

✓

**ESTUDO DO COMPORTAMENTO ESTÁTICO DO
CABO LIVREMENTE SUSPENSO EM COBERTURA
PÊNSEL**

AUTOR: Eng. SANDRA FELIX QUEIROZ

ORIENTADOR: Prof. Dr. ROBERTO L. A. BARBATO

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS

**ESTUDO DO COMPORTAMENTO ESTÁTICO DO CABO
LIVREMENTE SUSPENSO EM COBERTURA PÊNSEL**

ENG. SANDRA FELIX QUEIROZ

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Estruturas.

ORIENTADOR: Prof. Dr. Roberto L. A. Barbato

COMISSÃO EXAMINADORA:

Prof. Dr. Ana Lúcia de Cresci el Debs (EESC-USP)
Prof. Dr. Jason Rodrigues Figueiredo Filho (UFSCAR)

SUPLENTE:

Prof. Dr. Leandro Palermo Júnior (UNICAMP)

SÃO CARLOS, 17 DE AGOSTO DE 1993

Este trabalho é dedicado,

Aos meus filhos, pais e irmãos, pelo carinho e compreensão que me dedicaram.

Ao meu amigo "Do' ", que sempre me deu apoio nos momentos mais difíceis.

AGRADECIMENTOS

À Ana Paula, pela sua amizade e à todos os meus amigos que, de uma forma ou de outra, me ajudaram neste trabalho.

Ao meu orientador Prof. Roberto L. A. Barbato pela paciência, compreensão e ajuda durante todas as fases deste trabalho.

Agradecimento especial a Prof. Ana Lúcia pela amizade, paciência e orientação que me dedicou na vida e no trabalho.

RESUMO

O presente trabalho mostra um estudo do comportamento estático dos cabos nas Coberturas Pênseis. São tratados cabos livremente suspensos, com apoios no mesmo nível (nivelados) ou em níveis diferentes (desnivelados), com carregamento uniformemente distribuído ao longo do comprimento do cabo.

O capítulo 1 consta de um breve histórico, alguns conceitos básicos, tipos e formas de utilização dos cabos, bem como o conteúdo deste trabalho.

No capítulo 2 desenvolvem-se as equações básicas necessárias ao cálculo do cabo livremente suspenso com carregamento uniformemente distribuído ao longo de todo o seu comprimento.

O capítulo 3 mostra um estudo do erro cometido quando se desprezam grandezas cuja consideração inviabilizaria toda a dedução. Para facilitar a obtenção dos resultados a serem estudados, programaram-se, em linguagem Pascal, as expressões necessárias aos cálculos dos esforços H e \bar{H} e dos parâmetros, u , u' , v , v' , y e y' , e as relações $1/u'$, $(1+2\varepsilon)/\varepsilon^2$, $(EA+H)/(EA+H\sqrt{1+y'^2})$ e $ds/d\bar{s}$. Com o uso deste programa mostram-se, através de gráficos, as curvas determinadas pelas configurações inicial e final de equilíbrio do cabo, levando-se em consideração ou os deslocamentos dos apoios ou a variação de temperatura.

No quarto e último capítulo, aproveitando-se das equações já programadas, exhibe-se um exemplo de cálculo cujo esquema estrutural é composto por um cabo nivelado e dois desnivelados, sujeitos a carregamentos uniformemente distribuídos.

Finalizando, exhibe-se um anexo com o programa feito para o cálculo do cabo livremente suspenso, e explicações de como utilizá-lo.

ABSTRACT

In this work, we present a study on the static behavior of cables in hanging covered structures. We consider cables that are freely suspended and supported at the same or at different levels, when the weight is uniformly distributed along the cable length.

In Chapter 1, we present an introduction with some basic concepts related to some types of cables and their use, followed by an overview of the present work.

Chapter 2 is devoted to the analysis of the basic equations that are used in calculations of freely suspended cables with uniformly distributed weight along their length. For this calculation, we consider the differential equations of a cable as continuous in structure.

In Chap. 3 we study the error that results when some parameters that appear in the deduction of the equations are neglected. Computer program written in Pascal are used for an easier analysis of the results, when the necessary expressions to calculations to the horizontal componentes of cable tensions H e \bar{H} and the parameters u , u' , v , v' , y e y' , and the relations $1/u'$, $(1+2\varepsilon)/\varepsilon^2$, $(EA+H)/(EA+H\sqrt{1+y'^2})$ e $ds/d\bar{s}$. Using these programed expressions, we show, throught the graphics, some plots determined by the expressions of the initial and final configurations of the equilibrium of the cable, take into consideration the displacements in the support points and variation to the temperature.

In the last Chapter (Chap. 4) we use the programmed equations to show examples of calculations based on leveled and unleveled freely suspended cables, with 50m of free length, and unifomly distributed weight.

Finally in the appendix, we present the computer program to the calculation the cables freely suspended, together with some explanation on this use.

ÍNDICE

| | |
|--|----|
| 1. INTRODUÇÃO..... | 1 |
| 1.1-Generalidades..... | 1 |
| 1.2 - Conceitos básicos | 2 |
| 1.3 - Conteúdo | 12 |
| | |
| 2 . CÁLCULO DO CABO LIVREMENTE SUSPENSO..... | 14 |
| | |
| 2.1 - Equações básicas..... | 14 |
| 2.2 - Cabo sob a ação de cargas distribuídas de intensidade constante atuando ao longo de todo o seu comprimento | 23 |
| | |
| 3 . EXPERIMENTAÇÃO NUMÉRICA..... | 43 |
| | |
| 3.1 - Objetivos | 43 |
| 3.2 - Casos analisados | 44 |
| 3.3 - Análise dos resultados | 49 |
| 3.4 - Análises gráficas das configurações de equilíbrio inicial e final..... | 50 |
| 3.4.1 - Cabos nivelados | 64 |
| 3.4.2 - Cabos desnivelados | 65 |

| | |
|--|----|
| 4 . APLICAÇÃO NUMÉRICA..... | 67 |
| 4.1 - Descrição da estrutura..... | 67 |
| 4.2 - Sequência de cálculo | 67 |
| 5 . BIBLIOGRAFIA | 72 |
| CONCLUSÕES GERAIS | 75 |
| ANEXO - PROGRAMA EM LINGUAGEM PASCAL | 77 |

ESTUDO DO CABO LIVREMENTE SUSPENSO

1 - INTRODUÇÃO

1.1 - GENERALIDADES

Desde a idade primitiva a necessidade de se delimitarem espaços interiores já existia, quer no plano material, para garantir a proteção contra as intempéries, as feras e os outros homens, quer no plano psicológico e social, para proporcionar uma certa privacidade ao núcleo familiar.

O uso das tendas pelos povos nômades como espaço coletivo, foi uma solução encontrada para melhorar sua organização e otimizar a utilização do espaço, já que possuíam uma tradição de vivência em comum.

A cobertura da arena romana, a tenda do circo, a tenda beduína, entre outras, representam toda uma gama de formas e soluções que conduziram ao princípio fundamental da cobertura suspensa: superestrutura muito leve associada a grandes vãos livres.

O princípio de utilização do cabo, feito com cordas de linho, em uma cobertura, foi documentado pela primeira vez em 70 dC na cobertura do Coliseu Romano, com planta em forma de elipse de dimensões (189 x 156) m² [15].

Grandiosas realizações na antiguidade como o teatro de Atenas, Epidauro, etc., também tiveram como ponto de partida a idéia da tenda, já que a estrutura pênsil com sua grande mobilidade podia se adaptar facilmente a várias finalidades tais como teatros, ginásios e templos [10].

A evolução da tenda só foi possível depois do aparecimento de um novo material de construção: o aço. Este fato ocorrido durante a segunda Revolução Industrial (século XVIII), permitiu que se conseguissem estruturas com elementos apenas tracionados, muito eficientes e bem mais leves, já que as grandes obras do pe-

riodo Gótico (século XII) possuíam enorme peso estrutural e consequentemente grandes custos. A utilização de elementos apenas tracionados, em aço, resultou numa significativa redução do peso próprio da estrutura.

O Pavilhão de Exposição de Nijny Novgord (Rússia), é considerado como o primeiro exemplo de obra com cobertura suspensa, mas, foi somente depois dos anos 50 que se iniciou a nova era da construção deste tipo de cobertura com a notável Arena de Raleigh - USA - (1953), projetada por Nowicki. Desde então, deu-se início ao desenvolvimento do projeto, análise e técnica construtiva da cobertura suspensa.

Com a construção de obras como o Complexo Olímpico de Tókyo - Japão - (1968), Estádio Olímpico de Munique - Alemanha Ocidental - (1972), Terminal do Aeroporto de Jeddah - Arábia Saudita - (1982) e o novo Palácio de Esportes de Atenas - Grécia - (1983) [14], em seguidas experiências, foi possível se obter uma estrutura cada vez mais perfeita com relação à análise, execução do projeto construtivo e tecnologia de montagem. Com isto, hoje já é possível obter com o sistema pênsil uma leveza e liberdade de formas, cujo campo de aplicação é praticamente ilimitado. Além disso, nos últimos 20 anos, foi possível observar o comportamento no tempo dessas numerosas realizações, e finalmente considerar viável o uso da estrutura pênsil, seja do ponto de vista econômico, seja do da técnica estrutural.

Aqui no Brasil, também foram realizadas obras com coberturas suspensas como: Pavilhão do Rio Grande do Sul - São Paulo (SP) - (1954), Pavilhão de São Cristovão - Rio de Janeiro (RJ) - (1959), Sede do Caiçaras Clube - Santos (SP) - (1.964), Igreja Nossa Senhora das Graças - Araraquara (SP) - (1967), Estádio Emilio Gomes - Rolândia (PR) - (1974), [1], [10], [19].

1.2 - CONCEITOS BÁSICOS

A cobertura pênsil pode então ser definida como um "sistema construtivo que engloba um sistema estrutural, geralmente for-

mado por cabos de aço ou por cabos e barras de aço, e um sistema vedante que se apóia no sistema estrutural" [2].

O sistema vedante é formado da vedação propriamente dita, e por acessórios cuja finalidade é fixar a vedação no sistema estrutural. As vedações mais conhecidas e utilizadas são as chapas de aço e as placas de concreto ou madeira. Os acessórios de fixação da vedação podem ser ou ganchos nas extremidades das placas para serem apoiados nos cabos, ou perfis metálicos colocados transversalmente nos cabos para receberem as placas [15].

As diferentes associações dos cabos que formam o sistema estrutural pênsil podem gerar cestas (não protendidas e protendidas), ou gerar treliças planas protendidas (cabos-treliça).

Entende-se por cesta não protendida aquela formada pela associação de um conjunto de cabos livremente suspensos usualmente dispostos paralelamente. A forma da superfície da cesta é determinada pelo arranjo dos cabos.

Este tipo de cesta é de grande mobilidade, e por isso as forças do vento podem movimentá-la, invertendo as curvas determinadas pelos cabos, ou apenas uma parte delas. Este fato é facilmente contornado colocando-se uma vedação suficientemente pesada para eliminar este efeito, como por exemplo placas de concreto armado pré-fabricadas de 3 ou 4 cm de espessura [10].

Dentre os vários tipos de cestas não protendidas, a mais simples é a formada por cabos livremente suspensos, dispostos paralelamente, formando uma superfície cilíndrica com concavidade voltada para cima. Os cabos podem ter apoios no mesmo nível ou não. Outro exemplo deste tipo de cesta é aquela obtida mediante a variação progressiva ou da altura dos apoios ou da flecha dos cabos, formando uma superfície com dupla curvatura reversa ou de mesmo sentido. Estes tipos de cestas são normalmente utilizadas em coberturas com planta retangular.

Já em planta circular, os cabos podem ser nivelados ou desnivelados, em geral dispostos radialmente. Com este tipo de planta é muito frequente o uso de dois anéis; um externo que se apóia em estruturas perimetrais niveladas, e um interno que fica suspenso pelos cabos no centro da cobertura, ou ancorado numa torre central, que pode ser utilizada como reservatório de água, eleva-

dor, despesa, etc.. Esta solução com anel circular perimetral externo, de compressão, elimina o uso de cabos espia de ancoragem no solo para a transmissão das forças horizontais dos cabos.

A seguir serão mostrados alguns exemplos de cestas não protendidas (figuras 1.1 a 1.5).

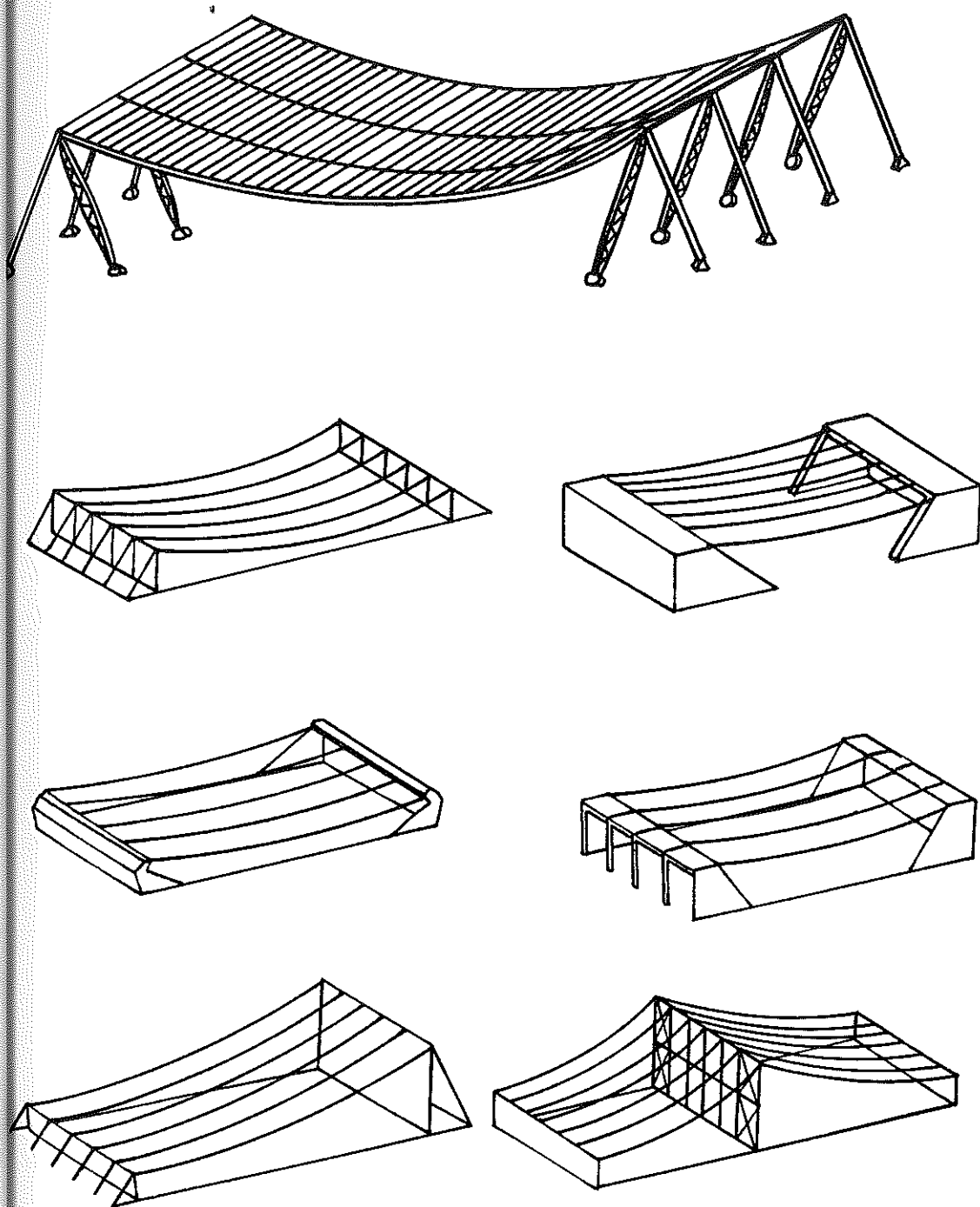


Figura 1.1 - Esquemas de cestas não protendidas com curvatura simples.

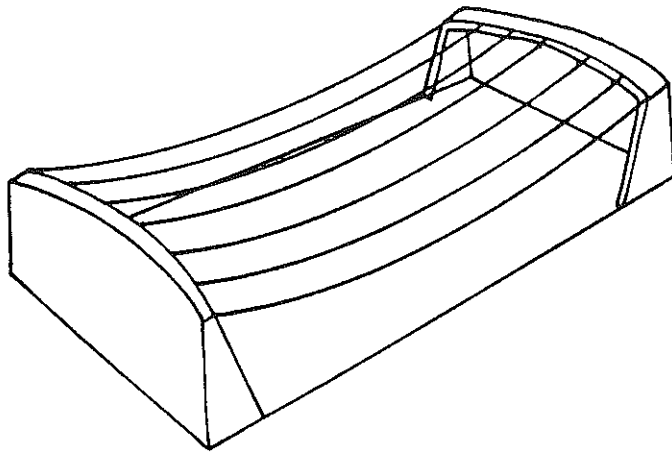


Figura 1.2 - Esquema de cesta não protendida com dupla curvatura obtida variando-se progressivamente a altura dos apoios.

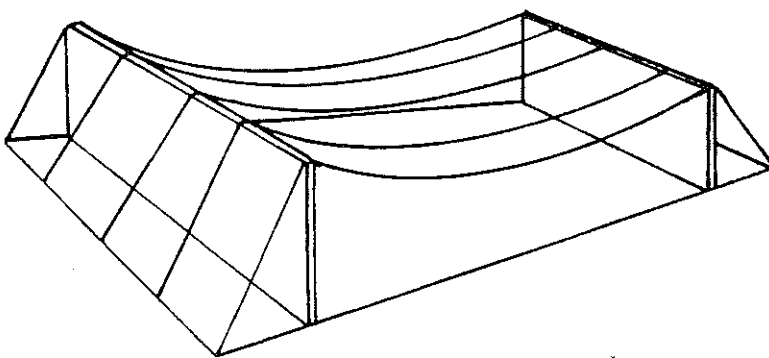


Figura 1.3 - Esquema de cesta não protendida com dupla curvatura obtida variando-se progressivamente a flecha dos cabos.

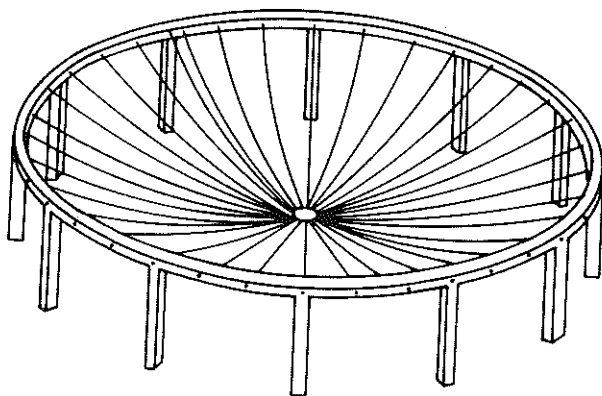


Figura 1.4 - Esquema de cesta não protendida composta por dois anéis e por cabos radiais neles ancorados.

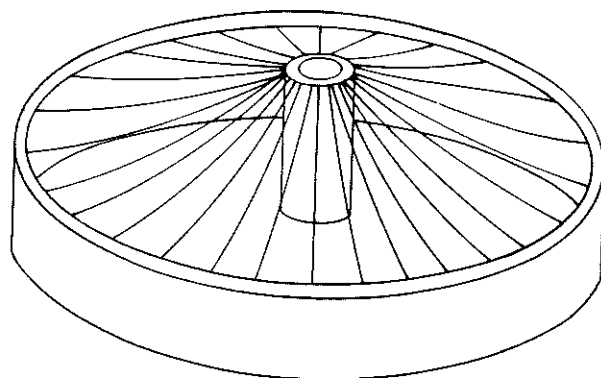


Figura 1.5 - Esquema de cesta não protendida composta por dois anéis e por cabos radiais, com uma torre central.

As cestas protendidas são estruturas nas quais os cabos, após um arranjo adequado, são protendidos.

Considerem-se, por exemplo, duas famílias de cabos colocadas uma transversalmente à outra, de modo a formarem malhas retangulares, gerando uma superfície de dupla curvatura reversa, onde uma ou as duas famílias são protendidas. Este tipo de cesta assim formada é normalmente utilizada como cobertura de planta circular ou elíptica.

Um outro tipo de arranjo com duas famílias de cabos, no qual as malhas geradas têm uma forma trapezoidal, também resulta numa cesta com dupla curvatura reversa, cuja protensão da cesta pode ser feita através de uma ou das duas famílias de cabos que a compõem.

Nota-se, pelos tipos de cestas protendidas citadas, que se podem formar superfícies compostas por malhas retangulares, trapezoidais, ou ainda, numa mesma cesta, malhas de diversas formas e dimensões. Esta última opção, conhecida por cesta livre, tem quase sempre planta irregular.

Agora serão mostrados alguns esquemas estruturais possíveis de cestas protendidas (figura 1.6).

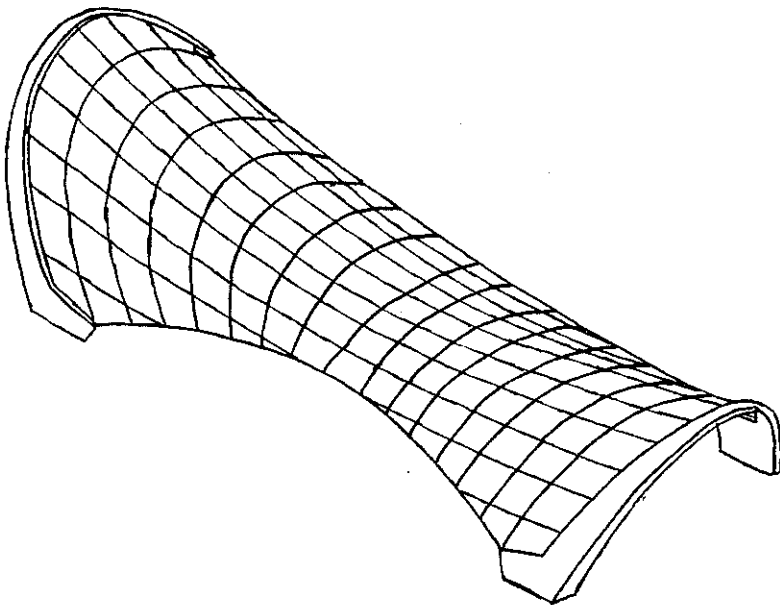
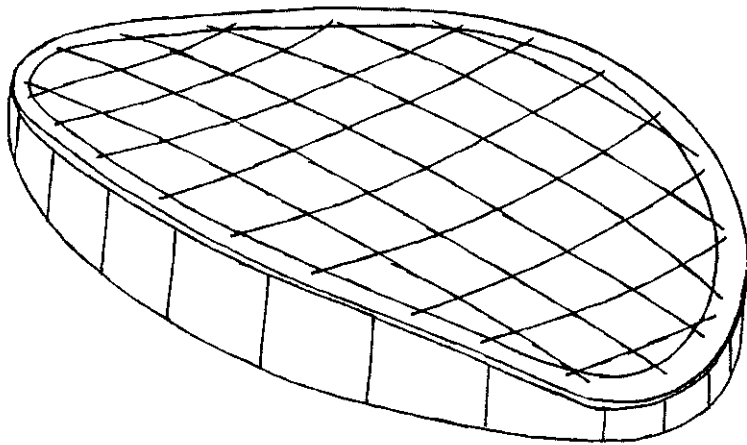
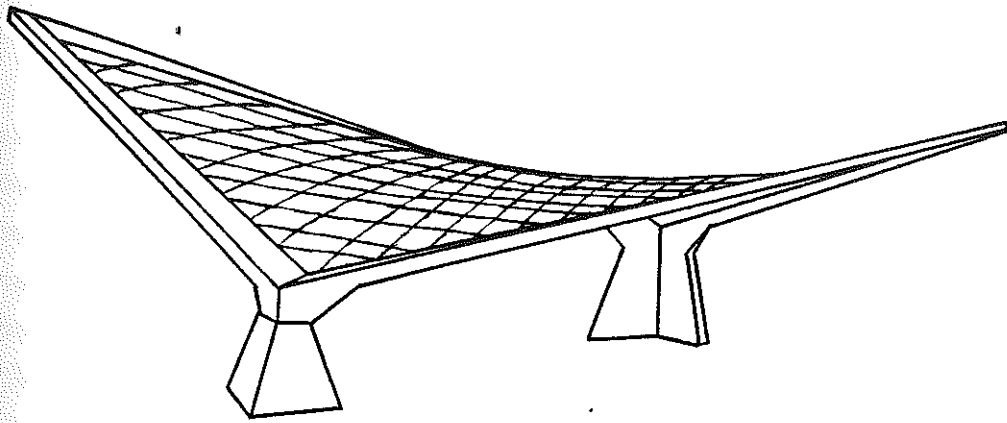


Figura 1.6- Esquemas de cestas protendidas

Além dos tipos de cestas formadas apenas por cabos, existe ainda as que se compõem de cabos-treliça, formadas por treliças planas. Essas treliças são "formadas por dois cabos coplanares, com concavidades opostas e unidos por hastes paralelas ou inclinadas. Ao sistema assim constituído imprime-se um estado de protensão, ou por meio dos cabos ou por meio das hastes de ligação, de modo que o sistema fique sempre tracionado, mesmo para a combinação mais desfavorável das ações. Obtém-se, assim, uma estrutura bastante rígida, inclusive face às vibrações resultantes dos estímulos dinâmicos, já que os cabos, com modos de vibrar diferentes, funcionam um como amortecedor do outro" [6].

