

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS

PERFIS DE AÇO CONFORMADOS A FRIO POR DOBRAMENTO DE CHAPA FINA
-FUNDAMENTOS TEÓRICOS PARA O DIMENSIONAMENTO DE BARRAS-

Autor: Eng. Carlos Eduardo Javaroni

COMISSÃO JULGADORA:

Prof. Dr. Roberto Martins Gonçalves (ORIENTADOR)

Prof. Dr. Munir Rachid

Prof. Dr. José Luis Antunes de Oliveira e Souza

DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de "Mestre em Engenharia de Estruturas".

DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

Dezembro de 1993

À Sueli, esposa, e
ao Rafael, meu filho.

AGRADECIMENTOS

Ao professor Roberto Martins Gonçalves pela amizade e orientação deste trabalho.

Aos professores José Jairo de Sáles e Maximiliano Malite pela amizade e colaboração neste trabalho.

À Sueli e ao Rafael, pelo apoio e compreensão nas horas em que precisei privar-lhes do convívio.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo apoio financeiro.

E, em especial, aos amigos.

RESUMO

Neste trabalho são discutidos os vários aspectos da formulação teórica para o dimensionamento de perfis conformados a frio por dobramento de chapa fina de aço às solicitações frequentes: tração, compressão, flexão, cisalhamento e flexo-compressão.

Apresenta-se uma formulação preparada para a utilização do método dos estados limites no projeto de estruturas que empreguem perfis de chapa dobrada. Os critérios de dimensionamento são fundamentados, basicamente, na teoria da estabilidade das estruturas.

ABSTRACT

This work discusses several aspects of cold-formed steel structures design according to usual solicitations: tension, compression, bending, shear and combined axial load with bending.

This work also presents the basic formulation for the applications of limit states design in cold-formed steel structural members and the design criteria used are based on theory of elastic stability.

SUMÁRIO

SIMBOLOGIA	1
1. INTRODUÇÃO	
1.1. Generalidades.....	6
1.2. Pesquisas e normas técnicas.....	8
1.3. Propriedades mecânicas do aço.....	11
1.4. Tipos de seções usuais.....	15
1.5. Métodos de dobramento.....	16
1.6. Influência do trabalho a frio nas propriedades mecânicas do aço.....	17
1.7. Tensões residuais.....	19
1.8. Características geométricas de perfis de chapa dobrada (método linear).....	21
2. ELEMENTOS ESBELTOS COMPRIMIDOS	
2.1. Introdução e definições.....	25
2.2. Flambagem de chapa.....	27
2.2.1. Tensão crítica de flambagem elástica de chapas.....	27
2.2.2. Flambagem de chapa em regime inelástico..	32
2.2.3. Resistência pós-flambagem e largura efetiva.....	32
2.3. Elementos enrijecidos à compressão.....	36
2.3.1. Introdução.....	36
2.3.2. Elemento enrijecido à compressão por meio de enrijecedores de borda.....	37
2.3.2.1. Generalidades.....	37

2.3.2.2.	Enrijecedores de borda.....	38
2.3.2.3.	Largura efetiva de elemento enrijecido à compressão por meio de enrijecedores de borda..	42
2.4.	Elemento com enrijecimento múltiplo à compressão.....	43
2.4.1.	Introdução.....	43
2.4.2.	Enrijecedor intermediário.....	45
2.4.3.	Largura efetiva de elemento com enrijecimento múltiplo.....	47
2.5.	Elemento não enrijecido à compressão.....	49
2.5.1.	Introdução.....	49
2.5.2.	Flambagem local.....	49
2.5.3.	Resistência pós-flambagem.....	49
2.6.	Elemento submetido a tensões de compressão não uniformes.....	50
2.7.	Limitações dimensionais.....	52
3.	BARRAS TRACIONADAS E COMPRIMIDAS	
3.1.	Considerações sobre a segurança.....	54
3.2.	Barras tracionadas.....	58
3.2.1.	Generalidades.....	58
3.2.2.	Critérios de dimensionamento - Barras tracionadas.....	59
3.2.2.1.	Estado limite último.....	59
3.2.2.2.	Limite do índice de esbeltez de barras tracionadas.....	61
3.3.	Barras comprimidas.....	61
3.3.1.	Generalidades.....	61
3.3.2.	Flambagem com flexão e torção de barras comprimidas.....	63
3.3.2.1.	Flambagem elástica.....	63
3.3.2.2.	Flambagem inelástica.....	64
3.3.3.	Flambagem por flexão e torção.....	67
3.3.4.	Critérios de dimensionamento - Barras comprimidas.....	73
3.3.4.1.	Estado limite último.....	73

3.3.4.1.1.	Introdução.....	73
3.3.4.1.2.	Resistência de cálculo.....	73
3.3.4.1.3.	Tensão crítica de flambagem elástica...	74
3.3.4.1.4.	Seção com elementos não enrijecidos.....	76
3.3.4.2.	Limite do índice de esbeltez de barras comprimidas.....	76
4.	BARRAS FLETIDAS - RESISTÊNCIA AO MOMENTO FLETOR	
4.1.	Generalidades.....	77
4.2.	Vigas não sujeitas à flambagem lateral com torção.....	78
4.3.	Flambagem lateral com torção.....	79
4.3.1.	Perfis com dupla simetria.....	81
4.3.1.1.	Perfis I.....	87
4.3.1.2.	Perfis caixão.....	90
4.3.2.	Perfis Z.....	91
4.3.3.	Perfis monossimétricos.....	92
4.3.4.	Perfis com elementos comprimidos lateralmente destravados.....	98
4.4.	Reserva de resistência inelástica de vigas.....	101
4.4.1.	Introdução.....	101
4.4.2.	Reserva de resistência inelástica devida à plastificação parcial da seção transversal.....	102
4.4.3.	Redistribuição de momentos fletores em vigas contínuas.....	103
4.5.	Critérios de dimensionamento.....	106
4.5.1.	Estado limite último.....	106
4.5.1.1.	Introdução.....	106
4.5.1.2.	Vigas com contenção lateral e vigas a cuja seção transversal não se aplica o estado limite de flambagem lateral com torção.	106
4.5.1.3.	Vigas com contenção lateral	

	descontínua: flambagem lateral com torção.....	109
4.5.2.	Estado limite de utilização: cálculo de deslocamentos.....	112
5.	BARRAS FLETIDAS - VERIFICAÇÕES ADICIONAIS	
5.1.	Generalidades.....	114
5.2.	Força cortante.....	114
5.3.	Momento fletor e força cortante combinados.....	119
5.4.	Enrugamento da alma.....	120
5.5.	Flexão e enrugamento da alma combinados.....	125
5.6.	Enrijecedores transversais.....	126
5.7.	Efeito "Shear-lag" e ondulação da mesa.....	128
5.7.1.	Efeito "Shear-lag".....	128
5.7.2.	Ondulação da mesa.....	130
5.8.	Critérios de dimensionamento.....	132
5.8.1.	Introdução.....	132
5.8.2.	Barras fletidas - força cortante.....	133
5.8.3.	Interação entre momento fletor e força cortante.....	134
5.8.4.	Resistência ao enrugamento da alma.....	135
5.8.5.	Interação entre flexão e enrugamento da alma.....	135
5.8.6.	Enrijecedores transversais.....	136
5.8.7.	Efeito "Shear-lag".....	137
5.8.8.	Ondulação da mesa.....	138
6.	BARRAS SUJEITAS À FLEXO-COMPRESSÃO	
6.1.	Introdução.....	140
6.2.	Equações diferenciais gerais da instabilidade de barras flexo-comprimidas.....	140
6.3.	Resistência no plano.....	142
6.4.	Flambagem lateral com torção.....	149
6.5.	Critérios de dimensionamento.....	151
7.	EXEMPLOS DE DIMENSIONAMENTO	
7.1.	Barras comprimidas.....	153
7.2.	Barras fletidas.....	157
7.3.	Barra sujeita à flexo-compressão.....	171

8. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	177
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	180
APÊNDICE I - RESUMO DA TEORIA DE FLEXO-TORÇÃO	
I.1. Introdução.....	188
I.2. Centro de torção ou centro de cisalhamento de uma seção delgada aberta (D).....	189
I.3. Cálculo das coordenadas do centro de cisalhamento.....	191
I.4. Torção livre.....	193
I.5. Torção não uniforme ou flexo-torção.....	193
I.5.1. Tensão normal de flexo-torção.....	194
I.5.2. Tensão tangencial de flexo-torção e momento torçor de flexo-torção.....	194
I.5.3. Equação diferencial da flexo-torção.....	196
I.5.4. Introdução ao bimomento.....	196
APÊNDICE II - EQUAÇÕES GERAIS DA INSTABILIDADE POR FLEXÃO E TORÇÃO	
II.1. Considerações iniciais.....	200
II.2. Tensões.....	201
II.3. Energia de deformação.....	202
II.4. Energia potencial.....	203
II.4.1. Energia da tensão normal provocada pelos momentos fletores trabalhando durante a rotação ϕ	204
II.4.2. Energia devida ao momento torçor.....	205
II.4.3. Energia potencial da força normal.....	206
II.4.4. Energia potencial do bimomento.....	207
II.4.5. Energia potencial das ações transversais..	208
II.5. Expressão da energia total.....	210
APÊNDICE III - CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS DE PERFIS DE CHAPA DOBRADA.....	212

SIMBOLOGIA

A	= área da seção transversal; coeficiente.
A_{ef}	= área efetiva.
A_n	= área líquida.
A_{st}	= área da seção transversal do enrijecedor.
B	= coeficiente.
C_b, C_m	= coeficientes utilizados no dimensionamento à flexão simples ou composta.
C_{mx}	= coeficiente C_m relativo ao eixo "x".
C_{my}	= coeficiente C_m relativo ao eixo "y".
C_w	= constante de empenamento da seção transversal.
D	= rigidez à flexão de chapa.
E	= módulo de elasticidade do aço.
E_r	= módulo reduzido.
E_t	= módulo tangente.
G	= módulo de elasticidade transversal do aço.
H	= parâmetro utilizado na flambagem por flexão e torção.
I	= momento de inércia.
I_a	= momento de inércia adequado para enrijecedores de borda e intermediários.
I_{st}	= momento de inércia para os enrijecedores transversais.
I_T	= momento de inércia à torção.
I_x, I_y	= momento de inércia em relação aos eixos

- "x" e "y", respectivamente.
- L = comprimento em geral; vão.
- L_b = comprimento do trecho sem contenção lateral.
- L_{st} = comprimento do enrijecedor transversal.
- M = momento fletor.
- M_{cr} = momento crítico.
- M_d = momento fletor de cálculo.
- M_n = resistência nominal ao momento fletor.
- M_p = momento de plastificação.
- M_s = momento estático.
- M_1, M_2 = menor e maior momentos fletores nas extremidades do trecho sem contenção lateral.
- M_y = momento correspondente ao início de escoamento.
- N = força normal em geral.
- N_{cr} = força crítica de flambagem.
- N_d = força normal de cálculo.
- N_e = força de flambagem elástica.
- N_{ex} = força de flambagem elástica segundo o eixo "x".
- N_{ey} = força de flambagem elástica segundo o eixo "y".
- N_{ez} = força de flambagem elástica por torção.
- N_n = resistência nominal à força normal.
- N_R = força módulo reduzido.
- N_T = força módulo tangente.
- N_y = força normal de escoamento da seção.
- Q = relação entre a área efetiva e a área bruta da seção transversal.
- R = raio interno de dobramento; fator de redução.
- V = força cortante.
- V_d = força cortante de cálculo.
- V_n = resistência nominal à força cortante.

- V_{pl} = força cortante correspondente a plastificação da alma por cisalhamento.
- W = módulo de resistência elástico.
- W_x, W_y = módulos de resistência elásticos em relação aos eixos "x" e "y", respectivamente.
- W_{ef} = módulo de resistência efetivo, elástico.
- W_n = módulo de resistência elástico da seção líquida.
- a = distância entre enrijecedores.
- b = largura em geral.
- b_{ef} = largura efetiva.
- b_f = largura da mesa.
- c_t = deslocamento da extremidade da mesa em perfil fletido.
- d = altura da seção; altura do enrijecedor de borda.
- f = tensão em geral.
- f_{cr} = tensão crítica de flambagem.
- f_e = tensão crítica de flambagem elástica.
- f_{ex} = tensão crítica de flambagem elástica segundo o eixo "x".
- f_{ey} = tensão crítica de flambagem elástica segundo o eixo "y".
- f_{ez} = tensão crítica de flambagem elástica por torção.
- f_{pr} = tensão correspondente ao limite de proporcionalidade.
- f_r = tensão residual.
- f_u = limite de resistência à tração do aço.
- f_y = limite de escoamento do aço.
- f'_y = limite de escoamento do aço após o dobramento.
- f_{yc} = limite de escoamento do canto após o dobramento.

- f_1, f_2 = tensões utilizadas no cálculo da largura efetiva de elementos sob tensões não uniformes.
- h = altura em geral.
- j = constante da seção transversal, utilizada no dimensionamento à flexão de seções monossimétricas.
- k = parâmetro utilizado no cálculo do comprimento de flambagem.
- k_x, k_y = parâmetros utilizados no cálculo dos comprimentos de flambagem segundo os eixos "x" e "y", respectivamente.
- k_z = parâmetro utilizado no cálculo do comprimento de flambagem com torção.
- r_0 = raio de giração polar em relação ao centro de cisalhamento.
- r_x, r_y = raio de giração em relação aos eixos "x" e "y", respectivamente.
- t = espessura em geral.
- t_w = espessura da alma.
- u = deslocamento do centro de cisalhamento segundo o eixo "x".
- v = deslocamento do centro de cisalhamento segundo o eixo "y".
- x_0, y_0 = coordenadas do centro de cisalhamento.
- Σ = somatório.
- α = ângulo.
- ϵ_y = deformação no escoamento (f_y/E).
- ϵ_{cu} = máxima deformação à compressão.
- λ = parâmetro de esbeltez.
- λ_p = parâmetro de esbeltez correspondente à plastificação.
- λ_R = parâmetro de esbeltez correspondente ao início de escoamento.
- ν = coeficiente de Poisson.

- τ = tensão de cisalhamento.
- τ_y = tensão de escoamento por cisalhamento.
- τ_{cr} = tensão crítica de flambagem por cisalhamento.
- ϕ = coeficiente de resistência em geral; rotação da seção transversal em torno do centro de cisalhamento.
- ϕ_b = coeficiente de resistência ao momento fletor.
- ϕ_c = coeficiente de resistência à compressão.
- ϕ_t = coeficiente de resistência à tração.
- ϕ_v = coeficiente de resistência à força cortante.

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1. Generalidades

Na construção com aço existem dois grupos principais de barras estruturais. Um é o grupo dos perfis laminados a quente e perfis constituídos por chapas (perfis soldados). O outro, grupo menor mas de importância crescente, é composto por perfis conformados a frio por dobramento de chapa fina de aço, os perfis de chapa dobrada.

O recente desenvolvimento da construção com o aço dependeu, quase que totalmente, do primeiro grupo de barras estruturais. Por volta de 1940, o excesso de chapas de aço produzidas nos Estados Unidos exigiu novas aplicações para o produto.

Estas chapas apresentavam espessuras de 0,8 mm a 3,0 mm e isto conduziu a indústria do aço a iniciar pesquisas sobre o aço conformado a frio. Desde então, as aplicações têm sido muitas, entre as quais: automóveis, vagões, silos, pontes, torres de transmissão, construção civil e estruturas componentes de máquinas.

A partir de 1946, o uso e desenvolvimento do aço dobrado a frio como elemento estrutural nos Estados Unidos, foi difundido através de várias edições do "Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members" do American Iron and Steel Institute (AISI). As especificações

baseavam-se em pesquisas contínuas, patrocinadas pelo AISI, na Universidade de Cornell sob a orientação do professor George Winter iniciadas em 1939 e nas colaborações de outras instituições. Outros países da Europa e Ásia elaboraram suas normas baseadas nos critérios do AISI. No Brasil, sob o patrocínio da firma TECNOFER, através do professor Antonio Alves Noronha, editou-se a NB-143 "Cálculo de estruturas de aço constituídas por perfis leves", em 1967, baseada nas especificações da norma do AISI, edição de 1956.^[32]

Os perfis de chapa dobrada a frio são obtidos a partir de chapas cuja espessura varia de 0,378 mm a 6,35 mm, embora possam ser feitas aplicações com espessura maior, até 25,4 mm. Na sua aplicação na construção com aço observam-se as seguintes vantagens:

- comparativamente aos perfis laminados, pode-se obter estruturas mais econômicas para pequenos vãos. No Brasil, a grande maioria das obras enquadra-se nesta categoria;

- configurações não usuais da seção transversal podem ser utilizadas quando necessárias;

- painéis com capacidade de carga servem também como superfície de piso, telhado ou parede;

- painéis com capacidade de carga normal ao seu plano servem também como elementos resistentes no plano.

Embora algumas estruturas sejam constituídas inteiramente de perfis de chapa dobrada, outras o são empregando-se para os elementos estruturais principais perfis laminados ou soldados e para os elementos secundários, perfis conformados a frio. No dimensionamento deste último tipo de estrutura, especial atenção deve-se ter quanto aos critérios de dimensionamento, ressaltando-se que a NBR-8800, "Projeto e execução de estruturas de aço de edifícios"^[5] não aceita o uso simultâneo do método dos estados limites com o método das tensões admissíveis no

dimensionamento de uma mesma estrutura.

1.2. Pesquisas e normas técnicas

O uso de barras de chapa dobrada na construção começou por volta de 1850 nos Estados Unidos e Inglaterra. Entretanto, não encontrou ampla utilização antes de 1940. Os códigos de construção da época não faziam previsões para a utilização de chapa dobrada nas construções. Uma norma específica ao seu uso se fez necessária pelas seguintes razões:

-os perfis laminados a quente e os perfis soldados são limitados a um determinado número de formas. Ao contrário, os perfis de chapa dobrada apresentam as mais variadas formas, muitas das quais não podem ser analisadas pelos métodos que governam o dimensionamento daqueles perfis;

-a maior parte dos perfis de chapa dobrada consiste de elementos planos com elevadas relações de largura para espessura; isto exige considerações sobre a flambagem de chapa e sobre a resistência pós-flambagem;

-em geral, os perfis de chapa dobrada são monossimétricos ou assimétricos, exigindo considerações apropriadas sobre tensões devidas à torção, deformações e flambagem;

-a possibilidade de ocorrência simultânea da flambagem local dos elementos planos e da flambagem global da barra exige considerações sobre esta interação;

-a presença dos cantos arredondados por dobramento a frio ligando elementos planos de igual espessura é por demais diferente de cantos de elementos de diferentes espessuras de chapas ligados por meio de solda;

-a distribuição das tensões residuais difere daquelas causadas pelo resfriamento das chapas e dos perfis laminados;

-além destes aspectos relativos as barras, o tipo e distância dos elementos de ligações nos perfis de chapa dobrada, diferem dos utilizados nos perfis laminados e soldados, principalmente devido a espessura geralmente muito menor dos perfis de chapa dobrada.

Frente à necessidade de normas específicas e à ausência de experiências e informações de pesquisas, o AISI Committee on Building Research and Technology, então chamado Committee on Building Codes, patrocinou um projeto de pesquisa na Universidade de Cornell em 1939, com o propósito de estudar o comportamento de perfis estruturais de chapa fina de aço dobrada a frio e obter informações reais para a formulação de uma norma específica.

As pesquisas conduzidas pelo professor George Winter, e seus colaboradores, resultaram no desenvolvimento de métodos de cálculo concernentes a largura efetiva para elementos comprimidos, flambagem lateral de vigas, flambagem de almas de vigas sob força concentrada, efeitos do trabalho a frio nas propriedades do aço, exigências de travamento lateral para seções U e Z carregadas no plano da alma, interação entre flambagem local e flambagem global, enrijecedores de borda, ligações com soldas e parafusos, etc. Os resultados obtidos nestas pesquisas foram apresentados em vários congressos e publicados nos periódicos de diferentes sociedades de engenharia.

Em 1946, a primeira edição do "Specification for the Design of Light Gage Steel Structural Members" foi organizada e publicada pelo AISI. Esta norma baseava-se nos resultados das pesquisas realizadas na Universidade Cornell e na experiência prática acumulada nesta área. Posteriormente, revisões realizaram-se em 1956, 1960, 1962, 1968, 1980 e 1986, refletindo as técnicas desenvolvidas e os resultados de contínuas pesquisas. A edição atual, de 1986, baseada no método das tensões admissíveis, é a "Specification for the Design of Cold-Formed Steel

Structural Members".^[1]

A norma do AISI obteve reconhecimento em todo o mundo desde sua primeira edição. O dimensionamento dos perfis de chapa dobrada baseado nessa norma, é incluído em vários livros e manuais de engenharia.

Em adição à emissão da norma, o AISI emitiu a primeira edição do "Light Gage Steel Design Manual" em 1949, sofrendo revisões posteriores, simultaneamente com os procedimentos de cálculo. O manual apresenta a norma em sua Parte I e comentários na Parte II. Informações suplementares são apresentadas na Parte III e exemplos de cálculo são ilustrados na Parte IV. Tabelas e gráficos para determinação da resistência e deformações de perfis de chapa dobrada são incluídos na Parte V. Fluxogramas e procedimentos de teste são incluídos nas Partes VI e VII, respectivamente.

Em outros países, as pesquisas e o desenvolvimento dos perfis de chapa dobrada, ligações e sistemas estruturais, foram conduzidos por muitas instituições durante os anos passados. No Canadá, com o resultado de pesquisas próprias, publicou-se uma das primeiras normas de perfis conformados a frio, baseada inteiramente no método dos estados limites. Assim, foi publicado em 1984, pelo Canadian Standards Association (CSA), a norma CAN3-S136-1984 "Cold Formed Steel Structural Members".^[8] A sua edição anterior, de 1974, baseava-se no método das tensões admissíveis, tendo como opção o método dos estados limites.

No Brasil existem poucas notícias do desenvolvimento de pesquisas nesta área, e o dimensionamento destes perfis segue, atualmente, as recomendações da norma NB-143 "Cálculo de estruturas de aço constituídas por perfis leves",^[4] de 1967, baseada na norma do AISI de 1956. Isto fez com que a maioria dos projetistas de estruturas metálicas seguisse as prescrições do AISI, o qual possui edições mais recentes e abrangentes.

1.3. Propriedades mecânicas do aço

As propriedades mecânicas de interesse e de conhecimento necessários para o dobramento e uso no cálculo dos perfis de chapa dobrada são: a tensão limite de escoamento, a tensão limite de resistência à tração e a ductilidade.

A ductilidade é a capacidade do material de se deformar consideravelmente antes da ruptura. Tem grande importância para a conformação a frio e estrutural, pois conduz a mecanismos de ruptura acompanhados de grandes deformações, permitindo a adoção de medidas preventivas. A ductilidade pode ser medida pelo alongamento em um comprimento de 50 mm em corpos de prova ensaiados à tração.

A resistência dos perfis estruturais depende, em geral, do limite de escoamento e do limite de resistência à tração, exceto nos casos em que há possibilidade de ocorrer a flambagem. Estas características mecânicas são determinadas através de ensaio de tração simples, de onde se obtém o diagrama tensão-deformação que reflete o comportamento do aço sob o efeito de forças estáticas.

Na figura 1.1a tem-se o diagrama tensão-deformação correspondente aos aços carbonos estruturais laminados a quente. Vê-se que o comportamento linear, lei de Hooke, é válido até um determinado valor de tensão. A inclinação do trecho retilíneo do diagrama define o módulo de elasticidade (E) do material. Para todos os aços é normalizado no Brasil o valor de $E=205.000$ MPa, constante.

Ultrapassado o regime elástico, observa-se o aumento de deformação sob tensão constante. A tensão correspondente ao escoamento chama-se limite de escoamento (f_y) do material.

Seja na laminação de perfis, seja na execução de perfis soldados ou no dobramento de perfis de chapa dobrada, a ocorrência de tensões residuais e imperfeições geométricas é inerente ao processo. Estas tensões residuais fazem com

que parte da seção transversal tenha como início de plastificação a tensão limite de escoamento subtraída da tensão residual e conduzem a um diagrama tensão-deformação no qual a transição do regime elástico para o patamar de escoamento é feito de maneira gradual, como ilustra a figura 1.1b. A inclinação da tangente à curva define o módulo tangente (E_t) do material, variável em função da tensão aplicada.

Neste caso, estabelece-se o limite de escoamento (f_y) como sendo o valor da tensão correspondente a uma deformação pré estabelecida.

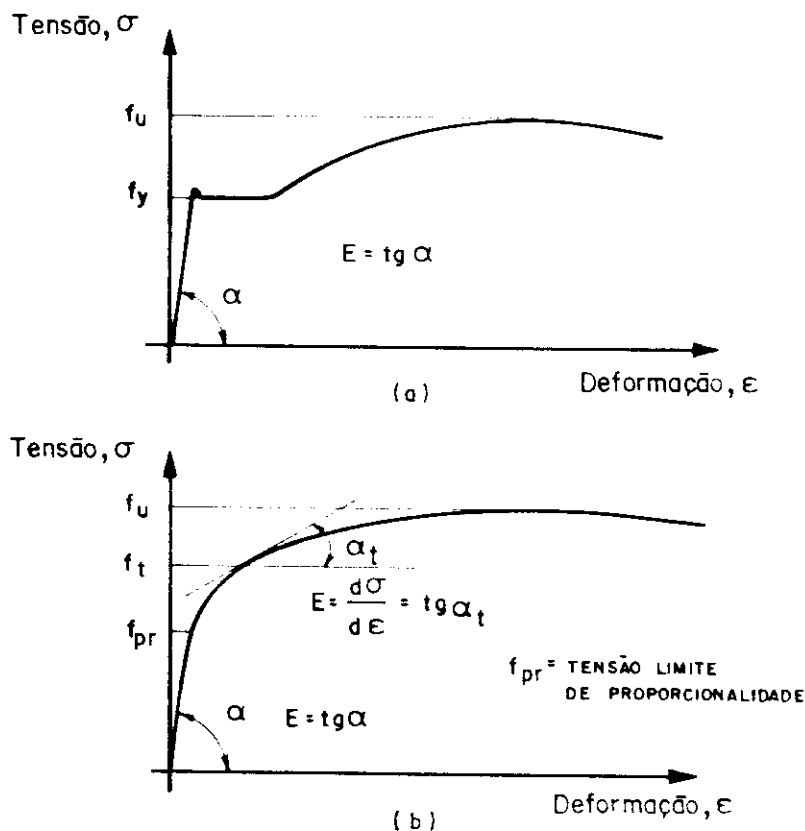


Figura 1.1 - Diagrama tensão-deformação para aços.
 (a). Patamar de escoamento.
 (b). Escoamento gradual.

Na figura 1.2 mostram-se dois critérios para a determinação do valor do limite de escoamento (f_y), cujos

resultados são similares. Na figura 1.2a, f_y é obtido do diagrama tensão-deformação correspondente a uma deformação residual de 0,2% (método "off set"). Na figura 1.2b, convencionou-se f_y como o valor correspondente a uma deformação de 0,5%.

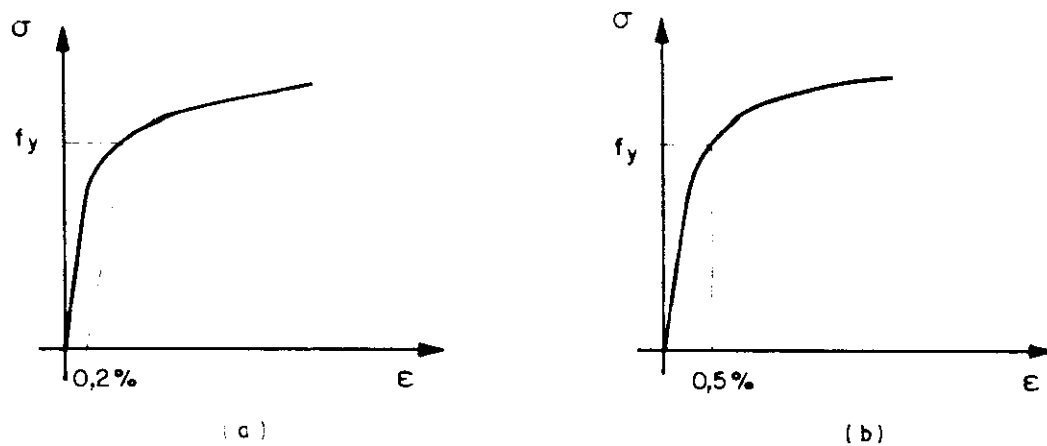


Figura 1.2 - Determinação do limite de escoamento para aços sem patamar de escoamento. (a). f_y para uma deformação residual de 0,2%. (b). f_y para uma deformação arbitrada de 0,5%.

Como o escoamento é caracterizado por grandes deformações, visíveis na estrutura, atingir a tensão limite de escoamento é considerado como um estado limite último.

Após o escoamento, ocorre a fase do endurecimento na qual se dá, finalmente, a ruptura. O maior valor de tensão observado no diagrama tensão-deformação define a tensão limite de ruptura à tração (f_u).

Na tabela 1.1 mostram-se alguns aços estruturais cujo uso é indicado pelas normas do AISI, do CSA e da ABNT.

Os aços de classificação SAE, embora não estruturais, são largamente empregados na fabricação de perfis de chapa dobrada. Vulgarmente chamados de chapa preta, suas propriedades mecânicas são apresentadas na tabela 1.2.

Tabela 1.1 - Aços especificados para uso estrutural. [5]

Classificação	Denominação	Produto	Grupo/grau	f_y MPa	f_u MPa	
Aços-carbono	A-36	Perfis	Todos os grupos	250	400	
		Chapas	$t < 200\text{mm}$		a	
		Barras	$t \leq 100\text{mm}$		550	
	A-570	Chapas	Todos os grupos	Grau 40	280	380
				Grau 45	310	410
Aços de baixa liga e alta resistência mecânica	A-441	Perfis	Grupos 1 e 2	345	485	
			Grupo 3	315	460	
		Chapas e Barras	$t < 19$	345	485	
			$19 < t < 38$	315	460	
			$38 < t \leq 100$	290	435	
	A-572	Perfis	Todos os grupos	Grau 45	290	415
				Grau 50	345	450
		Chapas e Barras	Grau 40 ($t \leq 150$)	290	415	
				Grau 50 ($t \leq 50$)	345	450
					345	450
Aços de baixa liga e alta resistência mecânica resistentes à corrosão atmosférica	A-242	Perfis	Grupos 1 e 2	345	480	
			Grupo 3	315	460	
		Chapas e Barras	$t \leq 19$	345	480	
			$19 < t < 38$	315	460	
	A-588	Perfis	Todos os grupos	345	485	
				345	485	
				315	460	
		Chapas e Barras	$100 < t \leq 127$	315	460	
				$127 < t \leq 200$	290	435

Notas: a) Grupamento de perfis estruturais para efeito de propriedades mecânicas
a.1) Perfis¹⁾ de abas inclinadas, perfis¹⁾ e cantoneiras com espessura menor ou igual a 19mm - GRUPOS 1 e 2;
a.2) Cantoneiras com espessura maior que 19mm - GRAU 3;
b) Para efeito das propriedades mecânicas de barras, a espessura¹⁾ corresponde à menor dimensão da seção transversal da barra.

Tabela 1.2 - Aços classificação SAE

Material	f_y (MPa)	f_u (MPa)	Alongamento em c.p. de 50 mm (%)
SAE 1008	172	309	30
SAE 1010	183	330	28

1.4. Tipos de seções usuais

Os perfis de chapa dobrada a frio de uso mais comum em estruturas são de forma bastante similar aos perfis laminados e soldados. Entretanto, uma variedade de seções pode ser obtida pela composição de perfis ou por dobramento para aplicações específicas. A figura 1.3 mostra alguns tipos de seções transversais usuais em barras fletidas, comprimidas e tracionadas.

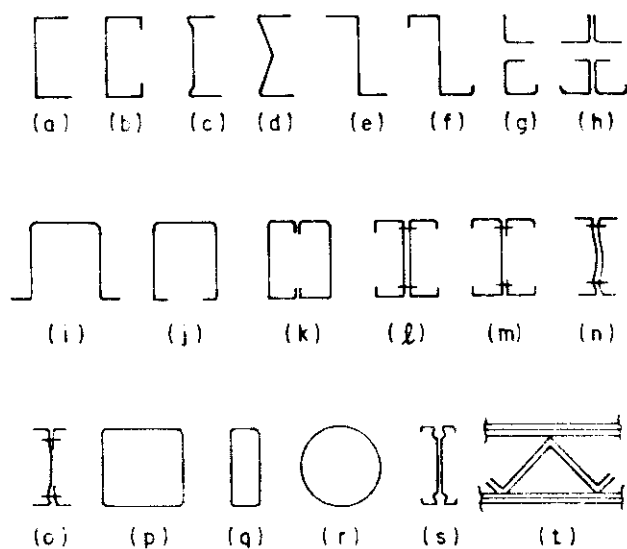


Figura 1.3 - Seções transversais de perfis de chapa dobrada.

Em geral, a altura dos perfis varia de 50 mm a 300 mm, e as espessuras das chapas de 1,20 mm a 6,35 mm. Contudo, estas dimensões podem atingir valores maiores com alturas até 450 mm e espessuras de chapa de até 25 mm.

Além dos perfis acima, tem-se também elementos bidimensionais utilizados em painéis para coberturas, fechamentos e pisos, com altura variando de 40 mm a 200 mm e espessuras variando de 0,35 mm a 1,92 mm, figura 1.4.

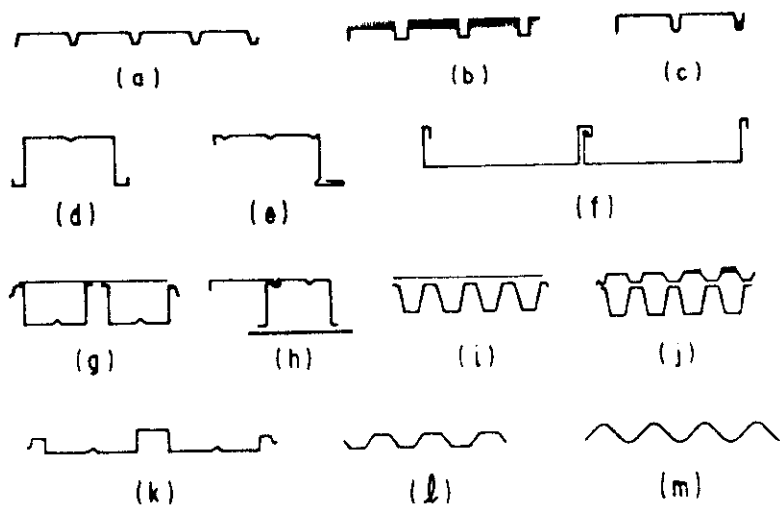


Figura 1.4 - Seções transversais para pisos, fechamentos e coberturas.

1.5. Métodos de dobramento

Dois são os processos utilizados para a conformação a frio de perfis.

O primeiro consiste no dobramento de chapas a frio através de prensagem em viradeiras hidráulicas (prensas). A prensagem executa-se colocando-se a tira de chapa previamente cortada em guilhotina nas dimensões adequadas, através de impacto produzido por uma barra biselada superior contra outra inferior fixa, porém removível, de acordo com a espessura da chapa a ser dobrada e a configuração desejada. Em geral, essas prensas dobram tiras com comprimento até 6000 mm, excepcionalmente 12000 mm, altura máxima de 300 mm e largura de mesas de 85 mm. A espessura varia de 1,0 mm a 5,0 mm para os perfis padronizados. Este processo é empregado na fabricação de cantoneiras, perfis U e perfil Z.

O segundo método consiste na calandragem através de perfiladeiras. O equipamento pode ser desde uma simples perfiladeira de 3 rolos a um conjunto de vários rolos dispostos numa pista de produção. Os perfis obtidos têm comprimentos de 6000 mm a 9000 mm, em geral. Este processo é

utilizado principalmente na fabricação de calhas, tubos, telhas, painéis de fechamento, pisos, etc.

1.6. Influência do trabalho a frio nas propriedades mecânicas do aço

As propriedades mecânicas dos perfis de chapa dobrada são diferentes daquelas das lâminas, chapas e tiras de aço antes da ação de dobramento (aço virgem). Isto se deve ao fato de que a operação de conformação a frio aumenta o limite de escoamento e a resistência à tração e, ao mesmo tempo, diminui a ductilidade.

O aumento na resistência à tração é inferior ao aumento no limite de escoamento, com uma conseqüente redução na amplitude entre estes valores. Como o material dos cantos da seção transversal é trabalhado a frio até um alto grau de dobramento, maior que o do material das partes planas, as propriedades mecânicas são diferentes ao longo da seção transversal. Por esta razão, a flambagem local¹ ou o escoamento, sempre tem início na porção plana devido ao menor limite de escoamento do aço nesta região. A figura 1.5 ilustra a variação das propriedades mecânicas em vários pontos de uma seção U.

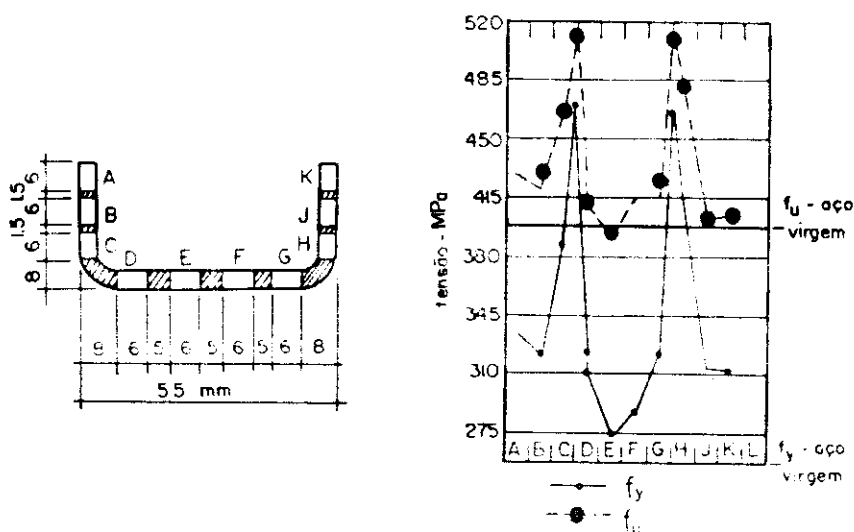


Figura 1.5 - Efeito do trabalho a frio. [24]

tendo uma formulação semi-empírica, é utilizada para representar a relação entre a tensão de escoamento do canto e a tensão de escoamento do material virgem, a qual é limitada para relações $(f_u/f_y \geq 1,20)$ e $(R/t \leq 7;0)$ e para ângulo interno de dobramento menor que 120° .

A norma do AISI permite a utilização do aumento no limite de escoamento do aço caso não haja instabilidades locais, o qual pode ser considerado através da equação devida a KARREN, caso não seja determinado experimentalmente.

A norma do CSA adota a equação devida a LIND e SCHROFF (1975)^[30] para a determinação do limite de escoamento da seção transversal para barras tracionadas, barras comprimidas e mesas comprimidas de barras fletidas não sujeitas a redução na área da seção transversal.

De acordo com os resultados da pesquisa, LIND e SCHROFF concluíram que o aumento no limite de escoamento depende somente da relação (R/t) e da diferença $(f_u - f_y)$. Para se considerar o aumento no limite de escoamento do aço, é simplesmente necessário adotar-se o limite de resistência à tração do aço virgem (f_u) como o limite de escoamento para cada ângulo de 90° sobre um comprimento de cinco vezes a espessura do material. Para outros ângulos, o comprimento do arco deve ser modificado proporcionalmente.

As equações acima mencionadas são apresentadas no capítulo 3.

1.7. Tensões residuais

As tensões residuais representam um importante papel no dimensionamento de barras estruturais de aço e são devidas a várias causas, incluindo: o resfriamento desigual das chapas de aço após a laminação a quente e as operações de fabricação tais como flexão a frio, soldagem, punçionamento, etc.

Para os perfis de chapa dobrada, as tensões

residuais são causadas principalmente pelo efeito da conformação a frio durante o processo de fabricação. Isto implica no fato do elemento estrutural possuir um estado inicial de tensões não nulas, ao qual superpõem-se as tensões originárias das ações externas.

WENG e PEKOZ (1990),^[52] a partir de resultados experimentais, concluíram que o valor e a distribuição das tensões residuais em perfis de chapa dobrada de seção U podem ser simplificados e idealizados como a seguir:

- há tensões residuais de tração na superfície externa e de compressão na superfície interna;

- as tensões residuais são assumidas como linearmente variáveis através da espessura da chapa;

- o aumento das tensões residuais nas regiões dos cantos pode ser negligenciado devido ao aumento no limite de escoamento do material;

- os valores das tensões residuais da seção transversal encontram-se entre 25% a 75% do limite de escoamento do material virgem;

- a forma geral da distribuição das tensões residuais segue um mesmo padrão para todas as seções transversais.

Resultados parciais obtidos por RODRIGUES e BATISTA^[44] para perfis de seção U mostram-se em consonância com as idealizações acima.

A título de ilustração, a figura 1.7 apresenta as medições de tensões residuais para um perfil U obtido através do método do seccionamento em tiras.

métodos convencionais de projeto estrutural. Estas propriedades são baseadas ora nas dimensões da seção transversal bruta, ora nas dimensões da seção transversal líquida, ora na seção transversal efetiva (uma seção transversal fictícia para fins de projeto), conforme o caso.

Para barras fletidas e barras comprimidas axialmente, são utilizadas ora as dimensões totais, ora as dimensões efetivas. As dimensões totais são usadas no cálculo da tensão crítica de flambagem, enquanto as dimensões efetivas, avaliadas para tensões correspondentes ao valor crítico de flambagem, são utilizadas para o cálculo da resistência nominal.

A seção líquida é empregada no cálculo da resistência de barras tracionadas sujeitas a reduções em sua seção transversal.

Como os perfis de chapa dobrada são formados a partir de chapas de aço com uma espessura constante, o cálculo das propriedades geométricas destes perfis pode ser simplificado pelo uso do método linear. Neste método, o material da seção transversal é considerado concentrado ao longo da linha do esqueleto da chapa de aço e um elemento de área é substituído por um elemento linear reto ou curvo. A espessura (t) é introduzida no cálculo após se completar o cálculo linear. Então, a área total será ($A=lt$), e o momento de inércia ($I=I't$), onde l é o comprimento de todos os elementos lineares e I' é o momento de inércia da linha do esqueleto da seção transversal. As propriedades de elementos de linhas para algumas seções transversais típicas são apresentadas na figura 1.8.

A exatidão deste método depende da espessura da chapa de aço utilizada e da configuração da seção transversal. Para espessuras de chapas usualmente empregadas na fabricação dos perfis ($t \leq 6,3$ mm), o erro observado é desprezível. Por exemplo, a tabela 1.3, adaptada de YU,^[59] apresenta o erro observado no cálculo do momento de inércia para duas seções U arbitrárias, conforme a figura 1.9.

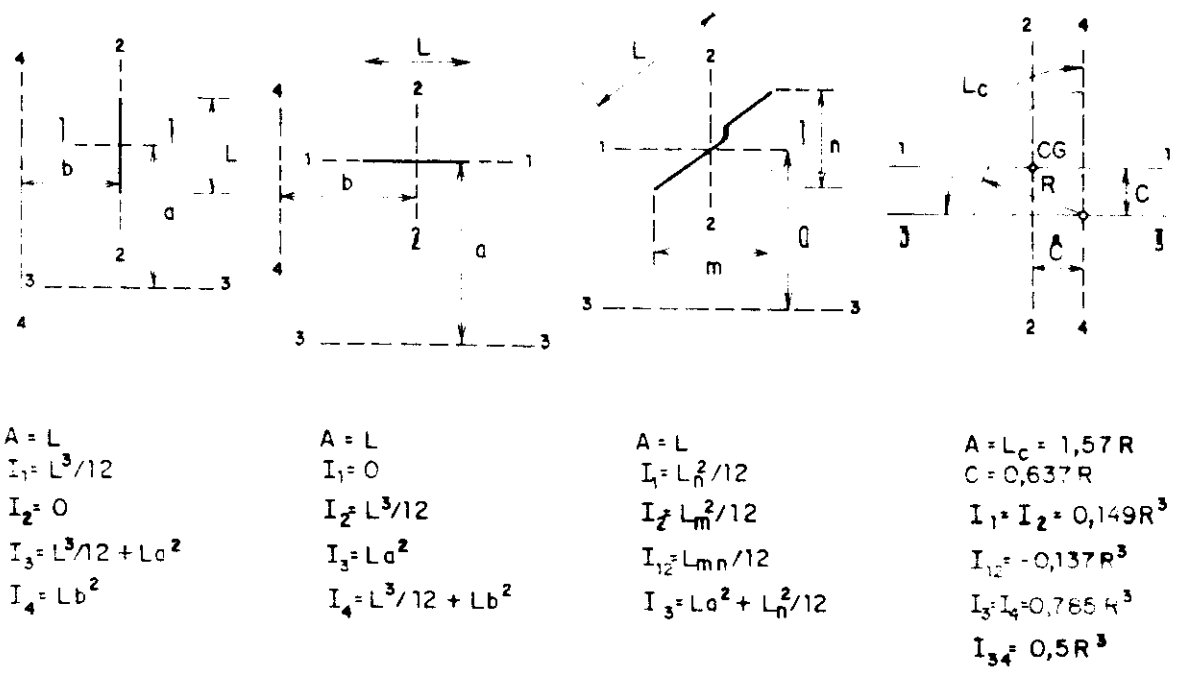


Figura 1.8 - Propriedades geométricas de elementos lineares

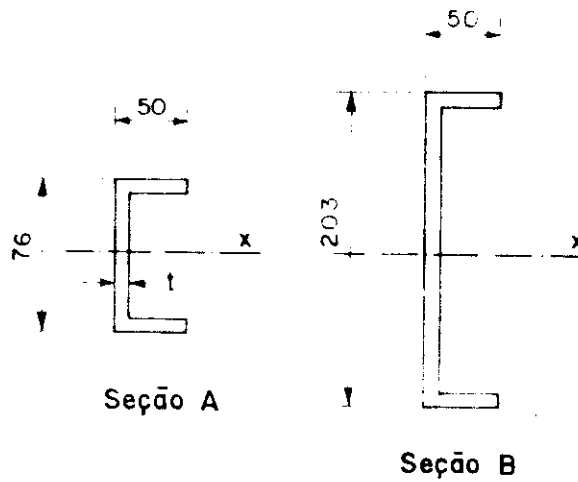


Figura 1.9 - Seções transversais utilizadas para verificação do método linear. [59]

Tabela 1.3 - Erro observado em I_x . [59]

Seção	Espessura t (mm)	Erro em I_x (%)
A	12,70	3,3
	6,35	0,7
	2,54	0,1
B	12,70	0,6
	6,35	0,15
	2,54	0,02

CAPÍTULO 2

ELEMENTOS ESBELTOS COMPRIMIDOS

2.1. Introdução e definições

No dimensionamento de perfis de chapa dobrada cuja seção transversal é constituída por elementos de chapa delgados com relação largura espessura elevada, a verificação e controle da flambagem local dos elementos são indispensáveis. No cálculo convencional de estruturas de aço compostas de perfis laminados ou soldados, a flambagem local pode ser impedida pelo uso de seções transversais compactas, seções classes 1, 2 e 3,^[5] ou pelo uso de enrijecedores na alma, onde necessário. Isto permite que somente a flambagem global seja considerada no cálculo.

A título de exemplo, a figura 2.1 ilustra a flambagem local para alguns perfis fletidos e comprimidos.

Nas estruturas de chapa dobrada, os elementos planos que constituem a seção transversal do perfil podem flambar isoladamente (flambagem de chapa) sob tensão menor que aquela que provoca o escoamento inicial da sua seção transversal ou mesmo daquela que provoca a flambagem global do perfil. Este fenômeno pode ocorrer em elementos solicitados à compressão axial, à compressão por flexão, o alinhamento, etc. Entretanto, isto não significa, necessariamente, o fim da capacidade resistente do perfil. De fato, as chapas possuem considerável resistência

pós-flambagem, podendo resistirem a tensões maiores que aquela que provoca o início da flambagem local. Esta resistência pós-flambagem é considerada no dimensionamento dos elementos de aço por vantagens econômicas, exigindo um método de análise mais apurado.

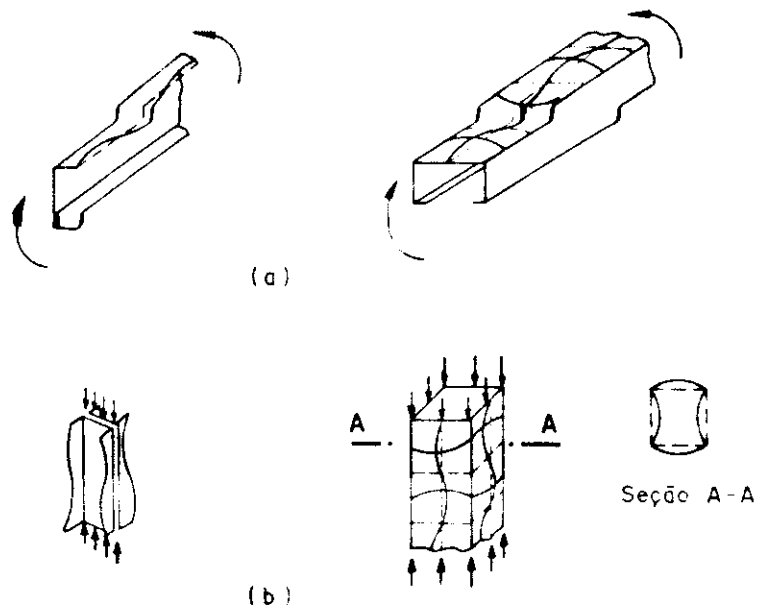


Figura 2.1 - Flambagem local de elementos comprimidos. (a) Perfis fletidos. (b) Perfis comprimidos.

As definições seguintes são necessárias:

1. *Elemento enrijecido à compressão* é um elemento plano uniformemente comprimido no qual as duas bordas paralelas à direção da tensão de compressão são suportadas por enrijecedores adequados, figura 2.2.

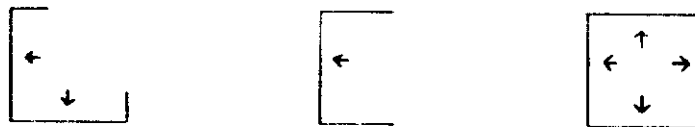


Figura 2.2 - Seções transversais com elementos comprimidos enrijecidos.

2. Elemento não enrijecido à compressão é um elemento plano comprimido no qual uma borda paralela à direção da tensão de compressão é livre, figura 2.3.

3. Elemento com enrijecimento múltiplo à compressão é um elemento adequadamente enrijecido nas duas bordas paralelas à direção da tensão de compressão e também por meio de enrijecedores intermediários, figura 2.4.

4. Subelemento de um elemento com enrijecimento múltiplo à compressão significa uma parte plana do elemento com enrijecimento múltiplo, figura 2.4.

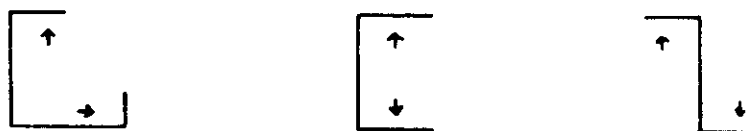


Figura 2.3 - Seções transversais com elementos comprimidos não enrijecidos.

5. Largura plana (b) significa a largura da parte plana de um elemento entre enrijecedores, viradas de borda ou outros elementos.

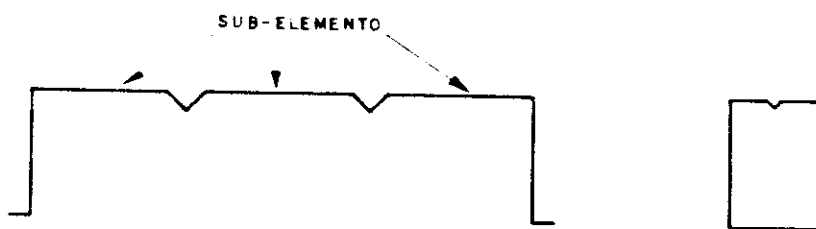


Figura 2.4 - Seções transversais com enrijecimento múltiplo à compressão.

2.2. Flambagem de chapa

2.2.1. Tensão crítica de flambagem elástica de chapas

Considerando-se uma chapa quadrada, simplesmente apoiada e sujeita à tensão de compressão uniforme em uma

direção, a flambagem da mesma ocorre com curvatura simples nas duas direções, figura 2.5. Entretanto, para elementos individuais de uma seção transversal, o comprimento do elemento sujeito a tensões de compressão é, em geral, muito maior que sua largura, como ilustra a figura 2.6.

