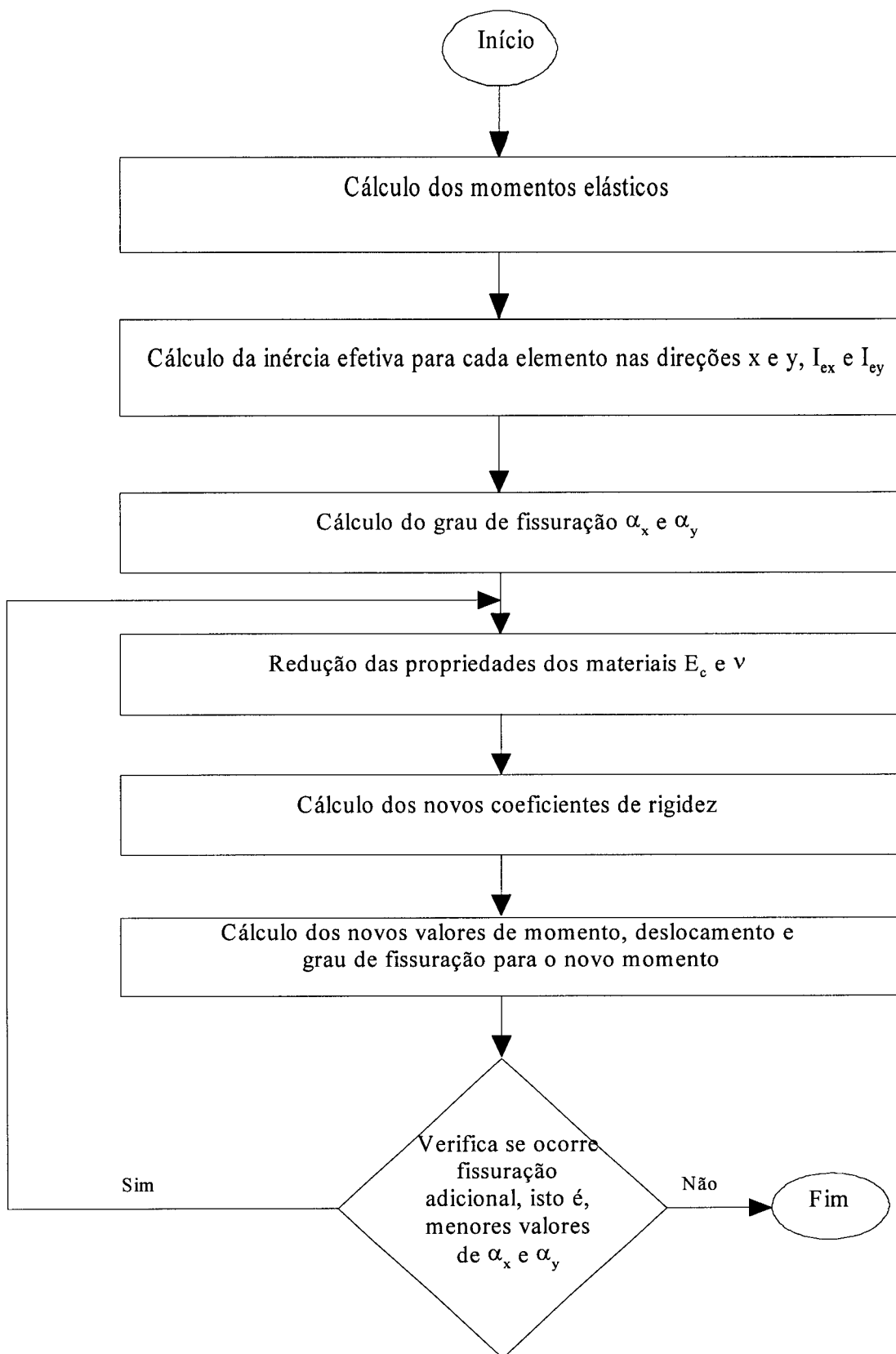
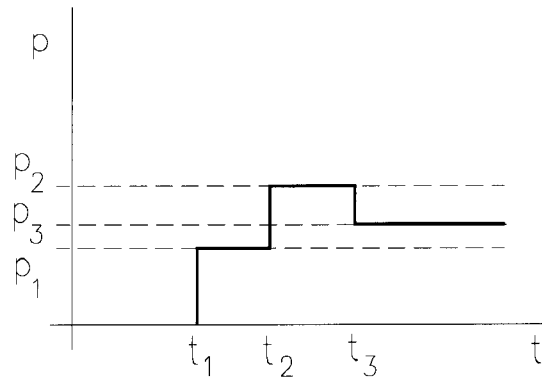
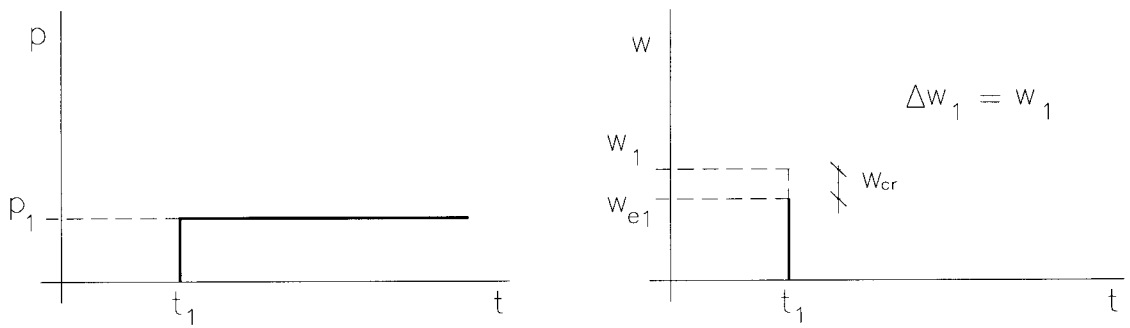


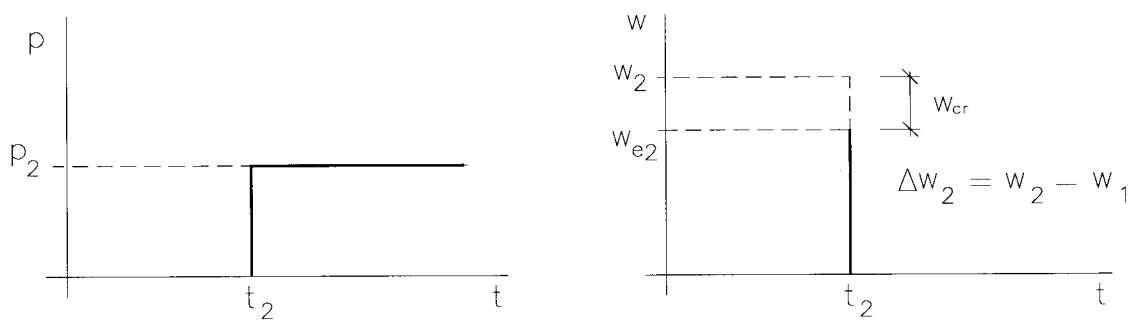
Figura 3.10 - Rotina iterativa para considerar a fissuração [GRAHAM, 1984]



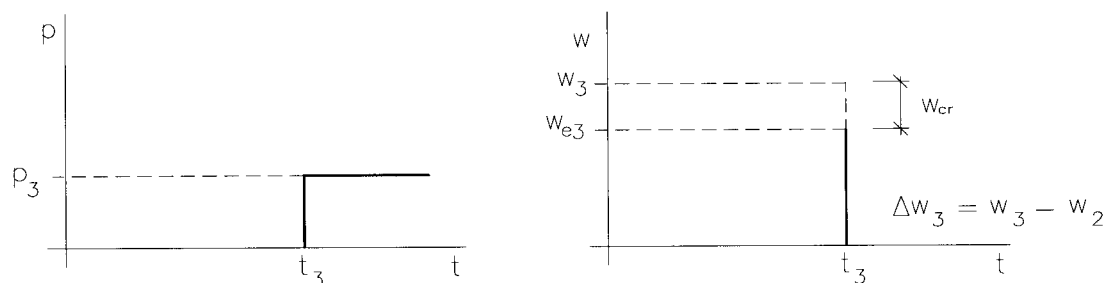
(a) Sequência de ações



(b) Primeiro nível de ações



(c) Segundo nível de ações



(d) Terceiro nível de ações

Figura 3.11 - Deslocamento incremental [GRAHAM, 1984]

CAPÍTULO 4 - EXEMPLOS

São apresentados três exemplos de análise de pavimentos. No primeiro é feito o cálculo de deslocamentos utilizando programa proposto por CORRÊA (1991), o processo das vigas cruzadas e o processo de Rangan. No segundo exemplo é estudado um pavimento que foi analisado por PINHEIRO e SCANLON (1993), que determinaram os deslocamentos através do processo das vigas cruzadas e do processo de elementos finitos utilizando o programa SAP IV; no presente trabalho foram utilizados o programa proposto por CORRÊA (1991) e o processo de Rangan. O terceiro exemplo é um pavimento onde foram feitas medidas dos deslocamentos que ocorreram durante nove anos em um prédio na Austrália; são calculados os deslocamentos e é feita a comparação com os valores medidos.

4.1 - EXEMPLO 1

Será feita a análise dos deslocamentos do pavimento considerado por GUARDA (1995). Será utilizado programa de elementos finitos, o processo de Rangan e o processo das vigas cruzadas. Serão verificadas as recomendações das normas: ACI 318-89, CEB-FIP MC90, NB 1/1978 e projeto da NB 1/1994.

Na análise por elementos finitos, para fazer a análise elastoplástica utilizando o diagrama momento-curvatura trilinear (como exposto no item 3.2.1), é necessário conhecer a armação da laje. Assim sendo, é feita a análise linear e a partir desta é

determinada uma taxa de armadura para que possa ser feita a análise não-linear. São feitas análises não-lineares considerando uma única taxa de armadura em todo pavimento. Com o resultado desta análise é feito um refinamento da armadura, determinando-se mais de uma taxa, ou seja, o pavimento vai ter regiões com diferentes taxas de armadura.

Para determinar a taxa de armadura a partir de uma análise linear, pode-se aplicar o coeficiente de segurança γ_f nas ações ou diretamente nos esforços. De acordo com a NBR 8681/1984, o coeficiente de ponderação das ações γ_f é considerado como produto de dois outros fatores: γ_{f1} e γ_{f3} ; o coeficiente de combinação ψ_0 faz o papel de um terceiro coeficiente, que seria indicado por γ_{f2} . O coeficiente γ_{f1} leva em conta as incertezas das ações e o coeficiente γ_{f3} as incertezas dos esforços. Na análise não-linear, o coeficiente γ_{f1} deve ser aplicado no início da análise, porque esta depende da história do carregamento.

Ainda de acordo com a NBR 8681/1984, para a quantificação de γ_{f1} e γ_{f3} individualmente, deve-se manter $\gamma_{f3} \geq 1,1$. Todas as ações serão majoradas de $\gamma_{f1} = 1,25$ (que corresponde a $\gamma_{f3} = 1,12$, para $\gamma_f = 1,40$), como foi quantificado por CORRÊA (1991).

A análise linear e as análises não-lineares dos itens 4.1.2, 4.1.3 e 4.1.4 foram feitas com as ações majoradas em 25%, pois nesta fase do exemplo está sendo determinada a área de aço. Na determinação dos deslocamentos para a verificação dos estados limites de utilização (item 4.1.5), são utilizadas as ações de serviço e o coeficiente γ_f é tomado como igual a um.

4.1.1 - Dados do Pavimento

Trata-se de um pavimento em laje plana maciça de concreto armado, com 18 cm de espessura, representado na figura 4.1. A distância de piso a piso foi adotada

com 2,8 m. É utilizado concreto C20, com peso específico de $2,5 \text{ kN/m}^3$, Coeficiente de Poisson $\nu = 0,2$ e módulo de elasticidade E_c de acordo indicação da NB 1/1978 ($E_c = 0,9 \cdot 6600 \sqrt{f_{ck} + 3,5}$ em MPa), $E_c = 2,88 \cdot 10^7 \text{ kN/m}^2$. O aço utilizado é o CA-50A, com módulo de elasticidade $E_s = 2,1 \cdot 10^8 \text{ kN/m}^2$. A resistência do concreto à tração na flexão é calculada a partir do f_{ck} , segundo indicação do anexo da NBR 7197/1989 e da NB 1 / 1978 ($f_{ctm} = 1,5 f_{tk}$ e $f_{tk} = 0,06f_{ck} + 0,7$ MPa). O carregamento do pavimento é indicado a seguir.

Ações permanentes:

peso próprio	4,5 kN/m ²
revestimentos	2,0 kN/m ²
paredes	1,8 kN/m ²

Ações variáveis: 2,0 kN/m²

Total: 10,3 kN/m²

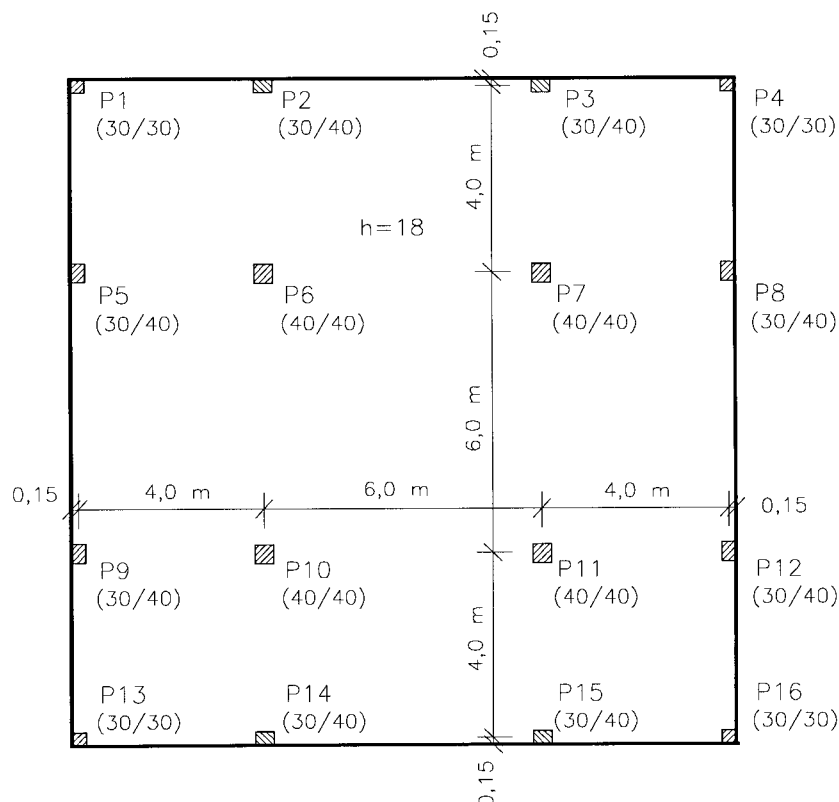


Figura 4.1 - Forma do pavimento

4.1.2 - Análise Linear

Em face à dupla simetria, somente um quarto do pavimento foi discretizado, como indicado na figura 4.2. A malha utilizada é constituída de 549 nós, 1024 elementos triangulares de placa e 4 elementos de barra, para representar os pilares (vide figura 4.3).

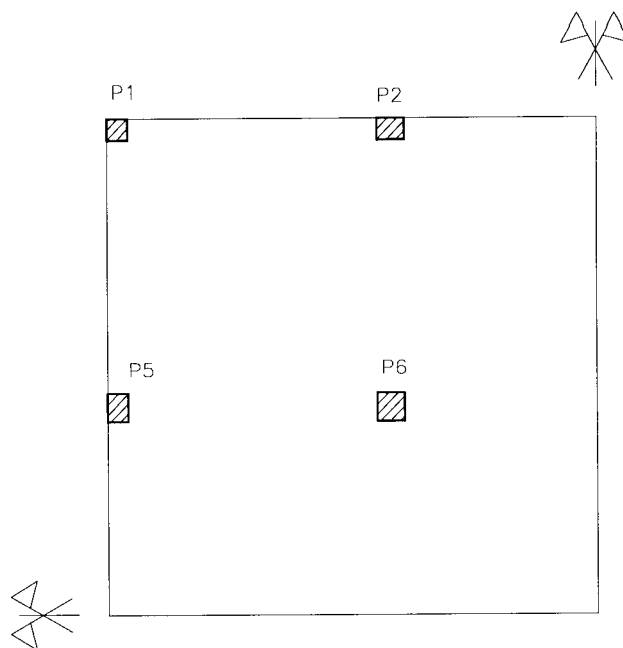


Figura 4.2 - Região analisada

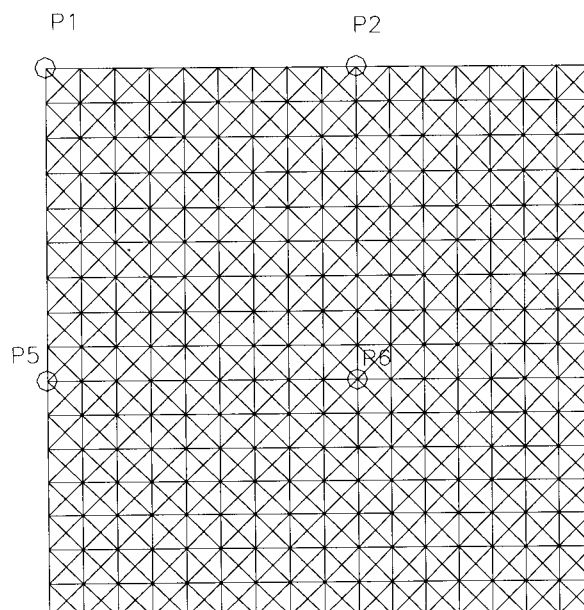


Figura 4.3 - Malha utilizada na análise por elementos finitos

Os resultados da análise linear para momentos m_x podem ser visualizados na figura 4.4. Sendo a laje simétrica nas duas direções, as curvas de momento m_y são iguais às curvas de m_x , só que na outra direção. Os maiores momentos ocorrem junto aos pilares internos, como o pilar P6, que está representado nas curvas de momento. Observando a figura 4.4, pode-se ver que na face do pilar interno os momentos são da ordem de 60 kN.m/m. Lembrando que na figura 4.4 estão representados os momentos obtidos com as ações majoradas em 25%, o momento de 60 kN.m/m corresponde ao momento característico de 48 kN.m/m. Para considerar a plastificação do concreto, são analisados quatro casos, adotando-se reduções de 20%, 30%, 40% e 50% no momento máximo.

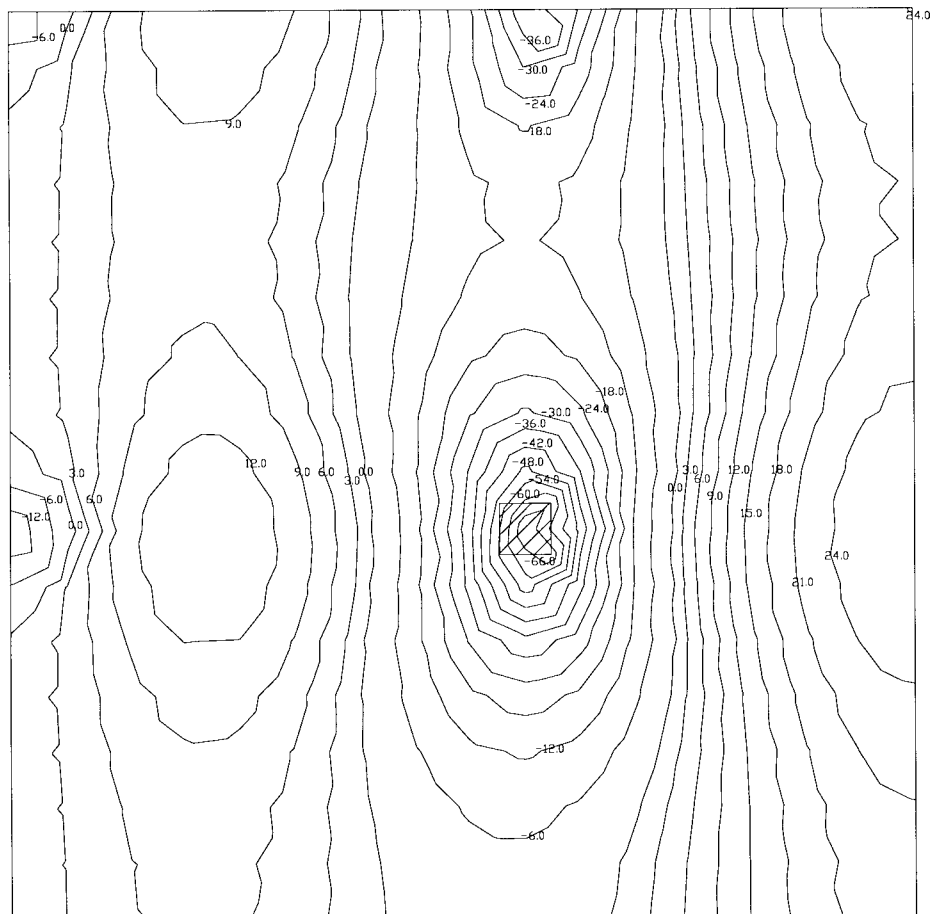


Figura 4.4 - Momento m_x - kN.m/m - Linear

4.1.3 - Análise Não-linear - Uma Única Taxa de Armadura no Pavimento

Na análise não-linear as ações foram aplicadas através de seis incrementos. O primeiro corresponde a 50% da ação total e os cinco seguintes a 10% da mesma. As tolerâncias de deslocamento e de força foram de 1% e 5%, respectivamente, permitindo-se 150 iterações por incremento. Na análise não-linear também são usados 1024 elementos triangulares de placa e 4 elementos de barra. O diagrama momento-curvatura é construído com as indicações do item 3.2.1. No cálculo do momento de fissuração é utilizada a resistência média do concreto à tração f_{ctm} . Foi adotada a altura útil $d = 16$ cm.

Fazendo a redução de 20% no momento de 48 kN.m/m (momento característico), resulta em um momento de 38,4 kN.m/m, que será resistido por armadura de 8,40 cm²/m. Esta primeira aproximação considera que a armadura em qualquer região da laje não supera este valor. O diagrama momento-curvatura trilinear correspondente está apresentado na figura 4.5 e os resultados, na figura 4.6.

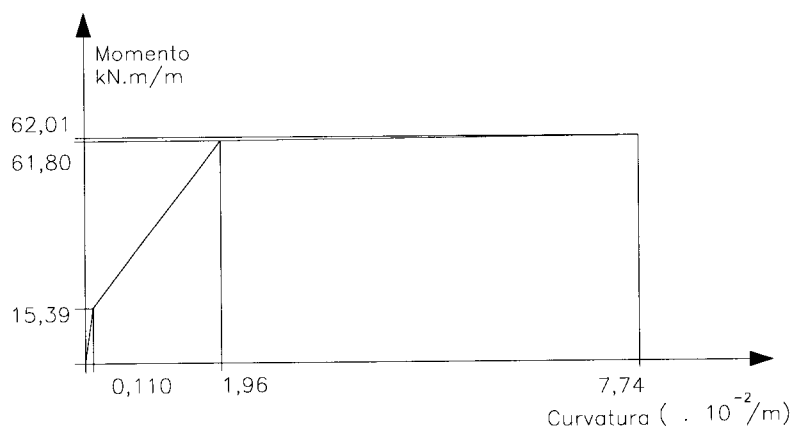


Figura 4.5 - Diagrama momento-curvatura - $a_s = 8,40$ cm²/m

Observa-se que o dimensionamento da seção foi feito para $m_k = 38,4$ kN.m/m, que corresponde ao momento de cálculo $m_d = 53,76$ kN.m/m, e o momento último no diagrama momento-curvatura é $m_c = 62,01$ kN.m/m. Essa diferença entre o momento de cálculo e o momento último do diagrama se deve ao fato de que na construção do diagrama não foram utilizados os coeficientes de segurança dos materiais: γ_c e γ_s .

