

CONTRIBUIÇÃO À ANÁLISE ESTRUTURAL
DE SISTEMAS LAJES-VIGAS DE CONCRETO ARMADO
MEDIANTE ANALOGIA DE GRELHA

Aline da Silva Ramos Barboza

Orientador: Prof. Dr. Mounir Khalil El Debs

DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

CONTRIBUIÇÃO À ANÁLISE ESTRUTURAL
DE SISTEMAS LAJES-VIGAS DE CONCRETO ARMADO
MEDIANTE ANALOGIA DE GRELHA

Aline da Silva Ramos Barboza

Orientador: Prof. Dr. Mounir Khalil El Debs

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia
de São Carlos como parte dos requisitos para
obtenção do título de Mestre em Engenharia
de Estruturas

São Carlos - Outubro/92

DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

RESUMO

No procedimento usual, empregado na prática profissional corrente, para a determinação dos esforços e deformações nas estruturas de pavimentos (sistema laje-vigas) de edifícios de concreto armado, adota-se uma decomposição da estrutura em lajes e vigas, para uma análise individual dos elementos.

Neste trabalho, a estrutura de um pavimento é calculada fazendo-se uma análise do sistema laje-vigas considerando-se a interação entre estes. Para o cálculo utiliza-se o método da analogia de grelha através de um programa de computador. Os resultados assim obtidos foram comparados com resultados dos procedimentos usuais.

Inicialmente foi feita uma análise de lajes isoladas com diversas relações entre vãos e observou-se o efeito da redução da rigidez à torção. Posteriormente analisou-se um exemplo de lajes associadas com vigas onde observou-se o efeito do engastamento dos pilares nas vigas. Por fim, foi feita uma comparação desse procedimento adotado com o procedimento usual de cálculo para um pavimento de edifício.

Em todas as análises foram observadas discrepâncias entre os momentos fletores obtidos com o programa e os momentos fletores calculados pelo procedimento usual. No pavimento representativo, as seções de aço calculadas com os valores fornecidos no programa foram bastante inferiores às obtidas pelo procedimento usual.

A B S T R A C T

The usual procedure employed in current professional practice relative to the determination of stresses and deformations on the reinforced concrete building store structures (slab-beam system) uses a decomposition of the structure for individual analysis of the elements.

In this work a store structure will be calculated making the global analysis for the slab-beam system using the grillage analogy method through a computer program. So, comparisons were made between the results of this work and the usual procedure results.

At first, a analysis for isolated slab indicated the torsional rigidity effect. Posteriorly, with a slab-beam system analysis it was observed the rigidity column effect on the beams. Finally were made comparisons between the procedure used in this work and the usual procedure for a store structure.

In all the analysis, the results obtained for the flexural moments with the program was smaller than the obtained with the usual procedure. On the store structure the reinforcement area calculated with the program was smaller than the reinforcement area for the usual procedure.

CONTEÚDO

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

1.1 - Generalidades.....	1
1.2 - Objetivo.....	2
1.3 - Metodologia de Cálculo.....	3
1.4 - Conteúdo.....	4

CAPÍTULO 2 - FUNDAMENTOS DO PROCEDIMENTO EMPREGADO

2.1 - Preliminares.....	6
2.2 - Método da Analogia de Grelha.....	6
2.2.1 - Introdução.....	6
2.2.2 - Malha da grelha.....	8
2.2.3 - Propriedades geométricas das barras.....	10
2.2.3.1 - Momento de inércia à flexão.....	10
2.2.3.2 - Momento de inércia à torção.....	11
2.2.4 - Carregamento da grelha.....	13
2.2.5 - Parâmetros elásticos do concreto.....	14
2.3 - Consideração de parte da laje na rigidez das vigas.....	15
2.3.1 - Avaliação da largura colaborante de laje	17
2.4 - Consideração da vinculação dos pilares no pavimento	20
2.4.1 - Rigidez do pilar à flexão	20
2.4.2 - Rigidez do pilar às deformações axiais	22

CAPÍTULO 3 - PROGRAMA ELABORADO

3.1 - Introdução	23
3.2 - Módulo 1 - GERAR	24
3.2.1 - Descrição do arquivo de dados	24
3.2.2 - Descrição funcional	29
3.3 - Módulo 2 - RIGIDEZ	34
3.3.1 - Descrição do arquivo de dados	34
3.3.2 - Matriz de rigidez da estrutura	36
3.4 - Módulo 3 - GRELHA	38
3.4.1 - Descrição funcional	39

CAPÍTULO 4 - EXPERIMENTAÇÃO NUMÉRICA PARA LAJES ISOLADAS E LAJES ASSOCIADAS COM VIGAS

4.1 - Introdução	44
4.2 - Aferição do programa elaborado	44
4.3 - Lajes isoladas	54
4.3.1 - Exemplo 1	56
4.3.2 - Exemplo 2	62
4.3.3 - Exemplo 3	68
4.4 - Lajes associadas com vigas	74
4.4.1 - Exemplo 1	75
4.4.2 - Exemplo 2	82

CAPÍTULO 5 - EMPREGO DO PROCEDIMENTO ADOTADO PARA UM PAVIMENTO REPRESENTATIVO

5.1 - Introdução	88
5.2 - Cálculo da estrutura do pavimento sem influência da largura colaborante de laje	89
5.3 - Cálculo da estrutura do pavimento com influência da largura colaborante de laje	108

CAPÍTULO 6 - CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES	127
--	-----

BIBLIOGRAFIA	129
--------------	-----

NOTAÇÃO

A notação usada no trabalho é a mesma empregada na NBR-6118⁽¹⁾. Qualquer outro termo empregado, será definido a medida que for surgindo no texto.

SISTEMA DE UNIDADES

O sistema de unidades utilizado é o Sistema Internacional.

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

1.1 - GENERALIDADES

Com o aparecimento dos computadores de grande porte e posteriormente dos micro-computadores, a utilização de métodos numéricos no cálculo de estruturas tornou-se possível. Além do mais, com os métodos numéricos pode-se, em princípio, modelar melhor o comportamento estrutural.

Entretanto, apesar da utilização cada vez mais crescente dos métodos numéricos no cálculo estrutural, o cálculo de pavimentos de concreto armado praticado atualmente nos escritórios de engenharia, considera o pavimento para efeito de projeto estrutural decomposto em partes, analisando-se cada uma delas separadamente.

A decomposição da estrutura do pavimento usualmente adotada é aquela que considera as lajes como elementos independentes apoiados sobre as vigas. As vigas menos rígidas apoiam-se sobre vigas mais rígidas e estas sobre os pilares.

O cálculo da estrutura do pavimento considerando essa decomposição será citado neste trabalho como procedimento usual.

Pelo fato do pavimento de concreto armado apresentar um comportamento monolítico, este trabalho propõe o cálculo da estrutura do pavimento sem essa decomposição. As lajes e vigas são calculadas em conjunto, de modo a considerar que umas interagem com as outras. Este cálculo da estrutura será mencionado como procedimento não

usual de cálculo de pavimentos.

Recentemente tem-se notado o aparecimento de trabalhos no País, como o de CARBONARI, G. et alii.^[104] e o de MAZZILLI^[13] onde vê-se uma preocupação cada vez mais crescente em abandonar-se as simplificações adotadas para o procedimento usual de cálculo de pavimentos de concreto armado.

Nos dois trabalhos pode-se ver a discrepância nos resultados quando se avalia a estrutura do pavimento pelo procedimento usual de cálculo, isto é, decompondo-a em partes independentes e quando se avalia pelo procedimento não usual de cálculo, ou seja, considerando a estrutura sem decomposição.

1.2 - OBJETIVO

Visando contribuir para o aprimoramento do cálculo estrutural, este trabalho tem por objetivo fornecer indicações para o cálculo da estrutura de um pavimento de concreto armado mediante procedimento não usual de cálculo, e avaliar a discrepância de resultados em relação ao procedimento usual, para uma situação representativa.

Com a comparação feita entre os dois resultados, pretende-se fornecer subsídios para que o procedimento não usual de cálculo venha a ser utilizado na prática dos escritórios de engenharia.

Isto porque, com o aprimoramento dos métodos numéricos utilizados em engenharia de estruturas, torna-se mais acessível o cálculo da estrutura do pavimento através de um modelo estrutural mais próximo da realidade.

Neste trabalho serão considerados apenas os pavimentos formados por lajes retangulares, solicitados por forças verticais, com comportamento elástico linear. A existência de lajes esconsas, triangulares ou outras formas, necessitam de estudos complementares que não serão considerados neste trabalho.

13 - METODOLOGIA DE CÁLCULO

Como já foi dito, o cálculo de um pavimento de concreto armado solicitado por forças verticais pelo procedimento usual é feito calculando-se as lajes como elementos independentes e depois é feito o cálculo das vigas.

Os esforços e deslocamentos nas lajes, considerando-as como elementos independentes, podem ser obtidos através do cálculo elástico ou do cálculo plástico.

O cálculo elástico consiste em obter os esforços e deslocamentos através da solução da equação diferencial das placas. Alguns autores desenvolveram tabelas para os tipos mais usuais de lajes. Entre essas tabelas estão as de MARCUS, as de BARES e as de CZERNY.

O cálculo plástico obtém os esforços, baseando-se na configuração de ruína da laje, através do método das linhas de ruptura.

Uma vez efetuado o cálculo das lajes, o cálculo das vigas pode ser feito considerando cada viga isolada, cuja vinculação vai depender de como foi lançada a estrutura do pavimento, ou considerando o vigamento do pavimento como uma grelha. Este último método de cálculo, já dá um tratamento mais próximo do real para a estrutura do pavimento pois considera a interação existente entre as vigas. Não é um método de cálculo muito utilizado na prática, entretanto, no trabalho de COSTA¹⁰⁵ pode-se ver que esse método de cálculo resulta num projeto estrutural mais econômico que o cálculo de vigas isoladas.

No procedimento não usual de cálculo de pavimentos, como não se tem uma decomposição da estrutura do pavimento em partes que resultem em modelos estruturais mais simples, é necessário optar-se pela resolução da estrutura através de um método numérico que permita a obtenção dos resultados de forma acessível.

Entre os métodos numéricos que poderiam ser empregados tem-se: método das diferenças finitas; método

dos elementos finitos e técnica da analogia de grelha.

O método dos elementos finitos é o método numérico mais aplicado atualmente no cálculo de estruturas, isto porque, trata-se de um método capaz de ser aplicado para os tipos mais diversos de estruturas, com resultados bastante satisfatórios. Devido a sua versatilidade, pode ser aplicado no cálculo de pavimentos de concreto armado pelo procedimento não usual, como pode ser visto em MAZZILLI⁽¹³⁾.

A técnica da analogia de grelha, apesar de não ser tão difundida quanto o método dos elementos finitos, é de fácil compreensão e como se vê no trabalho de HAMBLY^(10B) pode ser empregada no cálculo de pavimentos de concreto armado pelo procedimento não usual.

Tendo-se em vista o objetivo de calcular pavimentos de concreto armado pelo procedimento não usual, de modo que tal procedimento seja utilizado na prática dos escritórios de engenharia, optou-se por utilizar neste trabalho a técnica da analogia de grelha. Como a técnica da analogia de grelha trabalha com elementos lineares, no caso o elemento de barra, a resolução da estrutura resulta num problema simples de análise matricial que é a resolução de uma grelha.

No cálculo da estrutura do pavimento sem decomposição, será também avaliado o efeito da largura colaborante de laje na rigidez das vigas, bem como a influência da rigidez dos pilares no pavimento.

1.4 - APRESENTAÇÃO DO TRABALHO

Este trabalho foi dividido em seis capítulos distribuídos conforme comentado a seguir:

Neste primeiro capítulo procura-se dar uma visão do que trata o trabalho, qual o objetivo que pretende-se atingir e qual ferramenta de cálculo será usada no desenvolvimento do trabalho.

Com o segundo capítulo procura-se detalhar o método de cálculo utilizado e mostram-se as considerações que serão avaliadas no processamento das estruturas.

No terceiro capítulo é descrito o programa para micro-computador, desenvolvido para facilitar a resolução das estruturas.

No quarto capítulo apresenta-se experimentações numéricas onde avalia-se a precisão do procedimento de cálculo adotado comparando-o com procedimentos tradicionais.

No quinto capítulo mostra-se a comparação do procedimento não usual proposto com o procedimento usual de cálculo, na resolução de um pavimento usual de concreto armado solicitado por forças verticais.

No sexto capítulo são discutidas as conclusões e considerações finais, bem como são sugeridos outros estudos utilizando o mesmo procedimento.

CAPÍTULO 2 - FUNDAMENTOS DO PROCEDIMENTO EMPREGADO

2.1 - PRELIMINARES

Uma vez escolhido o método numérico a ser utilizado no cálculo do pavimento de concreto armado pelo procedimento não usual, torna-se necessário estabelecer-se algumas considerações para adaptação do método à situação real da estrutura do pavimento.

Tais considerações devem permitir que o modelo estrutural idealizado para utilização do método numérico, esteja condizente com a estrutura real.

Nos itens seguintes, serão definidos os parâmetros e considerações feitas para o modelo estrutural que irá representar o pavimento de concreto armado, de modo que os esforços e deslocamentos obtidos se aproximem dos esforços e deslocamentos que ocorrem na estrutura.

2.2 - TÉCNICA DA ANALOGIA DE GRELHA

2.2.1 - INTRODUÇÃO

A técnica da analogia de grelha, foi usado pioneiramente em computador por LIGHTFOOT e SAWKO^[12] em 1959. Com a constatação que os procedimentos de análise para pórticos planos e grelhas pelo método dos deslocamentos eram parecidos e as equações básicas de compatibilidade de deformações eram muito similares nos dois casos, eles procuraram adaptar um programa para

cálculo de pórtico plano e usaram-no para cálculo de grelha.

Além disto, essa técnica é indicada para ser utilizada no cálculo de tabuleiros de pontes como pode ser visto em HAMBLY⁽¹⁰⁸⁾.

Em pesquisas mais recentes tem-se a utilização da técnica da analogia de grelha para o cálculo de lajes cogumelos, com resultados satisfatórios, como pode ser visto em BRANCO⁽¹⁰³⁾ e FIGUEIREDO⁽¹⁰⁶⁾.

A analogia de grelha consiste em representar a laje através de uma grelha equivalente (ver Fig. 2.1). As rigidezes longitudinais da laje são concentradas nas barras longitudinais e as rigidezes transversais são concentradas nas barras transversais.

As rigidezes das barras devem ser tais que, se submetermos as duas estruturas ao mesmo carregamento, elas se deformarão de maneira idêntica e os momentos fletores, forças cortantes e momentos torçores em qualquer barra da grelha serão iguais às resultantes das tensões na seção transversal da parte da laje que a barra representa.

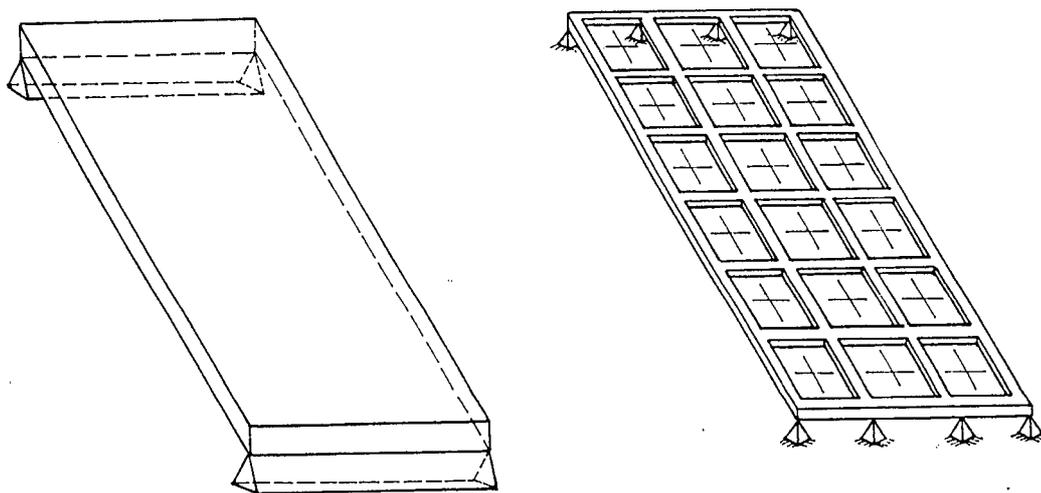


Figura 2.1 - Laje e grelha equivalente. Fonte HAMBLY⁽¹⁰⁸⁾.

Para que um elemento de laje esteja em equilíbrio é necessário que os momentos torçores em duas direções ortogonais sejam iguais.

Na grelha equivalente não há princípio matemático ou físico que faça com que os momentos torçores sejam automaticamente iguais nas direções ortogonais em um nó. No entanto, se a malha da grelha for suficientemente pouco espaçada, a grelha se deformará formando uma superfície lisa e apresentará distorções aproximadamente iguais nas direções ortogonais, bem como momentos torçores aproximadamente iguais se as rigidezes à torção forem as mesmas nas duas direções.

Um outro problema é que o momento fletor em qualquer barra é somente proporcional a curvatura dela, enquanto que no elemento de laje o momento em qualquer direção depende tanto da curvatura naquela direção, quanto da curvatura na direção ortogonal.

No entanto, depois de comparar os resultados obtidos com essa analogia e com o método dos elementos finitos, pode-se dizer que a analogia de grelha oferece resultados satisfatórios.

2.2.2 - MALHA DA GRELHA

Pelo fato das lajes possuírem formas variadas, bem como diferentes tipos de carregamento, não é possível definir um tipo de malha ideal. No entanto, baseado em HAMBLY⁽¹⁾, pode-se estabelecer alguns critérios para lajes retangulares, que devem ser adequados a cada projeto.

- (1) Procurar localizar as barras da grelha em posições pré-determinadas pelo projeto, tais como linhas de apoio, ao longo das vigas de extremidade, bem como de outras se existirem, que contenham uma ação específica, etc.

- (2) Numa laje isótropa cada barra deve ter no máximo largura igual a $1/4$ do vão transversal ao seu eixo,

$$b_x \leq \frac{l_x}{4}$$

$$b_y \leq \frac{l_y}{4}$$

onde b_x e b_y representam as larguras das barras paralelas às direções y e x respectivamente.

- (3) Numa laje ortótropa, na direção da menor inércia, deve-se considerar a largura das barras igual a 40% do vão transversal ao seu eixo. Caso haja dúvida quanto a isotropia ou ortotropia da laje, deve-se adotar o critério número (2).
- (4) Quanto mais densa a malha, melhores serão os resultados obtidos. No entanto essa melhora deixa de acontecer quando a largura das barras for menor que 2 ou 3 vezes a espessura da laje.
- (5) No caso de balanço na laje, é necessário colocar-se pelo menos duas barras transversais ao vão em balanço.
- (6) Deve-se colocar uma linha de barras no contorno livre da laje, cuja largura para o cálculo do momento de inércia a torção deve ser diminuída de $0.5h$, por se tratar do ponto por onde passa a resultante das tensões de cisalhamento devidas à torção (ver Fig. 2.2).

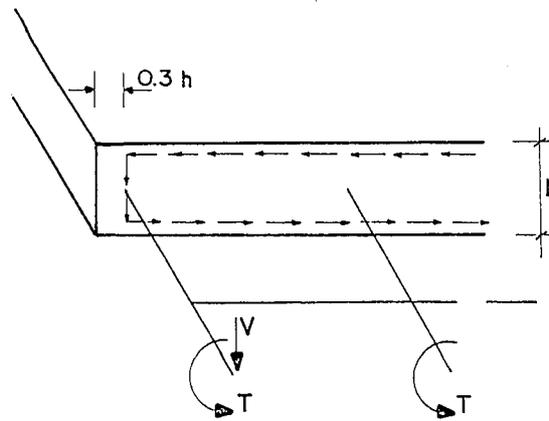


Figura 2.2 - Detalhe da barra da extremidade. Fonte HAMBLY^[08].

- (7) Nas regiões de grande concentração de esforços, tais como apoios ou cargas concentradas, recomenda-se dispor uma malha cuja largura das barras não seja superior a 3 ou 4 vezes a espessura da laje.
- (8) A menos que estejam localizados muito próximos aos pilares, não devem ser considerados os orifícios na laje cuja maior dimensão não exceda a $3h$, onde h é a espessura da laje. No caso de haver aberturas maiores, deve-se aplicar os mesmos critérios válidos para as bordas livres.

2.2.3 - PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS DAS BARRAS

2.2.3.1 - MOMENTO DE INÉRCIA À FLEXÃO

Segundo HAMBLY^[08] e TAKEYA^[18] o momento de inércia à flexão das barras longitudinais e transversais da grelha é calculado considerando que cada barra representa uma largura b de laje igual a distância entre os centros dos vãos adjacentes à barra (ver Fig. 2.3), sendo assim,

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12}$$

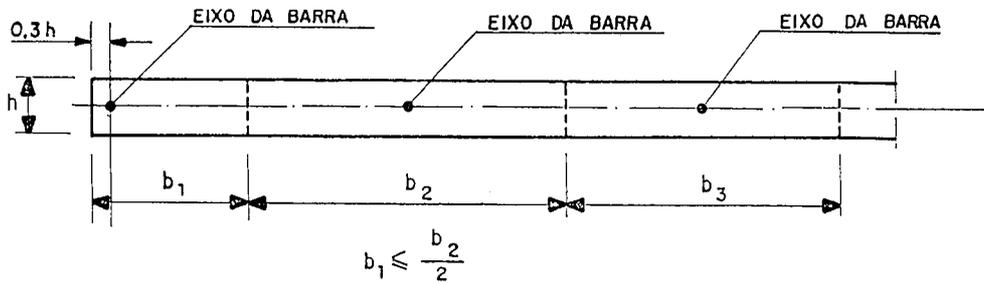


Figura 2.3 - Detalhe da largura da barra da grelha. Fonte HAMBLY^[08].

2.2.3.2 - MOMENTO DE INÉRCIA À TORÇÃO

Segundo HAMBLY^[08], para uma peça submetida a torção constante de Saint-Venant, o momento de inércia à torção C não é simplesmente uma propriedade geométrica da seção transversal da peça como é o momento de inércia à flexão I . No caso de um cilindro, C é igual ao momento polar de inércia I_p , entretanto, para outros tipos de seção transversal, o valor de C é totalmente diferente de I_p . Sendo assim, não há uma regra geral para a determinação de C . Encontra-se em HAMBLY^[08] as seguintes indicações:

- (1) Para um retângulo de lados b e h , conforme mostra a Fig. 2.4, tem-se:

$$C = \frac{3b^3 \cdot h^3}{10(b^2 + h^2)} \quad (2.1)$$

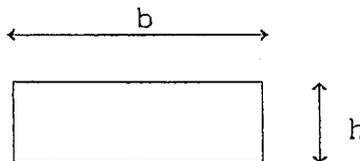


Figura 2.4 - Seção transversal retangular. Fonte HAMBLY^[08].

- (2) Para uma barra da grelha que representa uma largura b de uma laje isótropa tem-se:

$$C = \frac{b \cdot h^3}{6} \quad (2.2)$$

e como esse valor é o dobro do momento de inércia à flexão, toma-se $C = 2I$ para as barras da grelha.

- (3) Para seções transversais compostas, o valor de C é dado pela soma dos valores de C para cada área independente (ver Fig. 2.5).

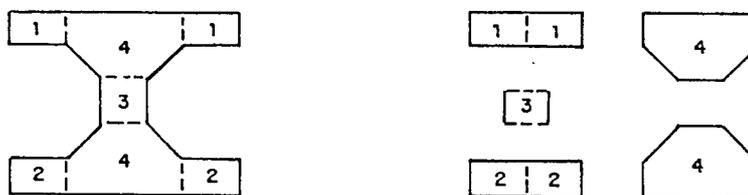


Figura 2.5 - Sub- divisão de seção transversal composta
Fonte HAMBLY^[08].

- (4) Nas lajes ortótropas o momento de inércia à torção por unidade de largura deve ser igual nas duas direções, e portanto para as barras da grelha tem-se:

$$C = 2\sqrt{I_x \cdot I_y} \quad (2.3)$$

onde: I_x - momento de inércia à flexão, por unidade de largura, das barras na direção x ;

I_y - momento de inércia à flexão, por unidade de largura, das barras na direção y .

Para uma linha de barras paralelas ao eixo x , de largura b_y ,

$$C_x = b_y \cdot C \quad (2.4)$$

Para uma linha de barras paralelas ao eixo y , de largura b_x ,

$$C_y = b_x \cdot C \quad (2.5)$$

Para as linhas de barras junto ao contorno livre da laje, obedecendo ao critério número (6) de definição da malha, deve-se considerar a largura da barra subtraída de $0.3h$, ou seja,

$$C_x = (b_y - 0.3h) \cdot C \quad (2.6)$$

$$C_y = (b_x - 0.3h) \cdot C \quad (2.7)$$

para as barras paralelas aos eixos x e y , respectivamente.

2.2.4 - CARREGAMENTO DA GRELHA

Todo o carregamento da grelha equivalente pode ser suposto aplicado diretamente nos nós da grelha. Para determinar os valores desses carregamentos nodais, utiliza-se o processo de áreas de influência, conforme mostra a Figura 2.6.

$$Q_i = (g+q) \cdot A_i \quad (2.10)$$

onde: $g+q$ - carga permanente (g) mais a carga acidental (q) por m^2 de laje;

A_i - área de influência do nó i ;

Q_i - carga aplicada ao nó i da grelha.

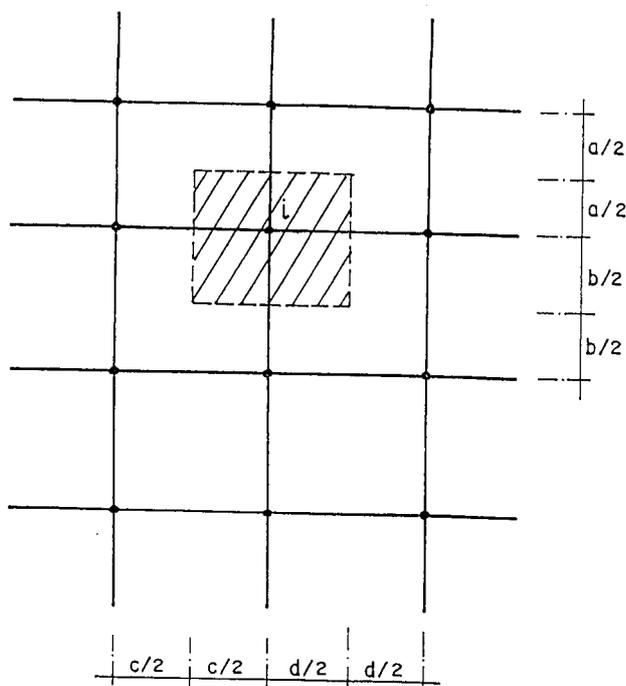


Figura 2.6 - Área de influência para determinação do carregamento em um nó genérico i .

2.2.5 - PARÂMETROS ELÁSTICOS DO CONCRETO

É necessário que se tome cuidado na fixação dos parâmetros elásticos do concreto, para que seja possível avaliar com maior segurança as flechas que acontecem na laje, assim como obter uma melhor proporção entre momentos flettores e momentos torçores. O que torna difícil essa fixação de parâmetros, é o fato de que parte da laje trabalha no Estádio I e parte no Estádio II, além dos efeitos da retração e deformação lenta do concreto. Entretanto, neste trabalho, os cálculos e processamentos serão efetuados dentro do regime elástico-linear e com isto, serão adotados os seguintes parâmetros:

$$E_c = 30 \times 10^6 \text{ kN/m}^2 \text{ (M\u00f3dulo de Deforma\u00e7\u00e3o Longitudinal)};$$

$$\nu = 0.20 \text{ (Coeficiente de Poisson)};$$

$$G = \frac{E_c}{2(1 + \nu)} \cong 0.42E_c \quad (\text{Módulo de Deformação Transversal}).$$

O valor adotado para E_c , será usado nas experimentações numéricas apresentadas no capítulo 4, que por se tratarem de simulações, não avaliou-se a influência do f_{ck} do concreto. Já no capítulo 5, como se trata de um pavimento representativo de concreto armado, o valor de E_c será calculado a partir do f_{ck} adotado.

Segundo LEONHARDT^[10], numa peça de concreto armado, mesmo no Estádio I, já se observa uma queda na rigidez à torção. Atribui-se este efeito à presença de microfissuras existentes na superfície da peça. Para que seja levado em conta o efeito dessa queda de rigidez à torção, TAKEYA^[18] recomenda que seja adotado $G = 0.15E_c$, ou seja, G igual a 36% do valor de G_{total} . Para avaliar a influência de G , serão processados alguns exemplos considerando a redução recomendada.

2.3 - CONSIDERAÇÃO DE PARTE DA LAJE NA RIGIDEZ DAS VIGAS

Como já foi dito, para que a grelha seja equivalente à laje, é necessário conferir às barras certas propriedades geométricas capazes de fazer com que as duas estruturas se comportem de maneira idêntica quando submetidas ao mesmo carregamento.

No caso das barras que representam as vigas, as partes laterais da laje e a viga estão sujeitas, na junção, às mesmas deformações longitudinais na flexão, quando o carregamento é aplicado. Com isso, surge ao longo da ligação da laje com a viga, uma força T , que solicita a laje como chapa (ver Figura 2.7) e faz com que uma parte da laje contribua na rigidez da viga. Com o valor das tensões introduzidas pela força T , determina-se o valor da largura colaborante de laje.

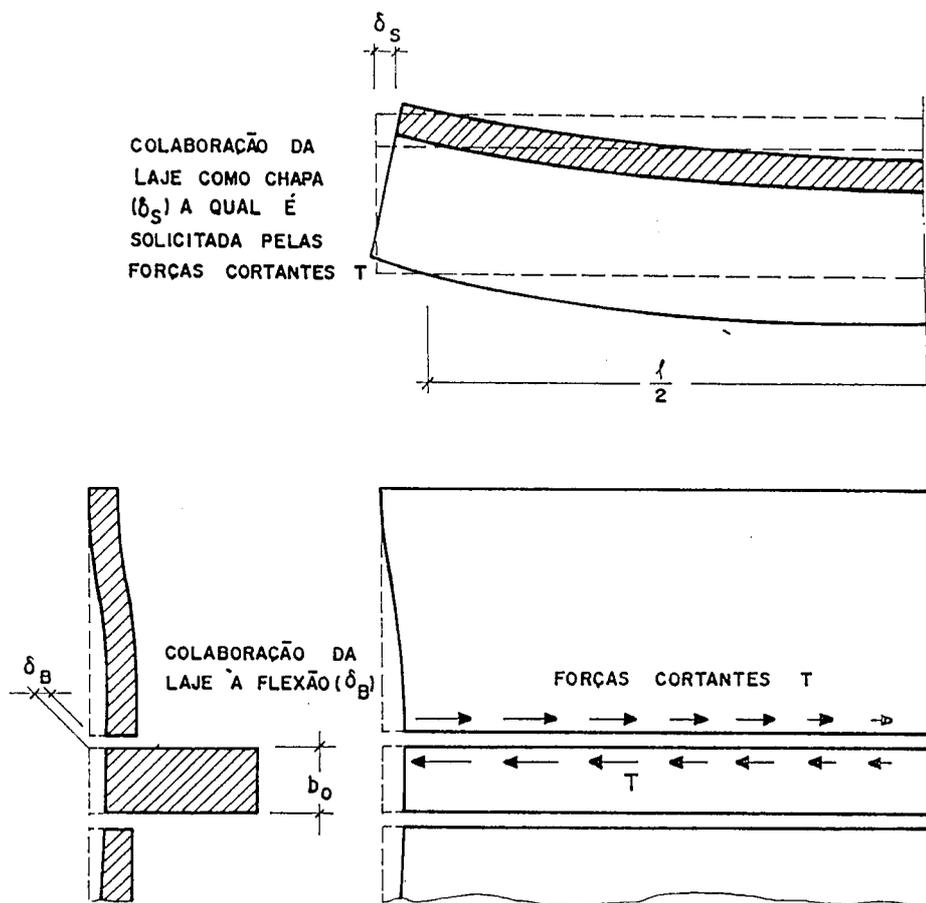


Figura 2.7 - Colaboração da laje na rigidez de uma viga.
Fonte LEONHARDT^[10].

A Figura 2.8 mostra a distribuição das tensões longitudinais de compressão σ_x . Como a laje deforma menos que a viga, a linha neutra na seção transversal não é mais reta e sim curvada e para a determinação exata da distribuição de tensões, é necessário que seja resolvida uma equação diferencial de chapa.

Entretanto, na prática, ao invés de um cálculo exato, determina-se uma distribuição idealizada das tensões conforme mostra a Figura 2.9, de modo que na fibra superior da viga tenha-se a mesma deformação ϵ_x e aproximadamente a mesma força de compressão total na laje, em comparação com as que surgiriam na realidade.

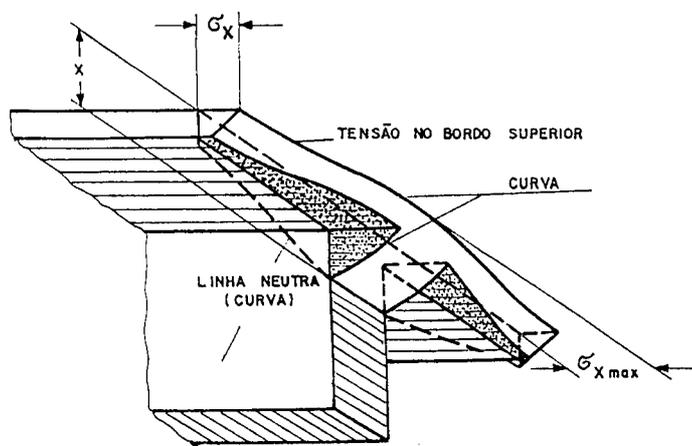


Figura 2.8 - Distribuição das tensões de compressão σ_x e posição da linha neutra. Fonte LEONHARDT^[10].

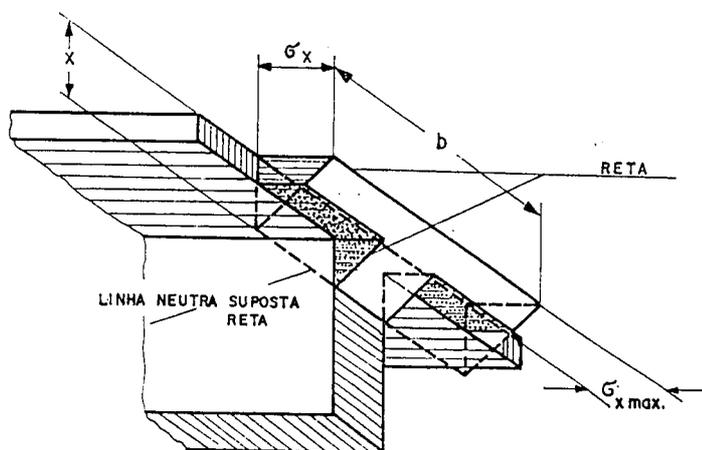


Figura 2.9 - Distribuição idealizada das tensões sobre a largura colaborante b . Fonte LEONHARDT^[10].

2.3.1 - AVALIAÇÃO DA LARGURA COLABORANTE DE LAJE

Pelo desenvolvimento das trajetórias de compressão na laje, representadas na Figura 2.10, observa-se que próximo a um apoio a largura colaborante da laje é menor que no meio do vão. Portanto, a largura colaborante depende do afastamento ao apoio. Também sob cargas concentradas ou sobre apoio intermediário, a largura colaborante é menor que no vão, devido ao efeito do cisalhamento.

