

**ANÁLISE DE PAVIMENTOS DE EDIFÍCIOS
COM A UTILIZAÇÃO DO
MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS**

SHEYLA MARA BAPTISTA

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia de Estruturas.

ORIENTADOR : Prof. Dr. Márcio Antônio Ramalho

São Carlos

1994

B176a

Baptista, Sheyla Mara

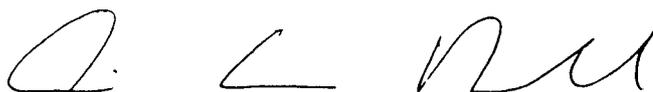
Análise de pavimentos de edifícios com a utilização do Método dos Elementos Finitos / Sheyla Mara Baptista. -- São Carlos, 1994. 109 p.

Dissertação (Mestrado) -- Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo, 1994.
Orientador: Prof. Dr. Márcio Antônio Ramalho

1. Pavimentos de edifícios. 2. Método dos Elementos Finitos. I. Título

FOLHA DE APROVAÇÃO

Dissertação defendida e aprovada em 14/12/1994
pela Comissão Julgadora:



Prof. Dr. MARCIO ANTONIO RAMALHO (Orientador)
(Escola de Engenharia de São Carlos - USP)



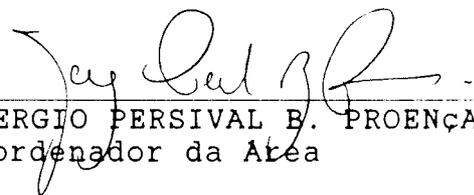
Prof. Dr. LIBÂNIO MIRANDA PINHEIRO
(Escola de Engenharia de São Carlos - USP)



Prof. Dr. ALUISIO ERNESTO ASSAN
(Universidade Estadual de Campinas)



Prof. Dr. JURANDYR POVINELLI
Presidente da CPG



Prof. Dr. SERGIO PERSIVAL B. PROENÇA
Coordenador da Área

"Sem mim, nada podeis fazer"

Jesus Cristo

Aos meus pais,

Nelson e Shirley,

À minhas irmãs,

Sandra, Stella e Rosana,

Ao meu irmão,

Nelson Alesandro,

Ao meu sobrinho,

Rodrigo.

AGRADECIMENTOS

À FAPESP e CAPES pelas bolsas de estudo concedidas.

Às sras. Rosi Aparecida J. Rodrigues, Maria Nadir Minatel e Sílvia Helena M. Villani pelos prestimosos auxílios.

Aos professores Márcio Roberto Silva Corrêa e Wilson Sérgio Venturini pelas relevantes colaborações.

A todos os colegas, professores e funcionários do Departamento de Estruturas da EESC/USP pela amizade.

Ao professor e amigo Mauro Luís Thobias pela importante correção gramatical.

Ao engenheiro José Carlos Guelber pelo incentivo inicial e pelo exemplo de profissional responsável e dedicado.

À Iclair Pereira, Iara Manfrim, Irmã Sílvia, Antônio Serra, José Anabel Montessi, meus familiares e amigos pelo carinho e constante estímulo.

Ao professor Márcio Antônio Ramalho pela orientação clara, objetiva e fundamental para a elaboração deste trabalho e, principalmente, pela amizade.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	i
LISTA DE GRÁFICOS	vi
LISTA DE TABELAS	viii
RESUMO	ix
<i>ABSTRACT</i>	x
1 APRESENTAÇÃO	1
1.1 INTRODUÇÃO	1
1.2 DESCRIÇÃO SUCINTA DOS CAPÍTULOS	4
2 PROGRAMA GERADOR DE DADOS	6
2.1 INTRODUÇÃO	6
2.2 PESQUISA BIBLIOGRÁFICA	7
2.3 PROCEDIMENTOS DE EXECUÇÃO	14
2.4 UTILIZAÇÃO DO PROGRAMA	26
2.5 EXEMPLOS DE APLICAÇÃO	27
3 DETALHES DE MODELAGEM	45
3.1 INTRODUÇÃO	45
3.2 SUGESTÕES DE MODELAGEM	48
3.3 AMBIENTE COMPUTACIONAL	52
3.4 EXEMPLO DE APLICAÇÃO	53
3.4.1 ESPAÇAMENTO DO ELEMENTO PLACA	56
3.4.2 COLOCAÇÃO DE VIGAS	71

4	EXEMPLO DE MODELAGEM E COMPARAÇÕES	78
	4.1 INTRODUÇÃO	78
	4.2 O AMBIENTE COMPUTACIONAL	83
	4.3 EXEMPLO DE APLICAÇÃO	84
	4.4 RESULTADOS	90
5	CONCLUSÕES	102
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	105

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 2.1- Divisão da figura em sub-regiões para gerar a rede de pontos no sistema SUPERSAP	8
FIGURA 2.2 - Passos da geração de uma malha numa região triangular no sistema SUPERSAP	9
FIGURA 2.3 - A representação <i>Quadtree</i> de um círculo	12
FIGURA 2.4 - A representação <i>Modified Quadtree</i> de um círculo	13
FIGURA 2.5 - Exemplos do "corte" permitido dos quadrados	13
FIGURA 2.6 - Pavimento circunscrito por um Retângulo de Referência apresentando a rede de pontos inicial	15
FIGURA 2.7 - Definição da superfície do pavimento para um segmento de contorno	16
FIGURA 2.8 - Sentido de declaração dos segmentos de contorno e do vetor normal a cada um deles	17
FIGURA 2.9 - Projeção de um ponto num segmento através do vetor distância	17
FIGURA 2.10 - Situações de dois pontos cujos vetores distância interceptam outros segmentos.	18
FIGURA 2.11 - Identificação de uma célula em uma rede de pontos	20
FIGURA 2.12 - Rede de pontos inicial	21
FIGURA 2.13 - Arranjo da rede para posicionar o vértice V1	21

FIGURA 2.14 - Rearranjo da malha para posicionar o vértice V2, não considerando o ponto como vértice	21
FIGURA 2.15 - Disposição da malha devido ao arranjo dos vértices	22
FIGURA 2.16 - Disposição final da rede de pontos eliminando as intersecções de arestas	22
FIGURA 2.17 - Lançamento de uma malha mais adequada para esse contorno	23
FIGURA 2.18 - Discretização da rede de pontos apresentando variação na dimensão do elemento placa, segundo as direções horizontal e vertical.	24
FIGURA 2.19 - Tela inicial do programa	28
FIGURA 2.20 - Visualização da rede inicial sobre o pavimento	28
FIGURA 2.21 - Numeração de vértices e segmentos	29
FIGURA 2.22 - Procedimentos de obtenção da rede	29
FIGURA 2.23 - Visualização da malha alterada	30
FIGURA 2.24 - Montagem do arquivo de saída com as opções de elementos placa ou chapa	30
FIGURA 2.25 - Visualização da malha final	31
FIGURA 2.26 - Numeração dos nós do pavimento	31
FIGURA 2.27 - Numeração dos elementos do pavimento	32
FIGURA 2.28 - Alteração do número de divisões da rede segundo o eixo X	32
FIGURA 2.29 - Novos valores da rede para o eixo X	33
FIGURA 2.30 - Alteração do número de divisões da rede segundo o eixo Y	33
FIGURA 2.31 - Novos valores da rede para o eixo Y	34
FIGURA 2.32 - Visualização da malha alterada	34

FIGURA 2.33 - Alteração do arquivo de entrada e montagem o arquivo de saída	35
FIGURA 2.34 - Visualização da malha final	35
FIGURA 2.35 - Numeração dos nós do pavimento	36
FIGURA 2.36 - Numeração dos elementos do pavimento	36
FIGURA 2.37 - Visualização da malha inicial	37
FIGURA 2.38 - Visualização da malha final	37
FIGURA 2.39 - Visualização da malha inicial	38
FIGURA 2.40 - Numeração de vértices e segmentos	38
FIGURA 2.41 - Procedimentos de obtenção da rede	39
FIGURA 2.42 - Visualização da malha final	39
FIGURA 2.43 - Visualização da malha inicial	40
FIGURA 2.44 - Visualização da malha final	40
FIGURA 2.45 - Visualização da malha inicial	41
FIGURA 2.46 - Visualização da malha final	41
FIGURA 2.47 - Visualização da malha inicial	42
FIGURA 2.48 - Numeração de vértices	42
FIGURA 2.49 - Numeração de segmentos	43
FIGURA 2.50 - Visualização da malha final	43
FIGURA 2.51 - Visualização da malha inicial	44
FIGURA 2.52 - Visualização da malha final	44
FIGURA 3.1 - Modelos deformados da estrutura	49
FIGURA 3.2 - Elementos com a forma distorcida e que produzem resultados pobres	50

FIGURA 3.3 - Distribuição de malhas	51
FIGURA 3.4 - Subsistema Laje-Viga	54
FIGURA 3.5 - Subsistema Laje Plana	55
FIGURA 3.6 - Modelos 1 e 5 - Malha	57
FIGURA 3.7 - Modelos 2 e 6 - Malha	58
FIGURA 3.8 - Modelos 3 e 7 - Malha	58
FIGURA 3.9 - Modelos 4 e 8 - Malha	59
FIGURA 3.10 - Modelo 1 - Momento X (kNm)	61
FIGURA 3.11 - Modelo 2 - Momento X (kNm).....	61
FIGURA 3.12 - Modelo 3 - Momento X (kNm)	62
FIGURA 3.13 - Modelo 4 - Momento X (kNm)	62
FIGURA 3.14 - Modelo 1 - Deslocamento (cm)	63
FIGURA 3.15 - Modelo 2 - Deslocamento (cm)	64
FIGURA 3.16 - Modelo 3 - Deslocamento (cm)	64
FIGURA 3.17 - Modelo 4 - Deslocamento (cm)	65
FIGURA 3.18 - Viga reforçando uma das bordas do elemento placa	71
FIGURA 3.19 - Simulações da colocação de vigas	72
FIGURA 3.20 - Sentido dos eixos e esforços para o elemento barra	73

FIGURA 4.1 - Tipos de estruturas reticuladas	79
FIGURA 4.2 - Forma do pavimento	85
FIGURA 4.3 - Modelo Grelha	87
FIGURA 4.4 - Malha de Elementos Finitos	88
FIGURA 4.5 - Simulações de apoios de pilares	89
FIGURA 4.6 - Momento X (kNm)	94
FIGURA 4.7 - Momento Y (kNm)	94
FIGURA 4.8 - Esquema dos esforços nas lajes da grelha (kNm)	95
FIGURA 4.9 - Deslocamentos verticais (cm)	97

LISTA DE GRÁFICOS

GRÁFICO 3.1 - Comparação dos resultados - Ponto A	67
GRÁFICO 3.2 - Comparação dos resultados - Ponto B	67
GRÁFICO 3.3 - Comparação dos resultados - Ponto C	68
GRÁFICO 3.4 - Comparação dos resultados - Ponto D	68
GRÁFICO 3.5 - Comparação dos resultados - Ponto E	69
GRÁFICO 3.6 - Comparação dos resultados - Ponto F	69
GRÁFICO 3.7 - Comparação dos resultados - Ponto G	70
GRÁFICO 3.8 - Comparação dos resultados - Ponto H	70
GRÁFICO 3.9 - Esforço normal nos pilares	74
GRÁFICO 3.10 - Esforço cortante segundo o eixo 2 nos pilares	74
GRÁFICO 3.11 - Momento fletor segundo o eixo 3 nos pilares	75
GRÁFICO 3.12 - Diagramas de esforços cortantes para a viga V207	77
GRÁFICO 3.13 - Diagramas de momentos fletores para a viga V207	77
GRÁFICO 4.1 - Reações normais de apoio	92
GRÁFICO 4.2- Momentos segundo os eixos X e Y	92
GRÁFICO 4.3 - Deslocamentos (cm)	97

GRÁFICO 4.4 - Esforços cortantes na viga V219 (kN)	99
GRÁFICO 4.5 - Momentos fletores na viga V219 (kNm)	100
GRÁFICO 4.6 - Esforços cortantes na viga V207 (kN)	101
GRÁFICO 4.7 - Momentos fletores na viga V207 (kNm)	102

LISTA DE TABELAS

TABELA 3.1 - Quantidades de elementos de cada modelo	59
TABELA 3.2 - Pontos da estrutura laje-viga	66
TABELA 3.3 - Pontos da estrutura laje plana	66
TABELA 3.4 - Esforços nas barras dos pilares	73
TABELA 3.5 - Esforços cortante e fletor na viga V207	76
TABELA 4.1 - Reações de apoio	91
TABELA 4.2 - Deslocamentos segundo o eixo Z	96
TABELA 4.3 - Esforços nos extremos das barras que compõem as vigas	98

RESUMO

BAPTISTA, S.M. *Análise de Pavimentos de Edifícios com a Utilização do Método dos Elementos Finitos*. São Carlos, 1994. 109p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

O objetivo principal deste trabalho é a confirmação e divulgação do Método dos Elementos Finitos como a ferramenta de cálculo a ser utilizada pelos projetistas de estruturas. Os tópicos relativos aos assuntos estudados foram divididos em três partes. Inicialmente, desenvolvem-se procedimentos otimizados para a geração dos dados e de recursos computacionais que facilitam a verificação dos resultados. Em seguida, trata-se a sistematização dos detalhes a serem empregados na modelagem de pavimentos de edifícios, organizando-os de forma a permitir uma representação eficiente da realidade. Finalizando, comparam-se os resultados obtidos através da modelagem em elementos finitos com os gerados a partir do modelo grelha.

Palavras-chave: Método dos Elementos Finitos - Pavimentos de Edifícios - Gerador de Malhas - Modelagem.

ABSTRACT

BAPTISTA, S.M. *Building Floor Analysis with Utilization of the Finite Element Method*. São Carlos, 1994. 109p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

The main objective of this work is to confirm and to show the Finite Element Method as a tool to be employed by building structural designers. The topics regarded to the studied subjects are divided in three parts. At first, optimized procedures are developed for data generation and computer facilities which make easier the numerical result checking. Following that, standard typical details for modeling building floor are treated, organizing them to allow the efficient representation of the reality. Finally, results obtained using the Finite Element Method are compared with those computed by classical grid model.

Keywords: Finite Element Method - Building Floors - Data Generation - Modeling.

CAPÍTULO 1

APRESENTAÇÃO

1.1 INTRODUÇÃO

O desenvolvimento do Método dos Elementos Finitos provavelmente, nas últimas quatro décadas, classifica-se como a mais significativa realização da história da Engenharia. O Método surgiu no início da década de 50 e se firmou como uma ferramenta numérica, que permite resolver quaisquer problemas da Teoria da Elasticidade, ou das teorias simplificadas que dela decorrem (como, por exemplo, a teoria das Placas e das Cascas). Também, na Mecânica dos Sólidos Deformáveis e em problemas físicos com formulação variacional, sua utilização é bastante eficiente [ZAGOTTIS (1975)]. O conceito básico consiste em se considerar o meio contínuo como um conjunto de componentes estruturais individuais interconectados por um número finito de pontos.

É uma poderosa ferramenta de análise estrutural de edifícios, que permite criar modelos simples ou complexos que reproduzam a essência do comportamento estrutural. Em combinação com outras técnicas, tais como: Análise Matricial convencional e Dinâmica das Estruturas, é possível construir programas que efetuem análises estática e dinâmica dos mais diversos tipos de estruturas, simulando o comportamento real das mesmas quando sujeitas às mais variadas solicitações [SAP 90 : user's manual (1988)].

Constituiu-se num método com grande aplicação na engenharia estrutural através das mais diversas áreas, tais como: estruturas metálicas, concreto armado, geotecnia, mecânica naval etc. Porém, nem sempre é o mais indicado na resolução de todos os tipos de problemas. Por exemplo, o Método das Diferenças Finitas é o mais adequado para cascas de revolução, e o Método dos Elementos de Contorno é o mais eficaz para resolver problemas com contornos no infinito [COOK et al. (1989)]. Por isso, cabe ao projetista de estruturas conhecer os programas e escolher o mais adequado à análise em questão.

Muitas são as vantagens do Método dos Elementos Finitos, porém os usuários deparam-se com alguns inconvenientes. A maioria dos programas exige uma quantidade grande de dados de entrada e uma checagem exaustiva dos mesmos, tornando-se necessária a criação de geradores automáticos de malhas [CORRÊA (1991)] [HRABOK & HRUDEY (1983)]. Desse modo, busca-se otimizar a relação usuário/*software*, reduzir os erros que podem ocorrer na preparação do modelo e na confecção dos arquivos de entrada [BEHR et al. (1989)] [COOK et al. (1989)] [ELLINGWOOD (1987)] [MELCHERS (1989)].

Um erro humano, no contexto de projeto estrutural, pode ser definido como um evento ou processo que diverge da prática profissional competente [STEWART & MELCHERS (1989)]. Os outros tipos de erros que, eventualmente, podem ocorrer são relacionados com discretização, integração numérica, solução do sistema de equações, arredondamento etc. Estudos estatísticos tem revelado que 75% das falhas estruturais dos modelos podem ser atribuídos a erros humanos. Esse índice apresenta proporções significantes e salienta a importância de se eliminarem as diferentes possibilidades que podem gerar quaisquer tipos de erros.

No início da década de 70, foram desenvolvidas as primeiras técnicas de geração de malha para o cálculo em elementos finitos, visando obter rapidez e precisão na geração dos dados de entrada. Em decorrência disso, criaram-se os geradores automáticos de malhas com vários recursos, inclusive com a facilidade de conferência da modelagem da geometria do pavimento a ser analisado [SHEPHARD & YERRY (1983)] [SUSSEKIND (1980)]. No decorrer dos anos, outras técnicas foram elaboradas, algumas até bastante sofisticadas com extensão de objetos bidimensionais para tridimensionais [GHASSEMI (1982)]. Entretanto, a maioria não permitia uma geração totalmente automatizada da malha a ser analisada. Era necessário que a figura geométrica fosse dividida em sub-regiões, sobre as quais se

processaria uma nova divisão até chegar ao resultado final. Apesar do processo ser informatizado era necessário ainda muito esforço na manipulação dos dados de entrada para se obter o resultado esperado.

Concluiu-se que nenhuma dessas técnicas apresentava uma formulação que a tornasse realmente rápida e eficiente na geração dos dados de entrada, apesar de muito importantes e largamente utilizadas pelos projetistas do mundo inteiro na elaboração de pré-processadores para análise estrutural [YERRY & SHEPHARD (1983)]. Alguns *software* foram pesquisados a fim de se obterem dados para comparação. Constatou-se que a maioria dos pré-processadores requerem várias partições da figura do pavimento em outras mais simples, aumentando, desse modo, consideravelmente, o tempo de concepção da malha.

De acordo com uma das propostas iniciais desse trabalho e estudando algumas dessas técnicas existentes, elaborou-se um novo sistema de geração automática de malhas. Obtiveram-se a tão almejada rapidez e precisão na entrada dos dados, com uma drástica redução do tempo consumido na elaboração do modelo pelo projetista. O gerador de malhas obtido possui algumas peculiaridades que o distingue dos demais existentes.

Com o desenvolvimento da informática na década de 80 e a conseqüente diminuição dos custos de equipamentos e programas, as ferramentas de cálculo em elementos finitos tornaram-se acessíveis a qualquer profissional. Vários projetistas transformaram-se em usuários desses programas, porém nem sempre estavam capacitados, ou devidamente esclarecidos sobre a sua correta utilização. Até hoje alguns usuários não possuem a compreensão dos conceitos envolvidos e se transformam, às vezes, em meros preparadores de arquivos. É necessário que se entenda a relação entre os dados de entrada e os resultados que se desejam analisar.

Surge aqui, freqüentemente, uma falha no processo de análise: o erro de modelagem, que consiste na diferença entre o sistema físico e o modelo matemático [COOK et al.(1989)]. Para evitar ocorrências desse tipo de erro, o engenheiro deve compreender perfeitamente os conceitos técnicos do método de cálculo adotado. Torna-se necessário que o analista utilize ferramentas e dados que o auxiliem na conferência do modelo concebido, corrigindo as eventuais falhas de conceito ou de modelagem. Uma das soluções pode ser a adoção de modelos simplificados, que são muito úteis em um estudo preliminar do projeto e proporcionam uma rápida

compreensão do comportamento da estrutura, facilitando a verificação dos resultados [BEHR et al. (1989)].

Para sistematizar os procedimentos de preparação, cálculo e análise dos resultados de pavimentos de edifícios, a pesquisa se preocupa também em fornecer ao usuário do Método dos Elementos Finitos algumas informações sobre as dúvidas mais freqüentes que um analista pode ter, como por exemplo, qual o tipo do espaçamento ideal do elemento placa e como se faz a junção entre as vigas e lajes [COOK et al. (1989)] [CORRÊA (1991)] [HRABOK & HRUDEY (1983)].

Apesar do Método dos Elementos Finitos ser bastante difundido no meio técnico, ainda são poucos os analistas de estruturas que o utilizam correntemente. Vários são os motivos, entre eles pode-se destacar a prática de cálculo com outras ferramentas mais simples, como a grelha. Assim, objetiva-se chegar a importantes conclusões acerca das modelagens através da grelha e do Método dos Elementos Finitos para um mesmo pavimento de edifício [CORRÊA (1991)].

Todo o processamento dos pavimentos em elementos finitos se dará através do programa LASER - "Sistema Para Análise de Estruturas Considerando Interação com o Meio Elástico" [RAMALHO (1990)], um sistema computacional geral em elementos finitos que permite a utilização de oito tipos diferentes de elementos, inclusive os elementos placa e barra, que interessam mais diretamente a essa pesquisa. Tal sistema foi desenvolvido no âmbito do Departamento de Estruturas - EESC - USP. O pré-processador desenvolvido nessa pesquisa destina-se a ser mais uma ferramenta desse sistema, que se compõe de outros *software* que também foram utilizados no desenvolver desse trabalho [CORRÊA & RAMALHO (1986)] [CORRÊA & RAMALHO (1987)] [RAMALHO (1987)].

1.2 DESCRIÇÃO SUCINTA DOS CAPÍTULOS

Após esse capítulo, onde se apresentam os conceitos introdutórios desse trabalho, seguem-se todo o desenvolvimento, conclusões e referências bibliográficas do mesmo.

O Capítulo 2 trata de desenvolver um pré-processador, ou seja, um gerador de dados para a malha necessária para o cálculo do pavimento através do Método dos Elementos Finitos, através de um procedimento simples e rápido.

O gerador de malhas obtido apresentou várias peculiaridades que o distinguem dos demais programas disponíveis no mercado e no meio acadêmico. Comprovou-se a sua eficiência através de diversos exemplos, simulando várias situações do contorno de um pavimento. A interação usuário/*software* tornou-se facilitada através dos recursos computacionais utilizados. A linguagem de programação utilizada foi C no ambiente Turbo da Borland, que apresentou a performance necessária para o desenvolvimento do programa idealizado.

O Capítulo 3 trata da modelagem do pavimento. Como objetivo principal dessa fase, espera-se fornecer subsídios para o analista optar, conscientemente, entre algumas possibilidades de modelagem do pavimento e esclarecer sobre as simplificações que podem ser utilizadas. Busca-se sistematizar os detalhes de modelagem visando a melhor representatividade do pavimento através de um modelo matemático.

O Capítulo 4 apresenta dois processos de análise estrutural do pavimento de edifícios usualmente utilizados pela maioria dos escritórios de engenharia. Os procedimentos a serem estudados são a greiha e o Método dos Elementos Finitos. No processamento dos dois modelos foram utilizados dois grupos distintos de programas, desenvolvidos no Departamento de Estruturas da EESC/USP. Ambos procedimentos são difundidos principalmente devido à facilidade de formulação e ao acesso a vários *software* de análise existentes. Apesar de alguns poucos escritórios e escolas de engenharia ainda utilizarem apenas o conceito de vigas contínuas, para determinação dos esforços e deslocamentos em uma estrutura, o mesmo não será analisado, pois é considerado uma simplificação muito pobre da realidade em relação aos demais métodos.

Para finalizar, o Capítulo 5 apresenta de uma forma simplificada as conclusões que foram obtidas com esse trabalho, suas aplicações e restrições, buscando contribuir de uma forma direta para difundir informações sobre o cálculo de pavimentos de edifícios com a utilização do Método dos Elementos Finitos.

CAPÍTULO 2

PROGRAMA GERADOR DE DADOS

2.1 INTRODUÇÃO

Conforme mencionado, a entrada e conferência dos dados de cada projeto são duas das maiores dificuldades encontradas pelos analistas de estruturas que utilizam o Método dos Elementos Finitos como ferramenta usual de cálculo.

Um gerador eficiente deve possuir certas características para representar e modelar com mais precisão o pavimento de edifício a ser analisado através do Método dos Elementos Finitos [HAUGENEDER et al. (1981)] [SAP 80 : user's manual (1984)] [SAP 90 : user's manual (1988)].

Em síntese, o objetivo principal dos algoritmos de geração de dados deve ser o de minimizar, para o usuário, as dificuldades da entrada de dados, com os seguintes requisitos [ZIENKIEWICZ & PHILLIPS (1971)]:

- o usuário deve ser capaz de controlar a densidade de nós em qualquer região do pavimento;
- a distribuição dos elementos deve variar suavemente através do domínio, não apresentando grandes discrepâncias entre as regiões vizinhas;
- o algoritmo deve capacitar a conexão de múltiplas regiões;

- o algoritmo deve produzir resultados apropriados para o sistema de análise a ser utilizado;

- o algoritmo deve ser econômico com respeito ao tempo computacional e esforço manual.

Através de uma revisão bibliográfica acerca de alguns pré-processadores e sobre as técnicas mais difundidas na elaboração dos algoritmos dos mesmos, constatou-se que a maioria desses geradores automáticos de malhas necessita ainda de muitas informações para produzir a representação idealizada para a estrutura.

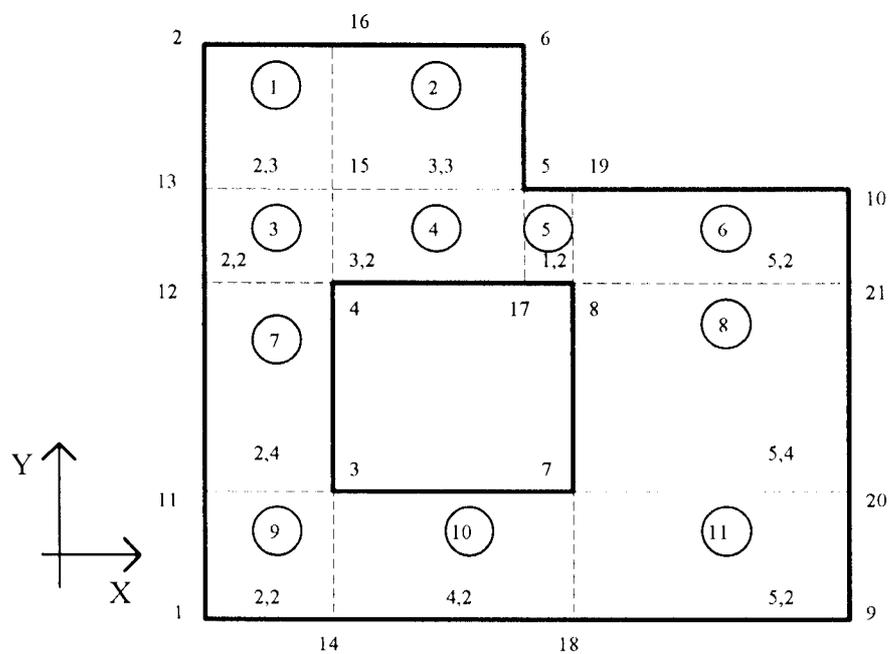
Buscando simplificar o processo de entrada e conferência dos dados, essa pesquisa utiliza conceitos básicos de Álgebra Vetorial na sua formulação e introduz uma nova técnica de obtenção dos nós e elementos que definem o pavimento a ser analisado.

O pré-processador de geração de malhas, batizado com o nome GM.EXE, é desenvolvido no ambiente de Turbo C da Borland. Essa linguagem foi escolhida por apresentar diversos recursos de programação, sendo muito útil na visualização das diversas fases de desenvolvimento do programa. Criou-se a possibilidade do projetista intervir no processamento para alteração do espaçamento da malha, conferência e troca de arquivos.

2.2 PESQUISA BIBLIOGRÁFICA

Em princípio, realizou-se uma revisão bibliográfica, buscando encontrar entre os *software* para o cálculo de pavimentos através do Método dos Elementos Finitos, um que possuísse um gerador eficiente. Os sistemas internacionais pesquisados foram os programas SUPERSAP [SUPERSAP : user's manual (1987)], o COSMOS/M [INTRODUCTION TO COSMOS/M (1989)] e o ANSYS [ANSYS- reference manual (1990)].

Verificou-se que o SUPERSAP trabalha com sub-regiões, ou seja, para um pavimento com uma forma geométrica qualquer necessita-se que o mesmo seja discretizado em zonas quadrilaterais (vide na figura 2.1, as várias sub-regiões obtidas num pavimento genérico). Definindo-se a dimensão do elemento, parte-se para gerar a rede de pontos através da divisão das arestas do quadrilátero básico. Como os lados paralelos devem possuir a mesma quantidade de elementos, fornece-se apenas o número de divisões segundo os eixos X e Y, respectivamente. Ressalta-se que as divisões das arestas devem ser definidas coerentemente com as sub-regiões vizinhas.



LEGENDA:

○ Número da sub-região

n,m Número de divisões das arestas dos quadriláteros

n ==> segundo o eixo X

m ==> segundo o eixo Y

Pontos : 1 a 10 ==> contorno geométrico

11 a 21 ==> auxiliares para definir as sub-regiões

FIGURA 2.1- Divisão da figura em sub-regiões para gerar a rede de pontos no sistema SUPERSAP

Admite-se também a existência de sub-regiões triangulares, sendo que um dos vértices do triângulo possuirá uma concentração de elementos em relação aos outros dois. A diferença gerada entre as dimensões dos mesmos é discrepante, conforme pode ser verificado através da Figura 2.2b. A alteração da região onde há concentração de elementos deve ser realizada de forma manual, tornando-se muito trabalhosa (Figura 2.2c). Verifica-se a inconveniência desse processo em pavimentos de formas irregulares, tão freqüentes na arquitetura moderna, pois o mesmo deve ser dividido em várias sub-regiões a serem conectadas entre si.

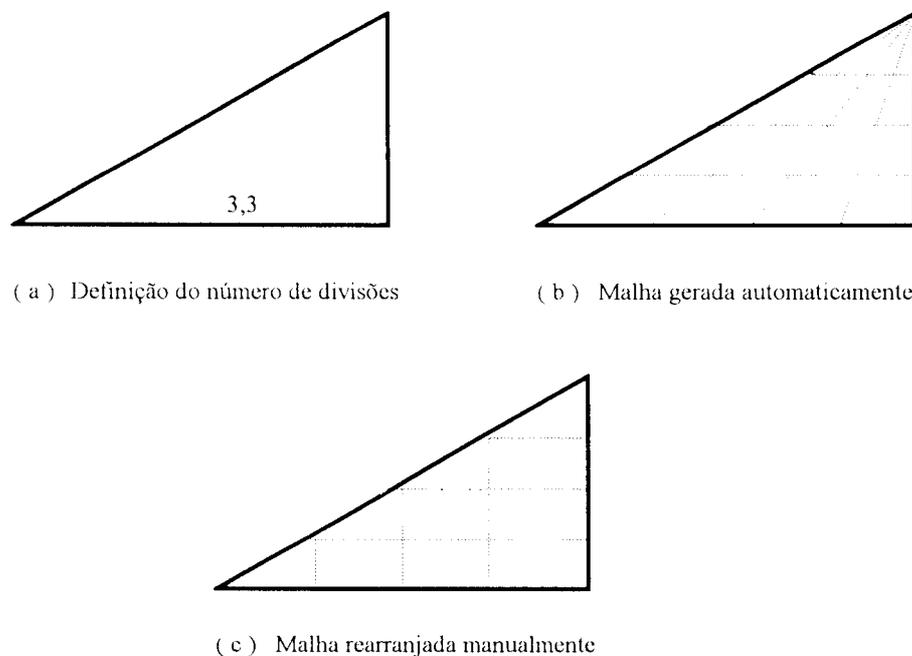


FIGURA 2.2 - Passos da geração de uma malha numa região triangular no sistema SUPERSAP

Já o ambiente COSMOS/M trabalha com uma geração da geometria bastante aprimorada, possuindo alternativas automáticas de geração, tais como: pontos, curvas (retas, arcos, círculos, parábola, elipse e hipérbole), superfícies, volumes etc. Logo após a confecção das curvas, passa-se à definição das superfícies com suas propriedades, onde é necessário que se definam, também, várias sub-regiões. O passo seguinte é a geração automática da rede de pontos em cada superfície, fornecendo-se o número de subdivisões das curvas que limitam as sub-regiões. O sistema ANSYS funciona similarmente ao sistema COSMOS/M.

De posse das comparações e conclusões acerca dos sistemas de geração descritos anteriormente, passou-se a pesquisar os métodos básicos de criação de malhas de polígonos em uma superfície bidimensional para cálculo em elementos finitos. Desde o desenvolvimento do Método dos Elementos Finitos, verificou-se que sempre existiu uma grande preocupação em possuir geradores eficientes [ZIENKIEWICZ & PHILLIPS (1971)]. Isso porque ainda que os usuários acolhessem com grande interesse o método, os mesmos se sentiam desanimados com o amontoado de dados necessários para a aplicação do programa. Na maioria dos casos, a preparação era tediosa e a checagem do modelo muito cansativa. A partir de 1970, e por mais de uma década, vários pesquisadores dedicaram-se ao desenvolvimento dessa ferramenta de análise [YERRY & SHEPHARD (1983)].

Os geradores de malhas desenvolvidos empregavam uma, ou combinação de duas das seguintes técnicas tradicionais [SHEPHARD & YERRY (1983)]:

- Triangulação Automática [CAVENDISH (1974)] [CAVENDISH et al. (1985)] [SADEK (1980)];

- Transformação de Coordenadas [BUELL & BUSH (1973)] [DUROCHER & GASPER (1979)] [GHASSEMI (1982)] [ZIENKIEWICZ & PHILLIPS (1971)];

- Procedimentos de Suavização;

- Funções Combinadas [GOLDMAN (1983)] [GORDON (1983)] [HABER et al. (1981)].

Das quatro técnicas listadas acima, Transformação de Coordenadas e Funções Combinadas são as mais utilizadas porque produzem malhas bem distribuídas. Sabendo-se que a técnica de Transformação compõe-se de um conjunto de procedimentos, vê-se que o mais popular deles é baseado no conceito de Coordenadas Isoparamétricas [ZIENKIEWICZ & PHILLIPS (1971)], que utiliza um mapeamento das superfícies planas ou curvas através de funções de interpolação polinomiais. Cada figura é dividida em zonas ou sub-regiões quadrilaterais, conforme demonstração anterior do programa SUPERSAP. Cada sub-região deve ter o mesmo número de divisões nos lados que compartilha com as vizinhas, garantindo a consistência da malha. Para um modelo com um contorno complexo são requeridas múltiplas regiões, sendo cada uma trabalhada isoladamente. Conectando os nós obtém-se uma rede de elementos quadrilaterais, que podem ser posteriormente decompostos em triângulos. Toda sub-região a ser discretizada deve ser contínua, não

proporcionando a simulação de aberturas na superfície. Caso ocorram, faz-se necessário dividir inicialmente a vizinhança da abertura em regiões quadrilaterais.

Entre os procedimentos que compõem a técnica de Funções Combinadas, destaca-se o Mapeamento Transfinito, onde projetores são utilizados para mapear uma superfície verdadeira em uma aproximada. Para se entender essa técnica é necessário conhecer o conceito de "projetor", que é um operador linear idempotente que transforma funções de um espaço linear em um subespaço [GORDON (1983)]. Entretanto, o esforço computacional requerido para gerar malhas é muito grande e a elaboração do algoritmo não é simples [SHEPHARD & YERRY (1983)].

Os Procedimentos de Suavização também podem ser utilizados na forma de geradores de malhas. Contudo, eles são normalmente usados em conjunto com uma das outras técnicas para melhorar a malha final através do reposicionamento dos pontos nodais que compõem os elementos.

A técnica de Triangulação Automática consiste em dividir um domínio em vários elementos triangulares. Os procedimentos de geração que mais se destacam, baseiam-se em dividir o domínio em sub-regiões convexas e depois em triangulares [SADEK (1980)]; em alocar nós no interior do domínio, de acordo com a densidade de elementos especificada pelo projetista, e criá-los a partir das bordas [CAVENDISH (1974)]. Embora o algoritmo de Triangulação Automática tenha sido desenvolvido para trabalhos bidimensionais gerais, o mesmo não tem se mostrado muito popular. Isso se deve ao fato de produzir, ocasionalmente, malhas mal distribuídas e, em muitos casos, requer um substancial esforço do usuário na confecção dos dados de entrada [YERRY & SHEPHARD (1983)].

Maiores informações sobre esses procedimentos podem ser obtidas nas referências indicadas.