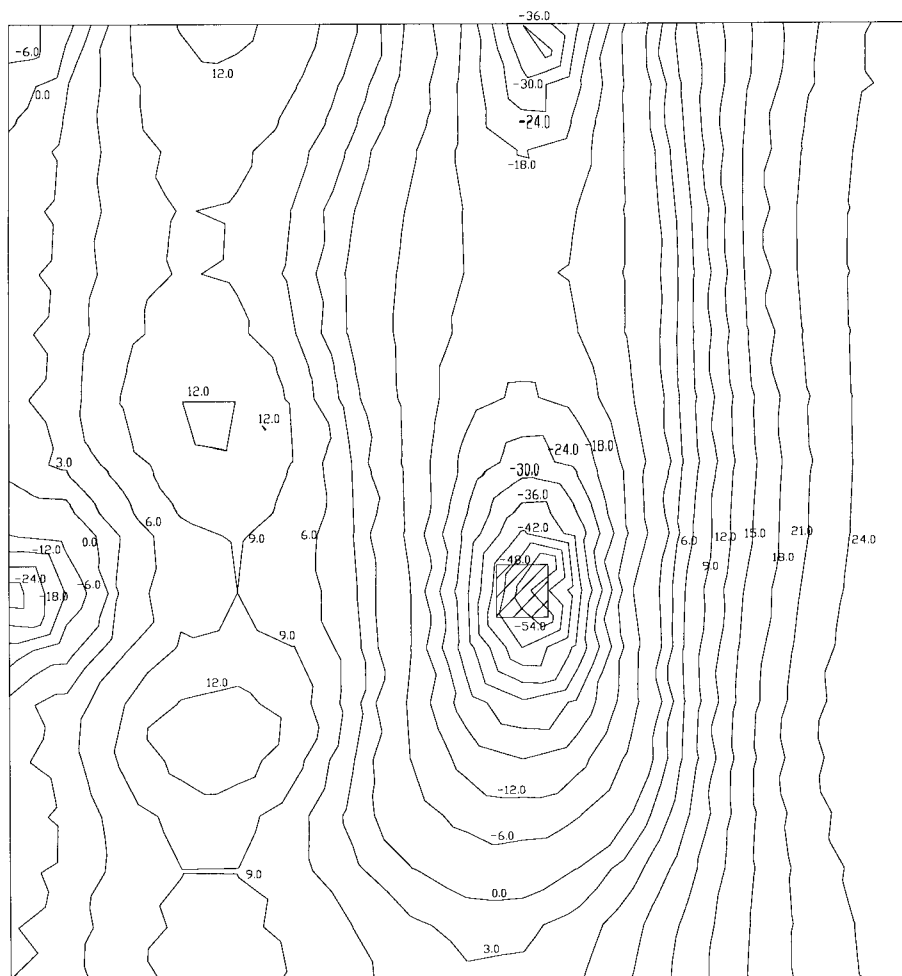


Figura 4.6 - Momento m_x - kN.m/m - Não-linear - $a_s = 8,40 \text{ cm}^2/\text{m}$

A redução de 30% resulta em um momento de 33,6 kN.m/m (momento característico), que é resistido por uma área de aço de 7,35 cm^2/m . O diagrama momento-curvatura e os resultados obtidos com esta análise estão apresentados nas figuras 4.7 e 4.8. Para redução de 40%, o momento é de 28,8 kN.m/m (momento característico), que é resistido por uma área de aço de 6,30 cm^2/m . O diagrama momento-curvatura e os resultados obtidos com esta análise estão apresentados nas figuras 4.9 e 4.10.

Para finalizar, a redução de 50% resulta em um momento de 24 kN.m/m (momento característico), que é resistido por uma área de aço de 5,04 cm^2/m . O diagrama momento-curvatura e os resultados obtidos com esta análise estão apresentados nas figuras 4.11 e 4.12.

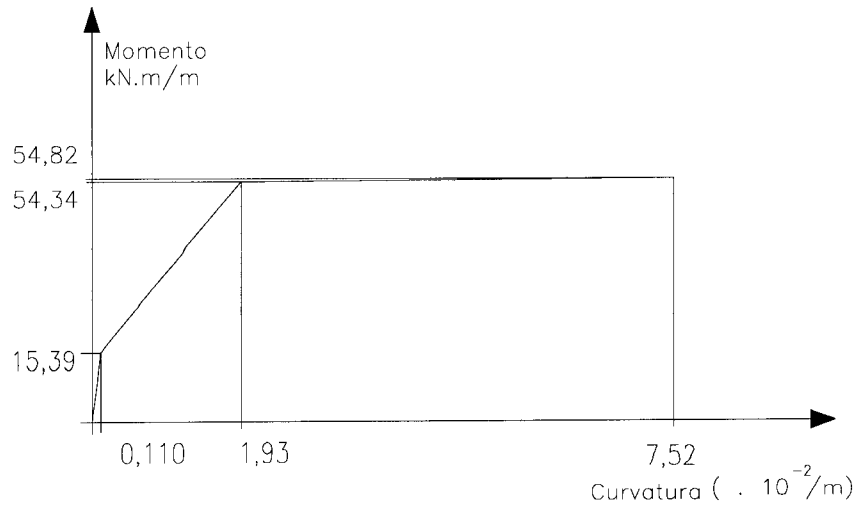


Figura 4.7 - Diagrama momento-curvatura - $a_s = 7,35 \text{ cm}^2/\text{m}$

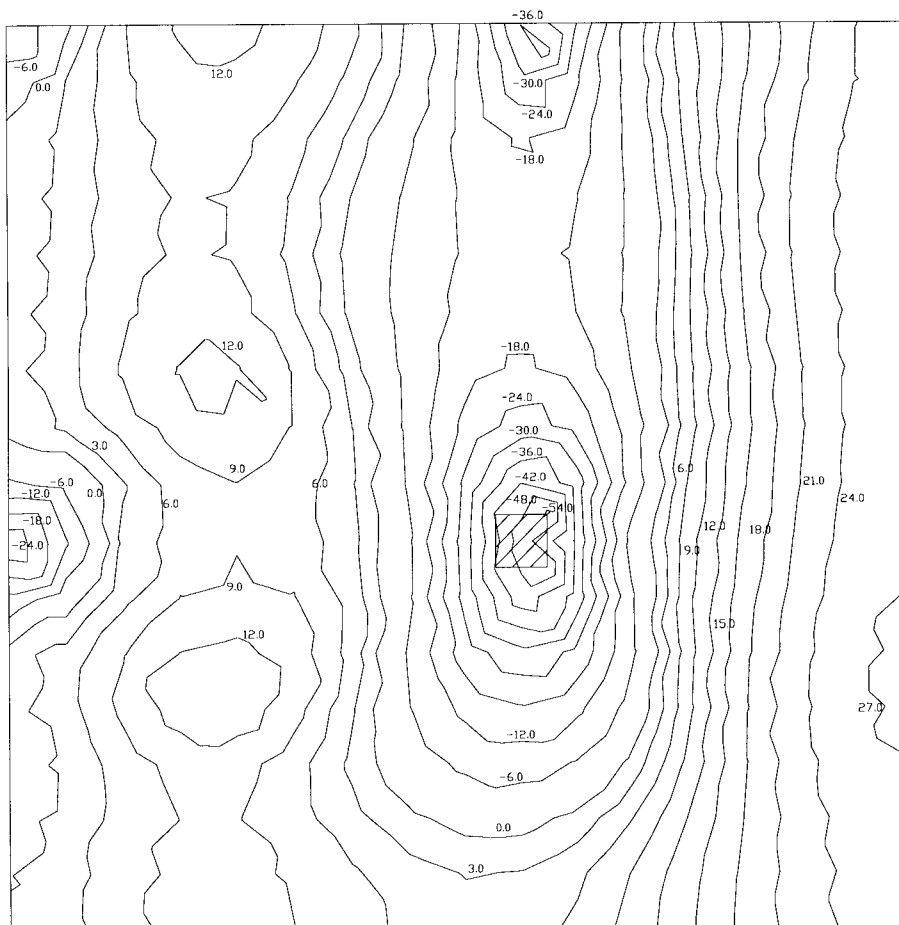


Figura 4.8 - Momento m_x - kN.m/m - Não-linear - $a_s = 7,35 \text{ cm}^2/\text{m}$

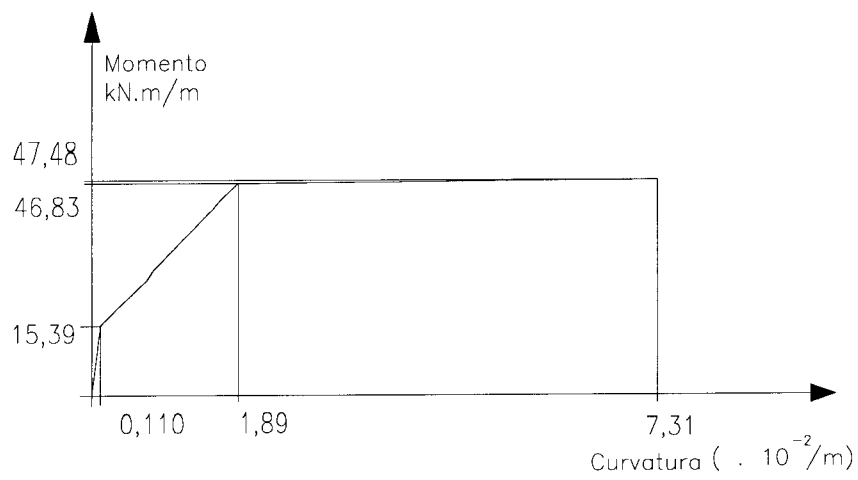


Figura 4.9 - Diagrama momento-curvatura - $a_s = 6,30 \text{ cm}^2/m$

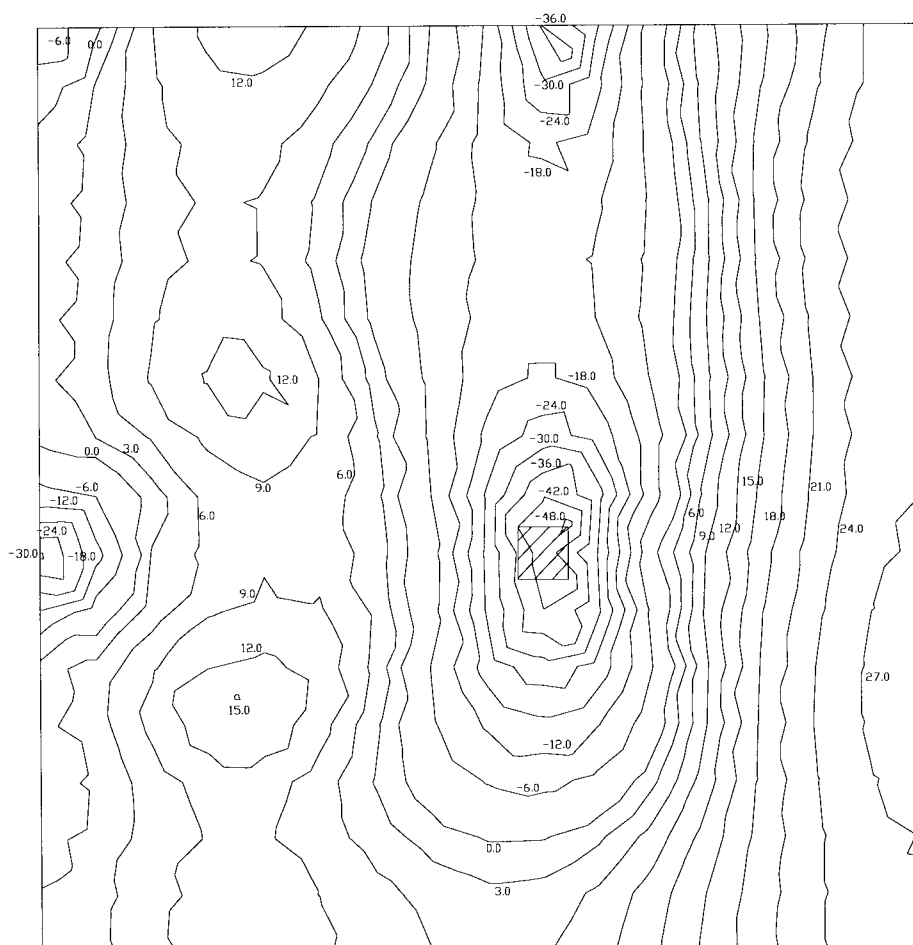


Figura 4.10 - Momento m_x - kN.m/m - Não-linear - $a_s = 6,30 \text{ cm}^2/m$

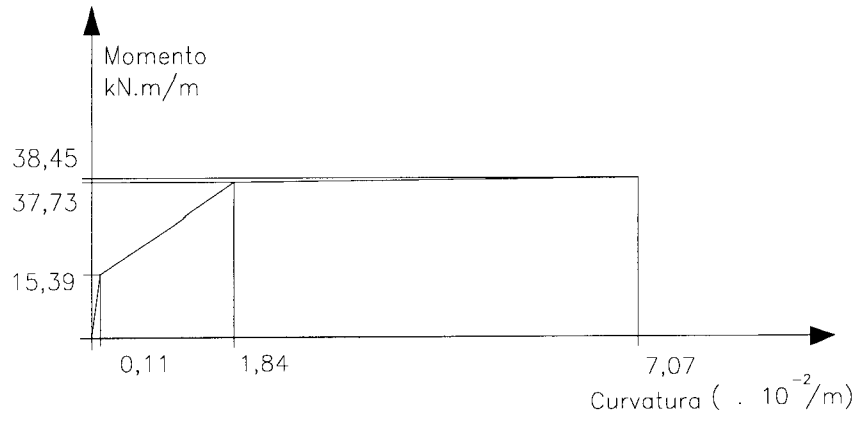


Figura 4.11 - Diagrama momento-curvatura - $a_s = 5,04 \text{ cm}^2/m$

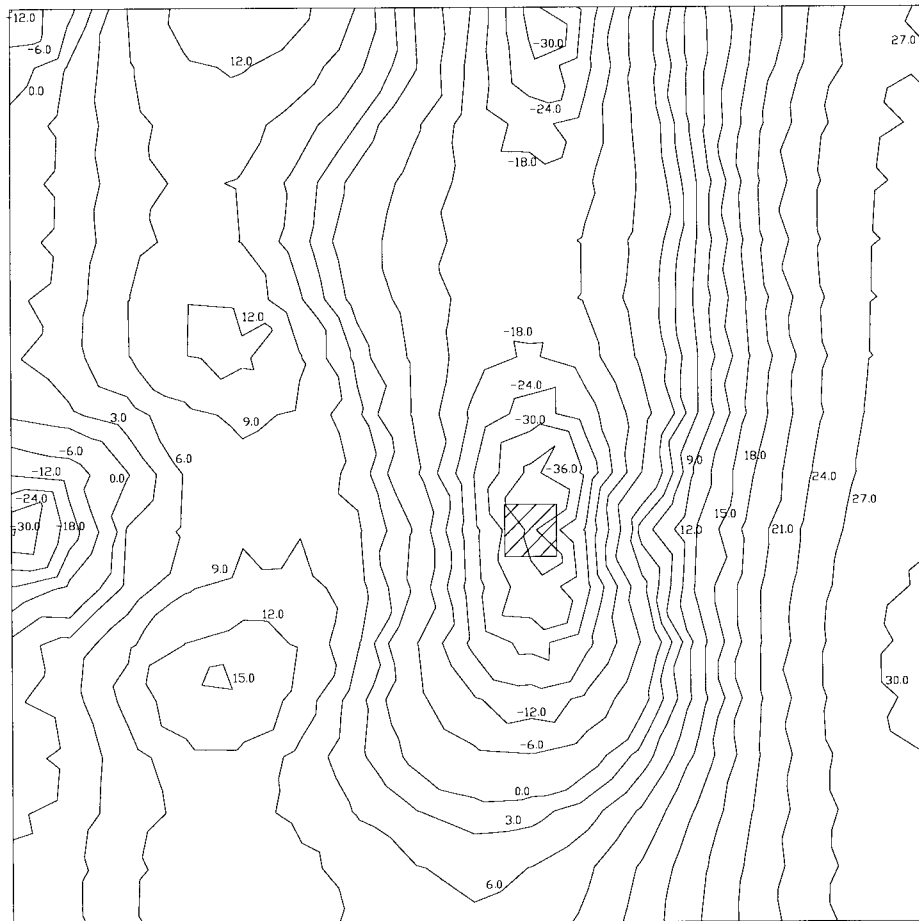


Figura 4.12 - Momento m_x - kN.m/m - Não-linear - $a_s = 5,04 \text{ cm}^2/m$

4.1.4 - Análise Não-linear para Regiões com Diferentes Taxas de Armadura

Para dividir a placa em regiões com diferentes taxas de armadura, foram utilizados os resultados das análises do pavimento com as áreas de aço de 8,40 cm²/m, 7,35 cm²/m, 6,30 cm²/m e 5,04 cm²/m. Os novos casos analisados são denominados caso 1, caso 2, caso 3 e caso 4.

a) Caso 1

Com os resultados da análise do pavimento com $a_s = 8,40 \text{ cm}^2/\text{m}$, a placa foi dividida em quatro regiões: uma região com a área mínima de aço, outra com área de aço $a_s = 5,04 \text{ cm}^2/\text{m}$, outra com $a_s = 6,30 \text{ cm}^2/\text{m}$ e outra com área $a_s = 8,40 \text{ cm}^2/\text{m}$.

Na figura 4.13, a região A corresponde à área de aço de 2,70 cm²/m ($a_{s\text{min}}$), a região B corresponde à área de aço de 5,04 cm²/m, a região C corresponde a $a_s = 6,30 \text{ cm}^2/\text{m}$ e a região D corresponde a $a_s = 8,40 \text{ cm}^2/\text{m}$.

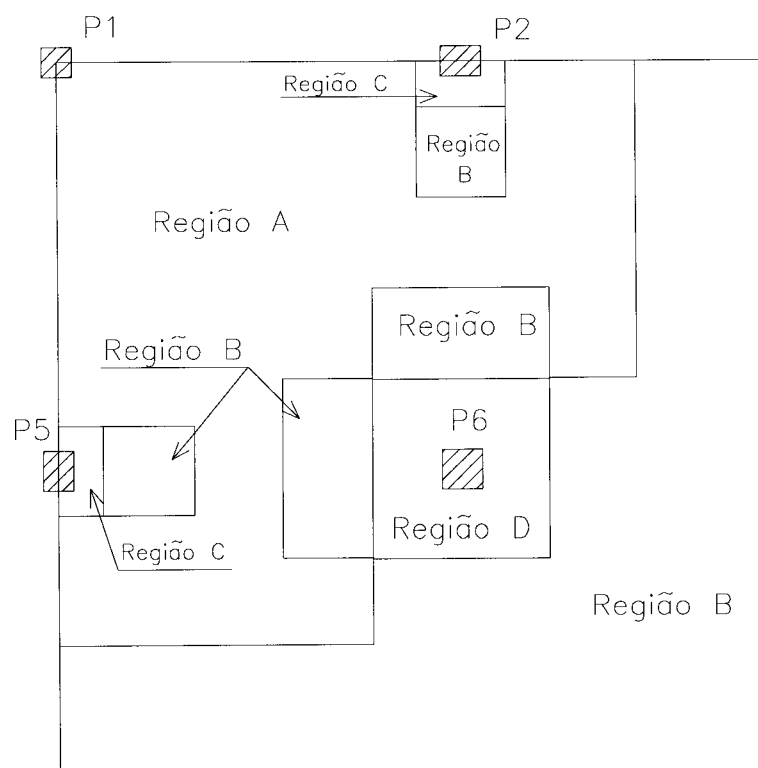


Figura 4.13 - Regiões de armadura - Casos 1, 2 e 3

b) Caso 2

Utilizando os resultados da análise do pavimento com $a_s = 7,35 \text{ cm}^2/\text{m}$, a placa foi dividida em três regiões: uma região que corresponde a área mínima de aço, outra região com área de aço $a_s = 5,04 \text{ cm}^2/\text{m}$ e outra com $a_s = 7,35 \text{ cm}^2/\text{m}$.

Na figura 4.13, a região A corresponde à área mínima de aço; a região B, à área de aço de $5,04 \text{ cm}^2/\text{m}$ e as regiões C e D, à área de aço de $7,35 \text{ cm}^2/\text{m}$.

c) Caso 3

Com os resultados da análise do pavimento com $a_s = 6,30 \text{ cm}^2/\text{m}$, foi feita a divisão em três regiões: $a_s = 2,70 \text{ cm}^2/\text{m}$ (a_{min}), $a_s = 5,04 \text{ cm}^2/\text{m}$ e $a_s = 6,30 \text{ cm}^2/\text{m}$. Na figura 4.13, a região A corresponde à área mínima de aço; a região B, à área de aço de $5,04 \text{ cm}^2/\text{m}$ e as regiões C e D, à área de aço de $6,30 \text{ cm}^2/\text{m}$.

d) Caso 4

Com os resultados da análise do pavimento com $a_s = 5,04 \text{ cm}^2/\text{m}$, a placa foi dividida em duas regiões: $a_s = 2,70 \text{ cm}^2/\text{m}$ (área mínima de aço) e $a_s = 5,04 \text{ cm}^2/\text{m}$. Nesta análise obteve-se uma distribuição de momentos em que os máximos, positivo e negativo, estão com valores mais próximos. Na figura 4.14, a região A corresponde à área mínima de aço e a região B, à área de aço de $5,04 \text{ cm}^2/\text{m}$.

Os valores dos deslocamentos para cada análise feita não servem para a verificação dos deslocamentos, pois estes estão multiplicados pelo coeficiente γ_{fl} . O deslocamento no centro do painel interno foi de 0,92 cm para a análise linear. Nas análises não-lineares foram obtidos os deslocamentos de 2,23 cm, 2,60 cm, 3,22 cm e 4,88 cm para os casos de uma única taxa de armadura no pavimento (do item 4.1.3), sendo $a_s = 8,40 \text{ cm}^2/\text{m}$, $a_s = 7,35 \text{ cm}^2/\text{m}$, $a_s = 6,30 \text{ cm}^2/\text{m}$ e $a_s = 5,04 \text{ cm}^2/\text{m}$, respectivamente. Para o caso da placa com regiões de armadura, obtiveram-se os deslocamentos de 2,93 cm, 3,29 cm, 3,85 cm e 4,99 cm para os casos 1, 2, 3 e 4, respectivamente.

