

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS

CONTRIBUIÇÃO AO CÁLCULO DOS MOMENTOS FLETORES DEPENDENTES
DO TEMPO EM VIGAS DE PONTES PRÉ-MOLDADAS PROTENDIDAS
COM A CONTINUIDADE ESTABELECIDADA NO LOCAL.

Eng.^o JOEL MARCOS MACHADO DE ANDRADE

ORIENTADOR: PROF. DR. MOUNIR KHALIL EL DEBS

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo como parte dos requisitos para obtenção do título de "Mestre em Engenharia de Estruturas".

Comissão Examinadora:

Prof.Dr. Mounir Khalil El Debs - EESC-USP

Prof.Dr. Ilio Montanari - EESC-USP

Prof.Dr. João Amilton Mendes - UEPG - PR

Suplentes:

Prof.Dr. Maximiliano Malite - EESC-USP

Prof.Dr. Osny Pellegrino Ferreira - EESC-USP

São Carlos, janeiro de 1994

Aos meus pais Severino e Antonia

AGRADECIMENTOS

Ao Prof.Dr. Mounir K. El DEbs, pela amizade, orientação e incentivo na elaboração do presente trabalho.

Aos amigos, professores e funcionários do Departamento de Estruturas da EESC-USP, que de uma forma ou de outra contribuíram para a realização deste trabalho.

Ao Sr. Antonio Valdair Carneiro, pela dedicação com que digitou este trabalho e à Sra. Silvia Helena M. Vilani pelos desenhos que ilustram esta dissertação.

À bibliotecária Sra. Maria Nadir Minatel, por sua colaboração desde a pesquisa até a revisão das referências bibliográficas.

Ao CNPq.pelo apoio financeiro.

RESUMO

Neste trabalho é tratada a análise dos momentos fletores dependentes do tempo, devidos aos efeitos de retração e fluência do concreto e relaxação do aço de protensão, que ocorrem nas ligações entre vigas de pontes pré-moldadas protendidas, na região dos apoios, com a continuidade estabelecida no local.

Apresenta-se o desenvolvimento de um procedimento para cálculo destes momentos, que consiste na determinação das rotações nas extremidades das vigas a partir da integração numérica das deformações que ocorrem em um certo número de seções transversais. A sistemática de cálculo é aplicada em vários intervalos de tempo, através de um processo iterativo.

No trabalho é enfatizado o caso em que a continuidade é estabelecida com a colocação de armadura passiva nos apoios. Para o caso particular em que essa armadura passiva é colocada somente no tabuleiro, são apresentados critérios para a determinação dos momentos de serviço, com a consideração destes momentos dependentes do tempo.

Com o intuito de comparar resultados, são ainda apresentados procedimentos existentes na literatura para o cálculo dos momentos dependentes do tempo. Estes procedimentos são: o método do **PCA** e um outro que é uma versão atualizada deste. A comparação de resultados é feita através de três exemplos representativos.

ABSTRACT

This research deals with the analysis of the time-dependent moments, due to the effects of creep and shrinkage of concrete and relaxation of prestressed steel, which occur at the connection on support piers between precast prestressed bridge girders made continuous.

In order to calculate these moments, a procedure developed is presented, which consists in determining the rotations at the ends of the girders with the numerical integration of the deformations which occur for some cross sections. The calculation methodology is conducted over a series of time intervals, by means of a iterative process.

In this research it is focused on the case in which the members are made continuous through moment reinforcement over supporting piers. For the particular case of reinforcement provided only at the deck, recommendations for the calculation of the service moments, including the time-dependent ones, are presented.

For purposes of results comparison , existing procedures for computing the time-dependent moments are also presented. These procedures are: the PCA method and other one which is an its modified version. The comparison of results are made in three examples.

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras Romanas :

- A_c - Área da seção transversal da peça de concreto;
- \bar{A}_c - Área da seção transversal da peça de concreto, ajustada à idade;
- A_s - Área da seção transversal da armadura passiva;
- A_p - Área da seção transversal da armadura protendida;
- A_h - Área da seção homogeneizada;
- b - largura da seção da peça;
- B - Momento estático de área para a seção transversal em relação a um eixo de referência adotado;
- \bar{B} - Momento estático de área, ajustado à idade, para a seção transversal em relação a um eixo de referência adotado;
- e_c - Distância do centro de gravidade da seção composta à borda superior da longarina;
- E_c - Módulo de elasticidade do concreto;
- \bar{E}_c - Módulo de elasticidade do concreto, ajustado à idade;
- E_p - Módulo de elasticidade da armadura de protensão;
- E_s - Módulo de elasticidade da armadura passiva;

- $e_{x,i}$ - Excentricidade de um feixe i , em relação ao centro de gravidade da seção transversal da peça;
- f_{ck} - Resistência característica do concreto à compressão;
- f_{tk} - Resistência característica do concreto à tração;
- f_{ptk} - Resistência característica à tração do aço de protensão.
- f_y - Tensão de escoamento da armadura passiva;
- f_{py} - Tensão de escoamento da armadura ativa;
- h_{fic} - Espessura fictícia da peça;
- h_i - Distância da borda inferior de uma peça até o seu centro de gravidade;
- h_s - Distância da borda superior de uma peça até o seu centro de gravidade;
- I_c - Momento de inércia da seção transversal da peça de concreto em relação ao seu centro de gravidade;
- \bar{I}_c - Momento de inércia da seção transversal da peça de concreto, ajustado à idade, em relação ao seu centro de gravidade;
- ℓ - Comprimento do vão;
- ℓ_T - Largura da transversina;
- M_A - Momento de serviço no apoio;
- M_C - Momento de continuidade;
- M_D - Momento de restrição final, devido à carga permanente, não reduzido pelo fator de fluência;
- M'_D - Momento de restrição final, devido à carga permanente, reduzido pelo fator de fluência;
- $M_{g,\ell}$ - Momento fletor devido à carga permanente, na etapa ℓ ;
- M_{MV} - Momento de serviço no meio do vão;
- M_T - Momento fletor devido à temperatura;

- M_p - Momento de restrição final, devido à protensão, não reduzido pelo fator de fluência;
- M'_p - Momento de restrição final, devido à protensão, reduzido pelo fator de fluência;
- $M_{p,\ell}$ - Momento fletor devido à protensão, na etapa ℓ ;
- M_r - Momento de fissuração;
- M_R - Momento total de restrição;
- M_{RE} - Momento de restrição final, devido à retração diferencial, não reduzido pelo fator de fluência;
- M'_{RE} - Momento de restrição final, devido à retração diferencial, reduzido pelo fator de fluência;
- M_{REX} - Momento de restrição no primeiro apoio adjacente a um vão de extremidade;
- M_{RII} - Momento de restrição de um vão interno nos apoios adjacentes a outros vãos internos;
- M_{RIL} - Momento de restrição de um vão interno no apoio adjacente a um vão de extremidade;
- M_{RIR} - Momento de restrição do primeiro vão interno no apoio adjacente a um vão de extremidade ou a outro vão interno;
- N - Força normal resultante no centro de gravidade da seção transversal da peça;
- P_o - Força no aço de protensão no tempo t_o ;
- S - Consistência do concreto na época do lançamento;
- t - Idade fictícia da peça, em dias, para o cálculo das perdas progressivas;
- t_d - Espessura da laje do tabuleiro;
- t_o - Idade fictícia do concreto, tomada como inicial para cálculo das perdas em uma determinada etapa;

- T_j - Temperatura média do ambiente, durante j dias;
- u_{ar} - Perímetro da seção transversal da peça, exposto ao ar;
- U - Umidade relativa do ambiente onde se encontra a peça, tomando-se o valor médio do intervalo considerado;
- W - Módulo de resistência da seção correspondente ao regime elástico (estádio Ia.)
- W_{sh2} - Módulo de resistência relativo à borda superior do tabuleiro para a seção homogeneizada;
- Y_{pci} - Distância de um prisma i de concreto ao centro de gravidade da seção homogeneizada;
- Y_{psi} - Distância de um prisma j de aço ao centro de gravidade da seção homogeneizada.

Letras Gregas :

- α - coeficiente que depende da velocidade de endurecimento do cimento; coeficiente linear de dilatação térmica para o concreto;
- α_c - Relação entre os módulos de elasticidade dos concretos das partes que compõem a seção;
- α_f - Coeficiente, para a fluência, que depende do tipo de cimento;
- α_p - Relação entre os módulos de elasticidade da armadura de protensão e do concreto;
- α_s - Relação entre os módulos de elasticidade da armadura passiva e do concreto;
- β_d - Coeficiente relativo à deformação lenta reversível;
- β_f - Coeficiente relativo à deformação lenta irreversível;
- γ - Coeficiente que depende da umidade relativa do ambiente; massa específica do concreto;
- ϵ_{cc} - Deformação específica do concreto, por fluência;

- ϵ_{cca} - Fluência rápida;
- ϵ_{ccd} - Deformação lenta reversível;
- ϵ_{ccf} - Deformação lenta irreversível;
- ϵ_{cs} - Deformação específica do concreto, por retração;
- $\epsilon_{cs\infty}$ - Deformação específica final, por retração;
- ϵ_p - Deformação específica do aço de protensão;
- θ - Rotação na extremidade de uma viga simplesmente apoiada;
- κ_c - $1+\varphi(t, t_0)/2$;
- κ_p - $1+\kappa_s(t, t_0)/2$;
- λ - Deformação específica axial;
- μ - Rotação do plano da seção da peça;
- ρ - Relação entre a área de armadura e a área da seção transversal da peça;
- σ_c - Tensão normal no concreto;
- σ_p - Tensão na armadura de protensão no tempo t ;
- $\sigma_{p0, i}$ - Tensão na armadura de protensão no tempo t_0 ;
- φ - Coeficiente de fluência para o concreto;
- φ_a - Coeficiente de fluência rápida;
- φ_d - Coeficiente de deformação lenta reversível;
- φ_f - Coeficiente de deformação lenta irreversível.
- Φ - Função fluência;
- χ - Coeficiente de envelhecimento do concreto;
- χ_s - Coeficiente de fluência para o aço de protensão;
- ψ - Coeficiente de relaxação do aço de protensão;

Observação: estão incluídos acima apenas os símbolos mais utilizados. Em situações em que o símbolo é apresentado uma única vez e é definido no próprio texto, o mesmo não está incluído aqui.

SIGLAS

- AASHTO** - American Association of State Highway and Transportation Officials;
- ACI** - American Concrete Institute;
- CEB** - Comité Euro-International Du Béton;
- EUA** - Estados Unidos da América;
- FHWA** - Federal Highway Administration;
- NBI** - National Bridge Inventory;
- PCA** - Portland Cement Association;
- PCI** - Prestressed Concrete Institute, atualmente Precast/Prestressed Concrete Institute.

SUMÁRIO

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

1-Preliminares	01
2-Considerações iniciais sobre pontes de concreto	03
3-Tipos de seção para pontes de pequenos vãos	05
4- Tipos de ligações moldadas no local para o estabelecimento da continuidade entre vigas pré-moldadas	07
5- Objetivo e apresentação do trabalho	15

CAPÍTULO II

ANÁLISE DE TENSÕES E DEFORMAÇÕES NUMA SEÇÃO TRANSVERSAL DA VIGA AO LONGO DO TEMPO

1-Preliminares	19
2-Idade e espessura fictícias de acordo com a NBR 7197	20
2.1-Idade fictícia do concreto	20
2.2-Espessura fictícia da peça	21
3-Retração do concreto	21
3.1- Indicações da NBR 7197	21
3.2- Indicações do ACI COMMITTEE 209	23
4-Fluência do concreto	26
4.1- Indicações da NBR 7197	26
4.2- Indicações do ACI COMMITTEE 209	28

5-Relaxação e fluência do aço de protensão	31
5.1-Indicações da NBR 7197	31
5.2-Proposta do PCI COMMITTEE ON PRESTRESS LOSSES	32
6-Cálculo de perdas de protensão	33
6.1-Formulação baseada nas indicações da NBR 7197	33
6.2-Proposta do PCI COMMITTEE ON PRESTRESS LOSSES	36
6.2.1-Perda devida à fluência do concreto	36
6.2.2-Perda devida à retração do concreto	38
6.2.3-Perda devida à relaxação do aço	38
7-Cálculo de tensões e deformações na seção transversal ao longo do tempo	39
7.1-Formulação utilizando proposta da NBR 7197	39
7.1.1-Etapa de seção não composta	40
7.1.1.1-Characterização dos dados necessários	40
7.1.1.2-Tensões nos feixes de cabos	41
7.1.1.3-Tensões no concreto	43
7.1.1.4- Cálculo das perdas nos feixes de cabos	47
7.1.2- Etapa de seção composta	54
7.1.2.1- Metodologia de cálculo	54
7.1.2.2- Características da seção	55
7.1.2.3- Deformações específicas diferidas	60
7.1.2.4- Tensões no concreto	63
7.1.2.4.1- Enquanto existir apenas a parte 1	63
7.1.2.4.2- Quando a seção for constituída de duas partes	64
7.1.2.4.3- Tensões nas bordas da seção	65
7.1.2.5- Tensões no aço de protensão	67
7.2- Proposta de GHALI e FAVRE	67
7.2.1- Tensão e deformação instantânea no tempo t_0	68
7.2.2- Variações na deformação e tensão durante o período $(t-t_0)$	70

CAPÍTULO III

DETERMINAÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DOS MOMENTOS FLETORES AO LONGO DO TEMPO APÓS O ESTABELECIMENTO DA CONTINUIDADE NO LOCAL ENTRE AS VIGAS PRÉ-MOLDADAS PROTENDIDAS

1- Preliminares	73
2- Cálculo dos momentos de restrição	74
2.1- Método do PCA	74
2.1.1- Momento de restrição devido à fluência causada pela protensão	75
2.1.2- Momento de restrição devido à fluência causada pela carga permanente	78
2.1.3- Momento de restrição devido à retração diferencial	80
2.1.4- Momento total de restrição	82
2.2- Método do PCA modificado	82
2.2.1- Momento de restrição devido à fluência causada pela protensão	84
2.2.2- Momento de restrição devido à fluência causada pela carga permanente	85
2.2.3- Momento de restrição devido à retração diferencial	85
2.2.4- Momento total de restrição	88
2.3- Procedimento Empregado	93
2.3.1- Cálculo dos deslocamentos e rotações nas extremidades das vigas	93
2.3.2- Cálculo da matriz de rigidez do elemento	94
2.3.3- Determinação dos esforços na estrutura hiperestática ..	95
3- Cálculo dos momentos devidos à carga móvel mais impacto e devidos à carga permanente adicional	96
4- Cálculo dos momentos devidos à variação de temperatura	98
4.1- Distribuição de temperatura na seção	98
4.2- Hipóteses para a análise de tensões e deformações devidas à temperatura numa seção não-fissurada	99
4.3- Tensões e deformações devidas à temperatura na estrutura isostática	100

4.4- Determinação dos momentos devidos à temperatura na estrutura contínua	103
5- Cálculo dos momentos de serviço	103
5.1- Momento de serviço positivo no meio do vão	104
5.2- Momentos de serviço negativos na ligação sobre os pilares	107

CAPÍTULO IV

EXEMPLOS COMPARATIVOS

1- Preliminares	108
2- Exemplo 1	109
2.1- Dados da estrutura da ponte	109
2.1.1- Características geométricas	109
2.1.2- Propriedades dos materiais	110
2.1.3- Dados sobre o carregamento e projeto preliminar	111
2.2- Cálculo dos momentos de restrição	112
2.2.1- Método do PCA	112
2.2.2- Método do PCA modificado	117
2.2.3- Procedimento Empregado	118
2.2.4- Análise de resultados	119
3- Exemplo 2	123
3.1- Dados da estrutura da ponte	124
3.1.1- Características geométricas	124
3.1.2- Propriedades dos materiais	124
3.1.3- Dados sobre o carregamento e projeto preliminar	125
3.2- Cálculo dos momentos de restrição	126
3.2.1- Método do PCA modificado	126
3.2.2- Procedimento Empregado	128
3.2.3- Análise de resultados	128
3.3- Cálculo dos momentos devidos à temperatura	131
3.3.1- Distribuição de temperatura	131
3.3.2- Cálculo da rotação na seção	131

3.3.3- Cálculo dos esforços hiperestáticos devidos à temperatura	132
3.4- Cálculo dos momentos devidos à carga móvel mais impacto e devidos à carga permanente adicional	133
3.5- Cálculo dos momentos de serviço	133
3.5.1- Momento de serviço positivo no meio do vão	133
3.5.2- Momentos de serviço negativos sobre os apoios	137
4- Exemplo 3	138
4.1- Dados da estrutura da ponte	139
4.1.1- Características geométricas	139
4.1.2- Propriedades dos materiais	139
4.1.3- Dados sobre o carregamento e projeto preliminar	140
4.2- Cálculo dos momentos de restrição	142
4.2.1- Método do PCA modificado	142
4.2.2- Procedimento Empregado	143
4.2.3- Análise de resultados	144
4.3- Cálculo dos momentos devidos à carga móvel mais impacto e devidos à carga permanente adicional	146
4.4- Cálculo dos momentos de serviço	147
4.4.1- Momento de serviço positivo no meio do vão	147
4.4.2- Momentos de serviço negativos sobre os apoios	150

CAPÍTULO V

CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES	152
---	-----

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	156
----------------------------------	-----

BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR	160
---------------------------------	-----

ANEXO

INSTRUÇÕES PARA USO E LISTAGEM DO PROGRAMA BRIDGERP

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

1-Preliminares

A experiência tem mostrado que as juntas nos tabuleiros de pontes exigem constantes custos de manutenção, geralmente elevados. Por isso, o desejo de eliminar ou reduzir essas juntas no tabuleiro é uma das razões principais para o estabelecimento da continuidade.

No sentido de destacar esta questão, nas informações que serão apresentadas a seguir, está sendo enfatizada a situação das pontes nos **EUA**. Isto deve-se ao fato da escassez de informações em publicações técnicas sobre a situação das pontes no Brasil. Ainda que a realidade nos **EUA** seja diferente da nacional, principalmente devido ao uso de agentes químicos para melhorar as condições de aderência dos veículos, valem, em princípio, os aspectos relacionados a seguir.

De acordo com a **FHWA** (**Federal Highway Administration**), quase 40 por cento das pontes nos **EUA** são classificadas como deficientes e precisam de recuperação ou substituição [**KLAIBER et alii(1988)**]. Na década de 90, 40 por cento da área total de tabuleiro de pontes rodoviárias existentes nos **EUA** completam 35 anos de idade, prontas, portanto, para substituição, segundo dados sobre as pontes já existentes. A solução para os problemas de pontes nos **EUA** exigirão 30 anos de serviços de recuperação, quase todos eles envolvendo os tabuleiros [**BETTIGOLE(1990)**]. Em fins da década de 70, o Congresso Americano propôs quantias que variavam de 450 milhões a 2 bilhões de dólares por ano como gastos para substituições de pontes [**TOKERUD(1978)**]. Existem mais de 570.000 pontes nos Estados Unidos, sendo que aproximadamente 248.500 das mesmas estão estruturalmente deficientes ou funcionalmente obsoletas [**PURVIS & BERGER(1983)**].

Baseando-se em dados de estudos sobre aspectos econômicos e de desempenho de 3.962 substituições de pontes em Minnesota(**EUA**), no período de 1973 a 1983, constatou-se que em pontes de concreto protendido, na idade de 11 a 30 anos, havia necessidade de manutenção nas juntas e, em idades superiores a 31 anos, já ocorria o mesmo com as vigas [**HILL & SHIROLE(1984)**]. As discussões com engenheiros diretamente envolvidos com a inspeção de pontes nos **EUA** indicam que mais da metade dos problemas relacionados com tabuleiros de pontes de concreto dizem respeito às juntas ou são causadas por escoamento de água para os elementos da superestrutura, através das mesmas [**PURVIS & BERGER(1983)**].

2-Considerações iniciais sobre pontes de concreto

Em razão de sua qualidade e resistência geralmente melhores, vigas protendidas de seções padronizadas estão sendo preferidas em relação às vigas de concreto armado pré-moldadas ou moldadas no local. Em consulta realizada junto a 100 Departamentos Estaduais de Transporte no Nordeste dos **EUA**, ao longo de um período de três anos, constatou-se que o número de pontes de concreto protendido representava 72 por cento do número total de pontes construídas nesse período, principalmente na faixa de vãos pequenos a médios (6 a 40m). Verificou-se também que para peças de superestrutura de pontes em rodovias, o concreto moldado no local tem sido substituído, na sua maior parte, por construção pré-moldada protendida [**TOKERUD (1978)**]. Em termos de número de pontes construídas anualmente, nos Estados Unidos, a fatia do mercado de pontes de concreto protendido tem aumentado de zero por cento em 1950 a quase 50 por cento em 1989 [**DUNKER & RABBAT (1992)**]. Em consulta realizada em Minnesota (**EUA**), o uso de seções de concreto protendido para construções de ponte tem sido grande, segundo pesquisa realizada sobre o desempenho e recuperação de pontes naquele estado [**HILL & SHIROLE (1984)**]. No início dos anos 50, o concreto protendido era limitado, principalmente, a faixas de vão de até 30,5m (100 ft). A maioria das pontes de concreto protendido nos **EUA** são construídas, atualmente, com vãos menores que 43,0m (140 ft) [**DUNKER & RABBAT (1992)**].

Quando comparadas com outros tipos de pontes de concreto protendido, as pontes de viga "T" e de viga caixão simples são as que apresentam os percentuais mais elevados de deficiência. Baseando-se em dados do **NBI** (National Bridge Inventory), ao considerar-se todas as faixas de vãos, idades e volumes de tráfego diário médio, constata-se, com poucas exceções, que o percentual de deficiência estrutural é mais baixo para pontes de concreto protendido, quando comparadas a pontes de aço e madeira [**DUNKER & RABBAT (1992)**]. O gráfico da Fig I.1 mostra a situação dos vários

tipos de pontes existentes nos EUA, com base em dados do NBI, indicando para cada tipo de ponte o número delas que precisa de reforço [KLAIBER et alii (1988)].

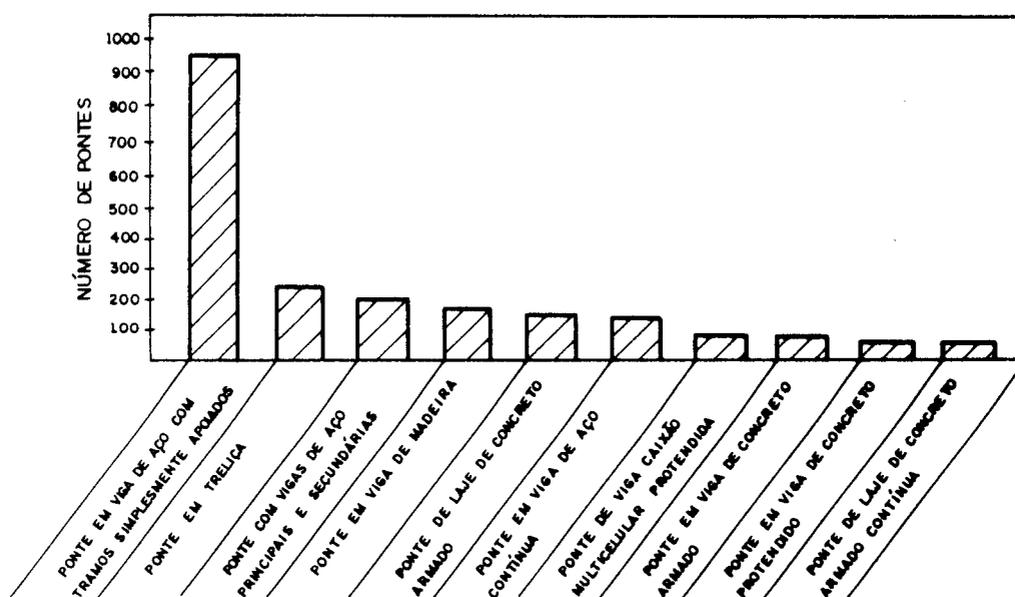


Fig. I.1- Número de pontes necessitando de reforço [KLAIBER et alii (1988)].

3-Tipos de seção para pontes de pequenos vãos

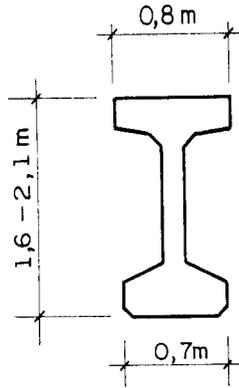
No **PCI (1975a)**, define-se como pontes de pequenos vãos aquelas, cujo limite convencional do vão chega a 30 metros. Esse limite corresponde a vãos de pontes construídas com elementos pré-moldados que podem ser produzidos em fábricas e transportados para o local de implantação da obra, em situações consideradas normais.

Observou-se logo que economias consideráveis seriam obtidas através do uso de seções de vigas pré-moldadas padronizadas. Isso levou ao desenvolvimento das seções padronizadas da **AASHTO-PCI** no final dos anos 50 e início dos anos 60, e que desde então têm tido um extensivo uso, principalmente nos **EUA [MANNING (1988)]**.

De acordo com estudos recentes, uma nova série de seções chamadas "**Bulb Tee**" modificado podem levar a economias de até 17 por cento, quando usadas para substituir as vigas de seção "**I**" tipo IV, V e VI da **AASHTO (American Association of State Highway and Transportation Officials)** em vãos maiores que 25m (80 ft) [**SPRINKEL (1985)**].

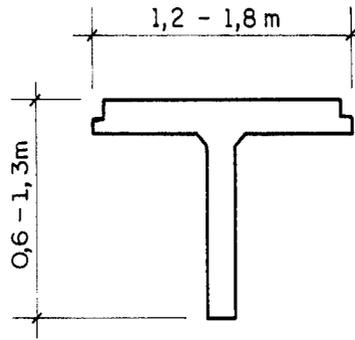
A Fig. I.2 mostra diferentes tipos de seções de concreto pré-moldado padronizadas, empregadas correntemente, de acordo com a literatura existente. Estão indicadas também a faixa de altura, largura da seção e comprimento do vão em cada caso.

Pesquisa realizada junto a alguns Departamentos Estaduais de Transporte nos Estados Unidos mostra que os elementos pré-moldados utilizados com maior frequência em pontes são as vigas "**I**" protendidas, seguidas das vigas caixão também protendidas [**SPRINKEL (1985)**]. As vigas em "**I**" de concreto pré-moldado protendido foram utilizadas em aplicações de pontes nos Estados Unidos, primeiramente, no início dos anos 50. Existe ainda hoje nos Estados Unidos um extensivo uso das vigas de seção "**I**" padronizadas da **AASHTO**, apesar da existência das seções "**Bulb Tee**" mais modernas [**GEREN et alii (1992)**].



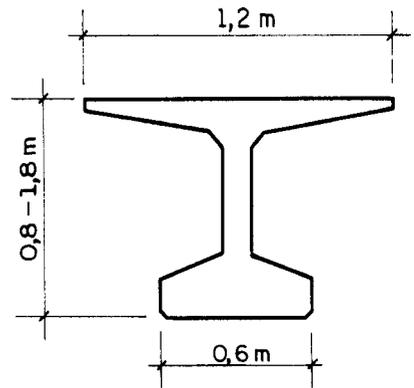
vãos de 24,4-42,7m

a) Seção em I



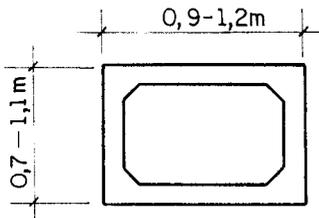
vãos de 18-26m

b) Seção T



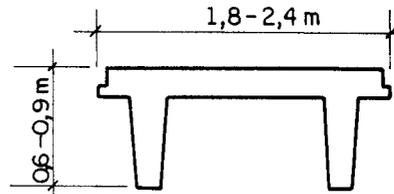
vãos de 21-58m

c) Seção "Bulb Tee"



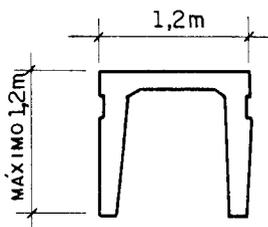
vãos até 32m

d) Seção "CAIXÃO"



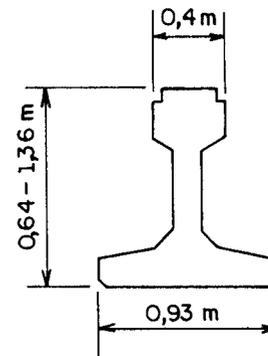
vãos de 9,1-19,8m

e) Seção "TT"



vãos até 30m

f) Seção "CANAL"



vãos de 15-29m

g) Seção "T" Invertido

Fig. I.2-Seções de concreto pré-moldado padronizadas em uso corrente [(a), (c) e (e) HILL & SHIROLE (1982); (b), (d), e (f) TOKERUD (1978); (g) SOMERVILLE (1971)].

No Reino Unido, quatro seções de vigas padronizadas nacionais têm sido implantadas para uso em pontes de pequenos vãos: viga de concreto protendido de seção em "T" invertido, de seção caixão, de seção em "I" e novas vigas de concreto protendido de seção em "T" invertido [SOMERVILLE (1971)].

4- Tipos de ligações moldadas no local para o estabelecimento da continuidade entre vigas pré-moldadas

Normalmente, as pontes em viga com o emprego de elementos pré-moldados protendidos são construídas somente com um tramo ou com vários tramos simplesmente apoiados. Entende-se aqui como ponte em viga, aquela estrutura de ponte cujo sistema é em viga, independentemente da seção transversal, para diferenciar das pontes de viga que se referem às seções transversais de pontes [EL DEBS (1991)].

Pelo que se tem notícia, esse tipo de sistema estrutural (Fig. I.3) é o mais empregado, inclusive no Brasil. A maior desvantagem desse sistema é a presença da junta no tabuleiro, além de um não aproveitamento da estrutura para uma melhor distribuição de momentos fletores e para uma melhor distribuição de esforços horizontais do tabuleiro para os pilares.

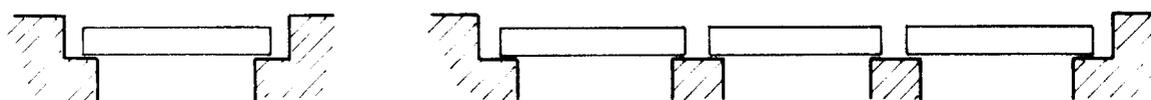


Fig. I.3-Sistema de ponte em viga com um ou vários tramos simplesmente apoiados.

O maior problema com a junta do tabuleiro é que ela expõe os elementos da superestrutura. No caso da transversina de concreto, a umidade penetra no concreto e facilita a corrosão das barras, o que causa uma deterioração do concreto e perda de seção

das barras. Quando ocorrem problemas de escoamento de água na junta, os aparelhos de apoio da ponte são expostos à umidade e aos detritos, que causam deterioração e corrosão. Em decorrência disso, geralmente, uma longarina de concreto desenvolverá uma fissura diagonal predominante que se inicia na parte inferior da viga, na extremidade do aparelho de apoio, e se estende de acordo com o indicado na Fig. I.4 [PURVIS & BERGER (1983)]. Acrescenta-se ainda que, no caso de estruturas de pontes de concreto protendido, onde a armadura está sujeita a tensões mecânicas elevadas, a corrosão da armadura pode levar a consequências muito mais sérias que no caso de peças de concreto armado [NOVOKSHCHENOV (1989)].

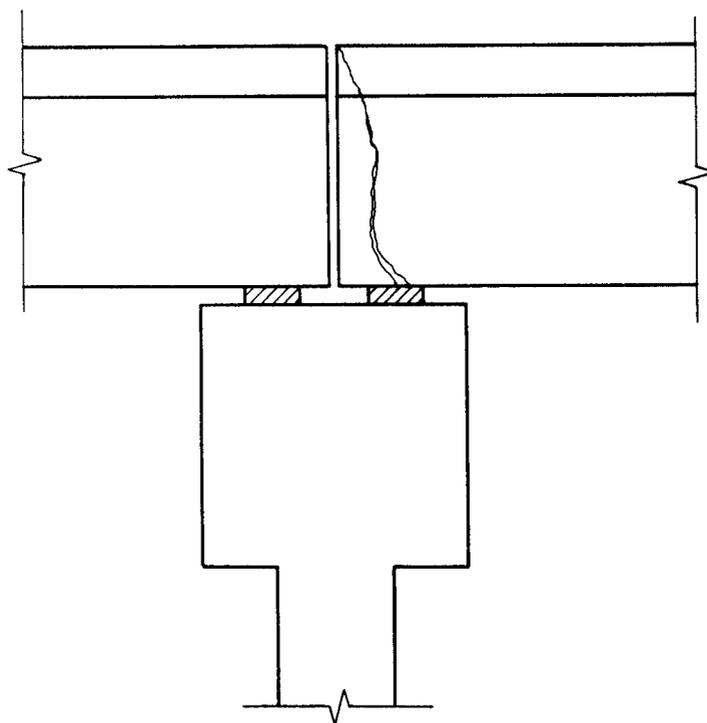


Fig. I.4- Representação esquemática de fotografia apresentada em [PURVIS & BERGER (1983)], ilustrando as fissuras na longarina, na região do apoio.

O desejo de eliminar as juntas no tabuleiro, em face dos elevados custos de manutenção exigidos, motivou o emprego da continuidade em estruturas de pontes deste tipo. O emprego de pontes contínuas, ao invés de tramos simplesmente apoiados,

permite também vencer vãos maiores [GEREN et alii (1992)]. Ressalta-se também que o advento do processo de Cross para distribuição de momentos encorajou os engenheiros de pontes a projetarem superestruturas contínuas, com a eliminação das juntas do tabuleiro na região dos pilares [BURKE (1989)]. LEONHARDT (1979) sugere a possibilidade do estabelecimento da continuidade apenas na região do tabuleiro, com o único objetivo de eliminação da junta. Segundo LACROIX (1993), na França, constrói-se um grande número de pontes e viadutos constituídos de tramos simplesmente apoiados, pós-tracionados, com 30 a 50m de vão. Ele acrescenta ainda que, para reduzir o número de juntas, costuma-se estabelecer a continuidade somente no tabuleiro, como indica a Fig. I.5. Tem-se indicações de que, na Europa, essa prática é mais utilizada que no Brasil. Esse método de construção é utilizado nos Estados Unidos para reparo de estruturas existentes, sendo o mesmo, no entanto, raramente empregado para novas construções [GEREN (1993)].

A literatura existente dá indicações de que existe, já há alguns anos nos Estados Unidos, uma tendência ao uso mais intenso do sistema estrutural de ponte em viga com a continuidade completa estabelecida sobre os pilares, em relação ao emprego desse sistema em outros países. Entende-se aqui como **continuidade completa**, aquela que se estabelece através da moldagem do tabuleiro e da transversina na região sobre os apoios, entre as duas longarinas, diferenciando da **continuidade parcial** que se estabelece apenas no tabuleiro. Por comodidade de expressão, essas denominações serão empregadas ao longo do texto.

A continuidade completa, assim como a parcial apresentam a vantagem da eliminação da junta. Entretanto a continuidade completa permite, em princípio, uma melhor distribuição de momentos fletores ao longo da estrutura. Os momentos no meio do vão para as cargas que atuam na estrutura contínua tendem a ser menores, e conseqüente há a possibilidade de economia de aço de protensão.

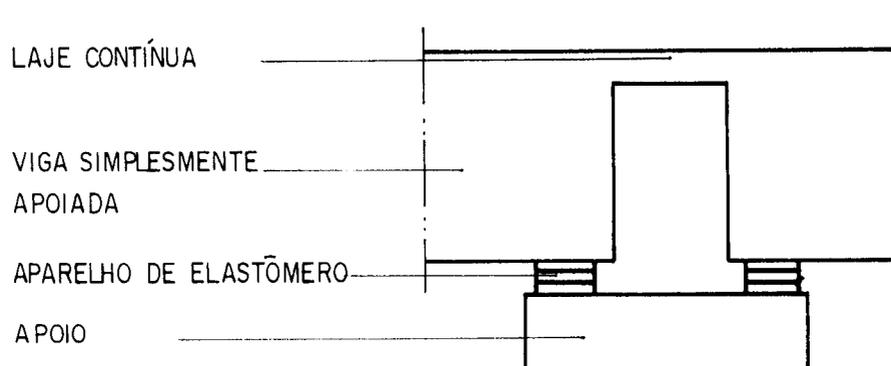


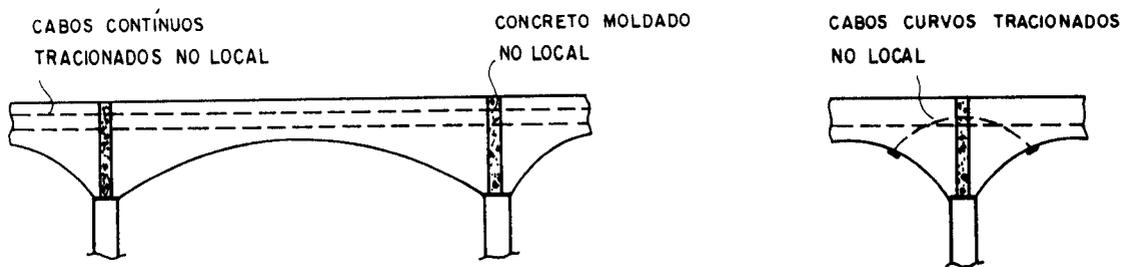
Fig. I.5-Esquema da ligação sobre o pilar para a continuidade estabelecida no tabuleiro [LACROIX (1993)].

Outra alternativa de estabelecimento da continuidade para vigas de pontes pré-moldadas protendidas pode se dar através de tramos suspensos, de comprimentos menores que o vão, unidas a segmentos de vigas ou transversinas alargadas no sentido longitudinal, provenientes dos pilares. Segundo **PRITCHARD (1976)**, essa última alternativa foi posta em execução em Londres (Inglaterra), onde vigas longitudinais, em comprimentos menores que o vão, são unidas a uma transversina integral, moldada no local, protendida transversalmente. Neste caso, utilizou-se vigas longitudinais de seção em "T" invertido com a laje do tabuleiro moldada no local com armadura passiva.

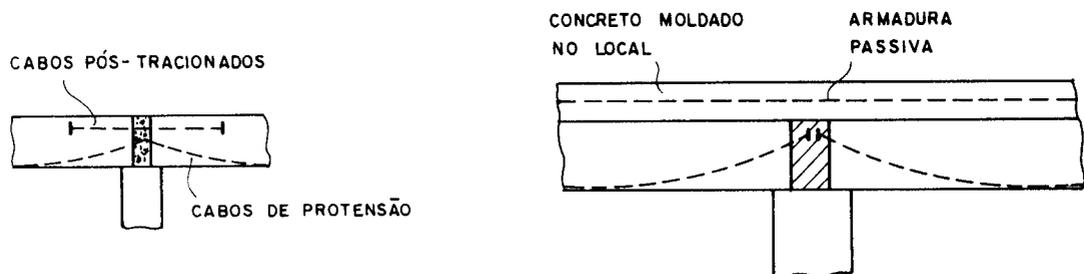
A primeira tentativa de estabelecer a continuidade entre tramos independentes sucessivos, depois de sua colocação, foi na ponte de Juazeiro (Brasil), em 1952, num sistema em que os cabos de continuidade foram dispostos no exterior das vigas pré-moldadas [GRATESAT (1981)].

Existe na literatura indicações de alguns autores para as alternativas de estabelecimento da continuidade no local, para pontes em viga com o emprego de elementos pré-moldados.

LIN & BURNS (1981) dão algumas indicações de como essa continuidade pode ser obtida através da moldagem do concreto na região do apoio, depois que as vigas pré-moldadas são erguidas, conforme a Fig. I.6. Pode-se encontrar também em **FERNANDEZ ORDONEZ et alii (1974)** algumas indicações para o estabelecimento da continuidade.



- a) cabos contínuos tracionados após a colocação das vigas; b) cabos curtos tracionados sobre os apoios;



- c) cabos curvos sobre os apoios; d) armadura passiva sobre os apoios.

Fig. I.6- Possibilidades para o estabelecimento da continuidade no local, segundo LIN & BURNS (1981).

Uma modificação da alternativa apresentada na Fig I.6.d é indicada pela PCA (Portland Cement Association), considerando uma armadura positiva na ligação para resistir ao momento positivo de restrição dependente do tempo que pode ocorrer na região do apoio, conforme mostra a Fig. I.7 [FREYERMUTH (1969)]. Essa alternativa também é ilustrada por BENDER (1977). Vale a pena ressaltar que para as seções Tipo T invertido (ou seção "M") (Fig. I.2g), a colocação dessa armadura positiva no apoio é mais simples e fácil de ser executada, quando comparadas às seções em I.

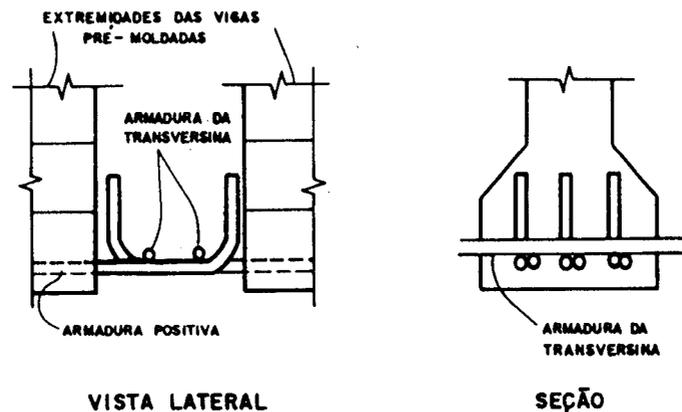


Fig. I.7-Detalhe da ligação para momento positivo, segundo o PCA [FREYERMUTH (1969)].

O método mais empregado para o estabelecimento da continuidade é a colocação de armadura passiva no tabuleiro (Fig. I.6d) para resistir ao momento negativo sobre o pilar. Esse método é também mais econômico, sendo o vão, no entanto, limitado ao comprimento da viga que possa ser transportado até o local da construção [GEREN et alii (1992)].

Existem indicações na literatura de uma tendência de eliminação das juntas do tabuleiro, também na região dos encontros [ABDEL-KARIM & TADROS (1991)]. O encontro serve como uma parede de retenção e controla o solo adjacente à superestrutura na extremidade da ponte; serve também como apoio para a laje de aproximação, que estabelece a transição para a fundação do pavimento [PORTER et alii (1992)].

O uso extensivo de encontros integrais teve início nos Estados Unidos há cerca de 30 anos. Os estados de Kansas, Missouri, Ohio e Tennessee foram alguns dos primeiros usuários. Hoje, mais da metade dos Departamentos Estaduais de Transportes nos EUA têm desenvolvido critérios de projeto para pontes sem juntas no tabuleiro [GREIMANN et alii (1983)].

Em muitos aspectos, as pontes integrais têm tido um desempenho mais efetivo, visto que elas permanecem em serviço por períodos mais longos de tempo com reparos ocasionais e manutenção apenas moderada [BURKE (1990)]. Nos EUA a maioria dos estados que

usam encontros integrais, construíram-nos inicialmente para pontes com vãos de menos de 30,5m (100 ft) de comprimento, mas esse limite tem aumentado graças ao bom desempenho de alguns detalhes de ligação bem sucedidos [GREIMANN et alii (1983)].

A Fig. I.8 mostra o esquema de uma ponte com juntas no tabuleiro na região do encontro. Já a Fig. I.9 ilustra o esquema de uma ponte com encontros integrais.

