

ESTUDO DE CABOS LIVREMENTE SUSPENSOS

Eng^a. MARIA BETÂNIA DE OLIVEIRA

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Engenharia de Estruturas.

ORIENTADOR: Prof. Dr. Roberto L. A. Barbato

São Carlos

1995

O48e Oliveira, Maria Betânia de
Estudo de cabos livremente suspensos / Maria Betânia de
Oliveira. — São Carlos, 1995.
59p.

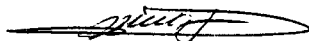
Dissertação (Mestrado) — Escola de Engenharia de São Carlos-
Universidade de São Paulo, 1995.

Orientador: Prof.Dr. Roberto L. A. Barbato

1. Coberturas pênseis. 2. Cabos - Estruturas. I. Título.

FOLHA DE APROVAÇÃO

Dissertação defendida e aprovada em 20-9-1995
pela Comissão Julgadora:



Prof. Doutor ROBERTO LUIZ DE ARRUDA BARBATO (Orientador)
(Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)



Prof. Doutor. WALTER LIBARDI
(Universidade Federal de São Carlos - UFSCar - São Carlos)



Profa. Doutora. ANA LUCIA H. C. EL DEBS
(Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)



Prof. Dr. MOUNIR KHALIL EL DEBS
Vice-Presidente da Comissão de Pós-Graduação
em exercício



Coordenador da área - Engenharia de Estruturas
Prof. Dr. MOUNIR KHALIL EL DEBS

*Aos meus pais,
meus exemplos de luta.*

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Roberto Luiz de Arruda Barbato pelo trabalho de orientação.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico — CNPq, pela bolsa de estudo concedida.

Aos colegas, professores e funcionários do Departamento de Estruturas da EESC / USP que direta ou indiretamente tornaram possível a elaboração desta pesquisa.

SUMÁRIO

RESUMO	i
<i>ABSTRACT</i>	ii
1 INTRODUÇÃO	
1.1 GENERALIDADES	01
1.2 DESCRIÇÃO SUCINTA DOS CAPÍTULOS	04
2 COBERTURAS PÊNSEIS — CONSIDERAÇÕES GERAIS	
2.1 INTRODUÇÃO	06
2.2 SISTEMA ESTRUTURAL	06
2.2.1 CESTAS NÃO PROTENDIDAS	06
2.2.2 CESTAS PROTENDIDAS	08
2.2.3 CABOS-TRELIÇA	09
2.3 SISTEMA VEDANTE E SUA ASSOCIAÇÃO COM O SISTEMA ESTRUTURAL	11
2.4 EXEMPLOS DE OBROS CONSTRUÍDAS	12
2.4.1 AEROPORTO INTERNACIONAL DE WASHINGTON	13
2.4.2 GINÁSIO DE ESPORTES GOVERNADOR EMÍLIO GOMES	16
3 PROCESSO ANALÍTICO	
3.1 INTRODUÇÃO	23
3.2 EQUAÇÕES BÁSICAS DO ELEMENTO DE CABO	23
3.2.1 EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO	23
3.2.1.1 ELEMENTO DE CABO NA POSIÇÃO INICIAL	24
3.2.1.2 ELEMENTO DE CABO NA POSIÇÃO FINAL	24
3.2.2 RELAÇÃO ENTRE DEFORMAÇÕES E DESLOCAMENTOS	25
3.2.3 RELAÇÃO ENTRE ESFORÇOS E DEFORMAÇÕES	26

3.3 CONFIGURAÇÃO INICIAL DE EQUILÍBRIO	27
3.4 CONFIGURAÇÃO FINAL DE EQUILÍBRIO	30
3.5 CONSIDERAÇÕES SOBRE AS CONDIÇÕES DE CONTORNO	35
4 PROCESSO DOS DESLOCAMENTOS	
4.1 INTRODUÇÃO	36
4.2 SISTEMA DE COORDENADAS	36
4.3 MATRIZ DE RIGIDEZ TANGENTE (INSTANTÂNEA) DO ELEMENTO	37
4.4 PROCESSO ITERATIVO DE RESOLUÇÃO	44
5 APLICAÇÃO NUMÉRICA	
5.1 INTRODUÇÃO	45
5.2 CÁLCULO PELO PROCESSO ANALÍTICO	45
5.3 CÁLCULO PELO PROCESSO DOS DESLOCAMENTOS	49
6 VERIFICAÇÃO DE RESULTADOS MEDIANTE EXPERIMENTAÇÃO NUMÉRICA	
6.1 INTRODUÇÃO	51
6.2 CARACTERÍSTICAS DOS CABOS ESTUDADOS	51
6.3 VERIFICAÇÃO DOS RESULTADOS DO PROCESSO DOS DESLOCAMENTOS	52
6.4 VERIFICAÇÃO DOS RESULTADOS DO PROCESSO ANALÍTICO	53
7 CONCLUSÃO	55
BIBLIOGRAFIA	57
APÊNDICES	

RESUMO

OLIVEIRA, M. B. *Estudo de cabos livremente suspensos*. São Carlos, 1995. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

Modernamente os cabos vêm sendo empregados como elemento portante de coberturas de grandes vãos — as coberturas pênseis. É finalidade deste trabalho a apresentação da análise estática de cabos livremente suspensos, visando à sua aplicação nestas coberturas. Realiza-se o estudo de cabos — submetidos a carregamento estático uniformemente distribuído em todo o seu vão, a variações de temperatura e a deslocamentos de seus apoios — através do Processo Analítico (equações diferenciais) e do Processo dos Deslocamentos (rigidez tangente). Considera-se a não linearidade geométrica e admite-se a linearidade física. A comparação e análise dos resultados destes processos de cálculo são feitas através de experimentação numérica.

Palavras chaves: Coberturas Pênseis; Cabos - Estruturas.

ABSTRACT

OLIVEIRA, M. B. *Study of suspended cables*. São Carlos, 1995.
Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos,
Universidade de São Paulo.

Nowadays cables have been utilized as a resistant element in roofs of large dimensions, the hanging roofs. The objective of this work is to present the static analysis of suspended cables, aiming their application in roofs. A study of cables subjected to static uniform load distributed on the length, variations of temperature and displacements of the supports is done through Analytical Process (differential equations) and Stiffness Process (tangent stiffness). Geometrical non-linear analysis is allowed and physical linear analysis is admitted. The results are compared and analysed through numerical experimentation.

Keywords: Hanging Roofs; Suspended Cables; Tensile structures.

1 INTRODUÇÃO

1.1 GENERALIDADES

Cabos são elementos estruturais usados em diferentes tipos de construções: são as principais peças portantes nas pontes pênses, pontes estaiadas e nos teleféricos; são os elementos estruturais empregados para condução da energia elétrica nas linhas de transmissão, vencendo os vãos entre as torres da linha e, modernamente, vêm sendo empregados, também, como elemento portante de coberturas de grandes vãos — as coberturas pênses — como exemplificam as obras a seguir.

A cobertura da *Arena de Raleigh*, na Carolina do Norte, em forma de superfície de dupla curvatura reversa, é suspensa de dois arcos de concreto armado de eixos parabólicos contidos em planos inclinados e que são suportados por pilares [BARBATO (1991)]. Outro exemplo é a cobertura do *Aeroporto Internacional de Denver* que consiste em uma série de tendas suportadas por fileiras de mastros. São empregados diversos tipos de elementos estruturais tais como cabos-treliça, cabos isolados e membrana de tecido translúcido [BERGER & DE PADA (1992)]. O *Aeroporto Internacional de Washington* é coberto por painéis pré-fabricados apoiados em cabos livremente suspensos ancorados em duas chapas engastadas em pilares. Após a colocação dos painéis, os sistemas estrutural e vedante são protendidos dando origem a uma casca pênsil cilíndrica protendida [BARBATO (1991)]. Na *Arena de Esportes de Atenas*, uma cesta constituída por uma malha ortogonal de 4m x 4m protendida, ancorada em uma viga de concreto armado, é

coberta com uma lâmina ondulada de aço galvanizado [ALESSI et al. (1979)]. A cobertura do *Armazém de Kogoshima* é formada por uma estrutura de cabos e barras de aço dando mais rigidez à cobertura e distribuindo melhor os esforços na fundação [AWAGUCHI (1991)]. No *Estádio de Esportes Karlsruhe na Alemanha* foram usados os mesmos princípios da ponte pênsil. Uma treliça de aço suportando uma cobertura ondulada é pendurada de dois cabos suspensos em mastros. Estais são usados para transferir as forças dos cabos principais à fundação [SCHLAICH & BERGERMANN (1984)]. No *Estádio de Torino*, construído para a Copa do Mundo de 1990, usa-se uma série de cabos-treliça radiais para cobrir a tribuna principal e redes de cabos na forma de parabolóide hiperbólico para cobrir as extremidades desta tribuna [MAJOWIECKI & OSSOLA (1989)]. A cobertura pênsil em cabos-treliça do *Ginásio de Esportes de Herning*, construído em Herning, Dinamarca, é suspensa de uma estrutura de concreto armado composta por dois anéis pré-fabricados e por 42 pilares que sustentam estes anéis — um superior e outro inferior. O sistema estrutural da cobertura é formado por cabos-treliça radiais e por dois anéis de aço internos — um superior e outro inferior [BARBATO (1991)]. A cobertura do *Ginásio de Esportes de Milão*, construído no início dos anos 70, em forma de parabolóide hiperbólico de planta circular, é suspensa de uma estrutura de contorno formada por 38 grandes balanços de concreto armado, por peças em forma de losango que foram construídas com chapas de aço, e por um anel de aço em caixão que repousa sobre os losangos [BARBATO (1991)]. No *Ginásio de Esportes Governador Emilio Gomes* cabos livremente suspensos são ancorados em dois anéis concêntricos. Sobre estes cabos são colocados painéis pré-fabricados que após protensão dão origem a uma casca pênsil de revolução protendida [BARBATO (1991)]. O *Ginásio de Voleibol de Beijing* construído para os Jogos Asiáticos de 1990, apresenta diversos tipos de elementos estruturais de cobertura. Um deles, consiste de dois cabos isolados que suportam redes de cabos na forma de sela [SHEN et al. (1989)]. A cobertura do *Ringue de Patinação de Munique* consiste de uma cesta protendida de planta elíptica que suporta uma grelha de madeira revestida por tecido translúcido [SCHLAICH & BERGERMANN(1984)]. Duas obras empregando coberturas suspensas foram construídas recentemente na China [LAN (1986)]. O *Zhibo Sports Hall* na província de Shandong emprega uma cobertura com sistema

estrutural composto por cabos livremente suspensos e lajes pré-moldadas de concreto como vedação. O *Sichuan Sports Hall* utiliza cestas protendidas suspensas de arcos inclinados de concreto armado.

A autora desta dissertação sempre sentiu-se motivada a estudar coberturas de grandes vãos e optou começar com as coberturas pênses, no intuito de contribuir para a sua divulgação e estudo no Brasil, onde não têm sido ainda, com raras exceções, empregadas como uma real opção de projeto. Neste sentido, é finalidade deste trabalho a apresentação de subsídios para a análise estática de cabos livremente suspensos visando à sua aplicação em sistemas estruturais de coberturas pênses.

A análise estrutural de sistemas pênses sob carregamento estático pode ser considerada, essencialmente, composta de dois problemas: determinação da configuração inicial de equilíbrio e cálculo dos deslocamentos resultantes das modificações do carregamento buscando-se determinar a posição final de equilíbrio.

Nas estruturas tracionadas é muito importante a determinação da configuração inicial de equilíbrio que geralmente depende das tensões atuantes. Muitas técnicas numéricas tem sido empregadas para obter a configuração inicial de equilíbrio como Técnicas da Mecânica do Contínuo e Métodos Iterativos de Elementos Finitos.

Em excelente artigo, HABER & ABEL(1982a) revêem os principais métodos para o cálculo da configuração inicial de equilíbrio e mostram suas vantagens e desvantagens. Sugerem que o projetista tenha diversos métodos na disposição por não existir um método ótimo para todo tipo de projeto. Resultados aproximados de um procedimento devem ser usados como entrada de dados de um outro sistema para melhorar o projeto final.

A Computação Gráfica Iterativa esta sendo importante no campo da determinação da posição inicial de equilíbrio de estruturas tracionadas. HABER & ABEL(1982b) apresentam um Sistema Gráfico Iterativo que combina diversos métodos através de uma base comum de dados para a solução do problema do equilíbrio inicial e MAJOWIECKI(1986) relata um sistema integrado de análise desenvolvido na Universidade de Bologna.

O estudo do comportamento estático de sistemas estruturais compostos por cabos é encontrado em muitas outras obras e pode-se citar KRISHMA(1978);

IRVINE(1981); DEBS(1983); BUCHHOLDT(1985); OSHIMA(1987) e BARBATO(1991).

Neste trabalho, empregando o Processo Analítico e o Processo dos Deslocamentos, faz-se a análise estática de cabos livremente suspensos — submetidos a carregamento uniformemente distribuído em todo o seu vão, a variações de temperatura e a deslocamentos dos seus apoios.

No Processo Analítico o estudo dos cabos livremente suspensos é realizado a partir de equações diferenciais em cujas resoluções são feitas algumas aproximações.

No Processo dos Deslocamentos a análise estática dos cabos é realizada discretizando-os em segmentos retilíneos ligados entre si por pontos nodais onde se supõem aplicadas as ações distribuídas.

Supondo conhecidas as ações aplicadas tem-se como objetivo a determinação dos esforços e deslocamentos de cabos livremente suspensos empregando os processos citados, a verificação da precisão dos resultados do Processo dos Deslocamentos com o aumento do número de segmentos e, também, a verificação das aproximações feitas no Processo Analítico.

Dois *softwares* desenvolvidos, um empregando Processo Analítico e o outro o Processo dos Deslocamentos, são utilizados na análise dos resultados destes processos de cálculo.

1.2 DESCRIÇÃO SUCINTA DOS CAPÍTULOS

O segundo capítulo apresenta conceitos básicos sobre as coberturas pênseis. São feitas considerações sobre as formas de sistemas estruturais, as formas de sistemas vedantes e a associação dos sistemas estruturais e vedantes. São mostradas duas coberturas pênseis compostas por cabos livremente suspensos, uma com planta retangular e outra com planta circular.

No terceiro capítulo é feito o estudo, pelo Processo Analítico, do comportamento estático de cabos livremente suspensos submetidos a carregamento uniformemente distribuído em todo o seu vão. Consideram-se as variações de

temperatura e os deslocamentos dos seus apoios e, admite-se regime elástico linear com pequenas deformações.

O quarto capítulo é dedicado ao estudo de cabos livremente suspensos pelo Processo dos Deslocamentos. Utiliza-se a matriz de rigidez tangente e admite-se regime elástico linear com pequenas deformações.

No quinto capítulo, faz-se aplicação numérica para demonstrar a utilização dos processos apresentados nos capítulos 3 e 4.

O sexto capítulo é voltado à ampla experimentação numérica com ambos os processos. É apresentado o universo que a experimentação numérica abrange e, também, a análise dos resultados obtidos.

No último capítulo emite-se parecer sobre a confiabilidade dos processos estudados. Dando introdução a este parecer, faz-se o fechamento desta dissertação trazendo à memória do leitor, em rápidas palavras, todo o seu conteúdo. Por fim, sugere-se temas para novas pesquisas que são uma evolução do assunto abordado neste trabalho.

Incluem-se quatro apêndices. O Apêndice A apresenta algumas propriedades dos cabos de aço nacionais. Os Apêndices B e C explicam os sistemas computacionais desenvolvidos com o emprego dos Processos Analítico e dos Deslocamentos, fornecendo, inclusive, os programas fonte. E o Apêndice D mostra os resultados da experimentação numérica com os dois processos de cálculo estudados.

2 COBERTURAS PÊNSEIS — CONSIDERAÇÕES GERAIS

1.1 INTRODUÇÃO

A Cobertura Pênsil pode ser definida como um sistema construtivo que engloba um sistema estrutural suspenso e um sistema vedante que se apoia neste sistema estrutural.

O sistema estrutural suspenso pode ser entendido como aquele em que o principal elemento estrutural é o cabo de aço. Estes cabos são dispostos, basicamente, ou como cestas — que podem ser protendidas e não protendidas — ou como cabos-treliça.

O sistema vedante compõe-se da vedação propriamente dita e de acessórios que têm a finalidade de fixar a vedação aos cabos de aço.

A associação dos sistemas estrutural e vedante deve ser estudada e definida de acordo com as características destes sistemas.

2.2 SISTEMA ESTRUTURAL

2.2.1 CESTAS NÃO PROTENDIDAS

As cestas não protendidas são geradas pela adequada associação de um conjunto de cabos livremente suspensos. A posição relativa dos cabos e sua configuração de equilíbrio definem a forma da superfície da cesta.

Dentre os diversos tipos de cestas não protendidas destaca-se o formado por cabos dispostos paralelamente que geram superfícies ou de simples curvatura ou de

dupla curvatura. Cestas assim constituídas, com cabos suspensos de estruturas perimetrais, são empregadas frequentemente em coberturas de planta retangular.

Outro importante tipo de cesta não protendida é o constituído por cabos dispostos radialmente, ancorados em pontos situados ou não no mesmo nível, que geram superfícies de dupla curvatura. As cestas deste tipo são muito utilizadas em coberturas de planta circular. Nas mais comuns, os cabos radiais são ancorados em um anel externo que se apoia em estruturas perimetrais e em um anel interno que fica suspenso dos cabos no centro da área coberta.

Também são usadas cestas cujos cabos radiais ancoram-se em um anel externo e na extremidade superior de uma torre central. A cesta gerada, neste caso, tem a forma de uma superfície de revolução de dupla curvatura reversa. Evidentemente, cestas de cabos radiais podem ser usadas em coberturas de planta elíptica ou de planta com forma de setor de círculo ou de setor de coroa circular.

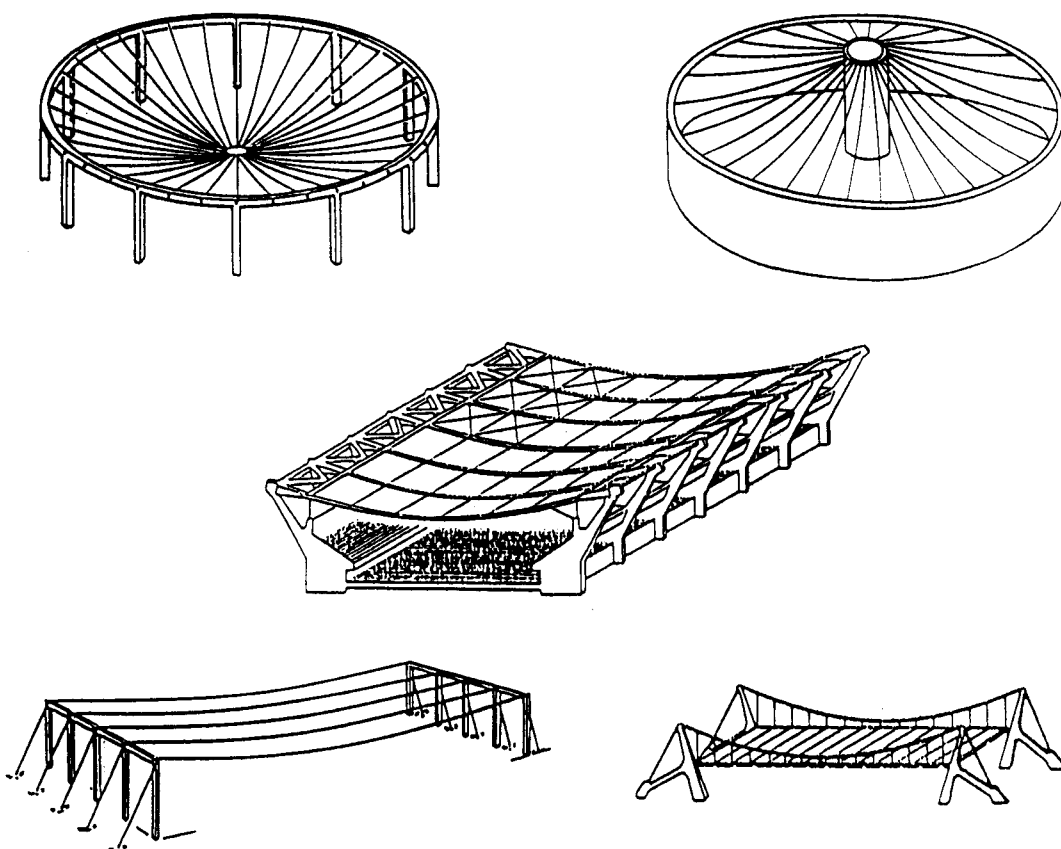


Figura 2.2.1.1 - Esquemas de cestas não protendidas.

2.2.2 CESTAS PROTENDIDAS

As cestas protendidas são estruturas que resultam de cestas não protendidas em cujos cabos, adequadamente dispostos, aplicam-se esforços prévios de tração.

Dentre os diversos tipos de cestas protendidas destaca-se o constituído por duas famílias de cabos que, transversalmente associados formando malhas retangulares, geram uma superfície de dupla curvatura reversa que pode ser assimilada a um parabolóide hiperbólico. A protensão deste tipo de cesta — empregado com frequência em coberturas de planta circular e elíptica — é aplicada mediante o tracionamento dos cabos de uma ou de ambas famílias.

Outro interessante tipo de cesta protendida é o que pode ser obtido associando-se duas famílias de cabos de modo a compor uma estrutura que tem a forma de uma superfície de revolução de dupla curvatura reversa. Neste caso, um mastro central sustenta a cesta cujos cabos, dispostos segundo os meridianos e os paralelos, formam malhas trapezoidais de dimensões variáveis. A protensão da cesta pode ser introduzida, por exemplo, pelo tracionamento dos cabos meridianos.

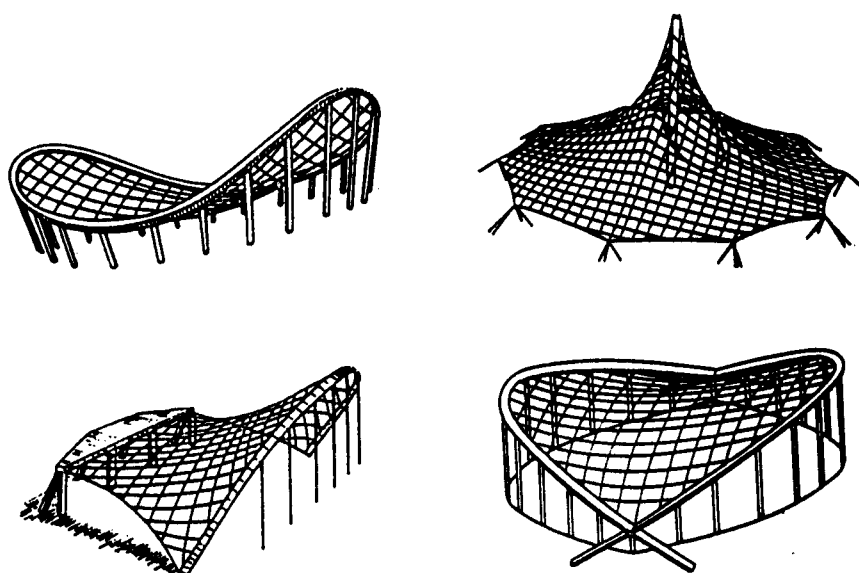


Figura 2.2.2.1 - Esquemas de cestas protendidas.

2.2.3 CABOS-TRELIÇA

Constituídos, essencialmente, por dois cabos e por um conjunto de hastes que os conectam, os cabos-treliça são estruturas protendidas que têm a forma de uma treliça plana de banzos não paralelos. Os cabos compõem os banzos da treliça e as hastes a sua alma.

Os cabos-treliça podem ser considerados, de acordo com a configuração de seus dois cabos, ou bicôncavos, ou biconvexos ou ainda mistos. Os cabos-treliça mistos são aqueles que têm um trecho central biconvexo e dois trechos extremos bicôncavos. As hastes que conectam os dois cabos, dispostas paralelamente ou em diagonal, ficam sujeitas a esforços de tração nos cabos-treliça bicôncavos e a esforços de compressão nos biconvexos. Nos cabos mistos as barras do trecho central ficam comprimidas e as dos trechos extremos tracionadas.

Para compor o sistema estrutural, os cabos-treliça podem ser dispostos ou paralelamente, ou radialmente ou ainda transversalmente.

Cabos-treliça paralelos, nivelados ou desnivelados são correntemente empregados em coberturas de planta retangular. Suspensos de estruturas situadas no perímetro — geralmente pilares engastados na fundação ou articulados e espiados — os cabos-treliça formam duas superfícies, que dependendo da configuração de cada um de seus cabos, podem ser de simples ou de dupla curvatura. Observe-se que cabos paralelos também podem ser usados em coberturas de planta circular ou elíptica.