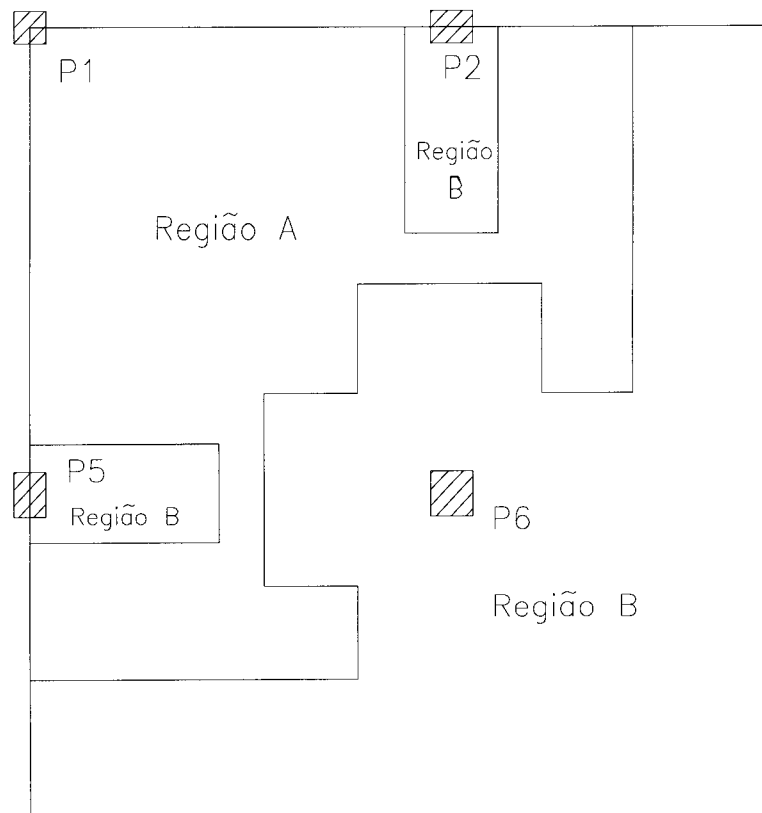


Figura 4.14 - Regiões de armadura - Caso 4

Pode-se observar que o aumento da taxa de armadura reduz o valor do deslocamento. Isto acontece porque, com menores taxas de armaduras, uma maior área da laje fissa. Pode-se perceber que há uma maior redistribuição de momentos quando a taxa de armadura é menor.

4.1.5 - Cálculo dos Deslocamentos para as Ações de Serviço

Como já foi dito, os deslocamentos obtidos com os valores das ações multiplicados por γ_{fl} não servem para a verificação dos deslocamentos. A seguir serão apresentados os deslocamentos para a combinação de utilização das ações.

Para a verificação do estado limite de utilização, deve-se fazer o coeficiente de ponderação das ações $\gamma_f = 1$. Para a verificação de deslocamentos é utilizada a

combinação quase-permanente das ações, onde as ações acidentais são multiplicadas pelo coeficiente ψ_2 , que neste exemplo foi adotado igual a 0,2.

Foram tomadas as distribuições de armadura dos casos 1, 2, 3 e 4 para o cálculo dos deslocamentos com as ações de serviço. Os resultados obtidos estão na tabela 4.1. Tem-se na figura 4.15 os deslocamentos considerando o caso da placa com a distribuição de armadura do caso 1. O deslocamento máximo, que ocorre no centro da laje interna, é de 0,93 cm.

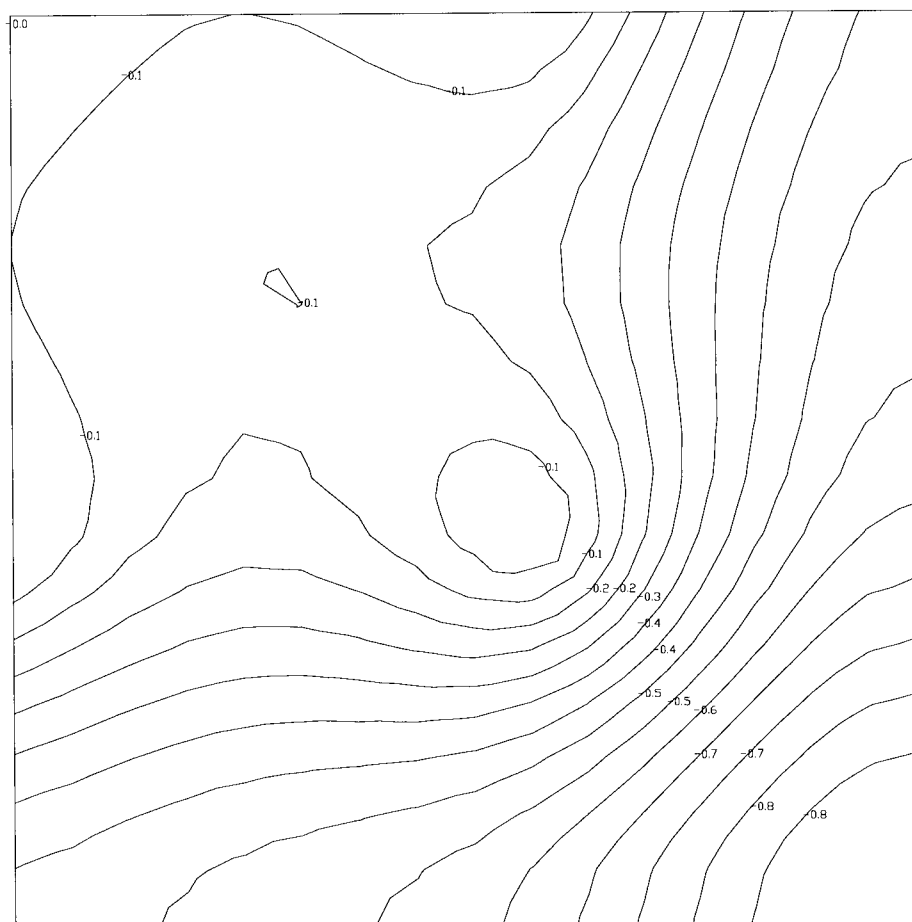


Figura 4.15 - Deslocamentos verticais - cm - Não-linear
Estado limite de utilização

Nos resultados para as ações de utilização, os deslocamentos levam em conta o efeito da fissuração do concreto, mas o efeito da fluência não é considerado. A

fluência será considerada multiplicando o deslocamento imediato pelo fator λ indicado no ACI 318-89. Este também é o fator utilizado nas expressões de Rangan.

O fator de multiplicação do ACI 318-89 para as ações de longa duração é

$$\lambda = \frac{\xi}{1 + 50\rho'}$$

onde $\rho' = 0$ porque $A_s' = 0$ e $\xi = 2,0$ porque o deslocamento será

considerado para um período maior que cinco anos. Obtém-se assim $\lambda = 2,0$.

Foi feita também a análise do pavimento com elementos finitos para as ações totais (10,3 kN/m²). Os resultados obtidos estão na tabela 4.1. O deslocamento final para a análise feita com elementos finitos é dado pela soma do deslocamento imediato devido à ação total e o efeito da fluência sobre o deslocamento das ações de caráter permanente. Deve-se notar que no deslocamento obtido para as ações de serviço (de caráter permanente) é considerada a fissuração correspondente a esse nível de ações.

Tabela 4.1 - Deslocamentos no centro do painel interno (cm)

	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
Deslocamento (Est. Lim. Utilização) w_1	0,93	0,99	1,07	1,25
Deslocamento (ação total) w_2	1,52	1,65	1,88	2,34
Deslocamento final $w = w_2 + \lambda w_1$	3,38	3,63	4,02	4,84

4.1.6 - Cálculo dos Deslocamentos pelo Processo de Rangan

Foi calculado o deslocamento no centro do painel interno, de acordo com o indicado no item 3.1.2. Os dados necessários são: módulo de elasticidade do concreto $E_c = 2,88 \cdot 10^7$ kN/m², ações permanentes $g = 8,3$ kN/m², ações variáveis $q = 2,0$ kN/m², vãos nas duas direções $l_1 = l_2 = 6,0$ m e vãos livres $l_{1n} = l_{2n} = 5,6$ m.

Utilizando fator de utilização $\psi_2 = 0,2$, a parcela da ação variável de caráter permanente vale $\Delta q = 0,4 \text{ kN/m}^2$. Assim as ações totais são $F_i = 10,3 \text{ kN/m}^2$ e as ações de longa duração são $F_l = 8,7 \text{ kN/m}^2$. Como calculado no item 4.1.5, $\lambda = 2,0$.

O deslocamento foi determinado utilizando as expressões 3.7, 3.8 e 3.9:

$$w_u = w_p + w_c, \quad w_p = \frac{\beta_p \ell_1 \ell_{1n}^3}{E_c I_p} (F_i + \lambda F_l) \quad \text{e} \quad w_c = \frac{\beta_c \ell_2 \ell_{2n}^3}{E_c I_c} (F_i + \lambda F_l)$$

Conforme o item 3.1.2: $\beta_p = 1/384$, $\beta_c = 2/384$, $I_p = 5\rho_p d^3$, $\rho = \frac{A_s}{b_w d}$ e

$$I_c = \frac{0,6h^3}{12}.$$

Sob a denominação de w_{simplif} , também foi feito o cálculo do deslocamento utilizando a expressão 3.12.

Na tabela 4.2, têm-se as áreas de aço para os casos 1, 2, 3 e 4 na faixa dos pilares do painel interno. A área de aço utilizada para o cálculo dos deslocamentos segundo Rangan é 30% da armadura tracionada sobre os pilares e 70% da armadura tracionada no meio do vão, inspirado na ponderação utilizada no cálculo do momento de inércia efetivo médio. Na tabela 4.3 está esquematizado o cálculo dos deslocamentos.

Tabela 4.2 - Área de aço para o cálculo do deslocamento por Rangan

	a_s (sobre os pilares)	a_s (meio do vão)	a_s - Rangan
Caso 1	8,40 cm ² /m	5,04 cm ² /m	6,05 cm ² /m
Caso 2	7,35 cm ² /m	5,04 cm ² /m	5,73 cm ² /m
Caso 3	6,30 cm ² /m	5,04 cm ² /m	5,42 cm ² /m
Caso 4	5,04 cm ² /m	5,04 cm ² /m	5,04 cm ² /m

Tabela 4.3 - Cálculo dos deslocamentos segundo Rangan

a_s cm ² /m	ρ_p	I_p m ⁴	w_p cm	w_c cm	w_u cm	$w_{simplif.}$ cm
6,05	0,38%	$7,741 \cdot 10^{-5}$	3,41	1,81	5,22	4,47
5,73	0,36%	$7,338 \cdot 10^{-5}$	3,60	1,81	5,41	4,59
5,42	0,34%	$6,935 \cdot 10^{-5}$	3,81	1,81	5,62	4,72
5,04	0,32%	$6,451 \cdot 10^{-5}$	4,09	1,81	5,90	4,90

4.1.7 - Cálculo pelo Processo das Vigas Cruzadas

Utilizando o processo das vigas cruzadas, foi calculado o deslocamento no centro do painel interno, como descrito no item 3.1.3. Foi utilizada a expressão 3.15:

$$w = \frac{5}{48} \frac{\ell_n^2}{E_c I_e} [M_m - 0,1 (M_1 + M_2)]$$

M_m , M_1 e M_2 são os momentos no meio-vão e nos apoios, determinados com o processo dos pórticos equivalentes ou com o cálculo direto. Foi feita a determinação dos esforços utilizando o cálculo direto. A resolução por este processo consiste em se calcular nas duas direções, para cada painel, um momento total de referência, que é transformado, por meio de coeficientes, em um momento de referência positivo na seção central e dois momentos negativos nas seções dos apoios. Em seguida, os momentos nas seções são divididos entre as faixas do painel. Há uma vasta bibliografia contendo este processo de cálculo, como por exemplo MACGREGOR (1992).

Com os momentos utilizados para o dimensionamento e a armação do pavimento foram obtidos os momentos de serviço e os momentos de inércia de cada seção. Os momentos de serviço foram obtidos através da expressão 4.1. O momento de inércia foi obtido através da fórmula de Branson (expressão 2.2). A faixa dos

pilares se apresentou parcialmente fissurada e a faixa central não apresentou nenhuma fissuração.

$$M_{\text{serviço}} = \frac{\text{ações de serviço}}{\text{ações majoradas para o dimensionamento}} M_{\text{dimensionamento}} \quad (4.1)$$

O deslocamento para a ação total foi de 0,84 cm e para a ação de caráter permanente foi de 0,71 cm. Para obtenção do deslocamento final (deslocamento imediato devido à ação total mais o efeito da fluência no deslocamento devido à ação permanente) é utilizado o multiplicador $\lambda = 2,0$ (determinado no item 4.1.5). O deslocamento final é de 2,26 cm.

4.1.8 - Verificações do CEB-FIP CM-90

A altura útil necessária para a dispensa do cálculo dos deslocamentos é dada pela expressão I.3.6, no apêndice I.

$$\frac{\ell}{d} \leq \lambda_o K_t K_\ell \left(\frac{400}{f_{yk}} \right)$$

O valor de λ_o foi retirado da tabela I.3.2 (apêndice I). Sendo a laje levemente armada, tem-se $\lambda_o = 30$. O vão da laje é menor que 7 m, então $K_\ell = 1,0$. A seção não é seção T, então $K_t = 1,0$. A resistência de escoamento do aço é $f_{yk} = 500$ MPa. Resulta:

$$\frac{\ell}{d} \leq 30 \cdot 1,0 \cdot 1,0 \cdot \left(\frac{400}{500} \right) = 24$$

Sendo $\ell = 6,0\text{m}$, obtém-se:

$$d \geq 25\text{cm}$$

Desta forma é necessário o cálculo do deslocamento, já que a espessura h da laje é de 18 cm. O deslocamento limite, indicado pelo CEB-FIP, é de $\ell/250$ para lajes-cogumelo (com ℓ sendo o vão maior). Como $\ell = 6\text{m}$, o deslocamento limite é de 2,4cm.

O CEB fornece expressões para a estimativa de deslocamentos. Para o caso onde o momento fletor causado pelas ações de serviço é maior que o momento de fissuração, é indicado o uso da expressão I.3.2 (apêndice I).

$$w = \left(\frac{h}{d}\right)^3 \eta (1 - 20 \rho') w_e$$

w_e é o deslocamento elástico obtido na análise linear por elementos finitos

O deslocamento elástico no centro do painel interno para a combinação quase-permanente das ações é de 0,622 cm. Para a determinação de η é necessário conhecer a taxa de armadura. São considerados os casos 1, 2, 3 e 4 para a determinação da taxa de armadura e do valor de η . Foi feita interpolação linear com os valores da tabela I.3.1 na determinação de η . A taxa de armadura de compressão é $\rho' = 0$. Obtiveram-se os seguintes deslocamentos para o centro do painel interno:

Caso 1: $w = 4,61$ cm

Caso 2: $w = 4,78$ cm

Caso 3: $w = 4,96$ cm

Caso 4: $w = 5,14$ cm

Considerando as recomendações do CEB, a laje não atende às verificações para o estado limite de deslocamento excessivo. A espessura é menor que a espessura

mínima indicada para a dispensa do cálculo dos deslocamentos. Os deslocamentos calculados foram maiores que o deslocamento limite indicado no código.

4.1.9 - Verificações segundo o ACI 318-89

Utilizando a tabela I.2.1, foi determinada a espessura da laje para que não fosse necessário o cálculo dos deslocamentos. O vão livre ℓ_n é de 5,60m e o aço utilizado tem tensão de escoamento de 500 MPa. Utilizando a tensão de escoamento de 60000 psi (\cong 420 MPa) e de 75000 psi (\cong 525 MPa), tem-se $h_{\min} = \ell_n/33$ e $h_{\min} = \ell_n/31$, resultando $h_{\min} = 17$ cm e $h_{\min} = 18$ cm, respectivamente.

Portanto, a laje deve ter 18 cm de espessura. Então a laje atende à espessura mínima do código. Mas é válido lembrar que o código não dispensa a verificação dos deslocamentos para o caso de elementos estruturais que estão apoiando ou fixados a elementos não-estruturais que podem ser danificados por deslocamentos.

4.1.10 - Verificações da NB 1

Na NB 1/78, o limite para o deslocamento decorrente das ações totais é de $\ell/300$. O deslocamento limite para o projeto da NB 1/94 é de $\ell/250$ para o deslocamento total em elemento estruturais visíveis (tabela I.1.1). Na norma vigente (NB 1/1978), como também no projeto da nova NB 1, não é especificado o vão a ser adotado para o caso de lajes sem vigas. No texto do projeto da NB 1/94 é recomendado que, para elementos de superfície, seja considerado o menor vão, mas não há nenhuma recomendação específica para o caso de lajes-cogumelo. Será considerado o vão sugerido por SCANLON e THOMPSON (1988), que é o comprimento da diagonal do painel. Então $\ell = 8,5$ m, o deslocamento limite é de 2,83 cm para a norma de 78 e de 3,39 cm para o projeto de norma.

4.1.11 - Análise dos Resultados

O programa de elementos finitos proposto por CORRÊA (1991) não leva em consideração a armadura de compressão. Os deslocamentos obtidos poderiam ser diminuídos se fosse computada a contribuição dessa armadura na região dos apoios.

Os resultados, para os quatro casos de distribuição de armadura, estão na tabela 4.4. Pode ser observado que os deslocamentos obtidos na resolução por elementos finitos são mais sensíveis à variação da taxa de armadura que aqueles obtidos por Rangan. Os resultados obtidos utilizando Rangan são maiores que aqueles obtidos por elementos finitos. A diferença entre eles se torna menor à medida que se resolve o pavimento com taxas de armadura menores. Com áreas de aço menores, há uma maior redistribuição de momentos na resolução elastoplástica por elementos finitos e uma maior área da laje fissura. Rangan já considera antecipadamente que a laje está bastante fissurada. Portanto, com taxas de armadura que permitam a ocorrência de maior fissuração na laje, os resultados se aproximam.

Tabela 4.4 - Resumo dos deslocamentos (cm)

	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
Elementos finitos (ação de serviço)	0,93	0,99	1,07	1,25
Elementos finitos (ação total)	1,52	1,65	1,88	2,34
Deslocamento final ⁽¹⁾	3,38	3,63	4,02	4,84
Rangan: w_u	5,22	5,41	5,62	5,90
Rangan: $w_{simplif}$	4,47	4,59	4,72	4,90
Expressão simplificada do CEB	4,61	4,78	4,96	5,14
Vigas cruzadas		2,26		

(1) O deslocamento final para a análise feita com elementos finitos

As estimativas de deslocamentos, no geral, são maiores que os deslocamentos limites do CEB-FIP, da NB 1/1978 e do projeto de revisão da norma brasileira (NB 1/1994), que são de 2,40 cm, 2,83 cm e 3,39 cm, respectivamente. Somente o

deslocamento calculado para o caso 1, por elementos finitos, atende aos requisitos de aceitabilidade sensorial do projeto da norma NB 1/1994 e o resultado das vigas cruzadas, que respeita os limites de todas as normas.

Os valores dos deslocamentos obtidos através da expressão simplificada do CEB-FIP MC90 não devem ser comparados com os outros valores de deslocamentos, pois estes foram determinados para as ações de serviço.

Na tabela 4.4 foi colocado o resultado do cálculo feito com o processo das vigas cruzadas. Não deve ser feita a comparação com os demais resultados porque a taxa de armadura utilizada para este processo é diferente das taxas de armadura dos casos 1, 2, 3 e 4. Como já foi dito, a determinação dos esforços foi feita através do cálculo direto. O deslocamento final de 2,26 cm respeita os limites das normas apresentados anteriormente. É importante ressaltar que, no cálculo pelo processo das vigas cruzadas, a faixa dos pilares se apresentou levemente fissurada e a faixa central não fissurou.

Fazendo o cálculo dos deslocamentos pelo processo das vigas cruzadas e considerando as condições de fissuração de Rangan (faixa dos pilares completamente fissurada e faixa central parcialmente fissurada), os valores dos deslocamentos crescem bastante. O valor obtido para o centro do painel interno é de 6,03 cm (deslocamento final). O valor de 2,26 cm é muito menor que os demais valores previstos, mas isto acontece porque o momento de inércia calculado pela expressão de Branson reflete um estado de pequena fissuração.

Pelo ACI 318-89, seria necessário fazer a verificação dos deslocamentos no caso da existência de elementos não-estruturais danificáveis pela ocorrência de grandes deslocamentos. Como este estudo está sendo feito num pavimento onde não há dados sobre a disposição das paredes e divisórias e nem da existência de outros elementos não-estruturais, não foram feitas as verificações dos deslocamentos pelo ACI 318-89.

Um dos fatores que contribui para aumentar os deslocamentos é a parcela da ação permanente que é grande. É considerado $2,0 \text{ kN/m}^2$ como a ação do revestimento e $1,80 \text{ kN/m}^2$ para considerar a existência de paredes divisórias. A ação das paredes foi calculada de acordo com a indicação da NBR 6120/1980, considerando um terço da ação linear da parede como ação uniformemente distribuída por m^2 na laje. Segundo MACGREGOR (1992), quando não é conhecida a disposição das paredes é usual tomar a ação uniformemente distribuída de, aproximadamente, $1,0 \text{ kN/m}^2$ (20 psf), e este também é o valor mínimo indicado na NBR 6120/1980.

4.2 - EXEMPLO 2

Este exemplo apresenta a análise de deslocamentos em uma laje-cogumelo estudada por PINHEIRO e SCANLON (1993), que utilizaram o processo das vigas cruzadas e o processo dos elementos finitos, este último através do programa SAP IV, com as modificações apresentadas no item 3.2.2. No presente trabalho serão calculados os deslocamentos utilizando o programa de elementos finitos de CORRÊA (1991), apresentado no item 3.2.1. Também será feita uma estimativa do deslocamento utilizando as expressões de Rangan.

4.2.1 - Dados do Pavimento

A figura 4.16 representa a laje analisada por PINHEIRO e SCANLON (1993). Trata-se de um pavimento de laje plana maciça de concreto armado, com 24 cm de espessura e distância de piso a piso de 3,66 m. A região analisada está detalhada na figura 4.17.

É utilizado concreto com $f'_c = 28 \text{ MPa}$, peso específico de $2,5 \text{ kN/m}^3$ e Coeficiente de Poisson $\nu = 0,2$. O aço utilizado tem $f_y = 414 \text{ MPa}$, o módulo de

deformação $E_s = 203 \text{ GPa}$ e o cobrimento de 1,9 cm. O módulo de elasticidade é calculado a partir do f'_c através da expressão $E_c = 5000\sqrt{f'_c}$ (MPa), de acordo com o ACI 318-89. Assim, $E_c = 26458 \text{ MPa}$. Os dados da armadura da laje estão no anexo B.

Pinheiro e Scanlon calculam o deslocamento para carga total $p_t = 9,5 \text{ kN/m}^2$. Foram feitas variações no comprimento do vão externo, na resistência do concreto à tração e nas dimensões dos pilares. Foram considerados quatro casos que estão esquematizados na tabela 4.5.

