

**CÁLCULO AUTOMÁTICO DE PERDAS PROGRESSIVAS
EM PEÇAS DE CONCRETO PROTENDIDO**

AUTOR: ENG^o JOÃO AMILTON MENDES
ORIENTADOR: PROF. DR. ILIO MONTANARI

DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS

CÁLCULO AUTOMÁTICO DE PERDAS PROGRESSIVAS
EM PEÇAS DE CONCRETO PROTENDIDO

ENG^o JOÃO AMILTON MENDES

Tese apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para a obtenção do título de "Doutor em Engenharia Civil - Estruturas".

DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

SÃO CARLOS
1993

COMISSÃO JULGADORA

TITULARES:

Prof. Dr. Ilio Montanari (EESC-USP) - Orientador
Prof. Dr. Mounir Khalil El Debs (EESC-USP)
Prof. Tit. Manfred Theodor Schmid (UFPR)
Prof. Dr. José Lourenço Braga de A. Castanho (EPUSP)
Prof. Dr. Régis Latorraca Ribeiro de Lima (UNICAMP)

SUPLENTE:

Prof. Dr. Sergio Persival Baroncini Proença (EESC-USP)
Prof. Dr. Mauro Lacerda Santos Filho (UFPR)
Prof. Dr. Jasson Rodrigues de Figueiredo F^o (UFSCAR)
Prof. Dr. Aluísio Ernesto Assan (UNICAMP)

14/ABRIL/1993

À minha esposa Marjorie,
aos meus filhos Erick, Yasmine e Jessica
e à memória de meu pai João Antunes Mendes

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Ilio Montanari, pela orientação segura, pelo apoio recebido e pelo incentivo nos momentos difíceis, imprescindíveis para a conclusão desta pesquisa.

Ao Prof. Dr. José Lourenço Braga de Almeida Castanho, da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo e diretor da Figueiredo Ferraz - Consultoria e Engenharia de Projeto, pelo apoio e valiosas sugestões.

À Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação e ao Departamento de Engenharia da Universidade Estadual de Ponta Grossa, instituição da qual orgulhosamente pertencço, pelas providências tomadas no período de minha ausência.

À CAPES - Coordenadoria de Aperfeiçoamento do Pessoal de Ensino Superior, pela concessão de bolsa de estudo, durante o curso.

Aos Professores do Departamento de Estruturas, da Escola de Engenharia de São Carlos-USP e aos colegas da pós-graduação pelo convívio cordial em São Carlos.

Aos Funcionários do Departamento de Estruturas, da Escola de Engenharia de São Carlos, em especial à Sra. Wilma Provinciali Vall, secretária-chefe pela presteza e dedicação que sempre nos dispensou e à Sra. Maria Nadir Minatel, bibliotecária, pela organização bibliográfica.

À Sra. Sylvia Helena Moretti Vilani, funcionária da EESC-USP e ao Sr. Pedro Roberto Pires de Oliveira, desenhista particular, pela dedicação com que elaboraram os desenhos.

RESUMO

O presente trabalho trata da análise de peças de concreto protendido com aderência posterior ou com aderência inicial, no que concerne às alterações do estado de tensões normais às seções de concreto e da armadura ativa, sob o efeito reológico que sofrem esses materiais, no decurso do tempo.

São abordadas as principais propostas, a nível internacional, para o cálculo das deformações específicas por retração e por fluência do concreto.

Com a finalidade de subsidiar a pesquisa, apresentam-se os métodos de cálculo das deformações por fluência, prescritos pelo CEB. Entre eles, adota-se o Método das Tensões Médias.

Para o cálculo das deformações específicas por retração e fluência do concreto e para a relaxação do aço de protensão, são delineadas e tomadas por base, as prescrições da Norma Brasileira NBR 7197 - Projeto de Estruturas de Concreto Protendido. Mostra-se uma metodologia de cálculo das perdas progressivas de tensões nas armaduras de protensão e também das variações de tensões no concreto, para alguns casos de construção e utilização:

- etapa única de concretagem, protensão e carregamento;
- protensão e/ou carregamentos permanentes em etapas;
- seção formada por dois concretos, com protensão e/ou carregamentos permanentes em etapas.

Em cada caso, foi elaborado um programa computacional em Liguagem Fortran, cuja aferição deu-se através do processamento de exemplos numéricos conhecidos.

ABSTRACT

This research deals with the analysis of prestressed concrete members with posterior or initial adherence, in which concerns the alterations of the normal stresses condition to the sections and to the prestressing steel, due to the reologic effect that these materials suffer through the time.

The main international proposes to calculate the strain for shrinkage and concrete creep are studied.

In order to support the research, calculations methods of deformations for creep, prescribed by CEB, are presented. Among them, the Mean Stresses Method is adopted.

The Brazilian Norm NBR 7197 prescriptions - the Design of Prestressed Concrete Structures - is used as base for the strain predictions due to shrinkage and concrete creep, and also, due to relaxation of the prestressing steel. A calculation methodology of stress progressive losses on the prestressing steel, and also, of the stress variations in the concrete is presented, for some cases of construction and utilization:

- Placing, prestressing and loading in only one stage;
- Prestressing and / or constant loadings in stages;
- The section formed by two concretes, with pretressing and/ or constant loadings in stages.

In each step, a computer program using the Fortran Language was developed, on the results obtained agree with those of the other knowm numerical examples.

NOTAÇÕES

Letras Romanas:

- A_c - Área da seção transversal da peça de concreto;
- \bar{A}_c - Área líquida da seção transversal da peça;
- A_s - Área da seção transversal de armadura passiva;
- A_p - Área da seção transversal de armadura protendida;
- A_h - Área da seção homogeneizada;
- C - Função fluência específica;
- E_c - Módulo de deformação longitudinal do concreto;
- E_p - Módulo de deformação longitudinal do aço de protensão;
- E_s - Módulo de deformação longitudinal da armadura passiva;
- ex_i - Excentricidade de um feixe i , em relação ao centro de gravidade da seção transversal da peça;
- f_{ck} - Resistência característica do concreto à compressão;
- f_{ptk} - Resistência característica do aço de protensão à tração;
- h_{fic} - Espessura fictícia da peça;
- h_i - Distância da borda inferior de uma peça até o seu centro de gravidade;
- h_s - Distância da borda superior de uma peça até o seu centro de gravidade;
- I_c - Momento de inércia da seção transversal da peça de concreto em relação ao eixo horizontal que passa por seu centro de gravidade;
- I_p - Momento de inércia da armadura de protensão em relação a um eixo que passa pelo seu centro de gravidade;
- I_s - Momento de inércia da armadura passiva em relação a um eixo que passa pelo seu centro de gravidade;
- I_{ca} - Momento de inércia da seção homogeneizada

considerando apenas armadura passiva;

- I_{csp} - Momento de inércia da seção homogeneizada considerando as armaduras ativa e passiva;
- $M_{g,1}$ - Momento fletor oriundo da carga permanente, na etapa 1;
- $M_{p,1}$ - Momento fletor oriundo da protensão, na etapa 1;
- P_0 - Força na armadura de protensão no tempo t_0 ;
- SLUMP- Consistência do concreto por ocasião do lançamento;
- t - Idade fictícia da peça, em dias, para a qual se calculam as perdas progressivas no aço de protensão;
- t_0 - Idade fictícia do concreto, tomada como inicial, para se calcular as perdas em uma determinada etapa;
- T_j - Temperatura média do ambiente, durante j dias;
- u_{ar} - Perímetro da seção transversal da peça, exposto ao ar;
- U - Umidade relativa do ambiente onde se encontra a peça (valor médio no intervalo de tempo considerado);
- y_{pci} - Distância de um prisma i , de concreto, até o centro de gravidade da seção homogeneizada;
- y_{psj} - Distância de um prisma j , de aço, até o centro de gravidade da seção homogeneizada.

Letras Gregas:

- α - Coeficiente que depende da velocidade de endurecimento do cimento;
- α_c - Relação entre os módulos de deformação longitudinal dos concretos que compõem a seção;
- α_f - Coeficiente, para a fluência, que depende do tipo de cimento;
- α_p - Relação entre os módulos de deformação longitudinal da armadura de protensão e do concreto;
- α_s - Relação entre os módulos de deformação longitudinal da armadura passiva e do concreto;

- β_d - Coeficiente relativo à deformação lenta reversível;
- β_f - Coeficiente relativo à deformação lenta irreversível;
- χ - Coeficiente de envelhecimento do concreto;
- χ_s - Coeficiente de fluência para o aço de protensão;
- ϵ_{cc} - Deformação específica do concreto, por fluência;
- ϵ_{cca} - Fluência rápida;
- ϵ_{ccd} - Deformação lenta reversível;
- ϵ_{ccf} - Deformação lenta irreversível;
- ϵ_{cs} - Deformação específica do concreto, por retração;
- $\epsilon_{cs\omega}$ - Deformação específica final, por retração;
- ϵ_p - Deformação específica no aço de protensão;
- ϕ - Função fluência;
- γ - Coeficiente que depende da umidade relativa do ambiente;
- ψ - Coeficiente de relaxação do aço de protensão;
- $\chi_c = 1 + \phi(t, t_0)/2;$
- $\chi_p = 1 + \chi_s(t, t_0)/2;$
- λ - Deformação específica axial;
- μ - Rotação do plano da seção da peça ;
- ρ - Relação entre a área de armadura de protensão e a área da seção transversal da peça protendida;
- σ_c - Tensão normal no concreto;
- σ_p - Tensão na armadura de protensão no tempo t;
- σ_{p0} - Tensão na armadura de protensão no tempo t_0 ;
- τ - Idade fictícia genérica entre t_0 e t;
- φ - Coeficiente de fluência para o concreto;
- φ_a - Coeficiente de fluência rápida;
- φ_d - Coeficiente de deformação lenta reversível;
- φ_f - Coeficiente de deformação lenta irreversível;

SUMÁRIO

I	- INTRODUÇÃO.....	I- 1
1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	I- 1
2	HIPÓTESES FUNDAMENTAIS.....	I- 3
	2.1 Linearidade.....	I- 3
	2.2 Princípio da Superposição dos Efeitos.....	I- 6
3	DEFINIÇÕES.....	I- 8
	3.1 Deformação Total e Deformação por Fluência.....	I- 8
	3.2 Coeficiente de Fluência.....	I- 9
	3.3 Fluência Específica.....	I- 9
	3.4 Função Fluência.....	I- 9
4	DEFORMAÇÕES ESPECÍFICAS POR RETRAÇÃO E POR FLUÊNCIA	I-10
4	DEFORMAÇÕES ESPECÍFICAS POR RETRAÇÃO E POR FLUÊNCIA	I-10
	4.1 Proposta da NORMA SOVIÉTICA.....	I-10
	4.1.1 Para a Retração.....	I-10
	4.1.2 Para a Fluência.....	I-10
	4.2 Proposta do ACI/1978 (Committee 209-II).....	I-12
	4.2.1 Para a Retração.....	I-12
	4.2.2 Para a Fluência.....	I-14
	4.3 Proposta de BAZANT-PANULA (BaP/1978).....	I-16
	4.3.1 Para a Retração.....	I-16
	4.3.2 Para a Fluência.....	I-17
	4.4 Proposta do CEB/1978.....	I-18
	4.4.1 Para a Retração.....	I-19
	4.4.2 Para a Fluência.....	I-21
	4.5 Proposta do CEB/1990.....	I-25
	4.5.1 Para a Retração.....	I-25
	4.5.2 Para a Fluência.....	I-26
	4.6 Proposta da NORMA BRASILEIRA (NBR 7197).....	I-30
5	MÉTODOS DE CÁLCULO DAS DEFORMAÇÕES POR FLUÊNCIA.....	I-30
	5.1 Método Geral.....	I-30
	5.2 Métodos Simplificados.....	I-32
	5.2.1 Métodos Algébricos.....	I-32

5.2.1.1	Método do Módulo de Deformação Efetivo (EM).....	I-32
5.2.1.2	Método da Tensão Média (MS).....	I-34
5.2.1.3	Método do Módulo de Deformação Efetivo Ajustado à Idade (AAEM)....	I-36
5.2.2	Métodos que Usam Função Fluência Simplificada.....	I-37
5.2.2.1	Teoria da Hereditariedade.....	I-38
5.2.2.2	Teoria do Envelhecimento.....	I-40
5.2.2.3	Método de Dischinger Generalizado..	I-42
6	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	I-43

II - FASES ÚNICAS DE CONCRETAGEM, DE PROTENSÃO

	E DE CARREGAMENTO PERMANENTE.....	II- 1
1	PRELIMINARES.....	II- 1
2	IDADE FICTICIA DO CONCRETO E ESPESSURA FICTICIA DA PEÇA.....	II- 3
2.1	Idade Fictícia do Concreto.....	II- 3
2.2	Espessura Fictícia da Peça.....	II- 3
3	RETRAÇÃO DO CONCRETO.....	II- 4
4	FLUÊNCIA DO CONCRETO.....	II- 6
4.1	Hipóteses.....	II- 7
4.2	Valor da Fluência.....	II- 8
5	VALORES NUMÉRICOS PARA A RETRAÇÃO E FLUÊNCIA.....	II-10
5.1	Valores Usuais.....	II-10
5.2	Valores Particulares.....	II-11
6	RELAXAÇÃO E FLUÊNCIA DO AÇO DE PROTENSÃO.....	II-11
6.1	Relaxação do Aço.....	II-12
6.2	Fluência do Aço.....	II-15
6.3	Relação entre o Coeficiente de Relaxação do Aço e o Coeficiente de Fluência.....	II-15
6.4	Deformação Diferida do Aço de Protensão.....	II-17
7	DEFORMAÇÃO DIFERIDA NO CONCRETO.....	II-18
8	PERDAS PROGRESSIVAS NA ARMADURA E NO CONCRETO.....	II-19
8.1	Hipóteses de Cálculo.....	II-19
8.2	Metodologia de Cálculo das Perdas Progressivas..	II-19

9	PROGRAMA PROTUNE.FOR.....	II-23
10	EXEMPLOS DE APLICAÇÃO.....	II-24
10.1	Exemplo 1: Seção com Um Cabo Equivalente.....	II-25
10.2	Exemplo 2: CEB/FIP-Cabo Equivalente.....	II-28
10.3	Exemplo 3: CEB/FIP-Vários Cabos na Seção.....	II-32
11	INCLUSÃO DA ARMADURA PASSIVA.....	II-38
11.1	Preliminares.....	II-38
11.2	Dados Físicos e Geométricos.....	II-39
11.3	Tensões Iniciais no Concreto.....	II-41
11.4	Condições de Equilíbrio e Compatibilidade.....	II-42
11.5	Programa Computacional Prots.For.....	II-49
11.6	Exemplos.....	II-49
12	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	II-52

III - VARIACÃO SIMULTÂNEA DE PROTENSÃO E

	CARREGAMENTO EM ETAPAS DISTINTAS.....	III- 1
--	---------------------------------------	--------

1	PRELIMINARES.....	III- 1
2	CARACTERIZAÇÃO DOS DADOS NECESSÁRIOS.....	III- 2
3	TENSÕES NOS FEIXES DE CABOS.....	III- 4
3.1	Tensões Iniciais {SIGP}.....	III- 4
3.2	Coeficiente de Relaxação.....	III- 6
3.3	Coeficiente de Fluência.....	III- 7
4	TENSÕES NO CONCRETO.....	III- 8
4.1	Matriz de Tensões no Concreto [SIGC].....	III- 8
4.2	Coeficientes de Fluência Para o Concreto.....	III-12
5	CÁLCULO DAS PERDAS NOS FEIXES DE CABOS.....	III-15
6	PROGRAMA COMPUTACIONAL PROTDIS.FOR.....	III-20
7	EXEMPLOS DE APLICAÇÃO.....	III-21
7.1	Exemplo 1: Seção com Duas Etapas.....	III-21
7.2	Exemplo 2: Seção com Duas Etapas Muito Próximas.....	III-26
7.3	Exemplo 3: Seção com Duas Etapas de Carregamento Sendo a Primeira aos 28 Dias.....	III-27
7.4	Comparação dos resultados.....	III-30
8	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	III-31

IV - ACRÉSCIMO DE PROTENSÃO OU DE CARGA PERMANENTE
EM ETAPAS QUAISQUER.....IV- 1

1	PRELIMINARES.....	IV- 1
2	TENSÕES NO CONCRETO.....	IV- 2
3	TENSÕES NOS FEIXES DE CABOS.....	IV- 3
	3.1 Tensões Iniciais de Uma Etapa.....	IV- 3
	3.2 Tensões Finais de Uma Etapa.....	IV- 5
4	CÁLCULO DAS PERDAS NOS FEIXES DE CABOS.....	IV- 6
	4.1 Exemplo Literal para Três Etapas.....	IV- 6
	4.2 Solução Geral para as Perdas nos Feixes.....	IV-12
5	PROGRAMA COMPUTACIONAL CARDIS.FOR.....	IV-13
6	EXEMPLOS DE APLICAÇÃO.....	IV-14
	6.1 Exemplo 1: Seção com Três Etapas de Carregamento e Duas Etapas de Protensão Consecutivas.....	IV-14
	6.2 Exemplo 2: Seção com Três Etapas de Carregamento e Duas Protensões não Consecutivas.....	IV-19
	6.3 Exemplo 3: Duas Etapas com Aplicação Simultânea de Carregamento e Protensão.....	IV-22
	6.4 Comparação dos Resultados.....	IV-25
7	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	IV-26

V - SEÇÃO FORMADA POR DOIS CONCRETOS
COM CARACTERÍSTICAS DIFERENTES.....V- 1

1	ASPECTOS GERAIS.....	V- 1
2	METODOLOGIA DE CÁLCULO.....	V- 3
3	CARACTERÍSTICAS DA SEÇÃO.....	V- 4
	3.1 Dados Físicos.....	V- 4
	3.2 Dados Geométricos.....	V- 4
	3.3 Homogeneização da Seção.....	V- 4
	3.4 Prismas de Concreto.....	V- 6
	3.5 Prismas de Aço.....	V- 7
	3.6 Distribuição das Tensões Normais.....	V- 8
	3.7 Dados Gerais.....	V- 8

4	DEFORMAÇÕES ESPECÍFICAS DIFERIDAS.....	v- 9
4.1	Nos Prismas de Concreto.....	v- 9
4.2	Nos Prismas de Aço.....	v-11
4.3	Cálculo da Deformação Axial e da Rotação.....	v-11
5	TENSÕES NO CONCRETO.....	v-14
5.1	Enquanto Existir Apenas a Parte 1.....	v-14
5.2	Quando a Seção for Constituída de Duas Parte.....	v-15
5.2.1	Tensões Iniciais nos Prismas de Concreto...	v-15
5.2.2	Perdas de Tensões nos Prismas de Concreto..	v-17
5.2.3	Tensões Finais nos Prismas de Concreto....	v-17
5.3	Tensões nas Bordas da Seção.....	v-18
5.3.1	Tensões Iniciais nas Bordas.....	v-18
5.3.2	Perda de Tensões nas Bordas.....	v-18
6	TENSÕES NO AÇO DE PROTENSÃO.....	v-19
6.1	Tensões Iniciais nos Prismas de Aço.....	v-19
6.2	Perdas de Tensões nos Prismas de Aço.....	v-20
6.3	Tensões Finais nos Prismas de Aço.....	v-20
7	PROGRAMA COMPUTACIONAL CARCON.FOR.....	v-20
8	EXEMPLOS DE APLICAÇÃO.....	v-21
8.1	Exemplo 1: Seção com Quatro Etapas.....	v-21
8.2	Exemplo 2: Seção com Três Etapas, Sendo a Última com Protensão na Seção Plena.....	v-28
9	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	v-32
VI	- CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	VI-1
1	CONCLUSÕES	VI-1
2	SUGESTÕES PARA OUTRAS PESQUISAS.....	VI-3
3	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	VI-4
VII	- BIBLIOGRAFIA.....	VII-1

I - INTRODUÇÃO

1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

As estruturas de concreto protendido sofrem, no decurso do tempo, sensíveis alterações no seu estado de tensão, causadas pelo comportamento reológico dos materiais que as constituem. O concreto se comporta como um material visco-elástico e apresenta deformações por fluência e por retração. O aço de protensão, por sua vez, apresenta os fenômenos da fluência e da relaxação, sendo este o mais importante, face à pouca variação de comprimento das peças.

No decorrer do tempo, o crescimento das deformações e o aparecimento de fissuras podem comprometer as estruturas no que diz respeito aos estados limites de utilização.

Um grande problema para o engenheiro estrutural é apropriar com a maior precisão possível, as variações das tensões, quer no aço de protensão, quer no concreto, ocorridas durante o período de vida útil da estrutura.

Com o advento da regulamentação da NBR 7197 - PROJETO DE ESTRUTURAS DE CONCRETO PROTENDIDO, faz-se necessário uma automatização abrangente do cálculo das

perdas progressivas das tensões normais nas seções de concreto protendido, para minimizar o dispendioso tempo de cálculo que tal tarefa demanda, bem como, chegar a resultados satisfatórios, tendo em vista a gama de parâmetros envolvidos, sem ter que recorrer à experiência, baseada em obras anteriormente projetadas.

Com esta tese, pretende-se:

- desenvolver uma metodologia de cálculo dos efeitos da retração e fluência do concreto e da relaxação do aço de protensão utilizados em peças de concreto protendido;
- elaborar roteiros de cálculo das perdas progressivas de tensões normais, em seções de estruturas de concreto protendido, para várias hipóteses de construção e utilização da obra;
- automatizar, via computador, os referidos cálculos.

A automatização foi dividida em cinco casos de grande utilização prática e que são tratados em partes distintas nesta pesquisa, a partir da Parte II, na seguinte ordem:

- a) quando for possível considerar fases únicas de concretagem, de carregamento e de protensão, com vários cabos na seção transversal de uma estrutura isostática;
- b) considerando-se o caso anterior, porém incluindo o efeito de armaduras passivas;
- c) quando se tem carregamento e protensão, ambos aplicados gradual e simultaneamente por etapas distintas, durante a construção, como é o caso das pontes com balanços sucessivos;
- d) quando se tem carregamento e protensão aplicados em etapas quaisquer;
- e) quando a seção transversal da peça é concretada em duas fases e os carregamentos podendo ser conforme o caso d.

Para cada caso, elaborou-se o respectivo Programa Computacional em Linguagem Fortran, conforme o Quadro I.1.

Quadro I.1

SITUAÇÃO	PROGRAMA FORTRAN
Considerando fase única de operação: -sem incluir o efeito da armadura passiva	PROTUNE.FOR
Considerando fase única de operação: -incluindo o efeito da armadura passiva	PROTS.FOR
Considerando carregamento e protensão agindo simultaneamente, mas aplicados por etapas distintas	PROTDIS.FOR
Carregamento e protensão aplicados em etapas quaisquer	CARDIS.FOR
Seções constituídas por dois tipos de concreto	CARCON.FOR

O primeiro caso, considerando apenas cabo resultante, está prescrito pela NBR 7197, ainda que, para chegar a resultados finais, seja necessário consultar as tabelas e gráficos existentes na referida Norma. Essa consulta traz vários inconvenientes, pois torna-se constante a necessidade de realizar interpolações, leituras gráficas, etc - propiciando ao calculista a possibilidade de cometer erros grosseiros. Quanto aos demais casos, a NBR 7197 apenas fornece indícios para a solução.

2 HIPÓTESES FUNDAMENTAIS

2.1 Linearidade

Admite-se a hipótese de modelo de fluência linear, isto é, deformações por fluência, sob tensão constante, são linearmente relacionadas com as tensões.

Vários pesquisadores efetuaram testes de compressão axial, para confirmar essa relação, concluindo que a linearidade é aceitável na prática, mas ela aplica-se dentro de um certo limite da relação entre a tensão aplicada $\sigma_c(t_0)$ e a resistência do concreto f_{cm} . Quando esse limite é excedido, a fluência não é mais proporcional às tensões.

SKUDRA [1], em 1956, ensaiou vários corpos de prova, submetendo-os a diversos níveis de tensão e carregando-os aos 4, 14, 35 e 75 dias após a concretagem. Para diversos níveis de tensão e para alguns intervalos de tempo de manutenção da carga, obteve as deformações por fluência e traçou as curvas da Fig. I.1. Concluiu que não existe um limite definido para a relação σ_c/f_{cm} e propôs que a relação linear seja aceita até o limite de 0,50.

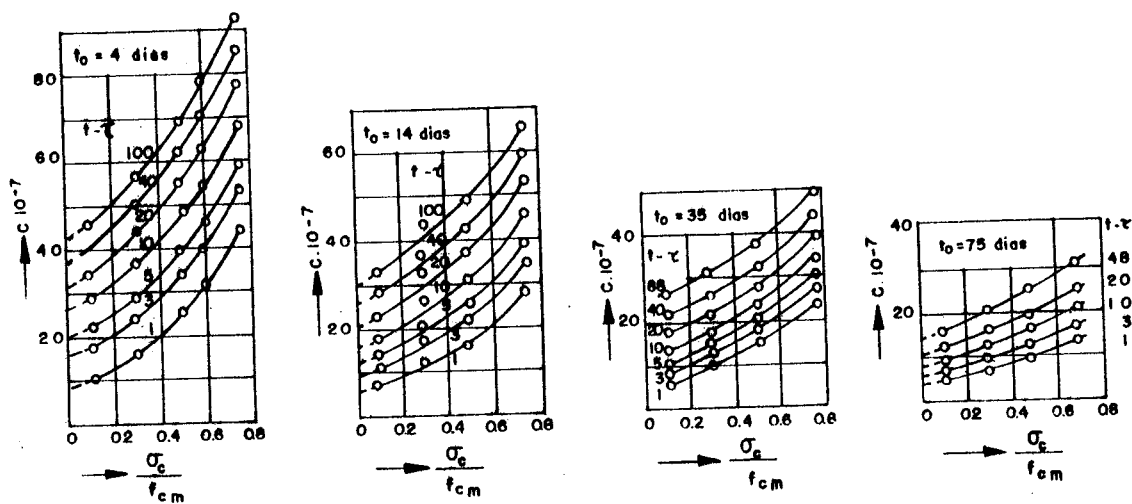


Fig. I.1 - Gráfico de Fluência $\times \sigma_c/f_{cm}$, para concreto submetido à compressão. [2]

WAGNER [3], em 1958, chegou a resultados menores, para o referido limite, numa ordem de 30% a 40% de f_{cm} .

GVOZDYEV [4], em 1966, mostrou que a fluência cresce rapidamente para a relação $\sigma_c/f_{cm} \geq 0,70$, conforme a Fig. I.2. Das curvas, deduz-se que o limite depende também da duração do carregamento, porque para a menor duração do carregamento (5 dias), ocorreu uma mudança mais abrupta da

curva de deformações por fluência. Observa-se também que até valores de $\sigma_c/f_{cm} = 0,30$ a $\sigma_c/f_{cm} = 0,40$, as curvas são muito abatidas e praticamente se confundem com retas que passam pela origem dos eixos, daí a consideração de linearidade até esse limites.

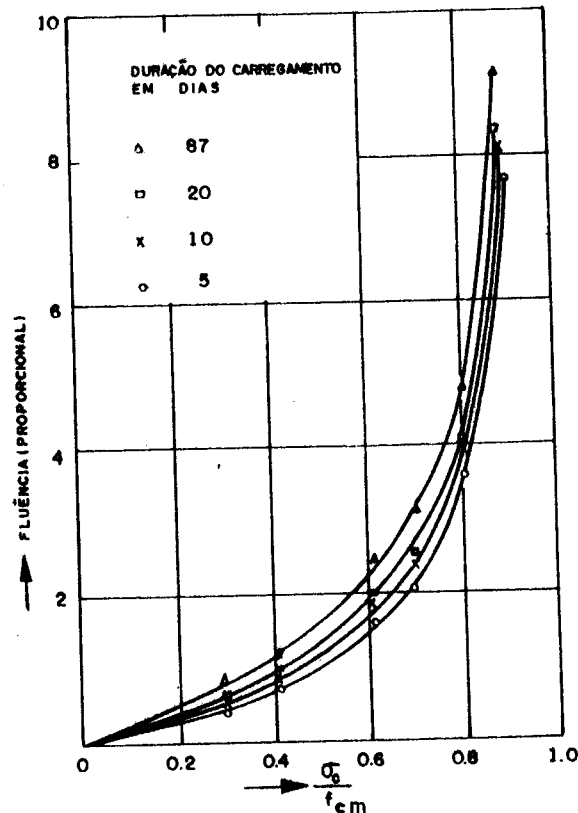


Fig. I.2 - Gráfico Fluência X σ_c/f_{cm} . [5]

Assim, pode-se concluir que a linearidade entre as tensões e as deformações por fluência é justificável para tensões menores que $0,40f_{cm}$.

Segundo o CEB-FIP 78 [6], a superposição linear é normalmente aceita até quando o nível de tensões é igual a $0,3f_{cm}$ ou $0,4f_{ckj}$.

A NBR 7197 [7], para o cálculo dos efeitos da fluência, estende esse limite para $0,5f_{ck}$.

O CEB-FIP 90 [8] admite a superposição linear até quando o nível de tensões for $0,4f_{cj}$.

2.2 Princípio da Superposição dos Efeitos

A linearidade implica no princípio da superposição dos efeitos, cujo teor é: "deformações (ou tensões), provenientes de tensões (ou deformações) crescentes aplicadas em épocas distintas, podem ser adicionadas".

Para a análise da fluência, a validade da superposição é estendida aos casos onde o concreto é submetido a tensões em épocas diferentes. Para exemplificar, seja uma seção de concreto submetida a três estágios de carregamento, conforme a Fig. I.3: $\sigma_{c,1}$ na idade t_1 ; $\sigma_{c,2}$ na idade t_2 e $\sigma_{c,3}$ na idade t_3 , sendo $\sigma_{c,3}$ uma tensão de descarregamento.

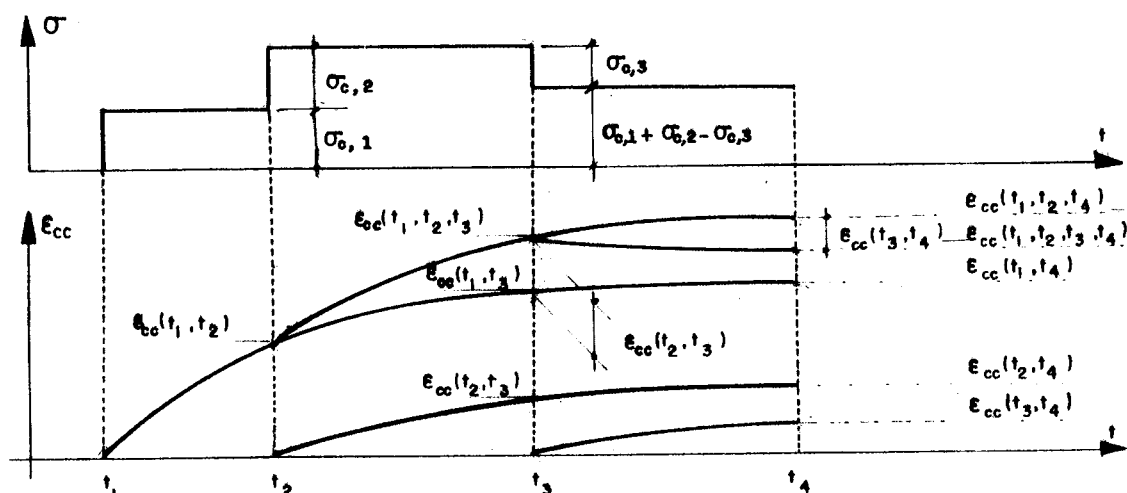


Fig. I.3 - Superposição da fluência [9]

A deformação por fluência na idade t_3 será:

$$\epsilon_{cc}(t_1, t_2, t_3) = \epsilon_{cc}(t_1, t_3) + \epsilon_{cc}(t_2, t_3)$$

onde:

$\epsilon_{cc}(t_1, t_3) \rightarrow$ fluência oriunda de σ_1 , no intervalo (t_1, t_3) ;

$\epsilon_{cc}(t_2, t_3) \rightarrow$ fluência oriunda de σ_2 , no intervalo (t_2, t_3) ;

Quando ocorre o descarregamento, na idade t_3 , e deseja-se calcular as deformações por fluência até a idade t_4 , deve-se subtrair a parcela $\epsilon_{cc}(t_3, t_4) \rightarrow$ fluência relativa à σ_3 , no intervalo (t_3, t_4) . Então, a fluência total

na idade t_4 fica:

$$\epsilon_{cc}(t_1, t_2, t_3, t_4) = \epsilon_{cc}(t_1, t_4) + \epsilon_{cc}(t_2, t_4) - \epsilon_{cc}(t_3, t_4) \quad \text{OU}$$

$$\epsilon_{cc}(t_1, t_2, t_3, t_4) = \epsilon_{cc}(t_1, t_2, t_4) - \epsilon_{cc}(t_3, t_4)$$

A validade da superposição dos efeitos foi confirmada através de ensaios e os resultados foram satisfatórios, mas somente quando as tensões crescem. Quando as tensões decrescem, a superposição pode ser aplicada desde que o decréscimo de tensão não seja exagerado.

S. Backstrom [10], em 1956, ensaiou peças sujeitas à flexão e comparou os resultados com os valores calculados. Concluiu, conforme mostra a Fig. I.4, para uma peça submetida a uma descarga total e de maneira brusca, que os valores da deformação permanente foram menores que os calculados.

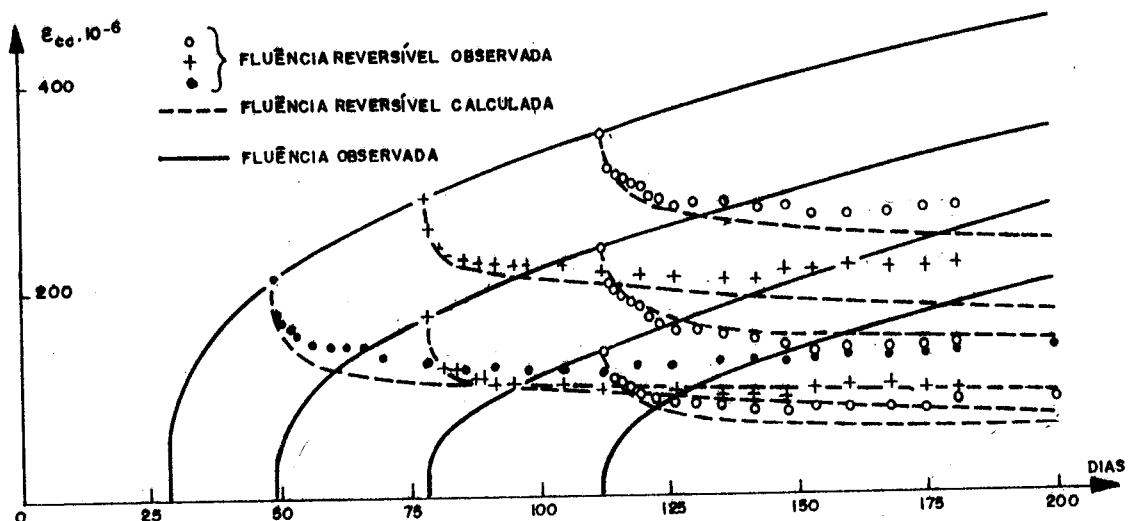


Fig. I.4 - Deformações no concreto. [11]

A. D. Ross [12], em 1958, também fez ensaios para comparar os resultados com o cálculo teórico, aplicando a superposição dos efeitos. Concluiu que, para um decréscimo gradual de tensões, a fluência é maior que a teórica, conforme mostra a Fig. I.5a. Concluiu também que, para um acréscimo gradual de tensões, a fluência é menor que a teórica, conforme mostra a Fig. I.5b.

Em todos os ensaios encontraram-se diferenças, mas que são insignificantes tendo em vista as tensões encontradas na prática. Então o princípio da superposição dos efeitos, satisfazendo um grande número de casos práticos, foi aceito, pois sem ele, a análise da fluência seria um trabalho difícil.

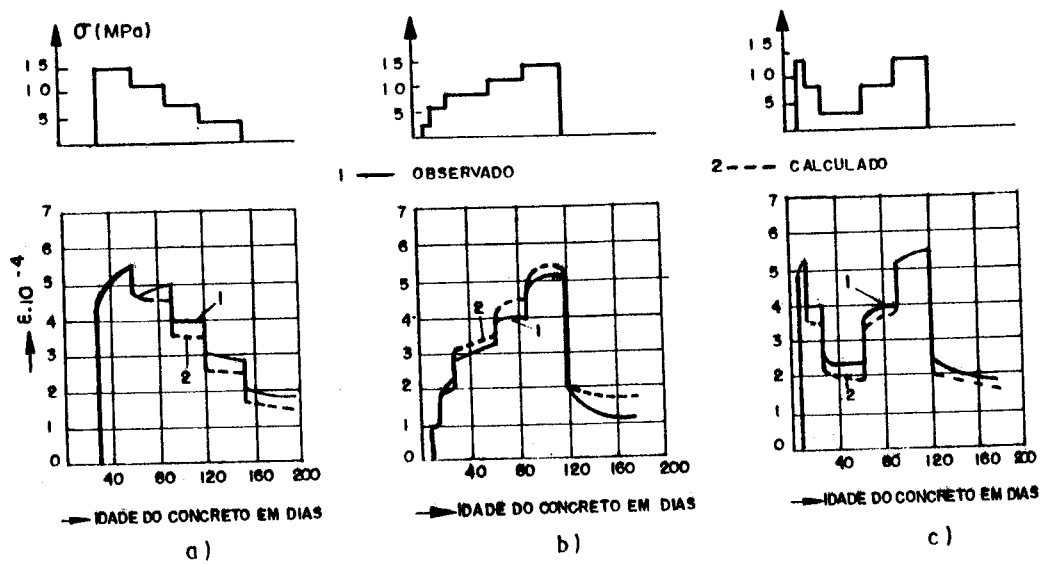


Fig. I.5 - Resultados de ensaios de carregamento e descarregamento em peças de concreto. [13]

3 DEFINIÇÕES [14]

3.1 Deformação Total e Deformação por Fluência

A deformação total na idade t , causada por uma tensão constante $\sigma(t_0)$, atuante desde a idade t_0 , será;

$$\epsilon_c(t, t_0) = \frac{\sigma(t_0)}{E_c(t_0)} + \epsilon_{cc}(t, t_0) \quad (I-1)$$

onde:

$\frac{\sigma(t_0)}{E_c(t_0)}$ = deformação inicial no concreto, na idade t_0 ;

$\epsilon_{cc}(t, t_0)$ = deformação por fluência no concreto, na idade t ;

$E_c(t_0)$ = módulo de deformação longitudinal do concreto na idade t_0 .

3.2 Coeficiente de Fluência

Duas diferentes definições para o coeficiente de fluência são encontradas nos métodos de avaliação:

- a) coeficiente de fluência representa a relação entre a deformação por fluência no tempo t e a deformação inicial no tempo t_0 (utilizada nos modelos do ACI—"American Concrete Institute" e BaP—"Bazant e Panula").

$$\varphi_0(t, t_0) = \frac{\varepsilon_{cc}(t, t_0)}{\sigma(t_0) / E_c(t_0)} \quad (I-2)$$

- b) coeficiente de fluência representa a relação entre a deformação por fluência no tempo t e a deformação inicial para tensões aplicadas aos 28 dias (modelo CEB/78).

$$\varphi_{28}(t, t_0) = \frac{\varepsilon_{cc}(t, t_0)}{\sigma(t_0) / E_{c28}} \quad (I-3)$$

onde E_{c28} = módulo de deformação inicial para a idade de 28 dias.

3.3 Fluência Específica

É a razão entre o coeficiente de fluência e o módulo de deformação do concreto. Representa-se por :

$$C(t, t_0) = \frac{\varphi_0(t, t_0)}{E_c(t_0)} \quad (\text{Para os modelos ACI e BaP})$$

$$C(t, t_0) = \frac{\varphi_{28}(t, t_0)}{E_{c28}} \quad (\text{Para os modelos CEB e NBR 7197})$$

3.4 Função Fluência

A "função fluência" representa a deformação total na idade t , para uma tensão unitária atuante desde a idade t_0 :

$$\Phi(t, t_0) = \frac{1}{E_c(t_0)} + C(t, t_0) \quad (I-4)$$

De acordo com as definições para os coeficientes de fluência, as expressões seguintes podem ser obtidas:

$$\Phi(t, t_0) = \frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\varphi_0(t, t_0)}{E_c(t_0)} \quad (\text{ACI e BaP}) \quad (I-5)$$

$$\Phi(t, t_0) = \frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\varphi_{28}(t, t_0)}{E_{c28}} \quad (\text{CEB e NBR 7197}) \quad (I-6)$$

A Fig. I.6 mostra o tipo de "funções fluência" para início de carregamento em várias idades.

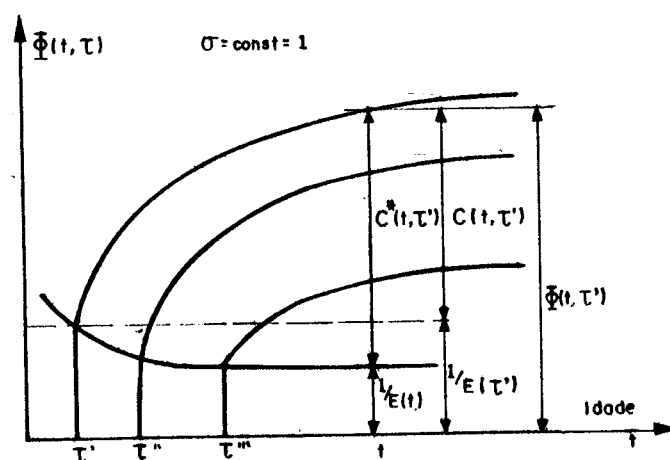


Fig. I.6 - Curvas de função fluência

4 DEFORMAÇÕES ESPECÍFICAS POR RETRAÇÃO E POR FLUÊNCIA

4.1 PROPOSTA DA NORMA SOVIÉTICA [15]

4.1.1 Para a Retração

A deformação específica por retração é calculada pela expressão:

$$\varepsilon_r(t) = \varepsilon_{r\infty} \cdot [1 - e^{-B \cdot t}]$$

sendo $B = 0,04$ e $\varepsilon_{r\infty} = \alpha_c \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_4$, cujos coeficientes α_c , η_1 , η_2 e η_4 se encontram nas Tabelas I.1, I.2, I.3 e I.5, respectivamente.

4.1.2 Para a Fluência

O coeficiente de fluência, em uma idade qualquer t ,

é calculado através da expressão:

$$\varphi(t) = \varphi_{\infty} \cdot \left[1 - e^{-B \cdot (t - t_0)} \right]$$

sendo $\varphi_{\infty} = \varphi_c \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3$, onde o valor de φ_c se encontra na Tabela I.1 e o valor de η_3 se encontra na Tabela I.4.

Tabela I.1 - Valores φ_c e α_c

Concreto	φ_c	$\alpha_c \cdot 10^5$
Normal com agregado graúdo, cura normal	2,0	30
Normal com agregado graúdo, cura a vapor	1,8	25
Leve com agregado graúdo, cura normal	2,5	35
Normal com agregado fino, cura normal	2,5	50
Leve com agregado fino, cura normal	2,5	50
Leve com agregado fino, cura a vapor	2,0	40

Tabela I.2 - Influência da umidade do ambiente - η_1

U %	η_1
Muito Seco (<20)	1,40
Seco (20 a 40)	1,30
Normal (50 a 60)	1,00
Úmido (61 a 75)	0,85
Muito Úmido (>75)	0,70
Água	0,00

Tabela I.3 - Influência da espessura mínima da seção transversal - η_2

d_{min}	η_2	d_{min}	η_2
<5	1,60	30	0,90
5	1,50	40	0,80
7	1,30	50	0,75
10	1,15	60	0,70
15	1,05	80	0,55
20	1,00	100	0,50
25	0,95	>100	0,40

Tabela I.4 - Influência da idade do concreto no ato de carregamento - η_3

Idade do concreto no ato do carregamento (dias)	η_3	
	Cura normal	Cura a vapor
3	2,0	1,50
5	1,8	1,40
7	1,6	1,30
10	1,4	1,25
14	1,2	-----
20	1,1	-----
28	1,0	-----
40	0,8	-----
60	0,7	-----
90	0,6	-----
180	0,5	-----
360	0,45	-----

Tabela I.5 - Influência da idade do concreto na retração - η_4

Idade inicial para o cálculo da retração (dias)	η_4
0 a 3	1,00
7	0,95
14	0,75
28	0,55
60	0,35
90	0,30
180	0,25
360	0,20

4.2 PROPOSTA DO ACI ("COMMITTEE 209/II - 1978") [16]

4.2.1 Para a Retração

A deformação específica do concreto, por retração, depende do tipo de cura e é calculada através das expressões:

- para cura úmida -
$$\epsilon_{cs}(t, t_0) = \frac{t-t_0}{35+(t-t_0)} \epsilon_{cs\infty}$$

- para cura a vapor -
$$\epsilon_{cs}(t, t_0) = \frac{t-t_0}{55+(t-t_0)} \epsilon_{cs\infty}$$

onde: $\epsilon_{c_s}(t, t_0)$ = retração (10^{-6})

t = idade do concreto;

t_0 = idade do concreto desde o início da cura até o carregamento;

$$\epsilon_{c_s} = 0,00078 \cdot K_t^s \cdot K_U^s \cdot K_d^s \cdot K_S^s \cdot K_B^s \cdot K_F^s \cdot K_A^s$$

onde: K_t^s , K_U^s , K_d^s , K_S^s , K_B^s , K_F^s , e K_A^s são fatores de correção para o cálculo da retração.

O coeficiente K_t^s , para idade de cura úmida diferente de sete dias, é fornecido na Tabela I.6 ; para cura a vapor por um período de um a três dias, $K_t^s=1$.

Tabela I.6 - Coeficiente de idade para a retração.

Período de cura úmida (dias)	Coeficiente de idade K_t^s
1	1,2
3	1,1
7	1,0
14	0,93
28	0,86
90	0,75

O coeficiente de umidade K_U^s é calculado por:

$$K_U^s = 1,40 - 0,010 \cdot U \quad \text{para } 40\% \leq U \leq 80\% \quad \text{ou,}$$

$$K_U^s = 3,00 - 0,030 \cdot U \quad \text{para } 80\% \leq U \leq 100\%.$$

Dois métodos são recomendados para a determinação do coeficiente de espessura da peça K_d^s :

a) Espessura média d

A espessura média é calculada por $d=4v/s$, sendo "v" o volume da peça e "s" a superfície, em mm.

Se a espessura média for menor que 150 mm, K_d^s é fornecido na Tabela I.8.

Se a espessura média ficar entre 150 e 380 mm, usam-se as expressões:

$$K_d^e = 1,23 - 0,0015 d \quad \text{para } t - t_0 \leq 1 \text{ ano e,}$$

$$K_d^e = 1,17 - 0,0015 d \quad \text{para } t - t_0 > 1 \text{ ano.}$$

b) Relação volume/superfície (quando $d > 380 \text{ mm}$)

$$K_d^e = 1,20 \cdot \exp(-0,00473 \cdot v/s)$$

Os demais fatores k^e , são expressos por:

$$K_S^e = 0,89 + 0,00264 \cdot S$$

$$K_B^e = 0,75 + 0,00061 \cdot B$$

$$K_F^e = 0,30 + 0,014 \cdot F$$

para $F \leq 50$

$$K_F^e = 0,90 + 0,002 \cdot F$$

para $F > 50$

$$K_A^e = 0,95 + 0,008 \cdot A$$

Nessas expressões, as variáveis têm os significados como segue:

U é a umidade relativa do ar em %;

d é a espessura média da peça de concreto em mm;

B é o peso de cimento no volume de concreto (kg/m^3);

S é o SLUMP do concreto fresco em mm;

F é a relação em peso de agregado fino/agregado total, em %, no volume de concreto;

A é o índice de vazios, em %, no volume de concreto.

4.2.2 Para a Fluência

A deformação total sob tensão unitária - "função fluência", é expressa pela equação:

$$\Phi(t, t_0) = \frac{1}{E_c(t_0)} \left(1 + \varphi_0(t, t_0) \right)$$

O módulo de deformação inicial pode ser calculado através de $f_{cm}(t_0)$ e da massa específica do concreto μ , pela expressão:

$$E_c(t_0) = 0,0000428 \cdot \sqrt{\mu^3 \cdot f_{cm}(t_0)}$$

onde

$$f_{cm}(t_0) = \frac{t_0}{a + b \cdot t_0} \cdot f_{cm}(28)$$

Sendo $E_c(t_0)$ em GPa, $f_{cm}(t_0)$ e $f_{cm}(28)$ em MPa e μ em kg/m^3 .

As constantes a e b são funções do tipo de cimento utilizado e das condições de cura, conforme a Tabela I-7.

Tabela I.7 - Constantes a e b.

TIPO DE CIMENTO	CONDIÇÕES DE CURA	a	b
I (Cura Normal)	úmida	4,00	0,85
	vapor	1,00	0,95
III (Cura Rápida)	úmida	2,30	0,92
	vapor	0,70	0,98

O coeficiente de fluência é expresso por uma função produto:

$$\varphi_o(t, t_0) = \varphi_o(t_0) \cdot \frac{(t-t_0)^{0,6}}{10+(t-t_0)^{0,6}}$$

$$\varphi_o(t_0) = 2,35 \cdot K_t^c \cdot K_U^c \cdot K_d^c \cdot K_S^c \cdot K_F^c \cdot K_A^c$$

onde:

$$K_t^c = 1,25 \cdot t_0^{-0,118} \quad \text{para concreto com cura úmida;}$$

$$K_t^c = 1,13 \cdot t_0^{-0,095} \quad \text{para concreto com cura a vapor.}$$

$$K_U^c = 1,27 - 0,006 \cdot U \quad \text{onde } U \geq 40\%.$$

Dois métodos são recomendados para a determinação do coeficiente de espessura da peça K_d^c :

a) Espessura média

Se a espessura média for menor que 150 mm, K_d^c é fornecido na Tabela I.8

Se a espessura média d, ficar entre 150 e 380 mm, usam-se as expressões:

$$K_d^c = 1,14 - 0,00091d \quad \text{para carregamento com duração menor ou igual a 1 ano e,}$$

$$K_d^c = 1,10 - 0,00067d \quad \text{para carregamento maior que 1 ano.}$$

Tabela I.8 - Coeficientes de espessura média.

ESPESSURA MÉDIA DA PEÇA (mm)	COEF. P/ FLUÊNCIA K_d^c	COEF. P/ RETRAÇÃO K_d^s
50	1,30	1,35
75	1,17	1,25
100	1,11	1,17
125	1,04	1,08
150	1,00	1,00

b) Relação volume/superfície (quando $d \geq 380$ mm)

$$K_d^c = [1 + 1,13 \cdot \exp(-0,0212 \cdot v/s)] \cdot 2/3$$

onde v/s é a relação volume/superfície (mm).

Os coeficientes que dependem da composição do concreto são: K_S^c , K_F^c , K_A^c .

$$K_S^c = 0,82 + 0,00264 \cdot S$$

$$K_F^c = 0,88 + 0,0024 \cdot F$$

$$K_A^c = 0,46 + 0,09 \cdot A \geq 1$$

4.3 PROPOSTA DE BAZANT-PANULA (BaP-1978) [17]

4.3.1 Para a Retração

A deformação específica por retração é dada por:

$$\epsilon_{cs}(t, t_0) = \epsilon_{cs\infty} \cdot k_h \cdot [(t-t_0)/(t_s+t-t_0)]^{1/2}$$

onde: t = idade do concreto;

t_0 = idade do concreto desde o início da cura até o carregamento;

t_s = é uma idade para a qual $\epsilon_{cs} = 0,5^{1/2}$, e depende das dimensões da peça, podendo ser estimada pela expressão: $t_s = 4 \cdot (K_s \cdot v/s)^2 \cdot 1/D(t_0)$

K_s é um fator que depende da geometria, e vale:

1,00 - para uma placa infinita;

1,15 - para um cilindro infinito;

1,25 - para um prisma quadrado infinito;

1,30 - para uma esfera;

1,55 - para um cubo.

$$D(t_0) = 2,40 + 120/t_0^{1/2}$$

$$K_h = 1 - (U/100)^3 \quad \text{para } U \leq 98\%;$$

$$K_h = -0,2 \quad \text{para } U = 100\%, \text{ sendo } U \text{ a umidade relativa do ar.}$$

A retração última é relacionada com os parâmetros da mistura, através da expressão:

$$\bar{\epsilon}_{c_{28}} = \left(1330 - 970 / (390z^{-4} + 1) \right) \cdot 10^{-6}$$

onde:

$$z = 0,381 \cdot f_{c_{28}}^{1/2} \cdot \left[1,25 \cdot \left(\frac{ar+br}{c} \right)^{1/2} + 0,50 \cdot \left(\frac{br}{ar} \right)^2 \right] \cdot \left(\frac{1+ar/c}{a/c} \right)^{1/3} - 12$$

Onde z deve ser >0, senão deve-se considerar z=0. Ainda :

$f_{c_{28}}$ é a resistência à compressão do concreto, medida no corpo de prova cilíndrico, aos 28 dias, em MPa ;

c é o peso de cimento na mistura (kg/m^3);

a/c é a relação água/cimento;

(ar+br)/c é a relação agregado total/cimento;

br/ar é a relação agregado graúdo/agregado miúdo;

ar/c é a relação areia/cimento.

Todas as relações são em peso.

4.3.2 Para a Fluência

A "função fluência" é dada por:

$$\Phi(t, t_0) = \Phi_b(t, t_0) + \Phi_d(t, t_0, t_s)$$

onde:

$\Phi_b(t, t_0)$ é uma função que representa a fluência básica, ou seja, aquela que ocorre sem troca de umidade com o ambiente. É avaliada em amostras seladas;

$\Phi_d(t, t_0, t_s)$ é uma função que representa a fluência de secagem, ou seja, aquela que se desenvolve durante a troca de umidade com o ambiente e depende da retração.

As funções acima são calculadas como segue:

Fluência Básica

$$\Phi_b(t, t_0) = \frac{1}{E_{co}} [1 + \varphi_b(t, t_0)]$$

onde:

$$\varphi_b = B \cdot (t_0^{-m} + 0,05) \cdot (t - t_0)^n$$

onde E_{co} é um módulo de elasticidade fictício, assintótico à curva de fluência versus logaritmo dos intervalos de tempo em que a peça permanece sob carga.

$$\frac{1}{E_{co}} = 0,01306 + 3,203 \cdot f_{c28}^{-2} \quad (\text{em } 10^{-3} \text{ MPa})$$

$$B = 0,30 + 152,20 \cdot f_{c28}^{-1/2}$$

$$m = 0,28 + 47,541 \cdot f_{c28}^{-2}$$

$$n = 0,115 + 0,183 \cdot 10^{-6} \cdot f_{c28}^{3/4}$$

Fluência de Secagem

$$\varphi'_d(t, t_0, \bar{t}) = B'_d \cdot t_0^{-m/2} \cdot K_h \cdot \left[1 + 3t_{0,5} / (t - t_0) \right]^{-0,35}$$

Nessas expressões:

$$B'_d = \left[1 + (t_0 - \bar{t}) / (10 \cdot t_{0,5}) \right]^{-1/2} \cdot B_d \cdot \epsilon_{s\infty} ;$$

$$B_d = 0,0056 + 0,0189 / (1 + 0,7 \cdot r^{-1,4}) \quad \text{para } r > 0,$$

$$B_d = 0,0056 \quad \text{para } r \leq 0$$

$$r = 0,56 \left(\frac{ar}{ar+br} f_{c28} \right)^{0,3} \cdot \left(\frac{br}{ar} \right)^{1,3} \cdot \left(1610 \frac{a/c}{\epsilon_{s\infty}} \right)^{1,5} - 0,85$$

$$K_h = 1 - U^{1,5} \cdot 10^{-3} \quad \text{com } U - \text{umidade relativa do ambiente, em \%}$$

4.4 PROPOSTA DO CEB/1978

Essa proposta, tratando do comportamento do concreto no decorrer do tempo, é apresentada no Anexo "e" do Código Modelo CEB-FIP/78. Ela se baseia em duas contribuições:

- "Kritische Sichtung der Verfahren zur Berücksichtigung der

Einflüsse von Kriechen", de autoria de RUSCH, H., JUNGWIRTH, D., HILSDORF, H., em 1973;

- "Berücksichtigung der Einflüsse von Kriechen und Schwinden auf das Verhalten der Tragwerke", de autoria de RUSCH, H., JUNGWIRTH, D. em 1976.

4.4.1 Para a Retração [18]

A deformação específica por retração, ocorrida em um intervalo de tempo $(t-\tau)$, será:

$$\epsilon_{cs}(t, \tau) = \epsilon_{cso} \cdot [\beta_s(t) - \beta_s(\tau)]$$

com

$$\epsilon_{cso} = \epsilon_{s1} \cdot \epsilon_{s2}$$

sendo que ϵ_{s1} depende da umidade relativa U e seus valores são extraídos da Tabela I.9 ou calculado através da

expressão: $\epsilon_{s1} = (0,000775U^3 - 0,1565U^2 + 11,0325U - 303,25)10^{-5}$

ϵ_{s2} depende da espessura fictícia h_{fic} . Pode ser extraído da Fig. I.7 ou calculado através da expressão:

$$\epsilon_{s2} = \exp \left[0,00174h_{fic} - 0,32/h_{fic} - \ln(h_{fic}^{0,251}/1,9) \right]$$

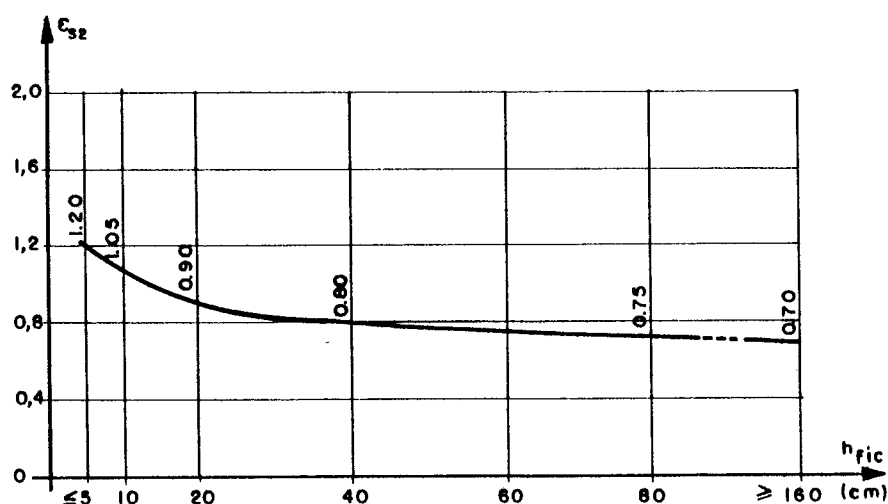


Fig. I.7 - Gráfico $\epsilon_{s2} \times h_{fic}$

- $\beta_s(t)$ é um coeficiente que depende do tempo e da espessura

fictícia. O seu valor deve ser extraído da Fig. I.8, ou calculado analiticamente através da expressão:

$$\beta_s(t) = \left[t / (t + k_3) \right]^{k_4}, \quad \text{sendo} \quad k_3 = 11,8 \cdot h_{fic} + 16$$

$$e \quad k_4 = \exp[-0,00257 h_{fic} + 0,32 / h_{fic} + \ln(0,22 h_{fic}^{0,4})]$$

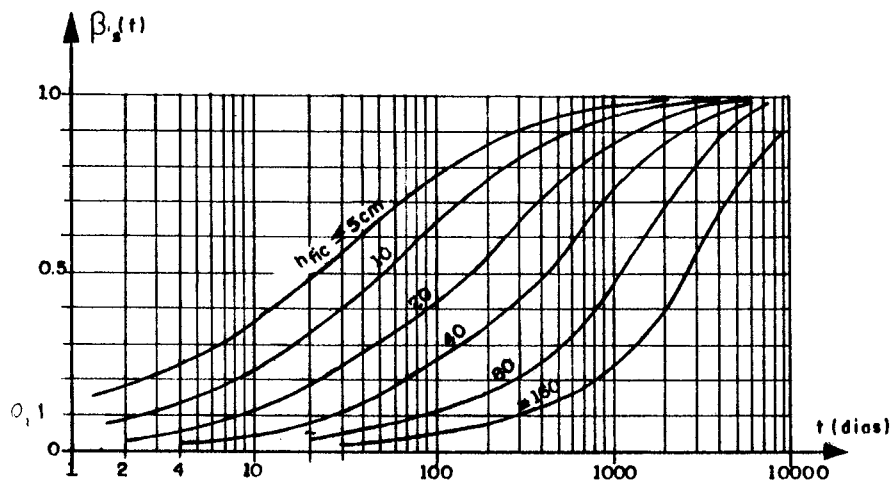


Fig. I.8 - Gráfico $\beta_s(t) \times t$

A espessura fictícia da peça é calculada através da expressão:

$$h_{fic} = \lambda \cdot 2A_c / u_{ar}$$

onde: λ é um coeficiente fornecido na Tabela I.9;

A_c é a área da seção transversal da peça;

u_{ar} é o perímetro da seção, em contacto com ar.

Tabela I.9 - Coeficientes básicos p /retração e fluência

Meio Ambiente	Umidade Relativa (%)	Coeficientes		λ
		φ_{f1}	ϵ_{s1}	
Água	---	0,80	0,00010	30
Muito Úmido	90	1,00	-0,00013	5
Ao ar Livre	70	2,00	-0,00032	1,5
Muito Seco	40	3,00	-0,00052	1

Os valores de φ_{f1} e ϵ_{s1} , constantes na Tabela I.9 são para concreto de consistência plástica. Eles devem ser reduzidos de 25% para concretos de consistência firme e aumentados de 25% para concretos de consistência mole.

4.4.2 Para a Fluência [19]

Nessa proposta, a deformação total por unidade de tensão, função fluência, é composta de quatro parcelas:

$$\Phi(t, t_0) = \frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\beta_a(t_0)}{E_{c28}} + \varphi_d \cdot \frac{\beta_d(t, t_0)}{E_{c28}} + \varphi_f \cdot \frac{[\beta_f(t) - \beta_f(t_0)]}{E_{c28}} \quad (1-7)$$

- Deformação elástica inicial $\rightarrow \frac{1}{E_c(t_0)} = \frac{\beta_e(t_0)}{E_{c28}}$
- Fluência rápida irreversível $\rightarrow \frac{\beta_a(t_0)}{E_{c28}}$
- Deformação lenta reversível $\rightarrow \varphi_d \cdot \frac{\beta_d(t, t_0)}{E_{c28}}$
- Fluência lenta irreversível $\rightarrow \varphi_f \cdot \frac{[\beta_f(t) - \beta_f(t_0)]}{E_{c28}}$

Se a temperatura ambiente, no decorrer da cura do concreto, for muito diferente de 20°C e dependendo também do tipo de cimento utilizado, deve-se corrigir a idade, calculando-se a idade fictícia Δt , segundo a expressão:

$$\Delta t = \frac{\alpha}{30} \cdot \Sigma \{ [T(t_m) + 10] \cdot \Delta t_m \}$$

onde:

Δt_m é o período de tempo decorrido com temperatura $T(t_m)$;
 $T(t_m)$ é a temperatura média observada em cada período Δt_m ;
 α é um coeficiente que assume os seguintes valores:

- 1 para cimentos de endurecimento normal ou lento;
- 2 para cimentos de endurecimento rápido;
- 3 para cimentos de endurecimento rápido e com alta resistência.

O valor do módulo de deformação inicial $E_c(t_0)$ é portanto definido com relação ao início da deformação. Quando um valor experimental não é calculado com $E_c(t_0)$, sugere-se acrescer de 25% o valor do módulo de deformação

inicial, o qual pode ser calculado com base na resistência à compressão, medida no cilindro - $f_{cm}(t_0)$, cuja variação pode ser vista na Fig. I.9.

$$E_c(t_0) = E_{c28} / \beta_e(t_0) \quad \text{sendo} \quad \beta_e(t_0) = \sqrt{f_{cm}(28) / f_{cm}(t_0)}$$

A fluência rápida irreversível, desenvolvida nas primeiras 24 horas após a aplicação da tensão, representa um fator significativo somente para concreto com pouca idade. O coeficiente $\beta_a(t_0)$ decresce rapidamente na medida em que cresce a idade do concreto à época do carregamento.

$$\beta_a(t_0) = 0,8 \cdot (1 - \beta_c(t_0))$$

sendo

$$\beta_c(t_0) = \frac{f_c(t_0)}{f_{c\infty}}$$

$\beta_c(t_0)$ pode ser extraído da Fig. I.9 ou calculado através da seguinte fórmula de recorrência, em função apenas de t_0 :

$$\beta_c(t_0) = \left[t_0 / (t_0 + 47) \right]^{1/245}$$

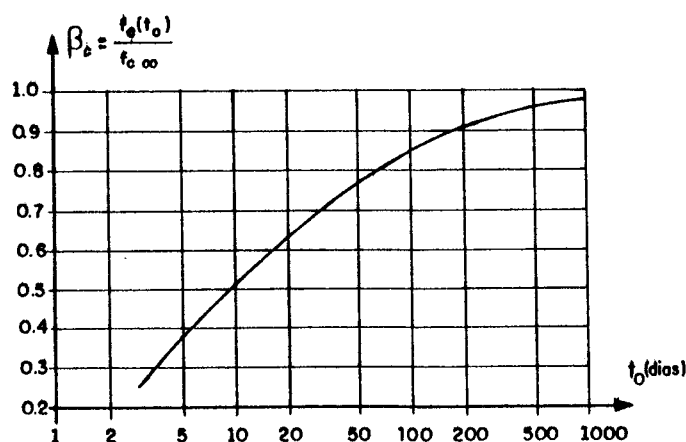


Fig. I.9 - Variação da resistência do concreto com a idade.

A fluência lenta reversível é diretamente relacionada com a deformação inicial aos 28 dias ($\varphi_d=0,4$). Essa regra de desenvolvimento é regulada pela função $\beta_d(t-t_0)$, cujos valores podem ser extraídos da Fig. I.10, ou calculados analiticamente, através da expressão:

$$\beta_d(t-t_0) = \left[(t-t_0) / (t-t_0 + 328) \right]^{1/4,2}$$

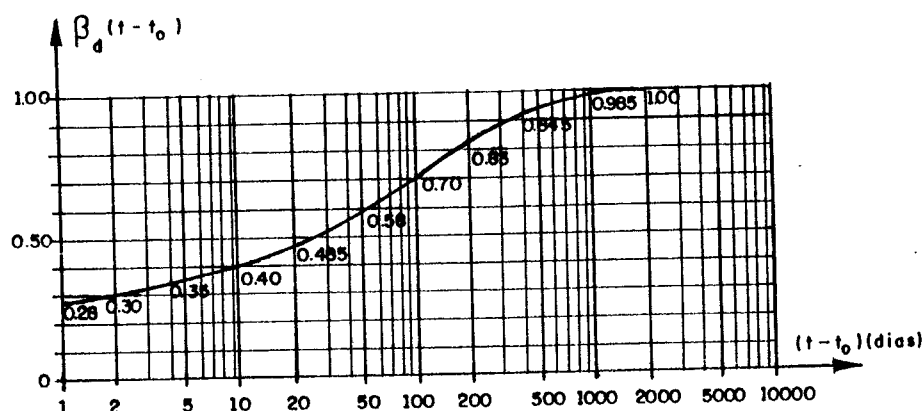


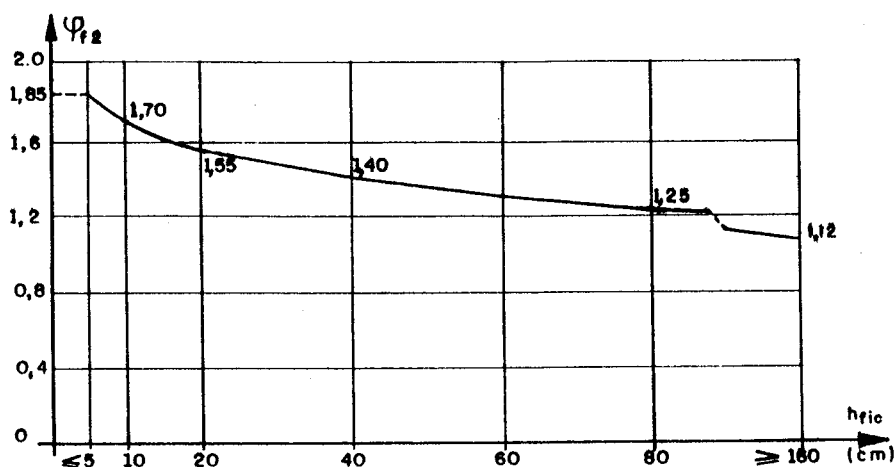
Fig. I.10 - Desenvolvimento da deformação lenta reversível

A fluência lenta irreversível é correlacionada com parâmetros ambientais (umidade relativa), características dimensionais (espessura fictícia) e consistência do concreto. O coeficiente $\varphi_f = \varphi_{f1} \cdot \varphi_{f2}$, representa a plasticidade retardada, onde:

- φ_{f1} é um coeficiente que depende das condições ambientais, podendo seu valor ser extraído da Tabela I.9 ou calculado pela expressão: $\varphi_{f1} = 4,45 - 0,035U$;

- φ_{f2} é um coeficiente que depende da espessura fictícia da peça, podendo seu valor ser extraído da Fig. I.11 ou calculado analiticamente através da expressão:

$$\varphi_{f2} = \exp \left[4,4 \cdot 10^{-5} \cdot h_{fic} - 0,357 / h_{fic} - \ln(h_{fic}^{0,1667} / 2,6) \right]$$

Fig. I.11 - Variação $\varphi_{f2} \times h_{fic}$

A influência das dimensões (espessura fictícia) é regulada pela função $\beta_f(t) - \beta_f(t_0)$, podendo β_f ser extraído da Fig. I.12 ou calculado através da expressão:

$$\beta_f(t) = \left[t / (t + k_1) \right]^{k_2} \quad \text{onde:}$$

$$k_1 = \exp \left[5,02 h_{fic} + \ln(6,95 h_{fic}^{1,25}) \right] e$$

$$k_2 = \exp \left[0,00144 h_{fic} - 1,1/h_{fic} - \ln(1,005 h_{fic}^{0,2954}) \right]$$

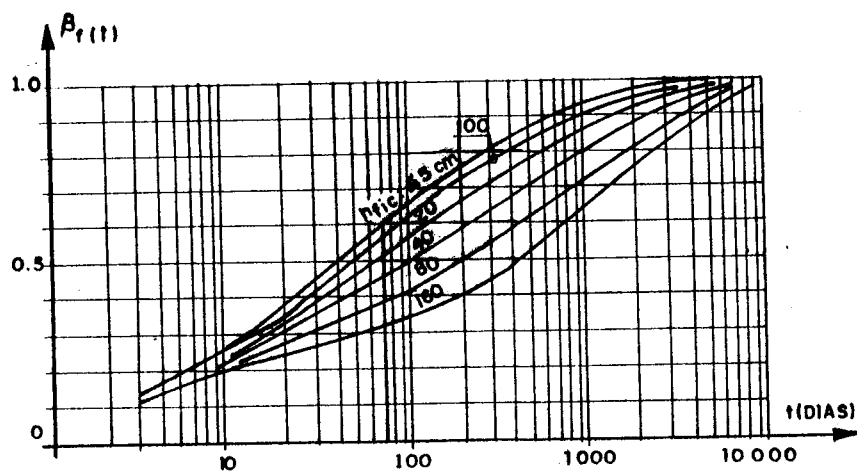


Fig. I.12 - Desenvolvimento da deformação lenta irreversível

4.5 PROPOSTA DO CEB-FIP/1990

4.5.1 Para a Retração [20]

A deformação específica por retração ou expansão, ocorrida em um intervalo de tempo $(t-t_0)$, será:

$$\epsilon_{cs}(t, t_0) = \epsilon_{cs0} \cdot [\beta_s(t-t_0)]$$

onde:

ϵ_{cs0} = coeficiente de retração básica, de acordo com a expressão (1-8);

β_s = coeficiente que representa o desenvolvimento da retração no decorrer do tempo, calculado através da equação (1-10);

t = idade do concreto, em dias;

t_0 = idade do concreto, em dias, no instante em que o efeito da retração ou expansão começa a ser considerado.

O coeficiente de retração básica, pode ser obtido através da expressão:

$$\epsilon_{cs0} = \epsilon_s(f_{c28}) \cdot \beta_U \quad (1-8)$$

$$\epsilon_s(f_{c28}) = [160 + 10\beta_{sc} \cdot (9 - r_{cm} / f_{cm0})] \cdot 10^{-6} \quad (1-9)$$

onde:

β_{sc} = coeficiente que depende do tipo de cimento, e assume os seguintes valores:

4 - para cimento de endurecimento lento (AF, POZ, MRS, ARS);

5 - para cimento de endurecimento normal ou rápido (CP);

8 - para cimento de endurecimento rápido e de alta resistência (ARI).

$\beta_U = -1,55 \cdot \beta_{SU}$ para $40\% \leq U \leq 99\%$ onde $\beta_{SU} = 1 - (U/100)^3$

$\beta_U = 0,25$ para $U \geq 99\%$

$f_{cm0} = 10$ MPa;

f_{cm} = resistência média à compressão, aos 28 dias, em MPa;

U = a umidade relativa média do ambiente atmosférico em %.

O desenvolvimento da retração com o tempo é calculado por:

$$\beta_s(t-t_0) = \left[\frac{(t-t_0)/t_1}{\beta_{sH} + (t-t_0)/t_1} \right]^{0,5} \quad (I-10)$$

$$\text{com} \quad \beta_{sH} = 350(h_{fic}/h_0)^2 \quad (I-11)$$

sendo $t_1 = 1$ dia; $h = 100\text{mm}$; $h_{fic} = 2A/u_{c\ ar}$ em mm;

A é a área da seção transversal da peça;

$u_{c\ ar}$ é o perímetro externo da seção, em contacto com ar.

O efeito da temperatura ambiente para o coeficiente β_s e ϵ_{cso} podem ser estimados pelas equações (I-10) e (I-8) para uma faixa de temperatura entre 5 e 80°C.

O efeito da temperatura no coeficiente β_s é considerado, substituindo-se β_{sH} na equação (I-10) por $\beta_{sH,T}$ que pode ser calculado pela expressão:

$$\beta_{sH,T} = \beta_{sH} \cdot \beta_{sHT}$$

$$\text{com} \quad \beta_{sHT} = \exp[-0,06(T-20)]$$

T é a temperatura em °C. Se $T=20$, $\beta_{sHT}=1$. β_{sH} é calculado através da expressão (I-11).

O efeito da temperatura sobre o coeficiente de retração básica é considerado, substituindo-se β_U na equação (I-8) por $\beta_{U,T}$, que pode ser calculado pela expressão:

$$\beta_{U,T} = \beta_U \cdot \beta_{sT}$$

$$\text{sendo} \quad \beta_{sT} = 1 + \left(\frac{8}{103-U} \right) \cdot \left(\frac{T-20}{40} \right)$$

onde β_U é calculado através da equação (I-9). U e T devem ser em % e em °C, respectivamente.

4.5.2 Para a Fluência [21]

O coeficiente de fluência $\varphi(t, t_0)$ pode ser calculado pela expressão:

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_0 \cdot \beta_c(t-t_0) \quad (I-12)$$

onde:

φ_0 = coeficiente de fluência fictício conforme a expressão (I-13);

β_c = coeficiente que descreve o desenvolvimento da fluência com o tempo, após o carregamento, de acordo com a equação (I-16);

t = idade do concreto, em dias;

t_0 = idade do concreto ao ser carregado, em dias.

O coeficiente de fluência fictício pode ser estimado por: $\varphi_0 = \varphi_U \cdot \beta(r_{cm}) \cdot \beta(t_0)$ (I-13)

com $\varphi_U = 1 + (1-U/100)/(0,1 \cdot h_{fic}^{1/3})$ (I-14)

$$\beta(r_{cm}) = 16,8 \cdot f_{cm}^{1/2}$$

$$\beta(t_0) = 1/(0,1+t_0^{0,2}) \quad (I-15)$$

O desenvolvimento da fluência com o tempo é dado por $\beta_c(t-t_0) = [(t-t_0)/(\beta_H+t-t_0)]^{0,3}$ (I-16)

com $\beta_H = 1,5 \cdot [1+(0,012 \cdot U)^{18}] \cdot h_{fic} + 250$ (I-17)

sendo este valor, limitado ao valor obtido para 1500 dias.

Na modelação matemática apresentada, também incorporaram-se os efeitos de:

- tipo de cimento;
- temperaturas altas ou baixas, antes e durante o carregamento;
- altas tensões.

Esses efeitos são tratados como segue:

a) Efeito do tipo de cimento

Pode ser considerado, no coeficiente de fluência como uma modificação da idade no ato do carregamento, t_0 , de acordo com a eq. (I-18):

$$t_0 = t_{0,T} \cdot [1 + 9/(2+t_{0,T}^{1,2})]^\alpha \quad \geq 0,5 \text{ dias} \quad (I-18)$$

onde:

$t_{0,T}$ = idade do concreto ajustada a temperatura, de acordo com a equação (I-20);

α = coeficiente que depende do tipo de cimento, conforme descrição seguinte:

- 1 - para cimento de endurecimento lento;
- 0 - para cimento de endurecimento normal ou rápido;
- 1 - para cimento de endurecimento rápido e alta resistência.

O valor de t_0 deve ser usado na equação (I-15); a duração do carregamento $t-t_0$ para ser usada na equação (I-16) é o tempo efetivo sob carregamento, em dias. Isto é também verdadeiro se os efeitos de elevadas ou reduzidas temperaturas estão sendo considerados.

b) Efeito de temperaturas altas ou baixas, antes e durante o carregamento

O efeito de temperaturas que variam na faixa de 5°C a 80°C, pode ser estimado pelas equações (I-19) até (I-25).

O coeficiente de fluência para temperaturas elevadas pode ser calculado pela expressão:

$$\varphi(t, t_0, T) = \varphi_{T, per}(t, t_0) + \Delta\varphi_{T, var} \quad (I-19)$$

onde:

$\varphi_{T, per}$ = coeficiente de fluência permanente, que deve ser calculado através da equação (I-13), $[\varphi_{T, per}(t, t_0) = \varphi(t, t_0)]$, e conseqüentemente equações (I-14) até (I-18), considerando as modificações nas equações (I-20) até (I-24);

$\Delta\varphi_{T, var}$ = coeficiente de fluência variável, que deve ser calculado através da equação (I-25).

b1) Estado de fluência permanente

O efeito da temperatura na qual o concreto é exposto antes do carregamento pode ser considerado, calculando uma idade ajustada no ato do carregamento pela expressão:

$$t_{o, T} = \sum_{i=1}^n \Delta t_i \cdot \exp \left[- \frac{4000}{273 + T(\Delta t_i)} + 13,65 \right] \quad (I-20)$$

onde: $T_0 = 1^\circ\text{C}$;

$t_{o, T}$ = idade do concreto ajustada a temperatura, em dias;

$T(\Delta t_i)$ = temperatura em °C, durante o período Δt_i ;

Δt_i = número de dias que se verifica uma temperatura T ;

n = número de intervalos de tempo considerado;

O efeito da temperatura sobre o desenvolvimento da fluência é considerado através do parâmetro $\beta_{H,T}$, sendo

$$\beta_{H,T} = \beta_H \cdot \beta_T \quad (I-21)$$

e
$$\beta_T = \exp[1500/(273+T/T_0)-5,12] \quad (I-22)$$

onde:

$\beta_{H,T}$ = coeficiente que depende da temperatura e substitui β_H na equação (I-16);

β_H = coeficiente de acordo com a equação (I-17).

O efeito da temperatura sobre o coeficiente de fluência φ_0 , nas equações (I-13) e (I-14), respectivamente, pode ser calculado utilizando a expressão:

$$\varphi_{U,T} = \varphi_T + (\varphi_U - 1) \cdot \varphi_T^{1,2} \quad (I-23)$$

com
$$\varphi_T = \exp[0,015/(T/T_0 - 20)] \quad (I-24)$$

onde:

$\varphi_{U,T}$ = coeficiente que depende da temperatura e que substitui φ_U na equação (I-13);

φ_U = coeficiente de acordo com a equação (I-14).

b2) Estado de fluência variável

Se a temperatura variar enquanto a peça está sob carga, ocorre uma fluência adicional $\Delta\varphi_{T,var}$, a qual pode ser calculada através da expressão:

$$\Delta\varphi_{T,var} = 0,0004 \cdot (T/T_0 - 20)^2 \quad (I-25)$$

onde T é a temperatura em °C, na qual a peça estrutural é mantida carregada. e $T_0 = 1^\circ\text{C}$.

c) Efeito de altas tensões

Para tensões na faixa de $0,4f_{cm}(t_0) < \sigma_c \leq 0,6f_{cm}(t_0)$, a fluência cresce não linearmente e pode ser considerada através da expressão:

$$\varphi_{\sigma,k} = \varphi_{\sigma} \cdot \exp[1,5 \cdot (k_{\sigma} - 0,4)] \quad \text{para } 0,4 < k_{\sigma} \leq 0,6$$

$$\varphi_{\sigma,k} = \varphi_{\sigma} \quad \text{para } k_{\sigma} \leq 0,4$$

onde:

$\varphi_{0,k}$ = coeficiente de fluência básica, não linear, o qual substitui φ_0 na equação (1-12);

k_σ = relação tensão normal/resistência $|\sigma_c|/f_{cm}$;

φ_0 = coeficiente de fluência básica, conforme eq. (1-13).

Portanto para tensões acima de $0,4f_{c,j}$ não é mais válido o princípio da superposição de efeitos.

4.6 PROPOSTA DA NORMA BRASILEIRA (NBR 7197)

Como esta pesquisa obedece as prescrições desta norma, sua proposta foi detalhada na Parte II.

5 MÉTODOS DE CÁLCULO DAS DEFORMAÇÕES POR FLUÊNCIA

5.1 MÉTODO GERAL [22]

Esse método consiste na solução numérica da equação de superposição, considerada como uma equação integral linear de STIELTJES:

$$\varepsilon_{tot}(t) - \varepsilon_n(t) = \int_0^t \Phi(t,\tau) \cdot d\sigma(\tau) \quad (1-26)$$

onde:

$\varepsilon_{tot}(t)$ = deformação axial total (proveniente de tensões ou independente de tensões);

$\varepsilon_n(t)$ = deformação independente de tensões (retração, dilatação térmica, etc);

$\Phi(t,\tau)$ = "função fluência" - deformação na idade t , causada por uma tensão unitária, agindo desde a idade τ até a t , com valor constante;

$d\sigma(\tau)$ = variação da tensão no instante τ .

Para resolver a integral, divide-se a idade t em k idades discretas $t_0, t_1, t_2, \dots, t_i, \dots, t_k$ e toma-se os sub-intervalos $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$ (com $i = 1, 2, 3, \dots, k$).

Conforme a Fig. I.13a, a tensão no concreto vai crescendo (passando de menos comprimido para mais comprimido).

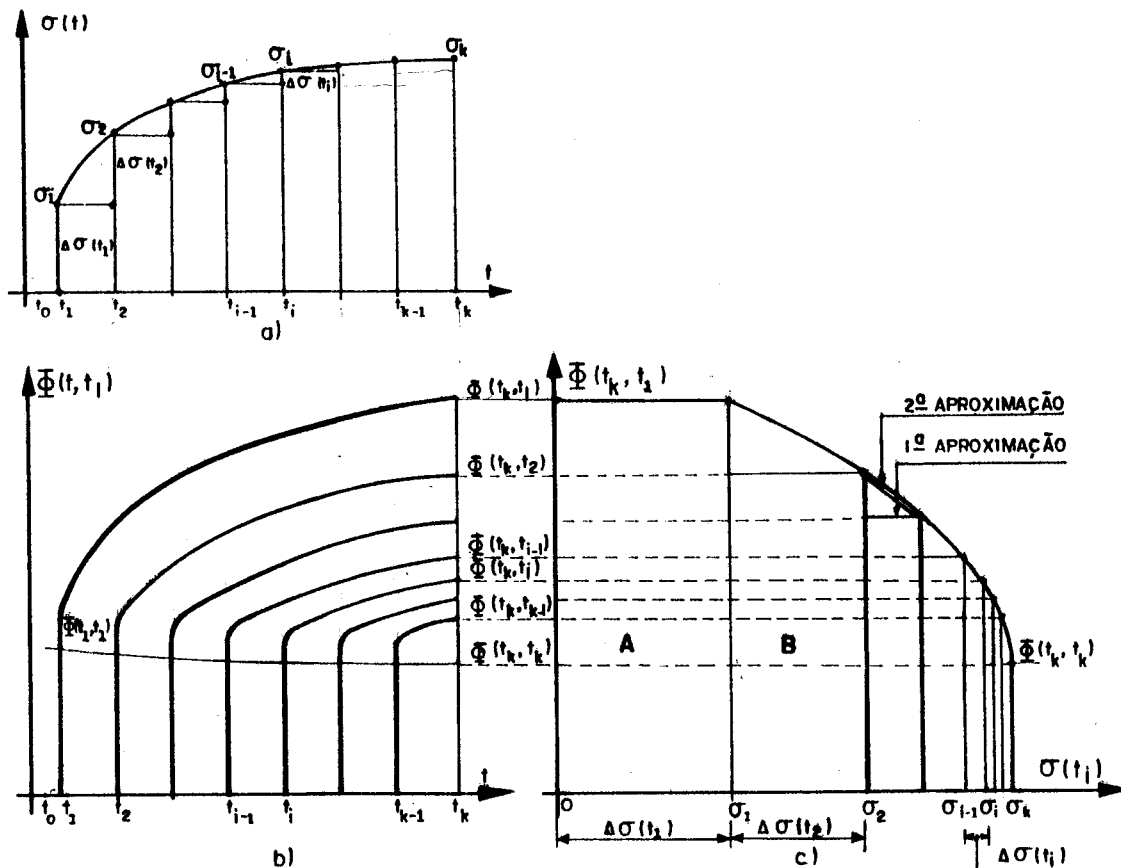


Fig. I.13 - a) Tensões normais no decorrer do tempo;
 b) Curvas de funções fluência para os intervalos de tempo;
 c) Função fluência X variação de tensão.