Cabos-treliça dispostos radialmente são particularmente utilizados em coberturas de planta circular ou em forma de setor de círculo. Nas de planta circular mais comuns os cabos-treliça são ancorados em anéis (ou anel) externos que se apoiam em estruturas de contorno e em anéis (ou anel) internos que ficam suspensos dos cabos no centro da área coberta. O emprego de torre central para a ancoragem dos cabos-treliça pode representar interessante alternativa para as coberturas de planta circular.

Reticulados tridimensionais constituídos por cabos-treliça dispostos transversalmente e com igual espaçamento nas duas direções, podem ser utilizados

em coberturas de planta circular ou elíptica. Nas de planta circular, por exemplo, os cabos-treliça são ancorados em um ou em dois anéis externos e geram duas superfícies de dupla curvatura de mesmo sentido.

Protende-se o cabo-treliça ou aplicando-se esforços de tração em um ou em ambos os cabos, ou aplicando-se esforços de tração ou de compressão nas barras, ou ainda mediante a aplicação simultânea de esforços nos cabos e nas barras.

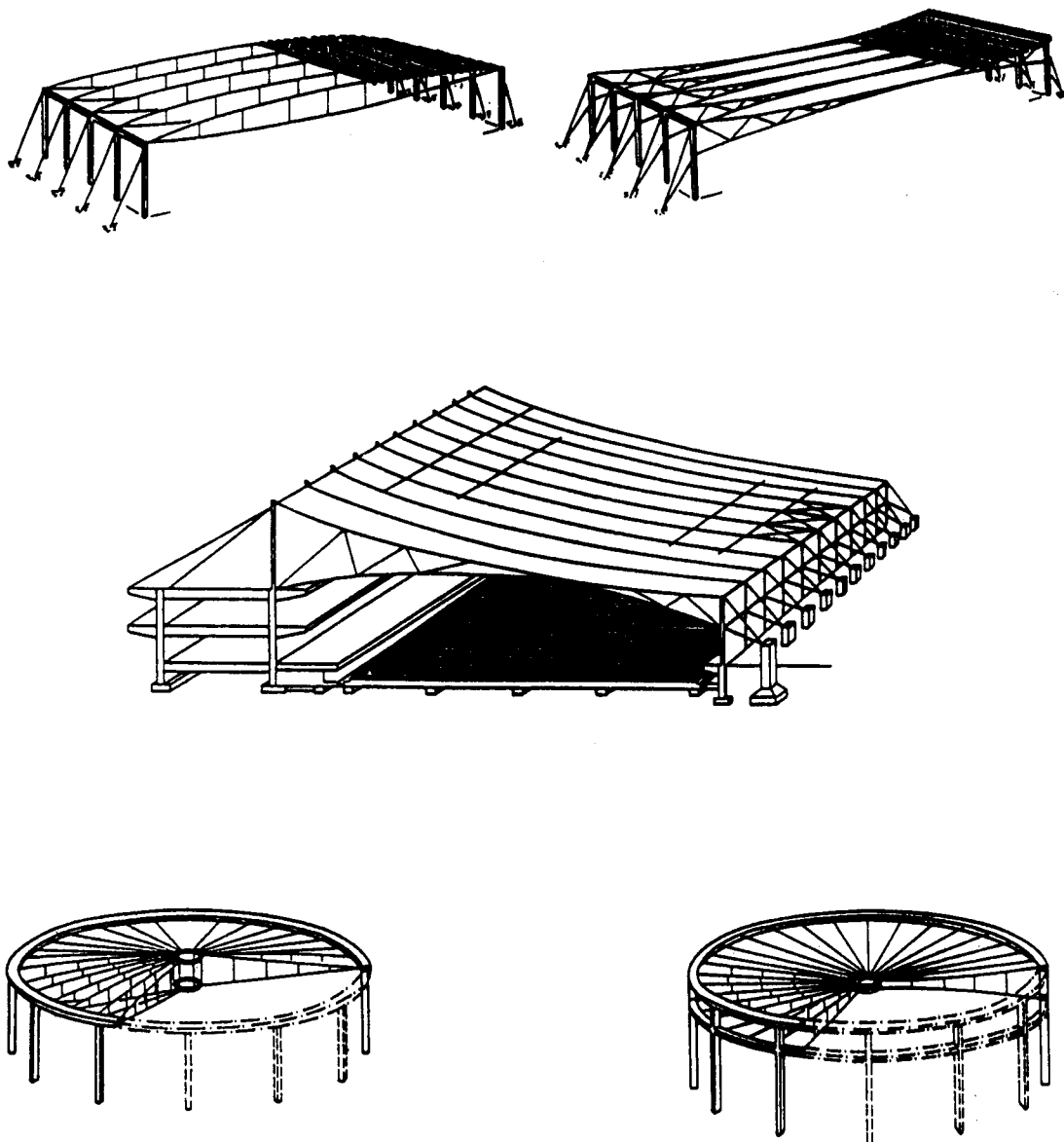


Figura 2.2.3.1 - Esquemas de sistemas estruturais compostos por cabos-treliça.

2.3 SISTEMA VEDANTE E SUA ASSOCIAÇÃO COM O SISTEMA ESTRUTURAL

O sistema vedante compõe-se da vedação propriamente dita e de acessórios que têm a finalidade de fixar a vedação aos cabos de aço. Os elementos de vedação podem ser leves ou pesados. São constituídos por diversos tipos de materiais tais como aço, concreto armado, argamassa armada, madeira, plástico, fibra de vidro, etc. Para fixar a vedação no sistema estrutural empregam-se grampos, ganchos, parafusos, perfis e cantoneiras como mostram, por exemplo, as figuras seguintes.

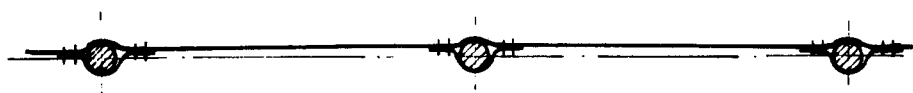


Figura 2.3.1 - Fixação de lâminas ou de náilon, ou de plástico.



Figura 2.3.2 - Fixação das placas de argamassa ou de concreto armado.

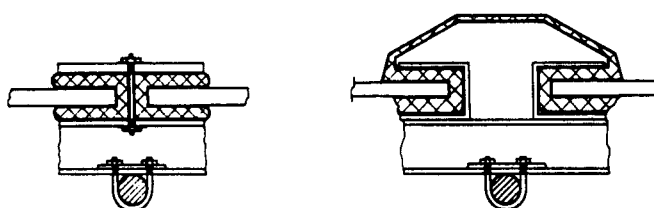


Figura 2.3.3 - Fixação de chapas lisas.

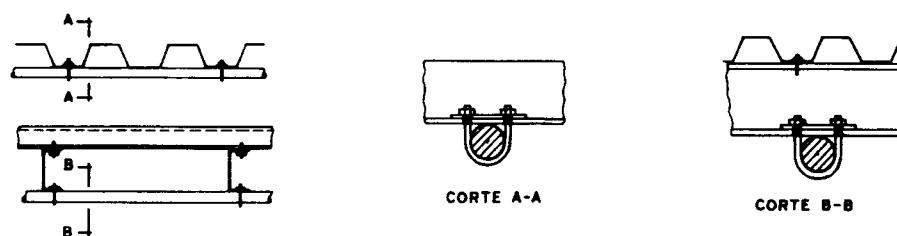


Figura 2.3.4 - Fixação de telhas de aço e de alumínio.

Descritos os sistemas estruturais e vedantes que têm sido utilizados com maior frequência, é necessário que se façam algumas considerações a respeito de sua associação tendo em vista a construção de coberturas pênseis.

Cestas não protendidas são sistemas estruturais que — em consequência do peculiar comportamento mecânico do cabo livremente suspenso — tendem a sofrer grandes deslocamentos. Assim sendo, percebe-se claramente que este tipo de sistema estrutural deve ser associado a um sistema vedante que, especialmente projetado, mobilize mecanismos resistentes que se opondo às ações atuantes — principalmente as assimétricas oriundas do vento — limitem os deslocamentos da cesta a valores compatíveis com o uso da cobertura.

Dos sistemas vedantes já empregados, o mais simples é o constituído por placas pré-moldadas de concreto armado, por acessórios que as fixam nos cabos e por material selante, rígido ou deformável, que, após o assentamento das placas, é introduzido nas juntas. Quando se emprega concreto como material selante, por exemplo, as placas do sistema ficam rigidamente ligadas dando origem a uma cobertura em casca pênstil de elementos pré-fabricados. Aplicando-se uma carga sobre as placas antes da concretagem das juntas e retirando-a após o endurecimento do concreto introduzido, obtém-se uma cobertura pênstil em casca protendida de elementos pré-moldados. Coberturas assim construídas já foram empregadas, com sucesso, em pelo menos três obras brasileiras.

Cestas protendidas e cabos-treliça são estruturas cujo desempenho depende, essencialmente, de sua configuração de equilíbrio e da intensidade de protensão atuante em seus elementos. Adequadamente projetados quanto à forma e quanto à protensão resultam consideravelmente rígidas e podem ser associadas a sistemas de baixo peso próprio e que tenham apenas a função de vedar.

2.4 EXEMPLOS DE OBRAS CONSTRUÍDAS

No capítulo anterior, citaram-se rapidamente 13 obras para dar uma idéia sobre o que existe de coberturas pênseis. Agora, descrevem-se com maiores detalhes duas entre aquelas que empregam os cabos livremente suspensos e que seus sistemas

estrutural e vedante são associados de modo a dar origem a uma casca pênsil protendida — duas obras que estão mais próximas do estudo desenvolvido neste trabalho.

2.4.1 AEROPORTO INTERNACIONAL DE WASHINGTON

A cobertura pênsil do terminal é suspensa de uma estrutura formada por 32(2x16) pilares de concreto armado de seção variável e por duas chapas, também de concreto armado, onde são ancorados os cabos da cobertura. Os pilares — 16 com 19,2m de altura e os outros 16 com 13,1m de altura — são espaçados de 12,2m e engastados nas fundações. Os cabos da cobertura, em número de 128, têm diâmetro de 2,54cm e são de aço de alta resistência. Como vedação empregaram-se painéis nervurados de concreto leve de 2,64x1,80m², com mesa de 2,54cm de espessura e nervuras de 5x19cm². A armadura das nervuras foi deixada saliente de modo a formar ganchos para o apoio dos painéis nos cabos.

Após o assentamento dos painéis de vedação sobre os cabos portantes, fixaram-se as formas e posicionaram-se as armaduras das juntas. A concretagem foi feita simultaneamente com a aplicação da carga de protensão. Endurecido o concreto lançado, a carga de protensão — obtida por meio de sacos de areia e aplicada à borda dos painéis — foi retirada resultando em uma casca pênsil cilíndrica protendida.

O projeto arquitetônico do terminal foi elaborado por Eero Saarinen. O projeto estrutural é de autoria de Amman e Whitney. A área coberta do terminal, construído no início da década de 1960, é de 8350 m².



Figura 2.4.1.1 - Colocação dos cabos e dos painéis de vedação.



Figura 2.4.1.2 - Pilares e chapas onde são ancorados os cabos.

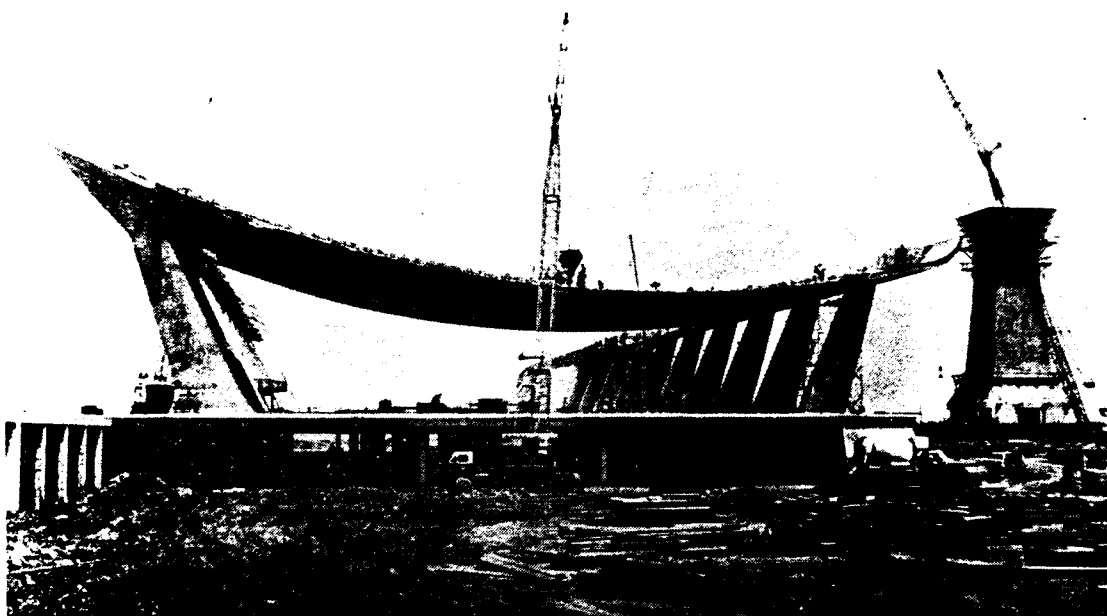


Figura 2.4.1.3 - Vista lateral da obra.

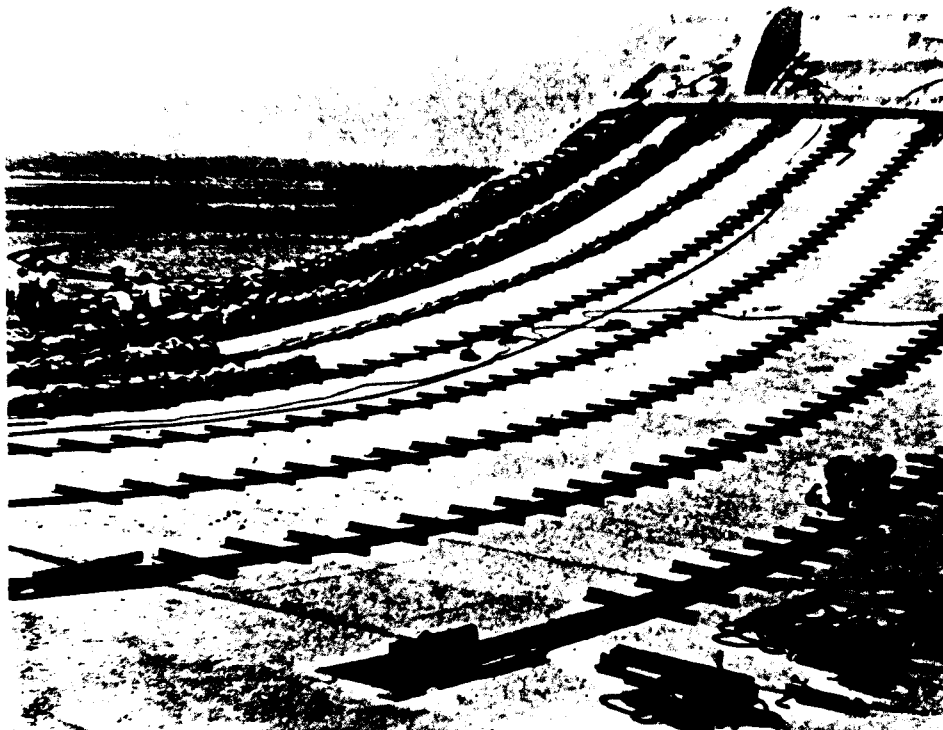


Figura 2.4.1.4 - Operação simultânea de concretagem das juntas e aplicação da protensão.



Figura 2.4.1.5 - Obra em fase final de construção.

2.4.2 GINÁSIO DE ESPORTES GOVERNADOR EMÍLIO GOMES

O teto suspenso com 60m de diâmetro do Ginásio de Esportes Governador Emílio Gomes em Rolândia, Estado do Paraná, foi construído em 1974.

Esta cobertura pênsil de planta circular em casca protendida de revolução é composta de dois anéis concêntricos, de uma cesta de cabos radiais ancoradas nos anéis e de elementos de vedação — placas pré-moldadas — que se apoiam nos cabos que formam a cesta.

Uma carga de protensão é aplicada, por meio de tijolos e sacos plásticos contendo água ou areia, após o assentamento de todas as placas e retirada depois do endurecimento do concreto colocado nas juntas — obtendo-se uma casca pênsil de rotação protendida.

O projeto arquitetônico foi elaborado por BATAGLIA & WELKER. O projeto estrutural é de autoria de BARBATO & MARTINELLI.



Figura 2.4.2.1 - Anel externo com os cabos ancorados.



Figura 2.4.2.2 - Cimbramento central e anel interno suspenso dos cabos.

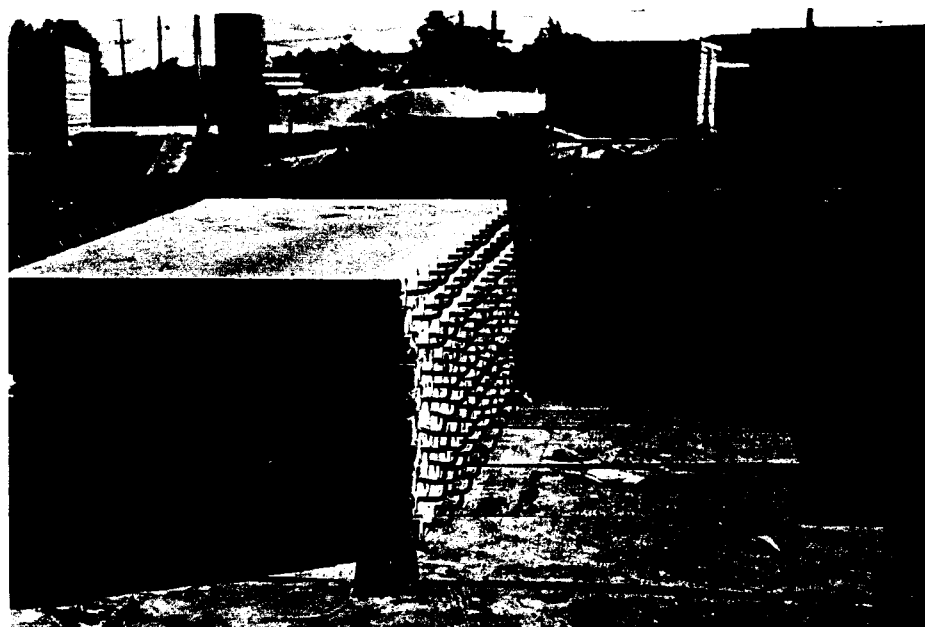


Figura 2.4.2.3 - Placas pré-moldadas de concreto armado (4cm de espessura).

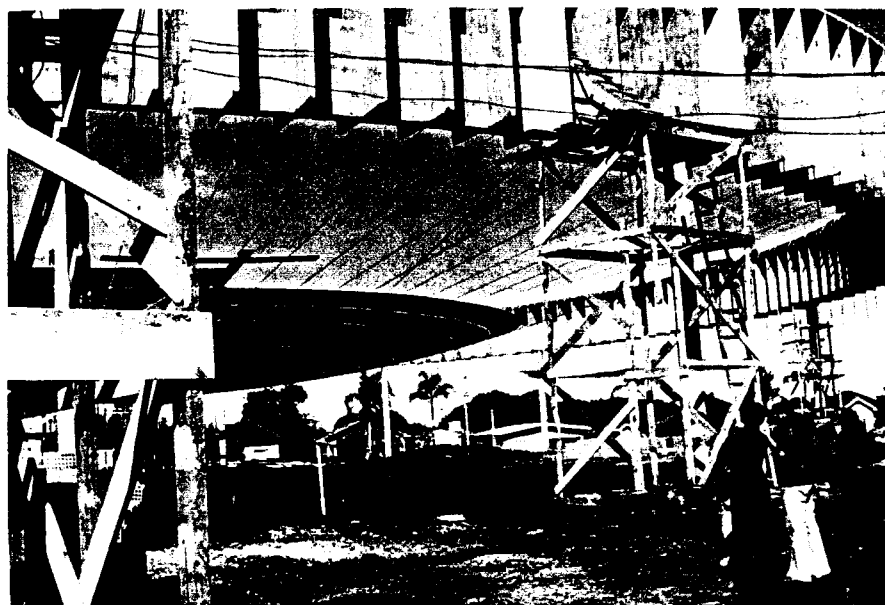


Figura 2.4.2.4 - Colocação das placas de vedação sobre os cabos.



Figura 2.4.2.5 - Vista inferior da cobertura após o assentamento das placas .



Figura 2.4.2.6 - Cobertura com a carga de protensão.



Figura 2.4.2.7 - Vista global da cobertura.

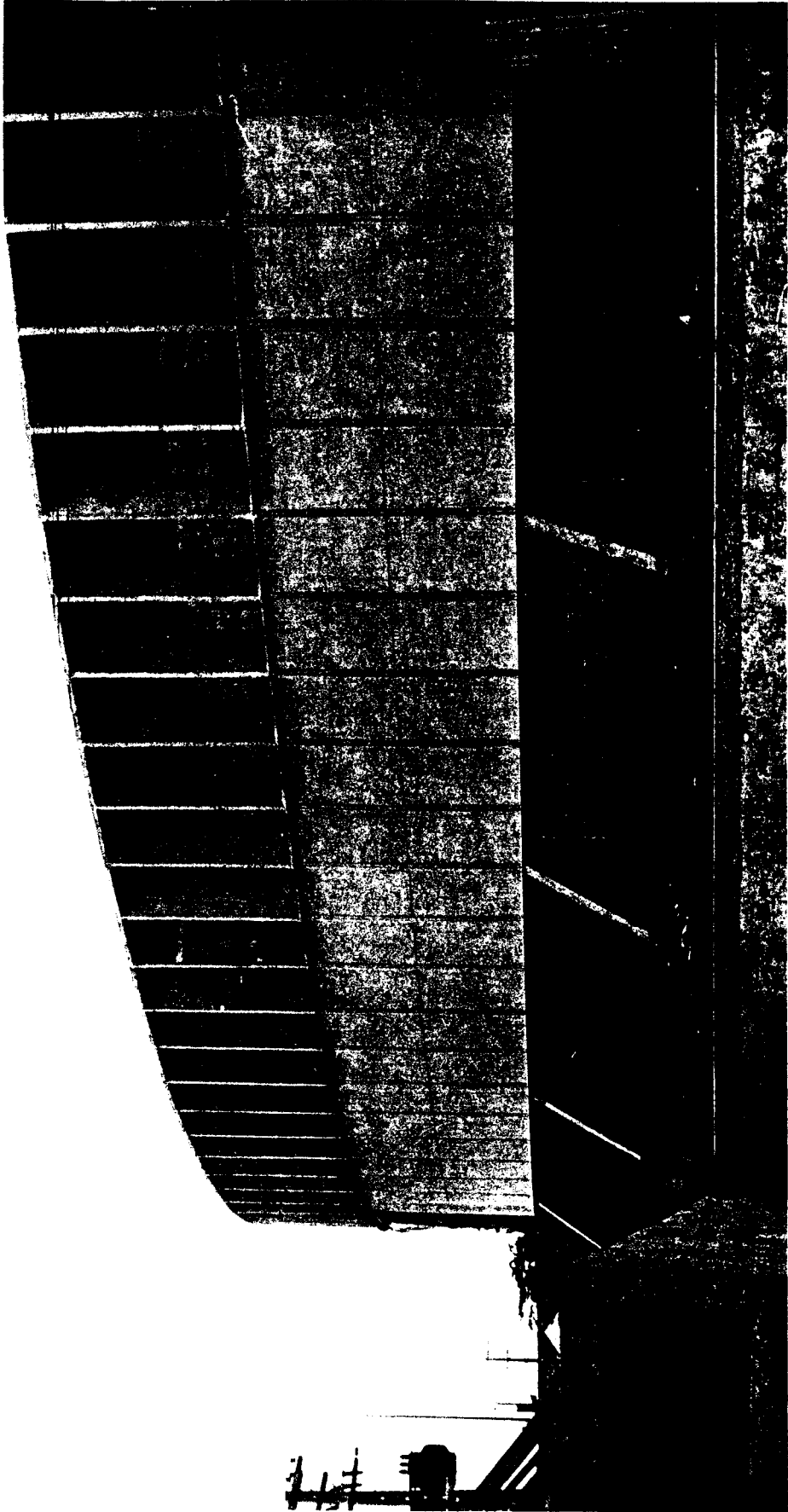


Figura 2.4.2.8 - Vedação lateral em alvenaria placas de cimento amianto.