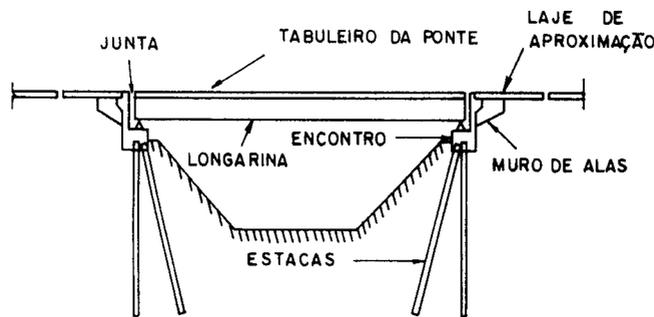


Fig. I.8- Seção transversal de uma ponte com juntas no tabuleiro [GREIMANN et alii (1983)].

Um dos problemas que surge quando da utilização de encontros integrais é que os pilares do encontro ficam sujeitos a movimentos horizontais quando a superestrutura da ponte se expande e se contrai, como um resultado das variações sazonais de temperatura. Por conta disso, surgem tensões axiais e de flexão nos pilares, o que limita o comprimento total da ponte [ABENDROTH & GREIMANN (1989)].

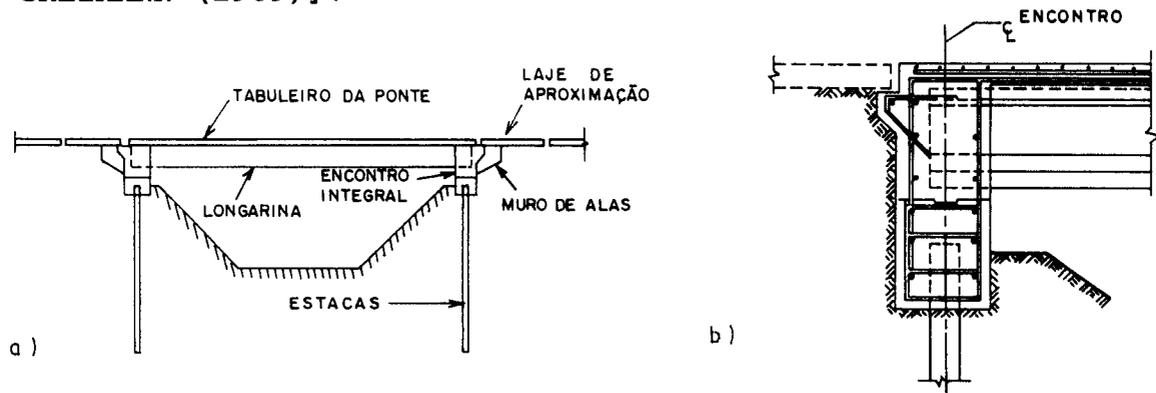


Fig. I.9-a) Seção transversal de uma ponte com apoios integrais;
b) Detalhe da ligação no encontro utilizado no Estado de Iowa [GREIMANN et alii (1983)].

Pontes de vigas de concreto pré-moldadas protendidas, com a continuidade estabelecida em qualquer ponto do vão, com o emprego de um cimbramento temporário, até que a ligação com o segmento que chega do pilar seja efetivada (através de um concreto armado ou pós-tracionado), estão se tornando cada vez mais populares nos Estados Unidos e Canadá. Tal alternativa se justifica por algumas razões, como: a possibilidade de aumento da faixa de vãos para as vigas "I" padronizadas, de estabelecimento da continuidade sobre os pilares e, de superar os limites de transporte para segmentos de viga . Além disso, essa ligação pode ser empregada quando o peso das vigas é muito elevado para que sejam fabricadas em comprimentos que vençam completamente os respectivos vãos . Com o emprego desse tipo de ligação é possível atingir vãos na faixa de 46 a 85m (150 a 280 ft) com vigas de seção em "I" de concreto pré-tracionado, tornando-as competitivas na faixa de vãos médios, que tradicionalmente é dominado pelo aço [ABDEL-KARIM & TADROS (1991) (1992)].

Existem na literatura indicações de que há, entre os projetistas de pontes, novas tendências quanto às características das seções. A necessidade de uma seção de viga otimizada está se tornando cada vez maior, em face das mudanças que têm ocorrido na filosofia de projeto de pontes. O desejo crescente de obter vãos maiores e o estabelecimento da continuidade sobre os pilares para a eliminação das juntas no tabuleiro, são exemplos dessas mudanças [GEREN et alii (1992)].

Em decorrência disso, uma consulta feita a projetistas de pontes nos Estados Unidos mostra uma tendência ao uso de seções de formas mais esbeltas, com a utilização de concretos de alta resistência, e com capacidade de resistir adequadamente aos momentos fletores positivo e negativo [ABDEL-KARIM & TADROS (1991)].

5- Objetivo e apresentação do trabalho

Existem muitas incertezas quanto à determinação dos momentos que surgem na região sobre os apoios ao longo do tempo, em vigas de pontes pré-moldadas protendidas, quando a continuidade é estabelecida no local. As deformações que ocorrem nas extremidades das vigas, após o estabelecimento da continuidade, em decorrência dos efeitos dependentes do tempo (fluência e retração do concreto, e relaxação do aço de protensão), são restringidas pelo aparecimento de esforços de bloqueio nos apoios, aqui denominados **momentos de restrição**. As deformações por fluência devidas à carga permanente (viga+tabuleiro), contribuem para o aparecimento de momentos de restrição negativos (Fig. I.10.a). O contrário ocorre para a atuação da fluência devida à protensão (Fig. I.10.b). A diferença de retração que ocorre entre o concreto da longarina e o concreto do tabuleiro contribui também para o aparecimento de momentos negativos de restrição sobre os apoios (Fig. I.10.c).

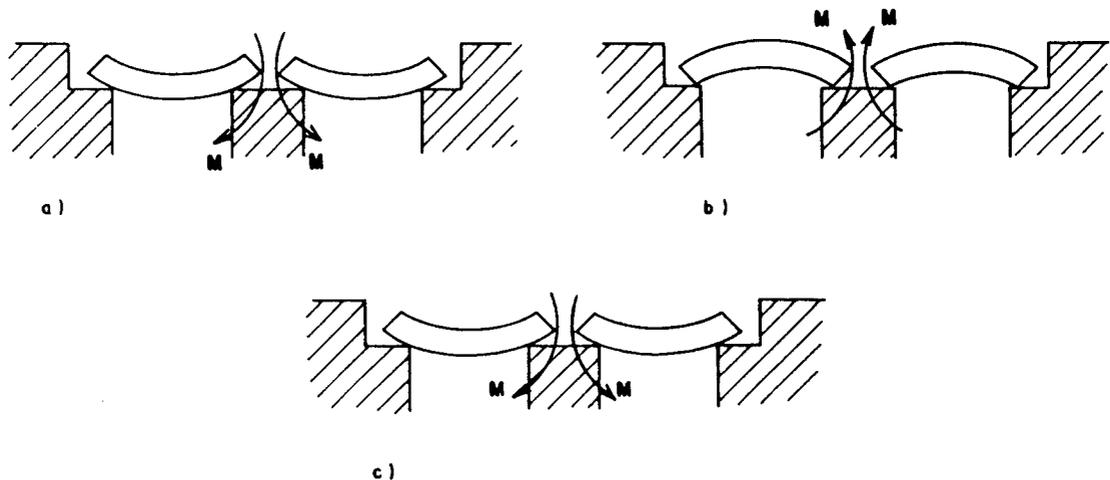


Fig. I.10- Momentos de restrição que aparecem na ligação sobre os apoios ao longo do tempo. a) efeito da carga permanente; b) efeito da protensão; c) efeito da retração diferencial.

No sentido de ilustrar melhor o aparecimento dos momentos de restrição, está mostrado na Fig. I.11 um esquema genérico da distribuição das deformações na seção, desde a transferência da protensão até a idade de cálculo dos momentos de restrição. As deformações que estão ilustradas na Fig. I.11 têm os seguintes significados:

λ_0, μ_0 = deformação axial e rotação na seção, respectivamente, devidos à protensão e ao peso próprio da viga que atuam no tempo t_0 ;

λ_1, μ_1 = deformações na seção, resultantes das deformações anteriores (λ_0, μ_0), mais as deformações dependentes do tempo entre as idades t_0 e t_1 , e adicionando ainda as deformações imediatas devidas ao peso próprio do tabuleiro que atua na idade t_1 ;

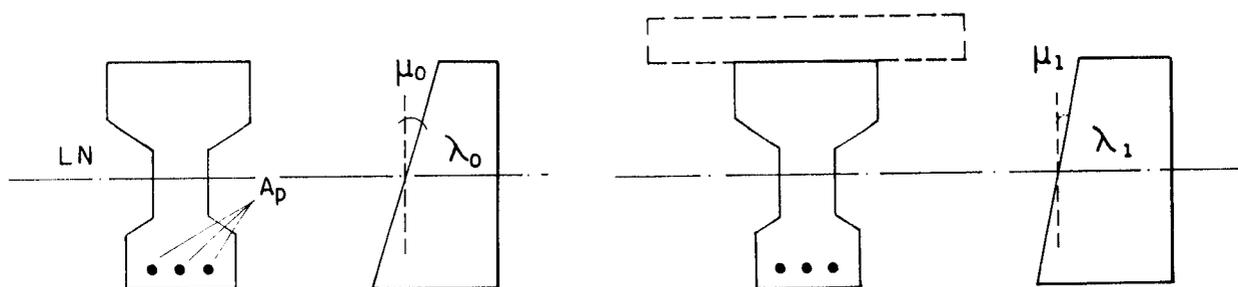
λ_2, μ_2 = as mesmas parcelas referentes ao item anterior, só que agora as deformações imediatas são devidas à carga permanente adicional, cuja atuação é considerada na idade t_2 , a partir da qual se admite a continuidade;

λ_3, μ_3 = deformações na seção, resultantes das deformações anteriores (λ_2, μ_2), mais as deformações dependentes do tempo entre as idades t_2 e t_3 ($\Delta\lambda$ e $\Delta\mu$). Admite-se que nesta idade não há a aplicação de nenhum carregamento externo.

A restrição da rotação que ocorre após o estabelecimento da continuidade ($\Delta\mu$) é que leva ao aparecimento dos momentos de restrição.

Aplicação da protensão +
peso próprio da viga (t_0)

Atuação do peso próprio
do tabuleiro (t_1)



Atuação da carga
permanente adicional (t_2)

Idade de cálculo dos
momentos de restrição (t_3)

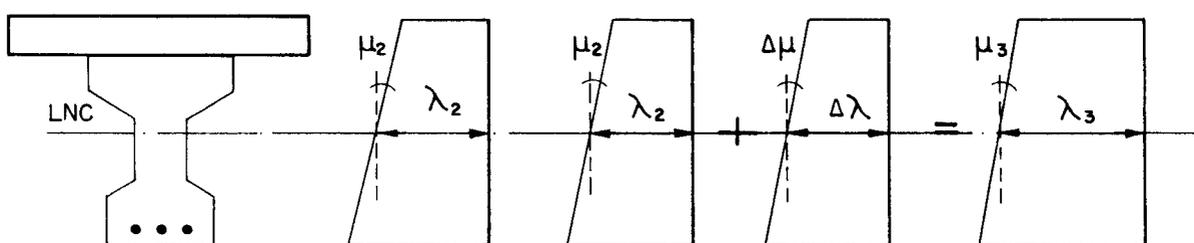


Fig. I.11- Distribuição das deformações na seção da viga ao longo do tempo.

O objetivo deste trabalho é dar uma contribuição ao cálculo dos momentos de restrição que aparecem na ligação sobre os apoios, em vigas de pontes pré-moldadas protendidas, com o estabelecimento da continuidade no local.

Apresenta-se neste trabalho um procedimento para cálculo dos momentos de restrição, que consiste na determinação das rotações nas extremidades das vigas a partir da integração numérica das deformações que ocorrem em um certo número de seções transversais. A sistemática de cálculo é aplicada a vários intervalos de tempo, através de um processo iterativo. Tal procedimento será aqui denominado por **PROCEDIMENTO EMPREGADO**. Para efeito de comparação de resultados, serão apresentados ainda dois procedimentos de cálculo existentes na literatura, para a

determinação dos momentos de restrição. O **MÉTODO DO PCA** é o mais antigo e atualmente ainda é o mais utilizado nos **EUA**. O outro procedimento, aqui denominado por **MÉTODO DO PCA MODIFICADO**, incorpora ao anterior algumas alterações, tornando-o mais adequado à evolução dos conceitos e modelos de cálculo relacionados com o tema.

Trata-se neste trabalho com mais ênfase do caso em que a continuidade é estabelecida através da colocação de armadura passiva no apoio, mas o procedimento é geral e se aplica a outros casos. Estão apresentados também critérios práticos para a determinação dos momentos de serviço para o caso particular em que se estabelece a continuidade somente através da colocação de armadura passiva no tabuleiro, que seria mais vantajoso sob o ponto de vista estrutural, segundo indicações de **OESTERLE et alii (1989)**. Vale ressaltar ainda que esta alternativa é bastante simples do ponto de vista construtivo. É apresentada também a formulação para cálculo de momentos fletores devidos à temperatura, apresentada em **PRIETSLEY (1987)**, e a distribuição de temperatura na seção é feita de acordo com as indicações da **NBR 7187**.

Alguns exemplos comparativos, que ilustram a aplicação desses procedimentos, inclusive com a determinação dos momentos de serviço, serão apresentados.

Os procedimentos de cálculo e análise desenvolvidos nesse estudo contribuirão para um projeto mais racional e uma construção simplificada desse tipo de ponte. Pode-se acrescentar ainda que esses procedimentos também são válidos para a análise de vigas pré-moldadas de edifícios, protendidas ou não, com o estabelecimento da continuidade no local através da concretagem da laje de pavimento.

CAPÍTULO II

ANÁLISE DE TENSÕES E DEFORMAÇÕES NUMA SEÇÃO TRANSVERSAL DA VIGA AO LONGO DO TEMPO

1-Preliminares

Neste capítulo tem-se como objetivo a apresentação de uma sistemática de cálculo para a determinação das tensões e deformações ao longo do tempo numa seção transversal de uma viga. São apresentados alguns modelos de cálculo para a determinação dos efeitos dependentes do tempo (retração e fluência do concreto, e relaxação do aço de protensão), bem como das perdas progressivas de protensão devido a tais fenômenos.

Estes modelos têm a necessidade de serem apresentados, ainda que brevemente, porque serão incorporados ao longo da análise nos procedimentos de cálculo dos momentos de restrição que serão detalhados posteriormente.

No **MÉTODO DO PCA** descrito por **FREYERMUTH (1969)**, os efeitos dependentes do tempo no aço e no concreto, bem como as perdas de protensão para um determinado intervalo de tempo, podem

ser obtidos através de qualquer modelo de cálculo. Para o **MÉTODO DO PCA MODIFICADO**, proposto por **OESTERLE et alii (1989)**, os coeficientes de retração e fluência do concreto são determinados de acordo com o **ACI COMMITTEE 209**, e as perdas de protensão em um intervalo de tempo considerado são determinados de acordo com o **PCI COMMITTEE ON PRESTRESS LOSSES (1975b)**. No **PROCEDIMENTO EMPREGADO**, os coeficientes de retração e fluência do concreto são determinados de acordo com as indicações da **NBR 7197 (1989)** ou de acordo com o **ACI COMMITTEE 209**, enquanto a relaxação e fluência do aço de protensão, bem como as perdas progressivas devidas a tais fenômenos, são determinadas somente com as indicações da **NBR 7197**.

2- Idade e espessura fictícias de acordo com a NBR 7197

2.1- Idade fictícia do concreto

Quando o endurecimento do concreto se faz à temperatura ambiente de 20°C, a idade a considerar é a idade fictícia $\alpha \cdot t_{ef}$. Para os demais casos, quando não houver cura térmica, considera-se a idade fictícia dada pela expressão:

$$t = \alpha \sum \frac{T_i + 10}{30} \cdot \Delta t_{ef,i} \quad (ii.1)$$

onde:

t = idade fictícia em dias;

α = coeficiente dependente da velocidade de endurecimento do cimento; na falta de dados experimentais, permite-se o emprego dos valores constantes da tabela II.1;

T_i = temperatura média diária do ambiente (°C);

$\Delta t_{ef,i}$ = período em dias, durante o qual a temperatura média diária do ambiente, T_i , pode ser admitida constante.

Tabela II.1- Valores dos coeficientes α para a correção da idade [NBR 7197 (1989)].

Cimento	α	
	Fluência	Retração
De endurecimento lento : AF 25, AF 32, POZ 25, POZ 32, MRS, ARS	1	1
De endurecimento normal : CP 25, CP 32, CP 40	2	
De endurecimento rápido : ARI	3	

2.2- Espessura fictícia da peça

A espessura fictícia é definida pela expressão:

$$h_{fic} = \gamma \frac{2A_c}{u_{ar}} \quad (ii.2)$$

onde:

γ = coeficiente que depende da umidade relativa do ambiente $U(\%)$. Seu valor pode ser calculado pela expressão citada por **VASCONCELOS (1980)** que é:

$$\gamma = 1 + \exp(-10,58 + 0,1704U - 0,000415U.U);$$

A_c = área da seção da peça;

u_{ar} = parte do perímetro externo da seção transversal da peça em contato com o ar.

3-Retração do concreto

3.1- Indicações da NBR 7197

A deformação por retração, que ocorre no intervalo de tempo entre t e t_0 (idades fictícias), é simbolizada por $\epsilon_{cs}(t, t_0)$ e expressa por:

$$\epsilon_{CS}(t, t_0) = \epsilon_{CS\infty} \cdot [\beta_S(t) - \beta_S(t_0)] \quad (ii.3)$$

onde:

$\epsilon_{CS\infty}$ = $\epsilon_{1S} \cdot \epsilon_{2S}$ = valor final da retração;

ϵ_{1S} = coeficiente que varia com a umidade relativa do ambiente e com a consistência do concreto;

ϵ_{2S} = coeficiente que depende da espessura fictícia da peça;

$\beta_S(t)$ = coeficiente relativo à retração, no instante t ;

$\beta_S(t_0)$ = coeficiente relativo à retração, no instante t_0 ;

t = idade fictícia do concreto no instante considerado, em dias;

t_0 = idade fictícia do concreto no instante em que o efeito da retração na peça começa a ser considerado, em dias.

O coeficiente ϵ_{2S} é dado por:

$$\epsilon_{2S} = \frac{(33 + 2h_{fic})}{(21 + 3h_{fic})} \quad \text{para } h_{fic} \text{ em cm.} \quad (ii.4)$$

O coeficiente ϵ_{2S} pode ser dado analiticamente, de acordo com a faixa de valores do abatimento do concreto (**SLUMP**), em função da umidade relativa do ambiente U %, pelas expressões:

-para abatimentos entre 0 e 4cm:

$$\epsilon_{1S} \cdot (10^4) = 0,75 \cdot (-6,16 - U/484 + U^2/1590) \quad (ii.5)$$

-para abatimentos entre 5cm e 9cm:

$$\epsilon_{1S} \cdot (10^4) = -6,16 - U/484 + U^2/1590 \quad (ii.6)$$

-para abatimento entre 10cm e 15cm:

$$\epsilon_{1S} \cdot (10^4) = 1,25 \cdot (-6,16 - U/484 + U^2/1590) \quad (ii.7)$$

O coeficiente β_s pode ser calculado pela expressão que depende da idade fictícia t e da espessura fictícia h_{fic} :

$$\beta_s = \frac{(t/100)^3 + A (t/100)^2 + B (t/100)}{(t/100)^3 + C(t/100)^2 + D(t/100) + E} \quad (ii.8)$$

sendo $A=40$

$$B=116(h_{fic}^3) - 282(h_{fic}^2) + 220h_{fic} - 4,80 \quad (ii.9)$$

$$C=2,5(h_{fic}^3) - 8,8h_{fic} + 40,70 \quad (ii.10)$$

$$D=-75(h_{fic}^3) + 585(h_{fic}^2) + 496h_{fic} - 6,80 \quad (ii.11)$$

$$E=-169(h_{fic}^4) + 88(h_{fic}^3) + 584(h_{fic}^2) - 39h_{fic} + 0,8 \quad (ii.12)$$

3.2- Indicações do **ACI COMMITTEE 209**

A formulação aqui apresentada para o **ACI COMMITTEE 209 de 1978** encontra-se descrita em **MENDES (1993)**. A deformação específica do concreto, por retração, dependendo do tipo de cura, pode ser calculada através das expressões:

-para cura úmida :
$$\epsilon_{cs}(t, t_0) = \frac{(t-t_0)}{35 + (t-t_0)} \epsilon_{cs\infty} \quad (ii.13)$$

-para cura a vapor:
$$\epsilon_{cs}(t, t_0) = \frac{(t-t_0)}{55 + (t-t_0)} \epsilon_{cs\infty} \quad (ii.14)$$

onde: $\epsilon_{cs}(t, t_0) =$ retração (10^{-6});

t = idade do concreto (dias);

t_0 = idade do concreto desde o início da cura até o carregamento;

$\epsilon_{CS\infty}$ = coeficiente último de retração dado por:

$$\epsilon_{CS\infty} = 0,00078 \cdot S_t \cdot S_U \cdot S_d \cdot S_s \cdot S_B \cdot S_F \cdot S_A \quad (ii.15)$$

onde: S_t , S_U , S_d , S_s , S_B , S_F , S_A são fatores de correção para o cálculo da retração.

Tem-se na tabela II.2 valores do coeficiente S_t para idade de cura úmida diferente de 7 dias. Para cura a vapor por um período de um a três dias, $S_t=1$.

Tabela II.2- Coeficiente de idade para a retração [MENDES (1993)]

Período de cura úmida (dias)	Coeficiente de idade S_t
1	1,2
3	1,1
7	1,0
14	0,93
28	0,86
90	0,75

O coeficiente S_U relacionado à umidade é dado por:

$$S_U = 1,40 - 0,010U \text{ para } 40\% \leq U \leq 80\% \text{ ou,} \quad (ii.16)$$

$$S_U = 3,00 - 0,030U \text{ para } 80\% \leq U \leq 100\%. \quad (ii.17)$$

O coeficiente de espessura da peça S_d pode ser determinado de duas maneiras:

a) Através da espessura média d

A espessura média é calculada como sendo $d=4v/s$, onde "v" é o volume da peça e "s" a superfície, em mm.

Se a espessura média for menor que 150 mm, S_d é fornecido através da tabela II.3. Se a espessura média ficar entre 150 e 380 mm, usam-se as expressões:

$$S_d = 1,23 - 0,0015d \quad \text{para } t - t_o \leq 1 \text{ ano e,} \quad (\text{ii.18})$$

$$S_d = 1,17 - 0,0015d \quad \text{para } t - t_o > 1 \text{ ano.} \quad (\text{ii.19})$$

b) Através da relação volume/superfície (quando $d > 380$ mm)

$$S_d = 1,20 \exp(-0,00473 v/s) \quad (\text{ii.20})$$

Os demais fatores S são expressos por:

$$S_s = 0,89 + 0,00161S \quad (\text{ii.21})$$

$$S_B = 0,75 + 0,00061B \quad (\text{ii.22})$$

$$S_F = 0,30 + 0,014F \quad \text{para } F \leq 50 \quad (\text{ii.23})$$

$$S_F = 0,90 + 0,002F \quad \text{para } F > 50 \quad (\text{ii.24})$$

$$S_A = 0,95 + 0,008A \quad (\text{ii.25})$$

Os significados das variáveis utilizadas nessas expressões são dados a seguir:

- U é a umidade relativa do ar em %;
- d é a espessura média da peça de concreto em mm;
- B é o peso de cimento no volume de concreto (kg/m^3);
- S é o SLUMP do concreto fresco em mm;
- F é a relação em peso de agregado fino/agregado total, em %, no volume de concreto;
- A é o índice de vazios, em %, no volume de concreto.

Tabela II.3- Coeficientes de espessura média [MENDES (1993)].

ESPESSURA MÉDIA DA PEÇA (mm)	COEF. P/FLUÊNCIA C_d	COEF. P/ RETRAÇÃO S_d
50	1,30	1,35
75	1,17	1,25
100	1,11	1,17
125	1,04	1,08
150	1,00	1,00

4- Fluência do concreto

4.1- Indicações da NBR 7197

Numa idade fictícia t qualquer, o valor da deformação devido ao efeito da fluência é dado por:

$$\epsilon_{cc}(t, t_0) = \epsilon_{cca} + \epsilon_{ccf} + \epsilon_{ccd} = \epsilon_c \varphi(t, t_0) \quad (\text{ii.26})$$

sendo:

$\epsilon_{cca} = \varphi_a \epsilon_c$ é a deformação rápida por fluência;

$\epsilon_{ccf} = \varphi_f \epsilon_c$ é a deformação lenta irreversível;

$\epsilon_{ccd} = \varphi_d \epsilon_c$ é a deformação lenta reversível.

onde:

$$\epsilon_c = \frac{\sigma_c}{E_{c28}} \quad \text{é a deformação elástica instantânea} \quad (\text{ii.27})$$

sendo E_{c28} o módulo de elasticidade secante com valor igual a $0,9E_{cj}$ definido na NBR 6118, para $j=28$ dias.

O coeficiente de fluência $\varphi(t, t_0)$ é dado pela expressão:

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_a + \varphi_f + \varphi_d \quad (\text{ii.28})$$

onde:

φ_a = coeficiente de fluência rápida;

φ_f = coeficiente de deformação lenta irreversível;

φ_d = coeficiente de deformação lenta reversível.

$$\text{sendo: } \varphi_a = 0,8 \cdot [1 - f_c(t_0)/f_c(t_\infty)], \quad (\text{ii.29})$$

$$\varphi_f = \varphi_{f\infty} \cdot [\beta_f(t) - \beta_f(t_0)] \text{ e} \quad (\text{ii.30})$$

$$\varphi_d = \varphi_{d\infty} \cdot \beta_d \quad (\text{ii.31})$$

A razão $\frac{f_c(t_0)}{f_c(t_\infty)}$ pode ser calculada analiticamente pela expressão:

$$\frac{f_c(t_0)}{f_c(t_\infty)} = \frac{9t_0(t_0 + 42)}{(9t_0 + 40) \cdot (t_0 + 61)} \quad (\text{ii.32})$$

$\varphi_{f\infty} = \varphi_{1c} \cdot \varphi_{2c}$, é o valor final do coeficiente de deformação lenta irreversível ;

φ_{1c} = coeficiente que depende da umidade relativa do meio ambiente;

$$\varphi_{2c} = \frac{42 + h_{fic}}{20 + h_{fic}} \text{ com } h_{fic} \text{ em centímetros.} \quad (\text{ii.33})$$

$\beta_f(t)$ ou $\beta_f(t_0)$ = coeficiente relativo à deformação lenta irreversível, função da idade do concreto;

$\varphi_{d\infty}$ = valor final do coeficiente de deformação lenta reversível, considerado igual a 0,4;

β_d = coeficiente relativo à deformação lenta reversível, função do tempo $(t-t_0)$ decorrido após o carregamento.

$$\beta_d = \frac{(t-t_0) + 20}{(t-t_0) + 70} , \text{ com } t \text{ e } t_0 \text{ em dias.} \quad (\text{ii.34})$$

O coeficiente β_f , que depende da idade fictícia t e da espessura fictícia h_{fic} , é calculado pela expressão:

$$\beta_f(t) = \frac{t^2 + At + B}{t^2 + Ct + D} \quad (\text{ii.35})$$

$$A = 42(h_{fic}^3) - 350(h_{fic}^2) + 588h_{fic} + 113 \quad (\text{ii.36})$$

$$B = 768(h_{fic}^3) - 3060(h_{fic}^2) + 3234h_{fic} - 23 \quad (\text{ii.37})$$

$$C = -200(h_{fic}^3) + 13(h_{fic}^2) + 1090h_{fic} + 183 \quad (\text{ii.38})$$

$$D = 7579(h_{fic}^3) - 31916(h_{fic}^2) + 35343h_{fic} + 1931 \quad (\text{ii.39})$$

4.2- Indicações do **ACI COMMITTEE 209**

A formulação aqui apresentada, para cálculo dos coeficientes de fluência de acordo com o **ACI COMMITTEE 209** de 1978, também está desenvolvida em **MENDES(1993)**.

O coeficiente de fluência $\varphi_0(t, t_0)$ é dado pela seguinte expressão:

$$\varphi_0(t, t_0) = \frac{(t-t_0)^{0,6}}{10 + (t-t_0)^{0,6}} \varphi_\infty(t, t_0) \quad (\text{ii.40})$$

onde $(t-t_0)$ = intervalo de tempo desde a aplicação do carregamento ;

$\varphi_{\infty}(t, t_0)$ = coeficiente último de fluência que é dado por:

$$\varphi_{\infty}(t, t_0) = 2,35 \cdot C_t \cdot C_U \cdot C_d \cdot C_S \cdot C_F \cdot C_A \quad (\text{ii.41})$$

onde: C_t , C_U , C_d , C_S , C_F e C_A são fatores de correção que dependem da umidade, geometria da peça e composição do concreto.

Os coeficientes C_t e C_U são calculados como segue:

$$C_t = 1,25 t_0^{-0,118} \quad \text{para concreto com cura úmida;} \quad (\text{ii.42})$$

$$C_t = 1,13 t_0^{-0,094} \quad \text{para concreto com cura a vapor.} \quad (\text{ii.43})$$

$$C_U = 1,27 - 0,0067U \quad \text{onde } U \geq 40\% \quad (\text{ii.44})$$

O coeficiente de espessura da peça C_d pode também ser determinado de duas maneiras:

a) Através da espessura média d

Se a espessura média for menor que 150 mm, C_d é fornecido através da tabela II.3. Se a espessura média ficar entre 150 e 380 mm, são usadas as expressões:

$$C_d = 1,14 - 0,00091d \quad \text{para } t-t_0 \leq 1 \text{ ano e,} \quad (\text{ii.45})$$

$$C_d = 1,10 - 0,00067d \quad \text{para } t-t_0 > 1 \text{ ano.} \quad (\text{ii.46})$$

b) Através da relação volume/superfície (quando $d > 380$ mm)

$$C_d = \frac{2}{3} [1 + 1,13 \exp(-0,0212 v/s)] \quad (\text{ii.47})$$

Os demais fatores C são expressos por:

$$C_S = 0,82 + 0,00264S \quad (\text{ii.48})$$

$$C_F = 0,88 + 0,0024F \quad (\text{ii.49})$$

$$C_A = 0,46 + 0,09A \geq 1 \quad (\text{ii.50})$$

A função fluência é dada pela expressão:

$$\Phi(t, t_0) = \frac{(1 + \varphi_0(t, t_0))}{E_c(t_0)} \quad (\text{ii.51})$$

O módulo de elasticidade inicial pode ser calculado através de $f_{cm}(t_0)$ e da massa específica do concreto γ , pela expressão:

$$E_c(t_0) = 0,0000428 \cdot \sqrt{\gamma^3 \cdot f_{cm}(t_0)} \quad (\text{ii.52})$$

onde:

$$f_{cm}(t_0) = \frac{t_0}{a + b \cdot t_0} f_{cm}(28) \quad (\text{ii.53})$$

sendo $E_c(t_0)$ em GPa, $f_{cm}(t_0)$ e $f_{cm}(28)$ em MPa e γ em Kg/m^3 . As constantes **a** e **b** dependem do tipo de cimento e condições de cura, conforme a tabela II.4.

Tabela II.4- Constantes **a** e **b** [MENDES (1993)]

TIPO DE CIMENTO	CONDIÇÕES DE CURA	a	b
I (Cura normal)	úmida	4,00	0,85
	vapor	1,00	0,95
III (Cura rápida)	úmida	2,30	0,92
	vapor	0,70	0,98

5-Relaxação e fluência do aço de protensão

5.1- Indicações da NBR 7197

De acordo com a **NBR 7197 (1989)**, a relaxação do aço de protensão pode ser determinada através da seguinte expressão:

$$\psi(t, t_0) = \frac{\Delta\sigma_{pr}(t, t_0)}{\sigma_{pi}} \quad (\text{ii.54})$$

onde:

$\psi(t, t_0)$ = coeficiente de relaxação do aço entre t e t_0 ;

$\Delta\sigma_{pr}(t, t_0)$ = perda de tensão por relaxação pura (com comprimento constante) desde o instante do estiramento da armadura até o instante t ;

σ_{pi} = tensão na armadura de protensão no instante de seu estiramento. No caso de pós-tração, devem ser descontadas as perdas imediatas.

O coeficiente de relaxação do aço entre uma idade t_0 e uma idade t é dado por:

$$\psi(t, t_0) = \psi_{1000} \cdot [((t-t_0) \cdot 24/1000)^{0,15}] = \psi_{1000} \cdot f(t) \quad (\text{ii.55})$$

onde:

ψ_{1000} = coeficiente de relaxação a 1000 horas (41,67 dias), a 20°C.

As expressões para cálculo do coeficiente ψ_{1000} , em função da tensão no aço, foram desenvolvidas por **MENDES (1993)** e são apresentadas a seguir:

Para aços **RB** :

$$\psi_{1000} = 0,10\sigma_{po}/f_{ptk} - 0,045 \quad (\text{ii.56})$$

Para aços **RN** :

$$\psi_{1000} = 1,25 \cdot (\sigma_{po}/f_{ptk})^2 - 1,375 \cdot (\sigma_{po}/f_{ptk}) + 0,42 \quad (\text{ii.57})$$

O coeficiente de fluência do aço é definido da mesma maneira que o do concreto:

$$\chi_s(t, t_0) = \frac{\text{deformação por fluência}}{\text{deformação imediata}} \quad (\text{ii.58})$$

Em **FERRAZ (1985)** apresenta-se o desenvolvimento de uma relação entre o coeficiente de relaxação do aço com seu coeficiente de fluência. Tal expressão é dada por:

$$\chi_s(t, t_0) = -\ln [1 - \psi(t, t_0)] \quad (\text{ii.59})$$

5.2- Proposta do **PCI COMMITTEE ON PRESTRESS LOSSES**

De acordo com a proposta do **PCI COMMITTEE ON PRESTRESS LOSSES (1975b)**, a relaxação do aço de protensão pode ser determinada através das expressões:

-Para aço de relaxação normal (**RN**):

$$\psi(t, t_0) = (\sigma_{po}/f_{py} - 0,55) [(\log 24t - \log 24t_0)/10] \quad (\text{ii.60})$$

onde:

$$\sigma_{po}/f_{py} - 0,55 \geq 0,05$$

$$f_{py} = 0,85f_{ptk}$$

-Para aço de baixa relaxação (**RB**):

$$\psi(t, t_0) = (\sigma_{po}/f_{py} - 0,55) [(\log 24t - \log 24t_0)/45] \quad (\text{ii.61})$$

onde:

$$\sigma_{po}/f_{py} - 0,55 \geq 0,05$$

$$f_{py} = 0,90f_{ptk}$$

6-Cálculo de perdas de protensão

6.1- Formulação baseada nas indicações da NBR 7197

A formulação aqui exposta, para cálculo das perdas progressivas, quando ocorrem fases únicas de concretagem, de protensão e carregamento permanente, se encontra desenvolvida em MENDES (1993). Na Fig. II.1 tem-se uma seção s com vários cabos de protensão situados em níveis diferentes.

Para um cabo genérico i , no tempo t_0 , tem-se:

$P_{0,i}$ = força de protensão no cabo genérico i ;

$\sigma_{po,i}$ = tensão correspondente no cabo i ;

$\sigma_{co,i}$ = tensão no concreto na altura do cabo i ;

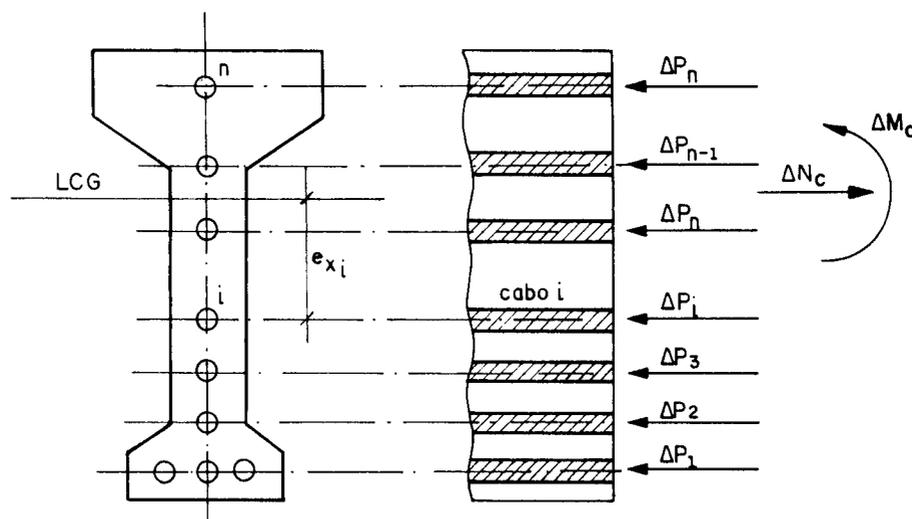


Fig. II.1 - Seção com vários cabos [MENDES (1993)].

Com o passar do tempo, numa idade t qualquer, devido às perdas progressivas, surgem variações de forças nos cabos $\Delta P_1, \Delta P_2, \dots, \Delta P_i, \dots, \Delta P_n$ e também solicitações adicionais ΔN_c e ΔM_c na seção de concreto.

Os valores das deformações diferidas no concreto ($\Delta\epsilon_c(t, t_0)$) e no aço ($\Delta\epsilon_p(t, t_0)$) são dados por:

$$\Delta\epsilon_c(t, t_0) = \frac{\sigma_{co, i} \varphi(t, t_0)}{E_c} + \frac{\Delta\sigma_c \cdot \kappa_c}{E_c} + \epsilon_{cs}(t, t_0) \quad (ii.62)$$

onde : $\kappa_c = (1 + \varphi(t, t_0)/2)$ (ii.63)

$$\Delta\epsilon_p(t, t_0) = \frac{\sigma_{po, i} \cdot \chi_s(t, t_0)}{E_p} - \frac{\Delta\sigma_p \cdot \kappa_p}{E_p} \quad (ii.64)$$

onde: $\kappa_p = 1 + \chi_s(t, t_0)/2$ (ii.65)

Usando a equação de compatibilidade de deformações à altura do cabo i , tem-se:

$$\Delta\epsilon_c(t, t_0) = \Delta\epsilon_p(t, t_0) \quad (ii.66)$$

Considerando que $\Delta\sigma_c = -\left(\frac{\Delta N_c}{A_c} + \frac{\Delta M_c \cdot e_{xi}}{I_c}\right)$ tem-se:

$$\begin{aligned} & \frac{\sigma_{co, i}}{E_c} \varphi(t, t_0) - \frac{\kappa_c \Delta N_c}{E_c \cdot A_c} - \frac{e_{xi} \kappa_c \Delta M_c}{E_c \cdot I_c} + \epsilon_{cs}(t, t_0) = \\ & = \frac{\sigma_{po, i}}{E_p} \chi_s(t, t_0) - \frac{\Delta P_i \kappa_p}{E_p \cdot A_{p, i}} \end{aligned} \quad (ii.67)$$

Usando-se agora as duas equações de equilíbrio da seção, tem-se:

$$\sum N = 0 \quad \Delta N_c + \sum_{j=1}^n \Delta P_j = 0 \quad \Delta N_c = -\sum_{j=1}^n \Delta P_j \quad (ii.68)$$

$$\sum M = 0 \quad \Delta M_c + \sum_{j=1}^n \Delta P_j \cdot e_{xj} = 0 \quad \Delta M_c = -\sum_{j=1}^n \Delta P_j \cdot e_{xj} \quad (\text{ii.69})$$

Rearranjando a expressão da igualdade de deformações (ii.67), e nela substituindo-se as equações de equilíbrio de esforços na seção (ii.68-69), após algumas transformações obtém-se:

$$\frac{\alpha_p \cdot \kappa_c}{A_c} \sum_{j=1}^n \Delta P_j + \frac{\kappa_p}{A_{p,i}} \Delta P_i + \frac{\alpha_p \cdot e_{xi} \cdot \kappa_c}{I_c} \sum_{j=1}^n \Delta P_j \cdot e_{xj} =$$

$$-E_p \cdot \epsilon_{cs}(t, t_0) - \alpha_p \cdot \sigma_{co,i} \cdot \varphi(t, t_0) + \sigma_{po,i} \cdot \chi_s(t, t_0) \quad (\text{ii.70})$$

onde $\alpha_p = E_p / E_c$

Para n cabos na seção, tem-se um sistema de n equações, cuja resolução fornece as perdas em cada cabo.

Esse sistema de n equações é do tipo:

$$\begin{aligned} a_{11} \Delta P_1 + a_{12} \Delta P_2 + \dots + a_{1i} \Delta P_i + \dots + a_{1n} \Delta P_n &= b_1 \\ a_{21} \Delta P_1 + a_{22} \Delta P_2 + \dots + a_{2i} \Delta P_i + \dots + a_{2n} \Delta P_n &= b_2 \\ \dots & \\ a_{i1} \Delta P_1 + a_{i2} \Delta P_2 + \dots + a_{ii} \Delta P_i + \dots + a_{in} \Delta P_n &= b_i \\ \dots & \\ a_{n1} \Delta P_1 + a_{n2} \Delta P_2 + \dots + a_{ni} \Delta P_i + \dots + a_{nn} \Delta P_n &= b_n \end{aligned}$$

onde:

$$a_{ii} = \frac{\kappa_p}{A_{p,i}} + \frac{\alpha_p \cdot \kappa_c}{A_c} + \frac{\alpha_p \cdot e_{xi}^2 \cdot \kappa_c}{I_c} =$$

$$= \kappa_p / A_{p,i} + (1/A_c + e_{xi}^2 / I_c) \cdot \alpha_p \cdot \kappa_c \quad (\text{ii.71})$$

$$a_{ij} = \frac{\alpha_p \cdot \kappa_c}{A_c} + \frac{\alpha_p \cdot e_{xi} \cdot e_{xj} \cdot \kappa_c}{I_c} = (1/A_c + e_{xi} \cdot e_{xj} / I_c) \alpha_p \kappa_c \quad (\text{ii.72})$$

$$b_i = -E_p \cdot \epsilon_{cs}(t, t_0) - \alpha_p \cdot \sigma_{co,i} \cdot \varphi(t, t_0) + \sigma_{po,i} \cdot \chi_s(t, t_0) \quad (\text{ii.73})$$

Expressando matricialmente tem-se:

$$[A] \cdot \{\Delta P\} = \{B\} \quad \{\Delta P\} = [A]^{-1} \cdot \{B\} \quad (\text{ii.74})$$

6.2- Proposta do PCI COMMITTEE ON PRESTRESS LOSSES

Em PCI COMMITTEE ON PRESTRESS LOSSES (1975b) é apresentada uma proposta simples para o cálculo das perdas de protensão, que ocorrem em um intervalo de tempo entre t_0 e t , devidas aos efeitos de fluência e retração do concreto, e relaxação do aço de protensão.

6.2.1- Perda devida à fluência do concreto

A perda de protensão devida à fluência é calculada pela seguinte expressão:

$$\Delta \sigma_{p,c}(t, t_0) = U_{cr} \cdot S_{cf} \cdot M_{cf} \cdot P_{cr} \cdot \sigma_c(t_0) \quad (\text{ii.75})$$

onde:

$\sigma_c(t_0)$ = tensão de compressão total no concreto na altura do centro de gravidade do cabo de protensão no tempo t_0 ;

U_{cr} - perda última de protensão por fluência;

sendo:

$$U_{cr} = \varphi_{\infty} \cdot \frac{E_p}{E_c} \quad (\text{ii.76})$$

S_{cf} - efeito da relação volume / superfície;

sendo $S_{cf} = 1,145 - 0,037V_s$, com V_s em **cm**, (ii.77)

onde $V_s = A_c / u_{ar}$. Para $V_s \geq 12,7$ cm, tem-se $S_{cf} = 0,68$;

M_{cf} - efeito que leva em consideração a idade na protensão e a duração da cura;

Os valores de M_{cf} são dados na tabela II.5. Esses valores não são válidos para cura acelerada.