A integral do 2º membro é igual a área do diagrama da Fig. I.13c, e pode ser calculada de uma maneira discreta, utilizando-se para o cálculo da área elementar a forma retangular ou a forma trapezoidal:

- Utilizando-se da forma retangular, como uma primeira aproximação, tem-se:

$$\epsilon_{tot}(t_k) - \epsilon_n(t_k) = \sum_{i=1}^k \Phi(t_k, t_i) \cdot \Delta\sigma_i \quad (I-27)$$

- Utilizando-se da forma trapezoidal, como uma segunda

aproximação, tem-se:

$$\epsilon_{tot}(t_k) - \epsilon_n(t_k) = \sum_{i=1}^k \frac{\Phi(t_k, t_i) + \Phi(t_k, t_{i-1})}{2} \cdot \Delta\sigma_i \quad (1-28)$$

Essas expressões também são válidas para as deformações instantâneas causadas por variações de tensão.

5.2 MÉTODOS SIMPLIFICADOS [23]

5.2.1 Métodos Algébricos

São assim chamados porque consistem em soluções aproximadas para a equação de superposição integral, a qual é transformada em equações algébricas com diferentes níveis de refinamento. Segundo uma ordem crescente de refinamento, eles são :

- Método do Módulo Efetivo (EM);
- Método da Tensão Média (MS);
- Método do Módulo de Deformação Efetivo Ajustado (AAEM);

No caso de grandes variações de tensões deve-se aplicar o Método do Módulo de Deformação Efetivo Ajustado, enquanto que para pequenas variações pode-se aplicar o Método do Módulo de Deformação Efetivo.

5.2.1.1 Método do Módulo de Deformação Efetivo (EM)

Este método constitui-se numa aproximação menos refinada para calcular a integral da expressão (1-28) e consiste na aplicação da regra retangular em um único intervalo de tempo $t-t_0$, isto é:

$$\epsilon_{tot}(t) - \epsilon_n(t) = \sigma(t_0) \cdot \Phi(t, t_0) + \int_{t_0}^t \Phi(t, \tau) \cdot d\sigma(\tau) \quad (1-29)$$

porém, $\int_{t_0}^t \Phi(t, \tau) \cdot d\sigma(\tau) = [\sigma(t) - \sigma(t_0)] \cdot \Phi(t, t_0)$ então:

$$\epsilon_{tot}(t) - \epsilon_n(t) = \sigma(t_0) \cdot \Phi(t, t_0) + [\sigma(t) - \sigma(t_0)] \cdot \Phi(t, t_0),$$

$$\epsilon_{tot}(t) - \epsilon_n(t) = \sigma(t) \cdot \Phi(t, t_0) \quad (1-30)$$

Essa expressão equivale a ignorar a variação das tensões no intervalo $t-t_0$ e tomar a tensão com seu valor final. Para fixar idéia deste método, observe-se na Fig. I.14, a área delimitada pelo retângulo $AODC_1$ que representa a deformação total, e a área delimitada por BCC_1 que é o erro cometido.

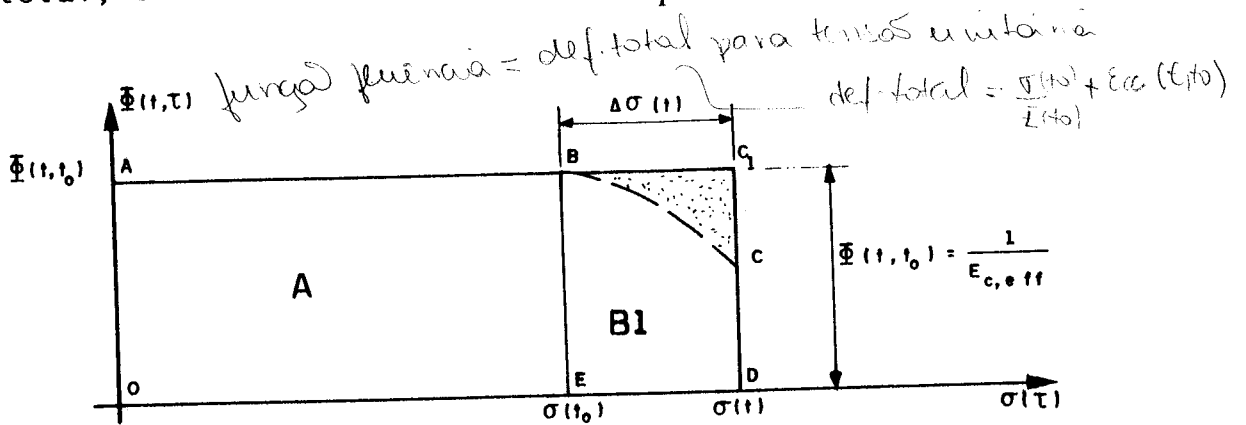


Fig. I.14 - Gráfico de $\Phi(t, t_0) \times \sigma(t)$.

Introduzindo a função fluência $\Phi(t, t_0)$, tem-se:

$$\epsilon_{tot}(t, t_0) - \epsilon_n(t) = \sigma(t) \left[\frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\varphi_{2B}(t, t_0)}{E_{c2B}} \right], \text{ sendo}$$

$$\frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\varphi_{2B}(t, t_0)}{E_{c2B}} = \Phi(t, t_0) = \frac{1}{E_{c,eff}} \quad \text{tem-se:}$$

$$E_{c,eff} = \frac{E_c(t_0)}{1 + \frac{E_c(t_0)}{E_{c2B}} \cdot \varphi_{2B}(t, t_0)} \quad (I-31)$$

$$\epsilon_{tot}(t, t_0) - \epsilon_n(t) = \frac{\sigma(t)}{E_{c,eff}} \quad (I-32)$$

b) Caso com E_c constante

Por razões de simplificação, quando se considera o módulo de elasticidade constante, a deformação no tempo t

será: $\epsilon_{tot}(t, t_0) - \epsilon_n(t) = \frac{\sigma(t)}{E_{c,eff}}$

e o módulo efetivo será $E_{c,eff} = \frac{E_c(t_0)}{1 + \varphi_{2B}(t, t_0)}$ (I-33)

A equação (I-30) é correta no caso de tensão constante; ela ainda pode ser usada sem erro, por exemplo, para a avaliação de deformações e flechas induzidas por situações de tensões constantes. Quando se espera variações de tensões da ordem de 15% a 20%, este método fornece resultados satisfatórios. A precisão pode ser melhorada quando se aplica a fórmula em algumas etapas, dividindo-se o intervalo de tempo $t-t_0$ em sub-intervalos.

5.2.1.2 Método da Tensão Média (MS)

Trata-se de uma melhor aproximação para calcular a integral de superposição da expressão (I-26) e consiste na aplicação da regra trapezoidal, num único intervalo de tempo $t-t_0$, isto é:

$$\epsilon_{tot}(t) - \epsilon_n(t) = \sigma(t_0) \cdot \Phi(t, t_0) + \int_{t_0}^t \Phi(t, \tau) \cdot d\sigma(\tau) \quad \text{porém,}$$

$$\int_{t_0}^t \Phi(t, \tau) \cdot d\sigma(\tau) = [\sigma(t) - \sigma(t_0)] \cdot \frac{\Phi(t, t) + \Phi(t, t_0)}{2} \quad \text{então:}$$

$$\epsilon_{tot}(t) - \epsilon_n(t) = \sigma(t_0) \cdot \Phi(t, t_0) + \Delta\sigma(t, t_0) \cdot \frac{\Phi(t, t) + \Phi(t, t_0)}{2} \quad (I-34)$$

O termo $\sigma(t_0) \cdot \Phi(t, t_0)$ representa, na Fig. I.15, a área A, delimitada pelo retângulo OABE, enquanto o termo $\Delta\sigma(t, t_0) \cdot [\Phi(t, t) + \Phi(t, t_0)] / 2$ representa a área B2, delimitada pelo trapézio BCDE.

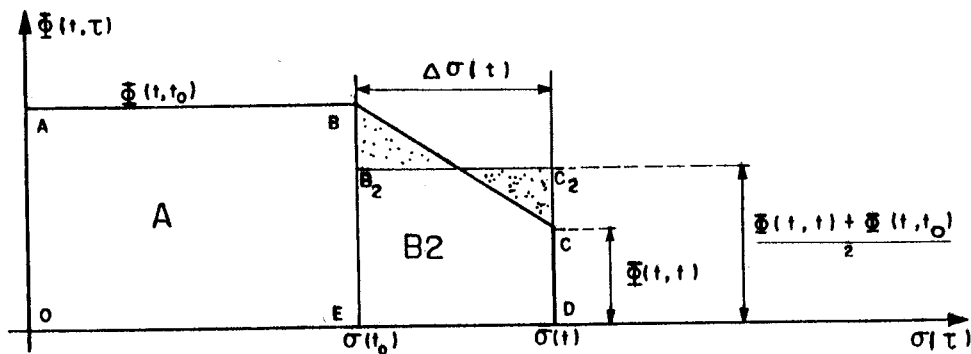


Fig. I.15 - Gráfico de $\Phi(t, t_0) \times \sigma(t)$ para o MS

a) Caso de E_c variável

Introduzindo as duas "funções fluência", tem-se:

$$\Phi(t, t_0) = \frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\varphi_{28}(t, t_0)}{E_{c28}} \quad \text{e} \quad \Phi(t, t) = \frac{1}{E_c(t)}$$

$$\varepsilon_{tot}(t) - \varepsilon_n(t) = \sigma(t_0) \cdot \left[\frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\varphi_{28}(t, t_0)}{E_{c28}} \right] + \frac{\sigma(t)}{2} \cdot \left[\frac{1}{E_c(t)} + \frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\varphi_{28}(t, t_0)}{E_{c28}} \right] - \frac{\sigma(t_0)}{2} \cdot \left[\frac{1}{E_c(t)} + \frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\varphi_{28}(t, t_0)}{E_{c28}} \right]$$

$$\varepsilon_{tot}(t) - \varepsilon_n(t) = \frac{\sigma(t_0)}{E_c(t_0)} + \frac{\sigma(t) + \sigma(t_0)}{2E_{c28}} \cdot \varphi_{28}(t, t_0) + \frac{\sigma(t) - \sigma(t_0)}{2} \cdot \left[\frac{1}{E_c(t)} + \frac{1}{E_c(t_0)} \right] \quad (I-35)$$

- O primeiro termo representa a deformação elástica inicial, na idade t_0 ;
- O segundo termo representa a deformação por fluência, na idade t , avaliada com a tensão média;
- O terceiro termo representa a variação da deformação elástica entre t e t_0 , calculada, considerando-se a deformabilidade elástica média, nesse intervalo.

b) Caso de E_c constante

Para $E_c(t) = E_c(t_0)$, a expressão (I-35), torna-se:

$$\varepsilon_{tot}(t) - \varepsilon_n(t) = \frac{\sigma(t_0)}{E_c(t_0)} + \frac{\sigma(t) + \sigma(t_0)}{2E_{c28}} \cdot \varphi_{28}(t, t_0)$$

- O primeiro termo representa a deformação elástica inicial;
- O segundo termo representa a deformação por fluência, no tempo t , avaliado com a tensão média $[\sigma(t) + \sigma(t_0)]/2$.

Para $E_c(t) = E_{c28}$, a deformação que depende de tensões será:

$$\varepsilon_{tot}(t) - \varepsilon_n(t) = \frac{\sigma(t_0)}{E_{c28}} + \frac{\sigma(t) + \sigma(t_0)}{2E_{c28}} \cdot \varphi_{28}(t, t_0) \quad (I-36)$$

5.2.1.3 Método do Módulo de Deformação Efetivo Ajustado (AAEM)

Este método consiste em aplicar uma fórmula de enquadramento mais refinada para substituir o cálculo da integral de superposição, que contém um fator de correção.

$$\int_{t_0}^t \Phi(t, \tau) \cdot d\sigma(\tau) = [\sigma(t) - \sigma(t_0)] \cdot \mu(t, t_0) \cdot \Phi(t, t_0) \quad (I-37)$$

Esta integral está representada, na Fig. I.16, pela área B3, delimitada por BCDE ou ainda pelo retângulo B₃C₃DE, cuja altura é $\mu(t, t_0) \cdot \Phi(t, t_0)$. O coeficiente $\mu(t, t_0)$ é um fator de redução conveniente, para ser aplicado na deformação $\Delta\sigma(t)\Phi(t, t_0)$, devido a variação $\Delta\sigma(t) = \sigma(t) - \sigma(t_0)$, considerando que as deformações $\Phi(t, \tau) \cdot d\sigma(\tau)$, para cada etapa de tensões $d\sigma(\tau)$, no intervalo $t - t_0$, são reduzidas pelo efeito do envelhecimento do concreto, isto é, $\Phi(t, \tau) \leq \Phi(t, t_0)$.

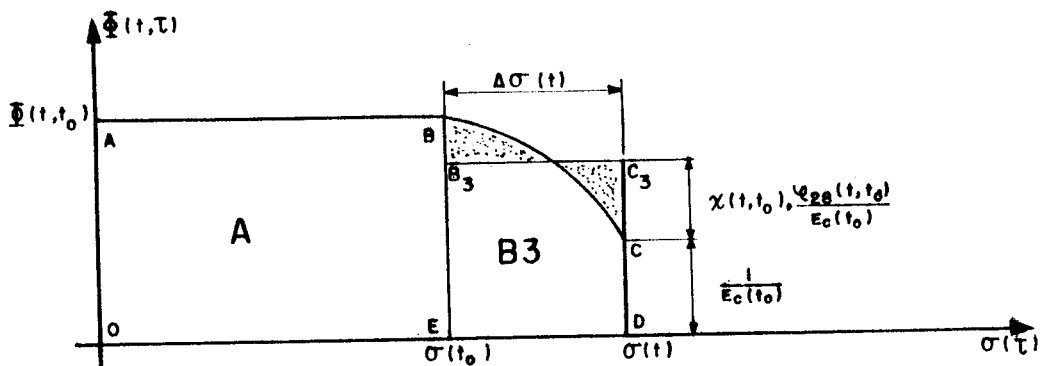


Fig. I.16 - Gráfico de $\Phi(t, \tau) \times \sigma(\tau)$ para o "AAEM"

Quando a função fluência tem um valor definido pela equação (I-6), o fator de correção é introduzido através de um multiplicador, $\chi(t, t_0)$, para a parte retardada da deformação total por fluência e chamado na literatura de coeficiente de envelhecimento. A integral de superposição, nesse caso, torna-se:

$$\int_{t_0}^t \Phi(t, \tau) \cdot d\sigma(\tau) = [\sigma(t) - \sigma(t_0)] \cdot \left[\frac{1}{E_c(t_0)} + \chi(t, t_0) \cdot \frac{\varphi_{28}(t, t_0)}{E_{c28}} \right] \quad (1-38)$$

e a expressão geral torna-se:

$$\begin{aligned} \epsilon_{tot}(t) - \epsilon_n(t) = & \sigma(t_0) \cdot \left[\frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\varphi_{28}(t, t_0)}{E_{c28}} \right] + \\ & + [\sigma(t) - \sigma(t_0)] \cdot \left[\frac{1}{E_c(t_0)} + \chi(t, t_0) \cdot \frac{\varphi_{28}(t, t_0)}{E_{c28}} \right] \end{aligned} \quad (1-39)$$

que pode ser escrita de modo suscinto, como segue:

$$\epsilon_{tot}(t) - \epsilon_n(t) = \frac{\sigma(t_0)}{E_{c,ef}} + \frac{\Delta\sigma(t)}{E_{c,aj}} \quad (1-40)$$

sendo

$$E_{c,aj}(t, t_0) = \frac{1}{\mu(t, t_0) \cdot \Phi(t, t_0)} = \frac{1}{\frac{1}{E_c(t_0)} + \chi(t, t_0) \cdot \frac{\varphi_{28}(t, t_0)}{E_{c28}}}$$

Os valores de $\chi(t, t_0)$ são sempre positivos e menores que 1, exceto nos casos de concretos velhos, com cargas de grande duração onde $\chi(t, t_0) = 1$.

Trost [24], em 1976, propôs o valor de 0,70 para quando se determina a redistribuição de tensões devido à carga permanente e à protensão e 0,80 para solicitações de coação.

Zerna [25], em 1979, mostrou que o coeficiente de envelhecimento vale aproximadamente 0,80, mesmo utilizando algumas expressões divergentes da DIN 4227.

O CEB 78 [26], apresenta, segundo seus modelos de fluência, alguns diagramas para encontrar os valores de $\chi(t, t_0)$.

5.2.2 Métodos que usam Função Fluência Simplificada

Nesses métodos, a equação integral de superposição é transformada em equações diferenciais ordinárias, através do uso de uma forma convenientemente simplificada para a função fluência. Tal simplificação da função fluência corresponde a uma representação parcial das propriedades dos materiais.

As formas mais comuns da "função fluência", apresentadas na literatura, são derivadas de duas teorias:

- Teoria da hereditariedade ou da elasticidade retardada;
- Teoria do envelhecimento ou da evolução da fluência.

5.2.2.1 Teoria da Hereditariedade.

Nessa teoria, assume-se que a idade do concreto por ocasião do carregamento, t_0 , não afeta o valor da fluência específica final - $C(t, t_0)$, e assim, a fluência depende apenas do tempo de carregamento $(t - t_0)$. Ainda, após o descarregamento, a fluência para $t \rightarrow \infty$, desaparece completamente. A expressão da "função fluência" é:

$$\Phi(t, t_0) = \frac{1}{E_c(t_0)} + C(t - \tau) \quad (I-41)$$

A forma da curva da fluência específica - $C(t, t_0)$, conforme a Fig. I.17a, é a mesma para qualquer idade de carregamento inicial, t_0 , e as demais são obtidas, para cada carregamento, por translação horizontal da primeira e tem o mesmo valor para $t \rightarrow \infty$. Quando a carga é removida na idade t_1 , ocorre um processo inverso, novamente em acordo com a expressão (I-41), conforme a Fig. I.17b.

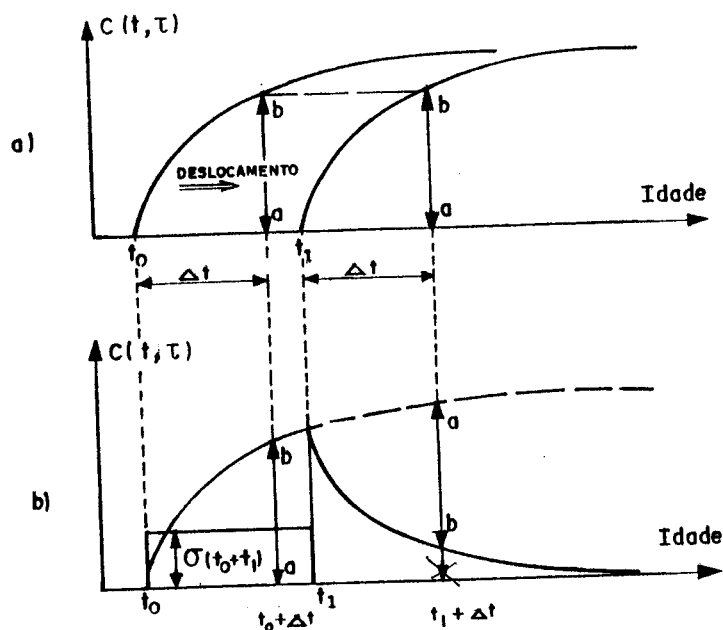


Fig. I.17 - Curvas de Fluência Específica:
a) Para dois tempos iniciais de carregamento;
b) Para caso de descarregamento na idade t_1 .

A fluência específica é determinada pela expressão:

$$C(t, t_0) = C_\infty \cdot \left[1 - e^{-B_1(t-t_0)} \right] \quad (I-42)$$

onde: $C_\infty = \frac{\varphi_\infty}{E_c}$ é o valor final da fluência específica para $t \rightarrow \infty$, e B_1 é uma constante. Ambas dependem das propriedades do concreto.

Considerando $E_c(t) = E_c(t_0) = \text{cte.}$, a deformação oriunda de tensões mecânicas, ao tempo ∞ , será:

$$\begin{aligned} \epsilon_{c\infty} &= \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)} + \sigma_c(t_0) \cdot C_\infty \\ \epsilon_{c\infty} &= \sigma_c(t_0) \left[\frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\varphi_\infty}{E_c(t_0)} \right] = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_{ef}} \end{aligned} \quad (I-43)$$

sendo $E_{ef} = \frac{E_c(t_0)}{1 + \varphi_\infty}$. Conseqüentemente, a deformação final pode ser calculada utilizando-se o módulo efetivo E_{ef} .

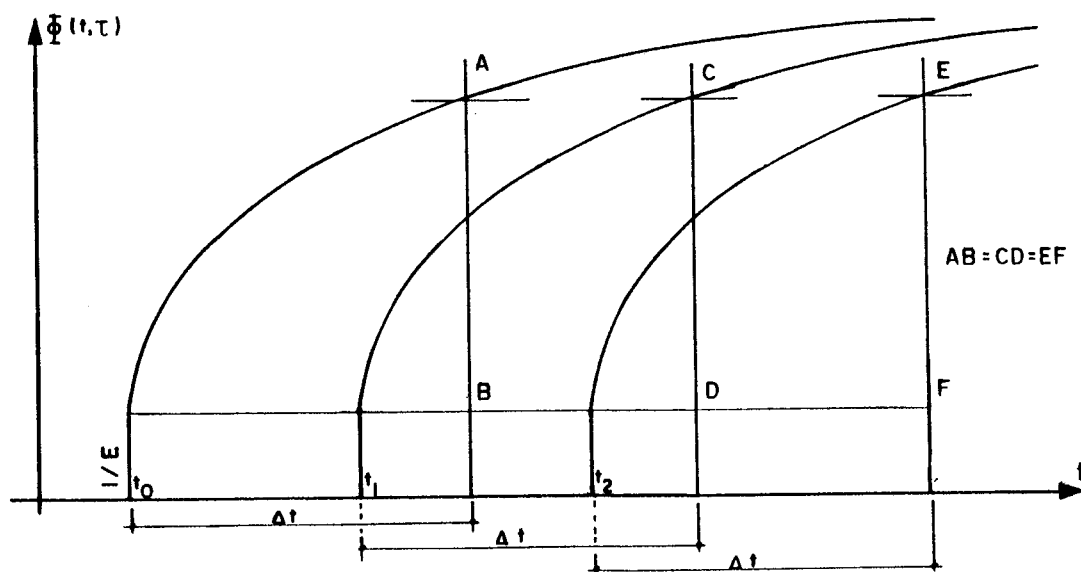


Fig. I.18 - Curvas de Função Fluência

Comparando-se resultados de ensaios, com os obtidos através desta teoria, comprovou-se que ela é falha para concretos carregados com pouca idade, no entanto é mais adequada para carregamentos em idades avançadas (concreto

velho). Ela é considerada proibida para concretos carregados com idade menor que um ano, pois nesse período os efeitos da fluência são mais acentuados, tornando-se o processo praticamente inadequado.

5.2.2.2 Teoria do Envelhecimento

Essa teoria negligencia a parte da fluência reversível e para concretos velhos, subestima o valor final da fluência, quando comparada com resultados experimentais.

A função fluência é representada por curvas paralelas obtidas, para cada carregamento, por translação paralela ao eixo vertical, conforme a Fig. I.19.

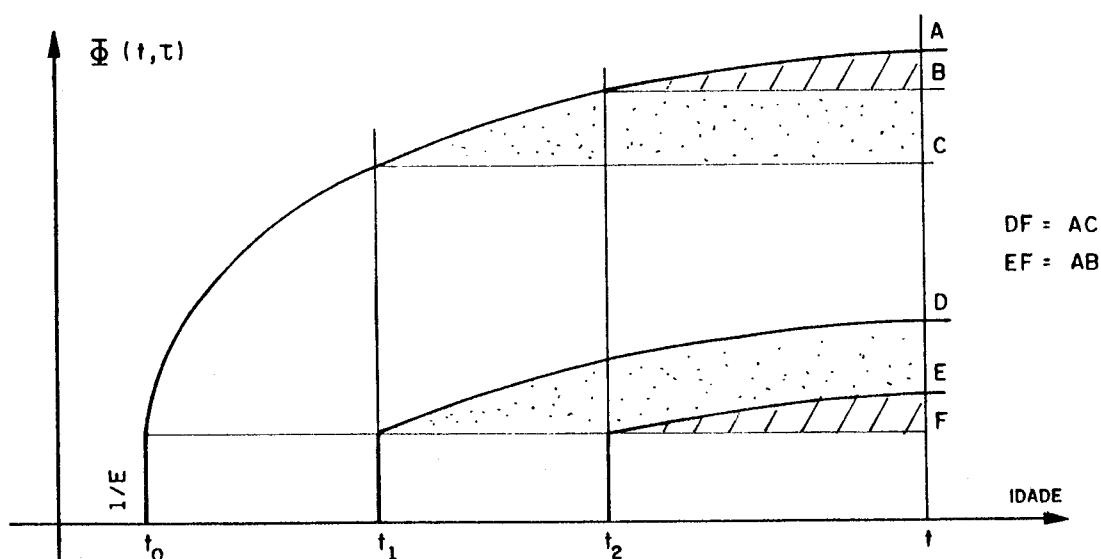


Fig. I.19- Curvas de Função Fluência

Nessa teoria, a idade do concreto, no ato do carregamento é considerada para o cálculo do valor da fluência final. A fluência específica é $C(t, t_0) = C(t) - C(t_0)$ e a "Função Fluência" torna-se:

$$\Phi(t, t_0) = \frac{1}{E_c(t_0)} + C(t) - C(t_0) \quad (I-44)$$

Se o módulo de elasticidade do concreto for considerado constante, a fluência específica, torna-se:

$$C(t, t_0) = \frac{\varphi(t)}{E_c(t_0)} - \frac{\varphi(t_0)}{E_c(t_0)} \quad (I-45)$$

Se uma peça estrutural for descarregada numa idade t_1 , então, de acordo com o princípio da superposição dos efeitos, a parte da curva relativa à idade t_1 é subtraída da curva original, assim mantém-se a deformação existente no concreto, na idade t_1 . Vide Fig. I.20.

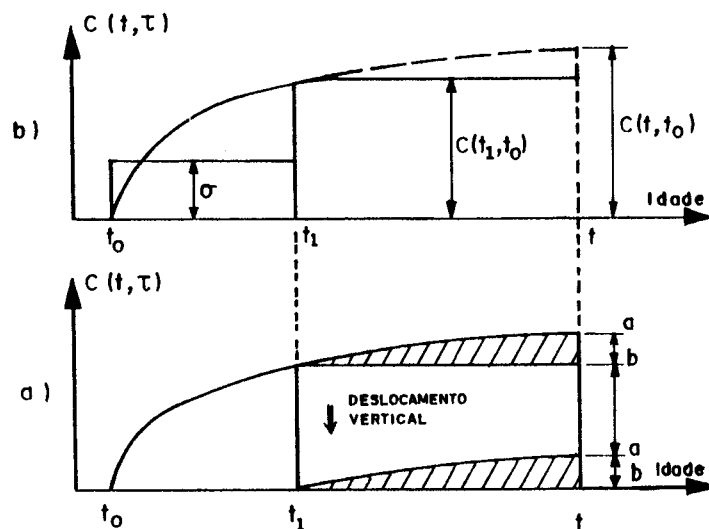


Fig. I.20 - Curvas de Fluência Específica:
a) Para dois tempos iniciais de carregamento;
b) Para caso de descarregamento, numa idade t_1 .

O coeficiente de fluência $\varphi(t)$ é expresso através de várias fórmulas, para obter-se a máxima aproximação entre os resultados analíticos e os de ensaios. As seguintes expressões são comumente utilizadas:

$$\varphi(t) = \varphi_{\infty} \cdot \left[1 - \exp(-B_2(t)) \right] \quad (\text{DISCHINGER}) \quad (I-46)$$

$$\varphi(t) = \varphi_{\infty} \cdot \left[1 - \exp(-(t^{-1/2})) \right]^{1/2} \quad (\text{MORSCH}) \quad (I-47)$$

$$\varphi(t) = \varphi_{\infty} \cdot t / (B'_2 + t) \quad (\text{ROSS}) \quad (I-48)$$

Nestas expressões, o valor final φ_{∞} e as constantes B_2 e B'_2 , são determinadas através de ensaios.

5.2.2.3 - Método de Dischinger Generalizado (DI);

Os primeiros trabalhos de Dischinger, baseados na "Teoria do Envelhecimento", perduraram por algumas décadas, porém estudos mais recentes provaram que eles eram imprecisos, visto que negligenciavam a fluência reversível. Então uma versão melhorada desse método foi desenvolvida por Rúsch, Jungwirth e Kupfer e introduzida no Anexo "e" do CEB-FIP 78.

A melhoria consiste em adotar para função fluência, uma combinação de termos baseados nas duas teorias: Envelhecimento e Hereditariedade, introduzindo-se um termo D , constante, relativo à deformação lenta reversível. Assim, a função simplificada da fluência é expressa por:

$$\Phi(t, \tau) = \frac{1}{E_c} + D + F(t) - F(\tau) \quad (1-49)$$

onde: $\frac{1}{E_c}$ = deformação elástica inicial;

D = deformação elástica retardada tratada como uma deformação elástica instantânea;

$F(t) - F(\tau)$ = deformação por fluência irreversível.

Os valores dos parâmetros dessa função tomam por referência a "Função Fluência" do CEB-FIP 78, expressão (1-7), com as seguintes simplificações:

$$E_c = E_{c28} = \text{cte.} = 9,5f_{cm28}^{1/3} ;$$

$\beta_a = 0$, isto é, o termo que representa a deformação irreversível, ocorrida nas primeiras 24 horas, é desprezado;

$\beta_d = 1$, isto significa fazer $D = \frac{\varphi_d}{E_{c28}} = \frac{0,4}{E_{c28}}$; e a deformação lenta reversível é considerada constante.

Assim, a expressão da função fluência, torna-se:

$$\Phi(t, \tau) = \frac{1}{E_{c28}} \left\{ 1 + \varphi_d + \varphi_f [\beta_f(t) - \beta_f(\tau)] \right\}$$

$$\Phi(t, \tau) = \frac{1}{E_{c28}} \left\{ 1,4 + \varphi_f [\beta_f(t) - \beta_f(\tau)] \right\} \quad (I-50)$$

$$\text{ou } \Phi(t, \tau) = \frac{1}{E_{cf}} \left\{ 1 + \varphi_{ff} [\beta_f(t) - \beta_f(\tau)] \right\} \quad (I-51)$$

onde:

$E_{cf} = \frac{E_{c28}}{1 + \varphi_d} = \frac{E_{c28}}{1,4}$ é o módulo fictício de deformação, considerando as deformações reversível, imediata e retardada;

$\varphi_{ff} = \frac{\varphi_f}{1 + \varphi_d} = \frac{\varphi_f}{1,4}$ é o coeficiente de fluência fictício.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] SKUDRA, A. M. Résistance à longterme du béton à la traction. Apud: SMERDA, Zdenek & KRISTEK, Vladimir. Creep and shrinkage of concrete elements and structures. p.22.
- [2] Id. ibid., p.22.
- [3] WAGNER, R.D. Das Kriechen unbewehrten Betone. Apud: SMERDA, Zdenek & KRISTEK, Vladimir. op. cit. p.22.
- [4] GVOZDYEV, A.A. Creep of concrete in mechanics of solid body. Apud: SMERDA, Zdenek & KRISTEK, Vladimir. op. cit. p.22.
- [5] Id. ibid., p.21.
- [6] CEB Design Manual. Structural effects of time-dependent behaviour of concrete. Bulletin D'Information n.142/142bis. p.53.
- [7] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7197 Projeto de estruturas de concreto protendido. p.11.
- [8] CEB. Evaluation of the time dependent behavior of concrete. Bulletin D'Information n.199. p.19.
- [9] SMERDA, Zdenek & KRISTEK, Vladimir. op. cit. p.24.
- [10] BACKSTROM, S. Creep and creep recovery of cement mortar. Apud: SMERDA, Zdenek & KRISTEK, Vladimir. op. cit. p.24.
- [11] Id. ibid., p.25.

- [12] ROSS, A.D. Creep of concrete under variable stress.
Apud: SMERDA, Zdenek & KRISTEK, Vladimir. op. cit.
p.24.
- [13] Id. ibid., p.25.
- [14] CEB Design Manual. Bulletin D'Information n.142/142bis.
op. cit. p.39.
- [15] SMERDA, Zdenek & KRISTEK, Vladimir. op. cit., p.122.
- [16] NEVILLE, Adam M., DILGER, W.H. & BROOKS, J.J. Creep
of plain and structural concrete. p.199.
- [17] Id. ibid., p.200.
- [18] CEB Design Manual. Bulletin D'Information n.142/142bis.
op. cit., p.262.
- [19] Id. ibid., p.257.
- [20] CEB/FIP Model Code 90. Bulletin D'Information n.203.
p.2-37.
- [21] Id. ibid., p.2-32.
- [22] CEB Design Manual. Bulletin D'Information n.142/142bis.
op. cit., p.75.
- [23] Id. ibid., p.86.
- [24] TROST, H. Zur Auswirkung zeitabhängigen Betonverhaltens unter Berücksichtigung der neuen Spannbetonrichtlinien, Konstruktiver Ingenieurbau in Forschung und Praxis. Apud: LEONHARDT, Fritz. Construções de concreto: concreto protendido. p.264.
- [25] ZERNA, W. Vereinfachte Berücksichtigung der Einflüsse des zeitabhängigen Verformungsverhaltens von Beton. Apud: LEONHARDT, Fritz. op. cit., p.264.
- [26] CEB Design Manual. Bulletin D'Information n.142/142bis.
op. cit., p.325.
- [27] Id. ibid., p.119.

II - FASES ÚNICAS DE CONCRETAGEM, DE PROTENSÃO E DE CARREGAMENTO PERMANENTE

1 PRELIMINARES

Com a divulgação da Norma Brasileira NBR 7197 - PROJETO DE ESTRUTURAS DE CONCRETO PROTENDIDO nos meios técnicos, muitas modificações no cálculo de estruturas de concreto protendido irão ocorrer em relação à antiga norma NB 116. Entre as várias alterações existentes, interessam, para efeito desta pesquisa, aquelas relativas aos itens 7 - "FLUÊNCIA, RETRAÇÃO E RELAXAÇÃO" e 8 - "FORÇA DE PROTENSÃO", este em particular, ao sub-item 8.5.2-"Perdas Progressivas".

Para o item 7, a CE-2:03.01 - Comissão de Estudos de Estruturas de Concreto Protendido - responsável pela elaboração da Norma, tomou por base o conteúdo preconizado no Código Modelo do CEB-FIP 78, fazendo evidentemente adaptações necessárias, como por exemplo, as que concernem aos tipos de cimento, tipos de aços de protensão, etc.

Quanto ao sub-item 8.5.2 e especificamente a parte 8.5.2.1, teve por base o importante trabalho efetuado por FERRAZ [1], cuja conclusão foi uma fórmula fechada para o

cômputo da perda progressiva num cabo resultante, quando a fase de concretagem é única e também a protensão é realizada numa única vez com a mobilização de cargas permanentes. Assim, a utilização dessa fórmula evita o cálculo iterativo, preconizado pelo CEB-FIP 78.

À luz de outro trabalho de FERRAZ [2], é possível calcular as perdas progressivas, não somente para um cabo, mas para vários cabos de protensão situados em diferentes alturas na seção transversal de uma peça em concreto protendido. O cálculo para vários cabos acarreta um aumento de trabalho, mas que pode ser racionalizado através de um programa de computador.

Esta pesquisa foi realizada com a intenção de agilizar esse exaustivo trabalho, que abrange a determinação dos coeficientes de retração do concreto, de fluência do concreto e de relaxação do aço, bem como as variações de tensões nos cabos e no concreto. Então após uma apresentação simples e ordenada daquilo que prescreve a NBR 7197 [3], elaborou-se um programa em Linguagem Fortran, para o cômputo das perdas progressivas em cabos situados em diferentes alturas na seção.

Para testar a programação foram apresentados três exemplos de cálculo de perdas progressivas. O primeiro é parte do exemplo apresentado por CASTANHO [4], com cabo único na seção. O segundo foi extraído do Boletim nº 144 do CEB/FIP [5], também considerando cabo resultante, como lá o problema é tratado. Para o terceiro exemplo, processado no computador, utilizam-se os mesmos dados do segundo, com exceção dos cabos, que são considerados em suas posições reais, porém o cálculo se faz unificando aqueles de uma mesma altura na seção.

2 IDADE FICTÍCIA DO CONCRETO E ESPESSURA FICTÍCIA DA PEÇA

2.1 Idade fictícia do concreto

Quando o endurecimento da peça ocorre a uma temperatura de 20°C a idade fictícia é $\alpha \cdot t_{ef}$. Nos demais casos, não havendo cura térmica, a idade fictícia será calculada através da expressão:

$$t = \alpha \cdot \sum_j \frac{T_j + 10}{30} \cdot \Delta t_{ef,j} \quad , \text{onde:}$$

t = idade fictícia, em dias;

α = coeficiente que depende da velocidade de endurecimento do cimento. Na falta de dados experimentais permite-se o emprego dos valores citados na Tab. II.1;

T_j = temperatura média diária do ambiente, em C°;

$\Delta t_{ef,j}$ = período em dias, durante o qual a temperatura média diária do ambiente, T_j , pode ser admitida constante.

Tabela II.1 - Valores do coeficiente α para a correção da idade [6]

CIMENTO	α	
	Fluência	Retração
De endurecimento lento: AF 25, AF 32, POZ 25, POZ 32, MRS, ARS	1	1
De endurecimento normal: CP 25, CP 32, CP 40	2	
De endurecimento rápido:ARI	3	

2.2 Espessura fictícia da peça

É calculada através da seguinte expressão:

$$h_{fic} = \gamma \cdot 2 \cdot A_c / u_{ar} \quad , \quad \text{onde:}$$

γ = coeficiente que depende da umidade relativa do ambiente U(%). Seu valor pode ser extraído da Tabela II.2 ou calculado pela expressão citada por VASCONCELOS [7], que

$$\epsilon \gamma = 1 + e^{(-10,58 + 0,1704 \cdot U - 0,000415 \cdot U \cdot U)} ;$$

A_c = área da seção transversal da peça;

u_{ar} = parte do perímetro externo da seção transversal da peça em contato com o ar. No caso de vigas em caixão, LEONHARDT [8], recomenda adicionar a metade do perímetro interno.

3 RETRAÇÃO DO CONCRETO

A retração é um fenômeno que se caracteriza pela diminuição de volume de uma peça de concreto, a partir da sua execução, quando ela se encontra exposta ao ar livre. Ela ocorre mesmo que não hajam tensões mecânicas ou que a temperatura permaneça constante. Se a peça estiver imersa em água, ocorre o fenômeno inverso, ou seja uma expansão.

O valor da retração depende de:

- umidade relativa do ar (U);
- consistência do concreto na ocasião do lançamento (SLUMP);
- espessura fictícia da peça (h_{fic}).

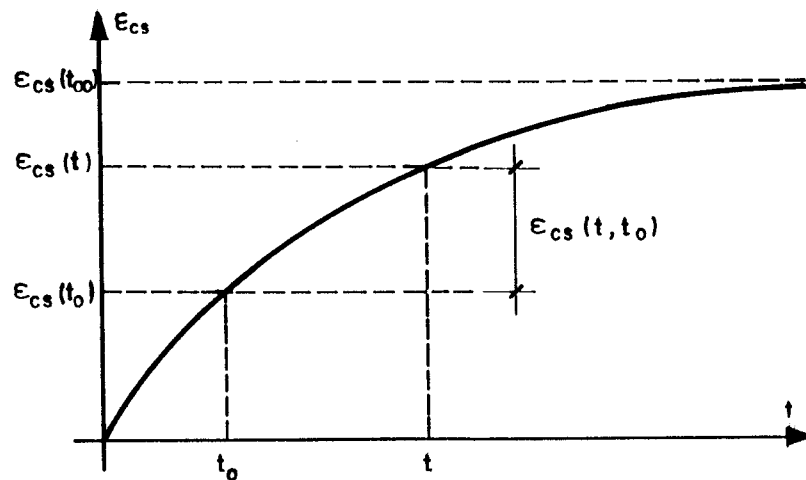


Fig. II.1 - Deformação por retração no decorrer do tempo.

A deformação por retração, entre as idades fictícias t_0 e t , é simbolizada por $\epsilon_{cs}(t, t_0)$ e expressa por:

$$\epsilon_{cs}(t, t_0) = \epsilon_{cs\infty} \cdot [\beta_s(t) - \beta_s(t_0)]$$

onde:

$\epsilon_{cs\infty} = \epsilon_{1s} \cdot \epsilon_{2s}$ = valor final da retração;

ϵ_{1s} = coeficiente dependente da umidade relativa do ambiente e da consistência do concreto;

ϵ_{2s} = coeficiente dependente da espessura fictícia da peça;

$\beta_s(t)$ = coeficiente relativo à retração, no instante t;

$\beta_s(t_0)$ = coeficiente relativo à retração, no instante t_0 ;

t = idade fictícia do concreto no instante considerado, em dias;

t_0 = idade fictícia do concreto no instante em que o efeito da retração na peça começa a ser considerado.

O coeficiente ϵ_{2s} depende apenas da espessura fictícia h_{fic} e é dado por :

$$\epsilon_{2s} = (0,33 + 2h_{fic}) / (0,21 + 3h_{fic})$$

O coeficiente ϵ_{1s} depende da umidade relativa do ar (U) e da consistência do concreto (SLUMP). Para umidades de 40%, 70% e 90%, e na água a NBR 7197, considerando várias faixas de SLUMP, fornece os valores de $\epsilon_{1s} \cdot 10^4$, os quais se encontram na Tabela II.2.

Analiticamente, conforme a faixa de valores do SLUMP, utiliza-se uma das expressões abaixo:

-para abatimentos entre 0 e 4 cm -

$$\epsilon_{1s} \cdot 10^4 = 0,75 (-6,16 - U/484 + U^2/1590)$$

-para abatimentos entre 5 cm e 9 cm -

$$\epsilon_{1s} \cdot 10^4 = -6,16 - U/484 + U^2/1590$$

-para abatimentos entre 10 cm e 15 cm -

$$\epsilon_{1s} \cdot 10^4 = 1,25 (-6,16 - U/484 + U^2/1590)$$

O coeficiente β_s depende da idade fictícia t e da espessura fictícia h_{fic} . Poderá ser quantificado através de um ábaco que se encontra na NBR 7197 [9], ou calculado pela expressão seguinte:

$$\beta_s = \frac{(t/100)^3 + A \cdot (t/100)^2 + B \cdot (t/100)}{(t/100)^3 + C \cdot (t/100)^2 + D \cdot (t/100) + E}$$

sendo: $A = 40$

$$B = 116.h_{fic}^3 - 282.h_{fic}^2 + 220.h_{fic} - 4,80$$

$$C = 2,5 h_{fic}^3 - 8,8.h_{fic} + 40,70$$

$$D = -75.h_{fic}^3 + 585.h_{fic}^2 + 496.h_{fic} - 6,80$$

$$E = -169.h_{fic}^4 + 88.h_{fic}^3 + 584.h_{fic}^2 - 39.h + 0.8$$

4 FLUÊNCIA DO CONCRETO

A fluência no concreto se caracteriza, no decorrer do tempo, por uma variação da deformação de uma peça quando submetida a um carregamento constante.

Segundo a NBR 7197 [10], a deformação por fluência do concreto (ϵ_{cc}) compõe-se de duas partes, uma rápida e outra lenta. A fluência rápida (ϵ_{cca}) é irreversível e ocorre durante as primeiras 24 horas após a aplicação da carga que a originou. A fluência lenta, é por sua vez, composta de duas parcelas:

- deformação lenta irreversível (ϵ_{ccf});
- deformação lenta reversível (ϵ_{ccd}).

Assim a deformação por fluência será:

$$\epsilon_{cc} = \epsilon_{cca} + \epsilon_{ccf} + \epsilon_{ccd}$$

E a deformação total será: $\epsilon_{c,tot} = \epsilon_c + \epsilon_{cc}$, onde

$\epsilon_c = \sigma_c / E_{c28}$ é a deformação elástica instantânea, Fig. II.2b.

Por definição, $\varphi = \epsilon_{cc} / \epsilon_c$ é o coeficiente de fluência,

então:

$$\epsilon_{cc} = \varphi \cdot \epsilon_c$$

$$\epsilon_{cca} = \varphi_a \cdot \epsilon_c$$

$$\epsilon_{ccf} = \varphi_f \cdot \epsilon_c$$

$$\epsilon_{ccd} = \varphi_d \cdot \epsilon_c$$

onde: φ_a = coeficiente de fluência rápida;

φ_f = coeficiente de deformação lenta irreversível;

φ_d = coeficiente de deformação lenta reversível.

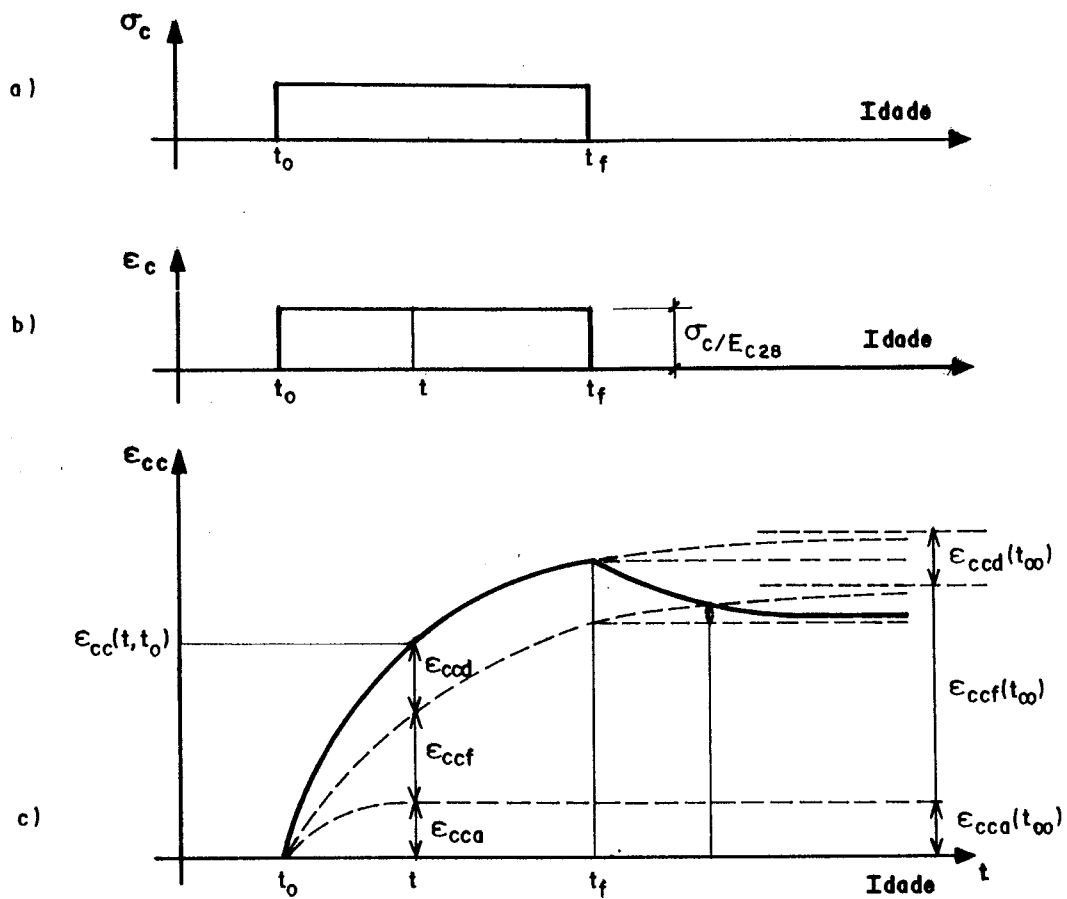


Fig. II.2 - Evolução de tensões e deformações no concreto:
 a) Tensão de compressão constante;
 b) Deformação elástica ϵ_c ;
 c) Deformação por fluência ϵ_{cc} .

4.1 Hipóteses - NBR 7197 [11]

a) as tensões normais à seção de concreto não devem ultrapassar $0,5.f_{ck}$;

b) a deformação por fluência ϵ_{cc} varia linearmente com a tensão aplicada;

c) para acréscimos de tensão aplicados em instantes distintos, os respectivos efeitos da fluência se superpõem;

d) a fluência rápida produz deformações constantes ao longo do tempo;

e) o coeficiente de deformação lenta reversível φ_d depende apenas da duração do carregamento; o seu valor final

e o seu desenvolvimento ao longo do tempo são independentes da idade do concreto no momento da aplicação da carga;

f) o coeficiente de deformação lenta irreversível φ_f depende da:

- umidade relativa do ambiente -U;
- consistência do concreto por ocasião do lançamento -SLUMP;
- espessura fictícia da peça - h_{fic} ;
- idade fictícia do concreto no instante da aplicação da carga - t_0 ;
- idade fictícia do concreto no instante considerado - t;

g) Para o mesmo concreto, as curvas de deformação lenta irreversível em função do tempo, correspondentes a diferentes idades do concreto no momento do carregamento, são obtidas, umas em relação às outras por deslocamento paralelo ao eixo das deformações, conforme a Fig. II.3.

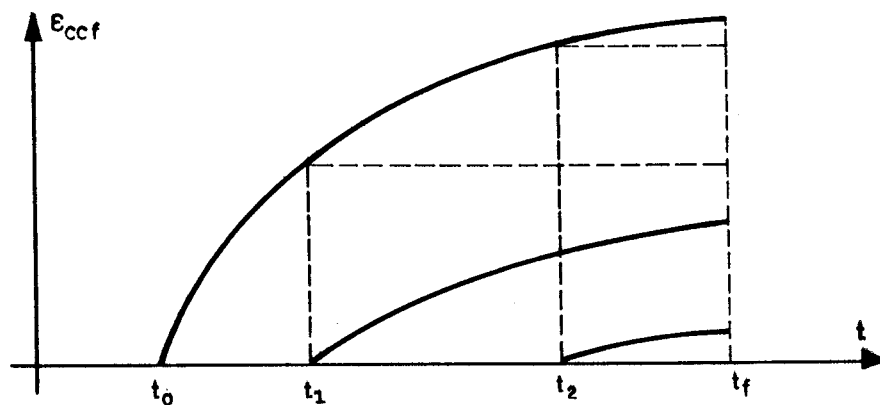


Fig. II.3 - Curvas de deformação lenta irreversível

4.2 Valor da fluência - NBR 7197 [12]

Na idade t, a deformação devida à fluência é dada por:

$$\epsilon_{cc}(t, t_0) = \epsilon_{cca} + \epsilon_{ccf} + \epsilon_{ccd} = \frac{\sigma_c}{E_{c28}} \varphi(t, t_0)$$

com E_{c28} secante, permitindo-se adotar para este módulo o valor igual a $0,9.E_c$, definido na NBR 6118, com $j=28$ dias.

O coeficiente de fluência $\varphi(t, t_0)$, válido também para a tração, é calculado pela expressão:

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_a + \varphi_f + \varphi_d ,$$

$$\text{onde: } \varphi_a = 0,8 \left[1 - \frac{f_c(t_0)}{f_c(t_\infty)} \right] ,$$

$$\varphi_f = \varphi_{f\infty} \cdot \left[\beta_f(t) - \beta_f(t_0) \right] ,$$

$$\varphi_d = \varphi_{d\infty} \cdot \beta_d$$

$\frac{f_c(t_0)}{f_c(t_\infty)}$ é função do crescimento da resistência do concreto com a idade. Essa razão poderá ser extraída da NBR 7197 ou calculada analiticamente pela expressão:

$$\frac{f_c(t_0)}{f_c(t_\infty)} = \frac{9 \cdot t_0 \cdot (t_0 + 42)}{(9 \cdot t_0 + 40) \cdot (t_0 + 61)}$$

$\varphi_{f\infty} = \varphi_{1c} \cdot \varphi_{2c}$, é o valor final do coeficiente de deformação lenta irreversível;

φ_{1c} = coeficiente que depende da umidade relativa do ambiente;

φ_{2c} = coeficiente que depende da espessura fictícia h_{fic} ;

$$\varphi_{2c} = \frac{0,42 + h_{fic}}{0,20 + h_{fic}} \quad \text{com } h_{fic} \text{ em metros.}$$

$\beta_f(t)$ ou $\beta_f(t_0)$ = coeficiente relativo à deformação lenta irreversível, função da idade do concreto;

$\varphi_{d\infty}$ = valor final do coeficiente de deformação lenta reversível, considerado igual a 0,4;

β_d = coeficiente relativo à deformação lenta reversível, função do tempo $(t - t_0)$ decorrido após o carregamento.

$$\beta_d = \frac{t - t_0 + 20}{t - t_0 + 70} \quad \text{com } t \text{ e } t_0 \text{ em dias.}$$

O coeficiente β_f , relativo à deformação lenta irreversível, depende da idade fictícia t e da espessura fictícia h_{fic} . Será calculado pela expressão:

$$\beta_f(t) = \frac{t^2 + A \cdot t + B}{t^2 + C \cdot t + D}, \text{ sendo:}$$

$$A = 42 \cdot h_{fic}^3 - 350 \cdot h_{fic}^2 + 588 \cdot h_{fic} + 113$$

$$B = 768 \cdot h_{fic}^3 - 3060 \cdot h_{fic}^2 + 3234 \cdot h_{fic} - 23$$

$$C = -200 \cdot h_{fic}^3 + 13 \cdot h_{fic}^2 + 1090 \cdot h_{fic} + 183$$

$$D = 7579 \cdot h_{fic}^3 - 31916 \cdot h_{fic}^2 + 35343 \cdot h_{fic} + 1931$$

Para efeito de cálculo, as mesmas expressões e os mesmos valores numéricos podem ser empregados no caso da tração.

5 VALORES NUMÉRICOS PARA A RETRAÇÃO E FLUÊNCIA

5.1 Valores usuais

Para a determinação da fluência e da retração, na ausência de dados experimentais específicos, podem ser empregados os valores da NBR 7197 [13], conforme Tab. II.2.

Tabela II.2 - Valores numéricos usuais para a determinação da fluência e da retração.

AMBIENTE	UMIDADE U(%)	FLUÊNCIA φ_{1c}			RETRAÇÃO $10^4 \cdot \epsilon_{1s}$			γ
		Abatimento de acordo com a NBR-7223 (cm)						
		0-4	5-9	10-15	0-4	5-9	10-15	
Na água	-	0,6	0,8	1,0	1,0	1,0	1,0	30,0
Muito úmido	90	1,0	1,3	1,6	-1,0	-1,3	-1,6	5,0
Ao ar livre, em geral	70	1,5	2,0	2,5	-2,5	-3,2	-4,0	1,5
Seco	40	2,3	3,0	3,8	-4,0	-5,2	-6,5	1,0

5.2 Valores particulares

Segundo a NBR 7197 [14], para estimativas preliminares ou para obras correntes realizadas com concreto plástico, correspondente a abatimentos de 5 a 9 cm, podem ser adotados os valores constantes da Tabela II.3.

Tabela II.3 - Valores particulares para fluência e retração

UMIDADE		U = 40%		U = 55%		U = 75%		U = 90%	
$\frac{2.A_c}{u_{ar}}$		20	60	20	60	20	60	20	60
φ_{∞}	$t_o = 5$	4,40	3,90	3,80	3,30	3,00	2,60	2,30	2,10
	$t_o = 30$	3,00	2,90	2,60	2,50	2,00	2,00	1,60	1,60
	$t_o = 60$	3,00	2,60	2,20	2,20	1,70	1,80	1,40	1,40
$\epsilon_{cs\infty}$ $\times 10^4$	$t_o = 5$	-0,44	-0,39	-0,37	-0,33	-0,23	-0,21	-0,10	-0,09
	$t_o = 30$	-0,37	-0,38	-0,31	-0,31	-0,20	-0,20	-0,09	-0,09
	$t_o = 60$	-0,32	-0,36	-0,27	-0,30	-0,17	-0,19	-0,08	-0,09

6 RELAXAÇÃO E FLUÊNCIA DO AÇO DE PROTENSÃO

A relaxação e a fluência do aço de protensão são fenômenos distintos mas ambos contribuem para as perdas de protensão.

A relaxação do aço se caracteriza por uma diminuição de sua tensão, no decorrer do tempo, sob comprimento mantido constante após a deformação inicial.

A fluência do aço se caracteriza pela variação do comprimento de uma barra, a partir da deformação inicial, quando ela fica submetida a uma tensão constante no decurso do tempo.

Considerando-se que, nas peças de concreto protendido, o comprimento da armadura varia de modo insignificante e é necessário avaliar as variações das tensões ao longo do tempo, a relaxação do aço é o fenômeno mais importante.

6.1 Relaxação do aço

De acordo com a NBR 7197 [15], ítem 7.5, a relaxação é determinada através da seguinte expressão:

$$\psi(t, t_0) = \frac{\Delta\sigma_{pr}(t, t_0)}{\sigma_{pi}}, \text{ onde:}$$

- $\psi(t, t_0)$ → coeficiente de relaxação do aço entre t_0 e t ;
 $\Delta\sigma_{pr}(t, t_0)$ → perda de tensão por relaxação pura (com comprimento constante) desde o instante do estiramento da armadura até o instante t ;
 σ_{pi} → tensão na armadura de protensão no instante de seu estiramento. No caso de pós-tração, devem ser descontadas as perdas imediatas.

As normas NBR 7482 - "Fio de aço para concreto protendido - Especificação" e NBR 7483 - "Cordoalha de aço para concreto protendido - Especificação", estabelecem os valores médios para a relaxação num tempo de 1000 horas, à uma temperatura constante de 20°C e para três níveis de tensões iniciais em relação à resistência característica à tração. Os níveis são 60%, 70% e 80% de f_{ptk} , cujos valores de ψ_{1000} estão contidos na Tabela II.4. Na mesma tabela também se encontram valores oriundos do CEB 78 para a relaxação no tempo infinito - ψ_{∞} .

O coeficiente de relaxação do aço, entre uma idade t_0 e uma idade t , é calculado por:

$$\psi(t, t_0) = \psi_{1000} \cdot [(t-t_0)/1000]^{0,15} = \psi_{1000} \cdot f(t)$$

onde:

ψ_{1000} = coeficiente de relaxação a 1000 horas (41,67 dias), a 20°C, calculado conforme a Tabela II.4.

Para um mesmo valor de ψ_{1000} , é interessante visualizar a variação de $f(t)=[(t-t_0)/1000]^{0,15}$, fazendo $t_0=0$, nas Figs. II.4, II.5 e II.6.

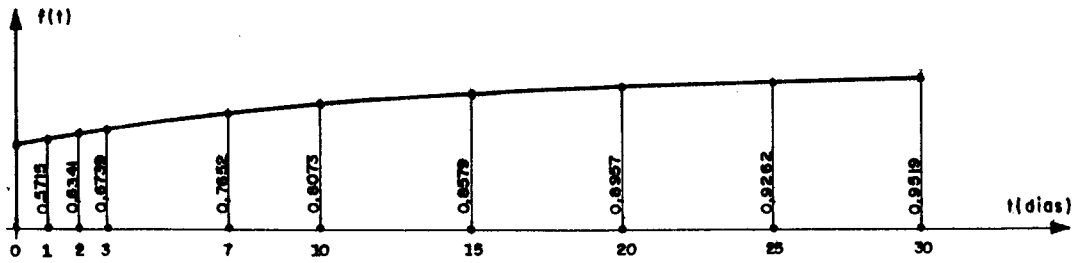


Fig. II.4 - Variação de $f(t)$ entre 0 e 30 dias.

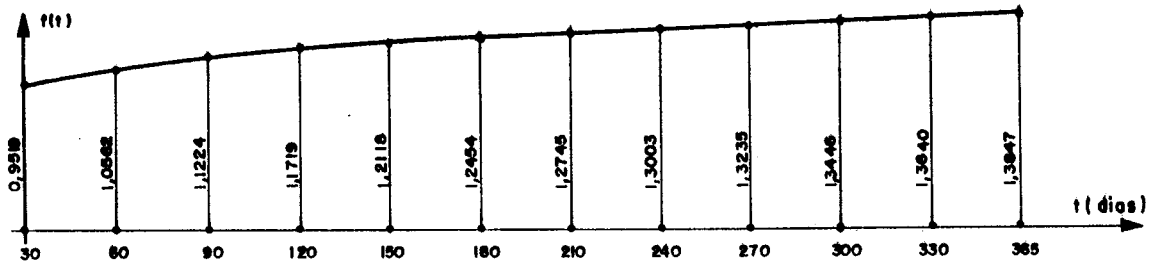


Fig. II.5 - Variação de $f(t)$ entre 30 e 330 dias.

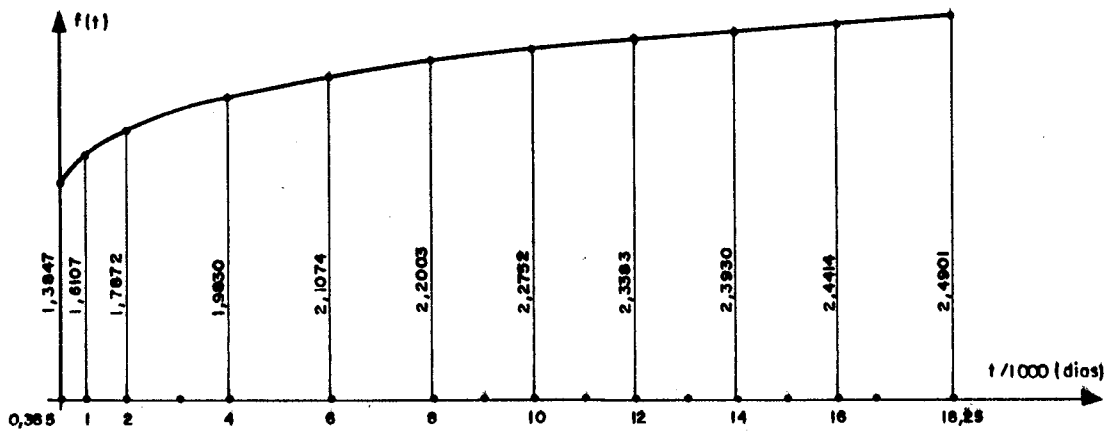


Fig. II.6 - Variação de $f(t)$ entre 1 ano e 50 anos.

Na programação devem ser utilizadas expressões distintas para ψ_{1000} quando se tratar de aço do tipo RN ou se tratar de aço do tipo RB. Partindo-se de um polinômio do 2º grau e fazendo $r = \sigma_{po} / f_{ptk}$, tem-se:

$$\psi_{1000} = a.r^2 + b.r + c$$

Assim para cordoalhas RB, o sistema que determina as constantes a, b e c é:

$$1,5/100 = a.0,60^2 + b.0,60 + c$$

$$2,5/100 = a.0,70^2 + b.0,70 + c$$

$$3,5/100 = a.0,80^2 + b.0,80 + c$$

Cuja resolução fornece: $a=0$; $b=0,10$ e $c=-0,045$. Então para aços RB a expressão de ψ_{1000} é:

$$\psi_{1000} = 0,10.\sigma_{po} / f_{ptk} - 0,045$$

Com procedimento análogo, para cordoalhas RN, o sistema é:

$$4,5/100 = a.0,60^2 + b.0,60 + c$$

$$7,5/100 = a.0,70^2 + b.0,70 + c$$

$$12,0/100 = a.0,80^2 + b.0,80 + c$$

Cuja resolução fornece: $a=1,25$; $b=-1,375$ e $c=0,42$. Então para aços RN a expressão de ψ_{1000} é:

$$\psi_{1000} = 1,25.(\sigma_{po} / f_{ptk})^2 - 1,375.\sigma_{po} / f_{ptk} + 0,42$$

Para os dois tipos de aço, com tensões inferiores a $0,5f_{ptk}$, a NBR 7197 [16], admite que não haja perda de tensão por relaxação. Ainda, para tensões superiores a $0,80f_{ptk}$, na falta de dados experimentais, permite-se a extrapolação a partir dos valores contidos na Tabela II.4. A NBR 7197 também restringe as tensões na armadura ativa, em $0,81f_{ptk}$ nos casos de pré-tração, e em $0,77f_{ptk}$ para pós-tração.

Tab. II.4 - Valores de ψ_{1000} em % e a 20°C, fornecidos pela NBR 7197 e pela Comp. Siderúrgica Belgo-Mineira. Valores de ψ_{∞} em % e a 20°C, fornecidos pelo CEB.

σ_{p0}/σ_{ptk}	ψ_{1000} (%)				ψ_{∞} (%)	
	RB		RN		RB	RN
	Fios	Cordoa.	Fios	Cordoa.	Cordoa.	Cordoa.
	BELGO	NBR	BELGO	NBR	CEB	CEB
0,60	1,0	1,5	4,0	4,5	3,0	6,0
0,70	2,0	2,5	5,0	7,0	6,0	12,0
0,80	3,0	3,5	8,5	12,0	10,0	25,0

6.2 Fluência do aço

Supondo que o aço esteja submetido a uma tensão constante, aplicada no instante t_0 , a deformação cresce com o tempo. De modo análogo ao coeficiente de fluência do concreto, o coeficiente de fluência do aço é definido por:

$$\chi_s(t, t_0) = \frac{\text{deformação por fluência}}{\text{deformação imediata}}$$

6.3 Relação entre o coeficiente de relaxação do aço e o coeficiente de fluência.

Esta demonstração consta do trabalho de FERRAZ [17]. Supõe-se uma barra de aço, na idade t_0 , submetida a uma tensão σ_{p0} e com comprimento mantido constante no decorrer do tempo. Devido a existência da relaxação, numa idade τ , a tensão passará a $\sigma_p(\tau)$. Com o acréscimo de tempo $d\tau$, a tensão se modifica de $d\sigma_p(\tau)$ e o comprimento da barra se altera de $d\epsilon_p(\tau)$.

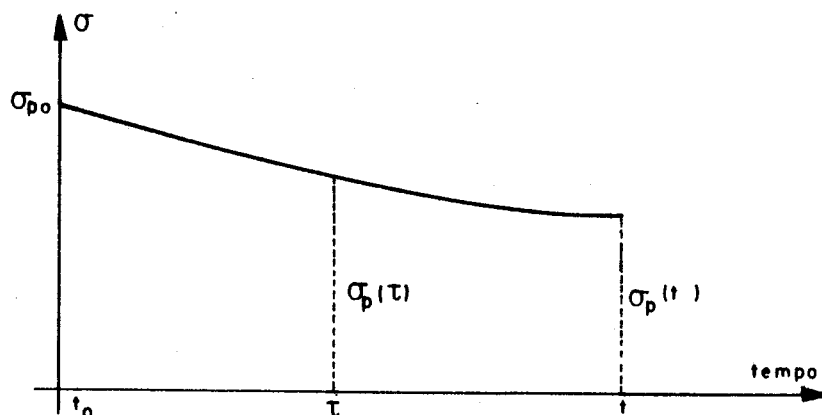


Fig. II.7 - Variação da tensão no aço com o tempo.

Considerando que, para um acréscimo da deformação por fluência, corresponda a um acréscimo do coeficiente χ_s , então:

$$d\epsilon_p(\tau) = \frac{\sigma_p(\tau)}{E_p} d\chi_s(\tau, t_0) + \frac{d\sigma_p(\tau)}{E_p} [1 + \chi_s(\tau, t_0)]$$

Como na prática, o comprimento tem uma variação insignificante, ou seja, pode ser considerada nula, $d\epsilon_p(\tau) = 0$, assim :

$$-\frac{\sigma_p(\tau)}{E_p} d\chi_s(\tau, t_0) + \frac{d\sigma_p(\tau)}{E_p} = 0$$

$$\frac{d\sigma_p(\tau)}{\sigma_p(\tau)} = -d\chi_s(\tau, t_0), \text{ integrando-se, vem: } \ln \sigma_p(\tau) = -\chi_s(\tau, t_0) + C$$

$$\text{Como para } \tau = t_0, \sigma_p(\tau) = \sigma_{p0} ; \chi_s(t_0, t_0) = 0 ; \ln \sigma_{p0} = C$$

$$\text{logo } e^C = \sigma_{p0} ; \sigma_p(\tau) = \sigma_{p0} \cdot e^{-\chi_s(\tau, t_0)}$$

$$\text{A variação da tensão é } \Delta\sigma_p = \sigma_{p0} - \sigma_p(\tau) = \sigma_{p0} - \sigma_{p0} \cdot e^{-\chi_s(\tau, t_0)}$$

$$\text{Por definição } \psi(t, t_0) = \Delta\sigma_p(t, t_0) / \sigma_{p0}, \text{ então:}$$

$$\psi(t, t_0) = 1 - e^{-\chi_s(t, t_0)}, \quad e^{-\chi_s(t, t_0)} = 1 - \psi(t, t_0)$$

$$-\chi_s(t, t_0) = \ln [1 - \psi(t, t_0)] \text{ ou } \chi_s(t, t_0) = -\ln [1 - \psi(t, t_0)]$$

Para aços de baixa relaxação (RB), cujos valores de $\psi(t, t_0)$ são baixos, os valores de χ_s e ψ ficam bem próximos. Para aços de relaxação normal (RN), ocorrem diferenças que devem ser consideradas.

6.4 Deformação diferida no aço de protensão

Quando se traciona uma barra de aço com uma tensão constante σ_{p0} , desde uma idade t_0 até uma idade t , ela sofrerá uma deformação específica total expressa pela integral de superposição de STIELTJES:

$$\epsilon_{p, tot}(t, t_0) = \int_0^t \Phi_p(t, \tau) \cdot d\sigma_p(\tau) = \Phi_p(t, t_0) \cdot \sigma_{p0} + \int_{t_0}^t \Phi_p(t, \tau) \cdot d\sigma_p(\tau)$$

Aplicando-se o Método da Tensão Média, para o desenvolvimento da integral, tem-se:

$$\epsilon_{p, tot}(t, t_0) = \sigma_{p0} \cdot \Phi_p(t, t_0) + \Delta\sigma_p \frac{\Phi_p(t, t_0) + \Phi_p(t, t)}{2}$$

Onde $\Delta\sigma_p = \sigma_p(t) - \sigma_{p0}$ resulta um valor negativo, pois $\sigma_p(t) < \sigma_{p0}$. Convencionando-se doravante $\Delta\sigma_p = \sigma_{p0} - \sigma_p(t)$, portanto um valor positivo, há que mudar o sinal na expressão das deformações. Substituindo-se as funções de fluência, tem-se:

$$\epsilon_{p, tot}(t, t_0) = \sigma_{p0} \cdot \left[\frac{1}{E_p} + \frac{\chi_s(t, t_0)}{E_p} \right] - \frac{\Delta\sigma_p}{2} \left[\frac{1}{E_p} + \frac{\chi_s(t, t_0)}{E_p} + \frac{1}{E_p} \right]$$

$$\epsilon_{p, tot}(t, t_0) = \frac{\sigma_{p0}}{E_p} + \frac{\sigma_{p0}}{E_p} \cdot \chi_s(t, t_0) - \frac{\Delta\sigma_p}{E_p} \left[1 + \frac{\chi_s(t, t_0)}{2} \right]$$

E a deformação diferida, ou seja a ocorrida entre t_0 e t , será:

$$\Delta \epsilon_p(t, t_0) = \frac{\sigma_{p0}}{E_p} \cdot \chi_s(t, t_0) - \frac{\Delta \sigma_p}{E_p} \chi_p$$

Por simplicidade de notação fez-se: $1 + \chi_s(t, t_0)/2 = \chi_p$

7 DEFORMAÇÃO DIFERIDA NO CONCRETO

A deformação específica total do concreto à altura de um cabo i , de acordo com a expressão (I-34) (Método da Tensão Média), será:

$$\epsilon_{c, tot}(t, t_0) = \sigma_{co, i} \Phi_c(t, t_0) + \Delta \sigma_c \frac{\Phi_c(t, t_0) + \Phi_c(t, t)}{2} + \epsilon_{cs}(t, t_0)$$

Substituindo-se as funções de fluência, considerando $E_c = \text{cte.}$, vem:

$$\epsilon_{c, tot}(t, t_0) = \sigma_{co, i} \left[\frac{1}{E_c} + \frac{\varphi(t, t_0)}{E_c} \right] + \frac{\Delta \sigma_c}{2} \left[\frac{1}{E_c} + \frac{\varphi(t, t_0)}{E_c} + \frac{1}{E_c} + \frac{0}{E_c} \right] + \epsilon_{cs}(t, t_0)$$

$$\epsilon_{c, tot}(t, t_0) = \frac{\sigma_{co, i}}{E_c} + \frac{\sigma_{co, i} \cdot \varphi(t, t_0)}{E_c} + \frac{\Delta \sigma_c}{E_c} \left[1 + \frac{\varphi(t, t_0)}{2} \right] + \epsilon_{cs}(t, t_0)$$

Chamando $1 + \varphi(t, t_0)/2 = \chi_c$, a deformação diferida será:

$$\epsilon_{c, tot}(t, t_0) - \frac{\sigma_{co, i}}{E_c} = \frac{\sigma_{co, i} \cdot \varphi(t, t_0)}{E_c} + \frac{\Delta \sigma_c}{E_c} \chi_c + \epsilon_{cs}(t, t_0)$$

$$\Delta \epsilon_c(t, t_0) = \frac{\sigma_{co, i} \cdot \varphi(t, t_0)}{E_c} + \frac{\Delta \sigma_c}{E_c} \chi_c + \epsilon_{cs}(t, t_0)$$

Expressando $\Delta \sigma_c$ em função da variação dos esforços, tem-se:

$$\Delta \epsilon_c(t, t_0) = \frac{\sigma_{co, i}}{E_c} \varphi(t, t_0) - \left[\frac{\Delta N}{A_c} + \frac{\Delta M \cdot e x_i}{I_c} \right] \frac{\chi_c}{E_c} + \epsilon_{cs}(t, t_0)$$

8 PERDAS PROGRESSIVAS NA ARMADURA E NO CONCRETO

8.1 Hipóteses de cálculo

- As perdas progressivas devem ser determinadas considerando-se a interação entre a relaxação do aço de protensão, a retração e a fluência do concreto;
- a relação tensão-deformação na seção da peça ocorre no Estádio I (seção não fissurada);
- a concretagem ocorre numa única fase ou em fases suficientemente próximas para que se desprezem os efeitos recíprocos de uma fase sobre a outra;
- a protensão é executada numa única fase ou em fases suficientemente próximas para que se desprezem os efeitos recíprocos de uma fase sobre a outra;
- existe perfeita aderência entre a armadura de protensão e o concreto, garantida pela injeção de nata de cimento logo após o estiramento dos cabos;
- as seções de concreto possuem pequenas seções de armadura passiva de tal modo que possam ser desprezadas suas influências nas deformações longitudinais;
- as seções de concreto possuem um eixo de simetria vertical e os cabos devem estar contidos nesse eixo ou ainda dispostos simetricamente em relação a ele. Por exemplo, vide Fig. II.8.

8.2 Metodologia de cálculo das perdas progressivas

Como o escopo deste trabalho é automatizar o cálculo das perdas progressivas, a sua metodologia não se restringe apenas ao cálculo para um cabo resultante, mas para vários cabos situados na seção. Para isso, esta programação tomará por base o trabalho de FERRAZ [18].

Seja um cabo genérico i , de uma seção s , conforme a

Fig. II.8, com vários cabos de protensão situados em alturas diferentes na seção.

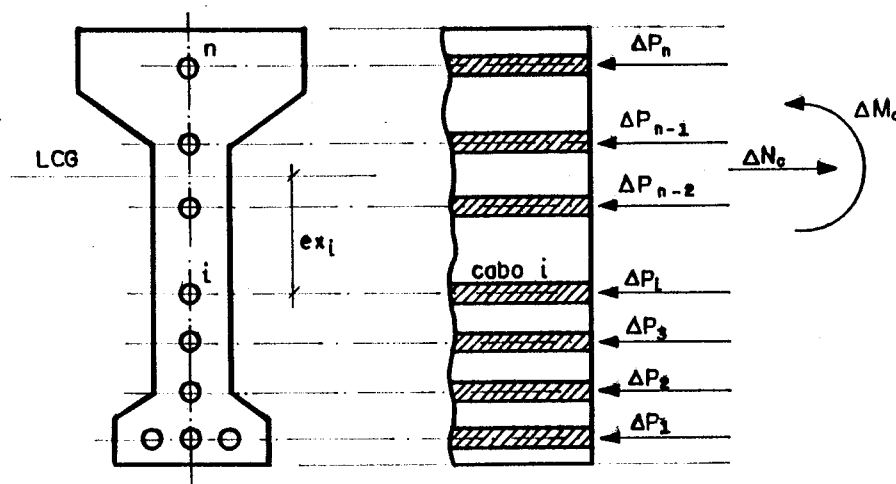


Fig. II.8 - Seção com vários cabos.

Seja também:

$P_{o,i}$ = força de protensão no cabo genérico i ;

$\sigma_{po,i}$ = correspondente tensão no cabo i ;

$\sigma_{co,i}$ = tensão no concreto na altura do cabo i .

São valores na idade t_0 , quando são realizadas a protensão, a injeção da nata e a aderência.

Após um certo tempo, então numa idade t , a ocorrência de perdas progressivas altera o estado de tensão do concreto e da armadura ativa. Isso ocorre, de tal modo, que exista sempre equilíbrio de esforços adicionais na seção. Surgem então variações de forças nos cabos $\Delta P_1, \Delta P_2, \dots, \Delta P_i, \dots, \Delta P_n$, e também solicitações adicionais ΔN_c e ΔM_c na seção de concreto.

Usando a condição de igual deformação específica diferida na altura do cabo i , $\Delta \epsilon_c(t, t_0) = \Delta \epsilon_p(t, t_0)$, tem-se:

$$\begin{aligned} & \frac{\sigma_{co,i}}{E_c} \varphi(t, t_0) - \frac{x_c}{E_c \cdot A_c} \Delta N_c - \frac{ex_i \cdot x_c}{E_c \cdot I_c} \Delta M_c + \epsilon_{cs}(t, t_0) = \\ & = \frac{\sigma_{po,i}}{E_p} \chi_s(t, t_0) - \frac{\Delta P_i}{E_p \cdot A_{p,i}} x_p \end{aligned}$$

Como ΔN_c e ΔM_c devem ser determinados, utilizam-se as duas equações de equilíbrio da seção:

$$\begin{aligned} \Sigma H=0 & \quad \Delta N_c + \sum_{j=1}^n \Delta P_j = 0 \\ \Sigma M=0 & \quad \Delta M_c + \sum_{j=1}^n \Delta P_j \cdot ex_j = 0 \end{aligned}$$

Então a expressão da igualdade de deformações específicas diferidas na altura do cabo i , torna-se:

$$\begin{aligned} \epsilon_{cs}(t, t_0) + \frac{\sigma_{co,i}}{E_c} \varphi(t, t_0) + \frac{x_c}{E_c \cdot A_c} \sum_{j=1}^n \Delta P_j + \\ + \frac{ex_i \cdot x_c}{E_c \cdot I_c} \sum_{j=1}^n \Delta P_j \cdot ex_j = \frac{\sigma_{po,i}}{E_p} \chi_s(t, t_0) - \frac{\Delta P_i}{E_p \cdot A_{p,i}} x_p \end{aligned}$$

Rearranjando a expressão da igualdade de deformações, tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{x_c}{E_c \cdot A_c} \sum_{j=1}^n \Delta P_j + \frac{\Delta P_i}{E_p \cdot A_{p,i}} x_p + \frac{ex_i \cdot x_c}{E_c \cdot I_c} \sum_{j=1}^n \Delta P_j \cdot ex_j = \\ - \epsilon_{cs}(t, t_0) - \frac{\sigma_{co,i}}{E_c} \cdot \varphi(t, t_0) + \frac{\sigma_{po,i}}{E_p} \cdot \chi_s(t, t_0) \end{aligned}$$

Multiplicando por E_p e sendo $\alpha_p = E_p/E_c$, vem:

$$\begin{aligned} \frac{\alpha_p \cdot x_c}{A_c} \sum_{j=1}^n \Delta P_j + \frac{x_p}{A_{p,i}} \Delta P_i + \frac{\alpha_p \cdot ex_i \cdot x_c}{I_c} \sum_{j=1}^n \Delta P_j \cdot ex_j = \\ - E_p \cdot \epsilon_{cs}(t, t_0) - \alpha_p \cdot \sigma_{co,i} \cdot \varphi(t, t_0) + \sigma_{po,i} \cdot \chi_s(t, t_0) \end{aligned}$$

Para simplificar as notações, o segundo membro será igual a

$$b_i = -E_p \cdot \epsilon_{cs}(t, t_0) - \alpha_p \cdot \sigma_{co,i} \cdot \varphi(t, t_0) + \sigma_{po,i} \cdot \chi_s(t, t_0)$$

Se houver n cabos na seção, ter-se-á, então, um sistema de n equações, cuja resolução fornecerá as perdas em cada cabo.

Na expressão genérica, fazendo $i=1$ e desenvolvendo os somatórios, ter-se-á:

$$\left(\frac{x_p}{A_{p,1}} + \frac{\alpha \cdot x_c}{A_c} + \frac{\alpha \cdot \text{ex}_1^2 \cdot x_c}{I_c}\right) \Delta P_1 + \left(\frac{\alpha \cdot x_c}{A_c} + \frac{\alpha \cdot \text{ex}_1 \cdot \text{ex}_2 \cdot x_c}{I_c}\right) \Delta P_2 +$$

$$+ \left(\frac{\alpha \cdot x_c}{A_c} + \frac{\alpha \cdot \text{ex}_1 \cdot \text{ex}_3 \cdot x_c}{I_c}\right) \Delta P_3 + \dots + \left(\frac{\alpha \cdot x_c}{A_c} + \frac{\alpha \cdot \text{ex}_1 \cdot \text{ex}_n \cdot x_c}{I_c}\right) \Delta P_n = b_1$$

Fazendo $i=2$, vem:

$$\left(\frac{\alpha \cdot x_c}{A_c} + \frac{\alpha \cdot \text{ex}_2 \cdot \text{ex}_1 \cdot x_c}{I_c}\right) \Delta P_1 + \left(\frac{x_p}{A_{p,2}} + \frac{\alpha \cdot x_c}{A_c} + \frac{\alpha \cdot \text{ex}_2^2 \cdot x_c}{I_c}\right) \Delta P_2 +$$

$$+ \left(\frac{\alpha \cdot x_c}{A_c} + \frac{\alpha \cdot \text{ex}_2 \cdot \text{ex}_3 \cdot x_c}{I_c}\right) \Delta P_3 + \dots + \left(\frac{\alpha \cdot x_c}{A_c} + \frac{\alpha \cdot \text{ex}_2 \cdot \text{ex}_n \cdot x_c}{I_c}\right) \Delta P_n = b_2$$

Fazendo $i=n$, vem:

$$\left(\frac{\alpha \cdot x_c}{A_c} + \frac{\alpha \cdot \text{ex}_n \cdot \text{ex}_1 \cdot x_c}{I_c}\right) \Delta P_1 + \left(\frac{\alpha \cdot x_c}{A_c} + \frac{\alpha \cdot \text{ex}_n \cdot \text{ex}_2 \cdot x_c}{I_c}\right) \Delta P_2 +$$

$$+ \left(\frac{\alpha \cdot x_c}{A_c} + \frac{\alpha \cdot \text{ex}_n \cdot \text{ex}_3 \cdot x_c}{I_c}\right) \Delta P_3 + \dots + \left(\frac{x_p}{A_{p,n}} + \frac{\alpha \cdot x_c}{A_c} + \frac{\alpha \cdot \text{ex}_n^2 \cdot x_c}{I_c}\right) \Delta P_n = b_n$$

Então tem-se um sistema de n equações do tipo:

$$a_{11} \cdot \Delta P_1 + a_{12} \cdot \Delta P_2 + a_{13} \cdot \Delta P_3 + \dots + a_{1i} \cdot \Delta P_i + \dots + a_{1n} \cdot \Delta P_n = b_1$$

$$a_{21} \cdot \Delta P_1 + a_{22} \cdot \Delta P_2 + a_{23} \cdot \Delta P_3 + \dots + a_{2i} \cdot \Delta P_i + \dots + a_{2n} \cdot \Delta P_n = b_2$$

$$a_{31} \cdot \Delta P_1 + a_{32} \cdot \Delta P_2 + a_{33} \cdot \Delta P_3 + \dots + a_{3i} \cdot \Delta P_i + \dots + a_{3n} \cdot \Delta P_n = b_3$$

.....

.....

$$a_{i1} \cdot \Delta P_1 + a_{i2} \cdot \Delta P_2 + a_{i3} \cdot \Delta P_3 + \dots + a_{ii} \cdot \Delta P_i + \dots + a_{in} \cdot \Delta P_n = b_i$$

.....

.....

$$a_{n1} \cdot \Delta P_1 + a_{n2} \cdot \Delta P_2 + a_{n3} \cdot \Delta P_3 + \dots + a_{ni} \cdot \Delta P_i + \dots + a_{nn} \cdot \Delta P_n = b_n$$

onde:

$$a_{ii} = \frac{x_p}{A_{p,i}} + \frac{\alpha_p \cdot x_c}{A_c} + \frac{\alpha_p \cdot ex_i^2 \cdot x_c}{I_c} = \frac{x_p}{A_{p,i}} + \left(\frac{1}{A_c} + \frac{ex_i^2}{I_c} \right) \cdot \alpha_p \cdot x_c$$

$$a_{ij} = \frac{\alpha_p \cdot x_c}{A_c} + \frac{\alpha_p \cdot ex_i \cdot ex_j \cdot x_c}{I_c} = \left(\frac{1}{A_c} + \frac{ex_i \cdot ex_j}{I_c} \right) \cdot \alpha_p \cdot x_c$$

Colocando sob forma matricial:

$$[A] \cdot \{\Delta P\} = \{B\} \quad \therefore \{\Delta P\} = [A]^{-1} \cdot \{B\}$$

No caso particular de um cabo único, ou quando a cablagem pode ser substituída por um cabo resultante, recai-se na expressão da NBR 7197:

$$\left[\frac{x_p}{A_p} + \left(\frac{1}{A_c} + \frac{ex^2}{I_c} \right) \alpha_p \cdot x_c \right] \Delta P = -E_p \cdot \epsilon_{cs}(t, t_0) - \alpha_p \cdot \sigma_{co} \cdot \varphi(t, t_0) + \sigma_{po} \cdot \chi_s(t, t_0)$$

Sendo $\rho = A_p / A_c$ e $\eta = 1 + ex^2 \cdot A_c / I_c$ vem:

$$\left[\frac{A_p x_p}{A_p} + \left(\frac{A_p}{A_c} + \frac{A_p \cdot ex^2}{I_c} \right) \alpha_p \cdot x_c \right] \frac{\Delta P}{A_p} = \left[x_p + (\rho + \rho \cdot ex^2 \cdot A_c / I_c) \alpha_p \cdot x_c \right] \frac{\Delta P}{A_p} =$$

$$= -E_p \cdot \epsilon_{cs}(t, t_0) - \alpha_p \cdot \sigma_{co} \cdot \varphi(t, t_0) + \sigma_{po} \cdot \chi_s(t, t_0)$$

$$\left[x_p + \rho \cdot (1 + ex^2 A_c / I_c) \alpha_p \cdot x_c \right] \Delta \sigma_p = -E_p \cdot \epsilon_{cs}(t, t_0) - \alpha_p \cdot \sigma_{co} \cdot \varphi(t, t_0) + \sigma_{po} \cdot \chi_s(t, t_0)$$

$$\text{ou} \quad \Delta \sigma_p = \frac{-E_p \cdot \epsilon_{cs}(t, t_0) - \alpha_p \cdot \sigma_{co} \cdot \varphi(t, t_0) + \sigma_{po} \cdot \chi_s(t, t_0)}{x_p + \rho \cdot \eta \cdot \alpha_p \cdot x_c}$$

9 PROGRAMA PROTUNE.FOR

O algoritmo, o modelo de arquivo de dados de entrada e a listagem deste programa, encontram-se em Anexo.

