

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS

**FLEXÃO SIMPLES EM SEÇÕES DE CONCRETO
ARMADO: DIMENSIONAMENTO E ANÁLISE
DE CUSTO DE MATERIAIS**

DANIEL HELBIG

DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos,
da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para
obtenção do Título de Mestre em Engenharia de Estruturas.

ORIENTADOR: Prof. Dr. Libânio Miranda Pinheiro

São Carlos

1994

FOLHA DE APROVAÇÃO

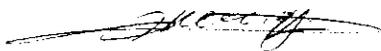
Dissertação defendida e aprovada em 20/12/1994
pela Comissão Julgadora:



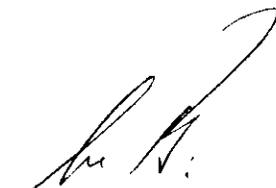
Prof.Dr. LIBANIO MIRANDA PINHEIRO (Orientador)
(Escola de Engenharia de São Carlos - USP)



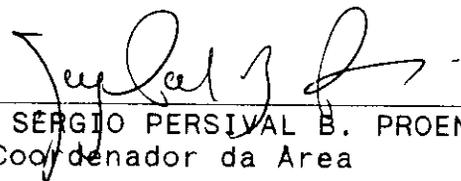
Prof.Dr. ROBERTO CHUST CARVALHO
(Universidade Federal de São Carlos)



Prof.Dr. ROBERTO LUIZ DE ARRUDA BARBATO
(Escola de Engenharia de São Carlos - USP)



Prof.Dr. JURANDYR POVINELLI
Presidente da CPG



Prof.Dr. SÉRGIO PERSIVAL B. PROENÇA
Coordenador da Área

**Dedico este trabalho
a meus queridos pais,
Eduardo e Wilma.**

AGRADECIMENTOS

Agradeço à Escola de Engenharia de São Carlos, por possibilitar a realização deste trabalho. Agradeço àquele que de uma ou de outra forma sempre está presente em nossas vidas, nos proporcionando viver, trabalhar e crescer como seres humanos, nosso Senhor Jesus Cristo.

Quero também agradecer àqueles que, de uma maneira ou de outra, participaram, colaboraram ou acompanharam este trabalho:

- ao meu orientador, Prof. Dr. Libânio Miranda Pinheiro, pela disposição, interesse, paciência, orientação e pela oportunidade de ter sido seu orientado;
- aos funcionários do Departamento de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos, pela colaboração na elaboração deste trabalho; ao Francisco Carlos Guete de Brito e à Sylvia Helena Morette Villani pela colaboração nos desenhos, à Maria Nadir Minatel e aos funcionários da Biblioteca Central pela ajuda na pesquisa bibliográfica;
- aos colegas de estudo, pelo auxílio e pela paciência dispensada; em especial ao Antônio Jorge de Assunção Caldas e ao Francisco Tadeu Ferreira do Nascimento, grandes amigos;
- aos meus pais que sempre estiveram ao meu lado, dando-me todo o apoio necessário e incentivando-me em continuar meus estudos;
- à Coordenadoria de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES, a Bolsa de Mestrado.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	x
LISTA DE TABELAS	xiv
LISTA DE ABREVIATURAS, SIGLAS E SÍMBOLOS	xvii
RESUMO	xx
ABSTRACT	xxi
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Generalidades	1
1.2 Objetivos	5
1.3 Planejamento	6
2 HIPÓTESES DE CÁLCULO	7
2.1 Estados limites	7
2.1.1 Estado limite último	7
2.1.2 Estado limite de utilização	8
2.2 Deformações da peça	8
2.2.1 Manutenção da seção plana	9
2.2.2 Solidariedade dos materiais	10
2.2.3 Encurtamento último do concreto	10
2.2.4 Alongamento último da armadura	11
2.3 Domínios de deformação	11
2.3.1 Reta a	13
2.3.2 Domínio 1	13
2.3.3 Domínio 2	14
2.3.4 Domínio 3	15

2.3.5	Domínio 4	18
2.3.6	Domínio 4a	19
2.3.7	Domínio 5	20
2.3.8	Reta b	21
2.4	Diagramas tensão-deformação do concreto	21
2.4.1	Distribuição parabólica-retangular	23
2.4.2	Diagrama retangular	24
2.4.3	Diagrama triangular-retangular	27
2.4.4	Variação da linha neutra	28
2.5	Diagramas tensão-deformação dos aços	28
2.5.1	Aço classe A	29
2.5.2	Aço classe B	32
2.5.3	Distinção entre aço classe A e classe B	34
2.5.4	Desvantagens do aço CA-50B em relação ao aço CA-50A	34
2.5.5	CEB-90 e EUROCODE-2/89	35
2.5.6	Barras e fios	36
2.5.7	Valores limites	37
3	FLEXÃO PURA EM SEÇÃO RETANGULAR	39
3.1	Generalidades	39
3.1.1	Etapas de cálculo	39
3.1.2	Cálculo dos esforços	40
3.1.3	Métodos para verificação da segurança	41
3.2	Equações gerais	42
3.2.1	Equações de equilíbrio	42
3.2.2	Resultante de compressão	44
3.3	Armadura simples	51
3.3.1	Usando equações de equilíbrio	51
3.4	Tabelas para armadura simples	53

3.4.1	Coeficiente k_c	53
3.4.2	Coeficiente k_g	55
3.4.3	Coeficiente $\beta_{x,\text{lim}}$	57
3.5	Armadura dupla	58
3.5.1	Generalidades	58
3.6	Tabelas para armadura dupla	60
3.6.1	Coeficiente k_{d2}	61
3.6.2	Coeficiente k'_s	62
3.6.3	Utilização dos coeficientes k_{d2} e k'_s	63
4	FLEXÃO PURA EM SEÇÃO T	66
4.1	Ocorrência	66
4.2	Largura colaborante	70
4.3	Seção retangular e seção T verdadeira	75
4.4	Dimensionamento	76
4.4.1	Linha neutra situada na mesa	77
4.4.2	Linha neutra situada na alma e $b_f/b_w \geq 5$	77
4.4.3	Linha neutra situada na alma e $b_f/b_w < 5$	82
4.4.4	Cálculo prático de seções T	86
4.5	Exemplo numérico	94
4.5.1	Resolução usando tabelas apresentadas em 4.4.4	94
4.5.2	Resolução fazendo-se uso do exposto em 4.4.3	95
5	DISPOSIÇÕES CONSTRUTIVAS	99
5.1	Dimensões mínimas	100
5.2	Fundamentos da armadura	100
5.2.1	Objetivos da armação	103
5.2.2	Disposição mais favorável da armadura	104
5.2.3	Acumulos de barras da armadura	104

5.2.4 Racionalização da armadura	105
5.3 Vigas	106
5.3.1 Princípios básicos	107
5.3.2 Armadura mínima para flexão	107
5.3.3 Armadura mínima para cisalhamento	110
5.3.4 Armadura máxima	111
5.3.5 Sistema prático de detalhar as barras longitudinais nas vigas de edifícios	111
5.3.6 Desenho da armação	115
5.4 Espaçamento entre barras longitudinais e estribos	116
5.5 Proteção das barras	117
5.5.1 Como garantir o cobrimento	119
5.6 Juntas	121
5.6.1 Espaçamento entre as juntas	121
5.6.2 Materiais para a confecção da junta	122
5.6.3 Junta elástica nos pilares e nas vigas	123
6 APLICAÇÃO NUMÉRICA	124
6.1 Pré-dimensionamento das lajes	125
6.2 Ações consideradas	126
6.3 Reações de apoio	127
6.4 Ações nas vigas	128
6.5 Armadura longitudinal	130
6.5.1 Disposição da armadura na seção	132
6.5.2 Deslocamento do momento de cálculo	136
6.6 Ancoragem	137
6.6.1 Barras prolongadas até o apoio	138
6.6.2 Força de ancoragem no apoio	138
6.6.3 Ancoragem da armadura transversal	140

6.7	Traspasse	141
6.7.1	Cálculo do comprimento da emenda	141
6.8	Dimensionamento à força cortante de acordo com o texto base da NB-1/93	142
6.9	Comprimento das barras longitudinais	147
6.10	Consumo de material	149
7	CONCLUSÕES	154
	ANEXO A	156
A.1	Demonstração de cálculo	156
A.2	Diâmetro das barras	163
A.3	Espaçamento entre as barras longitudinais	163
A.4	Deslocamento do momento de cálculo	165
A.5	Ancoragem	167
A.6	Traspasse	168
A.7	Estribos	168
A.8	Comprimento das barras longitudinais	171
A.9	Verificações	174
A.10	Consumo de material	176
	BIBLIOGRAFIA	177

LISTA DE FIGURAS

□ Capítulo 2: Hipóteses de cálculo

Figura 2.1 - Compatibilidade de deformações	9
Figura 2.2 - Encurtamento último do concreto	11
Figura 2.3 - Domínios de deformação	12
Figura 2.4 - Domínios de deformação - posições da linha neutra	12
Figura 2.5 - Reta a	13
Figura 2.6 - Domínio 1	14
Figura 2.7 - Domínio 2	15
Figura 2.8 - Domínio 3	16
Figura 2.9 - Diagrama dos aços classe A e classe B	17
Figura 2.10 - Domínio 4	18
Figura 2.11 - Domínio 5	20
Figura 2.12 - Reta b	21
Figura 2.13 - Resistência do concreto em função do tempo	23
Figura 2.14 - Diagrama parábola-retângulo	24
Figura 2.15 - Tipos diversos de seções	25
Figura 2.16 - Diagrama retangular de tensões NBR-6118/82 e CEB-90	26
Figura 2.17 - Diagrama triangular-retangular	27
Figura 2.18 - Aço classe A	29
Figura 2.19 - Diagrama simplificado	30
Figura 2.20 - Aço classe B	32
Figura 2.21 - Diagrama simplificado	33
Figura 2.22 - Comparações do aço CA-50A e CA-50B	35
Figura 2.23 - Diagrama tensão-deformação	36

□ Capítulo 3: Flexão pura em seção retangular

Figura 3.1 - Deformações e tensões no concreto	42
Figura 3.2 - Equivalência admitida	43
Figura 3.3 - Decomposição da seção	43
Figura 3.4 - Diagrama tensão-deformação do concreto	44
Figura 3.5 - Sub-domínio 2a	45
Figura 3.6 - Posição da resultante de compressão	46
Figura 3.7 - Sub-domínio 2b	47
Figura 3.8 - Centro de gravidade da seção	48
Figura 3.9 - Diagrama de deformações	49
Figura 3.10 - Armadura de tração e de compressão	59
Figura 3.11 - Armadura dupla - deformações	62
Figura 3.12 - Flexão simples - armadura dupla	64

□ Capítulo 4: Flexão pura em seção T

Figura 4.1 - Piso usual de edifício - laje superior	66
Figura 4.2 - Piso de edifícios em casos especiais - laje inferior	67
Figura 4.3 - Redução dos momentos fletores nos apoios	67
Figura 4.4 - Laje dupla	68
Figura 4.5 - Seção de ponte contínua - seção caixão	69
Figura 4.6 - Seção usual de ponte biapoiada	69
Figura 4.7 - Distribuição de tensões na laje	70
Figura 4.8 - Largura colaborante	72
Figura 4.9 - Largura fictícia b_f da nervura	73
Figura 4.10 - Nervura interna	73
Figura 4.11 - Nervura externa	73
Figura 4.12 - Vigas assimétricas	75
Figura 4.13 - Viga T - subdivisão	76
Figura 4.14 - Linha neutra cortando a mesa	77

Figura 4.15 - Linha neutra fora da mesa	78
Figura 4.16 - Dimensionamento simplificado	79
Figura 4.17 - Deformações no concreto e na armadura	80
Figura 4.18 - Coeficiente ψ	83
Figura 4.19 - Obtenção de b_0	86
Figura 4.20 - Seção retangular	86
Figura 4.21 - Linha neutra ultrapassando a espessura da mesa	87
Figura 4.22 - Seção T com armadura simples	89
Figura 4.23 - Seção T com armadura dupla	90
Figura 4.24 - Armadura de costura para lajes comprimidas ou tracionadas em vigas T (a) e formas possíveis para diferentes seções transversais (b)	92
Figura 4.25 - Configuração fissurada em lajes de vigas T contínuas	93
Figura 4.26 - Viga T: exemplo	94
□ Capítulo 5: Disposições construtivas	
Figura 5.1 - Sistema de explosão da armadura	102
Figura 5.2 - Diagramas de deformações e de tensões	108
Figura 5.3 - Como curvar as barras	112
Figura 5.4 - Curvamento das barras que se prolongam até o apoio extremo da viga	113
Figura 5.5 - Nos apoios centrais	113
Figura 5.6 - Sob a ação de carga concentrada	114
Figura 5.7 - Apoios extremos	114
Figura 5.8 - Viga com armadura simples	115
Figura 5.9 - Espaçamento entre as barras	117
Figura 5.10 - Cobrimento das barras: armadura de pele	119
Figura 5.11 - Dispositivos para segurar armadura	120
Figura 5.12 - Juntas nos pilares	123

Figura 5.15 - Juntas nas vigas	123
--------------------------------------	-----

□ Capítulo 6: Aplicações

Figura 6.1 - Pavimento em análise	124
Figura 6.2 - Lajes - reações de apoio (kN/m)	128
Figura 6.3 - Reações e momentos fletores nas vigas	130
Figura 6.4 - Disposição armadura simples e dupla VI(20xh)	133
Figura 6.5 - Disposição armadura simples e dupla VE(15xh)	133
Figura 6.6 - Esquema barras longitudinais	134
Figura 6.7 - Armadura transversal - disposição longitudinal	146
Figura 6.8 - Armadura transversal - disposição na seção	147
Figura 6.9 - Fôrmas	150
Figura 6.10 - Custo do material, individual e total, em R\$ por pavimento	152
Figura 6.11 - Custo total por pavimento com reaproveitamento de fôrmas ...	152

□ Anexo: A

Figura A.1 - Diagrama de esforços	158
Figura A.2 - Distribuição da armadura longitudinal na seção transversal	162
Figura A.3 - Espaçamento entre as barras longitudinais	164
Figura A.4 - Estribos: distribuição longitudinal	170
Figura A.5 - Faixas relativas as barras longitudinais	171
Figura A.6 - Armadura na seção	172
Figura A.7 - Barras: esquema longitudinal	173

LISTA TABELAS

□ Capítulo 2: Hipóteses de cálculo

Tabela 2.1 - Valores de ϵ_{yd} e $\beta_{x3,lim}$	17
Tabela 2.2 - Posição da linha neutra domínio 5	20
Tabela 2.3 - Valores de γ_c	27
Tabela 2.4 - Variação da linha neutra	28
Tabela 2.5 - Valores de cálculo para os aços classe A	30
Tabela 2.6 - Aços classe A	31
Tabela 2.7 - Resistência característica do aço à compressão	31
Tabela 2.8 - Aços classe B	34
Tabela 2.9 - Valores limites de deformação e posição da linha neutra nos domínios 2 e 3	37
Tabela 2.10 - Limite de proporcionalidade e deformação específica de cálculo dos aços classe B	38

□ Capítulo 3: Flexão pura em seção retangular

Tabela 3.1 - Valores de \underline{z} em função dos domínios de deformação	52
Tabela 3.2 - Valores de k_c	54
Tabela 3.3 - Valores de $k_{c,lim}$ em kN/cm^2	55
Tabela 3.4 - Coeficientes k_{s2} e k_s' para $\beta_x = \beta_{x,lim}$	65
Tabela 3.5 - Valores de σ'_{sd} em MPa	65

□ Capítulo 4: Flexão pura em seção T

Tabela 4.1 - Valores do parâmetro a	74
Tabela 4.2 - Deformação de início de escoamento	79

Tabela 4.3 - Largura b_e da viga retangular equivalente à viga T	85
Tabela 4.4 - Dimensionamento de seção retangular	96
Tabela 4.5 - Processo de tentativas	98
□ Capítulo 5: Disposições construtivas	
Tabela 5.1 - Abreviaturas utilizadas para especificar o desenho	100
Tabela 5.2 - Designação padrão	101
Tabela 5.3 - Valor de $A_{s,min}$ ($b_w h$) %	109
Tabela 5.4 - Área mínima de aço	110
Tabela 5.5 - Cobrimento das barras (item 6.3.3.1 da NBR 6118/82)	118
□ Capítulo 6: Aplicações	
Tabela 6.1 - Vigas: características, carregamentos e reações de apoio	131
Tabela 6.2 - Vigas: momentos característicos e armadura	132
Tabela 6.3 - Diâmetro mínimo das barras longitudinais	135
Tabela 6.4 - Espaçamento entre as barras na horizontal e vertical	136
Tabela 6.5 - Ancoragem: comprimento, diâmetro das barras	140
Tabela 6.6 - Valores de ψ_s	142
Tabela 6.7 - Porcentagem mínima de armadura transversal	143
Tabela 6.8 - Estribos: especificações	146
Tabela 6.9 - Barras longitudinais: comprimento	148
Tabela 6.10 - Aço CA-50B: peso por metro e valor	149
Tabela 6.11 - Concreto e fôrma: valores	149
Tabela 6.12 - Consumo de material por viga	150
Tabela 6.13 - Consumo de material por pavimento	151
Tabela 6.14 - Custo por pavimento	151
Tabela 6.15 - Custo total de um pavimento com reaproveitamento de fôrmas	153
Tabela 6.16 - Consumo de material por metro quadrado de área estrutural	

da e por metro cúbico de concreto	153
---	-----

□ Anexo: A

Tabela A.1 - Viga nº 3 (20x55) cm: detalhes	156
Tabela A.2 - Esforço cortante e momento fletor característico	158
Tabela A.3 - Valores de M_d , área de aço e diâmetro das barras	163
Tabela A.4 - Espaçamento entre as barras	164
Tabela A.5 - Ancoragem das barras	167
Tabela A.6 - Estribos	170
Tabela A.7 - Barras: comprimento com e sem ancoragem	172
Tabela A.8 - Barras: comprimento	173
Tabela A.9 - Número de barras e comprimento	174
Tabela A.10 - Consumo de material	176

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ACI	-	American Concrete Institute
CEB	-	Comité Euro-Internacional Du Beton
EUROCODE	-	Commission Of The European Communitities
NB	-	Norma Brasileira
NBR	-	Norma Brasileira Registrada

LISTA DE SÍMBOLOS

- A_s - área da seção transversal da armadura longitudinal tracionada
 A'_s - área da seção transversal da armadura longitudinal comprimida
 ℓ_0 - distância entre as seções de momento fletor nulo
 CA - concreto armado
 d - altura útil da seção transversal
 d' - distância do ponto de aplicação da resultante de compressão na armadura longitudinal ao ponto de maior encurtamento de uma seção transversal de peça fletida, medida normalmente à linha neutra
 E_s - módulo de deformação longitudinal do aço
 f_c - resistência à compressão do concreto
 f_{cd} - resistência de cálculo do concreto à compressão
 f_{ck} - resistência característica do concreto à compressão
 f_y - resistência de escoamento do aço à tração
 f_{yk} - resistência característica do aço à compressão
 f_{yk} - resistência característica do aço à tração
 ϵ - deformação específica
 ϵ_c - deformação específica do concreto à compressão
 ϵ_s - deformação específica do aço à tração
 ϵ'_s - deformação específica do aço à compressão
 ϵ_{yd} - deformação específica de escoamento de cálculo do aço
 ϵ_{sd} - deformação específica de cálculo do aço
 ϵ_{yk} - deformação específica característica de escoamento do aço
 R_s - resultante das tensões de tração na armadura longitudinal
 R'_s - resultante das tensões de compressão na armadura longitudinal
 R_c - resultante das tensões de compressão no concreto

 x - distância da linha neutra ao ponto de maior encurtamento, na seção transversal de uma peça fletida
 y - altura do diagrama retangular de tensões de compressão do concreto, na seção transversal de uma peça fletida
 z - distância entre a resultante de compressão do concreto e a resultante de tração do aço

- α_i - coeficiente genérico
- γ_c - coeficiente de minoração da resistência do concreto
- γ_f - coeficiente de segurança
- γ_s - coeficiente de minoração da resistência do aço
- δ - coeficiente de variação
- σ - tensão normal
- σ_s - tensão normal de tração na armadura
- σ_c - tensão normal de compressão no concreto
- σ_{cd} - tensão normal de compressão no concreto de cálculo
- σ_c' - tensão normal de tração no concreto
- η - razão; coeficiente
- ω - taxa mecânica da armadura

Índices gerais:

- c - concreto, compressão
- d - de cálculo
- e - efetivo; estribo
- f - mesa da viga de seção T
- k - característico
- s - aço; barra da armadura
- t - tração; transversal
- u - último
- w - alma das vigas
- y - escoamento

Índice formado de abreviações:

- cal - calculado
- inf - inferior
- sup - superior
- lim - limite
- máx - máximo
- min - mínimo

RESUMO

No presente trabalho apresentam-se as condições básicas para o dimensionamento de estruturas de concreto armado submetidas à flexão simples. Estas condições englobam desde conhecer os materiais utilizados nas estruturas de concreto armado, suas características e suas aplicações dentro da construção civil, buscando-se melhor aproveitar estes materiais.

Os métodos empregados para a resolução dos problemas referem-se à aplicação das equações de equilíbrio de forças e de momentos, podendo-se também, para simplificação de cálculo, utilizar tabelas auxiliares.

Busca-se também demonstrar algumas falhas que existem na NBR-6118/82, contra a segurança das estruturas no que tange ao dimensionamento da armadura mínima necessária à flexão.

Apresenta-se exemplo buscando comparar métodos de cálculo de seções T submetidas a flexão simples.

A resolução completa das vigas de seção retangular, submetidas a flexão simples, geradas através da análise de um projeto piloto, também é apresentada.

Finalmente, são feitas comparações de custo de material, envolvendo as vigas apresentadas no projeto piloto, visando conhecer as alturas relativas para as quais se pode ter um dimensionamento mais econômico.

ABSTRACT

In this work are presented the basic conditions to the design of reinforced concrete structures submitted to simple flexion. These conditions comprise since knowing the materials used in the reinforced concrete structures, their characteristics and applications in civil construction, seeking for a better use of these materials.

The methods used to solve the problems refer to the application of forces and moments equilibrium equations, being possible also, the use auxiliary tables to simplify the calculus.

It's intended also to show some faults in NBR-6118/82, against the structures safety, related to the computation of minimum reinforced necessary to flexion.

An example is presented to compare computation methods for T-sections submitted to simple flexion.

The complete resolution of rectangular section beams, submitted to simple flexion, generated by the analysis of an usual building floor is presented.

Finally, cost of materials are compared, involving the beams presented in the example, with the objective of knowing the relative heights with ones it is possible to have a more economic design.

1 INTRODUÇÃO

1.1 GENERALIDADES

As primeiras peças de concreto armado foram construídas na França, na metade do século XIX. Porém, sua efetiva utilização na construção civil somente teve início nas proximidades do século XX.

A necessidade da criação de uma pedra artificial, que fosse resistente, econômica e durável como uma pedra natural e que além disso oferecesse como vantagem a possibilidade de ser moldada nas dimensões e nas formas desejadas, incentivou o surgimento do concreto.

O desenvolvimento do cimento teve origem nas pesquisas de Smeaton e Parker, no século XVIII. Estudos e experiências de Vicat e Aspdin, em 1824, na Inglaterra, possibilitaram a produção industrial e esse material ficou conhecido como cimento Portland. Em 1845, Johnson produziu um cimento de mesmo tipo que o utilizado hoje.

Constatou-se rapidamente que essa pedra possuía uma grande resistência à compressão, mas sua resistência à tração não era satisfatória, tornando necessária a adição de armadura.

Pressume-se que por volta de 1850, J. L. Lambot (ACI, 1971) efetuou as primeiras experiências práticas do efeito da introdução de armaduras na massa de concreto para construção de barcos. Também é dessa época a construção de uma parede de argamassa nas Forjarias Carcês, departamento do Var, sul da França, parede essa armada com um grande número de barras de aço de pequeno diâmetro. Nos primórdios do ano de 1855, Lambot solicita patente para seu barco construído com argamassa de cimento e armaduras de aço.

François Coignet obtém, em 1861, patente para execução de peças de concreto armado. Também no ano de 1861, J. Monier construiu vasos de flores, moldados em concreto e com armaduras de arame.

O norte-americano Ward construiu em Nova York, no ano de 1873, uma casa de concreto armado que, segundo os historiadores, existe até os dias de hoje. Outro norte-americano, Thaddeus Hyatt, advogado, motivado por uma série de ensaios iniciados no ano de 1850, obteve em 1877 patente para um sistema de execução de vigas de concreto e aço, no qual a posição das barras previa os efeitos da tração e do cisalhamento, sugerindo o uso de estribos e de barras dobradas.

Hennebique constrói na França, em 1880, a primeira laje armada com barras de aço de seção circular. Firmas alemãs, entre elas Wayss e Freytag, adquiriram em 1884 e em 1885, patentes de Monier, para emprego na Alemanha e na Áustria.

A primeira publicação sobre cálculo de concreto armado, que se tem conhecimento, data de 1886, escrita por Könen, na Alemanha. Em 1892, Hennebique registra patente da primeira viga com utilização de estribos, como as atuais.

Rabut, na França, em 1897, ministra o primeiro curso sobre concreto armado, na École des Ponts et Chaussées.

Emil Mörsch, que foi Professor na Universidade de Stuttgart de 1916 até 1948, publicou em 1902, por incumbência da firma Wayss & Freytag, uma descrição com bases científicas do comportamento do então chamado "concreto de ferro" e,

partindo de resultados de ensaios, desenvolveu a primeira teoria realista sobre dimensionamento de peças de concreto armado (MÖRSCH, 1901).

Surge na Alemanha, em 1904, a primeira norma sobre concreto armado.

Como se pode observar, o desenvolvimento do concreto armado ocorreu no final do século XIX e continuou no início do século XX. Destaca-se uma obra, projetada e construída por Hennebique, que marcou época e foi, durante muitos anos, recorde em seu gênero: a Ponte Del Risorgimento (1911), em Roma, com 100 metros de vão, formada por um arco bastante abatido, com flecha de um décimo do vão.

No Brasil, a primeira obra data de 1908; foi uma ponte de 9 metros de vão, executada no Rio de Janeiro pelo empreiteiro Echeverria, com projeto de Hennebique.

Riedlinger, alemão, técnico de nível médio, fundou em 1912, no Rio de Janeiro, a **Companhia Construtora de Concreto Armado**, executando diversas obras importantes. Emílio Henrique Baumgart, que teve sua formação fortemente influenciada por Riedlinger, deixou um vasto acervo de obras importantes, com diversos recordes de tamanho e originalidade. Dentre as obras de destaque de Baumgart, tem-se:

a) Ponte sobre o Rio do Peixe, construída em 1928, com a finalidade de ligar os municípios de Joaçara e Herval do Oeste, em Santa Catarina, inicialmente denominada Ponte do Herval e, posteriormente, Ponte Emílio Baumgart. Foi recorde mundial de vão em viga reta de concreto armado, 68 metros, e construída por processo original, hoje denominado de balanços sucessivos. A mesma foi tombada pelo patrimônio histórico nacional, pelo seu pioneirismo em termos de engenharia nacional e internacional. Em 1983, com a enchente do Rio do Peixe, a famosa ponte foi arrastada pelas águas, morrendo assim esse patrimônio histórico.

b) Edifício A Noite, construído no Rio de Janeiro, entre 1928 e 1930, com 22 pavimentos; foi considerado, na época, o maior edifício em concreto armado do mundo.

Destaca-se também o desenvolvimento da arquitetura, que com sua riqueza de formas e arrojo incomum, exigiu da Engenharia de Estruturas soluções que forçaram seu avanço cada vez maior. Oscar Niemayer, além de dignificar as estruturas de concreto, também transformou-as em verdadeiras obras de arte.

Nos dias atuais, onde a cada instante estamos diante de novas descobertas, é imprescindível que os conceitos referentes ao dimensionamento de peças de concreto armado sejam atualizados. Dessa forma, há necessidade de atualizar o cálculo no estado limite último, visando o acompanhamento das recentes modificações nas normas nacionais e internacionais.

É evidente a escassez de bibliografia atualizada sobre concreto armado.

1.2 OBJETIVOS

A escassez de bibliografia atualizada sobre concreto armado, associada às mudanças nas normas nacionais e internacionais, torna necessário:

- a) Buscar atualizar o cálculo na ruína de seções submetidas a solicitações normais.
- b) Elaborar texto didático.
- c) Aperfeiçoar os conhecimentos sobre os materiais que envolvem o composto concreto armado.
- d) Gerar condições para dimensionamento de seções retangulares submetidas à flexão simples através do uso das equações de equilíbrio e, também através do uso de tabelas.
- e) Expandir o conceito e a utilização de vigas T às construções usuais.
- f) Buscar condições que levem à economia através de um melhor conhecimento dos aspectos construtivos.
- g) Mostrar a relação que existe entre o consumo de concreto, aço e fôrma, em função da variação da altura da seção.
- h) Formar condicionantes que levem a situações econômicas.

1.3 PLANEJAMENTO

As hipóteses de cálculo são estudadas no capítulo 2, sendo que o mesmo engloba ainda definições básicas dos estados limites e dos domínios de deformação. Também são apresentados os diagramas tensão-deformação do concreto e do aço. De forma genérica, pode-se dizer que esse capítulo forma a espinha dorsal do texto, ou seja, dá sustentação aos capítulos posteriores.

No capítulo 3 faz-se uma análise das seções retangulares submetidas à flexão pura. Apresentam-se as equações gerais de equilíbrio, visando chegar-se ao cálculo da armadura simples ou dupla para a seção. São também apresentados os coeficientes básicos para a utilização de tabelas.

As seções em forma de T, submetidas também à flexão pura, são abordadas no capítulo 4. Busca-se definir a ocorrência dessas seções em projetos, especificando sua largura colaborante. Faz-se também, nesse, a distinção entre seção T verdadeira e seção retangular.

O capítulo 5 trata das disposições construtivas. Visa dar condicionantes mínimas e máximas para que se possa ter um bom projeto.

A aplicação numérica é apresentada no capítulo 6, através de um projeto piloto, e procura demonstrar na prática o que foi apresentado nos capítulos anteriores. Busca resultados práticos para o que foi desenvolvido até o momento através da análise de diversas vigas.

O capítulo 7 traz as conclusões, ou seja, é a análise detalhada dos resultados obtidos. Neste capítulo busca-se comparar os resultados obtidos e também verificar se foi ou não atingido o objetivo do trabalho.

2 HIPÓTESES DE CÁLCULO

2.1 ESTADOS LIMITES

Diz-se que uma estrutura ou parte dela atinge um estado limite quando, de modo efetivo ou convencional, se torna inutilizável ou, então, quando deixa de satisfazer às condições previstas para sua utilização.

As estruturas de concreto armado devem ser dimensionadas e verificadas, não somente em função da segurança que possam oferecer, devido à sua capacidade resistente, como também pela aceitação de seu comportamento nas condições de serviço.

Dessa forma, definem-se basicamente dois tipos de estados limites para uma estrutura: o estado limite último ou de ruína e o estado limite de utilização ou de serviço.

2.1.1 ESTADO LIMITE ÚLTIMO

Corresponde à inutilização da estrutura, caracterizando-se por ocorrência de uma das seguintes situações:

a) ruína da estrutura por ruptura de uma seção transversal crítica; pode acarretar por exemplo desabamentos, nos casos de vigas simplesmente apoiadas;

b) ruína da estrutura decorrente de deformações plásticas excessivas em determinadas seções; é uma das causas de colapso de estruturas hiperestáticas, ocasião em que se forma um mecanismo de ruína ou uma cadeia cinemática;

c) tombamento da estrutura ou de uma de suas partes que, por exemplo, pode ser ocasionada por falha de ancoragem;

d) flambagem ou abaulamento de uma parte (principalmente no caso de compressão excêntrica), gerando a instabilidade da estrutura;

e) instabilidade como consequência de grandes deslocamentos;

f) destruição por fadiga, no caso de solicitação dinâmica, ou por deformações plásticas decorrentes de deformação lenta.

O estado limite último pode surgir também em decorrência de fogo, explosões ou terremotos, situações que devem ser consideradas quando for o caso.

2.1.2 ESTADO LIMITE DE UTILIZAÇÃO

Corresponde à colocação da estrutura em más condições de utilização, levando-se em consideração a durabilidade, o funcionamento e a estética. Caracteriza-se por:

a) deformações excessivas, especialmente flechas, que impeçam a utilização normal da obra ou causem danos aos elementos não estruturais;

b) fissuração excessiva;

c) vibrações intoleráveis;

d) penetração de água ou umidade;

e) corrosão no concreto ou no aço.

2.2 DEFORMAÇÕES DA PEÇA

As hipóteses básicas para o cálculo no estado limite último, nos casos de flexão simples ou composta, normal ou oblíqua, e de compressão ou tração uniforme, excluídas as vigas-parede, são apresentadas a seguir.

2.2.1 MANUTENÇÃO DA SEÇÃO PLANA

Nas peças de concreto submetidas a solicitações normais, admite-se a validade da hipótese de manutenção da forma plana da seção transversal (Lei de BERNOULLI) até o estado limite último, desde que seja mantida a relação

$$\frac{\ell_0}{d} > 2 \quad (2.1)$$

sendo:

ℓ_0 = distância entre as seções de momento fletor nulo;

d = altura útil da seção transversal.

Partindo-se dessa hipótese, as deformações específicas longitudinais são, em cada ponto, proporcionais à distância até a linha neutra da seção, situação que é válida inclusive quando a peça alcança o estado limite último (ver figura 2.1).

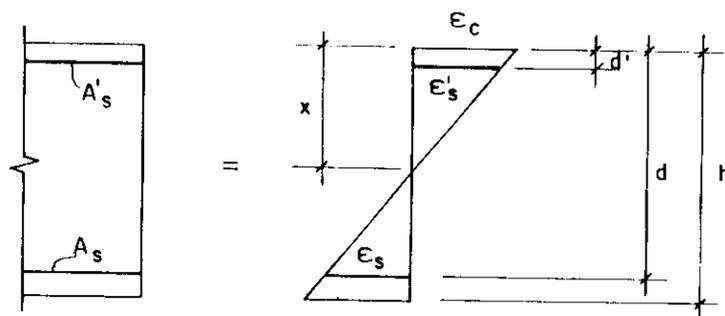


Figura 2.1 Compatibilidade de deformações

Utilizando-se a equação de compatibilidade de deformações

$$\frac{x}{\epsilon_c} = \frac{d}{\epsilon_c + \epsilon_s},$$

a posição da linha neutra fica sendo dada por:

$$x = \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_c + \varepsilon_s} d \quad (2.2)$$

O coeficiente adimensional β_x relaciona a profundidade da linha neutra com a altura útil da peça

$$\beta_x = \frac{x}{d}$$

e, fazendo-se uso desse coeficiente na relação 2.2, vem:

$$\beta_x = \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_c + \varepsilon_s} \quad (2.3)$$

2.2.2 SOLIDARIEDADE DOS MATERIAIS

Como fundamento lógico, admite-se a existência de uma perfeita solidariedade entre as barras da armadura e o concreto que as envolve.

Partindo-se desse princípio, a deformação específica de uma barra da armadura é igual à deformação específica do concreto que lhe é adjacente.

2.2.3 ENCURTAMENTO ÚLTIMO DO CONCRETO

Independente da resistência do concreto, segundo a NBR-6118/82, o encurtamento específico de ruptura vale:

- a) 0,35% para os casos de flexão simples;
- b) 0,20% para os casos de compressão axial.

Na compressão excêntrica, ϵ_c abrange uma variação conforme se mostra na figura 2.2.

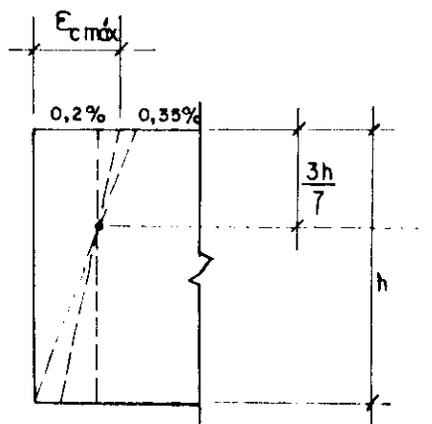


Fig. 2.2 Encurtamento último do concreto

2.2.4 ALONGAMENTO ÚLTIMO DA ARMADURA

Admite-se, como valor convencional, que o alongamento específico último da armadura tracionada, no caso de peças de concreto armado, seja igual a 1%.

O alongamento máximo para as peças de concreto protendido é também limitado ao valor de 1%. O alongamento é contado a partir do estado de neutralização da seção transversal. Obtém-se o estado de neutralização anulando-se, em toda a seção transversal, as tensões no concreto decorrentes da aplicação isolada dos esforços de protensão.

2.3 DOMÍNIOS DE DEFORMAÇÃO

Os estados limites últimos de ruptura e de deformação plástica excessiva são caracterizados pelas deformações específicas últimas ϵ_{cu} no concreto e ϵ_{su} na armadura.

A deformação plástica excessiva da armadura ocorre na Reta a e nos domínios 1 e 2. Nos domínios 3, 4, 4a, 5 e Reta b, ocorre ruptura do concreto.

Para que se possa determinar a resistência de cálculo de uma seção transversal, é necessário que se considere em qual dos domínios, definidos pela figura 2.3, está situado o diagrama de deformações específicas da seção analisada.

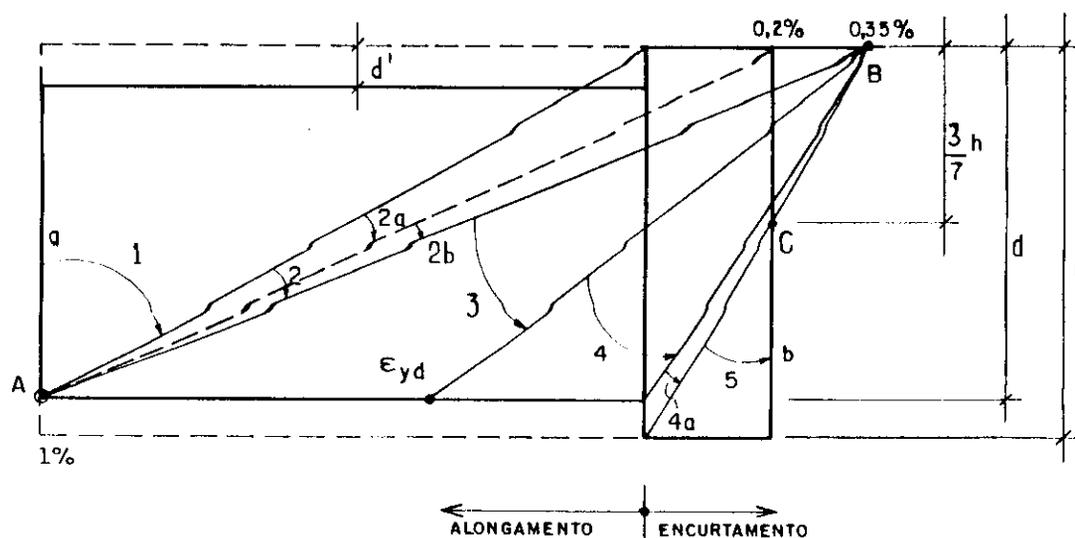


Fig. 2.3 Domínios de deformação

Nos domínios 1 e 2, os diagramas giram em torno do polo de rotação dado pelo ponto A, ao passo que nos domínios 3, 4 e 4a o polo é o ponto B. No domínio 5, o giro é em torno do ponto C.

A figura 2.4 mostra a posição limite da linha neutra para cada um dos domínios considerados, indicando também a subdivisão do domínio 2 em domínio 2a ($0 < \epsilon_c < 0,2\%$) e domínio 2b ($0,2\% < \epsilon_c < 0,35\%$).

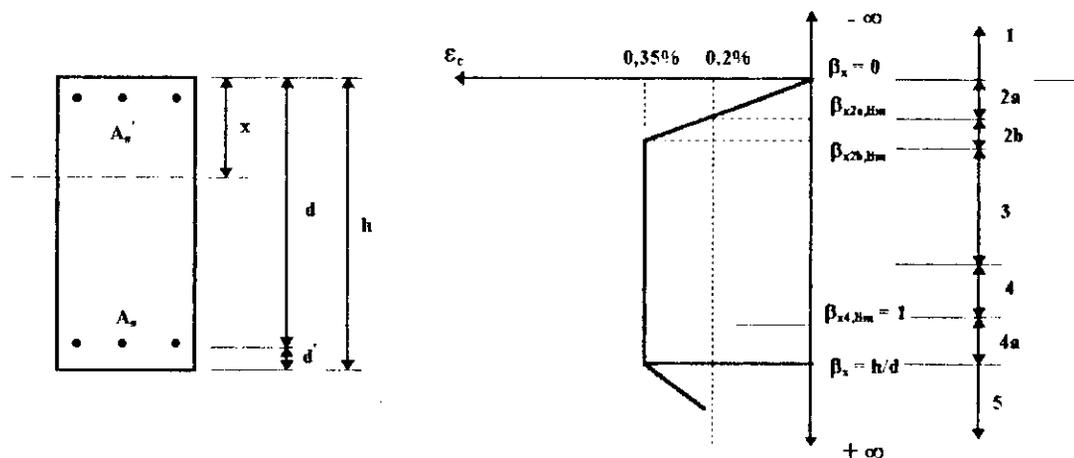


Fig. 2.4 Domínios de deformação - posições da linha neutra

2.3.1 RETA a

Na reta a, a deformação última da armadura e a deformação no concreto valem ambas 1% (ver figura 2.5).

A tensão atuante nas armaduras σ_s é igual à resistência de cálculo f_{yd} do aço à tração.

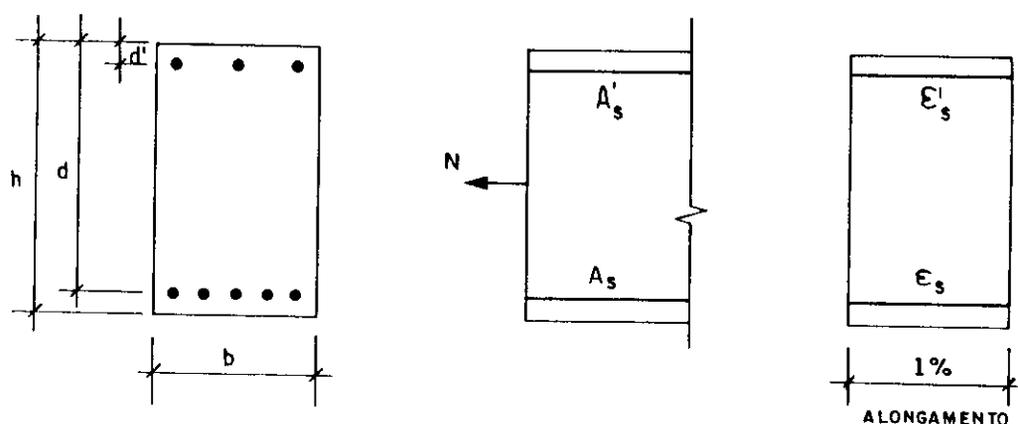


Fig. 2.5 Reta a

2.3.2 DOMÍNIO 1

O domínio 1 caracteriza-se pela deformação da armadura $\epsilon_s = 1\%$ e pela deformação do concreto ($0 < \epsilon_c < 1\%$). A seção transversal da peça encontra-se inteiramente tracionada e, portanto, a linha neutra está fora da seção.

A ruína ocorre por alongamento plástico excessivo da armadura mais tracionada. A tensão na armadura σ_s é igual à resistência de cálculo do aço à tração f_{yd} .

Fazem parte deste domínio a tração axial e a tração excêntrica com pequena excentricidade. Não se considera a participação resistente do concreto, pois este se encontra tracionado; dessa forma, a seção resistente é composta pelas duas armaduras (ver figura 2.6).

