

UNIVERSIDADE DE SAO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SAO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS

A APLICAÇÃO DA TÉCNICA DO MEIO CONTÍNUO À ANÁLISE E AO ESTUDO DO COMPORTAMENTO DOS SISTEMAS ESTRUTURAIS TUBULARES DE EDIFÍCIOS ALTOS.

Tese apresentada a Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo como parte dos requisitos para obtenção do título de "Doutor em Engenharia Civil".

Eng.º RICARDO HALLAL FAKURY
ORIENTADOR: PROF. DR. EDDIE MANCINI

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof. Doutor Eddie Mancini
Prof. Titular Walter Savassi
Prof. Doutor Márcio Roberto Silva Corrêa
Prof. Doutor Estevam Barbosa de Las Casas
Prof. Doutor Mário Franco

SUPLENTE

Prof. Titular Ilio Montanari
Prof. Doutor Márcio Antônio Ramalho
Prof. Doutor Fernando Amorim de Paula
Prof. Doutor Francisco Antônio Menezes

São Carlos, março de 1992

A meu avô, Bachur (em memória).
A minha esposa, Marina Luisa.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Eddie Mancini que, com orientação segura e experiente, tornou possível a realização deste trabalho e também pela amizade com que, juntamente com sua família, sempre me honrou.

Aos familiares e amigos, pelo apoio e incentivo.

Aos colegas, professores e funcionários do Departamento de Estruturas da EESC/USP, pela amizade, atenção e colaboração que me dedicaram.

Ao Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia da UFMG, pela oportunidade.

A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), através do Programa Institucional de Capacitação Docente (PICD), pela concessão de bolsa de estudos.

Aos funcionários Rui Roberto Casale e Antonio Valdair Carneiro, pelos serviços de digitalização do texto, e ao funcionário Francisco Carlos Guete de Britto pelos desenhos.

A todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para o presente trabalho.

RESUMO

Neste trabalho, desenvolve-se um processo de análise estrutural em regime elástico, baseado na Técnica do Meio Contínuo, e aplicável aos sistemas tubulares de edifícios altos submetidos a ações vertical, lateral e de torção. A análise pode ser feita em teoria de 1a. ou 2a. ordem, quando considera-se o efeito p-delta e, opcionalmente, o efeito da força axial na rigidez dos pilares. Torna-se possível, também, a obtenção dos carregamentos verticais críticos para instabilidade geral por flexão e por torção. Podem ser levadas em conta as influências dos trechos rígidos (regiões formadas pela intersecção entre pilares e vigas ligados rigidamente) e da deformação por força cortante das barras. Os sistemas tubulares considerados deverão ser duplamente simétricos em planta, constituídos por quatro pórticos periféricos delimitando uma área quadrada ou retangular, e poderão sofrer variações abruptas de geometria ao longo da altura.

Mostra-se ainda, a partir do processo de análise desenvolvido, que o comportamento dos sistemas tubulares pode ser relacionado ao comportamento de tubo ideal por meio apenas de dois parâmetros adimensionais, para análise em teoria de 1a. ordem, e destes dois parâmetros acrescidos de um terceiro, para análise em teoria de 2a. ordem. Com os parâmetros adimensionais torna-se possível avaliar a eficiência dos sistemas tubulares, além da produção de um conjunto de tabelas e ábacos para pré-dimensionamentos.

Ao final, são apresentados dois programas para computador, em linguagem FORTRAN 77, um relacionado propriamente à análise estrutural dos sistemas tubulares pelo processo descrito, e outro ao estudo do comportamento por meio dos parâmetros adimensionais.

ABSTRACT

In this work a process of structural analysis in the elastic range is developed, based on the Continuous Medium Technique, and oriented to framed tube structures of tall buildings submitted to vertical, lateral and/or torsional loads. The analysis can be made using first or second order theory, considering in the latter the p-delta effect and optionally the influence of axial force on the stiffness of the columns. It is also possible to determine critical vertical loads for overall elastic instability in bending and torsion. The influences of finite dimensions of rigid joints and shear deformation of the members can be taken into consideration.

The considered framed tube structures have two axes of symmetry in the horizontal plane. They consist of four peripheric rigid frames delimiting a square or rectangular area. The geometric characteristics of the structures may vary along the height.

It is also shown that the behavior of framed tube structures can be defined by two dimensionless parameters for analysis in first order theory, and one additional parameter for analysis in second order theory. With the dimensionless parameters it is possible to evaluate the efficiency of framed tube structures and to produce tables for preliminary design.

Two computer programs in FORTRAN 77 are presented covering the structural analysis process developed in this work, and the determination of the behavior of framed tube structures using the proposed dimensionless parameters.

SUMÁRIO

I- INTRODUÇÃO

1.1- IDEIAS GERAIS SOBRE O SISTEMA ESTRUTURAL TUBULAR....	01
1.2- COMPORTAMENTO DO SISTEMA ESTRUTURAL TUBULAR.....	02
1.3- ANÁLISE ESTRUTURAL DO SISTEMA TUBULAR	05
1.3.1- Análise Elástica em 1a. Ordem	05
1.3.2- Análise Elástica em 2a. Ordem	11
1.3.3- A Necessidade de Análise em 2a. Ordem	14
1.4- INFLUÊNCIA DOS TRECHOS RÍGIDOS E DA DEFORMAÇÃO DAS BARRAS POR FORÇA CORTANTE	16
1.5- DO PRESENTE ESTUDO	18
1.5.1- Processo de Análise Estrutural	18
1.5.2- Sobre a Não-Linearidade Física	19
1.5.3- Definição do Comportamento por Parâmetros Adimensionais	19
1.5.4- Hipóteses Básicas	20
1.5.5- Programas para Análise Estrutural	21

II- ANÁLISE ESTRUTURAL PELA TÉCNICA DO MEIO CONTÍNUO

2.1- GENERALIDADES	22
2.2- ANÁLISE DOS SISTEMAS TUBULARES SUBMETIDOS A FLEXÃO	25
2.2.1- Idéias Iniciais	25
2.2.2- Estudo do Comportamento do Semi-Painel de Direção y	26
2.2.3- Estudo do Comportamento do Semi-Painel de Direção x	38
2.2.4- Equilíbrio dos Pilares à Força Normal	48
2.2.5- Equilíbrio do Sistema Tubular ao Esforço Cortante	52
2.2.6- Formulação Matricial	58
2.3- ANÁLISE DOS SISTEMAS TUBULARES SUBMETIDOS A TORÇÃO. 66	
2.3.1- Idéias Iniciais	66
2.3.2- Estudo do Comportamento do Semi-Painel de Direção y	67
2.3.3- Estudo do Comportamento do Semi-Painel de Direção x	67
2.3.4- Equilíbrio dos Pilares à Força Normal	76
2.3.5- Equilíbrio do Sistema Tubular ao Momento de Torção	77
2.3.6- Organização Matricial	83
2.4- ANÁLISE DOS SISTEMAS TUBULARES SUBMETIDOS A CARREGAMENTO VERTICAL	88
2.4.1- Idéias Iniciais	88
2.4.2- Estudo do Comportamento do Semi-Painel de Direção y	88
2.4.3- Estudo do Comportamento do Semi-Painel de Direção x	92

2.4.4-	Equilíbrio dos Pilares à Força Normal	92
2.4.5-	Formulação Matricial	96
2.5-	TRATAMENTO MATEMÁTICO	101
2.5.1-	Determinação de Esforços e Deslocamentos ...	101
2.5.2-	Determinação do Carregamento Vertical Crítico	103
2.5.3-	Condições de Contorno e Balanço do Sistema de Equações	105
2.6-	PROGRAMA PARA ANÁLISE ESTRUTURAL	110
2.7-	EXEMPLOS	114
2.7.1-	Exemplo 1	114
2.7.2-	Exemplo 2	118
2.7.3-	Exemplo 3	122

III- ESTUDO DO COMPORTAMENTO POR PARÂMETROS ADIMENSIONAIS

3.1-	GENERALIDADES	125
3.2-	EQUAÇÃO DIFERENCIAL DO SISTEMA TUBULAR	129
3.2.1-	Estudo do Comportamento dos Semi-Painéis ...	129
3.2.2-	Equilíbrio dos Pilares à Força Normal	132
3.2.3-	Equação de Equilíbrio ao Esforço Cortante ..	134
3.2.4-	Formulação Matricial	135
3.3-	DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS ADIMENSIONAIS	142
3.3.1-	Desenvolvimento Básico	142
3.3.2-	Considerações Complementares	147

3.4-	COMPORTAMENTO DE TUBO IDEAL	148
3.4.1-	Análise em Teoria de 2a. Ordem	148
3.4.2-	Análise em Teoria de 1a. Ordem	150
3.4.3-	Esforços nos Componentes Estruturais	151
3.4.4-	Coeficientes de Tubo Ideal	152
3.5-	COEFICIENTES PARA O COMPORTAMENTO DO SISTEMA TUBULAR	154
3.5.1-	Generalidades	154
3.5.2-	Coeficientes Relacionados ao Comportamento do Tubo Ideal em Teoria de 2a. Ordem	154
3.5.3-	Coeficientes Relacionados ao Comportamento do Tubo Ideal em Teoria de 1a. Ordem	157
3.6-	COEFICIENTES PARA CARREGAMENTO VERTICAL CRÍTICO	158
3.7-	PROGRAMA PARA ANÁLISE AUTOMÁTICA	160
3.7.1-	Considerações Gerais	160
3.7.2-	Carregamentos Previstos e Utilização Prática..	161
3.8-	EXEMPLOS	162
3.8.1-	Exemplo 1	162
3.8.2-	Exemplo 2	171
3.8.3-	Exemplo 3	173
3.9-	CONSIDERAÇÕES PRÁTICAS	177
IV-	<u>CONSIDERAÇÕES FINAIS</u>	
4.1-	Generalidades	183
4.2-	Precisão dos Resultados	183
4.3-	Importância dos Parâmetros Adimensionais	185
4.4-	Influência do Número de Andares da Estrutura	187
4.5-	Avanços Possíveis	187

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS190

BIBLIOGRAFIA195

APÊNDICE A: BARRAS COM TRECHOS EXTREMOS RÍGIDOS

APÊNDICE B: RESUMO DOS MÉTODOS NUMÉRICOS UTILIZADOS

APÊNDICE C: PROGRAMA ESTUB

APÊNDICE D: PROGRAMA ADEST

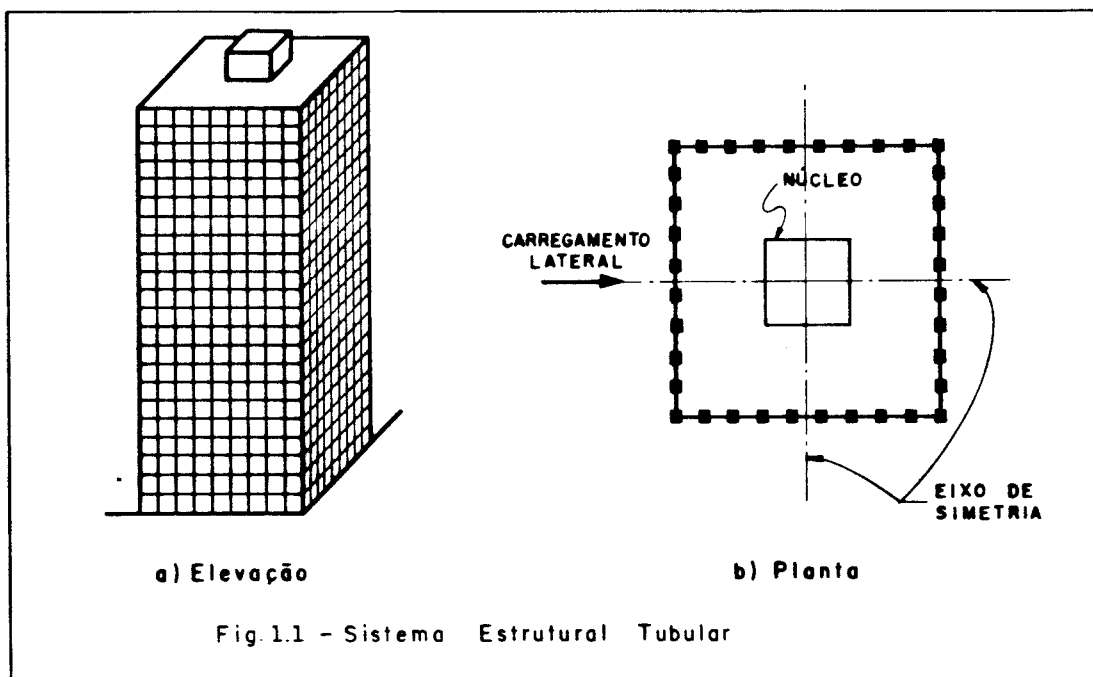
CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

1.1 - IDEIAS GERAIS SOBRE O SISTEMA ESTRUTURAL TUBULAR

Por possuir elevada rigidez lateral, o sistema estrutural tubular tem sido empregado com sucesso, desde o início da década de sessenta, em edifícios com mais de quarenta pavimentos, em aço ou concreto armado. Na sua forma básica, apresenta dupla simetria em planta, sendo constituído por quatro pórticos periféricos ortogonais dois a dois e interligados por pilares de canto, delimitando a maior área possível de geometria quadrada ou retangular. Cada pórtico é composto por um conjunto de pilares pouco espaçados entre si, perfeitamente engastados em suas bases, e conectados rigidamente, ao nível dos pisos, por vigas de grande altura em relação ao vão (Fig. 1.1).

As ações verticais que atuam nas lajes são suportadas primariamente por vigas de piso, que muitas vezes se apoiam nos pilares do sistema tubular e em um núcleo interno de serviços. O núcleo geralmente possui dimensões reduzidas quando comparadas com as do sistema tubular, razão pela qual sua contribuição na rigidez lateral do edifício costuma ser desprezada.

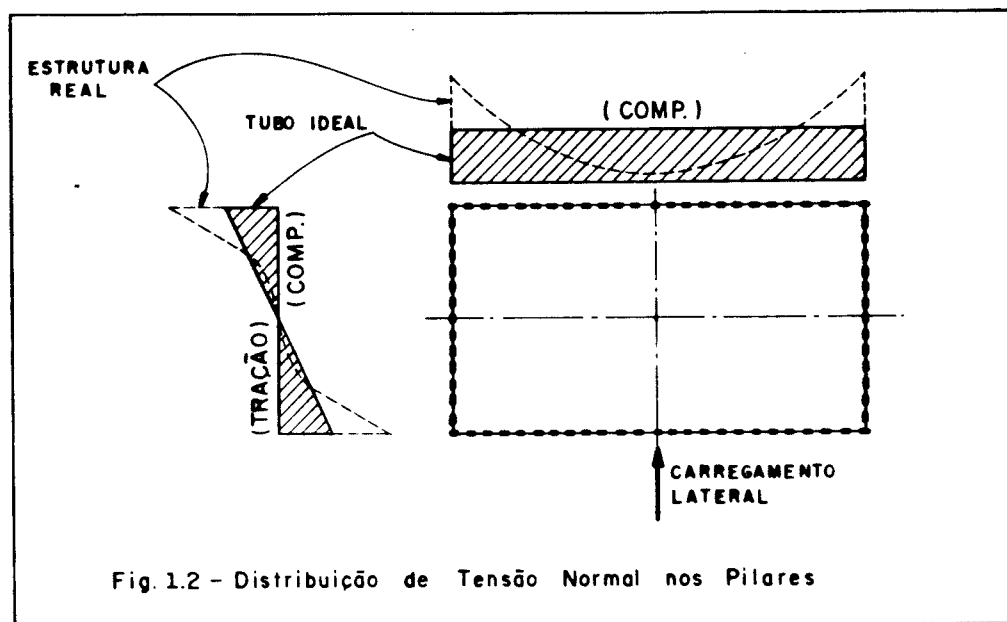


1.2 - COMPORTAMENTO DO SISTEMA ESTRUTURAL TUBULAR

O sistema estrutural tubular comporta-se em parte como um painel parede de seção celular fechada (comportamento de tubo ideal), e em parte como um pórtico. Assim, sob ação de um carregamento lateral que não provoque torção, o momento fletor originário do mesmo é resistido pelo comportamento de tubo ideal, causando tração ou compressão nos pilares, ao passo que a força cortante é resistida por flexão nas vigas

e pilares dos pórticos situados nas duas faces paralelas à direção do carregamento.

A deformabilidade à cortante dos pórticos paralelos ao carregamento faz com que o comportamento do sistema tubular se afaste do comportamento de tubo ideal e se aproxime do comportamento de pórtico, produzindo um efeito conhecido como "shear lag", que se constitui no aumento da tensão normal nos pilares de canto e geralmente, naqueles situados nas suas vizinhanças, e na redução desta tensão nos demais pilares (Fig. 1.2). A distribuição de tensões normais adquire a configuração aproximada de parábola cúbica nos pórticos situados na direção do carregamento lateral e de parábola quadrática nos pórticos perpendiculares a esta direção.



Do estudo do comportamento misto descrito conclui-se que, para elevar a eficácia do sistema tubular, ou seja, aproximá-lo mais do tubo ideal, deve-se reduzir a deformabilidade à cortante dos pórticos paralelos à direção

do carregamento aumentando, para isto, a rigidez à flexão das vigas ou dos pilares ou ainda, de ambos. Se as condições de projeto e dimensionamento estrutural permitirem, a eficácia pode ser ainda mais elevada pelo aumento da deformabilidade à flexão da estrutura reduzindo, para tal, a rigidez axial dos pilares.

Embora seja usual projetar todos os pilares com seções transversais iguais, o efeito "shear lag" pode conduzir a uma solução mais econômica na qual os pilares próximos dos cantos ou, pelo menos, os pilares de canto, sejam mais resistentes. O efeito "shear lag" pode também ocasionar empenamento significativo nas lajes e, portanto, deformações elevadas em elementos internos de acabamento e separação de ambientes e em estruturas secundárias.

Sob solicitação de torção, analogamente, o sistema tubular se comporta ao mesmo tempo como um painel parede de seção celular fechada e como um conjunto de quatro pórticos interligados. À medida que se aumenta a deformabilidade à cortante dos pórticos, mais o funcionamento da estrutura se aproxima do conjunto de pórticos e se afasta do tubo ideal. A Fig. 1.3 ilustra a distribuição de tensão normal na base de um edifício de planta retangular, para um comportamento de tubo ideal, conforme VON KÁRMAN e CHIEN ^[1], e para o comportamento real do sistema tubular. Se o edifício possuir planta quadrada onde as duas diagonais sejam também eixos de simetria, a distribuição se altera completamente, com a tensão normal se anulando também nos pilares de canto.

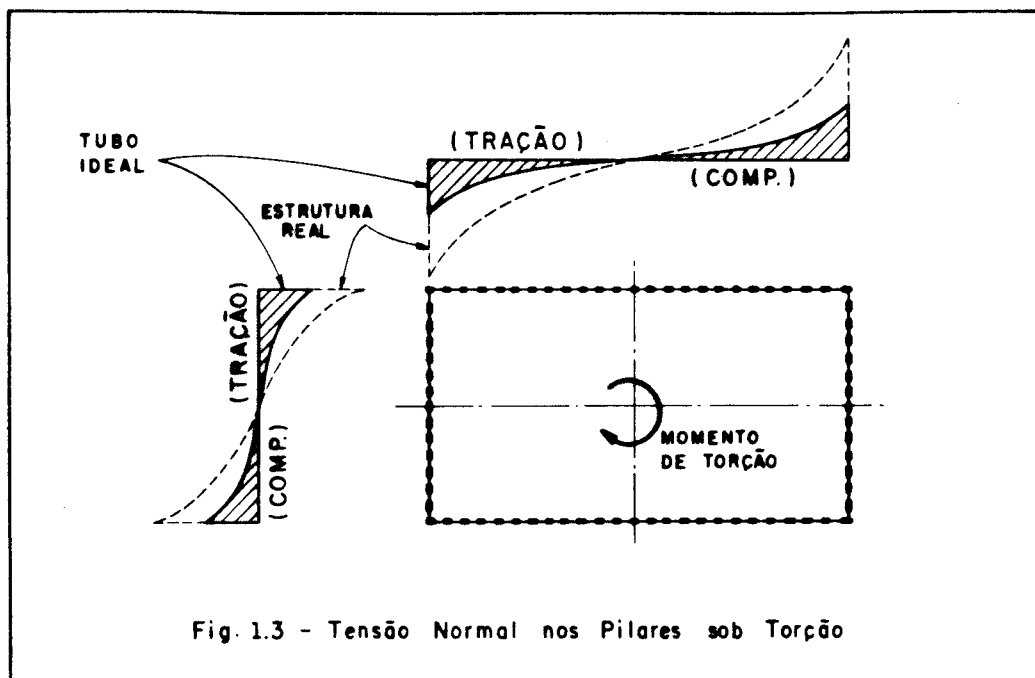


Fig. 1.3 - Tensão Normal nos Pilares sob Torção

1.3 - ANÁLISE ESTRUTURAL DO SISTEMA TUBULAR

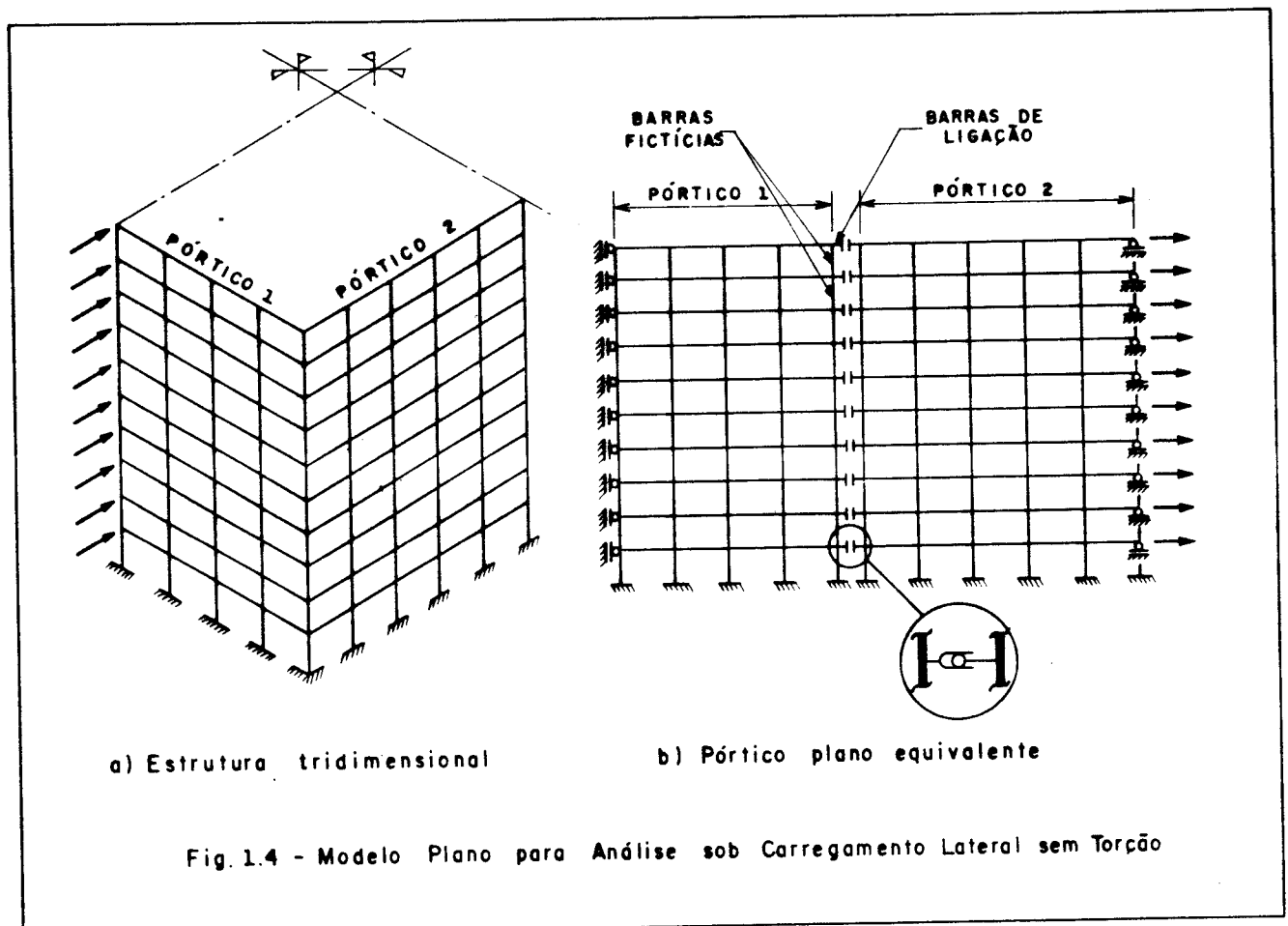
1.3.1 - Análise Elástica em Teoria de 1a. Ordem

A análise elástica em 1a. ordem dos sistemas estruturais tubulares de edifícios pode, evidentemente, ser feita com elevada precisão por um processo discreto, como o método dos deslocamentos em sua formulação matricial para estruturas tridimensionais, desde que se considere adequadamente o comportamento das lajes. Merecem ser citados, entre outros, os trabalhos de PRUDENTE ^[2], RIBEIRO ^[3], SILVA ^[4] e RIOS ^[5].

Como os sistemas tubulares costumam possuir um número bastante elevado de barras, e como até que se chegue às seções mais adequadas para estas barras e ao melhor espaçamento entre os pilares, geralmente é necessária uma grande quantidade de processamentos, a análise por processo

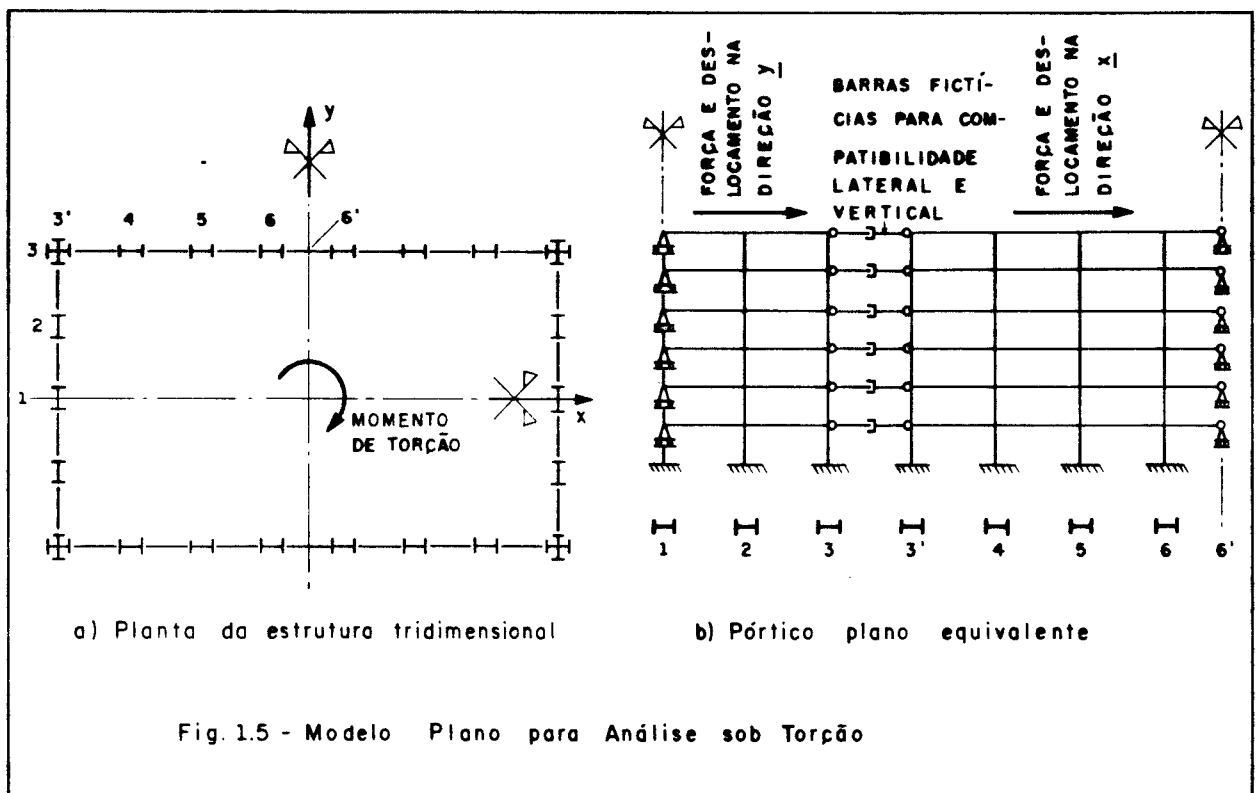
discreto pode tornar-se pouco recomendável por causa da capacidade limitada do equipamento disponível ou do tempo requerido. Por esta razão, vários pesquisadores têm-se empenhado, ao longo dos últimos anos, em desenvolver processos alternativos, de forma que o emprego do processo discreto possa ser dispensado, ou limitado apenas à fase final de análise da estrutura.

É bastante conhecida a modelagem empregada por COULL e SUBEDI ^[6], KHAN e AMIN ^[7], AST ^[8] e MENON ^[9], aplicável aos sistemas tubulares duplamente simétricos em planta carregados lateralmente (Fig. 1.4-a), não submetidos à torção, em que a estrutura tubular tridimensional é reduzida ao pórtico plano mostrado na Fig. 1.4-b, composto por dois

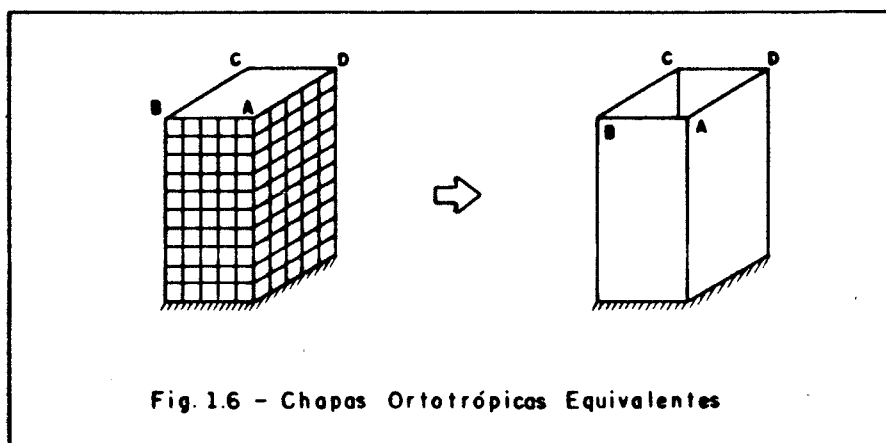


semi-painéis, que interagem por compatibilização dos deslocamentos verticais do pilar de canto, com condições de contorno adequadas. A análise do pórtico plano é feita ainda por processo discreto. Usando esta modelagem, SCHWAIGHOFER e AST^[10] produziram um trabalho com um conjunto de 72 tabelas e 16 gráficos para análise preliminar dos sistemas tubulares de planta quadrada com 40, 50 e 60 pavimentos, tendo todas as vigas idênticas e também todos os pilares, exceto os de canto, que foram idealizados com área duas vezes superior aos demais.

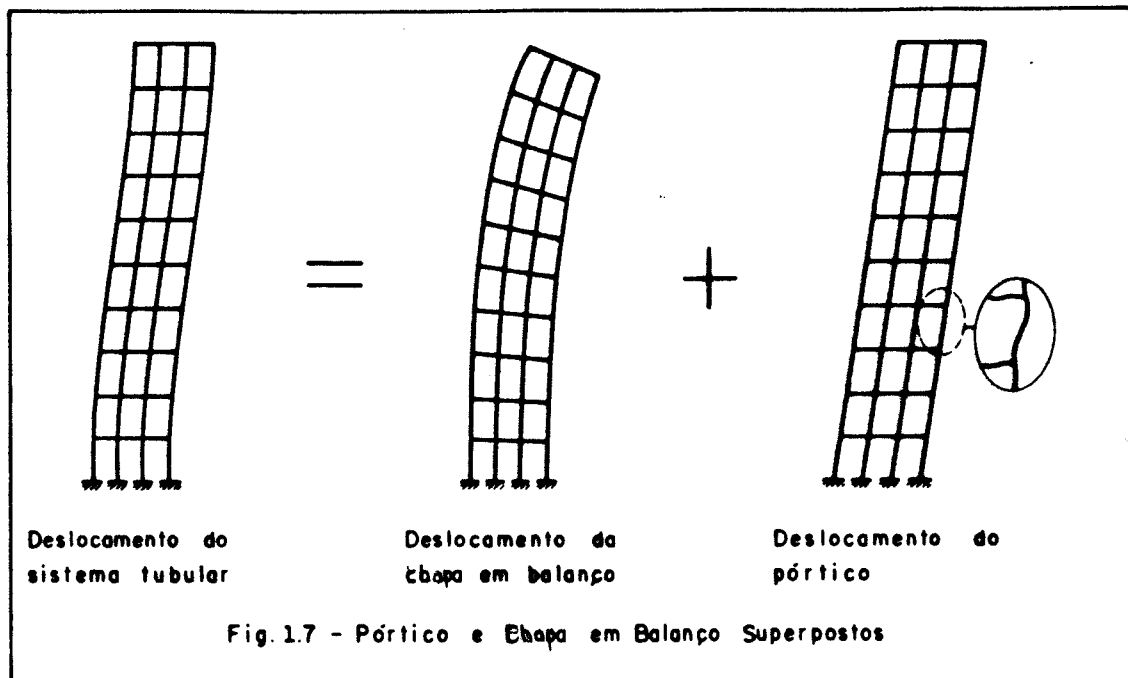
Para o caso em que ocorre torção no edifício, RUTENBERG e ENSENBERGER^[11], em procedimento similar, reduziram o sistema tubular tridimensional a um pórtico plano equivalente, conforme se vê na Fig. 1.5.



Um processo muito simples, recomendado para uso em pré-dimensionamento, foi proposto por COULL e BOSE [12,13]. Compõe-se da substituição de cada painel pórtico por uma chapa ortotrópica equivalente (Fig. 1.6), com espessura e propriedades elásticas adequadamente determinadas. O uso de computadores não é indispensável e a estrutura pode inclusive estar sujeita à torção.



Um novo procedimento, como o anterior bastante simples e também recomendado em pré-dimensionamento, foi apresentado por WONG, EL NIMEIRI e TANG [14], para os casos em que atuam sobre a estrutura ações gravitacionais e laterais que não causem torção. A análise baseia-se na premissa que a estrutura tubular é constituída por dois sistemas linearmente independentes, um pórtico e uma chapa em balanço, superpostos (Fig. 1.7). A análise do pórtico considera as deformações por cortante da estrutura, e fica facilitada por desprezar as deformações axiais e por assumir que todos os pontos de inflexão situam-se na seção média das barras. Na chapa em balanço, não se consideram as deformações por cortante e se supõe que as colunas resistem aos esforços somente através da rigidez axial.



Um outro processo alternativo, desenvolvido inicialmente por MANCINI ^[15] e que recebeu contribuições posteriores de MARQUES ^[16] e FAKURY ^[17], consiste em se usar a Técnica do Meio Contínuo, substituindo-se as vigas e as lajes por meios contínuos de rigidez equivalente distribuídos ao longo da altura do sistema tubular, conforme se vê na Fig. 1.8. Elimina-se assim a discretização ao nível dos pisos e, estabelecendo-se condições de compatibilidade e equilíbrio em níveis arbitrariamente escolhidos, chega-se a um sistema relativamente pequeno de equações diferenciais de 2a. ordem, de fácil resolução numérica com auxílio do Método das Diferenças Finitas. Quanto maior o número de níveis escolhidos, maior se torna o sistema de equações e consequentemente, mais preciso o resultado alcançado.

Ainda sobre a Técnica do Meio Contínuo, os esforços que atuam nas vigas e lajes, que na realidade são concentrados ao nível dos pisos, são supostos continuamente distribuídos no meio contínuo que substitui as vigas ou as lajes

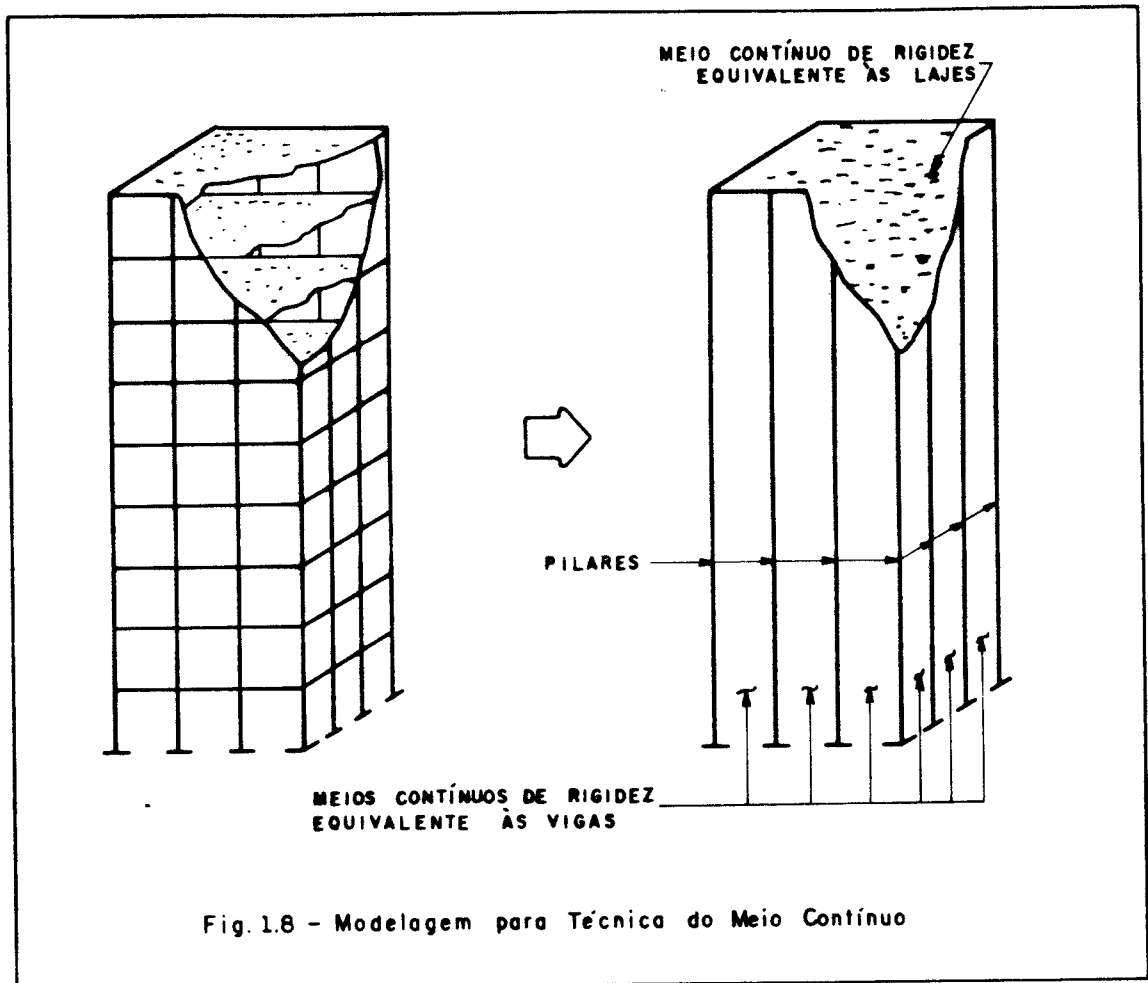


Fig.1.8 - Modelagem para Técnica do Meio Contínuo

correspondentes. Assim, por exemplo, não se trabalha com o esforço cortante nas vigas, mas com o esforço cortante distribuído, de intensidade variável, através da altura do edifício, em cada um dos tramos. Efetuando-se o produto do esforço cortante distribuído em certo tramo, em um nível determinado, pela altura dos andares, obtém-se o esforço cortante que solicita a viga no nível e no tramo em consideração.

1.3.2. Análise Elástica em Teoria de 2a. Ordem

Na análise elástica em teoria de 2a. ordem, embora seja assumido um comportamento sempre elástico linear para o material estrutural, as equações de equilíbrio são formuladas considerando a posição deformada da estrutura. O momento externo atuante no edifício causado pelo carregamento lateral, fica majorado pelo produto entre as ações gravitacionais e o deslocamento lateral, em um fenômeno conhecido na literatura especializada por efeito p-delta.

Em uma análise em 2a. ordem mais rigorosa, além do efeito p-delta, deve-se incluir ainda o efeito da influência da força normal na rigidez transversal das barras. Assim, se a força normal é de compressão, ocorre uma degenerescência da rigidez transversal e se for de tração, uma majoração desta rigidez. Segundo MACGREGOR e HAGE ^[18], este efeito tem pequena importância na prática, uma vez que sua desconsideração raramente ocasiona erro superior a 8% nos resultados da análise estrutural dos edifícios mais altos, em razão de limitações impostas à relação entre o deslocamento lateral e a altura. GALAMBOS ^[19] recomenda sua consideração, ao nível de cálculo, sempre que o valor $\sqrt{N \cdot \ell^2 / E \cdot I}$, onde N é a força normal de compressão, ℓ o comprimento e EI o produto de rigidez da barra, superar a unidade, uma vez que, nessa situação, a rigidez da barra fica alterada em mais de 5%.

A análise elástica de estruturas em 2a. ordem considerando os dois efeitos citados tem sido feita sempre por processo discreto, nos moldes do estudo de LAVALL ^[20], dirigido especificamente aos pórticos planos metálicos. A matriz de rigidez da estrutura é formada a partir das matrizes de rigidez das barras componentes, nas quais os elementos são obtidos levando-se em conta o efeito da

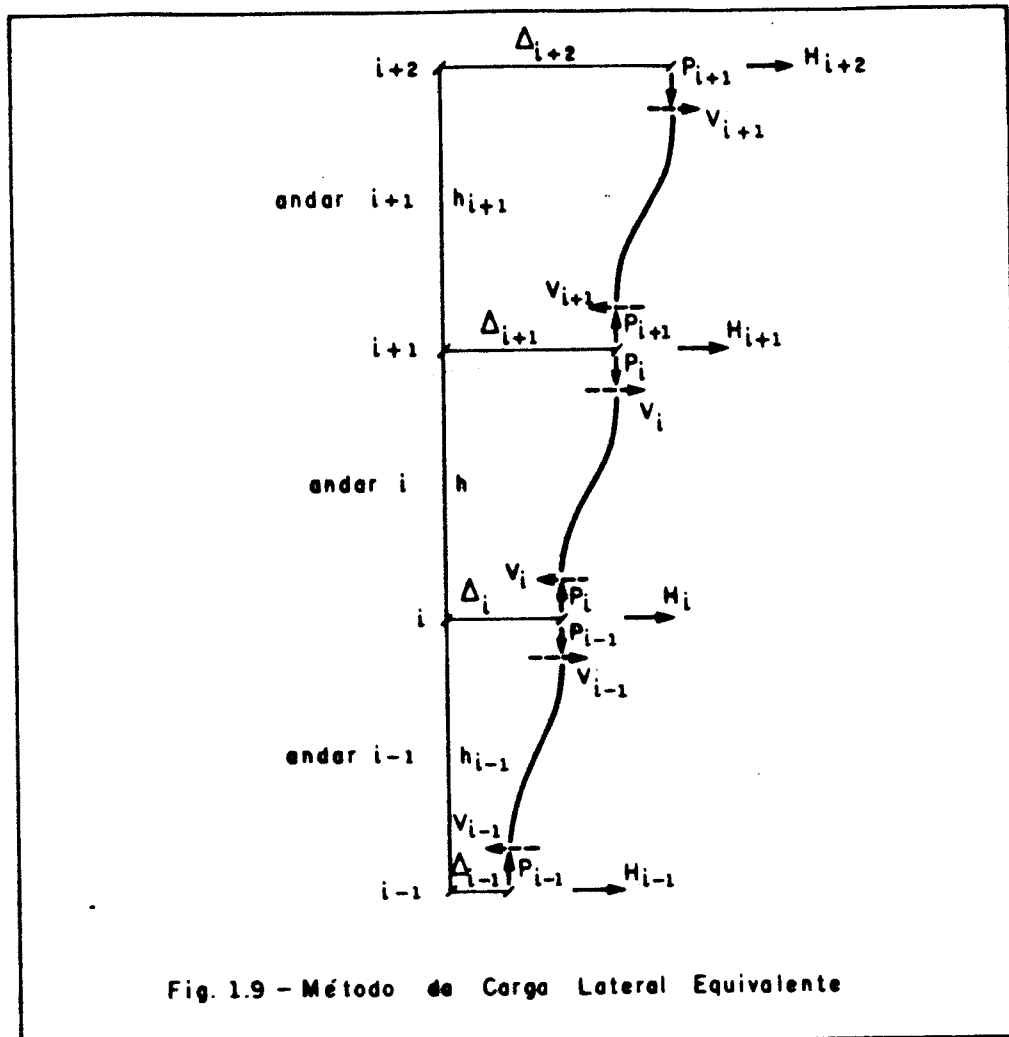
influência da força normal na rigidez transversal e o efeito p-delta. Como não se conhecem, a princípio, os valores das forças normais que atuam nas barras, estas são supostas inicialmente nulas e, após uma primeira análise corrigidas, prosseguindo-se iterativamente até que haja convergência. Fica claro que a matriz da rigidez da estrutura tem seus elementos modificados pelas cargas verticais que atuam sobre o edifício e, portanto, é possível obter o menor valor de tais cargas que torna a matriz singular, valor este que representa a carga crítica elástica vertical de instabilidade geral da estrutura. Trabalhos relacionados à obtenção desta carga em estruturas tridimensionais de edifícios foram feitos por FIGUEIREDO ^[21] e ANTUNES ^[22]. A aplicação do processo discreto aos sistemas tubulares pode se tornar muito dispendiosa em função do elevado número de barras.

Quando o efeito da influência da força normal na rigidez transversal das barras é desprezado, a consideração apenas do efeito p-delta nos sistemas tubulares, e em qualquer tipo de estruturas de edifícios de andares múltiplos, pode ser feita por meio de vários processos simplificados, discutidos por KALYANARAMAN ^[23]. Destaca-se o Método da Carga Lateral Equivalente, recomendado na prática por algumas especificações, entre as quais a Norma Brasileira NBR 8800 ^[24]. Por tal método, após uma análise em 1ª ordem, obtém-se em um andar i do edifício, a força cortante fictícia V_i , dada por (Fig. 1.9)

$$V_i = \frac{P_i}{h_i} (\Delta_{i+1} - \Delta_i) \quad (1.1)$$

onde h_i é a altura do andar i , P_i a força vertical total atuante neste andar e Δ_i o deslocamento lateral no nível i . A carga lateral equivalente no nível i , H_i , será

$$H_i = V_{i-1} - V_i \quad (1.2)$$



Esta carga é adicionada às outras forças laterais presentes no nível i e a estrutura submetida novamente a uma análise em 1ª. ordem. O procedimento deve ser repetido até que os resultados sejam convergentes, o que costuma ocorrer rapidamente, muitas vezes em um ou dois ciclos. SILVA ^[4] desenvolveu um programa para análise de estruturas de edifícios altos onde a aplicação do Método da Carga Lateral Equivalente é feita automaticamente, e que permite considerar as influências dos trechos rígidos e da deformação das barras por força cortante (ver item 1.4).

1.3.3 - A Necessidade de Análise em Teoria de 2a. Ordem

Como a análise em 2a. ordem nos edifícios de andares múltiplos, em particular nos sistemas tubulares, demanda tempo e custos adicionais, é importante ter alguma forma de determinar quando ela é necessária. Por outro lado, pode ser interessante controlar a rigidez de um edifício, de maneira que os efeitos de 2a. ordem não sejam significativos.

Os trabalhos pioneiros sobre o assunto são devidos a BECK e KÖNIG ^[25,26], que partiram da hipótese que os efeitos de 2a. ordem podem ser desprezados sempre que causarem uma majoração inferior a 10% no valor do momento fletor atuante na base do edifício. Estes trabalhos, no entanto, se limitaram aos edifícios contraventados apenas por pilares-parede de geometria constante, e submetidos a carregamentos vertical e lateral uniformemente distribuídos ao longo da altura. Apesar disso, serviram de base para alguns regulamentos, entre os quais o CEB-FIP ^[27].

FRANCO ^[28,29], utilizando ainda a fundamentação teórica dos trabalhos supracitados, desenvolveu um estudo mais abrangente, englobando edifícios com qualquer tipo de contraventamento, mesmo com geometria variável com a altura, e submetidos a carregamentos vertical e lateral de distribuição qualquer. Este estudo leva à conclusão que a análise em 2a. ordem pode ser dispensada sempre que

$$\alpha_d \leq \sqrt{\frac{4}{11\psi}} \quad (1.3)$$

Nesta expressão, α_d é um adimensional, denominado parâmetro de instabilidade, e ψ um parâmetro de forma da linha elástica.

O parâmetro de instabilidade α_d é dado por

$$\alpha_d = H \sqrt{\frac{P_d}{(EI)_{deq}}} \quad (1.4)$$

onde H é a altura do edifício, P_d a carga vertical total, em valor de cálculo, e $(EI)_{deq}$ o produto de rigidez equivalente, também em valor de cálculo, definido como o produto de rigidez de uma estrutura prismática de altura H, engastada na base, e que apresenta no topo o mesmo deslocamento do edifício sob ação de um carregamento lateral uniformemente distribuído.

O parâmetro de forma da linha elástica ψ , para um edifício com contraventamento qualquer, de geometria constante ou não, e carregamentos vertical e lateral também quaisquer, tem como valor

$$\psi = \frac{\sum_{i=1}^{\text{no. de andares}} (p_i y_i)}{a.P} \quad (1.5)$$

sendo a o deslocamento lateral no topo do edifício (em análise em 1ª. ordem), P a carga vertical total, e $(p_i y_i)$ o produto da parcela de carga vertical aplicada diretamente no andar i pelo deslocamento lateral em 1ª. ordem correspondente.

Um outro critério de verificação da necessidade de análise em 2ª. ordem, também aplicável a edifícios com qualquer tipo de contraventamento e carregamento lateral, foi apresentado por MACGREGOR e HAGE^[18]. Estes autores denominaram índice de estabilidade, o termo

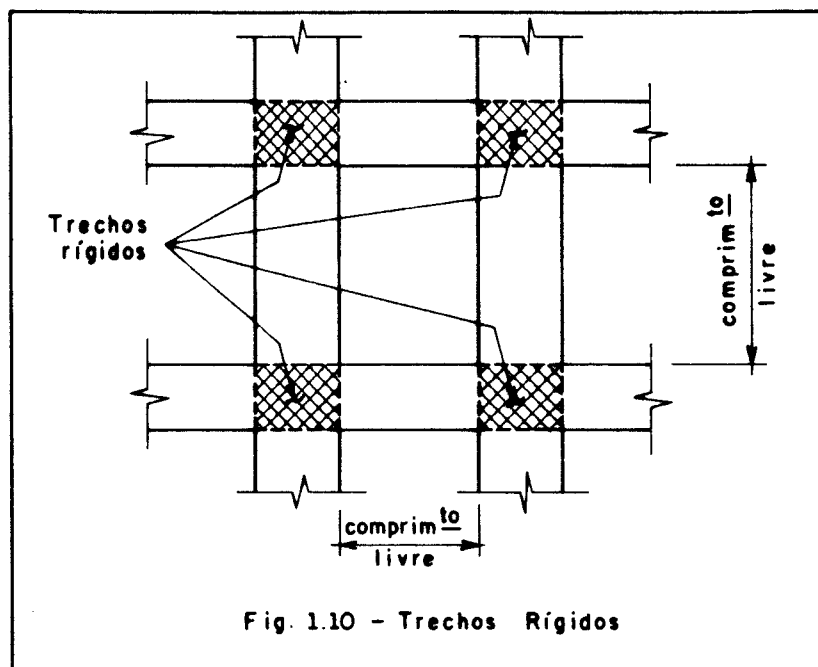
$$Q = \frac{(\Sigma \bar{P}_d) \bar{\Delta}}{V_d h} \quad (1.6)$$

onde $(\Sigma \bar{P}_d)$ e V_d são, em valores de cálculo, respectivamente a força vertical total atuante e a força cortante em um determinado andar, $\bar{\Delta}$ é o deslocamento lateral relativo desse andar em 1ª. ordem e h a altura do mesmo, e concluíram que se em todos os andares do edifício, $Q \leq 0,0475$, a análise em 2ª. ordem não precisa ser feita. Garante-se, neste caso, que a solicitação de momento fletor no edifício, em análise em 2ª. ordem, não supera em mais de 5% a solicitação em análise em 1ª. ordem. Trata-se de uma imposição mais conservativa que a anterior. Se, no entanto, $0,0475 \leq Q \leq 0,22$, resultados suficientemente precisos em 2ª. ordem podem ser obtidos a partir dos deslocamentos em 1ª. ordem, ou seja, usando, por exemplo, o Método da Carga Lateral Equivalente, o que significa levar em conta apenas o efeito p-delta. Somente quando $Q > 0,22$, uma análise mais rigorosa em 2ª. ordem necessita ser efetuada.

É possível demonstrar que o valor limite do parâmetro α_d , dado pela Eq. (1.3), equivale a um índice Q aproximadamente igual a 0,1.

1.4 - INFLUÊNCIAS DOS TRECHOS RÍGIDOS E DA DEFORMAÇÃO DAS BARRAS POR FORÇA CORTANTE

As regiões formadas pela intersecção entre pilares e vigas, quando ligados rigidamente, não apresentam a mesma deformação por flexão do comprimento livre destas barras, comportando-se praticamente como corpos rígidos (Fig. 1.10). Neste trabalho, estas regiões serão denominadas trechos rígidos.



Nos sistemas estruturais tubulares constituídos por pórticos, as dimensões dos trechos rígidos costumam ser muito grandes quando comparadas com os comprimentos livres de vigas e pilares e, se estes trechos não foram devidamente considerados, a análise estrutural pode conter erros significativos, em particular no que se referem ao deslocamento lateral e à rotação do edifício em torno do seu eixo vertical, que chegam a ficar bem maiores do que realmente são, conforme mostrado por FAKURY^[17]. Segundo AST e SCHWAIGWOFFER^[30], os trechos rígidos devem ser levados em consideração, especialmente quando a largura dos pilares ou a altura das vigas for superior a cerca de 15% do espaçamento entre os pilares ou da altura dos andares, respectivamente.

Como nos sistemas tubulares apórticados as vigas possuem altura relativamente grande em relação ao vão e os pilares, em particular os situados na região inferior da estrutura, muitas vezes também possuem altura de seção transversal

elevada em comparação com a altura dos andares, a consideração da deformação por força cortante destas barras na análise estrutural pode ser importante para obtenção de resultados mais precisos, principalmente aqueles relacionados ao deslocamento lateral e à rotação do edifício. A influência desta deformação é mais pronunciada nos edifícios em aço, por este material possuir maior coeficiente de Poisson que o concreto armado e também pelo fato que certos perfis metálicos possuem elevado fator de forma, acima de 2, enquanto nos edifícios em concreto usam-se geralmente seções retangulares, nas quais o fator de forma é 1,2. Em alguns sistemas tubulares, a consideração da deformação por força cortante pode conduzir a deslocamento lateral e rotação no topo do edifício bastante superiores aos valores que seriam obtidos sem levar em conta esta influência.

1.5 - DO PRESENTE ESTUDO

1.5.1 - Processo de Análise Estrutural

Neste trabalho, no Cap. II, será desenvolvido um processo de análise estrutural em regime elástico, baseado na Técnica do Meio Contínuo, descrita no sub-item 1.3.1, para sistemas tubulares básicos submetidos a carregamentos vertical e lateral de distribuição qualquer ao longo da altura do edifício, podendo este último causar torção. A análise pode ser feita em teoria de 1ª. ordem ou de 2ª. ordem, quando é considerado o efeito p-delta e, opcionalmente, o efeito da degenerescência de rigidez dos pilares em função da força normal de compressão. Podem ser levadas em conta as influências dos trechos rígidos e da deformação por força cortante de vigas e pilares.

Os sistemas tubulares poderão sofrer variações abruptas de características geométricas ao longo da altura, não sendo permitido, no entanto, alteração na quantidade e na posição dos pilares.

O processo de análise permite ainda a obtenção dos carregamentos verticais críticos para instabilidade elástica geral da estrutura por flexão em relação aos eixos de simetria ou por torção.

A formulação adotada considera a ocorrência de rotações pequenas.

1.5.2 - Sobre a Não-Linearidade Física

A não-linearidade física não será abordada. No entanto, a formulação empregada permite que, nos edifícios em concreto armado, sua consideração de maneira aproximada, reduzindo-se adequadamente o produto de rigidez de vigas e pilares. FRANCO ^[28] apresenta orientações para adoção desse procedimento.

1.5.3 - Definição de Comportamento por Parâmetros Adimensionais

No Cap. III será mostrado que o comportamento do sistema tubular básico pode ser relacionado ao comportamento que o sistema teria caso trabalhasse como tubo ideal, por meio apenas de dois parâmetros adimensionais, que foram denominados fator de rigidez e fator de deformação, além do número de pilares que formam os pórticos periféricos, caso se faça análise estrutural em teoria de 1ª. ordem. Se a análise for feita em teoria de 2ª. ordem, o comportamento passa a depender ainda de um terceiro parâmetro adimensional, identificado como fator de não linearidade geométrica.

Este estudo, calcado em parâmetros adimensionais, foi desenvolvido a partir do tratamento matemático mostrado no Cap. II. Por simplicidade, no entanto, considerou-se que todos os pilares situados em um mesmo nível possuem propriedades geométricas idênticas, assim como as vigas. Considerou-se também que o espaçamento entre os pilares é constante e que os parâmetros adimensionais mantêm-se inalterados com a altura do edifício. Outra simplificação feita diz respeito à análise em teoria de 2^a. ordem, na qual tomou-se apenas o efeito p-delta. As influências dos trechos rígidos e da deformação por força cortante das barras podem ser consideradas por meio de alteração nos valores dos adimensionais.