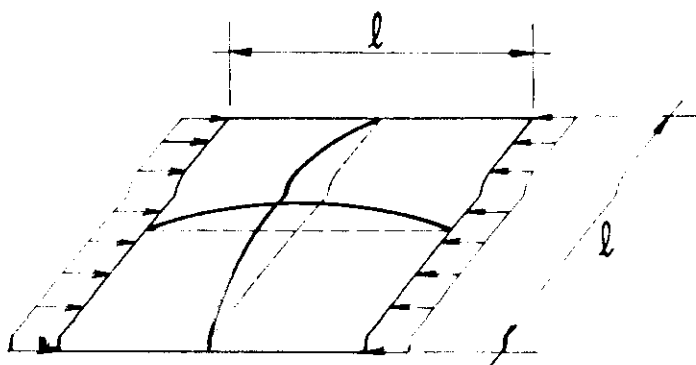


Figura 2.5 - Chapa quadrada sujeita a tensão de compressão.

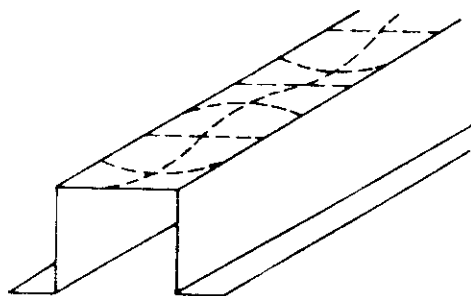


Figura 2.6 - Flambagem local de uma mesa enrijecida à compressão.

Seja então a chapa retangular de espessura t pequena, comprimento l e largura b sujeita à tensão uniforme de compressão ao longo do comprimento l e simplesmente apoiada em todas as suas bordas, figura 2.7.

A tensão crítica de flambagem da chapa pode ser determinada resolvendo-se a equação diferencial (2.1).^[47]

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \frac{f_x t}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad (2.1)$$

Onde:

$$D = \frac{E t^3}{12(1-\nu^2)}$$

E = módulo de elasticidade.

ν = coeficiente de Poisson.

ω = deslocamento da chapa perpendicular à superfície.

f_x = tensão de compressão na direção x.

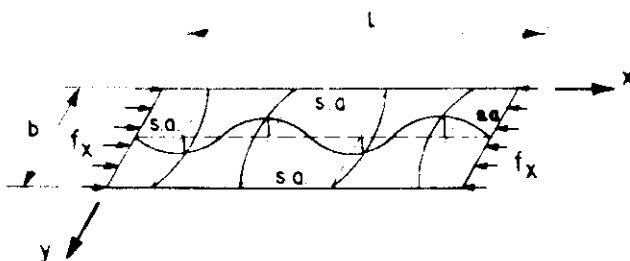


Figura 2.7 - Chapa retangular sujeita à tensão de compressão.

Se m e n são os números de meia onda senoidal nas direções x e y respectivamente, o deslocamento ω da chapa pode ser representado pela série dupla:

$$\omega = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \operatorname{sen} \frac{m\pi x}{l} \operatorname{sen} \frac{n\pi y}{b} \quad (2.2)$$

a qual satisfaz as condições de contorno para uma chapa simplesmente apoiada em todas as bordas.

Resolvendo-se a equação (2.1) usando a (2.2) encontra-se a tensão crítica de flambagem elástica para a chapa em consideração:

$$f_{cr} = \frac{D\pi^2}{t l^2} \left[m^2 \left(\frac{b}{l} \right) + \frac{n^2}{m^2} \left(\frac{l}{b} \right) \right]^2 \quad (2.3)$$

Em (2.3), o valor mínimo de f_{cr} ocorre para $n=1$, isto é, somente uma meia onda senoidal na direção y .

então:

$$f_{cr} = \frac{D\pi^2}{tb^2} k \quad (2.4)$$

onde:

$$k = \left[m \left(\frac{b}{\ell} \right) + \frac{1}{m} \left(\frac{\ell}{b} \right) \right]^2 \quad (2.5)$$

Substituindo-se o valor de D na equação (2.4), obtém-se a equação geral da tensão crítica de flambagem elástica para uma chapa retangular sujeita a tensão de compressão uniforme em uma direção:

$$f_{cr} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)(b/t)^2} k \quad (2.6)$$

O valor do coeficiente de flambagem de chapa, k, depende da relação ℓ/b , das condições de contorno e distribuição de tensões na chapa. Deve-se notar que o valor de k para valores inteiros da relação ℓ/b é igual a 4. Este valor de k também se aplica para relações ℓ/b maiores que 4.

No projeto de estruturas, uma chapa com relação ℓ/b maior que 4, é de particular interesse pois tais chapas longas representam o caso individual dos elementos das seções transversais geralmente utilizadas nas estruturas.

Como ilustra-se na figura 2.8, quando a relação ℓ/b é maior que 4, o valor mínimo de k é igual a 4 e pode ser usado para a determinação da tensão crítica de flambagem elástica para uma chapa retangular simplesmente apoiada ao longo de suas quatro bordas e sujeita à tensão de compressão uniforme em uma direção, ou seja:

$$f_{cr} = \frac{\pi^2 E}{3(1-\nu^2)(b/t)^2} \quad (2.7)$$

Os valores de k para uma chapa retangular longa ($\ell/b > 4$), sujeita a diferentes distribuições de tensões e com diferentes condições de contorno são dados na tabela 2.1.

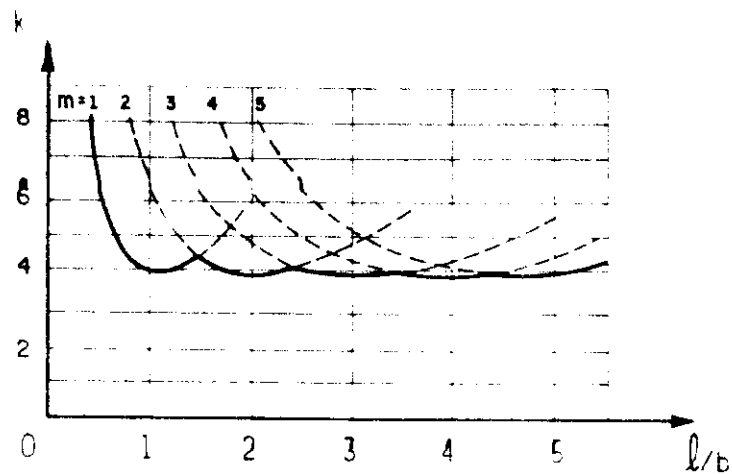
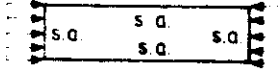
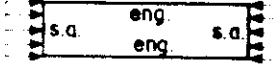
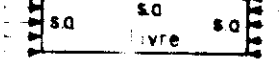
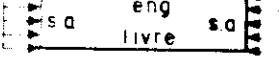
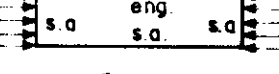
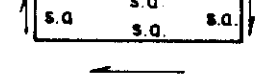
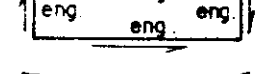
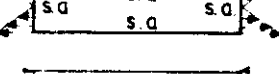
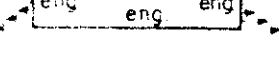


Figura 2.8 - Coeficiente de flambagem elástica de chapa sujeita a tensão de compressão.

Tabela 2.1 - Valores de k para determinação da tensão crítica de flambagem. [47]

caso	condições de contorno	tipo de tensão	(chapa ^k longa)
1.		compres.	4,0
2.		compres.	6,97
3.		compres.	0,425
4.		compres.	1,277
5.		compres.	5,42
6.		cisalham.	5,34
7.		cisalham.	8,98
8.		flexão	23,9
9.		flexão	41,8

s.a.: borda simplesmente apoiada.
eng.: borda engastada.

2.2.2. Flambagem de chapa em regime inelástico

Quando a tensão de compressão na chapa excede a tensão limite de proporcionalidade do material, a chapa comporta-se como uma chapa anisotrópica, apresentando propriedades diferentes em direções diferentes. A equação (2.6) não é mais válida.

BLEICH (1924), [7] propôs a seguinte equação diferencial para a flambagem inelástica de chapas:

$$R \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\sqrt{R} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \frac{f_x t}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad (2.8)$$

onde:

$$R = E_t/E$$

E_t = módulo tangente do material.

A equação da tensão crítica de flambagem inelástica para a chapa é dada por:

$$f_{cr} = \frac{\pi^2 E \sqrt{R}}{12(1-\nu^2) (b/t)^2} k \quad (2.9)$$

O termo \sqrt{k} das equações (2.8) e (2.9) é chamado de fator de redução plástica de uma chapa sujeita à tensão de compressão uniforme em uma direção. Este fator varia com o tipo de solicitação e as condições de contorno da chapa.

2.2.3. Resistência pós-flambagem e largura efetiva

Al contrário de barras estruturais tais como pilares, as chapas comprimidas não atingem o colapso quando a tensão de flambagem é alcançada. Acréscimos de tensão podem ser alcançados na chapa através da redistribuição de tensões. Este fenômeno é conhecido como resistência pós-flambagem e é bastante pronunciado para chapas com

relações largura espessura elevadas.

Este mecanismo pós-flambagem pode ser ilustrado por meio do modelo de grelha da figura 2.9. A tendência das "colunas longitudinais" de flambarem é impedida pelas "vigas transversais".

Na chapa, a distribuição de tensões é uniforme até a iminência da flambagem, como se mostra na figura 2.10a. Após flambar, uma parcela da tensão do centro da chapa é transferida para as bordas. Como resultado, uma distribuição não uniforme de tensões é desenvolvida, figura 2.10b. A redistribuição de tensões continua a ocorrer até que a tensão na borda atinge a tensão limite de escoamento, figura 2.10c. Verifica-se então, o fim da capacidade resistente da chapa.

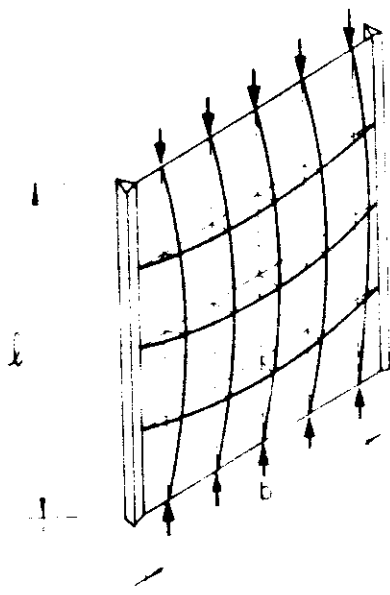


Figura 2.9 - Modelo de grelha para a resistência pós-flambagem de chapas.

O comportamento pós-flambagem de uma chapa pode ser analisado levando-se em consideração os grandes deslocamentos envolvidos. A equação (2.10) foi introduzida por LUDWIG VON KARMAN em 1910, considerando grandes deslocamentos. [7]

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{t}{D} \left(\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (2.10)$$

F é a função de tensão definindo a tensão na fibra média da chapa, e:

$$\begin{aligned} f_x &= \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \\ f_y &= \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \\ \tau_{xy} &= - \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \end{aligned} \quad (2.11)$$

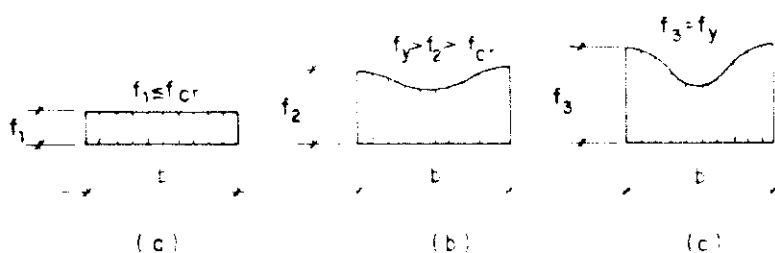


Figura 2.10 - Distribuição de tensões para um elemento enrijecido à compressão.

A solução da equação diferencial (2.10), devido a sua complexidade, tem pequena aplicação prática. Por esta razão, o conceito de "largura efetiva" foi introduzido por von KARMAN em 1932. Nesta aproximação, em vez de se considerar a distribuição não uniforme de tensões sobre toda a largura "b" da chapa, assume-se que a força total é suportada por uma largura efetiva " b_{ef} " fictícia, sujeita a uma distribuição uniforme de tensões, igual às tensões nas bordas " f_{max} ", como se mostra na figura 2.11. A largura " b_{ef} " é obtida de modo que a área sob a curva da

distribuição não uniforme de tensões seja igual a área de duas partes da área retangular equivalente de largura total " b_{ef} " e com uma intensidade de tensão igual a " f_{max} ", isto é:

$$\int_0^b f dx = b_{ef} f_{max} \quad (2.12)$$

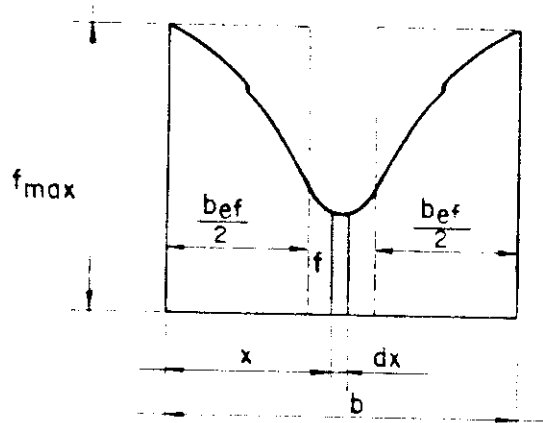


Figura 2.11 - Largura efetiva de um elemento enrijecido à compressão.

Para uma chapa longa, o valor teórico de " b_{ef} " pode ser determinado como a seguir:

$$f_{cr} = f_y = \frac{\pi^2 E}{3,1 - \nu^2} (b_{ef}/t)^2 \quad (2.13)$$

ou

$$b_{ef} = ct\sqrt{E/f_y} = 1,9t\sqrt{E/f_y} \quad (2.14)$$

Onde:

f_y = tensão limite de escoamento do aço.

ν = 0,3

$$c = \frac{\pi}{\sqrt{3,1 - \nu^2}} = 1,9 \quad (2.15)$$

2.3. Elementos enrijecidos à compressão

2.3.1. Introdução

Um elemento enrijecido de uma seção transversal qualquer, quando sujeito a tensões de compressão, pode flambar tal como uma chapa, sem que a flambagem global da barra ocorra.

Com base em intensas pesquisas com seções de aço formadas a frio, WINTER mostrou que a equação (2.14) aplica-se igualmente para elementos no qual a tensão máxima " f_{max} " é inferior à tensão limite de escoamento. [54] Portanto, a equação (2.14) pode ser reescrita como:

$$b_{ef} = ct\sqrt{E/f_{max}} \quad (2.16)$$

onde f_{max} é a máxima tensão atuante na borda da chapa.

Adicionalmente, os resultados experimentais indicaram que o termo "c" da equação (2.15) depende principalmente do parâmetro adimensional $\sqrt{E/f_{max}} (t/b)$ apresentando a seguinte equação: [54] [55]

$$c = 1,9 \left(1 - 0,475 \left(\frac{t}{b} \right) \sqrt{E/f_{max}} \right) \quad (2.17)$$

Portanto:

$$b_{ef} = 1,9t\sqrt{E/f_{max}} \left(1 - 0,475 \left(\frac{t}{b} \right) \sqrt{E/f_{max}} \right) \quad (2.18)$$

Ao longo do tempo, a experiência acumulada mostrou uma equação mais realista para a determinação da largura efetiva " b_{ef} ": [55]

$$b_{ef} = 1,9t\sqrt{E/f_{max}} \left(1 - 0,415 \left(\frac{t}{b} \right) \sqrt{E/f_{max}} \right) \quad (2.19)$$

Esta equação pode ser generalizada para a determinação da largura efetiva de elementos enrijecidos à compressão tendo diferentes condições de contorno:

$$b_{ef} = 0,95t\sqrt{kE/f_{max}} \left(1 - 0,208 \left(\frac{t}{b} \right) \sqrt{kE/f_{max}} \right) \quad (2.20)$$

onde k é o coeficiente de flambagem de chapa.

Através da equação (2.20) pode-se determinar o valor para o qual o elemento enrijecido à compressão é totalmente efetivo, ou seja, $b_{ef} = b$ quando " b/t " é menor que:

$$\left(\frac{b}{t} \right)_{lim} = \lambda_{lim} = \frac{1}{1,5574} \sqrt{kE/f_{max}} \quad (2.21)$$

ou

$$\lambda_{lim} = \frac{581}{\sqrt{f_{max}}} \quad (2.22)$$

($k=4$ e f_{max} em MPa)

Para situações em serviço, na determinação de deslocamentos por exemplo, o conceito da largura efetiva é baseado na tensão de serviço " f ", resultante das ações nominais devidamente combinadas, ou seja:

$$b_{ef} = \frac{581}{\sqrt{f}} t, \quad f \text{ em MPa} \quad (2.23)$$

2.3.2. Elemento enrijecido à compressão por meio de enrijecedores de borda

2.3.2.1. Generalidades

As seções transversais típicas dos perfis de aço e de alumínio são mostradas nos elementos enrijecidos enrijecidos. Devido a presença de uma borda livre, o elemento não enrijecido à compressão tem sua tensão crítica

de flambagem consideravelmente menor do que a de um elemento enrijecido, de dimensões e material similares.

Uma maneira econômica de se aumentar a resistência à flambagem local desses elementos, é projetar enrijecedores longitudinais aos componentes planos da seção transversal dos perfis de chapa dobrada. Deve-se ressaltar que o termo "longitudinal" implica no fato de o enrijecedor ser paralelo à direção da tensão de compressão.

O enrijecedor de borda, largamente empregado, tem como função manter um apoio contínuo ao elemento comprimido e, embora na maioria dos casos seja formado a partir de uma simples virada de borda a 90° , figura 2.12a, outros tipos podem ser utilizados, figuras 2.12b, c, d.

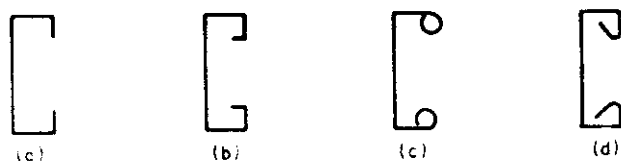


Figura 2.12 - Tipos de enrijecedores de borda.

O comportamento de chapas planas com vários tamanhos de enrijecedores tem sido objeto de estudos analíticos e experimentais. Entretanto, as exigências para os enrijecedores de borda têm sido desenvolvidas com base em resultados experimentais.

2.3.2.2. Enrijecedores de borda

Dois modos de flambagem, fundamentalmente diferentes, caracterizam o comportamento dos elementos planos enrijecidos por meio de enrijecedores de borda.

Um tipo é o modo de flambagem do enrijecedor, que a instabilidade inicia-se pela flambagem do enrijecedor na direção perpendicular ao plano do elemento ao qual

veria constituir um apoio contínuo. Neste caso, o enrijecedor induz, simultaneamente, à flambagem local do elemento.

O segundo modo é a flambagem local do elemento plano, onde a instabilidade inicia-se pela flambagem do mesmo. Neste caso, o enrijecedor possui características de rigidez suficientes para ser idealizado como um apoio contínuo ao elemento plano.

Esses dois modos de flambagem são ilustrados esquematicamente na figura 2.13.



Figura 2.13 - Modos de flambagem. (a) Flambagem do enrijecedor. (b) Flambagem do elemento enrijecido.

Para ambos os modos de flambagem, o coeficiente de flambagem de chapa, k , encontra-se apresentado na figura 2.14 para várias combinações da altura "d" do enrijecedor e largura "b" do elemento plano. A partir desta figura, a influência do enrijecedor na flambagem do elemento plano pode ser colocada como se segue:

1. Para relações d/b menores que aproximadamente 0,12, a rigidez do enrijecedor não é suficiente para caracterizar um apoio contínuo ao elemento plano. Consequentemente, a flambagem do conjunto inicia-se pela flambagem do enrijecedor.

2. Para $0,12 < d/b < 0,4$, a flambagem inicia-se simultaneamente no elemento plano e no enrijecedor. O coeficiente de flambagem de chapa, k , aproxima-se assintoticamente de 4,0.

3. Para $d/b > 0,4$, a flambagem inicia-se pela

flambagem local do elemento plano enrijecido.

Neste último caso, a estabilidade local do enrijecedor de borda interage com a do elemento enrijecido e inicia-se uma flambagem prematura desse elemento. Deve-se notar que formas de enrijecedores de borda, diferentes daquelas formadas por simples virada de borda de 90° não estão, em geral, propensas à interação e para tais enrijecedoras, dimensões excessivamente maiores não afetam a tensão crítica de flambagem do conjunto. [12]

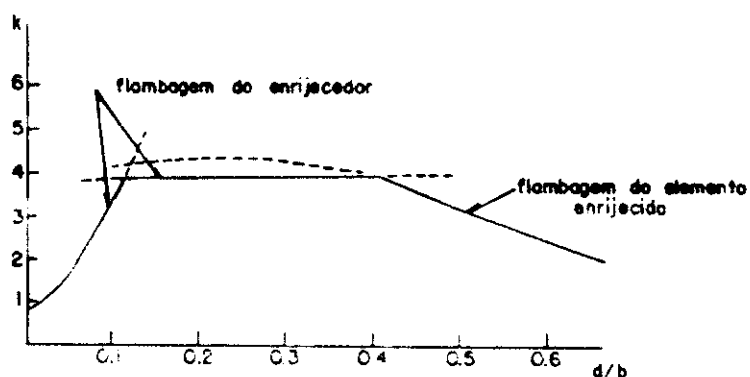


Figura 2.14 - Coeficiente de flambagem para elemento enrijecido por meio de enrijecedor de borda. [12]

Um elemento de chapa é adequadamente enrijecido se o enrijecedor de borda tem características de rigidez de tal maneira que a tensão de flambagem do elemento enrijecido é a mesma que a de um elemento plano idêntico, enrijecido em ambas as bordas por meio de alma.

O momento de inércia adequado do enrijecedor é obtido conforme três casos específicos: [12]

Caso 1

$$\frac{k}{k_0} = \frac{1,07}{k_0} \sqrt{F_1 F_2} \quad (2.14)$$

Onde:

b = largura plana do elemento a ser enrijecido.

t = espessura do elemento.

E = módulo de elasticidade

f = tensão normal no elemento

Neste caso, a largura efetiva do elemento não enrijecido à compressão é igual a sua largura bruta, isto é, não se necessita de enrijecedor de borda.

Caso 2

$$\frac{1,28}{3} \sqrt{E/f} < \frac{b}{t} \leq 1,28 \sqrt{E/f} \quad (2.25)$$

O momento de inércia adequado ao enrijecedor, "I_a", de modo que o elemento comporte-se como um elemento enrijecido à compressão será:

$$I_a = 399 \left\{ \left[\left(\frac{b}{t} \right) / (1,28 \sqrt{E/f}) \right] - 0,33 \right\}^3 t^4 \quad (2.26)$$

Caso 3

$$\frac{b}{t} > 1,28 \sqrt{E/f} \quad (2.27)$$

$$I_a = \left\{ \left[115 \left(\frac{b}{t} \right) / (1,28 \sqrt{E/f}) \right] + 5 \right\}^3 t^4 \quad (2.28)$$

Para enrijecedores formados a partir de virada simples de borda tendo ângulo reto com o elemento a ser enrijecido, a altura total da aba, "d", deve ser no mínimo:

$$d = \left(24 \frac{b}{t} - 156 \right)^{1/3} t \geq 4,8t \quad (2.29)$$

Este tipo de enrijecedor não deve ser utilizado para elementos cuja relação "b/t" exceda 60.

2.3.2 3. Largura efetiva do elemento enrijecido à compressão por meio de enrijecedores de borda

Para o cálculo das propriedades geométricas da seção efetiva de um elemento enrijecido à compressão por meio de enrijecedores de borda, a equação (2.20) é utilizada para o cálculo da largura efetiva do elemento de chapa.

O coeficiente de flambagem de chapa (k) é determinado de forma a considerar a interação entre o elemento a ser enrijecido e o enrijecedor, como ilustra-se na figura 2.14, e as expressões de b'_{ef} e A'_{ef} , equações (2.32) e (2.33), permitem avaliar também um elemento parcialmente enrijecido ($I_{st} < I_a$):^[12]

Para $0,25 < (d/b) \leq 0,80$:

$$k = \left[4,82 - 5 \left(\frac{d}{b} \right) \right] \left(\frac{I_{st}}{I_a} \right)^n + 0,43 \leq 5,25 - 5 \left(\frac{d}{b} \right) \quad (2.30)$$

Para $(d/b) \leq 0,25$

$$k = 3,57 \left(\frac{I_{st}}{I_a} \right)^n + 0,43 \leq 4,0 \quad (2.31)$$

$$b'_{ef} = b_{ef} \left(\frac{I_{st}}{I_a} \right) \leq b_{ef} \quad (2.32)$$

$$A'_{ef} = A_{ef} \left(\frac{I_{st}}{I_a} \right) \leq A_{ef} \quad (2.33)$$

onde:

d = dimensão definida na figura 2.15.

b = largura plana do elemento a ser enrijecido.

I_{st} = momento de inércia total do enrijecedor em relação ao seu eixo central paralelo ao elemento a ser enrijecido.

I_a = momento de inércia adequado do enrijecedor.

$$n = 1/2 \text{ para } \frac{1,28}{3} \sqrt{E/f} < \frac{b}{t} \leq 1,28 \sqrt{E/f}$$

$$= 1/3 \text{ para } \frac{b}{t} > 1,28 \sqrt{E/f}$$

b_{ef} = largura efetiva do elemento enrijecido.
 b'_{ef} = largura efetiva reduzida para o caso de se ter enrijecimento parcial ($I_{st} < I_a$).
 A_{ef} = área efetiva do elemento enrijecido.
 A'_e = área efetiva reduzida para o caso de se ter enrijecimento parcial ($I_{st} < I_a$).

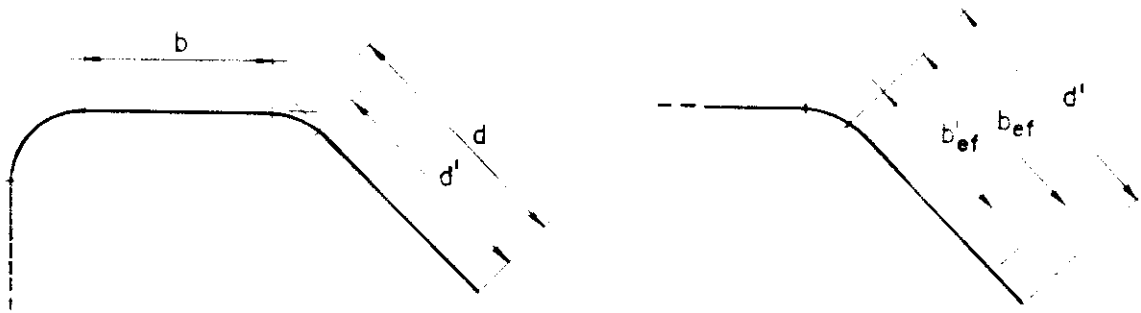


Figura 2.15 - Elemento efetivo de um enrijecedor.

Observe-se que um enrijecedor de borda é um elemento não enrijecido à compressão e deverá ter suas propriedades geométricas efetivas determinadas como tal.

2.4. Elemento com enrijecimento múltiplo à compressão

2.4.1. Introdução

Resultados de ensaios com perfis de chapa dobrada contendo enrijecimentos intermediários mostraram que a largura efetiva de cálculo de um subelemento de um elemento com enrijecimento múltiplo, é menor que a de um elemento enrijecido com a mesma relação largura/espessura (b/t). Isto é particularmente verdadeiro para relações b/t maiores que 60. [59]

Esta constatação se deve ao fato de que em seções

nas vigas, a tensão normal na mesa se sujeita à tensão de cisalhamento entre alma e mesa. A alma produz tensões normais na mesa por meio das tensões de cisalhamento transferidas a ela. O enrijecedor intermediário não é um elemento resistente a tensões de cisalhamento. Qualquer tensão normal ao enrijecedor intermediário é transferida a ele a partir da alma ou almas, através dos subelementos da mesa. Como o subelemento entre alma e enrijecedor é plano, esta transferência de tensão dá-se de maneira a não afetá-lo.

Neste caso, a tensão no enrijecedor é igual àquela da alma e o subelemento comporta-se individualmente como um elemento enrijecido com a mesma relação (b/t) .

Para subelemento com relação (b/t) elevada, pequenas ondas de flambagem no subelemento interferem com a completa transferência de tensões de cisalhamento e produzem o efeito "shear-lag", o qual resulta em uma distribuição de tensões conforme ilustra-se na figura 2.16.

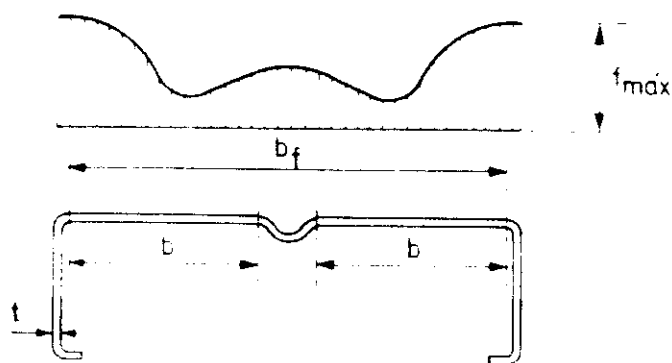


Figura 2.16 - Distribuição de tensões normais à mesa comprimida com enrijecedor intermediário.

Como para os elementos planos com enrijecedores de borda, dois distintos modos de flambagem caracterizam o

comportamento à flambagem dos elementos com enrijecedores intermediários. Um é o modo de flambagem do conjunto na direção perpendicular ao plano do elemento. O segundo modo ocorre com a flambagem local do elemento. Esses dois modos são ilustrados na figura 2.17.

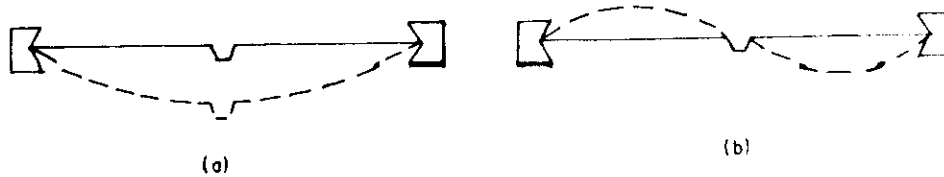


Figura 2.17 - Modos de flambagem de elementos com enrijecimentos múltiplos.
 (a) Flambagem do enrijecedor.
 (b) Flambagem do elemento multi enrijecido.

2.4.2. Enrijecedor intermediário

Quando a relação (b/t) de um elemento enrijecido à compressão é relativamente grande, um aumento em sua resistência última pode ser obtido adicionando-se enrijecedores intermediários adequadamente.

Ao contrário de um enrijecedor de borda, um enrijecedor intermediário deve prover "apoio" a dois elementos comprimidos adjacentes.

Uma análise apurada sobre a utilização de um único enrijecedor intermediário em um elemento esbelto comprimido, concluiu que o momento de inércia que um enrijecedor intermediário deve possuir para ser considerado como tal, é determinado de acordo com três casos distintos:^[13]

Caso 1

$$\frac{b_f}{t} \leq 1,28\sqrt{E/f} \quad (2.34)$$

Neste caso, a largura efetiva do elemento enrijecido à compressão é igual a sua largura plana bruta e não há necessidade de enrijecedor intermediário. " b_f " é a largura plana total do elemento de chapa, figura 2.16.

Caso 2

$$1,28\sqrt{E/f} < \frac{b_f}{t} < 3,84\sqrt{E/f} \quad (2.35)$$

$$I_a = \left\{ \left[50 \left(\frac{b_f}{t} \right) / (1,28\sqrt{E/f}) \right] - 50 \right\} t^4 \quad (2.36)$$

Caso 3

$$\frac{b_f}{t} \geq 3,84\sqrt{E/f} \quad (2.37)$$

$$I_a = \left\{ \left[128 \left(\frac{b_f}{t} \right) / (1,28\sqrt{E/f}) \right] - 285 \right\} t^4 \quad (2.38)$$

No caso de elementos multi-enrijecidos com mais de um enrijecedor intermediário, cada enrijecedor deverá apresentar um momento de inércia mínimo dado por:^[59]

$$I_{\min} = 3,66 \left[\left(\frac{b}{t} \right)^2 - 0,136 \left(\frac{E}{f} \right) \right]^{1/2} t^4 \geq 18,4t^4 \quad (2.39)$$

Onde:

I_{\min} = momento de inércia mínimo do enrijecedor em relação ao seu próprio eixo central paralelo ao elemento a ser enrijecido.

b/t = relação largura espessura do maior subelemento a ser enrijecido.

Na utilização de dois ou mais enrijecedores intermediários deve-se observar:

i) somente enrijecedores intermediários adjacentes

a elemento de alma devem ser efetivamente considerados;

ii) se os enrijecedores intermediários estiverem tão proximamente dispostos ($b_{ef}=b$), o conjunto comporta-se como um elemento simples à compressão cuja rigidez é dada pelo momento de inércia do elemento multi-enrijecido, incluindo os enrijecedores.

No cálculo da relação largura espessura do elemento, deve-se considerar um elemento equivalente de largura " b_0 " igual a distância total entre almas ou entre alma e enrijecedor de borda, e uma espessura equivalente " t_0 ", determinada como se segue:

$$t_0 = \sqrt[3]{12I/b_0} \quad (2.40)$$

sendo:

I = momento de inércia da área total do elemento com enrijecimento múltiplo, incluindo os enrijecedores.

2.4.3. Largura efetiva de elemento com enrijecimento múltiplo

Para subelementos de um elemento com enrijecimento múltiplo à compressão, a largura efetiva é geralmente menor que a de um elemento enrijecido.

Para um elemento com enrijecimento múltiplo, dado por apenas um enrijecedor intermediário, a largura efetiva do subelemento é obtida através da equação (2.20) com o coeficiente de flambagem " k " dado por:^[13]

$$k = 3 \left(\frac{I_{st}}{I_a} \right)^n + 1 \leq 4,0 \quad (2.41)$$

Onde:

$$\begin{aligned}
I_{st} &= \text{momento de inércia do enrijecedor.} \\
I_a &= \text{momento de inércia adequado do enrijecedor.} \\
n &= 1/2 \text{ para } 1,28\sqrt{E/f} < \frac{b_f}{t} < 3,84\sqrt{E/f} \\
&= 1/3 \text{ para } \frac{b_f}{t} \geq 3,84\sqrt{E/f}
\end{aligned}$$

No caso de se ter ($I_{st} < I_a$), o cálculo da área efetiva do enrijecedor intermediário deve ser realizado de acordo com a equação (2.33) se a sua relação largura espessura é menor que 60.

Visto que a tensão nos enrijecedores intermediários é menor que a tensão ao longo da alma longitudinal, figura 2.16, a eficiência dos enrijecedores é reduzida para sub-elementos com relação (b/t) elevadas. Por esta razão, quando se calculam as propriedades geométricas efetivas para uma seção transversal com enrijecedores intermediários cuja relação exceda 60, a área efetiva do enrijecedor deve ser obtida como se segue:^[59]

para $60 < b/t < 90$

$$A_{ef} = \alpha A_{st} \quad (2.42)$$

$$\alpha = \left(3 - \frac{b_{ef}}{b} \right) - \frac{1}{30} \left(1 - \frac{b'_{ef}}{b} \right) \left(\frac{b}{t} \right) \quad (2.43)$$

para $b/t \geq 90$

$$A_{ef} = \frac{b'_{ef}}{b} A_{st} \quad (2.44)$$

Nas equações acima, A_{st} e A_{ef} são a área total e a área efetiva do enrijecedor intermediário e b'_{ef} é a largura efetiva reduzida do subelemento dada pela equação (2.45):

$$b'_{ef} = b_{ef} - 0,1t(b/t - 60) \quad (2.45)$$

2.5. Elemento não enrijecido à compressão

2.5.1. Introdução

Um elemento não enrijecido à compressão, tal como a mesa de uma coluna de seção I, pode escoar se a coluna é curta e as relações (b/t) dos elementos que a compõem são menores que determinado valor. Se ocorrer a flambagem local dos elementos com uma tensão menor que a tensão limite de escoamento ou com uma tensão menor que a tensão crítica de flambagem global da coluna, então, as relações (b/t) excedem aquele limite.

2.5.2. Flambagem local

A tensão crítica de flambagem elástica para uma chapa sujeita a tensões uniformes de compressão com uma borda livre pode ser também determinada pela equação (2.6).

Para uma chapa retangular longa ($l/b \geq 4$), simplesmente apoiada ao longo de três bordas, tendo a última livre, o coeficiente de flambagem de chapa é $k=0,425$. Entretanto, k pode ser considerado para cálculo como sendo 0,5 devido ao efeito de restrição ao giro dos elementos adjacentes.

2.5.3. Resistência pós-flambagem

Quando a relação (b/t) de um elemento não enrijecido à compressão excede aproximadamente 25, o elemento flamba de maneira gradual, com uma tensão aproximadamente igual a tensão de flambagem local e retorna à forma original após o descarregamento, porque a tensão de flambagem é consideravelmente inferior à tensão de proporcionalidade.

Os elementos não enrijecidos à compressão são analisados considerando-se uma largura efetiva aproximada.

As pesquisas demonstraram que a equação da largura efetiva de WINTER, equação (2.20), constitui-se em um indicador adequado da capacidade resistente do elemento se o apropriado coeficiente de flambagem "k" é empregado.^[21]

2.6. Elementos submetidos à tensões de compressão não uniformes

Em barras comprimidas axialmente ou em barras fletidas, onde o elemento comprimido é paralelo à linha neutra, a distribuição de tensões é uniforme até o início da flambagem. Entretanto, em muitos casos, tais como as abas, elementos não enrijecidos, e a alma, elemento enrijecido, das seções transversais apresentadas na figura 2.18, as quais são perpendiculares à linha neutra, a tensão de compressão não é mais uniforme mas, varia linearmente com a distância à linha neutra.

Na figura 2.18 apresentam-se duas possibilidades de distribuição de tensões não uniformes nos elementos enrijecidos e não enrijecidos. A área hachureada na figura representa a área efetiva da seção transversal (ou a largura efetiva do elemento).

Como estas considerações não representam aumento na resistência pós-flambagem do elemento não enrijecido, utiliza-se a equação (2.20) para o cálculo de sua largura efetiva, admitindo-se uma distribuição uniforme de tensões com valor " f_1 ", figura 2.18b, e o coeficiente de flambagem de chapa "k" igual a 0,43.

Assume-se que um elemento enrijecido, com tensões de compressão não uniformes, é totalmente efetivo até o valor limite de:

$$\left(\frac{b}{t}\right)_{lim} = \lambda_{lim} = \frac{1}{1,5574} \sqrt{kE/f_1} \quad (2.46)$$

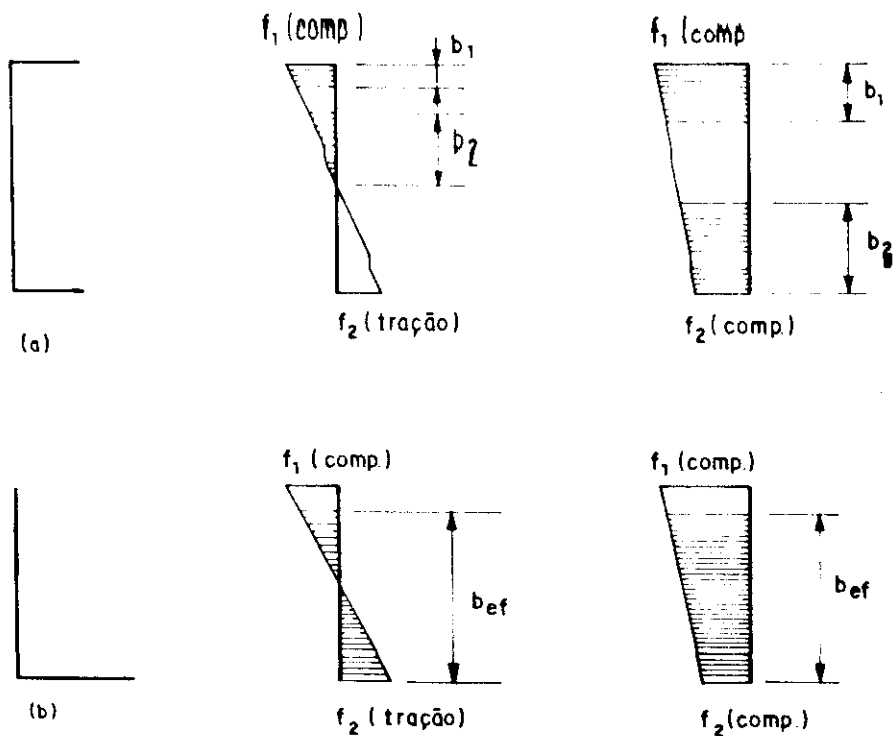


Figura 2.18 - Elementos submetidos a tensões não uniformes de compressão.

Para elementos enrijecidos com relações (b/t) maiores que λ_{1im} , a largura efetiva do elemento é tomada como (b_1+b_2) , conforme mostra-se na figura 2.18a. As larguras b_1 e b_2 devem ser determinadas da seguinte maneira:

$$b_1 = \frac{b_{ef}}{3-\psi} \quad (2.47)$$

$$b_2 = \frac{b_{ef}}{2} \text{ para } \psi \leq -0,236 \quad (2.48)$$

$$b_2 = b_{ef} - b_1 \text{ para } \psi > -0,236 \quad (2.49)$$

$$b_{ef} = 0,95t\sqrt{kE/f_1} \left[1 - \frac{0,208}{(b/t)} \sqrt{kE/f_1} \right] \quad (2.50)$$

Onde:

$$k = 4 + 2(1 - \psi)^3 + 2(1 - \psi) \quad (2.51)$$

$$\psi = f_2 / f_1$$

f_1 e f_2 = tensões, conforme figura 2.18. f_1 é a tensão de compressão (+) e f_2 pode ser de tração(-) ou de compressão. Se ambas forem de compressão, $f_1 > f_2$.

A largura efetiva do elemento, ($b_{ef} = b_1 + b_2$), não deve exceder a parte comprimida da alma.

Várias outras equações para o cálculo da largura efetiva de almas de vigas de chapa dobrada (elementos sujeitos a tensões não uniformes) são apresentadas na referência [29].

2.7. Limitações dimensionais

As limitações abaixo indicadas são limites arbitrários sendo decorrência de inúmeras pesquisas e entendidas como limitações práticas.

a. Máxima relação largura plana/espessura de mesa

a.1 Elemento enrijecido à compressão:

- i. por virada simples de borda com ângulo reto, $b/t \leq 60$.
- ii. por outros tipos de enrijecedores, $b/t \leq 90$.
- iii. quando ambas as bordas longitudinais forem ligadas a outros elementos enrijecidos, $b/t \leq 500$.

a.2 Elemento não enrijecido à compressão, $b/t \leq 60$.

b. Máxima relação altura plana/espessura de alma

- i. para alma sem enrijecedor transversal, $d/t \leq 200$.
- ii. para alma com enrijecedores transversais nos apoios, $d/t \leq 260$.
- iii. para alma com enrijecedores transversais internos e nos apoios, $d/t \leq 300$.

Os elementos não enrijecidos com relações (b/t) maiores que 30 e elementos enrijecidos à compressão com relações (b/t) maiores que 250, podem apresentar deformações significativas sob determinada solicitação, sem que seja prejudicada sua capacidade de resistência. Elementos enrijecidos à compressão com relações (b/t) maiores que 500 podem ser utilizados com segurança, embora deformações substanciais possam ocorrer.^[59]

CAPÍTULO 3 BARRAS TRACIONADAS E COMPRIMIDAS

3.1. Considerações sobre a segurança

O método corrente para o dimensionamento das estruturas constituídas por perfis de chapa dobrada é o método das tensões admissíveis, como apresentado na norma brasileira NB-143 (1967)^[4] e na norma do AISI (1986)^[1]. A tensão média admissível é determinada pela divisão da tensão resistente por um coeficiente de segurança. Fatores de segurança adotados na norma brasileira e também pelo AISI, são 1,65 para barras tracionadas e vigas e 23/12 para barras axialmente comprimidas.

Recentemente, no Brasil, o método dos estados limites foi introduzido para o projeto de estruturas de aço para edifícios, executadas em perfis laminados ou soldados (NBR-8800). Neste método, coeficientes de ponderação das ações e da resistência são aplicados para ações e resistências nominais específicas, assegurando-se que um determinado estado limite tenha pequena probabilidade de ser atingido durante a vida útil da estrutura.

Para o dimensionamento das estruturas de aço executadas em perfis de chapa dobrada, o método dos estados limites é adotado pelo CSA^[8] e encontra-se em desenvolvimento pelo AISI, tendo como base a norma de 1986.

No método dos estados limites, as combinações das diferentes ações que possam atuar na estrutura devem ser feitas mediante a aplicação de um coeficiente de combinação que procura representar a probabilidade existente de ocorrer a atuação simultânea de todas as ações consideradas. Tais combinações são de uso corrente em projetos de estruturas e devem seguir as recomendações das normas NBR-8681^[3] e da NBR-8800.^[5]

Os valores dos coeficientes de resistência (ϕ) para a determinação da resistência de cálculo, particular para cada material, são adotados com base nas referências [8] e [19] e apresentados na tabela 3.1.

Dando enfoque ao método dos estados limites, os coeficientes apresentados são adotados para a determinação da resistência de cálculo dos perfis de chapa dobrada nos exemplos que se seguem, sem prejuízo da determinação de sua resistência nominal.

Alternativamente, o projetista pode levar em consideração o aumento de resistência nas propriedades mecânicas do aço devido ao trabalho a frio, de acordo com uma das expressões dadas abaixo. Os valores obtidos podem ser utilizados no dimensionamento de barras tracionadas, comprimidas e mesas comprimidas de barras fletidas não sujeitas a reduções na área da seção transversal ou ao fenômeno da flambagem.

a. Karren(1967)^[22]

$$\frac{f_{yc}}{f_y} = \frac{B_c}{(R/t)^m} \quad (3.1)$$

Onde:

$$B_c = 3,69 \frac{f_u}{f_y} - 0,819 \left(\frac{f_u}{f_y} \right)^2 - 1,79 \quad (3.2)$$

$$m = 0,192 \frac{f_u}{f_y} - 0,068 \quad (3.3)$$

f_{yc} = limite de escoamento do canto após o trabalho a frio.

f_y = limite de escoamento do aço virgem.

f_u = limite de resistência à tração do aço virgem.

R = raio interno de dobramento.

t = espessura da chapa.

Com respeito às propriedades da seção transversal, o limite de escoamento pode ser determinado fazendo-se a média ponderada entre os limites de escoamento dos cantos e os limites de escoamento dos elementos planos:

$$f'_y = C f_{yc} + (1-C) f_y \quad (3.4)$$

Onde:

f'_y = limite de escoamento da seção transversal.

f_{yc} = limite de escoamento dos cantos, eq. (3.1).

f_y = limite de escoamento dos elementos planos.

C = relação área dos cantos para área total da seção transversal.

b. Lind e Schroff (1975)^[30]

$$f'_y = f_y + \frac{5D}{W^*} (f_u - f_y) \quad (3.5)$$

Onde:

D = soma dos ângulos de dobramento dividida por 90° .

W^* = relação entre comprimento da linha do esqueleto da mesa da seção transversal de uma barra fletida ou do comprimento total da seção transversal de uma barra comprimida ou tracionada, e a espessura.

Tabela 3.1 - Coeficientes de Resistências
(ϕ). [8]. [19]

tipo de resistência	coeficiente de resistência
Enrijecedores transversais	0,85
Enrijecedores de cisalhamento	0,90
Barras tracionadas	0,90
Barras comprimidas	0,90
Barras fletidas:	
Resistência à flexão:	
Seções com elementos enrijecidos à compressão	0,95
Seções com elementos não enrijecidos à compressão	0,90
Flambagem lateral	0,90
Resistência da alma:	
Resistência ao cisalhamento	0,90
Resistência ao enrugamento	
Almas simples, não reforçadas	0,75
Almas de seção I	0,80
Barras flexo-comprimidas:	
Resistência à compressão	0,90
Resistência à flexão	0,90
Barras tubulares cilíndricas:	
Resistência à flexão	0,90
Resistência à compressão	0,90
Ligações	0,67
Para estado limite último determinado pela resistência à tração do material (f_u)	0,75

3.2. Barras tracionadas

3.2.1. Generalidades

As barras axialmente tracionadas são utilizadas nas construções em aço principalmente nas treliças e contraventamentos. O seu dimensionamento é tido como um dos mais simples problemas da Engenharia de Estruturas. Como não ocorre o fenômeno da instabilidade da barra, o problema do seu dimensionamento é basicamente fornecer uma área suficientemente segura para a sua seção transversal. Caso contrário, a barra apresentará um dos seguintes estados limites últimos: escoamento da área bruta de sua seção transversal ou ruptura de sua área líquida.

Para barras sujeitas a redução na área de sua seção transversal, o início da plastificação ocorre na seção enfraquecida, o que não caracteriza o estado limite último mas, somente um acréscimo não significativo no comprimento da barra, como ilustra a figura 3.1.

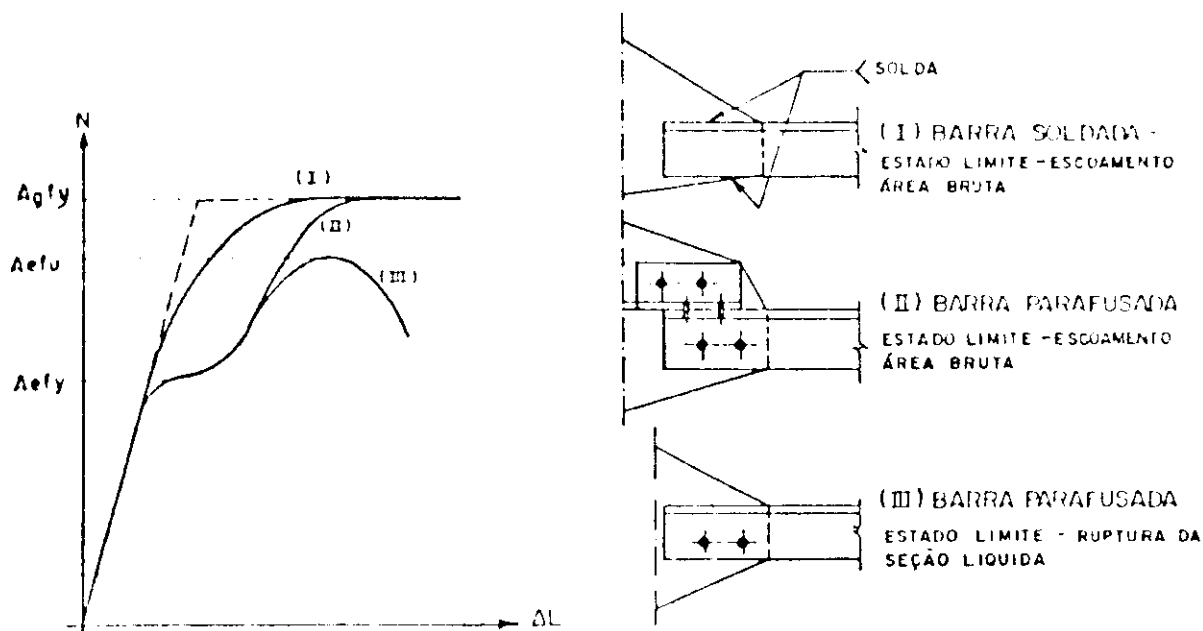


Figura 3.1 - Comportamento de barras tracionadas.

Devido a quase inexistência de resultados experimentais de barras de chapa dobrada solicitadas à tração, as expressões apresentadas para o cálculo da área líquida efetiva de sua seção transversal são aquelas fornecidas pela norma CSA S136 (1984).^[8]

3.2.2. Critérios de dimensionamento - Barras tracionadas

3.2.2.1. Estado limite último

A resistência de cálculo " $\phi_t N_n$ " de barras tracionadas é o menor dos valores obtidos de acordo com os estados limites de escoamento da seção bruta e ruptura da seção líquida.

a. Para o estado limite de escoamento da seção bruta:

$$\begin{aligned}\phi_t &= 0,90 \\ N_n &= A_g f_y\end{aligned}\quad (3.6a)$$

b. Para o estado limite de ruptura da seção líquida:

$$\begin{aligned}\phi_t &= 0,75 \\ N_n &= A_n f_u\end{aligned}\quad (3.6b)$$

Onde:

$$\begin{aligned}A_g &= \text{área bruta da seção transversal da barra.} \\ A_n &= \text{área líquida da seção transversal da barra.} \\ f_y &= \text{tensão limite de escoamento do aço.} \\ f_u &= \text{tensão limite de resistência à tração do aço.}\end{aligned}$$

Na determinação da área efetiva de barras tracionadas ligadas por parafusos, " A_n " será dada por:

a. Para cantoneiras com abas não enrijecidas

ligadas por parafusos ao longo de uma aba:

$$A_n = [A_g - (0,7b+md)t] \quad (3.7a)$$

b. Para seções U com mesas não enrijecidas ligadas por parafusos ao longo da alma:

$$A_n = [A_g - (b+md)t] \quad (3.7b)$$

Onde:

b = largura da aba para cantoneira ou da mesa para seção U.

d = largura do furo, perpendicular à direção da força de tração.

m = número de furos, perpendicular à força de tração.

t = espessura.