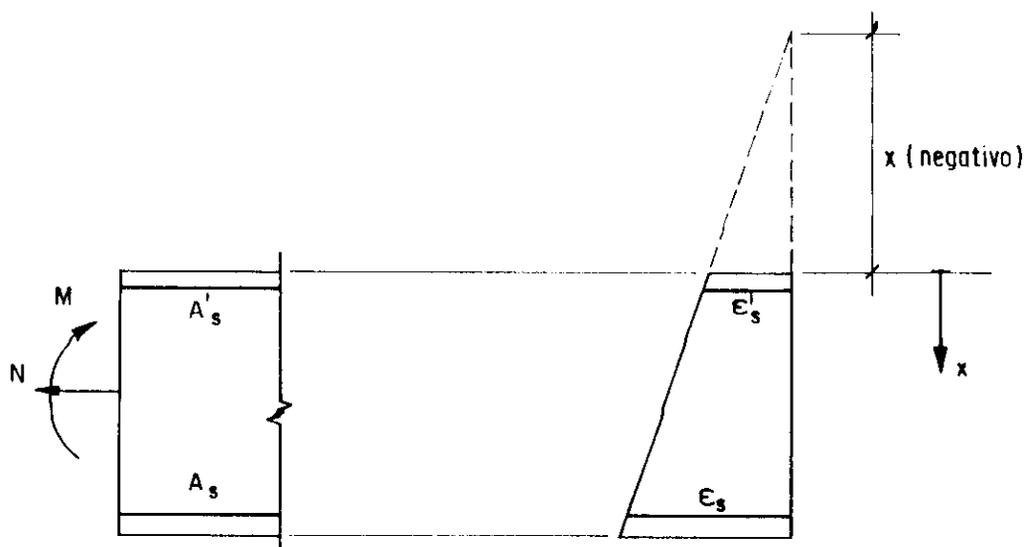


Fig. 2.6 Domínio 1

2.3.3 DOMÍNIO 2

As seções transversais da peça são cortadas pela linha neutra, proporcionando um banzo tracionado e outro comprimido (ver figura 2.7). A deformação ϵ_c do concreto está compreendida entre 0 e 0,35% e a deformação ϵ_s da armadura vale 1%.

Incluem-se neste domínio os casos de tração excêntrica com grande excentricidade, os de flexão simples e os de compressão excêntrica com grande excentricidade.

O concreto, em sua zona comprimida, não atinge a ruptura, porque esta somente ocorre em uma posição limite, ou seja, na posição limite caracterizada pelo fim do domínio 2, quando a deformação ϵ_c no concreto atingir 0,35%.

A partir da figura 2.3 e fazendo-se uso da expressão 2.3, obtém-se:

$$\beta_{x_{2,\text{lim}}} = \frac{X_{2,\text{lim}}}{d} = \frac{0,35}{1,35} = 0,2593 \quad (2.4)$$

O domínio 2 pode ser subdividido em 2a e 2b, como se indica na figura 2.4, sendo $\epsilon_c = 0,2\%$ o limite entre essas duas partes.

Fazendo-se uso da expressão 2.3, encontra-se como posição relativa da linha neutra no limite do subdomínio 2a:

$$\beta_{X_{2a,\text{lim}}} = \frac{X_{2a,\text{lim}}}{d} = \frac{0,2}{1,2} = 0,1667 \quad (2.5)$$

Considerou-se a subdivisão do domínio 2 apenas com o intuito de se determinar um valor limite para a profundidade da linha neutra, a partir do qual as armaduras de compressão começam a colaborar de maneira mais significativa. Deve-se, portanto, levar em consideração que as armaduras de compressão são mais eficientes no subdomínio 2b e, por serem possuidoras de deformações muito pequenas, são mal aproveitadas no subdomínio 2a.

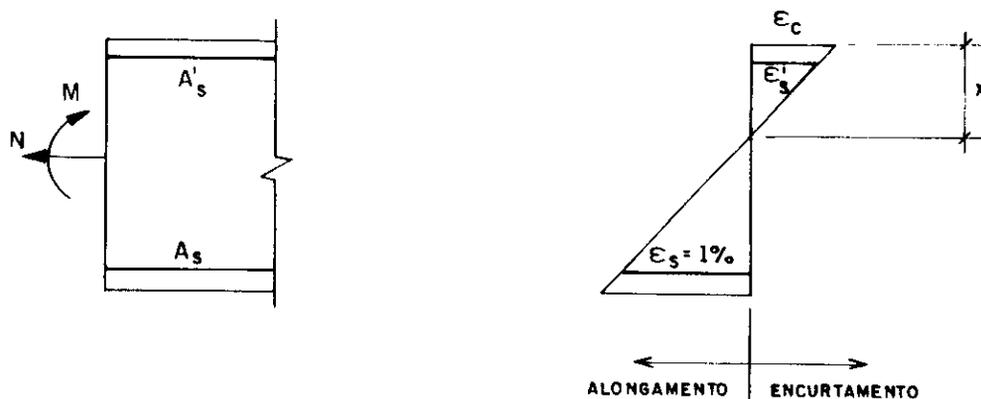


Fig. 2.7 Domínio 2

2.3.4 DOMÍNIO 3

O domínio 3 caracteriza-se por possuir deformação no concreto igual a 0,35% e deformação na armadura no intervalo entre ϵ_{yd} e 1% (ver figura 2.8).

Ocorre ruptura do concreto enquanto a armadura se encontra em fase de escoamento porque, em uma situação última, a deformação da armadura tracionada ϵ_s é pelo menos igual à deformação no início do escoamento ϵ_{yd} (ver figura 2.9).

Forma-se na seção um banzo comprimido e um banzo tracionado, porque a linha neutra corta a seção transversal.

Ao se partir desse princípio, tem-se uma situação desejável para projeto, porque estar-se-á aproveitando inteiramente os dois materiais e também não haverá risco de ruína não avisada; existirão fissuras aparentes e grandes deformações. Peças que chegam ao estado limite último no domínio 3 são denominadas peças subarmadas.

Estão incluídos neste domínio os casos de tração e de compressão excêntrica com grande excentricidade, bem como os casos de flexão simples.

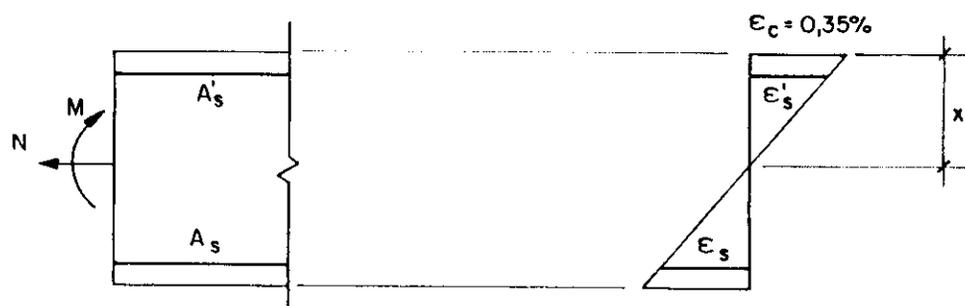


Fig. 2.8 Domínio 3

Fazendo-se uso da expressão 2.3, vem como condição limitante para a posição da linha neutra

$$\beta_{x_{3,lim}} = \frac{x_{3,lim}}{d} = \frac{0,35}{\epsilon_{yd} + 0,35} \quad (2.6)$$

sendo que ϵ_{yd} é variável com o tipo de aço.

A figura 2.9 mostra os diagramas dos aços classe A e classe B e as respectivas partes relativas ao domínio 3 e domínio 4.

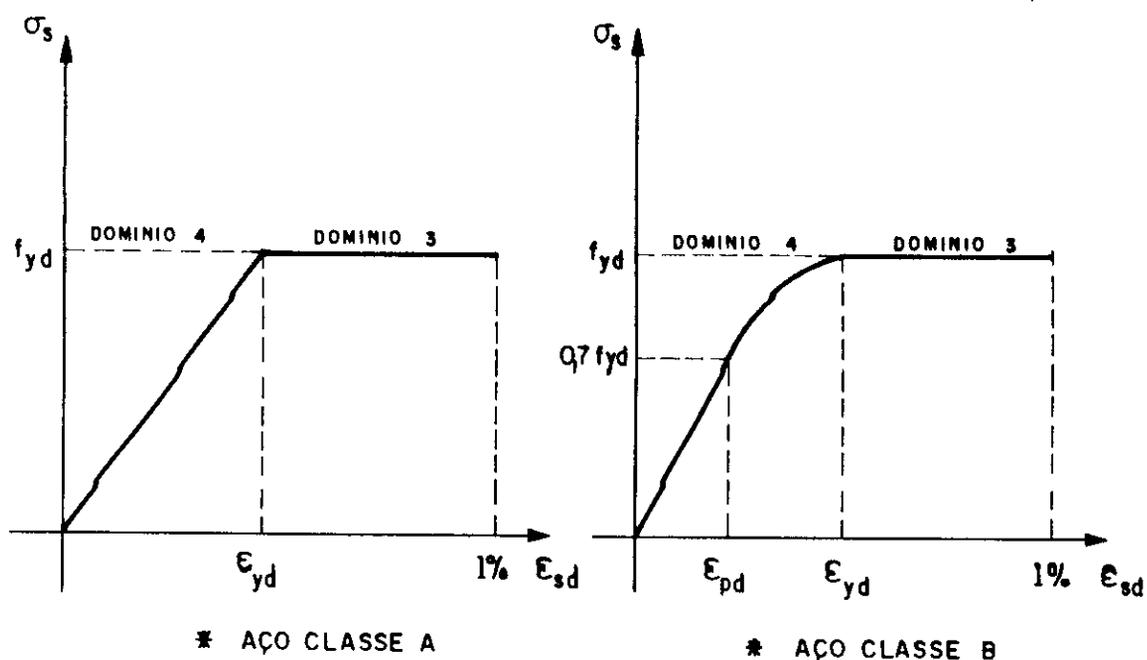


Fig. 2.9 Diagramas dos aços classe A e classe B

A posição da linha neutra varia no intervalo $0,259 \leq \beta_x \leq \beta_{xy}$ e nessas condições

$$\varepsilon_{yd} \leq \varepsilon_s \leq 1\% \Rightarrow \sigma_s = f_{yd}$$

A tabela 2.1 fornece os valores de ε_{yd} e $\beta_{x3,lim}$ para os aços especificados pela NBR-6118/82.

Tabela 2.1 Valores de ε_{yd} e $\beta_{x3,lim}$

Aços	ε_{yd} (%)	$\beta_{x3,lim}$
CA-25	0,1035	0,7717
CA-32	0,1325	0,7254
CA-40A	0,1656	0,6788
CA-40B	0,3656	0,4891
CA-50A	0,2070	0,6283
CA-50B	0,4070	0,4623
CA-60	0,4484	0,4384

Para que a tensão na armadura seja igual à resistência de cálculo do aço à tração, é necessário que a posição da linha neutra seja menor, ou no máximo igual, à posição da linha neutra que limita o domínio 3.

2.3.5 DOMÍNIO 4

O domínio 4 caracteriza-se por possuir deformação ϵ_c do concreto igual a 0,35% e deformação da armadura entre 0 e ϵ_{yd} (ver figura 2.10).

A linha neutra corta a seção transversal, acarretando um banzo tracionado e outro comprimido.

O esmagamento do concreto ocorre bruscamente, o que caracteriza uma estrutura frágil, sujeita portanto a ruína não avisada.

A deformação da armadura é inferior à deformação no início de escoamento (ver figura 2.9).

Denominam-se superarmadas as peças submetidas a flexão simples que chegam ao estado limite último no domínio 4; porém, não é aconselhado o uso de peças em tais condições, se elas puderem ser evitadas.

Incluem-se nesse domínio os casos de tração ou de compressão excêntrica com grande excentricidade e os de flexão simples.

Condição limitante do domínio 4:

$$\beta_{x_{4,\text{lim}}} = \frac{x_{4,\text{lim}}}{d} = 1 \quad (2.7)$$

sendo que nessa situação a deformação na armadura de tração é nula.

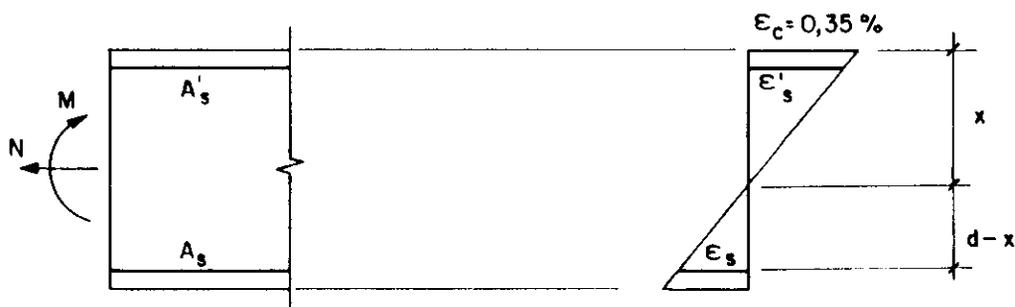


Fig. 2.10 Domínio 4

A equação de compatibilidade restringe-se a:

$$\frac{\varepsilon_s}{d-x} = \frac{\varepsilon_c}{x} \Rightarrow \varepsilon_s = \varepsilon_c \frac{d-x}{x}$$

ou

$$\varepsilon_s = 0,35\% \frac{1-\beta_x}{\beta_x} \quad (2.8)$$

No domínio 4, para os aços classe A, vale a lei de Hooke

$$\sigma_s = E_s \varepsilon_s \quad (2.9)$$

e, para os aços classe B, vale a lei de Hooke para $\sigma_s \leq 0,7 f_{yd}$ ou se tem o trecho curvo.

2.3.6 DOMÍNIO 4a

O domínio 4a caracteriza-se por possuir duas armaduras comprimidas e deformação no concreto igual a 0,35%. A deformação é aproximadamente nula na armadura menos comprimida.

A linha neutra corta a seção transversal; porém, agora o faz na região de cobrimento da armadura menos comprimida e normalmente se desprezam as tensões nessa armadura, devido ao fato dessas tensões serem muito pequenas.

No final do domínio 4a, a posição da linha neutra é tangente à fibra externa da seção, sendo:

$$\beta_{x4a, \text{lim}} = \frac{x_{4a, \text{lim}}}{d} = \frac{h}{d} \quad (2.10)$$

O domínio 4a ocorre na flexo-compressão com armaduras comprimidas. Portanto, corresponde a pequena excentricidade.

2.3.7 DOMÍNIO 5

No domínio 5, a deformação no concreto permanece constante e igual a 0,2% na fibra que dista $\frac{3}{7}h$ da borda mais comprimida, identificada na figura 2.3 pelo ponto C. Acima do ponto C, a deformação no concreto está compreendida entre 0,2% e 0,35%.

A figura 2.11, além de mostrar as características do domínio 5, mostra também que a linha neutra não corta a seção transversal.

Nesse domínio, estão incluídas a compressão simples e a compressão excêntrica, considerando-se que os materiais, concreto e armadura, estão trabalhando à compressão. O domínio 5 corresponde, portanto, a pequena excentricidade.

Para diagrama retangular de tensões, o domínio 5 pode ser dividido em dois subdomínios: 5a e 5b. No domínio 5a, a altura $y = 0,8x$ do diagrama retangular é menor que h . No domínio 5b tem-se $y > h$ e toda a seção de concreto encontra-se submetida à tensão σ_{cd} . O que caracteriza a divisão é a posição da linha neutra, conforme indicado na tabela 2.2.

Tabela 2.2 Posição da linha neutra domínio 5

Domínio 5a	Domínio 5b
$\frac{h}{d} < \beta_x < 1,25 \frac{h}{d}$	$\beta_x > 1,25 \frac{h}{d}$

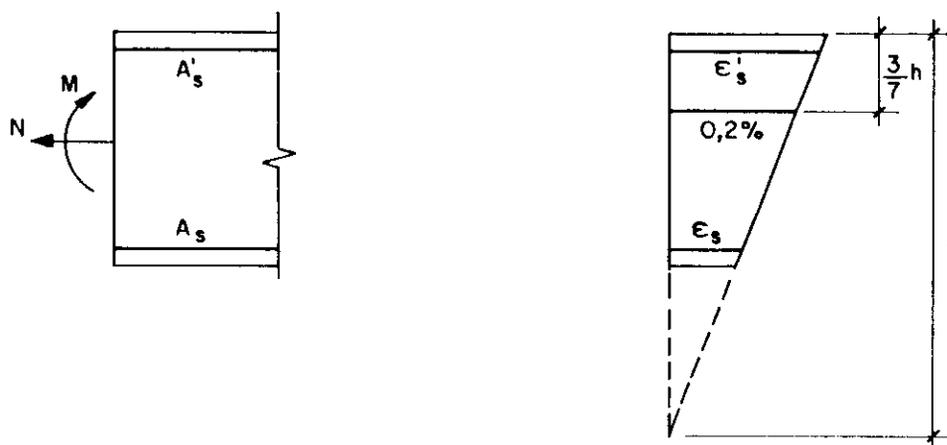


Fig. 2.11 Domínio 5

2.3.8 RETA b

A reta b assume como deformação última da seção o valor da deformação última do concreto, fixado em 0,2%, conforme mostra a figura 2.12. A posição da linha neutra tende ao infinito ($+\infty$).

Estão incluídos na reta b os casos de compressão uniforme. A reta b pode corresponder a compressão simples, no caso de armadura simétrica.

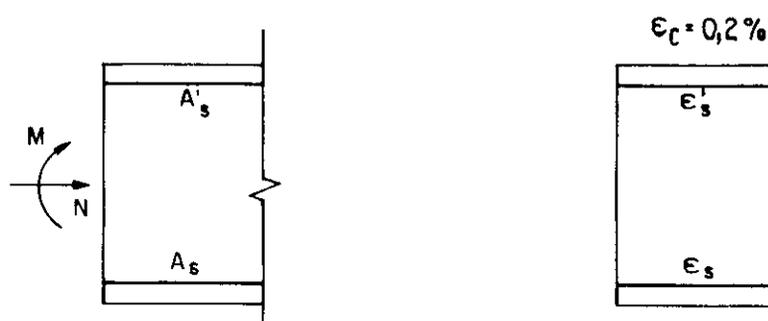


Fig. 2.12 Reta b

2.4 DIAGRAMAS TENSÃO-DEFORMAÇÃO DO CONCRETO

Admite-se, dentre outros, a utilização de diagramas de tensões no concreto nas formas: parabólica-retangular, retangular e triangular-retangular. Supõe-se em todos os diagramas a não colaboração do concreto à tração.

Se fixarmos um diagrama tensão-deformação apropriado para o concreto, conhecida a deformação em uma fibra da seção, diretamente se determina o valor da tensão nessa fibra.

O diagrama tensão-deformação do concreto mostra (ver figura 2.13) que de início o material não obedece à lei de Hooke; o diagrama é curvo praticamente desde a origem. Um grande número de parâmetros influenciam a forma desta curva, dentre eles:

- resistência do concreto;
- idade do concreto;
- modo de colocação da carga;
- duração do carregamento;
- forma da seção transversal;
- posição da linha neutra.

Quanto ao modo de carregar, existem três casos de ensaios:

a) ensaios com velocidade de carga constante, ou seja, ensaios em que são dados acréscimos de carga constantes por intervalo de tempo;

b) ensaios com velocidade de deformação constante, em que os acréscimos de carga são dados de modo que a deformação cresça de maneira constante com o tempo;

c) ensaios com carregamento constante, onde o valor final da carga é rapidamente alcançado e logo a seguir conservado constante.

Os ensaios do tipo c reproduzem com maior fidelidade as condições reais da estrutura. As cargas são aplicadas geralmente de forma instantânea e mantidas ao longo de sua vida útil; são, em outras palavras, as cargas permanentes.

A resistência do concreto a longo prazo cai cerca de 20% em relação à resistência do concreto a curto prazo, conforme mostram os ensaios de Rüsç (1960).

A figura 2.13 mostra ainda que, à medida que o tempo t aumenta, a tensão σ'_c última diminui.

Se a tensão σ'_c for mantida mais baixa que a resistência a longo prazo (ponto A), após o tempo t de duração da carga (100 minutos no exemplo), não haverá ruptura; se a carga for mantida indefinidamente, também não haverá ruptura (ponto B), apenas aumento de deformação (fluência).

Porém, se a tensão σ'_c for mantida superior à resistência a longo prazo (ponto C), não haverá ruptura após os 20 minutos do exemplo, mas se a carga for mantida por mais tempo, a ruptura poderá ocorrer em D (antes de 100 minutos).

O aumento da duração da carga torna as curvas cada vez mais achatadas, com rupturas para relações $\frac{\sigma_c}{f_c}$ menores que 1.

Visando o cálculo de dimensionamento torna-se necessário simplificar as curvas de distribuições de tensões no concreto.

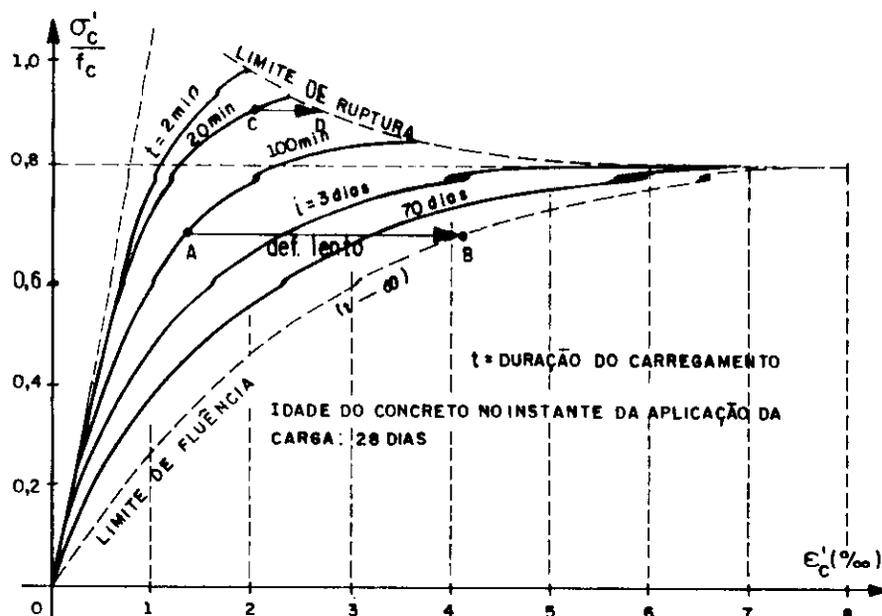


Fig. 2.13 Resistência do concreto em função do tempo

2.4.1 DISTRIBUIÇÃO PARABÓLICA-RETANGULAR

É formada por uma parábola do segundo grau e um segmento retilíneo (ver figura 2.14). O vértice da parábola se encontra na abscissa 0,2% (deformação de ruptura do concreto na compressão simples) e o vértice do retângulo na abscissa 0,35% (deformação de ruptura do concreto na flexão).

A ordenada máxima desse diagrama corresponde a uma compressão de $0,85 f_{cd}$, sendo f_{cd} a resistência de cálculo do concreto à compressão.

As expressões em uso (NBR-6118/82 e CEB-90) estão perfeitamente de acordo com o diagrama proposto pelo Professor Rüsç, obtido por ele através de ensaios.

A NBR-6118 faz uso da expressão, com ϵ_c em %,

$$\sigma_c = \sigma_{cd} (10 \cdot \varepsilon_c - 25 \cdot \varepsilon_c^2) \quad (2.11)$$

para os casos em que a deformação do concreto varia entre zero e 0,2%. É o trecho parabólico da curva.

Quando a variação da deformação do concreto for superior a 0,2%, trecho reto, admite-se

$$\sigma_c = \sigma_{cd} = 0,85 f_{cd}, \quad (2.12)$$

sendo:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (2.13)$$

O diagrama parábola-retângulo é válido para qualquer forma de seção transversal e portanto para qualquer forma de zona comprimida, podendo também ser usado na flexão oblíqua. O CEB-90 e o EUROCODE-2/89 utilizam a mesma expressão, apenas escrita de forma diferente.

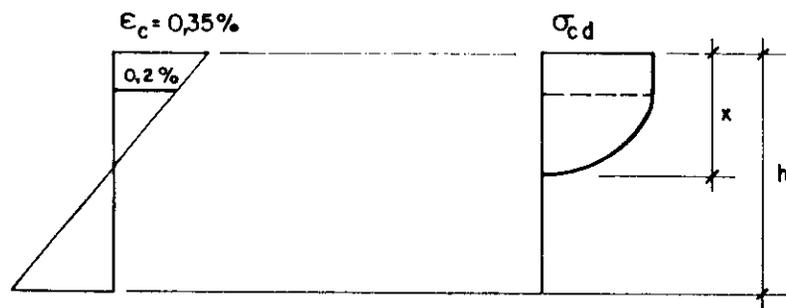


Fig. 2.14 Diagrama parábola-retângulo

2.4.2 DIAGRAMA RETANGULAR

Para flexão normal em seção retangular ou T, o diagrama parábola-retângulo é de aplicação relativamente simples. Porém, para uma forma qualquer de

zona comprimida, sua aplicação torna-se muito trabalhosa (ver figura 2.15).

Análises comparativas mostram que se conseguem resultados próximos com o diagrama retangular da figura 2.16, onde a altura y é dada por

$$y = 0,8 x$$

sendo que x é a profundidade da linha neutra.

A ordenada que corresponde à tensão de cálculo é dada por

$$\sigma_{cd} = 0,85 f_{cd} \quad (2.14)$$

ou, se a largura da seção diminui a partir da linha neutra no sentido da fibra externa mais comprimida:

$$\sigma_{cd} = 0,95 \cdot 0,85 f_{cd} \cong 0,80 f_{cd} \quad (2.15)$$

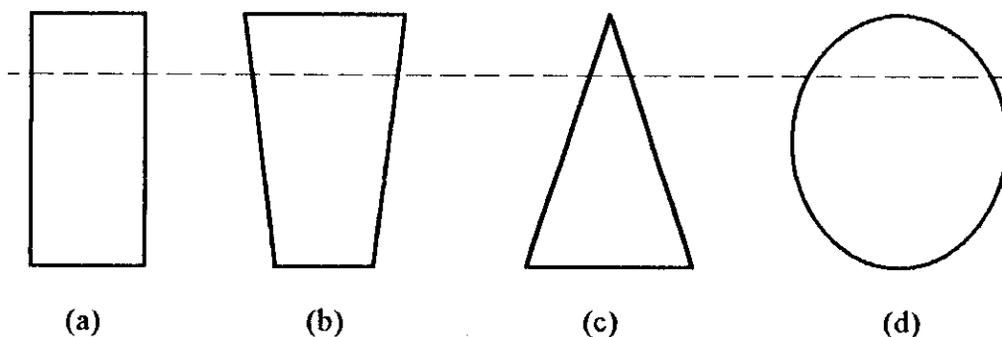


Fig. 2.15 Tipos diversos de seções

A figura 2.15 (a e b) exemplifica o uso da expressão 2.14; a expressão 2.15 é exemplificada pelas figuras 2.15c e 2.15d.

Enquanto a linha neutra permanecer interna à seção transversal, pode-se encontrar um retângulo equivalente, em intensidade e posição da resultante próximos dos valores relativos ao do diagrama parábola-retângulo.

O diagrama retangular proposto, válido para qualquer forma de seção e para todas as posições da linha neutra, é uma alternativa de cálculo. As diferenças são

mais sensíveis quando a linha neutra estiver próxima das bordas superior ou inferior.

O EUROCODE-2/89 faz uso do mesmo diagrama retangular da NBR-6118/82.

O CEB-90 utiliza diagrama retangular com altura x e

$$\sigma_{cd} = \alpha_i f_{cd} \quad (2.16)$$

sendo que:

$$\alpha_1 = 0,85 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) \quad (2.17)$$

$$\alpha_2 = 0,60 \alpha_1 \quad (2.18)$$

O parâmetro α_1 é utilizado quando não se tem zonas fissuradas ou então quando as fissuras existentes possuem uma inclinação superior a 45° . De forma análoga, quando se tem fissuras com inclinação inferior a 45° , recomenda-se a utilização de 60% do valor de α_1 , ou seja, reduz-se a tensão no concreto.

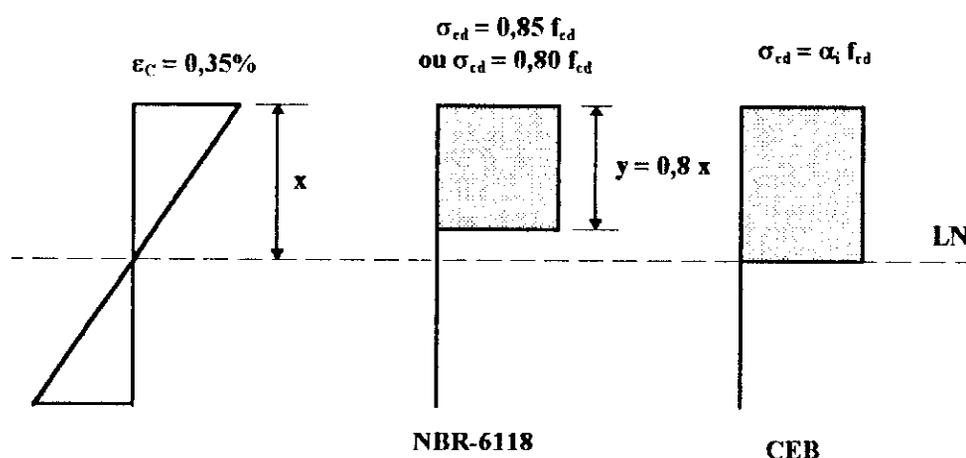


Fig. 2.16 Diagrama retangular de tensões NBR-6118/82 e CEB-90

Ainda segundo o CEB-90, a deformação máxima do concreto é dada por:

$$\varepsilon_{cu} = 0,4\% - 0,2\% \frac{f_{ck}}{100} \quad (2.19)$$

2.4.3 DIAGRAMA TRIANGULAR-RETANGULAR

É composto por uma reta que forma o trecho triangular, com vértice na fibra correspondente à deformação de compressão no concreto de 0,135%, prolongada a partir desse ponto por um segmento reto, limitado na fibra correspondente à deformação de compressão 0,35% (ver figura 2.17). O EUROCODE-2/89 admite o uso desse diagrama.

A ordenada máxima corresponde a uma tensão

$$\sigma_{cd} = 0,85 f_{cd} = 0,85 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (2.20)$$

sendo γ_c indicado na tabela 2.3.

Tabela 2.3 Valores de γ_c

Especificação	γ_c
Combinação frequente	1,50
Ação excepcional	1,30

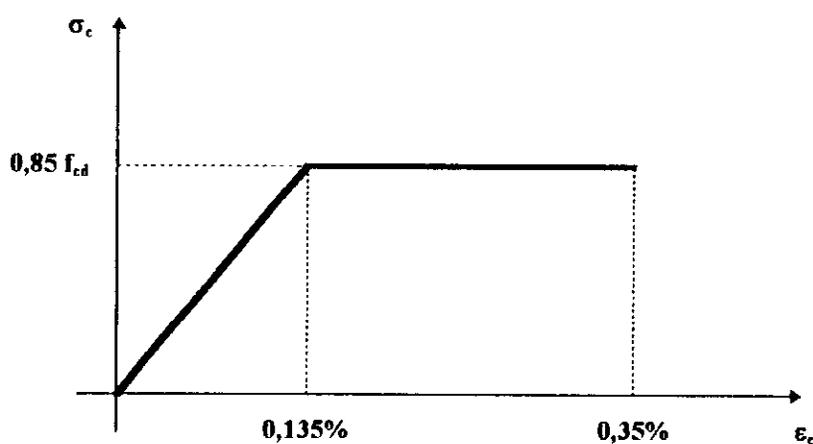


Fig. 2.17 Diagrama triangular-retangular

2.4.4 VARIACÃO DA LINHA NEUTRA

Levando-se em consideração uma distribuição de tensões nas formas triangular-retangular e parábola-retângulo, chega-se resumidamente, em termos de domínios de deformação, aos seguintes valores para o parâmetro β_x , indicados na tabela 2.4.

Tabela 2.4 Variação da linha neutra

DOMÍNIO	EUROCODE-2/89	NBR-6118/82 e CEB-90
	Diagrama triangular-retangular	Diagrama parábola-retângulo
2a	$0 < \beta_x < 0,119$	$0 < \beta_x < 0,167$
2b	$0,119 < \beta_x < 0,259$	$0,167 < \beta_x < 0,259$
3	$0,259 < \beta_x < \beta_{x34}$	$0,259 < \beta_x < \beta_{x34}$
4	$\beta_{x34} < \beta_x < 1$	$\beta_{x34} < \beta_x < 1$

2.5 DIAGRAMAS TENSÃO-DEFORMAÇÃO DOS AÇOS

As armaduras quando adicionadas ao concreto podem assumir funções ativas ou funções passivas. Diz-se que uma armadura possui função ativa quando está submetida a esforços de protensão. No caso específico do concreto armado, a armadura possui função passiva.

Os aços para o concreto armado podem ser classificados em função de sua resistência ou em função do processo de fabricação. As barras de aço podem ser classificadas em função de sua aderência ao concreto, por sua conformação superficial ou rugosidade de sua superfície.

Em função do valor característico da tensão de escoamento, os aços podem ser enquadrados nas categorias

- CA-25,
- CA-32,
- CA-40,
- CA-50,
- CA-60,

onde o prefixo CA indica concreto armado e o número seguinte o valor da resistência característica do aço à tração f_{yk} em kN/cm^2 .

Os aços, de acordo com o processo de fabricação, dividem-se em duas classes: A e B.

2.5.1 AÇO CLASSE A

É laminado a quente, possuindo um escoamento definido por um patamar no diagrama tensão-deformação, conforme mostra a figura 2.18.

Um aço que não possui patamar de escoamento nítido, também pode ser um aço classe A, desde que o mesmo seja obtido por laminação a quente, sem nenhum tratamento posterior a frio.

O limite de elasticidade, o limite de proporcionalidade e a tensão de escoamento são valores praticamente coincidentes, sendo definidos pelo ponto A no diagrama apresentado na figura 2.18.

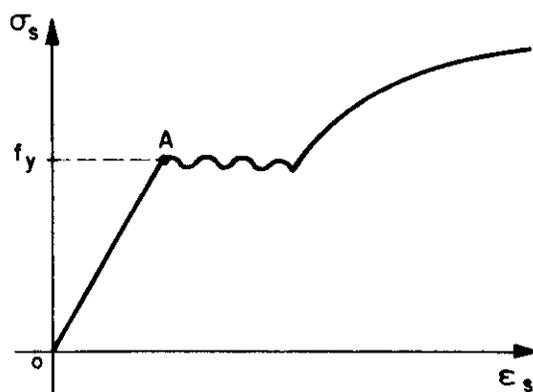


Fig. 2.18 Aço classe A

A NBR-6118/82 permite a utilização de uma simplificação para o diagrama da figura 2.18. Essa simplificação admite que o aço classe A funcione como um material elastoplástico perfeito, o que nos leva a valores corretos ou a favor da segurança (ver figura 2.19).

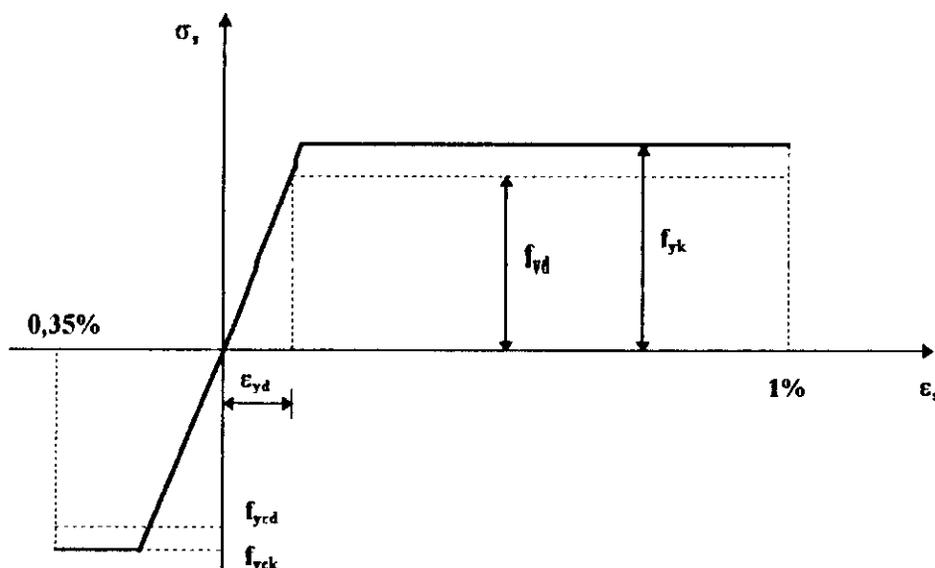


Fig. 2.19 Diagrama simplificado

Limita-se o alongamento específico ao parâmetro 1% e considera-se que o encurtamento específico não pode ultrapassar 0,35%, restringido pelo concreto.

O diagrama formado pelo traço cheio refere-se ao parâmetro característico, enquanto o formado por linhas tracejadas refere-se ao parâmetro de cálculo.

A tabela 2.5 fornece os valores de cálculo para os aços classe A.

Tabela 2.5 Valores de cálculo para os aços classe A

Esforço	Valores de cálculo
Tração	$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$
Compressão	$f_{ycd} = \frac{f_{yck}}{\gamma_s}$

Salienta-se que os valores de cálculo das tensões σ_{sd} podem ser valores menores do que os da resistência de cálculo. Analisando a figura 2.18 tem-se:

$$0 \leq \varepsilon_{sd} \leq \varepsilon_{yd} \Rightarrow \sigma_{sd} = E_s \varepsilon_{sd}$$

Tem-se que a tensão no aço é constante e igual a f_{yd} na faixa em que:

$$\varepsilon_{yd} \leq \varepsilon_{sd} \leq 1\% \Leftrightarrow \sigma_{sd} = f_{yd} = \text{constante}.$$

A tabela 2.6 especifica os parâmetros comentados, considerando $\gamma_s = 1,15$.

Tabela 2.6 Aços classe A

AÇO	f_{yk} (MPa)	f_{yd} (MPa)	ε_{yd} (%)
CA-25	250	217	0,104
CA-32	320	278	0,132
CA-40A	400	348	0,166
CA-50A	500	435	0,207

Para a compressão, a tabela 2.7 especifica, na falta de dados experimentais, o valor da resistência característica do aço adotado pelo CEB-90 e pela NBR-6118/82.

Tabela 2.7 Resistência característica do aço à compressão

CEB-90	$f_{yck} \cong 0,9f_{yk}$
NBR-6118/82	$f_{yck} \cong f_{yk}$

2.5.2 AÇO CLASSE B

É encruado por deformação a frio, sendo submetido a torção, compressão transversal, estiramento, relaminação a frio ou trefilamento, com resistência convencional de escoamento definida por uma deformação permanente e igual a 0,2%.

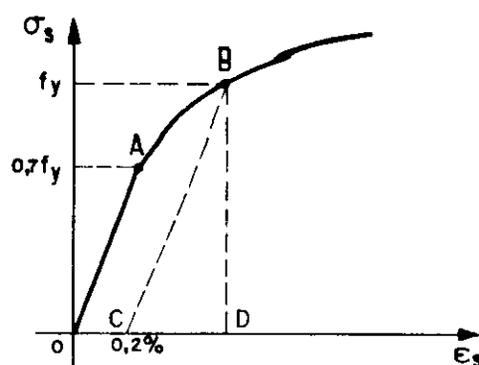


Fig. 2.20 Aço classe B

O diagrama da figura 2.20 mostra claramente a existência de dois tipos de deformações, ou seja, o segmento CD está a representar a deformação elástica e o segmento OC a deformação permanente. A soma dessas duas parcelas fornece a deformação total, representada na figura pelo ponto B.

O limite de proporcionalidade é definido pelo ponto A, enquanto que o ponto B especifica a tensão de escoamento convencional.

As ordenadas oblíquas da curva que contém a resistência característica, paralelas à reta de Hooke, quando divididas pelo coeficiente de segurança γ_s , formam o diagrama de cálculo. Quando não se tem a curva real, que é obtida experimentalmente (ver figura 2.21), permite-se a adoção de um diagrama simplificado, composto por três trechos distintos:

- trecho linear até que σ_s atinja o valor de $0,7 f_{yd}$;
- trecho curvo entre $0,7 f_{yd}$ e o ponto que corresponde à resistência de escoamento convencional f_{yd} ;
- formação de um patamar a partir desse ponto.

A deformação específica correspondente ao ponto de escoamento convencional do diagrama de cálculo é definida como

$$\epsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} + 0,2\%$$

As relações entre deformações e tensões de cálculo são, respectivamente:

$$\epsilon_{sd} = \frac{\sigma_{sd}}{E_s} \quad \text{para } 0 \leq \sigma_{sd} \leq 0,7f_{yd} ;$$

$$\epsilon_{sd} = \frac{\sigma_{sd}}{E_s} + \frac{1}{45} \left(\frac{\sigma_{sd}}{f_{yd}} - 0,7 \right)^2 \quad \text{para } 0,7f_{yd} \leq \sigma_{sd} \leq f_{yd} .$$

A NBR-6118/82 adotou a curva de segundo grau, tendo em vista os ensaios de tração procedidos nos aços brasileiros classe B.

A tabela 2.8 especifica melhor os parâmetros mencionados.

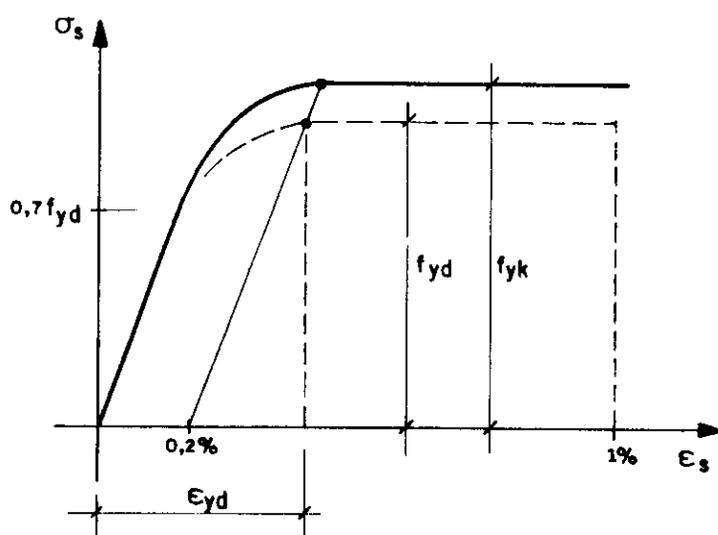


Fig. 2.21 Diagrama simplificado

Tabela 2.8 Aços classe B

AÇO	f_{yk} (MPa)	f_{yd} (MPa)	ϵ_{yd} (%)
CA-40B	400	348	0,366
CA-50B	500	435	0,407
CA-60B	600	522	0,448

2.5.3 DISTINÇÃO ENTRE AÇO CLASSE A E CLASSE B

O que distingue um aço classe A de um classe B não é somente a formação do patamar de escoamento, e sim:

a) Ao saírem da laminação, as barras de aço classe B não atingem o valor da resistência de escoamento do aço à tração f_y exigido pela categoria pretendida e, para alcançá-lo, necessitam de um encruamento a frio; o diagrama tensão-deformação adquire o aspecto da figura 2.20, com limite de proporcionalidade igual a 70% do valor da resistência de escoamento do aço à tração.

b) As barras de aço classe A não necessitam de posterior deformação a frio, saindo da laminação a quente já com o limite de proporcionalidade igual ao valor requerido da resistência de escoamento do aço à tração.

2.5.4 DESVANTAGENS DO AÇO CA-50B EM RELAÇÃO AO AÇO CA-50A

O processo de fabricação e o exame da figura 2.22 permitem concluir que o aço CA-50B possui três desvantagens bem definidas, quando comparado com o aço CA-50A:

- é anti-econômico no trecho ($0,145\% < \epsilon_s < 0,407\%$);
- provoca maiores deformações para alcançar o limite convencional da resistência de escoamento do aço à tração;

c) possibilidade de perda parcial de suas propriedades mecânicas, quando submetidos a forte aquecimento, o que o torna menos recomendável na eventualidade de incêndio; o encruamento também pode ser parcialmente perdido no caso de emendas com luvas de rosca.