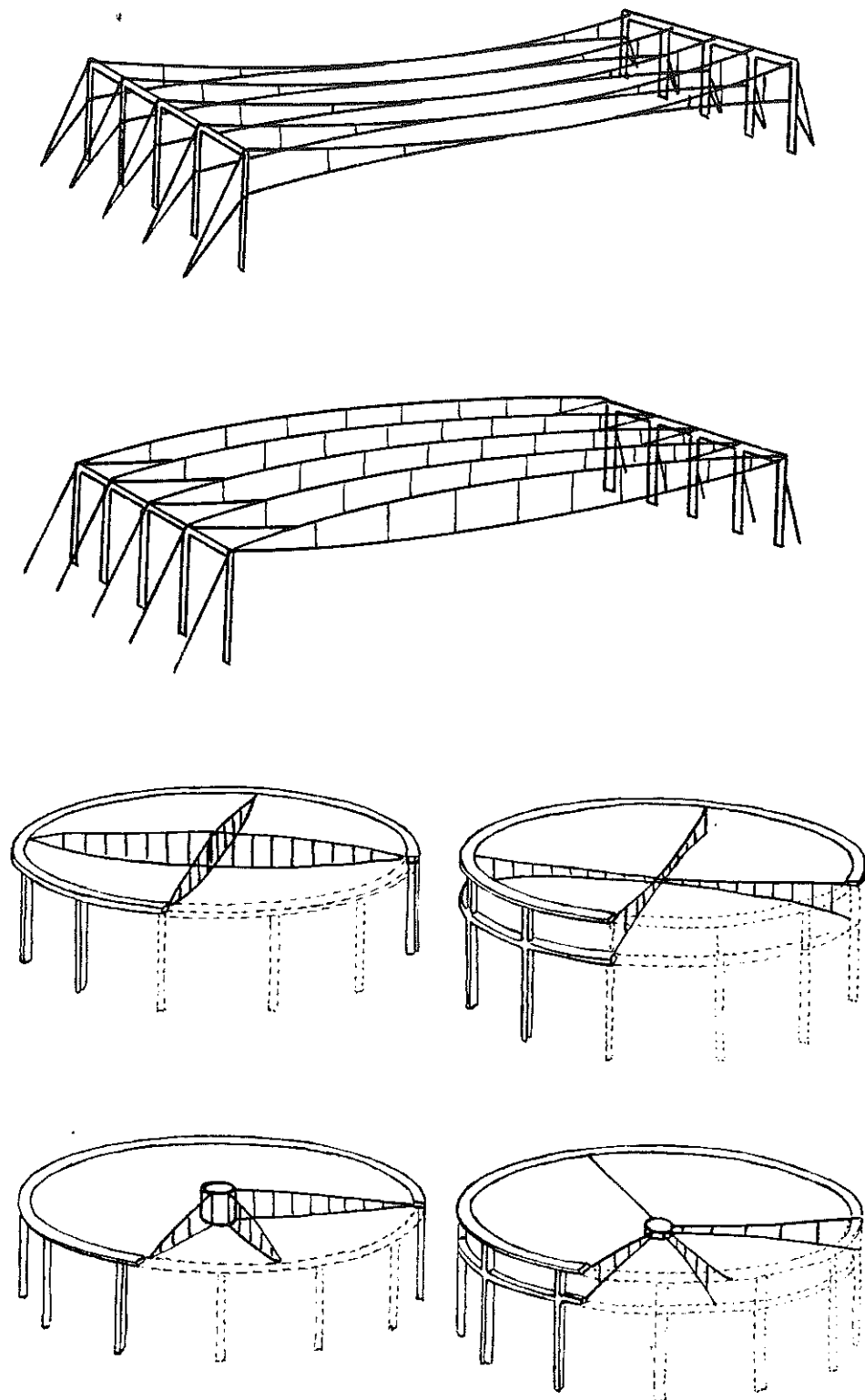


Figura 1.7 - Esquemas de cabos-treliça

1.3 - CONTEÚDO

Posteriormente à introdução apresentada, contendo um breve histórico, tipologia, formas mais usuais de utilização, e conceitos básicos relacionados às coberturas pênseis, o presente trabalho apresenta, no capítulo 2, subsídios para o cálculo de sistemas estruturais compostos por cabos livremente suspensos sujeitos a carregamento uniformemente distribuído ao longo do seu comprimento. São feitas as deduções das expressões que regem o comportamento estático dos cabos livremente suspensos nivelados ou desnivelados, levando-se em consideração a variação de temperatura, a rigidez do cabo e os deslocamentos dos apoios. As fórmulas obtidas permitem que se calculem os esforços de tração no cabo e os seus deslocamentos horizontais e verticais, de acordo com a configuração geométrica e propriedades físicas do cabo, através da sua equação diferencial que relacionam esforços, deformações e deslocamentos.

No terceiro capítulo, é feita uma análise do erro cometido quando, na obtenção das expressões, foram desprezadas parcelas que inviabilizariam toda a dedução. Isso foi feito variando-se um parâmetro por vez, com o objetivo de analisar claramente os seus efeitos. Tabelas fornecidas permitem concluir quais os parâmetros mais importantes. Para facilitar esta análise, utilizaram-se dos recursos oferecidos pelo micro-computador, programando-se, em linguagem Pascal, as expressões necessárias ao cálculo. Mostram-se também o andamento, através de gráficos, de algumas expressões importantes para o cálculo dos parâmetros que definem as configurações inicial e final do cabo, bem como a análise dos efeitos provocados quando da aplicação de deslocamentos horizontais dos apoios, ou da variação de temperatura. Para facilitar estas análises também foi utilizado o programa feito em linguagem Pascal (ver anexo).

No quarto e último capítulo, utilizando-se novamente das equações já programadas, exhibe-se um exemplo numérico de um cabo nivelado livremente suspenso com 50,00m de vão, e de suas

espias, tratadas como dois cabos desnivelados, também livremente suspensos, com vãos de 8,00m cada um. Admitiu-se uma sobrecarga uniformemente distribuída ao longo de todo o comprimento do cabo nivelado. Os pilares, de 10,00m de altura, são considerados articulados nas bases. A flecha inicial do cabo nivelado foi assumida igual a 2,50m, para que, após os carregamentos, obtenha-se um pé direito livre, no ponto mais baixo do cabo, de 6,00m de altura (ver figura 1.8).

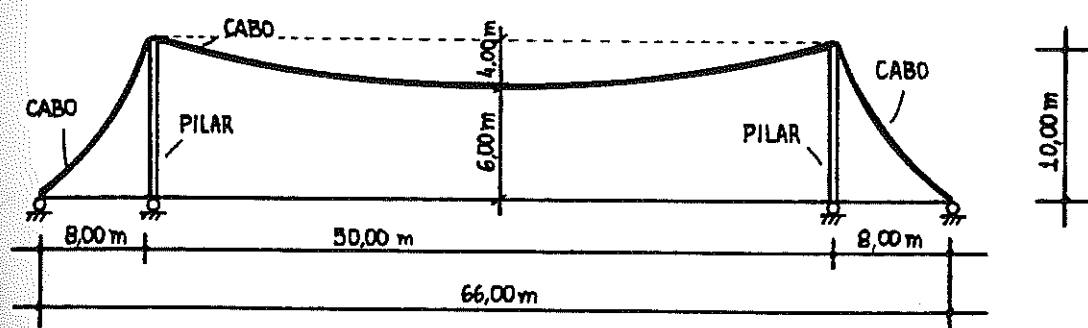


Figura (1.8)

Finalmente exibe-se um anexo com o programa realizado, com as devidas explicações da sequência das expressões programadas e da utilização do mesmo.

2 - CÁLCULO DO CABO LIVREMENTE SUSPENSO

2.1 - EQUAÇÕES BÁSICAS

Considere um cabo livremente suspenso sujeito à um carregamento inicial g (fig. 2.1.1) e à um carregamento final \bar{g} (fig.2.1.2).

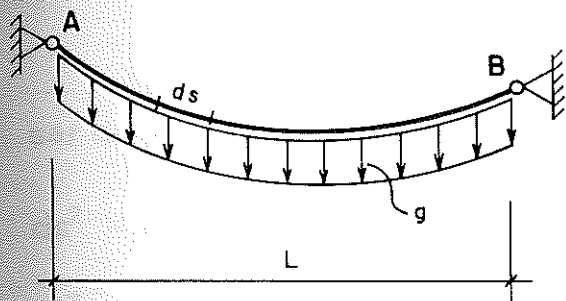


Figura 2.1.1

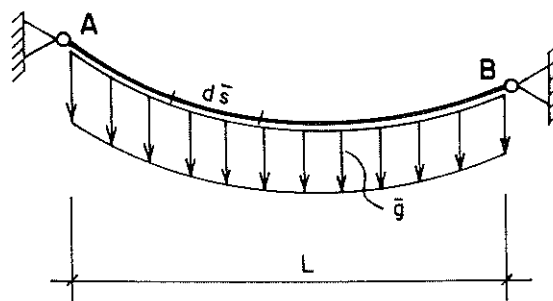


Figura 2.1.2

Isolando-se do cabo em estudo, um elemento de comprimento inicial ds e comprimento final $d\bar{s}$, observa-se com clareza as componentes de deslocamentos mostradas pela figura (2.1.3).

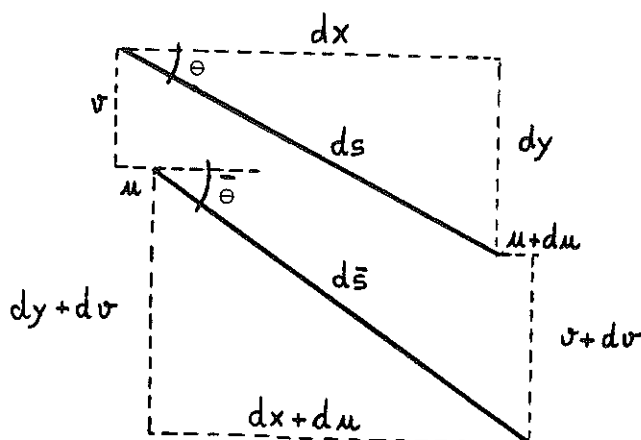


Figura 2.1.3

As condições geométricas da figura (2.1.3) permitem expressar ds e $d\bar{s}$ da seguinte forma:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 \quad (2.1.1)$$

$$d\bar{s}^2 = (dx + du)^2 + (dy + dv)^2 \quad (2.1.2)$$

Sabe-se que:

$$d\bar{s} = ds (1 + \varepsilon) \quad (2.1.3)$$

que, elevada ao quadrado e após desprezar ε^2 em relação à $(1 + 2\varepsilon)$, resulta:

$$\varepsilon = \frac{d\bar{s}^2 - ds^2}{2 ds^2} \quad (2.1.4)$$

Combinando as equações (2.1.1), (2.1.2) e (2.1.4), obtém-se:

$$\varepsilon = \frac{u' + y' v'}{(1 + y'^2)} + \frac{u'^2 + v'^2}{2(1 + y'^2)} \quad (2.1.5)$$

Seja ds_0 um elemento referencial de cabo. Considere agora um elemento de cabo de comprimento inicial ds e comprimento final $d\bar{s}$, ambos referidos ao comprimento indeformado ds_0 e submetidos a esforços de tração (figura 2.1.4).

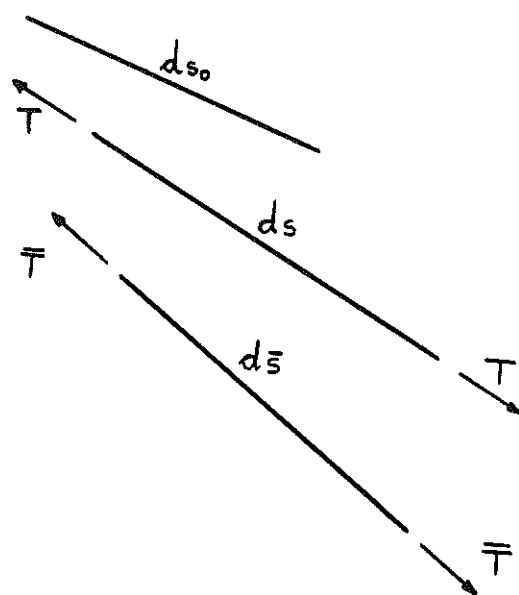


Figura 2.1.4

Aplicando a Lei de Hooke para os elementos ds e $d\bar{s}$, mostrados na figura (2.1.4), em relação ao elemento de comprimento referencial ds_0 , e sendo A a área da seção transversal do cabo e E o seu módulo de elasticidade, têm-se:

$$ds - ds_0 = \frac{T ds_0}{EA} \quad (2.1.6)$$

e

$$d\bar{s} - ds_0 = \frac{\bar{T} ds_0}{EA} \quad (2.1.7)$$

Combinando-se as duas últimas equações, resulta:

$$\frac{d\bar{s} - ds}{ds} = \frac{\bar{T} - T}{EA + T} \quad (2.1.8)$$

Considerando as variações de temperatura, a expressão (2.1.8) se transforma em:

$$\varepsilon = \frac{\bar{ds} - ds}{ds} = \frac{\bar{T} - T}{EA + T} + \alpha \Delta t \quad (2.1.9)$$

que é a equação que relaciona ε aos esforços T e \bar{T} , onde α é o coeficiente de dilatação térmica do aço e Δt a sua variação de temperatura.

Igualando as equações (2.1.5) e (2.1.9) obtém-se a expressão que relaciona as derivadas dos deslocamentos, a variação do esforço de tração no cabo e a variação de temperatura:

$$\frac{u' + y' v'}{1 + y'^2} + \frac{u'^2 + v'^2}{2(1 + y'^2)} = \frac{\bar{T} - T}{EA + T} + \alpha \Delta t \quad (2.1.10)$$

De acordo com a figura (2.1.3), obtém-se:

$$\cos \theta = \frac{dx}{ds} = \frac{dx}{\sqrt{dx^2 + dy^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + y'^2}} \quad (2.1.11)$$

Por outro lado, para a posição deslocada, vem:

$$\cos \bar{\theta} = \frac{dx + du}{ds} = \frac{dx + du}{\sqrt{(dx + du)^2 + (dy + dv)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{(y + v)^2}{(1 + u')^2}}} \quad (2.1.12)$$

Escrevendo as forças T e \bar{T} em função das suas componentes horizontais H e \bar{H} , e utilizando as expressões (2.1.11) e (2.1.12), têm-se:

$$T = \frac{H}{\cos \theta} = H \sqrt{1 + y'^2} \quad (2.1.13)$$

$$\bar{T} = \frac{\bar{H}}{\cos \bar{\theta}} = \bar{H} \sqrt{1 + \frac{(y + v)^2}{(1 + u')^2}} \quad (2.1.14)$$

Combinando agora, as expressões (2.1.13) e (2.1.14) com (2.1.10), obtém-se:

$$\frac{u' + y' v'}{1 + y'^2} + \frac{u'^2 + v'^2}{2(1 + y'^2)} = \frac{\bar{H} \sqrt{1 + \frac{(y' + v')^2}{(1 + u')^2}} - H \sqrt{1 + y'^2}}{EA + H \sqrt{1 + y'^2}} + \alpha \Delta t \quad (2.1.15)$$

A equação (2.1.15) relaciona as derivadas dos deslocamentos, as forças horizontais inicial e final e a variação de temperatura.

Considerem-se, figura (2.1.5), um elemento de cabo de comprimento inicial ds e comprimento final $d\bar{s}$, submetidos a carregamentos uniformemente distribuídos ao longo do seu comprimento (g e \bar{g}).

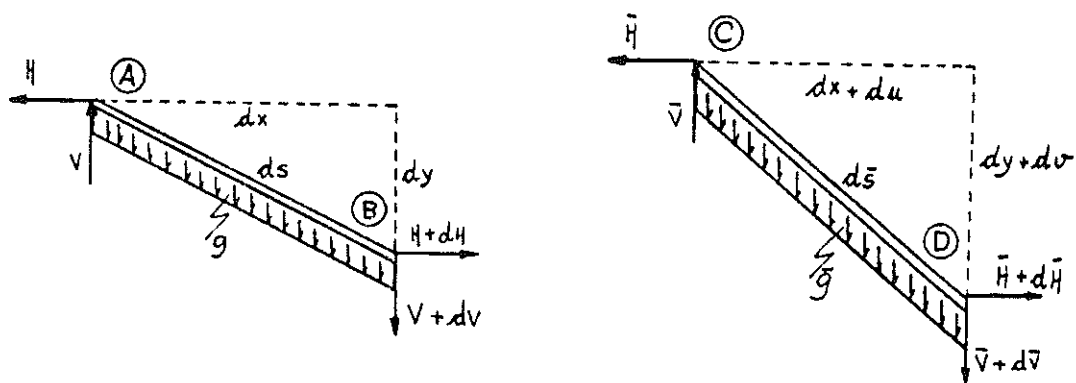


Figura 2.1.5

Escrevendo as equações de equilíbrio de forças para o elemento de comprimento inicial ds têm-se:

$$H + dH - H = 0$$

e

$$V + dV - V + g ds = 0$$

e substituindo o valor de ds , vem:

$$dV + g \sqrt{dx^2 + dy^2} = 0$$

de onde resulta a variação da força vertical ao longo do cabo:

$$\frac{dV}{dx} = -g \sqrt{1 + y'^2} \quad (2.1.16)$$

Fazendo agora o equilíbrio de momentos para o mesmo elemento ds em relação ao ponto B, vem:

$$V dx - H dy - g ds \frac{dx}{2} = 0$$

Desprezando os infinitésimos de ordem superior, tem-se:

$$V dx - H dy = 0$$

Ou ainda, de outra forma:

$$V = H \frac{dy}{dx}$$

Derivando-se em relação à x , vem:

$$\frac{dV}{dx} = H \frac{d^2y}{dx^2} = H y'' \quad (2.1.17)$$

Combinando as equações (2.1.16) e (2.1.17) obtém-se a equação diferencial que caracteriza a configuração inicial de equilíbrio do cabo:

$$y'' = -\frac{g}{H} \sqrt{1 + y'^2} \quad (2.1.18)$$

Analogamente para o elemento de cabo de comprimento $d\bar{s}$, têm-se:

$$\bar{H} + d\bar{H} - \bar{H} = 0$$

e

$$\bar{V} + d\bar{V} - \bar{V} + \bar{g} \sqrt{(dx + du)^2 + (dy + dv)^2} = 0$$

A variação de \bar{V} pode ser explicitada:

$$\frac{d\bar{V}}{dx} = -\bar{g} \sqrt{(1 + u')^2 + (y' + v')^2}$$

que integrada, fornece:

$$\bar{V} = -\bar{g} \int \sqrt{(1 + u')^2 + (y' + v')^2} dx + K_2 \quad (2.1.19)$$

sendo \bar{g} constante e K_2 a constante de integração.

Fazendo agora o equilíbrio de momentos em D, vem:

$$\bar{H}(dy + dv) - \bar{V}(dx + du) = 0$$

de onde se obtém o valor de \bar{V} :

$$\bar{V} = \bar{H} \left(\frac{y' + v'}{1 + u'} \right) \quad (2.1.20)$$

Igualando as expressões (2.1.19) e (2.1.20), obtém-se:

$$\bar{H} \left(\frac{y' + v'}{1 + u'} \right) = -\bar{g} \int \sqrt{(1 + u')^2 + (y' + v')^2} dx + K_2 \quad (2.1.21)$$

As equações (2.1.15) e (2.1.21), após algumas simplificações, levam às expressões de u' , u , v' e v , que viabilizam o estudo do deslocamento do cabo livremente suspenso, sendo u o deslocamento horizontal e v o deslocamento vertical.

A equação (2.1.15) pode ser escrita da seguinte forma:

$$u' \left(1 + \frac{u'}{2}\right) = \left[\frac{\bar{H} \sqrt{1 + \frac{(y' + v')^2}{(1 + u')^2}} - H \sqrt{1 + y'^2}}{EA + H \sqrt{1 + y'^2}} \right] (1 + y'^2) - \left(y' v' + \frac{v'^2}{2} \right) +$$

$$+ (1 + y'^2) \alpha \Delta t$$

(2.1.22)

Desprezando-se agora, em (2.1.22) u' em relação à unidade, y'^2 em relação à unidade apenas no denominador e utilizando-se da aproximação:

$$\sqrt{1 + (y' + v')^2} \cong \sqrt{1 + y'^2} + \left(y' v' + \frac{v'^2}{2} \right),$$

obtém-se:

$$u' = \frac{\bar{H} - H}{EA + H} (1 + y'^2)^{3/2} + \left(y' v' + \frac{v'^2}{2} \right) \left[\frac{\bar{H} (1 + y'^2)}{EA + H} - 1 \right] +$$

$$+ (1 + y'^2) \alpha \Delta t$$

(2.1.23)

Portanto, integrando-se a equação (2.1.23), pode-se calcular u :

$$u = \frac{\bar{H}-H}{EA+H} \int (1+y'^2)^{3/2} dx + \frac{\bar{H}}{EA+H} \int \left(y' v + \frac{v'^2}{2} \right) (1+y'^2) dx +$$

(2.1.24)

$$- \int \left(y' v + \frac{v'^2}{2} \right) dx + \alpha \Delta t \int (1+y'^2) dx + K_1$$

onde K_1 é a constante de integração.

Retomando a equação (2.1.21) e desprezando u' em relação à unidade em toda a expressão, e v' em relação a y' apenas na parcela pertencente à raiz quadrada, ou seja fazendo

$$\sqrt{(1+u')^2 + (y'+v')^2} \cong \sqrt{(1+y')^2}$$

obtem-se:

$$\bar{H}(y'+v') = -\int \bar{g} \sqrt{1+y'^2} dx + K_2$$

Isolando agora o valor de v' :

$$v' = -\frac{\bar{g}}{H} \int \sqrt{1+y'^2} + \frac{K_2}{H} - y' \quad (2.1.25)$$

Integrando-se, obtém-se:

$$v = -\int \left(\frac{\bar{g}}{H} \int \sqrt{1+y'^2} dx \right) dx + \frac{K_2}{H} x - \int y' dx + K_3 \quad (2.1.26)$$

sendo K_2 e K_3 as constantes de integração.

As equações (2.1.23), (2.1.24), (2.1.25) e (2.1.26) permitem estudar a deformação do cabo livremente suspenso. Conhecidas as condições de contorno e a configuração inicial de equilíbrio, obtém-se a componente horizontal final \bar{H} e os demais parâmetros que definem a configuração final de equilíbrio do cabo.

2.2 - CABO SOB A AÇÃO DE CARGAS DISTRIBUÍDAS DE INTENSIDADE CONSTANTE ATUANDO AO LONGO DE TODO O SEU COMPRIMENTO (CATENÁRIA).

Considere-se o cabo desnivelado livremente suspenso da figura (2.2.1):

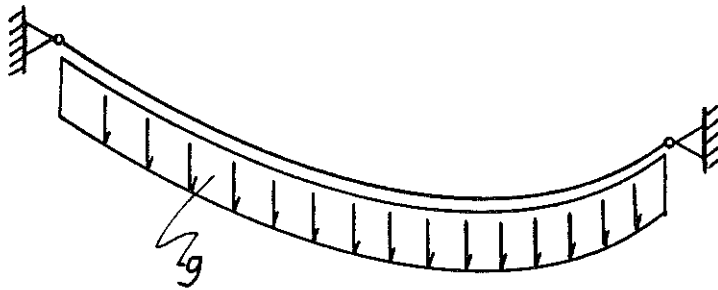


Figura 2.2.1

Retomando a expressão (2.1.18):

$$y' = -\frac{g}{H} \sqrt{1+y'^2} \quad (2.2.1)$$

que integrada fornece:

$$y' = -\text{sh} \left(\frac{gx}{H} - C_1 \right) \quad (2.2.2)$$

e

$$y = -\frac{H}{g} \text{ch} \left(\frac{gx}{H} - C_1 \right) + C_2 \quad (2.2.3)$$

As constantes C_1 e C_2 dependem dos parâmetros geométricos da suspensão.

Tomando-se as expressões (2.2.1), (2.2.2) e (2.2.3) que definem a configuração inicial de equilíbrio do cabo, juntamente com

as condições de contorno $y'=0$ para $x=L/2$ e $y=0$ para $x=0$, no caso de cabos com apoios no mesmo nível, obtêm-se as constantes de integração C_1 e C_2 (ver figura 2.2.2).

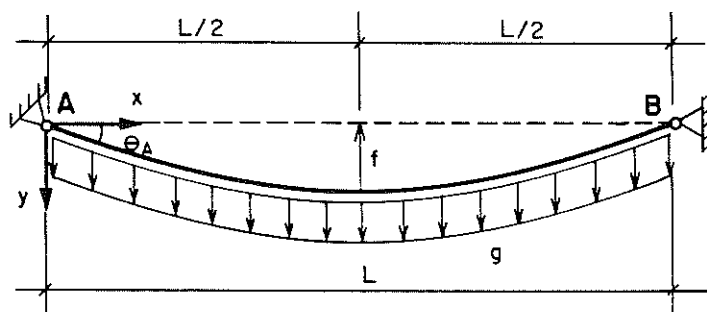


Figura 2.2.2

Portanto com aplicação da condição de contorno $y'=0$ para $x=L/2$ em (2.2.2), vem:

$$\text{sh} \left(\frac{gL}{2H} - C_1 \right) = 0$$

e a constante de integração C_1 fica:

$$C_1 = \frac{gL}{2H}$$

Utilizando-se agora a condição de contorno $y=0$ para $x=0$ na equação (2.2.3) tem-se:

$$-\frac{H}{g} \text{ch} \left(-\frac{gL}{2H} \right) + C_2 = 0$$

então:

$$C_2 = \frac{H}{g} \operatorname{ch} \left(\frac{gL}{2H} \right)$$

Introduzindo C_1 e C_2 em (2.2.2) e (2.2.3), têm-se:

$$y' = -\operatorname{sh} \left(\frac{gx}{H} - \frac{gL}{2H} \right) \quad (2.2.4)$$

$$y = -\frac{H}{g} \operatorname{ch} \left(\frac{gx}{H} - \frac{gL}{2H} \right) + \frac{H}{g} \operatorname{ch} \left(\frac{gL}{2H} \right) \quad (2.2.5)$$

As duas últimas expressões fornecem, para $0 \leq x \leq L$, as ordenadas dos pontos do cabo e o ângulo que a tangente à curva do cabo faz com o eixo das abscissas.

Para se calcular a componente horizontal H precisa-se conhecer ou o ângulo de arranque θ_A ou a flecha do cabo no meio do vão (f).

Quando se conhece θ_A , pode-se determinar a componente horizontal inicial H empregando a condição de contorno $y' = \operatorname{tg} \theta_A$ para $x=0$ em (2.2.4). Isto resulta:

$$\operatorname{tg} \theta_A = -\operatorname{sh} \left(-\frac{gL}{2H} \right)$$

donde:

$$\frac{gL}{2H} = \operatorname{arc sh} (\operatorname{tg} \theta_A)$$

Sabe-se que:

$$\operatorname{tg} \theta_A = \operatorname{sh} \left[\ln \left(\frac{1 + \operatorname{sen} \theta_A}{\cos \theta_A} \right) \right] \quad (2.2.6)$$

então:

$$\operatorname{arc sh} \operatorname{tg} \theta_A = \ln \left(\frac{1 + \operatorname{sen} \theta_A}{\cos \theta_A} \right) \quad (2.2.7)$$

Portanto:

$$H = \frac{g L}{2 \ln \left(\frac{1 + \operatorname{sen} \theta_A}{\cos \theta_A} \right)} \quad (2.2.8)$$

A equação (2.2.8) dá a componente horizontal da força de tração (H) do cabo quando se conhece o ângulo de arranque θ_A .

Conhecida a flecha f , com a condição $y=f$ para $x=L/2$ em (2.2.5), tem-se:

$$f = \frac{H}{g} \left[\operatorname{ch} \left(\frac{g L}{2 H} \right) - 1 \right] \quad (2.2.9)$$

Como a equação (2.2.9), para cabos nivelados, é transcendente, sua solução exige cálculo iterativo para se determinar a componente horizontal H. Para se chegar mais rápido a uma solução desta equação deve-se partir de um valor de H, calculado com a conhecida expressão do cabo nivelado com carregamento uniformemente distribuído ao longo do vão, $H=g L^2/8 f$.