Tabela II.5- Fatores de fluência para várias idades de transferência e idades de cura (dias) [PCI (1975b)].

Idade da transferência (dias)	Período de cura (dias)	Fator de fluência
3	3	1,14
5	5	1,07
7	7	1,00
10	7	0,96
20	7	0,84
30	7	0,72
40	7	0,60

P_{cr} - fluência ocorrida em cada intervalo.

Os valores de P_{cr} são fornecidos em tabela no PCI (1975b). Esses valores não serão aqui apresentados, já que não são utilizados na análise. Para a determinação das perdas de protensão devidas à fluência, são utilizados por OESTERLE et alii (1989) os valores de fluência obtidos através do modelo do **ACI COMMITTEE 209**, para a formulação do **MÉTODO DO PCA MODIFICADO**.

6.2.2-Perda devida à retração do concreto

A perda de protensão devida à retração do concreto é calculada pela seguinte expressão:

$$\Delta\sigma_{p,s}(t,t_o) = U_{sh} \cdot S_{sf} \cdot P_{sh} \quad (ii.78)$$

Os fatores acima relacionados são melhor detalhados nos itens seguintes:

a) Perda última devida à retração do concreto (U_{sh})

É dada pela expressão:

$$U_{sh} = E_p \cdot \epsilon_{cs\infty} \quad (ii.79)$$

b) Efeito da relação volume/superfície (S_{sf})

É dado pela expressão:

$$S_{sf} = 1,13 - 0,035V_s, \text{ com } V_s \text{ em cm.} \quad (ii.80)$$

c) Retração ocorrida em cada intervalo (P_{sh})

Os valores de P_{sh} também são fornecidos em tabela no **PCI (1975b)**, que não será aqui apresentada. O mesmo procedimento empregado para a fluência também é válido para a retração.

6.2.3-Perda devida à relaxação do aço

As expressões que serão usadas para o cálculo da perda de protensão devida à relaxação do aço são:

-para aço de relaxação normal (**RN**):

$$\Delta\sigma_{p,r} = \sigma_{po} \left(\frac{\sigma_{po}}{f_{py}} - 0,55 \right) \left[\frac{(\log 24t - \log 24t_o)}{10} \right] \quad (ii.81)$$

com $f_{py} = 0,85 f_{ptk}$

-para aço de baixa relaxação (RB):

$$\Delta\sigma_{p,r} = \sigma_{po} \left(\frac{\sigma_{po}}{f_{py}} - 0,55 \right) \left[\frac{(\log 24t - \log 24t_o)}{45} \right] \quad (ii.82)$$

com $f_{py} = 0,90 f_{ptk}$ e $\sigma_{po}/f_{py} - 0,55 \geq 0,05$ em qualquer caso.

7- Cálculo de tensões e deformações na seção transversal ao longo do tempo

A apresentação neste item inclui a formulação de **MENDES (1993)**, baseada nas indicações da **NBR 7197**, e a formulação de **GHALI & FAVRE (1986b)**, para a determinação das deformações que ocorrem na seção transversal de uma viga ao longo do tempo.

7.1-Formulação utilizando proposta da **NBR 7197**

Toda a formulação aqui descrita para a determinação da deformação axial e da rotação em uma seção de uma viga protendida, tem como base o trabalho de **MENDES (1993)**. Tem-se aqui a necessidade de cálculo dessas deformações que ocorrem na seção entre o tempo de estabelecimento da continuidade e um tempo qualquer. Tal processo é descrito em duas etapas. A primeira etapa refere-se àquela em que a protensão e a carga permanente, devida ao peso próprio da viga e do tabuleiro, atuam em uma seção não composta da viga. E a segunda etapa refere-se àquela em que atuam, além das cargas acima mencionadas, uma carga permanente adicional em uma seção composta, após uma concretagem feita no local.

7.1.1-Etapa de seção não composta

Considera-se nesta apresentação que cada "etapa de protensão" é a ocasião em que vários cabos (feixes) são tracionados. Em cada etapa de protensão pode ou não haver o acréscimo de uma parcela de carga permanente. Assim como há a possibilidade de aplicação de carga permanente sem uma etapa de protensão. Para o caso em questão, normalmente tem-se uma etapa inicial em que atuam uma parcela da carga permanente e a protensão, e nas demais etapas atuam apenas as outras parcelas de carga permanente.

7.1.1.1- Caracterização dos dados necessários

Seja uma seção genérica s , conforme Fig. II.2, em concreto protendido, com protensão aplicada em n etapas distintas, onde se pretende analisar as perdas de tensão nos feixes de cabos, desde a etapa inicial até um certo tempo, após a etapa de protensão n .

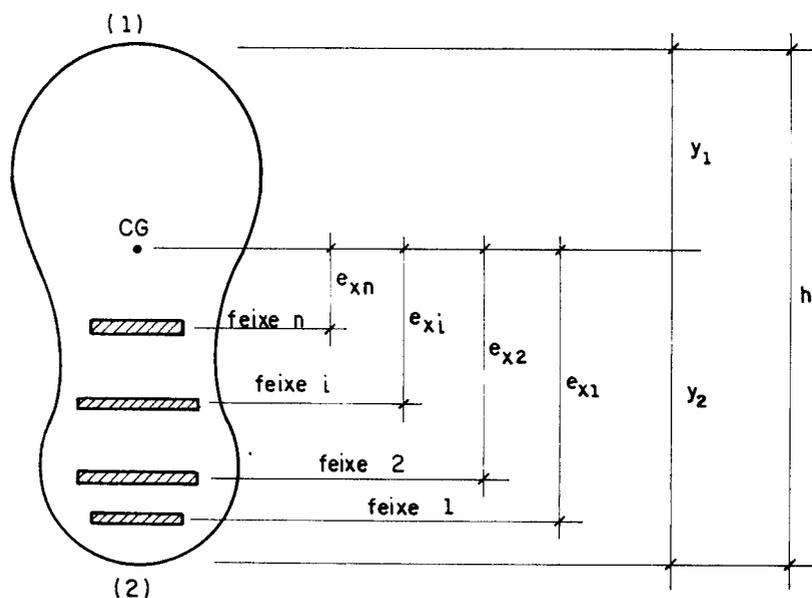


Fig. II.2- Seção s , com vários feixes em posições quaisquer [MENDES (1993)].

Como exemplo, o feixe de cabo $n^{\circ} 1$, da primeira etapa, possui as seguintes características:

A_{p1} = soma das áreas dos cabos que compõem o feixe $n^{\circ} 1$;

e_{x1} = excentricidade equivalente dos cabos que compõem o feixe $n^{\circ} 1$;

$\sigma_{po,1}$ = tensão instalada nos cabos que compõem o feixe $n^{\circ} 1$ na seção s , portanto já com as considerações de perdas imediatas.

Esse feixe é tracionado num tempo real t_1 , introduz uma tensão no concreto, ao nível do feixe 1, representada por $\sigma_{c1,1}$ e ainda mobiliza a ação de uma carga permanente que provoca um momento fletor M_{g1} na seção s .

Analogamente, um feixe j , tracionado numa idade t_j , possui uma área A_{pj} , uma excentricidade e_{xj} e uma tensão instalada inicial σ_{poj} . Ele mobiliza uma carga permanente que provoca um momento fletor M_{gj} e introduz tensões normais no concreto que devem ser consideradas em cada nível dos feixes tracionados nas etapas anteriores.

7.1.1.2-Tensões nos feixes de cabos

a) Tensões iniciais - {SIGP}

A tensão inicial em cada feixe de cabos será denotada por σ_p e será identificada por duplo índice, um para indicar o feixe e outro para designar a etapa. Assim, tem-se:

$\sigma_{p1,1}$ é a tensão inicial no feixe 1 na etapa 1;

$\sigma_{p1,2}$ é a tensão inicial no feixe 1 na etapa 2;

$\sigma_{pi,k}$ é a tensão inicial no feixe i na etapa k ;

Para k etapas de protensão o vetor é dado por:

$$\{\text{SIGP}\}_k = \begin{Bmatrix} \sigma_{p1,k} \\ \sigma_{p2,k} \\ \dots \\ \sigma_{pi,k} \\ \dots \\ \sigma_{pk,k} \end{Bmatrix}$$

Numa idade t_k , para um feixe genérico i , tem-se uma tensão inicial $\sigma_{pi,k} = \sigma_{pi,k-1} - \Delta\sigma_{pi,k-1}$ com $i < k$, ou seja, são as tensões finais da etapa $k-1$.

Quando $i=k$, a tensão inicial é a própria $\sigma_{po,i}$ - valor fornecido para a resolução do problema. Assim $\sigma_{pk,k} = \sigma_{po,k}$ e o vetor de tensões finais será dado por:

$$\{\text{SIGP}\}_k = \begin{Bmatrix} \sigma_{p1,k-1} - \Delta\sigma_{p1,k-1} \\ \sigma_{p2,k-1} - \Delta\sigma_{p2,k-1} \\ \dots \\ \sigma_{pi,k-1} - \Delta\sigma_{pi,k-1} \\ \dots \\ \sigma_{pk-1,k-1} - \Delta\sigma_{pk-1,k-1} \\ \dots \\ \sigma_{po,k} \end{Bmatrix}$$

b) Coeficiente de relaxação

Para cada feixe é preciso calcular de maneira diferente o coeficiente de relaxação. Se for o feixe da própria etapa, então o cálculo é feito conforme descrito no item 5, com as indicações da **NBR 7197**. Se for um feixe j , tracionado numa etapa j , antes da etapa k , deve-se subtrair o valor $\psi_j(t_k, t_j)$ de $\psi_j(t_{k+1}, t_j)$, ambos calculados com $\sigma_{poj,k}$, para a obtenção de $\psi_j(t_{k+1}, t_k)$.

Por exemplo, para a n -ésima etapa tem-se:

$$\psi_1(t_{n+1}, t_n) = \psi_1(t_{n+1}, t_1) - \psi_1(t_n, t_1) \quad \text{com } \sigma_{p1,n}$$

$$\psi_j(t_{n+1}, t_n) = \psi_j(t_{n+1}, t_j) - \psi_j(t_n, t_j) \quad \text{com } \sigma_{pj,n}$$

$$\psi_n(t_{n+1}, t_n) \rightarrow \text{cálculo normal com o intervalo de tempo} \\ t_{n+1} - t_n \text{ e } \sigma_{pn,n} = \sigma_{po,n}$$

c) Coeficiente de fluência

O cálculo do coeficiente de fluência para um feixe i , em uma etapa k , é dado por $\chi_{i,k} = -\ln[1 - \psi_{i,k}]$, sendo $\psi_{i,k}$ o coeficiente de relaxação calculado como no item anterior.

7.1.1.3-Tensões no concreto

a) Matriz de tensões no concreto [SIGC]

A tensão no concreto, dada por σ_c , será representada por dois índices, um para denotar o feixe causador dessa tensão e o outro para designar a sua posição. Desta forma tem-se:

$\sigma_{c1,2}$ é a tensão causada pelo feixe 1, ao nível do feixe 2;

$\sigma_{cj,i}$ é a tensão causada pelo feixe j , ao nível do feixe i .

É preciso também considerar o efeito das tensões provocadas pelos momentos fletores das cargas mobilizadas em cada etapa.

Para a 1ª etapa de protensão, aplicada na idade t_1 , quando então se traciona o feixe 1, mobiliza-se um momento M_{g1} e tem-se:

$$\sigma_{c1,1} = M_{g1} e_{x1} / I_c - P_{1,t1} (1/A_c + e_{x1} e_{x1} / I_c) \quad (\text{ii.83})$$

Para a 2ª etapa de protensão, aplicada na idade t_2 , quando se traciona o feixe 2, mobiliza-se um momento M_{g2} .

Calculando-se as tensões nos níveis 1 e 2 tem-se:

No nível 1:

$$\sigma_{c1,1} = M_{g1} e_{x1} / I_c - P_{1,t2} (1/A_c + e_{x1} e_{x1} / I_c) \quad (\text{ii.84})$$

$$\sigma_{c2,1} = M_{g2} e_{x1} / I_c - P_{2,t2} (1/A_c + e_{x2} e_{x1} / I_c) \quad (\text{ii.85})$$

No nível 2:

$$\sigma_{c1,2} = M_{g1} e_{x2} / I_c - P_{1,t2} (1/A_c + e_{x1} e_{x2} / I_c) \quad (\text{ii.86})$$

$$\sigma_{c2,2} = M_{g2} e_{x2} / I_c - P_{2,t2} (1/A_c + e_{x2} e_{x2} / I_c) \quad (\text{ii.87})$$

Para a n-ésima etapa de protensão, aplicada na idade t_n , quando se traciona o feixe n, mobiliza-se um momento M_{gn} .

As tensões são calculadas da mesma maneira nos n níveis e podem ser representadas, de maneira genérica, através da matriz

$$[\text{SIGC}] = [\text{SIGCG}] - [\text{ROSIGP}] \cdot [\text{ETA}],$$

onde: $[\text{SIGCG}]$ é devida à carga permanente e dada por:

$$[\text{SIGCG}] = \frac{1}{I_c} \begin{bmatrix} M_{g1} \\ M_{g2} \\ \vdots \\ M_{gi} \\ \vdots \\ M_{gj} \\ \vdots \\ M_{gn} \end{bmatrix} [e_{x1} \ e_{x2} \ \dots \ e_{xi} \ \dots \ e_{xj} \ \dots \ e_{xn}]$$

$$[\text{ROSIGP}] = \begin{bmatrix} \rho_1 \sigma_{p1} & 0 & 0 \dots 0 & 0 & \dots 0 \\ 0 & \rho_2 \sigma_{p2} & 0 \dots 0 & 0 & \dots 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 \dots \rho_i \sigma_{pi} & 0 & \dots 0 \\ 0 & 0 & 0 \dots 0 & \rho_j \sigma_{pj} & \dots 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 \dots 0 & 0 & \dots \rho_n \sigma_{pn} \end{bmatrix}$$

sendo $\rho_j = A_{p,j}/A_c$ (ii.88)

$$[\text{ETA}] = \begin{bmatrix} \eta_{11} & \eta_{12} & \dots & \eta_{1i} & \eta_{1j} & \dots \eta_{1n} \\ \eta_{21} & \eta_{22} & \dots & \eta_{2i} & \eta_{2j} & \dots \eta_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \eta_{i1} & \eta_{i2} & \dots & \eta_{ii} & \eta_{ij} & \dots \eta_{in} \\ \eta_{j1} & \eta_{j2} & \dots & \eta_{ji} & \eta_{jj} & \dots \eta_{jn} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \eta_{n1} & \eta_{n2} & \dots & \eta_{ni} & \eta_{nj} & \dots \eta_{nn} \end{bmatrix}$$

sendo $\eta_{i,j} = 1 + e_{xi} \cdot e_{xj} \cdot A_c / I_c$ (ii.89)

Caso não exista momento de carga permanente em alguma etapa k , basta entrar com $M_{g,k} = 0$ na matriz coluna de M_g e o algoritmo será o mesmo. Para o caso em que ocorra, em uma determinada etapa, apenas acréscimo de carga permanente, originando um $M_{g,k'}$, este algoritmo deve sofrer modificações que serão objeto de estudo de itens posteriores deste capítulo.

$\phi_n(t_{n+1}, t_n) \dots$ < roteiro normal de cálculo.

$$\phi_j(t_{n+1}, t_n) = \phi_j(t_{n+1}, t_j) - \phi_j(t_n, t_j)$$

$$\phi_1(t_{n+1}, t_n) = \phi_1(t_{n+1}, t_1) - \phi_1(t_n, t_1)$$

Por exemplo, para a n-ésima etapa tem-se:

final da etapa.

etapa, do valor de ϕ entre a idade de seu tracionamento e a idade subtrair o valor de ϕ entre a idade de seu tracionamento e a da coeficientes relativos a feixes anteriormente tracionados, deve-se procede-se o roteiro normal de cálculo. Para cálculo de Para calcular o ϕ relativo ao feixe da respectiva etapa,

$$t_{k+1} - t_k.$$

$\phi_j, k = \phi_j(t_{k+1}, t_k)$ é o coeficiente de fluência ao nível do feixe j , para a etapa k , ou seja, no intervalo

feixe 1 no intervalo entre as idades t_1 e t_2 ;
 $\phi_{1, 1} = \phi_1(t_2, t_1)$ é o coeficiente de fluência ao nível do

por exemplo:

primeiro relativo ao feixe e o segundo relativo à etapa. Tem-se, coeficiente, dessa forma, é identificado por dois índices, sendo o feixe, já que as tensões são introduzidas em épocas distintas. O

7.1.1.4-Cálculo das perdas nos feixes de cabos

Para o cálculo das perdas na armadura, relativas a uma etapa n , há dois casos a considerar:

- 1^o Caso - Quando existe protensão de um feixe de cabos com ou sem acréscimo de carga permanente.
- 2^o Caso - Quando não ocorre, numa determinada etapa, ação simultânea da protensão e acréscimo de carga permanente.

No primeiro caso, as perdas nos feixes entre as idades t_n e t_{n+1} são obtidas através da resolução de n sistemas de equações. Cada sistema de equações possui k equações, onde k varia de 1 até n . Cada sistema resolvido fornece as perdas de tensão no aço e no concreto, com as quais são determinadas as tensões na etapa seguinte.

Se for uma etapa apenas, $n=1$, tem-se somente uma equação cuja solução fornece $\Delta\sigma_{p1,1}$ - perda de protensão no feixe 1, na etapa 1, entre as idades t_1 e t_2 .

Para a segunda etapa, num tempo t_2 , tem-se que calcular as perdas sofridas pelos cabos da 1^a etapa e pelos cabos da 2^a etapa entre as idades t_2 e t_3 . Agora a tensão inicial no feixe 1 é $\sigma_{p1,2} = \sigma_{p1,1} - \Delta\sigma_{p1,1}$ cujo valor deve ser considerado no cálculo. A tensão $\sigma_{p2,2}$ é a própria tensão instalada $\sigma_{po,2}$. Tem-se agora que estabelecer o equilíbrio das deformações progressivas para os níveis dos feixes 1 e 2.

Para a posição 1, as deformações são:

-no aço:

$$\frac{\sigma_{p1,2} \chi_1(t_3, t_2)}{E_p} - \frac{\Delta\sigma_{p1,2} (1 + \chi_1(t_3, t_2)/2)}{E_p} \quad (\text{ii.90})$$

-no concreto:

$$\begin{aligned} & \frac{\sigma_{c1,1} \varphi_1(t_3, t_2)}{E_{c28}} - \frac{\Delta\sigma_{c1,1} (1 + \varphi_1(t_3, t_2)/2)}{E_{c28}} + \\ & + \frac{\sigma_{c2,1} \varphi_1(t_3, t_2)}{E_{c28}} - \frac{\Delta\sigma_{c2,1} (1 + \varphi_1(t_3, t_2)/2)}{E_{c28}} - \epsilon_{cs}(t_3, t_2) \end{aligned} \quad (ii.91)$$

Para a posição 2, as deformações são:

-no aço:

$$\frac{\sigma_{p1,2} \chi_2(t_3, t_2)}{E_p} - \frac{\Delta\sigma_{p2,2} (1 + \chi_2(t_3, t_2)/2)}{E_p} \quad (ii.92)$$

-no concreto:

$$\begin{aligned} & \frac{\sigma_{c1,2} \varphi_1(t_3, t_2)}{E_{c28}} - \frac{\Delta\sigma_{c1,2} (1 + \varphi_1(t_3, t_2)/2)}{E_{c28}} + \\ & + \frac{\sigma_{c2,2} \varphi_2(t_3, t_2)}{E_{c28}} - \frac{\Delta\sigma_{c2,2} (1 + \varphi_2(t_3, t_2)/2)}{E_{c28}} - \epsilon_{cs}(t_3, t_2) \end{aligned} \quad (ii.93)$$

Estabelecendo a compatibilidade de deformações para as posições 1 e 2 e chamando $\alpha_p = E_p / E_c$,

$$\kappa_{p1,2} = 1 + \chi_1(t_3, t_2)/2 ; \quad \kappa_{p2,2} = 1 + \chi_2(t_3, t_2)/2, \quad (ii.94)$$

$$\kappa_{c1,2} = 1 + \varphi_1(t_3, t_2)/2 ; \quad \kappa_{c2,2} = 1 + \varphi_2(t_3, t_2)/2 \text{ e} \quad (ii.95)$$

colocando o sistema na forma matricial tem-se:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\sigma_{p1,2} \\ \Delta\sigma_{p2,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$$

onde a matriz dos coeficientes é:

$$[A] = \begin{bmatrix} \kappa_{p1,2} + \alpha_p \kappa_{c1,2} \rho_1 \eta_{1,1} & \alpha_p \kappa_{c2,2} \rho_2 \eta_{2,1} \\ \alpha_p \kappa_{c1,2} \rho_1 \eta_{1,2} & \kappa_{p2,2} + \alpha_p \kappa_{c2,2} \rho_2 \eta_{2,2} \end{bmatrix}$$

e o vetor dos termos independentes é:

$$\{B\}_2 = \begin{bmatrix} -E_p \epsilon_{cs,2} - \alpha_p (\sigma_{c1,1} \varphi_{1,2} + \sigma_{c2,1} \varphi_{2,2}) + \sigma_{p1,2} \chi_{1,2} \\ -E_p \epsilon_{cs,2} - \alpha_p (\sigma_{c1,2} \varphi_{1,2} + \sigma_{c2,2} \varphi_{2,2}) + \sigma_{p2,2} \chi_{2,2} \end{bmatrix}$$

A solução é dada então por:

$$[DSIGP]_2 = [A]_2^{-1} \{B\}_2 = \begin{bmatrix} \Delta\sigma_{p1,2} \\ \Delta\sigma_{p2,2} \end{bmatrix}$$

E as tensões nos feixes 1 e 2, para a idade t_3 são:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{p1,3} \\ \sigma_{p2,3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{p1,2} \\ \sigma_{p2,2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta\sigma_{p1,2} \\ \Delta\sigma_{p2,2} \end{bmatrix} = [SIGP]_2 - [DSIGP]_2$$

De um modo geral para n etapas, a solução é:

$$[DSIGP]_n = [A]_n^{-1} \{B\}_n$$

onde a matriz $[A]_n$ é:

$$[A]_n = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1i} & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2i} & a_{2j} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ii} & a_{ij} & \cdots & a_{in} \\ a_{j1} & a_{j2} & \cdots & a_{ji} & a_{jj} & \cdots & a_{jn} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{ni} & a_{nj} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Os termos da diagonal principal são expressos por:

$$a_{ii} = \kappa_{pi,n} + \alpha_p \kappa_{ci,n} \rho_i \eta_{i,i}, \text{ com } i=1,2,\dots,n. \quad (\text{ii.96})$$

e os termos fora dela são dados por:

$$a_{ji} = \alpha_p \kappa_{ci,n} \rho_i \eta_{i,j} \quad (\text{ii.97})$$

O vetor dos termos independentes é:

$$\{B\}_n = \begin{bmatrix} -E_p \epsilon_{cs,n} - \alpha_p \left(\sum_{k=1}^n \sigma_{ck,1} \varphi_{k,n} \right) + \sigma_{p1} \chi_{1,n} \\ -E_p \epsilon_{cs,n} - \alpha_p \left(\sum_{k=1}^n \sigma_{ck,2} \varphi_{k,n} \right) + \sigma_{p2} \chi_{2,n} \\ \cdots \cdots \cdots \\ -E_p \epsilon_{cs,n} - \alpha_p \left(\sum_{k=1}^n \sigma_{ck,i} \varphi_{k,n} \right) + \sigma_{pi} \chi_{i,n} \\ \cdots \cdots \cdots \\ -E_p \epsilon_{cs,n} - \alpha_p \left(\sum_{k=1}^n \sigma_{ck,j} \varphi_{k,n} \right) + \sigma_{pj} \chi_{j,n} \\ \cdots \cdots \cdots \\ -E_p \epsilon_{cs,n} - \alpha_p \left(\sum_{k=1}^n \sigma_{ck,n} \varphi_{k,n} \right) + \sigma_{pn} \chi_{n,n} \end{bmatrix}$$

As perdas na etapa n são representadas no vetor coluna a seguir:

$$[DSIGP]_n = \begin{bmatrix} \Delta\sigma_{p1} \\ \Delta\sigma_{p2} \\ \dots \\ \Delta\sigma_{pi} \\ \Delta\sigma_{pj} \\ \dots \\ \Delta\sigma_{pn} \end{bmatrix}$$

Apresenta-se agora a análise das perdas para o 2^o caso, citado anteriormente nesse item. Na análise anterior, viu-se que a matriz $[SIGC]_k$, de uma etapa k , tem sua ordem aumentada em relação à ordem da matriz $[SIGC]_{k-1}$, de uma linha e uma coluna, quando há protensão na etapa k .

No caso em que ocorre apenas carregamento permanente, a matriz $[SIGC]_k$ é formada pela matriz $[SIGCF]_{k-1}$, na qual acrescenta-se uma linha relativa às tensões no concreto introduzidas pelo carregamento da etapa k , na altura de cada feixe existente.

Já para o aço, não havendo feixe i tracionado na etapa k , o vetor $\{SIGP\}_k$ será obtido pela superposição das tensões finais da etapa $k-1$ com as tensões de tração nos feixes $i-1$, devidas ao carregamento M_{gk} , tal como em concreto armado.

$$\{SIGP\}_k = \{SIGPF\}_{k-1} + \{SIGPG\}_k$$

O vetor de tensões finais da etapa $k-1$ é obtido por:

$$\{SIGPF\}_{k-1} = \{SIGP\}_{k-1} - \{DSIGP\}_{k-1} \quad \text{ou}$$

$$\{\text{SIGPF}\}_{k-1} = \begin{bmatrix} \sigma_{p1,k-1} \\ \sigma_{p2,k-1} \\ \dots\dots\dots \\ \sigma_{p(i-1),k-1} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta\sigma_{p1,k-1} \\ \Delta\sigma_{p2,k-1} \\ \dots\dots\dots \\ \Delta\sigma_{p(i-1),k-1} \end{bmatrix}$$

onde $\{\text{DSIGP}\}_{k-1}$ representa o vetor das perdas progressivas ocorridas nos $i-1$ feixes durante o intervalo de tempo $t_k - t_{k-1}$.

O vetor de tensões no aço $\{\text{SIGPG}\}_k$, gerado pelo momento fletor M_{gk} , é calculado pela expressão:

$$\{\text{SIGPG}\}_k = \frac{\alpha_p M_{gk}}{I_c} \begin{bmatrix} e_{x1} \\ e_{x2} \\ \dots \\ e_{x(i-1)} \end{bmatrix}$$

Pode-se notar neste caso que o vetor $\{\text{SIGP}\}_k$ tem o mesmo número de linhas do vetor $\{\text{SIGP}\}_{k-1}$.

O vetor das tensões finais de uma etapa k , quando não há protensão nessa etapa, é dado por:

$$\{\text{SIGPF}\}_k = \begin{bmatrix} \sigma_{p1,k} & - \Delta\sigma_{p1,k} \\ \sigma_{p2,k} & - \Delta\sigma_{p2,k} \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ \sigma_{p(i-1),k} & - \Delta\sigma_{p(i-1),k} \end{bmatrix}$$

Se houver algum feixe i tracionado na etapa k , o vetor das tensões finais é dado por:

$$\{\text{SIGPF}\}_k = \begin{bmatrix} \sigma_{p1,k} - \Delta\sigma_{p1,k} \\ \sigma_{p2,k} - \Delta\sigma_{p2,k} \\ \dots\dots\dots \\ \sigma_{pi,k} - \Delta\sigma_{pi,k} \end{bmatrix}$$

Um desenvolvimento semelhante ao do 1^o caso, já apresentado, pode ser feito para se chegar a uma solução geral para o cálculo das perdas nos feixes. Resume-se aqui apenas os vetores e matrizes que resultam no sistema a ser resolvido para o cálculo dessas perdas.

Para i feixes tracionados até a etapa k , a solução geral é dada por:

$$\{DSIGP\}_k = [A]_k^{-1} \cdot \{B\}_k$$

sendo a matriz $[A]_k$ de ordem ixi , e os termos da diagonal principal expressos por:

$$a_{ii} = \kappa_{pi,k} + \alpha_p \kappa_{ci,k} \rho_i \eta_{i,i}, \quad \text{com } i=1,2,\dots,k \quad (ii.98)$$

e os termos fora dela são:

$$a_{i,j} = \alpha_p \kappa_{cj,k} \rho_j \eta_{j,i} \quad (ii.99)$$

sendo que i refere-se à linha e j à coluna.

O vetor de termos independentes $\{B\}$ é de ordem $ix1$, onde um coeficiente da linha i é dado por:

$$b_i = -E_p \epsilon_{cs,k} - \alpha_p \left(\sum_{j=1}^k \sigma_{cj,i} \varphi_{j,k} \right) + \sigma_{pi,k} \chi_{i,k} \quad (ii.100)$$

sendo sempre $i \leq k$.

O vetor $\{DSIGP\}_k$, de ordem $ix1$ é:

$$[DSIGP]_k = \begin{bmatrix} \Delta\sigma_{p1} \\ \Delta\sigma_{p2} \\ \dots \\ \Delta\sigma_{pi} \end{bmatrix}$$

7.1.2-Etapa de seção composta

7.1.2.1-Metodologia de cálculo

O cálculo das perdas progressivas, para a etapa de seção não composta, é feito como já foi visto anteriormente. Após a concretagem da segunda parte, utiliza-se o " Método dos Prismas Equivalentes ", embora a sua utilização seja possível desde a primeira parte.

Admite-se que cada parte de concreto seja constituída de dois prismas equivalentes, localizados a uma distância $r_{gl} = \sqrt{I_{C,l}/A_{C,l}}$ do centro de gravidade. E cada feixe de aço representa um prisma equivalente. Os prismas de aço e de concreto estão indicados na Fig. II.3.

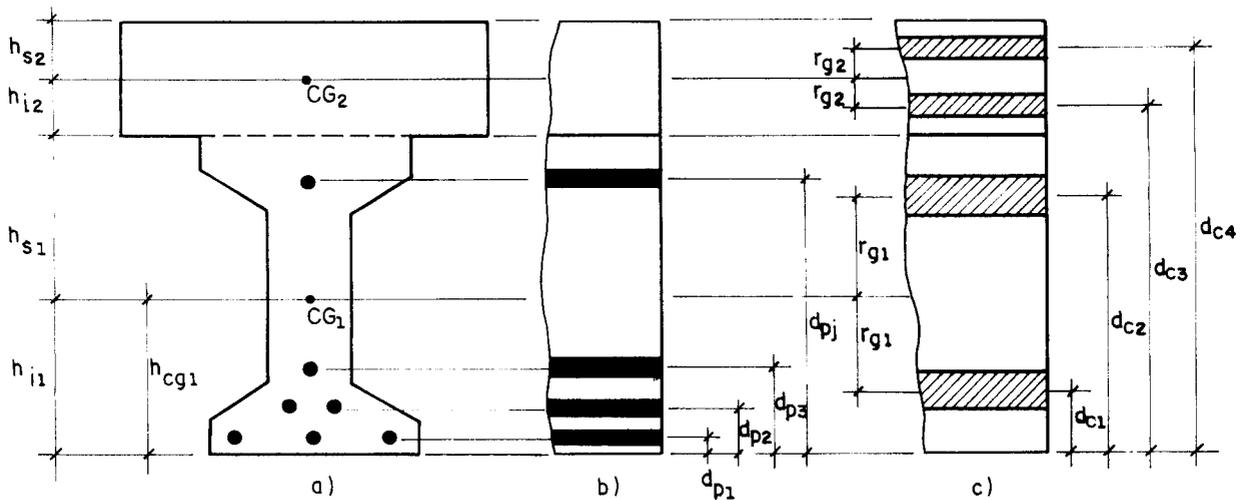


Fig. II.3 - a) Seção de uma viga composta por duas partes; b) Representação dos prismas de aço; c) Prismas de concreto [MENDES (1993)].

7.1.2.2-Características da seção

Além dos dados já definidos anteriormente, há a necessidade de se definir, para cada parte da seção e para a seção composta, os dados físicos e geométricos.

a) Dados Físicos

Para cada parte l deve-se ter:

- $f_{ck,l}$ = resistência característica do concreto à compressão;
- S_l = grau de abatimento do concreto;
- $\alpha_{f,l}$ = coeficiente para fluência que depende do tipo de cimento utilizado.

b) Dados Geométricos

Para uma parte l , sendo $l=1$ ou $l=2$, deve-se ter:

- $A_{cp,l}$ = área de concreto da parte l ;
- $I_{cp,l}$ = momento de inércia próprio;
- r_{gl} = raio de giração da parte l ;
- $h_{cg,l}$ = altura do **CG** da parte l em relação à sua base;
- $h_{i,l}$ = distância da borda inferior até o **CG**;
- $h_{s,l}$ = distância da borda superior até o **CG**;
- $u_{ar,l}$ = perímetro exposto ao ar;
- h_{cgs1} = altura do **CG** da seção composta de l partes. Se $l=1$,
 $h_{cgs1} = h_{cg1}$.

a) Homogeneização da seção

Seja uma seção, conforme Fig. II.4, composta de duas partes, cujos concretos têm diferentes resistências e portanto diferentes módulos de elasticidade ($E_{c28,1} \neq E_{c28,2}$), a seção deve ser homogeneizada.

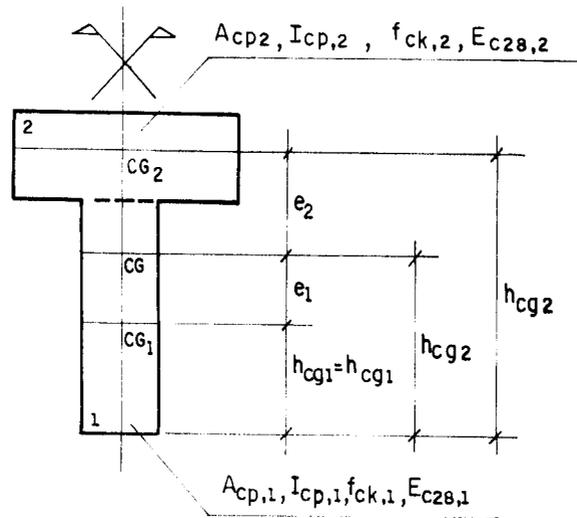


Fig. II.4 - Dados de uma seção plena [MENDES (1993)].

Apresentam-se aqui, resumidamente, as propriedades geométricas dessa seção homogeneizada, calculadas a partir dos dados fornecidos no item anterior. Evitando o detalhamento das passagens matemáticas necessárias, tem-se:

- Área homogeneizada da seção plena :

$$A_C = A_{cp,1} + \alpha_C A_{cp,2}, \quad \text{onde } \alpha_C = E_{c28,2}/E_{c28,1} \quad (\text{ii.101})$$

- Posição do centro de gravidade da seção plena:

$$h_{cgs2} = h_{cg1} + e_1, \quad (\text{ii.102})$$

onde:

$$e_1 = \frac{h_{cg2} - h_{cg1}}{\left[1 + \frac{1}{\alpha_C} \frac{A_{cp,1}}{A_{cp,2}} \right]} \quad (\text{ii.103})$$

- Momento de inércia da seção plena:

$$I_C = I_{cp,1} + A_{cp,1} e_1^2 + \alpha_C [I_{cp,2} + A_{cp,2} e_2^2] \quad (\text{ii.104})$$

onde:

$$e_2 = \frac{h_{cg2} - h_{cg1}}{\left[1 + \alpha_c \frac{A_{cp,1}}{A_{cp,2}} \right]} \quad (\text{ii.105})$$

d) Prismas de Concreto

O vetor de posição dos prismas equivalentes, dois para cada parte, é assim representado:

$$\{DC\} = \left\{ \begin{array}{c} d_{c1} \\ d_{c2} \\ d_{c3} \\ d_{c4} \end{array} \right\}$$

O vetor de posição do **CG** das l partes, a uma distância h_{cgl} do eixo de referência - base inferior da parte 1 - é dado por:

$$\{HCG\} = \left\{ \begin{array}{c} h_{cg1} \\ h_{cg2} \end{array} \right\}$$

A distância dos dois prismas de cada parte l até a base da parte 1 é dado como segue:

$$\begin{aligned} d_{c2l-1} &= h_{cgl} - r_{gl} \\ d_{c2l} &= h_{cgl} + r_{gl} \end{aligned} \quad (\text{ii.106})$$

O vetor que contém as distâncias dos prismas é dado então por:

$$\{DC\} = \left\{ \begin{array}{c} d_{c1} \\ d_{c2} \\ d_{c3} \\ d_{c4} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} h_{cg1} - r_{g1} \\ h_{cg1} + r_{g1} \\ h_{cg2} - r_{g2} \\ h_{cg2} + r_{g2} \end{array} \right\}$$

As distâncias dos prismas ao centro de gravidade da seção plena - **CGS**, estão contidas no vetor abaixo:

$$\{YPC\} = \begin{Bmatrix} Y_{pc1} \\ Y_{pc2} \\ Y_{pc3} \\ Y_{pc4} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} h_{cgs2} - d_{c1} \\ h_{cgs2} - d_{c2} \\ h_{cgs2} - d_{c3} \\ h_{cgs2} - d_{c4} \end{Bmatrix}$$

e) Prismas de Aço

As posições dos prismas de aço são definidas através do vetor {DP}:

$$\{DP\} = \begin{Bmatrix} d_{p1} \\ d_{p2} \\ \dots \\ d_{pj} \\ \dots \\ d_{pn} \end{Bmatrix}$$

onde d_{pj} é a distância do centro de gravidade do feixe j até a base de referência.

Em relação ao **CGS**, as excentricidades dos prismas de aço são:

$$\{YPS\} = \begin{Bmatrix} y_{ps1} \\ y_{ps2} \\ \dots \\ y_{psj} \\ \dots \\ y_{psn} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} h_{cgs2} - d_{p1} \\ h_{cgs2} - d_{p2} \\ \dots \\ h_{cgs2} - d_{pj} \\ \dots \\ h_{cgs2} - d_{pn} \end{Bmatrix}$$

f) Distribuições das tensões normais

Fazendo a compatibilidade de deformações na junta, de acordo com a Fig. II.5b, pode-se escrever:

$$\epsilon_2 = \epsilon_1, \text{ sendo } \epsilon_2 = \sigma_{cbi,2}/E_{c28,2} \therefore \epsilon_1 = \sigma_{cbs,1}/E_{c28,1} \quad (\text{ii.107})$$

tem-se:

$$\frac{\sigma_{cbi,2}}{E_{c28,2}} = \frac{\sigma_{cbs,1}}{E_{c28,1}} \therefore \sigma_{cbi,2} = \alpha_c \sigma_{cbs,1} \quad (\text{ii.108})$$

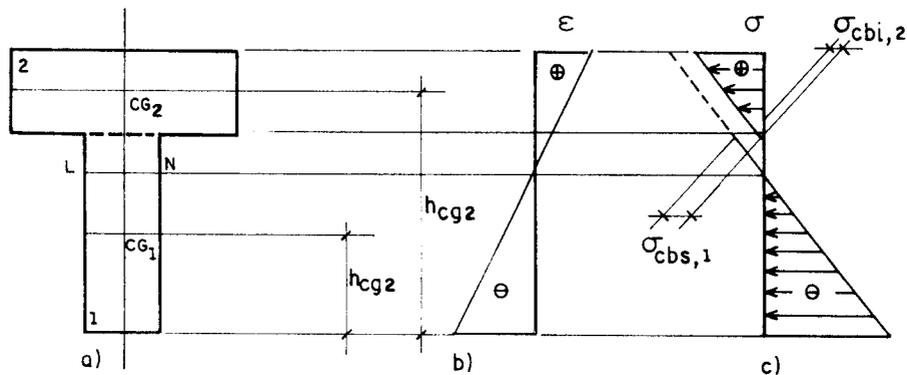


Fig. II.5 - a) Seção plena;b) Deformações em regime elástico; c) Distribuição possível de tensões normais [MENDES (1993)].

g) Dados Gerais

Cada parte concretada l é submetida a um número de etapas **NETAP** (l).

Como o concreto da parte 2 passa a receber tensões antes de 28 dias, é necessário obter o valor do módulo de elasticidade numa idade $t_0 < 28$, tal que:

$E_{c,2}(t_0) = \beta_e \cdot E_{c28,2}$, de acordo com o **CEB-FIP (1990)**, onde β_e é um coeficiente adimensional que depende da idade do concreto t , em dias, e é calculado como segue:

$$\beta_e = \exp \left((1 - \sqrt{28/t_0}) s/2 \right) \quad (\text{ii.109})$$

O coeficiente s depende do tipo de cimento e pode ser extraído da Tabela II.6.

Tabela II.6 - Valores de s , conforme o tipo de cimento [MENDES (1993)].

S	CARACTERÍSTICA DO CIMENTO
0,20	Endurecimento rápido e alta resistência
0,25	Endurecimento normal ou rápido
0,38	Endurecimento lento

7.1.2.3- Deformações específicas diferidas

a) Nos Prismas de Concreto

Seja um prisma i de concreto, situado a uma distância y_{pci} da linha do centro de gravidade da seção plena - CGS. Então, a deformação específica ocorrida durante o intervalo de tempo $(t-t_0)$ nesse prisma é:

$$\epsilon_{c,i} = \frac{\sigma_{c,i}}{E_{c,i}} \varphi_i(t, t_0) - \frac{\Delta N_{c,i}}{A_{c,i}} \frac{\kappa_{c,i}}{E_{c,i}} + \epsilon_{cs,i} = \lambda + \mu y_{pci} \quad (ii.110)$$

onde: λ é a deformação específica diferida no CGS;

μ é a rotação específica da seção;

Se λ resultar positivo, tem-se alongamento; se μ resultar positivo a rotação da seção ocorre no sentido anti-horário.

$\frac{\Delta N_{c,i}}{A_{c,i}}$ é a perda de tensão no prisma i ;

$\sigma_{c,i}$ é negativa e $\epsilon_{cs,i}$ é negativa.

Com relação à Eq. (ii.110), o sinal de $\Delta N_{c,i}$ é sempre o mesmo de $\sigma_{c,i}$. Se $\epsilon_{c,i}$ resultar negativo (-), tem-se encurtamento, porém se $\epsilon_{c,i}$ resultar positivo (+), tem-se alongamento.