No início da década de 80, introduziu-se uma nova técnica de triangulação denominada *Modified Quadtree* [SHEPHARD & YERRY (1983)] [YERRY & SHEPHARD (1983)], que consiste em circunscrever uma figura por um quadrado e dividi-lo recursivamente em elementos quadrilaterais. Obtém-se uma malha com a forma final composta por quadriláteros de tamanhos variados, que também pode ser adaptada para cálculo com elementos triangulares.

Para entender essa técnica que se concluiu ser a mais coerente com o projeto de pesquisa em questão, devido à aparente simplicidade e formulação dos

procedimentos de execução, procedeu-se a uma revisão dos conceitos básicos utilizados na elaboração da mesma.

A partição da figura baseia-se originalmente no método *Quadtree* [MAZUMDER (1987)] [SAMET (1984)] [SHAFFER & SAMET (1987)] [WOODWARK (1982)], onde a mesma é circunscrita por um quadrado. Esse quadrado é decomposto sucessivamente em outros quadrados, até que todo o domínio esteja totalmente discretizado por elementos de tamanhos variados. São utilizados três tipos de códigos para identificar a situação do quadrado em relação à figura, ou aos limites da mesma. Tem-se, então, três condições : vazio, totalmente preenchido ou parcialmente preenchido. Dá-se prosseguimento à decomposição nos elementos cuja situação seja preenchimento parcial, conforme demonstrado na Figura 2.3. A forma de armazenamento dos dados é através de uma estrutura de árvore hierárquica. O quadrado geral é representado pela raiz da árvore, o qual é subdividido em quatro novos quadrados, que são representados como os "filhos" da raiz da árvore, e assim, sucessivamente [GONNET (1984)] [HOROWITZ & SAHNI (1979)].

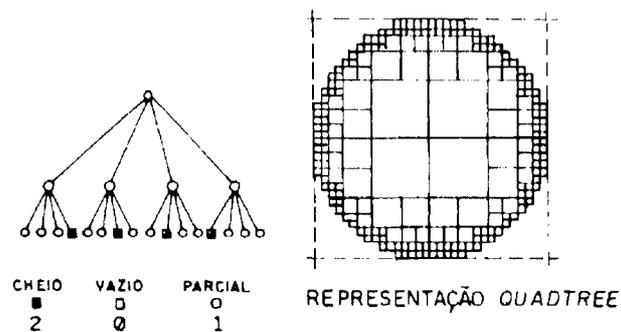


FIGURA 2.3 - A representação *Quadtree* de um círculo

Através da Figura 2.3 verifica-se que os elementos gerados na fronteira são muito menores que os gerados no interior da figura e que várias reentrâncias são introduzidas na representação do contorno. Para eliminar ou reduzir problemas desse tipo, uma significativa alteração foi realizada na técnica existente, uma vez que, a mesma não produzia resultados satisfatórios quando se tratava do contorno. Assim, com o método modificado ou *Modified Quadtree*, os elementos gerados não precisam

mais ser "quadrados perfeitos", e podem assumir outras formas padronizadas, que representam mais coerentemente o objeto em estudo, conforme Figuras 2.4 e 2.5.

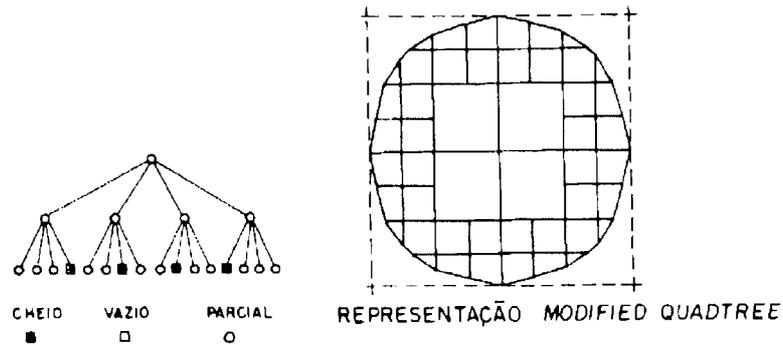


FIGURA 2.4 - A representação *Modified Quadtree* de um círculo

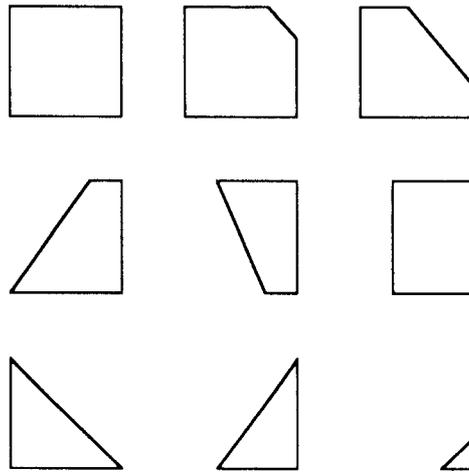


FIGURA 2.5 - Exemplos do "corte" permitido dos quadrados

Desse modo melhorou-se a representação geométrica do contorno da figura, porém as possibilidades que um elemento podia assumir continuavam fixas. Os pontos de intersecção desse elemento com o contorno só podiam ser alocados em determinados lugares, tais como: ou um vértice, ou ponto médio, ou um quarto da aresta em análise.

Para remover algumas das limitações existentes, alterou-se a entrada de dados do objeto, tornando-a mais sofisticada [SHEPHARD et al. (1987)] [SHEPHARD et al. (1988)]. As alterações realizadas eliminaram a restrição anterior através do armazenamento explícito dos vértices de intersecção com as arestas de contorno. Além disso, acrescentaram-se um controle sobre a existência de segmentos muito pequenos, alguns procedimentos de suavização e um refinamento das regiões mais solicitadas [BAEHMANN et al. (1987)].

Essas significativas e interessantes considerações na geração da malha, para o cálculo em elementos finitos, tornaram o procedimento mais demorado e trabalhoso, devido às funções matemáticas exponenciais utilizadas. A rede de polígonos gerada pelo método *Modified Quadtree* não apresentava ainda uma homogeneidade na dimensão dos elementos, principalmente para as figuras que possuíssem pequenas descontinuidades no seu interior. Concluiu-se que o método é mais indicado e possui uma aplicação mais eficiente na Engenharia Mecânica, onde as peças possuem solicitações e tensões com valores bastante diferentes em regiões muito próximas.

Conhecendo-se, portanto, essa e outras técnicas, partiu-se para a elaboração de um sistema de geração que proporcionasse malhas com elementos distribuídos uniformemente e que facilitasse a implementação do algoritmo, não aumentando demasiadamente o tempo de processamento.

2.3 PROCEDIMENTOS DE EXECUÇÃO

Buscou-se uma solução rápida, simplificada e de fácil entendimento para qualquer projetista estrutural. O processo de criação da rede é automático e as informações necessárias para se criá-la são as seguintes:

- coordenadas cartesianas dos vértices de contorno e, eventualmente, pontos internos e externos ao pavimento;
- incidência dos segmentos retilíneos que delimitam o pavimento, ou que definam uma linha de nós a ser utilizada;

- dimensões máximas dos elementos a serem gerados. Essas dimensões podem variar por trechos, ao longo dos eixos X e Y.

O contorno geométrico do pavimento a ser criado não oferece nenhum tipo de restrição quanto à sua forma, podendo apresentar vários ângulos e reentrâncias. Pode também apresentar uma ou mais aberturas no seu interior, como por exemplo: caixas de escada e poços de elevadores. Além disso, as vigas podem ser consideradas internas ou externas ao pavimento. Verifica-se ainda que não é necessário criar sub-regiões para definir variações nas dimensões dos elementos, ao contrário do que se exigia o SUPERSAP.

Para o pavimento discretizado através do seu contorno, circunscreve-se um Retângulo de Referência. A rede de pontos é criada com base nas dimensões fornecidas para os elementos segundo os eixos X e Y, conforme demonstrado na Figura 2.6. Essas dimensões podem ser ajustadas, para que a malha apresente um número inteiro de divisões dentro de cada intervalo de variação e segundo cada eixo. O passo seguinte consiste em determinar a condição dos pontos da rede, ou seja, se os mesmos pertencem ou não ao domínio do pavimento.

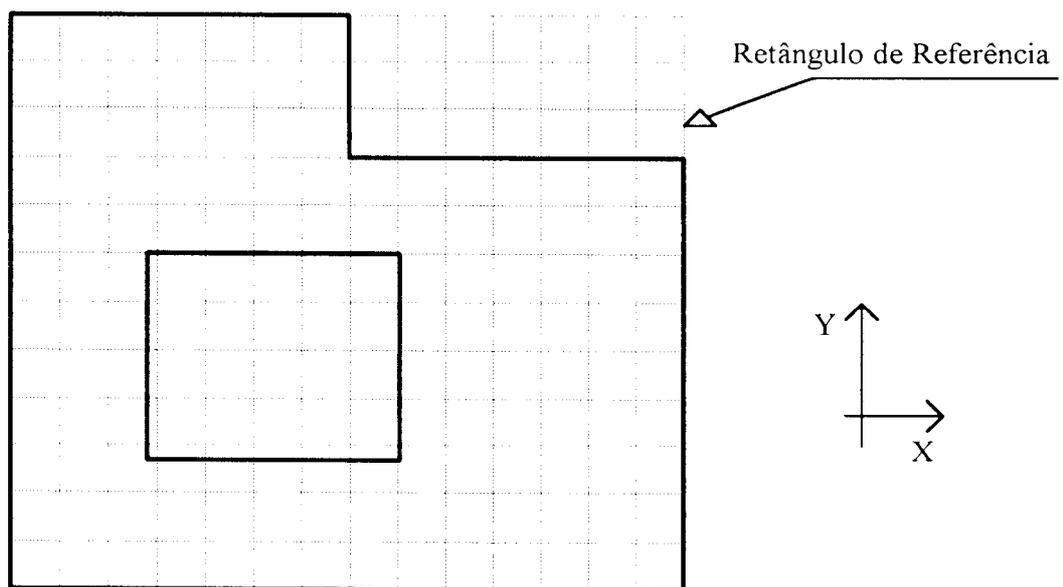


FIGURA 2.6 - Pavimento circunscrito por um Retângulo de Referência apresentando a rede de pontos inicial

Utilizam-se conceitos básicos de Geometria Vetorial na elaboração do algoritmo de verificação do ponto. Todos os segmentos do contorno definidos no arquivo de entrada são considerados vetores e devem possuir um sentido na declaração da sua incidência. Estipulou-se que os segmentos da poligonal externa são declarados no sentido anti-horário, e os contornos de poligonais internas no sentido horário. Idealizou-se que o vetor normal a um segmento define uma superfície no lado oposto ao mesmo, conforme Figura 2.7. Desse modo, o domínio é automaticamente criado, bastando que se observe o sentido da declaração de incidência do segmento, conforme Figura 2.8.

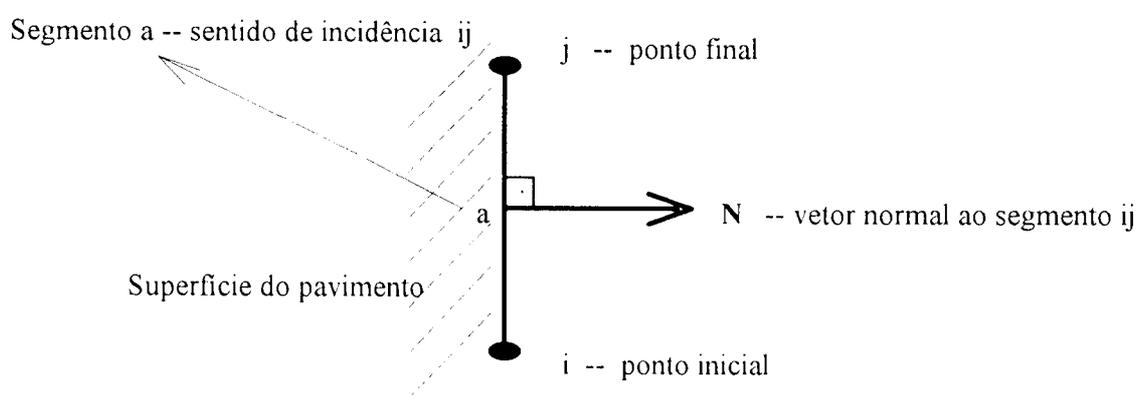
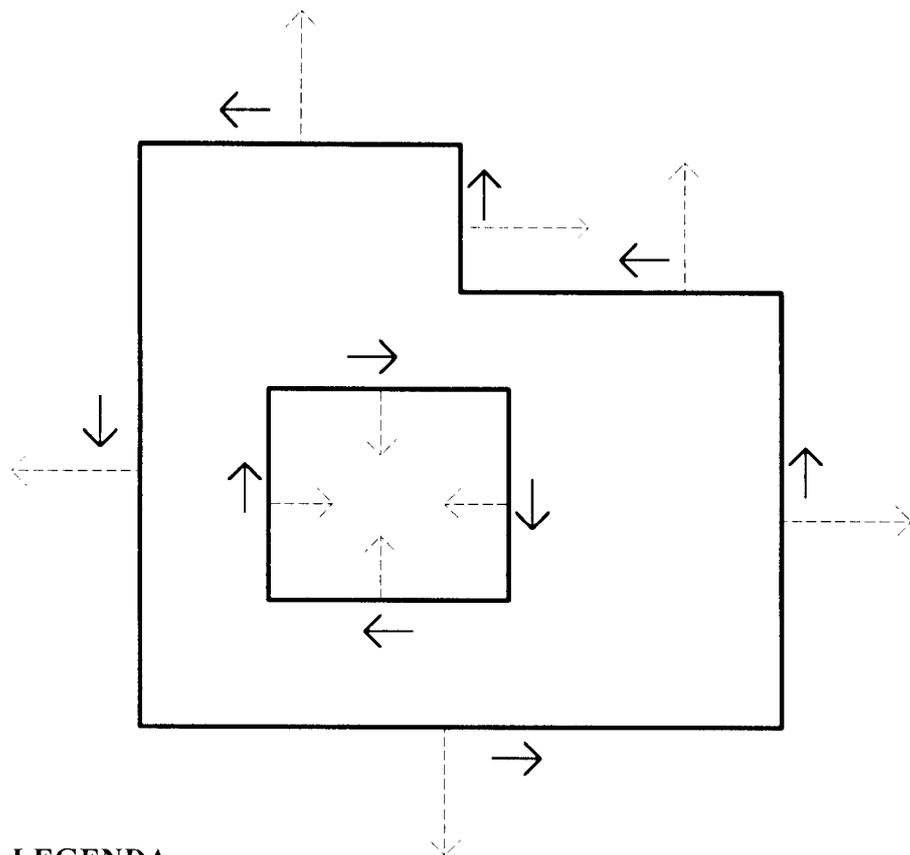


FIGURA 2.7 - Definição da superfície do pavimento para um segmento de contorno

Após a definição da superfície passa-se a verificar se os pontos que compõem a rede pertencem ou não ao domínio. O procedimento de análise para verificar a posição de um ponto deve ser realizado em relação a todos os segmentos do contorno, considerando-se uma poligonal de cada vez. Essa verificação se processa através da criação de um vetor "distância", que é uma perpendicular orientada do ponto em análise a um segmento de contorno no qual o mesmo se projeta (vide Figura 2.9). O resultado do produto escalar entre o vetor "distância" e a normal do segmento é o parâmetro utilizado na verificação da localização do ponto.



LEGENDA :

- > Vetor N normal ao segmento
- > Sentido da incidência do segmento

FIGURA 2.8 - Sentido de declaração dos segmentos de contorno e do vetor normal a cada um deles

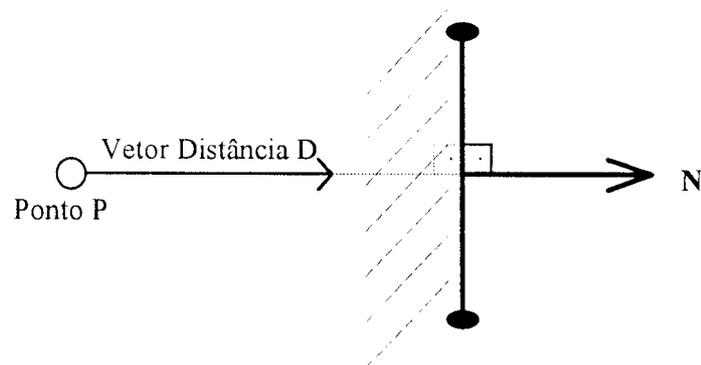


FIGURA 2.9 - Projeção de um ponto num segmento através do vetor distância

Um segmento no qual o ponto não se projete não pode ser considerado, pois é o produto escalar entre o vetor normal e o vetor distância que indica a sua localização. Além disso, o ponto não pode ser analisado em relação a determinado segmento se existir um outro que intercepta o seu vetor distância. Para melhor esclarecer, segue-se um exemplo.

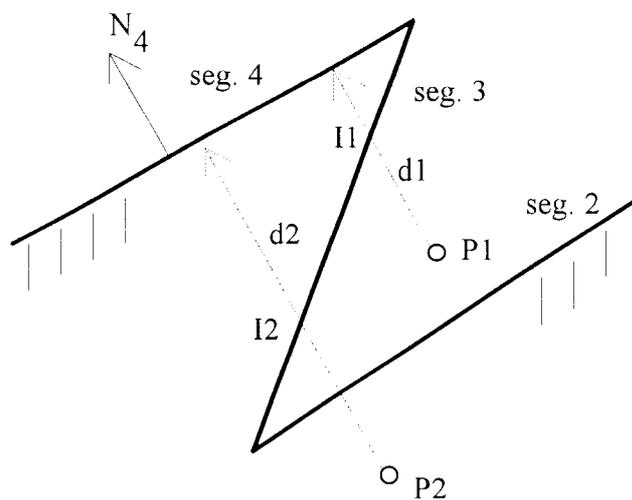


FIGURA 2.10 - Situação de dois pontos cujos vetores distância interceptam outros segmentos

Conforme pode ser visto na Figura 2.10, o ponto P_1 se projeta no segmento 4 e o produto escalar entre o seu vetor distância d_1 e a normal N_4 é positivo. Esse resultado induz à possibilidade do ponto pertencer ao pavimento. Porém, o vetor d_1 intercepta o segmento 3 no ponto I_1 , o que garante que o ponto P_1 não pode ser analisado em relação ao segmento 4. O sinal resultante do produto escalar pode não ser coerente no caso de P_1 e pode ser no caso de P_2 , por isso não se considera a análise para o ponto cujo vetor distância intercepta outro segmento.

Inicialmente, o ponto é analisado em relação à poligonal externa e codifica-se a sua localização através de uma variável denominada STATUS, que assume os seguintes valores:

a) STATUS = 1 ==> ponto fora do domínio.

O produto escalar entre os vetores normal e distância fica negativo em algum dos segmentos no qual o ponto se projetou, sem apresentar intersecção com os outros lados da poligonal.

b) STATUS = 2 ==> ponto sobre o contorno.

O vetor distância assume um valor igual ou próximo de zero em relação a um determinado segmento da poligonal. Assim, não é necessário que esse ponto seja novamente analisado em relação a todos os lados dessa e das outras poligonais, pois já pertence ao contorno.

c) STATUS = 3 ==> ponto sobre um dos vértices das poligonais.

Quando a distância do ponto a um determinado vértice do contorno assume um valor igual ou próximo de zero.

d) STATUS = 4 ==> ponto dentro do domínio.

O produto escalar é positivo para todos os segmentos nos quais o ponto se projeta, exceto para aqueles que apresentam intersecções do vetor distância com os outros segmentos da poligonal em análise.

Após a verificação da poligonal externa procede-se à análise da situação dos pontos em relação às poligonais internas, uma a uma. Apenas os pontos com STATUS igual a 4 serão analisados.

A etapa seguinte consiste em fazer um arranjo na rede de pontos de modo que a mesma fique preparada para a geração dos elementos placa.

Como protótipos dos elementos são criadas células, quadriláteros formados por quatro pontos vizinhos i , j , k e l (Figura 2.11). Os passos seguintes consistem em verificar se existem vértices no seu interior e/ou segmentos interceptando as suas arestas, tornando-as sujeitas a transformações.

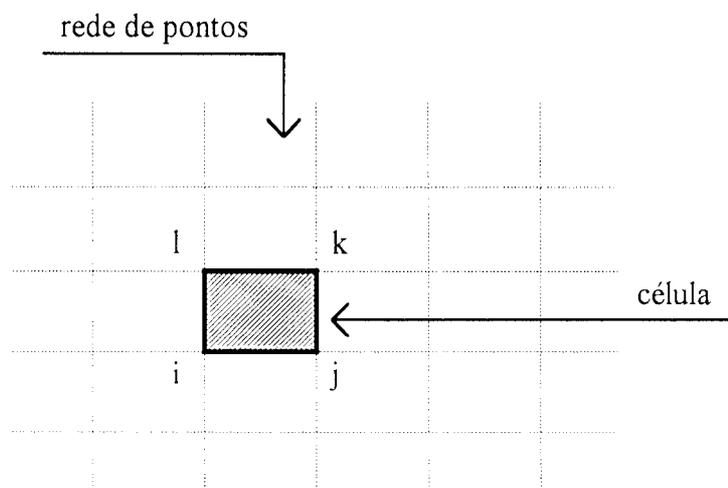


FIGURA 2.11 - Identificação de uma célula em uma rede de pontos

Inicialmente, o procedimento transforma uma célula em uma poligonal e verifica se existem no seu interior um ou mais vértices. O número máximo de vértices por célula é igual a dois. Caso o número encontrado seja maior que o permitido, o programa é interrompido automaticamente e solicita-se uma alteração na distribuição dos pontos na região do vértice em estudo.

Para reduzir o tempo de processamento, a primeira verificação é identificar coincidências dos vértices com os pontos da rede. Caso haja tal coincidência, esse vértice não precisa ser analisado novamente. Caso contrário, faz-se necessário transladar um ponto da rede para as coordenadas do vértice. O procedimento da translação exige que se calcule, entre os pontos da célula, qual o que possui menor distância ao vértice. Evidentemente, o ponto escolhido não pode ser um outro vértice. Para exemplificar, apresenta-se um caso onde existem dois vértices no interior de uma mesma célula (Figuras 2.12, 2.13 e 2.14). O ponto mais próximo foi transladado para se posicionar sobre o vértice V1 e, novamente, foi realocado sobre o vértice V2. Para resolver esse problema é que foi criado o código de posicionamento STATUS = 3, conforme discriminado anteriormente.

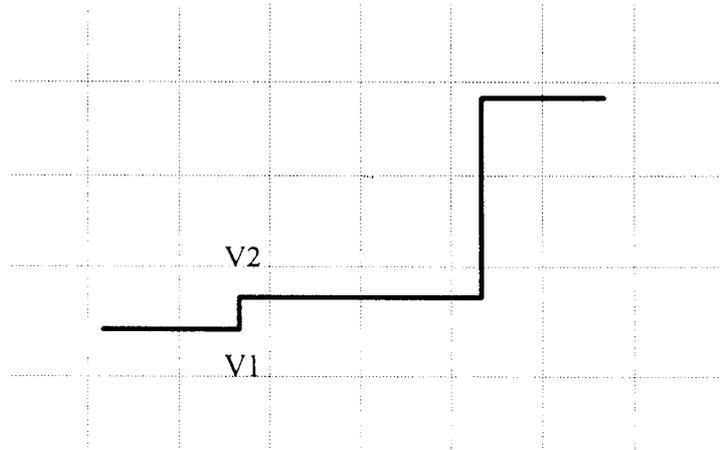


FIGURA 2.12 - Rede de pontos inicial

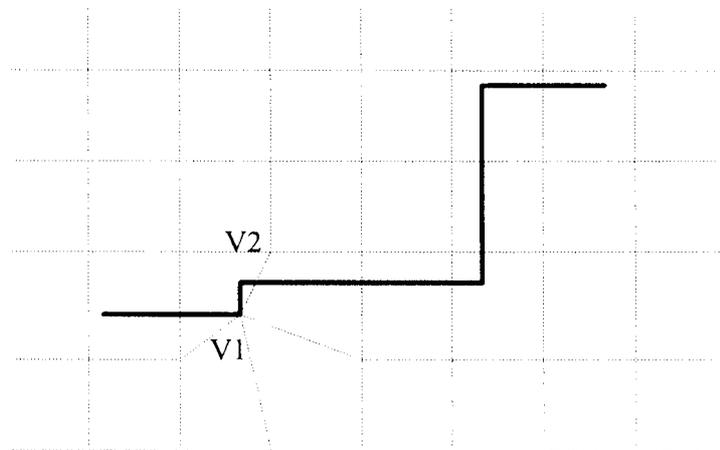


FIGURA 2.13 - Arranjo da rede para posicionar o vértice V1

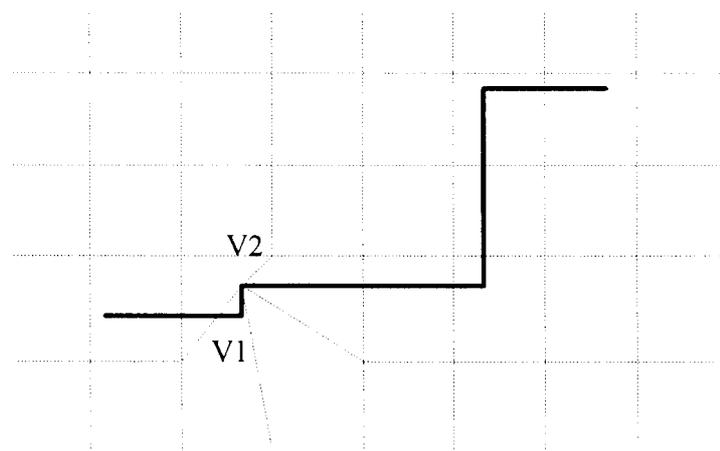


FIGURA 2.14 - Rearranjo da rede para posicionar o vértice V2, não considerando o ponto como vértice

Observa-se na Figura 2.15 a disposição correta da rede em função do arranjo dos vértices. Verifica-se que todos os vértices do contorno estão posicionados sobre a rede de pontos.

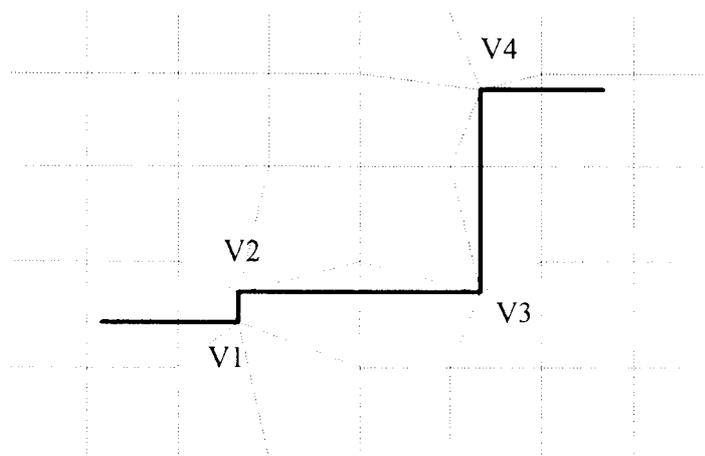


FIGURA 2.15 - Disposição da rede devido ao arranjo dos vértices

O passo seguinte é verificar se as arestas da célula são interceptadas por segmentos do contorno. O número máximo de intersecções por aresta da célula é igual a dois. Se for encontrada apenas uma intersecção, o vértice mais próximo é transladado. Se forem duas, cada vértice da aresta é transportado para a intersecção mais próxima. Ressalta-se que, nessa análise, utilizam-se apenas os pontos da rede cujo STATUS é igual a 1 ou 4. Os que possuem STATUS igual a 2 ou 3 já fazem parte do contorno e não são transportados. A Figura 2.16 ilustra o trecho do pavimento anterior com a rede alterada para eliminar as intersecções nas arestas.

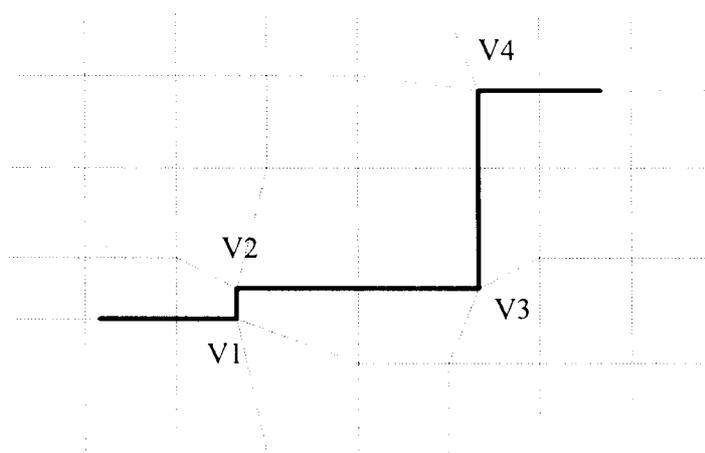


FIGURA 2.16 - Disposição final da rede de pontos eliminando as intersecções de arestas

Como alternativa ao exemplo proposto anteriormente, pode-se buscar uma outra solução que possua uma distribuição da rede de pontos mais adequada. A disposição final dos elementos não apresentará grandes distorções e o esforço de arranjo dos pontos para se posicionar sobre vértices e eliminar intersecções é quase nulo.

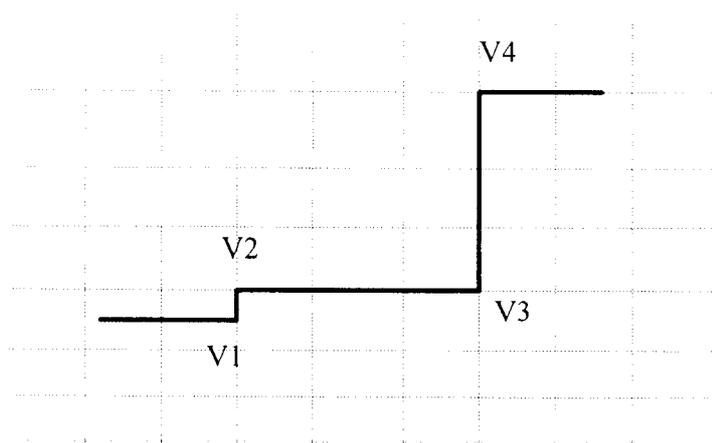


FIGURA 2.17 - Lançamento de uma malha mais adequada para esse contorno

Para pavimentos onde ocorre uma concentração de vértices - como no caso de arcos descritos por pequenos segmentos - a dimensão máxima do elemento no trecho deve ser relativamente pequena, próxima à dimensão dos segmentos (vide Figura 2.18). Essa variação produz uma disposição eficiente da rede, pois o próprio projetista determina onde se faz necessária uma concentração ou uma alteração no tamanho dos elementos.

Com a rede deformada passa-se para definição dos elementos nó, placa ou chapa. Todos os pontos da rede que não possuem STATUS = 1, ou seja, pontos internos e pertencentes ao contorno, são automaticamente considerados nós com uma nova numeração. Já os elementos placa ou chapa não apresentam uma identificação tão simples. É necessário que se analise cada célula para determinar a formação de cada elemento.

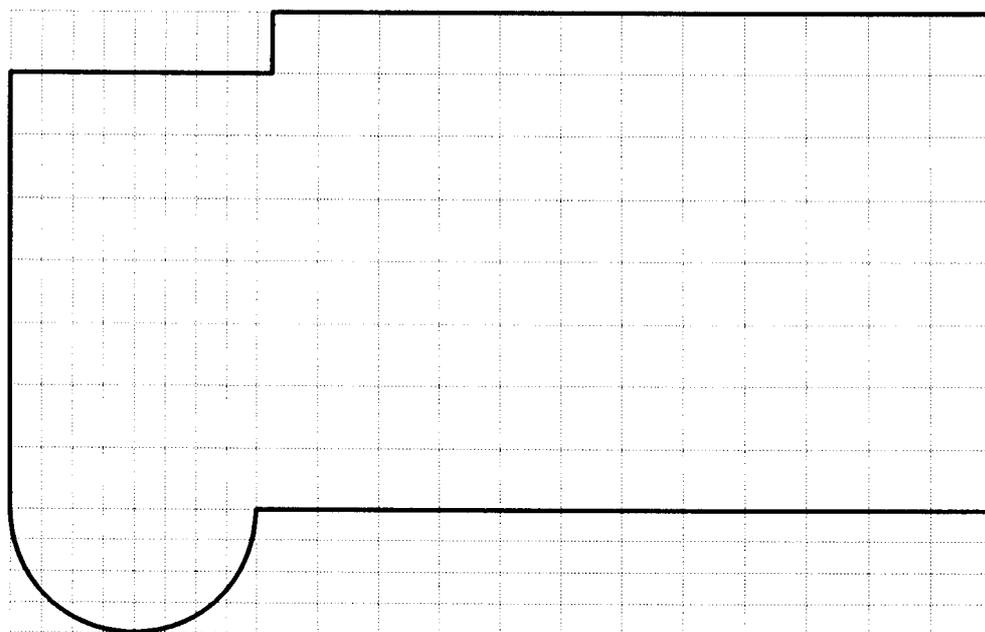


FIGURA 2.18 - Disposição da rede de pontos apresentando variação na dimensão do elemento placa segundo as direções horizontal e vertical

De acordo com cada tipo de STATUS, atribuem-se valores auxiliares de permutação "iperm" para cada célula analisada individualmente:

- STATUS = 1 (ponto fora) ==> iperm = 1;
- STATUS = 2 (contorno) ==> iperm = 10;
- STATUS = 3 (vértice) ==> iperm = 10;
- STATUS = 4 (dentro) ==> iperm = 100.

O somatório dos "iperm" dos vértices da célula fornecerá uma variável denominada "istat" que determinará a análise. Apenas alguns valores são significativos para "istat", outros são desprezados logo a princípio:

- a) O procedimento é o mesmo para as seguintes células:

Istat = 220: Significa que dois pontos estão no domínio do pavimento e os outros dois, ou são vértices ou estão no contorno.

Istat = 310: Três pontos estão no domínio e o outro, ou é vértice ou é contorno.

Istat = 400: Os quatro pontos estão no domínio do pavimento.

A princípio, poderia-se considerar que esse elemento quadrilateral fosse automaticamente criado, já que as intersecções das arestas foram eliminadas. Porém, é necessário verificar se há algum segmento cruzando a célula através das diagonais. O processo consiste em determinar as coordenadas do centro de gravidade da célula e verificar se o mesmo coincide com algum segmento do contorno do pavimento. Utiliza-se a função de localização do ponto. Caso o STATUS retornado seja igual a dois, criam-se dois elementos triangulares distintos. Caso seja igual a quatro, é criado um elemento quadrilateral.

b) Istat = 121: Significa que um ponto está fora, outro sobre o pavimento, e os dois restantes ou são vértices ou estão sobre o contorno.

Nesse caso, o programa gera automaticamente um elemento triangular, desconsiderando o ponto fora do pavimento.

c) O procedimento é o mesmo para as seguintes células:

Istat = 31: Um ponto fora, e os outros três ou estão sobre o contorno ou são vértices.

Istat = 40: Os pontos ou estão sobre o contorno ou são vértices.

Istat = 130: Um ponto dentro, e os outros três ou estão sobre o contorno ou são vértices.

Para esse caso, divide-se uma célula em quatro subcélulas triangulares e identificam-se as coordenadas dos seus centróides. Verifica-se, então, se os centros de gravidade das subcélulas estão sobre o domínio do pavimento. Caso todos os quatro centros estejam sobre o domínio, analisa-se a existência de segmentos cruzando a célula através de suas diagonais. Se apenas dois centros estão sobre o domínio, é criado um elemento triangular. Se nenhuma dessas duas condições for satisfeita, a célula é abandonada.

d) Todas as células que possuem Istat menor ou igual a 22 são desprezadas.

Concluída a análise de todas as células, obtém-se a malha final com os elementos que podem ser placa ou chapa, conforme opção do analista. Verifica-se que o processamento em linguagem C é bastante rápido.

A última consideração diz respeito à geração de nós sobre os segmentos externos ao domínio do pavimento. Para isso é necessário fornecer apenas a incidência dos vértices extremos, pois o programa gera, automaticamente, os nós intermediários com uma distância igual a da maior dimensão fornecida para o elemento placa.

Desse modo é concluído o módulo de processamento básico do gerador, garantindo a eficiência e rapidez desejadas. Várias particularidades para a geração de malhas em pavimentos de edifícios, que existem nesse pré-processador, não foram observadas em nenhum dos geradores pesquisados. As mesmas podem ser exemplificadas como: alteração da malha de pontos, conferência dos dados de entrada e dos resultados através de tela gráfica e troca de arquivos. Ressalta-se que essas funções são realizadas dentro do mesmo ambiente computacional de processamento.

Para ilustrar todo o procedimento foram testados vários exemplos (ver item 2.5 Exemplos de Aplicação) com contornos das formas mais variadas possíveis e que funcionaram perfeitamente.

2.4 UTILIZAÇÃO DO PROGRAMA

Para cálculo utilizando o Método dos Elementos Finitos, as opções fornecidas para o usuário do gerador de dados são:

1. alteração da malha de pontos;
2. processamento do módulo principal de cálculo;
3. montagem do arquivo de dados para o sistema LASER e alteração do arquivo de entrada, caso tenha ocorrido mudanças na malha inicial;
4. chamada de um novo arquivo para geração;

5. numeração dos dados de entrada (vértices e/ou segmentos) e dos resultados (nós e/ou elementos);

6. fim de operação.