3 PROCESSO ANALÍTICO

3.1 INTRODUÇÃO

No Processo Analítico o cabo é estudado a partir de equações diferenciais que relacionam tensões (esforços), deformações e deslocamentos.

Essas equações resolvidas levam às expressões que permitem analisar o cabo solicitado por diversos tipos de carregamento. No entanto, o estudo que se apresenta a seguir contempla apenas cabos solicitados por carregamento uniformemente distribuído ao longo de todo o seu vão. Consideram-se, também, os efeitos das variações de temperatura e dos deslocamentos dos apoios.

Admite-se regime elástico linear com pequenas deformações e a invariabilidade da área da seção transversal do cabo.

3.2 EQUAÇÕES BÁSICAS DO ELEMENTO DE CABO

Faz-se, neste item, a dedução das equações que regem o comportamento estático dos cabos livremente suspensos.

3.2.1 EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO

Nas equações seguintes, as condições de equilíbrio do elemento de cabo são satisfeitas nas posições inicial e final.

3.2.1.1 ELEMENTO DE CABO NA POSIÇÃO INICIAL

As equações de equilíbrio de forças e momentos para um elemento de comprimento inicial ds , figura 3.2.1.1.1, são:

$$dH = 0 \quad (3.2.1.1.1)$$

$$dV + p dx = 0 \quad (3.2.1.1.2)$$

$$V dx - H dy - p dx \left(\frac{dx}{2} \right) = 0 \quad (3.2.1.1.3)$$

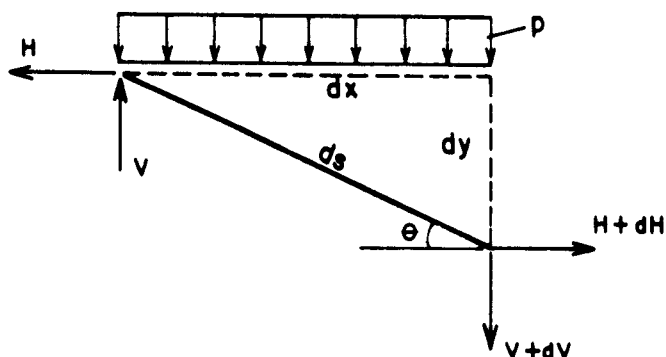


Figura 3.2.1.1.1 - Elemento de cabo na posição inicial.

3.2.1.2 ELEMENTO DE CABO NA POSIÇÃO FINAL

Analogamente ao item anterior, as equações de equilíbrio aplicadas ao elemento de comprimento final $d\bar{s}$, figura 3.2.1.2.1, são:

$$d\bar{H} = 0 \quad (3.2.1.2.1)$$

$$\bar{V} - \bar{p}(dx + du) - (\bar{V} + d\bar{V}) = 0 \quad (3.2.1.2.2)$$

$$\bar{V}(dx + du) - \bar{H}(dy + dv) - \bar{p} \frac{(dx + du)^2}{2} = 0 \quad (3.2.1.2.3)$$

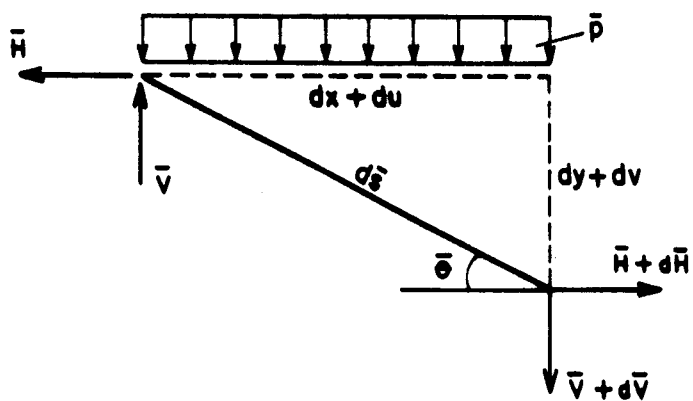


Figura 3.2.1.2.1 - Elemento de cabo na posição final.

3.2.2 RELAÇÃO ENTRE DEFORMAÇÕES E DESLOCAMENTOS

Os comprimentos ds e $d\bar{s}$, figura 3.2.2.1, podem ser expressos por:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 \quad (3.2.2.1)$$

$$d\bar{s}^2 = (dx + du)^2 + (dy + dv)^2 \quad (3.2.2.2)$$

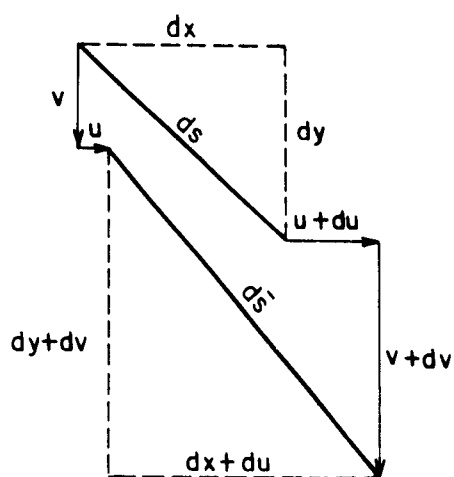


Figura 3.2.2.1 - Elementos de cabo nas posições inicial e final.

Definindo-se a deformação específica ε por

$$\varepsilon = \frac{d\bar{s} - ds_0}{ds_0} \quad (3.2.2.3)$$

e combinando-se (3.2.2.1), (3.2.2.2) e (3.2.2.3), obtém-se a equação (3.2.2.4) que relaciona deformações e deslocamentos:

$$\varepsilon = \sqrt{1 + \frac{2u' + u'^2 + 2y'v' + v'^2}{1 + y'^2}} - 1 \quad (3.2.2.4)$$

3.2.3 RELAÇÃO ENTRE ESFORÇOS E DEFORMAÇÕES

A figura 3.2.3.1 mostra um elemento de cabo de comprimento inicial ds , comprimento final $d\bar{s}$ e comprimento de referência (indeformado) ds_0 .

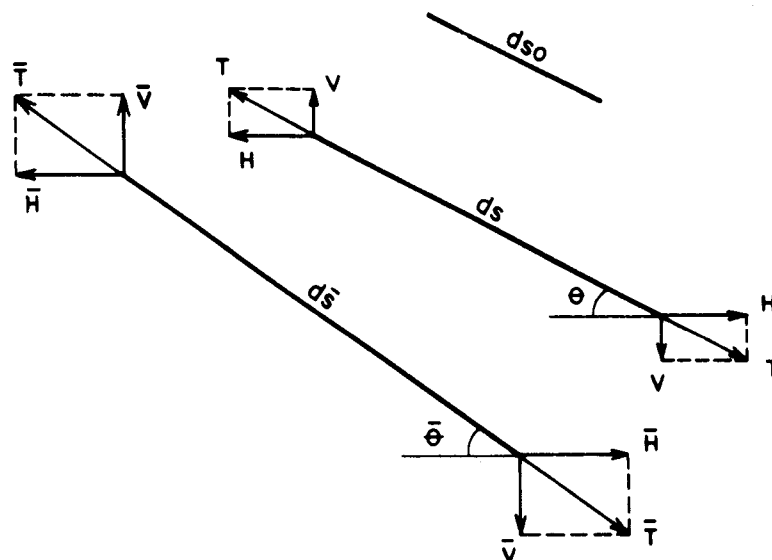


Figura 3.2.3.1 - Elementos de cabo nas posições indeformada, inicial e final.

De acordo com a lei de Hooke, podem-se escrever da seguinte forma as equações que relacionam tensões e deformações:

$$\sigma = \frac{T}{A} = E \frac{ds - ds_0}{ds_0} \quad (3.2.3.1)$$

$$\bar{\sigma} = \frac{\bar{T}}{A} = E \frac{d\bar{s} - ds_0}{ds_0} \quad (3.2.3.2)$$

sendo A a área da seção transversal do cabo e E o seu módulo de elasticidade.

Combinando-se as equações (3.2.3.1), (3.2.3.2) e (3.2.2.3), e considerando-se a variação de temperatura, tem-se:

$$\epsilon = \frac{(\bar{T} - T)}{T + EA} + \alpha \Delta t \quad (3.2.3.3)$$

onde α é o coeficiente linear de dilatação térmica do material da cabo e Δt é a variação de temperatura.

3.3 CONFIGURAÇÃO INICIAL DE EQUILÍBRIO

Seja o cabo livremente suspenso esquematizado na figura 3.3.1:

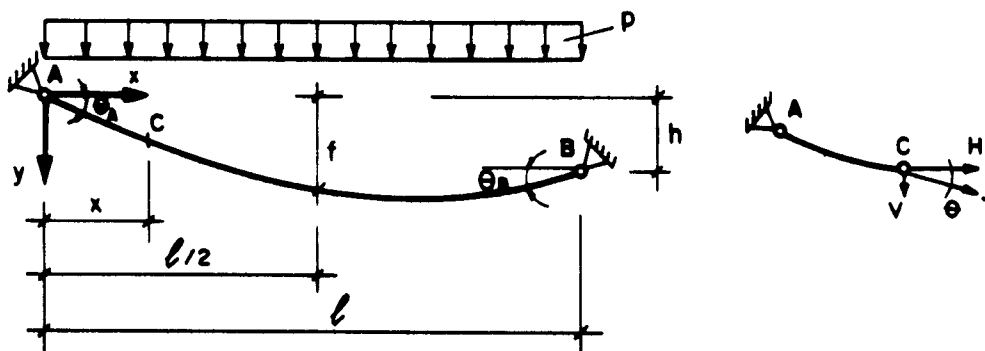


Figura 3.3.1 - Cabo na posição inicial de equilíbrio.

Combinando-se as equações (3.2.1.1.1), (3.2.1.1.2) e (3.2.1.1.3) obtém-se como resultado a equação diferencial que caracteriza a configuração inicial de equilíbrio do cabo:

$$y'' = -\frac{p}{H} \quad (3.3.1)$$

Integrando-se a equação (3.3.1), têm-se:

$$y' = -\frac{p}{H}x + a \quad (3.3.2)$$

$$y = -\frac{p}{2H}x^2 + ax + b \quad (3.3.3)$$

Especificando-se as coordenadas x e y dos pontos A e B, determinam-se as constantes de integração:

$$b = 0 \quad (3.3.4)$$

$$a = \frac{p\ell}{2H} + \frac{h}{\ell} \quad (3.3.5)$$

Introduzindo-se estas duas últimas equações em (3.3.2) e (3.3.3), determinam-se as equações que caracterizam a curva do cabo:

$$y' = -\frac{p}{H}x + \left(\frac{p\ell}{2H} + \frac{h}{\ell} \right) \quad (3.3.6)$$

$$y = -\frac{p}{2H}x^2 + \left(\frac{p\ell}{2H} + \frac{h}{\ell} \right)x \quad (3.3.7)$$

A equação (3.3.6) permite determinar o ângulo que a tangente à curva do cabo faz com o eixo das abscissas e a (3.3.7) fornece a ordenada dos pontos do cabo em relação ao mesmo eixo.

A partir destas equações pode-se obter todos os parâmetros definidores da configuração de equilíbrio do cabo. Assim, determinam-se a força

horizontal H — constante ao longo do cabo, a força de tração T , o comprimento do cabo s e, também, os ângulos θ_A e θ_B

A força horizontal H pode ser obtida ou em função do ângulo θ_A ou em função da flecha do cabo, figura 3.3.1.

Quando se conhece o ângulo θ_A , da equação (3.3.6), com $x = 0$ e $y' = \text{tg } \theta_A$, obtém-se

$$H = \frac{p\ell^2}{2(\ell \text{tg } \theta_A - h)} \quad (3.3.8)$$

Quando a flecha do cabo é conhecida, de (3.3.7), com $x = \ell/2$ e $y = f$, tira-se:

$$H = \frac{p\ell^2}{4(2f - h)} \quad (3.3.9)$$

A força de tração T , variável ao longo do cabo, figura 3.3.1, pode ser calculada por

$$T = \frac{H}{\cos\theta} = H\sqrt{1 + y'^2} \quad (3.3.10)$$

Tendo em vista a expressão de y' , dada por (3.3.6), obtém-se:

$$T = H\sqrt{1 + \left[-\frac{p}{H}x + \left(\frac{p\ell}{2H} + \frac{h}{\ell} \right) \right]^2} \quad (3.3.11)$$

As forças de tração T_A e T_B que surgem nos pontos de suspensão podem ser calculadas por (3.3.11) fazendo-se $x = 0$ e $x = \ell$ respectivamente.

O comprimento do cabo é dado pela expressão resultante da integração, ao longo do vão, da expressão de ds

$$s = \int_0^\ell ds = \int_0^\ell \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2} = \int_0^\ell \sqrt{1 + y'^2} dx \quad (3.3.12)$$

onde, com boa aproximação, obtém-se

$$s \cong \int_0^{\ell} \left(1 + \frac{y'^2}{2} \right) dx = \ell \left[1 + \left(\frac{p}{H} \right)^2 \frac{\ell^2}{24} + \frac{h^2}{2\ell^2} \right] \quad (3.3.13)$$

3.4 CONFIGURAÇÃO FINAL DE EQUILÍBRIO

Estando definida a posição de equilíbrio do cabo para o carregamento inicial p , pode-se estudar a deformação do cabo sob o carregamento final $\bar{p} = p + \Delta p$.

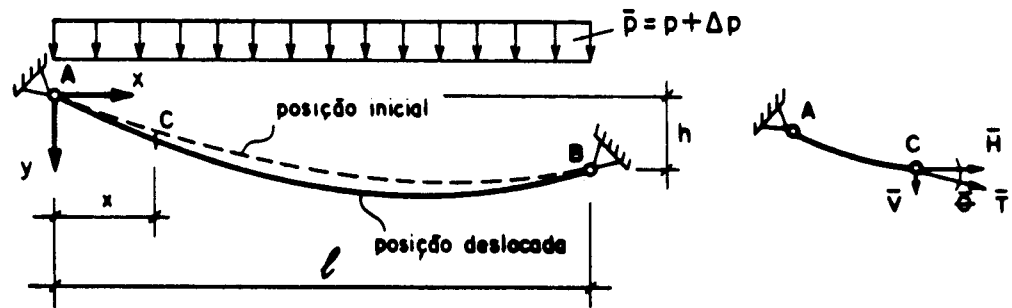


Figura 3.4.1 - Cabo na posição final de equilíbrio.

Combinando-se (3.2.1.2.1), (3.2.1.2.2) e (3.2.1.2.3), obtém-se:

$$y' + v' = \left[-\frac{\bar{p}}{H} \int (1 + u') dx + k_1 \right] (1 + u') \quad (3.4.1)$$

Fazendo-se a aproximação $(1 + u') \cong 1$ na equação (3.4.1), tem-se:

$$v' = -\frac{\bar{p}}{H} x + k_1 - y' \quad (3.4.2)$$

Introduzindo-se (3.3.2) em (3.4.2) e integrando-se a equação resultante, obtém-se:

$$v = \left(\frac{p}{H} - \frac{\bar{p}}{H} \right) \frac{x^2}{2} + (k_1 - a)x + k_2 \quad (3.4.3)$$

Fazendo-se $v = v_A$ para $x = 0$ e $v = v_B$ para $x = \ell$ na equação anterior, calculam-se as constantes de integração k_1 e k_2 e portanto:

$$v' = \left(\frac{p}{H} - \frac{\bar{p}}{\bar{H}} \right) x + \left[\frac{v_B - v_A}{\ell} - \left(\frac{p}{H} - \frac{\bar{p}}{\bar{H}} \right) \frac{\ell}{2} \right] \quad (3.4.4)$$

$$v = \left(\frac{p}{H} - \frac{\bar{p}}{\bar{H}} \right) \frac{x^2}{2} + \left[\frac{v_B - v_A}{\ell} - \left(\frac{p}{H} - \frac{\bar{p}}{\bar{H}} \right) \frac{\ell}{2} \right] x + v_A \quad (3.4.5)$$

Considerando-se as equações (3.2.2.4) e (3.2.3.3), e observando — figuras (3.2.1.1.1), (3.2.1.2.1) e (3.2.3.1) — que

$$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{1+y'^2}} \quad (3.4.6)$$

$$\cos\bar{\theta} = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{y'+v'}{1+u'}\right)^2}} \quad (3.4.7)$$

$$T = H\sqrt{1+y'^2} \quad (3.4.8)$$

$$\bar{T} = \bar{H}\sqrt{1+\left(\frac{y'+v'}{1+u'}\right)^2} \quad (3.4.9)$$

obtem-se

$$\sqrt{1+\frac{2(u'+y'v')+u'^2+v'^2}{1+y'^2}} - 1 = \frac{\bar{H}\sqrt{1+\left(\frac{y'+v'}{1+u'}\right)^2} - H\sqrt{1+y'^2}}{EA + H\sqrt{1+y'^2}} + \alpha\Delta t \quad (3.4.10)$$

Fazendo-se, na equação (3.4.10), as aproximações

$$(1+u') \cong 1 \quad (3.4.11)$$

$$\sqrt{1+\frac{2(u'+y'v')+u'^2+v'^2}{1+y'^2}} \cong 1 + \frac{2(u'+y'v')+u'^2+v'^2}{2(1+y'^2)} \quad (3.4.12)$$

$$\sqrt{1+(y'+v')^2} \cong 1 + \sqrt{1+y'^2} + \frac{v'^2}{2} + v'y' \quad (3.4.13)$$

obtém-se

$$u' = \left(\frac{\bar{H}}{EA + H\sqrt{1+y'^2}} - 1 \right) \left(y'v' + \frac{v'^2}{2} \right) + \bar{H} \frac{\left(y'^3 v' + \frac{y'^2 v'^2}{2} \right)}{EA + H\sqrt{1+y'^2}} + (\bar{H} - H)f_1(x) + f_2(x)$$

Nesta equação, $f_1(x)$ e $f_2(x)$ se expressam por

$$f_1(x) = \frac{(1+y'^2)^{3/2}}{EA + H\sqrt{1+y'^2}} \quad (3.4.15)$$

$$f_2(x) = \alpha \Delta t (1 + y'^2) \quad (3.4.16)$$

Fazendo-se, ainda, a aproximação

$$EA + H\sqrt{1+y'^2} \cong EA + H \quad (3.4.17)$$

nos termos da equação (3.4.14) que após esta aproximação ficam na forma polinomial e integrando-se a equação resultante, obtém-se:

$$u = \left(\frac{\bar{H}}{EA + H} - 1 \right) \int y'v' dx + \frac{1}{2} \left(\frac{\bar{H}}{EA + H} - 1 \right) \int v'^2 dx + \frac{\bar{H}}{EA + H} \int y'^3 v' dx + \frac{\bar{H}}{2(EA + H)} \int y'^2 v'^2 dx + (\bar{H} - H) \int f_1(x) dx + \int f_2(x) dx + k_3 \quad (3.4.18)$$

Com a resolução das integrais da equação anterior e imposição das condições de contorno, $u = u_A$ para $x = 0$ e $u = u_B$ para $x = \ell$, obtém-se:

$$k_3 = u_A \quad (3.4.19)$$

$$\alpha_1 \bar{H}^3 + \beta_1 \bar{H}^2 + \gamma_1 \bar{H} + \delta_1 = 0 \quad (3.4.20)$$

Os coeficientes da equação cúbica (3.4.20) são números reais que dependem da posição inicial de equilíbrio do cabo, do seu módulo de elasticidade, da área de sua seção transversal, do seu carregamento final e dos deslocamentos de seus apoios. E podem ser escritos da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \alpha_1 = & \frac{1}{EA + H} \left[A_1 \left(\frac{p}{H} \right) + A_2 + \left(\frac{p}{H} \right)^2 B_1 + B_2 \right] + \\ & + \left(\frac{p}{H} \right) C_1 + C_2 + \left(\frac{p}{H} \right)^2 D_1 + \left(\frac{p}{H} \right) D_2 + D_3 + E_1 \end{aligned} \quad (3.4.21)$$

$$\begin{aligned} \beta_1 = & -\frac{A_1 \bar{p}}{EA + H} - A_1 \left(\frac{p}{H} \right) - A_2 + \left(\frac{p}{H} \right) B_1 \left[\frac{-2\bar{p}}{EA + H} - \frac{p}{H} \right] - B_2 + \\ & - \bar{p} C_1 - 2 \left(\frac{p}{H} \right) \bar{p} D_1 - \bar{p} D_2 - H E_1 + F_1 + (u_A - u_B) \end{aligned} \quad (3.4.22)$$

$$\gamma_1 = A_1 \bar{p} + \bar{p} B_1 \left[\frac{\bar{p}}{EA + H} + 2 \left(\frac{p}{H} \right) \right] + \bar{p}^2 D_1 \quad (3.4.23)$$

$$\delta_1 = -\bar{p}^2 B_1 \quad (3.4.24)$$

onde A_1 , A_2 , B_1 , B_2 , C_1 , C_2 , D_1 , D_2 , D_3 , E_1 e F_1 são dados por

$$A_1 = -\left(\frac{p}{H} \right) \frac{\ell^3}{12} \quad (3.4.25)$$

$$A_2 = \left(\frac{v_B - v_A}{\ell} \right) \left[-\frac{p \ell}{H 2} + a \right] \ell \quad (3.4.26)$$

$$B_1 = \frac{\ell^3}{24} \quad (3.4.27)$$

$$B_2 = \frac{\ell}{2} \left(\frac{v_B - v_A}{\ell} \right)^2 \quad (3.4.28)$$

$$C_1 = \left[-3 \left(\frac{p}{H} \right)^3 \frac{\ell^5}{40} + a \left(\frac{p}{H} \right)^2 \frac{\ell^4}{4} - a^2 \left(\frac{p}{H} \right) \frac{\ell^3}{4} \right] / (EA + H) \quad (3.4.29)$$

$$C_2 = \left(\frac{v_B - v_A}{\ell} \right) \left[- \left(\frac{p}{H} \right)^3 \frac{\ell^4}{4} + a \left(\frac{p}{H} \right)^2 \ell^3 - 3a^2 \left(\frac{p}{H} \right) \frac{\ell^2}{2} + a^3 \ell \right] / (EA + H) \quad (3.4.30)$$

$$D_1 = \left[\left(\frac{p}{H} \right)^2 \frac{\ell^5}{30} - a \left(\frac{p}{H} \right) \frac{\ell^4}{12} + \frac{a^2 \ell^3}{12} \right] / 2(EA + H) \quad (3.4.31)$$

$$D_2 = \left[\left(\frac{p}{H} \right)^2 \left(\frac{v_B - v_A}{\ell} \right) \frac{\ell^4}{6} - a \left(\frac{p}{H} \right) \left(\frac{v_B - v_A}{\ell} \right) \frac{\ell^3}{3} \right] / 2(EA + H) \quad (3.4.32)$$

$$D_3 = \left(\frac{v_B - v_A}{\ell} \right)^2 \left[\left(\frac{p}{H} \right)^2 \frac{\ell^3}{3} - a \left(\frac{p}{H} \right) \ell^2 + a^2 \ell \right] / 2(EA + H) \quad (3.4.33)$$

$$E_1 = \int_0^\ell f_1(x) dx \quad (3.4.34)$$

$$F_1 = \alpha \Delta t \left[\left(\frac{p}{H} \right)^2 \frac{\ell^3}{3} - a \left(\frac{p}{H} \right) \ell^2 + (1 + a^2) \ell \right] \quad (3.4.35)$$

Calculada a raiz real positiva da equação, o esforço horizontal final no cabo, podem-se determinar todas as outras grandezas relativas à configuração final de equilíbrio do cabo.

3.5 CONSIDERAÇÕES SOBRE AS CONDIÇÕES DE CONTORNO

Como se mencionou anteriormente, os coeficientes da equação (3.4.20) dependem da posição inicial de equilíbrio do cabo, da área de sua seção transversal, do seu módulo de elasticidade, do seu carregamento final e dos deslocamentos u_A , u_B , v_A e v_B de seus apoios.

Para o cálculo desses deslocamentos, mediante um certo carregamento final, necessita-se conhecer a rigidez da estrutura de sustentação e a ação atuante nesta estrutura, ou seja, é preciso conhecer também a configuração final de equilíbrio do cabo.

Utiliza-se, então, de um processo iterativo para a resolução da indeterminação — os deslocamentos dos apoios dependem da configuração final de equilíbrio do cabo e esta depende daqueles — que consiste do seguinte: arbitram-se os deslocamentos dos apoios, determina-se \bar{H} e calculam-se os novos deslocamentos; o processo iterativo termina quando a diferença entre os deslocamentos dos apoios de uma iteração para a seguinte está dentro de uma tolerância preestabelecida.

