

ANÁLISE DAS DEFORMAÇÕES DO CONCRETO E DO COMPORTAMENTO
DE VIGAS SUBMETIDAS À FLEXÃO SIMPLES

SOLANGE APARECIDA FERNANDES

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Engenharia de Estruturas.

ORIENTADOR : Prof. Dr. Libânio Miranda Pinheiro

DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

São Carlos

1996

Class. _____
A _____

Fernandes, Solange Aparecida

F411a Análise das deformações do concreto e do comportamento de vigas submetidas à flexão simples/ Solange Aparecida Fernandes
São Carlos, 1996.
142p.

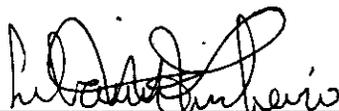
 Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, 1996.

 Orientador: Prof. Dr. Libânio Miranda Pinheiro.

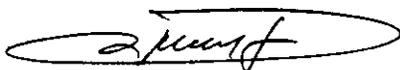
1. Concreto armado (Estruturas).
2. Deformações. I. Título.

FOLHA DE APROVAÇÃO

Dissertação defendida e aprovada em 30-1-1996
pela Comissão Julgadora:



Prof. Doutor **LIBÂNIO MIRANDA PINHEIRO** - Orientador
(Escola de Engenharia de São Carlos-Universidade de São Paulo)



Prof. Doutor **ROBERTO LUIZ DE ARRUDA BARBATO**
(Escola de Engenharia de São Carlos-Universidade de São Paulo)



Prof. Doutor **ROBERTO CHUST CARVALHO**
(Universidade Federal de São Carlos - UFSCar)



Presidente da Comissão de Pós-Graduação
Prof. Dr. **EDUARDO CLETO PIRES**



Coordenador da Área de Engenharia de Estruturas
Prof. Dr. **MOUNIR KHALIL EL DEBS**

A meus pais,
Josias Fernandes (*in memoriam*) e
Elayla Loyola Fernandes.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Libânio Miranda Pinheiro pela orientação fornecida durante a elaboração deste trabalho.

À CAPES pela bolsa de estudos.

A todos os professores e funcionários do Departamento de Engenharia de Estruturas, que colaboraram para a realização deste trabalho.

Aos meus familiares pelo apoio e incentivo, sempre presente em todos os momentos.

A todos os amigos que contribuíram de maneira direta ou indiretamente para a realização deste trabalho.

À amiga Flávia Conceição Veneziani Ribeiro, pela amizade e por se fazer presente, principalmente, nos momentos mais difíceis.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.....	i
LISTA DE TABELAS.....	iv
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS.....	v
LISTA DE SÍMBOLOS.....	vi
RESUMO.....	viii
ABSTRACT.....	ix
1 - INTRODUÇÃO.....	1
1.1 - GENERALIDADES.....	1
1.2 - OBJETIVOS.....	3
1.3 - ETAPAS DO TRABALHO.....	4
2 - DEFORMABILIDADE DO CONCRETO.....	5
2.1 - ESTRUTURA INTERNA DO CONCRETO.....	5
2.2 - RETRAÇÃO E EXPANSÃO.....	8
2.3 - DEFORMAÇÕES PROVOCADAS POR FORÇAS EXTERNAS.....	9
2.4 - DEFORMAÇÕES TÉRMICAS.....	13
2.5 - FATORES QUE INFLUEM NA RETRAÇÃO E NA FLUÊNCIA.....	13
2.6 - PARAMETROS CONSIDERADOS NO CÁLCULO.....	14
2.7 - MÓDULO DE ELASTICIDADE.....	16
2.8 - COEFICIENTE DE POISSON.....	18
2.9 - ESTUDO COMPARATIVO DO CÁLCULO DA RETRAÇÃO E DA FLUÊNCIA.....	19
2.9.1 - Introdução.....	19

2.9.2	-	Fatores que influem na deformabilidade.....	21
2.9.3	-	Parâmetros para o cálculo.....	22
2.9.4	-	Cálculo da retração.....	24
2.9.5	-	Deformação imediata.....	26
2.9.6	-	Valor da fluência.....	27
2.9.7	-	Dados do exemplo.....	29
2.9.8	-	Análise dos resultados.....	30
3	-	CARACTERÍSTICAS MECÂNICAS DO CONCRETO.....	31
3.1	-	GENERALIDADES.....	31
3.2	-	RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO.....	32
3.3	-	RESISTÊNCIA À TRAÇÃO.....	34
3.4	-	RESISTÊNCIA NO ESTADO MÚLTIPLO DE TENSÕES.....	38
3.5	-	FATORES QUE INFLUEM.....	41
4	-	AÇOS PARA ARMADURA.....	43
4.1	-	OBTENÇÃO DOS AÇOS.....	43
4.2	-	CLASSIFICAÇÃO.....	44
4.3	-	DIÂMETROS ESPECIFICADOS PELA NBR 7480.....	50
4.4	-	INFLUÊNCIA DA TEMPERATURA NOS AÇOS.....	51
4.5	-	ADERÊNCIA.....	52
5	-	FUNDAMENTOS DO CÁLCULO.....	53
5.1	-	ESTADOS LIMITES.....	53
5.1.1	-	Estados limites últimos.....	53
5.1.2	-	Estados limites de utilização.....	54
5.2	-	AÇÕES.....	54
5.2.1	-	Classificação.....	54
5.2.2	-	Valores representativos para o estado limite último.....	56
5.2.3	-	Valores representativos para estados limites de utilização.....	59

5.2.4 - Valores de cálculo das ações.....	59
5.3 - SEGURANÇA.....	60
5.3.1 - Métodos determinísticos.....	60
5.3.2 - Métodos probabilísticos.....	63
5.3.3 - Método dos coeficientes parciais.....	65
5.4 - TIPOS DE SOLICITAÇÕES.....	66
5.4.1 - Quanto aos esforços solicitantes.....	66
5.4.2 - Quanto ao plano de ação do momento fletor.....	68
5.4.3 - Quanto a direção dos esforços.....	68
5.4.4 - Tipos de cálculo.....	69
5.4.5 - Deformações de ruptura do concreto.....	69
5.5 - COMPRESSÃO SIMPLES E TRAÇÃO SIMPLES.....	70
5.5.1 - Compressão simples.....	71
5.5.2 - Tração simples.....	72
5.6 - FLEXÃO PURA.....	73
5.6.1 - Diagrama de tensões.....	73
5.6.2 - Definição dos estádios.....	75
5.6.3 - Equações gerais de equilíbrio.....	77
5.6.4 - Equações de compatibilidade de deformações.....	79
5.6.5 - Equações constitutivas.....	80
6 - MÉTODO CLÁSSICO.....	81
6.1 - HOMOGENEIZAÇÃO DA SEÇÃO.....	81
6.2 - COMPATIBILIDADE DAS TENSÕES.....	83
6.3 - VERIFICAÇÃO NO ESTÁDIO Ia.....	84
6.3.1 - Determinação da posição da linha neutra.....	84
6.3.2 - Momento de inércia.....	85
6.3.3 - Tensões.....	85
6.3.4 - Deformações.....	86

6.4	-VERIFICAÇÃO NO ESTÁDIO II.....	86
6.4.1	- Determinação da posição da linha neutra.....	86
6.4.2	- Momento de inércia.....	87
6.5	- MOMENTO DE FISSURAÇÃO.....	87
6.5.1	- Cálculo segundo a NBR 7197/89.....	87
6.5.2	- Cálculo segundo o CEB/90.....	88
7	- ENSAIOS DE VIGAS.....	90
7.1	- ESQUEMA DE ENSAIO.....	91
7.2	- DADOS INICIAIS.....	92
7.3	- DIMENSIONAMENTO DO MODELO.....	93
7.4	- CÁLCULO DO MOMENTO FLETOR DE RUÍNA.....	95
7.5	- CÁLCULO DO MOMENTO FLETOR DE FISSURAÇÃO.....	97
7.6	- TENSÕES E DEFORMAÇÕES.....	100
7.7	- FLECHA NO MEIO DO VÃO.....	103
7.8	- RESULTADOS OBTIDOS.....	106
8	- ANÁLISE DOS RESULTADOS E CONCLUSÕES.....	122
8.1	- ANÁLISE DOS RESULTADOS DOS ENSAIOS.....	122
8.2	- CONCLUSÕES.....	138
	REFERÊNCIAS.....	140

Figura 2.1 - Estrutura interna do concreto.....	6
Figura 2.2 - Tensão capilar.....	7
Figura 2.3 - Retração e expansão do concreto.....	8
Figura 2.4 - Evolução da deformação total com o tempo..	10
Figura 2.5 - Relaxação.....	11
Figura 2.6 - Deformações recuperáveis e deformações residuais.....	12
Figura 2.7 - Diagrama tensão-deformação.....	17
Figura 3.1 - Curva de distribuição normal.....	34
Figura 3.2 - Determinação da resistência à tração axial.....	35
Figura 3.3 - Determinação da resistência à tração por fendilhamento.....	36
Figura 3.4 - Determinação da resistência à tração na flexão.....	37
Figura 3.5 - Ensaio triaxial de compressão.....	38
Figura 3.6 - Concreto submetido a tensão biaxial.....	39
Figura 3.7 - Determinação da resistência - Tensões multiaxiais.....	40
Figura 3.8 - Diagrama tensão - deformação - carregamento de longa duração.....	41
Figura 4.1 - Diagramas tensão - deformação - aços.....	44
Figura 4.2 - Diagramas tensão - deformação - aços classe "A".....	46
Figura 4.3 - Diagramas tensão - deformação - aços classe "B".....	47
Figura 5.1 - Curva de distribuição.....	57
Figura 5.2 - Método das tensões admissíveis.....	62
Figura 5.3 - Método do coeficiente de segurança externo.....	63
Figura 5.4 - Probabilidade de ruína.....	64
Figura 5.5 - Método dos coeficientes parciais.....	66

Figura 5.6 - Seção retangular submetida a força normal.....	70
Figura 5.7 - Fases de comportamento de uma seção submetida a flexão pura.....	74
Figura 5.8 - Diagramas de tensões.....	76
Figura 5.9 - Seção retangular de concreto com armadura dupla.....	78
Figura 6.1 - Homogeneização da seção.....	83
Figura 7.1 - Esquema de ensaio.....	91
Figura 7.2 - Viga em concreto armado.....	92
Figura 7.3 - Dimensionamento do modelo.....	93
Figura 7.4 - Cálculo do momento de ruína.....	95
Figura 7.5 - Cálculo do momento de fissuração.....	97
Figura 7.6 - Diagrama $F \times \epsilon_c - 3\phi 10 \text{ mm}$	108
Figura 7.7 - Diagrama $F \times \epsilon_s - 3\phi 10 \text{ mm}$	109
Figura 7.8 - Diagrama $F \times \epsilon_c - 5\phi 10 \text{ mm}$	111
Figura 7.9 - Diagrama $F \times \epsilon_s - 5\phi 10 \text{ mm}$	112
Figura 7.10 - Diagrama $F \times \epsilon_c - 7\phi 10 \text{ mm}$	114
Figura 7.11 - Diagrama $F \times \epsilon_s - 7\phi 10 \text{ mm}$	115
Figura 7.12 - Diagrama Forças x Deslocamentos - $3\phi 10 \text{ mm}$	117
Figura 7.13 - Diagrama Forças x Deslocamentos - $5\phi 10 \text{ mm}$	119
Figura 7.14 - Diagrama Forças x Deslocamentos - $7\phi 10 \text{ mm}$	121
Figura 8.1 - Diagrama $F \times \epsilon_c - 3\phi 10 \text{ mm}$	125
Figura 8.2 - Diagrama $F \times \epsilon_s - 3\phi 10 \text{ mm}$	126
Figura 8.3 - Diagrama Forças x deslocamentos - $3\phi 10 \text{ mm}$	127
Figura 8.4 - Diagrama $F \times \epsilon_c - 5\phi 10 \text{ mm}$	129
Figura 8.5 - Diagrama $F \times \epsilon_s - 5\phi 10 \text{ mm}$	130
Figura 8.6 - Diagrama Forças x deslocamentos - $5\phi 10 \text{ mm}$	131
Figura 8.7 - Diagrama $F \times \epsilon_c - 7\phi 10 \text{ mm}$	133

Figura 8.8 - Diagrama $F \times \epsilon_s$ - $7\phi 10$ mm.....134

Figura 8.9 - Diagrama Forças x deslocamentos - $7\phi 10$ mm.....135

Tabela 4.1	-	Propriedades mecânicas dos aços - NBR 7480.....	51
Tabela 7.1	-	Forças x Deformações - 3 ϕ 10.....	107
Tabela 7.2	-	Forças x Deformações - 5 ϕ 10.....	110
Tabela 7.3	-	Forças x Deformações - 7 ϕ 10.....	113
Tabela 7.4	-	Forças x Deslocamentos - 3 ϕ 10.....	116
Tabela 7.5	-	Forças x Deslocamentos - 5 ϕ 10.....	118
Tabela 7.6	-	Forças x Deslocamentos - 7 ϕ 10.....	120
Tabela 8.1	-	Deformações e Deslocamentos para viga com 3 ϕ 10.....	124
Tabela 8.2	-	Deformações e Deslocamentos para viga com 5 ϕ 10.....	128
Tabela 8.3	-	Deformações e Deslocamentos para viga com 7 ϕ 10.....	132

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

v

- CA - concreto armado
- CEB - Comitê Euro-International du Beton
- EC - 2 - EUROCODE N. 2
- NB - Norma Brasileira
- NBR - Norma Brasileira Registrada

Letras romanas maiúsculas:

- A - área
- E - módulo de deformação longitudinal
- F - ação, força
- I - momento de inércia
- M - momento fletor
- N - esforço normal
- T - temperatura
- V - esforço cortante

Letras romanas minúsculas:

- a - flecha, água
- b - largura
- c - concreto, compressão, cimento
- d - altura útil, diâmetro
- f - resistência
- h - altura total
- j - número de dias
- k - coeficientes
- l - vão
- s - desvio padrão
- t - tempo, tração
- u - perímetro
- x - altura da linha neutra
- y - altura do diagrama de tensões de compressão do concreto
- z - braço de alavanca

Letras gregas:

vii

- α - relações, coeficientes
- β - relações, coeficientes
- ϵ - deformações
- γ - peso específico, coeficiente de majoração ou redução
- ν - coeficiente de poisson
- ρ - taxa de armadura
- σ - tensão normal
- ϕ - coeficiente de fluência

Prefixos:

- G - 10^9
- M - 10^6
- k - 10^3
- μ - 10^{-6}

FERNANDES, S. A. (1996). Análise das deformações e do comportamento de vigas submetidas à flexão simples. São Carlos. 142p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

Desde o seu surgimento, na França, o concreto armado vem evoluindo, com alterações nos materiais constituintes, nas dosagens e nos processos construtivos. Esta evolução tem como consequência uma variação no seu comportamento. Portanto, torna-se necessária a atualização das normas, que são as responsáveis por suas especificações. Com base na evolução do concreto, as normas, como o EC-2/89, CEB/90 e a NB-1, vem sendo substancialmente atualizadas, baseando-se em novos ensaios.

Este trabalho aborda alguns aspectos que estão sendo alterados no estudo das deformações que ocorrem no concreto e no aço. Com base na análise de resultados, são feitas algumas considerações que podem contribuir para as modificações da NB-1, ora em desenvolvimento, e para futuros trabalhos sobre os temas abordados.

Palavras-chave: concreto armado; deformações; flechas

FERNADES, S.A. *Concrete strains and beams under single flexion behavior analysis*. São Carlos, 1995. 142p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

Since it appears, in France, the reinforced concrete has been developing, with changes in its component materials, in its doses and in its constructive process. This evolution has as result a change of its behavior. So, it makes necessary to bring the standards that are responsible for its specifications up to date. Based on the concrete evolution, the standards, as the EC-2/89, CEB/90 and the NB-1. have been essentially brought up to date based on new tests.

This essay broaches some points of view that are being changed in the steel. Based on the result analysis, I do some considerations that can contribute for the modernization of the NB-1, for the time in desenvolvimento, and for future essays about the topics broached.

keywords: Reinforced concrete; strains; deflections.

1 - INTRODUÇÃO

1.1 - GENERALIDADES

O concreto armado surgiu na França em meados do século XIX, tendo como primeira peça o barco de Lambot. Por apresentar um custo relativamente baixo e ser de fácil moldagem, tornou-se indispensável na construção civil. Sua principal característica é a elevada resistência à compressão, o que não ocorre quanto à resistência à tração, que em geral é considerada desprezível. Para suprir tal deficiência, utiliza-se o aço, que apresenta uma alta resistência à tração. A utilização dos dois materiais, concreto e aço, trabalhando solidariamente constitui o que chamamos de concreto armado.

O concreto é obtido através de uma mistura, convenientemente proporcionada, constituída por agregados, graúdos e miúdos, um aglomerante hidráulico, o cimento, e água. Por ser constituído de uma mistura, apresenta uma estrutura interna que sofre alterações no seu volume, devidas às diversas reações químicas que ocorrem entre seus componentes. A estas deformações denominam-se retração ou expansão, caso ocorra diminuição ou aumento de volume, respectivamente. As deformações que ocorrem no concreto também podem ser provocadas por forças externas. Através de corpos-de-prova é possível determinar as deformações provocadas tanto por forças

internas e reações químicas como por forças externas.

Os aços comercializados para o concreto armado encontram-se divididos em duas classes: *classe A* e *classe B*. Ambos diferem-se pelo processo de fabricação, sendo o primeiro laminado a quente e o outro encruado a frio. Os aços da *classe A* apresentam como principais características o limite de escoamento e o patamar de escoamento no diagrama *tensão x deformação* bem definidos, o que não ocorre com os aços da *classe B*. Para os aços da *classe B*, o limite de escoamento é convencional, definido através de uma deformação residual de 0,2%. As deformações no aço são determinadas através de ensaios em corpos-de-prova.

Sendo os dois materiais capazes de se deformarem quando solicitados por carregamento externo, cabe observar tais deformações quando ambos trabalham solidariamente. Tal procedimento pode ser feito através de ensaios realizados em vigas de concreto armado. As vigas são submetidas à flexão simples, ou seja, podem ser aplicadas duas forças concentradas equidistantes dos apoios. O carregamento é aplicado gradualmente até que ocorra a ruína da viga. Para cada incremento de carga, são registradas suas respectivas deformações. Estas deformações que ocorrem no concreto e no aço são registradas através de extensômetros elétricos. Durante o carregamento ocorrem deslocamentos, medidos através de transdutores de deslocamentos instalados em pontos específicos. Tais deformações e deslocamentos são teoricamente calculados através de vários métodos de cálculo. Estes métodos diferem-se pelos parâmetros empregados mas buscam o mesmo objetivo: adequar de melhor maneira seus resultados aos valores encontrados experimentalmente. Esta verificação, de qual melhor se adapta à realidade, é feita através de uma análise comparativa entre os resultados. Estes, obtidos pelos métodos teóricos, apresentam comportamentos diferentes

quando há variação na taxa de armadura. Portanto, uma melhor análise dos parâmetros considerados nos cálculos permitem um melhor ajuste nos resultados.

1.2 - OBJETIVOS

Sabe-se que o concreto armado é constituído basicamente por dois materiais, concreto simples e aço, e que ambos se deformam quando solicitados por carregamento externo. É possível conhecer estas deformações através da aplicação de fórmulas empíricas. Processos diferentes de cálculo são utilizados e em cada um existem vários parâmetros que interferem na determinação das deformações. O objetivo de todos os processos de cálculo é apresentar, teoricamente, as deformações que ocorrem na realidade, fornecendo valores próximos ou superiores. A verificação de qual processo de cálculo melhor se adapta é feita através de uma análise comparativa entre os valores obtidos teoricamente e os experimentais.

Entre os objetivos do trabalho encontra-se a elaboração de texto dedicado a iniciantes no estudo das estruturas de concreto, abrangendo a deformabilidade por retração e por fluência, as características mecânicas do concreto e dos aços para armadura e os fundamentos do cálculo, principalmente em serviço.

Tem-se também como objetivo uma análise comparativa entre resultados teóricos e experimentais, aproveitando resultados disponíveis no Laboratório de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos. Para vigas com carregamento crescente até a ruína, serão analisadas as diversas etapas do carregamento, considerando as deformações no concreto e nas armaduras e as flechas obtidas.

13 - ETAPAS DO TRABALHO

A estrutura interna do concreto, os parâmetros considerados no cálculo e os fatores que influem na retração e na fluência, a expansão, as deformações provocadas por forças externas e as deformações térmicas estão abordadas no estudo da deformabilidade do concreto, capítulo 2.

No capítulo 3, trata-se do estudo das características mecânicas do concreto: resistência à compressão, resistência à tração, resistência no estado múltiplo de tensões e os fatores que influem na resistência do concreto.

O estudo dos aços, capítulo 4, trata, de maneira sucinta, desde os processos de fabricação até a classificação dos aços.

No capítulo 5, tem-se os fundamentos de cálculo: estados limites, ações, os métodos para verificação da segurança e os tipos de solicitações.

O estudo do método clássico, analisando as tensões e as deformações no concreto e no aço quando solicitados por um carregamento externo, encontra-se no capítulo 6.

No capítulo 7 encontram-se: a descrição do ensaio realizado, os dados iniciais, o dimensionamento do modelo, os cálculos dos momentos de ruína e de fissuração, das tensões, das deformações e das flechas, segundo a NBR 7197/89 e o CEB/90. Encontram-se também os valores, determinados teoricamente e experimentalmente, das deformações e dos deslocamentos com seus respectivos diagramas.

As análises dos resultados bem como as conclusões estão dispostas no capítulo 8.

2 - DEFORMABILIDADE DO CONCRETO

O concreto é constituído pela mistura de cimento, agregados graúdo e miúdo e água. Durante o processo de amassamento, o cimento reage com a água formando um gel de cimento, que envolve o agregado.

O concreto é um material de consistência mais ou menos plástica, que permite fácil trabalhabilidade. Ao longo do tempo, o concreto endurece formando uma rocha artificial, que apresenta como principal característica a resistência à compressão.

2.1 - ESTRUTURA INTERNA DO CONCRETO

A estrutura interna exerce grande influência nas propriedades do concreto, tal como na resistência e na deformabilidade.

Através da figura 2.1, é possível observar os principais aspectos da estrutura interna do concreto. Esta estrutura é formada basicamente pelos agregados graúdo e miúdo, pela pasta de cimento com seus poros cheios de ar e pela rede capilar.

A água necessária para dar trabalhabilidade ao concreto é da ordem do dobro da água necessária para a hidratação do cimento. Esta água pode ser decomposta em três parcelas bem distintas:

- água consumida nas reações químicas, chamada água não evaporável; esta sofre uma contração de volume de cerca de 25% do seu volume inicial. Esta retração provoca o aparecimento de poros cheios de ar com um volume de 7,5% do volume total da pasta endurecida.

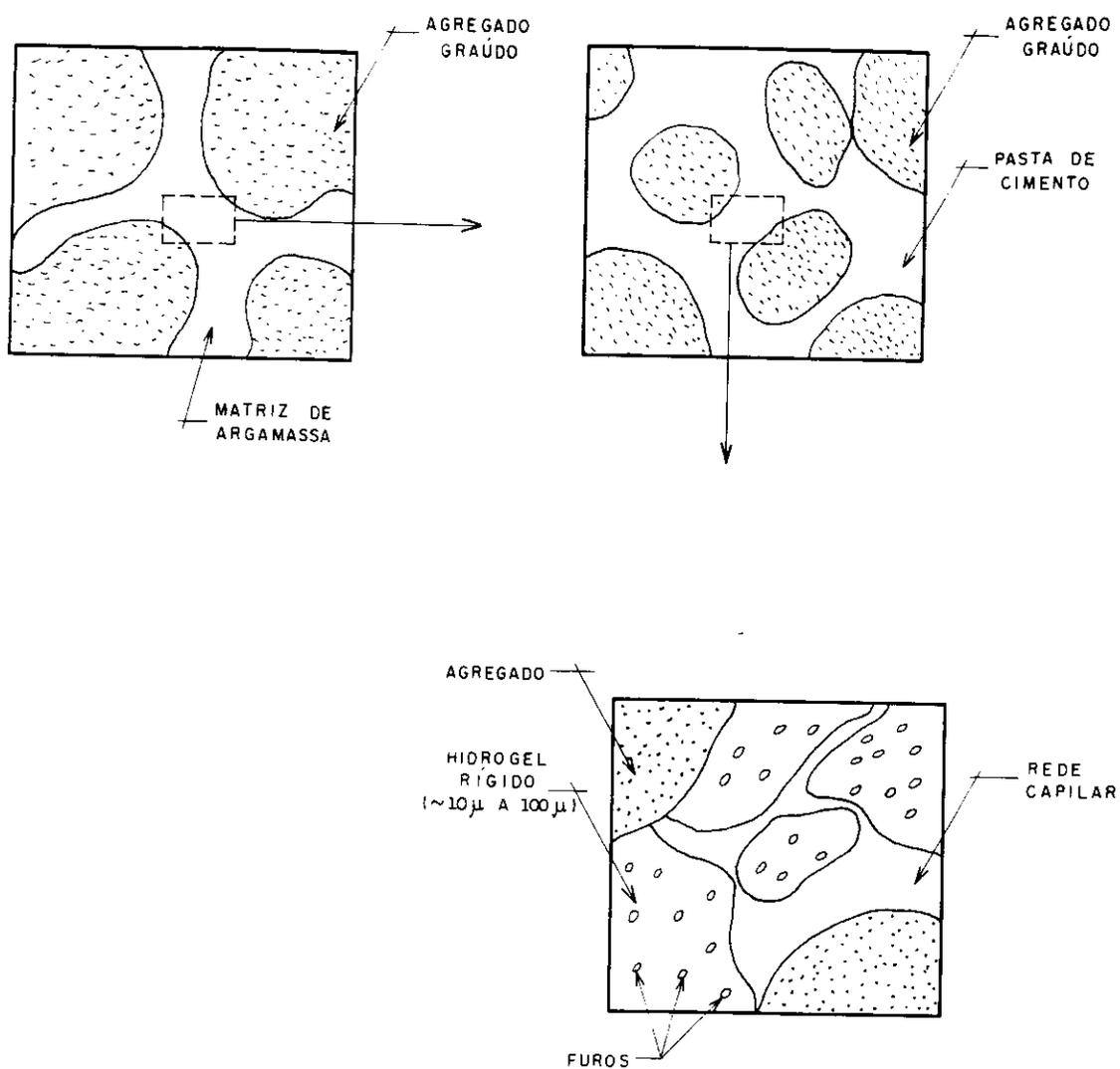


FIG. 2.1 - ESTRUTURA INTERNA DO CONCRETO

- água adsorvida ao gel, chamada água evaporável podendo ser removida em estufa à uma temperatura de 105°C ;

- água capilar, que pode evaporar à temperatura ambiente, formando uma rede capilar; esta evaporação provoca forças capilares, equivalentes a uma compressão isotrópica da massa de concreto, que vai aumentando à medida que os meniscos caminham para capilares de diâmetros menores (ver fig. 2.2).

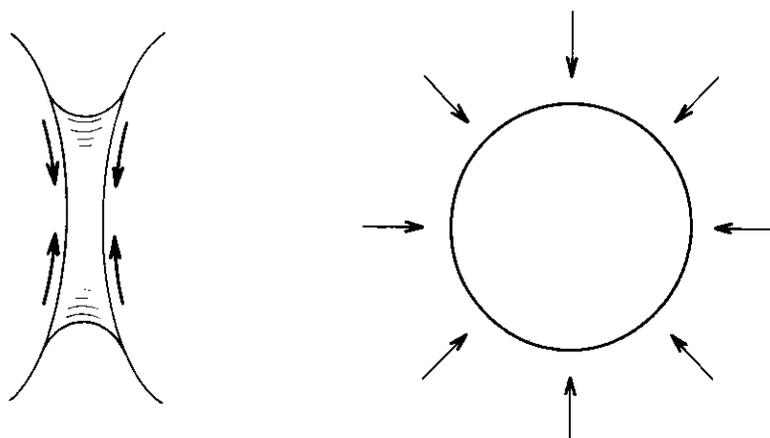


FIG. 2.2 - TENSÃO CAPILAR

Logo, o concreto é um material poroso constituído por uma parte sólida, que engloba os cristais de gel e os agregados, por uma parte líquida, constituída pela água capilar, e por uma parte gasosa, que é constituída pelo ar.

2.2 - RETRAÇÃO E EXPANSÃO

A retração é uma redução espontânea de volume, que ocorre no concreto, na ausência de tensões externas e de variações de temperatura. Ao fenômeno inverso denomina-se expansão.

A figura 2.3 mostra a variação da retração e da expansão com a idade. É possível observar que a evolução da retração é mais acentuada no início, tendendo assintoticamente a um valor final. Quanto à expansão, no início ocorre retração até que as tensões causadas pelo fluxo de água no sentido oposto superem as tensões de retração.

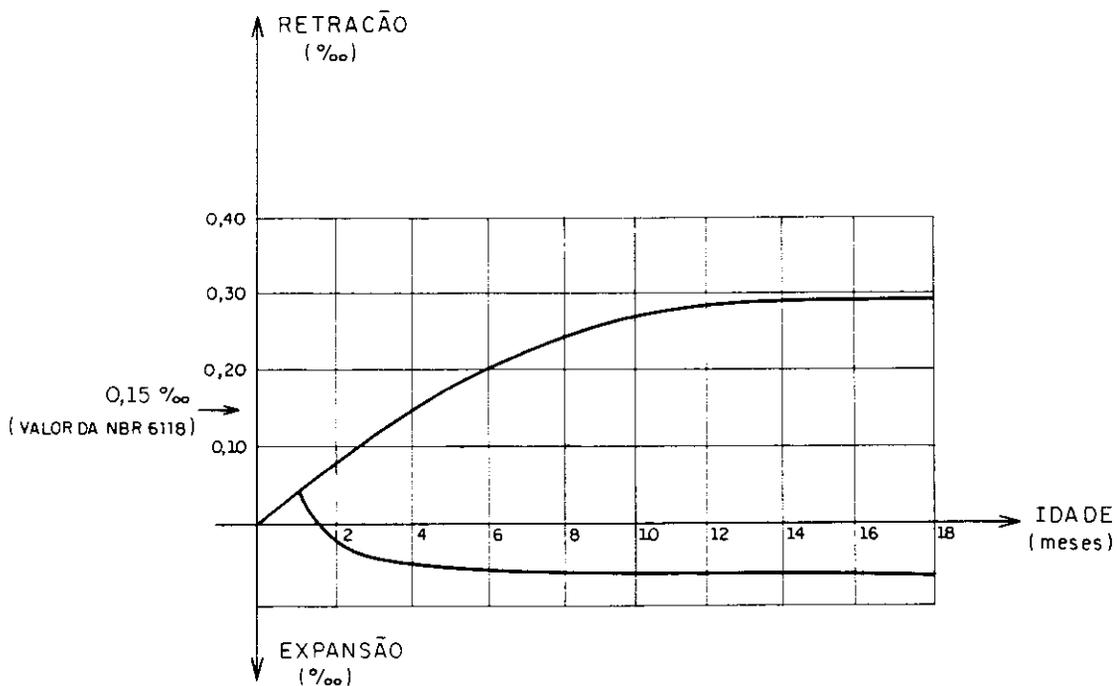


FIG. 2.3 - RETRAÇÃO E EXPANSÃO DO CONCRETO

São três as causas da retração em peças de concreto armado curadas ao ar livre:

a) retração química - durante o processo de endurecimento da pasta, a água não evaporável combina com o cimento provocando uma contração;

b) retração por tensões capilares - as tensões capilares são desenvolvidas quando ocorre evaporação parcial da água capilar; é a principal causa;

c) retração por carbonatação dos produtos decorrentes da hidratação do cimento, que também é uma retração química.

A NB-116 admite como hipóteses que a curva de retração em função do tempo varia com a espessura fictícia da peça e que o valor final da retração depende da umidade relativa do ar, da consistência do concreto e da espessura fictícia da peça.

2.3 - DEFORMAÇÕES PROVOCADAS POR FORÇAS EXTERNAS

Deformações provocadas pela presença de forças externas se apresentam sob duas formas. Uma, definida como deformação imediata, ϵ_{ci} , ocorrendo no instante em que é aplicada a carga. A outra, definida como deformação lenta ou fluência, ϵ_{cc} , ocorrendo quando a tensão ao longo do tempo, σ , é mantida constante.