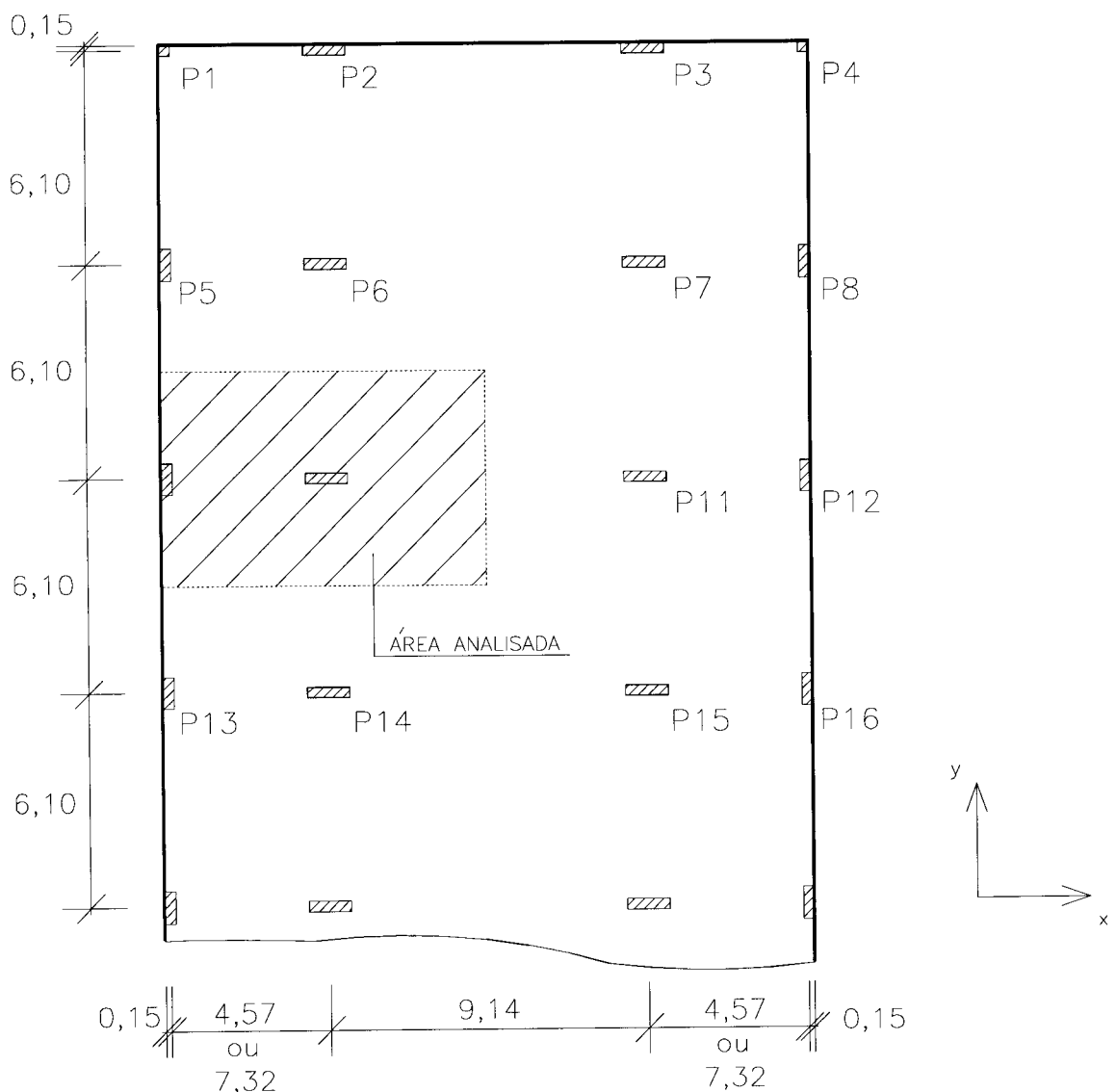


Figura 4.16 - Forma do pavimento

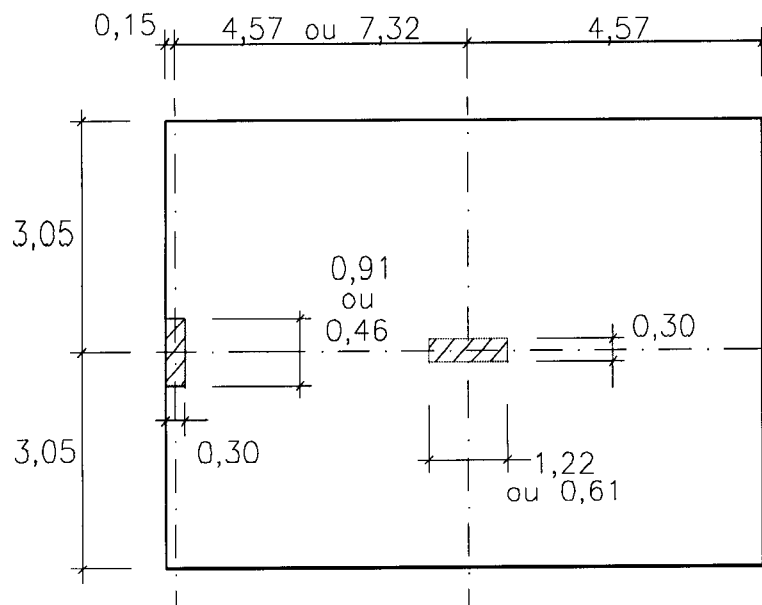


Figura 4.17 - Região analisada (dimensões em metros)

Tabela 4.5 - Casos considerados

Caso	Comprimento do vão externo (m)	Dimensões do pilar externo (cm)	Dimensões do pilar interno (cm)	Resistência à tração (MPa)
1	4,57	30/91	30/122	$0,62\sqrt{f'_c}$
2	7,32	30/91	30/122	$0,62\sqrt{f'_c}$
3	4,57	30/91	30/122	$0,33\sqrt{f'_c}$
4	4,57	30/46	30/61	$0,33\sqrt{f'_c}$

Para a resistência do concreto à tração são utilizados os valores do ACI 318-89, nos casos 1 e 2, e os valores sugeridos por SCANLON e MURRAY (1982), nos casos 3 e 4.

Na determinação dos deslocamentos considerando a fissuração é necessário conhecer a armação da laje. Em PINHEIRO e SCANLON (1993) é fornecida a área de aço utilizada, que foi determinada através do processo dos pórticos equivalentes e do cálculo direto do código do ACI 318. Na determinação dos deslocamentos pelo

processo das vigas cruzadas, a laje é dividida em faixas que são consideradas em cada direção separadamente e é considerada a área de aço da direção em questão. Quando é utilizado o programa SAP IV com as implementações de GRAHAM e SCANLON (1985), a laje é considerada ortótropa e, desta forma, é fornecida a área de aço nas duas direções da laje.

Como já foi mencionado, neste trabalho são determinados os deslocamentos utilizando o programa de elementos finitos com a análise elastoplástica descrita no item 3.2.1. Nessa análise as relações constitutivas do material são dadas através do diagrama momento-curvatura, que é fornecido na entrada de dados. Para montar o diagrama momento-curvatura é necessário conhecer a área de aço. O elemento de placa é considerado isótropo, o diagrama momento-curvatura é considerado para a flexão segundo um único eixo de atuação. A área de aço utilizada na determinação do diagrama momento-curvatura é a média aritmética das áreas de aço nas direções x e y . Os valores da área de aço utilizada estão apresentados no anexo B.

A modelagem feita para a resolução da estrutura no programa de CORRÊA (1991) foi a mesma utilizada no programa SAP IV com as implementações de Graham e Scanlon; só que a malha utilizada conta com elementos finitos de menor dimensão. Desta forma pode ser feita a comparação dos resultados obtidos.

Os dados utilizados e o cálculo do deslocamento utilizando o processo de Rangan estão no anexo B.

4.2.2 - Resultados

Na tabela 4.6 são apresentados os valores dos deslocamentos no centro do painel interno para a carga total. Na tabela 4.7 indica-se o aumento percentual que ocorre no deslocamento quando é considerada a fissuração. Na tabela 4.8 apresenta-

se a comparação entre os deslocamentos, calculados considerando a fissuração, tomando como referência aqueles calculados pelo programa de Corrêa.

Em Pinheiro e Scanlon, os valores dos deslocamentos calculados através do processo das vigas cruzadas foram feitos seguindo dois caminhos: o caminho 1, que considera a faixa dos pilares na direção x e a faixa central na direção y, e o caminho 2, que considera a faixa dos pilares na direção y e a faixa central na direção x.

Pinheiro e Scanlon concluíram que ocorre uma grande variação dos deslocamentos obtidos utilizando os caminhos 1 e 2; essa variação é decorrente dos grandes momentos na faixa dos pilares no vão maior, que causam um elevado grau de fissuração. Assim os deslocamentos no vão maior das faixas dos pilares é muito grande em comparação com os obtidos para as outras faixas. Foi observado que o menor dos valores de deslocamento é o melhor para representar o deslocamento no centro do painel interno, quando se toma como referência o valor obtido utilizando o processo dos elementos finitos.

Na tabela 4.6 e na figura 4.18 são apresentados os valores dos deslocamentos obtidos pelos diversos processos. O processo 1 é o das vigas cruzadas para a média dos valores dos caminhos 1 e 2 e o processo 2 indica o menor valor entre os dos caminhos 1 e 2. O processo 3 é o cálculo dos deslocamentos utilizando o processo de Rangan (expressão 3.12). O processo 4 é a análise elástica utilizando o programa SAP IV, o processo 5 é a análise com o SAP IV com a inclusão da rotina que considera a fissuração e os processos 6 e 7 são as análises elásticas e elastoplásticas, respectivamente, realizadas no presente trabalho.

Tabela 4.6 - Deslocamentos no centro do painel interno para carga total

Processo	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
1. Vigas Cruzadas 1	1,15	0,98	2,27	2,82
2. Vigas Cruzadas 2	0,73	0,69	1,61	2,38
3. Rangan	2,05	2,06	2,05	2,22
4. SAP IV sem fissuração	0,56	0,53	0,56	0,74
5. SAP IV com fissuração	0,75	0,70	1,50	2,02
6. E. F. linear	0,57	0,53	0,57	0,77
7. E. F. elastoplástico	0,72	0,66	1,65	2,35

Tabela 4.7 - Aumento no deslocamento, decorrente da fissuração

Processo	Aumento Percentual			
	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
Elementos Finitos (SAP IV)	34%	32%	168%	173%
Elementos Finitos (Corrêa)	26%	25%	189%	205%

Tabela 4.8 - Valores relativos dos deslocamentos considerando a fissuração

Comparação	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
Vigas Cruzadas 1	1,60	1,48	1,38	1,20
Vigas Cruzadas 2	1,01	1,05	0,98	1,01
Rangan	2,85	3,12	1,24	0,94
Elementos Finitos (SAP IV)	1,04	1,06	0,91	0,86
Elementos Finitos (Corrêa)	1	1	1	1

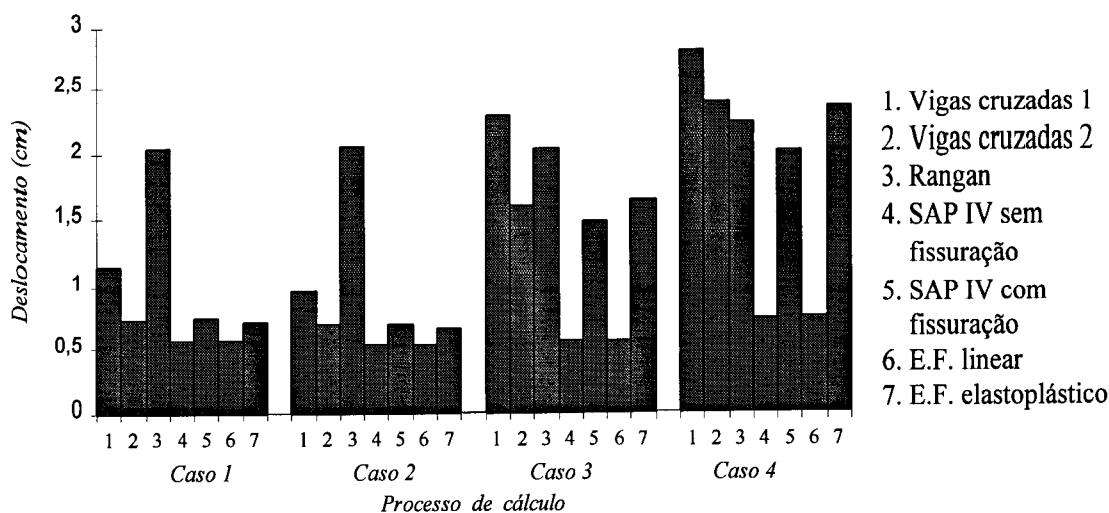


Figura 4.18 - Gráfico de barras representando os deslocamentos

4.2.3 - Análise dos Resultados

Os dados da tabela 4.6 podem ser melhor visualizados no gráfico da figura 4.18. Pode-se observar que os deslocamentos elásticos obtidos com as análises por elementos finitos foram bastante próximos. Os resultados considerando a fissuração para os casos de resolução em elementos finitos e o menor valor do caso das vigas cruzadas também apresentaram boa concordância. Os valores de deslocamento obtidos com o processo de Rangan foram os maiores verificados, com exceção do caso 4. Utilizando o processo de Rangan, a diferença entre os valores dos deslocamentos para os casos 1, 2 e 3 é muito pequena, pois o referido processo não considera a influência dos vãos adjacentes e nem o valor da resistência do concreto à tração; é considerada uma única configuração de fissuração.

Para as análises considerando a fissuração, observa-se que para as estimativas de deslocamentos utilizando o valor da resistência à tração indicado no ACI 318-89, casos 1 e 2, os resultados foram um pouco menores para o caso da análise elastoplástica. Quando é utilizado o valor da resistência à tração recomendado por SCANLON e MURRAY (1982), casos 3 e 4, as estimativas dos deslocamentos são menores para a resolução utilizando o SAP IV. Na tabela 4.6 verifica-se que para os

casos 1 e 2 o aumento do deslocamento decorrente da fissuração é maior para a análise com o programa SAP IV. Nos casos 3 e 4, o aumento do deslocamento decorrente da fissuração é maior para os resultados obtidos através do programa de Corrêa.

Os resultados obtidos utilizando Rangan são independentes da resistência à tração considerada nos cálculos (o deslocamento para os casos 1 e 3 são idênticos). Para os casos em que o valor da resistência à tração é calculado pela indicação do ACI 318-89, os valores de deslocamento obtidos utilizando Rangan são muito maiores que os deslocamentos obtidos com os outros processos. Com o valor da resistência à tração reduzido obtém-se resultados mais próximos, pois os outros modelos alcançam uma configuração de fissuração mais próxima daquela considerada por Rangan.

Em Pinheiro e Scanlon foram feitas análises das variações das características dos pavimentos nos casos 1, 2, 3 e 4. Pode-se perceber através dos resultados apresentados que:

- a) aumentando o comprimento do vão externo há uma pequena redução no valor do deslocamento no centro do painel interno (casos 1 e 2);
- b) a redução no valor da resistência à tração provoca um aumento significativo no deslocamento imediato (casos 1 e 3);
- c) a redução das dimensões dos pilares também provoca um aumento considerável no valor dos deslocamentos (casos 3 e 4).

4.3 - EXEMPLO 3

Em Sidney, na Austrália, na década de 60, houve um grande número de pavimentos de lajes-cogumelo apresentando problemas de deslocamentos excessivos. Com isso, cinco prédios foram instrumentados para medir os deslocamentos e assim

poder ser feita uma avaliação dos respectivos processos de cálculo. Esses resultados foram analisados por vários pesquisadores.

Uma das lajes estudadas foi uma laje de forro adicionada a um prédio já existente de dois andares. Esse prédio foi construído em 1963 e o novo pavimento foi concretado em abril de 1966. O deslocamento imediato e os deslocamentos ao longo do tempo foram documentados por TAYLOR (1970). Este pavimento será estudado a seguir. Ele está sujeito a ações de construção de pequena intensidade, pois não há pavimentos acima dele e essa ação de construção é constituída apenas pelo peso próprio do pavimento.

4.3.1 - Dados do Pavimento

Os dados foram coletados em TAYLOR (1970); foram também consultados GRAHAM (1984) e o ACI 435.8R-85. Um esquema do pavimento está indicado na figura 4.19. A parte hachurada do pavimento é a região que foi utilizada para a análise por elementos finitos.

Esta laje foi projetada para uso futuro como laje de piso. Foram consideradas as seguintes ações no projeto: ações permanentes de $5,37 \text{ kN/m}^2$ (110 psf) e ações variáveis de $3,66 \text{ kN/m}^2$ (75 psf).

A laje tem espessura de 20 cm (8 in), o pé-direito é de 3,05 m e o cobrimento da armadura é admitido de 1,9 cm (0,75 in), como em GRAHAM (1984). A resistência do concreto à compressão foi $f'_c = 21 \text{ MPa}$ (3000 psi) e a resistência de escoamento do aço $f_y = 350 \text{ MPa}$ (50000 psi). Taylor fez uma estimativa do valor do módulo de elasticidade do concreto aos 13 dias, a partir de valores de ensaios realizados aos 35 dias. Essa estimativa resultou em $E_c = 2,485 \cdot 10^7 \text{ kN/m}^2$ ($3,55 \cdot 10^6 \text{ psi}$). O módulo de elasticidade do aço foi tomado $E_s = 2,03 \cdot 10^8 \text{ kN/m}^2$ ($29 \cdot 10^6 \text{ psi}$), de acordo com o ACI 318-89. No anexo C está representada a armação da laje.

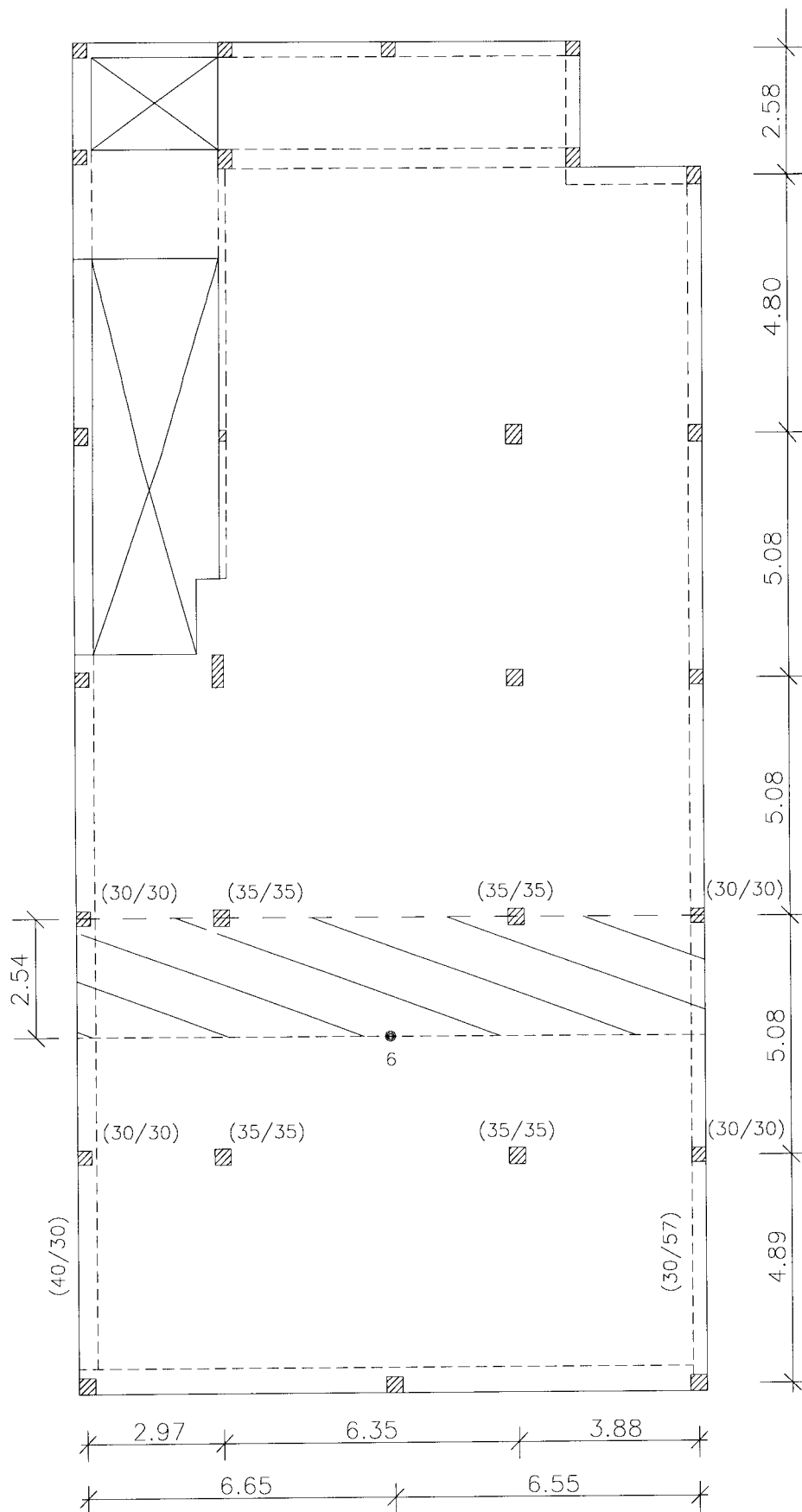


Figura 4.19 - Esquema do pavimento

Em TAYLOR (1970) é relatado que a desforma da laje ocorreu no décimo quarto dia após a concretagem e a única ação atuante na época da desforma era o peso próprio da laje ($4,88 \text{ kN/m}^2 = 100 \text{ psf}$). Uma ação adicional de $0,24 \text{ kN/m}^2$ (5 psf) foi considerada, por causa do material de revestimento armazenado na laje. Desta forma, a ação de construção resultou $5,12 \text{ kN/m}^2$ (105 psf), aplicada no 14º dia. Ainda segundo Taylor, este é o carregamento que atua na laje durante 850 dias.

4.3.2 - Resultados

Os deslocamentos aqui apresentados são aqueles do centro do painel interno (ponto 6 da figura 4.19). Os deslocamentos medidos por TAYLOR (1970) se encontram na figura 4.20. Essas medições são de um período de 850 dias, sendo que a primeira medida experimental foi feita três dias após a desforma. Na figura 4.20 também estão as curvas de deslocamentos determinadas no presente trabalho, as quais foram construídas utilizando o programa de CORRÊA (1991), para o cálculo dos deslocamentos imediatos, e os procedimentos do ACI 209R-92, para calcular os deslocamentos devidos à fluência e ao arqueamento por retração. Os valores dos deslocamentos imediatos estão na tabela 4.9 e a indicação do cálculo dos deslocamentos ao longo do tempo estão no anexo C.

A análise por elementos finitos foi feita na região hachurada da figura 4.19. Foi utilizada uma malha com 574 nós e 1056 elementos. As duas linhas horizontais que limitam a região analisada foram consideradas eixos de simetria. O deslocamento imediato foi calculado para a ação permanente de $5,12 \text{ kN/m}^2$ aplicada aos 14 dias, isto é, usando o $f'_c(14)$ (resistência à compressão aos 14 dias), que é calculado pela expressão fornecida pelo ACI 209R-92 (expressão 4.2). Foram considerados dois valores para a resistência do concreto à tração: a indicação do ACI 318-89 ($f_t = 0,62\sqrt{f'_c}$, em MPa) e a sugestão de SCANLON e MURRAY (1982) ($f_t = 0,33\sqrt{f'_c}$, em MPa).

$$f'_c(t) = \frac{t}{4 + 0,85t} f'_c(28) \quad (4.2)$$

$f'_c(28)$ é a resistência à compressão aos 28 dias

t é a idade do concreto em que se deseja saber o valor da resistência à compressão

Tabela 4.9 - Deslocamentos imediatos

Caso	Deslocamento (cm)
1. Experimental (medido aos 17 dias)	0,279
2. Cálculo considerando $f_r = 0,33 \sqrt{f'_c}$	0,358
3. Cálculo considerando $f_r = 0,62 \sqrt{f'_c}$	0,291

No gráfico da figura 4.20, a curva 1 representa os valores experimentais, a curva 2 representa os deslocamentos calculados para o valor de resistência à tração recomendado por Scanlon e Murray e a curva 3 representa os deslocamentos calculados para a resistência à tração indicada no ACI 318-89.