A formulação que levou à definição dos parâmetros adimensionais foi feita de modo a torná-los independentes do carregamento lateral atuante, e função apenas de grandezas elásticas e geométricas do sistema tubular. Particularmente, o parâmetro de não linearidade geométrica, a ser usado quando da análise em teoria de 2^a. ordem, é função também do carregamento vertical atuante.

A determinação dos valores dos parâmetros adimensionais é bastante importante, uma vez que torna possível avaliar em que proporção o sistema tubular se aproxima do tubo ideal, ou seja, permite avaliar a eficiência da estrutura projetada. Permite também a produção de um conjunto de tabelas e ábacos mais condensado e prático que qualquer outro disponível, para pré-dimensionamento, além de pesquisas ligadas à otimização estrutural.

1.5.4 - Hipóteses Básicas

As lajes serão consideradas como diafragmas horizontais infinitamente rígidos em seus respectivos planos e rigidez

transversal nula, de modo a só transmitir esforços horizontais aos pórticos periféricos do sistema tubular, garantindo movimento de corpo rígido no plano horizontal a todos os pilares, sem impedimento de suas deformações axiais.

As vigas, que são ligadas rigidamente aos pilares em ambas as extremidades, são capazes de resistir a esforços normais e cortantes e ao momento fletor. Suas deformações axiais, por serem muito pequenas frente aos deslocamentos laterais, serão desprezadas.

Os pilares serão supostos perfeitamente engastados em suas bases no plano do pórtico, admitindo-se a indeformabilidade das fundações.

Tendo em vista a maneira como foi desenvolvido o processo de análise estrutural, torna-se necessário conhecer, "a priori", a posição dos pontos de inflexão de pilares e vigas. Será imposto que estes pontos estarão situados na seção central do trecho deformável das barras, em um procedimento largamente utilizado na literatura técnica para estruturas aporricadas de vários pavimentos.

1.5.5 - Programas para Análise Estrutural

As teorias apresentadas no Cap. II e no Cap. III são codificadas em programas para análise automática, em linguagem FORTRAN 77, que se encontram respectivamente nos Apêndices C e D.

CAPÍTULO II

ANÁLISE ESTRUTURAL PELA TÉCNICA DO MEIO CONTÍNUO

2.1 - GENERALIDADES

Neste capítulo, será formulado o equacionamento para análise elástica dos sistemas estruturais tubulares de edifícios altos, definidos no item 1.1, pela Técnica do Meio Contínuo. São previstas as atuações de carregamentos vertical, lateral e de torção, todos com distribuição qualquer ao longo da altura do edifício. A análise poderá ser feita em teoria de 1a. ou 2a. ordem, e neste último caso serão considerados os efeitos p-delta e da degenerescência de rigidez dos pilares devida à força normal de compressão. Levar-se-ão em conta as influências dos trechos rígidos e da deformação por força cortante de vigas e pilares. Os valores dos carregamentos verticais críticos para instabilidade

geral por flexão e por torção, supostos uniformemente distribuídos ao longo da altura do edifício, poderão também ser determinados.

O estudo terá início pelos sistemas tubulares submetidos à flexão, depois à torção, em ambas as situações incluindo os efeitos de 2a. ordem causados pelo carregamento vertical, e será concluído considerando a atuação, em 1a. ordem, deste carregamento vertical. Esse procedimento particionado se justifica tendo em vista as características próprias da análise pela Técnica do Meio Contínuo, onde o comportamento estrutural, que depende do tipo de solicitação, precisa ser definido a princípio.

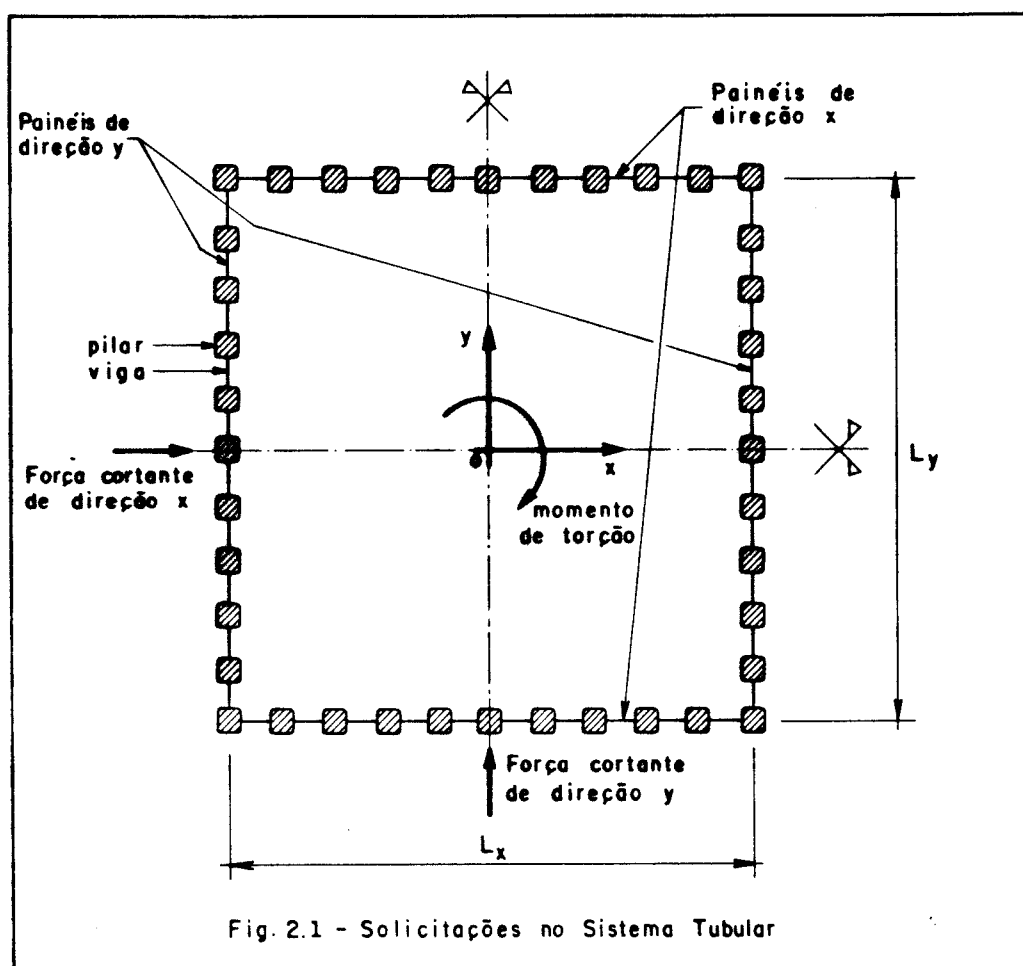
Como referência se adotará o sistema de eixos coordenados xyz , com origem na base da estrutura, no ponto coincidente com seu centro geométrico (Fig. 2.1). O sentido positivo do eixo vertical z será da base para o topo.

Os carregamentos laterais atuando nas direções dos eixos x e y serão positivos se os seus sentidos coincidirem, respectivamente, com o destes eixos, e negativos em caso contrário. O momento de torção será positivo se tiver sentido horário para um observador olhando para o eixo z em seu sentido negativo. Na Fig. 2.1 veem-se as forças cortantes de direções x e y e o momento de torção, que solicitam a estrutura em um nível qualquer, em seus sentidos positivos. O carregamento vertical será tomado como negativo quando atuante no sentido do topo para a base.

Os painéis-pórtico situados nas direções paralelas ao eixo x serão identificados como painéis de direção x e os situados nas direções paralelas ao eixo y , painéis de direção y .

L_x e L_y representam as dimensões em planta da estrutura, respectivamente nas direções dos eixos x e y , H sua altura total e h a altura dos andares.

Os sistemas estruturais tubulares aqui considerados deverão apresentar simetria quanto à geometria e quanto ao carregamento vertical, em relação aos eixos x e y . As seções transversais de pilares e vigas poderão se alterar abruptamente em níveis quaisquer da estrutura, embora o número e a posição dos pilares tenham que permanecer sempre constantes.



Todas as hipóteses de cálculo descritas no Cap. I (sub-item 1.5.3) serão obedecidas.

2.2 - ANÁLISE DOS SISTEMAS TUBULARES SUBMETIDOS A FLEXÃO

2.2.1 - Idéias Iniciais

Será aqui deduzido o equacionamento matemático para análise dos sistemas estruturais tubulares submetidos a um carregamento lateral que não provoque torção, incluindo os efeitos de 2a. ordem quando da existência de carregamento vertical.

Inicialmente, o estudo abrangerá as estruturas com número ímpar de pilares nos painéis de direção x e nos painéis de direção y. Por causa da dupla simetria, torna-se suficiente tomar para análise a quarta parte das mesmas, conforme mostra a Fig. 2.2, constituída por um semi-painel de direção y, com (n-1) tramos e vigas e n pilares, e por um semi-painel de direção x, com (m-1) tramos e vigas e m pilares, na qual:

- $P_1 \dots P_1 \dots P_n$ - pilares do semi-painel de direção y;
 $C_1 \dots C_j \dots C_m$ - pilares do semi-painel de direção x;
 $V_1 \dots V_1 \dots V_{n-1}$ - vigas do semi-painel de direção y;
 $B_1 \dots B_j \dots B_{m-1}$ - vigas do semi-painel de direção x;
 $a_1 \dots a_1 \dots a_{n-1}$ - vãos das vigas do semi-painel de direção y;
 $b_1 \dots b_j \dots b_{m-1}$ - vãos das vigas do semi-painel de direção x.

O carregamento lateral será suposto atuando no sentido do eixo y e seu valor deve ser reduzido à quarta parte do total, também em decorrência da dupla simetria, como indicado na Fig. 2.2.

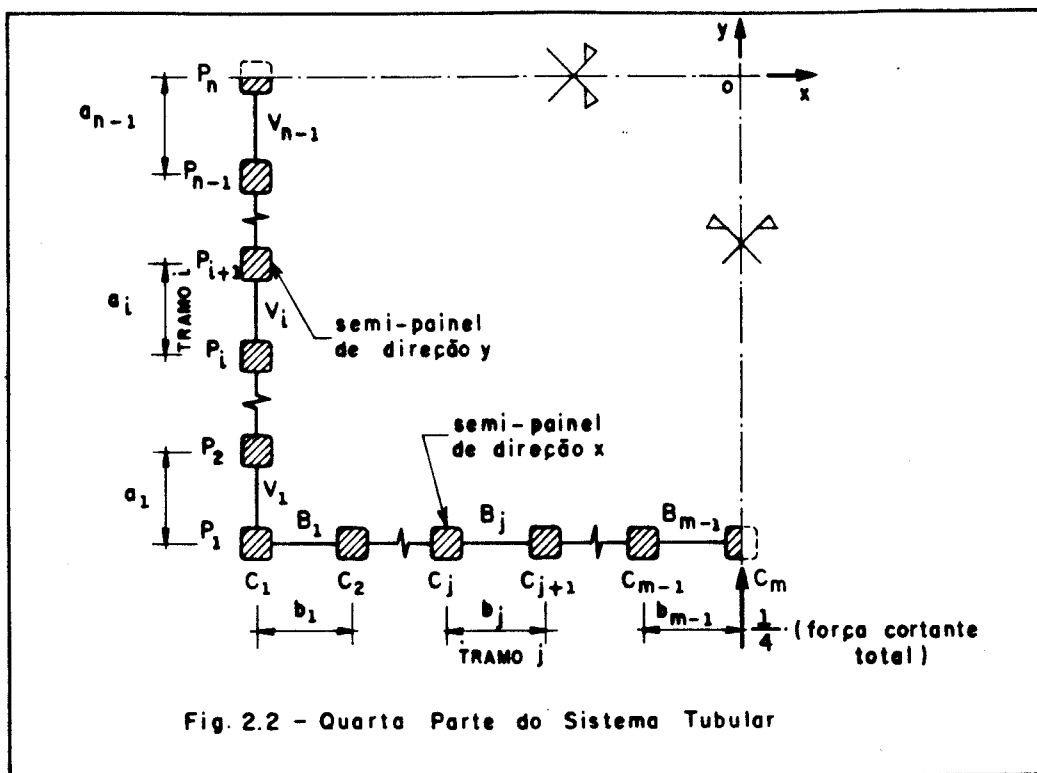


Fig. 2.2 - Quarta Parte do Sistema Tubular

O módulo de elasticidade longitudinal das barras é representado por E e o transversal por G .

Posteriormente, o estudo será estendido para envolver as situações onde os painéis tenham número par de pilares.

2.2.2 - Estudo do Comportamento do Semi-Painel de Direção y

Será obtido, a seguir, um conjunto de equações representativo do comportamento do semi-painel de direção y , situado em posição paralela ao carregamento lateral, a partir do estabelecimento de condições de compatibilidade e equilíbrio, em um determinado nível.

De acordo com as considerações feitas no item 1.4 do Cap. I, em cada encontro de pilar com viga, poderá ser suposto um trecho rígido, indeformável por flexão. Suas

dimensões horizontal e vertical, no plano de semi-painel, devem ser tomadas, no máximo, respectivamente iguais à altura da seção transversal do pilar e à altura da viga.

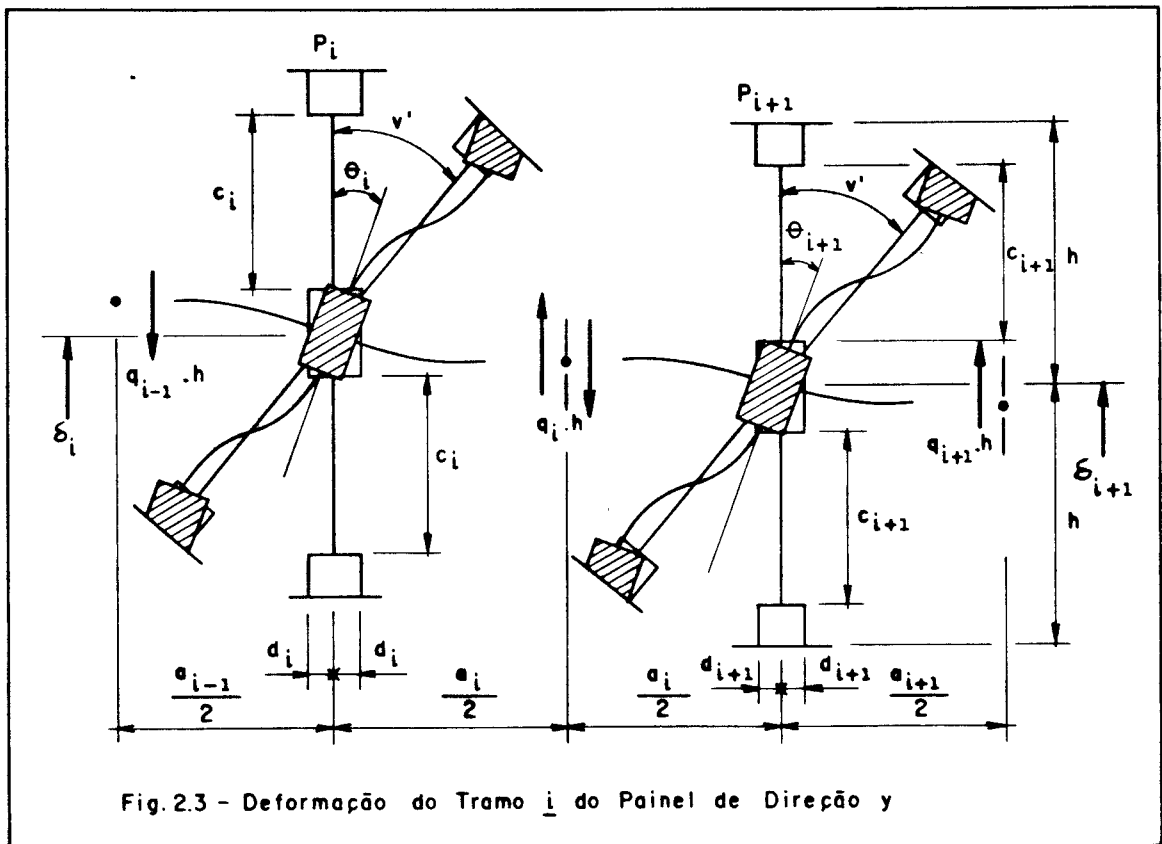
Empregar-se-á a seguinte notação adicional:

- d_i - semi-dimensão horizontal, no plano do semi-painel, dos trechos rígidos correspondentes ao pilar P_i ;
- c_i - comprimento do trecho central deformável (entre faces internas dos trechos rígidos) do pilar P_i ;
- I_{P_i} - momento de inércia do trecho deformável do pilar P_i ;
- A_{P_i} - área da seção transversal do trecho deformável do pilar P_i ;
- f_{P_i} - fator de forma do trecho deformável do pilar P_i ;
- I_{V_i} - momento de inércia do trecho deformável da viga V_i ;
- A_{V_i} - área da seção transversal do trecho deformável da viga V_i ;
- f_{V_i} - fator de forma do trecho deformável da viga V_i ;
- δ_i - deslocamento axial do pilar P_i ;
- θ_i - rotação do nó do pilar P_i ;
- v' - distorção do painel.

Na Técnica do Meio Contínuo, ao se proceder a substituição das vigas de um tramo i por um meio contínuo de rigidez equivalente, a força cortante que atua neste meio, distribuída ao longo da altura do edifício, num nível qualquer, é indicada por q_i . Como os eixos das vigas estão verticalmente distanciados de h , uma viga V_i , situada neste nível e neste mesmo tramo i , estará solicitada por uma força cortante dada pelo produto $(q_i h)$, conforme mostram as Figs. 2.3 a 2.6.

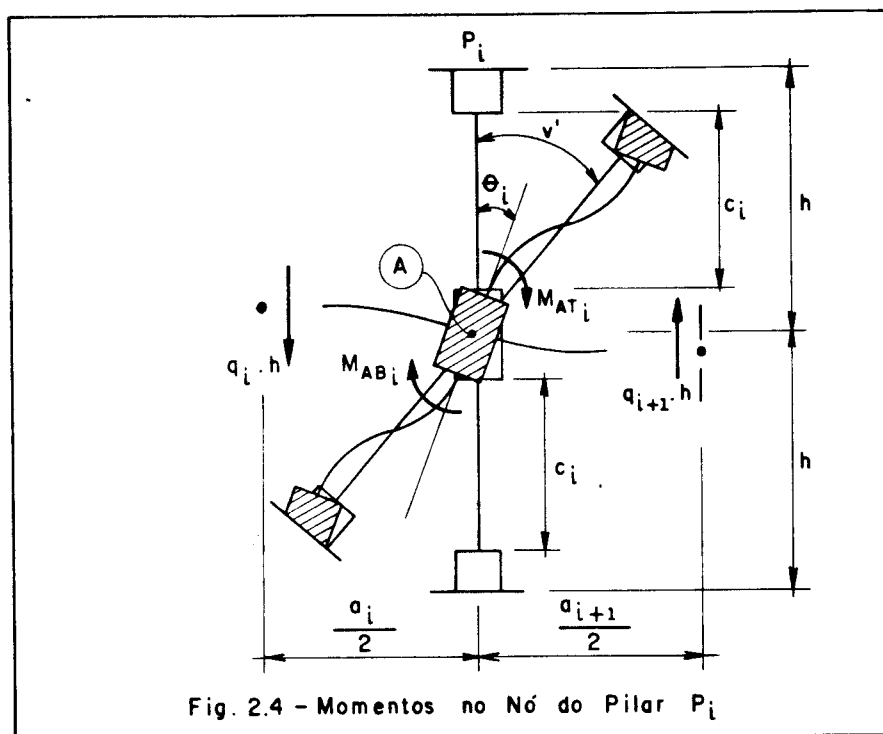
Inicia-se o estudo a partir da posição deformada dos tramos internos i ($i = 2, 3, \dots, n-2$) do semi-painel de direção y , mostrada na Fig. 2.3, num certo nível (os tramos extremos serão tratados posteriormente). A equação de compatibilidade dos deslocamentos verticais da seção central da viga V_i , considerando inclusive sua deformação por força cortante, escreve-se

$$\begin{aligned} \delta_i - \theta_i \frac{a_i}{2} + q_i h \left[\frac{\left(\frac{a_i}{2} - d_i\right)^3}{3EI_{v_i}} + \frac{f_{v_i} \left(\frac{a_i}{2} - d_i\right)}{GA_{v_i}} \right] = \\ = \delta_{i+1} + \theta_{i+1} \frac{a_i}{2} - q_i h \left[\frac{\left(\frac{a_i}{2} - d_{i+1}\right)^3}{3EI_{v_i}} + \frac{f_{v_i} \left(\frac{a_i}{2} - d_{i+1}\right)}{GA_{v_i}} \right] \end{aligned} \quad (2.1)$$



A distorção v' do semi-painel e a rotação θ_i do nó A do pilar P_i gerarão os momentos M_{AT_i} e M_{AB_i} neste nó, conforme se vê na Fig. 2.4. Se a rotação do nó A é suposta igual às rotações dos nós imediatamente superior e inferior, tendo em vista que o comprimento $(2h)$ abrangido por estes três nós é muito pequeno quando comparado com a altura da estrutura e se, pela mesma razão, a distorção é também suposta constante neste comprimento, com base no Apêndice A, Eq. (A.27), pode-se estabelecer que

$$M_{AT_i} = M_{AB_i} = \frac{6EI_{pe_i}}{h} \left(\frac{h}{c_i} \right)^3 (v' - \theta_i) \quad (2.2)$$



Nesta expressão, define-se I_{pe_i} como um momento de inércia equivalente, que leva em conta a deformação por força cortante e a degenerescência de rigidez causada pela atuação da força normal de compressão, N_{P_i} , no pilar P_i , e que, de acordo com a Eq. (A.28) do Apêndice A, vale

$$I_{pe_i} = \frac{(S+SC)I_{pc_i}}{6} \left[1 - \frac{N_{P_i} c_i^2}{EI_{pc_i}} \cdot \frac{h-c_i}{2(S+SC)h} \right] \quad (2.3)$$

onde S e C são adimensionais, denominados funções de estabilidade, definidos no Apêndice A, e I_{pc_i} , dado também nesse Apêndice pela Eq. (A.1), toma a forma

$$I_{pc_i} = \frac{GA_{P_i} c_i^2 I_{P_i}}{GA_{P_i} c_i^2 + 12f_{P_i} EI_{P_i}} \quad (2.4)$$

O momento no nó A do pilar P_i , M_{A_i} , devido à influência dos comprimentos dos andares imediatamente acima e abaixo terá, então, como resultante em sentido horário

$$M_{A_i} = M_{AT_i} + M_{AB_i} \quad (2.5)$$

ou, considerando a Eq. (2.2)

$$M_{A_i} = \frac{12EI_{pe_i}}{h} \left(\frac{h}{c_i} \right)^3 (v' - \theta_i) \quad (2.6)$$

O momento aplicado no mesmo nó A do pilar P_i , em sentido anti-horário, pela ação dos esforços cortantes na

seção média das vigas V_{i-1} e V_i , é dado por

$$M_{A_i} = q_{i-1} h \frac{a_{i-1}}{2} + q_i h \frac{a_i}{2} \quad (2.7)$$

Igualando-se as Eqs. (2.6) e (2.7), obtém-se a equação de equilíbrio à rotação do nó do pilar P_i , igual a

$$\frac{12EI_{pe_i}}{h} \left(\frac{h}{c_i} \right)^3 (v' - \theta_i) = q_{i-1} h \frac{a_{i-1}}{2} + q_i h \frac{a_i}{2} \quad (2.8)$$

De modo análogo chega-se à equação de equilíbrio à rotação do nó do pilar P_{i+1} , representada por

$$\frac{12EI_{pe_{i+1}}}{h} \left(\frac{h}{c_{i+1}} \right)^3 (v' - \theta_{i+1}) = q_i h \frac{a_i}{2} + q_{i+1} h \frac{a_{i+1}}{2} \quad (2.9)$$

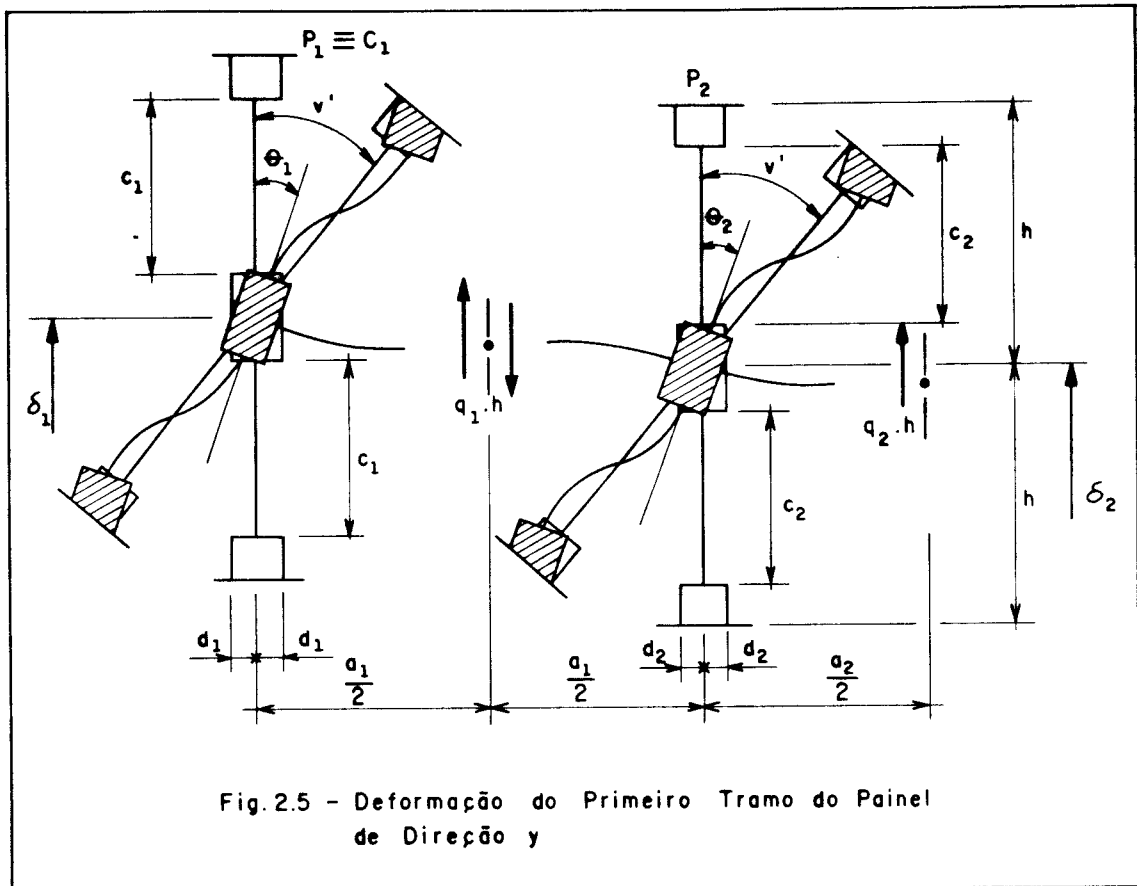
Explicitando θ_i em (2.8) e θ_{i+1} em (2.9), e levando as expressões obtidas em (2.1), vem

$$\begin{aligned} & q_{i-1} h \left[\frac{a_{i-1} a_i c_i^3}{48EI_{pe_i} h^2} \right] + q_i h \left[\frac{\left(\frac{a_i}{2} - d_i \right)^3 + \left(\frac{a_i}{2} - d_{i+1} \right)^3}{3EI_{v_i}} + \right. \\ & \left. + \frac{f_{v_i} (a_i - d_i - d_{i+1})}{GA_{v_i}} + \frac{a_i^2 c_i^3}{48EI_{pe_i} h^2} + \frac{a_i^2 c_{i+1}^3}{48EI_{pe_{i+1}} h^2} \right] + \\ & + q_{i+1} h \left[\frac{a_i a_{i+1} c_i^3}{48EI_{pe_{i+1}} h^2} \right] = v' a_i - \delta_i + \delta_{i+1} \quad (2.10) \end{aligned}$$

A posição deformada do primeiro tramo é mostrada na Fig. 2.5. A equação de compatibilidade dos deslocamentos verticais da seção central da viga V_1 fica

$$\delta_1 - \theta_1 \frac{a_1}{2} + q_1 h \left[\frac{\left(\frac{a_1}{2} - d_1\right)^3}{3EI_{v_1}} + \frac{f_{v_1} \left(\frac{a_1}{2} - d_1\right)}{GA_{v_1}} \right] =$$

$$= \delta_2 + \theta_2 \frac{a_1}{2} - q_1 h \left[\frac{\left(\frac{a_1}{2} - d_2\right)^3}{3EI_{v_1}} + \frac{f_{v_1} \left(\frac{a_1}{2} - d_2\right)}{GA_{v_1}} \right] \quad (2.11)$$



De maneira similar aos tramos internos, são obtidas as equações de equilíbrio à rotação dos nós dos pilares P_1 e P_2 , respectivamente

$$\frac{12EI_{pe_1}}{h} \left(\frac{h}{c_1} \right)^3 (v' - \theta_1) = q_1 h \frac{a_1}{2} \quad (2.12)$$

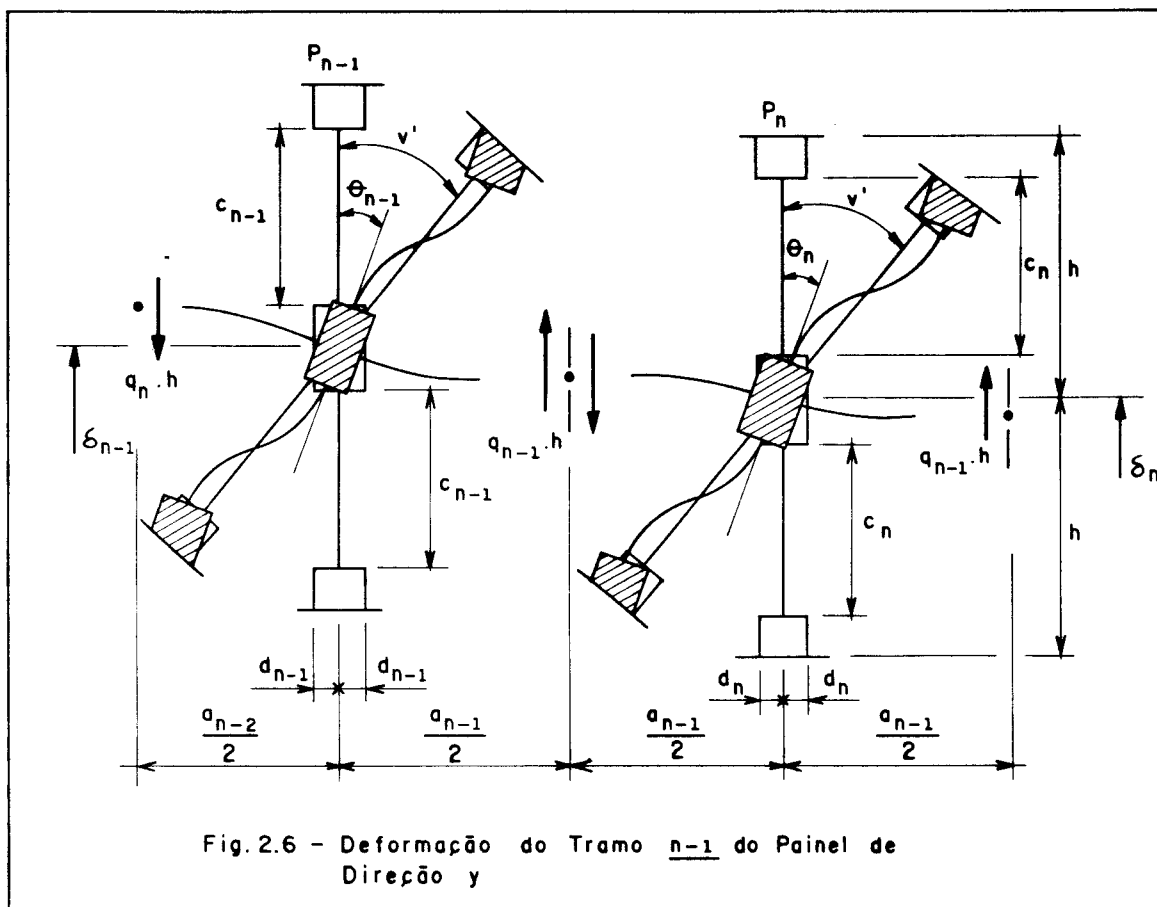
$$\frac{12EI_{pe_2}}{h} \left(\frac{h}{c_2} \right)^3 (v' - \theta_2) = q_1 h \frac{a_1}{2} + q_2 h \frac{a_2}{2} \quad (2.13)$$

Evidentemente, I_{pe_1} e I_{pe_2} são dados pela Eq. (2.3), apenas substituindo-se o índice geral i por 1 e 2, nesta ordem. Retirando de (2.12) a expressão de θ_1 , e de (2.13), a expressão de θ_2 , e substituindo-as na Eq. (2.11), obtém-se

$$q_1 h \left[\frac{\left(\frac{a_1}{2} - d_1 \right)^3 + \left(\frac{a_1}{2} - d_2 \right)^3}{3EI_{v_1}} + \frac{f_{v_1} (a_1 - d_1 - d_2)}{GA_{v_1}} + \frac{a_1^2 c_1^3}{48EI_{pe_1} h^2} + \frac{a_1^2 c_2^3}{48EI_{pe_2} h^2} \right] + q_2 h \left[\frac{a_1 a_2 c_2^3}{48EI_{pe_2} h^2} \right] = v' a_1 - \delta_1 + \delta_2 \quad (2.14)$$

Por último, o tramo (n-1) do semi-painel de direção y, delimitado pelos pilares P_{n-1} e P_n , é mostrado na Fig. 2.6, em sua posição deformada. A equação de compatibilidade dos deslocamentos verticais da seção central da viga V_{n-1} toma a forma

$$\begin{aligned}
& \delta_{n-1} - \theta_{n-1} \frac{a_{n-1}}{2} + q_{n-1} h \left[\frac{\left(\frac{a_{n-1}}{2} - d_{n-1} \right)^3}{3EI_{v_{n-1}}} + \right. \\
& \left. + \frac{f_{v_{n-1}} \left(\frac{a_{n-1}}{2} - d_{n-1} \right)}{GA_{v_{n-1}}} \right] = \delta_{n-1} + \theta_n \frac{a_{n-1}}{2} + \\
& - q_{n-1} h \left[\frac{\left(\frac{a_{n-1}}{2} - d_n \right)^3}{3EI_{pe_{n-1}}} + \frac{f_{v_{n-1}} \left(\frac{a_{n-1}}{2} - d_n \right)}{GA_{v_{n-1}}} \right] \quad (2.15)
\end{aligned}$$



As equações de equilíbrio à rotação dos nós dos pilares P_{n-1} e P_n , este último situado em eixo de simetria, são

$$\frac{12EI_{pe_{n-1}}}{h} \left(\frac{h}{c_{n-1}} \right)^3 (v' - \theta_n) = q_{n-2} h \frac{a_{n-2}}{2} + q_{n-1} h \frac{a_{n-1}}{2} \quad (2.16)$$

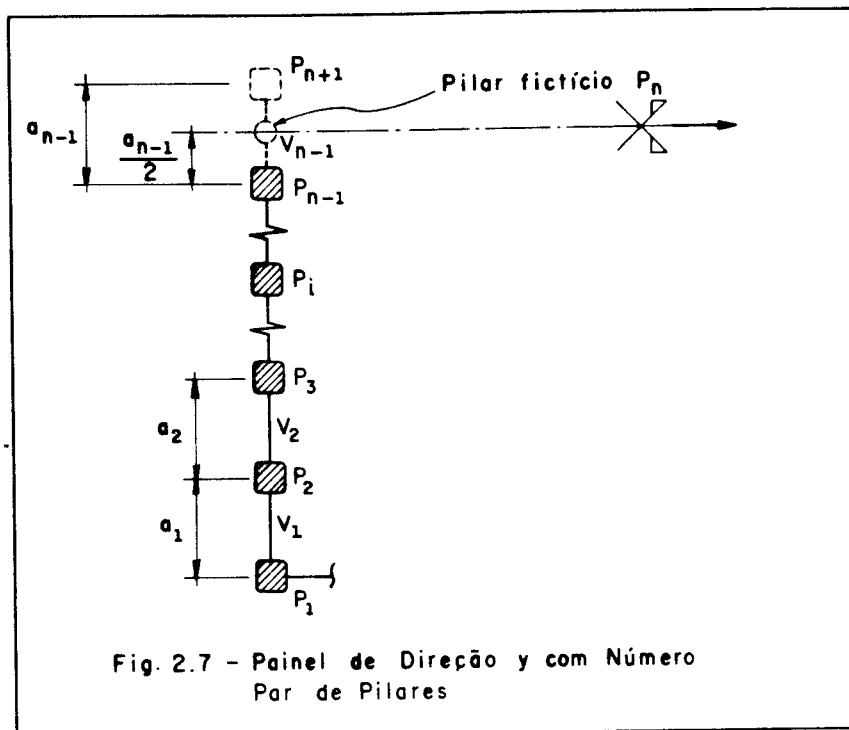
$$\frac{12EI_{pe_n}}{h} \left(\frac{h}{c_n} \right)^3 (v' - \theta_n) = q_{n-1} h a_{n-1} \quad (2.17)$$

Substituindo-se os valores de θ_{n-1} , obtido de (2.16), e de θ_n , obtido de (2.17), em (2.15), vem

$$\begin{aligned} & q_{n-2} h \left[\frac{a_{n-2} a_{n-1} c_{n-1}^3}{48EI_{pe_{n-1}} h^2} \right] + \\ & + q_{n-1} h \left[\frac{\left(\frac{a_{n-1}}{2} - d_{n-1} \right)^3 + \left(\frac{a_{n-1}}{2} - d_n \right)^3}{3EI_{v_{n-1}}} + \right. \\ & \left. \frac{f_{v_{n-1}} (a_{n-1} - d_{n-1} - d_n)}{GA_{v_{n-1}}} + \frac{a_{n-1}^2 c_{n-1}^3}{48EI_{pe_{n-1}} h^2} + \frac{a_{n-1}^2 c_n^3}{48EI_{pe_n} h^2} \right] = \\ & = v' a_{n-1} - \delta_{n-1} + \delta_n \quad (2.18) \end{aligned}$$

No caso do painel completo de direção y possuir um número par de pilares, também devido à simetria, trabalhar-se-á com somente metade do mesmo. A Fig. 2.7

mostra então a nova conformação do semi-painel. Para tornar o estudo compatível com aquele feito para número ímpar de pilares, será criado um pilar fictício, P_n , que se situa sobre o eixo de simetria x e que, para não alterar o comportamento do semi-painel, deverá possuir rigidez à flexão nula e deslocamento axial (δ_n) nulo para carregamento lateral e igual ao do pilar vizinho P_{n-1} para carregamento vertical. A viga V_{n-1} tem vão ($a_{n-1}/2$) e apoia-se articuladamente no pilar fictício.



A Eq. (2.14), representativa do comportamento do primeiro tramo do semi-painel, e a Eq. (2.10), representativa do comportamento da região compreendida entre o segundo tramo e o tramo $(n-2)$, permanecem válidas para o painel com número par de pilares. No que se refere ao tramo $(n-1)$, delimitado pelo pilar P_{n-1} e pelo pilar fictício P_n , sua posição deformada é vista na Fig. 2.8, e a equação de

compatibilidade dos deslocamentos verticais da viga V_{n-1} , no ponto de encontro com o pilar P_n , escreve-se

$$\delta_{n-1} - \theta_{n-1} \frac{a_{n-1}}{2} + q_{n-1} h \left[\frac{\left(\frac{a_{n-1}}{2} - d_{n-1} \right)^3}{3EI_{V_{n-1}}} + \frac{f_{V_{n-1}} \left(\frac{a_{n-1}}{2} - d_{n-1} \right)}{GA_{V_{n-1}}} \right] = \delta_n \quad (2.19)$$

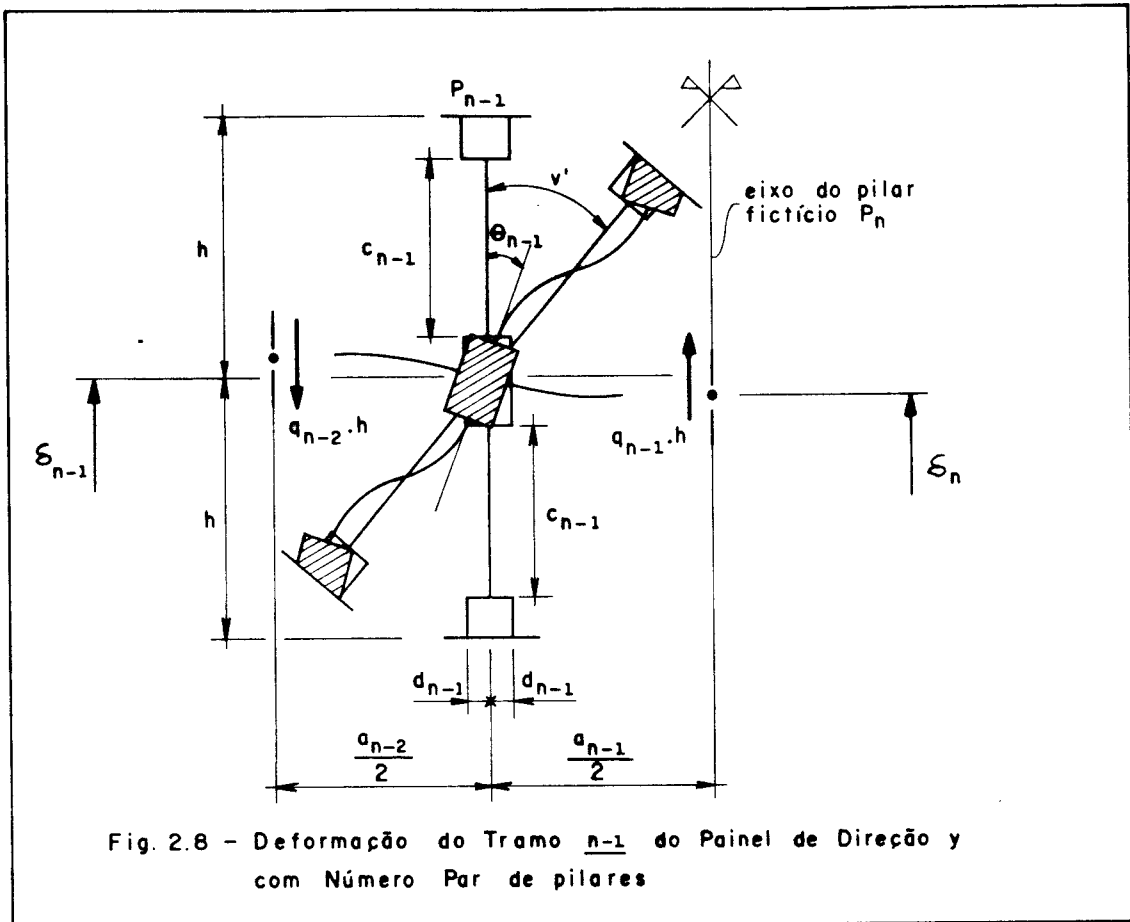


Fig. 2.8 - Deformação do Tramo $n-1$ do Painel de Direção y com Número Par de pilares

A equação de equilíbrio à rotação do nó do pilar P_{n-1} é dada por

$$\frac{12EI_{pe_{n-1}}}{h} \left(\frac{h}{c_{n-1}} \right)^3 (v' - \theta_{n-1}) = q_{n-2} h \frac{a_{n-2}}{2} + q_{n-1} h \frac{a_{n-1}}{2} \quad (2.20)$$

Explicitando o valor de θ_{n-1} em (2.20) e levando em (2.19), vem

$$q_{n-2} h \left[\frac{a_{n-2} a_{n-1} c_{n-1}^3}{48EI_{pe_{n-1}} h^2} \right] + q_{n-1} h \left[\frac{\left(\frac{a_{n-1}}{2} - d_{n-1} \right)^3}{3EI_{v_{n-1}}} + \frac{f_{v_{n-1}} \left(\frac{a_{n-1}}{2} - d_{n-1} \right)}{GA_{v_{n-1}}} + \frac{a_{n-1}^2 c_{n-1}^3}{48EI_{pe_{n-1}} h^2} \right] = v' \frac{a_{n-1}}{2} - \delta_{n-1} + \delta_n \quad (2.21)$$

2.2.3 - Estudo do Comportamento do Semi-Painel de Direção x

As equações que exprimem o comportamento do semi-painel de direção x, situado perpendicularmente ao carregamento lateral, serão determinadas de maneira semelhante ao semi-painel de direção y, com base em condições de compatibilidade e equilíbrio.

A notação complementar seguinte será usada:

- t_j - semi-dimensão horizontal, no plano do semi-painel, dos trechos rígidos correspondentes ao pilar C_j ;
- ω_j - comprimento do trecho central deformável (entre faces internas dos trechos rígidos) do pilar C_j ;

- I_{c_j} - momento de inércia do trecho deformável do pilar C_j ;
 A_{c_j} - área da seção transversal do trecho deformável do pilar C_j ;
 f_{c_j} - fator de forma do trecho deformável do pilar C_j ;
 I_{b_j} - momento de inércia do trecho deformável da viga B_j ;
 A_{b_j} - área da seção transversal do trecho deformável da viga B_j ;
 f_{b_j} - fator de forma do trecho deformável da viga B_j ;
 γ_j - deslocamento axial do pilar C_j ;
 ψ_j - rotação do nó do pilar C_j .

Analogamente ao semi-painel de direção y , I_{ce_j} indica o momento de inércia equivalente do pilar C_j , utilizado para consideração da deformação por força cortante e da degenerescência de rigidez provocada pela força normal de compressão F_j , e p_j a força cortante distribuída ao longo da altura do edifício, atuante no meio contínuo de rigidez equivalente às vigas do tramo j .

Na Fig. 2.9 é mostrada a posição deformada do primeiro tramo do semi-painel de direção x . Nota-se ser nula a distorção e ainda que o pilar C_1 coincide em posição com o pilar P_1 . A equação de compatibilidade dos deslocamentos verticais da seção central da viga B_1 será

$$\begin{aligned}
 \gamma_1 - \psi_1 \frac{b_1}{2} - p_1 h \left[\frac{\left(\frac{b_1}{2} - t_1 \right)^3}{3EI_{b_1}} + \frac{f_{b_1} \left(\frac{b_1}{2} - t_1 \right)}{GA_{b_1}} \right] = \\
 = \gamma_2 + \psi_2 \frac{b_1}{2} + p_1 h \left[\frac{\left(\frac{b_1}{2} - t_2 \right)^3}{3EI_{b_1}} + \frac{f_{b_1} \left(\frac{b_1}{2} - t_2 \right)}{GA_{b_1}} \right] \quad (2.22)
 \end{aligned}$$

Substituindo-se as expressões de ψ_1 e ψ_2 , obtidas respectivamente de (2.23) e (2.24), em (2.22), e como

$$\gamma_1 = \delta_1 \quad (2.25)$$

obté-m-se

$$p_1 h \left[\frac{\left(\frac{b_1}{2} - t_1\right)^3 + \left(\frac{b_1}{2} - t_2\right)^3}{3EI_{b_1}} + \frac{f_{b_1}(b_1 - t_1 - t_2)}{GA_{b_1}} + \frac{b_1^2 w_1^3}{48EI_{pc_1} h^2} + \frac{b_1^2 w_2^3}{48EI_{pc_2} h^2} \right] + p_2 h \left[\frac{b_1 b_2 w_2^3}{48EI_{pc_2} h^2} \right] = \delta_1 - \gamma_2 \quad (2.26)$$

Tomar-se-á agora a posição deformada do tramo j (Fig. 2.10), com j variando de 2 a $(m-2)$. A equação de compatibilidade dos deslocamentos verticais da seção média da viga B_j escreve-se

$$\gamma_j - \psi_j \frac{b_j}{2} - p_j h \left[\frac{\left(\frac{b_j}{2} - t_j\right)^3}{3EI_{b_j}} + \frac{f_{b_j}\left(\frac{b_j}{2} - t_j\right)}{GA_{b_j}} \right] = \gamma_{j+1} + \psi_{j+1} + p_j h \left[\frac{\left(\frac{b_j}{2} - t_{j+1}\right)^3}{3EI_{b_j}} + \frac{f_{b_j}\left(\frac{b_j}{2} - t_{j+1}\right)}{GA_{b_j}} \right] \quad (2.27)$$

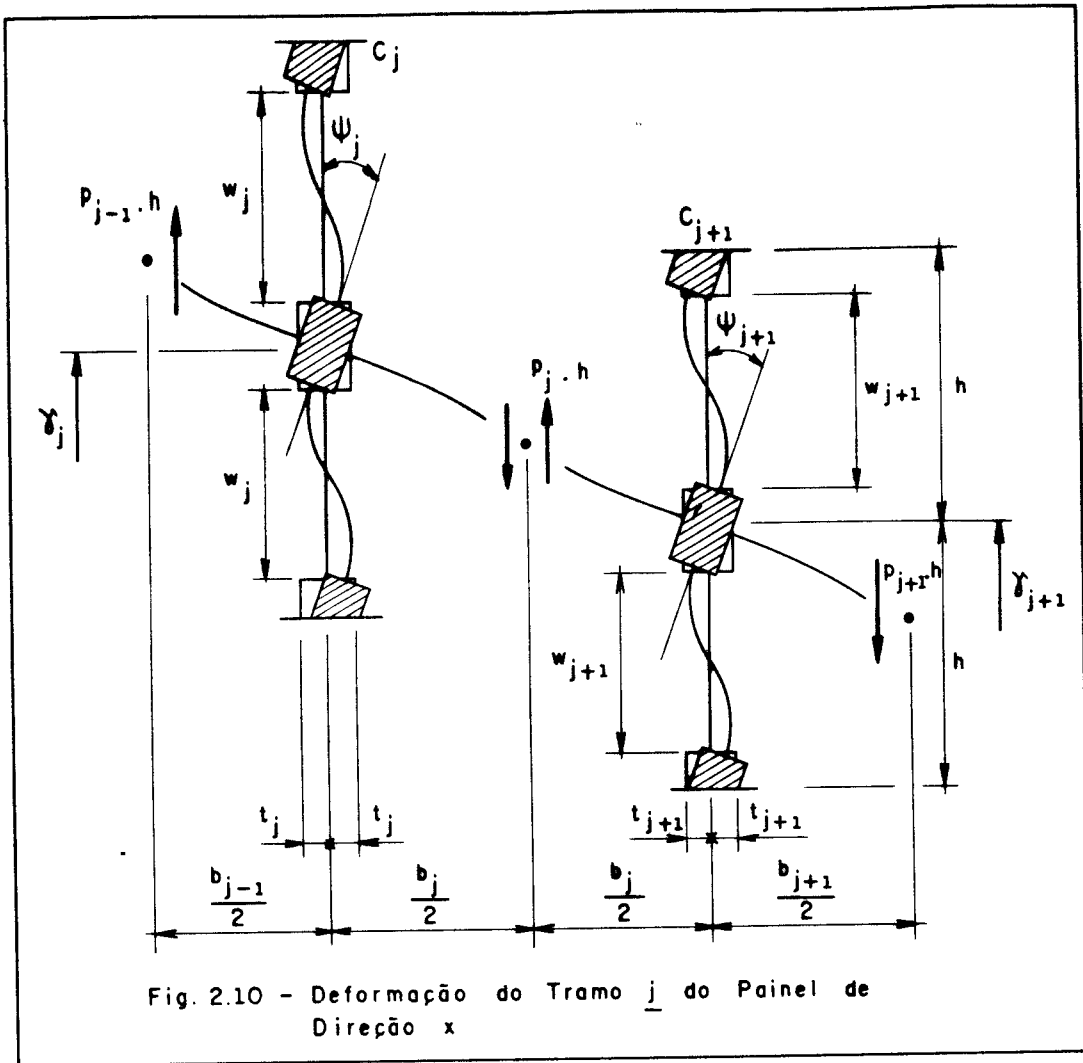


Fig. 2.10 - Deformação do Tramo j do Painel de Direção x

As equações de equilíbrio à rotação dos nós dos pilares C_j e C_{j+1} são, pela ordem

$$\frac{12EI}{h} c_{e_j} \left(\frac{h}{w_j} \right)^3 \psi_j = P_{j-1} h \frac{b_{j-1}}{2} + P_j h \frac{b_j}{2} \quad (2.28)$$

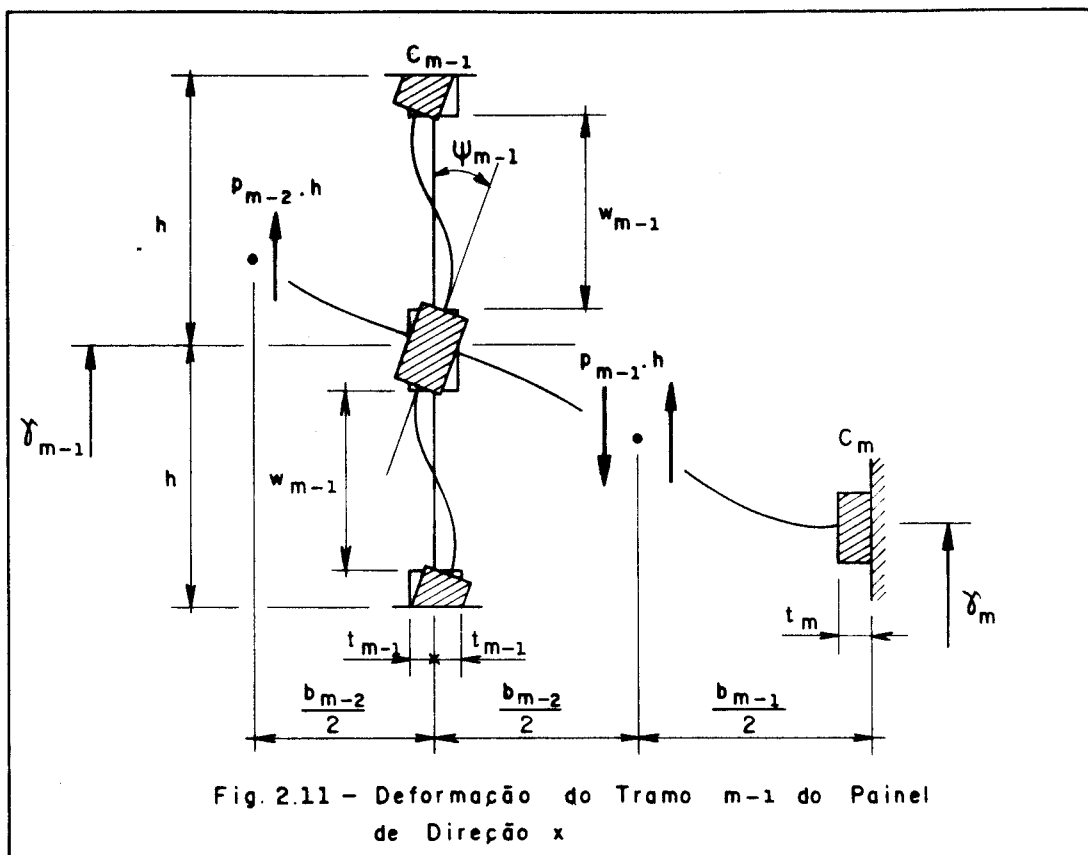
$$\frac{12EI}{h} c_{e_{j+1}} \left(\frac{h}{w_{j+1}} \right)^3 \psi_{j+1} = P_j h \frac{b_j}{2} + P_{j+1} h \frac{b_{j+1}}{2} \quad (2.29)$$

Extraindo de (2.28) o valor de ψ_j e de (2.29) o de ψ_{j+1} , e levando ambos na Eq. (2.27), vem

$$\begin{aligned}
 & p_{j-1} h \left[\frac{b_{j-1} b_j w_j^3}{48EI_{ce_j} h^2} \right] + p_j h \left[\frac{\left(\frac{b_j}{2} - t_j \right)^3 + \left(\frac{b_j}{2} t_{j+1} \right)^3}{3EI_{b_j}} + \right. \\
 & \left. + \frac{f_{b_j} (b_j - t_j - t_{j+1})}{GA_{b_j}} + \frac{b_j^2 w_j^3}{48EI_{ce_j} h^2} + \frac{b_j^2 w_{j+1}^3}{48EI_{ce_{j+1}} h^2} \right] + \\
 & + p_{j+1} h \left[\frac{b_{j+1} b_j w_{j+1}^3}{48EI_{ce_{j+1}} h^2} \right] = \gamma_j - \gamma_{j+1} \quad (2.30)
 \end{aligned}$$

Finalmente, representa-se na Fig. 2.11 a posição deformada do último tramo do semi-painel de direção x. O pilar C_m , por se situar em eixo de simetria, não apresenta rotações no plano do semi-painel e, assim, a equação de compatibilidade dos deslocamentos verticais da seção central da viga B_{m-1} fica

$$\begin{aligned}
& \gamma_{m-1} - \psi_{m-1} \frac{b_{m-1}}{2} - p_{m-1} h \left[\frac{\left(\frac{b_{m-1}}{2} - t_{m-1} \right)^3}{3EI_{b_{m-1}}} + \right. \\
& \left. + \frac{f_{b_{m-1}} \left(\frac{b_{m-1}}{2} - t_{m-1} \right)}{GA_{b_{m-1}}} \right] = \gamma_m + p_{m-1} h \left[\frac{\left(\frac{b_{m-1}}{2} - t_m \right)^3}{3EI_{b_{m-1}}} + \right. \\
& \left. + \frac{f_{b_{m-1}} \left(\frac{b_{m-1}}{2} - t_m \right)}{GA_{b_{m-1}}} \right] \quad (2.31)
\end{aligned}$$



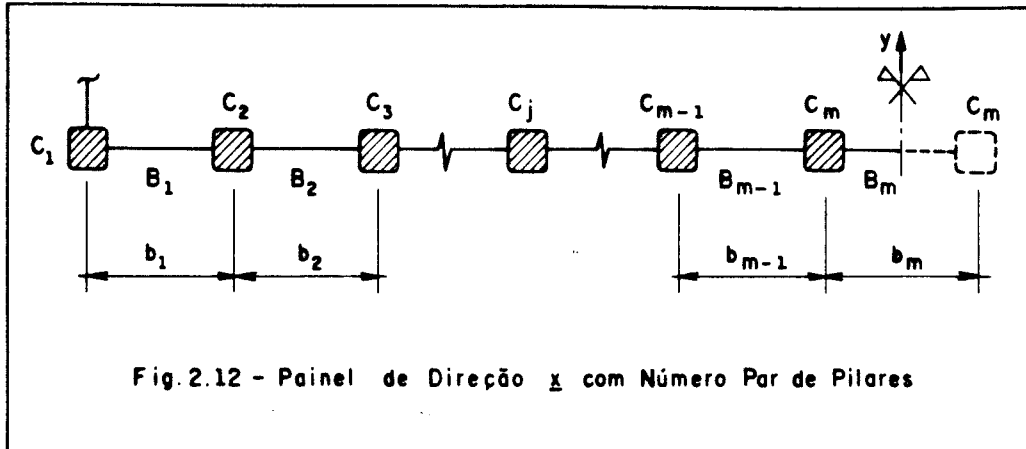
A condição de equilíbrio à rotação do nó do pilar C_{m+1} permite escrever

$$\frac{12EI_{ce_{m-1}}}{h} \left(\frac{h}{w_{m-1}} \right)^3 \psi_{m-1} = p_{m-2} h \frac{b_{m-2}}{2} + p_{m-1} h \frac{b_{m-1}}{2} \quad (2.32)$$

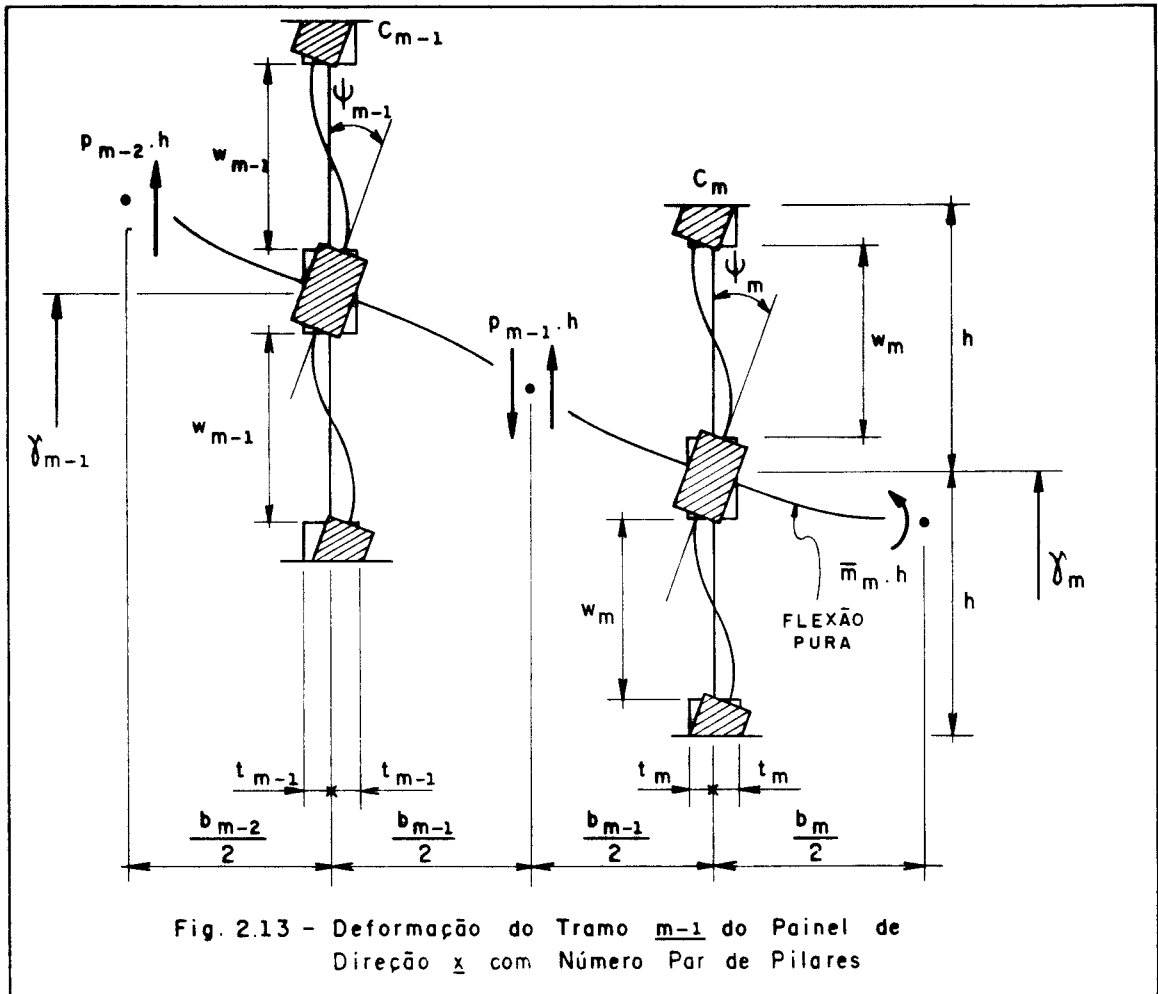
Da substituição do valor ψ_{m-1} , obtido de (2.32), em (2.31), resulta

$$\begin{aligned} & p_{m-2} h \left[\frac{b_{m-2} b_{m-1} w_{m-1}^3}{48EI_{ce_{m-1}} h^2} \right] + \\ & + p_{m-1} h \left[\frac{\left(\frac{b_{m-1}}{2} - t_{m-1} \right)^3}{3EI_{b_{m-1}}} + \frac{\left(\frac{b_{m-1}}{2} - t_m \right)^3}{3EI_{b_{m-1}}} + \right. \\ & \left. + \frac{f_{b_{m-1}} (b_{m-1} - t_{m-1} - t_m)}{GA_{m_{m-1}}} + \frac{b_{m-1}^2 w_{m-1}^3}{48EI_{ce_{m-1}} h^2} \right] = \gamma_{m-1} - \gamma_m \quad (2.33) \end{aligned}$$

Se o painel completo de direção x tiver quantidade par de pilares, o semi-painel com o qual se trabalhará é mostrado na Fig. 2.12, com a numeração adequada para barras e tramos. O eixo de simetria y passa pela seção média da viga identificada por B_m .