A figura 2.4, mostra o comportamento de uma peça de concreto comprimida submetida a uma tensão constante a partir de um instante t_0 , sendo:

t_0 - instante de aplicação da carga;

ϵ_{ci} - deformação imediata; ocorre acomodação dos cristais que formam o material, provocando a deformação

cristais que formam o material, provocando a deformação instantânea;

ϵ_{cc} - fluência; com σ_c constante e com o passar do tempo, ocorre diminuição dos capilares, provocando um aumento na tensão superficial que, por sua vez, aumenta a evaporação e, conseqüentemente, provoca a fluência do concreto;

$\epsilon_{cc,\infty}$ - fluência final;

ϵ_{ct} - deformação específica total;

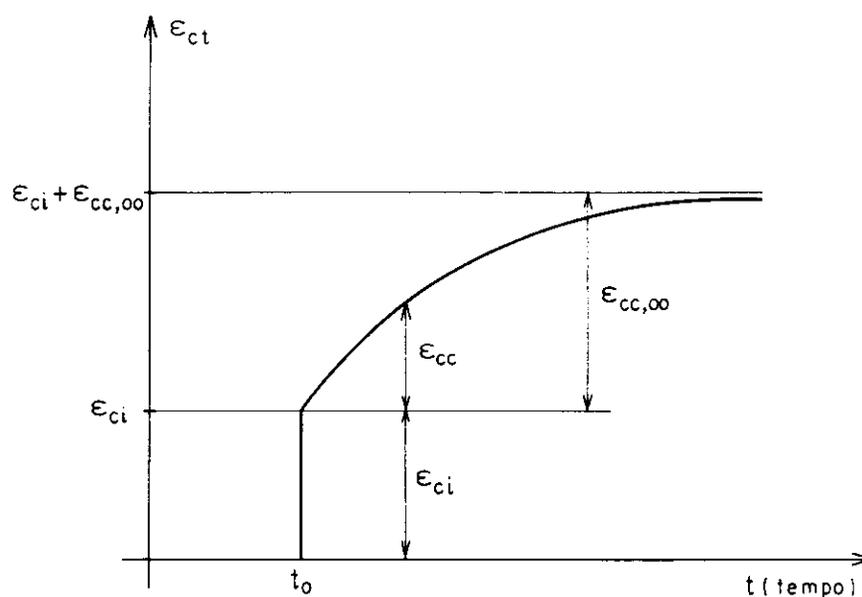


FIG. 2.4 - EVOLUÇÃO DA DEFORMAÇÃO TOTAL COM O TEMPO

Para ações de longa duração, deve ser considerado um outro fenômeno que é denominado relaxação. A relaxação é dada pela diminuição da tensão com o tempo, estando o material submetido a um estado de deformação constante. Este fenômeno aumenta com velocidade decrescente em função do tempo, tendendo a tensão residual para o valor $\sigma_{c,t=\infty}$, como mostra a figura 2.5.

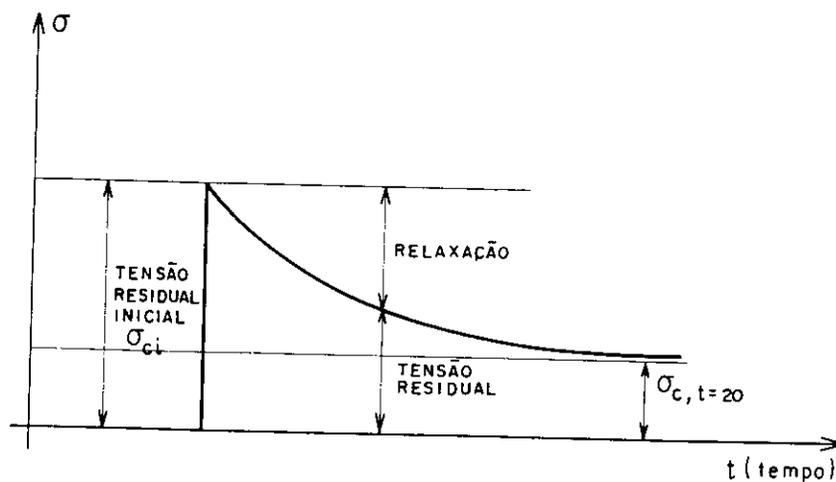


FIG. 2.5 - RELAXAÇÃO

A figura 2.6 ilustra o comportamento de uma peça submetida a uma tensão constante, σ_0 , num intervalo de tempo (t_0, t) , sendo:

- $\varepsilon_{cc}(t, t_0)$ - deformação devida à fluência;
- ε_e - recuperação elástica instantânea;
- ε_d - deformação elástica recuperável;
- ε_f - deformação lenta permanente.

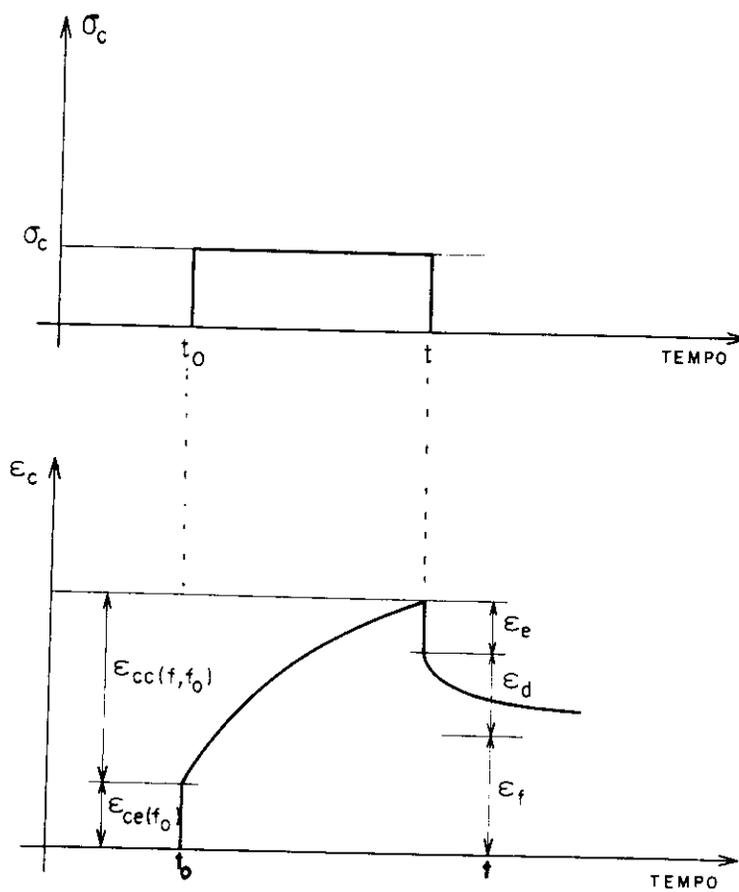


FIG. 2.6 - DEFORMAÇÕES RECUPERÁVEIS E DEFORMAÇÕES RESIDUAIS

Tanto a deformação elástica quanto a fluência podem ser determinadas conforme item 2.9. deste trabalho.

2.4 - DEFORMAÇÕES TÉRMICAS

A variação da temperatura ambiente acarreta no concreto uma deformação específica, dada por:

$$\varepsilon_{ct} = \alpha \cdot \Delta T$$

O valor de α , coeficiente de dilatação térmica, recomendado pela NB-1/78 é $10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ para o concreto armado.

De acordo com a NBR 6118: "Supõe-se, para o cálculo, que as variações de temperatura sejam uniformes na estrutura, salvo quando a desigualdade dessas variações, entre partes diferentes da estrutura seja acentuada. Não é necessária a consideração da variação de temperatura em peças permanentemente envolvidas por terra ou água e em edifícios interrompidos por juntas de dilatação a cada 30m, no máximo. Para peças maciças ou ocas, com os espaços vazios inteiramente fechados (seção caixão), cuja menor dimensão seja inferior a 50cm, ΔT varia entre ($\pm 10^\circ\text{C}$) e ($\pm 15^\circ\text{C}$). Quando a menor dimensão for superior a 70cm, ΔT varia entre ($\pm 5^\circ\text{C}$) e ($\pm 10^\circ\text{C}$). Quando a menor dimensão estiver compreendida entre 50 e 70cm, faz-se interpolação linear entre os valores recomendados anteriormente."

2.5 - FATORES QUE INFLUEM NA RETRAÇÃO E NA FLUÊNCIA

Os principais fatores que influem na retração e na fluência estão enumerados a seguir:

- a quantidade de cimento empregada no concreto

está diretamente ligada ao aumento da retração. Isto se deve, fundamentalmente, a retração química;

- os cimentos de endurecimento rápido e os de alta resistência têm como consequência o aumento da retração;

- o aumento na relação água/cimento resulta no aumento de capilares e, conseqüentemente, aumento na retração;

- quanto maior a finura dos grãos, maior será a quantidade de água necessária para dar trabalhabilidade ao concreto e mais finos serão os capilares. Isto resulta no aumento da tensão superficial, que proporcionará aumento na retração;

- quanto maior a umidade do ar, menor será a retração;

- a retração diminui com a diminuição da superfície específica em contato com o ambiente;

- o aumento da temperatura favorece a evaporação, aumentando a retração;

- a retração varia inversamente com a idade do concreto;

- a armadura é uma das soluções empregadas no controle da retração.

2.6 - PARÂMETROS CONSIDERADOS NO CÁLCULO

A retração pode ser calculada se forem conhecidos os parâmetros: idade fictícia do concreto, espessura fictícia e abatimento.

a) Idade fictícia

A temperatura influi na maturidade do concreto para

temperaturas diferentes de 20°C, que é tomada como padrão.

De acordo com o CEB-90, item 2.1.8.2, a idade fictícia pode ser calculada através da expressão:

$$t_T = \sum \Delta T_i \exp - \left[\frac{4000}{273 + T(\Delta T_i)} - 13,63 \right] \quad (2.1)$$

sendo:

$T(\Delta T_i)$ - temperatura (°C) durante o período ΔT_i ;

ΔT_i - número de dias com dada temperatura T.

Segundo o CEB-90, a idade também influencia na resistência à compressão, item 2.1.6.1, e no módulo de elasticidade, item 2.1.6.3.

b) Espessura fictícia

De acordo com o item 2.1.6.4 do CEB-90, a espessura fictícia pode ser determinada através da expressão:

$$h_o = \frac{2 A_c}{u} \quad (2.2)$$

sendo:

A_c - área da seção transversal de concreto;

u - perímetro da seção em contato com o ambiente.

c) Abatimento

A consistência do concreto é um parâmetro que considera vários fatores que interferem na retração. Segundo a NBR 7223 - Determinação da consistência do concreto - é possível determinar a plasticidade e a coesão do concreto através do ensaio de abatimento do

tronco de cone. Os principais fatores considerados pelo abatimento são: teor de água/mistura seca, granulometria e forma do grão do agregado, tempo e temperatura.

2.6 - MÓDULO DE ELASTICIDADE

A natureza dos agregados, o traço do concreto, o fator água/cimento e a idade são fatores que influem no módulo de elasticidade.

O diagrama tensão-deformação para qualquer tipo de concreto é, geralmente, de forma curva, não apresentando um limite de proporcionalidade bem definido como no caso do aço classe A, conforme mostra a figura 2.7.

A partir deste diagrama, pode-se definir o módulo de elasticidade na origem, E_o , e o módulo de elasticidade secante, E_c . O primeiro é definido como sendo a derivada da função tensão-deformação na origem, dado por:

$$E_o = \operatorname{tg} \phi_o = \left. \frac{d\sigma_c}{d\varepsilon} \right|_{\varepsilon=0} \quad (2.3)$$

O segundo, definido num ponto genérico M considerado, é dado por:

$$E_c = \operatorname{tg} \phi_s = \left. \frac{\sigma_c}{\varepsilon} \right|_{\varepsilon=\varepsilon_m} \quad (2.4)$$

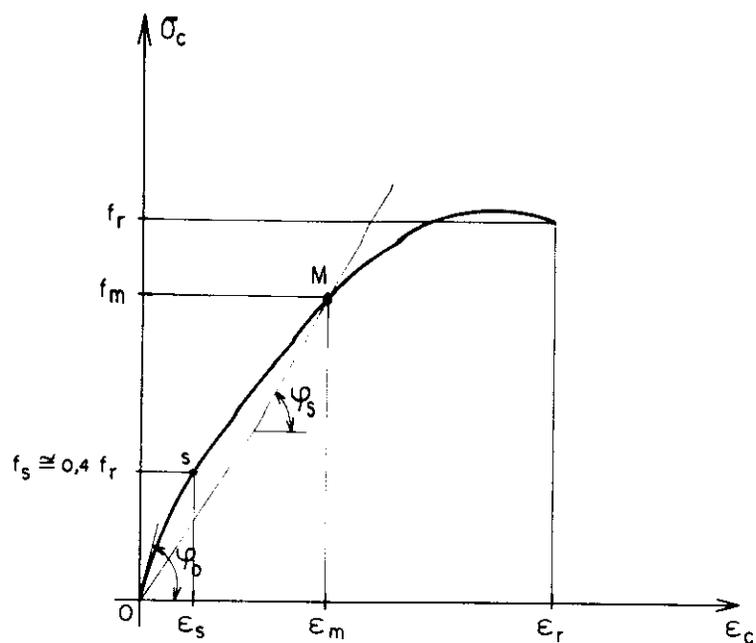


FIG. 2.7 - DIAGRAMA TENSÃO-DEFORMAÇÃO DO CONCRETO

O valor na origem do módulo de elasticidade tangente do concreto é de grande importância, pois os coeficientes de segurança que são aplicados fazem com que, em serviço, o concreto trabalhe com uma tensão σ_c inferior a 40% da tensão de ruptura. Nesta faixa de trabalho, trecho OS da figura 2.7, o módulo de elasticidade sofre pouca variação. Portanto, o módulo de elasticidade ao longo do trecho OS é pouco menor do que o na origem.

A NB-1/78 recomenda que, no cálculo de deformações para cargas em serviço, deve-se considerar, para o concreto, o seu módulo de elasticidade secante.

adotando-se, para ele, 90% do valor do módulo tangente na origem.

A partir de vários ensaios realizados, o valor do módulo de elasticidade tangente na origem pode ser determinado, considerando a resistência média à compressão.

a) Segundo a NB-1/78

$$E_o = 6600 (f_{cj})^{1/2} \quad (\text{MPa}) \quad (2.5)$$

$$E_c = 0,9 E_o \quad (2.6)$$

$$f_{cj} = f_{ck} + 3,5 \text{ MPa} \quad (2.7)$$

f_{cj} - resistência média aos j dias de idade

b) Segundo o CEB-90

$$E_{o,j} = \alpha_e (f_{cj}/10)^{1/3} (\text{MPa}) \quad (2.8)$$

$$f_{cj} = f_{ck} + 8 \text{ MPa} \quad (2.9)$$

$$E_s = 0,85 E_{o,j} \quad (2.10)$$

$$\alpha_e = 21500 \text{ MPa}$$

2.8 - COEFICIENTE DE POISSON

O coeficiente de Poisson é definido como sendo a relação entre a deformação transversal e a deformação longitudinal e é representado pela letra ν .

O coeficiente de deformação transversal, coeficiente de Poisson, varia, com a resistência à compressão do concreto, de 0,15 a 0,25. A NB-1/78 recomenda a adoção de 0,20.

2.9 - ESTUDO COMPARATIVO DO CÁLCULO DA RETRAÇÃO E DA FLUÊNCIA

A seguir apresenta-se uma análise da proposta apresentada no texto base da NB-1/93 em elaboração, para o cálculo da retração e da fluência do concreto.

Um exemplo foi preparado e os resultados foram comparados com aqueles relativos à Norma Européia EUROCODE 2, ao Código Modelo CEB-90 e à Norma Brasileira NBR-7197.

2.9.1 - INTRODUÇÃO

A mistura em proporção adequada de cimento, agregados e água dá origem, após endurecimento, ao concreto simples. Para permitir a necessária trabalhabilidade, tanto durante a própria mistura quanto durante o transporte e o lançamento nas fôrmas, a quantidade de água necessária é maior que aquela consumida nas reações químicas de hidratação do cimento. A água excedente faz com que o concreto resulte em um material poroso.

Verifica-se que ao longo do tempo, mesmo na ausência de ações externas, o concreto apresenta diminuição de volume. Este fenômeno é denominado **retração**.

Uma parte da retração é decorrente do fato das reações de hidratação do cimento ocorrerem com diminuição de volume, parcela esta que se denomina **retração química**. Componentes secundários do cimento, como por exemplo o hidróxido de cálcio, podem reagir com o gás carbônico resultando carbonatos. Essas reações também ocorrem com redução de volume e constituem a retração por **carbonatação**. Esta parcela da retração é de importância secundária e pode, inclusive, ser considerada como fazendo parte da retração química. Pela sua natureza, a retração química se restringe basicamente ao período de cura do concreto.

Outra parcela da retração, que é a principal, decorre das tensões superficiais da água com as paredes dos poros capilares. Dependendo do equilíbrio higrométrico com o meio ambiente, parte desta água capilar caminha para fora da massa de concreto, processo no qual se manifestam tensões superficiais, que atuam em todas as direções e provocam uma diminuição do volume da peça. Essa parcela é denominada retração por tensão superficial ou **retração capilar**. Em peças submersas, o fluxo de água de fora para dentro da peça, em direção aos poros decorrentes da retração química, pode fazer com que ocorra **expansão**.

Ao ser solicitado por tensões de compressão, o concreto apresenta uma deformação elástica instantânea, denominada **deformação imediata**, decorrente basicamente da acomodação dos cristais que constituem a parte sólida do concreto.

Verifica-se que, se as tensões de compressão permanecerem, as deformações aumentam mesmo sem acréscimo das tensões. Essa deformação, que se desenvolve ao longo do tempo, recebe o nome de **fluência** e também é causada por tensões capilares, as quais são ampliadas pela atuação da força externa. A acomodação dos cristais diminui o diâmetro dos capilares e comprime a água capilar. Quanto menor o diâmetro do capilar, maior é a

tensão superficial. A pressão na água capilar força seu fluxo para fora da peça, intensificando também as tensões capilares.

2.9.2 - FATORES QUE INFLUEM NA DEFORMABILIDADE

Os fatores que influem na deformabilidade do concreto podem ser classificados conforme: as características dos materiais utilizados, o amadurecimento do concreto e o equilíbrio higrométrico com o meio ambiente.

a) Características dos Materiais

O tipo e a quantidade de cimento influem principalmente na retração química. Os cimentos de endurecimento rápido e os de alta resistência inicial produzem maior retração. Maior quantidade de cimento acarreta maior deformabilidade.

Maior relação água-cimento aumenta a porosidade e, conseqüentemente, aumenta a deformabilidade decorrente de tensões capilares.

A granulometria do cimento e dos agregados influi na porosidade e na escolha da relação água-cimento. A distribuição granulométrica deve ser adequada para evitar porosidade. Excesso de grãos finos correspondem a maior superfície específica dos agregados, exigindo mais água para dar a adequada trabalhabilidade; os capilares resultam mais finos e mais numerosos. Portanto, a granulometria influi principalmente na retração capilar.

b) Amadurecimento

O amadurecimento é influenciado pelo tipo de cimento, pela idade e pela temperatura da peça.

A resistência aumenta com a idade, o que faz com que a deformabilidade diminua.

A temperatura da peça acelera o amadurecimento do concreto. Portanto, uma peça submetida a uma temperatura maior apresentará menores deformações por retração e por fluência. As deformações térmicas são consideradas de forma independente e não serão analisadas neste trabalho.

c) Equilíbrio Higrométrico

A deformabilidade é também muito influenciada pela superfície específica em contato com o meio ambiente, através da qual é feita a troca de umidade. Se essa superfície for grande, certamente haverá grandes deformações decorrentes das tensões capilares.

Se houver equilíbrio higrométrico, só haverá retração química, diminuindo portanto a deformabilidade do concreto.

2.9.3 - PARÂMETROS PARA CÁLCULO

O cálculo das deformações no concreto depende, entre outros, dos seguintes fatores: resistência à compressão, espessura equivalente, idade fictícia do concreto, tipo de cimento e módulo de elasticidade.

a) Resistência à compressão

A resistência à compressão é considerada através da resistência média aos 28 dias, em MPa, dada pela expressão:

$$f_{cm} = f_{ck} + 7 \text{ MPa} \quad (2.11)$$

b) Espessura equivalente

A espessura equivalente h_o é um parâmetro de cálculo definido pela expressão (2.2).

c) Idade fictícia

A temperatura influi no amadurecimento do concreto, sendo a idade fictícia obtida através da expressão (2.1).

d) Influência do tipo de cimento no valor da fluência

No cálculo da fluência, o tipo de cimento é considerado corrigindo a idade do concreto no instante do carregamento t_o , através da expressão

$$t_{of} = t_{OT} \left[\frac{9}{2 + (t_{OT})^{0,5}} + 1 \right]^{\alpha} \geq 0,5 \text{ dias} \quad (2.12)$$

onde:

t_{OT} - obtido pela equação (2.1);

$$\alpha = \begin{cases} -1 & \text{CIMENTO DE ENDURECIMENTO LENTO} \\ & \text{(AF, POZ, MRS, ARS);} \\ 0 & \text{CIMENTO PORTLAND COMUM (CP);} \\ 1 & \text{CIMENTO DE ALTA RESISTÊNCIA INICIAL (ARI);} \end{cases}$$

e) Módulo de elasticidade

O módulo de elasticidade do concreto aos 28 dias, em MPa, é dado por:

$$E_c(28) = \left(f_{cm} \right)^{1/3} \cdot 10^4 \quad (2.13)$$

sendo f_{cm} dado pela expressão (2.11).

2.9.4- CÁLCULO DA RETRAÇÃO

A retração do concreto ε_{cs} , entre os instantes t_s e t , é calculada pela expressão:

$$\varepsilon_{cs}(t, t_s) = \varepsilon_{cso} \cdot \beta_s(t, t_s) \quad (2.14)$$

sendo:

t - idade real no instante em que se calculam as deformações;

t_s - idade real no instante a partir do qual a retração começa a se desenvolver;

ε_{cso} - valor de referência da retração;

$\beta_s(t, t_s)$ - mede o desenvolvimento da retração com o tempo.

a) Valor de referência da retração

O valor ε_{cs0} depende da resistência do concreto, do tipo de cimento e da umidade relativa, sendo dado por:

$$\varepsilon_{cs0} = \left[160 + \beta_{sc} (90 - f_{cm}) \right] \cdot 10^{-6} \cdot \beta_{UR} \quad (2.15)$$

onde:

$$\beta_{sc} = \begin{cases} 4 & \text{CIMENTO DE ENDURECIMENTO LENTO} \\ & \text{(AF, POZ, MRS, ARS)} \\ 5 & \text{CIMENTO PORTLAND COMUM (CP)} \\ 8 & \text{CIMENTO DE ALTA RESISTÊNCIA INICIAL (ARI)} \end{cases}$$

$$\beta_{UR} = \begin{cases} -1,55 \left[1 - \left(\frac{UR}{100} \right)^3 \right] & 40\% \leq UR < 99\% \\ +0,25 & UR \geq 99\% \end{cases}$$

Nos valores de β_{UR} , o sinal negativo corresponde a diminuição de volume, enquanto que o sinal positivo é relativo à expansão da peça.

b) Desenvolvimento da retração com o tempo

O desenvolvimento da retração depende do intervalo de tempo e da espessura equivalente, sendo dado pela expressão:

$$\beta_s(t, t_s) = \left[\frac{t - t_s}{3,5 \cdot h_0^2 + t - t_s} \right]^{0,5} \quad (2.16)$$

na qual:

h_0 - dado pela equação (2.2);

$(t - t_s)$ - é a duração real da retração em dias, não corrigida.

2.9.5 - DEFORMAÇÃO IMEDIATA

Ao ser submetido em um instante t_0 a uma tensão $\sigma_c(t_0)$, o concreto sofre uma deformação imediata, dada por:

$$\varepsilon_{ci} = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)} \quad (2.17)$$

O módulo de elasticidade do concreto no instante t_0 depende do correspondente módulo aos 28 dias, do tipo de cimento e da idade fictícia do concreto ajustada por temperatura t_{OT} . Seu valor é dado por:

$$E_{c(t)} = E_c(28) \cdot \left\{ \exp \left[s \cdot \left(1 - \left(\frac{28}{t_{OT}} \right)^{0,5} \right) \right] \right\}^{1/2} \quad (2.18)$$

sendo:

$$S = \begin{cases} 0,38 & \text{CIMENTO DE ENDURECIMENTO LENTO} \\ & \text{(AF, POZ, MRS, ARS);} \\ 0,25 & \text{CIMENTO PORTLAND COMUM (CP);} \\ 0,20 & \text{CIMENTO DE ALTA RESISTÊNCIA INICIAL (ARI);} \end{cases}$$

2.9.6- VALOR DA FLUÊNCIA

Se a tensão $\sigma(t_0)$ aplicada no instante t_0 permanecer, à deformação imediata e à retração deverá ser adicionada a parcela relativa à fluência do concreto, dada por:

$$\varepsilon_{cc}(t, t_0) = \frac{\varepsilon_c(t_0)}{E_c(28)} \cdot \phi(t, t_0) \quad (2.19)$$

sendo, $\phi(t, t_0)$ o coeficiente de fluência em t para o carregamento aplicado em t_0 .

O coeficiente de fluência é dado por:

$$\phi(t, t_0) = \phi_0 \cdot \beta_c(t, t_0) \quad (2.20)$$

onde:

ϕ_0 - é o valor de referência do coeficiente de fluência na idade t_0 ;

$\beta_c(t, t_0)$ - mede o desenvolvimento da fluência com o tempo.

a) Valor de referência do coeficiente de fluência

O valor de ϕ_o depende da umidade relativa, da espessura equivalente, da resistência do concreto, do instante de aplicação do carregamento e do tipo de cimento, sendo dado pela expressão:

$$\phi_o = \left[1 + \frac{\left(1 - \frac{UR}{100}\right)}{0,215 \left(h_o\right)^{1/3}} \right] \cdot \frac{16,8}{\left(f_{cm}\right)^{0,5}} \cdot \frac{1}{0,1 + \left(t_{of}\right)^{0,2}} \quad (2.21)$$

UR - umidade relativa em %

b) Desenvolvimento da fluência

O desenvolvimento da fluência depende do intervalo de tempo, da umidade relativa e da espessura equivalente, sendo estes dois últimos aspectos considerados através de:

$$\beta_H = 15 \cdot \left[1 + \left(1,2 \cdot \frac{UR}{100}\right)^{18} \right] \cdot h_o + 250 \leq 1500 \quad (2.22)$$

A evolução da fluência é dada por:

$$\beta_c(t, t_o) = \left[\frac{t - t_o}{\beta_H + t - t_o} \right]^{0,3} \quad (2.23)$$

onde $(t - t_o)$ é a duração real do carregamento em dias, não corrigida.

2.9.7 - DADOS DO EXEMPLO

Considera-se uma peça de concreto armado com seção transversal 20cm x 60cm, cimento CP normal, concreto classe C25, abatimento de 3 a 5 cm, exposta a uma temperatura média de 20°C e umidade relativa de 70%.

Com as recomendações do texto base da NB-1 (1993), EUROCODE 2 (1989), CEB (1990) e NBR-7197 (1989), foram calculadas as deformações indicadas na tabela 2.1.

a) Retração

A retração, ε_{cs} , foi calculada nos períodos entre a concretagem e as seguintes idades:

$$t = 3, 7, 28, 90, 365 \text{ e } \infty$$

b) Deformação imediata

A deformação imediata, ε_i , foi calculada para $\sigma_c = 12,8$ MPa, aplicada nos instantes:

$$t = 7, 28, 90 \text{ e } 365$$

c) Fluência

Admitindo que a tensão indicada no item anterior foi mantida constante, foi calculada a fluência, ε_{cc} , para as seguintes idades:

$$t = 365 \text{ e } \infty$$

TABELA 2.1 - ANÁLISE DAS DEFORMAÇÕES (mm/m)

ϵ	t ou t ₀ (dias)	NB-1/93	EC	CEB/90	NBR 7197	
ϵ_{cs}	3	0,0279	0,0279	0,0279	0,0114	
	7	0,0430	0,0425	0,0475	0,0199	
	28	0,0849	0,0839	0,0839	0,0511	
	90	0,1467	0,1450	0,1450	0,1022	
	365	0,2577	0,2550	0,2550	0,1818	
	∞	0,4580	0,4530	0,4530	0,2840	
ϵ_t	7	0,4570	0,4760	0,4530	-	
	28	0,4030	0,4200	0,4000	0,4040	
	90	0,3810	0,3970	0,3780	-	
	365	0,3680	0,3840	0,3650	-	
ϵ_{cc}	t = 365	7	0,9200	0,7510	0,6830	0,9970
		28	0,7010	0,5720	0,6830	0,7110
		90	0,5400	0,4410	0,4010	0,4260
	t = ∞	7	1,1900	0,9710	0,8840	1,3470
		28	0,9160	0,7470	0,6800	1,0610
		90	0,7330	0,5980	0,5440	0,7800
		365	0,5590	0,4560	0,4150	0,5120

2.9.8 - ANÁLISE DOS RESULTADOS

Para a retração, nota-se que os resultados da NBR-1/93 são muito próximos dos obtidos com o CEB e com o Eurocode. Porém, diferem muito dos relativos à NBR-7197. Para a deformação imediata, os resultados das quatro normas são muito próximos.

Com relação à fluência, os valores obtidos com a NB-1/93 são maiores que os do Eurocode (23%) e os do CEB (35%). Quando comparados com os resultados da NBR-7197, ficam ora abaixo ora acima, dependendo das idades em que se aplica a carga e em que se considera a fluência.

3 - CARACTERÍSTICAS MECÂNICAS DO CONCRETO

3.1 - GENERALIDADES

A resistência, as condições de aderência e a impermeabilidade são algumas das características mecânicas do concreto simples, sendo a resistência a mais importante. Entre outros fatores, esta resistência é influenciada pela qualidade e granulometria dos agregados, pelo tipo e quantidade de cimento e pela relação água/cimento e é medida através de ensaios em corpos-de-prova padronizados. Estes ensaios dependem fundamentalmente dos fatores: forma e dimensões dos corpos-de-prova e duração da sollicitação. A idade do concreto é também um fator muito importante, que influi no valor da resistência.

De acordo com a NBR 5738 - Confeção e cura de corpos-de-prova de concreto cilíndricos ou prismáticos, são padronizados a moldagem e o preparo para o ensaio. A NBR 5739 - Ensaio de compressão de corpos-de-prova cilíndricos de concreto - Método de ensaio, normaliza o ensaio.

Os corpos-de-prova com forma e dimensões padronizadas têm como objetivo reproduzir, em laboratório, as condições de funcionamento real da estrutura. Assim, as normas brasileiras, bem como a maioria das normas internacionais, recomendam peças cilíndricas, com 15cm de

diâmetro e 30cm de altura. Em alguns países, são utilizadas peças cúbicas, com 20cm de aresta, para as quais os resultados obtidos são superiores aos relativos às peças cilíndricas.

Como não é possível considerar, em ensaios, todos os aspectos que influem no concreto, a determinação da resistência se faz através de ensaios de carga rápida e os demais fatores são considerados através de outros procedimentos.

3.2 - RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO

A resistência à compressão é a principal característica mecânica do concreto e é determinada através de ensaios de curta duração em corpos-de-prova com idade, normalmente, de 28 dias.

A determinação numérica da resistência característica do concreto decorre de um tratamento estatístico dos resultados, em um número suficiente de corpos-de-prova, que obedecem a uma curva de distribuição de frequências denominada curva de Gauss.

Esta resistência característica, f_{ck} , é definida como o valor que corresponde a 95% de probabilidade de ocorrência, ou seja, 5% de probabilidade de não ser atingido (fig. 3.1).

f_{ck} - resistência característica do concreto;
 f_{cj} - resistência média em j dias de idade.

Dos valores estatísticos relativos à curva de Gauss, tem-se:

$$f_{ck} = f_{cj} - 1,645s \quad (3.1)$$

$$f_{cj} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_{cj,i} \quad (3.2)$$

$$s = \left[\frac{\sum_{i=1}^n (f_{cj,i} - f_{cj})^2}{n - 1} \right]^{1/2} \quad (3.3)$$

Nestas expressões:

n - número de corpos-de-prova;

$f_{cj,i}$ - resistência aos j dias de um corpo genérico i ;

s - desvio padrão.

De acordo com a NBR 8953 - Classificação pela resistência à compressão de concreto para fins estruturais, os concretos são classificados e designados pela letra C, seguida do valor da resistência característica expressa em MPa.

Segundo o item 5.2 da norma citada, os concretos destinados a outros fins, cuja resistência característica seja definida por um quantil diferente de 5% ou idade diferente de 28 dias, devem ser identificados pela letra B, seguida da resistência em MPa. Portanto, é necessário especificar o quantil e a idade do concreto.

O controle da resistência, segundo a NBR 6118, pode ser feito de dois modos: controle sistemático e controle assistemático.

O controle sistemático é recomendável sempre que for adotado concreto com classe acima de C16 ou se o coeficiente de ponderação da resistência do concreto, γ_c ,

for menor que 1,4. Em caso contrário, pode ser usado controle assistemático.