Conhecida a componente H, através das equações (2.2.8) ou (2.2.9), calculam-se a força de tração (T) e o comprimento do cabo (s).

Sabe-se que a componente horizontal inicial H é constante ao longo de todo o cabo ($dH = 0$) e que a força de tração T é variável ao longo de todo o seu comprimento.

Da figura (2.2.2) tem-se que:

$$T = \frac{H}{\cos \theta}$$

e tendo em vista que $\cos \theta = dx/ds$ e $ds = \sqrt{dx^2 + dy^2}$, então:

$$\cos \theta = \frac{dx}{\sqrt{dx^2 + dy^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + y'^2}}$$

portanto T pode ser expressa da seguinte forma:

$$T = H \sqrt{1+y'^2}$$

Introduzindo a equação (2.2.2) nesta última equação, vem:

$$T = H \sqrt{1+\text{sh}^2\left(\frac{gx}{H} - \frac{gL}{2H}\right)}$$

donde:

$$T = H \text{ch}\left(\frac{gx}{H} - \frac{gL}{2H}\right) \quad (2.2.10)$$

A equação (2.2.10) nos dá a força de tração inicial T do cabo nivelado em todos os pontos da curva.

Para se calcular o comprimento inicial do cabo deve-se usar a equação

$$s = \int_0^L \sqrt{1+y'^2} dx,$$

que introduzindo nesta y' , dada pela expressão (2.2.4), tem-se:

$$s = \int_0^L \text{ch}\left(\frac{gx}{H} - \frac{gL}{2H}\right) dx$$

e integrando-a, obtém-se:

$$s = \frac{2H}{g} \text{sh}\left(\frac{gL}{2H}\right)$$

No caso de cabo com apoios desnivelados, figura (2.2.3), as constantes de integração C_1 e C_2 podem ser também obtidas a partir das equações (2.2.2) e (2.2.3), juntamente com as condições geométricas de contorno, quando se conhece ou ângulo de arranque θ_A ou a flecha no ponto $x=x_v$ do vão do cabo.

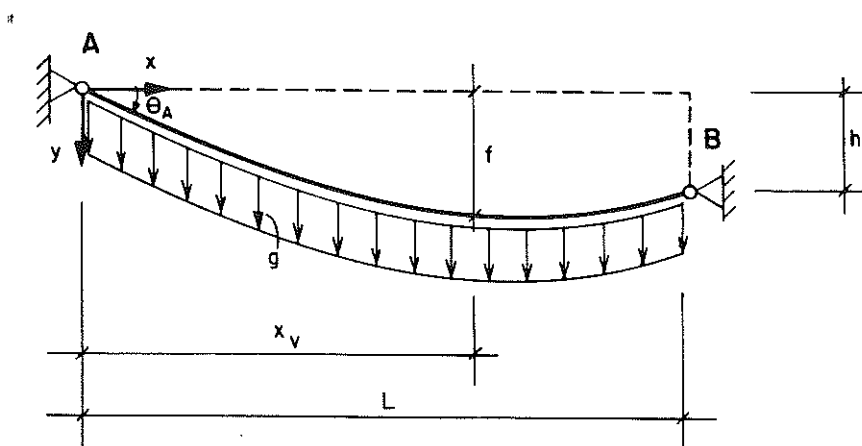


Figura 2.2.3

Para se calcular a constante C_1 , quando se conhece o ângulo de arranque θ_A , utiliza-se a condição de contorno $y' = \text{tg } \theta_A$ para $x=0$ na expressão (2.2.2). Isto resulta:

$$C_1 = \text{arc sh} (\text{tg } \theta_A)$$

Utilizando-se agora da expressão (2.2.7), tem-se:

$$C_1 = \ln \left(\frac{1 + \text{sen } \theta_A}{\cos \theta_A} \right)$$

Com o uso da condição de contorno $y=0$ para $x=0$ e do valor de C_1 em (2.2.3), obtém-se C_2 .

$$C_2 = \frac{H}{g} \text{ch} \left[\ln \left(\frac{1 + \text{sen } \theta_A}{\cos \theta_A} \right) \right]$$

Sabe-se que:

$$\text{ch} \left[\ln \left(\frac{1 + \text{sen } \theta_A}{\cos \theta_A} \right) \right] = \frac{1}{\cos \theta_A} \quad (2.2.11)$$

Portanto:

$$C_2 = \frac{H}{g \cos \theta_A}$$

Introduzindo as constantes C_1 e C_2 em (2.2.2) e (2.2.3), resultam as equações que caracterizam a configuração inicial de equilíbrio do cabo com apoios desnivelados.

Substituindo C_1 em (2.2.2), vem:

$$y = -sh \left[\left(\frac{gx}{H} \right) - \ln \left(\frac{1 + \text{sen } \theta_A}{\cos \theta_A} \right) \right] \quad (2.2.12)$$

Utilizando-se agora da expressão aberta do seno hiperbólico e das equações (2.2.6) e (2.2.11) em (2.2.12), após algumas simplificações, obtém-se:

$$y = \frac{1}{\cos \theta_A} \left[\text{sen } \theta_A \text{ch} \left(\frac{gx}{H} \right) - \text{sh} \left(\frac{gx}{H} \right) \right] \quad (2.2.13)$$

Introduzindo-se os valores de C_1 e C_2 em (2.2.3), tem-se:

$$y = -\frac{H}{g} \text{ch} \left[\left(\frac{gx}{H} \right) - \ln \left(\frac{1 + \text{sen } \theta_A}{\cos \theta_A} \right) \right] + \frac{H}{g \cos \theta_A} \quad (2.2.14)$$

Utilizando-se agora da expressão aberta do cosseno hiperbólico e das expressões (2.2.6) e (2.2.11) em (2.2.14), tem-se:

$$y = \frac{H}{g \cos \theta_A} \left[1 - \text{ch} \left(\frac{gx}{H} \right) + \text{sen } \theta_A \text{sh} \left(\frac{gx}{H} \right) \right] \quad (2.2.15)$$

Com as equações (2.2.13) e (2.2.15) podem-se calcular o valor do ângulo de inclinação do cabo com o eixo das abscissas em qualquer ponto do seu vão, bem como o valor das suas ordenadas y .

Obtém-se a força horizontal H , quando se conhece θ_A , através da expressão (2.2.13) e da condição de contorno $y=h$ para $x=L$, então:

$$h = \frac{H}{g \cos \theta_A} \left[1 - \operatorname{ch} \left(\frac{gL}{H} \right) + \operatorname{sen} \theta_A \operatorname{sh} \left(\frac{gL}{H} \right) \right] \quad (2.2.16)$$

Novamente a componente H tem que ser obtida por iteração na equação (2.2.16).

Com o uso da expressão (2.2.2) e sabendo que $T = H / \cos \theta$, obtém-se a equação que determina a força T em todos os pontos do cabo.

Sabe-se que:

$$T = H \frac{ds}{dx} = H \sqrt{1+y^2}$$

e com o emprego de (2.2.2), vem:

$$T = H \operatorname{ch} \left(\frac{gx}{H} - C_1 \right)$$

Substituindo, agora, a constante C_1 para cabos desnivelados e conhecendo-se o ângulo de arranque θ_A , resulta:

$$T = H \operatorname{ch} \left[\left(\frac{gx}{H} \right) - \ln \left(\frac{1 + \operatorname{sen} \theta_A}{\cos \theta_A} \right) \right] \quad (2.2.17)$$

Para se chegar a expressão do comprimento do cabo, novamente utiliza-se a expressão (2.2.2) juntamente com a já citada

equação $s = \int_0^L \sqrt{1+y^2} dx$. Então:

$$s = \int_0^L \operatorname{ch} \left(\frac{gx}{H} - C_1 \right) dx$$

que integrada, resulta:

$$s = \frac{H}{g} \operatorname{sh} \left[\left(\frac{gL}{H} - C_1 \right) + \frac{H}{g} \operatorname{sh} C_1 \right]$$

Utilizando-se agora da expressão aberta de seno hiperbólico, da constante C_1 e das equações (2.2.6) e (2.2.11), obtém-se:

$$s = \frac{H}{g \cos \theta_A} \left[\operatorname{sh} \left(\frac{gL}{H} \right) - \operatorname{sen} \theta_A \operatorname{ch} \left(\frac{gL}{H} \right) + \operatorname{sen} \theta_A \right] \quad (2.2.18)$$

Portanto, com as expressões (2.2.17) e (2.2.18) podem-se calcular a força de tração inicial e o comprimento inicial do cabo desnivelado, quando se conhece o ângulo de arranque θ_A .

No caso, ainda para cabos desnivelados, em que se conhece a flecha no ponto $x=x_v$, tem-se nesse ponto, a condição de contorno $y'=0$ e $y=f$, que utilizada juntamente com as equações (2.2.2) e (2.2.3), permitem escrever as expressões das constantes C_1 e C_2 . Portanto:

$$C_1 = \frac{g x_v}{H}$$

e

$$C_2 = f + \frac{H}{g}$$

Levando-se a expressão de C_2 em (2.2.3) e tendo como condição de contorno $x=0$ para $y=0$, resulta:

$$\operatorname{ch} C_1 = \operatorname{ch} \left(\frac{g x_v}{H} \right) = 1 + \frac{gf}{H}$$

e portanto:

$$\operatorname{sh} C_1 = \frac{gf}{H} \sqrt{1 + \frac{2H}{gf}}$$

Com o emprego das fórmulas abertas de seno hiperbólico e cosseno hiperbólico e introduzindo-as em (2.2.2) e (2.2.3) obtém-se finalmente:

$$y = -\left(\frac{gf}{H}\right) \operatorname{sh}\left(\frac{gx}{H}\right) + \left(\frac{gf}{H} \sqrt{1 + \frac{2H}{gf}}\right) \operatorname{ch}\left(\frac{gx}{H}\right) \quad (2.2.19)$$

e

$$y = \left(\frac{gf+H}{g}\right) \left[1 - \operatorname{ch}\left(\frac{gx}{H}\right)\right] + \left(f \sqrt{1 + \frac{2H}{gf}}\right) \operatorname{sh}\left(\frac{gx}{H}\right) \quad (2.2.20)$$

Estas duas últimas expressões caracterizam a equação da curva que determina o comportamento estático do cabo com apoios desnivelados, e a sua derivada, em função da flecha em seu vértice.

A componente H pode ser obtida impondo-se à equação (2.2.20) a condição de contorno: $y = h$ para $x = L$, que resulta:

$$h = \left(\frac{gf+H}{g}\right) \left[1 - \operatorname{ch}\left(\frac{gL}{H}\right)\right] + \left(f \sqrt{1 + \frac{2H}{gf}}\right) \operatorname{sh}\left(\frac{gL}{H}\right) \quad (2.2.21)$$

Portanto, com o uso de (2.2.21) chega-se, por iteração, ao valor da constante H.

Conhecida a constante H e, como já visto $T = H / \cos\theta$, a expressão que determina a força T pode ser obtida da seguinte forma:

Sabe-se que:

$$T = H \frac{ds}{dx} = H \sqrt{1+y^2}$$

e utilizando-se da equação (2.2.2), tem-se:

$$T = H \operatorname{ch}\left[\left(\frac{gx}{H}\right) - C_1\right]$$

Com o emprego da expressão aberta do cosseno hiperbólico, obtém-se:

$$T = H \left[\operatorname{ch}\left(\frac{gx}{H}\right) \operatorname{ch}C_1 - \operatorname{sh}\left(\frac{gx}{H}\right) \operatorname{sh}C_1 \right]$$

Substituindo agora as expressões do $\text{sh } C_1$ e $\text{ch } C_1$, vem:

$$T = H \left(1 + \frac{gf}{H} \right) \text{ch} \left(\frac{gx}{H} \right) - gf \sqrt{1 + \frac{2H}{gf}} \text{sh} \left(\frac{gx}{H} \right) \quad (2.2.22)$$

O comprimento do cabo pode ser calculado, como já visto, com a expressão que resulta da integração de $ds = \sqrt{1+y'^2} dx$, considerando y' dada por (2.2.2).

Sabe-se que:

$$s = \int_0^L \sqrt{1+y'^2} dx = \int_0^L \text{ch} \left(\frac{gx}{H} - C_1 \right) dx$$

que integrando, vem:

$$s = \left(\frac{H}{g} \right) \left\{ \text{sh} \left[\left(\frac{gL}{H} \right) - C_1 \right] + \text{sh} C_1 \right\}$$

Utilizando agora da expressão aberta do seno hiperbólico, que juntamente com as expressões de $\text{sh} C_1$ e $\text{ch} C_1$, para cabos desnivelados, resulta:

$$s = \frac{H}{g} \left\{ \left(1 + \frac{gf}{H} \right) \text{sh} \left(\frac{gL}{H} \right) + \frac{gf}{H} \sqrt{1 + \frac{2H}{gf}} \left[1 - \text{ch} \left(\frac{gL}{H} \right) \right] \right\} \quad (2.2.23)$$

Assim, conhecidos para a carga g todos os parâmetros que definem a configuração inicial de equilíbrio do cabo, passa-se agora ao estudo da sua deformação quando da aplicação de um acréscimo de carga Δg . Geralmente, a carga inicial g é considerada como sendo o peso próprio do cabo, e o acréscimo de carga Δg é formado pelo peso do sistema vedante mais o peso das cargas acidentais (vento, chuva, etc.). A distribuição do carregamento final $\bar{g} = (g + \Delta g)$ no cabo, está mostrada na figura (2.2.4).

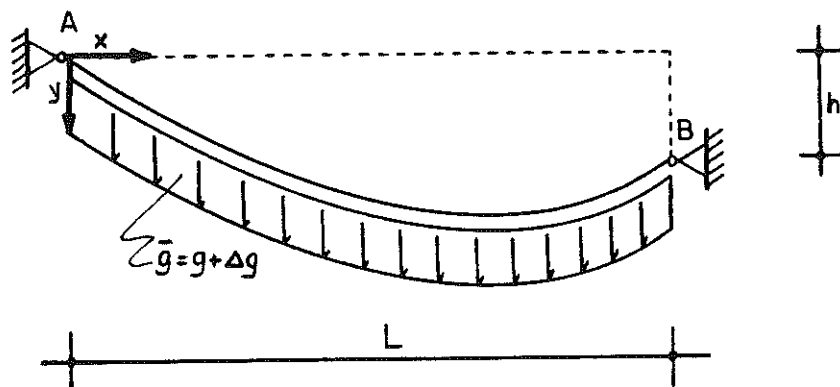


Figura (2.2.4)

Introduzindo a equação de y' (2.2.2) na expressão (2.1.25) e integrando a expressão resultante dessa combinação, obtém-se:

$$v = \left(1 - \frac{\bar{g}H}{Hg}\right) \left[\text{sh} \left(\frac{gx}{H} - C_1 \right) \right] + \frac{K_2}{H} \quad (2.2.24)$$

que integrando novamente, tem-se:

$$v = \frac{H}{g} \left(1 - \frac{\bar{g}H}{Hg}\right) \left[\text{ch} \left(\frac{gx}{H} - C_1 \right) \right] + \frac{K_2}{H} x + K_3 \quad (2.2.25)$$

De acordo com a figura (2.2.4) verifica-se que o cabo em estudo está preso em suas extremidades por apoios fixos (A e B). Então, os deslocamentos verticais v_A e v_B e os horizontais u_A e u_B são os deslocamentos dos extremos do cabo e, portanto, dos apoios. Estes deslocamentos podem ser considerados zero, se os apoios não sofrerem recalques ou não se deslocarem.

Considerando agora a equação (2.2.25) com as condições de contorno $v=v_A$ para $x=0$ e $v=v_B$ para $x=L$, obtêm-se as constantes K_2 e K_3 .

$$K_2 = \left(\frac{v_B - v_A}{L} \right) \bar{H} - \frac{\bar{H}}{gL} \left(1 - \frac{\bar{g}H}{\bar{H}g} \right) \left[\operatorname{ch} \left(\frac{gL}{H} - C_1 \right) - \operatorname{ch} C_1 \right]$$

$$K_3 = v_A - \frac{H}{g} \left(1 - \frac{\bar{g}H}{\bar{H}g} \right) \operatorname{ch} C_1$$

Introduzindo K_2 e K_3 na expressão de v (2.2.25) e K_2 na expressão de v' (2.2.24), têm-se:

$$v = v_A + \left(\frac{v_B - v_A}{L} \right) x + \left(\frac{H}{g} \right) \left(1 - \frac{\bar{g}H}{\bar{H}g} \right) \left\{ \operatorname{ch} \left(\frac{gx}{H} - C_1 \right) - \frac{x}{L} \left[\operatorname{ch} \left(\frac{gL}{H} - C_1 \right) + \right. \right. \\ \left. \left. - \operatorname{ch} C_1 \right] - \operatorname{ch} C_1 \right\} \quad (2.2.26)$$

$$v' = \left(\frac{v_B - v_A}{L} \right) + \left(1 - \frac{\bar{g}H}{\bar{H}g} \right) \operatorname{sh} \left(\frac{gx}{H} - C_1 \right) - \left(\frac{H}{gL} \right) \left(1 - \frac{\bar{g}H}{\bar{H}g} \right) \cdot \\ \cdot \left[\operatorname{ch} \left(\frac{gL}{H} - C_1 \right) - \operatorname{ch} C_1 \right] \quad (2.2.27)$$

Combinando-se agora as expressões (2.2.2) e (2.2.27) com (2.1.23), resulta a equação de u' :

$$u' = \left(\frac{\bar{H} - H}{EA + H} \right) \operatorname{ch}^3 \left(\frac{gx}{H} - C_1 \right) + \left\{ \left(-\frac{1}{2} + \frac{\bar{g}^2 H^2}{2 \bar{H}^2 g^2} \right) \operatorname{sh}^2 \left(\frac{gx}{H} - C_1 \right) + \right. \\ \left. + \left(\frac{\bar{g} H^2}{\bar{H} g^2 L} \right) \left[\operatorname{ch} \left(\frac{gL}{H} - C_1 \right) - \operatorname{ch} C_1 \right] \operatorname{sh} \left(\frac{gx}{H} - C_1 \right) + \right. \\ \left. - \left(\frac{\bar{g} H}{\bar{H} g} \right) \left(\frac{v_B - v_A}{L} \right) \operatorname{sh} \left(\frac{gx}{H} - C_1 \right) - \left(\frac{\bar{g}^2 H^3}{\bar{H}^2 g^3 L} \right) \left[\operatorname{ch} \left(\frac{gL}{H} - C_1 \right) + \right. \right. \\ \left. \left. - \operatorname{ch} C_1 \right] \operatorname{sh} \left(\frac{gx}{H} - C_1 \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{v_B - v_A}{L} \right)^2 \right\}$$

$$\begin{aligned}
& - \left(\frac{H}{gL} \right) \left(\frac{v_B - v_A}{L} \right) \left[\operatorname{ch} \left(\frac{gL}{H} - C_1 \right) - \operatorname{ch} C_1 \right] + \\
& + \left(\frac{H^2}{2g^2 L^2} \right) \left[\operatorname{ch} \left(\frac{gL}{H} - C_1 \right) - \operatorname{ch} C_1 \right]^2 + \\
& + \left(\frac{\bar{g} H^2}{H g^2 L} \right) \left(\frac{v_B - v_A}{L} \right) \left[\operatorname{ch} \left(\frac{gL}{H} - C_1 \right) - \operatorname{ch} C_1 \right] + \\
& - \left(\frac{\bar{g} H^3}{H g^3 L^2} \right) \left[\operatorname{ch} \left(\frac{gL}{H} - C_1 \right) - \operatorname{ch} C_1 \right]^2 + \\
& + \left(\frac{\bar{g}^2 H^4}{2 \bar{H}^2 g^4 L} \right) \left[\operatorname{ch} \left(\frac{gL}{H} - C_1 \right) - \operatorname{ch} C_1 \right]^2 \} * \\
& * \left[\left(\frac{\bar{H}}{EA + H} \right) \operatorname{ch}^2 \left(\frac{gx}{H} - C_1 \right) - 1 \right] + \\
& + \operatorname{ch}^2 \left(\frac{gx}{H} - C_1 \right) \alpha \Delta t \tag{2.2.28}
\end{aligned}$$

Utilizando-se agora as expressões (2.2.2) e (2.2.27) para combiná-las com (2.1.24), integrando a equação resultante e depois fazendo $u = u_A$ para $x = 0$, obtém-se a constante K_1 e conseqüentemente a equação de u :

$$\begin{aligned}
u = u_A + \left(\frac{\bar{H} - H}{EA + H} \right) & \left\{ \left(\frac{H}{12g} \right) \left[\operatorname{sh} \left(\frac{3gx}{H} - 3C_1 \right) + \operatorname{sh} (3C_1) \right] + \right. \\
& + \left(\frac{3H}{4g} \right) \left[\operatorname{sh} \left(\frac{gx}{H} - C_1 \right) + \operatorname{sh} C_1 \right] \} + \\
& + \left(\frac{\bar{H}}{EA + H} - 1 \right) \left\{ \left(-\frac{1}{2} + \frac{\bar{g}^2 H^2}{2 \bar{H}^2 g^2} \right) \left\{ \left(\frac{H}{4g} \right) \left[\operatorname{sh} \left(\frac{2gx}{H} - 2C_1 \right) + \operatorname{sh} 2C_1 \right] - \frac{x}{2} \right\} + \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left\{ \left(\frac{\bar{g} H^2}{\bar{H} g^2 L} \right) \left[\operatorname{ch} \left(\frac{g L}{H} - C_1 \right) - \operatorname{ch} C_1 \right] - \left(\frac{\bar{g} H}{\bar{H} g} \right) \left(\frac{v_B - v_A}{L} \right) + \right. \\
& - \left. \left(\frac{\bar{g}^2 H^3}{\bar{H}^2 g^3 L} \right) \left[\operatorname{ch} \left(\frac{g L}{H} - C_1 \right) - \operatorname{ch} C_1 \right] \right\} \left\{ \left(\frac{H}{g} \right) \left[\operatorname{ch} \left(\frac{g x}{H} - C_1 \right) - \operatorname{ch} C_1 \right] \right\} + \\
& + \frac{1}{2} \left(\frac{v_B - v_A}{L} \right)^2 x - \left(\frac{H}{g L} \right) \left(\frac{v_B - v_A}{L} \right) \left[\operatorname{ch} \left(\frac{g L}{H} - C_1 \right) - \operatorname{ch} C_1 \right] x + \\
& + \frac{H^2}{2 g^2 L^2} \left[\operatorname{ch} \left(\frac{g L}{H} - C_1 \right) - \operatorname{ch} C_1 \right] x + \\
& + \frac{\bar{g} H^2}{\bar{H} g^2 L} \left(\frac{v_B - v_A}{L} \right) \left[\operatorname{ch} \left(\frac{g L}{H} - C_1 \right) - \operatorname{ch} C_1 \right] x + \\
& - \frac{\bar{g} H^3}{\bar{H} g^3 L^2} \left[\operatorname{ch} \left(\frac{g L}{H} - C_1 \right) - \operatorname{ch} C_1 \right]^2 x + \\
& + \left. \left(\frac{\bar{g}^2 H^4}{2 \bar{H}^2 g^4 L^2} \right) \left[\operatorname{ch} \left(\frac{g L}{H} - C_1 \right) - \operatorname{ch} C_1 \right]^2 x \right\} + \\
& + \left(\frac{\bar{H}}{EA + H} \right) \left\{ \left(-\frac{1}{2} + \frac{\bar{g}^2 H^2}{2 \bar{H}^2 g^2} \right) \left\{ \frac{3}{8} x - \left(\frac{H}{4 g} \right) \left[\operatorname{sh} \left(\frac{2 g x}{H} - 2 C_1 \right) + \right. \right. \right. \\
& + \left. \left. \operatorname{sh} (2 C_1) \right] + \left(\frac{H}{32 g} \right) \left[\operatorname{sh} \left(\frac{4 g x}{H} - 4 C_1 \right) + \operatorname{sh} (4 C_1) \right] \right\} + \\
& + \left\{ \left(\frac{\bar{g} H^2}{\bar{H} g^2 L} \right) \left[\operatorname{ch} \left(\frac{g L}{H} - C_1 \right) - \operatorname{ch} C_1 \right] - \left(\frac{\bar{g} H}{\bar{H} g} \right) \left(\frac{v_B - v_A}{L} \right) + \right. \\
& - \left. \left(\frac{\bar{g}^2 H^2}{\bar{H}^2 g^3 L} \right) \left[\operatorname{ch} \left(\frac{g L}{H} - C_1 \right) - \operatorname{ch} C_1 \right] \right\} \left\{ \left(\frac{H}{12 g} \right) \left[\operatorname{ch} \left(\frac{3 g x}{H} - 3 C_1 \right) + \right. \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\text{ch } 3C_1] - \left(\frac{3H}{4g}\right) \left[\text{ch}\left(\frac{gx}{H} - C_1\right) - \text{ch } C_1 \right] \Big\} + \\
& + \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{v_B - v_A}{L}\right)^2 - \left(\frac{H}{gL}\right) \left(\frac{v_B - v_A}{L}\right) \left[\text{ch}\left(\frac{gL}{H} - C_1\right) - \text{ch } C_1 \right] + \right. \\
& + \left(\frac{H^2}{2g^2L^2}\right) \left[\text{ch}\left(\frac{gL}{H} - C_1\right) - \text{ch } C_1 \right]^2 + \\
& + \left(\frac{\bar{g}H^2}{H\bar{g}^2L}\right) \left(\frac{v_B - v_A}{L}\right) \left[\text{ch}\left(\frac{gL}{H} - C_1\right) - \text{ch } C_1 \right] + \\
& - \left(\frac{\bar{g}H^3}{H\bar{g}^3L^2}\right) \left[\text{ch}\left(\frac{gL}{H} - C_1\right) - \text{ch } C_1 \right]^2 + \\
& \left. + \left(\frac{\bar{g}^2H^4}{2\bar{H}^2g^4L^2}\right) \left[\text{ch}\left(\frac{gL}{H} - C_1\right) - \text{ch } C_1 \right]^2 \right\} + \\
& + \left\{ \left(\frac{H}{4g}\right) \left[\text{sh}\left(\frac{2gx}{H} - 2C_1\right) + \text{sh}(2C_1) \right] - \frac{x}{2} \right\} + \\
& + \alpha \Delta t \left\{ \left(\frac{H}{4g}\right) \left[\text{sh}\left(\frac{2gx}{H} - 2C_1\right) + \text{sh}(2C_1) \right] + \frac{x}{2} \right\} \tag{2.2.29}
\end{aligned}$$

Fazendo $x=L$ para $u=u_B$ em (2.2.29), obtém-se a equação do terceiro grau para determinar a força horizontal final \bar{H} .