Da equação acima tem-se:

$$\Delta N_{c,i} = [-(\lambda + \mu y_{pci}) A_{c,i} E_{c,i} + \sigma_{c,i} \varphi_i(t, t_0) A_{c,i} + \epsilon_{cs,i} A_{c,i} E_{c,i}] / \kappa_{c,i} \quad (ii.111)$$

b) Nos Prismas de Aço

Seja um prisma j , de aço, situado na região de concreto pré-comprimido, tem-se:

$$\epsilon_{p,j} = \frac{\sigma_{p,j}}{E_{p,j}} \chi_j(t, t_0) - \frac{\Delta P_j \kappa_{p,j}}{A_{p,j} E_{p,j}} = (\lambda + \mu y_{psj}) \quad (ii.112)$$

Da equação acima chega-se à expressão:

$$\Delta P_j = [-(\lambda + \mu y_{psj}) A_{p,j} E_{p,j} + \sigma_{p,j} A_{p,j} \chi_j(t, t_0)] / \kappa_{p,j} \quad (ii.113)$$

c) Cálculo da deformação axial e da rotação

Fazendo o equilíbrio das forças tem-se:

$$\sum N = 0 \quad \sum \Delta N_{c,i} + \sum \Delta P_j = 0, \quad \text{e ainda}$$

$$\sum M = 0 \quad \sum \Delta N_{c,i} \cdot y_{pc,i} + \sum \Delta P_j \cdot y_{ps,j} = 0.$$

Desenvolvendo essas duas equações e isolando-se λ e μ no primeiro membro, chega-se a um sistema que pode ser escrito sob forma matricial:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \quad (ii.114)$$

cuja solução é:

$$\begin{bmatrix} \lambda \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \quad (\text{ii.115})$$

onde:

$$a_{11} = \Sigma \frac{A_{c,i} E_{c,i}}{\kappa_{c,i}} + \Sigma \frac{A_{p,j} E_{p,j}}{\kappa_{p,j}} \quad (\text{ii.116})$$

$$a_{12} = a_{21} = \Sigma \frac{A_{c,i} E_{c,i} y_{pci}}{\kappa_{c,i}} + \Sigma \frac{A_{p,j} E_{p,j} y_{psj}}{\kappa_{p,j}} \quad (\text{ii.117})$$

$$\begin{aligned} b_1 = & \Sigma \frac{\sigma_{c,i} A_{c,i} \varphi_i(t, t_0)}{\kappa_{c,i}} + \Sigma \frac{\epsilon_{cs,i} A_{c,i} E_{c,i}}{\kappa_{c,i}} + \\ & + \Sigma \frac{\sigma_{p,j} A_{p,j} \chi_j(t, t_0)}{\kappa_{p,j}} \end{aligned} \quad (\text{ii.118})$$

$$a_{22} = \Sigma \frac{A_{c,i} E_{c,i} y_{pci}^2}{\kappa_{c,i}} + \Sigma \frac{A_{p,j} E_{p,j} y_{psj}^2}{\kappa_{p,j}} \quad (\text{ii.119})$$

$$\begin{aligned} b_2 = & \Sigma \frac{\sigma_{c,i} A_{c,i} \varphi_i(t, t_0) y_{pci}}{\kappa_{c,i}} + \Sigma \frac{\epsilon_{cs,i} A_{c,i} E_{c,i} y_{pci}}{\kappa_{c,i}} + \\ & + \Sigma \frac{\sigma_{p,j} A_{p,j} \chi_j(t, t_0) y_{psj}}{\kappa_{p,j}} \end{aligned} \quad (\text{ii.120})$$

Com os valores de λ e μ pode-se calcular a variação de tensão nos prismas de concreto pela expressão:

$$\frac{\Delta N_{c,i}}{A_{c,i}} = \Delta \sigma_{c,i} = \frac{-((\lambda + \mu y_{pci}) E_{c,i} + \sigma_{c,i} \varphi_i(t, t_0) + \epsilon_{cs,i} E_{c,i})}{\kappa_{c,i}} \quad (\text{ii.121})$$

Para os prismas de aço essa variação é dada por:

$$\frac{\Delta P_j}{A_{p,j}} = \Delta \sigma_{p,j} = \frac{-(\lambda + \mu y_{psj}) E_{p,j} + \sigma_{p,j} \chi_j(t, t_0)}{\kappa_{p,j}} \quad (\text{ii.122})$$

7.1.2.4 - Tensões no concreto

7.1.2.4.1- Enquanto existir apenas a parte 1

Mesmo após a concretagem da parte 2, durante alguns dias, considera-se que o acréscimo de carga permanente devido a essa etapa é resistido apenas pela parte 1. Essa etapa de cálculo foi arbitrada com uma duração de três dias.

Antes do início do cálculo com seção composta, é preciso ter as tensões nos dois prismas de concreto dessa parte.

Da Fig. II.6a, por semelhança de triângulos, chega-se à relação:

$$\sigma_{fpri,1,n-1} = \sigma_{fbi} - \frac{h_{i1} - r_{g1}}{h_{s1} + h_{i1}} (\sigma_{fbi} - \sigma_{fbs}) \quad \text{e} \quad (\text{ii.123})$$

$$\sigma_{fpri,2,n-1} = \sigma_{fbi} - \frac{h_{i1} + r_{g1}}{h_{s1} + h_{i1}} (\sigma_{fbi} - \sigma_{fbs}) \quad (\text{ii.124})$$

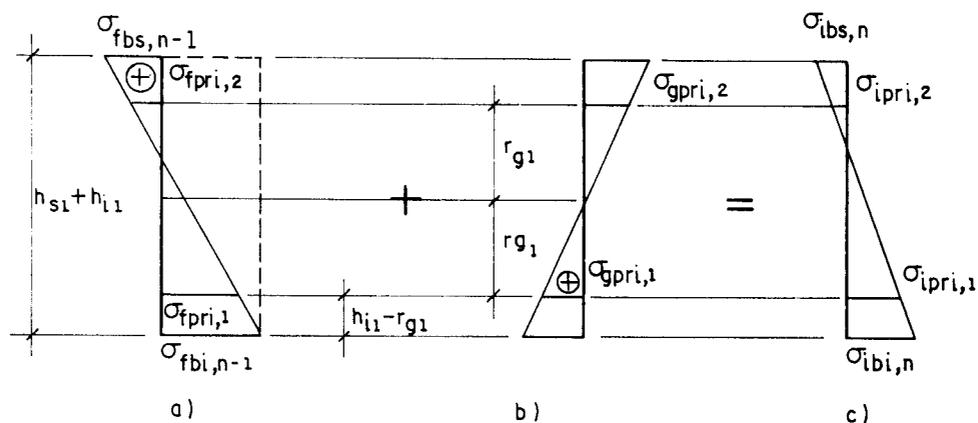


Fig. II.6 - Tensões nas bordas e nos prismas da parte 1;
a) Tensões finais da etapa anterior; b) Tensões causadas por M_g da etapa n ; c) Tensões iniciais na etapa n [MENDES (1993)].

As tensões devidas ao carregamento permanente, tal como mostra a Fig. II.6b, são dadas por:

$$\sigma_{gpri,1} = M_{g,n} r_{g1} / I_{cp,1} \quad e \quad \sigma_{gpri,2} = -M_{g,n} r_{g1} / I_{cp,1} \quad (ii.125)$$

Na etapa n , as tensões iniciais nos prismas são:

$$\begin{aligned} \sigma_{ipri,1} &= \sigma_{fpri,1,n-1} + \sigma_{gpri,1} \\ \sigma_{ipri,2} &= \sigma_{fpri,2,n-1} + \sigma_{gpri,2} \end{aligned} \quad (ii.126)$$

7.1.2.4.2- Quando a seção for constituída de duas partes

Após a idade convencional de cura do concreto da parte 2, o cálculo é efetuado de acordo com o "Método dos Prismas Equivalentes".

a) Tensões iniciais nos prismas de concreto

Após a concretagem da segunda parte (laje), é interessante, devido à variação do módulo de elasticidade do concreto jovem, processar uma etapa iniciando em j dias (sendo $j < 28$ dias), e terminando em 28 dias, onde as tensões iniciais nas bordas da parte 2 serão consideradas nulas.

A expressão geral das tensões, na etapa n , nos prismas de uma parte l é:

$$\sigma_{pri,i,n} = \sigma_{fpri,i,n-1} + \sigma_{gpri,i,n} + \sigma_{ppri,i,n} \quad (ii.127)$$

com $i = 1, 4$, onde:

$\sigma_{fpri,i,n-1}$ é a tensão final na etapa anterior, $n - 1$;
 $\sigma_{gpri,i,n}$ é a tensão devida à carga permanente aplicada no início da etapa n ;
 $\sigma_{ppri,i,n}$ é a tensão introduzida pela protensão na etapa n ;

Para uma etapa já com seção plena, as tensões nos prismas, devidas à carga permanente são dadas por:

$$\sigma_{gpri,1,n} = M_{g,n} y_{pc1} / I_c ; \quad \sigma_{gpri,2,n} = M_{g,n} y_{pc2} / I_c \quad (ii.128)$$

$$\sigma_{gpri,3,n} = \alpha_{c,3} M_{g,n} y_{pc3} / I_c ; \quad \sigma_{gpri,4,n} = \alpha_{c,4} M_{g,n} y_{pc4} / I_c$$

Para um prisma de concreto i , a tensão aplicada por protensão é dada por:

$$\sigma_{ppri,i} = \alpha_{c,i} \left[- \frac{\sigma_{po,j} A_{p,j}}{A_c} - \frac{\sigma_{po,j} A_{p,j} y_{psj} y_{pci}}{I_c} \right] \quad (ii.129)$$

sendo $\alpha_{c,i} = E_{c28,i} / E_{c28,1}$.

b) Perdas de tensão nos prismas de concreto

$$\Delta \sigma_{pri,i,n} = \Delta N_{c,i} / A_{cpri,i} \quad (ii.130)$$

c) Tensões finais nos prismas de concreto

$$\sigma_{fpri,i,n} = \sigma_{pri,i,n} - \Delta \sigma_{pri,i,n} \quad (ii.131)$$

7.1.2.4.3-Tensões nas bordas da seção

a) Tensões iniciais nas bordas

As tensões iniciais nas bordas de uma parte l podem ser obtidas a partir das tensões nos prismas:

$\sigma_{cbs,l}$ - na borda superior, calculada pela expressão:

$$\sigma_{cbs, \ell} = \sigma_{pri, 2\ell} + \frac{(\sigma_{pri, 2\ell-1} - \sigma_{pri, 2\ell})(r_{gl} - h_{sl})}{2r_{gl}} \quad (ii.132)$$

$\sigma_{cbi, \ell}$ - na borda inferior, calculada pela expressão:

$$\sigma_{cbi, \ell} = \sigma_{pri, 2\ell} + \frac{(\sigma_{pri, 2\ell-1} - \sigma_{pri, 2\ell})(r_{gl} - h_{il})}{2r_{gl}} \quad (ii.133)$$

b) Perda de tensões nas bordas

A perda de tensão no centro de gravidade de cada parte ℓ , é dada por:

$$\Delta\sigma_{ceixo, \ell} = \frac{(\Delta\sigma_{cpri, 2\ell-1} + \Delta\sigma_{cpri, 2\ell})}{2} \quad (ii.134)$$

A perda de tensão na borda superior pode ser deduzida por análise da distribuição de tensões na seção:

$$\Delta\sigma_{cbs, \ell} = \frac{h_{sl}}{r_{gl}} \Delta\sigma_{cpri, 2\ell} + \left[1 - \frac{h_{sl}}{r_{gl}}\right] \Delta\sigma_{ceixo, \ell} \quad (ii.135)$$

Analogamente, para a borda inferior, tem-se:

$$\Delta\sigma_{cbi, \ell} = \frac{h_{il}}{r_{gl}} \Delta\sigma_{cpri, 2\ell-1} + \left[1 - \frac{h_{il}}{r_{gl}}\right] \Delta\sigma_{ceixo, \ell} \quad (ii.136)$$

As tensões finais nas bordas são:

$$\sigma_{cfbs, \ell} = \sigma_{cbs, \ell} - \Delta\sigma_{cbs, \ell} \quad e \quad (ii.137)$$

$$\sigma_{cfbi, \ell} = \sigma_{cbi, \ell} - \Delta\sigma_{cbi, \ell}$$

7.1.2.5-Tensões no aço de protensão

a) Tensões iniciais nos prismas de aço

Como já foi visto anteriormente no item 7.1.1, há a necessidade de se distinguir se há ou não protensão no início de cada etapa, considerando-se sempre a geometria da seção - primária ou plena.

Enquanto existir apenas a seção primária tem-se:

$$\sigma_{po,j,n} = \sigma_{pf,j,n-1} + \alpha_p M_{g,n} e_{xj} / I_{cp1,n} \quad (ii.138)$$

No caso da seção plena, tem-se:

$$\sigma_{po,j,n} = \sigma_{pf,j,n-1} + \alpha_p M_{g,n} y_{psj} / I_c \quad (ii.139)$$

b) Perda de tensões nos prismas de aço

A perda de tensão num prisma j de aço será dada por:

$$\Delta\sigma_{p,j,n} = \Delta P_j / A_{p,j} \quad (ii.140)$$

c) Tensões finais nos prismas de aço

$$\sigma_{pf,j,n} = \sigma_{po,j,n} - \Delta\sigma_{p,j,n} \quad (ii.141)$$

7.2- Proposta de **GHALI** e **FAVRE**

Um método geral e aproximado é utilizado por **GHALI** e **FAVRE (1986b)**, para a análise de tensões e deformações em seções transversais compostas devidas aos efeitos da fluência e retração do concreto e relaxação do aço de protensão ao longo do tempo. As seções compostas de um ou mais tipos de concreto são consideradas. Admite-se que as partes de concreto podem ser armadas com aço protendido e/ou armadura passiva. O valor da perda de protensão

pode ser determinado como um resultado adicional da mesma análise. Embora essa formulação não seja utilizada no trabalho, achou-se conveniente a sua inclusão, por se tratar de uma formulação simples e que pode, portanto, ser aproveitada em trabalhos futuros.

7.2.1- Tensão e deformação instantâneas no tempo t_0

Seja uma seção composta, como mostra a Fig. II.7, sujeita no tempo t_0 a uma força de protensão P_0 , um momento fletor M e uma força axial N em um ponto de referência arbitrário O . Sejam dados ainda:

$E_c(t_0)$ = módulo de elasticidade do concreto no tempo t_0 ;

$\epsilon_{cs}(t, t_0)$ = retração que ocorre entre t e t_0 ;

$\varphi(t, t_0)$ = coeficiente de fluência entre t e t_0 ;

$\chi(t, t_0)$ = coeficiente de envelhecimento no período;

$\Delta\bar{\sigma}_{pr}$ = relaxação reduzida do aço de protensão durante o período $(t - t_0)$.

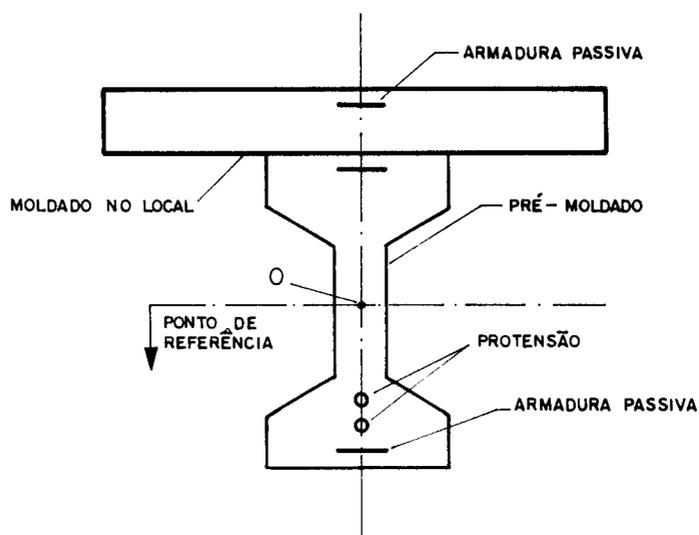


Fig. II.7- Seção transversal composta [GHALI & FAVRE (1986b)].

Para obter a tensão e a deformação instantâneas no tempo t_0 , considerem-se N e M e a força de protensão em uma força normal e um momento fletor equivalentes no ponto de referência O :

$$\left\{ \begin{array}{c} N \\ M \end{array} \right\}_{\text{equivalentes}} = \left\{ \begin{array}{c} N - \Sigma P_i \\ M - \Sigma P_i y_{pi} \end{array} \right\} \quad (\text{ii.142})$$

onde P_i e y_{pi} são a força de protensão inicial e a coordenada da i -ésima camada de aço.

A deformação axial instantânea ($\lambda_0(t_0)$) e a curvatura ($\mu(t_0)$) imediatamente após a protensão podem ser calculadas por:

$$\left\{ \begin{array}{c} \lambda_0(t_0) \\ \mu(t_0) \end{array} \right\} = \frac{1}{E_{\text{ref}}(AI - B^2)} \begin{bmatrix} I & -B \\ -B & A \end{bmatrix} \left\{ \begin{array}{c} N \\ M \end{array} \right\} \quad (\text{ii.143})$$

onde:

- A = área da seção transversal homogeneizada da peça;
- B = momento estático de área da seção homogeneizada em relação ao eixo de referência que passa por O ;
- I = momento de inércia de uma seção homogeneizada em torno de um eixo horizontal de referência passando por O .

A seção homogeneizada é composta da área de concreto em cada parte mais a área da armadura em qualquer camada multiplicada por uma relação entre os módulos de elasticidade (α) dada por:

$$\alpha_i = \frac{E_{si}}{E_{\text{ref}}} \text{ ou } \frac{E_{ci}(t_0)}{E_{\text{ref}}} \text{ ou } \frac{\bar{E}_{ci}(t, t_0)}{E_{\text{ref}}} \quad (\text{ii.144})$$

O índice i refere-se a uma parte do concreto ou a uma camada de aço; $E_{ci}(t_0)$ é o módulo de elasticidade do concreto da parte i na idade t_0 ; E_{ref} é um módulo de elasticidade de referência arbitrário que pode ser escolhido igual a $E_c(t_0)$ para uma das partes do concreto; $\bar{E}_{ci}(t, t_0)$ é o módulo de elasticidade do concreto da parte i ajustado à idade.

A deformação e tensão instantâneas no concreto em qualquer fibra são dadas por:

$$\epsilon_c(t_o) = \lambda_o(t_o) + \mu(t_o)y \quad (\text{ii.145})$$

$$\sigma_c(t_o) = E_{ci}(t_o) \epsilon_c(t_o) \quad (\text{ii.146})$$

A tensão instantânea na armadura passiva é dada por:

$$\sigma_s(t_o) = E_s[\lambda_o(t_o) + \mu(t_o)y_s] \quad (\text{ii.147})$$

Quando a protensão é empregada, a tensão no aço protendido imediatamente após a transferência é dada por:

$$\sigma_p(t_o) = (\sigma_p)_{\text{inicial}} + E_p[\lambda_o(t_o) + \mu(t_o)y_p] \quad (\text{ii.148})$$

onde $(\sigma_p)_{\text{inicial}}$ é a tensão no aço de protensão antes da transferência. O segundo termo nessa equação representa a perda instantânea de tensão devida ao encurtamento do concreto.

7.2.2- Variações na deformação e tensão durante o período $(t - t_o)$.

Seja a variação de deformação em qualquer fibra de concreto devida à fluência e retração. A tensão necessária para restringir artificialmente tal deformação é:

$$\sigma_{\text{restringida}} = -\bar{E}_c(t, t_o) [\varphi(t, t_o)\epsilon_c(t_o) + \epsilon_{cs}] \quad (\text{ii.149})$$

onde $\bar{E}_c(t, t_o)$ é o módulo de elasticidade do concreto ajustado e dado pela expressão:

$$\bar{E}_c(t, t_o) = \frac{E_c(t_o)}{1 + \chi\varphi(t, t_o)} \quad (\text{ii.150})$$

O produto $(-\bar{E}_c \cdot \varphi \cdot \epsilon_c)$ na equação acima representa a tensão necessária para anular o efeito da fluência. Substituindo o valor

de $\epsilon_c(t_0)$ e integrando ao longo da seção, tem-se a resultante dessas tensões:

$$\left\{ \begin{array}{c} \Delta N \\ \Delta M \end{array} \right\}_{\text{fluência}} = -\sum_{j=1}^m \left\{ \bar{E}_c \varphi \begin{bmatrix} A_c & B_c \\ B_c & I_c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \lambda_0(t_0) \\ \mu(t_0) \end{Bmatrix} \right\}_j \quad (\text{ii.151})$$

onde:

- j = refere-se à j -ésima parte do concreto da seção composta;
- m = número total de partes de concreto;
- $A_{c,j}$, $B_{c,j}$ e $I_{c,j}$ = propriedades geométricas da seção da j -ésima parte em torno de um eixo de referência adotado.
- E_{cj} e φ_j = módulo de elasticidade do concreto ajustado e o coeficiente de fluência para a j -ésima parte.

Da mesma forma, o produto $(-E_c \cdot \epsilon_{cs})$ na mesma equação representa a tensão necessária para anular o efeito da retração. Admitindo-se retração uniforme em cada parte do concreto, as resultantes dessas tensões são:

$$\left\{ \begin{array}{c} \Delta N \\ \Delta M \end{array} \right\}_{\text{retração}} = -\sum_{j=1}^m \left\{ \bar{E}_c \epsilon_{cs} \begin{Bmatrix} A_c \\ B_c \end{Bmatrix} \right\}_j \quad (\text{ii.152})$$

A força necessária para anular a deformação devida à relaxação do aço de protensão é dada por:

$$\left\{ \begin{array}{c} \Delta N \\ \Delta M \end{array} \right\}_{\text{relaxação}} = \sum_{i=1}^m \left\{ \begin{array}{c} A_p \Delta \bar{\sigma}_{pr} \\ A_p \Delta \bar{\sigma}_{pr} y_p \end{array} \right\}_i \quad (\text{ii.153})$$

O índice i refere-se à i -ésima camada de aço e A_{pi} é a área de sua seção transversal; n é o número de camadas de aço de protensão.

A força necessária para restringir fluência, retração e relaxação é a soma das parcelas acima dada por:

$$\begin{Bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{Bmatrix}_{\text{fluência}} + \begin{Bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{Bmatrix}_{\text{retração}} + \begin{Bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{Bmatrix}_{\text{relaxação}} \quad (\text{ii.154})$$

A restrição artificial agora é eliminada pela aplicação das forças $\{-\Delta N, -\Delta M\}$ em uma seção composta homogeneizada ajustada à idade, resultando nas seguintes variações na deformação axial e curvatura da seção:

$$\begin{Bmatrix} \Delta \lambda_o \\ \Delta \mu \end{Bmatrix} = \frac{1}{\bar{E}_{\text{ref}} (\bar{A} \bar{I} - \bar{B}^2)} \begin{bmatrix} \bar{I} & -\bar{B} \\ -\bar{B} & \bar{A} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -\Delta N \\ -\Delta M \end{Bmatrix} \quad (\text{ii.155})$$

onde:

\bar{A} , \bar{B} , e \bar{I} = propriedades geométricas da seção ajustadas à idade calculadas em torno de um eixo de referência adotado;
 \bar{E}_{ref} = módulo de referência arbitrário que pode ser convenientemente escolhido igual ao módulo de elasticidade ajustado para o concreto de uma das partes.

Cabe salientar que a forma da Eq. (ii.155) se assemelha à forma da Eq. (ii.115), obtida para cálculo da deformação axial e da rotação na seção de acordo com a formulação de **MENDES (1993)**.

Os valores das variações de tensão que se desenvolvem durante o período $(t - t_o)$ no concreto, na armadura ativa e na armadura passiva são dados respectivamente por:

$$\Delta \sigma_c = \sigma_{\text{restringido}} + \bar{E}_{cj} (\Delta \lambda_o + \Delta \mu y) \quad (\text{ii.156})$$

$$\Delta \sigma_s = E_s (\Delta \lambda_o + \Delta \mu y_s) \quad (\text{ii.157})$$

$$\Delta \sigma_p = \Delta \bar{\sigma}_{pr} + E_p (\Delta \lambda_o + \Delta \mu y_p) \quad (\text{ii.158})$$

CAPÍTULO III

DETERMINAÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DOS MOMENTOS FLETORES AO LONGO DO TEMPO APÓS O ESTABELECIMENTO DA CONTINUIDADE NO LOCAL ENTRE AS VIGAS PRÉ-MOLDADAS PROTENDIDAS .

1-Preliminares

Esta apresentação inclui os procedimentos para cálculo dos momentos de restrição, bem como o estabelecimento de critérios para a determinação dos momentos de serviço, com a consideração destes momentos de restrição para o caso em que a continuidade é estabelecida somente através da colocação de armadura passiva no tabuleiro. Apresenta-se também algumas considerações para o cálculo dos momentos devidos à carga móvel mais impacto e devidos à carga permanente adicional, e ainda a formulação para cálculo dos momentos devidos à temperatura, apresentada em **PRIETSLEY (1987)**, onde a distribuição de temperatura na seção é feita de acordo com as indicações da **NBR 7187**.

Foi visto no capítulo anterior a análise de tensões e deformações numa seção transversal qualquer da viga ao longo do tempo. Foi apresentada a formulação para a determinação das

deformações e também das perdas de protensão na seção. Pode-se então agora determinar quais os esforços dependentes do tempo (momentos de restrição), que aparecem na ligação sobre os apoios após o estabelecimento da continuidade. Os pré-requisitos para a determinação destes esforços dependem do procedimento a ser empregado.

Para o **MÉTODO DO PCA**, descrito por **FREYERMUTH (1969)**, e para o **MÉTODO DO PCA MODIFICADO**, proposto por **OESTERLE et alii (1989)**, é importante que sejam conhecidas as perdas de protensão na seção do meio do vão da viga em cada intervalo de tempo até o estabelecimento da continuidade. Para o **MÉTODO DO PCA MODIFICADO** interessam também as perdas que ocorrem após a idade de continuidade. Com o valor da força de protensão e da carga permanente, as rotações nas extremidades das vigas e, conseqüentemente, os momentos de restrição nos apoios, podem ser obtidos. Já para o **PROCEDIMENTO EMPREGADO** há a necessidade de que sejam conhecidas as deformações num determinado número de seções da viga e, com isso, pode-se obter os deslocamentos e rotações nas extremidades da mesma num tempo qualquer após o estabelecimento da continuidade. Em seguida, procede-se o cálculo dos momentos de restrição para a estrutura contínua.

Após a determinação dos momentos de restrição, pode-se então determinar os momentos positivos de serviço no meio do vão e os momentos negativos de serviço sobre os apoios, com a inclusão dos momentos devidos à temperatura no cálculo destes momentos. Por isso, também será apresentada uma formulação para a determinação dos momentos devidos à variação de temperatura.

2- Cálculo dos momentos de restrição

2.1- Método do PCA

Há indicações na literatura de que o **MÉTODO DO PCA** ainda é o mais utilizado nos **EUA** para o projeto de vigas pré-moldadas protendidas de pontes de pequenos vãos com a continuidade

estabelecida no local [OESTERLE et alii (1989)]. Segundo percebe-se, tal preferência resulta, em parte, da simplicidade de cálculo que o método oferece. Suas hipóteses de cálculo são, no entanto, discutíveis e divergem dos outros procedimentos de cálculo que serão aqui apresentados.

Relacionam-se aqui as principais hipóteses do **MÉTODO DO PCA [FREYERMUTH (1969)]**:

- admite-se que as cargas que atuam antes do estabelecimento da continuidade, para cálculo dos momentos de restrição, passem a atuar numa estrutura contínua. A força de protensão é considerada com a redução das perdas que ocorrem até o estabelecimento da continuidade;
- esses momentos são calculados para uma viga contínua, assumindo ligações rígidas sobre os pilares. Não se considera o comprimento finito da ligação;
- admite-se a mesma função dependente do tempo para a retração da viga e do tabuleiro e os mesmos coeficientes de fluência em uma idade qualquer após a continuidade;
- para este procedimento, os momentos de restrição são calculados para uma idade particular, ao invés de considerar valores incrementais do momento de restrição em vários intervalos de tempo.

2.1.1- Momento de restrição devido à fluência causada pela protensão

O efeito de fluência devido à força de protensão depende da localização das várias forças em relação ao centro de gravidade da seção composta. Seja uma disposição genérica dos cabos de protensão, de maneira simétrica em relação à seção do meio do vão, divididos em cabos reto e poligonal resultantes, como mostra a Fig. III.1. O diagrama de momentos fletores por partes das forças representadas na Fig. III.1 é indicado na Fig. III.2.

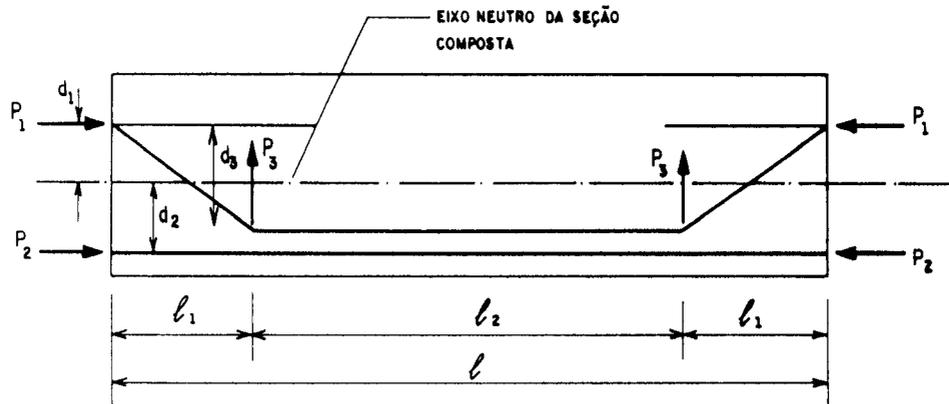


Fig. III.1- Disposição dos cabos ao longo da viga [FREYERMUTH (1969)].

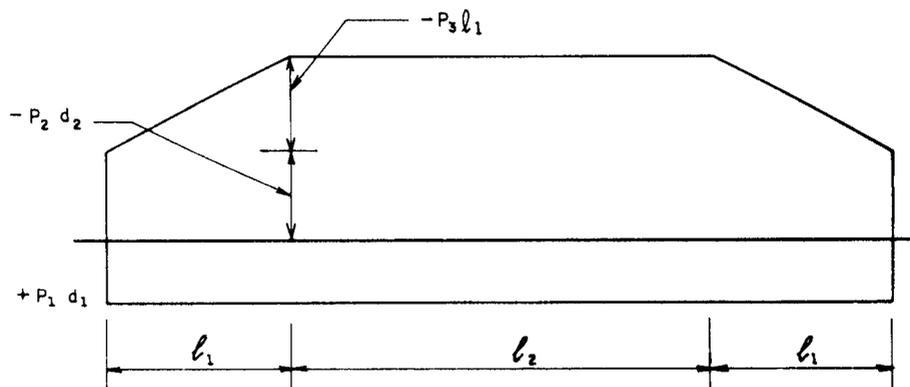


Fig.III.2- Diagrama de momentos fletores devidos à protensão, para a viga isostática da Fig. III.1 [FREYERMUTH (1969)].

O valor de P_3 é dado pela relação:

$$P_3 = \frac{P_1 \cdot d_3}{l_1} \quad (\text{iii.1})$$

A rotação nas extremidades da viga devida à protensão é dada por (Fig. III.3a):

$$\theta_p = \frac{1}{2EI} \left(P_1 d_1 l - P_2 d_2 l - P_3 l_1^2 - P_3 l_1 l_2 \right) \quad (\text{iii.2})$$

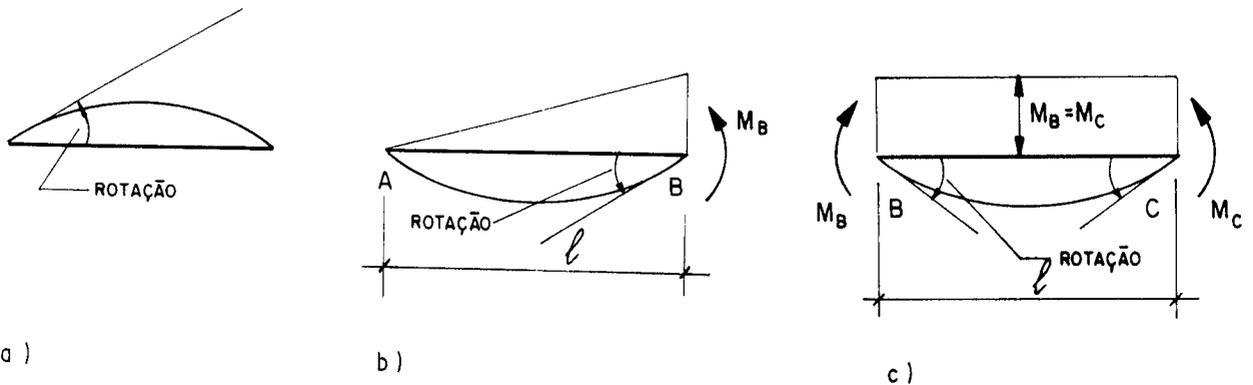


Fig. III.3-a) Rotação nas extremidades da viga devida à protensão;
 b) Momentos de bloqueio para o vão de extremidade; c)
 Momentos de bloqueio para o vão interno.

Aplicando momentos de bloqueio para trazer o eixo da viga à horizontal, tem-se:

-vão de extremidade (Fig. III.3b):

$$\left| \frac{M_B \ell}{3EI} \right| = |\theta_p| \therefore |M_B| = \left| \frac{3EI\theta_p}{\ell} \right| \quad (\text{iii.3})$$

-vão interno (Fig. III.3c):

$$\left| \frac{M_B \ell}{2EI} \right| = |\theta_p| \therefore |M_B| = \left| \frac{2EI\theta_p}{\ell} \right| \quad (\text{iii.4})$$

Os sentidos dos momentos estão indicados na Fig. III.3.

Em seguida, pode-se fazer a distribuição de momentos, utilizando **Cross**, por exemplo, para encontrar os momentos de restrição por fluência devidos à protensão (ainda não reduzidos pelo fator de fluência), de acordo com o diagrama da Fig. III.4. Após a aplicação do fator de fluência tem-se:

$$M'_p = M_p (1 - e^{-\phi}) \quad (\text{iii.5})$$

onde:

M'_p = momento de restrição final devido à fluência causada pela protensão, reduzido pelo fator de fluência;

M_p = momento de restrição final devido à fluência causada pela protensão, não reduzido pelo fator de fluência;

$$\phi = \varphi(t_2, t_0) - \varphi(t_1, t_0)$$

$\varphi(t_2, t_0)$ = coeficiente de fluência no tempo t_2 dias, onde t_2 dias é a idade após a aplicação da protensão, na idade t_0 , na qual os momentos de restrição estão sendo calculados, sendo $t_2 > t_0$;

$\varphi(t_1, t_0)$ = coeficiente de fluência no tempo t_1 dias, onde t_1 é a idade após a aplicação da protensão na qual a continuidade é estabelecida.

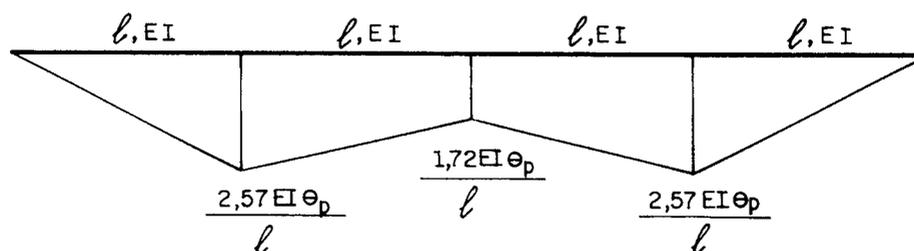


Fig. III.4- Diagrama de momentos fletores para uma viga contínua, de quatro tramos iguais e rigidez constante EI, devidos à fluência da protensão (M_p).

2.1.2- Momento de restrição devido à fluência causada pela carga permanente

A rotação que aparece nas extremidades de uma viga simplesmente apoiada (Fig. III.5a), sob atuação da carga permanente, é dada por:

$$\theta_g = \frac{M_g l}{3EI} \quad (\text{iii.6})$$

onde:

M_g = momento no meio do vão devido à carga permanente total.

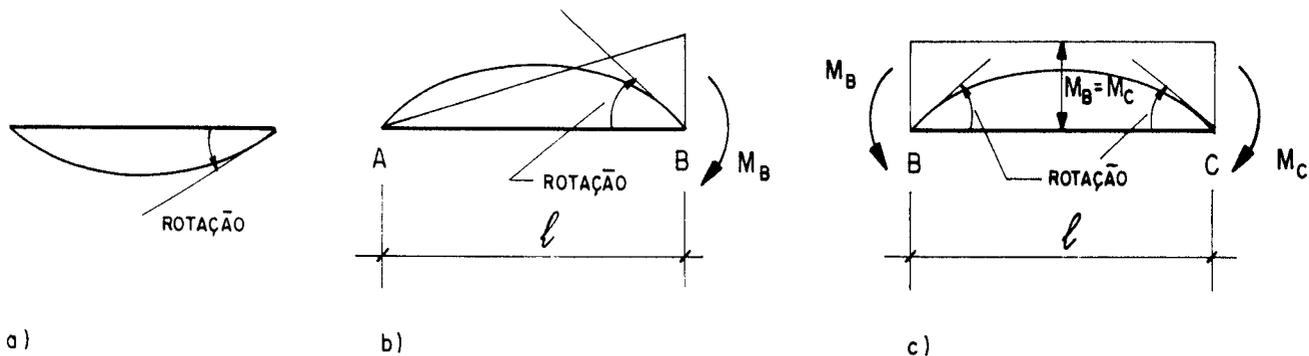


Fig. III.5-a) Rotação nas extremidades da viga devida à carga permanente; b) Momentos de bloqueio para o vão de extremidade; c) Momentos de bloqueio para o vão interno.

Aplicando-se momentos de bloqueio para restringir a rotação na extremidade da viga tem-se:

- vão de extremidade (Fig. III.5b):

$$\left| \frac{M_B \ell}{3EI} \right| = \left| \frac{M_g \ell}{3EI} \right| \quad \therefore \quad |M_B| = |M_g| \quad (\text{iii.7})$$

- vão interno (Fig. III.5c):

$$\left| \frac{M_B \ell}{2EI} \right| = \left| \frac{M_g \ell}{3EI} \right| \quad \therefore \quad |M_B| = |M_C| = \left| \frac{2M_g}{3} \right| \quad (\text{iii.8})$$

Neste caso também, os sentidos dos momentos estão indicados na Fig. III.5.

Após a distribuição de momentos, são obtidos os momentos de restrição devidos à fluência da carga permanente (sem a redução pelo fator de fluência), como indica o diagrama da Fig. III.6. Após a aplicação do fator de fluência tem-se:

$$M'_D = M_D (1 - e^{-\phi}) \quad (\text{iii.9})$$

onde:

M'_D = momento de restrição final devido à fluência da carga

permanente reduzido pelo fator de fluência;
 M_D = momento de restrição final devido à fluência da carga permanente, não reduzido pelo fator de fluência.

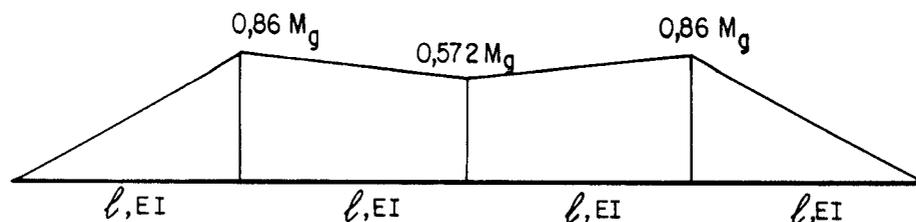


Fig. III.6- Diagrama de momentos fletores para uma viga contínua de quatro tramos iguais e rigidez constante EI , devidos à fluência da carga permanente (M_D).

2.1.3- Momento de restrição devido à retração diferencial

A retração diferencial entre a laje do tabuleiro e a viga protendida causa o seguinte momento na seção composta:

$$M_S = \Delta \epsilon_{CS} E_{C2} A_{C,2} \left(e_C + \frac{t_d}{2} \right) \quad (\text{iii.10})$$

onde:

$\Delta \epsilon_{CS} = \epsilon_{CS,2} - \epsilon_{CS,1}$ = retração diferencial;

$\epsilon_{CS,2}$ = retração ocorrida na laje do tabuleiro entre o instante do estabelecimento da continuidade e o tempo no qual se calcula o momento de restrição;

$\epsilon_{CS,1}$ = retração ocorrida na viga no mesmo intervalo de tempo;

e_C = distância do centro de gravidade da seção composta à borda superior da longarina;

t_d = espessura da laje do tabuleiro;

E_{C2} = módulo de elasticidade do concreto da laje do tabuleiro na idade de cálculo do momento de restrição. Para idades superiores a 28 dias, toma-se o módulo de elasticidade correspondente a esta idade.

A rotação nas extremidades das vigas simplesmente apoiadas (Fig. III.7a) devida à retração diferencial é dada por:

$$\theta_s = \frac{M_s \ell}{2EI} \quad (\text{iii.11})$$

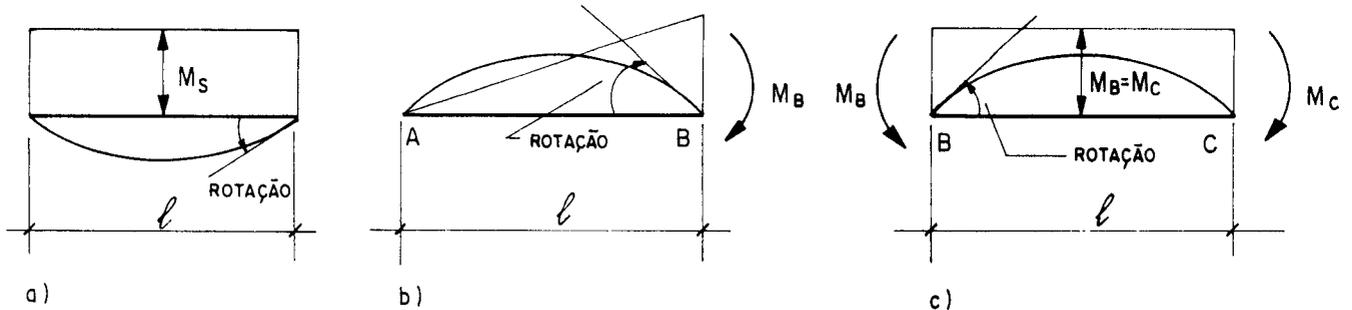


Fig. III.7- a) Rotação nas extremidades da viga devida à retração diferencial; b) Momentos de bloqueio para o vão de extremidade; c) Momentos de bloqueio para o vão interno.

Aplicando-se momentos de bloqueio nas extremidades da viga para restringir essa rotação tem-se:

- vão de extremidade (Fig. III.7b):

$$|\theta_s| = |\theta_B| = \left| \frac{M_B \ell}{3EI} \right| \quad \therefore \quad |M_B| = \left| \frac{3M_s}{2} \right| \quad (\text{iii.12})$$

- vão interno (Fig. III.7c):

$$|\theta_s| = |\theta_B| = |\theta_C| = \left| \frac{M_B \ell}{2EI} \right| \quad \therefore \quad |M_B| = |M_C| = |M_s| \quad (\text{iii.13})$$

Fazendo a distribuição de momentos, para a obtenção dos momentos de restrição finais devidos à retração, tem-se:

$$M'_{RE} = M_{RE} \left(\frac{1 - e^{-\phi}}{\phi} \right) \quad (\text{iii.14})$$

onde:

M'_{RE} = momento de restrição final devido à retração, reduzido pelo fator de fluência;

M_{RE} = momento de restrição final devido à retração, não reduzido pelo fator de fluência (Fig. III.8).

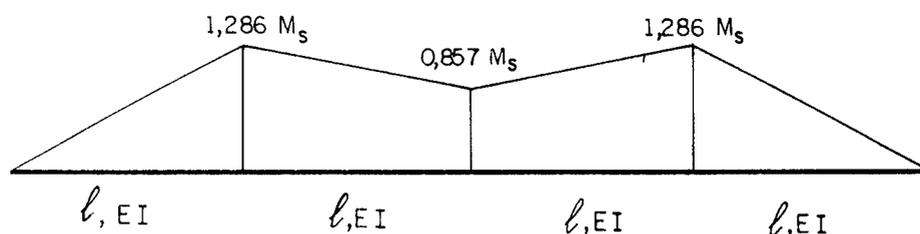


Fig. III.8- Diagrama de momentos fletores para uma viga contínua de quatro vãos iguais e de rigidez constante EI , devidos à retração diferencial (M_{RE}).