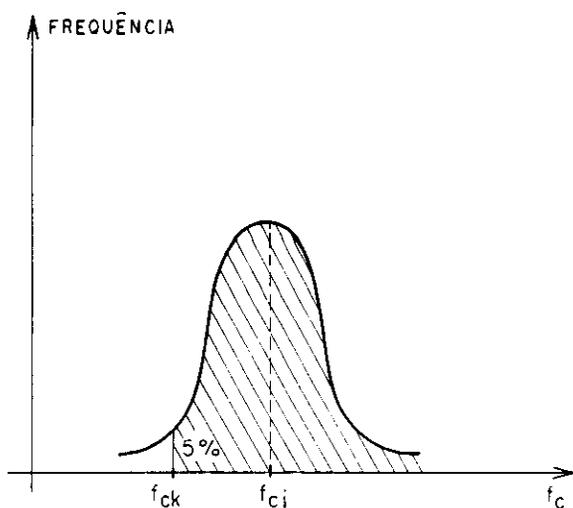


FIG. 3.1 - CURVA DE DISTRIBUIÇÃO NORMAL

3.3 - RESISTÊNCIA A TRAÇÃO

São vários os fatores que influem na resistência à tração. O principal é a aderência entre os grãos dos agregados e a argamassa de cimento.

A resistência característica do concreto à tração, f_{tk} , é o valor que tem 5% de probabilidade de não ser atingido pelos elementos de um lote. Esta resistência pode ser verificada por meio de três métodos diferentes: tração axial, tração por fendilhamento (compressão diametral) e tração na flexão.

a) Tração axial

A determinação da resistência consiste na aplicação de tensões de tração axiais e uniformemente distribuídas em corpos-de-prova de concreto simples, com dimensões conforme mostra a figura 3.2, através de placas de aço.

Com a descoberta de resinas de alta aderência, é possível fazer a colagem das placas de aço nas extremidades do corpo-de-prova, permitindo a realização dos ensaios sem influências perturbadoras.

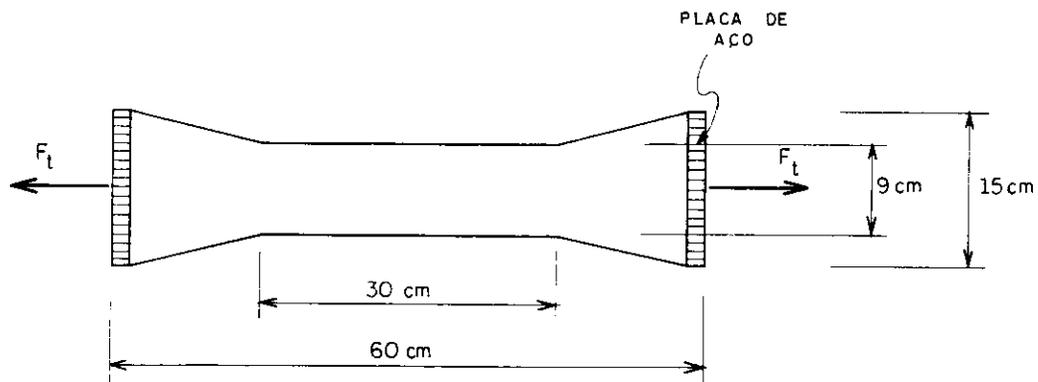


FIG. 3.2 - DETERMINAÇÃO DA RESISTÊNCIA À TRAÇÃO AXIAL

A resistência é determinada pela expressão:

$$f_{tt} = \frac{F_t}{A_c} \quad (3.4)$$

A_c - área da seção transversal de concreto

b) Resistência à tração por fendilhamento

É determinada através de ensaios em corpos-de-prova cilíndricos de 15cm de diâmetro e 30cm de altura e normalmente executados aos 28 dias.

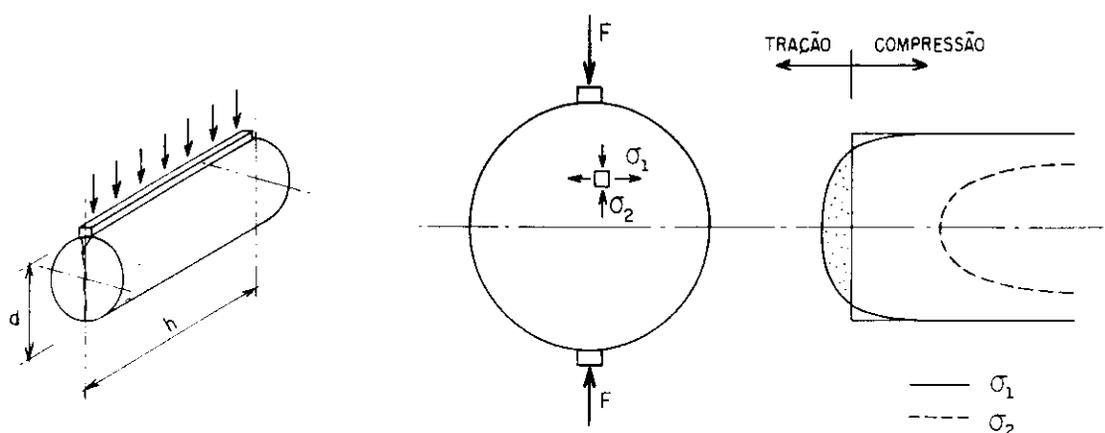


FIG. 3.3 - DETERMINAÇÃO DA RESISTÊNCIA À TRAÇÃO
POR FENDILHAMENTO

Estes ensaios consistem na aplicação de uma compressão diametral, conforme mostra a figura 3.3, que é aumentada gradualmente até que ocorra a ruptura do cilindro. Durante o carregamento, surgem tensões de tração na direção perpendicular àquela de aplicação, rompendo-se o corpo-de-prova por fendilhamento, quando atingida a resistência à tração.

A resistência à tração do concreto é calculada pela expressão:

$$f_{li} = \frac{2 F_i}{\pi d h} \cdot 0,86 \quad (3.5)$$

onde:

d - diâmetro da base;

h - altura do corpo-de-prova;

F_i - carga máxima.

c) Resistência à tração na flexão

Este ensaio consiste em submeter uma viga de concreto simples à flexão, através da aplicação de duas forças equidistantes dos apoios (fig. 3.4). O resultado depende do ponto de aplicação das forças e das dimensões dos corpos-de-prova.

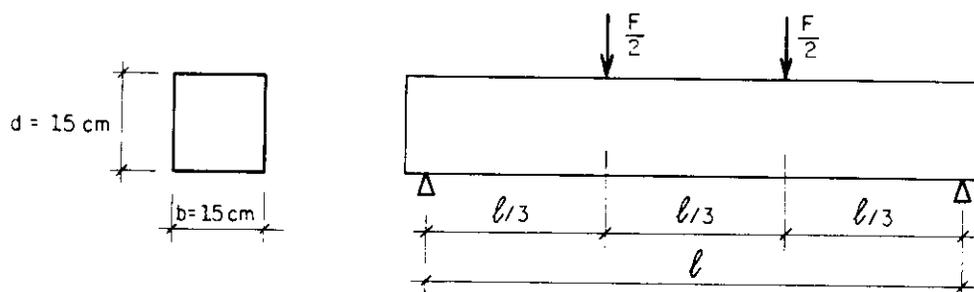


FIG. 3.4 - DETERMINAÇÃO DA RESISTÊNCIA À TRAÇÃO NA FLEXÃO

Supondo distribuição linear de tensões ao longo da seção transversal, a resistência à tração é calculada da seguinte forma:

$$f_u = \frac{F l}{bh^2} \quad (3.6)$$

3.4 - RESISTÊNCIA NO ESTADO MÚLTIPLO DE TENSÕES

Carregar biaxialmente uma peça de concreto significa aplicar tensões, simultaneamente, em duas direções perpendiculares, estando a terceira livre de tensões e de impedimento de deformações.

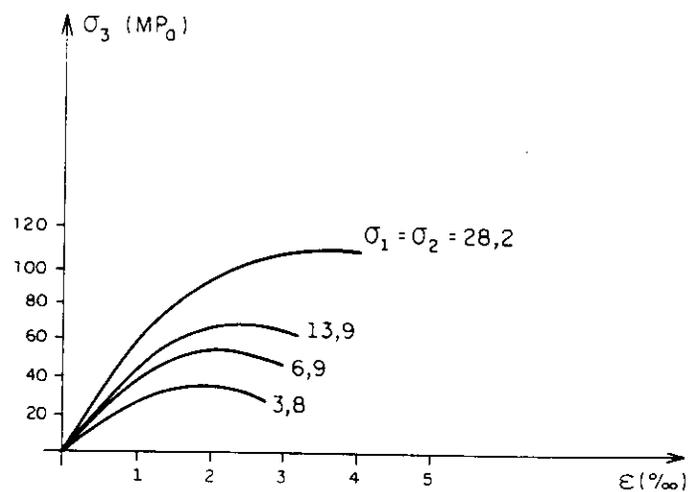


FIG. 3.5 - ENSAIO TRIAXIAL DE COMPRESSÃO

A figura 3.5, apresentada por CHEN (1982) mostra o comportamento do concreto submetido ao ensaio triaxial de compressão. Nesta figura, é possível observar o notável aumento da tensão σ_3 em função do aumento de σ_1 e σ_2 .

Quando um corpo-de-prova é submetido a um estado biaxial de compressão, a tensão de compressão máxima aumenta de aproximadamente 25% para a relação $\sigma_2/\sigma_1 = 0,5$ e de 16% para $\sigma_2/\sigma_1 = 1,0$. A resistência à compressão decresce linearmente com o aumento linear da tensão de tração quando σ_1 e σ_2 forem tensões de tração e compressão respectivamente. A resistência do concreto, no caso de tração biaxial, é praticamente a mesma que na tração pura (CHEN, 1982).

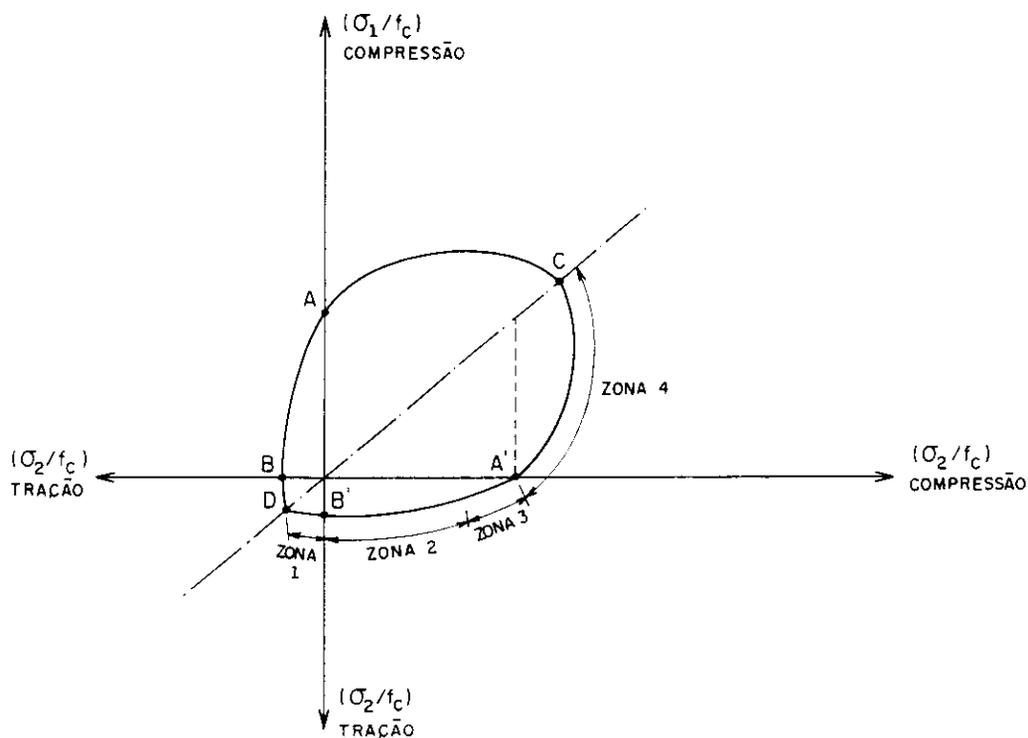


FIG. 3.6 - CONCRETO SUBMETIDO A TENSÃO BIAIXIAL

A figura 3.6, em forma de pêra, representa os resultados obtidos por RÜSCH (1975). A linha passa pela resistência à compressão uniaxial, f_c , em A e A' e pela resistência à tração uniaxial, f_t , em B e B', sendo que:

na região B'-D-B - ocorre tração biaxial;

na região A-B e A'-B' - ocorrem tensões principais de tração e de compressão;

na região A-C-A' - ocorre compressão biaxial.

Na compressão biaxial, no ponto C, a resistência equivale aproximadamente a 107% de f_c , conforme mostra a fig. 3.6 (MACGREGOR, 1988).

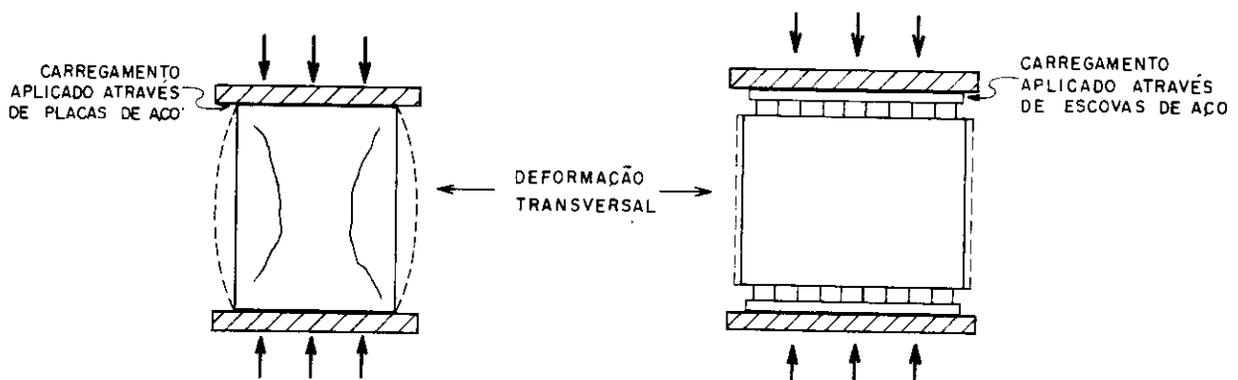


FIG. 3.7 - DETERMINAÇÃO DA RESISTÊNCIA -
TENSÕES MULTIAXIAIS

Este ensaio foi realizado em corpos-de-prova cúbicos com 20cm de lado, submetidos a um estado múltiplo de tensões. O carregamento foi aplicado através de escovas

de aço (figura 3.7), situadas entre o corpo-de-prova e as placas de aço da máquina. Estas escovas têm a finalidade de neutralizar o impedimento à deformação transversal.

3.5 - FATORES QUE INFLUEM

Vários são os fatores que influem na resistência do concreto, sendo alguns enumerados a seguir:

- idade do concreto;
- forma dos agregados;
- relação água/cimento;
- qualidade dos materiais e de execução;
- forma e dimensões dos corpos-de-prova;
- duração do carregamento.

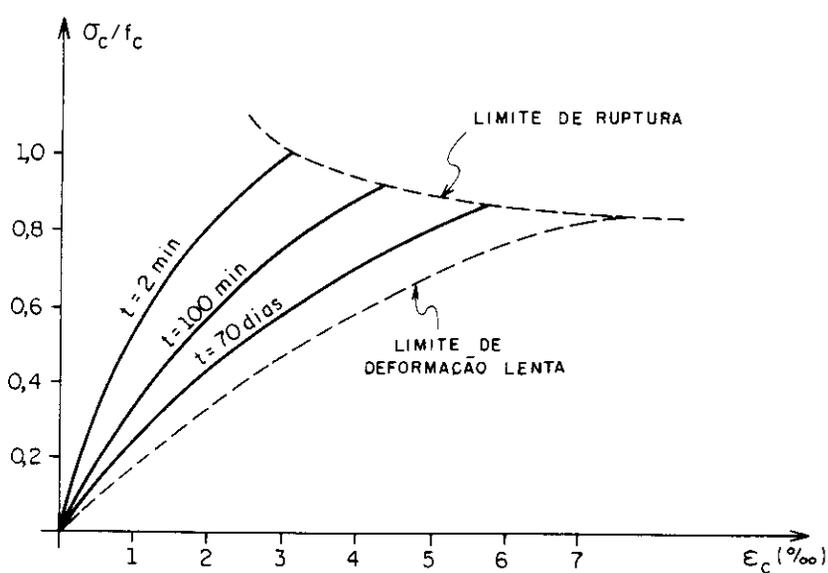


FIG. 3.8 - DIAGRAMA TENSÃO-DEFORMAÇÃO
CARREGAMENTO DE LONGA DURAÇÃO

Como mostra a figura 3.8, quanto maior for a duração do carregamento, menor será a resistência obtida. Estes resultados, obtidos por RÜSCH (1975), mostram que em ensaios de longa duração o concreto apresenta resistência 20% menor que aquela obtida em ensaios de curta duração.

4 - AÇOS PARA ARMADURA

4.1 - OBTENÇÃO DOS AÇOS

O mercado oferece alguns tipos de aço, sendo cada um caracterizado pela forma e dimensões da seção transversal e pelo processo de fabricação.

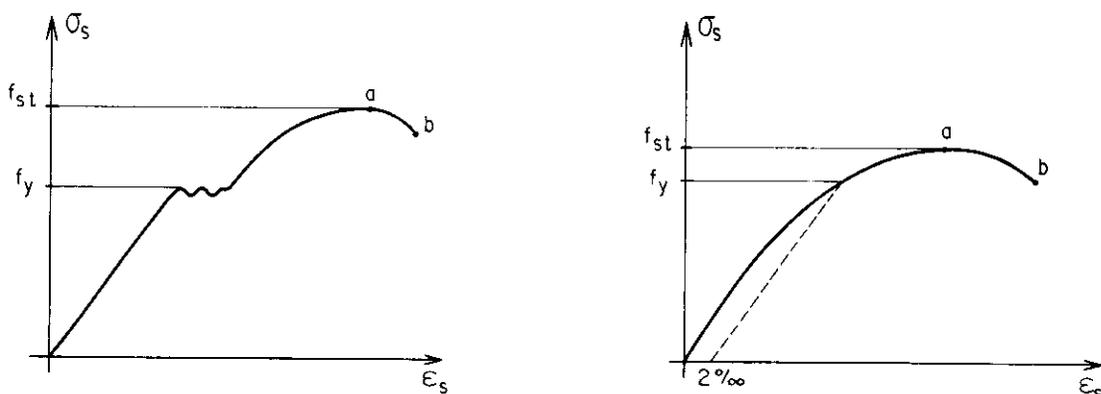
O processo de fabricação inicia-se ao se colocar a mistura minério de ferro, coque e cal sob elevadas temperaturas nos altos fornos. O calor e o monóxido de carbono liberados reduzem o óxido de ferro a ferro liquefeito, com alto teor de carbono e impurezas, resultando o ferro gusa. Para o ferro gusa ser laminável e forjável, é necessário reduzir o teor de impurezas; esta purificação ou refino é obtida através de uma oxidação em fornos especiais.

O produto siderúrgico apresenta granulação grosseira, sendo quebradiço e de baixa resistência. Para aplicações estruturais, necessita sofrer algumas modificações, que podem ser feitas por dois processos: tratamento a quente e tratamento a frio.

O tratamento a quente é realizado em temperaturas acima de 720°C, enquanto que o tratamento a frio ou encruamento é realizado através de tratamento mecânico a frio, podendo ser à tração, compressão ou torção.

4.2 - CLASSIFICAÇÃO

A NBR 7480 (1978) classifica os aços para armadura em barras e fios, considerando a bitola e o processo de fabricação.



A) CLASSE A

B) CLASSE B

FIG. 4.1 - DIAGRAMAS TENSÃO-DEFORMAÇÃO

Barras de aço classe A são obtidas por laminação a quente, sem necessidade de posterior deformação a frio, com escoamento definido, caracterizado por patamar no diagrama tensão-deformação (ver fig. 4.1a)

Barras e fios de aço B são obtidos por deformação a frio e não apresentam patamar no diagrama tensão-deformação, conforme a fig. 4.1b. As propriedades mecânicas devem atender aos valores exigidos na tabela 4.1.

Na figura 4.1, o ponto a corresponde a resistência

convencional de ruptura, sendo que o ponto b corresponde à resistência aparente à ruptura.

As barras de aço são classificadas, de acordo com a resistência característica de escoamento, em CA-25, CA-32, CA-40, CA-50 e CA-60. As letras CA referem-se a aços destinados a concreto armado e os números que as seguem representam a resistência característica de escoamento em kN/cm^2 . Estes aços são classificados em duas categorias: aços de dureza natural e aços encruados a frio. Há também os aços "patenting", usados em concreto protendido.

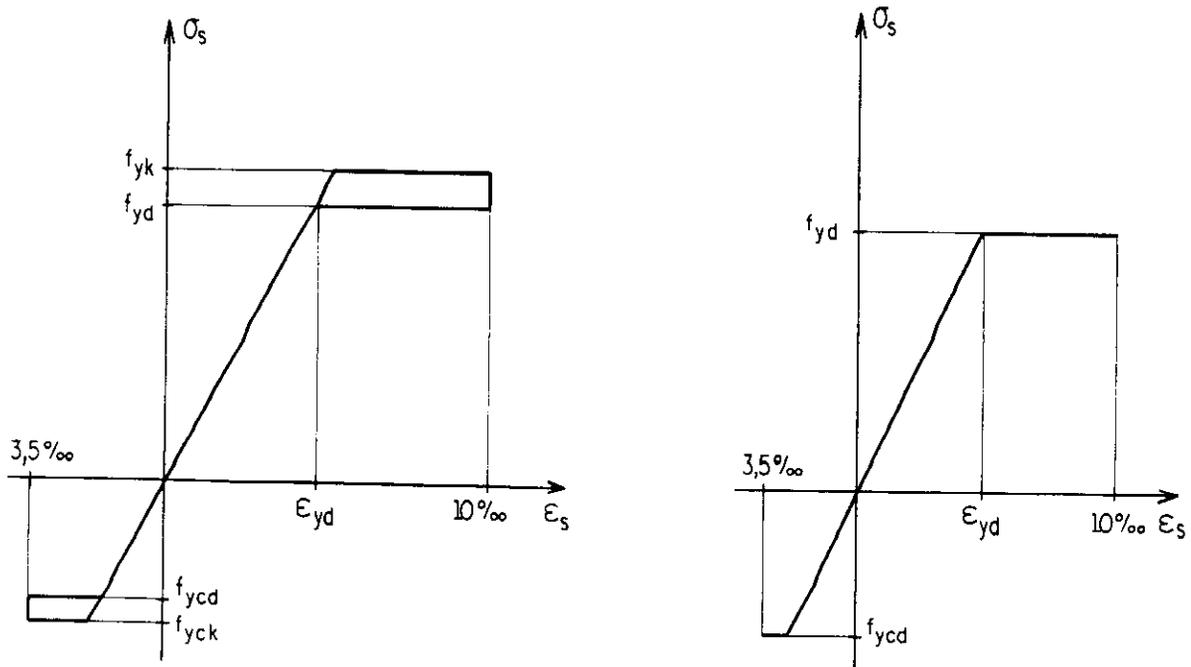
a) Aços classe A

Os aços de dureza natural, aços classe A, são obtidos através da laminação a quente e resfriamento ao ar livre. Suas propriedades baseiam-se em sua composição química e limite de escoamento bem definido.

Os aços classe A são classificados, segundo a NBR 7480, em: CA-25, CA-32, CA-40A, CA-50A e CA-60A.

A figura 4.2 mostra os diagramas $\sigma \times \varepsilon$ característico e de cálculo.

Recomendado pela NBR 6118 (1978), o diagrama simplificado é típico de um material elastoplástico, limitado pelos alongamentos específicos de 1% e encurtamentos específicos de 0,35%, sendo este último valor devido ao concreto. Este diagrama é obtido do diagrama característico, dividindo-se os valores de σ_s por γ_s em geral igual a 1,15, onde ε_{yd} é a deformação específica no início do escoamento do diagrama de cálculo.



(A) DIAGRAMA
CARACTERÍSTICO

(B) DIAGRAMA
DE CÁLCULO

FIG. 4.2 - DIAGRAMAS TENSÃO-DEFORMAÇÃO - AÇO CLASSE A

As resistências de cálculo são dadas por:

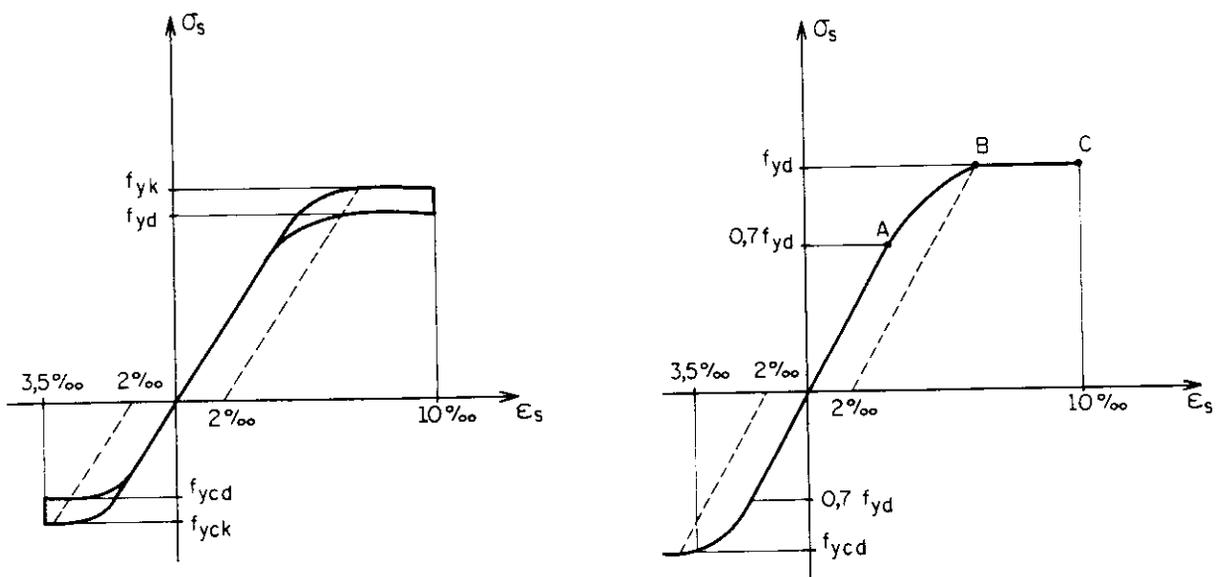
$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{1,15} \quad \text{e} \quad f_{ycd} = \frac{f_{yck}}{1,15} \quad (4.1)$$

Quando f_{yk} e f_{yck} não forem determinados em ensaios, adota-se $f_{yk} = f_{yck}$. Da análise da figura 4.2b, sendo a deformação de cálculo, ϵ_{sd} , e a tensão de cálculo, σ_{sd} , tem-se:

$$0 < \varepsilon_s \leq \varepsilon_y \quad \longrightarrow \quad \sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s \quad (4.2)$$

$$\varepsilon_{yd} < \varepsilon_s \leq 10\% \quad \longrightarrow \quad \sigma_s = f_{yd} \quad (4.3)$$

b) Aços classe B



(A) DIAGRAMA
CARACTERÍSTICO

(B) DIAGRAMA
DE CÁLCULO

FIG. 4.3 - DIAGRAMAS TENSÃO-DEFORMAÇÃO - AÇOS CLASSE B

Os aços classe B são obtidos a partir de aços classe A de resistência inferior, através de deformação a frio por tração, estiramento ou torção. Estes aços são caracterizados por não apresentarem um limite de escoamento bem definido, sendo classificados de acordo com o alongamento 0,2%, ver fig. 4.3.

O diagrama de cálculo, figura 4.3b, é obtido dividindo-se as ordenadas do diagrama característico por $\gamma_s = 1,15$. Segundo a NBR 6118 (1978), este diagrama é composto por três trechos:

- trecho linear, partindo da origem até o ponto A;

- trecho curvo, entre o ponto A e o correspondente à resistência de escoamento convencional (ϵ_{yd} , f_{yd}). Esta curva, de acordo com a NBR 6118, é uma parábola de segundo grau;

- trecho reto, paralelo ao eixo ϵ_s , a partir do ponto B até o ponto C, cuja deformação limite é 1%.

A resistência de escoamento de cálculo, f_{yd} , para os aços classe B, é o valor convencional correspondente à deformação residual 0,2%. No ponto de início de escoamento, o valor da deformação, ϵ_{yd} , é dado por:

$$\epsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} + 0,2\% \quad (4.4)$$

As deformações e as tensões de cálculo são relacionadas pelas equações dadas a seguir:

$$0 < \sigma_s \leq 0,7 f_{yd} \longrightarrow \epsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s}$$

$$0,7f_{yd} < \sigma_s < f_{yd} \longrightarrow \epsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s} + \frac{1}{45} \left[\frac{\sigma_s}{f_{yd}} - 0,7 \right]^2$$

$$\sigma_s = f_{yd} \longrightarrow \epsilon_{yd} \leq \epsilon_s \leq 1\%$$

Analogamente, as tensões de cálculo são dadas por:

$$0 < \varepsilon_{sd} \leq \frac{0,7f_{yd}}{E_s} \longrightarrow \sigma_{sd} = E_s \cdot \varepsilon_s$$

$$\frac{0,7f_{yd}}{E_s} < \varepsilon_s < \frac{f_{yd}}{E_s} \longrightarrow \sigma_s^2 + \left[\frac{45 f_{yd}^2}{E_s} - \right.$$

$$\left. 1,4f_{yd} \right] \sigma_s + \left[0,49 - 45\varepsilon_{sd} \right] f_{yd}^2 = 0$$

$$\frac{f_{yd}}{E_s} \leq \varepsilon_s \leq 1\% \longrightarrow \sigma_s = f_{yd}$$

O módulo de deformação longitudinal, E_s , para as barras de aço, desde o CA-25 até o CA-60, classe A ou B, pode ser tomado como igual a 210000 MPa.

Segundo a NBR 6118, os aços classe B são classificados em CA-40B, CA-50B e CA-60B.

c) Aços "PATENTING"

São barras de aço de até 8mm de diâmetro, utilizadas em concreto protendido, apresentando resistência mecânica mais elevada do que as barras utilizadas em concreto armado. Estes aços são encontrados no mercado em três categorias:

- aços trefilados patenteados, que são inicialmente patenteados e em seguida trefilados;
- aços aliviados de tensões, obtidos através do tratamento de alívio de tensões, aplicado aos aços

trefilados patenteados, mediante um reaquecimento entre 250° e 500°C, em banho de chumbo derretido;

- aços estabilizados, os quais possuem propriedades de "relaxação", ou perda de tensão com o tempo; os aços para concreto protendido são designados pelas letras CP, seguidas dos números que representam a tensão de ruptura. São encontrados no mercado fios das categorias CP-150, CP-160 e CP-170.

4.3 - DIAMETROS ESPECIFICADOS PELA NBR 7480

Segundo a NBR 7480 (1978) são classificadas as bitolas relacionadas a seguir:

Barras : 5; 6,3; 8; 10; 12,5; 16; 20; 25; 32 e 40

Fios: 3,2; 4; 5; 6,3; 8; 10 e 12,5

A referida norma exige que as barras de qualquer categoria, de bitola igual ou superior a 10mm, com moedas ou saliências, deverão apresentar marcas de laminação, em relevo, que identifiquem o fabricante e a categoria do material. Em caso contrário, deverá ser feita a identificação através de pintura no topo, pelo menos em uma das extremidades, com as cores indicadas na tabela 4.1.

TABELA 4.1 - PROPRIEDADES MECÂNICAS DOS AÇOS - NBR 7480

C A T E G O R I A	ENSAIO DE TRAÇÃO (valores mínimos)			ENSAIO DE DOBRAMENTO A 180°		ADERÊNCIA	DESTIN TIVO DA COR
	f_{yk} (MPa)	ALONGAMEN- TO EM 10 Φ (mm)		DIÂMETRO DO PINO (mm)			
		PARA AÇO A	PARA AÇO B	$\Phi < 20$	$\Phi \geq 20$	η_b PARA $\Phi \geq 10$	C O R
CA-25	250	18%	-	2 ϕ	4 ϕ	1,0	amarela
CA-32	320	14%	-	2 ϕ	4 ϕ	1,0	verde
CA-40	400	10%	8%	3 ϕ	5 ϕ	1,2	vermelha
CA-50	500	8%	6%	4 ϕ	6 ϕ	1,5	branca
CA-60	600	-	5%	5 ϕ	-	1,5	azul

4.4 - INFLUENCIA DA TEMPERATURA NOS AÇOS

Para temperaturas elevadas, o decréscimo da resistência observado pelos aços deformados a frio é aproximadamente igual àqueles dos aços de dureza natural. Os aços deformados a frio sofrem, também, alterações estruturais em certas temperaturas, de modo a existir o perigo de ruptura frágil, efeito devido a aquecimento e rápido esfriamento (LEONHARDT, 1982).

A formação de fissuras por aquecimento e a queda de resistência nos aços deformados a frio são alguns dos fenômenos desfavoráveis a que estão sujeitos os aços quando submetidos à solda.

4.5 - ADERÊNCIA

Para que o concreto e as barras de aço trabalhem conjuntamente, é necessário que haja uma perfeita união entre os dois materiais. Esta solidariedade entre eles é assegurada pela aderência, que pode ser dividida em: aderência por adesão, aderência por atrito e aderência mecânica.