$$\alpha_1 \bar{H}^3 + \beta \bar{H}^2 + \gamma \bar{H} + \delta = 0 \tag{2.2.30}$$

onde:

$$\alpha_1 = 2g^2 \left\{ \left(\frac{H}{12g}\right) \left[\text{sh}\left(\frac{3gL}{H} - C_1\right) + \text{sh}(3C_1) \right] + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \left(\frac{3H}{4g} \right) \left[\operatorname{sh} \left(\frac{gL}{H} - C_1 \right) + \operatorname{sh}(C_1) \right] \Big\} + \\
& - g^2 \left\{ \left(\frac{H}{4g} \right) \left[\operatorname{sh} \left(\frac{2gL}{H} - 2C_1 \right) + \operatorname{sh}(2C_1) \right] - \frac{L}{2} \right\} + \\
& + (2g^2 L) \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{v_B - v_A}{L} \right)^2 - \frac{H}{gL} \left(\frac{v_B - v_A}{L} \right) \left[\operatorname{ch} \left(\frac{gL}{H} - C_1 \right) - \operatorname{ch}(C_1) \right] + \right. \\
& \left. + \left(\frac{H^2}{2g^2 L^2} \right) \left[\operatorname{ch} \left(\frac{gL}{H} - C_1 \right) - \operatorname{ch}(C_1) \right]^2 \right\} + \\
& - g^2 \left\{ \left(-\frac{H}{4g} \right) \left[\operatorname{sh} \left(\frac{2gL}{H} - 2C_1 \right) + \operatorname{sh}(2C_1) \right] + \right. \\
& \left. + \left(\frac{H}{32g} \right) \left[\operatorname{sh} \left(\frac{4gL}{H} - 4C_1 \right) + \operatorname{sh}(4C_1) \right] + \frac{3}{8} L \right\} + \\
& + 2g^2 \left\{ \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{v_B - v_A}{L} \right)^2 - \left(\frac{H}{gL} \right) \left(\frac{v_B - v_A}{L} \right) \left[\operatorname{ch} \left(\frac{gL}{H} - C_1 \right) - \operatorname{ch}(C_1) \right] + \right. \\
& \left. + \left(\frac{H^2}{2g^2 L^2} \right) \left[\operatorname{ch} \left(\frac{gL}{H} - C_1 \right) - \operatorname{ch} C_1 \right]^2 \right\} \left\{ \left(\frac{H}{4g} \right) \left[\operatorname{sh} \left(\frac{2gL}{H} - 2C_1 \right) + \right. \right. \\
& \left. \left. + \operatorname{sh}(2C_1) \right] - \frac{L}{2} \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\beta = & (2g^2) (EA + H) (u_A - u_B) - (2Hg^2) \left\{ \left(\frac{H}{12g} \right) \left[\operatorname{sh} \left(\frac{3gL}{H} - 3C_1 \right) + \right. \right. \\
& \left. \left. + \operatorname{sh}(3C_1) \right] + \left(\frac{3H}{4g} \right) \left[\operatorname{sh} \left(\frac{gL}{H} - C_1 \right) + \operatorname{sh} C_1 \right] \right\} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (EA + H) g^2 \left\{ \left(\frac{H}{4g} \right) \left[\operatorname{sh} \left(\frac{2gL}{H} - 2C_1 \right) + \operatorname{sh} 2C_1 \right] - \frac{L}{2} \right\} + \\
& + (2g \bar{g} H) \left\{ \left(\frac{H}{gL} \right) \left[\operatorname{ch} \left(\frac{gL}{H} - C_1 \right) - \operatorname{ch} C_1 \right] - \left(\frac{v_B - v_A}{L} \right) \right\} * \\
& * \left\{ \left(\frac{H}{g} \right) \left[\operatorname{ch} \left(\frac{gL}{H} - C_1 \right) - \operatorname{ch} C_1 \right] \right\} + \\
& + (2g \bar{g} H L) \left\{ \left(\frac{H}{gL} \right) \left(\frac{v_B - v_A}{L} \right) \left[\operatorname{ch} \left(\frac{gL}{H} - C_1 \right) - \operatorname{ch} C_1 \right] + \right. \\
& - \left. \left(\frac{H^2}{g^2 L^2} \right) \left[\operatorname{ch} \left(\frac{gL}{H} - C_1 \right) - \operatorname{ch} C_1 \right]^2 \right\} + (2g \bar{g} H) \left\{ \left[\operatorname{ch} \left(\frac{gL}{H} - C_1 \right) + \right. \right. \\
& - \left. \left. \operatorname{ch} C_1 \right] - \left(\frac{v_B - v_A}{L} \right) \right\} \left\{ \left(\frac{H}{12g} \right) \left[\operatorname{ch} \left(\frac{3gL}{H} - 3C_1 \right) - \operatorname{ch} (3C_1) \right] + \right. \\
& - \left. \left(\frac{3H}{4g} \right) \left[\operatorname{ch} \left(\frac{gL}{H} - C_1 \right) - \operatorname{ch} C_1 \right] \right\} + (2g \bar{g} H) \left\{ \left(\frac{H}{gL} \right) \left(\frac{v_B - v_A}{L} \right) * \right. \\
& * \left[\operatorname{ch} \left(\frac{gL}{H} - C_1 \right) - \operatorname{ch} C_1 \right] - \left. \left(\frac{H^2}{g^2 L^2} \right) \left[\operatorname{ch} \left(\frac{gL}{H} - C_1 \right) - \operatorname{ch} C_1 \right]^2 \right\} * \\
& * \left\{ \left(\frac{H}{4g} \right) \left[\operatorname{sh} \left(\frac{2gL}{H} - 2C_1 \right) - \operatorname{sh} (2C_1) \right] - \frac{L}{2} \right\} - (2g^2 L)(EA + H) * \\
& * \left\{ \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{v_B - v_A}{L} \right)^2 - \left(\frac{H}{gL} \right) \left(\frac{v_B - v_A}{L} \right) \left[\operatorname{ch} \left(\frac{gL}{H} - C_1 \right) - \operatorname{ch} (C_1) \right] + \right. \\
& + \left. \left(\frac{H^2}{2g^2 L^2} \right) \left[\operatorname{ch} \left(\frac{gL}{H} - C_1 \right) - \operatorname{ch} (C_1) \right]^2 \right\} + \\
& + (2g^2)(EA + H)(\alpha \Delta t) \left\{ \left(\frac{H}{4g} \right) \left[\operatorname{sh} \left(\frac{2gL}{H} - 2C_1 \right) + \operatorname{sh} (2C_1) \right] + \frac{L}{2} \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\gamma = & \left(\bar{g}^2 H^2 \right) \left\{ \left(\frac{H}{4g} \right) \left[\operatorname{sh} \left(\frac{2gL}{H} - 2C_1 \right) + \operatorname{sh} (2C_1) \right] - \frac{L}{2} \right\} - \left(\frac{2 \bar{g}^2 H^3}{gL} \right) * \\
& * \left[\operatorname{ch} \left(\frac{gL}{H} - C_1 \right) - \operatorname{ch} (C_1) \right] * \left\{ \left(\frac{H}{g} \right) \left[\operatorname{ch} \left(\frac{gL}{H} - C_1 \right) - \operatorname{ch} (C_1) \right] \right\} + \\
& - (2g \bar{g} H)(EA + H) \left\{ \left(\frac{H}{gL} \right) \left[\operatorname{ch} \left(\frac{gL}{H} - C_1 \right) - \operatorname{ch} (C_1) \right] - \left(\frac{v_B - v_A}{L} \right) \right\} * \\
& * \left\{ \left(\frac{H}{g} \right) \left[\operatorname{ch} \left(\frac{gL}{H} - C_1 \right) - \operatorname{ch} (C_1) \right] \right\} + \left(\frac{\bar{g}^2 H^4}{g^2 L} \right) \left[\operatorname{ch} \left(\frac{gL}{H} - C_1 \right) + \right. \\
& \left. - \operatorname{ch} (C_1) \right]^2 + \left(\bar{g}^2 H^2 \right) \left\{ - \left(\frac{H}{4g} \right) \left[\operatorname{sh} \left(\frac{2gL}{H} - 2C_1 \right) + \operatorname{sh} (2C_1) \right] + \right. \\
& \left. + \left(\frac{H}{32g} \right) \left[\operatorname{sh} \left(\frac{4gL}{H} - 4C_1 \right) + \operatorname{sh} (4C_1) + \frac{3L}{8} \right] \right\} - \left(\frac{2 \bar{g}^2 H^3}{gL} \right) * \\
& * \left[\operatorname{ch} \left(\frac{gL}{H} - C_1 \right) - \operatorname{ch} (C_1) \right] * \left\{ \left(\frac{H}{12g} \right) \left[\operatorname{ch} \left(\frac{3gL}{H} - 3C_1 \right) + \right. \right. \\
& \left. \left. - \operatorname{ch} (3C_1) \right] - \left(\frac{3H}{4g} \right) \left[\operatorname{ch} \left(\frac{gL}{H} - C_1 \right) - \operatorname{ch} (C_1) \right] \right\} + \left(\frac{\bar{g}^2 H^4}{g^2 L^2} \right) * \\
& * \left[\operatorname{ch} \left(\frac{gL}{H} - C_1 \right) - \operatorname{ch} (C_1) \right]^2 \left\{ \left(\frac{H}{4g} \right) \operatorname{sh} \left(\frac{2gL}{H} - 2C_1 \right) + \right. \\
& \left. + \operatorname{sh} (2C_1) \right\} - \frac{L}{2} \left\} - (2g \bar{g} H L)(EA + H) \left\{ \left(\frac{H}{gL} \right) \left(\frac{v_B - v_A}{L} \right) \right\} * \\
& * \left[\operatorname{ch} \left(\frac{gL}{H} - C_1 \right) - \operatorname{ch} (C_1) \right] - \left(\frac{H^2}{g^2 L^2} \right) \left[\operatorname{ch} \left(\frac{gL}{H} - C_1 \right) + \right.
\end{aligned}$$

$$-ch(C_1)]^2 \}$$

$$\delta = -g^2 (EA + H) \left\{ \left(\frac{H}{4g} \right) \left[sh \left(\frac{2gL}{H} - 2C_1 \right) + sh(2C_1) \right] - \frac{L}{2} \right\} +$$

$$+ \left(\frac{2g^2 H^3}{gL} \right) (EA + H) \left[ch \left(\frac{gL}{H} - C_1 \right) - ch(C_1) \right] \left\{ \left(\frac{H}{g} \right) + \right.$$

$$\left. + \left[ch \left(\frac{gL}{H} - C_1 \right) - ch(C_1) \right] \right\} - \left(\frac{g^2 H^4}{g^2 L} \right) (EA + H) ch \left(\frac{gL}{H} - C_1 \right) \left. \right] +$$

$$-ch(C_1)]^2$$

Resolvendo a equação (2.2.30), obtém-se a componente horizontal final \bar{H} e com isso todos os demais parâmetros que definem a configuração final de equilíbrio do cabo.

3. EXPERIMENTAÇÃO NUMÉRICA

3.1. OBJETIVOS

Encerrada a etapa das deduções, é preciso agora fazer uma verificação das expressões obtidas mediante o cálculo de vários exemplos e da análise dos seus resultados. Isso foi feito variando-se um parâmetro por vez, com o objetivo de analisar claramente os seus efeitos sobre a estrutura. Tabelas fornecidas permitem concluir quais os parâmetros mais importantes.

Além disso é feita uma análise do erro cometido quando da obtenção das expressões, ao serem desprezadas grandezas cuja consideração dificultaria toda a dedução.

Em seguida mostram-se, através de gráficos, as configurações inicial e final de equilíbrio do cabo, levando-se em consideração os efeitos provocados ou pelos deslocamentos horizontais dos apoios, ou pela variação de temperatura.

Para possibilitarem estas análises utilizou-se de um programa feito em linguagem Pascal (ver anexo).

A primeira aproximação foi feita na equação (2.1.3), onde desprezou-se ε^2 em relação à $(1+2\varepsilon)$. Para verificar o erro cometido com esta aproximação, analisou-se a relação $(1+2\varepsilon)/\varepsilon^2$.

Desprezaram-se, em (2.1.22), u' em relação à unidade, e y'^2 em relação à unidade apenas no denominador.

Para visualizar melhor as consequências da aproximação utilizada de u' em relação à unidade, calculou-se a relação $1/u'$ para todos os pontos e vãos do cabo posteriormente definidos.

Quanto à aproximação de y'^2 em relação à unidade apenas no denominador, pode-se dizer que a parcela $EA+H\sqrt{1+y'^2}$ passa a assumir o valor de $EA+H$, e portanto analisou-se a relação $(EA+H)/(EA+H\sqrt{1+y'^2})$.

Na expressão (2.1.21) utilizaram-se duas aproximações: u' em relação à unidade e v' em relação à y' . Retirando-se u' e v' da

parcela $\sqrt{(1+u')^2 + (y'+v')^2}$, obtém-se $\sqrt{1+y'^2}$. Retomando as equações (2.1.1) e (2.1.2) e dividindo todos os membros delas por dx^2 , obtém-se:

$$ds = \sqrt{1+y'^2}$$

e

$$d\bar{s} = \sqrt{(1+u')^2 + (y'+v')^2}$$

e, portanto estas duas últimas aproximações feitas levam a $d\bar{s} \cong ds$. Para se verificar a validade destas aproximações, analisou-se a relação $ds / d\bar{s}$.

3.2 - CASOS ANALISADOS

Algumas das expressões deduzidas anteriormente, nas quais foram feitas aproximações, foram programadas em linguagem Pascal a fim de serem verificados as porcentagens dos erros cometidos com estas aproximações feitas.

Foram testadas as aproximações para cabos livremente suspensos, nivelados ou desnivelados, com vãos de 30,00m a 80,00m, e intervalo de variação de 10,00m. Para cada vão analisado o eixo da abscissa (x) foi dividida em 10 pontos equidistantes, e em cada um desses pontos foram verificadas todas as relações anteriormente citadas.

Para se calcular \bar{H} , necessita-se conhecer os seguintes parâmetros: g , \bar{g} , E , A , L , f , θ_A , h , α , u_A , u_B e Δt . Os parâmetros L , f e θ_A são fornecidos pelos esquemas estruturais adotados. Um modo de se obterem g , E e A é partindo de um pré-dimensionamento, utilizando-se da expressão do cabo nivelado com carregamento distribuído ao longo do seu vão, $\bar{H}_1 = \bar{g} L^2 / 8 f$. Entrando com esse valor de \bar{H}_1 , na tabela da página 50 do catálogo da CIMAF [5], tira-se o valor de g . A seção transversal do cabo (A) e o seu módulo de elasticidade (E) são obtidos, através de uma

expressão e de tabelas, também encontradas no citado catálogo nas páginas 36 e 37. Substituindo esses dados na expressão (2.2.30), chega-se a componente final \bar{H} que será sempre menor que \bar{H}_i calculado no pré-dimensionamento. Isto ocorre porque, no pré-dimensionamento, não é levado em consideração a deformação do cabo, e portanto pode-se modificar a sua seção, se assim for conveniente.

Para todos os cabos estudados adotaram-se como peso específico do aço um valor igual a 79kN/m^3 e módulo de elasticidade de 21.000kN/cm^2 [12]. Adotam-se seções transversais de tal modo que se obtenham valores de tensões normais ($\sigma = \bar{T}/A$) iguais a 30,00, 50,00 e $70,00\text{kN/cm}^2$. Como carga final adotou-se $\bar{g} = g + 1,50\text{kN/m}$. O valor do acréscimo de carga Δg foi obtido considerando uma vedação feita por placas de concreto de 2 cm de espessura ($\gamma_c = 25,00\text{kN/cm}^2$) e espaçamento entre os cabos de 3,00 m.

Nos cabos de coberturas pênseis usuais é frequente o uso da relação flecha/vão entre 1/10 e 1/20. Por isso, para cabos nivelados, foram testadas as relações flecha/vão de 1/10 e 1/20. Nos cabos desnivelados foram mantidas as mesmas relações flecha/vão, no meio do vão do cabo, de aproximadamente 1/10 e 1/20, com desníveis (h) iguais a: $L/2$, $L/3$ e $L/4$ positivos e negativos. Procurou-se manter estas relações comuns de flecha/vão para melhor verificação dos casos mais desfavoráveis.

Os desníveis h adotados podem ser considerados grandes em relação aos vãos adotados, mas foram utilizados para que se pudessem verificar mais claramente os resultados, já que, para um desnível pequeno, estes se aproximam dos do cabo nivelado.

As ilustrações seguintes, figuras (3.2.1), (3.2.2) e (3.2.3), mostram como foram definidos os parâmetros L , f , h e θ_A .

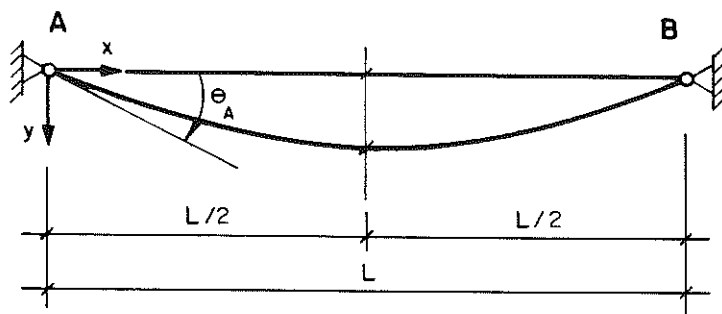


FIGURA 3.2.1

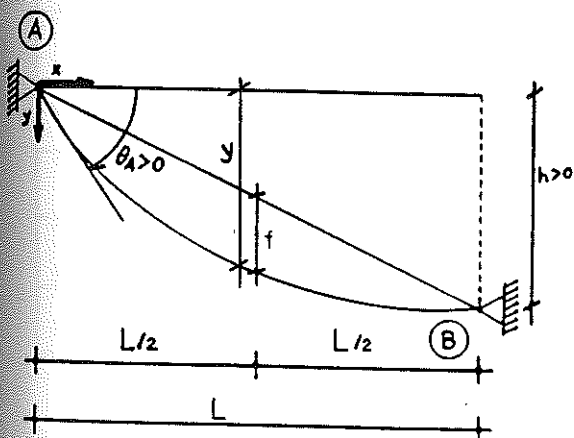


Figura 3.2.2

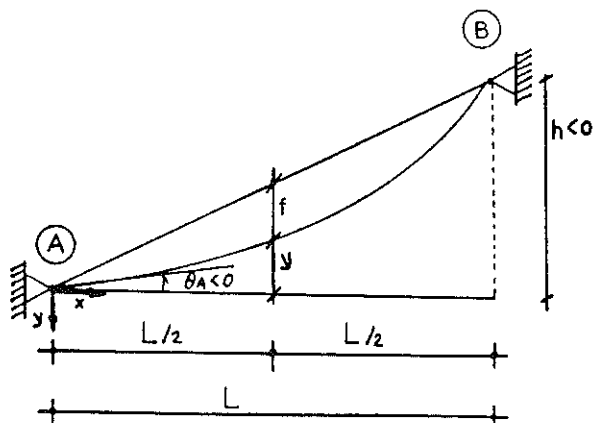


Figura 3.2.3

A seguir serão apresentadas as tabelas (3.2.1) a (3.2.6) que mostram os pontos nos quais estão os resultados mais desfavoráveis para as relações analisadas de $(1+2\varepsilon)/\varepsilon^2$, $1/u'$, $(EA+H)/(EA+H\sqrt{1+y'^2})$ e $ds \cong ds$, para cada vão estudado. As tabelas (3.2.1) e (3.2.3) referem-se aos cabos nivelados e as tabelas (3.2.4) a (3.2.6) aos cabos desnivelados.

| Cabo Nivelado | | $\sigma = 30,00 \text{ kN/cm}^2$ | | |
|----------------------------------|-----------------------|----------------------------------|------|-----|
| Relação | resultado | vão (m) | f/L | x |
| $(1+2\varepsilon)/\varepsilon^2$ | $4,24 \times 10^5$ | 30,00 | 1/10 | 0/L |
| $1/u'$ | $3,14 \times 10^2$ | 30,00 | 1/10 | 0/L |
| $\frac{EA+H}{EA+H\sqrt{1+y^2}}$ | $9,99 \times 10^{-1}$ | 80,00 | 1/10 | 0/L |
| $ds/d\bar{s}$ | $9,98 \times 10^{-1}$ | 30,00 | 1/10 | 0/L |

TABELA (3.2.1)

| Cabo Nivelado | | $\sigma = 50,00 \text{ kN/cm}^2$ | | |
|----------------------------------|-----------------------|----------------------------------|------|-----|
| Relação | resultado | vão (m) | f/L | x |
| $(1+2\varepsilon)/\varepsilon^2$ | $1,50 \times 10^5$ | 30,00 | 1/10 | 0/L |
| $1/u'$ | $1,98 \times 10^2$ | 30,00 | 1/10 | 0/L |
| $\frac{EA+H}{EA+H\sqrt{1+y^2}}$ | $9,99 \times 10^{-1}$ | 80,00 | 1/10 | 0/L |
| $ds/d\bar{s}$ | $9,97 \times 10^{-1}$ | 30,00 | 1/10 | 0/L |

TABELA (3.2.2)

| Cabo Nivelado | | $\sigma = 70,00 \text{ kN/cm}^2$ | | |
|----------------------------------|-----------------------|----------------------------------|------|-----|
| Relação | resultado | vão (m) | f/L | x |
| $(1+2\varepsilon)/\varepsilon^2$ | $7,60 \times 10^4$ | 30,00 | 1/10 | 0/L |
| $1/u'$ | $1,44 \times 10^2$ | 30,00 | 1/10 | 0/L |
| $\frac{EA+H}{EA+H\sqrt{1+y^2}}$ | $9,99 \times 10^{-1}$ | 80,00 | 1/10 | 0/L |
| $ds/d\bar{s}$ | $9,96 \times 10^{-1}$ | 30,00 | 1/10 | 0/L |

TABELA (3.2.3)

| Cabo Desnivelado | | $\sigma = 30,00 \text{ kN/cm}^2$ | | |
|----------------------------------|-----------------------|----------------------------------|------|---|
| Relação | resultado | vão (m) | f/L | x |
| $(1+2\varepsilon)/\varepsilon^2$ | $2,44 \times 10^5$ | 30,00 | -L/2 | L |
| $1/u'$ | $6,30 \times 10^1$ | 30,00 | -L/2 | L |
| $\frac{EA+H}{EA+H\sqrt{1+y^2}}$ | $9,99 \times 10^{-1}$ | 80,00 | -L/2 | L |
| $ds/d\bar{s}$ | $9,97 \times 10^{-1}$ | 30,00 | -L/2 | L |

TABELA (3.2.4)

| Cabo Desnivelado | | $\sigma = 50,00 \text{ kN/cm}^2$ | | |
|----------------------------------|-----------------------|----------------------------------|------|---|
| Relação | resultado | vão (m) | f/L | x |
| $(1+2\varepsilon)/\varepsilon^2$ | $8,49 \times 10^4$ | 30,00 | -L/2 | L |
| $1/u'$ | $3,85 \times 10^1$ | 30,00 | -L/2 | L |
| $\frac{EA+H}{EA+H\sqrt{1+y^2}}$ | $9,99 \times 10^{-1}$ | 80,00 | -L/2 | L |
| $ds/d\bar{s}$ | $9,96 \times 10^{-1}$ | 30,00 | -L/2 | L |

TABELA (3.2.5)

| Cabo Desnivelado | | $\sigma = 70,00 \text{ kN/cm}^2$ | | |
|----------------------------------|-----------------------|----------------------------------|------|---|
| Relação | resultado | vão (m) | f/L | x |
| $(1+2\varepsilon)/\varepsilon^2$ | $4,19 \times 10^4$ | 30,00 | -L/2 | L |
| $1/u'$ | $2,80 \times 10^1$ | 30,00 | -L/2 | L |
| $\frac{EA+H}{EA+H\sqrt{1+y^2}}$ | $9,99 \times 10^{-1}$ | 80,00 | -L/2 | L |
| $ds/d\bar{s}$ | $9,95 \times 10^{-1}$ | 30,00 | -L/2 | L |

TABELA (3.2.6)

3.3 - ANÁLISE DOS RESULTADOS

Agora serão mostrados quais os valores mais desfavoráveis de cada relação, dados pelas tabelas (3.2.1) à (3.2.16). Estes resultados serão analisados separadamente para o cabo nivelado e para o cabo desnivelado.

Analisando-se primeiramente a relação $(1+2\varepsilon)/\varepsilon^2$, conclui-se, de acordo com a tabela (3.2.1), para cabos nivelados, se obtém como maior valor $4,24 \times 10^5$ para um vão de 30,00m, $f/L=1/10$, $x=0/L$ e $\sigma=30,00\text{kN/cm}^2$ e como menor $7,60 \times 10^4$ para um vão de 30,00m, $f/L=1/10$, $x=0/L$ e $\sigma=70,00\text{kN/cm}^2$ (tabela 3.2.3). Analisando os resultados obtidos para cabos desnivelados percebe-se que, na tabela (3.2.4), tem-se o maior valor desta relação que é de $2,55 \times 10^4$, para $L=30,00\text{m}$, $h=-L/2$, $f/L=1/10$, $x=0$ e $\sigma=30,00\text{kN/cm}^2$ e o menor valor verificado é $4,19 \times 10^4$, (tabela 3.2.69), para $L=80,00\text{m}$, $h=-L/2$, $f/L=1/10$, $x=0$ e $\sigma=70,00\text{kN/cm}^2$.

Portanto como o menor valor encontrado é de $4,19 \times 10^4$, conclui-se que esta aproximação afetará muito pouco os resultados finais.

Conforme a tabela (3.2.3), para cabos com apoios no mesmo nível, verifica-se que a situação mais desfavorável encontrada, para a relação $1/u'$ é para $L=30,00\text{m}$, $f/L=1/10$ no ponto $x=0$ com $\sigma=70,00\text{kN/cm}^2$, no qual a unidade é 144 vezes maior que u' , mas a unidade chega a ser até 314 vezes u' para $L=30,00\text{m}$, $f/L=1/10$ no ponto $x=0$ com $\sigma=30,00\text{kN/cm}^2$ (tabela 3.2.1).

Na tabela (3.2.6), para cabos desnivelados, encontra-se $1/u'$ igual a 28 como menor valor, num vão de 30,00m, $h=-L/2$, $f/L=1/20$, $x=L$ e $\sigma=70,00\text{kN/cm}^2$. Já na tabela (3.2.4), está o maior valor da relação $1/u'$ que é de 63,07 em $L=30,00\text{m}$, $h=-L/2$, $f/L=1/20$, $x=L$ e $\sigma=30,00\text{kN/cm}^2$.

Como o maior valor de $1/u'$ foi de 314 e o menor 28, notam-se que os resultados obtidos da aproximação feita de u' em relação à unidade foram bastante satisfatórios tanto para cabos nivelados quanto para os desnivelados.

Os valores de $(EA+H)/(EA+H\sqrt{1+y'^2})$, dados pelas tabelas (3.2.1) a (3.2.16), não variam até a terceira casa decimal. Numa

análise mais precisa, percebe-se que existem pequenas variações desses valores, apenas a partir da quinta casa decimal.