Para definição do comportamento do primeiro tramo, continua válida a Eq. (2.26) e do segundo tramo ao tramo $(m-2)$, a Eq. (2.30). No caso do tramo $(m-1)$, sua posição deformada pode ser vista na Fig. 2.13, notando-se que a viga



adjacente B_m fica submetida à flexão pura. Pela Técnica do Meio Contínuo, o momento fletor que atua nesta viga, concentrado ao nível dos andares, deve ser substituído por um momento distribuído no comprimento h , representado por \bar{m}_m . O momento fletor resultante na viga será dado pelo produto ($\bar{m}_m h$), cujo valor é

$$\bar{m}_m h = \frac{2EI_{b_m}}{b_m - 2t_m} \cdot \psi_m \quad (2.34)$$

A equação de compatibilidade para os deslocamentos verticais da seção central da viga B_{m-1} fica

$$\begin{aligned} \gamma_{m-1} - \psi_{m-1} \frac{b_{m-1}}{2} - p_{m-1} h \left[\frac{\left(\frac{b_{m-1}}{2} - t_{m-1} \right)^3}{3EI_{b_{m-1}}} + \right. \\ \left. + \frac{f_{b_{m-1}} \left(\frac{b_{m-1}}{2} - t_{m-1} \right)}{GA_{b_{m-1}}} \right] = \gamma_m - \psi_m \frac{b_{m-1}}{2} + \\ + p_{m-1} h \left[\frac{\left(\frac{b_{m-1}}{2} - t_m \right)^3}{3EI_{b_{m-1}}} + \frac{f_{b_{m-1}} \left(\frac{b_{m-1}}{2} - t_m \right)}{GA_{b_{m-1}}} \right] \end{aligned} \quad (2.35)$$

As condições de equilíbrio à rotação dos nós dos pilares C_{m-1} e C_m , considerando, neste último, a Eq. (2.34), resultam respectivamente em

$$\frac{12EI_{ce_{m-1}}}{h} \left(\frac{h}{w_{m-1}} \right)^3 \psi_{m-1} = p_{m-2} h \frac{b_{m-2}}{2} + p_{m-1} h \frac{b_{m-1}}{2} \quad (2.36)$$

$$\frac{2EI_b}{b_m - 2t_m} \psi_m + \frac{12EI_{ce_m}}{h} \left(\frac{h}{w_m} \right)^3 \psi_m = p_{m-1} h \frac{b_{m-1}}{2} \quad (2.37)$$

Substituindo-se os valores de ψ_{m-1} e ψ_m das condições de equilíbrio na equação de compatibilidade, vem

$$\begin{aligned} & p_{m-2} h \left[\frac{b_{m-2} b_{m-1} w_{m-1}^3}{48EI_{ce_{m-1}} h^2} \right] + \\ & + p_{m-1} h \left[\frac{w_m^3 b_{m-1}^2 (b_m - 2t_m)}{48EI_{ce_m} h^2 (b_m - 2t_m) + 8EI_b w_m^3} + \right. \\ & + \frac{\left(\frac{b_{m-1}}{2} - t_{m-1} \right)^3 + \left(\frac{b_{m-1}}{2} - t_m \right)^3}{3EI_{b_{m-1}}} + \frac{f_{b_{m-1}} (b_{m-1} - t_{m-1} - t_m)}{GA_{b_{m-1}}} \\ & \left. + \frac{b_{m-1}^2 w_{m-1}^3}{48EI_{ce_{m-1}} h^2} \right] = \gamma_{m-1} - \gamma_m \quad (2.38) \end{aligned}$$

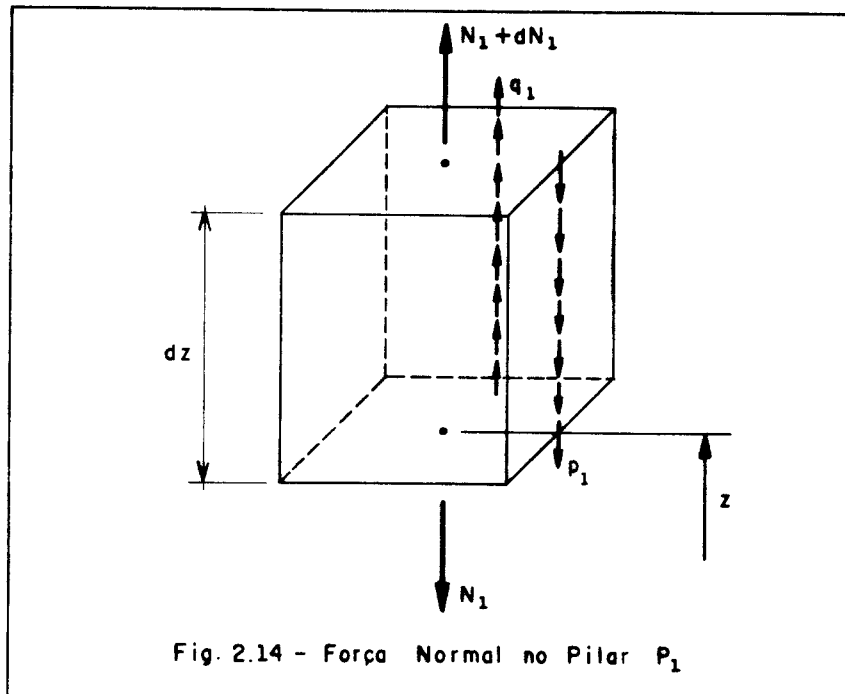
2.2.4 - Equilíbrio dos pilares à Força Normal

A condição de equilíbrio à força normal será imposta aos pilares que compõem os semi-painéis de direções y e x.

O sinal positivo para as forças normais indica que elas são de tração, e para os deslocamentos axiais, que estes têm sentido orientado da base para o topo.

A notação é aquela indicada anteriormente, lembrando que para o semi-painel de direção y , δ_i é o deslocamento axial, N_i a força normal e A_{P_i} a área relacionada ao pilar P_i e, para o semi-painel de direção x , γ_j , F_j e A_{C_j} são as grandezas análogas correspondentes a um pilar C_j . Na substituição das vigas de um tramo i do semi-painel de direção y por um meio contínuo de rigidez equivalente, q_i representa a força cortante distribuída ao longo de sua altura, e no semi-painel de direção x , p_j representa a força cortante em um tramo j .

Toma-se de início um comprimento elementar dz do pilar P_1 , coincidente com C_1 e situado na intersecção dos semi-painéis de direções x e y , conforme ilustra a Fig. 2.14, com o conjunto de forças verticais que o solicita. O equilíbrio fica expresso por



$$N_1 + dN_1 - N_1 + q_1 dz - p_1 dz = 0 \quad (2.39)$$

ou

$$\frac{dN_1}{dz} = p_1 - q_1 \quad (2.40)$$

A força normal, no nível z , é dada por

$$N_1 = EA_{P_1} \delta_1' \quad (2.41)$$

onde δ_1' representa a derivada de δ_1 em relação à coordenada vertical z . Derivando esta equação uma vez, vem

$$\frac{dN_1}{dz} = EA_{P_1} \delta_1'' \quad (2.42)$$

Substituindo-se (2.40) em (2.42), chega-se a

$$\delta_1'' + \frac{q_1 - p_1}{EA_{P_1}} = 0 \quad (2.43)$$

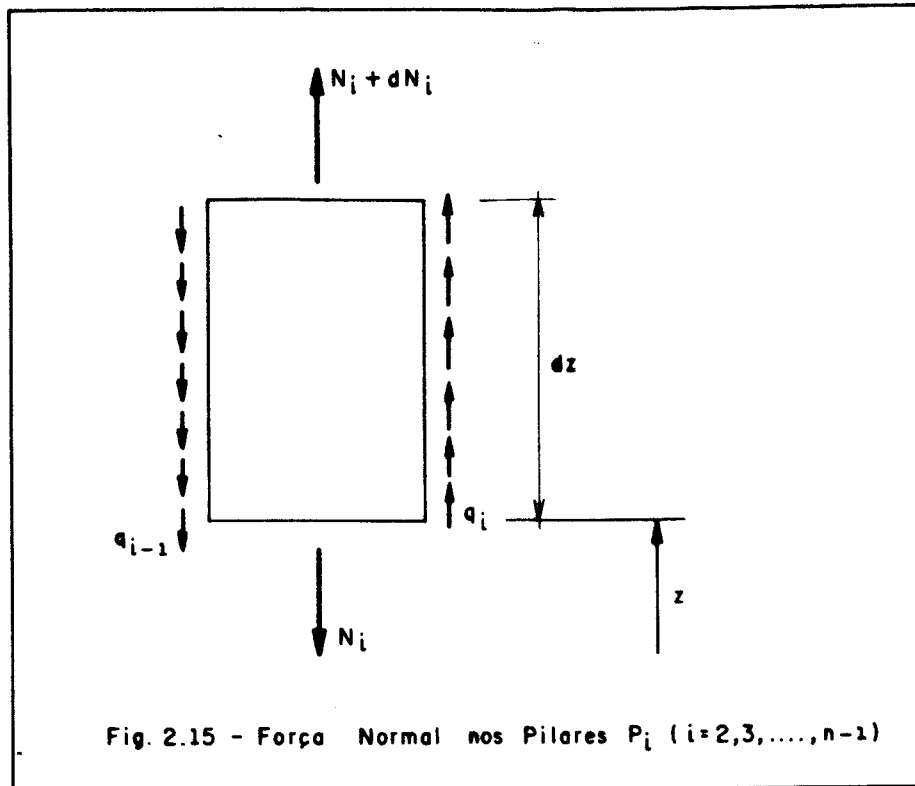
Procedendo-se de forma análoga ao pilar P_1 para os pilares P_2 a P_{n-1} do semi-painel de direção y , representados genericamente por P_i (Fig. 2.15), tem-se que

$$\delta_i'' + \frac{q_i - q_{i-1}}{EA_{P_i}} = 0 \quad (2.44)$$

Para o pilar P_n , cortado pelo eixo de simetria, tenha o painel completo de direção y quantidade ímpar ou par de pilares (neste último caso o pilar é fictício conforme visto no sub-item 2.2.2), a força normal é nula e portanto

$$\delta'_n = 0$$

$$(2.45)$$



No caso dos pilares internos C_j ($j = 2, 3, \dots, m-1$) do semi-painel de direção x (Fig. 2.16-a), como

$$F_j = EA_{c_j} \gamma'_j \quad (2.46)$$

obtém-se similarmente que

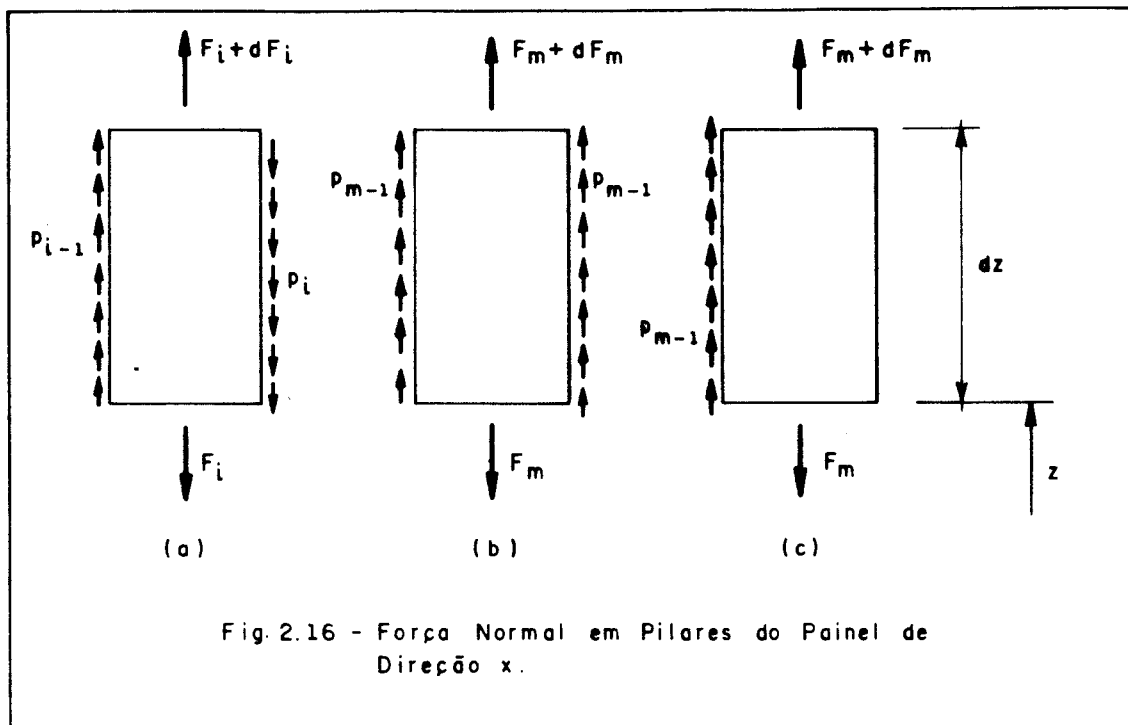
$$\gamma''_j + \frac{p_{j-1} - p_j}{EA_{c_j}} = 0 \quad (2.47)$$

O pilar C_m , por sua vez, se o semi-painel de direção x possuir número total ímpar de pilares, terá como condição de equilíbrio (Fig. 2.16-b)

$$\gamma_m'' + \frac{2p_{m-1}}{EA_{c_m}} = 0 \quad (2.48)$$

Se o número total de pilares for par, o pilar C_m , de acordo com a numeração definida no sub-item 2.2.3, terá como condição de equilíbrio (Fig. 2.16-c) ao invés de (2.48), a equação

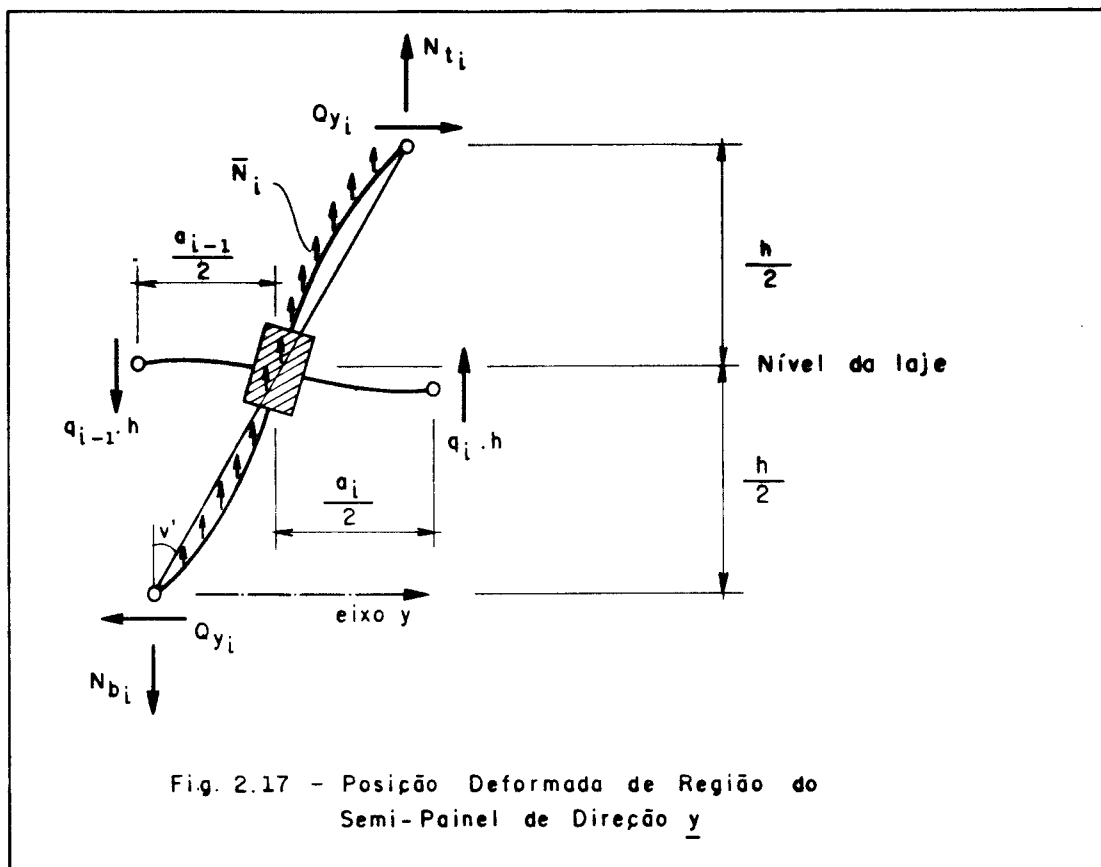
$$\gamma_m'' + \frac{p_{m-1}}{EA_{c_m}} = 0 \quad (2.49)$$



2.2.5 - Equilíbrio do Sistema Tubular ao Esforço Cortante

A Fig. 2.17 mostra a posição deformada (com distorção v') de uma região do semi-painel de direção y que contém um

comprimento h de um pilar interno P_i ($i=2,3,\dots,n-1$), tomado entre seções de momento nulo, e as vigas V_{i-1} e V_i , também até suas seções de momento nulo, em um nível qualquer da estrutura. Na extremidade inferior de momento nulo do pilar, atua uma força horizontal Q_{y_i} e uma vertical N_{b_i} e na extremidade superior, uma força horizontal de sentido contrário à anterior e de mesma intensidade, por razão de equilíbrio, e uma vertical N_{t_i} , também de sentido oposto à anterior. No pilar há ainda uma força vertical uniformemente distribuída igual a \bar{N}_i (suposta positiva no sentido base topo, conforme representação na Fig. 2.17) e nas vigas, as forças cortantes $(q_{i-1} \cdot h)$ e $(q_i \cdot h)$.



A condição de equilíbrio ao momento em relação ao ponto de encontro do pilar com as vigas permite escrever

$$Q_{y_i} h - (N_{b_i} + N_{t_i}) v' \frac{h}{2} = q_{i-1} h \frac{a_{i-1}}{2} + q_i h \frac{a_i}{2} \quad (2.50)$$

No mesmo ponto, a força normal no pilar P_i , indicada por N_i , pode ser dada aproximadamente pela média aritmética entre N_{b_i} e N_{t_i} . Introduzindo esta modificação na Eq. (2.50) e tirando o valor de Q_{y_i} , vem

$$Q_{y_i} = \frac{1}{2} (q_{i-1} a_{i-1} + q_i a_i) + N_i v' \quad (2.51)$$

Procedendo analogamente para o pilar P_1 , chega-se a

$$Q_{y_1} = \frac{1}{2} q_1 a_1 + N_1 v' \quad (2.52)$$

e para o pilar P_n , no caso do painel completo de direção y possuir número ímpar de pilares, a

$$Q_{y_n} = q_{n-1} a_{n-1} + N_n v' \quad (2.53)$$

A Fig. 2.18 ilustra agora a posição deformada de um comprimento correspondente h de um pilar C_j ($j=2,3,\dots,m$) do semi-painel de direção x , na direção do eixo y . A força horizontal nas duas extremidades é indicada por \bar{Q}_{y_j} , e a normal, respectivamente por F_{b_j} e F_{t_j} . F_j é uma força vertical uniformemente distribuída.

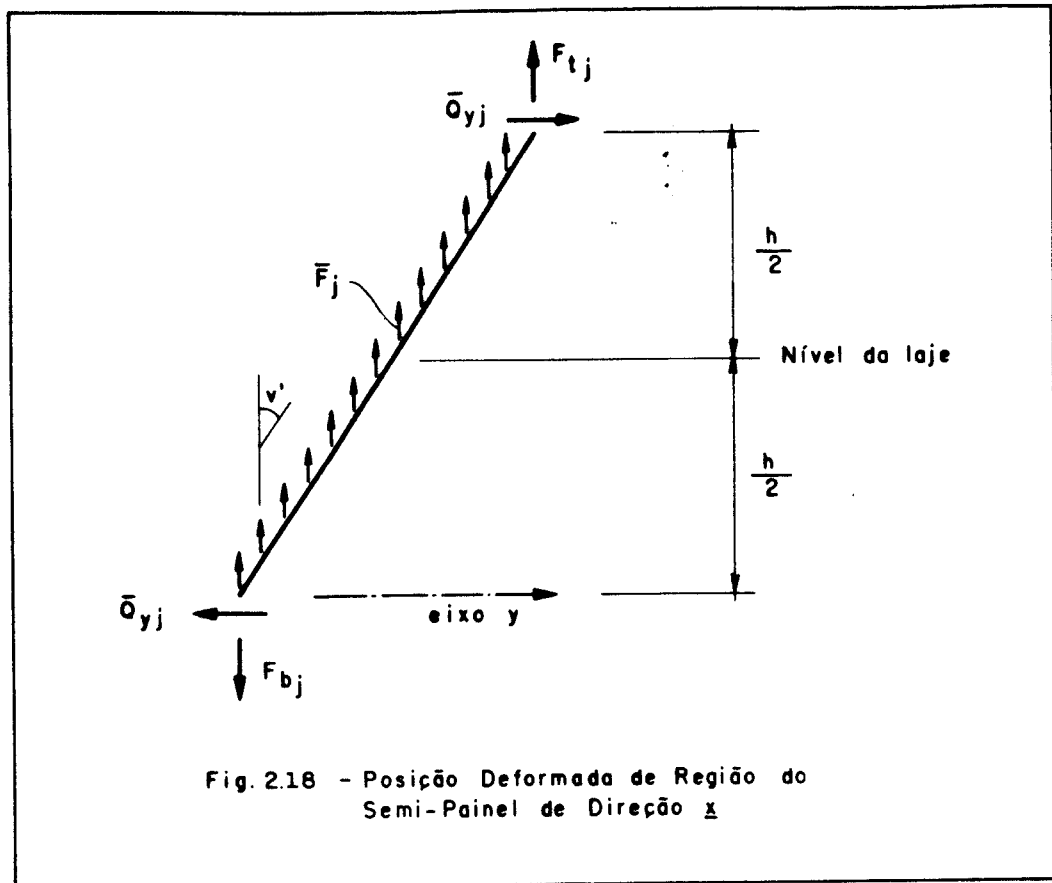


Fig. 2.18 - Posição Deformada de Região do Semi-Painel de Direção x

A condição de equilíbrio ao momento na seção média do comprimento do pilar em consideração fornece

$$\bar{Q}_{y_j} h - (F_{b_j} + F_{t_j}) v' \frac{h}{2} = 0 \quad (2.54)$$

Considerando que a força normal no pilar C_j , representada por F_j , na seção média pode ser dada pela média aritmética entre F_{b_j} e F_{t_j} , obtém-se

$$\bar{Q}_{y_j} = F_j v' \quad (2.55)$$

Sendo Q_{ℓ_y} a força cortante num nível z devida ao carregamento lateral, caso tanto o painel completo de

direção y quanto o de direção x possuam quantidade ímpar de pilares (Fig. 2.19), obtém-se, para a quarta parte da estrutura, a condição de equilíbrio

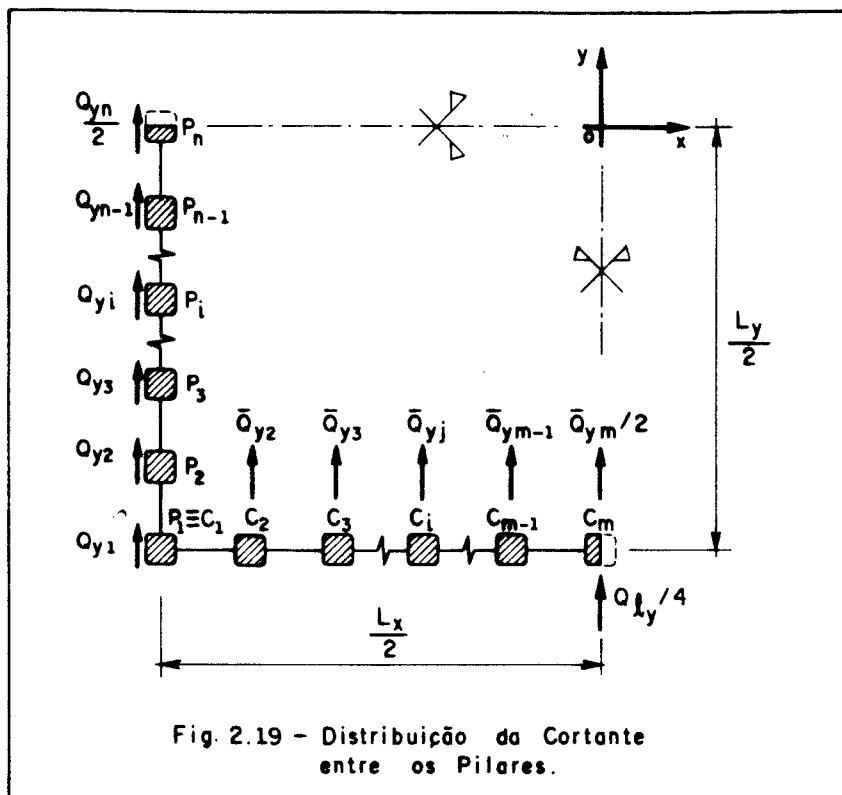
$$\begin{aligned} \frac{Q_{\ell}^y}{4} = & Q_{y_1} + \dots + Q_{y_i} + \dots + Q_{y_{n-1}} + \frac{Q_{y_n}}{2} + \bar{Q}_{y_2} + \\ & + \dots + \bar{Q}_{y_j} + \dots + \bar{Q}_{y_{m-1}} + \frac{\bar{Q}_{y_m}}{2} \end{aligned} \quad (2.56)$$

ou, com base nas Eqs (2.51) a (2.53) e (2.55)

$$\begin{aligned} \frac{Q_{\ell}^y}{4} = & q_1 a_1 + q_2 a_2 + \dots + q_i a_i + \dots + q_{n-1} a_{n-1} + \\ & + \left(N_1 + N_2 + \dots + N_i + \dots + N_{n-1} + \frac{N_n}{2} + F_2 + F_3 + \dots + \right. \\ & \left. + F_j + \dots + F_{m-1} + \frac{F_m}{2} \right) v' \end{aligned} \quad (2.57)$$

Se for par o número de pilares do painel completo de direção y, como o pilar P_n é fictício (ver Fig. 2.7), deve ser suprimida da Eq. (2.56), o termo $Q_{y_n}/2$, o que ocasiona a substituição do termo $(q_{n-1} a_{n-1})$ por $1/2 (q_{n-1} a_{n-1})$ e a eliminação do termo $N_n/2$ na Eq. (2.57). Se for par o número de pilares do painel completo de direção x (ver Fig. 2.12), na Eq. (2.56) o termo $\bar{Q}_{y_m}/2$ deve ser dobrado e, conseqüentemente, na Eq. (2.57), também o termo $F_m/2$.

Observa-se que na Eq. (2.57), entre parêntesis aparece a soma das forças normais que atuam nos pilares, na quarta parte da estrutura, numa elevação z. Considerando o equilíbrio a esforços verticais, esta soma pode ser



substituída pela quarta parte do carregamento vertical aplicado externamente à estrutura. Se o carregamento vertical na estrutura toda é representado por N_{es} , a Eq. (2.57), caso o painel de direção y tenha um número total ímpar de pilares, assume a forma

$$\frac{Q_{\ell}}{4} = q_1 a_1 + \dots + q_i a_i + \dots + q_{n-1} a_{n-1} + \frac{1}{4} N_{es} v' \quad (2.58)$$

e, caso tenha número total par de pilares, a forma

$$\frac{Q_{\ell}}{4} = q_1 a_1 + \dots + q_i a_i + \dots + q_{n-2} a_{n-2} + \frac{1}{2} q_{n-1} a_{n-1} + \frac{1}{4} N_{es} v' \quad (2.59)$$

2.2.6 - Formulação Matricial

As Eqs. (2.10), (2.14), e (2.18) ou (2.21), que exprimem o comportamento do semi-painel de direção y, e as Eqs. (2.26), (2.30), e (2.33) ou (2.38), que exprimem o comportamento do semi-painel de direção x, constituem um sistema de equações lineares que, escrito na forma matricial, fica

$$\underset{\sim}{R}_f \cdot \underset{\sim}{V} = \underset{\sim}{S}_f \cdot \underset{\sim}{D}_f \quad (2.60)$$

O vetor $\underset{\sim}{V}$ possui $(n+m-2)$ elementos e contém, nos vários tramos, as forças cortantes distribuídas ao longo da altura nos meios contínuos de rigidez equivalente às vigas, e o vetor $\underset{\sim}{D}_f$, com $(n+m)$ elementos, contém a distorção v' e os deslocamentos axiais dos diversos pilares:

$$\underset{\sim}{V} = \left\{ \begin{array}{c} q_1 \\ \vdots \\ q_i \\ \vdots \\ q_{n-1} \\ p_1 \\ \vdots \\ p_j \\ \vdots \\ p_{m-1} \end{array} \right\}_{n+m-2} ; \quad \underset{\sim}{D}_f = \left\{ \begin{array}{c} v' \\ \delta_1 \\ \vdots \\ \delta_i \\ \vdots \\ \delta_n \\ \gamma_2 \\ \vdots \\ \gamma_j \\ \vdots \\ \gamma_m \end{array} \right\}_{n+m}$$

A matriz $\underset{\sim}{R}_f$ é quadrada, de ordem $(n+m-2)$, e seus elementos são discriminados a seguir:

$$R_f = \begin{bmatrix} R_1, R_2, 0, \dots, 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ R_3, R_4, R_5, 0, \dots, 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0, R_6, R_7, R_8, 0, \dots, 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0, \dots, 0, R_9, R_{10}, R_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0, \dots, 0, R_{12}, R_{13} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \hline 0 & 0 & R_{14}, R_{15}, 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & R_{16}, R_{17}, R_{18}, 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0, R_{19}, R_{20}, R_{21}, 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0, R_{22}, R_{23}, R_{24} & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0, R_{25}, R_{26} & 0 \end{bmatrix}$$

onde

$$R_1 = \frac{h \left[\left(\frac{a_i}{2} - d_i \right)^3 + \left(\frac{a_i}{2} - d_{i+1} \right)^3 \right]}{3EI_{v_i}} + \frac{hf_{v_i} (a_i - d_i - d_{i+1})}{GA_{v_i}} +$$

$$+ \frac{a_i^2}{48Eh} \left(\frac{c_{i+1}^3}{I_{pe_{i+1}}} + \frac{c_i^3}{I_{pe_i}} \right)$$

$$R_2 = \frac{a_i a_{i+1} c_{i+1}^3}{48EI_{pe_{i+1}} h}$$

$$R_3 = \frac{a_{i-1} a_i c_i^3}{48EI_{pe_i} h}$$

com $i = 1, 2, \dots, n-1$, de acordo com a linha do elemento, e

$$R_5 = \frac{h \left[\left(\frac{b_j}{2} - t_j \right)^3 + \left(\frac{b_j}{2} - t_{j+1} \right)^3 \right]}{3EI_{b_j}} + \frac{hf_{b_j} (b_j - t_j - t_{j+1})}{GA_{b_j}} +$$

$$+ \frac{b_j^2}{48Eh} \left(\frac{w_j^3}{I_{ce_j}} + \frac{w_{j+1}^3}{I_{ce_{j+1}}} \right)$$

$$R_6 = \frac{b_j b_{j+1} w_{j+1}^3}{48EI_{ce_{j+1}} h}$$

$$R_7 = \frac{b_{j-1} b_j w_j^3}{48EI_{ce_j} h}$$

com $j = 1, 2, \dots, m-1$, de acordo com a linha do elemento subtraída de $(n-1)$, e, finalmente, se os painéis completos de direção y e direção x tiverem número ímpar de pilares

$$R_4 = \frac{h \left[\left(\frac{a_{n-1}}{2} - d_{n-1} \right)^3 + \left(\frac{a_{n-1}}{2} - d_{n-1} \right)^3 \right]}{3EI_{v_{n-1}}} +$$

$$+ \frac{hf_{v_{n-1}} (a_{n-1} - d_{n-1} - d_n)}{GA_{v_{n-1}}} + \frac{a_{n-1}^3}{48Eh} \left(\frac{c_{n-1}^3}{I_{pe_{n-1}}} + \frac{2c_n^3}{I_{pe_n}} \right)$$

$$R_8 = \frac{h \left[\left(\frac{b_{m-1}}{2} - t_{m-1} \right)^3 + \left(\frac{a_{m-1}}{2} - t_m \right)^3 \right]}{3EI_{b_{m-1}}} +$$

$$+ \frac{hf_{b_{m-1}} (b_{m-1} - t_{m-1} - t_m)}{GA_{b_{m-1}}} + \frac{b_{m-1}^2 w_{m-1}^3}{48EI_{ce_{m-1}} h}$$

Se o painel completo de direção y tiver número par de pilares, conforme a Eq. (2.21), o elemento R_4 fica alterado, para

$$R_4 = \frac{h \left(\frac{a_{n-1}}{2} - d_{n-1} \right)^3}{3EI_{v_{n-1}}} + \frac{hf_{v_{n-1}} \left(\frac{a_{n-1}}{2} - d_{n-1} \right)}{GA_{v_{n-1}}} +$$

$$+ \frac{a_{n-1}^2 c_{n-1}^3}{48EI_{pe_{n-1}} h^2}$$

e se o painel completo de direção x tiver número par de pilares, segundo a Eq. (2.38), o elemento R_8 toma a forma

$$R_8 = \frac{hw_m^3 b_{m-1}^2 (b_m - 2t_m)}{48EI_{ce_m} h^2 (b_m - 2t_m) + 8EI_{b_m} w_m^3} +$$

$$+ \frac{h \left[\left(\frac{b_{m-1}}{2} - t_{m-1} \right)^3 + \left(\frac{b_{m-1}}{2} - t_m \right)^3 \right]}{3EI_{b_{m-1}}} +$$

$$+ \frac{hf_{b_{m-1}} (b_m - t_{m-1} - t_m)}{GA_{b_{m-1}}} + \frac{b_{m-1}^2 w_{m-1}^3}{48EI_{ce_{m-1}} h}$$

A matriz $S_{\sim f}$ por sua vez, é retangular, de ordem $(n+m-2) \times (n+m)$, e sua composição é mostrada em seguida, para o caso de número ímpar de pilares no painel completo de direção y:

$$\tilde{S}_f = \begin{bmatrix}
a_1 & -1, 1, 0, & \dots, & 0, 0 & 0, & \dots, & 0 \\
a_2 & 0, -1, 1, 0, & \dots, & 0, 0 & 0, & \dots, & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
a_{n-2} & 0, & \dots, & 0, -1, 1, 0 & 0, & \dots, & 0 \\
a_{n-1} & 0, & \dots, & 0, -1, 1 & 0, & \dots, & 0 \\
\hline
0 & 1, 0, & \dots, & 0, 0 & -1, 0, & \dots, & 0 \\
0 & & \dots, & 0, 0 & 1, -1, 0, & \dots, & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
0 & & \dots, & 0, 0 & 0, & \dots, & 0, 1, -1, 0 \\
0 & & \dots, & 0, 0 & & \dots, & 0, 1, -1
\end{bmatrix}
\begin{matrix}
n+1 & n+m \\
n-1 \\
n+m-2
\end{matrix}$$

Se a quantidade de pilares do painel completo de direção y for par, com base na Eq. (2.21), o elemento situado na posição (n-1, 1) reduz-se à metade, passando a ser $a_{n-1}/2$. Nota-se que a matriz \tilde{S}_f não é influenciada por ser par ou ímpar o número de pilares do painel completo de direção x.

Com a Eq. (2.58) ou (2.59), de equilíbrio da estrutura ao esforço cortante, e as Eqs. (2.43) a (2.45), (2.47) e (2.48) ou (2.49), de equilíbrio dos pilares à força normal, é possível estabelecer, na forma matricial, o sistema

$$\tilde{L} \cdot \tilde{D}_f'' + \tilde{H}_f \cdot \tilde{V} + \tilde{A}_f \cdot \tilde{D}_f = \tilde{C}_f \quad (2.61)$$

A matriz \tilde{L} é quadrada, de ordem (n+m), com os elementos nulos, exceto aqueles situados na diagonal principal a partir da segunda linha, que são iguais à unidade:

$$\tilde{L} = \begin{bmatrix}
0, 0, & \dots, & 0 \\
0, 1, 0, & \dots, & 0 \\
0, 0, 1, 0, & \dots, & 0 \\
0, 0, 0, 1, & \dots, & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots \\
0, & \dots, & 0, 1
\end{bmatrix}
\begin{matrix}
n+m \\
n+m \\
n+m \\
n+m \\
n+m \\
n+m
\end{matrix}$$

direção x possuir quantidade par de pilares, o elemento de posição $(n+m, n+m-2)$ fica dividido por 2, passando a ser $1/(EA_{c_m})$.

A matriz $A_{\sim f}$ é quadrada, de ordem $(n+m)$, possuindo os elementos nulos, exceto o elemento $(1,1)$, igual a $N_{es}/4$ sendo N_{es} definido no sub-item 2.2.5:

$$A_{\sim f} = \begin{pmatrix} N_{es}/4 & , & 0 & , & \dots & \dots & \dots & , & 0 \\ 0 & , & 0 & , & \dots & \dots & \dots & , & 0 \\ \vdots & & & & & & & & \vdots \\ \vdots & & & & & & & & \vdots \\ \vdots & & & & & & & & \vdots \\ 0 & , & 0 & , & \dots & \dots & \dots & , & 0 \end{pmatrix}_{n+m}^{n+m}$$

O vetor $D''_{\sim f}$ relaciona-se ao vetor $D_{\sim f}$, apenas com todos os elementos expressos em derivadas de segunda ordem, e o vetor $C_{\sim f}$ incorpora a força cortante na quarta parte da estrutura em seu primeiro elemento, sendo os demais nulos:

$$D''_{\sim f} = \begin{pmatrix} v'' \\ \delta''_1 \\ \vdots \\ \delta''_i \\ \vdots \\ \delta''_n \\ \gamma''_2 \\ \vdots \\ \gamma''_j \\ \vdots \\ \gamma''_m \end{pmatrix}_{n+m}$$

$$C_{\sim f} = \begin{pmatrix} Q_{Ly}/4 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}_{n+m}$$

Na Eq. (2.60), explicitando-se o vetor \underline{V} , chega-se a

$$\underline{V} = \underline{R}_f^{-1} \cdot \underline{S}_f \cdot \underline{D}_f \quad (2.62)$$

e em seguida, levando tal valor de \underline{V} na Eq. (2.61), obtém-se

$$\underline{L} \cdot \underline{D}_f'' + (\underline{H}_f \cdot \underline{R}_f^{-1} \cdot \underline{S}_f + \underline{A}_f) \underline{D}_f = \underline{C}_f \quad (2.63)$$

Fazendo

$$\underline{T}_f = \underline{H}_f \cdot \underline{R}_f^{-1} \cdot \underline{S}_f + \underline{A}_f \quad (2.64)$$

vem

$$\underline{L} \cdot \underline{D}_f'' + \underline{T}_f \cdot \underline{D}_f = \underline{C}_f \quad (2.65)$$

Esta expressão matricial representa um sistema de equações diferenciais, cuja resolução fornece os deslocamentos contidos no vetor \underline{D}_f num determinado nível da estrutura. Com os deslocamentos torna-se possível obter, de acordo com o sub-item 2.2.4, as forças normais nos pilares e pela Eq. (2.62), as forças cortantes distribuídas ao longo da altura nos meios contínuos que substituem as vigas, neste mesmo nível.

2.3 - ANÁLISE DOS SISTEMAS TUBULARES SUBMETIDOS A TORÇÃO

2.3.1 - Idéias Iniciais

Nesta parte do trabalho obter-se-á o equacionamento matemático que permite a análise dos sistemas estruturais tubulares de edifícios altos submetidos apenas a torção. Os efeitos de 2a. ordem serão considerados supondo a ocorrência de carregamento vertical.

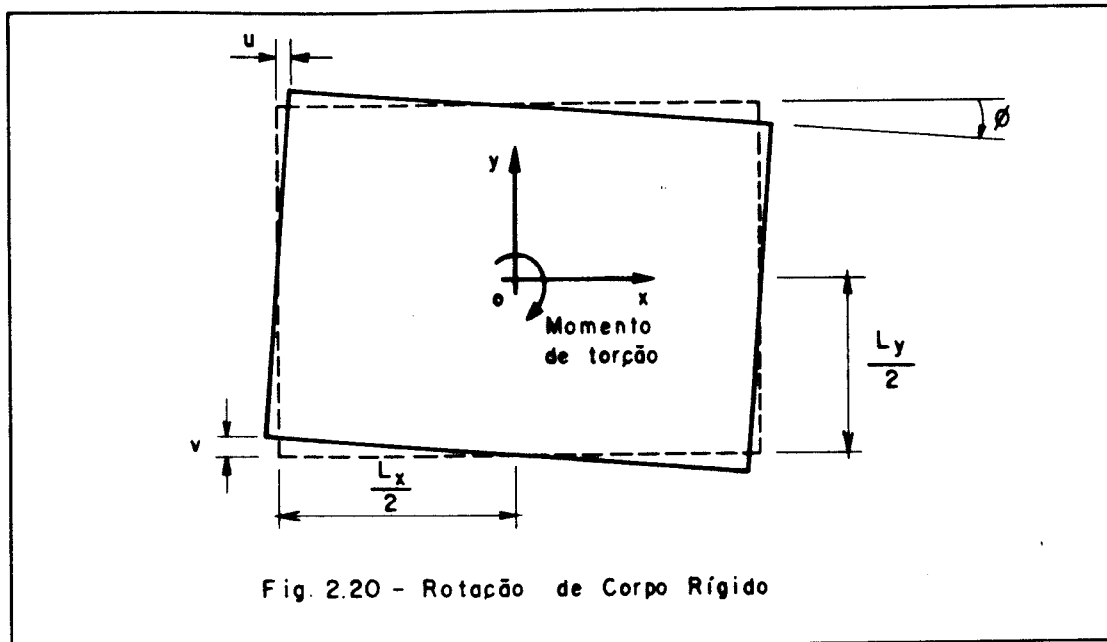
Analogamente ao item precedente, o estudo se limitará à quarta parte da estrutura tendo em vista a dupla simetria, e será feito de início para os casos em que os painéis de direções y e x tenham número ímpar de pilares, e em seguida estendido para quando tiverem número par de pilares. A mesma notação anterior será utilizada.

O momento de torção provoca, em um nível qualquer da estrutura, uma rotação de corpo rígido ϕ em torno do eixo vertical z (Fig. 2.20) que, por sua vez, dá origem aos deslocamentos u e v dos painéis de direções x e y , respectivamente, nestas mesmas direções. A distorção do painel de direção y será v' e do painel de direção x , u' , podendo-se estabelecer as relações

$$v' = \frac{L}{2} \phi' \quad (2.66)$$

$$u' = \frac{L}{2} \phi' \quad (2.67)$$

onde ϕ' é a derivada da rotação ϕ .



2.3.2 - Estudo do Comportamento do Semi-Painel de Direção y

O comportamento do semi-painel de direção y, quando a estrutura está solicitada por torção, é idêntico ao apresentado no sub-item 2.2.2 para as estruturas submetidas à flexão. Portanto, mantendo a mesma notação, podem ser empregadas as Eqs. (2.14) e (2.10), respectivamente para o primeiro tramo e para os tramos internos i ($i=2,3,\dots,n-2$) e a Eq. (2.18) ou a Eq. (2.21), dependendo do painel completo possuir quantidade ímpar ou par de pilares, para o tramo $(n-1)$.

2.3.3 - Estudo do Comportamento do Semi-Painel de Direção x

As equações que regem o comportamento do semi-painel de direção x serão determinadas em seguida, observando-se a mesma notação indicada no sub-item 2.2.3.