A aderência por adesão resulta das ligações físico-químicas que se estabelecem entre o aço e o concreto durante as reações de pega. Este efeito de colagem depende também da rugosidade e da limpeza das barras, sendo vencido quando ocorrem pequenos deslocamentos. A aderência por atrito é uma força que se opõe ao escorregamento entre os dois materiais. Esta força de atrito depende do coeficiente de atrito entre os materiais, sendo uma função da rugosidade superficial da barra. Já a aderência mecânica é decorrente da existência de mossas ou saliências na superfície da barra. Também se aplica às barras lisas, em razão das irregularidades próprias, oriundas do processo de fabricação.

Segundo a NBR 7480 (1978), item 4.1.4:

a) as barras de bitola igual ou superior a 10 devem apresentar coeficientes de conformação superficial pelo menos igual ao fixado na tabela 4.1. As barras de categoria CA-50 são obrigatoriamente providas de saliências transversais ou mossas;

b) os fios de diâmetro igual ou superior a 10, das categorias CA-50 e CA-60, devem ter obrigatoriamente saliências transversais ou mossas.

5 - FUNDAMENTOS DO CÁLCULO

5.1 - ESTADOS LIMITES

O cálculo de estruturas em concreto tem como objetivos garantir uma segurança adequada contra a ruína e contra determinadas condições de serviço. As bases do dimensionamento consistem em assegurar à obra estabilidade, conforto e durabilidade. Quando estes objetivos não são atingidos, a estrutura atinge uma situação de "estado limite", definido como estado limite último ou estado limite de utilização.

5.1.1 - ESTADOS LIMITES ÚLTIMOS

Os estados limites últimos são caracterizados pela máxima capacidade portante da estrutura ou de uma parte dela. Destacam-se como principais:

- perda de estabilidade como corpo rígido;
- ruptura de seções críticas;
- transformação em mecanismo;
- flambagem;
- fadiga.

5.1.2 - ESTADOS LIMITES DE UTILIZAÇÃO

São caracterizados pela impossibilidade de emprego da estrutura, por não oferecer as condições necessárias de estética, conforto, desempenho e durabilidade, mesmo não se tendo esgotado a capacidade portante da estrutura. As principais causas são enumeradas a seguir:

- fissuração excessiva;
- deformações excessivas;
- vibrações excessivas;
- corrosão.

5.2 - AÇÕES

De acordo com a NBR 8681 (1984) - Ações e segurança nas estruturas, as ações são as causas que provocam esforços ou deformações nas estruturas. Do ponto de vista prático, estas forças e deformações impostas pelas ações são consideradas como se fossem as próprias ações, sendo que as deformações impostas são, por vezes, designadas por ações indiretas e as forças por ações diretas.

5.2.1 - CLASSIFICAÇÃO

De acordo com a variabilidade no tempo, as ações são classificadas em 3 categorias: permanentes, variáveis e excepcionais.

a) Ações permanentes

São aquelas que ocorrem ao longo do tempo, com valores constantes ou com pequenas variações. Podem ser classificadas como diretas (ex.: peso próprio) ou indiretas (ex.: retração).

b) Ações variáveis

São aquelas que, ao longo do tempo, apresentam variações significativas. São consideradas como ações variáveis: cargas de uso das estruturas, forças de frenagem, de impacto e centrífugas, efeitos do vento, das variações de temperatura, etc.

Dependendo da probabilidade de ocorrência, as ações variáveis são classificadas em:

- ações variáveis normais - são aquelas que têm grande probabilidade de ocorrência, sendo obrigatoriamente consideradas em projeto;

- ações variáveis especiais - são ações especiais como sísmicas ou cargas de uso de natureza ou de intensidades especiais.

c) Ações excepcionais

São aquelas com baixa probabilidade de ocorrência e curta duração, mas que devem ser consideradas em determinadas estruturas. Tais ações são decorrentes de explosões, choques de veículos, incêndios, enchentes, etc.

5.2.2 - VALORES REPRESENTATIVOS PARA ESTADO LIMITE ULTIMO

Segundo a NBR 8681, as ações são classificadas por seus valores representativos em: valores característicos, valores característicos nominais, valores reduzidos de combinação e valores convencionais excepcionais.

a) Valores característicos

Estes valores são definidos, em função da variabilidade de suas intensidades, em ações permanentes e em ações variáveis.

Para as ações permanentes, os valores característicos correspondem à variabilidade existente num conjunto de estruturas análogas. Quando estas ações produzem efeitos desfavoráveis na estrutura, o valor característico corresponde ao quantil de 95% da respectiva distribuição de probabilidade (valor característico superior). Quando produzem efeitos favoráveis nas estruturas, o valor característico corresponde ao quantil de 5% de suas distribuições (valor característico inferior), figura 5.1.

Se as ações variáveis produzirem efeitos favoráveis, estas não serão consideradas como atuantes na estrutura.

A adoção de um único período convencional de referência de 50 anos, para a definição do valor característico das ações variáveis, é uma necessidade de ordem prática. A distribuição de probabilidade de ocorrência de uma dada ação depende do período de tempo considerado, sendo que o valor desta ação tem probabilidades de ocorrência diferentes conforme o período considerado. Portanto, a definição de um valor característico único para cada ação independente do tipo

de construção considerada, exige que tal definição se refira a um período único de tempo.

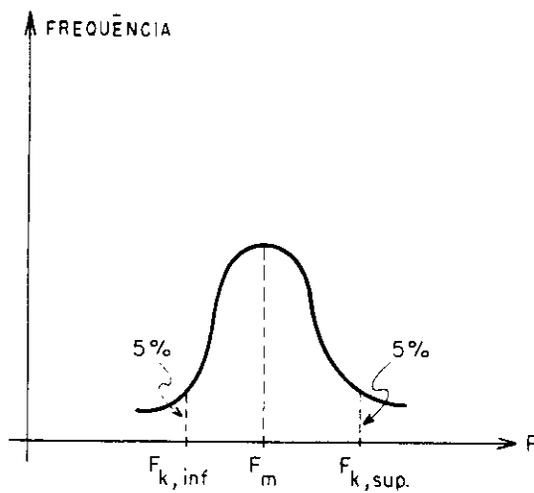


FIG. 5.1 - CURVA DE DISTRIBUIÇÃO

Os valores característicos das ações variáveis correspondem a valores que têm de 25% a 35% de probabilidade de serem ultrapassados no sentido desfavorável, durante o período de 50 anos. Uma forma alternativa para obter a probabilidade de ocorrência dos valores característicos adotados consiste em se estudar o seu período médio de retorno. A ações cujos valores característicos têm probabilidade da ordem de 25% a 35% de serem ultrapassados em 50 anos, correspondem

aproximadamente a períodos médios de 200 a 150 anos, respectivamente.

b) Valores característicos nominais

Para as ações que não tenham sua variabilidade adequadamente expressa por distribuições de probabilidade, os valores característicos são substituídos por valores nominais convenientemente escolhidos. Quando apresentarem baixa variabilidade, diferindo pouco entre si os valores característicos superior e inferior, adotam-se como característicos os valores médios das respectivas distribuições.

c) Valores reduzidos de combinação

Estes valores são determinados a partir dos valores característicos através da expressão $\psi_0 \cdot F_k$, sendo ψ_0 o coeficiente de combinação. A probabilidade de ocorrência simultânea dos valores característicos de duas ou mais variáveis de naturezas diferentes é muito baixa. Por simplicidade, admite-se um único valor ψ_0 para cada ação a ser considerada no projeto. Segundo a NBR 8681, quando certas combinações (F_i, F_j) exigem tratamento particular, os valores de ψ_0 são desdobrados em vários casos.

d) Valores convencionais excepcionais

Estes valores são arbitrados para as ações excepcionais e devem ser estabelecidos por consenso entre o proprietário da construção e as autoridades governamentais que nela tenham interesse.

5.2.3 - VALORES REPRESENTATIVOS PARA ESTADOS LIMITES DE UTILIZAÇÃO

Os valores representativos das ações para os estados limites de utilização são os valores reduzidos e os valores raros, indicados a seguir.

a) Valores reduzidos de utilização

Os valores reduzidos de utilização são determinados, a partir dos valores característicos, pelas expressões $\psi_1 F_k$ e $\psi_2 F_k$, sendo os valores $\psi_1 F_k$ designados por valores frequentes e os valores $\psi_2 F_k$ por valores quase permanentes das ações variáveis.

Nas estruturas de concreto, os valores $\psi_1 F_k$ são empregados na verificação da segurança em relação aos estados limites de fissuração e os valores $\psi_2 F_k$ em relação aos estados limites de deformações excessivas.

b) Valores raros de utilização

Estes valores quantificam as ações que podem acarretar estados limites de utilização, mesmo que atuem com duração muito curta sobre a estrutura.

5.2.4 - VALORES DE CÁLCULO DAS AÇÕES

Os valores de cálculo das ações, F_d , são obtidos a partir dos valores representativos, multiplicando-os pelos respectivos coeficientes de ponderação γ_f . Este

coeficiente pode ser considerado como sendo um produto de γ_{f1} , γ_{f2} e γ_{f3} , onde γ_{f2} é o próprio coeficiente ψ_0 de combinação.

Considerando estados limites últimos, o coeficiente γ_f pode ser dado pelo produto de $\gamma_{f1} \times \gamma_{f3}$, onde γ_{f1} leva em conta a variabilidade das ações e γ_{f3} considera os possíveis erros de avaliação do efeito. Geralmente o coeficiente de ponderação para os estados limites últimos é tomado como $\gamma_f = 1,4$.

Quando se consideram estados limites de utilização, o coeficiente de ponderação das ações é tomado como $\gamma_f = 1,0$, salvo exigência em contrário, expressa em norma especial.

5.3 - SEGURANÇA

Uma estrutura oferece segurança quando ela possui condições de suportar todas as ações, com intensidades e combinações mais desfavoráveis, durante toda a sua vida útil, sem atingir um estado limite.

Uma segurança exagerada acarreta em alto custo financeiro.

Os métodos para verificação da segurança podem ser classificados em: métodos determinísticos, métodos probabilísticos e método dos coeficientes parciais.

5.3.1 - MÉTODOS DETERMINÍSTICOS

Os métodos determinísticos são aqueles que consideram fixos os parâmetros que servem de base para cálculo.

Dentre estes, encontram-se o método das tensões admissíveis e o método do coeficiente de segurança externo.

a) Método das tensões admissíveis

Este método foi empregado até aproximadamente 1930. Baseava-se nas hipóteses de cálculo nos estádios I e II.

A segurança das estruturas é garantida pela limitação das máximas tensões atuantes em serviço. A máxima tensão em serviço não ultrapassa a tensão admissível. Esta tensão admissível é definida como sendo a razão entre a tensão de ruptura do material e o coeficiente de segurança interno.

$$\sigma_{adm} = \frac{\sigma_R}{\gamma_i} \quad \text{ou} \quad \sigma_{adm} = \frac{\sigma_e}{\gamma_i} \quad (5.1)$$

- σ_{adm} - tensão admissível;
- σ_R - tensão de ruptura do concreto;
- σ_e - tensão de escoamento do aço;
- γ_i - coeficiente de segurança interno.

A figura 5.2 apresenta de maneira esquemática a idéia básica do método.

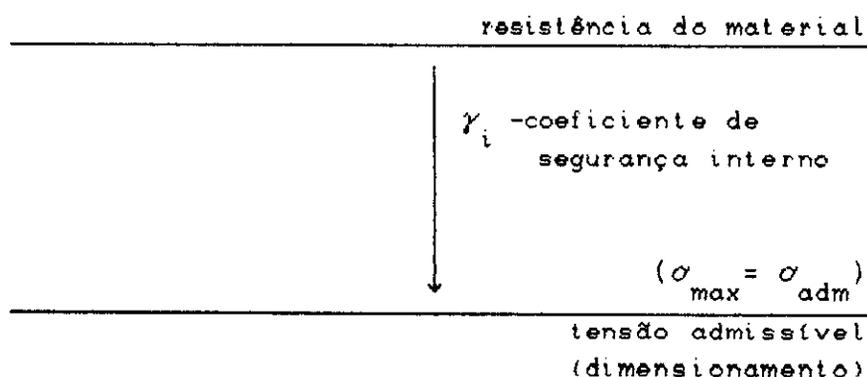


FIG. 5.2 - MÉTODO DAS TENSÕES ADMISSÍVEIS

A seguir são enumeradas algumas críticas em relação ao método, segundo SANTOS (1977):

- supõe que a tensão no concreto se mantém proporcional à deformação até a ruptura, o que não acontece;

- o coeficiente interno γ_i não permite considerar diferentemente as diversas combinações das ações;

- o método admite $\alpha_s = \frac{E_s}{E_c}$ constante, quando na realidade não é.

b) Método do coeficiente de segurança externo

Este método baseia-se nas hipóteses de cálculo no estágio III, considerando a acomodação plástica do material por ocasião da ruptura do concreto. Por não haver proporcionalidade entre tensões e ações, é melhor usar carga admissível em vez de tensão admissível, quando se pretender quantificar a segurança.

Este método consiste em majorar a carga de serviço, F , pelo coeficiente externo, γ_o . Isto faz com que a peça

perca a estabilidade ou que a tensão em um de seus pontos atinja o valor de ruptura ou de escoamento. A figura 5.3 mostra a idéia básica do método.

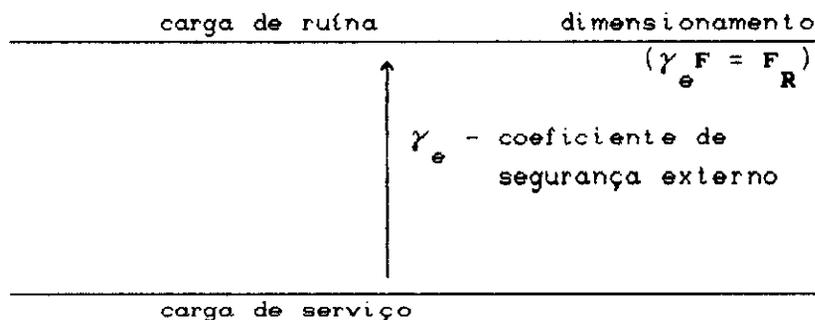


FIG. 5.3 - MÉTODO DO COEFICIENTE DE SEGURANÇA EXTERNO

Algumas críticas do método, segundo SANTOS (1977):

- trabalha com esforços solicitantes majorados e não com ações; no caso de não proporcionalidade entre cargas e esforços solicitantes, o método leva a uma quantificação errada da segurança;

- a tensão de ruptura não é um valor determinístico e sim uma variável aleatória;

- não leva em conta a combinação prevista das ações; o γ_e também não é bom para quantificar a segurança.

Este método foi abandonado pela NB-1/78.

5.3.2 - MÉTODOS PROBABILÍSTICOS

A idéia básica do método é substituir o conceito de coeficiente de segurança por probabilidade de ruína.

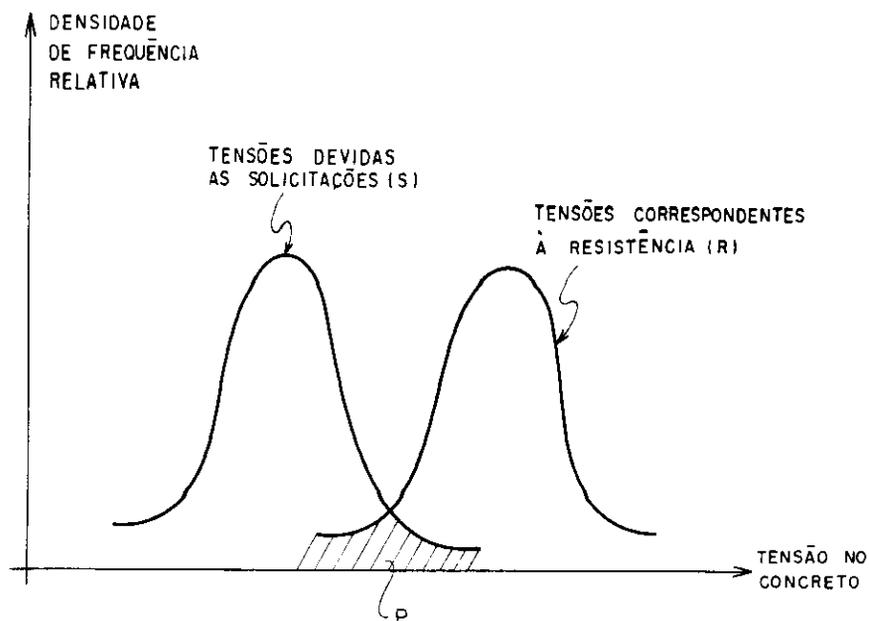


FIG. 5.4 - PROBABILIDADE DE RUINA

Sejam R e S as grandezas escolhidas, respectivamente, para representar a resistência e a solicitação. Supondo-se que tanto as resistências como as solicitações possam ser colocadas em função de um mesmo parâmetro e sobre um mesmo sistema de eixos, a probabilidade de ruína, p , é determinada quando R é alcançado por S . A solicitação é maior do que a resistência da peça, conforme mostra a figura 5.4.

Não é possível obter segurança absoluta ($p = 0$), ponto de encontro das curvas. A parte hachurada representa a probabilidade de ruína.

São dois os tipos de métodos probabilísticos: condicionado e puro.

a) Método probabilístico condicionado

Neste método as ações, as solicitações, as resistências e a geometria da estrutura são aleatórias. Apenas a própria teoria que fornece a configuração de ruína da estrutura continua determinística.

A fixação determinística da configuração de ruína também não corresponde à realidade.

b) Método probabilístico puro

Este método considera as configurações de ruína possíveis pela aleatoriedade das propriedades mecânicas e dos parâmetros geométricos. Por não se conhecer o comportamento estrutural num grau de perfeição suficiente, o método probabilístico puro não é aplicado.

5.3.3 - MÉTODO DOS COEFICIENTES PARCIAIS

É um método semi-probabilístico, no qual se adotam valores determinísticos e, na medida do possível, dados estatísticos e conceitos probabilísticos.

A figura 5.5 mostra, de maneira esquemática, a idéia básica deste método:

- majoram-se as ações e as solicitações; obtém-se valores de cálculo, de modo que seja pequena a probabilidade destes valores serem ultrapassados;

- reduzem-se os valores das resistências, obtendo-se resistências de cálculo, de modo que a probabilidade dos valores reais descerem até este ponto seja pequena;

- equaciona-se a situação de ruína considerando

que a solicitação de cálculo, S_d , encontrou a resistência de cálculo, R_d .

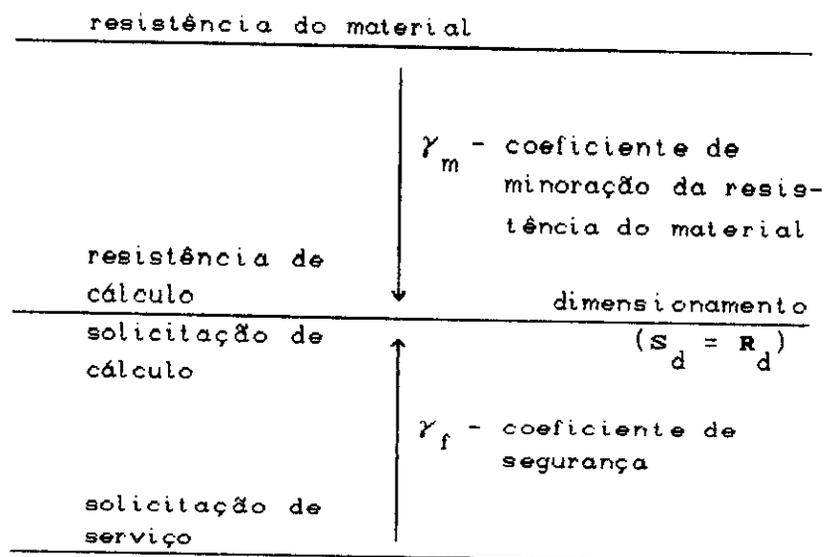


FIG. 5.5 - MÉTODO DOS COEFICIENTES PARCIAIS

5.4 - TIPOS DE SOLICITAÇÕES

As solicitações podem ser classificadas quanto aos esforços solicitantes, quanto ao plano de ação do momento fletor e quanto à direção dos esforços.

5.4.1 - QUANTO AOS ESFORÇOS SOLICITANTES

a) Compressão simples e tração simples

Diz-se que a solicitação de uma barra é de compressão simples ou de tração simples quando o único esforço solicitante que age na seção transversal é uma força

normal, N , respectivamente, de compressão ou de tração.

b) Compressão excêntrica e tração excêntrica

Diz-se que compressão excêntrica, ou tração excêntrica, é o estado de uma barra em que os esforços solicitantes são só momentos fletores e forças normais de compressão ou de tração, respectivamente. Na prática é considerada como um caso particular da flexão composta, com força cortante nula.

c) Flexão simples e flexão pura

Diz-se que flexão simples é o estado de uma barra em que os esforços solicitantes são momentos fletores e forças cortantes. A flexão pura é considerada como um caso particular da flexão simples com força cortante nula, tendo como esforços solicitantes somente os momentos fletores.

d) Flexão composta

Diz-se que flexão composta é o estado de uma barra em que os esforços solicitantes são momentos fletores, forças cortantes e forças normais.

5.4.2 - QUANTO AO PLANO DE AÇÃO DO MOMENTO FLETOR

a) Flexão normal

Define-se como flexão normal a flexão pura, simples ou composta, em que o plano de ação do momento fletor contém um dos eixos centrais de inércia da seção transversal.

b) Flexão oblíqua

Define-se como flexão oblíqua a flexão pura, simples ou composta, em que o plano de ação do momento fletor não contém nenhum dos eixos centrais de inércia da seção transversal.

5.4.3 - QUANTO A DIREÇÃO DOS ESFORÇOS

a) Solicitações normais

Solicitações normais são aquelas que introduzem tensões normais na seção; atuam momentos fletores e forças normais.

b) Solicitações tangenciais

Solicitações tangenciais são aquelas que introduzem tensões tangenciais na seção; atuam momentos de torção e forças cortantes.

5.4.4 - TIPOS DE CÁLCULO

a) Dimensionamento

Com as solicitações atuantes e a capacidade resistente dos materiais conhecidas, determinam-se as dimensões da seção transversal de concreto e as áreas das armaduras.

b) Verificação

Conhecida a seção transversal, as armaduras e o momento atuante, determinam-se as tensões máximas no concreto e nas armaduras. Quando dadas as tensões admissíveis, calcula-se a máxima solicitação que pode ser aplicada.

5.4.5 - DEFORMAÇÕES DE RUPTURA DO CONCRETO

Segundo o item 4.2.1 da NB-1/78: "A solicitação resistente com a qual haverá uma grande probabilidade de iniciar-se a formação de fissuras normais à armadura longitudinal poderá ser calculada com as seguintes hipóteses:"

a) Na compressão

- compressão simples: $\epsilon_{cu} = 2\%$.

- flexão: $\epsilon_{cu} = 3,5\%$.

b) Na tração

- tração simples: $\epsilon_{tu} = 2,7 f_{tk} / E_c$

- flexão: $\epsilon_{tu} = 4,05 f_{tk} / E_c$

5.5 - COMPRESSÃO SIMPLES E TRAÇÃO SIMPLES

Seja uma seção retangular com armadura simétrica submetida a uma força normal N de compressão (fig. 5.6).

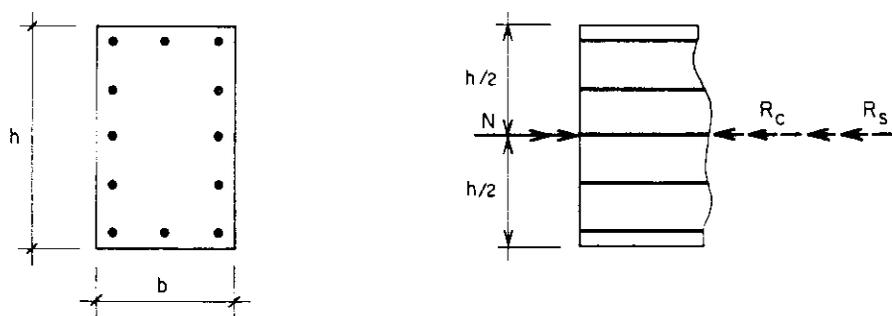


FIG. 5.6 - SEÇÃO RETANGULAR SUBMETIDA A FORÇA NORMAL

Equação de equilíbrio:

$$N = R_c + R_s = A_c \sigma_c + A_s \sigma_s \quad (5.2)$$

- R_c - resultante no concreto;
- R_s - resultante no aço;
- A_c - área de concreto ($A_c = bh$);
- A_s - área de aço.

Portanto,

$$N = bh \cdot \sigma_c + A_s \sigma_s \quad (5.3)$$

A equação 5.3 é válida tanto na compressão quanto na tração.

5.5.1 - COMPRESSÃO SIMPLES

Serão considerados as seções de concreto simples e de concreto armado, submetidas à compressão simples.

a) Concreto simples

Para uma seção retangular de concreto simples submetida a uma força normal N de compressão é válida a equação 5.3, considerando-se $A_s = 0$.

Na ruína:

$$\sigma_{cd} = 0,85 \cdot f_{cd} \quad (5.4)$$

Portanto:

$$N = b \cdot h \cdot \sigma_{cd} = 0,85 \cdot b \cdot h \cdot f_{cd} \quad (5.5)$$

b) Concreto armado

Para seções retangulares de concreto armado:

$$N = 0,85 \cdot b \cdot h \cdot f_{cd} + A_s \cdot \sigma_s \quad (5.6)$$

O valor de σ_s é obtido do diagrama do aço para uma deformação de ruptura 2%..

5.5.2 - TRAÇÃO SIMPLES

Serão consideradas seções sem e com armadura.

a) Seção sem armadura

Para uma seção de concreto simples submetida a uma força normal de tração, N , é válida a equação (5.3) desde que seja satisfeita a condição: $A_s = 0$

b) Concreto armado na iminência de fissuração

É válida a equação (5.3) para seções de concreto armado na iminência de fissuração.

c) Seção fissurada

No instante em que ocorre a primeira fissura, o concreto deixa de resistir à tração, a qual é totalmente absorvida pela armadura. Entretanto, é válida a equação (5.3) desde que satisfeita a condição: $A_c = b \cdot h = 0$

5.6 - FLEXÃO PURA

Uma seção sujeita a flexão pura reage com tensões de compressão de um lado da seção e com tensões de tração do outro lado, ambas normais ao plano da seção transversal. Na flexão pura atua apenas momento fletor.

Hipóteses básicas para o dimensionamento:

- manutenção da seção plana;
- solidariedade dos materiais;
- encurtamentos últimos do concreto;
- alongamentos últimos das armaduras.

5.6.1 - DIAGRAMA DE TENSÕES

Através de um ensaio com cargas crescentes a partir de um valor pequeno, verifica-se que, para momentos ainda reduzidos, sendo as tensões também reduzidas, o concreto resiste às tensões de tração. A figura 5.7 descreve como se comporta uma viga de concreto armado, simplesmente apoiada, sob a ação de um carregamento crescente até provocar a ruptura da viga. Nesta figura tem-se:

- a) seção transversal da viga;
- b) estágio Ia - concreto resiste à tração com diagrama triangular
- c) estágio Ib - iminência de fissuração;
- d) estágio II - seção fissurada;
- e) estágio III - plastificação do concreto na compressão.

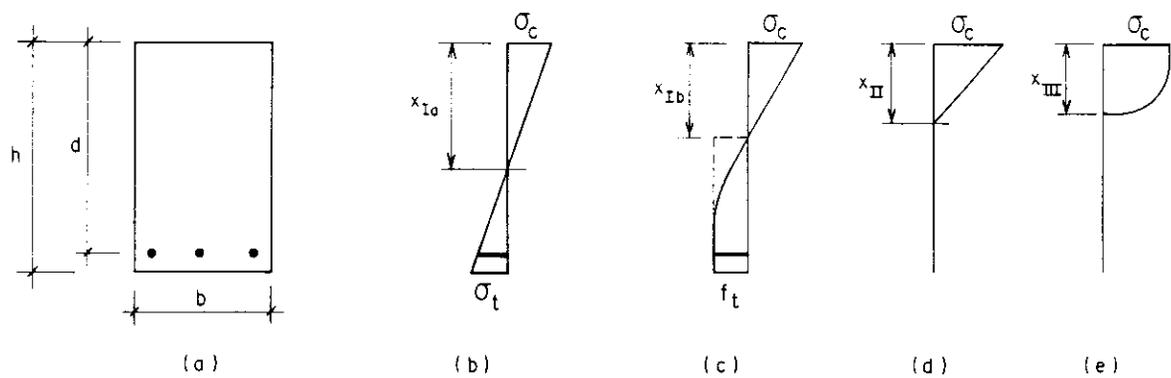


FIG. 5.7 - FASES DE COMPORTAMENTO DE UMA SEÇÃO SUBMETIDA
 À FLEXÃO PURA

5.6.2 - DEFINIÇÃO DOS ESTÁDIOS

O estágio Ia ocorre quando o carregamento é de pequena intensidade. A viga se deforma pouco e as tensões normais que surgem nas seções transversais mais solicitadas são pequenas. É admitida a linearidade das tensões ao longo de toda a seção transversal.

O dimensionamento neste estágio exige dimensões muito exageradas para as peças, pois leva em conta a resistência à tração do concreto, que é muito pequena, figura 5.7b.

Aumentando o carregamento, as tensões de tração nas fibras mais afastadas da linha neutra deixam de ser proporcionais às deformações. Admite-se linearidade das tensões apenas na zona comprimida. Na borda inferior da viga, a tensão e a deformação atingem os valores correspondentes à ruptura. O diagrama do estágio Ib, figura 5.7c, mostra a fase correspondente do estágio I que precede o estágio II; o concreto na zona tracionada está plastificado.

Continuando com o aumento no carregamento, o concreto tracionado rompe. No estágio II, o diagrama de tensões varia linearmente, crescendo do valor zero, na linha neutra, para um valor máximo na borda comprimida, figura 5.7d.

Aumentando ainda mais o carregamento, as fissuras caminham em direção à borda superior da viga. A linha neutra sobe e a tensão na armadura cresce, podendo atingir, em determinado instante, o limite de escoamento. O estágio III é definido como sendo a fase em que o concreto comprimido está na iminência da ruptura, ou seja, estado limite último da ruptura do concreto por compressão, figura 5.7e.

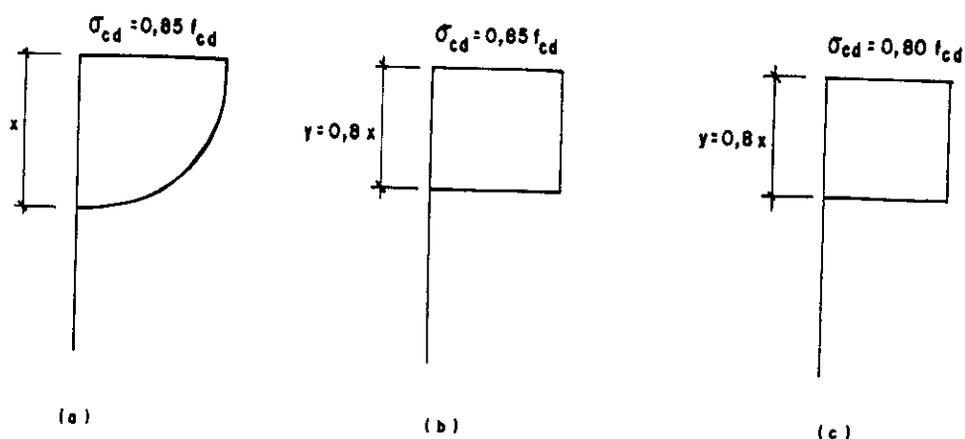


FIG. 5.8 - DIAGRAMAS DE TENSÕES

Conforme mostra a figura 5.8, no estágio III admite-se que as tensões de compressão na seção transversal das peças tenham uma distribuição de acordo com o diagrama parábola-retângulo ou de acordo com o diagrama retangular.

a) Diagrama parábola-retângulo

Este diagrama é formado por:

- um trecho retangular para deformação de compressão de 2%. até o encurtamento convencional de ruptura de 3,5%, no qual a tensão de compressão é constante e igual a $0,85f_{cd}$.

- um trecho no qual a tensão de compressão varia segundo uma parábola de segundo grau, saindo do ponto de deformação igual a zero, ($\epsilon_c = 0$), até o ponto de

deformação igual a 2%. ($\epsilon_c = 2\%$).

b) Diagrama retangular

Podem ser considerados com:

- altura $y = 0,8x$ e $\sigma_{cd} = 0,85f_{cd}$ - este é utilizado para seções de concreto constantes ou crescentes no sentido das fibras mais comprimidas;

- altura $y = 0,8x$ e $\sigma_{cd} = 0,80 f_{cd}$ - este é utilizado para seções de concreto de largura decrescente no sentido das fibras mais comprimidas.

5.6.3 - EQUAÇÕES GERAIS DE EQUILÍBRIO

A figura 5.9 mostra uma seção de concreto armado submetido ao momento M .