No cabo nivelado a relação $(EA + H)/(EA + H\sqrt{1+y'^2})$ mais crítica encontrada é para um vão de 80,00m, com $f/L=1/10$ e no ponto $x=0/L$, sendo seu valor igual à 0,999969 e, para o cabo desnivelado é para um vão de 80,00m, $f/L=1/20$ e $x=L$, tendo seu valor igual à 0,999823.

No caso da relação analisada ds/\bar{ds} , notam-se que os valores obtidos também são pouco variáveis, por isso existem vários casos com os mesmos resultados.

No cabo nivelado a situação mais crítica encontrada para ds/\bar{ds} está na tabela (3.2.3), tendo como valor 0,996, com $L=30,00m$, $f/L=1/10$, $x=0/L$ e $\sigma=70,00kN/cm^2$, e a situação menos crítica é dada pela tabela (3.2.1), e vale 0,998 para $L=30,00m$, $f/L=1/10$, $x=0/L$ e $\sigma=30,00kN/cm^2$. Analisando-se os resultados das tabelas (3.2.4) a (3.2.6), para cabos desnivelados, tem-se como menor valor 0,995, dado na tabela (3.2.6), com $L=30,00m$, $h=-L/2$, $f/L=1/10$, $x=0$ e $\sigma=70,00kN/cm^2$; e como maior valor 0,997 dado na tabela (3.2.4) para $L=30,00m$, $h=-L/2$, $f/L=1/10$, $x=0$ e $\sigma=30,00kN/cm^2$.

Desta última análise feita pode-se dizer que os valores da relação ds/\bar{ds} variam muito pouco com a abscissa x do cabo, sendo o maior valor 0,998 e o menor 0,995.

Dentre todas as relações aqui analisadas, verifica-se que o maior erro encontrado é da ordem de 0,5%. Levando-se em consideração que os coeficientes de segurança usados em cálculos estruturais cobrem perfeitamente este erro, as aproximações feitas podem ser consideradas muito boas. Esse erro de 0,5% ($ds/\bar{ds}=0,995$) encontra-se na tabela (3.2.6) para cabo desnivelado.

3.4 - ANÁLISES GRÁFICAS DAS CONFIGURAÇÕES DE EQUILÍBRIO INICIAL E FINAL.

Agora serão mostrados gráficos, com suas respectivas tabelas, para verificação do andamento das curvas quando da aplica-

ção ou dos deslocamentos horizontais dos apoios ou da variação de temperatura. Estes gráficos, apresentados a seguir, referem-se às expressões de u , y e v e suas respectivas derivadas u' , y' e v' , bem como da função $(y+v)$.

Todos os gráficos tem o eixo da abscissa (x), do vão do cabo, dividido em 10 partes iguais para uma melhor análise dos resultados finais.

Escolheu-se para ser verificado o vão de 50,00 m, pois neste começa a ficar significativo o valor da força de tração final do cabo (maior que 100 kN) e seus respectivos deslocamentos maiores e mais fáceis de visualizar graficamente.

Utilizando-se do programa feito em linguagem Pascal, adotou-se como dados para o cabo nivelado, vão de 50,00m, flecha de 2,50m, $g=0,008\text{kN/m}$ e $\bar{g}=1,50\text{kN/m}$. Já para o cabo desnivelado têm-se um vão de 50,00m, desnível $h=-10,00\text{m}$, $g=0,008\text{kN/m}$, $\bar{g}=1,50\text{kN/m}$ e $\theta_A=21,60^\circ$. Tanto para o cabo nivelado quanto para o desnivelado foram adotados $\alpha=10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, $E=13.000\text{kN/cm}^2$ e $A=4,70 \text{ cm}^2$. Os dados referentes ao cabo foram baseados na ta-bela da CIMAF [5].

Agora serão mostrados os gráficos de (3.4.1) a (3.4.16). Os gráficos de (3.4.1) a (3.4.5) referem-se às funções y , $(y+v)$, u , u' , v , v' e y' . Os gráficos (3.4.6), (3.4.7) e (3.4.8) referem-se respectivamente às funções y e $(y+v)$ levando-se em consideração os deslocamentos $u_A=2,00\text{cm}$, $u_B=2\text{cm}$, e a variação de temperatura $\Delta t=40^\circ$, para cabos nivelados. Já os gráficos de (3.4.9) a (3.4.16) referem-se igualmente aos cabos desnivelados. Os dados referentes a esses gráficos estão nas tabelas de (3.4.1) a (3.4.8).

| X (m) | 0,00 | 5,00 | 10,00 | 15,00 | 20,00 | 25,00 |
|----------|------------------------|------------------------|------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| y (cm) | 0 | $9,01 \times 10^1$ | $1,60 \times 10^2$ | $2,10 \times 10^2$ | $2,40 \times 10^2$ | $2,50 \times 10^2$ |
| v (cm) | 0 | $5,01 \times 10^1$ | $8,90 \times 10^1$ | $1,16 \times 10^2$ | $1,33 \times 10^2$ | $1,39 \times 10^2$ |
| y+v (cm) | 0 | $1,40 \times 10^2$ | $2,49 \times 10^2$ | $3,26 \times 10^2$ | $3,73 \times 10^2$ | $3,89 \times 10^2$ |
| u (cm) | 0 | -6,67 | -8,87 | -7,75 | -4,42 | $1,93 \times 10^{-8}$ |
| u' | $-1,85 \times 10^{-2}$ | $-8,49 \times 10^{-3}$ | $-7,07 \times 10^{-4}$ | $4,81 \times 10^{-3}$ | $8,12 \times 10^{-3}$ | $9,21 \times 10^{-3}$ |
| y' | $2,00 \times 10^{-1}$ | $1,60 \times 10^{-1}$ | $1,19 \times 10^{-1}$ | $7,98 \times 10^{-2}$ | $3,98 \times 10^{-2}$ | 0 |
| v' | $1,11 \times 10^{-1}$ | $8,91 \times 10^{-2}$ | $6,67 \times 10^{-2}$ | $4,44 \times 10^{-2}$ | $2,21 \times 10^{-2}$ | 0 |

| X (m) | 30,00 | 35,00 | 40,00 | 45,00 | 50,00 |
|----------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| y (cm) | $2,40 \times 10^2$ | $2,10 \times 10^2$ | $1,60 \times 10^2$ | $9,01 \times 10^1$ | 0 |
| v (cm) | $1,33 \times 10^2$ | $1,16 \times 10^2$ | $8,90 \times 10^1$ | $5,01 \times 10^1$ | 0 |
| y+v (cm) | $3,73 \times 10^2$ | $3,26 \times 10^2$ | $2,49 \times 10^2$ | $1,40 \times 10^2$ | 0 |
| u (cm) | 4,42 | 7,75 | 8,87 | 6,67 | 0 |
| u' | $8,12 \times 10^{-3}$ | $4,81 \times 10^{-3}$ | $-7,07 \times 10^{-4}$ | $-8,49 \times 10^{-3}$ | $-1,85 \times 10^{-2}$ |
| y' | $-3,98 \times 10^{-2}$ | $-7,98 \times 10^{-2}$ | $-1,19 \times 10^{-2}$ | $-1,60 \times 10^{-1}$ | $-2,00 \times 10^{-1}$ |
| v' | $-2,21 \times 10^{-2}$ | $-4,44 \times 10^{-2}$ | $-6,67 \times 10^{-2}$ | $-8,91 \times 10^{-2}$ | $-1,11 \times 10^{-1}$ |

TABELA (3.4.1)

| X (m) | 0,00 | 5,00 | 10,00 | 15,00 | 20,00 | 25,00 |
|----------|------------------------|------------------------|------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| y (cm) | 0 | $9,01 \times 10^1$ | $1,60 \times 10^2$ | $2,10 \times 10^2$ | $2,40 \times 10^2$ | $2,50 \times 10^2$ |
| v (cm) | 0 | $5,15 \times 10^1$ | $9,15 \times 10^1$ | $1,20 \times 10^2$ | $1,37 \times 10^2$ | $1,42 \times 10^2$ |
| y+v (cm) | 0 | $1,41 \times 10^2$ | $2,51 \times 10^2$ | $3,30 \times 10^2$ | $3,77 \times 10^2$ | $3,92 \times 10^2$ |
| u (cm) | 2,00 | -5,09 | -7,59 | -6,61 | -3,37 | 1,00 |
| u' | $-1,96 \times 10^{-2}$ | $-9,17 \times 10^{-3}$ | $-1,13 \times 10^{-3}$ | $4,58 \times 10^{-3}$ | $7,99 \times 10^{-3}$ | $9,13 \times 10^{-3}$ |
| y' | $2,00 \times 10^{-1}$ | $1,60 \times 10^{-1}$ | $1,19 \times 10^{-1}$ | $7,98 \times 10^{-2}$ | $3,98 \times 10^{-2}$ | 0 |
| v' | $1,14 \times 10^{-1}$ | $9,15 \times 10^{-2}$ | $6,85 \times 10^{-2}$ | $4,56 \times 10^{-2}$ | $2,27 \times 10^{-2}$ | 0 |

| X (m) | 30,00 | 35,00 | 40,00 | 45,00 | 50,00 |
|----------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| y (cm) | $2,40 \times 10^2$ | $2,10 \times 10^2$ | $1,60 \times 10^2$ | $9,01 \times 10^1$ | 0 |
| v (cm) | $1,37 \times 10^2$ | $1,20 \times 10^2$ | $9,15 \times 10^1$ | $5,15 \times 10^1$ | 0 |
| y+v (cm) | $3,77 \times 10^2$ | $3,30 \times 10^2$ | $2,51 \times 10^2$ | $1,41 \times 10^2$ | 0 |
| u (cm) | 5,37 | 8,61 | 9,57 | 7,09 | $2,51 \times 10^{-8}$ |
| u' | $7,99 \times 10^{-3}$ | $4,58 \times 10^{-3}$ | $-1,13 \times 10^{-3}$ | $-9,17 \times 10^{-3}$ | $-1,96 \times 10^{-2}$ |
| y' | $-3,98 \times 10^{-2}$ | $-7,98 \times 10^{-2}$ | $-1,19 \times 10^{-2}$ | $-1,60 \times 10^{-1}$ | $-2,00 \times 10^{-1}$ |
| v' | $-2,27 \times 10^{-2}$ | $-4,56 \times 10^{-2}$ | $-6,85 \times 10^{-2}$ | $-9,15 \times 10^{-2}$ | $-1,14 \times 10^{-1}$ |

TABELA (3.4.2)

| | | | | | | |
|----------|------------------------|------------------------|------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| X (m) | 0,00 | 5,00 | 10,00 | 15,00 | 20,00 | 25,00 |
| y (cm) | 0 | $9,01 \times 10^1$ | $1,60 \times 10^2$ | $2,10 \times 10^2$ | $2,40 \times 10^2$ | $2,50 \times 10^2$ |
| v (cm) | 0 | $4,88 \times 10^1$ | $8,67 \times 10^1$ | $1,13 \times 10^2$ | $1,29 \times 10^2$ | $1,35 \times 10^2$ |
| y+v (cm) | 0 | $1,38 \times 10^2$ | $2,46 \times 10^2$ | $3,23 \times 10^2$ | $3,69 \times 10^2$ | $3,85 \times 10^2$ |
| u (cm) | 0 | -6,24 | -8,17 | -6,89 | -3,47 | 1,00 |
| u' | $-1,75 \times 10^{-2}$ | $-7,80 \times 10^{-3}$ | $-2,83 \times 10^{-4}$ | $5,05 \times 10^{-3}$ | $8,24 \times 10^{-3}$ | $9,30 \times 10^{-3}$ |
| y' | $2,00 \times 10^{-1}$ | $1,60 \times 10^{-1}$ | $1,19 \times 10^{-1}$ | $7,98 \times 10^{-2}$ | $3,98 \times 10^{-2}$ | 0 |
| v' | $1,08 \times 10^{-1}$ | $8,67 \times 10^{-2}$ | $6,49 \times 10^{-2}$ | $4,32 \times 10^{-2}$ | $2,15 \times 10^{-2}$ | 0 |

| | | | | | |
|----------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| X (m) | 30,00 | 35,00 | 40,00 | 45,00 | 50,00 |
| y (cm) | $2,40 \times 10^2$ | $2,10 \times 10^2$ | $1,60 \times 10^2$ | $9,01 \times 10^1$ | 0 |
| v (cm) | $1,29 \times 10^2$ | $1,13 \times 10^2$ | $8,67 \times 10^1$ | $4,88 \times 10^1$ | 0 |
| y+v (cm) | $3,69 \times 10^2$ | $3,23 \times 10^2$ | $2,46 \times 10^2$ | $1,38 \times 10^2$ | 0 |
| u (cm) | 5,47 | 8,89 | 10,17 | 8,24 | 2,00 |
| u' | $8,24 \times 10^{-3}$ | $5,05 \times 10^{-3}$ | $-2,83 \times 10^{-4}$ | $-7,80 \times 10^{-3}$ | $1,75 \times 10^{-2}$ |
| y' | $-3,98 \times 10^{-2}$ | $-7,98 \times 10^{-2}$ | $-1,19 \times 10^{-2}$ | $-1,60 \times 10^{-1}$ | $-2,00 \times 10^{-1}$ |
| v' | $-2,15 \times 10^{-2}$ | $-4,32 \times 10^{-2}$ | $-6,49 \times 10^{-2}$ | $-8,67 \times 10^{-2}$ | $-1,08 \times 10^{-1}$ |

TABELA (3.4.3)

| | | | | | | |
|----------|------------------------|------------------------|------------------------|-----------------------|-----------------------|------------------------|
| X (m) | 0,00 | 5,00 | 10,00 | 15,00 | 20,00 | 25,00 |
| y (cm) | 0 | $9,01 \times 10^1$ | $1,60 \times 10^2$ | $2,10 \times 10^2$ | $2,40 \times 10^2$ | $2,50 \times 10^2$ |
| v (cm) | 0 | $5,15 \times 10^1$ | $9,15 \times 10^1$ | $1,20 \times 10^2$ | $1,37 \times 10^2$ | $1,42 \times 10^2$ |
| y+v (cm) | 0 | $1,41 \times 10^2$ | $2,51 \times 10^2$ | $3,30 \times 10^2$ | $3,77 \times 10^2$ | $3,92 \times 10^2$ |
| U (cm) | 0 | -6,89 | -9,17 | -8,01 | -4,57 | $-1,16 \times 10^{-9}$ |
| u' | $-1,92 \times 10^{-2}$ | $-8,77 \times 10^{-3}$ | $-7,31 \times 10^{-4}$ | $4,98 \times 10^{-3}$ | $8,39 \times 10^{-3}$ | $9,53 \times 10^{-3}$ |
| y' | $2,00 \times 10^{-1}$ | $1,60 \times 10^{-1}$ | $1,19 \times 10^{-1}$ | $7,98 \times 10^{-2}$ | $3,98 \times 10^{-2}$ | 0 |
| v' | $1,14 \times 10^{-1}$ | $9,15 \times 10^{-2}$ | $6,85 \times 10^{-2}$ | $4,56 \times 10^{-2}$ | $2,27 \times 10^{-2}$ | 0 |

| | | | | | |
|----------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| X (m) | 30,00 | 35,00 | 40,00 | 45,00 | 50,00 |
| y (cm) | $2,40 \times 10^2$ | $2,10 \times 10^2$ | $1,60 \times 10^2$ | $9,01 \times 10^1$ | 0 |
| v (cm) | $1,37 \times 10^2$ | $1,20 \times 10^2$ | $9,15 \times 10^1$ | $5,15 \times 10^1$ | 0 |
| y+v (cm) | $3,77 \times 10^2$ | $3,30 \times 10^2$ | $2,51 \times 10^2$ | $1,41 \times 10^2$ | 0 |
| U (cm) | 4,57 | 8,01 | 9,17 | 6,89 | 0 |
| u' | $8,39 \times 10^{-3}$ | $4,98 \times 10^{-3}$ | $-7,31 \times 10^{-4}$ | $-8,77 \times 10^{-3}$ | $-1,92 \times 10^{-2}$ |
| y' | $-3,98 \times 10^{-2}$ | $-7,98 \times 10^{-2}$ | $-1,19 \times 10^{-2}$ | $-1,60 \times 10^{-1}$ | $-2,00 \times 10^{-1}$ |
| v' | $-2,27 \times 10^{-2}$ | $-4,56 \times 10^{-2}$ | $-6,85 \times 10^{-2}$ | $-9,15 \times 10^{-2}$ | $-1,14 \times 10^{-1}$ |

TABELA (3.4.4)

| X (m) | 0,00 | 5,00 | 10,00 | 15,00 | 20,00 | 25,00 |
|----------|-------------------------|------------------------|-----------------------|-----------------------|------------------------|------------------------|
| y (cm) | 0 | $1,67 \times 10^2$ | $2,75 \times 10^2$ | $3,24 \times 10^2$ | $3,16 \times 10^2$ | $2,15 \times 10^2$ |
| v (cm) | 0 | $1,32 \times 10^1$ | $2,35 \times 10^1$ | $3,08 \times 10^1$ | $3,54 \times 10^1$ | $3,71 \times 10^1$ |
| y+v (cm) | 0 | $1,80 \times 10^2$ | $2,98 \times 10^2$ | $3,55 \times 10^2$ | $3,51 \times 10^2$ | $2,52 \times 10^2$ |
| u (cm) | $-1,41 \times 10^{-11}$ | -1,81 | -1,60 | $2,53 \times 10^{-3}$ | 2,40 | 5,04 |
| u' | $-6,11 \times 10^{-3}$ | $-1,38 \times 10^{-3}$ | $2,02 \times 10^{-3}$ | $4,20 \times 10^{-3}$ | $5,23 \times 10^{-3}$ | $5,11 \times 10^{-3}$ |
| y' | $3,95 \times 10^{-1}$ | $2,74 \times 10^{-1}$ | $1,57 \times 10^{-1}$ | $4,15 \times 10^{-2}$ | $-7,34 \times 10^{-2}$ | $-1,89 \times 10^{-1}$ |
| v' | $2,94 \times 10^{-2}$ | $2,37 \times 10^{-2}$ | $1,76 \times 10^{-2}$ | $1,19 \times 10^{-2}$ | $6,25 \times 10^{-3}$ | $5,23 \times 10^{-4}$ |

| X (m) | 30,00 | 35,00 | 40,00 | 45,00 | 50,00 |
|----------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|-------------------------|
| y (cm) | $1,27 \times 10^2$ | $-5,73 \times 10^1$ | $-3,04 \times 10^2$ | $-6,17 \times 10^2$ | $-1,00 \times 10^3$ |
| v (cm) | $3,59 \times 10^1$ | $3,17 \times 10^1$ | $2,45 \times 10^1$ | $1,39 \times 10^1$ | $-5,82 \times 10^{-11}$ |
| y+v (cm) | $1,63 \times 10^2$ | $2,56 \times 10^1$ | $2,79 \times 10^2$ | $6,03 \times 10^2$ | $1,00 \times 10^3$ |
| u (cm) | 7,32 | 8,63 | 8,28 | 5,50 | $-5,95 \times 10^{-1}$ |
| u' | $3,80 \times 10^{-3}$ | $1,19 \times 10^{-3}$ | $-2,84 \times 10^{-3}$ | $-8,55 \times 10^{-3}$ | $-1,62 \times 10^{-2}$ |
| y' | $-3,07 \times 10^{-1}$ | $-4,30 \times 10^{-1}$ | $-5,58 \times 10^{-1}$ | $-6,94 \times 10^{-1}$ | $-8,38 \times 10^{-1}$ |
| v' | $-5,33 \times 10^{-3}$ | $-1,13 \times 10^{-2}$ | $-1,77 \times 10^{-2}$ | $-2,44 \times 10^{-2}$ | $-3,15 \times 10^{-2}$ |

TABELA (3.4.5)

| X (m) | 0,00 | 5,00 | 10,00 | 15,00 | 20,00 | 25,00 |
|----------|------------------------|------------------------|------------------------|-----------------------|------------------------|------------------------|
| y (cm) | 0 | $1,67 \times 10^2$ | $2,75 \times 10^2$ | $3,24 \times 10^2$ | $3,16 \times 10^2$ | $2,15 \times 10^2$ |
| v (cm) | 0 | $1,4 \times 10^1$ | $2,49 \times 10^1$ | $3,27 \times 10^1$ | $3,76 \times 10^1$ | $3,94 \times 10^1$ |
| y+v (cm) | 0 | $1,81 \times 10^2$ | $2,99 \times 10^2$ | $3,56 \times 10^2$ | $3,53 \times 10^2$ | $2,90 \times 10^2$ |
| u (cm) | 2,00 | $-1,16 \times 10^{-1}$ | $-6,13 \times 10^{-2}$ | 1,48 | 3,88 | 6,52 |
| u' | $-6,89 \times 10^{-3}$ | $-1,82 \times 10^{-3}$ | $1,81 \times 10^{-3}$ | $4,15 \times 10^{-3}$ | $5,24 \times 10^{-3}$ | $5,10 \times 10^{-3}$ |
| y' | $3,95 \times 10^{-1}$ | $2,74 \times 10^{-1}$ | $1,57 \times 10^{-1}$ | $4,15 \times 10^{-2}$ | $-7,34 \times 10^{-2}$ | $-1,89 \times 10^{-1}$ |
| v' | $3,12 \times 10^{-2}$ | $2,49 \times 10^{-2}$ | $1,87 \times 10^{-2}$ | $1,26 \times 10^{-2}$ | $6,66 \times 10^{-3}$ | $5,55 \times 10^{-4}$ |

| X (m) | 30,00 | 35,00 | 40,00 | 45,00 | 50,00 |
|----------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| y (cm) | $1,27 \times 10^2$ | $-5,73 \times 10^1$ | $-3,04 \times 10^2$ | $-6,17 \times 10^2$ | $-1,00 \times 10^3$ |
| v (cm) | $3,81 \times 10^1$ | $3,37 \times 10^1$ | $2,60 \times 10^1$ | $1,48 \times 10^1$ | $5,82 \times 10^{-11}$ |
| y+v (cm) | $1,65 \times 10^2$ | $-2,36 \times 10^2$ | $-2,78 \times 10^2$ | $-6,02 \times 10^2$ | $-1,00 \times 10^3$ |
| u (cm) | 8,77 | 9,97 | 9,39 | 6,18 | $-6,05 \times 10^{-1}$ |
| u' | $3,68 \times 10^{-3}$ | $8,75 \times 10^{-4}$ | $-3,49 \times 10^{-3}$ | $-9,64 \times 10^{-3}$ | $-1,79 \times 10^{-2}$ |
| y' | $-3,07 \times 10^{-1}$ | $-4,30 \times 10^{-1}$ | $-5,58 \times 10^{-1}$ | $-6,94 \times 10^{-1}$ | $-8,38 \times 10^{-1}$ |
| v' | $-5,65 \times 10^{-3}$ | $-1,20 \times 10^{-2}$ | $-1,88 \times 10^{-2}$ | $-2,59 \times 10^{-2}$ | $-3,35 \times 10^{-2}$ |

TABELA (3.4.6)

| | | | | | | |
|----------|-------------------------|------------------------|-----------------------|-----------------------|------------------------|------------------------|
| X (m) | 0,00 | 5,00 | 10,00 | 15,00 | 20,00 | 25,00 |
| y (cm) | 0 | $1,67 \times 10^2$ | $2,75 \times 10^2$ | $3,24 \times 10^2$ | $3,16 \times 10^2$ | $2,15 \times 10^2$ |
| v (cm) | 0 | $1,24 \times 10^1$ | $2,20 \times 10^1$ | $2,90 \times 10^1$ | $3,3 \times 10^1$ | $3,48 \times 10^1$ |
| y+v (cm) | 0 | $1,79 \times 10^2$ | $2,97 \times 10^2$ | $3,53 \times 10^2$ | $3,49 \times 10^2$ | $2,85 \times 10^2$ |
| u (cm) | $-1,41 \times 10^{-11}$ | -1,51 | -1,14 | $5,20 \times 10^{-1}$ | 2,93 | 5,14 |
| u' | $-5,33 \times 10^{-3}$ | $-9,40 \times 10^{-4}$ | $2,22 \times 10^{-3}$ | $4,25 \times 10^{-3}$ | $5,22 \times 10^{-3}$ | $5,12 \times 10^{-3}$ |
| y' | $3,95 \times 10^{-1}$ | $2,74 \times 10^{-1}$ | $1,57 \times 10^{-1}$ | $4,15 \times 10^{-2}$ | $-7,34 \times 10^{-2}$ | $-1,89 \times 10^{-1}$ |
| v' | $2,76 \times 10^{-2}$ | $2,20 \times 10^{-2}$ | $1,65 \times 10^{-2}$ | $1,12 \times 10^{-2}$ | $5,87 \times 10^{-3}$ | $4,91 \times 10^{-4}$ |

| | | | | | |
|----------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| X (m) | 30,00 | 35,00 | 40,00 | 45,00 | 50,00 |
| y (cm) | $1,27 \times 10^2$ | $-5,73 \times 10^1$ | $-3,04 \times 10^2$ | $-6,17 \times 10^2$ | $-1,00 \times 10^3$ |
| v (cm) | $3,37 \times 10^1$ | $2,98 \times 10^1$ | $2,30 \times 10^1$ | $1,31 \times 10^1$ | 0 |
| y+v (cm) | $1,60 \times 10^2$ | $-2,75 \times 10^2$ | $-2,81 \times 10^2$ | $-6,03 \times 10^2$ | $-1,00 \times 10^3$ |
| u (cm) | 7,87 | 9,28 | 9,17 | 6,82 | 2,00 |
| u' | $3,91 \times 10^{-3}$ | $1,52 \times 10^{-3}$ | $-2,20 \times 10^{-3}$ | $-7,46 \times 10^{-3}$ | $-1,45 \times 10^{-3}$ |
| y' | $-3,07 \times 10^{-1}$ | $-4,30 \times 10^{-1}$ | $-5,58 \times 10^{-1}$ | $-6,94 \times 10^{-1}$ | $-8,38 \times 10^{-1}$ |
| v' | $-5,00 \times 10^{-3}$ | $-1,06 \times 10^{-2}$ | $-1,66 \times 10^{-2}$ | $-2,29 \times 10^{-2}$ | $-2,96 \times 10^{-2}$ |