2.1.4- Momento total de restrição

Para obter-se o momento total de restrição, basta então fazer a soma dos momentos de restrição devidos à fluência da carga permanente e protensão, e devido à retração. Dessa forma tem-se:

$$M_R = M'_P + M'_D + M'_{RE} \quad (\text{iii.15})$$

2.2- Método do PCA modificado

Um método baseado no **MÉTODO DO PCA**, visto no item anterior, é proposto por **OESTERLE et alii (1989)** e é aqui denominado por **MÉTODO DO PCA MODIFICADO**. Em tal método assume-se algumas hipóteses do **MÉTODO DO PCA**, mas introduzindo algumas alterações. Essas alterações têm o propósito de ajustar esse procedimento aos dados experimentais, material bibliográfico e indicações de algumas pesquisas junto a construtores e projetistas de pontes, disponíveis atualmente.

O **MÉTODO DO PCA MODIFICADO** continua sendo, no entanto, um método simples sob o ponto de vista de sua formulação. Para efeito de comparação, relacionam-se aqui também as principais hipóteses do **MÉTODO DO PCA MODIFICADO [OESTERLE et alii (1989)]**:

- admite-se, para cálculo dos momentos de restrição, que as cargas que atuam antes da idade de continuidade, atuem na estrutura contínua. A força de protensão é considerada com a redução das perdas que ocorrem até essa idade e recalculada em vários intervalos de tempo após a continuidade;
- esses momentos são calculados para uma viga contínua, assumindo ligações rígidas entre vãos individuais sobre os pilares, em uma primeira etapa. Em seguida, esses momentos são ajustados para levar em consideração o comprimento finito da ligação e a condição de levantamento no apoio interno adjacente ao vão de extremidade;
- admite-se funções dependentes do tempo separadas para a retração do concreto da viga e do tabuleiro, mas ainda se admite os mesmos coeficientes de fluência para os dois concretos após a continuidade. Tais funções incorporam as propostas apresentadas pelo **ACI COMMITTEE 209 de 1982** e pelo **PCI (1975b)**.
- neste método os momentos de restrição são determinados em vários intervalos de tempo, onde o efeito do incremento do momento de restrição de uma etapa é considerado na etapa posterior. Faz-se, portanto, uma análise passo a passo com maior precisão.

Essa sistemática de cálculo foi automatizada por **OESTERLE et alii (1989)**, num programa intitulado **BRIDGERM**, e será aqui brevemente descrita, com as hipóteses já consideradas. O uso desse programa racionaliza os cálculos que serão realizados e apresentados nos exemplos comparativos do capítulo IV. Para esse trabalho, o programa **BRIDGERM** sofreu uma adaptação para adequar as unidades de entrada e saída de dados às unidades em uso corrente na literatura nacional. O programa adaptado é denominado **BRIDGERP** e serão apresentados em anexo uma listagem do programa, bem como o modelo do arquivo de entrada de dados.

2.2.1- Momento de restrição devido à fluência causada pela protensão

No **MÉTODO DO PCA MODIFICADO** faz-se uma análise passo a passo para o cálculo do momento de restrição devido à protensão. Tal análise consiste em dividir o tempo em intervalos discretos. Em cada etapa, considera-se a força de protensão com a redução das perdas que nela ocorrem, para uso no cálculo de M_p . E para o cálculo das perdas de protensão dessa etapa, considera-se o efeito do incremento do momento de restrição calculado na etapa anterior.

O valor de M_p é obtido da mesma forma como já foi visto para o **MÉTODO DO PCA**, mas considerando apenas os momentos de engastamento perfeito para cada vão individual e não os valores dos momentos distribuídos para a estrutura contínua. Esse momento de restrição é recalculado em cada intervalo de tempo Δt para considerar a perda de protensão na viga, devida à relaxação do aço, fluência e retração do concreto, ocorrida no intervalo. A perda por relaxação é determinada usando a formulação do **PCI (1975b)**, apresentada no item 6 do capítulo II. As perdas por retração e fluência do concreto são determinadas de acordo com a formulação do **PCI (1975b)**, mas com indicações do **ACI COMMITTEE 209 de 1982** para o cálculo dos coeficientes de retração e fluência do concreto em cada intervalo de tempo.

A variação no momento de engastamento perfeito de restrição devido à protensão, ΔM_{pi} , em cada intervalo de tempo, é calculado pela equação:

$$\Delta M_{pi} = M_p (1 - e^{(-\phi'_i C_f)}) \quad (\text{iii.16})$$

onde:

M_p = momento de engastamento perfeito devido à protensão para o vão correspondente;

$\phi'_i = \varphi(t_i, t_{i-1})$ = coeficiente de fluência entre as idades t_i e t_{i-1} , após a aplicação da protensão, para o i -ésimo intervalo de tempo;

C_f = fator de correção para a idade de carregamento em cada

intervalo de tempo.

Esse fator de correção é uma recomendação do **ACI COMMITTEE 209** para levar em consideração a idade média do intervalo no cálculo do coeficiente de fluência. Seu valor é dado pela equação:

$$C_f = 1,13t_{im}^{(-0,094)} \quad (\text{iii.17})$$

onde:

t_{im} = idade média dentro do i -ésimo intervalo de tempo.

$$t_{im} = (t_i + t_{i-1})/2 \quad (\text{iii.18})$$

2.2.2- Momento de restrição devido à fluência causada pela carga permanente

O mesmo raciocínio utilizado no item anterior para a protensão vale também para a carga permanente. Deve-se observar, no entanto, que a carga permanente não precisa ser recalculada em todos os intervalos de tempo, como a força de protensão.

Dessa forma, a variação no momento de engastamento perfeito de restrição devida à carga permanente ΔM_{Di} , em cada intervalo de tempo, é calculada como segue:

$$\Delta M_{Di} = M_D (1 - e^{(-\phi_i' C_f)}) \quad (\text{iii.19})$$

onde:

M_D = momento de engastamento perfeito de restrição devido à fluência causada pela carga permanente para o vão correspondente.

O cálculo de M_D é feito da mesma maneira que no **MÉTODO DO PCA**, já descrito no item anterior.

2.2.3- Momento de restrição devido à retração diferencial

O incremento no momento devido à retração diferencial, que aparece na seção composta, ΔM_{si} , resulta da diferença entre a

deformação por retração do tabuleiro e da viga, $\Delta\epsilon_{csi}$, que ocorre no intervalo de tempo, $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$, dado pela expressão:

$$\Delta M_{si} = \Delta F_{di} (e_c + t_d/2) \quad (\text{iii.20})$$

onde :

$$\Delta F_{di} = \frac{\Delta\epsilon_{csi} E_{c2,i} A_{c,2}}{1 + \frac{E_{c2,i} A_{c,2}}{E_{c1} A_{c,1}}} \quad (\text{iii.21})$$

$$\Delta\epsilon_{csi} = (\epsilon_{cs2,i} - \epsilon_{cs2,i-1}) - (\epsilon_{cs1,i} - \epsilon_{cs1,i-1}) \quad (\text{iii.22})$$

sendo:

- ΔF_{di} = força de tração no tabuleiro para estabelecer compatibilidade de deformações com a viga;
- $\Delta\epsilon_{cs,i}$ = retração diferencial entre os concretos da longarina e do tabuleiro para o i-ésimo intervalo de tempo;
- $\epsilon_{cs2,i}$ = retração no concreto do tabuleiro até a idade t_i , contada a partir da continuidade;
- $\epsilon_{cs1,i}$ = retração no concreto da viga até a idade t_i , contada a partir da aplicação da protensão;
- $E_{c2,i}$ = módulo de elasticidade do concreto do tabuleiro no i-ésimo intervalo;
- E_{c1} = módulo de elasticidade da viga aos 28 dias (constante);
- $A_{c,2}$ = área da seção transversal da laje do tabuleiro;
- $A_{c,1}$ = área da seção transversal da viga;
- e_c = distância entre o centro de gravidade da seção composta e a borda superior da longarina
- t_d = espessura do tabuleiro.

Para determinar a retração do tabuleiro, após uma idade de 30 dias, a retração última é reduzida por um fator que leva em consideração a restrição causada pela armadura passiva do

tabuleiro. Essa modificação é expressa pela equação:

$$\epsilon'_{CS\omega} = \epsilon_{CS\omega} \cdot f_p \quad (\text{iii.23})$$

onde:

f_p = fator que leva em consideração a redução da retração devida à restrição causada pela armadura passiva do tabuleiro;

O valor de f_p é dado pela seguinte expressão:

$$f_p = \frac{\left[1 - e^{(-\varphi_{\infty} r_p \alpha_{p,2} / (1 + r_p \alpha_{p2,i}))} \right]}{\varphi_{\infty} r_p \alpha_{p,2}} \quad (\text{iii.24})$$

sendo:

r_p = constante para ajustamento da equação, cujo valor é 0,030;

φ_{∞} = fluência última do concreto da viga;

$\alpha_{p2,i}$ = relação entre os módulos de elasticidade da armadura e do concreto do tabuleiro numa idade t_i ;

α_{p2} = relação entre os módulos de elasticidade da armadura e do concreto do tabuleiro aos 28 dias.

O incremento do momento de engastamento perfeito de restrição, para o i -ésimo intervalo de tempo, devido à retração diferencial, é dado pela expressão:

$$\Delta M_{REi} = \Delta M'_{REi} \frac{(1 - e^{(-\phi'_i C_f)})}{\phi'_i C_f} \quad (\text{iii.25})$$

onde:

ΔM_{REi} = incremento do momento de engastamento perfeito de restrição para o i -ésimo intervalo, devido à retração, reduzido pelo fator de fluência;

$\Delta M'_{REi}$ = incremento do momento de engastamento perfeito de restrição para o i -ésimo intervalo, devido à retração, não reduzido pelo fator de fluência, para o vão correspondente.

2.2.4- Momento total de restrição

Os momentos de restrição são calculados para um modelo de análise simplificado, como mostra a Fig. III.9, para três vãos típicos como indicado na Fig. III.10. Admite-se, inicialmente, que o vão de extremidade (Fig. III.9a) se comporte como um tramo simplesmente apoiado no primeiro apoio e engastado na outra extremidade, e que os vãos internos (Fig. III.9b) sejam bi-engastados.

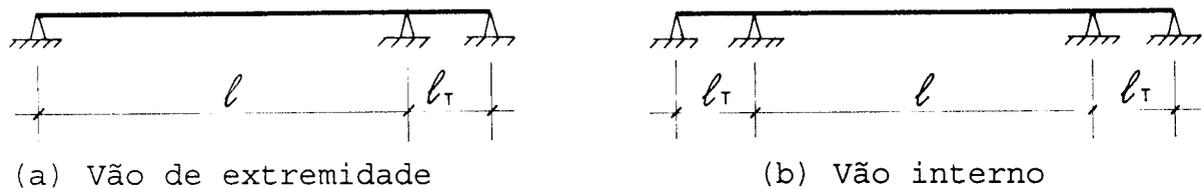


Fig. III.9- Modelo de análise simplificado [OESTERLE et alii(1989)]

onde:

l = comprimento do vão;

l_T = largura da transversina.

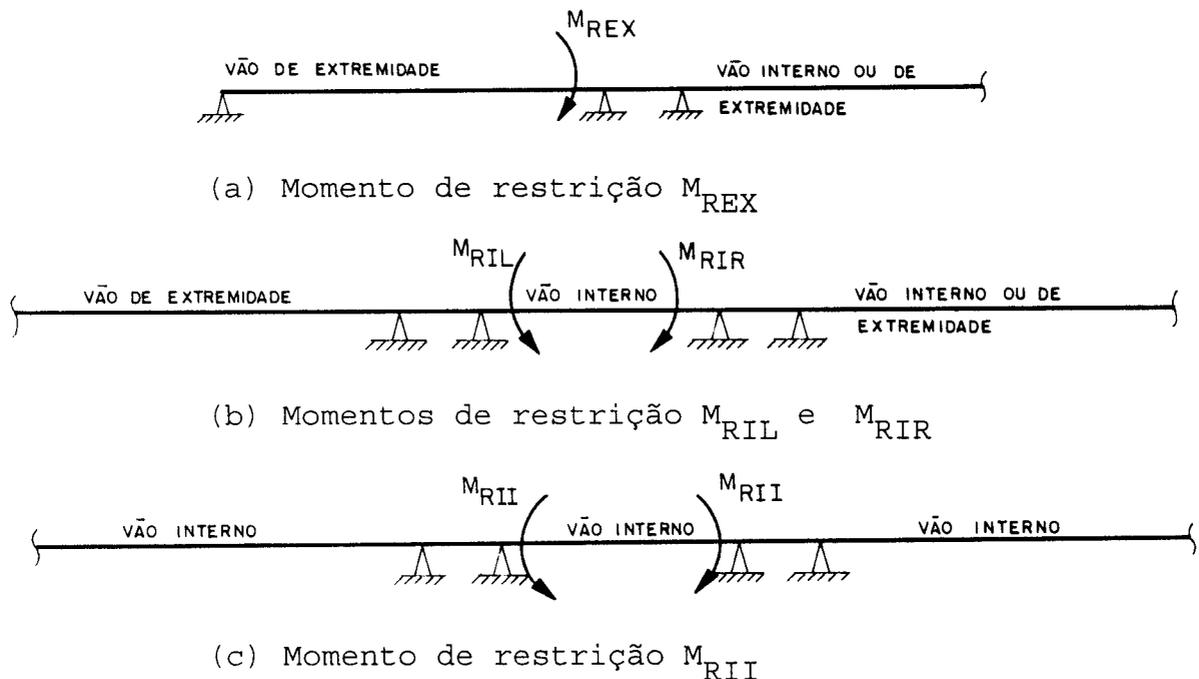


Fig. III.10- Nomenclatura dos momentos de restrição calculados no BRIDGERP [OESTERLE et alii(1989)].

Os momentos de restrição indicados na Fig. III.10 são assim definidos:

M_{REX} = momento de restrição no primeiro apoio interno adjacente a um vão de extremidade;

M_{RIL} = momento de restrição de um vão interno no apoio adjacente a um vão de extremidade;

M_{RIR} = momento de restrição do primeiro vão interno no apoio adjacente a um vão de extremidade ou a outro vão interno;

M_{RII} = momento de restrição de um vão interno adjacente a outros vãos internos.

Os valores M_{REX} , M_{RIL} e M_{RIR} podem ser ajustados para considerar o efeito do vão adjacente quando ocorrem condições de levantamento. O momento de restrição M_{REX} se aplica às pontes de dois ou mais vãos. Os momentos de restrição M_{RIL} e M_{RIR} são aplicáveis às pontes de três ou mais vãos. O momento de restrição M_{RII} é aplicável às pontes de cinco ou mais vãos. Até que ocorram condições de levantamento, M_{RII} , M_{RIL} e M_{RIR} são iguais e M_{REX} tem um valor aproximadamente 1,5 vezes maior. Admite-se que ocorram condições de levantamento quando uma das duas reações no primeiro apoio interno se torne negativa. Isso ocorre quando uma das reações provocadas pela variação no momento de restrição na região do apoio é negativa e numericamente maior que a reação devida à carga permanente.

O incremento do momento de restrição total é usado em uma análise elástica para o modelo simplificado indicado na Fig. III.9 enquanto não ocorre levantamento. Se ocorrer levantamento, o modelo é modificado para incluir o comprimento completo do vão adjacente, ao invés da distância entre os apoios.

Os incrementos dos momentos de restrição calculados em uma etapa (ΔM_{Ri}) são adicionados à soma do intervalo de tempo anterior para determinar os momentos de restrição na extremidade do intervalo de tempo corrente. Tem-se, então:

$$M_{Ri} = M_{Ri-1} + \Delta M_{Ri} \quad (\text{iii.26})$$

O valor de ΔM_{Ri} depende do caso a ser considerado. Dessa forma, tem-se:

a) Quando não ocorre levantamento

Para o caso de 2 vãos:

O incremento do momento de restrição total, para o vão de extremidade, é dado por:

$$\Delta M_{REXi} = \Delta M_{Ei} \cdot C_{LEX} \quad (\text{iii.27})$$

onde :

ΔM_{Ei} = incremento do momento de engastamento perfeito de restrição, para o vão de extremidade, devido aos efeitos de protensão, carga permanente e retração diferencial;

C_{LEX} = fator relacionado ao vão de extremidade e que depende da largura da transversina e da relação entre as rigidezes (EI) da transversina e da longarina.

A expressão de ΔM_{Ei} é dada por:

$$\Delta M_{Ei} = \Delta M_{Pi} + \Delta M_{Di} + \Delta M_{REi} \quad (\text{iii.28})$$

O valor de C_{LEX} é dado por:

$$C_L = 1 / (1 + \beta / \alpha) \quad (\text{iii.29})$$

onde:

$$\beta = \frac{1,5l_T}{l} \quad \text{e} \quad \alpha = \frac{(EI)_{\text{transversina}}}{(EI)_{\text{viga}}} \quad (\text{iii.30})$$

Para o caso de mais de 2 vãos:

- Para o vão de extremidade:

Valem as mesmas expressões do caso anterior, só que agora $\beta = \frac{\ell}{\ell} T$. Esse valor de β também é válido para os vãos internos.

- Para os vãos internos:

O incremento do momento de restrição total, para os vãos internos, é dado por:

$$\Delta M_{RiLi} = \Delta M_{RiRi} = \Delta M_{RiIi} = \Delta M_{Ii} \cdot C_{LINT} \quad (iii.31)$$

onde :

ΔM_{Ii} = incremento do momento de engastamento perfeito de restrição, para o vão interno, devido aos efeitos de protensão, carga permanente e retração diferencial;

C_{LINT} = fator relacionado ao vão interno e que depende da largura da transversina e da relação entre as rigidezes (EI) da transversina e da longarina.

A expressão de ΔM_{Ii} é dada por:

$$\Delta M_{Ii} = \Delta M_{Pi} + \Delta M_{Di} + \Delta M_{REi} \quad (iii.32)$$

O valor de C_{LINT} é dado por:

$$C_{LINT} = \frac{[3 - 6(1 + \beta/\alpha)]}{[1 - 4(1 + \beta/\alpha)^2]} \quad (iii.33)$$

b) Quando ocorre levantamento

Para o caso de 3 vãos :

Quando ocorrem condições de levantamento para uma estrutura de ponte com três vãos, o incremento do momento de engastamento perfeito de restrição para os vãos interno e de extremidade têm o mesmo valor, dado por:

$$\Delta M_{REXi} = \Delta M_{RIRi} = \Delta M_{RILi} = (\Delta M_{Ei} + \Delta M_{Ii}) \quad (iii.34)$$

Para o caso de mais de 3 vãos:

- Para o vão de extremidade:

$$\Delta M_{REXi} = \frac{1}{[-1+8(1+\beta/\alpha)]} \{4(1+\beta/\alpha)\Delta M_{Ei} + 3(1+2\beta/\alpha)\Delta M_{Ii}\} \quad (iii.35)$$

- Para os vãos internos:

$$\Delta M_{RILi} = \frac{1}{[-1+8(1+\beta/\alpha)]} \{4(1+\beta/\alpha)\Delta M_{Ei} + 3(1+2\beta/\alpha)\Delta M_{Ii}\} \quad (iii.36)$$

$$\Delta M_{RIRi} = (2\Delta M_{Ei} + 3\Delta M_{Ii} - 4\Delta M_{RILi}) \quad (iii.37)$$

$$\Delta M_{RIIi} = \Delta M_{Ii} \cdot C_{LINT} \quad (iii.38)$$

onde $\beta = \frac{\ell_T}{\ell}$.

2.3- Procedimento Empregado

Foi visto no capítulo II como determinar as tensões e deformações em uma seção qualquer da viga ao longo do tempo . Para isso, descreveu-se a formulação desenvolvida por MENDES (1993) e a proposta de GHALI e FAVRE (1986b). Utilizando essas ferramentas, chega-se à determinação da deformação axial e da rotação nas seções em estudo numa idade qualquer. Nesta parte é apresentada a determinação dos momentos de restrição que ocorrem após o estabelecimento da continuidade, já com a seção composta.

2.3.1- Cálculo dos deslocamentos e rotações nas extremidades das vigas

Apresenta-se aqui uma formulação para cinco seções, para a determinação das rotações e deslocamentos nas extremidades de uma viga, a partir das deformações na seção, mas a utilização de um outro número de seções poderia ser feita sem dificuldades.

Seja a Fig. III.11a, onde se tem uma viga dividida em cinco seções igualmente espaçadas e também a Fig. III.11b, onde está indicado um sistema de coordenadas correspondentes aos três graus de liberdade da viga biapoiada.



Fig. III.11- a) Viga biapoiada dividida em cinco seções; b) Estrutura estaticamente determinada com três graus de liberdade e o sistema de coordenadas.

Sejam $\{\Delta D\}$, $\{\lambda_o\}$, e $\{\mu\}$ os vetores correspondentes aos deslocamentos que ocorrem nas extremidades da viga em relação ao

sistema de coordenadas adotado, o vetor das deformações axiais e o vetor das rotações nas cinco seções, respectivamente. Esses vetores são dados por:

$$\{\Delta D\} = \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{Bmatrix}; \quad \{\lambda_o\} = \begin{Bmatrix} \lambda_{o1} \\ \lambda_{o2} \\ \lambda_{o3} \\ \lambda_{o4} \\ \lambda_{o5} \end{Bmatrix}; \quad \{\mu\} = \begin{Bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \mu_3 \\ \mu_4 \\ \mu_5 \end{Bmatrix} \quad (\text{iii.39})$$

Admitindo uma variação parabólica para as deformações, ao longo das cinco seções da viga, tem-se:

$$\begin{aligned} D_1 &= \frac{\ell}{12} [1 \ 4 \ 2 \ 4 \ 1] \{\lambda_o\} \\ D_2 &= \frac{\ell}{12} [0 \ 1 \ 1 \ 3 \ 1] \{\mu\} \\ D_3 &= \frac{\ell}{12} [1 \ 1 \ 3 \ 1 \ 0] \{\mu\} \end{aligned} \quad (\text{iii.40})$$

2.3.2- Cálculo da matriz de rigidez do elemento

Seja o sistema de coordenadas da Fig. III.11b e seja ainda $\{\Delta F\}$, o vetor dos esforços de bloqueio que aparecem para anular os deslocamentos e as rotações nas extremidades da viga simplesmente apoiada. Segundo **GHALI** e **FAVRE (1986a)**, esse vetor $\{\Delta F\}$ é dado por:

$$\{\Delta F\} = [\bar{r}] \{-\Delta D\} \quad (\text{iii.41})$$

onde:

$[\bar{r}]$ é a matriz de rigidez do elemento ajustada, correspondente ao sistema de coordenadas da Fig. III.11b.

Para uma peça com seção transversal constante, tem-se:

$$[\bar{r}] = \frac{\bar{E}_C}{\ell} \begin{bmatrix} \bar{A} & 0 & 0 \\ 0 & 4\bar{I} & 2\bar{I} \\ 0 & 2\bar{I} & 4\bar{I} \end{bmatrix} \quad (\text{iii.42})$$

onde:

ℓ = comprimento da peça;

\bar{A} = área da seção transversal homogeneizada ajustada à idade;

\bar{I} = momento de inércia em relação ao eixo horizontal que passa pelo centro de gravidade da seção homogeneizada, ajustado à idade;

$E_{\text{ref}} = \bar{E}_C = \bar{E}_C(t, t_0)$ = é o módulo de elasticidade, ajustado ao intervalo de tempo entre t e t_0 .

2.3.3- Determinação dos esforços na estrutura hiperestática

Uma vez determinadas as rotações nas extremidades da viga biapoiada, ou os esforços de bloqueio da viga, vários métodos podem ser utilizados para o cálculo dos momentos de restrição finais.

Trabalhando-se com os esforços de bloqueio nas vigas de extremidade e nas vigas internas, uma aplicação do Processo de Cross, por exemplo, para uma estrutura com poucos tramos é bastante simples e pode ser usada.

Qualquer programa que resolva estruturas de viga ou pórticos, que inclua a previsão de deformações impostas nas extremidades dos elementos pode ser usado. Basta que para isso se entre no programa com esses deslocamentos nas extremidades da viga como se fossem deformações impostas. Há a necessidade também de entrar com as propriedades geométricas da seção da viga e com o módulo de elasticidade, ajustados à idade, como visto no item

anterior. A alteração da rigidez da estrutura, para cálculo dos esforços de restrição, têm como objetivo a consideração de que esses esforços aparecem gradualmente ao longo do tempo.

Para que se tenha uma melhor aproximação dos resultados, toda a sistemática apresentada até aqui pode ser usada para vários intervalos, a partir da continuidade, em um cálculo iterativo dos momentos de restrição ao longo do tempo. O intervalo de tempo entre as idades de continuidade e de cálculo dos momentos pode ser sub-dividido em intervalos menores, 5 ou 6 intervalos, por exemplo, onde em cada intervalo de tempo acrescenta-se ao valor do momento de restrição da etapa anterior o valor incremental do intervalo corrente. Esse momento de restrição incremental, juntamente com a parcela da carga permanente dos intervalos anteriores, passa a influenciar o valor das deformações nas etapas posteriores. Para melhor avaliação dos resultados, admite-se um maior número de etapas nas primeiras idades após a continuidade, quando são mais acentuados os efeitos de fluência e retração.

3- Cálculo dos momentos devidos à carga móvel mais impacto e devidos à carga permanente adicional

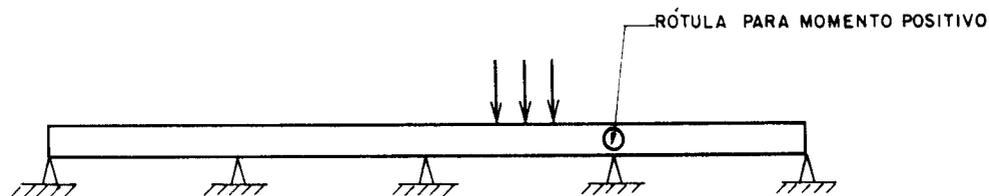
Os momentos devidos à carga permanente adicional podem ser determinados através de qualquer processo de análise de viga contínua.

Os momentos devidos à carga móvel mais impacto podem ser determinados através de qualquer processo de cálculo existente na literatura. A apresentação de qualquer desses processos para cálculo destes momentos não é objetivo deste trabalho. Cabe, no entanto, apresentar algumas considerações no que diz respeito ao cálculo dos momentos devidos à carga móvel mais impacto, para o caso em que não se coloca armadura positiva no apoio.

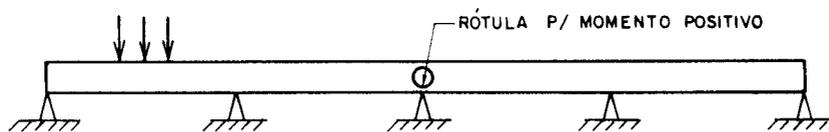
OESTERLE et alii (1989), utilizando-se das recomendações para posicionamento das cargas móveis indicadas pela **AASHTO** de **1983**, apresentam os vários casos de carregamento padrão tanto para

a carga de caminhão como para a carga por faixa. Esses vários casos padrão são utilizados em um programa, que faz o cálculo dos momentos devidos à carga móvel, segundo as indicações da **AASHTO**.

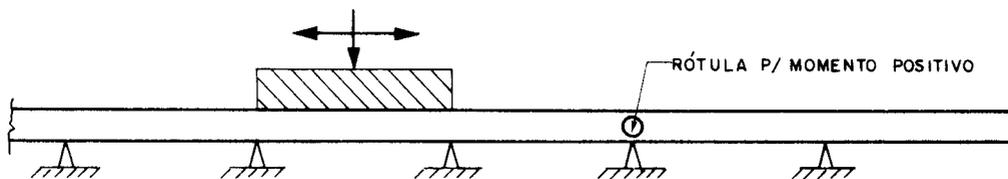
Tem-se na Fig. III.12, os casos para posicionamento das cargas e o esquema estático correspondente, quando não há continuidade para momento positivo, pois considera-se a análise sem armadura positiva sobre o apoio. Essa possibilidade é prevista no programa desenvolvido por **OESTERLE et alii**.



a) Carga de caminhão em vãos internos- Continuidade de três vãos;



b) Carga de caminhão num vão de extremidade- Continuidade de dois vãos;



c) Carga uniforme e carga concentrada em vãos individuais.

Fig. III.12- Posicionamento das cargas e esquema estático para ponte contínua sem a armadura de momento positivo [**OESTERLE et alii (1989)**].

4- Cálculo dos momentos devidos à variação de temperatura

Os efeitos de temperatura para cálculo de momentos em estruturas usuais são, em geral, desconsiderados. Sabe-se, no entanto, que em alguns casos esses efeitos são significativos. Trata-se aqui deste assunto, para que se possa ter uma ordem de grandeza dos valores dos momentos devidos à temperatura para os casos que estão sendo considerados neste trabalho.

Só recentemente que as tensões provocadas pela temperatura nas estruturas de pontes receberam maior atenção. Em parte, isso resulta da introdução de seções protendidas, mais rígidas e eficientes que foram introduzidas nos últimos 20 anos, que são mais sensíveis às tensões provocadas por deformações. A formulação aqui apresentada, para o cálculo dos momentos fletores devidos à temperatura, é baseada no trabalho de **PRIETSLEY (1987)**.

4.1- Distribuição de temperatura na seção

Geralmente, as distribuições de temperatura na seção são especificadas em códigos ou normas que tratam de carregamento de ponte. Encontram-se no **CEB (1985)** algumas indicações sobre a distribuição de temperatura ao longo de uma seção transversal. Neste trabalho, a distribuição de temperatura na seção é considerada de acordo com as indicações da **NBR 7187 (1986)**.

De acordo com a **NBR 7187**, uma variação uniforme de $\pm 15^{\circ}\text{C}$ deve ser considerada para estruturas de pontes. Combinada com essa variação, deve ser considerada ainda, ao longo da altura de cada seção transversal, a distribuição de temperatura tal qual definida na Fig III.13, conforme os valores fornecidos na Tabela III.2. Para cálculo dos momentos devidos à temperatura, onde interessa apenas o valor da rotação na seção, não há necessidade de se considerar a variação uniforme de $\pm 15^{\circ}\text{C}$.

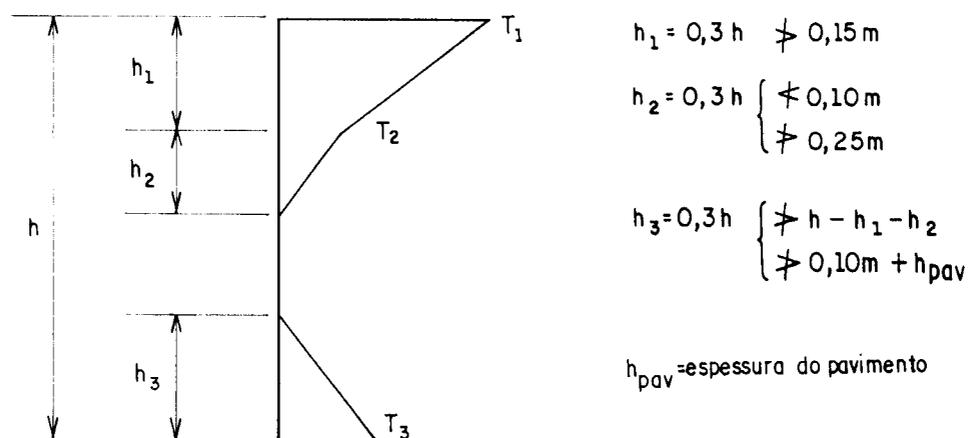


Fig. III.13- Diagrama da distribuição de temperatura ao longo da altura da seção da peça [NBR 7187 (1986)].

Tabela III.2- Valores das ordenadas do diagrama de distribuição da temperatura em função da altura total da seção da peça [NBR 7187 (1986)].

h (m)	T_1 ($^{\circ}\text{C}$)	T_2 ($^{\circ}\text{C}$)	T_3 ($^{\circ}\text{C}$)
$\leq 0,2$	8,5	3,5	0,5
0,4	12,0	3,0	1,5
0,6	13,0	3,0	2,0
$\geq 0,8$	13,5	3,0	2,5

4.2- Hipóteses para a análise de tensões e deformações devidas à temperatura numa seção não-fissurada

As tensões devidas à temperatura podem ser calculadas por aplicação direta dos princípios da mecânica estrutural. As seguintes hipóteses são feitas para o desenvolvimento da formulação:

- (i) as propriedades dos materiais independem da temperatura;
- (ii) assume-se um comportamento homogêneo isótropo e é válido o princípio da superposição;
- (iii) as seções inicialmente planas permanecem planas após o carregamento térmico;
- (iv) uma distribuição de temperatura pode ser definida, ao longo da estrutura, na qual a mesma seja termicamente livre de tensões;
- (v) a temperatura varia com a altura, mas é constante em todos os pontos de mesmo nível;
- (vi) o comportamento térmico longitudinal e transversal da superestrutura da ponte podem ser considerados independentes, e os resultados superpostos. No entanto, considera-se aqui apenas o comportamento longitudinal.

4.3- Tensões e deformações devidas à temperatura na estrutura isostática

Considere-se a seção na Fig. III.14, sujeita à variação de temperatura representada num diagrama de referência, livre de tensões devidas à temperatura. Inicialmente, assume-se que todos os pontos de altura constante y sofrem a mesma variação de temperatura $T(y)$.

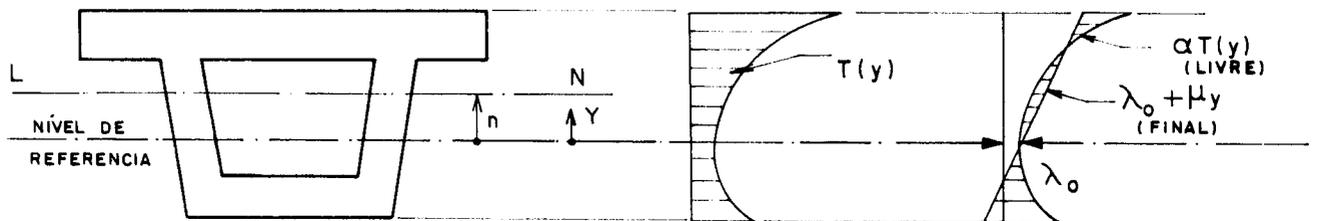


Fig. III.14- Deformações térmicas na estrutura isostática [PRIETSLEY (1987)]. a) Seção; b) Variação de temperatura; c) Deformações.

Considerando que não ocorra restrição em todos os níveis, a deformação livre à altura y do eixo de referência é dada por:

$$\epsilon_f = \alpha \cdot T(y) \quad (\text{iii.43})$$

onde:

α = coeficiente linear de expansão térmica;

$T(y)$ = variação de temperatura na altura y .

Como as seções inicialmente planas permanecem planas, o diagrama de deformação final $\epsilon(y)$, indicado na Fig. III.14, deve ser linear. Da diferença entre a deformação final $\epsilon(y)$ e a deformação livre $\alpha T(y)$, têm-se tensões de restrição dadas pela expressão:

$$\sigma_c(y) = E_c [\epsilon(y) - \alpha \cdot T(y)] \quad (\text{iii.44})$$

onde:

E_c = módulo de elasticidade do concreto;

A integração da Eq. (iii.44) ao longo da altura d da seção transversal resulta na força axial calculada pela expressão:

$$N = E_c \int (\epsilon(y) - \alpha T(y)) b(y) dy \quad (\text{iii.45})$$

onde:

$b(y)$ = largura da seção na altura y .

De forma análoga, tomando os momentos da distribuição de tensão primária $\sigma_c(y)$ em torno do eixo que passa pelo centro de gravidade da seção, no nível $y=n$ (Fig. III.14a), o momento interno provocado por $T(y)$ é dado por:

$$M = E_C \int (\epsilon(y) - \alpha T(y)) (y-n) b(y) dy \quad (\text{iii.46})$$

Agora, como mostra a Fig. III.14, a distribuição de deformação final $\epsilon(y)$ pode ser expressa por:

$$\epsilon(y) = \lambda_0 + \mu y \quad (\text{iii.47})$$

onde:

λ_0 = deformação axial final devida à temperatura em $y=0$;

μ = curvatura final da seção devida à temperatura.

Desde que não atuem forças externas, pode-se fazer $N=M=0$. Substituindo-se a Eq. (iii.47) nas Eqs. (iii.45) e (iii.46), fazendo ambas iguais a zero, e considerando ainda que

$$\int y b(y) dy = nA \quad (\text{iii.48})$$

$$\int y^2 b(y) dy = I + n^2 A \quad (\text{iii.49})$$

resultam as seguintes expressões:

$$\mu = \frac{\alpha}{I} \int T(y) b(y) (y-n) dy \quad (\text{iii.50})$$

$$\lambda_0 = \frac{\alpha}{A} \int T(y) b(y) dy - n\mu \quad (\text{iii.51})$$

onde:

A = área da seção transversal;

I = momento de inércia da seção, em relação ao eixo que passa pelo seu centro de gravidade.

4.4- Determinação dos momentos devidos à temperatura na estrutura contínua.

Tendo-se obtido a rotação e a deformação axial para uma seção qualquer da viga, prossegue-se agora com o cálculo dos momentos devidos à temperatura na estrutura contínua. Para vigas com seção transversal constante, os momentos de bloqueio nas extremidades das mesmas são dados por:

$$M_T = -E_C \cdot I \cdot \mu \quad (\text{iii.52})$$

Trabalhando-se com esses esforços de bloqueio nas vigas de extremidade e nas vigas internas, pode-se aplicar a distribuição de momentos fletores para a estrutura contínua.

Tem-se na Fig. III.15 um esquema de como seria essa distribuição para a obtenção dos momentos devidos à temperatura para uma estrutura contínua de quatro tramos iguais e rigidez constante EI.

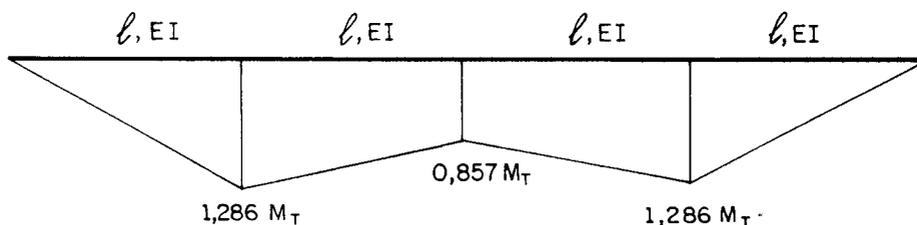


Fig. III.15- Momentos na estrutura contínua com quatro tramos iguais e rigidez constante EI, devidos à temperatura.

5- Cálculo dos momentos de serviço.

Não há recomendações na **AASHTO**, nem na **NBR 7197**, de como considerar os efeitos dependentes do tempo (fluência e retração do concreto, e relaxação do aço de protensão) para o projeto de pontes construídas com vigas pré-moldadas de concreto protendido, com a continuidade estabelecida no local. Uma proposta para a revisão das especificações da **AASHTO (1989)** nesses itens foi feita

por **OESTERLE et alii (1989)**, para o caso em que se considera a ausência de armadura positiva na região sobre os pilares, mas a mesma não foi incorporada. Tal proposta, que será aqui apresentada, resulta de conclusões dos estudos realizados por **OESTERLE et alii**, de que não há vantagem estrutural na colocação de armadura positiva na região sobre os apoios.

Além das considerações feitas por **OESTERLE et alii** sobre o cálculo dos momentos de serviço, inclui-se também neste trabalho a consideração do efeito da temperatura no cálculo destes momentos.

5.1-Momento de serviço positivo no meio do vão

O momento de serviço positivo no meio do vão consiste de momentos de viga biapoiada, devidos ao peso da viga e do tabuleiro, e momentos atuando na estrutura contínua, incluindo aqueles devidos à carga permanente adicional, carga móvel mais impacto, momentos de restrição e momentos devidos à temperatura. Para cálculo dos momentos de serviço, os momentos de restrição positivos mais desfavoráveis devem ser calculados numa idade elevada (acima de dois anos), e para uma idade de continuidade baixa (15 a 30 dias), segundo indicações de **OESTERLE et alii**.

Os valores dos momentos de continuidade nos apoios de um vão típico são usados para determinar o momento de serviço no meio do vão. O momento de continuidade é dado pela soma:

$$M_C = M_R + M_{g3} + M_q + M_T \quad (\text{iii.53})$$

onde:

M_C = momento de continuidade no apoio;

M_R = momento de restrição;

M_{g3} = momento devido à carga permanente adicional;

M_q = momento devido à carga móvel + impacto para o caso de carregamento em que se deseja obter o momento positivo máximo no meio do vão;

M_T = momento devido ao efeito da temperatura.

Se a média dos momentos de continuidade para os dois apoios for positiva, considera-se o grau de continuidade 0 para as cargas que atuam numa estrutura contínua. Ter-se-ia, neste caso, o seguinte valor para o momento positivo no meio do vão:

$$M_{MV} = M_{g1+g2} + M_{g3} + M_q \quad (\text{iii.54})$$

onde:

M_{MV} = momento de serviço no meio do vão;

M_{g1+g2} = momento de viga biapoiada devido ao peso da longarina e do tabuleiro;

M_{g3} = momento de viga biapoiada devido à carga permanente adicional;

M_q = momento de viga biapoiada devido à carga móvel + impacto.

Se a média dos momentos de continuidade for negativa para os dois apoios, sem exceder 125 por cento do momento de fissuração para momento negativo, existe uma continuidade parcial ou completa. Nesse caso tem-se:

$$M_{MV} = M_{g1+g2} + M_{g3} + M_q + M_R + M_T \quad (\text{iii.55})$$

onde:

M_{g3} = momento no meio do vão devido à carga permanente adicional atuando numa estrutura contínua;

M_q = momento no meio do vão devido à carga móvel mais impacto atuando numa estrutura contínua;

M_R = média dos momentos de restrição nos dois apoios;

M_T = momento no meio do vão devido à temperatura.