Equações de equilíbrio:

$$\Sigma F = 0 \longrightarrow R_c + R'_s - R_s - R_t = 0 \quad (5.7)$$

$$M_{ext} = M_{int} \longrightarrow M_{ext} = R_c \cdot z_c + R'_s (x-d) + R_t \cdot z_t + R_s (d-x) \quad (5.8)$$

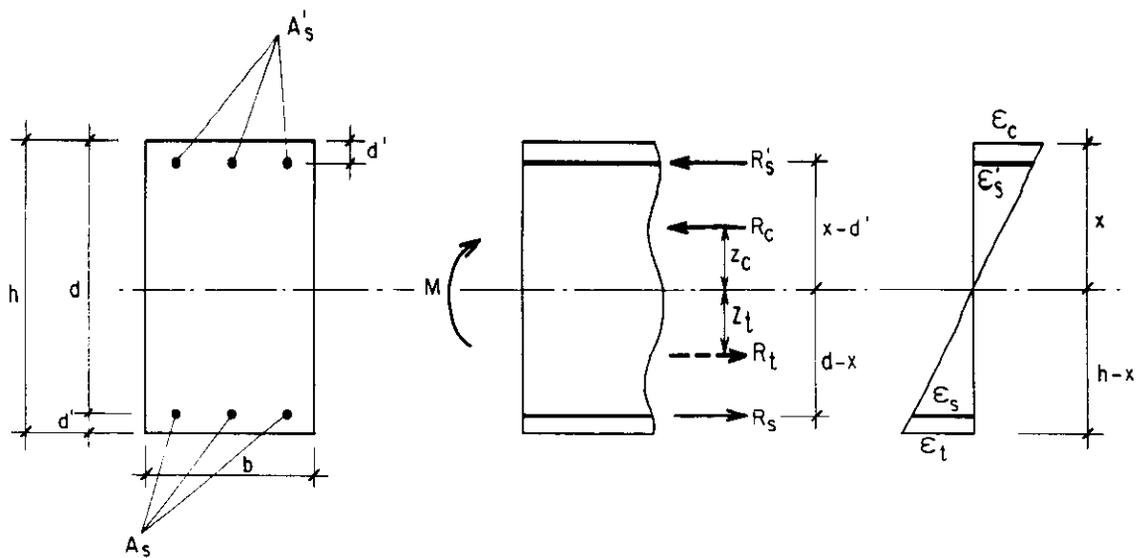


FIG. 5.9 - SEÇÃO RETANGULAR DE CONCRETO COM ARMADURA DUPLA

a) Concreto simples

Só é possível nos estádios Ia e Ib. São válidas as equações (5.7) e (5.8), desde que satisfeita as seguintes condições:

$$R_s = 0$$

$$R'_s = 0$$

b) Armadura simples

Em seções de concreto com armadura simples, nos estádios II e III, são válidas as equações (5.7) e (5.8), desde que satisfeita as condições:

$$R_t = 0$$

$$R'_s = 0$$

Em seções de concreto com armadura simples no estágio I, a condição de ser satisfeita é:

$$R'_s = 0$$

c) Armadura dupla nos estádios II e III

Nos estádios II e III despreza-se a colaboração do concreto tracionado:

$$R_t = 0$$

5.6.4 - EQUAÇÕES DE COMPATIBILIDADE DE DEFORMAÇÕES

Do diagrama de deformações, figura 5.9, são obtidas as equações de compatibilidade de deformações:

$$\frac{\epsilon_c}{x} = \frac{\epsilon'_s}{x-d'} = \frac{\epsilon_s}{d-x} = \frac{\epsilon_t}{h-x} \quad (5.9)$$

ε_c - máxima deformação específica do concreto à compressão;

ε'_s - deformação específica do aço à compressão;

ε_t - deformação específica do concreto à tração;

ε_s - deformação específica do aço à tração.

5.6.5 - EQUAÇÕES CONSTITUTIVAS

As equações constitutivas relacionam deformações com tensões. Para os aços, dados pela NBR 6118, tem-se os diagramas tensões-deformações dos aços classe A e B. Para o concreto, estas equações constitutivas dependem de estágio em que se encontra a peça de concreto.

6 - MÉTODO CLÁSSICO

O método clássico decorre da adaptação das hipóteses que regem a teoria clássica da resistência dos materiais às peças de concreto. Para que se apliquem ao concreto estas hipóteses, é necessário que se transforme a seção heterogênea, composta de concreto e de aço, em uma seção homogênea.

6.1 - HOMOGENEIZAÇÃO DA SEÇÃO

Nas peças de concreto armado, toma-se o concreto como material de referência, ou seja, a área de armadura é substituída por uma área de concreto que resista ao mesmo esforço (fig. 6.1).

De acordo com a figura 6.1 e admitindo-se a aplicabilidade da Lei de Hooke, tem-se:

$$\epsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s} = \frac{\sigma_{cs}}{E_c} \quad (6.1)$$

$$\sigma_s = \frac{E_s}{E_c} \cdot \sigma_{cs} \quad (6.2)$$

$$\sigma_s = \alpha_e \cdot \sigma_{cs} \quad (6.3)$$

$$\sigma_{cs} = \frac{\sigma_s}{\alpha_e} \quad (6.4)$$

Analogamente,

$$\sigma'_{cs} = \frac{\sigma'_s}{\alpha_e} \quad (6.5)$$

sendo:

- σ_c - tensão máxima no concreto à compressão;
- σ_s - tensão no aço tracionado;
- ϵ_c - deformação máxima do concreto;
- ϵ_s - deformação do aço tracionado;
- σ_{cs} - tensão no concreto na seção homogeneizada, na fibra correspondente à armadura A_s ;
- α_e - relação entre o módulo de elasticidade do aço e o módulo de elasticidade do concreto.

A área equivalente de concreto, que substitui a área de aço, é obtida igualando-se os esforços resistentes:

$$\sigma_{cs} \cdot A_{cs} = \sigma_s \cdot A_s \quad \longrightarrow \quad A_{cs} = \frac{\sigma_s}{\sigma_{cs}} \cdot A_s \quad (6.6)$$

Substituindo a equação (6.4) em (6.6), resulta:

$$A_{cs} = \alpha_e \cdot A_s \quad (6.7)$$

Sendo E_c e E_s admitidos como tendo o mesmo valor, tanto na compressão quanto na tração, conclui-se que:

$$\alpha'_{sc} = \frac{\alpha'_s}{\alpha_e} \quad (6.8)$$

$$A'_{sc} = \alpha'_e \cdot A_s \quad (6.9)$$

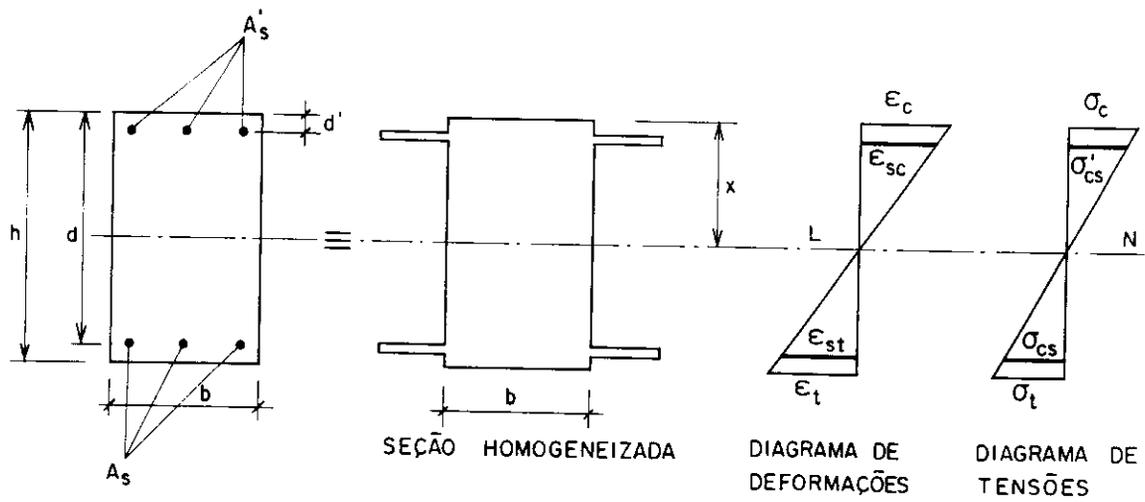


FIG. 6.1 - HOMOGENEIZAÇÃO DA SEÇÃO

6.2 - COMPATIBILIDADE DAS TENSÕES

Da linearidade do diagrama de tensões, figura (6.1), resulta:

$$\frac{\sigma_c}{x} = \frac{\sigma'_{cs}}{x-d'} = \frac{\sigma_t}{h-x} = \frac{\sigma_{cs}}{d-x} \quad (6.10)$$

Considerando as equações (6.4) e (6.5) em (6.10), resulta:

$$\frac{\sigma_c}{x} = \frac{\sigma'_s}{\alpha_e(x-d')} = \frac{\sigma_t}{h-x} = \frac{\sigma_s}{\alpha_e(d-x)} \quad (6.11)$$

6.3 - VERIFICAÇÃO NO ESTÁDIO Ia

Baseia-se na hipótese de Bernoulli (até a ruptura, as seções transversais permanecem planas), Lei de Hooke, Lei de Navier (as tensões são proporcionais à distância à linha neutra, para materiais homogêneos), Lei da Homogeneização e no concreto resistindo à tração.

6.3.1 - DETERMINAÇÃO DA POSIÇÃO DA LINHA NEUTRA

A posição da linha neutra pode ser determinada em função das características geométricas da seção transversal.

Fazendo o momento estático da seção homogeneizada, em relação à linha neutra, igual a zero, figura 6.1, tem-se:

$$b \cdot \frac{x^2}{2} + \alpha_e \cdot A'_s(x-d') - b(h-x) \cdot \frac{h-x}{2} - \alpha_e \cdot A_s(d-x) = 0$$

$$x = \frac{\frac{bh^2}{2} + \alpha_e (A_s \cdot d + A'_s \cdot d')}{bh + \alpha_e (A_s + A'_s)} \quad (6.12)$$

6.3.2 - MOMENTO DE INÉRCIA

Conhecendo-se a posição da linha neutra, calcula-se o momento de inércia da seção homogeneizada através da equação:

$$I = \frac{bh^3}{12} + bh \left[\frac{h}{2} - x \right]^2 + \alpha_e \cdot A'_s \left[x - d' \right]^2 + \alpha_e \cdot A_s \left[d - x \right]^2 \quad (6.13)$$

6.3.3 - TENSÕES

Determinada a posição da linha neutra e o momento de inércia da seção transversal em relação a ela, calcula-se a tensão em qualquer ponto da seção; logo:

$$\sigma_c = \frac{M}{I} \cdot x \quad (6.14)$$

$$\sigma_{ct} = \frac{M}{I} \cdot (h - x) \quad (6.15)$$

$$\sigma'_s = \alpha_e \cdot \frac{M}{I} \cdot (x - d') \quad (6.16)$$

$$\sigma_s = \alpha_e \cdot \frac{M}{I} \cdot (d - x) \quad (6.17)$$

6.3.4 - DEFORMAÇÕES

Admitindo-se a validade da Lei de Hooke para ambos os materiais, tem-se:

$$\epsilon_c = \frac{\sigma_c}{E_c} \quad (6.18)$$

$$\epsilon_{ct} = \frac{\sigma_{ct}}{E_c} \quad (6.19)$$

$$\epsilon'_s = \frac{\sigma'_s}{E_s} \quad (6.20)$$

$$\epsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s} \quad (6.21)$$

6.4 - VERIFICAÇÃO NO ESTÁDIO II

Baseia-se na hipótese de Bernoulli, na Lei de Hooke, de Navier e da Homogeneização e na hipótese da resistência de concreto à tração ser nula.

6.4.1 - DETERMINAÇÃO DA POSIÇÃO DA LINHA NEUTRA

No estágio II, despreza-se a colaboração do concreto tracionado.

Fazendo o momento estático da seção homogeneizada, em relação a linha neutra, igual a zero, obtêm-se as equações:

$$b \cdot \frac{x^2}{2} + \alpha_e \cdot A'_s (x-d') - \alpha_e \cdot A_s (d-x) = 0 \quad (6.22a)$$

$$x^2 + \frac{2 \alpha_e}{b} (A'_s + A_s) x - \frac{2 \alpha_e}{b} (A_s \cdot d + A'_s \cdot d') = 0 \quad (6.22b)$$

6.4.2 - MOMENTO DE INÉRCIA

O momento de inércia da seção homogeneizada em relação à linha neutra é dado pela equação:

$$I = \frac{bx^3}{12} + bx \left(\frac{x}{2} \right)^2 + \alpha_e \cdot A'_s (x-d')^2 + \alpha_e \cdot A_s (d-x)^2 \quad (6.23)$$

6.5 - MOMENTO FLETOR DE FISSURAÇÃO

O momento fletor de fissuração, M_r , corresponde à primeira fissura da peça.

6.5.1 - CÁLCULO SEGUNDO A NBR 7197/89

Seu cálculo é baseado nas hipóteses do estágio Ia:

$$M_r = \frac{f_{ctm} \cdot I}{h - x} \quad (6.24)$$

onde:

f_{ctm} - resistência do concreto à tração na flexão;

$$f_{ctm} = \begin{cases} 1,2 f_{ctk} & \text{para seção T ou duplo T} \\ 1,5 f_{ctk} & \text{para seção retangular} \end{cases}$$

$$\alpha_e = \begin{cases} 15 & \text{para carregamentos freqüentes ou} \\ & \text{quase permanentes;} \\ 10 & \text{para carregamentos raros;} \end{cases}$$

$$f_{ctk} = \begin{cases} \frac{f_{ck}}{10} & \text{para } f_{ck} \leq 18 \text{ MPa} \\ 0,06 f_{ck} + 0,7 \text{ MPa} & \text{para } f_{ck} > 18 \text{ MPa} \end{cases}$$

f_{ctk} - resistência característica do concreto à tração

6.5.2 - CÁLCULO SEGUNDO O CEB/90

O cálculo segundo o CEB/90 também é baseado nas hipóteses do estágio Ia:

$$M_r = f_{ct} \cdot W_1 \quad (6.25)$$

$$W_1 = \frac{I}{h - x} \quad (6.26)$$

sendo:

W_1 - módulo de resistência no estágio I, incluindo armadura;

$$f_{ct} = \begin{cases} 0,7 f_{ctm} & \text{se deformações locais devem ser} \\ & \text{consideradas} \\ f_{ctm} & \text{se os efeitos dos deslocamentos em} \\ & \text{toda a peça devem ser considerados} \end{cases}$$

$$f_{ctm} = 1,4 \left(\frac{f_{ck}}{10} \right)^{2/3} \quad (\text{MPa}) \quad (6.27)$$

$$E_c = 21500 \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{1/3} \quad (6.28)$$

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 \text{ MPa} \quad (6.29)$$

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_c}$$

$$E_s = 200 \text{ GPa}$$

7 - ENSAIOS DE VIGAS

Os ensaios foram realizados no laboratório do Departamento de Engenharia de Estruturas, com a coordenação do Professor T. Takeya, sendo os resultados aproveitados para a realização deste trabalho. Consistem em submeter uma viga em concreto armado à flexão, através da aplicação de duas forças eqüidistantes dos apoios. O carregamento é aplicado gradualmente até a viga atingir a ruína. Em cada incremento de carga são medidas as deformações, na armadura e no concreto, e os deslocamentos ocorridos. As deformações são medidas através de extensômetros elétricos (EE). Para a determinação dos deslocamentos, são utilizados transdutores de deslocamentos (TD), conforme fig. 7.1.

As seis vigas ensaiadas apresentavam diferentes armaduras de flexão e foram divididas em três grupos distintos, conforme o número de barras: 3 ϕ 10, 5 ϕ 10 e 7 ϕ 10.

Na determinação da posição da linha neutra e do momento de inércia, foi considerado $\alpha_e = E_s/E_c$. O carregamento foi de curta duração e aplicado aos 28 dias. Ensaaiaram-se duas vigas de cada grupo e por apresentarem resultados muito próximos, adotou-se a média aritmética entre eles. A resistência do concreto estimada era de 25 MPa mas, nos ensaios realizados em corpos-de-prova, a resistência alcançada foi de 23,93 MPa. Portanto, a resistência utilizada nos cálculos foi a encontrada experimentalmente. Por se tratar de carregamento de curta duração, foi considerada uma tensão de cálculo igual a

f_c , em vez de $0,85 f_c$. Conforme dito anteriormente, foram colocados extensômetros elétricos em todas as barras de aço, determinando-se assim a deformação ocorrida em cada barra. Com isto, foram obtidas várias curvas forças x deformações para cada viga ensaiada. Neste caso, também foi utilizado o critério da média entre as deformações. Assim, cada caso considerado apresenta apenas uma curva $F \times \epsilon_s$. Para as deformações no concreto, também foi utilizado o mesmo critério.

Para as flechas, foram considerados os valores registrados pelo transdutor de deslocamentos localizado no meio do vão, conforme fig. 7.1.

7.1 - ESQUEMA DO ENSAIO

O esquema de ensaio encontra-se indicado na figura 7.1.

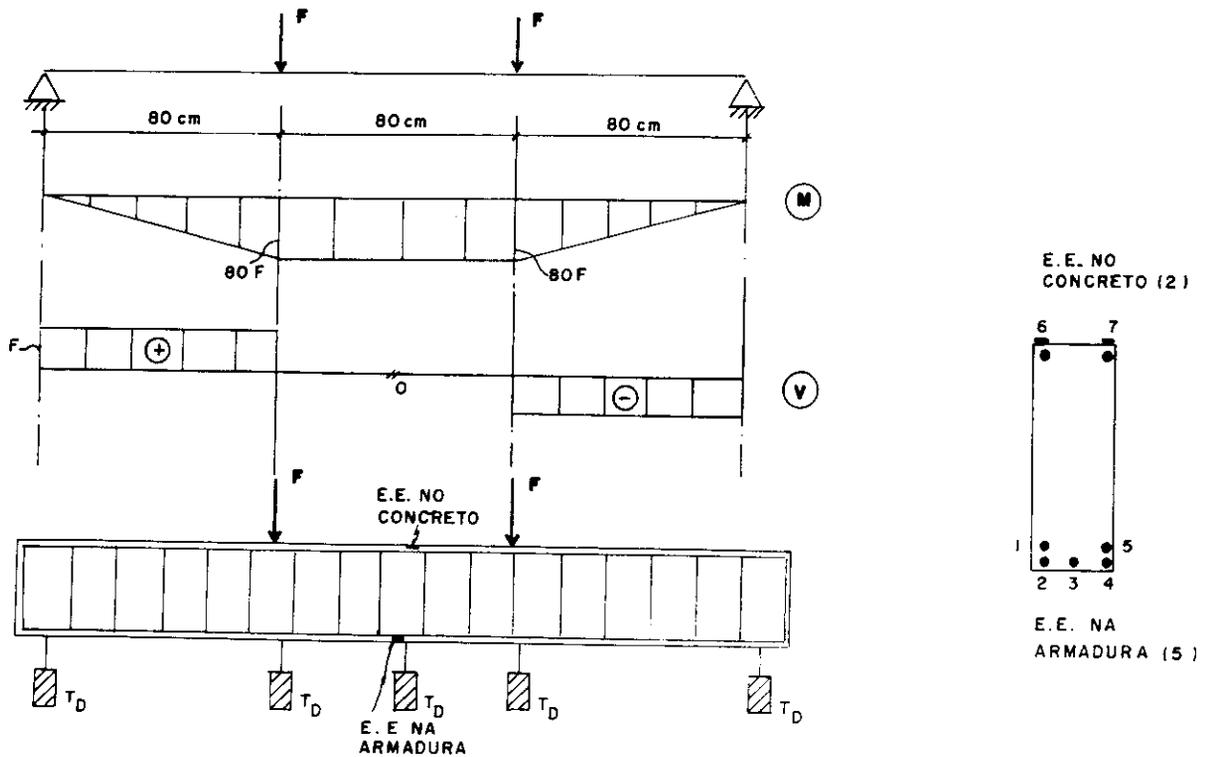


FIG. 7.1 - ESQUEMA DO ENSAIO

7.2 - DADOS INICIAIS

Em todas as vigas foram utilizados:

aço CA - 50 A

concreto: traço em peso 1: 2,42: 4,03; $a/c = 0,50$

consumo de cimento = 310 kg/m^3

$f_{c,j,est} = 25 \text{ MPa}$

$j = 28 \text{ dias}$

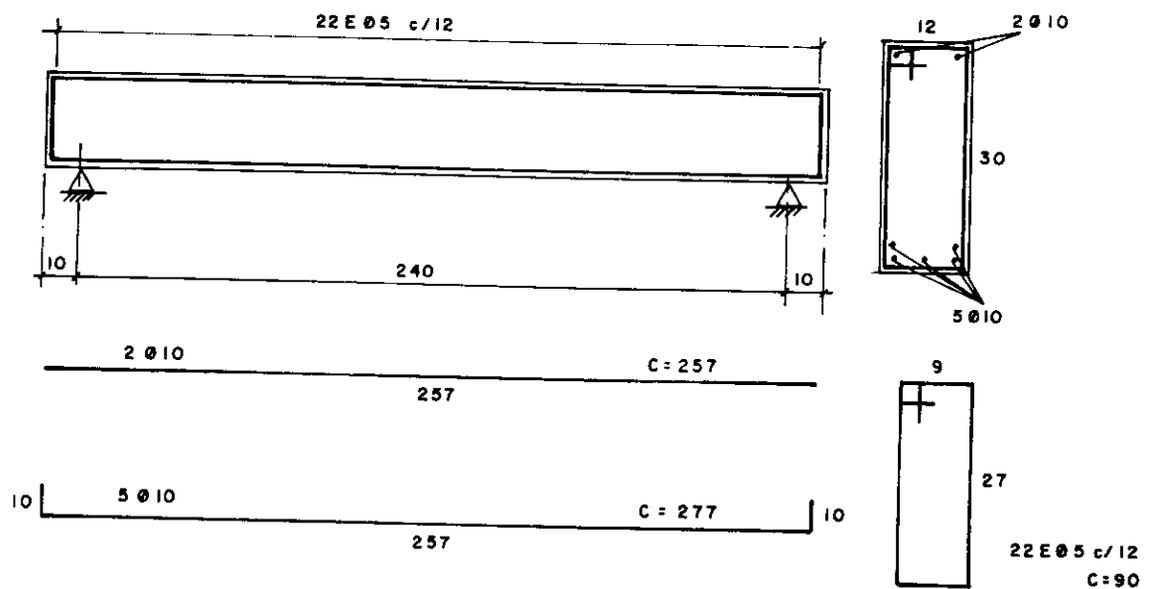


FIG. 7.2 - VIGA EM CONCRETO ARMADO

As vigas apresentavam 260 cm de comprimento com seção transversal de 12 cm x 30 cm, conforme fig. 7.2.

7.3 - DIMENSIONAMENTO DO MODELO

Aplicando as equações de equilíbrio para o dimensionamento do modelo, segundo esquema da figura 7.3, tem-se:

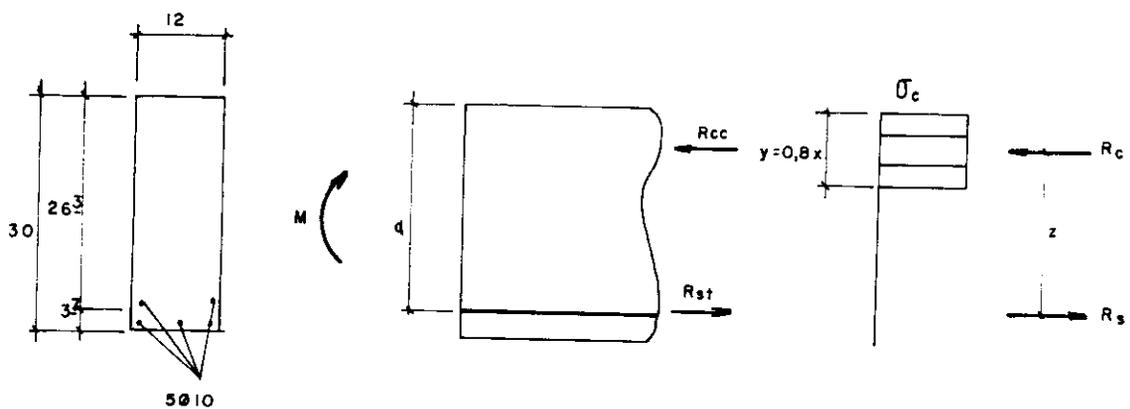


FIG. 7.3 - DIMENSIONAMENTO DO MODELO

$$R_c = R_s$$

$$R_c = 0.8 \cdot x \cdot b \cdot \sigma_c \quad (7.1)$$

$$R_s = \sigma_s \cdot A_s \quad (7.2)$$

Fazendo $\beta_x = \frac{x}{d}$, tem-se a resultante do concreto à compressão:

$$R_c = 0,8 \cdot \beta_x \cdot b \cdot d \cdot \sigma_c \quad (7.3)$$

A segunda equação de equilíbrio fornece:

$$M = R_c \cdot z = R_s \cdot z \quad (7.4)$$

Substituindo-se na equação (7.4) os valores dados pelas expressões (7.2) e (7.3), obtém-se a expressão para cálculo da área de aço, A_s :

$$A_s = \frac{0,8 \cdot \beta_x \cdot b \cdot d \cdot \sigma_c}{\sigma_s} \quad (7.5)$$

Considerando-se a deformação específica do concreto igual a 0,35% e a deformação característica de escoamento do aço igual a relação entre a resistência característica de escoamento e o módulo de deformação longitudinal, tem-se:

$$\epsilon_{yk} = \frac{f_{yk}}{E_s} = \frac{500}{210} \cdot 10^{-3} = 2,381 \cdot 10^{-3}$$

$$\beta_x = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_c + \epsilon_{yk}} = 0,595$$

Logo, com $\sigma_c = 25$ MPa, $f_{yk} = 500$ MPa e a equação (7.5) determina-se:

$$A_s = 7,51 \text{ cm}^2$$

Para armaduras menores do que a calculada, tem-se seção subarmada, o que ocorre nos três casos considerados, em que A_s vale respectivamente $2,4 \text{ cm}^2$, $4,0 \text{ cm}^2$ e $5,6 \text{ cm}^2$.

7.4 - CÁLCULO DO MOMENTO FLETOR DE RUÍNA M_{U0}

Será determinado o momento de ruína de uma viga em concreto armado com seção retangular e armada com $5 \phi 10$ (fig. 7.4).

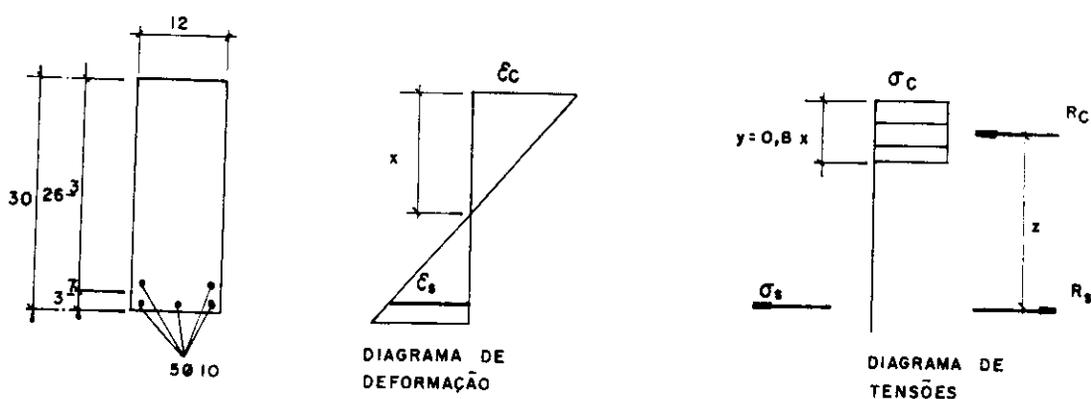


FIG. 7.4 - CÁLCULO DO MOMENTO DE RUÍNA

A altura útil para a viga considerada é de 26,3 cm e a distância da fibra mais tracionada ao centro de gravidade da armadura é de 3,7 cm, conforme figura 7.4. Considera-se que a peça está trabalhando no estágio III, domínio III, ou seja, deformação específica no concreto igual a 0,35% e deformação no aço localizada no patamar de escoamento, $\epsilon_y < \epsilon_s < 10\%$. Considerando a resistência do concreto à compressão igual a 23,93 MPa e a resistência de escoamento do aço igual a 500 MPa, tem-se:

Equações de equilíbrio:

$$R_c = R_s \quad (7.6)$$

$$R_c = b \cdot y \cdot \sigma_c \quad (7.7)$$

$$R_s = \sigma_s \cdot A_s \quad (7.8)$$

Levando as equações (7.7) e (7.8) em (7.6), obtém-se a altura do diagrama retangular, figura 7.4.

$$y = \frac{A_s \cdot \sigma_s}{b \cdot \sigma_c} = 6,97 \text{ cm}$$

O braço de alavanca, z, é dado por:

$$z = d - \frac{y}{2} = 22,82 \text{ cm}$$

Logo, o momento de ruína (M_u) é dado por:

$$M_u = R_c \cdot z = R_s \cdot z = 4564 \text{ kNcm}$$

Portanto:

$$F_u = \frac{3M_u}{l} = 57,05 \text{ kN}$$

Analogamente, para os outros dois casos considerados,

3 ϕ 10 e 7 ϕ 10, determinou-se o momento de ruína, igual a 3049,20 kNcm e 5616,80 kNcm, respectivamente.

7.5 - CÁLCULO DO MOMENTO FLETOR DE FISSURAÇÃO (M_r)

O momento de fissuração, M_r , corresponde à primeira fissura da peça. Portanto o cálculo é baseado nas hipóteses do estágio Ia. Logicamente o cálculo deste momento obedece critérios específicos de cada norma; ver item 6.5.

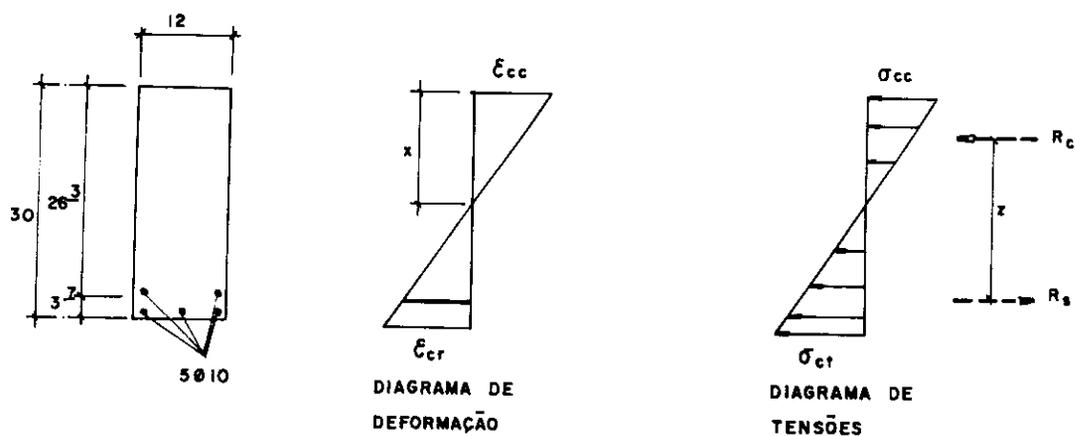


FIG. 7.5 - CÁLCULO DO MOMENTO DE FISSURAÇÃO

a) Momento fletor de fissuração segundo a
NBR 7197/89

Considerando a área de aço igual a 4 cm^2 , $5 \phi 10$, sendo módulo de deformação do concreto na origem 32286 MPa e o módulo de deformação longitudinal do aço 210 GPa , item 6.5.1, tem-se:

$$f_{cK} = 23,93 \text{ MPa}$$

$$f_{ctK} = 2,14 \text{ MPa}$$

$$f_{ctM} = 3,2 \text{ MPa}$$

$$E_c = 6600 \cdot (f_c)^{1/2} = 32286 \text{ MPa}$$

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_c} = 6,50$$

A posição da linha neutra pode ser determinada em função das características geométricas da seção transversal. Fazendo o momento estático da seção homogeneizada, em relação à linha neutra, igual a zero, conforme item 6.3.1, obtém-se:

$$x_1 = 15,76 \text{ cm}$$

Conhecendo-se a posição da linha neutra, calcula-se o momento de inércia da seção homogeneizada, item 6.3.2:

$$I_1 = 30097 \text{ cm}^4$$

Portanto, o momento de fissuração segundo o item 6.5.2 é dado por:

$$M_r = 676,34 \text{ kNcm}$$

Logo:

$$F_r = \frac{3M_r}{\ell} = 8,46 \text{ kN}$$

Para os outros dois casos considerados, $3\phi 10$ e $7\phi 10$, o momento de fissuração determinado foi igual a 648,40 kNcm e 687,82 kNcm, respectivamente.

b) Momento fletor de fissuração segundo o CEB-90

Adotando as considerações necessárias e com base no item 6.5.2, determina-se:

$$f_{ctm} = 2,51 \text{ MPa}$$

$$E_c = 31660 \text{ MPa}$$

$$f_{cm} = 31,93 \text{ MPa}$$

$$\alpha_e = 6,32$$

Portanto, o momento de fissuração é dado por:

$$M_r = 528,33 \text{ kNcm}$$

Logo, a força correspondente ao momento de fissuração é de 6,60 kN.