O módulo de alteração das dimensões máximas do elemento apresenta as opções de escolha na forma de menus suspensos. Escolhe-se inicialmente o eixo em cuja direção deseja-se modificar as dimensões, ou alterar o número de trechos. Todos os valores são fornecidos via teclado e controlados por um gerenciador dos caracteres digitados. Para que esse controle fosse possível, algumas funções foram incluídas. Citam-se aqui algumas delas: emissão de sons quando a tecla é inválida, ou quando o número apresenta mais algarismos do que o permitido; apagar um caracter errado; considerar o valor anterior sem precisar digitar novamente etc. Exige-se uma confirmação da modificação. A alteração concluída é exibida no monitor em modo gráfica. Se o resultado não ficou de acordo com o idealizado, pode-se realizar uma nova alteração. A qualquer momento pode-se sair do módulo de Alteração teclando <ESC>, salvando-se ou não as modificações realizadas.

Outra opção fornecida e bastante útil consiste na numeração dos dados de entrada e saída através do menu principal do sistema. De acordo com a fase de desenvolvimento do programa, numeram-se vértices e segmentos ou nós e elementos.

Outro recurso implementado é a chamada de um arquivo de dados referente a outro pavimento, sem que seja necessário sair do programa.

2.5 EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

Apresenta-se a sequência de utilização do programa através da série de figuras a seguir. Acrescenta-se exemplos com formas genéricas de modo a comprovar a eficácia do programa.

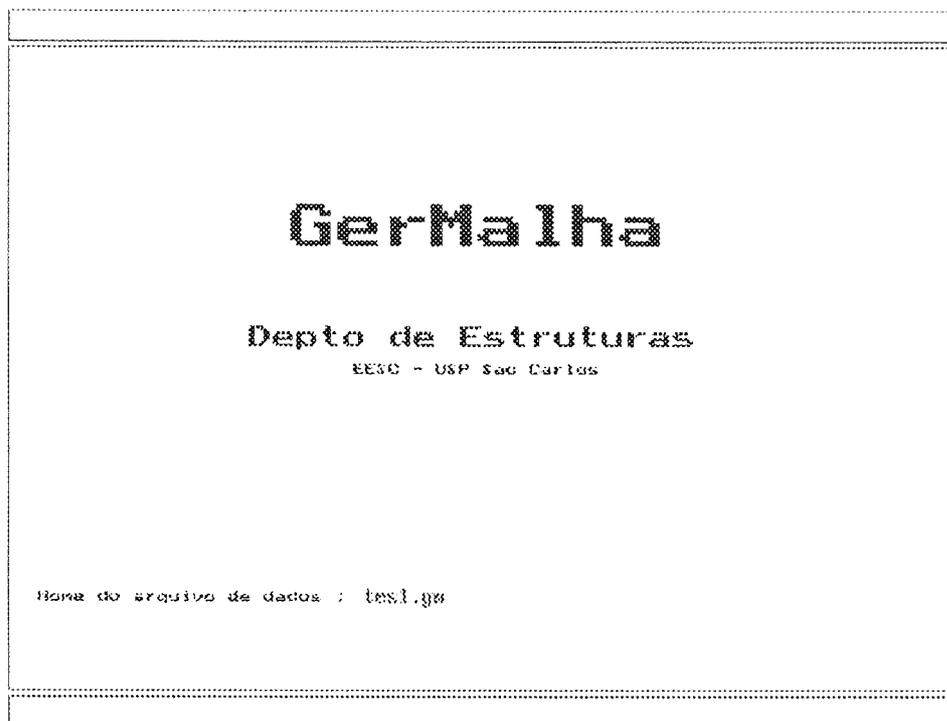


FIGURA 2.19 - Tela inicial do programa

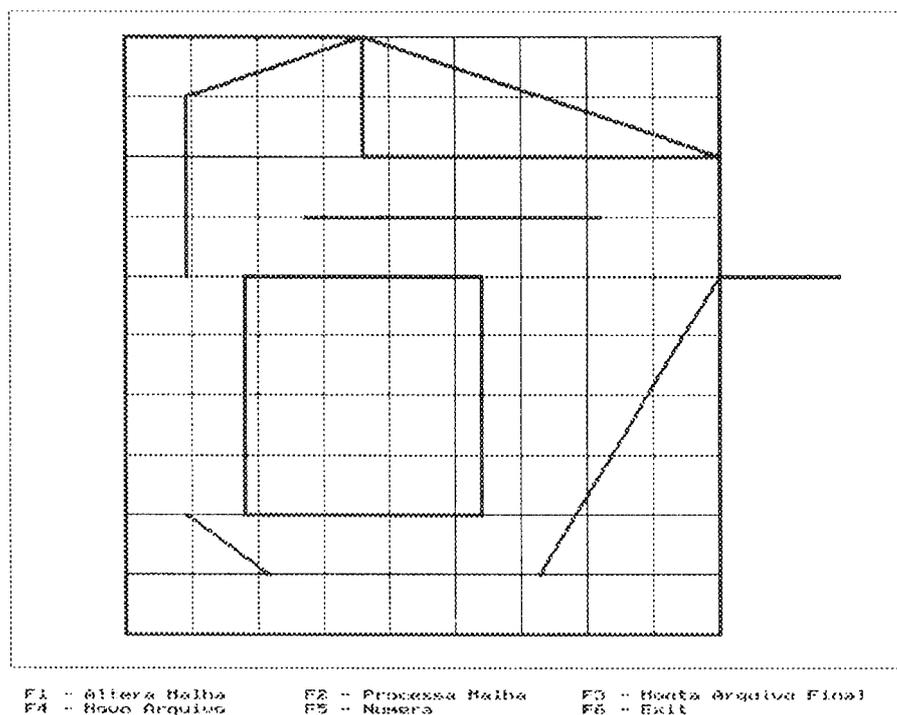


FIGURA 2.20 - Visualização da rede inicial sobre o pavimento

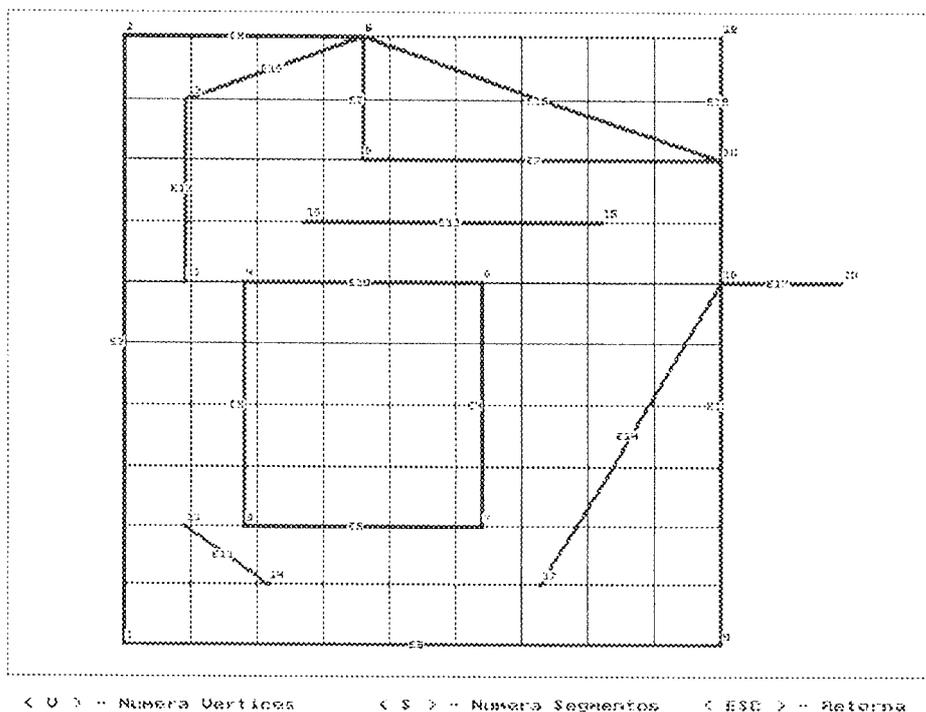


FIGURA 2.21 - Numeração de vértices e segmentos

< tes1.gm >

- Consistencia do contorno
- Arranjo dos vertices da malha
CELULA 90
- Verificacao da posicao dos pontos da malha
PONTO 110
- Rearranjo da malha de pontos
CELULA 90
- Criacao dos nos do pavimento
NO 95
- Criacao dos elementos do pavimento
ELEMENTO 73
- Criacao dos nos externos ao contorno
NO 103

FIGURA 2.22 - Procedimentos de obtenção da rede

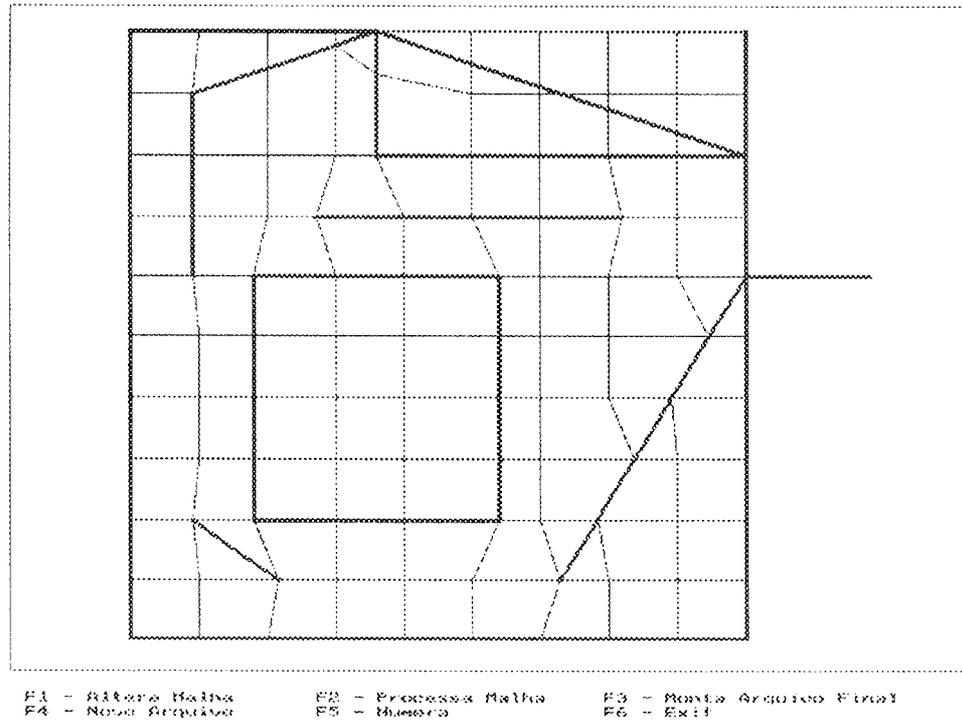


FIGURA 2.23 - Visualização da malha alterada

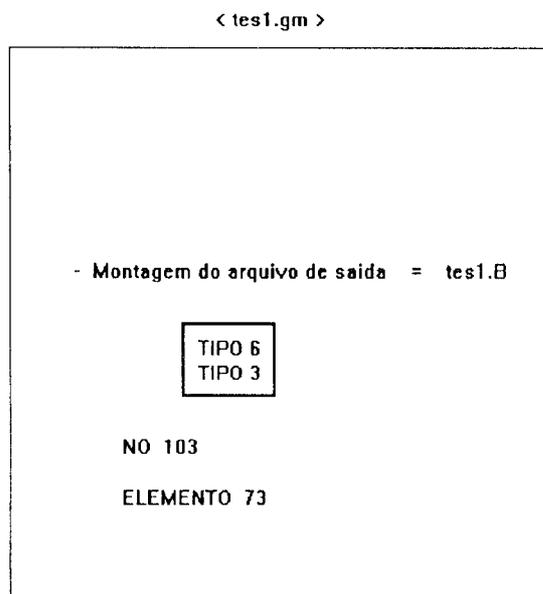


FIGURA 2.24 - Montagem do arquivo de saída com as opções de elementos placa ou chapa

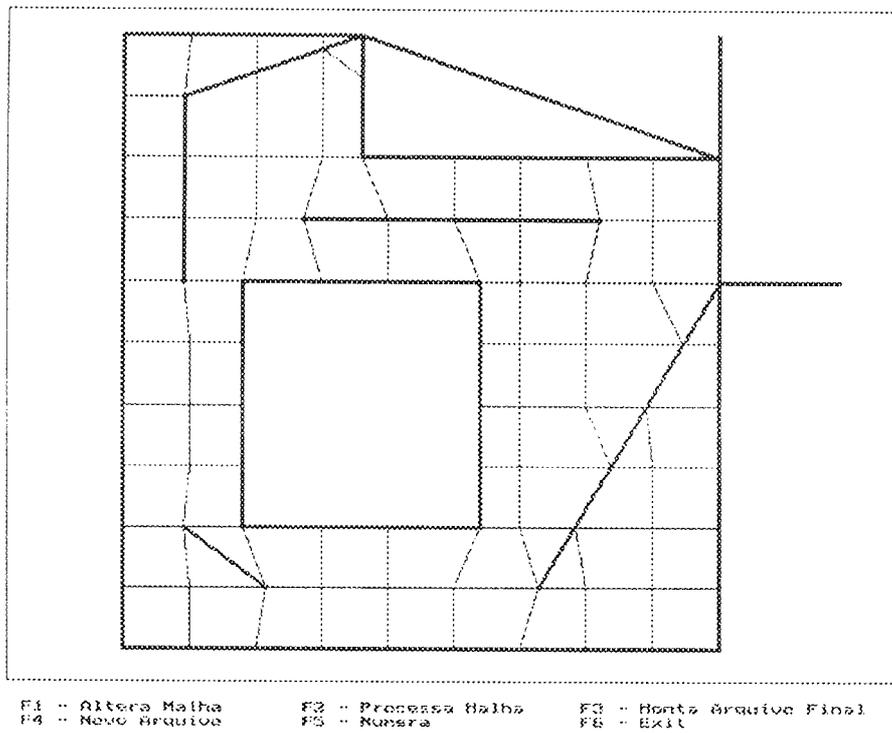


FIGURA 2.25 - Visualização da malha final

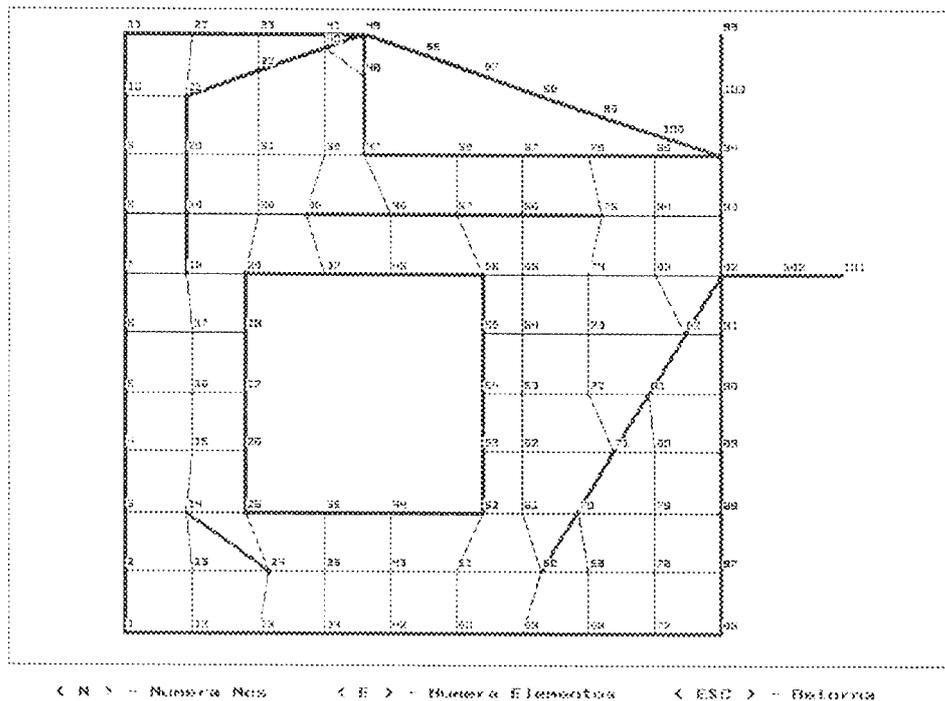


FIGURA 2.26 - Numeração dos nós do pavimento

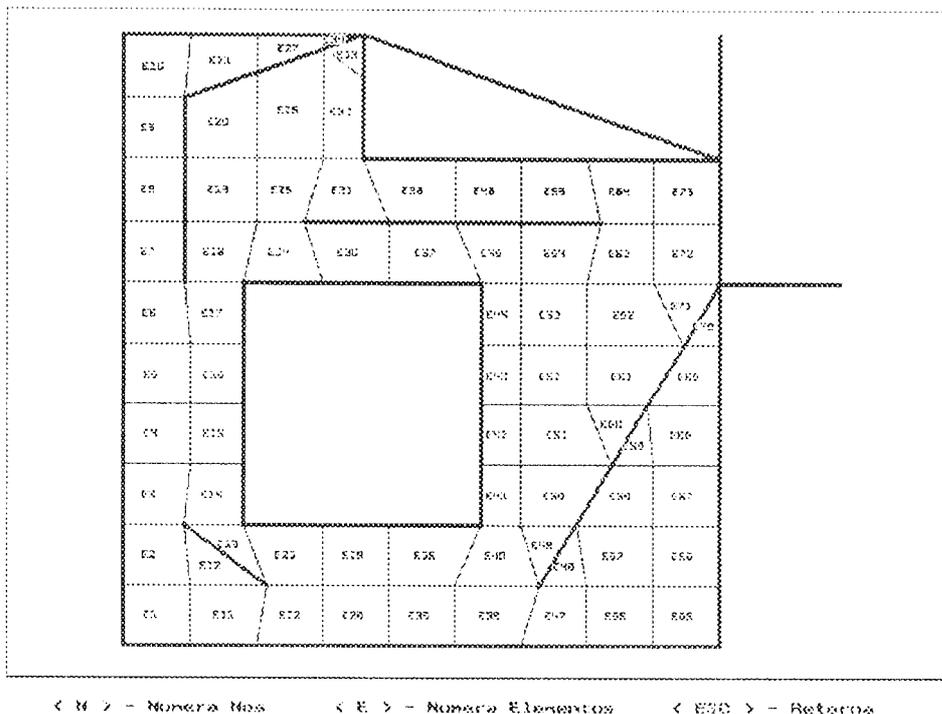


FIGURA 2.27 - Numeração dos elementos do pavimento

ALTERAÇÃO DA REDE DE PONTOS

DADOS INICIAIS :

NVX	DELTAX	XINIC	NVY	DELTAY	YINIC
1	0.600	0.000	1	0.500	0.000

DADOS A SEREM ALTERADOS :

NVX
NVY

Novo valor = 3

PRESSIONE <ESC> PARA CANCELAR

FIGURA 2.28 - Alteração do número de divisões da rede segundo o eixo X

ALTERAÇÃO DA REDE DE PONTOS

VALORES ANTERIORES :

NVX	DELTAX	XINIC
1	0.600	0.000

NOVOS VALORES :

NVX	DELTAX	XINIC
1	0.500	0.000
2	0.400	1.000
3	0.300	3.500

PRESSIONE <ESC> PARA CANCELAR

FIGURA 2.29 - Novos valores da rede para o eixo X

ALTERAÇÃO DA REDE DE PONTOS

DADOS INICIAIS :

NVX	DELTAX	XINIC
1	0.500	0.000
2	0.400	1.000
3	0.300	3.500

NVY	DELTAY	YINIC
1	0.500	0.000

DADOS A SEREM ALTERADOS :

NVX
NVY

Novo valor = 3

PRESSIONE <ESC> PARA CANCELAR

FIGURA 2.30 - Alteração do número de divisões da rede segundo o eixo Y

ALTERAÇÃO DA REDE DE PONTOS

VALORES ANTERIORES :

NVY	DELTAY	YINIC
1	0.500	0.000

NOVOS VALORES :