Para barras tracionadas com excentricidade inicial da força de tração em relação ao centro de gravidade, a resistência de cálculo " $\phi_t N_n$ " será o menor dos valores:

a. Para o estado limite de escoamento da seção bruta:

$$\begin{aligned} \phi_t &= 0,90 \\ N_n &= \frac{f_y}{\left(\frac{1}{A_g} + \frac{e}{W}\right)} \end{aligned} \quad (3.8a)$$

b. Para o estado limite de ruptura da seção líquida:

$$\begin{aligned} \phi_t &= 0,75 \\ N_n &= \frac{f_u}{\left(\frac{1}{A_n} + \frac{e}{W_n}\right)} \end{aligned} \quad (3.8b)$$

Onde:

e = excentricidade da força de tração.

W = módulo de resistência elástico da seção bruta.

W_n = módulo de resistência elástico da seção líquida.

3.2.2.2. Limite do índice de esbeltez de barras tracionadas

Sendo a força de tração uma força que tende a retificar a barra, o índice de esbeltez daquela barra não tem importância fundamental e não há nenhuma limitação imposta a ele nas normas do AISI e do CSA. Apesar disto, é usual fixar limites superiores para o índice de esbeltez de barras tracionadas com a finalidade de reduzir efeitos de vibração excessiva provocados por impactos, ventos, etc.

Para os perfis de aço laminados e soldados, a NBR-8800^[5] fixa os seguintes valores:

a. barras principais, $\lambda \leq 240$.

b. barras secundárias, $\lambda \leq 300$.

3.3. Barras comprimidas

3.3.1. Generalidades

As barras axialmente comprimidas¹ com seção aberta de paredes delgadas estão sujeitas aos estados limites de flambagem por flexão e torção e, em alguns casos, a instabilidade por torção. Devido a esbeltez dos elementos de

¹A norma do AISI considera uma barra axialmente comprimida como sendo aquela na qual a resultante de todas as forças atuantes é uma força axial passando pelo centro de gravidade da seção efetiva.

chapa que compõem a seção transversal da barra, o efeito da flambagem local pode ser determinante.

Outro problema peculiar aos perfis de chapa dobrada é a sensibilidade às imperfeições, tanto da barra quanto das ligações. Com respeito a flambagem global por flexão, o comportamento destes perfis é similar ao dos perfis laminados e soldados. A figura 3.2 reproduz o diagrama de equilíbrio força-deslocamento para barras comprimidas considerando-se as imperfeições iniciais.

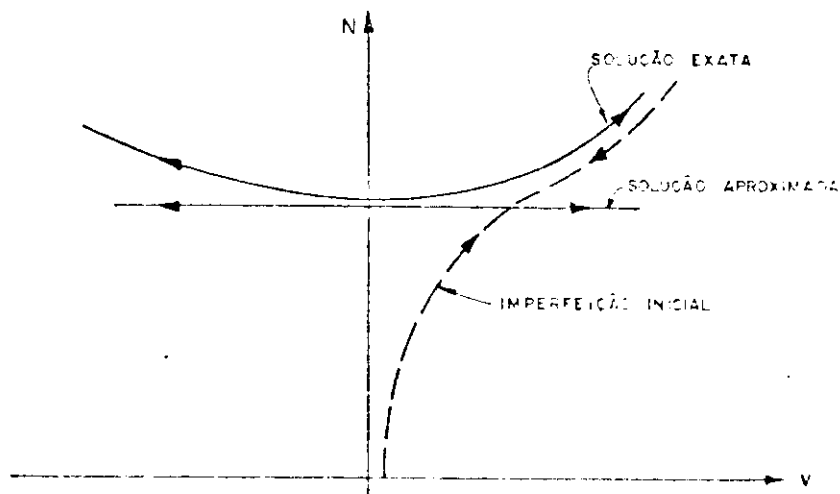


Figura 3.2. - Comportamento força-deslocamento de barras comprimidas.

Na figura 3.3 apresentam-se vários tipos de seções transversais utilizadas em barras comprimidas.



figura 3.3 - Tipos de seções transversais para barras comprimidas.

3.3.2. Flambagem por flexão de barras comprimidas

3.3.2.1. Flambagem elástica

Uma barra axialmente comprimida e suficientemente esbelta está sujeita à flambagem por flexão. Neste caso, utilizando-se os princípios estabelecidos por EULER (1789), a força crítica de flambagem é dada por:

$$N_e = \frac{\pi^2 EI}{(kl)^2} \quad (3.9)$$

Onde:

N_e = força crítica de flambagem de Euler.

E = módulo de elasticidade.

I = menor momento de inércia da seção transversal da barra.

kl = comprimento efetivo de flambagem da barra.

Substituindo-se $I = A_g r^2$ na equação (3.9), a tensão de Euler para a flambagem elástica da barra pode ser obtida por:

$$f_e = \frac{\pi^2 E}{(kl/r)^2} \quad (3.10)$$

sendo r o raio de giração da seção transversal.

Esta equação é aplicável a colunas ideais, feitas com aços que apresentam patamar de escoamento definido e isentos de tensões residuais ou efeitos do trabalho a frio.

Levando-se em consideração que os processos de conformação a frio diminuem o limite de proporcionalidade, como discutido anteriormente, a equação (3.10) não se aplica acima desse limite. Isto ocorre porque quando a tensão atuante é maior que a tensão limite de proporcionalidade do material, a flambagem da coluna ocorre no regime inelástico.

3.3.2.2. Flambagem inelástica

Dois conceitos têm sido utilizados para a análise da flambagem por flexão de barras axialmente comprimidas em regime inelástico. São eles: o método do módulo tangente e o método do módulo reduzido. [7]. [14]. [47]

O método do módulo tangente foi proposto por ENGESSER em 1889. Baseado neste método, a força módulo tangente obtém-se por:

$$N_T = \frac{\pi^2 E_t I}{(kl)^2} \quad (3.11)$$

e a tensão crítica de flambagem inelástica por:

$$f_T = \frac{\pi^2 E_t}{(kl/r)^2} \quad (3.12)$$

onde o módulo tangente (E_t) é definido como a inclinação do diagrama tensão-deformação do material.

Considerando-se que o conceito do módulo tangente não inclui o efeito do descarregamento elástico, Engesser corrigiu sua teoria e desenvolveu o conceito do módulo reduzido ou do duplo módulo, no qual:

$$N_R = \frac{\pi^2 E_r I}{(kl)^2} \quad \text{ou} \quad f_R = \frac{\pi^2 E_r}{(kl/r)^2} \quad (3.13)$$

Onde:

E_r = módulo reduzido = $E(I_1/I) + E_t(I_2/I)$.

I_1 = momento de inércia com relação a linha neutra da área do lado descarregado após a flambagem.

I_2 = momento de inércia com relação a linha neutra da área do lado carregado após a flambagem.

SHANLEY (1947), citado por BLEICH,^[7] após cuidadosos estudos analíticos e experimentais concluiu que:

a. o conceito do módulo tangente fornece a máxima força para a qual a barra comprimida ainda permanece reta;

b. a força máxima real de flambagem inelástica excede a força módulo tangente N_T , mas não pode ser maior que a do módulo reduzido N_R .

Como a forma exata do diagrama tensão-deformação, conseqüentemente a variação do módulo tangente com o nível de tensão, depende do processo de conformação da seção e das propriedades do material virgem, torna-se impraticável prever, com a devida exatidão, o diagrama tensão-deformação para os perfis de chapa dobrada.

BLEICH (1952)^[7] propôs uma equação parabólica, equação (3.14), como uma aproximação para a equação da tensão crítica pelo módulo tangente (equação 3.12).

$$f_T = f_y - \frac{f_{pr} (f_y - f_{pr})}{\pi^2 E} \quad (3.14)$$

Esta equação aplica-se somente quando a tensão limite de proporcionalidade, f_{pr} , é menor que metade da tensão limite de escoamento.

Sendo o limite de proporcionalidade considerado igual a metade da tensão limite de escoamento, a equação (3.14) tem a seguinte forma:

$$f_T = f_y \left(1 - \frac{f_y}{4f_e}\right) \quad (3.15)$$

A equação (3.15) aplica-se para barras comprimidas cujo índice de esbeltez é menor que $\sqrt{2\pi^2 E/f_y}$. Para valores de Kl/r maiores, a equação de Euler é utilizada, caracterizando a ocorrência da flambagem em regime elástico.

Em 1960, o então Column Research Council (CRC)

propôs a utilização da equação (3.15), muitas vezes referida como "curva do CRC", para a determinação da tensão crítica de flambagem em regime inelástico de barras comprimidas.

Considerando-se a possibilidade de ocorrência da flambagem local dos elementos de chapa da seção transversal antes da flambagem por flexão, a equação (3.15) é modificada introduzindo-se o fator de área "Q" e interpretando-se a tensão "Qf" como uma tensão efetiva sobre a área da seção transversal da barra:

$$f_{ef} = \frac{A_{ef}}{A} f_y \left(1 - \frac{f_y}{4f_e}\right) \quad (3.16)$$

onde A_{ef}/A é o fator de área "Q".

Cumprе salientar que a equação (3.15), desenvolvida originalmente para os perfis laminados e soldados, apresenta resultados não conservativos para a resistência de alguns tipos de perfis de chapa dobrada comprimidos.^[51] O método modificado do CRC, para o qual a determinação de f_e se faz com o raio de giração da seção efetiva " r_e ", tem apresentado resultados mais próximos aos encontrados experimentalmente.^{[20].[34]}

WENG (1991),^[49] através de resultados experimentais de ensaios em 93 perfis e medidas de suas tensões residuais, propõe um procedimento de cálculo da resistência à flambagem por flexão de barras comprimidas pelo conceito da "*Segunda Redução*", no qual considera-se o efeito das tensões residuais na flambagem local dos elementos planos da seção transversal da barra. Neste novo conceito, utiliza-se uma espessura reduzida do elemento plano para representar o comportamento de uma chapa parcialmente plastificada. A "*Primeira Redução*", o efeito das tensões residuais na resistência à flambagem global, considera-se incluída no desenvolvimento da curva do CRC, equação (3.15). Com este novo conceito e incluindo-se o efeito de imperfeições iniciais, novas curvas de resistência

para barras comprimidas foram desenvolvidas utilizando-se o método de regressão dos mínimos quadrados: [50]

$$\frac{N_n}{N_y} = 0,652 \lambda_c^2 Q \quad \text{para } \lambda_c \leq 1,5 \quad (3.17a)$$

$$\frac{N_n}{N_y} = \frac{0,654}{\lambda_c^2} Q \quad \text{para } \lambda_c > 1,5 \quad (3.17b)$$

Onde:

N_n = resistência nominal à compressão.

N_y = $A_g f_y$ (força que causa o escoamento da seção).

$\lambda_c = \frac{t}{\pi r} \sqrt{f_y/E}$

$Q = A_{ef}/A$

r = raio de giração.

Note-se que para ($\lambda_c \leq 1,5$), o perfil é relativamente curto e a flambagem ocorre em regime inelástico. Para ($\lambda > 1,5$), caracteriza-se a flambagem em regime elástico.

3.3.3. Flambagem por flexão e torção

Seções delgadas com esqueleto aberto, geralmente encontram-se sujeitas aos modos de instabilidade por torção ou por flexão e torção sob a ação de forças de compressão axiais.

Considerando-se uma barra com seção transversal qualquer, delgada com esqueleto aberto, axialmente comprimida por uma força "N", as equações diferenciais gerais que governam o seu equilíbrio são: [47]

$$EI_x v^{iv} + Nv'' - Nx_0 \phi'' = 0 \quad (3.18)$$

$$EI_y u^{iv} + Nu'' - Ny_0 \phi'' = 0 \quad (3.19)$$

$$EC_w \phi^{iv} - (GI_t - Nr_0^2) \phi'' + Ny_0 u'' - Nx_0 v'' = 0 \quad (3.20)$$

Onde:

- E = módulo de elasticidade.
- G = módulo de elasticidade transversal (0,385E)
- I_x = momento de inércia em relação ao eixo x.
- I_y = momento de inércia em relação ao eixo y.
- u = deslocamento lateral na direção do eixo x.
- v = deslocamento lateral na direção do eixo y.
- ϕ = ângulo de giro.
- x_0 = coordenada x do centro de cisalhamento.
- y_0 = coordenada y do centro de cisalhamento.
- I_t = momento de inércia à torção.
- C_w = constante de empenamento da seção.
- r_0 = raio de giração polar em relação ao centro de cisalhamento = $\sqrt{r_x^2 + r_y^2 + x_0^2 + y_0^2}$
- r_x = raio de giração da seção transversal em relação ao eixo x.
- r_y = raio de giração da seção transversal em relação ao eixo y.
- x,y: eixos principais de inércia.

De acordo com a convenção adotada, figur 3.4, todas as derivadas são com respeito ao eixo longitudinal z, o qual contém os centros de gravidade das seções transversais.

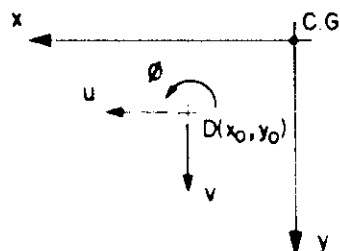


Figura 3.4 - Deslocamentos de um ponto genérico de uma seção transversal durante a flambagem por flexão e torção.

Considerando-se uma barra com as extremidades articuladas e impedidas de girarem (vínculos de garfo), têm-se as seguintes condições de contorno para as extremidades:

$$\begin{aligned}
 U = V = \phi = 0 \\
 u'' = v'' = \phi'' = 0
 \end{aligned}
 \tag{3.21}$$

e introduzindo-se o parâmetro "k" utilizado no cálculo do comprimento efetivo de flambagem para diferentes condições de contorno, figura 3.5, as equações (3.18) a (3.20) resultam na equação característica dada por:

$$\begin{aligned}
 r_0^2 (N_{cr} - N_{ex}) (N_{cr} - N_{ey}) (N_{cr} - N_{ez}) - (N_{cr})^2 (y_0)^2 (N_{cr} - N_{ex}) \\
 - (N_{cr})^2 (x_0)^2 (N_{cr} - N_{ey}) = 0
 \end{aligned}
 \tag{3.22}$$

Onde:

$$\begin{aligned}
 N_{ex} &= \text{força de flambagem elástica de Euler em} \\
 &\text{relação ao eixo x} = \frac{\pi^2 EI_x}{(k_x \ell_x)^2} \\
 N_{ey} &= \text{força de flambagem elástica de Euler em} \\
 &\text{relação ao eixo y} = \frac{\pi^2 EI_y}{(k_y \ell_y)^2} \\
 N_{ez} &= \text{força de flambagem elástica por torção em} \\
 &\text{relação ao eixo z} = \frac{1}{r_0^2} \left[\frac{\pi^2 EC_w}{(k_z \ell_z)^2} + GI_t \right]
 \end{aligned}$$

O modo de flambagem da barra fica determinado pela equação (3.22). A força crítica de flambagem é o menor valor entre as três raízes daquela equação.

Deve-se observar que os valores de k_x , k_y e k_z podem ter diferentes valores, dependendo das condições de apoio segundo a direção analisada.


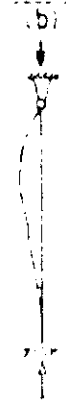
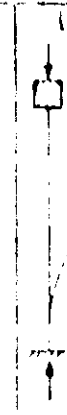
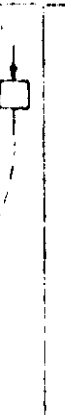

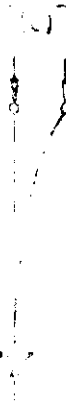






	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
Diagrama de uma barra sob carga e modo de deformação de flambagem						
Coeficiente crítico de K	0,5	0,7	1,0	1,0	2,0	2,0
Coeficiente de comprimento para o modo de flambagem	0,5	0,70	1,2	1,0	2,0	2,0
Indicador para a condição de apoio						
		Rotação e translação impedidas Rotação livre, translação impedida Rotação impedida, translação livre Rotação e translação livres				

Figura 3.5 - Parâmetro "k" para cálculo do comprimento efetivo de flambagem de barras comprimidas. [5]

Na equação característica (3.22) permitem-se algumas particularizações em função da forma da seção transversal da barra comprimida:

a. Seções com dupla simetria

Seções transversais com dupla simetria apresentam o centro de cisalhamento coincidente com o seu centro de gravidade, ou seja, $x_0 = y_0 = 0$. Conseqüentemente, da equação (3.22), a força crítica de flambagem será a menor entre N_{ex} , N_{ey} e N_{ez} .

Para obter-se a tensão de flambagem elástica por unidade de área, divide-se a força N_{ez} pela área total da seção transversal:

$$f_{ez} = \frac{1}{A_g r_0^2} \left[\frac{\pi^2 EC_w}{(k_z \ell_z)^2} + GI_t \right] \quad (3.23)$$

As tensões de flambagem por flexão foram anteriormente discutidas.

b. Seções monossimétricas

Adotando-se o eixo y como sendo o eixo de simetria da seção tem-se, em particular, $x_0 = 0$ e a força crítica de flambagem elástica será determinada pelo menor valor entre as três raízes da equação (3.22):

$$(N_{cr})_1 = N_{ex} = \frac{\pi^2 EI_x}{(k_x \ell_x)^2} \quad (3.24)$$

$$(N_{cr})_2 = \frac{1}{2H} \left[(N_{ey} + N_{ez}) + \sqrt{(N_{ey} + N_{ez})^2 - 4HN_{ey}N_{ez}} \right] \quad (3.25)$$

$$(N_{cr})_3 = \frac{1}{2H} \left[(N_{ey} + N_{ez}) - \sqrt{(N_{ey} + N_{ez})^2 - 4HN_{ey}N_{ez}} \right] \quad (3.26)$$

Onde:

$$H = 1 - (y_0/r_0)^2 \quad (3.27)$$

De imediato, conclui-se que N_{cr} será o menor valor entre N_{ex} e $(N_{cr})_3$.

Dividindo-se a equação (3.26) pela área total da seção transversal obtém-se a tensão de flambagem elástica por flexão e torção, " f_{eyz} ":

$$f_{eyz} = \frac{1}{2H} \left[(f_{ey} + f_{ez}) - \sqrt{(f_{ey} + f_{ez})^2 - 4Hf_{ey}f_{ez}} \right] \quad (3.28)$$

Onde:

$$f_{ey} = \frac{\pi^2 E}{(k_y \ell_y / r_y)^2}$$

$$f_{ez} = \frac{1}{A_g r_0^2} \left[\frac{\pi^2 E C_w}{(k_z \ell_z)^2} + G I_t \right]$$

Neste caso, nota-se que a flambagem se dá ou por flexão em torno do eixo x ou por flexão em torno do eixo y e torção simultaneamente, dependendo das dimensões da seção transversal e dos comprimentos efetivos de flambagem da barra.

c. Seções Ponto-simétricas

Define-se uma seção ponto-simétrica como uma seção com simetria em relação a um ponto, ou seja, o seu centro de gravidade, tal como uma seção Z com mesas iguais.^[59] Neste caso, o centro de cisalhamento coincide com o centro de gravidade da seção tendo-se $x_0 = y_0 = 0$.

Portanto, similarmente às seções com dupla simetria, a tensão crítica de flambagem elástica será a menor entre f_{ex} , f_{ey} e f_{ez} , dadas pelas equações (3.10) e (3.23).

d. Seções assimétricas

Para seções sem simetria em relação a um eixo ou a um ponto, a sua tensão crítica de flambagem elástica por flexão e torção, " f_e ", será dada pelo menor valor entre as três raízes da equação (3.29).

$$r_0^2 (f_e - f_{ex}) (f_e - f_{ey}) (f_e - f_{ez}) - f_{ey}^2 (f_e - f_{ex}) - f_e^2 x_0^2 (f_e - f_{ey}) = 0 \quad (3.29)$$

Similarmente ao caso da flambagem por flexão, a tensão de flambagem inelástica por flexão e torção pode ser obtida pela expressão (3.15) onde a tensão " f_e " será a tensão crítica de flambagem elástica por flexão e torção.

3.3.4. Critérios de dimensionamento • Barras comprimidas

3.3.4.1. Estado limite último

3.3.4.1.1. Introdução

Ao dimensionar-se um perfil de chapa dobrada comprimido axialmente, deve-se verificar não somente o problema da flambagem global, mas também a flambagem local e os efeitos da flambagem inelástica.

A equação (3.22) é adotada como uma equação básica na consideração da flambagem elástica global e modificada pela equação (3.15) para incluir o efeito da flambagem inelástica, se for o caso.

Inicialmente, a tensão de flambagem elástica " f_e " deve ser calculada de acordo com a equação (3.29). Em seguida, se houver flambagem inelástica, a equação (3.15) é empregada na determinação da tensão de flambagem " f ". Para esta tensão " f ", determina-se a área efetiva da seção transversal de acordo com o conceito de largura efetiva. Então, determina-se a resistência de cálculo da barra em questão.

3.3.4.1.2. Resistência de cálculo

A resistência de cálculo é dada por " $\phi_c N_n$ ", onde $\phi_c = 0,90$ e N_n é a resistência nominal à compressão calculada como:

$$N_n = A_e f \quad (3.30)$$

onde f é a tensão crítica de flambagem dada por:

$$f = f_y \left(1 - \frac{f_y}{4f_e} \right) \quad \text{para } f_e > f_y/2 \quad (3.31)$$

$$f = f_e \quad \text{para } f_e \leq f_y/2 \quad (3.32)$$

sendo f_c a tensão crítica de flambagem elástica por flexão, torção ou flexão e torção, determinada em 3.3.4.1.3.

A_{ef} é a área da seção efetiva calculada com as larguras efetivas dos elementos de chapa submetidos à tensão f , de acordo com o capítulo 2.

3.3.4.1.3. Tensão crítica de flambagem elástica

a. Perfis com dupla simetria ou simétricos em relação a um ponto:

A tensão crítica de flambagem elástica " f_e " é o menor valor entre os dados a seguir:

a.1. Flambagem elástica por flexão em relação ao eixo x:

$$f_{ex} = \frac{\pi^2 E}{(k_x \ell_x / r_x)^2} \quad (3.33)$$

a.2. Flambagem elástica por flexão em relação ao eixo y:

$$f_{ey} = \frac{\pi^2 E}{(k_y \ell_y / r_y)^2} \quad (3.34)$$

a.3. Flambagem elástica por torção:

$$f_{ez} = \frac{1}{A_g r_0^2} \left[\frac{\pi^2 EC_w}{(k_z \ell_z)^2} + GI_t \right] \quad (3.35)$$

Onde:

k_l = comprimento efetivo de flambagem (podendo ter valores diferentes nos casos acima).

A_g = área bruta da seção transversal da barra.

G = módulo de elasticidade transversal do aço.

E = módulo de elasticidade.

C_w = constante de empenamento da seção.

I_t = momento de inércia à torção.

r_0 = raio de giração polar em relação ao centro de

$$\text{cisalhamento} = \sqrt{I_x^2 + I_y^2 + x_0^2 + y_0^2}$$

r_x = raio de giração da seção transversal em relação ao eixo x.

r_y = raio de giração da seção transversal em relação ao eixo y.

x_0 = coordenada x do centro de cisalhamento.

y_0 = coordenada y do centro de cisalhamento.

b. Perfis monossimétricos

A tensão crítica de flambagem elástica " f_e " de um perfil, cujo eixo "y" é o eixo de simetria é o menor valor dentre os dados a seguir:

b.1. f_{ex} conforme item a.

b.2. Flambagem elástica por flexão em torno de y e torção simultaneamente:

$$f_{eyz} = \frac{1}{2H} \left[(f_{ey} + f_{ez}) - \sqrt{(f_{ey} + f_{ez})^2 - 4Hf_{ey}f_{ez}} \right] \quad (3.36)$$

Onde:

$$H = 1 - (y_0/r_0)^2$$

y_0, r_0, f_{ey}, f_{ez} - conforme item a.

c. Perfis assimétricos

A tensão crítica de flambagem elástica " f_e " de um perfil com seção assimétrica é dada pela menor das raízes da equação cúbica:

$$r_0^2 (f_e - f_{ex}) (f_e - f_{ey}) (f_e - f_{ez}) - f_e^2 y_0^2 (f_e - f_{ex}) - f_e^2 x_0^2 (f_e - f_{ey}) = 0 \quad (3.37)$$

sendo x_0 , y_0 , r_0 , f_{ex} , f_{ey} , f_{ez} conforme item a.

3.3.4.1.4 Seção com elementos não enrijecidos

Para perfis com seção transversal composta de elementos não enrijecidos à compressão, como seções U, L, Z, a sua resistência nominal deverá ser limitada por:

$$N_n = \frac{\pi^2 EA_g}{24(1-\nu^2)(b/t)^2} \quad (3.38)$$

Onde:

A_g = área bruta da seção transversal da barra.

b/t = relação largura plana para espessura do elemento não enrijecido.

3.3.4.2. Limite do índice de esbeltez de barras comprimidas

O máximo índice de esbeltez " kl/r " de barras comprimidas é limitado em 200, exceto durante a construção onde este índice pode chegar a 300.

Estes limites superiores não significam limitações nas equações anteriormente discutidas mas, o uso de barras esbeltas resulta em um projeto não econômico devido a pequena resistência à flambagem das mesmas e na possível introdução de esforços não considerados no cálculo corrente provocados pelo fenômeno da vibração.

CAPÍTULO 4

BARRAS FLETIDAS - RESISTÊNCIA AO MOMENTO FLETOR

4.1. Generalidades

No cálculo de perfis de chapa dobrada fletidos, a resistência ao momento fletor deve ser determinada para um dos seguintes estados limites: escoamento de uma fibra extrema da seção transversal, flambagem lateral com torção ou instabilidades locais (mesas e almas).

Para vigas contidas lateralmente, nas quais o estado limite de flambagem lateral com torção não se aplica, pode-se considerar na determinação da sua resistência ao momento fletor a reserva de resistência inelástica devida a plastificação da seção transversal.

Diferentemente dos perfis laminados a quente, no cálculo de perfis de chapa dobrada fletidos, problemas especiais como o efeito "Shear-lag" e o enrugamento da alma são também importantes, devido à pequena espessura dos perfis. Além disso, no projeto de barras fletidas pode-se considerar o aumento de resistência nas propriedades mecânicas do aço, devido ao trabalho de dobramento a frio.

De maneira geral, a seção transversal de uma viga é determinada pelo momento fletor, para em seguida, serem verificadas as resistências à força cortante, resistência ao enrugamento da alma e combinações destes. Neste capítulo, somente a resistência ao momento fletor é discutida. As

outras verificações são apresentadas no capítulo seguinte.

4.2. Vigas não sujeitas à flambagem lateral com torção

Para uma viga contida lateralmente, na qual a flambagem lateral com torção é impedida, o escoamento de uma fibra extrema é utilizado para o cálculo de sua resistência à flexão.

Se a linha neutra da seção transversal estiver próxima à mesa tracionada, figura 4.1a, a máxima tensão ocorre na mesa comprimida, $f_c = f_y > f_t$. A resistência nominal à flexão é obtida por:

$$M_n = W_{ef} f_c = W_{ef} f_y \quad (4.1)$$

Onde:

W_{ef} = módulo de resistência efetivo elástico, da porção comprimida, baseado no momento de inércia efetivo da área da seção transversal efetiva, calculado de acordo com o capítulo 2 para a tensão f_y , dividido pela distância da linha neutra à fibra extrema comprimida.

Se a linha neutra estiver próxima à mesa comprimida, figura 4.1b, a máxima tensão ocorre na mesa tracionada, $f_t = f_y > f_c$. A tensão na mesa comprimida é menor que a de escoamento (f_y) e depende da localização da linha neutra. Então, um processo de tentativas é necessário para se obter a posição da linha neutra na seção efetiva (linha neutra efetiva). A resistência nominal à flexão da barra é obtida pelo menor valor entre:

$$M_n = W_{ef} f_c \quad (4.2a)$$

ou

$$M_n = W_t f_y \quad (4.2b)$$

Onde:

W_{ef} , W_t = módulos de resistência elástico da porção comprimida e tracionada, respectivamente, como definido na equação (4.1).

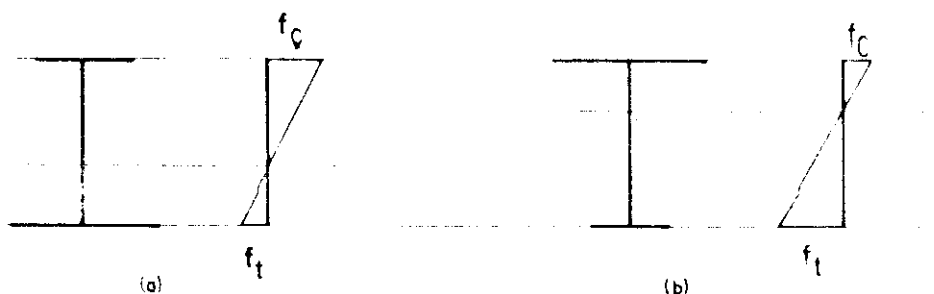


Figura 4.1 - Distribuição elástica de tensões em vigas contidas lateralmente.

Além do escoamento da seção transversal, a flambagem local dos elementos não enrijecidos à compressão pode ser uma outra limitação à resistência nominal à flexão. A tensão de flambagem elástica de elemento não enrijecido à compressão, equação (2.6), é utilizada para esta limitação, resultando em:

$$M_n = W \frac{\pi^2 E}{24(1-\nu^2)(b/t)^2} \quad (4.3)$$

Onde:

W = módulo de resistência elástico da seção transversal bruta da parte comprimida.
 (b/t) = relação largura plana para espessura de elemento não enrijecido.

4.3. Flambagem lateral com torção

Os elementos fletidos, quando carregados no plano da alma, podem girar e fletir lateralmente, bem como

verticalmente, até atingirem um estado limite último sem desenvolver toda a sua resistência à flexão caso o fenômeno da flambagem lateral fosse impedido.

A figura 4.2 ilustra o fenômeno com referência a uma viga em balanço, assumindo-se a hipótese de que a viga possua seção transversal constante e o plano do carregamento contenha o eixo principal de menor inércia.

Quando o momento fletor solicitante é menor que um determinado valor, o momento crítico de flambagem lateral com torção, o estado limite de flambagem lateral com torção não ocorre e a viga deflete na direção y . Para um momento fletor solicitante maior que aquele limite, a viga flete lateralmente e gira em torno do centro de rotação.

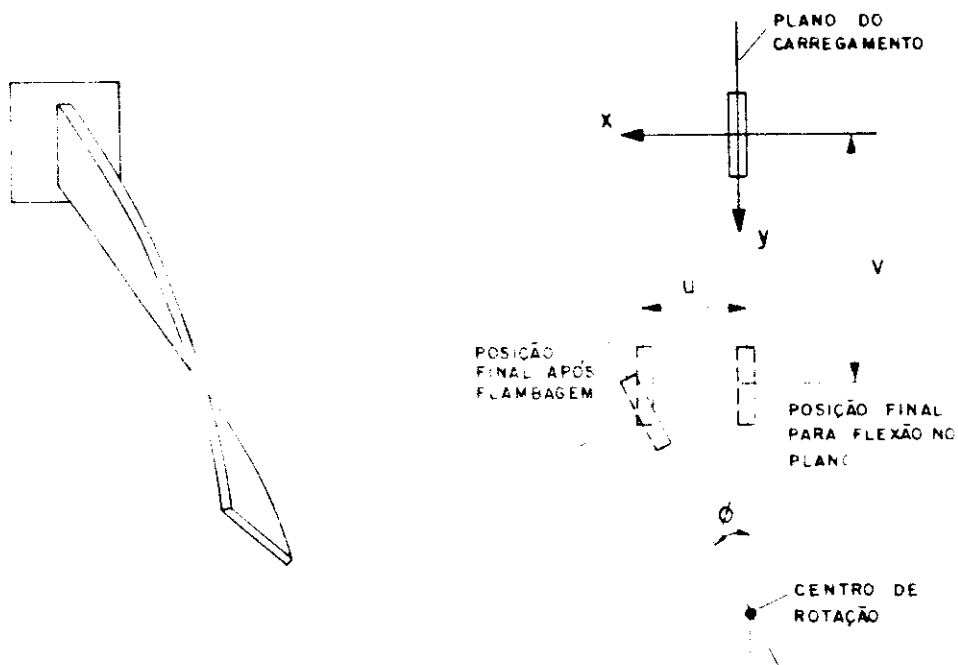


Figura 4.2 - Posição da viga após a flambagem lateral com torção.

Os parâmetros estáticos e geométricos que influenciam a estabilidade são: a rigidez à flexão e torção da seção transversal; a posição do ponto de aplicação do carregamento em relação ao centro de cisalhamento; o

comprimento lateralmente destravado da viga; o tipo de carregamento e as vinculações nos apoios.

4.3.1. Perfis com dupla simetria

Quando uma viga simplesmente apoiada, com seção transversal duplamente simétrica, está solicitada por momentos fletores "M" em suas extremidades, como indicado na figura 4.3, das equações gerais da flambagem por flexão e torção,^[48] obtém-se as seguintes equações diferenciais:

$$EI_x v^{iv} = 0 \quad (4.4)$$

$$EI_y u^{iv} + M\phi'' = 0 \quad (4.5)$$

$$EC_w \phi^{iv} - GI_t \phi'' + Mu'' = 0 \quad (4.6)$$

Onde:

M = momento de flexão pura.

E = módulo de elasticidade.

G = módulo de elasticidade transversal = 0,385E

I_x = momento de inércia em torno do eixo x.

I_y = momento de inércia em torno do eixo y.

I_t = momento de inércia à torção.

C_w = constante de empenamento da seção.

v = deslocamento do centro de cisalhamento na direção y.

u = deslocamento do centro de cisalhamento na direção x.

φ = ângulo de giro da seção.

O sistema de coordenadas adotado é apresentado na figura 4.3.

Considerando-se as condições de suporte da viga, as seções extremas não se deslocam ou giram podendo, entretanto, empenarem. Assim sendo, as condições de contorno

$$v(0) = v(L) = u(0) = u(L) = \phi(0) = \phi(L) = 0 \quad (4.7)$$

$$u''(0) = u''(L) = \phi''(0) = \phi''(L) = 0 \quad (4.8)$$

$$v''(0) = v''(L) = -\frac{M}{EI_x} \quad (4.9)$$

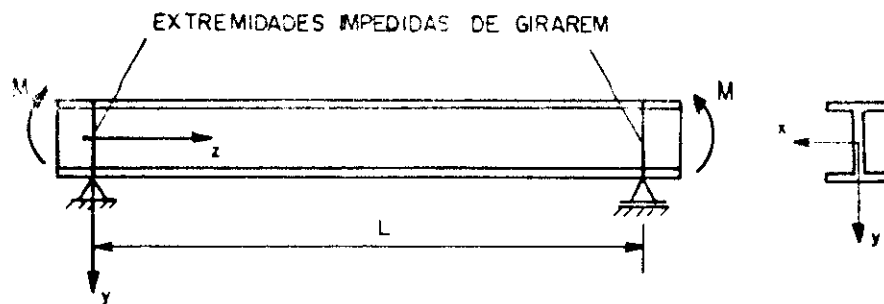


Figura 4.3 - Viga simplesmente apoiada sujeita a momento fletor aplicado nas extremidades.

A solução da equação (4.4) fornece a posição deslocada da viga no plano yz e é dada por:

$$v = \frac{ML^2}{2EI_x} \left[\left(\frac{z}{L} \right) - \left(\frac{z}{L} \right)^2 \right] \quad (4.10)$$

A solução das equações (4.5) e (4.6), nas variáveis u e ϕ , fornece o valor do momento crítico elástico de flambagem lateral com torção:

$$M_{cr} = \frac{\pi}{L} \sqrt{EI_y GI_t \left(1 + \frac{r^2 EC_w}{GI_t L^2} \right)} \quad (4.11)$$

A forma deslocada da viga é dada pelas funções ϕ e u, onde C é uma constante arbitrária dada:

$$\phi = C \text{ sen}(\pi z/L) \quad (4.12)$$

$$\alpha = \frac{CML^2 \sin(\pi z/L)}{\pi^2 EI_y} \quad (4.13)$$

Na equação (4.11), o primeiro termo sob a raiz quadrada, $(EI_y GI_t)$, representa a rigidez à torção de Saint-Venant (torção livre), e o outro termo, $(\pi^2 EC_w I_y / L^2)$, representa a rigidez à flexo-torção.

A equação (4.11) foi obtida a partir de momentos fletores de valores absolutos iguais aplicados às extremidades da viga. Para outras relações de momentos fletores, aquela equação pode ser modificada multiplicando-se o valor de M_{cr} por um coeficiente de momento uniforme equivalente, " C_b ", obtendo-se a expressão de M_{cr} dada pela equação (4.14), onde L_b representa o comprimento do trecho sem contenção lateral. [45]. [46]

$$M_{cr} = C_b \frac{\pi}{L_b} \sqrt{EI_y GI_t \left(1 + \frac{\pi^2 EC_w}{GI_t L_b^2}\right)} \quad (4.14)$$

$$C_b = 1,75 + 1,05 (M_1/M_2) + 0,3 (M_1/M_2)^2 \leq 2,3 \quad (4.15)$$

Na expressão de C_b , M_1 é o menor e M_2 é o maior dos momentos fletores, em valor absoluto, nas extremidades do trecho não contido lateralmente.

A relação M_1/M_2 é positiva quando estes momentos produzem curvatura reversa e negativa quando produzem curvatura simples.

A expressão de C_b não se aplica nos casos em que o momento fletor no interior do trecho, em valor absoluto, seja maior que os das extremidades, nos casos de vigas em balanços e situações em que o diagrama de momentos fletores não se aproxima de uma reta entre M_1 e M_2 . Em todos esses casos, conservativamente, pode-se adotar $C_b = 1,0$.

Quando houver forças transversais aplicadas entre as extremidades da viga ou entre pontos travados lateralmente, a posição do ponto de aplicação da força em

relação ao centro de cisalhamento é uma consideração importante.

O valor de M_{cr} dado pela equação (4.14) não pode ser usado quando agirem forças desestabilizantes, no sentido em que tendem a aumentar a torção. Em caso contrário, para forças estabilizantes, aquela equação fornece valor conservativo.

Considerando-se a posição do ponto de aplicação da força em relação ao centro de cisalhamento da seção transversal, a equação (4.14) pode ser escrita como:^[10]

$$M_{cr} = C_4 \frac{\sqrt{EI_y GI_t}}{L_b} \quad (4.16)$$

$$C_4 = C_1 \pi \left[\sqrt{1 + \frac{\pi^2 EC_w}{GI_t L_b^2} (C_2^2 + 1)} \pm C_2 \frac{\pi}{L_b} \sqrt{\frac{EC_w}{GI_t}} \right] \quad (4.17)$$

Na expressão (4.17), C_1 é um coeficiente que depende do tipo da força aplicada e das condições de vinculação e C_2 é um coeficiente que considera o ponto de aplicação da força com respeito ao centro de cisalhamento. C_2 é zero para momentos fletores aplicado às extremidades e é também zero quando a força é aplicada no centro de cisalhamento. O sinal (+) para C_2 se aplica para forças estabilizantes e o sinal (-) se aplica para forças desestabilizantes. Valores de C_1 e C_2 são apresentados na tabela 4.1.

NETHERCOT (1983),^[35] apresenta os valores de C_b já considerando a posição do ponto de aplicação da força em relação ao centro de cisalhamento:

força aplicada na mesa superior:	$C_b = A/B$	
força aplicada no centro de cisalhamento:	$C_b = 1$	(4.18)
força aplicada na mesa inferior:	$C_b = 1/A$	

onde A e B são tomados da figura 4.4. Comparações com

soluções numéricas têm demonstrado que o momento crítico de flambagem lateral dado pela equação (4.14), utilizando (4.18), apresenta variação em torno de 5% da solução "exata". [14]

Tabela 4.1 - Coeficientes C_1 e C_2 na equação (4.17). [10]

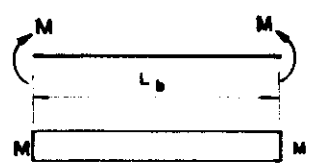
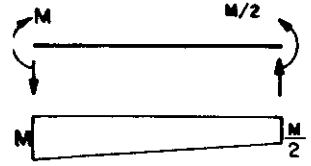
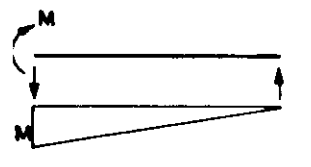
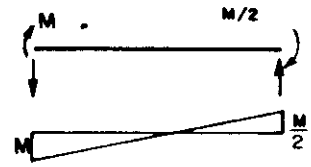
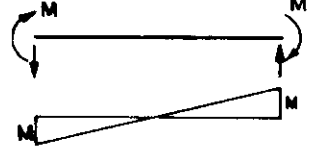
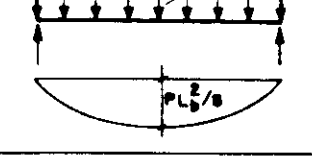
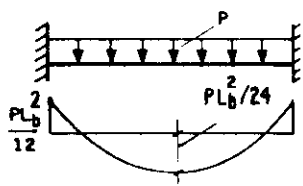
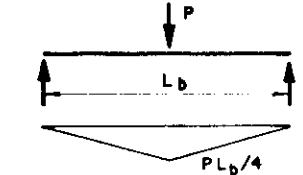
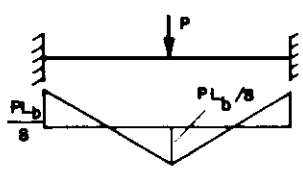
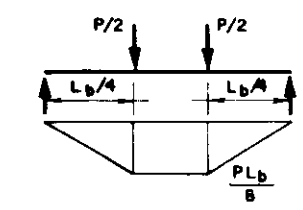
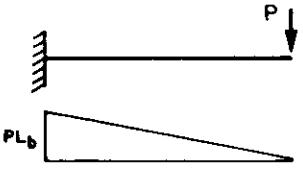
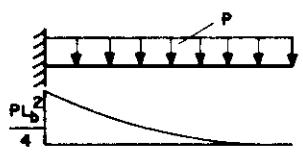
caso	carregamento e diagrama de momento fletor.	condições de restrição à rotação nas extremidades	fator de comprimento equivalente kz	C_1	C_2
1.		apoiada	1.0	1.0	0.0
		engaste	0.5	1.0	0.0
2.		apoiada	1.0	1.3	0.0
		engaste	0.5	1.3	0.0
3.		apoiada	1.0	1.8	0.0
		engaste	0.5	1.8	0.0
4.		apoiada	1.0	2.4	0.0
		engaste	0.5	2.3	0.0
5.		apoiada	1.0	2.6	0.0
		engaste	0.5	2.3	0.0
6.		apoiada	1.0	1.1	0.45
		engaste	0.5	1.0	0.29

Tabela 4.1 - Coeficientes C_1 e C_2 na equação (4.17).^[10] (continuação)

caso	carregamento e diagrama de momento fletor	condições de restrição à rotação nas extremidades	fator de comprimento equivalente k_z	C_1	C_2
7.		apoziata	1.0	1.1	0.45
		engaste	0.5	1.0	0.29
8.		apoziata	1.0	1.4	0.55
		engaste	0.5	1.1	0.42
9.		apoziata	1.0	1.7	1.42
		engaste	0.5	1.0	0.84
10.		apoziata	1.0	1.0	0.42
11.		empenamento restrito no engaste	1.0	1.3	0.64
12.		empenamento restrito no engaste	1.0	2.1	—

O efeito de outras condições de contorno, diferentes das utilizadas nas expressões (4.7) e (4.8), podem ser levadas em consideração através dos coeficientes de comprimento efetivo " k_y " e " k_z ", os quais representam

outras condições de contorno de "u" e "φ", respectivamente.

Como regra geral, "k_y" e/ou "k_z" podem ser tomados como 1,00 se as extremidades são apoiadas, 0,70 se uma é apoiada e outra engastada, e 0,50 se ambas são engastadas. A equação do momento crítico pode ser reescrita como: [16]

$$M_{cr} = C_b \frac{\pi}{(k_y L_b)} \sqrt{EI_y GI_t \left(1 + \frac{\pi^2 EC_w}{GI_t (k_z L_b)^2}\right)} \quad (4.19)$$

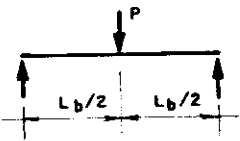
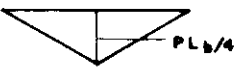
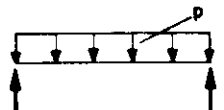
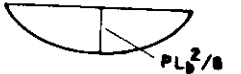
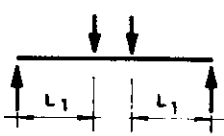

carregamento	diagrama de momento fletor	A	B
		1.35	1 - 0.18r ² + 0.649r
		1.12	1 - 0.154r ² + 0.535r
		1 + (L_1/L_b) ²	1 - 0.465r ² + 1.636r
$r = \frac{\pi}{L_b} \sqrt{\frac{EC_w}{GI_t}}$			

Figura 4.4 - Coeficientes A e B para forças transversais. [35]

4.3.1.1. Perfis I

Para perfis I duplamente simétricos, conforme figura 4.5, são válidas as seguintes aproximações:

$$C_w = \frac{b^3 t d^2}{24} \quad (4.20)$$

$$I_y = \frac{b^3 t}{6}$$

É uma aproximação razoável desprezar-se a rigidez à torção de Saint-Venant, e com as aproximações acima, a equação (4.14) pode ser reescrita fornecendo o seguinte valor para o momento crítico:

$$M_{cr} = C_b \frac{\pi^2 E d I_y}{2L_b^2} \quad (4.21)$$

Conseqüentemente, a tensão crítica de flambagem elástica para o perfil I sujeito à flexão pura é dada por:

$$\begin{aligned} f_e &= \frac{M_{cr}}{W_x} = \frac{M_{cr} d}{2I_x} \\ &= C_b \frac{\pi^2 E d^2 I_y}{4L_b^2 I_x} \end{aligned} \quad (4.22)$$

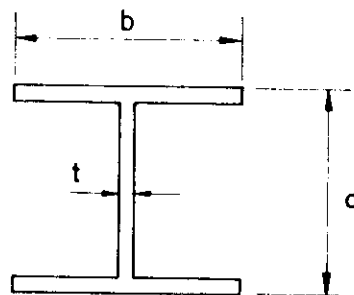


Figura 4.5 - Dimensões de um perfil I.

Em se tratando de perfis I enrijecidos, as equações (4.20) e (4.21) não são válidas, devendo-se determinar o momento crítico por:

$$M_{cr} = C_b \frac{\pi^2 E}{L_b^2} \sqrt{C_w I_y} \quad (4.23)$$

As equações (4.21) e (4.23) aplicam-se à flambagem lateral elástica de vigas, onde a tensão de flambagem é menor ou igual a tensão limite de proporcionalidade. Para tensões acima deste limite, o comportamento da viga será governado pela flambagem inelástica.

Para vigas I nas quais a flambagem lateral com torção e instabilidades locais estejam impedidas, resultados experimentais têm demonstrado que o momento último " M_u " para perfis de chapa dobrada, excede o momento que causa o escoamento inicial em uma fibra extrema da seção transversal, " M_y ", mas é menor que o momento de plastificação total da seção, " M_p ". [56]

Estudos conduzidos por GALAMBOS (1963), [15] indicaram para vigas de mesa larga:

$$M_p = 1,11M_y \quad (4.24)$$

Onde:

M_p = momento de plastificação da seção.

M_y = momento que causa o escoamento inicial em uma fibra extrema da seção = Wf_y .

Com a mesma aproximação utilizada para barras comprimidas, assume-se que a tensão limite de proporcionalidade dos perfis I de chapa dobrada seja igual à metade da tensão máxima resistente:

$$f_{pr} = \frac{1}{2} (1,11f_y) = 0,56f_y \quad (4.25)$$

Assim, para tensão maior que f_{pr} , uma equação parabólica é utilizada para representar o comportamento inelástico:

$$f = 1,11f_y \left(1 - \frac{f_y}{3,24f_e} \right) \quad (4.26)$$

Em lugar de se assumir a máxima tensão dada pela equação (4.26) para valores maiores que f_y , conservativamente, deve-se usar o limite de tensão máxima igual a f_y , figura 4.6.

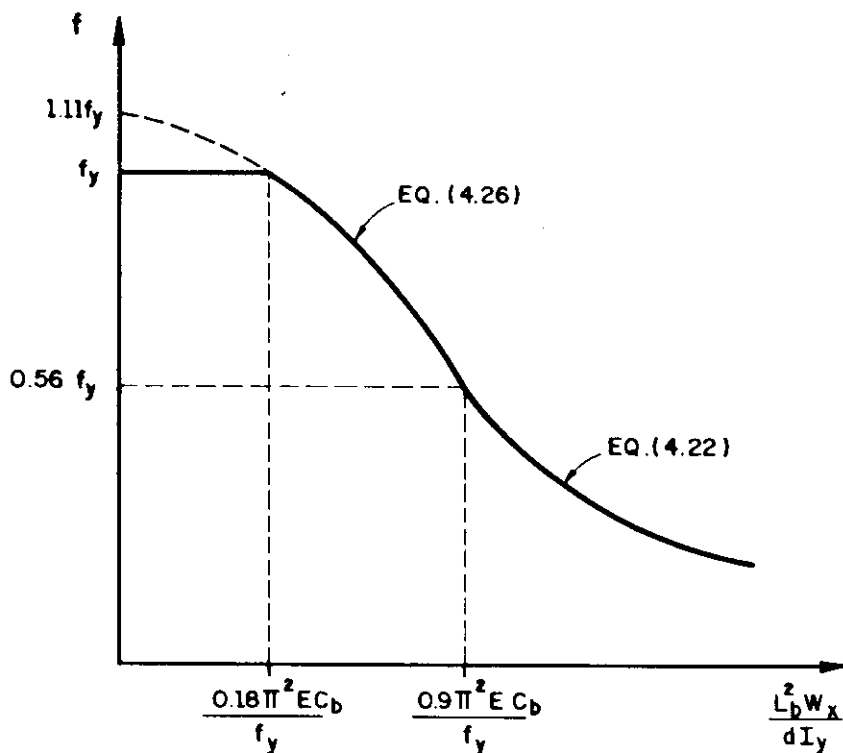


Figura 4.6 - Máxima tensão de flambagem lateral para vigas I.

4.3.1.2. Perfis caixão

Os perfis caixão fechados são mais estáveis que os perfis de alma única, como os perfis I, U, Z, e portanto, o seu uso resulta em economia de material se a flambagem lateral do perfil é determinante. A sua estabilidade lateral depende de sua rigidez à torção livre e o momento crítico, elástico, de flambagem lateral será:

$$M_{cr} = C_D \frac{\pi}{L_b} \sqrt{EI_y GI_t} \quad (4.27)$$

sendo $I_y < I_x$. Caso contrário, a flambagem lateral não ocorre.

O momento de inércia à torção, I_t , para seções vazadas de parede fina é dado por:^[48]

$$I_t = \frac{4A^2}{\oint \frac{ds}{t}}, \quad (4.28)$$

onde "A" é a área interna da seção transversal do perfil, referida à linha do esqueleto, e " \oint " representa a integração sobre a curva fechada representada pela linha do esqueleto.

Para um perfil caixão fechado, de altura "a", largura "b" e espessura da parede "t" constante, o momento de inércia à torção é dado por:

$$I_t = \frac{2(ab)^2}{a+b} t \quad (4.29)$$

Em se tratando de flambagem lateral em regime inelástico, $f_e > f_{pr}$, a curva dada pela equação (4.26) é adotada.

4.3.2. Perfil Z

Simplificadamente, o problema da flambagem lateral com torção de um perfil Z é tratado através da equação obtida para os perfis com dupla simetria. A análise do problema torna-se complexa pelo fato de que o carregamento ocorre geralmente em plano paralelo à alma, o qual não contém nenhum dos eixos principais de inércia da seção, resultando em um problema de flexão geral. O efeito da flexão geral em um perfil Z reduz o momento crítico, M_{cr} , para 90% a 95% do valor encontrado pela equação (4.11).^[18]

Para os cálculos correntes, tendo-se em vista o

fato de que o perfil Z destravado lateralmente é de pouca aplicação prática e a sua constante de empenamento, C_w , é diferente da dada pela equação (4.19), o momento crítico é tomado conservativamente como sendo a metade do valor encontrado pela equação (4.21) para fins de normatização.