Analogamente, determinou-se o momento de fissuração, 507,10 kNcm e 536,83 kNcm, para os outros dois casos considerados, respectivamente.

7.6 - TENSÕES E DEFORMAÇÕES

Determinada a posição da linha neutra e o momento de inércia da seção transversal em relação a ela, calcula-se a tensão em qualquer ponto da seção, item 6.3.3. Admitindo-se a validade da Lei de Hooke para ambos os materiais, tem-se as deformações.

Na determinação das tensões e das deformações, os incrementos de carga utilizados são os mesmos registrados em laboratório e a seção considerada no cálculo está localizada no meio do vão (tabelas 7.1 a 7.3).

a) Tensões e deformações segundo a NBR 7197/89

Conforme determinado anteriormente, até a força alcançar o valor de 8,46 kN, a peça encontra-se no estágio I. De acordo com os itens 6.3.3 e 6.3.4 e considerando os cálculos anteriores, tem-se:

$$M = 80F$$

$$\alpha_e = 6,50$$

$$I_1 = 30097 \text{ cm}^4$$

$$x_1 = 15,76 \text{ cm}$$

$$E_c = 32286 \text{ MPa}$$

Tensões e deformações segundo a NBR 7197/89, considerando a peça trabalhando no estágio I:

$$\sigma_c = \frac{M}{30097} (15,76) \quad \longrightarrow \quad \varepsilon_c = \frac{\sigma_c}{32286 \times 10^2}$$

$$\sigma_s = \frac{M}{30097} (10,54) \quad \longrightarrow \quad \varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{32286 \times 10^2}$$

Com a força ultrapassando o valor de 8,46 kN, ocorre fissuração e adota-se a hipótese de resistência do concreto à tração ser nula, estágio II. Conforme os itens 6.4.1 e 6.4.2, determina-se a posição da linha neutra e o momento de inércia. O módulo de deformação do concreto é tomado como sendo o secante.

$$E_c^* = 29057 \text{ MPa}$$

$$x_2 = 9,10 \text{ cm}$$

$$I_2 = 11570 \text{ cm}^4$$

$$E_s = 210 \text{ GPa}$$

$$\alpha_e = 7,23$$

$$M = 80F$$

Conforme os itens 6.3.3 e 6.3.4 e considerando os cálculos anteriores, determinam-se as tensões e as deformações, no concreto e no aço, estágio II.

$$\sigma_c = \frac{M \cdot (9,10)}{11570} \quad \longrightarrow \quad \varepsilon_c = \frac{\sigma_c}{29057 \times 10^2}$$

$$\sigma_s = \frac{M}{11570} (17,20) \cdot 7,23 \quad \longrightarrow \quad \varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{210000 \times 10^2}$$

b) Tensões e deformações segundo o CEB-90

Conforme mencionado anteriormente, tem-se estágio I para forças com valores inferiores a 6,60 kN. Segundo os itens 6.3.3 e 6.3.4, tem-se:

$$E_c = 31660 \text{ MPa}$$

$$x_1 = 15,74 \text{ cm}$$

$$I_1 = 30016 \text{ cm}^4$$

$$\alpha_e = 6,32$$

$$M = 80F$$

Tensões e deformações no concreto e no aço considerando estágio I:

$$\sigma_c = \frac{M}{30016} (15,74) \longrightarrow \epsilon_c = \frac{\sigma_c}{31660 \times 10^2}$$

$$\sigma_s = \frac{M}{30016} (10,56) \longrightarrow \epsilon_s = \frac{\sigma_s}{31660 \times 10^2}$$

Para forças com intensidade maior que 6,60 kN, a peça encontra-se no estágio II. O módulo de deformação do concreto considerado é o secante.

$$E_c^* = 26911 \text{ MPa}$$

$$I_2 = 11805 \text{ cm}^4$$

$$x_2 = 9,20 \text{ cm}$$

$$\alpha_e = 7,43$$

$$M = 80F$$

Tensões e deformações no concreto e no aço

considerando a peça trabalhando no estágio II.

$$\sigma_c = \frac{M}{11805} (9,20) \longrightarrow \epsilon_c = \frac{\sigma_c}{26911 \times 10^2}$$

$$\sigma_s = \frac{M}{11805} (17,10) \cdot 7,43 \longrightarrow \epsilon_s = \frac{\sigma_s}{200000 \times 10^2}$$

7.7 - FLECHA NO MEIO DO VÃO

Na determinação das flechas, os incrementos de carga utilizados são os mesmos registrados em laboratório e a seção considerada no cálculo está localizada no meio do vão, tabelas 7.4 a 7.6.

Conforme esquema de ensaio, figura 7.1, as vigas ensaiadas foram submetidas a duas forças concentradas aplicadas equidistantes dos apoios. Para este caso, a flecha elástica máxima é dada pela equação (NASH, 1977):

$$a = \frac{23 \cdot F \cdot l^3}{648 \cdot E_c \cdot I_1} \quad (7.9)$$

a - flecha localizada no meio do vão;

F - força aplicada;

l - vão da viga;

E_c - módulo de deformação do concreto na origem;

I_1 - momento de inércia, estágio I.

Continuando a aplicação do carregamento, o concreto deixa de resistir à tração, estágio II. Logo, o momento

de inércia a ser considerado é o momento de inércia equivalente, o módulo de deformação do concreto é o módulo secante e a flecha no meio do vão é dada por:

$$a = \frac{23 \cdot F \cdot l^3}{648 \cdot E_c^* \cdot I_e} \quad (7.10)$$

E_c^* - módulo de deformação secante do concreto;

I_e - momento de inércia equivalente, dado pela fórmula de Branson:

$$I_e = \left[\frac{M_r}{M} \right]^3 \cdot I_1 + \left[1 - \left[\frac{M_r}{M} \right]^3 \right] \cdot I_2 \leq I_1 \quad (7.11)$$

M_r - momento de fissuração;

$M = 80F$

I_1 - momento de inércia, estágio I;

I_2 - momento de inércia, estágio II;

a) Flecha segundo a NBR 7197/89

Considerando a viga no estágio I e a força aplicada menor que 8,46 kN, tem-se:

$M = 80F$

$I_1 = 30097 \text{ cm}^4$

$E_c = 32286 \text{ MPa}$

Com base na equação 7.9, obtém-se os deslocamentos para cada incremento de carga: tabelas 7.4 a 7.6.

Estando a viga trabalhando no estágio II e considerando as equações 7.10 e 7.11, determinam-se as flechas: tabelas 7.4 a 7.6.

Conforme os cálculos anteriores, tem-se:

$$M = 80F$$

$$M_r = 676,34 \text{ kNcm}$$

$$E_c^* = 29058 \text{ MPa}$$

b) Flecha segundo o CEB/90

Para forças com valores inferiores a 6,60 kN, estágio I, módulo de deformação do concreto na origem e considerando os cálculos anteriores, tem-se:

$$F < 6,60 \text{ kN}$$

$$M = 80F$$

$$I_1 = 30016 \text{ cm}^4$$

$$E_c = 31660 \text{ MPa}$$

Estando a viga trabalhando no estágio II e considerando as equações 7.10 e 7.11, determinam-se as flechas, tabelas 7.4 a 7.6.

$$F > 6,60 \text{ kN}$$

$$M = 80 F$$

$$M_r = 528,33 \text{ kNcm}$$

$$I_1 = 30016 \text{ cm}^4$$

$$I_2 = 11805 \text{ cm}^4$$

$$E_c = 31660 \text{ MPa}$$

$$E_c^* = 26911 \text{ MPa}$$

7.8 - RESULTADOS OBTIDOS

As tabelas 7.1 a 7.3 apresentam os valores obtidos das deformações, no concreto e no aço, correspondentes aos ensaios realizados e aos calculados.

Analogamente, as tabelas 7.4 a 7.6 apresentam os valores das flechas.

Com base nos resultados expressos nas tabelas, determinaram-se os diagramas $F \times \epsilon_c$, $F \times \epsilon_s$ e $F \times a$ que se encontram após a apresentação de cada tabela, respectivamente.

Em cada diagrama encontram-se três curvas. A curva experimental foi obtida com os resultados de laboratório, as teóricas referem-se aos valores encontrados segundo a NBR 7197/89 e, analogamente, tem-se a curva referente ao CEB/90.

É importante ressaltar que os valores experimentais, expressos em todas as tabelas, foram obtidos através da média aritmética dos valores encontrados nos ensaios. Isto se deve ao fato de terem sido ensaiadas duas vigas de cada grupo e obtidos valores muito próximos. Quanto aos valores teóricos, a resistência do concreto utilizada foi a encontrada experimentalmente e não a estimada.

TABELA 7.1. - FORÇAS X DEFORMAÇÕES : 3 Φ 10

FORÇA (kN)	DEFORMAÇÕES-CONCRETO $\epsilon_c (\mu)$			DEFORMAÇÕES - AÇO $\epsilon_s (\mu)$		
	NBR	EXP.	CEB	NBR	EXP.	CEB
2,20	26,22	45,50	26,79	20,24	27,67	20,70
4,00	52,44	93,25	53,55	40,48	58,33	41,40
6,00	78,65	152,00	80,33	60,71	125,50	62,10
8,00	104,71	240,00	207,15	80,95	223,67	534,47
10,00	246,69	311,50	258,94	685,10	364,00	668,08
12,00	296,03	381,50	310,73	822,11	520,33	801,70
14,00	345,37	438,50	362,52	959,13	678,83	935,32
16,00	394,71	503,25	414,31	1096,14	920,33	1068,94
18,00	444,05	569,50	466,10	1233,16	973,50	1202,55
19,95	492,15	631,75	516,59	1366,75	1141,17	1332,83
22,47	554,32	669,50	581,84	1539,40	1425,33	1501,19
24,95	615,49	771,75	646,06	1709,30	1520,67	1666,87
27,53	679,14	021,50	712,86	1886,05	1801,67	1839,24
30,00	740,07	105,00	776,82	2055,27	1912,83	2004,25
32,53	802,86	189,50	842,33	2228,60	2184,67	2173,28
35,00	863,42	285,00	906,29	2397,81	2318,83	2338,30
37,47	924,35	388,00	970,25	2567,03	2516,67	2503,31

$\mu = 10^{-6}$

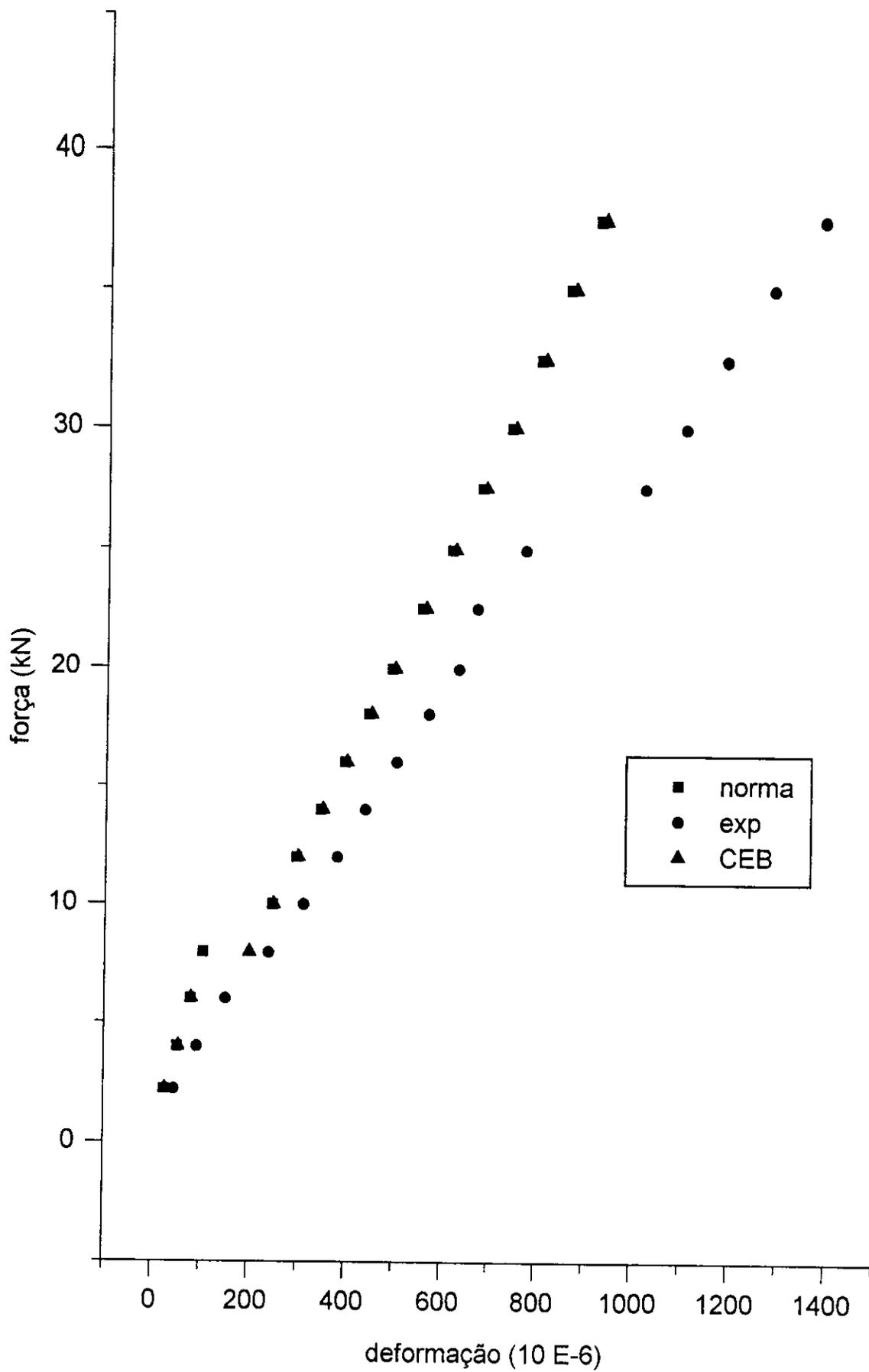


FIG. 7.6 - Diagrama $F \times \epsilon_c$ - 3φ10 mm

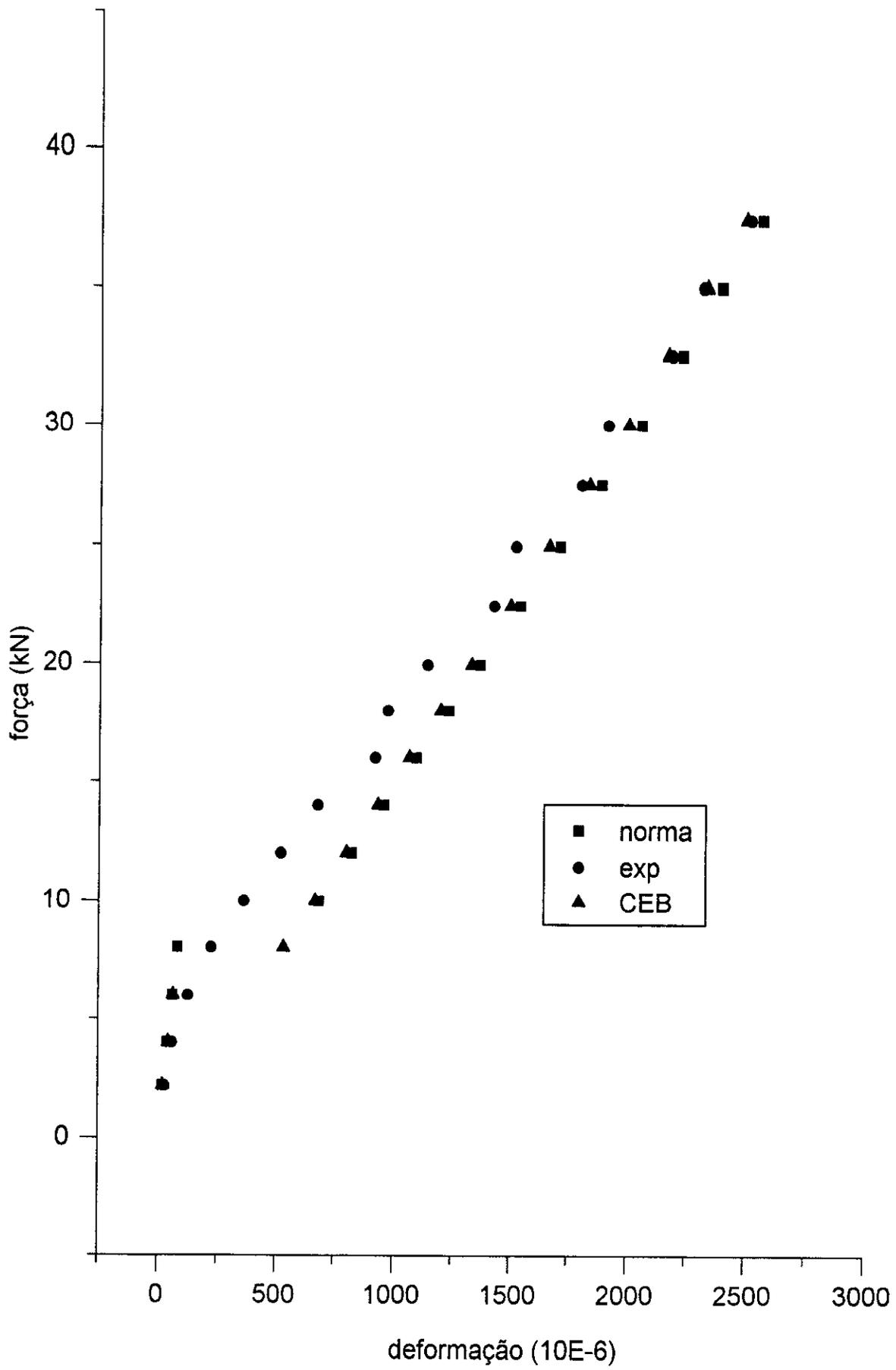


FIG.7.7 - Diagrama de $F \times \epsilon_s$ - 3φ10 mm

TABELA 7.2. - FORÇAS X DEFORMAÇÕES : 5 Φ 10

FORÇA (kN)	DEFORMAÇÕES - CONCRETO $\epsilon_c (\mu)$			DEFORMAÇÕES - AÇO $\epsilon_s (\mu)$		
	NBR	EXP.	CEB	NBR	EXP.	CEB
4,95	64,22	44,25	65,59	42,95	47,60	44,00
7,47	96,92	71,00	155,71	64,82	91,10	316,51
12,42	268,95	127,50	258,89	508,64	227,40	526,25
15,00	324,82	211,00	312,66	614,18	431,10	635,30
19,95	432,00	335,75	415,84	816,86	772,40	845,30
24,95	540,28	453,50	520,06	1021,59	1041,80	1057,52
30,00	649,63	524,50	625,32	1228,36	1262,20	1271,12
34,95	756,82	704,00	728,50	1431,04	1565,80	1480,86
40,00	866,18	838,50	833,76	1637,81	1620,50	1694,83
45,00	974,45	991,75	937,98	1842,54	2101,90	1694,83
49,95	1081,64	1222,75	1041,16	2045,22	2385,00	2116,42
54,89	1188,61	2033,00	1144,13	2247,49	2527,00	2325,74

$$\mu = 10^{-6}$$

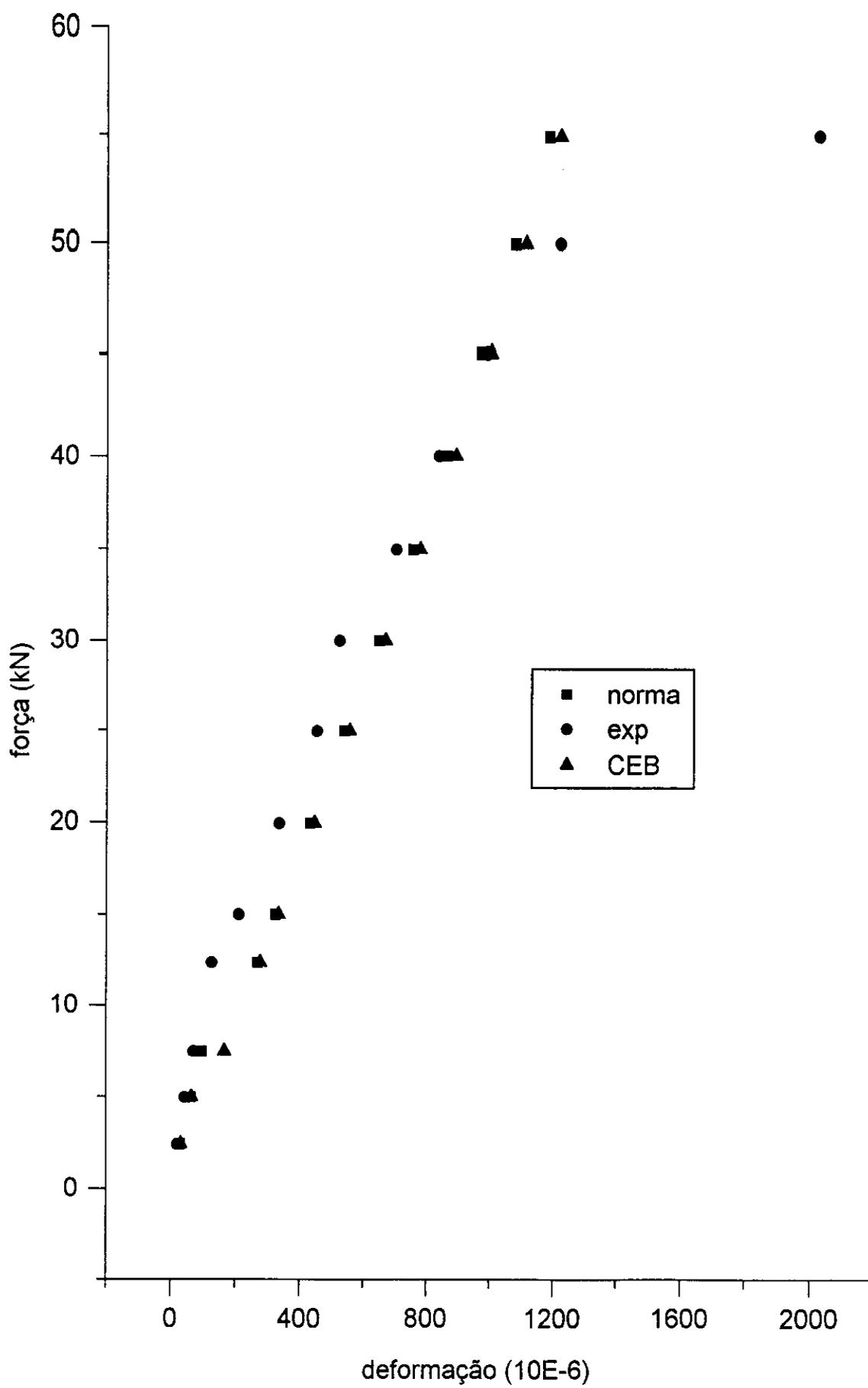


FIG. 7.8 - Diagrama $F \times \epsilon_c - 5\phi 10 \text{ mm}$

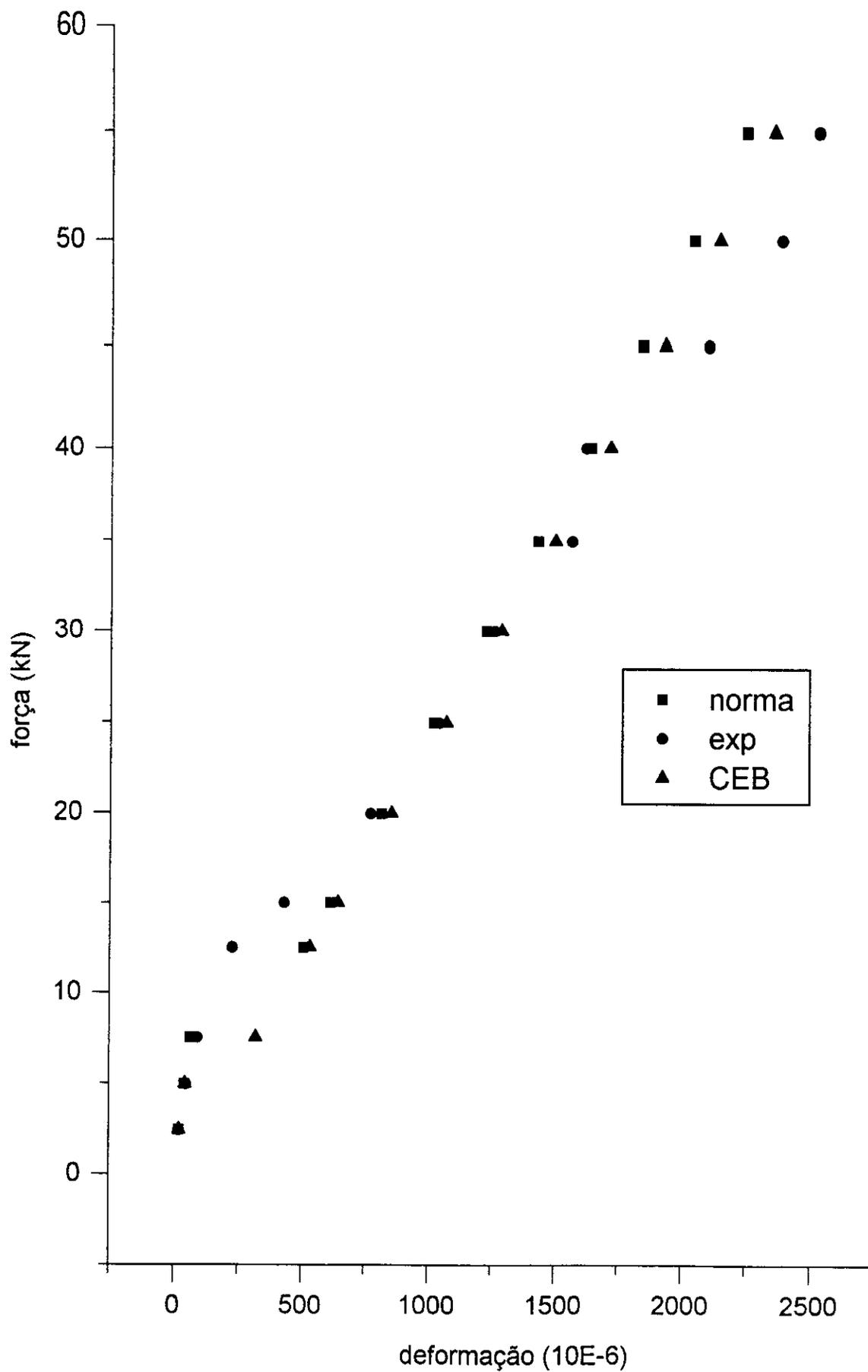


FIG. 7.9 - Diagrama $F \times \varepsilon_s - 5\phi 10 \text{ mm}$

TABELA 7.3 - FORÇAS X DEFORMAÇÕES : 7φ10

FORÇA (kN)	DEFORMAÇÕES - CONCRETO $\epsilon_c (\mu)$			DEFORMAÇÕES - AÇO $\epsilon_s (\mu)$		
	NBR	EXP.	CEB	NBR	EXP.	CEB
2,16	28,53	17,00	29,12	14,78	16,50	15,14
3,95	52,17	32,75	53,26	27,03	33,21	27,69
6,00	79,51	51,50	80,90	41,05	57,36	42,06
7,95	105,01	75,25	192,95	54,39	112,00	273,90
9,95	224,39	102,75	240,24	325,96	185,50	342,80
12,00	270,63	133,25	289,74	393,11	265,64	413,43
13,95	314,60	169,50	336,82	457,00	353,21	480,61
16,00	360,84	210,75	386,32	524,15	445,14	551,24
18,00	405,94	252,25	434,61	589,67	529,93	620,15
20,00	451,04	298,50	482,90	655,19	621,86	689,05
22,00	496,15	345,50	531,19	720,71	713,86	757,96
25,00	563,80	404,25	603,63	818,99	833,43	861,32
30,00	676,57	509,75	724,35	982,79	1048,50	1033,58
35,00	789,33	618,50	845,08	1146,58	1257,21	1205,84
39,95	900,96	734,75	964,59	1308,74	1461,57	1376,38
45,00	1014,85	852,50	1086,53	1474,18	1665,71	1550,37
50,00	1127,61	980,00	1207,25	1637,98	1871,07	1722,63
55,00	1240,37	1119,50	1327,98	1801,77	2081,00	1894,90

$\mu = 10^{-6}$

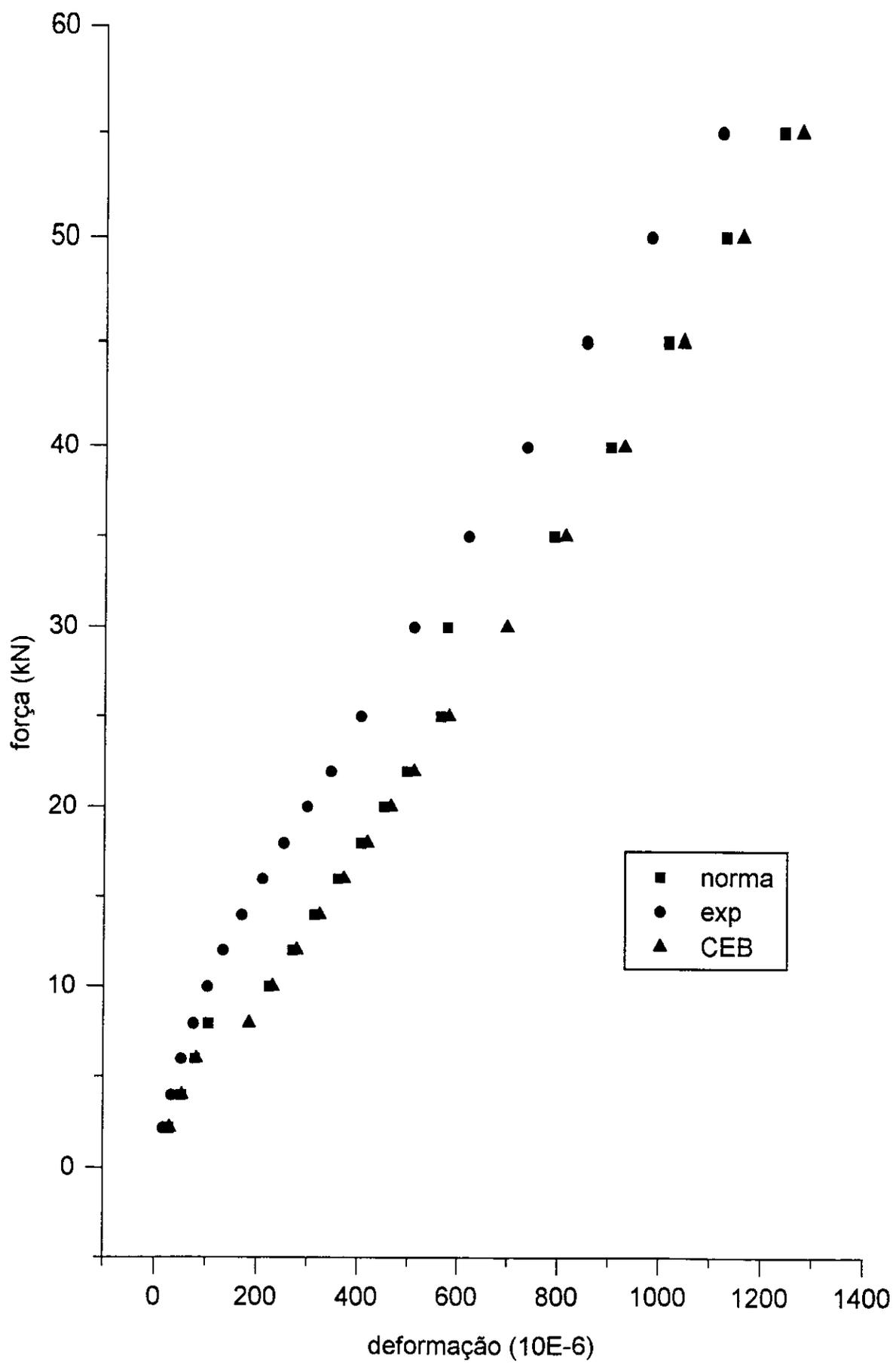


FIG. 7.10 - Diagrama $F \times \epsilon_c$ - 7φ10 mm

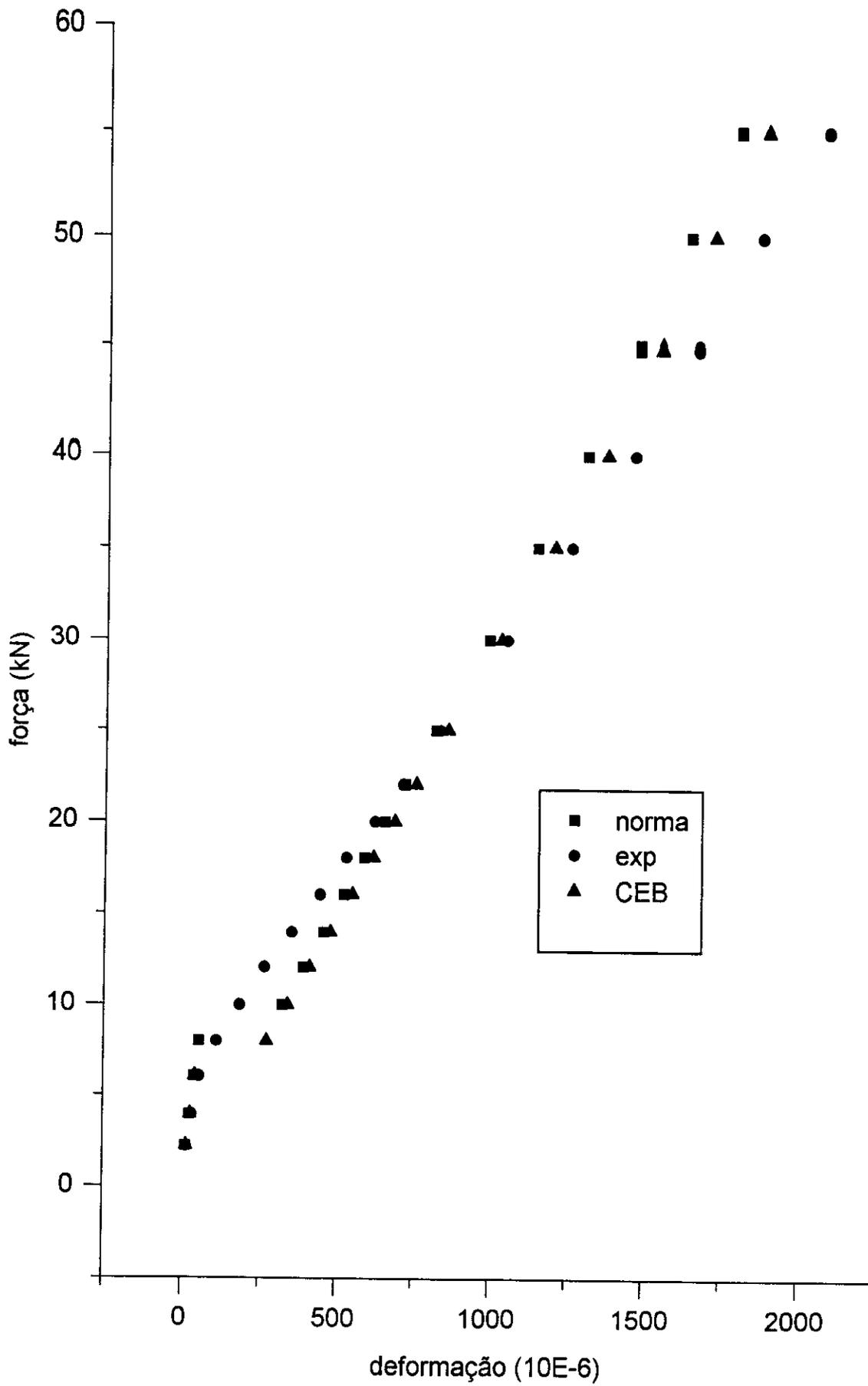


FIG. 7.11 - Diagrama $F \times \epsilon_s$ - 7φ10 mm

TABELA 7.4 - FORÇAS X DESLOCAMENTOS : 3 Φ 10

FORÇA (kN)	EXPERIMENTAL (mm)	NBR 7197/89 (mm)	CEB - 90 (mm)
2,20	0,11	0,11	0,11
4,00	0,26	0,21	0,21
8,00	0,51	0,41	0,77
10,00	0,82	0,87	1,30
12,00	1,22	1,37	1,85
14,00	1,71	1,91	2,38
16,00	2,15	2,45	2,89
18,00	2,72	2,98	3,38
20,00	3,18	3,49	3,85
22,50	3,75	4,10	4,42
25,00	4,36	4,69	4,98
27,50	5,05	5,26	5,53
30,00	5,62	5,82	6,07
32,50	6,34	6,37	6,61
35,00	7,00	6,91	7,14
37,50	7,73	7,45	7,67