4 PROCESSO DOS DESLOCAMENTOS

4.1 INTRODUÇÃO

Os esforços e deslocamentos dos cabos livremente suspensos são determinados discretizando-os em segmentos retilíneos ligados entre si por pontos nodais, onde se supõem aplicadas as ações. Utiliza-se matriz de rigidez tangente que relaciona para a estrutura acréscimos de carregamentos com acréscimos de deslocamentos. Admite-se regime elástico linear com pequenas deformações e a invariabilidade da área da seção transversal do cabo.

4.2 SISTEMA DE COORDENADAS

Os eixos x e y são os eixos de referência nos quais se escrevem as coordenadas do elemento e de toda a estrutura, figura 4.2.1.

Utiliza-se um referencial na configuração inicial segundo o qual são medidos os deslocamentos dos nós.

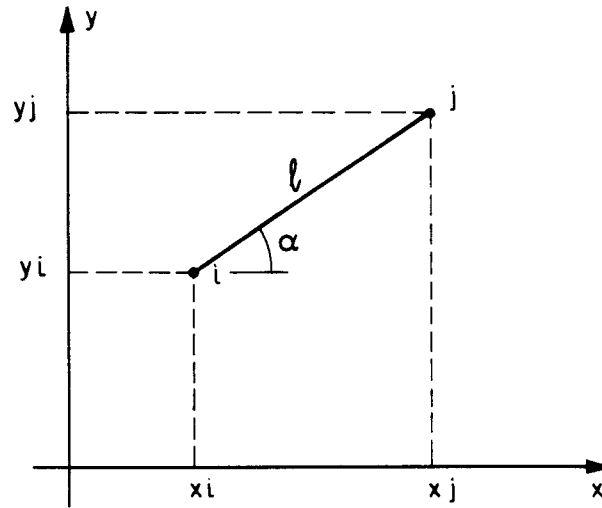


Figura 4.2.1 - Sistema de coordenadas.

4.3 MATRIZ DE RIGIDEZ TANGENTE (INSTANTÂNEA) DO ELEMENTO

Seja o elemento de cabo de eixo retilíneo, comprimento de referência $(s_0)_{ij}$, comprimento inicial l_{ij} , comprimento genérico $(l+d\ell)_{ij}$, comprimento final $(l+\Delta\ell)_{ij}$ e extremidades i e j definidas pelos vetores-posição \vec{r}_i e \vec{r}_j , figura 4.3.1.

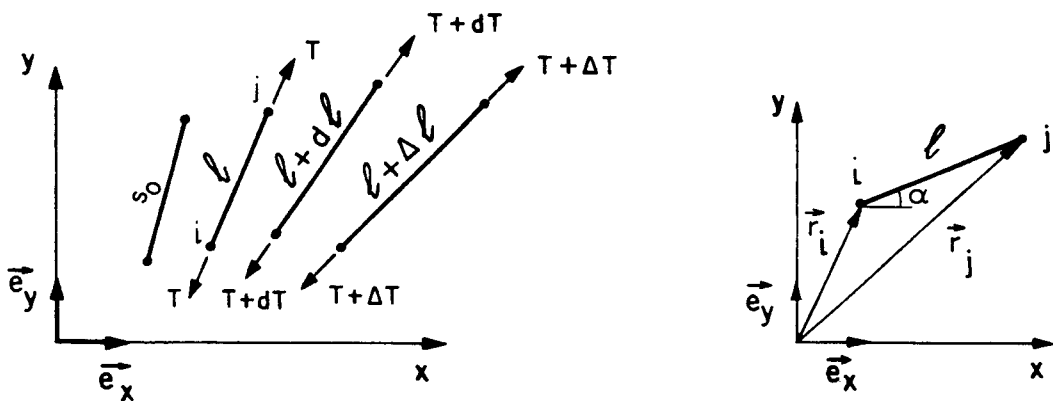


Figura 4.3.1 - Segmentos retilíneos de cabo no sistema de coordenadas.

O módulo do vetor $\Delta\vec{r}_{ij} = \vec{r}_j - \vec{r}_i$ é $l_{ji} = l_{ij}$, então, o versor da direção (i,j) pode ser posto na forma:

$$\vec{a}_{ij} = \frac{\vec{r}_j - \vec{r}_i}{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|} = \frac{\Delta\vec{r}_{ij}}{|\Delta\vec{r}_{ij}|} = \frac{\Delta\vec{r}_{ij}}{l_{ij}} = \left(\frac{\Delta\vec{r}}{l}\right)_{ij} \quad (4.3.1)$$

Sendo \vec{T}_{ij} a força de tração atuante no elemento e T_{ij} igual à T_{ji} o seu módulo, e sabendo-se que

$$\vec{T}_{ij} = (\vec{a}_{ij})T_{ij} \quad (4.3.2)$$

de (4.3.1) obtém-se:

$$\vec{T}_{ij} = \left(\frac{\Delta\vec{r}}{l}\right)_{ij} T_{ij} \quad (4.3.3)$$

Diferenciando-se a equação (4.3.3) — função de $\Delta\vec{r}$, l e T — resulta:

$$d\vec{T} = \frac{T}{l} d\Delta\vec{r} + \frac{\Delta\vec{r}}{l} \left[dT - \left(\frac{Td\ell}{l}\right) \right] \quad (4.3.4)$$

Admitindo-se a lei de Hooke, têm-se para o elemento de cabo em questão:

$$\frac{T}{A} = E \frac{(\ell - s_0)}{s_0} \quad (4.3.5)$$

$$\frac{(T+dT)}{A} = E \left[\frac{(\ell+d\ell) - s_0}{s_0} \right] \quad (4.3.6)$$

sendo A a área da seção transversal do cabo e E o seu módulo de elasticidade.

Da equação (4.3.5) podem-se escrever

$$s_o = \frac{\ell EA}{EA + T} \quad (4.3.7)$$

$$\ell = \frac{s_o}{EA} (EA + T) \quad (4.3.8)$$

Diferenciando-se a equação (4.3.8), obtém-se:

$$d\ell = \frac{s_o}{EA} (EA + dT) \quad (4.3.9)$$

Introduzindo-se (4.3.9) em (4.3.6) e diferenciando-se a equação resultante, obtém-se:

$$d\ell = \frac{dT s_o}{EA} \quad (4.3.10)$$

Introduzindo-se (4.3.7) em (4.3.10), tem-se:

$$dT = (EA + T) \frac{d\ell}{\ell} \quad (4.3.11)$$

Combinando-se as equações (4.3.11) e (4.3.4) resulta a equação vetorial que dá origem a matriz de rigidez tangente do elemento de cabo:

$$d\vec{T} = \frac{T}{\ell} d(\Delta\vec{r}) + \left(\frac{EA}{\ell} \frac{d\ell}{\ell} \right) \Delta\vec{r} \quad (4.3.12)$$

Com o auxílio da figura 4.3.1, escrevem-se:

$$\vec{r}_i = (x_i)\vec{e}_x + (y_i)\vec{e}_y \quad (4.3.13)$$

$$\vec{r}_j = (x_j)\vec{e}_x + (y_j)\vec{e}_y \quad (4.3.14)$$

$$(\Delta\vec{r}_{ij}) = \Delta\vec{r} = (x_j - x_i)\vec{e}_x + (y_j - y_i)\vec{e}_y \quad (4.3.15)$$

$$\ell_{ij} = \ell_{ji} = \ell = [(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2]^{1/2} \quad (4.3.16)$$

Sabendo-se que:

$$d(\Delta\vec{r}_{ij}) = d\Delta\vec{r} = \frac{\partial\Delta\vec{r}}{\partial x_j} dx_j + \frac{\partial\Delta\vec{r}}{\partial y_j} dy_j + \frac{\partial\Delta\vec{r}}{\partial x_i} dx_i + \frac{\partial\Delta\vec{r}}{\partial y_i} dy_i \quad (4.3.17)$$

$$d(\ell_{ij}) = d\ell = \frac{\partial\ell}{\partial x_j} dx_j + \frac{\partial\ell}{\partial y_j} dy_j + \frac{\partial\ell}{\partial x_i} dx_i + \frac{\partial\ell}{\partial y_i} dy_i \quad (4.3.18)$$

e que as bases — \vec{e}_x e \vec{e}_y — do espaço vetorial são constantes, têm-se os diferenciais totais de $\Delta\vec{r}$ e ℓ :

$$d\Delta\vec{r} = (dx_j - dx_i)\vec{e}_x + (dy_j - dy_i)\vec{e}_y \quad (4.3.19)$$

$$d\ell = (x_j - x_i)(dx_j - dx_i) + (y_j - y_i)(dy_j - dy_i) \quad (4.3.20)$$

Escrevendo-se a equação (4.3.12) em função das coordenadas x_i , y_i , x_j e y_j e dos deslocamentos diferenciais dx_i , dy_i , dx_j e dy_j , tem-se:

$$d\vec{T} = \frac{T}{\ell} [(dx_j - dx_i)\vec{e}_x + (dy_j - dy_i)\vec{e}_y] + \frac{EA}{\ell} \left[\frac{(x_j - x_i)(dx_j - dx_i) + (y_j - y_i)(dy_j - dy_i)}{\ell^2} \right] [(x_j - x_i)\vec{e}_x + (y_j - y_i)\vec{e}_y] \quad (4.3.21)$$

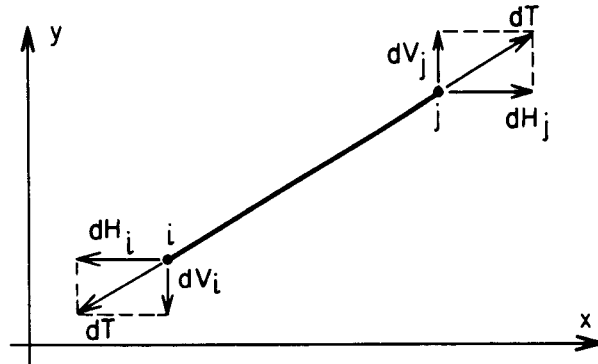


Figura 4.3.2 - Segmento de cabo e os esforços atuantes.

As forças dH_j , dV_j , dH_i e dV_i , componentes de dT , aplicadas às extremidades do elemento, figura 4.3.2, são dadas por:

$$dH_j = d\vec{T} \cdot \vec{e}_x = \frac{T}{\ell} (dx_j - dx_i) + \frac{EA}{\ell} \left[\frac{(x_j - x_i)^2 (dx_j - dx_i)}{\ell^2} + \frac{(x_j + x_i)(y_j - y_i)(dy_j - dy_i)}{\ell^2} \right] \quad (4.3.22)$$

$$dV_j = d\vec{T} \cdot \vec{e}_y = \frac{T}{\ell} (dy_j - dy_i) + \frac{EA}{\ell} \left[\frac{(x_j - x_i)(y_j - y_i)(dx_j - dx_i)}{\ell^2} + \frac{(y_j - y_i)^2 (dy_j - dy_i)}{\ell^2} \right] \quad (4.3.23)$$

$$dH_i = d\bar{T} \cdot \bar{e}_x = \frac{T}{\ell} (dx_i - dx_j) + \frac{EA}{\ell} \left[\frac{(x_j - x_i)^2 (dx_i - dy_j)}{\ell^2} + \frac{(x_j - x_i)(y_j - y_i)(dy_i - dy_j)}{\ell^2} \right] \quad (4.3.24)$$

$$dV_i = d\bar{T} \cdot \bar{e}_y = \frac{T}{\ell} (dy_i - dy_j) + \frac{EA}{\ell} \left[\frac{(x_j - x_i)(y_j - y_i)(dx_i - dx_j)}{\ell^2} + \frac{(y_j - y_i)^2 (dy_i - dy_j)}{\ell^2} \right] \quad (4.3.25)$$

Da figura 4.3.1, pode-se escrever as seguintes relações geométricas:

$$\cos \alpha = \frac{x_j - x_i}{\ell} \quad (4.3.26)$$

$$\sin \alpha = \frac{y_j - y_i}{\ell} \quad (4.3.27)$$

Combinando-se as equações (4.3.26), (4.3.27), (4.3.22), (4.3.23), (4.3.24) e (4.3.25), obtém-se:

$$\begin{Bmatrix} dH_i \\ dV_i \\ dH_j \\ dV_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{T}{\ell}\right) & & & \\ & \left(\frac{T}{\ell}\right) & & \\ & & \left(\frac{T}{\ell}\right) & \\ & & & \left(\frac{T}{\ell}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \left(\frac{EA}{\ell}\right) \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \sin \alpha \cos \alpha & -\cos^2 \alpha & -\sin \alpha \cos \alpha \\ \sin \alpha \cos \alpha & \sin^2 \alpha & -\sin \alpha \cos \alpha & -\sin^2 \alpha \\ -\cos^2 \alpha & -\sin \alpha \cos \alpha & \cos^2 \alpha & \sin \alpha \cos \alpha \\ -\sin \alpha \cos \alpha & -\sin^2 \alpha & \sin \alpha \cos \alpha & \sin^2 \alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dx_i \\ dy_i \\ dx_j \\ dy_j \end{Bmatrix} \quad (4.3.28)$$

ou seja:

$$\begin{Bmatrix} dH_i \\ dV_i \\ dH_j \\ dV_j \end{Bmatrix} = [K_T] \begin{Bmatrix} dx_i \\ dy_i \\ dx_j \\ dy_j \end{Bmatrix} = [K_G + K_E] \begin{Bmatrix} dx_i \\ dy_i \\ dx_j \\ dy_j \end{Bmatrix} \quad (4.3.29)$$

As deduções realizadas mostram a matriz tangente K_T escrita em função da matriz geométrica K_G e da matriz elástica linear K_E .

A matriz de rigidez da estrutura é determinada a partir das contribuições de todos os elementos.

4.4 PROCESSO ITERATIVO DE RESOLUÇÃO

No processo de resolução, numa iteração genérica monta-se a matriz de rigidez da estrutura, calculam-se os deslocamentos nodais gerados por forças desequilibradas, determinam-se as forças que surgem nas barras e verifica-se o equilíbrio dos nós da estrutura; na primeira iteração a matriz de rigidez é a da estrutura em sua configuração inicial e as forças desequilibradas são as ações aplicadas na estrutura; em cada iteração, seguinte à primeira, a matriz de rigidez e as forças desequilibradas são sempre as da iteração anterior; o processo chega ao fim quando se constata, de acordo com uma precisão previamente estabelecida, o equilíbrio de todos os nós da estrutura.

Portanto, a matriz de rigidez tangente pode ser interpretada como um "propagador" de deslocamentos ao longo do sistema estrutural. A partir desses deslocamentos determinam-se as deformações e, com aplicação da equação constitutiva do material, os esforços internos que podem ou não equilibrar as ações externas. Quando equilibram, o processo atinge a convergência. Quando não, há a necessidade de se corrigir deslocamentos e retomar todo o procedimento até que a convergência se dê.

Quando com pequenas variações dos deslocamentos têm-se grandes variações nos esforços internos deve-se aplicar o carregamento em parcelas e para cada uma destas o processo iterativo descrito.

5 APLICAÇÃO NUMÉRICA

5.1 INTRODUÇÃO

Considera-se como exemplo de aplicação numérica, com a finalidade de mostrar o emprego dos processos apresentados nos capítulos 3 e 4, o cabo livremente suspenso, figura 5.1.1, com $E = 120 \times 10^9 \text{ N/m}^2$, $A = 403,22 \text{ mm}^2$, $f = 6\text{m}$, $\ell = 60\text{m}$, $h = 0$ e $\bar{p} = 5000\text{N/m}$.

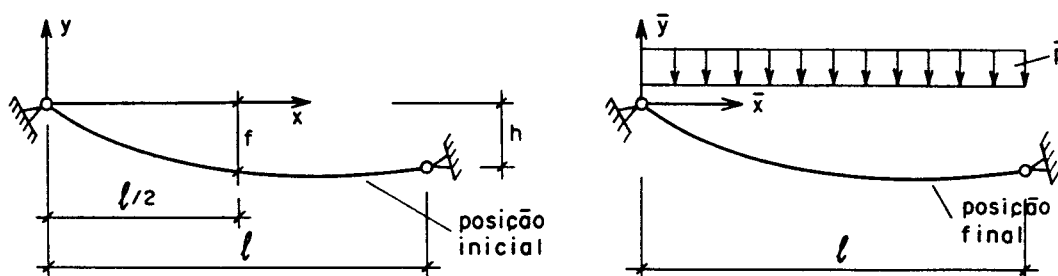


Figura 5.1.1 - Exemplo de aplicação numérica.

5.2 CÁLCULO PELO PROCESSO ANALÍTICO

Para definir as características da configuração inicial de equilíbrio é necessário conhecer o vão do cabo ℓ , o desnível dos pontos de suspensão h e também a relação P/H . Conhecendo-se a ordenada y no meio do vão, a relação P/H pode ser determinada a partir da equação (3.3.9), ou seja:

$$\left(\frac{p}{H}\right) = \frac{4(2 \cdot 6 - 0)}{60^2} = \frac{1}{75}$$

A partir das equações (3.3.6) e (3.3.7), podem-se obter todos os parâmetros definidores da configuração inicial de equilíbrio do cabo. Assim, determinam-se a força horizontal H , a força de tração T , o comprimento do cabo s e, também, os ângulos θ_A e θ_B :

$$y' = -\frac{1}{75}x + \left(\frac{1}{75} \frac{60}{2} + \frac{0}{60}\right) = -\frac{1}{75}x + \frac{2}{5}$$

$$y = -\frac{1}{2} \frac{1}{75}x^2 + \left(\frac{1}{75} \frac{60}{2} + \frac{0}{60}\right)x = -\frac{1}{150}x^2 + \frac{2}{5}x$$

$$H = \frac{0 \cdot 60^2}{4(2 \cdot 6 - 0)} = 0$$

$$T = 0 \sqrt{1 + \left[-\frac{1}{75}x + \left(\frac{1}{75} \frac{60}{2} + \frac{0}{60}\right)\right]^2} = 0$$

$$\operatorname{tg} \theta_A = -\frac{1}{75} \cdot 0 + \frac{2}{5} = \frac{2}{5} \therefore \theta_A = 21,801^\circ$$

$$\theta_B = -\theta_A$$

$$s = 60 \left[1 + \left(\frac{1}{75}\right)^2 \frac{60^2}{24} + \frac{0^2}{2 \cdot 60^2} \right] = 61,600 \text{ m}$$

Estando definida a configuração inicial de equilíbrio do cabo, pode-se determinar a posição final de equilíbrio adicionando-se à posição inicial os deslocamentos u e v gerados pela ação de 5000N/m, figura 5.2.1, através do procedimento descrito à seguir.

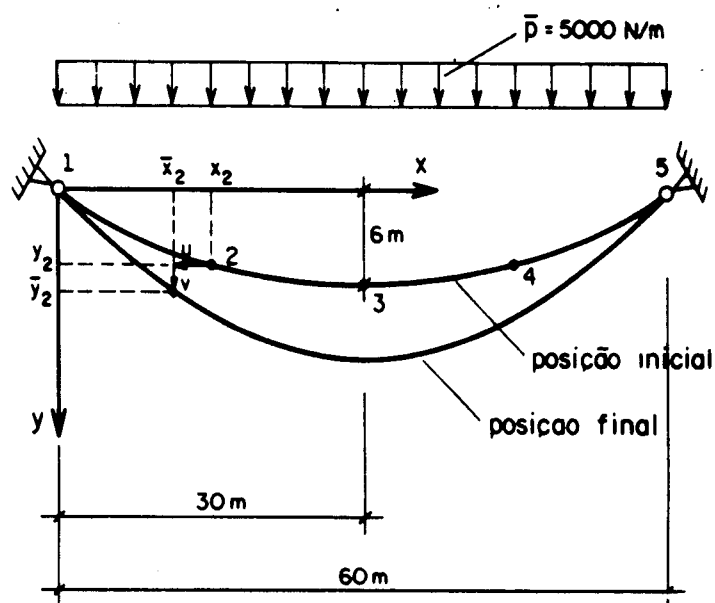


Figura 5.2.1 - Determinação da configuração final de equilíbrio.

Utilizando as equações de números (3.4.21) a (3.4.35), calculam-se os coeficientes da equação cúbica, cujos valores são os seguintes:

$$\alpha_1 = 1,305315 \times 10^{-6}$$

$$\beta_1 = 1,600000$$

$$\gamma_1 = 5096,473389$$

$$\delta_1 = -2,250000 \times 10^{11}$$

Introduzindo-se os valores de α_1 , β_1 , γ_1 e δ_1 na equação cúbica (3.4.20), obtém-se

$$\bar{H} = 331454 \text{ N}$$

Através da equação (3.4.4), calcula-se:

$$v' = \left(\frac{1}{75} - \frac{5000}{331454} \right) x + \left[\frac{0-0}{60} - \left(\frac{1}{75} - \frac{5000}{331454} \right) \frac{60}{2} \right]$$

$$v' = (-1,752 \times 10^{-3}) x + (5,255 \times 10^{-2})$$

Determinam-se as expressões de v e u através das equações (3.4.5) e (3.4.18):

$$v = \left(\frac{1}{75} - \frac{5000}{331454} \right) \frac{x^2}{2} + \left[\frac{0-0}{60} - \left(\frac{1}{75} - \frac{5000}{331454} \right) \frac{60}{2} \right] x + 0$$

$$v = (-8,759 \times 10^{-4})x^2 + (5,255 \times 10^{-2})x$$

$$\begin{aligned} u = & \left(\frac{331454}{120 \times 10^9 \times 403,22 \times 10^{-6} + 0} - 1 \right) \int_0^{x_p} y' v' dx + \\ & + \frac{1}{2} \left(\frac{331454}{120 \times 10^9 \times 403,22 \times 10^{-6} + 0} - 1 \right) \int_0^{x_p} v'^2 dx + \\ & + \left(\frac{331454}{120 \times 10^9 \times 403,22 \times 10^{-6} + 0} \right) \int_0^{x_p} y'^3 v' dx + \\ & + \frac{1}{2} \left(\frac{331454}{120 \times 10^9 \times 403,22 \times 10^{-6} + 0} \right) \int_0^{x_p} y'^2 v'^2 dx + \\ & + (331454 - 0) \int_0^{x_p} \frac{(1+y'^2)^{3/2}}{EA + H\sqrt{1+y'^2}} dx + 0 + 0 \end{aligned}$$

onde x_p é a abscissa do ponto a calcular o valor de u .

Determina-se a força de tração no cabo através da equação (3.4.9), onde \bar{H} , y' e v' são os determinados anteriormente e u' é dado pela equação (3.4.14).

Os resultados obtidos com os procedimentos descritos são mostrados na tabela 5.2.1.

Tabela 5.2.1- Resultados da análise do cabo pelo Processo Analítico.

Ponto	Posição inicial		Posição final				Esforços finais	
	x (m)	y (m)	u (m)	v (m)	$\bar{x} = x+u$ (m)	$\bar{y} = y+v$ (m)	\bar{T} (N)	\bar{H} (N)
1	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	364677	331454
2	15,000	4,500	-0,077	0,591	14,923	5,091	339805	
3	30,000	6,000	0,000	0,788	30,000	6,788	331454	
4	45,000	4,500	0,077	0,591	45,077	5,091	339805	
5	60,000	0,000	0,000	0,000	60,000	0,000	364677	

5.3 CÁLCULO PELO PROCESSO DOS DESLOCAMENTOS

Os dados necessários ao cálculo do cabo pelo processo dos deslocamentos são os da configuração inicial de equilíbrio, a ação final e as características físicas do material do cabo.

A posição inicial de equilíbrio do cabo pode ser determinada através do Processo Analítico. O cabo nesta posição inicial é dividido em segmentos retilíneos interconectados por pontos nodais onde são aplicadas as ações equivalentes, figura 5.3.1. O valor da ação equivalente \bar{P} é dado por

$$\bar{P} = \bar{p}l/(n-1)$$

sendo n o número de pontos nodais.

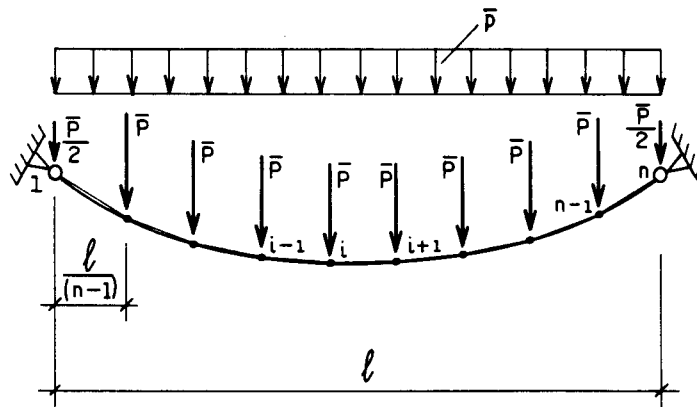


Figura 5.3.1 - Determinação do carregamento equivalente.