No cálculo, é comum o uso do aço CA-50B, com o que se fica a favor da segurança; as tensões de cálculo no trecho curvo são menores que as correspondentes ao aço CA-50A, resultando valores maiores para a área de aço A_s .

A NBR-7480/85 especifica e define os valores que pode assumir o coeficiente de minoração da resistência do aço (γ_s), ou seja:

1) $\gamma_s = 1,15 \Rightarrow$ casos gerais, quando obedecidas as prescrições referentes ao controle de qualidade;

2) $\gamma_s = 1,25 \Rightarrow$ quando não for feito controle de qualidade, o que só é permitido em obras sem importância e nas quais se empregue CA-25 ou CA-32.

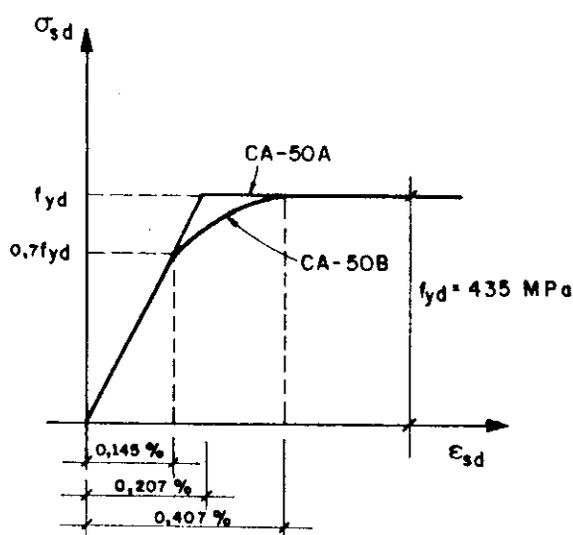


Fig. 2.22 Comparações aço CA-50A e CA-50B

2.5.5 CEB-90 E EUROCODE-2/89

O CEB-90 classifica os aços, referindo-se à ductilidade, em três classes:

a) Classe A: $\left(\frac{f_t}{f_y} \right)_k \geq 1,08$ e $\epsilon_{uk} \geq 5\%$;

b) Classe B: $\left(\frac{f_t}{f_y}\right)_k \geq 1,05$ e $\epsilon_{tk} \geq 2,5\%$;

c) Classe C: $\left(\frac{f_t}{f_y}\right)_k \geq 1,15$ e $\epsilon_{tk} \geq 6\%$.

Recomenda o uso do aço classe C para regiões sujeitas a movimentos sísmicos.

O EUROCODE-2/89 sugere a adoção de um trecho horizontal para o cálculo das seções, em substituição ao expresso na figura 2.23.

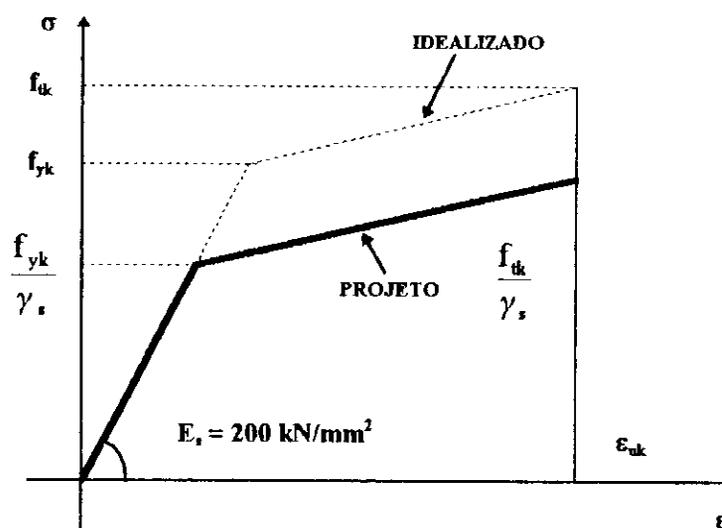


Fig. 2.23 Diagrama tensão-deformação

2.5.6 BARRAS E FIOS

Deve-se considerar apenas barras e fios de aço que satisfaçam as especificações da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT). A NBR-7480/85 define:

- barras são produtos obtidos por laminação;
- fios são as peças que possuem $\phi \leq 10$, obtidas por trefilação.

Admite-se um diagrama tensão-deformação linear para o aço na tração ou na compressão, com um módulo de elasticidade

$$E_s = 21000 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2},$$

sendo que para o trecho curvo vale a expressão

$$\varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s} + \frac{1}{45} \left(\frac{\sigma_s}{f_{yd}} - 0,7 \right)^2 \quad (2.21)$$

que é válida em módulo, tanto na tração como na compressão.

2.5.7 VALORES LIMITES

A tabela 2.9 coloca em exposição os valores limites referidos à deformação e à posição da linha neutra nos domínios 2 e 3, especificando o tipo de aço.

Tabela 2.9 Valores limites de deformação e posição da linha neutra nos domínios 2 e 3

AÇO	f_{yk} (MPa)	f_{yd} (MPa)	ε_{yd} (%)	$\beta_{x2,lim}$	$\beta_{x3,lim}$
CA-25	250	217	0,104	0,2593	0,7717
CA-32	320	278	0,132	0,2593	0,7254
CA-40A	400	348	0,166	0,2593	0,6788
CA50A	500	435	0,207	0,2593	0,6283
CA-40B	400	348	0,366	0,2593	0,4891
CA-50B	500	435	0,407	0,2593	0,4623
CA-60B	600	522	0,448	0,2593	0,4384

Para os aços classe B, cabe salientar a necessidade de se considerar o limite de proporcionalidade f_{od} e a correspondente deformação específica ϵ_{sod} , dados por

$$f_{od} = 0,7 f_{yd}$$

$$\epsilon_{sod} = \frac{f_{od}}{E_s}$$

os quais são expressos na tabela 2.10.

Tabela 2.10 Limite de proporcionalidade e deformação específica de cálculo dos aços classe B

AÇO	f_{yk} (MPa)	f_{yd} (MPa)	f_{od} (MPa)	ϵ_{sod} (%)
CA-40B	400	348	243	0,116
CA-50B	500	435	304	0,145
CA-60B	600	522	365	0,174

3 FLEXÃO PURA EM SEÇÃO RETANGULAR

3.1 GENERALIDADES

Diz-se que uma seção está submetida a flexão simples quando sobre ela atua um momento fletor e uma força cortante, sendo o esforço axial nulo. Se além disso o esforço cortante for nulo, diz-se que a estrutura está submetida a flexão pura.

Convém recordar que as seções das vigas normalmente estão expostas à flexão simples, pois o esforço axial atuante pode ser considerado desprezível.

3.1.1 Etapas de cálculo

O cálculo de uma estrutura normalmente é composto por:

a) Formação do esquema estrutural, que pode ser, para efeito de cálculo, uma simplificação da estrutura real, fixando sua disposição geral, forma de trabalho, dimensões e condições de apoio;

b) Determinação das hipóteses de carga, que são as diferentes combinações das ações, as quais a estrutura deve suportar e que devem ser ajustadas de forma a que produzam os efeitos mais desfavoráveis;

c) Cálculo dos esforços, imaginando a estrutura cortada em uma série de seções características e obtendo para cada hipótese de carga, considerando o equilíbrio de forças e a compatibilidade das deformações, as solicitações que atuam nestas

seções. Estas solicitações, ou seja, o conjunto dos esforços, formam a resultante de todas as tensões exercidas na seção ou em parte de uma peça considerada separada de outra parte;

d) O cálculo das seções, para uma seção previamente conhecida, consiste na comprovação de que ela é capaz de resistir as solicitações mais desfavoráveis e, para uma seção ainda não completamente definida, consiste no dimensionamento para que ela possa suportar tais solicitações.

Se no dimensionamento se alteram de forma importante as dimensões das seções, pode resultar necessário um novo cálculo da estrutura. No concreto armado normalmente não é assim, já que o dimensionamento se reduz, de modo geral, à determinação das armaduras necessárias em cada seção, sem modificar de maneira significativa as dimensões previamente adotadas.

3.1.2 Cálculo dos esforços

O cálculo dos esforços pode ser efetuado segundo os diferentes procedimentos:

- a) supondo um comportamento perfeitamente elástico da estrutura, com proporcionalidade entre ações, solicitações e deformações, ou
- b) considerando o comportamento não-linear dos materiais, a partir de certos valores das tensões.

O segundo procedimento é mais adequado às estruturas de concreto armado. Embora existam métodos de aplicação, sua complexidade é todavia grande; por isso, não é habitual seu uso, a não ser com simplificações.

O primeiro procedimento é mais utilizado. Com ele, a resolução da etapa de cálculo dos esforços é praticamente independente do material que compõe a estrutura, já que este é introduzido exclusivamente através do módulo de elasticidade. Esta etapa se resolve aplicando os métodos da Resistência dos Materiais. O cálculo elástico dos esforços não tem sofrido grandes modificações em sua concepção.

No cálculo das seções, influi decisivamente o material que constitui a estrutura. Esta etapa do cálculo tem sofrido algumas modificações importantes no caso do concreto armado.

3.1.3 Métodos para verificação da segurança

Os métodos de cálculo de estruturas de concreto armado podem ser classificados em dois grupos:

a) Os métodos determinísticos, nos quais se consideram fixos e não aleatórios os distintos valores numéricos que servem de partida para o cálculo, como por exemplo, resistência dos materiais e valores das ações.

b) Os métodos probabilísticos, nos quais se consideram como aleatórias as diversas grandezas que servem de partida para o cálculo, pelo que se admite que os valores utilizados tenham uma determinada probabilidade de ser ou não alcançados na realidade.

Hoje, aplica-se o método dos estados limites, que se deriva de uma combinação dos métodos determinístico e probabilístico.

De forma ampla, haveria diversos tipos de verificações a serem considerados, relacionados às tensões em serviço, aos estados limites de utilização e a ainda à verificação relativa aos esforços últimos.

No dimensionamento, são dados os esforços solicitantes, procurando-se, a partir deste ponto, a definição das dimensões da seção e da armadura necessária. No processo de verificação, ao contrário, conhecem-se a armadura e as dimensões da peça e se procuram os esforços solicitantes últimos admissíveis.

O dimensionamento está embasado em três diferentes equações, ou seja, equações de equilíbrio, de compatibilidade e constitutivas.

A seção encontra-se em equilíbrio quando os esforços resistentes contrapõem-se aos esforços solicitantes. De forma escalar, poder-se-ia dizer que os esforços resistentes são iguais aos esforços solicitantes.

As afirmações de que as deformações são compatíveis entre si, quando se distribuem linearmente ao longo da altura da seção, formam as equações de compatibilidade e estão embasadas na hipótese de BERNOULLI.

As equações constitutivas relacionam as tensões com as deformações ou vice-versa, de acordo com os diagramas (σ - ϵ) dos materiais que compõem a seção.

3.2 EQUAÇÕES GERAIS

Busca-se neste item a descrição das equações de equilíbrio da seção e também a demonstração de como pode ser calculada a resultante de compressão do concreto e sua posição.

3.2.1 EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO

São duas as equações de equilíbrio (ver figura 3.1), as quais exprimem que os esforços resistentes formam um binário oposto ao momento solicitante:

- a) equilíbrio de forças;
- b) equilíbrio de momentos.

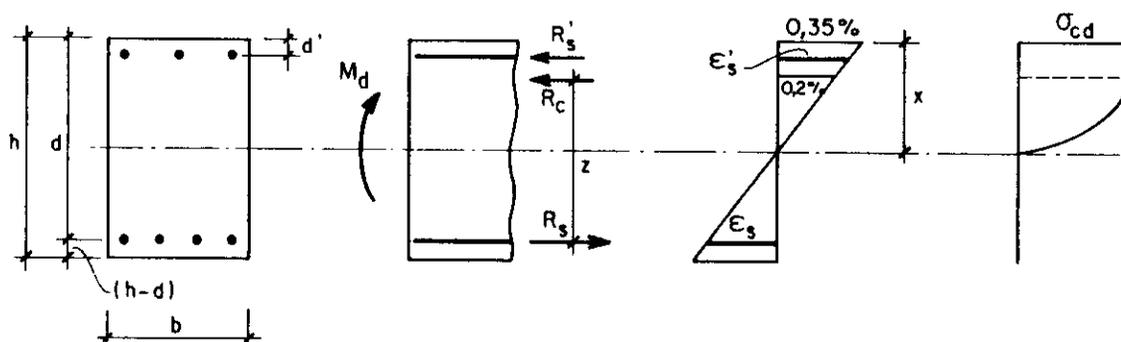


Fig. 3.1 Deformações e tensões no concreto

Admite-se, para efeito de dimensionamento da seção, a equivalência indicada na figura 3.2.

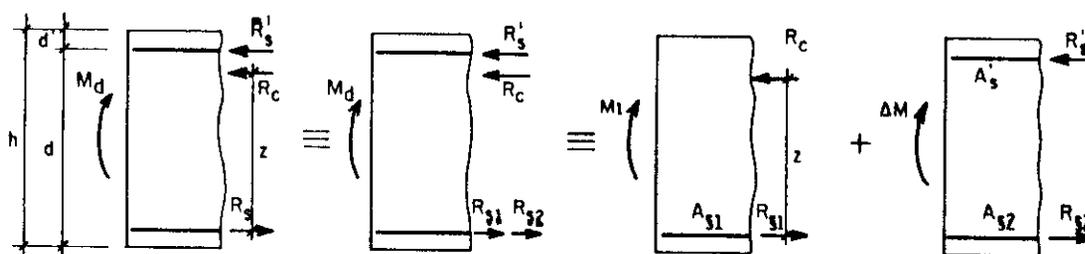


Fig. 3.2 Equivalência admitida

Do equilíbrio de forças e de momentos tem-se, respectivamente:

$$R_c - R_s + R'_s = 0 \quad (3.1)$$

$$M_d = R_c z + R'_s (d - d') \quad (3.2)$$

Decompondo-se a seção, como se indica na figura 3.3, vem:

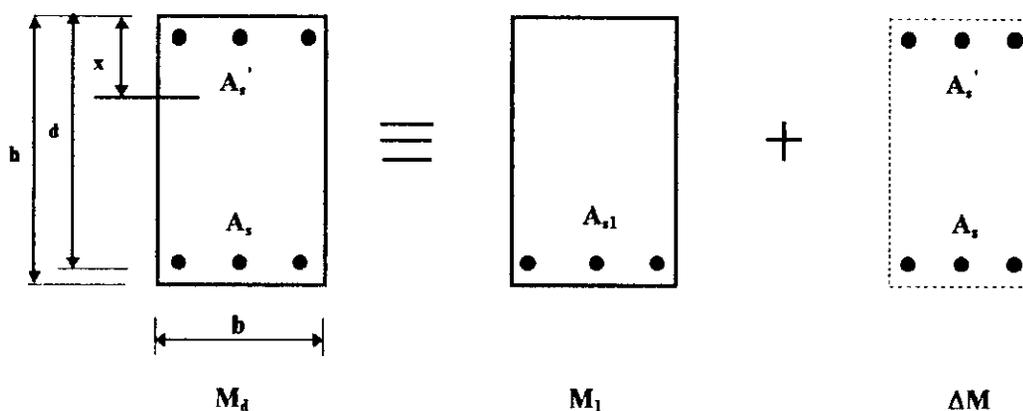


Fig. 3.3 Decomposição da seção

$$R_s = R_{s1} + R_{s2}$$

$$R_{s1} = R_c$$

$$R_{s2} = R'_s$$

$$M_1 = R_c z = R_{s1} z$$

$$M_d = M_1 + \Delta M$$

$$\Delta M = R_{s2}(d - d') = R'_s(d - d')$$

3.2.2 Resultante de compressão

O problema, no caso da utilização de uma distribuição parabólica-retangular, como foi visto no item 2.4.4, pode ser dividido em três partes:

sub-domínio 2a: $0 \leq \beta_x \leq 0,167$;

sub-domínio 2b: $0,167 < \beta_x \leq 0,259$;

domínios 3 e 4: $0,259 < \beta_x \leq 1$

Convém recordar que o diagrama tensão-deformação, relativo à compressão, é admitido como sendo igual ao representado na figura 3.4, onde σ_c e ϵ_c são dados em valores absolutos.

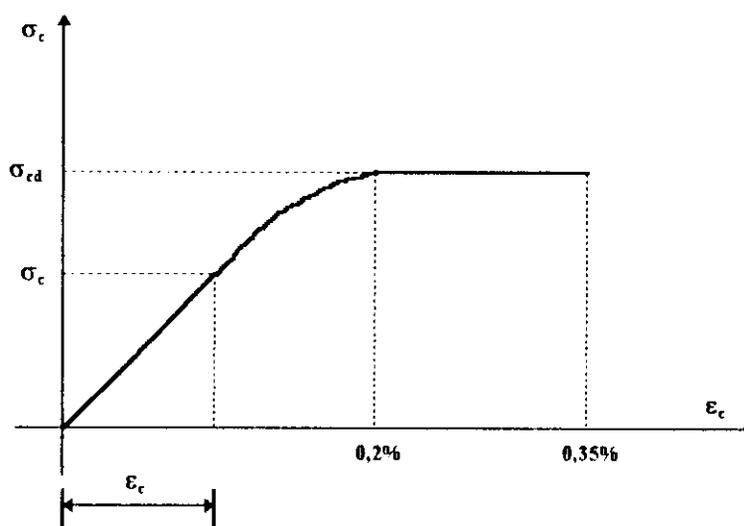


Fig. 3.4 Diagrama tensão-deformação do concreto

Até o valor de $\epsilon_c = 0,2\%$, a tensão de compressão no concreto σ_c varia na forma de parábola do segundo grau dada pela expressão

$$\sigma_c = \sigma_{cd} (10 \epsilon_c - 25 \epsilon_c^2) \quad (3.3)$$

onde ϵ_c deve ser dado em %.

A NBR-6118/82 especifica, como valor de cálculo para a tensão normal de compressão,

$$\sigma_{cd} = 0,85 f_{cd} = 0,85 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (3.4)$$

e utiliza em geral $\gamma_c = 1,4$ como coeficiente de minoração da resistência do concreto.

Para $\epsilon_c > 0,2\%$, até o encurtamento convencional de ruptura $\epsilon_c = 0,35\%$, a tensão de compressão σ_c permanece constante e igual a σ_{cd} .

a) Sub-domínio 2a

Seja x a profundidade da linha neutra e v a distância até ela de uma fibra genérica, onde atua a tensão σ'_c , conforme mostra a figura 3.5, através da qual podem ser obtidas as expressões:

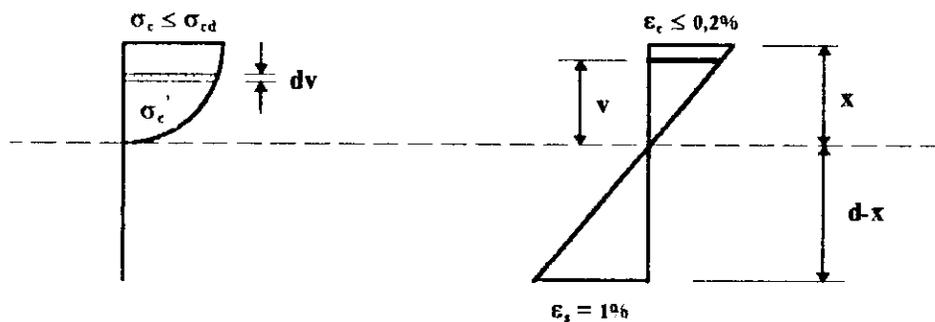


Fig. 3.5 Sub-domínio 2a

$$\epsilon'_c = \epsilon_c \frac{v}{x}$$

$$R_c = b \int_0^x \sigma'_c dv$$

Da expressão 3.3, obtém-se

$$\sigma'_c = \sigma_{cd} (10 \epsilon'_c - 25 \epsilon'^2_c) = \sigma_{cd} \left(10 \epsilon_c \frac{v}{x} - 25 \frac{\epsilon_c^2 v^2}{x^2} \right)$$

na qual, como $\varepsilon_s = 1\%$, tem-se:

$$\varepsilon_c = \frac{x}{(d-x)}$$

O valor de cálculo da resultante interna de compressão no concreto, decorrente da integração anteriormente exposta, é dado por

$$R_c = \frac{5}{3} \frac{b \sigma_{cd} \beta_x^2 (3 - 8\beta_x)}{(1 - \beta_x)^2} \quad (3.5)$$

É necessário que seja feito o cálculo do centro de gravidade da área hachurada A_h , porque este possibilitará encontrar o ponto de aplicação da resultante de compressão no concreto (ver figura 3.6).

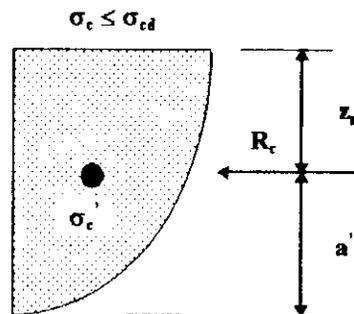


Fig. 3.6 Posição da resultante de compressão

$$A_h = \frac{5}{3} \frac{\sigma_{cd} \beta_x^2 d^2 (3 - 8\beta_x)}{(1 - \beta_x)^2}$$

$$A_h \cdot a' = \int_0^x \sigma'_c v dv$$

Fazendo-se as substituições necessárias, resulta: $a' = \frac{x}{4} \frac{(8d - 23x)}{(3d - 8x)}$,

ou seja:

$$z_g = \frac{\beta_x d(4-9\beta_x)}{4(3-8\beta_x)} \quad (3.6)$$

$$z = d - \frac{\beta_x d(4-9\beta_x)}{4(3-8\beta_x)} \quad (3.7)$$

Quando $x = x_{\text{lim}} = \frac{d}{6}$, a expressão 3.6 torna-se:

$$z_g = \frac{d}{16}$$

b) Sub-domínio 2b

O diagrama de tensões no concreto, indicado na figura 3.7, torna-se retangular-parabólico quando se tem:

$$x > \frac{d}{6} \text{ ou } \beta_x > \frac{1}{6}$$

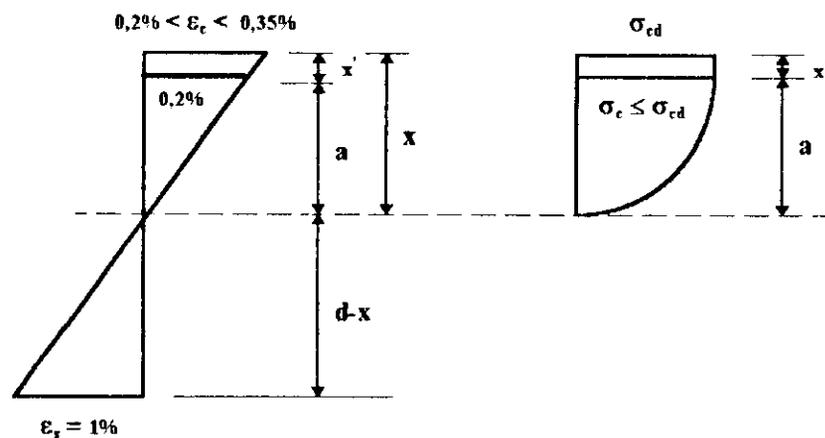


Fig. 3.7 Sub-domínio 2b

No sub-domínio 2b, a profundidade da linha neutra é dada por:
 $x = a + x'$.

Pode-se extrair do diagrama de deformações:

$$\frac{0,2}{1,0} = \frac{a}{d-x} \Leftrightarrow a = \frac{d-x}{5}$$

resultando:

$$x = \frac{5x' + d}{6}$$

$$x' = \frac{6x - d}{5}$$

Obtém-se como resultante de compressão:

$$R_c = b x' \sigma_{cd} + \frac{2}{3} b a \sigma_{cd}$$

$$R_c = \frac{b}{15} \sigma_{cd} d [16\beta_x - 1] \quad (3.8)$$

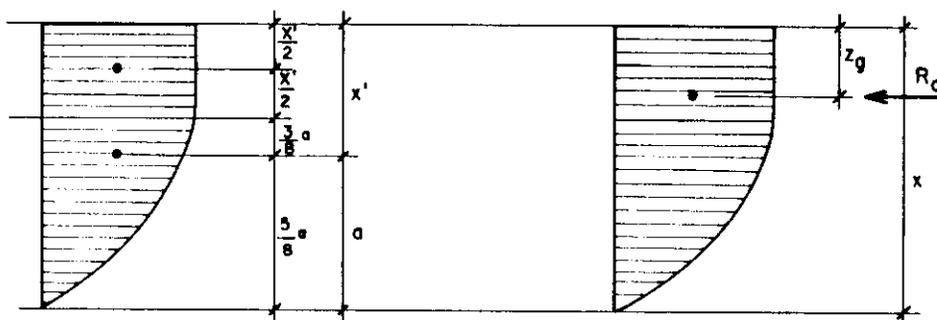


Fig. 3.8 Centro de gravidade da seção

A posição do centro de gravidade da área hachurada da fig. 3.8 é dada por:

$$R_c \quad z_G = \sigma_{cd} \left(\frac{bx'^2}{2} + b \right) \sigma_{cd} \frac{2}{3} a \left(\frac{3}{8} a + x' \right)$$

resultando:

$$z_g = \frac{\frac{3}{10} [6\beta_x - 1]^2 + \frac{1}{4} d [1 - \beta_x] [9\beta_x - 1]}{16\beta_x - 1} \quad (3.9)$$

$$z = d - \frac{\frac{3}{10} [6\beta_x - 1]^2 + \frac{1}{4} d [1 - \beta_x] [9\beta_x - 1]}{16\beta_x - 1} \quad (3.10)$$

c) Domínios 3 e 4

Considerando-se a deformação no concreto ε_c constante e igual a 0,35% e observando a figura 3.9, vem:

$$\frac{0,2}{a} = \frac{0,35}{x}; \quad a + x' = x$$

Com as igualdades anteriores, obtém-se:

$$a = \frac{4}{7}x; \quad x' = \frac{3}{7}x$$

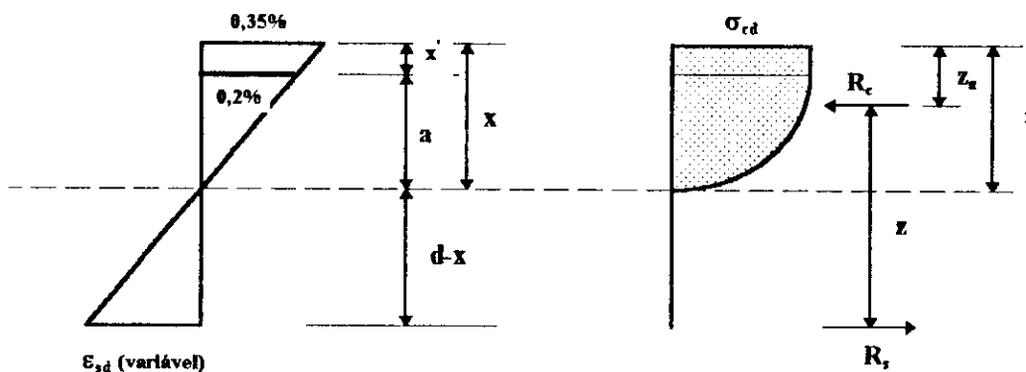


Fig. 3.9 Diagrama de deformações

A resultante de compressão no concreto é dada por

$$R_c = b \sigma_{cd} x' + b \frac{2}{3} \sigma_{cd} a = b \sigma_{cd} \left(\frac{3}{7} x + \frac{8}{21} x \right)$$

e, finalmente:

$$R_c = \frac{17}{21} b \beta_x \sigma_{cd} d \quad (3.11)$$

A posição da aplicação da resultante de compressão no concreto R_c é determinada através da análise da figura 3.9:

$$R_c z_G = b \sigma_{cd} \frac{x^2}{2} + b \sigma_{cd} \frac{2}{3} a \left(x' + \frac{3}{8} x \right)$$

Levando-se em consideração os valores de x' e de a , vem:

$$R_c z_G = \frac{33}{98} \sigma_{cd} b x^2$$

Então:

$$z_G = \frac{33}{98} \frac{\sigma_{cd} b x^2}{R_c}$$

e, considerando a expressão 3.11:

$$z_G = \frac{99}{238} \cdot \beta_x \cdot d \quad (3.12)$$

$$z = d \left(1 - \frac{99}{238} \beta_x \right) \quad (3.13)$$

3.3 ARMADURA SIMPLES

O dimensionamento e a verificação de seções retangulares submetidas à flexão normal simples constituem uma das mais rotineiras operações do projetista de estruturas de concreto armado. Em relação a esse assunto, inúmeros processos de cálculo tem sido publicados a partir do início deste século, inclusive através de tabelas ou ábacos os quais permitem reduzir significativamente o trabalho do calculista.

Entretanto, nenhum trabalho talvez tenha tido tanto sucesso internacional quanto o de LOESER (1947). Com o advento do "cálculo no estádio III", diversos autores nacionais retomaram o tema: LANGENDONCK (1950), ROCHA (1956), entre outros.

3.3.1 Usando equações de equilíbrio

Utilizando-se a equação de equilíbrio de momentos, gerada pela distribuição parabólica-retangular de tensões, tem-se que:

$$M_d = R_c z = R_s z \quad (3.14)$$

O braço de alavanca z , que é a distância entre a resultante de compressão no concreto e a resultante de tração no aço, muda em função do domínio de deformação.

Sabe-se que o equilíbrio em função da resultante de tração no aço é dado por:

$$R_s = \sigma_{sd} A_s$$

Substituindo-se o valor de R_s na expressão 3.14 resulta:

$$M_d = R_s z = \sigma_{sd} A_s z$$

Utilizando-se o equilíbrio de momentos tem-se:

$$A_s = \frac{M_d}{\sigma_{sd} z} \quad (3.15)$$

A tabela 3.1 expressa o valor de z para os diferentes domínios de deformação.

Tabela 3.1 Valores de z em função dos domínios de deformação

Domínio	z
2a	$d - \frac{\beta_x d (4 - 9\beta_x)}{4 (3 - 8\beta_x)}$
2b	$d - \frac{\frac{3}{10} [6\beta_x - 1]^2 + \frac{1}{4} d [1 - \beta_x][9\beta_x - 1]}{16\beta_x - 1}$
3 e 4	$d \left[1 - \frac{99}{238} \beta_x \right]$

Nos casos usuais de dimensionamento (domínios 2 ou 3), adota-se $\sigma_{sd} = f_{yd}$, resultando

$$A_s = \frac{1}{f_{yd}} \frac{M_d}{z} \quad (3.16)$$

O coeficiente γ_f , majorador das ações, acresce o momento característico em 40%:

$$M_d = \gamma_f M_k \quad (\gamma_f = 1,4)$$

3.4 TABELAS PARA ARMADURA SIMPLES

Foi BURKE (1955) o idealizador das tabelas hoje utilizadas, em forma análoga às de LOESER (1947), que se baseavam no estágio II. Adaptou os coeficientes k à concepção de cálculo implantada na época, embutindo o coeficiente externo de segurança γ_e de maneira a possibilitar ao usuário trabalhar com os momentos fletores em serviço.

Conservou também a notação, as fórmulas e as unidades básicas (tf e cm) do famoso autor. As primeiras tabelas de BURKE (1955) restringem-se à seção retangular com armadura simples.

Passar-se-á a definir os coeficientes e os parâmetros básicos necessários à elaboração das tabelas, de acordo com os procedimentos adotados nos dias atuais.

3.4.1 Coeficiente k_c

Por definição tem-se que:

$$k_c = \frac{b d^2}{M_d} \quad (3.17)$$

sendo:

$$M_d = R_c z$$

A tabela 3.2 mostra os valores de R_c e do coeficiente k_c em função dos domínios de deformação.

Tabela 3.2 Valores de k_c

Domínio	R_c	k_c
2a	$\frac{5}{3} \frac{b \sigma_{cd} \beta_x^2 (3 - 8\beta_x)}{(1 - \beta_x)^2}$	$\frac{1}{f_{cd}} \frac{12d(1 - \beta_x)^2}{4,25\beta_x^2(12 - 28\beta_x + 9\beta_x^2)}$
2b	$\frac{1}{15} b \sigma_{cd} d (16\beta_x - 1)$	$\frac{1}{f_{cd}} \frac{15d}{0,255(6\beta_x - 1)^2 + 0,6375(-27\beta_x^3 + 33\beta_x^2 + 15\beta_x - 1)}$
3 e 4	$\frac{17}{21} b d \sigma_{cd} \beta_x$	$\frac{1}{f_{cd}} \frac{1}{0,68\beta_x(1 - 0,4\beta_x)}$

Portanto, o coeficiente k_c depende diretamente da resistência do concreto e da posição da linha neutra, mas independe do tipo de aço.

Para um dado concreto, a cada valor de β_x corresponde um único valor de k_c . Reciprocamente, a cada k_c corresponde um único β_x . Quando $\beta_x \leq \beta_{x,lim}$, a seção de concreto é satisfatória, não havendo dessa forma necessidade da colocação de armadura de compressão.

A tabela 3.3 mostra os valores limites de k_c para os respectivos aços, supondo-se $f_{ck} = 20$ MPa. Essa tabela foi adicionada apenas a título de exemplo.

Tabela 3.3 Valores de $k_{c,lim}$ em kN/cm^2

Aço	$\beta_{x,lim}$	$k_{c,lim}$
CA-25	0,7717	1,93
CA-32	0,7254	2,00
CA-40A	0,6788	2,08
CA-40B	0,4891	2,62
CA-50A	0,6283	2,19
CA-50B	0,4623	2,73
CA-60B	0,4384	2,85

3.4.2 Coeficiente k_s

Do equilíbrio de forças, surge:

$$R_c = R_s \quad (3.18)$$

que pode ser expresso na forma:

$$R_c = A_s \sigma_{sd} \quad (3.19)$$

Do equilíbrio de momentos, tem-se:

$$M_d = \gamma_f M = R_s z = A_s \sigma_{sd} z \quad (3.20)$$

Desta expressão decorre:

$$A_s = \frac{M_d}{z} \frac{1}{\sigma_{sd}} \quad (3.21)$$

sendo que k_s é dado por:

$$k_s = \frac{d}{z \sigma_{sd}}$$

ou seja, para os domínios 3 e 4:

$$\Lambda_s = \frac{M_d}{d} \frac{1}{\left(1 - \frac{99}{238} \beta_x\right) \sigma_{sd}} \quad (3.22)$$

Quando a peça estiver condicionada aos domínios 2a e 2b, na expressão 3.21 deve-se substituir o valor do parâmetro z pelos valores especificados na tabela 3.1.

O coeficiente k_s depende do tipo de aço e da posição da linha neutra, mas não depende da resistência do concreto, ou seja,

$$k_s = \frac{1}{\left(1 - \frac{99}{238} \beta_x\right) f_{yd}}, \quad (3.23)$$

expressão que é válida para o domínio 3.

Optou-se por não apresentar o coeficiente k_s para o domínio 4, porque nessas condições as peças são superarmadas e devem ser evitadas. Por essa razão, os valores de k_s , para os aços classe A, são fornecidos até o valor limite do domínio 3.

Para os aços classe B, cujas deformações ϵ_{yd} são muito maiores que as correspondentes aos aços classe A da mesma categoria, admite-se que ainda seja utilizável a faixa de deformações:

$$\epsilon_{yd, \text{classe B}} \geq \epsilon_{yd, \text{classe A}}$$

3.4.3 Coeficiente $\beta_{x,\text{lim}}$

Observa-se que os limitantes $\beta_x = 0,167$ e $\beta_x = 0,259$ definem as fronteiras entre os domínios 2a, 2b e 3.

Quanto a $\beta_{x,\text{lim}}$, que serve de divisa entre os domínios 3 e 4, embora as fórmulas acima continuem valendo mesmo dentro do domínio 4, convém lembrar que se evite o dimensionamento antieconômico e correspondente à ruptura sem aviso prévio que ocorre neste domínio.

Os valores de $\beta_{x,\text{lim}}$ podem ser determinados a partir da proporção decorrente do diagrama de deformações:

$$\frac{0,35}{x} = \frac{\varepsilon_s}{d - x}$$

Colocando-se a equação em função da linha neutra, vem:

$$x = \frac{0,35}{0,35 + \varepsilon_s} d \quad (3.24)$$

ou, em função do parâmetro β_x :

$$\beta_x = \frac{0,35}{0,35 + \varepsilon_s} \quad (3.25)$$

Fazendo-se $\varepsilon_s = \varepsilon_{yd}$, que é a deformação correspondente ao início de escoamento real ou convencional, vem:

$$\beta_{x,\text{lim}} = \frac{0,35}{0,35 + \varepsilon_{yd}} \quad (3.26)$$

Os valores respectivos de $\beta_{x,\text{lim}}$, para os diversos tipos de aço, estão expressos no capítulo 2, item 2.5. Na expressão 3.26, ε_{yd} deve estar em porcentagem.

3.5 ARMADURA DUPLA

Em um grande número de vezes, por razões construtivas, torna-se necessário fixar a seção ($b \cdot d$). O momento fletor atuante na seção poderia obrigar o calculista a entrar em regiões não utilizáveis do domínio 4, gerando peças superarmadas, anti-econômicas e de ruptura frágil. Neste caso torna-se necessária a utilização de armadura dupla, ou seja, a colocação de aço na zona comprimida da peça.

Dessa maneira, limita-se o valor de β_x , formando-se um binário resistente aço tracionado-aço comprimido, que ajuda o concreto na insuficiente área de compressão.

3.5.1 Generalidades

Supondo-se que seja fixada a seção de concreto e também o valor máximo de β_x , em geral adotado igual a $\beta_{x3,4}$, o maior momento fletor que pode ser resistido pela seção com armadura simples é:

$$M_{\text{lim}} = \frac{b \cdot d^2}{k_{c,\text{lim}}} \quad (3.27)$$

onde $k_{c,\text{lim}}$ corresponde ao $\beta_{x3,4}$ ($\beta_{x,\text{lim}}$).

O coeficiente k_c foi demonstrado no item 3.4.1. Como o momento M_d dado é por hipótese maior do que M_{lim} ,

$$M_d = M_{\text{lim}} + \Delta M \quad (3.28)$$

recorre-se a armadura dupla, ou seja, utiliza-se armadura de tração A_s e armadura de compressão A'_s (ver figura 3.10).

Calculando-se M_{lim} , pela expressão 3.27, substituindo-o na expressão 3.28, resulta:

$$\Delta M = M_d - M_{\text{lim}} \quad (3.29)$$

Pode-se decompor a armadura total de tração A_s , em duas partes:

$$A_s = A_{s,\text{lim}} + \Delta A_s \quad (3.30)$$

A parcela $A_{s,\text{lim}}$, que corresponde ao M_{lim} , é determinada através do uso de $\beta_{x,\text{lim}}$, o qual se encontra na mesma linha de $k_{c,\text{lim}}$:

$$A_{s,\text{lim}} = k_s \frac{M_{\text{lim}}}{d} \quad (3.31)$$

sendo que:

$$k_s = \frac{d}{\sigma_{sd} z} \quad (3.32)$$

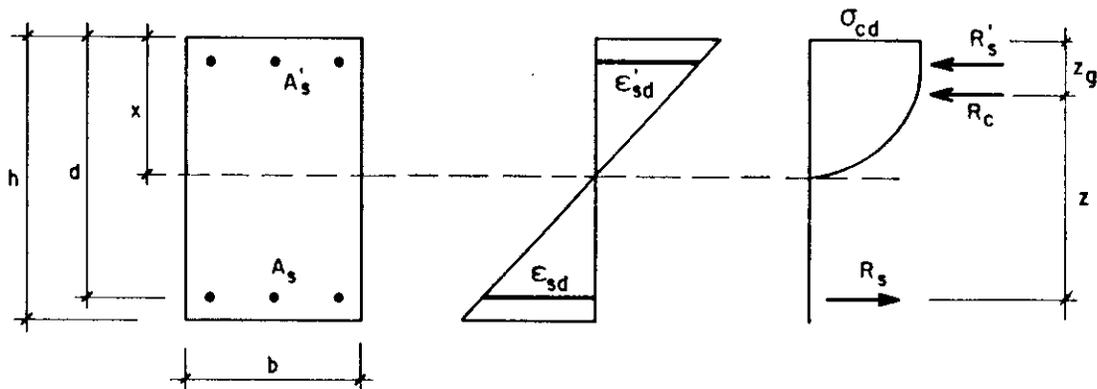


Fig. 3.10 Armadura de tração e de compressão

A segunda parcela ΔA_s é determinada através da equação de equilíbrio:

$$\Delta M = \Delta A_s \cdot \sigma_{sd} (d - d') \quad (3.33)$$

donde:

$$\Delta A_s = \frac{\Delta M}{\sigma_{sd} (d - d')} \quad (3.34)$$

Somando-se as expressões 3.31 e 3.34, de acordo com a expressão 3.30, resulta a armadura total de tração:

$$A_s = \frac{1}{\sigma_{sd}} \left(\frac{M_{\text{lim}}}{z} + \frac{\Delta M}{d - d'} \right) \quad (3.35)$$

De forma análoga, da equação de equilíbrio

$$\Delta M = A'_s \sigma'_{sd} (d - d')$$

decorre como resultante a armadura de compressão:

$$A'_s = \frac{\Delta M}{\sigma'_{sd} (d - d')} \quad (3.36)$$

3.6 TABELAS PARA ARMADURA DUPLA

A extensão do processo exposto por BURKE foi feita por SANTOS (1957), expandindo-o à armadura dupla e à seção T, e também pelo próprio BURKE (1957), em trabalho simultâneo e independente.

Mais tarde, o assunto foi retomado por GERTSENCHTEIN (1967), que adaptou as tabelas às modificações da NB-1, constantes do anexo da EB-3/67.

3.6.1 Coeficiente k_{s2}

O coeficiente k_{s2} , que é utilizado na armadura de tração, depende do tipo de aço, mas não depende da resistência do concreto, e é definido como:

$$k_{s2} = \frac{1}{\sigma_{sd}} \quad (3.37)$$

Quando se admite $\beta_x < \beta_{x,\text{lim}}$, válido para os domínios 2 e 3, resulta $\sigma_{sd} = f_{yd}$; logo:

$$k_{s2} = \frac{1}{f_{yd}} = k_{s2,\text{lim}} \quad (3.38)$$

sendo que o coeficiente k_{s2} , no caso de $\beta_x < \beta_{x,\text{lim}}$, não depende da posição da linha neutra. Porém, para cada tipo de aço apresenta um único valor.

Quando se considera $\beta_x > \beta_{x,\text{lim}}$, no domínio 4, tem-se

$$k_{s2} = \frac{1}{\sigma_{sd}}$$

podendo ser feito:

$$k_{s2} = \frac{1}{f_{yd}} \frac{f_{yd}}{\sigma_{sd}} = \frac{k_{s2,\text{lim}}}{\alpha} \quad (3.39)$$

sendo

$$\alpha = \frac{\sigma_{sd}}{f_{yd}} \quad (3.40)$$

O coeficiente α representa a medida da eficiência da armadura de tração; depende do tipo de aço e da posição da linha neutra.