10 EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

10.1 Exemplo 1: Seção com um cabo equivalente

a) Enunciado

Para a seção de concreto da Fig. II.9, calcular as perdas progressivas de protensão em 3 cabos do tipo RB, aos 60 dias de idade, sendo que a protensão é feita em etapa única, aos 7 dias de idade. Todos os cabos são tracionados com uma tensão $\sigma_{p0,1} = 1309,1$ MPa e mobilizam um momento permanente $M_{g1} = 429000$ kN.cm. Considera-se a temperatura constante e igual a 20°C. O cimento é de endurecimento lento ($\alpha=1$). Demais dados: $I_c = 79000000$ cm⁴;

Slump=8; $U=70\%$; $f_{ck} = 27,60$ MPa; $A_c = 9100$ cm²;

$u_{ar} = 745$ cm; $f_{ptk} = 1760$ MPa; $E_p = 200000$ MPa;

Cabo resultante: $A_{p1} = 33,90$ cm² (3 cabos de 11,30cm²);

$e_{x1} = 108,7$ cm; $\sigma_{p0,1} = 1309,1$ MPa.

Este exemplo foi idealizado por CASTANHO [19], e foi útil para a aferição dos resultados oriundos do processamento.

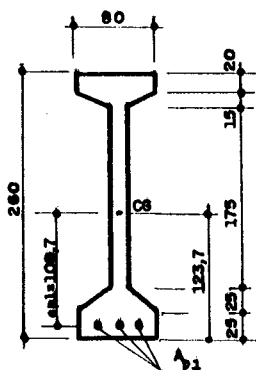


Fig. II.9 - Seção transversal da viga protendida

b) Arquivo de entrada de dados - PROTUNE.DAT

ARQUIVO PROTUNE.DAT

TITULO

 EXEMPLO 1 - SECAO COM CABO EQUIVALENTE

SECAO

--

01

U	AC	UAR	SLUMP	ALFAF
70.	9100.	745.	8	1
FCK	FPTK	MG		NG
27.60	1760.	429000.		0.

TIPO

+++++

RB

EP	IC	HS	HI
200000.	79000000.	136.3	123.7

NCAB

+++++

1

AP(I)	EX(I)	SIGPO(I)
33.90	108.7	1309.1

NPERA NPERD

+++++-----

1 1

TA(I) DELTA(I)

20.	7.
-----	----

TD(I) DELTD(I)

20.	53.
-----	-----

c) Listagem dos resultados

PROJETO : EXEMPLO 1 - SECAO COM CABO UNICO

SECAO ANALISADA.....	SECAO=	01
UMIDADE RELATIVA DO AR.....	U=	70.%
PERIMETRO EXPOSTO AO AR.....	UAR=	745.00
ESPESSURA FICTICIA	HFIC=	36.74
PARAMETRO DO CIMENTO PARA RETRACAO....	ALFAR=	1
PARAMETRO DO CIMENTO PARA FLUENCIA....	ALFAF=	1
COEF. QUE DEPENDE DA UMIDADE.....	GAMA=	1.50
AREA DA SECAO DE CONCRETO.....	AC=	9100.00
RESISTENCIA DO CONCRETO.....	FCK=	27.60
MODULO DE ELASTICIDADE DO CONCRETO.....	EC28=	33333.35
MOMENTO DE INERCIA DA SECAO DE CONCRETO..	IC=	79000000.00
ABATIMENTO DO CONCRETO.....	SLUMP=	8
RESISTENCIA DO ACO.....	FPTK=	1760.00
MODULO DE ELASTICIDADE DO ACO.....	EP=	200000.00
RAZAO EP/EC28.....	ALFAP=	6.00
MOMENTO PERMANENTE MOBILIZADO.....	MG=	429000.00
TIPO DE ACO PARA RELAXACAO.....	TIPO=	RB
NUMERO DE CABOS DE PROTENSAO.....	NCAB=	1

CABLAGEM:

CABO	AP	RO	EX	SIGPO
1	33.90	.0037253	108.70	1309.10

RETRACAO:

IDADE FICTICIA ANTES DA PROTENSAO.....	TAFR=	7.
IDADE FICTICIA DEPOIS DA PROTENSAO.....	TDFR=	60.
COEF. REL. A RETRACAO NO TEMPO TDFR...	BETST=	.177029
COEF. REL. A RETRACAO NO TEMPO TAFR..	BETSTO=	.038624
COEF. QUE DEP. DA UMIDADE E DA CONSIST.	EP1S=	-.000322
COEF. QUE DEP. DA ESPESSURA FICTICIA...	EP2S=	.812707
VALOR FINAL DA RETRACAO.....	EPCS=	-.000036

FLUENCIA:

IDADE FICTICIA ANTES DA PROTENSAO.....TAFF=	7.
IDADE FICTICIA DEPOIS DA PROTENSAO.....TDFF=	60.
COEF. QUE DEP. DA UMIDADE E CONSIST....FI1C=	2.000000
COEF. QUE DEP. DA ESP. FICTICIAFI2C=	1.387747
DEFORM. LENTA IRREVERSIV-TEMPO INF...FIFINF=	2.775493
DEFORM. LENTA REVERSIVEL-TEMPO INF...FIDINF=	.400000
COEF. DEFORM. LENTA REVER. F(TEMPO)...BETAD=	.593496
COEF. DEFORM. LENTA IRREV. EM T.....BETFT=	.436289
COEF. DEFORM. LENTA IRREV. EM TO.....BETFO=	.187671
VALOR FINAL FLUENCIA RAPIDA IRREVER.....FIA=	.447401
VALOR FINAL DEFORM. LENTA IRREVERSIVEL.FIEF=	.690037
VALOR FINAL DEFORM. LENTA REVERSIVEL....FID=	.237398
COEFI. DE FLUENCIA DO CONCRETO.....FITTO=	1.374837
INDICE DE FLUENCIA DO CONCRETO.....XC=	1.687418

RELAXACAO DO ACO DE PROTENSAO:

NUMERO DO CABO.....I=	1
COEF. DE RELAXACAO A 1000 HORAS.....PSI1000=	.029381
COEFICIENTE DE RELAXACAO DO ACO.....PSITTO=	.030460
COEFICIENTE DE FLUENCIA DO ACO.....QUI(I)=	.030934
INDICE DE FLUENCIA DO ACO.....XP(I)=	1.015467

TENSOES NAS BORDAS ANTES DAS PERDAS:

TENSAO NA BORDA INFERIOR.....TGPBI=	-5.71
RAZAO TENSAO/FCK NA BORDA INFERIOR.....NTBI=	.21
TENSAO NA BORDA SUPERIOR.....TGPBS=	-3.96
RAZAO TENSAO/FCK NA BORDA SUPERIOR.....NTBS=	.14

PERDAS NOS CABOS:

NUMERO DO CABO.....I=	1
PERDA PROGRES. DE TENSAO NO ACO....DSIGP(I)=	85.14
TENSAO FINAL NO CABO.....SIGPF(I)=	1223.96

TENSOES NAS BORDAS DEPOIS DAS PERDAS:

TENSAO NA BORDA INFERIOR.....TGBI=	-4.90
RAZAO TENSAO/FCK NA BORDA INFERIOR.....NTBI=	.18

TENSAO NA BORDA SUPERIOR.....TGBS=	-4.18
RAZAO TENSAO/FCK NA BORDA SUPERIOR.....NTBS=	.15

d) Análise dos resultados

CASTANHO [20] obteve, para a perda no cabo, o valor de 85,3 MPa e para as tensões no concreto os valores de -4,9 MPa e -4,2 MPa, respectivamente para as bordas inferior e superior da seção. Esses resultados são praticamente os mesmos encontrados por esta análise.

10.2 Exemplo 2 - CEB/FIP-Cabo equivalente

a) Enunciado

Calcular a perda de protensão, a tempo infinito, em 20 cabos do tipo RB, tracionados aos 21 dias de idade do concreto, situados nas nervuras de uma viga-caixão, conforme a Fig. II.10, considerando todos como um cabo equivalente, cujas características são as seguintes:

excentricidade=96,36 cm; $A_p = 423,40 \text{ cm}^2$ (21,17cm² cada cabo);

$\sigma_{po} = 1156 \text{ MPa}$ (tensão o instalada no cabo aos 21 dias);

$E_p = 200000 \text{ MPa}$ (módulo de elasticidade);

$f_{ptk} = 1670 \text{ MPa}$ (resistência característica).

O concreto possui consistência plástica (SLUMP=8) e

$f_{ck} = 45 \text{ MPa}$. Demais dados:

$U = 70\%$ (umidade relativa do ar);

$u_{ar} = 3290 \text{ cm}$ (perímetro da seção exposto ao ar);

$A_c = 63400 \text{ cm}^2$ (área da seção de concreto);

$I_c = 320000000 \text{ cm}^4$ (momento de inércia da seção);

$M_g = 5092000 \text{ kN.cm}$ (momento permanente mobilizado);

$\alpha = 1$ (fator para cimento de endurecimento lento);

$T = 20^\circ\text{C}$ (temperatura ambiente).

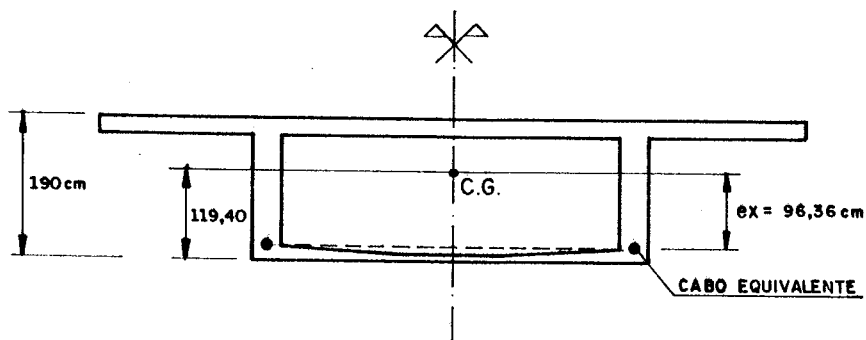


Fig. II.10 - Seção transversal da viga-caixão com indicação dos cabos equivalentes em cada nervura.

b) Arquivo de entrada de dados - PROTUNE.DAT

ARQUIVO PROTUNE.DAT

TITULO

 EXEMPLO 2 - CEB/FIP - Cabo equivalente

SECAO

--

05

U	AC	UAR	SLUMP	ALFAF
70.	63400.	3290.	8	1
FCK	FPTK	MG	NG	
45.	1670.	5092000.	0.	

TIPO

+++++

RB

EP	IC	HS	HI
200000.	320000000.	70.6	119.4

NCAB

+++++

1

```

      AP(I)      EX(I)      SIGPO(I)
+++++++.++-----.-+-----+.++
      423.4      96.36      1156.
      NPERA      NPERD
++++++-----
      1          1
TA(I)          DELTA(I)
+++++++.++-----.-+-----
      20.         21.
      TD(I)       DELTD(I)
+++++++.++-----.-+-----
      20.        10000.

```

c) Listagem dos resultados

PROJETO : EXEMPLO 2 - CEB/FIP - Cabo equivalente

```

SECAO ANALISADA.....SECAO=          05
UMIDADE RELATIVA DO AR.....U=        70.%
PERIMETRO EXPOSTO AO AR.....UAR=      3290.00
ESPESSURA FICTICIA .....HFIC=        57.96
PARAMETRO DO CIMENTO PARA RETRACAO....ALFAR=      1
PARAMETRO DO CIMENTO PARA FLUENCIA....ALFAF=      1
COEF. QUE DEPENDE DA UMIDADE.....GAMA=      1.50
AREA DA SECAO DE CONCRETO.....AC=      63400.00
RESISTENCIA DO CONCRETO.....FCK=       45.00
MODULO DE ELASTICIDADE DO CONCRETO....EC28=     41622.93
MOMENTO DE INERCIA DA SECAO DE CONCRETO..IC=320000000.00
ABATIMENTO DO CONCRETO.....SLUMP=       8
RESISTENCIA DO ACO.....FPTK=      1670.00
MODULO DE ELASTICIDADE DO ACO.....EP=     200000.00
RAZAO EP/EC28.....ALFAP=       4.81
MOMENTO PERMANENTE MOBILIZADO.....MG=    5092000.00
TIPO DE ACO PARA RELAXACAO.....TIPO=      RB
NUMERO DE CABOS DE PROTENSAO.....NCAB=      1

```

CABLAGEM:

CABO	AP	RO	EX	SIGPO
1	423.40	.0066782	96.36	1156.00

RETRACAO:

IDADE FICTICIA ANTES DA PROTENSAO.....TAFR=	21.
IDADE FICTICIA DEPOIS DA PROTENSAO.....TDFR=	10021.
COEF. REL. A RETRACAO NO TEMPO TDFR...BETST=	1.000000
COEF. REL. A RETRACAO NO TEMPO TAFR..BETSTO=	.045694
COEF. QUE DEP. DA UMIDADE E DA CONSIST.EP1S=	-.000322
COEF. QUE DEP. DA ESPESSURA FICTICIA...EP2S=	.764948
VALOR FINAL DA RETRACAO.....EPCS=	-.000235

FLUENCIA:

IDADE FICTICIA ANTES DA PROTENSAO.....TAFR=	21.
IDADE FICTICIA DEPOIS DA PROTENSAO.....TDFR=	10021.
COEF. QUE DEP. DA UMIDADE E CONSIST....FI1C=	2.000000
COEF. QUE DEP. DA ESP. FICTICIAFI2C=	1.282198
DEFORM. LENTA IRREVERSIV-TEMPO INF...FIFINF=	2.564395
DEFORM. LENTA REVERSIVEL-TEMPO INF...FIDINF=	.400000
COEF. DEFORM. LENTA REVER. F(TEMPO)...BETAD=	1.000000
COEF. DEFORM. LENTA IRREV. EM T.....BETFT=	.959547
COEF. DEFORM. LENTA IRREV. EM TO.....BETFO=	.288268
VALOR FINAL FLUENCIA RAPIDA IRREVER.....FIA=	.292726
VALOR FINAL DEFORM. LENTA IRREVERSIVEL.FIEF=	1.721425
VALOR FINAL DEFORM. LENTA REVERSIVEL....FID=	.400000
COEFI. DE FLUENCIA DO CONCRETO.....FITTO=	2.414150
INDICE DE FLUENCIA DO CONCRETO.....XC=	2.207075

RELAXACAO DO ACO DE PROTENSAO:

NUMERO DO CABO.....I=	1
COEF. DE RELAXACAO A 1000 HORAS.....PSI1000=	.024222
COEFICIENTE DE RELAXACAO DO ACO.....PSITTO=	.055110
COEFICIENTE DE FLUENCIA DO ACO.....QUI(I)=	.056687
INDICE DE FLUENCIA DO ACO.....XP(I)=	1.028344

TENSOES NAS BORDAS ANTES DAS PERDAS:

TENSAO NA BORDA INFERIOR.....TGPBI=	-6.32
RAZAO TENSAO/FCK NA BORDA INFERIOR.....NTBI=	.14
TENSAO NA BORDA SUPERIOR.....TGPBS=	-8.55
RAZAO TENSAO/FCK NA BORDA SUPERIOR.....NTBS=	.19

PERDAS NOS CABOS:

NUMERO DO CABO.....I=	1
PERDA PROGRES. DE TENSAO NO ACO....DSIGP(I)=	153.74
TENSAO FINAL NO CABO.....SIGPF(I)=	1002.26

TENSOES NAS BORDAS DEPOIS DAS PERDAS:

TENSAO NA BORDA INFERIOR.....TGBI=	-2.95
RAZAO TENSAO/FCK NA BORDA INFERIOR.....NTBI=	.07
TENSAO NA BORDA SUPERIOR.....TGBS=	-8.91
RAZAO TENSAO/FCK NA BORDA SUPERIOR.....NTBS=	.20

d) Análise dos resultados

A perda de tensão no cabo equivalente, conforme cita o Boletim N^o 144 do CEB-FIP [21], exemplo D, é de 159,1 MPa, obtido por fórmula iterativa. Visto que, pelo processamento, o valor é de 153,74 MPa, conclui-se que não houve grande diferença nos resultados.

10.3 Exemplo 3 - CEB-FIP - Vários cabos na seção

a) Enunciado

Calcular as perdas de protensão, ao tempo infinito, em 20 cabos do tipo RB, tracionados aos 21 dias de idade do concreto. Considerar os cabos de cada nível, equivalentes a um único, sendo cada cabo, com as seguintes características:

$$A_{p1} = 127,02 \text{ cm}^2 (6 \text{ cabos de } 21,17 \text{ cm}^2); \quad ex_1 = 110,30 \text{ cm};$$

$$A_{p2} = 127,02 \text{ cm}^2 (6 \text{ cabos de } 21,17 \text{ cm}^2); \quad ex_2 = 102,10 \text{ cm};$$

$$A_{p3} = 84,68 \text{ cm}^2 (4 \text{ cabos de } 21,17 \text{ cm}^2); \quad ex_3 = 85,70 \text{ cm};$$

$A_{p4} = 84,68 \text{ cm}^2$ (4 cabos de $21,17 \text{ cm}^2$); $ex_4 = 77,50 \text{ cm}$;

$\sigma_{po} = 1156 \text{ MPa}$; $E_p = 200000 \text{ MPa}$; $f_{ptk} = 1670 \text{ MPa}$.

O concreto possui consistência plástica (SLUMP=8) e $f_{ck} = 45 \text{ MPa}$. Demais dados: $U=70\%$ (umidade relativa do ar);

$u_{ar} = 3290 \text{ cm}$ (perímetro da seção exposto ao ar);

$A_c = 63400 \text{ cm}^2$ (área da seção de concreto);

$I_c = 320000000 \text{ cm}^4$ (momento de inércia da seção);

$M_g = 5092000 \text{ kN.cm}$ (momento permanente mobilizado);

$\alpha = 1$ (fator para o cimento); $T=20^0\text{C}$ (temperatura ambiente).

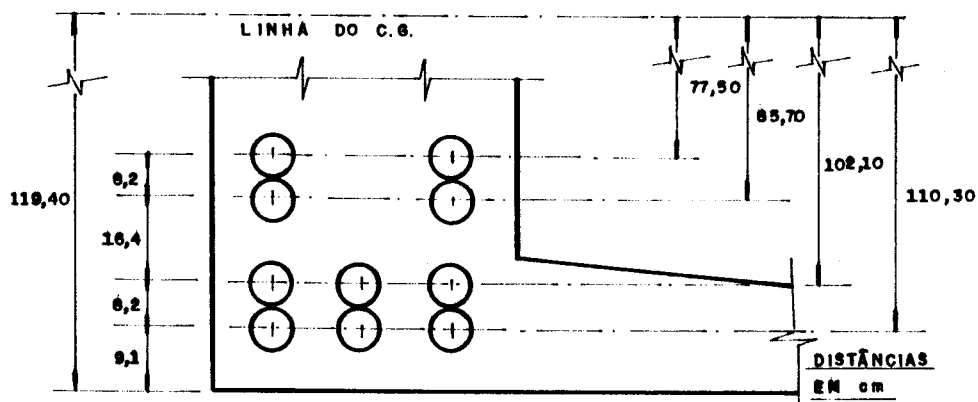


Fig. II.11 - Esquema de uma nervura da seção com a posição real dos cabos.

b) Arquivo de dados PROTUNE.DAT

ARQUIVO PROTUNE.DAT

TITULO

 EXEMPLO 3 - CEB/FIP - Varios cabos

SECAO

--

05

U AC UAR SLUMP ALFAF

+++++.+++-----.-+++++.+++-----+++++


```

    70.      63400.      3290.      8      1
    FCK      FPTK      MG                      NG
+++++++.++-----.--+++++++.++-----.--
    45.      1670.      5092000.      0.

TIPO
+++++
RB
      EP              IC              HS              HI
+++++++.++-----.--+++++++.++-----.--
    200000.      320000000.      -70.60      119.40

NCAB
+++++
4
    AP(I)   EX(I)     SIGPO(I)
+++++++.++-----.--+++++++.++
    127.02   110.30    1156.
    127.02   102.10    1156.
    84.68    85.70     1156.
    84.68    77.50     1156.

NPERA  NPERD
+++++++-----
    1      1

TA(I)   DELTA(I)
+++++++.+++-----.--
    20.      21.

TD(I)   DELTD(I)
+++++++.+++-----.--
    20.      10000.

```

c) Listagem dos resultados

PROJETO : EXEMPLO 3 - CEB/FIP - Vários cabos

```

SECAO ANALISADA.....SECAO=      05
UMIDADE RELATIVA DO AR.....U=      70.%
PERIMETRO EXPOSTO AO AR.....UAR=    3290.00
ESPESSURA FICTICIA .....HFIC=     57.96

```

PARAMETRO DO CIMENTO PARA RETRACAO....ALFAR= 1
 PARAMETRO DO CIMENTO PARA FLUENCIA....ALFAF= 1
 COEF. QUE DEPENDE DA UMIDADE.....GAMA= 1.50
 AREA DA SECAO DE CONCRETO.....AC= 63400.00
 RESISTENCIA DO CONCRETO.....FCK= 450.00
 MODULO DE ELASTICIDADE DO CONCRETO.....EC28= 416229.30
 MOMENTO DE INERCIA DA SECAO DE CONCRETO..IC=320000000.00
 ABATIMENTO DO CONCRETO.....SLUMP= 8
 RESISTENCIA DO ACO.....FPTK= 1670.00
 MODULO DE ELASTICIDADE DO ACO.....EP= 200000.00
 RAZAO EP/EC28.....ALFAP= 4.81
 MOMENTO PERMANENTE MOBILIZADO.....MG= 5092000.00
 TIPO DE ACO PARA RELAXACAO.....TIPO= RB
 NUMERO DE CABOS DE PROTENSAO.....NCAB= 4

CABLAGEM:

CABO	AP	RO	EX	SIGPO
1	127.02	.0020035	110.30	1156.00
2	127.02	.0020035	102.10	1156.00
3	84.68	.0013356	85.70	1156.00
4	84.68	.0013356	77.50	1156.00

RETRACAO:

IDADE FICTICIA ANTES DA PROTENSAO.....TAFR= 21.
 IDADE FICTICIA DEPOIS DA PROTENSAO.....TDFR= 10021.
 COEF. REL. A RETRACAO NO TEMPO TDFR...BETST= 1.000000
 COEF. REL. A RETRACAO NO TEMPO TAFR..BETSTO= .045694
 COEF. QUE DEP. DA UMIDADE E DA CONSIST.EP1S= -.000322
 COEF. QUE DEP. DA ESPESSURA FICTICIA...EP2S= .764948
 VALOR FINAL DA RETRACAO.....EPCS= -.000235

FLUENCIA:

IDADE FICTICIA ANTES DA PROTENSAO.....TAFF= 21.
 IDADE FICTICIA DEPOIS DA PROTENSAO.....TDFF= 10021.
 COEF. QUE DEP. DA UMIDADE E CONSIST....FI1C= 2.000000
 COEF. QUE DEP. DA ESP. FICTICIAFI2C= 1.282198
 DEFORM. LENTA IRREVERSIV-TEMPO INF...FIFINF= 2.564395

DEFORM. LENTA REVERSIVEL-TEMPO INF...FIDINF=	.400000
COEF. DEFORM. LENTA REVER. F(TEMPO)...BETAD=	1.000000
COEF. DEFORM. LENTA IRREV. EM T.....BETFT=	.959547
COEF. DEFORM. LENTA IRREV. EM TO.....BETFO=	.288268
VALOR FINAL FLUENCIA RAPIDA IRREVER.....FIA=	.292726
VALOR FINAL DEFORM. LENTA IRREVERSIVEL.FIEF=	1.721425
VALOR FINAL DEFORM. LENTA REVERSIVEL....FID=	.400000
COEFI. DE FLUENCIA DO CONCRETO.....FITTO=	2.414150
INDICE DE FLUENCIA DO CONCRETO.....XC=	2.207075

RELAXACAO DO ACO DE PROTENSAO:

NUMERO DO CABO.....I=	1
COEF. DE RELAXACAO A 1000 HORAS.....PSI1000=	.024222
COEFICIENTE DE RELAXACAO DO ACO.....PSITTO=	.055110
COEFICIENTE DE FLUENCIA DO ACO.....QUI(I)=	.056687
INDICE DE FLUENCIA DO ACO.....XP(I)=	1.028344

NUMERO DO CABO.....I=	2
COEF. DE RELAXACAO A 1000 HORAS.....PSI1000=	.024222
COEFICIENTE DE RELAXACAO DO ACO.....PSITTO=	.055110
COEFICIENTE DE FLUENCIA DO ACO.....QUI(I)=	.056687
INDICE DE FLUENCIA DO ACO.....XP(I)=	1.028344

NUMERO DO CABO.....I=	3
COEF. DE RELAXACAO A 1000 HORAS.....PSI1000=	.024222
COEFICIENTE DE RELAXACAO DO ACO.....PSITTO=	.055110
COEFICIENTE DE FLUENCIA DO ACO.....QUI(I)=	.056687
INDICE DE FLUENCIA DO ACO.....XP(I)=	1.028344

NUMERO DO CABO.....I=	4
COEF. DE RELAXACAO A 1000 HORAS.....PSI1000=	.024222
COEFICIENTE DE RELAXACAO DO ACO.....PSITTO=	.055110
COEFICIENTE DE FLUENCIA DO ACO.....QUI(I)=	.056687
INDICE DE FLUENCIA DO ACO.....XP(I)=	1.028344

TENSOES NAS BORDAS ANTES DAS PERDAS:

TENSAO NA BORDA INFERIOR.....TGPBI=	-6.32
-------------------------------------	-------

RAZAO TENSAO/FCK NA BORDA INFERIOR.....NTBI=	.14
TENSAO NA BORDA SUPERIOR.....TGPBS=	-8.55
RAZAO TENSAO/FCK NA BORDA SUPERIOR.....NTBS=	.19

PERDAS NOS CABOS:

NUMERO DO CABO.....I=	1
PERDA PROGRES. DE TENSAO NO ACO....DSIGP(I)=	149.14
TENSAO FINAL NO CABO.....SIGPF(I)=	1006.86

NUMERO DO CABO.....I=	2
PERDA PROGRES. DE TENSAO NO ACO....DSIGP(I)=	151.88
TENSAO FINAL NO CABO.....SIGPF(I)=	1004.12

NUMERO DO CABO.....I=	3
PERDA PROGRES. DE TENSAO NO ACO....DSIGP(I)=	157.36
TENSAO FINAL NO CABO.....SIGPF(I)=	998.64

NUMERO DO CABO.....I=	4
PERDA PROGRES. DE TENSAO NO ACO....DSIGP(I)=	160.09
TENSAO FINAL NO CABO.....SIGPF(I)=	995.90

TENSOES NAS BORDAS DEPOIS DAS PERDAS:

TENSAO NA BORDA INFERIOR.....TGBI=	-2.96
RAZAO TENSAO/FCK NA BORDA INFERIOR.....NTBI=	.07
TENSAO NA BORDA SUPERIOR.....TGBS=	-8.90
RAZAO TENSAO/FCK NA BORDA SUPERIOR.....NTBS=	.20

d) Análise dos resultados

Comparando-se estes resultados com aqueles do exemplo 2, observa-se que não houve diferença de tensões no concreto. Quanto às tensões nos cabos, observa-se que as perdas nos 4 cabos (4 níveis) dá uma média aritmética de 154,62 MPa, enquanto a perda no cabo equivalente, no exemplo 2 é de 153,74 MPa. Portanto não houve maiores diferenças, pelo fato de os cabos estarem bem próximos na seção e com a mesma tensão inicial.

11 INCLUSÃO DA ARMADURA PASSIVA

11.1 Preliminares

A presença da armadura passiva nas seções de concreto protendido influi na variação das tensões normais ao decorrer do tempo. A armadura passiva inibe as deformações por fluência e por retração, o que acarreta menores deformações no concreto. Ao nível de cada cabo de protensão, quanto menor for a deformação diferida, também menor será a perda de protensão.

A importância da armadura passiva cresce à medida que cresce sua quantia na seção, como é o caso das peças com protensão parcial.

Segundo LEONHARDT [22], se o momento de inércia da totalidade das armaduras, I_{sp} , for maior que 5% do momento de inércia da viga I_c , então as variações de tensões serão muito influenciadas.

SATLER E KUNERT [23], também estabeleceram um critério para limitar a armadura na seção. Esse critério, indica o valor do momento de inércia da armadura total, I_{sp} , a partir do qual recomenda-se considerar o efeito da armadura passiva nas alterações de tensões. Calcula-se um parâmetro k pela expressão:

$$k = \frac{(\bar{I}_c + \bar{A}_c \cdot a_{cp}^2)}{\alpha_p \cdot I_{sp}} \cdot \frac{\xi}{1-\xi} \quad \text{sendo} \quad \xi = \frac{\alpha_p \cdot A_p \cdot (\bar{I}_c + \bar{A}_c \cdot a_{cp}^2)}{A_{cp} \cdot I_{cp}}$$

onde:

\bar{A}_c = área líquida da seção de concreto;

A_p = área da seção de armadura ativa;

$A_{cp} = \bar{A}_c + \alpha_p \cdot A_p$;

\bar{I}_c = momento de inércia da área da seção transversal líquida de concreto, referido ao seu eixo baricentral;

a_{cp} = distância do centro de gravidade cc até o centro pp ;

I_{sp} = momento de inércia de todas as armaduras, passiva e ativa, referido ao eixo comum sp, calculado por:

$$I_{sp} = I_s + I_p + e_s^2 \cdot A_s + e_p^2 \cdot A_p$$

I_s = momento de inércia da armadura passiva, referido ao seu próprio eixo ss;

I_p = momento de inércia da armadura ativa, referido ao seu próprio eixo pp;

A_s = área da seção de armadura passiva;

e_s = distância do centro de gravidade ss até o centro sp;

e_p = distância do centro de gravidade pp até o centro sp.

I_{cp} = momento de inércia da seção homogeneizada com respeito à armadura ativa, referido ao eixo comum cp, calculado por:

$$I_{cp} = \bar{I}_c + I_p + a_c^2 \cdot \bar{A}_c + \alpha_p \cdot a_p^2 \cdot A_p$$

a_c = distância do centro de gravidade cc até o centro cp;

a_p = distância do centro de gravidade pp até o centro cp;

Os erros percentuais cometidos, quando se negligencia I_{sp} , estão mostrados na tabela abaixo:

k	erro
<20	100%
≈20	20%
≥25<30	10%
≥30	5%

Portanto, se $k \geq 30$, não há necessidade de considerar o efeito da armadura passiva sobre as tensões causadas por retração ou fluência.

11.2 Dados físicos e geométricos

Seja um cabo genérico j , de uma seção s , conforme a Fig. II.12, com n cabos de protensão situados em alturas diferentes na seção e também um feixe de barras i , de um total de k camadas de armaduras passivas.

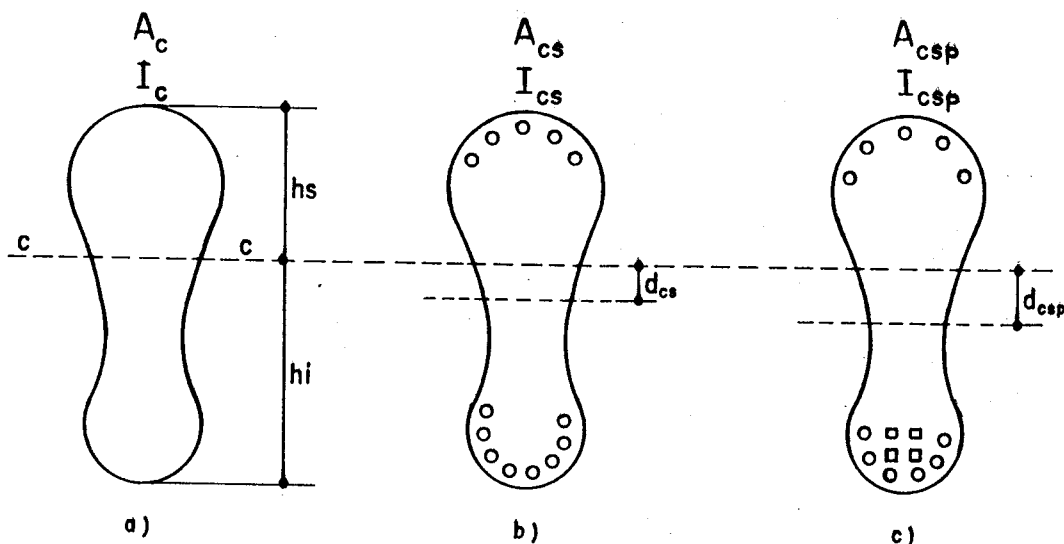


Fig. II.12 - Seção com armaduras ativas e passivas

Seja também:

$P_{o,i}$ = força de protensão no cabo genérico i ;

$\sigma_{po,i}$ = correspondente tensão no cabo i ;

$\sigma_{co,i}$ = tensão inicial no concreto na altura de uma camada i ou de um cabo j .

Na fase de instalações das tensões, as armaduras ativas ainda não estão aderidas ao concreto, portanto não podem ser incluídas na homogeneização da seção. Deve-se tomar a seção homogeneizada com a armadura passiva, já que esta é aderente ao concreto. Assim a área será:

$$A_{cs} = A_c + (\alpha_s - 1)A_{s,tot} - A_{p,tot}$$

sendo $\alpha_s = E_s / E_c$, $A_{s,tot} = \sum_{i=1}^k A_{s,i}$ e $A_{p,tot} = \sum_{j=1}^n A_{p,j}$

O momento de inércia será:

$$I_{cs} = I_c + A_c \cdot d_{cs}^2 + (\alpha_s - 1) \left[I_s + A_{s,tot} (y_{cs} - d_{cs})^2 \right] + \left[I_p + A_{p,tot} \cdot (y_{cp} - d_{cs})^2 \right]$$

onde d_{cs} é a distância do CG da seção homogenizada até o CG da peça constituída somente de concreto e dada por:

$$d_{cs} = \frac{(\alpha_s - 1) \cdot A_{s,tot} \cdot y_{cs} - A_{p,tot} \cdot y_{cp}}{A_{cs}}$$

Como por hipótese, a injeção da nata de cimento e a conseqüente aderência da armadura ativa, ocorrem imediatamente após o tracionamento dos cabos, as alterações de tensão se processam com a seção A_{csp} , ou seja, homogeneizada também com respeito às armaduras de protensão, $A_{p,tot}$. Assim, a nova área será:

$$A_{csp} = A_c + (\alpha_s - 1)A_{s,tot} + (\alpha_p - 1)A_{p,tot}$$

e a distância do CG c_{sp} até o eixo do CG da peça é calculado pela igualdade de momento estático, através da expressão:

$$d_{csp} = \frac{(\alpha_s - 1) \cdot A_{s,tot} \cdot y_{cs} + (\alpha_p - 1)A_{p,tot} \cdot y_{cp}}{A_{csp}}$$

O novo momento de inércia será:

$$I_{csp} = I_c + A_c \cdot d_{csp}^2 + (\alpha_s - 1)[I_{s,tot} + A_{s,tot} (y_{cs} - d_{csp})^2] + (\alpha_p - 1)[I_{p,tot} + A_{p,tot} (y_{cp} - d_{csp})^2]$$

11.3 Tensões iniciais no concreto

A tensão inicial ao nível de uma camada i , será:

$$\sigma_{co,i} = \frac{N_0}{A_{cs}} + \frac{M_0}{I_{cs}} \cdot (y_{si} - d_{cs})$$

A tensão inicial ao nível de um cabo j , será:

$$\sigma_{co,j} = \frac{N_0}{A_{cs}} + \frac{M_0}{I_{cs}} \cdot (e_{x_j} - d_{cs})$$

11.4 Condições de equilíbrio e compatibilidade

Após um certo tempo, então numa idade t , a ocorrência de perdas progressivas altera o estado de tensão do concreto e das armaduras ativa e passiva. Isso ocorre, de tal modo, que exista sempre equilíbrio de esforços adicionais na seção. Ocorre então, variações de forças nos cabos $\Delta P_1, \Delta P_2, \dots, \Delta P_i, \dots, \Delta P_n$, surgem sollicitações adicionais ΔN_c e ΔM_c na seção de concreto e também variações de esforços na armadura passiva $\Delta N_{s,1}, \Delta N_{s,2}, \dots, \Delta N_{s,i}, \dots, \Delta N_{s,k}$.

Usando a condição de igual deformação específica diferida na altura de uma camada i , tem-se:

$$\epsilon_{cs}(t, t_0) + \frac{\sigma_{co,i}}{E_c} \varphi(t, t_0) - \frac{x_c}{E_c \cdot A_{csp}} \Delta N_c - \frac{(y_{si} - d_{csp}) x_c}{E_c \cdot I_{csp}} \Delta M_c = - \frac{\Delta N_{s,i}}{E_s \cdot A_{s,i}}$$

Usando também a condição de igual deformação específica diferida na altura de um cabo j , tem-se:

$$\epsilon_{cs}(t, t_0) + \frac{\sigma_{co,j}}{E_c} \varphi(t, t_0) - \frac{x_c}{E_c \cdot A_{csp}} \Delta N_c - \frac{(ex_j - d_{csp}) \cdot x_c}{E_c \cdot I_{csp}} \Delta M_c =$$

$$\frac{\sigma_{po,j}}{E_p} \chi_s(t, t_0) - \frac{\Delta P_j}{E_p \cdot A_{p,j}} x_p$$

Como ΔN_c e ΔM_c devem ser determinados, utilizam-se as duas equações de equilíbrio da seção:

$$\Sigma H=0 \quad \therefore \quad \Delta N_c + \sum_{i=1}^k \Delta N_{s,i} + \sum_{l=1}^n \Delta P_l = 0$$

$$\Sigma M=0 \quad \therefore \quad \Delta M_c + \sum_{i=1}^k \Delta N_{s,i} \cdot (y_{si} - d_{csp}) + \sum_{l=1}^n \Delta P_l \cdot (ex_l - d_{csp}) = 0$$

Então, a expressão da igualdade de deformações específicas diferidas na altura da camada i , torna-se:

$$\epsilon_{cs}(t, t_0) + \frac{\sigma_{co,i}}{E_c} \varphi(t, t_0) + \frac{x_c}{E_c \cdot A_{csp}} \sum_{j=1}^k \Delta N_{s,j} + \frac{x_c}{E_c \cdot A_{csp}} \sum_{l=1}^n \Delta P_l$$

$$- \frac{(y_{si} - d_{csp}) \cdot x_c}{E_c \cdot I_{csp}} \sum_{j=1}^k \Delta N_{s,j} \cdot (y_{sj} - d_{csp}) +$$

$$+ \frac{(y_{s1} - d_{csp}) x_c}{E_c \cdot I_{csp}} \sum_{I=1}^n \Delta P_{I,1} \cdot (ex_{I,1} - d_{csp}) = - \frac{\Delta N_{s,1}}{E_s \cdot A_{s,1}}$$

Multiplicando por E_s e fazendo $\alpha_s = E_s/E_c$, tem-se:

$$\frac{\Delta N_{s,1}}{A_{s,1}} + \frac{\alpha_s \cdot x_c}{A_{csp}} \sum_{j=1}^k \Delta N_{s,j} + \frac{\alpha_s \cdot x_c \cdot (y_{s1} - d_{csp})}{I_{csp}} \sum_{j=1}^k \Delta N_{s,j} \cdot (y_{sj} - d_{csp}) +$$

$$+ \frac{\alpha_s \cdot x_c}{A_{csp}} \sum_{I=1}^n \Delta P_{I,1} + \frac{\alpha_s \cdot x_c}{I_{csp}} \sum_{I=1}^n \Delta P_{I,1} \cdot (ex_{I,1} - d_{csp}) = -E_s \cdot \epsilon_{cs}(t, t_0) - \alpha_s \cdot \sigma_{co,1} \cdot \varphi(t, t_0)$$

Desenvolvendo esta expressão para as k camadas de armadura passiva, tem-se k equações lineares:

- Para $i=1$

$$\left[\frac{1}{A_{s,1}} + \frac{\alpha_s \cdot x_c}{A_{csp}} + \frac{\alpha_s \cdot x_c \cdot (y_{s1} - d_{csp})(y_{s1} - d_{csp})}{I_{csp}} \right] \Delta N_{s,1} +$$

$$+ \left[\frac{\alpha_s \cdot x_c}{A_{csp}} + \frac{\alpha_s \cdot x_c \cdot (y_{s1} - d_{csp})(y_{s2} - d_{csp})}{I_{csp}} \right] \Delta N_{s,2} + \dots +$$

$$+ \left[\frac{\alpha_s \cdot x_c}{A_{csp}} + \frac{\alpha_s \cdot x_c \cdot (y_{s1} - d_{csp})(y_{sk} - d_{csp})}{I_{csp}} \right] \Delta N_{s,k} +$$

$$+ \left[\frac{\alpha_s \cdot x_c}{A_{csp}} + \frac{\alpha_s \cdot x_c \cdot (y_{s1} - d_{csp})(ex_{1,csp} - d_{csp})}{I_{csp}} \right] \Delta P_1 +$$

$$+ \left[\frac{\alpha_s \cdot x_c}{A_{csp}} + \frac{\alpha_s \cdot x_c \cdot (y_{s1} - d_{csp})(ex_{2,csp} - d_{csp})}{I_{csp}} \right] \Delta P_2 + \dots +$$

$$+ \left[\frac{\alpha_s \cdot x_c}{A_{csp}} + \frac{\alpha_s \cdot x_c \cdot (y_{s1} - d_{csp})(ex_{n,csp} - d_{csp})}{I_{csp}} \right] \Delta P_n = b_{s1}$$

$$\text{onde } b_{s1} = -E_s \cdot \epsilon_{cs}(t, t_0) - \alpha_s \cdot \sigma_{co,1} \cdot \varphi(t, t_0)$$

- Para $i=2$

$$\left[\frac{\alpha_s \cdot x_c}{A_{csp}} + \frac{\alpha_s \cdot x_c \cdot (y_{s2} - d_{csp})(y_{s1} - d_{csp})}{I_{csp}} \right] \Delta N_{s,1} +$$

$$+ \left[\frac{1}{A_{s,2}} + \frac{\alpha_s \cdot x_c}{A_{csp}} + \frac{\alpha_s \cdot x_c \cdot (y_{s2} - d_{csp})(y_{s2} - d_{csp})}{I_{csp}} \right] \Delta N_{s,2} + \dots +$$

$$\begin{aligned}
 & + \left[\frac{\alpha_s \cdot \chi_c}{A_{csp}} + \frac{\alpha_s \cdot \chi_c \cdot (y_{s2} - d_{csp})(y_{sk} - d_{csp})}{I_{csp}} \right] \Delta N_{s,k} + \\
 & + \left[\frac{\alpha_s \cdot \chi_c}{A_{csp}} + \frac{\alpha_s \cdot \chi_c \cdot (y_{s2} - d_{csp})(ex_1 - d_{csp})}{I_{csp}} \right] \Delta P_1 + \\
 & + \left[\frac{\alpha_s \cdot \chi_c}{A_{csp}} + \frac{\alpha_s \cdot \chi_c \cdot (y_{s2} - d_{csp})(ex_2 - d_{csp})}{I_{csp}} \right] \Delta P_2 + \dots + \\
 & + \left[\frac{\alpha_s \cdot \chi_c}{A_{csp}} + \frac{\alpha_s \cdot \chi_c \cdot (y_{s2} - d_{csp})(ex_n - d_{csp})}{I_{csp}} \right] \Delta P_n = b_{s2}
 \end{aligned}$$

onde $b_{s2} = -E_s \cdot \epsilon_{cs}(t, t_0) - \alpha_s \cdot \sigma_{co,2} \cdot \varphi(t, t_0)$

- Para $i=k$

$$\begin{aligned}
 & \left[\frac{\alpha_s \cdot \chi_c}{A_{csp}} + \frac{\alpha_s \cdot \chi_c \cdot (y_{sk} - d_{csp})(y_{s1} - d_{csp})}{I_{csp}} \right] \Delta N_{s,1} + \\
 & + \left[\frac{\alpha_s \cdot \chi_c}{A_{csp}} + \frac{\alpha_s \cdot \chi_c \cdot (y_{sk} - d_{csp})(y_{s2} - d_{csp})}{I_{csp}} \right] \Delta N_{s,2} + \dots + \\
 & + \left[\frac{1}{A_{s,k}} + \frac{\alpha_s \cdot \chi_c}{A_{csp}} + \frac{\alpha_s \cdot \chi_c \cdot (y_{sk} - d_{csp})(y_{sk} - d_{csp})}{I_{csp}} \right] \Delta N_{s,k} + \\
 & + \left[\frac{\alpha_s \cdot \chi_c}{A_{csp}} + \frac{\alpha_s \cdot \chi_c \cdot (y_{sk} - d_{csp})(ex_1 - d_{csp})}{I_{csp}} \right] \Delta P_1 + \\
 & + \left[\frac{\alpha_s \cdot \chi_c}{A_{csp}} + \frac{\alpha_s \cdot \chi_c \cdot (y_{sk} - d_{csp})(ex_2 - d_{csp})}{I_{csp}} \right] \Delta P_2 + \dots + \\
 & + \left[\frac{\alpha_s \cdot \chi_c}{A_{csp}} + \frac{\alpha_s \cdot \chi_c \cdot (y_{sk} - d_{csp})(ex_n - d_{csp})}{I_{csp}} \right] \Delta P_n = b_{sk}
 \end{aligned}$$

onde $b_{sk} = -E_s \cdot \epsilon_{cs}(t, t_0) - \alpha_s \cdot \sigma_{co,k} \cdot \varphi(t, t_0)$

De maneira análoga, a igualdade de deformações específicas diferidas na altura de um cabo j , torna-se:

$$\epsilon_{cs}(t, t_0) + \frac{\sigma_{co,j}}{E_c} \varphi(t, t_0) + \frac{\chi_c}{E_c \cdot A_{csp}} \left(\sum_{i=1}^k \Delta N_{s,i} + \sum_{i=1}^n \Delta P_i \right) +$$

$$\frac{x_c \cdot (ex_j - d_{csp})}{E_c \cdot I_{csp}} \left(\sum_{i=1}^k \Delta N_{s,i} \cdot (y_{si} - d_{csp}) + \sum_{l=1}^n \Delta P_l \cdot (ex_l - d_{csp}) \right) =$$

$$= \frac{\sigma_{po,j}}{E_p} \chi_s(t, t_0) - \frac{\Delta P_j}{E_p \cdot A_{p,j}} \chi_p$$

Rearranjando essa expressão, tem-se:

$$\frac{x_c}{E_c \cdot A_{csp}} \sum_{i=1}^k \Delta N_{s,i} + \frac{x_c (ex_j - d_{csp})}{E_c \cdot I_{csp}} \sum_{i=1}^k \Delta N_{s,i} \cdot (y_{si} - d_{csp})$$

$$\frac{x_c}{E_c \cdot A_{csp}} \sum_{l=1}^n \Delta P_l + \frac{\Delta P_j}{E_p \cdot A_{p,j}} \chi_p + \frac{x_c (ex_j - d_{csp})}{E_c \cdot I_{csp}} \sum_{l=1}^n \Delta P_l \cdot (ex_l - d_{csp}) =$$

$$- \varepsilon_{cs}(t, t_0) - \frac{\sigma_{co,j}}{E_c} \cdot \varphi(t, t_0) + \frac{\sigma_{po,j}}{E_p} \cdot \chi_s(t, t_0)$$

Multiplicando por E_p e sendo $\alpha_p = E_p / E_c$, vem:

$$\frac{\alpha_p x_c}{A_{csp}} \sum_{i=1}^k \Delta N_{s,i} + \frac{\alpha_p x_c \cdot (ex_j - d_{csp})}{I_{csp}} \sum_{i=1}^k \Delta N_{s,i} \cdot (y_{si} - d_{csp}) +$$

$$+ \frac{\alpha_p x_c}{A_{csp}} \sum_{l=1}^n \Delta P_l + \frac{\chi_p}{A_{p,j}} \Delta P_j + \frac{\alpha_p x_c \cdot (ex_j - d_{csp})}{I_{csp}} \sum_{l=1}^n \Delta P_l \cdot (ex_l - d_{csp}) =$$

$$= - E_p \cdot \varepsilon_{cs}(t, t_0) - \alpha_p \cdot \sigma_{co,j} \cdot \varphi(t, t_0) + \sigma_{po,j} \cdot \chi_s(t, t_0)$$

Para simplificar as notações, o segundo membro será igual a

$$b_{pj} = -E_p \cdot \varepsilon_{cs}(t, t_0) - \alpha_p \cdot \sigma_{co,j} \cdot \varphi(t, t_0) + \sigma_{po,j} \cdot \chi_s(t, t_0)$$

Na expressão genérica, fazendo $j=1$ e desenvolvendo os somatórios, tem-se:

$$\left[\frac{\alpha_p x_c}{A_{csp}} + \frac{\alpha_p x_c \cdot (ex_1 - d_{csp})(y_{s1} - d_{csp})}{I_{csp}} \right] \Delta N_{s,1} +$$

$$+ \left[\frac{\alpha_p x_c}{A_{csp}} + \frac{\alpha_p x_c \cdot (ex_1 - d_{csp})(y_{s2} - d_{csp})}{I_{csp}} \right] \Delta N_{s,2} + \dots +$$

$$+ \left[\frac{\alpha_p x_c}{A_{csp}} + \frac{\alpha_p x_c \cdot (ex_1 - d_{csp})(y_{sk} - d_{csp})}{I_{csp}} \right] \Delta N_{s,k} +$$

$$\begin{aligned}
 & + \left[\frac{x_p}{A_{p,n}} + \frac{\alpha_p \cdot x_c}{A_{csp}} + \frac{\alpha_p \cdot x_c (ex_1 - d_{csp})^2}{I_{csp}} \right] \Delta P_1 + \\
 & + \left[\frac{\alpha_p \cdot x_c}{A_{csp}} + \frac{\alpha_p \cdot x_c \cdot (ex_1 - d_{csp})(ex_2 - d_{csp})}{I_{csp}} \right] \Delta P_2 + \dots + \\
 & + \left[\frac{\alpha_p \cdot x_c}{A_{csp}} + \frac{\alpha_p \cdot x_c \cdot (ex_1 - d_{csp})(ex_n - d_{csp})}{I_{csp}} \right] \Delta P = b_{p1}
 \end{aligned}$$

Fazendo $j=2$, vem:

$$\begin{aligned}
 & \left[\frac{\alpha_p \cdot x_c}{A_{csp}} + \frac{\alpha_p \cdot x_c \cdot (ex_2 - d_{csp})(y_{s1} - d_{csp})}{I_{csp}} \right] \Delta N_{s,1} + \\
 & + \left[\frac{\alpha_p \cdot x_c}{A_{csp}} + \frac{\alpha_p \cdot x_c \cdot (ex_2 - d_{csp})(y_{s2} - d_{csp})}{I_{csp}} \right] \Delta N_{s,2} + \dots + \\
 & + \left[\frac{\alpha_p \cdot x_c}{A_{csp}} + \frac{\alpha_p \cdot x_c \cdot (ex_2 - d_{csp})(y_{sk} - d_{csp})}{I_{csp}} \right] \Delta N_{s,k} + \\
 & + \left[\frac{\alpha_p \cdot x_c}{A_{csp}} + \frac{\alpha_p \cdot x_c \cdot (ex_2 - d_{csp})(ex_1 - d_{csp})}{I_{csp}} \right] \Delta P_1 + \\
 & + \left[\frac{x_p}{A_{p,n}} + \frac{\alpha_p \cdot x_c}{A_{csp}} + \frac{\alpha_p \cdot x_c (ex_2 - d_{csp})(ex_2 - d_{csp})}{I_{csp}} \right] \Delta P_2 + \dots + \\
 & + \left[\frac{\alpha_p \cdot x_c}{A_{csp}} + \frac{\alpha_p \cdot x_c (ex_2 - d_{csp})(ex_n - d_{csp})}{I_{csp}} \right] \Delta P = b_{p2}
 \end{aligned}$$

Fazendo $j=n$, vem:

$$\begin{aligned}
 & \left[\frac{\alpha_p \cdot x_c}{A_{csp}} + \frac{\alpha_p \cdot x_c \cdot (ex_n - d_{csp})(y_{s1} - d_{csp})}{I_{csp}} \right] \Delta N_{s,1} + \\
 & + \left[\frac{\alpha_p \cdot x_c}{A_{csp}} + \frac{\alpha_p \cdot x_c \cdot (ex_n - d_{csp})(y_{s2} - d_{csp})}{I_{csp}} \right] \Delta N_{s,2} + \dots + \\
 & + \left[\frac{\alpha_p \cdot x_c}{A_{csp}} + \frac{\alpha_p \cdot x_c \cdot (ex_n - d_{csp})(y_{sk} - d_{csp})}{I_{csp}} \right] \Delta N_{s,k} + \\
 & + \left[\frac{\alpha_p \cdot x_c}{A_{csp}} + \frac{\alpha_p \cdot x_c \cdot (ex_n - d_{csp})(ex_1 - d_{csp})}{I_{csp}} \right] \Delta P_1 +
 \end{aligned}$$

$$+ \left[\frac{\alpha_p \cdot x_c}{A_{csp}} + \frac{\alpha_p \cdot x_c \cdot (ex_n - d_{csp})(ex_2 - d_{csp})}{I_{csp}} \right] \Delta P_2 + \dots +$$

$$+ \left[\frac{x_p}{A_{p,n}} + \frac{\alpha_p \cdot x_c}{A_{csp}} + \frac{\alpha_p \cdot x_c \cdot (ex_n - d_{csp})^2}{I_{csp}} \right] \Delta P_n = b_{pn}$$

Se houver n cabos na seção, ter-se-á então, um sistema de $m=k+n$ equações do tipo:

$$\begin{aligned} ss_{11} \cdot \Delta N_{s1} + ss_{12} \cdot \Delta N_{s2} + \dots + ss_{1k} \cdot \Delta N_{sk} + sp_{11} \cdot \Delta P_1 + \dots + sp_{1n} \cdot \Delta P_n &= b_{s1} \\ ss_{21} \cdot \Delta N_{s1} + ss_{22} \cdot \Delta N_{s2} + \dots + ss_{2k} \cdot \Delta N_{sk} + sp_{21} \cdot \Delta P_1 + \dots + sp_{2n} \cdot \Delta P_n &= b_{s2} \\ ss_{31} \cdot \Delta N_{s1} + ss_{32} \cdot \Delta N_{s2} + \dots + ss_{3k} \cdot \Delta N_{sk} + sp_{31} \cdot \Delta P_1 + \dots + sp_{3n} \cdot \Delta P_n &= b_{s3} \\ \dots & \dots \\ ss_{k1} \cdot \Delta N_{s1} + ss_{k2} \cdot \Delta N_{s2} + \dots + ss_{kk} \cdot \Delta N_{sk} + sp_{k1} \cdot \Delta P_1 + \dots + sp_{kn} \cdot \Delta P_n &= b_{sk} \\ ps_{11} \cdot \Delta N_{s1} + ps_{12} \cdot \Delta N_{s2} + \dots + ps_{1k} \cdot \Delta N_{sk} + pp_{11} \cdot \Delta P_1 + \dots + pp_{1n} \cdot \Delta P_n &= b_{p1} \\ ps_{21} \cdot \Delta N_{s1} + ps_{22} \cdot \Delta N_{s2} + \dots + ps_{2k} \cdot \Delta N_{sk} + pp_{21} \cdot \Delta P_1 + \dots + pp_{2n} \cdot \Delta P_n &= b_{p2} \\ \dots & \dots \\ ps_{n1} \cdot \Delta N_{s1} + ps_{n2} \cdot \Delta N_{s2} + \dots + ps_{nk} \cdot \Delta N_{sk} + pp_{n1} \cdot \Delta P_1 + \dots + pp_{nn} \cdot \Delta P_n &= b_{pn} \end{aligned}$$

onde os coeficientes são calculados por:

$$ss_{ii} = \frac{1}{A_{s,i}} + \frac{\alpha_s \cdot x_c}{A_{csp}} + \frac{x_c \cdot \alpha_s (y_{si} - d_{csp})^2}{I_{csp}} \quad \text{para } i=j=1,k$$

$$ss_{ij} = \frac{\alpha_s \cdot x_c}{A_{csp}} + \frac{\alpha_s \cdot x_c \cdot (y_{si} - d_{csp})(y_{sj} - d_{csp})}{I_{csp}}$$

para $i \neq j$ com $i=1,k$ e $j=1,k$;

$$sp_{ij} = \frac{\alpha_s \cdot x_c}{A_{csp}} + \frac{\alpha_s \cdot x_c (y_{si} - d_{csp})(ex_j - d_{csp})}{I_{csp}} \quad \text{para } i=1,k \text{ e } j=1,n;$$

$$ps_{ij} = \frac{\alpha_p \cdot x_c}{A_{csp}} + \frac{\alpha_p \cdot x_c (ex_i - d_{csp})(y_{sj} - d_{csp})}{I_{csp}} \quad \text{para } i=1,n \text{ e } j=1,k;$$

$$pp_{ii} = \frac{x_p}{A_{p,i}} + \frac{\alpha_p \cdot x_c}{A_{csp}} + \frac{\alpha_p \cdot x_c (ex_i - d_{csp})^2}{I_{csp}} = \frac{x_p}{A_{p,i}} + \alpha_p \cdot x_c \left[\frac{1}{A_{csp}} + \frac{(ex_i - d_{csp})^2}{I_{csp}} \right]$$

para $i=1,n$;

$$pp_{ij} = \frac{\alpha_p \cdot \chi_c}{A_{csp}} + \frac{\alpha_p \cdot \chi_c (ex_i - d_{csp}) \cdot (ex_j - d_{csp})}{I_{csp}} =$$

$$= \alpha_p \chi_c \left[\frac{1}{A_{csp}} + \frac{(ex_i - d_{csp})(ex_j - d_{csp})}{I_{csp}} \right] \text{ para } i \neq j \text{ com } i=1, n \text{ e } j=1, n.$$

Matricialmente o sistema fica:

$$\begin{bmatrix} ss_{11} & ss_{12} & \dots & ss_{1k} & | & sp_{11} & \dots & sp_{1n} \\ ss_{21} & ss_{22} & \dots & ss_{2k} & | & sp_{21} & \dots & sp_{2n} \\ ss_{31} & ss_{32} & \dots & ss_{3k} & | & sp_{31} & & sp_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & | & \dots & \dots & \dots \\ ss_{k1} & ss_{k2} & \dots & ss_{kk} & | & sp_{k1} & \dots & sp_{kn} \\ \hline ps_{11} & ps_{12} & \dots & ps_{1k} & | & pp_{11} & \dots & pp_{1n} \\ ps_{21} & ps_{22} & \dots & ps_{2k} & | & pp_{21} & \dots & pp_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & | & \dots & \dots & \dots \\ ps_{n1} & ps_{n2} & \dots & ps_{nk} & | & pp_{n1} & \dots & pp_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta N_{s,1} \\ \Delta N_{s,2} \\ \Delta N_{s,3} \\ \dots \\ \Delta N_{s,k} \\ \hline \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \\ \dots \\ \Delta P_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{s1} \\ b_{s2} \\ b_{s3} \\ \dots \\ b_{sk} \\ \hline b_{p1} \\ b_{p2} \\ \dots \\ b_{pn} \end{bmatrix}$$

ou seja $[A] \cdot \{\Delta F\} = \{B\}$; onde $[A] = \begin{bmatrix} SS & SP \\ PS & PP \end{bmatrix}$ e $\{\Delta F\} = \begin{bmatrix} \Delta N_{s,1} \\ \Delta N_{s,2} \\ \Delta N_{s,3} \\ \dots \\ \Delta N_{s,k} \\ \hline \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \\ \dots \\ \Delta P_n \end{bmatrix}$

A resolução fornecerá o vetor $\{\Delta F\}$, o qual contém as variações de forças nas armaduras passiva e ativa. As k primeiras linhas são as variações na armadura passiva e as n restantes são as variações na armadura ativa. $\{\Delta F\} = [A]^{-1} \cdot \{B\}$

Quando não se considera a armadura passiva, trabalha-se apenas com a sub-matriz $[PP]$ e com os sub-vetores $\{\Delta P\}$ e $\{BP\}$.

11.5 Programa computacional PROTS.FOR

O modelo de arquivo de dados de entrada e a listagem deste programa, se encontram em Anexo.

11.6 Exemplos

Foram processados, três exemplos, considerando-se todos os dados do exemplo 1, item 10.1, com a inclusão de armadura passiva que varia conforme os casos seguintes:

1º Caso - Duas camadas de armaduras passivas:

Camada 1 com $A_{s,1} = 8 \text{ cm}^2$ e $y_{s,1} = 120 \text{ cm}$;

Camada 2 com $A_{s,2} = 8 \text{ cm}^2$ e $y_{s,2} = -130 \text{ cm}$;

2º Caso - Duas camadas de armaduras passivas:

Camada 1 com $A_{s,1} = 16 \text{ cm}^2$ e $y_{s,1} = 120 \text{ cm}$;

Camada 2 com $A_{s,2} = 16 \text{ cm}^2$ e $y_{s,2} = -130 \text{ cm}$;

3º Caso - Uma camada de armadura passiva:

Camada 1 com $A_{s,1} = 33,90 \text{ cm}^2$ e $y_{s,1} = 108,7 \text{ cm}$;

Os resultados foram resumidos na Tabela II.5, onde a última coluna mostra o erro percentual, cometido no cálculo das perdas de tensões no feixe 1, quando se despreza a armadura passiva.

Tabela II.5 - Resultados das perdas no feixe 1, aos 60 dias.

CASO	ARMADURA PASSIVA			ARMADURA ATIVA			PERDA (MPa)	ERRO %
	CAMADA	A_s (cm ²)	y_s (cm)	FEIXE	A_p (cm ²)	e_{x_p} (cm)		
1	1	8,00	120,00	1	33,90	108,70	84,80	0,40
	2	8,00	-130,00					
2	1	16,00	120,00	1	33,90	108,70	83,85	1,54
	2	16,00	-130,00					
3	1	33,90	108,70	1	33,90	108,70	81,14	4,93

Para efeito de comparação, perda no feixe, quando se despreza a armadura passiva, é de 85,14 MPa, conforme exemplo 10.1.

No caso 3, por exemplo, o cálculo do erro percentual é assim obtido:

$$\text{ERRO} = \frac{85,14 - 81,14}{81,14} \cdot 100\% = \frac{4,00}{81,14} \cdot 100\% = 4,93\%$$

Observa-se que os erros não foram significativos, para esses casos, porquanto o intervalo de tempo é pequeno (53 dias) e os níveis de tensões iniciais são baixos (em torno de $0,20f_{ck}$).

Para se obter dados mais realistas, foram processados dois exemplos, considerando-se todos os dados do exemplo 1, item 10.1, sem variar a excentricidade da armadura passiva que é igual a da protensão, porém com uma idade inicial de 21 dias e final 50 anos.

Quando se desprezou a armadura passiva, obteve-se uma perda de tensão no feixe de 201,78 MPa.

Conforme a variação da área da armadura passiva, $A_{s,1} = A_p$ ou $A_{s,1} = 2,0A_p$, tem-se o 4º caso e o 5º caso, respectivamente, resumidos na Tab. II.6.

Tabela II.6 - Resultados das perdas no feixe 1, aos 50 anos.

CASO	ARMADURA PASSIVA			ARMADURA ATIVA			PERDA (MPa)	ERRO %
	CAMADA	A_s (cm ²)	y_s (cm)	FEIXE	A_p (cm ²)	ex_p (cm)		
4	1	33,90	108,70	1	33,90	108,70	191,35	5,44
5	1	67,80	108,70	1	33,90	108,70	182,03	10,85

Para se obter uma idéia melhor da influência da armadura passiva, foram processados mais quatro exemplos, onde dobrou-se a armadura de protensão ($A_p = 67,80 \text{ cm}^2$) e

aumentou-se o valor do momento permanente ($M_g = 800000 \text{ kN.cm}$), para causar tensões iniciais mais elevadas (em torno de $0,40.f_{ck}$). A idade inicial foi de 21 dias e a final 50 anos (18250 dias). A excentricidade da armadura passiva foi mantida igual à da armadura ativa.

Conforme a variação de A_s , os casos são os seguintes:

6º Caso - Armadura passiva com $A_{s,1} = 33,90 \text{ cm}^2 = 0,5A_p$;

7º Caso - Armadura passiva com $A_{s,1} = 67,80 \text{ cm}^2 = 1,0A_p$;

8º Caso - Armadura passiva com $A_{s,1} = 101,70 \text{ cm}^2 = 1,5A_p$;

9º Caso - Armadura passiva com $A_{s,1} = 135,60 \text{ cm}^2 = 2,0A_p$.

Quando se desprezou a armadura passiva, obteve-se uma perda de tensão no feixe de 260,17 MPa.

Os resultados foram resumidos na Tabela II.7, onde, por exemplo, no caso 9, o erro percentual é assim obtido:

$$\text{ERRO} = \frac{260,17 - 212,51}{212,51} \cdot 100\% = \frac{47,66}{212,51} \cdot 100\% = 22,42\%$$

Tabela II.7 - Resultados das perdas no feixe 1, aos 50 anos.

CASO	ARMADURA PASSIVA			ARMADURA ATIVA			PERDA (MPa)	ERRO %
	CAMADA	A_s (cm ²)	y_s (cm)	FEIXE	A_p (cm ²)	e_x (cm)		
6	1	33,90	108,70	1	67,80	108,70	248,68	4,62
7	1	67,80	108,70	1	67,80	108,70	234,18	11,09
8	1	101,70	108,70	1	67,80	108,70	222,35	17,00
9	1	135,60	108,70	1	67,80	108,70	212,51	22,42

Embora os casos 8 e 9 estejam fora da realidade prática, observa-se na Tab. II.7, uma variação quase linear do erro percentual quando a área da armadura passiva varia linearmente.

12 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] FERRAZ, José C. de Figueiredo. Cálculo das alterações de tensão, ao longo do tempo, nas peças de concreto protendido: procedimentos diretos, simples, alternativos ao do CEB. p.1-6
- [2] FERRAZ, José C. de Figueiredo. Sugestões às normas em discussão, sobre "projeto de estruturas de concreto protendido" NBR-7197(NB-116). p.1-25
- [3] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7197 Projeto de estruturas de concreto protendido. p.11-32
- [4] CASTANHO, José Lourenço B.A. Exemplo de aplicação da NBR-7197 no cálculo das variações de tensão no aço e no concreto, devidas as perdas diferidas. p.1-29
- [5] CEB/FIP Design Manual. Application of the CEB/FIP model code (1978) for concrete structures. Bulletin D'Information n.144. p.93-135
- [6] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Op. cit. p.20
- [7] VASCONCELOS, Augusto Carlos de. Manual prático para a correta utilização dos aços no concreto protendido em obediência às normas atualizadas. p.11
- [8] LEONHARDT, Fritz. Construções de concreto: concreto protendido. p.255
- [9] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7197. Op. cit. p.19
- [10] Id.ibid., p.11
- [11] Id.ibid., p.11-12
- [12] Id.ibid., p.13-16
- [13] Id.ibid., p.18
- [14] Id.ibid., p.21

[15] Id. ibid., p.22

[16] Id. ibid., p.23-24

[17] FERRAZ, José C. de Figueiredo. Cálculo das alterações de tensão, ao longo do tempo, nas peças de concreto protendido: procedimentos diretos, simples, alternativos ao do CEB. p.10

[18] FERRAZ, José C. de Figueiredo. Sugestões às normas em discussão, sobre "projeto de estruturas de concreto protendido" NBR-7197(NB-116). p.1-8

[19] CASTANHO, José Lourenço B.A. Exemplo de aplicação da NBR-7197 no cálculo das variações de tensão no aço e no concreto, devidas as perdas diferidas. p.1-8

[20] Id. ibid., p.8

[21] CEB/FIP Design Manual. Application of the CEB/FIP model code (1978) for concrete structures. Bulletin D'Information n.144. p.102

[22] LEONHARDT, Fritz. Construções de concreto: concreto protendido. p.210

[23] LEONHARDT, Fritz. Prestressed concrete: design and construction. p.417

III - VARIAÇÃO SIMULTÂNEA DE PROTENSÃO E CARREGAMENTO EM ETAPAS DISTINTAS

1 PRELIMINARES

Este estudo leva a um algoritmo de cálculo e ao respectivo programa em Linguagem Fortran, para computar as alterações de tensões normais em uma seção de concreto protendido e as perdas progressivas de tensões na armadura ativa, quando esta é tracionada em etapas distintas de protensão. Entende-se por "etapa de protensão", a ocasião em que se tracionam vários cabos - denominados feixe. O tempo decorrido entre uma etapa e outra é tal que ocorram alterações apreciáveis das tensões no concreto e no aço ativo de uma determinada seção.

Vale ressaltar que a maioria das obras em concreto protendido se concretizam com, no máximo, até três etapas de protensão. Como exemplo, citam-se as vigas isostáticas de pontes, quer pré-moldadas ou moldadas "in-loco". Essas poderão receber, em primeira etapa, protensão através de uma parcela dos cabos, para mobilizar o peso próprio. Posteriormente, em uma segunda etapa, completa-se a protensão com mais cabos, mobilizando esforços permanentes

oriundos da laje do tabuleiro, transversinas, etc. Ainda, até a época da colocação em uso, a estrutura recebe carregamentos permanentes oriundos de guarda-corpos, pavimentação, etc - sem que receba protensão.

Dependendo do processo construtivo, há necessidade de realizar a protensão em várias etapas, como ocorre nas pontes em balanços progressivos. Nestas, cada aduela é fixada à anterior, através da protensão de um ou mais feixes de cabos longitudinais. Portanto, a cada aduela corresponde uma etapa de protensão, bem como, um carregamento permanente referente a própria aduela acrescentada.

Os incrementos de cargas permanentes e da própria protensão, em etapas distintas, conduzem a valores menores para as perdas progressivas, daqueles quando se considera a protensão de todos os cabos da seção, bem como a carga permanente de uma única vez.

2 CARACTERIZAÇÃO DOS DADOS NECESSÁRIOS

Os dados necessários são tais, que o algoritmo de cálculo, no que tange à obtenção dos coeficientes de retração do concreto, fluência do concreto e relaxação do aço, segue à risca o conteúdo prescrito na NBR 7197 [1].

Seja uma seção genérica s , conforme Fig. III.1, em concreto protendido, submetida à protensão aplicada em ' n ' etapas distintas, na qual se pretende analisar as perdas de tensão nos feixes de cabos, desde a etapa inicial até um certo tempo, após a última etapa de protensão, ' n '.

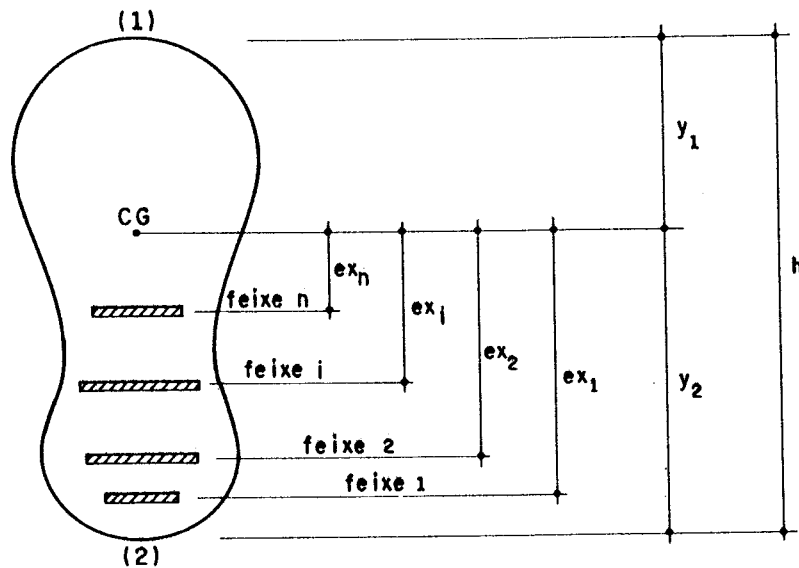


Fig. III.1-Seção s, com vários feixes em posições quaisquer.

Por exemplo, o feixe de cabo nº 1, da primeira etapa, possui :

A_{p1} = soma das áreas dos cabos que compõem o feixe nº 1;

ex_1 = excentricidade equivalente dos cabos que compõem o feixe nº 1;

$\sigma_{p0,1}$ = tensão instalada nos cabos que compõem o feixe nº 1 na seção s, portanto já com as considerações de perdas imediatas.

O referido feixe é tracionado num tempo real t_1 e introduz uma tensão no concreto, ao nível do feixe 1, representada por $\sigma_{c1,1}$. Além disso, o feixe 1 mobiliza a ação de uma carga permanente que resulta na seção, um momento fletor M_{g1} .

Da mesma forma, um feixe j , tracionado numa idade t_j , possui uma área A_{pj} , uma excentricidade ex_j e uma tensão instalada inicial $\sigma_{p0,j}$. Ele mobiliza uma carga permanente, traduzida por um momento fletor M_{gj} , e introduz tensões normais no concreto que devem ser consideradas em cada nível dos feixes tracionados nas etapas anteriores. Ao

nível de cada feixe i , o feixe j introduz uma tensão $\sigma_{c,j,i}$ conforme a Fig. III.2.

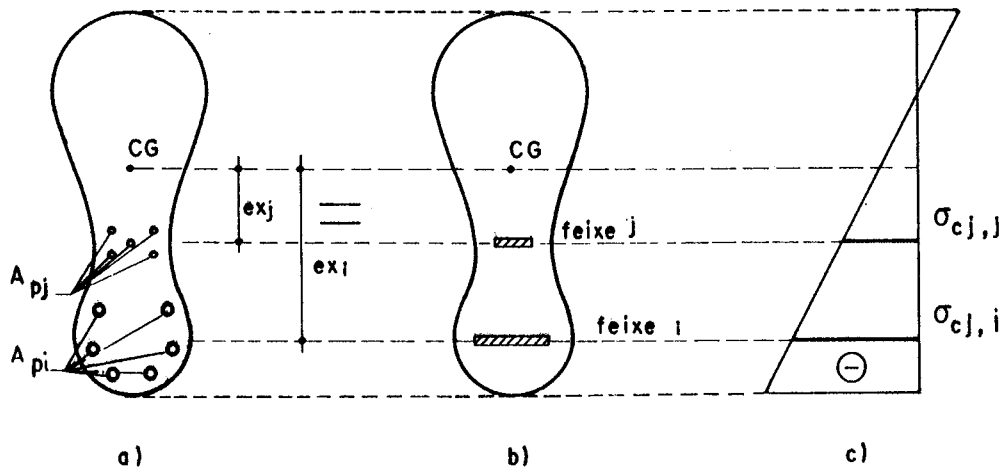


Fig. III.2a) Vários cabos formando os feixes i e j ;
 b) Representação esquemática dos feixes i e j ;
 c) Diagrama de tensões normais, geradas na etapa j .

3 TENSÕES NOS FEIXES DE CABOS

3.1 Tensões iniciais - {SIGP}

É necessário ter em cada etapa k , a tensão inicial no aço de protensão, de um feixe i , para calcular os coeficientes de fluência do aço $\chi_i, (t_{k+1}, t_k) = \chi_{i,k}$ e montar as k equações, cuja resolução fornece as perdas nos k feixes de cabos, no intervalo $t_{k+1} - t_k$.

A tensão inicial em cada feixe de cabos será designada por σ_p e levará duplo índice, sendo um para indicar o feixe e outro para designar a etapa. Assim:

- $\sigma_{p1,1}$ é a tensão inicial no feixe 1 na etapa 1;
- $\sigma_{p1,2}$ é a tensão inicial no feixe 1 na etapa 2;
- $\sigma_{pi,k}$ é a tensão inicial no feixe i na etapa k .

Para k etapas de protensão o vetor é:

$$\{ \text{SIGP} \}_k = \begin{bmatrix} \sigma_{p1,k} \\ \sigma_{p2,k} \\ \sigma_{p3,k} \\ \dots \\ \sigma_{pi,k} \\ \dots \\ \sigma_{pk,k} \end{bmatrix}$$

Numa idade t_k , o feixe de cabos $n^{\circ} 1$ possui uma tensão inicial, dada pela expressão: $\sigma_{p1,k} = \sigma_{p1,k-1} - \Delta\sigma_{p1,k-1}$ ou seja, é a tensão inicial na etapa anterior $k-1$, diminuindo-se a perda ocorrida na etapa anterior. Para um feixe genérico i , tem-se: $\sigma_{pi,k} = \sigma_{pi,k-1} - \Delta\sigma_{pi,k-1}$ com $i < k$, ou seja, são as tensões finais da etapa $k-1$, que escritas, sob forma matricial, ficam:

$$\{ \text{SIGPF} \}_{k-1} = \begin{bmatrix} \sigma_{p1,k-1} \\ \sigma_{p2,k-1} \\ \sigma_{p3,k-1} \\ \dots \\ \sigma_{pi,k-1} \\ \dots \\ \sigma_{pk-1,k-1} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta\sigma_{p1,k-1} \\ \Delta\sigma_{p2,k-1} \\ \Delta\sigma_{p3,k-1} \\ \dots \\ \Delta\sigma_{pi,k-1} \\ \dots \\ \Delta\sigma_{pk-1,k-1} \end{bmatrix}$$

Se $i=k$, ~~ou seja~~, a tensão inicial é a própria $\sigma_{po,i}$ - valor fornecido para a resolução do problema. Assim $\sigma_{pk,k} = \sigma_{po,k}$ e o vetor de tensões iniciais será:

$$\{ \text{SIGP} \}_k = \begin{bmatrix} \sigma_{p1,k-1} - \Delta\sigma_{p1,k-1} \\ \sigma_{p2,k-1} - \Delta\sigma_{p2,k-1} \\ \sigma_{p3,k-1} - \Delta\sigma_{p3,k-1} \\ \dots \\ \sigma_{pi,k-1} - \Delta\sigma_{pi,k-1} \\ \dots \\ \sigma_{pk-1,k-1} - \Delta\sigma_{pk-1,k-1} \\ \hline \sigma_{po,k} \end{bmatrix}$$

Na última etapa, de ordem n , tem-se $\sigma_{pn,n} = \sigma_{po,n}$.

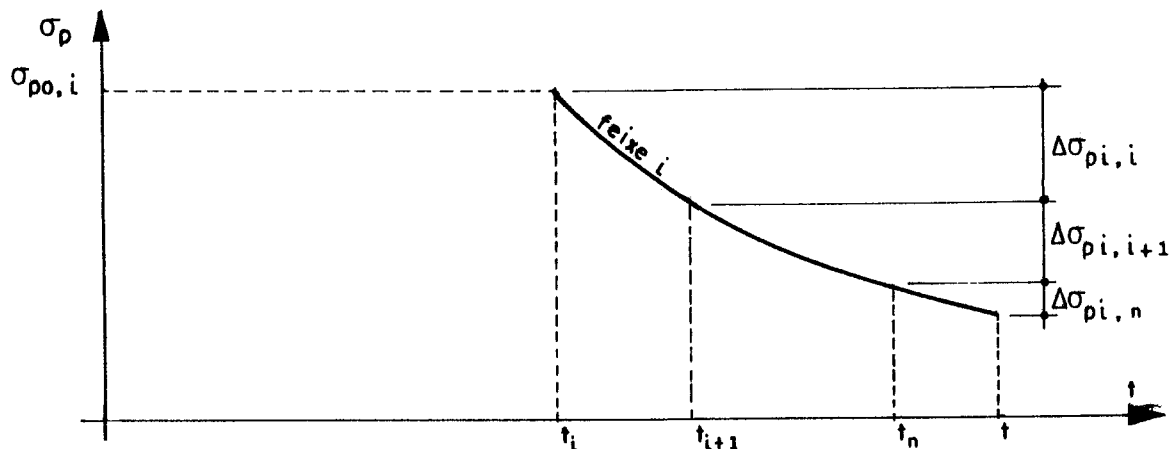


Fig. III.3 - Evolução das tensões num feixe i e respectivas perdas nas etapas anteriores.

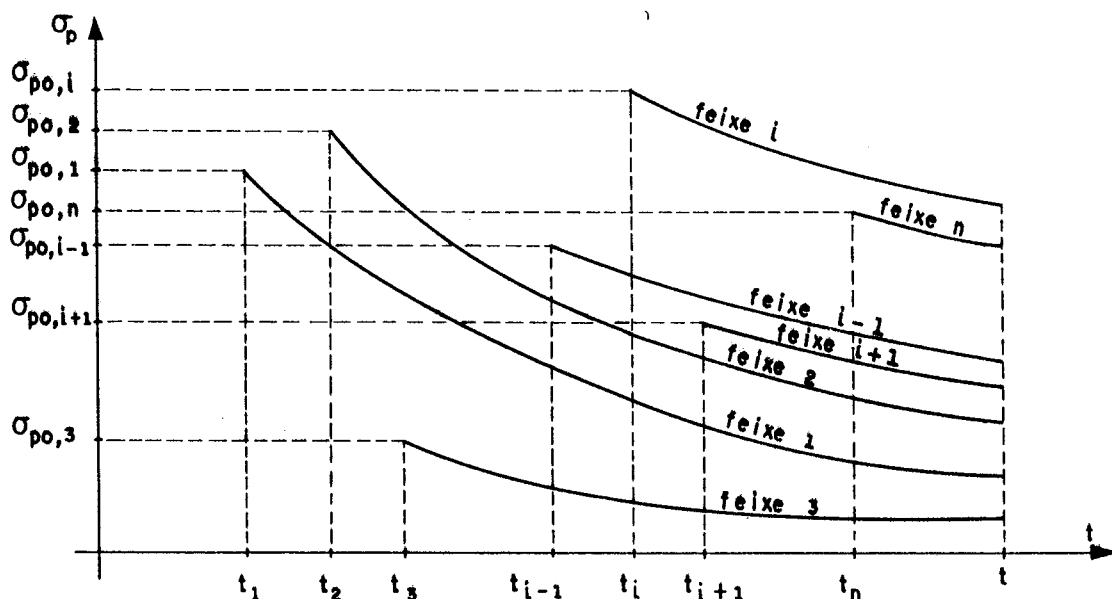


Fig. III.4 - Evolução das tensões em feixes de cabos, tracionados seqüencialmente em tempos distintos.

3.2 Coeficiente de relaxação

O coeficiente de relaxação, deve ser calculado de maneira distinta para cada feixe. Se for o feixe da própria etapa, então o cálculo é normal, conforme descrito na Parte

II. Se for um feixe j , tracionado numa etapa j , anterior à etapa k , deve-se subtrair o valor $\psi_j(t_k, t_j)$, de $\psi_j(t_{k+1}, t_j)$, ambos calculados com $\sigma_{p_{oj}, k}$, para obter-se $\psi_j(t_{k+1}, t_k)$.

Os valores de ψ são obtidos segundo o roteiro abaixo:

- Para a 1^a etapa:

$$\psi_1(t_2, t_1) \longrightarrow \text{cálculo normal com o intervalo de tempo } t_2 - t_1$$

$$\text{e } \sigma_{p1,1} = \sigma_{p01};$$

- Para a 2^a etapa:

$$\psi_1(t_3, t_2) = \psi_1(t_3, t_1) - \psi_1(t_2, t_1) \quad \text{com } \sigma_{p1,2}$$

$$\psi_2(t_3, t_2) \longrightarrow \text{cálculo normal com o intervalo de tempo } t_3 - t_2$$

$$\text{e } \sigma_{p2,2} = \sigma_{p02};$$

- Para a 3^a etapa:

$$\psi_1(t_4, t_3) = \psi_1(t_4, t_1) - \psi_1(t_3, t_1) \quad \text{com } \sigma_{p1,3}$$

$$\psi_2(t_4, t_3) = \psi_2(t_4, t_2) - \psi_2(t_3, t_2) \quad \text{com } \sigma_{p2,3}$$

$$\psi_3(t_4, t_3) \longrightarrow \text{cálculo normal com o intervalo de tempo } t_4 - t_3$$

$$\text{e } \sigma_{p3,3} = \sigma_{p03};$$

- Para a n -ésima etapa:

$$\psi_1(t_{n+1}, t_n) = \psi_1(t_{n+1}, t_1) - \psi_1(t_n, t_1) \quad \text{com } \sigma_{p1,n}$$

$$\psi_2(t_{n+1}, t_n) = \psi_2(t_{n+1}, t_2) - \psi_2(t_n, t_2) \quad \text{com } \sigma_{p2,n}$$

$$\psi_3(t_{n+1}, t_n) = \psi_3(t_{n+1}, t_3) - \psi_3(t_n, t_3) \quad \text{com } \sigma_{p3,n}$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\psi_j(t_{n+1}, t_n) = \psi_j(t_{n+1}, t_n) - \psi_j(t_n, t_1) \quad \text{com } \sigma_{pj,n}$$

$$\psi_n(t_{n+1}, t_n) \longrightarrow \text{cálculo normal com o intervalo de tempo}$$

$$t_{n+1} - t_n \text{ e } \sigma_{pn,n} = \sigma_{p0,n};$$

3.3 Coeficiente de fluência

O coeficiente de fluência para um feixe i , em uma

etapa k , é $\chi_{i,k} = -\ln [1-\psi_{i,k}]$, onde $\psi_{i,k}$ é o coeficiente de relaxação, calculado conforme item anterior.

4 TENSÕES NO CONCRETO

Em cada etapa de protensão i , é necessário calcular a tensão no concreto ao nível de todos os feixes anteriormente tracionados, bem como, no próprio nível do feixe i .

4.1 Matriz de tensões no concreto [SIGC]

A tensão no concreto será designada por σ_c e levará duplo índice, sendo um para designar o feixe causador dessa tensão e outro para designar a posição. Assim:

$\sigma_{c1,1}$ é a tensão causada pelo feixe 1, ao nível do feixe 1;
 $\sigma_{c1,2}$ é a tensão causada pelo feixe 1, ao nível do feixe 2;
 $\sigma_{c2,2}$ é a tensão causada pelo feixe 2, ao nível do feixe 2;
 $\sigma_{cj,i}$ é a tensão causada pelo feixe j , ao nível do feixe i .