Com esta simplificação, a curva de tensão crítica de flambagem lateral para este perfil é dada na figura 4.6, com uma tensão crítica elástica calculada para um momento crítico igual à metade do obtido pela equação (4.21), ou seja:

$$M_{cr} = C_b \frac{\pi^2 E I_y}{4L_b^2} \quad (4.30)$$

4.3.3. Perfis monossimétricos

Os perfis de simetria única, sendo "y" o eixo de simetria, apresentam duas situações distintas quanto a aplicação do carregamento em relação ao eixo de simetria:

A primeira, para carregamento ao longo do plano perpendicular ao plano que contém o eixo de simetria, ou seja, flexão em relação ao eixo de simetria, apresenta o valor do momento crítico de flambagem lateral com torção dado pela equação (4.14).

A segunda situação, na qual se tem flexão em relação ao eixo central perpendicular ao eixo de simetria, a não coincidência do centro de gravidade com o centro de cisalhamento altera o comportamento à torção do perfil.

Ainda assim, é possível de se obter a solução teórica da flambagem lateral elástica para uma viga simplesmente apoiada (rotações impedidas nas extremidades), com momentos fletores iguais e opostos aplicados às extremidades, figura 4.7.

Para a situação acima, das equações gerais da flambagem por flexão e torção, resulta o sistema de equações diferenciais:

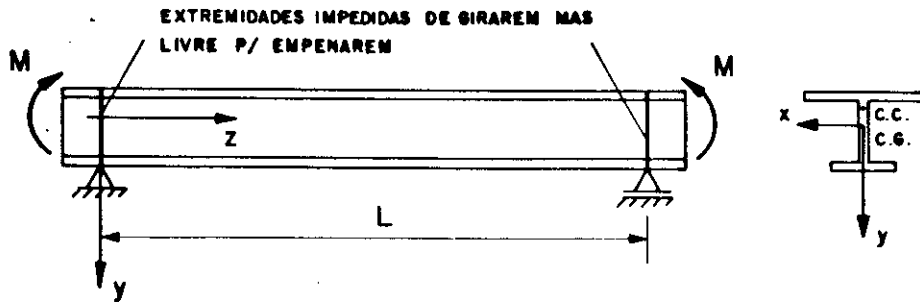


Figura 4.7 - Viga monossimétrica com momentos aplicados às extremidades.

$$EI_x v^{iv} = 0 \quad (4.31)$$

$$EI_y u^{iv} + M\phi'' = 0 \quad (4.32)$$

$$EC_w \phi^{iv} - [GI_t + 2M(K_y - y_0)] \phi'' + Mu'' = 0 \quad (4.33)$$

Neste sistema está se introduzindo uma nova característica geométrica da seção transversal da viga:

$$K_y = \frac{1}{2I_x} \int_A y(x^2 + y^2) dA \quad (4.34)$$

que é a coordenada do centro do círculo de instabilidade segundo o eixo y ($K_x = 0$ para seção monossimétrica) e y_0 é a coordenada do centro de cisalhamento segundo o eixo y .^[48]

Para a viga da figura 4.7, as condições de contorno são aquelas dadas pelas expressões (4.7), (4.8) e (4.9).

Da equação (4.31) com as condições de contorno dadas pela expressão (4.9), sem perda de estabilidade no plano yz , tem-se a posição deslocada da viga dada pela equação (4.10). Das equações (4.32) e (4.33) nas variáveis "u" e " ϕ ", com as condições de contorno nas equações (4.7) e

(4.8), obtém-se o valor do momento crítico de flambagem lateral com torção elástica:

$$M_{cr} = \frac{\pi EI_y}{L} \left[\frac{\pi}{L} j \pm \sqrt{\left(\frac{\pi j}{L}\right)^2 + \frac{GI_t}{EI_y} + \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \frac{C_w}{I_y}} \right] \quad (4.35)$$

Onde o sinal (+) se aplica para momentos fletores que causem tensões de compressão no lado do centro de cisalhamento em relação ao centro de gravidade, e o sinal (-) se aplica para momentos fletores que causem tensões de tração no lado do centro de cisalhamento em relação ao centro de gravidade.

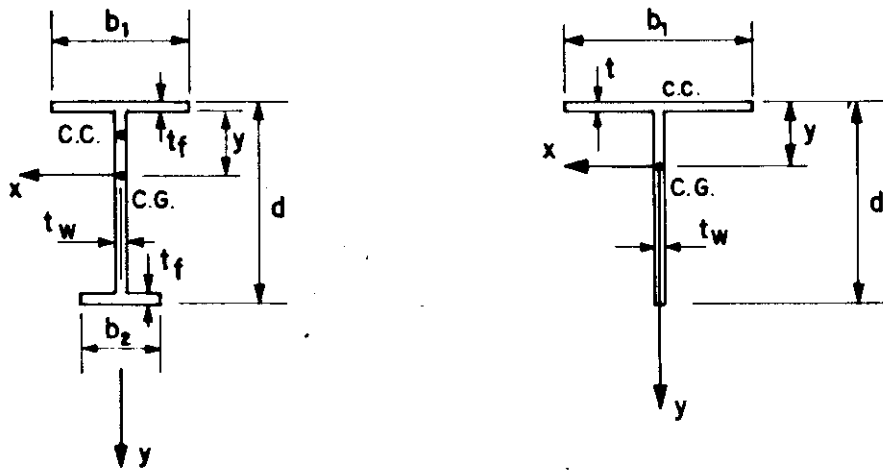
A grandeza j ($j = K_y - y_0$) é uma característica geométrica da seção transversal e pode ser tabelada para os perfis usuais de aço, sejam laminados, soldados ou conformados a frio. Esta expressão é de uso corrente na NBR-8800, anexo D. Para os perfis de chapa dobrada, os valores de j são tabelados no apêndice III. Para seções I de mesas desiguais e seções T, os valores respectivos de j são apresentados na figura 4.8.

Dada a complexidade aparente da característica geométrica j , soluções aproximadas para o valor de M_{cr} foram apresentadas por diversos pesquisadores. Evidências experimentais confirmam a validade da equação (4.35) para uma seção de simetria única e indicam também, que aquelas aproximações são, muitas vezes, contra a segurança. [2],[10],[18]

No caso particular de perfis cuja seção monossimétrica tenha constante de empenamento nula, $C_w = 0$, caso da seção T, a equação (4.35) pode ser escrita como:

$$M_{cr} = \frac{\pi EI_y}{L} \left[\frac{\pi}{L} j \pm \sqrt{\left(\frac{\pi j}{L}\right)^2 + \frac{GI_t}{EI_y}} \right] \quad (4.36)$$

Para seções com dupla simetria, $j=0$, a equação (4.35) reduz-se à equação (4.11).



$$\alpha = \frac{1}{1 + (b_1 + b_2)^3}$$

$$h = d - t$$

$$C_w = h^2 b_1^3 t \alpha / 12$$

$$\bar{y} = |y|$$

$$Y_0 = -\bar{y} - \alpha d$$

$$j = \frac{1}{2I_x} \left\{ (h - \bar{y}) \left[b_2^3 t / 12 + b_2 t (h - \bar{y})^2 + \frac{t}{4} (h - \bar{y})^3 \right] - \bar{y} \left(\frac{b_1^3 t}{12} + b_1 t \bar{y}^2 \right) + \frac{t}{4} \left[(h - \bar{y} - t/2)^4 - (\bar{y} - t/2)^4 \right] \right\} - Y_0$$

$$I_t = t^3 (b_1 + b_2 + h) / 3$$

$$h = d - t / 2$$

$$C_w = 0$$

$$\bar{y} = |y|$$

$$Y_0 = -\bar{y}$$

$$j = \frac{1}{2I_x} \left\{ t / 4 \left[\bar{y}^4 - (h - \bar{y})^4 \right] - \frac{\bar{y} b_1^3 t}{12} - \bar{y}^3 b_1 t \right\} - Y_0$$

$$I_t = t^3 (b_1 + h) / 3$$

Figura 4.8 - Propriedades de flexo-torção para perfis I e T.

A influência da variação das condições de contorno e de carregamentos na instabilidade de perfis monossimétricos é, comparativamente aos perfis de dupla simetria, de menor conhecimento. Resultados numéricos e fórmulas aproximadas para uma variedade de condições de contorno e carregamentos transversais aplicados acima e

abaixo do centro de cisalhamento são apresentados por CLARK e HILL (1960)^[10] e ANDERSON e TRAHAIR (1972)^[2]. O coeficiente de momento uniforme equivalente, C_b , dado pela equação (4.15) é utilizado para considerar diferentes relações de momentos fletores aplicados às extremidades do perfil. A expressão final para a determinação do momento crítico para os perfis de simetria única em relação ao eixo y , com distância entre os pontos com contenção lateral igual a L_b é, então:

$$M_{cr} = C_b \frac{\pi E I_y}{L_b} \left[\frac{\pi}{L_b} j \pm \sqrt{\left(\frac{\pi j}{L_b}\right)^2 + \frac{G I_t}{E I_y} + \left(\frac{\pi}{L_b}\right)^2 \frac{C_w}{I_y}} \right] \quad (4.37)$$

Na expressão acima, efetuando-se as devidas operações algébricas, o valor de M_{cr} pode ser determinado em função das tensões f_{ey} e f_{ez} com a finalidade de se obter uma apresentação mais simples para aquela equação.

$$M_{cr} = C_b A_g f_{ey} \left[j \pm \sqrt{j^2 + r_0^2 (f_{ez}/f_{ey})} \right] \quad (4.38)$$

onde:

A_g = área bruta da seção transversal

$$f_{ey} = \frac{\pi^2 E}{(k_y L_y / r_y)^2} \quad (4.39)$$

$$f_{ez} = \frac{1}{A_g r_0^2} \left[\frac{\pi^2 E C_w}{(k_z L_z)^2} + G I_t \right] \quad (4.40)$$

$$r_0^2 = r_x^2 + r_y^2 + y_0^2 \quad (4.41)$$

kL = comprimento efetivo de flambagem em relação ao eixo correspondente.

A tensão de flambagem lateral elástica obtém-se

dividindo a equação (4.38) pelo módulo de resistência elástico em relação ao eixo x, W_x . O comportamento da viga em regime inelástico é também representado por uma equação parabólica, assumindo-se como tensão limite de proporcionalidade metade da tensão limite de escoamento:

$$f = f_y \left(1 - \frac{f_y}{4f_e} \right) \quad \text{para } f_e > f_y/2 \quad (4.42)$$

$$f = f_e \quad \text{para } f_e \leq f_y/2 \quad (4.43)$$

onde f_e é a tensão de flambagem elástica ($f_e = M_{cr}/W_x$).

Na figura 4.9 mostram-se valores teóricos para o momento crítico, ou força crítica, para diferentes tipos de carregamento, seções e vinculações.

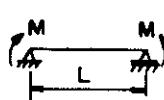




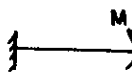

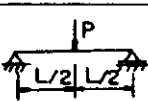
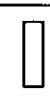
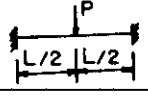

carregamento	seção transversal	M_{cr} ou P_{cr}
		$\frac{\pi EI_y}{L} \left[\frac{\pi j}{L} \pm \sqrt{\left(\frac{\pi j}{L} \right)^2 + \frac{GI_t}{EI_y} + \left(\frac{\pi}{L} \right)^2 \frac{C_w}{I_y}} \right]$
		$\frac{\pi EI_y}{L} \left[\frac{\pi}{L} j \pm \sqrt{\left(\frac{\pi j}{L} \right)^2 + \frac{GI_t}{EI_y}} \right]$
		$\frac{\pi}{L} \sqrt{EI_y GI_t \left(1 + \frac{\pi^2 EC_w}{GI_t L^2} \right)}$
		$\frac{\pi}{L} \sqrt{EI_y GI_t}$
		$\frac{\pi}{2L} \sqrt{EI_y GI_t}$
		$\frac{16,94}{L^2} \sqrt{EI_y GI_t}$
		$\frac{26,6}{L^2} \sqrt{EI_y GI_t}$

Figura 4.9 - Valores de M_{cr} ou P_{cr} .

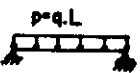

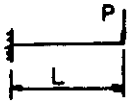


carregamento	seção transversal	M_{cr} ou P_{cr}
		$\frac{28,3}{L^2} \sqrt{EI_y GI_t}$
		$\frac{4,013}{L^2} \sqrt{EI_y GI_t}$
		$\frac{m}{L} \sqrt{EI_y GI_t}$, m=4 a 44

Figura 4.9 - Valores de M_{cr} ou P_{cr} . (continuação)

4.3.4. Perfis com elementos comprimidos lateralmente destravados

Os perfis U e Z de chapa dobrada são comumente utilizados como terças e longarinas nas construções metálicas. Como parte do sistema de fechamento, os perfis são conectados ao longo de um lado com painéis de aço e suportados em pontos discretos ao longo de seu vão por tirantes (correntes). Assim, algum grau de restrição contra deflexões laterais e rotacionais está presente quando os perfis são solicitados à flexão de tal maneira que, a porção tracionada da seção transversal permanece reta e a flambagem lateral não mais ocorre na seção transversal como um todo, conforme ilustra-se na figura 4.10.

Esta situação é típica para terças e longarinas sujeitas à ação de sucção devida ao vento, muitas vezes determinante em seu dimensionamento.

A análise precisa da flambagem lateral neste caso é complexa. O AISI apresenta procedimento de cálculo para determinar a tensão admissível para elementos comprimidos lateralmente destravados. No procedimento de cálculo admite-se a porção comprimida da seção transversal como sendo uma coluna apoiada em fundação elástica, onde o apoio elástico é fornecido pela porção tracionada. A comparação com resultados experimentais de mais de cem testes,

demonstra discrepâncias que raramente excedem 30% do lado conservativo e 20% do lado não conservativo.^[1]

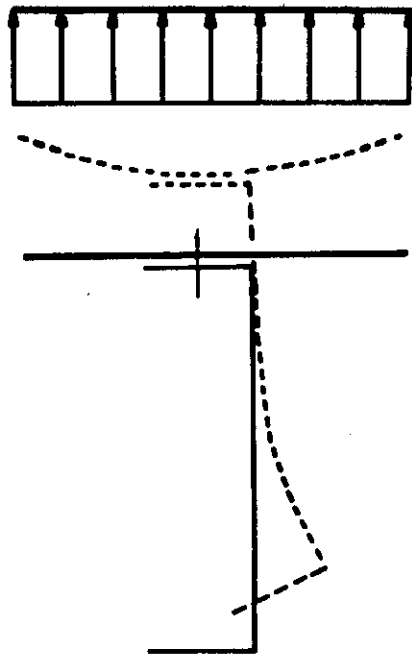


Figura 4.10 - Forma deslocada do conjunto terça-painel.

HAUSSLER (1964),^[17] apresentou um método rigoroso para determinação da resistência de vigas estabilizadas elasticamente, considerando também, a porção comprimida como uma coluna sob fundação elástica. A solução da equação diferencial é dada de forma que permite-se a avaliação numérica da tensão crítica diretamente.

O assunto tem sido de grande interesse por parte de muitos pesquisadores. PEKÖZ (1983),^[37] apresenta um método simples de cálculo para perfis Z e U enrijecidos. Baseado em estudos numéricos usando o método desenvolvido, bem como um número limitado de ensaios, observou-se que os perfis U enrijecidos defletem lateralmente 2 a 3 vezes mais que os perfis Z enrijecidos de mesma altura e perímetro. Como deficiência, o método exige conhecimentos de dados experimentais do conjunto viga-painel.

LaBOUBE (1991), [28] desenvolveu uma aproximação analítica para o problema baseado no conceito de flexão oblíqua para perfil Z, aplicável somente para sistema de cobertura para o qual a ligação viga-painel é feita através de parafusos passantes ou autoatarraxantes. A aproximação é modificada para o cálculo de vigas contínuas.

LaBOUBE (1992), [27] apresenta também, uma formulação empírica baseada em resultados experimentais, onde o momento resistente é expresso como uma redução na resistência total da viga:

$$M_n = RM_y \quad (4.44)$$

Onde:

R = fator de redução.

$M_y = W_{ef} f_y$

W_{ef} = módulo de resistência elástico da seção transversal efetiva.

O fator R é uma quantidade empírica e reflete a relação entre o momento observado em ensaio e o momento que causa o escoamento inicial da seção transversal. Os valores de R, obtidos para perfis U e Z enrijecidos são:

a. Perfil U enrijecido:

-viga simplesmente apoiada: R = 0,40.

-viga contínua : R = 0,60.

b. Perfil Z enrijecido:

-viga simplesmente apoiada: R = 0,50.

-viga contínua : R = 0,70.

Estudos analíticos, através de métodos numéricos e experimentais de perfis U e Z, incluindo-se o efeito da

restrição à torção pelo uso de tirantes, são apresentados nas referências [37], [38], [39], [40], [53]. Deve-se ressaltar que os resultados observados indicam que os painéis em aço fornecem muitas vezes, restrições à rotação e ao deslocamento lateral suficientes para se considerar somente o efeito da flexão simples na viga.

4.4. Reserva de resistência inelástica de vigas

4.4.1. Introdução

O critério usual em regime elástico, define como um estado limite último o início de escoamento de uma fibra extrema da seção transversal no dimensionamento de barras fletidas. Por outro lado, sabe-se que o momento fletor máximo em uma seção transversal pode exceder aquele que causa o seu escoamento inicial e é obtido somente quando o escoamento propaga-se sobre toda a seção (plastificação total da seção transversal).

A reserva de resistência inelástica pode ser definida como a relação entre o momento último " M_u ", e o momento que causa o início de escoamento em uma fibra extrema da seção transversal da viga " M_y ". Esta reserva de resistência é o resultado de uma redistribuição de tensões através da altura da viga em estruturas isostáticas. Para estruturas hiperestáticas, além da redistribuição de tensões ao longo da seção transversal, deve-se acrescentar a reserva de resistência devida a redistribuição de momentos fletores ao longo da estrutura.

Elementos enrijecidos à compressão suficientemente esbeltos ($b/t > 580/\sqrt{f_y}$), possuem significativa resistência pós-flambagem mas, falham com o início do escoamento. Tais elementos, e portanto vigas que os possuam, não apresentam reserva de resistência inelástica se o início do escoamento ocorre neste elemento. Entretanto, elementos enrijecidos à compressão com relações menores que aquele limite, continuam

a suportar tensões de compressão após o escoamento inicial.

Neste caso, o escoamento propaga-se pela alma resultando naquela reserva de resistência. Esta reserva devida à plastificação da alma também pode ser obtida quando a linha neutra encontra-se próxima ao elemento comprimido. Neste caso, o início de escoamento ocorre na mesa tracionada e a relação b/t deste elemento não é de interesse.

4.4.2. Reserva de resistência inelástica devida à plastificação parcial da seção transversal

Diferentemente dos perfis laminados e soldados, os perfis de chapa dobrada não desenvolvem a plastificação total da sua seção transversal e exigem um método de cálculo diferente daquele aplicável aos perfis laminados ou soldados.

O momento último M_u , é a máxima resistência à flexão da viga considerando-se a reserva de resistência inelástica através da plastificação parcial da seção transversal.

A distribuição de tensões é determinada através do critério da máxima deformação à compressão do elemento enrijecido à compressão " ϵ_{cu} ". Baseado em pesquisas desenvolvidas na universidade de Cornell, a partir de ensaios realizados em 12 vigas com seção transversal em cartola sob flexão pura, estabeleceu-se o limite de máxima deformação à compressão como sendo $C_y \epsilon_y$, ou seja:^[42]

$$\epsilon_{cu} = C_y \epsilon_y \quad (4.45)$$

Onde:

ϵ_y = deformação no escoamento = f_y/E .

E = módulo de elasticidade.

C_y = fator de deformação à compressão determinado como a seguir (f_y em MPa):

b. Elementos não enrijecidos à compressão:

$$C_y = 1 \quad (4.49)$$

c. Elementos com enrijecimento múltiplo à compressão e elementos com enrijecedores de borda:.

$$C_y = 1 \quad (4.50)$$

Os valores de C_y foram adotados como um limite inferior para os resultados experimentais observados. Nenhum limite é imposto à deformação por tração.

Com referência à máxima deformação de compressão, ϵ_{cu} , permissível, localiza-se a linha neutra utilizando-se da equação (4.51), e o momento fletor último determina-se pelo uso da equação (4.52), como segue:

$$\int_A \sigma dA = 0 \quad (4.51)$$

$$\int_A \sigma y dA = M_u \quad (4.52)$$

Onde σ é a tensão normal no elemento de área correspondente.

Nas normas do AISI^[7] e do CSA,^[8] adota-se o procedimento acima para o cálculo da resistência de barras fletidas baseado na reserva de resistência inelástica, onde devem ser atendidas as seguintes exigências:

1. A viga não está sujeita a torção ou à flambagem lateral.
2. O efeito do trabalho a frio não está incluído na determinação da tensão limite de escoamento.
3. A relação da altura da parte comprimida da alma pela sua espessura não excede $500/\sqrt{f_y}$, f_y em MPa.
4. A força de cisalhamento não excede $0.35f_y$ vezes a área da alma, ht.

5. O ângulo entre qualquer alma e a vertical não excede 30° .

4.4.3. Redistribuição de momentos fletores em vigas contínuas

A discussão acima descreve o aumento na resistência à flexão devido à plastificação parcial da seção transversal de perfis de chapa dobrada. Estudos de vigas contínuas e painéis desenvolvidos por YENER e PEKÖZ,^[57] entre outros, têm conduzido a um processo de cálculo semi-empírico para a determinação da rotação inelástica parcial das rótulas plásticas, indicando que a reserva de resistência inelástica de vigas contínuas devido a redistribuição de momentos pode ser usada no cálculo de perfis de chapa dobrada.

Baseado no resultado de ensaios em 38 perfis de seção U e cartola, o critério de falha apresentado em termos da máxima deformação de compressão foi desenvolvido para vigas sob momentos fletores variáveis, figura 4.12. Vigas sob escoamento em pelo menos metade do seu vão de referência são consideradas sob momentos fletores uniformes.

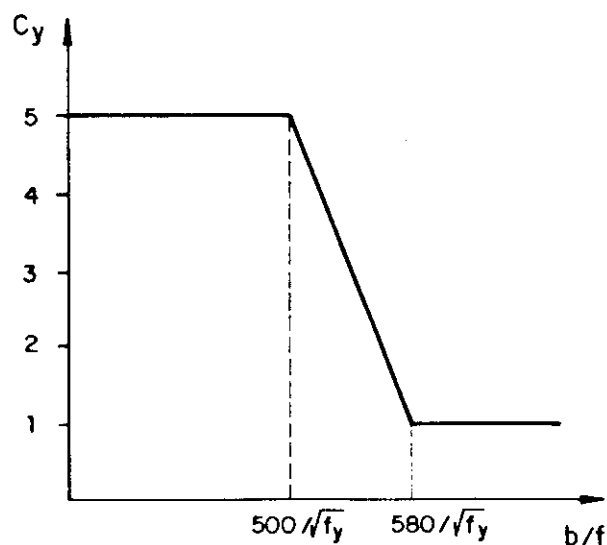


Figura 4.12 - Fator C_y para elemento enrijecido à compressão sob momento fletor variável (f_y em MPa).

Ressalta-se que para relações b/t menores que $400/\sqrt{f_y}$, f_y em MPa, tem se observado que seções duplamente simétricas, tipo caixão, são capazes de desenvolver a sua plastificação total, permitindo uma completa redistribuição de momentos fletores. [26]

4.5 Critérios de dimensionamento

4.5.1. Estado limite último

4.5.1.1. Introdução

A resistência ao momento fletor é determinada de acordo com uma entre duas situações possíveis.

A primeira refere-se a vigas cujo estado limite de flambagem lateral com torção não ocorra. Neste caso, a resistência da seção é calculada com base no escoamento da seção efetiva ou com base na reserva de resistência inelástica.

Para o estado limite de flambagem lateral com torção, determina-se inicialmente o momento crítico elástico para a viga, obtendo-se assim a tensão crítica de flambagem elástica f_e . Obtida a tensão crítica f , de acordo com as equações (4.26), (4.42) ou (4.43), a que for aplicável, determina-se a área efetiva da seção transversal de acordo com o conceito de largura efetiva.

4.5.1.2. Vigas com contenção lateral e vigas a cuja seção transversal não se aplica o estado limite de flambagem lateral com torção

A resistência de cálculo ao momento fletor é dada por " $\phi_b M_n$ ", onde $\phi_b = 0,90$ e a resistência nominal M_n é dada por um dos dois procedimentos :

- a. Baseado no início de escoamento da seção

transversal:

$$M_n = W_{ef} f_y \quad (4.53)$$

Onde:

f_y = tensão limite de escoamento do aço.
 W_{ef} = módulo de resistência efetivo, elástico, calculado para as fibras extremas comprimidas ou tracionadas, submetidas a tensão f_y .

b. Baseado na reserva de resistência inelástica:

Este procedimento é aplicável quando as seguintes condições são satisfeitas:

1. A viga não está sujeita a torção ou à flambagem lateral.
2. O efeito do trabalho a frio não está incluído na determinação da tensão limite de escoamento.
3. A relação da altura da parte comprimida da alma pela sua espessura não excede λ .
4. A força de cisalhamento não excede $0,35f_y$ vezes a área da alma, ht .
5. O ângulo entre qualquer alma e a vertical não excede 30° .

A resistência nominal ao momento fletor M_n , será aquela que cause uma deformação máxima de compressão de $C_y \epsilon_y$, sem que nenhuma limitação seja requerida para a deformação máxima de tração, onde:

ϵ_y = deformação no escoamento = E/f_y .

E = módulo de elasticidade.

C_y = fator de deformação à compressão determinado como a seguir.

i. Elementos enrijecidos à compressão sem

enrijecedores intermediários:

$$C_y = 3 \quad \text{para } b/t \leq \lambda_1 \quad (4.54)$$

$$C_y = 3 - \frac{(b/t) \sqrt{f_y} - 500}{40} \quad \text{para } \lambda_1 < b/t < \lambda_2 \quad (4.55)$$

$$C_y = 1 \quad \text{para } b/t \geq \lambda_2 \quad (4.56)$$

Onde:

$$\lambda_1 = \frac{1,11}{\sqrt{f_y/E}} \quad (4.57)$$

$$\lambda_2 = \frac{1,28}{\sqrt{f_y/E}} \quad (4.58)$$

ii. Elementos não enrijecidos à compressão:

$$C_y = 1 \quad (4.59)$$

iii. Elementos com enrijecimento múltiplo à compressão e elementos com enrijecedores de borda:

$$C_y = 1 \quad (4.60)$$

Quando aplicável, as larguras efetivas de cálculo deverão ser utilizadas na determinação das propriedades geométricas da seção transversal. M_n deverá ser calculado considerando-se o equilíbrio das resultantes das tensões, assumindo-se um diagrama tensão-deformação idealmente elasto-plástico que seja o mesmo tanto à compressão quanto à tração. O valor calculado de M_n não deve exceder 1,25 vezes aquele determinado no item a.

c. Para seções transversais com elementos não

enrijecidos à compressão, tais como perfis Z e U, o valor de M_n não deverá exceder o valor de:

$$M_n = W \frac{\pi^2 E}{24(1-\nu^2)(b/t)^2} \quad (4.61)$$

Onde:

W = módulo de resistência elástico da seção não reduzida.

b/t = relação largura plana/espessura do elemento elemento não enrijecido.

4.5.1.3. Vigas com contenção lateral descontínua: flambagem lateral com torção

Para seções transversais fletidas em relação ao eixo de maior inércia, a resistência de cálculo ao momento fletor é dada por " $\phi_b M_n$ ", onde $\phi_b = 0,90$ e M_n é a resistência nominal dada por:

$$M_n = W_{ef} f \quad (4.62)$$

Onde:

W_{ef} = módulo de resistência efetivo, elástico, calculado para a tensão f na fibra extrema comprimida.

f = tensão crítica de flambagem lateral com torção, calculada conforme determinado a seguir.

a. Perfis I, Z ou tipo caixão fletidos em torno do eixo perpendicular a alma:

$$f = 1,11f_y \left(1 - \frac{f_y}{3,24f_e} \right) \leq f_y \quad \text{para } f_e > 0,56f_y \quad (4.63)$$

$$f = f_e \quad \text{para } f_e \leq 0,56f_y \quad (4.64)$$

Onde;

$$f_e = \frac{M_{cr}}{W} \quad (4.65)$$

W = módulo de resistência elástico da seção transversal bruta não reduzida.

M_{cr} = momento crítico calculado como determinado a seguir.

a.1. Perfis I duplamente simétricos:

$$M_{cr} = C_b \frac{\pi^2 E}{L_b^2} \sqrt{C_w I_y} \quad (4.66)$$

a.2. Perfis Z:

$$M_{cr} = C_b \frac{\pi^2 E}{2L_b^2} \sqrt{C_w I_y} \quad (4.67)$$

a.3. Perfis caixão fechado:

$$M_{cr} = C_b \frac{\pi}{L_b} \sqrt{EI_y GI_t} \quad (4.68)$$

Onde:

E = módulo de elasticidade.

G = módulo de elasticidade transversal = 0,385E.

L_b = comprimento do trecho sem contenção lateral.

C_w = constante de empenamento da seção.

I_y = momento de inércia em torno do eixo y.

I_t = momento de inércia à torção

$C_b = 1,75 + 1,05(M_1/M_2) + 0,3(M_1/M_2)^2 \leq 2,3$

Na expressão de C_b , M_1 é o menor e M_2 é o maior dos momentos fletores, em valor absoluto, nas extremidades do trecho não contido lateralmente.

A relação M_1/M_2 é positiva quando estes momentos produzem curvatura reversa e negativa quando produzem curvatura simples. Quando o momento fletor, em valor absoluto, no interior do trecho for maior que os das extremidades, C_b deve ser tomado igual a 1,0.

Para o caso de vigas em balanço e situações em que o diagrama de momentos fletores não se aproxima de uma linha reta entre M_1 e M_2 , deve-se tomar C_b igual a 1,0.

b. Perfis monossimétricos, sendo "y" o eixo de simetria:

$$f = f_y \left(1 - \frac{f_y}{4f_e} \right) \quad \text{para } f_e > 0,50f_y \quad (4.69)$$

$$f = f_e \quad \text{para } f_e \leq 0,50f_y \quad (4.70)$$

f_e é dado pela equação (4.56), com M_{cr} determinado a seguir:

b.1. Para flexão em relação ao eixo de simetria:

$$M_{cr} = C_b r_0 A_g \sqrt{f_{ex} f_{ez}} \quad (4.71)$$

b.2. Para flexão em relação ao eixo perpendicular ao eixo de simetria:

$$M_{cr} = C_b A_g f_{ey} \left[j \pm \sqrt{j + r_0^2 (f_{ez}/f_{ey})} \right] \quad (4.72)$$

O sinal (+) se aplica para momentos que causem compressão no lado do centro de cisalhamento em relação ao centro de gravidade. O sinal (-) se aplica para momentos que causem tração no centro de cisalhamento em relação ao centro de gravidade.

A_g = área bruta da seção transversal

$$f_{ex} = \frac{\pi^2 E}{(k_x L_x / r_x)^2}$$

$$f_{ey} = \frac{\pi^2 E}{(k_y L_y / r_y)^2}$$

$$f_{ez} = \frac{1}{A r_0^2} \left[\frac{\pi^2 E C_w}{(k_z L_z)^2} + G I_t \right]$$

$$r_0 = \sqrt{r_x^2 + r_y^2 + Y_0^2}$$

r_x = raio de giração em relação ao eixo x.

r_y = raio de giração em relação ao eixo y.

Y_0 = coordenada y do centro de cisalhamento, tomada como negativa.

kL = comprimento efetivo de flambagem em relação ao eixo correspondente.

$$j = \frac{1}{2I_x} \int_A y(x^2 + y^2) dA - Y_0$$

E, G, C_w, I_y, I_t, C_b - conforme item a.

Nota: Os valores da resistência nominal ao momento fletor para o estado limite último de flambagem lateral com torção foram deduzidos para aplicação das forças externas no centro de cisalhamento da seção transversal. Quando houver forças externas aplicadas excentricamente em relação ao centro de cisalhamento, referir-se ao item 4.3.1.

4.5.2. Estado limite de utilização: cálculo de deslocamentos

Os deslocamentos devem ser determinados de acordo com o tipo de elemento comprimido utilizado na seção transversal da viga. As larguras efetivas de cálculo são

baseadas na tensão correspondente ao carregamento sob o qual os deslocamentos são determinados.

O momento de inércia poderá ser variável ao longo do comprimento da viga. Se um cálculo "exato" dos deslocamentos é exigido, programas computacionais ou métodos numéricos podem ser utilizados. Se uma aproximação é utilizada, os deslocamentos para vigas simplesmente apoiadas podem ser calculados com um momento de inércia constante, determinado para o máximo momento fletor solicitante. Para vigas contínuas, as fórmulas convencionais podem ser utilizadas, nas quais o valor médio dos momentos de inércia para as regiões de momentos fletores positivo e negativo será utilizado como o momento de inércia.

CAPÍTULO 5

BARRAS FLETIDAS - VERIFICAÇÕES ADICIONAIS

5.1. Generalidades

A seção transversal de uma viga é, em geral, determinada pelo momento fletor, para posteriormente serem feitas as demais verificações.

Estas verificações compreendem a resistência à força cortante, a resistência ao enrugamento da alma e combinações destas com o momento fletor.

Quando estas condições não forem satisfeitas, o projetista pode utilizar-se de enrijecedores transversais adequadamente dispostos, sem alterar as dimensões previamente estabelecidas para a seção transversal da viga.

Para as vigas de vão curto e mesa larga ($L/b_f < 30$), o efeito "shear lag" e a ondulação da mesa devem ser considerados no projeto.

5.2. Força cortante

No projeto de vigas, a distribuição das tensões de cisalhamento na seção transversal, considerando-se os preceitos da resistência dos materiais, é obtida por:

$$\tau = \frac{VM_s}{It} \quad (5.1)$$

Onde:

V = força cortante na seção transversal.

M_s = momento estático da parte da seção acima da fibra na qual a tensão de cisalhamento é calculada, em relação a linha neutra.

I = momento de inércia da seção transversal em relação ao eixo de flexão.

t = espessura, ou largura, da seção transversal na fibra em estudo.

Na aplicação da equação (5.1) nas seções utilizadas em perfis metálicos, constata-se que a maior parte das tensões de cisalhamento concentra-se na alma, e tem sido prática geral em projeto o uso de um valor médio sobre a área bruta da alma, ou seja:

$$\tau = \frac{V}{ht_w} \quad (5.2)$$

Onde:

h = altura da alma, medida entre as faces internas das mesas dos perfis.

t_w = espessura da alma.

Quando a alma tem relação largura espessura relativamente pequena, ($h/t_w \leq 1,08\sqrt{kE/f_y}$), e está sujeita a tensões de cisalhamento, a falha será atingida com o seu escoamento. Esta tensão de escoamento, devido a um estado de cisalhamento puro, segundo o critério da energia de distorção pode ser escrita como:

$$\tau_y = \frac{f_y}{\sqrt{3}} = 0,577f_y \quad (5.3)$$

Para almas esbeltas, ($h/t_w > 1,40\sqrt{kE/f_y}$), a resistência ao cisalhamento passa a ser governada pela

flambagem elástica devida às tensões de cisalhamento atuantes. A tensão crítica de flambagem elástica por cisalhamento pode ser calculada pela equação (5.4).^[43]

$$\tau_{cr} = \frac{k\pi^2 E}{12(1-\nu^2) (h/t_w)^2} \quad (5.4)$$

Onde:

k = coeficiente de flambagem.

E = módulo de elasticidade do aço.

h = altura da alma.

t_w = espessura da alma.

O coeficiente de flambagem k, varia com as condições de apoio e a relação (a/h) da alma. Para uma chapa longa, o valor de k é 5,34 para bordas simplesmente apoiadas e 8,98 para bordas engastadas, como está apresentado na tabela 2.1. Para diferentes relações (a/h), o valor de k é dado por:

$$k = 4 + \frac{5,34}{(a/h)^2} \quad \text{para } a/h < 1 \quad (5.5)$$

$$k = 5,34 + \frac{4}{(a/h)^2} \quad \text{para } 1 \leq a/h < 3 \quad (5.6)$$

$$k = 5,34 \quad \text{para } a/h \geq 3 \quad (5.7)$$

Onde:

a = comprimento da alma (ou distância entre enrijecedores transversais)

h = altura da alma.

Para almas medianamente esbeltas, o valor teórico da tensão crítica de flambagem inelástica é maior que a tensão limite de proporcionalidade no cisalhamento (0,8τ_y). BASLER (1961)^[6] apresentou a equação (5.8), considerando a mudança no módulo de elasticidade (módulo tangente), para a

determinação da tensão crítica de flambagem inelástica por cisalhamento.

$$\tau_{cr} = \sqrt{\tau_{pr} \tau_{cre}} \quad (5.8)$$

Onde:

$$\begin{aligned} \tau_{pr} &= \text{tensão de proporcionalidade no cisalhamento} \\ &= 0,8\tau_y \\ \tau_{cre} &= \text{tensão crítica de flambagem elástica por} \\ &\quad \text{cisalhamento, equação (5.4).} \end{aligned}$$

Substituindo-se os valores de τ_{pr} e τ_{cre} na equação acima, obtém-se:

$$\tau_{cr} = 0,21\pi \frac{\sqrt{kE f_y}}{h/t_w} \quad (5.9)$$

Igualando-se as equações (5.9) e (5.3) obtém-se o valor limite, λ_p , para o qual aplica-se a equação (5.3), ou seja:

$$\lambda_p = 1,08\sqrt{kE/f_y} \quad (5.10)$$

Para valores da relação (h/t_w) maiores que λ_p , a equação (5.9) é aplicável até o limite em que a tensão crítica, τ_{cr} , dada pela equação (5.4) é igual a tensão limite de proporcionalidade no cisalhamento, isto é:

$$\lambda_r = 1,40\sqrt{kE/f_y} \quad (5.11)$$

Para valores da relação (h/t_w) maiores que λ_r , a equação (5.4) é aplicável, ou seja, a flambagem da alma ocorrerá em regime elástico.

Na figura 5.1 mostram-se todas as equações utilizadas na determinação da tensão crítica de

flambagem por cisalhamento.

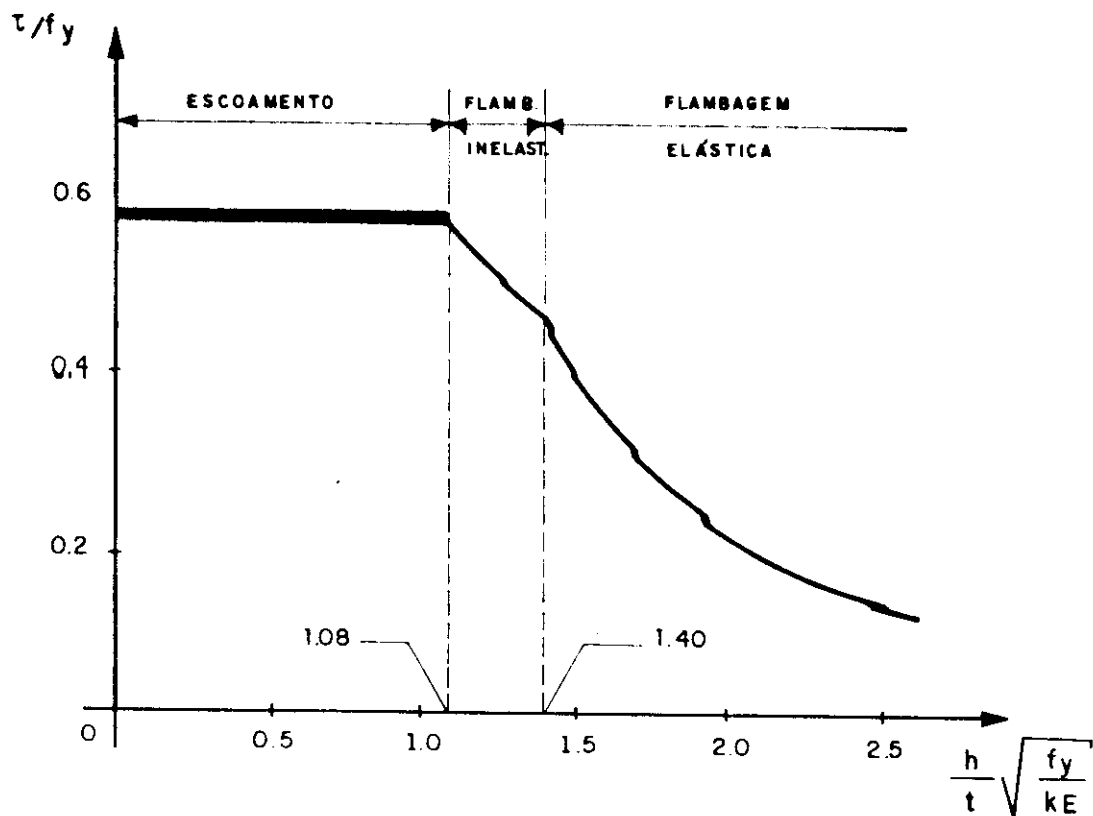


Figura 5.1 - Tensão crítica de cisalhamento em almas.

As equações (5.3), (5.4) e (5.9), podem ser escritas em termos da força cortante V , utilizando-se a equação (5.2) e os parâmetros de esbeltez λ_p e λ_r da seguinte maneira:

a. para $\lambda \leq \lambda_p$

$$V = V_{p1} \quad (5.12)$$

b. para $\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$

$$V = \frac{\lambda_p}{\lambda} V_{p1} \quad (5.13)$$

c. para $\lambda > \lambda_r$

$$V = 1,28 \left(\frac{\lambda_p}{\lambda} \right)^2 V_{p1} \quad (5.14)$$

Onde:

$$\lambda = h/t_w \quad (5.15)$$

λ_p, λ_r = parâmetros de esbeltez dados pelas equações (5.10) e (5.11).

$$V_{pl} = 0,6A_w f_y \quad (5.16)$$

$$A_w = \text{área bruta da alma} = ht_w$$

5.3. Momento fletor e força cortante combinados

Tensões normais elevadas devidas à flexão, muitas vezes combinam-se com tensões elevadas de cisalhamento em regiões de apoios para vigas em balanço e vigas contínuas.

Este caso foi estudado por TIMOSHENKO^[47] para chapas retangulares. Observou-se que para valores pequenos de τ/τ_{cr} , menores que aproximadamente 0,4, o efeito das tensões de cisalhamento no valor da tensão crítica devido à flexão é pequeno.

Da mesma maneira, observou-se que para valores pequenos de f/f_{cr} , menores que aproximadamente 0,4, o efeito das tensões normais da flexão no valor da tensão crítica de cisalhamento é pequeno. A partir da figura 5.2, obtida para valores de (a/h) entre 0,5 e 1,0, observa-se que a curva de interação entre f/f_{cr} e τ/τ_{cr} aproxima-se de um segmento de círculo:

$$\left(\frac{f}{f_{cr}} \right)^2 + \left(\frac{\tau}{\tau_{cr}} \right)^2 = 1 \quad (5.17)$$

Onde:

f = tensão devida à flexão.

f_{cr} = tensão crítica de flambagem elástica na flexão pura.

τ = tensão de cisalhamento.

τ_{cr} = tensão crítica de flambagem elástica por cisalhamento puro.

Através de resultados experimentais, comprovou-se que a equação (5.17), desenvolvida originalmente para chapas

individuais, fornece resultados conservativos para almas de vigas com enrijecedores transversais adequadamente projetados, nas quais o efeito do campo de tração pode ser desenvolvido.

A seguinte equação de interação foi obtida para alma de vigas com enrijecedores transversais:

$$0,6 \left(\frac{f}{f_{cr}} \right) + \left(\frac{\tau}{\tau_{cr}} \right) = 1,3 \quad (5.18)$$

A equação (5.18) aplica-se somente quando se tem $(f/f_{cr}) > 0,5$ e $(\tau/\tau_{cr}) > 0,7$. Para outras condições, o projeto da alma é governado ou pela resistência à flexão ou pela resistência ao cisalhamento. [59]

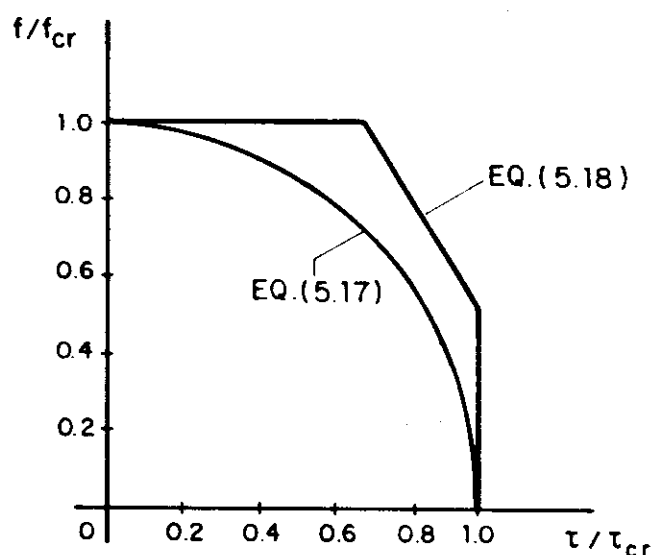


Figura 5.2 - Relação de interação entre f e τ . [43]

5.4. Enrugamento da alma

O enrugamento da alma de vigas é essencialmente um tipo localizado de flambagem da alma devido à forças concentradas de alta intensidade, como por exemplo, forças concentradas aplicadas ou reações de apoio.

Na figura 5.3 ilustram-se tipos de falha causada pelo enrugamento de uma alma simples e de uma alma composta.

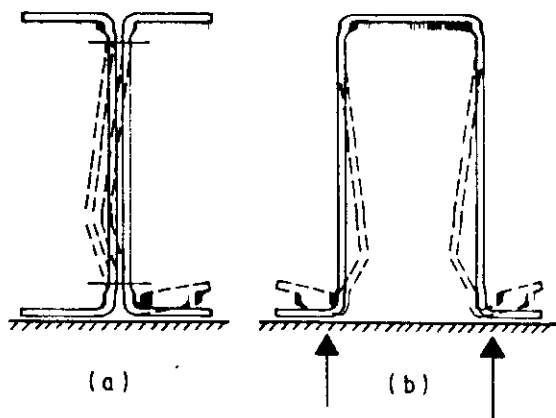


Figura 5.3 - Enrugamento da alma.

Devido à complexidade da análise teórica do fenômeno, as equações utilizadas para determinar a resistência ao enrugamento da alma são derivadas de resultados experimentais e, portanto, são limitadas às condições obedecidas nos ensaios.

As equações apresentadas aplicam-se a almas cuja relação altura espessura seja no máximo 200. Para valores maiores, exige-se o uso de enrijecedores transversais.

Devem ser respeitados os seguintes limites: $R/t \leq 4$, $l/t \leq 200$ e $l/h \leq 1$ para vigas de alma simples e $R/t \leq 10$, $l/t \leq 200$ e $l/h \leq 2$ para vigas de alma múltipla, sendo R o raio interno de dobramento, t a espessura, h a altura da alma e l o comprimento de atuação da força. [8]

Na aplicação das equações das tabelas 5.1, 5.2 e 5.3, consideram-se as seguintes definições:

-*Carregamento ou reação em uma mesa*: ocorre quando a distância livre entre as bordas dos apoios de forças concentradas opostas e adjacentes ou reações é maior que $1,5h$, figura 5.4a.

-*Carregamento ou reação em duas mesas*: ocorre quando a distância livre entre as bordas dos apoios de forças concentradas opostas e adjacentes ou reações é menor

ou igual a $1,5h$, figura 5.4b.

-Carregamento ou reação extremo: ocorre quando a distância a partir da borda do apoio à extremidade da viga é igual ou menor que $1,5h$, figura 5.4c.

•Carregamento ou reação interno: ocorre quando a distância a partir da borda do apoio à extremidade da viga é maior que $1,5h$, figura 5.4d.

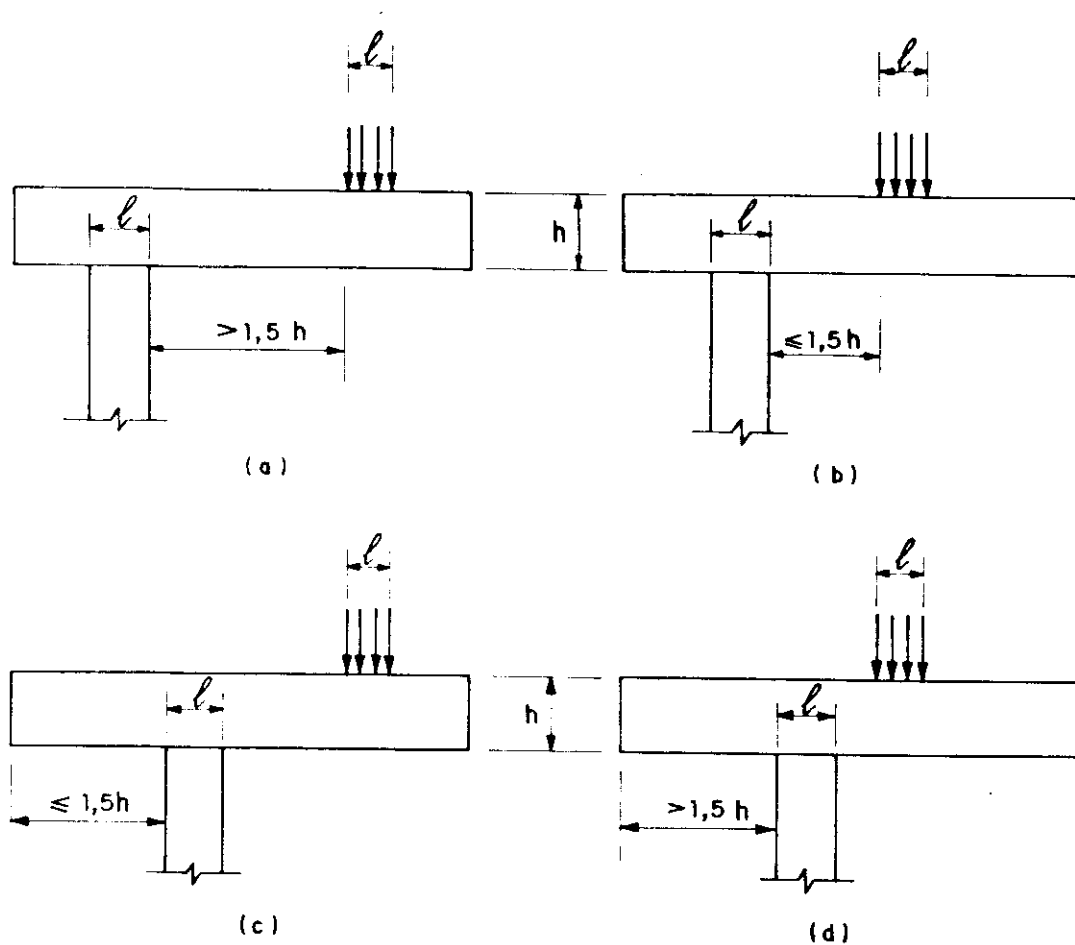


Figura 5.4 - Condições de carregamentos de almas.

Para perfis com duas ou mais almas, a força concentrada ou reação de apoio, P_n , deverá ser calculada para cada alma isoladamente e os resultados somados para a obtenção da resistência ao enrugamento da alma múltipla.

Tabela 5.1 - Seções compostas (seções I formadas pela união de dois perfis U ligados pela alma ou pela união de duas cantoneiras a um perfil U).

carregamento em uma mesa	extremo: $P_n = t^2 f_y C_2 (10 + 1.25\sqrt{I/t})$ (5.19)
	interno: $P_n = t^2 f_y C_1 (0.88 + 0.063t)(15 + 3.25\sqrt{I/t})$ (5.20)
carregamento em duas mesas	extremo: $P_n = t^2 f_y C_4 (0.64 + 0.16t)(10 + 1.25\sqrt{I/t})$ (5.21)
	interno: $P_n = t^2 f_y C_3 (0.82 + 0.079t)(15 + 3.25\sqrt{I/t})$ (5.22)

Tabela 5.2 - Seções com alma simples (seções U e Z).

carregamento em uma mesa	extremo: para seções com mesas enrijecidas $P_n = 10t^2 f_y (1.33 - 0.33k)(1.15 - 0.15R/t)$ $(1 + 0.011/t)(1 - 0.018h/t)$ (5.23)
	para seções com mesas não enrijecidas $P_n = 6.6t^2 f_y (1.33 - 0.33k)(1.15 - 0.15R/t)$ $(1 + 0.011/t)(1 - 0.0013h/t)$ (5.24)
	interno: $P_n = 16t^2 f_y (1.22 - 0.22k)(1.06 - 0.06R/t)$ $(1 + 0.0071/t)(1 - 0.0014h/t)$ (5.25)
carregamento em duas mesas	extremo: $P_n = 7.4t^2 f_y (1.33 - 0.33k)(1.15 - 0.15R/t)$ $(1 + 0.011/t)(1 - 0.0023h/t)$ (5.26)
	interno: $P_n = 16t^2 f_y (1.22 - 0.22k)(1.06 - 0.06R/t)$ $(1 + 0.011/t)(1 - 0.0029h/t)$ (5.27)

Tabela 5.3 - Perfis com almas múltiplas (perfis cartola, painéis de fechamentos e pisos).