3.6.2 Coeficiente k'_s

Este coeficiente depende do tipo de aço, porém não depende da resistência do concreto, ou seja:

$$k'_s = \frac{1}{\sigma'_{sd}} \quad (3.41)$$

Utilizando-se a compatibilidade entre as deformações vem (ver figura 3.11):

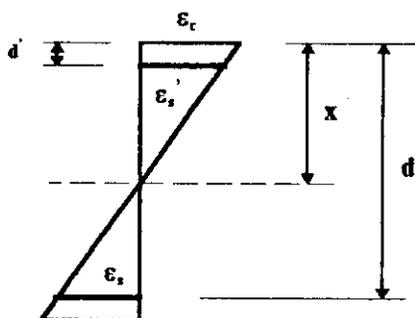


Fig. 3.11 Armadura dupla - deformações

$$\frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon'_s}{x - d'} = \frac{\varepsilon_s}{d - x} \quad (3.42)$$

No domínio 3 tem-se que a deformação do concreto atinge 0,35%; então:

$$\varepsilon'_s = 0,35 \frac{\beta_x - \frac{d'}{d}}{\beta_x} \quad (3.43)$$

No domínio 2, trabalha-se supondo que a deformação da armadura atinja 1%, ou seja:

$$\epsilon'_s = 1\% \frac{\beta_x - \frac{d'}{d}}{1 - \beta_x} \quad (3.44)$$

Quando $\beta_x = \beta_{x,\text{lim}}$, tem-se:

$$\epsilon'_s = 0,35\% \frac{\beta_{x,\text{lim}} - \frac{d'}{d}}{\beta_{x,\text{lim}}} \quad (3.45)$$

e, dessa forma, σ'_{sd} também depende de d'/d . Portanto

$$k'_{s,\text{lim}} = \frac{1}{(\sigma'_{sd})_{\beta_x = \beta_{x,\text{lim}}}} \quad (3.46)$$

expressão que é válida para $\beta_x = \beta_{x,\text{lim}}$.

No caso geral, pode-se escrever:

$$k'_s = \frac{1}{\sigma'_{sd}} = \frac{1}{f'_{yd}} \frac{f'_{yd}}{\sigma'_{sd}} = \frac{1}{\beta} \quad (3.47)$$

onde:

$$\beta = \frac{\sigma'_{sd}}{f'_{yd}} \quad (3.48)$$

O coeficiente β é a medida da eficiência da armadura de compressão. Depende do tipo de aço, da posição da linha neutra e da profundidade relativa da armadura de compressão.

3.6.3 Utilização dos coeficientes k_{s2} e k'_s

Conforme mostra a figura 3.12, dado o momento:

$$M_d = M_1 + \Delta M,$$

consequentemente tem-se como área total de armadura de tração:

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} = k_s \frac{M_1}{d} + k_{s2} \frac{\Delta M}{d - d'}$$

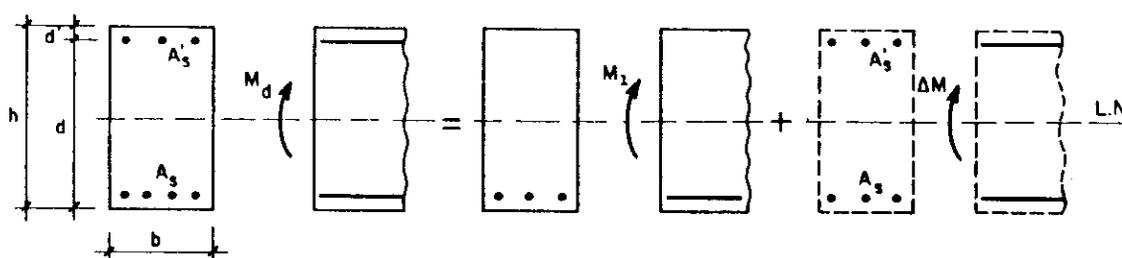


Fig 3.12 Flexão simples - armadura dupla

A armadura de compressão é dada por:

$$A'_s = k'_s \frac{\Delta M}{d - d'};$$

consequentemente, a armadura total necessária vale:

$$A_{s, total} = A_s + A'_s$$

A tabela 3.4 coloca de forma resumida, utilizando diagrama retangular de tensões, os valores dos coeficientes k_{s2} e k'_s para os vários tipos de aço. Para a confecção de tal tabela, utilizou-se como coeficiente de minoração da resistência do

aço e de majoração da resistência do concreto, respectivamente, $\gamma_s = 1,15$ e $\gamma_c = 1,4$. Considerou-se, também, que:

$$\frac{d'}{d} = \frac{d'/h}{(h - d')/h} = \frac{d'/h}{1 - d'/h}$$

Tabela 3.4 Coeficientes k_{s2} e k'_s para $\beta_x = \beta_{x,lim}$

Aço	k_{s2}	k'_s				
		d'/h				
		0,05	0,10	0,15	0,20	0,25
CA-25	0,046	0,046	0,046	0,046	0,046	0,046
CA-32	0,036	0,036	0,036	0,036	0,036	0,036
CA-40A	0,029	0,029	0,029	0,029	0,029	0,029
CA-40B	0,023	0,030	0,031	0,033	0,035	0,046
CA-50A	0,023	0,023	0,023	0,023	0,023	0,029
CA-50B	0,023	0,025	0,026	0,027	0,031	0,049
CA-60B	0,019	0,021	0,022	0,025	0,032	0,057

A tabela 3.5 mostra os valores de σ'_{sd} em MPa, para a condição limite de β_x .

Tabela 3.5 Valores de σ'_{sd} em MPa

$\frac{d'}{h}$	Aços						
	CA-25	CA-32	CA-40A	CA-40B	CA-50A	CA-50B	CA-60B
0,05	217,0	278,0	348,0	333,8	435,0	403,9	467,9
0,10	217,0	278,0	348,0	322,1	435,0	387,1	442,1
0,15	217,0	278,0	348,0	306,5	435,0	365,9	406,9
0,20	217,0	278,0	348,0	286,5	435,0	324,8	389,6
0,25	217,0	278,0	348,0	217,4	344,8	204,1	175,4
f_{yd}	217,0	278,0	348,0	348,0	435,0	435,0	522,0

4 FLEXÃO PURA EM SEÇÃO T

4.1 OCORRÊNCIA

Como parâmetro básico, pensando-se em lajes maciças, é pouco comum a ocorrência de vigas retangulares isoladas nas construções usuais, devido ao fato de que os pisos estruturais são normalmente compostos por lajes descarregando em vigas. No caso de lajes pré-moldadas, a seção é de fato retangular.

A figura 4.1 representa o tipo mais comum de estrutura de piso de edifício. Demonstra que a laje favorece a situação das vigas para momentos fletores positivos, no meio do vão; porém, de nada adiantando para os momentos fletores negativos, sobre os apoios intermediários, por estar em região tracionada pela flexão.

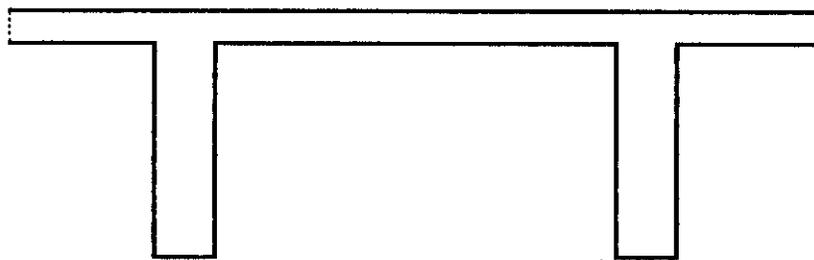


Fig. 4.1 Piso usual de edifício - laje superior

Normalmente os momentos fletores sobre os apoios são maiores que aqueles no meio dos vãos, excetuando-se proporções inusitadas entre os vãos ou então variações incomuns de inércia ao longo da viga, de forma que seria mais desejável (falando em termos estritamente estruturais) que a laje fosse inferior, como na figura 4.2.

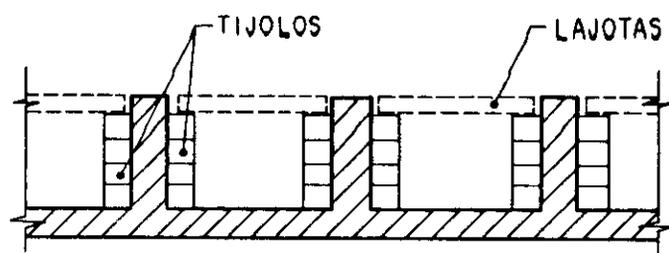


Fig. 4.2 Piso de edifício em casos especiais - laje inferior

Salienta-se uma situação tolerada pela NBR-6118/82, que consiste em permitir, para os momentos atuantes nos apoios intermediários de vigas, uma redução em até 15% de seu valor, em relação àqueles obtidos do cálculo hiperestático clássico. Esta redução corresponde a um grau tolerável de plastificação sobre tais apoios, conforme indicado na figura 4.3 e, evidentemente, a um aumento de momentos no meio do vão. Consequentemente, haverá um aumento das deformações da viga.

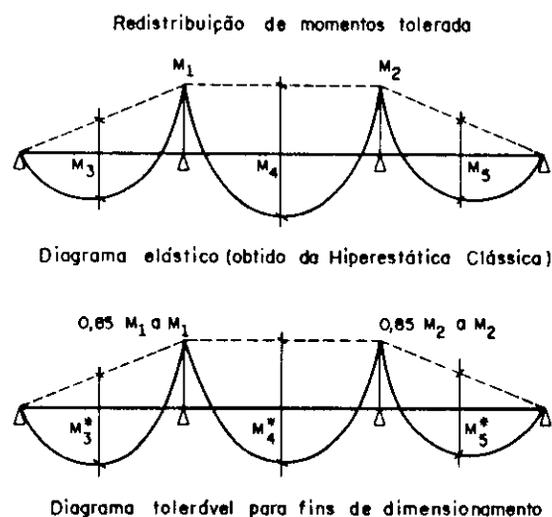


Fig. 4.3 Redução dos momentos fletores nos apoios

A redução dos momentos nos apoios é uma forma de aliviar a parte comprimida da seção sobre os apoios internos.

A seção da figura 4.2 é mais lógica, para vigas contínuas, sob o ponto de vista estrutural. Tem, no entanto, o inconveniente de requerer fechamento posterior do piso por lajotas (normalmente pré-fabricadas), apoiadas, em geral, sobre tijolos.

Este procedimento acarreta um ônus adicional, que só se revelará recomendável no caso de se ter vãos já apreciáveis para a estrutura, o que poderá tornar indispensável (em termos, até, de estabilidade) a presença da laje inferior.

A respeito da seção apresentada na figura 4.2, deve-se frisar que, em casos extremos, pode-se tornar necessário executá-la com a parte superior incorporada à seção resistente, visando oferecer mesas de compressão também para momentos positivos (ver figura 4.4).

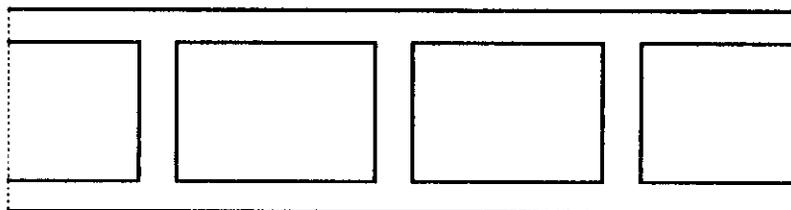


Fig. 4.4 Laje dupla

A seção apresentada na figura 4.4 não é de uso comum em edifícios, a não ser quando vãos de maior porte a exigem estruturalmente, face ao inconveniente de acarretar a perda das formas que circundam sua parte vazada, somando àquele de não permitir uma única concretagem para o piso (normalmente se executa, numa primeira etapa, a laje inferior e, numa segunda etapa, concretam-se as nervuras juntamente com a laje superior).

Estruturalmente é, no entanto, a forma ideal, pois, além de oferecer mesas resistentes para momentos fletores positivos ou negativos, possui inércia apreciável à flexão e ainda uma excelente rigidez à torção. Desta forma, no caso, por exemplo,

das pontes contínuas, é normalmente o tipo de seção adotada, estando sua configuração particular dada na figura 4.5, conhecida como seção caixão.

Conforme mencionado, a seção em forma de T é um caso frequente em concreto armado, particularmente nas estruturas de edifícios, devido à colaboração dada pela laje à viga. Se o momento for negativo, isto é, se comprimir a nervura e não a mesa, a viga é de seção retangular ($b_w h$).

A figura 4.6 mostra, para os pontes biapoiadas, a seção transversal usual. Mostra inclusive a não necessidade de adição de laje inferior; esta poderá vir a ser necessária apenas por questões de rigidez à torção, em pontes acentuadamente curvas.

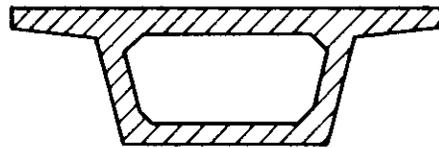


Fig. 4.5 Seção de ponte contínua - seção caixão

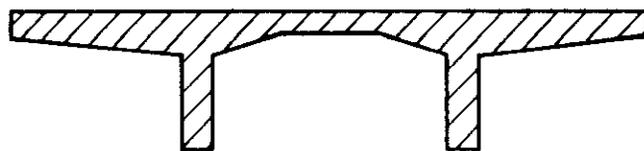


Fig. 4.6 Seção usual de ponte biapoiada

Em todas estas seções, apresentadas nas figuras 4.1 a 4.6, a presença da laje (exceto laje inferior da seção caixão) é necessária, independentemente de outras considerações, como elemento estrutural capaz de receber as cargas atuantes, transmitindo-as às vigas que, sob carregamento que lhes couber, irão fletir (se revela enormemente favorável ao trabalho da viga, desde que localizada na zona comprimida pela flexão, já que propiciará uma área de concreto resistente muito maior do que aquela que se teria caso a seção da viga fosse um retângulo isolado).

4.2 LARGURA COLABORANTE

O aparecimento de tensões de cisalhamento τ_c na superfície de contato laje-nervura dá-se por questões elementares de compatibilidade de deformações, ou seja, a parte comprimida da nervura, face a sua ligação com a laje, impõe à laje, em sua seção de contato, a mesma deformação que sofre devido à flexão. Estas tensões são responsáveis pela transmissão de uma parte da compressão da nervura para a laje.

O estado de tensões em um elemento genérico da laje, devido a esse funcionamento, é representado na figura 4.7.

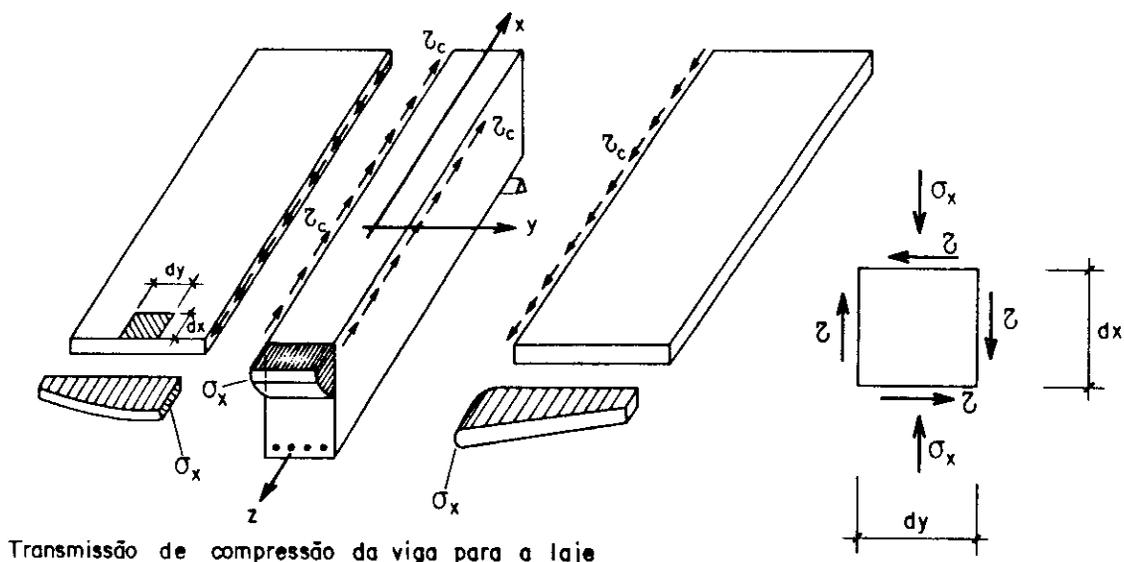


Fig. 4.7 Distribuição de tensões na laje

Para que se tenha a colaboração da laje no trabalho à flexão da viga funcionando como mesa comprimida, é indispensável que a ligação laje-nervura seja capaz de transmitir a tensão de cisalhamento τ_c aí existente, o que em casos gerais torna necessária a colocação de armadura resistente ao cisalhamento nesta seção, denominada armadura de costura.

A distribuição exata das tensões de compressão na laje, devidas a flexão da viga, depende de seu estudo como chapa (peça bidimensional submetida a tensões em seu próprio plano, ver figura 4.7), sendo feito pela Teoria da Elasticidade através da função F de Airy, a partir da equação diferencial básica:

$$\frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2 \cdot \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \cdot \partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = 0$$

observadas atentamente as condições de contorno, chegando-se a uma distribuição conforme aquela indicada na figura 4.8.

Partindo-se desta distribuição, veio a idéia de se definir largura efetiva de uma viga T como sendo uma largura b_f tal que, atuando sobre ela tensões de compressão exatamente iguais àquelas da nervura, as mesmas forneçam uma resultante de valor igual ao daquela que vai, realmente, existir na laje.

Desta forma, no caso da figura 4.8, tem-se:

$$b_f = \frac{\int_0^{b_i} \sigma_x d_y}{\sigma_{x,max}}$$

sendo inteiramente análoga a expressão que nos fornece b_{i-1} , obtendo-se então a largura efetiva b_f da viga T, ver figura 4.8, dada por:

$$b_f = b_w + b_{i-1} + b_i \quad (4.1)$$

A introdução deste conceito traz grande vantagem que reside, exatamente, no fato de que, ao se considerar como pertencente à viga uma parte b_f da laje, a

mesma terá, na flexão, as mesmas tensões de compressão da viga, aplicando-se a este todo, então, as hipóteses básicas do cálculo à flexão.

A função das tensões F de Airy e, conseqüentemente, a largura efetiva b_f de uma viga T, depende de vários fatores, tais como o tipo de apoio da viga (viga biapoiada, viga contínua, etc.), o tipo e a forma de carregamento (cargas distribuídas ou concentradas, com carregamento direto ou indireto), as proporções relativas das partes que compõem a viga T (nervura e laje), etc.

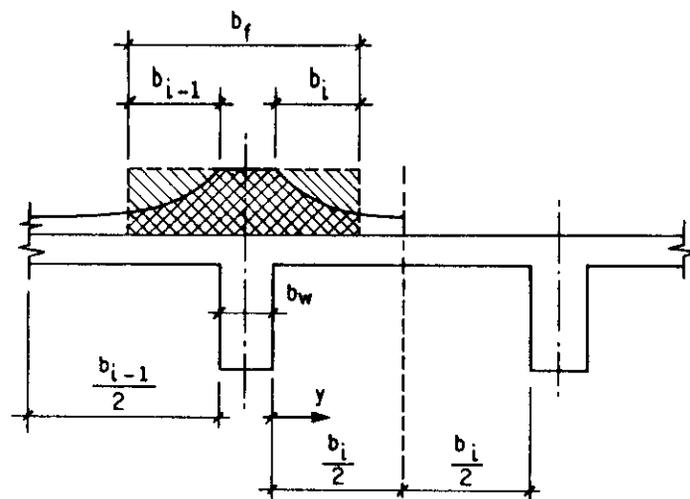


Fig. 4.8 Largura colaborante

O estudo matemático do problema, como pode ser visto, é bastante complexo e trabalhoso, sendo mais coerente para efeito de dimensionamento a utilização de dados simplificados, baseados nos estudos de BRENDDEL (1960), que conduziram, com pequenas adaptações, às prescrições das normas brasileiras, alemã e do CEB.

A largura efetiva b_e , fixada pela NBR-6118/82, para uma viga de seção T, é igual à soma da largura b_a da nervura fictícia (obtida, conforme figura 4.9, adicionando-se a largura b_w da nervura, para cada um de seus lados, um valor igual ao menor dos catetos das mísulas eventualmente existentes), com os valores b_j e b_k , no caso de nervura interna, conforme mostra a figura 4.10, ou seja:

$$b_f = b_a + b_j + b_k \quad (4.3)$$

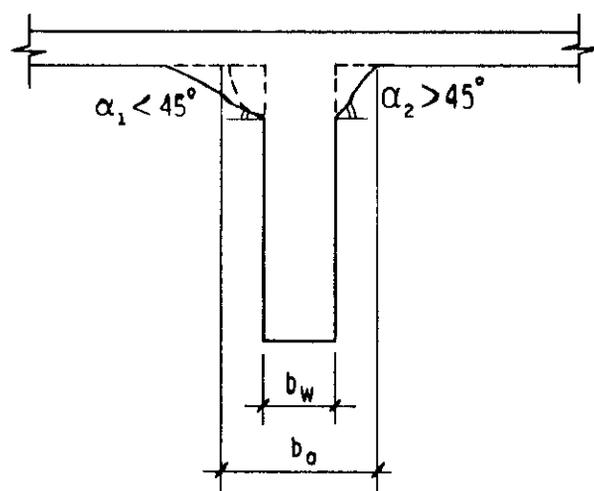


Fig. 4.9 Largura fictícia b_a da nervura

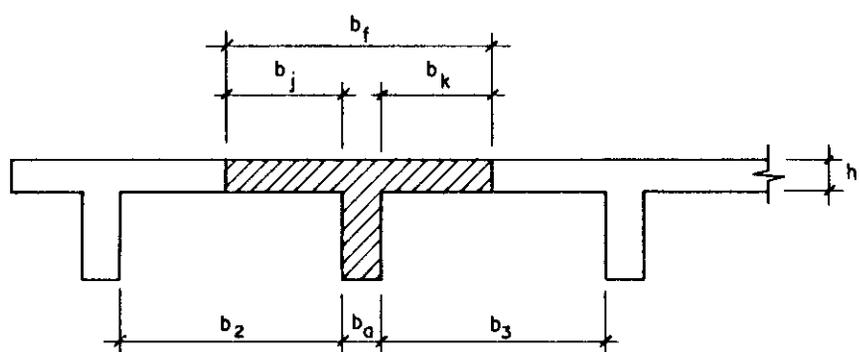


Fig. 4.10 Nervura interna

No caso de nervura externa, figura 4.11, tem-se:

$$b_f = b_a + b_i + b_j \quad (4.4)$$

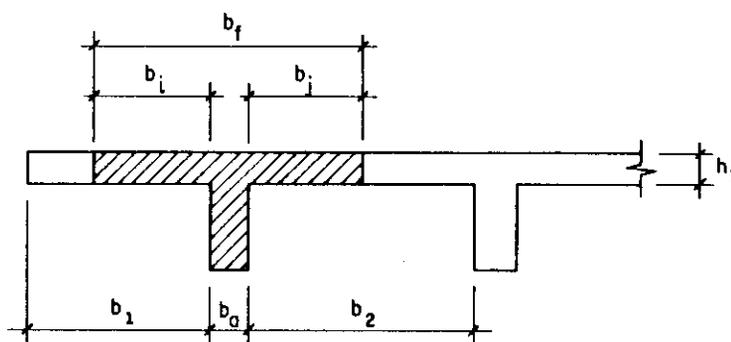


Fig. 4.11 Nervura externa

Os valores de b_b , b_j , b_k , definidos pela NBR-6118/82, valem respectivamente:

$$b_j \text{ ou } b_k \leq \begin{cases} 0,10a \\ 8h_f \\ 0,5b_2 \text{ ou } 0,5b_3 \end{cases} \quad (4.5)$$

$$b_i \leq \begin{cases} 0,10a \\ 6h_f \\ b_1 \end{cases} \quad (4.6)$$

sendo que a assume os valores mostrados na tabela 4.1.

Tabela 4.1 Valores do parâmetro a

Situação	a
Viga simplesmente apoiada	ℓ
Tramo com momento em uma só extremidade	$\frac{3}{4}\ell$
Tramo com momentos nas duas extremidades	$\frac{3}{5}\ell$
Viga em balanço	2ℓ

Embora a largura efetiva de uma viga varie de acordo com o tipo de carga e com a posição da seção ao longo do vão, a NBR-6118/82 e o CEB-90 admitem um valor constante de b_f em todo o comprimento da viga, inclusive na região dos apoios intermediários de vigas contínuas.

No caso de vigas assimétricas, as considerações feitas até aqui são igualmente, válidas. No caso de não existir um impedimento à deformação horizontal

através de vigas transversais ou dispositivos semelhantes, a linha neutra será inclinada, ficando-se diante de um caso de flexão oblíqua, ver figura 4.12a.

No entanto, caso exista impedimento à deformação horizontal, através de transversina ou de laje horizontalmente indeslocável, garantindo-se que a deformação será vertical e a linha neutra horizontal, a viga funcionará rigorosamente da forma estudada no presente tópico, ver figura 4.12b.

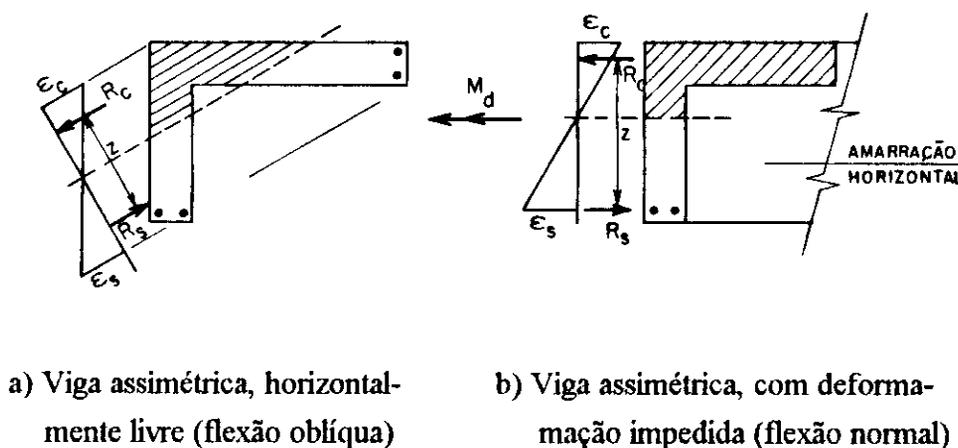


Fig. 4.12 Vigas assimétricas

4.3 SEÇÃO RETANGULAR E SEÇÃO T VERDADEIRA

Embora o momento seja positivo, se prevalecer a relação ($x \leq h_f$), ou seja, se a posição da linha neutra for inferior à espessura da laje, tratar-se-á de seção retangular.

Toda vez em que a posição da linha neutra ultrapassar a espessura da laje, estar-se-á falando em seção T verdadeira.

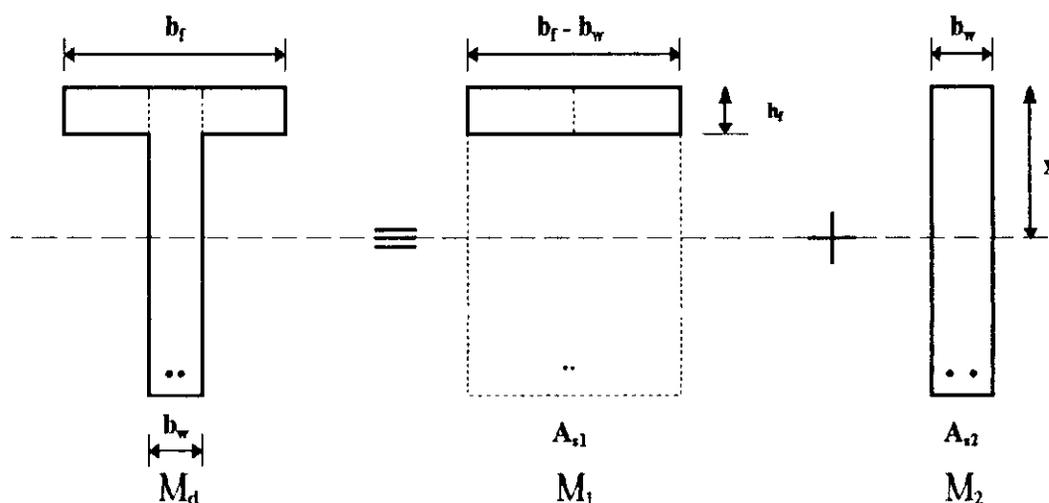


Fig. 4.13 Viga T - subdivisão

O processo básico de cálculo, para seção T verdadeira, consiste em subdividir a seção T em seções retangulares, conforme mostra a figura 4.13, e será apresentado em 4.4.5.

Eventuais mísulas não serão consideradas no dimensionamento e será adotado o diagrama retangular-parabólico de tensões de compressão no concreto.

4.4 DIMENSIONAMENTO

Em geral as vigas T não necessitam da colocação de armadura de compressão, pois apresentam uma grande área de concreto comprimido.

Cabe salientar que, no caso de vigas T com lajes "largas" e de pouca espessura, não se justifica o aproveitamento do concreto até a deformação máxima de 0,35% porque, nessa situação, a laje é solicitada aproximadamente como uma peça comprimida axialmente, para os quais o valor ε_c , no estado de ruptura, atinge apenas o valor 0,2%.

O CEB-90 propõe que em tais casos, na altura da linha média da laje, o valor $\varepsilon_c = 0,2\%$ não deve ser excedido.

Conforme a posição da linha neutra, pode-se distinguir a nível de dimensionamento os casos a seguir expostos.

4.4.1 LINHA NEUTRA SITUADA NA MESA

Neste caso, $x \leq h_f$, conforme mostra a figura 4.14. Tudo se passa como se a viga fosse de seção retangular de largura constante b_f e altura h , podendo ser empregados, para fins de dimensionamento, todos os conceitos e expressões mencionadas quando do estudo de seções retangulares submetidas a flexão. Servem, inclusive, as mesmas tabelas.

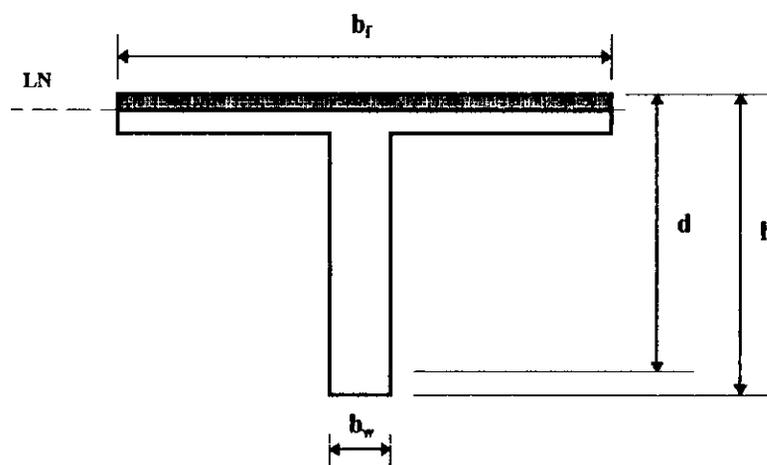


Fig. 4.14 Linha neutra cortando a mesa

4.4.2 LINHA NEUTRA SITUADA NA ALMA E $b_f/b_w \geq 5$

Existem dois casos típicos que devem ser analisados quando a linha neutra intercepta a alma, obedecendo a relação entre a largura da mesa e a largura da alma b_f/b_w ⁽¹⁾.

¹ Essa relação é sugerida pelos alemães como parâmetro até o qual, desprezando-se inteiramente as tensões de compressão na nervura, estar-se-ia cometendo um erro muito pequeno, a favor da segurança.

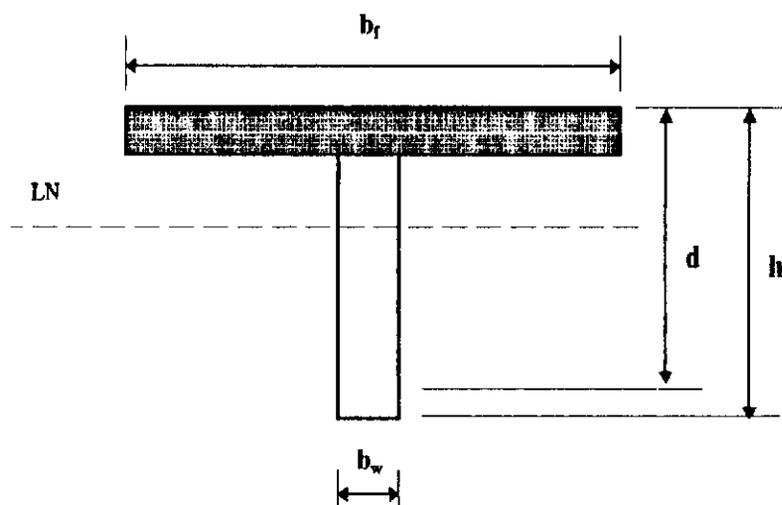


Fig. 4.15 Linha neutra fora da mesa

Nos casos em que a linha neutra intercepta a alma, ver figura 4.15, e mantendo-se a relação exposta, sendo a largura da alma muito pequena em presença daquela da mesa comprimida, pode-se estabelecer um critério de dimensionamento a favor da segurança, onde são desprezadas as tensões de compressão atuantes na alma abaixo da mesa, ver figura 4.16. Se $\epsilon_{c,inf} \geq 0,2\%$ nas fibras inferiores da mesa comprimida, o braço de alavanca z entre a resultante R_c das tensões de compressão na mesa (a meia altura, já que o diagrama de tensões na mesma será uniforme) e o esforço de tração R_s , ver figura 4.16, será dado por:

$$z = d - \frac{h_f}{2} \quad (4.7)$$

Dessa forma vem

$$R_c = R_s = \frac{M_d}{d - \frac{h_f}{2}} \quad (4.8)$$

O dimensionamento da seção consiste na verificação do não esmagamento por compressão do concreto, assim como também na quantificação da armadura necessária. O trabalho no caso da armadura pode ser simplificado, desde que se tenha

certeza prévia de que o aço atinge um ϵ_s tal que ele corresponda à tensão f_{yd} , ver tabela 4.2.

Tabela 4.2 Deformação de início de escoamento

Aço	CA-25	CA-32	CA-40A	CA-40B	CA-50A	CA-50B	CA-60
$\epsilon_{yd}(\%)$	0,1035	0,1325	0,1656	0,3656	0,2070	0,4070	0,4480

Considera-se como sendo um caso dos mais críticos o do aço CA-60, para o qual se deve ter:

$$\epsilon_s \geq \left(0,2\% + \frac{6000}{1,15 \cdot 2,1 \cdot 10^6} \right) \geq 0,448\%$$

Portanto, para o aço CA-60, como parâmetros restritivos tem-se:

$$\epsilon_c \geq 0,2\% \text{ e } \epsilon_s \geq 0,448\%$$

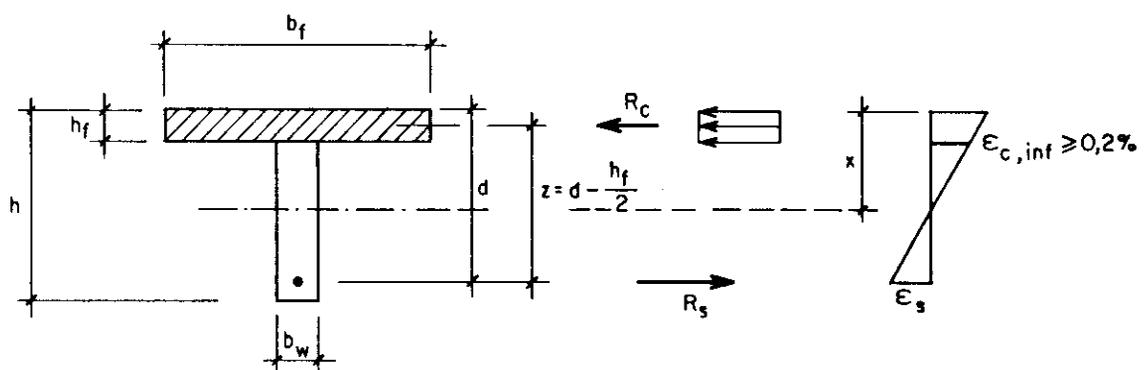


Fig. 4.16 Dimensionamento simplificado

Da figura 4.16 vem:

$$\frac{x}{d} = \frac{0,35}{0,35 + 0,448} = 0,439 \quad (4.9)$$

$$\frac{x - h_f}{x} = \frac{0,2}{0,35} = 0,571 \quad (4.10)$$

obtendo-se:

$$x(1 - 0,571) = h_f$$

$$0,439d(1 - 0,571) = h_f$$

e, finalmente:

$$\left[\frac{h_f}{d} \right]_{\text{lim}} = 0,19 \quad (4.11)$$

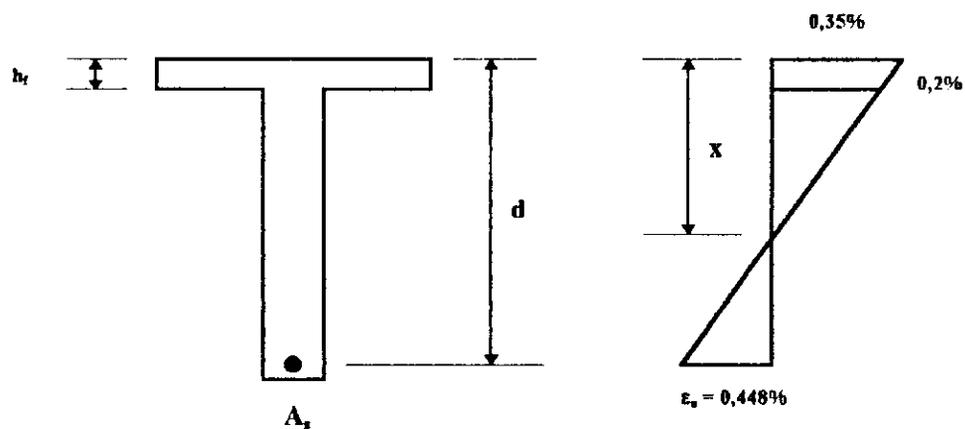


Fig. 4.17 Deformações no concreto e na armadura

Desde que seja satisfeita a condição $h_f \leq 0,19d$, quaisquer que sejam o aço ou concreto empregados, sabe-se que são válidas as condições a seguir, definidoras do dimensionamento, a verificação do concreto e o cálculo da armadura.

a) Verificação do concreto

Pode ser feita utilizando-se a expressão 4.8, fazendo-se $R_c = b_f \cdot h_f \cdot \sigma_{cd}$:

$$\sigma_{cd} = \frac{M_d}{b_f \cdot h_f \cdot \left(d - \frac{h_f}{2} \right)} \leq 0,85 \cdot f_{cd} \quad (4.12)$$

b) Cálculo da armadura

Com a mesma expressão 4.8, fazendo-se $R_s = A_s \cdot f_{yd}$, resulta:

$$A_s = \frac{M_d}{\left(d - \frac{h_f}{2} \right) \cdot f_{yd}} \quad (4.13)$$

Cabe salientar que as duas condições a e b só são simultaneamente válidas desde que $h_f \leq 0,19d$ ⁽²⁾.

Nestas condições parte-se do pressuposto de que o aço atinja f_{yd} e a mesa possua um diagrama uniforme de compressão, ou seja, $\varepsilon_{c,inf} \geq 0,2\%$.

Quando $h_f > 0,19d$ sugere-se, seja qual for a relação $\frac{b_f}{b_w}$, empregar o critério geral de dimensionamento.

Na prática, o grande número de vigas T com que se depara no dia-a-dia, em sua maioria, recaem neste tipo de dimensionamento. Cabe ressaltar que, no caso de não ser satisfeita a condição 4.12, o que indica deficiência de concreto, pode-se

² Esta relação se transforma em $\left[\frac{h_f}{d} \leq 0,20; 0,21; 0,27; 0,33 \right]$, conforme se tenha, respectivamente, aços CA-50B, CA-40B, CA-50A e CA-25.

optar por aumentar a altura da mesa h_f , a altura útil d da viga ou colocar armadura de compressão.

4.4.3 LINHA NEUTRA SITUADA NA ALMA E $b_f/b_w < 5$

Valendo a relação $b_f/b_w < 5$ e considerando-se a influência tanto da mesa como da alma, pode ser empregado o recurso de substituir a zona que está situada acima da linha neutra por um retângulo de largura igual a b_e e de mesma altura que a da zona comprimida, de forma a fornecer a mesma resultante de compressão.

Ao se utilizar esse critério estar-se-ia desprezando o fato de a posição real da resultante das tensões de compressão não coincidir com aquela do retângulo ideal ($b_e x$), o que se constitui em um erro, pequeno, a favor da segurança, por conduzir a um valor de z inferior ao real.

A determinação analítica de b_e , visando fazer com que o problema recaia no dimensionamento de uma viga de seção retangular, de largura b_e e altura h , é dada como segue.

O coeficiente ψ , ver figura 4.18, baseado nos estudos de SÜSSEKIND (1979), considerando diagrama parábola-retângulo, vale:

a) $\psi = 1$, quando $\varepsilon_{c,max} = 0,35\%$;

b) $\psi = 1,25 \left(1 - \frac{0,02}{3 \varepsilon_{c,max}} \right)$, quando $0,2\% \leq \varepsilon_{c,max} \leq 0,35\%$;

c) $\psi = 1,25 \frac{\varepsilon_{c,max}}{0,02} \left(1 - \frac{1}{3} \frac{\varepsilon_{c,max}}{0,02} \right)$, quando $\varepsilon_{c,max} \leq 0,2\%$.

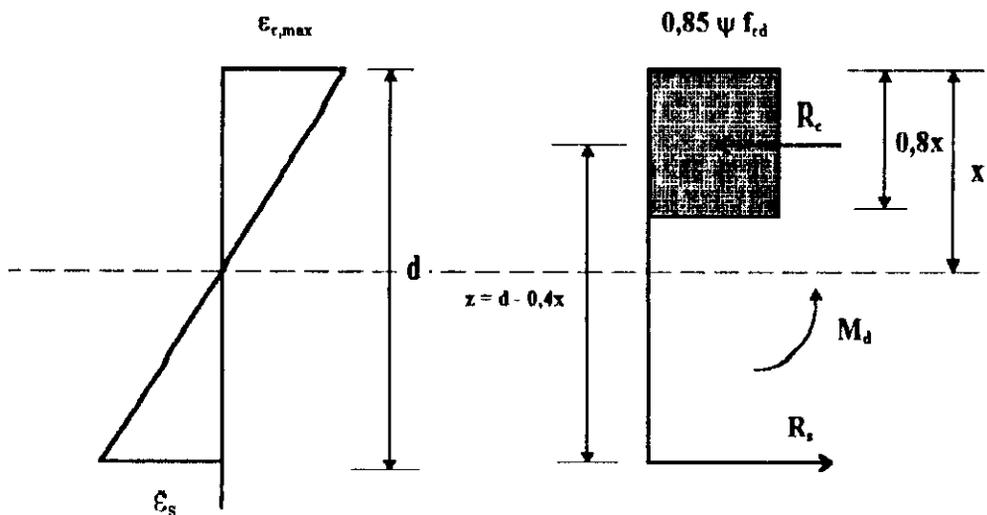


Fig. 4.18 Coeficiente ψ

Utilizando-se o coeficiente ψ , que é destinado a corrigir a taxa constante de tensões de compressão, com a notação da figura 4.19 como se este fosse diagrama retangular de tensões, pode-se escrever:

$$R_c = R_{d(ABCD)} - [R_{d(EFCD)} + R_{d(GHID)}]$$

$$R_c = 0,85 \psi_1 f_{cd} b_f (0,8x) - 0,85 \psi_2 f_{cd} (b_f - b_w) 0,8 (x - h_f)$$

$$R_c = 0,8 \cdot 0,85 b_f x f_{cd} \left[\psi_1 - \psi_2 \left(1 - \frac{b_w}{b_f} \right) \left(1 - \frac{h_f}{x} \right) \right] \quad (4.14)$$

$$R_{c(LMNO)} = 0,85 \psi_1 f_{cd} b_e (0,8x) \quad (4.15)$$

Igualando-se as expressões 4.14 e 4.15 e lembrando-se que $x = \beta_x d$, vem:

$$b_e = \left[1 - \frac{\psi_2}{\psi_1} \left(1 - \frac{b_w}{b_f} \right) \left(1 - \frac{h_f}{\beta_x d} \right) \right] b_f$$

ou seja:

$$b_e = \lambda b_f \quad (4.16)$$

sendo que:

$$\lambda = 1 - \frac{\psi_2}{\psi_1} \left(1 - \frac{b_w}{b_f} \right) \left(1 - \frac{h_f}{\beta_x d} \right) \quad (4.17)$$

Os coeficientes ψ_1 e ψ_2 são respectivamente funções de $\varepsilon_{c,inf}$ e ε_c .