No cálculo dessas tensões, aos níveis dos feixes, devem ser consideradas aquelas relativas aos momentos fletores das cargas mobilizadas em cada etapa, conforme Fig. III.5.

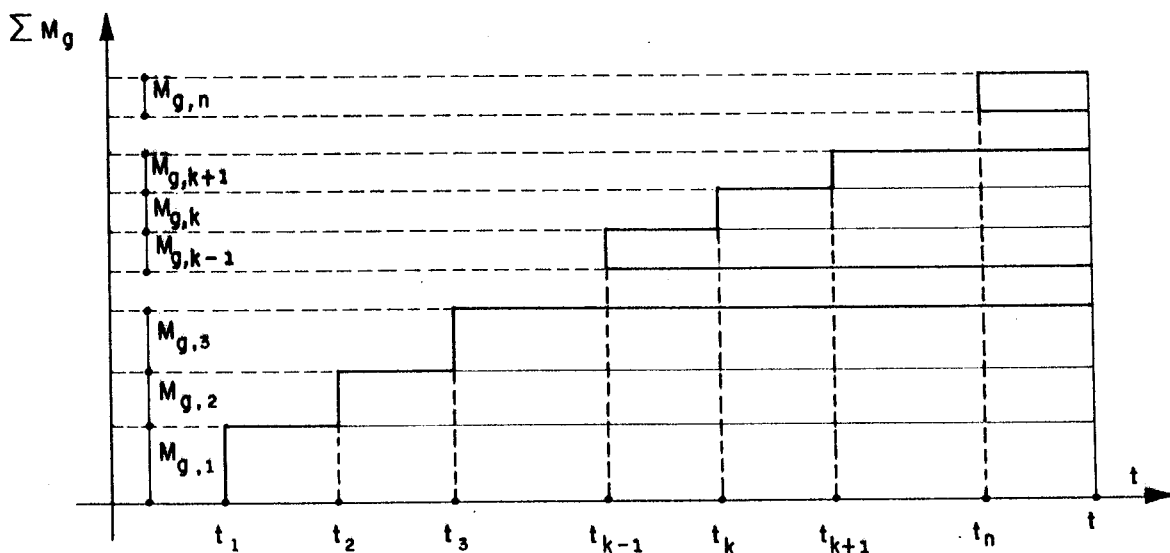


Fig. III.5 - Momentos fletores das cargas permanentes que iniciam atuação em etapas distintas.

Caso não haja momento fletor de carga permanente numa determinada etapa, é assumido o valor 0(zero) no coeficiente da matriz [SIGCG].

Na 1ª etapa de protensão, aplicada na idade t_1 , quando então se traciona o feixe 1, mobiliza-se um M_{g1} e tem-se:

$$\sigma_{c1,1} = M_{g1} \cdot ex_1 / I_c - P_{1,t1} \cdot (1/A_c + ex_1 \cdot ex_1 / I_c)$$

Na 2ª etapa de protensão, aplicada na idade t_2 , quando então se traciona o feixe 2, mobiliza-se um M_{g2} .

Devem ser calculadas as tensões aos níveis 1 e 2.

No nível 1:

$$\sigma_{c1,1} = M_{g1} \cdot ex_1 / I_c - P_{1,t2} \cdot (1/A_c + ex_1 \cdot ex_1 / I_c)$$

$$\sigma_{c2,1} = M_{g2} \cdot ex_1 / I_c - P_{2,t2} \cdot (1/A_c + ex_2 \cdot ex_1 / I_c)$$

No nível 2:

$$\sigma_{c1,2} = M_{g1} \cdot ex_2 / I_c - P_{1,t2} \cdot (1/A_c + ex_1 \cdot ex_2 / I_c)$$

$$\sigma_{c2,2} = M_{g2} \cdot ex_2 / I_c - P_{2,t2} \cdot (1/A_c + ex_2 \cdot ex_2 / I_c)$$

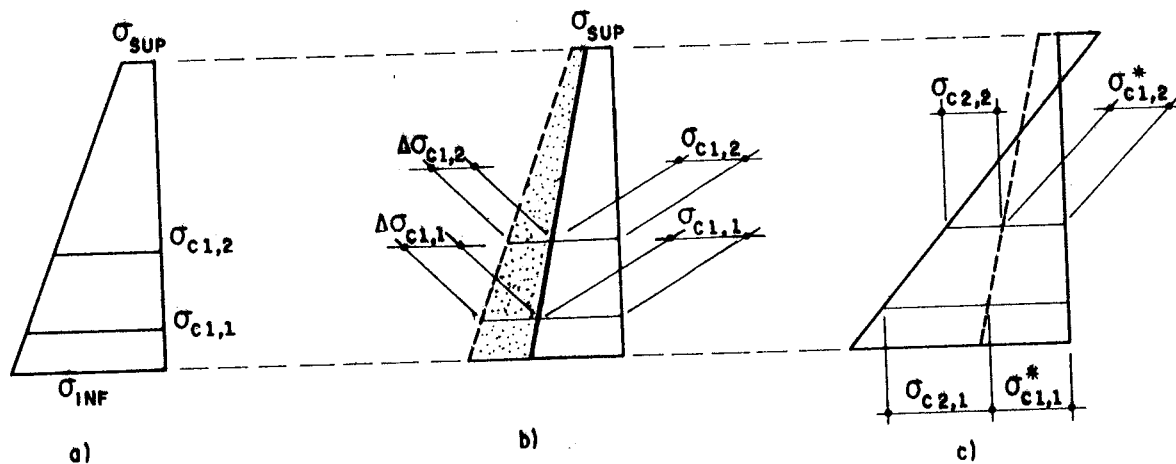


Fig. III.6 - Tensões numa seção de concreto:
 a) Tensões iniciais da 1ª etapa;
 b) Tensões finais da 1ª etapa;
 c) Tensões iniciais da 2ª etapa.

Na 3ª etapa de protensão, aplicada na idade t_3 , quando então se traciona o feixe 3, mobiliza-se um M_{g3} . Devem ser calculadas as tensões aos níveis 1, 2 e 3.

No nível 1:

$$\sigma_{c1,1} = M_{g1} \cdot ex_1 / I_c - P_{1,t3} \cdot (1/A_c + ex_1 \cdot ex_1 / I_c)$$

$$\sigma_{c2,1} = M_{g2} \cdot ex_1 / I_c - P_{2,t3} \cdot (1/A_c + ex_2 \cdot ex_1 / I_c)$$

$$\sigma_{c3,1} = M_{g3} \cdot ex_1 / I_c - P_{3,t3} \cdot (1/A_c + ex_3 \cdot ex_1 / I_c)$$

No nível 2:

$$\sigma_{c1,2} = M_{g1} \cdot ex_2 / I_c - P_{1,t3} \cdot (1/A_c + ex_1 \cdot ex_2 / I_c)$$

$$\sigma_{c2,2} = M_{g2} \cdot ex_2 / I_c - P_{2,t3} \cdot (1/A_c + ex_2 \cdot ex_2 / I_c)$$

$$\sigma_{c3,2} = M_{g3} \cdot ex_2 / I_c - P_{3,t3} \cdot (1/A_c + ex_3 \cdot ex_2 / I_c)$$

No nível 3:

$$\sigma_{c1,3} = M_{g1} \cdot ex_3 / I_c - P_{1,t3} \cdot (1/A_c + ex_1 \cdot ex_3 / I_c)$$

$$\sigma_{c2,3} = M_{g2} \cdot ex_3 / I_c - P_{2,t3} \cdot (1/A_c + ex_2 \cdot ex_3 / I_c)$$

$$\sigma_{c3,3} = M_{g3} \cdot ex_3 / I_c - P_{3,t3} \cdot (1/A_c + ex_3 \cdot ex_3 / I_c)$$

Para ter-se uma visão geral da lei de formação, representam-se essas tensões através da matriz

$$[SIGC] = [SIGCG] - [ROSIGP] \cdot [ETA],$$

onde : [SIGCG] é devida à carga permanente e dada por:

$$[SIGCG]_3 = \frac{1}{I_c} \begin{bmatrix} M_{g1} \\ M_{g2} \\ M_{g3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} ex_1 & ex_2 & ex_3 \end{bmatrix}$$

$$[\text{ROSIGP}]_3 = \begin{bmatrix} \rho_1 \sigma_{p1} & 0 & 0 \\ 0 & \rho_2 \sigma_{p2} & 0 \\ 0 & 0 & \rho_3 \sigma_{p3} \end{bmatrix}, \quad \text{sendo } \rho_j = \frac{A_{p,j}}{A_c};$$

$$[\text{ETA}]_3 = \begin{bmatrix} \eta_{11} & \eta_{12} & \eta_{13} \\ \eta_{21} & \eta_{22} & \eta_{23} \\ \eta_{31} & \eta_{32} & \eta_{33} \end{bmatrix}, \quad \text{onde } \eta_{i,j} = 1 + ex_i \cdot ex_j \cdot A_c / I_c,$$

cujo produto $[\text{ROSIGP}] \cdot [\text{ETA}]$ é:

$$[\text{ROSIGP}] \cdot [\text{ETA}] = \begin{bmatrix} \rho_1 \sigma_{p1} & 0 & 0 \\ 0 & \rho_2 \sigma_{p2} & 0 \\ 0 & 0 & \rho_3 \sigma_{p3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \eta_{11} & \eta_{12} & \eta_{13} \\ \eta_{21} & \eta_{22} & \eta_{23} \\ \eta_{31} & \eta_{32} & \eta_{33} \end{bmatrix}$$

Para n etapas de protensão, tem-se uma matriz de ordem $n \times n$, conforme representação abaixo:

$$[\text{SIGC}] = \begin{bmatrix} \sigma_{c11} & \sigma_{c12} & \sigma_{c13} & \dots & \sigma_{c1i} & \sigma_{c1j} & \dots & \sigma_{c1n} \\ \sigma_{c21} & \sigma_{c22} & \sigma_{c23} & \dots & \sigma_{c2i} & \sigma_{c2j} & \dots & \sigma_{c2n} \\ \sigma_{c31} & \sigma_{c32} & \sigma_{c33} & \dots & \sigma_{c3i} & \sigma_{c3j} & \dots & \sigma_{c3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{ci1} & \sigma_{ci2} & \sigma_{ci3} & \dots & \sigma_{cii} & \sigma_{cij} & \dots & \sigma_{cin} \\ \sigma_{cj1} & \sigma_{cj2} & \sigma_{cj3} & \dots & \sigma_{cji} & \sigma_{cjj} & \dots & \sigma_{cjn} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{cn1} & \sigma_{cn2} & \sigma_{cn3} & \dots & \sigma_{cni} & \sigma_{cnj} & \dots & \sigma_{cnn} \end{bmatrix}$$

$$[\text{ROSIGP}] = \begin{bmatrix} \rho_1 \sigma_{p1} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \rho_2 \sigma_{p2} & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \rho_3 \sigma_{p3} & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \rho_i \sigma_{pi} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \rho_j \sigma_{pj} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & \rho_n \sigma_{pn} \end{bmatrix}$$

e a matriz [ETA] será:

$$[\text{ETA}] = \begin{bmatrix} \eta_{11} & \eta_{12} & \eta_{13} & \dots & \eta_{1i} & \eta_{1j} & \dots & \eta_{1n} \\ \eta_{21} & \eta_{22} & \eta_{23} & \dots & \eta_{2i} & \eta_{2j} & \dots & \eta_{2n} \\ \eta_{31} & \eta_{32} & \eta_{33} & \dots & \eta_{3i} & \eta_{3j} & \dots & \eta_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \eta_{i1} & \eta_{i2} & \eta_{i3} & \dots & \eta_{ii} & \eta_{ij} & \dots & \eta_{in} \\ \eta_{j1} & \eta_{j2} & \eta_{j3} & \dots & \eta_{ji} & \eta_{jj} & \dots & \eta_{jn} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \eta_{n1} & \eta_{n2} & \eta_{n3} & \dots & \eta_{ni} & \eta_{nj} & \dots & \eta_{nn} \end{bmatrix}$$

Se ocorrer que não exista momento de carga permanente em alguma etapa k , basta entrar com $M_{g,k} = 0$ na matriz coluna de M_g e o algoritmo é o mesmo. Se porém, ocorrer que haja, numa determinada etapa, apenas acréscimo de carga permanente, originando um $M_{g,k}$, este algoritmo deve sofrer modificações que serão objeto da Parte IV.

4.2 Coeficientes de fluência para o concreto.

Os cálculos dos coeficientes de fluência do concreto são conforme descritos na Parte II.

Os coeficientes de fluência para o concreto são obtidos através da sub-rotina 'FLUENCIA', existente no

programa PROTDIS.FOR (em anexo), bastando entrar com os seguintes dados:

- U = umidade relativa do ar, em porcentagem;
 SLUMP = abatimento do concreto;
 TAFF = idade fictícia para a fluência decorrida até a protensão;
 TDFE = idade fictícia para a fluência decorrida até o tempo em que se deseja calcular o coeficiente φ ;
 h_{fic} = espessura fictícia da seção em análise.

Na protensão em etapas, constituídas por feixes, há que distinguir os coeficientes de fluência para o concreto ao nível de cada feixe, já que as tensões são introduzidas em épocas distintas. Assim, representa-se o coeficiente com duplo índice, sendo o primeiro relativo ao feixe e o segundo relativo à etapa, conforme exemplo que segue:

$\varphi_{1,1} = \varphi_1(t_2, t_1)$ é o coeficiente de fluência ao nível do feixe 1 no intervalo entre as idades t_1 e t_2 ;

$\varphi_{1,2} = \varphi_1(t_3, t_2)$ é o coeficiente de fluência ao nível do feixe 1, no intervalo entre as idades t_2 e t_3 ;

$\varphi_{2,2} = \varphi_2(t_3, t_2)$ é o coeficiente de fluência ao nível do feixe 2, no intervalo entre as etapas 2 e 3;

$\varphi_{j,k} = \varphi_j(t_{k+1}, t_k)$ é o coeficiente de fluência ao nível do feixe j , para a etapa k , ou seja, no intervalo $t_{k+1} - t_k$.

Quando se tratar do coeficiente φ , relativo ao feixe da respectiva etapa, procede-se o roteiro normal de cálculo. Quando se tratar de coeficientes relativos a feixes anteriormente tracionados, deve-se subtrair o valor de φ entre a idade de seu tracionamento e a da etapa, do valor de φ entre a idade de seu tracionamento e a idade final da etapa. Vide Fig. III.7.

Para a 1ª etapa, feixe 1, na idade t_1 :

$$\varphi_1(t_2, t_1) = \varphi_a(t_1) + \varphi_{f\omega} \cdot [\beta_f(t_2) - \beta_f(t_1)] + 0,4 \cdot \beta_d(t_2, t_1)$$

Para a 2ª etapa, feixe 2, na idade t_2 :

$$\varphi_1(t_3, t_2) = \varphi_1(t_3, t_1) - \varphi_1(t_2, t_1)$$

$$\varphi_2(t_3, t_2) = \varphi_a(t_2) + \varphi_{f\infty} \cdot [\beta_f(t_3) - \beta_f(t_2)] + 0,4 \cdot \beta_d(t_3, t_2)$$

Para a 3ª etapa, feixe 3, na idade t_3 :

$$\varphi_1(t_4, t_3) = \varphi_1(t_4, t_1) - \varphi_1(t_3, t_1)$$

$$\varphi_2(t_4, t_3) = \varphi_2(t_4, t_2) - \varphi_2(t_3, t_2)$$

$\varphi_3(t_4, t_3) \longrightarrow$ roteiro normal de cálculo.

Para a n -ésima etapa:

$$\varphi_1(t_{n+1}, t_n) = \varphi_1(t_{n+1}, t_1) - \varphi_1(t_n, t_1)$$

$$\varphi_2(t_{n+1}, t_n) = \varphi_2(t_{n+1}, t_2) - \varphi_2(t_n, t_2)$$

$$\varphi_3(t_{n+1}, t_n) = \varphi_3(t_{n+1}, t_3) - \varphi_3(t_n, t_3)$$

.....

$$\varphi_i(t_{n+1}, t_n) = \varphi_i(t_{n+1}, t_i) - \varphi_i(t_n, t_i)$$

.....

$\varphi_n(t_{n+1}, t_n) \longrightarrow$ roteiro normal de cálculo.

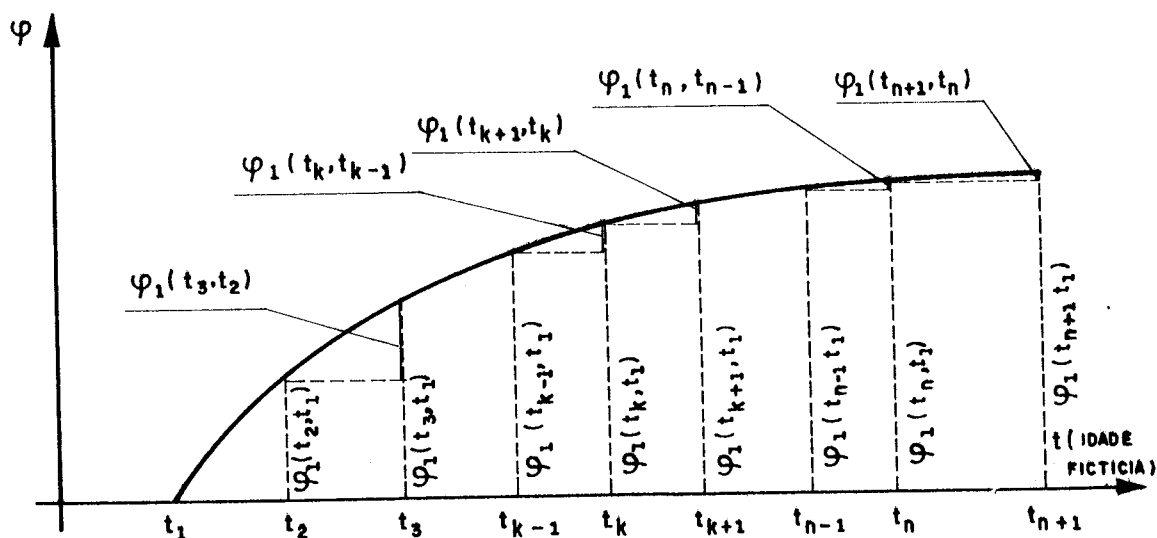


Fig. III.7 - Valores literais de φ para o feixe 1

5 CÁLCULO DAS PERDAS NOS FEIXES DE CABOS

Para a obtenção das perdas na armadura, relativas a uma etapa n , há que distinguir, conforme item anterior, dois casos que poderão ocorrer:

- 1^o Caso – Quando existe protensão de um feixe de cabos com ou sem acréscimo de carga permanente.
- 2^o Caso – Quando não ocorre numa determinada etapa, ação simultânea da protensão e de variação da carga permanente. Este caso é analisado na Parte IV.

No 1^o caso, deve-se resolver n sistemas de equações, para a obtenção das perdas nos feixes entre as idades t_n e t_{n+1} . Cada sistema de equações possui k equações, com k variando de 1 até n . Cada sistema resolvido fornece as perdas no aço e no concreto, e conseqüentemente as tensões na idade da etapa seguinte.

Procede-se a igualdade das deformações progressivas, ocorridas no concreto e no aço de protensão, ao final de cada etapa, para cada nível de feixes, existentes até essa etapa, inclusive o feixe da própria etapa.

Se for uma etapa, $n=1$, tem-se apenas uma equação cuja resolução fornece $\Delta\sigma_{p1,1}$ – perda de protensão no feixe de cabos 1, na etapa 1, compreendida entre as idades t_1 e t_2 .

A deformação no aço é:

$$\frac{\sigma_{p1,1} \cdot \chi_1(t_2, t_1)}{E_p} - \frac{\Delta\sigma_{p1,1} \cdot (1 + \chi_1(t_2, t_1)/2)}{E_p}$$

A deformação no concreto é:

$$\frac{\sigma_{c1,1} \cdot \phi_1(t_2, t_1)}{E_{c28}} - \frac{\Delta\sigma_{c1,1} \cdot (1 + \phi_1(t_2, t_1)/2)}{E_{c28}} + \epsilon_{cs}(t_2, t_1)$$

Efetuada-se a igualdade entre essas deformações, pois se considera uma perfeita aderência entre cabos, bainha e concreto, garantida pela injeção de nata de cimento, logo

após a ancoragem dos cabos, vem:

$$-\Delta\sigma_{p1,1} \cdot (1 + \chi_1(t_2, t_1)/2) + \sigma_{p1,1} \cdot \chi_1(t_2, t_1) = \epsilon_{cs}(t_2, t_1) \cdot E_p + \\ + \alpha_p \cdot \sigma_{c1,1} \cdot \varphi_1(t_2, t_1) - \alpha_p \cdot \Delta\sigma_{c1,1} \cdot (1 + \varphi_1(t_2, t_1)/2)$$

Porém :

$$\frac{\Delta\sigma_{c1,1}}{\Delta\sigma_{p1,1}} = \frac{\sigma_{c1,1}}{\sigma_{p1,1}} \quad \text{ou} \quad \Delta\sigma_{c1,1} = \frac{\sigma_{c1,1}}{\sigma_{p1,1}} \cdot \Delta\sigma_{p1,1}$$

$$(1 + \chi_1(t_2, t_1)/2) \cdot \Delta\sigma_{p1,1} - \alpha_p \cdot (1 + \varphi_1(t_2, t_1)/2) \cdot \frac{\sigma_{c1,1}}{\sigma_{p1,1}} \cdot \Delta\sigma_{p1,1} = \\ = -\epsilon_{cs}(t_2, t_1) \cdot E_p - \alpha_p \cdot \sigma_{c1,1} \cdot \varphi_1(t_2, t_1) + \sigma_{p1,1} \cdot \chi_1(t_2, t_1)$$

Chamando $\chi_{p1,1} = 1 + \chi_1(t_2, t_1)/2$ e $\chi_{c1,1} = 1 + \varphi_1(t_2, t_1)/2$ vem:

$$(\chi_{p1,1} - \alpha_p \cdot \chi_{c1,1}) \cdot \frac{\sigma_{c1,1}}{\sigma_{p1,1}} \Delta\sigma_{p1,1} =$$

$$= -\epsilon_{cs}(t_2, t_1) \cdot E_p - \alpha_p \cdot \sigma_{c1,1} \cdot \varphi_1(t_2, t_1) + \sigma_{p1,1} \cdot \chi_1(t_2, t_1)$$

$$\Delta\sigma_{p1,1} = \frac{-\epsilon_{cs}(t_2, t_1) \cdot E_p - \alpha_p \cdot \sigma_{c1,1} \cdot \varphi_1(t_2, t_1) + \sigma_{p1,1} \cdot \chi_1(t_2, t_1)}{\chi_{p1,1} - \alpha_p \cdot \chi_{c1,1} \cdot \sigma_{c1,1} / \sigma_{p1,1}}$$

$$\frac{\sigma_{c1,1}}{\sigma_{p1,1}} = \left(\frac{-P_{1,1}}{A_c} - \frac{P_{1,1} \cdot \exp_1 \cdot \exp_1}{I_c} \right) / (P_{1,1} / A_{p1}) = - \frac{A_{p1}}{A_c} \cdot \left(1 + \frac{\exp_1^2 \cdot A_c}{I_c} \right)$$

Chamando $\rho_1 = \frac{A_{p1}}{A_c}$, $\left(1 + \frac{\exp_1^2 \cdot A_c}{I_c} \right) = \eta_{1,1}$, então :

$$\Delta\sigma_{p1,1} = \frac{-\epsilon_{cs}(t_2, t_1) \cdot E_p - \alpha_p \cdot \sigma_{c1,1} \cdot \varphi_1(t_2, t_1) + \sigma_{p1,1} \cdot \chi_1(t_2, t_1)}{\chi_{p1,1} + \alpha_p \cdot \chi_{c1,1} \cdot \rho_1 \cdot \eta_{1,1}}$$

Na 2ª etapa de protensão, tempo t_2 , há que calcular as perdas sofridas pelos cabos da 1ª etapa e pelos cabos da 2ª etapa entre as idades t_2 e t_3 . Agora a tensão inicial no feixe 1 é $\sigma_{p1,2} = \sigma_{p1,1} - \Delta\sigma_{p1,1}$, cujo valor deve ser

considerado no cálculo conforme visto anteriormente. A tensão $\sigma_{p2,2}$ é a própria tensão instalada $\sigma_{po,2}$. Nesta etapa há que proceder o equilíbrio das deformações progressivas para os níveis dos feixes 1 e 2.

Para a posição 1, as deformações são:

-No aço:

$$\frac{\sigma_{p1,2} \cdot \chi_1(t_3, t_2)}{E_p} - \frac{\Delta\sigma_{p1,2} \cdot (1 + \chi_1(t_3, t_2)/2)}{E_p}$$

-No concreto:

$$\begin{aligned} & \frac{\sigma_{c1,1} \cdot \varphi_1(t_3, t_2)}{E_{c28}} - \frac{\Delta\sigma_{c1,1} \cdot (1 + \varphi_1(t_3, t_2)/2)}{E_{c28}} + \\ & + \frac{\sigma_{c2,1} \cdot \varphi_1(t_3, t_2)}{E_{c28}} - \frac{\Delta\sigma_{c2,1} \cdot (1 + \varphi_1(t_3, t_2)/2)}{E_{c28}} - \epsilon_{cs}(t_3, t_2) \end{aligned}$$

Para a posição 2, as deformações são :

-No aço:

$$\frac{\sigma_{p2,2} \cdot \chi_2(t_3, t_2)}{E_p} - \frac{\Delta\sigma_{p2,2} \cdot (1 + \chi_2(t_3, t_2)/2)}{E_p}$$

-No concreto:

$$\begin{aligned} & \frac{\sigma_{c1,2} \cdot \varphi_1(t_3, t_2)}{E_{c28}} - \frac{\Delta\sigma_{c1,2} \cdot (1 + \varphi_1(t_3, t_2)/2)}{E_{c28}} + \\ & + \frac{\sigma_{c2,2} \cdot \varphi_2(t_3, t_2)}{E_{c28}} - \frac{\Delta\sigma_{c2,2} \cdot (1 + \varphi_2(t_3, t_2)/2)}{E_{c28}} - \epsilon_{cs}(t_3, t_2) \end{aligned}$$

Igualando essas deformações para as posições 1 e 2 e chamando $\alpha_p = E_p/E_c$,

$$\chi_{p1,2} = 1 + \chi_1(t_3, t_2)/2, \quad \chi_{p2,2} = 1 + \chi_2(t_3, t_2)/2,$$

$$\chi_{c1,2} = 1 + \varphi_1(t_3, t_2)/2, \quad \chi_{c2,2} = 1 + \varphi_2(t_3, t_2)/2, \quad \text{vem:}$$

Na posição 1-

$$(\chi_{p1,2} + \alpha_p \cdot \chi_{c1,2} \cdot \rho_1 \cdot \eta_{1,1}) \Delta\sigma_{p1,2} + \alpha_p \cdot \chi_{c2,2} \cdot \rho_2 \cdot \eta_{2,1} \cdot \Delta\sigma_{p2,2} =$$

$$-E_p \cdot \epsilon_{cs,2} - \alpha_p \cdot (\sigma_{c1,1} \cdot \varphi_{1,2} + \sigma_{c2,1} \cdot \varphi_{2,2}) + \sigma_{p1,2} \cdot \chi_{1,2}$$

Na posição 2-

$$\alpha_p \cdot \chi_{c1,2} \cdot \rho_1 \cdot \eta_{1,2} \cdot \Delta\sigma_{p1,2} + (\chi_{p2,2} + \alpha_p \cdot \chi_{c2,2} \cdot \rho_2 \cdot \eta_{2,2}) \Delta\sigma_{p2,2} =$$

$$= -E_p \cdot \epsilon_{cs,2} - \alpha_p \cdot (\sigma_{c1,2} \cdot \varphi_{1,2} + \sigma_{c2,2} \cdot \varphi_{2,2}) + \sigma_{p2,2} \cdot \chi_{2,2}$$

Colocando sob forma matricial :

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\sigma_{p1,2} \\ \Delta\sigma_{p2,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} ,$$

onde a matriz dos coeficientes é:

$$[A] = \begin{bmatrix} \chi_{p1,2} + \alpha_p \cdot \chi_{c1,2} \cdot \rho_1 \cdot \eta_{1,1} & \alpha_p \cdot \chi_{c2,2} \cdot \rho_2 \cdot \eta_{2,1} \\ \alpha_p \cdot \chi_{c1,2} \cdot \rho_1 \cdot \eta_{1,2} & \chi_{p2,2} + \alpha_p \cdot \chi_{c2,2} \cdot \rho_2 \cdot \eta_{2,2} \end{bmatrix}$$

e o vetor dos termos independentes é:

$$\{B\}_2 = \begin{bmatrix} -E_p \cdot \epsilon_{cs,2} - \alpha_p (\sigma_{c1,1} \cdot \varphi_{1,2} + \sigma_{c2,1} \cdot \varphi_{2,2}) + \sigma_{p1,2} \cdot \chi_{1,2} \\ -E_p \cdot \epsilon_{cs,2} - \alpha_p (\sigma_{c1,2} \cdot \varphi_{1,2} + \sigma_{c2,2} \cdot \varphi_{2,2}) + \sigma_{p2,2} \cdot \chi_{2,2} \end{bmatrix}$$

A solução será dada então por :

$$[DSIGP]_2 = [A]_2^{-1} \cdot \{B\}_2 = \begin{bmatrix} \Delta\sigma_{p1,2} \\ \Delta\sigma_{p2,2} \end{bmatrix}$$

E as tensões nos feixes 1 e 2, para a idade t_3 serão :

$$\begin{bmatrix} \Delta\sigma_{p1,3} \\ \Delta\sigma_{p2,3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{p1,2} \\ \sigma_{p2,2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta\sigma_{p1,2} \\ \Delta\sigma_{p2,2} \end{bmatrix} = [SIGP]_2 - [DSIGP]_2$$

Ocorrendo então a inclusão de um feixe nº 3, na idade t_3 , as tensões serão :

$$[\text{SIGP}]_3 = \begin{bmatrix} \sigma_{p1,3} \\ \sigma_{p2,3} \\ \sigma_{p3,3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{p1,2} \\ \sigma_{p2,2} \\ \sigma_{p0,3} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta\sigma_{p1,2} \\ \Delta\sigma_{p2,2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

De um modo geral para n etapas, a solução é :

$$[\text{DSIGP}]_n = [A]_n^{-1} \cdot \{ B \}_n ,$$

onde a matriz $[A]_n$ é :

$$[A]_n = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1i} & a_{1j} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2i} & a_{2j} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3i} & a_{3j} & \dots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{i1} & a_{i2} & a_{i3} & \dots & a_{ii} & a_{ij} & \dots & a_{in} \\ a_{j1} & a_{j2} & a_{j3} & \dots & a_{ji} & a_{jj} & \dots & a_{jn} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{ni} & a_{nj} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Na qual, os termos da diagonal principal são expressos por:

$$a_{ii} = x_{pi,n} + \alpha_p \cdot x_{ci,n} \cdot \rho_i \cdot \eta_{i,i} , \text{ com } i=1,2,\dots,n.$$

e os termos fora dela são :

$$a_{j,i} = \alpha_p \cdot x_{ci,n} \cdot \rho_i \cdot \eta_{i,j}$$

Na matriz $[A]_n$, os termos da diagonal principal são bem maiores que aqueles fora dela. Ou seja, é uma matriz predominantemente diagonal, o que sugere, para cálculos manuais e com poucas etapas, métodos simplificados conforme CASTANHO [2], onde a perda de tensão em cada feixe sai diretamente sem a resolução de um sistema de equações, bastando resolver uma equação. Porém, com várias etapas de protensão, cujos cálculos deverão ser feitos através de computadores, preferiu-se não efetuar simplificações.

O vetor dos termos independentes é :

$$\{B\}_n = \begin{bmatrix} -E_p \cdot \epsilon_{cs,n} - \alpha_p \left(\sum_{k=1}^n \sigma_{ck,1} \cdot \varphi_{k,n} \right) + \sigma_{p1} \cdot \chi_{1,n} \\ -E_p \cdot \epsilon_{cs,n} - \alpha_p \left(\sum_{k=1}^n \sigma_{ck,2} \cdot \varphi_{k,n} \right) + \sigma_{p2} \cdot \chi_{2,n} \\ -E_p \cdot \epsilon_{cs,n} - \alpha_p \left(\sum_{k=1}^n \sigma_{ck,3} \cdot \varphi_{k,n} \right) + \sigma_{p3} \cdot \chi_{3,n} \\ \dots \dots \dots \\ -E_p \cdot \epsilon_{cs,n} - \alpha_p \left(\sum_{k=1}^n \sigma_{ck,i} \cdot \varphi_{k,n} \right) + \sigma_{pi} \cdot \chi_{i,n} \\ -E_p \cdot \epsilon_{cs,n} - \alpha_p \left(\sum_{k=1}^n \sigma_{ck,j} \cdot \varphi_{k,n} \right) + \sigma_{pj} \cdot \chi_{j,n} \\ \dots \dots \dots \\ -E_p \cdot \epsilon_{cs,n} - \alpha_p \left(\sum_{k=1}^n \sigma_{ck,n} \cdot \varphi_{k,n} \right) + \sigma_{pn} \cdot \chi_{n,n} \end{bmatrix}$$

A matriz coluna das perdas na etapa n é:

$$[DSIGP]_n = \begin{bmatrix} \Delta\sigma_{p1} \\ \Delta\sigma_{p2} \\ \Delta\sigma_{p3} \\ \dots \dots \dots \\ \Delta\sigma_{pi} \\ \Delta\sigma_{pj} \\ \dots \dots \dots \\ \Delta\sigma_{pn} \end{bmatrix}$$

6 PROGRAMA COMPUTACIONAL PROTDIS.FOR

O algoritmo, o modelo de arquivo de dados de entrada e a listagem deste programa, se encontram em Anexo.

7 EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

7.1 Exemplo 1: Seção com duas etapas.

a) Enunciado

Calcular, para a viga da Fig. III.8, a perda de protensão em dois feixes de cabos, do tipo RB, aos 120 dias de idade, sendo a protensão feita em duas etapas. A primeira acontece aos 7 dias, quando o feixe 1 é tracionado com uma tensão $\sigma_{p0,1} = 1309,1$ MPa e mobiliza um momento permanente de $M_{g1} = 429000$ kN.cm. A segunda etapa ocorre aos 53 dias após a primeira, quando o feixe 2 é tracionado com uma tensão $\sigma_{p0,2} = 1309,1$ MPa e mobiliza um momento permanente $M_{g2} = 281000$ kN.cm. Considera-se a temperatura constante e igual a 20°C. O cimento é de endurecimento lento ($\alpha=1$). Demais dados:

$$I_c = 79000000 \text{ cm}^4; \quad \text{Slump} = 8; \quad f_{ck} = 27,60 \text{ MPa}; \quad u_{ar} = 745 \text{ cm};$$

$$A_c = 9100 \text{ cm}^2; \quad f_{ptk} = 1760 \text{ MPa}; \quad E_p = 200000 \text{ MPa}; \quad U = 70\%;$$

$$\text{Feixe 1: } A_{p1} = 33,90 \text{ cm}^2; \quad ex_1 = 108,7 \text{ cm}; \quad \sigma_{p0,1} = 1309,1 \text{ MPa};$$

$$\text{Feixe 2: } A_{p2} = 22,60 \text{ cm}^2; \quad ex_2 = 86,2 \text{ cm}; \quad \sigma_{p0,2} = 1309,1 \text{ MPa}.$$

São os mesmos dados do exemplo 1, da PARTE II, idealizado por CASTANHO [3], porém incluindo-se mais uma etapa de protensão.

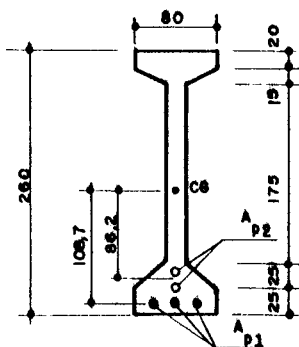


Fig. III.8 - Seção transversal da viga com dois feixes.

b) Arquivo de entrada de dados - PROTDIS.DAT, para
uma idade final de 120 dias .

ARQUIVO PROTDIS.DAT

TITULO

EXEMPLO 1: DUAS ETAPAS - 120 DIAS

SECAO

1

U	AC	UAR	SLUMP	ALFAF
70.	9100.	745.	8	1
FCK	FPTK			

27.60 1760.

TIPO

+++++

RB

EP	IC	HS	HI
200000.	79000000.	136.30	123.70

NETAPA

+++++

2

ETAPA	AP(J)	EX(J)	SIGP(J)	MG(J)
1	33.90	108.7	1309.1	429000.
2	22.60	86.2	1309.1	281000.

NPERA

+++++

1

TA(I)	DELTA(I)
20.	7.

NPERD

+++++

1

```

      TD(I)    DELTD(I)
+++++ .++----- .--
      20.      53.

```

NPERD

+++++

1

```

      TD(I)    DELTD(J)
+++++ .++----- .--
      20.      60.

```

c) Listagem dos resultados

Os resultados são gravados no arquivo PROTDIS.RES e impressos quando necessários.

d) Análise dos resultados

Na primeira etapa, cuja protensão foi aos 7 dias, com apenas 1 feixe de cabos, obteve-se os seguintes resultados:

Tensões no aço -

$$[\text{SIGP}]_1 = [1309,1]; \quad [\text{SIGPF}]_1 = [1224]; \quad [\text{DSIGP}]_1 = [85,1]$$

Tensões no concreto:

- ao nível do feixe 1 -

$$[\text{SIGC}]_1 = [-5,61]; \quad [\text{SIGCF}]_1 = [-4,86]; \quad [\text{DSIGC}]_1 = [-0,75];$$

- na borda inferior -

$$\text{tensão inicial} = -5,71 \text{ MPa}; \quad \text{tensão final} = -4,90 \text{ MPa};$$

- na borda superior -

$$\text{tensão inicial} = -3,96 \text{ MPa}; \quad \text{tensão final} = -4,18 \text{ MPa}.$$

Na segunda etapa, cuja protensão através do feixe 2 ocorreu aos 60 dias os resultados foram os seguintes:

Tensões no aço-

$$[\text{SIGP}]_2 = \begin{bmatrix} 1224,0 \\ 1309,1 \end{bmatrix}; \quad [\text{SIGPF}]_2 = \begin{bmatrix} 1199,7 \\ 1247,8 \end{bmatrix}; \quad [\text{DSIGP}]_2 = \begin{bmatrix} 24,3 \\ 61,3 \end{bmatrix}$$

Tensões no concreto-

- ao nível dos feixes 1 e 2 -

$$[\text{SIGC}]_2 = \begin{bmatrix} -4,86 & -4,80 \\ -2,89 & -2,97 \end{bmatrix} ; \quad [\text{DSIGC}]_2 = \begin{bmatrix} -0,21 & -0,32 \\ -0,18 & -2,60 \end{bmatrix} ;$$

$$[\text{SIGCF}]_2 = \begin{bmatrix} -4,65 & -4,61 \\ -2,58 & -2,69 \end{bmatrix} ; \quad [\text{TENCF}]_2 = \begin{bmatrix} -7,23 & -7,30 \end{bmatrix}$$

- na borda inferior -

tensão inicial = -7,75 MPa ; tensão final = -7,18 MPa ;.

- na borda superior -

tensão inicial = -7,88 MPa ; tensão final = -8,00 MPa.

Analisando-se a matriz de tensões nos feixes, isto é aos 120 dias, observa-se a vantagem da protensão em duas etapas, pois o feixe 2 perdeu apenas 61,3 MPa, enquanto que o feixe 1 perdeu 109,4 MPa (85,1+24,3) de sua tensão inicial. Isso confirma que se for possível realizar a protensão em etapas, seguramente irá propiciar um melhor desempenho da seção e conseqüentemente uma economia de material.

Vale aqui ressaltar que as tensões nos feixes, aos 120 dias de idade, resultaram muito próximas daquelas obtidas no exemplo apresentado por CASTANHO [5]. No citado exemplo, obteve-se as tensões de 1200,3 MPa para o feixe 1 e 1248,2 MPa para o feixe 2, enquanto aqui foram de 1199,7 MPa e 1247,8 MPa, respectivamente.

Para se ter uma idéia mais geral, foram calculadas as perdas nas idades de 180 dias, 1 ano, 5 anos, 10 anos, 15 anos, 20 anos, 30 anos e 50 anos. As perdas nos feixes 1 e 2, nesses tempos finais estão contidas na Tabela III.1 e ilustradas na Fig. III.9.

Como se observa na Fig. III.9, após 20 anos, as perdas nos feixes seguem uma lei quase retilínea. Ainda, a diferença de tensões entre os dois feixes diminui com o decorrer do tempo, passando de 85,1 MPa aos 60 dias para 32,9 MPa aos 18250 dias (50 anos). A perda progressiva aos 50 anos no feixe 1 foi de 17,58 %, enquanto no feixe 2 foi de 15,06%, portanto uma diferença de 2,52 % .

Tab. III.1 - Tensões(MPa) nos feixes 1 e 2 em várias idades.

Idade		Feixe 1		Feixe 2		Diferença
ano(s)	dias	Tensões	Perda	Tensões	Perda	
....	7	1309,1
....	60	1224,0	85,1	1309,1	85,1
....	120	1199,7	109,4	1247,8	61,3	48,1
....	180	1187,3	121,8	1233,2	75,9	45,9
1	365	1164,2	144,9	1207,5	101,6	43,3
5	1825	1114,0	195,1	1153,2	155,9	39,2
10	3650	1099,6	209,5	1137,0	172,1	37,4
15	5400	1093,4	215,7	1129,7	179,4	36,3
20	7300	1089,4	219,7	1124,8	184,3	35,4
30	10950	1084,6	224,5	1118,9	190,2	34,3
50	18250	1079,0	230,1	1111,9	197,2	32,9

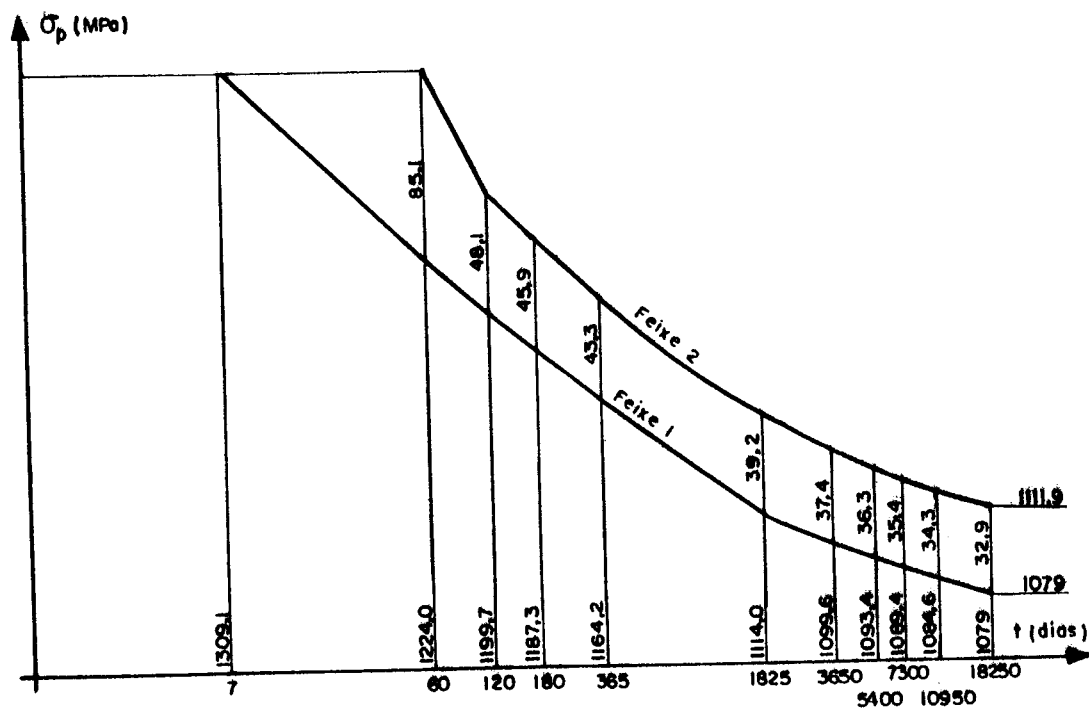


Fig. III.9 - Gráfico das tensões x tempo para os feixes 1 e 2.

Tensões no concreto:

Aos 50 anos de idade resultou a tensão de -5,46 MPa ao nível do feixe nº 1 e de -5,74 MPa ao nível do feixe nº 2.

7.2 Exemplo 2 : Seção com duas etapas muito próximas.

a) Enunciado

Calcular as perdas de protensão em dois feixes de cabos, do tipo RB, nas idades abaixo, sendo a protensão feita em duas etapas. A primeira acontece aos 7 dias, quando o feixe 1 é tracionado com uma tensão $\sigma_{p o, 1} = 1309,1$ MPa e mobiliza um momento permanente $M_{g1} = 429000$ kN.cm. A segunda etapa ocorre 1(um) dia após a primeira, quando o feixe 2 é tracionado com uma tensão $\sigma_{p o, 2} = 1309,1$ MPa e mobiliza um momento permanente $M_{g2} = 281000$ kN.cm. Devem ser calculadas as perdas nos feixes, às idades de 60 dias, 120 dias, 180 dias e também para 1, 5, 10, 15, 20, 30 e 50 anos. Os demais dados são semelhantes aos do exemplo 1.

b) Resultados obtidos para várias idades

Tab. III.2 - Tensões (MPa) nos feixes 1 e 2 em várias idades quando a protensão se realiza com um dia de diferença.

Idade		Feixe 1		Feixe 2		Diferença
ano(s)	dias	Tensões	Perda	Tensões	Perda	
....	7	1309,1
....	8	1269,6	39,5	1309,1	39,5
....	60	1208,1	101,0	1223,4	85,7	15,3
....	120	1188,7	120,4	1203,4	105,7	14,7
....	180	1176,6	132,5	1190,9	118,2	14,3
1	365	1153,9	155,2	1167,4	141,7	13,5
5	1825	1104,2	204,9	1155,5	193,6	11,3
10	3650	1089,6	219,5	1099,9	209,2	10,3
15	5400	1083,2	225,9	1093,0	216,1	9,8
20	7300	1079,0	230,3	1088,3	220,8	9,3
30	10950	1073,9	235,2	1082,6	226,5	8,7
50	18250	1067,9	241,2	1075,9	233,2	8,0

Tensões nos feixes:

Comparando-se os resultados das Tabs. III.1 e III.2 fica evidente a vantagem da protensão em duas etapas mais distanciadas (53 dias), pois no feixe 1, do exemplo 1, resultou uma tensão maior que a do feixe 1 do exemplo 2, ou seja $1079,0 > 1067,9$. A vantagem maior foi no feixe 2, pois para 50 anos, a tensão no aço foi de 1111,9 MPa quando tracionado aos 60 dias (exemplo 1) e foi de 1075,9 MPa quando tracionado aos 8 dias (exemplo 2), portanto uma diferença de 36 MPa - o que representa 2,75% da tensão inicial (1309,1 MPa).

Tensões no concreto:

Aos 50 anos de idade resultou a tensão de -5,18 MPa ao nível do feixe nº 1 e de -5,48 MPa ao nível do feixe nº 2.

7.3 Exemplo 3: Seção com duas etapas de carregamento sendo a primeira aos 28 dias.

a) Enunciado

Considerar os mesmos dados do exemplo 7.1, com exceção da idade da 1ª protensão, que aqui ocorre aos 28 dias.

b) Arquivo de entrada de dados - PROTDIS.DAT, para uma idade final de 50 anos (18250 dias).

ARQUIVO PROTDIS.DAT

TITULO

EXEMPLO 3: DUAS ETAPAS - 18250 DIAS

SECAO

1

U

AC

UAR

SLUMP ALFAF

+++++.+++-----.-+++.+++-----++++

70. 9100. 745. 8 1
 FCK FPTK

+++++++.++-----.--
 27.60 1760.

TIPO

+++++
 RB

EP	IC	HS	HI
200000.	79000000.	136.30	123.70

NETAPA

+++++
 2

ETAPA	AP(J)	EX(J)	SIGP(J)	MG(J)
1	33.90	108.7	1309.1	429000.
2	22.60	86.2	1309.1	281000.

NPERA

+++++
 1

TA(I)	DELTA(I)
20.	28.

NPERD

+++++
 1

TD(I)	DELTD(I)
20.	32.

NPERD

+++++
 1

TD(I)	DELTD(J)
20.	18190.

c) Resultados obtidos para várias idades

Tensões nos feixes:

Aos 50 anos, resultou no feixe 1, uma tensão de 1096,0 MPa e no feixe 2 uma tensão de 1109,9 MPa. A perda no feixe 1 foi de 16,28% enquanto no feixe 2 foi de 15,22%, portanto uma diferença de 1,06%.

Tensões no concreto:

Aos 50 anos de idade resultou a tensão de -5,60 MPa ao nível do feixe nº 1 e de -5,86 MPa ao nível do feixe nº2.

Na borda inferior resultou uma tensão de -5,43 MPa e na borda superior uma tensão de -8,39 MPa.

Tab. III.3 -Tensões nos feixes 1 e 2 em várias idades quando a protensão se realiza aos 28 e aos 60 dias de idade.

Idade		Feixe 1		Feixe 2		Diferença
ano(s)	dias	Tensões	Perda	Tensões	Perda	
....	28	1309,1
....	60	1248,9	60,2	1309,1	60,2
....	120	1222,3	86,8	1247,0	62,1	24,7
....	180	1208,9	100,2	1232,1	77,0	23,2
1	365	1184,7	124,4	1206,1	103,0	21,4
5	1825	1132,9	176,2	1151,3	157,8	18,4
10	3650	1117,9	191,2	1135,0	174,1	17,1
15	5400	1111,4	197,7	1127,8	181,3	16,4
20	7300	1107,1	202,0	1122,9	186,2	15,8
30	10950	1102,0	207,1	1116,9	192,2	14,9
50	1825	1096,0	213,1	1109,9	199,2	13,9

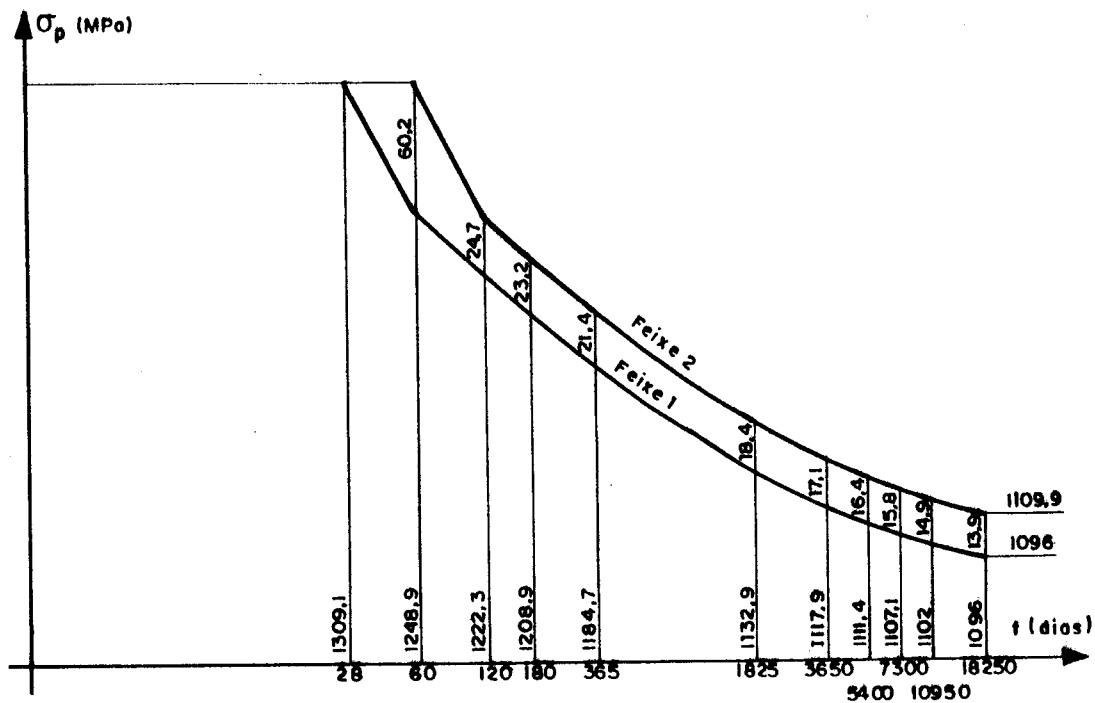


Fig. III.10 - Gráfico das tensões nos feixes 1 e 2, quando a primeira protensão ocorre aos 28 dias.

7.4 Comparação dos resultados

Apresenta-se na Tab. III.4, para a seção da peça analisada nos exemplos 7.1, 7.2 e 7.3, as tensões nos feixes e as tensões no concreto, ao nível dos feixes, para a idade de 50 anos.

Tab. III.4 - Tensões aos 50 anos para os exemplos analisados.

E X E M P.	Idade na pro- tensão (dias)		TENSÕES AOS 50 ANOS (MPa)			
			No concreto		Nos feixes	
	Feixe1	Feixe2	Nível do Feixe 1	Nível do Feixe 2	Feixe 1	Feixe 2
7.1	7	60	-5,46	-5,74	1079,0	1111,9
7.2	7	8	-5,18	-5,48	1067,9	1075,9
7.3	28	60	-5,60	-5,86	1096,0	1109,9

Observa-se que as operações de protensão e carregamento, segundo o exemplo 7.3 conduzem a um melhor desempenho da protensão pois resultaram maiores tensões de compressão no concreto, quando comparadas com aquelas dos exemplos 7.1 e 7.2. Isso evidencia o efeito da maturidade do concreto, pois no exemplo 7.3, a primeira protensão ocorre aos 28 dias de idade, enquanto que nos outros exemplos, ela ocorre aos 7 dias de idade.

Quando se compara os exemplos 7.1 e 7.2 é notório um melhor desempenho na seção do exemplo 7.1, pois nesta, resultaram maiores tensões no concreto, bem como maiores tensões nos feixes, pelo fato da segunda protensão ocorrer aos 60 dias, enquanto no exemplo 7.2 ela ocorre aos 8 dias.

À luz desta análise, comprova-se duas ocorrências que se possível devem ser obedecidas, para melhorar o desempenho de uma peça em concreto protendido:

- executar a primeira protensão com a maior idade possível para o concreto;
- dar, dentro das possibilidades do cronograma de construção, o máximo intervalo de tempo entre uma protensão e outra.

8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7197 Projeto de estruturas de concreto protendido. p.11-23
- [2] CASTANHO, José Lourenço B.A. Métodos simplificados de cálculo para a solução de problemas ligados às variações de tensão ao longo do tempo em peças de concreto protendido. p.1-30
- [3] CASTANHO, José Lourenço B.A. Exemplo de aplicação da NBR-7197 no cálculo das variações de tensão no aço e no concreto, devidas as perdas diferidas. p.1-29
- [4] Id. *ibid.*, p.1-29

IV - ACRÉSCIMO DE PROTENSÃO OU DE CARGA PERMANENTE EM ETAPAS QUAISQUER

1 PRELIMINARES

Este estudo é interessante sob o ponto de vista prático, pois geralmente ocorrem acréscimos de cargas permanentes em épocas diversas, sem que haja protensão ou vice-versa, isto é, ocorrência de protensão, sem variação de carga permanente.

No caso de edificações é comum, após a protensão estar concluída ou não, a peça protendida receber cargas oriundas de lajes, paredes, revestimentos, enchimentos, etc. Ainda é possível, ocorrer complementações da protensão, em épocas tais, de modo que não hajam inclusões simultâneas de cargas permanentes.

No caso de pontes, passarelas e viadutos, as referidas ações também poderão não serem simultâneas quando, após a protensão da superestrutura, executam-se guarda-rodas, passeios, guarda-corpos, pavimentação, etc.

De um modo quase geral, a hipótese da não simultaneidade das ações ocorre sempre após a 1ª etapa, pois

nesta, a protensão mobiliza cargas permanentes, exceto em casos raros, como por exemplo protensão centrada e protensão em pilares.

Na prática dos escritórios, a maioria dos cálculos é conduzida de maneira que as ações (carregamento permanente e protensão), sejam consideradas de modo simultâneo. Pretende-se com este trabalho, mostrar os procedimentos para a automatização de cálculo das perdas progressivas quando as ações não são simultâneas. Com base nos exemplos processados, pretende-se também refletir sobre as diferenças de resultados das perdas na armadura ativa e no concreto, quando se considera a superposição de protensão e carregamento permanente em etapa única.

As hipóteses de cálculo para a obtenção dos coeficientes de retração do concreto, fluência do concreto e relaxação do aço são conforme a Parte II, deste trabalho.

2 TENSÕES NO CONCRETO

As matrizes de tensões no concreto foram definidas na Parte II. A matriz de tensões no início da etapa n , expressa-se por :

$$[\text{SIGC}] = [\text{SIGCG}] - [\text{ROSIGP}] \cdot [\text{ETA}]$$

A matriz de tensões no final da etapa n , expressa-se por:

$$[\text{SIGCF}] = [\text{SIGC}] - [\text{DSIGC}] .$$

Nesta análise, a matriz $[\text{SIGC}]_k$, de uma etapa k , tem sua ordem aumentada, em relação a ordem da matriz $[\text{SIGC}]_{k-1}$, de uma linha e uma coluna, quando há protensão na etapa k , conforme a Fig. IV.1a.

Quando ocorre apenas carregamento permanente, a matriz $[\text{SIGC}]_k$ é formada pela matriz $[\text{SIGCF}]_{k-1}$, na qual acresce-se uma linha relativa as tensões introduzidas pelo carregamento da etapa k , ao nível de cada feixe existente, conforme Fig. IV.1b.

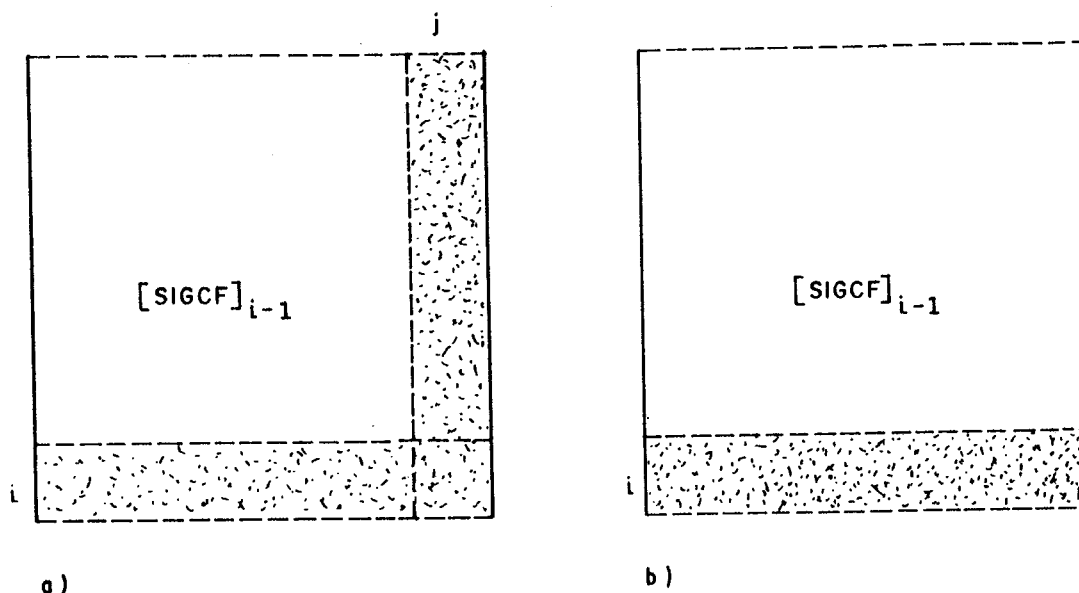


Fig. IV.1 - Ilustração das matrizes de tensões iniciais no concreto: a) Quando há protensão na etapa;
b) Quando não há protensão na etapa.

3 TENSÕES NOS FEIXES DE CABOS

3.1 Tensões iniciais de uma etapa

É necessário ter em cada etapa k , a tensão inicial no aço de um feixe i , para calcular os coeficientes de fluência do aço, $\chi_i(t_{k+1}, t_k) = \chi_{i,k}$, e montar as i equações, cuja resolução fornece as perdas nos i feixes de cabos, no intervalo $t_k - t_{k-1}$.

A tensão inicial em cada feixe de cabos será designada por σ_p e levará duplo índice, sendo o primeiro para designar o feixe e o segundo para designar a etapa.

- Assim:- $\sigma_{p1,1}$ é a tensão inicial no feixe 1 na etapa 1;
 - $\sigma_{p1,2}$ é a tensão inicial no feixe 1 na etapa 2;
 - $\sigma_{pi,k}$ é a tensão inicial no feixe i na etapa k ;

Para k etapas, com i feixes tracionados, o vetor é:

$$\{ \text{SIGP} \}_k = \begin{bmatrix} \sigma_{p1,k} \\ \sigma_{p2,k} \\ \sigma_{p3,k} \\ \dots \\ \sigma_{pi,k} \end{bmatrix}$$

Esse vetor é obtido a partir do vetor de tensões finais $\{ \text{SIGPF} \}_{k-1}$, isto é, da etapa anterior $k-1$, com roteiros distintos conforme a ocorrência ou não de feixe tracionado na etapa k :

- Não havendo feixe i , tracionado na etapa k , o vetor $\{ \text{SIGP} \}_k$ será obtido pela superposição das tensões finais da etapa $k-1$ com as tensões de tração nos feixes $i-1$, geradas pelo carregamento M_{gk} , tal como em concreto armado.

$$\{ \text{SIGP} \}_k = \{ \text{SIGPF} \}_{k-1} + \{ \text{SIGPG} \}_k$$

$$\text{OU: } \begin{bmatrix} \sigma_{p1,k} \\ \sigma_{p2,k} \\ \sigma_{p3,k} \\ \dots \\ \sigma_{p(i-1),k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{pf1,k-1} \\ \sigma_{pf2,k-1} \\ \sigma_{pf3,k-1} \\ \dots \\ \sigma_{pf(i-1),k-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sigma_{pg1,k} \\ \sigma_{pg2,k} \\ \sigma_{pg3,k} \\ \dots \\ \sigma_{pg(i-1),k} \end{bmatrix}$$

O vetor de tensões finais da etapa $k-1$ é obtido por:
 $\{ \text{SIGPF} \}_{k-1} = \{ \text{SIGP} \}_{k-1} - \{ \text{DSIGP} \}_{k-1}$ ou

$$\{ \text{SIGPF} \}_{k-1} = \begin{bmatrix} \sigma_{p1,k-1} \\ \sigma_{p2,k-1} \\ \sigma_{p3,k-1} \\ \dots \\ \sigma_{p(i-1),k-1} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta\sigma_{p1,k-1} \\ \Delta\sigma_{p2,k-1} \\ \Delta\sigma_{p3,k-1} \\ \dots \\ \Delta\sigma_{p(i-1),k-1} \end{bmatrix}$$

sendo $\{ \text{DSIGP} \}_{k-1}$, as perdas progressivas ocorridas nos $i-1$ feixes durante o intervalo de tempo $t_k - t_{k-1}$.

O vetor das tensões no aço $\{ \text{SIGPG} \}_k$, gerado pelo momento M_{gk} é calculado pela expressão:

$$\{ \text{SIGPG} \}_k = \frac{\alpha_p \cdot M_{gk}}{I_c} \cdot \begin{bmatrix} \text{ex}_1 \\ \text{ex}_2 \\ \text{ex}_3 \\ \dots \\ \text{ex}_{i-1} \end{bmatrix}$$

Nesse caso o vetor $\{ \text{SIGP} \}_k$ tem o mesmo número de linhas do vetor $\{ \text{SIGP} \}_{k-1}$.

-Havendo um feixe i , tracionado na etapa k , supõe-se que o vetor $\{ \text{SIGP} \}_k$ é obtido tal como na parte anterior e expresso por:

$$\{ \text{SIGP} \}_k = \begin{bmatrix} \{ \text{SIGPF} \}_{k-1} \\ \sigma_{pi,k} \end{bmatrix},$$

portanto é formado pelo vetor das tensões finais da etapa $k-1$, acrescido de uma linha correspondente a tensão inicial no feixe $i \rightarrow \sigma_{po,i}$.

Não está sendo considerada, por ocasião do tracionamento do feixe i , a variação de tensão devida ao encurtamento elástico do concreto, nos $i-1$ feixes anteriormente tracionados, ancorados e aderidos ao concreto. Ainda, nessa etapa k , o feixe i mobiliza um M_{gk} e despreza-se a variação de tensões, nos $i-1$ feixes, causada por M_{gk} . Se não for possível aplicar a carga permanente, simultaneamente com a protensão da etapa k , então considera-se $M_{gk}=0$ e calculam-se as perdas progressivas com mais uma etapa $k+1$, onde terá a atuação de um $M_{g(k+1)}$, sem protensão, recaindo no caso anterior.

3.2 Tensões finais de uma etapa

Não havendo feixe tracionado na etapa k , o vetor das tensões finais será :

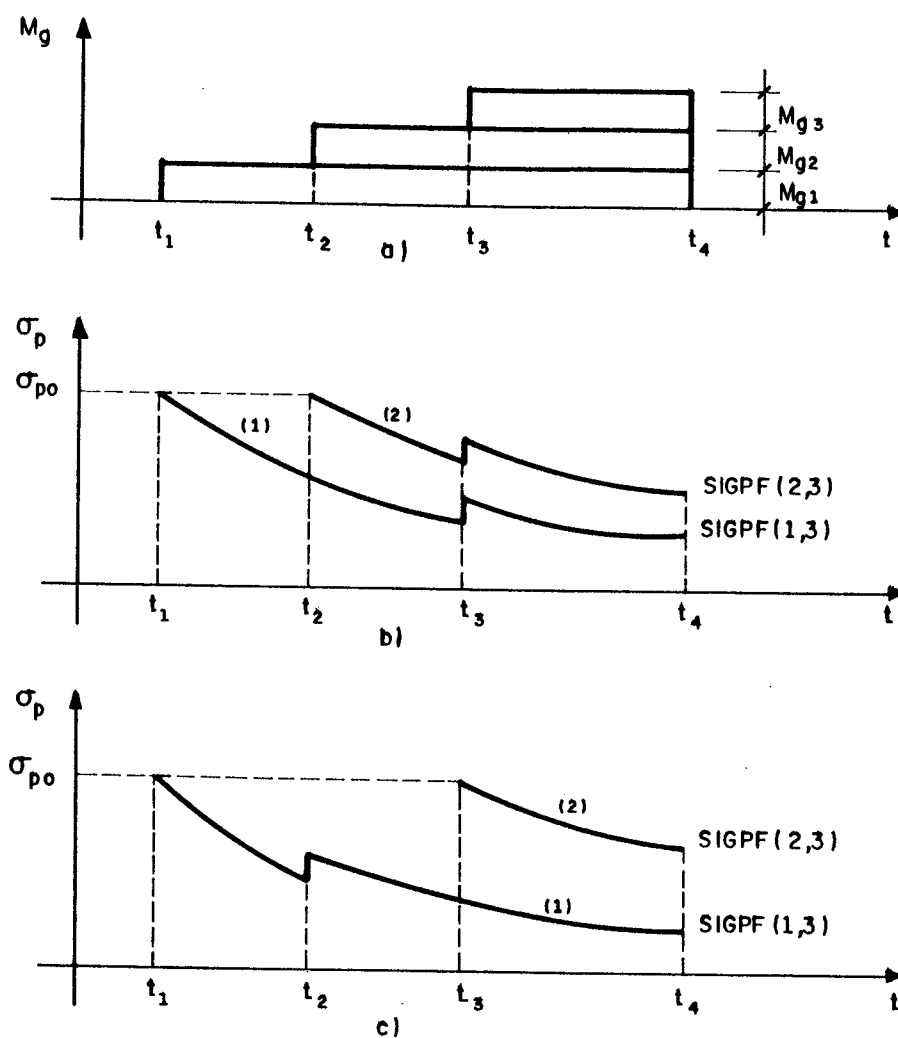


Fig. IV.2 - a) Momentos fletores de cargas permanentes;
 b) Tensões nos feixes, tracionados em t_1 e t_2 ;
 c) Tensões nos feixes, tracionados em t_1 e t_3 .

Caso ab - O feixe 2 é tracionado na 2ª etapa .

No início da etapa 1, a matriz de tensões no concreto é $[SIGC]_1 = [\sigma_{c1,1}]$, e ao final da etapa 1 ela é

$$[SIGCF]_1 = [\sigma_{c1,1} - \Delta\sigma_{c1,1}] = [\sigma_{cf1,1}]$$

No início da etapa 2, a matriz de tensões no

concreto é $[\text{SIGC}]_2 = \begin{bmatrix} \sigma_{c1,1}^* & \sigma_{c1,2} \\ \sigma_{c2,1} & \sigma_{c2,2} \end{bmatrix}_2$

onde a ordem cresceu uma linha e uma coluna em relação a anterior e o coeficiente $\sigma_{c1,1}^* = \sigma_{cf1,1}$ ou seja, a tensão final da etapa anterior.

Ao final da etapa 2, a matriz de tensões no concreto

é: $[\text{SIGCF}]_2 = \begin{bmatrix} \sigma_{cf1,1} & \sigma_{cf1,2} \\ \sigma_{cf2,1} & \sigma_{cf2,2} \end{bmatrix}_2$

No início da etapa 3, a matriz de tensões no

concreto é: $[\text{SIGC}]_3 = \begin{bmatrix} [\text{SIGCF}]_2 \\ \sigma_{c3,1} & \sigma_{c3,2} \end{bmatrix}_3$,

e ao final é $[\text{SIGCF}]_3 = \begin{bmatrix} \sigma_{cf1,1} & \sigma_{cf1,2} \\ \sigma_{cf2,1} & \sigma_{cf2,2} \\ \sigma_{cf3,1} & \sigma_{cf3,2} \end{bmatrix}_3$

Para cada nível, somando-se as colunas da matriz [SIGC], obtém-se a tensão normal correspondente. Assim:

$$[\text{TENCFN}] = [\text{SIGN}_1 \quad \text{SIGN}_2].$$

Como nas etapas 1 e 2 os procedimentos são conforme parte anterior, mostra-se o que ocorre na etapa 3, onde acontece apenas a inclusão de um momento fletor M_{g3} . A matriz de tensões no concreto é:

$$[\text{SIGC}]_3 = \begin{bmatrix} \sigma_{c1,1} & \sigma_{c1,2} \\ \sigma_{c2,1} & \sigma_{c2,2} \\ \sigma_{c3,1} & \sigma_{c3,2} \end{bmatrix}_3 \quad \text{onde} \quad \begin{bmatrix} \sigma_{c1,1} & \sigma_{c1,2} \\ \sigma_{c2,1} & \sigma_{c2,2} \end{bmatrix}_2 = [\text{SIGCF}]_2$$

e as tensões da 3ª linha são calculadas pelas expressões elementares da Resistência dos Materiais:

$$\sigma_{c3,1} = \frac{M_{g3} \cdot ex_1}{I_c} \quad \text{e} \quad \sigma_{c3,2} = \frac{M_{g3} \cdot ex_2}{I_c}$$

A retração é calculada normalmente entre as idades t_3 e t_4 e designada por $\epsilon_{c3,3}$, conforme Parte II.

Como as tensões são introduzidas em três etapas, há que calcular os coeficientes de fluência no período t_4-t_3 , observando em quais etapas foram aplicadas as cargas e as protensões. Então procede-se para o cálculo desses coeficientes, de maneira idêntica ao anteriormente visto, ou seja :

$$\varphi_1(t_4, t_3) = \varphi_1(t_4, t_1) - \varphi_1(t_3, t_1) = \varphi_{1,3}$$

$$\varphi_2(t_4, t_3) = \varphi_2(t_4, t_2) - \varphi_2(t_3, t_2) = \varphi_{2,3}$$

$$\varphi_3(t_4, t_3) = \varphi_{3,3} \text{ (cálculo normal no intervalo de tempo } t_4-t_3\text{)}.$$

Nesta terceira etapa, deve-se proceder o equilíbrio das deformações longitudinais específicas aos níveis 1 e 2. Então a ordem do sistema permanece tal qual na etapa anterior. Para a posição 1, as deformações são :

-no aço :

$$\frac{\sigma_{p1,3} \cdot \chi_1(t_4, t_3)}{E_p} - \frac{\Delta\sigma_{p1,3} \cdot (1 + \chi_1(t_4, t_3)/2)}{E_p}$$

-no concreto :

$$\begin{aligned} & \frac{\sigma_{c1,1} \cdot \varphi_1(t_4, t_3)}{E_{c28}} - \frac{\Delta\sigma_{c1,1} \cdot (1 + \varphi_1(t_4, t_3)/2)}{E_{c28}} + \frac{\sigma_{c2,1} \cdot \varphi_2(t_4, t_3)}{E_{c28}} + \\ & - \frac{\Delta\sigma_{c2,1} \cdot (1 + \varphi_2(t_4, t_3)/2)}{E_{c28}} + \frac{\sigma_{c3,1} \cdot \varphi_{3,3}}{E_{c28}} - \frac{\Delta\sigma_{31} \cdot (1 + \varphi_{3,3}/2)}{E_{c28}} + \\ & + \epsilon_{c3}(t_4, t_3) \end{aligned}$$

$\Delta\sigma_{c3,1} = 0$, pois o carregamento 3, sendo apenas uma carga permanente e não uma protensão, não varia. Quando existirem carregamentos especiais que crescem ou decrescem de valores conhecidos no intervalo de tempo considerado é possível a sua consideração. Por exemplo, aumento ou diminuição do

nível d'água numa barragem de concreto com contrafortes protendidos, quando o tempo para encher ou esvaziar o reservatório é considerável (alguns dias).

Para a posição 2, as deformações são :

-No aço:

$$\frac{\sigma_{p2,3} \cdot \chi_2(t_4, t_3)}{E_p} - \frac{\Delta\sigma_{p2,3} \cdot (1 + \chi_2(t_4, t_3)/2)}{E_p}$$

-No concreto:

$$\begin{aligned} & \frac{\sigma_{c1,2} \cdot \varphi_1(t_4, t_3)}{E_{c28}} - \frac{\Delta\sigma_{c1,2} \cdot (1 + \varphi_1(t_4, t_3)/2)}{E_{c28}} + \\ & + \frac{\sigma_{c2,2} \cdot \varphi_2(t_4, t_3)}{E_{c28}} - \frac{\Delta\sigma_{c2,2} \cdot (1 + \varphi_2(t_4, t_3)/2)}{E_{c28}} + \epsilon_{cs}(t_4, t_3) \end{aligned}$$

Igualando-se as deformações no aço e no concreto, ao nível do feixe 1 e chamando :

$$\begin{aligned} \alpha_p &= E_p / E_c, & \chi_{p1,3} &= 1 + \chi_{1,3}/2, \\ \chi_{c1,3} &= 1 + \varphi_{1,3}/2, & \chi_{c2,3} &= 1 + \varphi_{2,3}/2, \text{ vem:} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha_p \cdot (\sigma_{c1,1} \cdot \varphi_{1,3} + \sigma_{c2,1} \cdot \varphi_{2,3} + \sigma_{c3,1} \cdot \varphi_{3,3}) - \alpha_p \cdot \Delta\sigma_{c1,1} \cdot (1 + \varphi_{1,3}/2) + \\ - \alpha_p \cdot \Delta\sigma_{c2,1} \cdot (1 + \varphi_{2,3}/2) + \epsilon_{cs,3} \cdot E_p = \sigma_{p1,3} \cdot \chi_{1,3} - \Delta\sigma_{p1,3} \cdot (1 + \chi_{1,3}/2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_{p1,3} \cdot \chi_{p1,3} - \alpha_p \cdot (\Delta\sigma_{c1,1} \cdot \chi_{c1,3} + \Delta\sigma_{c2,1} \cdot \chi_{c2,3}) = \\ = -\alpha_p \cdot (\sigma_{c1,1} \cdot \varphi_{1,3} + \sigma_{c2,1} \cdot \varphi_{2,3} + \sigma_{c3,1} \cdot \varphi_{3,3}) - \epsilon_{cs,3} \cdot E_p + \sigma_{p1,3} \cdot \chi_{1,3} \end{aligned}$$

Utilizando-se as relações,

$$\frac{\Delta\sigma_{c1,1}}{\Delta\sigma_{p1,3}} = \frac{\sigma_{c1,1}}{\sigma_{p1,3}} \quad \text{ou} \quad \Delta\sigma_{c1,1} = \frac{\sigma_{c1,1}}{\sigma_{p1,3}} \cdot \Delta\sigma_{p1,3}$$

$$e \quad \frac{\Delta\sigma_{c2,1}}{\Delta\sigma_{p2,3}} = \frac{\sigma_{c2,1}}{\sigma_{p2,3}} \quad \text{ou} \quad \Delta\sigma_{c2,1} = \frac{\sigma_{c2,1}}{\sigma_{p2,3}} \cdot \Delta\sigma_{p2,3}$$

$$\text{ainda} \quad \frac{\sigma_{c1,1}}{\sigma_{p1,3}} = -\rho_1 \cdot \eta_{1,1} \quad e \quad \frac{\sigma_{c2,1}}{\sigma_{p2,3}} = -\rho_2 \cdot \eta_{2,1}, \quad \text{tem-se:}$$

$$\begin{aligned} & (\chi_{p1,3} + \alpha_p \cdot \chi_{c1,3} \cdot \rho_1 \cdot \eta_{1,1}) \Delta\sigma_{p1,3} + \alpha_p \cdot \chi_{c2,3} \cdot \rho_2 \cdot \eta_{2,1} \cdot \Delta\sigma_{p2,3} = \\ & -E_p \cdot \epsilon_{cs,3} - \alpha_p \cdot \sum_{k=1}^3 (\sigma_{ck,1} \cdot \varphi_{k,3}) + \sigma_{p1,3} \cdot \chi_{1,3} \end{aligned}$$

De maneira análoga, efetuando-se a igualdade de deformações para a posição 2 :-

$$\begin{aligned} & \alpha_p \cdot \chi_{c1,3} \cdot \rho_1 \cdot \eta_{1,2} \cdot \Delta\sigma_{p1,3} + (\chi_{p2,3} + \alpha_p \cdot \chi_{c2,3} \cdot \rho_2 \cdot \eta_{2,2}) \Delta\sigma_{p2,3} = \\ & -E_p \cdot \epsilon_{cs,3} - \alpha_p \cdot \sum_{k=1}^3 (\sigma_{ck,2} \cdot \varphi_{k,3}) + \sigma_{p2,3} \cdot \chi_{2,3} \end{aligned}$$

Então trata-se de um sistema do tipo:

$$[A] \cdot [DSIGP] = \{B\}, \quad \text{onde:}$$

$$[A]_3 = \begin{bmatrix} \chi_{p1,3} + \alpha_p \cdot \chi_{c1,3} \cdot \rho_1 \cdot \eta_{1,1} & \alpha_p \cdot \chi_{c2,3} \cdot \rho_2 \cdot \eta_{2,1} \\ \alpha_p \cdot \chi_{c1,3} \cdot \rho_1 \cdot \eta_{1,2} & \chi_{p2,3} + \alpha_p \cdot \chi_{c2,3} \cdot \rho_2 \cdot \eta_{2,2} \end{bmatrix}$$

e o vetor dos termos independentes é :

$$\{B\}_3 = \begin{bmatrix} -E_p \cdot \epsilon_{cs,3} - \alpha_p \cdot \sum_{k=1}^3 (\sigma_{ck,1} \cdot \varphi_{k,3}) + \sigma_{p1,3} \cdot \chi_{1,3} \\ -E_p \cdot \epsilon_{cs,3} - \alpha_p \cdot \sum_{k=1}^3 (\sigma_{ck,2} \cdot \varphi_{k,3}) + \sigma_{p2,3} \cdot \chi_{2,3} \end{bmatrix}$$

A solução será dada então por :

$$[DSIGP]_3 = [A]_3^{-1} \cdot \{B\}_3 = \begin{bmatrix} \Delta\sigma_{p1,3} \\ \Delta\sigma_{p2,3} \end{bmatrix}$$

E as tensões finais nos feixes 1 e 2, para a idade t_4 , serão :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{pf1,3} \\ \sigma_{pf2,3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{p1,3} \\ \sigma_{p2,3} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta\sigma_{p1,3} \\ \Delta\sigma_{p2,3} \end{bmatrix} = [SIGP]_3 - [DSIGP]_3$$

No vetor dos termos independentes {B}, deve-se considerar que as tensões iniciais nos feixes são:

$\{SIGP\}_3 = \{SIGPF\}_2 + \{SIGPG\}_3$, onde $\{SIGPG\}_3$ é vetor de tensões causadas pelo carregamento da etapa 3. No caso, é calculado como em concreto armado, e os coeficientes são:

$$\sigma_{pg1,3} = \alpha_p \cdot M_{g3} \cdot ex_1 / I_c \quad e \quad \sigma_{pg2,3} = \alpha_p \cdot M_{g3} \cdot ex_2 / I_c$$

$$\text{então } [SIGP]_3 = \begin{bmatrix} \sigma_{pf1,2} + \sigma_{pg1,3} \\ \sigma_{pf2,2} + \sigma_{pg2,3} \end{bmatrix}$$

Caso ac - O feixe 2 é tracionado na 3ª etapa.

Neste caso a matriz de tensões iniciais no concreto, para a 3ª etapa é:

$$[SIGC]_3 = \begin{bmatrix} \sigma_{c1,1} & \sigma_{c1,2} \\ \sigma_{c2,1} & \sigma_{c2,2} \\ \sigma_{c3,1} & \sigma_{c3,2} \end{bmatrix}, \text{ cuja sub-matriz } \begin{bmatrix} \sigma_{c1,1} \\ \sigma_{c2,1} \end{bmatrix}$$

é a matriz de tensões finais da fase anterior $[SIGCF]_2$, obtida na etapa 2, através de procedimento semelhante ao caso ab, na etapa 3.

4.2 Solução geral para as perdas nos feixes

Para i feixes tracionados até a etapa k , a solução geral é:

$$\{DSIGP\}_k = [A]_k^{-1} \cdot \{B\}_k,$$

onde a matriz $[A]_k$ é de ordem ixi , e os termos da diagonal principal são expressos por:

$$a_{ii} = x_{pi,k} + \alpha_p \cdot x_{ci,k} \cdot \rho_i \cdot \eta_{i,i}, \quad \text{com } i=1,2,\dots,k.$$

e os termos fora dela são:

$$a_{i,j} = \alpha_p \cdot x_{cj,k} \cdot \rho_j \cdot \eta_{j,i}, \quad \text{sendo } i \rightarrow \text{linha e } j \rightarrow \text{coluna.}$$

O vetor {B} é de ordem $i \times 1$, onde um coeficiente da linha i ,

$$é : \quad b_i = -E_p \cdot \epsilon_{cs,k} - \alpha_p \left(\sum_{j=1}^k \sigma_{cj,i} \cdot \varphi_{j,k} \right) + \sigma_{pi,k} \cdot \chi_{i,k}$$

sendo sempre $i \leq k$.

$$\text{O vetor } \{DSIGP\}_k, \text{ de ordem } i \times 1 \text{ é: } [DSIGP]_k = \begin{bmatrix} \Delta\sigma_{p1} \\ \Delta\sigma_{p2} \\ \Delta\sigma_{p3} \\ \dots \\ \Delta\sigma_{pi} \end{bmatrix}$$

5 PROGRAMA COMPUTACIONAL CARDIS.FOR

O algoritmo, o modelo de arquivos de dados de entrada e a listagem deste programa, se encontram em Anexo.

6 EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

6.1 Exemplo 1: Seção com três etapas de carregamento e duas etapas de protensão consecutivas.

a) Enunciado

Calcular a perda de protensão em dois feixes de cabos, do tipo RB, aos 180 dias de idade, sendo a protensão feita em duas etapas. A primeira acontece aos 7 dias, quando o feixe 1 é tracionado com uma tensão $\sigma_{p0,1} = 1309,1$ MPa e mobiliza um momento permanente $M_{g1} = 429000$ kN.cm. A segunda etapa ocorre aos 53 dias após a primeira, quando o feixe 2 é tracionado com uma tensão $\sigma_{p0,2} = 1309,1$ MPa e mobiliza um momento permanente $M_{g2} = 281000$ kN.cm. Aos 120 dias de idade a peça recebe apenas um carregamento permanente, cujo momento fletor é $M_{g3} = 281000$ kN.cm, sem que haja protensão. Calcular também as perdas nos dois feixes aos tempos finais de 1 ano, 5 anos, 10 anos, 15 anos, 20 anos, 30 anos e 50 anos. Considera-se no decorrer do tempo, uma temperatura média de 20°C. O cimento é de endurecimento lento ($\alpha=1$).

Demais dados: $I_c = 79000000$ cm⁴;

Slump=8; $f_{ck} = 27,60$ MPa; $A_c = 9100$ cm²; $U = 70\%$;

$u_{ar} = 745$ cm; $f_{ptk} = 1760$ MPa; $E_p = 200000$ MPa;

Feixe 1: $A_{p1} = 33,90$ cm²; $ex_1 = 108,7$ cm; $\sigma_{p0,1} = 1309,1$ MPa;

Feixe 2: $A_{p2} = 22,60$ cm²; $ex_2 = 86,2$ cm; $\sigma_{p0,2} = 1309,1$ MPa.

São os mesmos dados do exemplo 1, da Parte II, idealizado por CASTANHO [1], porém incluindo-se uma etapa de protensão e outra etapa com carga permanente.

b) Arquivo de dados para uma idade final de 180 dias

ARQUIVO CARDIS.DAT

TITULO

EXEMPLO 6.1: TRES ETAPAS - 180 DIAS

SECAO

```

-----
1
  U          AC          UAR    SLUMP ALFAF
+++++.+++-----+.+++++.+++-----+++++
  70.       9100.       745.    8    1
  FCK       FPTK
+++++.++-----.--
  27.60    1760.

```

TIPO

+++++

RB

```

          EP          IC          HS          HI
+++++-----+.+++++.++-----.--
  200000.       79000000.       136.30       123.70

```

NETAPA NCAR NFEIXE

+++++-----+++++

```

  3      3      2
FEIXE  AP(I)  EX(I)  SIGPO(I)
-----+++++.++-----+.+++++.++
  1      33.90  108.7  1309.1
  2      22.60  86.2   1309.1

```

ETAPA CAR(K) PROT(K) MG(I)

```

-----+++++-----+++++.++
  1      1      1      429000.
  2      1      1      281000.
  3      1      0      281000.

```

NPERA

+++++

```

  1
TA(I)      DELTA(I)
+++++.+++-----.--
  20.      7.