Se a média dos momentos de continuidade para os dois apoios for maior que 125 por cento do momento de fissuração para momento negativo (Fig. III.16), o momento no meio do vão deveria ser tomado como no item anterior, acrescentando-se o momento de continuidade negativo que excede 125 por cento do momento de fissuração para momento negativo. Isso ocorre na situação em que

Diagrama de Momentos

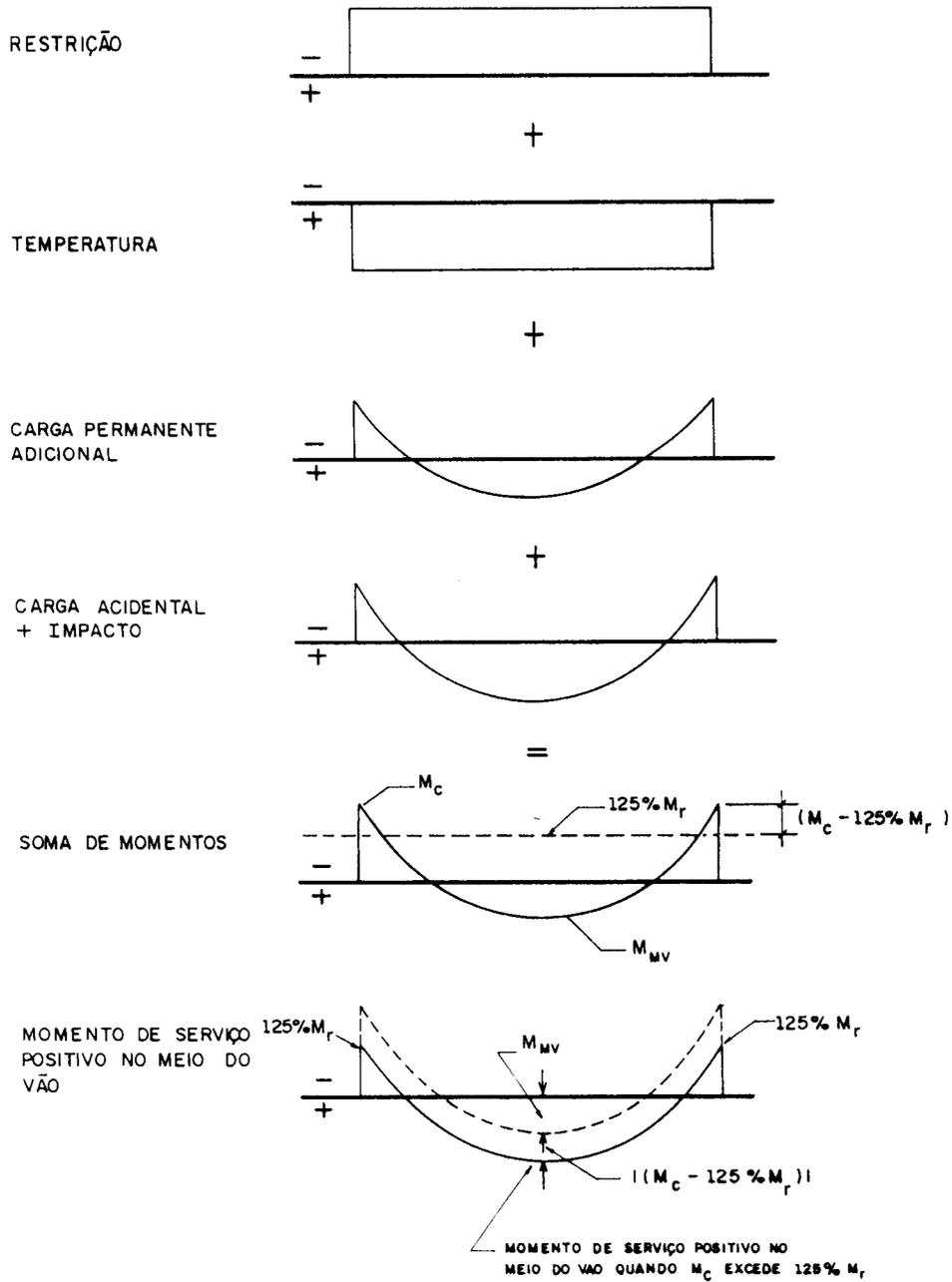


Fig. III.16- Determinação do momento de serviço positivo no meio do vão quando o momento de continuidade excede 125% do M_R [OESTERLE et alii(1989)].

os momentos negativos são redistribuídos para o meio do vão, depois que ocorre a fissura do tabuleiro. Nesse caso, o momento positivo no meio do vão é dado por:

$$M_{MV} = M_{g1+g2} + M_{g3} + M_q + M_R + M_T + |(M_C - 125\%M_r)| \quad (\text{iii.56})$$

onde:

M_r = momento de fissuração para momento negativo.

5.2- Momento de serviço negativo na ligação sobre os pilares

Os momentos de serviço negativos sobre os apoios consistem dos momentos que atuam na estrutura contínua, incluindo aqueles devidos à carga permanente adicional, carga móvel mais impacto, e momentos de restrição. Para cálculo do momento de restrição, no caso em que se deseja obter o momento de serviço negativo mais desfavorável, recomenda-se admitir a idade de continuidade em torno de 50 dias e uma idade de aplicação da carga móvel num intervalo de tempo pequeno após o estabelecimento da continuidade (1 a 2 meses), para propósitos de projeto, segundo indicações de **OESTERLE et alii**.

Para obter-se o momento de serviço nos apoios, tem-se a expressão:

$$M_A = M_R + M_{g3} + M_q \quad (\text{iii.57})$$

onde:

M_A = momento de serviço negativo no apoio;

M_q = momento negativo máximo no apoio devido à carga móvel mais impacto.

Se, sob as condições assumidas, o momento de restrição calculado for positivo, deve-se considerá-lo nulo, ou seja, $M_R = 0$, para efeito de cálculo dos momentos de serviço negativos nos apoios.

CAPÍTULO IV

EXEMPLOS COMPARATIVOS

1-Preliminares

Para ilustrar a aplicação dos três procedimentos de cálculo dos momentos de restrição, vistos anteriormente, para a determinação dos momentos de serviço de uma viga de ponte, são apresentados três exemplos.

O primeiro exemplo foi extraído do trabalho de **FREYERMUTH (1969)**, que desenvolveu um exemplo de projeto de uma longarina interna de uma ponte de pequeno vão. **FREYERMUTH** fez a determinação dos momentos de restrição utilizando o **MÉTODO DO PCA**.

O segundo e o terceiro exemplos encontram-se desenvolvidos no trabalho de **OESTERLE et alii (1989)**, que apresentam, para cada exemplo, o projeto de uma longarina interna de uma ponte de pequeno vão. Para a determinação dos momentos de restrição, **OESTERLE et alii** utilizam o **MÉTODO DO PCA MODIFICADO**.

No **MÉTODO DO PCA** são utilizados coeficientes de retração e fluência entre as idades de estabelecimento da continuidade e de cálculo dos momentos de restrição, que podem ser determinados através de qualquer modelo.

O cálculo dos coeficientes de retração e fluência, para determinação dos momentos de restrição, com a aplicação do **MÉTODO DO PCA MODIFICADO**, é feito de acordo com o modelo do **ACI COMMITTEE 209** de 1982. Para a utilização desse modelo é suficiente que sejam conhecidos os valores últimos de fluência e retração, que passam a ser utilizados na determinação dos coeficientes relativos aos vários intervalos de tempo.

Para o **PROCEDIMENTO EMPREGADO**, os coeficientes de fluência e retração do concreto, para qualquer intervalo de tempo, são determinados de acordo com as indicações da **NBR 7197** ou com as indicações do **ACI COMMITTEE 209**. Para a aplicação do modelo da **NBR 7197**, são necessários dados suplementares que não são fornecidos nos exemplos. Assim, para a aplicação do **PROCEDIMENTO EMPREGADO** na determinação dos momentos de restrição, são assumidas, quando necessário, características de "**slump**", para os concretos da longarina e do tabuleiro, e umidade relativa do ambiente.

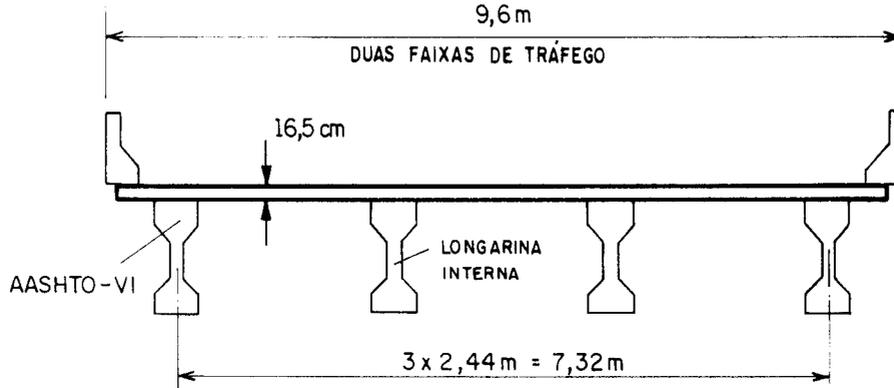
2-Exemplo 1:

Este exemplo de projeto de uma longarina de ponte está desenvolvido em **FREYERMUTH (1969)**. Tem-se como objetivo neste primeiro exemplo fazer a comparação e análise dos momentos de restrição, determinados com a aplicação dos três procedimentos.

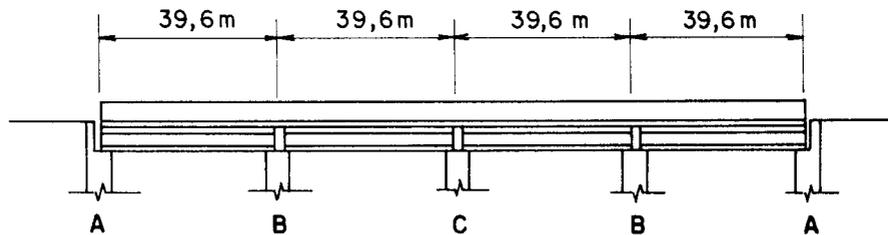
2.1- Dados da estrutura da ponte

2.1.1- Características geométricas

Este exemplo de projeto se aplica a uma longarina interna de uma ponte com quatro vãos de 39,6m de comprimento, como mostra a Fig. IV.1. As longarinas têm seção "**I**" tipo VI da **AASHTO**, com espaçamento transversal de 2,44m entre elas.



a) Seção transversal da ponte



b) Corte longitudinal

Fig. IV.1 - Ponte de quatro vãos para o exemplo 1 [FREYERMUTH (1969)]

2.1.2- Propriedades dos materiais

Concreto da longarina:

- peso específico ----- 23,5kN/m³
- resistência à compressão por ocasião da protensão - 27,0MPa
- resistência à compressão aos 28 dias ----- 34,0MPa

Concreto do tabuleiro:

- peso específico ----- 23,5kN/m³
- resistência à compressão aos 28 dias ----- 31,0MPa

Aço de protensão

- tipo, quanto à relaxação ----- RN
- área da seção transversal de um cabo ϕ 1/2'' - 0,987cm²
- tensão inicial antes da transferência ----- 1309MPa
- f_{ptk} ----- 1860MPa

2.1.3- Dados sobre o carregamento e projeto preliminar

Dados sobre a seção da longarina:

- A_{c1}	-----	7000cm ²
- h_i	-----	92,4cm
- h_s	-----	90,5cm
- I_{c1}	-----	30,52x10 ⁶ cm ⁴

Dados sobre a seção do tabuleiro:

- A_{c2}	-----	4026cm ²
- I_{c2}	-----	91446cm ⁴

Dados da seção homogeneizada:

- A_h	-----	10810cm ²
- h_{ih}	-----	127,0cm
- h_{sh1}	-----	55,7cm
- h_{sh2}	-----	72,3cm
- I_h	-----	54,68x10 ⁶ cm ⁴

Obs.: na notação acima, o índice 1 refere-se à longarina, o índice 2 refere-se ao tabuleiro e o índice h refere-se à seção homogeneizada. Esta mesma notação será utilizada nos exemplos posteriores.

Dados sobre o carregamento:

- Peso próprio da viga = 0,700x23,5	-----	16,45kN/m
- Peso próprio do tabuleiro = 0,4026x23,5	----	9,46kN/m
- Reação de cada transversina a cada 1/3 do vão		- 12kN

Momentos fletores no meio do vão devidos ao (à):

Peso próprio da viga = 16,45x39,6 ² /8	-----	3224kN.m
Peso próprio do tabuleiro = 9,46x39,6 ² /8	-----	1854kN.m
Reação da transversina = 12x39,6/3	-----	158kN.m

Disposição da armadura de protensão na seção da longarina:

- 36 cabos retos-----> a 11,9 cm da borda inferior;
- 12 cabos poligonais-----> a 12,7 cm da borda inferior no meio do vão;
-> a 152,4 cm da borda inferior nas extremidades da longarina.

2.2- Cálculo dos momentos de restrição

2.2.1- Método do PCA

Para a aplicação deste método, alguns dados sobre a fluência e a retração dos concretos da longarina e do tabuleiro precisam ser apresentados:

Fluência do concreto da longarina:

- entre a idade de 28 dias até um tempo infinito -- $\varphi(\infty, 28) = 1,95$

Retração diferencial entre o concreto da longarina e do tabuleiro:

- no mesmo intervalo de tempo ----- $\Delta\epsilon_{CS}(\infty, 28) = -240 \times 10^{-6}$

Esses coeficientes referem-se a uma idade de 2 dias da longarina na época da aplicação da protensão, e ainda a uma idade de 28 dias de estabelecimento da continuidade após a protensão. Esses são os coeficientes utilizados por **FREYERMUTH** no desenvolvimento do projeto por ele apresentado.

- a) Momento de restrição devido à fluência causada pela protensão (não ajustado ainda pelo fator de fluência)

A Fig. IV.2 mostra o esquema de uma viga contínua de quatro vãos iguais e rigidez constante, que representa a longarina interna do exemplo em questão. A disposição dos cabos ao longo de cada viga é feita de acordo com a Fig. IV.3.

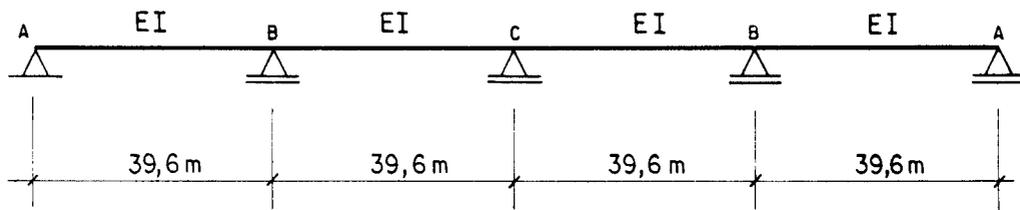


Fig. IV.2- Esquema de uma viga contínua de quatro vãos iguais e rigidez constante EI.

Para os valores indicados na Fig. IV.3 tem-se:

- $P_1 = 1260,5 \text{ kN}$
- $P_2 = 3786,0 \text{ kN}$
- $d_1 = 23,0 \text{ cm}$
- $d_2 = 115,1 \text{ cm}$
- $d_3 = 139,7 \text{ cm}$

Pode-se determinar o valor de P_3 , indicado na Fig. IV.3, pela expressão (iii.1):

$$P_3 = \frac{d_3 P_1}{\ell_1} = \frac{139,7 \times 1260,5}{1275} = 138,1 \text{ kN}$$

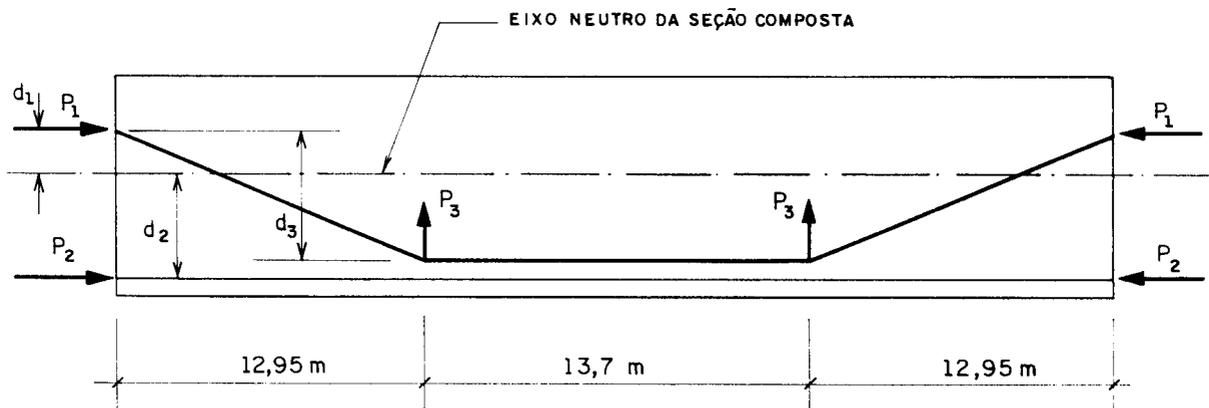


Fig. IV.3- Disposição dos cabos ao longo da viga.

A rotação nas extremidades das vigas, consideradas isoladamente, conforme a Fig. IV.3, devida à protensão, é dada através da expressão (iii.2):

$$\theta_p = \frac{P_1 d_1 \ell}{2EI} - \frac{P_2 d_2 \ell}{2EI} - \frac{P_3 \ell_1^2}{2EI} - \frac{P_3 \ell_1 \ell_2}{2EI}$$

Substituindo-se os valores, tem-se:

$$\theta_p = \frac{-104600 \text{ (kN.m}^2\text{)}}{EI}$$

Calculando-se os esforços de bloqueio nas extremidades das vigas e fazendo a distribuição de momentos para a estrutura contínua indicada na Fig. IV.2, tem-se para os apoios B e C:

$$M_{pB} = 6736 \text{ kN.m}$$

$$M_{pC} = 4509 \text{ kN.m}$$

b) Momentos de restrição devidos à fluência da carga permanente (não ajustados ainda pelo fator de fluência)

A rotação nas extremidades das vigas devida à carga permanente é dada pela expressão (iii.6):

$$\theta_g = \frac{M_g \cdot \ell}{3EI}$$

onde:

M_g = momento no meio do vão devido à carga permanente.

Para este exemplo, tem-se:

$$M_g = 5236 \text{ kN.m}$$

$$\ell = 39,6 \text{ m}$$

Substituindo-se os valores na expressão (iii.6), tem-se:

$$\theta_g = \frac{69130 \text{ (kN.m}^2\text{)}}{EI}$$

Como no item a, fazendo-se uma distribuição de momentos a partir dos valores encontrados para os momentos de engastamento perfeito, tem-se:

$$M_{DB} = -4536 \text{ kN.m}$$

$$M_{DC} = -3082 \text{ kN.m}$$

c) Momentos de restrição devidos à retração diferencial (ainda não ajustados pelo fator de fluência)

O momento que aparece na seção composta devido à retração diferencial entre a laje do tabuleiro e a viga protendida é dado pela expressão (iii.10):

$$M_s = \Delta\epsilon_{CS} E_{C2} A_{C2} (e_c + t_d/2)$$

onde:

$$\Delta\epsilon_{CS} = -240 \times 10^{-6}$$

$$E_{C2} = 26,8 \times 10^5 \text{ kN/m}^2$$

$$A_{C2} = 0,4026 \text{ m}^2$$

$$e_c = h_{sh1} = 55,7 \text{ cm}$$

$$t_d = 16,5 \text{ cm}$$

Substituindo-se os valores, tem-se:

$$M_s = -1655 \text{ kN.m}$$

Fazendo-se a distribuição de momentos, com os momentos de engastamento perfeito no valor de M_s , tem-se:

$$M_{REB} = -2127 \text{ kN.m}$$

$$M_{REC} = -1413 \text{ kN.m}$$

d) Momentos de restrição positivos sobre os pilares

Para encontrar o momento de restrição positivo total sobre os apoios B e C, faz-se agora a soma das parcelas calculadas nos itens anteriores multiplicadas pelos respectivos fatores de fluência. Juntando as equações (iii.5), (iii.9) e (iii.13), tem-se:

$$M_R = (M_P - M_D) (1 - e^{-\phi}) + M_{RE} (1 - e^{-\phi}) / \phi \quad (\text{iv.1})$$

onde:

$$\phi = \varphi(\infty, 28) = 1,95$$

Substituindo-se os valores na expressão (iv.1), tem-se:

$$M_{RB} = 957 \text{ kN.m}$$

$$M_{RC} = 667 \text{ kN.m}$$

Na aplicação do **MÉTODO DO PCA** para cálculo de momentos de restrição, não há, no exemplo desenvolvido por **FREYERMUTH**, previsão para o aparecimento de momentos negativos de restrição na região sobre os apoios. Por isso, tal hipótese de cálculo não é aqui considerada.

Outros valores de momentos de restrição serão apresentados no item 2.2.4. São valores obtidos a partir da aplicação do **MÉTODO DO PCA**, considerando-se outras idades de estabelecimento da continuidade e outras idades para cálculo dos momentos de restrição. Para essas outras condições de cálculo não serão apresentadas as etapas necessárias à determinação dos momentos de restrição, tomando-se para este exemplo os valores encontrados por **OESTERLE et alii (1989)**.

2.2.2- Método do PCA modificado

Para a execução do programa **BRIDGERP**, para cálculo dos momentos de restrição através do **MÉTODO DO PCA MODIFICADO**, necessita-se, além dos dados já fornecidos no início deste exemplo, de dados complementares relativos aos valores últimos de fluência e retração dos concretos da longarina e do tabuleiro. Esses dados têm o propósito de viabilizar a utilização do modelo do **ACI COMMITTEE 209** no cálculo dos coeficientes de retração e fluência, que são utilizados no programa. Tais dados complementares são:

Fluência última do concreto da viga ---- $\varphi_{\infty}=3,25$

Retração última do concreto da viga ---- $\epsilon_{CS\infty}=-600 \times 10^{-6}$

Retração última do concreto da laje ----- $\epsilon_{CS\infty}=-600 \times 10^{-6}$

Para cálculo dos momentos de restrição positivos, admite-se aqui uma idade de 7500 dias (aproximadamente 20 anos) para a determinação dos momentos máximos na região sobre os apoios.

Após a execução do programa, são obtidos os seguintes resultados:

	Apoio B	Apoio C
Momento de restrição aos 7500 dias	1104kN.m	736kN.m

O momento de restrição em B é obtido, multiplicando-se o momento de restrição em C (M_{RII} do **BRIDGERP**) por 1,5 para que se tenha o momento de restrição no primeiro apoio interno. O fator 1,5 está relacionado à relação entre as rigidezes dos vãos interno e de extremidade para o caso em que não ocorre levantamento. Esta hipótese de não ocorrer levantamento no apoio interno do vão de extremidade será assumida para este e para os demais exemplos.

2.2.3- Procedimento Empregado

O cálculo dos momentos de restrição, com a aplicação do **PROCEDIMENTO EMPREGADO** está automatizado através de dois programas que podem ser executados em sequência. Um primeiro programa é utilizado para a determinação da rotação e da deformação axial nas seções. Esse programa é baseado em um outro programa desenvolvido por **MENDES (1993)**, com algumas adaptações que tornam a sua execução viável para um número desejado de seções.

Um arquivo de dados gerado pelo programa anterior, e que contém as deformações nas seções determinadas, é utilizado por outro programa, onde são calculadas as deformações nas extremidades das vigas. Esse programa é uma adaptação de um programa de análise matricial para pórticos ou vigas, que calcula os esforços na estrutura a partir das deformações impostas nas extremidades dos elementos.

Para o cálculo dos momentos de restrição, através do **PROCEDIMENTO EMPREGADO** com as indicações da **NBR 7197**, alguns dados complementares são também necessários para a determinação dos coeficientes de fluência e retração do concreto. E para esse cálculo, os dados complementares são:

- umidade relativa do ambiente ----- 50%
- "slump" do concreto da longarina ----- 7
- "slump" do concreto do tabuleiro ----- 7

Analogamente à aplicação do **MÉTODO DO PCA MODIFICADO**, admite-se para esse exemplo uma idade de 7500 dias para a determinação dos momentos positivos máximos na região sobre os apoios, com a aplicação do **PROCEDIMENTO EMPREGADO** com indicações da **NBR 7197**.

Após a execução dos programas em sequência, tem-se:

	Apoio B	Apoio C
Momento de restrição aos 7500 dias	720kN.m	480kN.m

2.2.4- Análise de resultados

Nas tabelas IV.1 e IV.2 estão resumidos os valores encontrados para os momentos de restrição, na região sobre os apoios, com a aplicação dos três procedimentos. Estão incluídos também valores relativos a outras hipóteses de cálculo no que diz respeito às idades consideradas para o estabelecimento da continuidade e para cálculo dos momentos, diferentes daquelas para as quais os procedimentos foram desenvolvidos neste exemplo.

Neste exemplo e nos outros que serão apresentados, considerou-se a aplicação do **PROCEDIMENTO EMPREGADO** de duas maneiras distintas: a) com os coeficientes de retração e fluência do concreto determinados com as indicações da **NBR 7197**; e b) com esses coeficientes sendo determinados de acordo com as indicações do **ACI COMMITTEE 209**. Com esse procedimento tenta-se minimizar a influência desses coeficientes no cálculo dos momentos, visto que os cálculos realizados revelaram sensíveis diferenças quando da aplicação dos dois modelos no cálculo dos coeficientes. Acrescenta-se ainda que, para o caso do item b, os momentos de restrição são determinados com a utilização de um único intervalo após a continuidade (CASO 1) e com a utilização de um número de 5 intervalos após a continuidade, através de um processo iterativo (CASO 2).

Ainda com relação aos resultados obtidos com o **PROCEDIMENTO EMPREGADO**, vale salientar que, para cálculo dos coeficientes de retração utilizando o modelo de cálculo do **ACI**, admitiu-se uma redução média convencional de 10% do valor encontrado para a retração, para todas as seções consideradas, para levar em consideração a restrição da armadura passiva colocada sobre os apoios.

Pode-se perceber das tabelas IV.1 e IV.2 que os valores dos momentos de restrição apresentam melhor concordância para a idade de continuidade de 17 dias e idade de cálculo de 650 dias. Entretanto, com o aumento da idade de continuidade, percebe-se que o **MÉTODO DO PCA MODIFICADO** e o **PROCEDIMENTO EMPREGADO** com

indicações do **ACI**, chegam a apresentar momentos negativos, enquanto os outros dois apresentam valores positivos, ainda que menores.

Tabela IV.1 Momentos de restrição para o apoio B.

Idade (dias)		Momento de restrição em B (kN.m)				
Na continuidade	No cálculo	PCA	PCA MODIFICADO	PE + NBR 7197	PE + ACI	
					CASO 1	CASO 2
17	650	1153	1353	970	690	630
28	7500	957	1104	720	500	510
67	650	410	-1115	180	-850	-1130

Com relação à tabela IV.1, valem as seguintes observações:

- a) PCA- refere-se ao **MÉTODO DO PCA**;
- b) PCA MODIFICADO- refere-se ao **MÉTODO DO PCA MODIFICADO**;
- c) PE + NBR 7197- refere-se ao **PROCEDIMENTO EMPREGADO** com indicações da **NBR 7197**;
- d) PE + ACI-CASO 1: refere-se ao **PROCEDIMENTO EMPREGADO** com indicações do **ACI**, quando os resultados são obtidos com apenas um intervalo de tempo após a continuidade;
- e) PE + ACI-CASO 2: refere-se ao **PROCEDIMENTO EMPREGADO** com indicações do **ACI**, quando os resultados são obtidos iterativamente, com a utilização de cinco intervalos de tempo.

Esta mesma nomenclatura para os procedimentos se aplica às demais tabelas que serão apresentadas ao longo do texto.

Tabela IV.2 Momentos de restrição para o apoio C.

Idade(dias)		Momento de restrição em C(kN.m)				
Na conti- nuidade	No cál- culo	PCA	PCA MODI- FICADO	PE + NBR 7197	PE + ACI	
					CASO 1	CASO 2
17	650	799	902	645	460	410
28	7500	667	736	480	335	410
67	650	301	-743	120	-570	-200

Para o **PROCEDIMENTO EMPREGADO** com indicações da **NBR 7197**, os coeficientes de fluência encontrados foram maiores que os coeficientes de fluência obtidos com a aplicação do **ACI 209**, utilizados para o **MÉTODO DO PCA MODIFICADO** e **PROCEDIMENTO EMPREGADO** com indicações do **ACI**, enquanto os coeficientes de retração foram menores. Isso justifica, então, para esse procedimento, um predomínio da fluência, que tende a produzir momentos de restrição positivos nos apoios. Vale ressaltar, no entanto, que os dados específicos sobre "**SLUMP**" dos dois concretos não são fornecidos no exemplo. Por isso, esses valores foram assumidos e, além disso, o cálculo dos coeficientes de acordo com as indicações da **NBR 7197** difere do cálculo feito de acordo com o **ACI 209**. Tais diferenças motivaram o emprego do **PROCEDIMENTO EMPREGADO**, com a utilização dos coeficientes obtidos através do **ACI 209**, para melhor comparar os procedimentos.

No **MÉTODO DO PCA** admite-se a mesma função tempo-retração para os concretos da viga e do tabuleiro. Isso leva a um valor subestimado da retração diferencial, o que possibilita o predomínio da fluência e, conseqüentemente, da tendência do aparecimento de momentos de restrição positivos, mesmo para idades de continuidade mais elevadas.

Para efeito de comparação, tem-se no gráfico da Fig. IV.4 um diagrama do momento de restrição em função do tempo para o **PROCEDIMENTO EMPREGADO** com indicações da **NBR 7197**, com os valores sendo calculados iterativamente em vários intervalos de tempo. Os valores são calculados para uma idade de continuidade de 28 dias. Como já foi comentado no capítulo anterior, os valores incrementais do momento de restrição de uma etapa, juntamente com os valores da carga permanente e do momento de restrição até a etapa anterior, passam a influenciar as deformações e, conseqüentemente, os esforços na viga ao longo do tempo nas etapas posteriores. Apenas um caso para o **PROCEDIMENTO EMPREGADO** com indicações da **NBR 7197** foi apresentado no gráfico da Fig. IV.4, enquanto que, para o **PROCEDIMENTO EMPREGADO** com indicações do **ACI**, todos os resultados estão incluídos nas tabelas. Percebe-se, pelo gráfico, que a discrepância entre o processo iterativo e o processo com uma única etapa foi significativa para esse caso (720 kN.m na tabela IV.1 e 1500 kN no gráfico da Fig. IV.4 na idade de 7500 dias). Isso se deve, principalmente, ao fato de se ter um coeficiente de fluência elevado para essa única etapa, entre 28 e 7500 dias, o que acaba subestimando o valor do módulo de elasticidade ajustado à idade, utilizado para cálculo dos momentos de restrição. Para um número maior de etapas, os coeficientes de fluência são menores e os valores do módulo de elasticidade não sofrem tanta alteração.

Escolheu-se o **PROCEDIMENTO EMPREGADO** com indicações do **ACI** para a apresentação dos valores dos momentos de restrição obtidos através do processo iterativo, porque o modelo de cálculo do **ACI** é o mais empregado na literatura para os outros procedimentos, o que facilita para comparação de resultados. Observou-se, através dos resultados obtidos, que as discrepâncias existem, quando se compara ao processo de uma única etapa, mas não são tão grandes. Isso se deve também pelo fato dos coeficientes de fluência obtidos com as indicações do **ACI** serem pequenos, quando comparados com os valores obtidos com as indicações da **NBR 7197**, o que não influi tanto no valor do módulo de elasticidade ajustado.

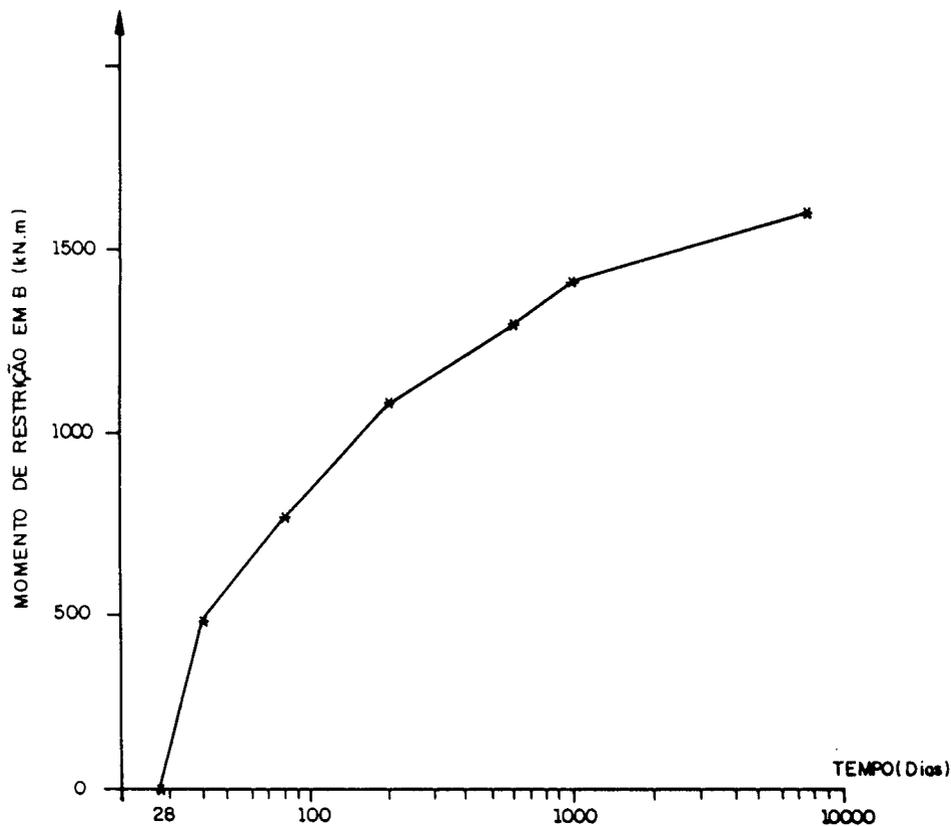


Fig. IV.4- Momento de restrição para o apoio B ao longo do tempo, com a aplicação do **PROCEDIMENTO EMPREGADO** com indicações da **NBR 7197**.

3-Exemplo 2:

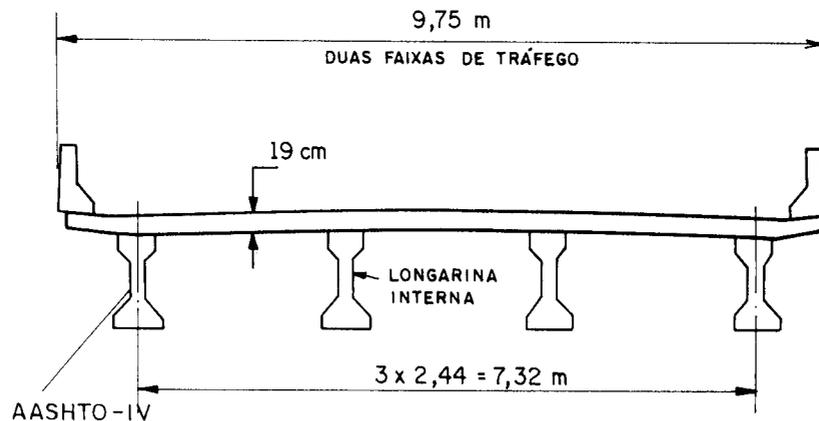
Este exemplo de projeto de uma longarina de ponte está desenvolvido em **OESTERLE et alii (1989)**.

Tem-se como objetivo neste exemplo a apresentação de uma análise comparativa entre os dois procedimentos, **PCA MODIFICADO** e **PROCEDIMENTO EMPREGADO**, na determinação dos momentos de restrição, bem como a determinação dos momentos de serviço, utilizando os valores dos momentos de restrição encontrados com a aplicação de cada procedimento. Apenas neste exemplo estão incluídos também os efeitos de temperatura para cálculo dos momentos de serviço.

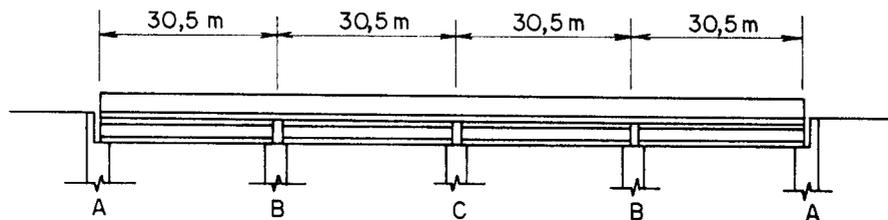
3.1- Dados da estrutura da ponte

3.1.1- Características geométricas

Este exemplo de projeto se aplica a uma longarina interna de uma ponte com quatro vãos de 30,5m de comprimento, como mostra a Fig. IV.5. As longarinas têm seção "I" tipo IV da **AASHTO**, com espaçamento transversal de 2,44m entre elas.



a) Seção transversal da ponte



b) Corte longitudinal

Fig. IV.5 - Ponte de quatro vãos para o exemplo 2 [OESTERLE et alii (1989)].

3.1.2- Propriedades dos materiais

Concreto da longarina:

- peso específico ----- 23,5kN/m³
- resistência à compressão por ocasião da protensão 34,00MPa
- resistência à compressão aos 28 dias ----- 44,50MPa

Concreto do tabuleiro:

- peso específico ----- 23,5kN/m³
- resistência à compressão aos 28 dias ----- 31,00MPa

Aço de protensão

- tipo, quanto à relaxação ----- RN
- área da seção transversal de um cabo ϕ 1/2'' ----- 0,987cm²
- tensão inicial antes da transferência ----- 1309MPa
- f_{ptk} ----- 1860MPa

3.1.3- Dados sobre o carregamento e projeto preliminar

Dados sobre a seção da longarina:

- A_{c1} ----- 5090cm²
- h_i ----- 63,0cm
- h_s ----- 74,2cm
- I_{c1} ----- 10,85x10⁶ cm⁴

Dados sobre a seção do tabuleiro:

- A_{c2} ----- 4645cm²
- I_{c2} ----- 140478cm⁴

Dados da seção homogeneizada:

- A_h ----- 8955cm²
- h_{ih} ----- 99cm
- h_{sh1} ----- 38,2cm
- h_{sh2} ----- 57,2cm
- W_{sh2} ----- 462000cm³
- I_h ----- 26,42x10⁶ cm⁴

onde:

W_{sh2} = módulo de resistência correspondente à borda superior do tabuleiro para a seção composta homogeneizada.

Dados sobre o carregamento:

- Peso próprio da viga = $0,509 \times 23,5$ ----- 11,96kN/m
- Peso próprio do tabuleiro = $0,4026 \times 23,5$ --- 10,92kN/m
- Carga permanente adicional ----- 1,20kN/m²
- Carga móvel da AASHTO----- HS20-44

Momentos fletores no meio do vão devidos ao(à) :

- Peso próprio da viga = $11,96 \times 30,5^2 / 8$ ----- 1391kN.m
- Peso próprio do tabuleiro = $10,92 \times 30,5^2 / 8$ ----- 1270kN.m
- C. Permanente adicional = $1,20 \times 2,44 \times 30,5^2 / 8$ ----- 340kN.m

Observação: a inclusão dos momentos devidos à carga permanente adicional para um tramo simplesmente apoiado é apenas um recurso para o cálculo dos momentos de restrição, mas na verdade, para cálculo dos momentos de serviço, admite-se que a carga permanente adicional atue em uma estrutura contínua. O mesmo se aplica ao exemplo 3.

Disposição da armadura de protensão na seção da longarina:

- 30 cabos retos -----> a 11,9 cm da borda inferior;
- 8 cabos poligonais ----> a 12,70 cm da borda inferior no meio do vão;
-> a 124,50 cm da borda inferior nas extremidades.

Os cabos poligonais começam a ser dobrados a uma distância de 12m das extremidades da viga.

3.2- Cálculo dos momentos de restrição

3.2.1- Método do PCA modificado

Para a aplicação do **MÉTODO DO PCA MODIFICADO**, necessita-se, além dos dados já fornecidos no início deste

exemplo, de dados complementares relativos aos valores últimos de fluência e retração dos concretos da longarina e do tabuleiro. Tais dados complementares são:

Fluência última do concreto da viga ----- $\varphi_{\infty} = 3,25$
 Retração última do concreto da viga ----- $\epsilon_{CS\infty} = -600 \times 10^{-6}$
 Retração última do concreto do tabuleiro $\epsilon_{CS\infty} = -600 \times 10^{-6}$

Para cálculo dos momentos de restrição, admitiu-se uma idade de 1 dia para a aplicação da protensão. Admitiu-se também que a continuidade tenha sido estabelecida 17 dias após a protensão, sendo a idade de 1800 dias (aproximadamente 5 anos) para a determinação dos momentos positivos máximos na região sobre os apoios.

Os resultados obtidos são:

	Apoio B	Apoio C
Momento de restrição aos 1800 dias	1365kN.m	910kN.m

O momento de restrição em B, mais uma vez, é obtido, multiplicando-se o momento de restrição em C (M_{RII} do BRIDGERP) por 1.5 para que se tenha o momento de restrição no primeiro apoio interno.

Para cálculo dos momentos de restrição negativos, admite-se a continuidade estabelecida aos 67 dias após a protensão, e o cálculo dos momentos sendo feito cerca de 30 dias depois, numa idade em que se admite o início da atuação da carga móvel, mas a idade em que ocorre o momento de restrição negativo máximo é fornecida no arquivo de saída. Dessa forma, são obtidos os resultados:

	Apoio B	Apoio C
Momento de restrição negativo máximo (aos 109 dias)	-1691kN.m	-1127kN.m

3.2.2- Procedimento Empregado

Para a aplicação do **PROCEDIMENTO EMPREGADO** com indicações da **NBR 7197** na determinação dos momentos de restrição, os seguintes dados complementares são necessários:

- umidade relativa do ambiente ----- 50%
- "slump" do concreto da longarina ----- 7
- "slump" do concreto do tabuleiro ----- 7

Analogamente à aplicação do **MÉTODO DO PCA MODIFICADO**, admite-se para o **PROCEDIMENTO EMPREGADO** com indicações da **NBR 7197** as mesmas idades para a determinação dos momentos positivos máximos na região sobre os apoios. Os resultados obtidos são:

	Apoio B	Apoio C
Momento de restrição aos 1800 dias	1430kN.m	950kN.m

Os momentos de restrição que surgem na região sobre os apoios, com a idade de continuidade de 67 dias, calculados para uma idade de 109 dias, estão resumidos nas tabelas que serão apresentadas no item seguinte. Também estão incluídos nessas tabelas os momentos calculados na idade de 1800 dias após a protensão, com a mesma idade de 67 dias para a continuidade.

3.2.3- Análise de resultados

As tabelas IV.3 e IV.4 resumem os valores encontrados para os momentos de restrição, na região sobre os apoios, com a aplicação dos dois procedimentos. Estão incluídos também valores relativos a outras hipóteses de cálculo no que diz respeito às idades consideradas para o estabelecimento da continuidade e para cálculo dos momentos, diferentes daquelas para as quais os procedimentos foram desenvolvidos neste exemplo.

As tabelas IV.3 e IV.4 mostram mais uma vez que os momentos de restrição positivos na idade de 1800 dias, com a

continuidade tendo sido estabelecida aos 17 dias, têm valores próximos para os dois procedimentos. Para a idade de continuidade de 67 dias, percebe-se que os valores negativos são maiores para o **MÉTODO DO PCA MODIFICADO** e permanecem positivos para o **PROCEDIMENTO EMPREGADO** com indicações da **NBR 7197**.

Tabela IV.3- Momentos de restrição para o apoio B.

Idade (dias)		Momento de restrição em B (kN.m)			
Na conti- nuidade	No cál- culo	PCA MODI- FICADO	PE + NBR 7197	PE + ACI	
				CASO 1	CASO 2
17	1800	1365	1430	840	970
67	109	-1691	334	-1250	-1360
67	1800	-656	696	-820	-750

Tabela IV.4- Momentos de restrição para o apoio C.

Idade (dias)		Momento de restrição em C (kN.m)			
Na conti- nuidade	No cál- culo	PCA MODI- FICADO	PE + NBR 7197	PE + ACI	
				CASO 1	CASO 2
17	1800	910	950	560	500
67	109	-1127	222	-830	-920
67	1800	-437	464	-540	-160

Para o **PROCEDIMENTO EMPREGADO** com indicações da **NBR 7197**, como no exemplo 1, há um predomínio da fluência, que cresce mais rapidamente com o modelo da **NBR 7197**, quando comparada com o modelo do **ACI 209**. O contrário ocorre com a retração. Isso leva a

uma tendência de aparecimento de momentos de restrição positivos, mesmo para uma idade de continuidade elevada e com o cálculo do momento sendo feito num curto intervalo de tempo após a continuidade.

Percebe-se também que, para a idade de continuidade de 67 dias, os valores dos momentos de restrição do **PCA MODIFICADO** e do **PROCEDIMENTO EMPREGADO** com indicações do **ACI 209** são razoavelmente próximos, de maneira análoga ao que ocorre para o exemplo 1. Tem-se no gráfico da Fig. IV.6 os valores dos momentos de restrição para o apoio B, com a aplicação dos dois procedimentos, quando a continuidade é estabelecida aos 67 dias.