A expressão 4.17 pode ser transformada numa tabela, da qual se obtenha, de imediato, o valor de λ e, por consequência, de $b_e = \lambda b_f$.

Ter-se-á como argumentos de entrada as relações $\frac{h_f}{d}$ e $\frac{b_f}{b_w}$, além do valor de β_x , que de forma indireta também define ψ_1 e ψ_2 .

O valor de β_x não é conhecido a princípio, sendo então arbitrado, obtendo-se um correspondente b_e . Faz-se a verificação do real valor (para este b_e) de β_x através das tabelas de dimensionamento de seção retangular e repete-se sucessivamente a operação até que a diferença entre os valores arbitrados e os encontrados para β_x não supere a casa dos 5%.

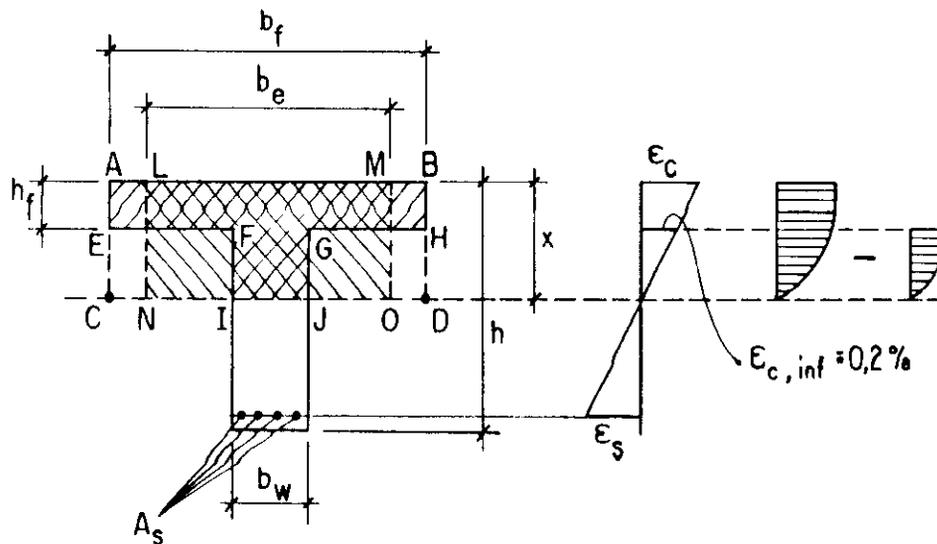
Desta forma, obtém-se a tabela 4.3. Notar que β_x foi limitado a um máximo de 0,50, que caracteriza um limite de viabilidade econômica para a seção, além do qual cabe pensar em aumento da seção de concreto ou em utilização de armadura de compressão.

Tabela 4.3 Largura b_e da viga retangular equivalente à viga T
 $(b_e = \lambda b_f)$

$\frac{h_f}{d}$										$\frac{b_f}{b_w}$									
0,50	0,45	0,40	0,35	0,30	0,25	0,20	0,15	0,10	0,05	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	5,0	10,0	20,0	
β_x										λ									
0,50	0,45	0,40	0,35	0,30	0,25	0,20	0,15	0,10	0,05	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	
	0,50	0,44	0,39	0,33	0,28	0,22	0,17	0,11	0,06	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,98	0,98	
		0,50	0,44	0,38	0,31	0,25	0,19	0,13	0,06	0,97	0,96	0,95	0,95	0,95	0,94	0,94	0,93	0,93	
			0,50	0,43	0,36	0,29	0,21	0,14	0,07	0,95	0,92	0,90	0,89	0,89	0,88	0,87	0,86	0,85	
				0,50	0,42	0,33	0,25	0,17	0,08	0,91	0,87	0,84	0,82	0,81	0,80	0,79	0,76	0,75	
					0,50	0,40	0,30	0,20	0,10	0,87	0,81	0,77	0,75	0,73	0,71	0,70	0,66	0,64	
						0,50	0,38	0,25	0,13	0,83	0,75	0,70	0,66	0,64	0,62	0,60	0,54	0,52	
							0,50	0,33	0,17	0,79	0,69	0,62	0,58	0,55	0,53	0,50	0,43	0,40	
								0,50	0,25	0,75	0,62	0,55	0,50	0,46	0,44	0,40	0,32	0,29	
									0,50	0,71	0,56	0,47	0,42	0,37	0,34	0,30	0,21	0,17	

$(\beta_x = \frac{x}{d})$

No intuito de acelerar a convergência do cálculo, sugere-se que o mesmo seja iniciado arbitrando-se para β_x um valor da ordem de 0,26, correspondente a $\epsilon_c = 0,35\%$ e $\epsilon_s = 1\%$, situação intermediária de todas aquelas de possível ocorrência.

Fig. 4.19 Obtenção de b_e

4.4.4 CÁLCULO PRÁTICO DE SEÇÕES T

Considerando-se diagrama retangular de tensões no concreto, no caso em que $y \leq h_f$ a seção comporta-se como seção retangular, ver figura 4.20; então

$$\beta_x \leq \beta_{xf}$$

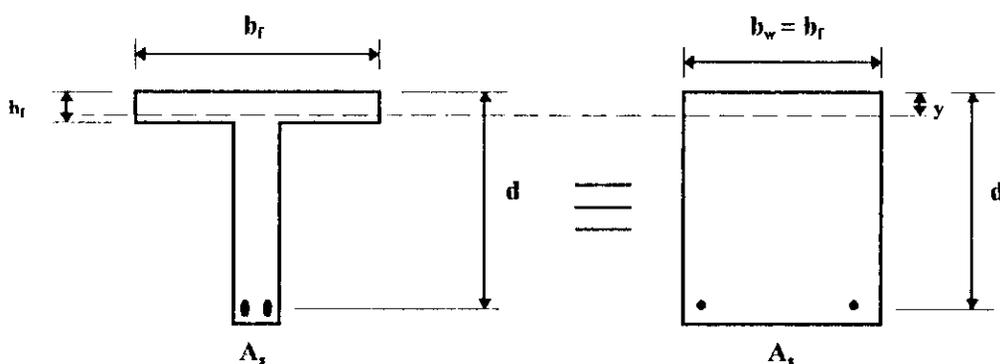


Fig. 4.20 Seção retangular

Neste caso $y = 0,8x$ e para $y = h_f$ tem-se:

$$\beta_x = \frac{h_f}{0,8 \cdot d} = \beta_{xf} \quad (4.18)$$

A área de aço necessária deve ser calculada por:

$$k_c = \frac{b_f \cdot d^2}{M_d} \quad (4.19)$$

$$A_s = k_s \frac{M_d}{d} \quad (4.20)$$

e deve ser distribuída na largura b_w .

No caso em que a linha neutra é maior que a espessura da mesa, a seção comporta-se como seção T, ver figura 4.21. E neste caso tem-se $\beta_x > \beta_{xf}$.

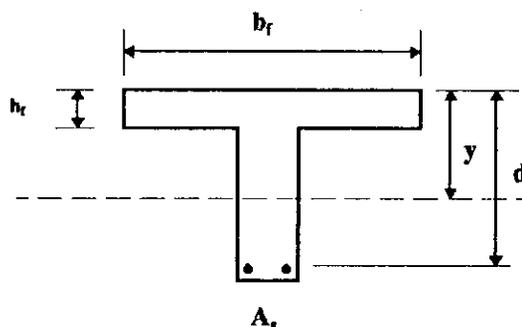


Fig. 4.21 Linha neutra ultrapassando a espessura da mesa

Analizar-se-á vigas T com armadura simples e dupla.

a) Seção T com armadura simples

A figura 4.22 mostra uma seção T com armadura simples. Para a mesa faz-se analogia a uma seção T comportando-se como seção retangular com largura $(b_f - b_w)$ e $y = h_f$, ou seja:

$$M_{1d} = (b_f - b_w) h_f 0,85 f_{cd} \left(d - \frac{h_f}{2} \right) \quad (4.21)$$

$$M_{1d} = \frac{(b_f - b_w) d^2}{k_{cf}} \quad (4.22)$$

onde k_{cf} é o valor de k_c correspondente a:

$$\beta_x = \beta_{xf} = \frac{h_f}{0,8d} \quad (4.23)$$

Determinado o valor de β_{xf} da seção, calcula-se A_{s1} :

$$M_{1d} = A_{s1} f_{yd} \left(d - \frac{h_f}{2} \right) \quad (4.24)$$

$$A_{s1} = \frac{M_{1d}}{f_{yd} \left(d - \frac{h_f}{2} \right)} \quad (4.25)$$

A nervura corresponderá a uma seção retangular com armadura simples, ou seja:

$$\Delta M_d = M_d - M_{1d} \quad (4.26)$$

e

$$k_c = \frac{b_w d^2}{\Delta M_d} \quad (4.27)$$

onde $\beta_x \leq \beta_{x,lim}$.

A armadura na nervura será dada por:

$$A_{s2} = k_s \frac{\Delta M_d}{d} \quad (4.28)$$

Consequentemente a armadura total necessária será:

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} \quad (4.29)$$

Como pode ser visto, pode-se aproveitar as mesmas tabelas elaboradas para as seções retangulares, porque faz-se o cálculo da seção T recair no cálculo de seção retangular.

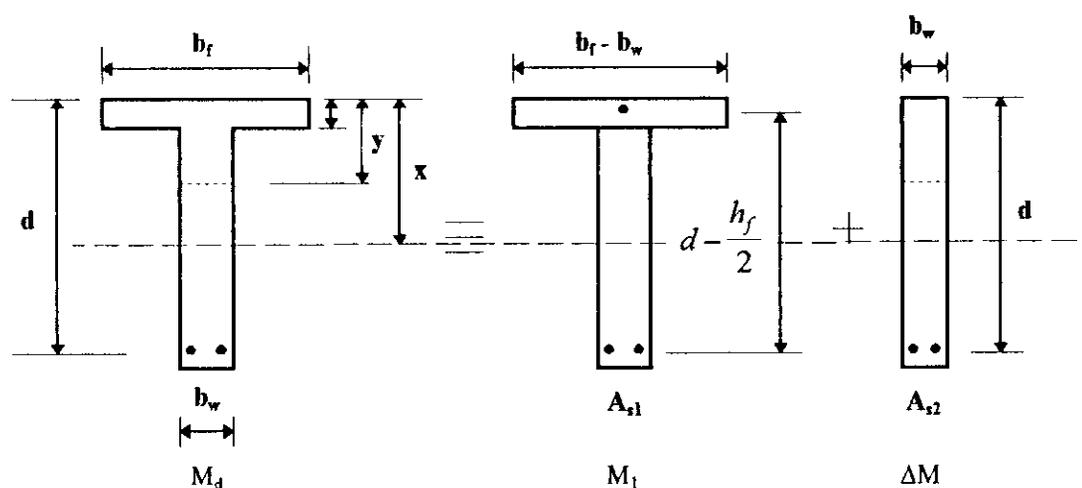


Fig. 4.22 Seção T com armadura simples

b) Seção T com armadura dupla

A divisão da seção T para o cálculo com armadura dupla é indicado na figura 4.23.

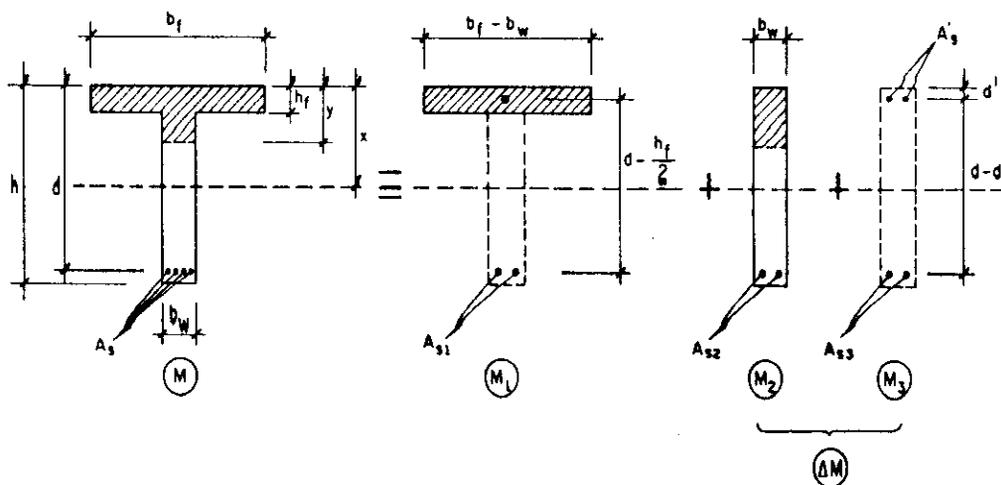


Fig. 4.23 Seção T com armadura dupla

Analogamente ao que foi feito no caso anterior, na mesa faz-se uma analogia a uma seção T comportando-se como retangular com $y = h_f$, ou seja:

$$M_{1d} = (b_f - b_w) h_f 0,85 f_{cd} \left(d - \frac{h_f}{2} \right) \quad (4.30)$$

$$M_{1d} = \frac{(b_f - b_w) d^2}{k_{cf}} \quad (4.31)$$

onde k_{cf} é o valor de k_c correspondente a:

$$\beta_x = \beta_{cf} = \frac{h_f}{0,8d} \quad (4.32)$$

Determinado o valor de β_{xd} da seção, calcula-se A_{s1} :

$$A_{s1} = \frac{M_{1d}}{\sigma_{sd} \left(d - \frac{h_f}{2} \right)}$$

Na solução com armadura dupla deve adotar-se $\beta_x \leq \beta_{x,\text{lim}}$ e resulta

$$M_{2d} = \frac{b_w d^2}{k_c} \quad (4.33)$$

com k_c e k_s correspondentes ao valor de β_x adotado.

$$A_{s2} = k_s \frac{M_{2d}}{d} \quad (4.34)$$

O momento excedente M_{3d} é resistido pela seção fictícia, constituída pelas armaduras A_{s3} e A_s' , sendo:

$$M_{3d} = \Delta M - M_{2d} \quad (4.35)$$

$$A_{s3} = \frac{M_{3d}}{\sigma_{sd} (d - d')} \quad (4.36)$$

$$A_s' = \frac{M_{3d}}{\sigma'_{sd} \left(2 - \frac{h}{d}\right) (d - d')} \quad (4.37)$$

As armaduras totais serão dadas por:

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} + A_{s3} \quad (4.38)$$

para armadura tracionada e A_s' para armadura comprimida.

c) Armadura transversal na mesa

Devido à compressão da mesa no sentido longitudinal, há necessidade de uma armadura na mesa colocada no sentido transversal para absorver os esforços de tração.

Esta armadura deve estender-se por toda a largura útil da peça com seção transversal de no mínimo $1,5 \text{ cm}^2$ por metro e deverá garantir a solidariedade entre a mesa e a nervura.

A figura 4.24 ilustra alguns arranjos das armaduras de seções T.

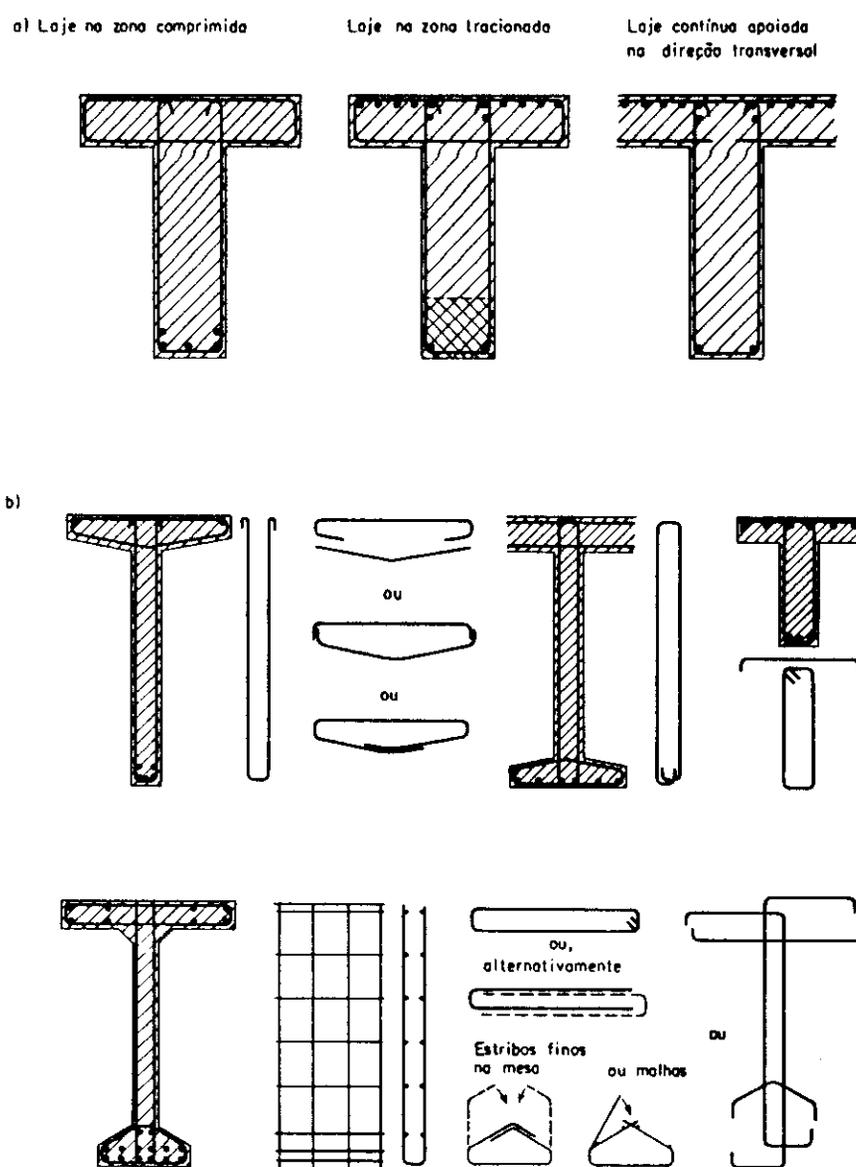


Fig. 4.24 Armadura de costura para lajes comprimidas ou tracionadas em vigas T (a) e formas possíveis para diferentes seções transversais (b)

d) Armadura longitudinal na mesa tracionada

Quando a mesa for tracionada, a armadura longitudinal poderá ser disposta na alma da seção T ou abrangendo também a mesa.

A figura 4.25 mostra resultados comparativos obtidos experimentalmente em vigas de seção T com armadura longitudinal disposta na alma e na mesa.

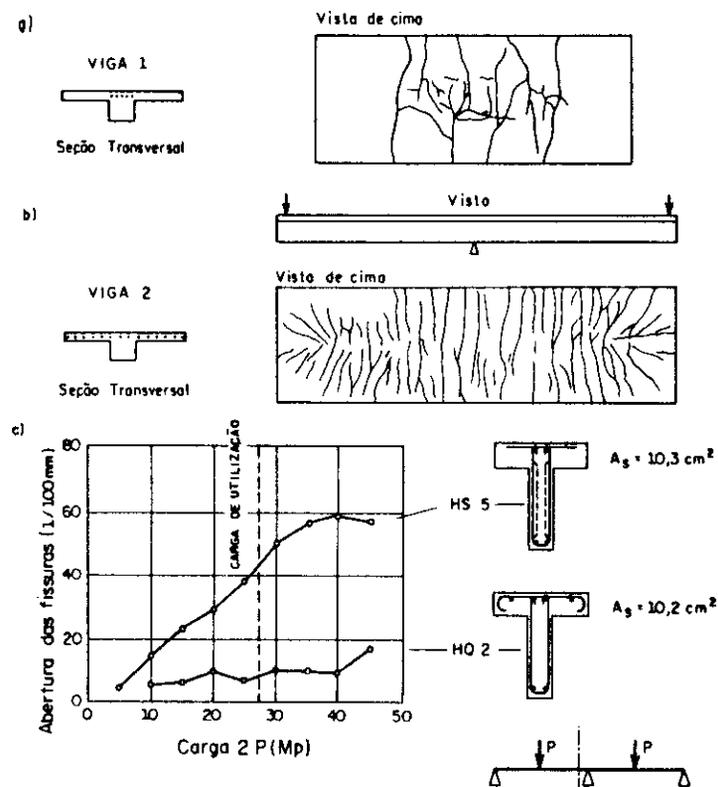


Fig. 4.25 Configuração fissurada em lajes de vigas T contínuas

Recomenda-se que a armadura longitudinal seja distribuída na mesa numa largura de aproximadamente metade da largura da mesa.

4.5 EXEMPLO

Calcular a área de aço necessária na seção média de uma viga interna, biapoiada, com os dados apresentados na figura 4.26.

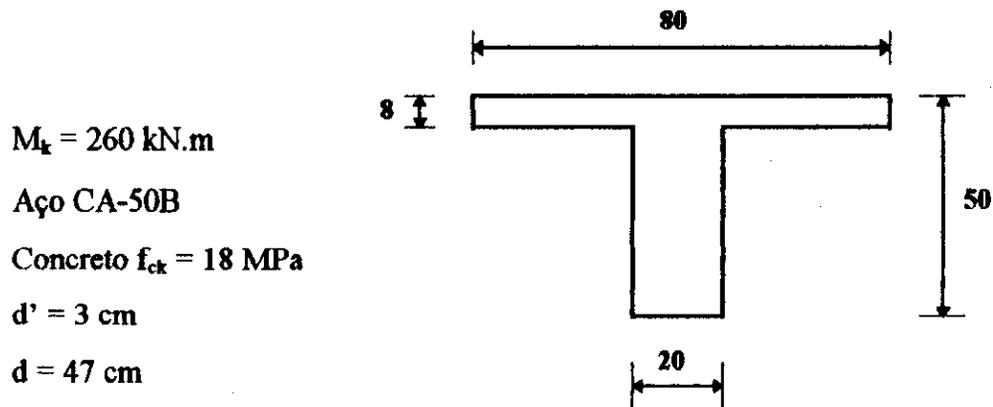


Fig. 4.26 Viga T

4.5.1 RESOLUÇÃO USANDO TABELAS APRESENTADAS EM 4.4.4

Fazendo-se uso das tabelas (PINHEIRO, 1986), será analisada a seção que corresponde ao momento máximo.

Será verificado inicialmente o comportamento da seção.

$$\beta_{xf} = \frac{h_f}{0,8 \cdot d} = \frac{8}{0,8 \cdot 47} = 0,21 \quad \leftrightarrow \quad k_{cf} = 5,95$$

$$k_c = \frac{b_f \cdot d^2}{M_d} = \frac{80 \cdot 47^2}{1,4 \cdot 26000} = 4,85 \quad \leftrightarrow \quad \beta_x = 0,26$$

Como $\beta_x > \beta_{xf}$ tem-se seção T verdadeira. A armadura necessária à seção correspondente à mesa é dada por:

$$M_{1d} = \frac{(b_f - b_w) \cdot d^2}{k_{yf}} = \frac{(80 - 20) \cdot 47^2}{5,95} = 22276 \text{ kNm}$$

$$A_{s1} = \frac{M_{1d}}{f_{yd} \cdot \left(d - \frac{h_f}{2}\right)} = \frac{22276}{\left(\frac{50}{1,15}\right) \cdot \left(47 - \frac{8}{2}\right)} = 11,915 \text{ cm}^2$$

A nervura corresponderá a uma seção retangular com armadura simples, calculada através de:

$$\Delta M_d = M_d - M_{1d} = 36400 - 22276 = 14124 \text{ kNm}$$

$$k_c = \frac{b_w \cdot d^2}{\Delta M_d} = \frac{20 \cdot 47^2}{14124} = 3,1 > k_{c,lim} \Leftrightarrow k_s = 0,028$$

A armadura relativa à nervura será:

$$A_{s2} = k_s \cdot \frac{\Delta M_d}{d} = 0,028 \cdot \frac{14124}{47} = 8,414 \text{ cm}^2$$

A armadura total necessária será:

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} = 11,915 + 8,414 = 20,329 \text{ cm}^2$$

4.5.2 RESOLUÇÃO FAZENDO-SE USO DO EXPOSTO EM 4.4.3

Valendo a relação $b_f/b_w < 5$ e considerando-se a influência tanto da mesa como da alma, pode-se empregar o recurso de substituir a zona que está situada acima

da linha neutra por um retângulo de largura b_e e de mesma altura que a da zona comprimida, de forma a fornecer a mesma resultante de compressão.

Tabela 4.4 Dimensionamento de seção retangular

ψ	ϵ_c	ϵ_s	β_r	z	k_{II}								α			
					C-10	C-15	C-20	C-25	C-30	C-35	C-40	C-45	CA-25	CA-50A	CA-50B	CA-60
0,121	0,20	10,0	0,02	0,99	92,70	75,69	65,55	58,63	53,52	49,55	46,35	43,70	2,14	4,30	4,30	5,17
0,244	0,42	10,0	0,04	0,98	46,28	37,79	32,72	29,27	26,72	24,74	23,14	21,82	2,13	4,28	4,28	5,14
0,357	0,64	10,0	0,06	0,98	31,32	25,57	22,14	19,81	18,08	16,74	15,66	14,76	2,12	4,26	4,26	5,11
0,465	0,87	10,0	0,08	0,97	23,89	19,50	16,89	15,11	13,79	12,77	11,94	11,26	2,10	4,22	4,22	5,06
0,565	1,11	10,0	0,10	0,96	19,48	15,91	13,78	12,32	11,25	10,41	9,74	9,18	2,08	4,17	4,17	5,00
0,657	1,36	10,0	0,12	0,95	16,58	13,54	11,72	10,49	9,57	8,86	8,29	7,82	2,06	4,13	4,13	4,96
0,742	1,63	10,0	0,14	0,94	14,48	11,82	10,24	9,16	8,36	7,74	7,24	6,83	2,05	4,10	4,10	4,93
0,811	1,90	10,0	0,16	0,94	12,99	10,61	9,19	8,22	7,50	6,94	6,50	6,12	2,04	4,08	4,08	4,90
0,872	2,20	10,0	0,18	0,93	11,88	9,70	8,40	7,51	6,86	6,35	5,94	5,60	2,02	4,04	4,04	4,85
0,917	2,50	10,0	0,20	0,92	11,05	9,02	7,81	6,99	6,38	5,90	5,52	5,21	2,00	4,00	4,00	4,80
0,955	2,82	10,0	0,22	0,91	10,38	8,47	7,34	6,56	5,99	5,55	5,19	4,89	1,98	3,96	3,96	4,75
0,987	3,16	10,0	0,24	0,90	9,80	8,00	6,93	6,20	5,66	5,24	4,90	4,62	1,97	3,94	3,94	4,73
1,000	3,50	10,0	0,26	0,90	9,38	7,66	6,63	5,93	5,42	5,01	4,69	4,42	1,96	3,91	3,91	4,70
1,000	3,50	9,00	0,28	0,89	9,09	7,42	6,43	5,75	5,25	4,86	4,54	4,28	1,94	3,87	3,87	4,64
1,000	3,50	8,17	0,30	0,88	8,83	7,21	6,24	5,59	5,10	4,72	4,42	4,16	1,92	3,83	3,83	4,59
1,000	3,50	7,44	0,32	0,87	8,60	7,02	6,08	5,44	4,96	4,60	4,30	4,05	1,90	3,78	3,78	4,54
1,000	3,50	6,79	0,34	0,86	8,37	6,83	5,92	5,29	4,83	4,47	4,18	3,94	1,86	3,76	3,76	4,51
1,000	3,50	6,22	0,36	0,86	8,15	6,66	5,77	5,16	4,71	4,36	4,08	3,84	1,85	3,74	3,74	4,48
1,000	3,50	5,71	0,38	0,85	7,98	6,52	5,65	5,05	4,61	4,27	3,99	3,76	1,84	3,70	3,70	4,43
1,000	3,50	5,25	0,40	0,84	7,83	6,39	5,54	4,95	4,52	4,18	3,91	3,69	1,82	3,65	3,65	4,38
1,000	3,50	4,83	0,42	0,83	7,69	6,27	5,43	4,86	4,44	4,11	3,84	3,62	1,80	3,61	3,61	4,33
1,000	3,50	4,45	0,44	0,82	7,53	6,15	5,33	4,76	4,35	4,03	3,77	3,55	1,78	3,59	3,59	4,30
1,000	3,50	4,11	0,46	0,82	7,39	6,03	5,22	4,67	4,27	3,95	3,69	3,48	1,77	3,57	3,57	4,15
1,000	3,50	3,79	0,48	0,81	7,28	5,94	5,15	4,60	4,20	3,89	3,64	3,47	1,76	3,55	3,45	4,02
1,000	3,50	3,50	0,50	0,80	7,17	5,86	5,07	4,54	4,14	3,83	3,59	3,38	1,74	3,50	3,34	3,88
1,000	3,50	3,23	0,52	0,79	7,08	5,72	5,01	4,48	4,09	3,78	3,54	3,34	1,72	3,45	3,22	3,75
1,000	3,50	3,00	0,54	0,78	6,97	5,69	4,93	4,41	4,02	3,73	3,48	3,29	1,70	3,38	3,12	3,62
1,000	3,50	2,75	0,56	0,78	6,87	5,61	4,85	4,34	3,96	3,67	3,43	3,24	1,69	3,33	3,05	3,41
1,000	3,50	2,53	0,58	0,77	6,79	5,54	4,80	4,29	3,92	3,63	3,39	3,20	1,68	3,30	2,95	3,03
1,000	3,50	2,33	0,60	0,76	6,72	5,49	4,75	4,25	3,88	3,59	3,36	3,17	1,66	3,27	2,81	2,84
1,000	3,50	2,15	0,62	0,75	6,65	5,43	4,71	4,21	3,84	3,56	3,33	3,14	1,64	3,24	2,54	2,71
1,000	3,50	1,97	0,64	0,74	6,57	5,37	4,65	4,16	3,79	3,51	3,29	3,10	1,60	3,22	2,31	2,53
1,000	3,50	1,80	0,66	0,74	6,49	5,30	4,59	4,11	3,75	3,47	3,25	3,06	1,59	3,20	2,24	2,41

Torna-se necessário a princípio verificar se a linha neutra está situada na mesa; a tabela 4.4 traz:

$$k_{II} = \frac{d(\text{cm})}{\sqrt{\frac{M_f(t \cdot m)}{b_f(m)}}} = \frac{47}{\sqrt{\frac{26 \cdot 1,4}{0,80}}} = 6,97 \Leftrightarrow \beta_x \cong 0,26$$

$$\beta_x = \frac{x}{d} \Leftrightarrow x = 0,26 \cdot 47 = 12,22 \text{ cm}$$

Portanto a linha neutra está situada na alma ou fora da mesa.

O dimensionamento será feito a partir do critério exposto em 4.4.3.

Tem-se:

$$\frac{b_f}{b_w} = \frac{80}{20} = 4; \quad \text{e} \quad \frac{h_f}{d} = \frac{8}{47} = 0,17$$

Testando-se, inicialmente, $\beta_x = 0,26$, da tabela 4.3 (por interpolação), vem:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Para } \frac{h_f}{d} = 0,15 \rightarrow \lambda = 0,78 \\ \text{Para } \frac{h_f}{d} = 0,20 \rightarrow \lambda = 0,92 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \text{Para } \frac{h_f}{d} = 0,17 \rightarrow \lambda = 0,84$$

Consequentemente $b_e = \lambda \cdot b_f = 0,84 \cdot 0,80 = 0,67 \text{ m}$.

Empregando-se a tabela 4.4, ter-se-ia, agora:

$$k_{II} = \frac{47}{\sqrt{\frac{26 \cdot 1,4}{0,67}}} = 6,38 \Leftrightarrow \beta_x = 0,33$$

Como a relação entre os β_x é maior do que 5%, torna-se necessário nova interpolação. A tabela 4.5 mostra o processo de tentativas.

Tabela 4.5 Processo de tentativas

$\beta_{x,\text{inicial}}$	$\lambda = 0,15$	$\lambda = 0,17$	$\lambda = 0,20$	k_{II}	$\beta_{x,\text{final}}$	b_e	$\Delta \%$
0,26	0,78	0,84	0,92	6,38	0,33	0,67	26,9
0,33	0,68	0,73	0,80	5,93	0,38	0,58	15,1
0,38	0,62	0,67	0,74	5,73	0,42	0,54	10,5
0,42	0,59	0,63	0,69	5,51	0,46	0,50	9,5
0,46	0,56	0,60	0,66	5,40	0,48	0,48	4,3

Quando o valor do coeficiente β_x esteve entre 0,42 e 0,46, sua variação percentual esteve abaixo dos 5% permitidos e desta forma poder-se-á utilizar para o cálculo da seção $\beta_x = 0,46$.

Com o valor de $\beta_x = 0,46$, na mesma linha retira-se o valor do coeficiente α ; para o caso vale 3,57, ou seja, a área de aço necessária será:

$$A_s = \frac{M_d}{\alpha \cdot d} = \frac{26 \cdot 140}{3,57 \cdot 47} = 21,69 \text{ cm}^2$$

Pode-se concluir que a diferença de área de aço entre os dois processos é da ordem de 6,7 % para mais no segundo caso. Esta diferença está dentro dos parâmetros considerados como faixa de erros.

Este processo é muito trabalhoso porém foi apresentado com o intuito de comparar resultados.

5 DISPOSIÇÕES CONSTRUTIVAS

Este capítulo busca aprimorar os conhecimentos referentes às disposições construtivas. Analisar-se-á, de forma resumida, desde a escolha de dimensões, observando as exigências da NBR-6118/82, até a disposição final da armadura na peça.

Para que se possa ter um projeto perfeitamente harmônico, é necessário colocar-se o projeto estrutural de acordo com as normas que regem a construção civil e buscar sempre a integração com o meio que o cerca.

Os desenhos normalmente utilizados para obras de concreto armado podem ser de conjunto, de execução, de fôrmas, de armaduras e de detalhes.

Define-se como sendo desenhos de conjunto aqueles que contém plantas, cortes, vistas e perspectivas, devendo esses serem executados em escala conveniente para clareza dos mesmos.

Os desenhos para execução de fôrmas devem ser feitos de forma a se ter o perfeito conhecimento da fôrma e das dimensões das peças e devem conter vistas, cortes e detalhes. Em hipótese alguma dever-se-á desenhar as fôrmas e as armaduras conjuntamente.

Usualmente é utilizada a escala 1:50, porém nada impede o emprego de uma escala menor, por exemplo 1:100, desde que a clareza dos dados da estrutura em questão não sejam prejudicados.

Para que se possa perfeitamente identificar o desenho em si, é necessário dar nomes às peças e essas devem ser abreviadas e seguidas de um número em ordem correspondente, ver tabela 5.1.

Tabela 5.1 Abreviaturas utilizadas para especificar o desenho

Nome da peça	Abreviatura	Nome da peça	Abreviatura
Lajes	L	Vigas	V
Pilaretes	PT	Pilares	P
Mão Francesa	MF	Tirantes	T
Viga Baldrame	VB	Cinta de Amarração	C

5.1 DIMENSÕES

As vigas de seção retangular, as nervuras de seção T e as paredes das vigas de seção caixão não devem ter largura menor do que 8 cm. A extensão dos apoios das vigas sobre a alvenaria deve ser tal que a tensão admissível dessa não seja ultrapassada.

Para vão teórico, que em geral é a distância entre os centros dos apoios, não é necessário que sejam adotados valores maiores que:

a) Viga isolada: $1,05 \ell_0$;

b) Em vão extremo de viga continua: o vão livre deve ser acrescido da semi-largura do apoio interno e de $0,03 \ell_0$.

Quanto à altura h da viga, adota-se na prática uma relação da ordem de um décimo do vão livre.

5.2 FUNDAMENTOS DA ARMADURA

Quando se quer armar corretamente uma peça, é necessário que se tenha uma idéia clara do desenvolvimento dos esforços no interior da estrutura. De forma semelhante é imprescindível o exame dos aspectos práticos do processo construtivo.

Somente se conseguirá solucionar bem os problemas de armaduras complicadas com trabalho exaustivo, principalmente no detalhamento. A arte de

armar uma peça deve assumir, junto ao engenheiro, um grau de importância semelhante ao das demais atividades.

Para que se possa confeccionar uma boa planta de armação, o desenhista deve ter o conhecimento de toda a planta de fôrmas, porque é dentro dessas que a armação deverá entrar e, também, é dentro dessas que as barras deverão ter um correto posicionamento, visando obter uma perfeita concretagem.

Por envolver a utilização de tabelas, interpretação de cálculos estruturais e observação do posicionamento e detalhamento da armadura conforme as normas vigentes, o desenho da armação de uma peça de concreto exige muito mais conhecimento do engenheiro e também do desenhista.

Comumente utilizam-se as escalas 1:50, 1:25; 1:20 e em casos especiais 1:100. Utiliza-se uma pena fina (0,2 mm) para a formação do contorno da peça, devendo-se ainda colocar nomes nos pilares ou eixos para que se possa localizar onde tal peça está situada. A numeração deverá ser a mesma utilizada para as fôrmas.

A representação gráfica das barras é muito importante e para tanto deve-se utilizar uma pena mais grossa (0,5 mm), para os desenhos a nanquim, ou senão utilizar um grafite F, quando esse for a lápis. Somente em casos especiais se mostra a espessura da barra.

Existem dois sistemas para se desenhar a armação: o americano e o alemão. O sistema mais utilizado é o alemão, que consiste em “explodir” a armação. Cada tipo diferente de barra deve ser desenhado fora da fôrma.

Devido a existência de vários tipos de aço, deve-se dar designações diferentes para as barras.

As designações variam de escritório para escritório; adotar-se-á como padrão o exposto na tabela 5.2;

Tabela 5.2 Designação padrão

Aço	Designação
CA-25	N
CA-50	T
CA-60	P

sendo que cada letra deve ser seguida de uma numeração em ordem seqüencial. Essa designação deverá estar acompanhada da quantidade de barras, do diâmetro da barra, do comprimento e do espaçamento entre as barras, ver figura 5.1.

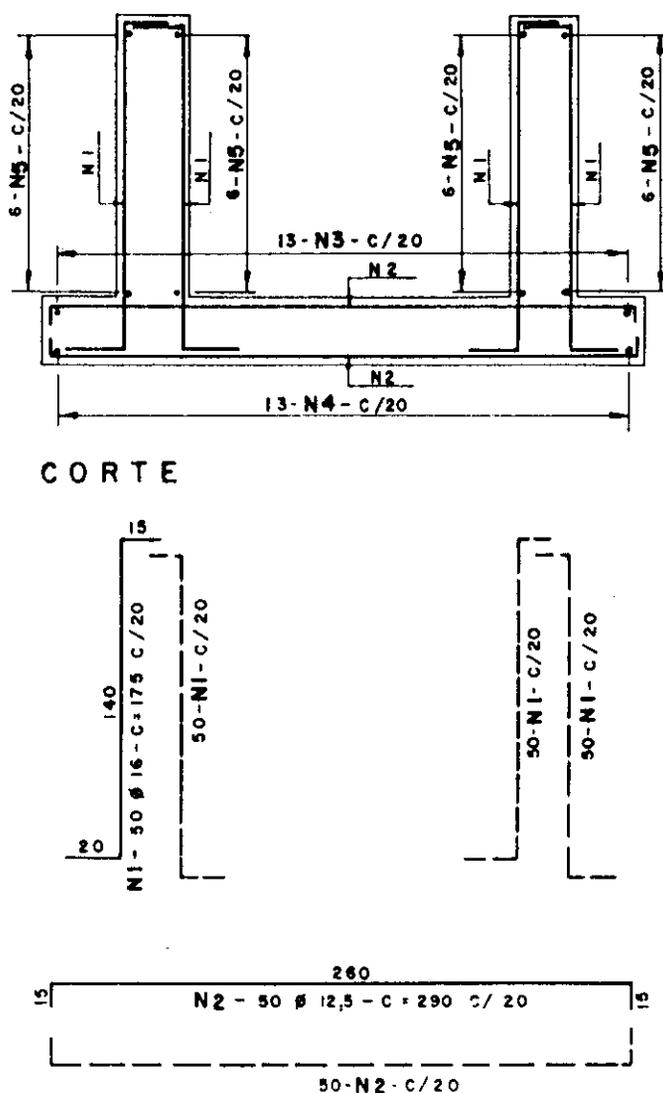


Fig. 5.1 Sistema de explosão da armadura

Deve-se montar uma tabela contendo os dados referentes a cada tipo de barra, tais como:

- a) Identificação da barra;
- b) Diâmetro da barra;
- c) Quantidade de barras;
- d) Comprimento da barra;
- e) Comprimento total em metros.

Deve-se também montar uma tabela auxiliar, de resumo, que deve conter diâmetro, comprimento (metros) e peso total para cada diâmetro (kg).

5.2.1 OBJETIVOS DA ARMAÇÃO

A armação do concreto com barras de aço, malhas de aço, telas ou malhas de arame tem por finalidade, entre outros, os seguintes objetivos:

a) Em peças estruturais que estejam solicitadas à flexão e à tração, a armadura de aço deve absorver os esforços de tração, principalmente por se admitir a não colaboração do concreto na absorção dos esforços de tração. Dessa forma, as armaduras tem por finalidade contribuir para a capacidade resistente ou para a estabilidade da estrutura;

b) A adição da armadura não evita o aparecimento de fissuras no concreto, quando este estiver solicitado à tração; entretanto, a armadura deve fazer com que as fissuras que venham a aparecer no concreto, sob a ação das cargas de utilização, permaneçam na ordem de grandeza de capilares;

c) Em muitos casos, a armadura tem como função limitar a abertura das fissuras, devido a estados de tensão produzidos por efeitos de coação, tais como o impedimento à deformação no caso de variação de temperatura, de retração, estruturas hiperestáticas, entre outras;

d) No caso de peças comprimidas, a armadura tem por função aumentar a capacidade resistente do concreto à compressão, por exemplo no caso de pilares, ou a segurança de peças comprimidas esbeltas contra a flambagem, evitando ainda o aparecimento de grandes fissuras ou o colapso devido à ação simultânea de momentos fletores. A armadura de compressão pode ser utilizada também para diminuir as

deformações devido à retração do concreto e à deformação lenta, por exemplo flechas, dispondo a armadura nas zonas comprimidas na flexão altamente solicitadas. Nas peças onde não há perigo de flambagem, quando solicitadas somente à compressão, deve-se colocar uma armadura tão pequena quanto possível, por motivos econômicos, devido à existência de concretos de alta resistência. Tensões de compressão elevadas exigem a adição de armadura transversal ou de um cintamento que garanta o concreto contra o risco de fendilhamento devido à deformação transversal ou à tração transversal e a armadura de compressão contra o risco de flambagem da barra;

e) Armaduras com malha estreita, telas de arame com abertura de malha da ordem de 3 a 5 cm ou malhas de arame devem ser utilizadas como armadura de pele para evitar que o revestimento de concreto das armaduras principais se rompa devido a tensões de aderência ou em caso de incêndio.

5.2.2 DISPOSIÇÃO MAIS FAVORÁVEL DA ARMADURA

Para que se tenha um comportamento resistente mais favorável, no caso de peças de concreto armado, é necessário que as armaduras estejam dispostas segundo as trajetórias das tensões principais de tração, distribuídas em barras finas na seção tracionada, proporcionalmente ao valor das tensões de tração. Em todos os tipos de estrutura, exceto no caso de cascas e de outras estruturas laminares de parede fina, para se diminuir o custo, a disposição da armadura é limitada a duas ou três direções e às zonas de bordo, ficando dessa forma bastante simplificada.

5.2.3 ACÚMULOS DE BARRAS DA ARMADURA

Quando se tem percentagens elevadas de armadura, é necessário que se desenhe a distribuição das barras na seção transversal em escala conveniente, ou seja, 1:10 ou 1:5; em casos mais complicados, até mesmo na escala 1:2 ou 1:1. Nos casos onde há cruzamento de armaduras, essa recomendação é de suma importância.

Deve-se também deixar espaço suficiente para passagem do vibrador; a folga para o vibrador possui normalmente o diâmetro da agulha do vibrador acrescido

de 1 cm, mantendo um espaçamento em torno de 60 cm. Deve-se evitar nesses locais, sempre que possível, emendas de barras por traspasse.