<p>carregamento em uma mesa</p>	<p>extremo: $P_n = 10t^2 f_y (\text{sen}\alpha) (1-0,1k) (1-0,1\sqrt{R/t})$ $(1+0,005l/t) (1-0,002h/t) \quad (5.28)$ </p> <p>interno: $P_n = 18t^2 f_y (\text{sen}\alpha) (1-0,1k) (1-0,075\sqrt{R/t})$ $(1+0,005l/t) (1-0,001h/t) \quad (5.29)$ </p>
<p>carregamento em duas mesas</p>	<p>extremo: $P_n = 10t^2 f_y (\text{sen}\alpha) (1-0,1k) (1-0,1\sqrt{R/t})$ $(1+0,001l/t) (1-0,002h/t) \quad (5.30)$ </p> <p>interno: $P_n = 18t^2 f_y (\text{sen}\alpha) (1-0,2k) (1-0,03\sqrt{R/t})$ $(1+0,01l/t) (1-0,015h/t) \quad (5.31)$ </p>

Nas tabelas acima têm-se:

P_n = resistência nominal ao enrugamento da alma.

$$C_1 = (1,49-0,53k) \geq 0,6 \quad (5.32)$$

$$C_2 = 1+h/(750t) \leq 1,2 \quad (5.33)$$

$$C_3 = 1/k \text{ quando } h/t \leq 66,5 \quad (5.34a)$$

$$C_3 = [1,1-h/(665t)]/k \text{ quando } h/t > 66,5 \quad (5.34b)$$

$$C_4 = [0,98-h/(865t)]/k \quad (5.35)$$

f_y = tensão limite de escoamento do aço.

h = altura da alma.

$$k = f_y/230 \text{ (} f_y \text{ em MPa)} \quad (5.36)$$

l = comprimento, na direção longitudinal da viga, de atuação da força ou reação.

R = raio interno de dobramento.

t = espessura da alma.

α = ângulo entre o plano da alma e o plano da superfície de apoio ($45^\circ < \alpha < 90^\circ$).

5.5. Flexão e enrugamento da alma combinados

É comum a ocorrência de valores elevados do momento fletor em região de aplicação de forças concentradas em vigas simplesmente apoiadas, ou reação de apoio em vigas contínuas. Sob esta condição, a resistência ao enrugamento da alma como determinada anteriormente, pode ser reduzida significativamente devido aos efeitos do momento fletor. [59]

Com base em resultados experimentais, as seguintes conclusões foram delineadas: [59]

a. Vigas com alma simples:

a.1. A presença de momentos fletores reduz a resistência ao enrugamento da alma quando a relação M_{exp}/M_u excede aproximadamente 0,35. A equação (5.37) apresenta razoável correlação com os resultados experimentais.

$$1,07 \frac{P_{exp}}{P_u} + \frac{M_{exp}}{M_u} = 1,42 \quad (5.37)$$

Onde:

P_{exp} = máxima força concentrada ou reação na presença de momento fletor.

P_u = máxima força concentrada ou reação na ausência de momento fletor, tabela 5.2.

M_{exp} = máximo momento fletor na região do ponto de aplicação da força concentrada ou reação.

M_u = máximo momento fletor determinado pela resistência à flexão somente, excluindo-se o caso da flambagem lateral com torção.

a.2. Para uma força cortante V na viga, não maior que 40% da resistência ao cisalhamento, a presença da força de cisalhamento não reduz sensivelmente a resistência ao enrugamento da alma.

b. Vigas I:

b.1. Para vigas I com $(h/t) \leq (2,33/\sqrt{f_y/E})$ e $(b/t) \leq (b/t)_{lim}$, o momento fletor tem pequena influência na resistência ao enrugamento da alma. A equação (5.38) tem apresentado boa correlação com os resultados experimentais de vigas I com relações de esbeltez da alma e da mesa dentro dos limites acima.

$$0,82 \frac{P_{exp}}{P_u} + \frac{M_{exp}}{M_u} = 1,32 \quad (5.38)$$

Onde P_{exp} , P_u , M_{exp} e M_u são como previamente definidos.

b.2. A combinação da força cortante, cujo valor não seja maior que 80% da resistência ao cisalhamento, não afeta a resistência ao enrugamento da alma.

Conservativamente a equação (5.39) pode ser adotada para almas simples ou para vigas I:

$$\frac{P_{exp}}{P_u} + \frac{M_{exp}}{M_u} \leq 1,32 \quad (5.39)$$

Esta equação não se aplica a alma múltipla de painéis de piso, fechamentos ou coberturas, onde a estabilidade da alma sujeita à combinação de flexão e enrugamento não é um fator determinante no dimensionamento.

5.6. Enrijecedores transversais

No projeto de vigas cuja alma não satisfaça as condições exigidas nos itens anteriores e almas cuja relação de esbeltez (h/t_w) seja maior que 200, o uso de enrijecedores transversais, ou enrijecedores de cisalhamento, permite um aumento na resistência da alma e, conseqüentemente, da viga.

De maneira geral, os enrijecedores transversais são utilizados em regiões de aplicação de carregamentos concentrados, quais sejam: apoios e pontos de aplicação de forças concentradas. Qualquer enrijecedor transversal deve oferecer um apoio direto para a força aplicada, devendo ser corretamente ajustado à parte plana da mesa.

Os enrijecedores transversais dispostos em apoios extremos ou internos, e aqueles dispostos sob força concentrada, são projetados como barras comprimidas com um esforço de cálculo igual a reação de apoio ou a força concentrada. A resistência nominal do enrijecedor é obtida pelo menor valor entre:

$$P_n = A_c f_y \quad (5.40)$$

$$P_n = A_b f \quad (5.41)$$

Onde:

f_y = menor valor da tensão limite de escoamento da alma ou do enrijecedor transversal.

f = tensão crítica de flambagem determinada conforme o capítulo 3.

A_c, A_b = conforme definidos no item 5.8.6.

O momento de inércia de um enrijecedor transversal intermediário singelo, ou um par deles, com referência a um eixo no plano médio da alma não deverá ser menor que:

$$I_{st} = 5ht_w^2 (h/a - 0,7a/h) \geq (h/50)^4 \quad (5.42)$$

A área bruta da seção transversal de enrijecedores não deverá ser menor que:

$$A_{st} = \frac{1 - V_n/V_{p1}}{2} \left[1 - \frac{a/h}{a/h + \sqrt{1 + (a/h)^2}} \right] Y_{Dat_w} \quad (5.43)$$

Onde:

V_n = resistência nominal à força cortante.

\bar{a} = espaçamento entre enrijecedores transversais.

Y = relação entre os limites de escoamento dos aços da alma e do enrijecedor.

D = 1,0 para enrijecedores colocados aos pares.

D = 1,8 para enrijecedores constituídos de uma cantoneira.

D = 2,4 para enrijecedores constituídos de uma chapa.

5.7. Efeito "Shear-lag" e ondulação da mesa

Para uma viga cuja mesa possuem grande largura, deve-se ter especial atenção para os possíveis efeitos de "shear-lag" e ondulação da mesa, seja ela comprimida ou tracionada.

5.7.1. Efeito "Shear-lag"

Para uma viga com mesa relativamente grande em comparação com o seu vão ($b_f \geq L/30$), o efeito das deformações devidas ao cisalhamento nas tensões normais de flexão é considerável. Conseqüentemente, as tensões normais de flexão nas mesas comprimida e tracionada deixam de ser uniformes e decrescem com o aumento da distância medida a partir da alma, como mostra-se na figura 5.5. Este fenômeno é conhecido como "shear-lag" (atraso de cisalhamento).

Pela análise teórico-experimental, Winter observou que o efeito "shear-lag" passa a ser considerável para vigas de vãos curtos com mesas largas sujeitas à forças concentradas; quanto menor a relação vão/largura da mesa, (L/b_f), maior o efeito.

Para ações uniformemente distribuídas, o efeito pode ser desconsiderado para relações (L/b_f) maiores que 5, figura 5.6. Observou-se também que, para uma dada relação

(L/b_f) , o efeito "shear-lag" é praticamente o mesmo para diferentes tipos de perfis. Quando o vão da viga é menor que $(30b_f)$ e quando suporta uma força concentrada ou várias espaçadas entre si de pelo menos $(2b_f)$, a relação entre a largura efetiva e a largura plana de mesas tracionada e comprimida deve ser limitada pelos valores dados na tabela 5.4, em função da relação (L/b_f) . [59]

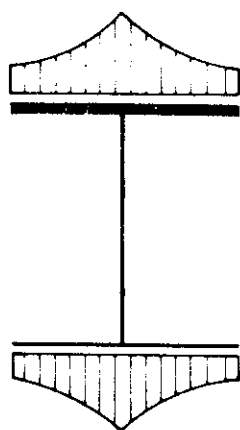


Figura 5.5 - Distribuição de tensões normais nas mesas de um perfil I fletido, devido ao efeito "shear-lag".

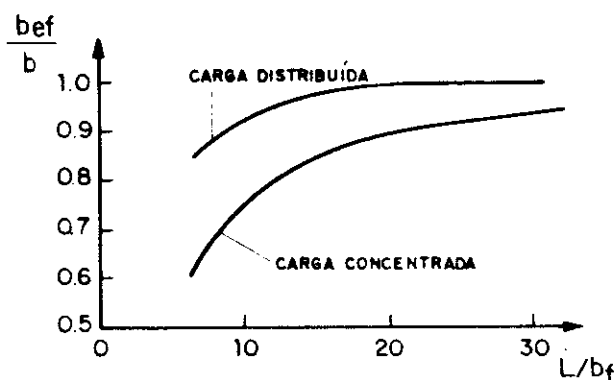


Figura 5.6 - Curvas para a determinação da largura efetiva de mesas de vigas de vão curto. [59]

Na aplicação da tabela 5.4, o vão L é o vão teórico para vigas simplesmente apoiadas, a distância entre pontos de inflexão para vigas contínuas ou duas vezes o comprimento de vigas em balanço.

A largura b_f da mesa é a sua projeção além da alma para vigas I ou seções similares, ou a metade da distância entre almas para vigas de almas múltiplas. Quando vigas I ou seções similares têm mesas enrijecidas por meio de enrijecedores de borda, b_f deve ser tomado como a soma da largura da projeção da mesa mais a altura do enrijecedor de borda.

Tabela 5.4 - Relação largura efetiva/largura real de vigas de vão curto. [59]

$\frac{L}{b_f}$	30	25	20	18	16	14	12	10	8	6
$\frac{b_{ef}}{b}$	1,00	0,96	0,91	0,89	0,86	0,82	0,78	0,73	0,67	0,55

Embora o efeito "shear-lag" seja aplicado às mesas tracionadas e comprimidas, a flambagem local dos elementos comprimidos, conforme discutido no capítulo 2, pode ser o fator determinante no dimensionamento da viga e, portanto, deve ser verificada.

5.7.2. Ondulação da mesa

Independentemente do vão de uma viga, a região de sua mesa distante da alma tende a deslocar-se em direção à linha neutra. Isto deve-se ao efeito da curvatura longitudinal da viga e às deformações devidas à flexão na mesa.

Considere-se uma viga I sujeita à flexão pura, figura 5.7. A componente transversal, q , da força por unidade de comprimento (ft) da mesa, pode ser escrita como:

$$q = \frac{2f^2 t}{Ed} \quad (5.44)$$

Onde:

f = tensão média na mesa.

t = espessura da mesa.

E = módulo de elasticidade do aço.

d = altura da viga.

Considerando-se q uma força uniformemente distribuída ao longo da mesa, o deslocamento ou ondulação na sua extremidade pode ser calculada como para uma placa em balanço de largura unitária:

$$c_f = \frac{qb_f^4}{8D} = 3 \left(\frac{f}{E} \right)^2 \left(\frac{b_f^4}{t^2 d} \right) (1-\nu^2) \quad (5.45)$$

Onde:

c_f = deslocamento da extremidade da mesa.

b_f = projeção da mesa além da alma.

D = rigidez à flexão da placa = $Et^3/[12(1-\nu^2)]$

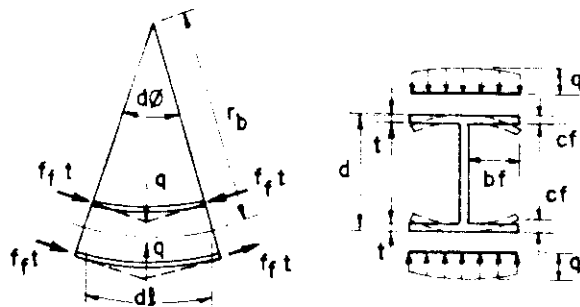


Figura 5.7 - Ondulação da mesa para vigas I. [59]

Da equação (5.45), pode-se obter a máxima largura da mesa, enrijecida ou não, comprimida ou tracionada, em função do deslocamento da sua extremidade:

$$b_f = \sqrt{0,061tdE/f} \sqrt[4]{100c_f/d} \quad (5.46)$$

A expressão anterior pode ser aplicada também para perfis caixão e cartola, lembrando-se que estes têm suas mesas apoiadas sobre as almas e que b_f é tomada como sendo a metade da distância entre almas.

Quando o perfil é projetado utilizando-se o conceito de largura efetiva, a tensão média na mesa, f , é igual a máxima tensão atuante multiplicada pela relação largura efetiva/largura (b_{ef}/b_f).

A ondulação da mesa, ou seu deslocamento na extremidade, pode ser previamente estabelecida pelo projetista. Entretanto, um deslocamento da ordem de 5% da altura da seção é usualmente aceitável.

Assumindo-se esta condição, ($c_f/d=0,05$), a equação (5.46) pode ser simplificada como se segue:

$$b_f = 0,37\sqrt{tdE/f} \quad (5.47)$$

5.8. Critérios de dimensionamento

5.8.1. Introdução

A resistência à força cortante de vigas é determinada em função da relação de esbeltez (h/t_w) da alma.

A resistência ao enrugamento da alma sob forças concentradas é determinada através de resultados experimentais, portanto, é limitada às condições obedecidas na realização dos ensaios.

As equações de interação são utilizadas na verificação de combinações entre momento fletor-força cortante e momento fletor-enrugamento da alma. Estas equações representam os limites superiores observados em ensaios sendo que, para valores de combinações abaixo destes limites, a verificação é satisfeita.

O efeito "shear-lag" e a ondulação da mesa podem ser avaliados, embora na maioria dos casos não sejam determinantes.

5.8.2. Barras fletidas - força cortante

A resistência de cálculo de almas à força cortante é " $\phi_v V_n$ ", onde $\phi_v = 0,90$ e a resistência nominal V_n é determinada como a seguir:

a. para $\lambda \leq \lambda_p$

$$V_n = V_{p1} \quad (5.48)$$

b. para $\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$

$$V_n = \frac{\lambda_p}{\lambda} V_{p1} \quad (5.49)$$

c. para $\lambda > \lambda_r$

$$V_n = 1,28 \left(\frac{\lambda_p}{\lambda} \right)^2 V_{p1} \quad (5.50)$$

Onde:

$$\lambda = h/t_w$$

$$\lambda_p = 1,08 \sqrt{kE/f_y}$$

$$\lambda_r = 1,40 \sqrt{kE/f_y}$$

$$k = 4 + \frac{5,34}{(a/h)^2} \text{ para } a/h < 1$$

$$k = 5,34 + \frac{4}{(a/h)^2} \text{ para } 1 \leq a/h < 3$$

$$k = 5,34 \text{ para } a/h > 3$$

$$V_{p1} = 0,6A_w f_y$$

a = distância entre enrijecedores transversais.

$$A_w = ht_w$$

h = altura livre da alma.

t_w = espessura da alma.

Para alma constituída de duas ou mais chapas, cada chapa deverá ser considerada como um elemento isolado suportando sua parcela de força cortante.

5.8.3. Interação entre momento fletor e força cortante

Para vigas de alma sem enrijecedores, o momento de cálculo M_d, e a força cortante de cálculo V_d, devem atender a seguinte equação de interação:

$$\left(\frac{M_d}{\phi_b M_n} \right)^2 + \left(\frac{V_d}{\phi_v V_n} \right)^2 \leq 1 \quad (5.53)$$

Para vigas com enrijecedores transversais e quando M_d/(ϕM_n) > 0,5 e V_d/(ϕ_vV_n) > 0,7, M_d e V_d devem atender a seguinte equação de interação:

$$0,6 \left(\frac{M_d}{\phi_b M_n} \right)^2 + \left(\frac{V_d}{\phi_v V_n} \right)^2 \leq 1,3 \quad (5.54)$$

Nas equações acima:

V_d = força concentrada ou reação de apoio, de cálculo.

M_d = momento fletor de cálculo.

ϕ_vV_n = resistência de cálculo à força cortante, conforme item 5.8.1.

ϕ_bM_n = resistência de cálculo ao momento fletor, conforme item 4.5.

Adicionalmente devem ser feitas as seguintes verificações isoladas:

$$M_d \leq \phi_b M_n$$

$$V_d \leq \phi_v V_n$$

5.8.4. Resistência ao enrugamento da alma

Para evitar o enrugamento de almas de barras fletidas cuja relação de esbeltez (h/t_w) não exceda 200, as forças concentradas e reações não devem exceder os valores " ϕP_n ", onde P_n é obtido nas tabelas 5.1, 5.2 e 5.3, e $\phi=0,75$ para almas simples não reforçadas e $\phi=0,80$ para outras almas.

Almas de barras fletidas cuja esbeltez exceda 200 devem ser providas de meios adequados para a aplicação de forças concentradas ou reações diretamente nas almas, como por exemplo a adoção de enrijecedores.

Para alma constituída de duas ou mais chapas, P_n deve ser determinado para cada chapa isoladamente e os resultados somados para a obtenção da resistência nominal ao enrugamento.

5.8.5. Interação entre flexão e enrugamento da alma

Almas planas não reforçadas sujeitas à combinação de flexão e força concentrada ou reação de apoio, devem atender a seguinte equação de interação:

$$\frac{P_d}{\phi P_n} + \frac{M_d}{\phi_b M_n} \leq 1,3 \quad (5.53)$$

Onde:

P_d = força concentrada ou reação de apoio, de cálculo.

M_d = momento fletor de cálculo.

ϕP_n = resistência de cálculo à força cortante, conforme item 5.8.1.

$\phi_b M_n$ = resistência de cálculo ao momento fletor, conforme item 4.5.

A equação de interação acima não se aplica a almas múltiplas, onde a combinação de flexão e enrugamento não é um fator determinante.

5.8.6 Enrijecedores transversais

Para força concentrada na mesa, produzindo compressão nos enrijecedores, estes devem ser dimensionados como barras comprimidas sujeitas à flambagem em relação a um eixo no plano médio da alma ou sujeitas ao escoamento da seção transversal, o que for menor:

$$P_n = A_c f_y \quad (5.54)$$

$$P_n = A_b f \quad (5.55)$$

Onde:

$A_c = 18t_w^2 + A_{st}$ para enrijecedores em apoios internos e sob força concentrada.

$A_c = 10t_w^2 + A_{st}$ para enrijecedores em extremidades de vigas.

$A_b = b_1 t_w + A_{st}$ para enrijecedores em apoios internos e sob força concentrada.

$A_b = b_2 t_w + A_{st}$ para enrijecedores em extremidades de vigas.

A_{st} = área bruta da seção transversal do enrijecedor.

$b_1 = 25t_w [0,0024(L_{st}/t_w) + 0,72] \leq 25t_w$

$b_2 = 25t_w [0,0024(L_{st}/t_w) + 0,83] \leq 12t_w$

f_y = menor valor da tensão limite de escoamento da alma ou do enrijecedor.

f = tensão crítica determinada conforme o capítulo 3.

L_{st} = comprimento do enrijecedor transversal.

t_w = espessura da alma.

Quando os enrijecedores forem utilizados também na determinação da resistência à força cortante, o espaçamento entre enrijecedores deve ser limitado a $3h$, não maior que $(260/(h/t_w))h$.

O momento de inércia de um enrijecedor singelo ou um par deles, I_{st} , em relação a um eixo no plano médio da alma deve ser no mínimo de:

$$I_{min} = 5ht_w^3 (h/a - 0,7a/h) \geq (h/50)^4 \quad (5.56)$$

A área bruta da seção transversal do enrijecedor não deve ser menor que:

$$A_{st} = \frac{1 - V_n/V_{pl}}{2} \left[1 - \frac{a/h}{a/h + \sqrt{1 + (a/h)^2}} \right] Y D a t_w \quad (5.57)$$

Onde:

V_n = resistência nominal à força cortante.

a = espaçamento entre enrijecedores transversais.

Y = relação entre os limites de escoamento dos aços da alma e do enrijecedor.

$D = 1,0$ para enrijecedores colocados aos pares.

$D = 1,8$ para enrijecedores constituídos de uma cantoneira.

$D = 2,4$ para enrijecedores constituídos de uma chapa.

Para forças concentradas na mesa, produzindo tração nos enrijecedores, estes serão dimensionados como barras tracionadas, tomando-se como área líquida a área bruta descontada dos recortes que existirem.

5.8.7. Efeito "Shear-lag"

Para vigas cujo vão for menor que $30b_f$, sob força concentrada ou várias forças concentradas espaçadas além de

$2b_f$, a largura efetiva de projeto de qualquer mesa, tracionada ou comprimida, deverá ser limitada pelos valores fornecidos na tabela seguinte.

Tabela 5.5 - Relação máxima admissível da largura efetiva/largura real.

$\frac{L}{b_f}$	30	25	20	18	16	14	12	10	8	6
$\frac{b_{ef}}{b}$	1,00	0,96	0,91	0,89	0,86	0,82	0,78	0,73	0,67	0,55

Onde:

L = vão total para viga simplesmente apoiada, ou a distância entre pontos de inflexão para viga contínua, ou duas vezes o comprimento da viga em balanço.

b_f = largura da projeção da mesa além da alma para vigas I e seções similares, ou a metade da distância entre almas de seção caixão ou cartola. Para mesas enrijecidas por meio de enrijecedores de borda, b_f deve ser tomado como a soma da projeção da mesa além da alma mais a altura do enrijecedor de borda.

5.8.8. Ondulação da Mesa

Se for desejável limitar movimentos da mesa em direção à linha neutra, a seguinte equação aplica-se às mesas tracionadas e comprimidas, enrijecidas ou não:

$$b_f = \sqrt{0,061tdE/f} \sqrt[4]{100c_f/d} \quad (5.58)$$

Onde:

b_f = como definido em 5.8.7.

t = espessura da mesa.

d = altura da seção.

E = módulo de elasticidade do aço.

c_f = deslocamento da mesa em direção à linha
neutra.

f = tensão média na mesa.

CAPÍTULO 6

BARRAS SOLICITADAS À FLEXO-COMPRESSÃO

6.1. Introdução

Barras estruturais sujeitas à ação simultânea de compressão e flexão são denominadas frequentemente como vigas-colunas ("beam-columns"). A ação de flexão pode resultar a partir de forças de compressão aplicadas excentricamente, forças transversais à barra ou momentos fletores aplicados.

A análise de barras flexo-comprimidas envolve uma combinação dos aspectos discutidos separadamente para barras comprimidas e barras fletidas. Além disso, com a atuação conjunta de flexão e compressão, tensões e deformações não são proporcionais somente à intensidade da força axial e dos momentos fletores. Estes valores dependem também dos valores dos deslocamentos ocorridos e de excentricidades na aplicação daquela força.

6.2. Equações diferenciais gerais da instabilidade de barras flexo-comprimidas

Uma barra, cuja seção transversal não possua simetria, está sujeita à flambagem por flexão e torção sob os efeitos combinados de flexão e compressão. As equações diferenciais que governam a resposta elástica desta barra

sob a ação de forças de compressão "N" e momentos fletores "M_x" e "M_y", aplicados às suas extremidades, figura 6.1, são escritas como se expõem:

$$EI_x v^{iv} + Nv'' - (Nx_0 + M_y) \phi'' = 0 \quad (6.1)$$

$$EI_y u^{iv} + Nu'' + (Ny_0 + M_x) \phi'' = 0 \quad (6.2)$$

$$EC_w \phi^{iv} = \left[GI_t + Nr_0^2 + 2M_x (K_y - y_0) + 2M_y (K_x - x_0) \right] \phi'' - (Nx_0 + M_y) v'' + (Ny_0 + M_x) u'' = 0 \quad (6.3)$$

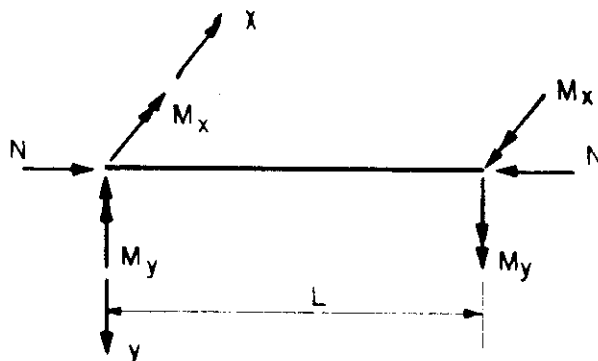


Figura 6.1 - Barra prismática sujeita à flexo-compressão.

Se os momentos fletores M_x e M_y são iguais a zero, somente compressão ocorre, as equações (6.1) a (6.3) são reduzidas às equações (3.11) a (3.13), as quais são as equações diferenciais que governam o equilíbrio de uma barra axialmente comprimida por uma força N.

As três equações diferenciais acima são acopladas e a resolução do sistema torna-se por demais complexa para propósitos práticos.

Para facilitar a análise do problema, considera-se que a flexão ocorre no plano yz (M_y=0 e M_x=M), e que a seção transversal da barra apresenta um eixo de simetria. Sendo y este eixo de simetria, x₀=0, as equações (6.1) a (6.3) apresentam-se como se escreve:

$$EI_x v^{iv} + Nv'' = 0 \quad (6.4)$$

$$EI_y u^{iv} + Nu'' + (Ny_0 + M)\phi'' = 0 \quad (6.5)$$

$$EC_w \phi^{iv} - \left[GI_t - Nr_0^2 + 2M_x (K_y - y_0) \right] \phi'' + (Ny_0 + M)u'' = 0 \quad (6.6)$$

Se a ação de compressão for igual a zero, somente flexão ocorre, as equações (6.4) a (6.6) são reduzidas às equações (4.31) a (4.33), as quais são as equações diferenciais que governam o equilíbrio de uma barra de seção transversal monossimétrica sob a ação de momentos fletores uniformes.

6.3. Resistência no plano

Nas condições acima, seção transversal monossimétrica e flexão no plano yz, a equação (6.4) é desacoplada e representa a resposta elástica da barra no plano de flexão sob a ação dos esforços de compressão e flexão. Considerando-se a barra como simplesmente apoiada, as condições de contorno são:

$$v(0) = v(L) = 0 \quad (6.7)$$

$$v''(0) = v''(L) = -\frac{M}{EI_x} \quad (6.8)$$

A partir destas condições de contorno, pode-se determinar as constantes de integração da equação (6.4), e a expressão final para o deslocamento v é dada por:

$$v = \frac{M}{N} \left[\left(\frac{1 - \cos kL}{\sin kL} \right) \sin kz + \cos kz - 1 \right] \quad (6.9)$$

Onde:

$$k = \sqrt{N/(EI_x)}$$

L = comprimento da barra.

O momento fletor em qualquer ponto z , obtém-se por:

$$M(z) = -EI_x v'' = M \left[\left(\frac{1 - \cos kL}{\operatorname{sen} kL} \right) \operatorname{sen} kz + \cos kz \right] \quad (6.10)$$

O máximo valor de $M(z)$ encontra-se em um ponto \bar{z} e obtém-se por:

$$\frac{dM}{dz} = 0 = Mk \left[\left(\frac{1 - \cos kL}{\operatorname{sen} kL} \right) \cos k\bar{z} - \operatorname{sen} k\bar{z} \right] \quad (6.11)$$

De onde:

$$\operatorname{tan} k\bar{z} = \frac{1 - \cos kL}{\operatorname{sen} kL} \quad (6.12)$$

Com a equação (6.12) na equação (6.10) tem-se:

$$M_{\max} = \frac{M}{\cos k\bar{z}} \quad (6.13)$$

A partir da equação (6.12) pode-se construir as relações trigonométricas mostradas na figura 6.2. Obtém-se:

$$\alpha = \frac{1}{\cos k\bar{z}} = \frac{\sqrt{2 - 2\cos kL}}{\operatorname{sen} kL} \quad (6.14)$$

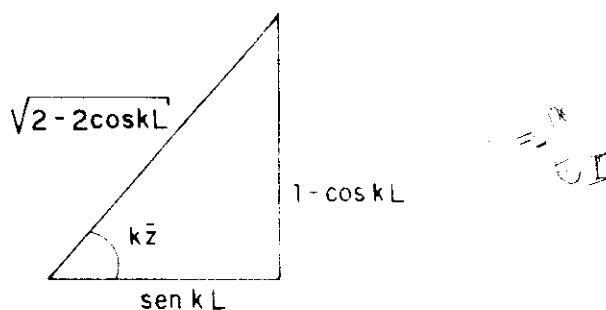


Figura 6.2 - Relações trigonométricas para a equação (6.12).

O fator α pode ser entendido como um fator de ampliação dos momentos fletores ao longo da barra devido à presença da ação de compressão.

No caso de se ter momentos fletores aplicados às extremidades, M_1 e M_2 , de valores diferentes, conforme figura 6.3, o valor de α é dado por: [16]

$$\alpha_r = \frac{1}{\cos k\bar{z}} = \frac{\sqrt{1+r^2-2r\cos kL}}{\text{sen} kL} \quad (6.15)$$

Sendo que:

$$r = M_2/M_1$$

$$|M_1| \geq |M_2|$$

$$\text{tan} k\bar{z} = \frac{r - \cos kL}{\text{sen} kL}$$

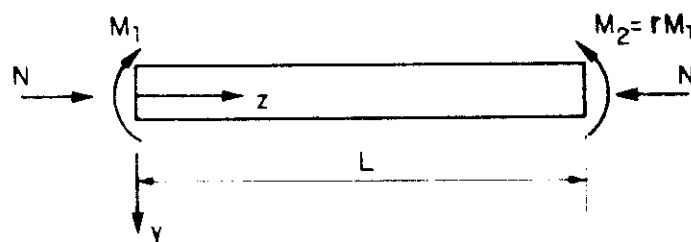


Figura 6.3 - Barra prismática sujeita à compressão e flexão no plano.

A máxima tensão na barra, em regime elástico, deve ser limitada à tensão limite de escoamento f_y , ou à tensão limite de proporcionalidade do material. Sendo f_y adotado como este limite, pode-se escrever:

$$f_{\max} = f_y = \frac{N}{A_g} + \frac{M_{\max}}{W_x} \quad (6.16)$$

Utilizando-se das seguintes relações adimensionais:

$$\frac{N}{N_y} = \frac{N}{f_y A_g} \quad (6.17)$$

$$\frac{M}{M_y} = \frac{M}{f_y W_x} \quad (6.18)$$

obtém-se a equação de interação dada por:^[25]

$$\frac{N}{N_y} + \frac{M}{M_y} \alpha_r = 1,0 \quad (6.19)$$

Note-se que esta equação de interação não diz respeito a flambagem lateral com torção. Ela aplica-se para valores de $(0 \leq kL \leq \pi)$, ou seja, para valores de $N \leq N_{ex}$, onde:

$$N_{ex} = \frac{\pi^2 EI_x}{L^2} \quad (6.20)$$

Definindo-se o coeficiente de momento uniforme equivalente "C_m" como sendo:

$$C_m = \frac{\alpha_r}{\alpha} = \sqrt{\frac{1+r^2 - 2r \cos kL}{2(1-\cos kL)}} \quad (6.21)$$

a equação (6.19) pode ser novamente escrita como:

$$\frac{N}{N_y} + \frac{C_m M}{M_y} \alpha = 1,0 \quad (6.22)$$

De acordo com a equação (6.1), pode-se escrever:

$$EI_x v'' + Nv = -M \quad (6.23)$$

Na ausência de força de compressão, a equação

(6.23) escreve-se como:

$$v_1'' = -\frac{M}{EI_x}$$

onde o índice "1" corresponde à solicitação da barra exclusivamente por momentos fletores. Eliminando-se M na equação (6.23) obtém-se:

$$EI_x v'' + NV = EI_x v_1'' \quad (6.24)$$

Admitindo-se que a forma da linha elástica da barra, tanto em caso de existência de forças longitudinais, como em caso contrário, aproxima-se de uma curva senoidal e que C e C₁ são os deslocamentos máximos no meio do vão:

$$v = C \operatorname{sen}(\pi z/L), \quad v_1 = C_1 \operatorname{sen}(\pi z/L)$$

a equação (6.24) passa a ser escrita como:

$$EI_x C \pi^2 / L^2 - NC = EI_x C_1 \pi^2 / L^2$$

de onde encontra-se:

$$C = \frac{C_1}{1 - N/N_{ex}} \quad (6.25)$$

Supondo-se que os momentos fletores são proporcionais aos deslocamentos (flechas), pode-se escrever:

$$M_{max} = \frac{M}{1 - N/N_{ex}} \quad (6.26)$$

Comparando-se as equações (6.13) e (6.26), o termo α pode ser aproximado por:

$$\alpha = \frac{1}{(1 - N/N_{ex})} \quad (6.27)$$

Tem-se assim, a seguinte redação para a equação (6.19):

$$\frac{N}{N_y} + \frac{C_m M}{(1 - N/N_{ex}) M_y} = 1,0 \quad (6.28)$$

Fórmulas aproximadas para o coeficiente de momento uniforme equivalente C_m , equação (6.21), foram apresentadas por vários pesquisadores. Na tabela 6.1 apresentam-se os valores de C_m obtidos por SALVADORI,^[46] MASSONNET^[31] e AUSTIN.^[16] m Dentre essas fórmulas, a expressão de Austin, equação (6.29) é adotada em diversas normas para a determinação da resistência de barras flexo-comprimidas.

$$C_m = 0,6 + 0,4 \frac{M_2}{M_1} \geq 0,4 \quad (6.29)$$

A relação M_2/M_1 é positiva quando os momentos fletores provocarem curvatura simples e negativa quando os momentos fletores provocarem curvatura reversa. M_1 é o maior e M_2 é o menor dos momentos fletores, em valores absolutos, aplicados às extremidades. Note-se que a expressão é válida na ausência de forças transversais à barra.

Tabela 6.1 - Valores de C_m

M_2/M_1	-1.0	-0.5	0.0	0.5	1.0
SALVADORI	0.40	0.40	0.55	0.76	1.00
MASSONNET	0.45	0.41	0.55	0.76	1.00
AUSTIN	0.40	0.40	0.60	0.80	1.00

Embora a equação aproximada para C_m não represente uma boa correlação com valores obtidos teoricamente, os valores aproximados, quando utilizados na equação de interação resultam em uma aproximação razoável,

principalmente para o intervalo $(-0,5 \leq M_2/M_1 \leq 1,0)$. [16]

Observe-se que na equação (6.28) não se consideram os casos nos quais o máximo momento fletor ocorre em uma das extremidades, ou em ambas. Então, a condição adicional deve ser satisfeita:

$$\frac{N}{N_y} + \frac{M}{M_y} = 1,0 \quad (6.30)$$

Além disso, para valores relativamente pequenos da força de compressão, a influência de $[C_m/(1-N/N_{ex})]$ é usualmente pequena e pode ser desprezada. Assim, para valores de $(N \leq 0,15N_{ex})$, a equação (6.30) pode ser utilizada para fins de projeto.

A figura 6.4 ilustra as curvas de interação obtidas com C_m dado pela equação (6.29) em comparação com os valores teóricos da equação (6.21).

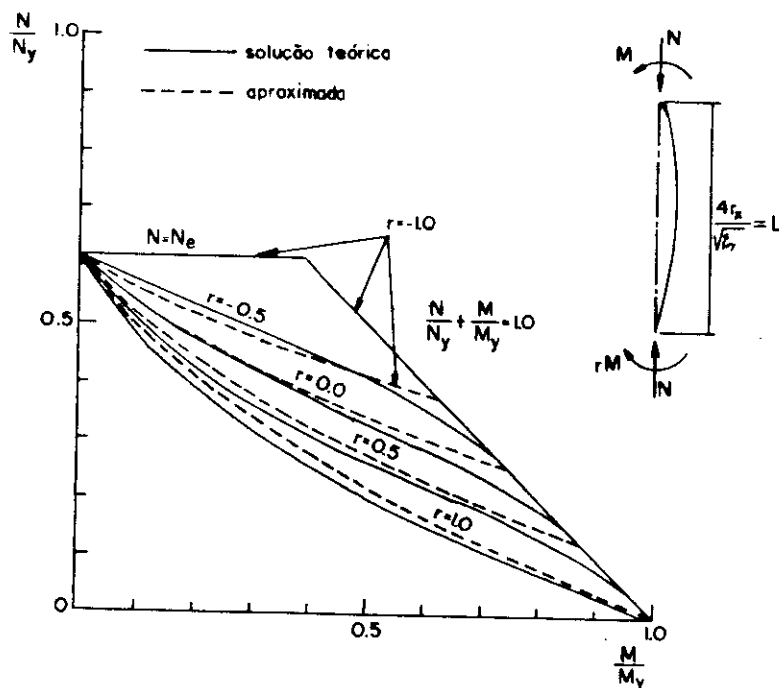


Figura 6.4 - Curvas de interação para viga-coluna. [16]

6.4. Flambagem lateral com torção

Além da flexão no plano, as barras sujeitas à flexo-compressão podem apresentar o fenômeno da flambagem por flexão e torção. No caso de seção transversal com um único eixo de simetria, sob a ação de forças de compressão N e momentos fletores uniformes $M_x = M$, as equações que representam o fenômeno são aquelas dadas pelas equações (6.5) e (6.6).

Os deslocamentos laterais (u) são acompanhados por rotações (ϕ) da seção transversal em relação ao centro de cisalhamento.

A solução daquelas equações diferenciais, para condições de contorno de uma viga simplesmente apoiada cujas extremidades estão impedidas de girar, é:^[16]

$$u = C_1 \operatorname{sen} \frac{\pi z}{L} \quad \text{e} \quad \phi = C_2 \operatorname{sen} \frac{\pi z}{L} \quad (6.31)$$

Substituindo-se as equações (6.31) e suas derivadas nas equações (6.5) e (6.6), e fazendo-se o determinante dos coeficientes de C_1 e C_2 igual a zero, solução não trivial para o sistema, tem-se:

$$\begin{vmatrix} (N_{ey} - N) & -(M + Ny_0) \\ -(M + Ny_0) & (r_0^2 N_{ez} - Nr_0^2 + 2Mj) \end{vmatrix} = 0$$

De onde se obtém:

$$(N_{ey} - N) (r_0^2 N_{ez} - Nr_0^2 + 2Mj) = (M + Ny_0)^2 \quad (6.32)$$

Nesta equação, N_{ey} e N_{ez} são as forças críticas de flambagem por flexão e torção, respectivamente, e ($j = K_y - y_0$).

Conhecidas as propriedades geométricas de uma dada barra, a equação (6.32) pode ser resolvida para uma combinação crítica de N e M .

No caso de seções transversais com dupla simetria, $y_0 = j = 0$, a equação (6.22) escreve-se:

$$M = r_0 \sqrt{(N_{ey} - N)(N_{ez} - N)} \quad (6.33)$$

de onde, para um conhecido valor de N , pode-se determinar o valor crítico do momento fletor M .

Assumindo-se que os momentos fletores aplicados às extremidades são devidos à excentricidade na aplicação da força de compressão, a solução das equações diferenciais (6.1) e (6.3) pode ser observada nas referências [11] e [59].

A complexidade da solução destas equações faz com que, para a determinação de valores críticos, necessite-se do auxílio de cálculos automatizados. De modo contrário, o intervalo de tempo necessário para a obtenção destes valores torna-se por demais exagerado para fins práticos.

Correntemente, equações de interação são adotadas em procedimentos destinados à normatização para o projeto de vigas-colunas.

A equação de interação que representa a máxima resistência, levando-se em consideração a flambagem lateral com torção, é definida como: [25]

$$\frac{N}{N_{cr}} + \frac{C_m M}{(1 - N/N_{ex}) M_{cr}} = 1,0 \quad (6.34)$$

Nesta equação, N e M são os esforços solicitantes, N_{cr} é a força crítica de flambagem para ($M=0$) e M_{cr} é o valor crítico de M para ($N=0$), determinados de acordo com os capítulos 3 e 4, respectivamente. O termo $[C_m / (1 - N/N_{ex})]$ considera a ocorrência simultânea da flambagem nos dois planos principais. Tal interação é evidenciada principalmente no caso de barras curtas para as quais os dois modos de flambagem ocorrem em regime inelástico. [31]

6.5. Critérios de dimensionamento

A combinação de força axial de compressão e momentos fletores deverá satisfazer as seguintes equações de interação:

a. condição de resistência

$$\frac{N_d}{\phi_c N_n} + \frac{M_{dx}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{dy}}{\phi_b M_{ny}} \leq 1,0 \quad (6.35)$$

Onde:

N_d = força normal de cálculo.

M_d = momento fletor de cálculo, em relação ao plano de flexão analisado.

$\phi_c N_n$ = resistência de cálculo à compressão, determinada de acordo com o capítulo 3 com $f=f_y$.

$\phi_b M_n$ = resistência de cálculo ao momento fletor, em relação ao plano de flexão analisado, determinada de acordo com o capítulo 4, excluindo-se os efeitos da flambagem lateral com torção.

b. condição de estabilidade

$$\frac{N_d}{\phi_c N_n} + \frac{C_{mx} M_{dx}}{(1-N_d/N_{ex}) \phi_b M_{nx}} + \frac{C_{my} M_{dy}}{(1-N_d/N_{ey}) \phi_b M_{ny}} \leq 1,0 \quad (6.36)$$

Onde:

N_d , M_d como definidos acima.

$\phi_c N_n$ = resistência de cálculo à compressão, determinada de acordo com o capítulo 3.

$\phi_b M_n$ = resistência de cálculo ao momento fletor, em relação ao plano de flexão analisado, determinada de acordo com o capítulo 4.

$$N_{ex} = \frac{\pi^2 EI_x}{(kL)_x^2}$$

$$N_{ey} = \frac{\pi^2 EI_y}{(kL)_y^2}$$

I_x = momento de inércia da seção transversal bruta, em relação ao eixo "x".

I_y = momento de inércia da seção transversal bruta, em relação ao eixo "y".

kL = comprimento efetivo de flambagem em relação ao plano de flexão analisado.

C_m = coeficiente, correspondente à flexão em torno do eixo analisado, determinado como a seguir:

-para barras de estruturas indeslocáveis, não sujeitas a forças transversais entre apoios:

$$C_m = 0,6 + 0,4 \frac{M_2}{M_1} \geq 0,4 \quad (6.37)$$

sendo " M_2/M_1 " a relação entre o menor e o maior dos momentos fletores de cálculo, nas extremidades apoiadas. Esta relação é positiva quando estes momentos provocam curvatura simples na barra, e negativa quando provocam curvatura reversa.

-para barras de estruturas indeslocáveis, sujeitas a forças transversais entre apoios, o valor de C_m pode ser determinado analiticamente ou ser tomado igual a 0,85 no caso de barras com ambas as extremidades engastadas e 1,0 nos demais casos.

-para barras de estruturas deslocáveis, $C_m = 0,85$, caso não seja feita análise de segunda ordem.

CAPÍTULO 7

EXEMPLOS DE DIMENSIONAMENTO

7.1. Barras comprimidas

Exemplo 1. Seja determinar a resistência de cálculo à compressão axial da seção mostrada na figura 7.1.

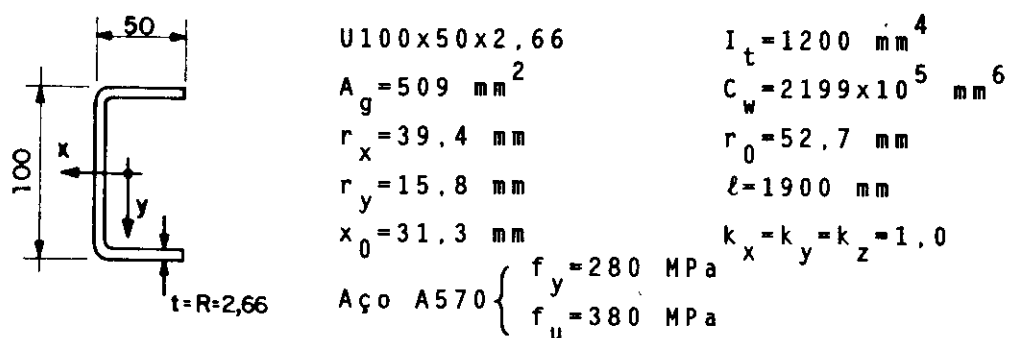


Figura 7.1. - Dados gerais para o dimensionamento.

Solução:

a. Tensão crítica de flambagem:

Das equações (3.33) a (3.36) vem que:

$$\begin{aligned} f_{ex} &= 870 \text{ MPa} \\ f_{ey} &= 140 \text{ MPa} \\ f_{ez} &= 151 \text{ MPa} \\ f_{eyz} &= 141 \text{ MPa} \end{aligned}$$

$$\therefore f_e = 140 \text{ MPa}$$

Sendo $f_e = f_y/2$, da equação (3.31) obtém-se a tensão crítica de flambagem:

$$f = f_e = 140 \text{ MPa}$$

b. Área efetiva:

i. Mesas:

Na equação (2.21), com $k=0,5$ para elemento não enrijecido à compressão, vem que:

$$\lambda_{lim} = \frac{205}{\sqrt{f}} = \frac{205}{\sqrt{140}} = 17,3$$

$$(b/t) = [50 - (2,66 + 2,66)] / 2,66 = 16,8 < \lambda_{lim}$$

Assim, para as mesas tem-se que $b_{ef} = b$.

ii. Alma

Da equação (2.22), com $f=140$ MPa obtém-se:

$$\lambda_{lim} = 49,1$$

$$(b/t) = [100 - 2 \times (2,66 + 2,66)] / 2,66 = 33,6 < \lambda_{lim}$$

Também para a alma tem-se $b_{ef} = b$, logo $A_{ef} = A_g$.

c. Resistência de cálculo:

$$\begin{aligned} N_n &= A_{ef} f = A_g f \\ &= 71 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\phi_c N_n = 0,9 \times 71 = 64 \text{ kN}$$

d. Verificações adicionais:

i. Flambagem local da mesa:

Da equação (3.30):

$$N_{\parallel} = \frac{\pi^2 \times 205000 \times 509 \times 10^{-3}}{24 (1 - 0,3^2) (16,8)^2} = 167 \text{ kN} > 64 \text{ kN} \rightarrow \text{ok!}$$

Nota-se que o valor de N_{\parallel} é maior que aquele que provoca o início de escoamento da seção transversal ($N_y = A_g f_y$). Deve-se lembrar que a equação (3.30) é determinada considerando-se a flambagem elástica de chapa. Fazendo-se uma analogia com a flambagem inelástica de barras comprimidas, utilização de uma equação parabólica para $N_{\parallel} > N_y/2$, encontra-se $N_{\parallel} = 112 \text{ kN}$.

ii. Índice de esbeltez

$$k_y l = 1900 \text{ mm}$$

$$k_y l / r_y = 1900 / 15,8 = 120 < 200 \rightarrow \text{ok!}$$

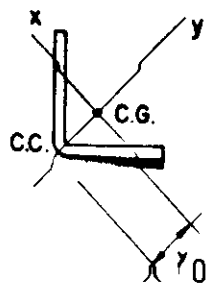
Portanto a resistência de cálculo à compressão para o perfil acima é:

$$\phi_c N_n = 64 \text{ kN}$$

Exemplo 2. Dimensionar um perfli em L com um comprimento efetivo de flambagem de 2500 mm para resistir a um esforço axial de compressão, de cálculo, de 45 kN.

Solução:

Adota-se inicialmente o perfil L100x100x3,42.



L100x100x3,42

$A_g = 665 \text{ mm}^2$

$r_x = 19,8 \text{ mm}$

$y_0 = 33,0 \text{ mm}$

$f_y = 250 \text{ MPa}$

$I_t = 2593 \text{ mm}^4$

$r_0 = 55,8 \text{ mm}$

$r_y = 40,4 \text{ mm}$

$k_x = k_y = k_z = 1,0$

Figura 7.2 • Características geométricas para o perfil adotado.

a. Tensão crítica de flambagem:

Das equações (3.33) a (3.36) vem que:

$$f_{ex} = 127 \text{ MPa}$$

$$f_{ey} = 528 \text{ MPa}$$

$$f_{ez} = 98 \text{ MPa}$$

$$f_{eyz} = 91 \text{ MPa}$$

$$\therefore f_e = 91 \text{ MPa} < f_y/2 \Rightarrow f = \underline{91 \text{ MPa}}$$

b. Área efetiva:

Da equação (2.21):

$$\lambda_{lim} = \frac{205}{\sqrt{91}} = 21,4$$

$$(b/t) = [100 - (3,42 + 3,42)] / 3,42 = 27,2 > \lambda_{lim}$$

Pela equação (2.20) obtém-se b_{ef} :

$$b_{ef} = 0,95 \times 3,42 \times \sqrt{0,5 \times 205000 / 91} \left[1 - 0,208 \left(\frac{1}{27,2} \right) \times \sqrt{0,5 \times 205000 / 91} \right] = 81,0 \text{ mm}$$

$$A_{ef} = A_g - \sum (b - b_{ef}) t$$

$$= 665 - 2 \times (93,1 - 81,0) \times 3,42 = 582 \text{ mm}^2$$

c. Resistência de cálculo:

$$N_n = A_{ef} f$$

$$= 582 \times 91 \times 10^{-3} = 53 \text{ kN}$$

$$\phi_c N_n = 0,9 \times 53 = 47 \text{ kN}$$

d. Verificações adicionais:

i. Flambagem local das abas:

Da equação (3.30):

$$N_n = \frac{\pi^2 \times 205000 \times 665}{24 (1 - 0,3^2) (27,2)^2} = 83 \text{ kN} < 51 \text{ kN} \rightarrow \text{ok!}$$

ii. Índice de esbeltez:

$$k_y \ell = 3000 \text{ mm}$$

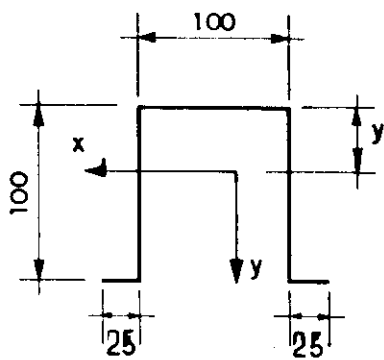
$$k_y \ell / r_y = 3000 / 19,8 = 151 < 200 \rightarrow \text{ok!}$$

Portanto, a resistência de cálculo para o perfil é 47 kN, sendo então, adequado para suportar o esforço normal de cálculo de 45 kN.

7.2. Barras fletidas

Exemplo 3. Seja determinar a resistência de cálculo ao momento fletor, M_d , para o perfil cartola cujas propriedades geométricas são apresentadas na figura 7.3. Considerar que a viga é travada lateralmente, não sujeita à flambagem lateral com torção. A compressão dá-se na mesa.

Solução:



$$\begin{aligned}
 A_g &= 1003 \text{ mm}^2 \\
 I_x &= 1378 \cdot 10^3 \text{ mm}^4 \\
 W_{x,c} &= 323 \cdot 10^2 \text{ mm}^3 \\
 W_{x,t} &= 240 \cdot 10^2 \text{ mm}^3 \\
 y &= 42,7 \text{ mm} \\
 f_y &= 250 \text{ MPa}
 \end{aligned}$$

Figura 7.3 - Dados gerais para o dimensionamento.