No primeiro tramo do semi-painel, cuja posição deformada é mostrada na Fig. 2.21, a equação de compatibilidade dos deslocamentos verticais da seção central da Viga B_1 escreve-se

$$\delta_1 + \psi_1 \frac{b_1}{2} - p_1 h \left[\frac{\left(\frac{b_1}{2} - t_1\right)^3}{3EI_{b_1}} + \frac{f_{b_1} \left(\frac{b_1}{2} - t_1\right)}{GA_{b_1}} \right] =$$

$$= \gamma_2 - \psi_2 \frac{b_1}{2} + p_1 h \left[\frac{\left(\frac{b_1}{2} - t_2\right)^3}{3EI_{b_1}} + \frac{f_{b_1} \left(\frac{b_1}{2} - t_2\right)}{GA_{b_1}} \right] \quad (2.68)$$

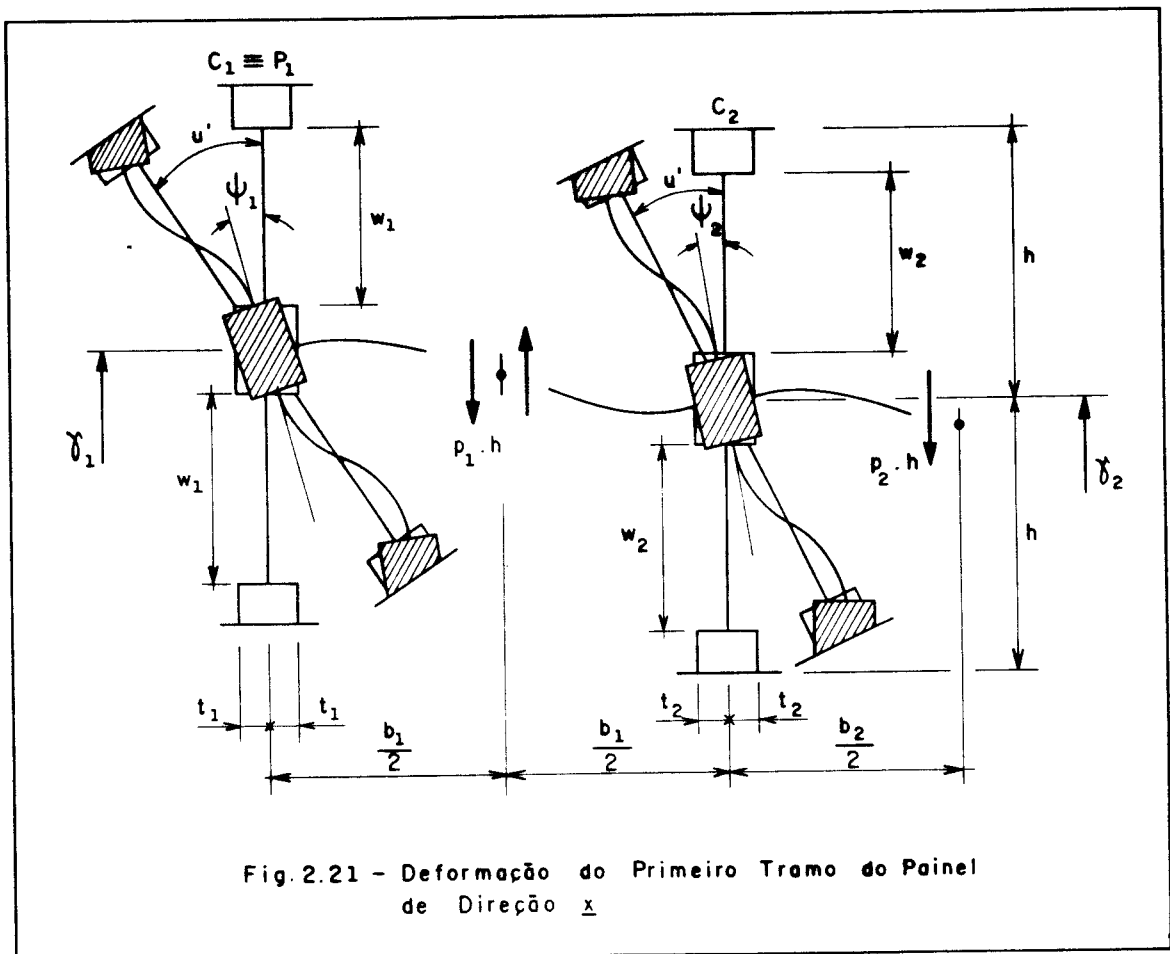


Fig. 2.21 - Deformação do Primeiro Tramo do Painel de Direção x

As equações de equilíbrio à rotação dos nós dos pilares C_1 e C_2 são, respectivamente

$$\frac{12EI_{ce_1}}{h} \left[\frac{h}{w_1} \right]^3 (u' - \psi) = p_1 h \frac{b_1}{2} \quad (2.69)$$

$$\frac{12EI_{ce_2}}{h} \left[\frac{h}{w_1} \right]^3 (u' - \psi) = p_1 h \frac{b_1}{2} \quad (2.70)$$

Explicitando ψ_1 em (2.69), ψ_2 em (2.70) e substituindo os valores obtidos em (2.68), vem

$$p_1 h \left[\frac{\left(\frac{b_1}{2} - t_1 \right)^3 + \left(\frac{b_1}{2} - t_2 \right)^3}{3EI_{b_1}} + \frac{f_{b_1} (b_1 - t_1 - t_2)}{GA_{b_1}} + \frac{b_1^2 w_1^3}{48EI_{ce_1} h^2} + \frac{b_1 w_2^3}{48EI_{ce_2} h^2} \right] + p_2 h \left[\frac{b_1 b_2 w_2^3}{4EI_{ce_2} h^2} \right] = u' b_1 + \delta_1 - \gamma_2 \quad (2.71)$$

A posição deformada do tramo j ($j=2,3,\dots,m-2$) é vista na Fig. 2.22, deduzindo-se que a equação de compatibilidade

dos deslocamentos verticais da seção central da viga B_j é expressa por

$$\begin{aligned} & \gamma_j + \psi_j \frac{b_j}{2} - p_j h \left[\frac{\left(\frac{b_j}{2} - t_j\right)^3}{3EI_{b_j}} + \frac{f_{b_j} \left(\frac{b_j}{2} - t_j\right)}{GA_{b_j}} \right] = \\ & = \gamma_{j+1} - \psi_{j+1} \frac{b_j}{2} + p_j h \left[\frac{\left(\frac{b_j}{2} - t_{j+1}\right)^3}{3EI_{b_j}} + \frac{f_{b_j} \left(\frac{b_j}{2} - t_{j+1}\right)}{GA_{b_j}} \right] \end{aligned} \quad (2.72)$$

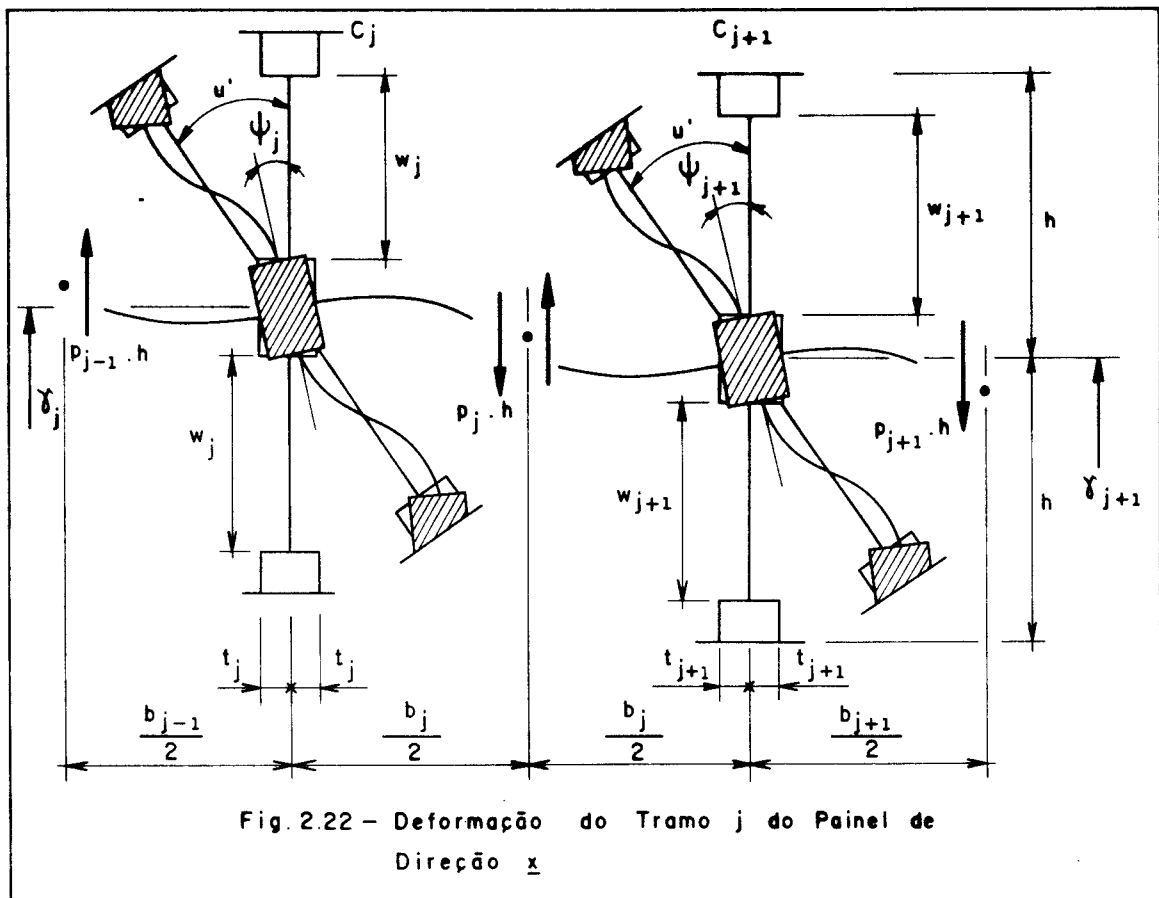


Fig. 2.22 - Deformação do Tramo j do Painel de Direção x

As equações de equilíbrio à rotação dos nós dos pilares C_j e C_{j+1} são, pela ordem

$$\frac{12EI_{ce_j}}{h} \left(\frac{h}{w_j} \right)^3 (u' - \psi_j) = p_j h \frac{b_j}{2} + p_{j-1} h \frac{b_{j-1}}{2} \quad (2.73)$$

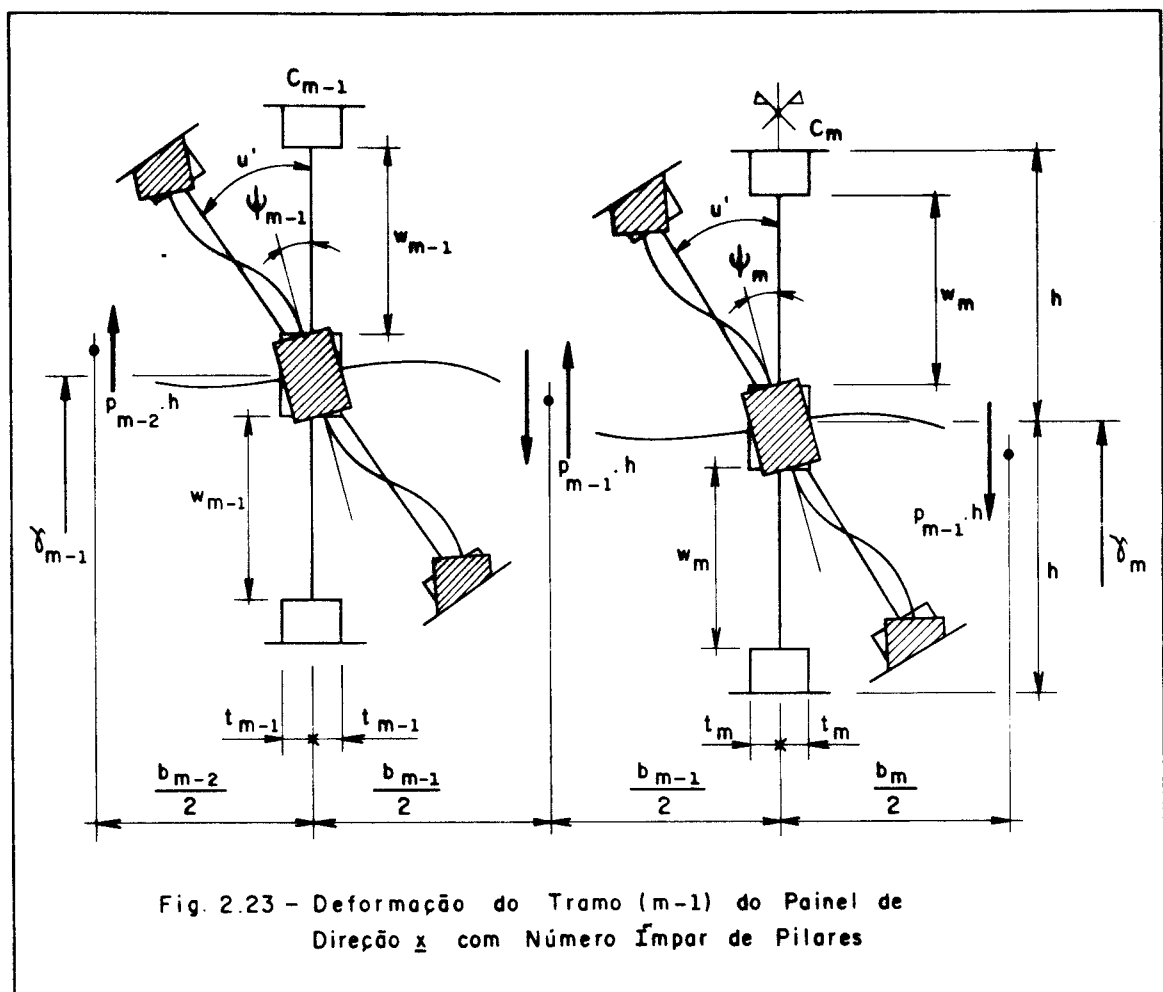
$$\frac{12EI_{ce_{j+1}}}{h} \left(\frac{h}{w_{j+1}} \right)^3 (u' - \psi_{j+1}) = p_j h \frac{b_j}{2} + p_{j+1} h \frac{b_{j+1}}{2} \quad (2.74)$$

Levando os valores de ψ_j e ψ_{j+1} , tirados das equações acima, em (2.72), obtém-se

$$\begin{aligned} & p_{j-1} h \left[\frac{b_{j-1} b_j w_j^3}{48EI_{ce_j} h^2} \right] + p_j h \left[\frac{\left(\frac{b_j}{2} - t_j \right)^3 + \left(\frac{b_j}{2} - t_{j+1} \right)^3}{3EI_{b_j}} + \right. \\ & \left. + \frac{f_{b_j} (b_j - t_j - t_{j+1})}{GA_{b_j}} + \frac{b_j^2 w_j^3}{48EI_{ce_j} h^2} + \frac{b_j^2 w_{j+1}^3}{48EI_{ce_{j+1}} h^2} \right] + \\ & + p_{j+1} h \left[\frac{b_j b_{j+1} w_{j+1}^3}{48EI_{ce_{j+1}} h^2} \right]^3 = u' b_j + \gamma_j - \gamma_{j+1} \quad (2.75) \end{aligned}$$

Supondo que o painel completo de direção x possua número impar de pilares, no semi-painel o derradeiro tramo, de numeração $(m-1)$, fica delimitado pelos pilares C_{m-1} e C_m , este último interceptado pelo eixo de simetria y . Na Fig. 2.23 representa-se a posição deformada do tramo em questão, e a equação de compatibilidade dos deslocamentos verticais da seção média da viga B_{m-1} fica

$$\begin{aligned}
& \gamma_{m-1} + \psi_{m-1} \frac{b_{m-1}}{2} - p_{m-1} h \left[\frac{\left(\frac{b_{m-1}}{2} - t_{m-1} \right)^3}{3EI_{b_{m-1}}} + \right. \\
& \left. + \frac{f_{b_{m-1}} \left(\frac{b_{m-1}}{2} - t_{m-1} \right)}{GA_{b_{m-1}}} \right] = \gamma_m - \psi_m \frac{b_{m-1}}{2} + \\
& + p_{m-1} h \left[\frac{\left(\frac{b_{m-1}}{2} - t_m \right)^3}{3EI_{b_{m-1}}} + \frac{f_{b_{m-1}} \left(\frac{b_{m-1}}{2} - t_m \right)}{GA_{b_{m-1}}} \right] \quad (2.76)
\end{aligned}$$



As equações de equilíbrio à rotação dos nós dos pilares C_{m-1} e C_m são, respectivamente

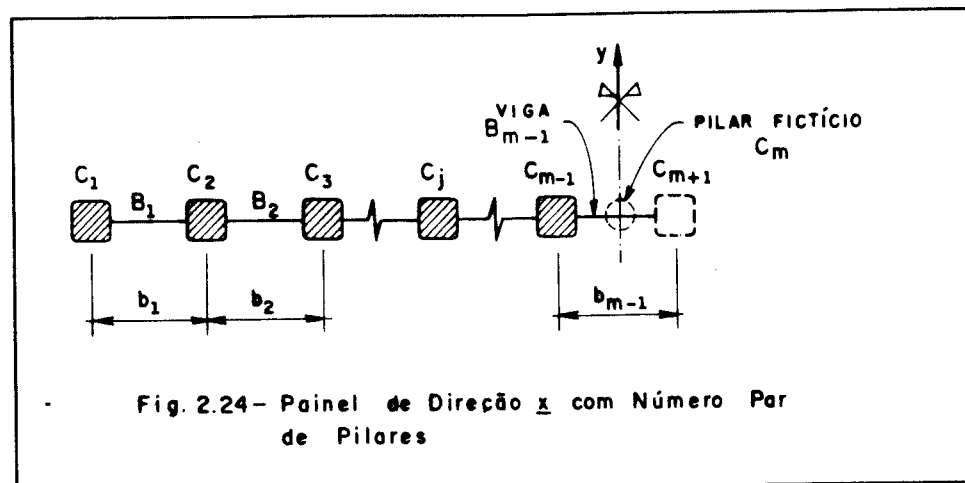
$$\frac{12EI_{ce_{m-1}}}{h} \left(\frac{h}{w_{m-1}} \right)^3 (u' - \psi_{m-1}) = p_{m-1} h \frac{b_{m-1}}{2} + p_{m-2} h \frac{b_{m-2}}{2} \quad (2.77)$$

$$\frac{12EI_{ce_m}}{h} \left(\frac{h}{w_m} \right)^3 (u' - \psi_m) = p_{m-1} h b_{m-1} \quad (2.78)$$

Substituindo-se os valores de ψ_{m-1} e ψ_m , de (2.77) e (2.78), em (2.76), vem

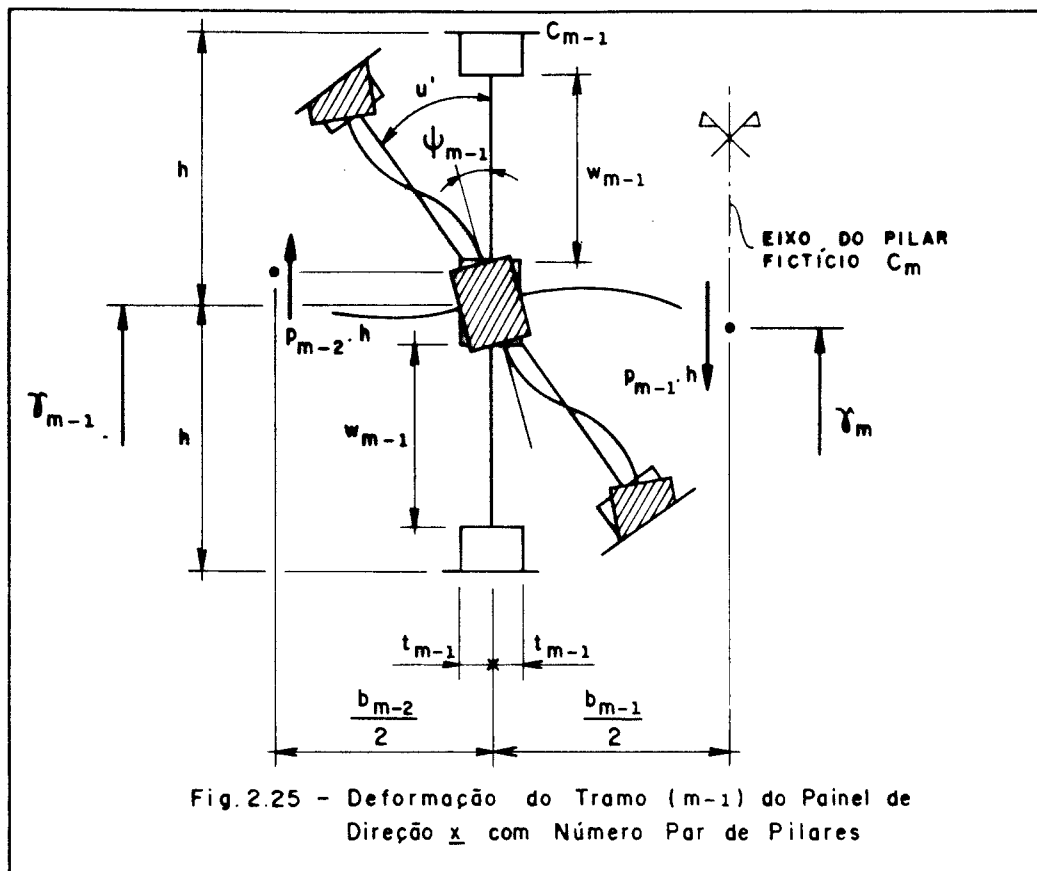
$$\begin{aligned} & p_{m-2} h \left[\frac{b_{m-2} b_{m-1} w_{m-1}^3}{48EI_{ce_{m-1}} h^2} \right] + \\ & + p_{m-1} h \left[\frac{\left(\frac{b_{m-1}}{2} - t_{m-1} \right)^3 + \left(\frac{b_{m-1}}{2} - t_m \right)^3}{3EI_{b_{m-1}}} + \right. \\ & \left. + \frac{f_{b_{m-1}} (b_{m-1} - t_{m-1} - t_m)}{GA_{b_{m-1}}} + \frac{b_{m-1}^2 w_{m-1}^3}{48EI_{ce_{m-1}} h^2} + \frac{b_{m-1}^2 w_m^3}{24EI_{ce_m} h^2} \right] = \\ & = u' b_{m-1} + \gamma_{m-1} - \gamma_m \quad (2.79) \end{aligned}$$

Se o painel completo de direção x tiver número par de pilares, a numeração adotada para as barras do semi-painel (Fig. 2.24) será tal que se criará um pilar fictício C_m , situado sobre o eixo de simetria y . Este pilar, para não influir no comportamento do semi-painel, terá rigidez à flexão nula e deslocamento axial nulo para a sollicitação de torção, e igual ao do pilar vizinho C_{m-1} para o carregamento vertical. A viga B_{m-1} fica com vão igual a $(b_{m-1}/2)$ e se liga articularmente ao pilar fictício.



Para o comportamento do primeiro tramo permanece em vigência a Eq. (2.71), e do trecho compreendido entre o segundo tramo e o tramo $(m-2)$ a Eq. (2.75). Para o tramo $(m-1)$, cuja posição deformada é mostrada na Fig. 2.25, a equação de compatibilidade dos deslocamentos verticais da viga B_{m-1} , no ponto de encontro com o pilar C_m , fica

$$\gamma_{m-1} + \psi_{m-1} \frac{b_{m-1}}{2} - p_{m-1} h \left[\frac{\left(\frac{b_{m-1}}{2} - t_{m-1} \right)^3}{3EI_{b_{m-1}}} + \right. \\ \left. + \frac{f_{b_{m-1}} \left(\frac{b_{m-1}}{2} - t_{m-1} \right)}{GA_{b_{m-1}}} \right] = \gamma_m \quad (2.80)$$



A equação de equilíbrio à rotação do nó do pilar p_{m-1} é dada por

$$\frac{12EI_{ce_{m-1}}}{h} \left(\frac{h}{w_{m-1}} \right)^3 (u' - \psi_{m-1}) = p_{m-2} h \frac{b_{m-2}}{2} + p_{m-1} h \frac{b_{m-1}}{2} \quad (2.81)$$

Explicitando o valor de ψ_{m-1} em (2.81) e levando em (2.80), obtém-se

$$p_{m-2} h \left[\frac{b_{m-2} b_{m-1} w_{m-1}^3}{48EI_{ce_{m-1}} h^2} \right] + p_{m-1} h \left[\frac{\left(\frac{b_{m-1}}{2} - t_{m-1} \right)^3}{3EI_{b_{m-1}}} + \frac{f_{b_{m-1}} \left(\frac{b_{m-1}}{2} - t_{m-1} \right)}{GA_{b_{m-1}}} + \frac{b_{m-1}^2 w_{m-1}^3}{48EI_{ce_{m-1}} h^2} \right] = u' \frac{b_{m-1}}{2} + \gamma_{m-1} - \gamma_m \quad (2.82)$$

2.3.4 - Equilíbrio dos Pilares à Força Normal

A determinação das equações de equilíbrio dos pilares à força normal será rigorosamente igual àquela feita no sub-item 2.2.4, exceto para o pilar C_m , que não é solicitado axialmente quando o sistema tubular está submetido à torção. Dessa maneira, permanecem válidas as Eqs. (2.43), (2.44), (2.45) e (2.47), respectivamente para os pilares P_1 , P_i ($i=2,3,\dots,n-1$), P_n e C_j ($j=2,3,\dots,m-1$), e para o pilar C_m , ter-se-á

$$\gamma_m'' = 0 \quad (2.83)$$

2.3.5 - Equilíbrio do Sistema Tubular ao Momento de Torção

Será determinada, a seguir, a equação de equilíbrio ao momento de torção do sistema tubular. Para isto, supor-se-á que atua sobre a estrutura inicialmente um momento de torção, simbolizado por $M_{t\ell}$. A ação das forças normais nos pilares, considerando a posição deformada da estrutura, ocasiona o aparecimento de um momento de torção adicional, representado por M_{ta} . O momento de torção total é dado por

$$M_{tt} = M_{t\ell} + M_{ta} \quad (2.84)$$

A Fig. 2.26 mostra uma seção genérica da quarta parte do sistema tubular, para o caso em que os painéis completos de direções y e x possuam número ímpar de pilares, com a rotação ϕ provocada pela solicitação de torção, e as forças cortantes $Q_{y_i}^*$ ($i=1,2,\dots,n$) e $Q_{x_j}^*$ ($j=2,3,\dots,m$) respectivamente nos pilares P_i e C_j , causadas pela atuação das forças normais nos mesmos. Estas forças cortantes têm direções perpendiculares aos segmentos (r_{y_i} e r_{x_j}) que unem o centro geométrico da estrutura aos pilares e seus sentidos, apresentados na figura, pressupõem que as forças normais nos pilares são de tração. Seus valores são

$$Q_{y_i}^* = N_i r_{y_i} \phi' \quad , \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.85)$$

$$Q_{x_j}^* = F_j r_{x_j} \phi' \quad , \quad j = 2, 3, \dots, m \quad (2.86)$$

com

$$r_{y_i} = \sqrt{\left(\frac{L_x}{2}\right)^2 + \left(\sum_{k=1}^{n-1} a_k\right)^2} \quad , \quad i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (2.87)$$

$$r_{y_n} = \frac{L_x}{2}$$

$$r_{x_j} = \sqrt{\left(\frac{L_y}{2}\right)^2 + \left(\sum_{k=j}^{m-1} b_k\right)^2}, \quad j = 2, 3, \dots, m-1 \quad (2.88)$$

$$r_{x_m} = \frac{L_y}{2}$$

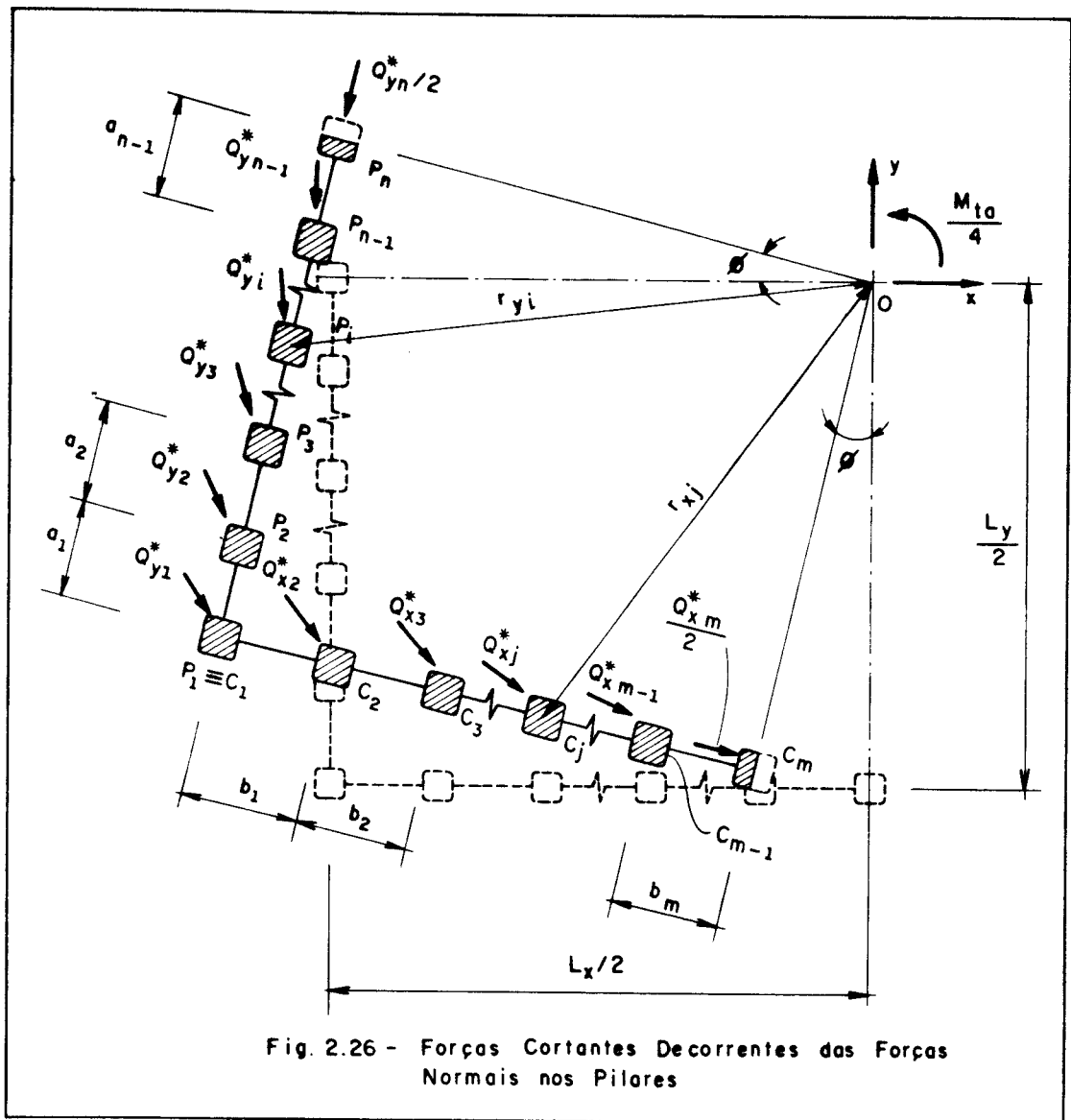


Fig. 2.26 - Forças Cortantes Decorrentes das Forças Normais nos Pilares

O momento de torção adicional causado pelas forças cortantes $Q_{y_i}^*$ e $Q_{x_j}^*$ na quarta parte da estrutura é dado por

$$\begin{aligned} \frac{M_{ta}}{4} = & - \left[\sum_{i=1}^{n-1} \left(Q_{y_i}^* r_{y_i} \right) + \frac{1}{2} Q_{y_n} r_{y_n} + \sum_{j=2}^{m-1} \left(Q_{x_j}^* r_{x_j} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} Q_{x_m}^* r_{x_m} \right] \end{aligned} \quad (2.89)$$

O sinal negativo no segundo membro desta equação aparece porque as forças normais são supostas de tração e assim, M_{ta} fica com sentido contrário ao sentido positivo da convenção descrita no item 2.1 e ao momento de torção $M_{t\ell}$ aplicado originalmente à estrutura.

Substituindo-se em (2.89) os valores das cortantes $Q_{y_i}^*$ e $Q_{x_j}^*$, dados pelas Eqs. (2.85) e (2.86), chega-se a

$$\begin{aligned} \frac{M_{ta}}{4} = & - \left[\sum_{i=1}^{n-1} \left[N_i \left(r_{y_i} \right)^2 \right] + \frac{1}{2} \cdot N_n \left(r_{y_n} \right)^2 + \right. \\ & \left. + \sum_{j=2}^{m-1} \left[F_j \left(r_{x_j} \right)^2 \right] + \frac{1}{2} \cdot F_m \left(r_{x_m} \right)^2 \right] \phi' \end{aligned} \quad (2.90)$$

Chamando, nesta equação, a expressão que aparece entre colchetes, no segundo membro, de \bar{Q}_a , vem

$$\frac{M_{ta}}{4} = \bar{Q}_a \phi' \quad (2.91)$$

O momento de torção total, na quarta parte da estrutura, é dado por

$$\frac{M_{tt}}{4} = \frac{M_{t\ell}}{4} + \frac{M_{ta}}{4} \quad (2.92)$$

ou seja,

$$\frac{M_{tt}}{4} = \frac{M_{t\ell}}{4} - \bar{Q}_a \phi' \quad (2.93)$$

Denominando Q_{y_i} ($i=1,2,\dots,n$) e Q_{x_j} ($j=2,3,\dots,m$) as forças cortantes totais, causadas pelo momento de torção total $M_{tt}/4$ na quarta parte da estrutura, absorvidas respectivamente pelos pilares P_i e C_j , nos semi-painéis de direções y e x (Fig. 2.27), pode-se estabelecer a equação de equilíbrio

$$\frac{M_{tt}}{4} = \left[\left(\sum_{i=1}^{n-1} Q_{y_i} \right) + \frac{Q_{y_n}}{2} \right] \frac{L_x}{2} + \left[\left(\sum_{j=1}^{m-1} Q_{x_j} \right) + \frac{Q_{x_m}}{2} \right] \frac{L_y}{2} \quad (2.94)$$

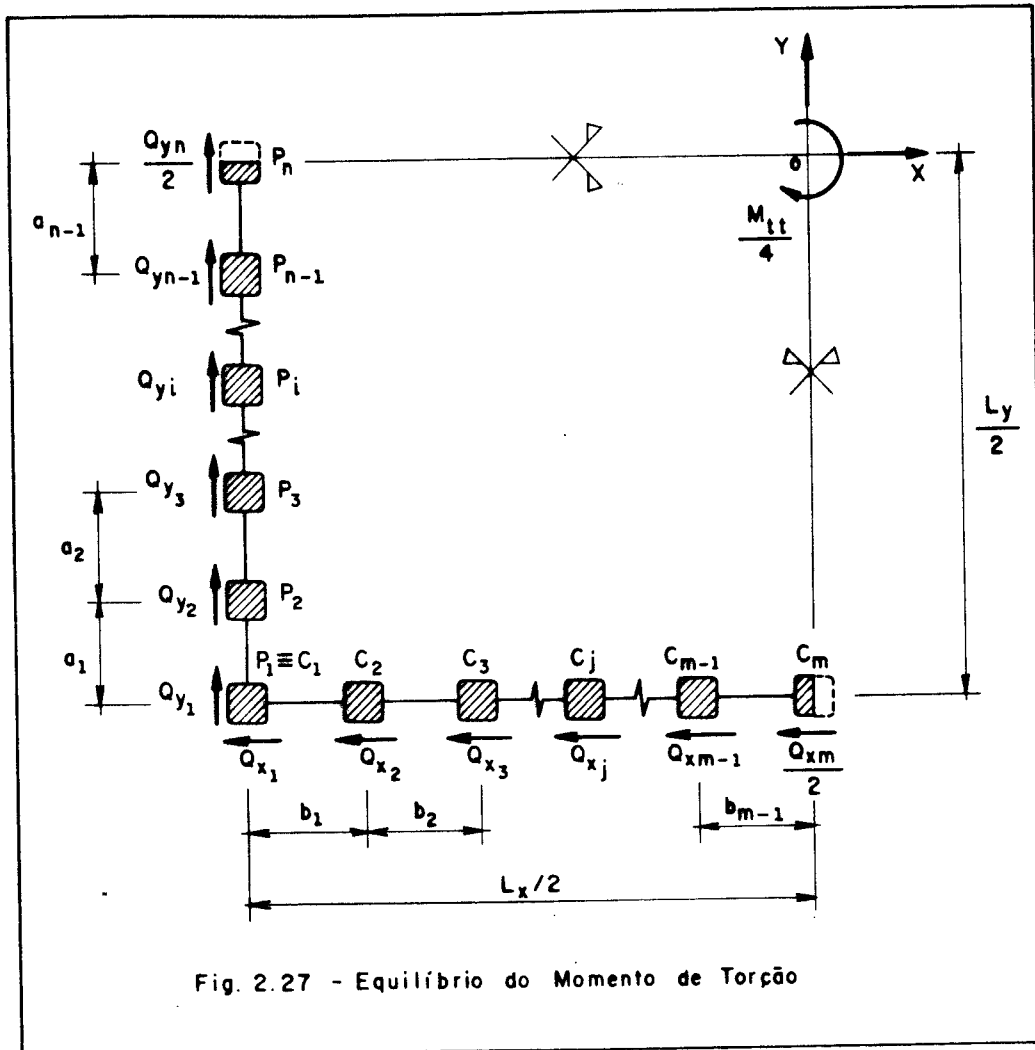


Fig. 2.27 - Equilíbrio do Momento de Torção

Pela condição de equilíbrio à rotação dos nós dos pilares dos semi-painéis, e considerando a hipótese básica de momento nulo na semi-altura dos andares e na seção média das vigas, obtém-se que

$$\left.
\begin{aligned}
Q_{y_1} &= \frac{1}{2} q_1 a_1 \\
Q_{y_i} &= \frac{1}{2} (q_{i-1} a_{i-1} + q_i a_i) , \quad i = 2, 3, \dots, n-1 \\
Q_{y_n} &= q_{n-1} a_{n-1} \\
Q_{x_1} &= \frac{1}{2} p_1 b_1 \\
Q_{x_j} &= \frac{1}{2} (p_{j-1} b_{j-1} + p_j b_j) , \quad j = 2, 3, \dots, m-1 \\
Q_{x_m} &= p_{m-1} b_{m-1}
\end{aligned}
\right\} (2.95)$$

Substituindo-se as Eqs. (2.95) na Eq. (2.94), vem

$$\frac{M_{tt}}{4} = \left(\sum_{i=1}^{n-1} q_i a_i \right) \frac{L^x}{2} + \left(\sum_{j=1}^{m-1} p_j b_j \right) \frac{L^y}{2} \quad (2.96)$$

Igualando (2.96) com (2.93), obtém-se finalmente

$$\frac{M_{t\ell}}{4} = \left(\sum_{i=1}^{n-1} q_i a_i \right) \frac{L^x}{2} + \left(\sum_{j=1}^{m-1} p_j b_j \right) \frac{L^y}{2} + \bar{Q}_a \phi' \quad (2.97)$$

Se o painel completo de direção y tiver número par de pilares, o pilar P_n é fictício e, portanto, $Q_{y_n}^*$ e Q_{y_n} são nulas. Se, por sua vez, o painel completo de direção x tiver número par de pilares, analogamente, C_m é fictício e $Q_{x_m}^*$ e Q_{x_m} são nulas. Nesses casos, deve-se modificar adequadamente a Eq. (2.97) e o valor de \bar{Q}_a .

2.3.6 - Organização Matricial

Substituindo-se a Eq. (2.66), que relaciona a distorção v' do semi-painel de direção y com a derivada da rotação ϕ' do sistema tubular, nas Eqs. (2.14), (2.10) e, (2.18) ou (2.21) dependendo do painel completo possuir quantidade ímpar ou par de pilares e a Eq. (2.67), que relaciona a distorção u' do semi-painel de direção x com ϕ' , nas Eqs. (2.71), (2.75) e, (2.79) ou (2.82) na dependência do número de pilares do painel completo ser ímpar ou par, chega-se a um sistema de equações que, exposto matricialmente, fica

$$\underset{\sim}{R}_t \cdot \underset{\sim}{V} = \underset{\sim}{S}_t \cdot \underset{\sim}{D}_t \quad (2.98)$$

O vetor $\underset{\sim}{V}$, já mostrado no sub-item 2.2.6, relaciona as forças cortantes distribuídas ao longo da altura nos meios contínuos de rigidez equivalente às vigas, e o vetor $\underset{\sim}{D}_t$ possui $(n+m)$ elementos, os quais são a derivada da rotação, ϕ' , e os deslocamentos axiais dos diversos pilares, conforme se vê a seguir:

$$\underset{\sim}{D}_t = \left\{ \begin{array}{c} \phi' \\ \delta_1 \\ \vdots \\ \delta_i \\ \vdots \\ \delta_n \\ \gamma_2 \\ \vdots \\ \gamma_i \\ \vdots \\ \gamma_m \end{array} \right\}_{n+m}$$

A matriz $R_{\sim t}$ é igual à matriz $R_{\sim f}$ vista nos sub-item 2.2.6, com exceção do elemento R_{θ} , que assume a forma

$$R_{\theta} = \frac{h \left[\left(\frac{b_{m-1}}{2} - t_{m-1} \right)^3 + \left(\frac{b_{m-1}}{2} - t_m \right)^3 \right]}{3EI_{b_{m-1}}} +$$

$$+ \frac{hf_{b_{m-1}} (b_{m-1} - t_{m-1} - t_m)}{GA_{b_{m-1}}} + \frac{b_{m-1}^2}{48Eh} \left(\frac{W_{m-1}^3}{I_{ce_{m-1}}} + \frac{2W_m^3}{I_{ce_m}} \right)$$

no caso do painel completo de direção x possuir número ímpar de pilares, e a forma

$$R_{\theta} = \frac{h \left(\frac{b_{m-1}}{2} - t_{m-1} \right)^3}{3EI_{b_{m-1}}} + \frac{hf_{b_{m-1}} (b_{m-1} - t_{m-1} - t_m)}{GA_{b_{m-1}}} +$$

$$+ \frac{b_{m-1}^2 W_{m-1}^3}{48EI_{ce_{m-1}} h}$$

se possuir número par de pilares.

A matriz $S_{\sim t}$ é retangular, de ordem $(n+m-2) \times (n+m)$, conforme se vê na sequência:

$$\tilde{S}_t = \begin{bmatrix}
 \frac{a_1 L_x}{P}, -1, 1, 0, \dots, 0, 0 & 0, \dots, 0, 0 \\
 \frac{a_2 L_x}{P}, 0, -1, 1, 0, \dots, 0, 0 & 0, \dots, 0, 0 \\
 \vdots & \vdots \\
 \frac{a_{n-2} L_x}{P}, 0, \dots, -1, 1, 0 & 0, \dots, 0, 0 \\
 \frac{a_{n-1} L_x}{P}, 0, \dots, 0, -1, 1 & 0, \dots, 0, 0 \\
 \hline
 \frac{b_1 L_y}{P}, 1, 0, \dots, 0, 0 & -1, 0, \dots, 0, 0 \\
 \frac{b_2 L_y}{P}, 0, \dots, 0, 0 & 1, -1, 0, \dots, 0, 0 \\
 \vdots & \vdots \\
 \frac{b_{m-2} L_y}{P}, 0, \dots, 0, 0 & 0, \dots, 0, -1, 0 \\
 \frac{b_{m-1} L_y}{P}, 0, \dots, 0, 0 & 0, \dots, 0, 1, -1
 \end{bmatrix}$$

Nesta matriz, levando-se em conta a Eq. (2.82), o elemento de posição (n+m-2,1) reduz-se à metade, tornando-se igual a $(b_{m-1} L_y / 4)$, se a quantidade de pilares do painel completo de direção x for par.

Com a Eq. (2.97), de equilíbrio da estrutura ao momento de torção, e as Eqs. (2.43) a (2.45), (2.47) e (2.83), de equilíbrio dos pilares à força normal, chega-se a um sistema que, em notação matricial, escreve-se

$$\tilde{L} \cdot \tilde{D}_t'' + \tilde{H}_t \cdot \tilde{V} + \tilde{A}_t \cdot \tilde{D}_t = \tilde{C}_t \quad (2.99)$$

A matriz \tilde{L} é idêntica à vista no sub-item 2.2.6 e a matriz \tilde{H}_t é retangular, de ordem (n+m) x (n+m-2), estando os seus elementos mostrados a seguir:

$$\underline{H}_t = \begin{bmatrix}
 \frac{a_1 L_x}{2}, \frac{a_2 L_x}{2}, \dots, \frac{a_{n-1} L_x}{2} & \frac{b_1 L_y}{2}, \frac{b_2 L_y}{2}, \dots, \frac{b_{m-1} L_y}{2} \\
 \frac{1}{EA_{p_1}}, 0, \dots, 0 & \frac{1}{EA_{p_1}}, 0, \dots, 0 \\
 \frac{-1}{EA_{p_2}}, \frac{-1}{EA_{p_2}}, 0, \dots, 0 & 0, \dots, 0 \\
 0, \frac{-1}{EA_{p_3}}, \frac{1}{EA_{p_3}}, 0, \dots, 0 & 0, \dots, 0 \\
 \vdots & \vdots \\
 0, \dots, 0, \frac{-1}{EA_{p_{n-2}}}, \frac{1}{EA_{p_{n-2}}} & 0, \dots, 0 \\
 0, \dots, 0, \frac{-1}{EA_{p_{n-1}}}, \frac{1}{EA_{p_{n-1}}} & 0, \dots, 0 \\
 0, \dots, 0, 0, 0, 0 & 0, \dots, 0 \\
 \hline
 0, \dots, 0 & \frac{1}{EA_{c_2}}, \frac{-1}{EA_{c_2}}, 0, \dots, 0 \\
 0, \dots, 0 & 0, \frac{1}{EA_{c_3}}, \frac{-1}{EA_{c_3}}, 0, \dots, 0 \\
 \vdots & \vdots \\
 0, \dots, 0 & 0, \dots, 0, \frac{1}{EA_{c_{m-2}}}, \frac{-1}{EA_{c_{m-2}}} \\
 0, \dots, 0 & 0, \dots, 0, \frac{1}{EA_{c_{m-1}}}, \frac{-1}{EA_{c_{m-1}}} \\
 0, \dots, 0 & 0, \dots, 0, 0, 0
 \end{bmatrix}$$

Nesta matriz, os elementos situados nas posições (1,n-1) e (1,n+m-2) ficam reduzidos à metade se, respectivamente, for par o número de pilares do painel completo de direção y e de direção x. Estes elementos passam a ser, pela ordem, $(a_{n-1} L_x / 4)$ e $(b_{m-1} L_y / 4)$.

A matriz $\underline{A}_{\sim t}$ é quadrada, de ordem (n+m), possuindo os elementos nulos, com exceção do elemento (1,1), que é igual à grandeza \bar{Q}_a , definida no sub-item 2.3.5:

$$\tilde{A}_t = \begin{pmatrix} \bar{Q}_n & , & 0 & , & 0 & , & \dots & \dots & \dots & , & 0 \\ 0 & , & 0 & , & 0 & , & \dots & \dots & \dots & , & 0 \\ \vdots & & & & & & & & & & \vdots \\ 0 & , & \dots & \dots & \dots & , & 0 \end{pmatrix}_{n+m}$$

O vetor \tilde{D}''_t contém as derivadas de segunda ordem dos deslocamentos integrantes do vetor \tilde{D}_t , e o vetor \tilde{C}_t possui o momento de torção que atua originalmente na quarta parte da estrutura como seu primeiro elemento e os demais elementos nulos:

$$\tilde{D}''_t = \begin{pmatrix} \phi'''' \\ \delta'' \\ \vdots \\ \delta''_1 \\ \vdots \\ \delta''_n \\ \gamma''_2 \\ \vdots \\ \gamma''_j \\ \vdots \\ \gamma''_m \end{pmatrix}_{n+m} \quad \tilde{C}_t = \begin{pmatrix} M_{t\ell}/4 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}_{n+m}$$

Procedendo similarmente ao sub-item 2.2.6, de (2.98) obtém-se

$$\tilde{V} = \tilde{R}_t^{-1} \cdot \tilde{S}_t \cdot \tilde{D}_t \quad (2.100)$$

Levando esta expressão de \tilde{v} em (2.99), chega-se a

$$\tilde{L} \cdot \tilde{D}'' + \tilde{T} \cdot \tilde{D} = \tilde{C} \quad (2.101)$$

com

$$\tilde{T} = \tilde{H} \cdot \tilde{R}^{-1} \cdot \tilde{S} + \tilde{A} \quad (2.102)$$

2.4 - ANÁLISE DOS SISTEMAS TUBULARES SUBMETIDOS A CARREGAMENTO VERTICAL

2.4.1 - Idéias Iniciais

O equacionamento matemático que torna possível a análise dos sistemas estruturais tubulares quando submetidos apenas a carregamento vertical será apresentado neste item. Utilizar-se-á a mesma notação dos itens precedentes.

O carregamento vertical que atua sobre os pilares, neste estudo, tendo em vista a Técnica do Meio Contínuo, deve ser transformado em carregamento distribuído através da altura. Por exemplo, se as ações verticais solicitam os pilares ao nível das lajes, elas são divididas pela altura dos andares (ou semi-altura no caso de ações atuantes na laje de cobertura), para obtenção das ações distribuídas correspondentes.

2.4.2 - Estudo do Comportamento do Semi-Painel de Direção y

Na Fig. 2.28 pode ser visto o semi-painel de direção y na sua posição deformada pela presença da força normal nos pilares.

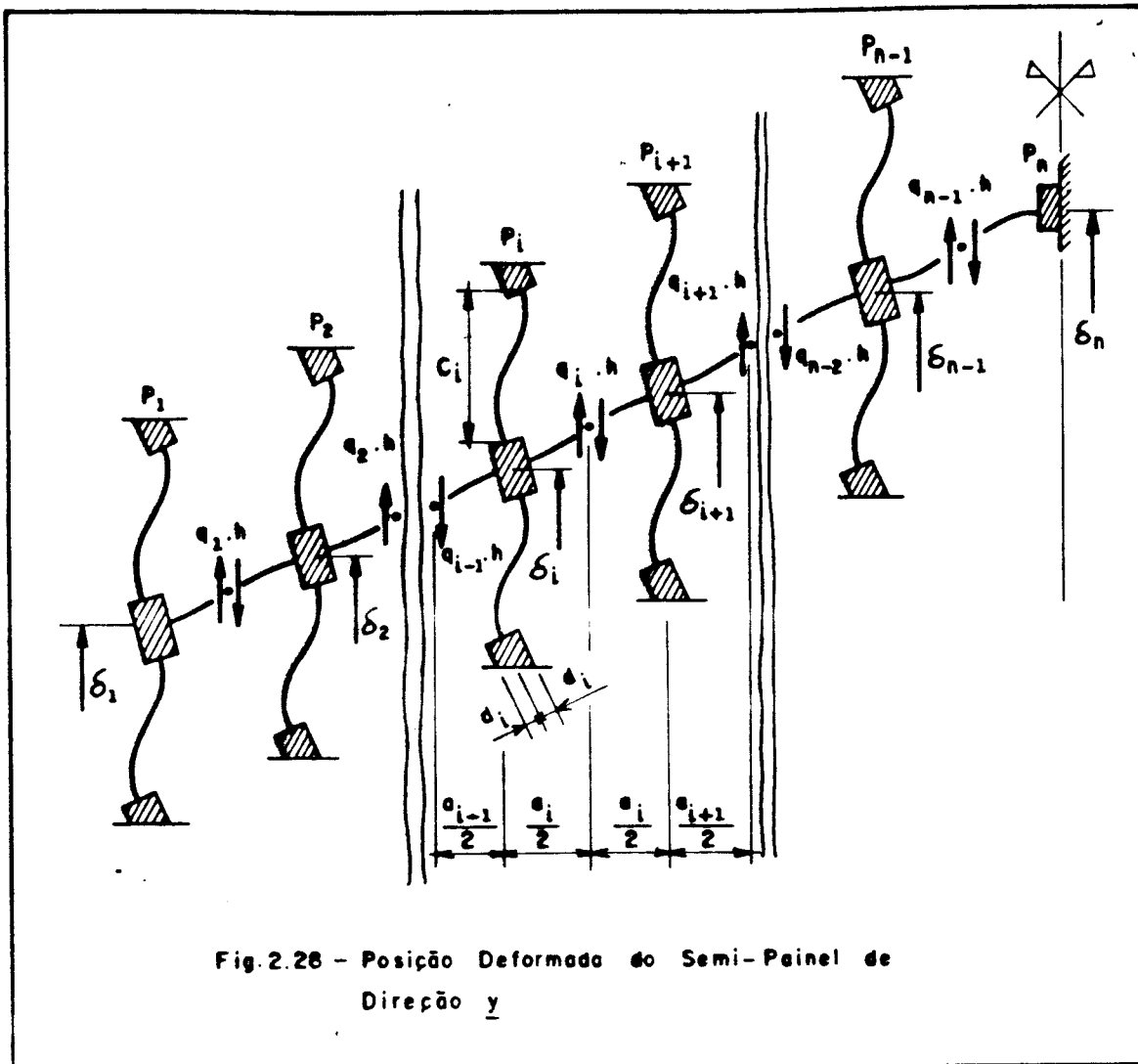


Fig.2.26 - Posição Deformada do Semi-Painel de Direção y

Estabelecendo as condições de compatibilidade dos deslocamentos verticais da viga de cada tramo e de equilíbrio da rotação do nó dos pilares que definem o tramo, de maneira análoga aos itens anteriores, chegam-se respectivamente para o primeiro tramo, para o tramo genérico i ($i=2,3,\dots,n-2$) e para o tramo $(n-1)$, às expressões

$$\begin{aligned}
& q_1 h \left[\frac{\left(\frac{a_1}{2} - d_1\right)^3 + \left(\frac{a_1}{2} - d_2\right)^3}{3EI_{v_1}} + \frac{f_{v_1}(a_1 - d_1 - d_2)}{GA_{v_1}} + \right. \\
& \left. + \frac{a_1^2 c_1^3}{48EI_{pe_1} h^2} + \frac{a_1^2 c_2^3}{48EI_{pe_1} h^2} \right] + q_2 h \left[\frac{a_1 a_2 c_2^3}{48EI_{pe_2} h^2} \right] = -\delta_1 + \delta_2
\end{aligned} \tag{2.103}$$

$$\begin{aligned}
& q_{i-1} h \left[\frac{a_{i-1} a_i c_i^3}{48EI_{pe_i} h^2} \right] + q_i h \left[\frac{\left(\frac{a_i}{2} - d_i\right)^3 + \left(\frac{a_i}{2} - d_{i+1}\right)^3}{3EI_{v_i}} + \right. \\
& \left. + \frac{f_{v_i}(a_i - d_i - d_{i+1})}{GA_{v_i}} + \frac{a_i^2 c_i^3}{48EI_{pe_i} h^2} + \frac{a_i^2 c_{i+1}^3}{48EI_{pe_{i+1}} h^2} \right] + \\
& + q_{i+1} h \left[\frac{a_i a_{i+1} c_{i+1}^3}{48EI_{pe_{i+1}} h^2} \right] = -\delta_i + \delta_{i+1}
\end{aligned} \tag{2.104}$$

$$\begin{aligned}
& q_{n-2} h \left[\frac{a_{n-2} a_{n-1} c_{n-1}^3}{48EI_{pe_{n-1}} h^2} \right] + \\
& + q_{n-1} h \left[\frac{\left(\frac{a_{n-1}}{2} - d_{n-1}\right)^3 + \left(\frac{a_{n-1}}{2} - d_n\right)^3}{3EI_{v_{n-1}}} + \right. \\
& \left. + \frac{f_{v_{n-1}}(a_{n-1} - d_{n-1} - d_n)}{GA_{v_{n-1}}} + \frac{a_{n-1}^2 c_{n-1}^3}{48EI_{pe_{n-1}} h^2} \right] = -\delta_{n-1} + \delta_n
\end{aligned} \tag{2.105}$$

Se o painel completo de direção y possuir quantidade par de pilares, a ordenação do semi-painel será tal que o eixo de simetria x passará pela seção média da viga identificada como V_n . A Fig. 2.29 mostra a posição deformada do tramo (n-1), observando-se que a viga contígua V_n fica sujeita a uma situação de flexão pura, com o momento fletor representado pelo produto $(m_n h)$.

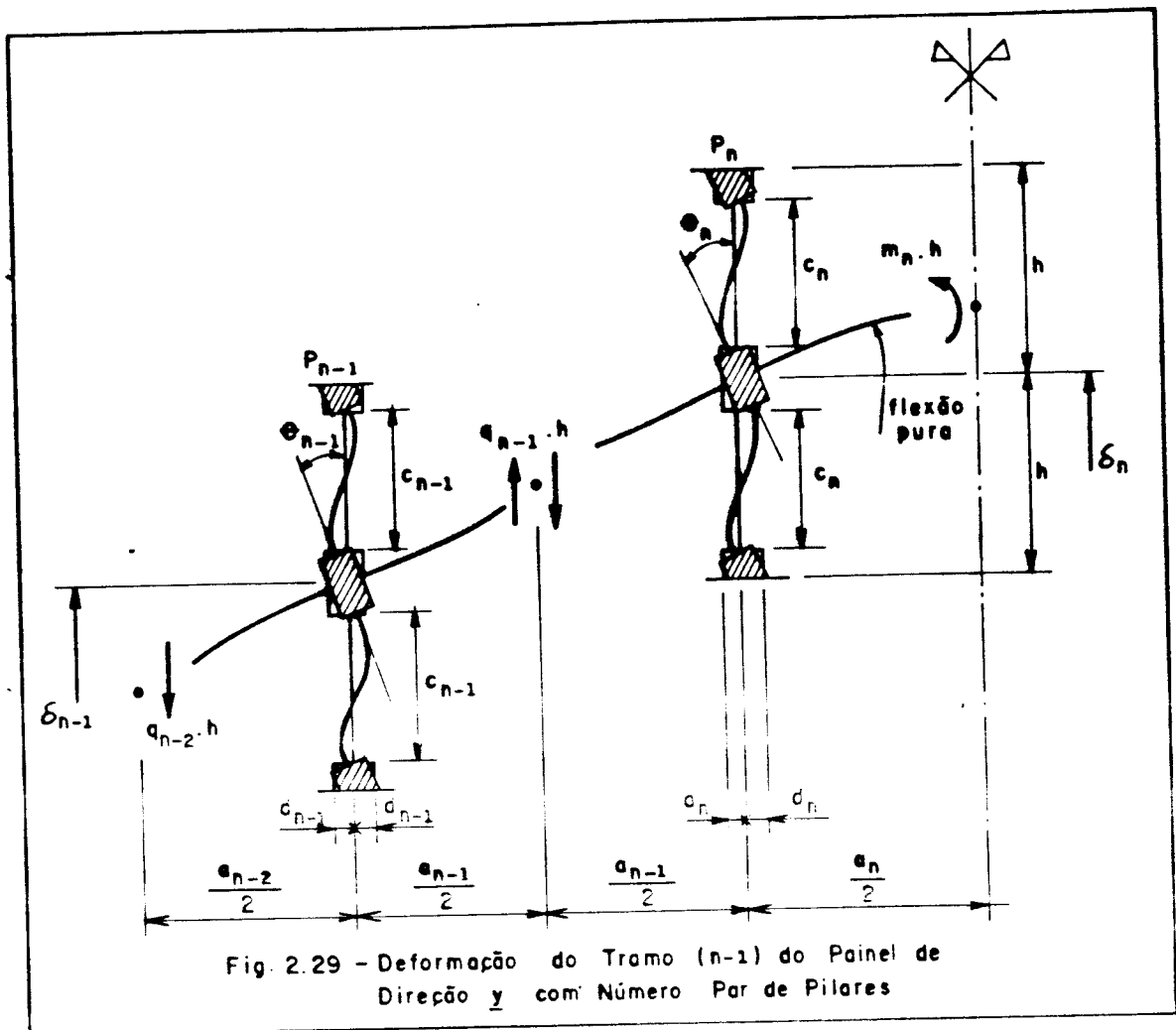


Fig. 2.29 - Deformação do Tramo (n-1) do Painel de Direção y com Número Par de Pilares

Para o comportamento do primeiro tramo permanece válida a Eq. (2.103) e do segundo tramo ao tramo (n-2), a Eq. (2.104). Para o tramo (n-1), estabelecendo a equação de compatibilidade dos deslocamentos verticais da seção central da viga V_{n-1} e a equação de equilíbrio à rotação do nó

do pilar P_{n-1} e do nó do pilar P_n , chega-se a

$$\begin{aligned}
 & q_{n-2} h \left[\frac{a_{n-2} a_{n-1} C_{n-1}^3}{48EI_{pe_{n-1}} h^2} \right] + \\
 & + q_{n-1} h \left[\frac{C_n^3 a_{n-1}^2 (a_n - 2d_n)}{48EI_{pe_n} h^2 (a_n - 2d_n) + 8EI_{v_n} C_n^3} + \right. \\
 & + \frac{\left(\frac{a_{n-1}}{2} - d_{n-1} \right)^3 + \left(\frac{a_{n-1}}{2} - d_n \right)^3}{3EI_{v_{n-1}}} + \frac{f_{v_{n-1}} (a_{n-1} - d_{n-1} - d_n)}{GA_{v_{n-1}}} + \\
 & \left. + \frac{a_{n-1}^2 C_{n-1}^3}{48EI_{pe_{n-1}} h^2} \right] = -\delta_{n-1} + \delta_n \quad (2.106)
 \end{aligned}$$

2.4.3 - Estudo do Comportamento do Semi-Painel de Direção x

Quando a estrutura está solicitada somente ao carregamento vertical, o comportamento do semi-painel de direção x é igual ao mostrado no sub-item 2.2.3 para as estruturas submetidas à flexão. Assim, são válidas as Eqs. (2.26) e (2.30), respectivamente para o primeiro tramo e para os tramos internos j (j=2,3,...,m-2) e a Eq. (2.23) ou a Eq. (2.38), dependendo do painel completo possuir quantidade ímpar ou par de pilares, para o último tramo.

2.4.4 - Equilíbrio dos Pilares à Força Normal

De maneira análoga ao sub-item 2.2.4, será estabelecida a condição de equilíbrio à força normal dos pilares que integram os semi-painéis de direções y e x.

As forças axiais que atuam nos pilares P_i ($i=1,2,\dots,n$) do semi-painel de direção y , uniformemente distribuídas no nível z em estudo, serão representados por f_i , e as que atuam nos pilares C_j ($j=2,3,\dots,m$) do semi-painel de direção x , por \bar{F}_j .