NVY	DELTAY	YINIC
1	0.400	0.000
2	0.300	1.000
3	0.400	3.000

PRESSIONE <ESC> PARA CANCELAR

FIGURA 2.31 - Novos valores da rede para o eixo Y

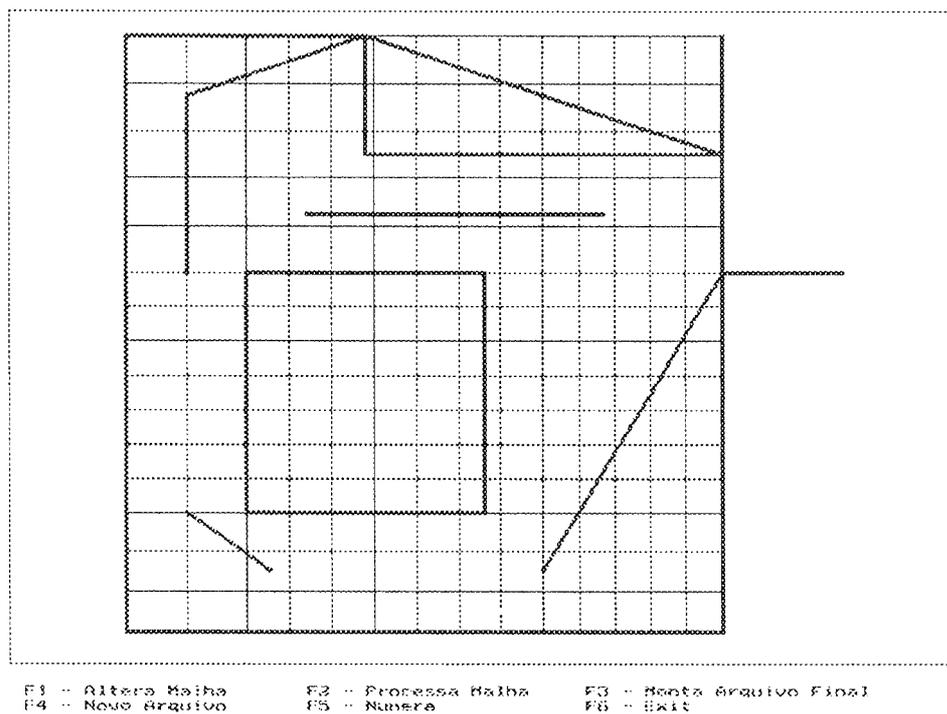


FIGURA 2.32 - Visualização da malha alterada

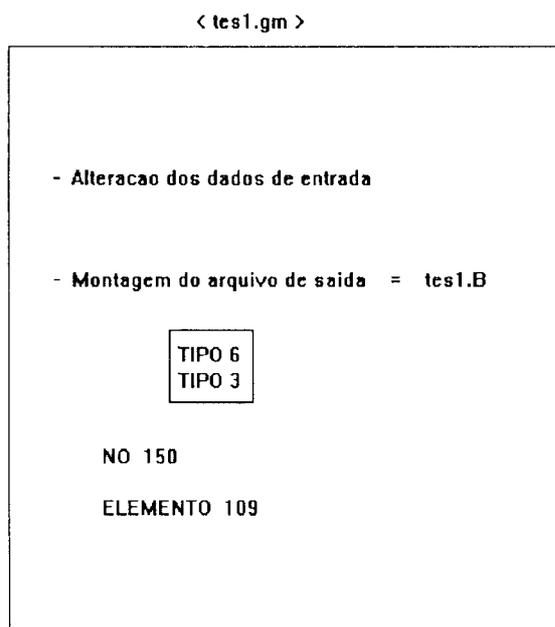


FIGURA 2.33 - Alteração do arquivo de entrada e montagem o arquivo de saída

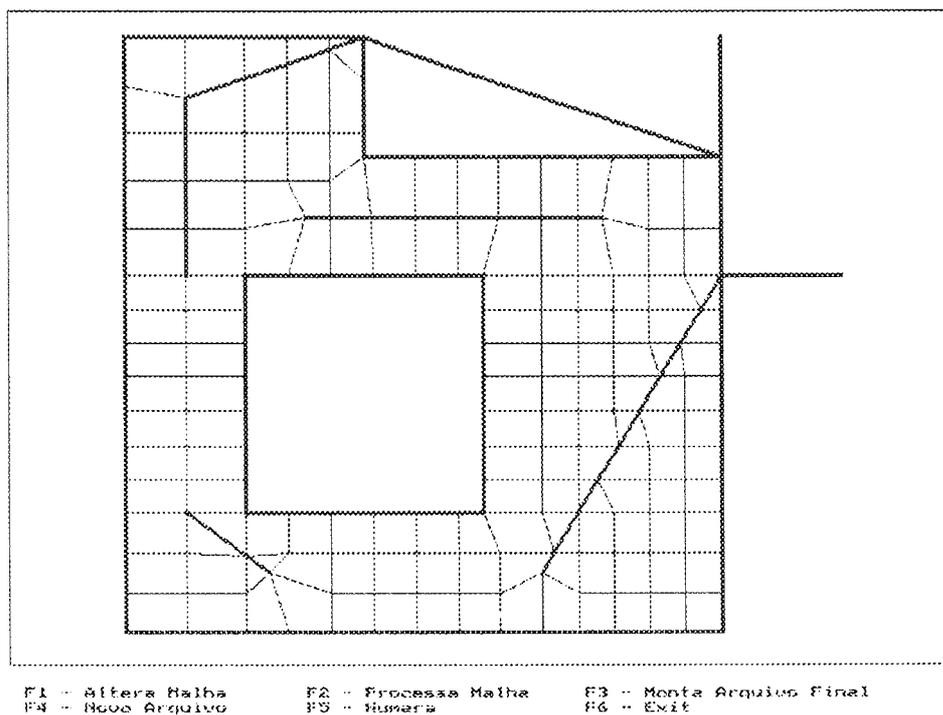


FIGURA 2.34 - Visualização da malha final

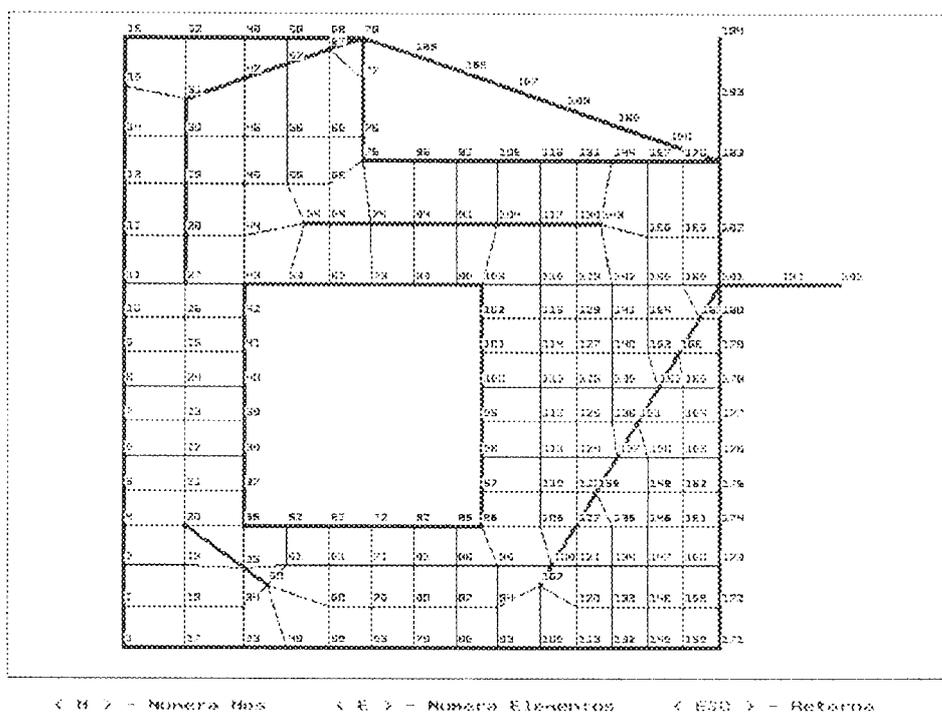


FIGURA 2.35 - Numeração dos nós do pavimento

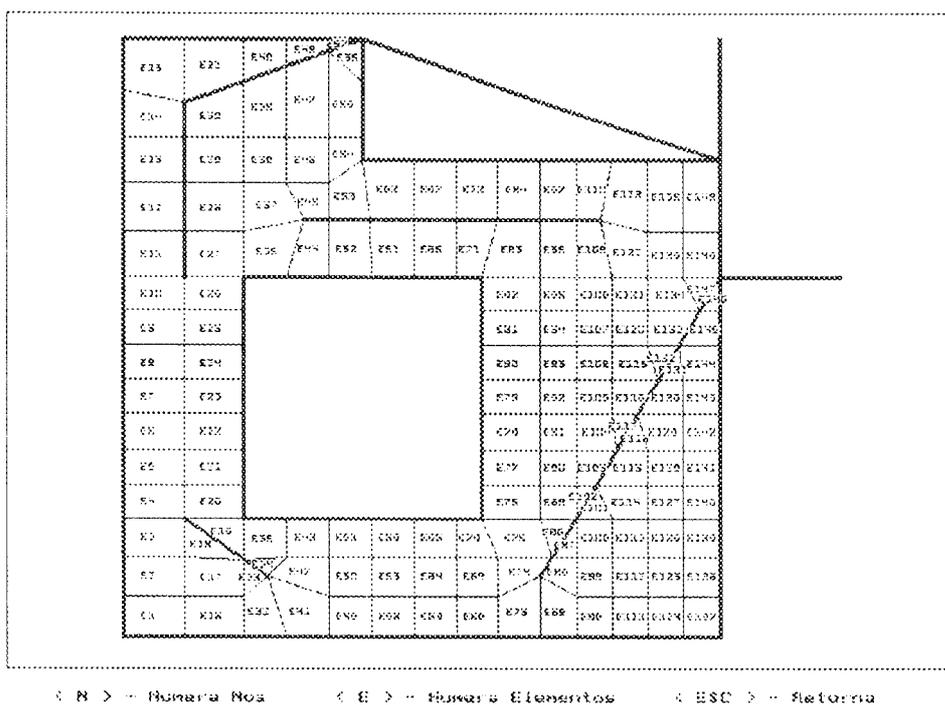


FIGURA 2.36 - Numeração dos elementos do pavimento

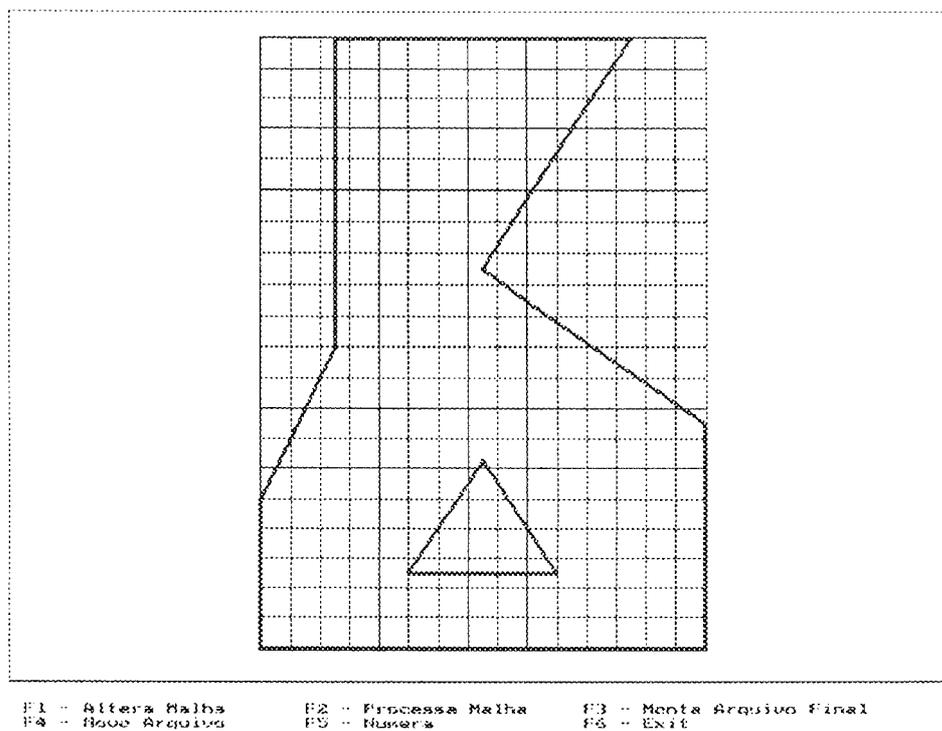


FIGURA 2.37 - Visualização da malha inicial

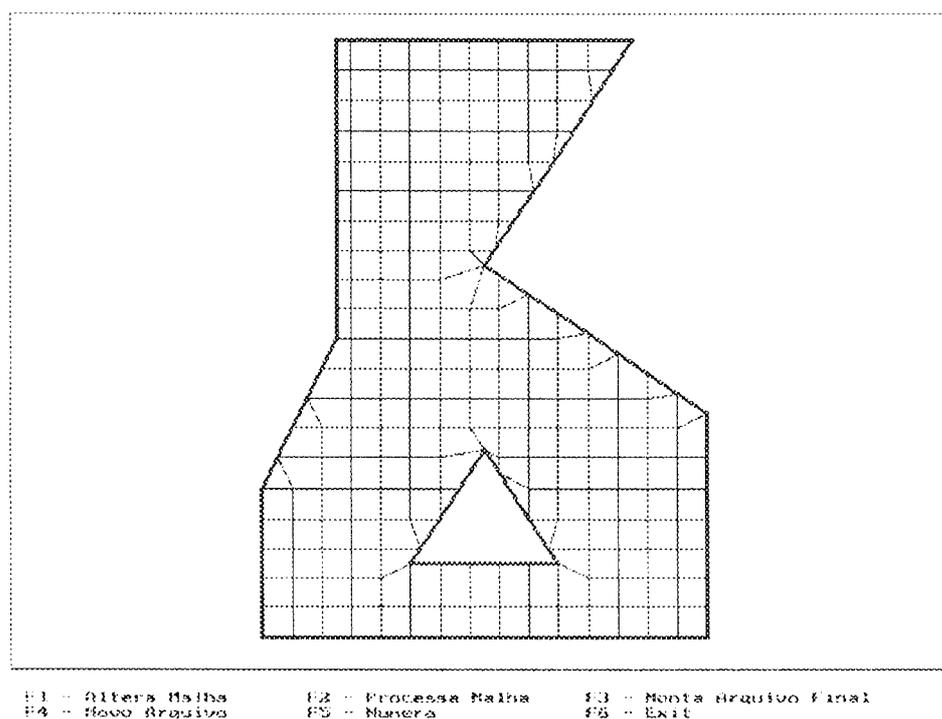


FIGURA 2.38 - Visualização da malha final

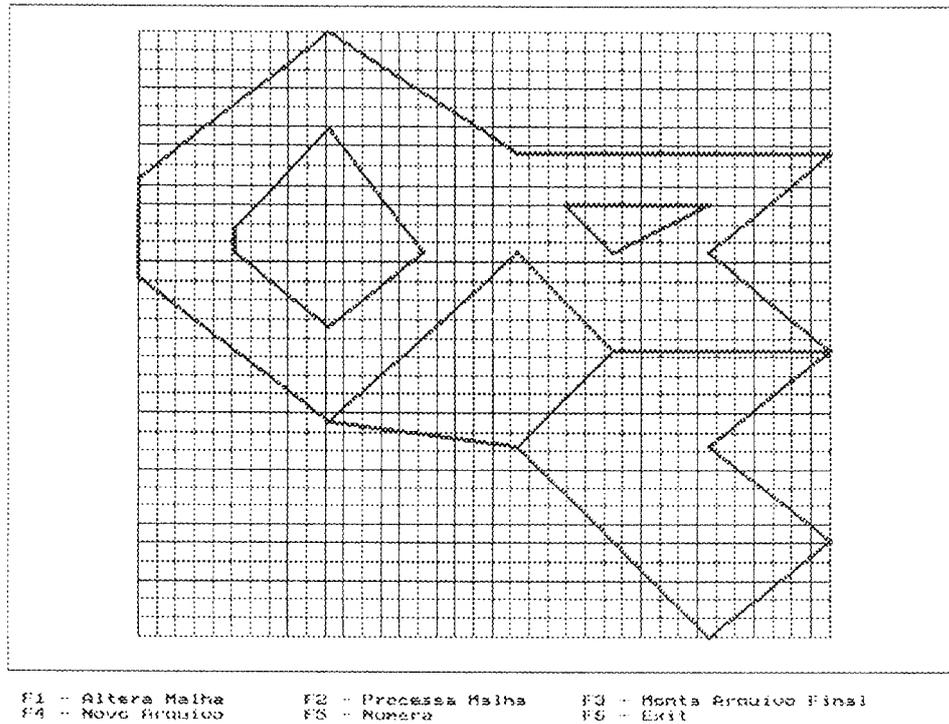


FIGURA 2.39 - Visualização da malha inicial

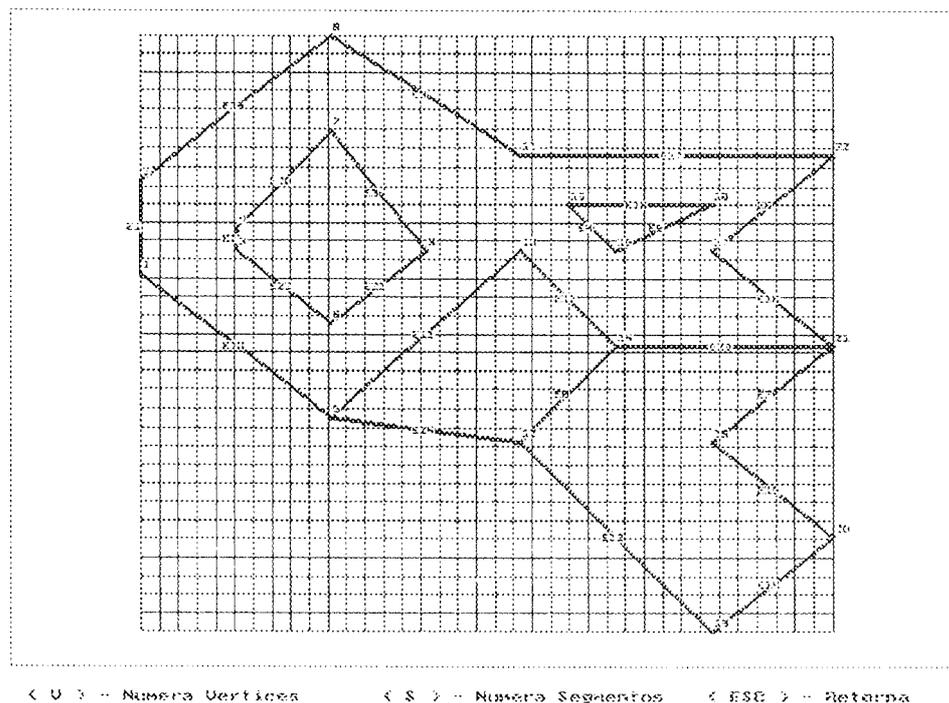


FIGURA 2.40 - Numeração de vértices e segmentos

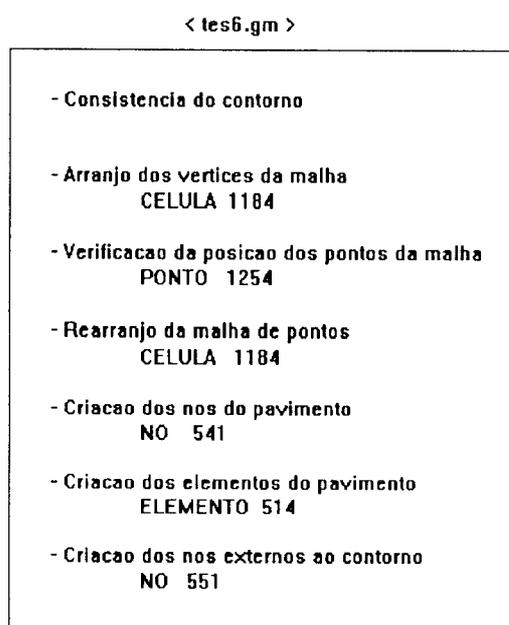


FIGURA 2.41 - Procedimentos de obtenção da rede

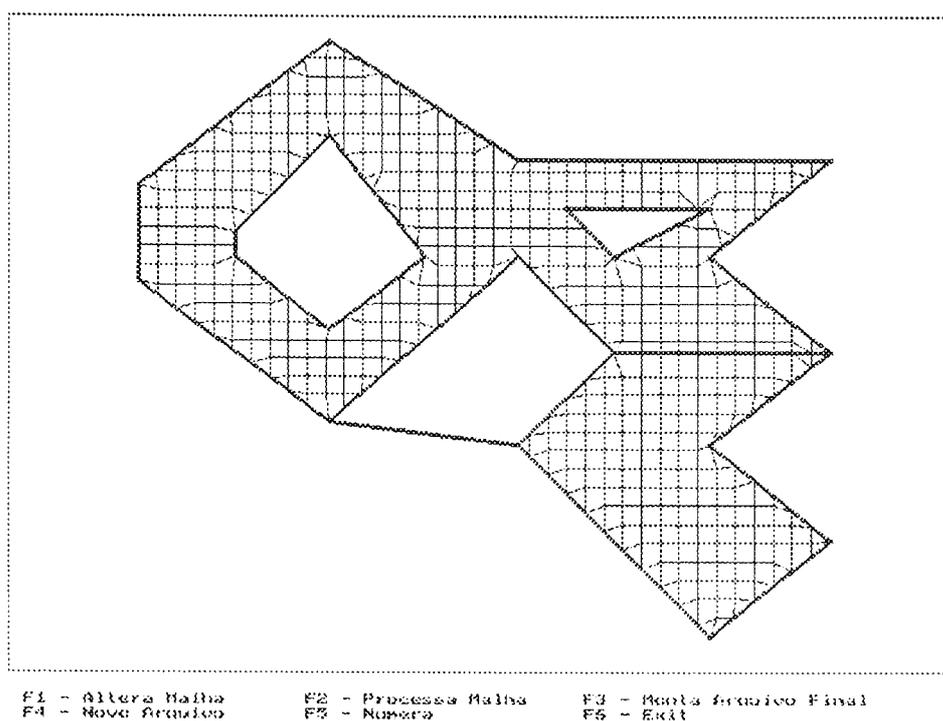


FIGURA 2.42 - Visualização da malha final

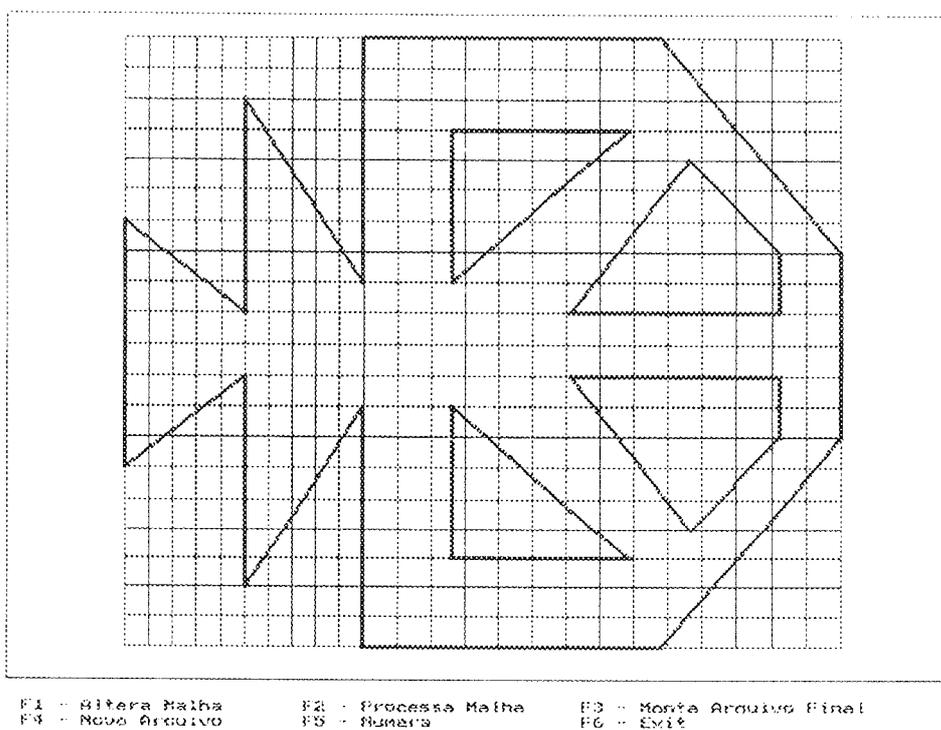


FIGURA 2.43 - Visualização da malha inicial

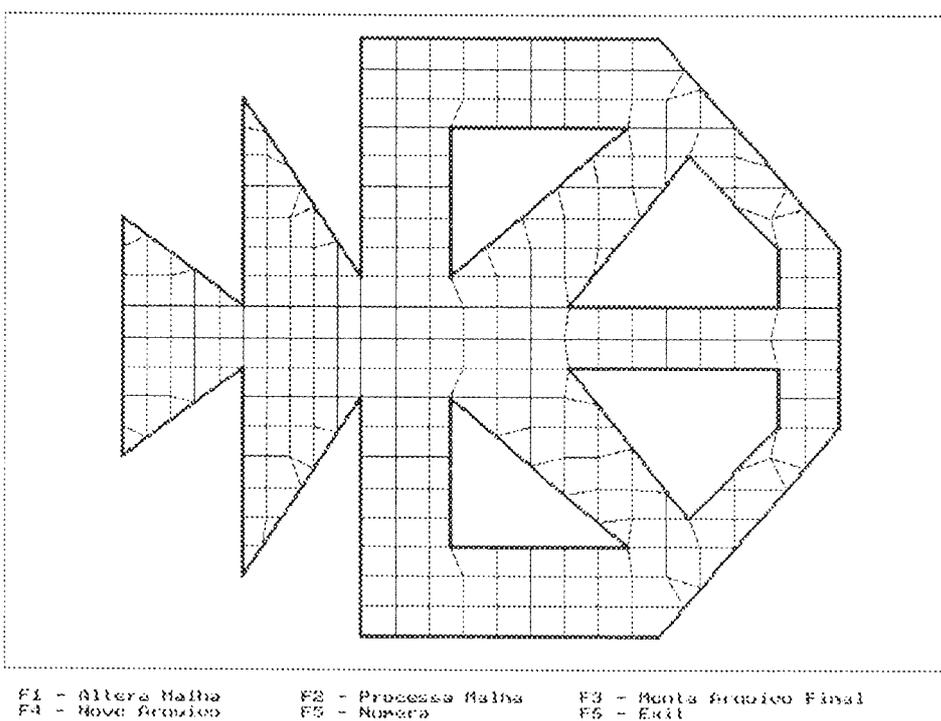


FIGURA 2.44 - Visualização da malha final

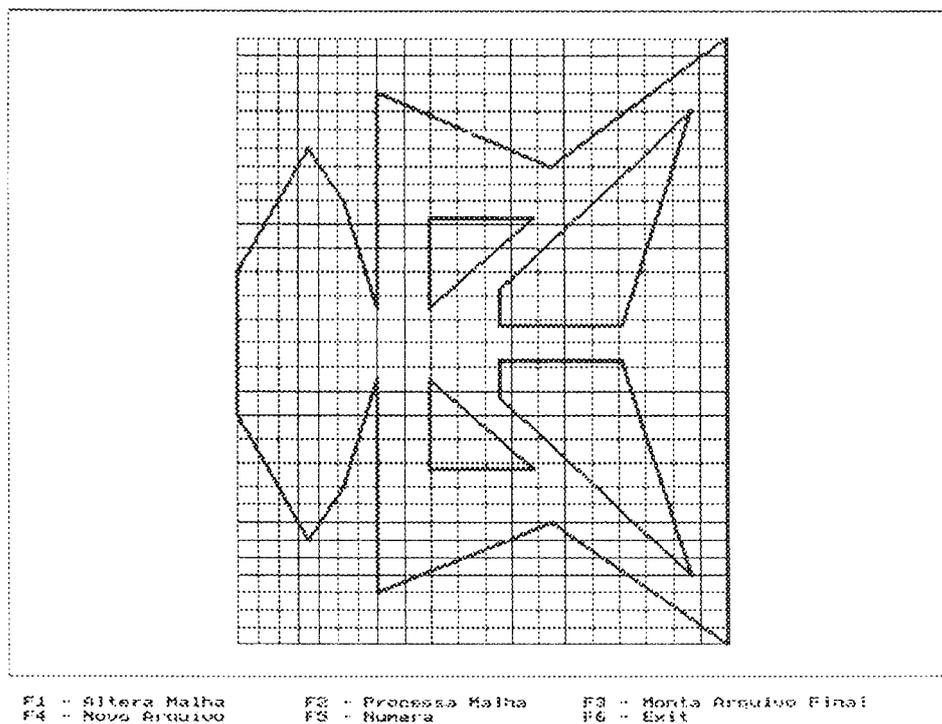


FIGURA 2.45 - Visualização da malha inicial

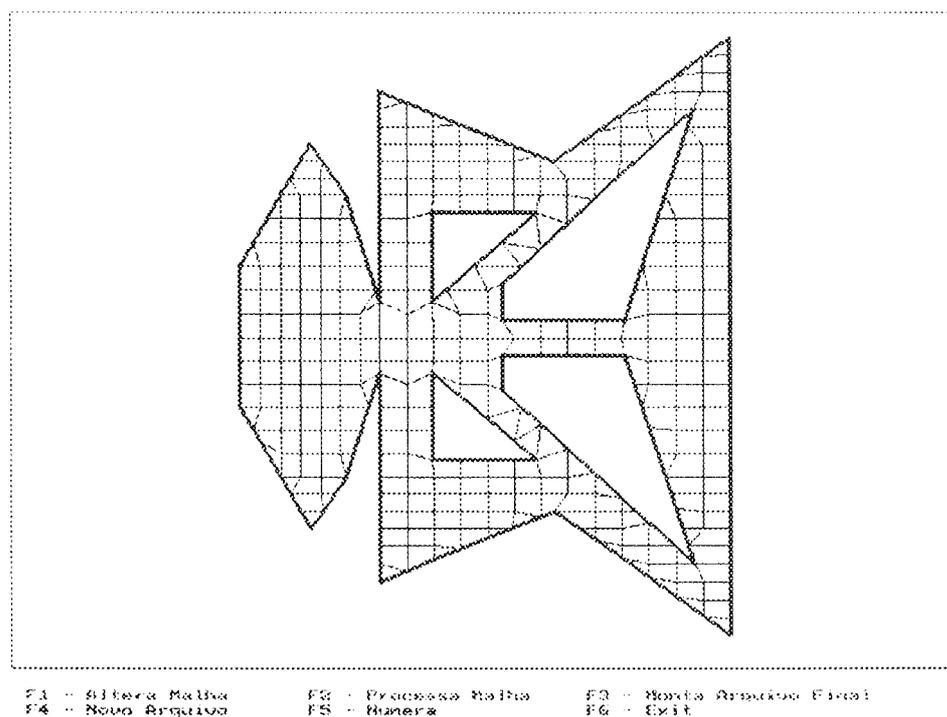


FIGURA 2.46 - Visualização da malha final

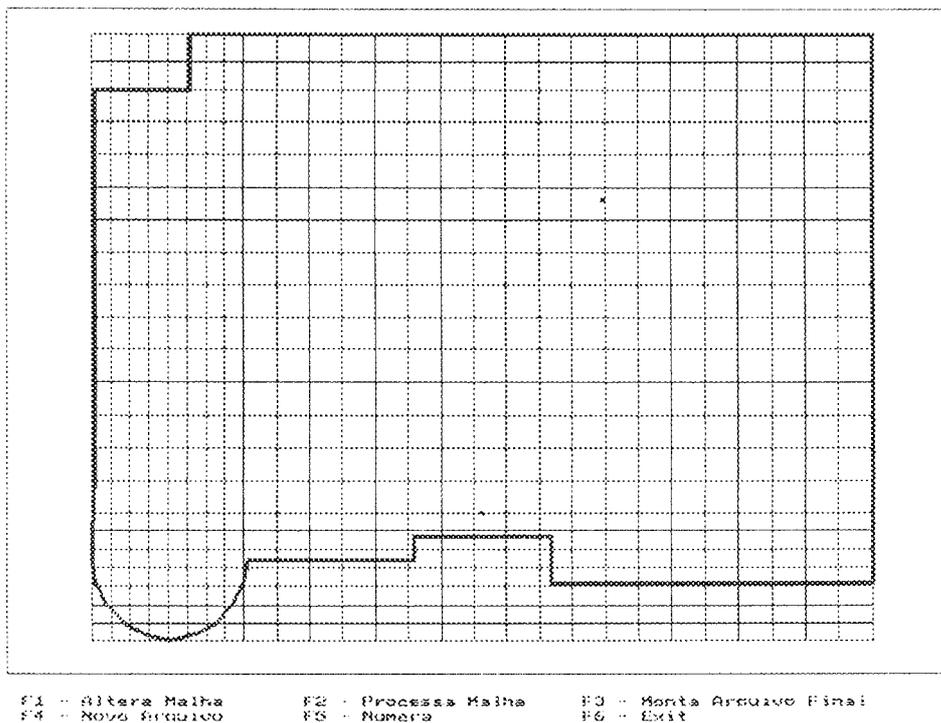


FIGURA 2.47 - Visualização da malha inicial

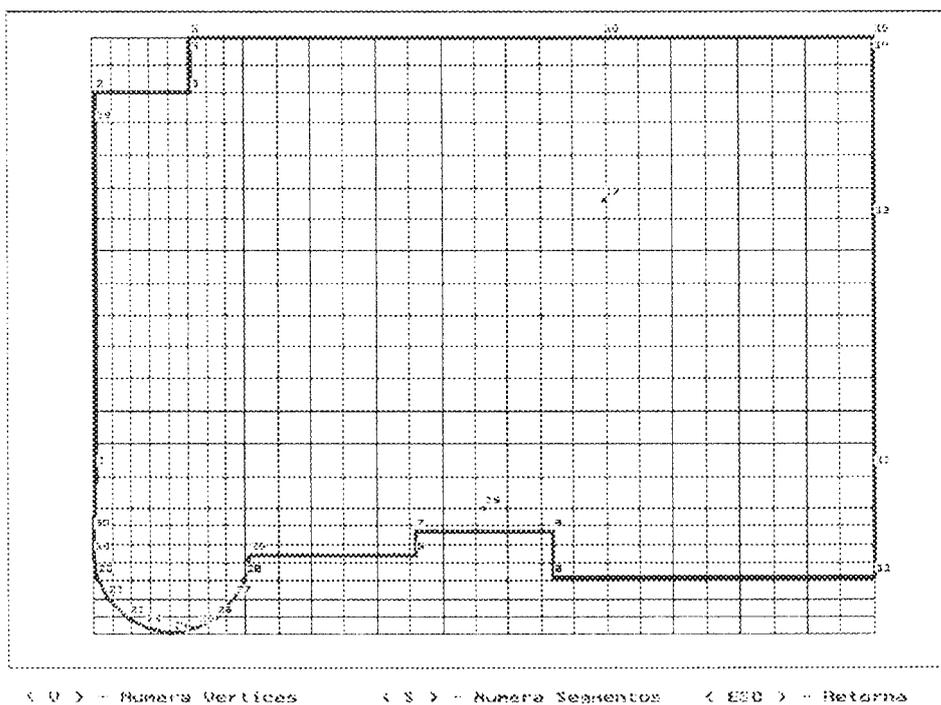


FIGURA 2.48 - Numeração de vértices

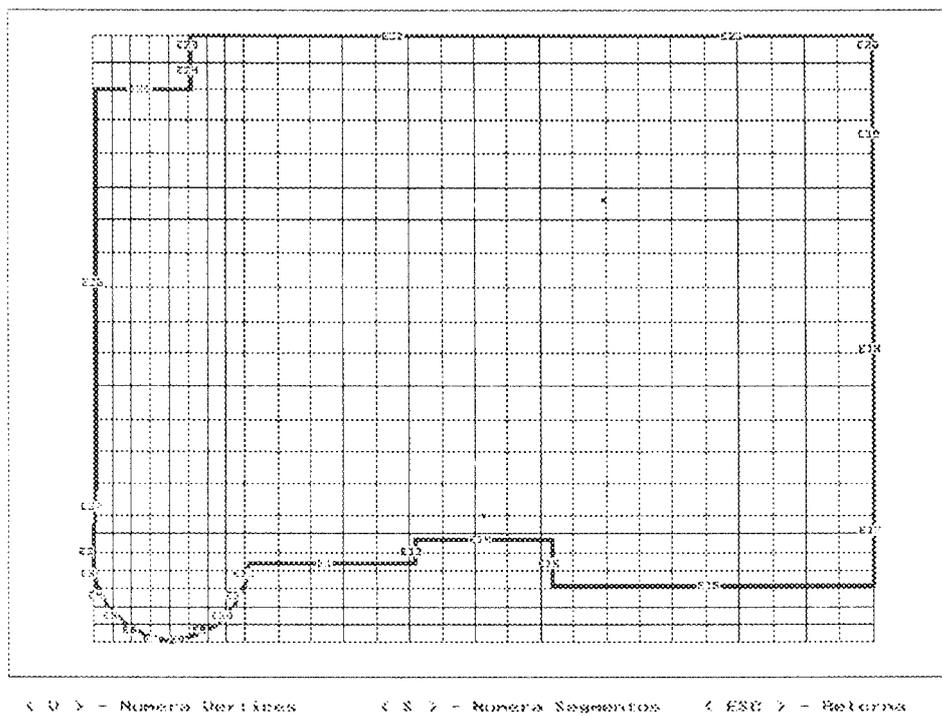


FIGURA 2.49 - Numeração de segmentos

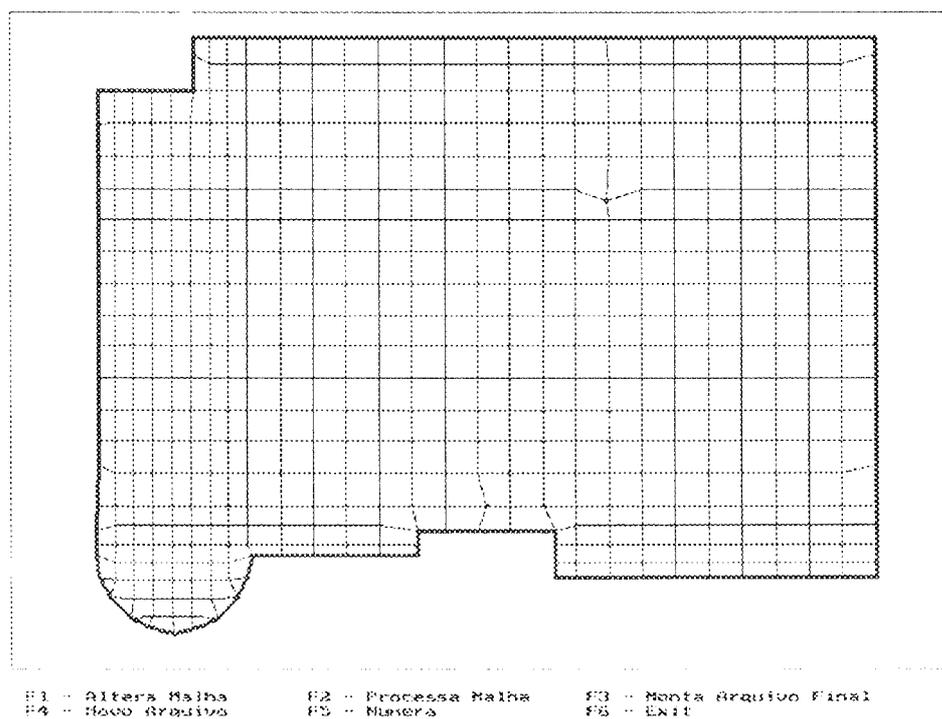


FIGURA 2.50 - Visualização da malha final

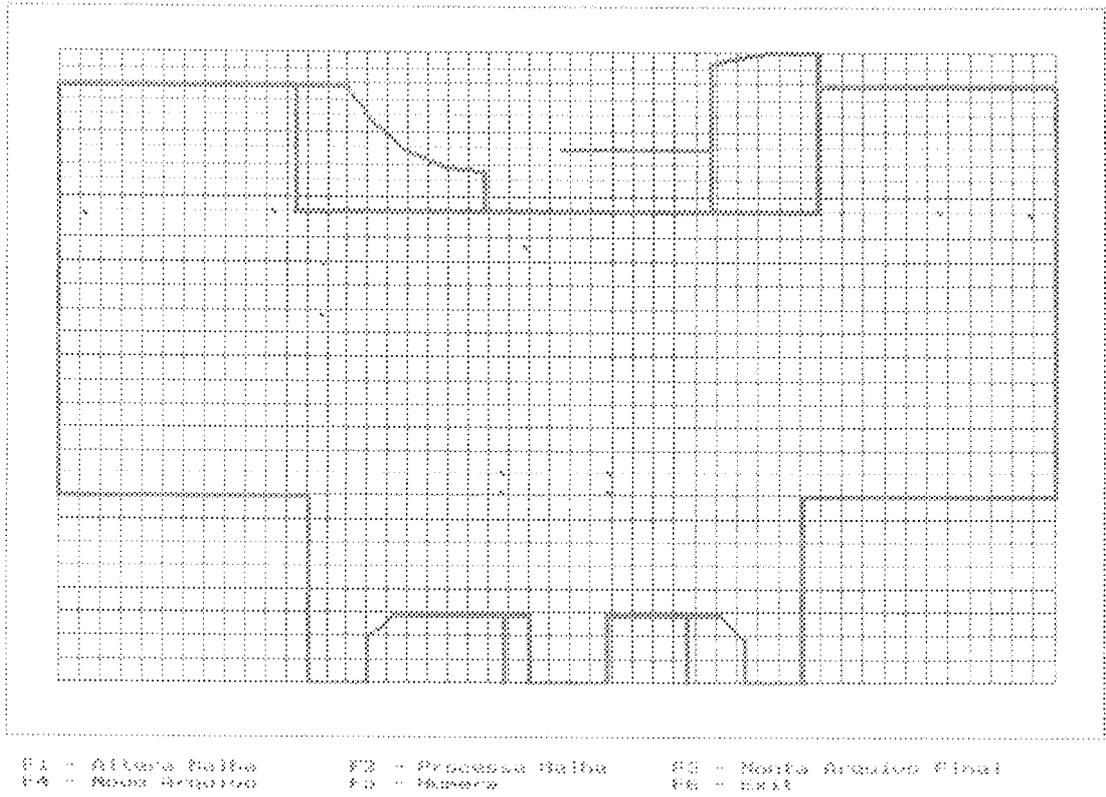


FIGURA 2.51 - Visualização da malha inicial

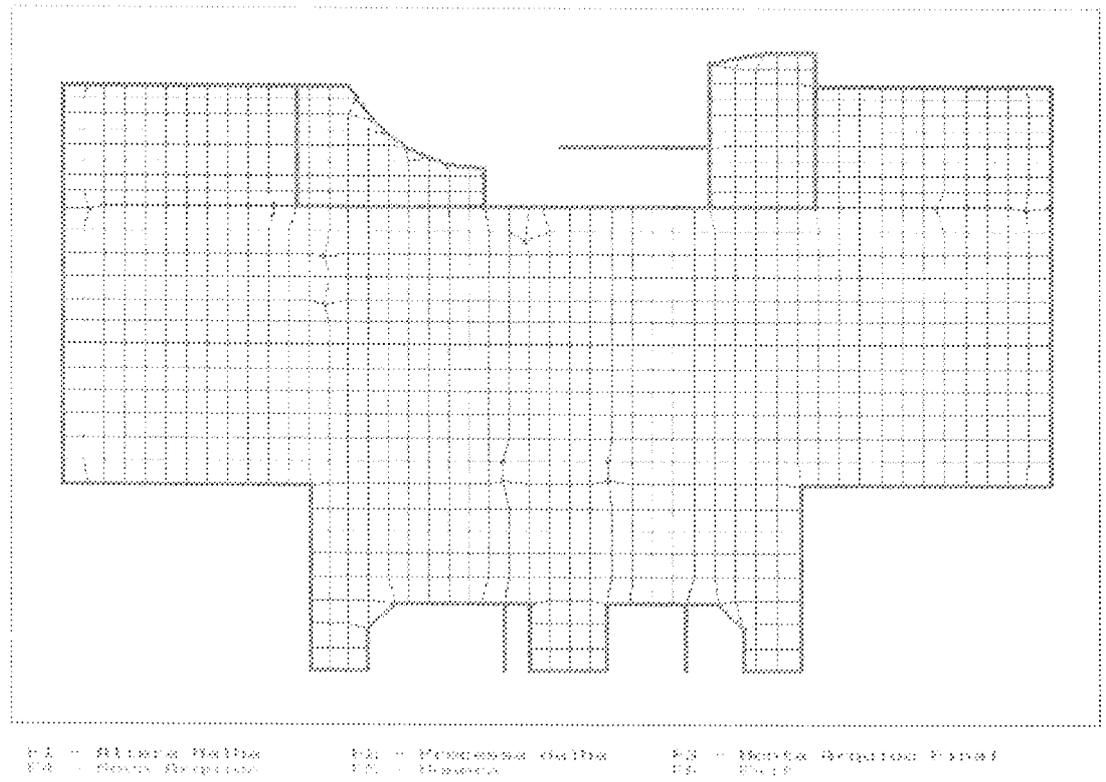


FIGURA 2.52 - Visualização da malha final

CAPÍTULO 3

DETALHES DE MODELAGEM

3.1 INTRODUÇÃO

Um trabalho de cálculo estrutural divide-se normalmente em quatro etapas : concepção, análise estrutural, dimensionamento e detalhamento. Na fase de concepção, o projetista define o sistema estrutural a ser adotado com as suas respectivas dimensões preliminares. Depois, na análise estrutural, é escolhido o modelo ou modelos que representem matematicamente a realidade, a fim de definir os esforços solicitantes e os deslocamentos da estrutura. Com base nesses resultados, normalmente obtidos através do processamento de um *software* específico, o profissional verifica se as tensões e deformações encontram-se dentro dos limites adequados. A seguir, procede a possíveis adaptações. As fases restantes, o dimensionamento e o detalhamento, também podem ser implementadas em programas específicos, não constituindo um objetivo desse trabalho.

Entre as fases identificadas de um projeto estrutural, talvez a que mais necessite de atenção seja a de concepção. Salienta-se a sua importância devido ao fato de que uma estrutura má concebida, pode comprometer seriamente todas as fases posteriores. É necessário que o projetista use de criatividade e bom senso. Para que a análise estrutural possa ser realizada com sucesso, é preciso que o analista conheça perfeitamente os conceitos básicos do método utilizado e do algoritmo implementado. O primeiro requisito deve ser obter uma modelagem eficiente da estrutura, ou seja,

tentar representar a realidade através de um modelo matemático da forma mais aproximada possível. "Modelar é uma arte baseada na habilidade de visualizar interações físicas" [COOK et al. (1989)].

Muitas são as vantagens do Método dos Elementos Finitos (MEF) acerca da modelagem de pavimentos, porém existem alguns fatores que têm atrasado e, até mesmo, impossibilitado a utilização do mesmo como uma ferramenta usual de análise pelos projetistas de sistemas estruturais de edifícios. Os principais problemas identificados são citados a seguir [HRABOK & HRUDEY (1983)] :

1. Grande número de elementos :

Desde o surgimento do MEF, tem crescido continuamente o interesse dos pesquisadores pelos problemas que tratam da flexão de placas. O resultado é uma diversidade muito grande de elementos disponíveis [HRABOK & HRUDEY (1984)] [HRUDEY & HRABOK (1986)] [HUGHES et al. (1977)]. O usuário depara-se com uma difícil questão: qual é o melhor elemento? Sem dúvida, a falta de uma simples resposta a essa questão tem desencorajado a utilização do método pelos analistas de estruturas.

2. Falta de experiência e familiaridade com o MEF :

Poucos cursos de graduação ensinam como utilizar o MEF na análise de estruturas. Assim, é natural que os engenheiros apresentem alguma relutância em abandonar processos tradicionais por uma ferramenta nova. Os usuários do método necessitam ter adquirido conhecimentos sólidos para utilizá-lo com confiança na obtenção dos resultados.

3. Desconhecimento dos *software* existentes :

O programa de cálculo deve ser analisado em relação ao seu desempenho na determinação das incógnitas dos problemas e ao custo da sua operação. Muitas vezes, o componente humano, que é utilizado na preparação dos dados de entrada e na interpretação dos resultados, é a parte dominante no custo do processo, causando um série de atrasos e demoras na conclusão de cada fase [BEHR et al. (1989)] [ELLINGWOOD (1987)] [MELCHERS (1989)] [STEWART & MELCHERS (1989)]. Um programa, portanto, deve ser preparado de modo a facilitar a entrada de

dados e sistematizar a saída dos resultados, através de pré e pós-processadores possantes e eficientes.

Além disso, algumas opções de análise devem ser levadas em conta na escolha do programa. Por exemplo, a definição do comportamento do material. Em geral, os programas de elementos finitos supõem o comportamento do concreto no regime elástico, o que é razoável quando se considera a estrutura em serviço. Assim, na escolha do *software* a ser adotado, é necessário conhecer o comportamento do material a ser utilizado, além de outras coisas. Muitos programas estão disponíveis no mercado e apresentam várias condições de modelagem [MEDEIROS (1994)].

4. Problemas de modelagem:

Várias dificuldades são encontradas na modelagem de pavimentos por um usuário típico de programas computacionais. Uma delas é a identificação do caminho realizado pelas cargas desde o ponto de aplicação até a fundação ou limite da estrutura. Outra dificuldade é o conhecimento das limitações da aplicação da teoria e da preparação de um modelo satisfatório. O resultado pode ser uma representação inadequada do problema a ser resolvido, onde o modelo a ser analisado falha ao refletir características importantes do problema físico. Por exemplo, para desenvolver um modelo adequado de um sistema de pavimentos de edifícios, todos os principais componentes necessitam ser incluídos e corretamente representados. Para tanto, tem-se os elementos placa que simulam as lajes, os elementos barra que correspondem às vigas e pilares, bem como as suas ligações. O carregamento deve ser apropriado, e as condições de suporte devem ser coerentes. Após a geração dos dados, o modelo deve ser conferido antes de ser processado a fim de se evitar que aconteçam erros grosseiros, tais como : erros em posicionamento de nós ou falta de elementos.

Concluindo essa apresentação, o presente capítulo tem como objetivo principal o estudo da representação ideal do pavimento, através da integração dos seus elementos estruturais e da sistematização dos procedimentos de modelagem. Objetiva-se garantir praticidade, rapidez na determinação dos resultados e a representatividade do modelo discretizado em elementos finitos. Serão realizadas análises comparativas da disposição ideal da malha, para não se comprometer o processamento e a precisão dos resultados. Também será analisada a colocação de vigas e sua ligação com as lajes. Espera-se obter conclusões acerca desses dois tópicos e dessa forma contribuir na redução de alguns dos problemas que têm dificultado a utilização do MEF em pavimentos.

3.2 SUGESTÕES DE MODELAGEM

Algumas sugestões para modelagem de pavimentos de edifícios através do Método dos Elementos Finitos são apresentadas pela referência [COOK et al. (1989)]. Apesar de serem muito úteis e práticas, não devem ser tomadas como regras inflexíveis, pois um analista experiente pode achar algumas exceções que, em certos casos, podem ser exploradas com vantagem.

Qual elemento é o melhor?

A resposta apropriada é outra questão: melhor para quê? A performance do elemento é um problema que depende de diversos condicionantes. Um elemento ou malha que trabalha bem em uma determinada situação pode não se desempenhar bem em outra. O analista precisa entender como os vários elementos interagem nas diversas situações e qual é o comportamento físico do material para fazer uma inteligente escolha de elementos e malhas [HRABOK & HRUDEY (1984)].

Modelo da Estrutura

Na tentativa de simular a realidade através de um modelo matemático, o analista deve começar com o modelo físico do problema. Quais são os carregamentos? Quais são as condições de contorno? Quais ações são importantes e quais não são? Esse é um problema estático ou dinâmico? Se dinâmico, é importante o amortecimento? Se sim, como deve ser representado? O material é isotrópico? As propriedades do mesmo dependem da taxa de temperatura ou de esforços? Existe alguma não-linearidade que necessite de atenção? Essas e outras questões precisam ser solucionadas, antes que se possa decidir quais os tipos de elementos e qual a disposição dos elementos especificados para produzir um bom modelo.

Antecipe os resultados e conheça os objetivos

Se alguns resultados são conhecidos antecipadamente, torna-se relativamente mais fácil preparar um modelo adequado. Por exemplo, se a localização de altas tensões são previamente conhecidas, pode-se modelar essas regiões de forma mais refinada; se o objetivo da análise é somente conhecer as deformações e não analisar tensões, uma malha mais grosseira pode ser suficiente.

Juntas e outros modificadores de rigidez

As juntas entre os membros podem não ter tanta rigidez como um simples modelo pode lhes atribuir. Por exemplo, na Figura 3.1, os trechos das peças produzem ações de deformações locais nas estruturas, porém as mesmas não estão representadas nos modelos aproximados.

O efeito das juntas é muitas vezes subestimado, porém pode ter um apreciável efeito sobre o comportamento global. Enrijecedores e perfurações também têm um efeito sobre a rigidez que não deve ser ignorado.