TABELA (3.4.7)

| X (m) | 0,00 | 5,00 | 10,00 | 15,00 | 20,00 | 25,00 |
|----------|------------------------|------------------------|-----------------------|-----------------------|------------------------|------------------------|
| y (cm) | 0 | $1,67 \times 10^2$ | $2,75 \times 10^2$ | $3,24 \times 10^2$ | $3,16 \times 10^2$ | $2,15 \times 10^2$ |
| v (cm) | 0 | $1,41 \times 10^1$ | $2,51 \times 10^1$ | $3,30 \times 10^1$ | $3,79 \times 10^1$ | $3,97 \times 10^1$ |
| y+v (cm) | 0 | $1,81 \times 10^2$ | $3,00 \times 10^2$ | $3,57 \times 10^2$ | $3,53 \times 10^2$ | $2,90 \times 10^2$ |
| u (cm) | $-1,40 \times 10^{-1}$ | -1,94 | -1,70 | $3,41 \times 10^{-2}$ | 2,63 | 5,47 |
| u' | $-6,55 \times 10^{-3}$ | $-1,46 \times 10^{-3}$ | $2,19 \times 10^{-3}$ | $4,54 \times 10^{-3}$ | $5,64 \times 10^{-3}$ | $5,51 \times 10^{-3}$ |
| y' | $3,95 \times 10^{-1}$ | $2,74 \times 10^{-1}$ | $1,57 \times 10^{-1}$ | $4,15 \times 10^{-2}$ | $-7,34 \times 10^{-2}$ | $-1,89 \times 10^{-1}$ |
| v' | $3,15 \times 10^{-2}$ | $2,51 \times 10^{-2}$ | $1,89 \times 10^{-2}$ | $1,27 \times 10^{-2}$ | $6,70 \times 10^{-3}$ | $5,60 \times 10^{-4}$ |

| X (m) | 30,00 | 35,00 | 40,00 | 45,00 | 50,00 |
|----------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| y (cm) | $1,27 \times 10^2$ | $-5,73 \times 10^1$ | $-3,04 \times 10^2$ | $-6,17 \times 10^2$ | $-1,00 \times 10^3$ |
| v (cm) | $3,85 \times 10^1$ | $3,40 \times 10^1$ | $2,62 \times 10^1$ | $1,49 \times 10^1$ | 0 |
| y+v (cm) | $1,65 \times 10^2$ | $-2,33 \times 10^2$ | $-2,77 \times 10^2$ | $-6,02 \times 10^2$ | $-1,00 \times 10^3$ |
| u (cm) | 7,93 | 9,35 | 8,97 | 5,98 | $-6,07 \times 10^{-1}$ |
| u' | 4,10 | 1,29 | -3,07 | -9,23 | $-1,74 \times 10^{-2}$ |
| y' | $-3,07 \times 10^{-1}$ | $-4,30 \times 10^{-1}$ | $-5,58 \times 10^{-1}$ | $-6,94 \times 10^{-1}$ | $-8,38 \times 10^{-1}$ |
| v' | $-5,71 \times 10^{-3}$ | $-1,22 \times 10^{-2}$ | $-1,89 \times 10^{-2}$ | $-2,61 \times 10^{-2}$ | $-3,38 \times 10^{-2}$ |

TABELA (3.4.8)

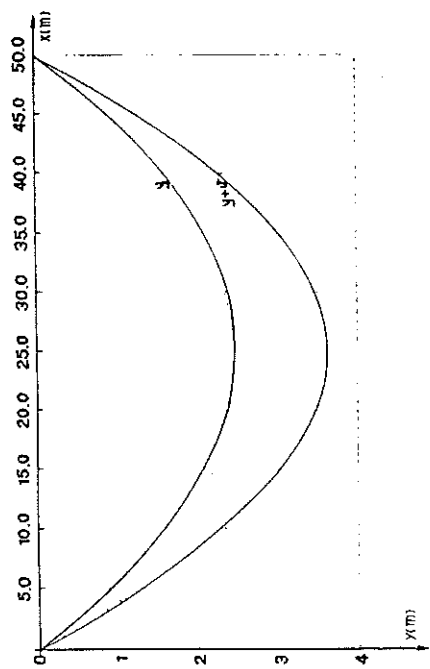


GRÁFICO (3.4.1)

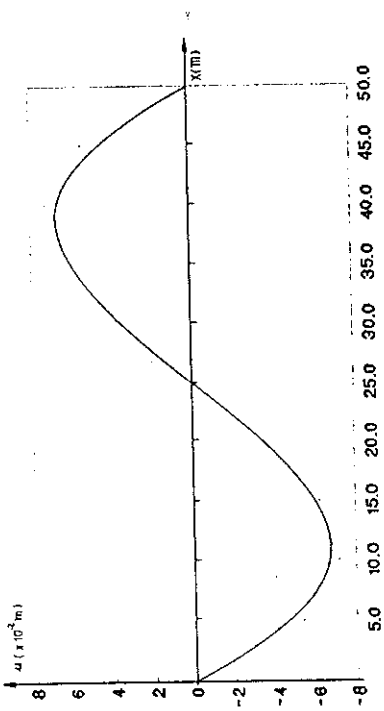


GRÁFICO (3.4.2)

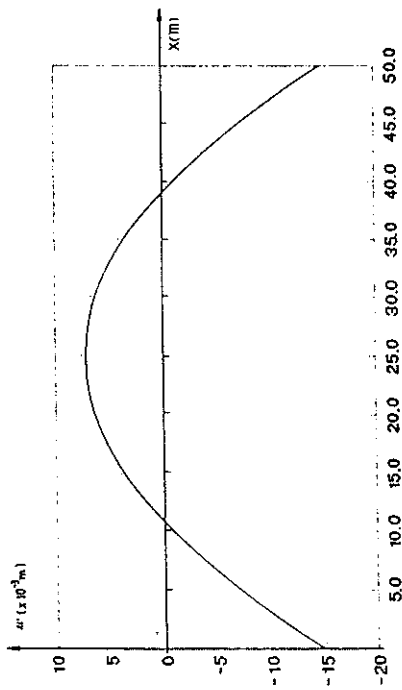


GRÁFICO (3.4.3)

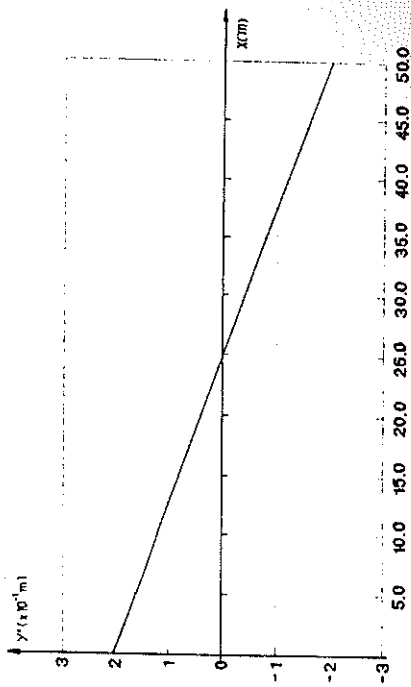


GRÁFICO (3.4.4)

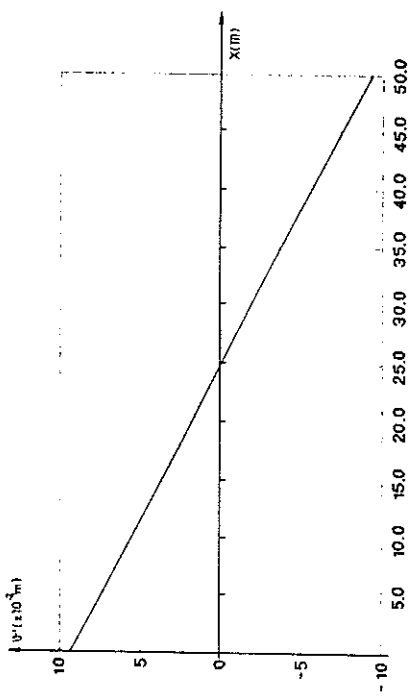


GRÁFICO (3.4.5)

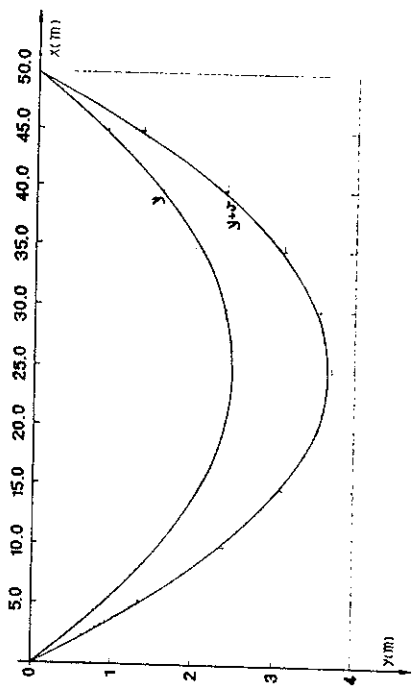


GRÁFICO (3.4.6)

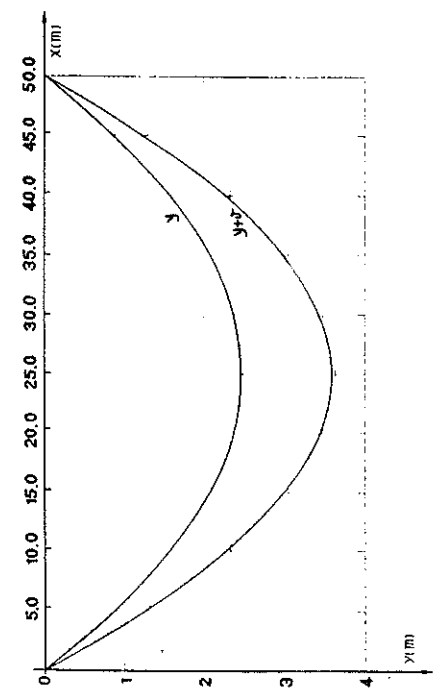


GRÁFICO (3.4.7)

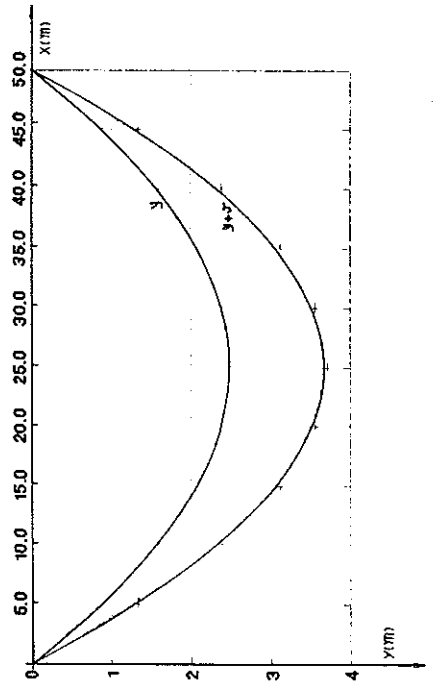


GRÁFICO (3.4.8)

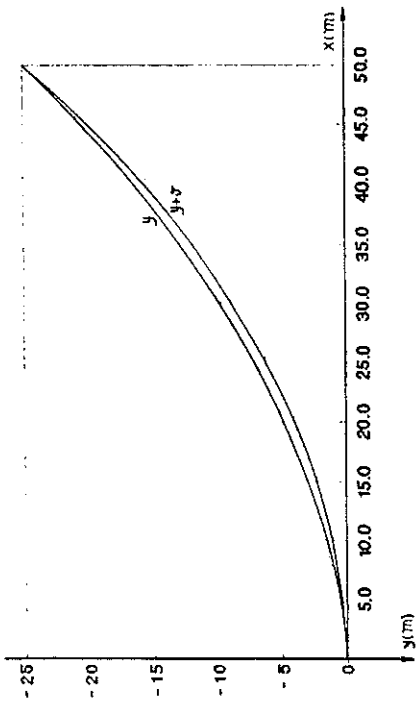


GRÁFICO (3.4.9)

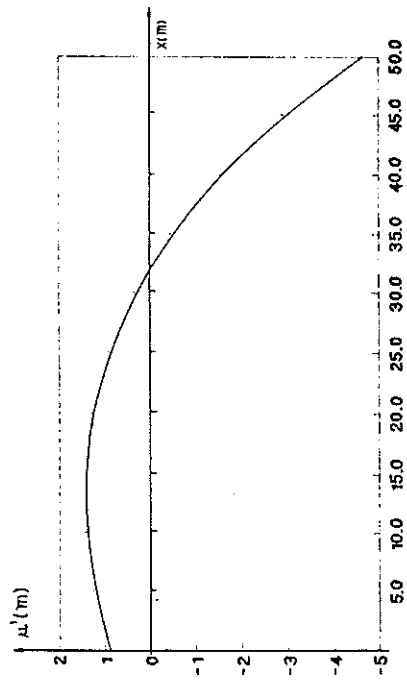


GRÁFICO (3.4.11)

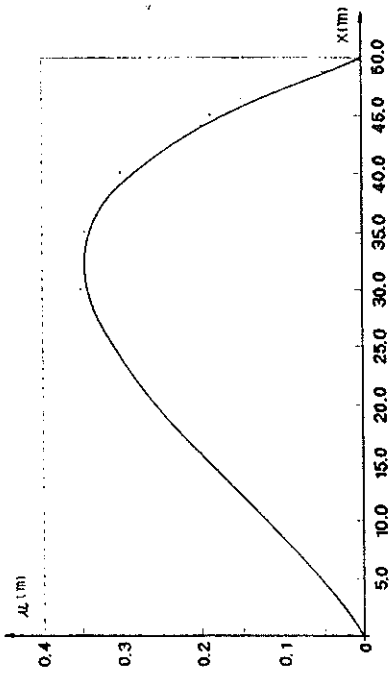


GRÁFICO (3.4.10)

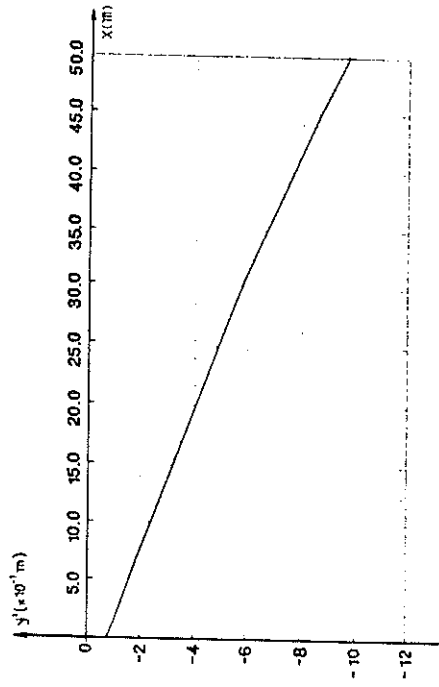


GRÁFICO (3.4.12)

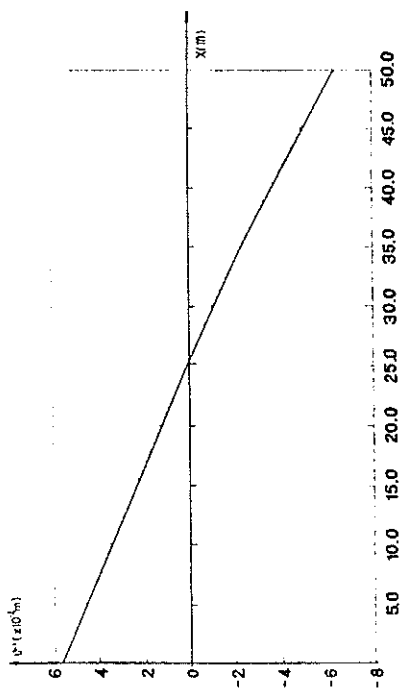


GRÁFICO (3.4.13)

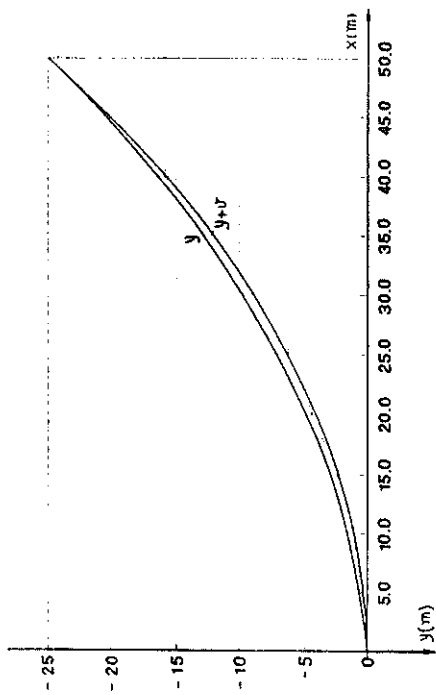


GRÁFICO (3.4.14)

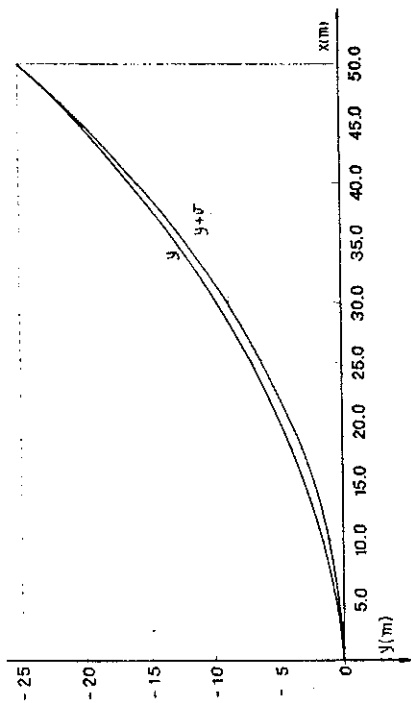


GRÁFICO (3.4.15)

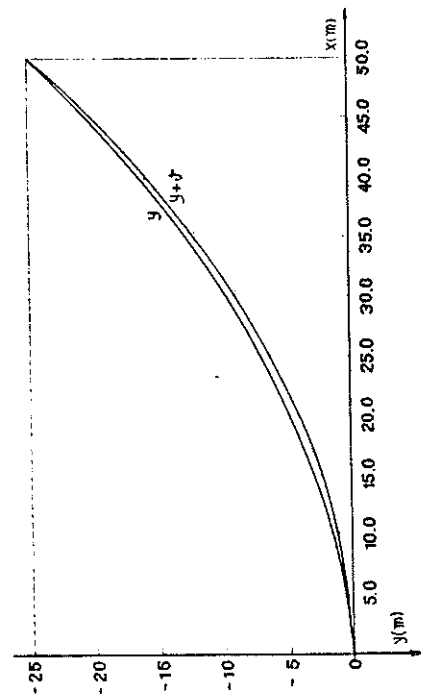


GRÁFICO (3.4.16)

3.4.1 - CABOS NIVELADOS

Em todos os casos estudados anteriormente adotou-se como dados os deslocamentos horizontais u_A e u_B , o coeficiente de dilatação do aço α e a variação de temperatura Δt valores iguais a zero. As figuras (3.4.1.1) e (3.4.1.2) mostram claramente u_A , u_B e f .

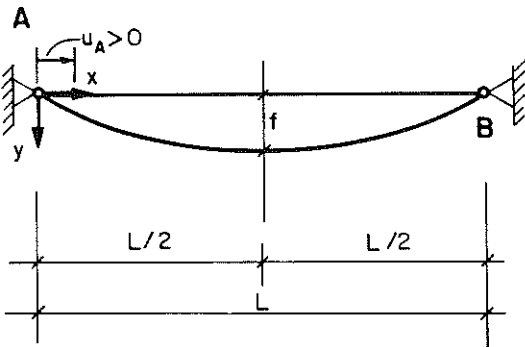


Figura 3.4.1.1

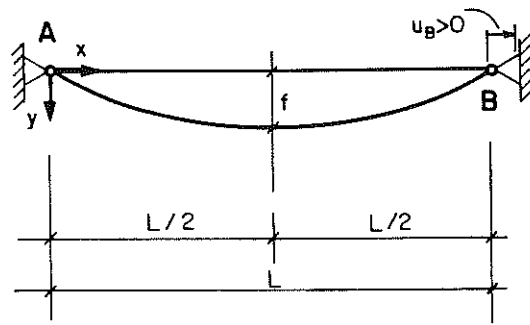


Figura 3.4.1.2

Foi feito uma análise deslocando-se apenas o apoio A em 2cm (ver figura 3.4.1.1), ou seja fazendo-se $u_A = 2\text{cm}$, e feita uma análise em relação a $(y+v)$ com $u_A = 0$. Obviamente a curva desceu em relação à y , ou seja o deslocamento vertical v para $u_A = 2\text{cm}$ foi maior que o de v para $u_A = 0$. Calculou-se então um Δv como a variação do deslocamento vertical v com $u_A = 2\text{cm}$ em relação ao deslocamento vertical v com $u_A = 0$ sendo :

$$\Delta v = v_{(u_A=2\text{cm})} - v_{(u_A=0)}$$

no ponto $x=L/2$.

Neste caso Δv ficou igual à 3,967131cm, (gráfico 3.4.6). Com a diminuição do vão em 2cm, obteve-se um $\Delta v > 0$, ou seja um aumento no deslocamento vertical de 2.6847%.

Dando-se, para u_B o valor de 2cm e conseqüentemente deslocando-se horizontalmente o apoio B em 2cm para a direita (ver figura 3.4.1.2), obteve-se $\Delta v = -3.98112313\text{cm}$. Como foi encontrado um $\Delta v < 0$, teve-se uma diminuição de $v_{(u_B=2\text{cm})}$ em relação

à $v_{(u_B=0)}$ no ponto $x=L/2$ (gráfico 3.4.7), o que significa uma diminuição no deslocamento vertical de 2,6931%.

Quando adotou-se um $\alpha=10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ para uma variação de temperatura $\Delta t=40^\circ$, observando o gráfico (3.4.8), obteve-se um aumento de $v_{(\Delta t=40^\circ)}$ em relação à $v_{(\Delta t=0^\circ)}$ e um $\Delta v=4,01999944$.

resultado este esperado dado que, aquecendo-se o aço, tem-se um aumento no seu deslocamento vertical de 2,7205%.

3.4.2 CABOS DESNIVELADOS

A análise dos resultados finais para os cabos desnivelados muda muito pouco, em relação ao nivelado, com os mesmos valores dados a u_A , u_B e Δt .

Segue-se com a verificação dos resultados para $u_A=2\text{cm}$, $u_B=2\text{cm}$ e $\Delta t=40^\circ$. As figuras (3.4.2.1) e (3.4.2.2) mostram onde estão localizados u_A , u_B e f para cabos desnivelados.

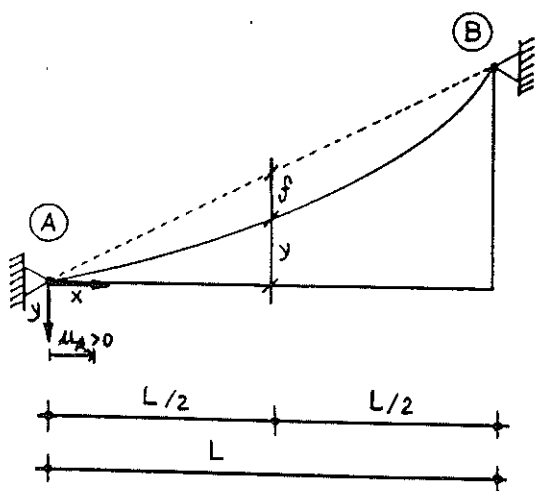


Figura 3.4.2.1

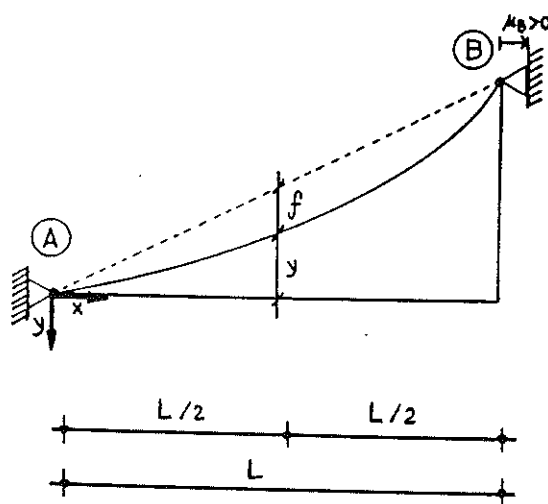


Figura 3.4.2.2

No primeiro caso, aplicando o deslocamento horizontal $u_A=2\text{cm}$, chega-se a uma variação do deslocamento vertical deste em relação ao deslocamento vertical para $u_A=0$, ou seja, um $\Delta v=2,685463003\text{cm}$ (gráfico 3.4.14). Como deu-se uma diminuição do vão do cabo quando da aplicação de um deslocamento do apoio A em 2cm, era esperado um resultado de

Δv positivo, ou seja o aumento do deslocamento vertical foi de 6,1125%.

Fazendo o mesmo para $u_B = 2\text{cm}$, obtém-se um $\Delta v = 2,693559519$, também como era esperado para um aumento do vão de 2cm, um Δv negativo, ou uma diminuição do deslocamento vertical de 6,1278% (ver gráfico 3.4.15).

Quando aplicada uma variação de temperatura (Δt) de 40° chega-se a um $\Delta v = 3,5330320805\text{cm}$ (gráfico 3.4.16). Neste caso, a influência da temperatura no deslocamento vertical final foi de 7,1002%.

Como se pode observar, nos gráficos traçados com as equações deduzidas, mesmo com as aproximações feitas, refletiram bem o que já era esperado, demonstrando com isto que pode-se utilizar as expressões com toda segurança tanto para cabos nivelados quanto para desnivelados.

4 - APLICAÇÃO NUMÉRICA

4.1 - DESCRIÇÃO DA ESTRUTURA

Encerrada as etapas de dedução e verificação da validade das expressões anteriormente descritas, agora será mostrada uma aplicação numérica de um esquema estrutural formado por cabos livremente suspensos, conforme a figura (4.1.1). O vão do cabo nivelado é de 50,00m e os vãos dos dois cabos desnivelados são de 8,00m cada um. Estes cabos desnivelados funcionam como estruturas externas de apoio. Os pilares, articulados nas bases, são apoios dos cabos. Somente o cabo nivelado recebe um carregamento uniformemente distribuído ao longo de todo o seu comprimento.

A flecha do cabo nivelado é de aproximadamente 4,00m e a altura dos pilares de 10,00m.

A figura (4.1.1) mostra um esquema da aplicação citada.

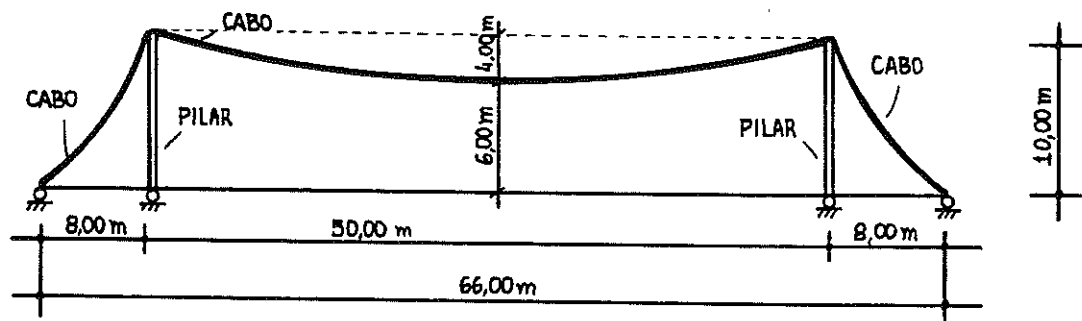


Figura 4.1.1

4.2 - SEQUÊNCIA DE CÁLCULO

Novamente foi utilizado o programa em Pascal. Adotou-se uma seção transversal do cabo igual a $4,70 \text{ cm}^2$, cujo peso próprio

(g) vale aproximadamente 0.04 kN/m e módulo de elasticidade 13.000kN/cm², dados estes baseados no catálogo da CIMAF (C-8), no qual sugere que se utilize cordoalhas de 37 fios galvanizados [15]. Esta seção transversal foi adotada tanto para cabo nivelado quanto para desnivelados.