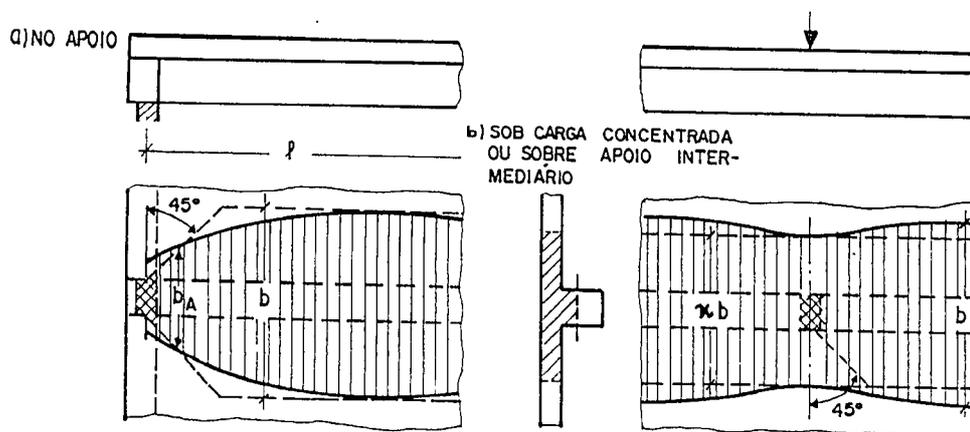


Figura 2.10 - Estreitamento da largura colaborante da laje em apoios extremos, apoios intermediários de vigas contínuas e sob cargas concentradas. Fonte LEONHARDT^[10].

A NBR-6118^[10], permite que na região de momento fletor positivo, seja considerada uma parte da laje contribuindo na rigidez da viga, para o cálculo de esforços e deformações. Neste caso, a viga passa a ser calculada como uma seção T, com uma largura colaborante de laje dada pelos seguintes valores:

$$b_1 \leq \begin{cases} 0.10a \\ 8h_f \\ 0.5b_2 \end{cases}$$

$$b_3 \leq \begin{cases} 0.10a \\ 6h_f \end{cases}$$

em que a tem o seguinte valor:

- viga simplesmente apoiada: $a = \ell$
- tramo com momento em uma só extremidade: $a = \frac{3}{4} \ell$
- tramo com momento nas duas extremidades: $a = \frac{3}{5} \ell$

2.4 - CONSIDERAÇÃO DA VINCULAÇÃO DOS PILARES NO PAVIMENTO

Através da consideração da vinculação dos pilares no pavimento será possível avaliar a influência das rigidezes dos pilares no cálculo do pavimento de concreto armado. Esta influência poderá ser considerada acrescentando-se molas ortogonais aos nós de apoio da grelha equivalente, conforme mostra a Figura 2.12.

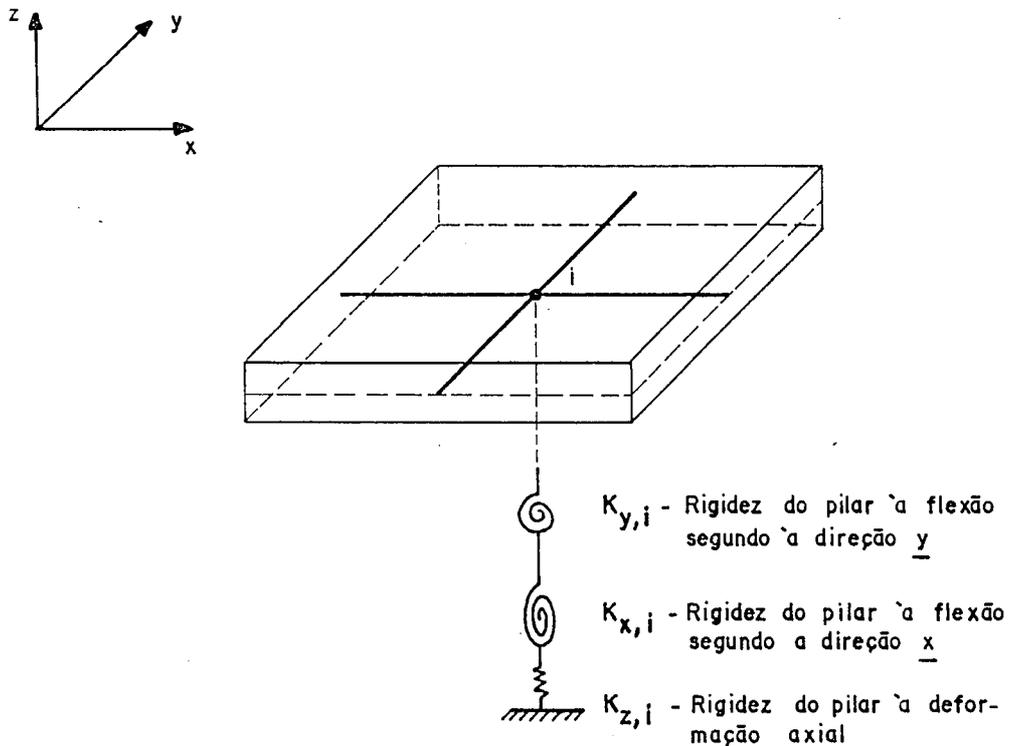


Figura 2.12 - Molas com rigidezes equivalentes às do pilar de apoio, no nó i da grelha equivalente. Fonte BRANCO⁽¹⁰³⁾.

2.4.1 - RIGIDEZ DO PILAR À FLEXÃO

Para se estabelecer um valor para a rigidez à flexão das molas, considera-se que o pilar esteja engastado nas duas extremidades (ver Fig. 2.13), com isso tem-se,

$$K = \frac{4E_c \cdot I_{pi}}{\ell_i} + \frac{4E_c \cdot I_{ps}}{\ell_s} \quad (2.11)$$

- onde : E_c - Módulo de Deformação Longitudinal;
 I_{pi} - Momento de Inércia à Flexão do pilar inferior à laje;
 ℓ_i - Pé direito inferior à laje;
 I_{ps} - Momento de Inércia à Flexão do pilar superior à laje;
 ℓ_s - Pé direito superior à laje;
 K - Rigidez do pilar à flexão.

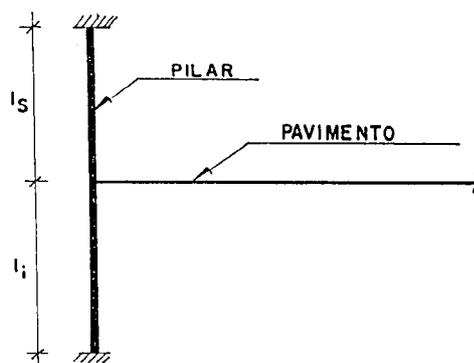


Figura 2.13 - Modelo para cálculo das rigidezes à flexão dos pilares.

As rigidezes dos pilares devem ser avaliadas tanto na direção x quanto na direção y . A rigidez do pilar na direção x , será incorporada na coordenada correspondente à direção x , na barra da grelha, com o seguinte valor:

$$K_x = \frac{4E_c \cdot I_{pix}}{\ell_i} + \frac{4E_c \cdot I_{psx}}{\ell_s} \quad (2.12)$$

- onde: I_{pix} - Momento de Inércia à Flexão do pilar inferior à laje, na direção x ;
 I_{psx} - Momento de Inércia à Flexão do pilar superior à laje, na direção x ;
 K_x - Rigidez do pilar à flexão, na direção x .

Do mesmo modo, a rigidez do pilar na direção y , será incorporada na coordenada correspondente a direção

y , na barra da grelha, com o seguinte valor:

$$K_y = \frac{4E_c \cdot I_{piy}}{\ell_i} + \frac{4E_c \cdot I_{psy}}{\ell_s} \quad (2.13)$$

onde: I_{piy} - Momento de Inércia à Flexão do pilar inferior à laje, na direção y ;

I_{psy} - Momento de Inércia à Flexão do pilar superior à laje, na direção y ;

K_y - Rigidez do pilar à flexão, na direção y .

2.4.2 - RIGIDEZ DO PILAR ÀS DEFORMAÇÕES AXIAIS

Uma vez que a grandeza de tais deformações é pouco significativa, optou-se por não considerar as deformações axiais neste trabalho.

CAPITULO 3 - PROGRAMA ELABORADO

3.1 - INTRODUÇÃO

A utilização do método da analogia de grelha para o cálculo da estrutura de um pavimento de concreto armado pelo procedimento não usual, necessita de um sistema computacional que facilite sua aplicação e conseqüentemente a obtenção dos resultados.

Sendo assim, foi desenvolvido um programa para micro-computadores, compatíveis com a linha IBM-PC, que possuam memória RAM mínima disponível de 640KB. O programa foi escrito em linguagem de programação Pascal, utilizando o método dos deslocamentos, para resolução da estrutura. É um programa simples, cujo objetivo principal é facilitar a obtenção dos esforços e deslocamentos das estruturas processadas neste trabalho, de maneira simples e rápida.

O programa desenvolvido é composto por três módulos, interligados a partir de arquivos comuns, conforme será descrito a seguir.

O módulo 1, denominado GERAR, é um gerador de dados. A partir de uma descrição sumária da estrutura a ser analisada, definida em um arquivo de dados do usuário, esse módulo se encarrega de transformar estas informações em dados passíveis de processamento pelos módulos subsequentes e os armazena em um arquivo.

O módulo 2, denominado RIGIDEZ, a partir dos dados gerados pelo módulo 1, se encarrega de montar a matriz de rigidez da estrutura.

O módulo 3, denominado GRELHA, é o módulo principal do programa, nele são calculados os esforços, os deslocamentos e as reações de apoio da estrutura, armazenando-os em arquivos de saída de resultados. Além disso neste módulo tem-se a opção de imprimir os arquivos de saída de resultados.

A seguir, serão descritos detalhadamente, os módulos em separado, para que o usuário entenda o funcionamento do programa.

3.2 - MÓDULO 1 - GERAR

Esse módulo, é uma rotina de geração de dados da malha da grelha equivalente à estrutura do pavimento. Inicialmente, para que esta rotina possa ser utilizada, o usuário deve descrever em um arquivo de nome qualquer, com a extensão '.DAD' o problema a ser analisado.

3.2.1 - DESCRIÇÃO DO ARQUIVO DE DADOS

O arquivo de dados contendo a descrição da estrutura do pavimento a ser analisada, deve ter a seguinte sequência:

1 - COORDENADAS EXTREMAS DA FORMA DO PAVIMENTO (XA, YA)

Para o sistema de coordenadas adotado, mostrado na figura 3.1, o usuário deve definir quais as coordenadas extremas da forma do pavimento, numerando-as a partir da origem, no sentido anti-horário. Deve-se escrever um par de coordenadas em cada linha do arquivo, com valor em metros.

Como o trabalho só trata de pavimentos de concreto armado com lajes retangulares, o gerador só se aplica para malhas retangulares.

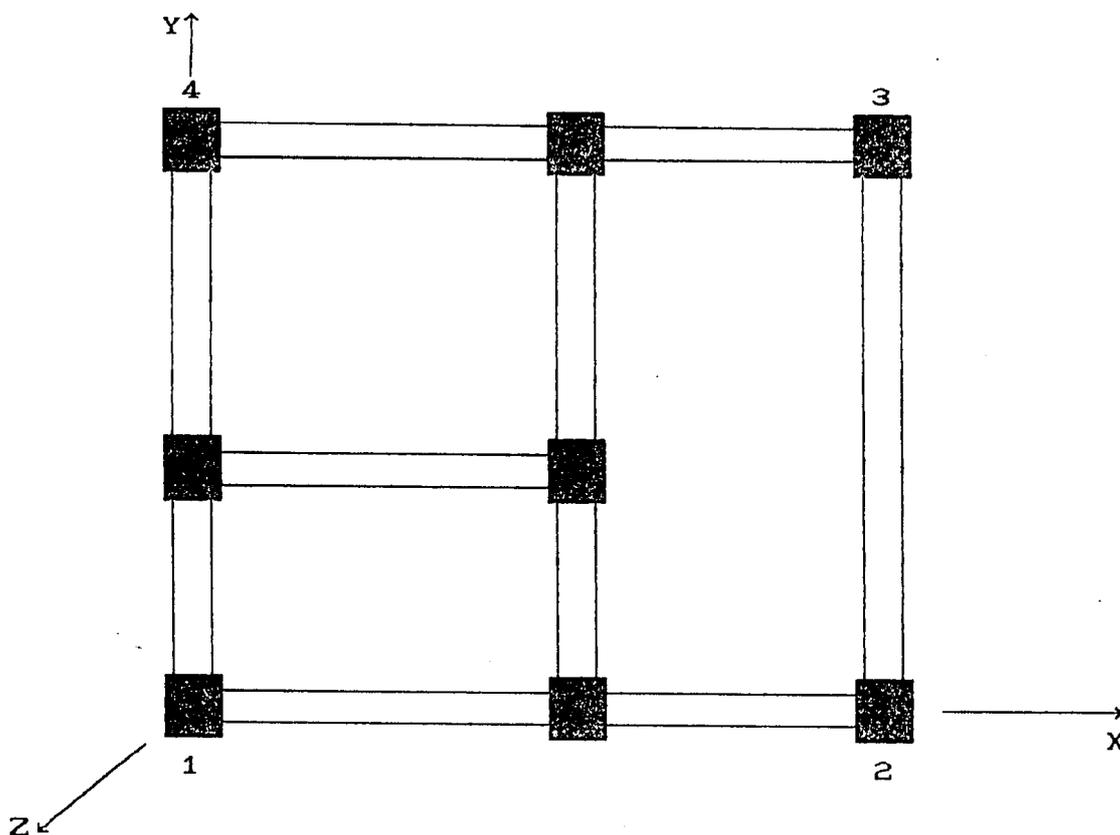


Figura 3.1 - Sistema de coordenadas adotado e numeração das coordenadas extremas do pavimento.

2 - NÚMERO DE DIVISÕES NA DIREÇÃO X (Div_x)

Deve-se fornecer em uma linha do arquivo o número de divisões que deverão ser feitas na direção X.

3 - NÚMERO DE DIVISÕES NA DIREÇÃO Y (Div_y)

De maneira análoga a direção X, deve-se fornecer o número de divisões na direção Y. Com isso, percebe-se que além de só gerar malhas retangulares, o gerador só fornece dados para malhas com espaçamento constante em cada direção, conforme mostra a figura 3.2.

O número máximo de divisões admitido na rotina é igual a 22. Além disso, o número de divisões escolhido deve ser tal que atenda a capacidade máxima de geração do programa para 280 nós e 520 barras.

$$N_{\text{nos}} = (\text{Div}_x + 1) \cdot (\text{Div}_y + 1)$$

$$N_{\text{barras}} = \text{Div}_x \cdot (\text{Div}_y + 1) + \text{Div}_y \cdot (\text{Div}_x + 1)$$

onde: N_{nos} - Número de nós gerados;

N_{barras} - Quantidade de barras geradas;

Div_x - Número de divisões na direção X;

Div_y - Número de divisões na direção Y.

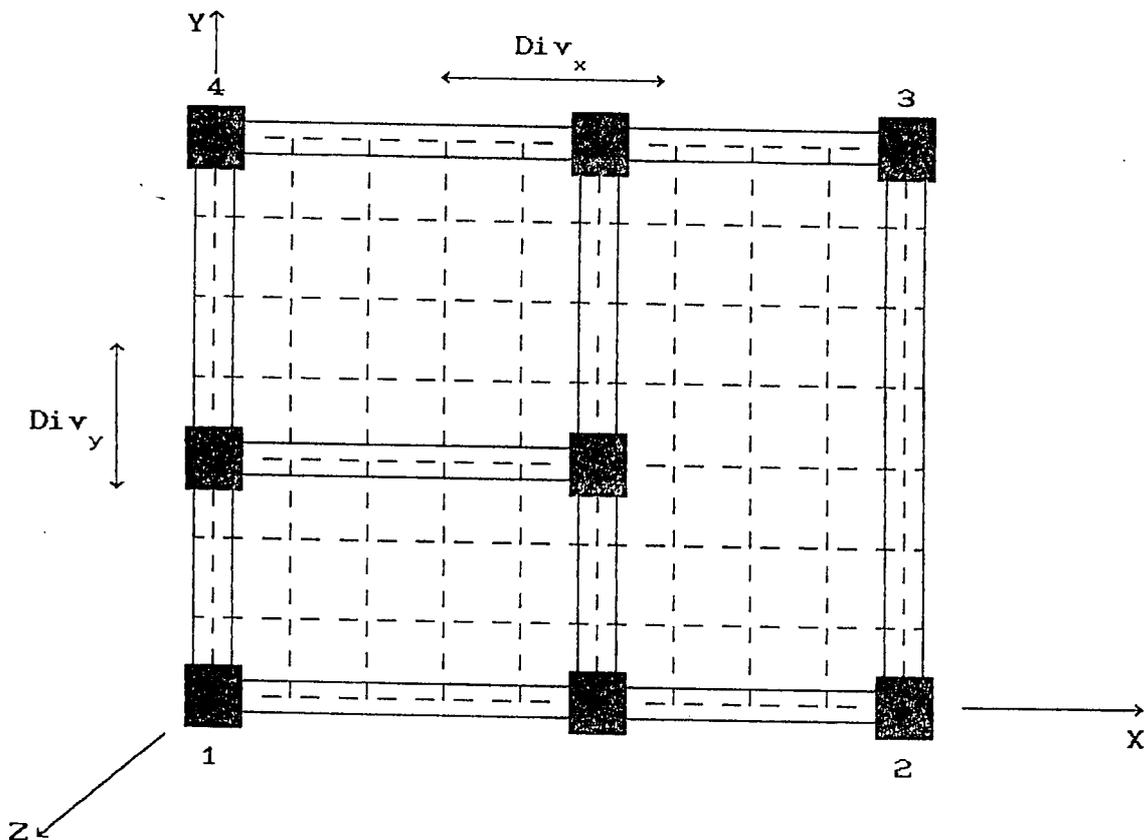


Figura 3.2 - Divisões da malha nas direções X e Y.

4 - ESPESSURA DAS LAJES (h_l)

Embora não seja incomum lajes com espessura variável nos pavimentos de concreto, a espessura constante foi adotada, tendo em vista o objetivo do trabalho. O valor deve ser fornecido em metros.

5 - MÓDULO DE DEFORMAÇÃO LONGITUDINAL DO CONCRETO (E_c)

O valor do Módulo de Deformação Longitudinal do concreto, deve ser fornecido em kN/m^2 .

6 - COEFICIENTE DE POISSON (ν)

Com o valor do Módulo de Deformação Longitudinal (E_c) do concreto e o valor do Coeficiente de Poisson, é calculado o valor do Módulo de Deformação Transversal (G) do concreto em kN/m^2 .

7 - PORCENTAGEM DE G (perc)

Este valor da porcentagem definirá quanto de G deve ser considerado no cálculo da rigidez à torção das barras.

8 - CARREGAMENTO DISTRIBUÍDO NAS LAJES (q)

Para a geração de dados, admite-se que todo o carregamento do pavimento, esteja distribuído nas lajes, com valor constante para todas elas. O valor fornecido deve estar em kN/m^2 .

9 - QUANTIDADE DE VIGAS DO PAVIMENTO (N_{vigas})

10 - CARACTERÍSTICAS DAS VIGAS

Depois de fornecida a quantidade de vigas do pavimento, deve-se fornecer em uma linha do arquivo para cada uma das vigas, as coordenadas dos nós inicial e final (XVA, YVA, XVB, YVB), a altura (h) e a largura (b_v), as condições de vinculação nas direções X, Y, Z ($CCONT[1], CCONT[2], CCONT[3]$), com zero para condição livre e um para condição restringida. Todas as medidas devem ser fornecidas em metros. Além disso, para que seja considerada a largura colaborante de laje na rigidez da viga, deve-se fornecer com que seção transversal a viga será calculada (v_{tip}), sendo um para seção L , dois para seção T e três para seção retangular sem largura colaborante.

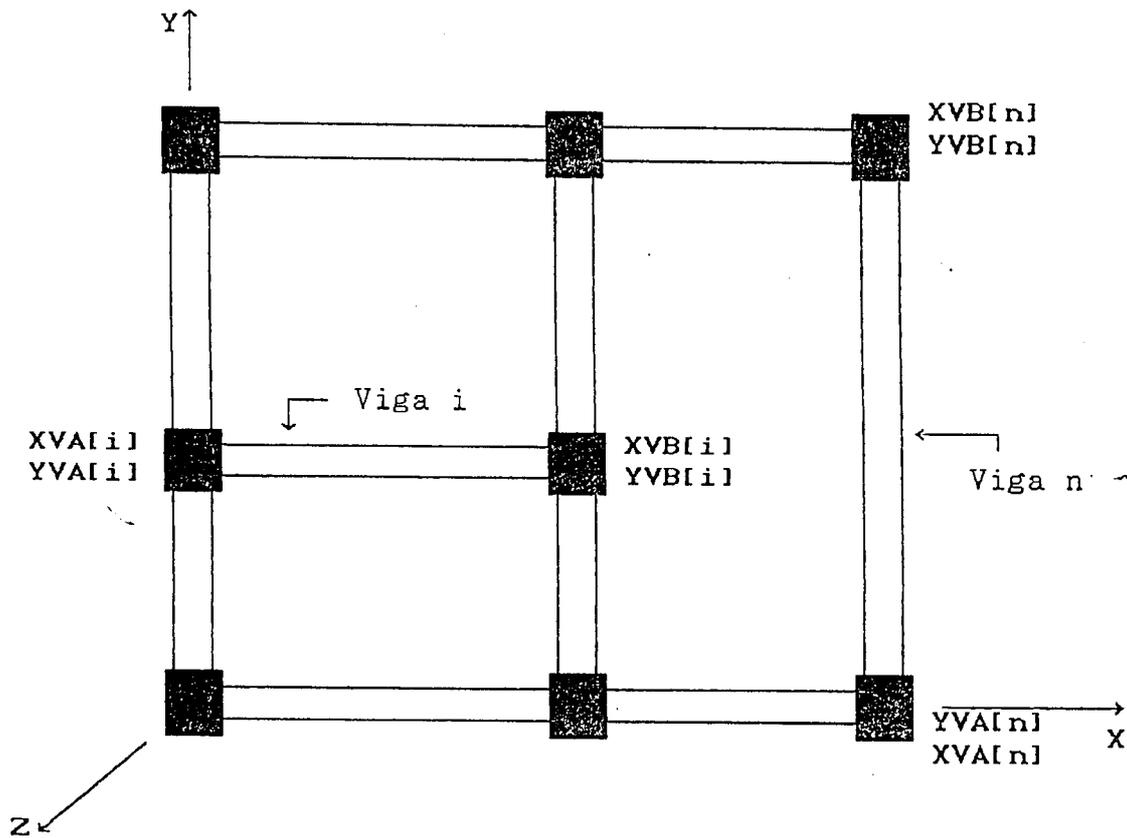


Figura 3.3 - Coordenadas dos nós das vigas.

11 - QUANTIDADE DE PILARES (N_{pilares})

12 - CARACTERÍSTICAS DOS PILARES

Além de considerar a largura colaborante de laje nas rigidezes das vigas, o gerador permite considerar a influência da rigidez dos pilares nas vigas do pavimento. Portanto, uma vez fornecida a quantidade de pilares, deve-se fornecer em uma linha do arquivo para cada pilar, as coordenadas do ponto onde eles estão localizados (Pos_x , Pos_y), as dimensões do pilar nas direções X e Y (b_x , b_y), o comprimento do pilar acima do pavimento (l_a), o comprimento do pilar abaixo do pavimento (l_b) e as condições de vinculação nas direções X e Y (COND $_X$, COND $_Y$), sendo zero quando não houver vinculação e um quando houver vinculação.

Todas as medidas devem ser fornecidas em metros e os pilares devem ser numerados da esquerda para a direita e de cima para baixo, como mostra a figura 3.4.

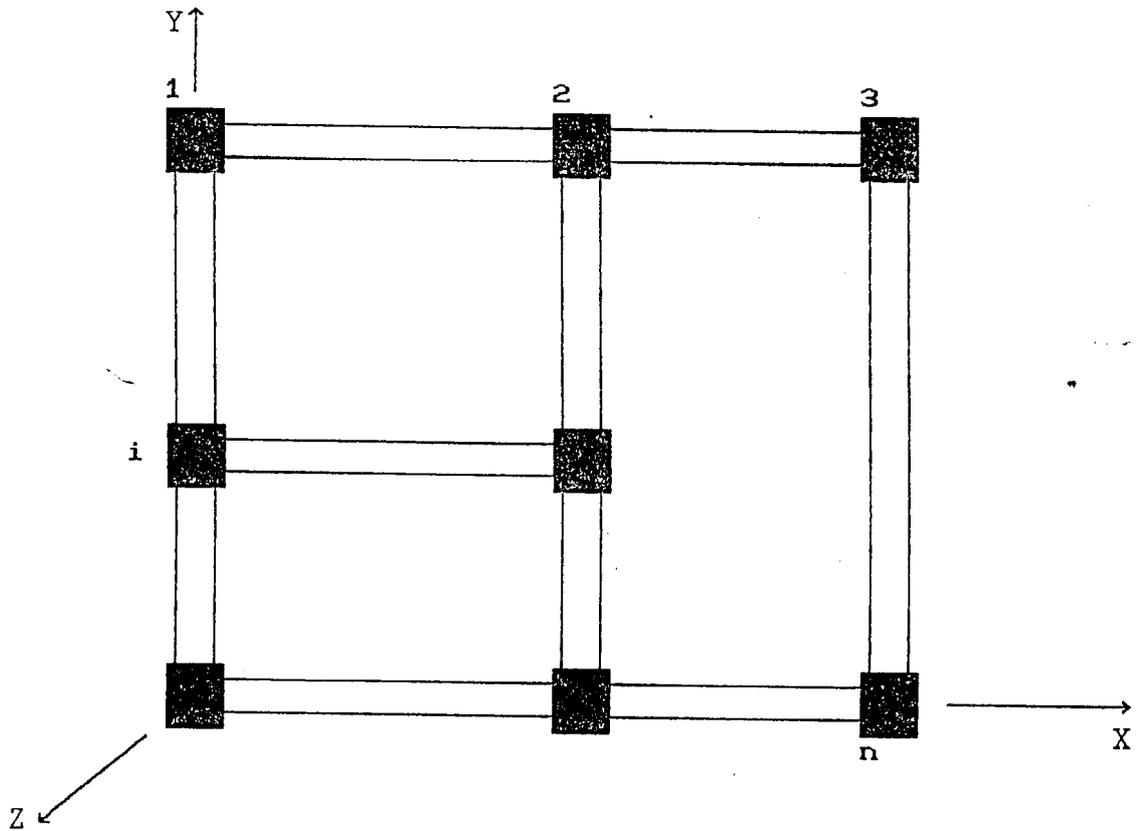


Figura 3.4 - Numeração dos nós dos pilares.

3.2.2 - DESCRIÇÃO FUNCIONAL

Quando o gerador entra em funcionamento, ele pede que seja fornecido o nome do arquivo de dados do usuário. Deve-se fornecer apenas o nome do arquivo, pois a extensão '.DAD' é implicitamente admitida pelo gerador.

NOME DO ARQUIVO DE DADOS PARA GERACAO : xxxxxxxx

Uma vez conhecido o nome do arquivo de dados, o gerador faz uma leitura da parte do arquivo necessária para geração dos nós, das barras e do carregamento aplicado nos nós.

De acordo com o número de divisões fornecido e com o sistema de coordenadas adotado, os nós são numerados da esquerda para a direita e de cima para baixo.

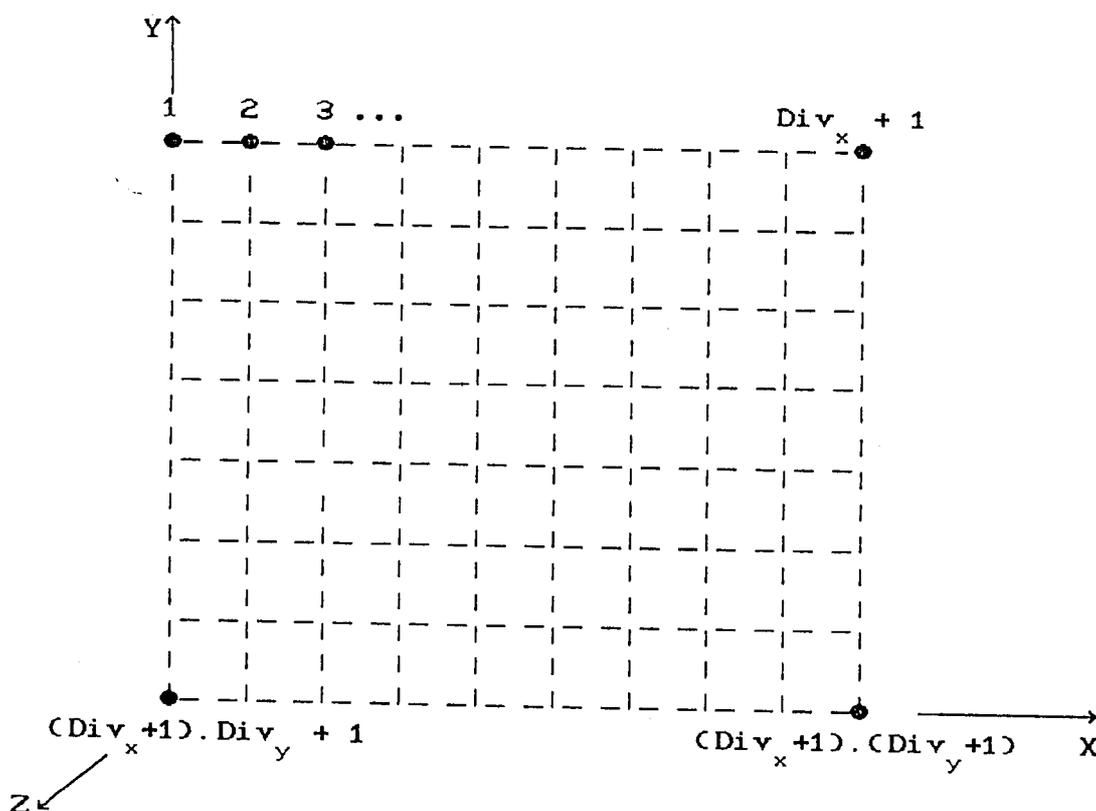


Figura 3.5 - Numeração dos nós

A numeração das barras é feita numerando-se inicialmente as barras horizontais, da esquerda para a direita e de cima para baixo, depois as barras verticais do mesmo modo.

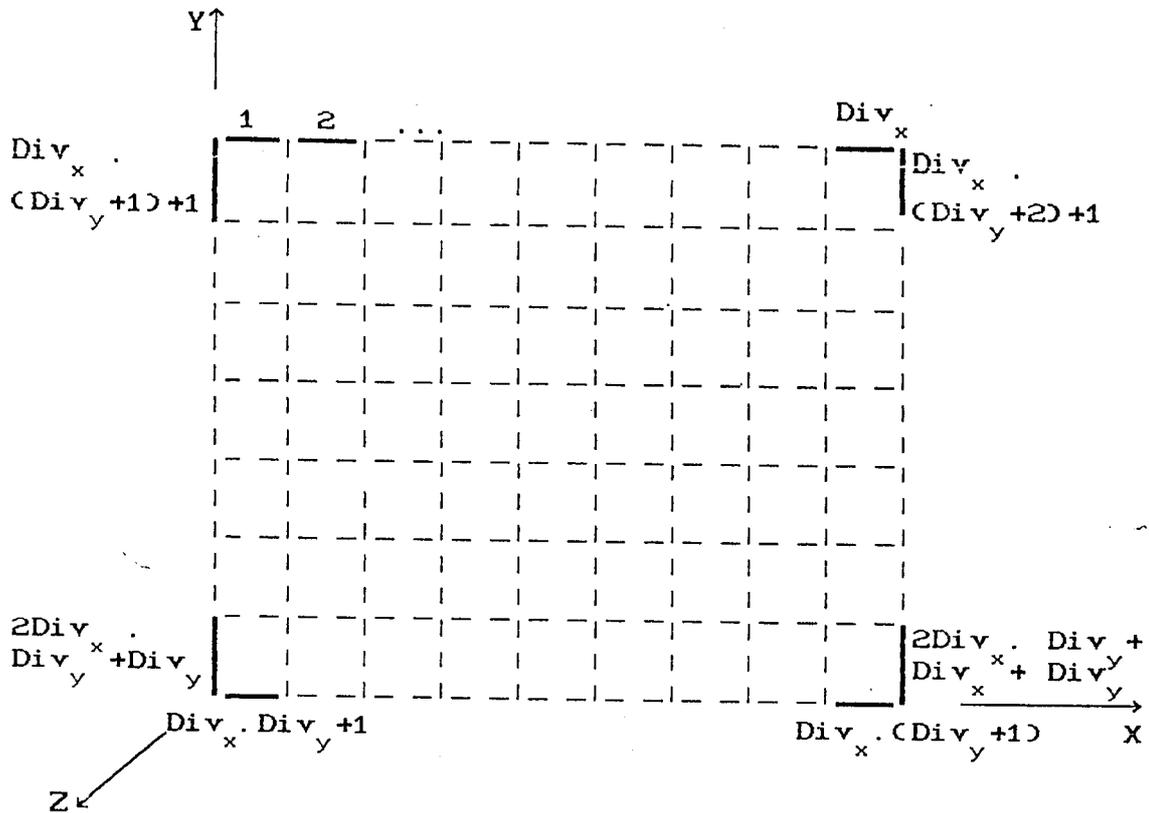


Figura 3.6 - Numeração das barras.

O carregamento distribuído nas lajes do pavimento, é transformado em carregamento aplicado nos nós, de acordo com a área de influência de cada nó.

Depois de gerar a malha da grelha, o gerador calcula a inércia das barras, do modo como foi mostrado no capítulo 2, considerando que cada uma das barras representa uma largura de laje e admite que todos os nós estão livres para se deslocarem. Feito isso, o gerador faz uma leitura no arquivo de dados, das características das vigas do pavimento e substitui a inércia das barras que representam as vigas, pela inércia calculada de acordo com as características lidas. Além disso, vincula os nós dessas barras, de acordo com as vinculações das vigas.

Depois disso, o gerador volta ao arquivo de dados, lê as características relativas aos pilares e

calcula a rigidez dos pilares nos nós que os representam. Nestes nós, o deslocamento vertical é considerado impedido.

O pavimento é substituído por uma grelha equivalente, conforme mostrado na Figura 3.7.