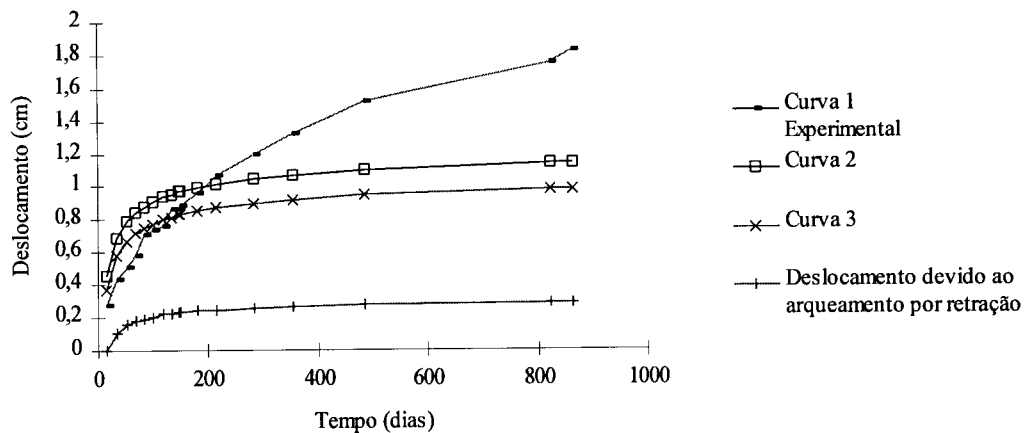


Figura 4.20 - Deslocamentos ao longo do tempo, segundo o ACI 209R-92

O valor experimental do deslocamento final da estrutura, que corresponde a uma medição aos nove anos, é de 2,489 cm (documentado por TAYLOR e HEIMAN, 1977), mas como não há dados precisos sobre a história de carregamento durante este período, foi estudado apenas o período de 850 dias.

RANGAN (1986) também estudou este pavimento. Ele determinou o deslocamento final no centro do painel interno usando a expressão 3.13. Como a armação da laje é conhecida, aqui será determinado o deslocamento final usando a expressão 3.12. No anexo C estão explicitados os cálculos. Para um período de 850 dias, os deslocamentos finais estão na tabela 4.10 e representados na figura 4.21.

Tabela 4.10 - Deslocamentos finais - período de 850 dias

Caso	Deslocamento (cm)	w_{850} / w_i
Experimental	1,829	6,5
ACI 209R-92 ($f_r = 0,33 \sqrt{f'_c}$)	1,145	3,2
ACI 209R-92 ($f_r = 0,62 \sqrt{f'_c}$)	0,983	3,4
Rangan	1,936	-

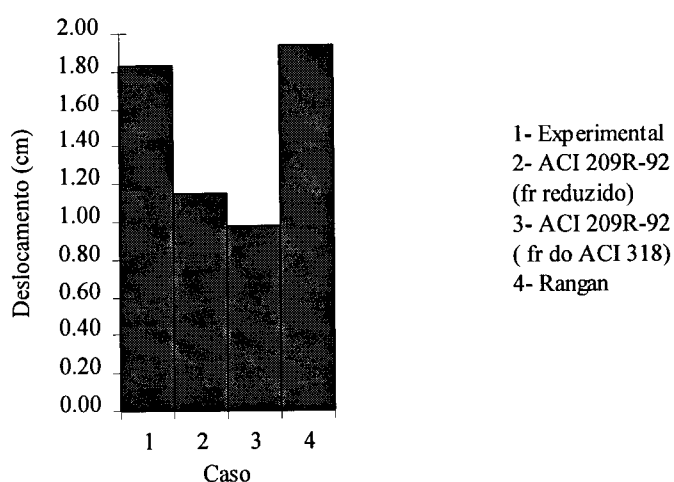


Figura 4.21 - Diagrama de barras com os deslocamentos finais

Foram determinados, de forma aproximada, os deslocamentos ao longo do tempo utilizando os coeficientes de fluência do CEB-FIP MC-90, Eurocode 2 (que é

igual ao coeficiente proposto na revisão da norma brasileira NB 1/1994) e NBR 7197/1989.

Esses deslocamentos foram determinados considerando a indicação da NB 1/1978, que recomenda multiplicar o deslocamento imediato pela razão curvatura final sobre curvatura inicial (ϕ_{cc} , ver apêndice I) para obter o deslocamento final. As curvaturas são dadas por:

$$\left(\frac{1}{r}\right)_o = \frac{|\varepsilon_c| + \varepsilon_s}{d} \quad \text{e} \quad \left(\frac{1}{r}\right)_t = \frac{(1 + \phi)|\varepsilon_c| + \varepsilon_s}{d}$$

Substituindo $(1/r)_o$ e $(1/r)_t$ na expressão de ϕ_{cc} e sabendo que $\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_s} = \frac{x}{d - x}$,

obtém-se: $\phi_{cc} = 1 + \phi \frac{x}{d}$.

- ϕ é o coeficiente de fluência; foram calculados os valores de ϕ_{cc} para os coeficientes de fluência indicados no CEB-FIP MC90, no Eurocode 2 (1992) e na NBR 7197/1989
- x é a profundidade da linha neutra, que foi estimada para a seção de maior momento positivo, usando a área de aço da seção correspondente e na mesma direção do momento
- d é a altura útil da seção

Essa estimativa dos deslocamentos ao longo do tempo foi próxima daquela obtida com os procedimentos do ACI 209R-92 (que está representada no gráfico da figura 4.20). Quando foram usados os coeficientes de fluência da NBR 7197/1989 e do Eurocode 2, os resultados finais (deslocamento aos 850 dias) foram em torno de 9% maiores que o resultado do ACI, para o caso do deslocamento inicial calculado usando $f_r = 0,62\sqrt{f'_c}$. No caso em que o deslocamento inicial foi calculado usando $f_r = 0,33\sqrt{f'_c}$, esses resultados apresentaram uma diferença em torno de 2%.

Utilizando o coeficiente de fluência do CEB, foram obtidos deslocamentos (aos 850 dias) 13% e 20% menores que os obtidos com os procedimentos do ACI 209, para $f_r = 0,62\sqrt{f'_c}$ e $f_r = 0,33\sqrt{f'_c}$, respectivamente.

4.3.3 - Análise de Resultados

Na tabela 4.9 verifica-se que o deslocamento imediato calculado considerando $f_r = 0,33\sqrt{f'_c}$ foi 28% maior que o valor medido e, considerando $f_r = 0,62\sqrt{f'_c}$, foi 4% maior. Para o deslocamento imediato, o resultado obtido com o valor da resistência à tração recomendada pelo código do ACI foi mais próximo do valor medido. No entanto, observando os deslocamentos após 850 dias, aqueles obtidos com $f_r = 0,33\sqrt{f'_c}$ se aproximam mais do valor experimental.

Observa-se na figura 4.20 que a curva do deslocamento experimental tem a forma diferente das curvas das estimativas ao longo do tempo. Os deslocamentos calculados crescem rapidamente no início e depois tendem a um valor constante, enquanto que os deslocamentos medidos têm um crescimento gradual.

Na tabela 4.10 são apresentadas as relações entre deslocamento final e deslocamento imediato. Pode-se observar que a relação entre o deslocamento final e o deslocamento imediato, obtida com os dados experimentais, é muito maior que as obtidas com os valores calculados.

Segundo TAYLOR (1970), no carregamento inicial, uma grande área da laje estava sujeita a pequenas tensões de flexão e a fissuração inicial foi pequena. Ao longo do tempo, sob ação constante, vão se formar novas fissuras. Portanto, quando a fissuração inicial é pequena, a relação deslocamento final sobre deslocamento inicial normalmente é grande. Ainda segundo Taylor, esse aspecto não é observado pelo ACI, que realiza investigações com o concreto submetido a tensões de compressão de

aproximadamente $0,45f'_c$, que provoca fissuração imediata considerável. Também é observado por Taylor que o concreto utilizado na execução do pavimento tem características para grandes deformações por retração e por fluência.

GRAHAM (1984) fez a análise para os deslocamentos ao longo do tempo usando o programa descrito no item 3.2.2, para o cálculo do deslocamento imediato, e os procedimentos do ACI 209R-92 para o cálculo dos deslocamentos ao longo do tempo. Graham também variou o valor da resistência à tração utilizada nos cálculos: foram considerados $f_r = 0,33\sqrt{f'_c}$ e $f_r = 0,17\sqrt{f'_c}$. O deslocamento imediato obtido com $f_r = 0,33\sqrt{f'_c}$ foi mais próximo do valor medido. Entretanto, aos 850 dias, obteve-se resultado mais próximo do experimental usando $f_r = 0,17\sqrt{f'_c}$.

TAYLOR (1970) relata que o arqueamento por retração calculado representa 25% do deslocamento no ponto 6. Como já foi dito, o arqueamento provocado pela retração foi considerado de acordo com as indicações do ACI 209R-92 e a parcela desse deslocamento concorda com a previsão de Taylor. Esta parcela foi de 25% para o caso 2 e de 29% para o caso 3.

No presente trabalho, o deslocamento aos 850 dias obtido com $f_r = 0,33\sqrt{f'_c}$ foi um pouco mais próximo do valor experimental, mas este subestima o valor medido em 37%, o que é uma diferença considerável. O valor de f_r sugerido por SCANLON e MURRAY (1982) para o cálculo dos deslocamentos faz uma redução na resistência à tração para levar em conta as tensões de tração que foram geradas pelo fenômeno da retração.

Rangan fornece expressões para o cálculo do deslocamento final. Este foi o resultado mais próximo do valor medido; obteve-se uma diferença de apenas 6%. É válido lembrar que Rangan faz o cálculo considerando a laje bastante fissurada.

CAPÍTULO 5 - CONCLUSÕES

Foi feito um estudo comparativo de deslocamentos transversais em lajes-cogumelo. Foi utilizado o programa de elementos finitos proposto em CORRÊA (1991), que faz análise elástica e análise elastoplástica, e foram observados os deslocamentos obtidos utilizando o programa SAP IV, que conta com uma subrotina para considerar a fissuração do concreto. Também foram estudados processos simplificados, como o processo de Rangan e o processo das vigas cruzadas.

Um aspecto importante no cálculo dos deslocamentos é a consideração do estado de fissuração da laje. Na tabela 4.7 (página 80) pode-se ver o aumento percentual dos deslocamentos imediatos calculados por elementos finitos quando é considerada a fissuração. A resistência à tração considerada nos cálculos é um fator que tem uma influência grande na estimativa dos deslocamentos. Ainda observando a tabela 4.7, verifica-se que o aumento do deslocamento devido à consideração da fissuração é muito maior quando utilizado o menor valor para a resistência à tração.

No exemplo 2, pode-se observar que as estimativas obtidas utilizando o processo dos elementos finitos são próximas. Os deslocamentos resultantes da análise elástica são quase coincidentes. Quando são feitas as análises que levam em conta o comportamento não-linear do concreto armado, as diferenças obtidas são de 4%, 6%, 9% e 14%, para os casos 1, 2, 3 e 4, respectivamente. Na tabela 5.1 estão os deslocamentos obtidos nas análises numéricas do exemplo 2.

Tabela 5.1 - Deslocamentos obtidos nas análises numéricas (exemplo 2)

Processo		Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
Análise elástica	SAP IV	0,56	0,53	0,56	0,74
	E. F. (Corrêa)	0,57	0,53	0,57	0,77
Análise não-linear	SAP IV	0,75	0,70	1,50	2,02
	elastoplástico	0,72	0,66	1,65	2,35

Deve-se observar que a implementação de GRAHAM e SCANLON (1985) se baseia na expressão empírica de Branson, enquanto que o programa desenvolvido por CORRÊA (1991) se baseia na aplicação das relações constitutivas elastoplásticas (da teoria clássica da plasticidade). Portanto, o modelo utilizado por Corrêa é mais sofisticado.

Rangan desenvolveu um processo bem simplificado que fornece a estimativa do deslocamento de maneira rápida. Nos exemplos desenvolvidos observa-se que essas estimativas são as maiores. FIGUEIREDO FILHO (1989) também fez um estudo comparativo dos deslocamentos em lajes-cogumelo e o processo de Rangan foi o que forneceu os maiores valores para as estimativas de deslocamento.

Tabela 5.2 - Resumo de resultados dos exemplos 1 e 2

	Exemplo 1				Exemplo 2			
	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
Elastoplástico	3,38	3,63	4,02	4,84	0,72	0,66	1,65	2,35
Rangan	4,47	4,59	4,72	4,90	2,05	2,06	2,05	2,22

Na tabela 5.2 estão esquematizados os deslocamentos obtidos pelo processo de Rangan (expressão 3.12) e pelo programa de análise elastoplástica desenvolvido por CORRÊA (1991). Os resultados obtidos por Rangan são os maiores. À medida que são consideradas condições que permitam uma maior fissuração na análise elastoplástica, os resultados dos dois processos se aproximam, como pode ser observado nos casos 3 e 4 dos dois exemplos.

Nos cálculos de Rangan é considerado um modelo único de fissuração, onde a laje está bastante fissurada. É considerado que a faixa dos pilares está totalmente fissurada e a faixa central parcialmente fissurada. A estimativa dos deslocamentos poderia ser melhorada se o estado de fissuração da peça pudesse ser determinado para cada caso em particular.

Nos exemplos 1 e 2 também foi utilizado o processo das vigas cruzadas. No exemplo 1, a estimativa de deslocamento foi menor que as obtidas com outros processos, como se pode observar na tabela 5.3. Durante o cálculo foi observado que a laje apresentou uma fissuração muito pequena, considerando as estimativas do momento de inércia de Branson. Quando são refeitos os cálculos para condições mais severas de fissuração, o deslocamento cresce bastante.

Tabela 5.3 - Resumo dos deslocamentos, exemplo 1 (cm)

	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
Deslocamento final ⁽¹⁾	3,38	3,63	4,02	4,84
Rangan: w_u	5,22	5,41	5,62	5,90
Rangan: $w_{simplif}$	4,47	4,59	4,72	4,90
Expressão simplificada do CEB	4,61	4,78	4,96	5,14
Vigas cruzadas	2,26			

(1) Deslocamento final para a análise elastoplástica feita com elementos finitos

Vale lembrar que os resultados de vigas cruzadas e da expressão do CEB, apresentados na tabela 5.3, não devem ser comparados. Estes resultados estão novamente apresentados para que se possa observar a ordem de grandeza dos mesmos. Os cálculos do CEB são feitos para o valor das ações de serviço.

No exemplo 2, o cálculo utilizando vigas cruzadas foi apresentado por PINHEIRO e SCANLON (1993), onde foi observado que ocorre uma grande variação dos deslocamentos quando é utilizado o caminho 1 (vão maior para a faixa dos pilares e o menor para a faixa central) e o caminho 2 (vão menor para a faixa dos

pilares e o maior para a faixa central). Essa variação é decorrente dos grandes momentos das faixas dos pilares no vão maior, que causam um elevado grau de fissuração. Foi observado que o menor valor dos deslocamentos obtidos pelos caminhos 1 ou 2 é a melhor estimativa quando se toma como referência os valores obtidos por elementos finitos. Na tabela 5.4 estão esses resultados.

Tabela 5.4 - Deslocamentos obtidos utilizando vigas cruzadas e as análises numéricas (exemplo 2)

Processo	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
Vigas Cruzadas (menor valor)	0,73	0,69	1,61	2,38
SAP IV com fissuração	0,75	0,70	1,50	2,02
E. F. elastoplástico	0,72	0,66	1,65	2,35

Procurou-se comparar deslocamentos medidos em estruturas reais com os deslocamentos calculados. Infelizmente, é muito difícil o trabalho de coleta de dados dos estudos experimentais para que se possa fazer uma comparação entre resultados. Foi possível estudar o pavimento cujo deslocamentos foram registrados por TAYLOR (1970), no exemplo 3. A escolha desse pavimento também foi influenciada pelo fato de que ele é um pavimento de forro construído sobre uma edificação já existente. Desta forma a ação de construção se resume no peso próprio da estrutura, aplicada na data da desforma.

No exemplo 3, houve boa concordância entre a estimativa dos deslocamentos imediatos e o valor medido. No entanto, a estimativa dos deslocamentos aos 850 dias feita com os procedimentos do ACI 209R-92 subestimou o valor medido em 37%. TAYLOR (1970) apresentou duas justificativas para a grande relação do deslocamento final sobre o deslocamento inicial:

- a) o concreto utilizado para a execução do pavimento tem características para grandes deformações por fluência e por retração;
- b) no carregamento inicial, uma grande área da laje estava sujeita a pequenas tensões de flexão e a fissuração inicial foi pequena. Ao longo do tempo, sob ação constante, vão se formar novas fissuras.

A estimativa feita utilizando o processo de Rangan foi muito próxima do valor do deslocamento medido. Esses resultados podem ser visualizados na tabela 4.10 (página 87). É válido ressaltar que este processo considera a laje bastante fissurada.

Observando os resultados dos três exemplos, verifica-se que a proximidade dos deslocamentos calculados por diferentes processos depende da rigidez considerada. O processo de Rangan adota uma única configuração de fissuração; então, quando são consideradas condições que permitem uma maior fissuração da peça (resistência à tração menor, como por exemplo), os resultados obtidos com o programa de elementos finitos e com o processo das vigas cruzadas se aproximam dos resultados de Rangan.

Não se podem fazer afirmações conclusivas, visto que só foi analisado um exemplo com dados experimentais, o que é muito pouco. Faltam dados experimentais, sendo necessários mais exemplos para que possa ser feita uma avaliação dos processos de cálculo. Vale ressaltar que devem ser estudados outros processos de cálculo que não foram aqui considerados, como por exemplo a analogia de grelhas.

Ao final do trabalho, podem-se destacar pontos importantes que necessitam de mais estudos. Um desses pontos são as ações que atuam nas lajes durante a fase de construção, nos prédios de vários pavimentos, onde é utilizado o processo construtivo com fôrmas e escoras. Outro aspecto importante é o efeito do tempo nos deslocamentos. No presente trabalho, foram colocadas as recomendações do ACI 209R-92 para a estimativa do deslocamento devido à fluência e devido ao arqueamento por retração. Fazem-se necessários mais estudos nessa área, pois esta é uma grande parcela do deslocamento final.

ANEXO A - FATORES DE CORREÇÃO SEGUNDO O ACI 209R-92

A estimativa dos valores de deslocamentos devidos à fluência e à retração segundo o ACI 209R-92 é feita considerando as condições padrão apresentadas no item A.1. Quando o elemento estrutural está sujeito a condições diferentes das especificadas no item A.1, devem-se aplicar fatores de correção aos valores do coeficiente de fluência último e da deformação de retração última. No item A.2 são apresentados os fatores de correção indicados no ACI 209R - 92.

A.1 - CONDIÇÕES PADRÃO

São apresentados os fatores que interferem na fluência e na retração do concreto e as condições padrão consideradas no processo recomendado pelo ACI 209R-92.

A.1.1 - Composição do Concreto

Na tabela A.1 são consideradas as variáveis que dependem da composição do concreto: relação água-cimento, características do agregado, grau de compactação e tipo de cimento.

Tabela A.1 - Composição do concreto

Variável considerada	Condição padrão
Tipo de cimento	Tipo I e III
Slump	70 mm
Índice de vazios	≤ 6%
Porcentagem de agregado fino	50%
Consumo de cimento	279 a 446 kg / m ³

A.1.2 - Cura

Na tabela A.2 são consideradas as condições em que foi realizada a cura do concreto.

Tabela A.2 - Condições de cura

Variável considerada		Condição padrão
Duração	Cura úmida	7 dias
	Cura à vapor	1-3 dias
Temperatura	Cura úmida	$23 \pm 2^{\circ}\text{C}$
	Cura à vapor	$\leq 100^{\circ}\text{C}$
Umidade relativa		$\geq 95\%$

A.1.3 - Condições Ambientais

Na tabela A.3 são consideradas as condições ambientais em que a peça foi concretada.

Tabela A.3 - Condições ambientais

Variável considerada	Condição padrão
Temperatura	$23 \pm 2^{\circ}\text{C}$
Umidade relativa ambiental	40%

A.1.4 - Geometria do Elemento Estrutural

Na tabela A.4 é considerada a influência da dimensão e da forma do elemento estrutural, que pode ser feita através da relação volume-superfície ou da espessura média mínima.

Tabela A.4 - Geometria

Variável considerada	Condição padrão
Relação volume-superfície	v/s = 38 mm
Espessura média mínima	150 mm

A.1.5 - História de Carregamento

Na tabela A.5 é considerada a influência da idade do concreto na aplicação do carregamento, a qual só tem influência sobre o fenômeno da fluência.

Tabela A.5 - Aplicação das ações

Tipo de cura	Condição padrão
Cura úmida	7 dias
Cura à vapor	1-3 dias

A.1.6 - Condições de Tensão

Para a utilização dos procedimentos do ACI 209R-92 é necessário que a relação tensão no concreto sobre a resistência à compressão seja menor que 0,5.

A.2 - FATORES DE CORREÇÃO

São apresentados os fatores de correção a serem aplicados em situações com condições diferentes das especificadas no item A.1.

A.2.1 - Idade de Carregamento

$\gamma_{\ell a}$ é o fator de correção para a fluência quando a idade de carregamento é maior que sete dias, no caso de concretos que sofreram a cura úmida, e maior que três dias, no caso de concretos curado à vapor.

$$\gamma_{\ell a} = 1,25 (t_{\ell a})^{-0,118} \quad \text{para cura úmida} \quad (\text{A.1})$$

$$\gamma_{\ell a} = 1,13 (t_{\ell a})^{-0,094} \quad \text{para cura à vapor} \quad (\text{A.2})$$

$t_{\ell a}$ é a idade de carregamento em dias

A.2.2 - Período de Cura

Para concretos cuja cura úmida for por um período diferente de sete dias, deve-se aplicar o fator de correção para a retração γ_{tc} indicado na tabela A.6.

Tabela A.6 - Fator de correção γ_{tc}

Duração da cura úmida em dias	γ_{tc}
1	1,20
3	1,10
7	1,00
14	0,93
28	0,86
90	0,75

A.2.3 - Umidade Ambiente

Para ambientes com umidade relativa maior que 40%, devem-se aplicar fatores de correção para a fluência e para a retração indicados nas expressões A.3,

A.4 e A.5. Quando a umidade relativa é menor que 40%, o ACI 209R-92 recomenda que sejam utilizados fatores de correção maiores que 1,0 , mas não especifica os valores que podem ser utilizados.

Fluência:

$$\gamma_U = 1,27 - 0,0067U , \quad \text{para } U > 40\% \quad (\text{A.3})$$

Retração:

$$\gamma_U = 1,40 - 0,010U , \text{ para } 40\% \leq U \leq 80\% \quad (\text{A.4})$$

$$\gamma_U = 3,00 - 0,030U , \text{ para } 80\% < U \leq 100\% \quad (\text{A.5})$$

U é a umidade relativa em porcentagem.

A.2.4 - Dimensão e Forma do Elemento

A dimensão e a forma do elemento estrutural influenciam a fluência e a retração de duas formas. Exercem influência nos valores últimos do coeficiente de fluência v_u , de deformação de retração $(\epsilon_{sh})_u$ e, também, exercem influência no fator multiplicador relativo ao tempo, isto é, o valor de v_t / v_u e de $(\epsilon_{sh})_t / (\epsilon_{sh})_u$.

Nas expressões de v_t e $(\epsilon_{sh})_t$, a variável tempo está elevada a uma potência cujo valor depende da forma e da dimensão do elemento. Estes valores são adotados como constantes nas expressões de v_t e $(\epsilon_{sh})_t$; então o fator multiplicador relativo ao tempo se torna independente da forma e da dimensão da peça. Pode-se considerar o efeito da forma e da dimensão no fator multiplicador do tempo, sem a necessidade de fator de correção. No ACI 209R-92 é indicado como proceder este cálculo.