A linha neutra localiza-se, inicialmente, próxima à mesa comprimida, então:

$$M_n = W_{ef} f_c \text{ ou}$$

$$M_n = W_t f_y$$

Checando-se inicialmente a efetividade dos elementos comprimidos com $f_c = f_y$:

i. Mesa:

$$\lambda_{lim} = 36,7 > (b/t) = [100 - 2(3,04 + 3,04)] / 3,04 = 28,9$$

ii. Alma:

Da equação (2.51) com $f_1 = -f_2 = 250 \text{ MPa}$, tem-se:

$$k = 4 + 2(1+1)^3 + 2(1+1) = 24,0$$

Com k na equação (2.46):

$$\lambda_{lim} = 89,8 > (b/t) = 28,9$$

Portanto, $W_{ef} = W_{x,c}$

A tensão de compressão na mesa é dada por:

$$f_c = 42,7 \frac{250}{57,3} = 186 \text{ MPa}$$

M_n será o menor valor entre:

$$M_n = W_{x,c} f_c = 602 \text{ kNcm}$$

$$M_n = W_{x,t} f_y = 600 \text{ kNcm}$$

A resistência de cálculo ao momento fletor é, então:

$\phi_b = 0,9 \times 600$ $= 540 \text{ kNcm}$

Exemplo 4. Seja determinar a resistência de cálculo ao momento fletor para o perfil do exemplo 3 utilizando-se a reserva de resistência inelástica.

Solução:

a. Diagrama de deformações:

A razão b/t da mesa, elemento enrijecido à compressão, é igual a 28,9, conforme exemplo anterior. Como b/t é menor que $(500/\sqrt{f_y} = 31,6)$, tem-se que $C_y = 3,0$. Portanto $\epsilon_{cu} = 3\epsilon_y$, como mostra-se na figura 7.4b.

b. Diagrama de tensões:

Os valores de y_c , y_t , y_p , y_{cp} , e y_{tp} , mostrados na figura 7.4c, são calculados utilizando-se da equação (4.48) e das relações geométricas do diagrama de deformações.

$$y_c = (b_t - b_c + 2d) / 4 = (46,96 - 96,96 + 2 \times 96,96) / 4 = 35,98 \text{ mm}$$

$$y_t = d - y_c = 96,96 - 35,98 = 60,98 \text{ mm}$$

$$y_p = \frac{y_c}{\epsilon_{cu} / \epsilon_y} = \frac{35,98}{3} = 11,99 \text{ mm}$$

$$y_{cp} = y_c - y_p = 35,98 - 11,99 = 23,98 \text{ mm}$$

$$y_{tp} = y_t - y_p = 48,99 \text{ mm}$$

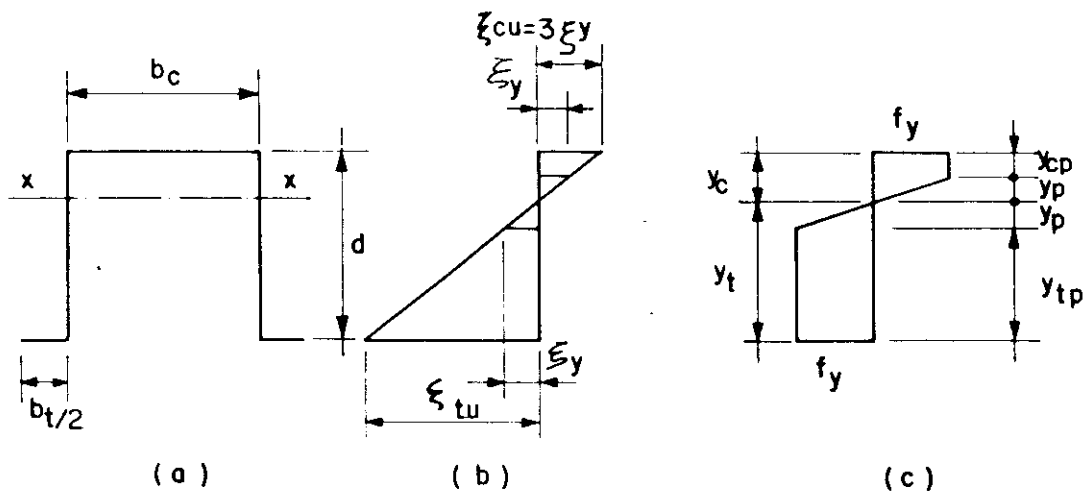


Figura 7.4. - Distribuição de tensões. (a) Dimensões referidas ao esqueleto. (b) Deformações. (c) Tensões.

c. Momento último:

Conhecido o diagrama de tensões, deve-se verificar se são satisfeitas as exigências do item 4.5.1.2.b.:

$$y_c / t = 35,98 / 3,04 = 11,83 < 500 / \sqrt{f_y} = 31,6 \rightarrow \text{ok!}$$

Supõem-se que a exigência 3 também é atendida.

Portanto o momento último, de acordo com a equação (4.52) é:

$$M_u = f_y t \left[b_c y_c + 2y_{cp} \left(y_p + \frac{y_{cp}}{2} \right) + \frac{4y_p^2}{3} + 2y_{tp} \left(y_p + \frac{y_{tp}}{2} \right) + b_t y_t \right] = 856 \text{ kNcm}$$

d. Resistência de cálculo ao momento fletor.

M_u deverá ser limitado a $1,25M_n$, sendo M_n determinado conforme o exemplo 4.1. Portanto:

$$M_u \leq 1,25 \times 600 = 750 \text{ kNcm}$$

Então a resistência de cálculo será:

$\begin{aligned} \phi_b M_n &= 0,9 \times 750 \\ &= 675 \text{ kNcm} \end{aligned}$

Nota-se um aumento de 25% da resistência de cálculo em relação ao exemplo anterior.

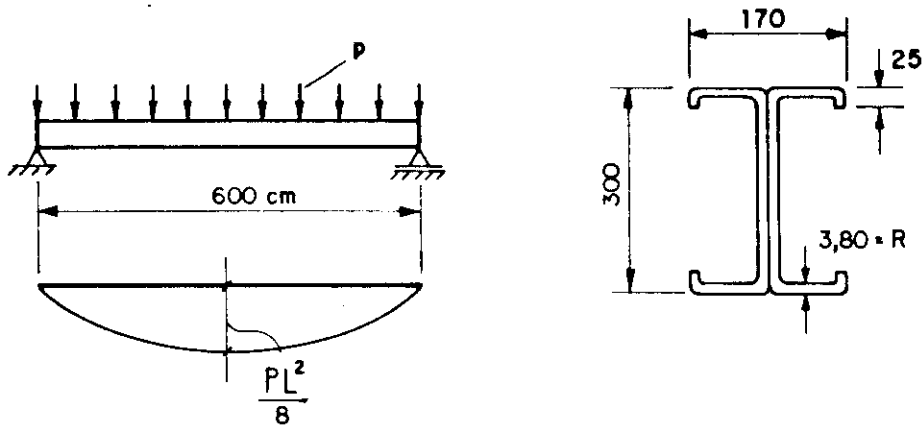
Ressalta-se que, para $y_p > y_t$, não se teria o escoamento da zona tracionada. Neste caso, as equações acima não se aplicam.

Exemplo 5. Seja determinar o máximo carregamento p_d de cálculo, uniformemente distribuído sobre a viga, para um perfil I300x170x25x3,80, com um vão de 600 cm. O perfil é travado lateralmente nas extremidades. Considera-se as seguintes situações:

1. Carga aplicada no centro de cisalhamento.
2. Carga aplicada na mesa superior.
3. Carga aplicada na mesa inferior.

Adotar $f_y = 250 \text{ MPa}$.

Solução:



$A_g = 3762 \text{ mm}^2$	$r_x = 113 \text{ mm}$	$r_y = 36 \text{ mm}$
$I_x = 48176 \cdot 10^3 \text{ mm}^4$	$I_y = 4901 \cdot 10^3 \text{ mm}^4$	$C_w = 1186080 \cdot 10^5 \text{ mm}^6$
$W_x = 3212 \cdot 10^2 \text{ mm}^2$	$w_y = 613 \cdot 10^2 \text{ mm}^2$	$r_0 = 119 \text{ mm}$

Figura 7.5 - Perfil fletido. (a) Carregamento. (b) Seção transversal.

1. Carregamento aplicado no centro de cisalhamento:

a. Determinação da tensão crítica:

Da equação (4.66), tem-se:

$$M_{cr} = 1,0 \frac{\pi^2 \cdot 20500}{600^2} \sqrt{118608 \times 490,1} = 4285 \text{ kNcm}$$

Da equação (4.65) tem-se que:

$$f_e = \frac{4285}{321,2} \cdot 10 = 133 \text{ MPa} < 0,56f_y$$

$$\therefore f = 133 \text{ MPa}$$

b. Determinação das propriedades geométricas da seção transversal efetiva:

b.1. Verificação da efetividade dos enrijecedores

de borda:

$$b_f/t = (85 - 2(3,80 + 3,80))/3,80 = 18,4$$

$$(1,28\sqrt{E/f})/3 = 16,7$$

$$1,28\sqrt{E/f} = 50,2$$

$$\therefore 16,7 < b_f/t < 50,2$$

Da equação (2.26) tem-se que:

$$\begin{aligned} I_a &= 399 \left\{ \left[\frac{18,4}{50,2} \right] - 0,33 \right\}^3 (0,38)^4 \\ &= 4,05 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

$$I_{st} = \frac{(2,50 - 0,38)^3 \times 0,38}{12} = 0,30 \text{ cm}^4 > I_a$$

Portanto, a mesa comprimida comporta-se como um elemento enrijecido à compressão.

b.2. Largura efetiva da mesa:

$$d/b_f = 25/69,8 = 0,36$$

Da equação (2.30):

$$\begin{aligned} k &= (4,82 - 5 \times 0,36) (0,30 / 4,05 \times 10^{-4})^{1/2} + 0,43 \\ &= 82,6 > 5,25 - 5(d/b_f) \end{aligned}$$

$$\therefore k = 3,45$$

Com $k = 3,45$ na equação (2.21) tem-se:

$$\lambda_{lim} = \frac{1}{1,5574} \sqrt{3,45 \times 205000 / 133} = 46,8 > (b_f/t)$$

Assim, para a mesa comprimida tem-se que $b_{ef}=b$.

b.3. Enrijecedores de borda:

O enrijecedor de borda é um elemento não enrijecido sujeito à tensões não uniformes de compressão. Sua largura efetiva determina-se pela equação (2.20) com $k=0,43$ e $f=133$ MPa.

$$\lambda_{lim} = \frac{1}{1,5574} \sqrt{0,43 \times 205000 / 133} = 16,5$$

$$d/t = (25 - 2 \times 3,80) / 3,80 = 4,6 < \lambda_{lim}$$

Assim, para os enrijecedores de borda tem-se que $b_{ef}=d$.

b.4. Alma:

Da equação (2.49) com $f_1 = -f_2$, determina-se $k=24,0$.
Da equação (2.46) obtém-se:

$$\lambda_{lim} = 0,64 \sqrt{24 \times 2050000 / 133} = 123$$

$$h/t = (300 - 293,80 + 3,80) / 3,80 = 74,9 < \lambda_{lim}$$

Portanto, as propriedades geométricas efetivas da seção transversal são aquelas indicadas na figura 7.5.

c. Determinação do valor de p:

$$\begin{aligned} M_n &= W_{ef} f = W_x f = M_{cr} \\ &= 4285 \text{ kNcm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi_b M_m &= 0,9 \times 4285 \\ &= 3856 \text{ kNcm} \end{aligned}$$

$$\max M_d = \frac{p_d L^2}{8} \leq \phi_b M_n$$

$$\therefore p_d = 8,57 \text{ kN/m}$$

2. Carregamento aplicado na mesa superior:

a. Determinação da tensão crítica:

a.1 Utilizando-se as equações (4.16) e (4.17):

$$M_{cr} = C_4 \frac{\sqrt{EI_y GI_t}}{L_b}$$

$$C_4 = C_1 \pi \left[\sqrt{1 + \frac{\pi^2 EC_w}{GI_t L_b^2} (C_2^2 + 1)} - C_2 \frac{\pi}{L_b} \sqrt{\frac{EC_w}{GI_t}} \right]$$

Da tabela 4.1, caso 6, obtém-se

$$C_1 = 1,1$$

$$C_2 = 0,45$$

cuja substituição na expressão de C_4 fornece:

$$C_4 = 5,525$$

O valor de M_{cr} é, então:

$$M_{cr} = 3490 \text{ kNcm}$$

a.2 Utilizando-se as equações (4.66) e (4.18):

$$M_{cr} = C_b \frac{\pi^2 E}{L_b^2} \sqrt{C_w I_y}$$

Da equação (4.18) para o problema, tem-se que:

$$C_b = A/B$$

Os valores de A e B obtém-se na figura 4.4:

$$A = 1,12$$

$$B = 1 - 0,154 \frac{\pi^2 EC_w}{L_b^2 GI_t} + 0,535 \frac{\pi}{L_b} \sqrt{EC_w / (GI_t)} = 1,4363$$

$$C_b = 1,12/1,4363 = 0,7798$$

$$\begin{aligned} \therefore M_{cr} &= 0,7798 \times 4285 \\ &= 3341 \text{ kNcm} \end{aligned}$$

a.3. Tensão crítica:

A tensão crítica será determinada para o menor valor de M_{cr} , ou seja:

$$f_e = \frac{3341}{321,2} 10 = 104 \text{ MPa} < 0,56 f_y$$

$$\therefore f = 104 \text{ MPa}$$

b. Determinação das propriedades geométricas da seção transversal efetiva:

Observa-se que, pelo item 1.b, obter-se-á $A_{ef} = A_g$, e portanto as propriedades geométricas da seção transversal efetiva são aquelas indicadas na figura 7.5.

c. Determinação do valor de p:

$$\begin{aligned} M_n &= W_{ef} f \\ &= 3341 \text{ kNcm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\phi_b M_n &= 0,9 \times 3341 \\ &= 3007 \text{ kNcm}\end{aligned}$$

$$\text{máx } M_d = \frac{p_d L^2}{8} \leq \phi_b M_n$$

$$\therefore p_d = 6,68 \text{ kN/m}$$

3. Carregamento aplicado na mesa inferior:

a. Determinação da tensão crítica:

a.1 Utilizando-se as equações (4.16) e (4.17):

$$M_{cr} = C_4 \frac{\sqrt{EI_y GI_t}}{L_b}$$

$$C_4 = C_1 \pi \left[\sqrt{1 + \frac{\pi^2 EC_w}{GI_t L_b^2} (C_2^2 + 1)} + C_2 \frac{\pi}{L_b} \sqrt{\frac{EC_w}{GI_t}} \right]$$

Da figura 4.4, caso 6, obtém-se

$$C_1 = 1,1$$

$$C_2 = 0,45$$

cuja substituição na expressão de C_4 fornece:

$$C_4 = 12,241$$

O valor de M_{cr} é, então:

$$M_{cr} = 7731 \text{ kNcm}$$

a.2 Utilizando-se as equações (4.66) e (4.18):

$$M_{cr} = C_b \frac{\pi^2 E}{L_b^2} \sqrt{C_w I_y}$$

Da equação (4.18) para o problema, tem-se que:

$$C_b = A \times B$$

Os valores de A e B obtêm-se na figura 4.4:

$$A = 1,12$$

$$B = 1 - 0,154 \frac{\pi^2 EC_w}{L^2 GI_t} + 0,535 \frac{\pi}{L} \sqrt{EC_w / (GI_t)} = 1,4363$$

$$C_b = 1,12 \times 1,4363 = 1,6087$$

$$\begin{aligned} \therefore M_{cr} &= 1,6087 \times 4285 \\ &= 6893 \text{ kNcm} \end{aligned}$$

a.3. Tensão crítica:

A tensão crítica será determinada para o menor valor de M_{cr} , ou seja:

$$f_e = \frac{6893}{321,2} 10 = 215 \text{ MPa} > 0,56 f_y$$

$$\begin{aligned} \therefore f &= 1,11 \times 250 \left(1 - \frac{250}{3,24 \times 215} \right) \\ &= 178 \text{ MPa} \end{aligned}$$

b. Determinação das propriedades geométricas da seção transversal efetiva:

Procedendo-se de maneira análoga ao item 1.b, com $f=178$ MPa, conclui-se que as propriedades geométricas da seção transversal efetiva são aquelas indicadas na figura 7.5, ou seja, $A_{ef} = A_g$.

c. Determinação do valor de p:

$$\begin{aligned}M_n &= W_{ef} f \\ &= 6893 \text{ kNcm}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\phi_b M_n &= 0,9 \times 6893 \\ &= 6204 \text{ kNcm}\end{aligned}$$

$$\text{máx } M_d = \frac{p_d L^2}{8} \leq \phi_b M_n$$

$$\therefore \boxed{p_d = 13,79 \text{ kN/m}}$$

Chamando-se de p_1 , p_2 e p_3 os valores dos carregamentos obtidos nos casos 1, 2, e 3, respectivamente, observa-se que:

$$\begin{aligned}p_1 &= 8,57 \text{ kN/m} \\ p_2 &= 0,78p_1 = 6,68 \text{ kN/m} \\ p_3 &= 1,61p_1 = 13,79 \text{ kN/m}\end{aligned}$$

Exemplo 6. Para a viga do exemplo 5, para o valor de $p_d=8,57$ kN/m, de cálculo, fazer as demais verificações necessárias.

Solução:

a. Resistência à força cortante:

Admite-se o uso de enrijecedores transversais apenas nas extremidades. Tem-se, então:

$$\lambda = h/t_w = (300 - 2 \times 3,80) / 3,80 = 76,9 < 200$$

$$a/h = 6000 / (300 - 2 \times 3,8) = 20,5 > 3,0 \Rightarrow k = 5,34$$

$$\lambda_p = 1,08 \sqrt{kE/f_y} = 71,5$$

$$\lambda_r = 1,40\sqrt{kE/f_y} = 92,6$$

$$\therefore \lambda_p < \lambda < \lambda_r$$

$$V_n = \frac{\lambda_p}{\lambda} V_{p1} = 310 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} \phi_v V_n &= 0,9 \times 310 \\ &= 279 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\text{máx } V_d = p_d L/2 = 25,7 \text{ kN} < \phi_v V_n \rightarrow \text{ok!}$$

b. Enrijecedor:

Será utilizado o enrijecedor da figura 7.6, aos pares, feitos a partir de chapa de espessura $t=3,80$ mm, com $f_y=250$ MPa.

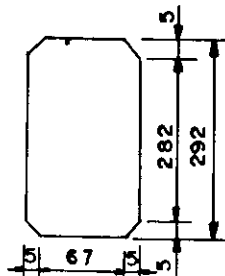


Figura 7.6 - Enrijecedor transversal adotado.

$$A_{st} = 77 \times 3,8 = 292,6 \text{ mm}^2$$

$$A_c = 10t_w^2 + A_{st} = 473,0 \text{ mm}^2$$

$$\begin{aligned} b_2 &= 25t_w [0,0024(L_{st}/t_w) + 0,83] = 25,4t_w > 12t_w \\ \therefore b_2 &= 45,6 \text{ mm} \end{aligned}$$

$$A_d = b_2 t_w + A_s = 465,8 \text{ mm}^2$$

$$I_{st} = \frac{3,8 \times 77^3}{12} = 14,5 \times 10^4 \text{ mm}^4$$

$$kL_{st}/r = 13,1$$

$$\begin{aligned} \therefore P_n &= A_c f_y \\ &= (437 \times 250 \times 10^{-3}) \times 2 = 218 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\phi P_n = 0,9 \times 218 = 197 \text{ kN} > p_d L/2 \rightarrow \text{ok!}$$

c. Ondulação da mesa:

Arbitrando-se $c_f \leq 5\%$, da expressão (5.58) com $f=133 \text{ MPa}$, obtém-se:

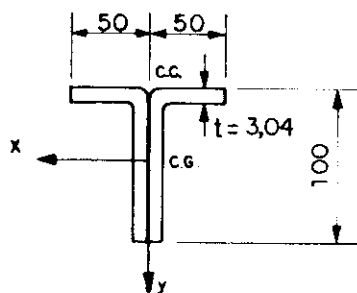
$$\begin{aligned} b_f &\leq \sqrt{0,061 \times 3,8 \times 300 \times 205000 / 133} \sqrt[4]{100 \times 0,05 / 300} \\ b_f &\leq 117,6 \text{ mm} \end{aligned}$$

Em se tratando de mesa com enrijecedor de borda:

$$b_f = (85 - 3,80) + 25 = 106,2 \text{ mm} < 117,6 \text{ mm} \rightarrow \text{ok!}$$

7.3. Barra sujeita à flexo-compressão

Exemplo 7. Seja determinar o máximo esforço normal de compressão aplicado excêntricamente. Supor inicialmente a excentricidade igual a y_0 . Refazer a verificação para uma excentricidade igual a $(-y_0)$. O comprimento da barra é de 2500 mm.



$$\begin{aligned} A &= 8,82 \times 10^2 \text{ mm}^2 & r_y &= 16,9 \text{ mm} \\ I_x &= 949 \times 10^3 \text{ mm}^4 & r_0 &= 49,8 \text{ mm} \\ I_y &= 253 \times 10^3 \text{ mm}^4 & y_0 &= -33,45 \text{ mm} \\ I_t &= 2,72 \times 10^3 \text{ mm}^4 & k_x = k_y = k_z &= 1,0 \\ j &= 29,65 \text{ mm} & f_y &= 250 \text{ MPa} \\ r_x &= 32,8 \text{ mm} \end{aligned}$$

Figura 7.7 - Características geométricas da barra.

a. Esforço normal aplicado no centro de

cisalhamento.

a.1. Resistência nominal à compressão:

Em se tratando de perfil monossimétrico tem-se:

$$f_{ex} = 348 \text{ MPa}$$

$$f_{ey} = 93 \text{ MPa}$$

$$f_{ez} = 98 \text{ MPa}$$

$$f_{eyz} = 57 \text{ MPa}$$

$$\therefore f_e = 57 \text{ MPa} < f_y/2 \Rightarrow f = 57 \text{ MPa}$$

Sendo a seção constituída de elementos não enrijecidos à compressão:

$$\lambda_{lim} = \frac{1}{1,5575} \sqrt{\frac{0,5E}{f_y}} = 27$$

Para as mesas tem-se:

$$\left(\frac{b}{t} \right) = \frac{(50-2 \times 3,04)}{3,04} = 14 < \lambda_{lim}$$

Para a alma tem-se:

$$\left(\frac{h}{t} \right) = \frac{(100-2 \times 3,04)}{3,04} = 31 > \lambda_{lim}$$

$$b_{ef} = 0,95 \times t \sqrt{4E/f_{max}} \left[1 - 0,208 (t/h) \sqrt{4E/f_{max}} \right]$$
$$= 87,50 \text{ mm}$$

$$\therefore A_{ef} = A_g - (h - b_{ef})t = 862,5 \text{ mm}^2$$

Assim:

$$N_n = A_{ef} f = 862,5 \times 57 \times 10^{-3} = 49 \text{ kN}$$

A resistência nominal à compressão deve ser menor que:

$$N_n \leq \frac{\pi^2 EA_g}{24(1-\nu^2)(h/t)^2} = 85 \text{ kN} \rightarrow \text{ok!}$$

$$\therefore N_n = 49 \text{ kN}$$

a.2. Resistência nominal ao momento fletor:

Para o esforço normal aplicado no centro de cisalhamento, compressão na mesa, a flambagem lateral com torção não se aplica.

Então, como a linha neutra encontra-se próxima a mesa comprimida, o escoamento inicia-se na região tracionada e o valor da tensão de compressão é determinada por tentativas.

Primeira tentativa:

A tensão de compressão na mesa é $f=129 \text{ MPa}$, de onde:

$$\lambda_{lim} = 18 > (b/t)=14$$

A tensão de compressão no elemento plano vertical é $f=111 \text{ MPa}$, de onde:

$$\lambda_{lim} = 19 < (h/t)=31$$

Logo:

$$b_{ef} = 69,80 \text{ mm}$$

Com este valor de b_{ef} calcula-se a nova posição da linha neutra e a nova tensão de compressão no elemento plano vertical, de onde se obtém:

$y_{LN} = 61,82 \text{ mm}$ (contados a partir da extremidade inferior da seção)

$f = 126 \text{ MPa}$

Segunda tentativa:

Verificando somente a efetividade da alma tem-se:

$b_{ef} = 66,55 \text{ mm}$

Com este valor de b_{ef} calcula-se:

$y_{LN} = 61,49 \text{ mm}$

$f = 128 \text{ MPa}$

Como este valor é bastante próximo ao valor adotado, o valor de $f=128 \text{ MPa}$ será utilizado.

Com a posição da linha neutra definida e com o valor de b_{ef} calculado acima, encontra-se:

$f_c = 156 \text{ MPa}$

$f_t = 250 \text{ MPa}$

$I_{x_{ef}} = 883 \times 10^3 \text{ mm}^4$

$W_c = 229 \times 10^2 \text{ mm}^3$

$W_t = 144 \times 10^2 \text{ mm}^3$

Logo:

$M_n = W_c f_c = 357 \text{ kNcm}$

A resistência nominal ao momento fletor deve ser menor que:

$$N_n \leq \frac{\pi^2 EW}{24(1-\nu^2)(h/t)^2} = 1340 \text{ kNcm} \rightarrow \text{ok!}$$

$$\therefore N_n = 357 \text{ kNcm}$$

a.3. Determinação do máximo esforço normal de compressão:

Com os valores de N_n e M_n na equação de interação (6.36) tem-se:

$$\frac{N_d}{0,9 \times 49} + \frac{N_d \times 3,345}{(1 - N_d / 307) \times 0,9 \times 357} \leq 1,0$$

De onde encontra-se:

$$N_d = 29,25 \text{ kN}$$

b. Esforço normal aplicado no lado oposto ao C.C.

b.1. Resistência nominal à compressão:

A resistência nominal à compressão é aquela dada no item a.1.

b.2. Resistência nominal ao momento fletor:

Neste caso, as tensões de compressão ocorrem na região inferior da seção e é intuitivo que isto representa uma situação mais instável em relação à anterior.

O momento crítico é dado pela expressão (4.72), sendo que o sinal (-) é empregado. Portanto:

$$M_{cr} = 242 \text{ kNcm}$$

$$f_e = \frac{M_{cr}}{W_x} = 165 \text{ MPa}$$

$$f_e > f_y / 2 \Rightarrow f = f_y \left(1 - \frac{f_y}{4f_e} \right) = 155 \text{ MPa}$$

Calculando-se a efetividade da seção transversal:

$$\begin{aligned}\lambda_{lim} &= 16 < 31 \\ b_{ef} &= 61,41 \text{ mm} \\ I_{x_{ef}} &= 326 \times 10^3 \text{ mm}^4 \\ W_{x_{ef}} &= 5010 \text{ mm}^3\end{aligned}$$

$$\therefore M_n = W_{x_{ef}} f = 78 \text{ kNcm}$$

b.3. Determinação do máximo esforço normal de compressão:

Com os valores de N_n e M_n na equação de interação (6.36) encontra-se:

$$N_d = 13,78 \text{ kN}$$

CAPÍTULO 8

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Seja pela falta de perfis laminados, seja pelo custo relativamente alto dos perfis soldados, os perfis de chapa dobrada têm encontrado as mais diversas aplicações em estruturas metálicas.

No que diz respeito ao dimensionamento de barras, o estudo da instabilidade por flexão e torção é indispensável na análise dessas estruturas.

Os critérios de dimensionamento consistem em obter-se, sob determinada solicitação, a força, ou momento, crítica de flambagem global da barra. As equações para a determinação da força crítica são funções das características geométricas da seção transversal da barra, originárias da flexo-torção e, embora nem sempre de conhecimento do engenheiro, são de fácil aplicação quando devidamente tabeladas.

Problemas de flambagem local (flambagem de chapa) devem ser considerados. O conceito de largura efetiva, sempre que aplicável, é utilizado na consideração da resistência pós-flambagem, bastante evidenciada nesses perfis de chapas finas.

A influência do trabalho a frio nas propriedades mecânicas do aço tem importância significativa. Aumentos nas tensões limites de escoamento e de resistência última podem ser considerados, entretanto, as tensões residuais, a não

uniformidade na distribuição das características mecânicas do material ao longo da seção transversal e as imperfeições de origem geométricas podem conduzir a reduções sensíveis na resistência do perfil, induzindo à ruína prematura do mesmo.

Muito se pesquisou nos últimos 50 anos, principalmente na América do Norte, onde constam as primeiras aplicações e procedimentos normativos. No Brasil, a falta de pesquisas nessa área fez com que os projetistas se utilizassem, ainda hoje, de normas estrangeiras, quando essas estruturas não eram projetadas por profissionais não habilitados.

Com a intensificação da utilização dos perfis de chapa dobrada como elemento estrutural no Brasil, tem sido incentivada a pesquisa sobre o assunto.

Neste aspecto, muito há que se fazer. As chapas de aço utilizadas são, em geral, refugos da linha de produção, ocorrendo uma grande variabilidade com relação à composição química e às propriedades mecânicas do material.

Os critérios de dimensionamento muitas vezes se utilizam de resultados obtidos a partir de experimentação em perfis laminados ou soldados e têm sido discutidos recentemente, como o caso de barras comprimidas, onde as curvas do CCR nem sempre demonstram boa correlação com os resultados experimentais.

Os perfis com travamento lateral na região tracionada, caso de terças sob efeito de sucção devido ao vento, demonstram ter uma resistência à flambagem lateral maior que aquela obtida sem a consideração do travamento. Considerando-se que este efeito é, em geral, predominante no seu dimensionamento e que o consumo de aço para as terças em uma edificação de pequeno porte é significativo, a quantificação desse ganho de resistência torna-se de grande interesse econômico. Também, a utilização de seções Z, não difundida no país, tem demonstrado melhor aproveitamento do material em relação à seção U.

O problema da redistribuição de momentos fletores

em vigas contínuas necessita de maiores estudos e em muito difere dos perfis laminados devido a rotação parcial das rótulas plásticas

As barras tracionadas, consideradas como um dos mais simples problemas da Engenharia de Estruturas, contam com um número restrito de ensaios e os estados limites aplicáveis em seu dimensionamento podem ser quantificados através de equações mais apuradas.

Ainda, largura efetiva de elementos não enrijecidos, largura efetiva de almas e elementos perfurados, ligações, especificações para ensaios, etc., fazem parte de uma lista de tópicos que exigem planos de pesquisa objetivando o melhor conhecimento e, conseqüentemente, o melhor aproveitamento dos perfis de chapa dobrada como elemento estrutural.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] - AMERICAN IRON AND STEEL INSTITUTE. *Cold formed steel design manual*. Washington, DC, 1986.
- [2] - ANDERSON, J.M.; TRAHAIR, N.S. Stability of monosymmetric beams and cantilevers. *Journal of the Structural Division, ASCE*, v.98, n.ST1, p.269-286, Jan. 1972.
- [3] - ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *Ações e segurança nas estruturas; NBR 8681*. Rio de Janeiro, 1983. 26p.
- [4] - ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *Cálculo de estruturas de aço constituídas por perfis leves; NB 143*. Rio de Janeiro, 1967. 31p.
- [5] - ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *Projeto e execução de estruturas de aço de edifícios; NBR 8800*. Rio de Janeiro, 1986. 200p.
- [6] - BASLER, K. Strength of plate girders in shear. *Journal of the Structural Division, ASCE*, v.87, n.ST7, p.151-180, Oct. 1961.
- [7] - BLEICH, F. *Buckling strength of metal structures*. New

York: McGraw-Hill, 1952. 508p.

- [8] - CANADIAN STANDARDS ASSOCIATION. *Cold formed steel structural members*; CAN3-S136-M84. Toronto, 1984. 85p.
- [9] - CHAJES, A.; BRITVEC, S.J.; WINTER, G. Effects of cold-straining on structural sheet steels. *Journal of the Structural Division, ASCE*, v.89, n.ST2, p.1-32, Apr..1963.
- [10] - CLARK, J.W.; HILL, H.N. Lateral buckling of beams. *Journal of the Structural Division, ASCE*, v.86, n.ST7, p.175-196, Jul.1960.
- [11] - CULVER, C. G. Exact solution of the biaxial bending equations. *Journal of the Structural Division, ASCE*, v.92, n.ST2, p.63-83. Apr. 1965.
- [12] - DESMOND, T.P.; PEKOZ, T.; WINTER, G. Edge stiffeners for thin-walled members. *Journal of the Structural Division, ASCE*, v.107, n.2, p.329-353, Feb. 1981a.
- [13] - DESMOND, T.P.; PEKOZ, T.; WINTER, G. Intermediate stiffeners for thin-walled members. *Journal of the Structural Division, ASCE*, v.107, n.ST4, p.627-649, Apr. 1981b.
- [14] - GALAMBOS, T.V. *Guide to stability design criteria for metal structures*. 4.ed. New York: Wiley-Interscience, 1988. 786p.
- [15] - GALAMBOS, T.V. Inelastic lateral buckling of beams. *Journal of the Structural Division, ASCE*, v.89, n.ST5, p.217-242. Oct. 1963.

- [16] - GALAMBOS, T. V. *Structural members and frames*. Englewood Cliffs, N.J: Prentice-Hall, 1968. 373p.
- [17] - HAUSSLER, R.W. Strength of elastically stabilized beams. *Journal of the Structural Division, ASCE*, v.90, n.ST3, p.219-163, Jun. 1964.
- [18] - HILL, H.N. Lateral buckling of channels and Z beams. *Transactions, ASCE*, v.119, p.829-841, 1954.
- [19] - HSIAO, L.; YU, W.W.; GALAMBOS, T. V. AISI LRFD method for cold-formed steel structural members. *Journal of Structural Engineering, ASCE*, v.116, n.2, p.500-517, Feb. 1990.
- [20] - KALYANARAMAN, V.; PEKOZ, T.; WINTER, G. Overall column stability after local buckling. In: INTERNATIONAL COLLOQUIUM ON STABILITY OF STRUCTURES UNDER STATIC AND DYNAMIC LOADS, Washington, 1977, *Proceedings*. New York: ASCE, 1977. p.757-771.
- [21] - KALYANARAMAN, V.; PEKOZ, T.; WINTER, G. Unstiffened compression elements. *Journal of the Structural Division, ASCE*, v.103, n.8, p.1833-1848, Sept. 1977.
- [22] - KARREN, K.W. Corner properties of cold-formed steel shapes. *Journal of the Structural Division, ASCE*, v.93, n.ST1, p.401-432, Feb. 1967.
- [23] - KARREN, K.W.; GOHIL, M.M. Strain hardening and aging in cold-formed steel. *Journal of the Structural Division, ASCE*, v.101, n.ST1, p.187-200, Mar. 1974.
- [24] - KARREN, K.W.; WINTER, G. Effects of cold-forming on light-gage steel members. *Journal of the Structural*

Division, ASCE, v.93, n.ST1, p.433-469, Feb. 1967.

- [25] - KETTER, R.L. Further studies of the strength of beam-columns. *Journal of the Structural Division, ASCE, v.87, n.ST6, p.244-266, Ago. 1961.*
- [26] - KOROL, R.M.; HUDOBA, J. Plastic behavior of hallow structural sections. *Journal of Structural Engineering, ASCE, v.98, n.5, p. 1007-1023, May. 1972.*
- [27] - LaBOUBE, R.A. Estimating uplift capacity of light steel roof system. *Journal of Structural Engineering, ASCE, v.118, n.3, p.848-852, Mar. 1992.*
- [28] - LaBOUBE, R.A. Uplift capacity of Z-purlins. *Journal of Structural Engineering, ASCE, v.117, n.4, p.1159-1166, Apr. 1991.*
- [29] - LaBOUBE, R.A.; YU, W.W. Effective web depth of cold-formed steel beams. In: INTERNATIONAL COLLOQUIUM ON STABILITY OF STRUCTURES UNDER STATIC AND DYNAMIC LOADS, Washington, 1977. *Proceedings. New York: ASCE, 1977. p.573-585.*
- [30] - LIND, N.C.; SCHROFF, D.K. Utilization of cold work in cold-formed steel. *Journal of Structural Division, ASCE, v.101, n.ST1, p.67-78, Jan. 1975.*
- [31] - MASSONNET, C.E. Stability considerations in the design of steel columns. *Transactions, Part II, ASCE, v. 127, p.525-560, 1962.*
- [32] - MOLITERNO, A. *Elementos para projetos em perfis leves de aço. São Paulo: Edgard Blücher, 1989.*

209p.

- [33] - MULLIGAN, G.P.; PEKOZ, T. Local buckling interaction in cold-formed columns. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, v.113, n.3, p.604-620, Mar. 1987.
- [34] - MULLIGAN, G.P.; PEKOZ, T. Locally buckled thin-walled columns. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, v.110, n.11, p.2635-2654, Nov. 1984.
- [35] - NETHERCOT, D.A. Elastic lateral buckling of beams. In: NARAYANAN, R., ed. *Beams and beam-columns: stability and strength*. Barking, UK: Applied Science, 1987. p.1-34.
- [36] - PARIMI, S.R.; LIND, N.C. Limit states basis for cold-formed steel design. *Journal of the Structural Division*, ASCE, v.102, n.ST3, p.475-486, Mar. 1974.
- [37] - PEKOZ, T. Diaphragm-braced thin-walled channel and Z-section beams. In: NARAYANAN, R., ed. *Beams and beam-columns: stability and strength*. Barking, UK: Applied Science, 1987. p.161-184.
- [38] - POLYZOIS, D. Sag rods as lateral supports for girts and purlins. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, v.113, n.7: p.1521-1531. Jul. 1987.
- [39] - POLYZOIS, D.; BIRKEMOE, P.C. Z-sections girts under negative loading. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, v.111, n.3, p.528-544. Mar. 1985.
- [40] - POLYZOIS, D.; GUILLORY JR., L.J. Finite strip method

for analysis of cold formed purlins. *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, v.117, n.1, p.184-203, Jan.1991.

- [41] - RACHID, M. *Instabilidade de barras de seção delgada*. São Carlos: EESC-USP, 1975. 119p. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos-USP.
- [42] - RECK, P.H.; PEKOZ, T.; WINTER, G. Inelastic strength of cold-formed steel beams. *Journal of Structural Division*, ASCE, v.101, n.ST11, p.2193-2203, Nov. 1975.
- [43] - ROCKEY, K.C. Shear buckling of thin-walled sections. In: CHILVER, A. H. *Thin walled structural*. New York: Chatto & Windus, 1967. cap.20, p.248-270.
- [44] - RODRIGUES, F.C.; BATISTA, E.M. *Tensões residuais e imperfeições em perfis industriais conformados a frio por dobramento de chapa fina de aço*. Rio de Janeiro: COPPE-URFJ, s.d. 18p.
- [45] - SALVADORI, M.G. Lateral buckling of I beams. *Transactions*, ASCE, v.120, p.1165-1177, 1955.
- [46] - SALVADORI, M.G. Lateral buckling of eccentrically loaded I columns. *Transactions*, ASCE, v.121, p.1163-1178, 1956.
- [47] - TIMOSHENKO, S.P.; GERE, J.M. *Theory of elastic stability*. 2.ed. New York: McGraw-Hill, 1961. 541p.
- [48] - VLASSOV, B.Z. *Pieces longues em voiles minces*. Paris: Eyrolles, 1962. 655p.
- [49] - WENG, C.C. Effect of residual stress on cold-formed

- steel column strength. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, v.117, n.6, p.1622-1640, Jun. 1991.
- [50] - WENG, C.C.; LIN, C.P. Study on maximum strength of cold-formed steel columns. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, v.118, n.1, p.128-146, Jan. 1992.
- [51] - WENG, C.C.; PEKOZ, T. Compression tests of cold formed steel columns. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, v.116, n.5, p.1230-1246, May. 1990.
- [52] - WENG, C.C.; PEKOZ, T. Residual stresses in cold formed steel members. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, v.116, n.6, p.1611-1625, Jun. 1990.
- [53] - WILLIS, C.T.; WALLACE, B. Behavior of cold-formed steel purlins under gravity loading. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, v.116, n.8, p.2061-2069, Aug. 1990.
- [54] - WINTER, G. Cold-formed, light-gage steel construction. *Journal of the Structural Division*, ASCE, v.85, n.ST9, p.151-173, Nov. 1959.
- [55] - WINTER, G. Cold-formed steel construction. In: WHITE, R. N.; SALMON, C.G. *Building structural design handbook*. New York: John Wiley & Sons, 1987. cap.20, p.633-659.
- [56] - YENER, M.; PEKOZ, T. Limit design in cold formed steel. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, v.109, n.9, p.2033-2047, Sept.1983.

- [57] - YENER, M.; PEKOZ, T. Partial moment redistribution in cold-formed steel. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, v.111, n.6, p.1187-1203, Jun. 1985.
- [58] - YENER, M. ; PEKOZ, T. Partial stress redistribution in cold-formed steel. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, v.111, n.6, p.1169-1186, Jun. 1985.
- [59] - YU, W.W. *Cold formed steel design*. 2.ed. New York: Wiley-Interscience, 1985. 545p.

APÊNDICE I RESUMO DA TEORIA DE FLEXO-TORÇÃO

I.1. Introdução

A barra é referida a um sistema de eixos xyz , sendo x e y eixos principais de inércia da seção transversal e z o eixo longitudinal que contém os centros de gravidade das seções transversais da barra.

A seção delgada, de espessura t , constitui-se de paredes retas ou curvas e é definida pela linha que divide a espessura t ao meio, a linha do esqueleto ou simplesmente esqueleto da seção. No esqueleto, adota-se uma ordenada s com origem O_s convenientemente escolhida.

A espessura t pode ser variável com s , sendo um elemento de área da seção definido por:

$$dA = t ds \quad (I.1)$$

As hipóteses básicas de cálculo são:

a. as dimensões da seção não variam com a coordenada z ;

b. a barra é de paredes finas, isto é, a espessura t é bem menor que as dimensões características do esqueleto e estas bem menores que o comprimento L da barra;

c. a seção é indeformável em seu plano, portanto o

seu deslocamento no plano é um deslocamento de corpo rígido.

I.2. Centro de cisalhamento de uma seção delgada aberta (D)

Define-se como centro de cisalhamento o ponto do plano da seção pelo qual deve passar o plano de aplicação da resultante das forças transversais de modo que não ocorra torção, e sim, apenas flexão.

Da Resistência dos Materiais:

$$\tau = \frac{VM_s}{tI} \quad (I.2)$$

onde o momento estático M_s e o momento de inércia I são tomados em relação ao eixo apropriado.

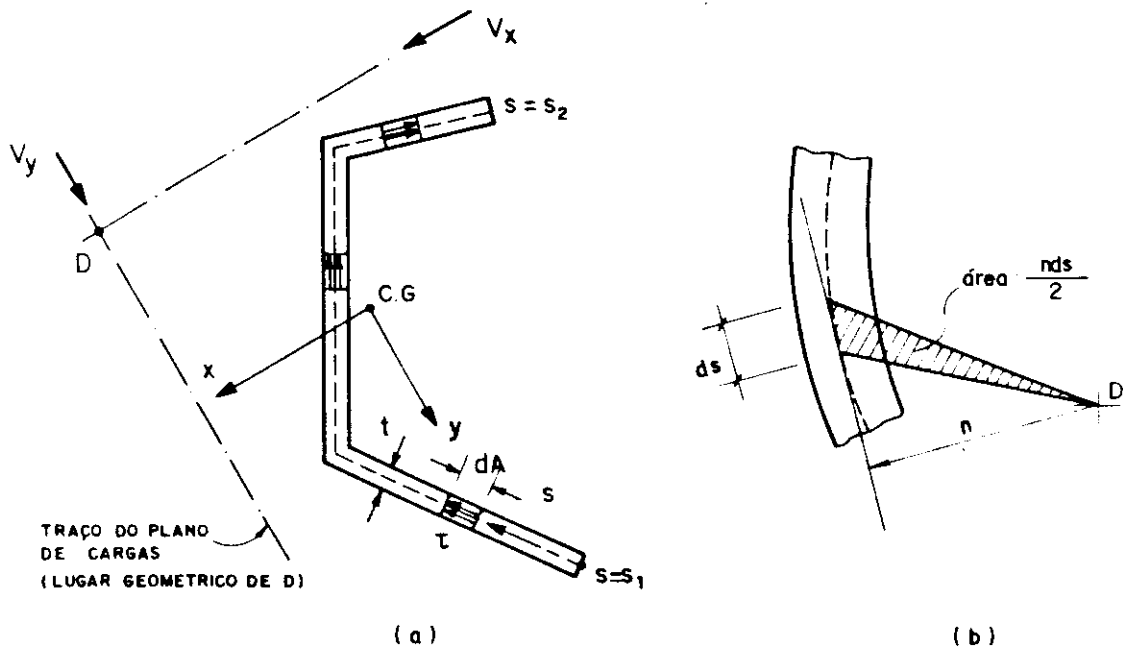


Figura I.1 - Centro de cisalhamento e área setorial.

Seja inicialmente um carregamento paralelo ao eixo principal y , e a condição básica para que não ocorra torção é que a resultante das tensões τ em relação ao centro de

cisalhamento seja nula. Tem-se então:

$$\int_{s_1}^{s_2} \tau dAn = 0 \quad (I.3)$$

Substituindo-se (I.2) em (I.3), vem que:

$$\int_{s_1}^{s_2} \left(\int_{s_1}^s y dA \right) nds = 0 \quad (I.4)$$

Da integração por partes de (I.4) obtém-se:

$$\int_{s_1}^{s_2} \left(\int_{s_1}^s nds \right) y dA = 0 \quad (I.5)$$

O termo entre parênteses é chamado, segundo VLASSOV,^[48] de área setorial da seção e indicado por ω . O nome provém da propriedade esquematizada na figura 1.b: o elemento de área setorial $d\omega$ é o dobro da área do setor elementar com pólo em D e que compreende o arco elementar ds .

Estudo análogo a este, para forças paralelas ao eixo x, fornece a outra condição para a determinação do centro de cisalhamento D:

$$\int_A \omega y dA = 0$$

$$\int_A \omega x dA = 0 \quad (I.6)$$

A posição da origem da ordenada s não influi no resultado. Deslocando-se a origem aparecerá um acréscimo constante na função ω , de modo que a contribuição desta será nula em (I.6).

Para facilidade de aplicação, a origem é escolhida

de maneira a satisfazer a condição:

$$\int_A \omega dA = 0 \quad (I.7)$$

Caso se tenha a área setorial $\bar{\omega}$ com origem arbitrária e se queira a área setorial ω satisfazendo (I.7) se faz:

$$\omega = \bar{\omega} + c \quad (I.8)$$

A aplicação de (I.7) fornece o valor da constante c de (I.8):

$$c = -\frac{1}{A} \int_A \bar{\omega} dA \quad (I.9)$$

I.3. Cálculo das coordenadas do centro de cisalhamento

Na figura I.2 mostra-se um trecho do esqueleto com a origem $O_s(x_s, y_s)$, o ponto genérico $Q(x, y)$ e o centro de cisalhamento $D(x_0, y_0)$.

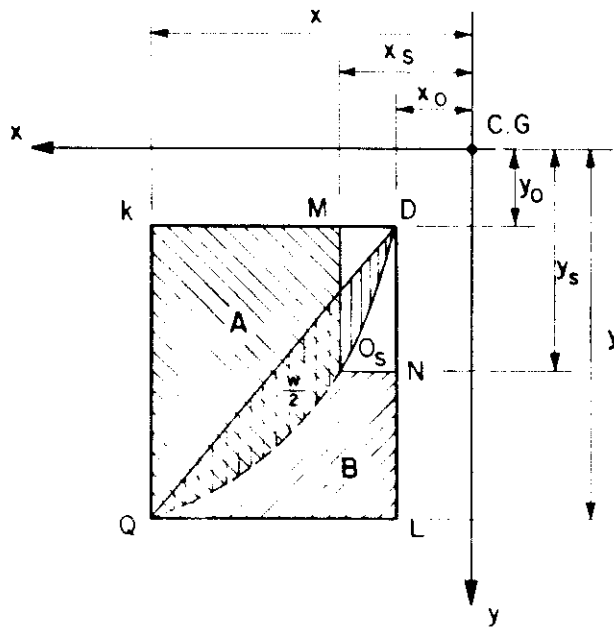


Figura I.2 - Área setorial com pólo em D.

De acordo com a figura I.2, sejam A e B as áreas hachureadas e Δ a área do triângulo DMO_s (ou DNO_s). Pode-se então, obter:

$$\omega = A - B \quad (I.10)$$

Considere-se agora a figura I.3 onde, além do centro de torção, é adotado um ponto $P(x_p, y_p)$, arbitrariamente escolhido, que servirá como pólo provisório para a área setorial, ω_p . Considerando-se a expressão (I.10) e as integrais de (I.6), obtém-se as fórmulas para as coordenadas do centro de cisalhamento:

$$x_0 = x_p - \frac{1}{I_x} \int_A \omega_p y dA$$

$$y_0 = y_p + \frac{1}{I_y} \int_A \omega_p x dA \quad (I.11)$$

O sinal da função ω é positivo quando o raio vetor traçado com centro em D gira, a partir de O_s para um ponto genérico Q, no sentido horário, para um observador olhando no sentido positivo do eixo z.

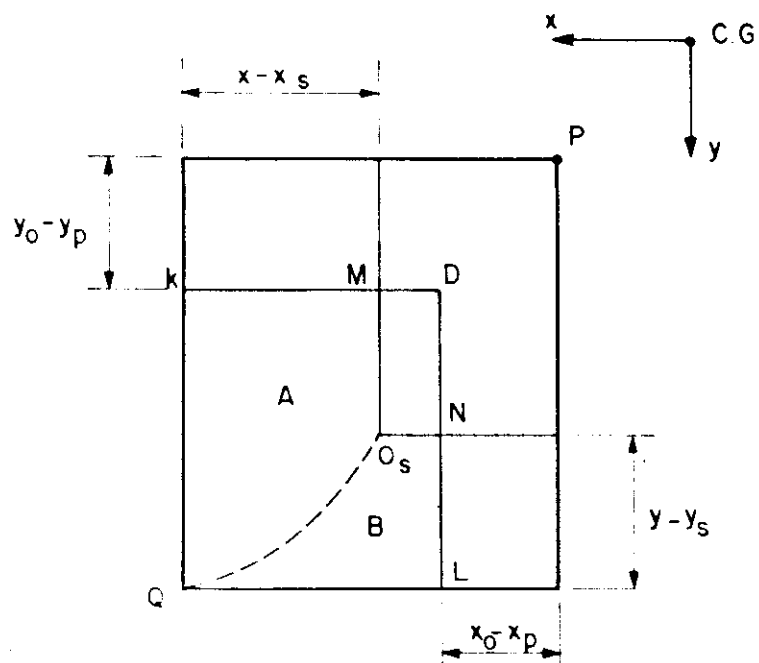


Figura I.3 - Área setorial com pólo provisório P.

I.4. Torção livre

Ocorre a torção livre ou uniforme ou de Saint-Venant, quando as seguintes condições são satisfeitas:

- a. a seção transversal é constante com z ;
- b. o momento torçor M_t é constante com z ;
- c. não há vínculos que impeçam deslocamentos longitudinais.

Da Resistência dos Materiais, a tensão tangencial é linearmente distribuída na espessura, nula no esqueleto e tem seu valor máximo nas bordas dado por:

$$\tau = \frac{M_t}{I_t} t \quad (I.12)$$

A derivada do ângulo de giro é dada por:

$$\phi' = \frac{M_t}{GI_t} \quad (I.13)$$

onde I_t é o momento de inércia à torção.

O conjunto dos deslocamentos longitudinais w , causados pela rotação da seção transversal, em torno do centro de cisalhamento D , é chamado de "empenamento da seção" e é dado por:

$$w = \omega \phi' \quad (I.14)$$

I.5. Torção não uniforme ou flexo-torção

Como estão sendo consideradas somente barras com seção constante, a ocorrência da torção não uniforme ou flexo-torção fica restrita aos casos em que o momento torçor não é constante ou aqueles em que há vínculos que impeçam os deslocamentos longitudinais de alguma seção.

A validade da expressão (I.14) é a hipótese básica para enfrentar os problemas de flexo-torção, agora com a particularidade de que a derivada do ângulo de giro pode não ser mais constante.

I.5.1. Tensão normal de flexo-torção

Desprezam-se as tensões normais com exceção daquelas em cortes transversais (σ_z). De acordo com a lei de Hooke pode-se escrever:

$$\sigma_z = E\epsilon_z \quad (I.15)$$

onde E é o módulo de elasticidade e ϵ_z a deformação específica em z.

Da teoria da elasticidade sabe-se que:

$$\epsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (I.16)$$

Utilizando-se (I.14) e substituindo-se em (I.15), obtém-se a tensão normal da flexo-torção:

$$\sigma_z = E\omega\phi'' \quad (I.17)$$

I.5.2. Tensão tangencial da flexo-torção

Para equilibrar a diferença entre tensões normais σ_z atuantes em seções próximas, surgem as tensões de cisalhamento, indicadas por τ_{ft} , supostas uniformemente distribuídas sobre a espessura t.