A Fig. 2.30-a mostra o comprimento elementar dz do pilar P_1 , com o conjunto de forças que o solicita. Por equilíbrio, vem

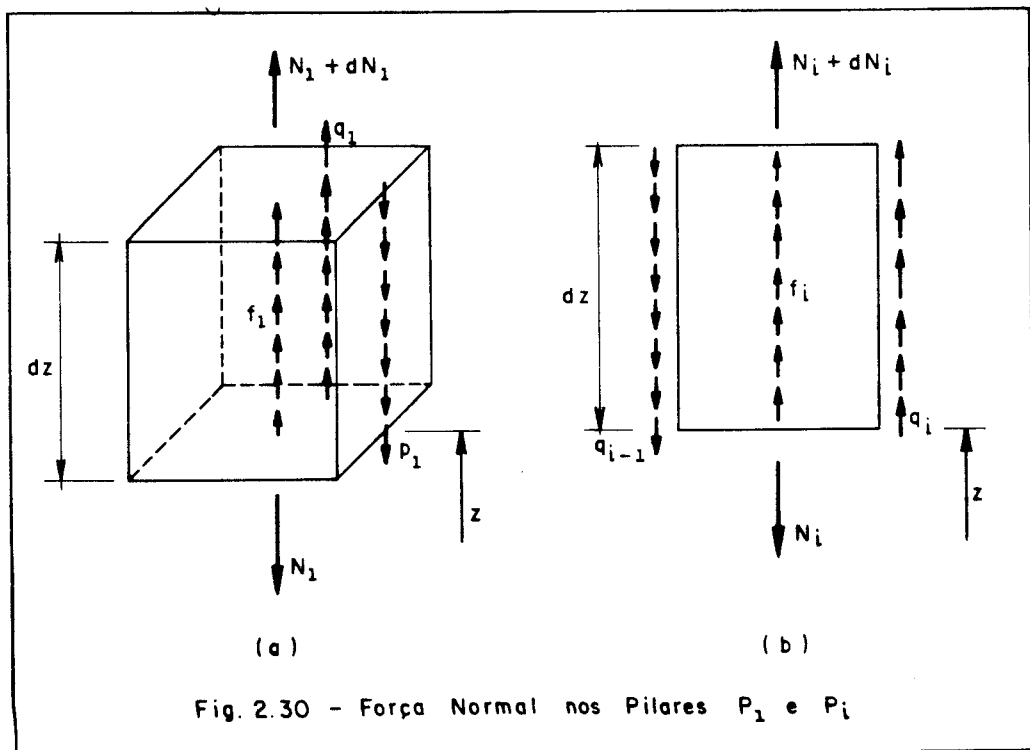
$$N_1 + dN_1 - N_1 + q_1 dz - p_1 dz + f_1 dz = 0 \quad (2.107)$$

Substituindo-se a Eq. (2.42), deduzida no sub-item 2.2.4, em (2.107), tem-se que

$$\delta_1'' + \frac{q_1 - p_1 + f_1}{EA_{P_1}} = 0 \quad (2.108)$$

Procedendo similarmente para o pilar P_i ($i=2,3,\dots,n-1$), cujo comprimento elementar pode ser visto na Fig. 2.30-b, chega-se a

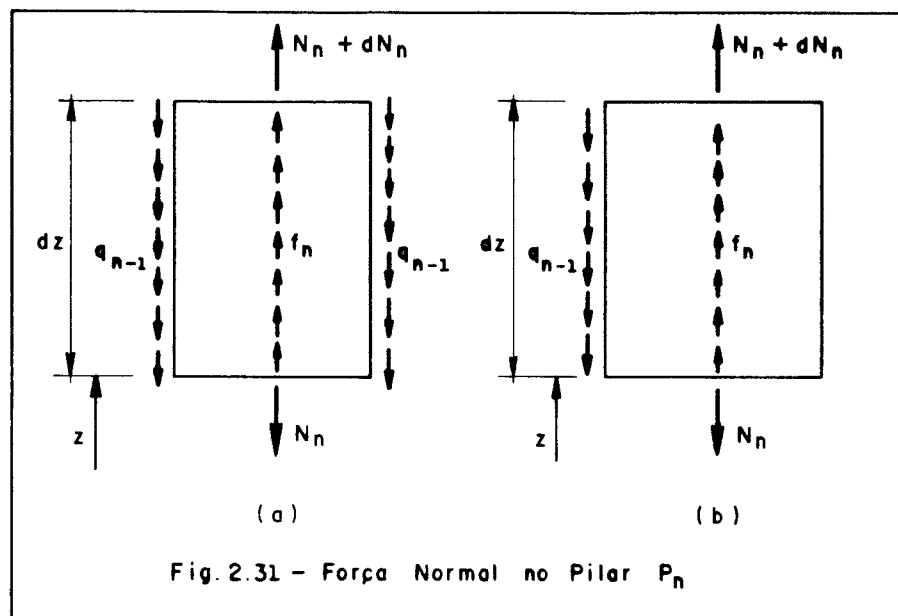
$$\delta_i'' + \frac{q_i - q_{i-1} + f_i}{EA_{P_i}} = 0 \quad (2.109)$$



A Fig. 2.31-a mostra o comprimento elementar do pilar P_n quando o painel completo de direção y possui quantidade ímpar de pilares e a Fig. 2.31-b, quantidade par. Obtêm-se, então, respectivamente nestes dois casos, as expressões

$$\delta_n'' + \frac{-2q_{n-1} + f_n}{EA_{P_n}} = 0 \quad (2.110)$$

$$\delta_n'' + \frac{-q_{n-1} + f_n}{EA_{P_n}} = 0 \quad (2.111)$$

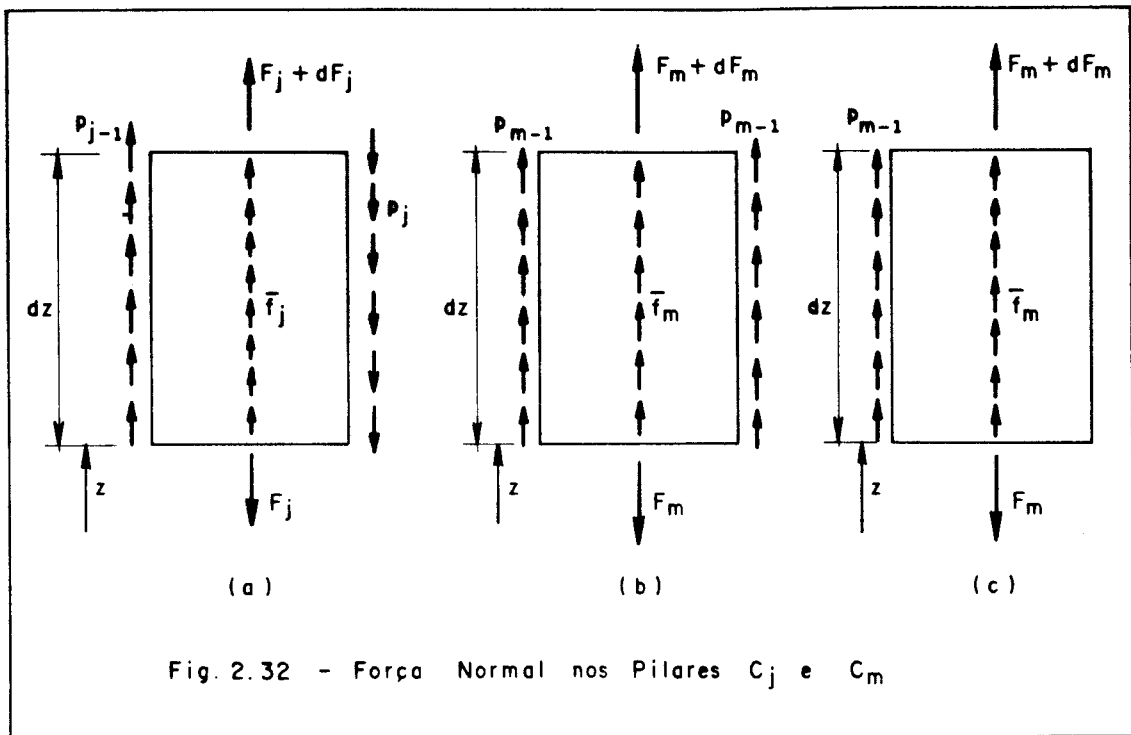


No semi-painel de direção x , mostram-se nas Figs. (2.32-a), (2.32-b) e (2.32-c), pela ordem, o conjunto de forças que atuam nos pilares C_j ($j=2,3,\dots,m-1$), no pilar C_m quando o painel completo possui quantidade ímpar de pilares e neste mesmo pilar quando o painel completo possui quantidade par de pilares. São obtidas respectivamente as equações de equilíbrio

$$\gamma_j'' + \frac{p_{j-1} - p_j + \bar{f}_j}{EA_{c_j}} = 0 \quad (2.112)$$

$$\gamma_m'' + \frac{2p_{m-1} + \bar{f}_m}{EA_{c_m}} = 0 \quad (2.113)$$

$$\gamma_m'' + \frac{p_{m-1} + \bar{f}_m}{EA_{c_m}} = 0 \quad (2.114)$$



2.4.5 - Formulação Matricial

As Eqs. (2.103), (2.104) e (2.105) ou (2.106), que definem o comportamento do semi-painel de direção y, e as Eqs. (2.26), (2.30) e (2.33) ou (2.38), que definem o comportamento do semi-painel de direção x, formam um sistema de equações lineares que, escrito matricialmente, fica

$$\underset{\sim}{R}_a \cdot \underset{\sim}{V} = \underset{\sim}{S}_a \cdot \underset{\sim}{D}_a \quad (2.115)$$

O vetor $\underset{\sim}{V}$ é o mesmo mostrado no sub-item 2.2.6 e contém as forças cortantes distribuídas ao longo da altura nos meios contínuos de rigidez equivalente às vigas. O vetor $\underset{\sim}{D}_a$, com $(n+m-1)$ elementos, é constituído pelos deslocamentos axiais dos pilares, conforme se vê a seguir:

$$\underset{\sim}{D}_a = \left\{ \begin{array}{c} \delta_{.1} \\ \vdots \\ \delta_{.1} \\ \vdots \\ \delta_n \\ \gamma_2 \\ \vdots \\ \gamma_j \\ \vdots \\ \gamma_m \end{array} \right\}_{n+m-1}$$

A matriz $\underset{\sim}{R}_a$, de ordem $(n+m-2)$, é igual à matriz $\underset{\sim}{R}_f$ definida no sub-item 2.2.6, com exceção do elemento R_4 , que se torna

$$R_4 = \frac{h \left[\left(\frac{a_{n-1}}{2} - d_{n-1} \right)^3 + \left(\frac{a_{n-1}}{2} - d_n \right)^3 \right]}{3EI_{v_{n-1}}} +$$

$$\frac{hf_{v_{n-1}} (a_{n-1} - d_{n-1} - d_n)}{GA_{v_{n-1}}} + \frac{a_{n-1}^2 c_{n-1}^3}{48EI_{pe_{n-1}} h}$$

caso o painel completo de direção y possua quantidade ímpar de pilares, e

$$R_4 = \frac{hc_n^3 a_{n-1}^2 (a_n - 2d_n)}{48EI_{pe_n} h^2 (a_n - 2d_n) + 8EI_{v_n} c_n^3} +$$

$$+ \frac{h \left[\left(\frac{a_{n-1}}{2} - d_{n-1} \right)^3 + \left(\frac{a_{n-1}}{2} - d_n \right)^3 \right]}{3EI_{v_{n-1}}} + \frac{hf_{v_{n-1}} (a_{n-1} - d_{n-1} - d_n)}{GA_{v_{n-1}}} +$$

$$+ \frac{a_{n-1}^2 c_{n-1}^3}{48EI_{pe_{n-1}} h}$$

caso o mesmo possua quantidade par de pilares.

A matriz \tilde{S}_a é retangular, de ordem $(n+m-2) \times (n+m-1)$, e seus elementos componentes são mostrados a seguir:

$$\tilde{S}_a = \begin{bmatrix} -1, 1, 0, \dots, 0, 0 & 0, \dots, 0 \\ 0, -1, 1, 0, \dots, 0, 0 & 0, \dots, 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0, \dots, 0, -1, 1, 0 & 0, \dots, 0 \\ 0, \dots, 0, -1, 1 & 0, \dots, 0 \\ \hline 1, 0, \dots, 0, 0 & -1, 0, \dots, 0 \\ 0, \dots, 0, 0 & 1, -1, 0, \dots, 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0, \dots, 0, 0 & 0, \dots, 0, 1, -1, 0 \\ 0, \dots, 0, 0 & 0, \dots, 0, 1, -1 \end{bmatrix} \begin{matrix} n & n+m-1 \\ & n-1 \\ & n+m-2 \end{matrix}$$

As equações originárias do equilíbrio dos pilares à força normal, desenvolvidas no sub-item 2.4.4, podem ser agrupadas matricialmente, fornecendo a expressão

$$\tilde{L}_a \cdot \tilde{D}_a'' + \tilde{H}_a \cdot \tilde{V} = \tilde{C}_a \quad (2.116)$$

A matriz \tilde{L}_a é uma matriz identidade de ordem $(n+m-1)$ e a matriz \tilde{H}_a é retangular, de ordem $(n+m-1) \times (n+m-2)$, e sua composição é mostrada na sequência, para o caso em que os painéis completos de direção y e x tenham ambos quantidade ímpar de pilares:

$$\underset{\sim}{D}' = \begin{pmatrix} \delta_1'' \\ \vdots \\ \delta_1'' \\ \vdots \\ \delta_n'' \\ \gamma_2'' \\ \vdots \\ \gamma_j'' \\ \vdots \\ \gamma_m'' \end{pmatrix}_{n+m-1} ; \quad \underset{\sim}{C}_a = -\frac{1}{E} \begin{pmatrix} f_1/A_{p_1} \\ \vdots \\ f_1/A_{p_i} \\ \vdots \\ f_n/A_{p_n} \\ F_2/A_{c_2} \\ \vdots \\ F_j/A_{c_j} \\ \vdots \\ F_m/A_{c_m} \end{pmatrix}_{n+m-1}$$

Explicitando o vetor $\underset{\sim}{V}$ na Eq. (2.115), vem

$$\underset{\sim}{V} = \underset{\sim}{R}^{-1} \cdot \underset{\sim}{S}_a \cdot \underset{\sim}{D}_a \quad (2.117)$$

Substituindo-se esta expressão matricial em (2.116), obtém-se

$$\underset{\sim}{L}_a \cdot \underset{\sim}{D}' + \underset{\sim}{H}_a \cdot \underset{\sim}{R}^{-1} \cdot \underset{\sim}{S}_a \cdot \underset{\sim}{D}_a = \underset{\sim}{C}_a \quad (2.118)$$

2.5 - TRATAMENTO MATEMÁTICO

2.5.1 - Determinação de Esforços e Deslocamentos

Conforme já foi amplamente discutido, ao se usar a Técnica do Meio Contínuo, elimina-se a discretização imposta pela existência dos elementos horizontais de conexão, como vigas e lajes. Passa a haver, portanto, liberdade de escolha quanto aos níveis em que se desejam obter resultados decorrentes da análise estrutural, inclusive quanto ao espaçamento entre estes níveis, que pode ser uniforme ou variável. Tomando como referência cada nível escolhido, estabelece-se um sistema de equações diferenciais de 2ª ordem, igual ao sistema (2.65), ou (2.101), ou ainda (2.118), dependendo do tipo de solicitação.

A interligação entre os sistemas de equações dos vários níveis selecionados é feita usando o Método das Diferenças Finitas, cujo resumo encontra-se no Apêndice B. Isto permite transformar cada derivada segunda de deslocamento em um certo nível em uma equação linear envolvendo os deslocamentos de mesmo tipo em níveis circunvizinhos. Ao final chega-se a um sistema de equações da forma

$$\underset{\sim}{K}_s \cdot \underset{\sim}{D}_s = \underset{\sim}{C}_s \quad (2.119)$$

onde $\underset{\sim}{K}_s$ é uma matriz que contém as características elásticas e geométricas da estrutura, e que pode ser ainda influenciada pela atuação das forças normais, caso estejam-se considerando efeitos de 2ª ordem, $\underset{\sim}{D}_s$ é o vetor dos deslocamentos, que contém os deslocamentos axiais de todos os pilares e mais a distorção, quando a estrutura estiver submetida à flexão, ou a derivada da rotação em torno do eixo vertical z, quando a estrutura estiver submetida à torção, em cada um dos níveis escolhidos, e $\underset{\sim}{C}_s$ é

o vetor constituído pelo carregamento externo aplicado à estrutura, também em cada um dos níveis escolhidos.

A resolução do sistema de equações efetuada, por exemplo, através do Processo de Gauss-Jordan, permite a obtenção de todos os deslocamentos desconhecidos dispostos no vetor D .

Atuando sobre a estrutura carregamento que cause deslocamento lateral, este deslocamento será obtido, nos níveis já selecionados, integrando-se numericamente os valores da distorção por meio da Regra dos Trapézios, cuja síntese é dada no Apêndice B. Procedê-se da mesma maneira quando o carregamento causar torção, integrando-se os valores da derivada da rotação em torno do eixo vertical z para obtenção da rotação.

Em cada pilar, em um determinado nível, a força normal é dada pelo produto entre o módulo de elasticidade, a área da seção transversal e a derivada primeira do deslocamento axial, cujo valor pode ser obtido usando novamente o Método das Diferenças Finitas.

A Eq. (2.62), ou (2.100), ou (2.117), dependendo do carregamento, aplicada uma vez para cada nível em estudo, permite determinar as forças cortantes distribuídas q_i ($i=1, 2, \dots, n-1$) e p_j ($j=1, 2, \dots, m-1$). Para se chegar às forças cortantes nas vigas, as forças cortantes distribuídas serão multiplicadas pela sua altura de influência, cujo valor é sempre h , exceto no caso de vigas situadas no topo do edifício, onde é $(h/2)$. A altura de influência também será $(h/2)$ para vigas hipotéticas situadas na base da estrutura (nível $z=0$). Nestas vigas, a determinação da força cortante é importante por permitir avaliar o momento fletor na base dos pilares.

Os carregamentos atuantes podem ter qualquer tipo de variação ao longo da altura do edifício, uma vez que a

análise exige que se conheçam apenas as solicitações nos diversos níveis escolhidos.

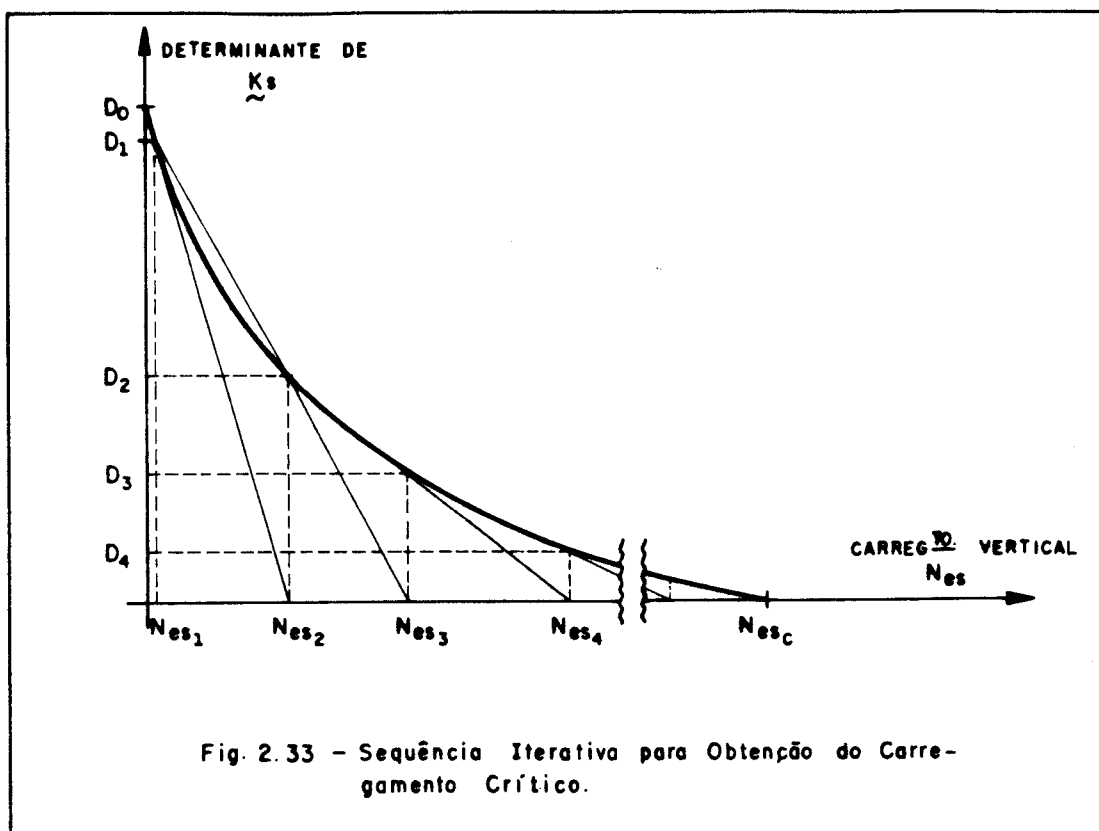
2.5.2 - Determinação do Carregamento Vertical Crítico

Neste trabalho, para efeito de determinação de seu valor crítico, o carregamento vertical é suposto uniformemente distribuído ao longo da altura do edifício, e dividido igualmente entre todos os pilares integrantes do sistema tubular. Dentro destas limitações, o valor do carregamento vertical crítico, em regime elástico, será igual ao menor carregamento que torna nulo o determinante da matriz \tilde{K}_s da Eq. (2.119). Se a matriz for formada considerando a solicitação de flexão no edifício em torno de um dos eixos horizontais de simetria, o carregamento crítico se relaciona à instabilidade por flexão em relação a este eixo, e se for formada supondo torção no edifício, o carregamento crítico se relaciona à instabilidade por torção.

Na instabilidade por flexão, tendo em vista a lei de formação da matriz \tilde{K}_s e resultados obtidos a partir da teoria apresentada nos itens precedentes, o valor do carregamento crítico independe da distribuição das cargas verticais atuantes entre os pilares se não for considerado o efeito da força axial na rigidez destes elementos. Mesmo se este efeito for considerado, o valor do carregamento crítico na prática pode ser tratado como independente da distribuição das cargas verticais entre os pilares nos edifícios altos com estrutura aporticada e vigas de elevada rigidez, como são normalmente os sistemas tubulares. Na instabilidade por torção, o valor do carregamento vertical crítico já depende fundamentalmente da distribuição das cargas entre os pilares, razão pela qual neste estudo as cargas foram supostas divididas igualmente entre eles.

A curva que confronta o valor do determinante com o do carregamento vertical tem sempre o aspecto mostrado na Fig. 2.33, sendo conveniente o emprego do Método de Newton-Raphson, cujo resumo encontra-se no Apêndice B, para se chegar mais rapidamente ao carregamento vertical crítico. Assim, conforme ainda ilustra a Fig. 2.33, a sequência iterativa seguinte é obedecida:

- a) considera-se nulo o carregamento vertical e obtém-se o valor correspondente (D_0) do determinante da matriz K_s ;
- b) arbitra-se um valor muito pequeno para o carregamento vertical (N_{es_1}) e obtém-se o valor correspondente do determinante (D_1);
- c) traça-se uma reta que une os pontos $(0, D_0)$ e (N_{es_1}, D_1) e com o valor do carregamento vertical (N_{es_2}) que esta reta evidencia ao cortar o eixo horizontal, obtém-se o valor correspondente do determinante (D_2);
- d) traça-se uma nova reta, unindo agora os pontos (N_{es_1}, D_1) e (N_{es_2}, D_2) , que ao cruzar o eixo horizontal indica o valor do carregamento vertical (N_{es_3}) e obtém-se o valor correspondente do determinante (D_3);
- e) continua-se procedendo analogamente até que se obtenha para o determinante um valor tão pequeno que possa ser considerado nulo, dependendo da precisão desejada, e o valor do carregamento correspondente (N_{es_c}) é o carregamento vertical crítico em regime elástico.



2.5.3 - Condições de Contorno e Balanço do Sistema de Equações

Embora a quantidade e o espaçamento dos pilares não possam sofrer alterações ao longo da altura do edifício, as propriedades geométricas da seção transversal de tais peças e das vigas podem variar abruptamente em vários níveis. A estrutura terá assim um número t de trechos distintos, em cada um dos quais as seções transversais de todas as vigas de um mesmo tramo, e de cada um dos pilares, são invariáveis com a altura. Cada trecho deve ser analisado isoladamente, estabelecendo-se, no entanto, condições de compatibilidade nos níveis comuns a dois trechos e condições de contorno adequadas.

Ao se aplicar o Método das Diferenças Finitas ao sistema de equações diferenciais de um nível de determinado

trecho, a derivada segunda de um deslocamento é obtida com base nos valores conhecidos do deslocamento no próprio nível e em níveis vizinhos. Limitando o emprego do método às equações deduzidas no Apêndice B, constata-se que, se o nível se situar em uma das extremidades do trecho, torna-se necessário conhecer os valores do deslocamento nele próprio, em três níveis situados de um dos lados, e em um nível do lado oposto, nível este que estará, obrigatoriamente, fora do trecho, sendo chamado de fictício. Dessa forma, é preciso incluir na análise de cada trecho, dois níveis fictícios, um abaixo da extremidade inferior e outro acima da extremidade superior.

Seja a estrutura tubular com o perfil representado na Fig. 2.34, com t trechos distintos, e os níveis escolhidos para análise indicados pelo símbolo (*). Tomando-se o trecho genérico k ($k=1,2,\dots,t$), que terá s_k níveis, incluindo os dois fictícios, e com n e m já definidos anteriormente como a quantidade de pilares nos semi-painéis de direções y e x , o número de incógnitas, se o carregamento causar flexão ou torção na estrutura, será:

- $s_k \cdot n$, para os deslocamentos axiais dos pilares do semi-painel de direção y ;
- $s_k \cdot (m-1)$, para os deslocamentos axiais dos pilares do semi-painel de direção x ;
- s_k , para a distorção ou a derivada da rotação, conforme o carregamento.

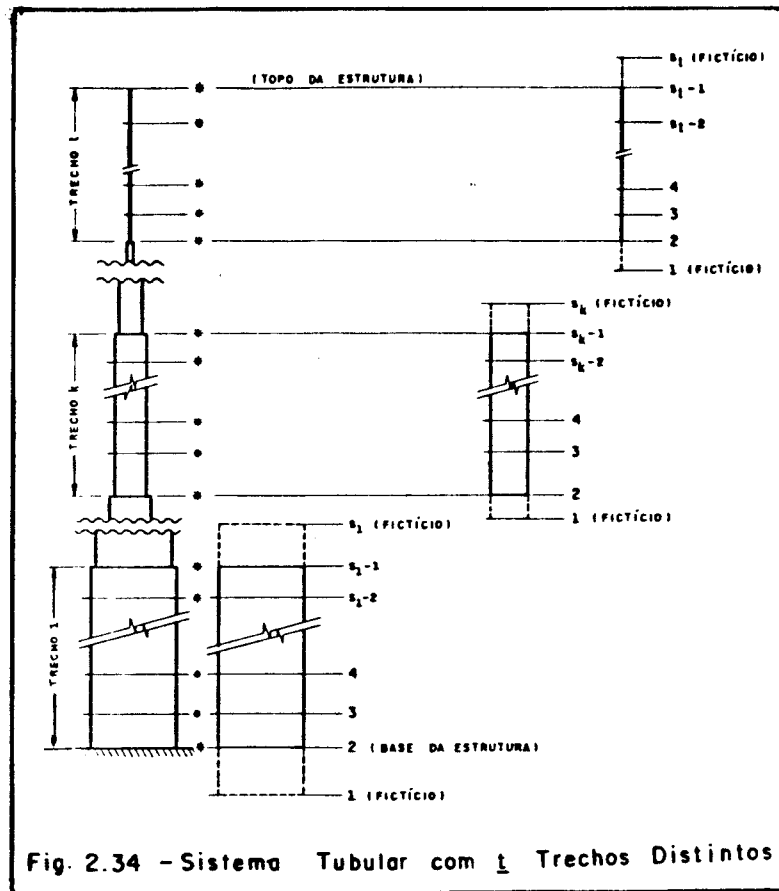
Somando-se as partes, o número total de incógnitas do trecho k fica

$$\bar{I}_k = s_k (n+m) \quad (2.120)$$

O número de equações em cada um dos (s_k-2) níveis será $(n+m)$, conforme se conclui a partir das expressões matriciais (2.65) ou (2.101), dependendo do carregamento. Logo, o número total de equações do trecho k , \bar{E}_k , torna-se

$$\bar{E}_k = s_k (n+m) - 2 (n+m)$$

(2.121)



Os números totais de incógnitas da estrutura, \bar{I} , e de equações, \bar{E} , serão dados pelas respectivas somas do número de incógnitas e de equações dos vários trechos, ou seja

$$\bar{I} = \left(\sum_{k=1}^t s_k \right) (n+m) \quad (2.122)$$

$$\bar{E} = \left(\sum_{k=1}^t s_k \right) (n+m) - 2t (n+m) \quad (2.123)$$

As seguintes condições de contorno podem ser estabelecidas no nível 2 do trecho 1 (base da estrutura)

$$\delta_i(2) = 0 \quad , \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$\delta_j(2) = 0 \quad , \quad j = 2, 3, \dots, m$$

e no nível ($s_t - 1$) do trecho t (topo da estrutura)

$$\delta'_i(s_t - 1) = \frac{N_i}{EA_{p_i}} \quad , \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$\delta'_j(s_t - 1) = \frac{F_j}{EA_{c_j}} \quad , \quad j = 2, 3, \dots, m$$

onde $N_i (i=1, 2, \dots, n)$ e $F_j (j=2, 3, \dots, m)$ são as forças normais atuantes nos pilares correspondentes no topo da estrutura. Podem ser ainda consideradas as condições de contorno em um trecho $k (k=1, 2, \dots, t)$ qualquer

$$v'(1) = 0 \quad , \quad k = 1, 2, \dots, t$$

$$v'(s_k) = 0 \quad , \quad k = 1, 2, \dots, t$$

ou

$$\phi'(1) = 0 \quad , \quad k = 1, 2, \dots, t$$

$$\phi'(s_k) = 0 \quad , \quad k = 1, 2, \dots, t$$

dependendo do tipo de solicitação sobre a estrutura. Estas condições se explicam observando-se que, nas expressões matriciais (2.65) ou (2.101), todos os elementos da primeira coluna da matriz \tilde{L} são nulos. Assim, por exemplo, quando a distorção $v'(1)$ aparece, ao se aplicar a expressão (2.65) para o ponto 2 e ponto 3, a partir da substituição respectivamente de $v'''(2)$ e $v'''(3)$ por seu valor em diferenças finitas, ela fica multiplicada sempre por zero e pode, portanto, assumir qualquer número real. Para $v'(s_k)$,

$\phi'(1)$ e $\phi'(s_k)$, o raciocínio é similar. Logo, o número total de condições de contorno é dado por

$$\bar{C} = 2(n+m) + 2(t-1) \quad (2.124)$$

As condições de compatibilidade e equilíbrio, em cada um dos $(t-1)$ níveis onde há variação abrupta de características geométricas, envolvendo os trechos adjacentes, são:

- igualdade dos deslocamentos axiais nos $(n+m-1)$ pilares;
- igualdade de força normal (dada pelo produto entre a derivada do deslocamento axial e a rigidez axial) nos $(n+m-1)$ pilares.

Estas condições totalizam um número de equações, \bar{N} , que vale

$$\bar{N} = 2(n+m-1)(t-1) \quad (2.125)$$

Para que o sistema de equações esteja balanceado, deve ser cumprida a condição

$$\bar{I} - (\bar{E} + \bar{C} + \bar{N}) = 0 \quad (2.126)$$

o que de fato se verifica, substituindo-se os valores de \bar{I} , \bar{E} , \bar{C} e \bar{N} , dados respectivamente pelas Eqs. (2.122), (2.123), (2.124) e (2.125).

Se o edifício tubular estiver submetido apenas a carregamento vertical, o equilíbrio do sistema de equações pode ser demonstrado de maneira similar.

2.6 - PROGRAMA PARA ANÁLISE ESTRUTURAL

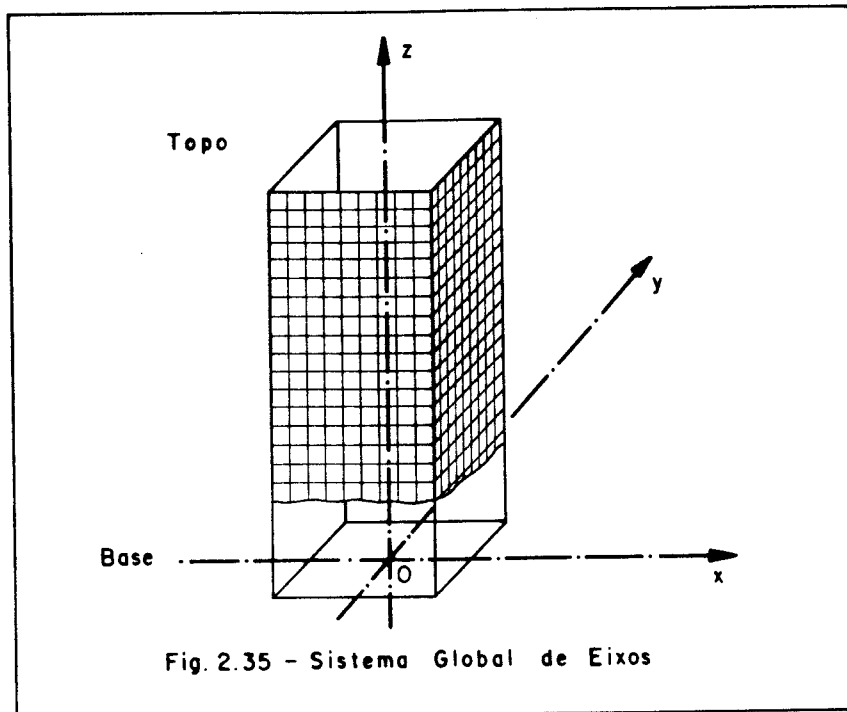
Com a teoria desenvolvida, produziu-se um programa, denominado ESTUB, em linguagem FORTRAN 77, para análise estrutural dos sistemas tubulares estudados, e que também permite a determinação do carregamento vertical crítico em regime elástico com relação à instabilidade geral por flexão ou torção.

É possível optar entre fazer a análise estrutural em 1ª ordem ou 2ª ordem, e neste último caso, além do efeito p-delta, optar entre considerar ou não o efeito da degenerescência de rigidez devida à força normal nos pilares. Como se emprega a Técnica do Meio Contínuo, a discretização ao nível das vigas e lajes deixa de existir, ficando a critério do usuário a escolha dos níveis onde interessam obter resultados. No entanto, são níveis obrigatórios a base e o topo da estrutura e aqueles onde ocorre variação abrupta de seção transversal de vigas, representadas por meios contínuos de rigidez equivalente, ou pilares.

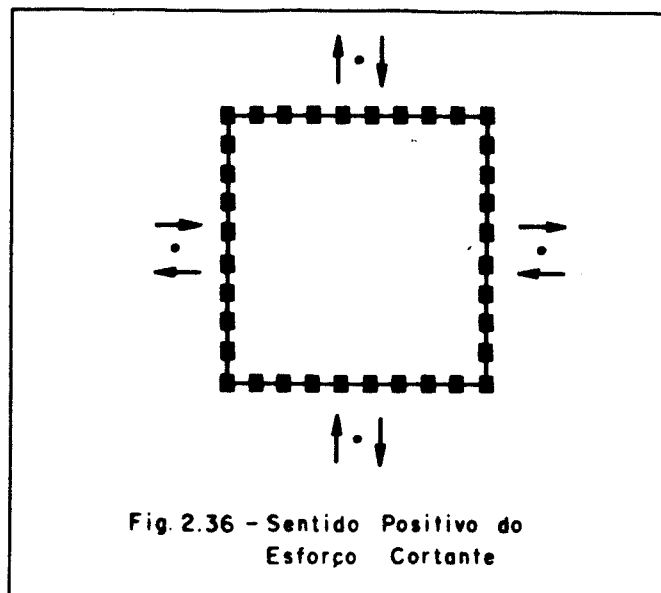
Os sistemas estruturais tubulares podem estar sujeitos a um carregamento vertical, a carregamentos laterais de direções x e y e a um carregamento que provoque torção. Todos estes carregamentos podem ter qualquer variação ao longo da altura do edifício, bastando conhecer os correspondentes esforços solicitantes no edifício nos diversos níveis escolhidos, conforme pode-se verificar pelas Eqs. (2.65), (2.101) e (2.118).

O programa adota o sistema global de eixos, com origem na base, mostrado na Fig. 2.35, e prevê somente sistemas estruturais tubulares duplamente simétricos em planta quanto à geometria e ao carregamento vertical. Por esta razão, na entrada de dados, precisam ser fornecidas características geométricas e informações quanto a este carregamento apenas

para a quarta parte da estrutura. Para os carregamentos laterais nas direções x e y e para o carregamento de torção, os valores fornecidos devem estar relacionados à estrutura completa. Os resultados são apresentados na estrutura completa e se compõem dos deslocamentos laterais nas direções x e y , da rotação em torno do eixo vertical z e dos esforços normais nos pilares e cortantes nas vigas, sempre nos níveis escolhidos. Quaisquer outros esforços pretendidos podem ser obtidos mediante a hipótese de momentos nulos nas seções centrais das barras.



Os esforços normais positivos nos pilares são de tração, e negativos de compressão. O esforço cortante nas vigas é positivo quando a disposição relativa dos sentidos das duas ações na seção central for o indicado na Fig. 2.36 para um observador situado no interior do edifício, e negativo em caso contrário.



Quando se quer determinar o carregamento vertical crítico, os níveis ao longo da altura do edifício para aplicação do Método das Diferenças Finitas são assumidos automaticamente. Se o sistema tubular possui característica geométrica constante com a altura, são tomados cinco níveis igualmente espaçados, além dos dois fictícios. Se possui dois ou mais trechos com características geométricas variáveis entre si, em cada um dos trechos são tomados três níveis igualmente espaçados, fora os dois fictícios. Testes realizados na fase de elaboração do programa mostraram que esta quantidade de níveis já permite obter resultados bastante bons, com um número relativamente pequeno de equações. Para cálculo de seu valor crítico, considera-se o carregamento vertical uniformemente distribuído ao longo da altura do edifício, e dividido igualmente entre todos os pilares, de acordo com o que já havia sido definido no sub-item 2.5.2.

Caso seja considerado o efeito da degenerescência de rigidez causada pela força normal de compressão nos

pilares, quando ocorre solicitação de flexão ou torção na estrutura, a dupla simetria em relação à geometria deixa de existir. Para evitar isso, tal efeito é avaliado considerando somente a força normal nos pilares oriunda do carregamento vertical, em um procedimento simplificado composto das seguintes etapas:

- a) obtêm-se as forças normais de compressão nos pilares devidas apenas ao carregamento vertical;
- b) determinam-se os novos momentos de inércia dos pilares, reduzidos pela presença das respectivas forças normais, determinadas em (a);
- c) com os momentos de inércia dos pilares calculados em (b), e agora imutáveis, efetua-se a análise em 2^a ordem incluindo o efeito p-delta, considerando a atuação dos carregamentos lateral e de torção, quando existentes.

Para que pudesse ser realizada uma análise mais precisa, o programa precisaria trabalhar com a estrutura completa, utilizando um processo iterativo semelhante ao descrito no sub-item 1.3.2.

O programa permite, tanto para análise estrutural como para determinação do carregamento vertical crítico, opção entre levar em conta ou não as influências dos trechos rígidos formados pela intersecção entre pilares e vigas e da deformação por força cortante destas barras.

A listagem do programa e sua entrada de dados encontram-se no Apêndice C.

2.7 - EXEMPLOS

2.7.1 - Exemplo 1

Analisar-se-á um edifício tubular, em concreto armado, com 12 andares e planta quadrada, conforme ilustra a Fig. 2.37, com as dimensões em centímetros. Os pilares apresentam seção transversal de 50cm x 50cm até o terceiro andar e do quarto andar em diante, seção transversal de 40cm x 40cm. As vigas, até a terceira laje, têm seção transversal de 24cm x 70cm, e acima desta laje, de 24cm x 60cm, com vão de 200cm. Os andares possuem altura de 300cm. Para o módulo de elasticidade longitudinal do concreto adotou-se 1960kN/cm^2 (valor de cálculo).

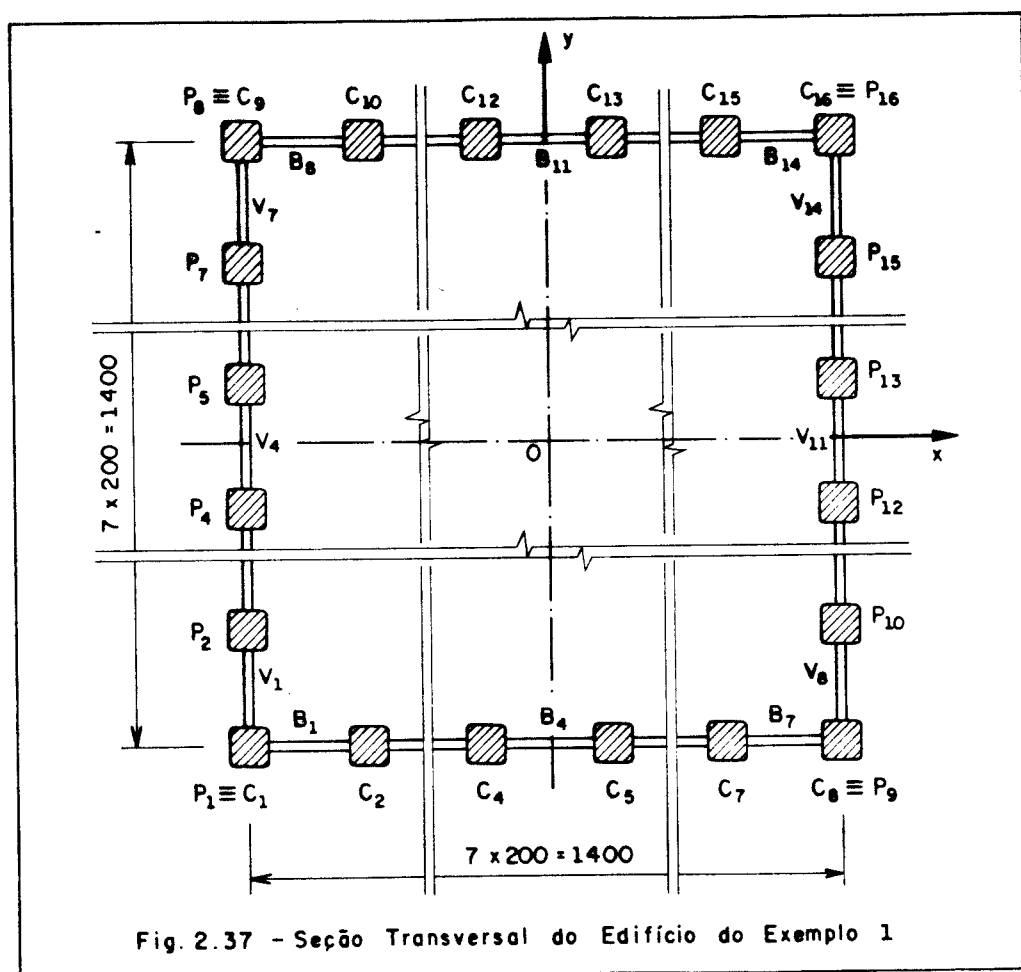


Fig. 2.37 - Seção Transversal do Edifício do Exemplo 1

A solicitação lateral de cálculo, aplicada segundo o sentido positivo do eixo y , é suposta uniformemente distribuída ao longo da altura do edifício e igual a $0,333\text{kN/cm}$. Em cada pilar atuam ações concentradas verticais de cálculo, orientadas para a base, de 103kN , no nível das lajes.

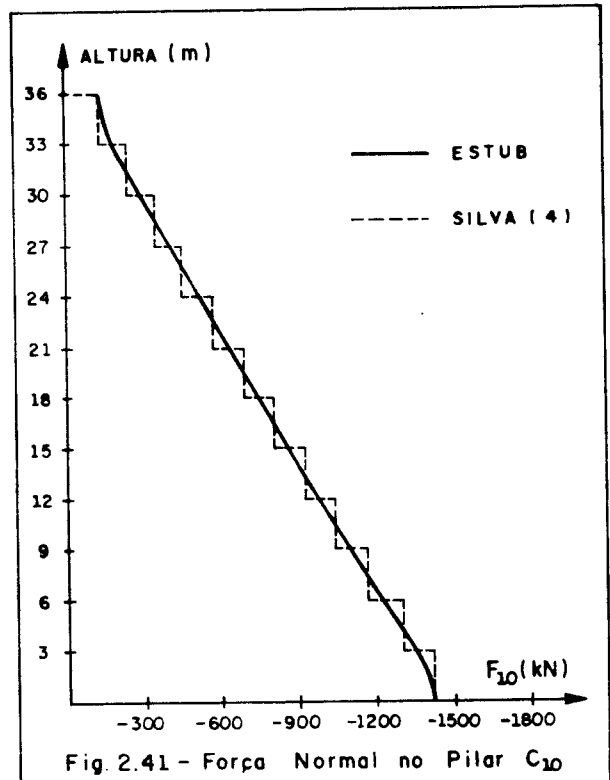
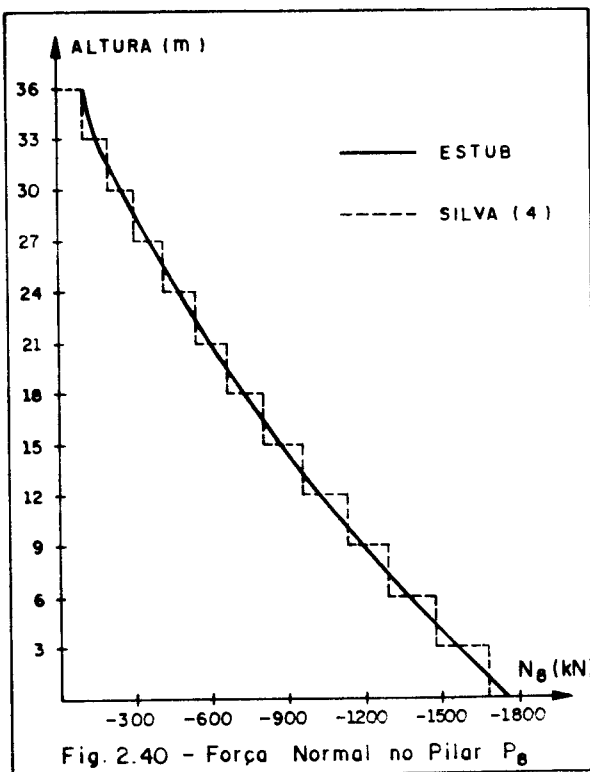
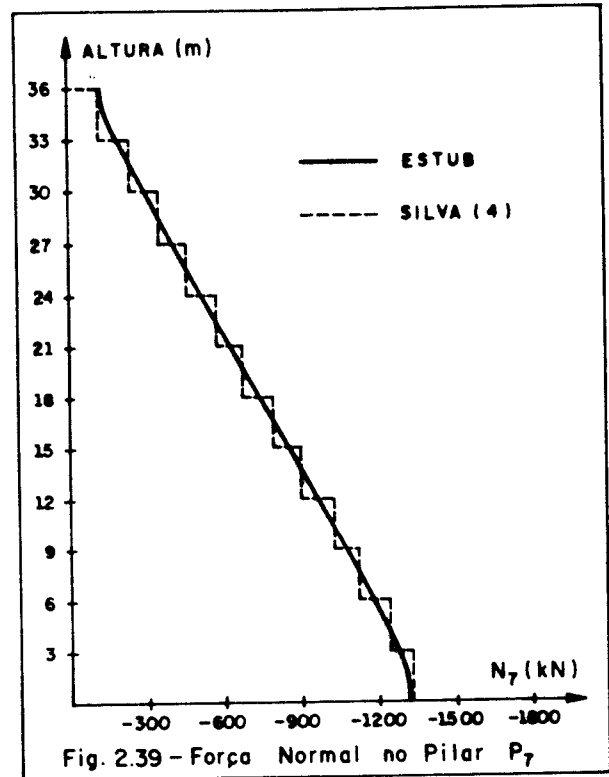
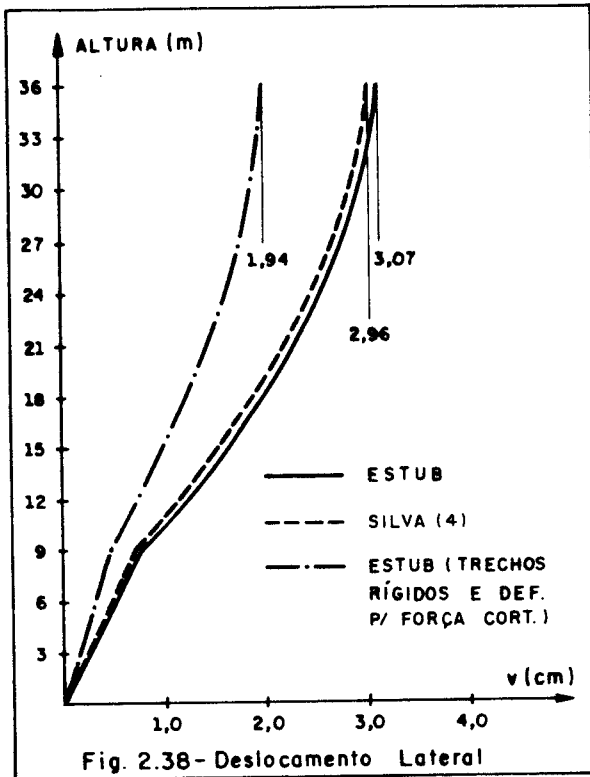
Na aplicação da Técnica do Meio Contínuo, foram escolhidos 13 níveis igualmente espaçados, coincidentes com os pisos, além dos níveis fictícios.

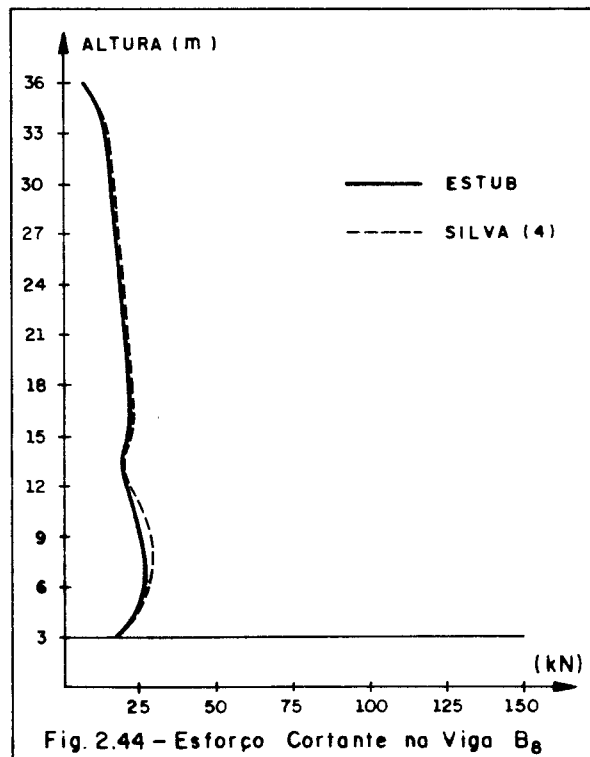
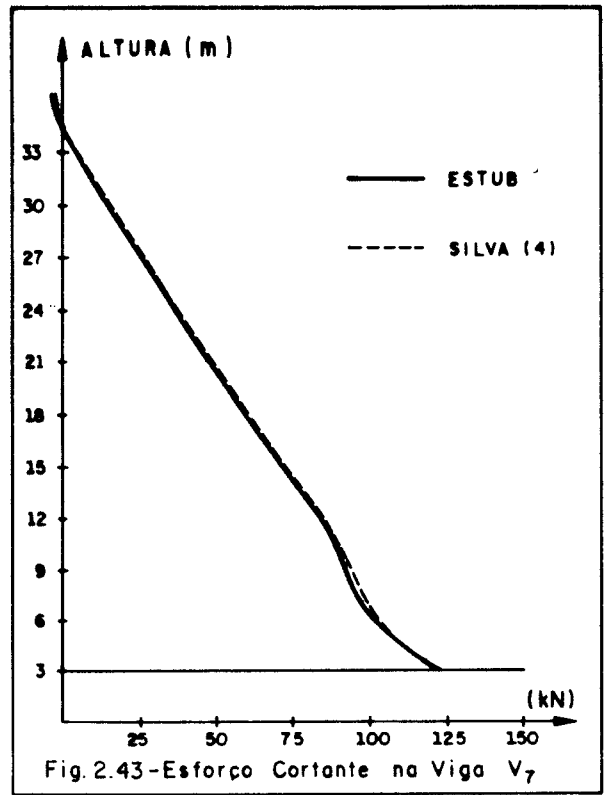
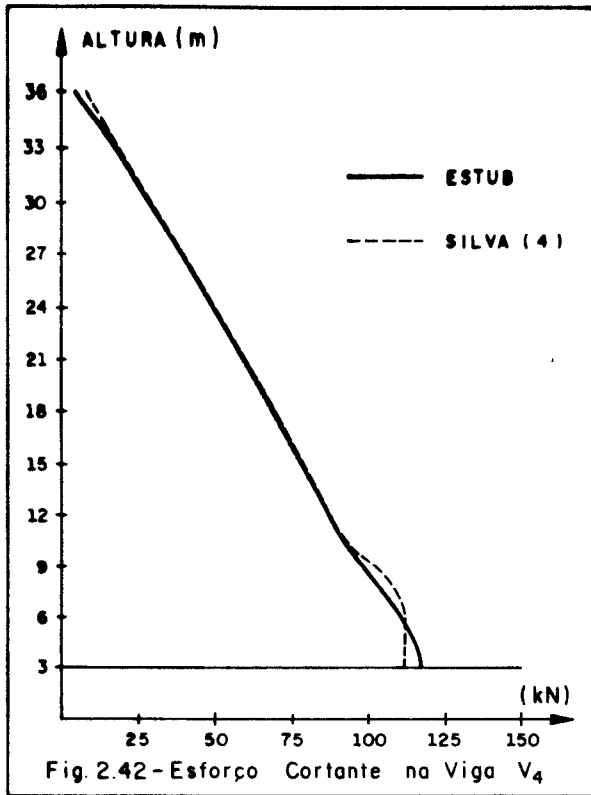
A princípio, não se levaram em conta os efeitos de 2a. ordem, a influência dos trechos rígidos e a deformação por força cortante de vigas e pilares. São apresentados, nas Figs. 2.38 a 2.44, em linha contínua, o deslocamento lateral do edifício, a força normal nos pilares P_7 , P_8 e C_{10} e a força cortante nas vigas V_4 , V_7 e V_8 , obtidos através do Programa ESTUB. Para efeito de comparação, são mostrados também os valores correspondentes obtidos usando o programa desenvolvido por SILVA (4), em linha tracejada.

A Fig. 2.38 apresenta ainda, em linha ponto-tracejada, o deslocamento lateral do edifício alcançado com o Programa ESTUB considerando os efeitos de 2a. ordem, a influência dos trechos rígidos e a deformação por força cortante. Os trechos rígidos foram tomados com dimensões horizontal e vertical correspondentes, respectivamente, à altura da seção transversal do pilar e a da viga que se interceptam. Usaram-se os valores de 1,2 para o fator de forma e 0,15 para o coeficiente de Poisson. Ao contrário do deslocamento lateral, a força normal nos pilares e o esforço cortante nas vigas praticamente não se alteraram.

Os carregamentos verticais críticos de flambagem elástica do sistema tubular em estudo também foram obtidos pelo Programa ESTUB, sendo iguais a $217,88\text{kN/cm}$ para flambagem por flexão e $315,56\text{kN/cm}$ ($11,27\text{kN/cm}$ por pilar) para flambagem por torção, desprezando os trechos rígidos e a deformação por força cortante. Considerando tais

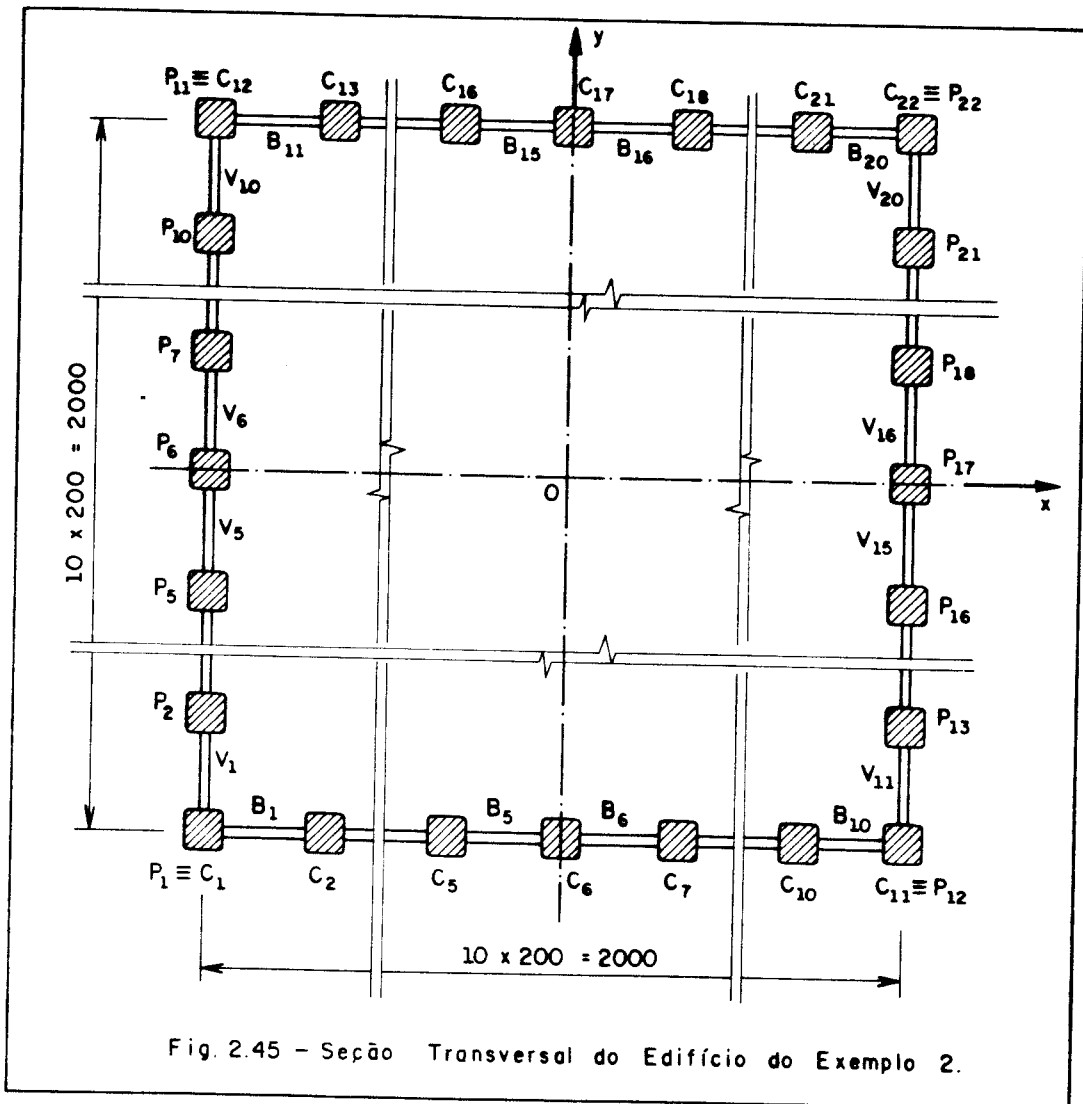
influências, os valores seriam, pela ordem, iguais a 331,84kN/cm e 477,95kN/cm (17,07kN/cm por pilar).





2.7.2 - Exemplo 2

O edifício a ser analisado possui estrutura tubular quadrada, em concreto armado, com 40 pavimentos. Sua seção transversal pode ser vista na Fig. 2.45, com as dimensões indicadas em centímetros. Os andares têm altura de 300cm. Para o módulo de elasticidade longitudinal do concreto adotou-se 1960kN/cm^2 (valor de cálculo). Os pilares têm seção constante, $60\text{cm} \times 60\text{cm}$ e as vigas, $24\text{cm} \times 80\text{cm}$, com vão de 200cm.