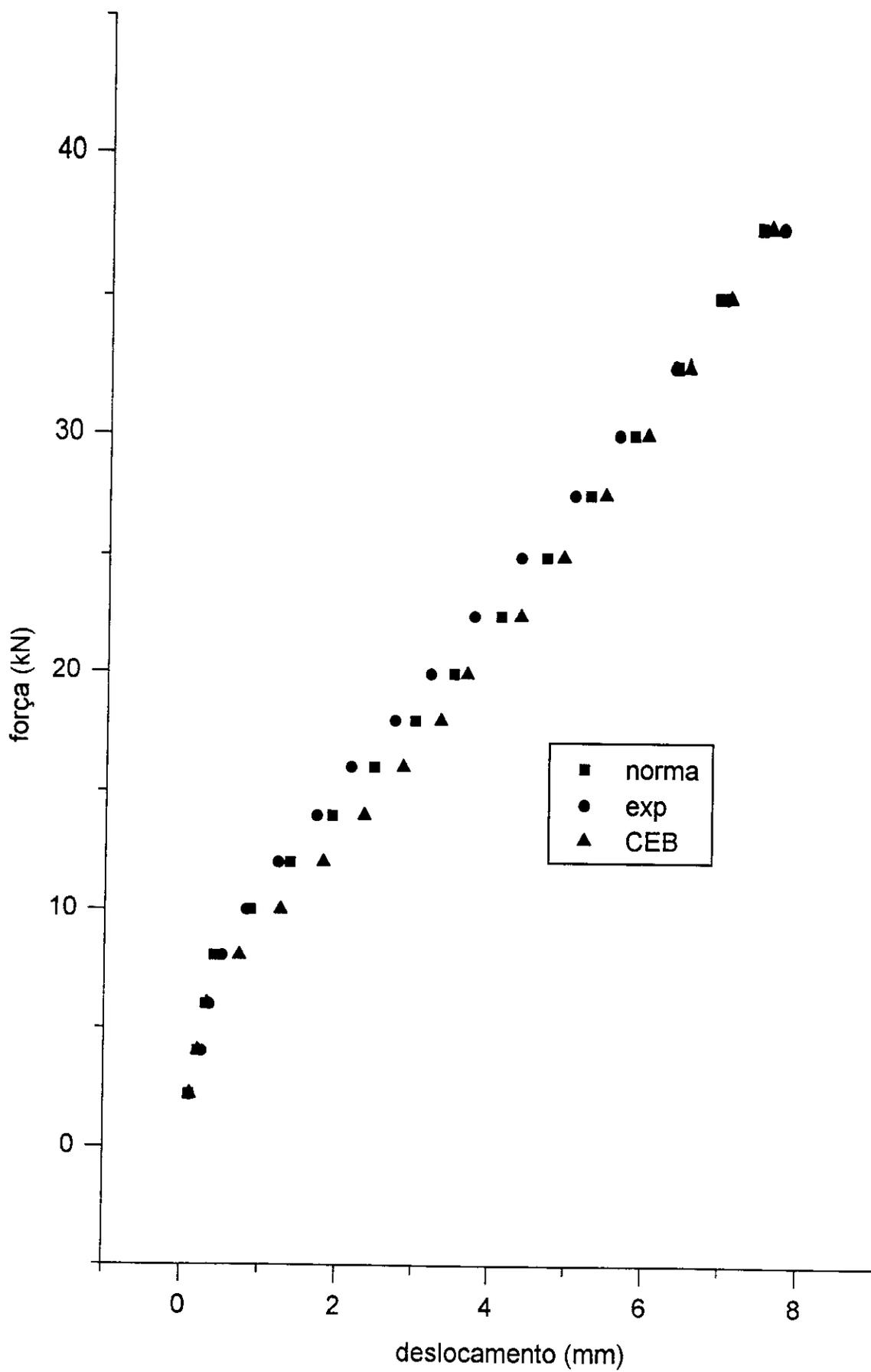


FIG.7.12 - Diagrama Forças x Deslocamentos - 3φ10 mm

TABELA 7.5 - FORÇAS X DESLOCAMENTOS: 5 Φ 10

FORÇA (kN)	EXPERIMENTAL (mm)	NBR 7197/89 (mm)	CEB - 90 (mm)
2,42	0,10	0,12	0,18
4,95	0,37	0,25	0,26
7,47	0,58	0,38	0,56
12,42	0,83	1,20	1,56
15,00	1,20	1,70	2,05
19,95	1,85	2,60	2,92
24,95	2,65	3,43	3,75
30,00	3,00	4,23	4,56
34,95	3,95	4,99	5,34
40,00	5,02	5,75	6,13
45,00	6,04	6,50	6,92
49,95	7,30	7,23	7,69
54,89	8,15	7,96	8,45

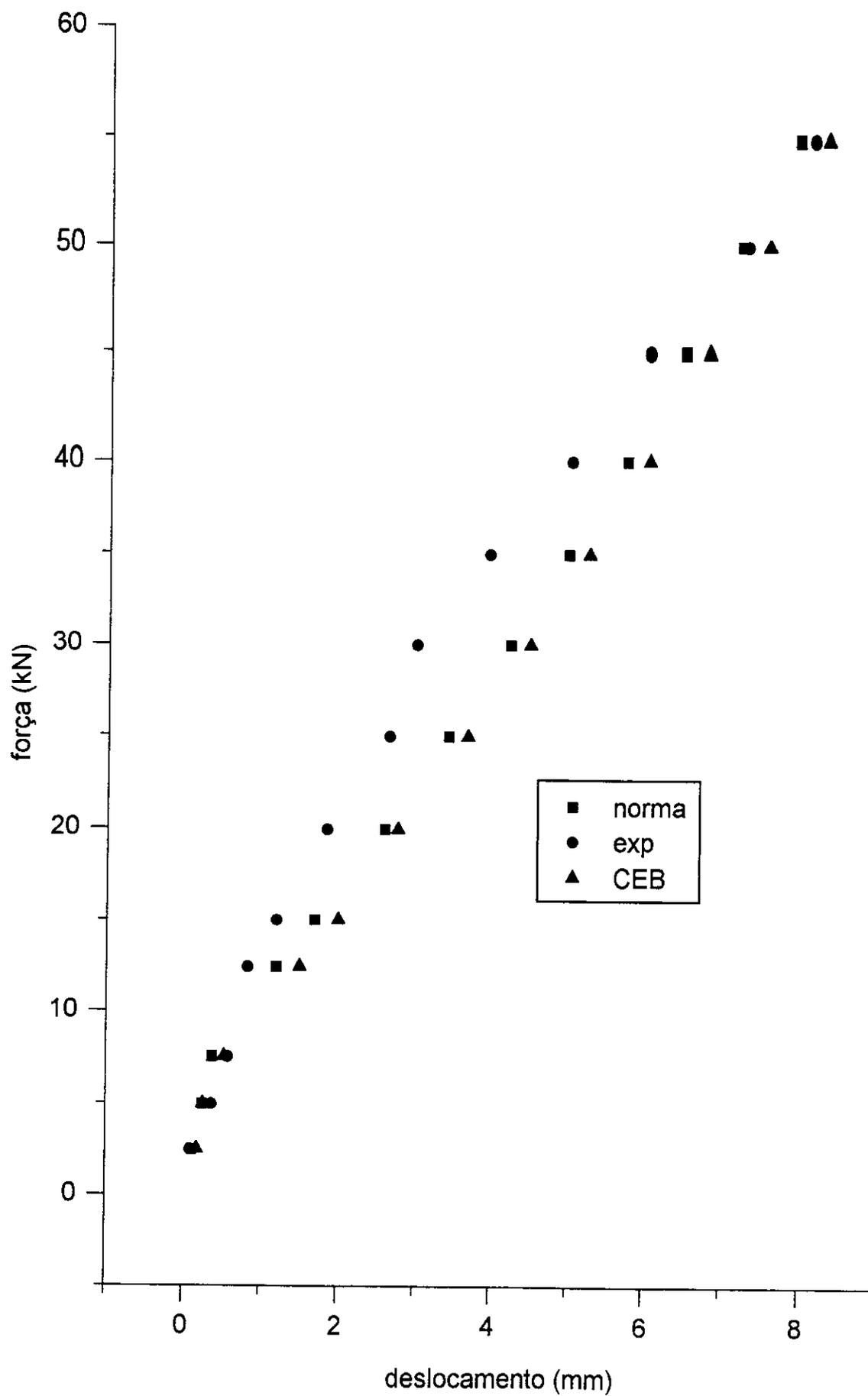


FIG. 7.13 - Diagrama Forças x Deslocamentos - 5φ10 mm

TABELA 7.6 - FORÇAS X DESLOCAMENTOS : 7 Φ 10

FORÇA (kN)	EXPERIMENTAL (mm)	NBR 7197/89 (mm)	CEB - 90 (mm)
2,16	0,29	0,11	0,11
3,95	0,40	0,20	0,21
6,00	0,48	0,31	0,31
7,95	0,63	0,41	0,66
9,95	0,79	0,75	1,06
12,00	0,89	1,13	1,46
13,95	1,03	1,49	1,82
16,00	1,28	1,86	2,18
18,00	1,54	2,21	2,52
20,00	1,82	2,55	2,79
25,00	2,31	3,34	3,58
30,00	3,23	4,10	4,34
35,00	3,92	4,84	5,09
39,95	4,65	5,56	5,83
45,00	5,29	6,29	6,58
50,00	6,12	7,01	7,32
55,00	7,10	7,72	8,06

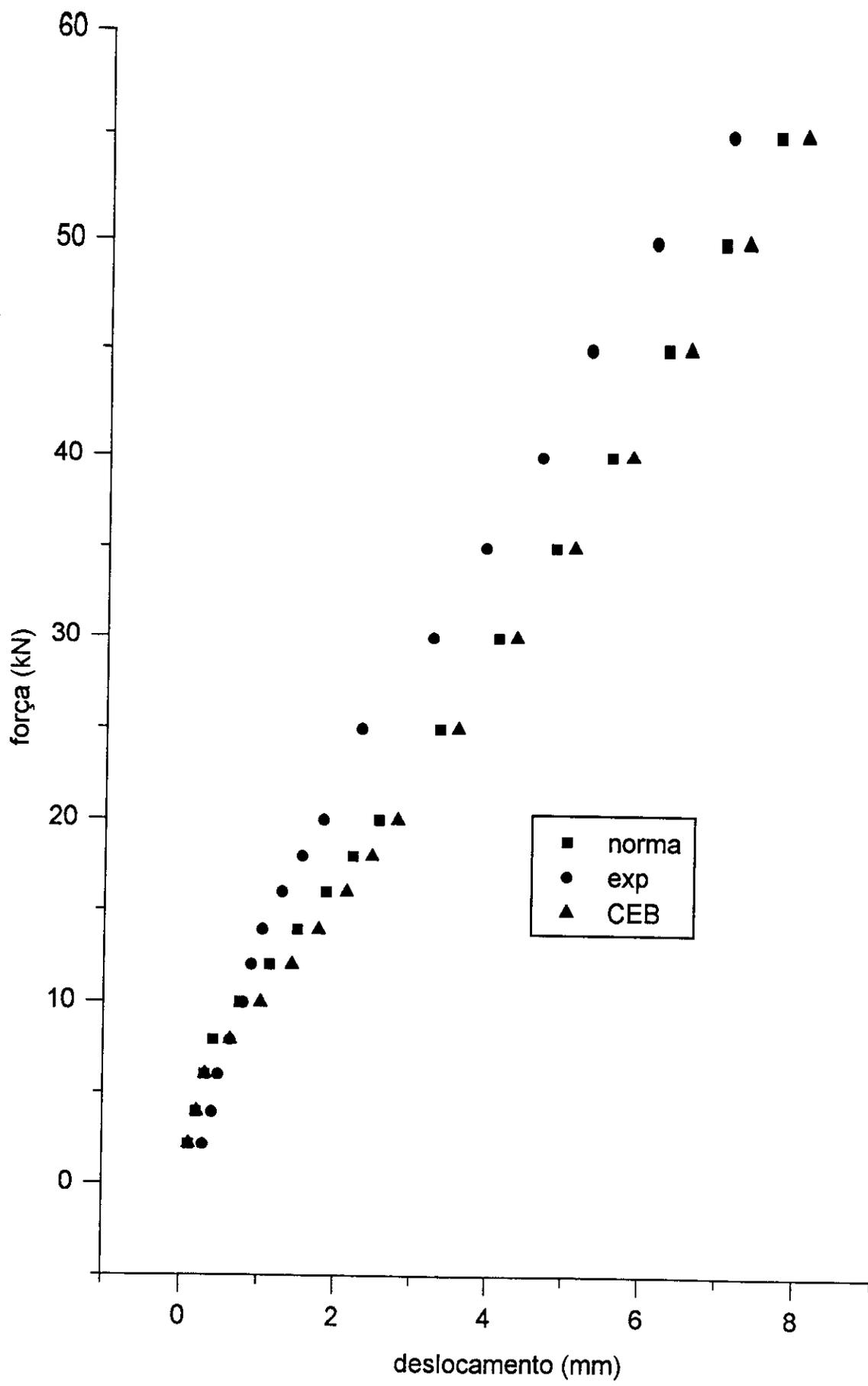


FIG. 7.14 - Diagrama Forças x Deslocamentos - 7φ10 mm

8 - ANÁLISE DOS RESULTADOS E CONCLUSÕES

8.1 - ANÁLISE DOS RESULTADOS DOS ENSAIOS

Conforme mencionado anteriormente, é importante ressaltar algumas considerações adotadas para os cálculos. A resistência utilizada para o concreto à compressão foi a fornecida pelos ensaios de corpos-de-prova, com idade de 28 dias. Para cada tipo de viga foram ensaiadas duas vigas idênticas. Por isto, os valores experimentais utilizados foram os encontrados pela média, uma vez que apresentavam valores muito próximos.

Com base nestas considerações e utilizando os mesmos incrementos de carga registrados em laboratório, determinaram-se as deformações no concreto (ϵ_c), no aço (ϵ_s) bem como as flechas (a) ocorridas em uma seção localizada no meio do vão, tabelas 7.1 a 7.6.

Nos diagramas que apresentam o comportamento do concreto e do aço, figuras 7.6 a 7.14, encontram-se três curvas. A curva experimental, (exp), foi obtida com os resultados de laboratório, as teóricas referem-se aos valores encontrados segundo a NBR 7197/89, (norma) e, analogamente, tem-se a curva referente ao CEB/90, (CEB).

Analogamente, nas figuras 8.1 a 8.9, encontram-se diagramas, com três curvas, que apresentam o comportamento do concreto e do aço. Uma das curvas é

Obtida quando, utilizando a NBR 7197/89, se considera o módulo de deformação do aço igual a 200 GPa, (nor.mod.), cujos valores encontram-se nas tabelas 8.1 a 8.3. A outra, refere-se a NBR 7197/89 conforme dito anteriormente. Encontra-se também a curva experimental, cujos valores encontram-se dispostos nas tabelas 7.1 a 7.6.

TABELA 8.1. - DEFORMAÇÕES E DESLOCAMENTOS PARA
VIGA COM 3 Φ 10 NBR 97/89

F (kN)	ϵ_c (μ)		ϵ_s (μ)		a (mm)	
	200GPa	210GPa	200GPa	210GPa	200GPa	210GPa
2,20	26,32	26,22	20,37	20,24	0,11	0,10
4,00	52,64	52,44	40,75	40,48	0,21	0,21
6,00	78,90	78,65	61,12	60,71	0,31	0,31
8,00	105,28	104,71	81,50	80,95	0,42	0,4
10,00	246,79	246,69	666,30	685,10	0,88	0,87
12,00	296,15	296,03	799,56	822,11	1,38	1,37
14,00	345,51	345,37	932,82	959,13	1,92	1,91
16,00	394,87	394,71	1066,10	1096,14	2,46	2,45
18,00	444,23	444,05	1199,34	1233,16	2,66	2,98
19,95	492,35	492,15	1329,27	1366,75	3,48	3,49
22,47	554,54	554,32	1497,18	1539,40	4,10	4,10
24,95	615,75	615,49	1662,43	1709,30	4,68	4,69
27,53	679,42	679,14	1834,33	1886,05	5,27	5,26
30,00	740,38	740,07	1998,91	2055,27	5,82	5,82
32,53	802,81	802,86	2167,48	2228,60	6,38	6,37
35,00	863,77	863,42	2332,06	2397,81	6,91	6,91
37,47	924,73	924,35	2496,64	2567,03	7,44	7,45

$$\mu = 10^{-6}$$

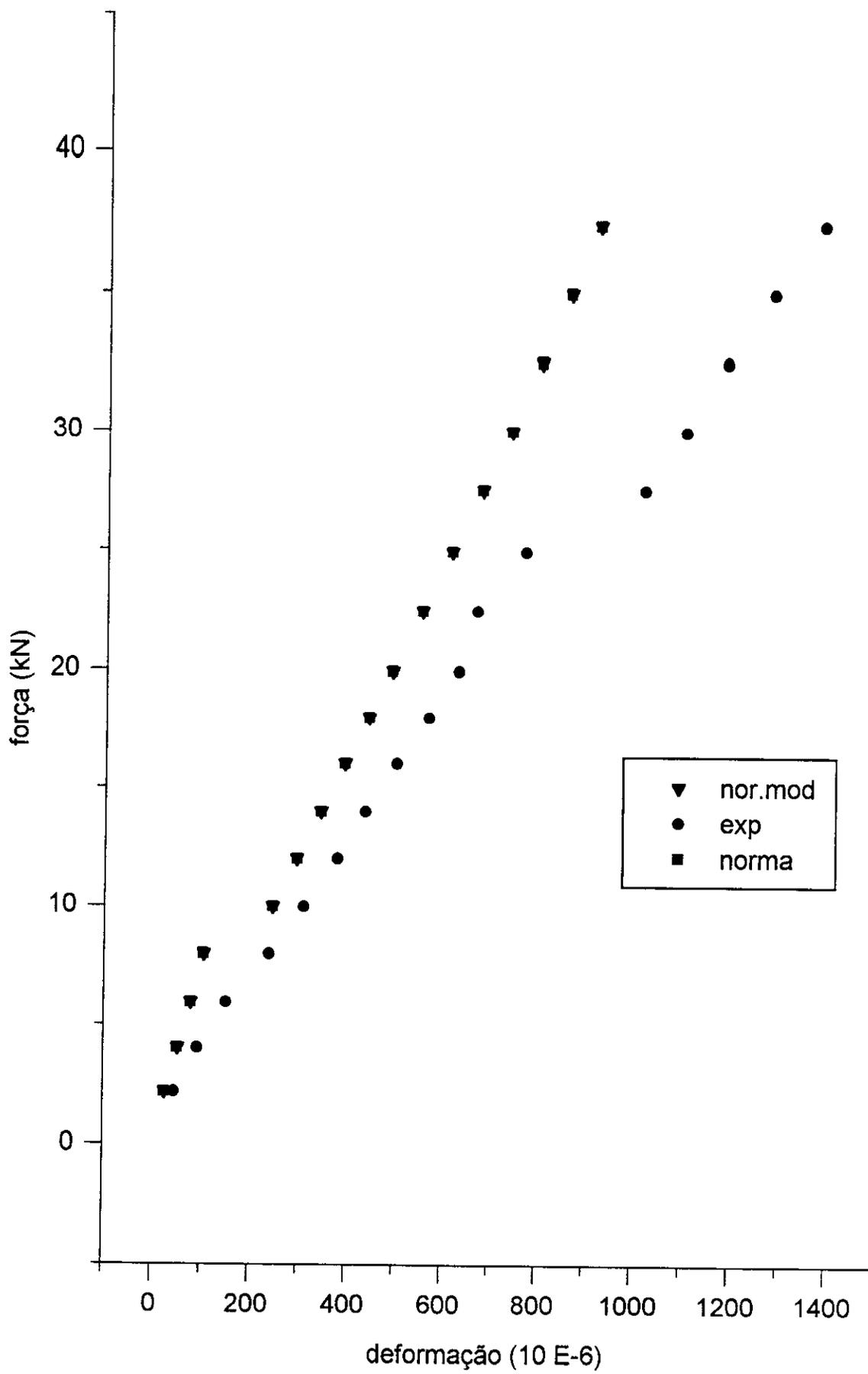


FIG. 8.1 - Diagrama F x ϵ_c - 3φ10 mm

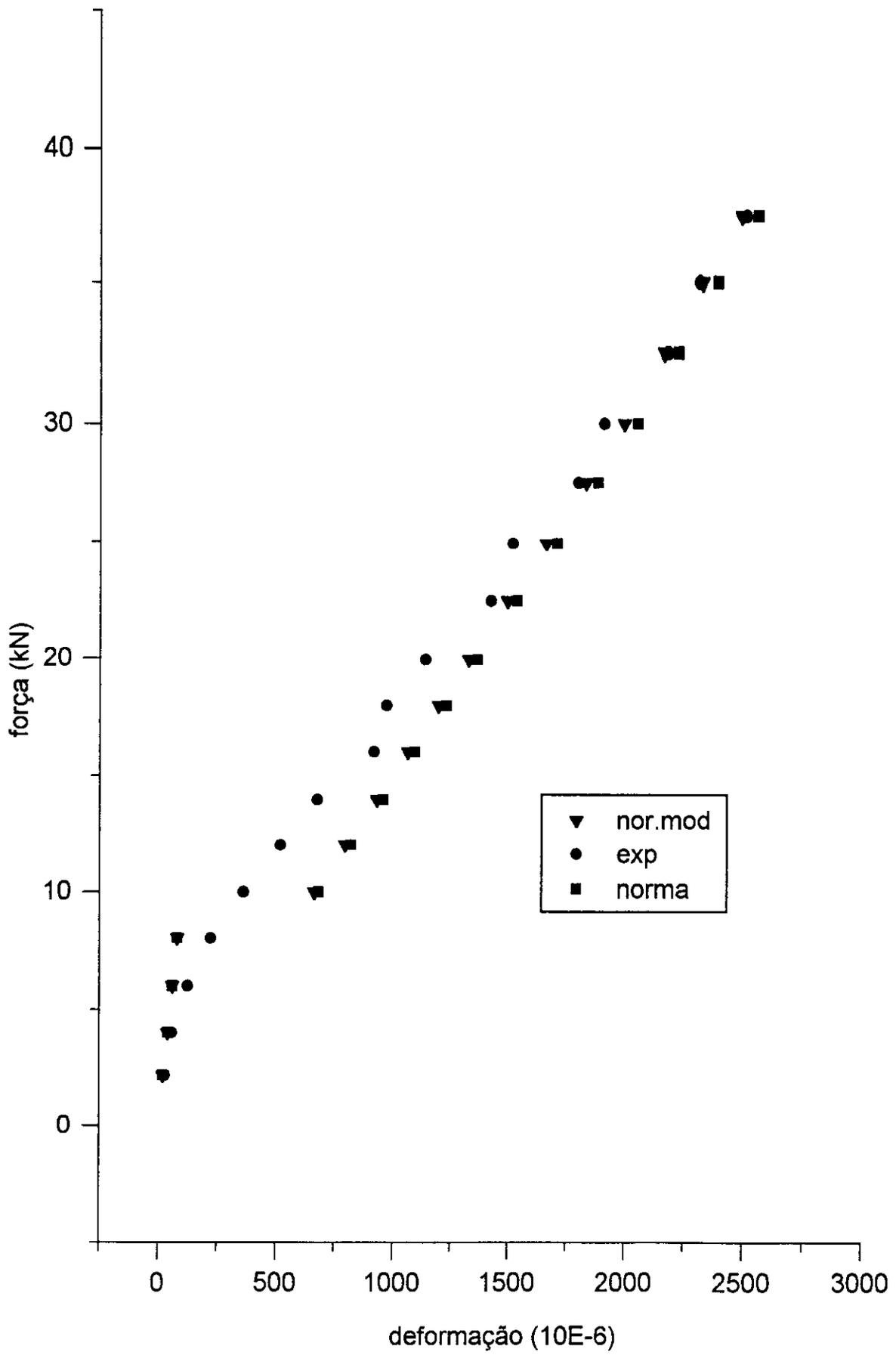


FIG. 8.2 - Diagrama de $F \times \epsilon_s$ - 3φ10 mm

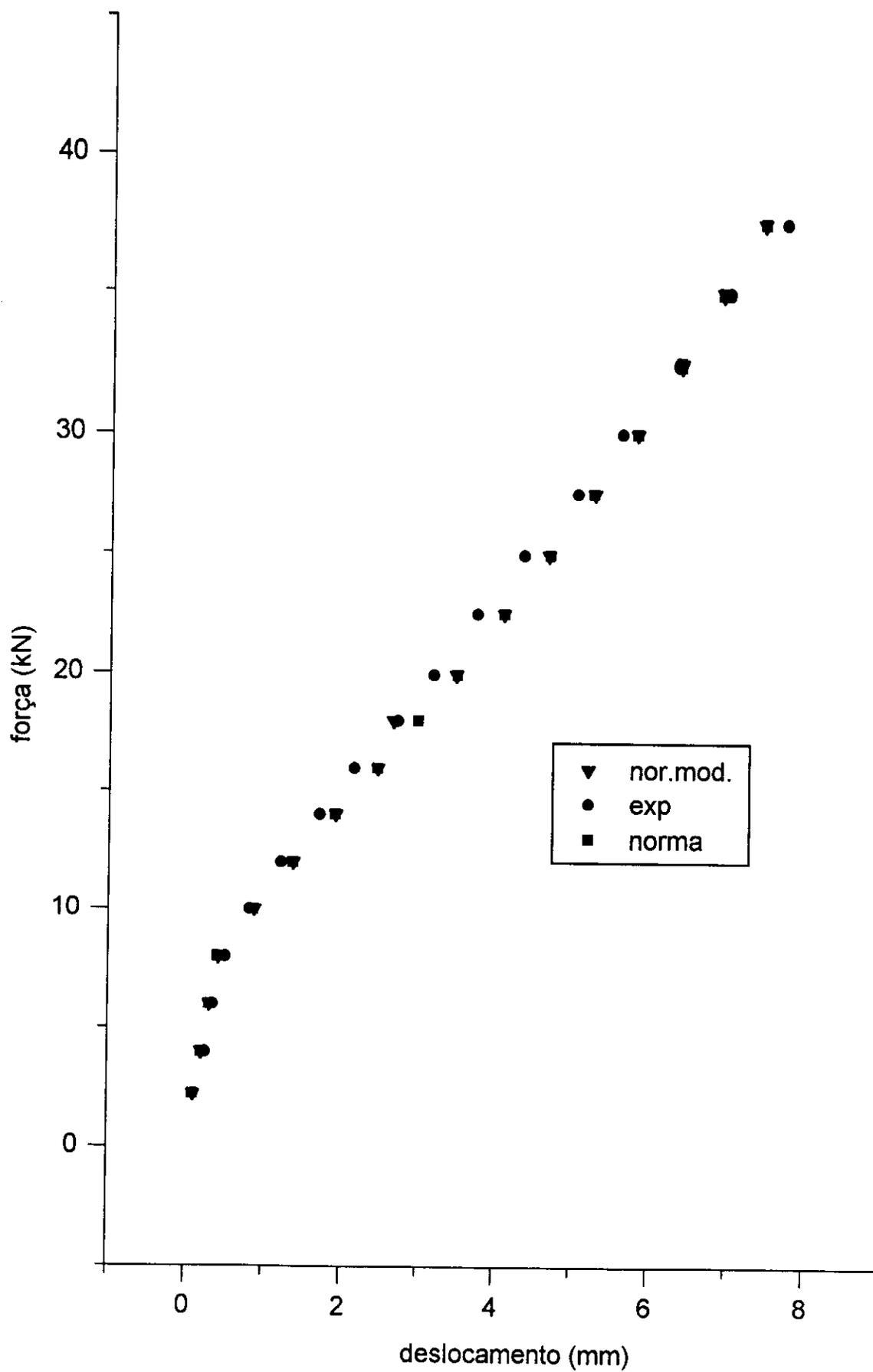


FIG.8.3 - Diagrama Forças x Deslocamentos - 3φ10 mm

TABELA 8.2 - DEFORMAÇÕES E DESLOCAMENTOS PARA
VIGA COM 5 Φ 10 NBR 197/89

F (kN)	ϵ_c (μ)		ϵ_s (μ)		a(mm)	
	200GPa	210GPa	200GPa	210GPa	200GPa	210GPa
2,42	31,53	31,40	21,19	21,00	0,12	0,12
4,95	64,49	64,22	43,34	42,95	0,25	0,25
7,47	97,32	96,92	65,40	64,81	0,40	0,38
12,42	273,94	268,95	532,58	508,54	1,24	1,20
15,00	330,85	324,82	643,21	614,18	1,75	1,70
19,95	440,03	432,00	855,48	816,86	2,68	2,60
24,95	550,31	540,28	1069,89	1021,59	3,60	3,43
30,00	661,69	649,63	1286,64	1228,36	4,45	4,23
34,95	770,87	756,82	1498,70	1431,04	5,27	4,99
40,00	882,26	866,18	1715,25	1637,81	6,07	5,75
45,00	992,54	974,45	1929,65	1842,54	6,87	6,50
49,95	1101,72	1081,64	2141,91	2045,22	7,66	7,23
54,89	1210,68	1188,61	2353,75	2247,49	8,42	7,96