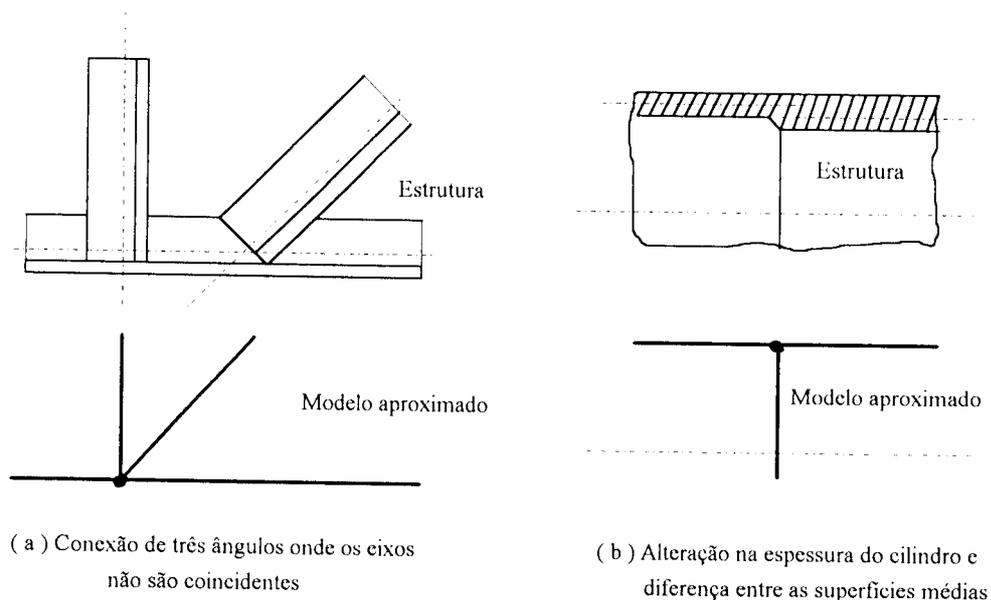


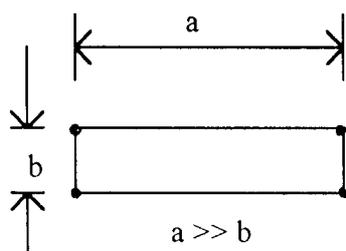
FIGURA 3.1 - Modelos deformados da estrutura

Forma dos Elementos, Conexão e Distribuição

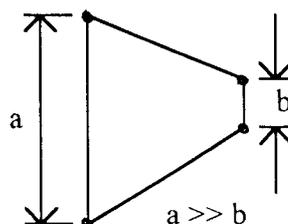
Um elemento desempenha melhor a sua função se a sua forma é compacta e regular. Um elemento tende a ficar rígido e perder precisão quando :

- a razão entre os seus lados aumenta;
- os ângulos dos cantos se tornam marcadamente diferentes entre si;
- os lados se tornam curvos;
- os nós laterais (se presentes) tornam-se espaçosamente não uniformes.

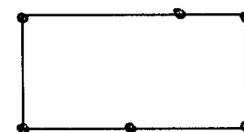
A Figura 3.2 mostra algumas formas de elementos que são normalmente indesejáveis.



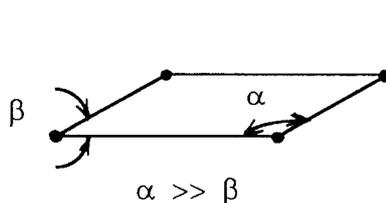
(a) Grande relação entre os lados



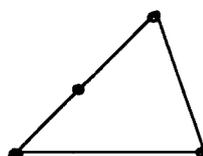
(b) Quase triangular



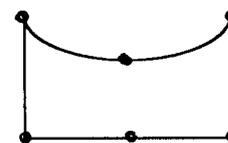
(c) Nós fora do centro



(e) Grande inclinação



(f) Quadrilátero triangular

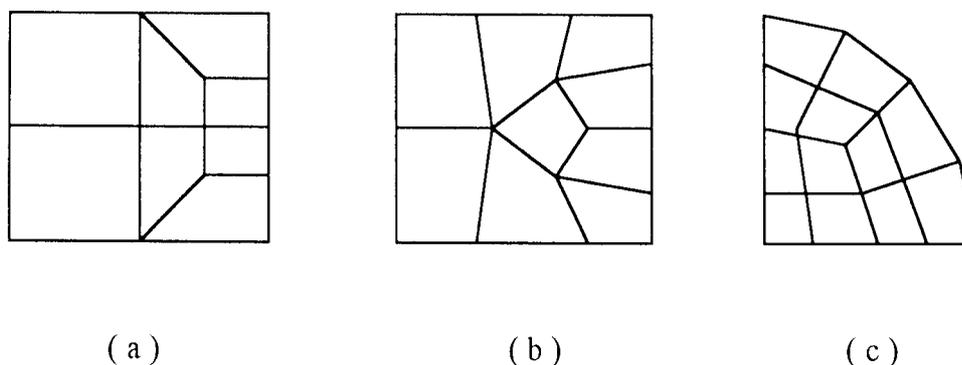


(g) Lado curvo

FIGURA 3.2 - Elementos com a forma distorcida e que produzem resultados inadequados

As regras gerais que se recomendam na distribuição do elemento são vagas. Podem ser: guardar as relações entre os lados próximas da unidade, ângulos dos cantos dos quadriláteros próximos de 90° , nós laterais no meio dos lados e lados retos. Há exceções, naturalmente. Os elementos de grandes proporções podem ser usados em áreas onde o gradiente de tensão é pequeno. Os lados de alguns elementos podem ser curvados para que se ajustem a contornos curvos, porém os lados interiores da malha devem ser retos.

Se uma malha não é uniforme, a distribuição dos elementos deverá ser gradual, de maneira a não produzir grandes discrepâncias no tamanho entre os elementos adjacentes. A Figura 3.3 mostra três exemplos de distribuição da malha utilizando apenas elementos quadriláteros.



(a)

(b)

(c)

(a , b) Transformação de uma malha inadequada para uma mais refinada onde não há alteração abrupta de formas

(c) Possível malha de quadriláteros para representar um quadrante de círculo

FIGURA 3.3 - Distribuição de malhas

Testando o Modelo

Um modelo deverá ser conferido antes dos resultados serem computados, pois mais tarde poderá haver dificuldade em fazê-lo. É ideal que o modelo seja avaliado por um analista que não esteja diretamente envolvido na sua preparação e que, por isso, seja provavelmente mais objetivo.

Os dispositivos gráficos permitem detectar facilmente erros grosseiros através das funções: plotagem, rotação, seccionamento, vistas brilhantes, remoção de linhas escondidas, utilização de cores etc. Também deverão ser codificados no programa e exercitados várias vezes os dispositivos de teste e aviso. Tais testes poderão incluir verificação das formas distorcidas dos elementos, de suportes adequados, de pobreza de conexões de elementos etc. Os mesmos testes devem preceder a solução final. Todas as mensagens de erro e avisos produzidos pelo programa deverão ser investigados.

Ressalta-se que os dispositivos de teste de erros não podem arcar com toda a responsabilidade do sucesso da análise do programa, pois esse não pode saber se o tipo de elemento é apropriado, se os suportes estão adequadamente localizados, se os dados foram fornecidos através de unidades consistentes etc. A responsabilidade continua sendo toda do usuário.

Análises Locais

Se for necessário um refinamento local da malha, não será preciso reanalisar a estrutura inteira. A porção da estrutura que contém a malha a ser refinada pode ser analisada separadamente. Ela é carregada pela solicitação inicial e, ao longo do contorno, onde a mesma foi separada do resto da estrutura, deve ser carregada pelos deslocamentos calculados nas análises precedentes do conjunto da estrutura. Se os refinamentos acrescentarem nós ao longo do contorno, será necessário alguma interpolação para se obter os deslocamentos previstos dos nós adicionais.

3.3 AMBIENTE COMPUTACIONAL

Inicialmente, de acordo com o procedimento utilizado nesse trabalho, gera-se a rede de pontos que fornece os nós e os elementos placa ou chapa do pavimento. Para isso, utiliza-se o pré-processador GM, desenvolvido na primeira fase dessa pesquisa. A seguir, através de arquivos simplificados, fornecem-se dados para que sejam gerados os elementos barra de vigas e pilares. As informações referem-se a vinculações dos nós, propriedades geométricas das barras, altura do pé-direito, nós componentes de pilares, barras que representam vigas etc. Além dessas informações, existe ainda a possibilidade de incluir apoios elásticos na estrutura com os respectivos coeficientes de rigidez associados.

Após finalizar a geração dos dados de entrada do pavimento, deve-se conferir os mesmos, a fim de se evitar erros grosseiros no processamento. O sistema computacional LASER utiliza o programa PLOSS desenvolvido no âmbito do Departamento de Estruturas da EESC-USP. Tal programa é codificado em linguagem Pascal e apresenta vários recursos de visualização, tais como: visão total e parcial do pavimento (*zoom*), conferência das propriedades geométricas e rotulações das barras, vinculações dos nós, numeração de nós e elementos. A etapa seguinte é a distribuição das cargas nodais sobre o pavimento através do programa GERCNO (que significa: gera carregamento nos nós). A técnica é bastante simplificada, consistindo em se fornecer apenas os pontos nodais inicial e final de cada linha de carga com seu respectivo valor. Os pontos intermediários são calculados e carregados

automaticamente. Os dados referentes à carga distribuída sobre o pavimento são fornecidos através do pré-processador GM.

Após toda essa série de procedimentos que facilitam a entrada e a conferência dos dados, segue-se o cálculo do pavimento através do processador do sistema LASER. Para visualização dos esforços e deslocamentos dos elementos placa através de curvas de isovalor, utilizou-se o pós-processador CPLS. Para análise dos resultados das barras o sistema LASER fornece os diagramas de esforços fletores e cortantes. Outros arquivos de saída referem-se às reações de apoio dos pilares e ao dimensionamento das peças estruturais.

3.4 EXEMPLO DE APLICAÇÃO

O exemplo a ser analisado é o pavimento tipo do Edifício Firenze, no Rio de Janeiro, de propriedade da Construtora Encol Ltda, que foi escolhido por se constituir um modelo típico da maioria das edificações existentes em concreto armado. Optou-se por considerar a simulação do comportamento real da estrutura através da análise elástica linear, quando essa estrutura estiver sujeita às ações verticais. Em relação ao carregamento, o mesmo será considerado como sendo do tipo estático. O material utilizado será o concreto armado com f_{ck} igual a 21 MPa. Devido à simetria do pavimento, apenas uma parte do mesmo será representada nas Figuras 3.4 e 3.5.

Para a análise dos esforços e deslocamentos no elemento placa, são concebidas duas soluções estruturais para a mesma concepção arquitetônica. A primeira, conforme Figura 3.4, compõe-se do subsistema laje-viga onde há interação da placa com as barras horizontais, que se apoiam sobre barras verticais ou pilares. A segunda solução trata-se do subsistema laje plana ou cogumelo, constituído por placas que se apoiam diretamente sobre as barras verticais ou pilares, conforme pode ser observado na Figura 3.5. Optou-se por fazer essas duas análises, devido ao aumento da utilização do subsistema laje plana entre os edifícios construídos atualmente. Comparações importantes sobre os dois subsistemas podem ser obtidas, entre outras, através da referência [FIGUEIREDO (1989)]. Para a análise da colocação das vigas o modelo utilizado será o subsistema laje-viga.

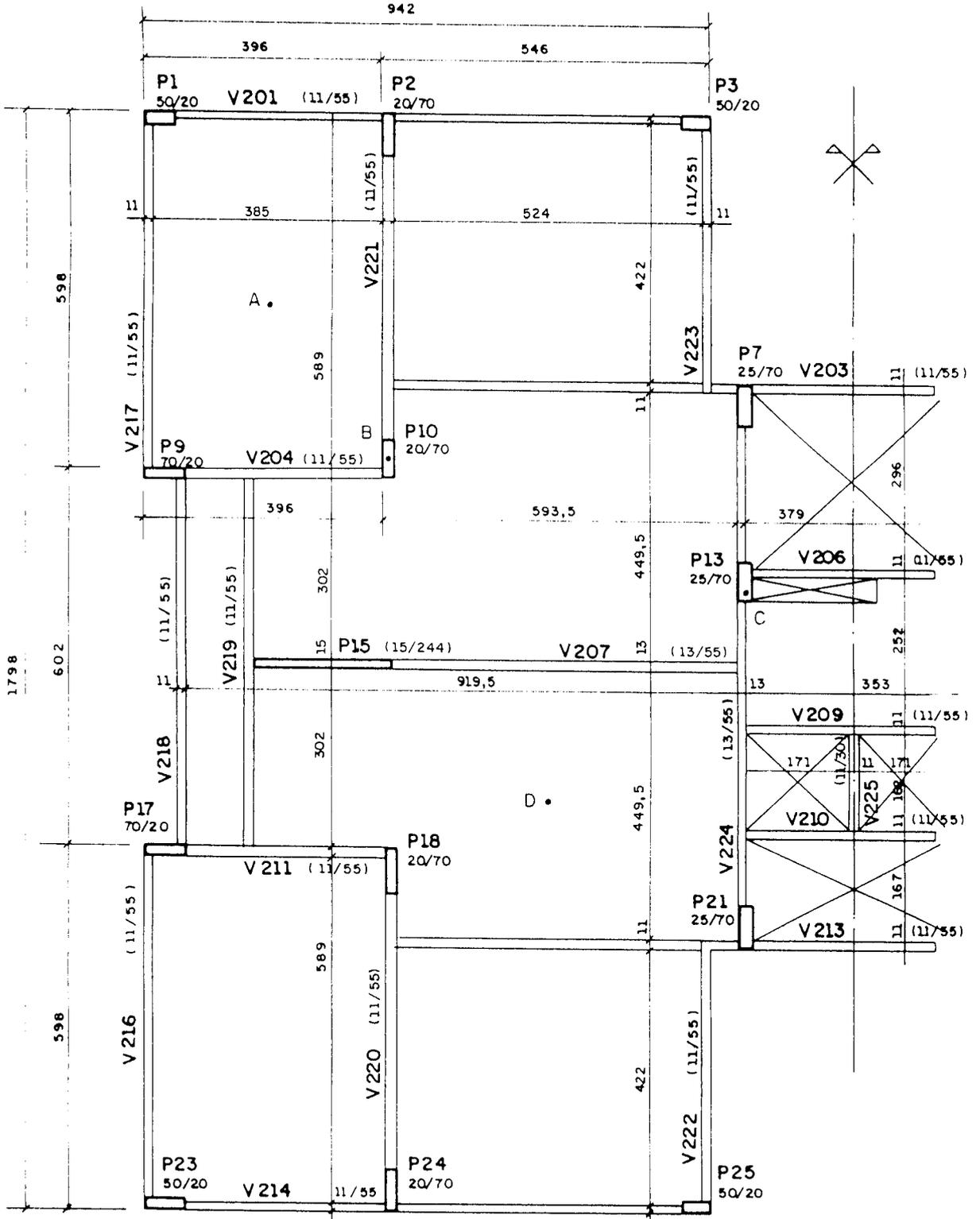


FIGURA 3.4 - Subsistema Laje-Viga

As características geométricas de vigas e pilares dos dois subsistemas estruturais podem ser observadas nas respectivas figuras. As demais considerações de análise repetem-se para os dois modelos e são listadas a seguir. A laje possui espessura constante e igual a 8 centímetros. Foi adotado para o concreto armado, peso específico de $2,5 \text{ kN/m}^3$, módulo de deformação longitudinal $2,071 \times 10^9 \text{ kN/m}^2$ e coeficiente de Poisson igual a 0,16. As alvenarias internas e externas foram admitidas com peso por metro quadrado de painel igual a 1,35 e 1,8 kN, respectivamente. Para simplificar a entrada de dados referente às cargas nodais sobre o pavimento, sem prejuízo da análise comparativa, considerou-se as cargas de alvenaria como uniformemente distribuídas sobre o piso. O resultado encontrado corresponde a $2,85 \text{ kN/m}^2$. Como carga distribuída, considerou-se também o valor de $2,5 \text{ kN/m}^2$ correspondente a contrapiso, piso e sobrecarga de utilização em todo o pavimento. O peso próprio dos elementos placa e barra é calculado automaticamente pelo programa em função da seção transversal dos elementos.

3.4.1 ESPAÇAMENTO DO ELEMENTO PLACA

Para analisar o elemento placa quanto à sua disposição nas lajes do pavimento, sabe-se que o mesmo será suficientemente estudado se forem confeccionadas malhas com níveis de refinamento diferentes. Entretanto, a distribuição deve ser uniforme e o *aspect ratio* de cada elemento deve ser próximo de um, conforme orientação contida no item 3.2. Para se determinar o tamanho ideal do elemento, o projetista deve buscar através da experiência, do bom senso profissional e de bibliografia especializada, o critério adequado de representação. Assim, optou-se por confeccionar quatro malhas diferentes para cada subsistema estrutural.

Vários são os parâmetros que influem na elaboração, no processamento e na análise do modelo estrutural. Entre eles encontram-se a quantidade de dados de entrada e de saída, o tempo consumido pelo microcomputador e a capacidade do equipamento utilizado. Todavia, esses fatores não serão determinantes na escolha da malha ideal.

O primeiro modelo apresentado (Figura 3.6) refere-se à distribuição que seria usualmente utilizada por um analista com experiência na determinação dos esforços e deslocamentos de um pavimento de edifícios. O segundo modelo (Figura 3.7) apresenta-se com um maior número de elementos sendo, por isso, mais refinado. O terceiro modelo caracteriza-se por ter uma quantidade de elementos menor que o Modelo 1, podendo ser considerada uma malha menos refinada, conforme pode ser conferido através da Figura 3.8. A quarta malha ou modelo constitui um exemplo pouco representativo e pouco utilizado de elementos placa, porém, a fim de proporcionar comparações, principalmente em relação aos deslocamentos, torna-se importante. A mesma é considerada pouco refinada para a determinação dos esforços de placa, conforme Figura 3.9.

Como já mencionado, essas malhas destinam-se aos dois subsistemas estruturais, totalizando oito malhas a serem analisadas em relação aos momentos fletores (segundo os eixos X e Y) e aos deslocamentos (no sentido do eixo Z).

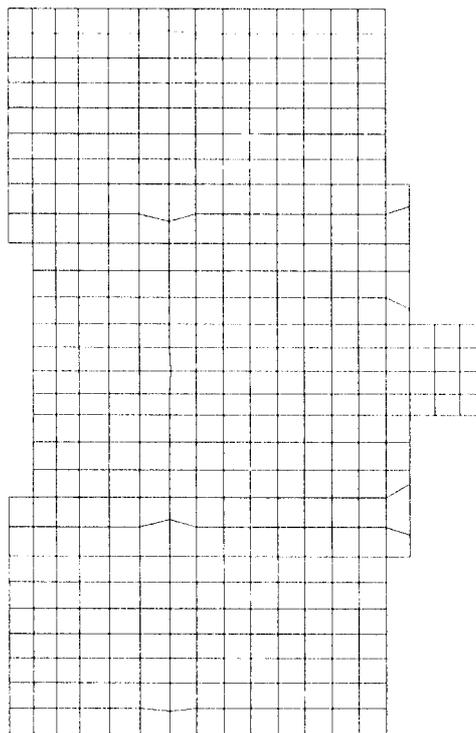


FIGURA 3.6 - Modelos 1 e 5 - Malha

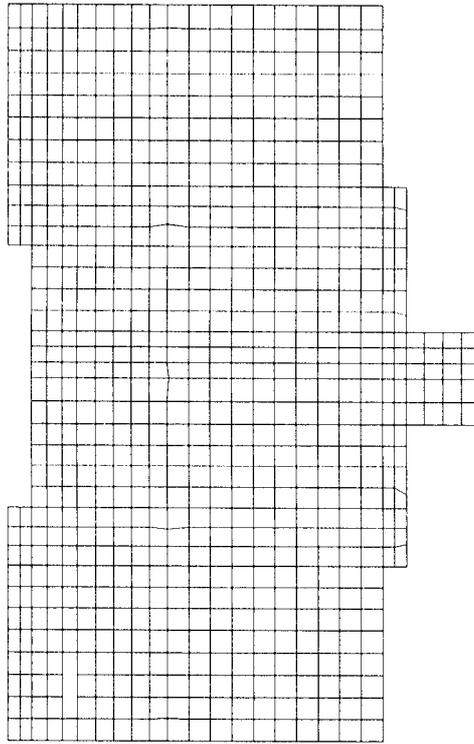


FIGURA 3.7 - Modelos 2 e 6 - Malha

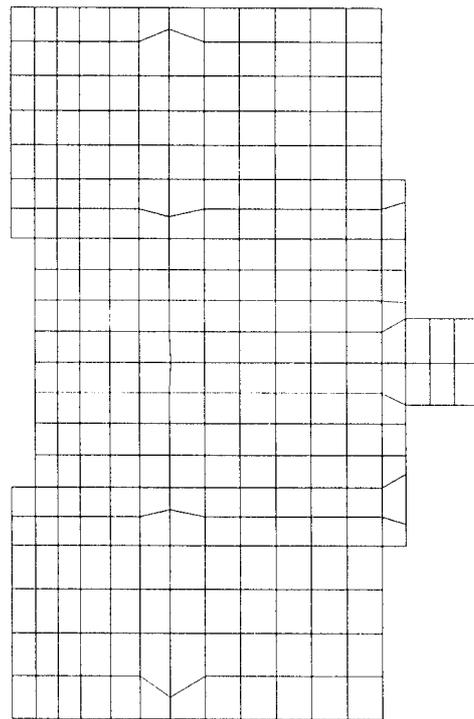


FIGURA 3.8 - Modelos 3 e 7 - Malha

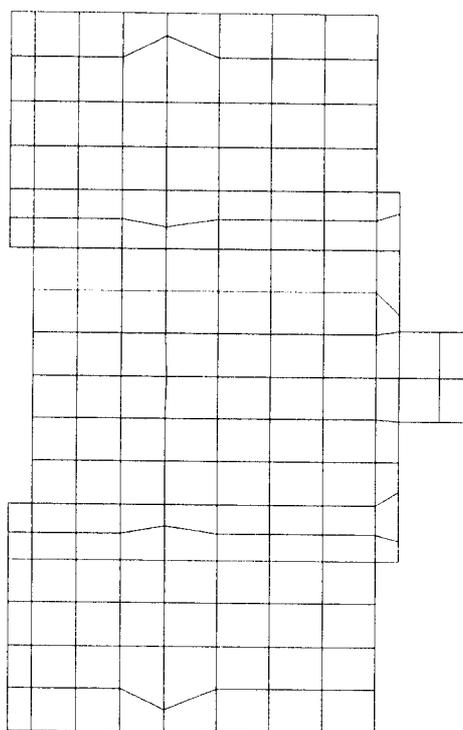


FIGURA 3.9 - Modelos 4 e 8 - Malha

Para quantificar as diferenças existentes entre os modelos, apresenta-se a Tabela 3.1 com as quantidades de elementos de cada malha. Os pilares também são representados pelos elementos longitudinais. As 14 barras iniciais de todos os modelos correspondem aos mesmos.

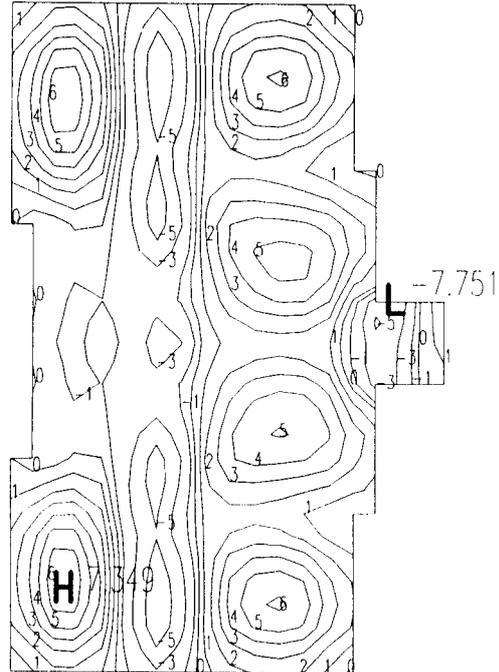
TABELA 3.1 - Quantidades de elementos de cada modelo

MODELO	NÓS	ELEMENTO PLACA	ELEMENTO BARRA	
			LAJE-VIGA	LAJE PLANA
1	480	408	196	137
2	823	732	252	173
3	320	262	160	114
4	201	152	130	97

Os resultados referentes aos momentos de placa apresentaram-se bastante diferentes em cada modelo analisado. As maiores diferenças referem-se aos momentos negativos que apresentam uma variação na localização dos pontos de máximos valores, de acordo com a discretização da malha. Os valores obtidos são, conseqüentemente, discrepantes. Vê-se claramente, através das curvas de isovalor das Figuras 3.10, 3.11, 3.12 e 3.13, o reposicionamento dos pontos de máximo valor negativo para o subsistema laje-viga indicado pela letra L. Como curiosidade, observa-se que quanto mais refinada a malha, existem mais curvas e as mesmas se apresentam mais suavizadas.

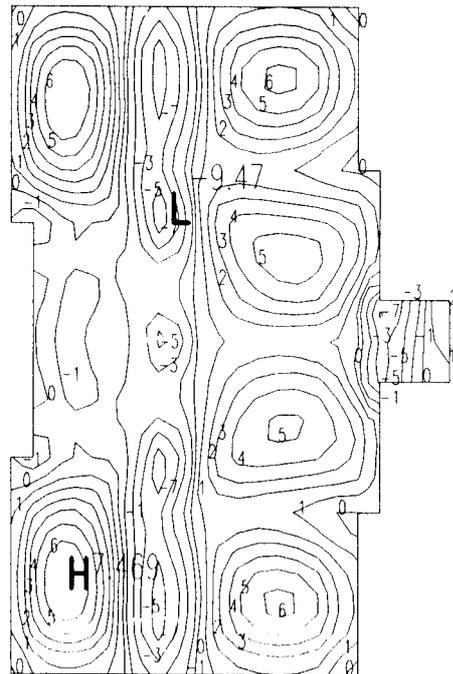
Em relação aos momentos positivos na placa, não se percebe uma diferença significativa entre os dois primeiros modelos, a não ser a melhor definição das curvas de isovalor. Em relação aos dois últimos modelos, a comparação já é mais pobre, menos representativa, pois algumas curvas nem são visualizadas. As localizações dos pontos de pico, indicados pela letra H, são aproximadamente as mesmas, considerando-se a simetria do pavimento. Em relação aos valores, não há grande diferença entre os três primeiros modelos. Conforme mencionado, o quarto modelo não fornece bons resultados para a análise de tensões.

Assim, conclui-se que a maior diferença dos momentos de placa refere-se aos momentos negativos, que apresentam maiores resultados para malhas mais refinadas. Percebe-se diferenças consideráveis sobre os valores encontrados nas cabeças dos pilares. Por exemplo, o máximo momento negativo do Modelo 1 (ponto C) que é igual a -4,367 kNm cai para -3,077 kNm no modelo 4: uma diferença em torno de 30 % para o mesmo ponto. Para o subsistema laje plana (modelos 5 e 6), o maior momento negativo corresponde à região sobre o pilar P15 (ponto H) e é igual a -15,78 e -19,32 kNm, respectivamente. Observa-se uma diferença em torno de 20%. Nos modelos 7 e 8, os pontos de máximo valor negativo alternaram de posição, mas os valores encontrados para o ponto H são de -12,470 e -8,206 kNm, e as diferenças percentuais em relação ao modelo 2 é de 35 e 60%, respectivamente. Segundo a referência [CORRÊA (1991)], apesar das consideráveis diferenças encontradas, esse fato não é preocupante. Isso porque as discretizações excessivamente refinadas nas regiões dos pilares tendem a fornecer valores para os momentos cada vez maiores e que não têm significado físico. A deficiência do processo é teórica e não está associada ao método numérico ou à discretização [CORRÊA (1991)].



Modelo 1 - Mx

FIGURA 3.10 - Modelo 1 - Momento X (kNm)



Modelo 2 - Mx

FIGURA 3.11 - Modelo 2 - Momento X (kNm)

Modelo 3 - Mx

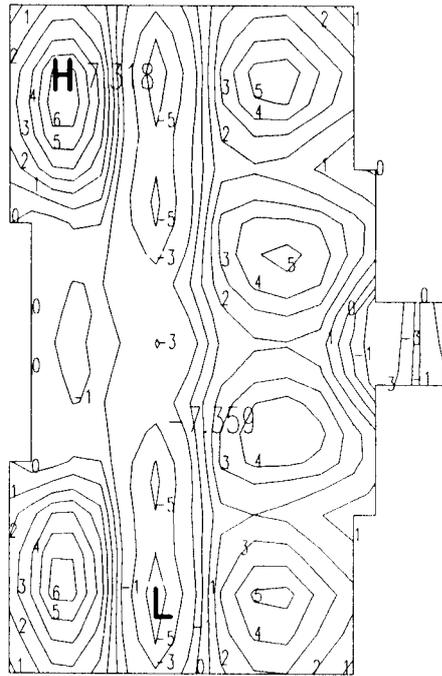


FIGURA 3.12 - Modelo 3 - Momento X (kNm)

Modelo 4 - Mx

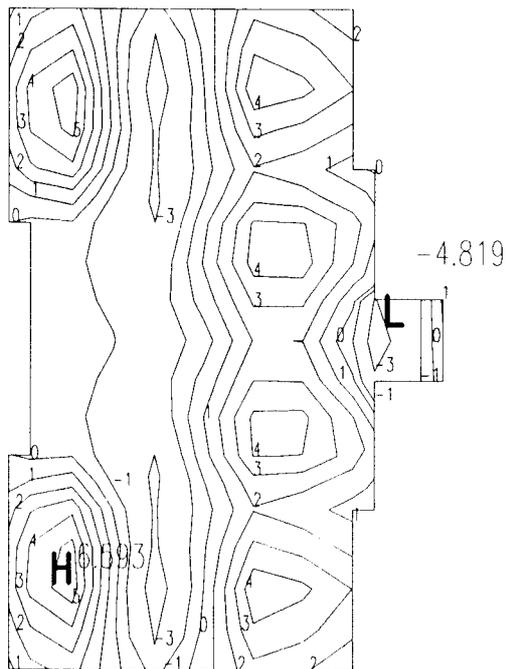


FIGURA 3.13 - Modelo 4 - Momento X (kNm)

Na análise dos deslocamentos do pavimento, encontrou-se pouca variação nos resultados fornecidos, tanto em relação aos valores quanto em relação à localização dos pontos de máximos. Apesar das diferentes discretizações das malhas, a única exceção analisada referente à solução estrutural laje-viga é o deslocamento máximo positivo no Modelo 4 (0,0455 cm), que se apresentou em torno de 50% menor que o do Modelo 1, que é igual a 0,1084 cm. Esta comparação não deve ser considerada relevante pois os valores analisados são insignificantes, próximos de zero. Os resultados do subsistema laje-viga podem ser visualizados através das curvas de isovalor apresentadas nas Figuras 3.14, 3.15, 3.16 e 3.17.

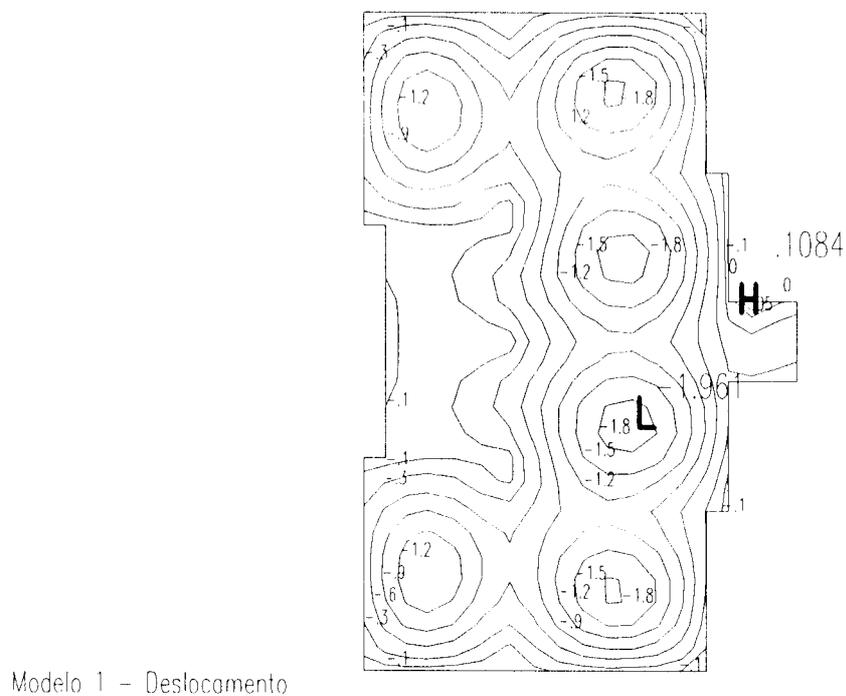
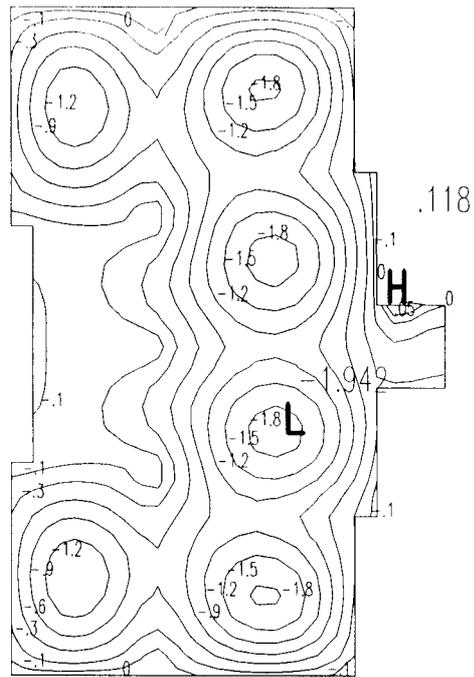
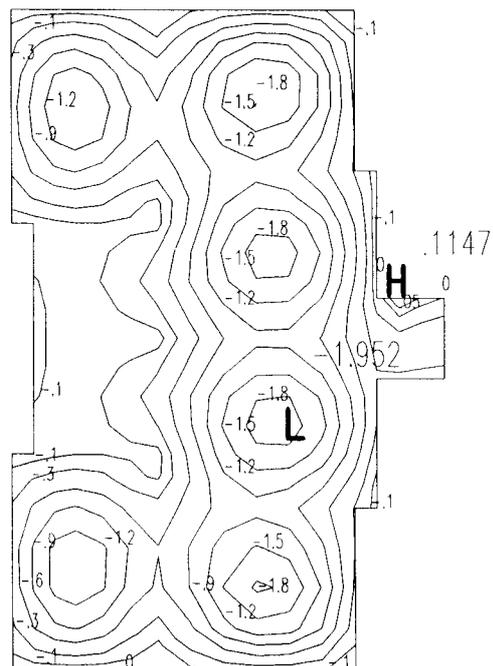


FIGURA 3.14 - Modelo 1 - Deslocamento (cm)



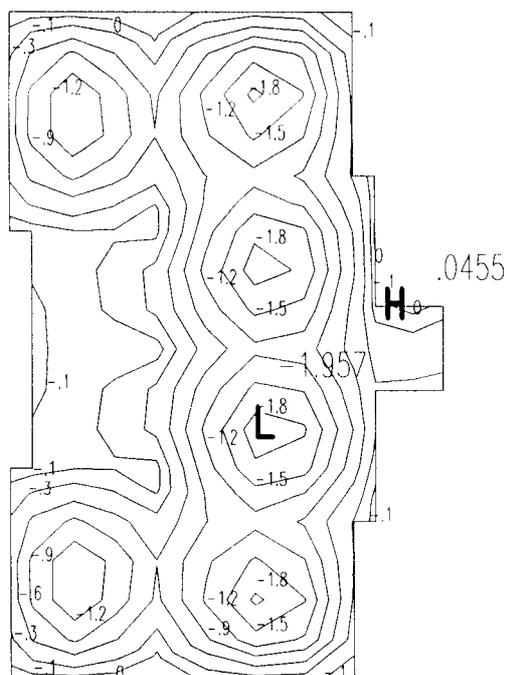
Modelo 2 - Deslocamento

FIGURA 3.15 - Modelo 2 - Deslocamento (cm)



Modelo 3 - Deslocamento

FIGURA 3.16 - Modelo 3 - Deslocamento (cm)



Modelo 4 - Deslocamento

FIGURA 3.17 - Modelo 4 - Deslocamento (cm)

A Tabela 3.2 mostra os resultados obtidos para determinados pontos da estrutura laje-viga, os quais podem ser identificados através do esquema estrutural do pavimento (Figura 3.4). Para uma melhor visualização dos dados apresentam-se os mesmos através dos Gráficos 3.1 a 3.4.

A Tabela 3.3 mostra os resultados obtidos para determinados pontos da estrutura laje plana, que podem ser identificados através do esquema estrutural do pavimento na Figura 3.5. Para uma melhor visualização desses dados apresentam-se os mesmos através dos Gráficos 3.5 a 3.8.