A solicitação lateral, aplicada segundo o sentido positivo do eixo y, é uniformemente distribuída ao longo da altura do edifício e igual, em valor de cálculo, a 0,34kN/cm. O carregamento vertical, também é uniformemente distribuído ao longo da altura, e igual, em valor de cálculo, a 0,35kN/cm em cada pilar, orientado de cima para baixo.

Para aplicação da Técnica do Meio Contínuo, foram escolhidos os níveis de cotas z correspondentes a 0, 300, 600, 1200, 1800, 3600, 6000, 9000 e 12000cm.

Os resultados (deslocamento lateral do edifício, força normal nos pilares e esforço cortante nas vigas), incluindo os carregamentos verticais críticos, são fornecidos em seguida no próprio formato de saída do Programa ESTUB. Foram levados em conta o efeito p-delta, a deformação por força cortante de vigas e pilares e a influência dos trechos rígidos, tomados com largura de 60cm e altura de 80cm. O coeficiente de Poisson foi tomado igual a 0,15 e o fator de forma igual a 1,2.

```
*****  
*****          P R O G R A M A  E S T U B          *****  
*****
```

EXEMPLO 2 - CAPITULO II

UNIDADES.....FORCA=KN.....COMPRIMENTO=CM

ANALISE EM TEORIA DE 2ª ORDEM CONSIDERANDO APENAS EFEITO P-DELTA

CARREGAMENTO LATERAL UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDO NA DIRECAO Y DE VALOR IGUAL A 0.34 KN/CM E CARREGAMENTO VERTICAL UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDO IGUAL A 0.35 KN/CM EM CADA PILAR

CONSIDERADAS AS INFLUENCIAS DOS TRECHOS RIGIDOS E DA DEFORMACAO POR FORCA CORTANTE DE VIGAS E PILARES

DETERMINADOS OS CARREGAMENTOS VERTICAIS CRITICOS PARA INSTABILIDADE GERAL POR FLEXAO E POR TORCAO

CARACTERISTICAS ELASTICAS E GEOMETRICAS DA ESTRUTURA

```

    C12      C13      C14      C21      C22
P11 0.....0.....0...../ /.....0.....0 P22
    . B11      B12      B20
    . V10      V20
    .
    P10 0      0 P21
    .
    . Y(SIMETRIA)
    .
    /
    /
    .
    . CG+.....X(SIMETRIA)
    .
    P 3 0      0 P14
    .
    . V 2      V12
    .
    P 2 0      0 P13
    .
    . V 1      V11
    .
    . B 1      B 2      B10
P 1 0.....0.....0...../ /.....0.....0 P12
    C 1      C 2      C 3      C10      C11
  
```

ALTURA DO EDIFICIO
12000.00

NUMERO DE ANDARES
40

ALTURA DOS ANDARES
300.00

MODULO ELASTICIDADE
2000.00

COEFICIENTE POISSON
0.15

** SEMI-PAINEL DE DIRECAO Y

PILAR	A R E A	MOM INERCIA	FATOR FORMA	TAMANHO TRECHO RIGIDO	
				ALTURA	LARGURA
P 1	3600.00	1080000.00	1.20	80.00	60.00
P 2	3600.00	1080000.00	1.20	80.00	60.00
P 3	3600.00	1080000.00	1.20	80.00	60.00
P 4	3600.00	1080000.00	1.20	80.00	60.00
P 5	3600.00	1080000.00	1.20	80.00	60.00
P 6	3600.00	1080000.00	1.20	80.00	60.00

VIGA	A R E A	MOM INERCIA	FATOR FORMA	VAO TEORICO
V 1	1920.00	1024000.00	1.20	200.00
V 2	1920.00	1024000.00	1.20	200.00
V 3	1920.00	1024000.00	1.20	200.00
V 4	1920.00	1024000.00	1.20	200.00
V 5	1920.00	1024000.00	1.20	200.00

** SEMI-PAINEL DE DIRECAO X

PILAR	A R E A	MOM INERCIA	FATOR FORMA	TAMANHO TRECHO RIGIDO	
				ALTURA	LARGURA
C 1	3600.00	1080000.00	1.20	80.00	60.00
C 2	3600.00	1080000.00	1.20	80.00	60.00
C 3	3600.00	1080000.00	1.20	80.00	60.00
C 4	3600.00	1080000.00	1.20	80.00	60.00
C 5	3600.00	1080000.00	1.20	80.00	60.00
C 6	3600.00	1080000.00	1.20	80.00	60.00

VIGA	A R E A	MOM INERCIA	FATOR FORMA	VAO TEORICO
B 1	1920.00	1024000.00	1.20	200.00
B 2	1920.00	1024000.00	1.20	200.00
B 3	1920.00	1024000.00	1.20	200.00
B 4	1920.00	1024000.00	1.20	200.00
B 5	1920.00	1024000.00	1.20	200.00

ACOES LATERAIS ATUANTES SOBRE A ESTRUTURA

** ACOA LATERAL NA DIRECAO Y

DISTRIBUIDA LINEAR.....VALOR NA BASE= 0.3400
VALOR NO TOPO= 0.3400

ACOES AXIAIS UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDAS NOS PILARES

** PILAR DE CANTO E SEMI-PAINEL DE DIRECAO Y

PILAR P 1	PILAR P 2	PILAR P 3	PILAR P 4	PILAR P 5	PILAR P 6
-0.3500	-0.3500	-0.3500	-0.3500	-0.3500	-0.3500

** SEMI-PAINEL DE DIRECAO X

PILAR C 2	PILAR C 3	PILAR C 4	PILAR C 5	PILAR C 6	PILAR C
-0.3500	-0.3500	-0.3500	-0.3500	-0.3500	

DESLOCAMENTOS DO EDIFICIO

N I V E L	TRANSLACAO Y	TRANSLACAO X	ROTACAO EM Z
0.00	0.0000	0.0000	0.000000
300.00	0.2056	0.0000	0.000000
600.00	0.4247	0.0000	0.000000
1200.00	0.8917	0.0000	0.000000
1800.00	1.3869	0.0000	0.000000
3600.00	2.9477	0.0000	0.000000
6000.00	5.0409	0.0000	0.000000
9000.00	7.3956	0.0000	0.000000
12000.00	9.2760	0.0000	0.000000

FORÇAS NORMAIS NOS PILARES

** PILARES DE CANTO E PILARES DE DIRECAO Y

N I V E L	PILAR P 1	PILAR P 2	PILAR P 3	PILAR P 4	PILAR P 5	PILAR P 6
0.00	-2518.21	-3400.21	-3649.12	-3861.99	-4036.44	-4198.54
300.00	-2708.20	-3268.16	-3552.81	-3757.61	-3932.23	-4093.52
600.00	-2803.63	-3184.07	-3456.71	-3656.97	-3828.99	-3986.52
1200.00	-2853.96	-3062.78	-3279.39	-3463.32	-3625.69	-3778.49
1800.00	-2816.53	-2949.72	-3116.86	-3277.57	-3426.21	-3568.46
3600.00	-2505.10	-2561.94	-2644.05	-2738.60	-2837.98	-2938.69
6000.00	-1926.57	-1935.00	-1963.17	-2002.47	-2049.01	-2099.02
9000.00	-1060.45	-1029.00	-1022.32	-1026.27	-1036.46	-1049.52
12000.00	0.00	0.01	0.00	0.00	-0.02	0.00

** PILARES DE DIRECAO X

N I V E L	PILAR P 7	PILAR P 8	PILAR P 9	PILAR P 10	PILAR P 11
0.00	-4360.59	-4535.00	-4747.71	-4996.69	-5878.46
300.00	-4254.88	-4429.46	-4634.12	-4918.72	-5478.62
600.00	-4148.11	-4319.97	-4520.19	-4792.69	-5173.14
1200.00	-3931.11	-4093.55	-4277.39	-4493.95	-4702.66
1800.00	-3710.63	-3859.34	-4020.01	-4187.02	-4320.35
3600.00	-3039.35	-3138.70	-3233.26	-3315.36	-3372.11
6000.00	-2149.02	-2195.56	-2234.86	-2263.02	-2271.42
9000.00	-1062.60	-1072.75	-1076.68	-1069.99	-1038.51
12000.00	-0.02	0.00	0.00	0.02	-0.01

N I V E L	PILAR P12	PILAR P13	PILAR P14	PILAR P15	PILAR P16	PILAR P17
0.00	-2518.21	-3400.21	-3649.12	-3861.99	-4036.44	-4198.54
300.00	-2708.20	-3268.16	-3552.81	-3757.61	-3932.23	-4093.52
600.00	-2803.63	-3184.07	-3456.71	-3656.97	-3828.99	-3988.52
1200.00	-2853.96	-3062.78	-3279.39	-3463.32	-3625.69	-3778.49
1800.00	-2816.53	-2949.72	-3116.86	-3277.57	-3426.21	-3568.46
3600.00	-2505.10	-2561.94	-2644.05	-2738.60	-2837.98	-2738.69
6000.00	-1926.57	-1935.00	-1963.17	-2002.47	-2049.01	-2099.02
9000.00	-1060.45	-1029.00	-1022.32	-1026.27	-1036.46	-1049.52
12000.00	0.00	0.01	0.00	0.00	-0.02	0.00

N I V E L	PILAR P18	PILAR P19	PILAR P20	PILAR P21	PILAR P22
0.00	-4360.59	-4535.00	-4747.71	-4996.69	-5878.46
300.00	-4254.88	-4429.46	-4634.12	-4918.72	-5478.62
600.00	-4148.11	-4319.97	-4520.19	-4792.69	-5173.14
1200.00	-3931.11	-4093.55	-4277.39	-4493.95	-4702.66
1800.00	-3710.63	-3859.34	-4020.01	-4187.02	-4320.35
3600.00	-3039.35	-3138.70	-3233.26	-3315.36	-3372.11
6000.00	-2149.02	-2195.56	-2234.86	-2263.02	-2271.42
9000.00	-1062.60	-1072.75	-1076.68	-1069.99	-1038.51
12000.00	-0.02	0.00	0.00	0.02	-0.01

~~XXX~~ PILARES DE DIRECÃO X

N I V E L	PILAR C 2	PILAR C 3	PILAR C 4	PILAR C 5	PILAR C 6
0.00	-3155.50	3393.30	-3498.93	-3551.35	-3567.30
300.00	-3073.32	-3292.40	-3396.43	-3448.00	-3463.76
600.00	-3019.63	-3200.36	-3298.52	-3347.89	-3363.16
1200.00	-2931.95	-3038.74	-3115.24	-3157.13	-3170.45
1800.00	-2837.42	-2893.22	-2945.39	-2977.26	-2987.76
3600.00	-2480.38	-2469.76	-2471.36	-2475.77	-2477.76
6000.00	-1886.70	-1853.12	-1832.12	-1821.00	-1817.57
9000.00	-1014.67	-978.55	-956.25	-944.09	-940.21
12000.00	0.02	0.01	-0.01	0.00	0.00

N I V E L	PILAR C 7	PILAR C 8	PILAR C 9	PILAR C10
0.00	-3551.35	-3498.93	-3393.30	-3155.50
300.00	-3448.00	-3396.43	-3292.40	-3073.32
600.00	-3347.89	-3298.52	-3200.36	-3019.63
1200.00	-3157.13	-3115.24	-3038.74	-2931.95
1800.00	-2977.26	-2945.39	-2893.22	-2837.42
3600.00	-2475.77	-2471.36	-2469.76	-2480.38
6000.00	-1821.00	-1832.12	-1853.12	-1886.70
9000.00	-944.09	-956.25	-978.55	-1014.67
12000.00	0.00	-0.01	0.01	0.02

N I V E L	PILAR C13	PILAR C14	PILAR C15	PILAR C16	PILAR C17
0.00	-5241.36	-5003.25	-4897.48	-4845.21	-4829.22
300.00	-5113.51	-4894.04	-4790.03	-4738.52	-4722.67
600.00	-4956.87	-4776.04	-4677.81	-4628.44	-4613.19
1200.00	-4624.50	-4517.67	-4441.07	-4399.09	-4385.92
1800.00	-4299.29	-4243.41	-4191.18	-4159.20	-4148.78
3600.00	-3396.75	-3407.21	-3405.57	-3401.14	-3399.17
6000.00	-2311.26	-2344.79	-2365.69	-2376.75	-2380.18
9000.00	-1084.29	-1120.38	-1142.62	-1154.76	-1158.59
12000.00	0.02	0.01	-0.01	-0.01	-0.01

N I V E L	PILAR C18	PILAR C19	PILAR C20	PILAR C21
0.00	-4845.21	-4897.48	-5003.25	-5241.36
300.00	-4738.52	-4790.03	-4894.04	-5113.51
600.00	-4628.44	-4677.81	-4776.04	-4956.87
1200.00	-4399.09	-4441.07	-4517.67	-4624.50
1800.00	-4159.20	-4191.18	-4243.41	-4299.29
3600.00	-3401.14	-3405.57	-3407.21	-3396.75
6000.00	-2376.75	-2365.69	-2344.79	-2311.26
9000.00	-1154.76	-1142.62	-1120.38	-1084.29
12000.00	-0.01	-0.01	0.01	0.02

FORÇAS CORTANTES NAS VIGAS

** VIGAS DE DIRECAO Y

N I V E L	VIGA V 1	VIGA V 2	VIGA V 3	VIGA V 4	VIGA V 5
0.00	179.44	147.86	153.42	152.44	152.61
300.00	298.33	302.11	309.33	312.19	313.40
600.00	263.64	296.48	308.13	313.85	316.25
1200.00	228.06	276.52	297.62	308.00	312.44
1800.00	210.45	256.38	281.85	295.48	301.43
3600.00	173.82	207.09	230.78	245.67	252.71
6000.00	127.10	147.90	163.57	174.01	179.10
9000.00	66.06	74.35	80.69	85.10	87.30
12000.00	1.58	-0.49	-0.72	-0.40	-0.10

N I V E L	VIGA V 6	VIGA V 7	VIGA V 8	VIGA V 9	VIGA V10
0.00	152.61	152.45	153.42	147.87	179.44
300.00	313.38	312.20	309.34	302.11	298.36
600.00	316.21	313.89	308.14	296.50	263.66
1200.00	312.45	308.02	297.65	276.54	228.12
1800.00	301.48	295.47	281.89	256.43	210.48
3600.00	252.81	245.66	230.85	207.18	173.89
6000.00	179.25	173.98	163.60	147.97	127.23
9000.00	87.41	85.14	80.80	74.47	66.19
12000.00	-0.07	-0.35	-0.68	-0.44	1.65

N I V E L	VIGA V11	VIGA V12	VIGA V13	VIGA V14	VIGA V15
0.00	-179.44	-147.86	-153.42	-152.44	-152.61
300.00	-298.33	-302.11	-309.33	-312.19	-313.40
600.00	-263.64	-296.48	-308.13	-313.85	-316.25
1200.00	-228.06	-276.52	-297.62	-308.00	-312.44
1800.00	-210.45	-256.38	-281.85	-295.48	-301.43
3600.00	-173.82	-207.09	-230.78	-245.67	-252.71
6000.00	-127.10	-147.90	-163.57	-174.01	-179.10
9000.00	-66.06	-74.35	-80.69	-85.10	-87.30
12000.00	-1.58	0.49	0.72	0.40	0.10

N I V E L	VIGA V16	VIGA V17	VIGA V18	VIGA V19	VIGA V20
0.00	-152.61	-152.45	-153.42	-147.87	-179.44
300.00	-313.38	-312.20	-309.34	-302.11	-298.36
600.00	-316.21	-313.89	-308.14	-296.50	-263.66
1200.00	-312.45	-308.02	-297.65	-276.54	-228.12
1800.00	-301.48	-295.47	-281.89	-256.43	-210.48
3600.00	-252.81	-245.66	-230.85	-207.18	-173.89
6000.00	-179.25	-173.98	-163.60	-147.97	-127.23
9000.00	-87.41	-85.14	-80.80	-74.47	-66.19
12000.00	-0.07	0.35	0.68	0.44	1.65

** VIGAS DE DIRECAO X

N I V E L	VIGA B 1	VIGA B 2	VIGA B 3	VIGA B 4	VIGA B 5
0.00	0.01	-0.01	0.00	0.00	0.00
300.00	59.99	17.99	9.70	4.84	1.47
600.00	93.74	36.46	18.87	9.56	2.93
1200.00	125.12	64.74	35.29	18.17	5.64
1800.00	135.10	81.38	47.71	25.21	7.92
3600.00	131.52	93.57	61.74	34.91	11.34
6000.00	101.47	76.76	53.53	31.50	10.45
9000.00	55.10	44.00	32.28	19.71	6.72
12000.00	9.00	11.14	9.76	6.47	2.27

N I V E L	VIGA B 6	VIGA B 7	VIGA B 8	VIGA B 9	VIGA B10
0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	-0.01
300.00	-1.47	-4.84	-9.70	-17.99	-59.99
600.00	-2.93	-9.56	-18.87	-36.46	-93.74
1200.00	-5.64	-18.17	-35.29	-64.74	-125.12
1800.00	-7.92	-25.21	-47.71	-81.38	-135.10
3600.00	-11.34	-34.91	-61.74	-93.57	-131.52
6000.00	-10.45	-31.50	-53.53	-76.76	-101.47
9000.00	-6.72	-19.71	-32.28	-44.00	-55.10
12000.00	-2.27	-6.47	-9.76	-11.14	-9.00

N I V E L	VIGA B11	VIGA B12	VIGA B13	VIGA B14	VIGA B15
0.00	-0.01	0.00	0.00	0.00	0.01
300.00	59.94	18.07	9.69	4.81	1.51
600.00	93.71	36.56	18.87	9.52	2.97
1200.00	125.14	64.84	35.31	18.16	5.64
1800.00	135.16	81.49	47.75	25.22	7.87
3600.00	131.65	93.79	61.76	34.95	11.23
6000.00	101.64	77.04	53.62	31.58	10.35
9000.00	55.31	44.34	32.47	19.86	6.55
12000.00	9.10	11.31	9.86	6.54	2.25

N I V E L	VIGA B16	VIGA B17	VIGA B18	VIGA B19	VIGA B20
0.00	-0.01	0.00	0.00	0.00	0.01
300.00	-1.51	-4.81	-9.69	-18.07	-59.94
600.00	-2.97	-9.52	-18.87	-36.56	-93.71
1200.00	-5.64	-18.16	-35.31	-64.84	-125.14
1800.00	-7.87	-25.22	-47.75	-81.49	-135.16
3600.00	-11.23	-34.95	-61.76	-93.79	-131.65
6000.00	-10.35	-31.58	-53.62	-77.04	-101.64
9000.00	-6.55	-19.86	-32.47	-44.34	-55.31
12000.00	-2.25	-6.54	-9.86	-11.31	-9.10

CARGAS CRITICAS DE INSTABILIDADE ELASTICA

** FLAMBAGEM POR FLEXAO EM TORNO DO EIXO X

ACAO VERTICAL TOTAL UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDA IGUAL A -529.36

** FLAMBAGEM POR TORCAO EM TORNO DO EIXO Z

ACAO VERTICAL TOTAL UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDA IGUAL A -790.10
NECESSARIAMENTE POR PILAR -19.75

O quadro mostrado a seguir ilustra os valores do deslocamento lateral para diversas hipóteses relacionadas à consideração ou não dos trechos rígidos e da deformação por força constante, com análise em teoria de 1a. ordem e de 2a. ordem levando-se em conta apenas o efeito p-delta. É interessante destacar que os esforços normais nos pilares e cortantes nas vigas apresentam uma variação que não supera 10% entre as várias situações indicadas, e também que o efeito da degenerescência de rigidez não é significativo no edifício em foco, ocasionando acréscimo inferior a 1% no valor do deslocamento lateral no topo. O máximo valor da grandeza $\sqrt{PL^2/(EI)}$ é da ordem de 0,50 e se dá nos pilares P_{11} e P_{22} .

Nível (m)	Deslocamento Lateral (cm)							
	Análise em 1a. Ordem				Análise em 2a. Ordem			
	A	B	C	D	A	B	C	D
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
3	0,36	0,44	0,14	0,20	0,37	0,47	0,14	0,21
6	0,72	0,90	0,29	0,41	0,76	0,96	0,29	0,42
12	1,48	1,83	0,62	0,86	1,56	1,95	0,63	0,89
18	2,26	2,77	0,98	1,34	2,38	2,95	1,00	1,39
36	4,58	5,54	2,16	2,85	4,83	5,90	2,21	2,95
60	7,47	8,90	3,83	4,87	7,87	9,48	3,94	5,04
90	10,45	12,27	5,83	7,15	10,98	13,02	5,99	7,40
120	12,53	14,51	7,55	8,97	13,16	15,37	7,76	9,28

A: Desconsiderados trechos rígidos e deformação por força cortante.
 B: Desconsiderados trechos rígidos e considerada deformação por força cortante.
 C: Considerados trechos rígidos e desconsiderada deformação por força cortante.
 D: Considerados trechos rígidos e deformação por força cortante.

Verifica-se, pelo quadro precedente, que o deslocamento no topo sofre um acréscimo máximo de 6% quando se faz análise em 2a. ordem, acréscimo este que ocorre na situação em que se considera a deformação por força cortante e despreza-se a influência dos trechos rígidos. Suponha que se queira avaliar a necessidade de análise em 2a. ordem pelo critério desenvolvido por FRANCO (ver sub-item 1.3.3 no Cap. I). Para tanto, considerar-se-á, simplificadamente, que a linha elástica do edifício varia linearmente entre dois níveis adjacentes empregados na análise feita pela Técnica do Meio Contínuo. Assim obtêm-se, pela Eq. (1.4), $\alpha_d = 0,63112$ e pela Eq. (1.5), $\psi = 0,59820$, com o que a condição (1.3) fica satisfeita:

$$\alpha_d = 0,63112 < \sqrt{\frac{4}{11\psi}} = 0,77$$

Conclui-se, portanto, que a análise em 2a. ordem pode ser dispensada.

Se fosse empregado o critério de verificação de necessidade de análise em 2a. ordem apresentado por MACGREGOR e HAGE (ver sub-item 1.3.3 no Cap. I), obter-se-ia um índice de estabilidade Q igual a 0,0645, usando a Eq. (1.6) com máximo deslocamento lateral relativo de andar, $\bar{\Delta}$, igual a 0,47cm (ver quadro anterior, caso B, análise em 1a. ordem, entre níveis 12m e 18m). Como este valor de Q é superior ao limite 0,0475 e inferior a 0,22, fica caracterizada a necessidade de análise em 2a. ordem, a qual pode ser feita a partir dos deslocamentos em 1a. ordem.

As conclusões divergentes alcançadas com os critérios de FRANCO e de MACGREGOR e HAGE eram previstas, e devem-se ao fato que o segundo critério é mais rigoroso, dispensando a necessidade de análise em 2a. ordem apenas se a solicitação de momento fletor no edifício em análise de 2a. ordem não supera em mais de 5% a solicitação em análise de 1a. ordem.

Na aplicação da Técnica do Meio Contínuo, foram escolhidos 9 níveis igualmente espaçados, coincidentes com os pisos a cada 7 pavimentos.

As características elásticas e geométricas do edifício, os carregamentos atuantes e os resultados nos níveis escolhidos são mostrados a seguir, com a reprodução da saída do Programa ESTUB. Foram considerados os efeitos de 2a. ordem, p-delta e degenerescência de rigidez dos pilares em função da força normal de compressão, e também a deformação por força cortante das barras componentes e a influência dos trechos rígidos. Fornecem-se ainda os valores dos carregamentos verticais críticos de flambagem elástica por flexão em relação aos eixos x e y.

```
*****
*****          P R O G R A M A   E S T U B          *****
*****
```

EXEMPLO 3 - CAPITULO II

UNIDADES.....FORCA=KN.....COMPRIMENTO=CM

ANALISE EM TEORIA DE 2A ORDEM CONSIDERANDO OS EFEITOS P-DELTA E DEGENERESCENCIA DE RIGIDEZ DOS PILARES DEVIDO FORCA NORMAL DE COMPRESSAO

CARREGAMENTO LATERAL DE DISTRIBUICAO NAO UNIFORME NA DIRECAO Y, CARREGAMENTO DE TORCAO DE DISTRIBUICAO NAO UNIFORME E CARREGAMENTO VERTICAL UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDO AO LONGO DA ALTURA DO EDIFICIO

CONSIDERADAS AS INFLUENCIAS DOS TRECHOS RIGIDOS E DA DEFORMACAO POR FORCA CORTANTE DE VIGAS E PILARES

DETERMINADOS OS CARREGAMENTOS VERTICAIS CRITICOS PARA INSTABILIDADE GERAL POR FLEXAO EM RELACAO AOS EIXOS X E Y

CARACTERISTICAS ELASTICAS E GEOMETRICAS DA ESTRUTURA

```

    C13      C14      C15      C23      C24
P14 0.....0.....0...../.....0.....0 P28
      B12      B13      B22
      .V13      .V26
      .
      .
P13 0      .      .      .      . P27
      .      .      .      .      .
      /      .      .      .      /
      .      .      .      .      .
      .      .      .      .      .
      CG+.....X(SIMETRIA)
      .
      .
P 3 0.....0.....0.....0.....0 P17
      .V 2      .V15
      .
      .
P 2 0      .      .      .      . P16
      .V 1      .V14
      .
      .
P 1 0.....0.....0...../.....0.....0 P15
      C 1      C 2      C 3      C11      C12
  
```

ALTURA DO EDIFICIO
18480.00

NUMERO DE ANDARES
56

ALTURA DOS ANDARES
330.00

MODULO ELASTICIDADE
20500.00

COEFICIENTE POISSON
0.30

1) DO NIVEL 0.00 AO NIVEL 4620.00

**** SEMI-PAINEL DE DIRECAO Y**

PILAR	A R E A	MOM INERCIA	FATOR FORMA	TAMANHO TRECHO RIGIDO	
				ALTURA	LARGURA
P 1	2175.00	1925781.00	2.00	130.00	80.00
P 2	1610.00	1776941.00	3.52	130.00	80.00
P 3	1610.00	1776941.00	3.52	130.00	80.00
P 4	1610.00	1776941.00	3.52	130.00	80.00
P 5	1610.00	1776941.00	3.52	130.00	80.00
P 6	1610.00	1776941.00	3.52	130.00	80.00
P 7	1610.00	1776941.00	3.52	130.00	80.00

VIGA	A R E A	MOM INERCIA	FATOR FORMA	VAO TEORICO	
				ALTURA	LARGURA
V 1	381.00	1117982.00	2.39	250.00	80.00
V 2	381.00	1117982.00	2.39	250.00	80.00
V 3	381.00	1117982.00	2.39	250.00	80.00
V 4	381.00	1117982.00	2.39	250.00	80.00
V 5	381.00	1117982.00	2.39	250.00	80.00
V 6	381.00	1117982.00	2.39	250.00	80.00
V 7	381.00	1117982.00	2.39	250.00	80.00

**** SEMI-PAINEL DE DIRECAO X**

PILAR	A R E A	MOM INERCIA	FATOR FORMA	TAMANHO TRECHO RIGIDO	
				ALTURA	LARGURA
C 1	2175.00	1925781.00	2.00	130.00	80.00
C 2	1610.00	1776941.00	3.52	130.00	80.00
C 3	1610.00	1776941.00	3.52	130.00	80.00
C 4	1610.00	1776941.00	3.52	130.00	80.00
C 5	1610.00	1776941.00	3.52	130.00	80.00
C 6	1610.00	1776941.00	3.52	130.00	80.00

VIGA	A R E A	MOM INERCIA	FATOR FORMA	VAD TEORICO
B 1	381.00	1117982.00	2.39	290.00
B 2	381.00	1117982.00	2.39	290.00
B 3	381.00	1117982.00	2.39	290.00
B 4	381.00	1117982.00	2.39	290.00
B 5	381.00	1117982.00	2.39	290.00
B 6	381.00	1117982.00	2.39	290.00

2) DO NIVEL 4620.00 AO NIVEL 9240.00

** SEMI-PAINEL DE DIRECAO Y

PILAR	A R E A	MOM INERCIA	FATOR FORMA	TAMANHO TRECHO RIGIDO ALTURA LARGURA
P 1	1479.00	859289.00	2.00	110.00 65.00
P 2	1086.00	791466.00	3.62	110.00 65.00
P 3	1086.00	791466.00	3.62	110.00 65.00
P 4	1086.00	791466.00	3.62	110.00 65.00
P 5	1086.00	791466.00	3.62	110.00 65.00
P 6	1086.00	791466.00	3.62	110.00 65.00
P 7	1086.00	791466.00	3.62	110.00 65.00

VIGA	A R E A	MOM INERCIA	FATOR FORMA	VAD TEORICO
V 1	253.00	538922.00	2.46	250.00
V 2	253.00	538922.00	2.46	250.00
V 3	253.00	538922.00	2.46	250.00
V 4	253.00	538922.00	2.46	250.00
V 5	253.00	538922.00	2.46	250.00
V 6	253.00	538922.00	2.46	250.00
V 7	253.00	538922.00	2.46	250.00

** SEMI-PAINEL DE DIRECAO X

PILAR	A R E A	MOM INERCIA	FATOR FORMA	TAMANHO TRECHO RIGIDO ALTURA LARGURA
C 1	1479.00	859289.00	2.00	110.00 65.00
C 2	1086.00	791466.00	3.62	110.00 65.00
C 3	1086.00	791466.00	3.62	110.00 65.00
C 4	1086.00	791466.00	3.62	110.00 65.00
C 5	1086.00	791466.00	3.62	110.00 65.00
C 6	1086.00	791466.00	3.62	110.00 65.00

VIGA	A R E A	MOM INERCIA	FATOR FORMA	VAD TEORICO
B 1	253.00	538922.00	2.46	290.00
B 2	253.00	538922.00	2.46	290.00
B 3	253.00	538922.00	2.46	290.00
B 4	253.00	538922.00	2.46	290.00
B 5	253.00	538922.00	2.46	290.00
B 6	253.00	538922.00	2.46	290.00

3) DO NIVEL 9240.00 AO NIVEL 13860.00

** SEMI-PAINEL DE DIRECAO Y

PILAR	A R E A	MOM INERCIA	FATOR FORMA	TAMANHO TRECHO RIGIDO ALTURA LARGURA
P 1	919.00	576611.00	2.00	90.00 65.00
P 2	597.00	487894.00	5.12	90.00 65.00
P 3	597.00	487894.00	5.12	90.00 65.00
P 4	597.00	487894.00	5.12	90.00 65.00
P 5	597.00	487894.00	5.12	90.00 65.00
P 6	597.00	487894.00	5.12	90.00 65.00
P 7	597.00	487894.00	5.12	90.00 65.00

VIGA	A R E A	MOM INERCIA	FATOR FORMA	VAO TEORICO
V 1	202.00	300814.00	2.87	250.00
V 2	202.00	300814.00	2.87	250.00
V 3	202.00	300814.00	2.87	250.00
V 4	202.00	300814.00	2.87	250.00
V 5	202.00	300814.00	2.87	250.00
V 6	202.00	300814.00	2.87	250.00
V 7	202.00	300814.00	2.87	250.00

** SEMI-PAINEL DE DIRECAO X

PILAR	A R E A	MOM INERCIA	FATOR FORMA	TAMANHO TRECHO RIGIDO ALTURA	LARGURA
C 1	919.00	576611.00	2.00	90.00	65.00
C 2	597.00	487894.00	5.12	90.00	65.00
C 3	597.00	487894.00	5.12	90.00	65.00
C 4	597.00	487894.00	5.12	90.00	65.00
C 5	597.00	487984.00	5.12	90.00	65.00
C 6	597.00	487984.00	5.12	90.00	65.00

VIGA	A R E A	MOM INERCIA	FATOR FORMA	VAO TEORICO
B 1	202.00	300814.00	2.87	290.00
B 2	202.00	300814.00	2.87	290.00
B 3	202.00	300814.00	2.87	290.00
B 4	202.00	300814.00	2.87	290.00
B 5	202.00	300814.00	2.87	290.00
B 6	202.00	300814.00	2.87	290.00

4) DO NIVEL 13860.00 AD NIVEL 18480.00

** SEMI-PAINEL DE DIRECAO Y

PILAR	A R E A	MOM INERCIA	FATOR FORMA	TAMANHO TRECHO RIGIDO ALTURA	LARGURA
P 1	525.00	241719.00	2.00	70.00	55.00
P 2	355.00	206302.00	4.23	70.00	55.00
P 3	355.00	206302.00	4.23	70.00	55.00
P 4	355.00	206302.00	4.23	70.00	55.00
P 5	355.00	206302.00	4.23	70.00	55.00
P 6	355.00	206302.00	4.23	70.00	55.00
P 7	355.00	206302.00	4.23	70.00	55.00

VIGA	A R E A	MOM INERCIA	FATOR FORMA	VAO TEORICO
V 1	156.00	139685.00	2.85	250.00
V 2	156.00	139685.00	2.85	250.00
V 3	156.00	139685.00	2.85	250.00
V 4	156.00	139685.00	2.85	250.00
V 5	156.00	139685.00	2.85	250.00
V 6	156.00	139685.00	2.85	250.00
V 7	156.00	139685.00	2.85	250.00

** SEMI-PAINEL DE DIRECAO X

PILAR	A R E A	MOM INERCIA	FATOR FORMA	TAMANHO TRECHO RIGIDO ALTURA	LARGURA
C 1	525.00	241719.00	2.00	70.00	55.00
C 2	355.00	206302.00	4.23	70.00	55.00
C 3	355.00	206302.00	4.23	70.00	55.00
C 4	355.00	206302.00	4.23	70.00	55.00
C 5	355.00	206302.00	4.23	70.00	55.00
C 6	355.00	206302.00	4.23	70.00	55.00

VIGA	A R E A	MM INERCIA	FATOR FORMA	VAD TEDRICO
B 1	156.00	139685.00	2.85	290.00
B 2	156.00	139685.00	2.85	290.00
B 3	156.00	139685.00	2.85	290.00
B 4	156.00	139685.00	2.85	290.00
B 5	156.00	139685.00	2.85	290.00
B 6	156.00	139685.00	2.85	290.00

 ACOES LATERAIS ATUANTES SOBRE A ESTRUTURA

** ACOA LATERAL NA DIRECAO Y

N I V E L	VALOR DA CORTANTE
0.00	9310.00
2310.00	8709.00
4620.00	7766.00
6930.00	6656.00
9240.00	5412.00
11550.00	4167.00
13860.00	2799.00
16170.00	1399.00
18480.00	0.00

** MOMENTO DE TORCAO EM Z

N I V E L	VALOR DO MOMENTO
0.00	5818750.00
2310.00	5443125.00
4620.00	4853750.00
6930.00	4160000.00
9240.00	3382500.00
11550.00	2604375.00
13860.00	1749375.00
16170.00	874375.00
18480.00	0.00

 ACOES AXIAIS UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDAS NOS PILARES

** PILAR DE CANTO E SEMI-PAINEL DE DIRECAO Y

PILAR P 1	PILAR P 2	PILAR P 3	PILAR P 4	PILAR P 5	PILAR P 6	PILAR P 7
-0.7500	-0.7500	-0.7500	-0.7500	-0.7500	-0.7500	-0.7500

** SEMI-PAINEL DE DIRECAO X

PILAR C 2	PILAR C 3	PILAR C 4	PILAR C 5	PILAR C 6
-0.7500	-0.7500	-0.7500	-0.7500	-0.7500

 DESLOCAMENTOS DO EDIFICIO

N I V E L	TRANSLACAO Y	TRANSLACAO X	ROTACAO EM Z
0.00	0.0000	0.0000	0.000000
2310.00	0.8946	0.0000	0.000104
4620.00	1.9658	0.0000	0.000203
6930.00	3.7477	0.0000	0.000368
9240.00	5.4692	0.0000	0.000507
11550.00	7.7324	0.0000	0.000699
13860.00	9.6570	0.0000	0.000838
16170.00	11.6427	0.0000	0.000984
18480.00	12.8708	0.0000	0.001032

FORCAS NORMAIS NOS PILARES

** PILARES DE CANTO E PILARES DE DIRECAO Y

N I V E L	PILAR P 1	PILAR P 2	PILAR P 3	PILAR P 4	PILAR P 5	PILAR P 6	PILAR P 7
0.00	-13263.84	-11600.70	-12114.21	-12568.12	-12900.16	-13193.19	-13447.25
2310.00	-13244.02	-10076.59	-10564.17	-10931.47	-11242.16	-11502.62	-11735.38
4620.00	-11347.44	-8969.04	-9227.46	-9474.58	-9686.39	-9885.17	-10059.91
6930.00	-10222.78	-7594.94	-7761.20	-7930.17	-8091.73	-8240.61	-8377.08
9240.00	-8510.71	-6158.00	-6295.80	-6413.07	-6523.03	-6626.65	-6712.27
11550.00	-7087.64	-4613.16	-4740.48	-4833.47	-4907.24	-4973.34	-5032.37
13860.00	-4604.02	-3217.67	-3229.26	-3263.59	-3299.44	-3337.81	-3366.81
16170.00	-2520.77	-1627.26	-1626.31	-1637.10	-1651.37	-1666.59	-1681.14
18480.00	0.97	2.08	0.17	0.64	0.33	-0.25	-0.12

N I V E L	PILAR P 8	PILAR P 9	PILAR P10	PILAR P11	PILAR P12	PILAR P13	PILAR P14
0.00	-13682.23	-13919.91	-14165.57	-14464.75	-14802.77	-15189.05	-22308.84
2310.00	-11952.68	-12167.54	-12395.47	-12646.10	-12948.57	-13338.31	-18355.91
4620.00	-10226.27	-10390.55	-10553.61	-10737.88	-10939.44	-11112.52	-15782.43
6930.00	-8503.44	-8623.59	-8741.83	-8865.33	-9000.60	-9204.27	-12644.54
9240.00	-6791.41	-6864.32	-6920.50	-6971.15	-7022.17	-6970.92	-10494.96
11550.00	-5083.57	-5126.28	-5159.28	-5179.16	-5166.54	-5134.75	-7782.54
13860.00	-3391.55	-3410.81	-3415.91	-3414.02	-3401.62	-3347.56	-4969.86
16170.00	-1692.65	-1700.20	-1703.59	-1701.26	-1687.76	-1667.90	-2326.70
18480.00	-0.06	-0.37	0.46	0.64	0.19	2.53	0.82

N I V E L	PILAR P15	PILAR P16	PILAR P17	PILAR P18	PILAR P19	PILAR P20	PILAR P21
0.00	-13088.42	-11598.22	-12081.73	-12546.19	-12885.09	-13184.53	-13444.26
2310.00	-13154.87	-10023.13	-10535.90	-10910.75	-11228.34	-11494.65	-11732.84
4620.00	-11268.79	-8953.93	-9204.50	-9459.05	-9675.99	-9879.15	-10057.89
6930.00	-10185.80	-7569.60	-7747.73	-7919.32	-8084.16	-8236.14	-8375.60
9240.00	-8476.72	-6171.33	-6287.76	-6407.45	-6518.64	-6623.97	-6711.39
11550.00	-7081.53	-4600.76	-4736.48	-4829.47	-4904.29	-4971.52	-5031.75
13860.00	-4597.82	-3221.38	-3224.72	-3261.04	-3297.62	-3336.74	-3366.46
16170.00	-2528.91	-1620.16	-1623.96	-1635.48	-1650.37	-1666.01	-1680.95
18480.00	0.96	2.06	0.18	0.64	0.33	-0.25	-0.11

N I V E L	PILAR P22	PILAR P23	PILAR P24	PILAR P25	PILAR P26	PILAR P27	PILAR P28
0.00	-13685.21	-13928.57	-14180.65	-14486.69	-14835.25	-15191.52	-22484.25
2310.00	-11955.21	-12175.51	-12409.29	-12666.82	-12976.84	-13391.77	-18445.05
4620.00	-10228.29	-10396.57	-10564.00	-10753.41	-10962.40	-11127.64	-15861.08
6930.00	-8504.92	-8628.06	-8749.40	-8876.18	-9014.07	-9229.61	-12681.52
9240.00	-6792.29	-6867.00	-6924.89	-6976.77	-7030.21	-6957.59	-10528.95
11550.00	-5084.19	-5128.11	-5162.24	-5183.16	-5170.54	-5147.14	-7788.65
13860.00	-3391.90	-3411.88	-3417.73	-3416.57	-3406.16	-3343.85	-4976.05
16170.00	-1692.84	-1700.77	-1704.60	-1702.89	-1690.11	-1675.00	-2318.56
18480.00	-0.07	-0.37	0.46	0.64	0.18	2.55	0.82

** PILARES DE DIRECAO X

N I V E L	PILAR C 2	PILAR C 3	PILAR C 4	PILAR C 5	PILAR C 6
0.00	-11449.97	-11960.25	-12292.26	-12493.77	-12711.14
2310.00	-10012.74	-10407.48	-10673.79	-10844.50	-10900.50
4620.00	-8872.12	-9073.62	-9231.00	-9333.77	-9405.62
6930.00	-7519.25	-7624.36	-7725.15	-7797.26	-7822.03
9240.00	-6095.49	-6193.08	-6271.23	-6316.56	-6346.67
11550.00	-4587.73	-4677.91	-4725.38	-4754.79	-4762.54
13860.00	-3185.62	-3190.42	-3206.73	-3219.42	-3224.17
16170.00	-1622.35	-1607.16	-1605.06	-1606.70	-1603.97
18480.00	1.29	2.26	0.69	-0.04	-0.02

N I V E L	PILAR C 7	PILAR C 8	PILAR C 9	PILAR C10	PILAR C11
0.00	-12326.87	-12368.96	-12183.48	-11858.34	-11295.65
2310.00	-10839.98	-10740.41	-10585.14	-10319.78	-9931.42
4620.00	-9321.83	-9291.07	-9180.32	-9021.54	-8803.72
6930.00	-7821.11	-7771.32	-7694.72	-7588.19	-7485.70
9240.00	-6325.68	-6312.16	-6258.71	-6177.04	-6053.93
11550.00	-4779.84	-4756.69	-4722.71	-4670.89	-4585.94
13860.00	-3233.61	-3228.51	-3210.40	-3193.82	-3182.86
16170.00	-1621.20	-1613.41	-1608.82	-1610.61	-1632.42
18480.00	-0.02	-0.04	0.68	2.25	1.28

N I V E L	PILAR C14	PILAR C15	PILAR C16	PILAR C17	PILAR C18
0.00	-15333.12	-14978.79	-14742.62	-14598.20	-14403.64
2310.00	-13427.91	-13129.41	-12932.36	-12805.86	-12773.03
4620.00	-11232.98	-11095.21	-10986.68	-10922.49	-10867.76
6930.00	-9261.74	-9146.24	-9085.68	-9051.73	-9046.87
9240.00	-7119.26	-7130.88	-7149.32	-7156.86	-7148.12
11550.00	-5173.84	-5270.07	-5310.01	-5331.44	-5346.85
13860.00	-3380.57	-3449.91	-3495.46	-3523.67	-3531.42
16170.00	-1670.16	-1717.23	-1741.88	-1756.99	-1768.28
18480.00	1.61	2.56	0.80	-0.05	-0.02

N I V E L	PILAR C19	PILAR C20	PILAR C21	PILAR C22	PILAR C23
0.00	-14787.91	-14723.02	-14851.39	-15080.70	-15487.44
2310.00	-12833.54	-12909.95	-13021.02	-13217.11	-13509.23
4620.00	-10951.55	-10965.19	-11037.35	-11147.29	-11301.37
6930.00	-9047.79	-9077.68	-9116.11	-9182.41	-9295.29
9240.00	-7169.12	-7161.26	-7161.83	-7146.92	-7160.82
11550.00	-5329.54	-5329.55	-5312.68	-5277.09	-5175.63
13860.00	-3521.98	-3514.59	-3491.79	-3446.52	-3383.32
16170.00	-1751.05	-1750.28	-1738.11	-1713.78	-1660.10
18480.00	-0.02	-0.05	0.80	2.57	1.62

FORÇAS CORTANTES NAS VIGAS

** VIGAS DE DIRECÃO Y

N I V E L	VIGA V 1	VIGA V 2	VIGA V 3	VIGA V 4	VIGA V 5	VIGA V 6	VIGA V 7
0.00	190.27	173.14	174.35	174.14	174.26	174.20	174.16
2310.00	187.06	265.28	310.15	339.27	358.10	369.45	375.69
4620.00	198.76	251.86	303.90	338.24	362.50	377.75	385.72
6930.00	162.45	220.87	260.03	289.64	311.63	326.42	334.93
9240.00	170.97	177.53	208.07	231.97	252.57	266.55	275.25
11550.00	75.11	118.28	147.34	170.24	187.50	200.32	208.92
13860.00	25.05	58.22	86.24	105.08	120.95	132.29	140.63
16170.00	-7.42	12.01	28.55	42.21	53.92	62.99	70.11
18480.00	-28.80	-23.81	-16.57	-9.90	-4.17	0.45	4.25

N I V E L	VIGA V 8	VIGA V 9	VIGA V10	VIGA V11	VIGA V12	VIGA V13
0.00	174.23	174.16	174.27	174.19	173.34	190.04
2310.00	375.88	371.30	359.66	340.09	308.56	255.12
4620.00	386.90	380.77	366.81	341.93	308.97	254.31
6930.00	337.00	332.22	319.74	297.90	265.16	227.07
9240.00	278.49	275.77	267.31	248.28	219.50	148.20
11550.00	213.72	214.58	211.52	204.72	194.13	183.83
13860.00	146.14	148.93	150.53	149.15	150.02	151.49
16170.00	75.59	79.49	83.19	86.34	91.78	98.63
18480.00	7.23	9.60	11.77	14.30	17.75	24.95

N I V E L	VIGA V14	VIGA V15	VIGA V16	VIGA V17	VIGA V18	VIGA V19	VIGA V20
0.00	-293.33	-267.04	-268.82	-268.57	-268.69	-268.63	-268.58
2310.00	-361.68	-441.31	-486.56	-516.17	-535.27	-546.81	-553.12
4620.00	-361.59	-416.07	-469.51	-504.62	-529.38	-544.88	-552.95
6930.00	-300.75	-361.00	-401.36	-431.71	-454.15	-469.21	-477.79
9240.00	-284.15	-291.27	-322.57	-346.97	-367.89	-382.07	-390.84
11550.00	-162.60	-205.92	-235.00	-258.12	-275.53	-288.48	-297.12
13860.00	-83.07	-116.27	-144.65	-163.64	-179.62	-191.06	-199.42
16170.00	-20.56	-40.08	-56.75	-70.60	-82.44	-91.59	-98.74
18480.00	30.92	25.13	17.53	10.74	4.92	0.26	-3.55

N I V E L	VIGA V21	VIGA V22	VIGA V23	VIGA V24	VIGA V25	VIGA V26
0.00	-268.66	-268.59	-268.69	-268.66	-267.25	-293.10
2310.00	-553.24	-548.47	-536.56	-516.50	-484.59	-429.74
4620.00	-554.03	-547.65	-533.20	-507.55	-473.18	-417.14
6930.00	-479.78	-474.74	-461.81	-439.23	-405.29	-365.37
9240.00	-394.01	-391.08	-382.30	-362.77	-333.24	-261.38
11550.00	-301.88	-302.61	-299.39	-292.38	-281.77	-271.32
13860.00	-204.91	-207.61	-209.09	-207.56	-208.07	-209.51
16170.00	-104.19	-108.01	-111.58	-114.54	-119.84	-126.61
18480.00	-6.52	-8.84	-10.94	-13.34	-16.43	-22.84

** VIGAS DE DIRECAO X

N I V E L	VIGA B 1	VIGA B 2	VIGA B 3	VIGA B 4	VIGA B 5	VIGA B 6
0.00	-46.23	-42.19	-42.25	-42.30	-43.65	-21.01
2310.00	123.13	46.72	1.92	-28.74	-50.21	-67.35
4620.00	143.94	82.99	31.90	-7.88	-40.30	-68.43
6930.00	138.44	80.66	37.95	1.52	-30.64	-60.85
9240.00	94.92	76.86	42.67	9.09	-21.41	-50.72
11550.00	119.74	75.42	41.60	12.48	-13.86	-39.06
13860.00	109.07	71.97	43.34	17.78	-5.09	-27.36
16170.00	78.30	57.62	38.49	20.12	2.64	-14.59
18480.00	39.33	34.29	25.71	16.64	7.62	-2.16

N I V E L	VIGA B 7	VIGA B 8	VIGA B 9	VIGA B10	VIGA B11
0.00	-43.65	-42.17	-42.42	-41.95	-46.33
2310.00	-96.21	-126.40	-161.83	-210.98	-292.47
4620.00	-103.18	-139.30	-183.37	-238.07	-302.62
6930.00	-94.21	-129.42	-168.56	-213.74	-273.70
9240.00	-81.44	-113.45	-149.05	-185.27	-205.94
11550.00	-65.65	-93.26	-123.57	-159.03	-205.43
13860.00	-49.47	-72.47	-98.56	-127.77	-165.87
16170.00	-31.33	-48.26	-66.29	-85.27	-106.03
18480.00	-9.63	-17.93	-26.67	-34.78	-38.40

N I V E L	VIGA B12	VIGA B13	VIGA B14	VIGA B15	VIGA B16	VIGA B17
0.00	-46.36	-41.92	-42.44	-42.16	-43.65	-21.01
2310.00	65.63	12.28	-20.36	-42.13	-56.71	-67.35
4620.00	92.51	40.69	1.90	-26.32	-49.68	-68.43
6930.00	85.04	44.14	8.39	-19.19	-41.39	-60.85
9240.00	107.69	42.34	8.62	-14.18	-33.53	-50.72
11550.00	30.03	13.91	-1.84	-15.48	-27.71	-39.06
13860.00	1.76	1.54	-4.66	-11.26	-19.28	-27.36
16170.00	-10.06	-5.16	-4.05	-6.07	-10.11	-14.59
18480.00	-5.63	1.39	3.01	2.60	0.80	-2.16

N I V E L	VIGA B18	VIGA B19	VIGA B20	VIGA B21	VIGA B22
0.00	-43.65	-42.31	-42.24	-42.21	-46.20
2310.00	-89.70	-113.01	-139.55	-176.54	-234.96
4620.00	-93.81	-120.86	-153.37	-195.76	-251.18
6930.00	-83.46	-108.71	-138.99	-177.22	-220.29
9240.00	-69.32	-90.19	-114.99	-150.75	-218.71
11550.00	-51.80	-65.30	-80.13	-97.52	-115.72
13860.00	-35.28	-43.43	-50.56	-57.33	-58.57
16170.00	-18.58	-22.07	-23.74	-22.49	-17.67
18480.00	-2.80	-3.89	-3.97	-1.88	6.56

CARGAS CRITICAS DE INSTABILIDADE ELASTICA

** FLAMBAGEM POR FLEXAO EM TORNO DO EIXO X

ACAO VERTICAL TOTAL UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDA IGUAL A -128.81

** FLAMBAGEM POR FLEXAO EM TORNO DO EIXO Y

ACAO VERTICAL TOTAL UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDA IGUAL A -129.65

A título de comparação, o quadro a seguir mostra, no edifício em foco, os valores do deslocamento lateral e da rotação em torno do eixo vertical, que seriam obtidos para várias hipóteses relacionadas à consideração ou não dos trechos rígidos e da deformação por força cortante de vigas e pilares, com análise sempre em teoria de 2a. ordem, levando em conta o efeito p-delta e a degenerescência de rigidez dos pilares causada pela força normal de compressão.

Nível (m)	Deslocamento Lateral (cm)				Rotação (10^{-4} rad)			
	A	B	C	D	A	B	C	D
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
23,10	0,53	1,48	0,21	0,89	0,57	1,79	0,17	1,04
46,20	1,22	3,19	0,57	1,97	1,11	3,51	0,33	2,03
69,30	2,46	5,99	1,25	3,75	2,14	6,29	0,71	3,68
92,40	3,71	8,58	2,00	5,47	3,00	8,60	1,04	5,07
115,50	5,30	11,97	2,98	7,73	4,17	11,74	1,52	6,99
138,60	6,73	14,72	3,94	9,66	5,02	13,99	1,87	8,38
161,70	8,42	17,50	5,10	11,64	6,18	16,27	2,44	9,84
184,80	9,53	19,04	6,00	12,87	6,57	17,03	2,64	10,32

A: Desconsiderados trechos rígidos e deformação por força cortante.
 B: Desconsiderados trechos rígidos e considerada deformação por força cortante.
 C: Considerados trechos rígidos e desconsiderada deformação por força cortante.
 D: Considerados trechos rígidos e deformação por força cortante.

CAPÍTULO III

ESTUDO DO COMPORTAMENTO POR PARAMETROS ADIMENSIONAIS

3.1 - GENERALIDADES

O objetivo do estudo que será levado adiante nesta parte do trabalho é a obtenção de certos parâmetros adimensionais de maneira que, com base apenas neles, o sistema estrutural tubular possa ser analisado e avaliado quanto à sua eficiência.

O estudo se fará em teoria de 2a. ordem, supondo a ocorrência de um carregamento lateral, e de forças horizontais decorrentes do efeito p-delta, oriundas da condição de equilíbrio de um carregamento vertical na posição deformada da estrutura. O efeito da degenerescência de rigidez causada pela força normal de compressão nos pilares será desprezado. Não se considerará a possibilidade de atuação de carregamento que cause torção.

Os resultados obtidos da análise estrutural, usando os parâmetros adimensionais, estarão expressos na forma de coeficientes que permitirão chegar à força normal nos pilares, ao esforço cortante nas vigas e ao deslocamento lateral em vários níveis da estrutura e, ainda, ao carregamento vertical crítico de instabilidade elástica por flexão. A eficiência do sistema tubular será levantada comparando-se os coeficientes com aqueles característicos do comportamento de tubo ideal. Quanto mais próximos estiverem, evidentemente, maior a eficiência.

Tomar-se-á como base a teoria desenvolvida no Cap. II, da qual serão utilizadas as equações deduzidas e o procedimento de cálculo, incluindo o tratamento matemático. No entanto, para que o número de parâmetros adimensionais se reduza ao mínimo, todos os pilares situados em um mesmo nível deverão possuir propriedades geométricas idênticas, o mesmo ocorrendo com as vigas. Além disso, o espaçamento entre os pilares deve ser constante, e o valor dos parâmetros adimensionais não pode variar com a altura da estrutura. A deformação por força cortante de pilares e vigas e a influência dos trechos rígidos poderão ser considerados.

A notação usada no Cap. II permanece válida, apenas fazendo-se as seguintes generalizações:

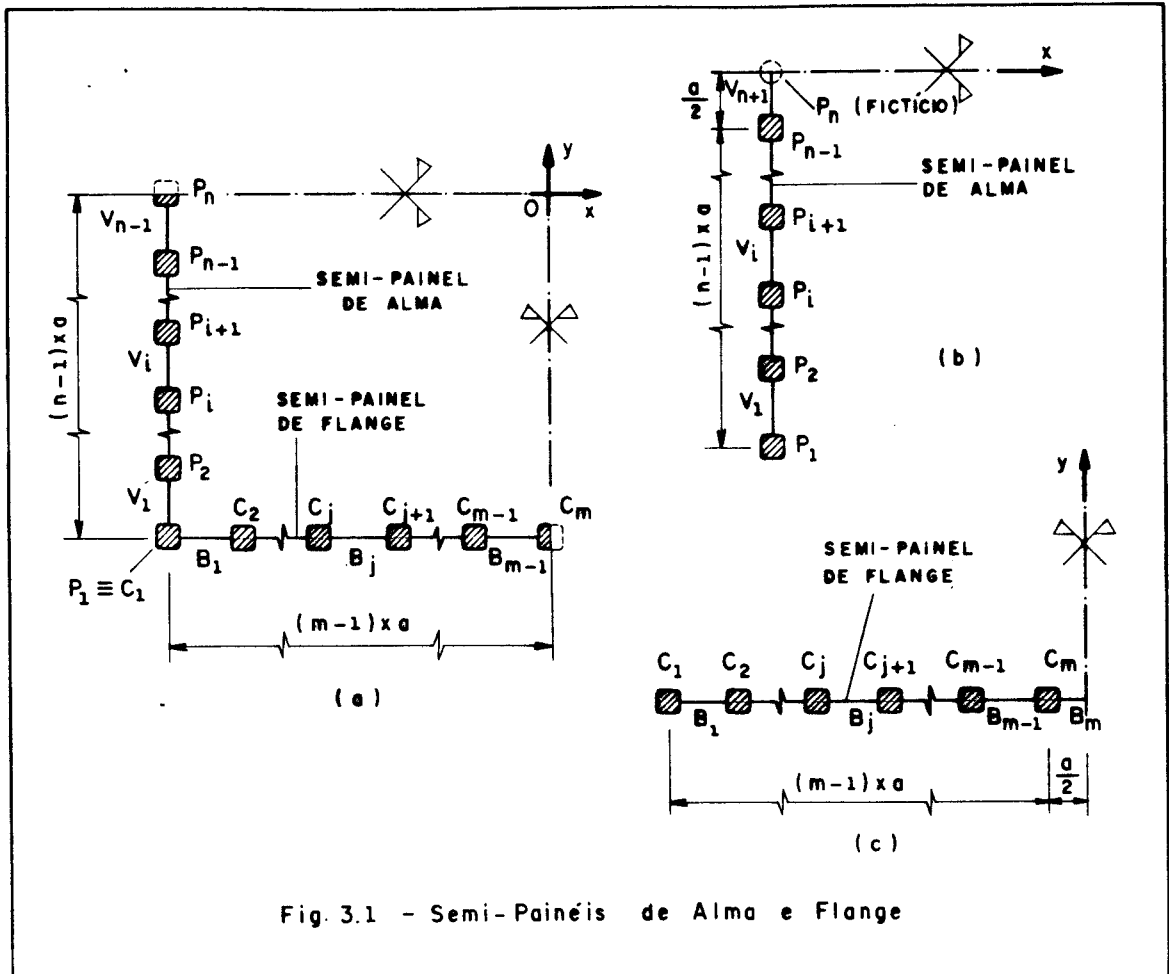
- a - vão das vigas;
- A_b - área da seção transversal das vigas;
- f_b - fator de forma das vigas;
- I_b - momento de inércia das vigas;
- A_c - área dos pilares;
- f_c - fator de forma dos pilares;
- I_c - momento de inércia dos pilares;
- d - semi-dimensão horizontal dos trechos rígidos;
- c - comprimento do trecho central deformável dos pilares.