O acréscimo de carga Δg , somente para o cabo nivelado, foi adotado, considerando-se como elemento de vedação, placas de concreto de dimensões (1,00x3,00)m² com 3cm de espessura e espaçamento entre os cabos de 3.00m. Considerouse também uma sobrecarga formada por uma lâmina de água de 2cm de espessura. O peso específico adotado do concreto foi de 25,00kN/cm³. Tudo isso resulta num Δg igual a 2,85 kN/m e portanto $\bar{g} = 2,89\text{kN/m}$.

Definidos os carregamentos inicial e final, a seção transversal do cabo e seu módulo de elasticidade, pode-se agora descrever a sequência de cálculo propriamente dita.

Como se sabe, o objetivo é se conseguir uma configuração final de equilíbrio, de tal modo que os valores finais calculados sejam condizentes com o esquema adotado. Para isso o cálculo foi dividido em duas etapas. Na primeira etapa, considerando apenas o peso próprio dos cabos, deu-se uma inclinação nos pilares de tal maneira que, após se carregar o cabo nivelado na segunda etapa com o Δg , os pilares voltem à posição vertical.

Considerando-se na etapa I o peso próprio dos cabos e a inclinação dos pilares, chega-se por tentativas à uma posição de equilíbrio final tal que $\bar{H}_{C1} = \bar{H}_{T1}$. Feito isso foram calculados os demais parâmetros referentes aos deslocamentos dos cabos.

A posição final de equilíbrio da etapa I passa a ser agora a posição inicial da etapa II. Carrega-se então o cabo nivelado com o Δg , e consideram-se os deslocamentos (u_A e u_B) no topo dos pilares de tal forma que esses voltem para a posição vertical que se deseja, tendo-se então a posição final de equilíbrio desta etapa com $\bar{H}_{C2} = \bar{H}_{T2}$. Calculam-se finalmente os demais parâmetros que definem a configuração final de equilíbrio.

As figuras (4.2.1), (4.2.2) e (4.2.3), e a tabela (4.2.1) mostram claramente as etapas I e II.

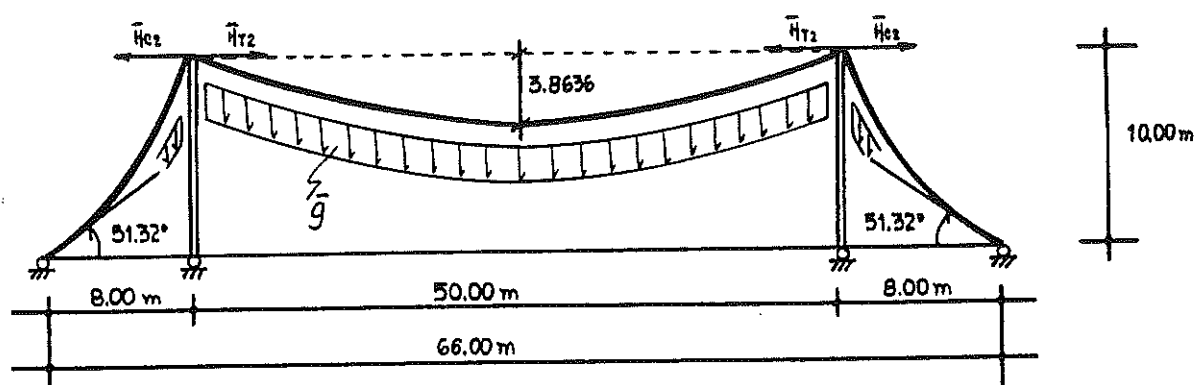


Figura (4.2.3) - Configuração final de equilíbrio do cabo sob ação do carregamento final, aplicado apenas no cabo nivelado.

| | ETAPA I | | ETAPA II | |
|-----------------------|----------|----------|----------|----------|
| | Inicial | Final | Inicial | Final |
| L_c (cm) | 5.026,00 | 5.026,00 | 5.026,00 | 5.000,00 |
| $u_A = -u_B$ (cm) | 0 | 0 | 13,00 | 0 |
| f (cm) | 250,00 | 251,72 | 251,72 | 386,36 |
| H_c (kN) | 5,07 | 5,03 | 5,03 | 236,97 |
| L_T (cm) | 787,00 | 787,00 | 787,00 | 800,00 |
| $u_A = -u_B$ (cm) | 0 | 0 | 13,00 | 0 |
| $\theta_C = \theta_D$ | - 50,71 | - 50,71 | - 50,71 | - 51,32 |
| H_T (kN) | 5,19 | 5,19 | 5,19 | 238,19 |

TABELA (4.2.1)

Os resultados da tabela (4.2.1), referentes a etapa I, foram obtidos considerando a posição inicial de equilíbrio dos cabos devido apenas aos seus pesos próprios ($g=0,04\text{kN/m}$), tendo como vão inicial para o cabo nivelado $L_{C1} = 50,26\text{m}$ e vãos iniciais para os cabos desnivelados $L_{T1} = 7,87\text{ cm}$. Para o cálculo dos esforços finais, desta etapa, a estrutura foi dividida em 3 partes, sendo 1 formada pelo cabo nivelado e as outras 2 formadas pelos cabos

des-nivelados. Com estes dados iniciais fez-se o equilíbrio de forças horizontais nos pontos A e B, ou seja $\bar{H}_{C1} = \bar{H}_{T1}$. Em seguida foram calculados os deslocamentos dos cabos nesta posição final. A flecha do cabo nivelado passou de 250 cm para 251,72cm e como os deslocamentos dos cabos desnivelados foram muito pequenos, da ordem de 10^{-7} cm, os seus ângulos de arranques θ_C e θ_D praticamente não mudaram, continuando iguais à $-50,71^\circ$.

Como os dados finais da etapa I passam a ser os dados iniciais da etapa II, calculam-se agora os parâmetros referentes a última posição de equilíbrio. Como variação de carga adotou-se um $\Delta g = 2,85$ kN/m, e considerou-se os deslocamentos dos apoios $u_A = -u_B = 13$ cm. Fez-se novamente o equilíbrio dos pontos A e B e chegou-se à uma posição final onde $\bar{H}_{C2} = \bar{H}_{T2}$. Calculou-se finalmente os deslocamentos dos cabos, obtendo-se como flecha final do cabo nivelado 386,36 cm e ângulos de arranques dos cabos desnivelados θ_C e θ_D iguais à $-51,32^\circ$.

Como observações importantes deve-se ressaltar que existe uma única posição de equilíbrio, e que para se conseguir uma posição final onde a flecha tenha o valor de 4,00 m exatos, teria que se começar o cálculo com um valor de flecha com muitas casas decimais.

5. BIBLIOGRAFIA

- 1- BARBATO, R. L. A. *Sobre o comportamento estático dos cabos de coberturas pênseis* São Carlos, 1972. Dissertação (mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos - USP.
- 2- BARBATO, R. L. A. *Emprego de cabos livremente suspensos e cabos-treliça na construção de coberturas pênseis* São Carlos, 1991. Tese (livre docência) - Escola de Engenharia de São Carlos- USP.
- 3- *CABLE roof structures* Bethlehem Steel Corp., Blocklet 2318, 1968.
- 4- CABLE-SUSPENDED roof construction state-of-the-art. *Journal of the Structural Division*, ASCE, v.97, n.ST6, p.1715-1761, June, 1971.
- 5- COMPANHIA INDUSTRIAL E MERCANTIL DE ARTEFATOS DE FERRO (CIMAF). *Catálogo de produtos* São Paulo, 1984.
- 6- DEBS, A. L. H. C. *Contribuição ao estudo das coberturas pênseis com cabos-treliça* São Carlos, 1983. Dissertação (mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos - USP.
- 7- DREW, P. *Frei Otto: Form and structure* London: Lockwood Staples, 1976.
- 8- DREW, P. *Tensile architecture* London: Lockwood Staples, 1979.

- 9- ENGEL, H. *Sistemas de estruturas* Ediciones Hemus, 1972.
- 10- FRAGOSO, P. R. Considerações sobre coberturas suspensas. *Revista Estrutura* n.56, p.13-17; n.57, p.33-60, 1964.
- 11- GUIDONI, E. *Primitive Architecture*. London: Faber, 1979.
- 12- HUDSON, R. G. *Manual do Engenheiro* Livros Técnicos e Científicos Editora, 1973.
- 13- IRVINE, H. M. Statics of suspended cables. *Journal of the Structural Division*, ASCE, p.187-205, June, 1975.
- 14- KRISHNA, P. *Cable-suspended roofs* Ed. McGraw Hill Book Company, 1978.
- 15- MAJOWIECKI, M. *Tensostrutture: progetto e verifica* Milano: Ed Cisia, 1985.
- 16- OTTO, F. Les toitures suspendues et les voilures. *L'Architecture d'Aujourd'hui* p.56-65, mars, 1956.
- 17- PRUDNIKOV, A. P. et al *Integrals and series* New York: Gordon and Breach Publishers, v.1, 1986.
- 18- ROLAND, C. *Frei Otto: estruturas* Barcelona: Ed. Gustavo Gili, 1965.
- 19- SÁLES, J. J. *Projeto e viabilidade econômica de coberturas pênseis com cabos-treliça* São Carlos, 1988. Dissertação (mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos - USP.

20- TENSOSTRUCTURES de grandes portées en Italie. *Acier Stahl Steel* p.499. dec. 1974.

21- USPENSKY, J. V. *Theory of equations* New York: Mc Graw-Hill Book Company, 1948.

22- ZIGNOLI, V. *Construcciones metálicas* Madrid: Ed. Dossat, 1978, v.2, p.1951-1985.

CONCLUSÕES GERAIS

No estudo realizado neste trabalho, de cabos livremente sus-penso nas coberturas pênseis, foram feitas aproximações para facilitar o desenvolvimento das expressões necessárias ao cálculo do cabo. Optou-se em fazer uma análise do erro cometido com estas aproximações. Escolheram-se os vãos de 30,00m à 80,00m, pois estes mostraram-se viáveis ao uso deste tipo de cabo. Quanto a relação flecha/vão, para o cabo nivelado, adotaram-se valores iguais a 1/10 e 1/20, pois mais que isto a flecha do cabo ficaria muito grande e teria que aumentar muito a altura dos pilares para se conseguir um pé direito alto, no caso de ginásios, galpões e fábricas. Para o cabo desnivelado adotaram-se as mesmas relações flecha/vão de 1/10 e 1/20 para melhor se observarem os erros cometidos. Com relação ao desnivelado, partiu-se do cabo nivelado e deu-se um desnível positivo ou negativo, mantendo as mesmas relações flecha/vão. Nestas análises feitas ficaram mostradas que as equações deduzidas possuem um campo de aplicação bem amplo, já que, para os cabos desnivelados, utilizou-se como maior desnível um valor igual à $L/2$. Verificadas todas as relações analisadas, concluiu-se que o maior erro encontrado foi da ordem de 0,5%, valor este muito bom, levando-se em consideração que os coeficientes de segurança usados em cálculos estruturais são bem maiores que este valor (0,5%).

Decidiu-se também fazer uma análise gráfica das configurações de equilíbrio inicial e final do cabo livremente suspenso. Escolheu-se o vão de 50,00m, porque a força de tração final e os deslocamentos começam a ficar significativos para serem analisados, com o carregamento adotado. Os gráficos traçados traduzem bem o que era esperado, mesmo levando-se em consideração os efeitos da variação de temperatura e deslocamento dos apoios. Sabe-se que o deslocamento vertical nos apoios deve ser igual a

zero, mas em alguns casos este valor é da ordem de 10^{-11} e pode ser considerado zero. Os gráficos também demonstram que existe coerência entre u , v e y e suas derivadas u' , v' e y' .

Optou-se em fazer uma aplicação numérica em um exemplo adotado cujo esquema estrutural é formado por dois cabos nivelados com vãos de 8,00m e um cabo nivelado com vão de 50,00m. (ver figura 4.1.1). Neste exemplo nota-se que, sendo o desnível do cabo desnivelado maior que o vão do mesmo, conseguiu-se chegar a bons resultados, mostrando com isso que o campo de aplicação das expressões é bem amplo. Este exemplo numérico pode ser estendido ao cálculo de projetos com planta de forma retangular, com vãos de 30,00 à 80,00m, e pode-se considerar como carregamento o peso próprio do cabo, o peso das placas de vedação, efeito do vento, cargas acidentais, etc., desde que todos sejam uniformemente distribuídos ao longo do comprimento do cabo. Considerando cargas negativas (de baixo para cima) as expressões traduzem uma configuração final coerente com a esperada.

ANEXO

O programa para cabos nivelado e desnivelado foi feito em Linguagem Turbo Pascal 5.0. As expressões utilizadas neste programa foram: (2.2.4), (2.2.5), (2.2.9), (2.2.13), (2.2.15), (2.2.16), (2.2.26), (2.2.27), (2.2.28), (2.2.29), (2.2.30) e as constantes C_1 para cabos nivelado e desnivelado, expressões estas necessárias aos cálculos dos esforços de tração inicial e final, aos deslocamentos horizontais e verticais com suas derivadas, bem como as ordenadas e respectivas tangentes da equação que determina a curva formada pelo cabo.

Como sequência do programa deve-se agora definir se o cabo que se deseja calcular é nivelado ou desnivelado. Posteriormente devem-se digitar, os referidos valores conhecidos, na entrada de dados. Vale citar que a simbologia utilizada nesta entrada de dados é a seguinte:

g = carregamento inicial,

\bar{g} = carregamento final,

E_s = módulo de elasticidade do cabo,

A_s = seção transversal do cabo,

L = vão do cabo,

F = Flecha para o cabo nivelado e desnível h para o desnivelado,

θ = ângulo de arranque.

u_A = deslocamento horizontal do apoio A,

u_B = deslocamento horizontal do apoio B,

α = coeficiente de dilatação térmica do aço

T = variação de temperatura

x = ordenada do cabo.

Para se determinarem inicialmente a seção transversal do cabo e o seu módulo de elasticidade, pode-se utilizar a expressão

do cabo nivelado, com carregamento uniformemente distribuído ao longo do vão, $H = g L^2 / 8 f$.

O ângulo de arranque θ , da entrada de dados, é arbitrário para o cabo nivelado quando se conhece a flecha, mas necessário para se começar a iteração.

Chega-se à força horizontal inicial H , utilizando-se a subrotina maismil para cabo nivelado e a subrotina maismil4 para cabos desnivelados, pois como as expressões (2.2.9) e (2.2.16) são transcendentais, necessitam de iteração para serem resolvidas. Feito isso, parte-se agora para o cálculo dos coeficientes da equação do terceiro grau (2.3.26), que tem como solução o valor da força horizontal final \bar{H} .

Como resolução dessa equação do terceiro grau utilizou-se o método de Cardan.

Como verificação das raízes da equação, que no caso tem que existir apenas uma real e positiva, pode-se usar a "regra dos sinais" de Descartes [21].

Tendo-se o valor de \bar{H} , pode-se calcular os demais parâmetros: u , u' , v , v' , y e y' , bem como a força de tração final em todos os pontos do cabo.

Agora será mostrado o programa propriamente dito com seus respectivos procedimentos e entrada de dados.

```
PROGRAM NOVO;
```

```
USES CRT, DOS;
```

```
{GDRIVER, GWINDOW, GSHELL, GRAPH, GKERNEL};
```

```
VAR
```

```
A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, P, Q, R, S, T, U, V, Z, HO, DELTAO,  
DELTA1, DELTA2, DELTA3, DELTA4, ABC, Q1, C1, G1, H1, H2, LO, TETAO,  
FO, HO, HC1, HC2, HT1, HT2, H3, H4, ES, AS, VA, VB, UA, UB, GA, UL, VL,  
V1, YL, T1, F1, AB, AC, AD, AE, AF, AG, AH, AI, AJ, AK, AL, AM, AN, AP, AQ,  
AR, AT, AU, AV, AX, AZ, BH, BI, ALFA, BETA, GAMA, DELTA, TETA, TETA1,  
ALFA1, AA, BB, CC, DD, EE, FF, GG, HH, II, JJ, KK, LL, MM, NN, PP, QQ, RR,  
SS, TT, UU, VV, XX, ZZ, AA1, BB1, CC1, DD1, EE1, FF1, GG1, HH1, AA2,  
BB2, DD2, EE2, AC1, BC1, A1A, B1B, D1D, F1F, A1A1, B1B1, D1D1, F1F1,  
A2A2, A1A2, D1D2, A11, B11, C11, D11, E11, F11, G11, H11, I11, J11,  
K11, L11, M11, N11, O11, P11, Q11, R11, S11, T11, U11, V11, X11, Z11,  
AA3, AA4, AA5, AA6, AA7, AA8, AA9, AA10, AA111, AA12, AA13, AA14,  
AA15, AA16, AA17, AA18, AA19, AA20, BB3, BB4, BB5, BB6, BB7, BB8,  
BB9, BB10, BB111, BB12, BB13, BB14, BB15, BB16, BB17, BB18, BB19,  
BB20, BC, BD, BE, BF, BG, FL, BJ, BK, BL, BM, BN, BP, BQ, BR, BS, BT, CD,  
CE, CF, CG, CH, CI, CJ, AA11, BB11, CC11, DD11, EE11, FF11, GG11,  
HH11, II11, JJ11, KK11, LL11, MM11, NN11, AAA, BBB, CCC, DDD, EEE,  
FFF, GGG, HHH, III, JJJ, KKK, LLL, MMM, NNN, PFF, QQQ, RRR, SSS, TTT,  
UUU, VVV, XXX, YYY, ZZZ, AAAA, BBBB, CCCC, DDDD, EEEE, FFFF, GGGG,  
HHHH, IIII, JJJJ, KKKK, LLLL, MMMM, NNNN, PFFF, QQQQ, RRRR, SSSS,  
TTTT, UUUU, VVVV, SA, SB, SAN, A11A, A11A1, A11A2, XXXX, ZZZZ,  
AAAAA, BBBB, A11A1A, B11B1, CCCCC, DDDDD, AU1, AU2, AR1, AU3, BI1,  
PESO, PESO1, TEN, TEN1, TEN2, TEN3, TEN4, TEN5,  
NUM, ATE, X, Y  
:REAL;  
MODD, PLACA : INTEGER;  
Tec : CHAR;
```

```
{$I SUBROTS}
```

```
BEGIN
```

```
TEXTMODE(2);
```

```
TEXTBACKGROUND(1);
```

```
TEXTCOLOR(14);
```

```
CLRSCR;
```

```
A:=0; B:=0; C:=0; D:=0; E:=0; F:=0; G:=0; H:=0; I:=0;
```

```
J:=0; K:=0; L:=0; M:=0; N:=0; P:=0; Q:=0; R:=0; S:=0;
```

```
T:=0; U:=0; V:=0; X:=0; Y:=0; Z:=0; C1:=0; G1:=0; ES:=0;
```

```
AS:=0; VA:=0; VB:=0; UA:=0; UB:=0; UL:=0; VL:=0; V1:=0;
```

```
GA:=0; H1:=0; H2:=0; H3:=0; H4:=0; T1:=0; F1:=0; AB:=0;
```

```
AC:=0; AD:=0; AE:=0; AF:=0; AG:=0; AH:=0; AI:=0; AJ:=0;
```

```
AK:=0; AL:=0; AM:=0; AN:=0; AP:=0; AQ:=0; AR:=0; AS:=0;
```

```
AT:=0; AU:=0; AV:=0; AX:=0; AZ:=0; BH:=0; BI:=0; ALFA:=0;
```

```
BETA:=0; GAMA:=0; DELTA:=0; TETA:=0; ALFA1:=0; LO:=0;
```

```
TETA1:=0; TETAO:=0; FO:=0; HO:=0; HC1:=0; HC2:=0; HT1:=0;
```

```
HT2:=0; AA:=0; BB:=0; CC:=0; EE:=0; FF:=0; GG:=0; HH:=0;
```

```
II:=0; JJ:=0; KK:=0; LL:=0; MM:=0; NN:=0; PP:=0; QQ:=0;
```

```
RR:=0; SS:=0; TT:=0; UU:=0; VV:=0; XX:=0; ZZ:=0; AA1:=0;
```

```
AA2:=0; AA3:=0; AA4:=0; AA5:=0; AA6:=0; AA7:=0; AA8:=0;
```

```
AA9:=0; AA10:=0; AA111:=0; AA12:=0; AA13:=0; AA14:=0;
```

```

AA15:=0; AA16:=0; AA17:=0; AA18:=0; AA19:=0; AA20:=0;
BB1:=0; BB2:=0; BB3:=0; BB4:=0; BB5:=0; BB6:=0; BB7:=0;
BB8:=0; BB9:=0; BB10:=0; BB11:=0; BB12:=0; BB13:=0;
BB14:=0; BB15:=0; BB16:=0; BB17:=0; BB18:=0; BB19:=0;
BB20:=0; BC:=0; BD:=0; BE:=0; BF:=0; BG:=0; FL:=0; BH:=0;
BJ:=0; BK:=0; BL:=0; BM:=0; BN:=0; BP:=0; BQ:=0; BR:=0;
BS:=0; BT:=0; CD:=0; CE:=0; CF:=0; CG:=0; CH:=0; CI:=0;
CJ:=0; GG1:=0; HH1:=0; AA1:=0; BB1:=0; CC1:=0; DD1:=0;
EE1:=0; FF1:=0; GG1:=0; HH1:=0; AA2:=0; BB2:=0; DD2:=0;
EE2:=0; AC1:=0; BC1:=0; A1A:=0; B1B:=0; D1D:=0; F1F:=0;
A1A1:=0; B1B1:=0; D1D1:=0; F1F1:=0; A1A2:=0; D1D2:=0;
A11:=0; B11:=0; C11:=0; D11:=0; E11:=0; F11:=0; G11:=0;
H11:=0; I11:=0; J11:=0; K11:=0; L11:=0; M11:=0; N11:=0;
O11:=0; P11:=0; Q11:=0; R11:=0; S11:=0; T11:=0; U11:=0;
V11:=0; X11:=0; Z11:=0; AA11:=0; BB11:=0; CC11:=0;
DD11:=0; EE11:=0; FF11:=0; GG11:=0; HH11:=0; II11:=0;
JJ11:=0; KK11:=0; LL11:=0; MM11:=0; NN11:=0; AAA:=0;
BBB:=0; CCC:=0; DDD:=0; EEE:=0; FFF:=0; GGG:=0; HHH:=0;
III:=0; JJJ:=0; KKK:=0; LLL:=0; MMM:=0; NNN:=0; PFF:=0;
QQQ:=0; RRR:=0; SSS:=0; TTT:=0; UUU:=0; VVV:=0; XXX:=0;
YYY:=0; ZZZ:=0; AAAA:=0; BBBB:=0; CCCC:=0; DDDD:=0;
EEEE:=0; FFFF:=0; GGGG:=0; HHHH:=0; IIII:=0; JJJJ:=0;
KKKK:=0; LLLL:=0; MMMM:=0; NNNN:=0; PFFF:=0; GRRR:=0;
RRRR:=0; SSSS:=0; TTTT:=0; UUUU:=0; VVVV:=0; SA:=0;
SB:=0; SAN:=0; A11A:=0; A11A1:=0; A11A2:=0; XXXX:=0;
ZZZZ:=0; AAAAA:=0; BBBBB:=0; A11A1A:=0; B11B1:=0;
CCCCC:=0; DDDDD:=0; AU1:=0; AU2:=0; AR1:=0; AU3:=0;
RI1:=0; ATE:=0; PESO:=0; PESO1:=0; TEN:=0;
TEN1:=0; TEN2:=0; TEN3:=0; TEN4:=0; TEN5:=0;
DADOS;

```

```
TETA:=TETA/57.3;
```

```
PESO1:=PESO*16.02;
G:=PESO1*AS*0.000001;
```

```
{CARGO NIVELADO}
```

```

H:=(G*L)/(2*LN((1+SIN(TETA))/(COS(TETA))));
B:=(G*L)/(2*H);
K:=(1/2)*(EXP(B)+(1/EXP(B)));
A:=(H/G)*(K-1);

```

```

IF ABS(A)<>ABS(F+0.0000000001) THEN MAISMIL;
IF ABS(A)=ABS(F+0.0000000001) THEN WRITELN('SANDRAF');

```

```

C1:=(G*L)/(2*H);
AA:=(G*L)/(H)-(C1);
BB:=(2*G*L)/(H)-(2*C1);
CC:=2*C1;
DD:=(3*G*L)/(H)-(3*C1);
EE:=3*C1;

```

$FF := ((4*G*L)/(H)) - (4*C1) ;$
 $GG := 4*C1 ;$
 $AA1 := (1/2)*(EXP(AA) - (1/EXP(AA))) ;$
 $AC1 := (1/2)*(EXP(C1) - (1/EXP(C1))) ;$
 $BB1 := (1/2)*(EXP(BB) - (1/EXP(BB))) ;$
 $CC1 := (1/2)*(EXP(CC) - (1/EXP(CC))) ;$
 $DD1 := (1/2)*(EXP(DD) - (1/EXP(DD))) ;$
 $EE1 := (1/2)*(EXP(EE) - (1/EXP(EE))) ;$
 $FF1 := (1/2)*(EXP(FF) - (1/EXP(FF))) ;$
 $GG1 := (1/2)*(EXP(GG) - (1/EXP(GG))) ;$
 $AA2 := (1/2)*(EXP(AA) + (1/EXP(AA))) ;$
 $BC1 := (1/2)*(EXP(C1) + (1/EXP(C1))) ;$
 $DD2 := (1/2)*(EXP(DD) + (1/EXP(DD))) ;$
 $EE2 := (1/2)*(EXP(EE) + (1/EXP(EE))) ;$

$II := ((H)/(12*G))*((DD1+EE1)) + (((3*H)/(4*G))*((AA1+AC1))) ;$
 $JJ := ((-L)/(2)) + (((H)/(4*G))*((BB1+CC1))) ;$
 $KK := (((H)/(G))*((AA2-BC1))) ;$
 $LL := ((3*L)/(8)) + (((H)/(32*G))*((FF1+GG1))) - (((H)/(4*G))*((BB1+CC1))) ;$
 $MM := (((H)/(12*G))*((DD2-EE2))) - (((3*H)/(4*G))*((AA2-BC1))) ;$
 $NN := ((-L)/(2)) + (((H)/(4*G))*((BB1+CC1))) ;$
 $PP := (((L)/(2)) + (((H)/(4*G))*((BB1+CC1)))) ;$