Encontra-se a configuração final de equilíbrio através de processo iterativo que faz a verificação das condições de equilíbrio de todos os nós do cabo na posição deslocada.

Para a verificação do número de segmentos suficiente para descrever o comportamento do cabo, compararam-se os resultados com a variação do número de segmentos de 10 em 10 até 80. Os resultados finais são os mostrados na tabela 5.3.1.

Tabela 5.3.2 - Resultados da análise do cabo pelo Processo dos Deslocamentos.

Nó	Configuração inicial		Configuração final		Esforços finais	
	x (m)	y (m)	\bar{x} (m)	\bar{y} (m)	\bar{T} (N)	\bar{H} (N)
1	0,000	0,000	0,000	0,000	361593	329866
21	15,000	-4,500	14,925	-5,086	338285	
41	30,000	-6,000	30,000	-6,799	329866	
61	45,000	-4,500	45,075	-5,086	338285	
81	60,000	0,000	60,000	0,000	361593	

6 VERIFICAÇÃO DE RESULTADOS MEDIANTE EXPERIMENTAÇÃO NUMÉRICA

6.1 INTRODUÇÃO

Tem-se como principal finalidade desta experimentação numérica a verificação das aproximações feitas no Processo Analítico através da comparação dos resultados deste processo com os obtidos pelo Processo dos Deslocamentos.

Faz-se também, a título ilustrativo, a comparação entre as expressões sem aproximações com as aproximadas empregadas no Processo Analítico.

Iniciando a experimentação numérica, verifica-se a precisão do Processo dos Deslocamentos para certificar-se da sua confiabilidade na verificação do Processo Analítico.

6.2 CARACTERÍSTICAS DOS CABOS ESTUDADOS

Descreve-se, a seguir, como foram determinadas as características mecânicas e geométricas dos cabos aqui empregados.

Como, sob o ponto de vista econômico, recomenda-se para as coberturas pênsis não-protendidas vão em torno de 40 a 80m, espaçamento entre os cabos de 2 a 4m e relação flecha/vão entre 1/10 e 1/20, para os cabos estudados especificaram-se vãos de 40, 60 e 80m; espaçamento entre os cabos de 2 e 4m, e relação flecha/vão de 1/10 e 1/20.

As ações permanentes atuantes nas coberturas pênsis não-protendidas são, quase sempre, o peso próprio dos sistemas de vedação e estrutural e de equipamentos em geral. As ações variáveis são, normalmente, sobrecargas introduzidas na montagem e nas manutenções ao longo da vida útil das estruturas, efeitos do vento, acúmulos de águas pluviais e variações de temperatura. Assim sendo, considerou-se

para os cabos estudados as ações de 2500, 5000, 7500 e 10000 N/m, distribuídas ao longo dos vãos dos cabos.

Adotou-se, para cada caso, o diâmetro comercial determinado com o seguinte procedimento:

Predimensionou-se uma força de tração máxima no cabo, T_{pd} , igual a 80% da força horizontal resultante da aplicação do carregamento total no cabo, considerado inextensível, ou seja,

$$T_{pd} = 80\% \bar{H} = 80\% \frac{\bar{p} \ell^2}{4(2f - h)} \quad (6.2.1)$$

Admitiu-se cabos com (AACI) - classificação 6x37 com tensão de ruptura mínima de 200 kgf/mm². Adotando como coeficiente de segurança o fator 3 — indicado pelo fabricante dos cabos — encontrou-se como tensão admissível o valor de 66,67Kgf/mm². Dividindo o valor de T_{pd} por esta tensão admissível encontrou-se a área metálica mínima do cabo. Com as tabelas dos fabricantes, Apênces A.1 e A.3, chegou-se ao diâmetro comercial do cabo e à área metálica do cabo.

Nos cabos estudados adotou-se módulo de elasticidade igual a $120 \times 10^9 \text{N/m}^2$, de acordo com o Apêndice A.2.

6.3 VERIFICAÇÃO DOS RESULTADOS DO PROCESSO DOS DESLOCAMENTOS

Como os resultados da análise de cabos livremente suspenso submetidos a carregamentos distribuídos dependem do número de segmentos empregados, necessita-se saber se este número é suficiente para se obter bons resultados.

Mostra-se nas tabelas D.2, D.3 e D.4 (Apêndice D) exemplos da comparação realizada entre os resultados do Processo dos Deslocamentos com o aumento do número de segmentos empregados.

Constata-se que, aumentando o número de segmentos, os resultados do Processo dos Deslocamentos tendem a um valor que independe deste aumento. Por exemplo, na tabela D.2, o esforço \bar{H} para 10 segmentos é igual a 219024N, para 40 segmentos é igual 218975N e para um número maior ou igual a 70 segmentos é igual a 218973N.

Verifica-se que o número de segmentos suficiente é proporcional ao número do vão do cabo.

6.4 VERIFICAÇÃO DOS RESULTADOS DO PROCESSO ANALÍTICO

Na determinação das equações do Processo Analítico foram feitas as seguintes aproximações:

$$1 + u' \cong 1$$

$$EA + H\sqrt{1 + y'^2} \cong EA + H$$

$$\sqrt{1 + (y' + v')^2} \cong \sqrt{1 + y'^2} + \frac{v'^2}{2} + v'y'$$

$$\sqrt{1 + \frac{2(u' + y'v') + u'^2 + v'^2}{1 + y'^2}} \cong 1 + \frac{2(u' + y'v') + u'^2 + v'^2}{2(1 + y'^2)}$$

Na primeira aproximação, admitiu-se que u' é desprezível na presença da unidade; na segunda admitiu-se que y'^2 é desprezível na presença da unidade e nas duas últimas admitiu-se que os dois primeiros termos da série são suficientes para a resolução da raiz quadrada.

Estudos feitos até agora empregaram valores do próprio Processo Analítico para verificar as suas aproximações. Questiona-se a confiabilidade de valores calculados a partir de hipóteses a serem comprovadas por estes mesmos valores. Faz-se aqui, então, a verificação das aproximações empregadas no Processo Analítico através da comparação dos resultados deste processo com os do Processo dos Deslocamentos. Depois, faz-se a comparação entre os termos — originais e aproximados — destas quatro expressões empregadas.

Mostra-se na tabela D.5 (Apêndice D) comparação entre os resultados do Processo Analítico com os do Processo dos Deslocamentos quando se reduz apenas a área metálica do cabo, admitindo-se, porém, a linearidade física. Nesta tabela, verifica-se que, por exemplo, o erro que se comete quando se emprega o Processo Analítico em relação ao Processo dos Deslocamentos no cálculo da ordenada \bar{y} máxima do cabo A7 ($A=1612,90\text{mm}^2$) é de - 0,10%; e que para o cabo A3

($A=145,16\text{mm}^2$ — área mais de 10 vezes menor que a do cabo A7) esse erro é de 0,42%.

Mostra-se nas tabelas D.6, D.7 e D.8 (Apêndice D) exemplos da comparação entre os resultados do Processo Analítico com os do Processo dos Deslocamentos quando se considera as variações usuais dos parâmetros dos cabos (relação flecha/vão, vão, área metálica e carregamento), variando-se um parâmetro por vez para certificar-se da sua influência nos resultados. Nestas tabelas verifica-se, por exemplo, que para os cabos B4, B10, B16 e B22 (predimensionados com um esforço de tração maior que o atuante) o erro que se comete quando se emprega o Processo Analítico em relação ao Processo dos Deslocamentos no cálculo de \bar{H} é de 0,3%, e para os cabos B1, B7, B13 e B19 (predimensionados com um esforço de tração menor que o atuante — cabos mais deformáveis) esse erro é de 0,4%.

Mostra-se na tabela D.9 exemplos da comparação entre os resultados do Processo Analítico com os do Processo dos Deslocamentos quando se varia o parâmetro desnível dos apoios.

Verifica-se, com os exemplos que comparam os resultados dos dois processos de cálculo, que o erro que se comete quando se emprega o Processo Analítico em relação ao Processo dos Deslocamentos depende apenas de quanto deformáveis são os cabos, sendo pequeno para pequenas deformações, aumentando com o aumento destas.

Mostra-se, ainda, na tabela D.10 exemplos da comparação entre as expressões originais e aproximadas empregadas no Processo Analítico. Verifica-se, como esperado, que as variações entre os termos destas expressões são maiores quanto maiores são as deformações dos cabos.

7 CONCLUSÃO

Coberturas pênseis têm sido amplamente empregadas em todo o mundo para cobrir grandes áreas livres, como exemplifica a relação de obras mostrada no capítulo 1. Ainda assim, no Brasil, as coberturas suspensas são poucas vezes consideradas como uma real opção de projeto, o que torna importante a sua divulgação e estudo no país para alterar esta desagradável situação.

Este trabalho avança neste sentido, realizando:

- o desenvolvimento da formulação do Processo Analítico para análise de cabos livremente suspensos submetidos a carregamento uniformemente distribuído em todo o seu vão, a variações de temperatura e a deslocamentos dos seus apoios.
- a apresentação do Processo dos Deslocamentos para análise de sistemas estruturais de cabos de aço, em particular para os cabos livremente suspensos.
- da verificação da precisão dos resultados obtidos com o Processo dos Deslocamentos.
- da verificação das aproximações adotadas no Processo Analítico.

No Processo Analítico o estudo dos cabos livremente suspensos é realizado a partir de equações diferenciais em cujas resoluções são feitas algumas aproximações.

No Processo dos Deslocamentos a análise estática dos cabos é realizada discretizando-os em segmentos retilíneos ligados entre si por pontos nodais onde se supõem aplicadas as ações distribuídas. Determina-se o comportamento do cabo a partir da contribuição de todos os segmentos, estando a precisão do processo ligada ao número de segmentos empregados.

A verificação do número de segmentos suficiente para o cálculo do cabo pelo Processo dos Deslocamentos foi feita através da comparação dos resultados obtidos

com a variação do número de segmentos empregados. Admitiu-se que o número de segmentos é suficiente quando o seu aumento não mais interfere nos resultados.

Na verificação das aproximações realizadas no Processo Analítico admitiu-se que estas poderiam ser feitas se os valores obtidos para \bar{H} , \bar{T} máxima e \bar{y} máximo com os dois processos fossem concordantes.

Os resultados obtidos em todos os casos estudados permitem concluir que no Processo dos Deslocamentos o número de segmentos suficiente para descrever o comportamento dos cabos submetidos à carregamento uniformemente distribuído em todo o seu vão é igual a metade do número, em metros, do vão destes, como exemplificam os resultados apresentados nas tabelas D.2 e D.3 do Apêndice D.

A comparação dos resultados obtidos com ambos processos comprova que as aproximações feitas no Processo Analítico podem ser realizadas, pois estes são concordantes em todos os casos estudados — como exemplificam os resultados mostrados nas tabelas D.6, D.7 e D.8 onde as variações de \bar{H} , \bar{T} máxima e \bar{y} máximo não são superiores a 0,6%, 0,7% e 0,2%, respectivamente.

Na continuação da divulgação e estudo das coberturas pênseis no Brasil, as formulações e análises apresentadas nesta dissertação podem servir de alicerce para inúmeras pesquisas sobre sistemas estruturais suspensos.

Por serem uma evolução natural deste trabalho, dentre as diversas linhas de pesquisa possíveis, podem-se destacar como bastante interessantes:

- o estudo de até que ponto as expressões do Processo Analítico podem ser simplificadas para tornarem de mais fácil utilização e
- análogo ao apresentado, o estudo pelo Processo Analítico de cabos livremente suspensos submetidos a outros tipos de carregamentos com uma subsequente comparação dos resultados com os obtidos pelo Processo dos Deslocamentos.

BIBLIOGRAFIA

- ALLESSI,R. et al. (1979). The roof structures of the new sports arena in Atenas. In: WORD CONGRESS ON SHELL AND SPATIAL STRUCTURES, Madrid. **Proceedings**. p.6.107-6.123
- BARBATO, R.L.A. (1975) **Contribuição ao estudo das coberturas pênseis em casca aprotendida de revolução**. São Carlos, EESC Public., 143p. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos-USP.
- BARBATO, R.L.A. (1991) **Emprego de cabos livremente suspensos e cabos-treliça na construção de coberturas pênseis**. São Carlos. Tese (Livre-docência) - Escola de Engenharia de São Carlos-USP.
- BARBATO, R.L.A. (1972) **Sobre o comportamento estático dos cabos de coberturas pênseis**. São Carlos, EESC Public. 89p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos-USP.
- BERGER, H. & DE PAOLA, E.M. (1992) Tensile terminal. **Civil Engineering**, New York, v.62, n.11, p.40-43, Nov.
- BUCHHOLDT, H.A. (1985) **An introduction to cable roof structures**. Cambridge, Cambridge University press, 257p.
- DEBS, A.L.H.C. (1983) **Contribuição ao estudo das coberturas pênseis com cabos-treliça**. São Carlos, EESC Publ. 144p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos-USP.

- HABER, R.B. & ABEL, J.F. (1982a) Initial equilibrium solution methods for cable reinforced membranes. Part 1 : formulations. **Comp. Meths. Appl. Mech. Eng.**, v.30, p.263-284
- HABER, R.B. & ABEL, J.F. (1982b) Initial equilibrium solution methods for cable reinforced membranes. Part 2 : formulations. **Comp. Meths. Appl. Mech. Eng.**, v.30, p.263-284
- IRVINE, H.M. (1981) **Cable structures**. Cambridge, Ma./London, The MIT Press. 259p.
- KAWAGUCHI, M. (1991) Design problems of long span spatial structures. **Engineering Structures**, v.13, n.2, p.144-163, Apr.
- KRISHNA, P. (1978). Cable-suspended roofs. New York, McGraw-Hill. 314p.
- LAN, T.T. (1986) A review of recent developments of spatial structures in China. **Bulletin IASS**, v.27-2, n.91, p. 51-57, August.
- MAJOWIECKI, M. (1985) **Tensostrutture: projeto e verifica**. Milano, Cisia.
- MAJOWIECKI, M. & OSSOLA, F. (1989) A new stadium for the 1990 world football games. In: 10 YEARS OF PROGRESS IN SHELL AND SPATIAL STRUCTURES, 30th Aniversary of IASS, Madrid. **Proceedings**.
- MAJOWIECKI, M. (1986) Recent developments of design and construction of membrane structures in Italy. In: IASS SYMPOSIUM ON MEMBRANE STRUCTURES AND SPACE FRAMES, Osaka. **Proceedings**. p.103-110

OSHIMA, E. (1987) **Cálculo de cabo-treliça mediante o emprego de computador.**
São Carlos. 135p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos-
USP.

SALES, J.J. (1988) **Projeto e viabilidade econômica de coberturas pênseis com
cabos-treliça.** São Carlos. 151p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia
de São Carlos-USP.

SHEN, S. Z. et al. (1989) Design of two space structures for gymnasiums for Beijing
1990 Asian Games. In: 10 YEARS OF PROGRESS IN SHELL AND SPATIAL
STRUCTURES, 30th Anniversary of IASS, Madrid. **Proceedings.**

SCHLAICH, J. & BERGERMANN, R. (1984) Recent applications of light-weight-
structures (cables and metal shells as tension elements). In: IASS
SYMPOSIUM ON SPATIAL ROOF STRUCTURES, Dortmund. **Proceedings.**

SCHLAICH, J. & SEIDEL, J. (1985). Die Eislaufhalle in Olympiapark München .
Bauingenieur, v.60, p.291-296

APÊNDICE A

PROPRIEDADES DOS CABOS DE AÇO NACIONAIS

A.1 FATOR PARA CÁLCULO DA ÁREA METÁLICA DE UM CABO DE AÇO

A área metálica de um cabo de aço pode ser calculada, de maneira aproximada, da seguinte forma:

$$A = fd^2$$

onde: A = área metálica aproximada; f = fator de multiplicação que varia em função do tipo de construção do cabo (tabela A.1.1) e d=diâmetro nominal do cabo.

Tabela A.1.1- Valores do fator de multiplicação para o cálculo da área metálica aproximada de cabos de aço.*

F	Tipo de construção do cabo de aço
0,352	8x19 Warrington 8x19 Seale
0,380	6x7
0,395	6x9 Warrington 6x19 Seale, 6x21 failer
0,400	6x37 Warrington
0,405	6x25 filler, 6x31 WS, 6x36 WS 6x41 filler, 6x41 WS
0,580	1x19 cordoalha
0,592	1x37 cordoalha
0,596	1x7 cordoalha

* 1) Cabos com 6 pernas com AACI adicionar 15%, à área metálica, com AA adicionar 20%;
2) Cabos com 8 pernas com AACI adicionar 20% à área metálica;
3) WS = construção mista Warrington - Seale

A.2 MÓDULO DE ELASTICIDADE

Tabela A.2.1- Módulos de elasticidade - cabos com alma de aço.

Classificação	Módulo de Elasticidade (Kgf/mm ²)	
	Cabo Normal	Cabo Pré-Estirado
6X7	10500 a 11500	13000
6X19	10000 a 11000	12500
6X37	9500 a 10500	12000
7 fios - cordoalhas	14500 a 15500	-
19 fios - cordoalhas	13000 a 14000	16000
27 fios - cordoalhas	12000 a 13000	15000

A.3 CARGAS DA RUPTURA E PESO PRÓPRIO DE CABOS DE AÇO

Tabela A.3- Cabo de aço polido — cargas ruptura e peso próprio — cabos com AACI - classificação 6x19 e 6x37.*

Diâmetro (pol)	Nominal (mm)	Peso kgf/m	Carga de Ruptura P_r (tf)	
			180a 200kgf/mm ²	200a 230kgf/mm ²
1/4	3,20	0,171	2,66	3,06
5/16	7,94	0,267	4,15	4,78
3/8	9,53	0,382	5,94	6,85
7/16	11,11	0,528	8,06	9,25
1/2	12,70	0,684	10,41	12,07
9/16	14,29	0,878	13,11	15,24
5/8	15,28	1,071	16,23	18,69
3/4	19,05	1,548	23,22	26,67
7/8	22,22	2,113	31,39	36,11
1	25,40	2,753	40,74	46,90
1 1/8	28,58	3,482	51,28	58,97
1 1/4	31,75	4,300	62,99	72,49
1 1/3	34,93	5,208	75,79	87,09
1 1/2	38,10	6,190	89,76	103,42
1 5/8	41,28	7,251	104,40	119,75
1 3/4	44,45	8,428	120,40	138,50
1 7/8	47,63	9,653	137,60	157,85
2	50,80	11,005	155,87	179,63
2 1/8	53,98	12,425	174,15	200,49
2 1/4	57,15	13,928	194,57	224,07
2 3/8	60,515	15,515	210,00	240,00
2 1/2	63,50	17,193	235,00	265,00

* -Os cabos com diâmetro acima de 1 1/2" na faixa de tensões de 200 a 230(Kgf/mm²) são fabricados na classificação 6x37;

- O diâmetro de 2 1/2" é fabricado na classificação 6x37, nas duas faixas de tensões.

APÊNDICE B

SISTEMA PARA ANÁLISE DE CABOS LIVREMENTE SUSPENSOS COM O EMPREGO DO PROCESSO ANALÍTICO

B.1 DESCRIÇÃO DO SISTEMA

B.1.1 INTRODUÇÃO

Utilizando o Processo Analítico, preparou-se um sistema de cálculo para microcomputadores em linguagem FORTRAN.

O sistema analisa cabos livremente suspensos submetidos a carregamentos uniformemente distribuídos em todo o vão e a variação de temperatura, desde que as características geométricas iniciais — vão, coordenadas no meio do vão, coordenadas dos apoios e área da seção transversal — características físicas — módulo de elasticidade e coeficiente de dilatação térmica — e as ações externas destes cabos sejam previamente especificadas.

B.1.2 PROGRAMA PRINCIPAL

O programa principal faz a leitura e o relatório dos dados de entrada; executa cálculos preliminares, cálculos para a determinação da configuração inicial de equilíbrio, cálculos para a determinação da configuração final de equilíbrio; e faz relatório dos resultados da análise.

Para isso, emprega as subrotinas LDADOS, CALCH e CALCVU, descritas a seguir.

B.1.3 SUBROTINA LDADOS

Esta subrotina lê os nomes dos arquivos de dados através do console do sistema. Estes arquivos são :

- ARQUIVO DE ENTRADA DE DADOS : arquivo *old* que contém os dados necessários ao cálculo do cabo;

- ARQUIVO DE SAÍDA DE DADOS : arquivo *new* onde são escritos os dados de leitura e os resultados da análise.

Faz, ainda, a leitura dos outros dados de entrada no arquivo de entrada de dados e gera relatório destes dados no arquivo de saída de dados.

B.1.4 SUBROTINA CALCH (P2)

Calcula o esforço horizontal no cabo para o carregamento final, P2.

Emprega as subrotinas INTEGRA e CALCREC.

B.1.5 SUBROTINA CALCVU (X,VLINHA,V,ULINHA,U)

Calcula os deslocamentos e as variações dos deslocamentos — V, U,VLINHA, ULINHA — do ponto de abscissa X.

Emprega as subrotinas CALCF e INTEGRA.

B.1.6 SUBROTINA INTEGRA (a, b, ERRO, N, A2)

Efetua integração numérica (Método de Romberg) no intervalo [a, b]. O número máximo de divisores é 2^N ; ERRO é a condição de erro para a determinação do número de divisores e A2 é o valor da integral.

Utiliza a subrotina CALCF para o cálculo da função a integrar.

B.1.7 SUBROTINA CALCF (X, F)

Calcula o valor da função

$$f(X) = \frac{(1+y'^2)^{3/2}}{EA+H\sqrt{1+y'^2}}$$

onde: y' é uma variável auxiliar em função de X ; $F = f(X)$ é o valor da função no ponto X e, E , A e H são constantes da função.

B.1.8 SUBROTINA CALCREC (A,B,C,D,N,X)

Calcula as raízes reais exatas de uma equação cúbica na forma canônica, onde: A, B, C e D são os coeficientes da equação cúbica; N é o número de raízes reais da equação e, X é o vetor com as raízes reais da equação.

Emprega a subrotina CUR que calcula a raiz cúbica de um número real.

B.1.9 SUBROTINA CUR (X, Y)

Calcula o valor da raiz cúbica, Y , do número real, X .

B.2 DESCRIÇÃO COMPLEMENTAR : O ARQUIVO DE ENTRADA DE DADOS

O arquivo de entrada de dados deve ser preparado, previamente à execução do sistema, contendo os dados do cabo na forma sequencial.

Apresenta-se, a seguir, a estrutura deste arquivo sequencial :

§
§
§
§
§
§
§
§
§
§

NOME\$

\$ 1) Número de nós

N

\$ 2) Número de carregamento distribuídos

NCD

\$ 3) Coordenadas x e y dos apoios A e B

XA, YA

XB, YB

\$ 4) Deslocamentos dos apoios A e B

UA, VA

UB, VB

\$ 5) Coordenada inicial y no meio do vão do cabo indeformado

F

\$ 6) Área da seção transversal do cabo

A

\$ 7) Módulo de elasticidade e coeficiente de dilatação térmica do material do cabo

E, ALFA

\$ 8) Carregamento uniformemente distribuído ao longo de todo o vão do cabo

P(1)

P(2)

.

.

.

P(NCD)

\$ 9) Variação de temperatura

DELTAT

O símbolo " \$ " quer dizer " linha para comentário " e as variáveis empregadas estão definidas no item B.3.

A figura B.2.1 auxilia a compreensão do arquivo de entrada de dados.

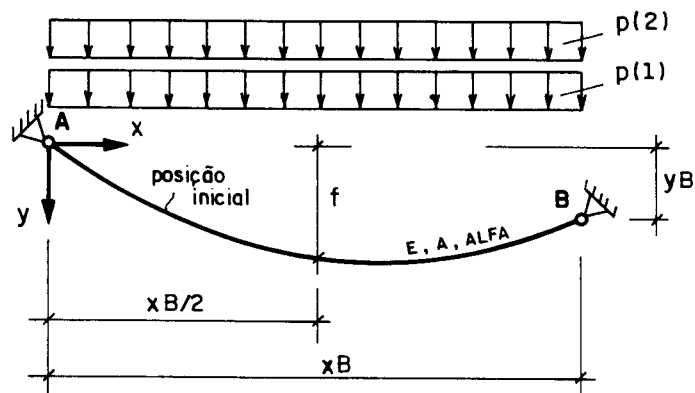


Figura B.2.1 - Ilustração das variáveis do arquivo de entrada de dados.