TABELA 3.2 - Pontos da estrutura laje-viga

PONTO	RESULT.	MODELO 1	MODELO 2	MODELO 3	MODELO 4
A	M_x (kNm)	6,055	6,620	5,858	5,184
	M_y (kNm)	4,820	4,913	4,663	4,614
	DESLOC (cm)	-1,37758	-1,14256	-1,34139	-1,27659
B	M_x (kNm)	-6,309	-8,313	-5,499	-3,325
	M_y (kNm)	-3,311	-5,505	-3,079	-2,494
	DESLOC (cm)	-0,04043	-0,04086	-0,04025	-0,03997
C	M_x (kNm)	-4,367	-5,979	-4,305	-3,077
	M_y (kNm)	-1,299	-1,680	-1,322	-0,809
	DESLOC (cm)	-0,0398	-0,03991	-0,003992	-0,03986
D	M_x (kNm)	5,155	5,227	5,049	4,195
	M_y (kNm)	5,902	6,048	5,562	4,373
	DESLOC (cm)	-1,89641	-1,89709	-1,939065	-1,95661

TABELA 3.3 - Pontos da estrutura laje plana

PONTO	RESULT.	MODELO 5	MODELO 6	MODELO 7	MODELO 8
E	M_x (kNm)	3,148	4,141	3,054	2,680
	M_y (kNm)	6,952	7,213	6,388	6,357
	DESLOC (cm)	-2,121415	-2,09233	-1,996225	-1,997705
F	M_x (kNm)	15,910	16,030	15,150	13,360
	M_y (kNm)	4,205	4,300	4,068	3,487
	DESLOC (cm)	-5,46250	-5,4186	-5,45106	-5,41621
G	M_x (kNm)	-7,481	-9,360	-8,953	-7,395
	M_y (kNm)	-1,251	-1,771	-1,808	-1,182
	DESLOC (cm)	-0,03749	-0,03758	-0,03763	-0,03724
H	M_x (kNm)	-15,780	-19,320	-12,470	-8,206
	M_y (kNm)	-10,470	-13,770	-7,114	-2,666
	DESLOC (cm)	-0,01909	-0,01898	-0,01917	-0,01960

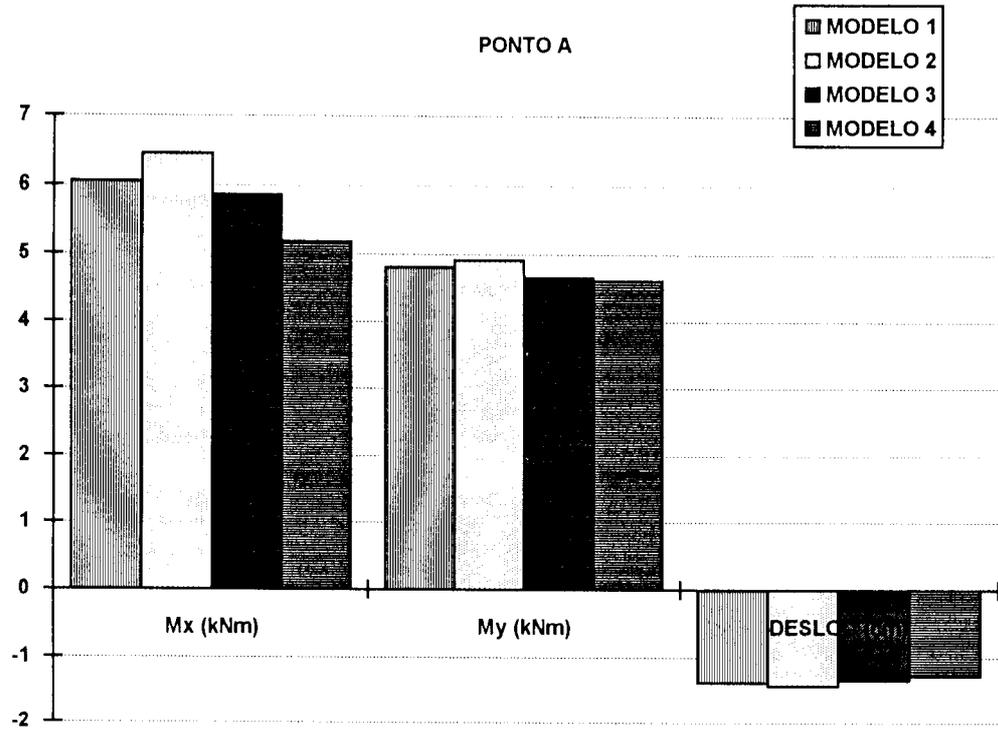


GRÁFICO 3.1 - Comparação dos resultados - Ponto A

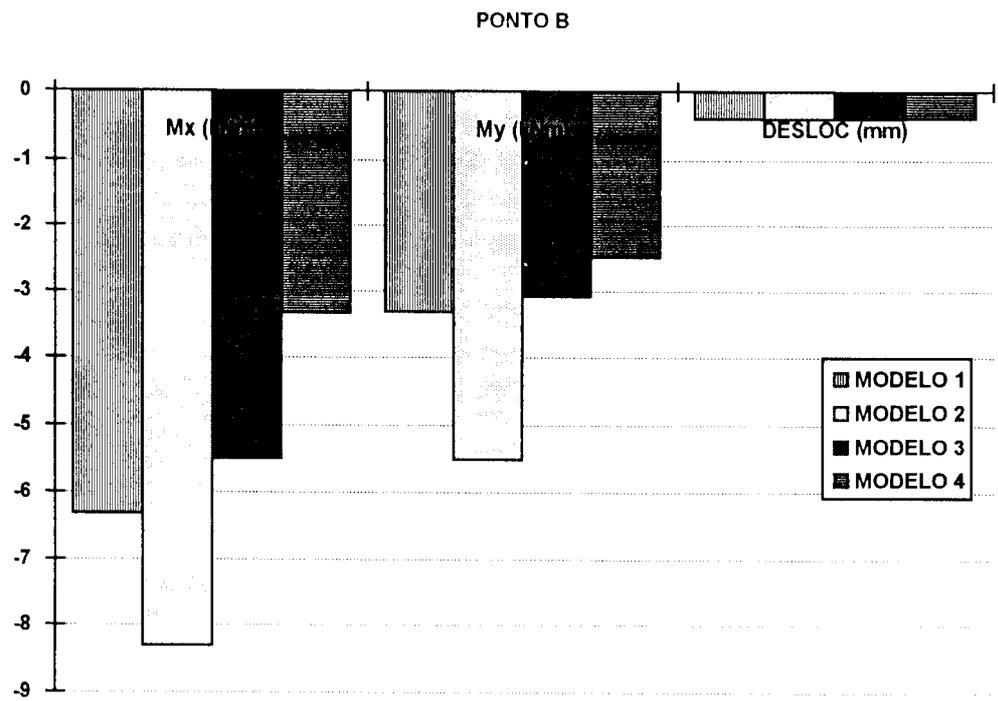


GRÁFICO 3.2 - Comparação dos resultados - Ponto B

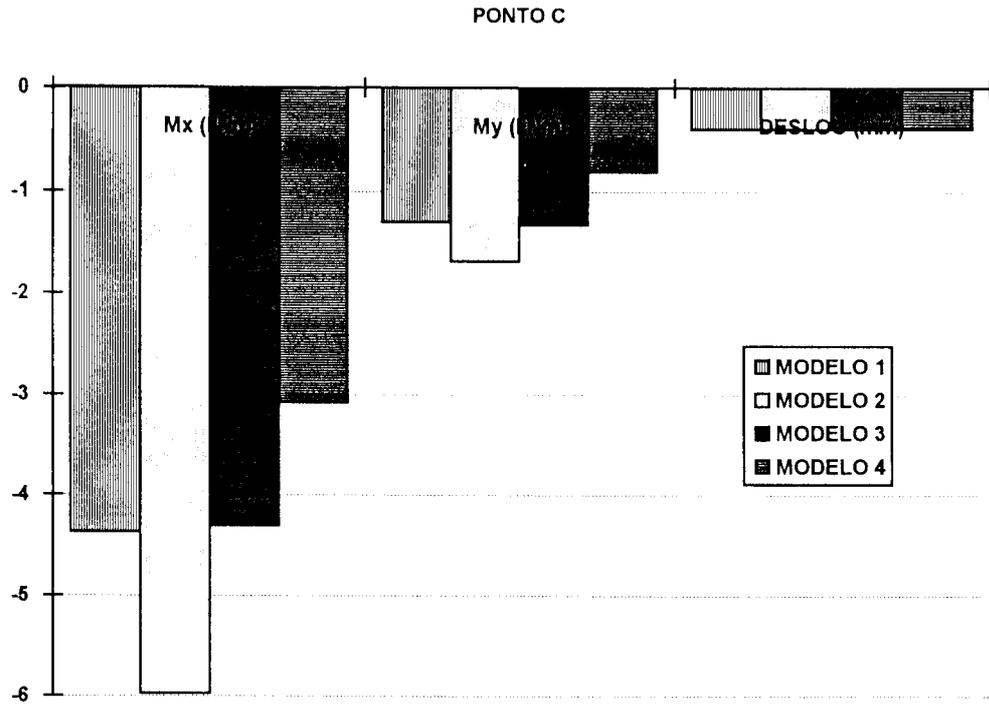


GRÁFICO 3.3 - Comparação dos resultados - Ponto C

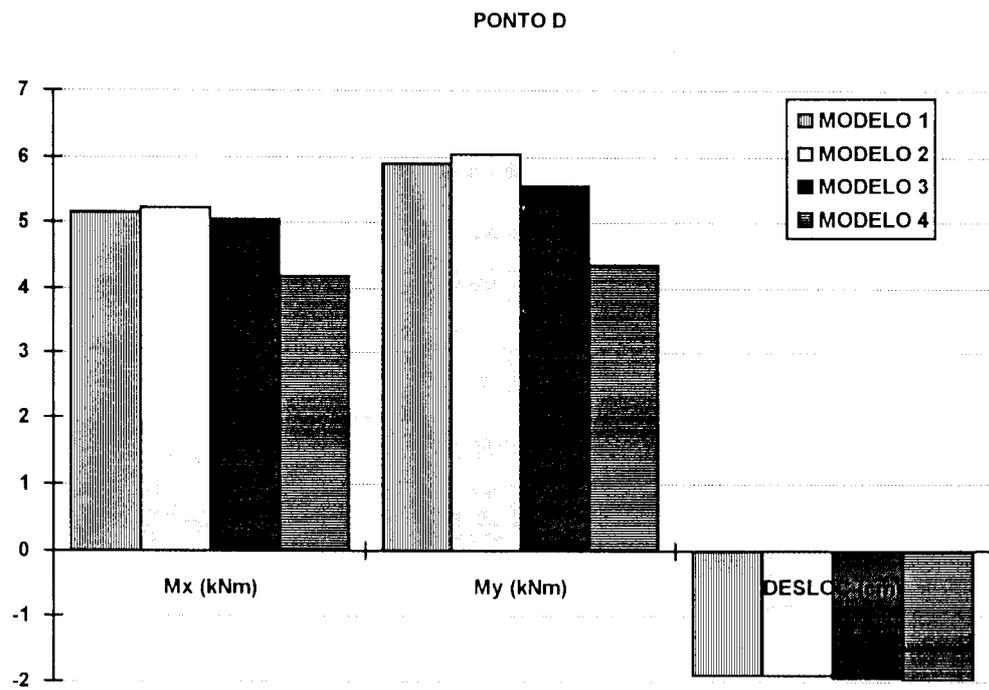


GRÁFICO 3.4 - Comparação dos resultados - Ponto D

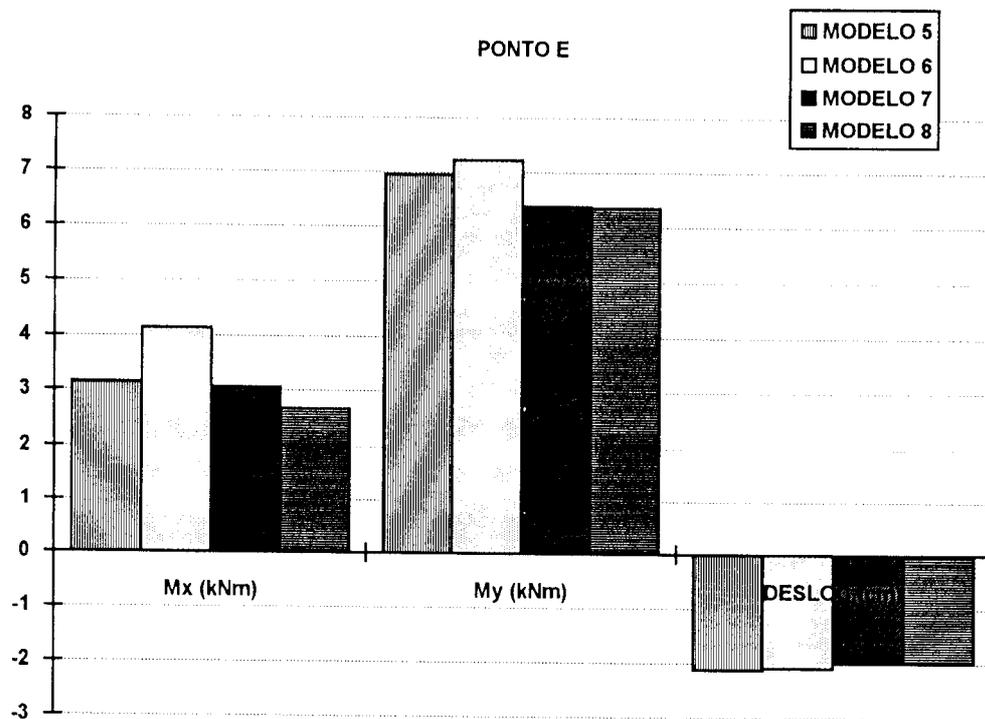


GRÁFICO 3.5 - Pontos do subsistema laje-viga - Ponto E

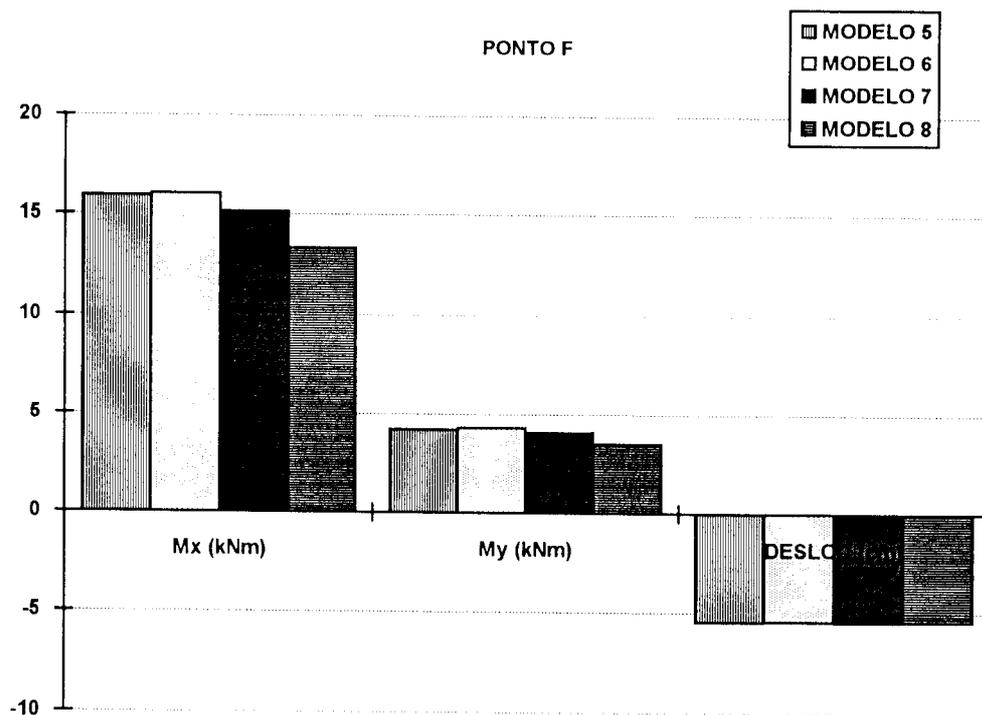


GRÁFICO 3.6 - Pontos do subsistema laje-viga - Ponto F

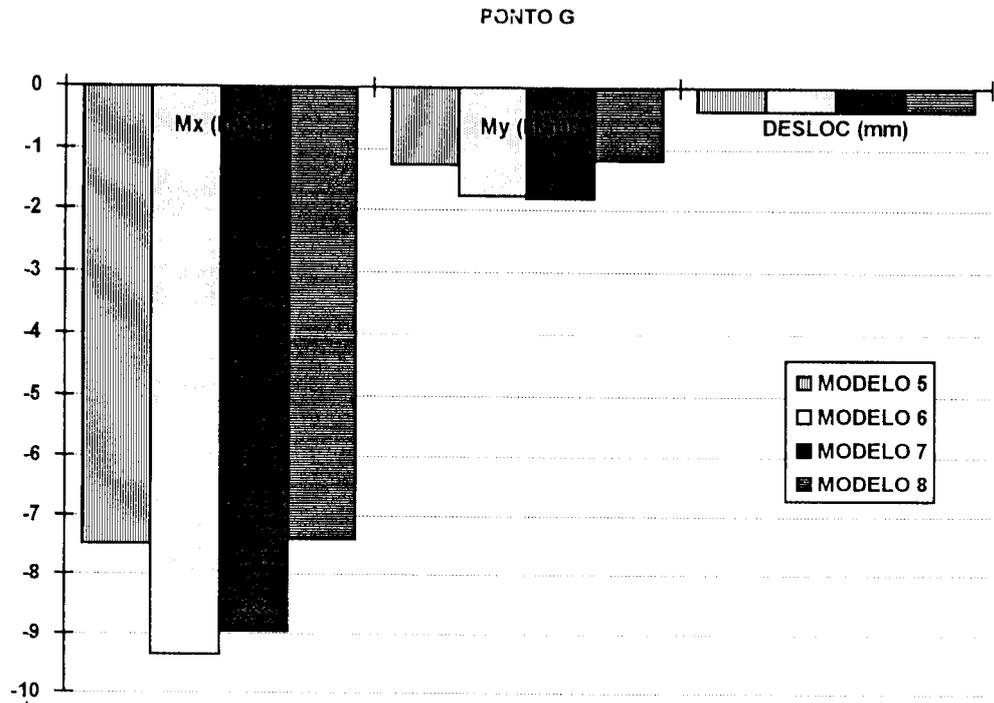


GRÁFICO 3.7 - Pontos do subsistema laje-viga - Ponto G

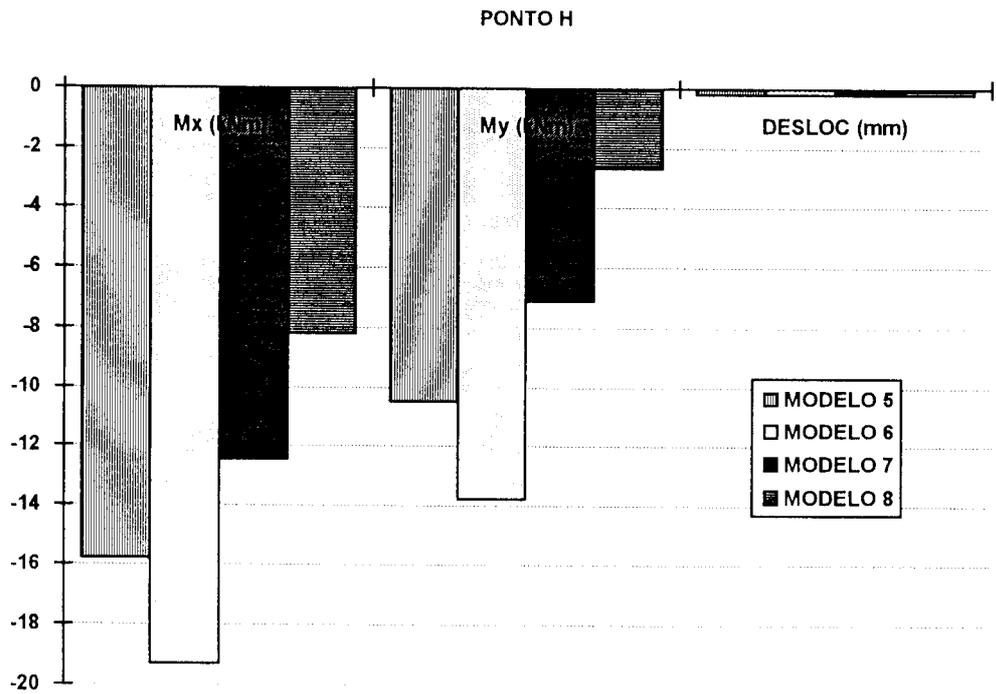


GRÁFICO 3.8 - Pontos do subsistema laje-viga - Ponto H

Conforme mencionado no item 3.2 desse capítulo, ressalta-se novamente a importância de conhecer os objetivos da análise a fim de que o trabalho seja mais produtivo. Para a determinação dos deslocamentos não é necessário que a malha seja excessivamente refinada. Contudo, para a obtenção dos esforços, principalmente dos momentos negativos de placa sobre os pilares, é necessário um refinamento criterioso para se conseguir resultados que sejam representativos do comportamento real da estrutura.

3.4.2 COLOCAÇÃO DE VIGAS

Numa estrutura cada componente possui a sua função específica. Em alguns casos, supõe-se que as vigas são utilizadas para fornecer maior rigidez às placas, conforme se pode observar na Figura 3.18.

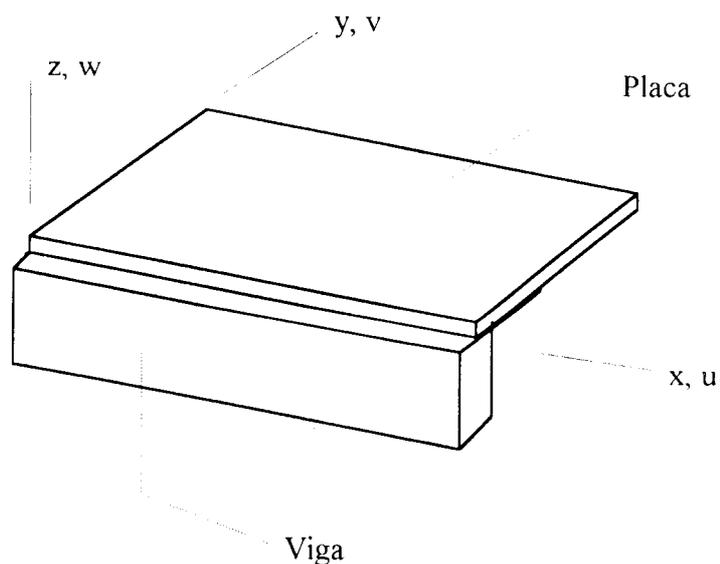


FIGURA 3.18 - Viga reforçando uma das bordas do elemento placa

Em muitos casos de modelagem em elementos finitos, a ligação de elementos barra aos elementos placa consiste em conectá-los através do centro de gravidade da seção transversal da viga e da superfície neutra da laje. Não há consideração da excentricidade entre as mesmas e, muitas vezes, a viga é calculada como se fosse semi-invertida (Figura 3.19a). Uma outra solução que pode ser adotada consiste em considerar a seção transversal da barra como viga T (Figura 3.19b). Na alteração do arquivo de entrada para o sistema LASER, deve-se modificar apenas os valores do momento de inércia. Em relação à área não há modificação, pois senão ocorreria um erro de diferença de carga nos modelos, já que o peso próprio da barra é calculado de acordo com a sua seção transversal. As larguras das mesas de seção T e L devem ser calculadas de acordo com a referência [ABNT (1978)].

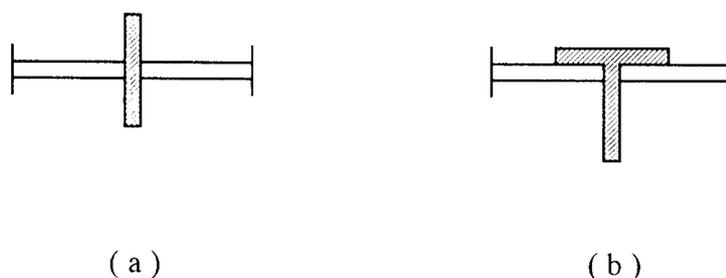


FIGURA 3.19 - Simulações da colocação de vigas

Assim, a fim de se obterem as conclusões acerca da utilização e confiabilidade dessas diferentes possibilidades de modelagem, confeccionaram-se dois modelos com as soluções mencionadas:

1. Modelo convencional;
2. Modelo com seções transversais enrijecidas.

Na confecção e processamento dos dados dos modelos, não houve nenhuma diferença considerável: o tempo de processamento, a quantidade de dados de entrada e a memória requerida foram, aproximadamente, os mesmos.

A Figura 3.20 identifica o sentido adotado para os eixos e esforços a serem calculados para o elemento barra.

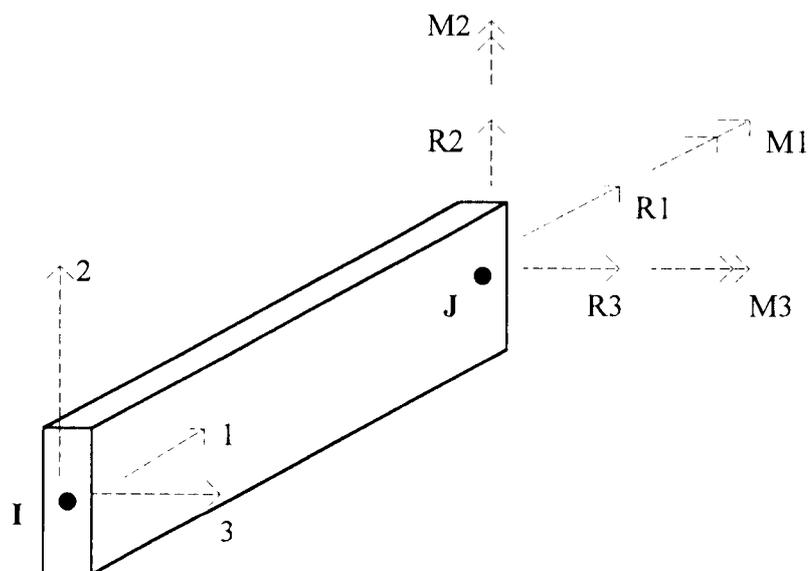


FIGURA 3.20 - Sentido dos eixos e esforços para o elemento barra

A Tabela 3.4 apresenta os resultados para as barras que compõem alguns pilares, e os Gráficos 3.9, 3.10 e 3.11 ilustram as comparações entre os esforços significativos dos mesmos.

TABELA 3.4 - Esforços nas barras dos pilares

PILAR	BAR-RA	MODE-LO	NORMAL (kN)	CORT 2 (kN)	CORT 3 (kN)	MOM 2 (kNm)	MOM 3 (kNm)
P1	1	1	40,14	0,29	-0,63	1,18	0,55
		2	40,41	0,21	-0,40	0,74	0,39
P2	2	1	137,16	-5,09	-0,01	0,02	-9,51
		2	137,78	-3,47	-0,01	0,02	-6,48
P7	4	1	93,83	6,93	0,06	-0,11	12,94
		2	90,89	6,87	0,04	-0,08	12,83
P15	8	1	142,31	18,18	0	0	33,93
		2	143,33	16,45	0	0	30,70
P23	12	1	40,15	0,29	0,63	-1,18	0,55
		2	40,43	0,21	0,40	-0,74	0,39

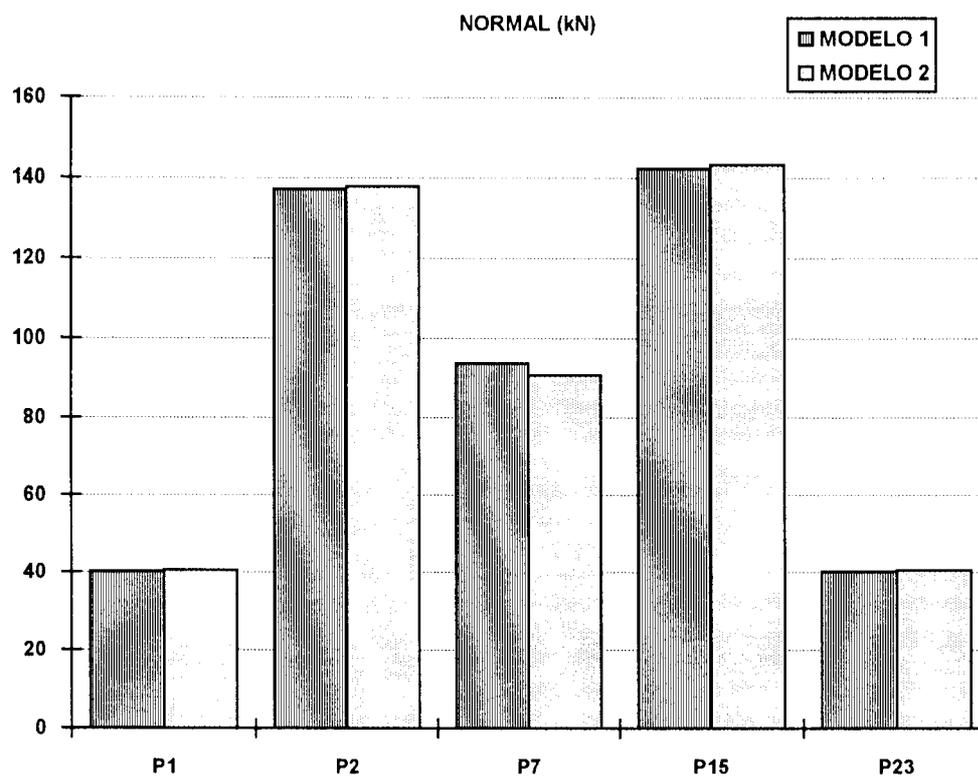


GRÁFICO 3.9 - Esforço normal nos pilares

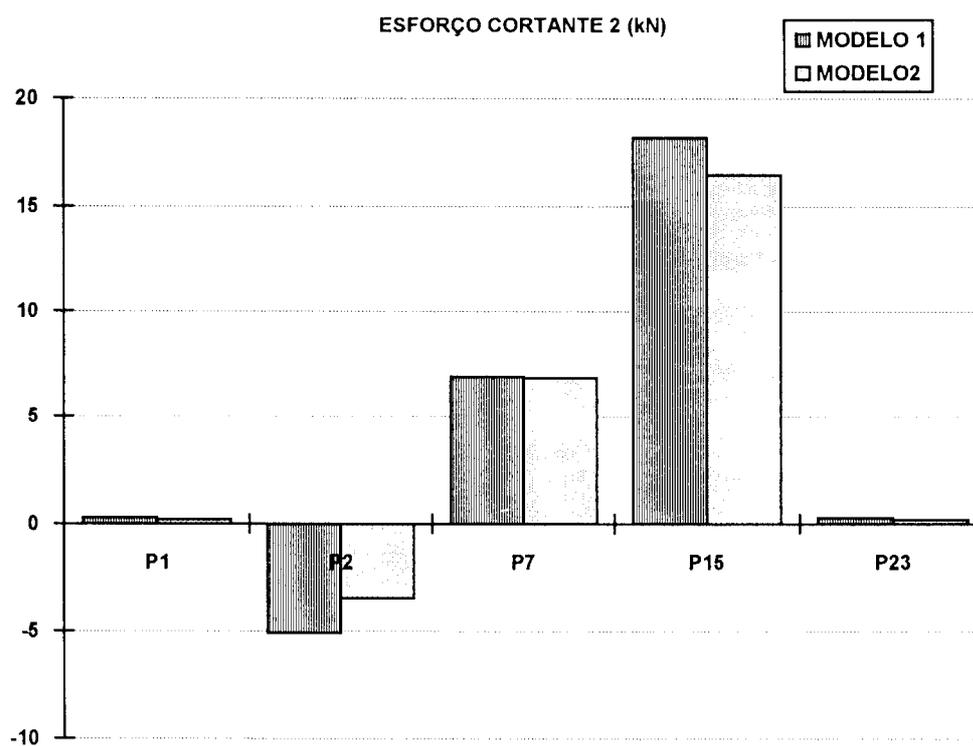


GRÁFICO 3.10 - Esforço cortante segundo o eixo 2 nos pilares

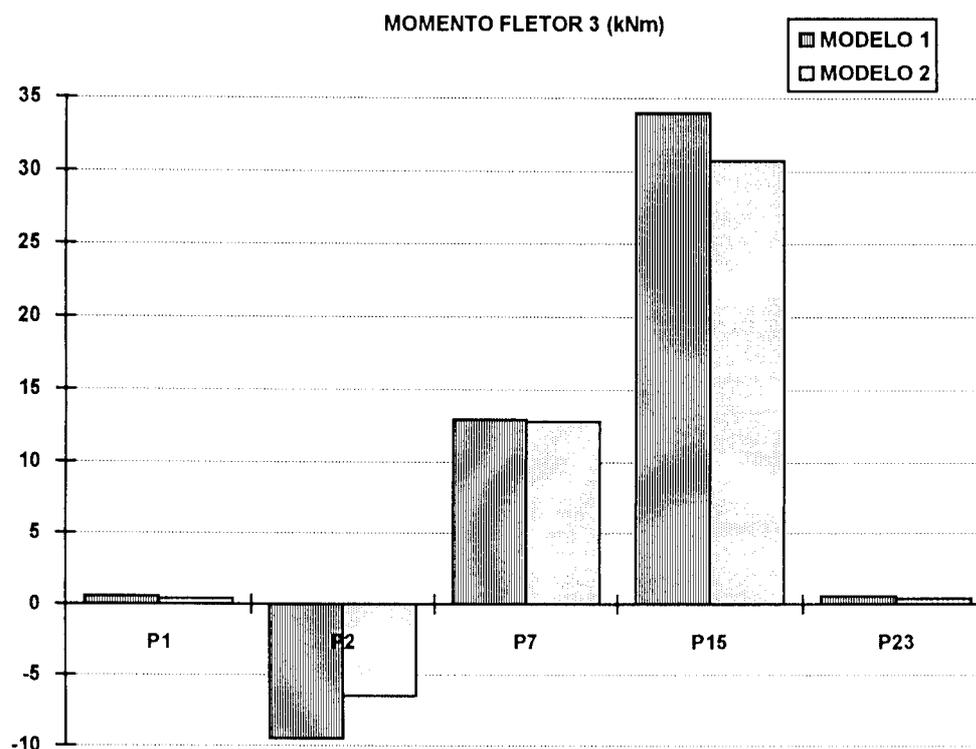


GRÁFICO 3.11 - Momento fletor segundo o eixo 3 nos pilares

Verifica-se que os esforços normais nos pilares apresentaram pouca diferença nos seus valores. Em relação aos momentos fletores e esforços cortantes, a diferença é mais acentuada, encontrando-se valores menores na modelagem de vigas com seção T que proporcionam uma maior rigidez ao conjunto.

Na análise do resultados referentes às vigas do pavimento, verificou-se que o Modelo 2 apresentou valores mais altos devido à maior rigidez. Como exemplo da modelagem do vigamento, apresenta-se a viga V207, que é representativa do que acontece em todo o pavimento. Os resultados são fornecidos através da Tabela 3.5, com os respectivos diagramas de esforço cortante e momento fletor apresentados através dos Gráficos 3.12 e 3.13.

TABELA 3.5 - Esforços cortante e fletor na viga 207

BARRA	MODELO 1		MODELO 3	
	CORT 2 (kN)	MOM 3 (kNm)	CORT 2 (kN)	MOM 3 (kNm)
71	37,52	0	53,75	0
	37,51	23,60	53,75	33,81
72	49,56	26,01	53,46	35,09
	49,56	59,13	53,46	70,80
73	36,50	59,11	38,55	70,72
	36,50	83,53	38,55	96,51
74	20,88	83,31	21,29	96,32
	20,88	97,29	21,29	110,57
75	2,43	97,15	1,28	110,45
	2,43	98,78	1,28	111,31
76	-18,32	98,80	-20,84	111,33
	-18,32	86,57	-20,84	97,41
77	-38,44	86,80	-42,10	97,62
	-38,44	61,08	-42,10	69,46
78	-52,68	61,32	-57,55	69,69
	-52,68	26,08	-57,55	31,19
79	-42,56	25,11	-51,58	30,43
	-42,56	0	-51,58	0

As diferenças entre os modelos não foram significativas, pois os resultados apresentados foram coerentes com a rigidez de cada um. Isso pode garantir que a modelagem utilizando a seção transversal simplificada da viga é eficiente, constituindo-se numa boa aproximação da realidade.