```

NPERD

+++++

1

```

TD(I)    DELTD(I)
+++++.+++-----.-
      20.      53.

```

NPERD

+++++

1

```

TD(I)    DELTD(J)
+++++.+++-----.-
      20.      60.

```

NPERD

+++++

1

```

TD(I)    DELTD(J)
+++++.+++-----.-
      20.      60.

```

c) Saída dos resultados

Os resultados são gravados no arquivo CARDIS.RES e impressos quando necessários.

d) Análise dos resultados

Na primeira etapa, cuja protensão foi aos 7 dias, com apenas 1 feixe de cabos, obteve-se os seguintes resultados:

Tensões no aço -

$$[\text{SIGP}]_1 = [1309,1] ; [\text{SIGPF}]_1 = [1224] ; [\text{DSIGP}]_1 = [85,1];$$

Tensões no concreto -

$$[\text{SIGC}]_1 = [-5,61] ; [\text{SIGCF}]_1 = [-4,86] ; [\text{DSIGC}]_1 = [-0,75];$$

Na segunda etapa, cuja protensão através do feixe 2 ocorreu aos 60 dias os resultados foram os seguintes:

Tensões no aço -

$$[\text{SIGP}]_2 = \begin{bmatrix} 1224,0 \\ 1309,1 \end{bmatrix} ; [\text{SIGPF}]_2 = \begin{bmatrix} 1199,7 \\ 1247,8 \end{bmatrix} ; [\text{DSIGP}]_2 = \begin{bmatrix} 24,2 \\ 61,3 \end{bmatrix} ;$$

Tensões no concreto-

$$[\text{SIGC}]_2 = \begin{bmatrix} -4,86 & -4,80 \\ -2,89 & -2,97 \end{bmatrix} ; [\text{DSIGC}]_2 = \begin{bmatrix} -0,21 & -0,32 \\ -0,19 & -0,28 \end{bmatrix} ;$$

$$[\text{SIGCF}]_2 = \begin{bmatrix} -4,65 & -4,61 \\ -2,58 & -2,69 \end{bmatrix} ; [\text{TENCF}]_2 = \begin{bmatrix} -7,23 & -7,30 \end{bmatrix} .$$

Na terceira etapa, com início aos 120 dias, houve a inclusão de um $M_{g3} = 281000 \text{ kN.cm}$, o que resultou um aumento de tensões na armadura ativa e diminuição das tensões de compressão no concreto da região pré-comprimida, e os resultados foram os seguintes:

Tensões no aço-

$$[\text{SIGP}]_3 = \begin{bmatrix} 1222,9 \\ 1266,1 \end{bmatrix} ; [\text{SIGPF}]_3 = \begin{bmatrix} 1221,2 \\ 1260,2 \end{bmatrix} ; [\text{DSIGP}]_3 = \begin{bmatrix} 1,8 \\ 6,0 \end{bmatrix} ;$$

Tensões no concreto-

$$[\text{SIGC}]_3 = \begin{bmatrix} -4,65 & -4,61 \\ -2,58 & -2,69 \end{bmatrix} ; [\text{DSIGC}]_3 = \begin{bmatrix} -0,02 & -0,01 \\ -0,03 & -0,03 \end{bmatrix} ;$$

$$[\text{SIGCF}]_3 = \begin{bmatrix} -4,63 & -4,60 \\ -2,55 & -2,66 \end{bmatrix} ; [\text{TENCF}]_3 = \begin{bmatrix} -3,31 & -4,19 \end{bmatrix} .$$

e) Resultados obtidos para outras idades finais.

Para se ter uma idéia mais geral, foram calculadas as perdas nas idades de 180 dias, 1 ano, 5 anos, 10 anos, 15 anos, 20 anos, 30 anos e 50 anos. As perdas nos feixes 1 e 2, nesses tempos finais estão contidas na Tab. IV.1 e ilustradas na Fig. IV.3.

Na Tabela IV.1, o asterisco, assinalado na coluna correspondente aos 120 dias, significa um acréscimo de carga permanente.

Tab. IV.1 - Tensões (MPa) nos feixes 1 e 2 em várias idades quando a protensão se realiza aos 7 e aos 60 dias de idade.

Idade		Feixe 1		Feixe 2		Diferença
ano(s)	dias	Tensões	Perda	Tensões	Perda	
....	7	1309,1
....	60	1224,0	85,1	1309,1	85,1
	*	1199,7	109,4	1247,8	61,3	48,1
....	120	1222,9	86,2	1266,1	43,0	43,2
....	180	1221,2	87,9	1260,2	48,9	39,0
1	365	1205,5	103,6	1240,8	68,3	35,3
5	1825	1167,6	141,5	1196,5	112,6	28,9
10	3650	1156,1	153,0	1183,0	126,1	26,9
15	5400	1150,9	158,2	1176,9	132,2	26,0
20	7300	1147,4	161,7	1172,7	136,4	25,3
30	10950	1143,1	166,0	1167,6	141,5	24,5
50	18250	1137,9	171,2	1161,3	147,8	23,4

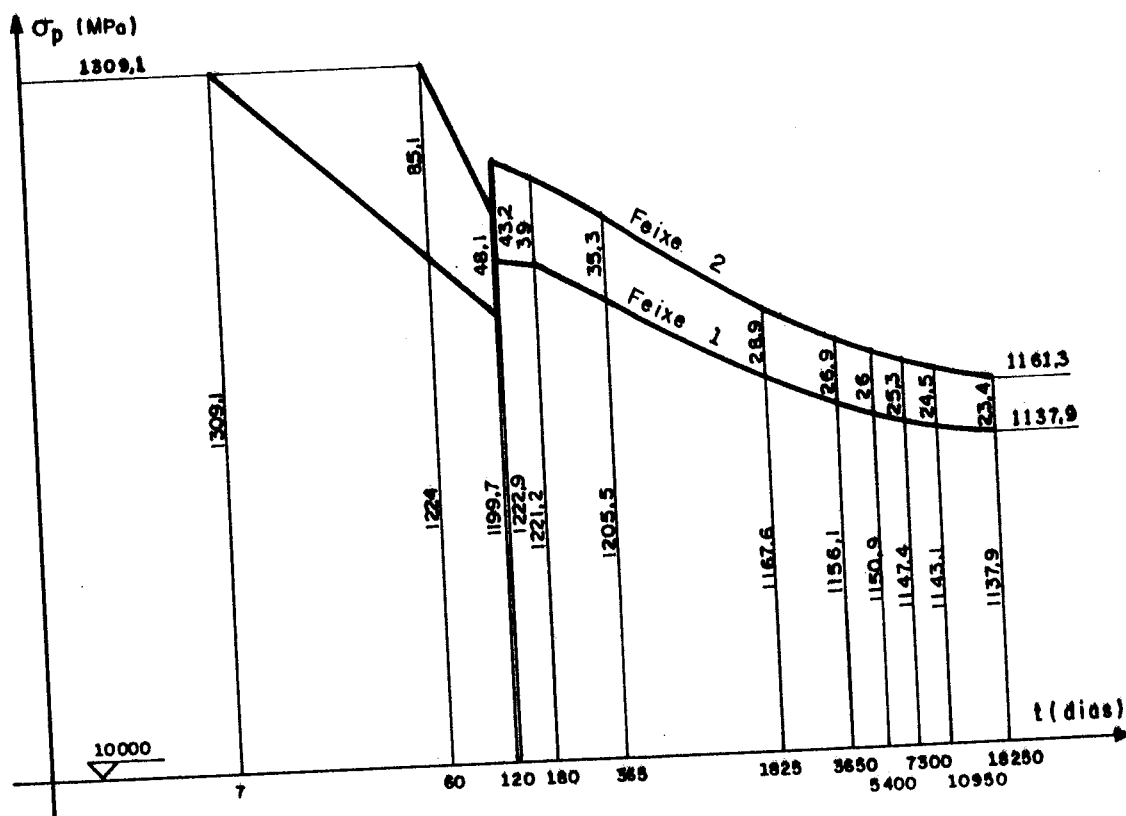


Fig. IV.3 - Gráfico das tensões nos feixes 1 e 2 no decorrer do tempo.

A variação da tensão no feixe 1, aos 50 anos foi 171,2 MPa (13,08%), enquanto no feixe 2 foi de 147,8 MPa (11,29 %). Deve ser observado que aos 120 dias as tensões na região de compressão diminuíram, daí a menor perda. Nas variações de tensão devem ser somadas às tensões de tração ocasionadas pelo terceiro carregamento permanente, assim a perda no feixe 1 foi 194,4 MPa (171,2 + 23,2) e no feixe 2 foi 166,1 MPa (147,8 + 18,3). Vide Fig. IV.3.

Como se observa na Fig. IV.3, após 7300 dias (20 anos), as perdas nos feixes seguem uma lei quase retilínea. Ainda, a diferença de tensões entre os dois feixes diminui com o decorrer do tempo, passando de 85,1 MPa aos 60 dias para 23,4 MPa aos 18250 dias (50 anos).

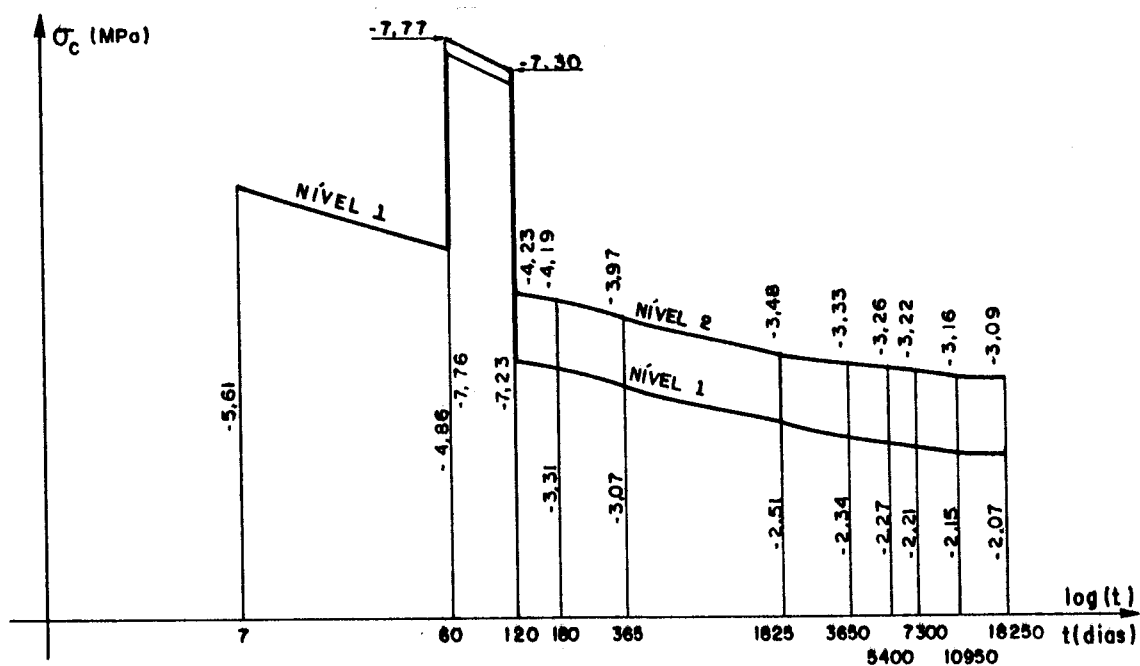


Fig. IV.4 - Gráfico das tensões no concreto ao nível dos feixes 1 e 2 no decorrer do tempo.

6.2 Exemplo 2 : Seção com três etapas de carregamento e duas protensões não consecutivas.

a) Enunciado

Calcular a perda de protensão em dois feixes de

cabos, do tipo RB, nas idades abaixo, sendo a protensão feita em duas etapas. A primeira protensão acontece aos 7 dias, quando o feixe 1 é tracionado com uma tensão $\sigma_{p0,1} = 1309,1$ MPa e mobiliza um momento permanente de $M_{g1} = 429000$ kN.cm. Aos 60 dias de idade aplica-se uma carga permanente, cujo momento fletor é $M_{g2} = 281000$ kN.cm e não ocorre nenhuma protensão. A segunda protensão ocorre aos 120 dias de idade, quando o feixe 2 é tracionado com uma tensão $\sigma_{p0,2} = 1309,1$ MPa e mobiliza um momento permanente $M_{g3} = 281000$ kN.cm. Devem ser calculadas as perdas nos feixes nas idades de 60 dias, 120 dias, 180 dias e também para 1, 5, 10, 15, 20, 30 e 50 anos. Os demais dados são semelhantes aos do exemplo 1.

b) Resultados obtidos para várias idades

Tab. IV.2 - Tensões (MPa) nos feixes 1 e 2 em várias idades quando a protensão se realiza aos 7 e aos 120 dias de idade.

Idade		Feixe 1		Feixe 2		Diferença
ano(s)	dias	Tensões	Perda	Tensões	Perda	
....	7	1309,1
.....	60	1224,0 1247,2	85,1 61,9
....	120	1245,3	63,8	1309,1	63,8
....	180	1232,4	76,7	1256,9	52,2	24,5
1	365	1214,2	94,9	1233,7	75,4	19,5
5	1825	1173,6	135,5	1184,4	124,7	10,8
10	3650	1161,3	147,2	1169,9	139,2	8,0
15	5400	1155,8	153,3	1166,3	145,8	7,5
20	7300	1152,0	157,1	1158,7	150,4	6,7
30	10950	1147,4	161,7	1153,1	156,0	5,7
50	18250	1141,8	167,3	1146,3	162,8	4,5

A variação no feixe 1, aos 50 anos, foi de 167,3 MPa (12,78 %), enquanto no feixe 2 foi de 162,8 MPa (12,44 %). Na variação da tensão no feixe 1 há que acrescer o aumento de tensão oriundo do segundo carregamento permanente. Esse valor é de 23,2 MPa, portanto a perda foi de 190,5 MPa

(167,3 + 23,2), o que representa 14,55 % da tensão inicial.
 Vide Fig. IV.5.

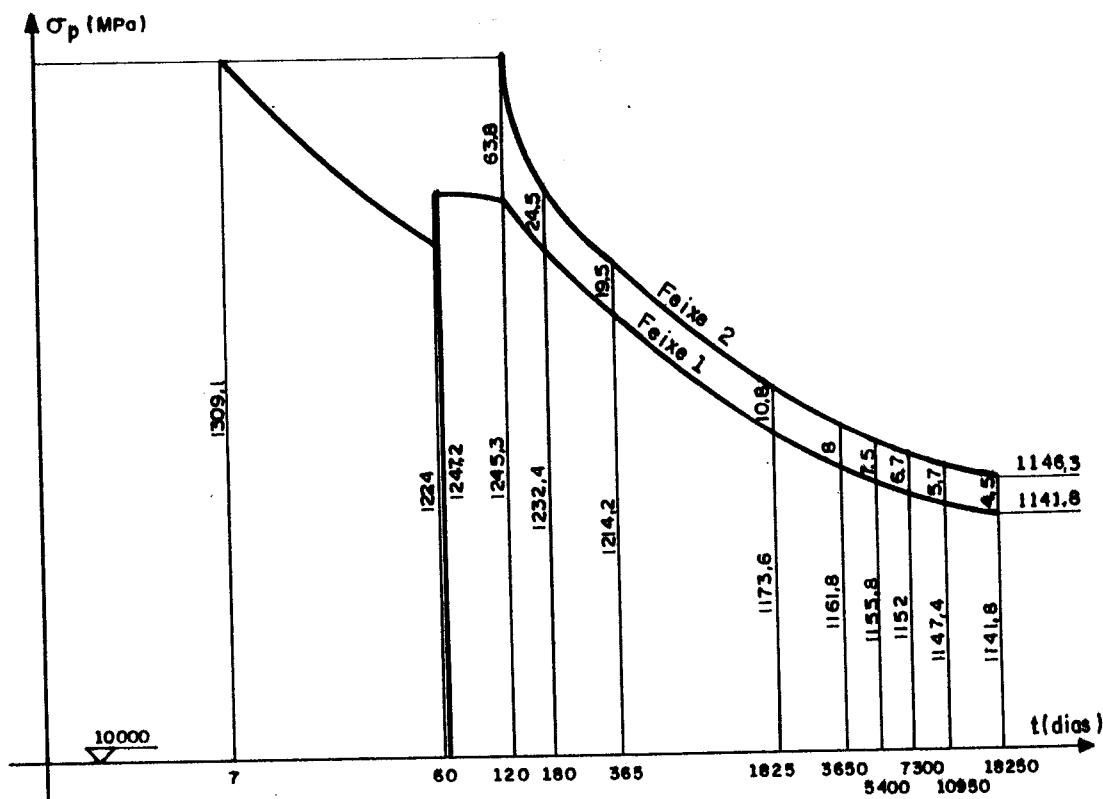


Fig. IV.5 - Gráfico das tensões nos feixes 1 e 2 no decorrer do tempo.

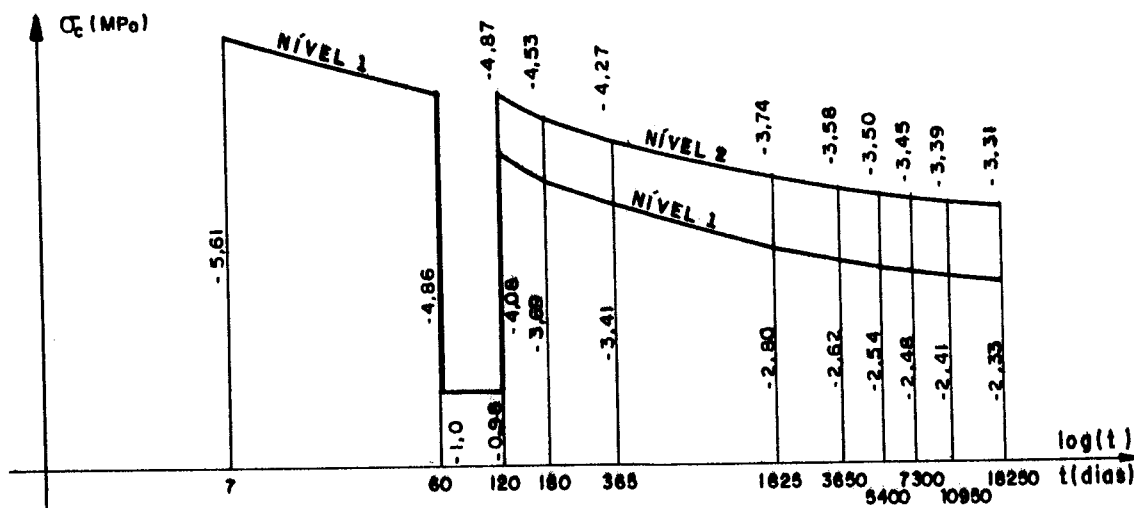


Fig. IV.6 - Gráfico das tensões no concreto ao nível dos feixes 1 e 2 no decorrer do tempo.

Tensões no concreto:

A tensão normal, aos 50 anos, para o nível do feixe 1 resultou -2,33 MPa, enquanto para o nível do feixe 2 foi -3,31 MPa. Estes resultados ficaram muito próximos daqueles obtidos no exemplo 6.1, respectivamente -2,07 MPa e -3,09 MPa. Vide Fig. IV.6.

6.3 Exemplo 3: Duas etapas com aplicação simultânea de carregamento e protensão

a) Enunciado

Considerar os mesmos dados do exemplo 6.1, com exceção da idade do carregamento 3, que neste exemplo, ocorre aos 60 dias, portanto na ocasião da segunda protensão. Assim, o valor de M_{g2} é 562000 kN.cm.

b) Arquivo de dados CARDIS.DAT para o tempo final de 50 anos.

ARQUIVO CARDIS.DAT

TITULO

 EXEMPLO 6.3: DUAS ETAPAS - 18250 DIAS
 SECAO

1	U	AC	UAR	SLUMP	ALFAF
+++++.+++-----+++++.+++-----+++++	70.	9100.	745.	8	1
	FCK	FPTK			
+++++.+++-----	27.60	1760.			

TIPO

+++++

RB

EP	IC	HS	HI
200000.	79000000.	126.30	123.70

NETAPA NCAR NFEIXE

+++++-----+++++

FEIXE	AP(I)	EX(I)	SIGPO(I)
1	33.90	108.7	1309.1
2	22.60	86.2	1309.1

ETAPA CAR(K) PROT(K) MG(I)

ETAPA	CAR(K)	PROT(K)	MG(I)
1	1	1	429000.
2	1	1	562000.

NPERA

+++++

TA(I)	DELTA(I)
20.	7.

NPERD

+++++

TD(I)	DELTD(I)
20.	53.

NPERD

+++++

TD(I)	DELTD(J)
20.	18190.

c) Resultados obtidos para várias idades

Tab. IV.3 - Tensões (MPa) nos feixes 1 e 2 em várias idades quando a protensão se realiza aos 7 e aos 60 dias de idade, e ocorre a aplicação de cargas permanentes nas mesmas idades

Idade		Feixe 1		Feixe 2		Diferença
ano(s)	dias	Tensões	Perda	Tensões	Perda	
....	7	1309,1
....	60	1224,0	85,1	1309,1	85,1
....	120	1213,6	95,5	1258,5	50,6	44,9
....	180	1205,2	104,0	1246,9	62,2	41,8
1	365	1188,5	120,6	1226,3	82,8	37,8
5	1825	1150,2	158,9	1180,9	128,2	30,7
10	3650	1138,7	170,4	1166,9	142,2	28,2
15	5400	1133,7	175,4	1160,7	148,4	27,0
20	7300	1130,1	179,0	1156,1	153,0	26,0
30	10950	1125,9	183,2	1150,6	158,5	24,7
50	18250	1120,7	188,4	1143,8	165,3	23,1

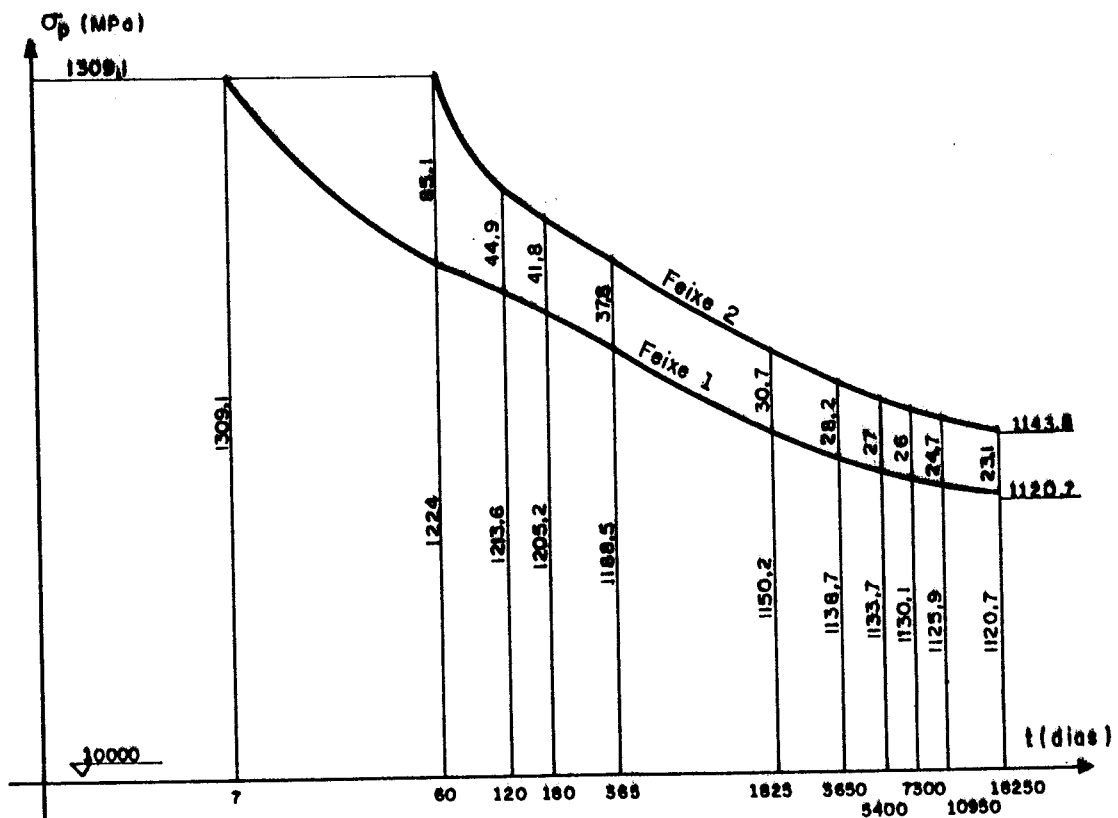


Fig. IV.7 - Gráfico de tensões vs tempo, nos feixes 1 e 2

A perda no feixe 1, aos 50 anos, foi de 188,4 MPa (14,38 %) enquanto no feixe 2 foi de 165,3 MPa (12,63 %).

Como se observa, neste caso as perdas foram menores, quando comparadas com as ocorridas em 6.1 e 6.2, pelo fato de que na 2ª etapa, as tensões instaladas foram de tração e isso atenuou as perdas nos feixes.

Tensões no concreto:

A tensão normal, aos 50 anos, para o nível do feixe 1 resultou -2,13 MPa, enquanto para o nível do feixe 2 foi -3,14 MPa. Estes resultados ficaram muito próximos daqueles obtidos no exemplo 6.1, respectivamente -2,07 MPa e -3,09 MPa. Vide Fig. IV.8.

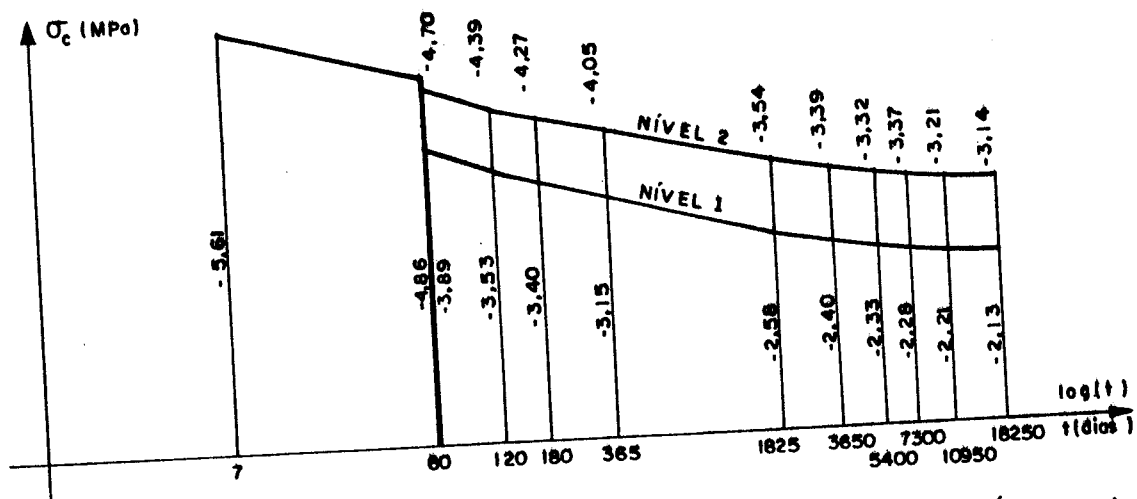


Fig. IV.8 - Gráfico das tensões no concreto ao nível dos feixes 1 e 2 no decorrer do tempo.

6.4 Comparação dos resultados

Apresenta-se na Tab. IV.4, para a seção da peça analisada nos exemplos 6.1, 6.2 e 6.3, as tensões nos feixes e as tensões no concreto ao nível dos feixes, para a idade de 50 anos.

Tab. IV.4 -Tensões aos 50 anos (em MPa)

E X E M P.	OCORRÊNCIAS			TENSÕES NO CONCRETO		TENSÕES NOS FEIXES	
	7 dias	60 dias	120 dias	Ao nível do		1	2
				Feixe1	Feixe2		
6.1	$M_{g1} + M_{p1}$	$M_{g2} + M_{p2}$	M_{g3}	-2,07	-3,09	1137,9	1161,3
6.2	$M_{g1} + M_{p1}$	M_{g2}	$M_{g3} + M_{p2}$	-2,33	-3,31	1141,8	1146,3
6.3	$M_{g1} + M_{p1}$	$M_{g2} + M_{g3} + M_{p2}$	-----	-2,13	-3,14	1120,7	1143,8

Observa-se que as operações de protensão e carregamento segundo o exemplo 6.2, conduzem a um melhor desempenho da protensão, pois resultaram maiores tensões de compressão no concreto, quando comparadas com aquelas dos exemplos 6.1 e 6.3. Isso significa, sob o ponto de vista de tensões instaladas no concreto, que quanto maiores forem os intervalos de tempo entre as protensões, melhor será o desempenho da peça.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] CASTANHO, José Lourenço B.A. Exemplo de aplicação da NBR-7197 no cálculo das variações de tensão no aço e no concreto, devidas às perdas diferidas. p1-29

V - SEÇÃO FORMADA POR DOIS CONCRETOS COM CARACTERÍSTICAS DIFERENTES

1 ASPECTOS GERAIS

Dentre as alternativas para a execução de uma peça pretendida, destaca-se aquela em que as seções são compostas de concretos com idades distintas e conseqüentemente, diferentes módulos de deformação longitudinal.

Na maioria dos casos, utilizam-se peças formadas por dois concretos, cujas épocas de concretagem são distintas, portanto acarretando comportamentos reológicos diferentes, embora trabalhando em conjunto para formar a seção resistente. Além do comportamento diferenciado entre os dois concretos, essas peças poderão ser submetidas a vários estágios de carregamento, quer por cargas permanentes, quer por protensão.

A execução de uma seção em duas etapas tem vantagens evidentes sobre a de etapa única, no que concerne ao escoramento, pois a seção parcial da primeira etapa, geralmente constituída de uma viga primária, sustenta as cargas provenientes da segunda etapa de concretagem,

geralmente uma laje.

Esse processo construtivo conduz também ao tracionamento dos cabos em duas ou mais etapas. Uma, evidentemente protendendo a primeira parte da seção transversal e a outra protendendo ainda a primeira parte apenas, ou a seção definitiva.

Como exemplo de seções primárias possíveis, citam-se as almas retangulares no caso de concreto com aderência posterior e vigas I; T invertido ou U, no caso de concreto pré-fabricado com aderência inicial ou aderência posterior, conforme a Fig. V.1.

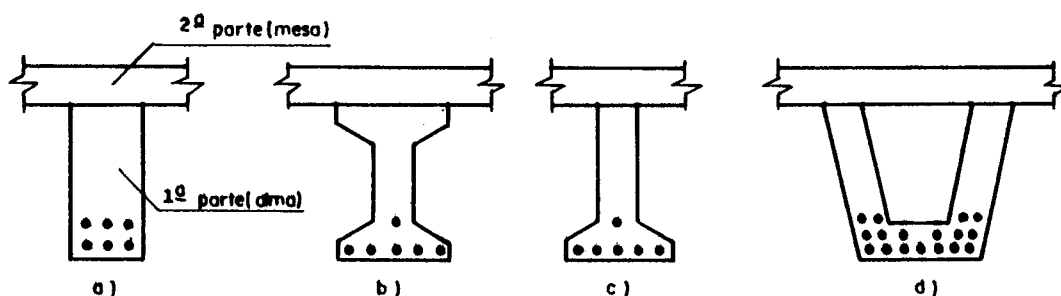


Fig. V.1 - Seções formadas por laje + seção primária com:
 a) alma retangular; b) alma em formato I;
 c) alma em formato T, invertido; d) alma em formato U.

Face às mais variadas alternativas construtivas é imprescindível que o cronograma executivo corresponda com as hipóteses previstas no projeto, caso contrário o cômputo das perdas progressivas fica completamente alterado. Portanto a ordem em que a peça sofre alterações (etapas de concretagem, de protensão e de carregamentos) é importante, como também o é, o tempo decorrido entre as diversas etapas, ou seja, a "história" da estrutura.

Como a segunda parte da seção é geralmente constituída de um concreto feito "in-loco", este possui idade distinta do primeiro, o que acarreta diferentes resistências iniciais, mesmo quando se deseja concretos de igual resistência a longo prazo. Esses fatores conduzem a comportamentos diferentes quanto à retração e fluência, o

que dificulta o trabalho de apropriação das perdas progressivas. Dentro da sistemática até aqui desenvolvida, é possível elaborar um programa computacional para calcular tais perdas e fornecer, em cada etapa, as tensões na armadura de protensão e nas bordas inferior e superior das partes que constituem a seção. Pelo motivo da freqüente ocorrência prática, este estudo se atém às seções com duas partes ou seja, com duas fases de concretagem.

2 METODOLOGIA DE CÁLCULO

O cálculo das perdas progressivas, enquanto existir apenas a primeira parte, será conforme a sistemática vista anteriormente. Após a concretagem da segunda parte, utiliza-se o "Método dos Prismas Equivalentes", embora seja possível a sua utilização desde a primeira parte.

Para cada parte, conforme Fig. V.2c, atribui-se dois prismas equivalentes, localizados nos extremos do respectivo núcleo central de inércia, ou seja, a uma distância $r_{g1} = \sqrt{I_{cp,1} / A_{cp,1}}$, do centro de gravidade.

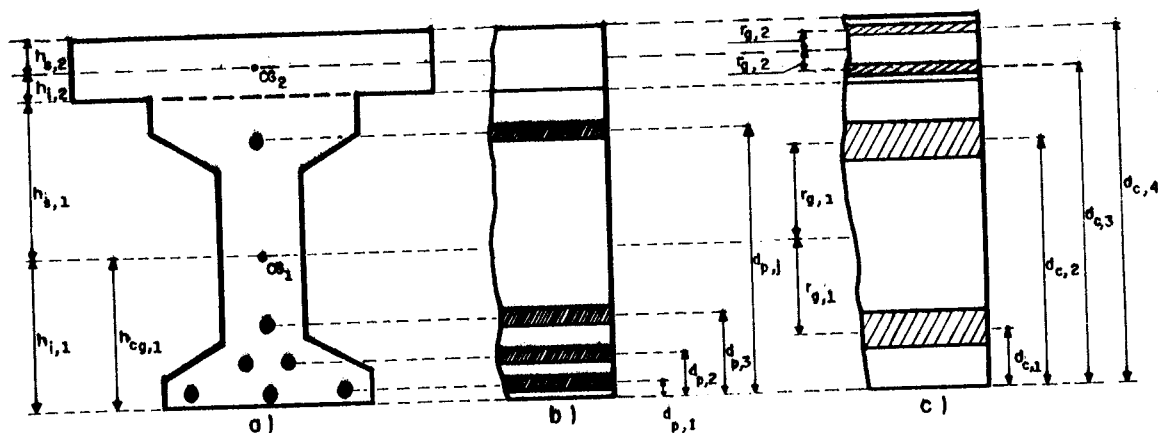


Fig.V.2 - a) Seção de uma viga composta por duas partes;
 b) Representação dos prismas de aço; c) Prismas de concreto.

Atribui-se também, tantos prismas de aço, quantos forem os feixes, formados ao longo da altura da seção, conforme a Fig. V.2b.

3 CARACTERÍSTICAS DA SEÇÃO

Além dos dados necessários conforme capítulos anteriores, há que definir, para cada parte da seção e para a seção composta, os dados físicos e geométricos.

3.1 Dados Físicos

Para cada parte l , deve-se ter:

- $f_{ck, l}$ = resistência característica do concreto à compressão;
 $slump_l$ = grau de abatimento do concreto;
 $\alpha_{f, l}$ = coeficiente, para fluência, que depende do tipo de cimento utilizado.

3.2 Dados Geométricos

Para uma parte l , sendo $l=1$ ou $l=2$, deve-se ter:

- $A_{cp, l}$ = área de concreto da parte l ;
 $I_{cp, l}$ = momento de inércia próprio;
 r_{gl} = raio de giração da parte l ;
 $h_{cg, l}$ = altura do CG da parte l , em relação à sua base;
 $h_{i, l}$ = distância da borda inferior até o CG;
 $h_{s, l}$ = distância da borda superior até o CG;
 $u_{ar, l}$ = perímetro exposto ao ar;
 $h_{cgs, l}$ = altura do CG da seção composta de l partes. Se $l=1$,
 $h_{cgs, l} = h_{cg, l}$.

3.3 Homogeneização da Seção

Supondo-se uma seção, conforme a Fig. V.3, composta de duas partes, cujos concretos têm diferentes resistências, e conseqüentemente diferentes módulos de elasticidade ($E_{c28,1} \neq E_{c28,2}$), a seção deve ser homogeneizada.

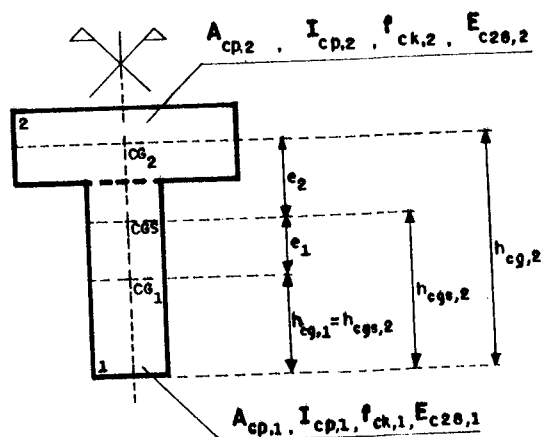


Fig. V.3 - Dados de uma seção plena

Definindo-se a razão entre os módulos de elasticidade através do parâmetro $\alpha_c = E_{c28,2} / E_{c28,1}$, as propriedades da seção plena são obtidas, conforme segue:

- Área homogeneizada da seção plena:

$$A_c = A_{cp,1} + \alpha_c \cdot A_{cp,2}$$

- Posição do centro de gravidade da seção plena:

A altura do centro de gravidade da seção plena, a partir da borda inferior da seção primária, será calculada por:

$$h_{cgs,2} = h_{cg,1} + e_1$$

A igualdade de momento estático em relação ao centro de gravidade da seção plena fornece os valores de "e₁" e "e₂", conforme a Fig. V.3, desta forma:

$$A_{cp,1} \cdot e_1 = \alpha_c \cdot A_{cp,2} \cdot e_2 \quad \therefore \quad e_2 = \frac{1}{\alpha_c} \cdot \frac{A_{cp,1}}{A_{cp,2}} \cdot e_1$$

$$e_1 + e_2 = h_{cg,2} - h_{cg,1} \quad \therefore \quad e_1 + \frac{1}{\alpha_c} \cdot \frac{A_{cp,1}}{A_{cp,2}} \cdot e_1 = h_{cg,2} - h_{cg,1}$$

$$e_1 \left(1 + \frac{1}{\alpha_c} \cdot \frac{A_{cp,1}}{A_{cp,2}} \right) = h_{cg,2} - h_{cg,1} \quad \therefore \quad e_1 = \frac{h_{cg,2} - h_{cg,1}}{\left(1 + \frac{1}{\alpha_c} \cdot \frac{A_{cp,1}}{A_{cp,2}} \right)}$$

$$e_2 = \frac{h_{cg,2} - h_{cg,1}}{\left(1 + \alpha_c \cdot \frac{A_{cp,1}}{A_{cp,2}}\right)} \cdot \text{Portanto, } h_{cgs,2} = h_{cg,1} + \frac{h_{cg,2} - h_{cg,1}}{\left(1 + \frac{1}{\alpha_c} \cdot \frac{A_{cp,1}}{A_{cp,2}}\right)} \text{ ou}$$

$$h_{cgs,2} = \frac{h_{cg,1} \left(\frac{1}{\alpha_c} \cdot \frac{A_{cp,1}}{A_{cp,2}} \right) + h_{cg,2}}{\left(1 + \frac{1}{\alpha_c} \cdot \frac{A_{cp,1}}{A_{cp,2}}\right)}$$

- Momento de inércia da seção plena:

$$I_c = I_{cp,1} + A_{cp,1} \cdot e_1^2 + \alpha_c \cdot \left(I_{cp,2} + A_{cp,2} \cdot e_2^2 \right)$$

3.4 Prismas de Concreto

Serão em número de quatro - dois para cada parte. O par de prismas para cada parte será localizado nas distâncias $d_{c,21-1}$ e $d_{c,21}$, em relação à base da parte 1, definindo-se assim um vetor para a posição dos prismas equivalentes:

$$\{DC\} = \begin{Bmatrix} d_{c1} \\ d_{c2} \\ d_{c3} \\ d_{c4} \end{Bmatrix}$$

Cada parte 1, conforme Fig. V.3, está com seu CG a uma distância $h_{cg,1}$ do eixo de referência - base inferior da parte 1, definindo-se o vetor:

$$\{HCG\} = \begin{Bmatrix} h_{cg,1} \\ h_{cg,2} \end{Bmatrix}$$

Como cada parte 1, possui dois prismas de concreto, situados às distâncias $+r_{g1}$ e $-r_{g1}$, de seu centro gravidade, as distâncias dos prismas de uma parte até a base da parte 1 serão:

$$\begin{aligned} d_{c,21-1} &= h_{cg,1} - r_{g1} \\ d_{c,21} &= h_{cg,1} + r_{g1} \end{aligned}$$

O vetor que contém as distâncias dos prismas será

$$\text{então: } \{DC\} = \begin{Bmatrix} d_{c1} \\ d_{c2} \\ d_{c3} \\ d_{c4} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} h_{cg,1} & -r_{g1} \\ h_{cg,1} & +r_{g1} \\ h_{cg,2} & -r_{g2} \\ h_{cg,2} & +r_{g2} \end{Bmatrix}$$

Para se referir ao centro de gravidade da seção plena - CGS, conforme a Fig. V.4a, define-se o vetor:

$$\{YPC\} = \begin{Bmatrix} y_{pc,1} \\ y_{pc,2} \\ y_{pc,3} \\ y_{pc,4} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} h_{cgs,2} & -d_{c1} \\ h_{cgs,2} & -d_{c2} \\ h_{cgs,2} & -d_{c3} \\ h_{cgs,2} & -d_{c4} \end{Bmatrix}$$

3.5 Prismas de Aço

Além das posições dos prismas de concreto, há que definir as posições dos prismas de aço (feixes) através do vetor {DP}:

$$\{DP\} = \begin{Bmatrix} d_{p,1} \\ d_{p,2} \\ \dots \\ d_{p,j} \\ \dots \\ d_{p,n} \end{Bmatrix}$$

onde d_{pj} é a distância do centro de gravidade do feixe j até a base de referência.

Em relação ao CGS, as excentricidades dos prismas de

$$\text{aço são: } \{YPS\} = \begin{Bmatrix} y_{ps,1} \\ y_{ps,2} \\ \dots \\ y_{ps,j} \\ \dots \\ y_{ps,n} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} h_{cgs,2} & -d_{p1} \\ h_{cgs,2} & -d_{p2} \\ \dots & \dots \\ h_{cgs,2} & -d_{pj} \\ \dots & \dots \\ h_{cgs,2} & -d_{pn} \end{Bmatrix}$$

3.6 Distribuição das tensões normais

A igualdade das deformações na interface entre as partes 1 e 2, conforme a Fig. V.4b, permite escrever:

$\epsilon_2 = \epsilon_1$, sendo $\epsilon_2 = \sigma_{cbl,2} / E_{c28,2}$ e $\epsilon_1 = \sigma_{cbs,1} / E_{c28,1}$, tem-se:

$$\frac{\sigma_{cbl,2}}{E_{c28,2}} = \frac{\sigma_{cbs,1}}{E_{c28,1}} \quad \sigma_{cbl,2} = \frac{E_{c28,2}}{E_{c28,1}} \cdot \sigma_{cbs,1} \quad \boxed{\sigma_{cbl,2} = \alpha_c \cdot \sigma_{cbs,1}}$$

As tensões na região da parte 2 são calculadas como para a parte 1, porém devem ser multiplicadas por α_c .

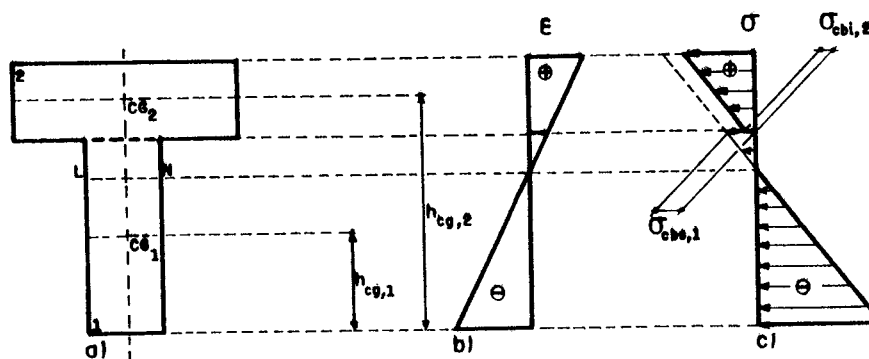


Fig. V.4 - a) Seção plena;
 b) Deformações em regime elástico;
 c) Distribuição possível de tensões normais.

3.7 Dados Gerais

Cada parte 1, é submetida a um número de etapas de cálculo NETAP(1).

O concreto da parte 2, passa a receber tensões antes de 28 dias, portanto o valor do módulo de elasticidade é menor que aquele aos 28 dias. Então, pode-se utilizar um parâmetro β_e , conforme o CEB-FIP [1], para obter o valor do módulo de elasticidade numa idade $t_0 < 28$, tal que:

$$E_{c,2}(t_0) = \beta_e \cdot E_{c28,2}$$

onde β_e é um coeficiente adimensional que depende da idade do concreto t , em dias, e é calculado pela expressão:

$$\beta_e = \exp((1 - \sqrt{28/t_0}) \cdot s/2);$$

O coeficiente s depende do tipo de cimento e pode ser extraído da Tabela V.1.

Tabela V.1 - Valores de s , conforme o tipo de cimento.

s	Característica do cimento	Abrev.
0,20	Endurecimento rápido e alta resistência	ARI
0,25	Endurecimento normal ou rápido	CP
0,38	Endurecimento lento	AF

Aplicando-se a expressão de β_e , para algumas idades, desde 3 dias até 50 anos, obtém-se os valores da Tabela V.2.

Tabela V.2 - Valores de β_e

Cimento	Idade (dias)							
	3	7	14	21	28	180	360	18250
$s=0,20$	0,81	0,90	0,96	0,98	1	1,06	1,07	1,10
$s=0,25$	0,77	0,88	0,95	0,98	1	1,08	1,09	1,13
$s=0,38$	0,68	0,83	0,92	0,97	1	1,12	1,14	1,20

4 DEFORMAÇÕES ESPECÍFICAS DIFERIDAS

4.1 Nos Prismas de Concreto

Seja $\epsilon_{c,i}$, a deformação específica ocorrida durante um intervalo de tempo $(t-t_0)$, em um prisma de concreto, situado a uma distância $y_{pc,i}$, da linha do centro de gravidade da seção plena - CGS. Se $\epsilon_{c,i}$ resultar negativo (-), tem-se encurtamento, porém se $\epsilon_{c,i}$ resultar positivo (+), tem-se alongamento.

Supondo-se um prisma de concreto, previamente comprimido, a sua deformação axial ao longo da etapa será, quando independe de protensão, um encurtamento, portanto um valor negativo.

A retração, sendo neste caso uma diminuição de comprimento, também é negativa.

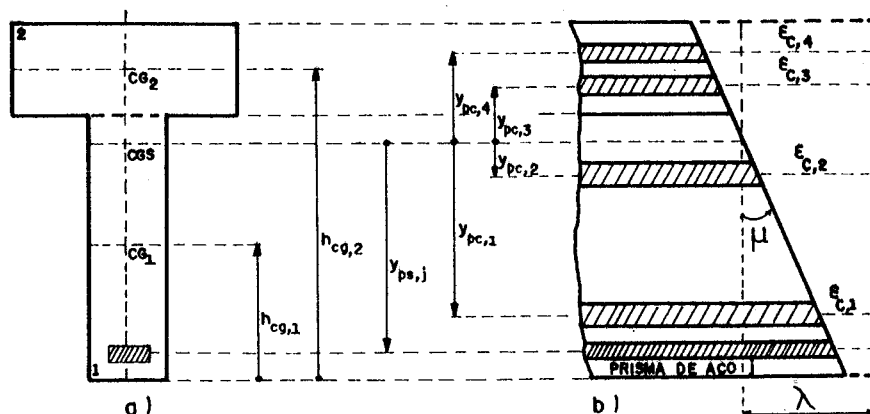


Fig. V.5 - Posições dos prismas em relação ao CGS;

Então para um prisma i , de concreto, tem-se:

$$\epsilon_{c,i} = \frac{\sigma_{c,i}}{E_{c,i}} \cdot \varphi_i(t, t_0) - \frac{\Delta N_{c,i}}{A_{c,i}} \cdot \frac{x_{c,i}}{E_{c,i}} + \epsilon_{cs,i} = \lambda + \mu \cdot y_{pc,i} \dots (V.1)$$

onde: λ é a deformação específica diferida no CGS;

μ é a rotação específica da seção;

$\frac{\Delta N_{c,i}}{A_{c,i}}$ é a perda de tensão no prisma i ;

$\sigma_{c,i}$ é negativa e $\epsilon_{cs,i}$ é negativa.

Quando o prisma de concreto se encurta, o aço perde tensão porque também se encurta. A perda no aço convencionam-se positiva e a perda no concreto adjacente, negativa, porque este ganha tensão.

O segundo fator, $\frac{\Delta N_c}{A_{c,i}} \cdot \frac{x_{c,i}}{E_{c,i}}$, com ΔN_c (-), perda de

força no prisma de concreto, atenua o encurtamento no prisma, portanto, deve ter sinal contrário ao primeiro e terceiro fatores. O sinal de $\Delta N_{c,i}$ é sempre o mesmo de $\sigma_{c,i}$.

$$\frac{\sigma_{c,i}}{E_{c,i}} \cdot \varphi_i(t, t_0) - \frac{\Delta N_{c,i}}{A_{c,i}} \cdot \frac{x_{c,i}}{E_{c,i}} + \epsilon_{cs,i} = \lambda + \mu \cdot y_{pc,i} \dots (V.2)$$

$$\frac{\Delta N_{c,i}}{A_{c,i}} \cdot \frac{x_{c,i}}{E_{c,i}} = -(\lambda + \mu \cdot y_{pc,i}) + \frac{\sigma_{c,i}}{E_{c,i}} \varphi_i(t, t_0) + \epsilon_{cs,i}$$

$$\Delta N_{c,i} = \left[-(\lambda + \mu \cdot y_{pc,i}) \cdot A_{c,i} \cdot E_{c,i} + \sigma_{c,i} \cdot \varphi_i(t, t_0) \cdot A_{c,i} + \varepsilon_{cs,i} \cdot A_{c,i} \cdot E_{c,i} \right] / \chi_{c,i} \dots \dots \dots (v.3)$$

Se λ resultar negativo, tem-se encurtamento; se μ resultar negativo, a rotação da seção ocorre no sentido horário.

4.2 Nos Prismas de Aço

Supondo-se um prisma j , de aço, situado na região de concreto pré-comprimido, tem-se:

$$\varepsilon_{p,j} = \frac{\sigma_{p,j}}{E_{p,j}} \cdot \chi_j(t, t_0) - \frac{\Delta P_j}{A_{p,j}} \cdot \frac{\chi_{p,j}}{E_{p,j}} \dots \dots \dots (v.4)$$

Como o concreto pré-comprimido se encurta, esta deformação é negativa e o cabo nessa região perde força, ΔP_j , neste caso tem o mesmo sinal de $\sigma_{p,j}$ (+).

$$\frac{\sigma_{p,j}}{E_{p,j}} \cdot \chi_j(t, t_0) - \frac{\Delta P_j}{A_{p,j}} \cdot \frac{\chi_{p,j}}{E_{p,j}} = (\lambda + \mu \cdot y_{ps,j})$$

$$\frac{\Delta P_j}{A_{p,j}} \cdot \frac{\chi_{p,j}}{E_{p,j}} = -(\lambda + \mu \cdot y_{ps,j}) + \frac{\sigma_{p,j}}{E_{p,j}} \cdot \chi_j(t, t_0)$$

$$\Delta P_j = \left[-(\lambda + \mu \cdot y_{ps,j}) \cdot A_{p,j} \cdot E_{p,j} + \sigma_{p,j} \cdot A_{p,j} \cdot \chi_j(t, t_0) \right] / \chi_{p,j} \dots \dots \dots (v.5)$$

4.3 Cálculo da deformação axial e da rotação

Fazendo $\sum H=0$, tem-se: $\sum \Delta N_{c,i} + \sum \Delta P_j = 0$.

Portanto, todos os prismas, sejam de aço ou de concreto, devem contribuir nos somatórios.

Desenvolvendo $\sum \Delta N_{c,i} + \sum \Delta P_j = 0$, e isolando-se λ e μ no primeiro membro, tem-se:

$$\sum (\lambda + \mu \cdot y_{pc,i}) \frac{A_{c,i} \cdot E_{c,i}}{x_{c,i}} + \sum (\lambda + \mu \cdot y_{ps,j}) \frac{A_{p,j} \cdot E_{p,j}}{x_{p,j}} =$$

$$\sum \frac{\sigma_{c,i} \cdot A_{c,i} \cdot \varphi_i(t, t_0)}{x_{c,i}} + \sum \frac{\epsilon_{cs,i} \cdot A_{c,i} \cdot E_{c,i}}{x_{c,i}} + \sum \frac{\sigma_{p,j} \cdot A_{p,j} \cdot \chi_j(t, t_0)}{x_{p,j}} =$$

$$\left(\sum \frac{A_{c,i} \cdot E_{c,i}}{x_{c,i}} + \sum \frac{A_{p,j} \cdot E_{p,j}}{x_{p,j}} \right) \lambda + \left(\sum \frac{A_{c,i} \cdot E_{c,i} \cdot y_{pc,i}}{x_{c,i}} + \sum \frac{A_{p,j} \cdot E_{p,j} \cdot y_{ps,j}}{x_{p,j}} \right) \mu =$$

$$\sum \frac{\sigma_{c,i} \cdot A_{c,i} \cdot \varphi_i(t, t_0)}{x_{c,i}} + \sum \frac{\epsilon_{cs,i} \cdot A_{c,i} \cdot E_{c,i}}{x_{c,i}} + \sum \frac{\sigma_{p,j} \cdot A_{p,j} \cdot \chi_j(t, t_0)}{x_{p,j}} \dots \dots \dots (V.6)$$

Fazendo $\sum M=0$, ou seja $\sum \Delta N_{c,i} \cdot y_{pc,i} + \sum \Delta P_j \cdot y_{ps,i} = 0$,
tem-se:

$$\sum (\lambda + \mu \cdot y_{pc,i}) \frac{A_{c,i} \cdot E_{c,i} \cdot y_{pc,i}}{x_{c,i}} + \sum (\lambda + \mu \cdot y_{ps,j}) \frac{A_{p,j} \cdot E_{p,j} \cdot y_{ps,j}}{x_{p,j}} =$$

$$= \sum \frac{\sigma_{c,i} \cdot A_{c,i} \cdot \varphi_i(t, t_0) \cdot y_{pc,i}}{x_{c,i}} + \sum \frac{\epsilon_{cs,i} \cdot A_{c,i} \cdot E_{c,i} \cdot y_{pc,i}}{x_{c,i}} +$$

$$+ \sum \frac{\sigma_{p,j} \cdot A_{p,j} \cdot \chi_j(t, t_0) \cdot y_{ps,j}}{x_{p,j}}, \text{ ou agrupando os coeficientes}$$

de λ e μ :

$$\left(\sum \frac{A_{c,i} \cdot E_{c,i} \cdot y_{pc,i}}{x_{c,i}} + \sum \frac{A_{p,j} \cdot E_{p,j} \cdot y_{ps,j}}{x_{p,j}} \right) \lambda + \left(\sum \frac{A_{c,i} \cdot E_{c,i} \cdot y_{pc,i}^2}{x_{c,i}} + \right.$$

$$\left. + \sum \frac{A_{p,j} \cdot E_{p,j} \cdot y_{ps,j}^2}{x_{p,j}} \right) \mu = \sum \frac{\sigma_{c,i} \cdot A_{c,i} \cdot \varphi_i(t, t_0) \cdot y_{pc,i}}{x_{c,i}} +$$

$$+ \sum \frac{\epsilon_{cs,i} \cdot A_{c,i} \cdot E_{c,i} \cdot y_{pc,i}}{x_{c,i}} + \sum \frac{\sigma_{p,j} \cdot A_{p,j} \cdot \chi_j(t, t_0) \cdot y_{ps,j}}{x_{p,j}} \dots \dots (V.7)$$

O sistema formado pelas expressões (v.6) e (v.7) pode ser escrito sob forma matricial:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \lambda \\ \mu \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{Bmatrix}$$

cuja solução é: $\begin{Bmatrix} \lambda \\ \mu \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{Bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{Bmatrix}$

onde:

$$a_{11} = \sum \frac{A_{c,i} \cdot E_{c,i}}{x_{c,i}} + \sum \frac{A_{p,j} \cdot E_{p,j}}{x_{p,j}}$$

$$a_{12} = a_{21} = \sum \frac{A_{c,i} \cdot E_{c,i} \cdot y_{pc,i}}{x_{c,i}} + \sum \frac{A_{p,j} \cdot E_{p,j} \cdot y_{ps,j}}{x_{p,j}}$$

$$b_1 = \sum \frac{\sigma_{c,i} \cdot A_{c,i} \cdot \varphi_i(t, t_0)}{x_{c,i}} + \sum \frac{\epsilon_{cs,i} \cdot A_{c,i} \cdot E_{c,i}}{x_{c,i}} + \sum \frac{\sigma_{p,j} \cdot A_{p,j} \cdot \chi_j(t, t_0)}{x_{p,j}}$$

$$a_{22} = \sum \frac{A_{c,i} \cdot E_{c,i} \cdot y_{pc,i}^2}{x_{c,i}} + \sum \frac{A_{p,j} \cdot E_{p,j} \cdot y_{ps,j}^2}{x_{p,j}}$$

$$b_2 = \sum \frac{\sigma_{c,i} \cdot A_{c,i} \cdot \varphi_i(t, t_0) \cdot y_{pc,i}}{x_{c,i}} + \sum \frac{\epsilon_{cs,i} \cdot A_{c,i} \cdot E_{c,i} \cdot y_{pc,i}}{x_{c,i}} + \\ + \sum \frac{\sigma_{p,j} \cdot A_{p,j} \cdot \chi_j(t, t_0) \cdot y_{ps,j}}{x_{p,j}}$$

Conhecidos os valores de λ e μ , a variação de tensão nos prismas de concreto é calculada a partir da expressão (v.3):

$$\frac{\Delta N_{c,i}}{A_{c,i}} = \Delta \sigma_{c,i} = \frac{-(\lambda + \mu \cdot y_{pc,i}) \cdot E_{c,i} + \sigma_{c,i} \cdot \varphi_i(t, t_0) + \epsilon_{cs,i} \cdot E_{c,i}}{x_{c,i}}$$

..... (v.8)

A variação de tensão nos prismas de aço é calculada a partir da expressão (v.5):

$$\frac{\Delta P_j}{A_{p,j}} = \Delta \sigma_{p,j} = \frac{-(\lambda + \mu \cdot y_{ps,j}) \cdot E_{p,j} + \sigma_{p,j} \cdot \chi_j(t, t_0)}{x_{p,j}} \dots \dots \dots (v.9)$$

5 TENSÕES NO CONCRETO

5.1 Enquanto existir apenas a parte 1

Considera-se a parte 1 como seção resistente, não só quando ela trabalha isoladamente, mas também por alguns dias após a concretagem da parte 2, enquanto este novo concreto não possuir resistência suficiente para contribuir na absorção de tensões. Vale ressaltar que quando se concretiza a parte 2, o acréscimo de carga permanente é resistido somente pela parte 1.

Essa etapa de cálculo, foi arbitrada como tendo uma duração de 3 dias, porém, para que o fenômeno seja adequadamente esclarecido demanda a realização de pesquisas experimentais, o que foge do escopo deste trabalho.

Antes de iniciar o cálculo com a seção plena, deve-se, a partir das tensões finais nas bordas da parte 1 e relativas a etapa anterior, calcular as tensões nos dois prismas equivalentes dessa parte.

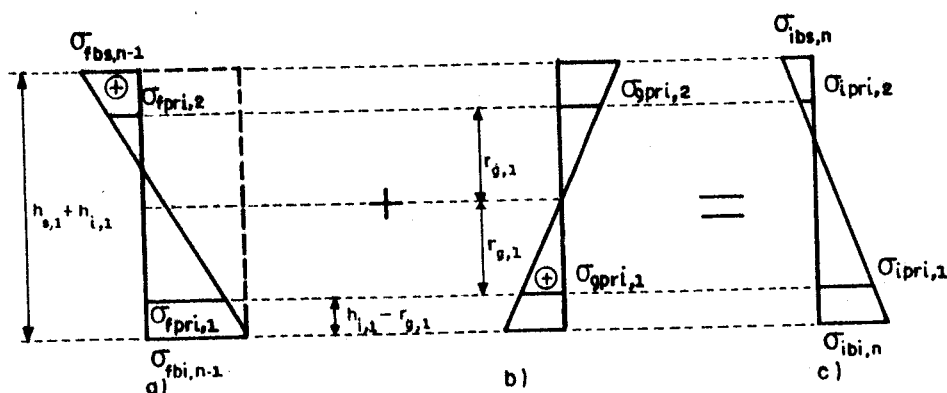


Fig. V.6 - Tensões nas bordas e nos prismas da parte 1:
 a) Tensões finais da etapa anterior;
 b) Tensões causadas por M_g da etapa n ;
 c) Tensões iniciais na etapa n .

Da Fig. V.6a, por semelhança de triângulos, tem-se:

$$\frac{\sigma_{fbi} - \sigma_{fbs}}{h_{s,1} + h_{i,1}} = \frac{\sigma_{fbi} - \sigma_{fpri,1,n-1}}{h_{i,1} - r_{g1}}, \quad \text{e a tensão no prisma}$$

inferior será:
$$\sigma_{fpri,1,n-1} = \sigma_{fbi} - \frac{h_{i,1} - r}{h_{s,1} + h_{i,1}} g_1 (\sigma_{fbi} - \sigma_{fbs})$$

Por procedimento análogo, a tensão final no prisma superior, na etapa $n-1$, será:

$$\sigma_{fpri,2,n-1} = \sigma_{fbi} - \frac{h_{i,1} + r}{h_{s,1} + h_{i,1}} g_1 (\sigma_{fbi} - \sigma_{fbs}),$$

ou em função de $\sigma_{fbs,1,n-1}$:

$$\sigma_{fpri,1,n-1} = \sigma_{fbs} + \frac{h_{s,1} + r}{h_{s,1} + h_{i,1}} g_1 (\sigma_{fbi} - \sigma_{fbs})$$

$$\sigma_{fpri,2,n-1} = \sigma_{fbs} + \frac{h_{s,1} - r}{h_{s,1} + h_{i,1}} g_1 (\sigma_{fbi} - \sigma_{fbs})$$

As tensões devidas ao carregamento permanente, tal como mostra a Fig. V.6b, serão:

$$\sigma_{gpri,1} = M_{g,n} \cdot r_{g1} / I_{cp,1} \quad e \quad \sigma_{gpri,2} = M_{g,n} \cdot r_{g1} / I_{cp,1}$$

As tensões iniciais nos prismas na etapa n , serão:

$$\sigma_{ipri,1} = \sigma_{fpri,1,n-1} + \sigma_{gpri,1}$$

$$\sigma_{ipri,2} = \sigma_{fpri,2,n-1} + \sigma_{gpri,2}$$

5.2 Quando a seção for constituída de duas partes

Após a idade convencional de cura do concreto da parte 2, o cálculo é efetuado pelo "Método dos Prismas Equivalentes", para o qual precisa-se conhecer as tensões iniciais em todos os prismas de concreto.

5.2.1 Tensões iniciais nos prismas de concreto

Após a concretagem da segunda parte (laje), é interessante, face à variação do módulo de deformação longitudinal do concreto jovem, processar uma etapa, iniciando em j dias (sendo $j < 28$, uma idade convencional de cura para a parte 2) e terminando em 28 dias, considerando a

variação entre $E_{c,j,2}$ e $E_{c,28}$. Nessa etapa, os prismas 3 e 4, concernentes à laje, possuem tensões iniciais nulas, e ao final da etapa de duração 28-j (dias), já terão tensões oriundas das alterações ocorridas no período.

Em seguida, pode-se processar outra etapa, iniciando aos 28 dias e terminando na idade do carregamento seguinte ou na idade final, considerando o $E_{c,28,2} = \text{cte.}$

Os prismas de uma parte 1, na etapa n, têm as tensões calculadas pela expressão geral:

$$\sigma_{pri,i,n} = \sigma_{fpri,i,n-1} + \sigma_{gpri,i,n} + \sigma_{ppri,i,n}$$

com $i = 1,4$, onde:

$\sigma_{fpri,i,n-1}$ é a tensão final da etapa anterior, n-1;

$\sigma_{gpri,i,n}$ é a tensão devida a carga permanente aplicada no início da etapa n;

$\sigma_{ppri,i,n}$ é a tensão introduzida pela protensão na etapa n.

a) Distribuição das tensões oriundas das cargas permanentes

Para uma etapa na seção plena, as tensões nos prismas, oriundas de carga permanente adicional se faz, de modo proporcional ao valor de $\alpha_{c,i}$, conforme a Fig. V.7, através/das expressões:

$$\sigma_{gpri,1,n} = M_{g,n} \cdot y_{pc1} / I_c \quad ; \quad \sigma_{gpri,2,n} = M_{g,n} \cdot y_{pc2} / I_c$$

$$\sigma_{gpri,3,n} = \alpha_{c,3} \cdot M_{g,n} \cdot y_{pc3} / I_c \quad ; \quad \sigma_{gpri,4,n} = \alpha_{c,4} \cdot M_{g,n} \cdot y_{pc4} / I_c$$

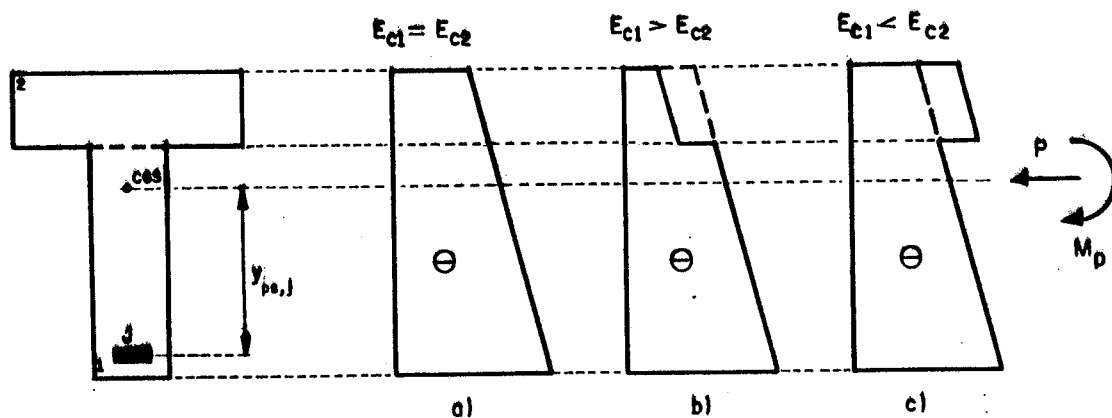


Fig. V.7 - Distribuição das tensões na seção plena:

a) $E_{c,28,1} = E_{c,28,2}$; b) $E_{c,28,1} > E_{c,28,2}$; c) $E_{c,28,1} < E_{c,28,2}$

b) Tensões nos prismas de concreto quando se efetua uma protensão no conjunto

A tensão aplicada por protensão, num prisma de concreto i , também depende em que parte se situa o referido prisma, sendo diretamente proporcional ao valor de $\alpha_{c,i}$.

Chamando $\sigma_{ppri,i}$, essa tensão, no início de uma etapa n , quando se protende a seção plena, através do tracionamento de um feixe j , tem-se:

$$\sigma_{ppri,i} = \alpha_{c,i} \cdot \left(- \frac{\sigma_{po,j} \cdot A_{p,j}}{A_c} + \frac{M_{p,j} \cdot y_{pci}}{I_c} \right),$$

sendo: $M_{p,j} = - \frac{\sigma_{po,j} \cdot A_{p,j} \cdot y_{psj}}{I_c}$ e $\alpha_{c,i} = \frac{E_{c28,i}}{E_{c28,1}}$

$$\sigma_{ppri,i} = \alpha_{c,i} \cdot \left(- \frac{\sigma_{po,j} \cdot A_{p,j}}{A_c} - \frac{\sigma_{po,j} \cdot A_{p,j} \cdot y_{psj} \cdot y_{pci}}{I_c} \right)$$

$$\sigma_{ppri,i} = \alpha_{c,i} \cdot \sigma_{po,j} \cdot \left(-\rho_{hj} - \rho_{hj} \cdot \frac{A_c}{I_c} \cdot y_{psj} \cdot y_{pci} \right)$$

$$\sigma_{ppri,i} = -\alpha_{c,i} \cdot \sigma_{po,j} \cdot \rho_{hj} \left(1 + y_{psj} \cdot y_{pci} \cdot \frac{A_c}{I_c} \right)$$

$$\sigma_{ppri,i} = -\alpha_{c,i} \cdot \sigma_{po,j} \cdot \rho_{hj} \cdot \eta_{pri,i,j}$$

5.2.2 Perdas de tensões nos prismas de concreto

$$\Delta\sigma_{pri,i,n} = \Delta N_{c,i} / A_{cpri,i}$$

5.2.3 Tensões finais nos prismas de concreto

$$\sigma_{fpri,i,n} = \sigma_{pri,i,n} - \Delta\sigma_{pri,i,n}$$

Com esta tensão prossegue-se o cálculo para a etapa seguinte.

5.3 Tensões nas bordas da seção

5.3.1 Tensões iniciais nas bordas

Conhecidas as tensões nos prismas, conforme item 5.2.1, as tensões iniciais nas bordas de uma parte 1, serão:

$\sigma_{cbs,1}$ - na borda superior, calculada pela expressão:

$$\sigma_{cbs,1} = \sigma_{pri,2l} + (\sigma_{pri,2l-1} - \sigma_{pri,2l}) \cdot (r_{gl} - h_{sl}) / 2r_{gl}$$

$\sigma_{cbl,1}$ - na borda inferior, calculada pela expressão:

$$\sigma_{cbl,1} = \sigma_{pri,2l} + (\sigma_{pri,2l-1} - \sigma_{pri,2l}) \cdot (r_{gl} - h_{il}) / 2r_{gl}$$

5.3.2 Perda de tensões nas bordas

Serão designadas por:

$\Delta\sigma_{cbs,1}$ - perda na borda superior;

$\Delta\sigma_{cbl,1}$ - perda na borda inferior.

Essas perdas são calculadas a partir das perdas nos prismas de concreto, como por exemplo, quando se tem uma distribuição de tensões, tal como na Fig. V.8.

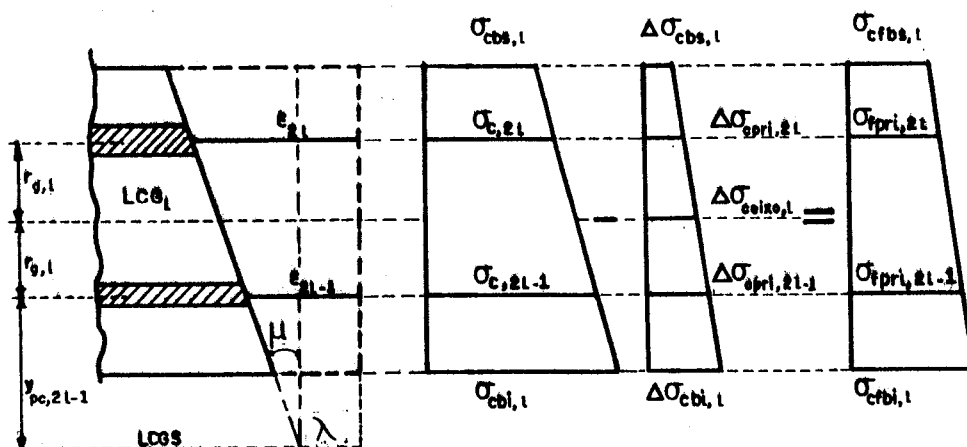


Fig. V.8 - Esquema possível de variação de tensões nas bordas de uma parte 1.

A perda de tensão no centro de gravidade de cada parte 1, será:

$$\Delta\sigma_{\text{ceixo},1} = (\Delta\sigma_{\text{cpri},21-1} + \Delta\sigma_{\text{cpri},21})/2$$

Perda de tensão na borda superior:

$$\frac{\Delta\sigma_{\text{cbs},1} - \Delta\sigma_{\text{ceixo},1}}{h_{s1}} = \frac{\Delta\sigma_{\text{cpri},21} - \Delta\sigma_{\text{ceixo},1}}{r_{g1}}$$

$$\Delta\sigma_{\text{cbs},1} = \frac{h_{s1}}{r_{g1}} \cdot \Delta\sigma_{\text{cpri}} + \left(1 - \frac{h_{s1}}{r_{g1}}\right) \cdot \Delta\sigma_{\text{ceixo},1}$$

Perda de tensão na borda inferior:

$$\frac{\Delta\sigma_{\text{ceixo},1} - \Delta\sigma_{\text{cbi},1}}{h_{i1}} = \frac{\Delta\sigma_{\text{ceixo},1} - \Delta\sigma_{\text{cpri},21-1}}{r_{g1}}$$

$$\Delta\sigma_{\text{ceixo},1} - \Delta\sigma_{\text{cbi},1} = \frac{h_{i1}}{r_{g1}} (\Delta\sigma_{\text{ceixo},1} - \Delta\sigma_{\text{cpri},21-1})$$

$$\Delta\sigma_{\text{cbi},1} = \frac{h_{i1}}{r_{g1}} \Delta\sigma_{\text{cpri},21-1} + \left(1 - \frac{h_{i1}}{r_{g1}}\right) \cdot \Delta\sigma_{\text{ceixo},1}$$

As tensões finais nas bordas serão:

$$\sigma_{\text{cfbs},1} = \sigma_{\text{cbs},1} - \Delta\sigma_{\text{cbs},1} \quad \text{e} \quad \sigma_{\text{cfbi},1} = \sigma_{\text{cbi},1} - \Delta\sigma_{\text{cbi},1}$$

6 TENSÕES NO AÇO DE PROTENSÃO

6.1 Tensões iniciais nos prismas de aço

A análise é semelhante ao que foi visto na Parte IV, sempre distinguindo se há ou não protensão no início de cada etapa, considerando-se sempre a geometria da seção - primária ou plena.

Quando há protensão num feixe j , numa etapa n , a tensão nesse feixe será $\sigma_{p0,j,n}$ e nos demais, não considerando o encurtamento elástico do concreto, será a tensão final da etapa anterior, $\sigma_{pf,i,n-1}$.

Quando há apenas carregamento numa etapa n , a tensão num feixe será dada pela soma da tensão final na

etapa anterior acrescida da influência do momento fletor oriundo do carregamento, obviamente considerando o momento de inércia da seção vigente, bem como a excentricidade dos cabos em relação ao CG dessa seção (primária ou plena):

a) Enquanto existir apenas a seção primária

$$\sigma_{p0,j,n} = \sigma_{pf,j,n-1} + \alpha_p \cdot M_{g,n} \cdot e_{x_j} / I_{cp1,n}$$

b) Quando existir a seção plena

$$\sigma_{p0,j,n} = \sigma_{pf,j,n-1} + \alpha_p \cdot M_{g,n} \cdot y_{psj} / I_c$$

6.2 Perdas de tensões nos prismas de aço

Sendo ΔP_j , a perda de força num prisma j , calculada conforme item 4.2, a perda de tensão nesse prisma será:

$$\Delta \sigma_{p,j,n} = \Delta P_j / A_{p,j}$$

6.3 Tensões finais nos prismas de aço

$$\sigma_{pf,j,n} = \sigma_{p,j,n} - \Delta \sigma_{p,j,n}$$

7 PROGRAMA COMPUTACIONAL CARCON.FOR

O modelo do arquivo de dados de entrada e a listagem deste programa, se encontram em Anexo.

8 EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

8.1 Exemplo 1: Seção com quatro etapas

a) Enunciado

Calcular as perdas de protensão em dois feixes de cabos, do tipo RB, aos 50 anos de idade, sendo a protensão feita em duas etapas. A primeira acontece aos 7 dias, quando o feixe 1 é tracionado com uma tensão $\sigma_{p0,1} = 1309,1$ MPa e mobiliza um momento permanente $M_{g1} = 429000$ kN.cm. A segunda etapa ocorre aos 53 dias após a primeira, quando o feixe 2 é tracionado com uma tensão $\sigma_{p0,2} = 1309,1$ MPa e mobiliza um momento permanente $M_{g2} = 281000$ kN.cm. Aos 120 dias de idade concreta-se uma laje na parte superior da viga, acarretando um acréscimo de carga permanente, cujo momento fletor é $M_{g3} = 281000$ kN.cm, sem que haja protensão. Ainda, aos 180 dias, aplica-se no conjunto mais um carregamento permanente, cujo momento fletor é $M_{g4} = 233000$ kN.cm. O cimento é de endurecimento lento ($\alpha=1$). Considera-se no decorrer do tempo, uma temperatura média de 20°C e $U=70\%$.

Partes: $I_{c,1} = 79000000$ cm⁴; $I_{c,2} = 180000$ cm⁴;

$f_{ck,1} = 27,60$ MPa; $u_{ar,1} = 745$ cm; $Slump_1 = 8$; $A_{c,1} = 9100$ cm²;

$f_{ck,2} = 27,60$ MPa; $u_{ar,2} = 500$ cm; $Slump_2 = 8$; $A_{c,2} = 5400$ cm²;

Feixes: $A_{p1} = 33,90$ cm²; $ex_1 = 108,7$ cm; $A_{p2} = 22,60$ cm²;

$ex_2 = 86,2$ cm; $f_{ptk} = 1760$ MPa; $E_p = 200000$ MPa.

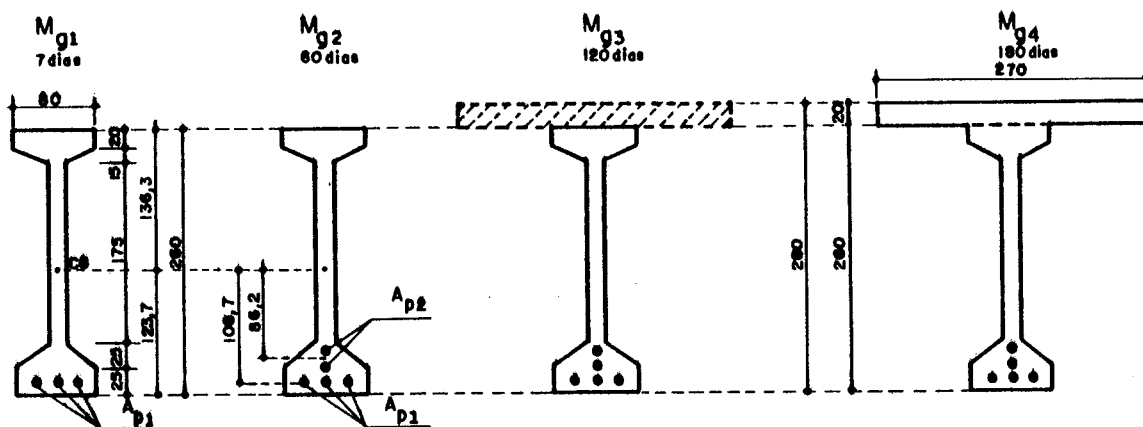


Fig. V.9 - Seção da viga, nas diversas etapas

b) Arquivo de dados para uma idade final de 18250 dias

ARQUIVO CARCON12.DAT

TITULO

 VIGA T - CINCO ETAPAS - EC2= 27000. MPa

SECAO

--

01

TIPO

--

RB

U	FPTK	EP
+++++++.++-----.-+++++++.++		
70.	1760.	200000.

NPART NFEIXE

-----+++++++	
2	2

PARTE NETAP(K)

-----+++++++	
1	2
2	2

PARTE	ACP(K)	HCG(K)	HS(K)	HI(K)	ICP(K)
-----+++++.++-----.-+++++.++-----.-+++++++.++					
1	9100.	123.7	136.3	123.7	79000000.
2	5400.	270.0	10.0	10.0	180000.

PARTE FCK(K) UAR(K) SLUMPP(K) ALFAF(K)

-----+++++++.++-----.-+++++++.-----				
1	27.60	745.0	8	1
2	16.91	500.0	8	1

FEIXE AP(K) EX(K) SIGPO(K)

-----+++++++.++-----.-+++++++.++			
1	33.90	108.70	1309.1
2	22.60	86.20	1309.1

ETAPA CAR(K) PROT(K) CONC(K0) MG(K)

-----+++++++.-----+-----+-----.-				
1	1	1	0	429000.
2	1	1	0	281000.

3	1	0	0	281000.
4	1	0	1	1.
5	1	0	0	233000.

NPERA

1

TA(J) DELTA(J)

----- .----+++++.+++

20. 7.

NPERD

1

TD(J) DELTD(J)

----- .----+++++.+++

20. 53.

NPERD

1

TD(J) DELTD(J)

----- .----+++++.+++

20. 60.

NPERD

1

TD(J) DELTD(J)

----- .----+++++.+++

20. 3.

NPERD

1

TD(J) DELTD(J)

----- .----+++++.+++

20. 57.

NPERD

1

TD(J) DELTD(J)

-----.-+++-----.

20. 18070.

c) Resultados obtidos

No processamento admitiu-se uma etapa a mais, com duração de 03 dias, tendo início, quando ocorre a concretagem da laje, daí a consideração de cinco etapas. Supôs-se que após três dias, o concreto dessa parte seja capaz de suportar tensões oriundas dos efeitos diferidos. Assim, ao final desses três dias, o cálculo se processa com seção plena, onde os dois prismas equivalentes à região da laje, bem como as bordas inferior e superior da mesma, possuem tensões nulas para iniciar o processamento da etapa seguinte.

Para analisar o efeito da resistência do concreto da parte 2, foram calculadas as tensões normais às bordas inferior e superior das partes, aos 50 anos, para diferentes valores de $f_{ck,2}$. Os valores de $f_{ck,2}$ são 8,71 MPa, 16,91 MPa e 27,60 MPa, os quais correspondem a $E_{c,2} = 20883,43$ MPa, $E_{c,2} = 27000,00$ MPa e $E_{c,2} = 33333,33$ MPa, respectivamente.

Os arquivos de resultados são extensos, portanto estão mostrados em forma de tabelas, para diferentes valores do módulo de elasticidade da parte 2 .

c.1) $f_{ck,2} = 8,71$ MPa e $E_{c,2} = 20883,43$ MPa

Tab. V.3 - Tensões nos feixes (MPa)

ETAPA			FEIXE I			FEIXE II		
Nº	t_o	t_r	Inicial	Perda	Final	Inicial	Perda	Final
1	7	60	1309,1	85,1	1224,0	-----	-----	-----
2	60	120	1224,0	24,2	1199,7	1309,1	61,3	1247,8
3	120	123	1222,9	-4,5	1227,4	1266,1	-3,2	1269,4
4	123	180	1227,4	18,1	1209,4	1269,4	20,6	1248,8
5	180	∞	1225,1	82,9	1142,2	1262,1	96,5	1165,6

Tab. V.4 - Tensões no concreto (MPa)

ETAPA			PARTE I				PARTE II			
N ^o	t ₀	t _r	Inferior		Superior		Inferior		Superior	
			Inic.	Final	Inic.	Final	Inic.	Final	Inic.	Final
1	7	60	-5,71	-4,90	-3,96	-4,18	---	---	---	---
2	60	120	-7,75	-7,18	-7,88	-8,00	---	---	---	---
3	120	123	-3,10	-3,16	-12,77	-12,75	---	---	---	---
4	123	180	-3,16	-3,51	-12,75	-10,90	0,00	-0,96	0,00	-1,01
5	180	∞	-0,62	-0,53	-12,60	-9,18	-2,03	-3,91	-2,30	-4,22

c.2) $f_{ck,2} = 16,91$ MPa e $E_{c,2} = 27000,00$ MPa

Tab. V.5 - Tensões nos feixes (MPa)

ETAPA			FEIXE I			FEIXE II		
N ^o	t ₀	t _r	Inicial	Perda	Final	Inicial	Perda	Final
1	7	60	1309,1	85,1	1224,0	-----	-----	-----
2	60	120	1224,0	24,2	1199,7	1309,1	61,3	1247,8
3	120	123	1222,9	-4,5	1227,4	1266,1	-3,2	1269,4
4	123	180	1227,4	18,5	1208,9	1269,4	20,9	1248,5
5	180	∞	1224,3	85,0	1139,3	1261,7	97,6	1164,1

Tab. V.6 - Tensões no concreto (MPa)

ETAPA			PARTE I				PARTE II			
N ^o	t ₀	t _r	Inferior		Superior		Inferior		Superior	
			Inic.	Final	Inic.	Final	Inic.	Final	Inic.	Final
1	7	60	-5,71	-4,90	-3,96	-4,18	---	---	---	---
2	60	120	-7,75	-7,18	-7,88	-8,00	---	---	---	---
3	120	123	-3,10	-3,16	-12,77	-12,75	---	---	---	---
4	123	180	-3,16	-3,59	-12,75	-10,63	0,00	-1,09	0,00	-1,14
5	180	∞	-0,79	-0,82	-12,08	-8,20	-2,27	-4,40	-2,59	-4,74

c.3) $f_{ck,2} = 27,60 \text{ MPa}$ e $E_{c,2} = 33333,33 \text{ MPa}$

Tab. V.7 - Tensões nos feixes (MPa)

ETAPA			FEIXE I			FEIXE II		
Nº	t_0	t_r	Inicial	Perda	Final	Inicial	Perda	Final
1	7	60	1309,1	85,1	1224,0	-----	-----	-----
2	60	120	1224,0	24,2	1199,7	1309,1	61,3	1247,8
3	120	123	1222,9	-4,5	1227,4	1266,1	-3,2	1269,4
4	123	180	1227,4	18,9	1208,5	1269,4	21,0	1248,3
5	180	∞	1223,6	86,7	1136,9	1261,3	98,4	1162,9

Tab. V.8 - Tensões no concreto (MPa)

ETAPA			PARTE I				PARTE II			
Nº	t_0	t_r	Inferior		Superior		Inferior		Superior	
			Inic.	Final	Inic.	Final	Inic.	Final	Inic.	Final
1	7	60	-5,71	-4,90	-3,96	-4,18	---	---	---	---
2	60	120	-7,75	-7,18	-7,88	-8,00	---	---	---	---
3	120	123	-3,10	-3,16	-12,77	-12,75	---	---	---	---
4	123	180	-3,16	-3,66	-12,75	-10,42	0,00	-1,21	0,00	-1,25
5	180	∞	-0,92	-1,06	-11,67	-7,42	-2,46	-4,80	-2,82	-5,14

Tensões nos feixes:

Verifica-se que ocorreu menos perda de protensão, quando o concreto da parte acrescentada é mais fraco ($f_{ck,2} = 8,71 \text{ MPa}$), porém foram variações insignificantes, face a gama de parâmetros envolvidos e dados estimados. Essas variações foram 0,95% para o feixe 1 (1142,2 MPa a 1136,9 MPa) e 0,68% para o feixe 2 (1165,6 MPa a 1162,9), portanto não apresentaram variação sequer de 1%.