B.3 VARIÁVEIS UTILIZADAS NO SISTEMA

B.3.1 - PROGRAMA PRINCIPAL

Variáveis inteiras :

I,J	:	contadores
N	:	número de pontos nodais a calcular as características do cabo
NCD	:	número de carregamento

Variáveis reais :

a	:	variável auxiliar
ALFA	:	coeficiente linear de dilatação térmica do material
D	:	desnível entre os apoios
DELTAT	:	variação de temperatura
E	:	módulo de elasticidade do cabo
F	:	coordenada inicial y no meio do vão (flecha)
H1	:	esforço horizontal na seção do cabo, devido carregamento inicial
H2	:	esforço horizontal na seção do cabo, devido carregamento final
L	:	vão do cabo livremente suspenso
P	:	vetor com os carregamentos uniformemente distribuídos segundo todo o vão
PH1	:	constante do cabo (relação entre carregamento inicial e H1)
PH2	:	constante do cabo (relação entre carregamento final e H2)
PP	:	carregamento final
S	:	área da seção transversal
U	:	vetor com os deslocamentos dos pontos nodais, na direção x
UA,UB	:	deslocamentos iniciais dos apoios A e B, respectivamente, na direção x
ULINHA	:	vetor com a variação de U com a variação de x
V	:	vetor com os deslocamentos dos pontos nodais, na direção y

VA,VB	:	deslocamentos iniciais dos apoios A e B, respectivamente, na direção y
VLINHA	:	vetor com a variação de V com a variação de x
XA,XB	:	coordenadas iniciais x dos apoios A e B, respectivamente
XORD	:	vetor com as coordenadas x dos pontos nodais
YA,YB	:	coordenadas iniciais y dos apoios A e B, respectivamente
YLINHA	:	vetor com as tangentes à curva de configuração de equilíbrio, nos pontos nodais
YORD	:	vetor com as coordenadas y dos pontos nodais
T	:	vetor com os esforços de tração nodais

B.3.2 SUBROTINA LDADOS

Variáveis inteiras :

I	:	contador
N	:	número de pontos nodais a calcular as características do cabo
NCD	:	número de carregamento uniformemente distribuído ao longo de todo o vão

Variáveis reais :

A	:	área da seção transversal
ALFA	:	coeficiente linear de dilatação térmica do material
DELTAT	:	variação de temperatura
E	:	módulo de elasticidade do cabo
F	:	coordenada inicial y no meio do vão (flecha)
P	:	vetor com os carregamentos uniformemente distribuídos segundo todo o vão
UA,UB	:	deslocamentos iniciais dos apoios A e B, respectivamente, na direção x
VA,VB	:	deslocamentos iniciais dos apoios A e B, respectivamente, na direção y
XA,XB	:	coordenadas x dos apoios A e B, respectivamente

YA,YB : coordenadas y dos apoios A e B, respectivamente

Variáveis do tipo caracter :

AUX : variável auxiliar
NOME1 : arquivo *old* para leitura de dados
NOME2 : arquivo *new* para saída de dados
NOME\$: nome do cabo

B.3.3 SUBROTINA CALCH (P2)

Variáveis inteiras :

N : constante para o cálculo da subrotina INTEGRA
NR : número de raízes reais da equação cúbica para o cálculo de H2

Variáveis reais :

a : variável auxiliar
ALFA : coeficiente linear de dilatação térmica
A1,A2 : variáveis auxiliares
AA,BB,CC,DD : coeficientes da equação cúbica para o cálculo de H2
B1,B2 : variáveis auxiliares
C1,C2 : variáveis auxiliares
D : desnível entre os apoios
D1,D2,D3 : variáveis auxiliares
DELTAT : variação de temperatura
E : módulo de elasticidade do cabo
E1,F1 : variáveis auxiliares
ERRO : constantes para o cálculo da subrotina INTEGRA
H1 : esforço horizontal na seção do cabo, devido carregamento inicial
H2 : força horizontal na seção do cabo, devido carregamento final

k,w	:	limites de integração na subrotina INTEGRA
L	:	vão do cabo livremente suspenso
P2	:	carregamento atual
PH1	:	constante do cabo (relação entre carregamento inicial e H1)
R	:	vetor com as raízes reais da equação cúbica para o cálculo de H2
S	:	área da seção transversal
UA,UB	:	deslocamentos iniciais dos apoios A e B, respectivamente, na direção x
VA,VB	:	deslocamentos iniciais dos apoios A e B, respectivamente, na direção y

B.3.4 SUBROTINA CALCVU (X,VLINHA,V,ULINHA,U)

Variáveis inteiras :

N	:	constante para o cálculo da subrotina INTEGRA
---	---	---

Variáveis reais :

a	:	variável auxiliar
ALFA	:	coeficiente linear de dilatação térmica do material
D	:	desnível entre os apoios
DELTAT	:	variação de temperatura
E	:	módulo de elasticidade do cabo
f1,f2	:	variáveis auxiliares
H1	:	esforço horizontal na seção do cabo, devido ao carregamento inicial
H2	:	esforço horizontal na seção do cabo, devido ao carregamento final
I1,I2,I3,I4,I5,I6	:	variáveis auxiliares
L	:	vão do cabo livremente suspenso
PH1	:	constante do cabo (relação entre carregamento inicial e H1)
PH2	:	constante do cabo (relação entre carregamento final e H2)

S	:	área da seção transversal
U	:	deslocamento do ponto nodal, na direção x
UA,UB	:	deslocamentos iniciais dos apoios A e B, respectivamente, na direção x
ULINHA	:	variação de U com a variação de x
V	:	deslocamento do ponto nodal, na direção y
VA,VB	:	deslocamentos conhecidos dos apoios A e B, respectivamente, na direção y
VLINHA	:	variação de V com a variação de x
X	:	coordenada x do ponto a calcular ULINHA,U,VLINHA,V
YLINHA	:	tangente à curva de configuração de equilíbrio no ponto a calcular ULINHA,U,VLINHA,V
w,ERRO	:	constantes para o cálculo da subrotina INTEGRA

B.3.5 SUBROTINA INTEGRA (a,b,ERRO,N,A2)

Variáveis inteiras :

I,J	:	contadores
N	:	2^N é o número máximo de divisores
LOOP	:	número atual de divisores

Variáveis reais :

a,b	:	intervalo de integração
A1	:	valor aproximado da área com o número de divisores igual a $2^{(N-1)}$
A2	:	valor aproximado da área com o número de divisores igual a 2^N
ERRO	:	condição de erro para a determinação do número de divisores $\text{ERRO} > A2 - A1 $
F1	:	valor da função no ponto inicial de um intervalo
F2	:	valor da função no ponto final de um intervalo
X	:	intervalo entre divisores

XORD : coordenada x de um ponto a calcular a função

B.3.6 SUBROTINA CALCF (X,F)

Variáveis reais :

E,S,L,D,H1,PH1 : constantes da função a calcular

F : valor da função no ponto X

X : valor da variável da função

Y LINHA : variável auxiliar

B.3.7 SUBROTINA CALCREC (A,B,C,D,N,X)

Variáveis inteiras :

N : número de raízes reais da equação cúbica

Variáveis reais :

A,B,C,D : coeficientes da equação cúbica a calcular, na forma canônica

$$(AX^3+BX^2+CX+D = 0)$$

X : vetor com as raízes reais da equação cúbica a calcular

P,Q : coeficiente da equação auxiliar ($Y^3+3PY+2Q = 0$)

TETA,U,V : variáveis auxiliares

ALFA,R,DD : variáveis auxiliares

B.3.7 - SUBROTINA CUR(X,Y)

Variáveis reais :

AUX : variável auxiliar

X : número a calcular a raiz cúbica

Y : valor calculado da raiz cúbica de X

B.4 PROGRAMA FONTE

\$DEBUG

*

* SISTEMA PARA CÁLCULO DE CABOS LIVREMENTE SUSPENSOS
* PROCESSO ANALÍTICO

*

* Maria Betânia de Oliveira - USP - EESC

*

***** PROGRAMA PRINCIPAL *****

* a) Declaração das variáveis

INTEGER I,J,N,NCD
DOUBLE PRECISION a,ALFA,D,DELTAT,E,F,H1,H2,L,P(10),PH1,
*PH2,PP,S,U(100),UA,UB,ULINHA(100),V(100),VA,VB,VLINHA(100),
*XA,XB,XORD(100),YA,YB,YLINHA(100),YORD(100),T(100)

* b) Definição de área de memória

COMMON/BLOC1/S,E
COMMON/BLOC2/L,D,VA,VB,UA,UB
COMMON/BLOC3/ALFA,DELTAT
COMMON/BLOC4/H1,H2,PH1,PH2
COMMON/BLOC5/XA,YA,XB,YB,F
COMMON/BLOC6/N,NCD
COMMON/BLOC7/P

* c) Leitura e impressão dos dados de entrada

CALL LDADOS

* d) Cálculos preliminares

L = XB - XA
D = YB - YA

* e) Cálculo da posição inicial de equilíbrio, p=0 e H=0

P(1) = 0.
PP = 0.
H1 = 0.
PH1 = $4*(2*F-D)/(L*L)$
a = $PH1*L/2 + D/L$

```

WRITE (3,10) PP,H1,PH1
DO 1000,I=1,N
  IF (I.EQ.1)
    THEN
      XORD(I) = 0.
    ELSE
      XORD(I) = XORD(I-1) + L/(N-1)
    ENDIF
  YLINHA(I) = -PH1*XORD(I) + a
  YORD(I) = -PH1*(XORD(I)**2)/2 + a*XORD(I)
  WRITE (3,15) I,XORD(I),YORD(I),YLINHA(I)
1000 CONTINUE

10  FORMAT (/6X,'6) POSICAO INICIAL DE EQUILIBRIO ',/6X,' p:'
*,F10.2,3X,' H : ',F15.5,3X,' p/H : ',F10.6,//7X,' No ',17X,' X ',17X,
*' Y ',16X,' Y ' ')

15  FORMAT ( 6X,I3,3X,F15.8,3X,F15.8,3X,F15.8 )

*  f) Cálculo da posição atual de equilíbrio

WRITE (3,25)
DO 1010,J=2,NCD+1
  PP = PP + P(J)
  write (*,*) PP
  read (*,*)

*  f.1) Cálculo de H2

CALL CALCH (P(J))

*  f.2) Cálculo de V,VLINHA,U,ULINHA

PH2 = P(J)/H2
DO 1020,I=1,N
  CALLCALCVU (XORD(I),VLINHA(I),V(I),ULINHA(I),U(I))
1020 CONTINUE

*  f.3) Cálculo de Y,X , YLINHA e T finais
PH1 = PP/H2
a = PH1*L/2 + D/L
WRITE (3,30) (J-1),P(J),H2,PH2
DO 1030,I=1,N
  XORD(I)= XORD(I)+U(I)
  YORD(I) = YORD(I)+V(I)
  T(I)=H2*DSQRT(1+((YLINHA(I)+VLINHA(I))/
(1+ULINHA(I) ))**2)
*  YLINHA(I) = -PH1*XORD(I) + a

```

```

                WRITE(3,40)I,X ORD(I),I,T(I),I,YORD(I),I,YLINHA(I),I,U(I),
*                I,ULINHA(I),I,V(I),I,VLINHA(I)
1030          CONTINUE
                H1 = H2
1010          CONTINUE

25          FORMAT ( //,6X,'7) POSICAO FINAL DE EQUILIBRIO' )

30          FORMAT (6X,' Carregamento : ',I3,3X,' p : ',1X,F10.2,3X,' H : ',
* F15.3, 3X, 'p/H : ', F10.6)

40          FORMAT ( 6X,' X( ',I3,' ) : ',F15.8,8X,' T ( ',I3,' ) : ',F15.3 ,/, 6X,
**Y(',I3,' ) : ',F15.8,8X,' Y ( ',I3,' ) : ',F15.8,/,6X,' u( ',I3,' ) : ',F15.8
*,8X,' u ( ',I3,' ) : ',F15.8,/,6X,' v( ',I3,' ) : ',F15.8,8X,' v ( ',I3,' ) : ',
**F15.8 ,/ )

          STOP
          END

```

***** SUBROTINA LDADOS *****

SUBROUTINE LDADOS

* **a) Declaração das variáveis**

```

          INTEGER    I,N,NCD
          DOUBLE PRECISION A,ALFA ,D,DELTAT ,E,F,L,P(10),UA ,UB,
*                   VA,VB, XA,XB,YA,YB
          CHARACTER*7  NOME1,NOME2
          CHARACTER*80 AUX,NOME$

```

* **b) Definição de área de memória**

```

          COMMON/BLOC1/A,E
          COMMON/BLOC2/L,D,VA,VB,UA,UB
          COMMON/BLOC3/ALFA,DELTAT
          COMMON/BLOC5/XA,YA,XB,YB,F
          COMMON/BLOC6/N,NCD
          COMMON/BLOC7/P

```

* **c) Leitura dos dados**

```

          WRITE (*,1)
          WRITE (*,2)
          WRITE (*,5)
          READ (*,6) NOME1
          WRITE (*,8)
          READ (*,6) NOME2

```

```

OPEN (2,FILE = NOME1,STATUS = 'OLD')
OPEN (3,FILE = NOME2,STATUS = 'NEW')
DO 1000,I=1,9
    READ (2,10) AUX
1000 CONTINUE
    READ (2,10) NOME$
    READ (2,10) AUX
    READ (2,*) N
    READ (2,10) AUX
    READ (2,*) NCD
    READ (2,10) AUX
    READ (2,*) XA,YA
    READ (2,*) XB,YB
    READ (2,10) AUX
    READ (2,*) UA,VA
    READ (2,*) UB,VB
    READ (2,10) AUX
    READ (2,*) F
    READ (2,10) AUX
    READ (2,*) A
    READ (2,10) AUX
    READ (2,*) E,ALFA
    READ (2,10) AUX
    DO 1010, I=2,NCD+1
        READ (2,*) P(I)
1010 CONTINUE
    READ (2,10) AUX
    READ (2,*) DELTAT

1    FORMAT (40(/))

2    FORMAT (81(' '),/,1X,' ',15X,'SISTEMA PARA CALCULO DO
*CABO LIVREMENTE SUSPENSO ',15X,' ',/,1X,' ',37X,'
*PROCESSO ANALITICO ',37X,' ',/,1X,' ',20X,' Maria
*Betania de Oliveira - USP - EESC',20X,' ',/,81(' '))

5    FORMAT (2(/),6X,'NOME DO ARQUIVO DE ENTRADA DE DAD
*OS (ATE 7 DIGITOS ) ? ', \ )

6    FORMAT (A7)

8    FORMAT ( //,6X , ' NOME DO ARQUIVO DE SAIDA DE DADOS
*( ATE 7 DIGITOS)?', \ )

10   FORMAT (A80)

```

* **d) Emissão do relatório dos dados de entrada**

```
WRITE (3,6) NOME2
WRITE (3,12)
WRITE (3,20) NOME$,N,NCD,A,ALFA,E,F
WRITE (3,25) XA,YA,XB,YB
WRITE (3,30) UA,VA,UB,VB
WRITE (3,40) DELTAT
WRITE (3,50)
DO 1020,I=2,NCD+1
    WRITE (3,55) (I-1),P(I)
1020 CONTINUE

12  FORMAT (80(' *'),/, ' *',78X,' *',/, ' *',15X,'SISTEMA PARA CAL
    *CULO DE CABOS LIVREMENTE SUSPENSOS ',15 X,' *', /
    *,' *',78X,' *',/, ' *',37X,' PROCESSO ANALITICO ', 37X,' *', /
    *,' *', 78X,' *',/, ' *', 20X,' Maria Betania de Oliveira - USP
    *- EESC ', 20X,' *',/, ' *',78X,' *',/,80(' *'))

20  FORMAT ( //,6X,' NOME DA ESTRUTURA : ', A80,//,6X,' 1)
    *DADOS GERAIS DA ESTRUTURA ',/,6X,' Numero de pontos
    *nodais ',10X,' : ',13X,I3 ,/, 6X,' Numero de carregamento ', 11X,'
    *:',14X, I2 , / ,6X,' Area da secao transversal',8X,':
    *',F15.10,/,6X,'Coeficiente de dilatacao termica : ',F15.12 ,/, 6X,
    *'Modulo de elasticidade',11X,': ',F15.2,/,6X,'Flecha inicial do cabo
    *', 11X,' : ', F15.3)

25  FORMAT (//,6X,'2)COORDENADAS DOS APOIOS ', /, 19X,' XA
    *', 16X,' YA ',16X,' XB ',16X,' YB ',/,6X,F15.8,3X, F15.8, 3X, F15.8
    *,3X, F15.8)

30  FORMAT( //, 6X,' 3) DESLOCAMENTOS CONHECIDOS ', /, 19X
    *,' uA ',16X,' vA ',16X,' uB',16X,' vB ', /,6X, F15.8, 3X,F15.8 ,3X,
    *F15.8, 3X,F15.8)

40  FORMAT (//,6X,'4) VARIACAO DE TEMPERATURA',/,6X,'DeltaT
    * :',F6.3)

50  FORMAT (//,6X,'5) CARREGAMENTO DISTRIBUIDO SEGUNDO
    * O VAO')

55  FORMAT (6X,' p( ',I2, ' ) : ',F10.2)

RETURN
END
```

***** SUBROTINA CALCH *****

SUBROUTINE CALCH (P2)

* a) Declaração das variáveis

INTEGER N,NR
DOUBLE PRECISIONa,ALFA,A1,A2,AA,BB,CC,DD,B1,B2,C1,C2
* ,D,D1,D2,D3,DELTAT,E,E1,ERRO,F1,H1,H2,k,w,L,P2,PH1,PH2,
* R(3) ,S,UA,UB, VA,VB

* b) Definição de área de memória

COMMON/BLOC1/S,E
COMMON/BLOC2/L,D,VA,VB,UA,UB
COMMON/BLOC3/ALFA,DELTAT
COMMON/BLOC4/H1,H2,PH1,PH2

* c) Cálculo de H2

a = PH1*L/2 + D/L
A1 = -PH1*(L**3)/12
A2 = (VB-VA)*(-PH1*L/2 + a)
B1 = (L**3)/24
B2 = L*((VB-VA)/L)**2/2
C1=(-3*(PH1**3)*(L**5)/40+a*(PH1**2)*(L**4)/4-
* (a**2)*PH1*(L**3)/4) / (E*S + H1)
C2 =((VB-VA)/L)*(-(PH1**3)*(L**4)/4 +a*(PH1**2)*(L**3)-3*(a**2)*
* (PH1)*(L**2)/2 + (a**3)*L)/(E*S + H1)
D1 = (PH1*PH1*(L**5)/30-a*PH1*(L**4)/12+a*a*(L**3)/12)/
* ((E*S + H1)**2)
D2 =(PH1*PH1*((VB-VA)/L)*(L**4)/6-a*PH1*((VB-VA)/L)*(L**3)/3)/
* ((E*S + H1)**2)
D3 = (((VB-VA)/L)**2)*((PH1**2)*(L**3)/3-a*PH1*L*L + a*a*L)/
* ((E*S + H1)**2)

N = 10
ERRO = 1.0E-15
k = 0.
w = L

CALL INTEGRA (k,w,ERRO,N,E1)

F1=ALFA*DELTAT*(PH1*PH1*(L**3)/3 -a*PH1*L*L +(a*a+1)*L)

```

AA = (PH1*A1 + A2 + PH1*PH1*B1 + B2)/(E*S+H1) + PH1*C1
*      +C2 + PH1*PH1*D1 + PH1*D2 + D3 + E1

BB= -A1*P2/(E*S+H1) - A1*PH1 - A2 + PH1*B1*(-2*P2/(E*S+H1)
*   - PH1) - B2-P2*C1-2*PH1*P2*D1 - P2*D2 - H1*E1+F1 +(UA
*   -UB)

CC = P2*B1*(P2/(E*S + H1) + 2*PH1) + P2*P2*D1 + A1*P2

DD = -(P2**2)*B1

CALL CALCREC (AA,BB,CC,DD,NR,R)

DO 1000,I=1,NR
    IF(R(I).GT.(1.0E-10))
$      THEN
          H2=R(I)
        ELSE
          ENDIF
1000  CONTINUE

RETURN
END

```

***** SUBROTINA CALCVU *****

SUBROUTINE CALCVU (X,VLINHA,V,ULINHA,U)

* **a) Declaração das variáveis**

INTEGER N

DOUBLE PRECISIONa,ALFA,D,DELTAT,E,ERRO, f1,f2,H1,H2,I1
*,I2,I3,I4,I5,I6,L,PH1,PH2,S,U,UA,UB,ULINHA,V,VA,VB,VLINHA,
*X, YLINHA,w

* **b) Definição de área de memória**

COMMON/BLOC1/S,E
COMMON/BLOC2/L,D,VA,VB,UA,UB
COMMON/BLOC3/ALFA,DELTAT
COMMON/BLOC4/H1,H2,PH1,PH2

* **c) Cálculo de VLINHA e V**

VLINHA = (PH1-PH2)*X + (VB-VA)/L - L*(PH1-PH2)/2

$$V = (PH1-PH2)*(X**2)/2 + ((VB-VA)/L - L*(PH1-PH2)/2)*X + VA$$

* **d) Cálculo de ULINHA e U**

* **d.1) Cálculo de ULINHA**

CALL CALCF (X,f1)

$$a = PH1*L/2 + D/L$$

$$YLINHA = -PH1*X + a$$

$$f2 = ALFA*DELTAT*(1+YLINHA**2)$$

$$ULINHA = (H2/(E*S+H1)-1)*(YLINHA*VLINHA+(VLINHA**2)/2) + H2*(VLINHA*YLINHA**3+((YLINHA**2)*VLINHA**2)/2)/(E*S+H1) + (H2 - H1)*f1 + f2$$

* **d.2) Cálculo de U**

$$I1 = - PH1*(PH1-PH2)*(X**3)/3 + (-PH1*((VB-VA)/L - L*(PH1-PH2)/2) + a*(PH1-PH2))*X**2 + a*((VB-VA)/L - L*(PH1-PH2)/2)*X$$

$$I2 = ((PH1-PH2)**2)*(X**3)/3 + (PH1-PH2) * ((VB-VA)/L - L*(PH1-PH2)/2)*X**2 + (((VB-VA)/L - L*(PH1-PH2)/2)**2)*X$$

$$I3 = (PH1 - PH2)*(-(PH1**3)*(X**5)/5 + 3*a*(PH1**2)*(X**4)/4 - (a**2)*PH1*(X**3) + (a**3)*(X**2)/2) + ((VB-VA)/L - L*(PH1-PH2)/2)*(-(PH1**3)*(X**4)/4 + a*(PH1**2)*X**3 - 3*(a**2)*PH1*(X**2)/2 + (a**3)*X)$$

$$I4 = PH1*PH1*((PH1-PH2)**2)*(X**5)/5 + PH1*PH1 * ((PH1-PH2) * ((VB-VA)/L - L*(PH1-PH2)/2)*(X**4)/2 + (PH1**2)*(((VB-VA)/L - L*(PH1-PH2)/2)**2)*(X**3)/3 - a*PH1*((PH1-PH2)**2)*(X**4)/2 - 4*a*PH1*(PH1 - PH2)*((VB-VA)/L - L*(PH1 - PH2)/2)*(X**3)/3 - a*PH1*((VB-VA)/L - L*(PH1-PH2)/2)**2*(X**2) + (a**2) * ((PH1-PH2)**2)*(X**3)/3 + (a**2)*(PH1-PH2)*((VB-VA)/L - L*(PH1-PH2)/2)*X**2 + a*a*((VB-VA)/L - L*(PH1-PH2)/2)**2)*X$$

$$N = 10$$

$$ERRO = 1.0E-15$$

$$w = 0.$$

CALL INTEGRA (w,X,ERRO,N,I5)

$$I6 = ALFA*DELTAT*(PH1*PH1*(X**3)/3 - a*PH1*X**2 + (a*a + 1)*X)$$

$$U = (H2/(E*S+H1)-1)*I1 + (H2/(E*S+H1) - 1)*I2/2 + H2*I3/(E*S+H1) + H2*I4/(2*(E*S+H1)) + (H2-H1)*I5 + I6 + UA$$

RETURN

END

***** SUBROTINA INTEGRA *****

SUBROUTINE INTEGRA (a,b,ERRO,N,A2)

* a) Declaração das variáveis

INTEGER I,J,LOOP,N
DOUBLE PRECISION a,A1,A2,b,ERRO,F1,F2,X,XORD

* b) Cálculo da integração

```
A1 = 0.  
DO 1000,I=5,3**N  
    LOOP = 2**I  
    X = (b-a)/LOOP  
    A2 = 0.  
    XORD = a  
    CALL CALCF (XORD,F1)  
    DO 1010,J=1,LOOP  
        XORD = XORD + X  
        CALL CALCF (XORD,F2)  
        A2 = A2 + X*(F1+F2)/2  
        F1 = F2  
1010    CONTINUE  
  
    IF (DABS(A2-A1).LE.ERRO)  
    $    THEN  
        write(*,*) A2  
        RETURN  
    ELSE  
        A1 = A2  
    ENDIF  
1000    CONTINUE  
    WRITE (*,10)  
    READ (*,*)  
  
10    FORMAT('INTEGRA -Condicao nao satisfeita - pressione ENTER  
* ' )  
  
RETURN  
END
```