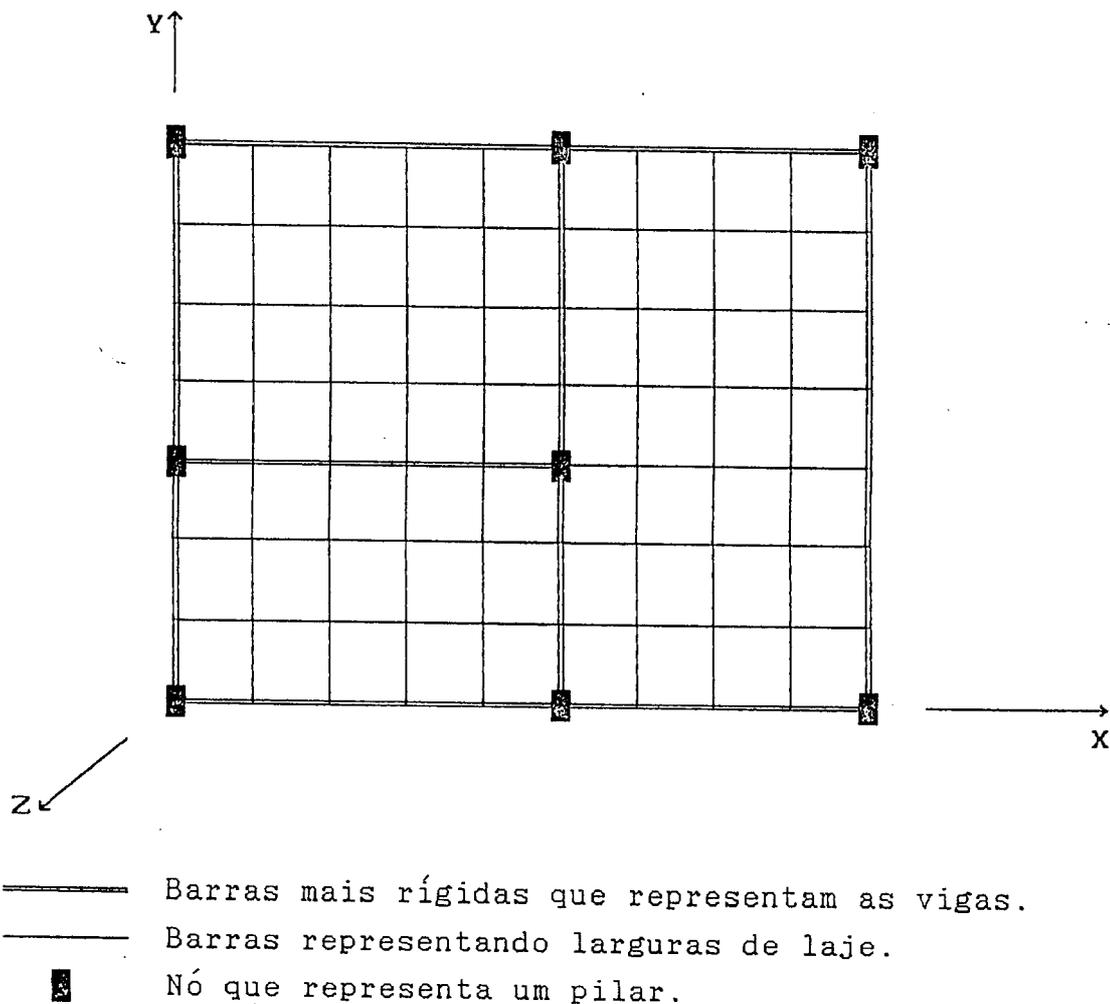


Figura 3.7 - Grelha equivalente ao pavimento.

Com a grelha equivalente, já estão definidas as coordenadas dos nós, as vinculações, o carregamento aplicado, a incidência e a inércia das barras e a influência da rigidez dos pilares, entretanto não está sendo levada em conta a largura colaborante das vigas. Isto é feito, de acordo com a opção fornecida no arquivo de

dados. Se no arquivo de dados optou-se por considerar a largura colaborante, tem-se então a seguinte representação para a grelha equivalente:

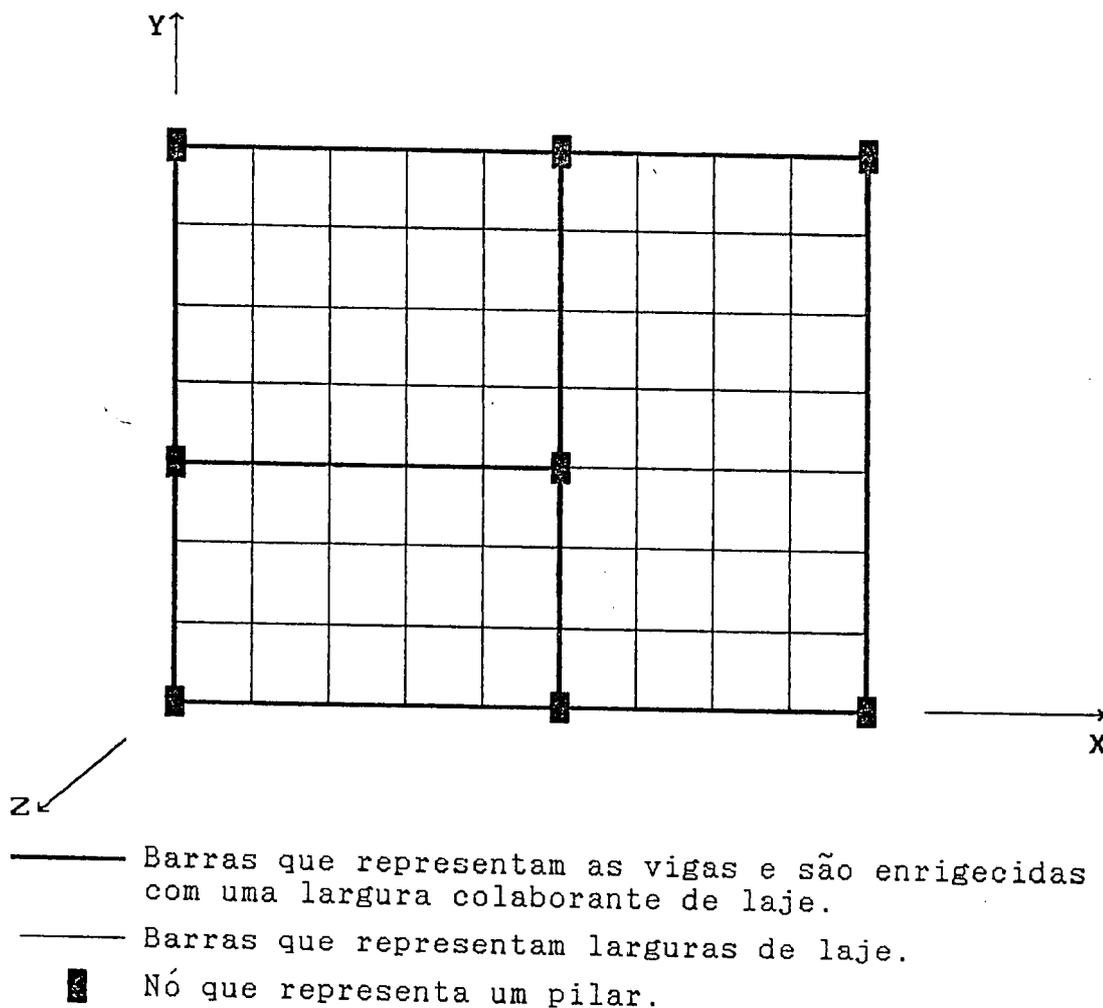


Figura 3.8 - Representação final da grelha equivalente.

Depois de determinadas todas as características da grelha equivalente, elas são armazenadas em um arquivo com o mesmo nome do arquivo de dados do usuário, porém com a extensão `.GER`. Esse arquivo será lido pelo módulo 2, para que possa ser montada a matriz de rigidez da estrutura.

Apesar do gerador de malha ser um gerador

simples, que não atende a todos os tipos de estruturas de pavimentos, a armazenagem dos resultados processados por ele em um arquivo, permite que se façam modificações dos dados gerados. Além disso, do modo como foi estruturado o programa, com interligação entre módulos através de arquivos comuns, os dados da grelha podem ser gerados por outro gerador, ou mesmo digitados pelo usuário e armazenados em um arquivo com a extensão `.GER`.

3.3 - MÓDULO 2 - RIGIDEZ

Este módulo, a partir dos dados gerados pelo módulo 1, se encarrega de montar a matriz de rigidez da estrutura, considerando a influência das rigidezes dos pilares nos nós de apoio correspondentes.

3.3.1 - DESCRIÇÃO DO ARQUIVO DE DADOS

Como já foi dito, este arquivo deve ter a extensão `.GER`. Quando este módulo entra em funcionamento, ele pede que seja fornecido apenas o nome do arquivo de dados da grelha:

NOME DO ARQUIVO DE DADOS : xxxxxxxxx

O arquivo fornecido pode ter sido processado por qualquer gerador, ou mesmo digitado pelo usuário, desde que contenha os parâmetros listados a seguir, com as mesmas unidades de medida adotadas na descrição do módulo 1.

- 1 - MÓDULO DE DEFORMAÇÃO LONGITUDINAL DO CONCRETO
- 2 - COEFICIENTE DE POISSON
- 3 - PORCENTAGEM DE G

4 - LARGURA DE BANDA

A largura de banda é necessária para dimensionar a quantidade de memória utilizada para o armazenamento da matriz de rigidez da estrutura. A largura de banda é calculada com a seguinte expressão:

$$lb = (Div_x + 2).3$$

onde: lb - largura de banda;

Div_x - número de divisões na direção X.

O valor máximo da largura de banda, está vinculado ao número máximo de divisões e é igual a 72.

5 - QUANTIDADE DE NÓS DA GRELHA

6 - QUANTIDADE DE BARRAS DA GRELHA

7 - CARACTERÍSTICAS DOS NÓS

Deve-se fornecer para cada nó, o valor das coordenadas, o carregamento aplicado e as vinculações nas direções X, Y e Z. O sistema de coordenadas deve ser o mesmo adotado no módulo 1.

8 - CARACTERÍSTICAS DAS BARRAS

Para cada uma das barras deve-se fornecer o número dos nós inicial e final, o momento de inércia à flexão e o momento de inércia à torção, em m⁴. Os momentos de inércia devem ser calculados conforme o capítulo 2.

9 - QUANTIDADE DE PILARES

10 - INFLUÊNCIA DA RIGIDEZ DOS PILARES

Para cada um dos pilares, deve-se fornecer o número do nó que o representa e as rigidezes nas direções X e Y, calculadas de acordo com o capítulo 2.

11 - QUANTIDADE DE VIGAS DO PAVIMENTO

12 - BARRAS REPRESENTATIVAS DAS VIGAS

Para cada viga do pavimento, deve-se fornecer a quantidade de barras que a representa e o número de cada barra.

Depois de ler os dados referentes às características da grelha equivalente, o módulo 2 inicia a montagem da matriz de rigidez da estrutura.

3.3.2 - MATRIZ DE RIGIDEZ DA ESTRUTURA

Para montar a matriz de rigidez da estrutura, foram adotados dois sistemas de coordenadas. Um sistema de coordenadas global, que localiza o elemento de barra dentro da estrutura e um sistema de coordenadas local que referencia os deslocamentos do elemento.

No sistema global de referência, definem-se os eixos X , Y , Z , como mostra a figura 3.9, deixando a estrutura no primeiro quadrante do plano XY , para facilitar a interpretação dos dados. A cada nó da estrutura, associam-se as coordenadas referentes aos deslocamentos possíveis de ocorrer (para a grelha tem-se 3 coordenadas por nó). Tais coordenadas são escolhidas segundo o sentido positivo dos eixos do sistema global de referência.

Os eixos no sistema local de referência são definidos como mostra a figura 3.10, com x na direção do eixo da barra (do nó inicial para o nó final), y no plano da estrutura e sendo perpendicular ao eixo da barra (passando pelo nó inicial e com sentido anti-horário com x) e z perpendicular ao plano definido por xy (com sentido orientado para cima).

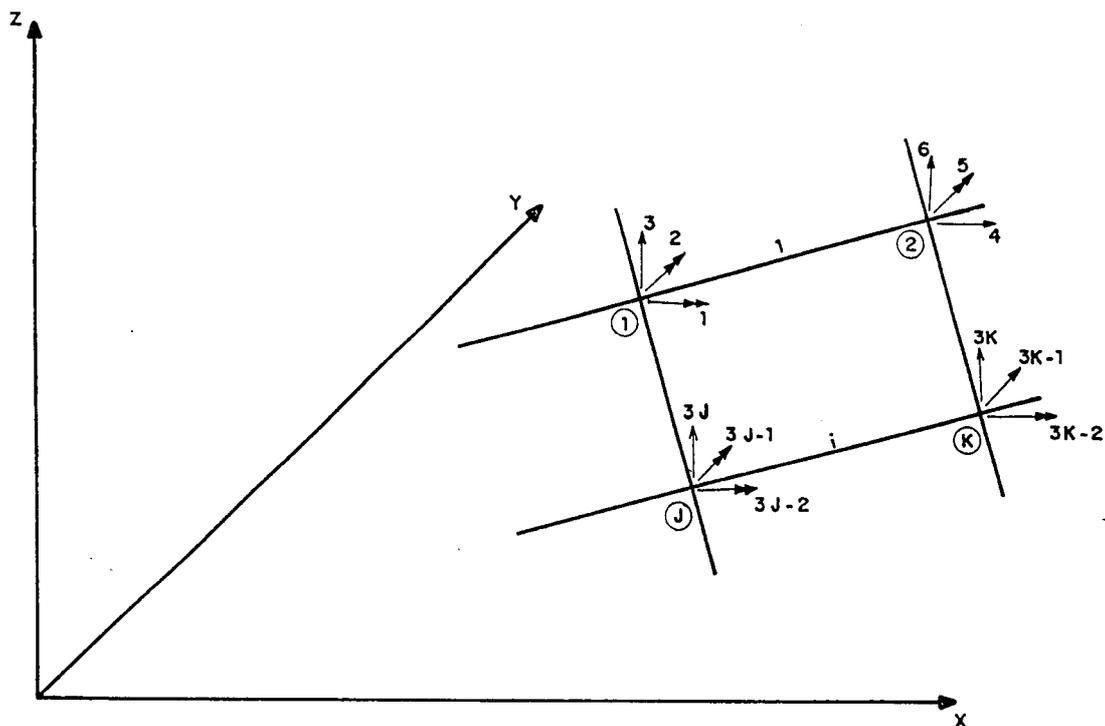


Figura 3.9 - Sistema de eixos para referência global.

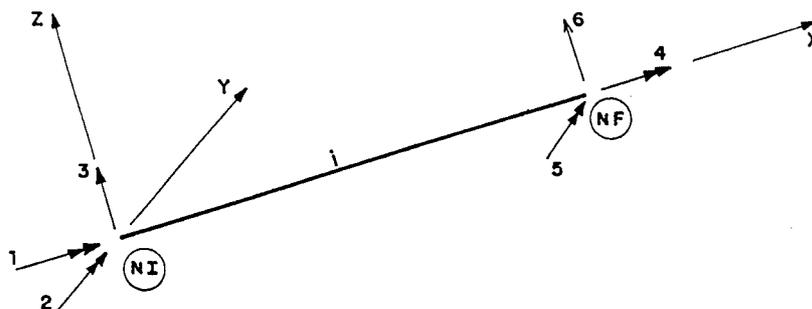


Figura 3.10 - Sistema de eixos para referência local.

De acordo com o sistema local de referência, monta-se a matriz de rigidez da estrutura, através das diversas matrizes de rigidez dos elementos de barra. Define-se a matriz de rigidez de um elemento de barra da grelha, como mostrado a seguir:

$$[RE] = \begin{bmatrix} -\frac{GC}{L} & 0 & 0 & -\frac{GC}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4EI}{L^2} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{2EI}{L} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & -\frac{12EI}{L^3} \\ -\frac{GC}{L} & 0 & 0 & \frac{GC}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{4EI}{L} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & -\frac{12EI}{L^3} & 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} \end{bmatrix}$$

onde: G - Módulo de Deformação Transversal do concreto;
 E - Módulo de Deformação Longitudinal do concreto;
 C - Momento de inércia à torção do elemento de barra;
 I - Momento de inércia à flexão do elemento de barra;
 L - Comprimento do elemento de barra.

Depois de montar a matriz de rigidez da estrutura, são introduzidas as rigidezes dos pilares nos nós correspondentes. Em seguida, passa-se para o cálculo dos esforços e deslocamentos da estrutura, utilizando o módulo 3.

3.4 - MÓDULO 3 - GRELHA

O módulo 3 é a parte principal do programa. Através dele são gerenciados todos os outros módulos. Neste módulo são calculados os esforços e deslocamentos da estrutura e são armazenados em arquivos de saída que permitem ao usuário identificar os esforços e deslocamentos no pavimento.

3.4.1 - DESCRIÇÃO FUNCIONAL

O módulo 3 inicia seu processamento com um menu de abertura, que permite ao usuário especificar que ponto do programa deve ser acionado.

PROGRAMA PARA O CALCULO AUTOMATICO DE PAVIMENTOS DE
EDIFICIOS DE CONCRETO ARMADO UTILIZANDO O METODO DA
ANALOGIA DE GRELHA
(C)Copyright by Aline da S. Ramos Barboza
MENU PRINCIPAL

- 1 - Geracao de Dados
- 2 - Resolucao da Estrutura
- 3 - Saida Geral da Estrutura em Arquivo
- 4 - Momentos Fletores nas Lajes e Vigas
- 5 - Impressao dos Resultados
- 6 - Fim do programa

Figura 3.11 - Reprodução da tela de abertura do programa.

As opções 1, 5 e 6 são executadas independentemente do resto do programa. As opções 2 e 3 são opções que funcionam interligadas, assim como as opções 2 e 4. Para acionar a opção 3, é necessário que a opção 2 tenha sido acionada anteriormente, do mesmo modo, para acionar a opção 4, é necessário ter acionado a opção 2 antes.

A opção 1, permite que seja acionado o módulo 1 de geração de dados.

A opção 2, aciona o módulo 2 de montagem da

matriz de rigidez da estrutura e passa para o módulo 3 para calcular os esforços e deslocamentos da estrutura.

Uma vez resolvida a estrutura, o usuário pode optar pela saída dos resultados e dos dados de entrada, em arquivos, através da opção 3. Inicialmente são armazenados em um arquivo com a extensão *'SAI'*, os dados de entrada que foram lidos quando acionou-se o módulo 2. Este arquivo, possui o mesmo nome do arquivo usado para montagem da matriz de rigidez. Com este arquivo, o usuário é capaz de conferir os dados utilizados pelo módulo 2, de uma maneira apresentável.

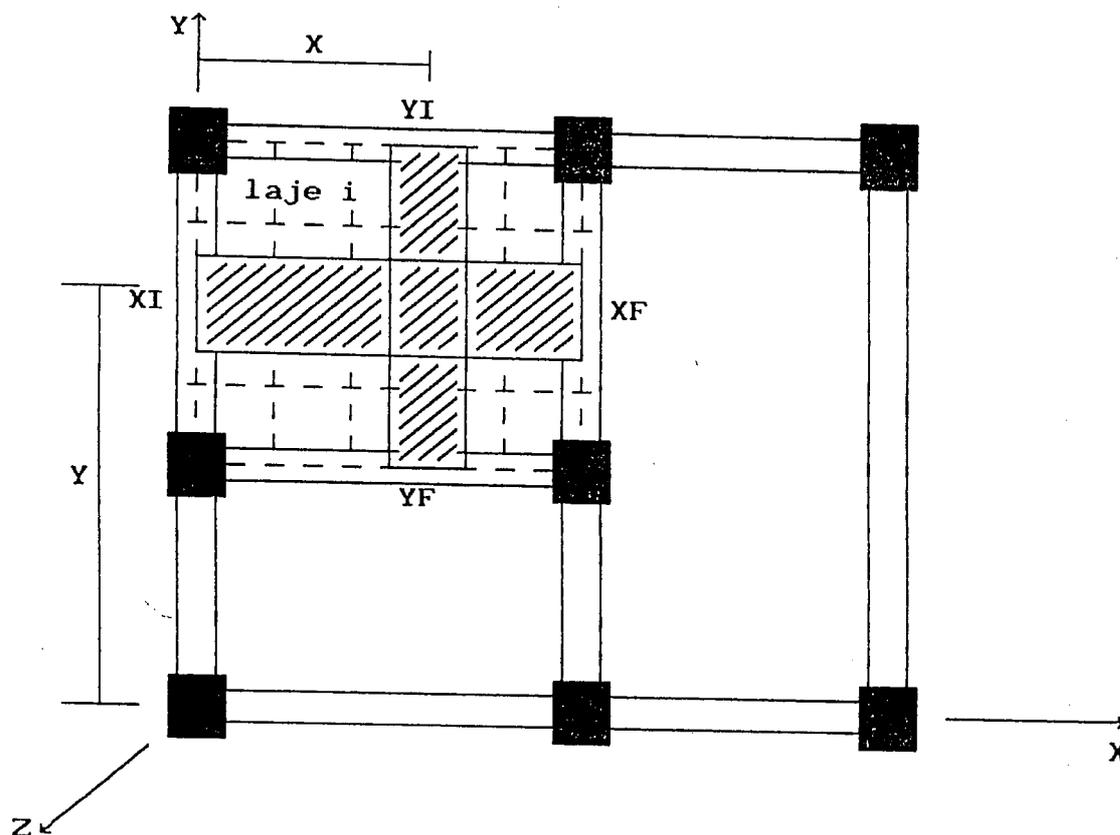
O outro arquivo produzido pela opção 3, é um arquivo que contém os esforços de extremidade de todas as barras da grelha equivalente, os deslocamentos de todos os nós e as reações de apoio. De posse de tal arquivo o usuário é capaz de determinar os esforços e deslocamentos em qualquer ponto da grelha equivalente e conseqüentemente em qualquer ponto do pavimento analisado.

Este arquivo, possui o mesmo nome do arquivo de saída dos dados, porém com a extensão *'RES'*.

A opção 4, permite ao usuário, obter os momentos fletores e esforços cortantes, nas barras que representam as vigas e nas barras que representam faixas de laje pré-determinadas pelo usuário.

Ao acionar esta opção, o programa passa para uma outra tela onde deve ser fornecida a quantidade de lajes na qual o usuário deseja determinar faixas.

Para cada laje, o programa pede que seja fornecida a posição das faixas de laje onde se deseja obter os momentos fletores e esforços cortantes. O programa permite ao usuário definir uma faixa na direção *X* e outra na direção *Y*, para cada laje. Os dados devem ser introduzidos de acordo com a figura 3.12, mostrada a seguir:



POSICAO DA FAIXA DE LAJE NA DIRECAO X

Laje	Posicao Y	X Inicial	X Final
i	Y	XI	XF

POSICAO DA FAIXA DE LAJE NA DIRECAO Y

Laje	Posicao X	Y Inicial	Y Final
i	X	YI	YF

Figura 3.12 - Definição das faixas de laje no programa.

O sistema de coordenadas para a definição das faixas de laje, é o mesmo adotado anteriormente para geração dos dados. Seguindo a numeração dos nós, o valor determinado para a coordenada YI , deve ser sempre maior que o valor determinado para YF , assim como o valor de XF deve ser sempre maior que valor de XI .

Depois de processados os dados referentes às

faixas de laje, o programa fornece em um arquivo, com o mesmo nome do arquivo usado para montagem da matriz de rigidez, os momentos fletores, esforços cortantes e deslocamentos nos nós das barras que representam as vigas e as faixas de laje pré-determinadas. Para diferenciar dos outros arquivos de saída de resultados, este arquivo possui a extensão '.L_V'.

Nota-se que é fácil a identificação dos arquivos referentes ao processamento de uma determinada estrutura de pavimento, pois todos eles possuem o mesmo nome, mudando apenas a extensão de acordo com o conteúdo de cada um.

A opção 5, é a que permite a impressão dos arquivos. Ao acionar esta opção, o programa pergunta ao usuário o nome do arquivo a ser impresso. De modo prático, o programa permite que seja impresso um arquivo com qualquer nome e com qualquer extensão, definidos pelo usuário.

NOME DO ARQUIVO PARA IMPRIMIR : xxxxxxxx.xxx

Com isso, o usuário tem a opção de imprimir tanto o arquivo de saída geral dos esforços de extremidade, quanto o arquivo de saída dos esforços correspondentes às posições das vigas e das faixas de laje.

Cada vez que o usuário opta por um número de 1 a 5 no menu principal, o programa aciona as partes correspondentes aquela opção e retorna ao menu principal para que o usuário determine qual será o próximo passo. Este tipo de procedimento faz com que o usuário execute as diversas opções do programa quantas vezes desejar. Uma vez que não se deseje fazer nenhuma operação, a opção 6 faz com que seja interrompido o funcionamento do programa.

Depois de mostrado detalhadamente o programa elaborado, nota-se que se trata de um programa de fácil acesso pelo usuário. Por ser um programa que trabalha com um número pequeno de nós e barras e não atender a geração

de malhas mais complexas, sua utilização prática fica prejudicada. Entretanto, o modo como foi estruturado o programa, permite que futuramente possam ser introduzidas modificações, visando sua utilização prática para o cálculo de estruturas de pavimentos mais complexas.

Nos capítulos seguintes, serão processados alguns exemplos utilizando o programa, que servirão para avaliar a precisão do método da analogia de grelha e comparar os resultados obtidos no programa com os resultados obtidos pelo procedimento usual de cálculo de pavimentos.

CAPÍTULO 4 - EXPERIMENTAÇÃO NUMÉRICA PARA LAJES ISOLADAS E LAJES ASSOCIADAS COM VIGAS

4.1 - INTRODUÇÃO

Utilizando o programa descrito no capítulo 3, serão processados alguns exemplos de lajes isoladas e lajes associadas com vigas, que servirão não só para comparar o procedimento usual de cálculo de pavimentos com o procedimento não usual, mas também avaliar a precisão da técnica da analogia de grelha, comparando os resultados obtidos pelo programa com resultados obtidos usando o método dos elementos finitos.

Para obter os resultados pelo procedimento usual de cálculo de pavimentos serão utilizadas as tabelas de BARES^[02] para cálculo de placas e para a distribuição das reações de apoio das lajes nas vigas serão empregadas as indicadas na NBR-6118^[01].

Os resultados apresentados para o método dos elementos finitos utilizados nas comparações foram retirados de MAZZILLI^[13].

4.2 - AVALIAÇÃO DO NÚMERO DE DIVISÕES E DA INFLUÊNCIA DA RIGIDEZ À TORÇÃO DA VIGA

Inicialmente, serão processadas algumas lajes isoladas para avaliar o espaçamento da malha da grelha. Torna-se necessário fazer esta avaliação para testar o número de divisões adequado para a malha da grelha

equivalente e também ajustar alguns parâmetros que serão adotados nos exemplos processados nos outros itens.

É evidente que quanto maior o número de divisões, mais o modelo discretizado se aproxima do modelo contínuo. Porém, como já foi mencionado no capítulo 2, a partir de um determinado número de divisões, por mais que se refine a malha, pouco se ganha quanto à precisão dos respectivos resultados.

Nos exemplos processados, pretende-se avaliar a influência da rigidez à torção das vigas perimetrais de acordo com a relação de vãos. Como já foi dito no capítulo 2, a influência da rigidez à torção será avaliada, considerando-se G igual a $0.15E_c$, ou seja, 36% do G calculado inicialmente.

Para avaliar a influência da rigidez à torção das vigas perimetrais nos momentos fletores no meio das lajes tomou-se como referência as tabelas de BARES^[02], usando os parâmetros elásticos do concreto, estabelecidos no capítulo 2.

$$E_c = 30 \times 10^6 \text{ kN/m}^2$$

$$\nu = 0.20$$

$$G = \frac{E_c}{2(1 + \nu)} = 12.5 \times 10^6 \text{ kN/m}^2$$

Deve-se ressaltar que não se trata de uma comparação de resultados pois o modelo estrutural adotado no cálculo das tabelas difere do adotado no programa. Nas tabelas não é considerada a torção da viga.

As lajes processadas para aferição, estarão apoiadas em seus quatro lados sobre vigas com rotação livre e deslocamento vertical impedido, terão espessura de 10cm e estarão sujeitas a um carregamento uniformemente distribuído de 10kN/m^2 . As vigas estarão apoiadas sobre pilares e terão as dimensões apresentadas na tabela 4.1.

Tabela 4.1 - DIMENSÕES DAS VIGAS

	V1	V2	V3	V4
b_v (m)	0.12	0.12	0.12	0.12
h (m)	0.50	0.50	0.50	0.50

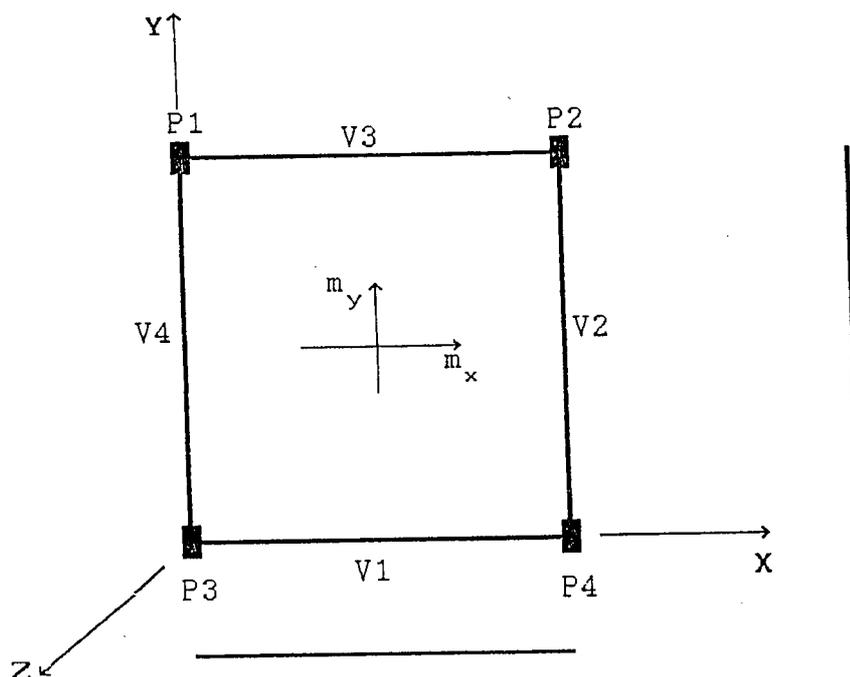


Figura 4.1 - Modelo estrutural para o cálculo das lajes.

Para testar o número adequado de divisões para a malha da grelha equivalente, de acordo com a relação de vãos, cada laje foi processada com uma sequência das seguintes malhas:

- MALHA 1: $Div_x = Div_y = 4$;
- MALHA 2: $Div_x = Div_y = 6$;
- MALHA 3: $Div_x = Div_y = 10$;
- MALHA 4: $Div_x = Div_y = 14$;
- MALHA 5: $Div_x = 16$; $Div_y = 10$;
- MALHA 6: $Div_x = 18$; $Div_y = 10$;
- MALHA 7: $Div_x = 20$; $Div_y = 10$.

Para cada malha foram obtidos os momentos fletores máximos na laje e o deslocamento vertical no centro da laje. Deve-se ressaltar que para se obter o momento fletor em qualquer parte da laje, deve-se tomar o momento fletor na barra da grelha equivalente, que representa aquela parte da laje e dividi-lo pela largura de laje correspondente.

Os resultados obtidos para os exemplos processados foram os seguintes:

EXEMPLO 1: Inicialmente será processada uma laje com relação de vãos igual a 1, sendo $l_x = 5.0m$ e $l_y = 5.0m$.

Tabela 4.2 - MOMENTOS FLETORES MÁXIMOS E DESLOCAMENTO VERTICAL NO CENTRO DA LAJE 1

	m_x (kN.m/m)	m_y (kN.m/m)	a (cm)
MALHA 1	9.43	9.43	0.86
MALHA 2	8.69	8.69	0.84
MALHA 3	8.22	8.22	0.81
MALHA 4	8.06	8.06	0.80

EXEMPLO 2: O segundo exemplo se refere a uma laje com relação de vãos igual a 1.2, com $l_x = 6.0m$ e $l_y = 5.0m$.

Tabela 4.3 - MOMENTOS FLETORES MÁXIMOS E DESLOCAMENTO VERTICAL NO CENTRO DA LAJE 2

	m_x (kN.m/m)	m_y (kN.m/m)	a (cm)
MALHA 1	9.19	13.32	1.23
MALHA 2	8.41	12.38	1.19
MALHA 3	7.94	11.77	1.16
MALHA 4	7.78	11.55	1.15

EXEMPLO 3: Trata-se de uma laje retangular com relação de vãos igual a 1.5, onde $l_x = 7.5$ e $l_y = 5.0m$.

Tabela 4.4 - MOMENTOS FLETORES MÁXIMOS E DESLOCAMENTO VERTICAL NO CENTRO DA LAJE 3

	m_x (kN.m/m)	m_y (kN.m/m)	a (cm)
MALHA 1	7.87	18.40	1.73
MALHA 2	7.19	17.35	1.69
MALHA 3	6.76	16.61	1.66
MALHA 4	6.63	16.35	1.64

EXEMPLO 4: Neste exemplo tem-se uma relação de vãos igual a 2, com $l_x = 10.0$ e $l_y = 5.0m$. Em tabelas usuais para cálculo de lajes, esta relação de vãos representa o limite para que se tenha lajes armadas nas duas direções.

Tabela 4.5 - MOMENTOS FLETORES MÁXIMOS E DESLOCAMENTO VERTICAL NO CENTRO DA LAJE 4

	m_x (kN.m/m)	m_y (kN.m/m)	a (cm)
MALHA 3	4.48	22.62	2.28
MALHA 5	4.40	22.50	2.27
MALHA 6	4.38	22.46	2.27
MALHA 7	4.38	22.44	2.27

EXEMPLO 5: Neste exemplo adotou-se uma relação de vãos igual a 3, com $l_x = 15.0m$ e $l_y = 5.0m$, ultrapassando o limite para lajes armadas nas duas direções nas tabelas usuais.

Tabela 4.6 - MOMENTOS FLETORES MÁXIMOS E DESLOCAMENTO VERTICAL NO CENTRO DA LAJE 5

	m_x (kN.m/m)	m_y (kN.m/m)	a (cm)
MALHA 3	1.62	28.40	2.91
MALHA 5	1.58	28.33	2.90
MALHA 6	1.58	28.30	2.90
MALHA 7	1.58	28.30	2.90

EXEMPLO 6: Como uma última observação, processou-se uma laje com relação de vãos igual a 4, sendo $l_x=20.0$ e $l_y= 5.0m$.

Tabela 4.7 - MOMENTOS FLETORES MÁXIMOS E DESLOCAMENTO VERTICAL NO CENTRO DA LAJE 6

	m_x (kN.m/m)	m_y (kN.m/m)	a (cm)
MALHA 3	0.56	30.30	3.12
MALHA 5	0.54	30.28	3.12
MALHA 6	0.54	30.28	3.12
MALHA 7	0.54	30.27	3.12

O objetivo de se processar os exemplos 5 e 6 é avaliar o comportamento da grelha equivalente, quando a relação dos vãos ultrapassasse os limites das tabelas.

Analisando-se as lajes processadas, vê-se que há uma convergência nos resultados, à medida que se refina a malha da grelha equivalente. Entretanto, mesmo ao passar da segunda para a terceira malha, em todos os exemplos, nota-se pouca diferença entre os resultados. Pode-se dizer então, que uma malha da grelha equivalente com espaçamento igual a um metro entre as barras, já conduz

a resultados satisfatórios para os casos em questão. Então, para se chegar a um melhor resultado através do método da analogia de grelha usado no programa, as lajes processadas nos próximos itens deste capítulo, serão discretizadas usando uma malha com espaçamento de cinquenta centímetros entre as barras.

Retirando-se de cada exemplo o resultado obtido para a malha mais refinada e avaliando-o em relação ao valor obtido através das tabelas de BARES^[02] tem-se:

Tabela 4.8 - MOMENTO FLETOR m_x (kN.m/m)

	PROGRAMA	BARES	DIFERENÇA EM %
EXEMPLO 1	8.06	11.04	37.0
EXEMPLO 2	7.78	11.22	44.2
EXEMPLO 3	6.63	10.62	60.2
EXEMPLO 4	4.38	9.11	108.0
EXEMPLO 5	1.58	---	---
EXEMPLO 6	0.54	---	---

Tabela 4.9 - MOMENTO FLETOR m_y (kN.m/m)

	PROGRAMA	BARES	DIFERENÇA EM %
EXEMPLO 1	8.06	11.04	37.0
EXEMPLO 2	11.55	14.80	28.1
EXEMPLO 3	16.35	19.64	20.1
EXEMPLO 4	22.44	24.93	11.1
EXEMPLO 5	28.30	---	---
EXEMPLO 6	30.27	---	---

Tabela 4.10 - DESLOCAMENTO VERTICAL a (cm) NO CENTRO DA LAJE

	PROGRAMA	BARES	DIFERENÇA EM %
EXEMPLO 1	0.80	0.90	21.2
EXEMPLO 2	1.15	1.36	18.3
EXEMPLO 3	1.64	1.86	13.4
EXEMPLO 4	2.27	2.45	7.9
EXEMPLO 5	2.90	---	---
EXEMPLO 6	3.12	---	---

A diferença entre os resultados do programa e os resultados das tabelas de BARES⁽⁰²⁾ mostra que a interação das lajes com as vigas é bastante significativa. A influência do momento torsor da viga diminuiu o momento fletor no meio das lajes.