O equilíbrio do elemento considerado, na direção longitudinal, fornece a tensão tangencial τ_{ft} :

$$\tau_{ft} = \frac{E\phi'''}{t} \int_{S_1}^S \omega dA \quad (I.18)$$

Chama-se de momento torçor de flexo-torção, M_{ft} , a contribuição de τ_{ft} , de modo que:

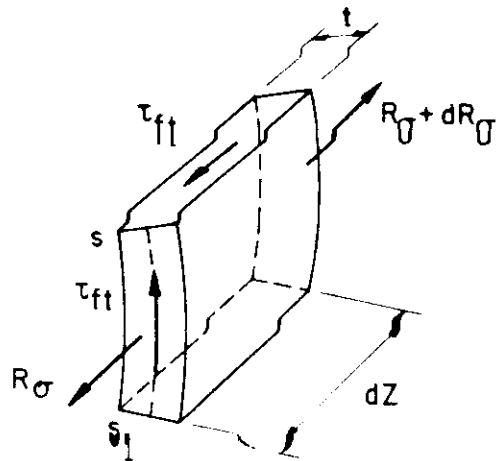


Figura I.4 - Tensões tangenciais de flexo-torção.

$$M_{ft} = \int_A (\tau_{ft} dA) n \quad (I.19)$$

Desenvolvendo-se (I.19) e integrando por partes, obtém-se:

$$M_{ft} = -E\phi''' \int_A \omega^2 dA \quad (I.20)$$

São introduzidas as seguintes características da seção transversal denominadas por analogia com expressões conhecidas da Resistência dos Materiais:

a. momento setorial de inércia ou constante de empenamento da seção transversal:

$$C_w = \int_A \omega^2 dA \quad (I.21)$$

b. momento estático setorial:

$$S_w = \int_{s_1}^s \omega dA \quad (I.22)$$

Com estas novas características, a substituição de (I.20) em (I.18) fornece:

$$\tau_{ft} = - \frac{M_{ft} S_w}{t C_w} \quad (I.23)$$

I.5.3. Equação diferencial da flexo-torção

O momento torçor total M_t , para uma barra solicitada à torção, é composto de duas partes: uma parcela pelas tensões de cisalhamento $\tau_{ft}(M_{ft})$ e a outra pelas tensões de cisalhamento da torção livre (M_1). Portanto:

$$M_t = M_{ft} + M_1 \quad (I.24)$$

Utilizando-se (I.13) e (I.20) com (I.21) em (I.24), a equação diferencial no ângulo de rotação ϕ , regente dos problemas de flexo-torção, é dada por:

$$M_t = GI_t \phi' - EC_w \phi''' \quad (I.25)$$

Obtido o ângulo de rotação pela resolução de (I.25), está resolvido o problema de flexo-torção obtendo-se todas as grandezas envolvidas.

I.5.4. Introdução do bimomento

Define-se o bimomento como:

$$B = \int_A \sigma_z \omega dA \quad (I.26)$$

De (I.17) e (I.21) tem-se que:

$$B = EC_w \phi'' \quad (I.27)$$

Utilizando-se (I.27) em (I.17) tem-se a expressão

da tensão normal de flexo-torção em função do bimomento, ou seja:

$$\sigma_z = \frac{B}{C_w} \quad (I.28)$$

que é análoga à expressão da tensão normal no caso de flexão simples.

Derivando-se (I.27) e comparando com (I.20), tem-se:

$$M_{ft} = -B' \quad (I.29)$$

Com (I.29) em (I.23) vem que:

$$\tau_{ft} = \frac{B' S_w}{t C_w} \quad (I.30)$$

cuja analogia com (I.2) é completa lembrando-se que a força cortante é a derivada do momento fletor.

Por facilidade de cálculo, a partir de (I.24) obtém-se uma nova equação diferencial para o problema de flexo-torção. Inicialmente procede-se pela substituição de (I.13) e (I.29) em (I.24):

$$M_t = GI_t \phi' - B' \quad (I.31)$$

Derivando-se em z e utilizando-se (I.27), tem-se:

$$M_t' = \frac{GI_t}{EC_w} B - B'' \quad (I.32)$$

Esta última equação pode ser escrita como:

$$r^2 B'' - B = -r^2 m \quad (I.33)$$

onde:

$$r = \sqrt{\frac{EC_w}{GI_t}} \quad (\text{I.34})$$

é chamado de segmento característico, e

$$m = M_t' \quad (\text{I.35})$$

é o carregamento torção distribuído, cujo sentido positivo indica-se na figura I.5.

No caso de m constante ou variando linearmente com z , a solução geral da nova equação diferencial (I.33) é:

$$B = C_1 \sinh \frac{z}{r} + C_2 \cosh \frac{z}{r} + r^2 m \quad (\text{I.36})$$

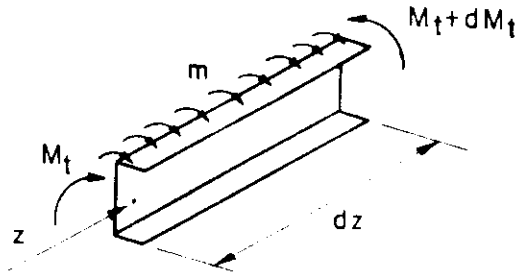


Figura I.5 - Convenção para M_t e m positivos.

Para finalizar, apresentam-se algumas condições de contorno que podem ocorrer e que servirão para a determinação das constantes C_1 e C_2 de (I.36).

a. Extremidade livre:

$$B = 0 \quad (\text{I.37})$$

b. Extremidade engastada:

Sendo o deslocamento longitudinal, w , nulo para qualquer ponto do esqueleto, então de (I.14) tem-se que:

$$\phi' = 0$$

De (I.13) se tem que:

$$M_f = 0$$

De (I.24) conclui-se que:

$$M_t = M_{ft}$$

E, finalmente, de (I.29) obtém-se:

$$B' = -M_t \tag{I.38}$$

c. Extremidade com distribuição de tensões conhecida:

Neste caso, o bimomento B é fornecido pela própria definição, equação (I.26).

Caso se tenham nas extremidades forças axiais P_i concentradas em pontos de área setorial ω_i , o bimomento pode ser calculado como:

$$B = \sum_i P_i \omega_i \tag{I.39}$$

APÊNDICE II

EQUAÇÕES GERAIS DA FLAMBAGEM POR FLEXÃO E TORÇÃO

II.1. Considerações Iniciais

A barra será referida a um sistema de eixos xyz , sendo x e y eixos principais de inércia da seção e z o eixo longitudinal pelos centros de gravidade das seções. Sejam $D(x_0, y_0)$ o centro de torção e $Q(x, y)$ um ponto genérico da seção, figura II.1.

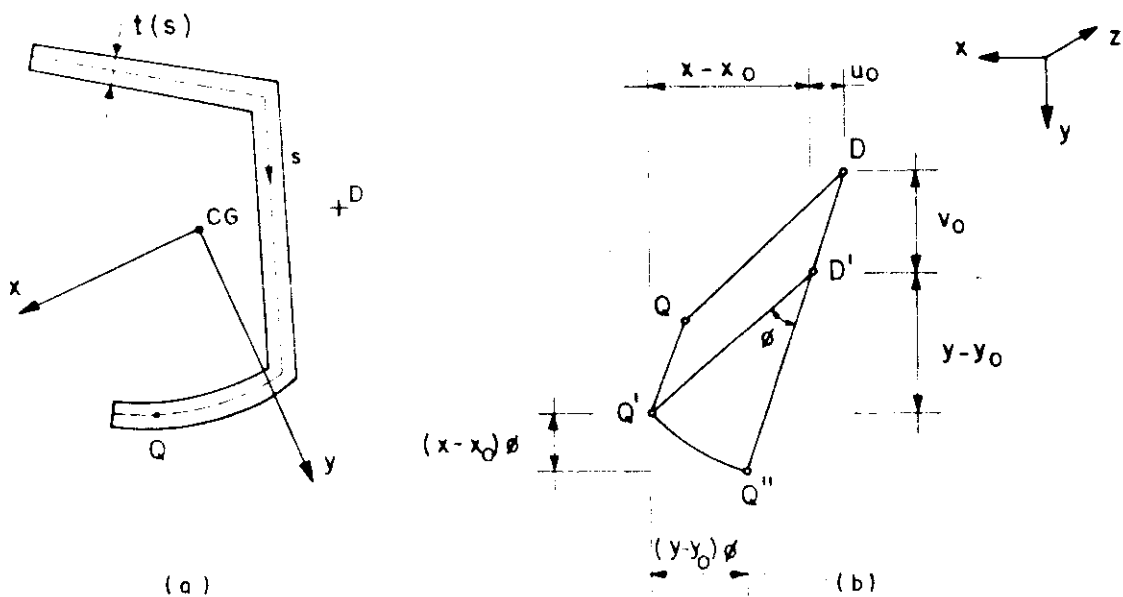


Figura II.1 - Sistema de eixos coordenados.

Será usada também, uma ordenada s percorrendo o esqueleto. A espessura t pode variar com s e o elemento de

área da seção é dada por:

$$dA = t ds \quad (II.1)$$

As hipóteses iniciais assumidas são:

a. a espessura t é bem menor que as dimensões características da seção e estas bem menores que o comprimento da barra;

b. A seção é indeformável no seu plano, e suas dimensões não variam com z ;

Para uma nova posição de equilíbrio quando a barra estiver submetida a um carregamento capaz de causar sua instabilidade, as expressões dos deslocamentos de um ponto genérico Q da seção, nas direções dos eixos principais, são:

$$u_Q = u - (y - y_0) \phi \quad (II.2)$$

$$v_Q = v + (x - x_0) \phi$$

A dedução das equações gerais de instabilidade será apresentada de forma resumida, através da expressão da energia.^[41] As mesmas equações podem ser deduzidas pelo método do equilíbrio.^[48]

II.2. Tensões

A tensão normal para um carregamento qualquer de forças longitudinais e de forças transversais que passam pelo centro de torção da seção será dada por:

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_x}{I_x} Y + \frac{M_y}{I_y} x + \frac{B}{C_w} \omega \quad (II.3)$$

Os esforços considerados são:

N = força normal, positiva se de tração.

M = momento fletor, positivo se traciona o lado positivo do eixo coordenado.

B = bimomento, positivo se traciona a parte positiva da área setorial.

e as características geométricas da seção são:

A = área.

I = momento principal de inércia.

C_w = constante de empenamento.

ω = área setorial.

As tensões de cisalhamento, além daquelas provocadas pelo esforço cortante, são a tensão τ_1 de torção livre e a tensão τ_{ft} de flexo-torção.

II.3. Energia de deformação

A energia de deformação, utilizando-se as relações da lei de Hooke, é dada por:

$$U = \frac{1}{2E} \int_0^L \left(\int_A \sigma^2 dA \right) dz + \frac{1}{2G} \int_0^L \left(\int_A \tau^2 dA \right) dz \quad (\text{II.4})$$

onde E e G são respectivamente, o módulo de elasticidade e o módulo de elasticidade transversal.

Na primeira parcela, U_1 , a tensão σ é dada pela expressão (II.3). Desprezando-se, como usualmente se faz, a contribuição da força normal, a integração na seção fornece:

$$U_1 = \frac{1}{2E} \int_0^L \left(\frac{M_x^2}{I_x} + \frac{M_y^2}{I_y} + \frac{B^2}{C_w} \right) dz \quad (\text{II.5})$$

Para a segunda parcela, U_2 , desprezando-se a contribuição do esforço cortante e do momento de

flexo-torção, resta somente o momento de torção livre. A tensão tangencial é dada por:

$$\tau_r = \frac{2M_1}{I_t} r \quad (\text{II.6})$$

Onde:

M_1 = momento de torção livre.

I_t = momento de inércia à torção = $\frac{1}{3} \int_s t^3 ds$

r = ordenada perpendicular ao esqueleto com origem nele.

Substituindo-se τ_r na segunda parcela da energia de deformação, e efetuando-se a integração, obtém-se:

$$U_2 = \frac{1}{2G} \int_0^L \frac{M_1^2}{I_t} dz \quad (\text{II.7})$$

Sendo válidas as relações seguintes:

$$M_x = -EI_x v''$$

$$M_y = -EI_y u''$$

$$B = EC_w \phi''$$

$$M_1 = GI_t \phi'$$

onde a linha representa derivação em relação a z , e substituindo-as nas expressões de U_1 e U_2 , tem-se a expressão da energia de deformação:

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L \left(EI_x v''^2 + EI_y u''^2 + EC_w \phi''^2 + GI_t \phi'^2 \right) dz \quad (\text{II.8})$$

II.4. Energia potencial

Na expressão (II.8) entrou somente a contribuição das tensões trabalhando com as deformações correspondentes,

provocadas pelos deslocamentos u , v e ϕ . Como, no instante da perda de estabilidade, a barra está submetida a tensões que não estão relacionadas com esses deslocamentos, outras parcelas de energia devem ser consideradas.

II.4.1. Energia da tensão normal provocada pelos momentos fletores trabalhando durante a rotação ϕ

De acordo com o elemento $dAdz$, indicado na figura II.2, tem-se:

$$\delta = dz(1 - \cos\alpha) = 2dz \sin^2 \frac{\alpha}{2} \quad (II.9)$$

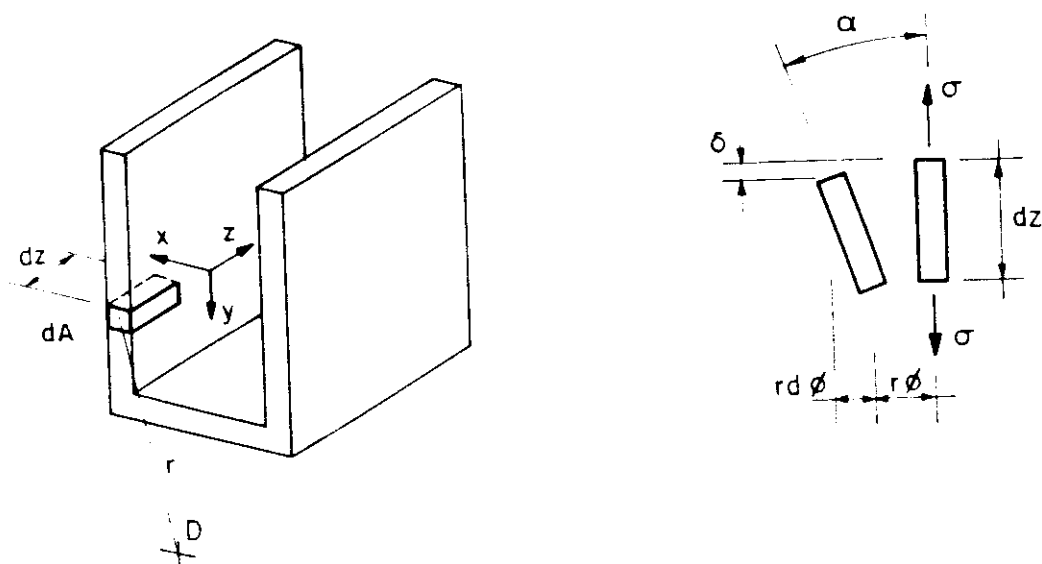


Figura II.2 - Trabalho da tensão σ durante a rotação ϕ .

Para ângulo α pequeno pode-se escrever $\sin \frac{\alpha}{2} \cong \frac{\alpha}{2}$ e, sendo o ângulo α dado por:

$$\alpha = \frac{rd\phi}{dz} = r\phi'$$

obtem-se:

$$\delta = \frac{r^2 \phi'^2}{2} dz$$

A distância r pode ser escrita como:

$$r^2 = (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2$$

Obtém-se, então, a expressão final para δ :

$$\delta = \frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{2} \phi',^2 dz \quad (\text{II.10})$$

A contribuição das tensões σ para a energia será então:

$$T_1 = \int_0^L \int_A \sigma dA \delta \quad (\text{II.11})$$

Substituindo-se a expressão de δ , juntamente com a de σ , e efetuando-se as integrações indicadas, chega-se à expressão de T_1 :

$$T_1 = \frac{1}{2} \int_0^L \phi',^2 \left[2M_x (K_y - y_0) + 2M_y (K_x - x_0) \right] dz \quad (\text{II.12})$$

Onde estão sendo introduzidas as seguintes características geométricas da seção:

$$\begin{aligned} K_x &= \frac{1}{2I_y} \int_A x(x^2 + y^2) dA \\ K_y &= \frac{1}{2I_x} \int_A y(x^2 + y^2) dA \end{aligned} \quad (\text{II.13})$$

que são as coordenadas do centro do círculo de estabilidade nos eixos x e y , respectivamente.

II.4.2. Energia devida ao momento torçor

O aparecimento de momento torçor antes da perda de estabilidade pode ocorrer quando a barra estiver submetida a um bimomento.

Representando um elemento de uma barra submetido

se momento torçor M_t conforme a figura II.3, a energia correspondente ao elemento de comprimento dz será:

$$dT_2 = -M_t d\phi \quad (\text{II.14})$$

de onde se obtém:

$$T_2 = -\int_0^L M_t \phi' dz \quad (\text{II.15})$$

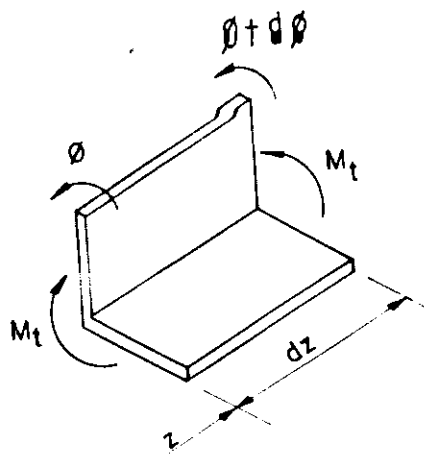


Figura II.3 - Trabalho de M_t .

II.4.3. Energia potencial da força normal

Considere-se novamente a figura II.2, onde o ângulo α é dado agora por:

$$\alpha = \frac{\sqrt{(du)^2 + (dv)^2}}{dz} \quad (\text{II.16})$$

Substituindo-se esta expressão de α na expressão de δ , encontra-se:

$$\delta = \frac{1}{2} (u'^2 + v'^2) dz \quad (\text{II.17})$$

Derivando-se as equações (II.2) e substituindo em (II.17) a expressão resultante juntamente com δ , obtém-se a expressão de T_3 :

$$T_3 = \frac{1}{2} \int_0^L N \left[r_0^2 \phi'^2 + 2(u'y_0 - v'x_0) \phi' + u'^2 + v'^2 \right] dz \quad (\text{II.18})$$

onde r_0 é o raio de giração polar em relação a um eixo passando pelo centro de torção ($r_0^2 = x_0^2 + y_0^2 + (I_x + I_y)/A$).

II.4.4. Energia potencial do bimomento

Uma parte da contribuição do bimomento é análoga a parcela do item anterior:

$$T_4 = \int_0^L \int_A \frac{B}{C_w} \omega dA \delta \quad (\text{II.19})$$

Com as substituições adequadas, e realizando-se as operações e integrações indicadas, obtém-se a expressão final desta parcela:

$$T_4 = \frac{1}{2} \int_0^L \frac{U_w}{C_w} B \phi'^2 dz \quad (\text{II.20})$$

Onde U_w é uma característica geométrica da seção, introduzida por VLASSOV:^[48]

$$U_w = \int_A \omega (x^2 + y^2) dA \quad (\text{II.21})$$

Para seções com um eixo de simetria, $U_w = 0$. Quando U_w é nulo, o bimomento não alterará o valor da carga crítica.

A outra parcela da contribuição do bimomento para a energia total é o trabalho dos bimomentos aplicados durante o empenamento por eles produzidos. O empenamento w , com seu sentido positivo coincidindo com o sentido positivo do eixo z , nas extremidades é dado por:

$$w_e = \omega \phi'_e \quad (\text{II.22a})$$

$$w_d = \omega \phi'_e \quad (\text{II.22b})$$

Onde ϕ'_e e ϕ'_d são as derivadas do ângulo de giro nas extremidades esquerda e direita, respectivamente.

Com os bimomentos B_e e B_d aplicados às extremidades esquerda e direita respectivamente, por meio de tensões σ_e e σ_d , escreve-se para a expressão desta parcela da energia potencial:

$$T_5 = \int_A \sigma_e w_e dA - \int_A \sigma_d w_d dA$$

ou

$$T_5 = \phi'_e \int_A \sigma_e \omega dA - \phi'_d \int_A \sigma_d \omega dA$$

onde, com a definição de bimomento, tem-se finalmente:

$$T_5 = B_e \phi'_e - B_d \phi'_d \quad (\text{II.23})$$

II.4.5. Energia potencial das ações transversais

A força transversal será constituída por forças concentradas P_i e força distribuída q . Suas componentes nas direções dos eixos x e y serão, respectivamente, P_{xi} , P_{yi} e q_x , q_y .

Para uma força genérica P_i , aplicada no ponto A com excentricidade e_i em relação ao centro de torção D, durante a rotação da seção, o deslocamento da força P_i na sua direção, figura II.4, é dado por:

$$a = \frac{e_i \phi_i^2}{2} \quad (\text{II.24})$$

A parcela da energia potencial correspondente ao deslocamento da força P_i durante a rotação é:

$$T_6^{(i)} = -P_i \frac{e_i \phi_i^2}{2}$$

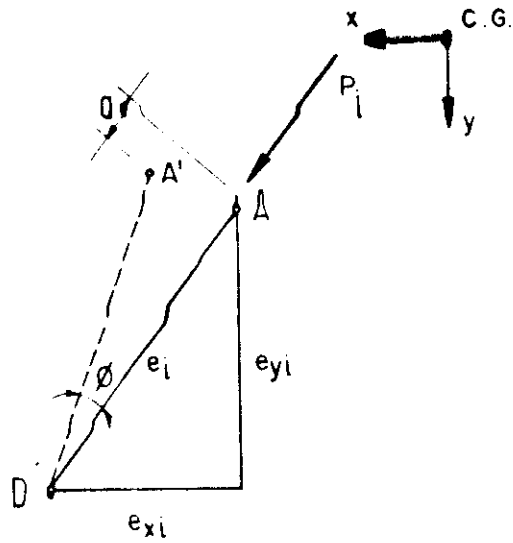


Figura II.4 - Força P_i aplicada no ponto A.

A parcela da energia potencial correspondente ao deslocamento da força P_i durante a rotação é:

$$T_6^{(i)} = -P_i \frac{e_i \phi_i^2}{2}$$

Considerando-se as componentes de P_i nas direções x e y , a expressão acima pode ser reescrita como:

$$T_6^{(i)} = -\frac{e_i \phi_i^2}{2} \left(P_{xi} \frac{e_{xi}}{e_i} + P_{yi} \frac{e_{yi}}{e_i} \right)$$

De onde:

$$T_6^{(i)} = -\frac{\phi_i^2}{2} \left(P_{xi} e_{xi} + P_{yi} e_{yi} \right)$$

Falta ainda a parcela das componentes de P_i nos deslocamentos do centro de torção, u_i , v_i . Com esta contribuição e as parcelas correspondentes à força distribuída, cuja elaboração é feita de maneira análoga, chega-se à expressão da energia potencial das forças transversais:

$$\begin{aligned}
F = \frac{1}{2} \left\{ EI_x v''^2 + EI_y u''^2 + EC_w \phi''^2 + GI_t \phi'^2 + \right. \\
\left. \left[Nr_0^2 + 2M_x (K_y - Y_0) + 2M_y (K_x - x_0) + B \frac{U_w}{C_w} \right] \phi'^2 - (q_x e_x + \right. \\
q_y e_y) \phi^2 + 2M_x u'' \phi - 2M_y v'' \phi + 2M_x v'' + 2M_y u'' - 2M_t \phi' + \\
\left. 2N(y_0 w' - x_0 v') \phi' + N(u'^2 + v'^2) \right\} \quad (II.28)
\end{aligned}$$

A energia total será extrema na posição de equilíbrio. Para achar o extremo do funcional F, recorre-se às equações de EULER que são:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial F}{\partial v} - \left(\frac{\partial F}{\partial v'} \right)' + \left(\frac{\partial F}{\partial v''} \right)'' &= 0 \\
\frac{\partial F}{\partial u} - \left(\frac{\partial F}{\partial u'} \right)' + \left(\frac{\partial F}{\partial u''} \right)'' &= 0 \quad (II.29) \\
\frac{\partial F}{\partial \phi} - \left(\frac{\partial F}{\partial \phi'} \right)' + \left(\frac{\partial F}{\partial \phi''} \right)'' &= 0
\end{aligned}$$

A aplicação das equações (II.29) para o funcional da energia total conduz às equações gerais da instabilidade por flexão e torção:

$$EI_x v^{iv} - \left[N(v' - x_0 \phi') \right]' + M_x'' - (M_y \phi)'' = 0 \quad (II.32)$$

$$EI_y u^{iv} - \left[N(u' + y_0 \phi') \right]' + (M_x \phi)'' + M_y'' = 0 \quad (II.31)$$

$$\begin{aligned}
EC_w \phi^{iv} - GI_t \phi'' - \left\{ \left[Nr_0^2 + 2M_x (K_y - Y_0) + 2M_y (K_x - x_0) + \right. \right. \\
\left. \left. B \frac{U_w}{C_w} \right] \phi' \right\}' - (Nu')' Y_0 + (Nv')' x_0 - \\
(q_x e_x + q_y e_y) \phi + M_x u'' - M_y v'' - M_t' = 0 \quad (II.32)
\end{aligned}$$

APÊNDICE III

CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS DE PERFIS DE CHAPA DOBRADA

Todas as características geométricas das seções consideram a existência dos cantos circulares de raio interno de dobramento igual à espessura, com exceção das propriedades geométricas de flexo-torção (x_0 , y_0 , j e C_w). Estas propriedades são determinadas considerando-se cantos retangulares.

No cálculo do momento de inércia, todas as quantidades são consideradas, exceto o momento de inércia de um elemento plano em torno de seu próprio eixo, quando este é o seu eixo de menor inércia.

Todas as propriedades geométricas tabeladas são para a seção bruta.

As notações utilizadas são:

C_w = constante de empenamento da seção transversal.

I = momento de inércia.

I_t = momento de inércia à torção.

R = raio interno de dobramento.

W = módulo de resistência elástico.

b = largura.

d = dimensão total do enrijecedor de extremidade.

h = altura.

j = $\frac{1}{2I_x} \int_A y(y^2 + x^2) dA - y_0$ (ou $\frac{1}{2I_y} \int_A x(x^2 + y^2) dA - x_0$)

r = raio de giração.

r_0 = raio de giração polar.

t = espessura.

x = distância da alma ao C.G. ao longo do eixo x .

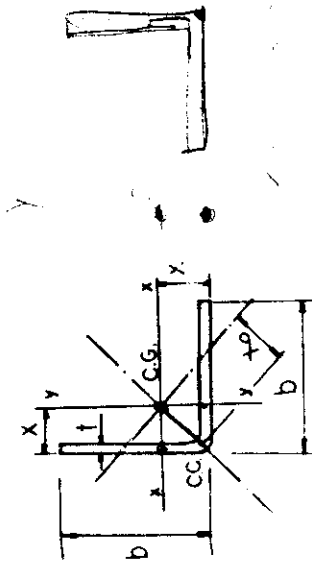
y = distância da alma ao C.G. ao longo do eixo y .

x_0 = coordenada x do centro de cisalhamento.

y_0 = coordenada y do centro de cisalhamento.

CANTONEIRAS DE ABAS IGUAIS

bxb mmxmm	DIMENSOES t=R		AREA cm2	MASSA Kg/m	Ix=Iy cm4	Wx=Wy cm3	rx=ry cm	Imax cm4	rmax cm	Imin cm4	rmin cm	x cm	xo cm	It cm4	j cm	ro cm
	mm	mm														
125x125	4.76	11.53	9.05	7.98	180.2	20.81	3.95	292.6	5.04	70.2	2.47	3.34	4.09	87.1	8.61	6.94
	4.18	10.16			159.7	18.40	3.96	258.8	5.05	62.4	2.48	3.32	4.13	59.2	8.63	6.98
100x100	4.76	9.15	7.18	5.22	90.4	12.42	3.14	147.6	4.02	35.0	1.96	2.72	3.21	69.1	6.85	5.50
	4.18	8.07	6.34	4.78	80.4	11.00	3.16	130.8	4.03	31.2	1.97	2.69	3.25	47.0	6.87	5.53
	3.80	7.36	5.78	4.41	73.7	10.06	3.16	119.6	4.03	28.7	1.97	2.67	3.27	35.4	6.89	5.55
	3.42	6.65	5.22	4.04	66.8	9.10	3.17	108.3	4.04	26.1	1.98	2.66	3.30	25.9	6.90	5.58
85x 85	4.76	7.72	6.06	4.46	54.5	9.65	2.66	89.5	3.40	21.0	1.65	2.34	2.68	58.3	5.80	4.64
	4.18	6.82	5.35	4.06	48.6	8.55	2.67	79.4	3.41	18.8	1.66	2.32	2.72	39.7	5.82	4.67
	3.80	6.22	4.88	3.71	44.6	7.83	2.68	72.7	3.42	17.3	1.67	2.30	2.74	30.0	5.83	4.69
	3.42	5.62	4.41	3.41	40.5	7.09	2.68	65.9	3.42	15.8	1.67	2.28	2.77	21.9	5.85	4.71
	3.04	5.02	3.94	3.04	36.4	6.34	2.69	59.0	3.43	14.2	1.68	2.26	2.79	15.5	5.86	4.73
	2.66	4.41	3.46	2.66	32.1	5.58	2.70	51.9	3.43	12.6	1.69	2.25	2.82	10.4	5.88	4.75
75x 75	4.76	6.77	5.31	3.87	36.9	7.52	2.33	60.8	3.00	14.1	1.44	2.10	2.33	51.1	5.10	4.06
	4.18	5.98	4.70	3.46	32.9	6.68	2.35	54.0	3.01	12.7	1.45	2.07	2.37	34.8	5.11	4.09
	3.80	5.46	4.29	3.04	30.3	6.11	2.35	49.5	3.01	11.7	1.46	2.05	2.39	26.3	5.13	4.11
	3.42	4.94	3.88	2.66	27.5	5.54	2.36	44.9	3.02	10.9	1.47	2.03	2.42	19.3	5.14	4.13
	3.04	4.41	3.46	2.28	24.7	4.96	2.37	40.2	3.02	9.6	1.48	2.01	2.44	13.6	5.16	4.16
	2.66	3.87	3.04	1.90	21.9	4.37	2.38	35.5	3.03	8.5	1.48	2.00	2.47	9.1	5.17	4.18
60x 60	4.76	5.34	4.19	2.74	18.2	4.26	1.85	30.3	2.38	6.9	1.13	1.72	1.80	40.3	4.05	3.22
	4.18	4.73	3.71	2.39	16.4	3.80	1.86	27.1	2.39	6.2	1.15	1.69	1.84	27.5	4.06	3.25
	3.80	4.32	3.37	2.07	15.8	3.49	1.87	24.8	2.40	5.8	1.15	1.68	1.86	20.8	4.08	3.27
	3.42	3.91	3.07	1.74	13.4	3.17	1.88	22.6	2.41	5.3	1.16	1.66	1.89	15.3	4.09	3.29
	3.04	3.50	2.74	1.41	12.4	2.84	1.88	20.3	2.41	4.8	1.17	1.64	1.91	10.8	4.10	3.31
	2.66	3.08	2.41	1.08	11.0	2.51	1.89	17.9	2.41	4.3	1.18	1.62	1.94	7.3	4.12	3.33
	2.28	2.65	2.08	0.74	9.5	2.17	1.90	15.5	2.42	3.7	1.19	1.60	1.96	4.6	4.13	3.35
	1.90	2.22	1.74	0.51	8.1	1.83	1.90	13.0	2.42	3.2	1.19	1.59	1.99	2.7	4.15	3.37



CANTONEIRAS DE ABAS IGUAIS

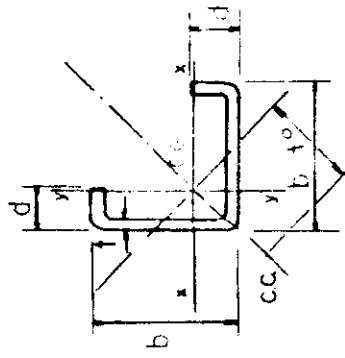
bxb mmxmm	DIMENSOES		AREA cm2	MASSA Kg/m	Ix=Iy cm4	Wx=Wy cm3	rx=ry cm	Imax cm4	rmax cm	Imin cm4	rmin cm	X cm	Xo cm	It cm4	J cm	I0 cm
	t=R mm															
50x 50	4.76		4.39	3.44	10.22	2.89	1.53	17.1	1.98	3.8	93	1.47	1.45	33.1	3.35	2.62
	4.18		3.89	3.06	9.54	2.58	1.54	15.3	1.98	3.4	94	1.44	1.49	22.1	3.37	2.67
	3.80		3.56	2.80	8.53	2.38	1.54	14.1	1.99	3.2	95	1.43	1.51	17.1	3.38	2.71
	3.42		3.23	2.57	7.80	2.16	1.55	12.8	2.00	3.0	96	1.41	1.54	12.9	3.39	2.79
	3.04		2.89	2.20	7.02	1.94	1.56	11.5	2.00	2.7	97	1.39	1.56	10.0	3.40	2.81
	2.66		2.54	1.92	6.28	1.72	1.57	10.2	2.01	2.4	98	1.37	1.59	8.2	3.41	2.83
	2.28		2.19	1.72	5.44	1.49	1.57	8.9	2.01	2.1	99	1.36	1.61	6.3	3.43	2.87
	1.90		1.84	1.44	4.6	1.26	1.58	7.5	2.02	1.8	100	1.34	1.64	4.5	3.44	2.91
	4.76		3.44	2.70	5.05	1.79	1.20	8.4	1.57	1.8	72	2.20	1.10	25.9	2.67	2.04
	4.18		3.06	2.40	4.28	1.60	1.21	7.0	1.58	1.5	73	2.18	1.13	17.3	2.68	2.08
3.80		2.80	2.20	4.28	1.48	1.22	6.0	1.58	1.4	74	2.16	1.16	13.5	2.69	2.11	
3.42		2.54	2.00	3.55	1.35	1.23	5.4	1.59	1.3	75	2.14	1.18	10.9	2.70	2.14	
3.04		2.28	1.79	3.22	1.22	1.24	5.8	1.60	1.2	76	2.12	1.21	8.7	2.71	2.18	
2.66		2.01	1.58	3.17	1.08	1.25	5.1	1.60	1.1	77	2.10	1.23	7.0	2.73	2.21	
2.28		1.74	1.36	2.73	0.94	1.26	4.5	1.61	1.0	78	2.07	1.26	6.1	2.74	2.23	
1.90		1.46	1.15	2.39	0.79	1.27	3.8	1.61	0.9	79	2.05	1.28	5.0	2.75	2.26	
1.52		1.18	0.92	1.1	0.64	1.27	3.1	1.61	0.7	80	2.03	1.31	4.0	2.75	2.29	
25x 25	4.76		2.01	1.58	1.10	0.98	1.8	0.95	0.57	3	41	0.85	0.57	15.2	1.68	1.22
	4.18		1.80	1.42	1.1	0.85	1.7	0.96	0.5	3	42	0.83	0.61	10.8	1.67	1.23
	3.80		1.66	1.31	0.98	0.77	1.6	0.97	0.43	3	43	0.81	0.63	8.5	1.66	1.23
	3.42		1.52	1.19	0.87	0.75	1.4	0.97	0.33	3	44	0.79	0.66	6.8	1.66	1.23
	3.04		1.37	1.07	0.8	0.63	1.3	0.98	0.22	3	45	0.77	0.68	5.2	1.67	1.23
	2.66		1.21	0.95	0.76	0.56	1.2	0.98	0.16	2	46	0.75	0.71	4.2	1.67	1.23
	2.28		1.05	0.83	0.65	0.49	1.1	0.99	0.11	2	47	0.73	0.73	3.3	1.67	1.23
	1.90		0.89	0.70	0.54	0.41	0.9	0.99	0.07	2	48	0.71	0.76	2.6	1.69	1.23
	1.52		0.72	0.57	0.4	0.34	0.7	1.00	0.0	1	49	0.69	0.78	2.0	1.70	1.23

CANTONEIRAS DE ABAS IGUAIS

bxb mmxmm	DIMENSOES t=R		AREA cm2	MASSA Kg/m	Ix=Iy cm4	Wx=Wy cm3	rx=ry cm	Imax cm4	rmax cm	Imin cm4	rmin cm	X cm	Y cm	Xo cm	Yo cm	It cm4	J cm	No cm
	t	R																
50x 50	4.76	4.76	4.39	3.44	10.2	2.89	1.53	17.1	1.98	3.8	.93	7.4	7.4	1.45	1.45	331	3.5	2.625
	4.18	3.80	3.89	3.06	9.2	2.58	1.54	15.3	1.98	3.4	.94	4.3	4.3	1.51	1.51	227	3.3	2.65
	3.80	3.42	3.56	2.80	8.5	2.38	1.54	14.1	1.99	3.2	.95	3	3	1.54	1.54	171	3.3	2.67
	3.42	3.04	2.89	2.53	7.8	2.16	1.55	12.8	2.00	3.0	.96	1.9	1.9	1.56	1.56	129	3.3	2.69
	3.04	2.66	2.54	2.27	7.0	1.94	1.56	11.5	2.00	2.7	.97	1.7	1.7	1.59	1.59	106	3.3	2.71
	2.66	2.28	2.19	2.00	6.2	1.72	1.57	10.2	2.01	2.4	.98	1.6	1.6	1.61	1.61	86	3.3	2.73
	2.28	1.90	1.84	1.72	5.4	1.49	1.57	8.9	2.01	2.1	.99	1.5	1.5	1.64	1.64	60	3.3	2.76
	1.90	1.52	1.44	1.44	4.6	1.26	1.58	7.5	2.02	1.8	1.0	1.4	1.4	1.64	1.64	38	3.3	2.78
	4.76	4.76	3.44	2.70	5.0	1.79	1.20	8.4	1.57	1.8	.72	2	2	1.10	1.10	259	2.2	2.04
	4.18	3.80	3.06	2.40	4.2	1.60	1.22	7.0	1.58	1.7	.73	1.8	1.8	1.16	1.16	178	2.2	2.08
3.80	3.42	2.80	2.20	3.8	1.48	1.23	6.4	1.58	1.5	.74	1.9	1.9	1.18	1.18	135	2.2	2.10	
3.42	3.04	2.54	2.00	3.5	1.35	1.24	5.8	1.59	1.4	.75	2.0	2.0	1.23	1.23	109	2.2	2.14	
3.04	2.66	2.28	1.79	3.1	1.22	1.24	5.5	1.60	1.3	.77	2.1	2.1	1.26	1.26	87	2.2	2.16	
2.66	2.28	1.94	1.58	2.7	1.04	1.25	4.8	1.60	1.2	.77	2.2	2.2	1.28	1.28	70	2.2	2.18	
2.28	1.90	1.74	1.36	2.2	.94	1.26	4.3	1.61	1.1	.78	2.3	2.3	1.31	1.31	50	2.2	2.20	
1.90	1.52	1.46	1.19	1.9	.79	1.27	3.8	1.61	1.0	.79	2.4	2.4	1.31	1.31	38	2.2	2.22	
4.76	4.76	2.01	1.58	1.1	1.0	.75	1.8	.95	1.5	.3	4.1	5.2	5.2	1.57	1.57	152	1.1	1.19
4.18	3.80	1.80	1.42	1.0	.85	.74	1.6	.96	1.4	.3	4.2	8.1	8.1	1.63	1.63	108	1.1	1.22
3.80	3.42	1.66	1.31	.9	.77	.75	1.4	.97	1.3	.3	4.3	7.1	7.1	1.66	1.66	80	1.1	1.23
3.42	3.04	1.52	1.19	.8	.70	.75	1.3	.97	1.3	.3	4.4	6.1	6.1	1.68	1.68	59	1.1	1.25
3.04	2.66	1.37	1.07	.7	.63	.75	1.2	.98	1.2	.3	4.5	5.1	5.1	1.71	1.71	42	1.1	1.27
2.66	2.28	1.21	.83	.6	.49	.76	1.0	.98	1.2	.3	4.6	4.1	4.1	1.73	1.73	29	1.1	1.29
2.28	1.90	1.05	.70	.5	.41	.77	.9	.99	1.1	.2	4.7	3.1	3.1	1.76	1.76	18	1.1	1.32
1.90	1.52	.89	.57	.4	.34	.78	.7	1.00	1.0	.2	4.8	2.1	2.1	1.78	1.78	11	1.1	1.34

CANTONEIRAS ENRIJECIDAS

DIMENSOES d mm	t=R mm	AREA cm2	MASSA Kg/m	Ix=Iy cm4	Wx=Wy cm3	rx=ry cm	Imax cm4	rmax cm	Imin cm4	rmin cm	x cm	xo cm	It cm4	j cm	ro cm	Cw cm6
x125	25	13.16	10.3	742.3	90.49	7.51	384.2	5.40	109.60	2.89	3.80	5.0255	.994	9.15	7.92	435.0
		11.68	9.2	696.7	84.86	7.72	346.2	5.44	99.17	2.91	3.79	5.0855	.680	9.17	8.00	396.6
		10.69	8.4	660.4	80.40	7.86	320.1	5.47	91.94	2.93	3.79	5.124	.514	9.19	8.05	369.4
		9.68	7.6	618.9	75.32	7.99	293.0	5.50	84.46	2.95	3.78	5.164	.378	9.20	8.10	340.5
		8.63	6.8	572.2	69.65	8.13	264.9	5.53	76.46	2.97	3.78	5.205	.267	9.22	8.15	309.6
		7.58	6.0	520.1	63.24	8.26	235.7	5.56	68.21	2.99	3.77	5.245	.180	9.24	8.21	277.6
		6.52	5.2	462.7	56.57	8.38	205.5	5.59	59.61	3.01	3.77	5.286	.114	9.25	8.26	243.7
		5.45	4.3	399.8	48.23	8.53	174.2	5.62	50.30	3.03	3.76	5.328	.064	9.27	8.31	216.8
		4.38	3.5	331.1	40.53	8.68	141.8	5.65	41.64	3.05	3.76	5.369	.034	9.29	8.37	169.3
x100	20	10.31	8.1	327.8	47.14	5.64	186.5	4.25	52.74	2.26	3.05	3.926	.778	7.29	6.21	131.8
		9.17	7.2	315.6	45.35	5.87	169.1	4.29	48.10	2.29	3.04	3.983	.534	7.30	6.29	121.5
		8.41	6.6	303.8	43.63	6.01	156.9	4.32	44.82	2.31	3.04	4.021	.405	7.32	6.34	114.5
		7.68	6.0	288.5	41.80	6.15	144.2	4.35	41.34	2.33	3.03	4.060	.298	7.33	6.39	105.8
		6.84	5.4	270.5	38.89	6.29	130.9	4.37	37.66	2.35	3.03	4.099	.211	7.35	6.44	97.5
		6.03	4.7	248.9	35.69	6.42	116.3	4.40	33.76	2.37	3.02	4.139	.142	7.37	6.49	87.5
		5.28	4.1	224.0	32.10	6.55	102.3	4.43	29.65	2.38	3.02	4.180	.090	7.38	6.54	77.7
		4.38	3.2	183.8	28.44	6.68	87.1	4.46	25.31	2.40	3.01	4.221	.053	7.38	6.59	66.3
		3.53	2.8	163.8	23.44	6.81	71.1	4.49	20.74	2.42	3.01	4.262	.027	7.42	6.64	54.6
x85	20	8.88	7.0	217.0	40.75	4.94	115.5	3.61	34.25	1.96	2.68	3.413	.671	6.34	5.34	92.4
		7.92	6.2	210.2	39.43	5.15	105.3	3.65	31.43	1.99	2.67	3.468	.461	6.13	5.41	85.9
		7.27	5.7	203.7	38.06	5.29	98.1	3.67	29.41	2.01	2.67	3.505	.350	6.15	5.46	79.2
		6.60	5.2	193.7	36.28	5.44	90.5	3.70	27.23	2.03	2.66	3.541	.258	6.16	5.51	74.2
		5.93	4.7	182.0	34.07	5.54	82.9	3.73	24.91	2.05	2.66	3.581	.183	6.18	5.56	68.1
		5.24	4.1	168.7	31.43	5.66	73.9	3.76	22.47	2.07	2.65	3.620	.124	6.19	5.61	61.2
		4.53	3.6	151.7	28.34	5.79	64.9	3.78	19.77	2.09	2.65	3.659	.079	6.21	5.66	54.6
		3.81	3.0	132.8	24.80	5.90	55.4	3.81	16.94	2.11	2.65	3.699	.046	6.23	5.72	46.3
		3.08	2.4	111.5	20.80	6.02	45.5	3.84	13.94	2.13	2.64	3.740	.024	6.25	5.77	38.5
x75	20	7.93	6.2	157.3	34.41	4.45	79.6	3.17	24.75	1.77	2.43	3.073	.599	5.32	4.76	70.3
		7.08	5.6	153.1	33.45	4.65	73.0	3.21	22.84	1.80	2.42	3.126	.412	5.34	4.83	64.8
		6.51	5.1	148.4	32.38	4.78	68.2	3.24	21.44	1.82	2.42	3.162	.313	5.35	4.88	60.5
		5.92	4.6	141.9	30.95	4.90	63.1	3.26	19.93	1.83	2.41	3.199	.231	5.37	4.93	56.4

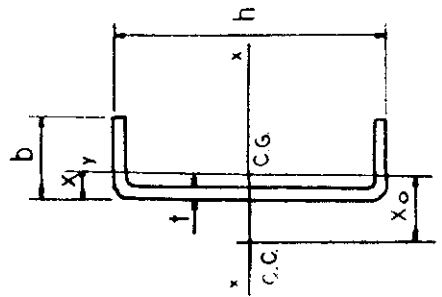


CANTONEIRAS ENRIJECIDAS

DIMENSOES d	bxb mmxmm	APEA cm2	MASSA Kg/m	Ix=Iy cm4	Wx=Wy cm3	rx=ry cm	Imax cm4	rmax cm	Imin cm4	rmin cm	x cm	xo cm	It cm4	j cm	ro cm	Cw cm6
75x 75 20		3.04	4.2	133.8	29.14	5.01	57.9	3.29	18.29	1.85	2.41	3.2376	164	5.38	4.98	51.7
		2.28	3.2	123.0	26.94	5.13	51.9	3.32	16.53	1.87	2.40	3.2774	111	5.40	5.03	46.1
		1.90	2.7	119.3	24.35	5.24	45.8	3.35	14.62	1.89	2.40	3.313	71	5.42	5.08	41.3
		1.52	2.2	82.7	21.36	5.35	39.2	3.38	12.58	1.91	2.39	3.352	41	5.45	5.13	35.3
60x 60 20		4.76	5.1	87.5	22.20	3.67	40.6	2.50	14.14	1.49	2.06	2.568	491	4.11	3.88	43.2
		3.80	4.2	86.0	21.80	3.84	37.5	2.54	13.20	1.51	2.05	2.517	339	4.15	3.95	39.3
		3.42	3.8	80.5	20.39	3.95	35.1	2.57	12.49	1.53	2.04	2.551	258	4.17	4.00	37.3
		3.04	3.5	76.1	19.30	4.06	33.1	2.63	11.82	1.55	2.04	2.585	191	4.18	4.05	34.6
50x 50 20		2.28	3.2	74.7	17.29	4.27	27.4	2.66	9.85	1.59	2.03	2.758	136	4.22	4.10	31.5
		1.90	2.2	67.1	16.35	4.37	24.6	2.69	8.78	1.61	2.02	2.721	95	4.24	4.15	28.1
		1.52	1.8	48.2	14.12	4.47	21.3	2.76	7.63	1.63	2.02	2.871	54	4.26	4.23	25.6
		4.76	4.3	53.9	16.74	3.10	23.8	2.04	9.15	1.55	2.81	2.234	419	3.33	2.96	29.1
40x 40 15		3.42	2.5	20.18	7.80	2.51	8.7	1.66	3.12	1.04	1.42	1.771	124	2.69	3.63	5.8
		3.04	2.3	19.19	7.66	2.62	8.2	1.68	3.10	1.04	1.41	1.802	89	2.72	3.77	5.4
		2.68	2.1	17.22	7.38	2.72	7.8	1.74	2.90	1.02	1.40	1.835	61	2.74	3.82	4.9
		1.90	1.5	14.14	6.25	2.91	6.0	1.77	2.63	1.01	1.40	1.896	39	2.78	3.88	4.8
25x 25 10		3.04	1.3	3.33	2.86	1.36	1.6	.97	.62	.61	.92	1.074	.052	1.64	1.57	.5
		2.68	1.2	3.33	3.01	1.47	1.5	1.00	.60	.60	.91	1.097	.036	1.64	1.61	.5
		2.28	1.1	3.33	3.05	1.58	1.4	1.05	.56	.65	.90	1.155	.014	1.66	1.67	.4
		1.90	.7	3.33	2.71	1.68	1.3	1.08	.45	.69	.90	1.190	.007	1.69	1.75	.3

PERFIL [

DIMENSOES	AREA	MASSA	IX	WX	RX	IY	WY	RY	X	XO	IT	CW	J	rO	t=R	
															b	mm
50	13.53	10.6	589.4	69.0	7.14	25.6	6.5	1.38	1.04	2.29	1.02	1810.6	12.1	7.6	4.76	7.6
	11.97	9.4	617.4	61.8	7.18	22.1	5.7	1.39	1.00	2.30	.69	1620.1	11.2	7.6	4.18	7.6
	10.92	8.6	568.1	56.7	7.21	19.1	5.3	1.39	1.00	2.30	.52	1501.1	11.2	7.6	3.80	7.6
	19.88	7.9	465.4	51.5	7.24	17.3	4.8	1.40	1.98	2.30	.72	1372.1	12.2	7.6	3.42	7.6
	8.75	6.9	411.8	46.2	7.27	15.3	4.3	1.41	1.95	2.30	.83	1257.1	12.2	7.6	3.06	7.6
	6.67	5.2	357.0	35.7	7.29	11.3	3.5	1.42	1.93	2.31	.96	1099.1	12.2	7.6	2.28	7.6
	5.58	4.4	300.8	30.1	7.32	9.1	2.2	1.42	1.90	2.31	1.03	956.1	12.3	7.6	1.52	7.6
	4.48	3.5	243.2	24.3	7.36	9.1	2.2	1.42	1.90	2.31	1.03	809.1	12.3	7.6	1.52	7.6
50	11.15	8.8	338.4	48.3	5.51	23.8	6.3	1.46	1.21	2.65	.84	908.6	8.2	6.6	4.76	9.2
	9.88	7.1	304.2	43.5	5.55	21.9	5.5	1.47	1.18	2.65	.75	815.6	8.2	6.6	4.18	9.2
	9.02	6.4	280.4	40.1	5.58	19.6	5.1	1.47	1.17	2.65	.43	756.6	8.2	6.6	3.42	9.2
	8.17	5.7	256.4	36.0	5.63	17.1	4.4	1.48	1.15	2.65	.22	692.5	8.3	6.6	2.66	9.2
	7.30	5.0	231.2	33.5	5.65	14.2	3.7	1.49	1.13	2.65	.16	659.7	8.3	6.6	2.44	9.2
	6.42	4.3	205.2	29.3	5.68	12.4	2.7	1.50	1.12	2.65	.10	584.4	8.3	6.6	1.66	9.2
	5.53	3.6	178.6	25.1	5.70	10.8	2.1	1.50	1.10	2.65	.05	410.3	8.4	6.6	1.44	9.2
	4.63	2.9	152.1	17.4	5.73	8.4	2.1	1.51	1.07	2.65	.02	334.4	8.4	6.6	1.44	9.2
50	10.06	7.9	225.2	37.5	4.73	22.6	6.5	1.50	1.31	2.88	.76	607.4	6.9	5.5	4.76	7.9
	8.91	6.4	203.7	33.9	4.77	20.3	5.0	1.51	1.29	2.88	.51	547.4	6.9	5.5	4.18	7.9
	8.15	5.8	187.9	31.3	4.80	18.7	4.5	1.51	1.27	2.88	.39	507.4	6.9	5.5	3.42	7.9
	7.38	5.2	171.9	28.9	4.83	15.0	4.1	1.52	1.25	2.88	.28	464.4	6.9	5.5	2.66	7.9
	6.81	4.6	158.1	25.0	4.88	13.6	3.3	1.53	1.24	2.88	.20	427.4	6.9	5.5	1.90	7.9
	5.00	3.9	120.1	20.0	4.90	11.0	2.2	1.54	1.20	2.88	.13	327.4	7.0	5.5	1.44	7.9
	4.19	3.2	101.8	13.8	4.92	8.1	1.6	1.54	1.17	2.88	.06	227.5	7.0	5.5	1.44	7.9