***** SUBROTINA CALCF *****

SUBROUTINE CALCF (X,F)

* a) Declaração das variáveis

DOUBLE PRECISION E,S,L,D,VA,VB,UA,UB,H1,H2,PH1,PH2,X,
*F,YLINHA

* b) Definição de área de memória

COMMON/BLOC1/S,E
COMMON/BLOC2/L,D,VA,VB,UA,UB
COMMON/BLOC4/H1,H2,PH1,PH2

* c) Cálculo da função

YLINHA = -PH1*X + PH1*L/2 + D/L
F=(DSQRT((1+YLINHA**2)**3))/(E*S+H1*(DSQRT(1+YLINHA**
*2)))

RETURN
END

***** SUBROTINA CALCREC *****

SUBROUTINE CALCREC (A,B,C,D,N,X)

* a) Declaração das variáveis

INTEGER N
DOUBLE PRECISION A,B,C,D,X(3),DD,R,P,Q,U,V,ALFA,TETA
*,AUX

* b) Cálculo das raízes reais

IF (A.EQ.0.)
\$ THEN
WRITE (*,10)
ENDIF

10 FORMAT (//,6X,'CALCREC - A equação não é cúbica')

P = C/(3*A)-(B**2)/(9*A**2)
Q = (B**3)/(27*A**3)-B*C/(6*A**2)+D/(2*A)

```

DD = Q**2 + P**3
IF (DD.GT.0.)
$ THEN
    AUX = -Q+DSQRT(DD)
    CALL CUR(AUX,U)
    AUX = -Q-SQRT(DD)
    CALL CUR(AUX,V)
    N = 1
    X(1) = U+V
ELSE
    N = 3
    IF (P.EQ.0)
$ THEN
        X(1) = 0.
        X(2) = 0.
        X(3) = 0.
    ELSE
$ IF (Q.GE.0.)
        THEN
            R = + DSQRT(DABS(P))
        ELSE
            R = - DSQRT(DABS(P))
        ENDIF
        ALFA = DACOS(-0.5)
        TETA = DACOS(Q/(R**3))
        X(1) = - 2*R*DCOS(TETA/3)
        X(2) = - 2*R*DCOS(ALFA + TETA/3)
        X(3) = - 2*R*DCOS(2*ALFA + TETA/3)
    ENDIF
ENDIF
DO 1000,I=1,N
    X(I) = X(I) - B/(3*A)
    IF(DABS(X(I)).LE.1.0E-10)
$ THEN
        X(I) = 0.
    ENDIF
1000 CONTINUE
RETURN
END

```

******* SUBROTINA CUR *******

SUBROUTINE CUR(X,Y)

*** a) Declaração de variáveis**

DOUBLE PRECISION AUX,X,Y

*** b) Cálculo da raiz cúbica**

```
IF (X.EQ.0.)
$ THEN
    Y=0.
ELSE
    AUX=DLOG(DABS(X))
    Y=X*(DEXP(AUX/3))/DABS(X)

ENDIF
RETURN
END
```

APÊNDICE C

SISTEMA PARA ANÁLISE DE CABOS LIVREMENTE SUSPENSOS COM O EMPREGO DO PROCESSO DOS DESLOCAMENTOS

C.1 DESCRIÇÃO DO SISTEMA

C.1.1 INTRODUÇÃO

Utilizando o Processo dos Deslocamentos, preparou-se um sistema de cálculo para microcomputadores em linguagem FORTRAN.

O sistema efetua a análise estática de cabos livremente suspensos, desde que as características geométricas iniciais — vão, coordenada no meio do vão, coordenadas dos apoios e área da seção transversal — as características físicas — módulo de elasticidade do material — e as ações externas destes cabos sejam previamente especificadas.

C.1.2 PROGRAMA PRINCIPAL

O programa principal faz a leitura dos dados iniciais da estrutura, efetua cálculos preliminares e gera relatório destes dados lidos e calculados através da subrotina LEITURA. Efetua o cálculo do comprimento, dos cossenos diretores e da força axial iniciais de cada elemento e, do vetor com os esforços internos diferenciais iniciais da estrutura. Calcula a matriz de rigidez da estrutura através das subrotinas CALCRE e RIGIDEZ. Impõe as condições de contorno. Resolve o sistema de equações com a subrotina GAUSS. Calcula as novas coordenadas nodais. Calcula o comprimento, os cossenos diretores e força axial atuais de cada elemento — utilizando as subrotinas COMP, CALCCS, e CALCT. Calcula, também, os esforços internos nos nós e o desequilíbrio de cada nó. Imprime, ainda, relatório dos resultados da análise da estrutura no arquivo de saída de dados.

C.1.3 SUBROTINA LEITURA

Esta subrotina lê os nomes dos arquivos de dados através do console do sistema. Estes arquivos são :

- ARQUIVO DE ENTRADA DE DADOS : arquivo *old* que contém os dados necessários ao cálculo do cabo ;

- ARQUIVO DE SAÍDA DE DADOS : arquivo *new* onde são escritos os dados de leitura e os resultados da análise.

Faz, também, a leitura dos dados iniciais da estrutura, efetua cálculos preliminares e do vetor das ações externas, e gera relatório dos dados lidos e calculados no arquivo de saída de dados.

C.1.4 SUBROTINA CALCRE (COSD, SEND, L, T, RE)

Calcula a matriz de rigidez, RE, do elemento com cossenos diretores, COSD e SEND, comprimento, L, e esforço axial, T.

C.1.5 SUBROTINA RIGIDEZ (K, RE)

Faz a contribuição da matriz de rigidez, RE, do elemento K na matriz de rigidez da estrutura.

C.1.6 SUBROTINA CALCT (K, L, T)

Calcula o esforço axial, T, do elemento K que possui comprimento atual igual a L.

C.1.7 SUBROTINA COMP (K, L)

Calcula o comprimento atual do elemento K, L.

C.1.8 SUBROTINA CALCCS (K, L, COSD, SEND)

Calcula os cossenos diretores, COSD e SEND, do elemento K de comprimento igual a L.

C.1.9 SUBROTINA GAUSS (NEQ)

Calcula um sistema de equação com número de equações igual a NEQ.

C.2 DESCRIÇÃO COMPLEMENTAR : O ARQUIVO DE ENTRADA DE DADOS

O arquivo de entrada de dados deve ser preparado, previamente à execução do sistema, contendo os dados na forma sequencial.

Apresenta-se, a seguir, a estrutura deste arquivo sequencial :

\$
\$
\$
\$
\$
\$
\$
\$
\$
\$
\$
\$
NOME\$

\$ 1) Dados gerais da estrutura

N, NNC, A, E, L, H, F

\$ 2) Carregamento nodal em x e y

nó, Px, Py

.
.
.

NNC, Px, Py

\$ 3) Carregamento distribuído

py

\$ 4) Coordenadas nodais

SIM ou NÃO (se quer ou não entrar com as coordenadas, se sim :)

XORD(1), YORD(1)

XORD(2), YORD(2)

.
.
.

XORD(N), YORD(N)

§ 5) Condições de contorno

RCH(1), RCV(1) (para o nó A)

RCH(2), RCV(2) (para o nó B)

O símbolo " § " quer dizer "linha para comentário".

A figura abaixo auxiliar a compreensão do arquivo de entrada de dados e as variáveis empregadas estão definidas no item C.3

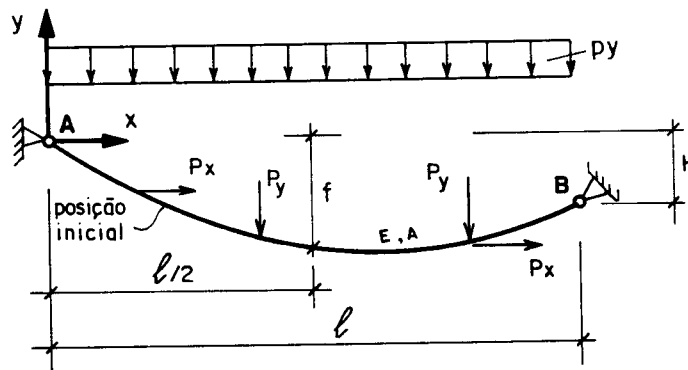


Figura C.2.1 - Ilustração das variáveis do arquivo de entrada de dados.

C.3 - VARIÁVEIS UTILIZADAS NO SISTEMA

C.3.1 - PROGRAMA PRINCIPAL

Variáveis inteiras :

I,J : contadores

N : número de pontos nodais

Variáveis reais :

A	:	área da seção transversal do cabo
COSD,SEND	:	cossenos diretores dos elementos
E	:	módulo de elasticidade do cabo
FD	:	vetor com esforços diferenciais internos
FE	:	vetor com as ações externas
FI	:	vetor com esforços internos (nodais)
L	:	vetor com os comprimentos dos elementos
LO	:	vetor com os comprimentos indeformados dos elementos
R	:	matriz de rigidez da estrutura
RCH	:	vetor com recalques horizontais
RCV	:	vetor com recalques verticais
RE	:	matriz de rigidez de um elemento
V	:	vetor com os deslocamentos nodais diferenciais
XORD	:	vetor com coordenadas nodais x segundo sistema de referência
YORD	:	vetor com coordenadas nodais y segundo sistema de referência

C.3.2 - SUBROTINA LEITURA

Variáveis inteiras :

MAXN	:	número máximo de pontos nodais
N	:	número de pontos nodais
NCD	:	número de carregamento distribuído
NNC	:	número de nós com carregamento

Variáveis reais :

A	:	área da seção transversal do cabo
E	:	módulo de elasticidade do cabo
F	:	flecha do cabo indeformado

FE	:	vetor com as ações externas
H	:	desnível
LO	:	vetor com o comprimento indeformado dos elementos
L	:	vão do cabo livremente suspenso
P	:	carregamento uniformemente distribuído segundo o vão
RCH	:	vetor com recalques horizontais
RCV	:	vetor com recalques verticais
XORD	:	vetor com coordenadas nodais x segundo sistema de referência
YORD	:	vetor com coordenadas nodais y segundo sistema de referência

Variáveis do tipo caracter :

AUX	:	variável auxiliar
NOME1	:	arquivo <i>old</i> para leitura de dados
NOME2	:	arquivo <i>new</i> para saída de dados
NOME\$:	nome do cabo

C.3.3 - SUBROTINA CALCRE (COSD,SEND,L,T,RE)

Variáveis reais :

A	:	área da seção transversal do cabo
AUX	:	variável auxiliar
COSD,SEND	:	cossenos diretores do elemento
E	:	módulo de elasticidade do material
L	:	comprimento do elemento
T	:	esforço axial no elemento
RE	:	matriz de rigidez do elemento

C.3.4 - SUBROTINA RIGIDEZ (K,RE)

Variável inteira :

K : número do elemento

Variáveis reais :

R : matriz de rigidez da estrutura

RE : matriz de rigidez do elemento

C.3.5 - SUBROTINA CALCT (K,L,T)

Variável inteira :

K : número do elemento

Variáveis reais :

A : área da seção transversal do cabo

DELTAL : variação no comprimento do elemento

E : módulo de elasticidade

L : comprimento atual do elemento

LO(K) : comprimento indeformado do elemento

T : esforço axial no elemento

C.3.6 - SUBROTINA COMP(K,L)

Variável inteira :

K : número do elemento

Variáveis reais :

L : comprimento do elemento

VAL1 : variável auxiliar

VAL2 : variável auxiliar

XORD : vetor com as coordenadas nodais x segundo sistema de referência

YORD : vetor com as coordenadas nodais y segundo sistema de referência

C.3.7 - SUBROTINA CALCCS (K,L,COSD,SEND)

Variável inteira :

K : número do elemento

Variáveis reais :

COSD,SEND : cossenos diretores do elemento

L : comprimento atual do elemento

XORD : vetor com as coordenadas nodais x segundo sistema de referência

YORD : vetor com as coordenadas nodais y segundo sistema de referência

C.4 - PROGRAMA FONTE

\$DEBUG

*

* SISTEMA PARA CÁLCULO DE CABOS LIVREMENTE SUSPENSOS
* PROCESSO DOS DESLOCAMENTOS

*

* Maria Betânia de Oliveira - USP - EESC

*

***** PROGRAMA PRINCIPAL *****

* a) Declaração das variáveis

INTEGER I,J,N,cont

DOUBLE PRECISION A,COSD(100),E,FD(200),FE(200),FI(200),

* L(100), LO(100), R(200,200),RCH(2),RCV(2),RE(4,4), SEND(100),

* T(100), V(200),XORD(100),YORD(100)

* **b) Definição de área de memória**

```
COMMON/BLOC1/A,E  
COMMON/BLOC2/XORD,YORD  
COMMON/BLOC3/LO  
COMMON/BLOC4/FE  
COMMON/BLOC5/N,RCH,RCV  
COMMON/BLOC6/R  
COMMON/BLOC7/FD,V
```

* **c) Leitura dos dados iniciais, cálculos preliminares e relatório dos dados lidos e calculados**

```
CALL LEITURA
```

* **d) Cálculo do comprimento, dos cossenos diretores e da força axial inicial de cada elemento, e do vetor com os esforços internos diferenciais iniciais da estrutura**

```
DO 1000,I=1,N-1  
    L(I)=LO(I)  
    CALL CALCCS (I,L(I),COSD(I),SEND(I))  
    T(I)=A*E/1000.  
1000 CONTINUE
```

```
DO 1010,I=1,2*N  
    FD(I)=FE(I)  
1010 CONTINUE  
    cont = 0  
555 DO 1015,I=1,2*N  
    DO 1020,J=1,2*N  
        R(I,J) = 0.  
1020 CONTINUE  
1015 CONTINUE  
    cont = cont + 1
```

* **e) Cálculo da matriz de rigidez da estrutura**

```
DO 1030, I=1,(N-1)  
    CALL CALCRE (COSD(I),SEND(I),L(I),T(I),RE)  
    CALL RIGIDEZ (I,RE)  
1030 CONTINUE
```

* **f) Imposição das condições de contorno**

```
R(1,1) = R(1,1)*10**20  
R(2,2) = R(2,2)*10**20
```

$$R(2*N-1,2*N-1) = R(2*N-1,2*N-1)*10**20$$

$$R(2*N,2*N) = R(2*N,2*N)*10**20$$

$$FD(1) = R(1,1)*RCH(1)$$

$$FD(2) = R(2,2)*RCV(1)$$

$$FD(2*N-1) = R(2*N-1,2*N-1)*RCH(2)$$

$$FD(2*N) = R(2*N,2*N)*RCV(2)$$

* **g) Resolução do sistema de equações**

CALL GAUSS (2*N)

* **h) Cálculo das novas coordenadas nodais**

```
DO 1040,I=2,N-1
  XORD(I) = XORD(I) + V(2*I-1)
  YORD(I) = YORD(I) + V(2*I)
1040 CONTINUE
```

* **i) Cálculo do comprimento, dos cossenos diretores, da força axial**
* **atuais de cada elemento**

```
DO 1050, I=1,N-1
  CALL COMP(I,L(I))
  CALL CALCCS (I,L(I),COSD(I),SEND(I))
  CALL CALCT (I,L(I),T(I))
1050 CONTINUE
```

* **j) Cálculo dos esforços internos (nodais)**

```
FI(1) = - T(1)*COSD(1)
FI(2) = - T(1)*SEND(1)
FI(2*N-1) = T(N-1)*COSD(N-1)
FI(2*N) = T(N-1)*SEND(N-1)

DO 1060,I=2,N-1
  FI(2*I-1) = T(I-1)*COSD(I-1) - T(I)*COSD(I)
  FI(2*I) = T(I-1)*SEND(I-1) - T(I)*SEND(I)
1060 CONTINUE
do 1061,i=1,2*N
  write (*,*) FI(i)
1061 continue
```

* **l) Cálculo do desequilíbrio - cálculo do novo vetor de esforços**
* **internos diferenciais**

```
DO 1070,I=1,2*N
  FD(I) = FE(I) - FI(I)
```

```

1070 CONTINUE
      DO 1080,I=3,(2*N-2)
        IF(DABS(FD(I)).GT.1.0E-6)
          $      THEN
            GOTO 555
          ENDIF
1080 CONTINUE

```

* **m) Impressão do relatório**

```

      WRITE(3,10)
      DO 1090,J=1,N
        WRITE (3,15) J,XORD(J),YORD(J)
1090 CONTINUE
      WRITE(3,20)
      DO 1100,J=1,N-1,2
        WRITE (3,25) J,T(J),(J+1),T(J+1)
1100 CONTINUE
      write(*,1)
1      format(//,' Numero de interacoes : ',\ )
      write(*,*) cont
10     FORMAT(//,6X,'5)POSICAO FINAL DE EQUILIBRIO', X,' No' 17X,'X',
        *17 X, ' Y' , / )
15     FORMAT(6X,I3,3X,F15.6,3X,F15.6)
20     FORMAT(//,6X,'6) ESFORCOS FINAIS NOS ELEMENTOS ',/,6X,
        * 'Elemento', 17X,'T',3X,'Elemento',17X,'T',/)
25     FORMAT(9X,I3,5X,F15.5,6X,I3,5X,F15.5)
      STOP
      END

```

***** SUBROTINA LEITURA *****

a) Declaração das variáveis

```

INTEGER I,K(10),MAXN,N,NNC

```

```

DOUBLE PRECISION A,E,F,FE(200),L,LO(100),P,PH,PN,RCH(2),
* RCV(2),X,XORD(100),YORD(100)

```

```

CHARACTER*7 NOME1,NOME2

```

```

CHARACTER*80 AUX,NOME$

```

* **b) Definição da área de memória**

```

COMMON/BLOC1/A,E

```



```
COMMON/BLOC2/XORD,YORD
COMMON/BLOC3/LO
COMMON/BLOC4/FE
COMMON/BLOC5/N,RCH,RCV
```

* **d) Definição do limite da variável N**

```
MAXN = 100
```

* **e) Leitura dos dados, cálculos preliminares e relatório**

* **e.1) Leitura dos dados**

```
WRITE (*,1)
WRITE (*,2)
WRITE (*,5)
READ (*,6) NOME1
WRITE (*,7)
READ (*,6) NOME2
OPEN (2,FILE=NOME1,STATUS='OLD')
OPEN (3,FILE=NOME2,STATUS='NEW')
DO 1000,I=1,9
  READ (2,10) AUX
1000 CONTINUE
  READ (2,10) NOME$
  READ (2,10) AUX
  READ (2,*) N,NNC,A,E,L,H,F

1   FORMAT(40(/))

2   FORMAT(81('*'),/,1X,*,15X,'SISTEMA PARA CALCULO DO CABO
*LIVREMENTE SUSPENSO',15X,*,/,1X,*,21X,'EMPREGO DO PRO
*CESSO DOS DESLOCAMENTOS',21X,*,/,1X,*,20X,'Maria Betania
* de Oliveira - USP - EESC',20X,*,/,81('*'),/)

5   FORMAT(2(/),6X,'NOME DO ARQUIVO DE ENTRADA DE DADOS
* (ATE 7 DIGITOS )?',\))

6   FORMAT(A7)

7   FORMAT(//,6X,'NOME DO ARQUIVO DE SAIDA DE DADOS(ATE 7
* DIGITOS)? ', \))

10  FORMAT(A80)
```

* **d.1.2) Teste de consistência**

```
IF(N.GT.MAXN)
$ THEN
  WRITE (*,15) MAXN
  READ (*,*)
ENDIF
```

15 FORMAT(//,6X,'ERRO - ULTRAPASSOU QUANTIDADE MAXIMA DE
* NOS QUE E ',I3)

* **d.1.3) Impressão dos dados gerais**

```
WRITE (3,6) NOME2
WRITE (3,12)
WRITE (3,20) NOME$,N,NNC,A,E,L,H,F
```

12 FORMAT(80(' '),/,',',78X,' ',/,',',15X,'SISTEMA PARA CALCULO
*DO CABO LIVREMENTE SUSPENSO',15X,' ',/,',',78X,' ',/,',',21X
*, 'EMPREGO DO PROCESSO DOS DESLOCAMENTOS',21X,' ',/,',',
* ',78X,' ',/,',',20X,'Maria Betania de Oliveira - USP - EESC',20X,'
* ',/,',',78X,' ',/,',',80(' '))

20 FORMAT(//,6X,'NOME DA ESTRUTURA :',A80,/,6X,'1) DADOS GE
*RAIS DA ESTRUTURA',/,6X,'Numero de pontos nodais',9X,': ',12X
*,I3,/,6X,'Numero de nos carregados ',8X,': ',13X,I2,/,6X,'Area da
*secao transversal',7X,': ',F15.10,/,6X,'Modulo de elasticida de ',
*10X,': ',F15.2,/,6X,'Vao',29X,': ',F15.3,/,6X,'Desnivel ',24X,': ',F15
*.3,/,6X,'Flecha do cabo indeformado',5X,': ',F15.3)

* **d.2) Dados sobre o carregamento**

* **d.2.1) Zerando FE**

```
DO 1010,I=1,2*N
  FE(I)=0.
1010 CONTINUE
```

* **d.2.2) Carregamento concentrado**

```
READ (2,10) AUX
DO 1020,I=1,NNC
  READ (2,*) K(I),FE(2*K(I)-1),FE(2*K(I))
1020 CONTINUE
```

* **d.2.3) Carregamento distribuido no vao**

```
READ (2,10) AUX
READ (2,*) P
```

* **d.2.4) Impressão dos dados**

```
WRITE (3,25)
DO 1040, I=1,NNC
  WRITE (3,27) K(I),FE(2*K(I)-1),FE(2*K(I))
1040 CONTINUE
WRITE (3,28)
WRITE (3,29) P
```

```
25  FORMAT(/,6X,'2)DADOS DO CARREGAMENTO',/,6X,'Carregamento
* Concentrado : No',9X,'Px',9X,'Py')
```

```
27  FORMAT(33X,I3,3X,F8.2,3X,F8.2)
```

```
28  FORMAT(6X,'Carregamento distribuido :',13X,'py')
```

```
29  FORMAT(36X,F11.3)
```

* **d.3) Coordenadas nodais iniciais**

```
READ(2,10) AUX
READ(2,10) AUX
IF(AUX.EQ.'SIM')
$ THEN
  DO 1060,I=1,N
    READ(2,*) XORD(I),YORD(I)
1060  CONTINUE
  ELSE
    PH=4*(-2*F+H)/(L**2)
    X=L/(N-1)
    XORD(1)=0.
    YORD(1)=0.
    DO 1065,I=2,N
      XORD(I)=XORD(I-1)+X
      YORD(I)= + PH*(XORD(I)**2)/2 + (-PH*L/2 + H/L)*XORD(I)
1065  CONTINUE
  ENDIF
  WRITE (3,35)
  DO 1070,I=1,N
    WRITE (3,36) I,XORD(I),YORD(I)
1070 CONTINUE
```

35 FORMAT(//,6X,'3) COORDENADAS NODAIS INICIAIS NO SISTEMA
* DE REFERENCIA',/,7X,'No',10X,'X',10X,'Y')

36 FORMAT(6X,I3,3X,F8.2,3X,F8.2)

* **d.4) Cálculo do comprimento inicial dos elementos**

 DO 1075,I=1,N-1
 CALL COMP(I,LO(I))
1075 CONTINUE

* **d.5) Cálculo de FE inicial**

 PN = P*X
 DO 1080,I=2,N-1
 FE(2*I)=FE(2*I)+PN
1080 CONTINUE
 FE(2)=FE(2)+PN/2
 FE(2*N)=FE(2*N)+PN/2

40 FORMAT(//,6X,'FE(',I3,') : ',F10.2)

* **d.6) Condições de contorno**

 READ (2,10) AUX
 READ (2,*) RCH(1),RCV(1)
 READ (2,*) RCH(2),RCV(2)
 WRITE (3,45) RCH(1),RCV(1),RCH(2),RCV(2)

45 FORMAT(//,6X,'4)DESLOCAMENTOS CONHECIDOS',/,7X,'No',16X,
* 'Dx',16X,'Dy',/,6X,' 1',3X,F15.8,3X,F15.8,/,6X,' 2',3X,F15.8,3X,F15.8)

 RETURN
 END

***** SUBROTINA CALCRE *****

 SUBROUTINE CALCRE (COSD,SEND,L,T,RE)