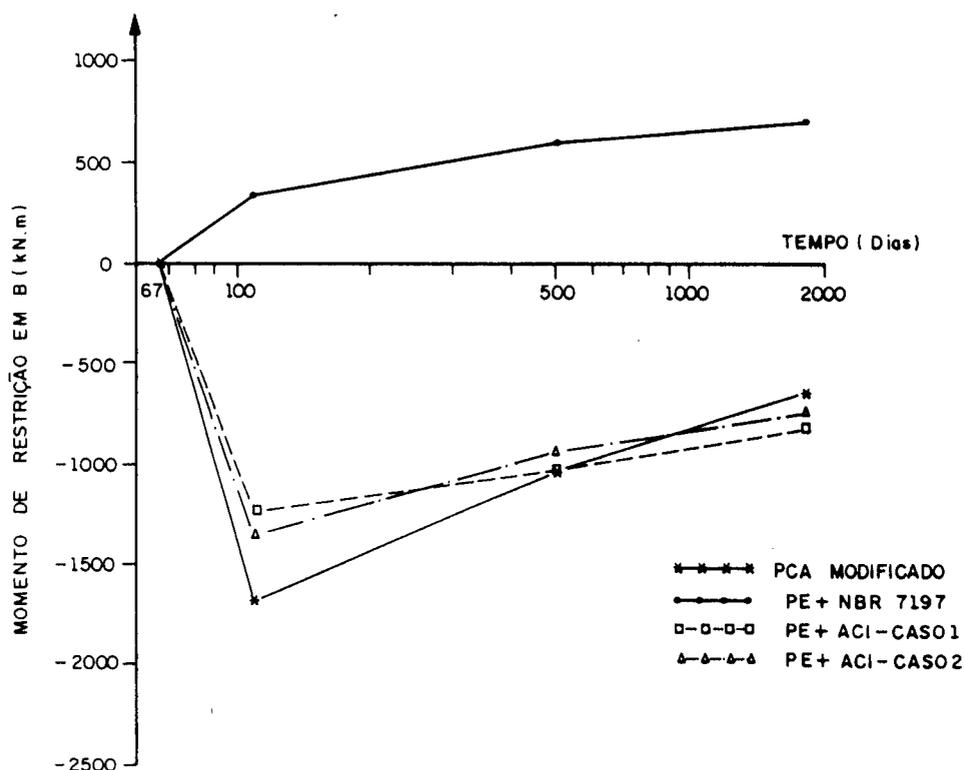


Fig. IV.6- Momentos de restrição no apoio B ao longo do tempo, para a idade de continuidade de 67 dias, com a aplicação do **MÉTODO DO PCA MODIFICADO** e do **PROCEDIMENTO EMPREGADO**.

3.3- Cálculo dos momentos devidos à temperatura

3.3.1- Distribuição de temperatura

A distribuição de temperatura na seção composta é dada de acordo com as indicações da **NBR 7187**, conforme a Fig. IV.7.

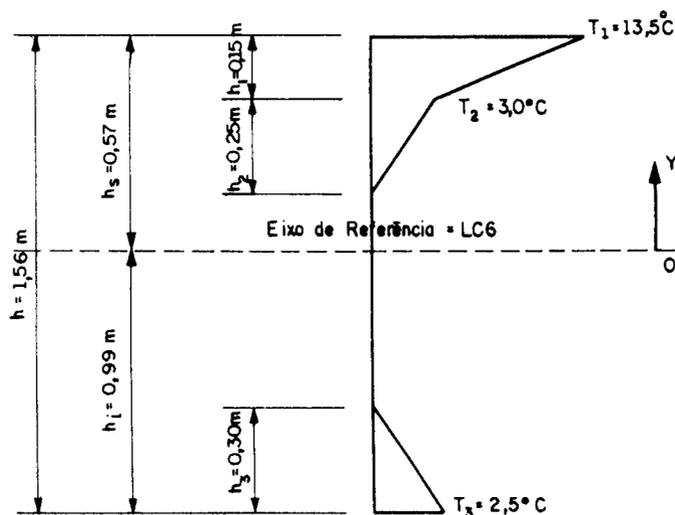


Fig. IV.7- Diagrama da distribuição de temperatura para a seção composta do exemplo 2.

3.3.2- Cálculo da rotação na seção

Tomando-se como eixo de referência a linha que passa pelo centro de gravidade da seção, tem-se $n=0$ na equação (iii.50) para cálculo da rotação na seção. Em seguida, a integral desta equação pode ser feita por partes ao longo da seção, para a distribuição de temperatura indicada na Fig. IV.7. São utilizados os seguintes valores para cálculo da rotação na seção:

$$\alpha = 10^{-5} / ^\circ\text{C}$$

$$I = I_h = 0,2642 \text{ m}^2$$

Da expressão (iii.50) obtém-se:

$$\mu = -56,6 \times 10^{-6} \text{ m}^{-1}$$

3.3.3- Cálculo dos esforços hiperestáticos devidos à temperatura

Para vigas com seção transversal constante, os momentos de bloqueio nas extremidades são dados pela expressão (iii.52):

$$M_T = \cdot E \cdot I_h \cdot \mu$$

O valor de **E** é calculado de acordo com as indicações da **NBR 6118 (1978)**, em função da resistência à compressão do concreto aos 28 dias. Desta forma, obtém-se para o concreto da longarina:

$$E = E_{C28} = 41000 \text{ MPa}$$

Substituindo-se os valores na equação (iii.52), tem-se:

$$M_T = 612 \text{ kN.m (momento positivo no apoio)}$$

Os esforços finais devidos à temperatura podem ser determinados através da distribuição dos momentos na estrutura de viga contínua. Ao final desta distribuição, obtém-se:

	Apoio B	Apoio C
Momentos devidos à temperatura	787 kN.m	525 kN.m

Pode-se observar que os valores destes momentos são significativos. Vale lembrar, no entanto, que admitiu-se o cálculo destes momentos para a seção composta não fissurada. Havendo perda de rigidez da seção no estado em serviço, com a fissuração, esses valores podem ser reduzidos consideravelmente. Para a determinação dos momentos de serviço neste exemplo, no entanto, esses valores serão mantidos.

3.4- Cálculo dos momentos devidos à carga móvel mais impacto e devidos à carga permanente adicional

Os momentos devidos à carga permanente adicional são calculados para uma estrutura de viga contínua.

Um programa apresentado por **OESTERLE et alii** permite o cálculo dos momentos devidos à carga móvel mais impacto, para os casos de carregamento padrão recomendados pela **AASHTO**. Neste exemplo e no exemplo 3, a análise é feita para o caso em que não se coloca armadura positiva para resistir aos momentos sobre os apoios. Portanto, existe continuidade apenas para momentos negativos.

Os valores dos momentos serão apresentados oportunamente, ao longo da análise dos momentos de serviço positivo e negativo, que será vista no item seguinte.

3.5- Cálculo dos momentos de serviço

3.5.1- Momento de serviço positivo no meio do vão

Os momentos devidos à carga permanente da longarina e do tabuleiro são relativos a uma estrutura com vãos simplesmente apoiados. Esses valores já foram fornecidos no início deste exemplo.

Os momentos devidos à carga móvel mais impacto são obtidos para os casos de carregamento que produzem momentos positivos máximos no meio do vão. Os momentos devidos à carga permanente adicional são calculados para uma estrutura inteiramente contínua. Os valores destes momentos são listados abaixo:

Vão de extremidade	Apoio A	Meio-do-vão	Apoio B
C.Permanente viga+laje	0	2661 kN.m	0
C.Permanente Adicional	0	209 kN.m	-291 kN.m
C.Móvel + Impacto	0	1487 kN.m	-752 kN.m

Vão interno	Apoio B	Meio-do-vão	Apoio C
C. Permanente viga+laje	0	2661 kN.m	0
C. Permanente Adicional	-291 kN.m	99 kN.m	-194 kN.m
C. Móvel + Impacto	-691 kN.m	1211 kN.m	-638 kN.m

O momento de fissuração para momento negativo pode ser calculado de acordo com o anexo da **NBR 7197 (1989)**:

$$M_r = \alpha f_{tk2} W \quad (\text{iv.2})$$

onde:

f_{tk2} = resistência à tração do concreto do tabuleiro aos 28 dias, calculada de acordo com as indicações da **NBR 6118**;

W = módulo de resistência da seção correspondente ao regime elástico (Estádio Ia).

O valor de α é dado por:

$\alpha=1,5$ para seção retangular;

$\alpha=1,2$ para seção em I, T ou duplo T.

Para o caso deste exemplo, tem-se:

$$\begin{aligned} W &= W_{sh2} = 0,462 \text{m}^3 \\ f_{tk2} &= 2530 \text{ kN/m}^2 \\ \alpha &= 1,2 \text{ (seção em I)} \end{aligned}$$

Substituindo-se os valores na expressão (iv.2), tem-se:

$$M_r = 1402 \text{ kN.m}$$

$$1,25M_r = 1753 \text{ kN.m}$$

Há a necessidade do cálculo do momento de fissuração para momento negativo, porque esse valor serve como parâmetro para

o limite do momento de continuidade nos apoios, que é de $1,25M_r$, segundo indicações de **OESTERLE et alii**.

Utilizando os resultados do **PCA MODIFICADO**, por exemplo, tem-se:

1- Vão de extremidade

a- Momentos de continuidade (kN.m)	Apoio B
C. Permanente Adicional	-291
C. Móvel + Impacto	-752
Restrição	1365 (Tab. IV.3)
Temperatura	<u>787</u>
	1109

O momento positivo de serviço no apoio B indica que a continuidade efetiva é reduzida a zero para esse apoio. O momento de serviço no meio do vão é então obtido pela soma dos momentos para uma viga simplesmente apoiada.

b- Momentos no meio do vão da longarina

C. Permanente viga+laje -----	2661 kN.m (seção da viga)
C. Permanente adicional -----	340 kN.m
C. Móvel + Impacto -----	<u>1839 kN.m</u>
	2179 kN.m (seção composta)

2- Vão interno

a- Momentos de continuidade (kN.m)	Apoio B	Apoio C
C. Permanente Adicional	-291	-194
C. Móvel + Impacto	-619	-638
Restrição	1365	910 (Tab. IV.4)
Temperatura	<u>787</u>	<u>525</u>
	1242	603

Os momentos resultantes positivos nos apoios B e C indicam também que os efeitos dependentes do tempo reduzem a continuidade efetiva a zero para a carga de serviço. Portanto, a viga interna se comportará como simplesmente apoiada para a atuação da carga de serviço.

b- Momentos no meio do vão da longarina

O momento resultante no meio do vão interno é o mesmo do vão de extremidade.

Estão resumidos nas tabelas IV.5 e IV.6 os valores dos momentos de serviço para o meio do vão de extremidade e do vão interno.

Tabela IV.5- Momento de serviço no meio do vão de extremidade.

		PCA MODIFICADO	PE + NBR 7197	PE + ACI	
				CASO1	CASO2
Momento de Continuidade (kN.m)	Apoio B	1109	1183	584	714
Momento no meio do vão da longarina *		2179	2179	2179	2179

* refere-se aos momentos que atuam na estrutura contínua após o estabelecimento da continuidade, para a seção composta.

Tabela IV.6- Momento de serviço no meio do vão interno.

		PCA MODIFICADO	PE + NBR 7197	PE + ACI	
				CASO1	CASO2
Momento de Continuidade (kN.m)	Apoio B	1242	1307	717	847
	Apoio C	603	643	253	193
Momento no meio do vão da longarina *		2179	2179	2179	2179

* refere-se aos momentos que atuam na estrutura contínua após o estabelecimento da continuidade, para a seção composta.

Percebe-se, pelos resultados das tabelas IV.5 e IV.6, que os resultados obtidos para momento de serviço no meio dos vãos interno e de extremidade foram os mesmos para os dois procedimentos.

3.5.2- Momentos de serviço negativos sobre os apoios

Os momentos negativos máximos sobre os apoios, devidos à carga móvel mais impacto, e os momentos devidos à carga permanente adicional são:

	Apoio B	Apoio C
C. Permanente adicional	-291 kN.m	-194 kN.m
C. Móvel mais impacto	-1325 kN.m	-1201 kN.m

Utilizando o **MÉTODO DO PCA MODIFICADO**, por exemplo, tem-se:

Momentos de serviço:

Apoio B

C. Permanente adicional	-291 kN.m
C. Móvel + Impacto	-1325 kN.m
Restrição	-1691 kN.m (Tab. IV.3)
	<u>-3307 kN.m</u>

Apoio C	
C. Permanente adicional	-194kN.m
C. Móvel + Impacto	-1201kN.m
Restrição	-1127kN.m (Tab. IV.4)
	<u>-2522kN.m</u>

Os valores dos momentos de serviço negativos sobre os apoios B e C, para os dois procedimentos, estão resumidos na tabela IV.7.

Tabela IV.7- Momentos de serviço negativos nos apoios.

Momento de serviço negativo (kN.m)	PCA MODIFICADO	PE + NBR 7197	PE + ACI	
			CASO 1	CASO 2
Apoio B	-3307	-1282	-2866	-2976
Apoio C	-2522	-1173	-2225	-2315

Para os momentos de serviço negativos sobre os apoios predominaram os resultados obtidos com a aplicação do **MÉTODO DO PCA MODIFICADO**, cujos valores dos momentos de restrição negativos foram superiores aos dos outros casos.

4-Exemplo 3:

Este exemplo refere-se ao segundo projeto de uma longarina de ponte, desenvolvido por **OESTERLE et alii (1989)**. Tem-se como objetivo neste terceiro exemplo:

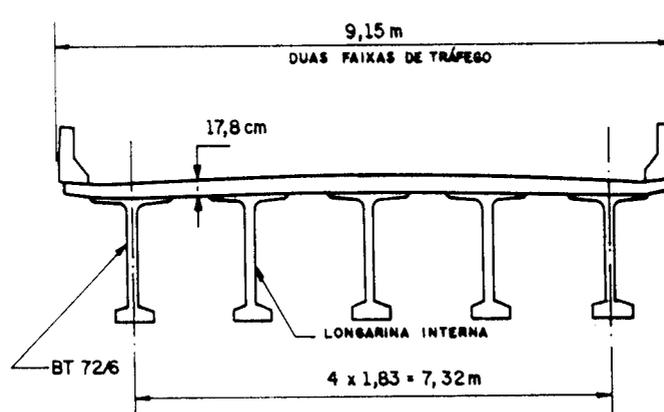
- apresentar uma análise comparativa entre os dois procedimentos (**MÉTODO DO PCA MODIFICADO** e **PROCEDIMENTO EMPREGADO**), quanto à determinação dos momentos de restrição;
- determinar os momentos de serviço.

Para este exemplo não são considerados os efeitos de temperatura para cálculo dos momentos de serviço.

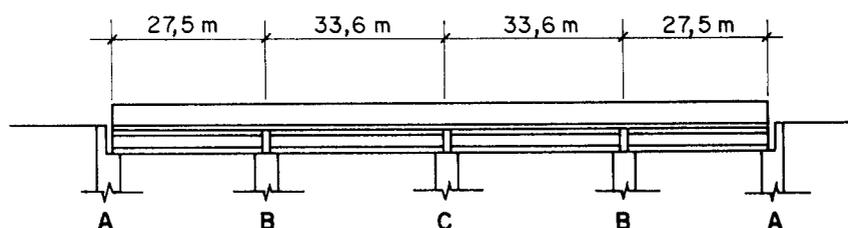
4.1- Dados da estrutura da ponte

4.1.1- Características geométricas

Este terceiro exemplo de projeto se aplica a uma longarina interna de uma ponte com quatro vãos, como mostra a Fig. IV.8. Os vãos de extremidade têm 27,5 m de comprimento, enquanto que os vãos internos têm 33,6m de comprimento. As longarinas têm seção tipo **BT 72/6**, com espaçamento de 1,83m entre elas.



a) Seção transversal da ponte



b) Corte longitudinal

Fig. IV.8 - Ponte de quatro vãos para o exemplo 3 [OESTERLE et alii (1989)]

4.1.2- Propriedades dos materiais

Concreto da longarina:

- peso específico----- 23,5kN/m³
- resistência à compressão por ocasião da protensão - 34,00MPa
- resistência à compressão aos 28 dias----- 44,50MPa

Concreto do tabuleiro:

- peso específico----- 23,5kN/m³
- resistência à compressão aos 28 dias----- 24,0MPa

Aço de protensão

- tipo, quanto à relaxação ----- RB
- área da seção transversal de um cabo ϕ 1/2'' ----- 0,987cm²
- tensão inicial antes da transferência ----- 1309MPa
- f_{ptk} ----- 1860MPa

4.1.3- Dados sobre o carregamento e projeto preliminar

Dados sobre a seção da longarina:

- A_{c1} ----- 4523cm²
- h_i ----- 92,4cm
- h_s ----- 90,5cm
- I_{c1} ----- 20,19x10⁶ cm⁴

Dados sobre a seção do tabuleiro:

- A_{c2} ----- 3252cm²
- I_{c2} ----- 85660cm⁴

Dados da seção homogeneizada:

- A_h ----- 6910cm²
- h_{ih} ----- 126,7cm
- h_{sh1} ----- 56,0cm
- h_{sh2} ----- 74,0cm
- W_{sh2} ----- 482000cm³
- I_h ----- 35,69x10⁶ cm⁴

Dados sobre o carregamento:

- Peso próprio da viga = $0,4523 \times 23,5$ ----- 10,63kN/m
- Peso próprio do tabuleiro = $0,3252 \times 23,5$ ---- 7,64kN/m
- Carga permanente adicional ----- 0,96kN/m²
- Carga móvel da AASHTO----- HS20-44

Momentos fletores no meio do vão devidos ao(à):

Para o vão de extremidade:

- Peso próprio da viga = $10,63 \times 27,5^2 / 8$ ----- 1005kN.m
- Peso próprio do tabuleiro = $7,64 \times 27,5^2 / 8$ ----- 723kN.m
- C. Permanente adicional = $0,96 \times 1,83 \times 27,5^2 / 8$ ---- 166kN.m

Para o vão interno:

- Peso próprio da viga = $10,63 \times 33,5^2 / 8$ ----- 1492kN.m
- Peso próprio do tabuleiro = $7,64 \times 33,5^2 / 8$ ----- 1072kN.m
- C. Permanente adicional = $0,96 \times 1,83 \times 33,5^2 / 8$ ---- 247kN.m

Disposição da armadura de protensão na seção da longarina:

Para o vão de extremidade:

- 16 cabos retos-----> a 7,6cm da borda inferior;
- 2 cabos poligonais-----> a 5,1cm da borda inferior no meio do vão;
-> a 177,8cm da borda inferior nas extremidades.

Os cabos poligonais começam a ser dobrados a uma distância de 8,1m das extremidades da viga.

Para o vão interno:

- 16 cabos retos-----> a 7,6cm da borda inferior;
- 4 cabos poligonais-----> a 7,6cm da borda inferior no meio do vão;

- a 175,3cm da borda inferior nas extremidades.

Os cabos poligonais começam a ser dobrados a uma distância de 13,2m das extremidades da viga.

4.2- Cálculo dos momentos de restrição

4.2.1- Método do PCA modificado

Os seguintes dados complementares são necessários para a aplicação do **MÉTODO DO PCA MODIFICADO** para cálculo dos momentos de restrição na região dos apoios:

Fluência última do concreto da viga ----- $\varphi_{\infty} = 2,85$
Retração última do concreto da viga ----- $\epsilon_{CS\infty} = -550 \times 10^{-6}$
Retração última do concreto do tabuleiro $\epsilon_{CS\infty} = -550 \times 10^{-6}$

Para cálculo dos momentos de restrição, admitiu-se uma idade de 1 dia para a aplicação da protensão. Admitiu-se também, para cálculo dos momentos de restrição positivos, que a continuidade tenha sido estabelecida 15 dias após a protensão, sendo a idade de 1800 dias para a determinação dos momentos positivos máximos na região sobre os apoios.

Para a determinação do momento de restrição em B, são utilizados os dados do vão de extremidade, considerando a estrutura com o mesmo vão e com a mesma armadura de protensão.

O resultado obtido foi:

	Apoio B
Momento de restrição aos 1800 dias	1076kN.m

O momento de restrição em B, mais uma vez, é obtido, multiplicando-se o momento de restrição em C (M_{RII} do BRIDGERP), que não é apresentado, por 1,5, para que se tenha o momento de restrição no primeiro apoio interno.

Para a determinação do momento de restrição em C, são utilizados os dados do vão interno, considerando a estrutura com o mesmo vão e com a mesma armadura de protensão. O resultado obtido foi:

	Apoio C
Momento de restrição aos 1800 dias	291kN.m

Para cálculo dos momentos de restrição negativos, admite-se a continuidade estabelecida aos 40 dias após a protensão, e o cálculo do momento sendo feito cerca de 30 dias depois numa idade em que se admite o início da atuação da carga móvel. O momento a ser considerado para o estado em serviço, mais uma vez, é o momento negativo máximo que ocorre numa idade qualquer que será listada no arquivo de saída de dados. Os resultados obtidos foram:

	Apoio B	Apoio C
Momento de restrição negativo máximo (aos 82 dias)	-945kN.m	-747kN.m

4.2.2- Procedimento Empregado

Para a aplicação do **PROCEDIMENTO EMPREGADO** com indicações da **NBR 7197** na determinação dos momentos de restrição, os seguintes dados complementares são necessários:

- umidade relativa do ambiente----- 50%
- "slump" do concreto da longarina----- 7
- "slump" do concreto do tabuleiro----- 7

As considerações sobre as idades de aplicação da protensão, continuidade e a idade de cálculo dos momentos de restrição positivos, com a aplicação do **MÉTODO DO PCA MODIFICADO**, são válidas também para a aplicação do **PROCEDIMENTO EMPREGADO**.

Os resultados obtidos foram:

	Apoio B	Apoio C
Momento de restrição aos 1800 dias	1094kN.m	430kN.m

Os momentos de restrição que surgem na região sobre os apoios, com a idade de continuidade de 40 dias, calculados para uma idade de 82 dias, estão resumidos nas tabelas que serão apresentadas no item a seguir. Também estão incluídos nessas tabelas os momentos calculados na idade de 1800 dias, com a mesma idade de 40 dias para a continuidade.

Os momentos de restrição determinados através da aplicação do **PROCEDIMENTO EMPREGADO**, utilizando os coeficientes de retração e fluência calculados de acordo com o modelo do **ACI 209** também estão resumidos nas tabelas IV.8 e IV.9 do item seguinte.

4.2.3- Análise de resultados

As tabelas IV.8 e IV.9 resumem os valores encontrados para os momentos de restrição, na região sobre os apoios, com a aplicação dos dois procedimentos. Estão incluídos também valores relativos a outras hipóteses de cálculo no que diz respeito às idades consideradas para o estabelecimento da continuidade e para cálculo dos momentos, diferentes daquelas para as quais os procedimentos foram desenvolvidos neste exemplo.

Percebe-se pelas tabelas IV.8 e IV.9 que, para a idade de continuidade de 15 dias, os momentos de restrição determinados numa idade de 1800 dias têm valores mais próximos. Já para a idade de continuidade de 40 dias, as diferenças são maiores. Para o **PROCEDIMENTO EMPREGADO** com indicações da **NBR 7197**, principalmente, os valores chegam a permanecer positivos.

Tabela IV.8- Momentos de restrição para o apoio B.

Idade (dias)		Momento de restrição em B (kN.m)			
Na conti- nuidade	No cál- culo	PCA MODI- FICADO	PE + NBR 7197	PE + ACI	
				CASO 1	CASO 2
15	1800	1076	1094	715	810
40	82	-945	542	-600	-820
40	1800	148	700	-60	-40

Tabela IV.9 Momentos de restrição para o apoio C.

Idade (dias)		Momento de restrição em C (kN.m)			
Na conti- nuidade	No cál- culo	PCA MODI- FICADO	PE + NBR 7197	PE + ACI	
				CASO 1	CASO 2
15	1800	291	430	170	285
40	82	-747	185	-520	-600
40	1800	-289	213	-220	30

As justificativas para essas diferenças, quanto aos valores dos momentos de restrição encontrados através de cada procedimento, são as mesmas já apresentadas para os outros exemplos anteriores. O gráfico da Fig. IV.9 mostra os valores dos momentos de restrição ao longo do tempo no apoio B, para uma idade de continuidade de 40 dias, com a aplicação dos dois procedimentos.

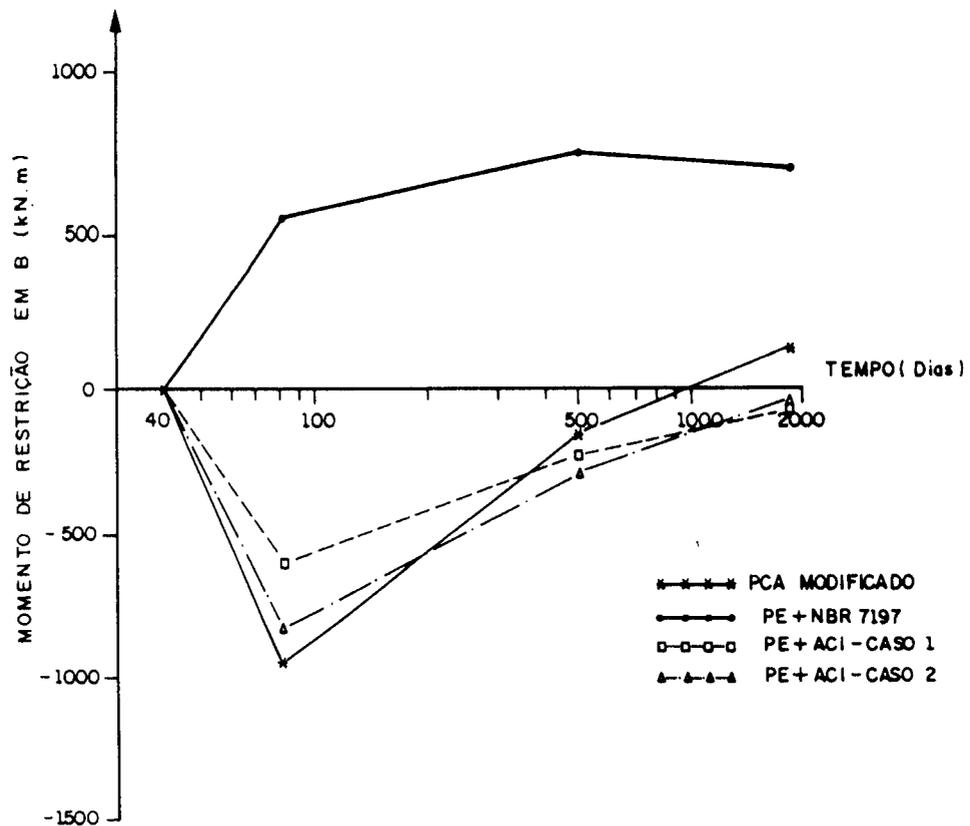


Fig. IV.9- Momentos de restrição ao longo do tempo no apoio B, para uma idade de continuidade de 40 dias, com a aplicação do **MÉTODO DO PCA MODIFICADO** e do **PROCEDIMENTO EMPREGADO**.

4.3- Cálculo dos momentos devidos à carga móvel mais impacto e devidos à carga permanente adicional

Neste exemplo, como no anterior, a análise é feita para o caso em que não se coloca armadura positiva para resistir momentos sobre os apoios. Portanto, existe continuidade apenas para momentos negativos.

Os valores dos momentos devidos à carga móvel mais impacto e devidos à carga permanente adicional serão apresentados oportunamente, ao longo da análise dos momentos de serviço positivo e negativo, que será vista no item seguinte deste exemplo.

4.4- Cálculo dos momentos de serviço

4.4.1- Momento de serviço positivo no meio do vão

Os momentos devidos à carga permanente da longarina e do tabuleiro são relativos a uma estrutura com vãos simplesmente apoiados. Esses valores já foram fornecidos no início deste exemplo.

Os momentos devidos à carga móvel mais impacto são obtidos para os casos de carregamento que produzem momentos positivos máximos no meio do vão. Os momentos devidos à carga permanente adicional são calculados para uma estrutura inteiramente contínua. Os valores destes momentos são listados a seguir:

Vão de extremidade	Apoio A	Meio-do-vão	Apoio B
C. Permanente viga+laje	0	1728kN.m	0
C. Permanete Adicional	0	92kN.m	-164kN.m
C. Móvel + Impacto	0	1010kN.m	-460kN.m

Vão interno	Apoio B	Meio-do-vão	Apoio C
C. Permanente viga+laje	0	2564kN.m	0kN.m
C. Permanete Adicional	-164kN.m	82kN.m	-164kN.m
C. Móvel + Impacto	-580kN.m	993kN.m	-460kN.m

O momento de fissuração para momento negativo pode ser calculado, mais uma vez, de acordo com o anexo da **NBR 7197 [1989]**, através da expressão (iv.2):

$$M_r = \alpha f_{tk2} W$$

onde :

$$\alpha = 1,2 \text{ para seção "I"}$$

$$f_{tk2} = 2140 \text{ kN/m}^2$$

$$W = W_{sh2} = 0,482 \text{ m}^3$$

Substituindo-se os valores na equação (iv.2), tem-se:

$$M_r = 1238 \text{ kN.m}$$

$$1,25M_r = 1547 \text{ kN.m}$$

Com a utilização dos resultados do **MÉTODO DO PCA MODIFICADO**, por exemplo, tem-se:

1- Vão de extremidade:

a- Momento de continuidade (kN.m)	Apoio B
C. Permanente Adicional	-164
C. Móvel + Impacto	-460
Restrição	<u>1076</u> (Tab. IV.8)
	452

O momento resultante positivo no apoio B indica que os efeitos dependentes do tempo reduzem a zero a continuidade efetiva para a carga de serviço neste apoio. Portanto, a viga se comportará como simplesmente apoiada no apoio B para a atuação da carga de serviço. Os momentos de serviço no meio do vão para a viga de extremidade são os momentos para tramo simplesmente apoiado.

b- Momentos no meio do vão da longarina

C. Permanente viga+laje-----	1728kN.m	(seção da viga)
C. Permanente adicional-----	166kN.m	
C. Móvel + Impacto-----	1228kN.m	
Restrição-----	<u>0kN.m</u>	
	1394kN.m	(seção composta)

2- Vão interno:

a- Momentos de continuidade (kN.m)	Apoio B	Apoio C
C. Permanente Adicional	-164	-164
C. Móvel + Impacto	-580	-498
Restrição	<u>1076</u>	<u>291</u> (Tab. IV.9)
	332	-371

O momento de serviço negativo no apoio C é menor que 125% de M_r . O momento resultante positivo no apoio B indica que os efeitos dependentes do tempo reduzem a continuidade efetiva para cargas de serviço a zero no apoio B. Portanto, os momentos de serviço para o vão interno consistem dos momentos de viga simplesmente apoiada para a carga permanente adicional e carga móvel mais impacto, reduzidos de $371/2=186$ kN.m, para levar em consideração a continuidade remanescente no apoio C.

b- Momentos no meio do vão da longarina

C. Permanente viga+laje-----2564kN.m (seção da viga)

C. Permanente adicional----- 246kN.m

C. Móvel + Impacto----- 1532kN.m

Restrição----- -186kN.m

1592 kN.m (seção composta)

Estão resumidos nas tabelas IV.10 e IV.11 os valores dos momentos de serviço para o meio do vão de extremidade e do vão interno.

Tabela IV.10- Momento de serviço para o vão de extremidade.

		PCA MODIFICADO	PE + NBR 7197	PE + ACI	
				CASO 1	CASO 2
Momento de continuidade (kN.m)	Apoio B	452	470	91	186
Momento no meio do vão da longarina *		1394	1394	1394	1394

* refere-se aos momentos para as cargas que atuam na estrutura contínua após o estabelecimento da continuidade, para a seção composta.

Tabela IV.11- Momento de serviço para o vão interno.

		PCA MODIFICADO	PE + NBR 7197	PE + ACI	
				CASO 1	CASO 2
Momento de continuidade (kN.m)	Apoio B	332	350	-29	66
	Apoio C	-371	-232	-492	-377
Momento no meio do vão da longarina * (kN.m)		1592	1662	1518	1590

* refere-se aos momentos para as cargas que atuam na estrutura contínua após o estabelecimento da continuidade, para a seção composta.

Portanto, os momentos de serviço no meio do vão foram aqueles obtidos com os resultados dos momentos de restrição determinados a partir da aplicação do **PROCEDIMENTO EMPREGADO** com indicações da **NBR 7197**, para o vão interno, e para o vão de extremidade o valor encontrado foi o mesmo pelos dois procedimentos.

4.4.2- Momentos de serviço negativos sobre os apoios

Os momentos negativos máximos sobre os apoios devidos à carga móvel mais impacto, e os momentos devidos à carga permanente adicional são:

	Apoio B	Apoio C
C. Permanente adicional	-164kN.m	-164kN.m
C. Móvel mais impacto	-980kN.m	-1023kN.m

Para o **MÉTODO DO PCA MODIFICADO**, por exemplo, tem-se:

Momentos de serviço:

Apoio B

C. Permanete adicional	-164kN.m
C. Móvel + Impacto	-980kN.m
Restrição	<u>-945kN.m (Tab. IV.8)</u>
	-2089kN.m

Apoio C

C. Permanete adicional	-164kN.m
C. Móvel + Impacto	-1023kN.m
Restrição	<u>-747kN.m (Tab. IV.9)</u>
	-1934kN.m

Na tabela IV.12 estão resumidos os valores dos momentos de serviço negativos nos apoios B e C, para os dois procedimentos.

Pode-se observar que, para os momentos de serviço negativos sobre os apoios, predominaram os resultados obtidos com a aplicação do **MÉTODO DO PCA MODIFICADO**, cujos valores dos momentos de restrição negativos foram superiores aos dos outros casos, com a utilização do **PROCEDIMENTO EMPREGADO**.

Tabela IV.12 - Momentos de serviço negativos nos apoios.

Momento de serviço negativo (kN.m)	PCA MODIFICADO	PE + NBR 7197	PE + ACI	
			CASO 1	CASO 2
Apoio B	-2089	-602	-1744	-1964
Apoio C	-1934	-1002	-1707	-1787

CAPÍTULO V

CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES

Da análise feita para a determinação dos momentos de restrição, através dos exemplos apresentados no capítulo IV, verificou-se que os valores desses momentos, calculados pelos três procedimentos apresentados, demonstram razoável concordância para o caso de uma idade de continuidade baixa e uma idade de cálculo elevada. Essa é a hipótese para o cálculo de momentos de restrição positivos máximos.

Observou-se, no entanto, que para uma idade de continuidade elevada e para uma idade de cálculo baixa, os valores apresentam diferenças significativas, de acordo com cada procedimento. Esses valores, determinados de acordo com o **MÉTODO DO PCA MODIFICADO** e com o **PROCEDIMENTO EMPREGADO** com indicações do **ACI**, são, geralmente, negativos e elevados. Para o **PROCEDIMENTO EMPREGADO** com indicações da **NBR 7197** e para o **MÉTODO DO PCA**, esses valores são geralmente positivos, e às vezes elevados.

Através da aplicação dos três procedimentos, na avaliação dos momentos de restrição, observou-se também que, para idades elevadas de cálculo e idades baixas de continuidade, há uma nítida predominância da fluência em relação à retração, o que justifica, então, uma melhor concordância dos resultados para esses casos. E o predomínio da fluência contribui para o aparecimento de momentos de restrição positivos. Para a hipótese de idade de continuidade elevada e idade de cálculo baixa, foram observadas as seguintes situações : a) pelo modelo da **NBR 7197**, continua havendo uma predominância da fluência; b) pelo modelo do **ACI 209**, passa a haver um predomínio da retração. Em decorrência disso, tem-se uma predominância de valores de momentos de restrição negativos para o **MÉTODO DO PCA MODIFICADO** e para o **PROCEDIMENTO EMPREGADO** com indicações do **ACI**. Para o **MÉTODO DO PCA**, com a hipótese de se considerar a mesma função temporetração para os concretos da longarina e do tabuleiro, são obtidos valores menores para a retração diferencial, o que diminui a possibilidade para o aparecimento de momentos de restrição negativos.

Para o caso do **PROCEDIMENTO EMPREGADO** com indicações do **ACI**, todos os valores foram obtidos de duas maneiras: a) com a utilização de um único intervalo de tempo após a continuidade; b) com a utilização de vários intervalos de tempo depois da continuidade. Verificou-se, na maioria dos casos, uma razoável concordância entre os valores dos momentos de restrição obtidos através destes dois casos. Isso se justifica pelo fato dos coeficientes de fluência em cada intervalo, obtidos de acordo com o **ACI 209**, terem valores pequenos e portanto afetarem menos o módulo de elasticidade ajustado à idade em cada intervalo. O contrário ocorreu para o caso em que os coeficientes de fluência foram obtidos de acordo com a **NBR 7197**. Neste caso, estes valores foram bem

maiores, o que influenciou muito o módulo de elasticidade ajustado à idade, com um valor bastante reduzido para o caso de um único intervalo após a continuidade. Em decorrência disso, os valores dos momentos de restrição para o **PROCEDIMENTO EMPREGADO** com indicações da **NBR 7197** apresentaram diferenças significativas para os dois casos. Pode-se concluir, então, que a simplificação de se utilizar um módulo de elasticidade ajustado para uma única etapa depois da continuidade só é aconselhável nos casos em que se tem um coeficiente de fluência reduzido.

Pôde-se perceber pelos resultados apresentados nos exemplos, que os momentos de restrição são muito sensíveis aos valores de fluência e retração do concreto. Tal constatação se deu com a comparação de resultados utilizando os modelos do **ACI 209** e da **NBR 7197** para cálculo destes valores. Por isso, para uma melhor avaliação destes momentos dependentes do tempo, é de fundamental importância que se tenha um bom conhecimento dos valores dos coeficientes de retração e fluência dos concretos envolvidos.

Ainda com relação ao estudo desenvolvido, vale ressaltar que, embora não tenha sido abordado neste trabalho o caso de cabos não poligonais, a aplicação do **PROCEDIMENTO EMPREGADO** para tais casos não oferece dificuldades.

Na continuação deste trabalho, outras pesquisas poderiam ser realizadas, no sentido de minimizar as incertezas relacionadas ao cálculo dos momentos que ocorrem ao longo do tempo em vigas de pontes pré-moldadas protendidas, para o caso que foi analisado neste trabalho, bem como para outros casos afins.

No que diz respeito ao caso que foi abordado, com a ligação feita no apoio através da colocação de armadura passiva no concreto do tabuleiro, moldado no local, entre as vigas pré-tracionadas, pode ser desenvolvida uma formulação

para levar em consideração a mudança de rigidez da seção ao longo do tempo, em decorrência da fissuração que possa ocorrer, principalmente nos apoios. Esta análise poderia se estender também ao caso de vigas pré-tracionadas com protensão parcial, onde um certo grau de fissuração seria admitido. Para este último caso, tem-se, em princípio, a possibilidade de redução dos momentos de restrição positivos nos apoios, em decorrência da utilização de um grau menor de protensão.

A análise de pontes com elementos pré-moldados protendidos, com a continuidade estabelecida nos encontros, formando as denominadas pontes integrais, poderia ser também objeto da continuidade da pesquisa.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABDEL-KARIM, A.M.; TADROS, M.K. (1991) Stretched-out precast concrete I-girders bridge spans. *Concrete International*, v.13, n.9, p.37-40, Sep.
- ABDEL-KARIM, A.M; TADROS, M.K. (1992) Design and construction of spliced I-girdes bridges. *PCI Journal*, v.37, n.4, p.114-122, July-Aug.
- ABENDROTH, R.E.; GREIMANN, L.F. (1989) Rational design approach for integral abutment bridge piles. *Transportation Research Record*, n.1223, p.12-23
- AMERICAN ASSOCIATION OF STATE HIGHWAY AND TRANSPORTATION OFFICIALS (1989) *Standard specifications for highway bridges*. 14th.ed. Washington, D.C. 420p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1978) *NBR 6118: Projeto e execução de obras de concreto armado*. Rio de Janeiro, ABNT. 76p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1986) *NBR 7187: Projeto de estruturas de pontes*. Rio de Janeiro, ABNT. 9p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1989) *NBR 7197: Projeto de estruturas de concreto protendido*. Rio de Janeiro, ABNT. 71p.
- BENDER, B.F. (1977) Prestressed concrete bridges. *Journal of the Construction Division* , v.103, p.113-122, March.

- BETTIGOLE, N.H. (1990) Replacing bridge decks. *Civil Engineering*, ASCE, p. 76-77, Sep.
- BURKE JR., M.P. (1989) Bridge deck joints. *National Cooperative Highway Research Program*, TRB, n.141, Sep. 66p.
- BURKE JR., M.P. (1990) Integral bridges. *Transportation Research Record*, n.1275, p.53-61.
- COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BETON. (1985) Thermal effects: Synthesis report. *CEB Bulletin D'Information*, n.167.
- COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BETON. (1990) Evaluation of the time-dependent behaviour of concrete. *CEB Bulletin D'Information*, n.199.
- DUNKER, K.F.; RABBAT, B.G. (1992) Performance of prestressed concrete highway bridges in the United States: the first 40 years. *PCI Journal*, v.37, n.3, p.48-62, May-June.
- EL DEBS, M.K. (1991) *Contribuição ao emprego de pré-moldados de concreto em infra-estrutura urbana e em estradas*. São Carlos. Tese (Livre-docência) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- FERNÁNDEZ ORDONEZ, J.A. et al. (1974) *Prefabricacion : teoria y práctica*. Barcelona, Editores Técnicos Asociados. 2v.
- FERRAZ, J.C.F. (1985) Cálculo das alterações de tensão, ao longo do tempo, nas peças de concreto protendido: procedimentos diretos, simples, alternativos ao do CEB. *Boletim Técnico EPUSP*, BT/PEF/8506, agosto. 18p.
- FREYERMUTH, C.L. (1969) Design of continuous highway bridges with precast, prestressed concrete bridges. *PCI Journal*, p.14-39, Apr.
- GEREN, K.L. (1993) Bridge I-girders. *Concrete International*, v.15, n.2, p.18-19, Feb.

- GEREN, K.L.; ABDEL-KARIM, A.M; TADROS, M.K. (1992) Precast prestressed concrete bridge I-girders: the next generation. *Concrete International*, v.14, n.6, p.25-28, June.
- GHALI, A.; FAVRE, R. (1986a) *Concrete structures: stresses and deformations*. London/New York, Chapman and Hall. 350p.
- GHALI, A.; FAVRE, R. (1986b) Stresses and deformations of composite members. *IABSE Proceedings P-94/86*, Feb. 16p.
- GRATESAT, G. (1981) *Concepcion de puentes: puentes de hormigon pretensado*. Barcelona, Editores Técnicos Asociados.
- GREIMANN, L.F.; WOLSE-TINSAE, A.M.; YANG, P.S. (1983) Skewed bridges with integral abutments. *Transportation Research Record*, n.903, p.64-72.
- HILL, J.J.; SHIROLE, A.M. (1982) Current practices in systems construction of concrete bridge structures. *Transportation Research Record*, n.871, p.9-12
- HILL, J.J.; SHIROLE, A.M. (1984) Economic and performance considerations for short-span bridge replacement structures, *Transportation Research Record*, n.950, p.33-38, Sep. (Second Bridge Engineering Conference, Minneapolis, v.1)
- KLAIBER, F.W. et al. (1988) Methods of strengthening existing highway bridges. *Transportation Research Record*, n.1180, p.1-6
- LACROIX, R. (1993) Bridge I-girders. *Concrete International*, v.15, n.2, p.18-19, Feb.
- LEONHARDT, F. (1979) *Construções de concreto: princípios básicos da construção de pontes de concreto*. Rio de Janeiro, Interciência. v.6
- LIN, T.Y.; BURNS, N.H. (1981) *Design of prestressed concrete structures*. 3.ed. New York, John Wiley & Sons. 646p.
- MANNING, D.G. (1988) Durability of prestressed concrete highway. *National Cooperative Highway Research Program, TRB*, n.140, Nov. 65p.