A medida que a relação de vãos l_x e l_y aumenta, a diferença no valor de m_x diminui e a diferença no valor de m_y aumenta, sendo mínima e máxima respectivamente, na relação de vãos igual a 2. Isto deve-se ao fato de que, com o aumento da relação de vãos, o momento fletor na direção do menor vão, no caso m_y , começa a ser insignificante quando comparado com o da outra direção, chegando ao ponto em que a partir de uma relação de vãos maior que 2, a laje deve ser armada apenas em uma direção como se fosse uma viga.

No que se refere ao deslocamento vertical no meio da laje, à medida que a relação de vãos aumenta, a diferença entre os resultados diminui. Isto ocorre devido a diminuição da influência de m_y .

Para ilustrar melhor a comparação entre os resultados obtidos no programa e os obtidos nas tabelas de BARES^[02], foram traçados gráficos que mostram a variação dos momentos fletores e do deslocamento vertical no centro da laje em função da relação entre vãos. Também foram plotados os valores dos momentos fletores e do deslocamento vertical, com a rigidez à torção reduzida.

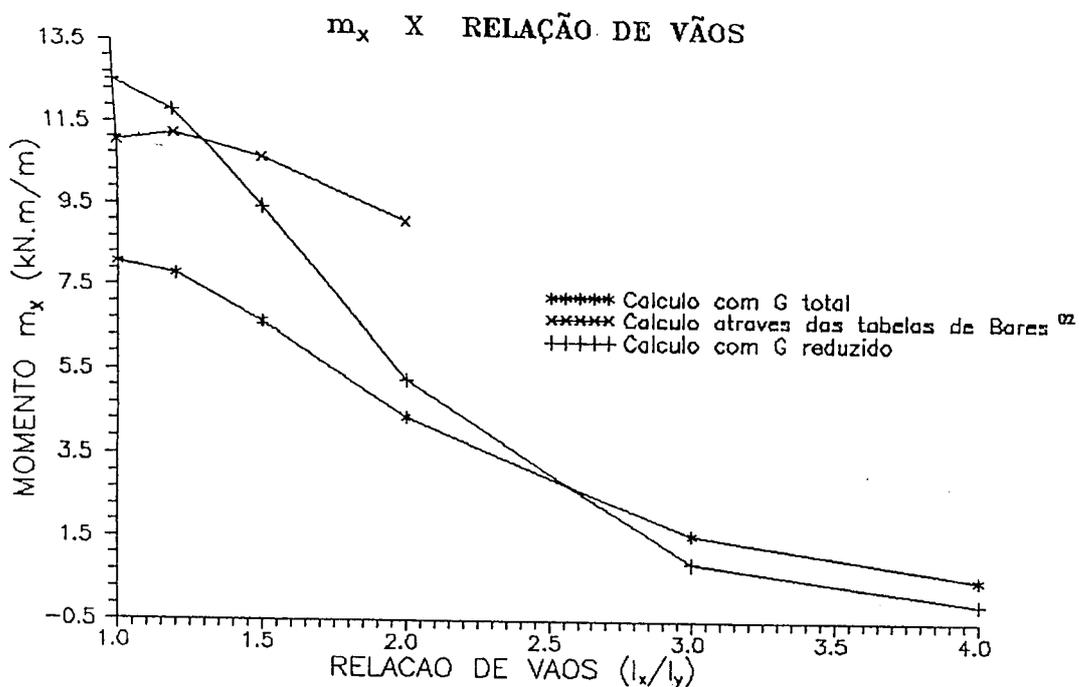


Figura 4.2 - Comparação com as tabelas de BARES^[02] para m_x .

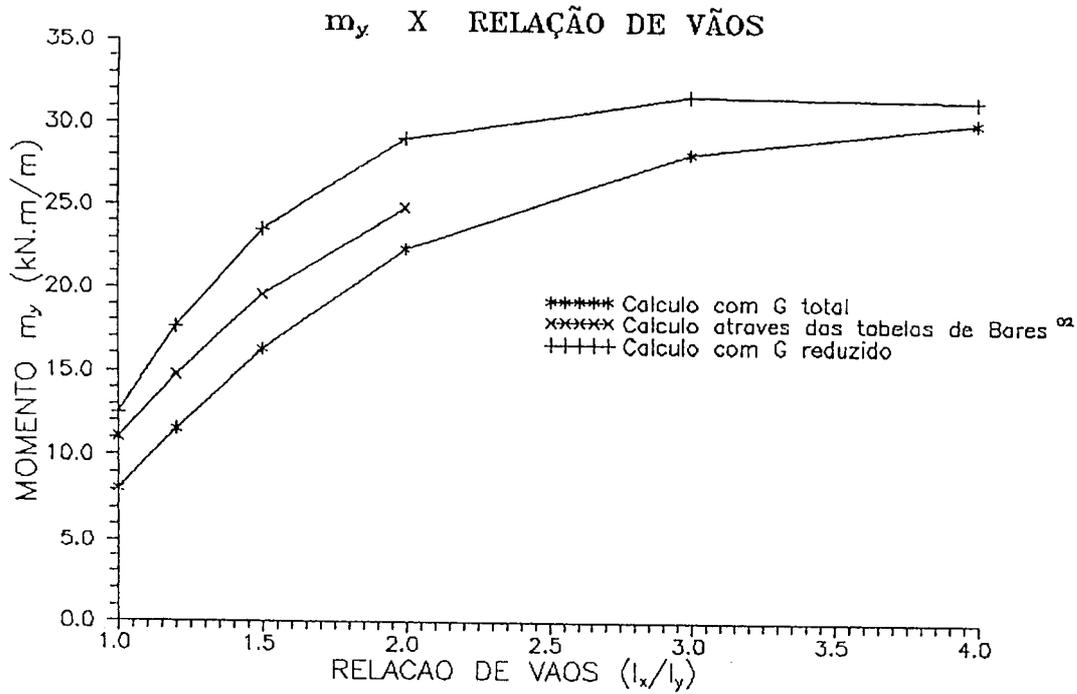


Figura 4.3 - Comparação com as tabelas de BARES⁰² para m_y .

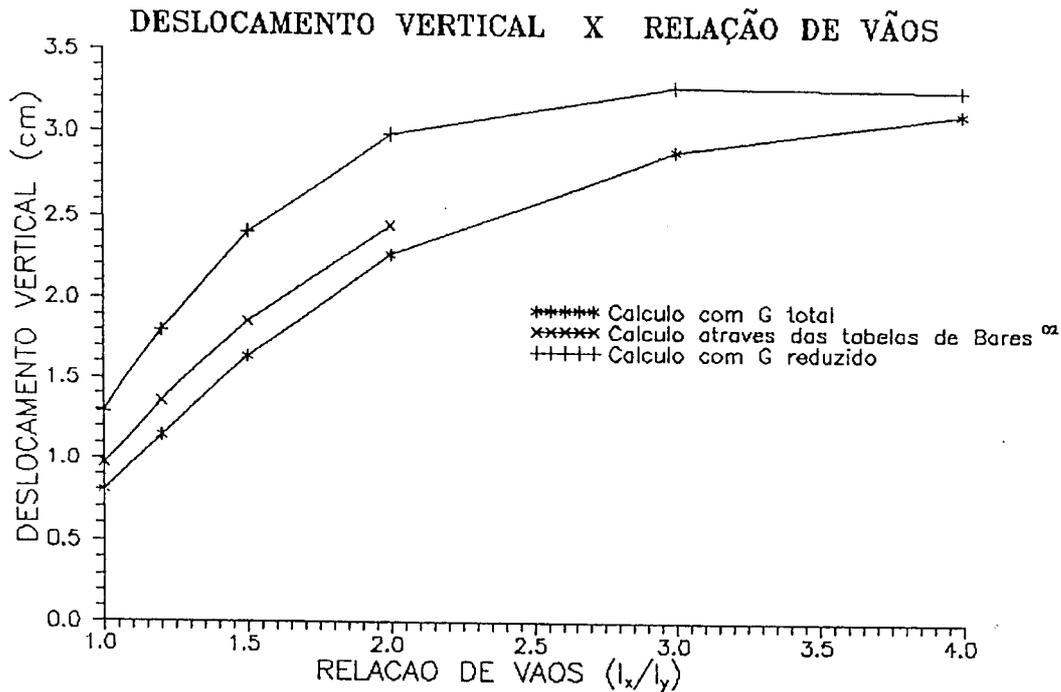


Figura 4.4 - Comparação com as tabelas de BARES⁰² para o deslocamento vertical no centro da laje.

Nas figuras 4.2 a 4.4, a redução da rigidez à torção provoca alterações diversas nos esforços e deformações da laje. O momento fletor m_y assume valores que ultrapassam, até os valores obtidos nas tabelas de BARES⁽⁰²⁾. O momento fletor m_x assume um comportamento inesperado e chega a apresentar valores inferiores aos obtidos com a rigidez à torção total, para uma relação de vãos maior que 2.5. Já o deslocamento vertical, se comporta de maneira idêntica ao momento fletor m_y .

Com o gráfico do momento fletor m_y , percebe-se que aumentando-se a relação de vãos, o valor do momento fletor aproxima-se cada vez mais do valor $ql^2/8$, concordando com a simplificação usualmente adotada que admite a laje trabalhando em uma direção, como uma viga.

Depois de observado o efeito da rigidez à torção das vigas perimetrais serão processadas algumas lajes apresentadas em MAZZILLI⁽¹³⁾, nas quais serão avaliados os efeitos da largura colaborante de laje na rigidez das vigas e da rigidez dos pilares.

4.3 - LAJES ISOLADAS

O trabalho de MAZZILLI⁽¹³⁾ utiliza um programa de elementos finitos para cálculo dos esforços nas lajes, considerando a flexibilidade das vigas de apoio, e os compara com os resultados obtidos pelos procedimentos usuais que desconsidera tal flexibilidade.

Processando-se algumas lajes apresentadas em MAZZILLI⁽¹³⁾, os resultados obtidos no programa podem ser comparados com resultados obtidos através do método dos elementos finitos. E os dois com os resultados obtidos pelo procedimento usual de cálculo, através das tabelas de BARES⁽⁰²⁾ e da distribuição das reações de apoio nas vigas, conforme a NBR-6118⁽⁰¹⁾.

Convém dizer que, o diagrama de momentos fletores nas extremidades das barras da grelha equivalente,

apresenta descontinuidades, devido ao momento torsor existente na barra transversal àquela considerada. Por isto, para traçar o diagrama de momentos fletores das vigas da laje, com os resultados obtidos no programa, deve-se tomar o valor médio do momento fletor que aparece nos nós extremos das barras que representam as vigas.

Além de avaliar a influência da largura colaborante na rigidez da viga, será avaliada a influência da redução da rigidez à torção e a influência da rigidez dos pilares na laje. Todos esses efeitos serão calculados como descrito no capítulo 2.

Os parâmetros elásticos adotados para o concreto são os seguintes:

$$E_c = 30 \times 10^6 \text{ kN/m}^2$$

$$\nu = 0.20$$

$$G = \frac{E_c}{2(1 + \nu)} \cong 0.42E_c$$

Deve-se lembrar que, como se trata de uma simulação, adotou-se um valor para E_c , independente da resistência do concreto. Para uma estrutura real, na falta de um valor experimental, deve-se calcular E_c em função da resistência característica à compressão do concreto, f_{ck} , conforme a NBR-6118⁽⁰⁴⁾.

As lajes serão processadas considerando-se um espaçamento de 50cm entre as barras da grelha equivalente, terão espessura de 10cm e será admitida uma carga de 10kN/m^2 distribuída na superfície.

4.3.1 - EXEMPLO 1: Na primeira avaliação processou-se uma laje retangular de dimensões $l_x = 10.0$ e $l_y = 5.0m$ apoiada em seus quatro lados sobre vigas de mesma rigidez e estas apoiadas sobre pilares.

Tabela 4.11 - DIMENSÕES DAS VIGAS

	V1	V2	V3	V4
b_v (m)	0.12	0.12	0.12	0.12
h (m)	0.50	0.50	0.50	0.50

Tabela 4.12 - DIMENSÕES DOS PILARES

	P1	P2	P3	P4
b_x (m)	0.20	0.20	0.20	0.20
b_y (m)	0.30	0.30	0.30	0.30
l_t (m)	3.00	3.00	3.00	3.00
l_s (m)	3.00	3.00	3.00	3.00

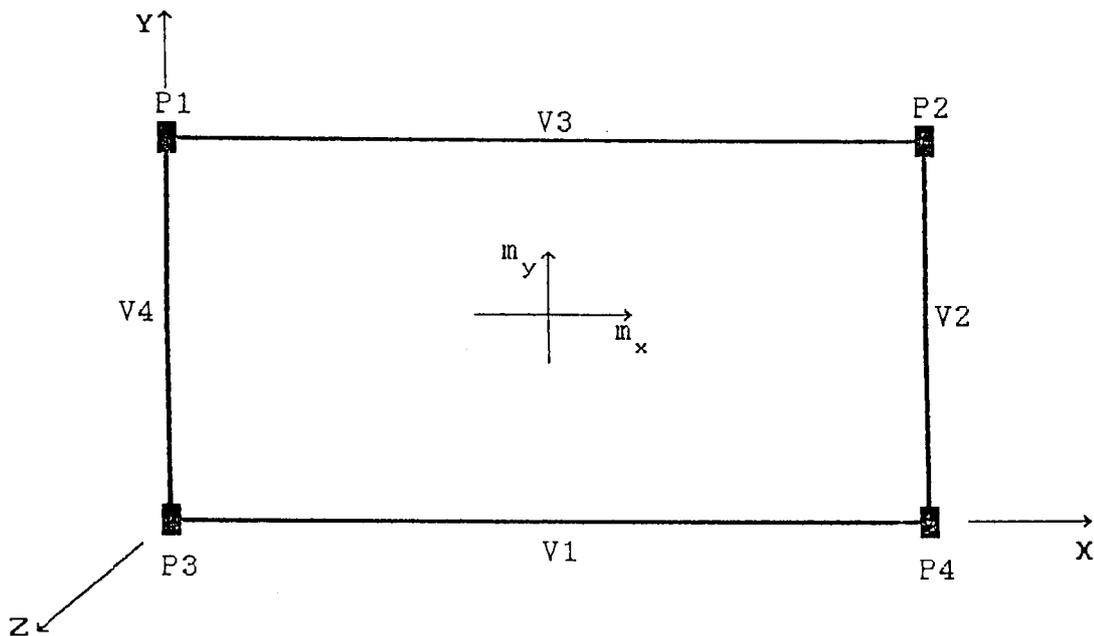


Figura 4.5 - Configuração das vigas e pilares na laje.

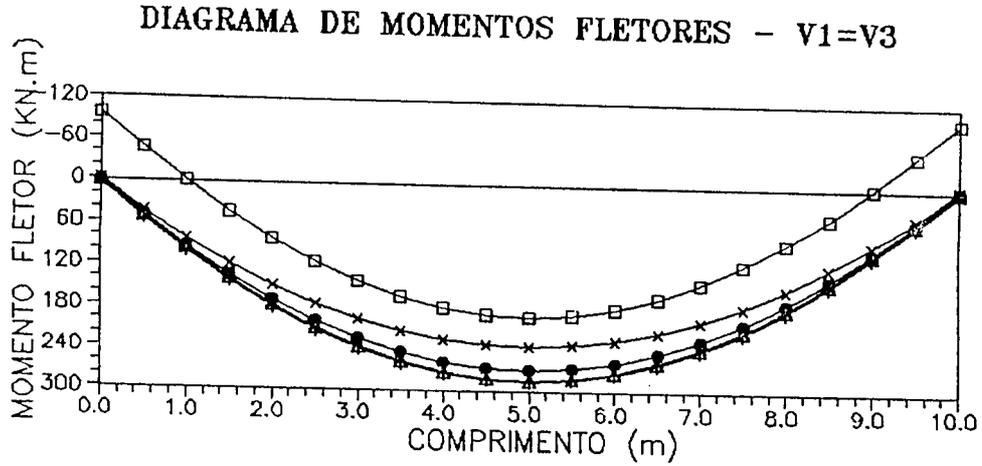
Tabela 4.13- MOMENTOS FLETORES NO MEIO DAS VIGAS

	$M_1 = M_3$ (kN.m)	$M_2 = M_4$ (kN.m)
Elem. Finitos	259.38	63.34
Proc. Usual	234.40	39.10
Grelha	269.86	52.96
Grelha c/ Larg. Colab.	287.63	61.17
Grelha c/ Larg. Colab. e $G = 0.15E_c$	285.59	50.80
Grelha c/ Larg. Colab. $G = 0.15E_c$ e Rig. Pilares	191.58	22.79

Observando-se os resultados obtidos no programa para a analogia de grelha sem nenhum efeito adicional e os resultados obtidos através do método dos elementos finitos, percebe-se que as diferenças existentes entre os dois métodos não são tão significativas quanto as diferenças entre cada um deles e o procedimento usual de cálculo.

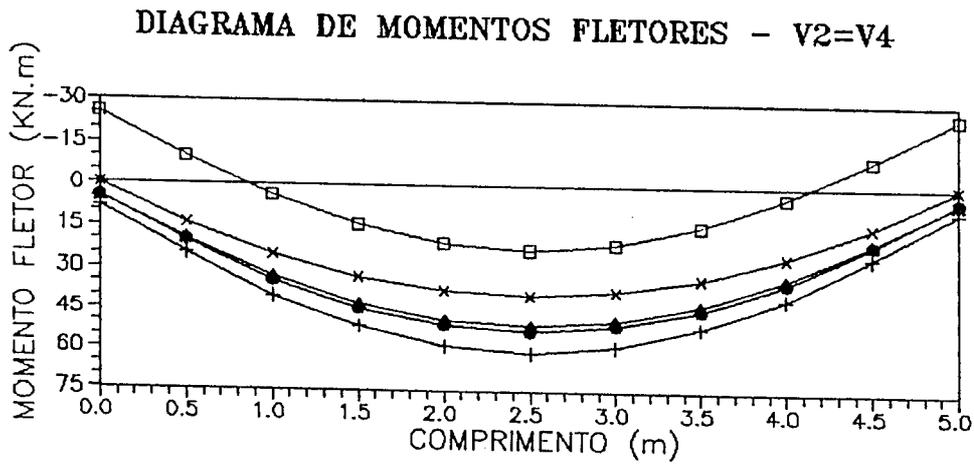
O momento fletor nas vigas V2 e V4, chega a apresentar uma diferença de 35.4% na analogia de grelha e uma diferença de 62.0% no método dos elementos finitos.

Para uma melhor comparação dos resultados obtidos pelo procedimento usual com os resultados obtidos no programa, para cada efeito introduzido, foram traçados os diagramas de momentos fletores nas vigas.



- ***** Procedimento usual.
- Analogia de grelha.
- +++++ Cálculo com larg. colaborante.
- △△△△ Cálculo com larg. colaborante e rig. reduzida.
- Cálculo com larg. colaborante, rig. reduzida e rig. pilares.

Figura 4.6 - Comparação dos resultados obtidos no programa com o procedimento usual para V1 e V3.



- ***** Procedimento usual.
- Analogia de grelha.
- +++++ Cálculo com larg. colaborante.
- △△△△ Cálculo com larg. colaborante e rig. reduzida.
- Cálculo com larg. colaborante, rig. reduzida e rig. pilares.

Figura 4.7 - Comparação dos resultados obtidos no programa com o procedimento usual para V2 e V4.

Através das figuras 4.6 e 4.7, percebe-se claramente os efeitos da interação laje-vigas-pilares, a medida que cada um dos efeitos é introduzido.

Com a introdução da largura colaborante da laje na rigidez das vigas, os momentos fletores tornaram-se ainda maiores.

Logo depois, reduziu-se a rigidez a torção das vigas e tal efeito provocou uma diminuição considerável nos momentos fletores das vigas V2 e V4.

Finalmente, introduzindo o efeito da rigidez dos pilares, como era de se esperar, apareceram momentos fletores negativos nas extremidades, deslocando todo o diagrama para cima, com valores bem menores que os do procedimento usual.

Tabela 4.14 - ESFORÇOS CORTANTES NAS EXTREMIDADES DAS VIGAS E REAÇÕES NOS PILARES

	$Q_1 = Q_3$ (kN)	$Q_2 = Q_4$ (kN)	$P_1 = P_2 = P_3 = P_4$ (kN)
Elem. Finitos	89.83	30.88	125.00
Proc. Usual	93.75	31.25	125.00
Grelha	94.59	29.78	125.00
Grelha c/ Larg. Colab.	94.99	29.38	125.00
Grelha c/ Larg. Colab. e $G = 0.15E_c$	96.65	27.73	125.00
Grelha c/ Larg. Colab. $G = 0.15E_c$ e Rig. Pilares	96.18	28.19	125.00

Ao contrário do que aconteceu com os momentos fletores, os esforços cortantes praticamente não sofreram alteração, nem na analogia de grelha nem no método dos elementos finitos. Do mesmo modo, a reação nos pilares permaneceu constante.

Tabela 4.15 - MOMENTOS FLETORES NO MEIO DA LAJE

	m_x (kN.m/m)	m_y (kN.m/m)
Elem. Finitos	22.70	24.29
Proc. Usual	11.60	25.43
Grelha	19.36	24.00
Grelha c/ Larg. Colab.	12.16	23.98
Grelha c/ Larg. Colab. e $G = 0.15E_c$	12.90	27.68
Grelha c/ Larg. Colab. $G = 0.15E_c$ e Rig. Pilares	10.40	27.82

Em relação ao procedimento usual, o momento fletor m_x apresentou uma diferença 66.9% na analogia de grelha sem nenhum efeito adicional e uma diferença de 95.7% no método dos elementos finitos.

Com a introdução da largura colaborante de laje, os momentos fletores foram reduzidos e o momento fletor m_x diminuiu a diferença em relação ao procedimento usual.

Reduzindo-se a rigidez à torção, o momento fletor m_y aumentou e o momento fletor m_x diminuiu aproximando-se do valor obtido através do procedimento usual.

Finalmente, com a introdução da rigidez dos pilares, o momento fletor m_x aumentou um pouco e o momento fletor m_y tornou-se menor que o valor obtido pelo procedimento usual.

Com estes resultados percebe-se o quanto a flexibilidade das vigas e dos pilares interfere nos esforços das lajes.

Tabela 4.16 - DESLOCAMENTO VERTICAL NO MEIO DAS VIGAS
E NO MEIO DA LAJE

	$a_1 = a_3$ (cm)	$a_2 = a_4$ (cm)	a (cm)
Elem. Finitos	7.12	1.54	9.14
Proc. Usual	3.33	1.67	5.00
Grelha	7.46	1.70	9.83
Grelha c/ Larg. Colab.	4.04	1.11	6.49
Grelha c/ Larg. Colab. e $G = 0.15E_c$	4.01	0.92	6.85
Grelha c/ Larg. Colab. $G = 0.15E_c$ e Rig. Pilares	2.40	0.30	5.25

O deslocamento vertical nas vigas V_1 e V_3 foi 113.8% maior na analogia de grelha sem nenhum efeito adicional e 124.0% maior no método dos elementos finitos, em relação ao procedimento usual. Já o deslocamento vertical na laje foi 96.6% maior na analogia de grelha e 82.8% maior no método dos elementos finitos.

Com o enrijecimento das vigas pela largura colaborante de laje, a diferença caiu para 21.3% nas vigas V_1 e V_3 e o valor do deslocamento vertical das vigas V_2 e V_4 tornou-se menor que o valor obtido pelo procedimento usual. Consequentemente, como as vigas deformaram menos, o deslocamento vertical na laje também diminuiu.

Com a redução da rigidez à torção, os deslocamentos sofreram poucas modificações. Entretanto, depois de incorporada a rigidez dos pilares e com isso aparecerem momentos fletores nas extremidades das vigas, os deslocamentos verticais diminuíram consideravelmente nas vigas, apresentando valores bem menores que os obtidos pelo procedimento usual. Com a diminuição dos valores dos

deslocamentos verticais nas vigas, o deslocamento vertical na laje também diminuiu, e tornou-se mais próximo do valor obtido através do procedimento usual.

Nota-se que a deformabilidade conjunta dos elementos estruturais faz com que os deslocamentos difiram totalmente dos valores obtidos pelo procedimento usual, que trata a estrutura através de elementos independentes, sem interação entre eles.

4.3.2 - EXEMPLO 2: Observou-se no exemplo 1 que as maiores diferenças em relação ao procedimento usual ocorreram nas vigas V2 e V4. Sendo assim, resolveu-se processar a mesma laje, com as mesmas considerações feitas anteriormente, aumentando-se a rigidez destas vigas.

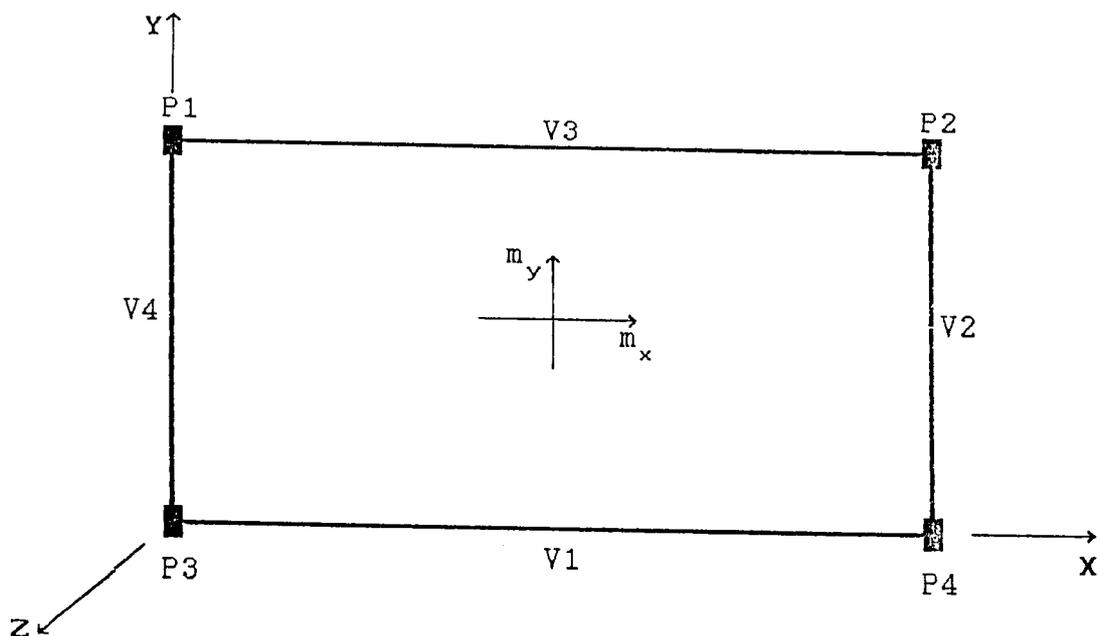


Figura 4.8 - Modelo estrutural para cálculo da laje identificando as vigas e os pilares.

Tabela 4.17 - DIMENSÕES DAS VIGAS

	V1	V2	V3	V4
b_v (m)	0.12	0.22	0.12	0.22
h (m)	0.50	0.50	0.50	0.50

Tabela 4.18 - DIMENSÕES DOS PILARES

	P1	P2	P3	P4
b_x (m)	0.20	0.20	0.20	0.20
b_y (m)	0.30	0.30	0.30	0.30
l_i (m)	3.00	3.00	3.00	3.00
l_o (m)	3.00	3.00	3.00	3.00

Tabela 4.19 - MOMENTOS FLETORES NO MEIO DAS VIGAS

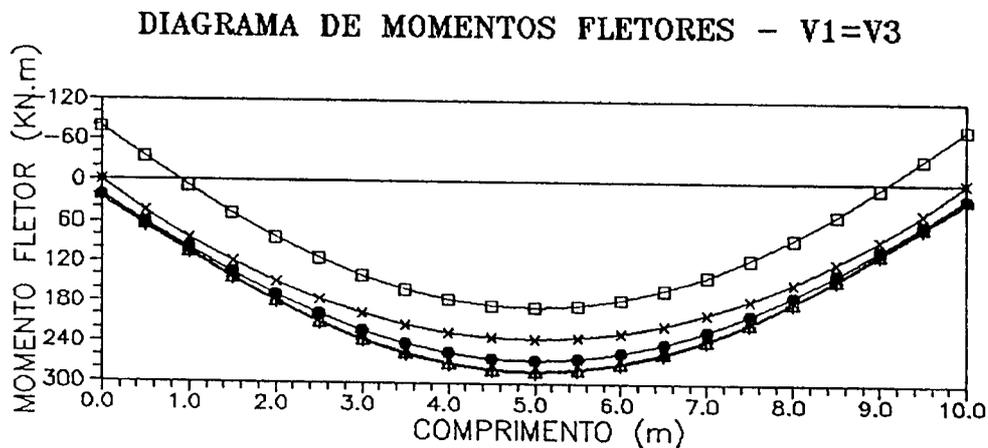
	$M_1 = M_3$ (kN.m)	$M_2 = M_4$ (kN.m)
Elem. Finitos	248.10	86.41
Proc. Usual	234.40	39.10
Grelha	266.71	91.98
Grelha c/ Larg. Colab.	284.12	91.40
Grelha c/ Larg. Colab. e $G = 0.15E_c$	282.47	72.93
Grelha c/ Larg. Colab. $G = 0.15E_c$ e Rig. Pilares	187.91	50.40

Com o aumento da rigidez das vigas V2 e V4, o momento fletor nestas vigas, calculado pela analogia de grelha sem nenhum efeito adicional, aumentou 73.7% em relação ao valor apresentado no exemplo anterior.

Com a introdução da largura colaborante de laje, praticamente não houve alteração no valor do momento fletor naquelas vigas e as vigas V1 e V3 se comportaram de maneira idêntica ao exemplo anterior.

Reduzindo-se a rigidez à torção, o momento fletor nas vigas V1 e V3 praticamente não se alterou, e como aconteceu no exemplo 1, o momento fletor nas vigas V2 e V4 sofreu uma redução.

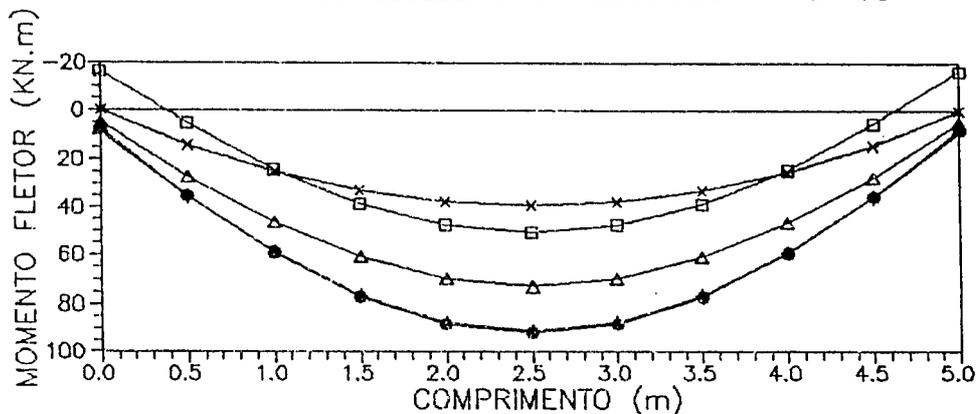
Finalmente, com a introdução da rigidez dos pilares, apareceram momentos fletores negativos nas extremidades das vigas, deslocando o diagrama de momentos fletores para cima. Para uma melhor visualização dos efeitos foram traçados as figuras 4.9 e 4.10.



- ***** Procedimento usual.
- Analogia de grelha.
- +++++ Calculo com larg. colaborante.
- ▲▲▲▲▲ Calculo com larg. colaborante e rig. reduzida.
- ▣▣▣▣▣ Calculo com larg. colaborante, rig. reduzida e rig. pilares.

Figura 4.9 - Comparação dos resultados obtidos no programa com o procedimento usual para V1 e V3.

DIAGRAMA DE MOMENTOS FLETORES - V2=V4



- xxxxx Procedimento usual.
- Analogia de grelha.
- +++++ Cálculo com larg. colaborante.
- ▲▲▲▲ Cálculo com larg. colaborante e rig. reduzida.
- Cálculo com larg. colaborante, rig. reduzida e rig. pilares.

Figura 4.10 - Comparação dos resultados obtidos no programa com o procedimento usual para V1 e V3.

Tabela 4.20 - ESFORÇOS CORTANTES NAS EXTREMIDADES DAS VIGAS E REAÇÕES NOS PILARES

	Q1= Q3 (kN)	Q2= Q4 (kN)	P1=P2=P3=P4 (kN)
Elem. Finitos	76.64	52.73	125.00
Proc. Usual	93.75	31.25	125.00
Grelha	71.55	52.83	125.00
Grelha c/ Larg. Colab.	73.71	50.67	125.00
Grelha c/ Larg. Colab. e $G = 0.15E_c$	81.52	42.85	125.00
Grelha c/ Larg. Colab. $G = 0.15E_c$ e Rig. Pilares	82.99	41.38	125.00

Com relação aos valores obtidos no exemplo 1, tanto pelo método dos elementos finitos quanto pela analogia de grelha, os esforços cortantes nas extremidades das vigas foram totalmente diferentes.

Na analogia de grelha, os esforços cortantes nas extremidades das vigas V1 e V3 sofreram uma redução de 24.4%. Já os esforços cortantes nas extremidades das vigas V2 e V4 sofreram um acréscimo de 77.4%.

Do mesmo modo que no exemplo 1, com a introdução da largura colaborante, praticamente não houve alteração nos valores.

Com a redução da rigidez à torção, os valores obtidos no exemplo 2, se aproximaram dos valores obtidos pelo procedimento usual de cálculo, porém com diferenças superiores às obtidas no exemplo 1.

Finalmente, depois de introduzida a rigidez dos pilares, observa-se que os esforços cortantes nas extremidades das vigas V1 e V3 foram menores que os obtidos no exemplo anterior e os das extremidades das vigas V2 e V4 foram quase 100% maiores.

Tabela 4.21 - MOMENTOS FLETORES NO MEIO DA LAJE

	m_x (kN.m/m)	m_y (kN.m/m)
Elem. Finitos	19.83	23.48
Proc. Usual	11.60	25.43
Grelha	19.14	21.46
Grelha c/ Larg. Colab.	13.88	20.04
Grelha c/ Larg. Colab. e $G = 0.15E_c$	14.94	25.64
Grelha c/ Larg. Colab. $G = 0.15E_c$ e Rig. Pilares	11.66	25.88

Inicialmente, sem a consideração de nenhum efeito adicional, o valor do momento fletor m_y , tanto pelo método dos elementos finitos quanto pela analogia de grelha é inferior ao obtido pelo procedimento usual. Já o valor do momento fletor m_x é bem superior ao valor obtido pelo procedimento usual.

Depois de introduzidos todos os efeitos adicionais é que os valores obtidos no programa desenvolvido tornaram-se praticamente idênticos aos valores obtidos pelo procedimento usual.

No exemplo anterior, os valores finais obtidos no programa ainda apresentaram diferenças em relação ao procedimento usual.