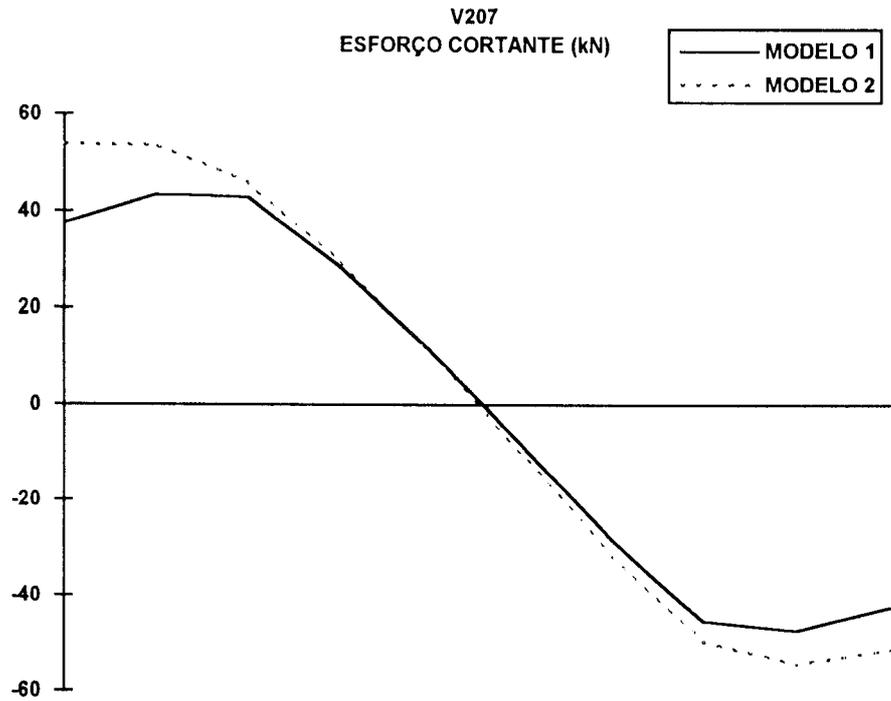


GRÁFICO 3.12 - Diagramas de esforços cortantes para a viga V207

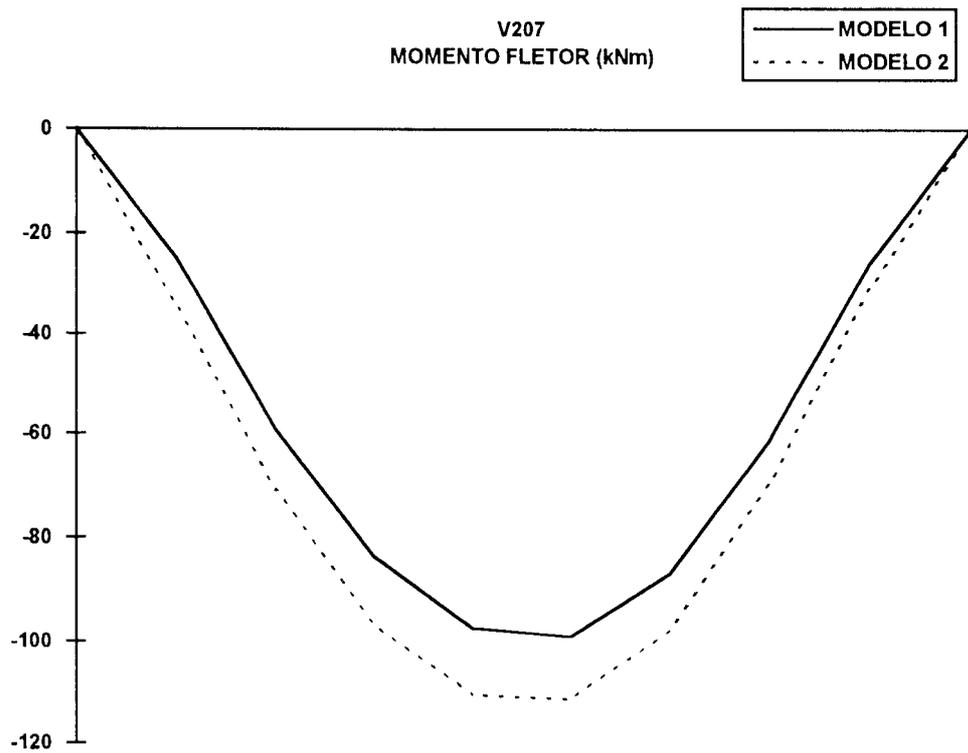


GRÁFICO 3.13 - Diagramas de momentos fletores para a viga V207

CAPÍTULO 4

EXEMPLO DE MODELAGEM E COMPARAÇÕES

4.1 INTRODUÇÃO

A referência [SUSSEKIND (1980)] define as estruturas como sendo compostas de uma ou mais peças, ligadas entre si e ao meio exterior de modo a formar um conjunto estável, isto é, um conjunto capaz de receber solicitações externas, absorvê-las internamente e transmiti-las até seus apoios, onde essas solicitações externas encontrarão seu sistema estático equilibrante.

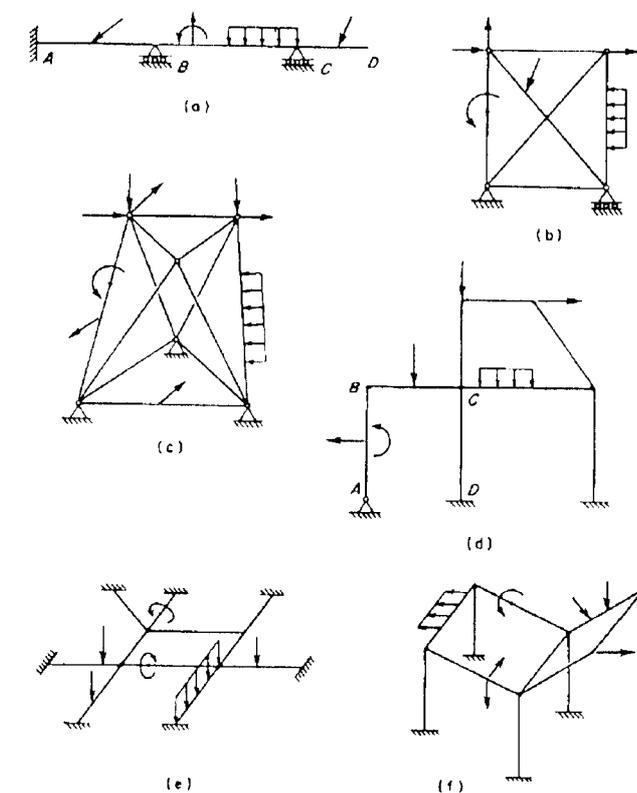
Apesar da definição objetiva do comportamento estrutural, a realidade demonstra que vários problemas são encontrados na modelagem da estrutura, conforme mencionado no Capítulo 3. A maioria deles é resolvida através de aproximações que nem sempre representam corretamente a realidade e que ficam, muitas vezes, sujeitas a determinações e avaliações de critério pessoal e profissional de cada engenheiro [MEDEIROS (1994)].

Assim, vários são os métodos atualmente em prática, nos escritórios e cursos de Engenharia Civil, que auxiliam na determinação dos esforços e das deformações de uma estrutura solicitada por agentes externos (cargas, variações térmicas, movimento de seus apoios etc).

Os métodos mais difundidos consistem em considerar a estrutura analisada como reticulada, ou seja, constituída por membros que têm uma dimensão preponderante em relação às outras. Os nós de uma estrutura reticulada são os

pontos de intersecção, de apoio e extremidades livres dos membros. Eventualmente, pode-se considerar nós situados sobre uma seção qualquer de um membro, onde se deseja fazer uma análise especial, ou onde o mesmo mude de seção. Os apoios podem ser engastes, articulações ou apoios móveis. Em casos especiais, pode-se considerar coeficientes de mola para a vinculação dos membros. As cargas em uma estrutura reticulada podem ser forças concentradas, distribuídas ou binários.

Segundo a referência [GERE & WEAVER (1987)], todas as estruturas reticuladas podem ser divididas em seis categorias: vigas, treliças planas, treliças espaciais, pórticos planos, grelhas e pórticos espaciais, conforme ilustrado na Figura 4.1.



(a) viga (b) treliça plana (c) treliça espacial
 (d) pórtico plano (e) grelha (f) pórtico espacial

FIGURA 4.1 - Tipos de estruturas reticuladas [GERE & WEAVER (1987)]

Na análise de um pavimento formado por um conjunto de vigas, cada uma delas é analisada independentemente das demais. As intersecções que ocorrem entre as mesmas e que não se situam sobre os apoios, são consideradas como pontos onde a viga menos rígida apoia-se sobre a mais rígida. Quando as vigas possuem rigidezes semelhantes deve-se optar pela situação mais desfavorável [CORRÊA (1991)].

Vê-se claramente que essa hipótese de cálculo é uma solução irreal, pois sabe-se que as vigas trabalham em conjunto e que suposições como essas podem gerar problemas de comportamento estrutural. Assim, pode ocorrer um sub ou superdimensionamento das seções transversais, comprometendo a peça estrutural. A utilização freqüente dessa técnica é devida à sua simplicidade, porém deve ser evitada na prática, sempre que possível, pois não representa corretamente o funcionamento da estrutura. Recomenda-se que a mesma seja substituída por procedimentos que analisam a estrutura com seus membros interligados, tais como grelhas ou elementos finitos. Por isso, não utilizaremos as vigas contínuas como parâmetro de comparação na modelagem do pavimento devido à sua não representatividade.

A utilização de grelha plana, para a determinação dos esforços e deslocamentos de uma estrutura, tem sido ampliada nos escritórios de cálculo em razão de algumas características que merecem destaque. A primeira delas está associada à facilidade de programação, por envolver apenas o conceito de elemento barra e, quando presente, o de elemento mola. A segunda, decorrente da primeira, é o aparecimento de inúmeros *software* que permitem tal análise. A terceira é o fato do modelo envolver, em geral, um número pequeno de barras e nós, para os pavimentos usuais. Isso facilita a montagem de arquivos de dados, agiliza a solução do problema e simplifica a interpretação de resultados. Também possibilita ao usuário a consideração de várias alternativas do sistema estrutural, tais como: alterações nas dimensões das peças, mudanças das condições de contorno, variações e combinações de carregamentos etc., com um expressivo ganho na qualidade do projeto [CORRÊA (1991)].

O método de análise estrutural de pavimentos através de grelhas planas possui uma grande versatilidade na elaboração dos modelos, porém as lajes são consideradas separadas da estrutura, gerando assim algumas imperfeições na simulação, tais como [CORRÊA (1991)]:

- desprezo a deformabilidade dos elementos estruturais que lhe servem de apoio, ou seja, as vigas da grelha;

- a continuidade entre painéis é tratada como se não houvesse qualquer interação ou supondo-se engastamento fixo entre os mesmos. Pode, ainda, representar simplificada o comportamento conjunto dos painéis, através de critérios que propõem igualar o momento fletor sobre o apoio comum pela média dos momentos negativos (ou a uma percentagem do de maior valor absoluto);

- uniformização do carregamento em toda a superfície do painel (ações gravitacionais devidas à própria laje, às paredes, aos revestimentos e às sobrecargas de utilização);

- uniformização das reações de apoio, gerando carregamentos de taxa de distribuição constante sobre as vigas que sustentam a laje;

- adaptação das características do painel a ser analisado, buscando aproveitar as soluções clássicas disponíveis na literatura técnica. Assim, quadriláteros, de lados e ângulos internos diferentes entre si, acabam sendo representados por retângulos; condições de contorno que não se estendem por todo um lado de um painel de contorno poligonal, costumam ser consideradas em toda a extensão desse lado; cargas que se concentram em regiões de pequena dimensão do painel, são uniformizadas em toda a sua superfície etc.

Desse modo, constata-se que, apesar da utilização de modelos de grelhas ser um avanço considerável na tecnologia de cálculo estrutural através de vigas contínuas, o processo ainda possui algumas características falhas, e que devem ser melhoradas e eliminadas.

Na análise integrada de pavimentos com a utilização do MEF, inúmeras são as vantagens obtidas e, conforme a referência [CORRÊA (1991)] descreve, pode-se citar:

- tratamento mais realista do carregamento: as cargas de paredes são alojadas nos locais onde elas ocorrem, sem necessidade de serem uniformizadas no painel da laje. Podem ser distribuídas nos elementos sobre os quais se apoiam, ou consideradas como grupos de cargas nodais concentradas. Também as diferenças de sobrecargas em um mesmo painel são facilmente representadas;

- representação da rigidez relativa laje-viga-pilar, com influência significativa no fluxo de cargas pelo sistema estrutural: as cargas recebidas pelas lajes são transferidas preferencialmente para as regiões mais rígidas das vigas, sendo parte

lançada diretamente sobre os pilares. Isso produz, via de regra, menores esforços solicitantes nas vigas do que os produzidos com o modelo grelha. Desse modo há a possibilidade de obter um projeto mais econômico e preciso;

- representação das interações de flexão e torção entre vigas e lajes, desconsideradas no modelo grelha;

- facilidade de modelar aberturas em lajes e variedades de formas dos painéis das lajes;

- simulação automática da continuidade dos painéis de laje;

- abundância nas informações sobre deslocamentos em todo o sistema estrutural: no modelo laje isolada da grelha, determinam-se deslocamentos em poucos pontos de cada painel de laje, com a consideração simplificada de condições de contorno (vigas funcionando como apoios rígidos e engastes assumidos fixos). Essas informações são importantes para a verificação do sistema estrutural e também para a análise das alvenarias por ele suportadas, buscando-se evitar fissurações indesejáveis em serviço;

- fartura de informações sobre esforços solicitantes nas lajes, enriquecendo-se a análise e possibilitando-se uma disposição mais racional de armaduras, com o auxílio de apresentação gráfica de curvas isovalor;

- possibilidade de alteração das espessuras e características do material da laje em cada elemento.

De posse dessas conclusões, pode-se verificar que a simulação de um modelo através do MEF representa de forma satisfatória a realidade da estrutura a ser analisada, mesmo sendo um método de aproximação. Porém, para se definir um bom modelo são necessárias: experiência do profissional e uma boa representação da estrutura. Deve-se possuir um critério na manipulação e na análise dos dados de entrada e dos resultados, a fim de que os mesmos sejam corretamente interpretados.

4.2 O AMBIENTE COMPUTACIONAL

Os programas utilizados no processamento foram desenvolvidos no âmbito do Departamento de Estruturas por seus pesquisadores, e têm demonstrado a sua eficácia e facilidade de aplicação ao longo de suas constantes utilizações.

Para a estrutura reticulada a ser analisada como grelha plana, os *software* utilizados constituem-se basicamente por :

- pré-processadores com recursos gráficos destinados à montagem de arquivos de dados para a laje e a grelha, a partir da forma e da arquitetura do pavimento, denominados PLOLASER e PI.OLAJE;
- processador para a análise de painéis de laje de concreto armado, que além de fornecer os resultados referentes aos painéis, montam arquivos de carregamento de grelha, identificado como LAJE3;
- processador para análise da grelha denominado GPLAN;
- pós-processador para a apresentação gráfica de resultados da análise da grelha e tabulação de reações : força e momentos nos pilares;
- pós-processador para o dimensionamento das vigas, alteração de dimensões e correção automática dos dados da grelha;
- pós-processador para a apresentação gráfica de esforços nas vigas com editor para eventuais intervenções do projetista.

Os programas utilizados no processamento do pavimento em elementos finitos são os mesmos apresentados no Capítulo 3, e compõem-se de:

- pré-processador desenvolvido na primeira parte dessa pesquisa, com geração automática da rede de elementos finitos, a partir do contorno do pavimento e da dimensão máxima do elemento;
- processador para análise do pavimento em elementos finitos (LASER);
- pós-processador gráfico para obtenção dos resultados através de curvas de isovalor, denominado CPLS;

- pós-processador para apresentação das reações de apoio nos pilares;
- pós-processador para o dimensionamento de vigas e alteração de dimensões;
- pós-processador para a apresentação gráfica dos esforços nas vigas com editor para eventuais intervenções do projetista.

Descrito o ambiente de programas no qual serão desenvolvidos os modelos, o item seguinte refere-se à descrição das duas análises elásticas lineares para as ações estáticas verticais. Na primeira, desliga-se a laje das vigas, utilizando-se o modelo de grelha. Na segunda, integra-se a laje ao modelo de barras através da utilização de elementos finitos de placa.

4.3 EXEMPLO DE APLICAÇÃO

A Figura 4.2 esquematiza a forma do pavimento tipo do Edifício Firenze. O sistema estrutural é concebido em concreto armado e consiste no mesmo projeto analisado no Capítulo 3 desse trabalho. O subsistema horizontal é do tipo laje-viga e apenas a metade do pavimento está representada devido à simetria do mesmo. Sabe-se que quando é necessário simular um plano de simetria, os pontos pertencentes ao mesmo admitem deslocamentos apenas nesse plano. Assim, nesse caso, como o plano é o YZ admite-se: translação em YZ e rotação em torno do eixo X, e é impedida a rotação em torno do eixo Y.

O carregamento será considerado como do tipo estático e o comportamento da estrutura será elástico linear. As características geométricas das vigas e pilares podem ser identificadas na Figura 4.2. A laje possui espessura constante e igual a 8 cm e uma carga uniformemente distribuída de $2,5 \text{ kN/m}^2$ correspondente a contrapiso, piso e sobrecarga de utilização. As alvenarias internas e externas possuem o peso considerado por metro quadrado de painel igual a 1,35 e 1,8 kN, respectivamente. Quanto ao concreto armado, adotou-se o peso específico de 25 kN/m^3 , módulo de deformação longitudinal $2,071 \times 10^9 \text{ kN/m}^2$ e coeficiente de Poisson igual a 0,16.

Algumas características de concepção do modelo são próprias do projetista e necessitam de um pouco de criatividade, mas devem estar baseadas em um conhecimento prévio do método e do sistema de modelagem, de modo a não alterar o comportamento estrutural e prejudicar toda a análise. Essas características de concepção merecem atenção, em especial, quando se trata de comparar métodos diferentes de análise através de um mesmo modelo estrutural. Todas as considerações adotadas devem estar representadas nos dois modelos, de modo a não desvirtuar a comparação dos resultados. Algumas dessas considerações podem ser exemplificadas:

- número de nós por apoio;
- restrições dos nós, de modo a eliminar graus de liberdade e, conseqüentemente, reduzir o esforço computacional;
- colocação de nós em pontos estratégicos onde não seriam a princípio necessários, como por exemplo, em lugares onde se deseja determinar exatamente as tensões e deformações existentes;
- colocação de rótulas em vigas, de modo a não permitir a transmissão de esforços.

A solução para o modelo grelha, que se caracteriza por ser uma estrutura reticulada através de segmentos de barra e pontos nodais, compõe-se de 61 barras e 54 nós para o pavimento proposto.

Além dos pontos nodais considerados "naturais" (apoios, intersecções e extremos de barras), considerou-se também os pontos médios dos vãos de algumas vigas como nós. Neles julgou-se necessário conhecer os valores dos deslocamentos e esforços da estrutura e os mesmos podem ser identificados através das Figuras 4.2 e 4.3. Esse é um cuidado que se deve ter na modelagem em grelha, pois a mesma só fornece os resultados da análise nos pontos nodais especificados.

As ações dos painéis sobre as vigas foram calculadas através do pré-processador para cálculo da laje, e considerou-se as alvenarias como distribuídas uniformemente sobre os mesmos, de acordo com o item 3.3.2.9 da referência [ABNT (1978)]. Uma das aproximações adotadas consiste em considerar as lajes com formato diverso do retangular como retângulos de área equivalente, conforme simplificação já exposta no item 4.2. É o caso dos painéis L6 e L10. A Figura 4.3

ilustra a concepção geométrica da grelha, com os nós e as barras, e mostra as condições de contorno adotadas para os painéis de laje.

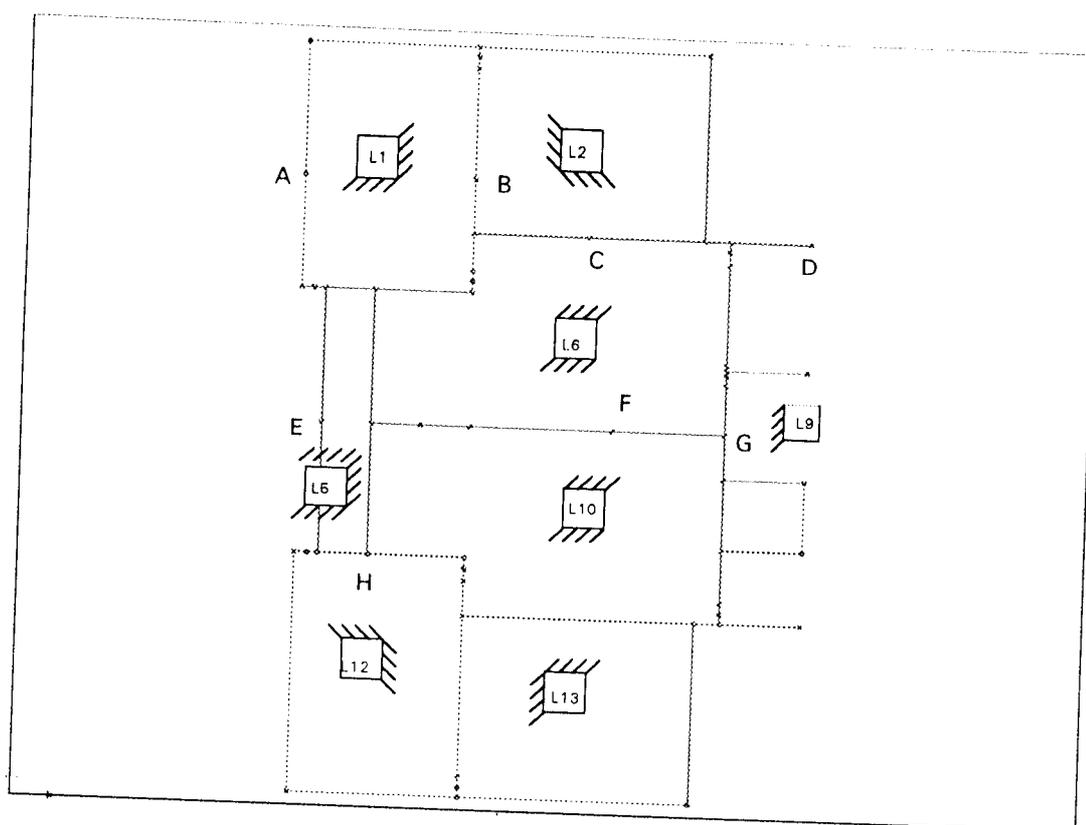


FIGURA 4.3 - Modelo Grelha

O modelo em Elementos Finitos consiste na integração da laje ao modelo reticulado. Compõe-se de 494 nós, 408 elementos de placa e 196 elementos de barra, incluindo os 14 elementos verticais para a simulação dos pilares.

A discretização adotada é mostrada na Figura 4.4 e consiste na mesma utilizada no Capítulo 3 e considerada "adequada" para a análise do pavimento.

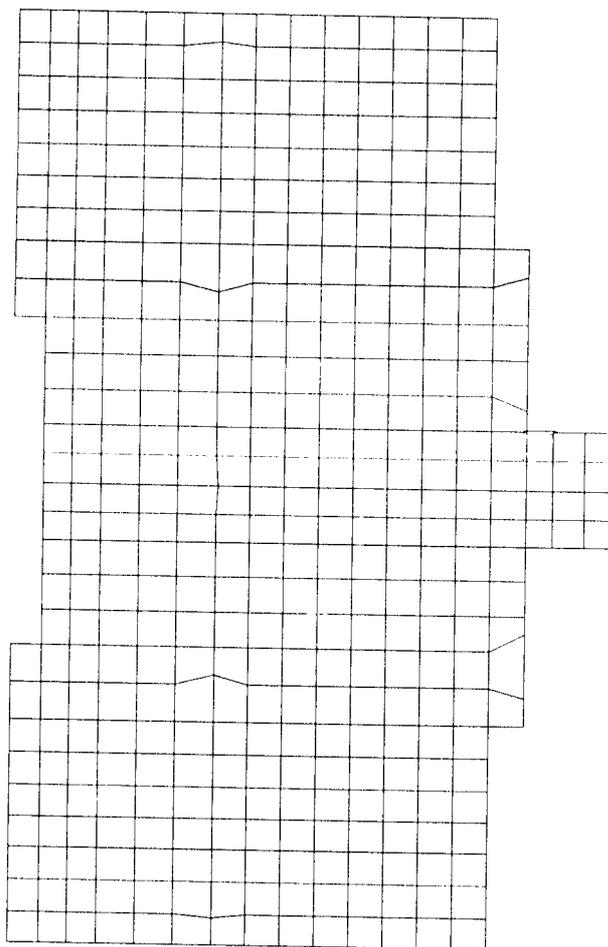


FIGURA 4.4 - Malha de Elementos Finitos

Os apoios em pilares foram simulados de maneira diversa, devido à sua seção transversal e à sua localização no pavimento, conforme Figura 4.5.

De um modo geral, os pilares são representados por três nós: um no centro (com impedimento dos graus de liberdade desse nó ou associação de vínculos deformáveis), e um nó em cada extremo. Essa modelagem refere-se aos pilares que possuem as seguintes dimensões: 20x70, 25x70 e 15x244, conforme pode ser visualizado nas Figuras 4.2, 4.5a e 4.5b. Apenas o pilar P13 (25x70) teve um nó acrescido devido ao apoio de uma viga não centrada sobre o seu eixo transversal (Figura 4.5c). Os pilares com dimensão 20x50 foram considerados "pontuais", ou seja, foi utilizado apenas um nó para representá-los, localizado sobre a intersecção das barras que chegam aos mesmos (Figura 4.5d).

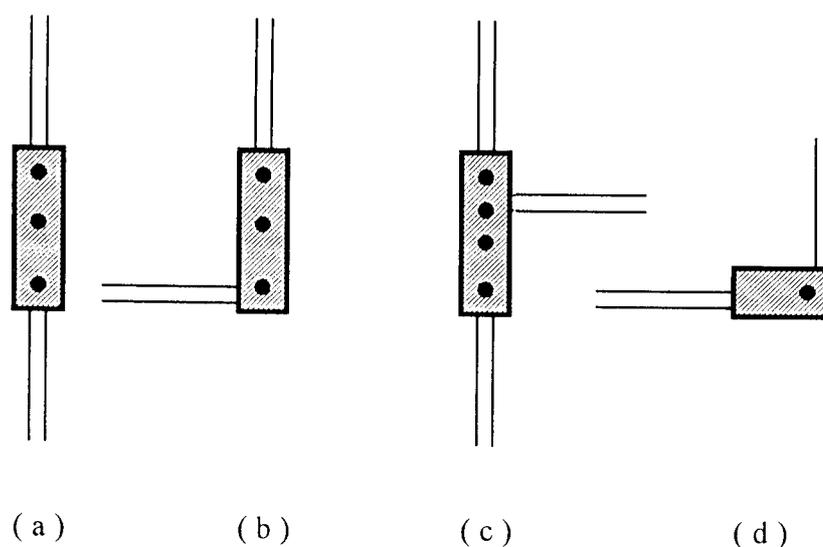


FIGURA 4.5 - Simulações de apoios de pilares

Para representar as rigidezes dos nós quanto às suas solicitações, os programas utilizados permitem a utilização de constantes de mola, que são calculadas de acordo com a rigidez do pilar associado.

O modelo também permite a liberação de vínculos nos extremos dos elementos barra, simulando, quando necessário, a existência de rótulas. Outra consideração adotada consiste em se desprezar o efeito de torção em vigas de concreto armado, onde esse efeito não é necessário para se obter o equilíbrio da estrutura. Isso pode ser feito liberando-se o vínculo referente à rotação em torno do eixo longitudinal da barra em seus extremos. Outra forma de eliminar a torção consiste em reduzir o momento de inércia associado à torção, ou diminuir o módulo de deformação transversal. Segundo a referência [CORRÊA (1991)] a consideração de 1% do momento de inércia de torção produz resultados satisfatórios. Assim, esse valor é o que foi adotado nessa pesquisa para os dois modelos.

A fim de garantir que os dois modelos possuem condições estritamente iguais de geometria, vinculações e carregamentos, inicialmente, confeccionou-se o modelo em elementos finitos desprovido dos elementos placa e o modelo grelha sem as solicitações de cargas dos painéis de laje. Verificou-se que os resultados obtidos foram os mesmos para um ou outro caso. Em seguida, integrou-se a laje aos modelos com os respectivos carregamentos referentes às sobrecargas e paredes.

4.4 RESULTADOS

Após o processamento dos modelos, procedeu-se à análise comparativa dos resultados obtidos das reações de apoio, dos momentos de flexão nas lajes segundo os eixos X e Y, dos deslocamentos dos pontos nodais segundo o eixo Z e dos esforços solicitantes nas vigas.

Verificou-se que, em relação às reações de apoio, não foram observadas grandes discrepâncias entre os valores, conforme se pode verificar através da Tabela 4.1. Dos 14 pilares existentes, 5 tiveram os valores das reações segundo o eixo Z do modelo grelha maiores que os obtidos com o cálculo em elementos finitos. Porém, as diferenças apresentadas foram pequenas, exceto nos casos em que o fluxo de cargas estava mais corretamente representado no modelo em elementos finitos. A maior diferença encontrada corresponde ao pilar P15 (13 %) e a menor ao P24 (0,3 %).

Em relação aos momentos segundo os eixos X e Y, localizados nas cabeças dos pilares, os valores não apresentaram uma boa correlação, devido principalmente à influência da rigidez da laje nas regiões próximas aos pilares.

Para uma melhor visualização dos resultados apresenta-se a Tabela 4.1 também na forma de dois gráficos, Gráficos 4.1 e 4.2, referentes ao esforço normal e aos momentos, respectivamente.

Em relação aos momentos nos painéis de laje, observaram-se diferenças significativas entre os resultados em elementos finitos (momentos de placa) e os da grelha (teoria das charneiras plásticas). Verificou-se que em uma primeira análise, menos cuidadosa, o analista da estrutura poderia cometer alguns erros. A deformabilidade e a rigidez das vigas, consideradas no modelo em elementos finitos, pode alterar de modo significativo o comportamento dos painéis de laje. Como exemplo, identifica-se o painel L5 que tem comportamento diverso nos dois procedimentos de cálculo.

A laje L5 tem uma dimensão pequena em relação à outra dimensão e também em relação às das demais lajes adjacentes. Apesar de se ter representado corretamente os engastamentos, isso não foi suficiente para a correta determinação dos esforços. Através do processamento em elementos finitos, verificou-se que essa laje possui solicitações que geram momentos negativos nos dois sentidos, o que não corresponde ao resultado da grelha, que fornece valores positivos no cálculo dos momentos no centro do vão.

TABELA 4.1 - Reações de apoio

PILAR	MOD	NORMAL(kN)	MOM. X(kNm)	MOM. Y (kNm)
P1	G	36,48	0	0
	EF	40,14	2,36	-1,11
P2	G	134,41	0,41	-0,01
	EF	137,16	19,01	-0,06
P3	G	46,18	0	0,02
	EF	50,04	2,28	2,53
P7	G	95,44	28,40	0,17
	EF	93,83	25,88	0,22
P9	G	75,03	0	-6,06
	EF	66,85	0,01	-7,54
P10	G	136,37	15,15	0
	EF	146,49	20,13	0,108
P13	G	161,49	-78,99	0
	EF	168,22	-75,91	0,42
P15	G	161,25	0	-35,93
	EF	142,32	0	-67,86
P17	G	74,95	0	-6,06
	EF	66,79	0,01	-7,52
P18	G	139,82	-16,73	0
	EF	146,18	-20,27	0,10
P21	G	140,62	-17,32	0,16
	EF	135,45	-13,21	0,25
P23	G	36,46	0	0
	EF	40,15	-2,37	-1,11
P24	G	136,83	-0,42	-0,01
	EF	137,28	-19,12	-0,05
P25	G	46,13	0	0,02
	EF	49,82	-2,28	2,53

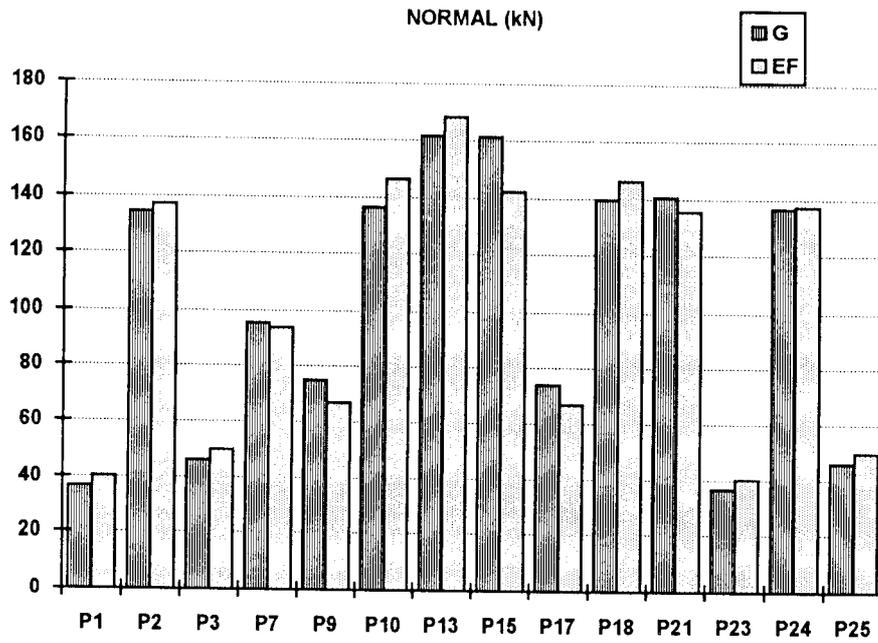


GRÁFICO 4.1 - Reações normais de apoio

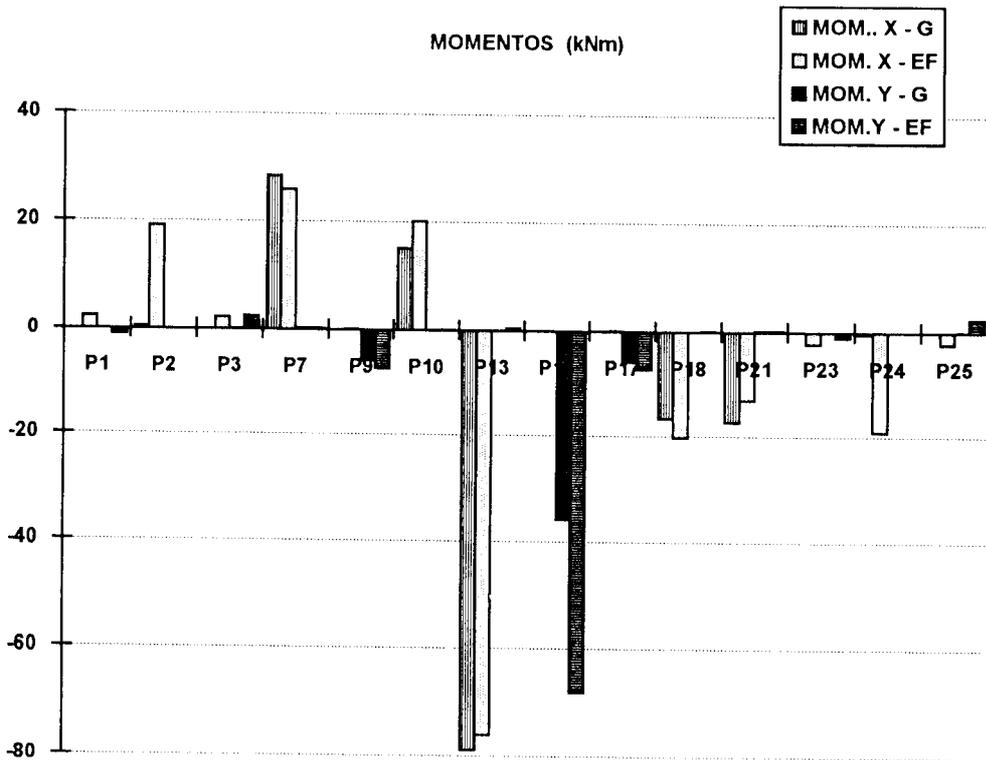


GRÁFICO 4.2 - Momentos segundo os eixos X e Y

Em relação às lajes L6 e L10, que são simétricas, observou-se que os valores na direção do eixo X, calculados segundo a grelha, não se encontram sequer proporcionais aos resultados obtidos em elementos finitos, sendo os primeiros bem menores. Processo inverso ocorre em relação ao eixo Y, onde os valores encontrados na grelha são maiores. Esse fato está principalmente relacionado com a localização de paredes sobre a região central dessas lajes na direção Y. Como no processo de elementos finitos, a carga é considerada sobre os elementos nos quais realmente ela ocorre, a solicitação segundo o eixo X é acentuadamente maior, o mesmo não ocorrendo na outra direção.

As lajes L1/L12 e L2/L13 possuem comportamento semelhante nos dois modelos analisados, sem apresentar grandes diferenças.

A laje L9 não foi processada através do *software* de cálculo da grelha, pois o mesmo não está equipado com rotinas que calculem lajes com bordo livre. A determinação dos seus esforços foi realizada em separado. Evidencia-se aqui a necessidade do programa adotado possuir uma variedade de condições de contorno, para a simulação dos apoios das lajes.

Em relação aos momentos negativos situados sobre as vigas, poucas diferenças devem ser destacadas. Na laje L5, o valor médio do momento sobre a aresta na direção do eixo Y é de -1,0 kNm no cálculo em elementos finitos, o que corresponde a 2 vezes mais que o momento obtido através do processamento em grelha. Entre os painéis L6 e L10, sobre a viga V207, determinou-se com o cálculo em grelha um valor 50% maior.

Essas diferenças mencionadas podem ser observadas através das Figuras 4.6 e 4.7, que contêm os resultados referentes ao modelo em elementos finitos apresentados sob a forma de curvas de isovalor, e da Figura 4.8 que esquematiza os resultados do processamento sobre a geometria da grelha. De um modo geral, pode-se constatar que os resultados em elementos finitos forneceram valores menores devido à representatividade da rigidez do subsistema laje-viga-pilar.