- MENDES, J.A. (1993) *Cálculo automático de perdas progressivas em peças de concreto protendido*. São Carlos. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos-USP, Universidade de São Paulo.
- NOVOKSHENOV, V. (1989) Condition survey of prestressed concrete bridges. *Concrete International*, v.11, n.9, p.60-68, Sep.
- OESTERLE, R.G.; GLIKIN, J.D.; LARSON, S.C. (1989) Design of precast prestressed bridge girders made continuous. *National Cooperative Highway Research Program*, TRB, n.322, Nov.
- PORTER, J.C.; MORVANT, M.J; MOON, R.J. (1992) Back to the future for abutment design. *Concrete International*, v.14, n.6, p.29-34, June.
- PRESTRESSED CONCRETE INSTITUTE (1975a) *Precast prestressed concrete short span bridges : spans to 100 feet*. Chicago, PCI.
- PRESTRESSED CONCRETE INSTITUTE. Committee on Prestress Losses (1975b) Recommendation for estimating prestress losses. *PCI Journal*, v.20, n.4, p.44-75, July-Aug.
- PRIESTLEY, M.J.N. (1987) The thermal response of concrete bridges. In: COPE, R.J., ed. *Concrete bridges engineering: performance and advances*. London, Elsevier Applied Science. p.143-187
- PRITCHARD, B.P. (1976) The use of continuous precast beam decks for the M11 Woodford Interchange Viaducts. *The Structural Engineer*, v.54, n.10, p.377-382, Oct.
- PURVIS, R.L.; BERGER, R.H. (1983) Bridge joint maintenance. *Transportation Research Record*, n.899, p.1-10
- SOMERVILLE, G. (1971) *Industrialización de las estructuras para puentes de luces medias, puentes y pasos elevados para carreteras y vías urbanas*. Barcelona, Editores Técnicos Asociados. 286p.

- SPRINKEL, M.M. (1985) Prefabricated bridge elements and systems. *National Cooperative Highway Research Program, TRB, n.119, Aug.* 75p.
- TOKERUD, P.E.R. (1978) Economical structures for low-volume roads. *Transportation Research Record, n.665, p.214-221, Sep.*
- VASCONCELOS, Augusto Carlos de. *Manual prático para a correta utilização dos aços no concreto protendido em obediência às normas atualizadas.* Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, Belo Horizonte: Companhia Siderúrgica Belgo-Mineira, 1980. 64p.

BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR

- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. Committee 318 (1983) *Building code requirements for reinforced concrete.* Detroit, ACI. 111p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1984) *NBR 7188: Carga móvel em ponte rodoviária e passarela de pedestres.* Rio de Janeiro, ABNT. 6p.
- ASWAD, A.; ASWAD, G.G. (1991) Rational prediction of bridge girder reinforcing and strength. *PCI Journal, v.36, n.3, p.68-77, May-June.*
- BISWAS, M. (1986) Precast bridge deck design systems. *PCI Journal, v.31, n.2, p.40-95, Mar.-Apr.*
- COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BETON. (1984) Manual on structural effects of time-dependent behaviour of concrete. *CEB Bulletin D'Information, n.142/142bis.*

- DILGER, W.H. (1982) Creep analysis of prestressed concrete structures using creep-transformed section properties. *PCI Journal*, v.27, n.1, p.98-117, Jan.-Feb.
- JUNGWIRTH, D.; BONOMO, R.J. (1992) Prestressed segmental structures: the german experience. *Concrete International*, v.14, n.8, p.45-50, Aug.
- NEVILLE, A.M.; DILGER, W.H.; BROOKS, J.J. (1983) *Creep of plain and structural concrete*. London, Construction Press. 361p.
- OWEN, C.R. (1987) Continuity strenghtens South Fork Hoh river bridge replacement. *PCI Journal*, v.32, n.1, p.86-103, Jan.-Feb.
- PFEIL, W. (1979) *Pontes em concreto armado*. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos.
- SKOGMAN, B.C.; TADROS, M.K.; GRASMICK, R. (1988) Ductility of reinforced and prestressed concrete flexural members. *PCI Journal*, v.33, n.6, p.94-107, Nov.-Dec.
- SPRINKEL, M.M. (1978) Systems construction techniques for short-span concrete bridges. *Transportation Research Record*, n.665. p.222-227, Sep.
- WOLDE-TINSAE, A.M; GREIMANN, L.F.; JOHNSON, B.V. (1983) Performance of integral bridge abutments. *IABSE Proceedings*, Feb. 34p.

ANEXO

INSTRUÇÕES PARA USO E LISTAGEM DO PROGRAMA BRIDGERP

A-1- MODELO DO ARQUIVO DE ENTRADA DE DADOS

Os seguintes dados são lidos no arquivo **BRIDGE.DAT**:

Linha 1:

TITULO - identificação do tipo de problema (Formato A20).

Linha 2:

B1,B2,B3, e B4 - dimensões horizontais que definem a seção da viga, em cm, como indicado na Figura A-1 (Real em formato livre).

Linha 3:

D1,D2,D3,D4,D5 e D6 - dimensões verticais que definem a seção da viga, em cm, como indicado na Figura A-1 (Real em formato livre).

Linha 4:

- NSP - número de vãos da ponte (Inteiro em formato livre).
- SL - comprimento do vão típico, em m (Real em formato livre).
- XLD - distância entre apoios, em m, (Real em formato livre).
- XDR - relação entre o comprimento da parte dobrada do cabo e o comprimento total do vão, em m/m (Real em formato livre).
- GS - espaçamento da longarina, em m (Real em formato livre).
- TD - espessura do tabuleiro, em cm (Real em formato livre).
- WDL - carga uniformemente distribuída devido à carga permanente adicional, em kN/m^3 (Real em formato livre).

Linha 5:

- AGRL - tempo entre o tracionamento e a transferência da protensão, em dias (Real em formato livre).
- AGCT - tempo entre a transferência da protensão e o estabelecimento da continuidade, em dias (Real em formato livre).
- AGDK - tempo entre a transferência da protensão e a colocação do tabuleiro, em dias (Real em formato livre).
- NTIME - número de idades, especificado pelo usuário, para a saída de resultados dos momentos de restrição (Inteiro em formato livre)

Linha 6:

- UTIME - vetor de tempos para saída dos momentos de restrição, em dias (NTIME valores, vetor de números reais em formato livre).

Linha 7:

- SSC - centro de gravidade dos cabos retos, em cm (Real em formato livre).
- DSC - centro de gravidade dos cabos poligonais na extremidade da longarina, em cm (Real em formato livre).

- WSC - centro de gravidade dos cabos poligonais no meio do vão da longarina, em cm (Real em formato livre).
- NSL - igual a 1 para aços de relaxação normal, e igual a 2 para aços de baixa relaxação (Inteiro em formato livre).
- NSS - número de cabos retos (Inteiro em formato livre).
- NDS - número de cabos poligonais (Inteiro em formato livre).
- ASTD - área da seção transversal de um cabo, em cm^2 (Real em formato livre).
- FST - tensão inicial no aço de protensão, em MPa (Real em formato livre).

Linha 8:

- FCI - resistência à compressão do concreto da longarina na época da protensão, em MPa (Real em formato livre).
- FCG - resistência à compressão do concreto da longarina aos 28 dias, em MPa (Real em formato livre).
- FCD - resistência à compressão do concreto do tabuleiro na época da protensão, em MPa (Real em formato livre).
- WCG - peso específico do concreto da longarina, em kN/m^3 (Real em formato livre).
- WCD - peso específico do concreto do tabuleiro, em kN/m^3 (Real em formato livre).

Linha 9:

- VULT - valor de fluência última para o concreto da longarina, adimensional (Real em formato qualquer).
- ESHUG - retração última para o concreto da longarina, em milionésimos (Real em formato livre).
- ESHUD - retração última para o concreto do tabuleiro, em milionésimos (Real em formato livre).

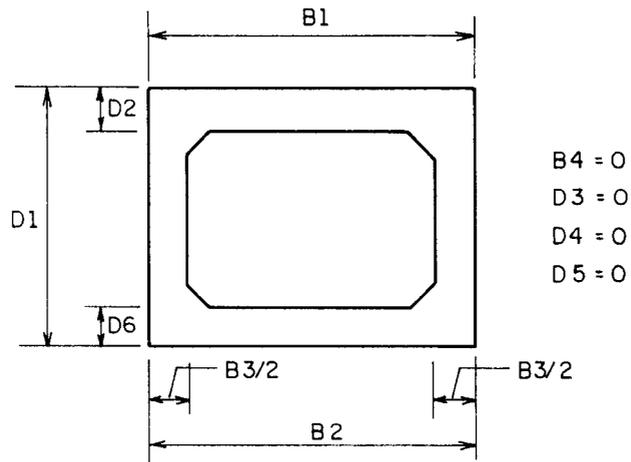
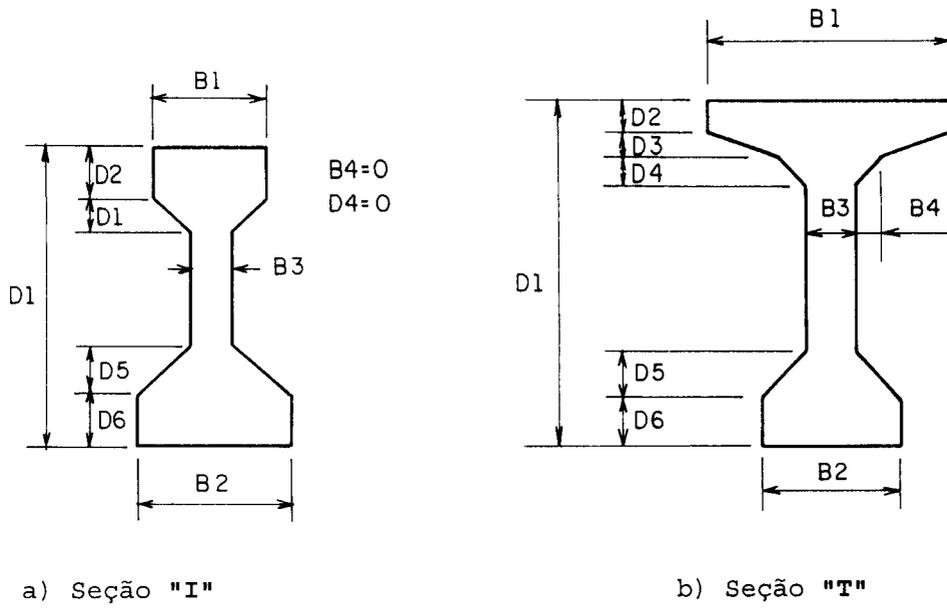


Fig. 1- Dimensões para definir a seção transversal da viga.

A-2- ARQUIVOS DE ENTRADA E SAÍDA DE DADOS PARA O EXEMPLO 1

Para efeito de ilustração, estão apresentados a seguir os arquivos de entrada e saída de dados para o exemplo 1, para o caso em que se admite uma idade de continuidade de 28 dias e uma idade de cálculo de 7500 dias.

a) Arquivo de entrada de dados **BRIDGE1.DAT**

```
'AASHTO-VI 39.6m'  
105.,71.,20.3,10.2  
182.3,12.7,7.9,10.2,25.4,20.3  
4,39.6,0.6,0.33,2.44,16.5,0.35  
2,28,28,1  
-7500  
11.9,152.4,12.7,1,36,12,0.987,1309  
27.0,34.0,31.0,23.5,23.5  
3.25,600,600
```

b) Arquivo de saída de dados BRIDGEP.RES

TENSAO DO CABO NA TRANSFERENCIA : 1162.8MPa

TEMPO (dias)	MOMENTO MREX (kN-m)	MOMENTO MRIL (kN-m)	MOMENTO MRIR (kN-m)	MOMENTO MRII (kN-m)	TENSAO NO CABO (MPa)
28.	.0	.0	.0	.0	1089.1
29.	-8.1	-5.4	-5.4	-5.4	1086.2
31.	-80.0	-52.9	-52.9	-52.9	1083.7
34.	-214.2	-142.4	-142.4	-142.4	1080.1
39.	-417.6	-278.0	-278.0	-278.0	1074.8
46.	-625.1	-416.3	-416.3	-416.3	1068.2
56.	-800.0	-534.3	-534.3	-534.3	1060.2
70.	-905.8	-604.8	-604.8	-604.8	1051.3
88.	-721.4	-481.4	-481.4	-481.4	1042.3
108.	-542.4	-360.7	-360.7	-360.7	1034.8
128.	-387.8	-257.6	-257.6	-257.6	1028.9
153.	-226.5	-149.2	-149.2	-149.2	1023.2
178.	-92.2	-58.3	-58.3	-58.3	1018.7
200.	8.1	8.1	8.1	8.1	1015.5
250.	137.0	93.6	93.6	93.6	1009.7
300.	238.7	161.4	161.4	161.4	1005.5
400.	387.8	260.4	260.4	260.4	999.6
500.	493.6	330.9	330.9	330.9	995.7
600.	572.2	383.7	383.7	383.7	992.8
800.	682.1	457.0	457.0	457.0	988.8
1000.	756.6	505.8	505.8	505.8	986.2
1250.	821.7	549.2	549.2	549.2	983.9
1500.	867.8	580.4	580.4	580.4	982.2
1800.	909.9	607.5	607.5	607.5	980.6
2100.	941.1	627.8	627.8	627.8	979.4
2500.	968.2	654.9	645.5	649.5	978.1
3000.	993.9	680.7	661.7	668.5	976.9
3500.	1012.9	699.7	673.9	683.4	976.0
4000.	1027.8	714.6	683.4	694.3	975.2
5000.	1050.9	737.7	698.3	711.9	974.0
6000.	1067.2	753.9	707.8	724.1	973.1
7500.	1083.4	770.2	718.7	736.3	972.0

3- LISTAGEM DO PROGRAMA BRIDGERP

```

PROGRAM BRIDGERP
C *****
C * PROGRAMA PARA CALCULAR MOMENTOS DE RESTRICAO COMO *
C * FUNCAO DO TEMPO USANDO O METODO DO PCA MODIFICADO *
C * ESSE PROGRAMA E UMA ADAPTACAO DE OUTRO PROGRAMA *
C * DESENVOLVIDO POR OESTERLE ET ALII EM 1989 E *
C * INTITULADO BRIDGERM *
C * A ALTERACAO FEITA PARA ESSE PROGRAMA DIZ RESPEITO *
C * A MUDANCA DAS UNIDADES DE ENTRADA E SAIDA DE DADOS *
C * PARA QUE TENHAM COMPATIBILIDADE COM AS UNIDADES *
C * GERALMENTE UTILIZADAS NA LITERATURA NACIONAL *
C * *
C * ENGO. JOEL MARCOS MACHADO DE ANDRADE *
C * *
C *****

C *****
C * *
C * NOMENCLATURA DAS VARIABEIS DE ENTRADA *
C * *
C * *
C * *
C * AGRL = TEMPO ENTRE O TRACIONAMENTO DOS CABOS E A *
C * TRANSFERENCIA DA PROTENSAO (dias) *
C * AGCT = TEMPO ENTRE A TRANSFERENCIA DA PROTENSAO E O *
C * ESTABELECIMENTO DA CONTINUIDADE (dias) *
C * AGDK = TEMPO ENTRE A TRANSFERENCIA DA PROTENSAO E A *
C * MOLDAGEM DO TABULEIRO (dias) *
C * ASTD = AREA DA SECAO TRANSVERSAL DE UM CABO (cm2) *
C * B1,B2,B3 e B4 = DIMENSOES HORIZONTAIS QUE DEFINEM A *
C * SECAO DA VIGA (cm) *
C * D1,D2,D3,D4,D5 e D6 = DIMENSOES VERTICAIS QUE DEFINEM A *
C * SECAO DA VIGA (cm) *
C * ESHUD = RETRACAO ULTIMA DO CONCRETO DO TABULEIRO *
C * (milionesimos) *
C * ESHUG = RETRACAO ULTIMA DO CONCRETO DA LONGARINA *
C * (milionesimos) *
C * FCG = RESISTENCIA A COMPRESSAO DO CONCRETO DO TABULEIRO *
C * AOS 28 DIAS (MPa) *
C * FCG = RESISTENCIA A COMPRESSAO DO CONCRETO DA LONGARINA *
C * AOS 28 DIAS (MPa) *
C * FCI = RESISTENCIA A COMPRESSAO DO CONCRETO DA LONGARINA *
C * NA TRANSFERENCIA (MPa) *
C * FSTD = TENSAO INICIAL NO ACO DE PROTENSAO (MPa) *
C * GS = ESPACAMENTO ENTRE AS LONGARINAS (m) *
C * NSL = IGUAL A 1 PARA ACO DE RELAXACAO NORMAL E IGUAL A 2 *

```

```

C      *          PARA ACO DE BAIXA RELAXACAO          *
C      *  NSP = NUMERO DE VAOS DA PONTE                *
C      *  NSS = NUMERO DE CABOS RETOS                  *
C      *  NDS = NUMERO DE CABOS POLIGONAIS             *
C      *  NTIME = NUMERO DE IDADES PARA SAIDA DE RESULTADOS DOS *
C      *          MOMENTOS DE RESTRICAO                *
C      *  UTIME = VETOR DAS IDADES PARA A SAIDA DE RESULTADOS *
C      *          DOS MOMENTOS DE RESTRICAO (dias)      *
C      *  SSC  = CENTRO DE GRAVIDADE DOS CABOS RETOS (cm) *
C      *  DSC  = CENTRO DE GRAVIDADE DOS CABOS POLIGONAIS *
C      *          NAS EXTREMIDADES DA VIGA (cm)         *
C      *  WSC  = CENTRO DE GRAVIDADE DOS CABOS POLIGONAIS *
C      *          NO MEIO DO VAO DA VIGA (cm)          *
C      *  SL   = COMPRIMENTO DO VAO TIPICO DA PONTE (m)  *
C      *  TD   = ESPESSURA DO TABULEIRO (cm)           *
C      *  WCD = PESO UNITARIO DO CONCRETO DO TABULEIRO (kN/m3) *
C      *  WCG = PESO UNITARIO DO CONCRETO DA LONGARINA (kN/m3) *
C      *  WDL = VALOR DA CARGA PERMANENTE ADICINAL (kN/m2) *
C      *  VULT = FLUENCIA ULTIMA DO CONCRETO DA LONGARINA *
C      *  XDR = RELACAO ENTRE O COMPRIMENTO DOBRADO DO CABO E O VAO *
C      *          DA PONTE                              *
C      *  XLD = DISTANCIA ENTRE APOIOS                  *
C      *

```

```

C      *
C      * *****
C      * *****
C      *          NOMENCLATURA DAS VARIAVEIS DE SAIDA *
C      *
C      *  FAVG = FORCA DE PROTENSAO MEDIA PARA O CASO DE UMA *
C      *          PONTE COM TRES OU MAIS VAOS (MPa)        *
C      *  FST1 = FORCA DE PROTENSAO PARA O CASO DE UMA *
C      *          PONTE COM DOIS VAOS (MPa)                *
C      *  MREX = MOMENTO DE RESTRICAO NO PRIMEIRO APOIO INTERNO DE *
C      *          UM VAO DE EXTREMIDADE (kN-m)              *
C      *  MR11 = MOMENTO DE RESTRICAO PARA OS APOIOS DE UM VAO INTERNO *
C      *          ADJACENTE A DOIS VAOS INTERNOS (kN-m)    *
C      *  MR1L = MOMENTO DE RESTRICAO NO APOIO DE UM VAO INTERNO *
C      *          ADJACENTE A UM VAO DE EXTREMIDADE (kN-m)  *
C      *  MR1R = MOMENTO DE RESTRICAO NO APOIO DE UM VAO INTERNO *
C      *          ADJACENTE A UM VAO INTERNO OU A UM VAO DE *
C      *          EXTREMIDADE (kN-m)                        *
C      *
C      * *****
C      *
C      *

```

```

C *****
C *
C *          DECLARACAO DE VARIAVEIS          *
C *
C *****

DIMENSION TI(100),TIR(100),MREX(100),MRIL(100),MRIR(100),
*          MRIL(100),XMS(100),XMPS1(100),XMPS2(100),FST1(100),
*          FST2(100)
REAL KV,KSD,KSG
DIMENSION A(7),Y(7),XJ(7),X(3)
DIMENSION BLIN(36),UTIME(64),NT(64)
CHARACTER TITULO*20,ARQDAD*20
DATA BLIN/1,3,6,11,18,28,42,60,80,100,125,150,200,250,300,400,
*500,600,800,1000,1250,1500,1800,2100,2500,3000,3500,4000,5000,
*6000,8000,10000,15000,20000,30000,50000/

C
C 1. DADOS DE ENTRADA
C
WRITE(*,10)
10  FORMAT(70('*')//,15X,'NOME DO ARQUIVO DE DADOS : '\)
READ(*,20) ARQDAD
WRITE(*,30)
30  FORMAT(/,70('*'))
20  FORMAT(A20)
OPEN(3,FILE=ARQDAD,status='OLD')
OPEN(4,FILE='BRIDGEP.RES',status='UNKNOWN')

C
C TITULO DA EXECUCAO ATE 20 CARACTERES: TITULO
READ(3,*) TITULO

READ(3,*) B1,B2,B3,B4
B1=B1/2.54
B2=B2/2.54
B3=B3/2.54
B4=B4/2.54

READ(3,*) D1,D2,D3,D4,D5,D6
D1=D1/2.54
D2=D2/2.54
D3=D3/2.54
D4=D4/2.54
D5=D5/2.54
D6=D6/2.54

READ(3,*) NSP,SL,XLD,XDR,GS,TD,WDL
SL=SL/0.305
XLD=XLD/0.305
GS=GS/0.305
TD=TD/2.54

```

```

WDL=WDL*20.97

READ(3,*) AGRL,AGCT,AGDK,NTIME

READ(3,*) (UTIME(I),I=1,NTIME)

READ(3,*) SSC,DSC,WSC,NSL,NSS,NDS,ASTD,FST
SSC=SSC/2.54
DSC=DSC/2.54
WSC=WSC/2.54
ASTD=ASTD/6.4516
FST=FST/0.00687
READ(3,*) FCI,FCG,FCD,WCG,WCD
FCI=FCI/0.00687
FCG=FCG/0.006867
FCD=FCD/0.006867
WCG=WCG/0.157
WCD=WCD/0.157

READ(3,*) VULT,ESHUG,ESHUD

C
C ESTABELECEER VALORES PARA CONSTANTES
C
C CONSTANTES PARA CURVA TEMPO-COEFICIENTE DE FLUENCIA
DV=10.0
KV=0.6
C
C CONSTANTES PARA CURVA TEMPO-RETRACAO DA LONGARINA
DSG=55.0
KSG=1.0
C
C CONSTANTES PARA CURVA TEMPO-RETRACAO DO TABULEIRO
DSD=35.0
KSD=1.0
C
C CONSTANTES PARA CURVA TEMPO-RESISTENCIA A COMPRESSAO DO TABULEIRO
ALPHD=4.0
BETAD=0.85
C
C CONSTANTES PARA AJUSTAMENTO DA CURVA TEMPO-RETRACAO DO TABULEIRO
DRHO=0.030
AGDSCH=30.
C
C RELACAO ENTRE O EI DA TRANSVERSINA E O DA LONGARINA
ALPHA=1.0
C
C VARIAVEL PARA ARMAZENAR MOMENTO DE RESTRICAO MINIMO
MRIIMIN=1000000.
C
C NUMERO TOTAL DE CABOS
NS=NDS + NSS
C
C AREA TOTAL DOS CABOS
AST=ASTD*NS
C
C CENTROIDE DOS CABOS NO MEIO DO VAO
CE=(NSS*SSC + NDS*WSC)/NS
C
C
C
C 2. DETERMINAR INTERVALOS DE TEMPO
C

```

```

OUTALL=0
IF ((NTIME.EQ.1) .AND. (UTIME(1) .LT.0.0)) THEN
UTIME(1)=-UTIME(1)
OUTALL=1
END IF

C
C   ATE A IDADE DA CONTINUIDADE
      I=1
40   IF (BLIN(I) .GT. AGCT) GO TO 50
      TIR(I)=BLIN(I)
      I=I+1
      GO TO 40
50   NAGESR=I
      TIR(NAGESR)=AGCT

C
C   APOS A IDADE DA CONTINUIDADE
      IBL=1
      ICT=1
      I=1
      TI(I)=AGCT
      ITMIN=0

C
60   I=I+1
      ADAG=AGCT
      IF (IBL.GE.2) THEN
      IF ((BLIN(IBL-1) + AGCT) .LT. BLIN(IBL)) ADAG=0.
      IF ((BLIN(IBL-1) + AGCT) .GE. BLIN(IBL)) ADAG=AGCT
      END IF

C
      IF (UTIME(ICT) .EQ. -1) THEN
      ITMIN=ICT
      ICT=ICT+1
      END IF

C
      IF ((BLIN(IBL) + ADAG) .LT. UTIME(ICT)) THEN
      TI(I)=BLIN(IBL)+ADAG
      IBL=IBL+1
      GO TO 60
      END IF

C
      IF ((UTIME(ICT)) .LT. (BLIN(IBL)+ADAG)) THEN
      TI(I)=UTIME(ICT)
      NT(ICT)=I
      ICT=ICT+1
      IF (ICT.GT.NTIME) GO TO 70
      GO TO 60
      END IF

C
      IF ((UTIME(ICT)) .EQ. (BLIN(IBL)+ADAG)) THEN
      TI(I)=UTIME(ICT)
      NT(ICT)=I
      ICT=ICT+1

```

```

        IBL=IBL+1
        IF (ICT.GT.NTIME) GO TO 70
        GO TO 60
        END IF
C
70    CONTINUE
        NAGES=I
C
C
C    3. CALCULAR PROPRIEDADES GEOMETRICAS DA SECAO
C
C    CIRCUNFERENCIA DA SECAO TRANSVERSAL DA LONGARINA
C    SECAO I OU T
        CIRG=B1+B2+2*(D1-D3-D4-D5)+2*SQRT(B4**2+D4**2)
        CIRG=CIRG+2*SQRT(D5**2+((B2-B3)/2)**2)
        CIRG=CIRG+2*SQRT(D3**2+((B1-B3-2*B4)/2)**2)
        CIRC=CIRG-B1
C    SECAO CAIXAO
        IF ((D3.EQ.0.0).AND.(D5.EQ.0.0)) THEN
            CIRG=B1+B2+2*D1+(B1-B3)+(B2-B3) + 2*(D1-D2-D6)
            CIRC=CIRG-B1
        ENDIF
C
C    SECAO NAO COMPOSTA
C    A(7)=AREA DE CADA ELEMENTO DA SECAO
        A(1)=B1*D2
        A(2)=(2.*B4+B3)*D3
        A(3)=(B1-2.*B4-B3)*D3/2.
        A(4)=2.*B4*D4/2.
        A(5)=B3*(D1-D2-D3-D6)
        A(6)=(B2-B3)*D5/2.
        A(7)=B2*D6
C    Y(7)=DISTANCIA DA FIBRA INFERIOR AO CENTROIDE DE CADA ELEMENTO
        Y(1)=D1-D2/2.
        Y(2)=D1-D2-D3/2.
        Y(3)=D1-D2-D3/3.
        Y(4)=D1-D2-D3-D4/3.
        Y(5)=(D1-D2-D3-D6)/2.+D6
        Y(6)=D5/3.+D6
        Y(7)=D6/2.
C
C    XJ(7)=MOMENTO DE INERCIA DE CADA ELEMENTO
        XJ(1)=B1*D2**3/12.
        XJ(2)=(2.*B4+B3)*D3**3/12.
        XJ(3)=(B1-2.*B4-B3)*D3**3/36.
        XJ(4)=2.*B4*D4**3/36.
        XJ(5)=B3*(D1-D2-D3-D6)**3/12.
        XJ(6)=(B2-B3)*D5**3/36.
        XJ(7)=B2*D6**3/12.
        AG=0.
        DO 80 I=1,7
80    AG=AG+A(I)

```

```

TJ=0.
DO 90 I=1,7
90 TJ=TJ+XJ(I)
YBB=0.
DO 100 I=1,7
100 YBB=YBB+A(I)*Y(I)
YB=YBB/AG
YT=D1-YB
XIGG=0.
DO 110 I=1,7
110 XIGG=XIGG+A(I)*(Y(I)-YB)**2
XIG=TJ+XIGG
VS=AG/CIRG
VSC=AG/CIRC
E=YB-CE
C
C SECAO COMPOSTA
C LARGURA EFETIVA DA FLANGE SUPERIOR
X(1)=SL*12/4.
X(2)=GS*12.
X(3)=TD*12.+B3
BE=10000.
DO 120 I=1,3
IF (BE.GT.X(I)) BE=X(I)
120 CONTINUE
IF ((D3.EQ.0.0).AND.(D5.EQ.0.0)) BE=GS*12.
XNE=SQRT(FCD/FCG)
A(1)=XNE*BE*TD
A(2)=AG
Y(1)=D1+TD/2.
Y(2)=YB
XJ(1)=XNE*BE*TD**3/12.
XJ(2)=XIG
AC=A(1)+A(2)
YBC=(A(1)*Y(1)+A(2)*Y(2))/AC
YTC=D1-YBC
XIGC=XJ(1)+XJ(2)+A(1)*(Y(1)-YBC)**2+A(2)*(Y(2)-YBC)**2
EC=YBC-CE
C
C CALCULAR MOMENTOS DEVIDO A CARGA PERMANENTE
XMG=12.*(AG/144)*WCG*SL**2/8.
WDLT=((AG*WCG+GS*12.*TD*WCD)/144.+WDL*GS)/1000.
XMC=12000.*WDLT*SL**2/8.
C
C
C 4. CALCULAR PERDAS DO TRACIONAMENTO DOS CABOS ATE A TRANSFERENCIA
C DE PROTENSAO
C
IF (NSL.EQ.1) THEN
C ACO DE RELAXACAO NORMAL
RETCON=10
FPY=230000.

```

```

        ENDIF
        IF (NSL.EQ.2) THEN
C      ACO DE BAIXA RELAXACAO
        RETCON=45
        FPY=243000.
        ENDIF
        TEMP=FST/FPY-0.55
C      PERDA DEVIDO A RELAXACAO DO ACO
        IF (TEMP.LT.0.05) TEMP=0.05
        RET=FST*LOG10(24*AGRL)*TEMP/RETCON
C      PERDA DEVIDO AO ENCURTAMENTO ELASTICO
        XNI=29000000./ (33.*(WCG**1.5)*SQRT(FCI))
        FSI=FST-RET
        ESL=XNI*(AST*FSI*(1/AG+E**2/XIG)-XMG*E/XIG)
        ESL=ESL/(1+XNI*(AST*(1/AG+E**2/XIG)))
C
        FST=FST-ESL-RET
        WRITE(4,130) FST*0.00687
130    FORMAT (10X,'TENSAO DO CABO NA TRANSFERENCIA :',5X,F7.1,'MPa'/)
C
C
C      5. CALCULO DE PERDAS DE PROTENSAO ANTES DA CONTINUIDADE
C
        EG=33.*(WCG**1.5)*SQRT(FCG)
        XN=29000000./EG
        UCR=VULT*XN
        SCF=1.145-0.093*VS
        IF (VS.GT.5.0) SCF=0.68
C
        USH=ESHUG*29.0
        SSF=1.13-0.0886*VS
C
        XMM=XMG
        XI=XIG
        ES=E
        AS=AG
C
        DO 140 I=2, NAGESR
        T1=TIR(I-1)
        T2=TIR(I)
C      PERDA DEVIDO A FLUENCIA DO CONCRETO
        PCR=T2**KV/(T2**KV+DV)-T1**KV/(T1**KV+DV)
        FC=AST*FST*(1/AS+ES**2/XI)-XMM*ES/XI
        CR=FC*UCR*SCF*PCR
C      PERDA DE PROTENSAO DEVIDO A RETRACAO DO CONCRETO
        PSH=T2**KSG/(DSG+T2**KSG)-T1**KSG/(DSG+T1**KSG)
        SH=USH*SSF*PSH
C      PERDA DEVIDO A RELAXACAO DO ACO
        TEMP=FST/FPY-0.55
        IF (TEMP.LT.0.05) TEMP=0.05
        TREL=(LOG10(24*(T2+AGRL))-LOG10(24*(T1+AGRL)))*TEMP/RETCON
        RET=FST*TREL

```

```

C
      FST=FST- (CR+SH+RET)
C
      IF ((T2.GE.AGDK).AND.(XMM.EQ.XMG)) THEN
C
ADICIONAR TENSAO DEVIDO A CARGA PERMANENTE DO TABULEIRO
      ADDBACK=XN*(XMC-XMG)*EC/XIGC
      FST=FST+ADDBACK
      XMM=XMC
      SCF=1.145-0.093*VSC
      IF (VSC.GT.5.0) SCF=0.68
      SSF=1.13-0.0886*VSC
      END IF
140  CONTINUE
C
C
C      6. CALCULO DOS MOMENTOS DE RESTRICAO APOS A CONTINUIDADE
C
      IF (AGDK.LE.AGCT) THEN
      XI=XIGC
      ES=EC
      AS=AC
      END IF
C
      WRITE (4,150)
      IF (OUTALL.EQ.1) GO TO 160
      GO TO 170
160  WRITE (4,220) TI (1),0.0,0.0,0.0,0.0,FST*0.00687
C
150  FORMAT (11X,'TEMPO',6X,'MOMENTO',4X,'MOMENTO',5X,'MOMENTO',5X,'MO
*MENTO',6X,'TENSAO',/ 24X,'MREX',8X,'MRIL',8X,'MRIR',8X,'MRII',6X,'
*NO CABO',/ 9X,'(dias)',6X,'(kN-m)',6X,'(kN-m)',6X,'(kN-m)',6X,'(kN
*-m)',7X,'(MPa)')
C
170  MREX (1)=0.0
      MRIL (1)=0.0
      MRIR (1)=0.0
      MRII (1)=0.0
      FST1 (1)=FST
      FST2 (1)=FST
      XNID=29000000./ (33.*(WCD**1.5)*SQRT (FCD))
      UPLT=WDLT*SL*XLD/2.
      BET=XLD/SL
C
      DO 180 I=2,NAGES
      T2=TI (I)
      T1=TI (I-1)
      TAVG= (T1+T2)/2.
C
C      COMPUTO DE INFORMACOES PARA CALCULO DAS PERDAS DE PROTENSAO
C
      PCR=T2**KV/ (T2**KV+DV)-T1**KV/ (T1**KV+DV)

```

```

PSH=T2**KSG/ (T2**KSG+DSG) -T1**KSG/ (T1**KSG+DSG)
SH=USH*SSF*PSH
C
TEMP= (0.5*(FST1(I-1)+FST2(I-1)))/FPY-0.55
IF (TEMP.LT.0.05) TEMP=0.05
TEM2=(LOG10(24*(T2+AGRL))-LOG10(24*(T1+AGRL)))*TEMP/RETCON
C
FATOR DE CORRECAO DA IDADE DO CARREGAMENTO
CLA=1.13*TAVG**(-0.094)
C
FATOR PHI
PHI=VULT*PCR
C
FATOR DO EFEITO DE FLUENCIA PARA A CARGA PERMANENTE E PROTENSAO
CMFC=1-EXP(-PHI*CLA)
C
FATOR DO EFEITO DE FLUENCIA PARA A RETRACAO DIFERENCIAL
CMFS=CMFC/(PHI*CLA)
C
COMPONENTES DE CALCULO PARA MOMENTO DE RESTRICAO
C
1.DEFORMACAO DEVIDO A RETRACAO DIFERENCIAL
IF (T2.LT.AGDK) THEN
XMS(I)=0.0
GO TO 190
END IF
T2D=T2-AGDK
T1D=T1-AGDK
TAVGD=(T1D+T2D)/2.
FCDT=FCD*TAVGD/(ALPHD+BETAD*TAVGD)
EDCK=33.*WCD**1.5*SQRT(FCDT)/1000.
XND=29000./EDCK
C
MODIFICACAO DE DISCHINGER APOS AGDISCH DIAS
IF (T1D.GE.AGDSCH) THEN
XMOD=(1.-EXP(-VULT*XNID*DRHO/(1+DRHO*XND)))/(VULT*XNID*DRHO)
IF (MRII(I-1).GT.0.0) XMOD=1.0
ESHUDM=ESHUD*XMOD
ELSE
ESHUDM=ESHUD
END IF
DSS=ESHUDM*T2D**KSD/(DSD+T2D**KSD)
DSS=DSS-ESHUDM*T1D**KSD/(DSD+T1D**KSD)
DSS=DSS-ESHUG*(T2**KSG/(DSG+T2**KSG)-T1**KSG/(DSG+T1**KSG))
C
IF (T1D.GT.28) THEN
COMP=1.+EDCK*TD*GS*12./(EG*AG/1000.)
DSS=DSS/COMP
END IF
C
XMS(I)=DSS*EDCK*TD*GS*(YTC+TD/2.)/1000000.
C
190 CONTINUE
C
2.FLUENCIA DA CARGA PERMANENTE

```

```

XMDL=XMM/12000.
C
C
3. FLUENCIA DA PROTENSAO
E1=YBC-DSC
E2=YBC-SSC
IF (T2.LE.AGDK) THEN
E1=YB-DSC
E2=YB-SSC
END IF
E3=DSC-WSC
L1=XDR*SL
L2=SL-2.*L1
C
C
3A. VAOS DE EXTREMIDADE
C
CALCULAR PERDAS DE PROTENSAO
XMR1=12000.*MREX(I-1)/2.
FS1=FST1(I-1)
FC1=AST*FS1*(1/AS+ES**2/XI)-(XMM+XMR1)*ES/XI
CR1=FC1*UCR*SCF*PCR
RET1=TEM2*FS1
FST1(I)=FST1(I-1)-(CR1+SH+RET1)
C
FPE1=ASTD*(FST1(I)+FS1)/2.
P11=NDS*FPE1/1000.
P21=NSS*FPE1/1000.
C
XMP1(I)=(P11*(E1+E3*(L1+L2)/SL)+P21*E2)/12
C
C
C
3B. VAOS INTERNOS
C
CALCULAR PERDAS DE PROTENSAO
XMR2=12000.*MR2(I-1)
FS2=FST2(I-1)
FC2=AST*FS2*(1/AS+ES**2/XI)-(XMM+XMR2)*ES/XI
CR2=FC2*UCR*SCF*PCR
RET2=TEM2*FS2
FST2(I)=FST2(I-1)-(CR2+SH+RET2)
C
FPE2=ASTD*(FST2(I)+FS2)/2.
P12=NDS*FPE2/1000.
P22=NSS*FPE2/1000.
C
XMP2(I)=(P12*(E1+E3*(L1+L2)/SL)+P22*E2)/12
C
C
CALCULAR MOMENTOS DE RESTRICAO
C
IF (NSP.EQ.2) BET=1.5*XLD/SL
CEND=-1/(1+BET/ALPHA)
TEMPE=CMFS*1.5*XMS(I)+CMFC*(XMDL-1.5*XMP1(I))
IF (NSP.EQ.2) THEN
MREX(I)=MREX(I-1)+TEMPE*CEND

```

```

GO TO 200
END IF

C
CINT= (-3+6.*(1+BET/ALPHA))/(1.-4.*(1.+BET/ALPHA)*(1.+BET/ALPHA))
TEMPI=CMFS*XMS(I)+CMFC*(2.*XMDL/3.-XMPS2(I))
MRIL(I)=MRIL(I-1)+TEMPI*CINT

C
C
ANALISE PARA LEVANTAMENTO
IF ((XMR1+XMR2)/2.).GE.0.0) SIGN1=1.0
IF ((XMR1+XMR2)/2.).LT.0.0) SIGN1=0.0
IF ((1+BET*SIGN1)*ABS(MREX(I-1))-ABS(MRIL(I-1))).GE.UPLT) THEN
TEMP2=4.*(1.+BET/ALPHA)*TEMPE+3.*(1.+2.*BET/ALPHA)*TEMPI
TEMP2=TEMP2/(1.-8.*(1.+BET/ALPHA))
TEMP3=-2.*TEMPE-3.*TEMPI-4.*TEMP2
IF (NSP.EQ.3) THEN
TEMP2=- (TEMPI+TEMPE)
TEMP3=- (TEMPI+TEMPE)
END IF
MRIL(I)=MRIL(I-1)+TEMP2
MRIR(I)=MRIR(I-1)+TEMP3
MREX(I)=MREX(I-1)+TEMP2
ELSE
C
SEM LEVANTAMENTO
MRIL(I)=MRIL(I-1)+TEMPI*CINT
MRIR(I)=MRIR(I-1)+TEMPI*CINT
MREX(I)=MREX(I-1)+TEMPE*CEND
END IF

C
C
TABULEIRO ADICIONADO DEPOIS QUE SE ESTABELECE CONTINUIDADE PARA
C
MOMENTO POSITIVO
200 IF ((T2.GE.AGDK).AND.(XI.EQ.XIG)) THEN
XI=XIGC
ES=EC
AS=AC
ADDBACK=XN*(XMC-XMG)*EC/XIGC
FST1(I)=FST1(I-1)+ADDBACK
FST2(I)=FST2(I-1)+ADDBACK
XMM=XMC
SCF=1.145-0.093*VSC
IF (VSC.GT.5.0) SCF=0.68
SSF=1.13-0.0886*VSC
END IF

C
C
IF ((ITMIN.NE.0).AND.(MRIL(I).LT.MRIIMIN)) THEN
C
GUARDAR O TEMPO PARA MRIL MINIMO CALCULADO
MRIIMIN=MRIL(I)
NT(ITMIN)=I
END IF

C
C
7. SAIDA DE RESULTADOS
IF (OUTALL.EQ.1) THEN

```

```

FAVG=(FST1(I)+FST2(I))*0.00343
IF (NSP.GT.3) WRITE(4,220) TI(I),MREX(I)*1.356,MRIL(I)*1.356,
*      MRIR(I)*1.356,MRII(I)*1.356,FAVG
IF (NSP.EQ.3) WRITE(4,220) TI(I),MREX(I)*1.356,MRIL(I)*1.356,
*      MRIR(I)*1.356,0.0,FAVG
IF (NSP.EQ.2) WRITE(4,220) TI(I),MREX(I)*1.356,0.,0.,0.,FST1(I)*
*      0.00687
END IF
C
180  CONTINUE
C
IF (OUTALL.EQ.0) THEN
DO 210 I=1,NTIME
II=NT(I)
FAVG=(FST1(II)+FST2(II))*0.00343
IF (NSP.GT.3) WRITE(4,220) TI(II),MREX(II)*1.356,MRIL(II)*1.356,
*      MRIR(II)*1.356,MRII(II)*1.356,FAVG
IF (NSP.EQ.3) WRITE(4,220) TI(II),MREX(II)*1.356,MRIL(II)*1.356,
*      MRIR(II)*1.356,0.0,FAVG
IF (NSP.EQ.2) WRITE(4,220) TI(II),MREX(II)*1.356,0.,0.,0.,
*      FST1(II)*0.00687
210  CONTINUE
END IF
C
220  FORMAT(5X,F10.0,5F12.1)
C
C
STOP
END

```


CONTRIBUIÇÃO AO CÁLCULO DOS MOMENTOS FLETORES
DEPENDENTES DO TEMPO EM VIGAS DE PONTES
PRÉ-MOLDADAS PROTENDIDAS COM A CONTINUIDADE
ESTABELECIDADA NO LOCAL

AUTOR: Eng.^o JOEL MARCOS MACHADO DE ANDRADE