Esses valores ficaram bem próximos dos valores encontrados por CASTANHO [2], que são:

Feixe 1, $\sigma_{pf,1} = 1136,7 \text{ MPa}$ e Feixe 2, $\sigma_{pf,2} = 1155,6 \text{ MPa}$.

Portanto, conclui-se que a resistência do concreto da parte acrescentada praticamente não influi nas perdas de tensão nos feixes de protensão.

Tensões no concreto:

Verificou-se que, quanto maior for a resistência $f_{ck,2}$, maiores serão as tensões de compressão nas bordas das partes, com exceção da borda superior da seção primária, cuja tensão diminui à medida que se aumenta $f_{ck,2}$.

As tensões na borda inferior da seção primária variaram de -0,53 MPa, -0,82 MPa a -1,06 MPa para $f_{ck,2}=8,71$ MPa, $f_{ck,2}=16,91$ MPa e $f_{ck,2}=27,60$ MPa, respectivamente.

As tensões na borda superior da seção primária variaram de -9,18 MPa, -8,20 MPa a -7,42 MPa para $f_{ck,2}=8,71$ MPa, $f_{ck,2}=16,91$ MPa e $f_{ck,2}=27,60$ MPa, respectivamente.

Na parte acrescentada, as tensões na borda inferior variaram de -3,91 MPa, -4,40 MPa a -4,80 MPa para $f_{ck,2}=8,71$ MPa, $f_{ck,2}=16,91$ MPa e $f_{ck,2}=27,60$ MPa, respectivamente. Já na borda superior desta seção, as tensões variaram de -4,22 MPa, -4,74 MPa a -5,14 MPa para $f_{ck,2}=8,71$ MPa, $f_{ck,2}=16,91$ MPa e $f_{ck,2}=27,60$ MPa, respectivamente.

Esses valores ficaram bem próximos dos valores obtidos por CASTANHO [3], que são:

Parte 2 - borda superior : - 5,24 MPa

borda inferior : - 4,82 MPa

Parte 1 - borda superior : -10,60 MPa

borda inferior : - 0,30 MPa

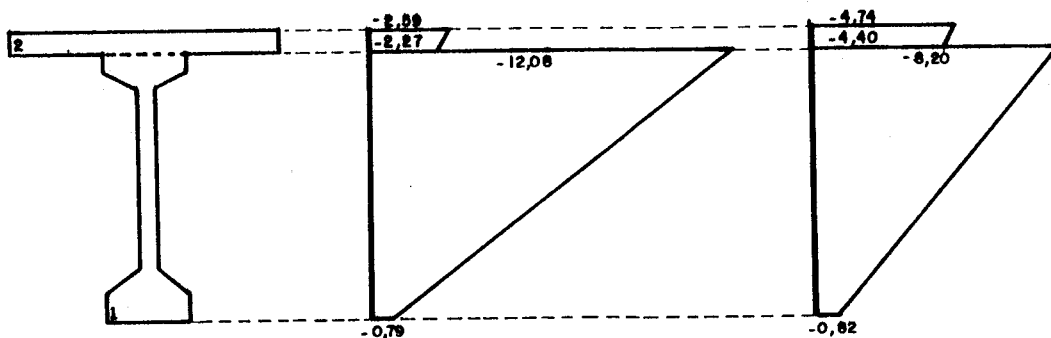


Fig. V.10 - Variação das tensões na seção p/ a última etapa sendo $E_{c,2}=27000$ MPa

8.2 Exemplo 2 : Seção com três etapas, sendo a última com protensão na seção plena.

a) Enunciado

Calcular as perdas de protensão em dois feixes de cabos, do tipo RN, nas idades abaixo, sendo a protensão feita em duas etapas. A primeira ocorre aos 28 dias, quando o feixe 1 é tracionado com uma tensão $\sigma_{p0,1} = 784,5$ MPa e mobiliza um momento permanente $M_{g1} = 151880$ kN.cm. Aos 56 dias de idade é concretada uma laje na parte superior da viga, acarretando um acréscimo de momento fletor $M_{g2} = 160540$ kN.cm e não ocorre protensão. Decorridos mais 28 dias, o feixe 2 é tracionado com uma tensão $\sigma_{p0,2} = 739,3$ MPa e é incorporado mais um carregamento, cujo momento permanente é $M_{g3} = 38360$ kN.cm. Devem ser calculadas as perdas nos feixes, nas idades de 56 dias, 84 dias, e também 50 anos. Calcular ainda, as tensões finais nas bordas das partes que compõem a seção definitiva. As características dos materiais são:

-concreto : $f_{ck,1} = f_{ck,2} = 24,00$ MPa e $Slump_1 = Slump_2 = 8$.

-aço : $f_{ptk} = 1500$ MPa e $E_p = 200000$ MPa.

$A_{p1} = 32,31$ cm²; $ex_1 = 79,46$ cm; $A_{p2} = 23,10$ cm²; $ex_2 = 65,88$ cm.

Parte 1 - $u_{ar,1} = 575,9$ cm; $A_{c,1} = 5625$ cm²; $I_{c,1} = 22885000$ cm⁴;

Parte 2 - $u_{ar,2} = 470,0$ cm; $A_{c,2} = 4875$ cm²; $I_{c,2} = 82968,75$ cm⁴.

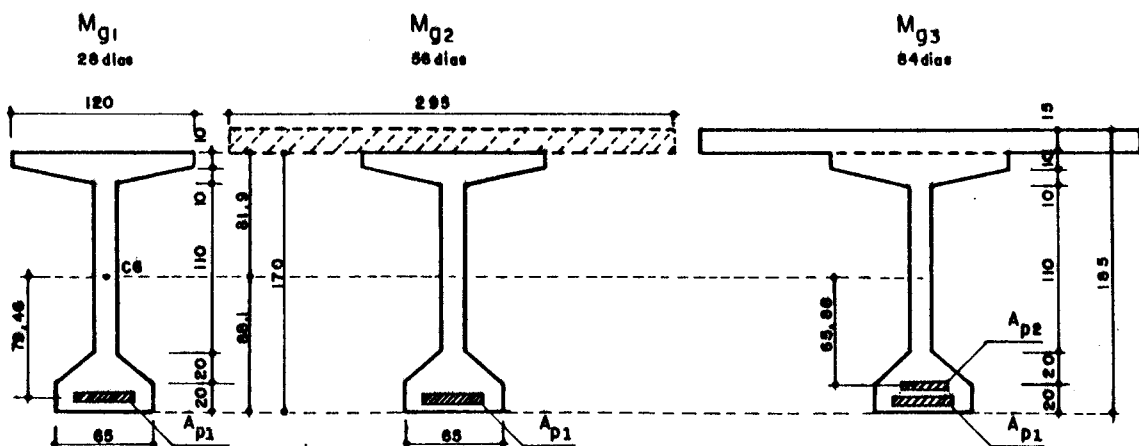


Fig. V.11 - Seção da viga, nas diversas etapas

b) Arquivo de dados CARCON21.DAT

ARQUIVO CARCON21.DAT

TITULO

VIGA PONTE MOGI-QUATRO ETAPAS FCK=24 MPa

SECAO

--

01

TIPO

--

RN

U	FPTK	EP
+++++++.++-----.-+-----+.++		
70.	1500.	200000.

NPART NFEIXE

-----++++++

2	2
---	---

K	NETAP(K)
---	----------

-----++++++

1	2
---	---

2	2
---	---

PARTE	ACP(K)	HCG(K)	HS(K)	HI(K)	ICP(K)
-----+++++.++-----.-+-----.-+-----.-+-----+.++					
1	5625.	88.1	81.9	88.1	22885000.
2	4875.	177.5	7.5	7.5	82968.75

PARTE	FCK(K)	UAR(K)	SLUMPP(K)	ALFAF(K)
-------	--------	--------	-----------	----------

-----+++++.++-----.-+-----.-+-----.-+-----+				
1	24.	575.9	8	1
2	24.	470.0	8	1

FEIXE	AP(K)	EX(K)	SIGPO(K)
-------	-------	-------	----------

-----+++++.++-----.-+-----.-+-----.-+-----+			
1	32.34	79.46	784.5
2	23.10	65.88	739.3

ETAPA	CAR(K)	PROT(K)	CONC(K)	MG(K)
-------	--------	---------	---------	-------

-----+++++-----+-----+-----.-+-----				
1	1	1	0	151880.
2	1	0	0	160540.

3	1	0	1	1.
4	1	1	0	38360.

NPERA

1

TA(J) DELTA(J)

----- .-----+ .+++

20. 28.

NPERD

1

TD(J) DELTD(J)

----- .-----+ .+++

20. 28.

NPERD

1

TD(J) DELTD(J)

----- .-----+ .+++

20. 3.

NPERD

1

TD(J) DELTD(J)

----- .-----+ .+++

20. 25.

NPERD

1

TD(J) DELTD(J)

----- .-----+ .+++

20. 18166.

c) Resultados obtidos para as várias etapas

As tensões nos feixes, e nas bordas inferior e superior das partes, estão contidas nas Tabelas V.9 e V.10, respectivamente.

$$c.1) f_{ck,2} = 24,00 \text{ MPa} \quad \text{e} \quad E_{c,2} = 31343,13 \text{ MPa}$$

Tab. V.9 - Tensões nos feixes (MPa)

ETAPA			FEIXE I			FEIXE II		
Nº	t ₀	t _r	Inicial	Perda	Final	Inicial	Perda	Final
1	28	56	784,5	56,5	728,0	----	----	----
2	56	59	763,6	-9,0	772,5	----	----	----
3	59	84	772,5	10,2	762,4	----	----	----
4	84	∞	762,4	143,6	618,8	739,3	94,9	644,4

Aos 50 anos, o feixe 1 teve uma variação total de 165,1 MPa, na sua tensão, o que corresponde a 21,12% de sua tensão inicial (784,5 MPa). O feixe 2, tracionado posteriormente e com menor tensão inicial (739,3 MPa) sofreu uma perda menor, 94,9 MPa, correspondente a 12,83% da tensão inicial.

Tab. V.10 - Tensões no concreto (MPa)

ETAPA			PARTE I				PARTE II			
Nº	t ₀	t _r	Inferior		Superior		Inferior		Superior	
			Inic.	Final	Inic.	Final	Inic.	Final	Inic.	Final
1	28	56	-6,42	-5,54	-2,73	-2,93	---	---	---	---
2	56	59	0,08	-0,06	-8,55	-8,52	---	---	---	---
3	59	84	-0,06	-0,55	-8,52	-6,60	0,00	-0,77	0,00	-0,83
4	84	∞	-6,46	-4,60	-6,89	-3,57	-1,06	-2,48	-0,63	-2,45

A seção plena ficou ainda, aos 50 anos, totalmente comprimida para as cargas permanentes + protensão. Os valores das tensões normais estão mostrados na Fig. V.12.

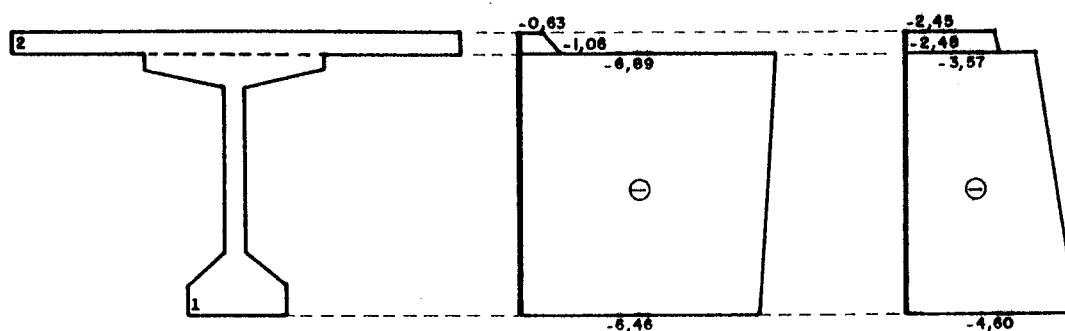


Fig. V.12 - Tensões na seção plena no início e fim da última etapa (84 dias até 50 anos)

9 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] CEB/FIP Evaluation of the time dependent behavior of concrete. Comité Euro-International Du Béton. p.27
- [2] CASTANHO, José Lourenço B.A. Exemplo de aplicação da NBR-7197 no cálculo das variações de tensão no aço e no concreto, devidas as perdas diferidas. p.1-29
- [3] Id.ibid., p.27

VI - CONSIDERAÇÕES FINAIS

1 CONCLUSÕES

Esta pesquisa foi voltada para atender os casos mais usuais que surgem nos projetos de estruturas de concreto protendido, quando procurou-se colocar de maneira explícita e ordenada uma metodologia de cálculo das perdas progressivas.

Da análise feita na Parte II, quando se considera uma única etapa de concretagem, protensão e carregamento, conclui-se que o programa computacional teve um ótimo desempenho, pois cumpriu seu objetivo, visto que os resultados do processamento ficaram bem próximos dos encontrados nos exemplos de CASTANHO [1] e CEB-FIP [2]. Para uma análise mais completa, considerou-se o efeito da armadura passiva, cujos exemplos processados mostraram que ela contribui para que ocorra menos perda de protensão, porém a diferença é pequena em termos de projeto. Num exemplo processado, trabalhando-se com níveis de tensões em torno de $0,40f_{ck}$, quando $A_s = 0,5A_p$, encontrou-se uma diferença de 4,62%, a menor, na perda de tensão na armadura de protensão. Quando igualou-se as duas armaduras, ou seja, $A_s = A_p$, encontrou-se uma diferença de 11,09%.

Quanto à Parte III - quando se considera a variação simultânea de protensão e carregamento em etapas, observou-se que a protensão em etapas conduz à perdas de tensão menores para os feixes, quando:

- a primeira protensão for aplicada com maior idade (maior maturidade) possível para o concreto;
- a protensão da etapa for aplicada com o máximo intervalo de tempo em relação à protensão anterior.

Na Parte IV - quando se considera acréscimo de protensão ou de carga permanente em etapas quaisquer, as conclusões não diferem daquelas da Parte III, visto que a diferença está apenas na inclusão de carregamentos permanentes, sem protensão, em etapas. À luz dos exemplos processados, concluiu-se que a peça teve um melhor desempenho quando o intervalo de tempo entre a segunda protensão e a primeira foi maior.

Finalmente, na Parte V - quando se trata da seção formada por dois concretos com características diferentes, pode-se concluir que:

- a variação da resistência do concreto da parte acrescentada pouco influi nas perdas progressivas;
- quanto maior for a resistência do concreto da parte acrescentada, maiores serão as tensões nas bordas dessa parte ao tempo infinito; a seção primária terá maior tensão na borda inferior e maior na parte superior.

Através desta análise computacional é possível incorporar rapidez e segurança ao cálculo das tensões normais nas seções, a um tempo qualquer. Assim, pode-se empenhar um tempo maior em estudos prévios, efetuando-se simulações da geometria da peça, da cablagem, das idades em que ocorrem as etapas de protensão e inclusão de cargas permanentes, etc.

2 SUGESTÕES PARA OUTRAS PESQUISAS

Muitas pesquisas poderão incorporar os cálculos das perdas progressivas, segundo esta metodologia.

No que diz respeito ao cálculo das deformações por fluência, seria interessante uma pesquisa usando o Método do Módulo de Deformação Efetivo Ajustado (AAEM - Age Adjusted Effective Modulus), para efeito de comparação com o prescrito pela NBR 7197, o qual é baseado no Método da Tensão Média (MS - Mean Stress). Nesse caso, deve-se calcular automaticamente o coeficiente de envelhecimento ("aging coefficient") para evitar a consulta aos diagramas apresentados pelo CEB 78.

Quanto ao cálculo das deformações específicas por retração e por fluência do concreto, pode ser desenvolvida uma programação com base na proposta do CEB-FIP/1990, citada na Parte I. Nela, a deformação específica por retração depende dos mesmos parâmetros da proposta do CEB-FIP/1978 (tipo de cimento, umidade relativa do ambiente, espessura fictícia da peça, resistência média à compressão do concreto e temperatura do ambiente), porém apresenta expressões diferentes. Com respeito ao cálculo do coeficiente de fluência $\varphi(t, t_0)$, as expressões modificadas consideram os efeitos da umidade relativa do ambiente, da espessura fictícia da peça, do tipo de cimento e trazem inovações que são os efeitos de:

- Temperaturas altas ou baixas, antes e durante o carregamento;
- Tensões altas, ou seja, as situadas entre $0,4 f_c(t_0)$ e $0,6 f_c(t_0)$. Nesse intervalo de tensões, a fluência cresce de modo não linear e isso é considerado. Daí a necessidade de ter, em cada etapa de cálculo, o nível de tensão para que o coeficiente de fluência seja corrigido.

As estruturas hiperestáticas, também merecem um trabalho especial para que sejam analisadas de modo global e não apenas, em seções principais, como é o caso das

estruturas isostáticas.

A partir desta análise é possível ampliar, em outras pesquisas, aos casos de protensão com aderência inicial, para contemplar as estruturas pré-fabricadas, protendidas em pistas. Isto poderá ser feito de duas maneiras:

a) De modo genérico:-

Este caso é aproximado em certos aspectos construtivos, pois os dados são únicos para todos os fabricantes, daí ser o menos prático e pouco indicado.

b) De modo particular:-

Neste caso, as hipóteses de projeto devem retratar, para cada tipo estrutural, os processos de fabricação, cura, estocagem, manuseio, transporte e colocação em serviço. Deve-se ter em mente os dados peculiares de cada fábrica, os quais poderão ser:

- características do concreto (traço, slump, tipo de cimento utilizado, resistência à compressão);
- processos de cura para cada tipo de peça estrutural, ou seja, o caminho que a peça deve percorrer para que tenha uma cura adequada, com os respectivos tempos, temperatura, umidade, etc. Esses fatores influem decisivamente na idade fictícia da peça e conseqüentemente nos cálculos de retração e fluência;
- tipo de manuseio, quer na fábrica ou fora dela.

Neste modo, os cálculos serão mais precisos, e assim obtém-se uma melhor previsão do comportamento da peça.

3 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] CASTANHO, José Lourenço B.A. Exemplo de aplicação da NBR-1797 no cálculo das variações de tensão no aço e no concreto, devidas às perdas diferidas. p1-29
- [2] CEB/FIP Design Manual. Application of the CEB/FIP model code (1978) for concrete structures. Bulletin D'Information n.144. p.102

VII - BIBLIOGRAFIA

- AMARAL FILHO, Epaminondas Melo do. Deformação lenta. In: COLÓQUIO SOBRE RETRAÇÃO E DEFORMAÇÃO LENTA DO CONCRETO, São Paulo-SP, 22-24/maio/1978. São Paulo: IBRACON, 1978. 44p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7197 - Projeto de estruturas de concreto protendido. Rio de Janeiro: ABNT, 1989. 71p.
- BACKSTROM, S. Creep and creep recovery of cement mortar. Apud: SMERDA, Zdenek & KRISTEK, Vladimir. Creep and shrinkage of concrete elements and structures. Amsterdam: Elsevier, 1988. ref 1.16
- BOTELHO FILHO, Orlando. Sobre a análise viscoelástica das estruturas de concreto. São Paulo: EPUSP, 1981. 145p. (Dissertação de mestrado).
- BUCHAIM, Roberto. Tensões em vigas de concreto protendido. Rio de Janeiro: R. ESTRUTURA, 22(96): 84-102, set/1981. 19p.
- CARNEIRO, Fernando L. L. B. Considerações sobre a influência da retração e fluência do concreto no cálculo das estruturas. In: COLÓQUIO SOBRE RETRAÇÃO E DEFORMAÇÃO LENTA DO CONCRETO, São Paulo-SP, 22-24/maio/1978. São Paulo: IBRACON, 1978. 23p.

- CARVALHO, Roberto Chust de. Contribuição ao cálculo de pontes em balanços progressivos. São Carlos: Escola de Engenharia de São Carlos - USP, 1985. p. irreg. (Dissertação de Mestrado).
- CASTANHO, José Lourenço B. A. Exemplo de aplicação da NBR - 7197 no cálculo das variações de tensão no aço e no concreto, devidas as perdas diferidas. In: SIMPÓSIO EPUSP SOBRE ESTRUTURAS DE CONCRETO, São Paulo-SP, 22-24/Agosto/1989 - Adendo aos anais. 30p.
- _____. Flexão normal em seções transversais de peças de concreto protendido. São Paulo: EPUSP-USP, 1972. (Tese de Doutorado).
- _____. Métodos simplificados de cálculo para a solução de problemas ligados às variações de tensão, ao longo do tempo, em peças de concreto protendido. Exemplos. São Paulo: [s.ed.], 1989. 30p.
- _____. Perdas progressivas: comentários aos itens 7 e 8.5.2 da NBR - 7197 (Norma de projeto de estruturas de concreto protendido). In: SIMPÓSIO EPUSP SOBRE ESTRUTURAS DE CONCRETO, São Paulo-SP, 22-24/agosto/1989 - Adendo aos anais. 17p.
- CEB Design Manual. Structural effects of time-dependent behaviour of concrete. Comité Euro-International Du Béton: Bulletin D'Information. Budapest, n.142/142bis, Jun/1984.
- CEB/FIP Design Manual. Application of the CEB/FIP model code (1978) for concrete structures. Comité Euro-International Du Béton: Bulletin D'Information. Lausanne, n. 144, Abr/1985.
- CEB/FIP Evaluation of the time dependent behavior of concrete. Comité Euro-International Du Béton: Bulletin D'Information. Lausanne, n.199, Out/1990.
- CEB/FIP Model Code 1990. Comité Euro-International Du Béton: Bulletin D'Information. Viena, n.203, Final Draft, Jul/1991.
- CEB/FIP Model Code 1990. Comité Euro-International Du Béton: Bulletin D'Information. Viena, n.204, Final Draft, Jul/1991.

CEB/FIP Model Code 1990. Comité Euro-International Du Béton: Bulletin D'Information. Viena, n.205, Final Draft, Jul/1991.

COMPANHIA SIDERÚRGICA BELGO-MINEIRA. Acos para concreto protendido: informações técnicas. Belo Horizonte: Belgo-Mineira, 1980. 23p. (DIVEN/DPCC-07/80).

COURBON, Jean. L'influence du fluage linéaire sur l'équilibre des systèmes hyperstatiques en béton précontraint. Annales de L'Institut Technique du Batiment et des Travaux Publics. Paris, n.242, Fev/1968.

FERRAZ, José C. de Figueiredo. Sugestões às normas em discussão, sobre "projeto de estruturas de concreto protendido" NBR-7197(NB-116). São Paulo: Boletim Técnico BT/PEF 88.13 - USP, jul/1988. 08p.

_____. Cálculo das alterações de tensão, ao longo do tempo, nas peças de concreto protendido: procedimentos diretos, simples, alternativos ao do CEB. São Paulo: Boletim Técnico BT/PEF 85.06 - USP, ago/1985. 18p.

_____. O método dos prismas equivalentes aplicado ao cálculo das variações de tensão, ao longo do tempo, nas seções de concreto protendido. São Paulo: Figueiredo Ferraz - Consultoria e Engenharia de Projeto, 1985.

_____. Alteração do estado de tensão nas estruturas hiperestáticas devida à fluência do aço, do concreto e retração. São Paulo: Figueiredo Ferraz - Consultoria e Engenharia de Projeto, 1989.

FERRAZ, José C. de Figueiredo & CASTANHO, José L. B. A. Efeitos da laje concretada posteriormente sobre viga protendida. São Paulo: Figueiredo Ferraz - Consultoria e Engenharia de Projeto, 1988.

GHALI, Amin & FAVRE, Renaud. Concrete structures: stresses and deformations. London: Chapman and Hall, 1986. 352p.

GRAVINA, Pedro B.J. A teoria elasto-viscosa das estruturas de concreto armado e protendido. São Paulo: EPUSP, 1956. 64p.

GUYON, Yves. Constructions en béton précontraint: classes, états limites. v1 - Étude de la section. Paris: Eyrolles, 1966. 360p. (Cours CHEBAP).

- Constructions en béton précontraint: classes, états limites. v2 - Étude de la poutre. Paris: Eyrolles, 1968. 351p. (Cours CHEBAP).
- GVOZDYEV, A. A. Creep of concrete in mechanics of solid body. Apud: SMERDA, Zdenek & KRISTEK, Vladimir. Creep and shrinkage of concrete elements and structures. Amsterdam: Elsevier, 1988. ref 1.6
- HANAI, João Bento de. Fundamentos do concreto protendido: texto base para o curso de Engenharia Civil. São Carlos: EESC - USP, 1991. 159p.
- JOHANNSON, Johannes. Diseño y calculo de estructuras pre-tensadas. Barcelona: Marcombo, 1975. 582p.
- KRISHNA RAJU, N. Prestressed concrete. New Delhi: Tata McGraw-Hill, 1981. 571p.
- LACROIX, R. & FUENTÈS, A. Le projet de béton précontraint. Paris: Eyrolles, 1978. 396p.
- LEONHARDT, Fritz. Construções de concreto: concreto protendido. Trad. de João Luis E. Merino. Rio de Janeiro: Interciência, 1983. v5, 316p. (Original alemão).
- Prestressed concrete: design and construction. Transl. C. van Amerongen. 2.ed. Berlin: Wilhem Ernst & Sohn, 1964. 677p. (Original alemão).
- LEVI, F. & PIZZETTI, G. Fluage plasticité precontrainte. Paris: Dunod, 1951. 463p.
- LIBBY, J.R. Modern prestressed concrete: design principles and constructions methods. New York: Van Nostrand Reinhold, 1971.
- LIN, T.Y. Design of prestressed concrete structures. 2.ed. New York: John Wiley & Sons, 1966. 614p.
- MARTINELLI, Dante Angelo O. Introdução às pontes de concreto. São Carlos: Escola de Engenharia de São Carlos - USP, 1983. 99p.
- MENDES, João Amilton. Análise computacional de pórticos planos protendidos. São Carlos: Escola de Engenharia de São Carlos - USP, 1988. 274p. (Dissertação de mestrado).

- _____. & MONTANARI, Ilio. Cálculo automático de perdas progressivas segundo a NBR 7197 - fases únicas de operação. In: 32^a REUNIÃO ANUAL DO IBRACON, Fortaleza-Ce, 27-31/agosto/1990. São Paulo: Instituto Brasileiro do Concreto, 1990. 14p.
- MONTANARI, Ilio. Complementos de concreto protendido: estruturas estaticamente indeterminadas. São Carlos: Escola de Engenharia de São Carlos - USP, 1978. 130p. (Notas de aula, SET-129).
- _____. Concreto protendido. São Carlos: Escola de Engenharia de São Carlos - USP, 1983. 142p. (Notas de aula, SET-113).
- NEVILLE, Adam M., DILGER, W. H. & BROOKS, J. J. Creep of plain and structural concrete. London e New York: Construction Press, 1983. 366p.
- NEVILLE, Adam. Fluência e retração: conceitos avançados; enfoques tecnológico e estrutural; efeitos da maturidade. Trad. de Salvador E. Giammusso. In: REUNIÃO ANUAL DO IBRACON: COLÓQUIO SOBRE RECUPERAÇÃO DAS ESTRUTURAS DE CONCRETO, São Paulo, 14-18/julho/1986. 35p.
- NILSON, A. H. Design of prestressed concrete. New York: John Wiley & Sons, 2.ed. 1987. 592p.
- PFEIL, Walter. Concreto protendido: introdução. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1984. v1, 201p.
- _____. Concreto protendido: processos construtivos, perdas de protensão. 2.ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1983. v.2, 328p.
- PINHEIRO, Libanio Miranda & GIONGO, José Samuel. Concreto armado: propriedades dos materiais. São Carlos: EESC-USP, 1986. 79p.
- ROSS, A.D. Creep of concrete under variable stress. Apud: SMERDA, Zdenek & KRISTEK, Vladimir. Creep and shrinkage of concrete elements and structures. Amsterdam: Elsevier, 1988. ref 1.20
- RUSCH, Hubert. Concreto armado e protendido: propriedades dos materiais e dimensionamento. Trad. de Y.P. Melichar. Rio de Janeiro: Editora Campos, 1981. 396p. (Original alemão).

SILVA, A.V.C., CAVALCANTI, F.C.U & MOURA, V.F. Redistribuição de tensões devido à fluência após aumento de seção. Rio de Janeiro: Rev. ESTRUTURA, 19 (83): 53-64, 1978.

SKUDRA, A.M. Résistance à longterme du béton à la traction. Apud: SMERDA, Zdenek & KRISTEK, Vladimir. Creep and shrinkage of concrete elements and structures. Amsterdam: Elsevier, 1988. ref 1.9

SMERDA, Zdenek & KRISTEK, Vladimir. Creep and shrinkage of concrete elements and structures. Translated by Ing. Propok Maxa. Amsterdam: Elsevier, 1988. 296p.

VASCONCELOS, Augusto Carlos de. Cálculo das perdas de protensão por relaxação do aço. In: COLÓQUIO SOBRE CONCRETO PROTENDIDO. São Paulo: IBRACON, mai/1975. 23p.

Manual prático para a correta utilização dos aços no concreto protendido em obediência às normas atualizadas. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, Belo Horizonte: Companhia Siderúrgica Belgo-Mineira, 1980. 64p.

WAGNER, R.D. Das Kriechen unbewehrten Betone. Apud: SMERDA, Zdenek & KRISTEK, Vladimir. Creep and shrinkage of concrete elements and structures. Amsterdam: Elsevier, 1988. ref 1.8

**CÁLCULO AUTOMÁTICO DE PERDAS PROGRESSIVAS
EM PEÇAS DE CONCRETO PROTENDIDO**

ANEXO

**AUTOR: ENG^o JOÃO AMILTON MENDES
ORIENTADOR: PROF. DR. ILIO MONTANARI**

**DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS**

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS

CÁLCULO AUTOMÁTICO DE PERDAS PROGRESSIVAS
EM PEÇAS DE CONCRETO PROTENDIDO
(ANEXO)

ENG^o JOÃO AMILTON MENDES

Tese apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para a obtenção do título de "Doutor em Engenharia Civil-Estruturas".

DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

SÃO CARLOS
1993

SUMÁRIO

I	PROGRAMA COMPUTACIONAL PROTUNE.FOR	
1.1	Algoritmo do Programa.....	I-1
1.2	Sub-rotinas.....	I-2
1.3	Modelo do Arquivo de Entrada de Dados.....	I-2
1.4	Listagem do Programa.....	I-4
II	PROGRAMA COMPUTACIONAL PROTS.FOR	
2.1	Modelo do Arquivo de Entrada de Dados.....	II-1
2.2	Listagem do Programa.....	II-3
III	PROGRAMA COMPUTACIONAL PROTDIS.FOR	
3.1	Algoritmo do Programa.....	III-1
3.2	Sub-rotinas.....	III-2
3.3	Modelo do Arquivo de Entrada de Dados.....	III-2
3.4	Listagem do Programa.....	III-4
IV	PROGRAMA COMPUTACIONAL CARDIS.FOR	
4.1	Algoritmo do Programa.....	IV-1
4.2	Sub-rotinas.....	IV-2
4.3	Modelo do Arquivo de Entrada de Dados.....	IV-3
4.4	Listagem do Programa.....	IV-4
V	PROGRAMA COMPUTACIONAL CARCON.FOR	
5.1	Modelo do Arquivo de Entrada de Dados.....	v-1
5.2	Listagem do Programa.....	v-3

I PROGRAMA COMPUTACIONAL PROTUNE.FOR

1.1 ALGORITMO DO PROGRAMA

- Leitura dos dados de entrada no arquivo PROTUNE.DAT;
- Cálculo da espessura fictícia, h_{fic} ;
- Gravação dos dados de entrada, da espessura fictícia e das características de cada cabo no arquivo PROTUNE.RES;
- Cálculo das idades fictícias para a retração: antes e depois da etapa de protensão;
- Cálculo e gravação do coeficiente de retração EPCS entre as idades t_0 e t ;
- Cálculo da idade fictícia para a fluência do concreto e o respectivo coeficiente de fluência;
- Cálculo do intervalo de tempo para a relaxação do aço e os respectivos índices de relaxação para cada cabo da seção, bem como os respectivos coeficientes de fluência do aço;
- Cálculo do vetor de tensões iniciais do concreto, considerando a força de protensão na seção e o momento das cargas permanentes;
- Cálculo das tensões nas bordas inferior e superior da seção e os respectivos níveis de tensão em relação a f_{ck} , antes das perdas progressivas;

- Formação do sistema de equações: matriz dos coeficientes [A] e vetor dos termos independentes {B};
- Resolução do sistema de equações, através da sub-rotina INVM(NCAB,A) e da multiplicação de $[A]^{-1} \cdot \{B\}$ para se obter a solução $[DELP]_n$, que contém as perdas de forças nos diversos cabos da seção;
- Cálculo, para cada cabo, das tensões finais e respectivas gravações no arquivo de saída de resultados PROTUNE.RES;
- Cálculo das tensões finais nas bordas superior e inferior da seção e os respectivos níveis de tensões em relação a f_{ck} , e respectivas gravações no arquivo de saída de resultados PROTUNE.RES.

1.2 SUB-ROTINAS

Fazem parte do programa PROTUNE.FOR, quatro sub-rotinas a saber:

- a) Sub-rotina 'RETRAÇÃO';
- b) Sub-rotina 'FLUÊNCIA';
- c) Sub-rotina 'RELAXAÇÃO';
- d) Sub-rotina 'INVM'.

1.3 MODELO DO ARQUIVO DE ENTRADA DE DADOS

Neste arquivo, chamado PROTUNE.DAT, são lidos:

- O nome da obra ou projeto, no formato A40:

```

-----TITULO-----
          A40

```

- O número da seção que está sendo analisada, no formato A2:

```
SECAO
```

```
--
```

```
A2
```

- A unidade relativa do ar, a área de concreto da seção, o perímetro da seção exposto ao ar, o grau de abatimento do concreto, o coeficiente α para a fluência que depende do cimento utilizado:

```

-----U-----AC-----UAR-----SLUMPALFAF-----
          F10.2      F10.2      F10.2      I5      I5

```

- A resistência característica à compressão do concreto, a resistência característica à tração do aço, o momento fletor e a força normal introduzida pela carga permanente:

```

-----FCK-----+-----F10.2-----+-----F10.2-----+-----MG-----+-----NG-----+
-----F10.2-----+-----F10.2-----+-----F10.2-----+-----F10.2-----+

```

- A relaxação do aço :

TIPO

A2

- O módulo de elasticidade do aço de protensão, o momento de inércia da seção transversal, a altura da borda superior até o CG e a altura da borda inferior até o CG:

```

-----EP-----+-----F15.2-----+-----IC-----+-----F15.2-----+-----HS-----+-----HI-----+
-----F15.2-----+-----F15.2-----+-----F10.2-----+-----F10.2-----+

```

- O número de feixes:

NCAB

I5

- A área da seção de cada feixe, a excentricidade de cada feixe e a tensão inicial de cada feixe:

```

-----AP(j)-----+-----EX(j)-----+-----SIGPO(j)-----
-----F10.2-----+-----F10.2-----+-----F10.2-----

```

- O número de períodos antes da protensão, nos quais a temperatura varia, bem como o número de períodos depois da da protensão:

```

-----NPERA-----+-----NPERD-----
-----I7-----+-----I7-----

```

- Para cada período antes da protensão, as respectivas temperaturas médias e o número de dias com tais temperaturas:

```

-----TA(j)-----+-----DELTA(j)-----
-----F10.3-----+-----F10.3-----

```

- Para cada período depois da protensão, as respectivas temperaturas médias e o número de dias com tais temperaturas:

```

-----TD(j)-----+-----DELTA(j)-----
-----F10.3-----+-----F10.3-----

```

1.4 LISTAGEM DO PROGRAMA

PROGRAM PROTUNE

```

C *****
C * OBJETIVO: *
C * CALCULAR AS PERDAS PROGRESSIVAS EM CABOS DE PROTENSAO SITUADOS*
C * EM ALTURAS DIFERENTES EM UMA SECAO DE CONCRETO PROTENDIDO, NO *
C * CASO DE ETAPA UNICA DE CONCRETAGEM, ETAPA UNICA DE PROTENSAO *
C * E ETAPA UNICA DE CARREGAMENTO PERMANENTE. *
C * CALCULAR AS TENSOES NORMAIS AS BORDAS INFERIOR E SUPERIOR DA *
C * SECAO DE CONCRETO *
C * *
C * ENGo. JOAO AMILTON MENDES *
C * *
C * ULTIMA VERSAO = 17/NOV/1992 *
C *****
C * VARIAVEIS DE ENTRADA *
C * ----- *
C * NPERA = NO. DE INTERVALOS DE TEMPO ANTES DA PROTENSAO *
C * NPERD = NO. DE INTERVALOS DE TEMPO APOS A PROTENSAO *
C * TA = TEMPERATURA MEDIA DIARIA ANTES DA PROTENSAO *
C * DELTA = NO. DE DIAS COM TEMPERATURA MEDIA DIARIA TA *
C * TD = TEMPERATURA MEDIA DIARIA APOS A PROTENSAO *
C * DELTD = NO. DE DIAS COM TEMPERATURA MEDIA DIARIA TD *
C * U = UMIDADE RELATIVA DO AR *
C * UAR = PERIMETRO DA SECAO TRANSVERSAL EXPOSTO AO AR *
C * AP(i) = AREA DE ACO DO CABO i *
C * AC = AREA DE CONCRETO DA SECAO TRANSVERSAL *
C * SLUMP = NO. QUE DEFINE O GRAU DE ABATIMENTO DO CONCRETO *
C * MG = MOMENTO DA CARGA PERMANENTE MOBILIZADO POR OCASIAO *
C * DA PROTENSAO *
C * NG = FORCA NORMAL ATUANTE NA SECAO EM ANALISE *
C * HI = DISTANCIA DO CG DA SECAO ATE A BORDA INFERIOR *
C * HS = DISTANCIA DO CG DA SECAO ATE A BORDA SUPERIOR *
C * FCK = RESISTENCIA CARACTERISTICA DO CONCRETO A COMPRESSAO*
C * SIGPI = TENSAO INICIAL NA ARMADURA DE PROTENSAO *
C * FPTK = RESISTENCIA CARACTERISTICA DO ACO *

```


c *****

```
REAL AF(20,20),ETA(20,20),TA(20),DELTA(20),TD(20),DELTD(20),
*DELP(20),EX(20),AP(20),BF(20),QUI(20),QBAR2(20),RAZ(20),XP(20),
*RO(20),ETAS(20),ETAI(20),HS,HI,NTBS,NTBI,MG,NG,HFIC,IC
```

```
REAL SIGPO(20),SIGP(20),DSIGP(20),SIGPF(20),
*SIGCP(20),SIGCMG(20),SIGCPOG(20),SIGCF(20)
```

```
INTEGER Z,ALFAR,ALFAF,SLUMP
CHARACTER TIPO*2, TITULO*40, SECAO*2
```

```
OPEN(2,FILE='PRN')
OPEN(5,FILE='PROTUNE.DAT',form='formatted')
OPEN(6,FILE='PROTUNE.RES',form='formatted',status='UNKNOWN')
```

```
c  LEITURA DOS DADOS DE ENTRADA
    READ(5,10)TITULO
10  FORMAT(///,A40)
    READ(5,20)SECAO
20  FORMAT(//,A2)
    READ(5,30)U,AC,UAR,SLUMP,ALFAF
30  FORMAT(//,3F10.3,2I5)
    READ(5,40)FCK,FPTK,MG,NG
40  FORMAT(//,4F10.2)
    READ(5,50)TIPO
50  FORMAT(//,A2)
    READ(5,60)EP,IC,HS,HI
60  FORMAT(//,2F15.2,2F10.2)
    READ(5,70)NCAB
70  FORMAT(//,I5,/)
    DO 80 I=1,NCAB
80  READ(5,90)AP(I),EX(I),SIGPO(I)
90  FORMAT(3F10.2)
    EC28=.90*6641*SQRT(FCK+3.5)
    ALFAP=EP/EC28
```



```

      READ(5,100)NPERA,NPERD
100  FORMAT(//,2I7,//)
      DO 110 J=1,NPERA
110  READ(5,120)TA(J),DELTA(J)
120  FORMAT(2F10.3)
      READ(5,130)

130  FORMAT(/)
      DO 140 J=1,NPERD
140  READ(5,150)TD(J),DELTD(J)
150  FORMAT(2F10.3)

c    CALCULO DA ESPESSURA FICTICIA HFIC
      GAMA=1+EXP(-10.58+.1704*U-.000415*U*U)
      IF(U.LE.90.)GO TO 160
      GAMA=30.
160  HFIC=GAMA*2*AC/UAR
      IF(HFIC.GE.5.) GO TO 170
      HFIC=5.
      GO TO 180
170  IF(HFIC.LE.160.)GO TO 180
      HFIC=160.
180  ALFAR=1

c    SAIDA DE RESULTADOS
      WRITE(6,190)
190  FORMAT(//,1X,'PROGRAMA PARA CALCULO DAS PERDAS PROGRESSIVAS EM CP'
*,/,1X,      'PROTENSÃO + CARREGAMENTO EM ETAPA UNICA',
*,/,1X,      'RESULTADOS: (kN,cm,MPa)')

      WRITE(6,200)TITULO,SECAO,U,UAR,HFIC,ALFAR,ALFAP,GAMA,AC,FCK,EC28,
*,IC,SLUMP,FPTK,EP,ALFAP,MG,TIPO,NCAB
200  FORMAT(/,
*,1X,'PROJETO : 'A40,//,
*,1X,'SECAO ANALISADA.....SECAO=          'A2,/,
*,1X,'UMIDADE RELATIVA DO AR.....U='F13.0,'%'/,
*,1X,'PERIMETRO EXPOSTO AO AR.....UAR='F15.2,/,

```

```

*1X,'ESPESSURA FICTICIA .....HFIC='F15.2,/,
*1X,'PARAMETRO DO CIMENTO PARA RETRACAO....ALFAR='I12,/,
*1X,'PARAMETRO DO CIMENTO PARA FLUENCIA....ALFAF='I12,/,
*1X,'COEF. QUE DEPENDE DA UMIDADE.....GAMA='F15.2,/,
*1X,'AREA DA SECAO DE CONCRETO.....AC='F15.2,/,
*1X,'RESISTENCIA DO CONCRETO.....FCK='F15.2,/,
*1X,'MODULO DE ELASTICIDADE DO CONCRETO....EC28='F15.2,/,
*1X,'MOMENTO DE INERCIA DA SECAO DE CONCRETO..IC='F15.2,/,
*1X,'ABATIMENTO DO CONCRETO.....SLUMP='I12,/,
*1X,'RESISTENCIA DO ACO.....FPTK='F15.2,/,
*1X,'MODULO DE ELASTICIDADE DO ACO.....EP='F15.2,/,
*1X,'RAZAO EP/EC28.....ALFAP='F15.2,/,
*1X,'MOMENTO PERMANENTE MOBILIZADO.....MG='F15.2,/,
*1X,'TIPO DE ACO PARA RELAXACAO.....TIPO=          'A2,/,
*1X,'NUMERO DE CABOS DE PROTENSAO.....NCAB='I12,/)

WRITE(6,210)
210 FORMAT(/,1X,'CABLAGEM:',/,/,
*1X,'CABO      AP      RO      EX      SIGPO')
DO 220 J=1,NCAB
RO(J)=0.
RO(J)=AP(J)/AC
220 WRITE(6,230)J,AP(J),RO(J),EX(J),SIGPO(J)
230 FORMAT(1X,I3,F9.2,F11.7,F10.2,F12.2)

c   CALCULO DA MATRIZ ETA(I,J)
DO 240 I=1,NCAB
DO 240 J=1,NCAB
ETA(I,J)=0.
240 ETA(I,J)=1+EX(I)*EX(J)*AC/IC
c   CALCULO DOS VETORES ETAI(J) E ETAS(J)
DO 245 J=1,NCAB
ETAI(J)=0.
ETAS(J)=0.
ETAI(J)=1+EX(J)*HI*AC/IC
245 ETAS(J)=1-EX(J)*HS*AC/IC

```

```
c    CALCULO DA IDADE FICTICIA PARA A RETRACAO
c    IDADE FICTICIA ANTES DA PROTENSAO
      ALFAR=1
      TAFR=0.
      DO 250 I=1,NPERA
250  TAFR=TAFR+ALFAR*(TA(I)+10)*DELTA(I)/30

c    IDADE FICTICIA NUM TEMPO APOS A PROTENSAO
      TDFR=TAFR
      DO 260 I=1,NPERD
260  TDFR=TDFR+ALFAR*(TD(I)+10)*DELTD(I)/30
      HFIC=HFIC/100
      WRITE(6,270)
270  FORMAT(//,1X,'RETRACAO:')
      CALL RETRACAO(U,HFIC,SLUMP,TAFR,TDFR,EPCS)

c    CALCULO DA IDADE FICTICIA PARA A FLUENCIA
c    IDADE FICTICIA ANTES DA PROTENSAO
      TAFF=0.
      DO 280 I=1,NPERA
280  TAFF=TAFF+ALFAF*(TA(I)+10)*DELTA(I)/30

c    IDADE FICTICIA NUM TEMPO APOS A PROTENSAO
      TDFF=TAFF
      DO 290 I=1,NPERD
290  TDFF=TDFF+ALFAF*(TD(I)+10)*DELTD(I)/30
      WRITE(6,300)
300  FORMAT(//,1X,'FLUENCIA:')
      CALL FLUENCIA(U,SLUMP,TAFF,TDFF,HFIC,FITTO,XC)
      Q2=XC

c    CALCULO DA IDADE PARA A RELAXACAO
      TO=0
      DO 310 J=1,NPERA
310  TO=TO+DELTA(J)
      TIREL=TO
      T=0
      DO 320 J=1,NPERD
```

```

320 T=T+DELTD(J)
    TFREL=TO+T

    WRITE(6,330)
330 FORMAT(//,1X,'RELAXACAO DO ACO DE PROTENSAO:')
    DO 340 I=1,NCAB
        CALL RELAXACAO(I, TIPO, TFREL, TIREL, SIGPO, FPTK, QUI, XP)
        QBAR2(I)=XP(I)
340 CONTINUE

c    CALCULO DAS TENSOES NO CONCRETO AO NIVEL DE CADA CABO
c    ANTES DAS PERDAS
    DO 350 I=1,NCAB
350 SIGCMG(I)=(NG/AC+MG*EX(I)/IC)*10
        SIGCBI=(NG/AC+MG*HI/IC)*10
        SIGCBS=(NG/AC-MG*HS/IC)*10

        DO 370 I=1,NCAB
            SIGCPOG(I)=0.
            SIGCP(I)=0.
            DO 360 J=1,NCAB
360 SIGCP(I)=SIGCP(I)-SIGPO(J)*RO(J)*ETA(I,J)
370 SIGCPOG(I)=SIGCMG(I)+SIGCP(I)
c    TENSAO DA PROTENSAO+CARGA PERMANENTE NAS BORDAS
        SIGPBI=0.
        SIGPBS=0.
        DO 380 J=1,NCAB
            SIGPBI=SIGPBI-SIGPO(J)*RO(J)*ETAI(J)
380 SIGPBS=SIGPBS-SIGPO(J)*RO(J)*ETAS(J)
            TGPBI=SIGCBI+SIGPBI
            TGPBS=SIGCBS+SIGPBS
c    CALCULO DOS NIVEIS DE TENSAO ANTES DAS PERDAS
        NTBI=-TGPBI/FCK
        NTBS=-TGPBS/FCK
        WRITE(6,390)TGPBI,NTBI,TGPBS,NTBS
390 FORMAT(//,1X,'TENSOES NAS BORDAS ANTES DAS PERDAS:',//,
        *1X,'TENSAO NA BORDA INFERIOR.....TGPBI=',F15.2,/,

```

```
*1X,'RAZAO TENSAO/FCK NA BORDA INFERIOR.....NTBI=',F15.2,/,
*1X,'TENSAO NA BORDA SUPERIOR.....TGPBS=',F15.2,/,
*1X,'RAZAO TENSAO/FCK NA BORDA SUPERIOR.....NTBS=',F15.2,/)
```

```
c MONTAGEM DA MATRIZ DOS COEFICIENTES AF(I,J) E BF(I)
DO 500 I=1,NCAB
DO 400 J=1,NCAB
  IF(J.EQ.I) THEN
    AF(I,J)=QBAR2(I)/AP(I)+ALFAP*Q2*ETA(I,I)/AC
  ELSE
    AF(I,J)=ALFAP*Q2*ETA(I,J)/AC
  END IF
400 CONTINUE
500 BF(I)=-EPCS*EP-ALFAP*SIGCPOG(I)*FITTO+SIGPO(I)*QUI(I)
  DO 550 J=1,NCAB
  WRITE(6,540)(AF(J,K),K=1,NCAB)
540 FORMAT(1X,F10.5)
550 WRITE(6,560)BF(J)
560 FORMAT(1X,F10.5)

  CALL INVM(NCAB,AF)
  WRITE(6,570)
570 FORMAT(//,1X,'PERDAS NOS CABOS:')
  DO 590 I=1,NCAB
  DELP(I)=0.
  DO 580 J=1,NCAB
580 DELP(I)=DELP(I)+AF(I,J)*BF(J)
  DSIGP(I)=DELP(I)/AP(I)
  SIGPF(I)=SIGPO(I)-DSIGP(I)
590 WRITE(6,600)I,DSIGP(I),SIGPF(I)
600 FORMAT(/,
*1X,'NUMERO DO CABO.....I='I12,/,
*1X,'PERDA PROGRES. DE TENSAO NO ACO....DSIGP(I)='F15.2,/,
*1X,'TENSAO FINAL NO CABO.....SIGPF(I)='F15.2)

c TENSAO DA PROTENSAO+CARGA PERMANENTE NAS BORDAS
  TGBI=SIGCBI
```

```

TGBS=SIGCBS
DO 610 J=1,NCAB
  TGBI=TGBI-SIGPF(J)*RO(J)*ETAI(J)
610 TGBS=TGBS-SIGPF(J)*RO(J)*ETAS(J)

C   CALCULO DOS NIVEIS DE TENSAO DEPOIS DAS PERDAS
  NTBI=-TGBI/FCK
  NTBS=-TGBS/FCK
  WRITE(6,620)TGBI,NTBI,TGBS,NTBS
620 FORMAT(//,1X,'TENSOES NAS BORDAS DEPOIS DAS PERDAS:',//,
*1X,'TENSAO NA BORDA INFERIOR.....TGBI=',F15.2,/,
*1X,'RAZAO TENSAO/FCK NA BORDA INFERIOR.....NTBI=',F15.2,/,
*1X,'TENSAO NA BORDA SUPERIOR.....TGBS=',F15.2,/,
*1X,'RAZAO TENSAO/FCK NA BORDA SUPERIOR.....NTBS=',F15.2,/)
  CLOSE (6)
  STOP
  END

```

```

C   PRIMEIRA SUBROTINA

```

```

C   *****
C   *           RETRACAO - SHRINKAGE - RETRAIT           *
C   *                               S                               *
C   *****

```

```

SUBROUTINE RETRACAO(U,HFIC,SLUMP,TAFR,TDFR,EPCS)

```

```

REAL HFIC

```

```

INTEGER SLUMP

```

```

A=40.

```

```

B=116*HFIC**3-282*HFIC**2+220*HFIC-4.8

```

```

C=2.5*HFIC**3-8.8*HFIC+40.7

```

```

D=-75*HFIC**3+585*HFIC**2+496*HFIC-6.8

```

```

E=-169*HFIC**4+88*HFIC**3+584*HFIC**2-39*HFIC+.8

```

```

C   CALCULO DOS COEFICIENTES BETAS

```

```

R=TAFR/100

```

```

BETSTO=(R**3+A*R**2+B*R)/(R**3+C*R**2+D*R+E)

```

```

R=TDFR/100

```

```

T=TDFR

```

```

      BETST=(R**3+A*R**2+B*R)/(R**3+C*R**2+D*R+E)
      GO TO 20
10  BETST=1.

c    CALCULO DOS COEFICIENTES EPSYLONS
20  EP2S=(0.33+2*HFIC)/(0.208+3*HFIC)
      IF(U.GT.90.)GO TO 30
      EP1S=(U**2/1590-U/484-6.16)*.0001
      GO TO 40
30  EP1S=.0001
      GO TO 60
40  IF(SLUMP.GE.5) GO TO 50
      EP1S=.75*EP1S
      GO TO 60
50  IF(SLUMP.LE.9) GO TO 60
      EP1S=1.25*EP1S

c    CALCULO DO COEFICIENTE DE RETRACAO EPCS
60  EPCS=EP2S*EP1S*(BETST-BETSTO)
      WRITE(6,70)TAFR,TDFR,BETST,BETSTO,EP1S,EP2S,EPCS
70  FORMAT(/,
      *1X,'IDADE FICTICIA ANTES DA PROTENSAO.....TAFR='F9.0,/,
      *1X,'IDADE FICTICIA DEPOIS DA PROTENSAO.....TDFR='F9.0,/,
      *1X,'COEF. REL. A RETRACAO NO TEMPO TDFR...BETST='F15.6,/,
      *1X,'COEF. REL. A RETRACAO NO TEMPO TAFR..BETSTO='F15.6,/,
      *1X,'COEF. QUE DEP. DA UMIDADE E DA CONSIST.EP1S='F15.6,/,
      *1X,'COEF. QUE DEP. DA ESPESSURA FICTICIA...EP2S='F15.6,/,
      *1X,'VALOR FINAL DA RETRACAO.....EPCS='F15.6)
      RETURN
      END

c    SEGUNDA SUBROTINA
c    *****
c    *                FLUENCIA - CREEP - FLUAGE                *
c    *                C                *
c    *****
SUBROUTINE FLUENCIA(U,SLUMP,TAFF,TDFF,HFIC,FITTO,XC)
REAL HFIC

```

```

INTEGER SLUMP
FIA=.8*(1-(9*TAFF*(TAFF+42.))/((9*TAFF+40.)*(TAFF+61.)))
FI2C=(0.42+HFIC)/(0.20+HFIC)
IF(U.LE.90.)GO TO 30
FI1C=.80
GO TO 40
30 FI1C=4.45-.035*U
40 IF(SLUMP.GE.5) GO TO 50
   FI1C=.75*FI1C
   GO TO 60
50 IF(SLUMP.LE.9) GO TO 60
   FI1C=1.25*FI1C
60 FIFINF=FI1C*FI2C
   FIDINF=.4
   BETAD=(TDFP-TAFF+20.)/(TDFP-TAFF+70.)
   IF(TDFP.LT.10000.)GO TO 70
   BETAD=1.
70 A=42*HFIC**3-350*HFIC**2+588*HFIC+113
   B=768*HFIC**3-3060*HFIC**2+3234*HFIC-23.
   C=-200*HFIC**3+13*HFIC**2+1090*HFIC+183
   D=7579*HFIC**3-31916*HFIC**2+35343*HFIC+1931.
   BETFT=(TDFP**2+A*TDFP+B)/(TDFP**2+C*TDFP+D)
   BETFO=(TAFF**2+A*TAFF+B)/(TAFF**2+C*TAFF+D)
   FIEF=FIFINF*(BETFT-BETFO)
   FID=FIDINF*BETAD
   FITTO=FIA+FIEF+FID
   XC=1+FITTO/2
   WRITE(6,80)TAFF,TDFP,FI1C,FI2C,FIFINF,FIDINF,BETAD,BETFT,BETFO,
   *FIA,FIEF,FID,FITTO,XC
80 FORMAT(/,
   *1X,'IDADE FICTICIA ANTES DA PROTENSAO.....TAFF='F9.0,/,
   *1X,'IDADE FICTICIA DEPOIS DA PROTENSAO.....TDFP='F9.0,/,
   *1X,'COEF. QUE DEP. DA UMIDADE E CONSIST....FI1C='F15.6,/,
   *1X,'COEF. QUE DEP. DA ESP. FICTICIA .....FI2C='F15.6,/,
   *1X,'DEFORM. LENTA IRREVERSIV-TEMPO INF...FIFINF='F15.6,/,
   *1X,'DEFORM. LENTA REVERSIVEL-TEMPO INF...FIDINF='F15.6,/,
   *1X,'COEF. DEFORM. LENTA REVER. F(TEMPO)...BETAD='F15.6,/,

```



```

*1X,'COEF. DEFORM. LENTA IRREV. EM T.....BETFT='F15.6,/,
*1X,'COEF. DEFORM. LENTA IRREV. EM TO.....BETFO='F15.6,/,
*1X,'VALOR FINAL FLUENCIA RAPIDA IRREVER.....FIA='F15.6,/,
*1X,'VALOR FINAL DEFORM. LENTA IRREVERSIVEL.FIEF='F15.6,/,
*1X,'VALOR FINAL DEFORM. LENTA REVERSIVEL.....FID='F15.6,/,
*1X,'COEFI. DE FLUENCIA DO CONCRETO.....FITTO='F15.6,/,
*1X,'INDICE DE FLUENCIA DO CONCRETO.....XC='F15.6)
RETURN
END

```

```

C   TERCEIRA SUBROTINA
C   *****
C   *                               RELAXACAO DO ACO DE PROTENSAO                               *
C   *****
C   SUBROUTINE RELAXACAO(I, TIPO, TFREL, TIREL, SIGPO, FPTK, QUI, XP)
CHARACTER TIPO*2
REAL SIGPO(20), QUI(20), XP(20)
RAZ=SIGPO(I)/FPTK
IF(TIPO.EQ.'RB')GO TO 10
PSI1000=1.25*RAZ**2-1.375*RAZ+.42
GO TO 20
10  PSI1000=.10*RAZ-.045
20  IF(RAZ.LT.0.5)GO TO 30
    PSITTO=PSI1000*((TFREL-TIREL)*24/1000)**.15
    GO TO 40
30  PSITTO=0.
40  QUI(I)=-ALOG(1-PSITTO)
    XP(I)=1+QUI(I)/2
    WRITE(6,50)I,PSI1000,PSITTO,QUI(I),XP(I)
50  FORMAT(/,
*1X,'NUMERO DO CABO.....I='I8,/,
*1X,'COEF. DE RELAXACAO A 1000 HORAS.....PSI1000='F15.6,/,
*1X,'COEFICIENTE DE RELAXACAO DO ACO.....PSITTO='F15.6,/,
*1X,'COEFICIENTE DE FLUENCIA DO ACO.....QUI(I)='F15.6,/,
*1X,'INDICE DE FLUENCIA DO ACO.....XP(I)='F15.6)
RETURN
END

```

```
C   QUARTA SUBROTINA
C   *****
C   *       SUBROTINA PARA INVERSAO DA MATRIZ DOS COEFICIENTES       *
C   *****
C   SUBROUTINE INVM(N,AF)
C   REAL AF(20,20)
C   DO 50 I=1,N
C   AUX=AF(I,I)
C   AF(I,I)=1.
C   DO 10 J=1,N
C   AF(I,J)=AF(I,J)/AUX
10  CONTINUE
C   DO 40 K=1,N
C   IF(I-K)20,40,20
20  AUX=AF(K,I)
C   AF(K,I)=0.
C   DO 30 M=1,N
C   AF(K,M)=AF(K,M)-AUX*AF(I,M)
30  CONTINUE
40  CONTINUE
50  CONTINUE
C   RETURN
C   END
```

II PROGRAMA COMPUTACIONAL PROTS.FOR

2.1 MODELO DO ARQUIVO DE ENTRADA DE DADOS

ARQUIVO PROTS.DAT

```

TITULO _____
                A40
SECAO _____
                A40
+++++U++++AC++++UAR++++SLUMP ALFAF++++
  F10.3   F10.3   F10.3   I5   I5
+++++FCK++++FPTK++++MG++++NG++++
  F10.2   F10.2   F10.2   F10.2
TIPO
+++++
  I5
NCAB, NCAM
+++++
  I5   I5
-----EP-----ES-----IC-----HS-----HI-----
          F15.2          F15.2          F15.2          F10.2          F10.2
+++++AP(I)++++EX(I)++++SIGPO(I)++++
  F10.2   F10.2   F10.2
+++++AS(I)++++YS(I)++++
  F10.2   F10.2
    
```

```

NPERA NPERS
+++++
I7      I7

TA(I) DELTA(I)
+++++
F10.3   F10.3

TD(I) DELTD(I)
+++++
F10.3   F10.3

```

2.2 LISTAGEM DO PROGRAMA

PROGRAM PROTS

```

C *****
C * OBJETIVO: *
C * * *
C * CALCULAR AS PERDAS PROGRESSIVAS EM CABOS DE PROTENSAO SITUADOS*
C * EM ALTURAS DIFERENTES EM UMA SECAO DE CONCRETO PROTENDIDO, NO *
C * CASO DE ETAPA UNICA DE CONCRETAGEM, ETAPA UNICA DE PROTENSAO *
C * E ETAPA UNICA DE CARREGAMENTO PERMANENTE, CONSIDERANDO A *
C * ARMADURA PASSIVA. *
C * * *
C * ENGo. JOAO AMILTON MENDES *
C * ULTIMA VERSAO = 25/NOVEMBRO/92 *
C *****
C * VARIAVEIS DE ENTRADA *
C * NPERA = NO. DE INTERVALOS DE TEMPO ANTES DA PROTENSAO *
C * NPERD = NO. DE INTERVALOS DE TEMPO APOS A PROTENSAO *
C * TA = TEMPERATURA MEDIA DIARIA ANTES DA PROTENSAO *
C * DELTA = NO. DE DIAS COM TEMPERATURA MEDIA DIARIA TA *
C * TD = TEMPERATURA MEDIA DIARIA APOS A PROTENSAO *
C * DELTD = NO. DE DIAS COM TEMPERATURA MEDIA DIARIA TD *
C * U = UMIDADE RELATIVA DO AR *
C * UAR = PERIMETRO DA SECAO TRANSVERSAL EXPOSTO AO AR *
C * AP(i) = AREA DE ACO DO CABO i *
C * AC = AREA DE CONCRETO DA SECAO TRANSVERSAL *
C * SLUMP = NO. QUE DEFINE O GRAU DE ABATIMENTO DO CONCRETO *
C * MG = MOMENTO DA CARGA PERMANENTE MOBILIZADO POR OCASIAO *
C * DA PROTENSAO *

```

C * NG = FORCA NORMAL ATUANTE NA SECAO EM ANALISE *
 C * HI = DISTANCIA DO CG DA SECAO ATE A BORDA INFERIOR *
 C * HS = DISTANCIA DO CG DA SECAO ATE A BORDA SUPERIOR *
 C * FCK = RESISTENCIA CARACTERISTICA DO CONCRETO A COMPRESSAO*
 C * SIGPI = TENSAO INICIAL NA ARMADURA DE PROTENSAO *
 C * FPTK = RESISTENCIA CARACTERISTICA DO ACO *
 C * TIPO = VARIAVEL QUE DEFINE A RELAXACAO DO ACO *
 C * ALFAF = PARAMETRO EM FUNCAO DO CIMENTO (PARA FLUENCIA) *
 C * EP = MODULO DE DEFORMACAO DO ACO DE PROTENSAO *
 C * IC = MOMENTO DE INERCIA DA SECAO DE CONCRETO *
 C * EX(i) = EXCENTRICIDADE DO CABO i *
 C * YS(i) = EXCENTRICIDADE DA BARRA i *
 C * AS(i) = AREA DA SECAO TRANSVERSAL DA BARRA i *
 C * ES = MODULO DE ELASTICIDADE DA ARMADURA PASSIVA *
 C * NCAM = NUMERO DE CAMADAS DA ARMADURA PASSIVA *
 C * NCAB = NUMERO DE CABOS DE PROTENSAO *
 C *****
 C * VARIAVEIS DE SAIDA *
 C * TAF = IDADE FICTICIA DO CONCRETO ANTES DA PROTENSAO *
 C * TDF = IDADE FICTICIA DO CONCRETO NO TEMPO DESEJADO, *
 C * APOS A PROTENSAO *
 C * BETST = COEF. RELATIVO 'A RETRACAO NO TEMPO FICTICIO TDF *
 C * BETSTO = " " " " " " " TAF *
 C * HFIC = ESPESSURA FICTICIA DA PECA *
 C * EP1S = COEF. QUE DEPENDE DA UMIDADE E DA CONSISTENCIA *
 C * EP2S = COEF. QUE DEPENDE DA ESPESSURA FICTICIA *
 C * EPCS = COEF. DA RETRACAO *
 C * FIA = COEF. DA FLUENCIA RAPIDA REVERSIVEL *
 C * FI1C = COEF. QUE DEPENDE DA UMIDADE E DA CONSISTENCIA *
 C * FI2C = COEF. QUE DEPENDE DA ESPESSURA FICTICIA *
 C * FIFOO = PRODUTO DE FI1C*FI2C - COEF. DE DEFOR. LENTA IRREV. *
 C * FIDOO = COEF. DA DEFORMACAO LENTA REVERSIVEL *
 C * BETAD = COEF. QUE CONSIDERA O INTERVALO DE TEMPO APOS O *
 C * CARREGAMENTO *
 C * BETFT = COEF. QUE DEPENDE DA IDADE FICTICIA E DE HFIC NO TDF *
 C * BETFO = COEF. QUE DEPENDE DA IDADE FICTICIA E DE HFIC NO TAF *
 C * FITTO = COEF. DE FLUENCIA (VALE TAMBEM PARA TRACAO) *

```

c   * PSITTO = COEF. DE RELAXACAO DO ACO *
c   * QUI(I) = COEF. DE FLUENCIA DO ACO DO CABO I *
c   * DSIGC = PERDA DE TENSAO NO CONCRETO *
c   * DSIGP(i)= PERDA DE TENSAO NO CABO i *
c   * NTBS = RAZAO ENTRE A TENSAO NA BORDA SUPERIOR E O FCK *
c   * NTBS = RAZAO ENTRE A TENSAO NA BORDA INFERIOR E O FCK *
c   * TGBI = TENSAO NA BORDA INFERIOR DA SECAO DEVIDO A PROTENSAO *
c   * = + CARGA PERMANENTE *
c   * TGBS = TENSAO NA BORDA SUPERIOR DA SECAO DEVIDO A PROTENSAO *
c   * + CARGA PERMANENTE *
c   *****
REAL AF(20,20),ETA(20,20),TA(20),DELTA(20),TD(20),DELTD(20),
*DELP(20),EX(20),AP(20),BF(20),QUI(20),QBAR2(20),RAZ(20),XP(20),
*RO(20),ETAS(20),ETAI(20),HS,HI,NTS,NTI,MG,NG,HFIC,IC,ICS,IS,IP

REAL SIGPO(20),SIGP(20),DSIGP(20),SIGPF(20),SIGCP(20),SIGCMG(20),
*SIGCPOG(20),SIGCF(20),SS(10,10),SP(10,10),PS(10,10),PP(10,10),
*AS(10),BS(10),BP(10),YS(10),DELNS(10),DELF(10)

REAL ETASP(20,20),ETASS(20),ETAIS(20),ETASSP(20),ETAISP(20),
*SIGCSP(20),SIGCS(10),ROP(10),MESTS,MESTP,ICSP
INTEGER Z,ALFAR,ALFAF,SLUMP
CHARACTER TIPO*2, TITULO*40, SECAO*2
OPEN(2,FILE='PRN')
OPEN(5,FILE='PROTS.DAT',form='formatted')
OPEN(6,FILE='PROTS.RES',form='formatted',status='UNKNOWN')

c   LEITURA DOS DADOS DE ENTRADA
READ(5,10)TITULO
10  FORMAT(///,A40)
READ(5,20)SECAO
20  FORMAT(//,A2)
READ(5,30)U,AC,UAR,SLUMP,ALFAF
30  FORMAT(//,3F10.3,2I5)
READ(5,40)FCK,FPTK,MG,NG
40  FORMAT(//,4F10.2)
READ(5,50)TIPO

```

```

50  FORMAT(//,A2)
    READ(5,60)NCAB,NCAM
60  FORMAT(//,2I5)
    READ(5,70)EP,ES,IC,HS,HI
70  FORMAT(//,3F15.2,2F10.2,//)
    APT=0.
    DO 90 I=1,NCAB
    READ(5,80)AP(I),EX(I),SIGPO(I)
80  FORMAT(3F10.2)
90  APT=APT+AP(I)
    READ(5,100)
100 FORMAT(/)
    AST=0.
    DO 120 I=1,NCAM
    READ(5,110)AS(I),YS(I)
110 FORMAT(2F10.2)
120 AST=AST+AS(I)
    EC28=.90*6641*SQRT(FCK+3.5)
    ALFAP=EP/EC28
    ALFAS=ES/EC28
    IS=0.
    DO 130 I=1,NCAM
130 MESTS=MESTS+AS(I)*YS(I)
    YCS=MESTS/AST
    DO 140 I=1,NCAM
140 IS=IS+AS(I)*(YS(I)-YCS)**2
    IP=0.
    DO 150 J=1,NCAB
150 MESTP=MESTP+AP(J)*EX(J)
    YCP=MESTP/APT
    DO 160 J=1,NCAB
160 IP=IP+AP(J)*(EX(J)-YCP)**2

c   CALCULO DO CG DA SECAO HOMOGENEIZADA C+S
    ACS=AC+(ALFAS-1)*AST-APT
    DCS=((ALFAS-1)*AST*YCS-APT*YCP)/ACS
    ICS=IC+AC*DCS**2+(ALFAS-1)*(IS+AST*(YCS-DCS)**2)-

```

```

*      (IP+APT*(YCP-DCS)**2)
c      CALCULO DO CG DA SECAO HOMOGENEIZADA C+S+P
      ACSP=AC+(ALFAS-1)*AST+(ALFAP-1)*APT
      DCSP=((ALFAS-1)*AST*YCS+(ALFAP-1)*APT*YCP)/ACSP
      ICSP=IC+AC*DCSP**2+(ALFAS-1)*(IS+AST*(YCS-DCSP)**2)+
*      (ALFAP-1)*(IP+APT*(YCP-DCSP)**2)
      READ(5,170)NPERA,NPERD
170  FORMAT(//,2I7,/)
      DO 180 J=1,NPERA
180  READ(5,190)TA(J),DELTA(J)
190  FORMAT(2F10.3)
      READ(5,200)
200  FORMAT(/)
      DO 210 J=1,NPERD
210  READ(5,220)TD(J),DELTD(J)
220  FORMAT(2F10.3)

c      CALCULO DA ESPESSURA FICTICIA HFIC
      GAMA=1+EXP(-10.58+.1704*U-.000415*U*U)
      IF(U.LE.90.)GO TO 230
      GAMA=30.
230  HFIC=GAMA*2*AC/UAR
      IF(HFIC.GE.5.) GO TO 240
      HFIC=5.
      GO TO 250
240  IF(HFIC.LE.160.)GO TO 250
      HFIC=160.
250  ALFAR=1

c      SAIDA DE RESULTADOS
      WRITE(6,260)
260  FORMAT(//,1X,'PERDAS PROGRESSIVAS EM CONCRETO PROTENDIDO'
*,/,1X,      'PROTENSÃO + CARREGAMENTO EM ETAPA ÚNICA',
*,/,1X,      'RESULTADOS: (kN, cm, MPa)')
      WRITE(6,270)TITULO,SECAO,U,UAR,HFIC,ALFAR,ALFAF,GAMA,AC,FCK,EC28,
*IC,SLUMP,FPTK,EP,ES,ALFAP,MG,TIPO,NCAB,NCAM
270  FORMAT(/,

```



```

*1X,'PROJETO : 'A40,/,
*1X,'SECAO ANALISADA.....SECAO=          'A2,/,
*1X,'UMIDADE RELATIVA DO AR.....U='F13.0,'% ',/,
*1X,'PERIMETRO EXPOSTO AO AR.....UAR='F15.2,/,
*1X,'ESPESSURA FICTICIA .....HFIC='F15.2,/,
*1X,'PARAMETRO DO CIMENTO PARA RETRACAO....ALFAR='I12,/,
*1X,'PARAMETRO DO CIMENTO PARA FLUENCIA....ALFAF='I12,/,
*1X,'COEF. QUE DEPENDE DA UMIDADE.....GAMA='F15.2,/,
*1X,'AREA DA SECAO DE CONCRETO.....AC='F15.2,/,
*1X,'RESISTENCIA DO CONCRETO.....FCK='F15.2,/,
*1X,'MODULO DE ELASTICIDADE DO CONCRETO.....EC28='F15.2,/,
*1X,'MOMENTO DE INERCIA DA SECAO DE CONCRETO..IC='F15.2,/,
*1X,'ABATIMENTO DO CONCRETO.....SLUMP='I12,/,
*1X,'RESISTENCIA DO ACO DE PROTENSAO.....FPTK='F15.2,/,
*1X,'MODULO DE ELASTICIDADE DO ACO ATIVO.....EP='F15.2,/,
*1X,'MODULO DE ELASTICIDADE DO ACO PASSIVO....ES='F15.2,/,
*1X,'RAZAO EP/EC28.....ALFAP='F15.2,/,
*1X,'MOMENTO PERMANENTE MOBILIZADO.....MG='F15.2,/,
*1X,'TIPO DE ACO PARA RELAXACAO.....TIPO=          'A2,/,
*1X,'NUMERO DE CABOS DE PROTENSAO.....NCAB='I12,/,
*1X,'NUMERO DE NIVEIS DE ACO PASSIVO.....NCAM='I12,/)
WRITE(6,280)
280 FORMAT(/,1X,'ARMADURA ATIVA:',/,
*1X, 'CABO      AP      RO      EX      SIGPO')
DO 290 J=1,NCAB
RO(J)=0.
ROP(J)=0.
RO(J)=AP(J)/ACS
ROP(J)=AP(J)/ACSP
290 WRITE(6,300)J,AP(J),RO(J),EX(J),SIGPO(J)
300 FORMAT(1X,I3,F9.2,F11.7,F10.2,F12.2)
WRITE(6,310)
310 FORMAT(/,1X,'ARMADURA PASSIVA:',/,
*1X, 'CAMADA      AS      YS')
DO 320 I=1,NCAM
320 WRITE(6,330)I,AS(I),YS(I)
330 FORMAT(1X,I4,2F10.2)

```

```

WRITE(6,340)DCS,ACS,ICS
340 FORMAT(/,1X,'SECAO RESULTANTE HOMOGENEIZADA C+S:',/,
*1X, 'DCS      ACS      ICS'//,F10.3,F10.0,F15.0)
WRITE(6,350)DCSP,ACSP,ICSP
350 FORMAT(/,1X,'SECAO RESULTANTE HOMOGENEIZADA C+S+P:',/,
*1X, 'DCSP      ACSP      ICSP'//,F10.3,F10.0,F15.0)
c   CALCULO DA MATRIZ ETA(I,J)
DO 360 I=1,NCAB
DO 360 J=1,NCAB
ETA(I,J)=0.
360 ETA(I,J)=1+(EX(I)-DCS)*(EX(J)-DCS)*ACS/ICS

c   CALCULO DA MATRIZ ETASP(I,J)
DO 370 I=1,NCAB
DO 370 J=1,NCAB
ETASP(I,J)=0.
370 ETASP(I,J)=1+(EX(I)-DCSP)*(EX(J)-DCSP)*ACSP/ICSP

c   CALCULO DOS VETORES ETAIS(J) E ETASS(J)
DO 380 J=1,NCAB
ETAIS(J)=0.
ETASS(J)=0.
ETAIS(J)=1+(EX(J)-DCS)*(HI-DCS)*ACS/ICS
380 ETASS(J)=1+(EX(J)-DCS)*(HS-DCS)*ACS/ICS
c   CALCULO DOS VETORES ETAISP(J) E ETASSP(J)
DO 390 J=1,NCAB
ETAISP(J)=0.
ETASSP(J)=0.
ETAISP(J)=1+(EX(J)-DCSP)*(HI-DCSP)*ACSP/ICSP
390 ETASSP(J)=1+(EX(J)-DCSP)*(HS-DCSP)*ACSP/ICSP
c   CALCULO DA IDADE FICTICIA PARA A RETRACAO
c   IDADE FICTICIA ANTES DA PROTENSAO
ALFAR=1
TAFR=0.
DO 400 I=1,NPERA
400 TAFR=TAFR+ALFAR*(TA(I)+10)*DELTA(I)/30
c   IDADE FICTICIA NUM TEMPO APOS A PROTENSAO

```

```

TDFR=TAFR
DO 410 I=1,NPERD
410 TDFR=TDFR+ALFAR*(TD(I)+10)*DELTD(I)/30
    HFIC=HFIC/100
    WRITE(6,420)
420  FORMAT(//,1X,'RETRACAO:')
    CALL RETRACAO(U,HFIC,SLUMP,TAFR,TDFR,EPCS)
c    CALCULO DA IDADE FICTICIA PARA A FLUENCIA
c    IDADE FICTICIA ANTES DA PROTENSAO
    TAFF=0.
    DO 430 I=1,NPERA
430  TAFF=TAFF+ALFAF*(TA(I)+10)*DELTA(I)/30
c    IDADE FICTICIA NUM TEMPO APOS A PROTENSAO
    TDFF=TAFF
    DO 440 I=1,NPERD
440  TDFF=TDFF+ALFAF*(TD(I)+10)*DELTD(I)/30
    WRITE(6,450)
450  FORMAT(//,1X,'FLUENCIA:')
    CALL FLUENCIA(U,SLUMP,TAFF,TDFF,HFIC,FITTO,XC)
    Q2=XC
c    CALCULO DA IDADE PARA A RELAXACAO
    TO=0
    DO 460 J=1,NPERA
460  TO=TO+DELTA(J)
    TIREL=TO
    T=0
    DO 470 J=1,NPERD
470  T=T+DELTD(J)
    TFREL=TO+T
    WRITE(6,480)
480  FORMAT(//,1X,'RELAXACAO DO ACO DE PROTENSAO:')
    DO 490 I=1,NCAB
    CALL RELAXACAO(I,TIPO,TFREL,TIREL,SIGPO,FPTK,QUI,XP)
    QBAR2(I)=XP(I)
490  CONTINUE

c    CALCULO DAS TENSOES NO CONCRETO AO NIVEL DE CADA BARRA

```

```

c   ANTES DAS PERDAS
      DO 500 I=1,NCAM
      SIGCMG(I)=0.
500  SIGCMG(I)=(NG/ACS+MG*(YS(I)-DCS)/ICS)*10
      WRITE(6,510)
510  FORMAT(/,1X,'TENSOES NO CONCRETO AO NIVEL DAS BARRAS:')
      DO 530 I=1,NCAM
      SIGCS(I)=0.
      SIGCSP(I)=0.
      DO 520 J=1,NCAB
520  SIGCSP(I)=SIGCSP(I)-SIGPO(J)*AP(J)*(1/ACS+(EX(J)-DCS)*(YS(I)-DCS)/
      *ICS)
      SIGCS(I)=SIGCMG(I)+SIGCSP(I)
530  WRITE(6,540)SIGCS(I)
540  FORMAT(1X,F12.2)

c   CALCULO DAS TENSOES NO CONCRETO AO NIVEL DE CADA CABO
c   ANTES DAS PERDAS
      DO 550 I=1,NCAB
550  SIGCMG(I)=(NG/ACS+MG*(EX(I)-DCS)/ICS)*10
      SIGCBI=(NG/ACS+MG*(HI-DCS)/ICS)*10
      SIGCBS=(NG/ACS+MG*(HS-DCS)/ICS)*10
      WRITE(6,560)
560  FORMAT(/,1X,'TENSOES NO CONCRETO AO NIVEL DOS CABOS:')
      DO 580 I=1,NCAB
      SIGCPOG(I)=0.
      SIGCP(I)=0.
      DO 570 J=1,NCAB
570  SIGCP(I)=SIGCP(I)-SIGPO(J)*RO(J)*ETA(I,J)
      SIGCPOG(I)=SIGCMG(I)+SIGCP(I)
580  WRITE(6,590)SIGCPOG(I)
590  FORMAT(1X,F12.2)

c   TENSÃO DA PROTENSAO+CARGA PERMANENTE NAS BORDAS
      SIGPBI=0.
      SIGPBS=0.
      DO 600 J=1,NCAB

```

```

        SIGPBI=SIGPBI-SIGPO(J)*RO(J)*ETAIS(J)
600  SIGPBS=SIGPBS-SIGPO(J)*RO(J)*ETASS(J)
        TGPBI=SIGCBI+SIGPBI
        TGPBS=SIGCBS+SIGPBS

c      CALCULO DOS NIVEIS DE TENSAO ANTES DAS PERDAS
        NTBI=-TGPBI/FCK
        NTBS=-TGPBS/FCK
        WRITE(6,610)TGPBI,NTBI,TGPBS,NTBS
610  FORMAT(//,1X,'TENSOES NAS BORDAS ANTES DAS PERDAS:',//,
        *1X,'TENSAO NA BORDA INFERIOR.....TGPBI=',F15.2,/,
        *1X,'RAZAO TENSAO/FCK NA BORDA INFERIOR.....NTBI=',F15.2,/,
        *1X,'TENSAO NA BORDA SUPERIOR.....TGPBS=',F15.2,/,
        *1X,'RAZAO TENSAO/FCK NA BORDA SUPERIOR.....NTBS=',F15.2,/)

c      MONTAGEM DA MATRIZ DOS COEFICIENTES AF(I,J) E BF(I)
        M=NCAM+NCAB
        DO 620 I=1,M
        BP(I)=0.
        BS(I)=0.
        BF(I)=0.
        DELF(I)=0.
        DO 620 J=1,M
        AF(I,J)=0.
        SS(I,J)=0.
        SP(I,J)=0.
        PS(I,J)=0.
620  PP(I,J)=0.

c      PRIMEIRA SUBMATRIZ
        DO 630 I=1,NCAM
        DO 630 J=1,NCAM
        IF(I.EQ.J) THEN
            SS(I,J)=ALFAS*Q2*(1/ACSP+(YS(I)-DCSP)*(YS(J)-DCSP)/ICSP)+1/AS(I)
        ELSE
            SS(I,J)=ALFAS*Q2*(1/ACSP+(YS(I)-DCSP)*(YS(J)-DCSP)/ICSP)
        END IF
630  AF(I,J)=SS(I,J)

```

```

c   SEGUNDA SUBMATRIZ
      DO 640 J=1,NCAB
      DO 640 I=1,NCAM
          SP(I,J)=ALFAS*Q2*(1/ACSP+(YS(I)-DCSP)*(EX(J)-DCSP)/ICSP)
640  AF(I,NCAM+J)=SP(I,J)
c   TERCEIRA SUBMATRIZ
      DO 650 J=1,NCAM
      DO 650 I=1,NCAB
          PS(I,J)=ALFAP*Q2*(1/ACSP+(YS(J)-DCSP)*(EX(I)-DCSP)/ICSP)
650  AF(NCAM+I,J)=PS(I,J)
c   QUARTA SUBMATRIZ
      DO 660 I=1,NCAB
      DO 660 J=1,NCAB
          IF(J.EQ.I) THEN
              PP(I,J)=QBAR2(I)/AP(I)+ALFAP*Q2*ETASP(I,I)/ACSP
          ELSE
              PP(I,J)=ALFAP*Q2*ETASP(I,J)/ACSP
          END IF
660  AF(NCAM+I,NCAM+J)=PP(I,J)
      DO 670 I=1,NCAM
          BS(I)=-EPCS*ES-ALFAS*SIGCS(I)*FITTO
670  BF(I)=BS(I)
      DO 680 I=1,NCAB
          BP(I)=-EPCS*EP-ALFAP*SIGCPOG(I)*FITTO+SIGPO(I)*QUI(I)
680  BF(NCAM+I)=BP(I)
      DO 700 J=1,M
          WRITE(6,690)(AF(J,K),K=1,M)
690  FORMAT(1X,F10.5)
      DO 710 J=1,M
          WRITE(6,710)BF(J)
710  FORMAT(1X,F10.5)
          WRITE(6,720)
720  FORMAT(/,1X,'NIVEL  DELF')
          CALL INVM(M,AF)
      DO 730 I=1,M
      DO 730 J=1,M
730  DELF(I)=DELF(I)+AF(I,J)*BF(J)
      DO 740 I=1,M

```

```

740 WRITE(6,750)I,DELFI(I)
750 FORMAT(1X,I3,F12.0)
    WRITE(6,760)
760 FORMAT(//,1X,'PERDAS NOS CABOS:')
    DO 770 I=1,NCAB
        DSIGP(I)=DELFI(NCAM+I)/AP(I)
        SIGPF(I)=SIGPO(I)-DSIGP(I)
770 WRITE(6,780)I,DSIGP(I),SIGPF(I)
780 FORMAT(/,
    *1X,'NUMERO DO CABO.....I='I12,/,
    *1X,'PERDA PROGRES. DE TENSÃO NO ACO....DSIGP(I)='F15.2,/,
    *1X,'TENSÃO FINAL NO CABO.....SIGPF(I)='F15.2)

```

c TENSÃO DA PROTENSÃO+CARGA PERMANENTE NAS BORDAS

```

    TGBI=SIGCBI
    TGBS=SIGCBS
    DO 790 J=1,NCAB
        TGBI=TGBI-SIGPF(J)*ROP(J)*ETAISP(J)
790 TGBS=TGBS-SIGPF(J)*ROP(J)*ETASSP(J)

```

c CÁLCULO DOS NÍVEIS DE TENSÃO DEPOIS DAS PERDAS

```

    NTBI=-TGBI/FCK
    NTBS=-TGBS/FCK
    WRITE(6,800)TGBI,NTBI,TGBS,NTBS
800 FORMAT(//,1X,'TENSOES NAS BORDAS DEPOIS DAS PERDAS:',//,
    *1X,'TENSÃO NA BORDA INFERIOR.....TGBI='F15.2,/,
    *1X,'RAZÃO TENSÃO/FCK NA BORDA INFERIOR.....NTBI='F15.2,/,
    *1X,'TENSÃO NA BORDA SUPERIOR.....TGBS='F15.2,/,
    *1X,'RAZÃO TENSÃO/FCK NA BORDA SUPERIOR.....NTBS='F15.2,/)
    CLOSE (6)
    STOP
    END

```

c PRIMEIRA SUBROTINA

```

c *****
c *                RETRACAO - SHRINKAGE (s) - RETRAIT                *
c *****

```

```

SUBROUTINE RETRACAO(U,HFIC,SLUMP,TAFR,TDFR,EPCS)
REAL HFIC
INTEGER SLUMP
A=40.
B=116*HFIC**3-282*HFIC**2+220*HFIC-4.8
C=2.5*HFIC**3-8.8*HFIC+40.7
D=-75*HFIC**3+585*HFIC**2+496*HFIC-6.8
E=-169*HFIC**4+88*HFIC**3+584*HFIC**2-39*HFIC+.8
c  CALCULO DOS COEFICIENTES BETAS
R=TAFR/100
BETSTO=(R**3+A*R**2+B*R)/(R**3+C*R**2+D*R+E)
R=TDFR/100
T=TDFR
IF(T.GE.10000.) GO TO 10
BETST=(R**3+A*R**2+B*R)/(R**3+C*R**2+D*R+E)
GO TO 20
10  BETST=1.
c  CALCULO DOS COEFICIENTES EPSYLONS
20  EP2S=(0.33+2*HFIC)/(0.208+3*HFIC)
    IF(U.GT.90.)GO TO 30
    EP1S=(U**2/1590-U/484-6.16)*.0001
    GO TO 40
30  EP1S=.0001
    GO TO 60
40  IF(SLUMP.GE.5) GO TO 50
    EP1S=.75*EP1S
    GO TO 60
50  IF(SLUMP.LE.9) GO TO 60
    EP1S=1.25*EP1S
c  CALCULO DO COEFICIENTE DE RETRACAO EPCS
60  EPCS=EP2S*EP1S*(BETST-BETSTO)
    WRITE(6,70)TAFR,TDFR,BETST,BETSTO,EP1S,EP2S,EPCS
70  FORMAT(/,
*1X,'IDADE FICTICIA ANTES DA PROTENSAO.....TAFR='F9.0,/,
*1X,'IDADE FICTICIA DEPOIS DA PROTENSAO.....TDFR='F9.0,/,
*1X,'COEF. REL. A RETRACAO NO TEMPO TDFR...BETST='F15.6,/,
*1X,'COEF. REL. A RETRACAO NO TEMPO TAFR..BETSTO='F15.6,/,

```



```
*1X,'COEF. QUE DEP. DA UMIDADE E DA CONSIST.EP1S='F15.6,/,
*1X,'COEF. QUE DEP. DA ESPESSURA FICTICIA...EP2S='F15.6,/,
*1X,'VALOR FINAL DA RETRACAO.....EPCS='F15.6)
```

```
RETURN
```

```
END
```

```
C SEGUNDA SUBROTINA
```

```
C *****
```

```
C * FLUENCIA - CREEP (c) - FLUAGE *
```

```
C *****
```

```
SUBROUTINE FLUENCIA(U,SLUMP,TAFF,TDFF,HFIC,FITTO,XC)
```

```
REAL HFIC
```

```
INTEGER SLUMP
```

```
FIA=.8*(1-(9*TAFF*(TAFF+42.))/((9*TAFF+40.)*(TAFF+61.)))
```

```
FI2C=(0.42+HFIC)/(0.20+HFIC)
```

```
IF(U.LE.90.)GO TO 10
```

```
FI1C=.80
```

```
GO TO 20
```

```
10 FI1C=4.45-.035*U
```

```
20 IF(SLUMP.GE.5) GO TO 30
```

```
FI1C=.75*FI1C
```

```
GO TO 40
```

```
30 IF(SLUMP.LE.9) GO TO 40
```

```
FI1C=1.25*FI1C
```

```
40 FIFINF=FI1C*FI2C
```

```
FIDINF=.4
```

```
BETAD=(TDFF-TAFF+20.)/(TDFF-TAFF+70.)
```

```
IF(TDFF.LT.10000.)GO TO 50
```

```
BETAD=1.
```

```
50 A=42*HFIC**3-350*HFIC**2+588*HFIC+113
```

```
B=768*HFIC**3-3060*HFIC**2+3234*HFIC-23.
```

```
C=-200*HFIC**3+13*HFIC**2+1090*HFIC+183
```

```
D=7579*HFIC**3-31916*HFIC**2+35343*HFIC+1931.
```

```
BETFT=(TDFF**2+A*TDFF+B)/(TDFF**2+C*TDFF+D)
```

```
BETFO=(TAFF**2+A*TAFF+B)/(TAFF**2+C*TAFF+D)
```

```
FIEF=FIFINF*(BETFT-BETFO)
```

```
FID=FIDINF*BETAD
```

```

FITTO=FIA+FIEF+FID
XC=1+FITTO/2
WRITE(6,60)TAFF,TDFF,FI1C,FI2C,FIFINF,FIDINF,BETAD,BETFT,BETFO,
*FIA,FIEF,FID,FITTO,XC
60 FORMAT(/,
*1X,'IDADE FICTICIA ANTES DA PROTENSAO.....TAFF='F9.0,/,
*1X,'IDADE FICTICIA DEPOIS DA PROTENSAO.....TDFF='F9.0,/,
*1X,'COEF. QUE DEP. DA UMIDADE E CONSIST....FI1C='F15.6,/,
*1X,'COEF. QUE DEP. DA ESP. FICTICIA .....FI2C='F15.6,/,
*1X,'DEFORM. LENTA IRREVERSIV-TEMPO INF...FIFINF='F15.6,/,
*1X,'DEFORM. LENTA REVERSIVEL-TEMPO INF...FIDINF='F15.6,/,
*1X,'COEF. DEFORM. LENTA REVER. F(TEMPO)...BETAD='F15.6,/,
*1X,'COEF. DEFORM. LENTA IRREV. EM T.....BETFT='F15.6,/,
*1X,'COEF. DEFORM. LENTA IRREV. EM TO.....BETFO='F15.6,/,
*1X,'VALOR FINAL FLUENCIA RAPIDA IRREVER.....FIA='F15.6,/,
*1X,'VALOR FINAL DEFORM. LENTA IRREVERSIVEL.FIEF='F15.6,/,
*1X,'VALOR FINAL DEFORM. LENTA REVERSIVEL....FID='F15.6,/,
*1X,'COEFI. DE FLUENCIA DO CONCRETO.....FITTO='F15.6,/,
*1X,'INDICE DE FLUENCIA DO CONCRETO.....XC='F15.6)
RETURN
END

```

```

C   TERCEIRA SUBROTINA
C   *****
C   *                   RELAXACAO DO ACO DE PROTENSAO                   *
C   *****
C   SUBROUTINE RELAXACAO(I, TIPO, TFREL, TIREL, SIGPO, FPTK, QUI, XP)
CHARACTER TIPO*2
REAL SIGPO(20), QUI(20), XP(20)
RAZ=SIGPO(I)/FPTK
IF(TIPO.EQ.'RB')GO TO 10
PSI1000=1.25*RAZ**2-1.375*RAZ+.42
GO TO 20
10  PSI1000=.10*RAZ-.045
20  IF(RAZ.LT.0.5)GO TO 30
PSITTO=PSI1000*((TFREL-TIREL)*24/1000)**.15
GO TO 40

```

```

30 PSITTO=0.
40 QUI(I)=-ALOG(1-PSITTO)
   XP(I)=1+QUI(I)/2
   WRITE(6,50)I,PSI1000,PSITTO,QUI(I),XP(I)
50 FORMAT(/,
   *1X,'NUMERO DO CABO.....I='I8,/,
   *1X,'COEF. DE RELAXACAO A 1000 HORAS.....PSI1000='F15.6,/,
   *1X,'COEFICIENTE DE RELAXACAO DO ACO.....PSITTO='F15.6,/,
   *1X,'COEFICIENTE DE FLUENCIA DO ACO.....QUI(I)='F15.6,/,
   *1X,'INDICE DE FLUENCIA DO ACO.....XP(I)='F15.6)
   RETURN
   END

```

```

C   QUARTA SUBROTINA
C   *****
C   *       SUBROTINA PARA INVERSAO DA MATRIZ DOS COEFICIENTES       *
C   *****
SUBROUTINE INVM(N,AF)
REAL AF(20,20)
DO 50 I=1,N
  AUX=AF(I,I)
  AF(I,I)=1.
  DO 10 J=1,N
    AF(I,J)=AF(I,J)/AUX
10  CONTINUE
    DO 40 K=1,N
      IF(I-K)20,40,20
20  AUX=AF(K,I)
    AF(K,I)=0.
    DO 30 M=1,N
      AF(K,M)=AF(K,M)-AUX*AF(I,M)
30  CONTINUE
40  CONTINUE
50  CONTINUE
    RETURN
    END

```

III PROGRAMA COMPUTACIONAL PROTDIS.FOR

3.1 ALGORITMO DO PROGRAMA

- Leitura dos dados de entrada no arquivo PROTDIS.DAT;
- Cálculo da espessura fictícia - h_{fic} ;
- Gravação dos dados de entrada, da espessura fictícia e das características de cada feixe no arquivo PROTDIS.RES;
- Cálculo das idades fictícias para a retração: antes de cada etapa de protensão e depois de cada etapa de protensão;
- Cálculo e gravação do coeficiente de retração EPCS(n) para cada etapa;
- Cálculo da idade fictícia para a fluência do concreto e os respectivos coeficientes de fluência;
- Cálculo dos intervalos de tempo para a relaxação do aço e os respectivos índices de relaxação para cada feixe na etapa, bem como os respectivos coeficientes de fluência do aço;
- Cálculo da matriz de tensões iniciais do concreto para cada etapa considerando a força de protensão na seção e o momento das cargas permanentes;
- Cálculo do vetor de tensões TENCIN, cujo coeficiente Tencin(i) representa a soma das tensões introduzidas pelos

- carregamentos ao nível do feixe i ;
- Formação do sistema de equações : matriz dos coeficientes [A] e vetor dos termos independentes {B};
 - Resolução do sistema de equações, através da sub-rotina INVM(n,a) e da multiplicação de $[A]^{-1} \cdot \{B\}$ para se obter a solução $[DSIGP]_n$, que contém as perdas nos diversos feixes em cada etapa n ;
 - Cálculo, para cada etapa n , das tensões finais nos feixes $[SIGPF]_n$ e respectivas gravações no arquivo de resultados PROTDIS.RES;
 - Cálculo, para cada etapa n , das tensões finais no concreto $[SIGCF]_n$, introduzidas por cada carregamento, bem como as tensões resultantes ao nível de cada feixe $[TENCFN]_n$ e das respectivas gravações no arquivo de resultados PROTDIS.RES;
 - Cálculo, para cada etapa n , das tensões finais nas bordas inferior e superior da seção de concreto e os respectivos níveis de tensão em relação à f_{ck} .