Como os sistemas tubulares previstos deverão ser duplamente simétricos em planta, basta que se trabalhem com dois semi-painéis, um disposto na direção do carregamento lateral, que receberá aqui a denominação genérica de semi-painel de alma, com n pilares, e outro situado na direção perpendicular ao carregamento, com m pilares, que receberá a denominação de semi-painel de flange. Os respectivos painéis completos, por analogia, serão denominados painéis de alma e de flange. Da mesma forma que no Cap. II, a numeração adotada para os pilares dos semi-painéis será tal que:

- a) se os painéis completos de alma e flange possuírem quantidade ímpar de pilares, o pilar P_n do painel de alma será cortado pelo eixo de simetria x , e o pilar C_m do painel de flange será cortado pelo eixo de simetria y (Fig. 3.1.a);
- b) se o painel completo de alma possuir quantidade par de pilares, o pilar P_n , cortado pelo eixo de simetria, é fictício (Fig. 3.1.b);
- c) se o painel completo de flange possuir quantidade par de pilares, o eixo de simetria perpendicular a ele corta ao meio a viga B_m , ligada ao pilar C_m (Fig. 3.1.c).

Como a degenerescência de rigidez provocada pela força normal não será considerada, o momento de inércia equivalente dos pilares, definido no Cap. II pela Eq. (2.3), incorporará somente a deformação por força cortante do trecho deformável de comprimento c . Tendo em vista ainda a padronização de propriedades geométricas dos pilares, o momento de inércia equivalente de todos eles passa a ser representado por I_{ce} e expresso por

$$I_{ce} = \frac{GA_c c^2 I_c}{GA_c c^2 + 12f_c EI_c} \quad (3.1)$$



Pode-se analogamente definir um momento de inércia equivalente para as vigas, cujo trecho deformável é $(a-2d)$, dado por

$$I_{be} = \frac{GA_b (a-2d)^2 I_b}{GA_b (a-2d)^2 + 12f_b EI_b} \quad (3.2)$$

3.2 - EQUAÇÃO DIFERENCIAL DO SISTEMA TUBULAR

3.2.1 - Estudo do Comportamento dos Semi-Painéis

Definindo

$$K_c = \frac{I_{ce}}{h} \left(\frac{h}{c} \right)^3 \quad (3.3)$$

como fator de rigidez transversal dos pilares, e

$$K_b = \frac{I_{be}}{a} \left(\frac{a}{a-2d} \right)^3 \quad (3.4)$$

como fator de rigidez transversal das vigas, e tendo em vista que todos os pilares e todas as vigas possuem respectivamente as mesmas propriedades geométricas e que o espaçamento entre os pilares é constante, as Eqs (2.14), (2.10), (2.18), (2.26), (2.30) e (2.33), válidas quando os painéis completos de alma e flange possuem quantidade ímpar de pilares, após operações algébricas adequadas, assumem, pela ordem, as formas

$$\frac{ha^2}{12K_b} \left\{ \frac{q_1}{Ea} \left[1 + \frac{K_b}{2K_c} \right] + \frac{q_2}{Ea} \left[\frac{K_b}{4K_c} \right] \right\} = v' - \frac{\delta_1}{a} + \frac{\delta_2}{a} \quad (3.5)$$

$$\frac{ha^2}{12K_b} \left\{ \frac{q_{i-1}}{Ea} \left[\frac{K_b}{4K_c} \right] + \frac{q_i}{Ea} \left[1 + \frac{K_b}{2K_c} \right] + \frac{q_{i+1}}{Ea} \left[\frac{K_b}{4K_c} \right] \right\} =$$

$$= v' - \frac{\delta_i}{a} + \frac{\delta_{i+1}}{a} \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} & \frac{ha^2}{12k_b} \left\{ \frac{q_{n-2}}{Ea} \left[\frac{K_b}{4K_c} \right] + \frac{q_{n-1}}{Ea} \left[1 + \frac{3K_b}{4K_c} \right] \right\} = \\ & = v' - \frac{\delta_{n-1}}{a} + \frac{\delta_n}{a} \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$\frac{ha^2}{12k_b} \left\{ \frac{p_1}{Ea} \left[1 + \frac{K_b}{2K_c} \right] + \frac{p_2}{Ea} \left[\frac{K_b}{4K_c} \right] \right\} = \frac{\delta_1}{a} - \frac{\gamma_2}{a} \quad (3.8)$$

$$\begin{aligned} & \frac{ha^2}{12k_b} \left\{ \frac{p_{j-1}}{Ea} \left[\frac{K_b}{4K_c} \right] + \frac{p_j}{Ea} \left[1 + \frac{K_b}{2K_c} \right] + \frac{p_{j+1}}{Ea} \left[\frac{K_b}{4K_c} \right] \right\} = \\ & = \frac{\gamma_j}{a} - \frac{\gamma_{j+1}}{a} \end{aligned} \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned} & \frac{ha^2}{12k_b} \left\{ \frac{p_{m-2}}{Ea} \left[\frac{K_b}{4K_c} \right] + \frac{q_{m-1}}{Ea} \left[1 + \frac{K_b}{4K_c} \right] \right\} = \\ & = \frac{\gamma_{m-1}}{a} - \frac{\gamma_m}{a} \end{aligned} \quad (3.10)$$

Definindo agora o fator de deformação transversal das vigas por

$$S_b = \frac{12EI_{be}}{(a-2d)^3} \quad (3.11)$$

e tomando a Eq. (3.4), conclui-se que

$$\frac{a^2}{12K_b} = \frac{E}{S_b} \quad (3.12)$$

Substituindo-se a Eq. (3.12) nas Eqs. (3.5) a (3.10), obtêm-se

$$\frac{hE}{S_b} \left\{ \frac{q_1}{Ea} \left[1 + \frac{K_b}{2K_c} \right] + \frac{q_2}{Ea} \left[\frac{K_b}{4K_c} \right] \right\} = v' - \frac{\delta_1}{a} + \frac{\delta_2}{a} \quad (3.13)$$

$$\begin{aligned} & \frac{hE}{S_b} \left\{ \frac{q_{i-1}}{Ea} \left[\frac{K_b}{4K_c} \right] + \frac{q_i}{Ea} \left[1 + \frac{K_b}{2K_c} \right] + \frac{q_{i+1}}{Ea} \left[\frac{K_b}{4K_c} \right] \right\} = \\ & = v' - \frac{\delta_i}{a} + \frac{\delta_{i+1}}{a} \end{aligned} \quad (3.14)$$

$$\begin{aligned} & \frac{hE}{S_b} \left\{ \frac{q_{n-2}}{Ea} \left[\frac{K_b}{4K_c} \right] + \frac{q_{n-1}}{Ea} \left[1 + \frac{3K_b}{4K_c} \right] \right\} = \\ & = v' - \frac{\delta_{n-1}}{a} + \frac{\delta_n}{a} \end{aligned} \quad (3.15)$$

$$\frac{hE}{S_b} \left\{ \frac{p_1}{Ea} \left[1 + \frac{K_b}{2K_c} \right] + \frac{p_2}{Ea} \left[\frac{K_b}{4K_c} \right] \right\} = \frac{\delta_1}{a} - \frac{\gamma_2}{a} \quad (3.16)$$

$$\begin{aligned} & \frac{hE}{S_b} \left\{ \frac{p_{j-1}}{Ea} \left[\frac{K_b}{4K_c} \right] + \frac{p_j}{Ea} \left[1 + \frac{K_b}{2K_c} \right] + \frac{p_{j+1}}{Ea} \left[\frac{K_b}{4K_c} \right] \right\} = \\ & = \frac{\gamma_j}{a} + \frac{\gamma_{j+1}}{a} \end{aligned} \quad (3.17)$$

$$\frac{hE}{S_b} \left\{ \frac{P_{m-2}}{Ea} \left[\frac{K_b}{4K_c} \right] + \frac{P_{m-1}}{Ea} \left[1 + \frac{K_b}{4K_c} \right] \right\} =$$

$$= \frac{\gamma_{m-1}}{a} - \frac{\gamma_m}{a} \quad (3.18)$$

Na hipótese do painel completo de alma ter número par de pilares, toma-se como base a Eq. (2.21) ao invés da Eq. (2.18), com a qual chega-se a expressão

$$\frac{hE}{S_b} \left\{ \frac{q_{n-2}}{Ea} \left[\frac{K_b}{4K_c} \right] + \frac{q_{n-1}}{Ea} \left[\frac{K_b}{4K_c} + \frac{1}{2} \right] \right\} =$$

$$= \frac{v'}{2} - \frac{\delta_{n-1}}{a} + \frac{\delta_n}{a} \quad (3.19)$$

que ocupa o lugar da Eq. (3.15).

Se, por outro lado, o painel inteiro de flange tiver número par de pilares, toma-se como base a Eq. (2.38) no lugar da Eq. (2.33), obtendo-se então

$$\frac{hE}{S_b} \left\{ \frac{P_{m-2}}{Ea} \left[\frac{K_b}{4K_c} \right] + \frac{P_{m-1}}{Ea} \left[\frac{3K_b}{12K_c + 2K_b} + \frac{K_b}{4K_c} + 1 \right] \right\} =$$

$$= \frac{\gamma_{m-1}}{a} - \frac{\gamma_m}{a} \quad (3.20)$$

Esta equação deve substituir a Eq. (3.18).

3.2.2 - Equilíbrio dos Pilares à Força Normal

Supondo inicialmente que os painéis completos de alma e flange tenham número ímpar de pilares, multiplicam-se ambos

os membros das Eqs. (2.43), (2.44), (2.45), (2.47) e (2.48) por (h^2/a) , e como a área de todos os pilares é igual a A_c , vêm

$$\frac{\delta_1'''}{a} h^2 + \frac{h^2}{aEA_c} (q_1 - p_1) = 0 \quad (3.21)$$

$$\frac{\delta_i'''}{a} h^2 + \frac{h^2}{aEA_c} (q_i - q_{i-1}) = 0 \quad , \quad i=2,3,\dots,n-1 \quad (3.22)$$

$$\frac{\delta_n'''}{a} h^2 = 0 \quad (3.23)$$

$$\frac{\gamma_j'''}{a} h^2 + \frac{h^2}{aEA_c} (p_{j-1} - p_j) = 0 \quad , \quad j=2,3,\dots,m-1 \quad (3.24)$$

$$\frac{\gamma_m'''}{a} h^2 + \frac{h^2}{aEA_c} (2p_{m-1}) = 0 \quad (3.25)$$

Definindo o fator de deformação axial dos pilares por

$$S_c = \frac{EA_c}{h} \quad (3.26)$$

as Eqs. (3.21) a (3.25) podem ser escritas na forma

$$\frac{\delta_1'''}{a} h^2 + \frac{Eh}{S_c} \left(\frac{q_1 - p_1}{Ea} \right) = 0 \quad (3.27)$$

$$\frac{\delta_i'''}{a} h^2 + \frac{Eh}{S_c} \left(\frac{q_i - q_{i-1}}{Ea} \right) = 0 \quad , \quad i=2,3,\dots,n-1 \quad (3.28)$$

$$\frac{\delta_n'''}{a} h^2 = 0 \quad (3.29)$$

$$\frac{\gamma_j'''}{a} h^2 + \frac{Eh}{S_c} \left(\frac{P_{j-1} - P_j}{Ea} \right) = 0 \quad , \quad j=2,3,\dots,m-1 \quad (3.30)$$

$$\frac{\gamma_m'''}{a} h^2 + \frac{Eh}{S_c} \left(\frac{2P_{m-1}}{Ea} \right) = 0 \quad (3.31)$$

Se o painel completo de flange tiver quantidade par de pilares, toma-se a Eq. (2.49) no lugar da Eq. (2.48), o que conduz a

$$\frac{\delta_m'''}{a} h^2 + \frac{Eh}{S_c} \left(\frac{P_{m-1}}{Ea} \right) = 0 \quad (3.32)$$

Esta expressão substituirá então a Eq. (3.31).

3.2.3 - Equação de Equilíbrio ao Esforço Cortante

Multiplicando os dois membros da Eq. (2.58) pelo fator $h^2/(Ea^2A_c)$, representando por Q_ℓ a força cortante que solicita a estrutura no nível em estudo, e considerando que o vão de todas as vigas é o mesmo, indicado por a , obtém-se

$$\frac{Q_\ell h^2}{4Ea^2A_c} = \frac{h^2}{EaA_c} \left(\sum_{i=1}^{n-1} q_i \right) + \frac{N_{es} h^2 v'}{4Ea^2A_c} \quad (3.33)$$

Substituindo-se (3.26) nesta equação, vem

$$\frac{Q_\ell h^2}{4Ea^2A_c} = \frac{Eh}{S_c} \left[\frac{1}{Ea} \left(\sum_{i=1}^{n-1} q_i \right) \right] + \frac{N_{es} h^2 v'}{4Ea^2A_c} \quad (3.34)$$

Como o carregamento vertical é suposto uniformemente distribuído ao longo da altura da estrutura, em um nível de cota z pode-se fazer

$$N_{es} = w_{es} H \frac{(H-z)}{H} \quad (3.35)$$

onde w_{es} é o valor do carregamento distribuído e H a altura total da estrutura.

Substituindo-se (3.35) em (3.34), vem

$$\frac{Q_c h^2}{4Ea^2 A_c} = \frac{Eh}{S_c} \left[\frac{1}{Ea} \left(\sum_{i=1}^{n-1} q_i \right) \right] + \frac{h^2}{4Ea^2 A_c} w_{es} H \frac{H-z}{H} v' \quad (3.36)$$

A expressão (3.36) tem validade para o caso em que o painel completo de alma possui quantidade ímpar de pilares. Se possuir quantidade par, a Eq. (2.59) deve tomar o lugar da Eq. (2.58), obtendo-se então

$$\begin{aligned} \frac{Q_c h^2}{4Ea^2 A_c} &= \frac{Eh}{S_c} \left[\frac{1}{Ea} \left(\sum_{i=1}^{n-2} q_i \right) \right] + \frac{1}{Ea} \frac{q_{n-1}}{2} \left] + \right. \\ &+ \frac{h^2}{4Ea^2 A_c} w_{es} H \frac{H-z}{H} v' \end{aligned} \quad (3.37)$$

3.2.4 - Formulação Matricial

As Eqs. (3.13), (3.14) e (3.15) ou (3.19), relacionadas ao comportamento do semi-painel de alma, e as Eqs. (3.16), (3.17) e (3.18) ou (3.20), relacionadas ao comportamento do semi-painel de flange, podem ser expressas matricialmente por

$$\underset{\sim}{R}_{ad} \cdot \underset{\sim}{V}_{ad} = \underset{\sim}{S}_{ad} \cdot \underset{\sim}{D}_{ad} \quad (3.38)$$

com, se os painéis completos de alma e flange possuírem número ímpar de pilares,

$$R_a = \frac{K_b}{2K_c} + 1$$

$$R_b = \frac{K_b}{4K_c}$$

$$R_c = \frac{3K_b}{4K_c} + 1$$

$$R_d = \frac{K_b}{4K_c} + 1$$

Se o painel completo de alma tiver número par de pilares, conforme a Eq. (3.19), o elemento R_c fica alterado para

$$R_c = \frac{K_b}{4K_c} + \frac{1}{2}$$

e se o painel completo de flange tiver número par de pilares, segundo a Eq. (3.20), o elemento R_d toma a forma

$$R_d = \frac{3K_b}{12K_c + 2K_b} + \frac{K_b}{4K_c} + 1$$

A matriz S_{ad} , retangular e de ordem $(n+m-2) \times (n+m)$, é apresentada na sequência, para o caso em que o painel completo de alma possui número ímpar de pilares:

$$\tilde{S}_{ad} = \begin{bmatrix}
1, -1, 1, 0, \dots, 0 & 0 & 0, \dots, 0 \\
1, 0, -1, 1, 0, \dots, 0 & 0 & 0, \dots, 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots \\
1, 0, \dots, 0, -1, 1, 0 & 0 & 0, \dots, 0 \\
1, 0, \dots, 0, -1, 0 & 0 & 0, \dots, 0 \\
\hline
0, 1, 0, \dots, 0 & -1, 0, \dots, 0 \\
0, \dots, 0 & 1, -1, 0, \dots, 0 \\
\vdots & \vdots \\
0, \dots, 0 & 0, \dots, 0, 1, -1, 0 \\
0, \dots, 0 & 0, \dots, 0, 1, -1
\end{bmatrix}
\begin{matrix}
n+1 \\
n+m \\
n-1 \\
n+m-2
\end{matrix}$$

Se a quantidade de pilares do painel completo de alma for par, com base na Eq. (3.19), o elemento situado na posição (n-1, 1) reduz-se à metade, tornando-se igual a 1/2.

Com a equação (3.36) ou (3.37), de equilíbrio da estrutura ao esforço cortante, e as Eqs. (3.27) a (3.30) e (3.31) ou (3.32), de equilíbrio dos pilares à força normal, chega-se a um sistema que, expresso na forma matricial, fica

$$\tilde{L}_{ad} \cdot \tilde{D}_{ad} + \tilde{H}_{ad} \cdot \tilde{V}_{ad} + \tilde{A}_{ad} \cdot \tilde{D}_{ad} = \tilde{C}_{ad} \quad (3.39)$$

A matriz \tilde{L}_{ad} é quadrada, de ordem (n+m), com os elementos nulos, exceto os situados na diagonal principal a partir da segunda linha, que são iguais à unidade:

$$\tilde{L}_{ad} = \begin{bmatrix} 0, & 0, & \dots, & 0 \\ 0, & 1, & 0, & \dots, & 0 \\ 0, & 0, & 1, & 0, & \dots, & 0 \\ 0, & 0, & 0, & 1, & 0, & \dots, & 0 \\ \vdots & & & & & & \vdots \\ 0, & \dots, & \dots, & 0, & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} n+m \\ \\ \\ \\ \\ \\ n+m \end{matrix}$$

A matriz \tilde{H}_{ad} é retangular, de ordem $(n+m) \times (n+m-2)$, e sua composição é mostrada à seguir, para o caso em que os painéis completos de alma e flange tenham quantidade ímpar de pilares:

$$\tilde{H}_{ad} = \frac{E \cdot h}{S_c} \begin{bmatrix} -1, & 1, & \dots, & 1, & \dots, & 1 & | & 0, & \dots, & 0 \\ 1, & 0, & \dots, & 0 & | & -1, & 0, & \dots, & 0 \\ -1, & 1, & 0, & \dots, & 0 & | & 0, & \dots, & 0 \\ 0, & -1, & 1, & 0, & \dots, & 0 & | & 0, & \dots, & 0 \\ \vdots & & & & & & \vdots & & & \vdots \\ 0, & \dots, & 0, & -1, & 1, & 0 & | & 0, & \dots, & 0 \\ 0, & \dots, & 0, & -1, & 1 & | & 0, & \dots, & 0 \\ 0, & \dots, & 0 & | & 0, & \dots, & 0 \\ \hline 0, & \dots, & 0 & | & 1, & -1, & 0, & \dots, & 0 \\ 0, & \dots, & 0 & | & 0, & 1, & -1, & 0, & \dots, & 0 \\ \vdots & & & & & & \vdots & & & \vdots \\ 0, & \dots, & 0 & | & 0, & \dots, & 0, & 1, & -1 \\ 0, & \dots, & 0 & | & 0, & \dots, & 0, & 2 \end{bmatrix} \begin{matrix} n-1 \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ n+1 \\ n+m \end{matrix}$$

$$D''_{ad} = \begin{pmatrix} v'' h^2 \\ \delta''_1 h^2/a \\ \delta''_2 h^2/a \\ \vdots \\ \delta''_i h^2/a \\ \vdots \\ \delta''_{n-1} h^2/a \\ \delta''_n h^2/a \\ \gamma''_2 h^2/a \\ \gamma''_3 h^2/a \\ \vdots \\ \gamma''_j h^2/a \\ \vdots \\ \gamma''_m h^2/a \end{pmatrix}_{n+m} \quad C_{ad} = \begin{pmatrix} Q_c h^2 / 4Ea^2 A_c \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}_{n+m}$$

Explicitando o vetor V_{ad} na Eq. (3.38), vem

$$V_{ad} = R_{ad}^{-1} \cdot S_{ad} \cdot D_{ad} \quad (3.40)$$

Levando esta expressão em (3.39), chega-se a

$$L_{ad} \cdot D''_{ad} + (H_{ad} \cdot R_{ad}^{-1} \cdot S_{ad} + A_{ad}) D_{ad} = C_{ad} \quad (3.41)$$

Fazendo

$$T_{ad} = H_{ad} \cdot R_{ad}^{-1} \cdot S_{ad} + A_{ad} \quad (3.42)$$

obtém-se ao final

$$L_{ad} \cdot D''_{ad} + T_{ad} \cdot D_{ad} = C_{ad} \quad (3.43)$$

3.3- DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS ADIMENSIONAIS

3.3.1 - Desenvolvimento Básico

Executando-se o produto matricial $(\underline{H}_{ad} \cdot \underline{R}_{ad}^{-1} \cdot \underline{S}_{ad})$ indicado pela Eq. (3.42), chega-se a

$$\underline{T}_{ad} = \frac{S}{S_c} \underline{X} + \underline{A}_{ad} \quad (3.44)$$

onde \underline{X} é uma matriz em que todos os elementos são funções reais de uma só variável, (K_c/K_b) . Assim sendo, o sistema (3.43) pode ser representado na forma:

$$\underline{L}_{ad} \cdot \underline{D}_{ad}'' + \left(\frac{S}{S_c} \underline{X} + \underline{A}_{ad} \right) \underline{D}_{ad} = \underline{C}_{ad} \quad (3.45)$$

Este sistema, como se sabe, refere-se a um único nível do edifício.

Ao se analisar o sistema tubular, são escolhidos diversos níveis ao longo de sua altura e, para cada um, estabelece-se um sistema semelhante ao (3.45). A interligação entre os sistemas de equações dos níveis selecionados é feita usando o Método das Diferenças Finitas. Transformam-se assim os elementos contidos no vetor \underline{D}_{ad}'' de cada nível, que se apresentam na forma de derivadas de segunda ordem, em uma equação linear envolvendo os elementos correspondentes de níveis circunvizinhos. Se estes níveis estiverem uniformemente espaçados de Δ , ao final do processo, chega-se a um sistema de equações da forma

$$\underset{\sim}{K}_{sa} \cdot \underset{\sim}{D}_{sa} = \underset{\sim}{C}_{sa} \quad (3.46)$$

onde $\underset{\sim}{K}_{sa}$ é uma matriz na qual a maioria dos elementos não nulos é função real de dois parâmetros adimensionais, S_r e S_f , e os demais, função real destes dois parâmetros e de um terceiro, S_ℓ , de modo que

$$S_r = \frac{K_c}{K_b} \quad (3.47)$$

$$S_f = \frac{S_b}{S_c} \left(\frac{\Delta}{h}\right)^2 \quad (3.48)$$

$$S_\ell = w_{es} H \frac{\Delta^2}{Ea^2 A_c} \quad (3.49)$$

Os vetores $\underset{\sim}{D}_{sa}$ e $\underset{\sim}{C}_{sa}$ são constituídos, respectivamente pelos elementos dos vetores $\underset{\sim}{D}_{ad}$ e $\underset{\sim}{C}_{ad}$ dos vários níveis.

A solução do sistema (3.46) conduz aos seguintes valores para os componentes do vetor $\underset{\sim}{D}_{sa}$, em um nível específico z:

$$v' = \frac{\Delta^2}{EA_c a^2} V_{1i} f_{1i}(S_r, S_f, S_\ell) \quad (3.50)$$

$$\frac{\delta_i}{a} = \frac{\Delta^2}{EA_c a^2} V_{2i} f_{2i}(S_r, S_f, S_\ell), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.51)$$

$$\frac{\gamma_j}{a} = \frac{\Delta^2}{EA_c a^2} V_{3j} f_{3j}(S_r, S_f, S_\ell), \quad j = 2, 3, \dots, m \quad (3.52)$$

Nestas equações, V_1 , V_{2i} e V_{3j} são grandezas, com dimensão de força, que dependem exclusivamente do carregamento lateral que solicita a estrutura ao longo de sua altura, e f_1 , f_{2i} e f_{3j} funções reais dos parâmetros S_r , S_f e S_ℓ .

Para se chegar ao deslocamento lateral do edifício, indicado por y , nos vários níveis, integram-se numericamente por meio, por exemplo, da Regra dos Trapézios (ver Apêndice B), os valores de v' , dados em cada nível pela Eq. (3.50). Assim, num nível qualquer, obtém-se

$$v = \frac{\Delta^3}{EA_c a^2} \bar{V}_1 \bar{F}_1(S_r, S_f, S_\ell) \quad (3.53)$$

onde \bar{V}_1 e \bar{F}_1 têm definições análogas a V_1 e f_1 .

É conhecido que as forças normais nos pilares dos semi-painéis de alma de flange são dadas, em cada nível, respectivamente por

$$N_i = E A_c \delta'_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.54)$$

$$F_j = E A_c \gamma'_j, \quad j = 2, 3, \dots, m \quad (3.55)$$

A primeira derivada das equações (3.51) e (3.52) pode ser obtida com o emprego, mais uma vez, do Método das Diferenças Finitas. Vêm, então

$$\frac{\delta'_i}{a} = \frac{\Delta}{E A_c a^2} \bar{V}_{2i} \bar{F}_{2i}(S_r, S_f, S_\ell), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.56)$$

$$\frac{\gamma'_j}{a} = \frac{\Delta}{E A_c a^2} \bar{V}_{3j} \bar{F}_{3j}(S_r, S_f, S_\ell), \quad j = 2, 3, \dots, m \quad (3.57)$$

onde as definições de V_{2i} , F_{2i} , V_{3j} e F_{3j} são análogas às de V_{2i} , f_{2i} , V_{3j} e f_{3j} , respectivamente. Logo:

$$\delta'_i = \frac{\Delta}{E A_c a} \bar{V}_{2i} \bar{F}_{2i}(S_r, S_f, S_\ell), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.58)$$

$$\gamma'_j = \frac{\Delta}{E A_c a} \bar{V}_{3j} \bar{F}_{3j}(S_r, S_f, S_\ell), \quad j = 2, 3, \dots, m \quad (3.59)$$

Substituindo-se (3.58) em (3.54) e (3.59) em (3.55), chegam-se a

$$N_i = \frac{\Delta}{a} \bar{V}_{2i} \bar{F}_{2i}(S_r, S_f, S_\ell), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.60)$$

$$F_j = \frac{\Delta}{a} \bar{V}_{3j} \bar{F}_{3j}(S_r, S_f, S_\ell), \quad j = 2, 3, \dots, m \quad (3.61)$$

Das expressões (3.40) e (3.50) a (3.52), é possível concluir que as forças cortantes distribuídas ao longo da altura do edifício, nos semi-painéis de alma e flange, são, pela ordem

$$q_i = \frac{S_b \Delta^2}{E A_c h a} V_{4i} f_{4i}(S_r, S_f, S_\ell), \quad i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (3.62)$$

$$p_j = \frac{S_b \Delta}{E A_c h a} V_{5j} f_{5j}(S_r, S_f, S_\ell), \quad j = 1, 2, \dots, m-1 \quad (3.63)$$

onde V_{4i} e V_{5j} são grandezas, com dimensão de força, que dependem apenas da distribuição e da intensidade com que o carregamento lateral solicita o edifício, e f_{4i} e f_{5j} são funções reais dos adimensionais S_r , S_f e S_ℓ . Multiplicando

o segundo membro destas equações por (h/h) e tendo em vista as Eqs. (3.26) e (3.48), vêm

$$q_i = \frac{1}{a} V_{4i} \bar{F}_{4i}(S_r, S_f, S_\ell), \quad i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (3.64)$$

$$p_j = \frac{1}{a} V_{5j} \bar{F}_{5j}(S_r, S_f, S_\ell), \quad j = 1, 2, \dots, m-1 \quad (3.65)$$

onde \bar{F}_{4i} e \bar{F}_{5j} têm definições análogas às de f_{4i} e f_{5j} , respectivamente.

A partir do estudo desenvolvido, conclui-se que os sistemas estruturais tubulares podem ser totalmente analisados, incluindo a não linearidade geométrica oriunda do efeito p-delta, com base em apenas três parâmetros adimensionais, S_r , S_f e S_ℓ . Procedendo-se dessa maneira, para se chegar aos deslocamentos laterais do edifício, os resultados correspondentes obtidos da análise estrutural devem ser multiplicadas por $\Delta^3 \bar{V}_1 / (E \cdot A_c \cdot a^2)$, conforme indica a Eq. (3.53). Para se chegar às forças normais nos pilares dos semi-painéis de alma e flange, os resultados obtidos devem ser multiplicados respectivamente por $(\Delta \cdot \bar{V}_{2i} / a)$ e $(\Delta \cdot \bar{V}_{3j} / a)$, conforme as Eqs. (3.60) e (3.61), e para se chegar às forças cortantes distribuídas na altura do edifício, nas vigas dos semi-painéis de alma e flange, por (V_{4i} / a) e (V_{5j} / a) , de acordo com as Eqs. (3.64) e (3.65). Os valores de \bar{V}_1 , \bar{V}_{2i} , \bar{V}_{3j} , V_{4i} e V_{5j} podem ser obtidos conhecendo-se a distribuição do carregamento lateral atuante.

Deve-se ainda salientar que os resultados obtidos na análise dependerão também do número de pilares existentes nos painéis, uma vez que este dado influi na ordem das matrizes $R_{\sim ad}$, $S_{\sim ad}$ e $H_{\sim ad}$.

Se a não linearidade geométrica não é considerada, S_{ℓ} tem valor nulo e a análise passa a depender somente dos parâmetros S_r e S_f .

3.3.2- Considerações Complementares

As Eqs.(3.48) e (3.49) mostram que S_r e S_{ℓ} são parâmetros que dependem do espaçamento Δ entre os diversos níveis adotados na análise. É conveniente, para unificar o tratamento e permitir uma comparação objetiva de diversos sistemas tubulares com relação a tais parâmetros, adotar um espaçamento padronizado. Neste estudo, optou-se por fazer

$$\Delta = \frac{H}{10} \quad (3.66)$$

Sendo N_a o número de andares do edifício, tem-se que

$$h = \frac{H}{N_a} \quad (3.67)$$

Substituindo-se (3.66) e (3.67) em (3.48) e (3.49), os parâmetros adimensionais S_r e S_{ℓ} assumem a forma

$$S_{r10} = \frac{S_b}{S_c} \left(\frac{N_a}{10} \right)^2 \quad (3.68)$$

$$S_{\ell10} = \frac{w_{es} H h^2}{E a^2 A_c} \left(\frac{N_a}{10} \right) \quad (3.69)$$

O número 10 que aparece agora nos índices indica o emprego do espaçamento padronizado igual a um décimo da altura do edifício. Na Eq. (3.69), o produto ($w_{es} \cdot H$) representa o valor do carregamento vertical total atuante.

Em resumo, para que se analise um sistema estrutural tubular, basta conhecer o número de pilares dos painéis de

alma e flange e os adimensionais S_r , S_{f10} e $S_{\ell10}$, que serão denominados, respectivamente, fator de rigidez, fator de deformação e fator de não linearidade geométrica.

Caso não se queira considerar a influência dos trechos rígidos, basta alterar adequadamente o valor dos coeficientes S_r e S_{f10} . Para isso, faz-se \underline{c} igual \underline{h} nas Eqs. (3.1) e (3.3), e \underline{d} igual a zero nas Eqs. (3.2), (3.4) e (3.11). Da mesma forma, querendo-se desprezar a deformação por força cortante de pilares e vigas, toma-se respectivamente na Eq. (3.1) f_c igual a zero e na Eq. (3.2), f_b igual a zero.

Nota-se ainda que fazendo $S_{\ell10}$ nulo, o efeito p-delta deixa de ser levado em conta, e a análise fica em teoria de 1a. ordem, supondo atuação apenas de carregamento lateral.

3.4 - COMPORTAMENTO DE TUBO IDEAL

3.4.1 - Análise em Teoria de 2a. Ordem

Será suposto que o sistema estrutural tubular tenha comportamento de tubo ideal, e que esteja submetido a um carregamento vertical p_w e a um carregamento lateral q_w , ambos uniformemente distribuídos ao longo de sua altura. A equação diferencial que fornece o deslocamento lateral, v_w , no nível z , levando-se em conta a não linearidade geométrica oriunda da atuação do carregamento vertical na posição deformada da estrutura, conforme XAVIER^[31], é expressa por

$$E \cdot I_w \frac{d^3 v_w}{dz^3} + p_w (H-z) \frac{dv_w}{dz} = - q_w (H-z) \quad (3.70)$$

onde I_w é o momento de inércia efetivo da seção transversal do sistema tubular em relação ao eixo neutro, e H a altura total.

Dividindo-se a altura H da estrutura em partes iguais de comprimento Δ_w e usando o Método das Diferenças Finitas, obtém-se que, em um nível qualquer

$$v_w = \frac{q_w \cdot H \cdot \Delta_w^3}{E \cdot I_w} f_w(S_{\ell_w}) \quad (3.71)$$

sendo $f_w(S_{\ell_w})$ uma função real da variável adimensional S_{ℓ_w} , com

$$S_{\ell_w} = \frac{p_w H \Delta_w^2}{E \cdot I_w} \quad (3.72)$$

Comparando-se este adimensional com o adimensional S_{ℓ} , dado por (3.49), se $\Delta_w = \Delta$ e $p_w = w_{es}$, e como

$$I_w = K_1 A_c a^2 \quad (3.73)$$

onde K_1 é uma constante real, tem-se que

$$S_{\ell_w} = \frac{S_{\ell}}{K_1} \quad (3.74)$$

A exemplo do que se fez no item precedente, tornando

$$\Delta_w = \frac{H}{10} \quad (3.75)$$

e ainda considerando a Eq. (3.74), vem

$$v_w = \frac{q_w H^4}{E I_w} \bar{f}_w(S_{\ell_{10}}) \quad (3.76)$$

com \bar{F}_w sendo uma função real da variável $S_{\ell_{10}}$.

O momento fletor e o esforço cortante num nível qualquer são dados respectivamente por

$$M_w = EI_w \frac{d^2 v_w}{dz^2} \quad (3.77)$$

$$Q_w = EI_w \frac{d^3 v_w}{dz^3} \quad (3.78)$$

ou, tendo em vista a Eq. (3.76), por

$$M_w = q_w H^2 \bar{F}_{w1}(S_{\ell_{10}}) \quad (3.79)$$

$$Q_w = q_w H \bar{F}_{w2}(S_{\ell_{10}}) \quad (3.80)$$

onde \bar{F}_{w1} e \bar{F}_{w2} são funções reais de $S_{\ell_{10}}$.

3.4.2 - Análise em Teoria de 1a. Ordem

Não se levando em conta os efeitos de 2a. ordem decorrentes do carregamento vertical, e havendo a presença de um carregamento lateral uniformemente distribuído q_w , para a hipótese de comportamento de tubo ideal, o deslocamento lateral em um nível z genérico é dado por

$$v_w = \frac{H^4 \bar{Q}}{EI_w} \quad (3.81)$$

onde \bar{Q} é uma grandeza, com dimensão de força, que vale

$$\bar{Q} = \frac{q_w}{24H^3} \left[(H-z)^4 - 4H^3(H-z) + 3H^4 \right] \quad (3.82)$$

O momento fletor e a força cortante são expressos respectivamente por

$$M_w = \frac{q_w (H-z)^2}{2} \quad (3.83)$$

$$Q_w = q_w (H-z) \quad (3.84)$$

3.4.3 - Esforços nos Componentes Estruturais

Com os valores de M_w e Q_w , em teoria de 1a. ordem ou de 2a. ordem, podem-se obter as forças normais nos pilares e as forças cortantes nas vigas, em um determinado nível do edifício. Para os elementos componentes do semi-painel de alma, virão

$$N_{wi} = \frac{M_w r_i A}{I_w} \quad , \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.85)$$

$$q_{wi} = \frac{Q_w M_{si}}{I_w} \quad , \quad i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (3.86)$$

onde

N_{wi} - força normal no pilar P_i ;

r_i - distância do pilar P_i ao eixo neutro;

q_{wi} - força cortante distribuída ao longo da altura do edifício, no tramo i ;

M_{s_i} - momento estático em relação ao eixo neutro, das áreas de todos os pilares situados simultaneamente de um dos lados do tramo i e de um dos lados do eixo de simetria de mesma direção do carregamento lateral.

Similarmente, para os elementos integrantes do semi-painel de flange, virão

$$F_{w_j} = N_{w_1} \quad , \quad j = 2, 3, \dots, m \quad (3.87)$$

$$p_{w_j} = \frac{Q_w \bar{M}_{s_j}}{I_w} \quad , \quad j = 1, 2, \dots, m-1 \quad (3.88)$$

sendo F_{w_j} , p_{w_j} e \bar{M}_{s_j} grandezas análogas a N_{w_1} , q_{w_1} e M_{s_1} , respectivamente.

3.4.4 - Coeficientes de Tubo Ideal

Para o hipotético comportamento de tubo ideal do sistema tubular, define-se como coeficiente de força normal em um pilar P_i ($i=1, 2, \dots, n$) do semi-painel de alma, $C_{c_{w_i}}$, a relação entre a força normal neste pilar e a força normal no pilar mais solicitado da estrutura, que vem a ser o pilar de canto P_1 . Assim, com base na Eq.(3.85), vem

$$C_{c_{w_i}} = \frac{N_{w_i}}{N_{w_1}} = \frac{r_i}{r_1} \quad , \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.89)$$

Similarmente, para um pilar C_j do semi-painel de flange, indica-se o coeficiente de força normal por $\bar{C}_{c_{w_j}}$, e com base nas Eqs. (3.85) e (3.87), obtém-se

$$\bar{C}_{c w_j} = \frac{F_{w_j}}{N_{w_1}} = 1 \quad , j = 2, 3, \dots, m \quad (3.90)$$

De maneira análoga, o coeficiente de força cortante em uma viga V_1 do semi-painel de alma, $C_{b w_i}$ ou viga B_j do semi-painel de flange, $\bar{C}_{b w_j}$, será a relação entre a força cortante na viga considerada e a força na viga mais solicitada, que é aquela pertencente ao semi-painel de alma e situada mais próxima do eixo de flexão (viga V_{n-1}). Tendo em vista as Eqs. (3.86) e (3.88), vêm

$$C_{b w_i} = \frac{q_{w_i}}{q_{w_{n-1}}} = \frac{M_{s_i}}{M_{s_{n-1}}} \quad , i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (3.91)$$

$$\bar{C}_{b w_j} = \frac{p_{w_j}}{q_{w_{n-1}}} = \frac{M_{s_j}}{M_{s_{n-1}}} \quad , j = 1, 2, \dots, m-1 \quad (3.92)$$

Com estes coeficientes, a partir do cálculo da força normal no pilar mais solicitado (pilar $P_1 \equiv C_1$), para um comportamento de tubo ideal, obtêm-se imediatamente todas as demais e a partir do cálculo da força cortante na viga mais solicitada (viga V_{n-1}), determinam-se todas as outras.

Os coeficientes podem ser usados indistintamente quando a análise for feita em teoria de 1a. ou 2a. ordem.

3.5 - COEFICIENTES PARA O COMPORTAMENTO DO SISTEMA TUBULAR

3.5.1- Generalidades

Neste item, serão definidos coeficientes que relacionam o comportamento do tubo ideal, conforme descrito no item 3.4, em teoria de 1a. ou 2a. ordem, e o comportamento do sistema tubular em teoria de 2a. ordem, no que tange a deslocamento lateral, força normal nos pilares e força cortante nas vigas, de acordo com os itens 3.2 e 3.3.

3.5.2- Coeficientes Relacionados ao Comportamento do Tubo Ideal em Teoria de 2a. Ordem

No que se refere ao deslocamento lateral em um nível genérico z , deve-se obter um coeficiente que, multiplicado pelo deslocamento do tubo ideal, v_w , forneça o deslocamento do sistema tubular, y . Os dois deslocamentos, v_w e y , são determinados em teoria de 2a. ordem. O coeficiente, indicado por $(C_d)_2$, vale então

$$(C_d)_2 = \frac{y}{v_w} \quad (3.93)$$

O deslocamento y é obtido da Eq. (3.53) fazendo Δ igual a $H/10$, e v_w da Eq. (3.76), o que conduz a

$$(C_d)_2 = \frac{I_w}{10^3 A_c a^2} \frac{\bar{V}_1}{q_w H} \frac{\bar{F}_1(S_r, S_{r10}, S_{\ell10})}{\bar{F}_w(S_{\ell10})} \quad (3.94)$$

Devem ser também obtidos coeficientes que, multiplicados pela força normal no pilar de canto, que ocorreria no tubo ideal, forneçam as forças normais que solicitam de fato os vários pilares do sistema tubular, sempre em teoria de 2a. ordem. Tais coeficientes, para os pilares dos semi-painéis de alma e de flange, são respectivamente

$$(C_{c s_i})_2 = \frac{N_i}{N_{w_1}} \quad , \quad i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (3.95)$$

$$(\bar{C}_{c s_j})_2 = \frac{N_j}{N_{w_1}} \quad , \quad j = 2, 3, \dots, m \quad (3.96)$$

O pilar P_n , por apresentar força normal nula, não precisa ter seu coeficiente levantado. As forças N_i e F_j são obtida respectivamente das Eqs. (3.60) e (3.61), com Δ igual a $H/10$, e N_{w_1} da Eq. (3.85), fazendo i igual a 1. Considerando ainda a Eq. (3.79), chegam-se a

$$(C_{c s_i})_2 = \frac{I_w}{10A_c r_1 a} \frac{\bar{V}_{2i}}{q_w H} \frac{\bar{F}_{2i}(S_r, S_{f10}, S_{\ell10})}{\bar{F}_{w_1}(S_{\ell10})} \quad (3.97)$$

$$(\bar{C}_{c s_j})_2 = \frac{I_w}{10A_c r_1 a} \frac{\bar{V}_{3j}}{q_w H} \frac{\bar{F}_{3j}(S_r, S_{f10}, S_{\ell10})}{\bar{F}_{w_1}(S_{\ell10})} \quad (3.98)$$

Os coeficientes que permitem obter, em teoria de 2a. ordem, as forças cortantes que de fato atuam nas vigas dos semi-painéis de alma e flange, estarão relacionadas com as

forças cortantes que solicitam a viga V_{n-1} para comportamento de tubo ideal e, serão, respectivamente

$$(C_{b s_i})_2 = \frac{q_i}{q_{w_{n-1}}} \quad , \quad i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (3.99)$$

$$(C_{b s_j})_2 = \frac{p_j}{q_{w_{n-1}}} \quad , \quad j = 1, 2, \dots, m-1 \quad (3.100)$$

Os valores de q_i e p_j são dados, nesta ordem, pelas Eqs (3.64) e (3.65), com Δ igual a $H/10$, e $q_{w_{n-1}}$ pela Eq. (3.86), tomando i como $(n-1)$. Tendo em vista ainda a Eq. (3.80), vêem

$$(C_{b s_i})_2 = \frac{I_w}{a M_{s_{n-1}}} \frac{V_{4i}}{q_w H} \frac{F_{4i}(S_r, S_{r10}, S_{\ell10})}{F_{w2}(S_{\ell10})} \quad (3.101)$$

$$(\bar{C}_{b s_j})_2 = \frac{I_w}{a \cdot M_{s_{n-1}}} \frac{V_{5j}}{q_w H} \frac{F_{5j}(S_{r1}, S_{r10}, S_{\ell10})}{F_{w2}(S_{\ell10})} \quad (3.102)$$

Verifica-se que o primeiro fator que aparece nas expressões (3.94), (3.97), (3.98), (3.101) e (3.102) representa uma constante real, cujo valor depende apenas do número de pilares dos painéis do sistema tubular, e o segundo fator da distribuição do carregamento lateral ao longo da altura do edifício. Logo, os coeficientes determinados por estas expressões são funções reais de três variáveis, S_r , S_{r10} e $S_{\ell10}$, funções estas influenciadas pelo número de pilares dos painéis e pela distribuição do carregamento lateral. Tais coeficientes podem ser

determinados por análise estrutural utilizando os conhecimentos desenvolvidos nos itens 3.2 a 3.4.

A adoção de valor nulo para o adimensional $S_{\ell_{10}}$ implica em se considerar os comportamentos do tubo ideal e da estrutura real em teoria de 1a. ordem.

3.5.3 - Coeficientes Relacionados ao Funcionamento do Tubo Ideal em Teoria de 1a. Ordem

Proceder-se-á de maneira análoga ao sub-item precedente, apenas tomando em teoria de 1a. ordem os valores do deslocamento lateral, da força normal nos pilares e da força cortante nas vigas para o comportamento de tubo ideal. O comportamento do sistema tubular será ainda considerado em teoria de 2a. ordem.

Para o deslocamento lateral obtém-se em um nível genérico z , o coeficiente

$$(C_d)_1 = \frac{I_w}{10^3 A_c a^2} \frac{\bar{V}_1}{Q} F_1 (S_r, S_{r_{10}}, S_{\ell_{10}}) \quad (3.103)$$

Para a força normal nos pilares P_i ($i = 1, 2, \dots, n-1$) do semi-painél de alma e nos pilares C_j ($j = 2, 3, \dots, m$) do semi-painél de flange, chegam-se, respectivamente, aos coeficientes

$$(C_{cs_i})_1 = \frac{I_w}{5 A_{c_1} r_1 a} \frac{\bar{V}_{2i} H}{q_w (H-z)^2} F_{2i} (S_r, S_{r_{10}}, S_{\ell_{10}}) \quad (3.104)$$

$$(\bar{C}_{c_s_j})_1 = \frac{I_w}{5A_{c_1} r_a} \frac{V_{3j} H}{q_w (H-z)^2} \bar{F}_{3j}(S_r, S_{r_{10}}, S_{\ell_{10}}) \quad (3.105)$$

Nas vigas V_i ($i = 1, 2, \dots, n-1$) do semi-painel de alma e B_j ($j=1, 2, \dots, m-1$) do semi-painel de flange, determinam-se pela ordem, os coeficientes

$$(C_{b_s_i})_1 = \frac{I_w}{aM_{s_{n-1}}} \frac{V_{4i}}{q_w (H-z)} \bar{F}_{4i}(S_r, S_{r_{10}}, S_{\ell_{10}}) \quad (3.106)$$

$$(\bar{C}_{b_s_j})_1 = \frac{I_w}{aM_{s_{n-1}}} \frac{V_{2j}}{q_w (H-z)} \bar{F}_{5j}(S_r, S_{r_{10}}, S_{\ell_{10}}) \quad (3.107)$$

3.6- COEFICIENTE PARA O CARREGAMENTO VERTICAL CRÍTICO

Na matriz $K_{\sim s_a}$, integrante do sistema (3.46), caso se faça Δ igual a um décimo da altura H da estrutura, a maioria dos elementos não nulos se torna função real de duas variáveis adimensionais, o fator de rigidez S_r e o fator de deformação $S_{r_{10}}$, e os restantes função real destas duas variáveis e também do fator de não linearidade geométrica $S_{\ell_{10}}$. O valor crítico deste último fator, representado por $(S_{\ell_{10}})_{cr}$, será o seu menor valor que anula o determinante da matriz.

Considerando a Eq. (3.49) com Δ tomado igual a $H/10$, e indicando o carregamento vertical crítico uniformemente distribuído ao longo da altura da estrutura por $(w_{es})_{cr}$, este se relaciona a $(S_{\ell_{10}})_{cr}$ pela expressão

$$(w_{es})_{cr} = \frac{10^2 EA_c a^2 (S_{\ell_{10}})_{cr}}{H^3} \quad (3.108)$$

Se o sistema tubular se comportasse efetivamente como um tubo ideal de altura H , e momento de inércia I_w , o valor crítico do carregamento vertical uniformemente distribuído, conforme TIMOSHENKO e GERE^[32], seria dado por

$$(p_w)_{cr} = \frac{7,89EI_w}{H^3} \quad (3.109)$$

O coeficiente para o carregamento vertical crítico receberá a denominação de coeficiente de instabilidade, sendo definido por

$$C_{cr} = \frac{(w_{es})_{cr}}{(p_w)_{cr}} \quad (3.110)$$

ou seja, é a relação entre o carregamento crítico para o comportamento do sistema tubular e o carregamento crítico para um comportamento de tubo ideal. Tomando-se as Eqs. (3.108) e (3.109), que definem respectivamente $(w_{es})_{cr}$ e $(p_w)_{cr}$, chega-se a

$$C_{cr} = \frac{12,67A_c a^2 (S_{\ell_{10}})_{cr}}{I_w} \quad (3.111)$$

3.7 - PROGRAMA PARA ANÁLISE AUTOMÁTICA

3.7.1 - Considerações Gerais

Foi produzido um programa em linguagem FORTRAN 77, intitulado ADEST, para análise dos sistemas estruturais tubulares submetidos a um carregamento lateral que não cause torção, acrescido do efeito p-delta oriundo do carregamento vertical, conforme descrito no item 3.1. Este programa usa a teoria desenvolvida nos itens precedentes de forma que, entrando apenas com o fator de rigidez S_r , o fator de deformação S_{f10} e o fator de não linearidade geométrica $S_{\ell10}$, dados pelas Eqs. (3.47), (3.68) e (3.69), e com o número de pilares dos painéis completos de alma e flange, obtêm-se:

- a) o coeficiente de deslocamento lateral $(C_d)_1$, dado pela Eq. (3.103) e $(C_d)_2$, dado pela Eq. (3.94);
- b) os coeficientes de força normal nos pilares $(C_{cs_i})_1$, $i=1,2,\dots,n-1$, e $(\bar{C}_{cs_j})_1$, $j=2,3,\dots,m$, dados respectivamente pelas Eqs. (3.104) e (3.105), e $(C_{cs_i})_2$, $i=1,2,\dots,n-1$, e $(\bar{C}_{cs_j})_2$, $j=2,3,\dots,m$, dados pelas Eqs. (3.97) e (3.98);
- c) os coeficientes de força cortante nas vigas $(C_{bs_i})_1$, $i=1,2,\dots,n-1$, e $(\bar{C}_{bs_j})_1$, $j=1,2,\dots,m-1$, indicados, nesta ordem, pelas Eqs. (3.106) e (3.107), e $(C_{bs_i})_2$, $i=1,2,\dots,n-1$, e $(\bar{C}_{bs_j})_2$, $j=1,2,\dots,m-1$, indicados pelas Eqs. (3.101) e (3.102).

Todos os coeficientes com índice inferior 1 representam uma relação entre o comportamento real do sistema tubular, em teoria de 2a. ordem, e o comportamento hipotético de tubo ideal, em teoria de 1a. ordem. Nos coeficientes com índice 2, o comportamento hipotético de tubo ideal é também considerado em teoria de 2a. ordem. Quando se emprega teoria de 2a. ordem, leva-se em conta apenas o efeito p-delta. Caso se queira a relação entre os comportamentos real do sistema tubular e de tubo ideal em teoria de 1a. ordem, basta adotar valor nulo para o fator de não linearidade geométrica $S_{\ell_{10}}$.

Para fornecimento dos coeficientes, o sistema tubular é dividido em seis níveis distintos, espaçados igualmente de um quinto da altura da estrutura H, sendo o primeiro nível (Nível 1) correspondente à base e o sexto nível (Nível 6) ao topo. Os coeficientes de deslocamento lateral são fornecidos entre o Nível 2 (distante H/5 da base) e o Nível 6 e os coeficientes de força normal nos pilares e força cortante nas vigas entre o Nível 1 e o Nível 5 (distante H/5 do topo).

O programa permite obter também o coeficiente de instabilidade C_{cr} , dado pela Eq. (3.110), e o valor crítico do fator de não linearidade geométrica, $(S_{\ell_{10}})_{cr}$, conforme Eq. (3.111), a partir do número de pilares dos painéis e dos valores dos fatores de rigidez e deformação.

A entrada de dados e a listagem do programa encontram-se no Apêndice D.

3.7.2- Carregamentos Previstos e Utilização Prática

O programa prevê internamente que o carregamento lateral atuante tenha distribuição uniforme ao longo da altura da estrutura. Em conformidade com a teoria apresentada, não se considera a atuação do carregamento

vertical em teoria de 1a. ordem, mas apenas as forças horizontais decorrentes do efeito p-delta oriundo deste carregamento que, para tal, é suposto também uniformemente distribuído na altura do edifício.

Testes efetuados na fase de elaboração do programa indicaram que, mesmo nos edifícios mais altos, onde a semelhança entre o carregamento lateral uniformemente distribuído previsto e aquele que de fato ocorre é menor, os valores obtidos para os coeficientes de deslocamento lateral, força normal nos pilares e cortante nas vigas podem ser considerados bastante bons. Uma explicação para tal fato é que os coeficientes relacionam o comportamento da estrutura real com o comportamento de tubo ideal, e a simplificação da adoção do carregamento uniforme é feita para ambos os comportamentos. Como ilustração, ver o Exemplo 3, no sub-item 3.8.3.

Em termos práticos, para se chegar aos deslocamentos laterais e aos esforços nas barras do sistema tubular em teoria de 2a. ordem, a solução mais simples consiste em obter os deslocamentos e esforços relacionados ao comportamento de tubo ideal em teoria de 1a. ordem, o que pode ser feito imediatamente conforme mostram os sub-ítems 3.4.2 e 3.4.3, e multiplicá-los pelos coeficientes correspondentes fornecidos pelo programa. Os coeficientes relacionados ao comportamento de tubo ideal em teoria de 2a. ordem, também fornecidos pelo programa, servem apenas como referência.

3.8 - EXEMPLOS

3.8.1- Exemplo 1

Deseja-se analisar, com base nos adimensionais S_r , S_{f10} e $S_{\ell_{10}'}$, o mesmo edifício considerado no Exemplo 2 (sub-item 3.7.2) do Cap.II. Levam-se em conta o efeito p-delta, a deformação por força cortante de vigas e pilares e a influência dos trechos rígidos.

Atuam sobre a estrutura um carregamento lateral uniformemente distribuído, igual a 0,34 kN/cm, segundo o sentido positivo do eixo y, e um carregamento vertical, também uniformemente distribuído ao longo da altura, igual a 0,35 kN/cm em cada um dos 40 pilares, orientado de cima para baixo.