Tabela 4.21 - DESLOCAMENTO VERTICAL NO MEIO DAS VIGAS
E NO MEIO DA LAJE

	$a_1 = a_3$ (cm)	$a_2 = a_4$ (cm)	a (cm)
Elem. Finitos	7.11	0.32	8.65
Proc. Usual	3.33	1.67	5.00
Grelha	7.39	0.35	9.33
Grelha c/ Larg. Colab.	4.02	0.22	6.04
Grelha c/ Larg. Colab. e $G = 0.15E_c$	3.98	0.17	6.61
Grelha c/ Larg. Colab. $G = 0.15E_c$ e Rig. Pilares	2.37	0.11	5.02

Com o enrijecimento das vigas V_2 e V_4 , o deslocamento vertical no meio destas vigas, sofreu uma redução de 79.4% em relação ao valor mostrado no exemplo 1, bastante inferior ao obtido pelo procedimento usual.

Posteriormente, com a introdução dos efeitos adicionais, os valores dos deslocamentos verticais

tornaram-se mais reduzidos.

O deslocamento vertical no meio das vigas tornou-se inferior ao obtido pelo procedimento usual. Enquanto que o deslocamento vertical no meio da laje, tornou-se praticamente idêntico ao do procedimento usual.

Com relação aos valores finais obtidos no exemplo 1, só o deslocamento vertical no meio das vigas V2 e V4 apresentou grande diferença, pois com maior rigidez, houve menor deformabilidade destas vigas.

Depois de obtidos e analisados os valores dos esforços e deslocamentos neste exemplo, e compará-los com os valores obtidos no exemplo anterior, observa-se que mesmo sem mudança de carregamento, os valores dos dois exemplos são totalmente diferentes, devido a mudança da rigidez da viga e conseqüentemente mudança na interação laje-viga-pilar. Mais uma vez, observa-se a importância de tal interação no cálculo da estrutura.

Com os exemplos 1 e 2, foi possível observar o comportamento de uma laje retangular mudando-se a inércia de suas vigas de apoio. Com o enrijecimento das vigas V2 e V4, os esforços e deslocamento finais obtidos no programa desenvolvido para o centro da laje, foram praticamente idênticos aos obtidos pelo procedimento usual.

Como um terceiro exemplo, resolveu-se observar o comportamento da laje apresentada no exemplo 1, reduzindo-se a relação dos vãos para a metade, mantendo-se a mesma inércia para as vigas de apoio.

4.3.3 - EXEMPLO 3: Para este exemplo considerou-se uma laje quadrada de dimensões $l_x = l_y = 5.0m$, apoiada sobre vigas de mesma rigidez, que por conseqüência assumirão comportamentos idênticos até introduzir-se a rigidez dos pilares, pois estes possuem dimensões diferentes nas duas direções.

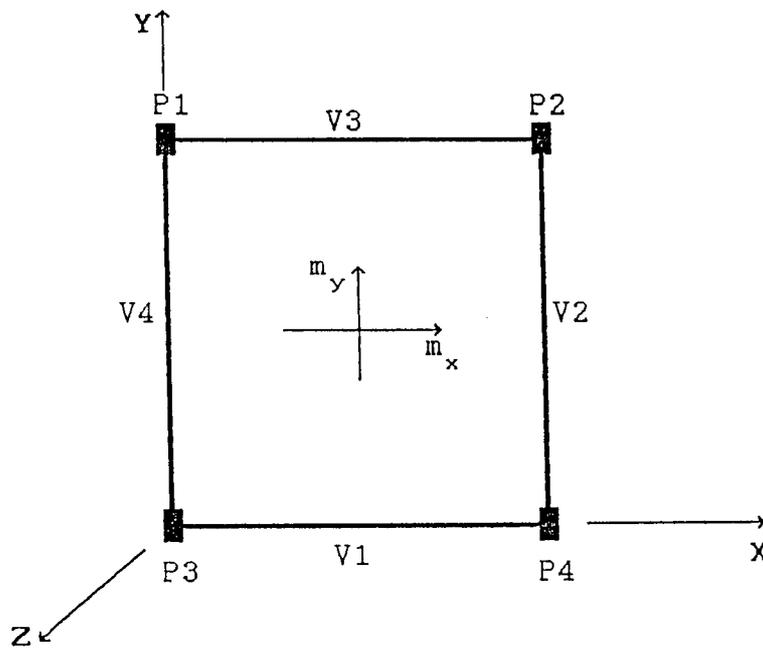


Figura 4.11 - Modelo estrutural adotado para o cálculo da laje.

Tabela 4.22 - DIMENSÕES DAS VIGAS

	V1	V2	V3	V4
b_v (m)	0.12	0.12	0.12	0.12
h (m)	0.50	0.50	0.50	0.50

Tabela 4.23 - DIMENSÕES DOS PILARES

	P1	P2	P3	P4
b_x (m)	0.20	0.20	0.20	0.20
b_y (m)	0.30	0.30	0.30	0.30
l_i (m)	3.00	3.00	3.00	3.00
l_s (m)	3.00	3.00	3.00	3.00

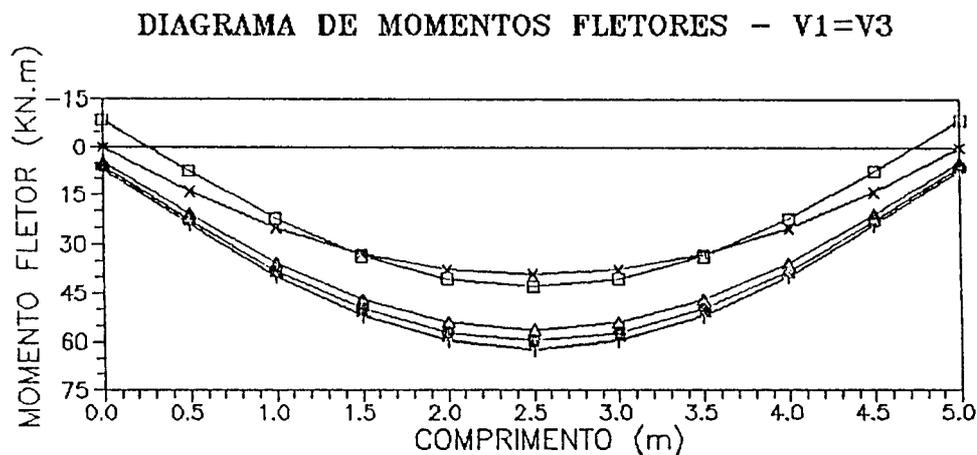
Tabela 4.24 - MOMENTOS FLETORES NO MEIO DAS VIGAS

	M ₁ = M ₃ (kN.m)	M ₂ = M ₄ (kN.m)
Elem. Finitos	57.55	57.55
Proc. Usual	39.10	39.10
Grelha	59.68	59.68
Grelha c/ Larg. Colab.	62.22	62.22
Grelha c/ Larg. Colab. e $G = 0.15E_c$	56.39	56.39
Grelha c/ Larg. Colab. $G = 0.15E_c$ e Rig. Pilares	42.96	35.81

Inicialmente o valor obtido pela analogia de grelha, foi bem superior ao obtido pelo procedimento usual e com uma diferença bem pequena em relação ao método dos elementos finitos. Comparando tal valor com o mostrado no exemplo 1 para as vigas V2 e V4, percebe-se que praticamente não houve modificação.

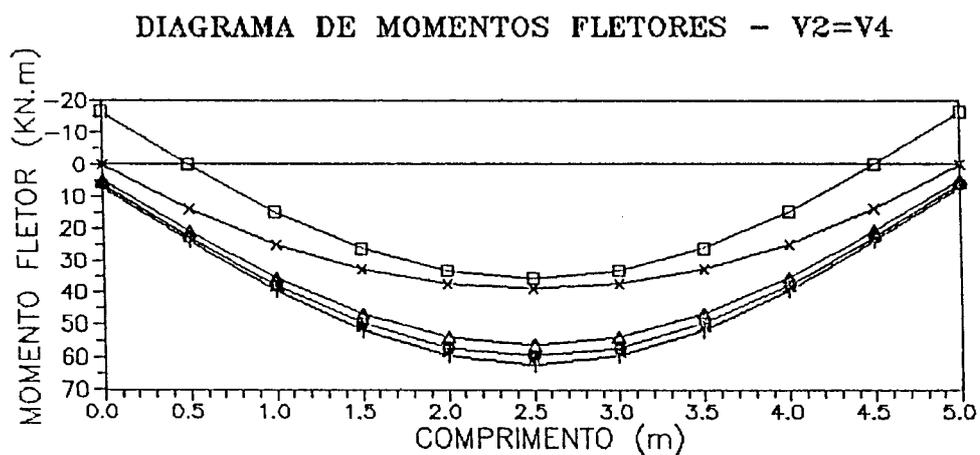
Com a introdução dos efeitos adicionais, chega-se a um valor para o momento fletor no meio das vigas V1 e V3 maior que o valor obtido pelo procedimento usual e um valor menor nas vigas V2 e V4. Como já foi dito anteriormente, tal diferença deve-se às diferentes rigidezes dos pilares nas duas direções.

Com as figuras 4.12 e 4.13, mostrados a seguir tem-se uma melhor visualização do diagrama de momentos fletores das vigas com a introdução de cada efeito e as diferenças em relação ao procedimento usual de cálculo.



- ***** Procedimento usual.
- Analogia de grelha.
- +++++ Calculo com larg. colaborante.
- △△△△△ Calculo com larg. colaborante e rig. reduzida.
- Calculo com larg. colaborante, rig. reduzida e rig. pilares.

Figura 4.12 - Comparação dos resultados obtidos no programa com o procedimento usual para V1 e V3.



- ***** Procedimento usual.
- Analogia de grelha.
- +++++ Calculo com larg. colaborante.
- △△△△△ Calculo com larg. colaborante e rig. reduzida.
- Calculo com larg. colaborante, rig. reduzida e rig. pilares.

Figura 4.13 - Comparação dos resultados obtidos no programa com o procedimento usual para V2 e V4.

Tabela 4.25 - ESFORÇOS CORTANTES NAS EXTREMIDADES DAS VIGAS E REAÇÕES NOS PILARES

	$Q_1 = Q_3$ (kN)	$Q_2 = Q_4$ (kN)	$P_1 = P_2 = P_3 = P_4$ (kN)
Elem. Finitos	33.61	33.61	125.00
Proc. Usual	31.25	31.25	125.00
Grelha	30.94	30.94	125.00
Grelha c/ Larg. Colab.	30.94	30.94	125.00
Grelha c/ Larg. Colab. e $G = 0.15E_c$	30.94	30.94	125.00
Grelha c/ Larg. Colab. $G = 0.15E_c$ e Rig. Pilares	30.64	31.24	125.00

Os esforços cortantes nas extremidades das vigas praticamente não apresentaram diferença em relação ao valor obtido pelo procedimento usual. Mesmo assim, com a influência da rigidez dos pilares, o valor obtido para as extremidades das vigas V1 e V3 foi um pouco inferior ao obtido para as extremidades das vigas V2 e V4.

A pequena diferença entre a soma dos esforços cortantes e a reação no pilar, deve-se ao arredondamento feito durante o processamento do programa.

Tabela 4.26 - MOMENTOS FLETORES NO MEIO DA LAJE

	m_x (kN.m/m)	m_y (kN.m/m)
Elem. Finitos	10.66	10.66
Proc. Usual	10.20	10.20
Grelha	10.12	10.12
Grelha c/ Larg. Colab.	9.28	9.28
Grelha c/ Larg. Colab. e $G = 0.15E_c$	13.00	13.00
Grelha c/ Larg. Colab. $G = 0.15E_c$ e Rig. Pilares	12.66	12.98

Inicialmente, os valores obtidos para os momentos fletores no meio da laje, tanto pelo método dos elementos finitos quanto pela analogia de grelha, foram quase os mesmos obtidos pelo procedimento usual. Tais valores, foram praticamente a metade dos valores apresentados no exemplo 1.

Com a introdução dos efeitos adicionais, os valores foram se modificando, resultando num valor 24.1% maior para o momento fletor m_x e 27.2% maior para o momento fletor m_y . Isto deve-se ao fato da consideração da flexibilidade das vigas de apoio.

Tabela 4.27 - DESLOCAMENTO VERTICAL NO MEIO DAS VIGAS E NO MEIO DA LAJE

	$a_1 = a_3$ (cm)	$a_2 = a_4$ (cm)	a (cm)
Elem. Finitos	0.40	0.40	0.88
Proc. Usual	1.67	1.67	1.67
Grelha	0.41	0.41	1.43
Grelha c/ Larg. Colab.	0.23	0.23	1.16
Grelha c/ Larg. Colab. e $G = 0.15E_c$	0.21	0.21	1.54
Grelha c/ Larg. Colab. $G = 0.15E_c$ e Rig. Pilares	0.15	0.12	1.44

O valor obtido para o deslocamento vertical no meio das vigas, tanto pela analogia de grelha quanto pelo método dos elementos finitos, sem considerar nenhum efeito adicional, é bem inferior ao valor obtido pelo procedimento usual de cálculo. A medida que são introduzidos os efeitos, o valor decresce ainda mais.

Já o valor do deslocamento vertical no meio da laje que no exemplo 1 apresentava uma diferença de 96.6% em relação ao valor obtido pelo procedimento usual, reduziu a diferença para 14.4%.

Com a introdução dos efeitos adicionais, o deslocamento vertical no meio da laje foi sofrendo alterações e finalmente resultou num valor praticamente idêntico ao valor obtido sem a consideração dos efeitos.

Neste exemplo, com as diferentes rigidezes dos pilares nas duas direções, percebeu-se que o cálculo da estrutura considerando a interação existente entre laje-viga-pilar, produziu resultados diferentes para vigas idênticas, submetidas ao mesmo carregamento.

Depois de processados os três exemplos observa-se que as diferenças encontradas em relação ao procedimento usual de cálculo para os esforços e deslocamentos, foram em sua maioria bastante significativas.

O efeito da largura colaborante de laje na rigidez das vigas, da redução da rigidez à torção e da influência da rigidez dos pilares, fez com que o cálculo da estrutura considerando a interação existente entre as partes, apresentasse resultados bem diferentes em cada caso.

Entretanto, todos os exemplos mostraram lajes isoladas interagindo com vigas nas suas extremidades e com pilares. Resta agora mostrar o efeito de lajes interagindo também com outras lajes. Este tipo de comportamento será analisado no item seguinte.

4.4 - LAJES ASSOCIADAS COM VIGAS

Para avaliar o comportamento das lajes interagindo com outras lajes, bem como com as vigas e com os pilares será processado um exemplo apresentado em MAZZILLI^[13] contendo lajes associadas com vigas. Neste exemplo serão considerados os efeitos de largura colaborante de laje, redução da rigidez à torção e rigidez dos pilares, descritos anteriormente.

Apresentando-se um exemplo de MAZZILLI^[13],

programa elaborado com os resultados obtidos pelo método dos elementos finitos, além da comparação com o procedimento usual.

A partir do exemplo de MAZZILLI^[13], será processado um outro exemplo, mudando a distribuição dos pilares, para analisar a influência da rigidez dos pilares nos esforços e deslocamentos das lajes e vigas.

No processamento dos exemplos, as lajes possuirão a mesma espessura do item anterior, 10cm, com o mesmo carregamento, 10kN/m^2 , e serão adotados os mesmos parâmetros elásticos do concreto mostrados no item 4.2.

4.4.1 - EXEMPLO 1 : Neste exemplo tem-se uma associação de três lajes com vigas em suas extremidades, vigas estas apoiadas sobre pilares.

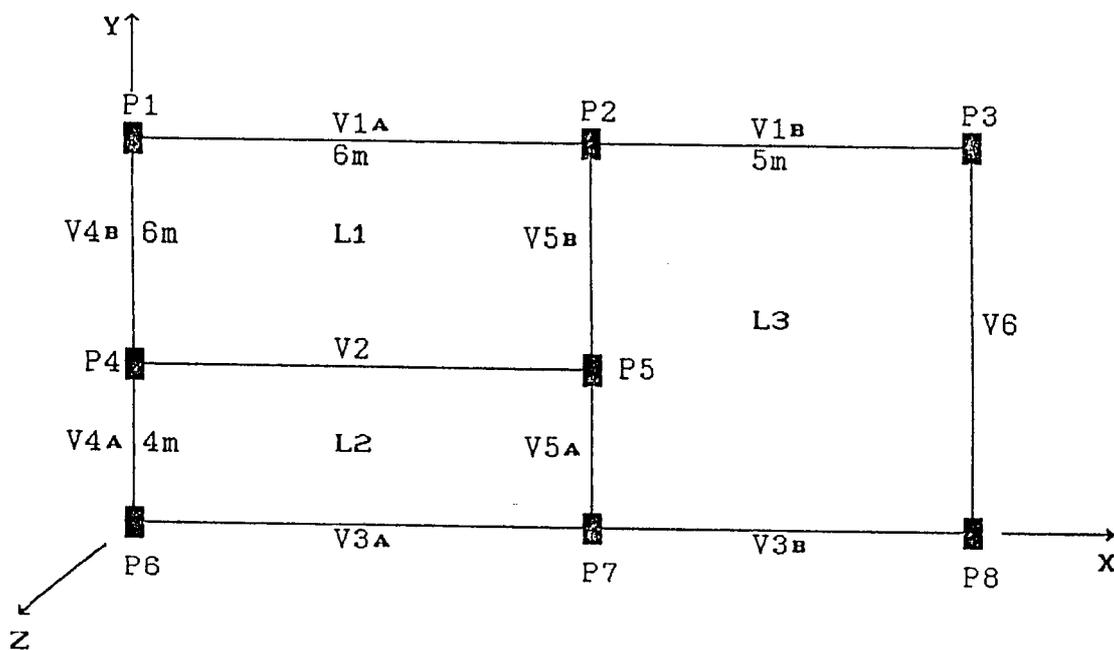


Figura 4.14 - Modelo estrutural adotado para cálculo, mostrando a indicação das vigas e pilares.

Tabela 4.28 - DIMENSÕES DAS VIGAS

	V1	V2	V3	V4	V5	V6
b_v (cm)	0.12	0.12	0.12	0.12	0.12	0.12
h (cm)	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50

Tabela 4.29 - DIMENSÕES DOS PILARES

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8
b_x (cm)	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20
b_y (cm)	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30

Convém lembrar que, a largura colaborante de laje será incorporada em toda a extensão da viga e não apenas na região de momentos fletores positivos, que é a hipótese empregada na verificação do Estado Limite Último. Isto porque, como se trata de uma hipótese adotada, admite-se desde o início que nenhuma seção da viga esteja fissurada.

Quanto a influência da rigidez dos pilares nas vigas, só será considerada quando o pilar se encontrar na extremidade da viga. Por exemplo, para o pilar P2, só será considerada sua rigidez na direção y , pois ele representa um pilar de extremidade para a viga V5 e um pilar intermediário para a viga V1.

Para a obtenção dos resultados no programa elaborado, adotou-se os mesmos pontos de observação e as mesmas convenções adotadas em MAZZILLI^[19], mostrados nas figuras que virão a seguir.

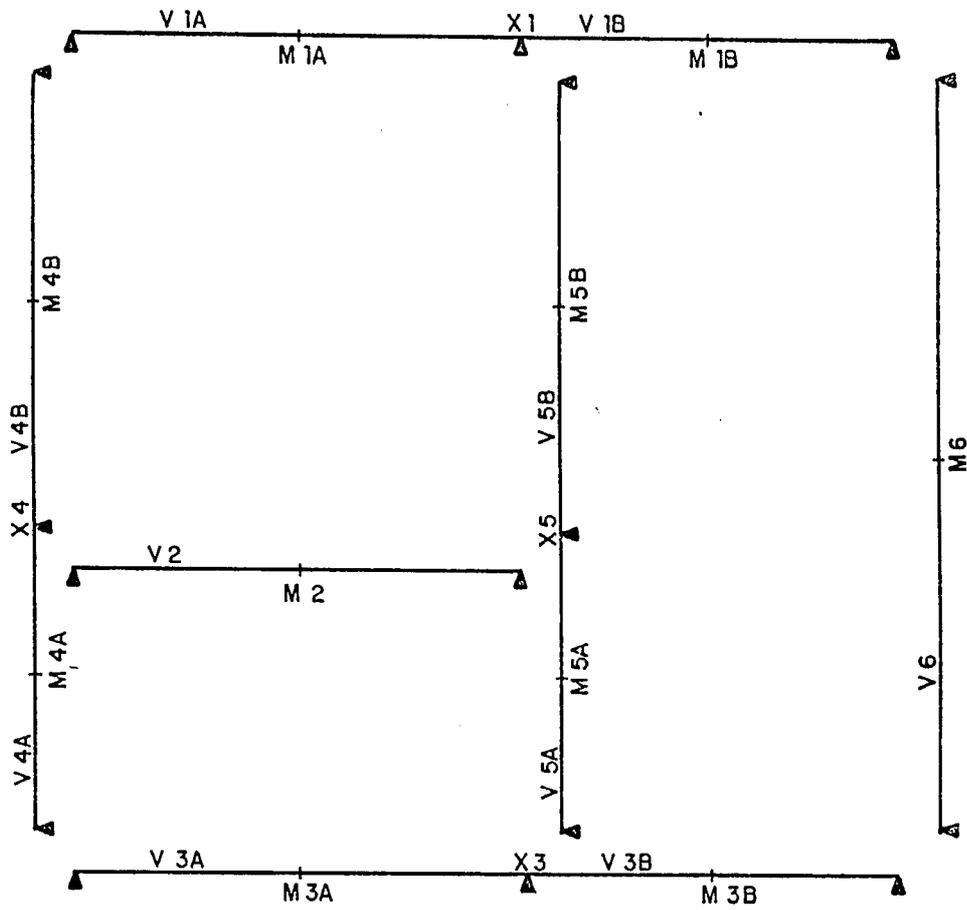


Figura 4.15 - Pontos de obtenção dos momentos fletores nas vigas. Fonte MAZZILLI^[13].

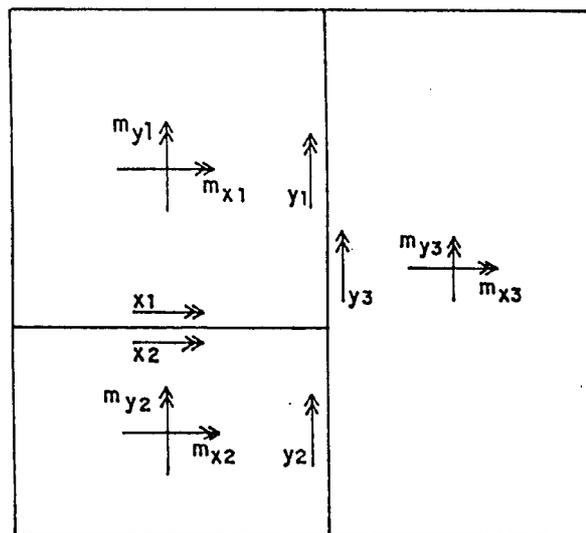


Figura 4.16 - Pontos de obtenção e convenção dos momentos fletores nas lajes. Fonte MAZZILLI^[13].

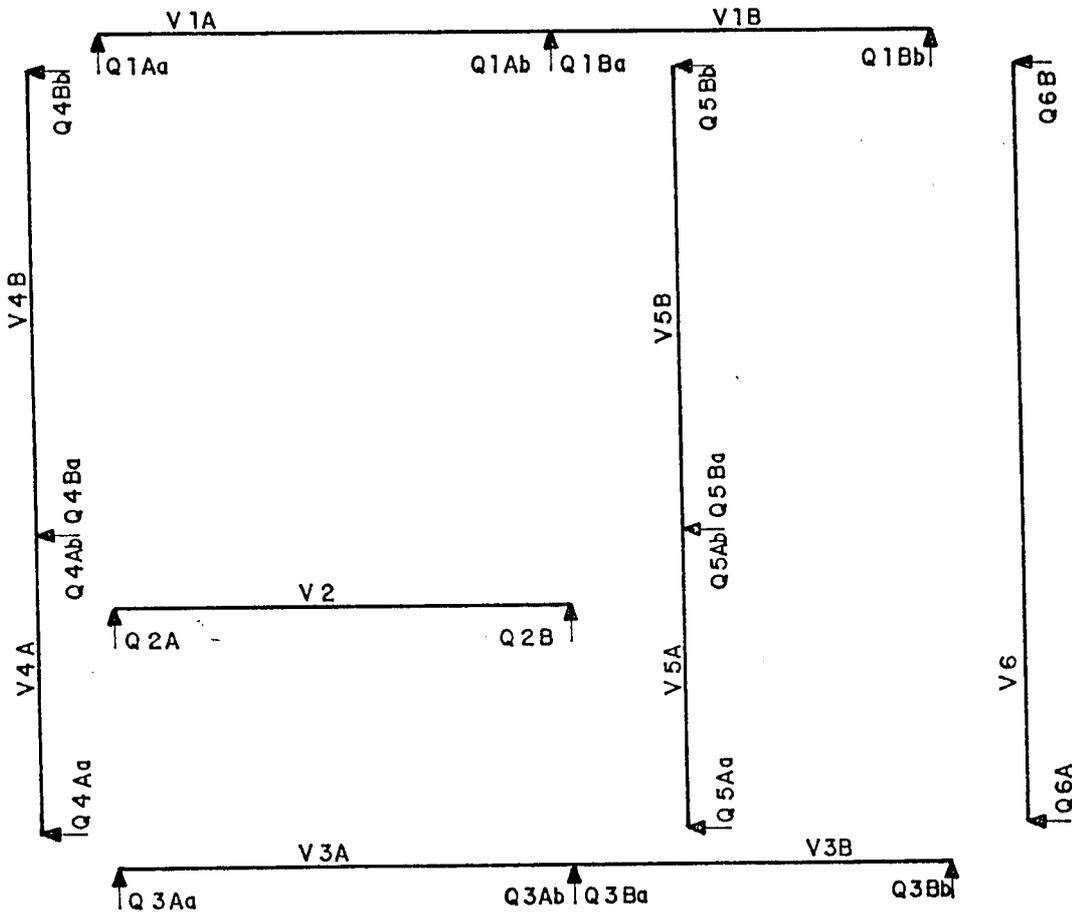


Figura 4.17 - Pontos de obtenção e convenção dos esforços cortantes nas vigas. Fonte MAZZILLI^[13].

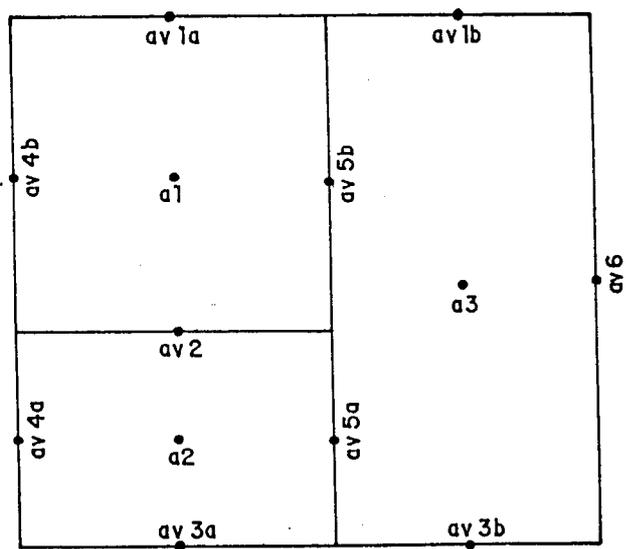


Figura 4.18 - Pontos de obtenção dos deslocamentos verticais nas vigas e nas lajes. Fonte MAZZILLI^[13].

Tabela 4.30 - MOMENTOS FLETORES NAS VIGAS

	PROGRAMA (kN.m)	ELEM. FINITOS (kN.m)	PROC. USUAL (kN.m)
M1A	40.65	54.38	32.45
X1	-53.51	-62.04	-40.40
M1B	16.52	25.42	10.40
M2	135.55	103.50	159.39
M3A	29.90	41.89	31.42
X3	-42.07	-47.45	-37.33
M3B	17.70	23.67	12.55
M4A	2.98	8.79	1.79
X4	-42.26	-59.95	-36.00
M4B	38.29	56.14	34.23
M5A	11.40	32.06	21.14
X5	-179.15	-165.20	-155.53
M5B	133.97	129.30	135.46
M6	120.91	160.70	175.00

Tabela 4.31 - MOMENTOS FLETORES NAS LAJES

	PROGRAMA (kN.m/m)	ELEM. FINITOS (kN.m/m)	PROC. USUAL (kN.m/m)
m_{x1}	11.91	12.06	9.11
m_{y1}	12.54	11.39	9.11
x_1	-17.78	-5.28	-24.79
y_1	-27.87	-13.41	-24.79
m_{x2}	6.90	5.32	7.31
m_{y2}	5.35	6.88	3.92
x_2	-17.78	-5.28	-16.40
y_2	-20.47	-11.74	-12.85
m_{x3}	2.11	11.96	2.92
m_{y3}	15.50	13.88	14.92
y_3	-29.99	-32.76	-33.03

Tabela 4.32 - ESFORÇOS CORTANTES NAS VIGAS

	PROGRAMA (kN)	ELEM. FINITOS (kN)	PROC. USUAL (kN)
Q1Aa	31.31	28.32	27.02
Q1Ab	45.27	46.61	40.48
Q1Ba	36.11	37.74	30.58
Q1Bb	16.65	20.67	14.42
Q2A	87.63	59.27	106.26
Q2B	76.65	67.16	106.26
Q3Aa	25.89	22.66	23.78
Q3Ab	32.02	33.18	37.62
Q3Ba	28.48	26.28	29.97
Q3Bb	17.58	21.40	15.03
Q4Aa	4.95	3.53	5.00
Q4Ab	23.08	34.93	23.00
Q4Ba	37.98	51.04	39.78
Q4Bb	32.17	31.55	27.75
Q5Aa	21.07	19.67	41.22
Q5Ab	111.26	121.10	118.89
Q5Ba	167.74	155.60	163.17
Q5Bb	77.83	75.38	111.33
Q6A	74.66	55.68	70.00
Q6B	74.49	60.04	70.00

Tabela 4.33 - REAÇÕES NOS PILARES

	PROGRAMA (kN)	ELEM. FINITOS (kN)	PROC. USUAL (kN)
P1	64.73	56.64	54.77
P2	161.71	164.40	182.39
P3	92.39	87.67	84.42
P4	151.18	156.20	169.04
P5	420.34	447.00	388.32
P6	32.08	24.97	28.78
P7	84.07	75.38	108.81
P8	93.49	87.72	85.03
Σ	1099.99	1099.98	1101.56

Tabela 4.34 - DESLOCAMENTOS VERTICAIS NAS VIGAS
E NO MEIO DAS LAJES

	PROGRAMA (cm)	ELEM. FINITOS (cm)	PROC. USUAL (cm)
<i>av1a</i>	0.17	0.41	0.27
<i>av1b</i>	0.04	0.09	0.04
<i>av2</i>	0.54	0.80	1.59
<i>av3a</i>	0.12	0.31	0.23
<i>av3b</i>	0.04	0.09	0.05
<i>av4a</i>	0.00	0.03	-0.04
<i>av4b</i>	0.17	0.48	0.29
<i>av5a</i>	0.00	0.03	0.00
<i>av5b</i>	0.61	1.09	1.14
<i>av6</i>	1.38	4.42	4.86
<i>a1</i>	1.89	1.86	1.02
<i>a2</i>	0.62	0.73	0.37
<i>a3</i>	1.98	4.13	1.15

Observando-se os valores apresentados nas tabelas 4.30 a 4.34, percebe-se desvios significativos em relação aos procedimentos práticos. As simplificações adotadas por tais procedimentos, faz com os métodos numéricos que melhor aproximam o comportamento real da estrutura, apresentem resultados totalmente diferentes.

Tal discrepância nos resultados, mostra a importância da interação existente entre os elementos da estrutura, que faz com que haja uma melhor distribuição dos esforços oriundos do carregamento.

Com a influência da rigidez dos pilares o momento fletor máximo positivo nas vigas passou de $175kN.m$ para $135.55kN.m$ e o momento fletor máximo negativo passou de $155.53kN.m$ para $179.15kN.m$. Além disto os deslocamentos verticais diminuíram.

4.4.2 - EXEMPLO 2: Com o intuito de continuar a análise da influência da rigidez dos pilares resolveu-se processar o exemplo anterior, retirando-se o pilar central.

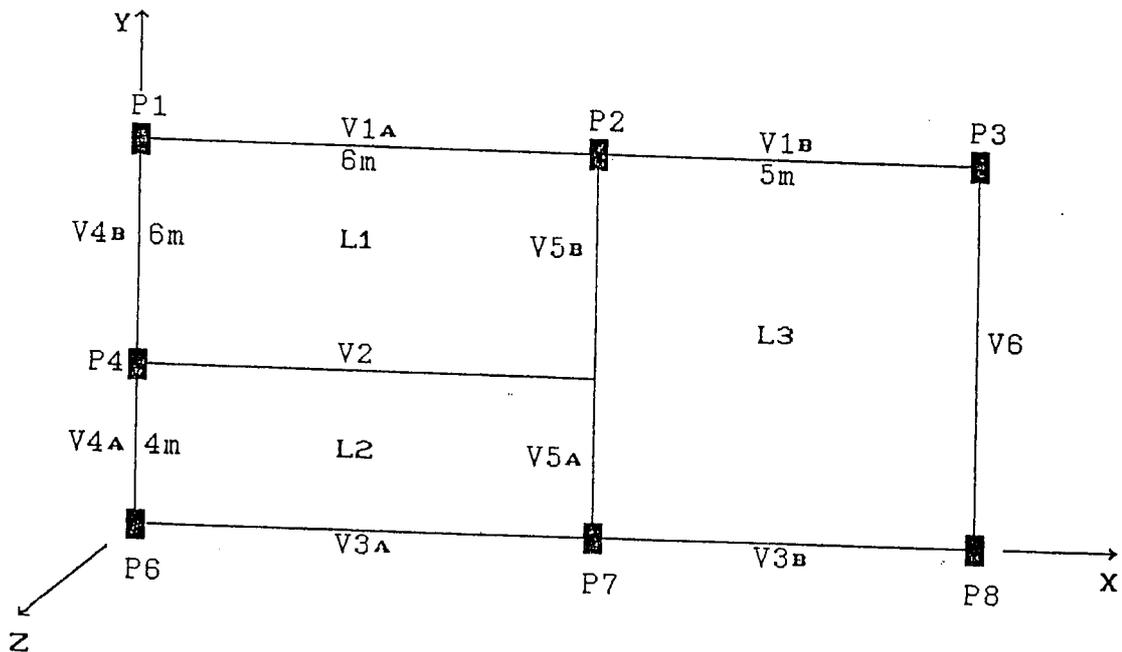


Figura 4.19 - Modelo estrutural adotado para o cálculo.

No procedimento usual de cálculo de pavimentos de concreto armado, o modelo estrutural idealizado para as lajes do exemplo 1 é o mesmo idealizado para as lajes do exemplo 2, ou seja, os esforços e deformações nas lajes são os mesmos nos dois exemplos, e conseqüentemente, as mesmas reações de apoio das lajes sobre as vigas.

Tabela 4.35 - MOMENTOS FLETORES NAS VIGAS

	PROGRAMA EXEMPLO 1 (kN.m)	PROGRAMA EXEMPLO 2 (kN.m)
M1A	40.65	48.76
X1	-53.51	-67.40
M1B	16.52	21.46
M2	135.55	185.62
M3A	29.90	37.93
X3	-42.07	-62.79
M3B	17.70	27.39
M4A	2.98	3.65
X4	-42.26	-49.06
M4B	38.29	42.69
M5A	11.40	359.96
X5	-179.15	591.94
M5B	133.97	483.79
M6	120.91	158.07

Com a retirada do pilar central, modificou-se a interação das lajes com as vigas e com os pilares, e conseqüentemente houve alteração significativa nos valores dos momentos fletores nas vigas, como pode ser visto na tabela 4.35.