5.2.4 RACIONALIZAÇÃO DA ARMADURA

Nos dias atuais, onde os custos de mão-de-obra estão em permanente elevação e também por haver um grande número de operários não especializados (poucos o são), ganha importância o conceito de racionalização da armadura.

Racionalizar significa, entre outras coisas, tomar medidas que sejam capazes de diminuir o custo total, planejando adequadamente a estrutura e a execução da armadura, diminuindo portanto os custos de desenho de armadura e listas de barras, assim como os cortes, dobramentos, colocação e montagem.

Parâmetros que podem auxiliar favoravelmente a execução e a colocação da armadura:

- a) Limitar o número de diâmetros diferentes, buscando diminuir as perdas, criar menor estoque, melhorar o rendimento por ocasião do corte;
- b) Utilizar o maior número possível de barras retas sem ganchos, porque somente será necessário cortar a barra no comprimento, favorecendo o transporte e a estocagem;
- c) Limitar os tipos de dobramento e o número de posições de barras, gerando menor custo de mão-de-obra e eventualmente utilizar linhas de corte ou dobradoras operadas automaticamente;
- d) Escolher adequadamente o tipo de emenda.

A racionalização da armadura, quando se busca mecanizar a fabricação, é obtida através da utilização de métodos industriais. Observando-se serem favoráveis as condições de trabalho, as armaduras podem ser mais ou menos automaticamente pré-fabricadas, sendo na maioria das vezes através do uso de solda por pontos, podendo ser essa total ou parcial, feita em usina ou então em área de fabricação no local da obra.

Esse processo faz com que a armadura seja rapidamente colocada na fôrma, com utilização de poucos auxiliares, na maioria não-qualificados, como se a mesma fosse apenas mais uma barra isolada.

Convém salientar que os elementos pré-fabricados de armaduras devem, para fins de transporte e estocagem, suportar bem o empilhamento.

Uma condição que é de suma importância na racionalização é a padronização ou uniformização dos tipos de barras ou dos elementos da armadura ou mesmo das gaiolas de armadura ou dos detalhes de armação.

Cabe ressaltar que a padronização possibilitará o desenvolvimento racional das atividades que estão relacionadas com a produção de aço para armaduras.

5.3 VIGAS

As vigas cumprem um dos papéis mais destacados dentro do esquema do edifício, porque a partir do critério de dimensões dessas, poder-se-á determinar o espaçamento entre pilares e por conseqüência a modulação do edifício.

Costuma-se utilizar vigas de 3 a 6 m em edifícios residenciais ou comerciais. Comprimentos superiores a esses somente devem ser utilizados quando o projeto arquitetônico assim o exigir, porque para vãos com comprimento superior a 8 m a viga se torna anti-econômica. O termo anti-econômico refere-se ao fato de que a viga torna-se grande e pesada e dessa forma a um aumento no custo da construção.

O mesmo não acontece em projetos industriais, onde o espaço livre é de suma importância, ou seja, quanto maior for o vão, melhor será a condição de trabalhabilidade dentro do prédio. Não significa dizer que o comprimento tende a valores muito grandes, porque a partir de 20 m de vão seria necessário aplicar outros recursos de armadura de vigas, por exemplo protensão, o que em casos isolados poderia tornar a estrutura anti-econômica.

Em um projeto, a viga é identificada pela letra maiúscula V, seguida de um algarismo arábico em ordem seqüencial. As dimensões da seção transversal da viga devem ser indicadas ao lado de sua designação e, quando ocorrerem seções de dimensões variáveis ou irregulares, essas deverão ser dadas nos cortes, em número suficiente para completa definição; não se aconselha a indicação dessas variáveis em planta.

5.3.1 PRINCÍPIOS BÁSICOS

A viga possui com função principal receber as cargas provenientes de lajes e de outras vigas que nela se apoiem e de transmitir essas aos apoios mais próximos, que normalmente são os pilares.

A viga de seção retangular simples, que pode ser pré-moldada ou não, é na maioria das vezes utilizada para pequenos vãos. A viga T, ao contrário, é mais leve, mais econômica e adequada para vãos médios e grandes.

Para absorção dos momentos fletores máximos, os banzos tracionados devem ser providos de uma armadura longitudinal ou de flexão. A armadura do banzo tracionado pode ser escalonada de acordo com o diagrama dos esforços de tração, com comprimentos de ancoragem retos ou dobrando as barras.

Para a flexão, deve-se em geral evitar armadura de compressão, a não ser que essa seja utilizada para diminuir a flecha posterior devido à deformação lenta. Visando absorver plenamente aos esforços cortantes, as vigas devem ser armadas também ao cisalhamento.

5.3.2 ARMADURA MÍNIMA PARA FLEXÃO

Taxa geométrica de armadura, ou simplesmente taxa de armadura, designada pela letra ρ , é definida como sendo a relação entre a área da seção transversal de aço e a área bruta da seção de concreto:

$$\rho = \frac{A_s}{b h} \quad (5.1)$$

No caso da existência de armadura dupla, a taxa ρ é geralmente referida apenas à armadura de tração.

Como exceção, menciona-se a seção T onde se considera para a definição de ρ a seção da nervura:

$$\rho = \frac{A_s}{b_w h} \quad (5.2)$$

Apesar de o valor teoricamente necessário para uma armadura de tração ser aquele fornecido pelas expressões anteriormente expostas, tal armadura deve respeitar um valor mínimo estabelecido pela NBR-6118/82, sendo o mesmo especificado em função da categoria do aço.

Este valor mínimo visa a prevenção de situações que possam ocorrer, em casos particulares de vigas, nos quais a seção transversal de concreto é muito superior àquela que seria teoricamente necessária. Este tipo de viga, submetida às cargas em serviço, cuja situação de trabalho pode estar situada no estágio I, leva em consideração que a tensão máxima na região tracionada não atinja o valor característico da resistência à tração f_{ct} ($f_{ctk, sup}$).

Um excesso de carga pode fazer com que haja a passagem do estágio I para o estágio II e, com a finalidade de que esta possibilidade de ruptura brusca no bordo tracionado seja evitada, quando de sua ocorrência, faz-se necessário uma armadura mínima de tração $A_{s, min}$ que seja suficientemente capaz de assegurar à viga uma resistência à flexão, no estágio II, pelo menos igual àquela que possuía no estágio I.

Segundo a NBR-6118 (1982), a área da seção transversal da armadura longitudinal de tração não deve ser inferior àquela com a qual o momento de ruptura calculado sem se considerar a resistência à tração do concreto (estádio III) é igual ao momento de ruptura da seção sem armadura (estádio I).

Em termos numéricos, para uma viga retangular ($b_w h$), usando-se as notações da figura 5.2, tem-se quando da igualdade dos dois momentos, referidos aos estádios I e III:

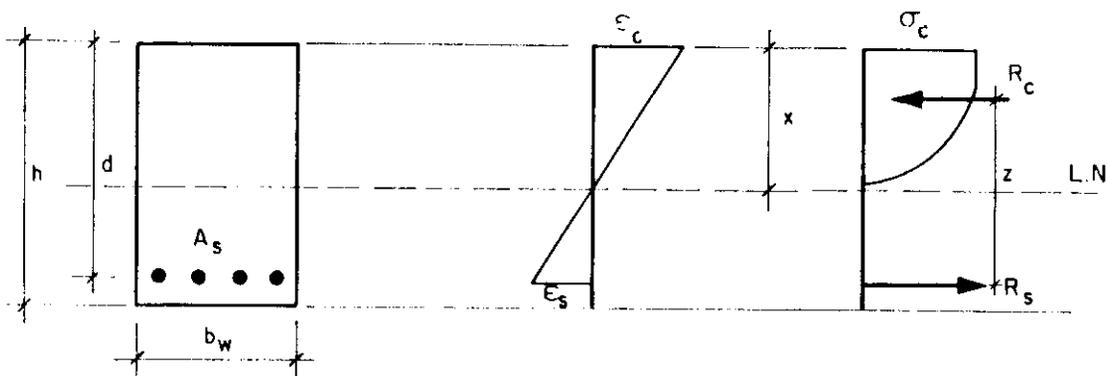


Fig. 5.2 Diagramas de deformações e de tensões

$$\frac{b_w \cdot h}{2} \cdot \frac{f_{ck}}{2} \cdot \frac{2}{3} h = \frac{b_w \cdot h^2}{6} \cdot f_{ck} = A_{s,min} \cdot f_{yd} \cdot z$$

Tomando-se arbitrariamente $h \cong 1,05 d$ e $z \cong 0,87 d$, vem:

$$A_{s,min} \cong 0,20 \frac{f_{ck}}{f_{yd}} b_w h \quad (5.3)$$

Portanto, a expressão (5.3) fornece o valor da armadura mínima de flexão a ser obedecida. A tabela 5.3 mostra o valor de $A_{s,min}$ em percentual, em função da largura da peça e de sua altura útil.

Tabela 5.3 Valor de $A_{s,min}$ ($b_w h$) %

f_{ck}	10	15	20	25	30	35	40	45	50
f_{ck}	1,50	2,25	2,85	3,30	3,75	4,20	4,65	5,10	5,55
Aço	$A_{s,min}$								
CA-25	0,138	0,207	0,262	0,304	0,345	0,386	0,428	0,469	0,511
CA-32	0,108	0,162	0,205	0,237	0,269	0,302	0,334	0,367	0,399
CA-40	0,086	0,129	0,164	0,190	0,216	0,241	0,267	0,293	0,319
CA-50	0,069	0,103	0,131	0,152	0,172	0,193	0,214	0,235	0,255
CA-60	0,057	0,086	0,109	0,126	0,144	0,161	0,178	0,195	0,213

Porém, com o intuito de simplificar o trabalho numérico do engenheiro, a NBR-6118/82 permite o uso de valores fixos, adotando-se, a favor da segurança concreto com $f_{ck} = 25,0$ MPa, considerando-se ser usual para estruturas de edifícios comuns o uso de f_{ck} da ordem de 20,0 MPa, tem-se: $f_{ck} = 1,5 (6\% \cdot 25,0 + 0,7) = 3,30$ MPa.

A NBR-6118/82 permite utilizar a seguinte simplificação:

a) para aços CA-25 ou CA-32, considera como caso mais crítico o CA-25:

$$A_{s,min} \cong 0,20 \cdot \frac{3,30 \cdot 1,15}{250} \cdot b_w \cdot h \cong 0,304\% \cdot b_w \cdot h \cong 0,30\% \cdot b_w \cdot h$$

b) para aços CA-40, CA-50 ou CA-60, considera o CA-40 como o caso mais crítico:

$$A_{s,min} \cong 0,20 \cdot \frac{3,30 \cdot 1,15}{400} \cdot b_w \cdot h \cong 0,190\% \cdot b_w \cdot h \cong 0,19\% \cdot b_w \cdot h$$

A tabela 5.4 mostra o valor de $A_{s,min}$ para os diferentes tipos de aço.

Tabela 5.4 Área mínima de aço

Aço	$A_{s,min}$
CA-25	0,30 % $b_w h$
CA-32	0,24 % $b_w h$
CA-40	0,19 % $b_w h$
CA-50	0,15 % $b_w h$
CA-60	0,13 % $b_w h$

É fácil observar que os valores simplificados expressos na NBR-6118/82 são valores contra a segurança para os concretos utilizados atualmente, precisando portanto ser revistos. Deve-se, quando do conhecimento exato do valor de f_{ct} , trabalhar diretamente com a expressão 5.3.

5.3.3 ARMADURA MÍNIMA PARA CISALHAMENTO

A seção transversal total de cada estribo, compreendendo todos os ramos que cortam o plano neutro, não deve ser inferior a:

- $0,25 \cdot b_w \cdot s \cdot \sin \alpha$ para os aços CA-25, CA-32
- $0,14 \cdot b_w \cdot s \cdot \sin \alpha$ para os aços CA-40, CA-50 e CA-60

onde α é o ângulo entre o estribo e o eixo da peça. Cabe salientar-se da não conveniência do uso de b_w superior à altura útil da peça.

Dever-se-á sempre colocar estribos em toda a extensão das peças fletidas, respeitando-se sempre os valores mínimos anteriormente prescritos.

Nas mesas de vigas de seção T deve haver armadura perpendicular à nervura, que se estenda por toda sua largura útil, com seção transversal de no mínimo $1,5 \text{ cm}^2$ por metro. A armadura transversal das vigas de seção T ou caixão deverá ser prolongada dentro da mesa de modo a garantir a solidariedade da mesa com a nervura.

A armadura transversal pode ser constituída só de estribos; se houver barras dobradas, a estas não poderá caber mais de 60% do esforço total a ser absorvido pela armadura transversal.

5.3.4 ARMADURA MÁXIMA DE FLEXÃO

Buscando-se evitar dificuldades na hora da concretagem, as quais se apresentarão em função da existência de excessiva armação, o CEB-90 recomenda que a taxa de armadura deve ser sempre inferior a 4% da área do concreto.

A não observação dessa recomendação pode gerar problemas posteriores, oriundos da formação de defeitos de concretagem.

5.3.5 SISTEMA PRÁTICO DE DETALHAR AS BARRAS LONGITUDINAIS NAS VIGAS DE EDIFÍCIOS

O uso de barras dobradas está fora de moda; porém, salienta-se neste capítulo o aprimoramento desse processo, buscando dar subsídios ao seu uso.

Como processo prático do cálculo de vigas de edifícios comuns, costuma-se usar como roteiro o que segue:

As ordenadas máximas do diagrama de momento fletor deslocado são divididas em partes. Essas partes estão condicionadas ao número de barras submetidas à tração, ou seja, cada barra representa uma parte.

Pelos pontos de divisão traçam-se paralelas ao eixo da viga. Essas paralelas determinam faixas do diagrama de momentos fletores deslocado, cujas verticais encontram as barras submetidas à tração em pontos onde essas devem ser curvadas.

No caso específico dos momentos positivos, deve-se levar pelo menos duas barras até o apoio, barras essas que devem possuir como comprimento de ancoragem o exposto na NBR-6118/82. No geral, a barra do apoio extremo deve ser curvada para cima, conforme indica a figura 5.3.

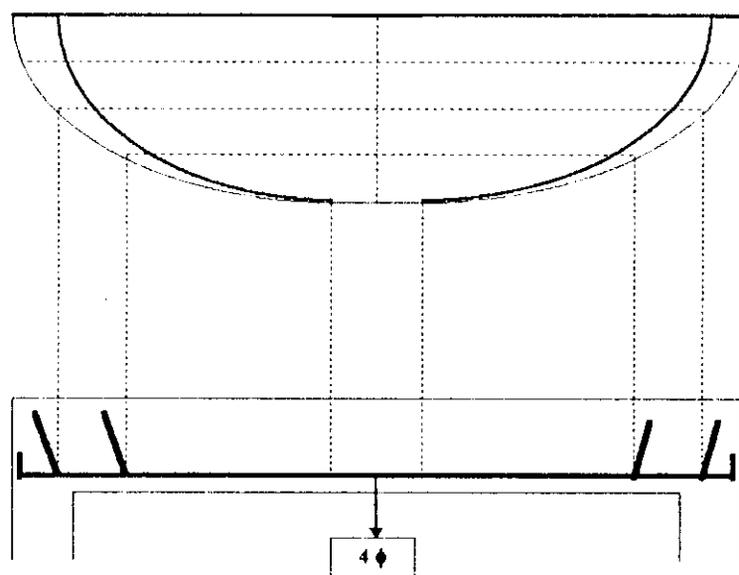


Fig. 5.3 Como curvar as barras

O comprimento de ancoragem para as barras que terminam nos apoios extremos das vigas é calculado supondo que atuem nessas barras, em termos práticos, da ordem de 75% da reação do apoio e contado a partir da face do apoio.

Esse comprimento é especificado a fim de que a seção de um apoio extremo, para o pequeno trecho a_1 , resista ao momento:

$$M_d = V_d \cdot a_r$$

Para que se consiga o comprimento de ancoragem exigido pelo anexo da NBR-6118/82, devem-se curvar as barras que se prolongam até o apoio extremo das vigas, conforme mostra a figura 5.4.

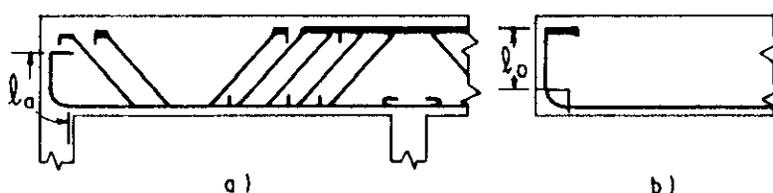


Fig. 5.4 Curvamento da barras que se prolongam até o apoio extremo da viga

Devido as barras estarem suficientemente ancoradas na zona de compressão, não existe necessidade de cuidados especiais nos apoios centrais.

O processo prático apresentado, o qual consiste em dobrar todas as barras disponíveis, deve ser completado com a inclusão de algumas considerações:

a) Em apoios centrais, no caso em que as primeiras barras dobradas se afastam da face do apoio de uma distância maior que um terço da altura da viga, deve-se acrescentar duas barras além das que foram calculadas para o momento no apoio, conforme mostra a figura 5.5.

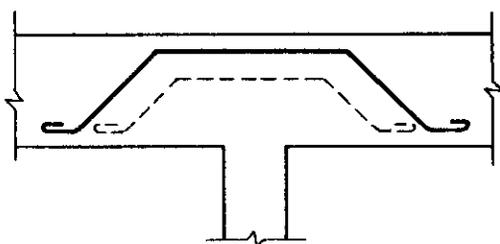


Fig. 5.5 Nos apoios centrais

b) Sob a ação de uma grande carga concentrada, deve-se colocar também barras adicionais, ver figura 5.6.

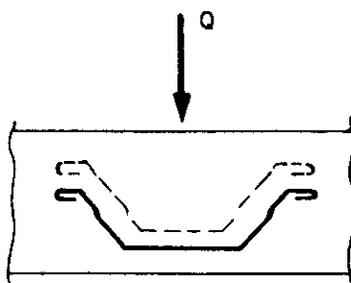


Fig. 5.6 Sob a ação de carga concentrada

c) Nos apoios extremos é aconselhável a colocação de barras negativas adicionais, ver figura 5.7, visando prever nesse apoio engastamento elástico.

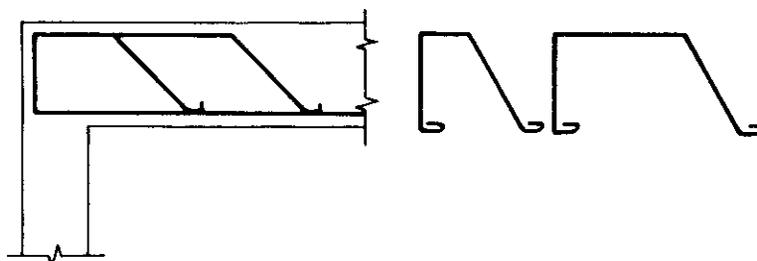


Fig. 5.7 Apolos extremos

Como pôde ser visto nos parágrafos anteriores, a forma de detalhar uma viga segue o princípio que consiste principalmente no uso de barras dobradas em excesso.

A experiência mostra que esse sistema além de ser conveniente para evitar fissuras, é também mais econômico por acompanhar de perto o diagrama de momentos fletores.

Além do que, quando a barra é dobrada, diminui-se o comprimento de ancoragem em relação ao que seria exigido caso a barra fosse reta e ancorada em zona tracionada.

Segundo ROCHA (1972), a experiência em função de um grande número de ensaios realizados e também em função de uma grande quantidade de estruturas projetadas e executadas, levou-o a considerar como sendo a maneira mais conveniente, mais segura e mais econômica a utilização de barras dobradas.

5.3.6 DESENHO DA ARMAÇÃO

Representar-se-á a armadura das vigas através de um corte longitudinal e um transversal, de modo a ficar perfeitamente clara a posição de cada barra, ver figura 5.8. No caso de várias camadas, deve-se representar esquematicamente a posição relativa dessas camadas.

No corte longitudinal são indicados os estribos, sendo que abaixo desse corte deve ser indicada a quantidade total, o número e o espaçamento dos estribos.

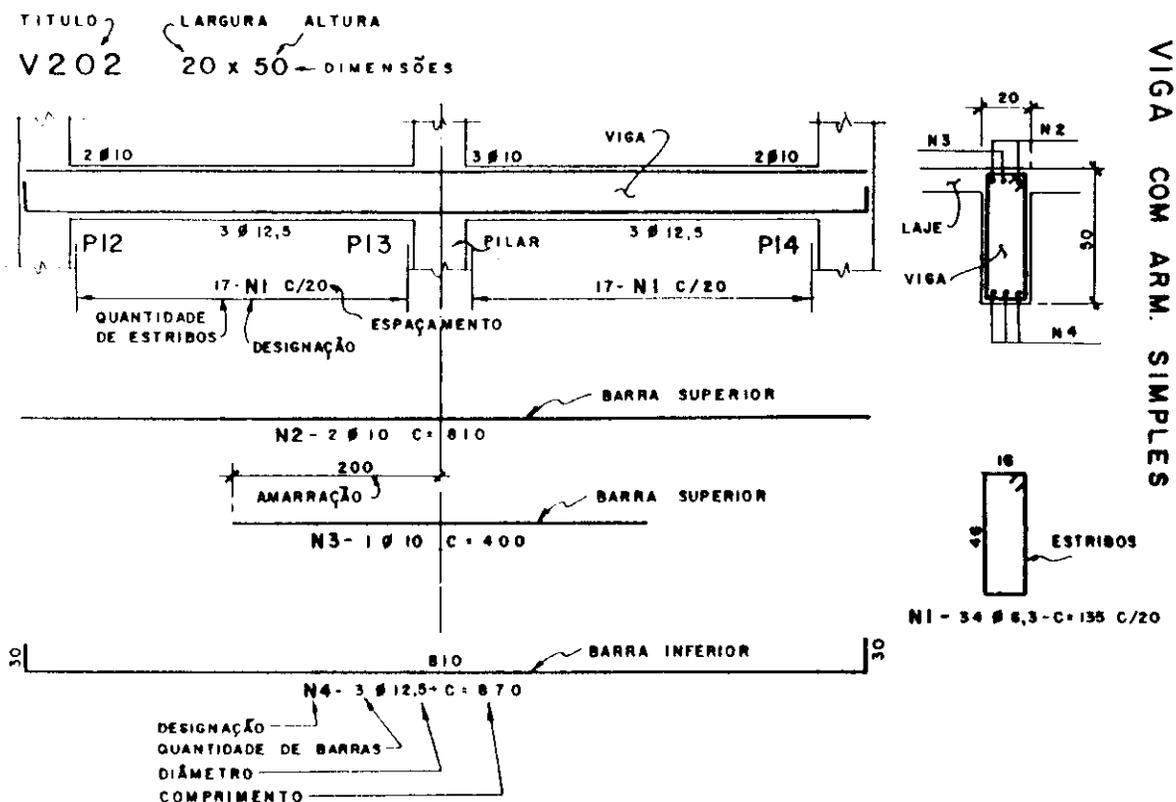


Fig. 5.8 Viga com armadura simples

O estribo deve ser mostrado e detalhado ao lado do corte transversal, contendo indicação do número de ordem, quantidade e comprimento.

As barras longitudinais devem ser apresentadas abaixo do corte de mesma direção, contendo indicação de número, quantidade, diâmetro e comprimento. Devem aparecer no próprio corte longitudinal as barras contendo indicação de quantidade e diâmetro, ao passo que no corte transversal as barras aparecerão com indicativo de quantidade e seu número de identificação.

No que se refere ao título, esse deve ser escrito acima da representação da armação da viga.

5.4 ESPAÇAMENTO ENTRE BARRAS LONGITUDINAIS E ESTRIBOS

A armadura longitudinal de uma viga pode ser formada por barras isoladas ou por feixes agrupados por 2, 3 ou 4 barras, porém não sendo permitidos feixes onde as barras possuam $\phi > 25$ mm.

Como espaçamento mínimo entre barras horizontais, tem-se:

a) A distância entre duas barras, medidas a partir da face externa, deve ser no mínimo igual a 2 cm, ou seja, $e_h \geq 2$ cm;

b) Essa distância deve também ser igual ou maior do que o diâmetro da barra, sendo que nas regiões onde houver emendas por traspasse deve ser no mínimo igual a duas vezes o valor do diâmetro da barra, ou seja:
$$\begin{cases} e_h \geq \phi; \\ e_h \geq 2\phi \text{ (traspasse);} \end{cases}$$

convém salientar que, no caso de barras de diâmetros diferentes, deve considerar-se o maior deles;

c) O espaçamento horizontal deve ser no mínimo igual a 1,2 vezes a dimensão máxima do agregado, ou seja, $e_h \geq 1,2 d_{max}$.

Para o espaçamento mínimo entre barras verticais, vale o exposto nos itens (a e b), devendo-se acrescentar que o espaçamento vertical entre duas barras, medido face a face, deve ser no mínimo igual à metade da dimensão máxima do agregado, ou seja, $e_v \geq 0,5 d_{max}$.

O espaçamento dos estribos, o qual deve ser medido paralelamente ao eixo da peça, deve ser:

- No máximo igual a metade da altura útil da peça;
- Não deve exceder 30 cm;
- Não pode ser maior que 21 vezes o diâmetro da barra longitudinal, no caso de aços CA-25, CA-32, e 12 vezes esse diâmetro, no caso de aços CA-40, CA-50 ou CA-60, sendo que essa recomendação somente é válida se houver armadura longitudinal de compressão.

A figura 5.9 mostra detalhadamente o anteriormente exposto, sendo que o mesmo é válido tanto para vigas como para pilares.

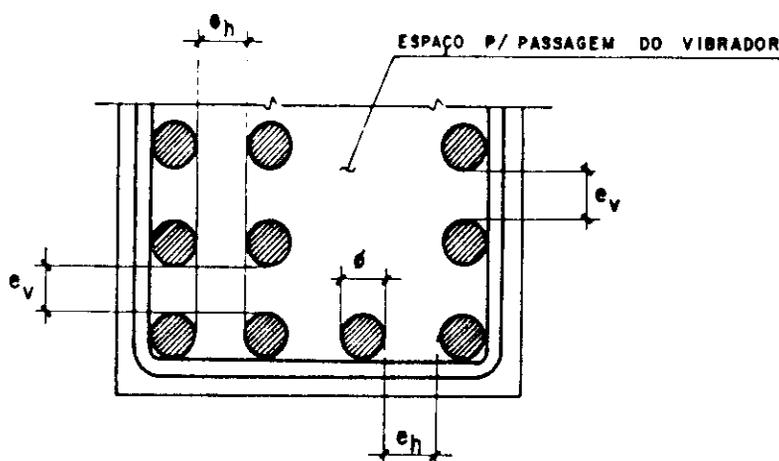


Fig. 5.9 Espaçamento entre as barras

5.5 PROTEÇÃO DAS BARRAS

Qualquer barra da armadura, inclusive armadura de distribuição, de montagem e estribos, deve ter cobertura de concreto no mínimo igual ao seu diâmetro e nunca inferior ao exposto na tabela 5.5.

Tabela 5.5 Cobrimento das barras (item 6.3.3.1 da NBR-6118/82)

Peças estruturais	Concreto revestido	Concreto aparente
No interior de edifícios	Lajes: 0,5 cm	2,0 cm
	Paredes: 1,0 cm	2,0 cm
	Vigas, arcos e pilares: 1,5 cm	2,0 cm
Ao ar livre	Lajes e paredes: 1,5 cm	2,5 cm
	Vigas, arcos e pilares: 2,0 cm	2,5 cm
Em contato com o solo:		3,0 cm
Meio fortemente agressivo:		4,0 cm

Quando se refere a concreto revestido, subentende-se que o concreto está revestido de argamassa com espessura mínima de 1,0 cm. Para solos não rochosos, deve-se interpor uma camada de concreto simples com espessura mínima de 5,0 cm.

Quando estudos especiais recomendarem cobrimentos superiores a 4,0 cm para meio agressivo, deve-se colocar uma armação complementar em malha, não considerada no cálculo, distanciada de 2 a 4 cm da superfície externa, buscando evitar a intensa fissuração que teria o cobrimento de concreto, caso ficasse sem armação numa espessura que já se tornaria apreciável¹.

O cobrimento máximo das barras é de 6,0 cm. Quando por razões especiais esse cobrimento for superior a 6,0 cm, deve-se colocar uma armadura de pele, cujo cobrimento deverá respeitar as espessuras mínimas anteriormente expostas, ver figura 5.10.

Deve-se ainda tomar medida especial para aumentar a proteção da armadura se o concreto estiver sujeito a altas temperaturas, a correntes elétricas ou agentes fortemente agressivos, entre eles ambiente marinho e agentes químicos.

¹ Essa providência deve ser tomada de forma semelhante nos casos em que, por outras razões e mesmo em meio não menos agressivo, se tiver cobrimento de concreto superior a 7,0 cm.

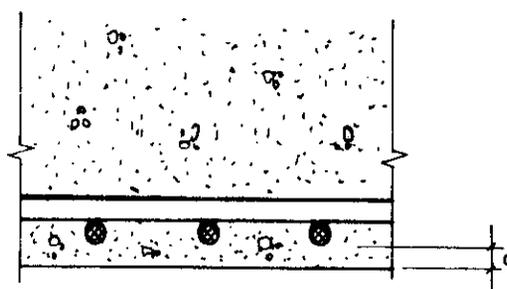


Fig. 5.10 Cobrimento de barras: armadura de pele

5.5.1 COMO GARANTIR O COBRIMENTO

Durante o lançamento e o adensamento do concreto, as barras da armadura devem ser mantidas, sem que lhes seja possível o movimento, com segurança nos seus respectivos lugares.

A figura 5.11 mostra alguns dos dispositivos apropriados para dar segurança à armadura.

Para as armaduras das camadas inferiores, basta a colocação de pequenos blocos de concreto, sendo esses de preferência semi-esféricos ou então anéis formados de matéria plástica.

Para as camadas superiores, como exemplo armadura de lajes sobre os apoios, pode-se adicionar pêndulos de concreto, suportes especiais (caranguejos ou sapos) ou ainda estribos de montagem.

Não é permitida, em hipótese alguma, a colocação de armadura diretamente sobre a fôrma ou ainda erguê-la por ocasião da concretagem.

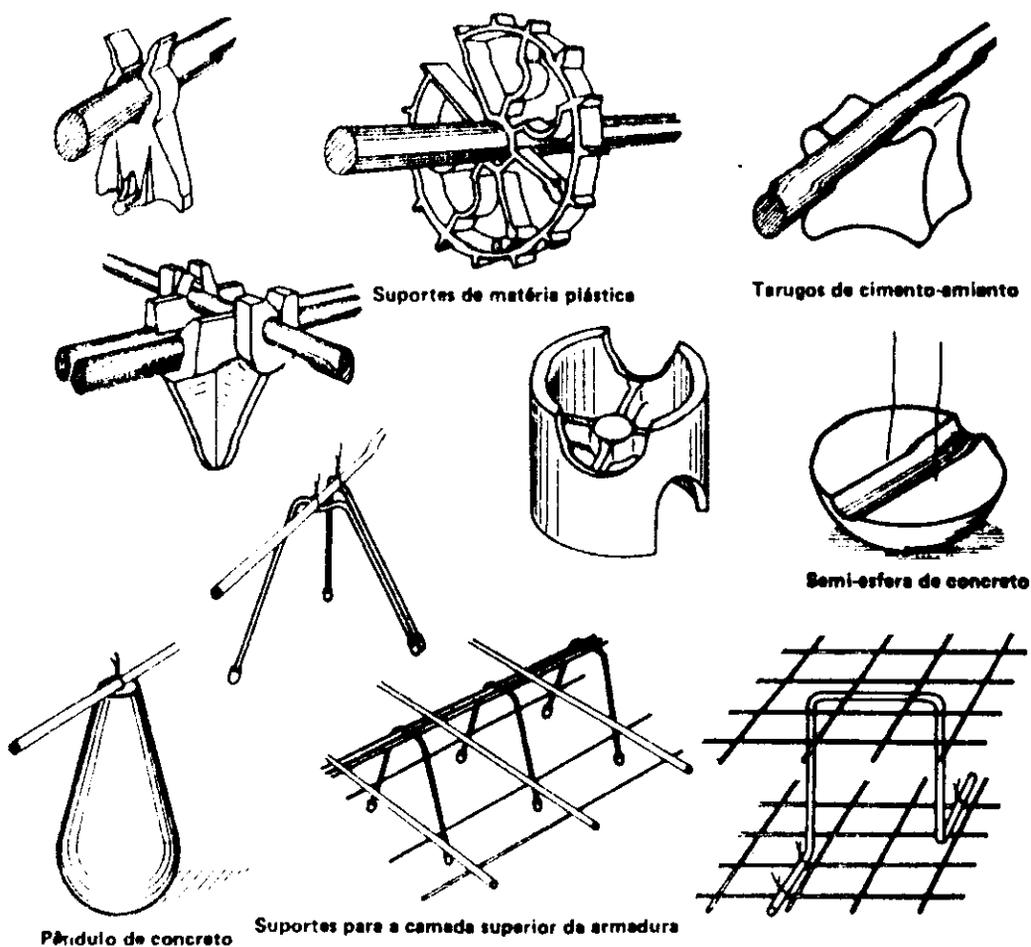


Fig. 5.11 Dispositivos para segurar armadura

Em fôrmas verticais, de modo geral, utilizam-se espaçadores formados de matéria plástica, fixados à armadura. A distância entre esses espaçadores estará diretamente ligada à rigidez da armadura; normalmente se usa de 50 a 100 cm.

Cabe salientar que as pernas dos estribos abertos também devem ter seu posicionamento cuidadosamente garantido, de modo que essas não sejam pressionadas contra a fôrma por ocasião da concretagem. Os espaçadores não podem prejudicar a proteção contra a corrosão.

5.6 JUNTAS

Quando as estruturas de concreto armado ficam sujeitas às variações de temperatura, variação de quantidade de água que penetra em seus poros ou da água que se evapora por secagem, as estruturas sofrem contração ou dilatação, causando tensões internas.

No caso de serem limitadas as condições de mudanças físicas, a dilatação ou a contração se acumulam formando tensões internas que podem até provocar trincas quando se atinge o limite de deformação do concreto. Nesses casos é necessária a adoção de medidas adequadas, visando evitar a ocorrência desses fenômenos.

Em grandes estruturas, visando evitar os problemas anteriormente expostos, utilizam-se juntas elásticas em posições convenientes.

Não se aplica junta elástica apenas para os casos de dilatação e contração, mas também para evitar a formação de trincas provocadas por afundamento, desequilíbrio de alicerce, sobrecarga e vibração.

Em grandes edifícios expostos ao perigo de incêndio, cabe observar que os elementos horizontais, como lajes e vigas, sofrem dilatações consideráveis devido ao aumento de temperatura. Para essas peças, juntas abertas entre as partes dos edifícios devem poder proporcionar uma folga suficiente.

A modificação do comprimento das lajes e das vigas provoca também torção entre as peças de apoio, como em pilares e paredes. Essas modificações podem gerar grandes momentos fletores, que devem ser levados em consideração, buscando dessa forma segurança contra desabamentos oriundos de incêndios.

5.6.1 ESPAÇAMENTO ENTRE AS JUNTAS

O espaçamento para a colocação das juntas elásticas deve ser determinado levando-se em consideração a variação da temperatura, grandeza de contração por

secagem, condição limite de deformação, a espessura da estrutura e a estrutura das juntas elásticas.

Sugerem-se espaçamentos pequenos, para casos onde houver condição limite de deformação e também para peças com espessuras finas.

Como valores práticos de espaçamento de juntas sugere-se de 6 a 9 m para paredes finas e em torno de 15 m para paredes espessas.

Quando não existe limite de deformação, caso de longarina, pode-se aumentar o comprimento da junta elástica, mas em compensação a distância de deslocamento se torna muito maior.

Não se deve determinar aleatoriamente as posições das juntas. Para determinação dessas é necessário:

- a) Montar a estabilidade da estrutura;
- b) Aproveitar racionalmente a junção do material com a junta;
- c) Aproveitar a facilidade de execução das juntas na obra;
- d) Observar a não ocorrência de trincas que possam vir a ser prejudiciais a outras partes da estrutura de concreto pela deformação da junta;
- e) Buscar manter a estética visual da edificação.

5.6.2 MATERIAIS PARA A CONFECÇÃO DA JUNTA

Como características necessárias, a junta deve ser capaz de absorver as deformações de dilatação e contração e deve ter estabilidade nas características físico-químicas contra tempestades e mudanças de temperatura.

O asfalto ou piche podem ser utilizados quando não se necessita para enchimento um material mais eficiente. A utilização da placa de cobre para junta elástica impermeável está se restringindo com o emprego do neoprene e do cloreto de vinil.

Como materiais adesivos, utilizam-se os de maior durabilidade e capacidade de adesão, como resinas epoxi e acúlicas.

Como juntas normalmente comercializadas pode-se citar: mata-junta vedacit, vedagum e sika igas k.

5.6.3 JUNTA ELÁSTICA NOS PILARES E NAS VIGAS

Deve-se colocar asfalto ou outro material de enchimento nas aberturas das juntas. Nos pilares são fixados parafusos para se evitar deslocamentos transversais, ver figura 5.12.

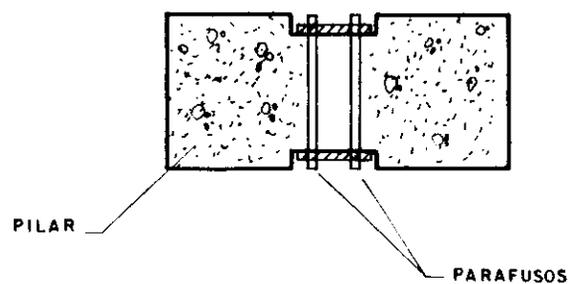


Fig. 5.12 Junta nos pilares

A viga é separada em duas partes ao longo da linha de eixo e é necessário se aplicar material de enchimento entre as duas partes, ver figura 5.13.

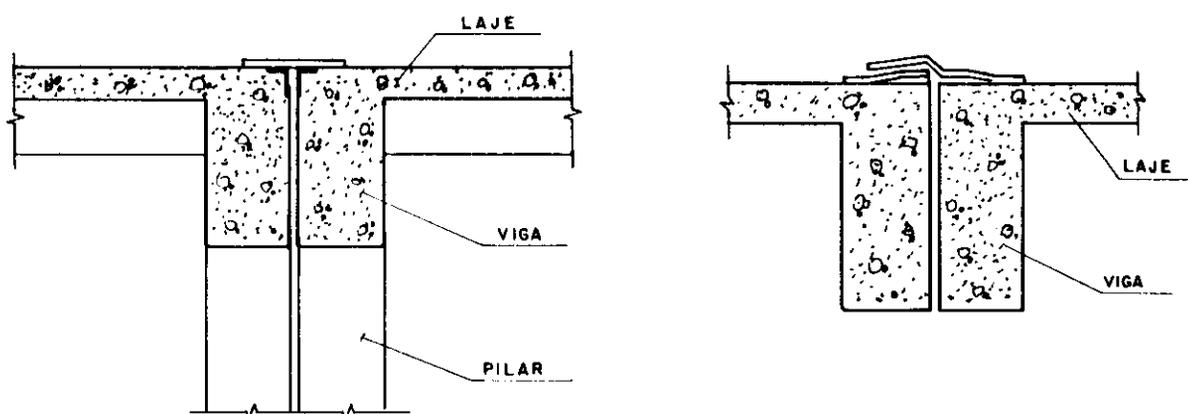


Fig. 5.13 Junta em vigas

6 APLICAÇÃO NUMÉRICA

Este capítulo compreende de aplicação ao projeto de um pequeno tabuleiro de edifício, desde o pré-dimensionamento das lajes, ver figura 6.1, passando pelo levantamento das cargas atuantes, a princípio nas lajes e posteriormente nas vigas, até um levantamento de consumo final de materiais nas vigas, respectivamente concreto, aço e fôrmas, sendo fixadas as larguras das vigas em 15 e 20 cm, variando-se suas alturas.

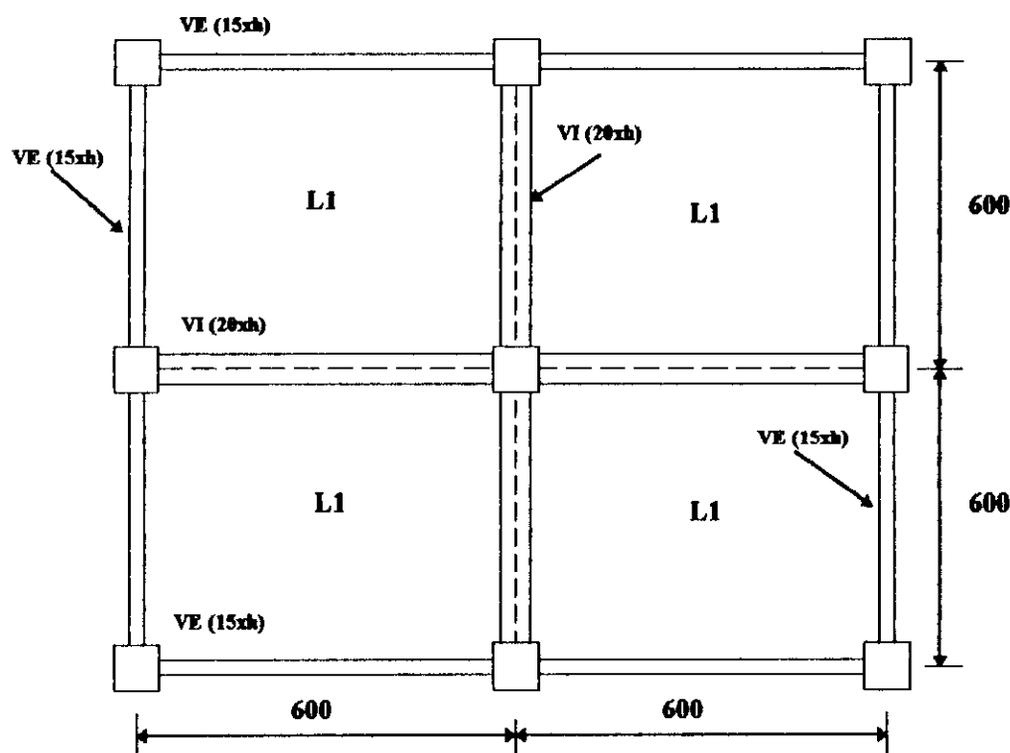


Fig. 6.1 Pavimento em análise

6.1 PRÉ-DIMENSIONAMENTO DAS LAJES

Seguir-se-á o exposto na NBR-6118 (1982) para comparação com os estudos de MACHADO (1984), para o cálculo da altura útil das lajes.

A NBR-6118 (1982) especifica, para que não haja necessidade de verificação de flechas:

$$d_0 = \frac{\ell}{\psi_2 \psi_3} \quad (6.1)$$

sendo:

ℓ = menor vão;

ψ_2 e ψ_3 = coeficientes relativos às condições de apoio e à tensão na armadura.

Da tabela 2.1 (PINHEIRO, 1986) retiram-se para os coeficientes os valores 1,80 e 25, respectivamente. O menor vão neste caso, como os vãos são iguais, vale 600 cm, chegando-se a uma altura útil de:

$$d_0 = \frac{600}{1,8 \cdot 25} = 13,33 \text{ cm} \quad (6.2)$$

MACHADO (1984) sugere através de seus prescritos:

$$d_0 = (2,5 - 0,1 \cdot n) \cdot \ell^* \quad (6.3)$$

onde:

$$\ell^* \leq \begin{cases} 0,7 \cdot \ell_y = 420 \\ \ell_x = 600 \end{cases} \Rightarrow \ell^* = 420 \text{ cm}$$

n = número de bordas engastadas.

Aplicando em (6.3), vem:

$$d_0 = (2,5 - 0,1 \cdot 2) \cdot 4,20 = 9,7 \text{ cm} \quad (6.4)$$

Considerar-se-á como espessura total da laje sua altura útil acrescida de 1 cm, ou seja, as lajes serão adotadas com espessura padronizada de 11 cm.