$$\mu = 10^{-6}$$

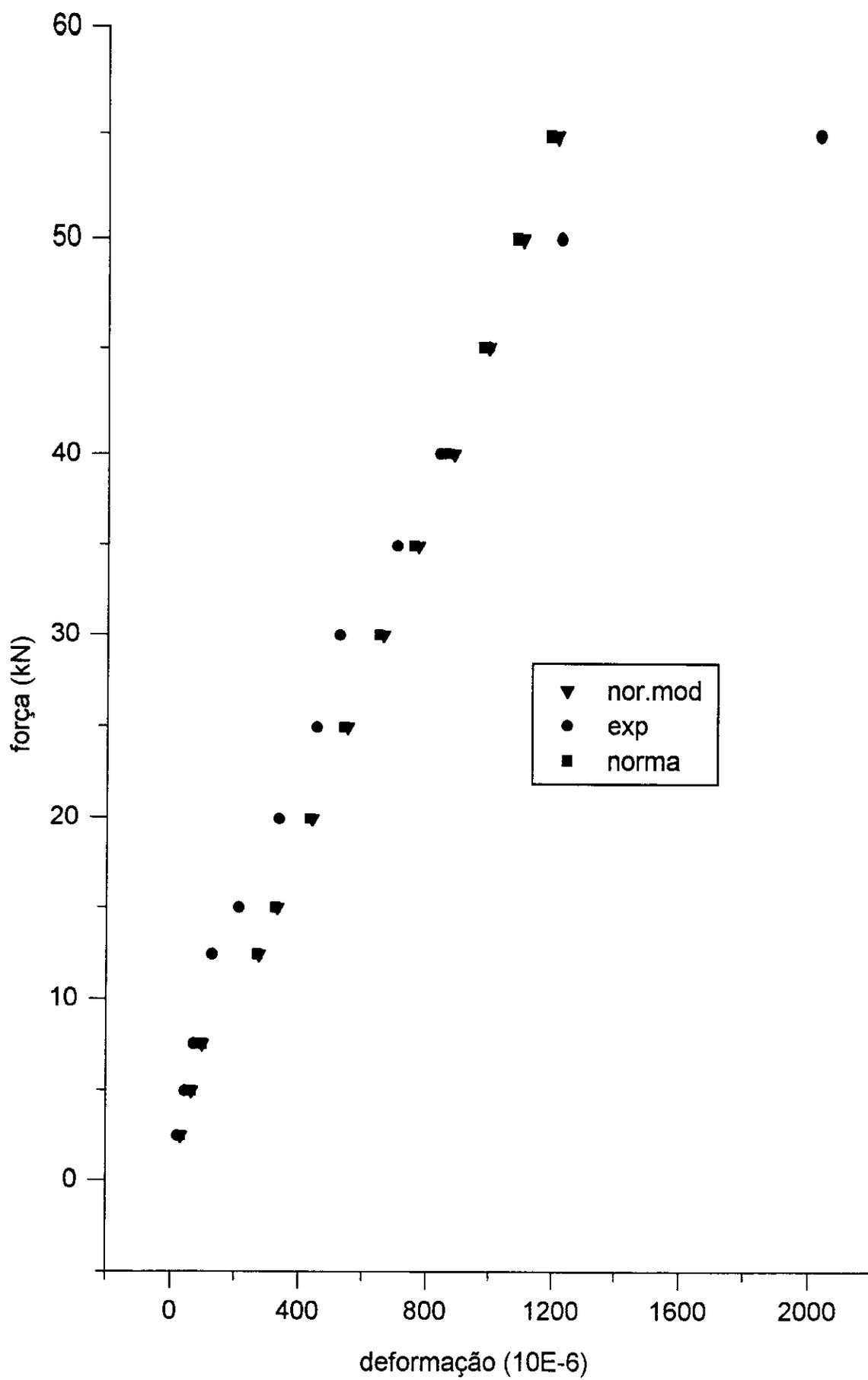


FIG. 8.4 - Diagrama $F \times \varepsilon_c$ - 5φ10 mm

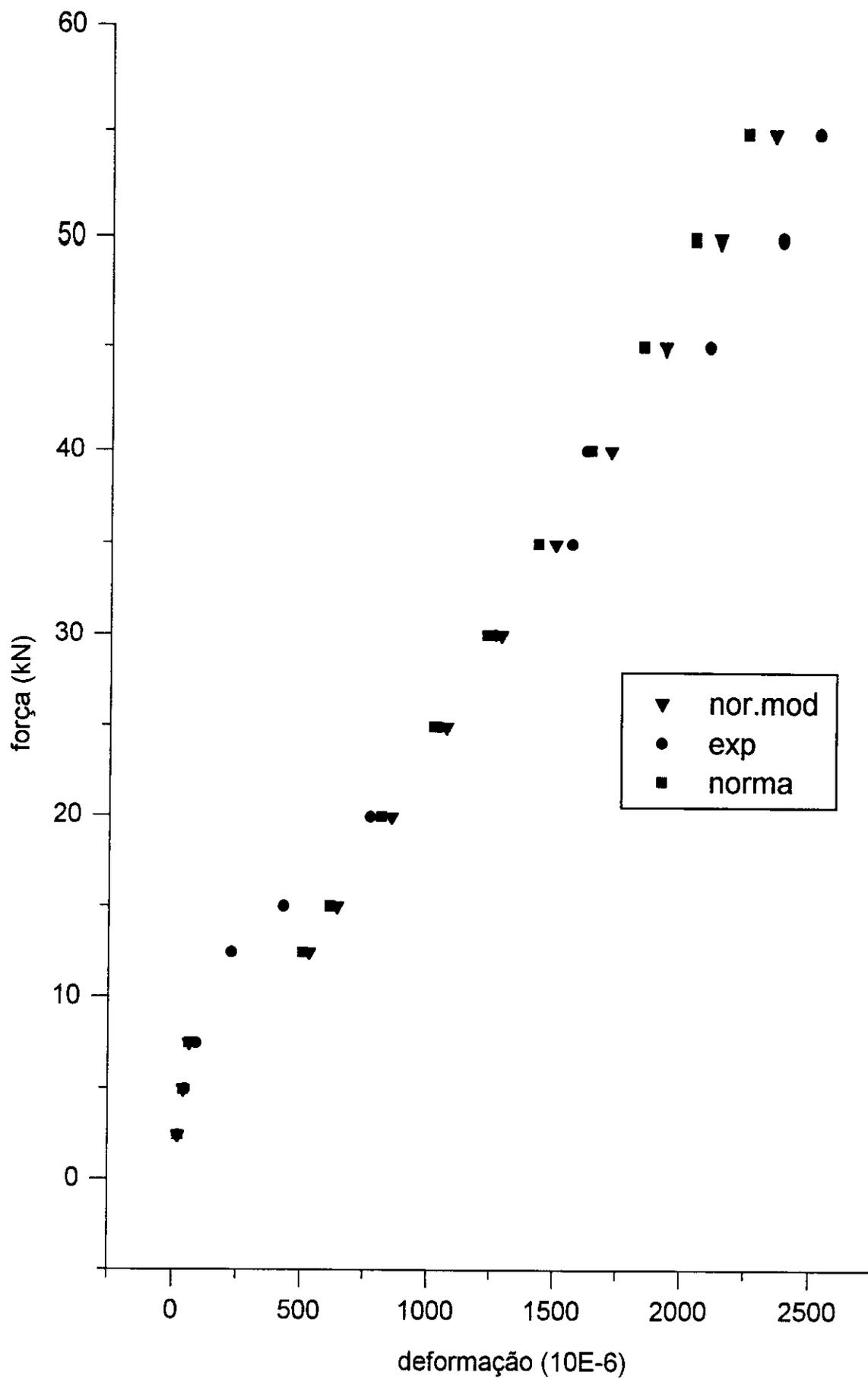


FIG. 8.5 - Diagrama $F \times \epsilon_s - 5\phi 10 \text{ mm}$

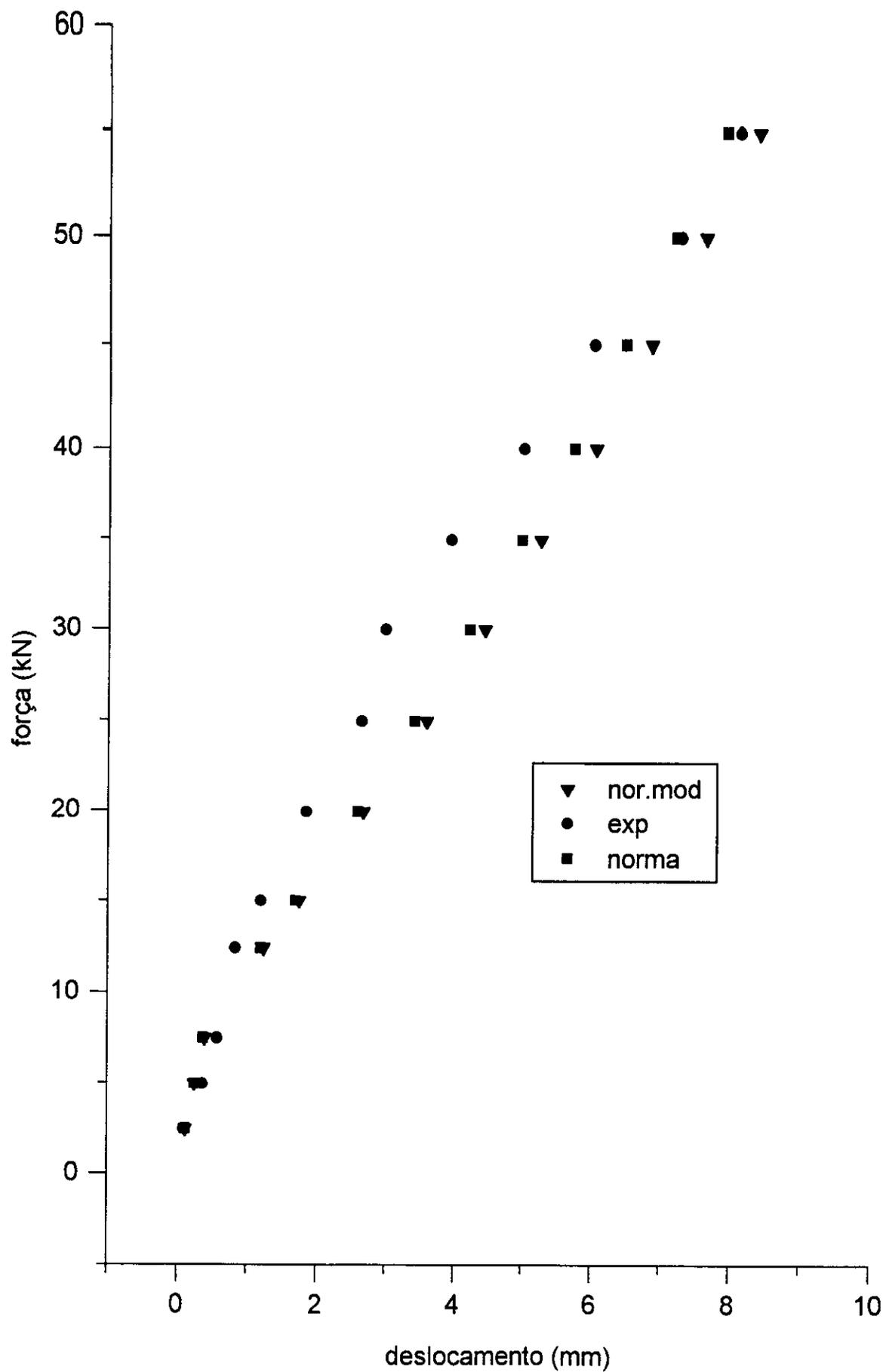


FIG.8.6 - Diagrama Forças x Deslocamentos - 5φ10 mm

TABELA B.3 - DEFORMAÇÕES E DESLOCAMENTOS PARA
VIGA COM 7 Φ 10 NBR 197/89

F (kN)	ϵ_c (μ)		ϵ_s (μ)		a (mm)	
	200 GPa	210GPa	200 GPa	210GPa	200GPa	210GPa
2,16	28,24	28,53	16,12	14,78	0,11	0,11
3,95	51,65	52,17	29,48	27,03	0,20	0,20
6,00	78,45	79,51	44,79	41,05	0,30	0,30
7,95	103,94	105,01	59,34	54,39	0,40	0,41
9,95	214,53	224,39	328,28	325,96	0,71	0,75
12,00	258,73	270,63	395,91	393,11	1,07	1,13
13,95	300,78	314,60	460,25	457,00	1,42	1,49
16,00	344,98	360,84	527,88	524,15	1,77	1,86
18,00	388,10	405,94	593,87	589,67	2,10	2,21
20,00	431,22	451,04	659,85	655,19	2,42	2,55
22,00	474,34	496,15	725,84	720,71	-	-
25,00	517,46	563,80	824,81	818,99	3,18	3,34
30,00	646,83	676,57	989,78	989,79	3,90	4,10
35,00	754,63	789,33	1154,74	1146,58	4,60	4,84
39,95	861,36	900,96	1318,05	1308,74	5,29	5,56
45,00	970,24	1014,19	1484,66	1474,18	5,98	6,29
50,00	1078,05	1127,61	1649,63	1637,98	6,66	7,01
55,00	1185,85	1240,37	1814,59	1801,77	7,34	7,72

$\mu = 10^{-6}$

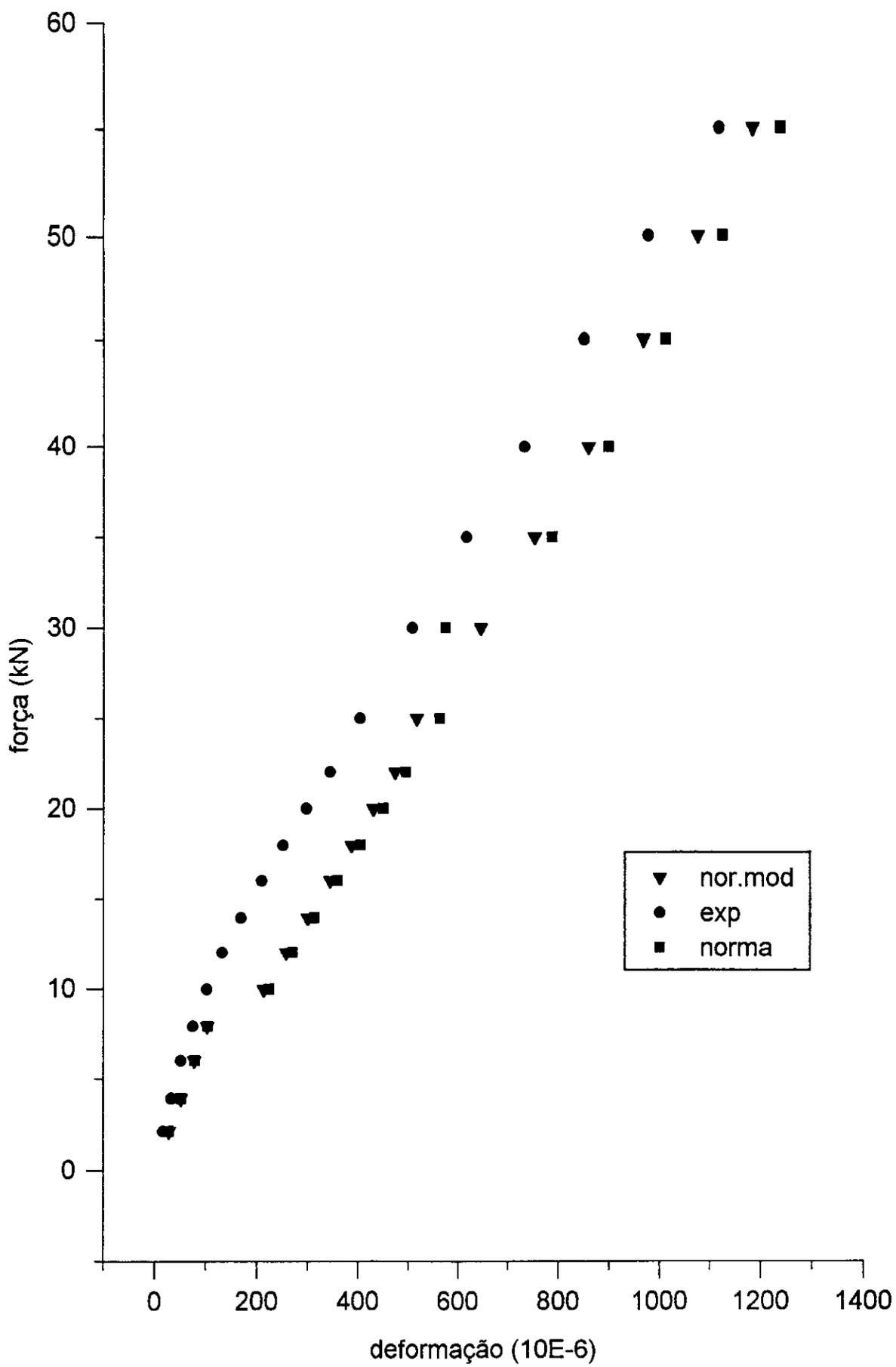


FIG. 8.7 - Diagrama $F \times \varepsilon_c$ - 7φ10 mm

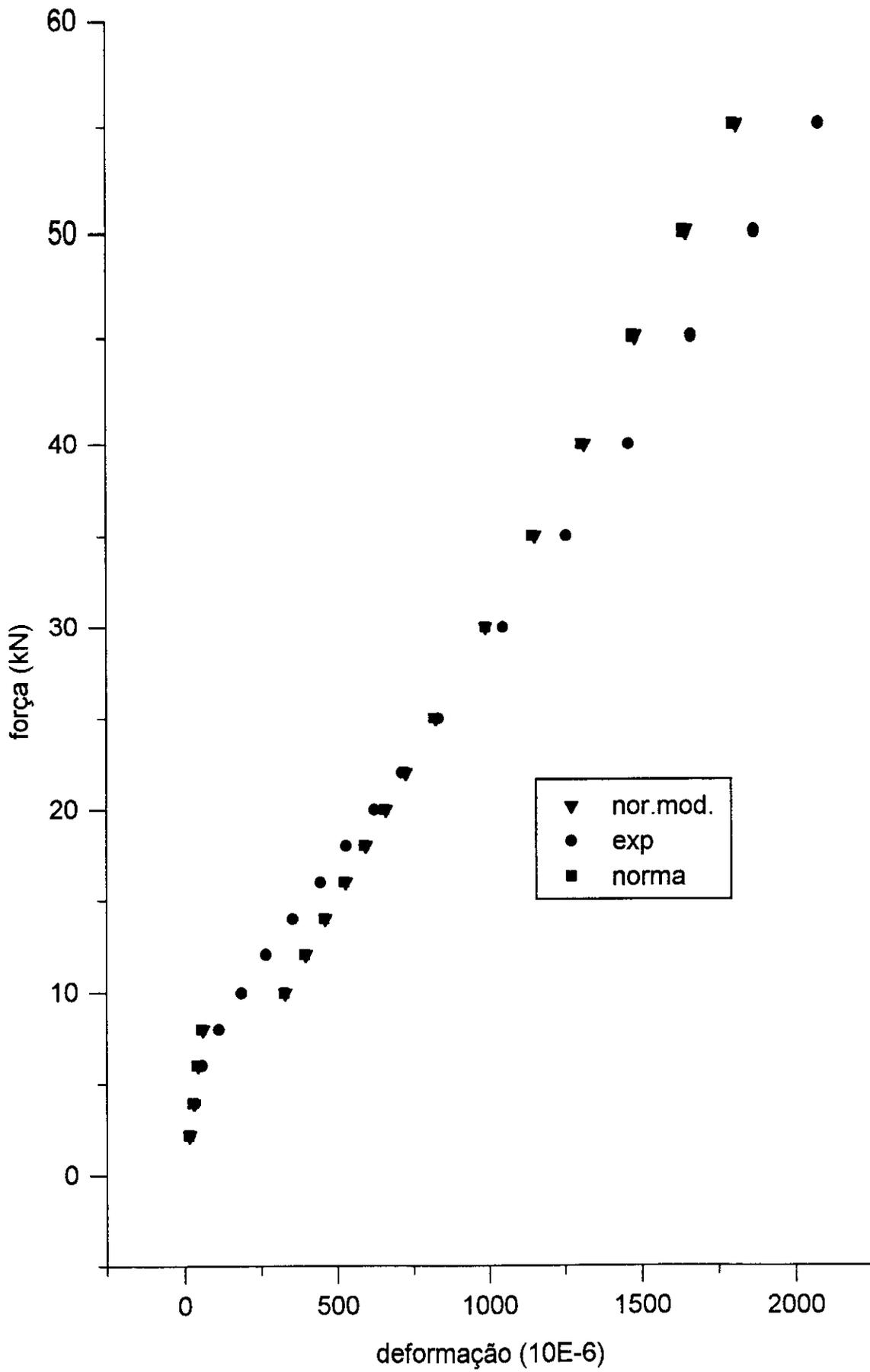


FIG. 8.8 - Diagrama $F \times \varepsilon_s$ - 7φ10 mm

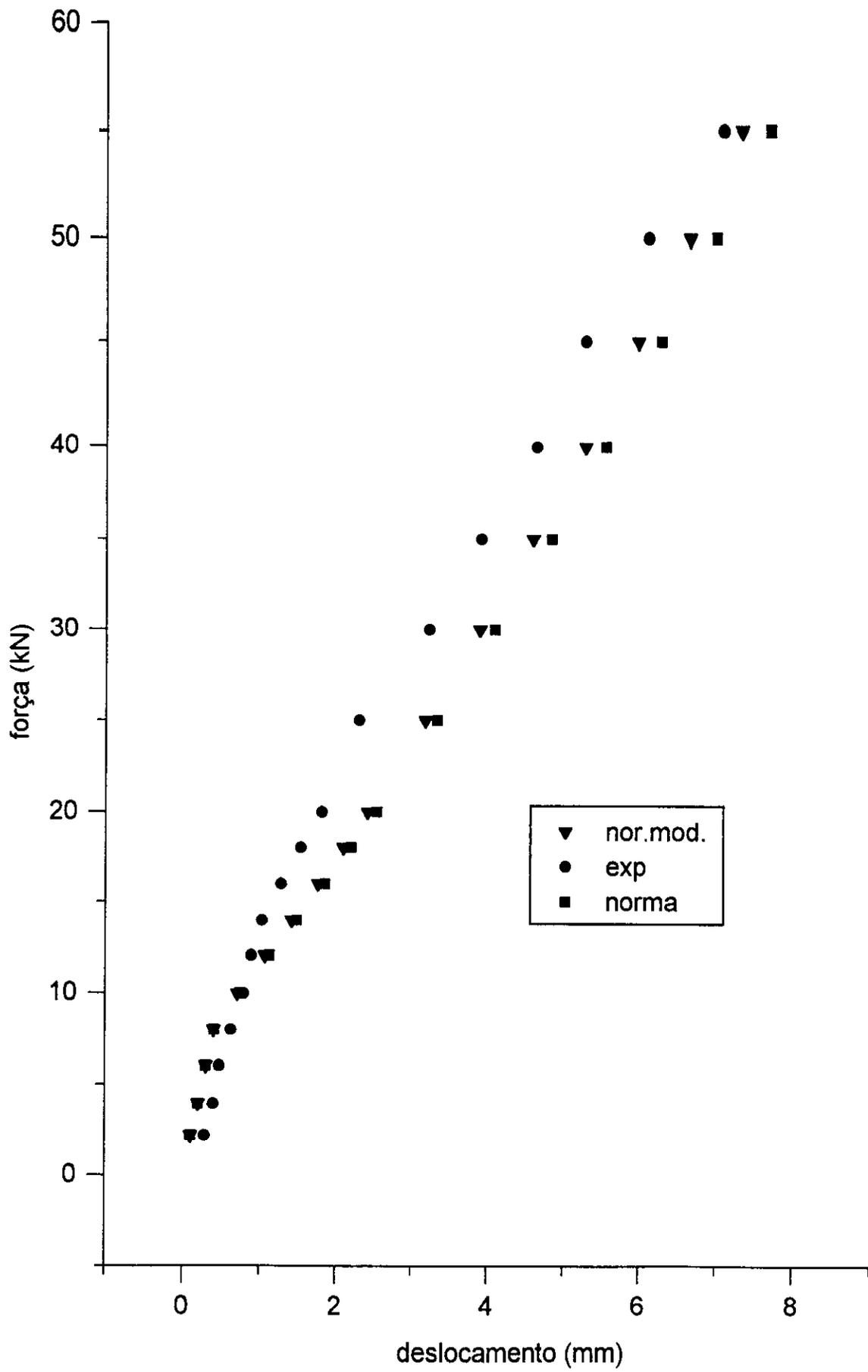


FIG.8.9 - Diagrama Forças x Deslocamentos - 7φ10 mm

Para o cálculo das deformações tanto a NBR 7197/89 como o CEB apresentam processos de cálculo que buscam fornecer resultados próximos aos valores encontrados experimentalmente. Vários parâmetros são considerados nos cálculos, conforme demonstrado anteriormente, parâmetros estes que interferem direta ou indiretamente nos cálculos das deformações e dos deslocamentos. Logicamente, estudar todos acarretaria em um extenso trabalho. Portanto, questiona-se apenas o módulo de deformação longitudinal do aço, que é dado como sendo 210 GPa. Com base em ensaios realizados em várias barras de aço, constatou-se que dificilmente este valor é alcançado, fato este que permitiu concluir que é melhor utilizar o valor do módulo de deformação como sendo 200 GPa.

Apresentam-se, a seguir, comentários sobre os resultados obtidos.

a) Deformações no concreto

Com base nos diagramas $F \times \varepsilon_c$, figuras 7.6, 7.8 e 7.10, percebe-se que quando se comparam os valores teóricos com os valores experimentais, a viga com menor taxa de armadura fornece os piores resultados, ou seja, os valores calculados ficam aquém dos encontrados experimentalmente. Para as vigas com maior taxa de armadura, observa-se que a situação se inverte. Nota-se também que a utilização do módulo de deformação longitudinal do aço igual a 200 GPa acarreta em um aumento nas deformações (figuras: 8.1, 8.4 e 8.7).

b) Deformações no aço

Analogamente, nos diagramas $F \times \varepsilon_s$, figuras 7.7, 7.9 e 7.11, verifica-se as três curvas teóricas encontram-se

muito próximas. Quando se compara com os valores experimentais, observa-se que a viga com menor taxa de armadura também apresenta os piores resultados. Para os outros dois casos considerados, 5 ϕ 10 e 7 ϕ 10, observam-se duas fases bem características. Na primeira fase, os valores das deformações determinadas teoricamente são maiores que os valores experimentais, portanto, satisfatórios. Na segunda fase, com o acréscimo da carga, a situação se inverte, ou seja, as deformações teóricas passam a apresentar valores inferiores aos determinados em laboratório. Tal comportamento fica bem acentuado para a viga que apresenta a maior taxa de armadura. A utilização do módulo de deformação do aço igual a 200 GPa contribui, de modo geral, com um aumento nas deformações (figuras: 8.2, 8.5 e 8.8).

c) Flechas

Observando-se os diagramas forças x deslocamentos, figuras 7.12 a 7.14, verifica-se que as três curvas teóricas encontram-se muito próximas. Quando se compara com a curva experimental, nota-se que as três teóricas, independente da taxa de armadura, fornecem valores muito superiores. É importante ressaltar que por apresentarem valores muito superiores torna-se questionável, uma vez que o interessante é apresentar valores próximos aos experimentais. Analogamente, a utilização do módulo de deformação do aço igual a 200 GPa acarreta em um aumento nos valores das flechas calculadas (figuras: 8.3, 8.6 e 8.9).

8.2 - CONCLUSÕES

Sabe-se que os ensaios procuram reproduzir, em laboratório, o comportamento das estruturas quando estas são submetidas a solicitações. Com base nos resultados experimentais, métodos de cálculo são desenvolvidos com o objetivo de representar, analiticamente, estes resultados. Vários parâmetros são considerados nos cálculos e a variação de um deles acarreta em alterações nos resultados. O melhor método de cálculo será aquele que mais se aproximar dos resultados experimentais. Com base nisto, foram analisados o comportamento de três vigas com diferentes taxas de armaduras e as conclusões encontram-se a seguir.

a) QUANTO AS DEFORMAÇÕES PROVOCADAS POR FORÇAS EXTERNAS

No estágio I, praticamente são coincidentes todas as curvas, diagramas $F \times \epsilon_c$, $F \times \epsilon_s$ e $F \times a$. O cálculo no estágio II precisa ser verificado, principalmente quanto à deformação no concreto e no aço para pequenas armaduras de flexão. Importante verificar também a deformação no aço para vigas com alta taxa de armadura e carregamento elevado.

Considerar o módulo de deformação do aço igual a 200 GPa e minorar a resistência alcançada poderá ser uma solução, uma vez que o aumento da resistência acarreta numa diminuição das deformações.

b) QUANTO À RETRAÇÃO E À FLUÊNCIA

Para a retração e para a deformação imediata, item

2.9, os resultados decorrentes da NB-1/93, do Eurocode e do CEB são muito próximos, para o exemplo considerado. Porém, para a retração, com estas três normas resultam valores muito elevados em relação à Norma Brasileira NBR 7197, atualmente em vigor. Com respeito à fluência, as quatro normas analisadas apresentam resultados divergentes. A NB-1/93 é a que mais se aproxima da NBR 7197.

Vários parâmetros interferem nos cálculos e devem ser estudados cuidadosamente. Conforme dito anteriormente, uma simples alteração em um dos parâmetros acarreta em consideráveis variações.

Portanto, novos estudos devem ser realizados, visando adequar melhor os cálculos das deformações.

O trabalho apresentado representa uma contribuição ao cálculo das deformações, no concreto e no aço, e que pode ser complementado com base nas sugestões mencionadas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. Committee 318. (1989). *Building code requirements for reinforced concrete (ACI 318-89) and commentary (ACI 318R-89)*. Detroit, American Concrete Institute. 353p.
- AMARAL, N.A. (1979) *Construções de concreto I*. São Paulo. Grémio Politécnico da Escola Politécnica.v. 1.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1984). *NBR 5738 - Confeção e cura de corpos-de-prova de concreto cilíndricos ou prismáticos: método de ensaio*. Rio de Janeiro.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1980). *NBR 5739 - Ensaio de compressão de corpos cilíndricos de concreto: método de ensaio*. Rio de Janeiro.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. (1978). *NBR 6118 - Projeto e execução de obras de concreto armado*. Rio de Janeiro.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1989). *NBR 7197 - Projeto de estruturas de concreto protendido*. Rio de Janeiro.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1978). *NBR 7480 - Barras e fios de aço destinados a armaduras para concreto armado*. Rio de Janeiro.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1984). *NBR 8186 - Aços e segurança nas estruturas: procedimento*. Rio de Janeiro.

- COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON (1991). CEB-FIP model code 1990: final draft. *Bulletin d'Information*, n. 203.
- CHEN, W.F. (1982). *Plasticity in reinforced concrete*. New York, Ed. McGraw-Hill.
- CHIAVERINI, V. (1981). *Aços e ferros fundidos*. São Paulo, Associação Brasileira de Metais.
- EUROCODE No.2. (1989). *Design of concrete structures. part. 1: General rules and rules for buildings*.
- FUSCO, P.B. (1976). *Estruturas de concreto: fundamentos do projeto estrutural*. São Paulo, McGraw-Hill.
- FUSCO, P.B. (1981). *Estruturas de concreto: solicitações normais*. Rio de Janeiro, Guanabara Dois.
- LEONHARDT, F.; MÖNNIG, E. (1982). *Construções de concreto: - Princípios básicos do dimensionamento de estruturas de concretos armado*. Rio de Janeiro.
- MACGREGOR, J.G. (1992). *Reinforced concrete: mechanics and design. 2. ed. Englewood cliffs*, Prentice Hall.
- NASH, W. A. (1977). *Resistência dos materiais: resumo da teoria, problemas resolvidos, problemas propostos*. Traduzido por Jaime Ferreira da Silva. São Paulo, McGraw-Hill do Brasil.
- SANTOS, L.M. (1983). *Cálculo de concreto armado, segundo a nova NB-1 e o CEB*, São Paulo, LMS.
- MONTOYA, P.J.; MESEGUER, A.G.; CABRE, F.M. (1976). *Hormigon armado*. Barcelona, Gustavo Gili.

- PINHEIRO, L.M. (1986). *Concreto armado: propriedade dos materiais*. São Carlos, EESC - USP.
- POLILLO, A. (1973). *Dimensionamento de concreto armado*. Rio de Janeiro, Editora Científica. v. 1.
- RÜSCH, H. (1981). *Concreto armado e protendido: propriedade dos materiais e dimensionamento*. Rio de Janeiro, Campus.
- SÜSSEKIND, J. C. (1987). *Curso de concreto armado*. Rio de Janeiro, Globo. v. 1.