Com a mudança na interação existente entre os elementos da estrutura os valores dos esforços e deslocamentos nas lajes também sofreram alteração.

Com os resultados mostrados na tabela 4.36 vê-se que sem o pilar central, os momentos fletores negativos em todas as lajes, sofreram grandes reduções.

Com relação aos momentos fletores positivos, apenas o momento fletor m_{y2} apresentou uma alteração insignificante. O momento fletor m_{x3} sofreu um acréscimo de 661.1% em relação ao valor apresentado no exemplo 1.

Com a diferença existente entre os dois resultados obtidos no programa, constata-se que o fato de considerar o mesmo modelo estrutural para o cálculo das lajes nos dois exemplos, conduz a resultados não condizentes com o comportamento real da estrutura.

Tabela 4.36 - MOMENTOS FLETORES NAS LAJES

	PROGRAMA EXEMPLO 1 (kN.m/m)	PROGRAMA EXEMPLO 2 (kN.m/m)	PROCEDIMENTO USUAL (kN.m/m)
m_{x1}	11.91	19.94	9.11
m_{y1}	12.54	14.50	9.11
x_1	-17.78	-9.21	-24.79
y_1	-27.87	-12.02	-24.79
m_{xz}	6.90	13.21	7.31
m_{y2}	5.50	5.32	3.92
x_2	-17.78	-9.21	-16.40
y_2	-20.47	-6.06	-12.85
m_{x3}	2.11	16.06	2.92
m_{y3}	15.50	24.53	14.92
y_3	-29.99	-1.20	-33.03

Tabela 4.37 - ESFORÇOS CORTANTES NAS VIGAS

	PROGRAMA EXEMPLO 1 (kN)	PROGRAMA EXEMPLO 2 (kN)
Q1Aa	31.31	32.56
Q1Ab	45.27	58.33
Q1Ba	36.11	47.70
Q1Bb	16.65	15.13
Q2A	87.63	103.15
Q2B	76.65	91.60
Q3Aa	25.89	26.54
Q3Ab	32.02	53.36
Q3Ba	28.48	49.73
Q3Bb	17.58	18.26
Q4Aa	4.95	1.80
Q4Ab	23.08	29.25
Q4Ba	37.98	44.43
Q4Bb	32.17	32.36
Q5Aa	21.07	194.42
Q5Ab	111.26	102.51
Q5Ba	167.74	3.17
Q5Bb	77.83	197.98
Q6A	74.66	91.73
Q6B	74.49	90.78

Tabela 4.38 - REAÇÕES NOS PILARES

	PROGRAMA EXEMPLO 1 (kN)	PROGRAMA EXEMPLO 2 (kN)
P1	64.73	66.18
P2	161.71	306.51
P3	92.39	107.15
P4	151.18	179.33
P6	32.08	29.59
P7	84.07	300.01
P8	93.49	111.23

Tabela 4.39 - DESLOCAMENTOS VERTICAIS NAS VIGAS
E NO MEIO DAS LAJES

	PROGRAMA EXEMPLO 1 (cm)	PROGRAMA EXEMPLO 2 (cm)
av1a	0.17	0.20
av1b	0.04	0.05
av2	0.54	4.19
av3a	0.12	0.15
av3b	0.04	0.07
av4a	0.00	0.00
av4b	0.17	0.19
av5a	-0.02	4.20
av5b	0.61	5.75
av6	1.38	1.80
a1	1.89	5.01
a2	0.62	2.93
a3	1.98	6.97

Os esforços cortantes nas vigas, em sua maioria, apresentaram valores maiores que no exemplo 1.

Como já era de se esperar, com a retirada do pilar central os outros pilares ficaram mais carregados, principalmente os da extremidade da viga V5.

Do mesmo modo, os deslocamentos verticais nas vigas foram maiores que no exemplo 1, devido a flexibilidade da viga V5.

Além disto, deve-se chamar a atenção para as mudanças nos deslocamentos verticais das lajes. Observa-se mais uma vez a importância da interação lajes-vigas-pilares. O valor do deslocamento na laje 2, por exemplo, sofreu um acréscimo de 372.6% em relação ao exemplo anterior.

Depois de processados os dois exemplos, vê-se que a consideração de um modelo estrutural de cálculo mais próximo do real conduz a resultados bem discrepantes em relação aos obtidos pelo procedimento usual de cálculo.

No exemplo 2, a flexibilidade da viga V5, provocou grandes alterações nos esforços e deslocamentos da estrutura. Claro que num cálculo real, a altura da viga deveria passar de 50cm para no mínimo 1/10 do vão, ou seja, 100cm, entretanto, para avaliar o efeito da flexibilidade na simulação, adotou-se a mesma altura do exemplo anterior.

Depois de avaliar os diversos comportamentos das lajes, vigas e pilares em exemplos simulados, considerando a interação existente entre os elementos da estrutura, surge a necessidade de avaliar o desempenho de um exemplo real, considerando a mesma interação.

Sendo assim, será processada no próximo capítulo, a estrutura de um pavimento apresentado em SANTOS⁽¹⁷⁾, cujos resultados obtidos no programa, serão comparados com resultados obtidos pelo procedimento usual de cálculo e com resultados apresentados no trabalho de COSTA⁽¹⁵⁾, que calcula a mesma estrutura considerando o vigamento como uma grelha.

CAPÍTULO 5 - EMPREGO DO PROCEDIMENTO ADOTADO PARA UM PAVIMENTO REPRESENTATIVO

5.1 - INTRODUÇÃO

Nos capítulos anteriores, a influência da interação lajes-vigas-pilares foi avaliada no processamento de estruturas simples e com os resultados obtidos observou-se diferenças significativas entre o procedimento usual de cálculo de pavimentos de concreto armado e o procedimento não usual, adotado neste trabalho. Entretanto, para que tais diferenças sejam melhor avaliadas e assim tirar algumas conclusões, torna-se necessário aplicar o procedimento adotado a um exemplo de um pavimento com características similares aos empregado na prática. Sendo assim, neste capítulo será processada a estrutura de um pavimento apresentado em SANTOS^[17], com alterações introduzidas por COSTA^[05], que processou a estrutura considerando o vigamento como uma grelha.

O cálculo do vigamento como uma grelha, cujos resultados podem ser vistos no trabalho de COSTA^[05], resultou num redimensionamento mais econômico das seções das vigas do pavimento original apresentado em SANTOS^[17]. Com isto, resolveu-se processar a estrutura já redimensionada e comparar os resultados obtidos através do programa desenvolvido, com os resultados apresentados por COSTA^[05].

Inicialmente, a estrutura do pavimento será processada considerando-se as vigas sem enrijecimento das lajes, já que COSTA^[05] não considerou tal enrijecimento.

Posteriormente, para ilustrar a influência da largura colaborante de laje, a estrutura será processada considerando o enrijecimento em toda a extensão da viga e depois considerando o enrijecimento apenas na região de momentos fletores positivos.

Além disto, apesar de no trabalho de COSTA^[05] não ter sido levado em conta o engastamento parcial dos pilares na grelha, optou-se por não desprezar esse efeito no programa já que a NBR-6118^[01] permite que seja feita uma correção dos momentos fletores nas extremidades das vigas. Considerou-se também a redução da rigidez à torção recomendada no capítulo 2.

5.2 - CÁLCULO DA ESTRUTURA DO PAVIMENTO SEM INFLUÊNCIA DA LARGURA COLABORANTE DE LAJE

Inicialmente SANTOS^[17] adotou a estrutura apresentada na Figura 5.1 para o pavimento. Depois de várias simulações COSTA^[05] reduziu a altura de algumas vigas, chegando a estrutura apresentada na Figura 5.2. Essa segunda concepção para a estrutura do pavimento é que será analisada neste trabalho.

Para o cálculo estrutural foi admitida uma resistência característica do concreto à compressão (f_{ck}) de 15MPa e módulo de Poisson igual a 0.20.

Para o Módulo de Deformação Longitudinal, E_c , toma-se o valor dado pela expressão:

$$E_c = 0,9 \cdot 21000 \sqrt{f_{ck} + 35} \quad \text{em kgf/cm}^2$$

O valor do Módulo de Deformação Transversal, G , adotado foi $0.42E_c$, como foi dito no capítulo 2.

Para o processamento da estrutura, adotou-se as cargas já estabelecidas em SANTOS^[17], tanto para as vigas quanto para as lajes, cujo valores podem ser vistos na Figura 5.3.

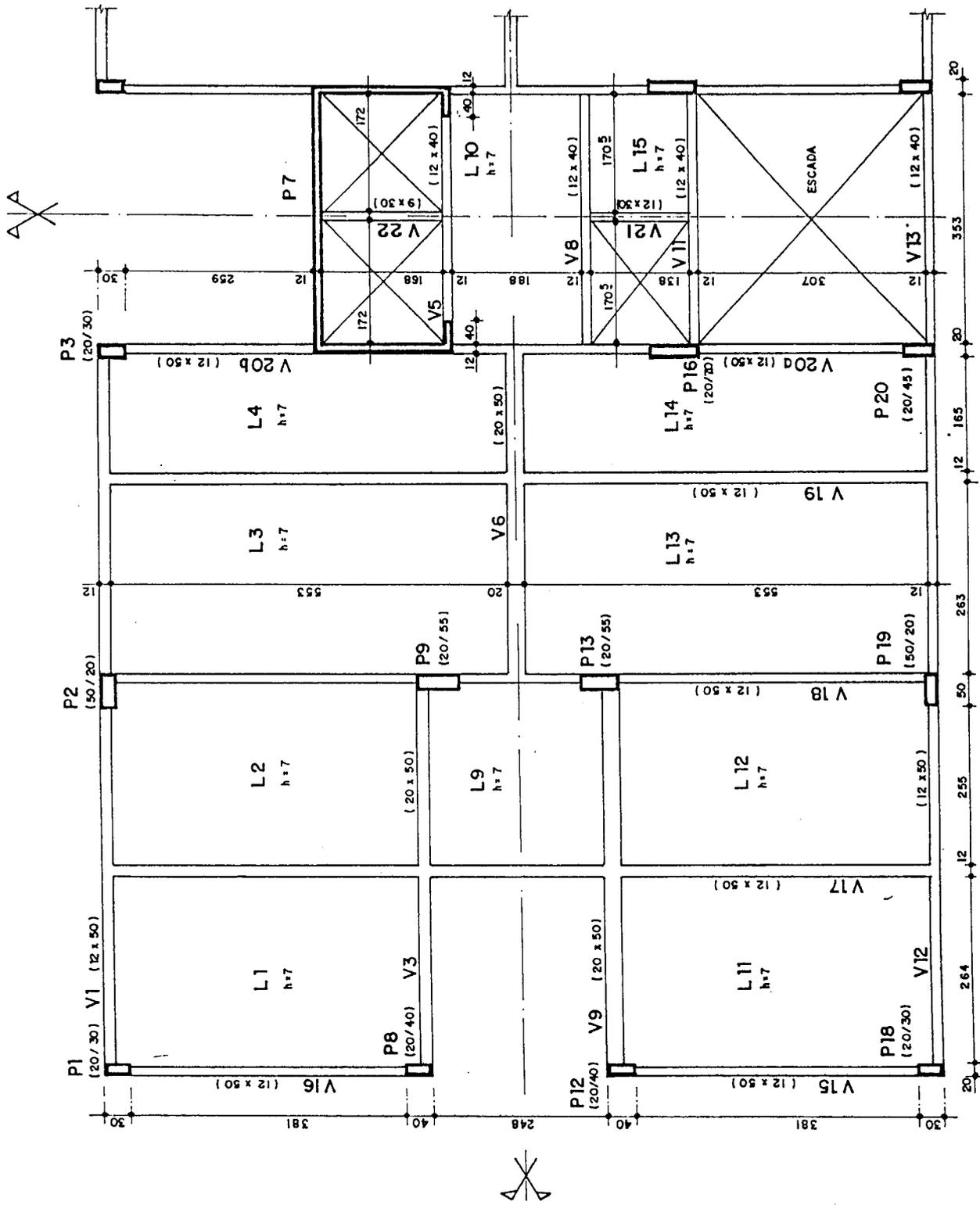


Figura 5.1 - Estrutura do pavimento proposta por SANTOS^[17].

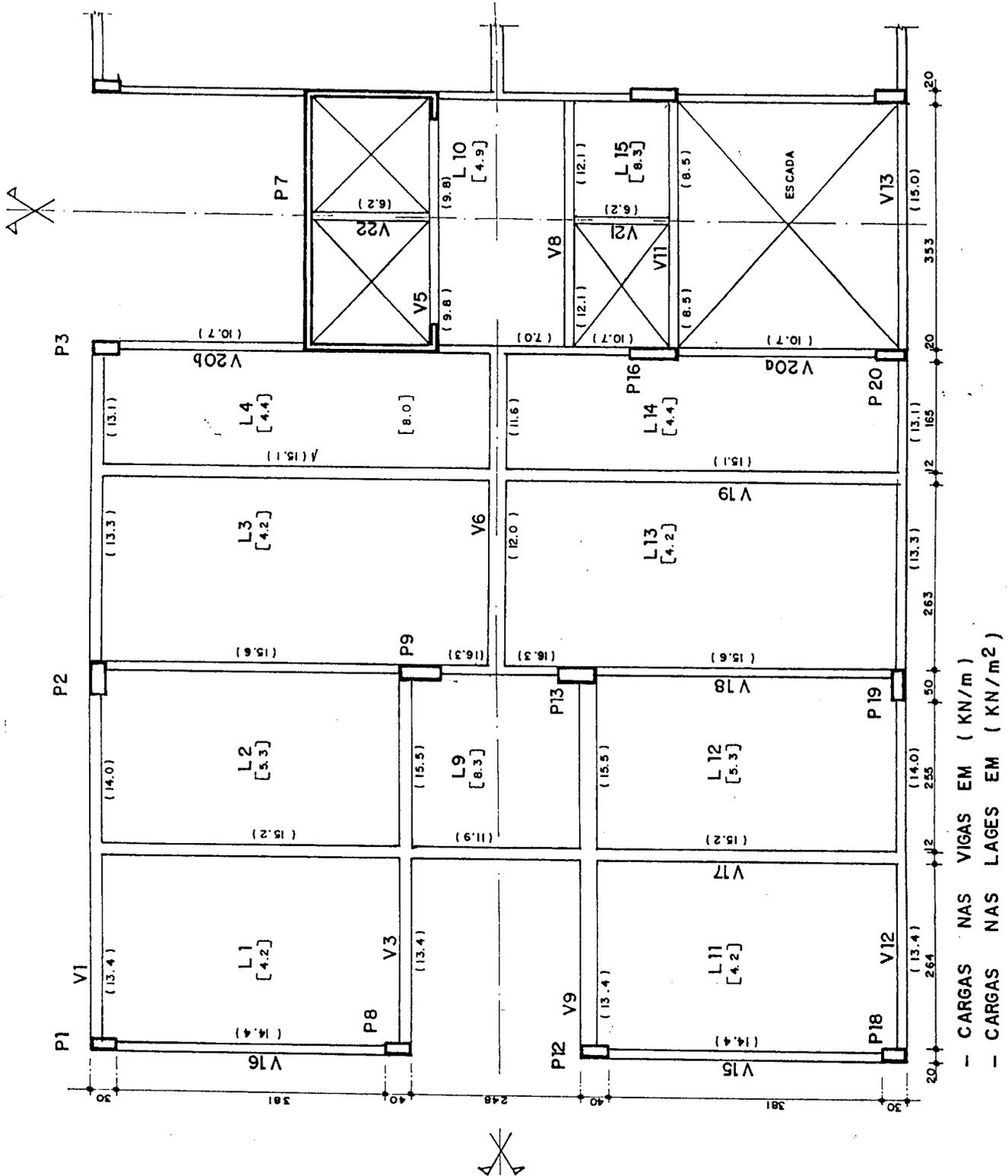


Figura 5.3 - Cargas atuantes nas lajes e nas vigas.

Devido às limitações do programa desenvolvido, desprezou-se no modelo estrutural adotado para processamento, os vãos referentes às escadas, aos elevadores e ao hall social, já que constituem uma área muito pequena em relação ao resto do pavimento, resultando na grelha apresentada na Figura 5.4.

O carregamento da grelha foi aplicado diretamente nos nós considerando o processo de áreas de influência descrito no capítulo 2, a partir dos valores mostrados na Figura 5.3.

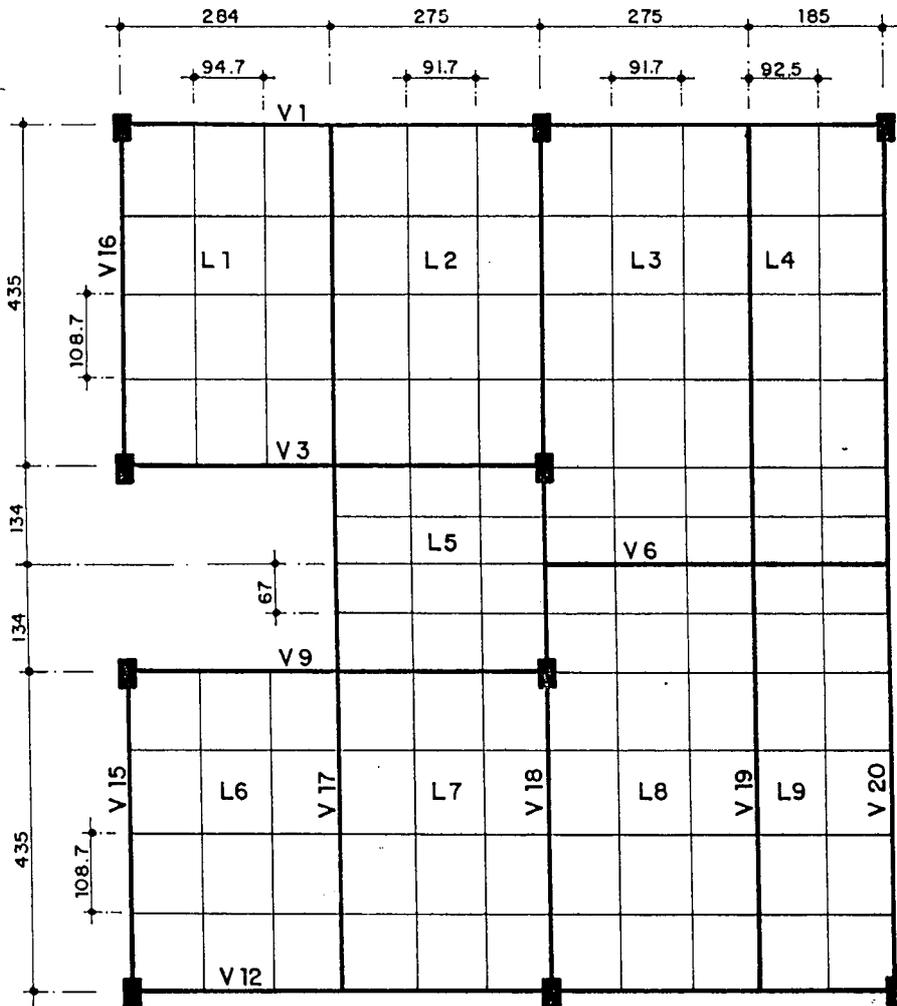


Figura 5.4 - Grelha que representa o pavimento.

Observa-se que se trata de uma malha pouco discretizada, devido às limitações do programa. Entretanto, fazendo um estudo de convergência em malhas com espaçamentos maiores observou-se que a malha adotada já apresentava resultados satisfatórios.

O arquivo de dados que descreve as características da malha da grelha foi obtido manualmente, pois como já foi dito no capítulo 3, o gerador desenvolvido só gera malhas retangulares com espaçamentos iguais em cada direção.

Uma vez obtido o arquivo dos dados da malha da grelha e processada a estrutura, calculou-se os momentos fletores nas vigas nos pontos de discretização da grelha e os valores foram comparados com os resultados apresentados por COSTA⁽⁰⁵⁾, como pode ser visto nas tabelas 5.1 a 5.6.

Tabela 5.1 - MOMENTOS FLETORES NAS VIGAS V1 E V3

DIST. (m)	V1			V3		
	PROGR. (kN.m)	COSTA (kN.m)	DIFER. (%)	PROGR. (kN.m)	COSTA (kN.m)	DIFER. (%)
0.000	-23.97	-23.07	3.90	-37.41	-40.07	-6.64
0.947	13.46	12.75	5.59	19.33	17.98	7.48
1.893	37.05	36.56	1.35	60.63	64.03	-5.31
2.840	47.08	48.36	-2.64	86.98	98.07	-11.31
3.757	24.19	20.87	15.90	56.87	61.29	-7.21
4.673	-11.65	-17.84	-34.70	9.03	11.48	-21.32
5.590	-60.08	-67.79	-11.37	-54.44	-51.36	6.00
6.507	-15.62	-19.63	-20.44			
7.423	14.02	17.34	-19.16			
8.340	33.59	43.14	-22.14			
9.265	16.83	18.50	-9.01			
10.190	-12.78	-17.36	-26.37			

Tabela 5.2 - MOMENTOS FLETORES NAS VIGAS V6 E V9

DIST. (m)	V6			V9		
	PROGR. (kN.m)	COSTA (kN.m)	DIFER. (%)	PROGR. (kN.m)	COSTA (kN.m)	DIFER. (%)
0.000				-37.60	-40.14	-6.33
0.947				19.46	17.96	8.35
1.893				60.84	64.06	-5.02
2.840				87.14	98.14	-11.21
3.757				56.94	61.33	-7.16
4.673				9.04	11.50	-21.40
5.590	-7.87	-0.07	109.84	-54.46	-51.36	6.04
6.507	47.12	65.75	28.33			
7.423	96.01	121.49	-20.97			
8.340	131.92	167.14	-21.07			
9.265	73.53	88.46	-16.88			
10.190	2.02	-0.14	-15.13			

Tabela 5.3 - MOMENTOS FLETORES NA VIGA V12

DIST. (m)	V12		
	PROGR. (kN.m)	COSTA (kN.m)	DIFER. (%)
0.000	-24.17	-23.36	3.48
0.947	13.42	12.70	5.67
1.893	37.19	36.75	1.21
2.840	47.37	48.79	-2.90
3.757	24.61	22.07	11.49
4.673	-11.07	-16.40	-32.51
5.590	-59.31	-66.64	-11.00
6.507	-17.25	-19.63	-12.14
7.423	13.28	16.20	-18.02
8.340	31.77	40.86	-22.24
9.265	14.37	15.18	-5.31
10.190	-14.93	-21.71	-31.24

Tabela 5.4 - MOMENTOS FLETORES NAS VIGAS V15 E V16

DIST. (m)	V15			V16		
	PROGR. (kN.m)	COSTA (kN.m)	DIFER. (%)	PROGR. (kN.m)	COSTA (kN.m)	DIFER. (%)
0.000	-19.43	-19.21	1.12			
1.087	6.51	5.60	16.27			
2.175	14.81	13.38	10.67			
3.262	4.97	4.13	20.19			
4.350	-21.89	-22.14	-1.14			
5.020						
5.690						
6.360						
7.030				-17.38	-22.14	-21.51
8.117				8.91	4.13	115.48
9.205				17.94	13.38	34.06
10.292				8.38	5.60	49.67
11.380				-18.52	-19.21	-3.61

Tabela 5.5 - MOMENTOS FLETORES NAS VIGAS V17 E V18

DIST. (m)	V17			V18		
	PROGR. (kN.m)	COSTA (kN.m)	DIFER. (%)	PROGR. (kN.m)	COSTA (kN.m)	DIFER. (%)
0.000	-0.17	-0.07	139.44	-20.67	-18.14	13.93
1.087	21.56	21.29	1.29	13.47	5.92	127.38
2.175	25.90	24.67	5.00	23.39	11.54	102.65
3.262	10.82	10.07	7.43	7.15	-1.29	-654.26
4.350	-20.41	-22.50	-9.29	-35.60	-32.57	9.30
5.020	-10.91	-14.47	-24.60	-0.50	11.81	-104.23
5.690	-7.74	-11.78	-34.30	25.59	26.93	-4.97
6.360	-10.85	-14.43	-24.82	-0.35	11.81	-102.96
7.030	-20.35	-22.43	-9.27	-35.47	-32.57	8.90
8.117	10.79	10.12	6.57	7.05	-1.29	-646.51
9.205	25.85	24.70	4.64	23.26	11.54	101.52
10.292	21.50	21.30	0.92	13.42	5.92	126.54
11.380	-0.19	-0.07	167.61	-20.57	-18.14	13.38

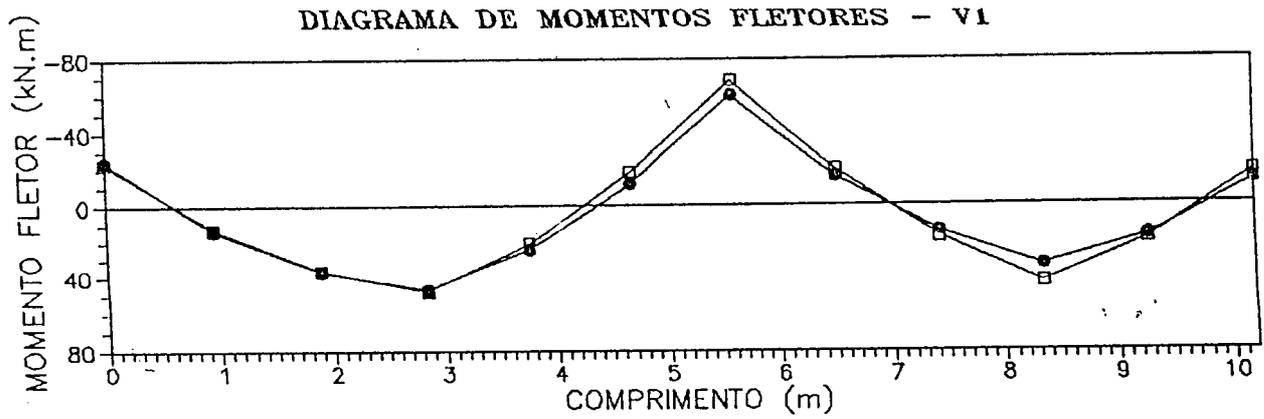
Tabela 5.6 - MOMENTOS FLETORES NAS VIGAS V19 E V20

DIST. (m)	V19			V20		
	PROGR. (kN.m)	COSTA (kN.m)	DIFER. (%)	PROGR. (kN.m)	COSTA (kN.m)	DIFER. (%)
0.000	-0.58	-0.07	716.90	-2.91	-8.36	-65.18
1.087	24.98	25.73	-2.92	5.91	-3.33	-277.32
2.175	34.31	33.68	1.88	-0.82	-10.96	-92.52
3.262	26.71	23.76	12.40	-24.45	-31.25	-21.76
4.350	2.35	-4.01	-158.63	10.47	4.45	135.33
5.020	-21.10	-30.01	-29.68	25.44	20.14	26.30
5.690	-50.87	-62.79	-18.98	37.01	40.43	-8.46
6.360	-22.11	-30.01	-26.32	-9.51	-11.36	-16.26
7.030	1.59	-4.01	-139.67	-61.25	-66.29	-7.60
8.117	26.76	23.76	12.61	-10.25	-8.71	17.63
9.205	35.20	33.68	4.52	4.97	4.13	20.22
10.292	25.95	25.73	0.85	5.04	4.32	16.56
11.380	-0.30	-0.07	322.53	-8.80	-8.14	8.07

Observando-se os valores das tabelas mostradas anteriormente vê-se que boa parte das diferenças obtidas, ultrapassam 10%, principalmente nos pontos de maior momento fletor positivo e negativo.

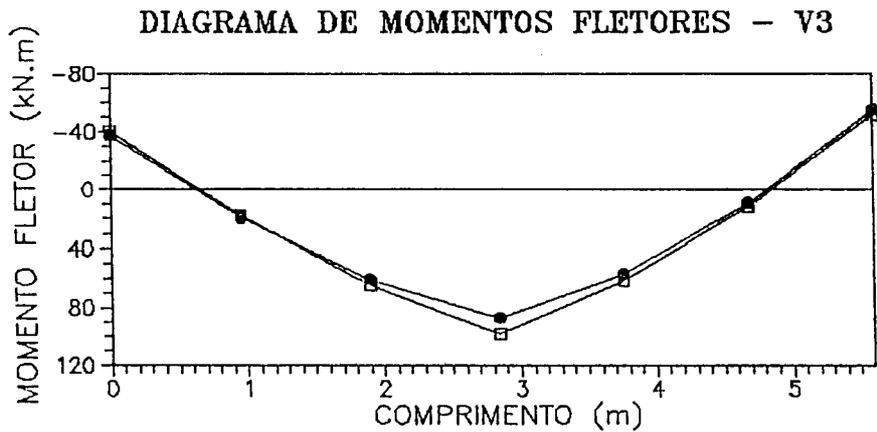
Entretanto, as diferenças grandes ocorrem com momentos fletores baixos, e assim não possuem grande importância. A divergência entre os resultados deve-se a interação existente entre lajes-vigas-pilares do pavimento. Vê-se que tal efeito é significativo para a determinação dos esforços. Através das figuras 5.5 a 5.15, mostradas a seguir, observa-se melhor a comparação.

O cálculo do vigamento do pavimento como uma grelha considera a interação entre as vigas. Isto significa que, se os resultados obtidos no programa fossem comparados com os resultados obtidos pelo procedimento usual de cálculo de pavimentos, as diferenças seriam ainda maiores.



□□□□ Valores apresentados por COSTA^[05].
●●●● Analogia de Grelha.

Figura 5.5 - Comparação entre os valores apresentados por COSTA^[05] e os obtidos no programa para V1.



□□□□ Valores apresentados por COSTA^[05].
●●●● Analogia de Grelha.

Figura 5.6 - Comparação entre os valores apresentados por COSTA^[05] e os obtidos no programa para V3.

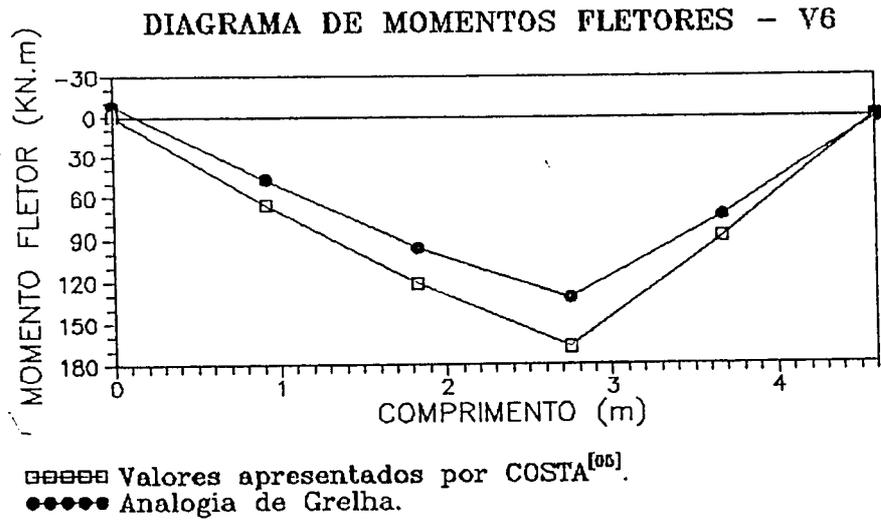


Figura 5.7 - Comparação entre os valores apresentados por COSTA^[05] e os obtidos no programa pa V6.

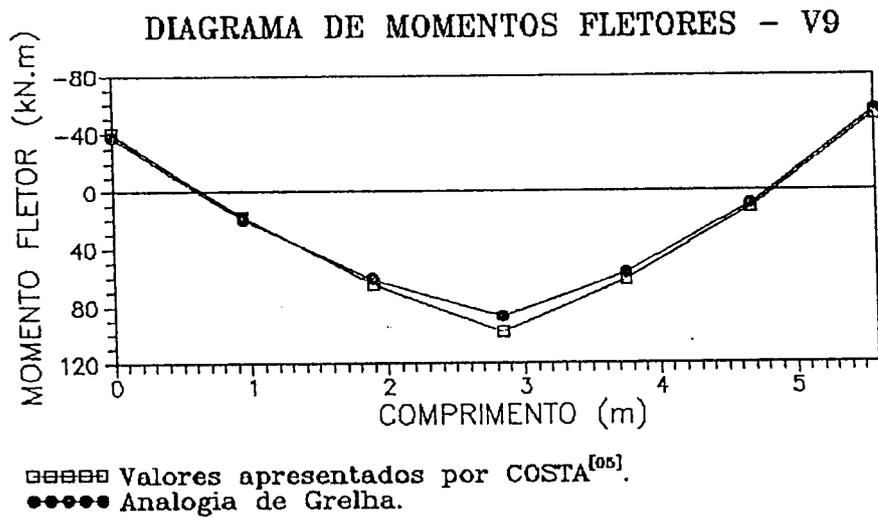
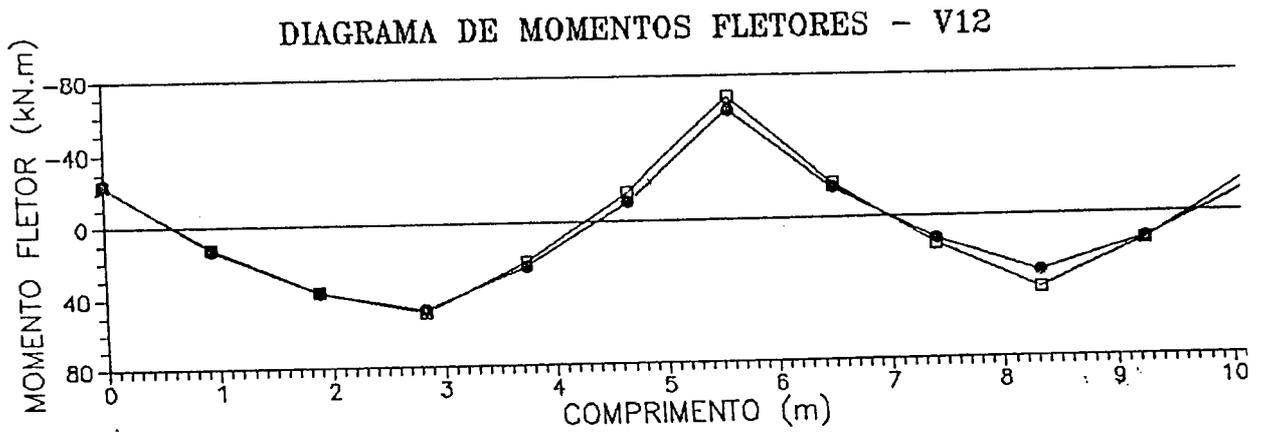
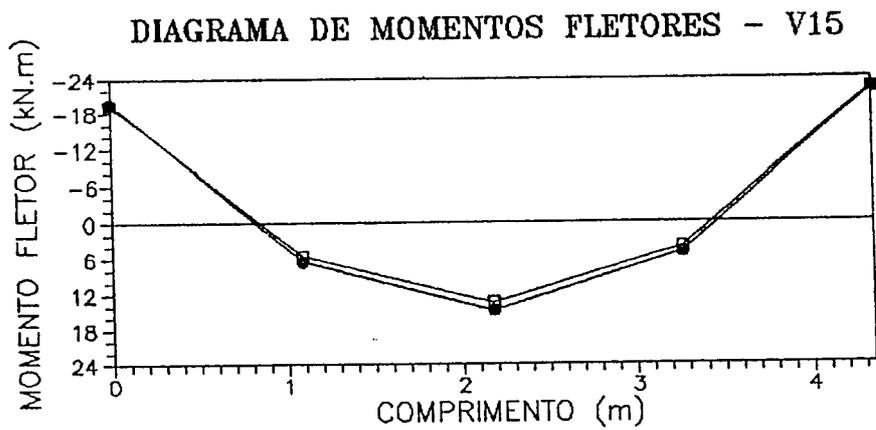


Figura 5.8 - Comparação entre os valores apresentados por COSTA^[05] e os obtidos no programa para V9.