$V := (VB-VA)/L ;$
 $C := AA2-BC1 ;$
 $D := (ES*AS)+H ;$
 $E := UA-UB ;$
 $AB := (H*C)/(G*L) ;$

$A11 := (2*G*G*II) ;$
 $B11 := (-G*G*JJ) ;$
 $C11 := (G*G*L*V*V) ;$
 $D11 := (-2*G*G*L*V*AB) ;$
 $E11 := (G*G*L*AB*AB) ;$
 $F11 := (-G*G*LL) ;$
 $G11 := (G*G*V*V*NN) ;$
 $H11 := (-2*G*G*V*AB*NN) ;$
 $I11 := G*G*AB*AB*NN ;$
 $ALFA := A11+B11+C11+D11+E11+F11+G11+H11+I11 ;$

$J11 := (2*G*G*D*E) ;$
 $K11 := (-2*G*G*H*II) ;$
 $L11 := (-2*G*G1*H*V*KK) ;$
 $M11 := (2*G*G1*H*AB*KK) ;$
 $N11 := (2*G*G1*H*L*V*AB) ;$
 $F11 := (-2*G*G1*H*L*AB*AB) ;$
 $Q11 := (G*G*D*JJ) ;$
 $R11 := (-G*G*L*D*V*V) ;$
 $S11 := (2*G*G*L*D*V*AB) ;$
 $T11 := (-G*G*L*D*AB*AB) ;$
 $U11 := (-2*G*G1*H*V*MM) ;$
 $V11 := (2*G*G1*H*AB*MM) ;$

```

X11:=(2*G*G1*H*V*AB*NN) ;
Z11:=(-2*G*G1*H*AB*AB*NN) ;
AA11:=2*G*G*ALFA1*XT*DF*F ;
BETA:=(J11+K11+L11+M11+N11+F11+G11+R11+S11+T11+U11+V11+
      X11+Z11+AA11) ;

BB11:=(G1*G1*H*H*JJ) ;
CC11:=(-2*G1*G1*H*H*AB*KK) ;
DD11:=(G1*G1*H*H*KL*AB*AB) ;
EE11:=(2*G*G1*H*H*V*KK) ;
FF11:=(-2*G*G1*H*H*AB*KK) ;
GG11:=(-2*G*G1*H*H*KL*V*AB) ;
HH11:=(2*G*G1*H*H*KL*AB*AB) ;
II11:=(G1*G1*H*H*LL) ;
JJ11:=-2*G1*G1*H*H*AB*MM ;
KK11:=G1*G1*H*H*AB*AB*NN ;
GAMA:=(BB11+CC11+DD11+EE11+FF11+GG11+HH11+II11+JJ11+KK11) ;

LL11:=(-G1*G1*H*H*H*JJ) ;
MM11:=(2*G1*G1*H*H*H*AB*KK) ;
NN11:=(-G1*G1*H*H*H*KL*AB*AB) ;
DELTA:=(LL11+MM11+NN11) ;

M:=(GAMA)/(ALFA)-((BETA*BETA)/(3*ALFA*ALFA)) ;
N:=(2*BETA*BETA*BETA)/(27*ALFA*ALFA*ALFA) ;
P:=-(BETA*GAMA)/(3*ALFA*ALFA) ;
Q:=(DELTA)/(ALFA) ;
R:=N+P+Q ;
S:=-R/(2) ;

IF ((R*R)/(4))+((M*M*M)/(27))>=0 THEN
  BEGIN
    QQ:=SQRT(((R*R)/(4))+((M*M*M)/(27))) ;
    RR:=S+QQ ;
    SS:=S-QQ ;

    IF RR>=0 THEN
      BEGIN
        TT:=(LN(RR))/(3) ;
        UU:=EXP(TT) ;
      END ;

    IF RR<0 THEN
      BEGIN
        TT:=(-LN(-RR))/(3) ;
        UU:=EXP(TT) ;
      END ;
  END ;

```

```

IF SS>=0 THEN
  BEGIN
    VV:=(LN(SS))/(3);
    XX:=EXP(VV);
  END;

IF SS<0 THEN
  BEGIN
    VV:=(-LN(-SS))/(3);
    XX:=EXP(VV);
  END;

ZZ:=UU+XX;
H1:=(ZZ-((BETA)/(3*ALFA)));
END;

IF ((R*R)/(4))+((M*M*M)/(27))<0 THEN
  BEGIN
    AAA:=SQRT(((R*R)/(4))/((-M*M*M)/(27)));
    BBB:=SQRT(1-(AAA*AAA));
    CCC:=ARCTAN(BBB/AAA);

    IF R<0 THEN
      BEGIN
        DDD:=(2*SQRT(-M/3))*COS((CCC)/(3));
        EEE:=(2*SQRT(-M/3))*COS(((CCC)/(3))+(2.0942408));
        FFF:=(2*SQRT(-M/3))*COS(((CCC)/(3))+(4.1884816));
        H2:=(DDD-((BETA)/(3*ALFA)));
        H3:=(EEE-((BETA)/(3*ALFA)));
        H4:=(FFF-((BETA)/(3*ALFA)));
      END;

    IF R>=0 THEN
      BEGIN
        DDD:=-(2*SQRT(-M/3))*COS((CCC)/(3));
        EEE:=-(2*SQRT(-M/3))*COS(((CCC)/(3))+(2.0942408));
        FFF:=-(2*SQRT(-M/3))*COS(((CCC)/(3))+(4.1884816));
        H2:=(DDD-((BETA)/(3*ALFA)));
        H3:=(EEE-((BETA)/(3*ALFA)));
        H4:=(FFF-((BETA)/(3*ALFA)));
      END;

    IF H2>=0 THEN H1:=H2;
    IF H3>=0 THEN H1:=H3;
    IF H4>=0 THEN H1:=H4;
  END;

REPEAT
  C1:=(G*L)/(2*H);
  A1A:=(G*X)/(H)-(C1);
  B1B:=(2*G*X)/(H)-(2*C1);
  CC:=2*C1;
  D1D:=(3*G*X)/(H)-(3*C1);
  EE:=3*C1;

```

```

F1F1:=((4*G*X)/(H))-(4*C1);
GG:=4*C1;
A1A1:=(1/2)*(EXP(A1A)-(1/EXP(A1A)));
AC1:=(1/2)*(EXP(C1)-(1/EXP(C1)));
B1B1:=(1/2)*(EXP(B1B)-(1/EXP(B1B)));
CC1:=(1/2)*(EXP(CC)-(1/EXP(CC)));
D1D1:=(1/2)*(EXP(D1D)-(1/EXP(D1D)));
EE1:=(1/2)*(EXP(EE)-(1/EXP(EE)));
F1F1:=(1/2)*(EXP(F1F)-(1/EXP(F1F)));
GG1:=(1/2)*(EXP(GG)-(1/EXP(GG)));
A1A2:=(1/2)*(EXP(A1A)+(1/EXP(A1A)));
BC1:=(1/2)*(EXP(C1)+(1/EXP(C1)));
D1D2:=(1/2)*(EXP(D1D)+(1/EXP(D1D)));
EE2:=(1/2)*(EXP(EE)+(1/EXP(EE)));

III:=(((H)/(12*G))* (D1D1+EE1))+(((3*H)/(4*G))* (A1A1+AC1));
JJJ:=((-X)/(2))+(((H)/(4*G))* (B1B1+CC1));
KKK:=(((H)/(G))* (A1A2-BC1));
LLL:=((3*X)/(8))+(((H)/(32*G))* (F1F1+GG1))-(((H)/(4*G))*
      (B1B1+CC1));
MMM:=(((H)/(12*G))* (D1D2-EE2))-(((3*H)/(4*G))* (A1A2-BC1));
NNN:=((-X)/(2))+(((H)/(4*G))* (B1B1+CC1));
PPF:=((X)/(2))+(((H)/(4*G))* (B1B1+CC1));

```

```

V:=(VB-VA)/L;
C:=AA2-BC1;
D:=(ES*AS)+H;
E:=UA-UB;
AB:=(H*C)/(G*L);
AC:=1-((G1*H)/(H1*G));
AD:=(AC*AC)/2-AC;
AE:=V-(AB*AC);
AF:=(AC*AE)-AE;
AG:=(AE*AE)/2;
AH:=H/D;
AI:=H1/D;

```

```

QQQ:=UA;
RRR:=AI*III;
SSS:=-AH*III;
TTT:=AI*AD*JJJ;
UUU:=-AD*JJJ;
VVV:=AI*AF*KKK;
XXX:=-AF*KKK;
ZZZ:=AI*AG*X;
AAAA:=AI*AD*LLL;
BBBB:=AI*AF*MMM;
CCCC:=AI*AG*NNN;
DDDD:=ALFA1*T*PPF;
EEEE:=-AG*X;

```

```

RRRR:=V*X;
SSSS:=(H*AC*(A1A2-BC1))/G;
TTTT:=-AB*AC*X;

```


U:=QQQ+RRR+SSS+TTT+UUU+VVV+XXX+ZZZ+AAAA+BBBB+CCCC+DDDD+
EEEE;

V1:=VA+RRRR+SSSS+TTTT;

VL:=AC*A1A1+AE;

Y:=- (H*(A1A2-BC1))/(G);

YL:=-A1A1;

FFFF:=(A1-AH)*(A1A2*A1A2*A1A2);

GGGG:=(YL*VL)+(VL*VL)/2;

HHHH:=(A1*A1A2*A1A2)*GGGG;

IIII:=-GGGG;

QQQQ:=(1+(YL*YL))*ALFA1*T;

UL:=FFFF+HHHH+IIII+QQQQ;

F1:=Y+V1;

AP:=((UL+(YL*VL))/(1+(YL*YL)) + ((UL*UL)+(VL*VL)) /
(2*(1+(YL*YL))));

AQ:=1+(2*AP);

AR1:=(AP*AP)/AQ;

AR:=1/AR1;

AT:=1/UL;

AU1:=1/(YL*YL);

AU3:=((ES*AS)+(H*SQR(1+(YL*YL)))) / ((ES*AS)+H);

AU2:=1/AU3;

AV:=SQR(1+(YL*YL));

AX:=(1+UL)*(1+UL);

AZ:=(YL+VL)*(YL+VL);

BH:=SQR(AX+AZ);

BI1:=BH/AV;

BI:=1/BI1;

{CARGO DESNIVELADO}

H:=(G*L)/(2*LN((1+SIN(TETA))/(COS(TETA))));

IF H<0 THEN H:=ABS(H);

BC:=H/(G*COS(TETA));

BD:=(G*L)/(H);

BE:=(1/2)*(EXP(BD)+(1/EXP(BD)));

BF:=(1/2)*(EXP(BD)-(1/EXP(BD)));

BG:=(SIN(TETA))*BF;

A:=BC*(1-BE+BG);

IF A<>(F+0.0000000001) THEN MAISMIL4;

IF A=(F+0.0000000001) THEN WRITELN('SANDRAF');

C1:=LN((1+SIN(TETA))/(COS(TETA)));

AA:=(G*L)/(H)-(C1);

BB:=(2*G*L)/(H)-(2*C1);

CC:=2*C1;

DD:=(3*G*L)/(H)-(3*C1);

EE:=3*C1;

FF:=(4*G*L)/(H)-(4*C1);

GG:=4*C1;
AA1:=(1/2)*(EXP(AA)-(1/EXP(AA)))#;
AC1:=(1/2)*(EXP(C1)-(1/EXP(C1)))#;
BB1:=(1/2)*(EXP(BB)-(1/EXP(BB)))#;
CC1:=(1/2)*(EXP(CC)-(1/EXP(CC)))#;
DD1:=(1/2)*(EXP(DD)-(1/EXP(DD)))#;
EE1:=(1/2)*(EXP(EE)-(1/EXP(EE)))#;
FF1:=(1/2)*(EXP(FF)-(1/EXP(FF)))#;
GG1:=(1/2)*(EXP(GG)-(1/EXP(GG)))#;
AA2:=(1/2)*(EXP(AA)+(1/EXP(AA)))#;
BC1:=(1/2)*(EXP(C1)+(1/EXP(C1)))#;
DD2:=(1/2)*(EXP(DD)+(1/EXP(DD)))#;
EE2:=(1/2)*(EXP(EE)+(1/EXP(EE)))#;

II:=((H)/(12*G))*(DD1+EE1) + ((3*H)/(4*G))*(AA1+AC1) #;
JJ:=((-L)/(2)) + ((H)/(4*G))*(BB1+CC1) #;
KK:=((H)/(G))*(AA2-BC1) #;
LL:=((3*L)/(8)) + ((H)/(32*G))*(FF1+GG1) - ((H)/(4*G))*(BB1+CC1) #;
MM:=((H)/(12*G))*(DD2-EE2) - ((3*H)/(4*G))*(AA2-BC1) #;
NN:=((-L)/(2)) + ((H)/(4*G))*(BB1+CC1) #;
PP:=((L)/(2)) + ((H)/(4*G))*(BB1+CC1) #;

V:=(VB-VA)/L#;
C:=AA2-BC1#;
D:=(ES*AS)+H#;
E:=UA-UB#;
AB:=(H*C)/(G*L)#;

A11:=(2*G*G*II)#;
B11:=(-G*G*JJ)#;
C11:=(G*G*L*V*V)#;
D11:=(-2*G*G*L*V*AB)#;
E11:=(G*G*L*AB*AB)#;
F11:=(-G*G*LL)#;
G11:=(G*G*V*V*NN)#;
H11:=(-2*G*G*V*AB*NN)#;
I11:=G*G*AB*AB*NN#;
ALFA:=A11+B11+C11+D11+E11+F11+G11+H11+I11#;

J11:=(2*G*G*D*E)#;
K11:=(-2*G*G*H*II)#;
L11:=(-2*G*G1*H*V*KK)#;
M11:=(2*G*G1*H*AB*KK)#;
N11:=(2*G*G1*H*L*V*AB)#;
P11:=(-2*G*G1*H*L*AB*AB)#;
Q11:=(G*G*D*JJ)#;
R11:=(-G*G*L*D*V*V)#;
S11:=(2*G*G*L*D*V*AB)#;
T11:=(-G*G*L*D*AB*AB)#;
U11:=(-2*G*G1*H*V*MM)#;
V11:=(2*G*G1*H*AB*MM)#;
X11:=(2*G*G1*H*V*AB*NN)#;
Z11:=(-2*G*G1*H*AB*AB*NN)#;

```

AA11 := 2*G*G*ALFA1*T*D*FF ;
BETA := J11+K11+L11+M11+N11+P11+Q11+R11+S11+T11+U11+V11+
X11+Z11+AA11 ;

BB11 := (G1*G1*H*H*JJ) ;
CC11 := (-2*G1*G1*H*H*AB*KK) ;
DD11 := (G1*G1*H*H*L*AB*AB) ;
EE11 := (2*G*G1*D*H*V*KK) ;
FF11 := (-2*G*G1*D*H*AB*KK) ;
GG11 := (-2*G*G1*D*H*L*V*AB) ;
HH11 := (2*G*G1*D*H*L*AB*AB) ;
II11 := (G1*G1*H*H*LL) ;
JJ11 := -2*G1*G1*H*H*AB*MM ;
KK11 := G1*G1*H*H*AB*AB*NN ;
GAMA := BB11+CC11+DD11+EE11+FF11+GG11+HH11+II11+JJ11+KK11 ;

LL11 := (-G1*G1*H*H*D*JJ) ;
MM11 := (2*G1*G1*H*H*D*AB*KK) ;
NN11 := (-G1*G1*H*H*L*D*AB*AB) ;
DELTA := LL11+MM11+NN11 ;

M := ((GAMA)/(ALFA)) - ((BETA*BETA)/(3*ALFA*ALFA)) ;
N := (2*BETA*BETA*BETA)/(27*ALFA*ALFA*ALFA) ;
P := -((BETA*GAMA)/(3*ALFA*ALFA)) ;
Q := (DELTA)/(ALFA) ;
R := N+P+Q ;
S := -(R)/(2) ;

IF ((R*R)/(4)) + ((M*M*M)/(27)) >= 0 THEN
  BEGIN
    QQ := SQRT(((R*R)/(4)) + ((M*M*M)/(27))) ;
    RR := S+QQ ;
    SS := S-QQ ;

    IF RR >= 0 THEN
      BEGIN
        TT := (LN(RR))/(3) ;
        UU := EXP(TT) ;
      END ;

    IF RR < 0 THEN
      BEGIN
        TT := (-LN(-RR))/(3) ;
        UU := EXP(TT) ;
      END ;

    IF SS >= 0 THEN
      BEGIN
        VV := (LN(SS))/(3) ;
        XX := EXP(VV) ;
      END ;

    IF SS < 0 THEN
      BEGIN

```

```

      VV:=-LN(-SS)/(3);
      XX:=EXP(VV);
      END;

      ZZ:=UU+XX;
      H1:=ZZ-((BETA)/(3*ALFA));
      END;

IF ((R*R)/(4))+((M*M*M)/(27))<0 THEN
  BEGIN
    AAA:=SQRT(((R*R)/(4))/((-M*M*M)/(27)));
    BBB:=SQRT(1-(AAA*AAA));
    CCC:=ARCTAN(BBB/AAA);

    IF R<0 THEN
      BEGIN
        DDD:=(2*SQRT(-M/3))*COS((CCC)/(3));
        EEE:=(2*SQRT(-M/3))*COS(((CCC)/(3))+(2.0942408));
        FFF:=(2*SQRT(-M/3))*COS(((CCC)/(3))+(4.1884816));
        H2:=(DDD-((BETA)/(3*ALFA)));
        H3:=(EEE-((BETA)/(3*ALFA)));
        H4:=(FFF-((BETA)/(3*ALFA)));
        END;

    IF R>=0 THEN
      BEGIN
        DDD:=-((2*SQRT(-M/3))*COS((CCC)/(3)));
        EEE:=-((2*SQRT(-M/3))*COS(((CCC)/(3))+(2.0942408)));
        FFF:=-((2*SQRT(-M/3))*COS(((CCC)/(3))+(4.1884816)));
        H2:=(DDD-((BETA)/(3*ALFA)));
        H3:=(EEE-((BETA)/(3*ALFA)));
        H4:=(FFF-((BETA)/(3*ALFA)));
        END;

    IF H2>=0 THEN H1:=H2;
    IF H3>=0 THEN H1:=H3;
    IF H4>=0 THEN H1:=H4;
    END;

  REPEAT
    C1:=LN((1+SIN(TETA))/(COS(TETA)));
    A1A:=(G*X)/(H)-(C1);
    B1B:=(2*G*X)/(H)-(2*C1);
    CC:=2*C1;
    D1D:=(3*G*X)/(H)-(3*C1);
    EE:=3*C1;
    F1F:=(4*G*X)/(H)-(4*C1);
    GG:=4*C1;
    A1A1:=(1/2)*(EXP(A1A)-(1/EXP(A1A)));
    AC1:=(1/2)*(EXP(C1)-(1/EXP(C1)));
    B1B1:=(1/2)*(EXP(B1B)-(1/EXP(B1B)));
    CC1:=(1/2)*(EXP(CC)-(1/EXP(CC)));
    D1D1:=(1/2)*(EXP(D1D)-(1/EXP(D1D)));
    EE1:=(1/2)*(EXP(EE)-(1/EXP(EE)));
    F1F1:=(1/2)*(EXP(F1F)-(1/EXP(F1F)));

```

```

GG1:=(1/2)*(EXP(GG)-(1/EXP(GG)))#
A1A2:=(1/2)*(EXP(A1A)+(1/EXP(A1A)))#
BC1:=(1/2)*(EXP(C1)+(1/EXP(C1)))#
D1D2:=(1/2)*(EXP(D1D)+(1/EXP(D1D)))#
EE2:=(1/2)*(EXP(EE)+(1/EXP(EE)))#

III:=((H)/(12*G))*(D1D1+EE1)+(((3*H)/(4*G))*(A1A1+AC1))#
JJJ:=((-X)/(2))+(((H)/(4*G))*(B1B1+CC1))#
KKK:=(((H)/(G))*(A1A2-BC1))#
LLL:=((3*X)/(8))+(((H)/(32*G))*(F1F1+GG1))-(((H)/(4*G))*(B1B1+CC1))#
MMM:=(((H)/(12*G))*(D1D2-EE2))-(((3*H)/(4*G))*(A1A2-BC1))#
NNN:=((-X)/(2))+(((H)/(4*G))*(B1B1+CC1))#
PPP:=((X)/(2))+(((H)/(4*G))*(B1B1+CC1))#

V:=(VB-VA)/L#
C:=AA2-BC1#
D:=(ES*AS)+H#
E:=UA-UB#
AB:=(H*C)/(G*L)#
AC:=1-((G1*H)/(H1*G))#
AD:=(AC*AC)/2-AC#
AE:=V-(AB*AC)#
AF:=(AC*AE)-AE#
AG:=(AE*AE)/2#
AH:=H/D#
AI:=H1/D#

QQQ:=UA#
RRR:=AI*III#
SSS:=-AH*III#
TTT:=AI*AD*JJJ#
UUU:=-AD*JJJ#
VVV:=AI*AF*KKK#
XXX:=-AF*KKK#
ZZZ:=AI*AG*X#
AAAA:=AI*AD*LLL#
BBBB:=AI*AF*MMM#
CCCC:=AI*AG*NNN#
DDDD:=ALFA1*P*PPP#
EEEE:=-AG*X#

RRRR:=V*X#
SSSS:=(H*AC*(A1A2-BC1))/G#
TTTT:=-AB*AC*X#

UUUU:=SIN(TETA)#
VVVV:=COS(TETA)#
A11A:=(G*X)/(H)#
A11A1:=(1/2)*(EXP(A11A)-(1/EXP(A11A)))#
A11A2:=(1/2)*(EXP(A11A)+(1/EXP(A11A)))#
XXXX:=1/VVVV#
ZZZZ:=H/(G*VVVV)#

```

```

AAAAA:=H/G;
BBBBB:=(G*L)/(H);
C1:=LN((1+SIN(TETA))/(COS(TETA)));
A11A1A:=BBBBB-C1;
B11B1:=(1/2)*(EXP(A11A1A)-(1/EXP(A11A1A)));
CCCCC:=UUUU/VVVV;
DDDDD:=AAAAA*(B11B1+CCCCC);

U:=QQQ+RRR+SSS+TTT+UUU+VVV+XXX+ZZZ+AAAA+BBBB+CCCC+DDDD+
  EEEE;
V1:=VA+RRRR+SSSS+TTTT;
VL:=AC*A1A1+AE;
Y:=ZZZZ*(1-A11A2+(UUUU*A11A1));
YL:=XXXX*((UUUU*A11A2)-A11A1);

FFFF:=(AI-AH)*(A1A2*A1A2*A1A2);
GGGG:=(YL*VL)+((VL*VL)/2);
HHHH:=(AI*A1A2*A1A2)*GGGG;
IIII:=-GGGG;
QQQQ:=(1+(YL*YL))*ALFA1*T;
UL:=FFFF+HHHH+IIII+QQQQ;
F1:=Y+V1;

AF:=((UL+(YL*VL))/(1+(YL*YL)))+(((UL*UL)+(VL*VL))/
  (2*(1+(YL*YL)))));
AQ:=1+(2*AF);
AR1:=(AF*AF)/AQ;
AR:=1/AR1;
AT:=1/UL;
AU1:=1/(YL*YL);
AUS:=(ES*AS)+(H*SQRT(1+(YL*YL)))/((ES*AS)+H);
AU2:=1/AUS;
AV:=SQRT(1+(YL*YL));
AX:=(1+UL)*(1+UL);
AZ:=(YL+VL)*(YL+VL);
BH:=SQRT(AX+AZ);
BI1:=BH/AV;
BI:=1/BI1;

```

```

TEC:=READKEY;
END.

```

```
PROCEDURE DADOS;  
BEGIN
```

```
  {CABO NIVELADO}
```

```
  G:=;   
  G1:=;   
  ES:=;   
  AS:=;   
  L:=;   
  F:=;   
  TETA:=;   
  X:=0;   
  ALFA1:=0;   
  T:=0;   
  UA:=0;   
  UB:=0;   
  PESO:=;
```

```
  {CABO DESNIVELADO}
```

```
  G:=;   
  G1:=;   
  ES:=;   
  AS:=;   
  L:=;   
  F:=;   
  TETA:=;   
  X:=0;   
  ALFA1:=0;   
  T:=0;   
  UA:=0;   
  UB:=0;   
  PESO:=;
```

```
END;
```

```
{ =====<<<<<< PROCEDURE MAISMIL >>>>>===== }
```

```
PROCEDURE MAISMIL;
```

```
BEGIN
```

```
  NUM:=10000;
```

```
  WHILE NUM>0.0000001 DO BEGIN
```

```
    IF NUM=0.0000001 THEN WRITELN('A = ',A);
```

```
    IF NUM>0.0000001 THEN NUM:=NUM/10;
```

```
    REPEAT
```

```
      H:=H+NUM;
```

```
      B:=(G*L)/(2*H);
```

```
      K:=(1/2)*(EXP(B)+(1/EXP(B)));
```

```
      A:=(H/G)*(K-1);
```

```
    UNTIL ABS(A)<=ABS(F);
```

```
    IF ABS(A)=ABS(F) THEN WRITELN('SANDRA1');
```

```
    IF ABS(A)<>ABS(F) THEN
```

```
      BEGIN
```

```

IF NUM=0.0000001 THEN WRITELN('A = ',A);
IF NUM>0.0000001 THEN NUM:=NUM/10;
REPEAT
  H:=H-NUM;
  B:=(G*L)/(2*H);
  K:=(1/2)*(EXP(B)+(1/EXP(B)));
  A:=(H/G)*(K-1);
UNTIL ABS(A)>=ABS(F);
END;
IF ABS(A)=ABS(F) THEN WRITELN('SANDRA2');
END;
END;

```

```

( =====<<<<<< PROCEDURE MAISMIL4 >>>>>>===== )

```

```

PROCEDURE MAISMIL4;
BEGIN
  NUM:=1000;
  WHILE NUM>0.00001 DO BEGIN
    IF NUM=0.00001 THEN WRITELN('A = ',A);
    IF NUM>0.00001 THEN NUM:=NUM/10;
    REPEAT
      H:=H+NUM;
      BC:=H/(G*COS(TETA));
      BD:=(G*L)/(H);
      BE:=(1/2)*(EXP(BD)+(1/EXP(BD)));
      BF:=(1/2)*(EXP(BD)-(1/EXP(BD)));
      BG:=(SIN(TETA))*BF;
      A:=BC*(1-BE+BG);
    UNTIL A>=F;
    IF A=F THEN WRITELN('SANDRA1');
    IF A<>F THEN
      BEGIN
        IF NUM=0.00001 THEN WRITELN('A = ',A);
        IF NUM>0.00001 THEN NUM:=NUM/10;

        REPEAT
          H:=H-NUM;
          BC:=H/(G*COS(TETA));
          BD:=(G*L)/(H);
          BE:=(1/2)*(EXP(BD)+(1/EXP(BD)));
          BF:=(1/2)*(EXP(BD)-(1/EXP(BD)));
          BG:=(SIN(TETA))*BF;
          A:=BC*(1-BE+BG);
        UNTIL A<=F;
      END;
    IF A=F THEN WRITELN('SANDRA2');
  END;
END;
END;

```