* **a) Declaração das variáveis**

 DOUBLE PRECISION A,AUX,COSD,E,L,T,RE(4,4),SEND

* **b) Definição de área de memória**

```
COMMON/BLOC1/A,E
```

* **c) Cálculo da matriz de rigidez do elemento**

```
AUX = E*A/L
```

```
RE(1,1) = T/L+AUX*COSD**2  
RE(1,2) = AUX*COSD*SEND  
RE(1,3) = -T/L-AUX*COSD**2  
RE(1,4) = -AUX*SEND*COSD  
RE(2,2) = T/L+AUX*SEND**2  
RE(2,3) = -AUX*SEND*COSD  
RE(2,4) = -T/L-AUX*SEND**2  
RE(3,3) = T/L+AUX*COSD**2  
RE(3,4) = AUX*SEND*COSD  
RE(4,4) = T/L+AUX*SEND**2  
RE(2,1) = RE(1,2)  
RE(3,1) = RE(1,3)  
RE(3,2) = RE(2,3)  
RE(4,1) = RE(1,4)  
RE(4,2) = RE(2,4)  
RE(4,3) = RE(3,4)  
RETURN  
END
```

***** SUBROTINA RIGIDEZ *****

```
SUBROUTINE RIGIDEZ (K,RE)
```

* **a) Declaração das variáveis**

```
INTEGER K  
DOUBLE PRECISION R(200,200),RE(4,4)
```

* **b) Definição de área de memória**

```
COMMON/BLOC6/R
```

* **c) Contribuição do elemento na matriz de rigidez da estrutura**

```
R( 2*K-1 , 2*K-1 ) = R( 2*K-1 , 2*K-1 ) + RE(1,1)  
R( 2*K-1 , 2*K ) = R( 2*K-1 , 2*K ) + RE(1,2)  
R( 2*K-1 , 2*K+1 ) = R( 2*K-1 , 2*K+1 ) + RE(1,3)
```

```

R( 2*K-1 , 2*K+2 ) = R( 2*K-1 , 2*K+2 ) + RE(1,4)
R( 2*K , 2*K-1 ) = R(2*K , 2*K-1 ) + RE(2,1)
R( 2*K , 2*K ) = R(2*K ,2*K ) + RE(2,2)
R( 2*K , 2*K+1 ) = R(2*K , 2*K+1 ) + RE(2,3)
R( 2*K , 2*K+2 ) = R(2*K , 2*K+2 ) + RE(2,4)
R( 2*K+1 , 2*K-1 ) = R( 2*K+1 , 2*K-1 ) + RE(3,1)
R( 2*K+1 , 2*K ) = R( 2*K+1 ,2*K ) + RE(3,2)
R( 2*K+1 , 2*K+1 ) = R( 2*K+1 , 2*K+1 ) + RE(3,3)
R( 2*K+1 , 2*K+2 ) = R( 2*K+1 , 2*K+2 ) + RE(3,4)
R( 2*K+2 , 2*K-1 ) = R( 2*K+2 , 2*K-1 ) + RE(4,1)
R( 2*K+2 , 2*K ) = R( 2*K+2 ,2*K ) + RE(4,2)
R( 2*K+2 , 2*K+1 ) = R( 2*K+2 , 2*K+1 ) + RE(4,3)
R( 2*K+2 , 2*K+2 ) = R( 2*K+2 , 2*K+2 ) + RE(4,4)
RETURN
END

```

***** SUBROTINA CALCT *****

SUBROUTINE CALCT (K,L,T)

* **a) Declaração das variáveis**

```

INTEGER K
DOUBLE PRECISION A,DELTAL,E,L,LO(100),T

```

* **b) Definição de área de memória**

```

COMMON/BLOC1/A,E
COMMON/BLOC3/LO

```

* **c) Cálculo do esforço axial no elemento**

```

DELTAL = L-LO(K)
T = E*A*DELTAL/LO(K)
RETURN
END

```

***** SUBROTINA COMP *****

SUBROUTINE COMP (K,L)

* **a) Declaração das variáveis**

INTEGER K
DOUBLE PRECISION L,VAL1,VAL2,XORD(100),YORD(100)

* **b) Definição de área de memória**

COMMON/BLOC2/XORD,YORD

* **c) Cálculo do comprimento do elemento**

VAL1 = XORD(K+1)-XORD(K)
VAL2 = YORD(K+1)-YORD(K)
L = DSQRT(VAL1**2+VAL2**2)
RETURN
END

***** SUBROTINA CALCCS *****

SUBROUTINE CALCCS (K,L,COSD,SEND)

* **a) Declaração das variáveis**

INTEGER K
DOUBLE PRECISION COSD,L,SEND,XORD(100),YORD(100)

* **b) Definição de área de memória**

COMMON/BLOC2/XORD,YORD

* **c) Cálculo dos cossenos diretores**

COSD = (XORD(K+1)-XORD(K))/L
SEND = (YORD(K+1)-YORD(K))/L
RETURN
END

***** SUBROTINA GAUSS *****

SUBROUTINE GAUSS(NEQ)

* a) Declaração das variáveis

```
DOUBLE PRECISION C(200),A(200,200),R,X(200)
INTEGER K,I,J,NEQ
```

* b) Definição de área de memória

```
COMMON/BLOC6/ A
COMMON/BLOC7/ C,X
```

```
DO 1010, K = 2,NEQ
  DO 1020, I = K,NEQ
    R = A(I,K-1)/A(K-1,K-1)
    C(I) = C(I)-R*C(K-1)
    DO 1030,J=K,NEQ
      A(I,J)=A(I,J)-R*A(K-1,J)
1030  CONTINUE
1020  CONTINUE
1010  CONTINUE
      X(NEQ)=C(NEQ)/A(NEQ,NEQ)
      DO 1040,K=NEQ-1,1,-1
        X(K)=C(K)
        DO 1050,J=K+1,NEQ
          X(K)=X(K)-A(K,J)*X(J)
1050  CONTINUE
          X(K)=X(K)/A(K,K)
1040  CONTINUE
      RETURN
      END
```


APÊNDICE D

RESULTADOS DA EXPERIMENTAÇÃO NUMÉRICA

Tabela D.1 - Símbolos utilizados no apêndice D

SÍMBOLO	DESCRIÇÃO
A	área metálica da seção transversal do cabo
E	módulo de elasticidade do cabo
erro	erro cometido com o PA em relação ao PD
E1	erro cometido na primeira aproximação
E2	erro cometido na segunda aproximação
E3	erro cometido na terceira aproximação
E4	erro cometido na quarta aproximação
f	coordenada inicial y no meio do vão
h	desnível entre os apoios
\bar{H}	esforço horizontal final na seção do cabo
ℓ	vão do cabo
Nome do Cabo	nome do cabo que possui determinadas características geométricas e físicas e carregamento
Número de segmentos	número de segmentos lineares utilizados para o cálculo do cabo pelo Processo dos Deslocamentos
\bar{p}	carregamento final uniformemente distribuído ao longo de todo o vão
PA	resultados obtidos com o Processo Analítico
PD	resultados obtidos com o Processo dos Deslocamentos
T_{pd}	esforço de tração empregado no pré-dimensionamento do cabo
$\bar{T}_{máx}$	máximo esforço final de tração no cabo
$\bar{y}_{máx}$	máxima coordenada \bar{y} final do cabo

TABELA D.2 - Comparação entre os resultados do Processo dos Deslocamentos com o aumento do número de segmentos — cabo com $E = 120E+9N/m^2$, $A = 258,06mm^2$, $f = 4m$, $\ell = 40m$, $h = 0$ e $\bar{p} = 5000N/m$.

Número de segmentos	\bar{H} (N)	erro %	$\bar{T}_{m\acute{a}x}$ (N)	erro %	$\bar{Y}_{m\acute{a}x}$ (m)	erro %
10	219024		236583		4,555	
20	218986	1,74E-02	238652	-8,67E-01	4,552	6,59E-02
30	218978	3,65E-03	239342	-2,88E-01	4,552	0,00E+00
40	218975	1,37E-03	239688	-1,44E-01	4,551	2,20E-02
50	218974	4,57E-04	239895	-8,63E-02	4,551	0,00E+00
60	218974	0,00E+00	240034	-5,79E-02	4,551	0,00E+00
70	218973	4,57E-04	240133	-4,12E-02	4,551	0,00E+00
80	218973	0,00E+00	240207	-3,08E-02	4,551	0,00E+00
90	218973	0,00E+00	240264	-2,37E-02	4,551	0,00E+00

TABELA D.3 - Comparação entre os resultados do Processo dos Deslocamentos com o aumento do número de segmentos — cabo com $E = 120E+9N/m^2$, $A = 258,06mm^2$, $f = 6m$, $\ell = 60m$, $h = 10m$ e $\bar{p} = 5000N/m$.

Número de segmentos	\bar{H} (N)	erro %	$\bar{T}_{m\acute{a}x}$ (N)	erro %	$\bar{Y}_{m\acute{a}x}$ (m)	erro %
10	462443		508838		10,583	
20	462772	-7,11E-02	513066	-8,24E-01	11,101	-4,67E+00
30	462972	-4,32E-02	514341	-2,48E-01	11,102	-9,01E-03
40	463022	-1,08E-02	514953	-1,19E-01	11,100	1,80E-02
50	463057	-7,56E-03	515312	-6,97E-02	11,102	-1,80E-02
60	463073	-3,46E-03	515548	-4,58E-02	11,101	9,01E-03
70	463081	-1,73E-03	515716	-3,26E-02	11,101	0,00E+00
80	463090	-1,94E-03	515840	-2,40E-02	11,101	0,00E+00
90	463093	-6,48E-04	515936	-1,86E-02	11,101	0,00E+00

TABELA D.4- Comparação entre os resultados do Processo dos Deslocamentos dos cabos empregados na TABELA D.5.

Nome do cabo	Número de segmentos	A (mm ²)	H̄ (N)	erro %	T̄ máx (N)	erro %	Ȳ máx (m)	erro %
A1	80	25,22	375429	0,001065459	544929	-0,074083175	20,148	0
	90		375425		545333		20,148	
	98		375422		545597		20,148	
A2	80	81,68	581755	0	703164	-0,044919543	13,369	0
	90		581755		703480		13,369	
	98		581755		703686		13,369	
A3	80	145,16	706605	-0,000283043	809500	-0,0340835	11,103	0
	90		706607		809776		11,103	
	98		706607		809956		11,103	
A4	70	403,23	968214	-0,000722975	1045403	-0,026776757	8,182	0
	80		968221		1045683		8,182	
	90		968226		1045900		8,182	
A5	70	790,32	1162580	-0,000774134	1227608	-0,019627821	6,840	0
	80		1162589		1227849		6,840	
	90		1162595		1228036		6,840	
A6	70	1165,54	1278166	-0,000782365	1337586	-0,016669046	6,231	0
	80		1278176		1337809		6,231	
	90		1278182		1337981		6,231	
A7	70	1612,90	1373958	-0,000727819	1429402	-0,014619361	5,802	0
	80		1373968		1429611		5,802	
	90		1373975		1429773		5,802	

TABELA D. 5 - Comparação entre os resultados do Processo Analítico e Processo dos deslocamento — cabos com $\bar{p} = 10000\text{N/m}$,
 $E = 120\text{E}+9\text{N/m}^2$, $f = 4\text{m}$, $h = 0$ e $\ell = 80\text{m}$

Nome do cabo	Área (mm ²)	H̄ (N)			T̄ máx (N)			Ȳ máx(m)		
		PD	PA	erro %	PD	PA	erro %	PD	PA	erro %
A1	25,22	375422	403189	7,40	545597	567945	4,10	20,148	19,842	-1,52
A2	81,68	581755	602157	3,51	703686	722906	2,73	13,369	13,286	-0,62
A3	145,16	706607	723621	2,41	809956	826818	2,08	11,103	11,056	-0,42
A4	403,23	968226	980018	1,22	1045900	1058506	1,21	8,182	8,163	-0,23
A5	790,32	1162595	1171529	0,77	1228036	1237934	0,81	6,840	6,829	-0,16
A6	1165,54	1278182	1285665	0,59	1337981	1346453	0,63	6,231	6,222	-0,14
A7	1612,90	1373975	1380352	0,46	1429773	1437140	0,52	5,802	5,796	-0,10

TABELA D.6 - Comparação entre os resultados do Processo Analítico e Processo dos deslocamento — cabos nivelados, $\ell = 40m$,
 $E=120E+9N/m^2$.

Nome do cabo	P (N/m)	f (m)	A (mm ²)	H (N)			T _{máx} (N)			Y _{máx} (m)			T _{pd} (N)
				PD	PA	erro %	PD	PA	erro %	PD	PA	erro %	
B1	2500	4	197,49	113874	114268	0,35	124144	124728	0,47	4,381	4,376	-0,11	100000
B2				110811	111311	0,45	121341	122025	0,56	4,498	4,492	-0,13	
B3				105410	106096	0,65	116429	117287	0,74	4,720	4,713	-0,15	
B4	2500	2	326,73	188760	189375	0,33	195128	195864	0,38	2,643	2,640	-0,11	200000
B5				180607	181307	0,39	187252	188075	0,44	2,760	2,758	-0,07	
B6				170994	171799	0,47	177998	178927	0,52	2,914	2,910	-0,14	
B7	5000	4	326,73	224109	225023	0,41	244954	246242	0,53	4,450	4,444	-0,13	200000
B8				218973	220064	0,50	240264	241719	0,61	4,551	4,544	-0,15	
B9				212318	213638	0,62	234215	235883	0,71	4,690	4,681	-0,19	
B10	5000	2	681,62	380355	381554	0,32	392999	394441	0,37	2,623	2,621	-0,08	500000
B11				369445	370758	0,36	382450	384008	0,41	2,700	2,697	-0,11	
B12				343493	345087	0,46	357442	359284	0,52	2,901	2,898	-0,10	
B13	7500	4	488,04	336035	337410	0,41	367314	369250	0,53	4,452	4,445	-0,16	300000
B14				329866	331454	0,48	361679	363816	0,59	4,532	4,526	-0,13	
B15				322287	324136	0,57	354780	357161	0,67	4,636	4,628	-0,17	
B16	7500	2	907,45	558409	560333	0,34	577772	580063	0,40	2,679	2,677	-0,07	600000
B17				544002	546079	0,38	563860	566306	0,43	2,750	2,747	-0,11	
B18				528214	530462	0,43	548644	551262	0,48	2,831	2,828	-0,11	
B19	10000	4	681,62	449911	451680	0,39	491458	493979	0,51	4,434	4,428	-0,14	400000
B20				443245	445244	0,45	485363	488101	0,56	4,498	4,492	-0,13	
B21				425726	428328	0,61	469419	472721	0,70	4,678	4,669	-0,19	
B22	10000	2	1306,45	754993	757450	0,33	780465	783410	0,38	2,643	2,640	-0,11	800000
B23				739397	742018	0,35	765388	768499	0,41	2,698	2,695	-0,11	
B24				722431	725232	0,39	749011	752304	0,44	2,760	2,758	-0,07	

TABELA D.7-Comparação entre os resultados do Processo Analítico e Processo dos Deslocamento — cabos nivelados, $\ell = 60\text{m}$,
 $E = 120\text{E} + 9\text{N}/\text{m}^2$.

Nome do cabo	\bar{P} (N/m)	f (m)	A (mm ²)	\bar{H} (N)			\bar{T} máx (N)			\bar{Y} máx (m)			Tpd (N)
				PD	PA	erro %	PD	PA	erro %	PD	PA	erro %	
B25			258,06	168858	169517	0,39	184426	185367	0,51	6,645	6,637	-0,12	150000
B26	2500	6	197,49	164579	165385	0,49	180517	181597	0,60	6,813	6,802	-0,16	
B27			145,16	158836	159839	0,63	175296	176560	0,72	7,052	7,038	-0,20	
B28			488,04	282928	283851	0,33	292486	293592	0,38	3,967	3,963	-0,10	300000
B29	2500	3	403,22	273064	274092	0,38	282956	284168	0,43	4,108	4,104	-0,10	
B30			326,73	261827	262976	0,44	272128	273462	0,49	4,283	4,278	-0,12	
B31			488,04	336035	337410	0,41	367314	369250	0,53	6,677	6,668	-0,13	300000
B32	5000	6	403,22	329866	331454	0,48	361593	363816	0,61	6,799	6,788	-0,16	
B33			326,73	322287	324131	0,57	354780	357161	0,67	6,954	6,941	-0,19	
B34			907,45	558409	560333	0,34	577772	580063	0,40	4,019	4,015	-0,10	600000
B35	5000	3	790,32	544002	546079	0,38	563860	566306	0,43	4,124	4,120	-0,10	
B36			681,62	528214	530462	0,43	548644	551262	0,48	4,246	4,242	-0,09	
B37			681,62	500710	502888	0,43	547915	550928	0,55	6,721	6,711	-0,15	450000
B38	7500	6	580,64	492690	495144	0,50	540595	543868	0,61	6,827	6,816	-0,16	
B39			488,04	483191	485972	0,58	531953	535531	0,67	6,957	6,945	-0,17	
B40			1465,07	848881	851651	0,33	877553	880871	0,38	3,966	3,963	-0,08	900000
B41	7500	3	1306,45	831253	834208	0,36	860513	864018	0,41	4,050	4,046	-0,10	
B42			1165,54	813314	816459	0,39	843196	846895	0,44	4,138	4,134	-0,10	
B43			907,45	667517	670424	0,44	730465	734485	0,55	6,722	6,712	-0,15	600000
B44	10000	6	790,32	658349	661572	0,49	722096	726414	0,60	6,813	6,802	-0,16	
B45			681,62	647746	651334	0,55	712443	717103	0,65	6,921	6,909	-0,17	
B46			1612,90	1092260	1096369	0,38	1131826	1136673	0,43	4,108	4,104	-0,10	1200000
B47	10000	3	1465,07	1071885	1076214	0,40	1112177	1117245	0,46	4,186	4,181	-0,12	
B48			1306,45	1047230	1051828	0,44	1088435	1093774	0,49	4,283	4,278	-0,12	

TABELA D.8-Comparação entre os resultados do Processo Analítico e Processo dos deslocamento — cabos nivelados, $\ell=80m$, $E=120E+9N/m^2$.

Nome do cabo	\bar{p} (N/m)	f (m)	A (mm ²)	\bar{H} (N)			\bar{T} máx (N)			\bar{Y} máx (m)			Tpd (N)
				PD	PA	erro %	PD	PA	erro %	PD	PA	erro %	
B49			326,73	224109	225023	0,41	244991	246242	0,51	8,900	8,888	-0,13	
B50	2500	8	258,06	218973	220064	0,50	240302	241719	0,59	9,103	9,088	-0,16	200000
B51			197,49	212318	213638	0,62	234254	235883	0,70	9,379	9,362	-0,18	
B52			681,62	380356	381554	0,31	393023	394441	0,36	5,246	5,242	-0,08	
B53	2500	4	580,64	369446	370758	0,36	382474	384008	0,40	5,399	5,394	-0,09	400000
B54			403,22	343494	345087	0,46	357469	359284	0,51	5,802	5,796	-0,10	
B55			681,62	449911	451680	0,39	491531	493979	0,50	8,867	8,856	-0,12	
B56	5000	8	580,64	443245	445244	0,45	485438	488101	0,55	8,997	8,984	-0,14	400000
B57			403,22	425726	428328	0,61	469496	472721	0,69	9,356	9,339	-0,18	
B58			1306,45	754994	757450	0,33	780513	783410	0,37	5,285	5,281	-0,08	
B59	5000	4	1165,54	739399	742018	0,35	765437	768499	0,40	5,396	5,391	-0,09	800000
B60			1032,26	722432	725232	0,39	749061	752304	0,43	5,521	5,515	-0,11	
B61			907,45	667516	670424	0,44	730576	734485	0,54	8,962	8,950	-0,13	
B62	7500	8	790,32	658348	661572	0,49	722209	726414	0,58	9,083	9,069	-0,15	600000
B63			681,62	647746	651334	0,55	712558	717103	0,64	9,228	9,212	-0,17	
B72			1612,90	1092262	1096369	0,38	1131901	1136673	0,42	5,478	5,473	-0,09	
B65	7500	4	1465,07	1071887	1076214	0,40	1112253	1117245	0,45	5,581	5,575	-0,11	1200000
B66			1306,45	1047233	1051828	0,44	1088513	1093774	0,48	5,711	5,704	-0,12	
B67			1306,45	896405	900062	0,41	979937	984943	0,51	8,900	8,888	-0,13	
B68	10000	8	1165,54	886803	890796	0,45	971166	976482	0,55	8,994	8,981	-0,14	800000
B69			1032,26	875893	880257	0,50	961210	966878	0,59	9,103	9,088	-0,16	
B70			1612,90	1373979	1380352	0,46	1429878	1437140	0,51	5,802	5,796	-0,10	
B71	10000	4	1465,07	1345848	1352539	0,50	1402870	1410448	0,54	5,922	5,915	-0,12	1600000
			1306,45	1312050	1319130	0,54	1370478	1378442	0,58	6,072	6,065	-0,12	

TABELA D. 9 - Comparação entre os resultados do Processo Analítico e Processo dos deslocamentos — cabos desnivelados com $E=120E+9N/m^2$.

Nome do cabo	L (m)	\bar{p} (N/m)	f (m)	h (m)	A (mm ²)	\bar{H} (N)			$\bar{T}_{\text{máx}}$ (N)			Tpd (N)
						PD	PA	erro %	PD	PA	erro %	
C1	40		4	-10	133,5	106437	106971	0,50	164360	165851	0,91	88900
C2	60	5000	6	-15	195,0	159482	160303	0,51	246602	248648	0,83	130000
C3	80		8	-20	270,0	212974	214027	0,49	329422	331773	0,71	180000
C4	60		6	-5	317,6	246268	247454	0,48	298533	300575	0,68	211700
C5	60		6	-2	385,7	292538	293874	0,46	332444	334509	0,62	257100
C6	60	5000	6	0	450,0	333495	334958	0,44	364906	367010	0,58	300000
C7	60		6	2	540,0	386428	388097	0,43	409387	411589	0,54	360000
C8	60		6	5	771,4	501685	504055	0,47	512776	515494	0,53	514200

TABELA D.10 - Comparação entre as expressões originais e aproximadas empregadas no Processo Analítico.

Nome do cabo	N6	E1 %	E2 %	E3 %	E4 %
B31	1	-1,15E+00	-6,27E-01	5,76E-01	3,02E-03
	2	1,43E-01	-5,87E-01	4,22E-02	1,97E-03
	3	5,76E-01	-5,73E-01	0,00E+00	1,65E-03
	4	1,43E-01	-5,87E-01	4,22E-02	1,97E-03
	5	-1,15E+00	-6,27E-01	5,76E-01	3,02E-03
B32	1	-1,37E+00	-7,46E-01	6,46E-01	4,54E-03
	2	1,70E-01	-6,97E-01	4,78E-02	2,85E-03
	3	6,85E-01	-6,80E-01	0,00E+00	2,33E-03
	4	1,70E-01	-6,97E-01	4,78E-02	2,85E-03
	5	-1,37E+00	-7,46E-01	6,46E-01	4,54E-03
B33	1	-1,65E+00	-9,03E-01	7,44E-01	7,12E-03
	2	2,06E-01	-8,41E-01	5,57E-02	4,26E-03
	3	8,27E-01	-8,20E-01	0,00E+00	3,39E-03
	4	2,06E-01	-8,41E-01	5,57E-02	4,26E-03
	5	-1,65E+00	-9,03E-01	7,44E-01	7,12E-03
B34	1	-1,03E+00	-5,30E-01	1,42E-01	4,43E-03
	2	1,29E-01	-5,16E-01	9,62E-03	1,95E-03
	3	5,15E-01	-5,12E-01	0,00E+00	1,32E-03
	4	1,29E-01	-5,16E-01	9,62E-03	1,95E-03
	5	-1,03E+00	-5,30E-01	1,42E-01	4,43E-03
B35	1	-1,15E+00	-5,94E-01	1,66E-01	5,95E-03
	2	1,44E-01	-5,78E-01	1,13E-02	2,51E-03
	3	5,76E-01	-5,73E-01	0,00E+00	1,65E-03
	4	1,44E-01	-5,78E-01	1,13E-02	2,51E-03
	5	-1,15E+00	-5,94E-01	1,66E-01	5,95E-03
B36	1	-1,30E+00	-6,69E-01	1,97E-01	8,13E-03
	2	1,62E-01	-6,51E-01	1,35E-02	3,28E-03
	3	6,49E-01	-6,44E-01	0,00E+00	2,09E-03
	4	1,62E-01	-6,51E-01	1,35E-02	3,28E-03
	5	-1,30E+00	-6,69E-01	1,97E-01	8,13E-03