6.2 AÇÕES CONSIDERADAS

Foram consideradas para efeito destes cálculos as seguintes ações:

a) Peso próprio; o peso próprio da laje leva em consideração o peso específico do material concreto (25 kN/m^3) e a espessura da laje:

$$g_{pr} = \delta_c \cdot h = 25 \cdot 0,11 = 2,75 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (6.5)$$

b) Piso mais revestimento; adotar-se-á como carga de piso mais revestimento inferior da laje:

$$g_{p+r} = 1,0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (6.6)$$

c) Outras cargas; considerar-se-á ainda como carga permanente as ações oriundas de paredes divisórias, cujas posições não foram previstas inicialmente no projeto arquitetônico:

$$g_{par} = 1,0 \frac{kN}{m^2} \quad (6.7)$$

d) Carregamento variável; considerou-se por exemplo uma escola, com carga:

$$q = 3,0 \frac{kN}{m^2} \quad (6.8)$$

e) Carregamento total; o carregamento total que estará atuando sobre a laje, somando-se as parcelas de a até d vale:

$$p = 7,75 \frac{kN}{m^2}. \quad (6.9)$$

6.3 REAÇÕES DE APOIO

As reações de apoio serão calculadas fazendo-se uso das tabelas 2.3 (PINHEIRO, 1986), de acordo com o item 3.3.2.9 da NBR-6118/82. As reações de apoio das lajes, que serão utilizadas como carregamento distribuído sobre as vigas, serão calculadas fazendo-se uso de:

$$v = v \frac{p \cdot \ell}{10} \quad (6.10)$$

A figura 6.2 mostra as reações de apoio nas lajes.

	10,09		10,09
10,09		29,48	10,09
	29,48		29,48
10,09		29,48	10,09
	10,09		10,09

Fig. 6.2 Lajes: reações de apoio (kN/m)

6.4 AÇÕES NAS VIGAS

Considerar-se-á como cargas atuantes nas vigas: o peso próprio, o peso da alvenaria e as reações oriundas das lajes. O peso da alvenaria de tijolo maciço, revestida com argamassa de cal, cimento e areia, com base na NBR-6120 (1980), para parede de 1 tijolo e para parede de $\frac{1}{2}$ tijolo é de 3,2 e 1,9 kN/m^2 , respectivamente. As vigas externas estarão carregadas por paredes de 1 tijolo e as internas com paredes de $\frac{1}{2}$ tijolo. Com exceção das reações de apoio oriundas das lajes, as demais parcelas do carregamento estarão diretamente relacionadas com a altura da peça.

Far-se-á inicialmente as seguintes considerações, admitindo a seção como retangular:

- seção com armadura simples;
- seção com armadura dupla.

No dimensionamento das vigas, adotar-se-á inicialmente os carregamentos:

a) peso próprio:

$$g_p = h \cdot b_w \cdot \delta_c \quad (6.11)$$

b) peso das paredes em contato direto com as vigas:

$$g_{pa} = \begin{cases} 3,2 \cdot (3,00 - h) & \text{para parede de 1 tijolo;} \\ 1,9 \cdot (3,00 - h) & \text{para parede de 1/2 tijolo.} \end{cases} \quad (6.13)$$

c) reações das lajes: ver figura 6.2.

Desta forma, o carregamento total nas vigas será:

$$p = g_p + g_{pa} + p_t \quad (6.14)$$

A figura 6.3 apresenta o esquema a ser utilizado para o cálculo das reações e dos momentos fletores nas vigas.

Em função do momento máximo atuante, poder-se-á fazer o cálculo da altura útil mínima em busca de um limite entre a adoção de armadura simples e dupla, através de:

$$d_{min} = \sqrt{\frac{k_{c3,4} \cdot M_d}{b_w}} \quad (6.15)$$

Quando $d \geq d_{min}$ ter-se-á armadura simples, caso contrário armadura dupla.

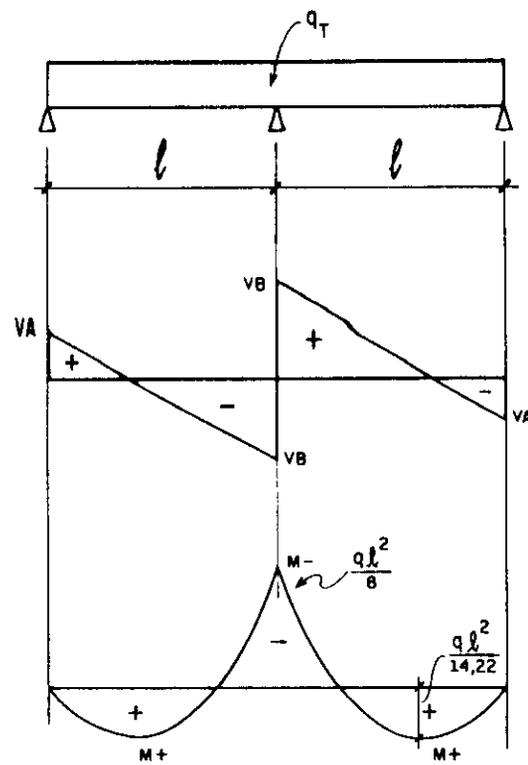


Fig. 6.3 Reações e momentos fletores nas vigas

6.5 ARMADURA LONGITUDINAL

A armadura longitudinal será calculada fazendo-se uso das conhecidas fórmulas da flexão simples (tabela 1.1, PINHEIRO, 1986), considerando-se concreto C-20 e aço CA-50B. A tabela 6.1 apresenta as características das vigas, carregamentos e reações de apoio (figura 6.3). Um exemplo de cálculo é apresentado no Anexo A (viga 3).

Como observação cabe ressaltar o não uso de armadura de pele, previsto em norma, para peças com altura superior a 60 cm.

Tabela 6.1 - Vigas: características, carregamentos e reações de apoio

Viga Número	Dimensões ($b_v \cdot h$)	Carregamento $\frac{kN}{m}$	Reações A e B kN	
1	20x65	37,19	83,69	139,48
2	20x60	37,04	83,34	138,90
3	20x55	36,88	82,99	138,32
4	20x50	36,73	82,64	137,74
5	20x45	36,57	82,29	137,16
6	20x43	36,51	82,15	136,91
7	15x65	20,05	45,11	75,18
8	15x60	20,02	45,05	75,07
9	15x55	19,99	44,98	74,97
10	15x50	19,96	44,92	74,87
11	15x45	19,94	44,86	74,76
12	15x43	19,92	44,82	74,70

A tabela 6.2 mostra os momentos fletores característicos positivos e negativos e suas respectivas armaduras. As vigas 3-6 e 10-12, conforme mostra a tabela 6.2, possuem armadura dupla para os momentos negativos.

Tabela 6.2 - Vigas: momentos característicos e armadura

Viga	Momentos Característicos ($kN \cdot m$)		Armadura Simples (cm^2)		Armadura Dupla (cm^2)			
	M^+	M	M^+	M^-	M_1	M_2	M_{Tot}	M'
1	94,16	167,38	5,31	10,20	-	-	-	-
2	93,77	166,68	5,76	11,46	-	-	-	-
3	93,38	165,98	6,54	-	10,78	1,42	12,20	1,64
4	92,99	165,28	7,48	-	9,75	3,54	13,29	3,88
5	92,59	164,59	8,64	-	8,71	5,88	14,59	6,47
6	92,43	164,29	9,06	-	8,30	6,93	15,23	7,65
7	50,75	90,21	2,75	5,09	-	-	-	-
8	50,68	90,09	3,11	5,75	-	-	-	-
9	50,61	89,97	3,41	6,54	-	-	-	-
10	50,54	89,84	3,76	-	7,31	0,16	7,47	0,27
11	50,47	89,72	4,37	-	6,53	1,63	8,16	1,79
12	50,43	89,64	4,76	-	6,22	2,27	8,49	2,51

6.5.1 DISPOSIÇÃO DA ARMADURA NA SEÇÃO

A tabela 6.3 apresenta os diâmetros mínimos relativos às áreas de aço especificadas na tabela 6.2. Considerou-se para a confecção desta tabela uma distribuição pré-fixada de 4 (quatro) barras na seção, tanto para armadura de tração como para de compressão. Estas barras com bitolas hipotéticas têm função de suportar o momento de cálculo, sendo que se buscou esta distribuição com intuito de padronizar as vigas no que tange ao número de barras na seção.

Considerar-se-á um cobrimento de 1,5 cm da armadura, diâmetro máximo do agregado graúdo 25 mm. As figuras 6.4 e 6.5 mostram a disposição da armadura longitudinal (simples ou dupla) para as vigas em questão.

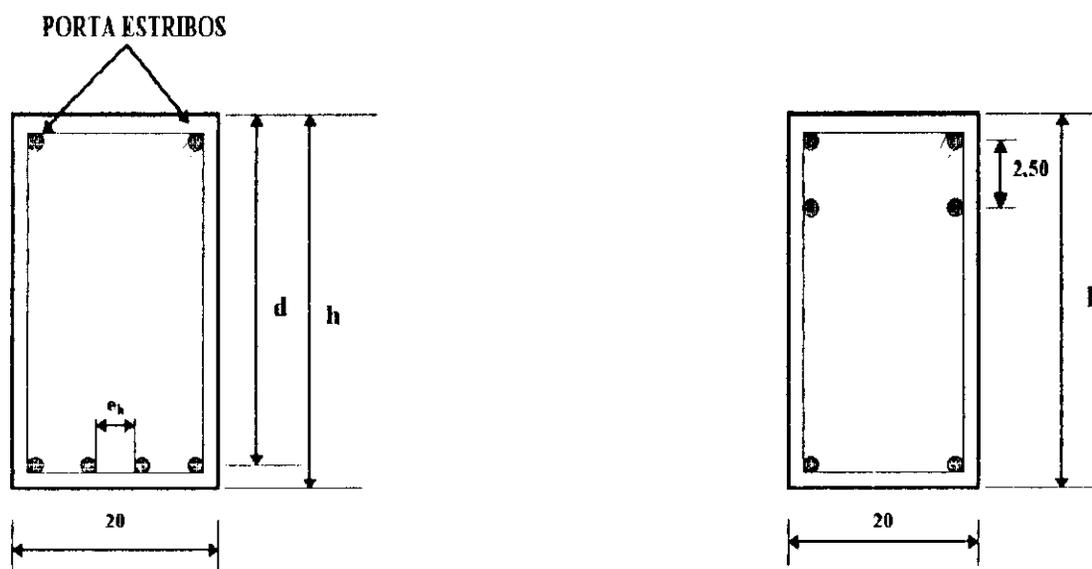


Fig. 6.4 Disposição armadura simples e dupla VI (20 x h)

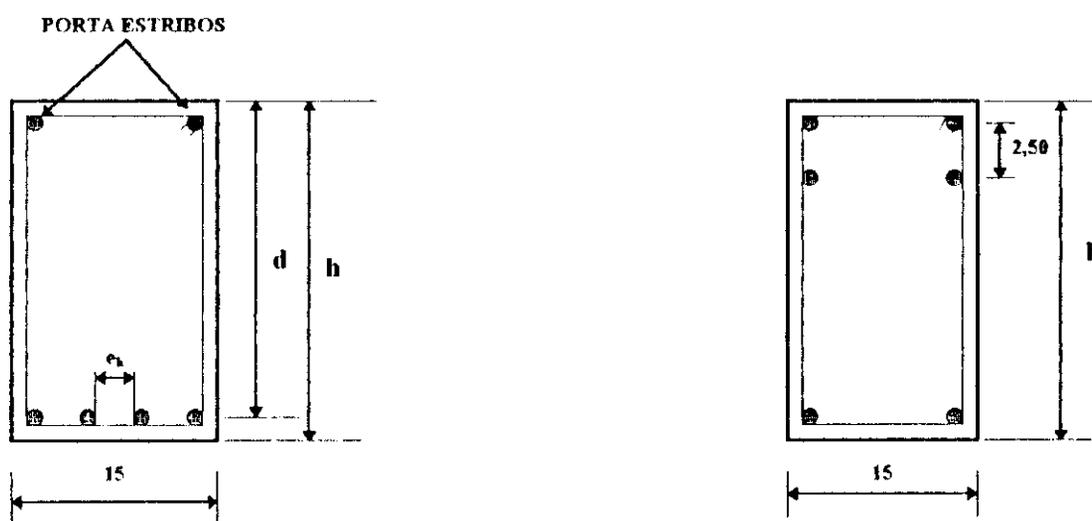


Fig. 6.5 Disposição armadura simples e dupla VE (15 x h)

A figura 6.6 apresenta o esquema de distribuição utilizado para a armadura longitudinal.

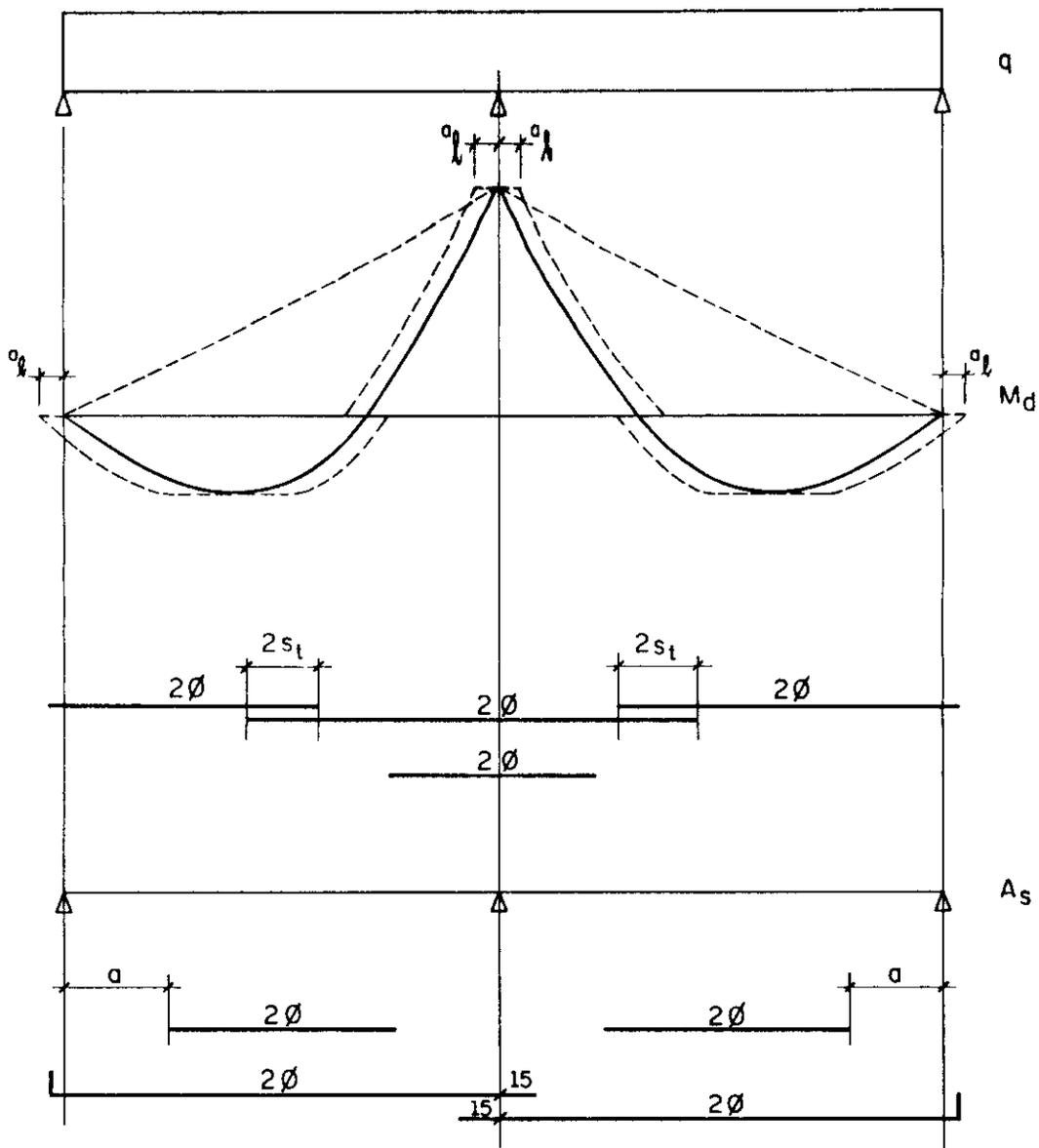


Fig. 6.6 Esquema barras longitudinais

Tabela 6.3 - Diâmetros mínimos das barras longitudinais

Viga	Dimensões	Armadura Simples (mm)		Armadura Dupla (mm)	
		$\phi_{M'}$	$\phi_{M''}$	$\phi_{M_{Tot}}$	M' (2 barras)
1	20x65	13,001	18,019	-	-
2	20x60	13,541	19,099	-	-
3	20x55	14,428	-	19,706	10,217
4	20x50	15,430	-	20,568	15,716
5	20x45	16,584	-	21,550	20,295
6	20x43	16,982	-	22,018	22,068 *
7	15x65	9,356	12,729	-	-
8	15x60	9,950	13,529	-	-
9	15x55	10,418	14,428	-	-
10	15x50	10,940	-	15,420	3,289
11	15x45	11,794	-	16,116	10,675
12	15x43	12,309	-	16,439	12,641

* 4 barras

A tabela 6.4 especifica os espaçamentos mínimos entre as barras longitudinais, necessários para disposição das barras. Busca-se primeiramente colocar as quatro barras em uma única camada; quando o espaçamento mínimo necessário não for suficiente, parte-se então para colocação destas em uma segunda camada. Como pode ser visto, a tabela 6.4 não especifica o espaçamento entre as camadas, sendo que este foi adotado e fixado em 2,50 cm.

Observar também que, para se chegar ao espaçamento necessário entre as barras, adotou-se um diâmetro fictício para os estribos, ou seja, estribos de 10 mm e de 8 mm, respectivamente para vigas de 20 e de 15 cm.

Tabela 6.4 - Espaçamento entre as barras na horizontal e vertical

Viga	$e_{h,nec}$ (cm)	M^+ e_h (cm)	M^- e_h (cm)	M_{Tot} e_h (cm)	2 camadas		
					e_h (cm)		
					M^+	M^-	M_{Tot}
1	3,00	3,27	2,60	-	-	11,40	-
2	3,00	3,19	2,45	-	-	11,18	-
3	3,00	3,08	-	2,36	-	-	11,04
4	3,00	2,94	-	2,26	11,91	-	10,89
5	3,00	2,79	-	2,13	11,68	-	10,69
6	3,00	2,74	-	2,06	11,60	-	10,70
7	3,00	2,22	1,77	-	8,53	7,85	-
8	3,00	2,14	1,66	-	8,41	7,69	-
9	3,00	2,08	1,54	-	8,32	7,51	-
10	3,00	2,01	-	1,41	8,21	-	7,32
11	3,00	1,89	-	1,32	8,04	-	7,18
12	3,00	1,82	-	1,27	7,94	-	7,11

6.5.2 DESLOCAMENTO DO MOMENTO DE CÁLCULO

Na teoria da flexão de vigas, a resultante de tração no aço é dada por:

$$R_s = \frac{M_d}{z} \quad (6.16)$$

Como o braço de alavanca z varia pouco ao longo da viga, a resultante de tração no aço costuma ser considerada proporcional ao momento de cálculo.

Para um dado momento de cálculo, a armadura longitudinal precisa estender-se um pouco mais; é a translação que para efeitos práticos pode ser feita diretamente no diagrama do momento de cálculo, muito embora esteja referida à resultante de tração no aço.

A NBR-6118/82 utiliza para cálculo desta translação a seguinte aproximação:

$$a_t = (1,5 - 1,2\eta) \cdot d \geq 0,5 \cdot d \quad (6.17)$$

sendo que o coeficiente η representa a taxa de cobertura, ou seja, é o quociente da área da armadura transversal efetiva pela área calculada com tensão $1,15 \tau_{wd}$ e é dado por:

$$\eta = 1 - \frac{\tau_c}{\tau_{od}} = 1 - \frac{\tau_c}{1,15 \cdot \tau_{wd}} \quad (6.18)$$

Na prática costuma-se utilizar 75% da altura útil da peça como fator para a translação. A figura 6.6 mostra também o deslocamento do momento de cálculo.

6.6 ANCORAGEM

O comprimento de ancoragem por aderência de uma barra é o comprimento mínimo necessário para que se transfira ao concreto a força de tração que a solicita, sem que as tensões médias de aderência sejam superiores à tensão última.

Conhecendo-se as características geométricas da barra, a sua resistência de escoamento, bem como o valor da tensão última de aderência, calculada em função da resistência característica à compressão do concreto e do coeficiente de rugosidade da barra, pode-se calcular o valor do comprimento de ancoragem, oriundo da análise do

equilíbrio, no estado limite último, da barra submetida ao esforço R_{st} e da reação do concreto que a envolve:

$$l_{hl} = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{f_{yd}}{\tau_{bu}} \quad (6.19)$$

Desta forma, no ponto em que uma barra da armadura longitudinal puder ser retirada de trabalho, basta assegurar que, a partir da seção onde ela pode ser retirada, exista um comprimento suplementar que garanta a transferência das tensões da barra para o concreto.

6.6.1 BARRAS PROLONGADAS ATÉ O APOIO

As ancoragens das barras da armadura longitudinal de tração, nos apoios, diferem quanto ao tipo de vinculação adotada para a ligação da viga com o apoio. Neste estudo limitou-se ao caso de vigas apoiadas sobre os pilares, ou seja, apoio direto.

6.6.2 FORÇA DE ANCORAGEM NO APOIO

O esquema de treliça lança luz sobre diversas questões, para as quais a teoria da flexão é cega; a translação é um exemplo claro disto.

Outro exemplo é a questão da força a ser ancorada no apoio. Pela teoria da flexão, não haveria o problema, pois que, no apoio, sendo o momento de cálculo nulo, conseqüentemente a resultante de tração no aço seria também nula. O esquema da treliça mostra que a resultante de tração no apoio não é nula, ou seja, existe uma força atuante no apoio e esta precisa ser ancorada.

Desprezando-se a influência da carga no pequeno trecho da translação, pode-se escrever:

$$M_d = V_d \cdot a_t \quad (6.20)$$

Porém, pela teoria da flexão:

$$M_d = R_s \cdot z \quad (6.21)$$

donde:

$$R_s = V_d \cdot \frac{a_t}{z} \quad (6.22)$$

ou aproximadamente:

$$R_s = V_d \cdot \frac{a_t}{d} \geq 0,5 \cdot V_d \quad (6.23)$$

A tabela 6.5 mostra o diâmetro nominal das barras e os comprimentos de ancoragem, considerando as zonas de boa ou de má aderência, calculadas conforme a NBR-6118 (1982).

O comprimento de ancoragem reta e sem gancho foi calculado considerando:

- a) 44ϕ para as barras situadas em zonas de boa aderência;
- b) 66ϕ para as barras situadas em zonas de má aderência.

Tabela 6.5 Ancoragem: comprimento, diâmetro das barras

Viga	Armadura Simples		Armadura Dupla	Comprimento de Ancoragem (cm)	
	M ⁺	M ⁻	M _{Tot}	Boa Aderência	Má Aderência
	ϕ (mm)	ϕ (mm)	ϕ (mm)	M ⁺	M ⁻ ou M _{Tot}
1	13,001	18,019	-	57	119
2	13,541	19,099	-	59	126
3	14,428	-	19,779	63	130
4	15,430	-	20,568	68	136
5	16,584	-	21,550	73	142
6	16,982	-	22,018	75	145
7	9,356	12,729	-	41	84
8	9,950	13,529	-	44	89
9	10,418	14,428	-	46	95
10	10,940	-	15,420	48	101
11	11,794	-	16,116	52	106
12	12,309	-	16,439	54	108

6.6.3 ANCORAGEM DA ARMADURA TRANSVERSAL

A ancoragem dos estribos das vigas deve ser garantida por meio da utilização de ganchos nas extremidades e devem ser detalhados de modo a terem, nas suas quinas, barras longitudinais de diâmetros adequados.

6.7 TRASPASSE

De acordo com EB-3/80 o comprimento normal de fabricação de barras e fios de aço é de 11 metros, com tolerância de 9%. Desse modo são encontrados no mercado barras e fios cujos comprimentos podem variar de 10 m a 12 m. Os fios também podem ser encontrados em rolos.

No caso de peças estruturais onde o comprimento longitudinal exige barras de comprimentos maiores que aqueles encontrados no mercado, há necessidade de se emendar convenientemente as barras da armadura.

Essa emenda, chamada emenda por traspasse, deve contar com o efeito da aderência para transmitir os esforços entre as barras. Não serão utilizadas emendas neste trabalho.

6.7.1 CÁLCULO DO COMPRIMENTO DA EMENDA

A determinação do comprimento necessário para a emenda por traspasse de barras tracionadas é feita com a consideração do coeficiente ψ_s , que multiplicado pelo comprimento de ancoragem resulta:

$$\ell_{emenda} = \psi_s \cdot \ell_b \quad (6.24)$$

A tabela 6.6 expressa o valor desse coeficiente em função da porcentagem de barras que podem ser emendadas na mesma seção e da distância transversal entre eixos de emendas mais próximas na mesma seção, caracterizada pela distância entre as barras.

Tabela 6.6 Valores de ψ_s

DISTÂNCIA ENTRE EIXOS DE EMENDAS MAIS PRÓXIMAS NA MESMA SEÇÃO	PROPORÇÃO DE BARRAS EMENDADAS NA MESMA SEÇÃO TRANSVERSAL				
	$\leq 1/5$	$> 1/5$	$> 1/4$	$> 1/3$	$> 1/2$
		$\leq 1/4$	$\leq 1/3$	$\leq 1/2$	
distância $\leq 10 \phi$	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0
distância $> 10 \phi$	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4

6.8 DIMENSIONAMENTO À FORÇA CORTANTE DE ACORDO COM O TEXTO BASE DA NB-1/93

O modelo de cálculo é o da treliça de Mörsch, considerando as bielas com inclinação de 45 graus e com as seguintes generalizações:

- a) arqueamento do banzo comprimido;
- b) engrenamento dos agregados ao longo das faces de uma fissura;
- c) flexão dos elementos componentes da treliça.

É permitido separar-se as verificações das solicitações tangenciais decorrentes da força cortante ou torção, das solicitações normais oriundas da flexão simples ou composta.

A influência da força cortante na resistência à flexão simples ou composta é considerada quando se faz a decalagem do diagrama de esforços na armadura.

As indicações relativas a armadura mínima estão embasadas no CEB-CM/90, que exige o emprego de uma armadura transversal mínima em elementos lineares submetidos à força cortante, mesmo que teoricamente esta armadura não seja necessária. O uso da armadura de cisalhamento só é totalmente dispensado em lajes que tenham a capacidade de distribuir as ações transversais.

A armadura transversal mínima pode ser constituída de estribos ou de barras dobradas; se forem utilizadas barras dobradas, a elas não caberá mais do que 60% do esforço total.

A tabela 6.7 expressa a porcentagem mínima de armadura transversal em função da classe do concreto.

Tabela 6.7 - Porcentagem mínima de armadura transversal

CLASSE DO CONCRETO	CLASSE DO AÇO	
	CA 25	CA 50 e CA 60
até C 20	0,20%	0,11%
C 25 a C 35	0,29%	0,16%
C 40 a C 50	0,37%	0,21%

A verificação da compressão nas bielas de concreto, para o caso usual de peças de concreto armado, é feita limitando-se o valor da força cortante de cálculo ao da resistência de compressão da biela de concreto, dado pela seguinte expressão:

$$V_{rd} \leq V_{rd2} = v \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \quad (6.25)$$

onde:

$$v = 0,375 - \frac{f_{ck}}{267} \leq 0,30 \quad \text{para concreto classe I} \quad (6.26)$$

Para esta verificação não deve ser feita nenhuma redução do esforço cortante.

A verificação da armadura transversal, para que valham as prescrições agora a serem descritas, no cálculo da armadura transversal, a ação e a reação de apoio devem estar aplicados em faces opostas da peça, comprimindo-a.

A força cortante oriunda da ação distribuída poderá ser considerada, no trecho entre o apoio e a seção situada à distância $d/2$ da face do apoio, constante e igual à desta seção.

Para o caso usual de peças de concreto armado, a força cortante de cálculo é limitada à soma de duas parcelas, sendo uma a força cortante resistente decorrente dos esquemas alternativos ao da treliça de Mörsh e a outra parcela é a força cortante suportada pela armadura transversal. Tem-se assim que:

$$V_{cd} \leq V_{rd} + V_{wd} \quad (6.27)$$

O valor da força cortante resistente decorrente dos esquemas alternativos ao da treliça de Mörsh é dado pela expressão seguinte:

$$V_{rd} = \psi_1 \cdot \sqrt{f_{ctk}} \cdot b_w \cdot d \quad (6.28)$$

sendo:

$\psi_1 = 0,13$ na flexão simples ou flexo-tração com grande excentricidade;

$\psi_1 = 0$ na flexo-tração com pequena excentricidade;

$\psi_1 = 0,13 \cdot \left[1 + \frac{M_o}{M_{d,max}} \right] \leq 0,26$ nas situações de flexo-compressão;

onde:

M_c = momento fletor que anula a tensão na borda mais comprimida;

$M_{d,max}$ = momento fletor da seção transversal que está mais solicitada à

flexão, no trecho considerado pelo cálculo.

O valor da força cortante suportada pela armadura transversal é dado pela expressão:

$$V_{wd} = 0,9 \cdot f_{ywd} \cdot \left(\frac{A_{sw}}{s} \right) \cdot (1 + \cotg \alpha) \cdot \text{sen } \alpha \quad (6.29)$$

onde:

f_{ywd} = resistência de cálculo da armadura transversal, não maior do que 435 MPa; no caso de barras dobradas adota-se 70% de f_{ywd} , mantendo-se o limite absoluto de 435 MPa.

α = ângulo de inclinação entre o eixo da armadura transversal e o eixo longitudinal da peça;

A_{sw} = área da armadura transversal;

s = espaçamento entre eixos da armadura transversal.

Optou-se pela colocação, visando padronizar, de 8 estribos distribuídos em 1 metro, totalizando um espaçamento de 12,5 cm entre esses. A tabela 6.8 apresenta os estribos e suas especificações.

Tabela 6.8 Estribos: especificações

Viga	Força Cortante Reduzida (kN)		Estribos (cm ²)			Altura dos Estribos	$A_{sw,A}$	$A_{sw,B}$	$A_{sw,min}$
	A	B	$A_{sw,A}$	$A_{sw,B}$	$A_{sw,min}$	cm	mm	mm	mm
							ϕ	ϕ	ϕ
1	92,43	170,54	0,81	4,06	2,20	62	3,66	8,04	5,92
2	93,34	171,12	1,21	4,70	2,20	57	4,30	8,65	5,92
3	94,24	171,70	1,66	5,17	2,20	52	5,14	9,33	5,92
4	95,13	172,27	2,20	6,30	2,20	47	5,92	10,00	5,92
5	96,00	172,82	2,87	7,54	2,20	42	6,76	10,95	5,92
6	96,87	173,35	3,72	8,10	2,20	40	7,69	11,35	5,92
7	49,82	91,92	0,01	1,56	1,65	62	0,04	4,98	5,12
8	50,44	92,49	0,03	1,92	1,65	57	0,07	5,52	5,12
9	51,08	93,06	0,28	2,34	1,65	52	0,21	6,10	5,12
10	51,71	93,64	0,58	2,86	1,65	47	0,30	6,75	5,12
11	52,34	94,20	0,96	3,50	1,65	42	0,39	7,46	5,12
12	52,96	94,77	1,43	3,83	1,65	40	0,48	7,81	5,12

A figura 6.7 mostra a disposição da armadura transversal na extensão da viga, posição de colocação da armadura calculada e da armadura mínima.

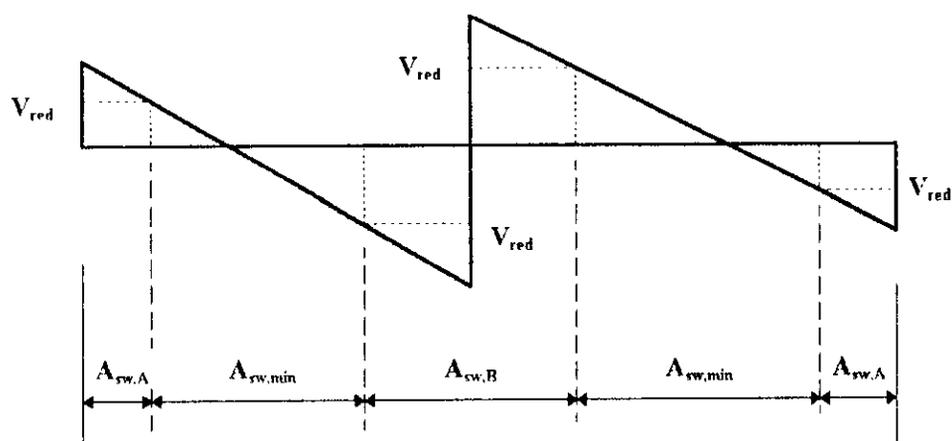


Fig. 6.7 Armadura transversal: disposição longitudinal

A figura 6.8 apresenta a armadura transversal disposta na seção transversal.

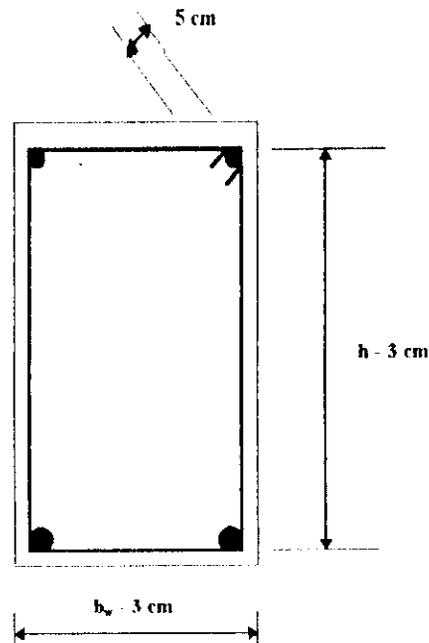


Fig. 6.8 Armadura transversal: disposição na seção

6.9 COMPRIMENTO DAS BARRAS LONGITUDINAIS

A tabela 6.9 mostra detalhadamente o comprimento das barras longitudinais tracionadas e comprimidas, número de barras na seção e diâmetro das barras, de acordo com o esquema da figura 6.6.

Tabela 6.9 Barras longitudinais: comprimento final

Viga	Barras para M'		Barras para M' e M_{T_d}		Comprimento Final (cm)	
	ϕ (cm)	ℓ (cm)	ϕ (cm)	ℓ (cm)	M'	M' ou M_{T_d}
1	1 ϕ 13,001	$\ell = 628,5$	2 ϕ 18,019	$\ell = 543$	ϕ 13,001	ϕ 18,019 $\ell = 2022$
	4 ϕ 13,001	$\ell = 411$	2 ϕ 18,019	$\ell = 468$		ϕ 5,920 $\ell = 1558$
	a = 28 gancho = 12		4 ϕ 5,920	$\ell = 389,5$		
2	1 ϕ 13,541	$\ell = 628,5$	2 ϕ 19,099	$\ell = 547$	ϕ 13,541	ϕ 19,099 $\ell = 2038$
	4 ϕ 13,541	$\ell = 412$	2 ϕ 19,099	$\ell = 472$		ϕ 5,920 $\ell = 1550$
	a = 22 gancho = 12,5		4 ϕ 5,920	$\ell = 387,5$		
3	1 ϕ 14,428	$\ell = 628,5$	2 ϕ 19,779	$\ell = 550$	ϕ 14,428	ϕ 19,779 $\ell = 2060$
	4 ϕ 14,428	$\ell = 414$	2 ϕ 19,779	$\ell = 480$		ϕ 5,920 $\ell = 1534$
	a = 22 gancho = 13		4 ϕ 5,920	$\ell = 383,5$		
4	1 ϕ 15,430	$\ell = 628,5$	2 ϕ 20,568	$\ell = 557$	ϕ 15,430	ϕ 20,568 $\ell = 2078$
	4 ϕ 15,430	$\ell = 406$	2 ϕ 20,568	$\ell = 482$		ϕ 5,920 $\ell = 1530$
	a = 22 gancho = 11		4 ϕ 5,920	$\ell = 382,5$		
5	1 ϕ 16,584	$\ell = 628,5$	2 ϕ 21,550	$\ell = 564$	ϕ 16,584	ϕ 21,550 $\ell = 2106$
	4 ϕ 16,584	$\ell = 398$	2 ϕ 21,550	$\ell = 489$		ϕ 6,760 $\ell = 1516$
	a = 28 gancho = 16		4 ϕ 6,760	$\ell = 379$		
6	4 ϕ 16,982	$\ell = 628,5$	2 ϕ 22,018	$\ell = 565$	ϕ 16,982	ϕ 22,018 $\ell = 2110$
	1 ϕ 16,982	$\ell = 394$	2 ϕ 22,018	$\ell = 490$		ϕ 7,690 $\ell = 1514$
	a = 28 gancho = 16		4 ϕ 7,690	$\ell = 378,5$		
7	4 ϕ 9,356	$\ell = 628,5$	2 ϕ 12,729	$\ell = 468$	ϕ 9,356	ϕ 12,729 $\ell = 1742$
	4 ϕ 9,356	$\ell = 409$	2 ϕ 12,729	$\ell = 403$		ϕ 5,120 $\ell = 1688$
	a = 28 gancho = 8,5		4 ϕ 5,120	$\ell = 422$		
8	1 ϕ 9,950	$\ell = 628,5$	2 ϕ 13,529	$\ell = 473$	ϕ 9,950	ϕ 13,529 $\ell = 1762$
	4 ϕ 9,950	$\ell = 410$	2 ϕ 13,529	$\ell = 408$		ϕ 5,120 $\ell = 1678$
	a = 28 gancho = 9		4 ϕ 5,120	$\ell = 419,5$		
9	4 ϕ 10,418	$\ell = 628,5$	2 ϕ 14,428	$\ell = 480$	ϕ 10,418	ϕ 14,428 $\ell = 1780$
	4 ϕ 10,418	$\ell = 411$	2 ϕ 14,428	$\ell = 410$		ϕ 5,120 $\ell = 1674$
	a = 28 gancho = 9,5		4 ϕ 5,120	$\ell = 418,5$		
10	4 ϕ 10,940	$\ell = 628,5$	2 ϕ 15,420	$\ell = 487$	ϕ 10,940	ϕ 15,420 $\ell = 1808$
	4 ϕ 10,940	$\ell = 392$	2 ϕ 15,420	$\ell = 417$		ϕ 5,120 $\ell = 1660$
	a = 28 gancho = 10		4 ϕ 5,120	$\ell = 415$		
11	1 ϕ 11,794	$\ell = 628,5$	2 ϕ 16,116	$\ell = 492$	ϕ 11,794	ϕ 16,116 $\ell = 1834$
	4 ϕ 11,794	$\ell = 390$	2 ϕ 16,116	$\ell = 427$		ϕ 5,120 $\ell = 1640$
	a = 32 gancho = 11		4 ϕ 5,120	$\ell = 410$		
12	4 ϕ 12,309	$\ell = 628,5$	2 ϕ 16,439	$\ell = 493$	ϕ 12,309	ϕ 16,439 $\ell = 1844$
	4 ϕ 12,309	$\ell = 385$	2 ϕ 16,439	$\ell = 429$		ϕ 5,120 $\ell = 1636$
	a = 38 gancho = 11,5		4 ϕ 5,120	$\ell = 409$		

As barras tracionadas, com exceção das barras laterais, serão colocadas na peça distantes a da face interna dos apoios extremos.

6.10 CONSUMO DE MATERIAL

Considerou-se para efeito de cálculo, conforme (Construção, 1994), o exposto nas tabelas 6.10 e 6.11.

Tabela 6.10 Aço CA-50B: peso por metro e valor

BITOLA	PESO/m	CUSTO/kg (R\$)
6,3	0,248	0,67
8,0	0,393	0,63
10	0,624	0,61
12,5	0,988	0,60
16	1,570	0,59
20	2,480	0,59
22,5	3,120	0,57
25	3,930	0,58

Fonte: Construção, São Paulo, número 2437-2438, outubro 1994.

Tabela 6.11 Concreto e fôrma: valores

Tipo de Material	Valor R\$
Concreto dosado em central com $f_{ck} = 20$ MPa e abatimento do cone da ordem de 5 ± 1 cm.	82,16 /m ³
Chapa de 2,20x110 m resinada de 12 mm de espessura.	4,86 /m ²

Fonte: Construção, São Paulo, número 2437-2438, outubro 1994.

Para o consumo de fôrmas considerou-se, ver figura 6.9, a seguinte disposição.

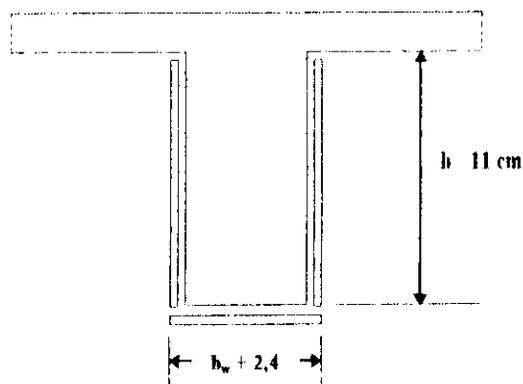


Fig. 6.9 Fôrmas

A tabela 6.12 apresenta o consumo de material por viga, observando-se que a massa específica considerada para o cálculo do consumo de aço foi de $7,85 \text{ kg/dm}^3$.

Tabela 6.12 Consumo de material por viga

VIGA	SEÇÃO (cm)	VOLUME DE CONCRETO (m ³)	ÁREA DE FÔRMAS (m ²)	MASSA DE AÇO (kg)
1	(20x65)	1,482	14,867	119,544
2	(20x60)	1,368	13,726	126,666
3	(20x55)	1,254	12,586	135,033
4	(20x50)	1,140	11,446	144,866
5	(20x45)	1,026	10,306	166,307
6	(20x43)	0,980	9,850	181,445
7	(15x65)	1,112	14,296	65,171
8	(15x60)	1,026	13,156	69,139
9	(15x55)	0,940	12,016	73,105
10	(15x50)	0,855	10,876	77,586
11	(15x45)	0,770	9,736	83,802
12	(15x43)	0,735	9,280	87,517

A tabela 6.13 apresenta o consumo de material por pavimento, observando-se apenas que este é formado por duas vigas internas e quatro vigas externas.

Tabela 6.13 Consumo de material por pavimento

ALTURA DA VIGA (cm)	VOLUME DE CONCRETO (m ³)	ÁREA DE FÔRMAS (m ²)	MASSA DE AÇO (kg)
65	7,412	86,918	499,772
60	6,840	80,076	529,888
55	6,268	73,236	562,486
50	5,700	66,396	600,076
45	5,132	59,556	667,822
43	4,900	56,820	724,680

A tabela 6.14 apresenta o custo final por pavimento, considerando-se o consumo de concreto, aço e fôrma (sem reaproveitamento).

Tabela 6.14 Custo por pavimento

ALTURA DA VIGA	CUSTO			CUSTO
	CONCRETO	FÔRMA	AÇO	TOTAL
65	608,970	422,421	315,402	1346,793
60	561,974	389,169	332,130	1283,273
55	514,979	355,927	349,848	1220,754
50	468,312	322,681	368,142	1159,138
45	421,645	289,442	408,948	1120,035
43	402,584	276,145	442,524	1121,253

A figura 6.10 apresenta o custo do material por pavimento e também o custo total, em Reais.