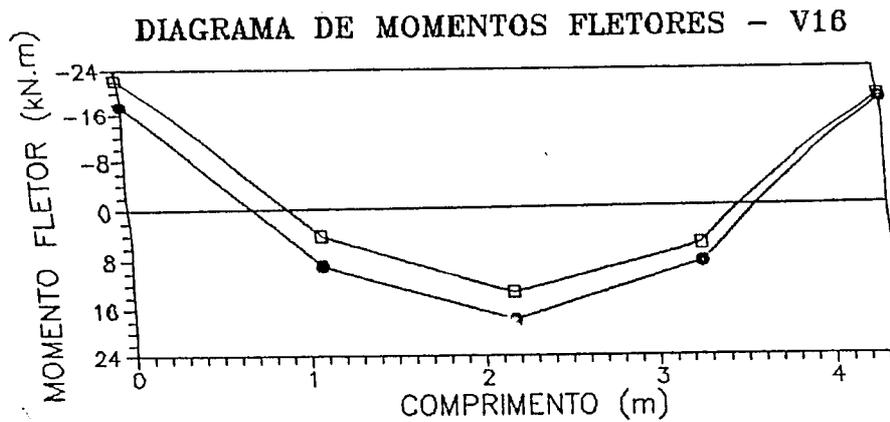
□□□□ Valores apresentados por COSTA^[05].
●●●● Analogia de Grelha.

Figura 5.9 - Comparação entre os valores apresentados por COSTA^[05] e os obtidos no programa para V12.



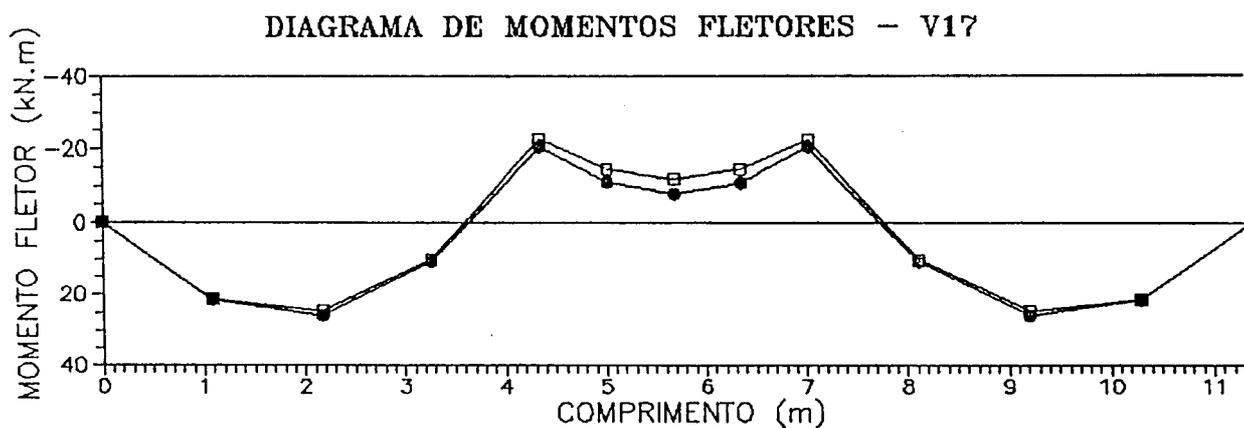
□□□□ Valores apresentados por COSTA^[05].
●●●● Analogia de Grelha.

Figura 5.10 - Comparação entre os valores apresentados por COSTA^[05] e os obtidos no programa para V15.



□□□□ Valores apresentados por COSTA^[06].
●●●● Analogia de Grelha.

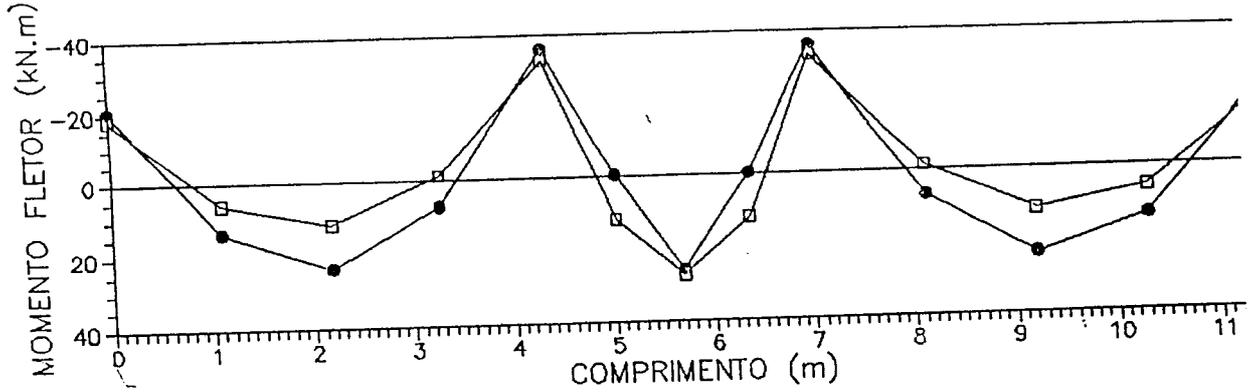
Figura 5.11 - Comparação entre os valores apresentados por COSTA^[05] e os obtidos no programa para V16.



□□□□ Valores apresentados por COSTA^[06].
●●●● Analogia de Grelha.

Figura 5.12 - Comparação entre os valores apresentados por COSTA^[05] e os obtidos no programa para V17.

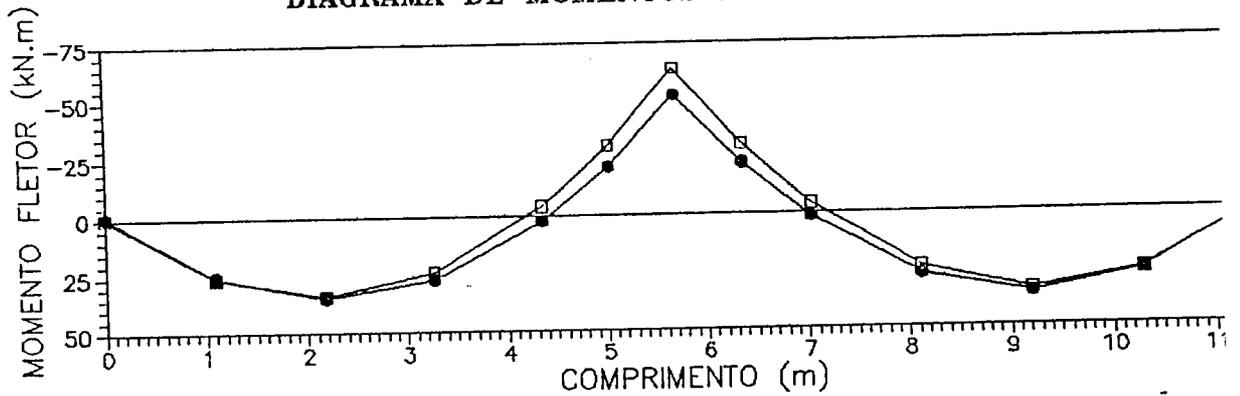
Gráfico 5.9: DIAGRAMA DE MOMENTOS FLETORES - V18



□□□□ Valores apresentados por COSTA^[1].
●●●● Analogia de Grelha.

Figura 5.13 - Comparação entre os valores apresentados por COSTA^[05] e os obtidos no programa para V18.

DIAGRAMA DE MOMENTOS FLETORES - V19



□□□□ Valores apresentados por COSTA^[05].
●●●● Analogia de Grelha.

Figura 5.14 - Comparação entre os valores apresentados por COSTA^[05] e os obtidos no programa para V19.

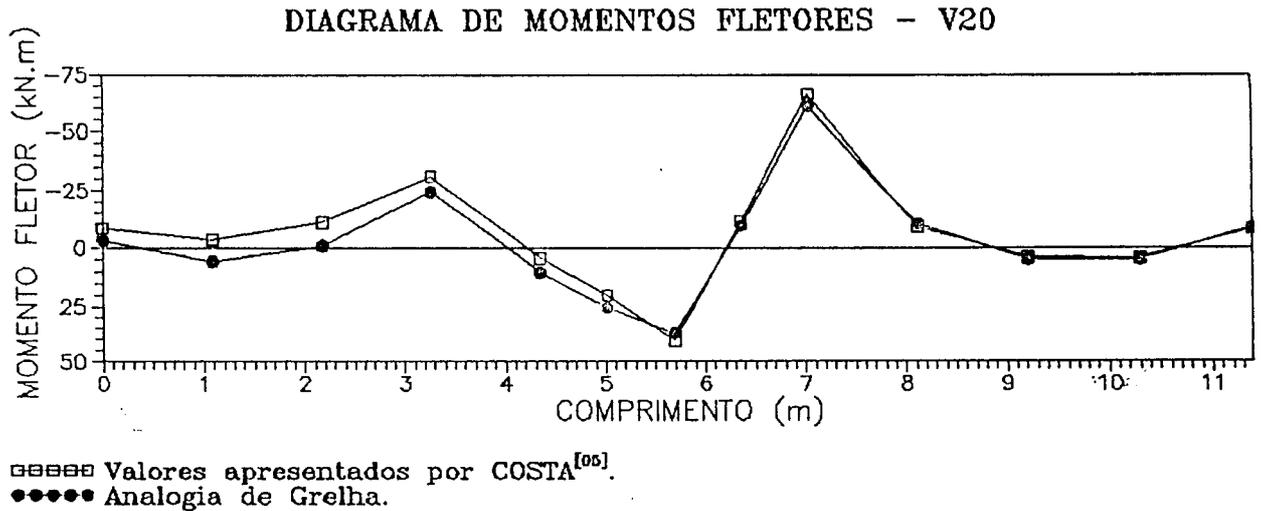


Figura 5.15 - Comparação entre os valores apresentados por COSTA^[05] e os obtidos no programa para V20

Uma outra comparação que pode ser feita em relação ao trabalho de COSTA^[05], é com os deslocamentos verticais das vigas V17 e V18 que também apresentam diferenças significativas.

Tabela 5.7 - DESLOCAMENTOS VERTICAIS NAS VIGAS V17 E V18

DIST. (m)	V17			V18		
	PROGR. (cm)	COSTA (cm)	DIFER. (%)	PROGR. (cm)	COSTA (cm)	DIFER. (%)
0.000	0.32	0.50	-36.00	0.00	0.00	0.00
2.175	0.74	1.36	-45.59	0.18	0.25	-28.00
4.350	0.39	0.72	-45.83	0.00	0.00	0.00
5.690	---	---	---	0.04	0.06	-33.33
7.030	0.39	0.72	-45.83	0.00	0.00	0.00
9.205	0.74	1.35	-45.18	0.18	0.25	-28.00
11.380	0.32	0.49	-34.69	0.00	0.00	0.00

O cálculo dos deslocamentos das vigas, considerando a deformação conjunta dos elementos da estrutura do pavimento resultou em deslocamentos bem menores do que os apresentados por COSTA^[05], ressaltando ainda mais o efeito da interação lajes-vigas-pilares.

Com a contribuição da rigidez dos pilares extremos, a deformabilidade da viga diminui e com isto seus deslocamentos verticais são menores. Este comportamento das vigas refletirá também no comportamento das lajes.

O comportamento das lajes do pavimento será analisado comparando os resultados obtidos no programa com os valores dos esforços e deslocamentos nas lajes apresentados no trabalho de SANTOS^[17], pois COSTA^[05] não traz tais resultados. As Figuras 5.16 e 5.17 trazem as convenções adotadas para os momentos fletores nas lajes.

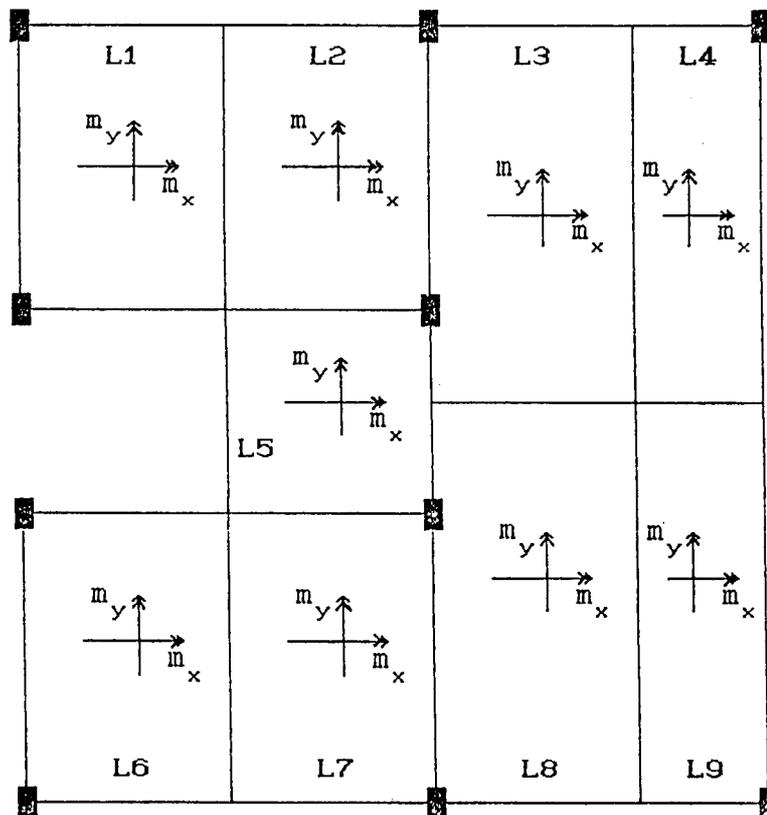


Figura 5.16 -Convenção adotada para os momentos fletores no meio das lajes.

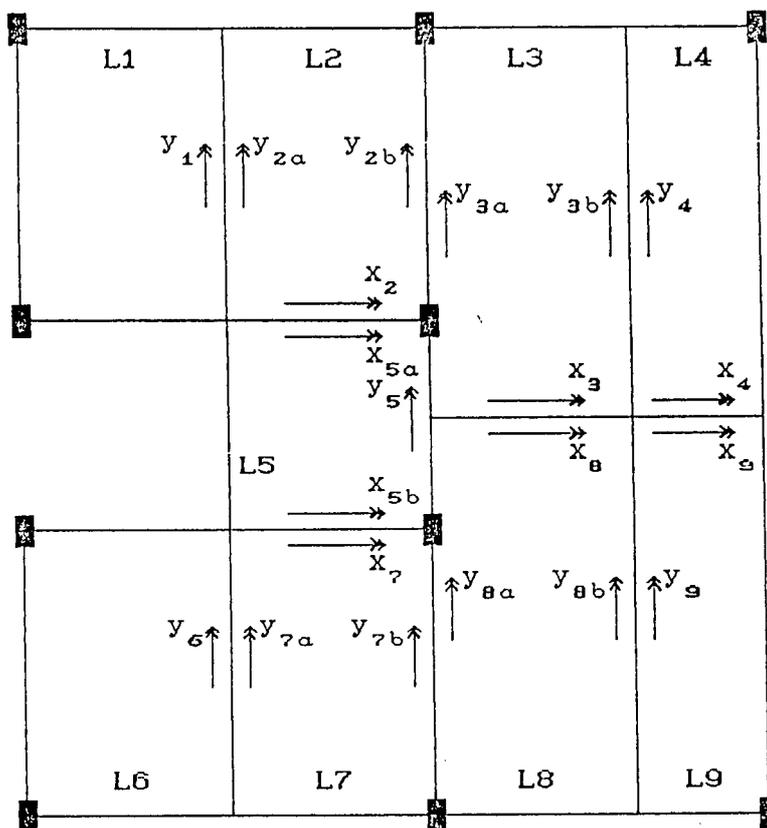


Figura 5.17 - Convenção adotada para os momentos fletores nas extremidades das lajes.

Tabela 5.8 - MOMENTOS FLETORES NO MEIO DAS LAJES

LAJES	m_x (kN.m/m)			m_y (kN.m/m)		
	PROGR.	SANTOS	DIFER.	PROGR.	SANTOS	DIFER.
L1	1.96	0.80	145.00	2.13	1.80	18.33
L2	1.49	0.82	81.71	1.31	1.59	-17.61
L2	0.65	0.59	10.17	0.92	1.32	-30.30
L4	0.46	0.68	-32.35	2.48	1.93	28.50
L5	0.45	1.65	-72.73	1.56	1.41	10.64
L6	2.10	0.80	162.50	2.02	1.80	12.22
L7	1.48	0.82	80.49	1.30	1.59	-18.24
L8	0.70	0.59	18.64	0.98	1.32	-25.76
L9	0.38	0.68	-44.12	2.54	1.93	31.61

Tabela 5.9 - MOMENTOS FLETORES NAS EXTREMIDADES DAS LAJES
NA DIREÇÃO X (kN.m/m)

	PROGR.	SANTOS	DIFER.
x_2	-2.05	-2.29	-10.48
x_3	-0.24	-1.82	-86.81
x_4	-1.52	-2.28	-33.33
x_{5a}	-2.37	-3.87	-38.76
x_{5b}	-2.37	-3.87	-38.76
x_7	-2.03	-2.29	-11.35
x_8	-0.27	-1.82	-85.16
x_9	-1.25	-2.28	-45.17

Tabela 5.10 - MOMENTOS FLETORES NAS EXTREMIDADES DAS LAJES
NA DIREÇÃO Y (kN.m/m)

	PROGR.	SANTOS	DIFER.
y_1	-0.38	-3.76	-89.89
y_{2a}	-0.25	-3.23	-92.26
y_{2b}	-4.62	-3.23	43.03
y_{3a}	-4.68	-2.65	76.60
y_{3b}	0.33	-2.65	-112.45
y_4	0.46	-3.42	-113.45
y_5	-7.09	-3.43	106.71
y_6	-0.43	-3.76	-88.56
y_{7a}	-0.28	-3.23	-91.33
y_{7b}	-4.65	-3.23	43.96
y_{8a}	-4.73	-2.65	78.49
y_{8b}	0.49	-2.65	-118.49
y_9	0.63	-3.42	-118.42

Tabela 5.11 - DESLOCAMENTOS VERTICAIS NO MEIO DAS LAJES

LAJES	a (cm)		
	PROGR.	SANTOS	DIFER.
L1	0.67	0.27	148.15
L2	0.54	0.18	200.00
L2	0.33	0.15	120.00
L4	0.35	0.13	169.23
L5	0.24	0.20	20.00
L6	0.69	0.27	155.56
L7	0.54	0.18	200.00
L8	0.34	0.15	126.67
L9	0.31	0.13	138.46

Levando-se em conta a interação existente entre lajes-vigas-pilares no pavimento, os momentos fletores nas lajes assumiram valores bem diferentes dos valores apresentados em SANTOS⁽¹⁷⁾. Todas as diferenças ultrapassaram 10%, com redução brusca de momentos como no caso de m_x na laje L5 e aumentos significativos como no caso de m_x na laje L6.

Observando-se a tabela 5.10 percebe-se que na laje L4, cujo comportamento pode ser analisado como armada em uma só direção, apareceu um momento fletor na extremidade com valor positivo e por continuidade também na extremidade de L3.

Com relação aos deslocamentos verticais, os valores obtidos no programa foram bem maiores que os apresentados por SANTOS⁽¹⁷⁾, entretanto deve ser ressaltado que os deslocamentos obtidos pelo procedimento usual de cálculo leva em conta apenas a deformação da laje e o programa considera a deformação da laje mais a deformação da viga de apoio.

Todos os cálculos foram feitos considerando-se a viga com seção retangular. No ítem seguinte pretende-se avaliar o comportamento do pavimento com a introdução da largura colaborante de laje na rigidez da viga.

5.3 - CÁLCULO DA ESTRUTURA DO PAVIMENTO COM INFLUÊNCIA DA LARGURA COLABORANTE DE LAJE

Como foi dito anteriormente, a consideração da largura colaborante de laje, será feita de dois modos. O primeiro considerando a parte da laje em toda a extensão da viga e o segundo considerando a parte da laje apenas na região de momentos fletores positivos.

Os valores obtidos nos dois processamentos serão comparados com os valores obtidos no programa no ítem anterior.

Para identificação nas tabelas, os valores obtidos no ítem anterior estarão listados na coluna referente ao PROGR.1. Os valores obtidos considerando a largura colaborante de laje em toda a extensão da viga na coluna PROGR.2 e os valores considerando a largura colaborante de laje apenas na região de momentos fletores positivos na coluna PROGR.3.

A região de momentos fletores positivos foi adotada com base nos valores apresentados por COSTA^[05]. Traçou-se o diagrama de momentos fletores de cada viga e para as barras da grelha situadas sobre o trecho de momento fletor positivo, considerou-se uma seção *T* e para as barras situadas sobre o trecho de momentos fletores negativos considerou-se seção retangular.

Os pontos onde foram obtidos os momentos fletores nas vigas são os mesmos do ítem anterior.

Tabela 5.12 - MOMENTOS FLETORES NAS VIGAS

DIST. (m)	V1			V3		
	PROGR. 1 (kN.m)	PROGR. 2 (kN.m)	PROGR. 3 (kN.m)	PROGR. 1 (kN.m)	PROGR. 2 (kN.m)	PROGR. 3 (kN.m)
0.000	-23.97	-17.07	-19.10	-37.41	-30.01	-29.91
0.947	13.46	18.84	19.48	19.33	27.63	27.81
1.893	37.05	41.37	44.53	60.63	70.24	70.31
2.840	47.08	50.89	56.55	86.98	98.62	98.28
3.757	24.19	24.97	32.53	56.87	68.07	68.76
4.673	-11.65	-13.41	-3.92	9.03	19.82	21.18
5.590	-60.08	-64.18	-52.82	-54.44	-43.96	-42.37
6.507	-15.62	-19.38	-10.68			
7.423	14.02	14.13	20.11			
8.340	33.59	36.15	39.51			
9.265	16.83	19.81	20.58			
10.190	-12.78	-8.79	-10.81			

Tabela 5.13 - MOMENTOS FLETORES NAS VIGAS

DIST. (m)	V6			V9		
	PROGR. 1 (kN.m)	PROGR. 2 (kN.m)	PROGR. 3 (kN.m)	PROGR. 1 (kN.m)	PROGR. 2 (kN.m)	PROGR. 3 (kN.m)
0.000				-37.60	-30.01	-29.91
0.947				19.46	27.63	27.81
1.893				60.84	70.25	70.31
2.840				87.14	98.65	98.29
3.757				56.94	68.09	68.77
4.673				9.04	19.85	21.21
5.590	-7.87	-6.53	-6.22	-54.46	-43.94	-42.34
6.507	47.12	52.39	52.47			
7.423	96.01	103.03	103.09			
8.340	131.92	140.81	140.85			
9.265	73.53	77.42	77.44			
10.190	2.02	1.44	1.50			

Tabela 5.14 - MOMENTOS FLETORES NAS VIGAS

V12			
DIST. (m)	PROGR.1 (kN.m)	PROGR.2 (kN.m)	PROGR.3 (kN.m)
0.000	-24.17	-17.18	-19.20
0.947	13.42	18.86	19.49
1.893	37.19	41.51	44.65
2.840	47.37	51.14	56.77
3.757	24.61	25.35	32.87
4.673	-11.07	-12.91	-3.45
5.590	-59.31	-63.51	-52.21
6.507	-17.25	-19.36	-10.73
7.423	13.28	13.48	19.34
8.340	31.77	34.61	37.77
9.265	14.37	17.72	18.22
10.190	-14.93	-10.87	-13.01

Tabela 5.15 - MOMENTOS FLETORES NAS VIGAS

DIST. (m)	V15			V16		
	PROGR.1 (kN.m)	PROGR.2 (kN.m)	PROGR.3 (kN.m)	PROGR.1 (kN.m)	PROGR.2 (kN.m)	PROGR.3 (kN.m)
0.000	-19.43	-17.80	-16.78			
1.087	6.51	7.69	9.04			
2.175	14.81	15.74	17.46			
3.262	4.97	5.51	7.65			
4.350	-21.89	-21.76	-19.03			
5.020						
5.690						
6.360						
7.030				-17.38	-21.75	-19.03
8.117				8.91	5.50	7.64
9.205				17.94	15.74	17.46
10.292				8.38	7.69	9.04
11.380				-18.52	-17.80	-16.78

Tabela 5.16 - MOMENTOS FLETORES NAS VIGAS

DIST. (m)	V17			V18		
	PROGR.1 (kN.m)	PROGR.2 (kN.m)	PROGR.3 (kN.m)	PROGR.1 (kN.m)	PROGR.2 (kN.m)	PROGR.3 (kN.m)
0.000	-0.17	0.38	0.40	-20.67	-14.00	-15.74
1.087	21.56	25.18	25.82	13.47	16.63	17.15
2.175	25.90	30.56	31.87	23.39	24.20	26.94
3.262	10.82	14.02	16.10	7.15	6.06	11.02
4.350	-20.41	-20.56	-16.67	-35.60	-36.83	-29.50
5.020	-10.91	-11.43	-7.39	-0.50	-0.55	6.30
5.690	-7.74	-8.27	-4.26	25.59	26.88	33.53
6.360	-10.85	-11.42	-7.38	-0.35	-0.44	6.41
7.030	-20.35	-20.53	-16.65	-35.47	-36.73	-29.41
8.117	10.79	14.04	16.11	7.05	6.00	10.92
9.205	25.85	30.59	31.90	23.26	24.10	26.81
10.292	21.50	25.19	25.84	13.42	16.57	17.08
11.380	-0.19	0.38	0.40	-20.57	-13.95	-15.67

Tabela 5.17 - MOMENTOS FLETORES NAS VIGAS

DIST. (m)	V19			V20		
	PROGR.1 (kN.m)	PROGR.2 (kN.m)	PROGR.3 (kN.m)	PROGR.1 (kN.m)	PROGR.2 (kN.m)	PROGR.3 (kN.m)
0.000	-0.58	-0.06	-0.03	-2.91	-1.80	-3.24
1.087	24.98	28.18	28.11	5.91	5.76	5.69
2.175	34.31	38.65	38.51	-0.82	-1.72	-0.43
3.262	26.71	30.02	29.90	-24.45	-25.13	-22.51
4.350	2.35	2.55	2.51	10.47	11.02	15.31
5.020	-21.10	-23.38	-23.39	25.44	26.96	32.34
5.690	-50.87	-55.52	-55.62	37.01	39.18	45.75
6.360	-22.11	-24.03	-24.23	-9.51	-10.01	-2.21
7.030	1.59	2.05	1.86	-61.25	-64.05	-55.12
8.117	26.76	30.09	29.96	-10.25	-10.21	-9.11
9.205	35.20	39.28	39.23	4.97	4.88	5.57
10.292	25.95	28.87	28.89	5.04	5.20	5.59
11.380	-0.30	0.15	0.21	-8.80	-8.37	-7.93

Pelos valores mostrados nas tabelas 5.12 a 5.17, percebe-se grandes diferenças em considerar ou não o efeito da largura colaborante. Entretanto, o fato de considerar a largura colaborante apenas na região de momentos fletores positivos não apresenta tanta alteração se for considerada em toda a extensão das vigas.

Para uma melhor visualização dos resultados foram traçados as figuras 5.18 a 5.28, onde estão plotados os valores apresentados em cada coluna das tabelas anteriores.

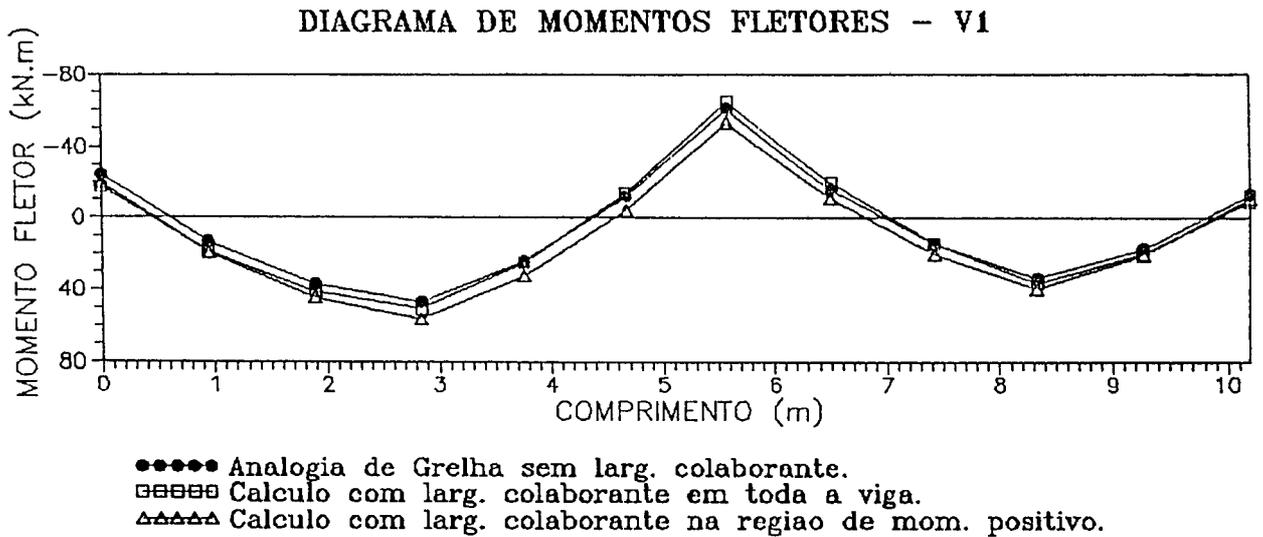
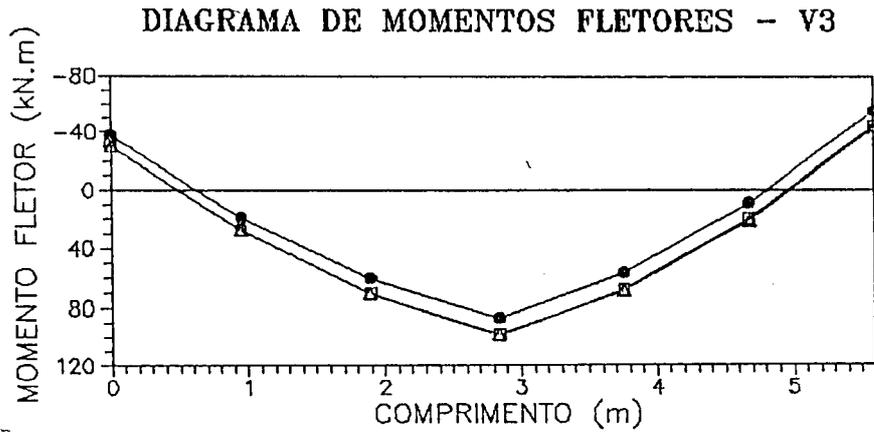
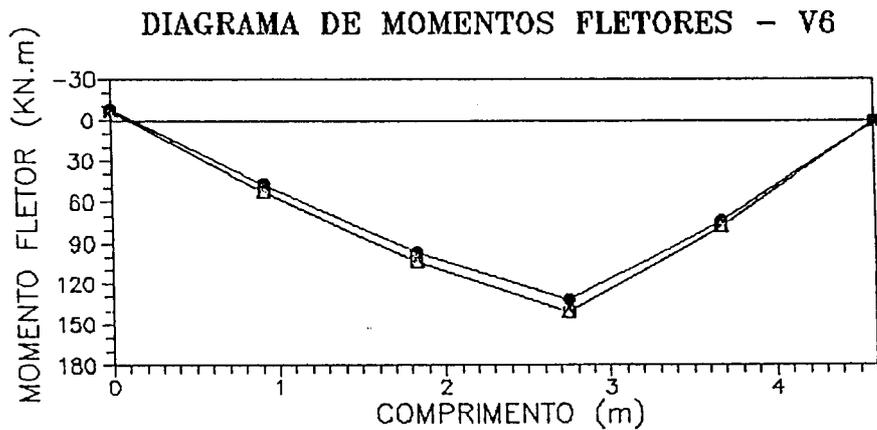


Figura 5.18 - Análise do efeito da largura colaborante de laje na rigidez da viga.



- Analogia de Grelha sem larg. colaborante.
- Calculo com larg. colaborante em toda a viga.
- △△△△△ Calculo com larg. colaborante na regio de mom. positivo.

Figura 5.19 - Análise do efeito da largura colaborante de laje na rigidez da viga.



- Analogia de Grelha sem larg. colaborante.
- Calculo com larg. colaborante em toda a viga.
- △△△△△ Calculo com larg. colaborante na regio de mom. positivo.

Figura 5.20 - Análise do efeito da largura colaborante de laje na rigidez da viga.

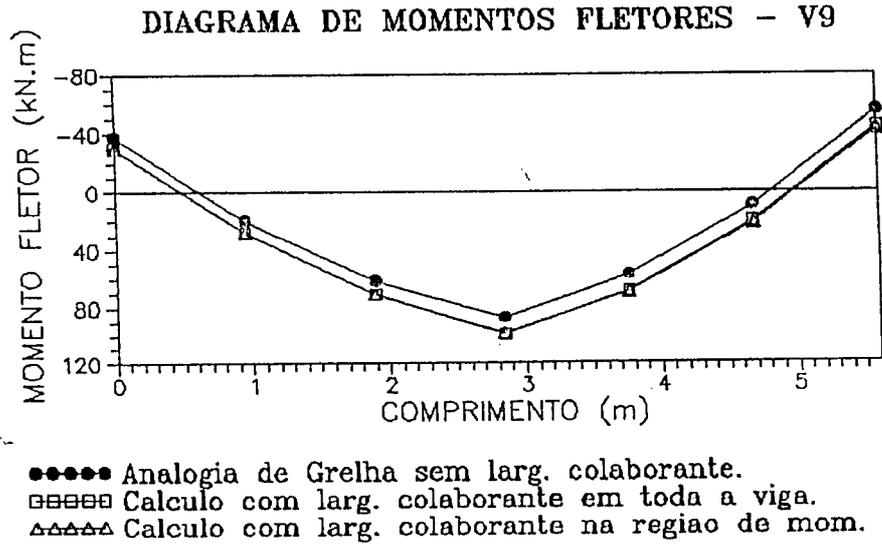


Figura 5.21 - Análise do efeito da largura colaborante de laje na rigidez da viga.

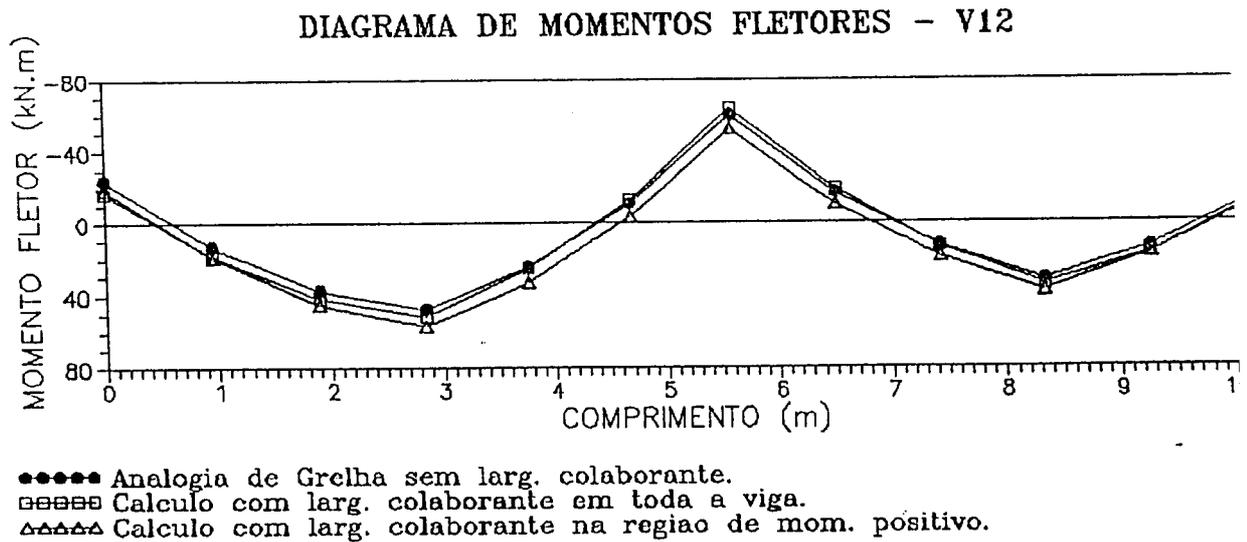


Figura 5.22 - Análise do efeito da largura colaborante de laje na rigidez da viga.