Momento X

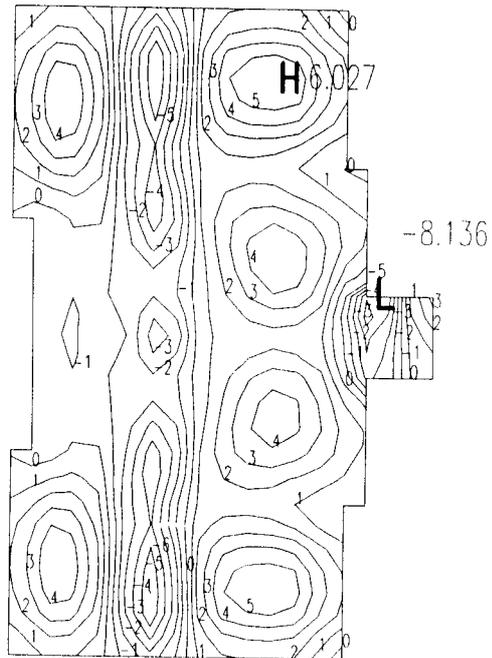


FIGURA 4.6 - Momento X (kNm)

Momento Y

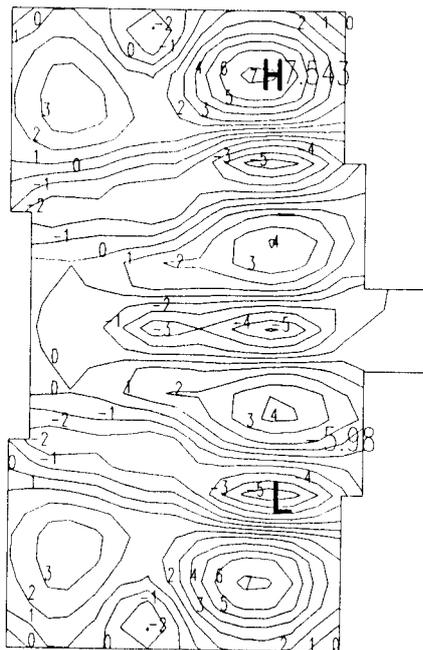


FIGURA 4.7 - Momento Y (kNm)

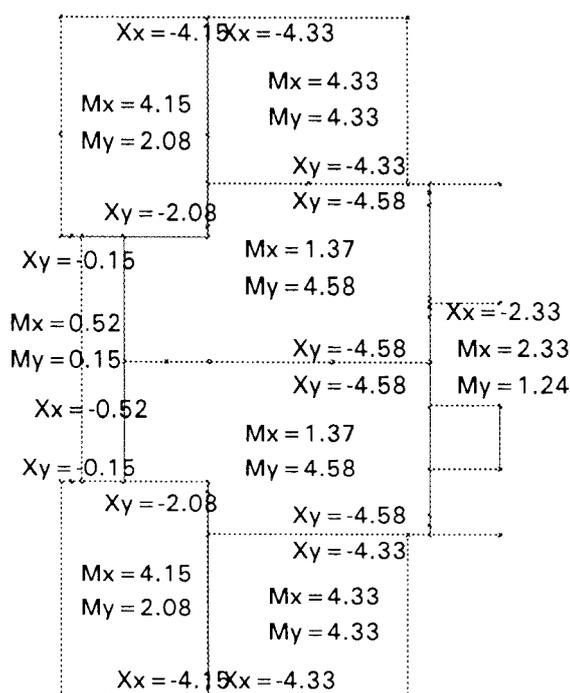


FIGURA 4.8 - Esquema dos esforços nas lajes da grelha (kNm)

Os deslocamentos verticais nos pontos assinalados na Figura 4.2, que é a forma do pavimento tipo, são apresentados na Tabela 4.2. A referida tabela apresenta também uma comparação entre os valores encontrados, os quais podem ser visualizados através do Gráfico 4.3.

De um modo geral, os resultados em elementos finitos apresentaram-se menores que os da grelha, exceto nos pontos A e G, onde o modelo estrutural não está bem representado na grelha, pois não há consideração do fluxo de cargas através dos painéis, como também não há consideração da rigidez relativa dos componentes. No painel L1 há um carregamento de parede perpendicular às barras sobre as quais se localiza o ponto A. Essa carga é considerada corretamente quando o processamento de cálculo é realizado através dos elementos finitos. E considerada erroneamente distribuída sobre a laje quando calculada através da grelha. A diferença existente no ponto G é a menor do pavimento, em torno de 1%. No pavimento em elementos finitos, a complexidade da região está melhor representada.

No ponto E, adjacente ao painel L5, cujo o comportamento é diverso nos dois modelos, encontra-se a maior diferença. A viga V219 funciona como apoio e auxilia no engastamento da laje L5 aos painéis L6 e L10. O valor do deslocamento em elementos finitos fica em torno de 40% menor que na grelha.

A determinação dos deslocamentos de pontos das lajes, não situados sobre vigas, não será apresentada pois é bastante trabalhosa no modelo grelha. Não há integração no cálculo das lajes com as vigas tornando-a pouco significativa, porque para se obter os resultados as mesmas são consideradas apoiadas sobre elementos rígidos no seu contorno, o que não se observa nesse caso. Como mencionado anteriormente, a deformabilidade das vigas pode alterar de modo significativo o comportamento dos painéis de laje. A distribuição desses deslocamentos no pavimento, obtida através da análise em elementos finitos, pode ser observada na Figura 4.9 através de curvas de isovalor.

TABELA 4.2 - Deslocamentos segundo o eixo Z

PONTOS	G (cm)	EF (cm)	DIF. %
A	-0,36795	-0,43565	18
B	-0,62836	-0,60834	-3
C	-1,06580	-1,02891	-4
D	0,31480	0,29219	-7
E	-0,22908	-0,14410	-37
F	-1,17839	-1,02715	-13
G	-0,20504	-0,20655	1
H	-0,10650	-0,07728	-27

Analisando-se os esforços nas vigas, chega-se a diferenças significativas entre os modelos. Observe, por exemplo, os resultados listados na Tabela 4.3 para os esforços máximos em alguns tramos de vigas que são representativos do que ocorre em todo o pavimento. Na Tabela, V_i e V_f representam os esforços cortante no início e fim do vão, M_i e M_f são os momentos negativos no início e fim do vão e M_c o máximo momento em sua região central. Quando o extremo do vão é um pilar os esforços listados são aqueles que ocorrem em sua face.

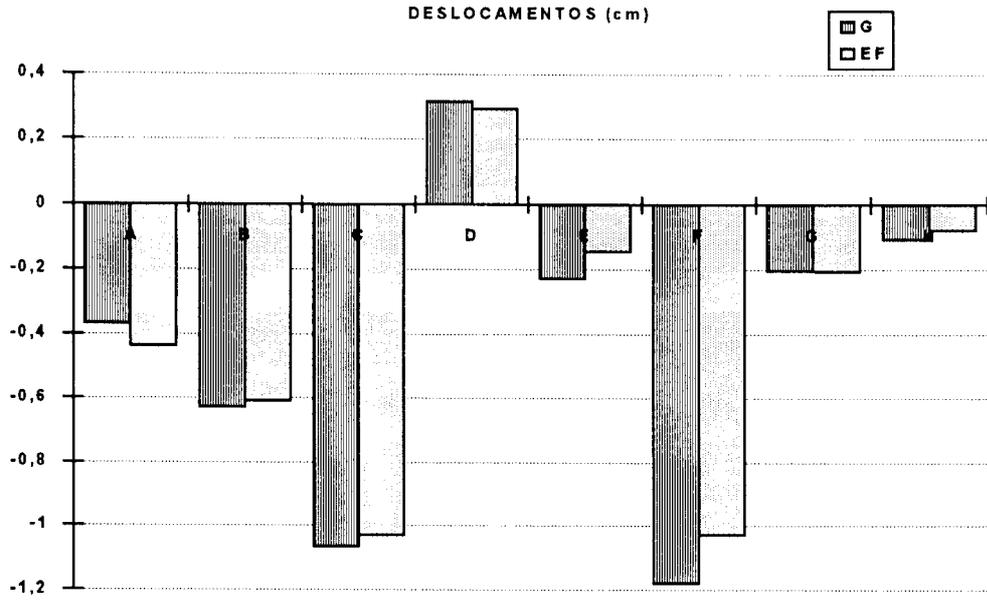


GRÁFICO 4.3 - Deslocamentos (cm)

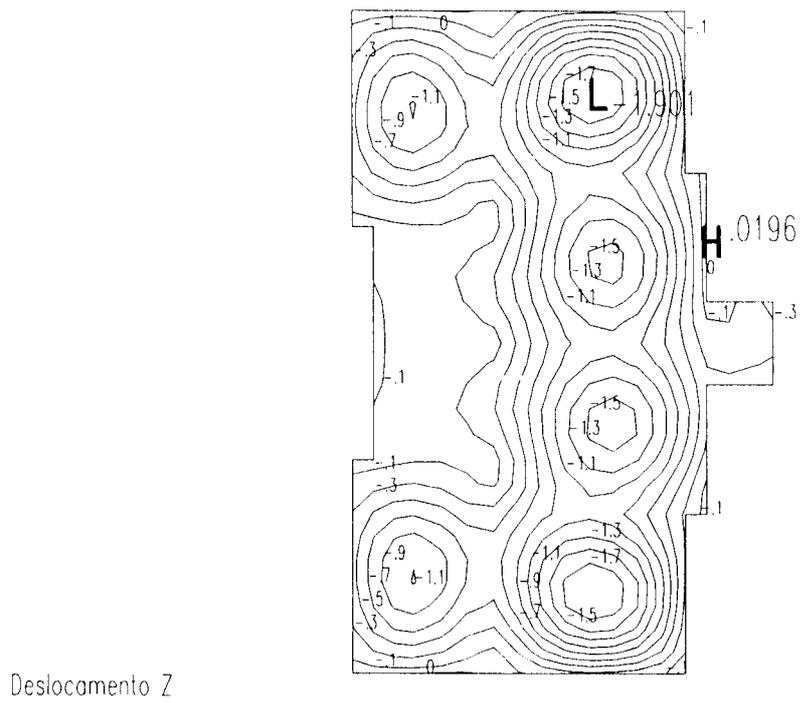


FIGURA 4.9 - Deslocamentos verticais (cm)

TABELA 4.3 - Esforços nos extremos das barras que compõem as vigas

VIGA	MOD.	V _i (kN)	V _f (kN)	M _i (kNm)	M _c (kNm)	M _f (kNm)
V201 a	G	10,49	-26,71	0	5,51	-32,09
	EF	5,71	-17,59	0	4,91	-30,01
	%	45,6	34,1		10,8	6,5
V201 b	G	37,57	-25,57	-32,10	26,46	0
	EF	29,60	-20,91	-29,87	30,95	0
	%	21,2	18,2	6,9	-14,50	
V204	G	34,87	-37,53	0	32,65	0
	EF	22,04	-6,50	0	19,89	0
	%	36,8	82,7		39,1	
V207	G	75,42	-75,42	0	110,43	0
	EF	37,51	-42,56	0	98,80	0
	%	50,2	43,5		10,5	
V210	G	10,95	0,71	0	10,72	-
	EF	8,57	3,02	0	10,61	-
	%	21,7	-76,5		1	
V217	G	24,95	-25,87	0	32,46	0
	EF	21,93	-22,00	0	38,91	0
	%	12,1	15,0		-16,6	
V218	G	10,95	-10,96	0	17,28	0
	EF	1,63	-1,48	0	11,05	0
	%	85,1	86,5		36,0	
V219 a	G	8,43	-21,95	0	2,63	-21,28
	EF	-3,38	15,89	0	-1,22	-14,53
	%	140,1	27,0		146,4	31,8
V219 b	G	21,97	-8,50	-21,29	2,67	0
	EF	15,76	3,54	-14,50	-0,88	0
	%	28,3	-141,6	31,9	133,0	
V224 a	G	37,39	-120,86	0	52,66	-100,98
	EF	30,28	-110,04	0	50,95	-93,02
	%	19,0	9,0		3,3	7,9
V224 b	G	28,82	7,35	-43,42	-15,27	0
	EF	22,12	7,36	-37,53	-16,74	0
	%	23,3	-0,2	13,5	-8,8	

As maiores diferenças encontradas referem-se à viga V219, devido à má representação da rigidez do subsistema laje-viga no caso do modelo grelha. No modelo em elementos finitos, a mesma possui comportamento completamente distinto do modelo grelha. Ela funciona absorvendo o momento negativo da laje L5, que é engastada nos painéis adjacentes. No modelo grelha, ela tem o desempenho convencional. Essa diferença se faz presente mesmo considerando-se no modelo grelha a largura contribuinte da laje, calculada automaticamente pelo programa. Observe os resultados através dos diagramas expostos nos Gráficos 4.4 e 4.5.

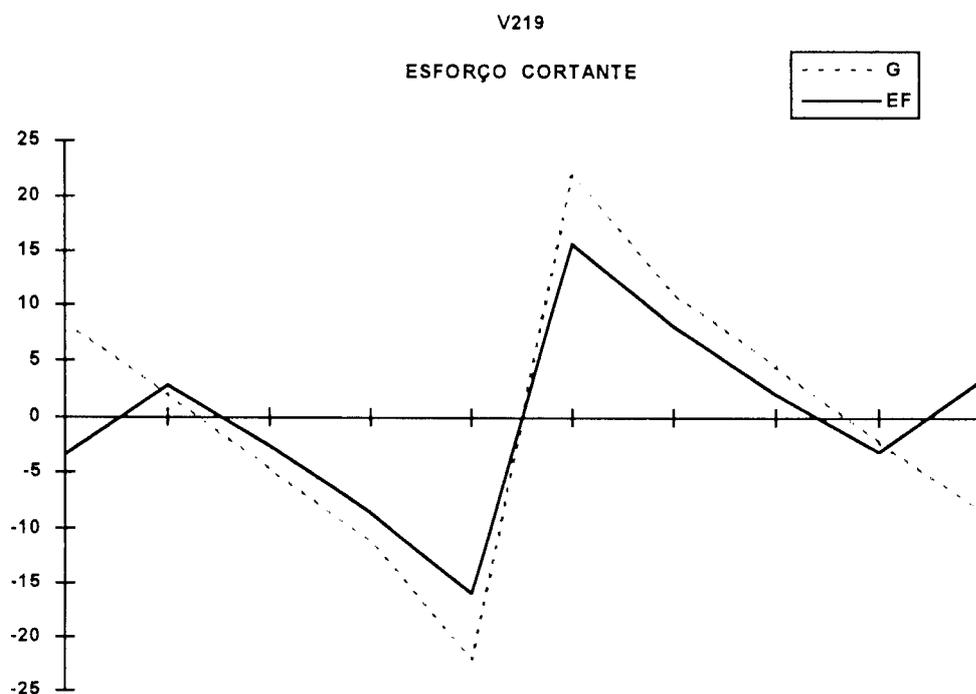


GRÁFICO 4.4 - Esforços cortantes na viga V219 (kN)

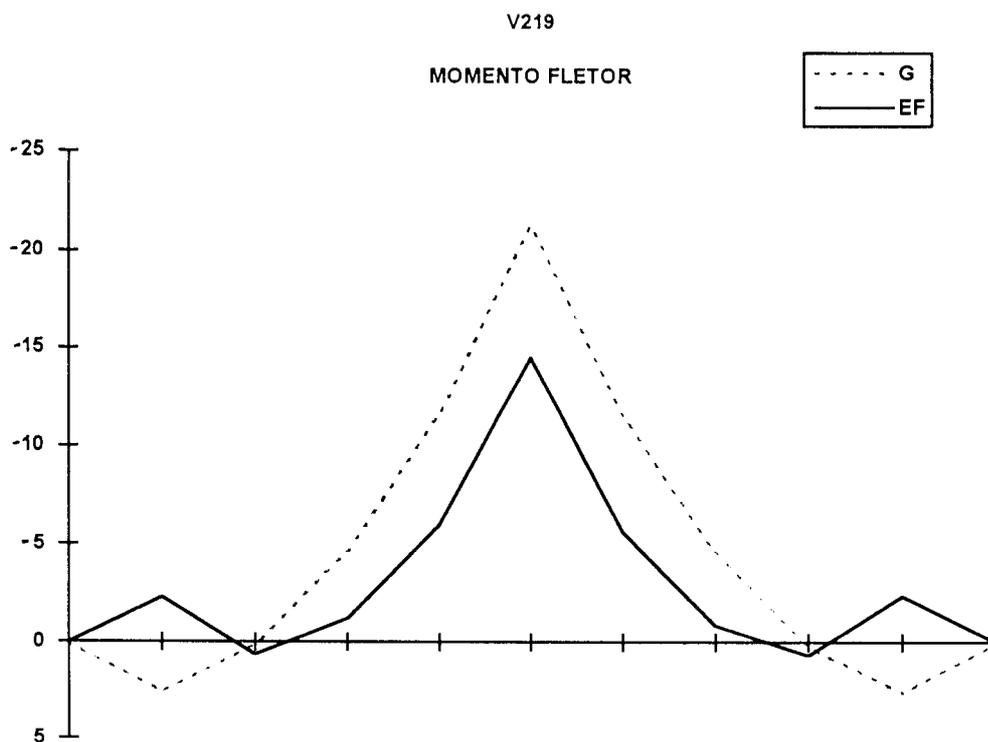


GRÁFICO 4.5 - Momentos fletores na viga V219 (kNm)

Note-se, porém, o que acontece na maioria das vigas do pavimento. A diferença existente entre os esforços cortantes dos dois modelos é, consideravelmente, maior que a encontrada entre os momentos fletores. Isso se deve ao fato do modelo grelha não conseguir representar a transmissão direta de cargas das lajes para os pilares, através da consideração da rigidez relativa de todos os componentes do arranjo estrutural. Observe o que ocorre com a viga V207. Obtêm-se, na grelha, resultados maiores de análise, que podem ser verificados através dos Gráficos 4.6 (forças cortantes) e 4.7 (momentos fletores). Parte da carga, que no modelo grelha se encaminha para os pilares P15, P13 e P21, por intermédio das vigas V207 e V224, na realidade vai diretamente da laje aos pilares. Isso pode ser observado no arredondamento do diagrama de forças cortantes nos extremos da viga, para o modelo em elementos finitos, em contraposição ao aspecto linear do mesmo diagrama correspondente ao modelo grelha, como se mostra no Gráfico 4.6. Esse arredondamento do diagrama foi observado em todas as vigas do pavimento junto aos seus apoios, inclusive com a viga V219, conforme pode ser verificado no Gráfico 4.4.

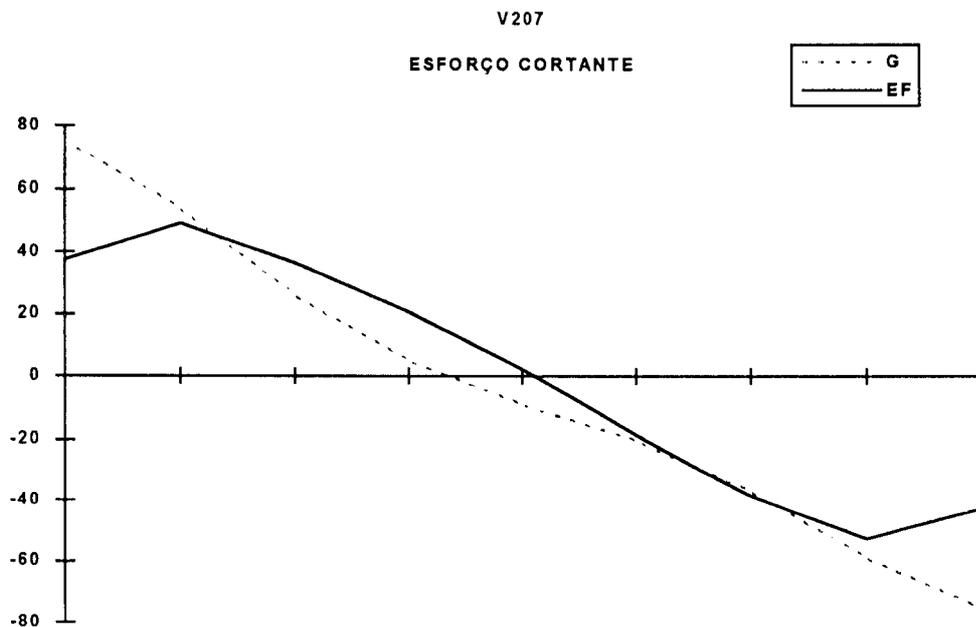


GRÁFICO 4.6 - Esforços cortantes na viga V207 (kN)

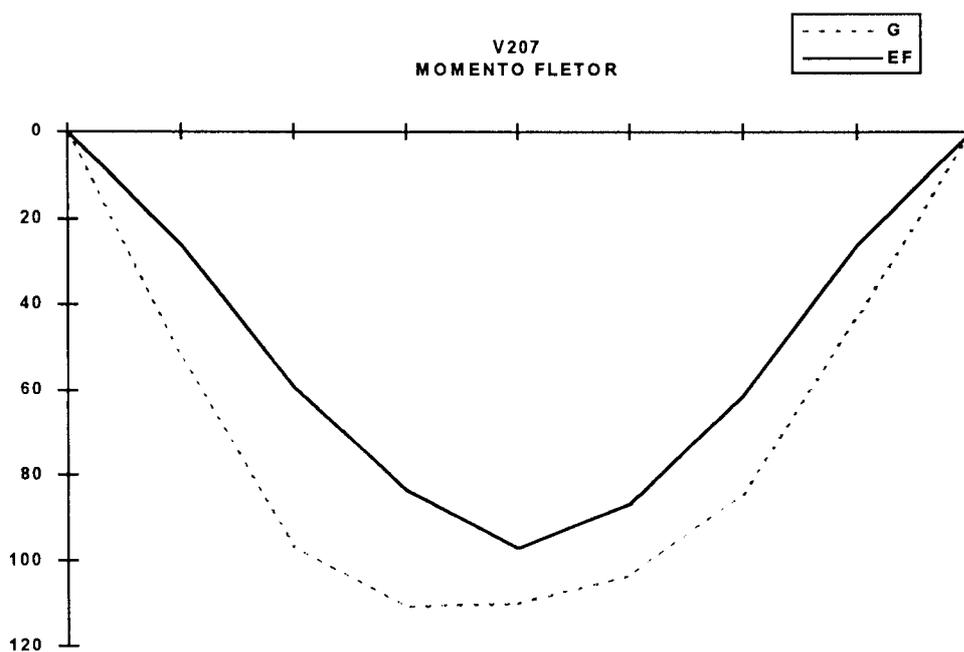


GRÁFICO 4.7 - Momentos fletores na viga V207 (kNm)

Em decorrência dos resultados apresentados e analisados, fica evidente a necessidade de se utilizar modelos matemáticos de cálculo que integrem a laje ao pavimento. Isso permite representar de maneira mais adequada e correta o comportamento estrutural.

CAPÍTULO 5

CONCLUSÕES

Hoje, com a utilização de sistemas computacionais de análise numérica e a proliferação dos microcomputadores, é possível simular o comportamento da estrutura através de um modelo matemático. Para que isso ocorra é necessário que o modelo utilizado seja compatível com a realidade da estrutura. Além disso, duas condições são de grande importância:

- os profissionais que utilizam as ferramentas de cálculo precisam ser habilitados para tanto;
- as ferramentas disponíveis devem ser adequadas ao tipo de utilização requerida.

Assim, esse trabalho preocupou-se com as duas situações acima citadas: a falta de habilitação do analista de estruturas para manusear os instrumentos existentes e a utilização de ferramentas adequadas para proporcionar um melhor aproveitamento de todo o processo de análise.

Demonstrou-se que um gerador de dados pode ser obtido e codificado, de maneira a estabelecer interfaces com quaisquer outros programas de análise numérica ou de visualização gráfica do pavimento, caso o mesmo não tenha sido desenvolvido com esse recurso. A eficiência do programa construído foi comprovada através de várias figuras de formas diversas, que se encontram no Capítulo 2. Com esse programa espera-se ter contribuído, através de um processo rápido e simplificado,

tanto para obtenção da rede que representa o pavimento a ser analisado, como para diminuição da quantidade de erros que ocorrem na fase de entrada dos dados.

Um outro objetivo consistiu em esclarecer o analista sobre as diferentes possibilidades de conceber o modelo, que deve ser representativo da realidade estrutural do pavimento. No Capítulo 3, estudou-se a disposição dos elementos placa e a colocação de vigas. Verificou-se que não é necessário um refinamento excessivo da malha para se obter bons resultados. Porém, a forma e a distribuição dos elementos deve ser uniforme sobre o pavimento. Concluiu-se também que, para a determinação dos esforços nos elementos placa, a malha deve ser mais refinada do que para a determinação dos deslocamentos. Além disso, a discretização da malha sobre as cabeças dos pilares não deve ser excessivamente refinada, pois pode levar a altos valores, que não são representativos do comportamento real da estrutura. Em relação à colocação de vigas, verificou-se que a utilização de modelos simplificados é uma boa aproximação. Nesses modelos simplificados, considera-se a união dos elementos placa e barra através da linha neutra e do centro de gravidade das seções.

Demonstrou-se que é importante conhecer o comportamento do material utilizado e antecipar alguns dos resultados, para que a modelagem seja a mais eficiente. Além disso, é importante a utilização de ferramentas mais refinadas de cálculo na determinação dos esforços e deslocamentos em pavimentos de edifícios. Para isso é necessário que o profissional conheça os programas disponíveis, optando com mais segurança pelo mais adequado.

Comparando-se os resultados obtidos através dos modelos grelha e elementos finitos no Capítulo 4, verificou-se que é fundamental a utilização de modelos mais aperfeiçoados que integrem a laje aos demais componentes estruturais. Em um pavimento concebido como subsistema laje-viga, a consideração da laje isolada do vigamento é uma representação pobre, e nem sempre correta, do seu comportamento, conforme a referência [CORRÊA (1991)]. É errônea a idéia de que o desligamento das peças produz modelos menos rígidos (devido ao fato de não representar muitos vínculos existentes) e a favor da segurança. A desconsideração do comportamento conjunto pode levar não apenas a uma representação mais pobre, mas a uma condição menos segura, pois a rigidez relativa dos componentes estruturais é que define os fluxos de carga pelo sistema estrutural hiperestático.

O trabalho apresentado particularizou-se na análise do pavimento de edifício, mas é evidente a viabilidade da utilização de *software* em todas as fases de um

projeto de edifício, quer seja na análise, no dimensionamento ou no detalhamento. Deve-se investir no aperfeiçoamento das ferramentas existentes para análise estrutural de edifícios (especialmente nas que utilizam o Método dos Elementos Finitos) e na habilitação do profissional de engenharia, quer seja a nível acadêmico ou a nível técnico de mercado de trabalho. Para isso existe disponível no nosso país um universo de programas nacionais e importados para cálculo estrutural, utilizando elementos finitos ou não, acessíveis a qualquer profissional interessado em simplificar e aperfeiçoar as suas rotinas de trabalho [MEDEIROS (1994)].

Como continuidade desse trabalho, pode-se sugerir o desenvolvimento de um *software* pós-processador com vários recursos de visualização, tais como: curvas de isovalor, rotação, *zoom* etc. Outra sugestão seria o aprimoramento do estudo da modelagem de pilares, simulando sua união com os elementos placa e barra. Esse é um campo pouco explorado, não havendo muito material bibliográfico à disposição.

Com esse trabalho espera-se ter contribuído para divulgação de informações sobre a análise de pavimentos de edifícios com a utilização do Método dos Elementos Finitos, ressaltando a sua importância como processo que integra toda a estrutura entre si e ao meio externo que lhe serve de apoio.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ANSYS - 386/ED - REVISION 4.4 - REFERENCE MANUAL. (1990). Swanson Analysis Systems, Inc., aug.
- [2] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1978). NBR-6118 - *Projeto e execução de obras de concreto armado*. Rio de Janeiro.
- [3] BAEHMANN, P.L.; WITTCHEM, S.L.; SHEPHARD, M.S.; GRICE, K.R.; YERRY, M.A. (1987). Robust, geometrically based, automatic two-dimensional mesh generation. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v.24, n.6, p.1043-1078, June.
- [4] BATHE, K.J. (1982). *Finite element procedures in engineering analysis*. Prentice-Hall, Inc., Englewoof Cliffs, N.J.
- [5] BEHR, R.A.; GOODSPEED, C.H.; HENRY, R.M. (1989). Potential errors in approximate methods of structural analysis. *Journal of Engineering Mechanics*, v.115, n.4, p.1002-1005.
- [6] BUEEL, W.R.; BUSH, B.A. (1973). Mesh generation - a survey. *Journal of Engineering for Industry, Transactions of the ASME, Series B*, v.95, p.332-338, Feb.
- [7] CAVENDISH, J.C. (1974). Automatic triangulation of arbitrary planar domains for the Finite Element Method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v.8, p.679-696.
- [8] CAVENDISH, J.C.; FIELD, D.A.; FREY, W.H. (1985). An approach to automatic three-dimensional finite element mesh generation. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v.21, p.329-347.
- [9] COOK, R.D.; MALKUS, D.S.; PLESHA, M.E. (1989). *Concepts and applications of Finite Element Analysis*. University of Wisconsin-Madison, John Wiley & Sons, Inc.

- [10] CORRÊA, M.R.S. (1991). *Aperfeiçoamento de modelos usualmente empregados no projeto de sistemas estruturais de edifícios*. São Carlos. Tese (Doutorado) - EESC, USP.
- [11] CORRÊA, M.R.S.; RAMALHO, M.A. (1986). Sistema LASER - linguagem para análise de sistemas estruturais reticulados. In: VII CONGRESSO LATINO AMERICANO SOBRE MÉTODOS COMPUTACIONAIS PARA ENGENHARIA, São Carlos, *Anais*.
- [12] CORRÊA, M.R.S.; RAMALHO, M.A. (1987). Sistema LASER de análise estrutural. In: V SIMPÓSIO NACIONAL DE TECNOLOGIA DE CONSTRUÇÃO - *Software para o Projeto do Edifício*, EPUSP, São Paulo.
- [13] DUROCHER, L.L.; GASPER, A. (1979). A versatile two-dimensional mesh generator with automatic bandwidth reduction. *Computers & Structures*, v.10, n.4, p.561-575.
- [14] ELLINGWOOD, B. (1987). Design and construction error effects on structural reliability. *Journal of Engineering Mechanics*, v.113, n.2, p.409-422.
- [15] FIGUEIREDO FILHO, J.R. (1989). *Sistemas estruturais de lajes sem vigas: subsídios para o projeto e execução*. São Carlos. Tese (Doutorado) - EESC, USP.
- [16] GERE, J.M.; WEAVER JR., W. (1987). *Análise de estruturas reticuladas*. Traduzido por: Carlos M.P.F. Pinto, Editora Guanabara, Rio de Janeiro.
- [17] GHASSEMI, F. (1982). Automatic mesh generation scheme for a two- or three-dimensional triangular curved surface. *Computers & Structures*, v.15, n.6, p.613-626.
- [18] GOLDMAN, R.N. (1983). An urnful of Blending Functions. *IEEE Computer Graphics and Applications*, v.3, n.7, p.49-54, Oct.
- [19] GONNET, G.H. (1984). *Handbook of algorithms and data structures*. Internacional Computer Science Series, Addison-Wesley Publishing Company.
- [20] GORDON, W.J. (1983). An operator calculus for surface and volume modeling. *IEEE Computer Graphics and Applications*, v.3, n.7, p.18-22, Oct.
- [21] HABER, R.; SHEPHARD, M.S.; ABEL, J.F.; GALLAGHER, R.H.; GREENBERG, D.P. (1981). A general two-dimensional graphical finite element preprocessor utilizing Discrete Transfinite Mappings. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v.17, p.1015-1044.

- [22] HAUGENEDER, E.; PROCHAZKA, W.; TAVOLATO, P (1981).. A preprocessor for the finite element program SAP IV. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v.17, p.1779-1789.
- [23] HOROWITZ, E.; SAHNI, S. (1979). *Fundamentals of computer algorithms*. Computer Science Press, Inc., Computer Software Engineering Series, Pitman Publishing Limited.
- [24] HRABOK, M.M.; HRUDEY, T.M. (1983). Finite element analysis in design of floor systems. *Journal of Structural Engineering, ASCE*, v.109, n.4, p.909-925.
- [25] HRABOK, M.M.; HRUDEY, T.M. (1984). A review and catalogue of plate bending finite elements. *Computers & Structures*, v.19, n.3, p.479-495.
- [26] HRUDEY, T.M.; HRABOK, M.M. (1986). Singularity finite elements for plate bending. *Journal of Engineering Mechanics*, v.112, n.7, p.666-681.
- [27] HUGHES, T.J.R.; TAYLOR, R.L.; KANOKNUKULCHAI, W. (1977). A simple and efficient finite element for plate bending. *International Journal for Numerical Methods In Engineering*, v.11, p.1529-1543.
- [28] INTRODUCTION TO COSMOS/M. (1989). Structural research and analysis corporation, 2nd. Edition, Version 1.52a, Oct.
- [29] IRONS, B.M. (1983). Putative high-performance plate bending element. Carta ao editor, *International Journal for Numerical Methods In Engineering*, v.19, p.310.
- [30] KRAFRAWY, M.F. El; HARTLEY, G.A. (1984). Practicable building frame analysis. *Computers & Structures*, v.18, n.6, p.1057-1068.
- [31] MAZUMDER, P. (1987). Planar decomposition for quadtree data structure. *Computer Vision, Graphics and Image Processing*, v.38, p.258-274.
- [32] MEDEIROS, H. (1994). Instrumentos para refinar o cálculo. *Téchne*, n.10, p.13-16.
- [33] MELCHERS, R.E. (1989). Human error in structural design tasks. *Journal of Engineering Mechanics*, v.115, n.7, p.1795-1807.
- [34] PERRONE, N.; PILKEY, W. (1977). *Structural mechanics software series*. University Press of Virginia, p.591-602.
- [35] RAMALHO, M.A. (1987). Apresentação de um editor de dados para estruturas com recursos gráficos acoplados. In: ANAIS DO COLLOQUIA 1987, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

- [36] RAMALHO, M.A. (1990). *Sistema para análise de estruturas considerando interação com o meio elástico*. São Carlos. Tese (Doutorado) - EESC, USP.
- [37] SADEK, E.A. (1980). A scheme for the automatic generation of triangular finite elements. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v.15, p.1813-1882.
- [38] SAMET, H. (1984). The quadtree and related hierarchical data structures. *Computing Surveys*, v.16, n.2, p.187-260, June.
- [39] SAP80 : USER'S MANUAL. (1984). Computers & Structures Inc., Berkeley.
- [40] SAP90 : USER'S MANUAL. (1988). Computers & Structures Inc., Berkeley.
- [41] SHAFFER, C.A.; SAMET, H. (1987). Optimal quadtree construction algorithms. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, v.37, p.402-419.
- [42] SHEPHARD, M.S.; BAEHMANN, P.L.; GRICE, K.R. (1987). Automatic finite element modelling: geometry control for direct models. *Engineering Computations*, v.4, n.2, p.119-125, June.
- [43] SHEPHARD, M.S.; BAEHMANN, P.L.; GRICE, K.R. (1988). The versatility of automatic mesh generators based on tree structures and advanced geometric constructs. *Communications in Applied Numerical Methods*, v.4, p.379-392.
- [44] SHEPHARD, M.S.; YERRY, M.A. (1983). Approaching the automatic generation of finite element meshes. *Computers in Mechanical Engineering*, p.49-56, Apr.
- [45] STEWART, M.G.; MELCHERS, R.E. (1989). Checking models in structural design. *Journal of Engineering Mechanics*, v.115, n.6, p.1309-1324.
- [46] SUPERSAP : USER'S MANUAL. (1987). Algor Interactives Systems, Inc.
- [47] SUSSEKIND, J.C. (1980). *Curso de análise estrutural*. Editora Globo, Rio de Janeiro.
- [48] TANABE, M. (1991). Software architecture for effective finite-element structural and thermal analysis on microcomputer. *Int. J. Pres. Ves & Piping*, v.45, p.43-60.
- [49] WOODWARK, J.R. (1982). The explicit quadtree as a structure for computer graphics. *The Journal Computer*, v.25, n.2, p.235-238.

- [50] YERRY, M.A.; SHEPHARD, M.S. (1983). A Modified Quadtree approach to finite element mesh generation. *IEEE Computer Graphics & Applications*, v.3, n.1, p.39-46.
- [51] ZAGOTTIS, D. (1975). Conceituação do Método dos Elementos Finitos. *Construção Pesada*, p.44-50, maio.
- [52] ZIENKIEWICZ, O.C. (1985). *The Finite Element Method*. McGraw-Hill Book Company, London.
- [53] ZIENKIEWICZ, O.C.; PHILLIPS, D.V. (1971). An automatic mesh Generation scheme for plane and curved surfaces by "Isoparametric" Co-ordinates. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v. 3, p.519-528.