Serão apresentados os fatores de correção para os valores de v_u e $(\epsilon_{sh})_u$, para os casos em que não serão feitas alterações no fator multiplicador relativo ao tempo. Para estimar o efeito da dimensão e da forma do elemento sobre v_u e $(\epsilon_{sh})_u$ são

indicados dois processos: o processo da espessura média e o processo da relação volume-superfície. Para o caso de lajes, será utilizado o processo da espessura média.

Serão apresentadas aqui as prescrições do processo da espessura média. Para elementos com espessura média menor que 15 cm (6 in.), os fatores de correção γ_h são dados na tabela A.7.

Tabela A.7 - Fator de correção γ_h

Espessura média		Fluência	Retração
cm	in	γ_h	γ_h
5	2	1,30	1,35
8	3	1,17	1,25
10	4	1,11	1,17
13	5	1,04	1,08

Para as espessuras média entre 15 cm (6 in.) e 38 cm (15 in.), são indicadas as seguintes expressões:

fluência:

$$\text{durante o primeiro ano depois do carregamento} \quad \gamma_h = 1,14 - 0,00092 h \quad (\text{A.6})$$

$$\text{para os valores últimos} \quad \gamma_h = 1,10 - 0,00067 h \quad (\text{A.7})$$

retração:

$$\text{durante o primeiro ano} \quad \gamma_h = 1,23 - 0,0015 h \quad (\text{A.8})$$

$$\text{para os valores últimos} \quad \gamma_h = 1,17 - 0,00114 h \quad (\text{A.9})$$

h é a espessura média em mm.

No caso da retração, não devem ser tomados valores de γ_h menores que 0,2.

A.2.5 - Composição do Concreto

São indicados fatores de correção para os casos onde o slump, a porcentagem de agregados finos e as quantidades de cimento e ar estiverem fora dos valores padrão. Os fatores de correção são aproximadamente 1,0 para as seguintes características:

- slumps menores que 13 cm (6 in.)
- porcentagem de agregados finos entre 40% e 50%
- consumo de cimento de 279 a 446 kg/m³
- índice de vazios menor que 8%

Os fatores de correção apresentados a seguir devem ser usados com valores médios de $v_u = 2,35$ e $(\epsilon_{sh})_u = 780 \cdot 10^{-6}$ m/m.

Os valores característicos da mistura do concreto são desconhecidos na fase de projeto e normalmente os fatores de correção dessas características não são grandes e tendem a se contrabalançar. Desta forma, na maioria dos casos podem ser desprezados. São apresentados a seguir esses fatores de correção.

a) Slump

$$\text{fluência} \quad \gamma_{sl} = 0,82 + 0,00264 \text{ sl} \quad (\text{A.10})$$

$$\text{retração} \quad \gamma_{sl} = 0,89 + 0,00161 \text{ sl} \quad (\text{A.11})$$

sl é o valor do slump em mm.

b) Porcentagem de agregados finos

$$\text{fluência} \quad \gamma_{\psi} = 0,88 + 0,0024\psi \quad (\text{A.12})$$

$$\text{retração} \quad \gamma_{\psi} = 0,30 + 0,014\psi \quad \text{para } \psi \leq 50\% \quad (\text{A.13})$$

$$\gamma_{\psi} = 0,90 + 0,002\psi \quad \text{para } \psi > 50\% \quad (\text{A.14})$$

ψ é a relação em peso dos agregados finos e agregados totais, em porcentagem.

c) Consumo de cimento

O consumo de cimento tem um efeito desprezível no coeficiente de fluência.

$$\text{Para a retração:} \quad \gamma_{cc} = 0,75 + 0,00061 c \quad (\text{A.15})$$

c é o consumo de cimento em kg/m^3 .

d) Índice de vazios

$$\text{fluência} \quad \gamma_{\alpha} = 0,46 + 0,09\alpha \quad \text{não menor que } 1,0 \quad (\text{A.16})$$

$$\text{retração} \quad \gamma_{\alpha} = 0,95 + 0,008\alpha \quad (\text{A.17})$$

α é o índice de vazios em porcentagem.

ANEXO B - DADOS COMPLEMENTARES PARA O EXEMPLO 2

B.1 - ARMAÇÃO

Aqui são fornecidos os dados da área de aço do pavimento analisado no exemplo 2. Nas tabelas B.1, B.2 e B.3 estão esquematizadas as áreas de aço tracionado do pavimento e a área considerada para montar o diagrama momento-curvatura, de acordo com as regiões da figura B.1. A_s -médio é a média aritmética de A_s -direção x e A_s -direção y. A_s -diagrama é a área de aço utilizada na construção do diagrama momento-curvatura.

Tabela B.1 - Áreas de aço - casos 1 e 3

Região	A_s -direção x	A_s -direção y	A_s -média	A_s -diagrama
1	4,40	4,98	4,69	4,57
2	4,40	4,51	4,46	4,57
3	4,23	4,35	4,29	4,57
4	5,50	4,23	4,87	4,57
5	4,51	5,97	5,25	5,25
6	4,51	4,51	4,51	4,57
7	11,43	10,16	10,80	10,80
8	8,04	4,23	6,14	6,14
9	4,40	4,98	4,69	4,57
10	4,40	4,51	4,46	4,57
11	4,23	4,35	4,29	4,57
12	5,50	4,23	4,87	4,57

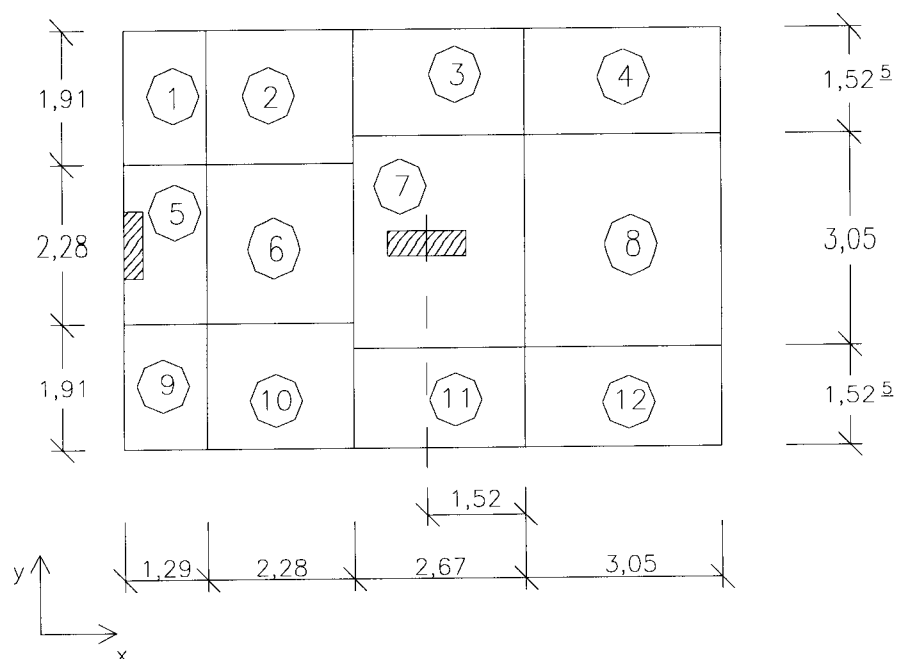
Tabela B.2 - Áreas de aço - caso 2

Região	A _s -direção x	A _s -direção y	A _s -média	A _s -diagrama
1	4,23	4,62	4,43	4,70
2	4,23	4,23	4,23	4,70
3	4,23	4,65	4,44	4,70
4	5,08	4,23	4,66	4,70
5	4,65	7,70	6,18	6,18
6	6,77	4,23	5,50	4,70
7	12,27	11,00	11,64	11,64
8	7,62	4,23	5,93	5,93
9	4,23	4,62	4,43	4,70
10	4,23	4,23	4,23	4,70
11	4,23	4,65	4,44	4,70
12	5,08	4,23	4,66	4,70

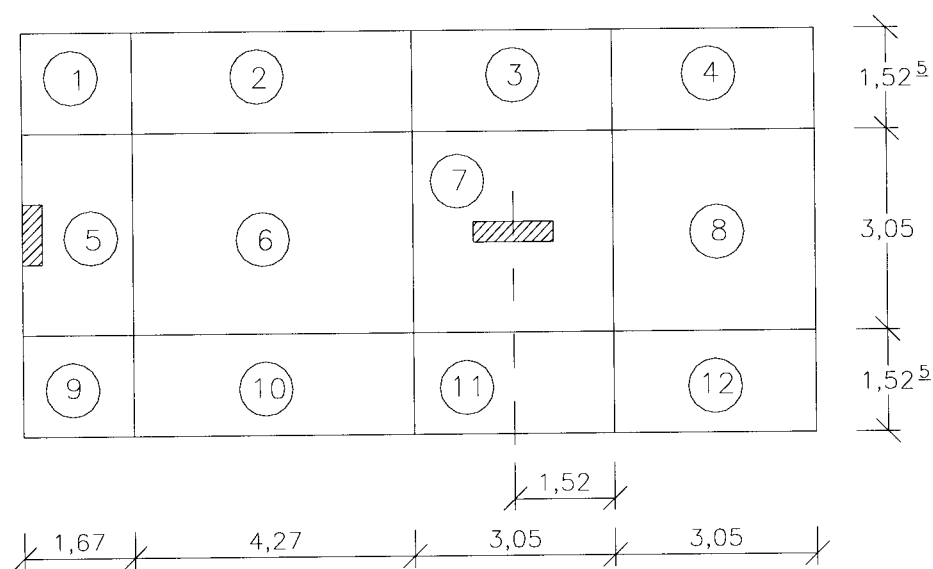
Tabela B.3 - Áreas de aço - caso 4

Região	A _s -direção x	A _s -direção y	A _s -média	A _s -diagrama
1	4,40	4,98	4,69	4,67
2	4,40	4,52	4,46	4,67
3	4,65	4,35	4,50	4,67
4	5,92	4,23	5,08	4,67
5	4,52	6,97	5,75	5,75
6	4,52	4,52	4,52	4,67
7	13,96	10,16	12,06	12,06
8	8,88	4,23	6,56	6,56
9	4,40	4,98	4,69	4,67
10	4,40	4,52	4,46	4,67
11	4,65	4,35	4,50	4,67
12	5,92	4,23	5,08	4,67

A área de aço adotada para a construção do diagrama momento-curvatura nas regiões 1, 2, 3, 4, 6, 9, 10, 11, 12 é a média ponderada do A_s - médio, sendo o fator de ponderação a área da laje que está com a armação.



a) Casos 1, 3 e 4



b) Caso 2

Figura B.1 - Regiões da laje que apresentam diferentes áreas de aço

Na montagem da malha de elementos finitos, dos casos 1, 3 e 4, para fazer a análise elastoplástica com o diagrama momento-curvatura trilinear, as regiões 5 e 6 tiveram sua dimensão na direção y aumentada para 3,05 m e, conseqüentemente, as regiões 1, 2, 9 e 10 tiveram a sua dimensão diminuída para 1,525 m. Isto foi feito para simplificar o trabalho na montagem da malha.

Foi feita uma análise do pavimento com os diagramas momento-curvatura para as doze regiões com os valores da área média de aço das tabelas B.1, B.2 e B.3. A diferença verificada nos resultados com doze e com quatro regiões foi muito pequena; então toda a análise foi feita utilizando quatro regiões com armaduras diferentes (as regiões 1, 2, 3, 4, 6, 9, 10, 11 e 12 foram substituídas por uma única região).

A altura útil d foi tomada como a espessura da placa menos o cobrimento (1,9 cm) e menos meio diâmetro da barra. O diâmetro da barra usada foi 12,5 mm, resultando $d = 21,5$ cm.

B.2 - CÁLCULO DO DESLOCAMENTO - PROCESSO DE RANGAN

Para o cálculo dos deslocamentos no centro do painel interno utilizando as expressões fornecidas por Rangan são utilizados os dados indicados na tabela B.4.

No cálculo dos deslocamentos w_p , w_c e w_u foram utilizadas as expressões 3.7, 3.8 e 3.9 e w_{simplif} foi obtido utilizando a expressão 3.12. A_s - Rangan é a área de aço tracionado da faixa dos pilares que será utilizada para o cálculo da inércia fissurada, e esta é calculada como 70% da área de aço da parte central da faixa (região 8) e 30% da área de aço da região dos pilares (região 7), inspirado na ponderação utilizada no cálculo do momento de inércia efetivo médio. A faixa dos pilares é considerada na direção da maior dimensão da laje; então são utilizadas as áreas de aço da direção x.

Tabela B.4 - Dados para o cálculo dos deslocamentos segundo Rangan

Dados	Caso 1 = Caso 3	Caso 2	Caso 4
ℓ_1	9,14 m	9,14 m	9,14 m
ℓ_{1n}	7,92 m	7,92 m	8,53 m
ℓ_2	6,10 m	6,10 m	6,10 m
ℓ_{2n}	5,80 m	5,80 m	5,80 m
h	24 cm	24 cm	24 cm
d	21,5 cm	21,5 cm	21,5 cm
$I_c = 0,6 h^3 / 12$	$6,912 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$	$6,912 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$	$6,912 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$
E_c	$2,65 \cdot 10^7 \text{ kN/m}^2$	$2,65 \cdot 10^7 \text{ kN/m}^2$	$2,65 \cdot 10^7 \text{ kN/m}^2$
F_i	9,5	9,5	9,5
F_t	0	0	0
A_s - Rangan	9,057 cm ² /m	9,015 cm ² /m	10,404 cm ² /m

Para que pudesse ser feita a comparação dos resultados com os demais processos, aqui interessa o cálculo dos deslocamentos imediatos da ação total. Por esta razão a ação de longa duração F_t é tomada como zero.

Tabela B.5 - Deslocamentos segundo Rangan

	Caso 1 = Caso 3	Caso 2	Caso 4
A_s - Rangan	9,057 cm ² /m	9,015 cm ² /m	10,404 cm ² /m
$\rho = A_s / bd$	0,42%	0,42%	0,48%
$I_p = 5 \rho d^3$	$2,09 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$	$2,08 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$	$2,41 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$
w_p	2,03 cm	2,03 cm	2,20 cm
w_c	0,32 cm	0,32 cm	0,32 cm
w_u	2,35 cm	2,36 cm	2,52 cm
w_{simplif}	2,05 cm	2,06 cm	2,22 cm

Os resultados a serem comparados com os outros processos de cálculo serão os obtidos com a expressão simplificada, pois estes são os menores valores para o deslocamento. A diferença entre o deslocamento w_{simplif} e w_u é em média de 12%.

ANEXO C - DADOS COMPLEMENTARES PARA O EXEMPLO 3

C.1 - ARMAÇÃO

São aqui apresentados os dados da armação da laje. Esses dados foram retirados de TAYLOR (1970). Na figura C.1 encontra-se o esquema de armação da laje e na tabela C.1 encontram-se os valores das áreas de aço em cada direção. Nas duas últimas colunas da tabela C.1 estão os valores das médias aritméticas das áreas de aço das direções x e y, para as armações inferior e superior. A figura C.1 representa a região hachurada da figura 4.19.

Tabela C.1 - Valores das áreas de aço para cada região da laje (cm²/m)

Região	Armação superior		Armação inferior		Média das direções x e y	
	Direção x	Direção y	Direção x	Direção y	Superior	Inferior
1	5,08	6,43	4,06	6,43	5,76	5,24
2	15,65	13,51	4,06	4,09	14,58	4,08
3	15,65	13,51	7,82	4,09	14,58	5,96
4	2,54	4,37	7,82	4,37	3,46	6,10
5	15,65	10,95	7,82	3,91	13,30	5,87
6	15,65	10,95	4,57	3,91	13,30	4,24
7	5,08	12,14	4,57	5,89	8,61	5,23
8	3,94	3,10	4,06	6,43	3,52	5,24
9	4,72	2,49	4,06	4,09	3,61	4,08
10	4,72	2,49	5,51	4,09	3,61	4,80
11	0	0	5,51	4,37	0	4,94
12	4,72	2,49	5,51	3,91	3,61	4,71
13	4,72	2,49	4,06	3,91	3,61	3,99
14	3,94	3,25	4,06	5,89	3,60	4,98

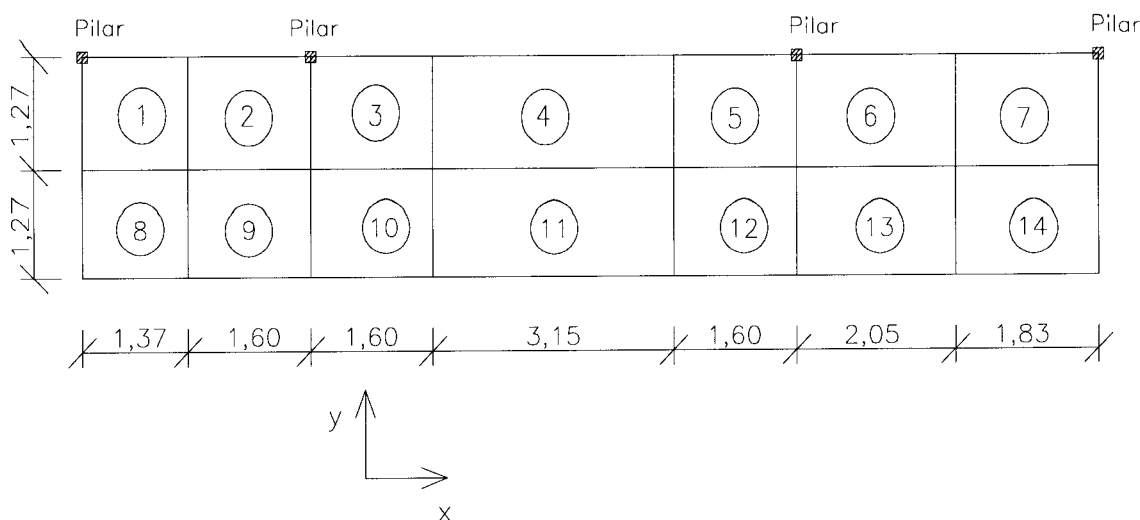


Figura C.1 - Esquema para a armação da laje

No presente trabalho, para montar os diagramas momento-curvatura, foram adotadas as médias aritméticas das áreas de aço da armadura tracionada. Nas regiões 1, 2, 3, 5, 6 e 7 foram adotadas as médias aritméticas da armação superior e nas regiões 4, 8, 9, 10, 11, 12, 13 e 14 foram adotadas as da armação inferior. A altura útil d foi tomada como a espessura da laje menos o cobrimento (1,9 cm) e menos meio diâmetro da barra longitudinal (16 mm), resultando $d = 17,3$ cm.

C.2 - DETERMINAÇÃO DOS DESLOCAMENTOS AO LONGO DO TEMPO

Os deslocamentos medidos por TAYLOR (1970) no centro do painel interno estão na tabela C.6.

As curvas 2 e 3 do gráfico da figura 4.20 representam os deslocamentos ao longo do tempo para o carregamento de $5,12 \text{ kN/m}^2$ aplicado aos 14 dias. A única diferença entre as duas curvas é o valor da resistência à tração no cálculo do deslocamento inicial. O deslocamento ao longo do tempo é calculado de acordo com as recomendações do ACI 209R-92, que estão no item 2.4.2 deste trabalho. A umidade relativa média medida foi de 50% [GRAHAM (1984)].

A seguir, têm-se os valores do coeficiente de fluência e da deformação de retração (e os fatores de correção para esses parâmetros, que foram obtidos de acordo com o anexo A). Têm-se, também, os deslocamentos devidos à fluência, arqueamento por retração e os deslocamentos totais, que são a soma dos deslocamentos imediatos com os deslocamentos devidos à fluência e à retração.

a) Fluência e retração

Os fatores de correção do coeficiente de fluência e da deformação de retração estão nas tabelas C.2 e C.3, respectivamente. Foram feitas correções para a idade de carregamento ($\gamma_{\ell a}$), período de cura (γ_{tc}), umidade ambiente relativa (γ_U) e para a dimensão do elemento (γ_h). O período de cura foi considerado de 14 dias, época em que ocorreu a desforma.

Tabela C.2 - Fator de correção para o coeficiente de fluência

$\gamma_{\ell a}$	γ_U	γ_h		$\gamma_{cf} = \gamma_{\ell a} \cdot \gamma_U \cdot \gamma_h$	
		1º ano	final	1º ano	final
0,916	0,935	0,956	0,966	0,819	0,827

Tabela C.3 - Fator de correção para a deformação por retração

γ_{tc}	γ_U	γ_h		$\gamma_{dr} = \gamma_{tc} \cdot \gamma_U \cdot \gamma_h$	
		1º ano	final	1º ano	final
0,930	0,900	0,930	0,942	0,778	0,788

Aplicando os fatores de correção ao coeficiente de fluência último e à deformação de retração última para as condições padrão, $v_u = 2,35$ e $\epsilon_{sh,u} = 780 \cdot 10^{-6}$ mm/mm, obtêm-se os valores corrigidos de v_u e de $\epsilon_{sh,u}$: $v_{u, 1^\circ \text{ ano}} = 1,923$, $v_{u, \text{ final}} = 1,943$, $\epsilon_{sh,u, 1^\circ \text{ ano}} = 607 \cdot 10^{-6}$ mm/mm e $\epsilon_{sh,u, \text{ final}} = 615 \cdot 10^{-6}$ mm/mm. Na tabela C.4, têm-se os coeficientes de fluência v_t variando de acordo com o tempo e os deslocamentos devidos à fluência, para as

curvas 2 e 3. Na tabela C.5 têm-se os valores das deformações de retração ϵ_{sh} e os deslocamentos devidos ao arqueamento por retração.

O fator corretivo para considerar a presença da armadura de compressão, ξ_r , é tomado como 0,85, pois o deslocamento é calculado no centro da laje interna, onde não há armadura de compressão. O coeficiente ξ_w foi tomado como 1/16, que corresponde ao caso de continuidade nas duas extremidades. O deslocamento devido ao arqueamento por retração foi calculado como sugerido por RIOS (1991), tomando a média dos deslocamentos que ocorrem para duas direções perpendiculares.

Nas tabelas C.4, C.5 e C.6, o tempo é contado, em dias, a partir da concretagem da laje e os deslocamentos são expressos em centímetros.