3.2 SUB-ROTINAS

Fazem parte do Programa PROTDIS.FOR, quatro sub-rotinas a saber:

- a) Sub-rotina 'RETRAÇÃO';
- b) Sub-rotina 'FLUÊNCIA';
- c) Sub-rotina 'RELAXAÇÃO';
- d) Sub-rotina 'INVM'

3.3 MODELO DO ARQUIVO DE ENTRADA DOS DADOS

Neste arquivo, chamado PROTDIS.DAT, são lidos:

- O nome da obra ou projeto, no formato A40:

TITULO

A40

- O número da seção ou algum comentário:

SECAO

A40

- A umidade relativa do ar, a área de concreto da seção, o perímetro da seção exposto ao ar, o grau de abatimento do

concreto, o coeficiente α para a fluência que depende do cimento utilizado:

```

-----U-----AC-----UAR-----SLUMPALFAF
      F10.2      F10.2      F10.2      I5      I5

```

- A resistência característica à compressão do concreto e a resistência característica à tração do aço:

```

-----FCK-----FPTK
      F10.2      F10.2

```

- O tipo de relaxação do aço:

TIPO

A2

- O módulo de elasticidade do aço de protensão, o momento de inércia da seção transversal, a distância do CG até a borda superior e a distância do CG até a borda inferior:

```

-----EP-----IC-----HS-----HI
      F15.2      F15.2      F10.2      F10.2

```

- O número de etapas de protensão:

NETAPA
I6

- A área de aço para cada feixe, a excentricidade de cada feixe e a tensão inicial de cada feixe na seção, bem como os momentos das cargas permanentes mobilizados:

```

ETAPA,++++AP(j),++-----EX(i)-----SIGPO(i),---MG(i),---
      I5      F10.2      F10.2      F10.2      F10.2

```

- O número de períodos antes da protensão nos quais a temperatura varia, bem como o número de períodos depois da protensão:

NPERA NPERD
I5 I5

- Para cada período antes da protensão, as respectivas temperaturas médias e o número de dias em que tais ocorrem:

```

---TA(j),---DELTA(j),+
      F10.2      F10.2

```

- Para cada período depois da protensão, as respectivas temperaturas e número de dias com tais temperaturas:

```

---TD(j),---DELTA(j),+
      F10.2      F10.2

```

3.4 LISTAGEM DO PROGRAMA

PROGRAM PROTDIS

```

C *****
C * OBJETIVO: *
C * CALCULAR AS PERDAS PROGRESSIVAS NA ARMADURA DE PROTENSAO E *
C * AS VARIACOES DAS TENSOES NORMAIS NAS SECOES DE CONCRETO *
C * QUANDO OOCORRE PROTENSAO OU CARREGAMENTO EM ETAPAS DISTINTAS *
C * *
C * AUTOR: ENGo. JOAO AMILTON MENDES *
C * *
C * ULTIMA VERSAO: 12/FEV/1993 *
C *****
C *
C * VARIAVEIS DE ENTRADA *
C * ----- *
C * NETAPA = NO. DE ETAPAS DE SOLICITACOES *
C * MG(I) = MOMENTO DA CARGA PERMANENTE MOBILIZADO NA ETAPA I *
C * NPERA = NO. DE INTERVALOS DE TEMPO ANTES DA PROTENSAO *
C * NPERD = NO. DE INTERVALOS DE TEMPO APOS A PROTENSAO *
C * TA = TEMPERATURA MEDIA DIARIA ANTES DA PROTENSAO *
C * DELTA = NO. DE DIAS COM TEMPERATURA MEDIA DIARIA TA *
C * TD = TEMPERATURA MEDIA DIARIA APOS A PROTENSAO *
C * DELTD = NO. DE DIAS COM TEMPERATURA MEDIA DIARIA TD *
C * U = UMIDADE RELATIVA DO AR *
C * UAR = PERIMETRO DA SECAO TRANSVERSAL EXPOSTO AO AR *
C * AP(I) = AREA DA ARMADURA DE PROTENSAO DO FEIXE I *
C * AC = AREA DE CONCRETO DA SECAO TRANSVERSAL *
C * SLUMP = NO. QUE DEFINE O GRAU DE ABATIMENTO DO CONCRETO *
C * FCK = RESIST. CARACTERISTICA DO CONCRETO A COMPRESSAO *
C * SIGPO(I)= TENSao INICIAL NA ARMADURA DE PROTENSAO DO FEIXE I *
C * FPTK = RESISTENCIA CARACTERISTICA DO ACO *
C * TIPO = VARIAVEL QUE DEFINE A RELAXACAO DO ACO (RA OU RB) *
C * ALFAF = PARAMETRO EM FUNCAO DO CIMENTO (PARA FLUENCIA) *
C * EP = MODULO DE DEFORMACAO DO ACO DE PROTENSAO *
C * IC = MOMENTO DE INERCIA DA SECAO DE CONCRETO *
C * EX(I) = EXCENTRICIDADE EQUIVALENTE DO FEIXE DE PROTENSAO *

```

C * HI = DISTANCIA DO OG DA SECAO ATE A BORDA INFERIOR *
 C * HS = DISTANCIA DO OG DA SECAO ATE A BORDA SUPERIOR *
 C *****
 C * *
 C * VARIAVEIS DE SAIDA *
 C * (KN,cm,MPa) *
 C * *
 C * TAF = IDADE FICTICIA DO CONCRETO ANTES DA PROTENSAO *
 C * TDF = IDADE FICTICIA DO CONCRETO NO TEMPO DESEJADO, *
 C * APOS A PROTENSAO *
 C * BETST = COEF. RELATIVO A RETRACAO NO TEMPO FICTICIO TDF *
 C * BETSTO = " " " " " " " TAF *
 C * HFIC = ESPESSURA FICTICIA DA PECA *
 C * EP1S = COEF. QUE DEPENDE DA UMIDADE E DA CONSISTENCIA *
 C * EP2S = COEF. QUE DEPENDE DA ESPESSURA FICTICIA *
 C * EPCS = COEF. DA RETRACAO *
 C * FIA = COEF. DE FLUENCIA RAPIDA IRREVERSIVEL *
 C * FI1C = COEF. QUE DEPENDE DA UMIDADE E DA CONSISTENCIA *
 C * FI2C = COEF. QUE DEPENDE DA ESPESSURA FICTICIA *
 C * FIFINF = PRODUTO DE FI1C*FI2C - COEF. DE DEFOR. LENTA IRREV. *
 C * FIDINF = COEF. DA DEFORMACAO LENTA REVERSIVEL *
 C * BETAD = COEF. QUE CONSIDERA O INTERVALO DE TEMPO APOS O *
 C * CARREGAMENTO *
 C * BETFT = COEF. QUE DEPENDE DA IDADE FICTICIA E DE HFIC NO TDF* *
 C * BETFO = COEF. QUE DEPENDE DA IDADE FICTICIA E DE HFIC NO TAF* *
 C * FITTO = COEF. DE FLUENCIA (VALE TAMBEM PARA TRACAO) *
 C * PSITTO = COEF. DE RELAXACAO DO ACO *
 C * QUITTO = COEF. DE FLUENCIA DO ACO *
 C * DSIGC = PERDA DE TENSAO NO CONCRETO NO INTERVALO T-TO *
 C * DSIGP = PERDA DE TENSAO NO ACO DE PROTENSAO NO INTERVALO *
 C * T-TO *
 C * TENCIN(K)= TENSAO TOTAL NO CONCRETO A UM DETERMINADO NIVEL *
 C * K NO INICIO DA ETAPA *
 C * TENCFN(K)= TENSAO TOTAL NO CONCRETO A UM DETERMINADO NIVEL *
 C * K NO FINAL DA ETAPA *
 C * NTBS = RAZAO ENTRE A TENSAO NA BORDA SUPERIOR E O FCK *
 C * NTBI = RAZAO ENTRE A TENSAO NA BORDA INFERIOR E O FCK *


```

C   * TIBI   = TENSÃO NA BORDA INFERIOR DA SEÇÃO DEVIDO A PROTENSÃO *
C   *       = + CARGA PERMANENTE *
C   * TIBS   = TENSÃO NA BORDA SUPERIOR DA SEÇÃO DEVIDO A PROTENSÃO *
C   *       + CARGA PERMANENTE *
C   * SIGPF(J,N)=TENSÃO NO FEIXE J NA IDADE FINAL DA ETAPA N *
C   * SIGP(J,N)=TENSÃO NO FEIXE J NA IDADE INICIAL DA ETAPA N *
C   * SIGC(I,K)=TENSÃO NO CONCRETO AO NÍVEL DO FEIXE K, DEVIDA A *
C   *       PROTENSÃO E A CARGA PERMANENTE DA ETAPA I *
C   *****

```

```

REAL TA(5),DELTA(5),TD(5),DELTD(5),HFIC,IC,SIGPO(5),DELP(5),
*EX(5),AP(5),BF(5),AF(5,5),PSITTO,PSI1000,P(5,5),SIGPF(5,5),
*SIGCFI(5),DSIGP(5,5),DSIGC(5,5),XP(5,5),RO(5),ETA(5,5),ETAI(5),
*ETAS(5),FITOTAL(5,5),FI(5,5),HI,HS,NTBI,NTBS

```

```

REAL SIGC(5,5),SIGP(5,5),TFARET(5),TFDRET(5),EPCS(5),TFAFLU(5),
*TFDFLU(5),MG(5),TT(5),TO(5),XC(5,5),QUI(5,5),TENCIN(5),TENCFN(5),
*SIGCF(5,5),TIBI(5),TIBS(5),TFBI(5),TFBS(5),SIGBI(5,5),SIGBS(5,5),
*DSIBI(5,5),DSIBS(5,5),SIFBI(5,5),SIFBS(5,5)

```

```

INTEGER ALFAR,ALFAF,SLUMP
CHARACTER TIPO*2, TITULO*40, SECAO*40

```

```

OPEN(2,FILE='PRN')
OPEN(5,FILE='PROTDIS.DAT',form='formatted')
OPEN(6,FILE='PROTDIS.RES',form='formatted',status='UNKNOWN')

```

```

C   LEITURA DOS DADOS DE ENTRADA
      READ(5,10)TITULO
10  FORMAT(///,A40)
      READ(5,20)SECAO
20  FORMAT(//,A40)
      READ(5,30)U,AC,UAR,SLUMP,ALFAF
30  FORMAT(//,3F10.3,2I5)
      READ(5,35)FCK,FPTK
35  FORMAT(//,2F10.2)
      READ(5,40)TIPO

```

```

40  FORMAT(//,A2)
    READ(5,50)EP,IC,HS,HI
50  FORMAT(//,2F15.2,2F10.2)
    READ(5,60)NETAPA
60  FORMAT(//,I6,//)
    DO 70 I=1,NETAPA
70  READ(5,80)J,AP(J),EX(J),SIGPO(J),MG(J)
80  FORMAT(I5,4F10.2)
    EC28=.90*6641*SQRT(FCK+3.5)
    ALFAP=EP/EC28

c   CALCULO DA ESPESSURA FICTICIA HFIC
    GAMA=1+EXP(-10.58+.1704*U-.000415*U*U)
    IF(U.LE.90.)GO TO 90
    GAMA=30.
90  HFIC=GAMA*2*AC/UAR
    IF(HFIC.GE.5.) GO TO 100
    HFIC=5.
    GO TO 110
100 IF(HFIC.LE.160.)GO TO 110
    HFIC=160.
110 ALFAR=1

c   SAIDA DE RESULTADOS
    WRITE(6,120)
120 FORMAT(//,5X,'PERDAS PROGRESSIVAS EM CONCRETO PROTENDIDO',
    *,5X,      'PROTENSÃO + CARREGAMENTO EM ETAPAS DISTINTAS',
    *,5X,      'RESULTADOS (kN,MPa,cm)')
    WRITE(6,130)TITULO,U,UAR,HFIC,ALFAR,ALFAF,GAMA,SLUMP,ALFAP,
    *AC,EP,FCK,FPTK,EC28,TIPO,NETAPA
130 FORMAT(/,
    *5X,'PROJETO : 'A40,//,
    *5X,'UMIDADE RELATIVA DO AR.....U='F13.0,'%'/,
    *5X,'PERIMETRO EXPOSTO AO AR.....UAR='F15.2,/,
    *5X,'ESPESSURA FICTICIA.....HFIC='F15.2,/,
    *5X,'PARAMETRO DO CIMENTO PARA RETRACAO....ALFAR='I12,/,
    *5X,'PARAMETRO DO CIMENTO PARA FLUENCIA....ALFAF='I12,/,

```

```

*5X, 'COEF. QUE DEPENDE DA UMIDADE.....GAMA='F15.2,/,
*5X, 'ABATIMENTO DO CONCRETO.....SLUMP='I12,/,
*5X, 'RAZAO EP/EC28.....ALFAP='F15.2,/,
*5X, 'AREA DE CONCRETO.....AC='F15.2,/,
*5X, 'MODULO DE ELASTICIDADE DO ACO.....EP='F15.2,/,
*5X, 'RESISTENCIA DO CONCRETO.....FCK='F15.2,/,
*5X, 'RESISTENCIA DO ACO.....FPTK='F15.2,/,
*5X, 'MODULO DE ELASTICIDADE DO CONCRETO.....EC28='F15.2,/,
*5X, 'TIPO DE ACO PARA RELAXACAO.....TIPO=          'A2,/,
*5X, 'NUMERO DE ETAPAS.....NETAPA='I12,/)

```

```

DO 140 J=1,NETAPA
RO(J)=0.
RO(J)=AP(J)/AC
DO 140 I=1,NETAPA
ETA(I,J)=0
ETA(I,J)=1+EX(I)*EX(J)*AC/IC
SIGC(I,J)=0.
DSIGC(I,J)=0.
SIGP(I,J)=0.
SIGCF(I,J)=0.
140 SIGCFI(I)=0.

c  CALCULO DOS VETORES ETAI(J) E ETAS(J)
DO 145 J=1,NETAPA
ETAI(J)=0.
ETAS(J)=0.
ETAI(J)=1+HI*EX(J)*AC/IC
145 ETAS(J)=1-HS*EX(J)*AC/IC
WRITE(6,150)
150 FORMAT(/,5X,'FEIXE      AP      RO      EX      SIGPO      MG
*',/)
DO 160 J=1,NETAPA
160 WRITE(6,170)J,AP(J),RO(J),EX(J),SIGPO(J),MG(J)
170 FORMAT(5X,I3,F9.2,F11.7,F9.2,2F12.2)
HFIC=HFIC/100

```

```

C *****
C *                               INICIO DO GRANDE LOOPING                               *
C *****
DO 800 N=1,NETAPA
TFARET(N)=0.
TFDRET(N)=0.
TFAFLU(N)=0.
TFDFLU(N)=0.
WRITE(6,180)N
180 FORMAT(//,5X,
*'***** ', 'ETAPA=', I3, ' *****
*',/)
C CALCULO DA IDADE FICTICIA PARA A RETRACAO
C *****
IF(N.EQ.1) THEN
C ANTES DA ETAPA DE PROTENSAO
READ(5,190)NPERA
190 FORMAT(//, I5, //)
DO 200 J=1,NPERA
200 READ(5,210)TA(J),DELTA(J)
210 FORMAT(2F10.2)
DO 220 J=1,NPERA
220 TFARET(N)=TFARET(N)+ALFAR*(TA(J)+10)*DELTA(J)/30
ELSE
TFARET(N)=TFDRET(N-1)
END IF
TAFR=TFARET(N)
C DEPOIS DA ETAPA DE PROTENSAO
READ(5,230)NPERD
230 FORMAT(//, I5, //)
DO 240 J=1,NPERD
240 READ(5,250)TD(J),DELTD(J)
250 FORMAT(2F10.2)
TFDRET(N)=TFARET(N)
DO 260 J=1,NPERD
260 TFDRET(N)=TFDRET(N)+ALFAR*(TD(J)+10)*DELTD(J)/30
TDFR=TFDRET(N)

```

```

CALL RETRACAO(U,HFIC,SLUMP,TAFR,TDFR,EPC)
EPCS(N)=EPC
WRITE(6,270)N,EPCS(N)
270  FORMAT(/,5X,'EPCS(',I3,')=',F10.7,/)

WRITE(6,280)
280  FORMAT(/,5X,'VALORES RELATIVOS A FLUENCIA DO CONCRETO:')
C    CALCULO DA IDADE FICTICIA PARA A FLUENCIA
C    *****
IF(ALFAF.EQ.1) THEN
      TFAFLU(N)=TFARET(N)
      TDFDLU(N)=TFDRET(N)
ELSE
      IF(N.EQ.1) THEN
        DO 290 J=1,NPERA
290     TFAFLU(N)=TFAFLU(N)+ALFAF*(TA(J)+10)*DELTA(J)/30
        ELSE
          TFAFLU(N)=TFDFLU(N-1)
        END IF
        TDFDLU(N)=TFAFLU(N)
        DO 300 J=1,NPERD
300     TDFDLU(N)=TDFDLU(N)+ALFAF*(TD(J)+10)*DELTD(J)/30
      END IF

C    CALCULO DOS COEFICIENTES FI PARA OS FEIXES E INTERVALOS
C    *****
DO 310 I=1,N
IF(I.EQ.N) THEN
      TAFF=TFAFLU(N)
      TDFF=TFDFLU(N)
      CALL `FLUENCIA(U,SLUMP,TAFF,TDFF,HFIC,FITTO)
      FI(I,I)=FITTO
      FITOTAL(I,I)=FI(I,I)
ELSE
      TAFF=TFAFLU(I)
      TDFF=TFDFLU(N)
      CALL FLUENCIA(U,SLUMP,TAFF,TDFF,HFIC,FITTO)

```

```

FITOTAL(I,N)=FITTO
FI(I,N)=FITOTAL(I,N)-FITOTAL(I,N-1)

END IF
310 WRITE(6,320)I,N,I,N,FITOTAL(I,N),FI(I,N)
320 FORMAT(/,5X,'VALORES DOS COEFICIENTES DE FLUENCIA:',/,
*5X,          'FITOTAL(',I2,',',',I2,')          FI(',I2,',',',I2,')
*' ,/,5X,F10.5,15X,F12.5,/)

WRITE(6,330)
330 FORMAT(/,5X,'CALCULO DA IDADE PARA RELAXACAO E COEFICIENTES:')

C   CALCULO DOS INTERVALOS DE TEMPO PARA A RELAXACAO DO ACO
C   *****
IF(N.EQ.1) THEN
      TO(N)=0
      DO 340 J=1,NPERA
340      TO(N)=TO(N)+DELTA(J)
      ELSE
      TO(N)=TT(N-1)
      END IF
350      TT(N)=TO(N)
      DO 360 J=1,NPERD
360      TT(N)=TT(N)+DELTD(J)
      WRITE(6,370)N,TO(N),TT(N)
370  FORMAT(/,
*5X,'NUMERO DA ETAPA.....N='I9,/,
*5X,'IDADE INICIAL PARA RELAXACAO.....TO(N)='F10.0,/,
*5X,'IDADE FINAL PARA A RELAXACAO.....TT(N)='F10.0)

C   CALCULO DAS TENSOES INICIAIS NOS FEIXES EM CADA ETAPA E RESPECTI-
C   VOS COEFICIENTES DE FLUENCIA
C   *****
DO 390 I=1,N
      IF(I.EQ.N) THEN
          SIGP(I,N)=SIGPO(I)
          TFREL=TT(N)
          TIREL=TO(I)

```

```

        SIGMAP=SIGP(I,N)
        CALL RELAXACAO(I, TIPO, TFREL, TIREL, SIGMAP, FPTK, QUITTO)
        QUI(I,N)=QUITTO
    ELSE
        SIGP(I,N)=SIGPF(I,N-1)
        TFREL=TT(N)
        TIREL=TO(I)
        SIGMAP=SIGP(I,N)
        CALL RELAXACAO(I, TIPO, TFREL, TIREL, SIGMAP, FPTK, QUITTO)
        QUITOT=QUITTO
        TFREL=TO(N)
        TIREL=TO(I)
        CALL RELAXACAO(I, TIPO, TFREL, TIREL, SIGMAP, FPTK, QUITTO)
        QUI(I,N)=QUITOT-QUITTO
    END IF
    XP(I,N)=1+QUI(I,N)/2
    P(I,N)=0.
    P(I,N)=AP(I)*SIGP(I,N)
    WRITE(6,380)I,N,QUI(I,N),I,N,SIGP(I,N)
380  FORMAT(37X, 'QUI (', I2, ', ', I2, ')=' , F15.5, /,
    *37X, 'SIGP(', I2, ', ', I2, ')=' , F10.1)
390  CONTINUE

C    CALCULO DAS TENSOES NO CONCRETO AO NIVEL DE CADA FEIXE DEVIDO
C    A PROTENSAO INTRODIZIDA POR CADA FEIXE - MATRIZ (NXN)
C    *****
    WRITE(6,400)
400  FORMAT(/,5X, 'MATRIZ DE TENSOES NO CONCRETO:')
    DO 410 I=1,N
    DO 410 J=1,N
        SIGC(I,J)= MG(I)*EX(J)*10/IC-SIGP(I,N)*RO(I)*ETA(I,J)
410  WRITE (6,415)I,J,SIGC(I,J)
415  FORMAT(5X, 'SIGC(', I2, ', ', I2, ')=' , F12.2)

C    CALCULO DAS TENSOES NAS BORDAS GERADAS EM CADA ETAPA E RESPECTIVOS
C    NIVEIS DE TENSAO
C    *****

```

```

WRITE(6,416)
416 FORMAT(/,5X,'VETOR DE TENSOES NAS BORDAS:')
DO 417 J=1,N
SIGBI(J,N)= MG(J)*HI*10/IC-SIGP(J,N)*RO(J)*ETAI(J)
SIGBS(J,N)=-MG(J)*HS*10/IC-SIGP(J,N)*RO(J)*ETAS(J)
417 WRITE (6,418)J,N,SIGBI(J,N),J,N,SIGBS(J,N)
418 FORMAT(5X,'SIGBI(',I2,',',I2,')=',F10.2,/,5X,'SIGBS(',I2,',',I2,
*'')=',F10.2)

```

C CALCULO DA TENSAO NO CONCRETO PRODUZIDA POR TODOS OS CABOS

C *****

```

WRITE(6,420)
420 FORMAT(/,5X,'AO NIVEL          TENSAO INICIAL',/,
*      5X,'DO FEIXE          NO CONCRETO')
DO 440 I=1,N
TENCIN(I)=0.
DO 430 J=1,N
430 TENCIN(I)=TENCIN(I)+SIGC(J,I)
440 WRITE(6,450)I,TENCIN(I)
450 FORMAT(5X,I6,7X,F17.2)

```

C CALCULO DA TENSAO INICIAL NAS BORDAS, PRODUZIDA PELOS CABOS

C *****

```

WRITE(6,451)
451 FORMAT(/,5X,'BORDA      TENSAO INICIAL      NIVEL DE TENSAO')
TIBI(N)=0.
TIBS(N)=0.
DO 453 J=1,N
TIBI(N)=TIBI(N)+SIGBI(J,N)
453 TIBS(N)=TIBS(N)+SIGBS(J,N)
NTBI=-TIBI(N)/FCK
NTBS=-TIBS(N)/FCK
WRITE(6,455)TIBI(N),NTBI,TIBS(N),NTBS
455 FORMAT(5X,'INFERIOR',2F13.2,/,5X,'SUPERIOR',2F13.2)
C VALORES DE XC
DO 460 I=1,N
460 XC(I,N)=1+0.5*FI(I,N)

```



```

C   MONTAGEM DA MATRIZ DOS COEFICIENTES AF(I,I)
C   *****
DO 470 J=1,N
DO 470 I=1,N
IF(I.EQ.J)THEN
      AF(I,I)=XP(I,N)+ALFAP*XC(I,N)*RO(I)*ETA(I,I)
      ELSE
      AF(I,J)=ALFAP*XC(J,N)*RO(J)*ETA(J,I)
      END IF
470  CONTINUE

C   MONTAGEM DO VETOR DOS TERMOS INDEPENDENTES BF(I)
C   *****
DO 480 K=1,N
480  SIGCFI(K)=0.
DO 510 J=1,N
DO 490 I=1,N
490  SIGCFI(J)=SIGCFI(J)+SIGC(I,J)*FI(I,N)
      WRITE(6,500)J,SIGCFI(J)
500  FORMAT(/,5X,'SIGCFI(',I3,')=',F12.5)
510  BF(J)=-EP*EPCS(N)-ALFAP*SIGCFI(J)+SIGP(J,N)*QUI(J,N)

      WRITE(6,520)
520  FORMAT(/,5X,'SISTEMA DE EQUACOES:',/,)
DO 550 J=1,N
DO 530 K=1,N
530  WRITE(6,540)J,K,AF(J,K)
540  FORMAT(5X,'AF(',I2,',',I2,')=',F13.5)
550  WRITE(6,560)J,BF(J)
560  FORMAT(5X,'BF(',I2,')=',F15.5)
      CALL INVM(N,AF)
      WRITE(6,570)
570  FORMAT(/,5X,'TENSOES NOS FEIXES:')
      WRITE(6,580)
580  FORMAT(5X,'FEIXE   ETAPA   TENS.INICIAL   PERDA   TENS.FINAL')
DO 600 I=1,N
      DSIGP(I,N)=0.

```

```

DO 590 J=1,N
590 DSIGP(I,N)=DSIGP(I,N)+AF(I,J)*BF(J)
   SIGPF(I,N)=SIGP(I,N)-DSIGP(I,N)
600 WRITE(6,610)I,N,SIGP(I,N),DSIGP(I,N),SIGPF(I,N)
610 FORMAT(5X,I4,4X,I3,2X,F12.1,F13.1,2X,F12.1)
   WRITE(6,620)
620 FORMAT(/,5X,'TENSOES NOS CONCRETO, AO NIVEL DOS CABOS:')
   WRITE(6,630)
630 FORMAT(5X,'GERADA',/,5X,
*'P/FEIXE  NIVEL  TENS.INICIAL  PERDA  TENS.FINAL')
   DO 640 I=1,N
   DO 640 J=1,N
       DSIGC(J,I)=0.
       DSIGC(J,I)=-RO(J)*ETA(J,I)*DSIGP(J,N)
       SIGCF(J,I)=SIGC(J,I)-DSIGC(J,I)
640   WRITE(6,650)J,I,SIGC(J,I),DSIGC(J,I),SIGCF(J,I)
650   FORMAT(5X,I6,4X,I3,3X,F12.2,F12.2,2X,F12.2)

   WRITE(6,660)
660 FORMAT(/,5X,'AO NIVEL  TENSÃO FINAL ',/,
*'      5X,'DO FEIXE  NO CONCRETO')
   DO 680 I=1,N
   TENCFN(I)=0.
   DO 670 J=1,N
   SIGC(J,I)=SIGCF(J,I)
670 TENCFN(I)=TENCFN(I)+SIGCF(J,I)
680 WRITE(6,690)I,TENCFN(I)
690 FORMAT(5X,I6,7X,F17.2)

   WRITE(6,700)
700 FORMAT(/,5X,'TENSOES GERADAS NA BORDA INFERIOR:',/,5X,
*'P/FEIXE  TENS.INICIAL  PERDA  TENS.FINAL')
   DO 710 J=1,N
       DSIBI(J,N)=0.
       DSIBS(J,N)=0.
       DSIBI(J,N)=-RO(J)*ETAI(J)*DSIGP(J,N)
       DSIBS(J,N)=-RO(J)*ETAS(J)*DSIGP(J,N)

```

```

      SIFBI(J,N)= SIGBI(J,N)-DSIBI(J,N)
      SIFBS(J,N)= SIGBS(J,N)-DSIBS(J,N)
710  WRITE(6,720)J,SIGBI(J,N),DSIBI(J,N),SIFBI(J,N)
720  FORMAT(5X,I6,3X,3F12.2)

      WRITE(6,722)
722  FORMAT(/,5X,'TENSOES GERADAS NA BORDA SUPERIOR:',/,5X,
      *'P/FEIXE   TENS.INICIAL   PERDA   TENS.FINAL')
      DO 730 J=1,N
730  WRITE(6,735)J,SIGBS(J,N),DSIBS(J,N),SIFBS(J,N)
735  FORMAT(5X,I6,3X,3F12.2)

C    CALCULO DA TENSAO FINAL NAS BORDAS, PRODUZIDA PELOS CABOS
C    *****
      WRITE(6,740)
740  FORMAT(/,5X,'BORDA   TENSAO FINAL   NIVEL DE TENSAO')
      TFBI(N)=0.
      TFBS(N)=0.
      DO 750 J=1,N
      TFBI(N)=TFBI(N)+SIFBI(J,N)
750  TFBS(N)=TFBS(N)+SIFBS(J,N)
      NTBI=-TFBI(N)/FCK
      NTBS=-TFBS(N)/FCK
      WRITE(6,760)TFBI(N),NTBI,TFBS(N),NTBS
760  FORMAT(5X,'INFERIOR',2F13.2,/,5X,'SUPERIOR',2F13.2)
800  CONTINUE
      CLOSE(6)
      STOP
      END

C    PRIMEIRA SUBROTINA
C    *****
C    *           RETRACAO - SHRINKAGE - RETRAIT           *
C    *                               S                               *
C    *****
      SUBROUTINE RETRACAO(U,HFIC,SLUMP,TAFR,TDFR,EPC)
      REAL HFIC

```

INTEGER SLUMP

A=40.

B=116*HFIC**3-282*HFIC**2+220*HFIC-4.8

C=2.5*HFIC**3-8.8*HFIC+40.7

D=-75*HFIC**3+585*HFIC**2+496*HFIC-6.8

E=-169*HFIC**4+88*HFIC**3+584*HFIC**2-39*HFIC+0.8

c CALCULO DOS COEFICIENTES BETAS

R=TAFR/100

BETSTO=(R**3+A*R**2+B*R)/(R**3+C*R**2+D*R+E)

R=TDFR/100

T=TDFR

IF(T.GE.10000.) GO TO 10

BETST=(R**3+A*R**2+B*R)/(R**3+C*R**2+D*R+E)

GO TO 20

10 BETST=1.

c CALCULO DOS COEFICIENTES EPSYLONS

20 EP2S=(0.33+2*HFIC)/(0.208+3*HFIC)

IF(U.GT.90.)GO TO 30

EP1S=(U**2/1590-U/484-6.16)*.0001

GO TO 40

30 EP1S=.0001

GO TO 60

40 IF(SLUMP.GE.5) GO TO 50

EP1S=.75*EP1S

GO TO 60

50 IF(SLUMP.LE.9) GO TO 60

EP1S=1.25*EP1S

c CALCULO DO COEFICIENTE DE RETRACAO EPC

60 EPC=EP2S*EP1S*(BETST-BETSTO)

WRITE(6,70)TAFR,TDFR,BETST,BETSTO,EP1S,EP2S,EPC

70 FORMAT(/,

*5X,'IDADE FICTICIA ATE A ETAPA.....TAFR='F10.0,/,

*5X,'IDADE FICTICIA TOTALTDFR='F10.0,/,

*5X,'COEF. REL. A RETRACAO NO TEMPO TDFR...BETST='F15.5,/,

```

*5X,'COEF. REL. A RETRACAO NO TEMPO TAFR..BETSTO='F15.5,/,
*5X,'COEF. QUE DEP. DA UMIDADE E DA CONSIST.EP1S='F15.5,/,
*5X,'COEF. QUE DEP. DA ESPESSURA FICTICIA...EP2S='F15.5,/,
*5X,'VALOR FINAL DA RETRACAO.....EPC='F15.5)

```

```

RETURN

```

```

END

```

```

C   SEGUNDA SUBROTINA

```

```

C   *****
C   *           FLUENCIA - CREEP - FLUAGE           *
C   *                                     C           *
C   *****

```

```

SUBROUTINE FLUENCIA(U,SLUMP,TAFF,TDFF,HFIC,FITTO)

```

```

REAL HFIC

```

```

INTEGER SLUMP

```

```

FIA=.8*(1-(9*TAFF*(TAFF+42.))/((9*TAFF+40.)*(TAFF+61.)))

```

```

FI2C=(0.42+HFIC)/(0.20+HFIC)

```

```

IF(U.LE.90.)GO TO 30

```

```

FI1C=.80

```

```

GO TO 40

```

```

30  FI1C=4.45-.035*U

```

```

40  IF(SLUMP.GE.5) GO TO 50

```

```

    FI1C=.75*FI1C

```

```

    GO TO 60

```

```

50  IF(SLUMP.LE.9) GO TO 60

```

```

    FI1C=1.25*FI1C

```

```

60  FIFINF=FI1C*FI2C

```

```

    FIDINF=.4

```

```

    BETAD=(TDFF-TAFF+20.)/(TDFF-TAFF+70.)

```

```

    IF(TDFF.LT.10000.)GO TO 70

```

```

    BETAD=1.

```

```

70  A=42*HFIC**3-350*HFIC**2+588*HFIC+113

```

```

    B=768*HFIC**3-3060*HFIC**2+3234*HFIC-23.

```

```

    C=-200*HFIC**3+13*HFIC**2+1090*HFIC+183

```

```

    D=7579*HFIC**3-31916*HFIC**2+35343*HFIC+1931.

```

```

    BETFT=(TDFF**2+A*TDFF+B)/(TDFF**2+C*TDFF+D)

```

```

BETFO=(TAFF**2+A*TAFF+B)/(TAFF**2+C*TAFF+D)
FIEF=FIFINF*(BETFT-BETFO)
FID=FIDINF*BETAD
FITTO=FIA+FIEF+FID
WRITE(6,80)TAFF,TDF,FI1C,FI2C,FIFINF,FIDINF,BETAD,BETFT,BETFO,
*FIA,FIEF,FID,FITTO
80 FORMAT(/,
*5X,'IDADE FICTICIA ATE A ETAPA .....TAFF='F10.0/,
*5X,'IDADE FICTICIA TOTAL .....TDF='F10.0/,
*5X,'COEF. QUE DEP. DA UMIDADE E CONSIST....FI1C='F15.5/,
*5X,'COEF. QUE DEP. DA ESP. FICTICIA .....FI2C='F15.5/,
*5X,'DEFORM. LENTA IRREVERSIV-TEMPO INF...FIFINF='F15.5/,
*5X,'DEFORM. LENTA REVERSIVEL-TEMPO INF...FIDINF='F15.5/,
*5X,'COEF. DEFORM. LENTA REVER. F(TEMPO)...BETAD='F15.5/,
*5X,'COEF. DEFORM. LENTA IRREV. EM T.....BETFT='F15.5/,
*5X,'COEF. DEFORM. LENTA IRREV. EM TO.....BETFO='F15.5/,
*5X,'VALOR FINAL FLUENCIA RAPIDA IRREVER.....FIA='F15.5/,
*5X,'VALOR FINAL DEFORM. LENTA IRREVERSIVEL.FIEF='F15.5/,
*5X,'VALOR FINAL DEFORM. LENTA REVERSIVEL....FID='F15.5/,
*5X,'COEF. DE FLUENCIA DO CONCRETO.....FITTO='F15.5)
RETURN
END

```

```

C   TERCEIRA SUBROTINA
C   *****
C   *                               RELAXACAO DO ACO DE PROTENSAO                               *
C   *****
C   SUBROUTINE RELAXACAO(I, TIPO, TFREL, TIREL, SIGMAP, FPTK, QUITTO)
      CHARACTER TIPO*2
      RAZ=SIGMAP/FPTK
      IF(TIPO.EQ.'RB')GO TO 10
      PSI1000=1.25*RAZ**2-1.375*RAZ+.42
      GO TO 20
10  PSI1000=.10*RAZ-.045
      IF(RAZ.LT.0.5)GO TO 30
20  PSITTO=PSI1000*((TFREL-TIREL)*24/1000)**.15
      GO TO 40

```

```

30 PSITTO=0.
40 QUITTO=-ALOG(1-PSITTO)
   WRITE(6,50)I,PSI1000,PSITTO,QUITTO
50 FORMAT(/,
   *5X,'NUMERO DO FEIXE .....I='I9,/,
   *5X,'COEF. DE RELAXACAO A 1000 HORAS.....PSI1000='F15.5,/,
   *5X,'COEFICIENTE DE RELAXACAO DO ACO.....PSITTO='F15.5,/,
   *5X,'COEFICIENTE DE FLUENCIA DO ACO.....QUITTO='F15.5)
   RETURN
   END

```

C QUARTA SUBROTINA

```

C *****
C * SUBROTINA PARA INVERSAO DE MATRIZES *
C *****

```

```

SUBROUTINE INVM(N,AF)
REAL AF(5,5)
DO 50 I=1,N
AUX=AF(I,I)
AF(I,I)=1.
DO 10 J=1,N
AF(I,J)=AF(I,J)/AUX
10 CONTINUE
DO 40 K=1,N
IF(I-K)20,40,20
20 AUX=AF(K,I)
AF(K,I)=0.
DO 30 M=1,N
AF(K,M)=AF(K,M)-AUX*AF(I,M)
30 CONTINUE
40 CONTINUE
50 CONTINUE
RETURN
END

```

IV PROGRAMA COMPUTACIONAL CARDIS.FOR

4.1 ALGORITMO DO PROGRAMA

- Leitura dos dados de entrada no arquivo CARDIS.DAT;
- Cálculo do módulo de elasticidade do concreto, do coeficiente α_p e da espessura fictícia - h_{fic};
- Gravação dos dados de entrada, da espessura fictícia do módulo de elasticidade do concreto e do coeficiente α_p no arquivo de saída CARDIS.RES;
- Gravação das características de cada feixe no arquivo CARDIS.RES;
- Cálculo das idades fictícias para a retração: antes e depois de cada etapa de protensão;
- Cálculo e gravação do coeficiente de retração EPCS(n) para cada etapa;
- Cálculo da idade fictícia para a fluência do concreto e os respectivos coeficientes de fluência;
- Cálculo do intervalo de tempo para a relaxação do aço;
- Cálculo das tensões iniciais nos feixes e os índices de relaxação, bem como os respectivos coeficientes de fluência do aço;
- Cálculo da matriz de tensões iniciais do concreto [SIGC],

- considerando a força de protensão na seção e o momento das cargas permanentes;
- Cálculo do vetor de tensões iniciais no concreto {TENCIN}, cujo coeficiente Tencin(i) representa a soma das tensões introduzidas pelos carregamentos ao nível do feixe i ;
 - Cálculo, para cada etapa n , das tensões iniciais nas bordas inferior e superior da seção de concreto e os respectivos níveis de tensão em relação à f_{ck} ;
 - Formação do sistema de equações : matriz dos coeficientes [A] e vetor dos termos independentes {B};
 - Resolução do sistema de equações, através da sub-rotina INVM(n,a) e da multiplicação de $[A]^{-1} \cdot \{B\}$ para se obter a solução $[DSIGP]_n$, que contém as perdas nos diversos feixes em cada etapa n ;
 - Cálculo das tensões finais nos feixes $-[SIGPF]_n$, e respectivas gravações no arquivo de saída de resultados CARDIS.RES;
 - Cálculo das tensões finais no concreto $-[SIGCF]_n$, introduzidas por cada carregamento, bem como as tensões resultantes ao nível de cada feixe $- [TENCFN]_n$, e respectivas gravações no arquivo de saída de resultados CARDIS.RES;
 - Cálculo, para cada etapa n , das tensões finais nas bordas inferior e superior da seção de concreto e os respectivos níveis de tensão em relação à f_{ck} ;

4.2 SUB-ROTINAS

Fazem parte do programa CARDIS.FOR, quatro sub-rotinas a saber:

- a) Sub-rotina 'RETRAÇÃO';
- b) Sub-rotina 'FLUÊNCIA';
- c) Sub-rotina 'RELAXAÇÃO';
- d) Sub-rotina 'INVM'.

4.3 MODELO DO ARQUIVO DE ENTRADA DE DADOS

Neste arquivo, chamado CARDIS.DAT, são lidos:

- O nome da obra ou projeto, no formato A40:

```
-----TITULO-----
                A40
```

- O número ou nome da seção que está sendo analisada:

```
-----SECAO-----
                A40
```

- A umidade relativa do ar, a área de concreto da seção, o perímetro exposto ao ar, o grau de abatimento do concreto, o coeficiente α para a fluência que depende do cimento utilizado:

```
-----U-----AC-----UAR-----SLUMPALFAF-----
                F10.2   F10.2   F10.2   I5   I5
```

- A resistência característica à compressão do concreto e a resistência característica à tração do aço:

```
-----FCK-----FPTK-----
                F10.2   F10.2
```

- O tipo de relaxação do aço :

```
-----TIPO-----
                A2
```

- O módulo de elasticidade do aço de protensão, o momento de inércia da seção transversal, a altura da borda superior até o CG e a altura da borda inferior até o CG:

```
-----EP-----IC-----HS-----HI-----
                F15.2   F15.2   F10.2   F10.2
```

- O número de etapas de protensão, o número de carregamentos permanentes e o número de feixes:

```
-----NETAPA,NCAR,NFEIXE-----
                I6     I6     I6
```

- O número do feixe, a respectiva área da seção de cada feixe, a excentricidade de cada feixe e a tensão inicial de cada feixe:

```
-----J-----AP(J)-----EX(J)-----SIGPO(J)-----
                I5     F10.2   F10.2   F10.2
```

- Para cada etapa de protensão, os códigos NCAR(k) e PROT(k) que indicam se há carregamento permanente e ou protensão na etapa, bem como o valor do momento permanente que

inicia atuação na etapa k:

```

_k_   CAR(k)  PROT(k)  MG(k)
---+-----+-----+-----+
 I5    I5      I5      F10.2

```

- Para a 1ª etapa de protensão, o número de períodos antes da etapa, nos quais a temperatura varia:

```

NPERA
 I5

```

- Para cada período, antes da primeira etapa, as respectivas temperaturas médias e o número de dias em que tais temperaturas ocorrem:

```

__TA(j)___DELTA(j)
---+-----+-----+
  F10.2    F10.2

```

- Para a cada etapa de protensão, o número de períodos depois da etapa, nos quais a temperatura varia:

```

NPERD
 I5

```

- Para cada período, depois de cada etapa, as respectivas temperaturas médias e o número de dias em que tais temperaturas ocorrem:

```

__TD(j)___DELTA(j)
---+-----+-----+
  F10.2    F10.2

```

4.3 LISTAGEM DO PROGRAMA

PROGRAM CARDIS

```

C *****
C *
C * OBJETIVO:
C * CALCULAR AS PERDAS PROGRESSIVAS NA ARMADURA DE PROTENSAO E
C * AS VARIACOES DE TENSOES NORMAIS NAS SECOES DE CONCRETO
C * QUANDO OCORRE PROTENSAO E/OU CARREGAMENTOS EM ETAPAS
C * QUAISQUER
C *
C *          AUTOR: ENGo. JOAO AMILTON MENDES
C *
C *          ULTIMA VERSAO:25/MAR/1993
C *****
C *
C *          VARIAVEIS DE ENTRADA
C *
C * TITULO = NUMERO OU NOME DO PROJETO
C * SECAO  = NUMERO OU NOME DA SECAO QUE ESTA SENDO ANALISADA
C * NETAPA = NO. TOTAL DE ETAPAS DE CALCULO
C * NFEIXE = NO. DE FEIXES DE CABOS
C * NCAR   = NO. DE ETAPAS COM CARREGAMENTO PERMANENTE
C * MG(I)  = MOMENTO DA CARGA PERMANENTE MOBILIZADO NA ETAPA I
C * NPERA  = NO. DE INTERVALOS DE TEMPO ANTES DA PROTENSAO
C * NPERD  = NO. DE INTERVALOS DE TEMPO APOS A PROTENSAO
C * TA     = TEMPERATURA MEDIA DIARIA ANTES DA PROTENSAO
C * DELTA  = NO. DE DIAS COM TEMPERATURA MEDIA DIARIA TA
C * TD     = TEMPERATURA MEDIA DIARIA APOS A PROTENSAO
C * DELTD  = NO. DE DIAS COM TEMPERATURA MEDIA DIARIA TD
C * U      = UMIDADE RELATIVA DO AR
C * UAR    = PERIMETRO DA SECAO TRANSVERSAL EXPOSTO AO AR
C * AP(I)  = AREA DA ARMADURA DE PROTENSAO DO FEIXE I
C * AC     = AREA DE CONCRETO DA SECAO TRANSVERSAL
C * SLUMP  = NO. QUE DEFINE O GRAU DE ABATIMENTO DO CONCRETO
C * FCK    = RESIST. CARACTERISTICA DO CONCRETO A COMPRESSAO
C * SIGPO(I)= TENSÃO INICIAL NA ARMADURA DE PROTENSAO DO FEIXE I
C * FPTK   = RESISTENCIA CARACTERISTICA DO ACO
C * TIPO   = VARIAVEL QUE DEFINE A RELAXACAO DO ACO (RA OU RB)
C * ALFAK  = PARAMETRO EM FUNCAO DO CIMENTO (PARA FLUENCIA)
C * EP     = MODULO DE DEFORMACAO DO ACO DE PROTENSAO

```

C * IC = MOMENTO DE INERCIA DA SECAO DE CONCRETO *
 C * EX(I) = EXCENTRICIDADE EQUIVALENTE DO FEIXE DE PROTENSAO *
 C * HI = DISTANCIA DO CG DA SECAO ATE A BORDA INFERIOR *
 C * HS = DISTANCIA DO CG DA SECAO ATE A BORDA SUPERIOR *
 C *****
 C * VARIAVEIS DE SAIDA *
 C * (kN,MPa,cm) *
 C * TAF = IDADE FICTICIA DO CONCRETO ANTES DA PROTENSAO *
 C * TDF = IDADE FICTICIA DO CONCRETO NO TEMPO DESEJADO, *
 C * APOS A PROTENSAO *
 C * BETST = COEF. RELATIVO A RETRACAO NO TEMPO FICTICIO TDF *
 C * BETSTO = " " " " " " " TAF *
 C * HFIC = ESPESSURA FICTICIA DA PECA *
 C * EP1S = COEF. QUE DEPENDE DA UMIDADE E DA CONSISTENCIA *
 C * EP2S = COEF. QUE DEPENDE DA ESPESSURA FICTICIA *
 C * EPCS = COEF. DA RETRACAO *
 C * FIA = COEF. DE FLUENCIA RAPIDA IRREVERSIVEL *
 C * FI1C = COEF. QUE DEPENDE DA UMIDADE E DA CONSISTENCIA *
 C * FI2C = COEF. QUE DEPENDE DA ESPESSURA FICTICIA *
 C * FIFINF = PRODUTO DE FI1C*FI2C - COEF. DE DEFOR. LENTA IRREV. *
 C * FIDINF = COEF. DA DEFORMACAO LENTA REVERSIVEL *
 C * BETAD = COEF. QUE CONSIDERA O INTERVALO DE TEMPO APOS O *
 C * CARREGAMENTO *
 C * BETFT = COEF. QUE DEPENDE DA IDADE FICTICIA E DE HFIC NO TDF* *
 C * BETFO = COEF. QUE DEPENDE DA IDADE FICTICIA E DE HFIC NO TAF* *
 C * FITTO = COEF. DE FLUENCIA (VALE TAMBEM PARA TRACAO) *
 C * PSITTO = COEF. DE RELAXACAO DO ACO *
 C * QUITTO = COEF. DE FLUENCIA DO ACO *
 C * DSIGC = PERDA DE TENSÃO NO CONCRETO NO INTERVALO T-TO *
 C * DSIGP = PERDA DE TENSÃO NO ACO DE PROTENSAO NO INTERVALO *
 C * T-TO *
 C * TENCIN(K)= TENSÃO TOTAL NO CONCRETO A UM DETERMINADO NIVEL *
 C * K NO INICIO DA ETAPA *
 C * TENCFN(K)= TENSÃO TOTAL NO CONCRETO A UM DETERMINADO NIVEL *
 C * K NO FINAL DA ETAPA *
 C * SIGP(J,N) =TENSÃO NO FEIXE J, NA IDADE INICIAL DA ETAPA N *
 C * SIGPF(J,N)=TENSÃO NO FEIXE J, NA IDADE FINAL DA ETAPA N *

C * SIGC(I,J) =TENSÃO NO CONCRETO AO NÍVEL DO FEIXE J, DEVIDA A *
 C * PROTENSÃO E A CARGA PERMANENTE DA ETAPA I *
 C * SIGBI(N) =TENSÃO NA BORDA INFERIOR, GERADA POR CARGA *
 C * PERMANENTE ACUMULADA ATÉ A ETAPA N *
 C * SIGBS(N) =TENSÃO NA BORDA SUPERIOR, GERADA POR CARGA *
 C * PERMANENTE ACUMULADA ATÉ A ETAPA N *
 C * SIPBI(N) =TENSÃO NA BORDA INFERIOR, GERADA POR PROTENSÃO *
 C * ACUMULADA ATÉ A ETAPA N *
 C * SIPBS(N) =TENSÃO NA BORDA SUPERIOR, GERADA POR PROTENSÃO *
 C * ACUMULADA ATÉ A ETAPA N *
 C * SIPFBI(N) =TENSÃO NA BORDA INFERIOR, GERADA POR PROTENSÃO *
 C * ACUMULADA, AO FINAL DA ETAPA N *
 C * SIPFBS(N) =TENSÃO NA BORDA SUPERIOR, GERADA POR PROTENSÃO *
 C * ACUMULADA, AO FINAL DA ETAPA N *
 C * TIBI = TENSÃO INICIAL NA BORDA INFERIOR DA SEÇÃO *
 C * TIBS = TENSÃO INICIAL NA BORDA SUPERIOR DA SEÇÃO *
 C * TFBI = TENSÃO FINAL NA BORDA INFERIOR DA SEÇÃO *
 C * TFBS = TENSÃO FINAL NA BORDA SUPERIOR DA SEÇÃO *
 C * NTBS = RAZÃO ENTRE A TENSÃO NA BORDA SUPERIOR E FCK *
 C * NTBI = RAZÃO ENTRE A TENSÃO NA BORDA INFERIOR E FCK *
 C *****

REAL TA(10),DELTA(10),TD(10),DELTD(10),HFIC,IC,SIGPO(10),DELP(10),
 *EX(10),AP(10),BF(10),AF(10,10),PSITTO,PSI1000,P(10,10),
 *SIGPF(10,10),SIGCFI(10),DSIGP(10,10),DSIGC(10,10),XP(10,10),
 *RO(10),ETA(10,10),FITOTAL(10,10),FI(10,10)

REAL SIGPBI(10,10),SIGPBS(10,10),SIPFBI(10),SIPFBS(10),SIGGBI(10),
 *SIGGBS(10),TIBI(10),TIBS(10),TFBI(10),TFBS(10),SIGBI(10),
 *SIGBS(10),SIPBI(10),SIPBS(10),DSIBI(10,10),DSIBS(10,10),
 *SIFBI(10,10),SIFBS(10,10)

REAL RE(10,10),SIGC(10,10),SIGP(10,10),TFARET(10),TFDRET(10),
 *EPCS(10),TFAFLU(10),TFDFLU(10),MG(10),TT(10),TO(10),XC(10,10),
 *QUI(10,10),TENCIN(10),TENCIN(10),SIGCF(10,10),DSIGPI(10,10),
 *ETAI(10),ETAS(10),HI,HS,NTBI,NTBS

```

INTEGER Z,ALFAR,ALFAF,SLUMP,PROT(10),CAR(10),SPROT
CHARACTER TIPO*2, TITULO*40, SECAO*40

```

```

OPEN(2,FILE='PRN')
OPEN(5,FILE='CARDIS.DAT',form='formatted')
OPEN(6,FILE='CARDIS.RES',form='formatted',status='UNKNOWN')

```

```

C   LEITURA DOS DADOS DE ENTRADA
C   *****
    READ(5,10)TITULO
10  FORMAT(///,A40)
    READ(5,20)SECAO
20  FORMAT(//,A40)
    READ(5,30)U,AC,UAR,SLUMP,ALFAF
30  FORMAT(//,3F10.3,2I5)
    READ(5,40)FCK,FPTK
40  FORMAT(//,2F10.2)
    READ(5,50)TIPO
50  FORMAT(//,A2)
    READ(5,60)EP,IC,HS,HI
60  FORMAT(//,2F15.2,2F10.2)
    READ(5,70)NETAPA,NCAR,NFEIXE
70  FORMAT(//,3I6,//)
    DO 80 I=1,NFEIXE
80  READ(5,90)K,AP(K),EX(K),SIGPO(K)
90  FORMAT(I5,3F10.2)
    READ(5,100)
100 FORMAT(/)
    DO 110 I=1,NETAPA
110 READ(5,120)K,CAR(K),PROT(K),MG(K)
120 FORMAT(3I5,F10.2)
    EC28=.90*6641*SQRT(FCK+3.5)
    ALFAP=EP/EC28

C   CALCULO DA ESPESSURA FICTICIA HFIC
C   *****
    GAMA=1+EXP(-10.58+.1704*U-.000415*U*U)

```

```

      IF(U.LE.90.)GO TO 130
      GAMA=30.
130  HFIC=GAMA*2*AC/UAR
      IF(HFIC.GE.5.) GO TO 140
      HFIC=5.
      GO TO 150
140  IF(HFIC.LE.160.)GO TO 150
      HFIC=160.
150  ALFAR=1

c    SAIDA DE RESULTADOS
      WRITE(6,160)
160  FORMAT(//,5X,'PERDAS PROGRESSIVAS EM CONCRETO PROTENDIDO',
    */,5X,      'PROTENSÃO + CARREGAMENTO EM ETAPAS QUAISQUER',
    */,5X,      'RESULTADOS (kN,MPa,cm)')
      WRITE(6,170)TITULO,U,UAR,HFIC,ALFAR,ALFAF,GAMA,SLUMP,ALFAP,
    *AC,EP,FCK,FPTK,EC28,TIPO,NETAPA,NCAR,NFEIXE
170  FORMAT(/,
    *5X,'PROJETO : 'A40,//,
    *5X,'UMIDADE RELATIVA DO AR.....U='F13.0,'%'/,
    *5X,'PERIMETRO EXPOSTO AO AR.....UAR='F15.2',/,
    *5X,'ESPESSURA FICTICIA.....HFIC='F15.2',/,
    *5X,'PARAMETRO DO CIMENTO PARA RETRACAO...ALFAR='I12',/,
    *5X,'PARAMETRO DO CIMENTO PARA FLUENCIA...ALFAF='I12',/,
    *5X,'COEF. QUE DEPENDE DA UMIDADE.....GAMA='F15.2',/,
    *5X,'ABATIMENTO DO CONCRETO.....SLUMP='I12',/,
    *5X,'RAZAO EP/EC28.....ALFAP='F15.2',/,
    *5X,'AREA DE CONCRETO.....AC='F15.2',/,
    *5X,'MODULO DE ELASTICIDADE DO ACO.....EP='F15.2',/,
    *5X,'RESISTENCIA DO CONCRETO.....FCK='F15.2',/,
    *5X,'RESISTENCIA DO ACO.....FPTK='F15.2',/,
    *5X,'MODULO DE ELASTICIDADE DO CONCRETO....EC28='F15.2',/,
    *5X,'TIPO DE ACO PARA RELAXACAO.....TIPO=      'A2',/,
    *5X,'NUMERO DE ETAPAS.....NETAPA='I12',/,
    *5X,'NUMERO DE CARREGAMENTOS PERMANENTES....NCAR='I12',/,
    *5X,'NUMERO DE FEIXES DE PROTENSÃO.....NFEIXE='I12,/)

```



```

DO 1050 N=1,NETAPA
TFARET(N)=0.
TFDRET(N)=0.
TFAFLU(N)=0.
TFDFLU(N)=0.
SPROT=SPROT+PROT(N)
WRITE(6,240)N
240  FORMAT(//,5X,
*'*****      ', 'ETAPA=', I3, '*****
*')
IF(PROT(N).EQ.0)THEN
WRITE(6,250)
250  FORMAT(/,5X, 'ATUA APENAS CARREGAMENTO',/)
ELSE
IF(CAR(N).EQ.0) THEN
WRITE(6,260)
260  FORMAT(/,5X, 'ATUA APENAS PROTENSAO',/)
ELSE
WRITE(6,270)
270  FORMAT(/,5X, 'ATUA CARREGAMENTO + PROTENSAO',/)
END IF
END IF

c  CALCULO DA IDADE FICTICIA PARA A RETRACAO
c  *****
WRITE(6,280)
280  FORMAT(5X, 'RETRACAO:')
IF(N.EQ.1) THEN
c  ANTES DA ETAPA DE PROTENSAO
READ(5,290)NPERA
290  FORMAT(//,15,/)
DO 300 J=1,NPERA
300  READ(5,310)TA(J),DELTA(J)
310  FORMAT(2F10.3)
DO 320 J=1,NPERA
320  TFARET(N)=TFARET(N)+ALFAR*(TA(J)+10)*DELTA(J)/30
ELSE

```

```

                TFARET(N)=TFDRET(N-1)
    END IF
                TAFR=TFARET(N)

c    DEPOIS DA ETAPA DE PROTENSAO
                READ(5,330)NPERD
330                FORMAT(//,I5,/)
                DO 340 J=1,NPERD
340                READ(5,350)TD(J),DELTD(J)
350                FORMAT(2F10.3)
                TFDRET(N)=TFARET(N)
                DO 360 J=1,NPERD
360                TFDRET(N)=TFDRET(N)+ALFAR*(TD(J)+10)*DELTD(J)/30
                TDFR=TFDRET(N)

                CALL RETRACAO(U,HFIC,SLUMP,TAFR,TDFR,EPC)
                EPCS(N)=EPC
                WRITE(6,370)N,EPCS(N)
370                FORMAT(/,5X,'EPCS(',I3,')=',F10.7,/)

c    CALCULO DA IDADE FICTICIA PARA A FLUENCIA
c    *****
                WRITE(6,380)
380                FORMAT(/,5X,'FLUENCIA DO CONCRETO:')
                IF(ALFAF.EQ.1) THEN
                        TFAFLU(N)=TFARET(N)
                        TFDFLU(N)=TFDRET(N)
                ELSE
                        IF(N.EQ.1) THEN
                                DO 390 J=1,NPERA
390                                TFAFLU(N)=TFAFLU(N)+ALFAF*(TA(J)+10)*DELTA(J)/30
                        ELSE
                                TFAFLU(N)=TFDFLU(N-1)
                        END IF

                                TFDFLU(N)=TFAFLU(N)
                                DO 400 J=1,NPERD

```

```

400          TFDFLU(N)=TFDFLU(N)+ALFAF*(TD(J)+10)*DELTD(J)/30
          END IF

c          CALCULO DOS COEFICIENTES FI PARA OS FEIXES E INTERVALOS
c          *****
DO 410 I=1,N
  IF(I.EQ.N) THEN
    TAFF=TFAFLU(N)
    TDFF=TFDFLU(N)
    CALL FLUENCIA(U,SLUMP,TAFF,TDFF,HFIC,FITTO)
    FI(I,I)=FITTO
    FITOTAL(I,I)=FI(I,I)
  ELSE
    TAFF=TFAFLU(I)
    TDFF=TFDFLU(N)
    CALL FLUENCIA(U,SLUMP,TAFF,TDFF,HFIC,FITTO)
    FITOTAL(I,N)=FITTO
    FI(I,N)=FITOTAL(I,N)-FITOTAL(I,N-1)
  END IF
410  WRITE(6,420)I,N,I,N,FITOTAL(I,N),FI(I,N)
420  FORMAT(/,5X,'VALORES DOS COEFICIENTES DE FLUENCIA:',/,
*5X,          'FITOTAL(',I2,',',',I2,')'          FI(',I2,',',',I2,')
*' ,/,5X,F10.5,15X,F12.5,/)

c          CALCULO DOS INTERVALOS DE TEMPO PARA A RELAXACAO DO ACO
c          *****
WRITE(6,430)
430  FORMAT(/,5X,'RELAXACAO DO ACO:')
  IF(N.EQ.1) THEN
    TO(N)=0
    DO 440 J=1,NPERA
440  TO(N)=TO(N)+DELTA(J)
  ELSE
    TO(N)=TT(N-1)
  END IF
  TT(N)=TO(N)
  DO 450 J=1,NPERD

```

```

450          TT(N)=TT(N)+DELTD(J)
          WRITE(6,460)N,TO(N),TT(N)
460  FORMAT(/,
          *5X,'NUMERO DA ETAPA.....N='I9,/,
          *5X,'IDADE INICIAL PARA RELAXACAO.....TO(N)='F10.0,/,
          *5X,'IDADE FINAL PARA A RELAXACAO.....TT(N)='F10.0)

c          CALCULO DAS TENSOES INICIAIS NOS FEIXES EM CADA ETAPA
c          E RESPECTIVOS COEFICIENTES DE FLUENCIA
c          *****
          KO=0
          IF(PROT(N).EQ.0) THEN
            DO 480 I=1,N
              KF=I-KO
              IF(PROT(I).EQ.1) THEN
                DSIGPI(KF,N)=(ALFAP*MG(N)*EX(KF)/IC)*10
                SIGP(KF,N)=SIGPF(KF,N-1)+DSIGPI(KF,N)
                TFREL=TT(N)
                TIREL=TO(I)
                SIGMAP=SIGP(KF,N)
                CALL RELAXACAO(KF, TIPO, TFREL, TIREL, SIGMAP, FPTK, QUITTO)
                QUITOT=QUITTO
                TFREL=TO(N)
                TIREL=TO(I)
                CALL RELAXACAO(KF, TIPO, TFREL, TIREL, SIGMAP, FPTK, QUITTO)
                QUI(KF,N)=QUITOT-QUITTO
                XP(KF,N)=1+QUI(KF,N)/2
                WRITE(6,470)KF,N,QUI(KF,N),KF,N,SIGP(KF,N),KF,N,DSIGPI(KF,N)
470          FORMAT(37X,' QUI('I2,'I2,')='F15.5,/,
          *          37X,'SIGP('I2,'I2,')='F11.1,/,
          *          35X,'DSIGPI('I2,'I2,')='F11.1)
                ELSE
                  KO=KO+1
                END IF
            END DO
480          CONTINUE
          ELSE
            KO=0

```

```

DO 500 I=1,N
  KF=I-KO
  IF(I.EQ.N) THEN
    SIGP(KF,N)=SIGPO(KF)
    TFREL=TT(N)
    TIREL=TO(I)
    SIGMAP=SIGP(KF,N)
    CALL RELAXACAO(KF, TIPO, TFREL, TIREL, SIGMAP, FPTK, QUITTO)
    QUI(KF,N)=QUITTO
  ELSE
    IF(PROT(I).EQ.1) THEN
      SIGP(KF,N)=SIGPF(KF,N-1)
      TFREL=TT(N)
      TIREL=TO(I)
      SIGMAP=SIGP(KF,N)
      CALL RELAXACAO(KF, TIPO, TFREL, TIREL, SIGMAP, FPTK, QUITTO)
      QUITOT=QUITTO
      TFREL=TO(N)
      TIREL=TO(I)
      CALL RELAXACAO(KF, TIPO, TFREL, TIREL, SIGMAP, FPTK, QUITTO)
      QUI(KF,N)=QUITOT-QUITTO
    ELSE
      KO=KO+1
    END IF
  END IF
  IF(PROT(I).EQ.0) GO TO 500
  XP(KF,N)=1+QUI(KF,N)/2

  WRITE(6,490)KF,N,QUI(KF,N),KF,N,SIGP(KF,N),KF,N,DSIGPI(KF,N)
490  FORMAT(37X,'QUI (' ,I2,' ,',I2,')=' ,F15.5,/,
*37X,'SIGP(' ,I2,' ,',I2,')=' ,F11.1,/,
*35X,'DSIGPI(' ,I2,' ,',I2,')=' ,F11.1)
500  CONTINUE
  END IF

```

- c CALCULO DAS TENSOES INICIAIS NO CONCRETO, AO NIVEL DE CADA FEIXE,
c DEVIDA A PROTENSAO INTRODUIDA POR CADA FEIXE - MATRIZ (NXSPROT)

```

C *****
WRITE(6,510)
510 FORMAT(/,5X,'MATRIZ DE TENSOES INICIAIS NO CONCRETO:')
KO=0
IF(PROT(N).EQ.0) THEN
  DO 530 I=1,N
  DO 530 J=1,SPROT
    IF(I.NE.N) THEN
      SIGC(I,J)=SIGCF(I,J)
    ELSE
      SIGC(I,J)=(MG(I)*EX(J)/IC)*10
    END IF

    WRITE (6,520)I,J,SIGC(I,J)
520  FORMAT(5X,'SIGC(',I2,',',I2,')=',F10.2)
530  CONTINUE
ELSE
  DO 550 I=1,N
  KF=I-KO
  DO 550 J=1,SPROT
    IF(PROT(I).EQ.1) THEN
      SIGC(I,J)=10*MG(I)*EX(J)/IC- SIGP(KF,N)*RO(KF)*ETA(KF,J)
    ELSE
      SIGC(I,J)=(MG(I)*EX(J)/IC)*10
      IF(J.EQ.SPROT) THEN
        KO=KO+1
      ELSE
        END IF
      END IF

      WRITE (6,540)I,J,SIGC(I,J)
540  FORMAT(5X,'SIGC(',I2,',',I2,')=',F8.2)
550  CONTINUE
END IF

C  CALCULO DA TENSÃO INICIAL NO CONCRETO PRODUZIDA POR TODOS OS CABOS
C *****
WRITE(6,560)

```

```

560 FORMAT(/,5X,'AO NIVEL          TENSAO INICIAL',/,
*          5X,'DO FEIXE          NO CONCRETO')
DO 580 I=1,SPROT
TENCIN(I)=0.
DO 570 J=1,N
570 TENCIN(I)=TENCIN(I)+SIGC(J,I)
580 WRITE(6,590)I,TENCIN(I)
590 FORMAT(5X,I6,7X,F17.2)

C   CALCULO DAS TENSOES INICIAIS NAS BORDAS, GERADAS POR CARGA PERM.
C   *****
WRITE(6,600)
600 FORMAT(/,5X,'TENSOES INICIAIS NAS BORDAS GERADAS POR CARGA:',
*/,5X,'NA BORDA INFERIOR      NA BORDA SUPERIOR')
SIGBI(N)=0.
SIGBS(N)=0.
DO 610 I=1,N
SIGBI(N)=SIGBI(N)+SIGGBI(I)
610 SIGBS(N)=SIGBS(N)+SIGGBS(I)
WRITE(6,620)N,SIGBI(N),N,SIGBS(N)
620 FORMAT(5X,'SIGBI(',I2,')=',F7.2,4X,'SIGBS(',I2,')=',F8.2)

C   CALCULO DAS TENSOES INICIAIS NAS BORDAS, GERADAS PELOS FEIXES
C   *****
WRITE(6,630)
630 FORMAT(/,5X,'TENSOES INICIAIS NAS BORDAS GERADAS PELOS FEIXES:',
*/,5X,'FEIXE      BORDA INFERIOR      BORDA SUPERIOR')
DO 640 J=1,SPROT
SIGPBI(J,N)= -(SIGP(J,N)-DSIGPI(J,N))*RO(J)*ETAI(J)
640 SIGPBS(J,N)= -(SIGP(J,N)-DSIGPI(J,N))*RO(J)*ETAS(J)
SIPBI(N)=0.
SIPBS(N)=0.
DO 650 J=1,SPROT
SIPBI(N)=SIPBI(N)+SIGPBI(J,N)
SIPBS(N)=SIPBS(N)+SIGPBS(J,N)
650 WRITE(6,660)J,SIPBI(N),SIPBS(N)
660 FORMAT(5X,I3,2F20.2)

```



```

C   CALCULO DA TENSAO INICIAL NAS BORDAS
C   *****
      WRITE(6,670)
670  FORMAT(/,5X,'BORDA      TENSAO INICIAL      NIVEL DE TENSAO')
      TIBI(N)=SIGBI(N)+SIPBI(N)
      TIBS(N)=SIGBS(N)+SIPBS(N)
      NTBI=-TIBI(N)/FCK
      NTBS=-TIBS(N)/FCK
      WRITE(6,680)TIBI(N),NTBI,TIBS(N),NTBS
680  FORMAT(5X,'INFERIOR',2F13.2,/,5X,'SUPERIOR',2F13.2)

C   MONTAGEM DA MATRIZ DOS COEFICIENTES AF(I,I)
C   *****
C   VALORES DE XC
      DO 690 I=1,N
690  XC(I,N)=1+0.5*FI(I,N)
      DO 700 J=1,SPROT
      DO 700 I=1,SPROT
      IF(I.EQ.J)THEN
          AF(I,I)=XP(I,N)+ALFAP*XC(I,N)*RO(I)*ETA(I,I)
      ELSE
          AF(I,J)=ALFAP*XC(J,N)*RO(J)*ETA(J,I)
      END IF
700  CONTINUE

C   MONTAGEM DO VETOR DOS TERMOS INDEPENDENTES BF(I)
C   *****
      DO 710 K=1,SPROT
710  SIGCFI(K)=0.
      WRITE(6,720)
720  FORMAT(/,5X,'PRODUTO DE TENSOES NOS NIVEIS POR COEF. DE FLUENCIA')

      DO 750 J=1,SPROT
      DO 730 I=1,N
730  SIGCFI(J)=SIGCFI(J)+SIGC(I,J)*FI(I,N)
      WRITE(6,740)J,SIGCFI(J)

```

```

740 FORMAT(5X,'SIGCFI(',I2,')=',F10.5)
750 BF(J)=-EP*EPCS(N)-ALFAP*SIGCFI(J)+SIGP(J,N)*QUI(J,N)

WRITE(6,760)
760 FORMAT(/,5X,'SISTEMA DE EQUACOES:')
DO 790 J=1,SPROT
DO 770 K=1,SPROT
770 WRITE(6,780)J,K,AF(J,K)
780 FORMAT(5X,'AF(',I2,',',I2,')=',F12.5)
790 WRITE(6,800)J,BF(J)
800 FORMAT(5X,'BF(',I2,')=',F15.5)
NF=SPROT
CALL INVM(NF,AF)

WRITE(6,810)
810 FORMAT(/,5X,'TENSOES FINAIS NOS FEIXES:')
WRITE(6,820)
820 FORMAT(5X,'FEIXE ETAPA TENS.INICIAL PERDA TENS.FINAL')

DO 840 I=1,SPROT
DSIGP(I,N)=0.
DO 830 J=1,SPROT
830 DSIGP(I,N)=DSIGP(I,N)+AF(I,J)*BF(J)
SIGPF(I,N)=SIGP(I,N)-DSIGP(I,N)
840 WRITE(6,850)I,N,SIGP(I,N),DSIGP(I,N),SIGPF(I,N)
850 FORMAT(5X,I4,4X,I3,2X,F12.1,F13.1,2X,F12.1)

WRITE(6,860)
860 FORMAT(/,5X,'TENSOES NOS CONCRETO, AO NIVEL DOS FEIXES:')
WRITE(6,870)
870 FORMAT(5X,'GERADA',/,5X,
*'P/FEIXE NIVEL TENS.INICIAL PERDA TENS.FINAL')

KO=0
DO 910 I=1,N
KF=I-KO
IF(PROT(I).EQ.1)THEN

```

```

DO 880 J=1,SPROT
DSIGC(I,J)=0.
DSIGC(I,J)=-RO(KF)*ETA(KF,J)*DSIGP(KF,N)
SIGCF(I,J)=SIGC(I,J)-DSIGC(I,J)
880 WRITE(6,890)KF,J,SIGC(I,J),DSIGC(I,J),SIGCF(I,J)
890 FORMAT(5X,I6,4X,I3,2X,F12.2,F12.2,2X,F12.2)
ELSE
DO 900 J=1,SPROT
900 SIGCF(I,J)=SIGC(I,J)
KO=KO+1
END IF
910 CONTINUE

WRITE(6,920)
920 FORMAT(/,5X,'AO NIVEL TENSÃO FINAL ',/,
* 5X,'DO FEIXE NO CONCRETO')
DO 940 I=1,SPROT
TENC FN(I)=0.
DO 930 J=1,N
SIGC(J,I)=SIGCF(J,I)
930 TENC FN(I)=TENC FN(I)+SIGC(J,I)
940 WRITE(6,950)I,TENC FN(I)
950 FORMAT(5X,I6,7X,F17.2)

WRITE(6,960)
960 FORMAT(/,5X,'TENSOES GERADAS POR PROTENSAO NA BORDA INFERIOR:',/,
*5X,'P/FEIXE TENS.INICIAL PERDA TENS.FINAL')
SIPFBI(N)=0.
SIPFBS(N)=0.
DO 970 J=1,SPROT
DSIBI(J,N)=0.
DSIBS(J,N)=0.
DSIBI(J,N)=-RO(J)*ETAI(J)*DSIGP(J,N)
DSIBS(J,N)=-RO(J)*ETAS(J)*DSIGP(J,N)
SIFBI(J,N)= SIGPBI(J,N)-DSIBI(J,N)
SIFBS(J,N)= SIGPBS(J,N)-DSIBS(J,N)
SIPFBI(N)=SIPFBI(N)+SIFBI(J,N)

```

```

          SIPFBS(N)=SIPFBS(N)+SIFBS(J,N)
970  WRITE(6,980)J,SIGPBI(J,N),DSIBI(J,N),SIFBI(J,N)
980  FORMAT(5X,I6,3X,3F12.2)

      WRITE(6,990)
990  FORMAT(/,5X,'TENSOES GERADAS POR PROTENSAO NA BORDA SUPERIOR:',/,
      *5X,'P/FEIXE   TENS.INICIAL   PERDA   TENS.FINAL')
      DO 1000 J=1,SPROT
1000 WRITE(6,1010)J,SIGPBS(J,N),DSIBS(J,N),SIFBS(J,N)
1010 FORMAT(5X,I6,3X,3F12.2)

```

C CALCULO DAS TENSOES FINAIS NAS BORDAS

C *****

```

      WRITE(6,1020)
1020 FORMAT(/,5X,'BORDA   TENSAO FINAL   NIVEL DE TENSAO')
      DO 1030 J=1,SPROT
          TFBI(N)=SIGBI(N)+SIPFBI(N)
1030 TFBS(N)=SIGBS(N)+SIPFBS(N)
          NTBI=-TFBI(N)/FCK
          NTBS=-TFBS(N)/FCK
          WRITE(6,1040)TFBI(N),NTBI,TFBS(N),NTBS
1040 FORMAT(5X,'INFERIOR',2F13.2,/,5X,'SUPERIOR',2F13.2)

1050 CONTINUE
      CLOSE (6)
      STOP
      END

```

C PRIMEIRA SUBROTINA

C *****

C * RETRACAO - SHRINKAGE - RETRAIT *

C * S *

C *****

SUBROUTINE RETRACAO(U,HFIC,SLUMP,TAFR,TDFR,EPC)

REAL HFIC

INTEGER SLUMP

A=40.

```

B=116*HFIC**3-282*HFIC**2+220*HFIC-4.80
C=2.5*HFIC**3-8.8*HFIC+40.70
D=-75*HFIC**3+585*HFIC**2+496*HFIC-6.80
E=-169*HFIC**4+88*HFIC**3+584*HFIC**2-39*HFIC+.80

c  CALCULO DOS COEFICIENTES BETAS
R=TAFR/100
BETSTO=(R**3+A*R**2+B*R)/(R**3+C*R**2+D*R+E)
R=TDFR/100
T=TDFR
IF(T.GE.10000.) GO TO 10
BETST=(R**3+A*R**2+B*R)/(R**3+C*R**2+D*R+E)
GO TO 20
10 BETST=1.

c  CALCULO DOS COEFICIENTES EPSYLONS
20 EP2S=(0.33+2*HFIC)/(0.208+3*HFIC)
IF(U.GT.90.)GO TO 30
EP1S=(U**2/1590-U/484-6.16)*.0001
GO TO 40
30 EP1S=.0001
GO TO 60
40 IF(SLUMP.GE.5) GO TO 50
EP1S=.75*EP1S
GO TO 60
50 IF(SLUMP.LE.9) GO TO 60
EP1S=1.25*EP1S

c  CALCULO DO COEFICIENTE DE RETRACAO EPC
60 EPC=EP2S*EP1S*(BETST-BETSTO)
WRITE(6,70)TAFR,TDFR,BETST,BETSTO,EP1S,EP2S,EPC
70 FORMAT(/,
*5X,'IDADE FICTICIA ATE A ETAPA.....TAFR='F10.0,/,
*5X,'IDADE FICTICIA TOTAL .....TDFR='F10.0,/,
*5X,'COEF. REL. A RETRACAO NO TEMPO TDFR...BETST='F15.5,/,
*5X,'COEF. REL. A RETRACAO NO TEMPO TAFR..BETSTO='F15.5,/,
*5X,'COEF. QUE DEP. DA UMIDADE E DA CONSIST.EP1S='F15.5,/,