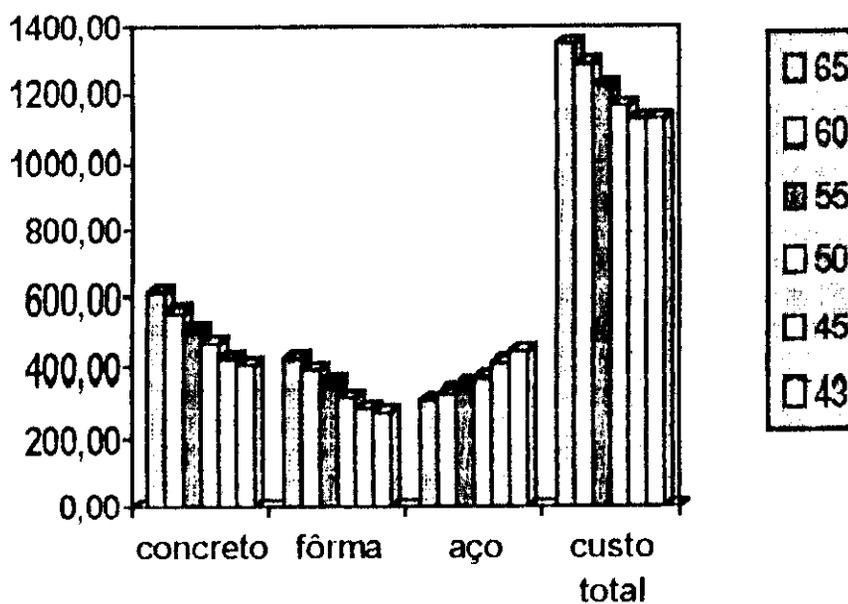


Fig. 6.10 Custo do material, individual e total, em R\$ por pavimento

A figura 6.11 apresenta o custo em R\$ por pavimento, considerando-se o reaproveitamento de fôrmas, conforme indicado na tabela 6.15.

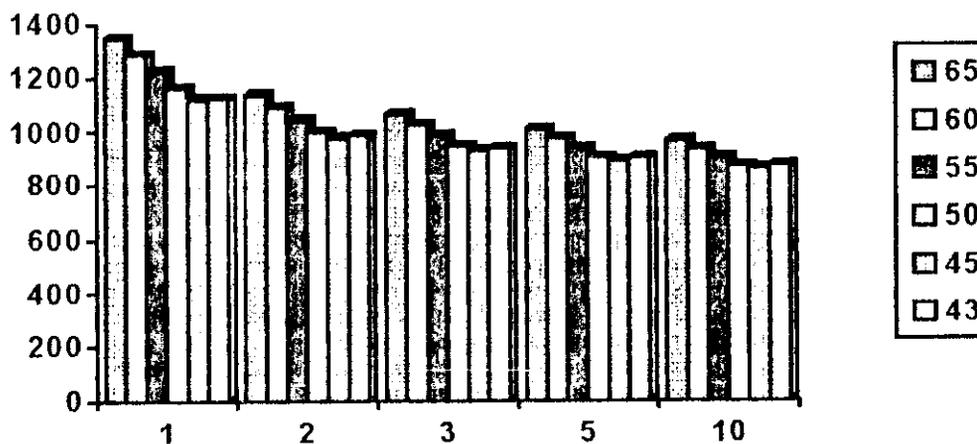


Fig. 6.11 Custo total por pavimento com reaproveitamento de fôrmas

Tabela 6.15 Custo total de um pavimento com reaproveitamento de fôrmas

ALTURA DA VIGA	NÚMERO DE UTILIZAÇÃO DAS FÔRMAS				
	1	2	3	5	10
65	1346,793	1135,582	1065,179	1008,856	966,614
60	1283,273	1088,689	1023,827	971,938	933,021
55	1270,754	1042,790	983,469	936,012	900,420
50	1159,138	997,796	944,015	900,991	868,722
45	1120,035	975,314	927,074	888,481	859,537
43	1121,253	983,180	937,156	900,337	872,723

A tabela 6.16 apresenta o consumo de material por metro quadrado de área estruturada e por metro cúbico de concreto.

Tabela 6.16 Consumo de material por metro quadrado de área estruturada e consumo de material por metro cúbico de concreto

ALTURA	Espessura Média de Concreto (cm)	Área de Fôrmas/m ²	Massa de Aço/m ²	Fôrma m ² /m ³	Aço kg/m ³
65	19,597	2,298	13,214	11,727	67,427
60	18,084	2,117	14,009	11,707	77,469
55	16,572	1,936	14,872	11,684	89,739
50	15,070	1,755	15,866	11,648	105,276
45	13,568	1,574	17,657	11,605	130,129
43	12,955	1,502	19,160	11,596	147,894

7 CONCLUSÕES

A segurança do cálculo estrutural está relacionada diretamente com hipóteses já conhecidas de cálculo à flexão, as quais são analisadas neste trabalho. Tornou-se necessário adaptar valores e coeficientes, em busca da atualização com as normas nacionais e internacionais.

Dentro dos parâmetros da atualização do cálculo na ruína de peças submetidas à flexão simples, buscou-se elaborar texto de cunho didático, visando gerar maior facilidade no contato dos iniciantes com o cálculo de concreto armado.

Houve necessidade de aperfeiçoar os conhecimentos referentes aos materiais aço e concreto, suas propriedades, suas características e a integração entre ambos.

Apresentou-se o diagrama de tensões e deformações do concreto na forma parábola-retângulo, para posterior comparação de resultados com outras formas de distribuição de tensões. Mostrou-se essa dedução apenas por ser ela a mais complexa e a comparação, apresentada em forma de tabela, feita em paralelo, demonstrou que os resultados gerais obtidos são próximos, considerando as diversas distribuições de tensão no concreto.

Uma das propostas apresentadas de início, no que tange ao dimensionamento de peças de concreto armado, referente a seções retangulares e seções T submetidas à flexão simples, era a de gerar um trabalho que possibilitasse o uso de equações de equilíbrio e de tabelas auxiliares; este objetivo foi alcançado.

Considera-se como sendo de suma importância a apresentação dos aspectos construtivos, porque estes geram as condições iniciais necessárias ao pré-dimensionamento. Inclusive, mostram de forma clara como se deve projetar estas estruturas, sendo considerados os conhecimentos mínimos necessários.

A apresentação do capítulo de aplicações provou não só a utilidade do exposto, como também mostrou a relação que existe neste projeto entre o consumo dos materiais: concreto, aço e fôrma. Os aspectos que envolveram a busca de um dimensionamento econômico foram aqueles referentes ao custo do material posto na obra.

Os resultados obtidos foram considerados satisfatórios. Para projetos semelhantes, após análise cuidadosa, podem ser utilizados como base, mantendo-se a relação de carregamento, vão, altura e largura da viga.

A deformabilidade das peças devem ser consideradas, muito embora isto não tenha sido feito neste trabalho.

Entre outros aspectos, o estudo demonstrou que:

- o concreto é o principal componente no custo final das vigas analisadas;
- as fôrmas aparecem como fator intermediário no custo: que pode ser diminuído à medida que se faz o reaproveitamento destas;
- a armadura possui um custo total em torno da metade do custo do concreto e um pouco menos do que o custo da fôrma (sem reaproveitamento).

O ponto de equilíbrio entre estes materiais gera a condição de maior economia para a construção civil. Cabe observar que o este ponto de equilíbrio, para o projeto analisado, foi detectado para uma altura em torno de 45 cm, que corresponde a um momento sobre os apoios da ordem de 38,6 % maior que o momento máximo para armadura simples.

Salienta-se que, através da utilização de apenas um exemplo, estes resultados não podem ser tomados como conclusivos; porque a idéia geral é, simplesmente, fixar uma rotina de cálculo. Portanto, novos trabalhos devem ser desenvolvidos neste sentido.

ANEXO A

A.1 DEMONSTRAÇÃO DE CÁLCULO

Para que haja um perfeito entendimento do exposto nesta dissertação, optou-se pela demonstração de todo o desenvolvimento de cálculo de uma das vigas apresentadas, no caso a viga de nº 3 (20x55) cm. Salienta-se que o procedimento de cálculo é o mesmo que foi utilizado para as demais vigas.

As reações de apoio e os momentos fletores são calculados em função do carregamento atuante na viga. A tabela A.1 apresenta detalhadamente a viga de número 3, seu carregamento, reações de apoio e momentos fletores característicos positivo e negativo.

Tabela A.1 Viga nº 3 (20x55) cm: detalhes

Dimensões (cm)	Carregamento (kN/m)	Reações (kN)		Momentos (kN.m)	
		A	B	M ⁺	M ⁻
20x55	36,88	82,99	138,32	93,38	165,98

As reações de apoio e os momentos fletores foram calculados fazendo-se uso do esquema apresentado no capítulo 6, figura 6.3. Desta forma tem-se:

$$\sum F_y = 0 \Leftrightarrow V_A + V_B = p \cdot \ell$$

$$V_A = p \cdot \ell - V_B \quad (\text{A.1})$$

$$\sum M_A = 0 \Leftrightarrow p \cdot \ell \cdot \frac{\ell}{2} - V_B \cdot \ell + M_B = 0$$

sendo que o momento no apoio interno será dado por:

$$M_B = \frac{p \cdot \ell^2}{8} \quad (\text{A.2})$$

Desta forma, a reação no apoio B vale:

$$V_B = \frac{5}{8} \cdot p \cdot \ell \quad (\text{A.3})$$

Os momentos fletores podem ser calculados, por exemplo, fazendo-se uso do processo das áreas, que consiste no fato do momento em um ponto ser igual ao somatório das áreas relativas ao diagrama de força cortante, à esquerda do ponto considerado, observando-se inclusive o sinal.

Calculou-se para cada ponto referido na figura A.1 o esforço cortante correspondente e, a partir deste, utilizou-se o processo das áreas visando obter-se o momento característico correspondente. Os pontos estão situados a cada metro, contados a partir do apoio esquerdo (A), ou seja, o ponto 1 está situado a 1 metro, o 2 a 2 metros e assim sucessivamente.

A figura A.1 mostra detalhadamente os pontos considerados para o cálculo dos momentos fletores.

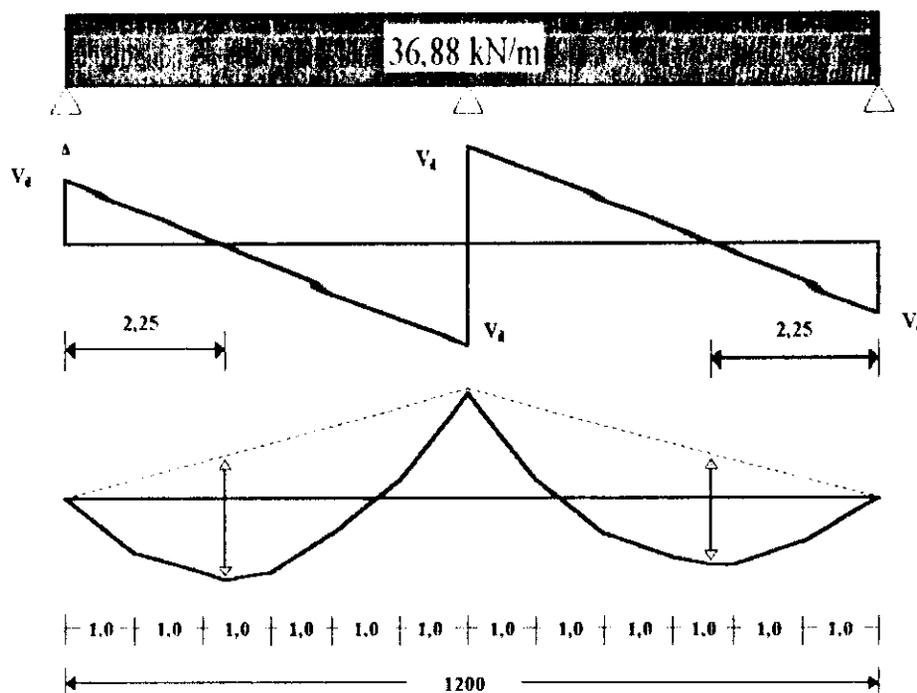


Fig. A.1 Diagramas de esforços

A tabela A.2 apresenta o esforço cortante e o momento fletor característico, correspondente a cada ponto.

Tabela A.2 Esforço cortante e momento fletor característico

Posição	x = 0	x = 1	x = 2	x = 3	x = 4	x = 5	x = 6	x = 2,25
Esforço Cortante	82,99	46,11	9,22	- 27,66	- 64,55	- 101,43	- 138,32	0,00
Momento Fletor	0,00	64,55	92,21	82,99	36,88	- 46,10	- 165,98	93,38

Buscou-se calcular a altura útil mínima para armadura simples, visando a análise da seção com armadura simples ou dupla, através de:

$$d_{\min} = \sqrt{\frac{k_{c3,4} \cdot M_i}{b}} \quad (\text{A.4})$$

Para o momento fletor positivo (máximo), situado a 2,25 metros do apoio A, considerando-se o uso de concreto C-20 e aço CA-50B, tem-se:

$$d_{\min} = \sqrt{\frac{2,7 \cdot 9338 \cdot 1,4}{20}} = 42 \text{ cm};$$

como $d_{\min} < d$ tem-se armadura simples.

Analogamente, para o momento máximo fletor negativo, situado no apoio B, tem-se:

$$d_{\min} = \sqrt{\frac{2,7 \cdot 16598 \cdot 1,4}{20}} = 56 \text{ cm};$$

como $d > d_{\min}$ tem-se armadura dupla na seção.

A armadura longitudinal é calculada em função dos máximos momentos fletores positivo e negativo.

Inicialmente calcula-se o coeficiente k_c :

$$k_c = \frac{b \cdot d^2}{M_j} \quad (\text{A.5})$$

Fazendo-se uso da expressão A.5, para o momento positivo de 93,38 kN.m vem:

$$k_c = \frac{20 \cdot 52^2}{9338 \cdot 1,4} = 4,1$$

Conhecido o coeficiente k_c entra-se na tabela 1.1 (PINHEIRO, 1986) para se retirar o coeficiente k_s , que é dado por:

$$k_s = \frac{A_s \cdot d}{M_d}; \quad (\text{A.6})$$

para $k_c = 4,1$ o coeficiente k_s vale:

$$k_s = 0,026;$$

consequentemente a área de aço necessária, fazendo-se uso da expressão A.6, será:

$$A_s = 0,026 \cdot \frac{9338 \cdot 1,4}{52} = 6,54 \text{ cm}^2$$

Para o máximo momento fletor negativo, visto ser necessário utilização de armadura dupla, tem-se:

$$M_{d1} = \frac{b \cdot d^2}{k_{c,lim}} \quad (\text{A.7})$$

Fazendo-se M_{d1} trabalhar no limite entre os domínios 3 e 4 vem:

$$M_{d1} = \frac{20 \cdot 52^2}{2,7} = 20030 \text{ kN} \cdot \text{cm} = 200,30 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Como o máximo momento fletor negativo foi inicialmente dividido em duas parcelas, ou seja:

$$M_d = M_{d1} + M_{d2}, \quad (\text{A.8})$$

a segunda parcela do momento fletor negativo M_{d2} vale:

$$M_{d2} = 232,37 - 200,30 = 32,07 \text{ kN.m}$$

A área de aço correspondente a M_{d1} , considerando o limite entre os domínios 3 e 4, situação em que $k_s = 0,028$, resulta:

$$A_{s1} = k_{s1} \cdot \frac{M_{d1}}{d} = 0,028 \cdot \frac{200,30 \cdot 100}{52} = 10,78 \text{ cm}^2$$

Para M_{d2} , considera-se a seção 2 como sendo uma seção fictícia que só tem A_{s2} e $A_{s'}$. O coeficiente k_{s2} é dado na tabela 1.2 (PINHEIRO, 1986) e vale 0,023.

Consequentemente a área de aço necessária para M_{d2} será:

$$A_{s2} = 0,023 \cdot \frac{32,07 \cdot 100}{(55 - 3)} = 1,51 \text{ cm}^2$$

A área necessária total de aço tracionado vale:

$$A_{st} = A_{s1} + A_{s2} \quad (\text{A.9})$$

$$A_{st} = 10,78 + 1,42 = 12,29 \text{ cm}^2$$

Para armadura de compressão tem-se:

$$A_s' = k_s' \cdot \frac{M_{d2}}{(d - d')}$$

O coeficiente k_s' é dado na tabela 1.2 (PINHEIRO, 1986), em função de d'/h .

$$A_s' = 0,025 \cdot \frac{3207}{52} = 1,64 \text{ cm}^2$$

A armadura mínima de tração deve obedecer:

$$A_{s,min} = 0,15\% \cdot b_w \cdot h \quad (\text{A.10})$$

ou seja:

$$A_{s,min} = 1,65 \text{ cm}^2$$

Segundo recomendação do CEB-90, a armadura máxima de tração não deve ultrapassar 4% da área da seção transversal de concreto, ou seja:

$$A_{s,max} = \left(\frac{4}{100} \right) \cdot 20 \cdot 55 = 44 \text{ cm}^2$$

A figura A.2 mostra a armadura longitudinal distribuída na seção transversal.

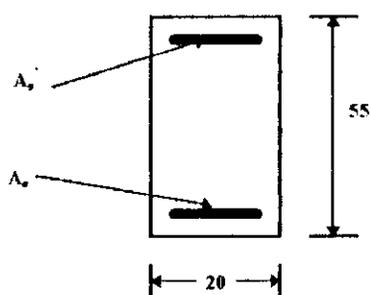


Fig. A.2 Distribuição da armadura longitudinal na seção transversal

A.2 DIÂMETRO DAS BARRAS

O diâmetro das barras foi calculado levando-se em consideração a área de aço necessária à seção, para o referido momento de cálculo, através de:

$$A = \frac{\pi \cdot \phi^2}{4} \quad (\text{A.11})$$

Como se padronizou a distribuição em quatro (4) barras vem:

$$\phi = \sqrt{\frac{A}{\pi}} \quad (\text{A.12})$$

A tabela A.3 mostra detalhadamente, para o momento de cálculo atuante na seção, sua área de aço necessária bem como o diâmetro da barra.

Tabela A.3 Valores de M_d , área de aço e diâmetro das barras

Momento	Valor	Armadura	Armadura	Diâmetro
Fletor	kN.m	Simplex (cm ²)	Dupla (cm ²)	ϕ (mm)
M ⁺	130,73	6,54	-	14,428
M ⁻	232,37	-	12,29	19,779

A.3 ESPAÇAMENTO ENTRE AS BARRAS LONGITUDINAIS

O espaçamento na vertical, quando necessário utilizar mais de uma camada de barras, foi fixado em 2,5 cm. O espaçamento entre as barras (espaçamento

horizontal) deve obedecer às expressões apresentadas na figura A.3, sendo que foram considerados estribos fictícios de 10 e 8 mm, respectivamente, para vigas de 20 e 15 cm de largura.

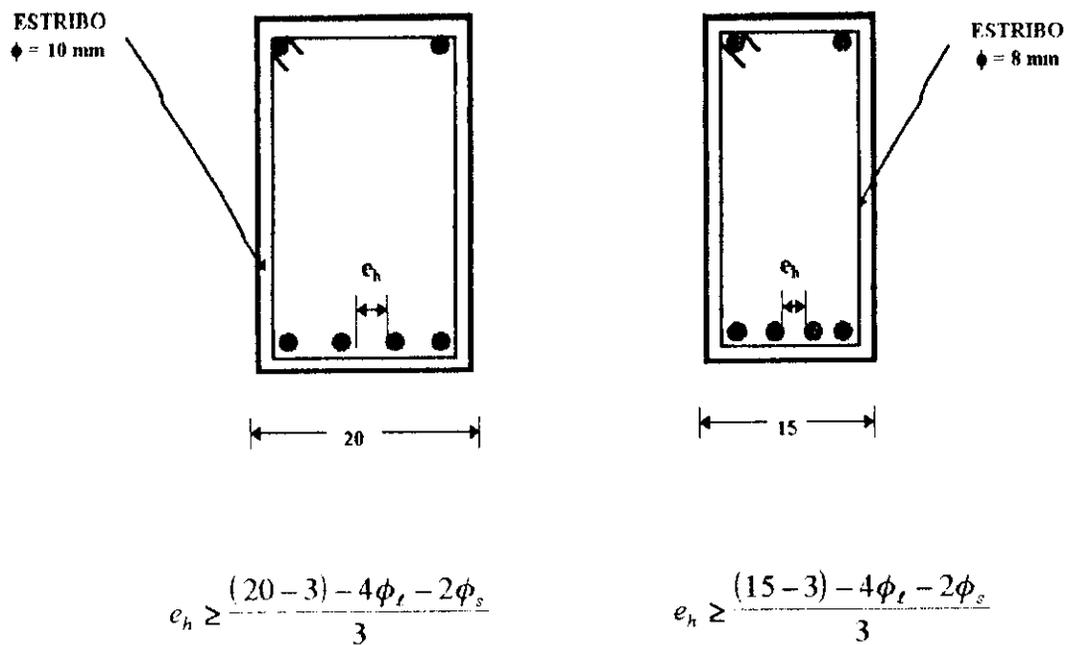


Fig. A.3 Espaçamento entre as barras longitudinais

A tabela A.4 apresenta o espaçamento necessário entre estas barras e também se há ou não necessidade de segunda camada.

Tabela A.4 Espaçamento entre as barras

Momento	$e_{h,exist}$ (cm)	$e_{h,min}$ (cm)	2 camadas
M^+	3,08	3,00	não
M^-	-	-	-
M_{Tot}	2,37	3,00	sim

O espaçamento horizontal mínimo ($e_{h,\min}$) apresentado na tabela A.4 vale 1,2 vezes o diâmetro nominal máximo do agregado.

A.4 DESLOCAMENTO DO MOMENTO DE CÁLCULO

A NBR-6118/82 utiliza uma fórmula aproximada para o cálculo de a_r :

$$a_r = (1,5 - 1,2 \cdot \eta) \cdot d \geq 0,5 \cdot d \quad (\text{A.13})$$

sendo:

$$\eta = \frac{A_{sw,efetiva}}{A_{sw,1,15 \cdot \tau_{wd}}} \quad (\text{A.14})$$

ou seja:

$$\eta = \frac{\tau_d}{1,15 \cdot \tau_{wd}} \quad (\text{A.15})$$

A tensão convencional de cisalhamento no concreto é dada por:

$$\tau_{wd} = \frac{V_d}{b_w \cdot d} = \frac{82,99 \cdot 1,4}{20 \cdot 52} = 0,1117 \frac{kN}{cm^2} = 1,117 MPa \quad (\text{A.16})$$

Esta tensão τ_{wd} não deve ultrapassar a tensão última de cisalhamento τ_{wu} , dada por:

$$\tau_{wk} = 0,30 \cdot f_{cd} = 0,30 \cdot \frac{20}{1,4} = 4,28 \text{ MPa} < 4,5 \text{ MPa} \quad (\text{A.17})$$

A armadura transversal (perpendicular ao eixo da peça) deve resistir aos esforços oriundos da força cortante, dada com base na tensão:

$$\tau_d = 1,15 \cdot \tau_{wd} - \tau_c \quad (\text{A.18})$$

sendo que τ_c para a flexão simples vale:

$$\tau_c = 0,15 \cdot \sqrt{f_{ck}} = 0,15 \cdot \sqrt{20} = 0,67 \text{ MPa} \quad (\text{A.19})$$

Desta forma:

$$\tau_d = 1,15 \cdot 1,117 - 0,67 = 0,61 \text{ MPa}$$

Finalmente:

$$\eta = \frac{0,61}{1,15 \cdot 1,117} = 0,47$$

o que gera:

$$a_t = (1,5 - 1,2 \cdot 0,47) \cdot 52 \geq 0,5 \cdot 52$$

$$a_t = 49 \text{ cm} > 26 \text{ cm}$$

Porém, em termos práticos, para vigas usuais de edifícios, SANTOS(1984) recomenda o uso de:

$$\frac{a_t}{d} = 0,75 \Rightarrow a_t = 0,75 \cdot 52 = 39 \text{ cm} \quad (\text{A.20})$$

A.5 ANCORAGEM

A força a ser ancorada no apoio é dada por:

$$R_{st} = V_d \cdot \frac{a_t}{d} \geq 0,5 \cdot V_d ; \quad (\text{A.21})$$

então:

$$R_{st} = 116,19 \cdot 0,75 = 87,14 > 58,09$$

O comprimento de ancoragem reta, para o aço CA-50B, vale:

- a) $\ell_{b1} = 44 \cdot \phi$ para barras situadas em zona de boa aderência;
- b) $\ell_{b1} = 66 \cdot \phi$ para barras situadas em zona de má aderência.

A tabela A.5 apresenta o comprimento de ancoragem sem gancho, considerando as zonas de boa e de má aderência, calculadas conforme a NBR-6118/82.

Tabela A.5 Ancoragem das barras

Momento	Diâmetro ϕ (mm)	Comprimento (cm)	
		Boa e Má aderência	
M^+	14,428	63	-
M^-	-	-	-
M_{Tot}	19,779	-	130

A.6 TRASPASSE

Não serão utilizadas emendas nas barras longitudinais.

A.7 ESTRIBOS

A quantidade mínima de armadura transversal em uma dada seção deve obedecer, segundo o CEB-90:

$$A_{s, \text{mín}} = 0,11\% \cdot b_w \quad (\text{A.22})$$

Torna-se necessário verificar a compressão nas bielas de concreto através de:

$$V_{sd} \leq V_{rd2} = v \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d, \quad (\text{A.23})$$

onde:

$$v = 0,375 - \frac{f_{ck}}{267} = 0,375 - \frac{20}{267} = 0,30 \leq 0,30 \quad (\text{A.24})$$

Para o caso usual de vigas de concreto armado, a força cortante de cálculo é limitada à soma de duas parcelas, sendo uma a força cortante resistente decorrente dos esquemas alternativos ao da treliça de Morsch e a outra parcela é a força cortante suportada pela armadura transversal. Tem-se assim:

$$V_{sd} \leq V_{rd} + V_{wd} \quad (\text{A.25})$$

sendo que para a reação A vem:

$$V_{rd} = 0,13 \cdot \sqrt{20} \cdot 20 \cdot 52 = 60,46 \text{ kN}$$

e

$$V_{wd} = 0,9 \cdot f_{ywd} \cdot \left(\frac{A_{sw}}{s} \right) \cdot (1 + \cot \alpha) \cdot \sin \alpha \quad (\text{A.26})$$

Para $\alpha = 90^\circ$, resulta:

$$V_{wd} = 0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot \left(\frac{A_{sw}}{s} \right) = 0,9 \cdot 52 \cdot \frac{50}{1,15} \cdot \left(\frac{A_{sw}}{s} \right) = 2034,8 \cdot \left(\frac{A_{sw}}{s} \right)$$

Como:

$$V_{cd} = V_{cdred} \leq V_{cd} + V_{wd} \quad (\text{A.27})$$

vem, considerando-se a redução no esforço cortante:

$$V_{cdred} = 94,24 \text{ kN}$$

Então:

$$94,24 = 60,46 + 2034,8 \cdot \left(\frac{A_{sw}}{s} \right)$$

$$\frac{A_{sw}}{s} = 1,66 \cdot \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Para a reação B tem-se:

$$\frac{A_{sw}}{s} = 5,47 \cdot \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

A área de aço transversal mínima vale:

$$A_{sw,min} = 0,11\sigma \cdot b_w = 2,20 \frac{cm^2}{m}$$

A figura A.4 apresenta a distribuição dos estribos na viga.

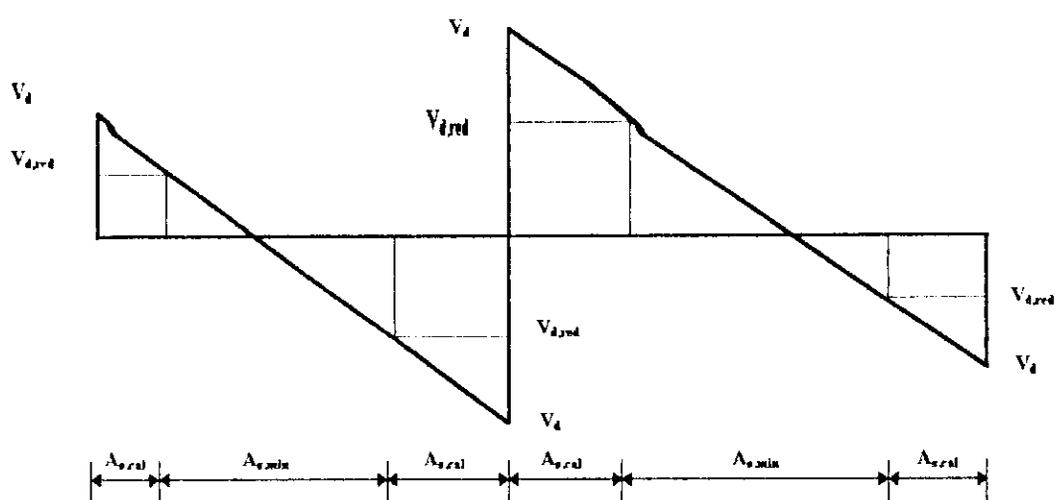


Fig. A.4 Estribos: distribuição longitudinal

O espaçamento entre os estribos foi definido como sendo constante e valendo 12,5 cm.

A tabela A.6 mostra, para a força cortante reduzida, sua área de aço, seu diâmetro mínimo e máximo e o espaçamento.

Tabela A.6 Estribos

Força Cortante Reduzida	Valor (kN)	$A_{sw,cal}$ (mm)	$A_{sw,min}$ (mm)	ϕ_{real} (mm)	s (cm)	ϕ_{max} (mm)
A	94,24	1,66	2,20	5,92	12,5	16,6
B	171,70	5,47	2,20	9,33	12,5	16,6

O parâmetro ϕ_{\max} é o diâmetro máximo permitido para estribo e é a largura da seção transversal dividida por 12.

A.8 COMPRIMENTO DAS BARRAS LONGITUDINAIS

A figura A.5 apresenta o diagrama de momentos fletores deslocado e as faixas relativas às barras.

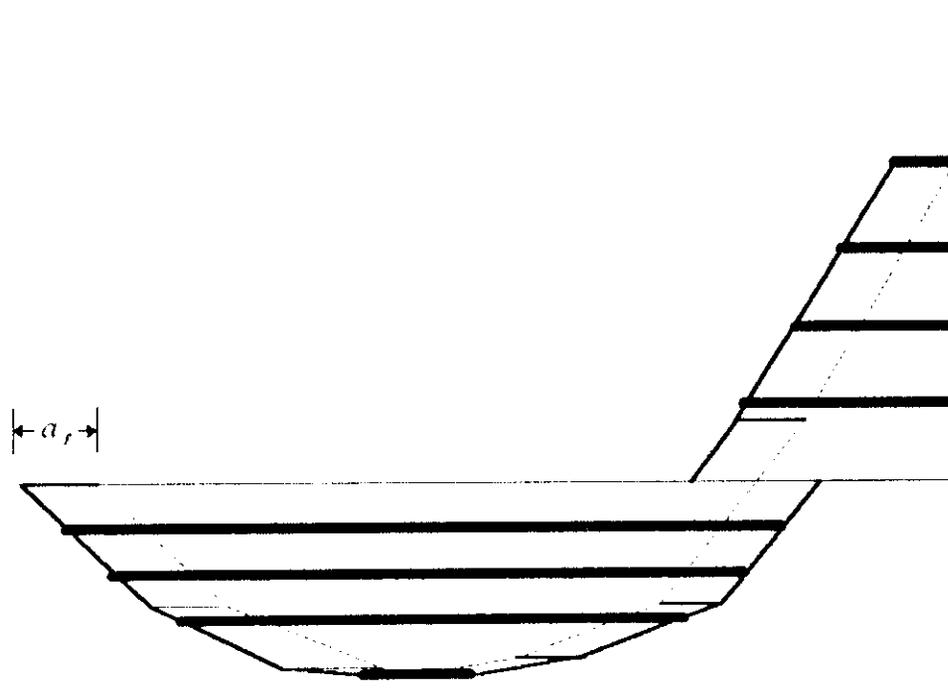


Fig. A.5 Faixas relativas as barras longitudinais

A tabela A.7 mostra o comprimento das barras para os respectivos momentos, sendo que estes foram retirados em escala do diagrama de momentos fletores deslocado.

Tabela A.7 Barras: comprimento com e sem ancoragem

Momento Fletor	Faixa Relativa	ϕ (mm)	Comprimento (cm) sem ancoragem	Comprimento final (cm)
M^+	1	14,428	460	628,5
	2	14,428	385	628,5
	3	14,428	285	414
	4	14,428	78	414
M_{Tot}	1	19,779	290	550
	2	19,779	220	550
	3	19,779	150	480
	4	19,779	78	480

Com o intuito de padronizar, optou-se por escolher as barras de número 1 e 3, duas a duas, para compor a armadura da seção, com se indica na figura A.6.

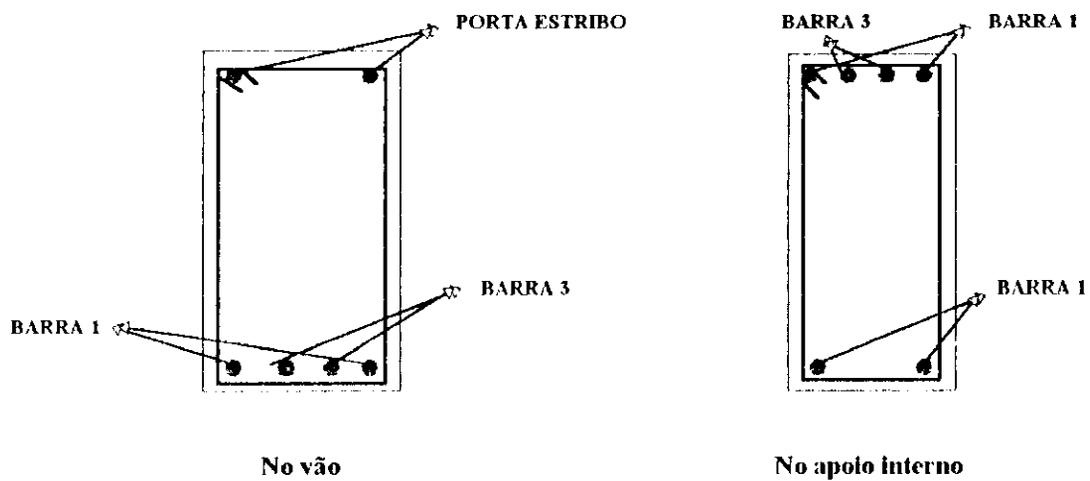


Fig. A.6 Armadura na seção

A tabela A.8 apresenta o diâmetro das barras e seus respectivos comprimentos, supondo-se apoio de (30x30) cm.

Tabela A.8 Barras: comprimento

Momento	Barra	Comprimento	Gancho
Fletor	ϕ (mm)	(cm)	(cm)
M^+	14,428	628,5	13
	14,428	414	-
M_{Tot}	19,779	550	-
	19,779	480	-
	p. estribo	383,5	-

A figura A.7 mostra o esquema de colocação das barras na extensão da viga.

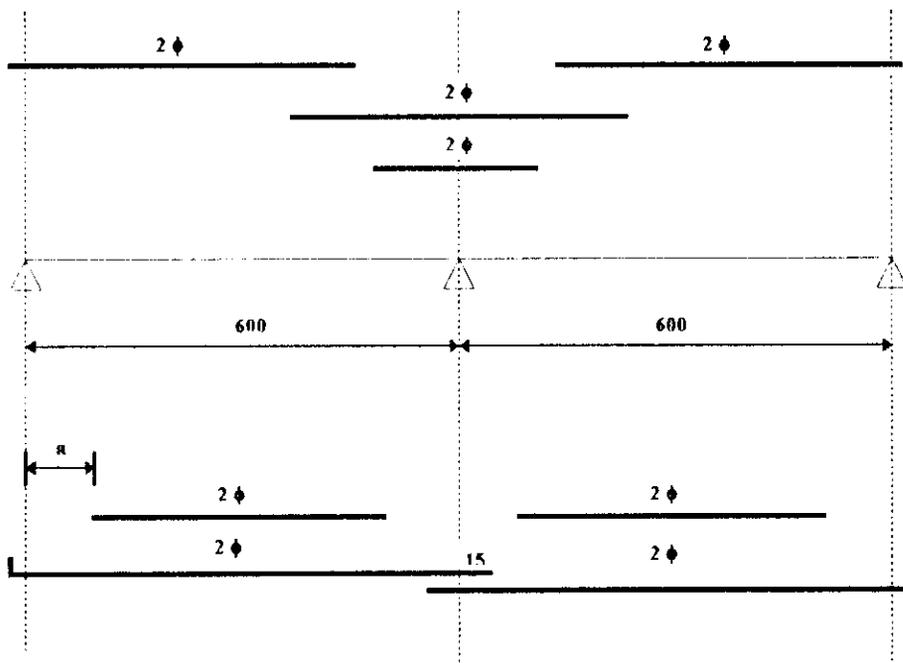


Fig. A.7 Barras: esquema longitudinal

A tabela A.9 apresenta o número de barras e seus respectivos comprimentos.

Tabela A.9 Número de barras e comprimento

Momento Fletor	Barras ϕ (mm)	Comprimento (cm)
M^I	4 ϕ 14,428	546,5
	4 ϕ 14,428	414,0
M_{Tot}	2 ϕ 19,779	550,0
	2 ϕ 19,779	480,0
	4 ϕ 5,920	383,5

A.9 VERIFICAÇÕES

A força a ser ancorada no apoio vale:

$$R_{ar} = 0,75 \cdot 116,19 = 87,14 \text{ kN} > 58,09 \text{ kN} \quad (\text{A.29})$$

A armadura de ancoragem calculada para este esforço é:

$$A_{cal} = 0,75 \cdot \frac{116,19}{43,50} = 2,00 \text{ cm}^2 \quad (\text{A.30})$$

A armadura necessária para o apoio vale:

$$A_{\text{nec,apoió}} = \frac{f_{y1}}{f_{be} + \Delta\ell_b} \cdot A_{\text{scd}}$$

sendo:

$$\ell_{bt} = \frac{\phi \cdot f_{y1}}{4 \cdot \tau_{bt}}$$

com:

$$\tau_{bt} = 0,42 \cdot (f_{cd})^{\frac{2}{3}} = 0,42 \cdot \left(\frac{20}{1,4}\right)^{\frac{2}{3}} = 2,47 \text{ MPa}$$

Desta forma tem-se:

$$\ell_{bt} = \frac{1,4428 \cdot \left(\frac{500}{1,15}\right)}{4 \cdot 2,47} = 63,48 \text{ cm}$$

$$\Delta\ell_b = 10 \cdot \phi = 10 \cdot 1,4428 = 14,428 \text{ cm}$$

Para os apoios vem:

$$\ell_{be} = \frac{A_{\text{scd}}}{A_{\text{seis}}} \cdot \ell_{bt} = \frac{2,00}{3,27} \cdot 63,48 = 38,83 \text{ cm};$$

então, a armadura necessária no apoio vale:

$$A_{\text{nec,apoió}} = \frac{63,48}{38,83 \times 14,428} \cdot 2,00 = 2,38 \text{ cm}^2$$

No caso de se utilizar duas barras de 14,428 mm, essas equivalem a uma área de 3,27 cm², o que torna satisfatória a condição.

A.10 CONSUMO DE MATERIAL

Para a viga 3 (20x55), os consumos de fôrma, concreto e aço são indicados na tabela A.10.

Tabela A.10 Consumo de material

Material	Área cm ²	Volume cm ³
Concreto	1100	1320000
Fôrma	132,48	158976
Aço	1,63	6798,09
	3,06	5899,29
	0,27	400,22

BIBLIOGRAFIA

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR-6118/82: projeto e execução de obras de concreto armado. Rio de Janeiro, 1982.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR-7480/85: barras e fios de aço destinados a armaduras para concreto armado. Rio de Janeiro, 1985.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. PNB-1/93: texto base para a revisão da NBR-6118/82. São Paulo, 1993.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. ACI-318/71: commentary on building code requirements for reinforced concrete. Detroit, 1971.

AMARAL, N. A. Construções de concreto. São Paulo, 1969. Volumes 1 e 2.

BURKE Jr., J. U. Tabelas para o cálculo de flexão simples normal no estádio III: peças subarmadas de seção retangular com armadura simples e dupla. São Paulo, Escola Politécnica da USP, 1957.

BURKE Jr., J. U.; GERTSENCHEIN, M. Tabelas para o cálculo no estádio III, de seções retangulares e T submetidas à flexão simples. São Paulo, Escola Politécnica da USP, 1967.

CONSTRUÇÃO, São Paulo, número 2437-2438, outubro 1994.

COMITÉ EURO-INTERNACIONAL DU BETON. CEB-FIP Model Code 1990.

Bulletin d'Information, números 203, 204 e 205. July, 1991.

COMMISSION OF THE EUROPEAN COMMUNITIES EUROCODE N° 2.

Design of concrete structures. October, 1989.

FERGUSON, P. M. **Reinforced concrete fundamentals.** New York, John Wiley & Sons, 1979. 724p.

FUSCO, P. B. **Estruturas de concreto: solicitações normais.** Rio de Janeiro, Guanabara Dois, 1981. 464p.

GIONGO, J. S. ; TOTTI JR., F. **Concreto armado: resistência de elementos fletidos submetidos a força cortante.** São Carlos, EESC, 1994. 95p.

GIONGO, J. S. **Concreto armado: projeto estrutural de edifícios.** São Carlos, EESC, 1994. 200p.

GIONGO, J. S. **Concreto armado: ancoragem por aderência.** São Carlos, EESC, 1993. 52p.

HAEGERMANN, G. et al **Vom Caementum zum Spaunbeton.** Bauverlag Gmbh, 1964.

JOURNAL OF THE AMERICAN CONCRETE INSTITUTE **Concrete stress distribution in ultimate strenght design.** December, 1955. 30p.

LANGENDONK, T. V. **Cálculo de concreto armado.** São Paulo, Associação Brasileira de Cimento Portland, 1954.

- LEONHARDT, F. ; MÖNNING, E. **Construções de concreto: princípios básicos do dimensionamento de estruturas de concreto armado.** Rio de Janeiro, Interciência, 1981. Volume 1.
- LEONHARDT, F. ; MÖNNING, E. **Construções de concreto: verificação da capacidade de utilização.** Rio de Janeiro, Interciência, 1981. Volume 4.
- LÖSER, B. **Concreto armado.** São Paulo, Edição Gerth Todtmann, 1947.
- MACHADO, C. P. **Fixação prática e econômica das espessuras de lajes usuais maciças e nervuradas de concreto armado.** Trabalho não publicado. São Paulo, 1983.
- MONTOYA, P. JIMENEZ; MESEGUER, A. GARCIA; CABRE, F. MORAN **Hormigon armado.** Barcelona, Gustavo Gili, 1973. Volume 1. 1074p.
- MORETTO, O. **Curso de hormigon armado.** Argentina, El Ateneo, 1970. 1074p.
- MÖRSCH, E. **Der Eisenbetonbau: seine Theorie und Anwendung.** Stuttgart, 1935.
- MÖRSCH, E. **Die Bemessung im Eisenbetonbau.** Stuttgart, 1950.
- NAWY, E. G. **Reinforced concrete: a fundamental approach.** Rio de Janeiro, Prentice-Hall do Brasil, 1990. 734p.
- PINHEIRO, L. M.; GIONGO, J. S. **Concreto armado: propriedade dos materiais.** São Carlos, EESC, 1986. 79p.

PINHEIRO, L. M. **Concreto armado: Tabelas e Ábacos.** São Carlos, EESC, 1986. 66p.

PFEIL, W. **Concreto armado: dimensionamento.** Rio de Janeiro, Ao Livro Técnico, 1969. 297p.

ROCHA, A. M. **Curso prático de concreto armado.** Rio de Janeiro, Científica, 1966. Volumes 1 e 2. 808p.

SANTOS, L. M. **Cálculo de concreto armado.** São Paulo, LMS, 1983. Volumes 1 e 2. 1099p.

SANTOS, E. G. **Estrutura: desenho de concreto armado.** São Paulo, Nobel, 1985. Volumes 1, 2, 3 e 4. 600p.

SÜSSEKIND, J. C. **Curso de concreto: concreto armado.** Rio de Janeiro, Globo, 1979. Volumes 1 e 2. 656p.

SHIEL, F. **Introdução à resistência dos materiais.** São Paulo, Horper & Row do Brasil, 1984. 395p.