Tabela C.4 - Deslocamentos devidos à fluência segundo o ACI 209R-92

Tempo (dias)	v_t	w_{cp} - curva 2	w_{cp} - curva 3
17	0,312	0,095	0,077
35	0,737	0,224	0,182
53	0,911	0,277	0,225
69	1,010	0,307	0,250
84	1,079	0,328	0,267
98	1,131	0,344	0,280
119	1,192	0,363	0,295
132	1,224	0,372	0,303
146	1,254	0,381	0,310
148	1,257	0,383	0,311
181	1,314	0,400	0,325
215	1,359	0,414	0,336
284	1,427	0,434	0,353
355	1,477	0,449	0,365
484	1,555	0,473	0,385
824	1,647	0,501	0,407
864	1,654	0,503	0,409

Tabela C.5 - Deslocamentos devidos ao arqueamento por retração segundo o ACI 209R-92

Tempo (dias)	ϵ_{sh}	ϕ_x	ϕ_y	W_x	W_y	W_{sh} - média
17						0
35	$2,28 \cdot 10^{-4}$	$5,44 \cdot 10^{-7}$	$5,04 \cdot 10^{-7}$	0,137	0,081	0,109
53	$3,20 \cdot 10^{-4}$	$7,64 \cdot 10^{-7}$	$7,08 \cdot 10^{-7}$	0,193	0,114	0,153
69	$3,71 \cdot 10^{-4}$	$8,86 \cdot 10^{-7}$	$8,21 \cdot 10^{-7}$	0,223	0,132	0,178
84	$4,05 \cdot 10^{-4}$	$9,67 \cdot 10^{-7}$	$8,96 \cdot 10^{-7}$	0,244	0,145	0,194
98	$4,29 \cdot 10^{-4}$	$1,02 \cdot 10^{-6}$	$9,49 \cdot 10^{-7}$	0,258	0,153	0,206
119	$4,55 \cdot 10^{-4}$	$1,09 \cdot 10^{-6}$	$1,01 \cdot 10^{-6}$	0,274	0,163	0,218
132	$4,68 \cdot 10^{-4}$	$1,12 \cdot 10^{-6}$	$1,04 \cdot 10^{-6}$	0,282	0,167	0,225
146	$4,80 \cdot 10^{-4}$	$1,15 \cdot 10^{-6}$	$1,06 \cdot 10^{-6}$	0,289	0,171	0,230
148	$4,81 \cdot 10^{-4}$	$1,15 \cdot 10^{-6}$	$1,07 \cdot 10^{-6}$	0,290	0,172	0,231
181	$5,02 \cdot 10^{-4}$	$1,20 \cdot 10^{-6}$	$1,11 \cdot 10^{-6}$	0,302	0,179	0,241
215	$5,17 \cdot 10^{-4}$	$1,24 \cdot 10^{-6}$	$1,14 \cdot 10^{-6}$	0,311	0,185	0,248
284	$5,37 \cdot 10^{-4}$	$1,28 \cdot 10^{-6}$	$1,19 \cdot 10^{-6}$	0,324	0,192	0,258
355	$5,51 \cdot 10^{-4}$	$1,32 \cdot 10^{-6}$	$1,22 \cdot 10^{-6}$	0,332	0,197	0,264
484	$5,72 \cdot 10^{-4}$	$1,37 \cdot 10^{-6}$	$1,27 \cdot 10^{-6}$	0,345	0,204	0,274
824	$5,90 \cdot 10^{-4}$	$1,41 \cdot 10^{-6}$	$1,31 \cdot 10^{-6}$	0,355	0,210	0,283
864	$5,91 \cdot 10^{-4}$	$1,41 \cdot 10^{-6}$	$1,31 \cdot 10^{-6}$	0,356	0,211	0,283

No cálculo da curvatura, foi utilizada a expressão para elementos simplesmente armados. A taxa de armadura tracionada na direção x é $\rho = 0,318\%$ e na direção y é $\rho = 0,253\%$. Na tabela C.5, as curvaturas são dadas em 1/mm.

b) Deslocamento total

Na tabela C.6 estão os deslocamentos medidos por TAYLOR (1970) e os deslocamentos totais para a construção da curva 2 e da curva 3. O deslocamento imediato da curva 2 é 0,358 cm e o da curva 3 é 0,291 cm. Os deslocamentos devidos à fluência estão na tabela C.4 e os devidos ao arqueamento por retração, na tabela C.5.

Tabela C.6 - Deslocamentos totais (cm)

Tempo (dias)	Curva 1 - Experimental	Curva 2	Curva 3
17	0,279	0,453	0,368
35	0,432	0,691	0,582
53	0,508	0,789	0,670
69	0,584	0,843	0,719
84	0,711	0,881	0,752
98	0,737	0,908	0,776
119	0,762	0,939	0,804
132	0,864	0,955	0,818
146	0,864	0,970	0,831
148	0,889	0,972	0,833
181	0,965	0,998	0,857
215	1,067	1,020	0,875
284	1,194	1,050	0,902
355	1,321	1,071	0,920
484	1,524	1,106	0,950
824	1,753	1,142	0,981
864	1,829	1,145	0,983

C.3 - CÁLCULO DO DESLOCAMENTO - PROCESSO DE RANGAN

Será determinado o deslocamento final usando as expressões 3.6, 3.7 e 3.8 e, também, usando a fórmula simplificada, expressão 3.12. Os resultados estão na tabela C.7. A seguir estão esquematizados os dados principais do problema:

$$\ell_1 = 6,35 \text{ m}$$

$$\ell_{1n} = 6,00 \text{ m}$$

$$\ell_2 = 5,08 \text{ m}$$

$$\ell_{2n} = 4,73 \text{ m}$$

$$d = 17,30 \text{ cm}$$

$$K_1 = 1,15$$

$$\rho_p = 0,59\%$$

$$K_2 = 0,788$$

$$\lambda = 1,7$$

$$E_c = 2,485 \cdot 10^7 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{ação permanente} = 5,12 \text{ kN/m}^2$$

A taxa de armadura tracionada ρ_p foi determinada através da ponderação das áreas de aço (na direção x) da região dos pilares (30%) e da região central (70%), como no exemplo 2. O fator de multiplicação para as ações de longa duração, λ , foi determinado para um período de 2,5 anos. Usando o gráfico da figura R9.5.2.5 do ACI 318-89, obteve-se $\xi \cong 1,7$. Não há armadura de compressão no centro do painel, então foi considerado $\rho' = 0$. Assim, $\lambda = 1,7$.

RANGAN (1986), quando estudou este painel, considerou que na direção da maior dimensão da laje a continuidade se dá com painéis de laje de dimensões bem menores que as do painel analisado. Em virtude disso, K_1 foi determinado como um valor intermediário de painel interno e externo: $K_1 = (1,0 + 1,3) / 2 = 1,15$.

Tabela C.7 - Deslocamentos segundo Rangan

w_p (exp. 3.8)	w_c (exp. 3.9)	w_u (exp. 3.7)	w_{simplif} (exp. 3.12)
1,306 cm	0,389 cm	1,695 cm	1,936 cm

A diferença entre o resultado obtido com as expressões 3.7 e 3.12 é de aproximadamente 14%; será considerado o valor $w = 1,936$ cm.

APÊNDICE I - RECOMENDAÇÕES DE NORMAS

Serão apresentadas algumas recomendações das normas NB 1 (1978 e projeto 1994), ACI 318-89, CEB-FIP MC90 e Eurocode 2 (1992).

I.1 - PRESCRIÇÕES DA NB 1

Apresentam-se a seguir as prescrições da NB 1/1978 e as modificações propostas no projeto da NB 1/1994.

I.1.1 - NB 1/1978

Não há referências com relação à espessura mínima para a dispensa do cálculo dos deslocamentos para lajes sem vigas. No cálculo dos deslocamentos devem ser levadas em conta a retração e a fluência. Para as ações de longa duração, permite-se avaliar os deslocamentos finais como o produto do valor do deslocamento imediato pela relação das curvaturas final e inicial na seção de maior momento em valor absoluto.

$$\phi_{cc} = \frac{(1/r)_t}{(1/r)_0} \quad (I.1.1)$$

ϕ_{cc} multiplicador para obtenção do deslocamento final

$(1/r)_t$ curvatura final

$(1/r)_0$ curvatura inicial

O valor da curvatura é dado por:

$$\frac{1}{r} = \frac{|\varepsilon_c| + \varepsilon_s}{d} \quad (I.1.2)$$

- ε_c deformação na fibra de concreto mais comprimida
- ε_s deformação na armadura tracionada
- d altura útil do elemento

Devido à fluência, a deformação ε_c no bordo comprimido da peça se transforma em $(1+\phi) \varepsilon_c$, onde ϕ é um coeficiente de fluência. A deformação ε_s da armadura tracionada permanece praticamente constante.

A NB 1 / 1978 sugere simplificadamente valores médios para $(1+\phi)$: considera $(1+\phi) = 3$, para o caso de ações de longa duração aplicadas logo após o término da construção, e $(1+\phi) = 2$, para o caso de ações de longa duração aplicadas seis meses após o término da construção.

$$\left(\frac{1}{r}\right)_t = \frac{(1+\phi)\varepsilon_c + \varepsilon_s}{d} = \frac{3\varepsilon_c + \varepsilon_s}{d} \quad \text{ou} \quad \frac{2\varepsilon_c + \varepsilon_s}{d} \quad \text{e} \quad \left(\frac{1}{r}\right)_0 = \frac{\varepsilon_c + \varepsilon_s}{d}$$

Os valores limites para os deslocamentos são os seguintes: quando atuarem todas as ações, o deslocamento limite é de $(\ell/300)$, $(\ell/150)$ para balanços, sendo ℓ o vão teórico; quando é considerado o deslocamento suplementar das ações variáveis, os limites são respectivamente $(\ell/500)$ e $(\ell/250)$, este último válido para o caso de balanços. E os deslocamentos transversais também não poderão atingir valor do qual possam resultar danos a elementos de construção apoiados na estrutura ou situados sob elementos estruturais.

A NB 1/1978 fornece a expressão $E_c = 6600\sqrt{f_{ck} + 3,5}$ (MPa) para o módulo de elasticidade tangente na origem. O valor $(f_{ck} + 3,5\text{MPa})$ representa uma estimativa da resistência média do concreto. Para o cálculo das deformações é recomendada a utilização do módulo de elasticidade secante, que pode ser estimado em 90% do módulo tangente na origem.

I.1.2 - NB 1/1994 (Projeto de Revisão)

No projeto de revisão da NB 1 são fornecidos valores limites para os deslocamentos. A NB1/94 classifica em quatro grupos básicos os motivos que tornam indesejáveis os deslocamentos excessivos e a tendência à vibração dos elementos estruturais, sendo eles: aceitabilidade sensorial, estrutura em serviço, efeitos em elementos não-estruturais e efeitos em elementos estruturais.

a) Aceitabilidade sensorial

A tabela I.1.1 apresenta os limites para que os deslocamentos não causem sensações desagradáveis aos usuários da estrutura.

Tabela I.1.1 - Limites para deslocamentos com base na aceitabilidade sensorial

Razões da Limitação	Exemplos	Deslocamento Limite	Deslocamento a Considerar
Visual	Deslocamentos em elemento estruturais visíveis	$l / 250$	Deslocamento total
Outros	Vibrações que podem ser sentidas	$l / 350$	Deslocamentos devidos às ações móveis

b) Estrutura em serviço

Certos deslocamentos podem prejudicar a utilização adequada da estrutura. Na tabela I.1.2 encontram-se os limites para os deslocamentos para que isso não ocorra.

Tabela I.1.2 - Limites para deslocamentos da estrutura em serviço

Razões da Limitação	Exemplos	Deslocamento Limite	Deslocamento a considerar
Superfícies que devem drenar água	Coberturas e varandas	$l / 250^{(1)}$	Deslocamento total
Pavimentos que devem permanecer planos	Ginásios e pistas de boliche	$l / 350 + cf$ ou $l / 600^{(2)}$	Deslocamento total
Elementos que suportam equipamentos sensíveis	Laboratórios de medidas de grande precisão	De acordo com recomendação do fabricante	Deslocamento que ocorra após o nivelamento do aparelho

(1) *As superfícies devem ser suficientemente inclinadas ou o deslocamento previsto compensado por contraflechas, de modo a não se ter o acúmulo de água.*

(2) *Os deslocamentos podem ser parcialmente compensados pela especificação de contraflechas. Entretanto, qualquer deslocamento incremental, bem como a atuação isolada da contraflecha, não pode ocasionar um desvio do plano maior que $l / 350$.*

c) Efeitos em elementos não-estruturais

A tabela I.1.3 apresenta os limites para os deslocamentos, para que estes não prejudiquem o funcionamento dos elementos não-estruturais.

Tabela I.1.3 - Limites para os deslocamentos baseados nos efeitos em elementos não-estruturais

Razões da Limitação	Exemplos	Deslocamento Limite	Deslocamento a Considerar
Paredes	Alvenarias, caixilhos e revestimentos	$\ell / 500^{(3)}$ ou 10mm ou $f = 0,0017\text{rad}^{(4)}$	Deslocamentos ocorridos após construção da parede
	Divisórias leves e caixilhos telescópicos	$\ell / 250^{(3)}$ ou 25mm	Deslocamentos ocorridos após instalação da divisória
	Movimento lateral de edifícios	$H / 500^{(5)}$ ou 4mm entre pavimentos ⁽⁶⁾	Deslocamento provocado pela ação do vento
	Movimentos térmicos verticais	$\ell / 300^{(7)}$ ou 15mm	Deslocamento provocado pela diferença de temperatura
Forros	Revestimentos colados	$\ell / 360$	Deslocamentos ocorridos após construção do forro
	Revestimentos pendurados ou com juntas	$\ell / 180$	Deslocamentos ocorridos após construção do forro

- (3) *O vão deve ser tomado na direção na qual a parede ou a divisória se desenvolve.*
- (4) *Rotação nos elementos que suportam paredes. Equivale a $1 / 600$ da altura da parede.*
- (5) *H é a altura do edifício.*
- (6) *Este limite aplica-se ao deslocamento lateral entre dois pavimentos consecutivos devido à atuação de ações horizontais. Não se devem incluir os deslocamentos devidos a ações axiais nos pilares. O limite também se aplica para o deslocamento vertical relativo das extremidades de lintéis conectados a duas paredes.*
- (7) *O valor ℓ refere-se à distância entre o pilar externo e o primeiro pilar interno.*

Para as tabelas I.1.1 a I.1.3, valem as seguintes observações gerais:

- todos os valores limites de deslocamentos supõem elementos de vão ℓ suportados em ambas as extremidades por apoios que não se movem. Quando se tratar de balanços, o vão a ser considerado deve ser o dobro do comprimento do balanço
- para o caso de elementos de superfície, os limites prescritos consideram que o valor de ℓ é o menor vão, exceto em casos de verificação de paredes e divisórias, onde interessa a direção na qual a parede ou a divisória se desenvolve
- deslocamento total é a soma de todos os deslocamentos individualmente computados para todas as ações, mais os efeitos dependentes do tempo, quando se fizerem presentes

- deslocamentos excessivos podem ser parcialmente compensados por contraflechas

d) Efeitos em elementos estruturais

Os deslocamentos podem prejudicar o comportamento do elemento estrutural, provocando afastamento em relação às hipóteses de cálculo adotadas. Se forem relevantes para o elemento considerado, o efeito dos deslocamentos sobre as tensões, sobre a estabilidade da estrutura e a indução de comportamento dinâmico devem ser considerados, pela sua incorporação ao modelo estrutural adotado.

I.2 - PRESCRIÇÕES DO ACI 318-89

O código ACI 318-89, no seu item 9.5, apresenta as prescrições para o controle dos deslocamentos para os níveis de ações de serviço. São definidas espessuras mínimas para os elementos estruturais. Para elementos com espessura menor que a mínima, é exigido o cálculo dos deslocamentos e estes devem estar dentro dos limites exigidos pela norma.

Para elementos estruturais que servem de apoio ou estão fixados à elementos estruturais que podem ser danificados por grandes deslocamentos, é exigido o cálculo dos deslocamentos.

I.2.1 - Espessuras Limites

O cálculo dos deslocamentos pode ser dispensado se forem respeitadas as espessuras limites especificadas. Para lajes-cogumelo, a espessura mínima deve estar de acordo com a tabela I.2.1 e não deve ser menor que os seguintes valores: lajes sem

capitéis, 5 in (12,70 cm), e lajes com capitéis, 4 in (10,16 cm). Na tabela I.2.1, ℓ_n o vão livre (medido de face a face dos pilares) na maior direção.

Tabela I.2.1 - Espessura mínima para lajes sem vigas

Tensão de Escoamento f_y (psi) ⁽¹⁾	Sem Capitel			Com Capitel		
	Painéis Externos		Painéis Internos	Painéis Externos		Painéis Internos
	Sem Viga de Borda	Com Viga de Borda ⁽²⁾		Sem viga de borda	Com viga de borda ⁽²⁾	
40000	$\ell_n / 33$	$\ell_n / 36$	$\ell_n / 36$	$\ell_n / 36$	$\ell_n / 40$	$\ell_n / 40$
60000	$\ell_n / 30$	$\ell_n / 33$	$\ell_n / 33$	$\ell_n / 33$	$\ell_n / 36$	$\ell_n / 36$
75000	$\ell_n / 28$	$\ell_n / 31$	$\ell_n / 31$	$\ell_n / 31$	$\ell_n / 34$	$\ell_n / 34$

(1) Nos casos onde a tensão de escoamento da armadura está entre os valores dados na tabela, a espessura mínima deve ser obtida por interpolação linear.

(2) Lajes com vigas ao longo das bordas externas. O valor de α_v , para a viga de borda não deve ser menor que 0,8, onde α_v é a razão da rigidez à flexão da seção da viga pela rigidez à flexão de uma largura da laje, limitada lateralmente pelos eixos dos painéis adjacentes (se existir) em cada lado da viga.

ℓ_n é o vão livre na direção do maior vão.

I.2.2 - Estimativa dos Deslocamentos

Na seção 9.5 do ACI 318-89 não é indicado um processo para o cálculo dos deslocamentos, mas são feitas algumas recomendações para o cálculo destes, apresentadas a seguir.

O deslocamento imediato deve ser calculado com o módulo de elasticidade $E_c = 33 W_c^{1,5} \sqrt{f'_c}$ (em psi) para valores de W_c (peso específico do concreto) entre 90 Lb/ft^3 e 155 Lb/ft^3 . Este valor foi definido como a inclinação do diagrama tensão-deformação correspondente da tensão zero até a tensão de compressão $0,45 f'_c$. Para concreto de peso normal, utilizando as unidades do sistema internacional, resulta $E_c = 5000 \sqrt{f'_c}$ (MPa).

Deve ser utilizado o momento de inércia desenvolvido por Branson, dado pela expressão 2.2 (capítulo 2). Para elementos com continuidade, o momento de inércia efetivo pode ser tomado como a média entre os valores da expressão 2.2, para as seções críticas de momento positivo e de momento negativo. É permitido o uso da inércia efetiva no meio do vão para vigas contínuas retangulares, pois a rigidez do meio do vão tem um efeito dominante nos deslocamentos.

Os deslocamentos adicionais, devidos à fluência e à retração dos elementos fletidos, devem ser determinados pela multiplicação dos deslocamentos imediatos causados pelas ações de longa duração pelo fator λ :

$$\lambda = \frac{\xi}{1 + 50\rho'}$$

$\rho' = \frac{A'_s}{bd}$ é a taxa de armadura de compressão e deve ser tomada no meio do vão, para vãos simples ou contínuos, e no apoio para balanços.

ξ é um fator que depende do tempo de atuação das ações e é dado na tabela I.2.2.

Tabela I.2.2 - Valores do fator ξ

Tempo de Atuação da Ação	Fator ξ
5 anos ou mais	2,0
12 meses	1,4
6 meses	1,2
3 meses	1,0

As recomendações feitas para o cálculo dos deslocamentos podem ser substituídas por procedimentos mais precisos. Os deslocamentos calculados não devem exceder os limites estipulados na tabela I.2.3. O vão ℓ não é definido no código para o caso de lajes sem vigas. SCANLON e THOMPSON (1988) sugerem que, para a verificação dos deslocamentos no centro do painel, o vão ℓ seja o comprimento da diagonal desse painel.

Tabela I.2.3 - Deslocamentos limites

Tipo de Elemento	Deslocamento a ser Considerado	Desloc. Limite
Tetos planos nem apoiando nem fixados a elementos não-estruturais prováveis de se danificarem com grandes deslocamentos	Deslocamento imediato devido à ação acidental	$\ell / 180^{(1)}$
Pavimentos nem apoiando nem fixados a elementos não-estruturais prováveis de se danificarem com grandes deslocamentos	Deslocamento imediato devido à ação acidental	$\ell / 360$
Teto ou pavimento, apoiando ou fixados em elementos não-estruturais prováveis de serem danificados com grandes deslocamentos	Aquela parte do deslocamento total que ocorre após a fixação dos elementos não-estruturais (somatório de deslocamento ao longo do tempo	$\ell / 480^{(2)}$
Teto ou pavimento, apoiando ou fixados a elementos não-estruturais prováveis de não se danificarem com grandes deslocamentos	devido a todas as ações de longa duração e o deslocamento imediato devido a sobrecarga adicional) ⁽⁴⁾	$\ell / 240^{(3)}$

- (1) *O limite não protege contra o armazenamento de água. Esse deve ser checado por meio de cálculos adequados dos deslocamentos, incluindo deslocamentos adicionais devidos à água armazenada e considerando os efeitos ao longo do tempo de todas as ações de longa duração, contraflecha, tolerâncias de construção e a integridade das recomendações para drenagem.*
- (2) *O limite pode ser excedido se forem tomadas medidas para prevenir danos em elementos apoiados ou fixados.*
- (3) *Este limite não pode ser maior que a tolerância estipulada para o elemento não-estrutural. O limite pode ser excedido se for dada uma contraflecha tal que o deslocamento total menos a contraflecha não exceda o limite.*
- (4) *O deslocamento final pode ser reduzido pela porção do deslocamento calculado para ocorrer antes da fixação dos elementos não-estruturais. Esta porção deve ser determinada com base em dados de outras obras já executadas, relatando as características tempo-deslocamento de elementos similares aos que estão sendo considerados.*

I.3 - PRESCRIÇÕES DO CEB-FIP MC-90.

Apresentam-se a seguir as principais recomendações para o controle dos deslocamentos, encontradas no item 7.5, Estado Limite de Deformação, do CEB-FIP MC90.

I.3.1 - Estimativa dos Deslocamentos

A estimativa dos deslocamentos é feita através do Método Simplificado. Baseados em uma relação bilinear entre a ação e o deslocamento, os deslocamentos ao longo do tempo, para elementos de edifícios, podem ser calculados pelas seguintes expressões:

$$w = (1 + \phi) w_e, \text{ para } M_d < M_{cr} \quad (\text{I.3.1})$$

$$w = \left(\frac{h}{d}\right)^3 \eta (1 - 20\rho_{cm}) w_e, \text{ para } M_d \geq M_{cr} \quad (\text{I.3.2})$$

w_e é o deslocamento elástico calculado com a rigidez EI da seção bruta, desprezando-se a armadura

M_d é o momento fletor no meio do vão de uma viga ou uma laje, ou no engaste de um balanço, devido a ações frequentes

ρ_{tm} é a taxa de armadura de tração (ver expressão I.3.3)

ρ_{cm} é a taxa de armadura de compressão

η é um fator de correção, que inclui os efeitos da fissuração e da fluência; são apresentados na tabela I.3.1

M_{cr} é o momento de fissuração dado por $M_{cr} = W_r f_{ct}$, sendo W_r o módulo de resistência da seção e f_{ct} a resistência do concreto à tração

Tabela I.3.1 - Fator de correção η para estimativa dos deslocamentos

ρ_m (%)	0,15	0,20	0,30	0,50	0,75	1,00	1,50
η	10	8	6	4	3	2,5	2

A média percentual ρ_m da armadura de tração é determinada de acordo com o diagrama de momento fletor, como mostrado na figura I.3.1.

$$\rho_m = \rho_a \frac{\ell_a}{\ell} + \rho \frac{\ell_o}{\ell} + \rho_b \frac{\ell_b}{\ell} \quad (\text{I.3.3})$$

ρ_a, ρ_b são as taxas de armadura no apoio esquerdo e direito, respectivamente

ρ é a taxa de armadura de tração na seção de momento máximo

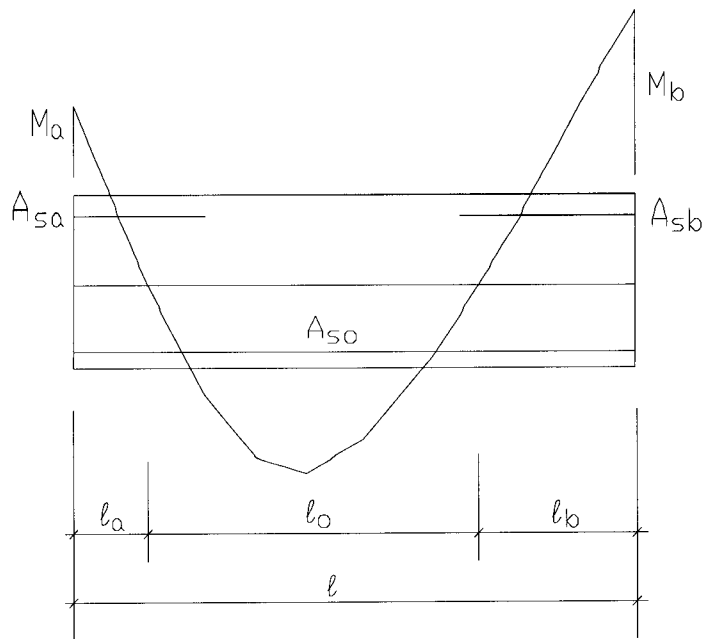


Figura I.3.1 - Diagrama de momento fletor, definindo l_a , l_b e l_o

Obs.: É suficiente uma estimativa dos comprimentos l_a e l_b .