```

```
*5X,'COEF. QUE DEP. DA ESPESSURA FICTICIA...EP2S='F15.5,/,
*5X,'VALOR FINAL DA RETRACAO.....EPC='F15.5)
RETURN
END
```

```
C  SEGUNDA SUBROTINA
C  *****
C  *                FLUENCIA - CREEP - FLUAGE                *
C  *                C                *
C  *****
C  SUBROUTINE FLUENCIA(U,SLUMP,TAFF,TDFF,HFIC,FITTO)
REAL HFIC
INTEGER SLUMP

FIA=.8*(1-(9*TAFF*(TAFF+42.))/((9*TAFF+40.)*(TAFF+61.)))
FI2C=(0.42+HFIC)/(0.20+HFIC)
IF(U.LE.90.)GO TO 30
FI1C=.80
GO TO 40
30  FI1C=4.45-.035*U
40  IF(SLUMP.GE.5) GO TO 50
    FI1C=.75*FI1C
    GO TO 60
50  IF(SLUMP.LE.9) GO TO 60
    FI1C=1.25*FI1C
60  FIFINF=FI1C*FI2C
    FIDINF=.4
    BETAD=(TDFF-TAFF+20.)/(TDFF-TAFF+70.)
    IF(TDFF.LT.10000.)GO TO 70
    BETAD=1.
70  A=42*HFIC**3-350*HFIC**2+588*HFIC+113
    B=768*HFIC**3-3060*HFIC**2+3234*HFIC-23
    C=-200*HFIC**3+13*HFIC**2+1090*HFIC+183
    D=7579*HFIC**3-31916*HFIC**2+35343*HFIC+1931
    BETFT=(TDFF**2+A*TDFF+B)/(TDFF**2+C*TDFF+D)
    BETFO=(TAFF**2+A*TAFF+B)/(TAFF**2+C*TAFF+D)
    FIEF=FIFINF*(BETFT-BETFO)
```

```
FID=FIDINF*BETAD
FITTO=FIA+FIEF+FID
```

```
WRITE(6,80)TAFF,TDF,FI1C,FI2C,FIFINF,FIDINF,BETAD,BETFT,BETFO,
*FIA,FIEF,FID,FITTO
80 FORMAT(/,
*5X,'IDADE FICTICIA ATE A ETAPA .....TAFF='F10.0,/,
*5X,'IDADE FICTICIA TOTAL .....TDF='F10.0,/,
*5X,'COEF. QUE DEP. DA UMIDADE E CONSIST....FI1C='F15.5,/,
*5X,'COEF. QUE DEP. DA ESP. FICTICIA .....FI2C='F15.5,/,
*5X,'DEFORM. LENTA IRREVERSIV-TEMPO INF...FIFINF='F15.5,/,
*5X,'DEFORM. LENTA REVERSIVEL-TEMPO INF...FIDINF='F15.5,/,
*5X,'COEF. DEFORM. LENTA REVER. F(TEMPO)...BETAD='F15.5,/,
*5X,'COEF. DEFORM. LENTA IRREV. EM T.....BETFT='F15.5,/,
*5X,'COEF. DEFORM. LENTA IRREV. EM TO.....BETFO='F15.5,/,
*5X,'VALOR FINAL FLUENCIA RAPIDA IRREVER....FIA='F15.5,/,
*5X,'VALOR FINAL DEFORM. LENTA IRREVERSIVEL.FIEF='F15.5,/,
*5X,'VALOR FINAL DEFORM. LENTA REVERSIVEL....FID='F15.5,/,
*5X,'COEF. DE FLUENCIA DO CONCRETO.....FITTO='F15.5)
RETURN
END
```

```
C   TERCEIRA SUBROTINA
C   *****
C   *                               RELAXACAO DO ACO DE PROTENSAO                               *
C   *****
C   SUBROUTINE RELAXACAO(KF, TIPO, TFREL, TIREL, SIGMAP, FPTK, QUITTO)
C   CHARACTER TIPO*2

RAZ=SIGMAP/FPTK
IF(TIPO.EQ.'RB')GO TO 10
PSI1000=1.25*RAZ**2-1.375*RAZ+.42
GO TO 20
10 PSI1000=.10*RAZ-.045
IF(RAZ.LT.0.5)GO TO 30
20 PSITTO=PSI1000*((TFREL-TIREL)*24/1000)**.15
GO TO 40
```

```

30 PSITTO=0.
40 QUITTO=-ALOG(1-PSITTO)
   WRITE(6,50)KF,PSI1000,PSITTO,QUITTO
50 FORMAT(/,
   *5X,'NUMERO DO FEIXE .....KF='I10,/,
   *5X,'COEF. DE RELAXACAO A 1000 HORAS.....PSI1000='F15.5,/,
   *5X,'COEFICIENTE DE RELAXACAO DO ACO.....PSITTO='F15.5,/,
   *5X,'COEFICIENTE DE FLUENCIA DO ACO.....QUITTO='F15.5)
   RETURN
   END

```

C QUARTA SUBROTINA

```

C *****
C *          SUBROTINA PARA INVERSAO DA MATRIZ DOS COEFICIENTES          *
C *****

```

```

SUBROUTINE INVM(NF,RE)
REAL RE(10,10)

DO 50 I=1,NF
  AUX=RE(I,I)
  RE(I,I)=1.
  DO 10 J=1,NF
    RE(I,J)=RE(I,J)/AUX
10 CONTINUE
  DO 40 K=1,NF
    IF(I-K)20,40,20
20  AUX=RE(K,I)
    RE(K,I)=0.
    DO 30 M=1,NF
      RE(K,M)=RE(K,M)-AUX*RE(I,M)
30 CONTINUE
40 CONTINUE
50 CONTINUE
   RETURN
   END

```


V PROGRAMA COMPUTACIONAL CARCON.FOR

5.1 MODELO DO ARQUIVO DE DADOS CARCON.DAT

ARQUIVO CARCON.DAT

TITULO

SECAO

TIPO

U FPTK EP

+++++++.++-----.-+++++++.++

NPART NFEIXE

-----++++++

PARTE NETAP(K)

-----++++++

PARTE ACP(K) HOG(K) HS(K) HI(K) ICP(K)

-----+++++++.++-----.-+++++++.++-----.-+++++++.++

PARTE FCK(K) UAR(K) SLUMPP(K) ALFAF(K)

-----+++++++.++-----.-+++++++

C * * *

C * VARIAVEIS DE ENTRADA *

C * ACP(L) = AREA DE CONCRETO DA PARTE L *

C * ALFAF(L)= PARAMETRO EM FUNCAO DO CIMENTO (PARA FLUENCIA) *

C * AP(J) = AREA DA ARMADURA DE PROTENSAO DO FEIXE J *

C * CONC(N) = INTEIRO QUE INDICA SE HOUVE PARTE CONCRETADA *

C * DELTA = NO. DE DIAS COM TEMPERATURA MEDIA DIARIA TA *

C * DELTD = NO. DE DIAS COM TEMPERATURA MEDIA DIARIA TD *

C * EP = MODULO DE DEFORMACAO DO ACO DE PROTENSAO *

C * EX(I) = EXCENTRICIDADE EQUIVALENTE DO FEIXE DE PROTENSAO *

C * FCK(L) = RESIST. CARACTERISTICA DO CONCRETO A COMPRESSAO *

C * FPTK = RESISTENCIA CARACTERISTICA DO ACO *

C * HOG(L) = ALTURA DO CG DA PARTE L EM REL. A COTA DE REFEREN. *

C * HI(L) = DISTANCIA DO CG DA PARTE L ATE A BORDA INFERIOR *

C * HS(L) = DISTANCIA DO CG DA PARTE L ATE A BORDA SUPERIOR *

C * ICP(L) = MOMENTO DE INERCIA DA SECAO DE CONCRETO *

C * K OU L = PARTE DA SECAO DE CONCRETO (1 OU 2) *

C * MG(I) = MOMENTO DA CARGA PERMANENTE MOBILIZADO NA ETAPA I *

C * N = ETAPA *

C * NPART = NO. DE PARTES DA SECAO COM CONCRETAGEM DISTINTA *

C * NFEIXE = NO. DE FEIXES DE CABOS EXISTENTES NA SECAO *

C * NETAP(L)= NO. DE ETAPAS DE SOLICITACOES DA PARTE L *

C * NPERA = NO. DE INTERVALOS DE TEMPO ANTES DA PROTENSAO *

C * NPERD = NO. DE INTERVALOS DE TEMPO APOS A PROTENSAO *

C * SECAO = SECAO DA PECA QUE ESTA SENDO ANALISADA *

C * SIGPO(J)= TENSAO INICIAL NA ARMADURA DE PROTENSAO DO FEIXE J *

C * SLUMPP(L)= NO. QUE DEFINE O GRAU DE ABATIMENTO DO CONCRETO *

C * TA = TEMPERATURA MEDIA DIARIA ANTES DA PROTENSAO *

C * TD = TEMPERATURA MEDIA DIARIA APOS A PROTENSAO *

C * TIPO = VARIAVEL QUE DEFINE A RELAXACAO DO ACO (RA OU RB) *

C * U = UMIDADE RELATIVA DO AR *

C * UAR(L) = PERIMETRO DA SECAO TRANSVERSAL EXPOSTO AO AR *

C *****

C * VARIAVEIS DE SAIDA *

C * (KN,MPa,cm) *

C * *

C * ACPRI(I)= AREA DE CONCRETO DE UM PRISMA I *

C * BETST = COEF. RELATIVO A RETRACAO NO TEMPO FICTICIO TDF *
 C * BETSTO = " " " " " " " TAF *
 C * BETAD = COEF. QUE CONSIDERA O INTERVALO DE TEMPO APOS O *
 C * CARREGAMENTO *
 C * BETFT = COEF. QUE DEPENDE DA IDADE FICTICIA E DE HFIC NO TDF*
 C * BETFO = COEF. QUE DEPENDE DA IDADE FICTICIA E DE HFIC NO TAF*
 C * CONTAP(K) =CONTADOR DA PARTE K *
 C * DEFOR =DEFORMACAO ESPECIFICA LONGITUDINAL DO CENTRO IDEAL *
 C * DELTNC(I) =PERDA DE FORCA NO PRISMA I, DE CONCRETO *
 C * DELTNP(J) =PERDA DE FORCA NO PRISMA J, DE ACO *
 C * DP(J) = DISTANCIA DO CENTRO DO FEIXE J ATE' A BASE *
 C * DSCBI(K,N)=VARIACAO DA TENSAO NA BORDA INFERIOR DA PARTE K, *
 C * OCORRIDA DURANTE A ETAPA N *
 C * DSCBS(K,N)=VARIACAO DA TENSAO NA BORDA SUPERIOR DA PARTE K, *
 C * OCORRIDA DURANTE A ETAPA N *
 C * DSIGC = PERDA DE TENSAO NO CONCRETO NO INTERVALO T-TO *
 C * DSIGP = PERDA DE TENSAO NO ACO DE PROTENSAO NO INTERVALO *
 C * DSIGPI = VARIACAO DA TENSAO NO ACO DE PROTENSAO NO INICIO DA *
 C * ETAPA DEVIDO A CARGA PERMANENTE *
 C * EC28(L) = MODULO DE DEFORMACAO LONGITUDINAL DA PARTE L *
 C * EC28P(I)= MOD. DE DEFORM. LONGITUDINAL DE UM PRISMA I, DE *
 C * CONCRETO, AOS 28 DIAS *
 C * EP1S = COEF. QUE DEPENDE DA UMIDADE E DA CONSISTENCIA *
 C * EP2S = COEF. QUE DEPENDE DA ESPESSURA FICTICIA *
 C * EPCS = COEF. DE RETRACAO *
 C * EPCSP(N,I)=COEF. DE RETRACAO PARA UM PRISMA I, NA ETAPA N *
 C * FI(I,N) = COEF. DE FLUENCIA PARA O CONCRETO, AO NIVEL DE UM *
 C * FEIXE I, NA ETAPA N *
 C * FIA = COEF. DE FLUENCIA RAPIDA IRREVERSIVEL *
 C * FI1C = COEF. QUE DEPENDE DA UMIDADE E DA CONSISTENCIA *
 C * FI2C = COEF. QUE DEPENDE DA ESPESSURA FICTICIA *
 C * FIFINF = PRODUTO DE FI1C*FI2C - COEF. DE DEFOR. LENTA IRREV. *
 C * FIDINF = COEF. DA DEFORMACAO LENTA REVERSIVEL *
 C * FIP(M,N,K)= COEF. DE FLUENCIA DE UMA PARTE K, NA ETAPA N, *
 C * CONSIDERANDO CARGAS DESDE UMA ETAPA ANTERIOR M *
 C * FIPTOT(M,N,K)=COEF. DE FLUENCIA TOTAL PARA O CONCRETO, DE UMA *
 C * PARTE K, NA ETAPA N, DESDE O INICIO DA ETAPA M *

C * FITOTAL(I,N)=COEF. DE FLUENCIA TOTAL PARA O CONCRETO, AO NIVEL*
 C * DE UM FEIXE I, ATE A ETAPA N *
 C * FITTO = COEF. DE FLUENCIA (VALE TAMBEM PARA TRACAO) *
 C * HFIC = ESPESSURA FICTICIA DA PECA *
 C * HOGS(L) = ALTURA DO CG DA SECAO TOTAL QUANDO SE ADICIONA A *
 C * PARTE L, EM RELCAO A BORDA INFERIOR DA VIGA PRIMARIA*
 C * IDETAP = IDADE TOTAL ANTES DE INICIAR A ETAPA *
 C * NPRISC = NUMERO DE PRISMAS DE CONCRETO *
 C * NPRISA = NUMERO DE PRISMAS DE ACO *
 C * NTBI(K) =RAZAO ENTRE A TENSAO NA BORDA INFERIOR E FCK *
 C * NTBS(K) =RAZAO ENTRE A TENSAO NA BORDA SUPERIOR E FCK *
 C * NTETAP = NO. TOTAL DE ETAPAS DE CALCULO *
 C * PSITTO = COEF. DE RELAXACAO DO ACO *
 C * QUITTO = COEF. DE FLUENCIA DO ACO *
 C * RO(J) = RAZAO ENTRE A AREA DA SECAO DE UM FEIXE J E A AREA *
 C * DA SECAO DA PARTE 1 *
 C * SIGC(N,J) =TENSAO NO CONCRETO AO NIVEL DO FEIXE J, DEVIDA A *
 C * PROTENSAO E A CARGA PERMANENTE DA ETAPA N *
 C * SIGFPRI(I,N)=TENSAO NUM PRISMA I, AO FINAL DA ETAPA N *
 C * SIGGPRI(I,N)=TENSAO NUM PRISMA I, NO INICIO DA ETAPA N, *
 C * CAUSADO POR CARGA PERMANENTE *
 C * SIGP(J,N) =TENSAO NO FEIXE J NA IDADE INICIAL DA ETAPA N *
 C * SIGPF(J,N) =TENSAO NO FEIXE J NA IDADE FINAL DA ETAPA N *
 C * SIGPPRI(I,N)=TENSAO NUM PRISMA I, NO INICIO DA ETAPA N, *
 C * CAUSADO POR PROTENSAO *
 C * SIGPRI(I,N) =TENSAO NUM PRISMA I, NO INICIO DA ETAPA N, *
 C * CAUSADO POR CARGA PERMANENTE + PROTENSAO *
 C * SPROT =SOMA DAS PROTENSOES *
 C * SETAP =SOMA DAS ETAPAS *
 C * TAF =IDADE FICTICIA DO CONCRETO ANTES DA PROTENSAO *
 C * TDF =IDADE FICTICIA DO CONCRETO NO TEMPO DESEJADO, *
 C * APOS A PROTENSAO *
 C * TENCIN(K) =TENSAO TOTAL NO CONCRETO A UM DETERMINADO NIVEL *
 C * K NO INICIO DA ETAPA *
 C * TENCFN(K) =TENSAO TOTAL NO CONCRETO A UM DETERMINADO NIVEL *
 C * K NO FINAL DA ETAPA *
 C * TET =ROTACAO DA SECAO *

C * TFBI(K,N) =TENSÃO NA BORDA INFERIOR DA PARTE K, AO FINAL DE N *
 C * TFBS(K,N) =TENSÃO NA BORDA SUPERIOR DA PARTE K, AO FINAL DE N *
 C * TFPBI(K,N)=TENSÃO NA BORDA INFERIOR DA PARTE K, AO FINAL DE N *
 C * GERADA POR PROTENSAO *
 C * TFPBS(K,N)=TENSÃO NA BORDA SUPERIOR DA PARTE K, AO FINAL DE N *
 C * GERADA POR PROTENSAO *
 C * TIBI(K,N) =TENSÃO NA BORDA INFERIOR DA PARTE K, AO INICIAR A *
 C * ETAPA N *
 C * TIBS(K,N) =TENSÃO NA BORDA SUPERIOR DA PARTE K, AO INICIAR A *
 C * ETAPA N *
 C * TIPBI(K,N)=TENSÃO INICIAL NA BORDA INFERIOR DA PARTE K, GERADA*
 C * POR PROTENSAO, NA ETAPA N *
 C * TIPBS(K,N)=TENSÃO INICIAL NA BORDA SUPERIOR DA PARTE K, GERADA*
 C * POR PROTENSAO, NA ETAPA N *
 C * XP(J,N) =INDICE DE FLUENCIA PARA O FEIXE J, NA ETAPA N *
 C * YPC(I) =DISTANCIA DE UM PRISMA DE CONCRETO, I, AO CGS *
 C * YPS(I) =DISTANCIA DE UM PRISMA DE ACO, J, AO CGS *
 C *****

REAL TA(10),DELTA(10),TD(10),DELTD(10),SIGPO(10),DELP(10),EX(10),
 *AP(10),BF(10),AF(10,10),P(10,10),RO(10),FI(10,10),SIGPF(10,10),
 *SIGXFI(10),DSIGP(10,10),DSIGC(10,10),XP(10,10),DSEIXO(10,10),
 *DELTNC(10),DELTP(10),SIGCP(10),ACPRI(10),EC28P(10),HP(3)

REAL DSIGPI(10,10),SIGC(10,10),SIGP(10,10),TFARET(10,10),HOGS(10),
 *TFDRET(10,10),TFAFLU(10,10),EPCSP(10,10),XCP(10,10),TIGCP(10,10),
 *EPCS(10,10),TFDFLU(10,10),MG(10),TT(10),TO(10),XC(10,10),YPC(10),
 *TENCIN(10),TENCIN(10),SIGCF(10,10),DSIGS(10),HFICP(10),QUI(10,10)

REAL DC(10),UAR(10),FCK(2),DP(10),HI(10),HS(10),ACP(10),HCG(10),
 *ICP(10),HFIC,FITOTAL(10,10),ETA(10,10),RG(10),EC28(10),ALFAP(10),
 *IC,ALFCP(10),IDETAP,FIP(10,10,2),FIPP(10,10),FIPTOT(10,10,2),
 *DSCPRI(10,10),DSCBI(10,10),ROH(10),ALFAC(10),SIGPPRI(10,10)

REAL TIBI(10,10),TIBS(10,10),TFBI(10,10),TFBS(10,10),SIGGBI(10,
 *10),SIGGBS(10,10),TFGBI(10,10),TFGBS(10,10),TIGBI(10,10),
 *TIGBS(10,10),TIPBI(10,10),TIPBS(10,10),TFPBI(10,10),TFPBS(10,10),

```
*ETAI(10),ETAS(10),YBI(10),YBS(10),YPS(10),SIGFPRI(10,10),
*SIGPRI(10,10),SIGGPRI(10,10),ETAP(10,10),DSCBS(10,10)
```

```
REAL FATC1(4),FATC2(4),FATC3(4),FATCR1(4),FATCR2(4),FATCF1(4),
*FATCF2(4),FATPF(10),FATPF2(10),FATPD(10),FATPD1(10),FATPD2(10),
*NTBI(2),NTBS(2)
```

```
INTEGER PROT(10),CAR(10),CONC(10),ALFAF(10),SLUMPP(10),NETAP(10),
*CONTAP(10),ALFAR,DIF,SPROT,SCON,SLUMP,SETAP
```

```
CHARACTER TIPO*2, TITULO*40, SECAO*10
```

```
OPEN(2,FILE='PRN')
```

```
OPEN(5,FILE='CARCON.DAT',FORM='FORMATTED')
```

```
OPEN(6,FILE='CARCON.RES',FORM='FORMATTED',status='UNKNOWN')
```

```
C LEITURA DOS DADOS DE ENTRADA
```

```
C *****
```

```
READ(5,10)TITULO
10 FORMAT(///,A40)
READ(5,20)SECAO
20 FORMAT(//,A10)
READ(5,30)TIPO
30 FORMAT(//,A2)
READ(5,40)U,FPTK,EP
40 FORMAT(//,3F10.2)
READ(5,50)NPART,NFEIXE
50 FORMAT(//,2I6,/)
NTETAP=0
DO 70 I=1,NPART
READ(5,60)K,NETAP(K)
60 FORMAT(2I8)
70 NTETAP=NTETAP+NETAP(K)
READ(5,80)
80 FORMAT(/)
DO 90 I=1,NPART
90 READ(5,100)K,ACP(K),HCG(K),HS(K),HI(K),ICP(K)
```



```

100  FORMAT(I5,4F10.2,F13.2)
      READ(5,110)
110  FORMAT(/)
      DO 120 I=1,NPART
120  READ(5,130)K,FCK(K),UAR(K),SLUMPP(K),ALFAF(K)
130  FORMAT(I5,2F10.2,2I9)
      READ(5,140)
140  FORMAT(/)
      DO 150 I=1,NFEIXE
150  READ(5,160)K,AP(K),EX(K),SIGPO(K)
160  FORMAT(I5,3F10.2)
      READ(5,170)
170  FORMAT(/)
      DO 180 I=1,NTETAP
180  READ(5,190)K,CAR(K),PROT(K),CONC(K),MG(K)
190  FORMAT(4I7,F10.2)

c    CALCULO E SAIDA DE DADOS COMUNS ENTRE AS PARTES
c    *****
      GAMA=1+EXP(-10.58+.1704*U-.000415*U*U)
      IF(U.LE.90.) GO TO 200
      GAMA=30.
200  ALFAR=1
      WRITE(6,210)
210  FORMAT(//,1X,'PERDAS PROGRESSIVAS EM CONCRETO PROTENDIDO'
*,/,1X,          'PROTENSÃO, CARREGAMENTO OU CONCRETAGEM EM ETAPAS QUA
*ISQUER',/,1X,          'RESULTADOS: (kN,MPa,cm)')
      WRITE(6,220)TITULO,SECAO,NPART,NTETAP,U,ALFAR,GAMA,EP,FPTK,
*TIPO,NFEIXE
220  FORMAT(/,
*1X,'PROJETO : 'A40,//,
*1X,'SECAO ANALISADA.....SECAO=          'A10,/,
*1X,'NUMERO DE PARTES DA SECAO.....NPART='I9,/,
*1X,'NUMERO TOTAL DE ETAPAS.....NTETAP='I9,/,
*1X,'UMIDADE RELATIVA DO AR.....U='F11.0,'% ',/,
*1X,'PARAMETRO DO CIMENTO PARA RETRACAO....ALFAR='I9,/,
*1X,'COEF. QUE DEPENDE DA UMIDADE.....GAMA='F12.2,/,

```

```

*1X,'MODULO DE ELASTICIDADE DO ACO.....EP='F12.2/,
*1X,'RESISTENCIA DO ACO.....FPTK='F12.2/,
*1X,'TIPO DE ACO PARA RELAXACAO.....TIPO=      'A2/,
*1X,'NUMERO DE FEIXES DE PROTENSAO.....NFEIXE='I9,/)

```

c ALGUNS DADOS NECESSARIOS PARA CADA PARTE

c *****

```
DO 230 L=1,NPART
```

```
EC28(L)=.90*6641*SQRT(FCK(L)+3.5)
```

```
EC28P(2*L-1)=EC28(L)
```

```
EC28P(2*L)=EC28(L)
```

```
ALFAP(2*L-1)=EP/EC28(L)
```

```
ALFAP(2*L)=EP/EC28(L)
```

```
ACPRI(2*L-1)=ACP(L)/2
```

```
ACPRI(2*L)=ACP(L)/2
```

```
RG(L)=SQRT(ICP(L)/ACP(L))
```

```
HP(L)=HS(L)+HI(L)
```

```
DC(2*L-1)=HCG(L)-RG(L)
```

```
230 DC(2*L)=HCG(L)+RG(L)
```

```
NPRISC=2*NPART
```

```
DO 240 I=1,NPRISC
```

```
ALFCP(I)=0.
```

```
240 ALFCP(I)=EC28P(I)/EC28P(1)
```

c EXCENTRICIDADES INICIAIS DOS FEIXES EM RELACAO A PRIMEIRA PARTE

```
DO 250 J=1,NFEIXE
```

```
DP(J)=0.
```

```
DP(J)=HCG(1)-EX(J)
```

```
RO(J)=0.
```

```
RO(J)=AP(J)/ACP(1)
```

```
ROH(J)=0.
```

```
ETAI(J)=0.
```

```
ETAS(J)=0.
```

```
ETAI(J)=1+EX(J)*HI(1)*ACP(1)/ICP(1)
```

```
250 ETAS(J)=1-EX(J)*HS(1)*ACP(1)/ICP(1)
```

```

WRITE(6,260)
260 FORMAT(1X,'MATRIZ ETA:')
DO 270 J=1,NFEIXE
DO 270 I=1,NFEIXE
ETA(I,J) =0.
ETA(I,J) =1+EX(I)*EX(J)*ACP(1)/ICP(1)
SIGC(I,J) =0.
DSIGC(I,J)=0.
SIGP(I,J) =0.
SIGCF(I,J)=0.
270 WRITE(6,280)I,J,ETA(I,J)
280 FORMAT(1X,'ETA(' ,I1,' ,',I1,' )=' ,F10.6)

WRITE(6,290)
290 FORMAT(/,1X,'FEIXE      AP      RO      EX      DP      SIGPO ')
DO 300 J=1,NFEIXE
300 WRITE(6,310)J,AP(J),RO(J),EX(J),DP(J),SIGPO(J)
310 FORMAT(1X,I3,F9.2,F11.7,2F8.1,F10.2)

C *****
C *                INICIO DO GRANDE LOOPING                *
C *****

SPROT=0
SCON=0
SETAP=1

DO 1270 L=1,NPART
ALFAC(L)=EC28(L)/EC28(1)
WRITE(6,320)L,L
320 FORMAT(///,1X,
*'***** ',',NUMERO DE PARTES DA SECAO =' ,I3,' *****',
*//,1X,'DADOS DA PARTE' ,I2,':')

C HOMOGENEIZACAO DA SECAO COM RESPEITO AOS DOIS CONCRETOS
C *****

IF(L.EQ.1) THEN
AC=ACP(L)

```

```

        IC=ICP(L)
        HCGS(L)=HCG(L)
        E1=0.
        E2=0.
    ELSE
        AC=ACP(L-1)+ALFAC(L)*ACP(L)
        E1=(HCG(L)-HCG(L-1))/(1+ACP(L-1)/(ACP(L)*ALFAC(L)))
        E2=HCG(L)-(E1+HCG(L-1))
        HCGS(L)=HCG(L-1)+E1
        IC=ICP(L-1)+ACP(L-1)*E1**2+ALFAC(L)*(ICP(L)+ACP(L)*E2**2)
    END IF
NPRISC=2*L
CONTAP(L)=0

c    CALCULO DA POSICAO DOS PRISMAS DE CONCRETO E DOS PRISMAS DE ACO
c    EM RELACAO AO CG TOTAL
DO 330 K=1,L
    YPC(2*K-1)=HCGS(L)-DC(2*K-1)
    YPC(2*K)=HCGS(L)-DC(2*K)
    YBI(K)=HCGS(L)-(HCG(K)-HI(K))
330  YBS(K)=HCGS(L)-(HCG(K)+HS(K))

c    CALCULO DA ESPESSURA FICTICIA DE CADA PARTE HFICP(L)
HFICP(L)=GAMA*2*ACP(L)/UAR(L)
IF(HFICP(L).GE.5.) GO TO 340
HFICP(L)=5.
GO TO 350
340  IF(HFICP(L).LE.160.) GO TO 350
    HFICP(L)=160.

350  WRITE(6,360)UAR(L),HFICP(L),ALFAF(L),SLUMPP(L),ALFAP(L),
    *ALFAC(L),FCK(L),EC28(L),HP(L),RG(L),HOG(L),ACP(L),ICP(L),
    *NETAP(L),HCGS(L),AC,IC
360  FORMAT(
    *1X,'PERIMETRO EXPOSTO AO AR.....UAR(L)='F12.2,/,
    *1X,'ESPESSURA FICTICIA DA PARTE L.....HFICP(L)='F12.2,/,
    *1X,'PARAMETRO DO CIMENTO PARA FLUENCIA.ALFAF(L)='I9,/,

```

```

*1X, 'ABATIMENTO DO CONCRETO DA PARTE L.SLUMPP(L)='I9,/,
*1X, 'RAZAO EP/EC28(L).....ALFAP(L)='F12.2,/,
*1X, 'RAZAO EC28(L)/EC28(1).....ALFAC(L)='F12.2,/,
*1X, 'RESISTENCIA DO CONCRETO DA PARTE L...FCK(L)='F12.2,/,
*1X, 'MODULO DE ELASTICIDADE DO CONCRETO..EC28(L)='F12.2,/,
*1X, 'ALTURA DA PARTE L.....HP(L)='F12.2,/,
*1X, 'RAIO DE GIRACAO DA PARTE L.....RG(L)='F12.2,/,
*1X, 'ALTURA DO CG DA PARTE L.....HCG(L)='F12.2,/,
*1X, 'AREA DE CONCRETO DA PARTE L.....ACP(L)='F12.2,/,
*1X, 'MOMENTO DE INERCIA DA PARTE L.....ICP(L)='F12.2,/,
*1X, 'NUMERO DE ETAPAS PARA A PARTE L....NETAP(L)='I9,/,
*1X, 'ALTURA DO CGS DA SECAO PLENA.....HCGS(L)='F12.2,/,
*1X, 'AREA DE CONCRETO DA SECAO PLENA.....AC='F12.2,/,
*1X, 'MOMENTO DE INERCIA TOTAL DA SECAO.....IC='F12.2,/,)

```

```
HFICP(L)=HFICP(L)/100
```

```
DO 1260 N=SETAP,SETAP+NETAP(L)-1
```

```
IDETAP=0.
```

```
TFARET(N,L)=0.
```

```
TFDRET(N,L)=0.
```

```
TFAFLU(N,L)=0.
```

```
TFDFLU(N,L)=0.
```

```
SPROT=SPROT+PROT(N)
```

```
SCON=SCON+CONC(N)
```

```
NPRISA=SPROT
```

```
ROH(SPROT)=AP(SPROT)/AC
```

```
WRITE(6,370)N
```

```
370 FORMAT(//,1X,
```

```
*'*** ', 'ETAPA N=', I3, ' ***')
```

```
IF(PROT(N).EQ.0)THEN
```

```
WRITE(6,380)
```

```
380 FORMAT(1X, '(ACRESCIMO DE CARREGAMENTO)', /)
```

```
ELSE
```

```
IF(CAR(N).EQ.0) THEN
```

```
WRITE(6,390)
```

```

390          FORMAT(1X, '(ACRESCIMO DE PROTENSAO)',/)
          ELSE
          WRITE(6,400)
400          FORMAT(1X, '(ACRESCIMO DE CARREGAMENTO + PROTENSAO)',/)
          END IF
END IF

C  CALCULO DA IDADE FICTICIA PARA A RETRACAO E DO COEF. DE RETRACAO
C  *****
DO 590 K=1,L
CONTAP(K)=CONTAP(K)+1
DIF=CONTAP(1)-CONTAP(K)

WRITE(6,410)K
410 FORMAT(/,1X, 'PARTE =', I2, ' *****',/,
*      1X, 'VALORES RELATIVOS A RETRACAO DO CONCRETO:')

IF(N.EQ.1) THEN
C  ANTES DA ETAPA
          READ(5,420)NPERA
420          FORMAT(/, I5,/)
          DO 430 J=1,NPERA
430          READ(5,440)TA(J),DELTA(J)
440          FORMAT(2F10.3)
          DO 450 J=1,NPERA
450          TFARET(N,K)=TFARET(N,K)+ALFAR*(TA(J)+10)*DELTA(J)/30
          ELSE
          IF(CONTAP(K).EQ.1)THEN
          TFARET(N,K)=3.
          ELSE
          TFARET(N,K)=TFDRET(N-1,K)
          END IF
          END IF

          TAFR=TFARET(N,K)

C  DEPOIS DA ETAPA
          IF(K.EQ.1) THEN

```

```

      READ(5,460)NPERD
460      FORMAT(//,I5,/)
      DO 470 J=1,NPERD
470      READ(5,480)TD(J),DELTD(J)
480      FORMAT(2F10.3)

      TFDRET(N,K)=TFARET(N,K)
      DO 490 J=1,NPERD
490      IDETAP=IDETAP+ALFAR*(TD(J)+10)*DELTD(J)/30
      TFDRET(N,K)=TFDRET(N,K)+IDETAP
ELSE
      IF(CONTAP(K).EQ.1)THEN
          TFDRET(N,K)=TFARET(N,K)+IDETAP
      ELSE
          TFDRET(N,K)=TFARET(N,K)+IDETAP
      END IF
END IF
      TDFR=TFDRET(N,K)
      HFIC=HFICP(K)
      SLUMP=SLUMPP(K)
CALL RETRACAO(U,HFIC,SLUMP,TAFR,TDFR,EPC)
      EPCS(N,K)=EPC
      EPCSP(N,2*K-1)=EPCS(N,K)
      EPCSP(N,2*K)=EPCS(N,K)
      WRITE(6,500)N,K,EPCS(N,K)
500  FORMAT(/,1X,'EPCS(',I1,',',I1,')=',F10.7)

C *****
C *          CALCULO DA IDADE FICTICIA PARA A FLUENCIA          *
C *****
      WRITE(6,510)
510  FORMAT(/,1X,'FLUENCIA DO CONCRETO:')

      IF(ALFAF(K).EQ.1) THEN
          TFAFLU(N,K)=TFARET(N,K)
          TFDFLU(N,K)=TFDRET(N,K)
      ELSE

```

```

IF(N.EQ.1) THEN
    DO 520 J=1,NPERA
520     TFAFLU(N,K)=TFAFLU(N,K)+ALFAF(K)*(TA(J)+10)*DELTA(J)/30
    ELSE
        TFAFLU(N,K)=TFDFLU(N-1,K)
    END IF

```

```

        TFDFLU(N,K)=TFAFLU(N,K)
        DO 530 J=1,NPERD
530     TFDFLU(N,K)=TFDFLU(N,K)+ALFAF(K)*(TD(J)+10)*DELTD(J)/30
    END IF

```

```

C     CALCULO DOS COEFICIENTES FI PARA OS FEIXES E INTERVALOS
C     *****
IF(L.GE.2) GO TO 560

```

```

DO 550 I=1,CONTAP(K)
IF(CONTAP(K).EQ.1) THEN
    TAFF=TFAFLU(N,K)
    TDFF=TFDFLU(N,K)
    HFIC=HFICP(K)
    SLUMP=SLUMPP(K)
    CALL FLUENCIA(U,SLUMP,TAFF,TDFF,HFIC,FITTO)
    FI(I,I)=FITTO
    FIP(I,I,K)=FI(I,I)
    FITOTAL(I,I)=FI(I,I)
    FIPTOT(I,I,K)=FIP(I,I,K)
ELSE
    TAFF=TFAFLU(I,K)
    TDFF=TFDFLU(N,K)
    HFIC=HFICP(K)
    SLUMP=SLUMPP(K)
    CALL FLUENCIA(U,SLUMP,TAFF,TDFF,HFIC,FITTO)
    FITOTAL(I,N)=FITTO
    FIPTOT(I,N,K)=FITTO
    FI(I,N)=FITOTAL(I,N)-FITOTAL(I,N-1)
    FIP(I,N,K)=FI(I,N)

```


END IF

```

WRITE(6,540)I,N,FITOTAL(I,N),I,N,FI(I,N)
540  FORMAT(/,1X,'VALORES DOS COEFICIENTES DE FLUENCIA:',/,
*1X,'FITOTAL(',I1,',',I1,')=' ,F8.5,5X,'FI(',I1,',',I1,')=' ,F8.5)

```

c VALORES DE XC

```
XC(I,N)=1+0.5*FI(I,N)
```

550 CONTINUE

```
GO TO 590
```

560 DO 580 I=1,CONTAP(K)

```
M=I+DIF
```

```
IF(CONTAP(K).EQ.1) THEN
```

```
TAFF=TFAFLU(N,K)
```

```
TDFE=TFDFLU(N,K)
```

```
HFIC=HFICP(K)
```

```
SLUMP=SLUMPP(K)
```

```
CALL FLUENCIA(U,SLUMP,TAFF,TDFE,HFIC,FITTO)
```

```
FIP(M,N,K)=FITTO
```

```
FIPTOT(M,N,K)=FIP(M,N,K)
```

```
ELSE
```

```
TAFF=TFAFLU(M,K)
```

```
TDFE=TFDFLU(N,K)
```

```
HFIC=HFICP(K)
```

```
SLUMP=SLUMPP(K)
```

```
CALL FLUENCIA(U,SLUMP,TAFF,TDFE,HFIC,FITTO)
```

```
FIPTOT(M,N,K)=FITTO
```

```
FIP(M,N,K)=FIPTOT(M,N,K)-FIPTOT(M,N-1,K)
```

```
END IF
```

```
WRITE(6,570)M,N,K,FIPTOT(M,N,K),M,N,K,FIP(M,N,K)
```

570 FORMAT(/,1X,'VALORES DOS COEFICIENTES DE FLUENCIA:',/,

```
*1X,'FIPTOT(',I1,',',I1,',',I1,')=' ,F8.5,5X,
```

```
* 'FIP(',I1,',',I1,',',I1,')=' ,F8.5)
```

c VALORES DE XCP

```

FIPP(2*K-1,N)=FIP(M,N,K)
FIPP(2*K,N)=FIP(M,N,K)
XCP(2*K-1,N)=1+FIPP(2*K-1,N)/2
XCP(2*K,N)=1+FIPP(2*K,N)/2
580 CONTINUE
590 CONTINUE

C *****
C *   CALCULO DOS INTERVALOS DE TEMPO PARA A RELAXACAO DO ACO   *
C *****
WRITE(6,600)
600 FORMAT(/,1X,'CALCULO DA IDADE PARA RELAXACAO E COEFICIENTES:')
      IF(N.EQ.1) THEN
            TO(N)=0
            DO 610 J=1,NPERA
610          TO(N)=TO(N)+DELTA(J)
      ELSE
            TO(N)=TT(N-1)
      END IF
            TT(N)=TO(N)
            DO 620 J=1,NPERD
620          TT(N)=TT(N)+DELTD(J)
      WRITE(6,630)N,TO(N),TT(N)
630  FORMAT(/,
      *1X,'NUMERO DA ETAPA.....N='I9,/,
      *1X,'IDADE INICIAL PARA RELAXACAO.....TO(N)='F12.2,/,
      *1X,'IDADE FINAL PARA A RELAXACAO.....TT(N)='F12.2)

      IF(L.GE.2) GO TO 840

C   CALCULO DAS TENSOES INICIAIS NOS FEIXES EM CADA ETAPA
C   E RESPECTIVOS COEFICIENTES DE FLUENCIA, QUANDO L=1.
C *****

      IF(PROT(N).EQ.0) THEN
            KO=0
            DO 650 I=1,N

```

```

KF=I-KO
IF(PROT(I).EQ.1) THEN
    DSIGPI(KF,N)=10*ALFAP(1)*MG(N)*EX(KF)/ICP(1)
    SIGP(KF,N)=SIGPF(KF,N-1)+DSIGPI(KF,N)
    TFREL=TT(N)
    TIREL=TO(I)
    SIGMAP=SIGP(KF,N)
    CALL RELAXACAO(KF, TIPO, TFREL, TIREL, SIGMAP, FPTK, QUITTO)
    QUITOT=QUITTO
    TFREL=TO(N)
    TIREL=TO(I)
    CALL RELAXACAO(KF, TIPO, TFREL, TIREL, SIGMAP, FPTK, QUITTO)
    QUI(KF,N)=QUITOT-QUITTO
    XP(KF,N)=1+QUI(KF,N)/2
    WRITE(6,640)KF,N,QUI(KF,N),KF,N,SIGP(KF,N)
640  FORMAT(35X,' QUI(' ,I1,' ,',I1,' )=' ,F12.5,/,
*     35X,'SIGP(' ,I1,' ,',I1,' )=' ,F8.1)

    ELSE
        KO=KO+1
    END IF
650  CONTINUE
ELSE
    KO=0
    DO 670 I=1,N
        KF=I-KO
        IF(I.EQ.N) THEN
            SIGP(KF,N)=SIGPO(KF)
            TFREL=TT(N)
            TIREL=TO(I)
            SIGMAP=SIGP(KF,N)
            CALL RELAXACAO(KF, TIPO, TFREL, TIREL, SIGMAP, FPTK, QUITTO)
            QUI(KF,N)=QUITTO
        ELSE
            IF(PROT(I).EQ.1) THEN
                SIGP(KF,N)=SIGPF(KF,N-1)
                TFREL=TT(N)

```

```

TIREL=TO(I)
SIGMAP=SIGP(KF,N)
CALL RELAXACAO(KF, TIPO, TFREL, TIREL, SIGMAP, FPTK, QUITTO)
QUITOT=QUITTO
TFREL=TO(N)
TIREL=TO(I)
CALL RELAXACAO(KF, TIPO, TFREL, TIREL, SIGMAP, FPTK, QUITTO)
QUI(KF,N)=QUITOT-QUITTO
ELSE
  KO=KO+1
END IF
END IF
IF(PROT(I).EQ.0) GO TO 670
XP(KF,N)=1+QUI(KF,N)/2
WRITE(6,660)KF,N,QUI(KF,N),KF,N,SIGP(KF,N)
660  FORMAT(35X,'QUI (' ,I1,' ,',I1,')=' ,F12.5,/,
* 35X,'SIGP(' ,I1,' ,',I1,')=' ,F8.1)
670  CONTINUE
END IF

C *****
C * CALCULO DAS TENSOES NO CONCRETO AO NIVEL DE CADA FEIXE DEVIDO *
C * A PROTENSAO INTRODIZIDA POR CADA FEIXE - MATRIZ (NXSPROT) *
C *                               L = 1 *
C *****
CALL TENSINICIAL(L,N,PROT,SPROT,SIGC,SIGCF,MG,EX,ICP,RO,ETA,ETAI,
*ETAS,TENCIN,SIGP,SIGGBI,SIGGBS,TFGBI,TFGBS,HI,HS,TIPBI,TIPBS,
*TIGBI,TIGBS,NTBI,NTBS,FCK)

C MONTAGEM DA MATRIZ DOS COEFICIENTES AF(I,J)
C *****
DO 680 J=1,SPROT
DO 680 I=1,SPROT
IF(I.EQ.J)THEN
  AF(I,I)=XP(I,N)+ALFAP(L)*XC(I,N)*RO(I)*ETA(I,I)
ELSE
  AF(I,J)=ALFAP(L)*XC(J,N)*RO(J)*ETA(I,J)

```

```

                END IF
680 CONTINUE

c   MONTAGEM DO VETOR DOS TERMOS INDEPENDENTES BF(I)
c   *****
    WRITE(6,690)
690  FORMAT(/,1X,'PRODUTO DE SIGC(I,J) POR FI(I,N):')
    DO 700 J=1,N
700  SIGXFI(J)=0.
    DO 730 J=1,SPROT
    DO 710 I=1,N
710  SIGXFI(J)=SIGXFI(J)+SIGC(I,J)*FI(I,N)
    WRITE(6,720)J,SIGXFI(J)
720  FORMAT(1X,'SIGXFI(',I1,')=',F8.2)
730  BF(J)=-EP*EPCS(N,L)-ALFAP(L)*SIGXFI(J)+SIGP(J,N)*QUI(J,N)

    WRITE(6,740)
740  FORMAT(/,1X,'SISTEMA DE EQUACOES PARA O CALCULO DAS PERDAS:')
    DO 770 J=1,SPROT
    DO 750 K=1,SPROT
750  WRITE(6,760)J,K,AF(J,K)
760  FORMAT(1X,'AF(',I1,',',I1,')=',F10.5)
770  WRITE(6,780)J,BF(J)
780  FORMAT(1X,'BF(',I1,') =',F10.5)

    NF=SPROT
    CALL INVM(NF,AF)

    WRITE(6,790)
790  FORMAT(/,1X,'TENSOES NOS FEIXES:')
    WRITE(6,800)
800  FORMAT(1X,'FEIXE   ETAPA   TENS.INICIAL   PERDA   TENS.FINAL')

    DO 820 I=1,SPROT
    SIGPF(I,N)=0.
    DSIGP(I,N)=0.
    DO 810 J=1,SPROT

```

```

810 DSIGP(I,N)=DSIGP(I,N)+AF(I,J)*BF(J)
      SIGPF(I,N)=SIGP(I,N)-DSIGP(I,N)
820 WRITE(6,830)I,N,SIGP(I,N),DSIGP(I,N),SIGPF(I,N)
830 FORMAT(1X,I4,4X,I3,2X,3F12.2)

      CALL TENSFINAL(L,N,PROT,SPROT,SIGC,SIGCF,RO,ETA,ETAI,ETAS,TENCFN,
      *DSCBS,DSCBI,TFBI,TFBS,DSIGC,DSIGP,TIGBI,TIGBS,TFGBI,TFGBS,
      *TFPBI,TFPBS,TIPBI,TIPBS,NTBI,NTBS,FCK)
      SIGFPRI(2*L-1,N)=TFBS(N,L)+(TFBI(N,L)-TFBS(N,L))*(HS(L)+RG(L))/
      *
      (HS(L)+HI(L))
      SIGFPRI(2*L,N) =TFBS(N,L)+(TFBI(N,L)-TFBS(N,L))*(HS(L)-RG(L))/
      *
      (HS(L)+HI(L))

      IF(L.EQ.1) GO TO 1260
C *****
C *   CALCULO DAS TENSOES INICIAIS NOS FEIXES EM CADA ETAPA   *
C *   E RESPECTIVOS COEFICIENTES DE FLUENCIA QUANDO L=2     *
C *****
840 KO=0
      IF(PROT(N).EQ.0) THEN
        DO 860 I=1,N
          KF=I-KO
          IF(PROT(I).EQ.1) THEN
            IF(CONC(N).EQ.1) THEN
              DSIGPI(KF,N)=10*ALFAP(1)*MG(N)*EX(KF)/ICP(1)
            ELSE
              DSIGPI(KF,N)=10*ALFAP(1)*MG(N)*YPS(KF)/IC
            END IF
            SIGP(KF,N)=SIGPF(KF,N-1)+DSIGPI(KF,N)
            TFREL=TT(N)
            TIREL=TO(I)
            SIGMAP=SIGP(KF,N)
            CALL RELAXACAO(KF,TIPO,TFREL,TIREL,SIGMAP,FPTK,QUITTO)
            QUITOT=QUITTO
            TFREL=TO(N)
            TIREL=TO(I)
            CALL RELAXACAO(KF,TIPO,TFREL,TIREL,SIGMAP,FPTK,QUITTO)

```

```

QUI(KF,N)=QUITOT-QUITTO
XP(KF,N)=1+QUI(KF,N)/2

WRITE(6,850)KF,N,QUI(KF,N),KF,N,DSIGPI(KF,N),KF,N,SIGP(KF,N)
850   FORMAT(35X,' QUI(',I1,',',I1,')=',F12.5,/,33X,'DSIGPI(',I1,
*     ',',I1,')=',F8.1,/,35X,'SIGP(',I1,',',I1,')=',F8.1)
      ELSE
          KO=KO+1
      END IF
860   CONTINUE
      ELSE
          KO=0
          DO 880 I=1,N
              KF=I-KO
              IF(I.EQ.N) THEN
                  SIGP(KF,N)=SIGPO(KF)
                  TFREL=TT(N)
                  TIREL=TO(I)
                  SIGMAP=SIGP(KF,N)
                  CALL RELAXACAO(KF, TIPO, TFREL, TIREL, SIGMAP, FPTK, QUITTO)
                  QUI(KF,N)=QUITTO
              ELSE
                  IF(PROT(I).EQ.1) THEN
                      SIGP(KF,N)=SIGPF(KF,N-1)
                      TFREL=TT(N)
                      TIREL=TO(I)
                      SIGMAP=SIGP(KF,N)
                      CALL RELAXACAO(KF, TIPO, TFREL, TIREL, SIGMAP, FPTK, QUITTO)
                      QUITOT=QUITTO
                      TFREL=TO(N)
                      TIREL=TO(I)
                      CALL RELAXACAO(KF, TIPO, TFREL, TIREL, SIGMAP, FPTK, QUITTO)
                      QUI(KF,N)=QUITOT-QUITTO
                  ELSE
                      KO=KO+1
                  END IF
              END IF
          END IF

```

```

IF(PROT(I).EQ.0) GO TO 880
XP(KF,N)=1+QUI(KF,N)/2
WRITE(6,870)KF,N,QUI(KF,N),KF,N,SIGP(KF,N)
870  FORMAT(35X,'QUI (' ,I1,' ,',I1,')=' ,F12.5,/,
*35X,'SIGP(' ,I1,' ,',I1,')=' ,F7.1)
880  CONTINUE
END IF

```

```

C *****
C *          INICIO DAS ETAPAS COM PARTE ACRESCIDA (NOVA SECAO)          *
C *****

```

```

WRITE(6,890)
890  FORMAT(/,1X,'PRISMAS DE ACO:' ,/,1X,
*'PRISMA  AP(J)      DP(J)      YPS(J)      XP(J,N)      EP')

```

```

DO 900 J=1,SPROT
YPS(J)=HCGS(L)-DP(J)
900  WRITE(6,910)J,AP(J),DP(J),YPS(J),XP(J,N),EP
910  FORMAT(I5,3F10.2,F10.3,F13.0)

```

```

WRITE(6,920)
920  FORMAT(/1X,'PRISMAS DE CONCRETO:' ,/,1X,
*'PRISMA ACPRI(I)  YPC(I)  XCP(I,N)  EPCSP(N,I)  FIPP(I,N)  EC28P(
*I)')

```

```

DO 930 I=1,NPRISC
930  WRITE(6,940)I,ACPRI(I),YPC(I),XCP(I,N),EPCSP(N,I),FIPP(I,N),
*EC28P(I)
940  FORMAT(I5,2X,2F8.2,F10.3,F13.8,F10.5,F12.2)

```

```

WRITE(6,950)
950  FORMAT(/,1X,'MATRIZ ETAP, PARA OS PRISMAS DE CONCRETO:')
DO 960 J=1,SPROT
DO 960 I=1,NPRISC
ETAP(I,J)=0.
ETAP(I,J)=1+YPC(I)*YPS(J)*AC/IC
960  WRITE(6,970)I,J,ETAP(I,J)

```


970 FORMAT(1X,'ETAP(',I1,',',I1,')=' ,F10.6)

```

C *****
C *      CALCULO DOS DESLOCAMENTOS LONGITUDINAIS DOS PRISMAS      *
C *****
CALL TENPRIS(L,N,CONC,NPRI SC, MG, ICP, IC, RG, YPC, HS, HI, FCK, TIBI, TIBS,
*NTBI, NTBS, SIGFPRI, SIGPRI, ALFCP, ROH, ETAP, CAR, SPROT, SIGP, PROT)
C  DEFORMACAO: (A,DEFOR) ;  ROTACAO: (B,ROTAC)
SOMC1=0.
SOMC2=0.
SOMC3=0.
SOMCR1=0.
SOMCR2=0.
SOMCF1=0.
SOMCF2=0.

DO 980 I=1,NPRI SC
FATC1(I) =ACPRI(I)*EC28P(I)/XCP(I,N)
FATC2(I) =EC28P(I)*ACPRI(I)*YPC(I)/XCP(I,N)
FATC3(I) =EC28P(I)*ACPRI(I)*YPC(I)**2/XCP(I,N)
FATCR1(I)=EC28P(I)*ACPRI(I)*EPCSP(N,I)/XCP(I,N)
FATCF1(I)=SIGPRI(I,N)*FIPP(I,N)*ACPRI(I)/XCP(I,N)
FATCR2(I)=EC28P(I)*ACPRI(I)*EPCSP(N,I)*YPC(I)/XCP(I,N)
FATCF2(I)=SIGPRI(I,N)*FIPP(I,N)*ACPRI(I)*YPC(I)/XCP(I,N)

SOMC1 =SOMC1 +FATC1(I)
SOMC2 =SOMC2 +FATC2(I)
SOMC3 =SOMC3 +FATC3(I)
SOMCR1=SOMCR1+FATCR1(I)
SOMCF1=SOMCF1+FATCF1(I)
SOMCR2=SOMCR2+FATCR2(I)
980 SOMCF2=SOMCF2+FATCF2(I)

WRITE(6,990)
990 FORMAT(/,1X,'SOMATORIOS PARA OS PRISMAS DE CONCRETOS:',/,1X,
*'PRISMA      FATC1(I)      FATC2(I)      FATC3(I)')
DO 1000 I=1,NPRI SC

```

```
1000 WRITE(6,1010)I,FATC1(I),FATC2(I),FATC3(I)
1010 FORMAT(1X,I4,3F16.0)
```

```
WRITE(6,1020)
1020 FORMAT(/,1X,'PRISMA FATCR1(I) FATCF1(I) FATCR2(I) FATCF2
*(I)')
DO 1030 I=1,NPRISC
1030 WRITE(6,1040)I,FATCR1(I),FATCF1(I),FATCR2(I),FATCF2(I)
1040 FORMAT(I4,4F13.0)
```

```
WRITE(6,1050)
1050 FORMAT(/,1X,'SOMATORIOS PARA OS PRISMAS DE ACO:',/,1X,
*'PRISMA FATPF(J) FATPF2(J) FATPD(J) FATPD1(J) FATPD2(J)'
*)
SOMPD =0.
SOMPD1=0.
SOMPD2=0.
SOMPF =0.
SOMPF2=0.
DO 1060 J=1,SPROT
FATPF(J) =SIGP(J,N)*QUI(J,N)*AP(J)/XP(J,N)
FATPF2(J)=SIGP(J,N)*QUI(J,N)*AP(J)*YPS(J)/XP(J,N)
FATPD(J) =EP*AP(J)/XP(J,N)
FATPD1(J)=EP*AP(J)*YPS(J)/XP(J,N)
FATPD2(J)=EP*AP(J)*YPS(J)**2/XP(J,N)
SOMPF =SOMPF +FATPF(J)
SOMPF2 =SOMPF2 +FATPF2(J)
SOMPD =SOMPD +FATPD(J)
SOMPD1 =SOMPD1 +FATPD1(J)
SOMPD2 =SOMPD2 +FATPD2(J)
1060 WRITE(6,1070)J,FATPF(J),FATPF2(J),FATPD(J),FATPD1(J),FATPD2(J)
1070 FORMAT(I4,3F12.0,2F14.0)
```

```
c SISTEMA DE EQUACOES PARA O CALCULO DA DEFOR. E DA ROTACAO:
c *****
AF(1,1)=SOMC1+SOMPD
AF(1,2)=SOMC2+SOMPD1
```

```

AF(2,1)=AF(1,2)
AF(2,2)=SOMC3+SOMPD2
BF(1) =SOMCF1+SOMCR1+SOMPF
BF(2) =SOMCF2+SOMCR2+SOMPF2
WRITE(6,1080)
1080 FORMAT(/,1X,'SISTEMA DE EQUACOES P/ CALCULAR A DEFOR. E A ROTAC:')
WRITE(6,1090)AF(1,1),AF(1,2),BF(1)
1090 FORMAT(1X,'AF(1,1)=' ,F13.0,4X,'AF(1,2)=' ,F15.0,4X,'BF(1)=' ,F9.0)
WRITE(6,1100)AF(2,1),AF(2,2),BF(2)
1100 FORMAT(1X,'AF(2,1)=' ,F13.0,4X,'AF(2,2)=' ,F15.0,4X,'BF(2)=' ,F9.0)

NF=2
CALL INVM(NF,AF)
WRITE(6,1110)
1110 FORMAT(/,1X,'DEFORMACOES NO CGS:')
DEFOR=AF(1,1)*BF(1)+AF(1,2)*BF(2)
ROTAC=AF(2,1)*BF(1)+AF(2,2)*BF(2)
WRITE(6,1120)DEFOR,ROTAC
1120 FORMAT(1X,'DEFORMACAO =' ,F15.12,/,
*      1X,'ROTACAO   =' ,F15.12)

C *****
C *      VARIACOES DAS TENSOES NOS PRISMAS DE ACO      *
C *****
WRITE(6,1130)
1130 FORMAT(/,1X,'TENSOES NOS FEIXES:' ,/,1X,
*'FEIXE  ETAPA  TENS.INICIAL  PERDA  TENS.FINAL  PER.FORCA')
SODELP=0.
DO 1140 J=1,SPROT
DELTNP(J)=0.
DSIGP(J,N)=0.
1140 SIGPF(J,N)=0.
DO 1150 J=1,SPROT
DELTNP(J)=- (DEFOR+ROTAC*YPS(J))*EP+
*      SIGP(J,N)*QUI(J,N))*AP(J)/XP(J,N)
DSIGP(J,N)=DELTNP(J)/AP(J)
SIGPF(J,N)=SIGP(J,N)-DSIGP(J,N)

```

```

DELTNP(J)=DELTNP(J)/10
SODELP=SODELP+DELTNP(J)
1150 WRITE(6,1160)J,N,SIGP(J,N),DSIGP(J,N),SIGPF(J,N),DELTNP(J)
1160 FORMAT(1X,I4,4X,I3,2X,3F12.1,F12.2)

C *****
C *          VARIACOES DAS TENSOES NOS PRISMAS DE CONCRETO          *
C *****
WRITE(6,1170)
1170 FORMAT(/,1X,'TENSOES NOS PRISMAS CONCRETO:',/,1X,
*'PRISMA ETAPA TENS.INICIAL PERDA TENS.FINAL PER.FORCA')
SODELC=0.
DO 1180 I=1,NPRISC
DELTNC(I)=0.
DSCPRI(I,N)=0.
1180 SIGFPRI(I,N)=0.
DO 1190 I=1,NPRISC
DELTNC(I)= -(DEFOR+ROTAC*YPC(I))*EC28P(I)+SIGPRI(I,N)*FIPP(I,N)+
*EC28P(I)*EPCSP(N,I))*ACPRI(I)/XCP(I,N)
DSCPRI(I,N)=DELTNC(I)/ACPRI(I)
SIGFPRI(I,N)=SIGPRI(I,N)-DSCPRI(I,N)
DELTNC(I)=DELTNC(I)/10
SODELC=SODELC+DELTNC(I)
1190 WRITE(6,1200)I,N,SIGPRI(I,N),DSCPRI(I,N),SIGFPRI(I,N),DELTNC(I)
1200 FORMAT(1X,I4,4X,I3,2X,3F12.2,F12.2)
FORCAP=SODELP+SODELC
WRITE(6,1210)SODELC,SODELP,FORCAP
1210 FORMAT(/,
*1X,'SOMA DAS FORCAS NO CONCRETO=',F10.2,/,
*1X,'SOMA DAS FORCAS NOS FEIXES =',F10.2,/,
*1X,'SOMA TOTAL DAS FORCAS =',F10.2)

C *****
C *          VARIACOES DAS TENSOES NAS BORDAS DAS PARTES          *
C *****
WRITE(6,1220)
1220 FORMAT(/,1X,'TENSOES NAS BORDAS SUPERIOR E INFERIOR:')

```

```

DO 1240 K=L,1,-1
DSEIXO(N,K)=(DSCPRI(2*K-1,N)+DSCPRI(2*K,N))/2
DSCBI(N,K)=DSCPRI(2*K-1,N)*HI(K)/RG(K)+DSEIXO(N,K)*(1-HI(K)/RG(K))
DSCBS(N,K)=DSCPRI(2*K,N)*HS(K)/RG(K)+DSEIXO(N,K)*(1-HS(K)/RG(K))
TFBS(N,K)=TIBS(N,K)-DSCBS(N,K)
TFBI(N,K)=TIBI(N,K)-DSCBI(N,K)
NTBI(K)  =-TFBI(N,K)/FCK(K)
NTBS(K)  =-TFBS(N,K)/FCK(K)

WRITE(6,1230)K,TIBS(N,K),DSCBS(N,K),TFBS(N,K),NTBS(K)
1230 FORMAT(/,1X,'PARTE ',I2,/,
*1X,'TIBS(N,K)=',F6.2,3X,'DSCBS(N,K)=',F6.2,3X,'TFBS(N,K)=',F6.2,
*3X,'NTBS(K)=',F5.2)
1240 WRITE(6,1250)TIBI(N,K),DSCBI(N,K),TFBI(N,K),NTBI(K)
1250 FORMAT(
*1X,'TIBI(N,K)=',F6.2,3X,'DSCBI(N,K)=',F6.2,3X,'TFBI(N,K)=',F6.2,
*3X,'NTBI(K)=',F5.2)

1260 CONTINUE
SETAP=SETAP+NETAP(L)
1270 CONTINUE
CLOSE (6)
STOP
END

C PRIMEIRA SUB-ROTINA
C *****
C * RETRACAO - SHRINKAGE - RETRAIT *
C * S *
C *****
SUBROUTINE RETRACAO(U,HFIC,SLUMP,TAFR,TDFR,EPC)
REAL HFIC
INTEGER SLUMP

A=40.
B=116*HFIC**3-282*HFIC**2+220*HFIC-4.8

```

$$C=2.5*HFIC**3-8.8*HFIC+40.7$$

$$D=-75*HFIC**3+585*HFIC**2+496*HFIC-6.8$$

$$E=-169*HFIC**4+88*HFIC**3+584*HFIC**2-39*HFIC+.80$$

c CALCULO DOS COEFICIENTES BETAS

$$R=TAFR/100$$

$$BETSTO=(R**3+A*R**2+B*R)/(R**3+C*R**2+D*R+E)$$

$$R=TDFR/100$$

$$T=TDFR$$

IF(T.GE.10000.) GO TO 10

$$BETST=(R**3+A*R**2+B*R)/(R**3+C*R**2+D*R+E)$$

GO TO 20

10 BETST=1.

c CALCULO DOS COEFICIENTES EPSYLONS

20 EP2S=(0.33+2*HFIC)/(0.208+3*HFIC)

IF(U.GT.90.)GO TO 30

$$EP1S=(U**2/1590-U/484-6.16)*.0001$$

GO TO 40

30 EP1S=.0001

GO TO 60

40 IF(SLUMP.GE.5) GO TO 50

$$EP1S=.75*EP1S$$

GO TO 60

50 IF(SLUMP.LE.9) GO TO 60

$$EP1S=1.25*EP1S$$

c CALCULO DO COEFICIENTE DE RETRACAO EPC

60 EPC=EP2S*EP1S*(BETST-BETSTO)

WRITE(6,70)TAFR,TDFR,BETST,BETSTO,EP1S,EP2S,EPC

70 FORMAT(/,

*1X,'IDADE FICTICIA ATE A ETAPA.....TAFR='F7.0,/,

*1X,'IDADE FICTICIA TOTALTDFR='F7.0,/,

*1X,'COEF. REL. A RETRACAO NO TEMPO TDFR...BETST='F12.5,/,

*1X,'COEF. REL. A RETRACAO NO TEMPO TAFR..BETSTO='F12.5,/,

*1X,'COEF. QUE DEP. DA UMIDADE E DA CONSIST.EP1S='F12.5,/,

```

*1X,'COEF. QUE DEP. DA ESPESSURA FICTICIA...EP2S='F12.5,/,
*1X,'VALOR FINAL DA RETRACAO.....EPC='F12.5)
RETURN
END

```

```

C   SEGUNDA SUB-ROTINA
C   *****
C   *                   FLUENCIA - CREEP - FLUAGE                   *
C   *                   C                                           *
C   *****
C   SUBROUTINE FLUENCIA(U,SLUMP,TAFF,TDFF,HFIC,FITTO)
C   REAL HFIC
C   INTEGER SLUMP

C   FIA=.8*(1-(9*TAFF*(TAFF+42.))/((9*TAFF+40.)*(TAFF+61.)))
C   FI2C=(0.42+HFIC)/(0.20+HFIC)
C   IF(U.LE.90.)GO TO 10
C   FI1C=.80
C   GO TO 20
10  FI1C=4.45-.035*U
20  IF(SLUMP.GE.5) GO TO 30
C   FI1C=.75*FI1C
C   GO TO 40
30  IF(SLUMP.LE.9) GO TO 40
C   FI1C=1.25*FI1C
40  FIFINF=FI1C*FI2C
C   FIDINF=.4
C   BETAD=(TDFF-TAFF+20.)/(TDFF-TAFF+70.)
C   IF(TDFF.LT.10000.)GO TO 50
C   BETAD=1.
50  A=42*HFIC**3-350*HFIC**2+588*HFIC+113
C   B=768*HFIC**3-3060*HFIC**2+3234*HFIC-23.
C   C=-200*HFIC**3+13*HFIC**2+1090*HFIC+183
C   D=7579*HFIC**3-31916*HFIC**2+35343*HFIC+1931.
C   BETFT=(TDFF**2+A*TDFF+B)/(TDFF**2+C*TDFF+D)
C   BETFO=(TAFF**2+A*TAFF+B)/(TAFF**2+C*TAFF+D)
C   FIEF=FIFINF*(BETFT-BETFO)

```

```
FID=FIDINF*BETAD
FITTO=FIA+FIEF+FID
```

```
WRITE(6,60)TAFF,TDFF,FI1C,FI2C,FIFINF,FIDINF,BETAD,BETFT,BETFO,
*FIA,FIEF,FID,FITTO
```

```
60 FORMAT(/,
*1X,'IDADE FICTICIA ATE A ETAPA .....TAFF='F7.0,/,
*1X,'IDADE FICTICIA TOTAL .....TDFF='F7.0,/,
*1X,'COEF. QUE DEP. DA UMIDADE E CONSIST....FI1C='F12.5,/,
*1X,'COEF. QUE DEP. DA ESP. FICTICIA .....FI2C='F12.5,/,
*1X,'DEFORM. LENTA IRREVERSIV-TEMPO INF...FIFINF='F12.5,/,
*1X,'DEFORM. LENTA REVERSIVEL-TEMPO INF...FIDINF='F12.5,/,
*1X,'COEF. DEFORM. LENTA REVER. F(TEMPO)...BETAD='F12.5,/,
*1X,'COEF. DEFORM. LENTA IRREV. EM T.....BETFT='F12.5,/,
*1X,'COEF. DEFORM. LENTA IRREV. EM TO.....BETFO='F12.5,/,
*1X,'VALOR FINAL FLUENCIA RAPIDA IRREVER.....FIA='F12.5,/,
*1X,'VALOR FINAL DEFORM. LENTA IRREVERSIVEL.FIEF='F12.5,/,
*1X,'VALOR FINAL DEFORM. LENTA REVERSIVEL....FID='F12.5,/,
*1X,'COEF. DE FLUENCIA DO CONCRETO.....FITTO='F12.5)
RETURN
END
```

```
C TERCEIRA SUB-ROTINA
```

```
C *****
C * RELAXACAO DO ACO DE PROTENSAO *
C *****
```

```
SUBROUTINE RELAXACAO(KF, TIPO, TFREL, TIREL, SIGMAP, FPTK, QUITTO)
CHARACTER TIPO*2
```

```
RAZ=SIGMAP/FPTK
```

```
IF(TIPO.EQ.'RB')GO TO 10
```

```
PSI1000=1.25*RAZ**2-1.375*RAZ+.42
```

```
GO TO 20
```

```
10 PSI1000=.10*RAZ-.045
```

```
20 IF(RAZ.LT.0.5)GO TO 30
```

```
PSITTO=PSI1000*((TFREL-TIREL)*24/1000)**.15
```

```
GO TO 40
```



```

30 PSITTO=0.
40 WRITE(6,50)KF,RAZ,PSI1000,PSITTO
50 FORMAT(/,
  *1X,'NUMERO DO FEIXE .....KF=',I6,/,
  *1X,'RAZAO SIGMAP/FPTK.....RAZ=',F12.5,/,
  *1X,'COEF. DE RELAXACAO A 1000 HORAS.....PSI1000=',F12.5,/,
  *1X,'COEFICIENTE DE RELAXACAO DO ACO.....PSITTO=',F12.5)
  QUITTO=-ALOG(1-PSITTO)
  WRITE(6,60)QUITTO
60 FORMAT(1X,
  *'COEFICIENTE DE FLUENCIA DO ACO.....QUITTO=',F12.5)
  RETURN
  END

```

C QUARTA SUB-ROTINA

```

C *****
C *          SUB-ROTINA PARA INVERSAO DA MATRIZ DOS COEFICIENTES          *
C *****

```

```

SUBROUTINE INVM(NF,AF)
REAL AF(10,10)

DO 50 I=1,NF
  AUX=AF(I,I)
  AF(I,I)=1.
  DO 10 J=1,NF
    AF(I,J)=AF(I,J)/AUX
10 CONTINUE
  DO 40 K=1,NF
    IF(I-K)20,40,20
20  AUX=AF(K,I)
    AF(K,I)=0.
    DO 30 M=1,NF
      AF(K,M)=AF(K,M)-AUX*AF(I,M)
30 CONTINUE
40 CONTINUE
50 CONTINUE
  RETURN

```

END

```

C   QUINTA SUB-ROTINA
C   *****
C   * CALCULO DAS TENSOES INICIAIS NO CONCRETO AO NIVEL DE CADA FEIXE*
C   * E NAS BORDAS, DEVIDA A PROTENSAO INTRODIZIDA POR CADA FEIXE, *
C   *           QUANDO L = 1 - MATRIZ (NXSPROT)           *
C   *****
C   SUBROUTINE TENSINICIAL(L,N,PROT,SPROT,SIGC,SIGCF,MG,EX,ICP,RO,ETA,
*ETAI,ETAS,TENCIN,SIGP,SIGGBI,SIGGBS,TFGBI,TFGBS,HI,HS,TIPBI,TIPBS,
*TIGBI,TIGBS,NTBI,NTBS,FCK)

      REAL SIGC(10,10),SIGCF(10,10),SIGGBI(10,10),SIGGBS(10,10),ETA(10,
*10),ETAI(10),ETAS(10),DSIGC(10,10),SIGP(10,10),HI(10),HS(10),
*MG(10),EX(10),ICP(10),RO(10)

      REAL TENCIN(10),TIBS(10,10),TIBI(10,10),TIGBI(10,10),TIGBS(10,10),
*TFGBI(10,10),TFGBS(10,10),TIPBI(10,10),TIPBS(10,10),NTBI(2),
*NTBS(2),FCK(2)

      INTEGER PROT(10),SPROT

      WRITE(6,10)
10  FORMAT(/,1X,'MATRIZ DE TENSOES NO CONCRETO:')
      KO=0
      IF(PROT(N).EQ.0) THEN
          DO 20 I=1,N
              DO 20 J=1,SPROT
                  IF(I.NE.N) THEN
                      SIGC(I,J)=SIGCF(I,J)
                  ELSE
                      SIGC(I,J)=10*MG(I)*EX(J)/ICP(L)
                  END IF
              END DO
          END DO
20  WRITE (6,30)I,J,SIGC(I,J)
30  FORMAT(1X,'SIGC(',I1,',',I1,')=',F7.2)
      ELSE

```

```

DO 60 I=1,N
KF=I-KO
DO 60 J=1,SPROT
  IF(PROT(I).EQ.1) THEN
    FATORG=10*MG(I)*EX(J)/ICP(L)
    FATORP=-SIGP(KF,N)*RO(KF)*ETA(KF,J)
    SIGC(I,J)=FATORG+FATORP
    WRITE(6,40)FATORG,FATORP,I,J,SIGC(I,J)
40  FORMAT(1X,'FATORG=',F6.2,7X,'FATORP=',F6.2,7X,'SIGC(',I1,
*    ', ',I1,')=',F6.2)

    ELSE
      SIGC(I,J)=10*MG(I)*EX(J)/ICP(L)
      IF(J.EQ.SPROT) THEN
        KO=KO+1
      ELSE
        END IF
      WRITE (6,50)I,J,SIGC(I,J)
50  FORMAT(1X,'SIGC(',I1, ', ',I1,')=',F7.2)
      END IF
60  CONTINUE
END IF

C  TENSOES NOS NIVEIS DOS CABOS PRODUZIDA POR CADA CARREGAMENTO
C  *****
WRITE(6,70)
70  FORMAT(/,1X,'TENSOES INICIAIS NO CONCRETO:',/,
*    1X,'AO NIVEL          TENSAO INICIAL',/,
*    1X,'DO FEIXE          NO CONCRETO')
DO 90 J=1,SPROT
TENCIN(J)=0.
DO 80 I=1,N
80  TENCIN(J)=TENCIN(J)+SIGC(I,J)
90  WRITE(6,100)J,TENCIN(J)
100 FORMAT(1X,I6,7X,F17.2)

```

```

c   TENSOES INICIAIS NAS BORDAS (ANTES DAS PERDAS)
c   GERADAS PELOS CARREGAMENTOS PERMANENTES
c   *****
WRITE(6,110)
110  FORMAT(/,1X,'TENSOES INICIAIS NAS BORDAS SUPERIOR E INFERIOR:')
      SIGGBI(N,L)= 10*MG(N)*HI(L)/ICP(L)
      SIGGBS(N,L)=-10*MG(N)*HS(L)/ICP(L)

      IF(N.EQ.1) THEN
          TIGBI(N,L)=SIGGBI(N,L)
          TIGBS(N,L)=SIGGBS(N,L)
      ELSE
          TIGBI(N,L)=TFGBI(N-1,L)+SIGGBI(N,L)
          TIGBS(N,L)=TFGBS(N-1,L)+SIGGBS(N,L)
      END IF

      WRITE (6,120)N,L,TIGBI(N,L),N,L,TIGBS(N,L)
120  FORMAT(1X,'TIGBI(',I1,',',',I1,')=',F7.2,/,1X,'TIGBS(',I1,',',',
      *I1,')=',F7.2)

      TIPBI(N,L)=0.
      TIPBS(N,L)=0.
      KO=0
      DO 130 I=1,N
          KF=I-KO
          IF(PROT(I).EQ.1) THEN
              TIPBI(N,L)=TIPBI(N,L)-SIGP(KF,N)*RO(KF)*ETAI(KF)
              TIPBS(N,L)=TIPBS(N,L)-SIGP(KF,N)*RO(KF)*ETAS(KF)
          ELSE
              KO=KO+1
          END IF
130  CONTINUE
      WRITE (6,140)N,L,TIPBI(N,L),N,L,TIPBS(N,L)
140  FORMAT(1X,'TIPBI(',I1,',',',I1,')=',F7.2,/,1X,'TIPBS(',I1,',',',
      *      I1,')=',F7.2)

c   CALCULO DAS TENSOES INICIAIS NAS BORDAS, PRODUZIDA POR PROTENSAO

```

```

C      + CARREGAMENTO PERMANENTE E OS RESPECTIVOS NIVEIS DE TENSAO
C      *****
WRITE(6,150)
150  FORMAT(/,1X,'TENSOES INICIAIS NAS BORDAS DA SECAO:',/,
*      1X,'BORDA      TENSAO INICIAL      NIVEL DE TENSAO')
      TIBI(N,L)=TIGBI(N,L)+TIPBI(N,L)
      TIBS(N,L)=TIGBS(N,L)+TIPBS(N,L)
      NTBI(L)  =-TIBI(N,L)/FCK(L)
      NTBS(L)  =-TIBS(N,L)/FCK(L)
      WRITE(6,160)TIBS(N,L),NTBS(L),TIBI(N,L),NTBI(L)
160  FORMAT(1X,'SUPERIOR',2F14.2,/,1X,'INFERIOR',2F14.2)
      RETURN
      END

C      SEXTA SUB-ROTINA
C      *****
C      * CALCULO DAS TENSOES FINAIS NO CONCRETO, AO NIVEL DE CADA FEIXE *
C      * E NAS BORDAS, DEVIDA A PROTENSAO INTRODIZIDA POR CADA FEIXE, *
C      * QUANDO L=1. MATRIZ (NXSPROT) *
C      *****
SUBROUTINE TENSFINAL(L,N,PROT,SPROT,SIGC,SIGCF,RO,ETA,ETAI,ETAS,
*TENCFN,DSCBS,DSCBI,TFBI,TFBS,DSIGC,DSIGP,TIGBI,TIGBS,TFGBI,
*TFGBS,TFPBI,TFPBS,TIPBI,TIPBS,NTBI,NTBS,FCK)

      REAL SIGC(10,10),SIGCF(10,10),DSCBI(10,10),DSCBS(10,10),
*DSIGC(10,10),DSIGP(10,10),ETA(10,10),ETAI(10),ETAS(10),RO(10)

      REAL TENCFN(10),TIBS(10,10),TIBI(10,10),TFBI(10,10),TFBS(10,10),
*TIGBI(10,10),TIGBS(10,10),TFGBI(10,10),TFGBS(10,10),TFPBI(10,10),
*TFPBS(10,10),TIPBI(10,10),TIPBS(10,10),NTBI(2),NTBS(2),FCK(2)

      INTEGER PROT(10),SPROT

      WRITE(6,10)
10  FORMAT(/,1X,'TENSOES NO CONCRETO, AO NIVEL DOS FEIXES',/,
*      1X,'GERADAS POR:')
      WRITE(6,20)

```

```

20  FORMAT(1X,
      *'FEIXE NIVEL TENS.INICIAL PERDA TENS.FINAL')

      KO=0
      DO 60 I=1,N
      KF=I-KO
        IF(PROT(I).EQ.1)THEN
          DO 30 J=1,SPROT
            DSIGC(I,J)=0.
            DSIGC(I,J)=-RO(KF)*ETA(KF,J)*DSIGP(KF,N)
            SIGCF(I,J)=SIGC(I,J)-DSIGC(I,J)
30      WRITE(6,40)KF,J,SIGC(I,J),DSIGC(I,J),SIGCF(I,J)
40      FORMAT(1X,I3,4X,I3,3X,F12.2,F12.2,2X,F12.2)
          ELSE
            DO 50 J=1,SPROT
50      SIGCF(I,J)=SIGC(I,J)
            KO=KO+1
          END IF
60  CONTINUE

      WRITE(6,70)
70  FORMAT(/,1X,'AO NIVEL TENSÃO FINAL ',/,
      *      1X,'DO FEIXE NO CONCRETO')
      DO 90 J=1,SPROT
      TENC FN(J)=0.
      DO 80 I=1,N
      SIGC(I,J)=SIGCF(I,J)
80  TENC FN(J)=TENC FN(J)+SIGC(I,J)
90  WRITE(6,100)J,TENC FN(J)
100 FORMAT(1X,I6,7X,F17.2)

C    TENSOES FINAIS DA PROTENSAO, NA BORDA INFERIOR
C    *****
      WRITE(6,110)
110  FORMAT(/,1X,'VARIACAO DA TENSÃO NA BORDA INFERIOR:',/,
      *1X,'ETAPA PARTE TIPBI(N,L) DSCBI(N,L) TFPBI(N,L)')

```

```

KO=0
DSCBI(N,J)=0.
DO 120 I=1,N
KF=I-KO
  IF(PROT(I).EQ.1)THEN
    DSCBI(N,L)=DSCBI(N,L)-RO(KF)*ETAI(KF)*DSIGP(KF,N)
  ELSE
    KO=KO+1
  END IF
120 CONTINUE

TFGBI(N,L)=TIGBI(N,L)
TFPBI(N,L)=TIPBI(N,L)-DSCBI(N,L)
WRITE(6,130)N,L,TIPBI(N,L),DSCBI(N,L),TFPBI(N,L)
130 FORMAT(1X,I4,3X,I3,F12.2,F12.2,4X,F12.2)

C   TENSOES FINAIS DA PROTENSAO NA BORDA SUPERIOR
C   *****
WRITE(6,140)
140 FORMAT(/,1X,'VARIACAO DA TENSAO NA BORDA SUPERIOR:',/,
*1X,'ETAPA PARTE TIPBS(N,L)  DSCBS(N,L)  TFPBS(N,L)')

KO=0
DSCBS(N,L)=0.
DO 150 I=1,N
KF=I-KO
  IF(PROT(I).EQ.1)THEN
    DSCBS(N,L)= DSCBS(N,L)-RO(KF)*ETAS(KF)*DSIGP(KF,N)
  ELSE
    KO=KO+1
  END IF
150 CONTINUE

TFGBS(N,L)=TIGBS(N,L)
TFPBS(N,L)=TIPBS(N,L)-DSCBS(N,L)
WRITE(6,160)N,L,TIPBS(N,L),DSCBS(N,L),TFPBS(N,L)
160 FORMAT(1X,I4,3X,I3,F12.2,F12.2,4X,F12.2)

```

```

C      TENSOES FINAIS NAS BORDAS, PRODUZIDA POR
C      PROTENSAO   +   CARREGAMENTO PERMANENTE
C      *****
      WRITE(6,170)
170   FORMAT(/,1X,'TENSOES FINAIS NAS BORDAS DA SECAO:',/,
*       1X,'BORDA      TENSAO FINAL   NIVEL DE TENSAO')
      TFBS(N,L)=TFGBS(N,L)+TFPBS(N,L)
      TFBI(N,L)=TFGBI(N,L)+TFPBI(N,L)
      NTBS(L)  =-TFBS(N,L)/FCK(L)
      NTBI(L)  =-TFBI(N,L)/FCK(L)
      WRITE(6,180)TFBS(N,L),NTBS(L),TFBI(N,L),NTBI(L)
180   FORMAT(1X,'SUPERIOR',2F14.2,/,1X,'INFERIOR',2F14.2)
      RETURN
      END

C      SETIMA SUB-ROTINA
C      *****
C      * CALCULO DAS TENSOES INICIAIS NOS PRISMAS DE CONCRETO, E NAS *
C      * BORDAS, CONSIDERANDO ADICAO DE CARREGAMENTO PERMANENTE E *
C      *          PROTENSAO NA ETAPA N, QUANDO L=2. *
C      *****
      SUBROUTINE TENPRIS(L,N,CONC,NPRISC,MG,ICP,IC,RG,YPC,HS,HI,FCK,
* TIBI,TIBS,NTBI,NTBS,SIGFPRI,SIGPRI,ALFCP,ROH,ETAP,CAR,SPROT,SIGP,
* PROT)

      REAL SIGFPRI(10,10),SIGPRI(10,10),SIGGPRI(10,10),SIGPPRI(10,10),
* MG(10),IC,ICP(10),RG(10),TIBI(10,10),TIBS(10,10),YPC(10),HS(10),
* HI(10),ALFCP(10),ROH(10),ETAP(10,10),SIGP(10,10),NTBI(2),NTBS(2),
* FCK(2)

      INTEGER CONC(10),PROT(10),CAR(10),SPROT

C      TENSOES INICIAIS NOS PRISMAS DE CONCRETO
C      *****
      WRITE(6,10)
10   FORMAT(/,1X,'TENSOES NOS PRISMAS DE CONCRETO:',/,1X,

```



```
*'PRISMA SIGFPRI(I,N-1) SIGGPRI(I,N) SIGPPRI(I,N) SIGPRI(I,N)')
```

```
DO 20 K=1,L
```

```
  IF(CONC(N).EQ.1) THEN
```

```
    IF(K.EQ.1) THEN
```

```
      SIGGPRI(2*K-1,N)= 10*MG(N)*RG(2*K-1)/ICP(1)
```

```
      SIGGPRI(2*K,N)  =-10*MG(N)*RG(2*K)  /ICP(1)
```

```
      SIGPPRI(2*K-1,N)=0.
```

```
      SIGPPRI(2*K,N)  =0.
```

```
    ELSE
```

```
      SIGGPRI(2*K-1,N)=0.
```

```
      SIGGPRI(2*K,N)  =0.
```

```
      SIGPPRI(2*K-1,N)=0.
```

```
      SIGPPRI(2*K,N)  =0.
```

```
    END IF
```

```
  ELSE
```

```
    IF(CAR(N).EQ.1) THEN
```

```
      SIGGPRI(2*K-1,N)=ALFCP(2*K-1)*10*MG(N)*YPC(2*K-1)/IC
```

```
      SIGGPRI(2*K,N)  =ALFCP(2*K)  *10*MG(N)*YPC(2*K)  /IC
```

```
      IF(PROT(N).EQ.1) THEN
```

```
        SIGPPRI(2*K-1,N)=-ALFCP(2*K-1)*SIGP(SPROT,N)*ROH(SPROT)*
```

```
*          ETAP(2*K-1,SPROT)
```

```
        SIGPPRI(2*K,N)  =-ALFCP(2*K)  *SIGP(SPROT,N)*ROH(SPROT)*
```

```
*          ETAP(2*K,SPROT)
```

```
      ELSE
```

```
        SIGPPRI(2*K-1,N)=0.
```

```
        SIGPPRI(2*K,N)  =0.
```

```
      END IF
```

```
    ELSE
```

```
      SIGGPRI(2*K-1,N)=0.
```

```
      SIGGPRI(2*K,N)  =0.
```

```
      IF(PROT(N).EQ.1) THEN
```

```
        SIGPPRI(2*K-1,N)=-ALFCP(2*K-1)*SIGP(SPROT,N)*ROH(SPROT)*
```

```
*          ETAP(2*K-1,SPROT)
```

```
        SIGPPRI(2*K,N)  =-ALFCP(2*K)  *SIGP(SPROT,N)*ROH(SPROT)*
```

```
*          ETAP(2*K,SPROT)
```

```
      ELSE
```

```

        SIGPPRI(2*K-1,N)=0.
        SIGPPRI(2*K,N) =0.
    END IF
END IF
END IF
20 CONTINUE
DO 30 I=1,NPRISC
    SIGPRI(I,N)=SIGFPRI(I,N-1)+SIGGPRI(I,N)+SIGPPRI(I,N)
30 WRITE(6,40)I,SIGFPRI(I,N-1),SIGGPRI(I,N),SIGPPRI(I,N),SIGPRI(I,N)
40 FORMAT(1X,I4,4F14.2)

C    TENSOES INICIAIS NAS BORDAS E RESPECTIVOS NIVEIS DE TENSOES
C    *****
DO 50 K=1,L
    TIBI(N,K)=0.
    TIBS(N,K)=0.
    TIBI(N,K)=SIGPRI(2*K,N)+(SIGPRI(2*K-1,N)-SIGPRI(2*K,N))*
*           (HI(K)+RG(K))/(2*RG(K))
    TIBS(N,K)=SIGPRI(2*K,N)+(SIGPRI(2*K-1,N)-SIGPRI(2*K,N))*
*           (-HS(K)+RG(K))/(2*RG(K))
    NTBI(K)  =-TIBI(N,K)/FCK(K)
    NTBS(K)  =-TIBS(N,K)/FCK(K)
50 CONTINUE
RETURN
END

```