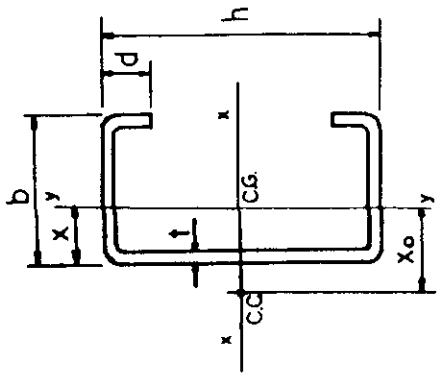


PERFIL [

DIMENSIONES	AREA		MASSA	Ix	Wx	rx	Iy	Wy	ry	x	xo	It	Cw	j	ro
	mm	cm ²													
50	4.76	8.77	6.9	126.2	25.9	3.79	20.8	5.9	1.54	1.47	3.17	.63	34.0	5.6	8.1
	4.80	7.79	6.5	114.5	22.1	3.83	18.3	5.3	1.55	1.44	3.15	.45	30.8	5.7	11.2
	3.3	7.12	5.1	106.2	19.7	3.86	17.8	4.4	1.56	1.41	3.14	.25	28.5	5.7	14.6
	3.4	6.55	4.4	97.5	17.8	3.89	15.2	3.9	1.57	1.39	3.13	.17	26.1	5.7	17.9
	2.2	5.09	4.4	88.4	15.7	3.94	14.6	3.0	1.58	1.37	3.13	.15	23.1	5.8	22.9
	1.1	4.39	3.2	78.8	13.8	3.96	12.0	2.5	1.59	1.36	3.13	.04	18.5	5.8	31.2
	1.1	3.68	2.2	68.4	11.9	4.00	9.7	2.0	1.59	1.34	3.12	.02	15.7	5.8	41.2
40	4.76	7.82	6.1	104.6	20.9	3.66	11.0	3.8	1.19	1.10	2.33	.59	18.1	3.3	4.9
	4.18	6.95	5.5	95.3	19.1	3.70	10.0	3.4	1.20	1.08	2.32	.40	16.3	3.4	5.5
	3.3	6.36	4.4	88.1	17.3	3.73	9.2	3.2	1.21	1.04	2.31	.25	14.0	3.4	7.9
	3.2	5.55	4.3	81.1	16.3	3.76	8.4	2.8	1.22	1.02	2.30	.15	12.8	3.4	9.2
	2.2	4.16	3.3	74.1	14.8	3.79	7.6	2.3	1.23	1.01	2.30	.07	11.0	3.4	12.4
	2.2	3.32	2.2	65.7	11.9	3.84	5.5	1.7	1.23	.99	2.29	.04	10.5	3.5	16.6
	1.1	2.66	1.1	40.2	8.0	3.88	4.1	1.3	1.24	.96	2.29	.02	8.9	3.5	24.6
40	4.76	6.93	5.4	101.4	17.1	3.78	10.0	3.6	1.23	1.23	2.64	.50	8.9	4.3	3.0
	4.18	6.55	4.3	93.2	15.4	3.86	9.4	3.3	1.24	1.21	2.62	.34	7.6	4.3	6.7
	3.3	5.91	3.3	84.4	13.6	3.88	8.7	2.7	1.25	1.19	2.61	.26	6.4	4.4	10.9
	3.2	4.44	3.3	73.5	12.4	3.94	7.9	2.5	1.26	1.16	2.58	.19	5.5	4.4	15.0
	2.2	3.33	2.2	55.2	9.8	3.96	6.5	2.2	1.27	1.14	2.57	.10	4.7	4.4	23.5
	1.1	2.28	1.1	40.6	6.9	3.98	4.3	1.6	1.28	1.12	2.56	.03	3.4	4.4	33.5
25	4.76	4.01	3.2	11.5	5.0	1.70	2.0	1.9	.73	.85	1.69	.30	2.7	2.2	1.5
	4.18	3.66	2.2	10.6	5.3	1.75	1.9	1.6	.74	.82	1.64	.16	2.3	2.2	2.5
	3.3	3.04	2.2	10.3	5.7	1.81	1.7	1.4	.75	.79	1.62	.11	2.0	2.2	3.6
	3.2	2.74	1.1	9.8	5.4	1.88	1.6	1.3	.76	.77	1.59	.05	1.8	2.2	5.9
	2.2	2.43	1.1	8.7	4.3	1.90	1.4	1.0	.77	.75	1.57	.03	1.5	2.2	9.1
	1.1	1.74	1.1	6.5	3.8	1.93	1.1	.8	.77	.73	1.55	.02	1.4	2.2	13.3
	1.1	1.44	1.1	5.5	3.2	1.96	.9	.7	.78	.70	1.54	.01	1.3	2.2	18.6

PERFIL [ENRIJECIDO

DIMENSIONES		AREA cm ²	MASA Kg/m	Ix cm ⁴	Iy cm ⁴	rx cm	ry cm	x cm	yo cm	Ic cm ⁴	Cw cm ⁶	j cm	ro cm
b mm	d mm												
85	25	23.6	18.26	2930.7	193.6	11.28	2.89	1.99	5.5	1.757	350.11	11.0	12.83
4	76	20.8	16.16	2619.8	175.9	11.35	2.92	1.99	5.5	1.190	316.87	10.8	12.91
3	80	17.2	13.36	2408.3	162.9	11.39	2.94	2.01	5.5	1.666	263.67	10.8	12.96
3	42	15.4	11.09	1970.3	149.5	11.42	2.96	2.05	5.5	1.466	229.47	10.7	13.00
2	66	11.9	9.04	1742.7	135.9	11.45	3.01	2.07	5.5	1.310	214.82	10.6	13.05
1	90	7.8	7.09	1271.3	109.7	11.48	3.03	2.09	5.5	1.201	190.31	10.5	13.09
1	52	7.8	6.09	1027.5	73.1	11.51	3.07	2.13	5.5	1.060	161.64	10.4	13.14
85	25	20.9	16.39	1890.3	183.7	9.51	2.97	2.18	5.8	1.577	233.70	9.8	11.62
4	76	18.3	14.52	1693.3	166.4	9.57	3.00	2.24	5.8	1.071	211.79	9.7	11.69
3	80	15.9	13.27	1559.1	154.3	9.60	3.02	2.24	5.8	1.811	196.53	9.7	11.74
3	42	13.7	12.01	1420.8	141.7	9.64	3.04	2.28	5.8	1.597	180.53	9.6	11.78
3	66	12.0	10.74	1278.2	128.4	9.67	3.06	2.30	5.8	1.421	163.77	9.6	11.83
2	28	10.4	9.45	1132.2	114.6	9.70	3.09	2.32	5.8	1.280	146.22	9.6	11.87
1	90	8.7	8.18	982.0	100.1	9.73	3.11	2.34	5.8	1.105	127.89	9.5	11.92
1	52	7.0	6.49	827.8	69.3	9.79	3.15	2.36	5.8	1.054	110.88	9.5	11.95
75	25	17.5	13.78	1020.1	125.2	7.62	2.67	2.08	5.6	1.320	106.80	8.8	9.87
4	76	15.6	12.22	917.9	113.8	7.68	2.70	2.14	5.6	1.920	97.26	8.8	9.98
3	80	14.2	11.13	847.6	105.7	7.71	2.72	2.14	5.6	1.683	90.54	8.8	9.98
3	42	12.6	10.07	774.5	97.7	7.75	2.74	2.16	5.6	1.505	83.42	8.8	10.07
3	66	11.2	9.09	698.4	88.4	7.78	2.77	2.18	5.6	1.350	75.99	8.8	10.15
2	28	10.2	7.89	620.4	79.0	7.81	2.79	2.20	5.6	1.245	69.67	8.7	10.24
1	90	8.4	6.78	539.4	69.1	7.84	2.81	2.22	5.6	1.158	59.87	8.7	10.31
1	52	7.9	5.46	455.6	48.1	7.87	2.85	2.24	5.6	1.040	41.64	8.7	10.31
75	20	8.5	6.71	525.1	63.2	7.84	2.72	2.08	5.8	1.486	51.20	8.3	9.94
1	90	7.2	5.63	443.8	53.8	7.87	2.74	2.11	5.8	1.041	43.69	8.3	9.98
1	52	5.8	4.53	360.0	44.0	7.90	2.76	2.13	5.8	1.041	35.79	8.2	10.03

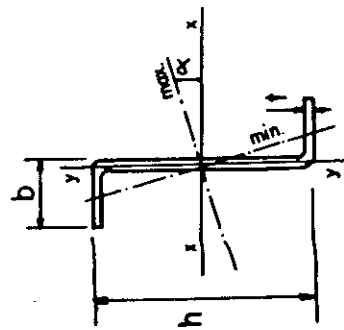


PERFIL I ENRIJECIDO

DIMENSOES		AREA	MASSA	IX	WX	RX	IY	WY	RY	X	XO	IT	CW	J	IO
b	d														
60	20	13.3	10.41	423.4	60.5	5.65	58.3	14.3	2.10	1.67	4.61	1.00	2831.27	6.4	7.59
		11.8	9.50	384.7	55.0	5.74	53.1	13.3	2.15	1.70	4.64	.68	2604.22	6.4	7.66
		9.8	7.72	328.4	46.4	5.78	42.1	11.4	2.17	1.75	4.65	.33	2424.44	6.4	7.70
		8.8	6.91	297.9	42.0	5.81	38.4	10.4	2.19	1.77	4.67	.28	2264.74	6.4	7.74
		7.7	5.44	265.8	38.0	5.88	33.1	9.3	2.21	1.79	4.69	.18	2074.69	6.4	7.83
		6.7	4.44	232.2	33.2	5.91	28.7	8.2	2.23	1.81	4.71	.03	1870.11	6.4	7.87
		5.6	3.58	197.0	28.9	5.94	23.6	7.1	2.25	1.83	4.73	.00	1718.44	6.4	7.91
		4.6	2.99	160.6	22.9	5.99	19.1	5.8	2.27	1.85	4.76	.00	1516.85	6.4	7.95
50	17	10.9	8.58	240.9	40.1	4.69	31.8	9.3	1.71	1.35	3.82	.82	1108.10	5.4	6.23
		9.0	7.66	220.3	36.4	4.76	29.5	8.6	1.74	1.38	3.83	.53	1028.56	5.4	6.34
		8.2	7.04	206.6	34.4	4.80	27.8	8.1	1.76	1.42	3.85	.44	969.44	5.4	6.44
		7.5	6.40	190.7	31.9	4.87	25.8	7.0	1.78	1.44	3.88	.37	905.48	5.4	6.55
		6.8	5.75	173.8	29.0	4.90	23.5	6.0	1.80	1.46	3.92	.30	834.77	5.4	6.66
		5.6	4.08	153.6	26.2	4.94	21.1	5.6	1.82	1.48	3.96	.22	756.66	5.4	6.77
		4.7	3.29	136.6	22.4	4.97	19.4	4.0	1.84	1.53	3.99	.15	672.02	5.4	6.87
		3.8	2.99	116.5	19.9	5.00	16.6	3.0	1.88	1.53	4.02	.00	581.11	5.4	6.95
50	17	9.6	7.57	133.1	26.6	3.72	29.1	9.0	1.74	1.56	4.22	.78	678.00	5.2	6.55
		8.7	6.68	115.2	24.3	3.81	27.5	8.4	1.77	1.58	4.23	.55	630.55	5.2	6.66
		7.9	5.68	107.2	23.1	3.85	25.8	7.8	1.79	1.60	4.24	.44	595.74	5.2	6.77
		7.2	4.67	98.4	21.9	3.89	23.9	7.6	1.81	1.62	4.25	.37	557.48	5.2	6.87
		6.4	3.92	88.9	19.7	3.95	21.8	6.5	1.83	1.67	4.26	.30	514.68	5.2	6.95
		5.4	3.30	77.7	17.6	3.98	19.8	5.7	1.85	1.69	4.28	.22	467.44	5.2	7.03
		4.4	2.67	66.5	15.3	4.01	17.5	4.3	1.87	1.71	4.30	.15	417.33	5.2	7.11
40	15	5.0	3.94	41.0	13.7	2.86	10.7	4.3	1.46	1.34	3.57	.15	153.00	4.1	4.80
		4.5	3.50	37.3	12.4	2.89	9.7	3.9	1.48	1.37	3.57	.11	140.44	4.1	4.83
		3.3	2.57	28.7	11.6	2.93	8.7	3.5	1.50	1.39	3.58	.03	111.11	4.1	4.89
		2.7	2.09	23.8	9.7	2.99	7.6	2.5	1.52	1.41	3.59	.00	92.19	4.1	4.93
25	10	3.0	2.39	9.6	4.8	1.78	2.2	1.9	.86	.77	.44	.09	14.14	2.6	3.88
		2.7	2.14	9.0	4.5	1.82	2.1	1.8	.88	.79	.42	.06	13.11	2.2	3.90
		2.4	1.88	8.3	4.1	1.86	1.9	1.6	.90	.81	.41	.04	12.11	2.2	3.93
		2.0	1.60	7.4	3.3	1.90	1.7	1.4	.92	.83	.40	.02	11.19	2.2	3.95
		1.7	1.31	6.3	3.1	1.94	1.5	1.1	.94	.85	.39	.01	9.99	2.2	3.99

PERFIL Z

DIMENSOES		AREA MASSA		IX		WX		RX		IY		WY		RY		IXY		ALFA		IMAX		RMAX		IMIN		RMIN		IT		CW	
b	t=R	cm2	Kg/m	cm4	cm3	cm	cm4	cm	cm	cm4	cm3	cm	cm4	cm	cm4	GRAU	cm4	cm4	GRAU	cm4	cm	cm	cm4	cm	cm4	cm	cm4	cm	cm4	cm6	
50	4.76	13.5	10.62	698.9	69.9	7.19	34.3	7.19	110.1	7.2	1.59	110.1	9.16	700.4	7.19	32.7	1.56	9.16	700.4	7.19	32.7	1.56	1.56	32.7	1.56	1.02	288.8	2.19	288.8		
	4.18	10.9	8.39	623.6	62.3	7.24	30.6	7.24	97.2	6.5	1.61	97.2	9.02	624.6	7.24	27.5	1.59	9.02	624.6	7.24	27.5	1.59	1.59	27.5	1.59	.62	258.9	1.99	258.9		
	3.42	9.9	7.55	520.9	52.1	7.26	25.7	7.26	88.2	5.3	1.61	88.2	8.93	521.4	7.26	22.8	1.61	8.93	521.4	7.26	22.8	1.61	1.61	22.8	1.61	.38	230.6	1.65	230.6		
	3.04	8.7	6.92	467.8	46.8	7.31	23.1	7.31	81.6	4.2	1.62	81.6	8.89	468.3	7.31	20.3	1.62	8.89	468.3	7.31	20.3	1.62	1.62	20.3	1.62	.27	207.7	1.71	207.7		
	2.68	7.7	6.08	413.6	41.5	7.33	20.4	7.33	71.0	3.8	1.63	71.0	8.86	413.7	7.33	17.7	1.63	8.86	413.7	7.33	17.7	1.63	1.63	17.7	1.63	.18	181.1	1.99	181.1		
	2.20	6.6	5.24	358.1	35.8	7.35	17.9	7.35	64.6	3.0	1.64	64.6	8.83	358.1	7.35	15.0	1.64	8.83	358.1	7.35	15.0	1.64	1.64	15.0	1.64	.03	151.9	2.05	151.9		
	1.52	4.5	3.32	243.6	24.4	7.37	12.1	7.37	45.6	2.5	1.64	45.6	8.80	243.5	7.37	12.2	1.64	8.80	243.5	7.37	12.2	1.64	1.64	12.2	1.64	.00	129.0	2.05	129.0		
50	4.76	11.2	8.76	344.8	49.3	5.56	34.6	5.56	81.8	7.2	1.75	81.8	13.89	350.9	5.56	29.0	1.75	13.89	350.9	5.56	29.0	1.75	1.75	29.0	1.75	.84	166.2	6.01	166.2		
	4.18	9.0	7.08	284.7	44.1	5.61	30.6	5.61	72.3	6.5	1.76	72.3	13.74	287.8	5.61	26.4	1.76	13.74	287.8	5.61	26.4	1.76	1.76	26.4	1.76	.57	155.9	5.76	155.9		
	3.42	8.2	6.41	258.3	40.6	5.63	28.5	5.63	66.8	5.5	1.77	66.8	13.65	262.7	5.63	24.5	1.77	13.65	262.7	5.63	24.5	1.77	1.77	24.5	1.77	.43	148.3	5.99	148.3		
	3.04	7.3	5.73	233.0	37.3	5.65	25.7	5.65	61.4	4.8	1.77	61.4	13.49	235.5	5.65	22.4	1.77	13.49	235.5	5.65	22.4	1.77	1.77	22.4	1.77	.31	141.7	6.19	141.7		
	2.68	6.5	5.04	206.9	33.9	5.67	23.4	5.67	57.1	4.2	1.78	57.1	13.42	208.0	5.67	20.2	1.78	13.42	208.0	5.67	20.2	1.78	1.78	20.2	1.78	.22	135.8	6.56	135.8		
	2.20	5.4	4.32	151.3	25.6	5.71	17.9	5.71	47.6	3.6	1.80	47.6	13.30	152.3	5.71	15.3	1.80	13.30	152.3	5.71	15.3	1.80	1.80	15.3	1.80	.15	109.7	7.16	109.7		
	1.52	3.7	3.22	122.1	17.1	5.73	12.1	5.73	37.3	2.5	1.80	37.3	13.25	123.5	5.73	11.0	1.80	13.25	123.5	5.73	11.0	1.80	1.80	11.0	1.80	.02	85.3	8.05	85.3		
50	4.76	10.1	7.90	206.7	38.4	4.79	34.6	4.79	68.8	7.2	1.85	68.8	17.51	238.6	4.79	26.1	1.85	17.51	238.6	4.79	26.1	1.85	1.85	26.1	1.85	.76	110.4	4.85	110.4		
	4.18	8.2	6.40	190.7	33.1	4.84	30.6	4.84	60.5	6.5	1.86	60.5	17.32	196.2	4.84	22.9	1.86	17.32	196.2	4.84	22.9	1.86	1.86	22.9	1.86	.51	98.5	5.04	98.5		
	3.42	7.4	5.79	174.8	29.9	4.86	28.5	4.86	55.4	5.3	1.87	55.4	17.20	179.6	4.86	20.6	1.87	17.20	179.6	4.86	20.6	1.87	1.87	20.6	1.87	.38	92.6	5.26	92.6		
	3.04	6.5	5.18	156.8	26.6	4.88	25.7	4.88	51.7	4.8	1.87	51.7	16.99	161.3	4.88	18.6	1.87	16.99	161.3	4.88	18.6	1.87	1.87	18.6	1.87	.28	86.7	5.48	86.7		
	2.68	5.5	4.33	129.1	23.3	4.91	23.0	4.91	47.3	4.2	1.88	47.3	16.81	142.4	4.91	16.5	1.88	16.81	142.4	4.91	16.5	1.88	1.88	16.5	1.88	.20	80.0	5.73	80.0		
	2.20	4.4	3.32	102.2	17.7	4.93	17.9	4.93	43.2	3.2	1.88	43.2	16.73	104.8	4.93	14.0	1.88	16.73	104.8	4.93	14.0	1.88	1.88	14.0	1.88	.15	73.4	6.01	73.4		

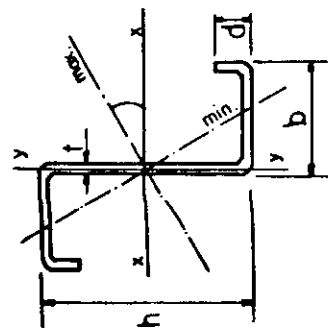


PERFIL Z

DIMENSOES b mm	t=R mm	AREA cm2	MASSA Kg/m	IX cm4	WX cm3	RX cm	IY cm4	WY cm3	RY cm	IXY cm4	ALFA GRAU	Imax cm4	rmax cm	Imin cm4	rmin cm	It cm4	Cw cm6
4.76	8.8	6.89	130.23	34.36	7.24	3.88	53.45	1.98	24.07	143.90	4.05	20.55	1.53	20.55	66.33	614.42	
4.18	7.7	6.11	117.31	30.27	6.49	3.88	47.44	1.98	23.81	129.08	4.07	18.97	1.56	18.97	45.33	542.33	
3.80	6.5	5.59	108.99	28.52	5.93	3.92	43.32	1.99	23.65	118.44	4.08	17.44	1.57	17.44	34.33	494.91	
3.42	5.8	5.07	99.89	23.14	4.82	3.94	35.32	1.99	23.35	108.76	4.10	16.94	1.59	16.94	25.28	457.10	
2.66	5.1	4.33	89.99	20.77	4.26	3.95	31.11	2.00	23.21	86.63	4.13	13.80	1.62	13.80	17.06	348.59	
2.80	4.7	3.49	79.37	17.99	3.30	3.97	26.96	2.01	23.08	75.36	4.14	11.82	1.64	11.82	04.43	298.11	
1.52	3.0	2.33	47.77	12.11	2.55	4.01	18.62	2.02	22.85	51.66	4.17	8.22	1.66	8.22	02.33	199.11	
4.76	7.8	6.14	108.60	16.92	4.50	3.73	34.22	1.47	18.36	113.40	3.81	12.12	1.24	12.12	59.11	349.00	
4.18	6.6	5.46	98.07	15.20	4.07	3.76	30.27	1.48	18.07	102.21	3.83	11.26	1.27	11.26	40.55	307.14	
3.80	5.5	5.03	90.31	14.85	3.73	3.78	27.70	1.48	17.89	94.21	3.85	10.68	1.29	10.68	30.65	279.54	
3.42	4.8	4.06	83.75	12.85	3.07	3.81	25.28	1.49	17.58	86.77	3.86	9.80	1.30	9.80	22.59	252.22	
2.66	4.3	3.33	67.58	10.39	2.22	3.83	19.88	1.50	17.44	69.20	3.88	8.76	1.33	8.76	15.97	195.72	
2.80	3.7	2.59	58.49	8.76	1.96	3.87	14.46	1.51	17.31	60.20	3.91	7.55	1.35	7.55	10.68	163.80	
1.52	2.2	2.09	40.33	6.11	1.66	3.89	11.66	1.52	17.19	41.44	3.95	5.10	1.37	5.10	04.00	110.66	
4.76	6.6	5.23	94.17	16.92	4.50	3.86	25.13	1.60	26.74	62.36	3.07	8.87	1.13	8.87	50.17	168.34	
4.18	5.5	4.63	85.01	15.20	4.07	3.88	22.45	1.61	26.31	56.17	3.09	7.76	1.16	7.76	34.41	143.67	
3.80	4.4	4.25	78.42	14.85	3.30	3.90	20.45	1.61	26.12	52.71	3.10	6.60	1.18	6.60	26.26	130.55	
3.42	3.9	3.86	73.41	13.39	3.07	3.92	18.67	1.62	25.87	47.13	3.11	5.60	1.20	5.60	19.22	120.75	
2.66	3.3	3.40	64.22	11.87	2.22	3.94	14.77	1.63	25.68	43.71	3.13	4.36	1.22	4.36	13.92	107.51	
2.80	2.8	2.77	59.54	10.95	1.96	3.96	12.77	1.63	25.47	38.43	3.14	3.68	1.24	3.68	09.28	93.89	
1.52	2.2	2.29	49.20	8.76	1.66	3.98	10.87	1.64	25.28	33.31	3.15	2.43	1.26	2.43	05.48	83.95	
4.76	4.0	3.23	83.11	16.92	4.50	3.86	25.13	1.96	26.10	62.36	3.07	8.87	1.13	8.87	50.17	168.34	
4.18	3.3	2.63	73.41	15.20	4.07	3.88	22.45	1.96	26.31	56.17	3.09	7.76	1.16	7.76	34.41	143.67	
3.80	2.4	2.96	64.22	14.85	3.30	3.90	20.45	1.96	26.12	52.71	3.10	6.60	1.18	6.60	26.26	130.55	
3.42	1.8	2.99	59.54	13.39	2.22	3.92	18.67	1.96	25.87	47.13	3.11	5.60	1.20	5.60	19.22	120.75	
2.66	1.3	2.29	49.20	11.87	1.66	3.98	12.77	1.96	25.68	43.71	3.13	4.36	1.22	4.36	13.92	107.51	
1.52	0.8	2.29	49.20	10.95	1.66	3.98	10.87	1.96	25.47	38.43	3.14	3.68	1.24	3.68	10.92	93.89	
4.76	4.0	3.23	83.11	16.92	4.50	3.86	25.13	1.96	26.10	62.36	3.07	8.87	1.13	8.87	50.17	168.34	
4.18	3.3	2.63	73.41	15.20	4.07	3.88	22.45	1.96	26.31	56.17	3.09	7.76	1.16	7.76	34.41	143.67	
3.80	2.4	2.96	64.22	14.85	3.30	3.90	20.45	1.96	26.12	52.71	3.10	6.60	1.18	6.60	26.26	130.55	
3.42	1.8	2.99	59.54	13.39	2.22	3.92	18.67	1.96	25.87	47.13	3.11	5.60	1.20	5.60	19.22	120.75	
2.66	1.3	2.29	49.20	11.87	1.66	3.98	12.77	1.96	25.68	43.71	3.13	4.36	1.22	4.36	13.92	107.51	
1.52	0.8	2.29	49.20	10.95	1.66	3.98	10.87	1.96	25.47	38.43	3.14	3.68	1.24	3.68	10.92	93.89	

PERFIL Z ENRIJECIDO

DIMENSIONES b mm	d mm	AREA MASSA		Ix cm4	Wx cm3	ix cm	Iy cm4	Wy cm3	iy cm	Ixy cm4	ALFA GRAU	Imax cm4	rmax cm	Imin cm4	rmin cm	It cm4	Cw cm6
		cm2	Kg/m														
85	25	23.3	18.26	2957.8	197.2	11.28	283.2	36.5	3.49	659.9	13.13	2986.2	11.33	254.8	3.31	1.757	48639.0
		20.6	16.17	2638.0	175.9	11.32	257.1	33.0	3.53	592.6	13.23	2663.2	11.37	31.5	3.35	1.995	43895.1
		17.8	14.37	2202.1	146.8	11.38	238.6	30.6	3.59	549.3	13.37	2424.0	11.43	15.7	3.38	1.905	40620.9
		15.2	11.93	1977.0	131.8	11.40	199.3	28.4	3.59	499.7	13.44	2226.8	11.46	7.5	3.41	1.663	37211.5
		11.5	10.49	1747.2	116.5	11.43	178.1	25.6	3.62	450.4	13.58	1996.8	11.49	3.2	3.44	1.468	33997.8
		9.6	7.57	1512.2	100.8	11.46	155.8	22.8	3.68	400.0	13.65	1767.8	11.52	1.9	3.46	1.315	32007.8
		7.8	6.09	1027.9	68.5	11.52	108.2	16.7	3.74	348.0	13.73	1038.9	11.58	1.2	3.49	1.116	28172.9
85	25	20.9	16.39	1912.2	159.3	9.57	283.2	36.0	3.68	544.7	16.89	1963.4	9.70	32.0	3.33	1.577	32401.7
		18.5	14.52	1708.0	142.3	9.61	257.1	33.0	3.73	489.4	17.00	1754.4	9.74	10.7	3.38	1.077	29270.1
		16.9	13.20	1570.6	130.8	9.64	238.6	30.6	3.76	451.6	17.08	1613.1	9.77	5.7	3.40	0.814	27104.3
		13.7	10.74	1283.8	107.0	9.69	199.3	28.4	3.79	412.6	17.24	1468.8	9.79	3.9	3.43	0.597	24845.8
		12.4	9.45	1135.8	94.6	9.71	178.1	25.6	3.82	372.7	17.32	1316.7	9.85	2.7	3.45	0.421	22049.1
		10.7	6.82	828.6	69.0	9.74	155.5	22.8	3.88	330.7	17.48	1167.2	9.88	1.4	3.48	0.280	20441.4
		8.7	5.49	669.9	55.8	9.79	108.2	16.7	3.93	243.7	17.57	889.9	9.93	0.2	3.50	0.105	17484.1
75	25	17.5	13.78	1037.0	103.7	7.69	201.3	29.8	3.39	343.9	19.73	1087.0	7.87	15.3	2.94	1.325	14570.1
		15.6	12.22	829.3	82.9	7.73	183.4	27.0	3.43	309.8	19.86	974.6	7.91	8.0	2.98	0.907	13270.0
		14.2	11.13	780.3	78.0	7.75	170.3	25.1	3.46	286.3	19.95	898.2	7.94	4.3	3.00	0.686	12277.0
		11.6	10.07	702.6	70.3	7.77	157.3	23.0	3.49	262.0	20.03	819.3	7.99	3.6	3.03	0.503	11233.8
		10.2	9.99	622.5	62.3	7.80	143.2	20.9	3.52	236.8	20.22	654.6	8.02	2.3	3.05	0.356	10235.1
		8.8	7.88	456.1	45.6	7.85	122.4	16.3	3.58	183.6	20.41	568.0	8.08	1.7	3.08	0.240	9101.1
		5.9	4.65	369.5	36.9	7.89	78.4	11.3	3.64	126.6	20.51	389.3	8.10	0.6	3.14	0.089	6806.5
75	20	8.5	6.71	526.8	52.7	7.85	100.3	14.6	3.43	170.8	19.35	549.7	8.02	77.4	3.01	1.48	7036.1
		7.2	5.63	444.7	44.5	7.87	85.6	12.4	3.46	144.8	19.45	464.4	8.05	6.0	3.03	1.086	5989.3
		5.8	4.53	360.4	36.0	7.90	70.2	10.1	3.49	117.9	19.55	376.5	8.07	4.0	3.06	0.044	4893.8

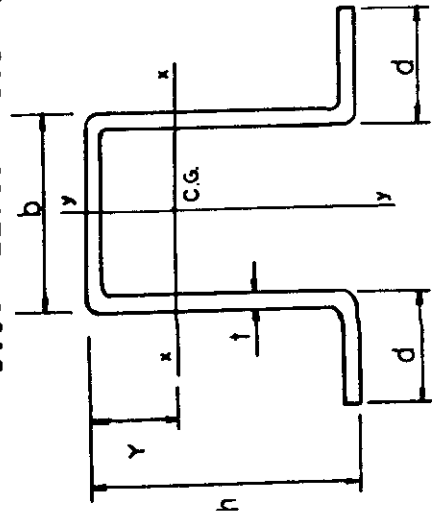


PERFIL Z ENRIJECIDO

DIMENSIONES		AREA MASSA		IX	WX	RX	IY	WY	RY	IXY	ALFA	IMAX	RMAX	IMIN	RMIN	IT	CW
d	t=R	cm2	Kg/m														
60	20	4.76	10.41	435.9	62.3	5.73	95.4	16.6	2.68	155.9	21.24	463.9	5.91	67.4	2.5	1.088	864.5
		4.18	9.27	393.7	56.2	5.77	87.8	15.2	2.73	141.3	21.39	418.8	5.96	62.4	2.3	0.88	338.9
		3.80	8.50	363.9	52.0	5.79	82.3	14.2	2.76	131.2	21.50	387.6	5.98	58.4	2.2	0.82	305.7
		3.42	7.72	332.9	47.6	5.84	76.9	13.1	2.79	120.5	21.61	355.2	6.01	54.2	2.3	0.83	280.9
		3.04	6.92	301.8	43.0	5.87	69.9	12.0	2.82	109.4	21.74	328.6	6.06	49.7	2.4	0.84	259.0
		2.66	6.11	267.4	38.3	5.89	63.6	10.9	2.88	95.6	21.96	299.7	6.09	44.2	2.2	0.81	220.6
		2.28	5.28	233.4	33.2	5.91	55.7	9.4	2.90	85.6	22.08	249.7	6.12	39.3	2.4	0.84	206.4
		1.90	4.44	197.7	28.3	5.94	47.2	8.1	2.93	72.5	22.20	212.3	6.15	33.7	2.2	0.85	188.7
		1.52	3.58	160.8	23.0		39.2	6.6	2.93	59.5	22.20	172.3		27.7	2.2	0.85	155.0
50	17	4.76	8.58	251.3	41.9	4.79	51.6	10.8	2.17	87.8	20.67	266.3	4.94	36.6	1.8	0.82	520.0
		4.18	7.66	228.0	38.0	4.83	48.0	10.0	2.25	80.1	20.95	241.4	4.98	32.5	1.1	0.87	430.5
		3.80	7.04	211.5	35.3	4.86	45.3	9.4	2.28	74.8	21.07	220.6	5.03	30.4	1.1	0.87	350.7
		3.42	6.45	194.5	32.4	4.88	42.3	8.8	2.31	68.7	21.20	206.5	5.06	28.5	1.1	0.88	277.0
		3.04	5.88	176.6	29.3	4.91	39.4	8.1	2.34	62.3	21.36	187.5	5.11	26.4	1.2	0.89	218.0
		2.66	5.30	157.8	26.0	4.93	35.4	7.4	2.37	56.6	21.46	167.6	5.14	24.6	2.2	0.90	160.0
		2.28	4.71	137.1	23.5	4.96	31.4	6.5	2.40	49.3	21.60	146.8	5.17	22.9	2.2	0.90	109.7
		1.90	4.19	117.5	19.5	5.00	27.2	5.4	2.43	42.7	21.75	124.9		21.6	2.2	0.91	77.4
50	17	4.76	7.57	140.9	28.7	3.86	51.6	10.8	2.36	67.3	28.21	166.1	4.15	26.4	1.1	0.82	890.0
		4.18	6.78	128.6	25.9	3.88	48.3	10.0	2.39	61.3	28.54	151.1	4.19	24.3	1.1	0.83	727.6
		3.80	6.23	119.0	23.0	3.90	45.3	9.4	2.42	57.0	28.68	141.0	4.25	22.1	1.1	0.83	582.0
		3.42	5.68	110.2	20.9	3.93	42.0	8.8	2.45	53.3	28.82	130.7	4.28	20.8	1.1	0.84	465.6
		3.04	5.12	100.7	17.7	3.95	39.4	8.1	2.48	48.4	28.97	119.0	4.31	18.6	1.1	0.85	368.8
		2.66	4.59	89.7	15.4	3.97	35.4	7.4	2.51	43.2	29.11	107.0	4.34	16.3	1.1	0.85	285.7
		2.28	4.02	78.0	13.1	3.99	31.4	6.5	2.54	38.6	29.27	94.3	4.37	14.1	1.1	0.86	214.1
		1.90	3.36	64.8	11.0	4.01	27.2	5.4	2.57	32.6	29.42	80.5	4.40	11.8	1.1	0.87	148.3
40	15	3.04	3.94	42.5	14.2	2.91	19.7	5.1	1.98	22.6	31.65	53.7	3.27	8.7	1.1	0.85	190.5
		2.66	3.50	38.3	12.3	2.93	18.2	4.7	2.04	20.4	31.99	48.1	3.33	7.9	1.1	0.86	144.1
		2.28	3.07	29.0	11.7	2.97	16.1	4.2	2.07	18.1	32.16	43.1	3.36	6.9	1.1	0.87	111.1
		1.90	2.57	23.9	9.8	2.99	14.1	3.6	2.10	15.8	32.35	37.0	3.39	6.5	1.1	0.88	83.1
25	10	3.04	2.39	10.5	5.3	1.86	4.0	2.0	1.15	5.2	29.04	12.6	2.04	7.9	0.94	17.9	
		2.66	1.84	9.7	4.4	1.88	3.5	1.9	1.18	4.3	29.25	11.5	2.07	7.2	0.864	16.4	
		2.28	1.68	8.7	4.3	1.91	3.3	1.6	1.24	3.8	29.47	10.9	2.10	6.4	0.841	15.3	
		1.90	1.31	6.4	3.3	1.95	2.2	1.4	1.27	3.2	29.99	7.7	2.17	5.8	0.825	11.1	

PERFIL CARTOLA

DIMENSOES		AREA	MASSA	Ix	Wx	rx	Iy	Wy	ry	Y	Yo	It	Cw	j	ro
b	d														
50	25	5.47	4.3	19.6	7.8	1.89	35.6	7.6	2.55	2.50	4.08	169	179	5.0	5.17
		4.85	3.8	17.7	7.1	1.91	32.0	6.8	2.57	2.50	4.10	114	161	5.0	5.22
		4.22	3.3	15.7	6.3	1.93	28.2	5.9	2.59	2.50	4.13	73	140	5.1	5.24
		3.56	2.8	13.5	5.4	1.95	24.2	5.0	2.60	2.50	4.16	43	116	5.1	5.28
75	25	9.22	7.2	31.4	11.2	1.85	108.4	18.8	3.43	2.21	4.03	696	646	6.0	6.16
		8.76	6.0	29.0	10.4	1.88	98.5	16.9	3.47	2.21	4.08	481	610	6.1	6.20
		7.93	5.4	25.4	9.1	1.89	91.3	14.6	3.49	2.21	4.11	366	579	6.1	6.24
		6.23	4.9	21.3	8.4	1.91	84.7	12.9	3.51	2.21	4.16	270	544	6.1	6.28
		5.52	4.3	18.0	7.7	1.93	76.7	11.5	3.53	2.21	4.19	192	502	6.1	6.31
		4.79	3.8	16.0	6.5	1.95	68.3	10.8	3.55	2.22	4.24	130	459	6.1	6.35
		4.04	3.2	16.0	5.7	1.99	51.4	8.5	3.57	2.22	4.24	89	337	6.1	6.39
100	25	10.41	8.2	35.7	11.8	1.85	195.8	27.9	4.34	1.98	3.92	786	727	7.2	7.19
		9.30	7.3	32.7	10.9	1.88	177.4	25.1	4.37	1.99	3.99	542	676	7.2	7.23
		8.55	6.6	28.5	10.2	1.91	164.3	23.1	4.39	1.99	4.02	412	614	7.2	7.26
		7.99	5.9	26.1	9.5	1.93	151.3	21.9	4.41	1.99	4.07	303	598	7.2	7.30
		6.18	4.9	23.8	8.7	1.95	122.6	16.4	4.43	1.99	4.12	215	534	7.2	7.34
		5.36	4.2	20.8	7.9	1.99	107.3	14.8	4.45	1.99	4.17	146	493	7.2	7.38
		4.51	3.5	17.9	6.5	1.99	91.2	12.5	4.47	1.99	4.22	93	476	7.2	7.42
50	25	12.79	10.9	52.3	30.7	3.45	74.2	16.4	2.41	5.00	8.68	966	610	9.0	9.14
		11.39	9.8	47.4	27.7	3.49	67.3	14.7	2.43	5.00	8.74	663	545	9.1	9.18
		10.45	8.7	42.7	25.7	3.55	62.6	13.5	2.45	5.00	8.80	503	436	9.1	9.22
		9.51	7.7	38.4	23.7	3.58	52.4	12.4	2.46	5.00	8.87	370	344	9.2	9.26
		8.50	6.9	36.1	21.5	3.60	46.9	11.2	2.48	5.00	8.93	262	236	9.2	9.30
		7.50	5.9	34.6	19.8	3.62	41.5	9.6	2.50	5.00	8.97	173	173	9.3	9.34
		5.46	4.4	31.6	14.3	3.62	35.2	7.3	2.54	5.00	8.90	113	113	9.3	9.38
75	25	13.98	11.0	77.0	32.7	3.56	167.1	28.9	3.46	4.59	8.85	1056	4404	9.8	10.14
		12.44	9.8	70.4	29.7	3.59	150.9	25.9	3.48	4.60	8.92	724	4088	9.9	10.20
		11.40	8.9	68.8	27.6	3.61	139.7	23.8	3.50	4.60	8.92	549	3847	9.9	10.24

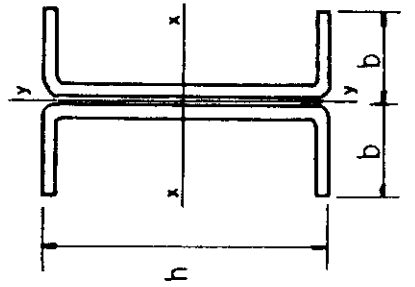


PERFIL CARTOLA
DIMENSOES

b mm	d mm	t=R mm	AREA cm2	MASSA Kg/m	IX cm4	WX cm3	IX cm	Iy cm4	Wy cm3	Iy cm	Y cm	Yo cm	Iz cm4	Cw cm6	j cm	I0 cm
75	25	3.42	10.35	8.1	136.6	25.3	3.63	128.1	21.7	3.52	4.60	8.94	40.3	57.6	9.9	10.27
		3.04	9.27	7.3	123.9	23.0	3.66	116.1	19.3	3.54	4.60	8.96	28.6	32.7	9.9	10.31
		2.66	8.18	6.4	110.6	17.9	3.68	103.4	15.0	3.56	4.60	8.99	22.2	24.3	9.9	10.34
		2.28	7.07	5.5	96.6	15.2	3.72	90.8	12.7	3.58	4.61	9.01	17.5	17.3	10.0	10.37
		1.90	5.94	4.7	82.1	11.9	3.77	76.8	9.0	3.60	4.61	9.03	15.3	15.1	10.0	10.41
100	25	4.76	15.17	11.9	197.8	34.4	3.61	303.7	43.2	4.47	4.25	8.65	14.6	62.2	10.3	10.39
		4.18	13.48	10.6	179.0	31.2	3.64	273.3	38.6	4.50	4.26	8.69	11.5	44.5	10.3	10.45
		3.80	12.35	9.7	165.9	28.9	3.66	252.0	35.3	4.52	4.26	8.72	9.4	35.8	10.3	10.48
		3.42	11.20	8.8	152.1	26.5	3.69	231.0	32.0	4.54	4.27	8.74	8.4	28.2	10.3	10.52
		3.04	10.03	7.9	137.8	24.0	3.71	208.6	28.7	4.56	4.27	8.77	7.9	23.1	10.3	10.56
50	25	2.66	8.84	6.0	122.9	21.4	3.73	185.6	25.7	4.58	4.27	8.82	10.9	16.0	10.3	10.63
		2.28	7.64	5.0	107.3	18.9	3.75	161.7	22.2	4.60	4.27	8.84	8.4	12.0	10.3	10.66
		1.90	6.41	4.1	91.0	15.9	3.77	137.0	18.7	4.62	4.27	8.84	6.0	9.4	10.3	10.66
		4.76	13.74	10.6	194.8	35.2	3.77	379.1	56.4	2.40	5.50	9.65	10.9	7.7	9.0	10.63
		4.18	12.23	9.8	176.0	32.1	3.80	347.7	50.4	2.44	5.50	9.71	9.8	7.3	9.0	10.67
75	25	3.42	11.17	8.0	164.0	29.8	3.82	316.6	44.4	2.44	5.50	9.71	11.0	9.8	10.0	10.74
		3.04	10.12	7.2	150.6	27.4	3.85	291.3	40.2	2.46	5.50	9.77	10.7	9.2	10.0	10.78
		2.66	9.05	6.5	132.2	24.8	3.87	265.9	36.1	2.47	5.50	9.79	10.1	8.4	10.0	10.82
		2.28	8.05	5.4	116.6	22.4	3.89	243.8	32.8	2.49	5.50	9.82	10.1	7.8	10.0	10.85
		1.90	6.94	4.4	100.6	19.9	3.92	224.5	29.8	2.51	5.50	9.86	10.2	7.4	10.0	10.89
75	25	4.76	14.93	11.4	225.6	38.0	3.88	478.9	61.0	3.46	5.08	9.87	22.8	15.0	10.7	11.12
		4.18	13.16	10.5	188.7	34.9	3.94	419.4	55.4	3.50	5.09	9.89	15.0	11.5	10.7	11.14
		3.80	12.03	9.7	173.0	31.9	3.96	396.9	50.9	3.52	5.09	9.92	11.5	11.5	10.7	11.18
		3.42	10.88	8.8	156.7	29.5	3.98	370.5	46.8	3.54	5.09	9.94	11.5	11.5	10.7	11.22
		3.04	9.71	8.0	139.9	26.6	4.00	340.4	42.8	3.56	5.09	9.96	11.5	11.5	10.7	11.26
110	25	4.76	16.60	13.0	260.3	40.6	3.96	527.8	65.9	4.90	4.59	9.51	48.4	20.5	11.3	11.40
		4.18	14.73	11.6	234.9	36.7	3.99	477.3	60.1	4.92	4.60	9.55	38.9	16.6	11.4	11.44
		3.80	13.49	10.9	217.4	34.0	4.01	447.7	56.2	4.94	4.61	9.57	31.1	12.0	11.4	11.48
		3.42	12.29	10.1	199.1	31.2	4.04	411.8	51.4	4.96	4.61	9.60	24.4	9.4	11.4	11.53
		3.04	11.04	9.3	180.3	28.5	4.08	377.4	47.7	4.98	4.61	9.64	18.7	7.2	11.4	11.57
110	25	2.28	8.32	6.5	113.9	21.6	4.10	217.7	22.7	5.02	4.62	9.67	14.4	5.2	11.4	11.64
		1.90	7.18	5.5	98.5	18.9	4.12	191.8	20.0	5.04	4.62	9.69	11.0	4.0	11.4	11.68

PERFIL I

h mm	DIMENSOES b mm	t=R mm	AREA cm ²	MASSA Kg/m	Ix cm ⁴	Wx cm ³	rx cm	Iy cm ⁴	Wy cm ³	ry cm	It cm ⁴	Cw cm ⁶	r _o cm
200	50	4.76	27.07	21.28	1379.99	138.05	7.14	81.94	16.43	1.74	2.04	65.31	7.35
		4.18	23.93	18.25	1234.33	123.65	7.21	71.47	14.99	1.73	1.39	58.75	7.41
		3.80	21.85	17.25	1136.96	113.65	7.27	64.70	12.96	1.72	1.05	54.26	7.44
		3.42	19.75	15.80	1034.96	103.31	7.34	58.33	11.30	1.71	0.83	49.60	7.46
		3.04	17.63	13.25	930.67	93.44	7.39	51.83	10.30	1.70	0.65	44.79	7.49
		2.66	15.49	10.80	823.95	82.44	7.44	44.38	9.74	1.69	0.51	39.80	7.51
		2.28	13.34	8.70	713.95	71.26	7.48	38.38	9.15	1.68	0.49	34.65	7.55
		1.90	11.16	7.00	601.54	60.48	7.53	31.25	8.51	1.68	0.36	29.32	7.55
		1.52	8.97	5.50	486.44	48.92	7.58	25.44	7.86	1.68	0.27	23.82	7.55
150	50	4.76	31.75	17.55	676.57	96.79	5.51	81.44	16.33	1.91	1.68	36.14	5.83
		4.18	29.05	15.28	608.55	86.23	5.58	71.48	14.96	1.90	1.59	32.58	5.89
		3.80	26.33	14.28	561.55	80.31	5.60	64.82	12.62	1.89	1.43	30.13	5.91
		3.42	24.59	13.25	512.54	73.16	5.63	57.44	11.29	1.88	1.30	27.58	5.93
		3.04	22.83	11.00	462.07	66.00	5.68	51.27	10.86	1.87	1.17	24.93	5.95
		2.66	21.06	8.70	415.47	59.00	5.73	44.38	10.86	1.87	1.05	22.19	5.98
		2.28	19.26	7.30	361.22	51.39	5.78	38.15	10.86	1.85	0.91	19.33	6.02
		1.90	17.45	5.80	304.44	43.44	5.83	31.55	10.86	1.85	0.77	16.33	6.06
127	50	4.76	20.12	15.08	450.55	75.17	4.73	81.94	16.22	2.01	1.52	25.60	5.17
		4.18	17.83	14.08	406.44	67.76	4.77	70.37	14.95	1.99	1.38	23.11	5.22
		3.80	16.30	12.86	375.89	62.33	4.80	64.77	12.52	1.98	1.25	21.39	5.24
		3.42	14.76	11.64	343.77	57.38	4.83	57.71	11.29	1.97	1.12	19.60	5.26
		3.04	13.19	10.41	310.24	51.01	4.88	51.17	10.29	1.96	1.04	17.80	5.28
		2.66	11.61	9.70	276.44	46.19	4.90	44.28	9.64	1.95	0.91	16.02	5.31
		2.28	10.01	8.63	240.44	40.95	4.95	38.15	8.51	1.94	0.77	14.22	5.31
		1.90	8.37	7.50	203.11	33.27	4.99	31.55	7.65	1.94	0.65	12.49	5.31



PERFIL I

h mm	DIMENSOES		AREA cm2	MASSA Kg/m	IX cm4	WX cm3	RX cm	IY cm4	WY cm3	RY cm	IT cm4	CW cm6	RO cm	
	b mm	t=R mm												
100	50	4.76	17.557	13.8	252.4	50.8	3.79	80.8	16.2	2.15	1.325	1554.1	4.336	
		4.18	15.57	12.2	228.4	45.5	3.86	70.7	14.8	2.13	.907	1406.8	4.444	
		3.42	14.25	11.1	212.0	39.0	3.89	64.1	11.5	11.2	.503	1304.5	4.444	
		3.04	12.91	10.0	195.0	35.3	3.91	57.1	10.2	10.9	.356	1197.4	4.444	
		2.66	11.57	9.0	176.6	31.5	3.94	44.6	8.9	7.6	.240	1085.6	4.444	
		2.28	10.17	8.0	157.6	27.5	3.96	38.2	7.4	6.4	.152	984.6	4.444	
		1.90	8.78	7.0	137.6	23.3	3.98	31.9	6.1	5.1	.089	871.9	4.444	
		1.52	7.36	6.0	116.7	19.0	4.00	25.4	5.1	4.1	.046	758.6	4.444	
		4.76	15.65	12.0	209.2	41.8	3.66	42.0	5.2	10.5	1.64	1.182	766.3	4.000
		4.18	13.90	10.0	197.2	35.4	3.70	36.6	4.6	8.3	1.62	.609	697.3	4.000
3.42	12.54	9.0	177.1	32.6	3.73	33.2	4.0	7.3	1.60	.450	648.3	4.000		
3.04	11.34	8.0	163.2	29.3	3.76	29.7	3.0	6.7	1.60	.318	596.8	4.000		
2.66	10.17	7.0	148.2	26.0	3.79	26.3	2.6	5.9	1.58	.215	542.5	4.000		
2.28	9.00	6.0	132.8	23.7	3.84	23.9	2.3	5.1	1.57	.136	485.9	4.000		
1.90	7.80	5.0	118.4	19.1	3.86	16.3	2.0	4.3	1.57	.079	433.2	4.000		
4.76	13.28	10.0	202.7	34.2	3.78	41.8	4.1	10.4	1.77	1.028	433.3	3.333		
4.18	11.88	9.0	184.3	29.7	3.83	36.4	3.4	8.7	1.75	.521	385.5	3.333		
3.42	10.88	8.0	174.8	27.4	3.86	33.0	3.0	7.6	1.74	.383	357.9	3.333		
3.04	9.91	7.0	167.0	24.3	3.91	29.6	2.9	6.6	1.73	.272	329.0	3.333		
2.66	8.77	6.0	158.9	22.9	3.94	26.9	2.6	5.9	1.72	.184	303.8	3.333		
2.28	7.65	5.0	147.0	20.6	3.96	22.9	2.3	5.1	1.71	.117	280.5	3.333		
1.90	6.56	4.0	134.1	16.8	3.98	16.3	2.0	4.3	1.70	.068	261.5	3.333		
4.76	8.03	6.0	111.0	11.0	3.70	10.6	3.6	5.4	1.69	.606	160.0	2.222		
4.18	7.26	5.0	101.0	10.6	3.75	9.3	3.1	4.3	1.63	.420	153.3	2.222		
3.42	6.60	4.0	92.0	10.0	3.78	8.7	2.8	3.7	1.61	.237	140.3	2.222		
3.04	6.07	3.0	84.0	9.3	3.81	8.0	2.5	3.3	1.60	.169	128.4	2.222		
2.66	5.47	2.0	77.0	8.7	3.84	7.5	2.3	2.8	1.59	.114	114.6	2.222		
2.28	4.82	1.0	71.0	8.0	3.88	6.8	2.0	2.4	1.58	.087	103.3	2.222		
1.90	4.26	0.0	66.0	7.6	3.93	6.5	1.9	2.2	1.57	.043	92.2	2.222		
4.76	10.31	8.0	132.8	16.8	3.86	18.0	4.1	10.4	1.69	1.028	433.3	3.333		
4.18	9.34	7.0	122.8	15.1	3.91	16.3	3.4	8.7	1.68	.606	385.5	3.333		
3.42	8.47	6.0	114.7	13.0	3.94	13.0	3.0	7.6	1.65	.383	357.9	3.333		
3.04	7.73	5.0	107.0	11.6	3.96	11.6	2.6	6.6	1.63	.272	329.0	3.333		
2.66	7.05	4.0	101.0	10.3	3.98	10.3	2.3	5.9	1.61	.184	303.8	3.333		
2.28	6.43	3.0	95.0	9.3	4.00	9.3	2.0	5.1	1.60	.117	280.5	3.333		
1.90	5.86	2.0	90.0	8.7	4.00	8.7	1.9	4.3	1.59	.068	261.5	3.333		