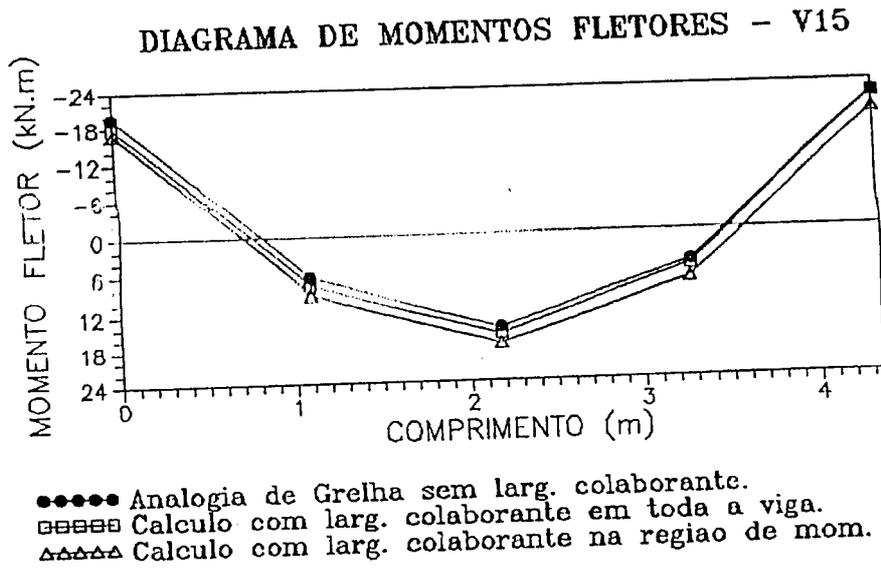


Figura 5.23 - Análise do efeito da largura colaborante de laje na rigidez da viga.

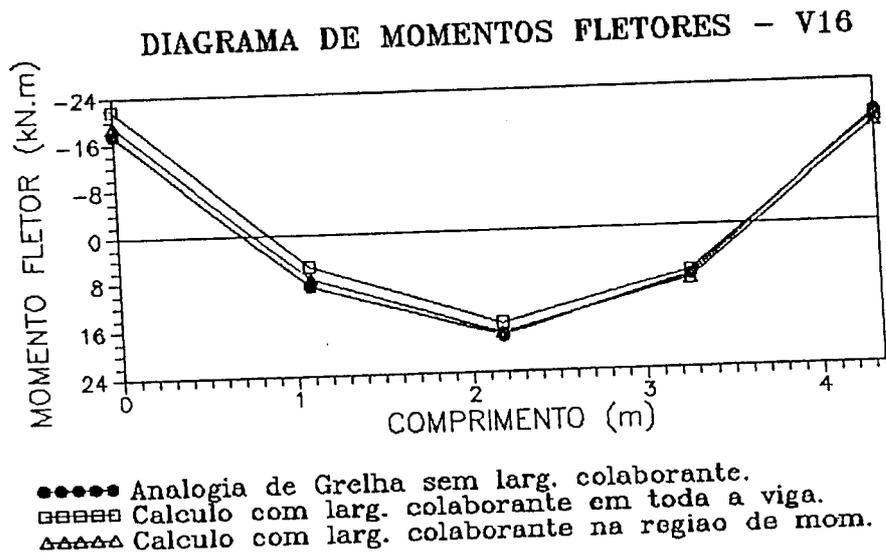
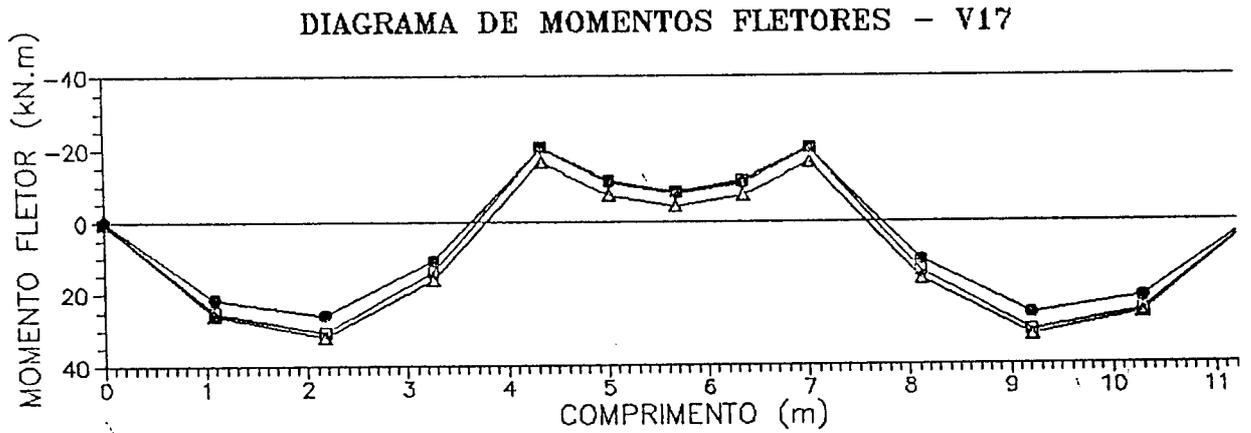
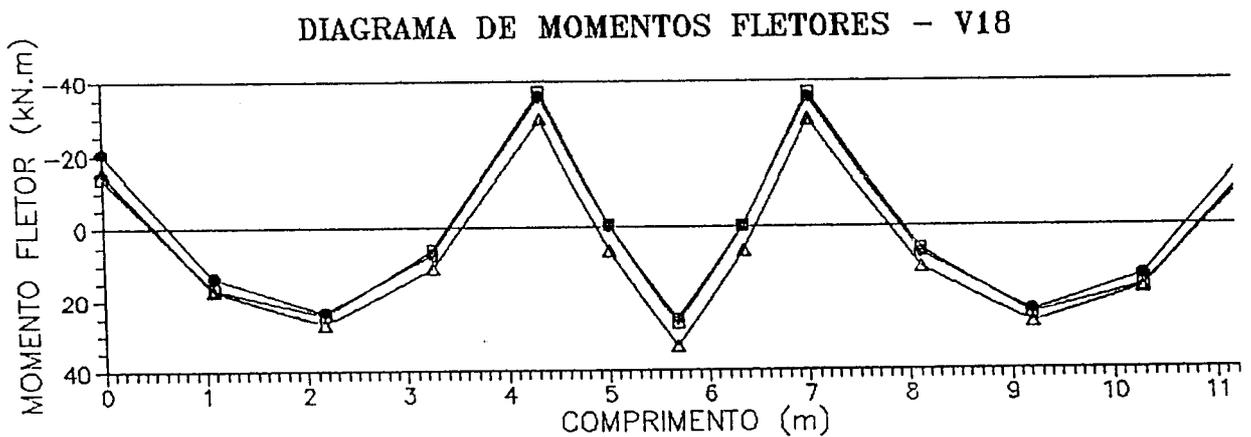


Figura 5.24 - Análise do efeito da largura colaborante de laje na rigidez da viga.



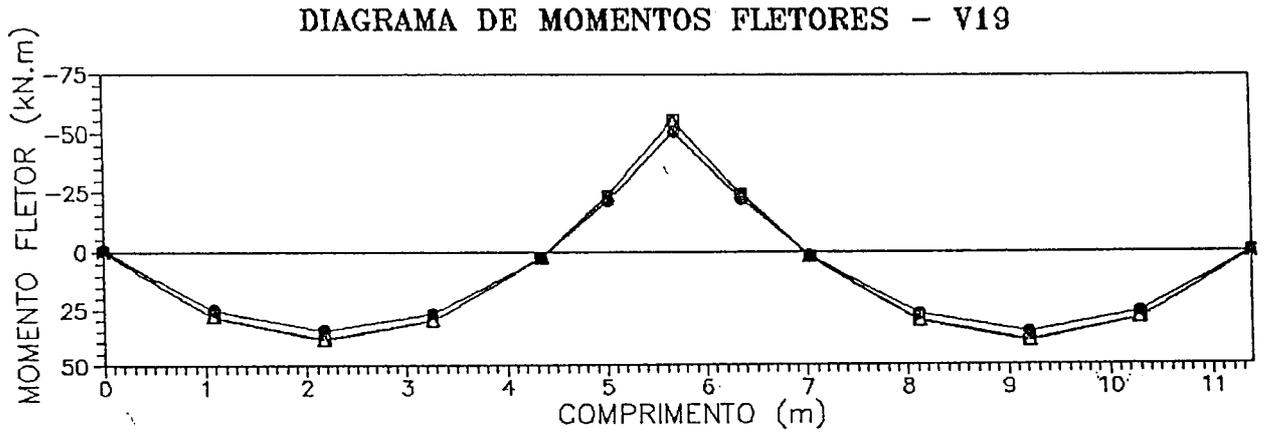
- Analogia de Grelha sem larg. colaborante.
- Calculo com larg. colaborante em toda a viga.
- ▲▲▲▲ Calculo com larg. colaborante na regio de mom. positivo.

Figura 5.25 - Análise do efeito da largura colaborante de laje na rigidez da viga.



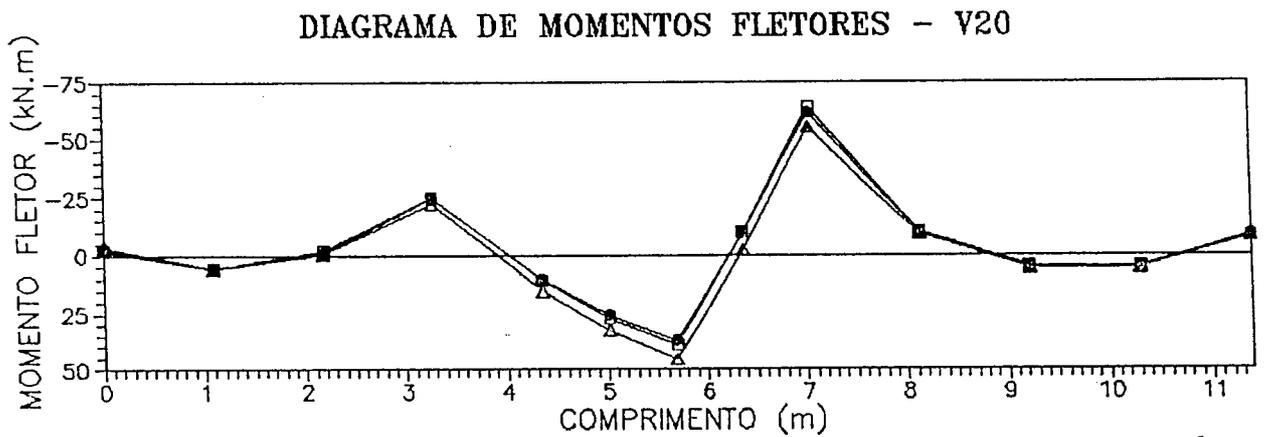
- Analogia de Grelha sem larg. colaborante.
- Calculo com larg. colaborante em toda a viga.
- ▲▲▲▲ Calculo com larg. colaborante na regio de mom. positivo.

Figura 5.26 - Análise do efeito da largura colaborante de laje na rigidez da viga.



- Analogia de Grelha sem larg. colaborante.
- Cálculo com larg. colaborante em toda a viga.
- △△△△ Cálculo com larg. colaborante na região de mom. positivo.

Figura 5.27 - Análise do efeito da largura colaborante de laje na rigidez da viga.



- Analogia de Grelha sem larg. colaborante.
- Cálculo com larg. colaborante em toda a viga.
- △△△△ Cálculo com larg. colaborante na região de mom. positivo.

Figura 5.28 - Análise do efeito da largura colaborante de laje na rigidez da viga.

Do mesmo modo que no ítem anterior, depois de comparados os resultados dos momentos fletores nas vigas, foram comparados os momentos fletores nas lajes e o deslocamento vertical no meio delas. Para a comparação adotou-se a mesma convenção do ítem anterior.

Tabela 5.18 - MOMENTOS FLETORES NO MEIO DAS LAJES

LAJES	m_x (kN.m/m)			m_y (kN.m/m)		
	PROGR. 1	PROGR. 2	PROGR. 3	PROGR. 1	PROGR. 2	PROGR. 3
L1	1.96	1.44	1.54	2.13	1.97	1.96
L2	1.49	0.92	1.00	1.31	1.43	1.43
L2	0.65	0.38	0.41	0.92	1.01	1.00
L4	0.46	0.33	0.38	2.48	2.10	2.10
L5	0.45	0.77	0.81	1.56	1.64	1.55
L6	2.10	1.44	1.54	2.02	1.97	1.97
L7	1.48	0.92	1.00	1.30	1.42	1.42
L8	0.70	0.40	0.43	0.98	1.05	1.05
L9	0.38	0.22	0.19	2.54	2.51	2.16

Tabela 5.19 - MOMENTOS FLETORES NAS EXTREMIDADES DAS LAJES NA DIREÇÃO X (kN.m/m)

	PROGR. 1	PROGR. 2	PROGR. 3
x_2	-2.05	-1.66	-1.86
x_3	-0.24	-0.55	-0.51
x_4	-1.52	-1.17	-1.13
x_{5a}	-2.37	-2.28	-2.45
x_{5b}	-2.37	-2.28	-2.45
x_7	-2.03	-1.66	-1.86
x_8	-0.27	-0.52	-0.47
x_9	-1.25	-1.00	-0.96

Tabela 5.20 - MOMENTOS FLETORES NAS EXTREMIDADES DAS LAJES
NA DIREÇÃO Y (kn.m/m)

	PROGR.1	PROGR.2	PROGR.3
y_1	-0.38	-1.55	-1.48
y_{2a}	-0.25	-1.44	-1.37
y_{2b}	-4.62	-4.03	-4.06
y_{3a}	-4.68	-3.96	-3.93
y_{3b}	-0.33	-0.71	-0.71
y_4	0.46	-0.67	-0.68
y_5	-7.09	-6.18	-5.88
y_6	-0.43	-1.54	-1.48
y_{7a}	-0.28	-1.44	-1.37
y_{7b}	-4.65	-4.05	-4.08
y_{8a}	-4.73	-3.99	-3.97
y_{8b}	-0.49	-0.59	-0.56
y_9	0.63	-0.51	-0.46

Tabela 5.21 - DESLOCAMENTOS VERTICAIS NO MEIO DAS LAJES

LAJES	a (cm)		
	PROGR.1	PROGR.2	PROGR.3
L1	0.67	0.48	0.53
L2	0.54	0.36	0.36
L2	0.33	0.21	0.23
L4	0.35	0.21	0.23
L5	0.24	0.21	0.21
L6	0.69	0.49	0.53
L7	0.54	0.36	0.40
L8	0.34	0.21	0.23
L9	0.31	0.22	0.23

Observando-se as tabelas 5.18 a 5.21, percebe-se mais uma vez diferenças significativas com a introdução da largura colaborante de laje, em relação ao valor encontrado anteriormente. Entretanto, o fato de considerar a largura colaborante em toda a extensão da viga ou apenas na região de momentos fletores positivos, não apresentam grandes diferenças.

Com relação aos valores obtidos pelo procedimento usual, a introdução da largura colaborante de laje na rigidez da viga fez com que a maior parte das diferenças obtidas no ítem anterior diminuíssem, principalmente no que se refere aos momentos fletores nas lajes.

Depois de observado o efeito da largura colaborante de laje no cálculo do pavimento, vê-se que mesmo com a aproximação dos valores as diferenças em relação ao cálculo pelo procedimento usual de cálculo são bem significativas, mostrando o quanto é importante a interação existente entre os elementos da estrutura do pavimento.

Para ressaltar ainda mais a comparação do procedimento não usual com o procedimento usual de cálculo de pavimentos de concreto armado, calculou-se as seções de aço necessárias para armadura das lajes, considerando-se os valores dos momentos fletores obtidos com largura colaborante de laje em toda viga, e comparou-as com os valores das seções de aço obtidas no procedimento usual.

Tabela 5.22 - COMPARAÇÃO ENTRE AS ÁREAS DE AÇO OBTIDAS NOS DOIS PROCEDIMENTOS PARA OS MOMENTOS FLETORES POSITIVOS

LAJES	A_s (cm ²) calculada				A_s (cm ²) mínima
	m_x		m_y		
	PROGR.2	SANTOS	PROGR.2	SANTOS	
L1	0.80	0.53	1.11	1.33	0.70
L2	0.50	0.53	0.80	1.33	0.70
L3	0.21	0.91	0.56	1.33	0.90
L4	0.18	0.91	1.18	1.33	0.90
L5	0.42	1.33	0.91	1.33	0.70
L6	0.80	0.53	1.11	1.33	0.70
L7	0.50	0.53	0.80	1.33	0.70
L8	0.21	0.91	0.56	1.33	0.90
L9	0.12	0.91	1.41	1.33	0.90

Tabela 5.23 - COMPARAÇÃO ENTRE AS ÁREAS DE AÇO OBTIDAS NOS DOIS PROCEDIMENTOS PARA OS MOMENTOS FLETORES NEGATIVOS

	A_s (cm ²) calcul.		A_s (cm ²) mínima
	PROGR.2	SANTOS	
$x_2 - x_{5a}$	1.11	2.00	1.50
$x_3 - x_8$	0.29	1.54	1.50
$x_4 - x_9$	0.56	1.54	1.50
$x_{5b} - x_7$	1.11	1.54	1.50
$y_1 - y_{2a}$	0.83	2.00	1.50
$y_{2b} - y_{3a}$	2.37	2.00	1.50
$y_{3b} - y_4$	0.38	2.00	1.50
$y_5 - y_{3a}$	3.12	2.00	1.50
$y_5 - y_{8a}$	3.12	2.00	1.50
$y_6 - y_{7a}$	0.83	2.00	1.50
$y_{7b} - y_{8a}$	2.37	2.00	1.50
$y_{8b} - y_9$	0.30	2.00	1.50

Observando-se as tabelas 5.22 e 5.23, vê-se que no procedimento não usual de cálculo a maioria das seções de aço obtidas são inferiores a armadura mínima recomendada pela NBR-6118⁽¹⁰¹⁾.

Com os valores das seções de aço encontradas, calculou-se o consumo de aço para cada procedimento, observando-se as recomendações da NBR-6118⁽¹⁰¹⁾, quanto a espaçamento e armadura mínima.

Tabela 5.24 - COMPARAÇÃO ENTRE OS CONSUMOS DE FERRO (kg) OBTIDOS NOS DOIS PROCEDIMENTOS

	PROGR.2	SANTOS
Consumo de armadura positiva	175.9	182.2
Consumo de armadura negativa	108.9	116.1
Consumo total	284.8	298.3

Com os valores da tabela 5.24, vê-se que apesar das diferenças entre as seções de aço calculadas nos dois procedimentos, os consumos de ferro são praticamente idênticos.

A pouca discrepância entre os consumos de ferro deve-se à obediência das recomendações da NBR-6118⁽¹⁰¹⁾. Com isto, obteve-se praticamente a mesma distribuição de armadura nos dois procedimentos, como pode ser visto nas figuras que virão a seguir.

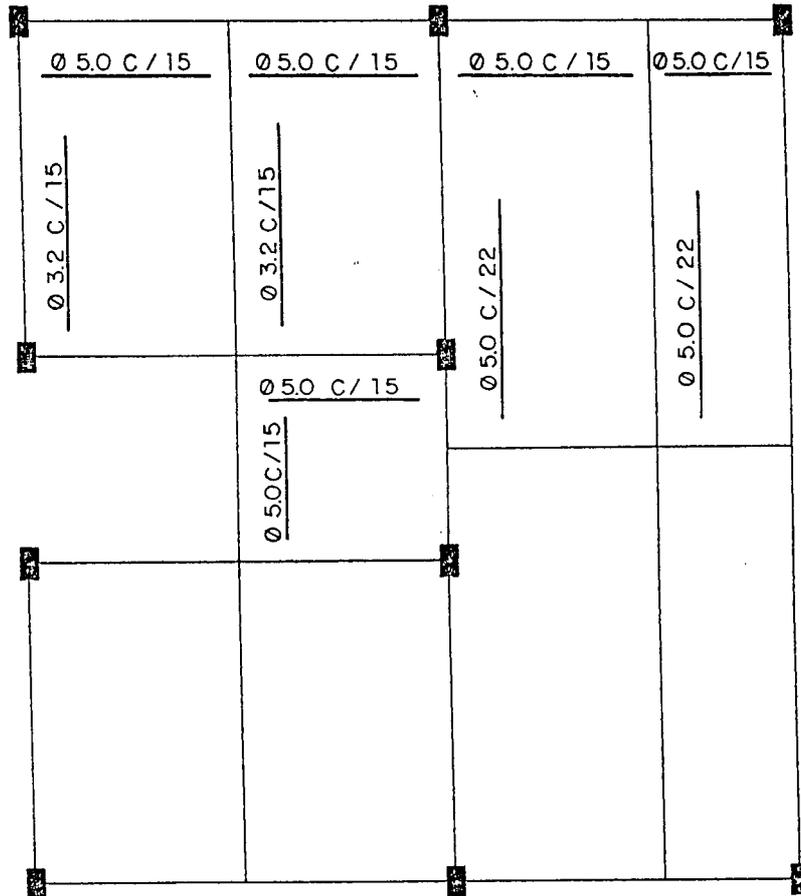


Figura 5.29 - Distribuição da armadura positiva proposta por SANTOS^[17].

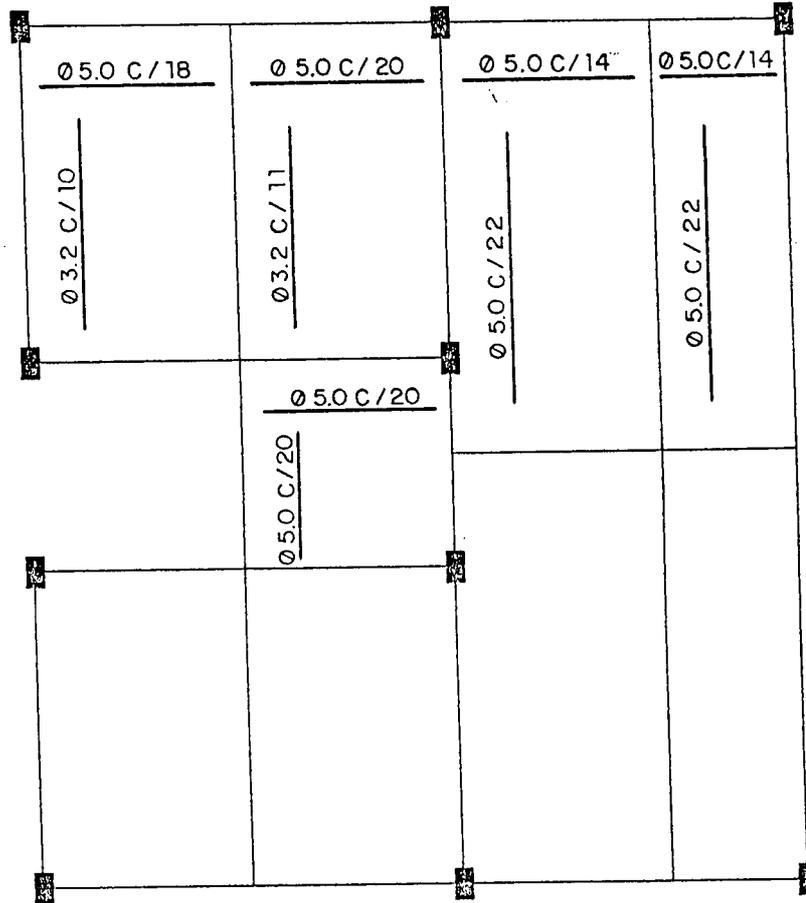


Figura 5.30 - Distribuição da armadura positiva com os valores obtidos no programa.

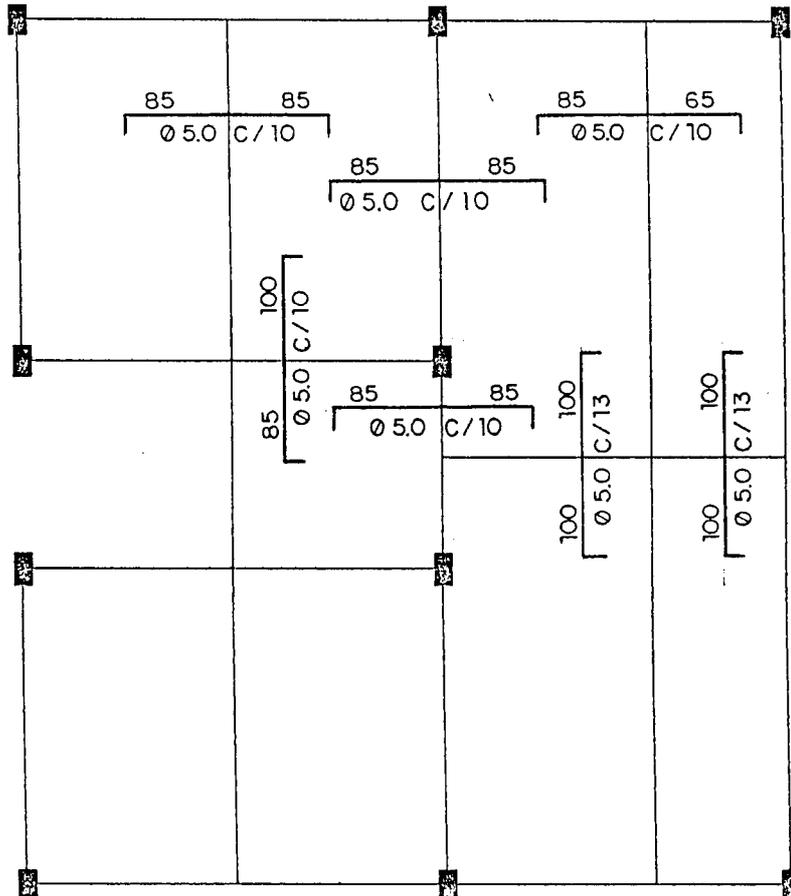


Figura 5.31 - Distribuição da armadura negativa proposta por SANTOS^[17].

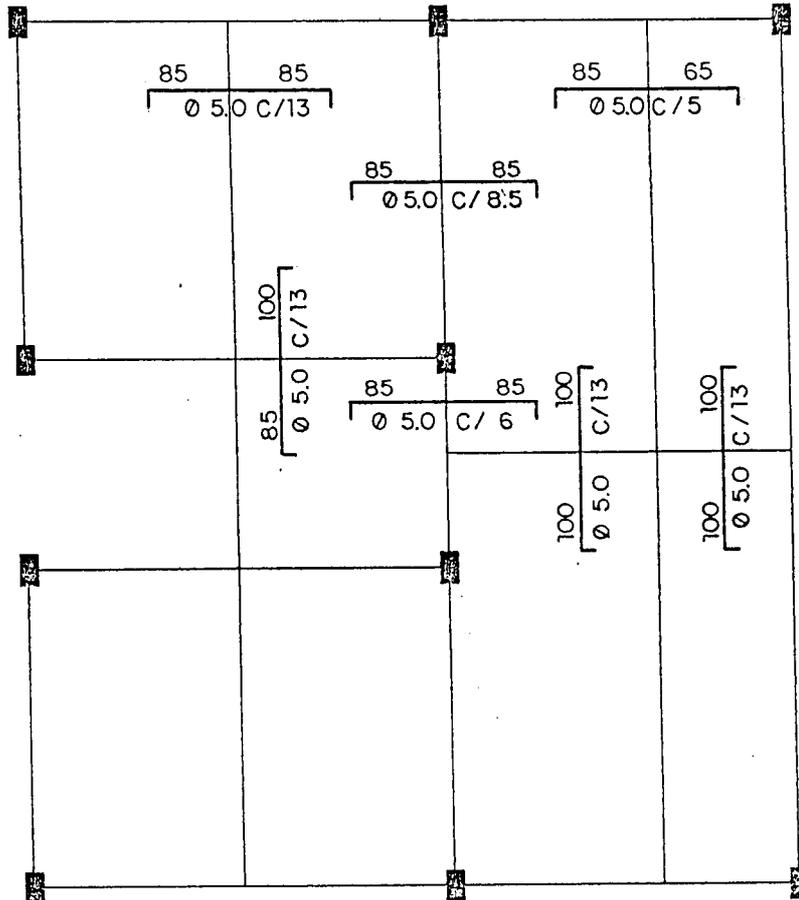


Figura 5.32 - Distribuição da armadura negativa resultante dos valores obtidos no programa.

Com o processamento de um pavimento representativo, pode-se então tirar algumas observações em relação ao procedimento adotado neste trabalho. Observações estas que serão apresentadas no capítulo seguinte.

CAPÍTULO 6 - CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES

Depois de desenvolvido o trabalho, pode-se afirmar que a interação existente entre os elementos da estrutura do pavimento, provoca mudanças significativas que devem ser mais exploradas e conseqüentemente introduzidas no cálculo usual praticado nos escritórios de engenharia.

Vale a pena ressaltar a importância das diferenças entre o procedimento não usual de cálculo de pavimentos e o procedimento usual, pois a cada dia o uso de computadores nos escritórios de cálculo se torna mais frequente e o cálculo da estrutura do pavimento considerando um conjunto único pode vir a se transformar num procedimento usual.

Com os recursos disponíveis da informática e a utilização de métodos numéricos no cálculo de estruturas, o aprimoramento do cálculo estrutural torna-se bastante viável.

A utilização do método da analogia de grelha, apesar da pouca bibliografia existente sobre o assunto, mostrou que mesmo com um método simples, de fácil compreensão, pode-se chegar, em princípio, a resultados mais condizentes com o comportamento real da estrutura.

Com os resultados obtidos no trabalho, chega-se a conclusão que a rigidez de cada elemento no pavimento é o fator preponderante para a obtenção dos esforços e deslocamentos. Isto pode ser constatado com a introdução da largura colaborante de laje na rigidez das vigas, com a redução da rigidez à torção e com a introdução do engastamento parcial da laje com os pilares. Os três

fatores provocaram mudanças significativas a medida que iam sendo introduzidos, sendo assim não devem simplesmente ser desprezados.

Com o cálculo do pavimento representativo, as diferenças provocadas pela introdução dos três fatores citados anteriormente fica mais evidenciada.

Como foi visto no capítulo 5, os momentos fletores nas vigas de apoio das lajes praticamente não sofreram alteração considerando a largura colaborante de laje em toda a extensão da viga e apenas na região de momentos fletores positivos.

Com relação aos momentos fletores nas lajes, houve grandes reduções em comparação com os obtidos pelo procedimento usual. Infelizmente, em obediência aos critérios mínimos de armadura estabelecidos em norma chegou-se praticamente ao mesmo consumo de ferro.

Ao chegar-se ao final do presente trabalho, espera-se ter oferecido aos projetistas de estruturas subsídios para o aprimoramento do cálculo estrutural.

A partir desse trabalho, sugere-se que mais pesquisas sejam realizadas de modo a avaliar o comportamento do pavimento quando se considera a não linearidade do material, de modo a avaliar os efeitos da fissuração, plastificação e deformação lenta.

Além disto sugere-se o estudo de estruturas de pavimentos mais generalizadas, com lajes de formas e espessuras diversas e também contendo vazios deixados para vãos de escadas, para que se avalie o comportamento dos esforços nas proximidades dos vazios.

Observa-se que existe ainda bastante considerações sobre o cálculo da estrutura do pavimento levando em conta não decomposição da estrutura que merecem ser mais aprofundadas e mais futuramente possam ser elucidadas. Sendo assim é objetivo da autora, continuar estudando algumas das questões que ficaram em aberto para dar continuidade à pesquisa e assim contribuir para o aprimoramento do cálculo estrutural.

BIBLIOGRAFIA

- [01] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *Projeto e execução de obras de concreto armado: (NBR-6118)*. Rio de Janeiro, ABNT, 1978.
- [02] BARES, R. *Tablas para el calculo de placas y vigas pared*. Barcelona, Gustavo Gili, 1960.
- [03] BRANCO, A. F. V. C. *Contribuição para o projeto de lajes cogumelo*. São Carlos, EESC-USP, 1989. 217p. (Dissertação de Mestrado).
- [04] CARBONARI, G et alii. *Estudo da distribuição de reações de apoio de lajes retangulares*. In: SIMPÓSIO EPUSP SOBRE ESTRUTURAS DE CONCRETO, 1990, São Paulo. Anais... São Paulo: EPUSP, 1990. v. 2, p.499-515.
- [05] COSTA, J. B. *Automação de projetos de pavimento tipo de edifícios de concreto armado*. São Carlos, EESC-USP, 1990. 220p. (Dissertação de Mestrado).
- [06] FIGUEIREDO F², J. R. *Sistemas estruturais de lajes sem vigas: subsídios para o projeto e execução*. São Carlos, EESC-USP, 1989. 298p. (Tese de Doutorado).
- [07] GERE, J. M. & WEAVER JR., W. *Análise de estruturas reticuladas*. Rio de Janeiro, Editora Guanabara Dois, 1981.
- [08] HAMBLY, E. C. *Bridge deck behavior*. London, Chapman and Hall, 1976.
- [09] JAEGER, L. G. *Elementary theory of elastic plates*. Oxford, Pergamon Press, 1964.

- [10] LEONHARDT, F. & MÖNNIG, E. *Construções de concreto: princípios básicos do dimensionamento de estruturas de concreto armado*. Vol.1. 2^a ed. Rio de Janeiro, Editora Interciência, 1982.
- [11] LEONHARDT, F. & MÖNNIG, E. *Construções de concreto: verificação da capacidade de utilização*. Vol.4. 2^a ed. Rio de Janeiro, Editora Interciência, 1982.
- [12] LIGHTFOOT, E. & SAWKO, F. *Structural frame analysis by electronic computer: grid frameworks resolved by generalised slope deflection*. Engineering, 187(18-20), 1959.
- [13] MAZZILLI, A. R. P. *Influência da flexibilidade das vigas de apoio no cálculo de estruturas de edifícios*. São Paulo, Escola Politécnica-USP, 1988. 437p. (Dissertação de Mestrado).
- [14] MONTOYA, P. J.; MESEGUER, A. G.; CABRE, F. M. *Hormigon armado*. 11^a ed. Barcelona, Gustavo Gili, 1976.
- [15] PUCHER, A. *Influence surfaces of elastic plates*. Oxford, Pergamon Press, 1964.
- [16] ROWE, R. E. *Concrete bridge design*. London, C. R. Books, 1962.
- [17] SANTOS, L. M. et alii. *Edifícios de concreto armado: notas de aula*. São Paulo, s. ed., 1985. (Curso de Atualização FDTE/EDUSP/IPT).
- [18] TAKEYA, T. et alii. *Recomendações para o projeto e a execução da estrutura em lajes cogumelo pertencentes às unidades básicas de saída do plano metropolitano de saúde*. São Carlos, Departamento de Estruturas da EESC-USP, 1985. (Relatório Técnico).
- [19] TROITSKY, M. S. *Orthotropic bridges: theory and design*. Cleveland, Ohio, the James F. Lincoln Arc Welding Foundation, 1967.