I.3.2 - Estimativa da Relação Vão/Altura Útil (l/d)

Não é necessário o cálculo dos deslocamentos se a relação l/d for limitada de acordo com a expressão:

$$\frac{l}{d} \leq \frac{1}{\sqrt[3]{\delta \eta \left(\frac{l}{w}\right)_{\text{lim}}}} \quad (\text{I.3.4})$$

onde δ é um coeficiente que caracteriza o sistema

$$\delta = \frac{w_e h^3}{\ell^4} \quad (\text{I.3.5})$$

e $(l/w)_{\text{lim}}$ é um valor limite da relação vão/deslocamento. Para verificações simples pode ser usado $(l/w)_{\text{lim}} = 300$.

Para as expressões I.3.4 e I.3.5, é permitido transformar qualquer forma de seção transversal em uma retangular equivalente, com a mesma altura e o mesmo momento de inércia. O momento de fissuração deve ser calculado para a seção transversal original. Para as lajes-cogumelo esta verificação deve ser feita para o vão maior.

Pode-se ainda, para peças de concreto armado, solicitadas à flexão sem força axial, utilizar a seguinte regra:

$$\frac{\ell}{d} \leq \lambda_0 K_T K_\ell \left(\frac{400}{f_{yk}} \right) \quad (\text{I.3.6})$$

λ_0 é tomado de acordo com a tabela I.3.2

K_T = 1,0 para “seções T”, com razão mesa/largura da alma menor que 3
= 0,8 para razões maiores que 3

K_ℓ = $7/\ell \leq 1$, com ℓ em metros

f_{yk} é a tensão de escoamento da armadura, em MPa

Os limites de deslocamentos devem ser estabelecidos em acordo com o cliente. O código sugere um valor limite de deslocamento no meio do vão, que é de $\ell/250$ para as lajes-cogumelo.

Tabela I.3.2- Valores de λ_0 para peças de concreto armado sem compressão axial

Sistema Estrutural	Concreto Fortemente Armado	Concreto Levemente Armado
1- Viga simplesmente apoiada, laje simplesmente apoiada, armada em uma ou nas duas direções	18	25
2- Último vão de uma série de vãos contínuos, laje armadas nas duas direções com continuidade no lado maior	23	32
3- Vão interior de uma viga ou laje armada em uma ou nas duas direções	25	35
4- Laje-cogumelo, verificação efetuada no vão maior	21 ⁽¹⁾	30 ⁽¹⁾
5- Balanços	7	10

(1) *Estes valores precisam ser verificados.*

O concreto levemente armado é aquele onde $\rho < 0,5\%$ ($\rho = A_s/bd$); geralmente as lajes são consideradas levemente armadas. Se a taxa de armadura é conhecida, os valores intermediários entre levemente e fortemente armado podem ser obtidos através de interpolação linear, considerando que uma taxa de armadura $\rho = 0,5\%$ corresponde ao valor de levemente armado e $\rho = 1,5\%$, ao valor de fortemente armado.

I.4 - PRESCRIÇÕES DO EUROCODE 2 (1992)

O Eurocode 2 (1992) apresenta as recomendações para a verificação do estado limite de deformação excessiva em seu item 4.4.3, que são apresentadas em seguida.

I.4.1 - Deslocamentos Limites

O código recomenda que os valores limites para os deslocamentos sejam definidos em concordância com o cliente. O limite de $\ell/250$ é previsto como o máximo para evitar danos na aparência e utilização da estrutura. É permitida a utilização de contraflechas, mas estas não devem exceder $\ell/250$.

Para os deslocamentos que podem danificar elementos não-estruturais, o limite é de $\ell/500$ para o deslocamento que ocorre após a instalação do elemento. Este limite é considerado razoável para a maioria dos casos, mas pode ser modificado de acordo com a análise de uma determinada situação.

O cálculo do deslocamento pode ser omitido quando determinados limites ℓ/d forem respeitados.

I.4.2 - Estimativa do Relação Vão/Altura Útil (ℓ/d)

A estimativa da relação vão/altura útil é feita da mesma forma indicada no CEB-FIP MC90.

I.4.3 - Estimativa dos Deslocamentos

No apêndice 4 do código é descrito um processo de cálculo simplificado para a estimativa dos deslocamentos; para elementos sujeitos a esforços de flexão é dada a expressão I.4.1.

$$w = \zeta w_{II} + (1 - \zeta) w_I \quad (I.4.1)$$

w	é o deslocamento transversal
w_I e w_{II}	são os valores dos deslocamentos calculados para a seção não-fissurada e para a seção completamente fissurada, respectivamente
ζ	é o coeficiente de distribuição
	$\zeta = 1 - \beta_1 \beta_2 \left(\frac{M_{cr}}{M} \right)^2$
	$\zeta = 0$, para as seções não-fissuradas
β_1	é o coeficiente que leva em conta as propriedades de aderência das barras
	$\beta_1 = 1$, para barras de alta aderência
	$\beta_1 = 0,5$, para barras lisas
β_2	é o coeficiente que leva em conta a duração do carregamento e a repetição das ações
	$\beta_2 = 1$, para ações de curta duração
	$\beta_2 = 0,5$, para ações duradouras e para ciclos de repetição de ações
M_{cr}	é o momento de fissuração
M	é o momento máximo, calculado considerando a rigidez da peça fissurada

A resistência à tração é indicada na tabela I.4.1; é indicado utilizar o valor de f_{ctm} . Uma estimativa do módulo de elasticidade pode ser feita utilizando a tabela I.4.2.

Tabela I.4.1 - Valor da resistência média à tração do concreto (MPa), segundo tabela 3.1 do código

Concreto	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50
f_{ctm}	2,2	2,6	2,9	3,2	3,5	3,8	4,1

Tabela I.4.2 - Valor do módulo de elasticidade secante (MPa), segundo tabela 3.2 do código

Concreto	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50
E_{cm}	29	30,5	32	33,5	35	36	37

Para levar em consideração a fluência, o módulo de elasticidade pode ser transformado como indicado na expressão I.4.2.

$$E_{c,ef} = \frac{E_{cm}}{1 + \phi} \quad (I.4.2)$$

ϕ é o coeficiente de fluência, dado na tabela 3.3 do código

E_{cm} módulo de elasticidade secante, indicado na tabela I.4.2

Para determinar o deslocamento de maneira mais precisa é indicado o cálculo das curvaturas usando a expressão I.4.1, substituindo a variável deslocamento por curvatura, e fazer o cálculo da flecha através da integração das curvaturas. Mas este cálculo seria muito trabalhoso, então é aceitável o cálculo dos deslocamentos utilizando as expressões I.4.1 e I.4.2.

A expressão indicada para o cálculo do deslocamento é baseada no diagrama momento curvatura do CEB-FIP; no CEB 158-E (1985) é feita a demonstração da expressão I.4.1. Esta é uma expressão geral que pode ser aplicada para cálculo de deformações, curvaturas, deslocamentos etc.

I.5 - COEFICIENTE DE FLUÊNCIA

São apresentados a seguir os coeficientes de fluência indicados nas normas: NBR 7197/1989, CEB-FIP MC90, Eurocode 2 (1992) e o projeto da NB 1/94.

I.5.1 - Indicações da NBR 7197/1989

O coeficiente de fluência é dado pela expressão I.5.1.

$$\phi(t, t_0) = \phi_a + \phi_{f\infty} [\beta_f(t) - \beta_f(t_0)] + \phi_{d\infty} \cdot \beta_d \quad (I.5.1)$$

t é a idade fictícia do concreto no instante considerado, em dias

t_0 é a idade fictícia do concreto no instante do carregamento, em dias

ϕ_a é o coeficiente de fluência rápida

$$\phi_a = 0,8 \left[1 - \frac{f_c(t_0)}{f_c(t_\infty)} \right]$$

$\frac{f_c(t_0)}{f_c(t_\infty)}$ é a função de crescimento da resistência do concreto com a idade,

definida na figura 2 do código, para $t = t_0$

$\phi_{f\infty} = \phi_{1c} \cdot \phi_{2c}$, é o valor final do coeficiente de deformação lenta irreversível

ϕ_{1c} é um coeficiente que depende da umidade relativa do ambiente e da consistência do concreto, dado pela tabela 2 do código

ϕ_{2c} é o coeficiente que depende da espessura fictícia da peça (h_{fic})

$$\phi_{2c} = \frac{0,42 + h_{fic}}{0,20 + h_{fic}}, \text{ com } h_{fic} \text{ em metros}$$

$\beta_f(t)$ ou $\beta_f(t_0)$ é o coeficiente relativo a deformação lenta irreversível, função da idade do concreto, dado na figura 3 do código

$\phi_{d\infty}$ é o valor final do coeficiente de deformação lenta reversível, considerado igual a 0,4

β_d é um coeficiente relativo à deformação lenta reversível, função do tempo decorrido após o carregamento

$$\beta_d = \frac{t - t_0 + 20}{t - t_0 + 70}$$

A idade e a espessura fictícias do concreto são dadas pelas expressões I.5.2 e I.5.3.

$$t = \alpha_c \sum_i \frac{T_i + 10}{30} \cdot \Delta t_{ef,i} \quad (I.5.2)$$

t idade fictícia em dias

α_c coeficiente que depende da velocidade de endurecimento do cimento

$\alpha_c = 1$, para cimento de endurecimento lento

$\alpha_c = 2$, para cimento de endurecimento normal, Portland comum

$\alpha_c = 3$, para cimento de endurecimento rápido, ARI

T_i temperatura média diária do ambiente ($^{\circ}\text{C}$)

$\Delta t_{ef,i}$ período em dias, durante o qual a temperatura média pode ser admitida constante

$$h_{fic} = \gamma \cdot \frac{2 A_c}{u_{ar}} \quad (I.5.3)$$

γ coeficiente que depende da umidade relativa do ambiente U (em porcentagem)

$$\gamma = 1 + \exp(-7,8 + 0,1 U)$$

A_c área da seção transversal da peça

u_{ar} perímetro externo da seção da peça em contato com o ar

I.5.2 - Indicações do CEB-FIP MC90

O coeficiente de fluência é dado por:

$$\phi(t, t_0) = \phi_0 \beta(t, t_0) \quad (I.5.4)$$

ϕ_0 é o valor de referência do coeficiente de fluência na idade t_0

$$\phi_0 = \left[1 + \frac{1 - (U/100)}{0,46 (h_0/100)^3} \right] \cdot \frac{5,3}{(f_{cm}/10)^{0,5}} \cdot \frac{1}{0,1 + t_0^{0,2}}$$

U é a umidade relativa em porcentagem

h_0 é a espessura fictícia da peça, $h_0 = \frac{2A_c}{u_{ar}}$ (mm)

A_c é a área da seção transversal (mm)

u_{ar} é o perímetro da seção transversal em contato com o ambiente (mm)

f_{cm} é a resistência média à compressão do concreto (MPa)

t é a idade fictícia do concreto para o momento considerado (dias)

t_0 é a idade fictícia do concreto no instante do carregamento (dias)

$\beta(t, t_0)$ é o coeficiente que descreve o desenvolvimento da fluência com o tempo

$$\beta(t, t_0) = \left[\frac{t - t_0}{\beta_h + (t - t_0)} \right]^{0,3}$$

$$\beta_h = 150 \left[1 + \left(1,2 \cdot \frac{U}{100} \right)^{18} \right] \cdot \frac{h_0}{100} + 250 \leq 1500$$

I.5.3 - Indicações do Eurocode 2 (1992)

O coeficiente de fluência é dado pela mesma expressão do CEB. Algumas diferenças são encontradas no valor de referência do coeficiente de fluência na idade t_0 .

$$\phi(t, t_0) = \phi_0 \beta(t, t_0)$$

ϕ_0 é o valor de referência do coeficiente de fluência na idade t_0

$$\phi_0 = \left[1 + \frac{1 - (U/100)}{0,10 (h_0)^{1/3}} \right] \cdot \frac{16,8}{(f_{cm})^{0,5}} \cdot \frac{1}{0,1 + t_0^{0,2}}$$

h_0 é a espessura fictícia da peça, dada pela mesma expressão do CEB-FIP (mm)
 $\beta(t, t_0)$ é o coeficiente que descreve o desenvolvimento da fluência com o tempo, dado pelas mesmas expressões do CEB

O código especifica que na expressão de $\beta(t, t_0)$ o valor de $(t - t_0)$ é a duração real do carregamento em dias.

I.5.4 - Indicações do Projeto de Norma NB 1/94

O coeficiente de fluência também é dado pela mesma expressão do Eurocode. As pequenas diferenças que surgem nas expressões são devidas às mudanças de unidades (mm para cm).

$$\phi(t, t_0) = \phi_0 \beta(t, t_0)$$

ϕ_0 é o valor de referência do coeficiente de fluência na idade t_0

$$\phi_0 = \left[1 + \frac{1 - (U / 100)}{0,215 (h_0)^{1/3}} \right] \cdot \frac{16,8}{(f_{cm})^{0,5}} \cdot \frac{1}{0,1 + t_0^{0,2}}$$

U é a umidade relativa em porcentagem

h_0 é a espessura fictícia da peça, também dada por $h_0 = \frac{2 A_c}{u_{ar}}$ (cm)

f_{cm} é a resistência média à compressão do concreto (MPa)

t é a idade do concreto para o momento considerado (dias)

t_0 é a idade do concreto no instante do carregamento (dias)

$\beta(t, t_0)$ é o coeficiente que descreve o desenvolvimento da fluência com o tempo

$$\beta(t, t_0) = \left[\frac{t - t_0}{\beta_h + (t - t_0)} \right]^{0,3}$$

$$\beta_h = 15 \left[1 + \left(1,2 \cdot \frac{U}{100} \right)^{18} \right] \cdot h_0 + 250 \leq 1500$$

I.5.5 - Idade Fictícia

A temperatura influencia no amadurecimento do concreto e é recomendado que seja feito o ajuste da idade do concreto de acordo com a temperatura ambiente. O CEB, o Eurocode 2 e o projeto da NB 1/1994 recomendam a expressão (I.5.5) para o cálculo da idade fictícia do concreto.

$$t_T = \sum \Delta t_i \cdot \exp - \left[\frac{4000}{273 + T(\Delta t_i)} - 13,65 \right] \quad (I.5.5)$$

Δt_i é o intervalo de tempo resultante da divisão da idade real t em n partes

$T(\Delta t_i)$ é a temperatura em °C representativa do intervalo de tempo Δt_i

Também é recomendado considerar o efeito do tipo de cimento no coeficiente de fluência, ajustando a idade de carregamento t_0 de acordo com a expressão I.5.6.

$$t_{0e} = t_{0,T} \left[\frac{9}{2 + \sqrt{t_{0,T}}} + 1 \right]^{\alpha_c} \geq 0,5 \text{ dias} \quad (I.5.6)$$

$t_{0,T}$ idade do carregamento do concreto ajustado pela expressão I.5.5

α_c potência que depende do tipo de cimento

$\alpha_c = -1$, para cimento de endurecimento lento

$\alpha_c = 0$, para cimento de endurecimento normal, Portland comum

$\alpha_c = 1$, para cimento de endurecimento rápido, ARI

BIBLIOGRAFIA

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (1989). *Building code requirements for reinforced concrete (ACI 318-89)*. Detroit, ACI.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (1974). *Deflection of two-way reinforced concrete floor system: state-of-the-art report (ACI 435.6R-74)*.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (1985). Observed deflections of reinforced concrete slab systems, and causes of large deflections (ACI 435.8R-85). In: SABNIS, G., ed. *Deflections of concrete structures*. Detroit, ACI. p.15-61 (SP-86).

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (1991). State-of-the-art report on control of two-way slab deflections (ACI 435.9R-91). *ACI Structural Journal*, v.88, n.4, p.501-514, July-Aug.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (1992). *Prediction of creep, shrinkage, and temperature effects in concrete structures (ACI 209R-92)*.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1978). *NB 1 - Projeto e execução de obras de concreto armado*. Rio de Janeiro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1994). *NB 1/94 - Texto base para revisão*. Rio de Janeiro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1989). *NBR 7197 - Projeto de estruturas de concreto protendido*. Rio de Janeiro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1984). *NBR 8681 - Ações e segurança nas estruturas*. Rio de Janeiro.

BRANCO, A.F.V.C.; PINHEIRO, L.M. (1991). Lajes-cogumelo: considerações gerais e subsídios para pré-dimensionamento. In: JORNADAS SUL-AMERICANAS DE ENGENHARIA ESTRUTURAL, 25., Porto Alegre. *Anais*. v.2, p.109-120.

BURGHARDT, G.J. (1988). *Two-way concrete slabs deflections*. Edmonton, Department of Civil Engineering, The University of Alberta. 62p. (Report).

CARVALHO, R.C. (1994). *Análise não-linear de pavimentos de edifícios de concreto através da analogia de grelhas*. São Carlos. 208p. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON. CEB-FIP Model Code 1990: Final Draft. *CEB Bulletin d'Information*, n.203/204.

COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON (1985). Manual on cracking and deformation. *CEB Bulletin d'Information*, n.158-E.

CORRÊA, M.R.S. (1991). *Aperfeiçoamento de modelos usualmente empregados no projeto de sistemas estruturais de edifícios*. São Carlos. 331p. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

EUROCODE N° 2 (1992). *Design of concrete structures. Part 1: general rules and rules for buildings*. Brussel, CEN.

FAVRE, R.; CHARIF, H. (1994). Basic model and simplified calculations of deformations according to the CEB-FIP model code 1990. *ACI Structural Journal*, v.91, n.2, p.169-177, Mar-Apr.

- FIGUEIREDO FILHO, J.R. (1989). *Sistemas estruturais de lajes sem vigas: subsídios para o projeto e execução*. São Carlos. 262p. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- GHALI, A. (1989). Prediction of deflections of two-way floors systems. *ACI Structural Journal*, v.86, n.5, p.551-562, Sep.-Oct.
- GRAHAM, C.J. (1984). *Deflection of reinforced concrete slabs under construction loading*. Edmonton. 201p. Thesis (Master of Science) - Faculty of Graduate Studies and Research, The University of Alberta.
- GRAHAM, C.J.; SCANLON, A. (1985). Deflections of concrete slabs under construction loading. In: SABNIS, G., ed. *Deflections of concrete structures*. Detroit, ACI. p.167-184 (SP-86).
- GRUNDY, P.; KABAILA, A. (1963). Construction loads on slabs with shored formwork in multistory buildings. *Journal of the American Concrete Institute*, v.60, n.12, p.1729-1738, Dec.
- GUARDA, M.C.C. (1995). *Cálculo de lajes-cogumelo pela teoria das charneiras plásticas*. São Carlos. 163p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- KRIPANARAYANAN, K.M.; BRANSON, D.E. (1976). Short-time deflections of flat plates, flat slabs and two-way slabs. *ACI Journal*, v.73, n.12, p.686-690, Dec.
- MACGREGOR, J.G. (1992). *Reinforced concrete: mechanics and design*. Englewood Cliffs, N J, Prentice Hall.

- MACHADO, C.P. (1989). Sugestões para um aprimoramento do método aproximado de avaliação de flechas de peças de concreto armado da NBR 6118 - 78. In: SIMPÓSIO EPUSP SOBRE ESTRUTURAS DE CONCRETO, 1., São Paulo. *Anais*. v.2, p.661-669.
- NILSON, A.H.; WALTERS, D.B. (1975). Deflection of two-way floor systems by the equivalent frame method. *ACI Journal*, v.72, n.5, p.210-218, May.
- PARK, R.; GAMBLE, W.L. (1980). *Reinforced concrete slabs*. New York, John Wiley & Sons.
- PINHEIRO, L.M. (1988). *Análise elástica e plástica de lajes retangulares de edifícios*. São Carlos. 303p. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- PINHEIRO, L.M.; FERNANDES, S.A. (1993). Estudo comparativo do cálculo da retração e da fluência. In: SIMPÓSIO EPUSP SOBRE ESTRUTURAS DE CONCRETO, 3., São Paulo. *Anais*. p.325-334.
- PINHEIRO, L.M.; SCANLON, A. (1993). Análise de flechas em lajes-cogumelo calculadas pela analogia das vigas cruzadas e pelo processo dos elementos finitos. In: JORNADAS SUDAMERICANAS DE INGENIERIA ESTRUCTURAL, 26., Montevideo. *Memorias*. v.2, p.219-230.
- RANGAN, B.V. (1976). Prediction of long-term deflections of flat plates and slabs. *ACI Journal*, v.73, n.4, p.223-226, Apr.
- RANGAN, B.V.; McMULLEN, A.E. (1978). A rational approach to control of slab deflections. *ACI Journal*, v.75, n.6, p.256-262, June.

- RANGAN, B.V. (1986). Estimation of slab deflections in flat plate buildings. *ACI Journal*, v.83, n.2, p.269-273, Mar-Apr.
- RAO, P.S.; SUBRAHMANYAM, B.V. (1973). Trisegmental moment-curvature relations for reinforced concrete members. *ACI Journal*, v.70, n.5, p.346-351, May.
- RESHEIDAT, M.R. (1985). Deflections of reinforced concrete slabs. In: SABNIS, G., ed. *Deflections of concrete structures*. Detroit, ACI, p.407-418 (SP-86).
- RIOS, P.M. (1991). *Lajes retangulares de edifícios: associação do cálculo elástico com a teoria das charneiras plásticas*. São Carlos. 246p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- SBAROUNIS, J.A. (1984). Multistory flat plate buildings construction: loads and immediate deflections. *Concrete International: Design & Construction*, v.6, n.2, p.70-77, Feb.
- SCANLON, A.; MURRAY, D.W. (1982). Practical calculation of two-way slab deflections. *Concrete International: Design & Construction*, v.4, n.11, p.43-50, Nov.
- SCANLON, A.; THOMPSON, D.P. (1990). Evaluation of ACI 318 requirements for control of two-way slab deflections. *ACI Structural Journal*, v.87, n.6, p.657-661, Nov-Dec.
- SILVA, R.C.; GIONGO, J.S. (1994). *Concreto armado: estados limites de utilização*. São Carlos, EESC-USP. (Notas de aula)
- TAYLOR, P.J. (1970). Initial and long-term deflection of a reinforced concrete flat plate structure. *Civil Engineering Transaction*, Australia, p.14-20, April.

TAYLOR, P.J.; HEIMAN, J.L. (1977). Long-term deflection of reinforced concrete flat slabs and plates. *ACI Journal*, v.74, n.11, p.556-561, Nov.

TIMOSHENKO, S.P.; WOINOWSKY-KRIEGER, S. (1959). *Theory of plates and shells*. Auckland, McGraw-Hill.

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO. Escola de Engenharia de São Carlos. Serviço de Biblioteca. *Diretrizes para elaboração de dissertações e teses na EESC-USP*. São Carlos. 56p.