A solução do problema é apresentada nos tópicos seguintes.

a) Obtenção dos adimensionais

Têm-se que

$$\begin{aligned}
 N &= 40 \\
 h_a &= 300\text{cm} \\
 H &= 40 \times 300 = 12000\text{cm} \\
 a &= 200\text{cm} \\
 E &= 1960\text{kN/cm}^2 \\
 G &= 852\text{kN/cm}^2 \\
 A_c &= 60 \times 60 = 3600\text{cm}^2 \\
 A_b &= 24 \times 80 = 1920\text{cm}^2 \\
 I_c &= 60 \times 60^3 / 12 = 1080000\text{cm}^4 \\
 I_b &= 24 \times 80^3 / 12 = 1024000\text{cm}^4 \\
 f_b &= f_c = 1,2 \\
 d &= 30\text{cm} \\
 c &= 220\text{cm} \\
 w_{es} &= 0,35 \times 40 = 14\text{ kN/cm}
 \end{aligned}$$

Das Eqs.(3.1) e (3.2), obtêm-se

$$I_{ce} = \frac{852 \times 3600 \times 220^2 \times 1080000}{852 \times 3600 \times 220^2 + 12 \times 1,2 \times 1960 \times 1080000} = 896019\text{cm}^4$$

$$I_{be} = \frac{852 \times 1920 \times (200 - 2 \cdot 30)^2 \times 1024000}{852 \times 1920 \times (200 - 2 \cdot 30)^2 + 12 \times 1,2 \times 1960 \times 1024000} = 538548\text{cm}^3$$

Usando-se as Eqs. (3.3), (3.4), (3.11) e (3.26),
chegam-se respectivamente às grandezas

$$K_c = \frac{896019}{300} \left(\frac{300}{220} \right)^2 = 5553,84 \text{ cm}^3$$

$$K_b = \frac{538548}{200} \left(\frac{200}{200-2 \times 30} \right)^2 = 5495,39 \text{ cm}^3$$

$$S_b = \frac{12 \times 1960 \times 538548}{(200-2 \times 30)^3} = 4616,13 \text{ kN/cm}$$

$$S_c = \frac{1960 \times 3600}{300} = 23520,00 \text{ kN/cm}^2$$

Com as Eqs. (3.47), (3.68) e (3.69), nesta ordem,
obtêm-se os adimensionais

$$S_r = \frac{5553 \times 84}{5495 \times 39} = 1,01$$

$$S_{r10} = \frac{4616,13}{23520} \left(\frac{40}{10} \right)^2 = 3,14$$

$$S_{\ell10} = \frac{14 \times 12000 \times 300^2}{1960 \times 200^2 \times 3600} \left(\frac{40}{10} \right)^2 = 0,86$$

b) Entrada de dados

Os dados necessários ao acionamento do Programa ADEST
são os valores obtidos de S_r , S_{r10} e $S_{\ell10}$ e o número total
de pilares dos painéis de alma e flange, ambos iguais a 11.

c) Resultados

Os coeficientes, que permitem a determinação do
deslocamento lateral do edifício, da força normal nos

pilares, do esforço cortante nas vigas, e também do carregamento vertical crítico de instabilidade elástica por flexão, são fornecidos na saída do programa, reproduzida a seguir:

 ***** PROGRAMA A DEST *****

 E S T R U T U R A 1

1) PARAMETROS QUANTITATIVOS E ADIMENSIONAIS

PILARES DIRECAO Y PILARES DIRECAO X
 11 11

RELACAO DE RIGIDEZ SR FATOR DE RIGIDEZ SF10 FATOR DE NAO LINEARIDADE SL10
 1.010 3.140 0.860

2) COEFICIENTES PARA FLEXAO EM TORNO DO EIXO X

** 2.1) COEFICIENTES PARA DESLOCAMENTOS LATERAIS

	NIVEL 2	NIVEL 3	NIVEL 4	NIVEL 5	NIVEL 6
TUBO IDEAL	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
ESTRUTURA REAL/TUBO IDEAL 1 ORDEM	5.806	3.552	2.748	2.310	2.014
ESTRUTURA REAL/TUBO IDEAL 2 ORDEM	5.721	3.496	2.703	2.272	1.980

** 2.2) COEFICIENTES PARA FORCA NORMAL

PILAR POSICAO	TUBO IDEAL	(..ESTRUTURA REAL/TUBO IDEAL 1 ORDEM..)					(..ESTRUTURA REAL/TUBO IDEAL 2 ORDEM..)				
		NIVEL 1	NIVEL 2	NIVEL 3	NIVEL 4	NIVEL 5	NIVEL 1	NIVEL 2	NIVEL 3	NIVEL 4	NIVEL 5
		P 1 CANTO	1.000	1.894	1.062	0.882	0.592	-0.573	1.869	1.044	0.864
P 2 DIR. Y	0.800	0.831	0.907	0.785	0.633	0.177	0.820	0.891	0.769	0.620	0.174
P 3 DIR. Y	0.600	0.610	0.679	0.626	0.549	0.406	0.602	0.667	0.613	0.538	0.398
P 4 DIR. Y	0.400	0.368	0.446	0.433	0.402	0.390	0.363	0.439	0.424	0.393	0.382
P 5 DIR. Y	0.200	0.178	0.221	0.221	0.211	0.229	0.176	0.217	0.216	0.207	0.224
C 2 DIR. X	1.000	1.107	1.077	0.982	0.865	0.462	1.093	1.059	0.962	0.847	0.453
C 3 DIR. X	1.000	0.892	1.034	1.056	1.099	1.303	0.870	1.016	1.035	1.077	1.277
C 4 DIR. X	1.000	0.767	0.981	1.094	1.254	1.829	0.757	0.964	1.073	1.228	1.793
C 5 DIR. X	1.000	0.710	0.945	1.112	1.341	2.118	0.700	0.929	1.089	1.314	2.076
C 6 DIR. X	1.000	0.692	0.933	1.116	1.369	2.209	0.683	0.917	1.094	1.341	2.166

** 2.3) COEFICIENTES PARA FORCA CORTANTE

VIGA POSICAO	TUBO IDEAL	(..ESTRUTURA REAL/TUBO IDEAL 1 ORDEM..)					(..ESTRUTURA REAL/TUBO IDEAL 2 ORDEM..)				
		NIVEL 1	NIVEL 2	NIVEL 3	NIVEL 4	NIVEL 5	NIVEL 1	NIVEL 2	NIVEL 3	NIVEL 4	NIVEL 5
		V 1 DIR. Y	0.733	1.044	0.714	0.735	0.751	0.786	1.044	0.706	0.723
V 2 DIR. Y	0.840	0.866	0.871	0.863	0.866	0.871	0.866	0.861	0.848	0.848	0.853
V 3 DIR. Y	0.920	0.896	0.969	0.959	0.952	0.938	0.896	0.959	0.943	0.933	0.919
V 4 DIR. Y	0.973	0.891	1.025	1.022	1.010	0.987	0.891	1.014	1.005	0.990	0.967
V 5 DIR. Y	1.000	0.892	1.050	1.053	1.039	1.012	0.892	1.039	1.035	1.018	0.992
B 1 DIR. X	0.600	0.000	0.510	0.578	0.611	0.680	0.000	0.505	0.569	0.578	0.666
B 2 DIR. X	0.467	0.000	0.334	0.430	0.471	0.560	0.000	0.331	0.423	0.462	0.548
B 3 DIR. X	0.333	0.000	0.206	0.294	0.334	0.418	0.000	0.204	0.289	0.327	0.410
B 4 DIR. X	0.200	0.000	0.112	0.171	0.199	0.259	0.000	0.110	0.168	0.195	0.253
B 5 DIR. X	0.067	0.000	0.035	0.056	0.066	0.087	0.000	0.035	0.055	0.065	0.086

** 2.4) VALORES PARA INSTABILIDADE

ADIMENSIONAL SL10 CRITICO COEFICIENTE DE INSTABILIDADE
 32.47488 0.61896

d) - Determinação do deslocamento lateral

Para se chegar ao deslocamento lateral nos níveis 1 a 5, inicialmente deve-se obter o momento de inércia efetivo da seção transversal da estrutura, I_w , em relação ao eixo de flexão x. Assim

$$I_w = 4 \times 3600 (5,5 \times 1000^2 + 800^2 + 600^2 + 400^2 + 200^2) = 9,648 \times 10^{10} \text{ cm}^4$$

Sabe-se que o deslocamento lateral, v_w , para um comportamento de tubo ideal em 1a. ordem, numa elevação z, é dado por

$$v_w = \frac{q_w}{24EI_w} \left[(H-z)^4 - 4(H-z)H^3 + 3H^4 \right]$$

sendo q_w o carregamento lateral uniformemente distribuído e H a altura total da estrutura. Multiplicando-se, em cada nível, o valor obtido para v_w pelo coeficiente correspondente fornecido pelo programa, indicado por $(C_d)_1$, chega-se ao deslocamento da estrutura real, em teoria de 2a. ordem, representado por v . O quadro seguinte ilustra o procedimento:

Nível	z (cm)	v_w (cm)	$(C_d)_1$	v (cm)
2	2400	0,3261	5,806	1,89
3	4800	1,4631	3,552	5,20
4	7200	2,2147	2,748	6,09
5	9600	3,4202	2,310	7,90
6	12000	4,6605	2,014	9,39

e) Determinação da força normal nos pilares

Suponha, por exemplo, que se deseje determinar a força normal no pilar de canto P_{11} e no pilar P_9 . Usam-se, respectivamente, os coeficientes dos pilares P_1 e P_3 em razão da simetria, e o procedimento a ser observado encontra-se no quadro a seguir:

Nível	z (cm)	M_w (kN.cm)	Tubo Ideal			Estrutura Real			
			Pilar P_{11}		Pilar P_9	Pilar P_{11}		Pilar P_9	
			N_{w11} (kN)	C_{cw9}	N_{w9} (kN)	$(C_{cs11})_1$	N_{11} (kN)	$(C_{cs9})_1$	N_9 (kN)
1	0	24480000	-913,43	0,60	-548,06	1,894	-1730,04	0,610	-557,19
2	2400	15667200	-548,60	0,60	-350,76	1,062	- 582,61	0,679	-372,50
3	4800	8812800	-328,84	0,60	-197,30	0,882	- 290,04	0,626	-205,85
4	7200	3916800	-146,15	0,60	- 87,69	0,592	- 86,52	0,549	- 80,24
5	9600	979200	- 36,54	0,60	- 21,92	-0,573	20,94	0,406	- 14,84
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)

As colunas (3) a (10) podem ser assim discriminadas:

- (3) - momento fletor no edifício, causado apenas pelo carregamento lateral aplicado, obtido pela Eq. (3.83);
- (4) - força normal no pilar P_{11} , obtida pela Eq. (3.85), para comportamento de tubo ideal, com sinal invertido pelo fato do pilar se situar em posição antimétrica ao pilar P_1 ;
- (5) - coeficiente do pilar P_9 (igual ao do pilar P_3), conforme Eq.(3.89), fornecido pelo programa;
- (6) - força normal no pilar P_9 para um comportamento de tubo ideal, fornecida pela produto $C_{cw9} N_{w11}$;

- (7) - coeficiente do pilar P_{11} para comportamento da estrutura real em teoria de 2a. ordem, fornecido pelo programa;
- (8) - força normal no pilar P_{11} na estrutura real, obtida através do produto $(C_{cs_{11}}) N_{w_{11}}$;
- (9) - idem (7), para o pilar P_9 ;
- (10)- idem (8), para o pilar P_9 .

Os valores obtidos para força normal nos pilares P_{11} e P_9 no quadro precedente, de acordo com a teoria apresentada neste capítulo, não consideram a força normal de compressão de 0,35 kN/cm atuante em cada pilar do edifício em teoria de 1a. ordem. Assim, torna-se necessário ainda adicionar a estes valores tal carregamento de maneira direta (ver sub-item 3.7.2), obtendo-se as forças normais finais indicadas no quadro abaixo, na coluna (5) para o pilar P_{11} e (7) para o pilar P_9 :

Nível	z (cm)	-0,35 (H-z)	N_{11} (kN)		N_9 (kN)	
			*	***	**	***
1	0	-4200	-1730,04	-5930,04	-557,19	-4757,19
2	2400	-3360	-582,61	-3942,61	-37,50	-3732,50
3	4800	-2520	-290,04	-2810,04	-20,85	-2725,85
4	7200	-1680	-86,52	-1766,52	-8,24	-1760,24
5	9600	-840	20,94	-819,06	-1,84	-854,84
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)

* : coluna (8) do quadro anterior (não considera o carregamento vertical em 1a. ordem)

** : idem, coluna (10) do quadro anterior

*** : valor final da força normal no pilar, incluindo a atuação do carregamento vertical em 1a. ordem

f) Determinação do esforço cortante nas vigas

Para exemplificar, serão obtidos os esforços cortantes distribuídos ao longo da altura do edifício, nas vigas V_5 e B_1 . O procedimento é ilustrado no quadro a seguir:

Nível	z (cm)	Q_w (kN)	Tubo Ideal			Estrutura Real				
			Viga V_5		Viga B_1		Viga V_5		Viga B_1	
			q_{w5} (kN/cm)	\bar{c}_{bw1}	P_{w1} (kN/cm)	$(C_{bs5})_1$	q_5 (kN/cm)	$(\bar{c}_{bs1})_1$	P_1 (kN/cm)	
1	0	4200	1,1754	0,60	0,7052	0,892	1,0485	0	0	
2	2400	3360	0,9403	0,60	0,5642	1,050	0,9873	0,510	0,4796	
3	4800	2520	0,7052	0,60	0,4231	1,053	0,7426	0,578	0,4076	
4	7200	1680	0,4702	0,60	0,2821	1,039	0,4885	0,611	0,2873	
5	9600	840	0,2351	0,60	0,1411	1,012	0,2379	0,680	0,1599	
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	

As colunas (3) a (10) do quadro podem ser assim entendidas:

- (3) - força cortante no edifício, causada apenas pelo carregamento lateral aplicado, obtida pela Eq.(3.84);
- (4) - força cortante distribuída ao longo da altura do edifício, para a viga V_5 , em comportamento de tubo ideal em teoria de 1a. ordem, obtida pela Eq.(3.86);
- (5) - coeficientes da viga B_1 , conforme Eq.(3.92), fornecida pelo programa;
- (6) - força cortante distribuída ao longo da altura do edifício, para a viga B_1 , em comportamento de tubo ideal em teoria de 1a. ordem, obtida pelo produto $\bar{c}_{bw1} \cdot q_{w5}$;
- (7) - coeficiente da viga V_5 para comportamento da estrutura real em teoria de 2a. ordem, fornecido pelo programa;

(8) - força cortante distribuída ao longo da altura do edifício, para a viga V_5 , dada pelo produto

$$(C_{bs_5})_1 \cdot q_{w_5};$$

(9) - idem (7), para a viga B_1 ;

(10)- idem (8), para a viga B_1 .

Para se chegar aos esforços cortantes nas vigas, os valores obtidos para as forças cortantes distribuídas devem ser multiplicados pela altura dos andares h , no caso igual a 300cm, exceto no nível 1, onde a multiplicação deve ser feita por $h/2$. Neste nível, embora não existam vigas de fato, a determinação do esforço cortante é importante por permitir avaliar o momento fletor na base dos pilares.

g) Determinação do carregamento vertical crítico de instabilidade elástica por flexão

O coeficiente de instabilidade, representado por C_{cr} e dado pela Eq. (3.110), tem valor, fornecido pelo programa, igual a 0,61896. No caso de comportamento de tubo ideal, o carregamento vertical crítico será dado, segundo a Eq. (3.109), por

$$(p_w)_{cr} = \frac{7,89 \times 1960 \times 9,648 \times 10^{10}}{12000^3} = 863,43 \text{ kN/cm}$$

O carregamento crítico na estrutura real é dado pelo produto $C_{cr} (p_w)_{cr}$, resultando em um valor igual a 534,43 kN/cm.

Nota-se que os resultados obtidos a partir dos adimensionais diferem em cerca de 1% daqueles anteriormente obtidos pelo programa ESTUB (ver Exemplo 2 do Cap. II - sub-item 2.7.2), em função de aproximações numéricas.

Se fosse tomado valor nulo para o adimensional $S_{\ell_{10}}$, os coeficientes que seriam fornecidos pelo programa estariam relacionados à análise da estrutura real em teoria de 1ª. ordem, de acordo com comentários feitos no sub-item 3.5.2.

3.8.2 - Exemplo 2

Pede-se determinar o deslocamento lateral no topo do edifício analisado no exemplo precedente, para as seguintes novas situações:

- (1) - desconsiderando trechos rígidos e deformação por força cortante de vigas e pilares;
- (2) - desconsiderando trechos rígidos e considerando a deformação por força cortante;
- (3) - considerando trechos rígidos e desconsiderando a deformação por força cortante.

Solução:

a) - Obtenção dos adimensionais

Quando se desconsideram os trechos rígidos, faz-se $d=0$ e $c=h=300\text{cm}$, e quando se desconsidera a deformação por força cortante, faz-se $f_b = f_c = 0$. Com tais modificações, procedendo similarmente ao Exemplo 1, o adimensional $S_{\ell_{10}}$ não se altera, permanecendo igual a 0,86, ao passo que os adimensionais S_r e $S_{f_{10}}$ assumem os seguintes novos valores:

- para a situação (1)

$$S_r = 0,70$$

$$S_{f10} = 2,05$$

- para a situação (2)

$$S_r = 0,91$$

$$S_{f10} = 1,42$$

- para a situação (3)

$$S_r = 0,64$$

$$S_{f10} = 5,97$$

b) - Determinação do deslocamento lateral no topo

O valor do deslocamento lateral no topo do edifício, para comportamento de tubo ideal em 1a. ordem, v_w , foi obtido no exemplo precedente e é igual a 4,6605cm. O coeficiente $(C_d)_1$, fornecido pelo Programa ADEST e o respectivo deslocamento da estrutura real, v , são:

- para a situação (1)

$$(C_d)_1 = 2,892$$

$$v = 4,6605 \times 2,892 = 13,48 \text{cm}$$

- para a situação (2)

$$(C_d)_1 = 3,380$$

$$v = 4,6605 \times 3,380 = 15,75 \text{cm}$$

- para a situação (3)

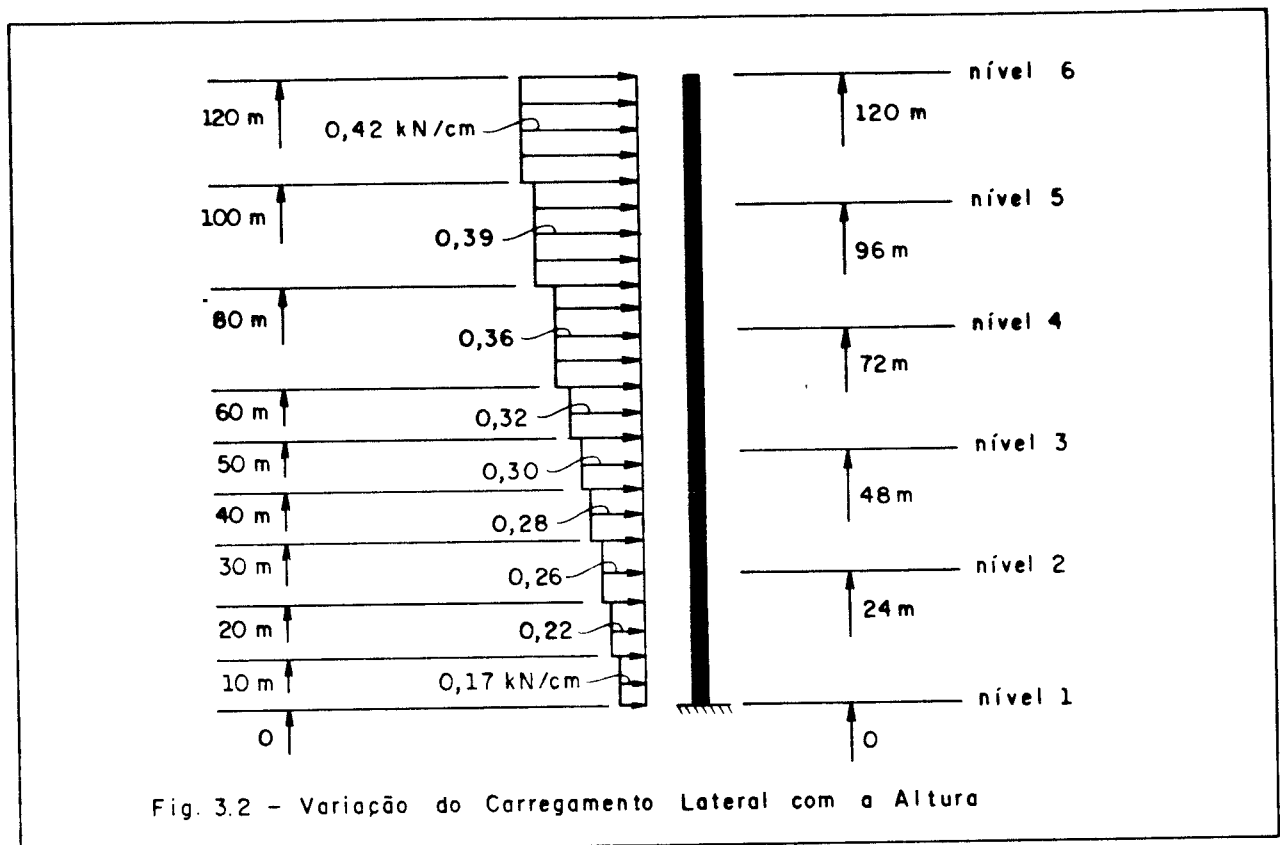
$$(C_d)_1 = 1,686$$

$$v = 4,6605 \times 1,686 = 7,86 \text{cm}$$

Comparando com os resultados obtidos pelo programa ESTUB (ver Exemplo 2 do Cap. II - sub-item 2.7.2), nota-se uma diferença da ordem de 2%, que pode ser atribuída a aproximações numéricas.

3.8.3 - Exemplo 3

Será analisado o mesmo edifício do Exemplo 1, mudando-se apenas o carregamento lateral, que agora variará ao longo da altura, conforme mostra a Fig. 3.2.



De acordo com sub-item 3.7.2, o Programa ADEST não leva em conta a variação do carregamento lateral com a altura do edifício, o que faz com que os coeficientes, quando tal

variação ocorre, apresentem pequenas imprecisões, as quais serão avaliadas aqui.

Nos tópicos seguintes, é dada a solução do problema:

(a) - Obtenção dos adimensionais, entrada de dados e resultados.

Não se tem qualquer modificação em relação ao Exemplo 1.

(b) - Determinação do deslocamento lateral

Procede-se similarmente ao Exemplo 1, apenas alterando a equação que fornece o deslocamento lateral ao longo da altura do edifício para comportamento de tubo ideal, que deverá agora considerar a variação do carregamento. Os resultados obtidos são apresentados no quadro a seguir:

Nível	z (cm)	v_w (cm)	$(C_d)_1$	v (cm)
2	2400	0,349	5,806	2,03
3	4800	1,229	3,552	4,37
4	7200	2,423	2,748	6,66
5	9600	3,765	2,310	8,70
6	12000	5,148	2,014	10,37

(c) - Determinação da força normal nos pilares

Serão calculadas as forças normais nos pilares P_9 e P_{11} . O procedimento é análogo ao do Exemplo 1 e no quadro de cálculo a seguir são obtidas as forças normais devidas ao carregamento lateral e ao efeito p-delta oriundo do carregamento vertical disposto na posição deformada da estrutura:

Nível	z (cm)	M_w (kN.cm)	Tubo Ideal			Estrutura Real			
			Pilar P_{11}		Pilar P_9	Pilar P_{11}		Pilar P_9	
			N_{w11} (kN)	C_{cw9}	N_{w9} (kN)	$(C_{cs11})_1$	N_{11} (kN)	$(C_{cs9})_1$	N_9 (kN)
1	0	26455000	-987,12	0,60	-592,27	1,894	-1869,61	0,610	-602,14
2	2400	17660800	-618,41	0,60	-371,05	1,062	-656,75	0,679	-419,90
3	4800	10298000	-384,26	0,60	-230,56	0,882	-338,92	0,626	-240,55
4	7200	4711200	-175,79	0,60	-105,47	0,592	-104,07	0,549	-96,51
5	9600	1207200	-45,05	0,60	-27,03	-0,573	25,81	0,406	-18,29

As forças normais finais nos pilares P_9 e P_{11} devem ainda incorporar a força normal de compressão de 0,35 kN/cm que atua em cada pilar do edifício, o que se faz em seguida:

Nível	z (cm)	-0,35 (H-z)	N_{11} (kN)		N_9 (kN)	
			*	**	*	**
1	0	-4200	-1869,61	-6069,61	-602,14	-4802,14
2	2400	-3360	-656,75	-4016,75	-419,90	-3779,90
3	4800	-2520	-338,92	-2858,92	-240,55	-2760,55
4	7200	-1680	-104,07	-1784,07	-96,51	-1776,51
5	9600	-840	-25,81	-814,19	-18,29	-858,29

* : força normal no pilar não considerando o carregamento vertical em 1a. ordem;
 **: incluindo o carregamento vertical em 1a. ordem.

(d) - Determinação do esforço cortante nas vigas

Serão determinadas as forças cortantes distribuídas ao longo da altura do edifício nas vigas V_5 e B_1 .
 Procede-se de forma semelhante ao Exemplo 1, conforme se vê no quadro a seguir:

Nível	z (cm)	Q_w (kN)	Tubo Ideal			Estrutura Real			
			Viga V_5	Viga B_1		Viga V_5		Viga B_1	
			q_{w5} (kN/cm)	\bar{c}_{bw1}	P_{w1} (kN/cm)	$(C_{bs5})_1$	q_5 (kN/cm)	$(C_{bs1})_1$	P_1 (kN/cm)
1	0	3890	1,0886	0,60	0,6532	0,892	0,9710	0	0
2	2400	3396	0,9504	0,60	0,5702	1,050	0,9979	0,510	0,4847
3	4800	2720	0,7612	0,60	0,4567	1,053	0,8015	0,578	0,4400
4	7200	1908	0,5340	0,60	0,3204	1,039	0,5548	0,611	0,3263
5	9600	996	0,2788	0,60	0,1673	1,012	0,2821	0,680	0,1896

(e) - Considerações sobre a precisão

No quadro comparativo que segue é possível comprovar que, embora o Programa ADEST não preveja variação do carregamento lateral ao longo da altura do edifício, os coeficientes obtidos permitem que se cheguem a resultados bastante bons. Os resultados mais corretos, que consideram a variação do carregamento lateral foram conseguidos com o Programa ESTUB.

Nível	z (cm)	Desloca- mento La- teral (cm)		Força Normal (kN)				Força Cortante Distribuída (kN/cm)			
				Pilar P ₁₁		Pilar P ₉		Viga V ₅		Viga B ₁	
		*	**	*	**	*	**	*	**	*	**
1	0	0	0	-6069,61	-5997,39	-4802,14	-4802,02	0,9710	0,9702	0	0
2	2400	2,03	1,92	-4016,75	-4065,84	-3779,90	-3798,34	0,9979	0,9971	0,4847	0,4846
3	4800	4,37	4,22	-2858,92	-2866,76	-2760,55	-2755,90	0,8015	0,8005	0,4400	0,4357
4	7200	6,66	6,53	-1784,07	-1787,98	-1776,51	-1774,74	0,5548	0,5541	0,3263	0,3199
5	9600	8,70	8,59	-814,19	-815,87	-858,29	-853,03	0,2821	0,2820	0,1896	0,1833
6	12000	10,37	10,26	-	-	-	-	-	-	-	-

* resultado obtido por meio do Programa ADEST.
** resultado obtido pelo Programa ESTUB, levando-se em conta a variação do carregamento lateral.

3.9 - CONSIDERAÇÕES PRÁTICAS

Os Exemplos 1 a 3 mostraram como um sistema tubular pode ser analisado a partir de seus adimensionais S_r , S_{f10} e $S_{\ell10}$, usando o programa ADEST. A finalidade prática principal do estudo desenvolvido neste capítulo, no entanto, consiste na produção de um conjunto de tabelas que forneçam os coeficientes de deslocamento lateral, de força normal nos pilares e de força cortante nas vigas, conduzindo assim a um pré-dimensionamento razoavelmente preciso. É mais fácil e direta, obviamente, a utilização dos coeficientes relacionados ao comportamento do tubo ideal em teoria de 1a. ordem, conforme mencionado no sub-item 3.5.3, embora estes coeficientes se refiram à análise do sistema tubular em teoria de 2a. ordem (ou 1a. ordem, se $S_{\ell10} = 0$).

Tendo em vista a faixa de variação que os adimensionais costumam apresentar na prática, propõe-se que as tabelas sejam feitas usando três valores para S_r , 0,1, 0,8 e 1,5, três valores para S_{f10} , 0,1, 1,0 e 10,0 e quatro valores para $S_{\ell10}$, a saber, 0, 0,025 ($S_{\ell10}$)_{cr}, 0,150 ($S_{\ell10}$)_{cr} e

0,400 ($S_{\ell_{10}})$ cr. Para cada uma das combinações entre S_r , $S_{f_{10}}$ e $S_{\ell_{10}}$, deve ser escolhida uma certa quantidade de sistemas tubulares no que diz respeito ao número de pilares dos painéis de alma e flange. Ao se analisar um sistema tubular específico, se os seus adimensionais ou número de pilares não coincidir com uma tabela do conjunto, recorre-se à interpolação para obter os coeficientes. O emprego do valor nulo para o adimensional $S_{\ell_{10}}$, implica em se analisar o sistema tubular em teoria de 1a. ordem.

Opcionalmente, as tabelas podem ser transformadas em gráficos, que permitem uma visualização mais rápida do comportamento da estrutura, mas podem também levar a imprecisões decorrentes do manuseio. Como ilustração são apresentadas nas Figs. 3.3 a 3.5 as curvas para os coeficientes de deslocamento lateral ao longo da altura do edifício, de força normal nos pilares e de força cortante nas vigas para uma estrutura que possua um número total de pilares, tanto no painel de alma quanto no painel de flange, igual a nove, e com S_r igual a 0,8, $S_{f_{10}}$ igual a 0,1, 1,0 e 10,0 e $S_{\ell_{10}}$ igual a zero (análise em teoria de 1a. ordem). Em linhas tracejadas são apresentadas também os coeficientes que seriam obtidos para um comportamento de tubo ideal em teoria de 1a. ordem, tornando imediata a avaliação da eficiência.

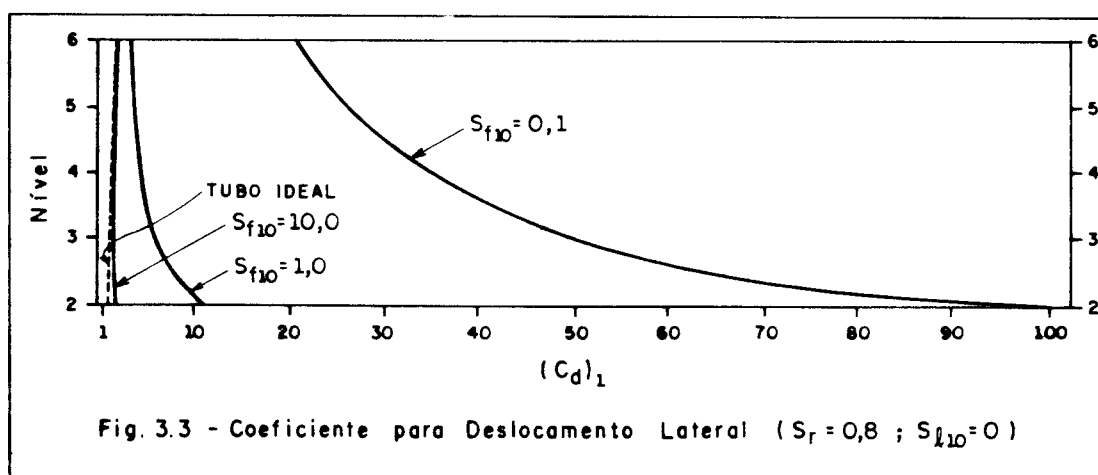


Fig. 3.3 - Coeficiente para Deslocamento Lateral ($S_r = 0,8$; $S_{\ell_{10}} = 0$)

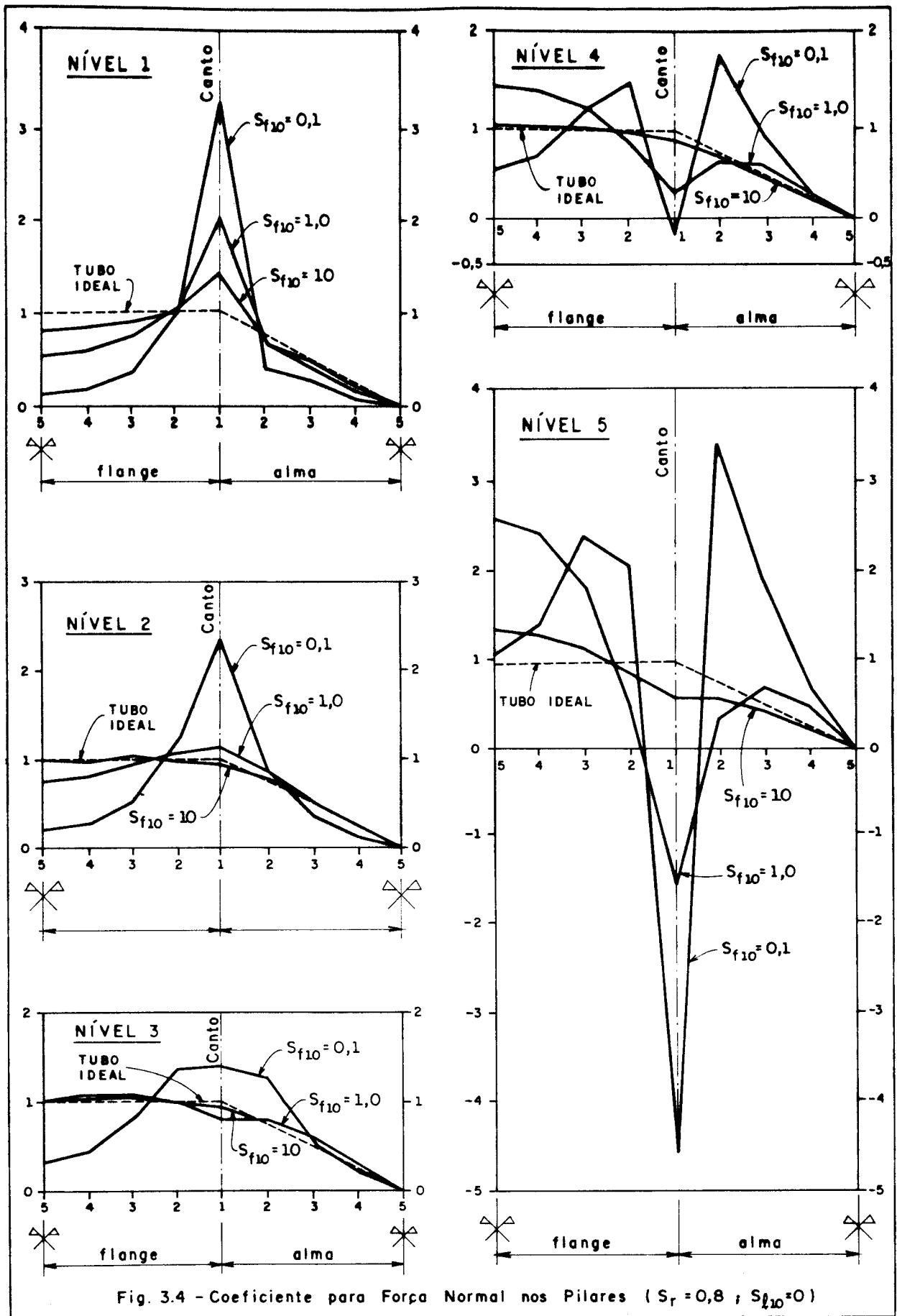


Fig. 3.4 - Coeficiente para Força Normal nos Pilares ($S_r = 0,8$; $S_{l10} = 0$)

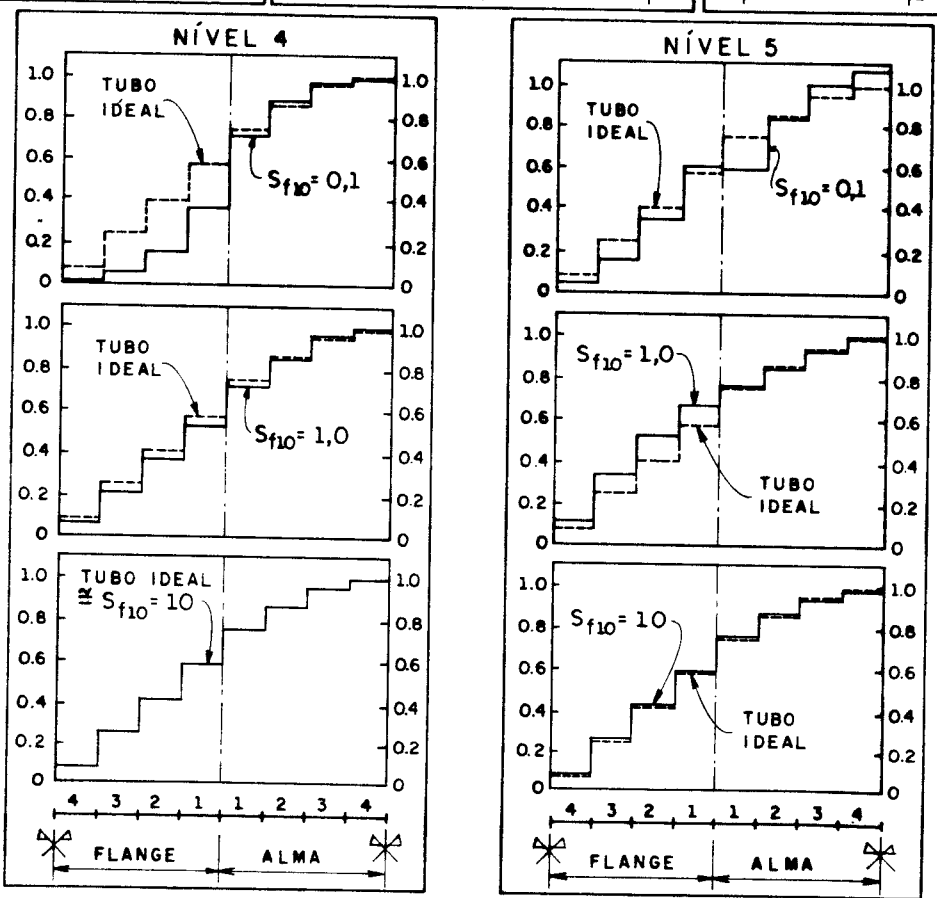
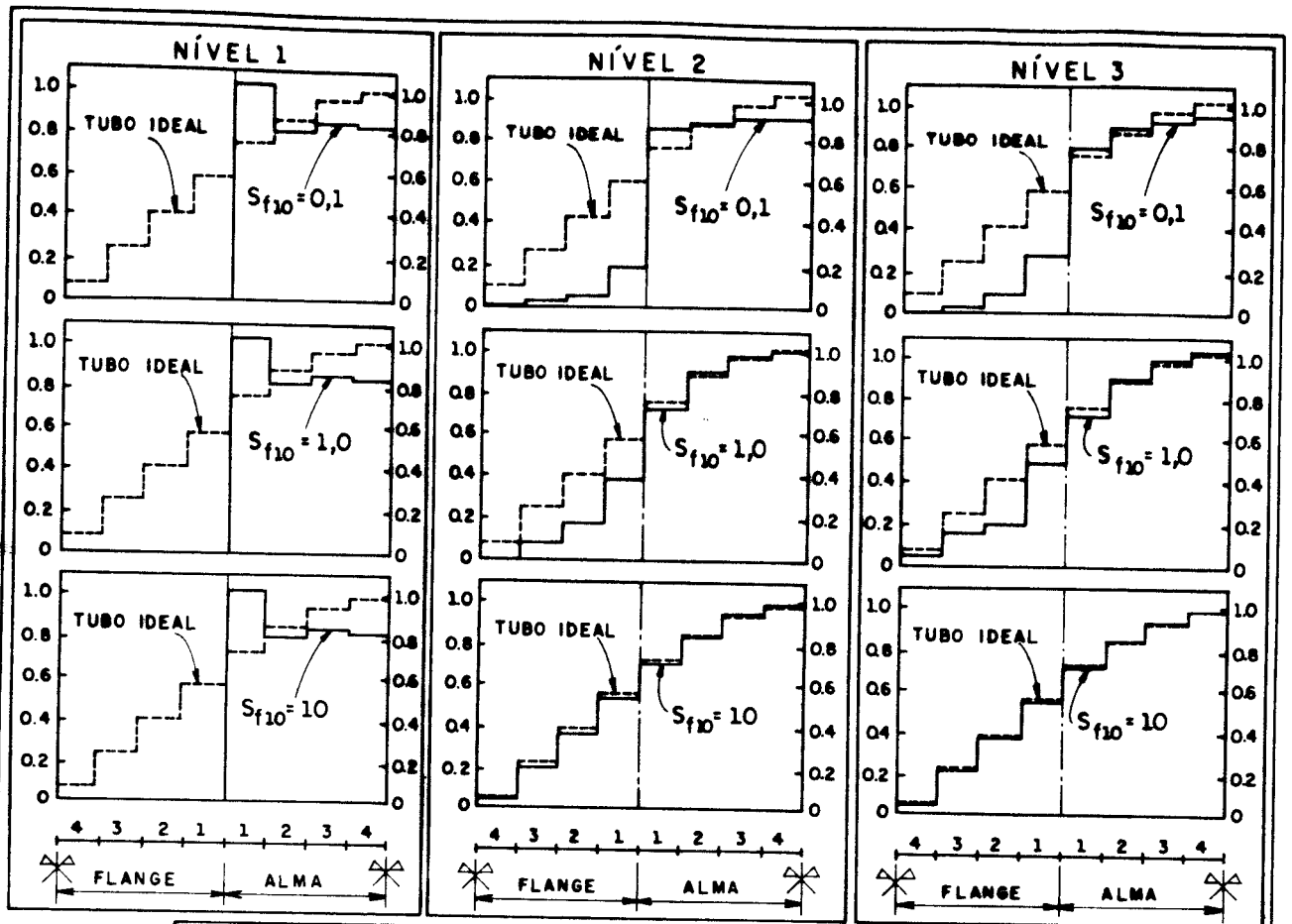
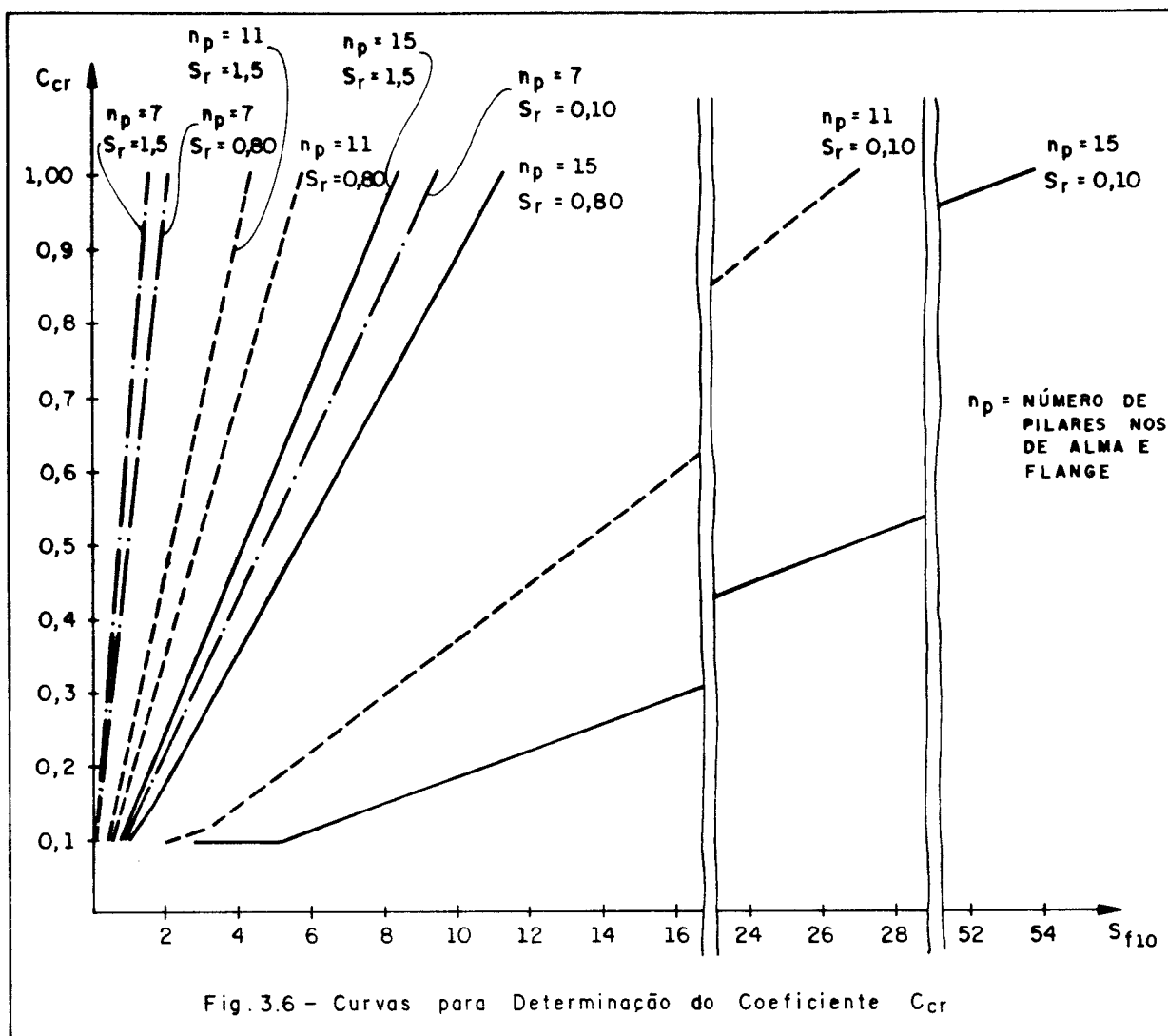
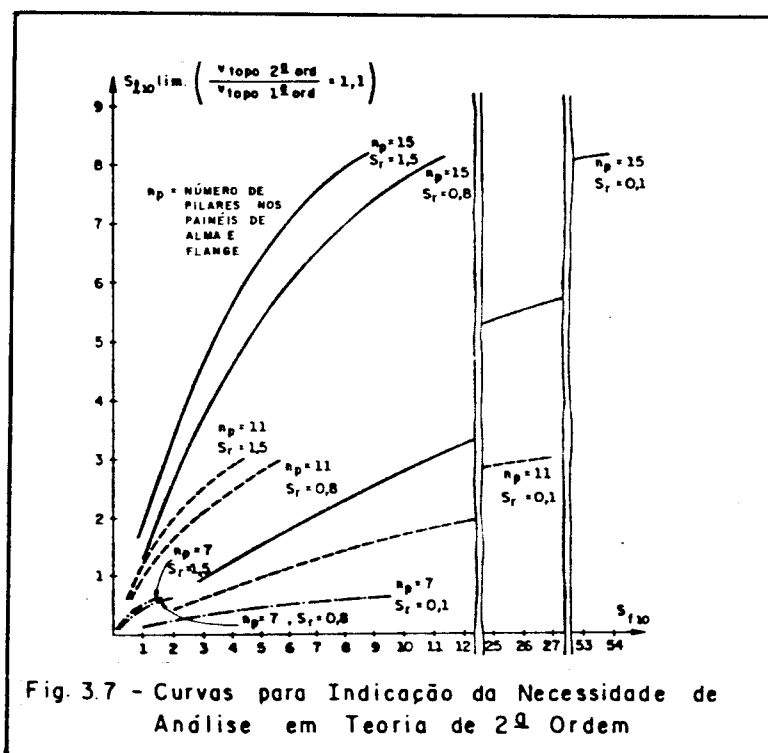


Fig. 3.5 - Coeficiente para Esforço Cortante nas Vigas ($S_r = 0,8$, $S_{f10} = 0$)

Com os adimensionais, é possível ainda obter curvas que fornecem o valor do coeficiente de instabilidade C_{cr} , ligado diretamente a $(S_{\ell_{10}})_{cr}$ pela Eq. (3.111), em função de S_r , S_{r10} e do número de pilares dos painéis de alma e flange. A Fig. 3.6 mostra tais curvas, para uma faixa de variação de C_{cr} entre 0,1 e 1,0 e 7, 11 e 15 pilares nos painéis de alma e flange.



Uma informação bastante relevante diz respeito à necessidade de análise em 2ª. ordem do sistema tubular. Estabelecendo-se um critério específico como, por exemplo, que a análise em 2ª. ordem precisa ser feita sempre que levar a um acréscimo de pelo menos 10% nos deslocamentos no topo da estrutura obtidos na análise em 1ª. ordem, podem ser traçadas curvas como as apresentadas na Fig. 3.7. Nestas curvas fornece-se, a título de ilustração, com referência ao critério estabelecido, o valor limite do fator $S_{\ell_{10}}$ em função dos adimensionais S_r (tomado como 0,1, 0,8 e 1,5) e $S_{r_{10}}$ (tomado com valores correspondentes ao coeficiente de instabilidade C_{cr} variando entre 0,1 e 1,0) e do número de pilares dos painéis de alma e flange (tomado como 7, 11 e 15 em ambos os painéis), a partir do qual a análise em 2ª. ordem deve ser efetuada. Para $S_{\ell_{10}}$ igual ou superior ao valor delimitado pela curva a análise em 2ª. ordem seria necessária e para $S_{\ell_{10}}$ inferior, não.



CAPÍTULO IV

CONSIDERAÇÕES FINAIS

4.1 - GENERALIDADES

Com base na teoria desenvolvida nos capítulos precedentes e na observação dos resultados dos exemplos apresentados, além de diversos outros não mostrados, é possível chegar a várias conclusões a respeito da precisão do método de análise empregado e de aspectos do comportamento dos sistemas estruturais tubulares. Estas conclusões, acompanhadas de sugestões para continuação do presente trabalho, são apresentadas nos itens seguintes.

4.2 - PRECISÃO DOS RESULTADOS

De acordo com todos os testes realizados, o processo de análise utilizado, que faz uso da Técnica do Meio Contínuo,

conduz a resultados bastante próximos daqueles obtidos por processo discreto.

As diferenças máximas detectadas dizem respeito aos esforços normais em alguns pilares dos painéis perpendiculares ao carregamento lateral, ou em determinados pilares de todos os painéis quando se tem solicitação de torção no edifício, sem a presença de carregamento vertical. Tais diferenças são da ordem de 10% e se dão na parte mais baixa da estrutura, e podem ser explicadas pelo fato que, na determinação das expressões que refletem as deformações dos painéis, considerou-se um único modelo em todos os níveis. Este modelo, mesmo sendo bastante condizente com a realidade em grande parte dos níveis do edifício, não é muito adequado ao primeiro pavimento, pois não toma como nula a rotação dos pilares na base e supõe o ponto de momento nulo na seção média destas barras (no primeiro pavimento, os pilares têm rotação nula na base e ponto de momento nulo situado a razoável distância da seção média).

Embora não pareça difícil corrigir tal problema, julgou-se pouco relevante fazê-lo pois, na prática, uma parcela considerável da força normal nos pilares deve-se ao carregamento vertical, tornando a imprecisão pouco significativa.

O número de níveis a ser usado para aplicação das diferenças finitas é importante para a precisão dos resultados. Um conjunto de testes indicou que estes podem ser considerados bons quando se adotam pelo menos cinco níveis, um na base da estrutura, outro no topo, e três no interior, para qualquer número de andares, desde que não haja variação de geometria ao longo da altura e que a distância entre os níveis não seja demasiadamente desigual. Se houver variação de geometria, em cada trecho distinto devem ser adotados pelo menos três níveis, dois

obrigatoriamente nas extremidades do trecho e o terceiro no seu interior.

4.3 - IMPORTÂNCIA DOS PARÂMETROS ADIMENSIONAIS

Pelo estudo desenvolvido no Cap. III, conclui-se que o comportamento dos sistemas tubulares básicos fica totalmente definido, em teoria de 1a. ordem e sob atuação de um carregamento lateral, com base apenas no número de pilares dos painéis e nos parâmetros adimensionais S_r e S_{f10} , denominados respectivamente fator de rigidez e fator de deformação. Em teoria de 2a. ordem, o comportamento depende ainda do parâmetro adimensional $S_{\ell10}$, denominado fator de não linearidade geométrica.

Constatou-se que, com o aumento do valor de S_r , a eficiência da estrutura se torna maior, ou seja, seu comportamento se aproxima do tubo ideal, inclusive pela redução do efeito "shear-lag". Conclusão idêntica pode ser feita quanto a S_{f10} e, neste caso, as Figs. 3.3 a 3.5 no Cap. III servem como ilustração. Notou-se ainda que o comportamento da estrutura é bastante mais sensível à variação do parâmetro S_{f10} que do parâmetro S_r .

Na Eq. (3.47), que define S_r , substituindo-se K_c e K_b por seus valores, dados respectivamente pelas Eqs. (3.3) e (3.4), e nestas substituindo-se I_{ce} e I_{be} por seus valores, dados pelas Eqs. (3.1) e (3.2), obtém-se

$$S_r = \frac{\frac{GA_c c^2 I_c}{GA_c c^2 + 12 f_c EI_c} \left(\frac{h}{c}\right)^3}{\frac{GA_b (a-2d)^2 I_b}{GA_b (a-2d)^2 + 12 f_b EI_b} \left(\frac{a}{a-2d}\right)^3} \quad (4.1)$$

Na Eq. (3.68), que determina S_{r10} , substituindo-se S_b e S_c por seus valores, indicados nas Eqs. (3.11) e (3.26), e na Eq. (3.11), substituindo-se I_{be} por seu valor dado na Eq. (3.2), vem

$$S_{r10} = \frac{12}{(a-2d)} \frac{GA_b I_b}{GA_b (a-2d)^2 + 12f_b EI_b} \frac{h}{A_c} \left(\frac{N_a}{10}\right)^2 \quad (4.2)$$

A consideração dos trechos rígidos na análise estrutural implica em tomar a dimensão d , que representa a largura destes trechos, diferente de zero nas Eqs. (4.1) e (4.2) e c , que define o comprimento deformável dos pilares, menor que a altura dos andares h na Eq. (4.1), aumentando necessariamente o valor de S_{r10} , com o que o comportamento do sistema tubular se aproxima do tubo ideal. Por outro lado, a consideração da deformação por força cortante implica em tomar os fatores de forma de vigas e pilares, f_b e f_c respectivamente, diferentes de zero na Eq. (4.1) e f_b diferente de zero na Eq. (4.2), o que reduz o valor de S_{r10} , afastando o comportamento do sistema tubular do tubo ideal. Em ambos os casos, S_r varia pouco em relação a S_{r10} e pode ter seu valor elevado ou reduzido, dependendo da proporção entre as grandezas que integram a Eq. (4.1).

Com este tipo de estudo, torna-se possível estabelecer curvas indicando a partir de que variação dos valores de S_r e S_{r10} , a consideração de um dos efeitos citados, ou de ambos, torna-se imprescindível à análise, com relação a algum critério como, por exemplo, uma variação de 10% no deslocamento lateral no topo da estrutura.

O fator de não linearidade geométrica, $S_{\ell10}$, dado pela Eq. (3.69), independe da consideração dos trechos rígidos e da deformação por força cortante de vigas e pilares. Quando tomado igual a zero, a análise do sistema tubular é feita em teoria de 1a. ordem sob atuação apenas do carregamento

lateral e quando tomado diferente de zero, em teoria de 2a. ordem, supondo a atuação de um carregamento lateral acrescido de forças horizontais decorrentes do efeito p-delta. A análise em teoria de 2a. ordem, incluindo a determinação do valor crítico de $S_{\ell_{10}}$, depende dos valores de S_r e $S_{r_{10}}$ e, portanto, da consideração ou não dos trechos rígidos e da deformação por força cortante. Quanto maior for $S_{\ell_{10}}$, mais pronunciado será o efeito p-delta.

4.4 - INFLUÊNCIA DO NÚMERO DE ANDARES DA ESTRUTURA

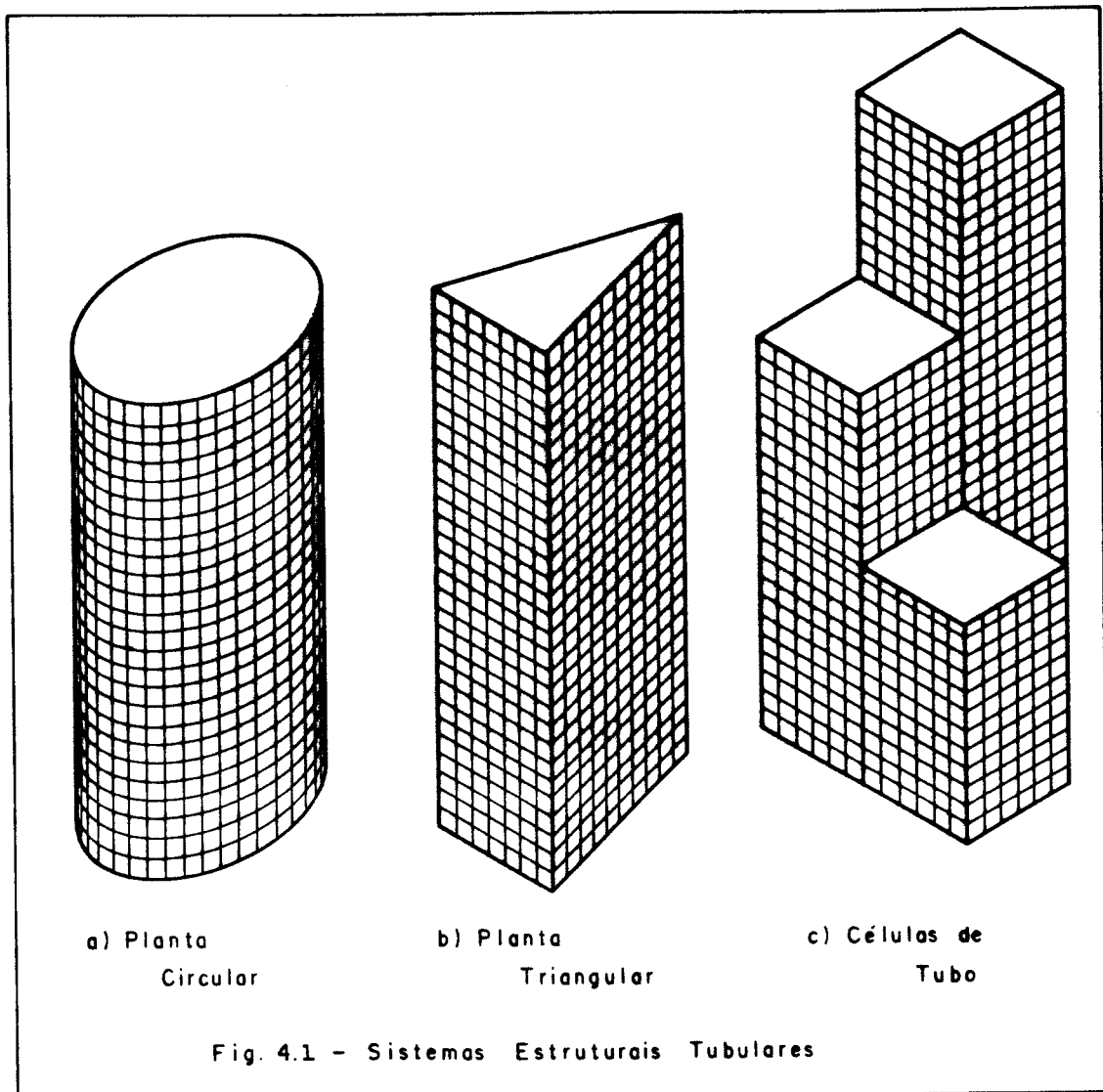
Uma verificação interessante, fundamentada no item anterior e na equação que define o fator de deformação $S_{r_{10}}$ é que, quanto maior o número de andares de um sistema tubular, mais o comportamento se aproxima do tubo ideal. Este fato serve inclusive como mais um argumento a favor da conveniência do uso deste tipo de concepção estrutural em edifícios altos.

Nota-se ainda pela equação que define o fator de não linearidade geométrica $S_{\ell_{10}}$, que à medida em que se eleva o número de andares, o valor deste adimensional aumenta quadraticamente, e portanto mais pronunciado se torna o efeito p-delta.

4.5 - AVANÇOS POSSÍVEIS

A formulação matemática apresentada nos capítulos anteriores pode ser adaptada a outras formas de sistemas tubulares diferentes da básica (ver item 1.1) como, por exemplo, o sistema de planta circular (Fig. 4.1-a), planta triangular (Fig. 4.1-b) e o sistema constituído por células de tubo (Fig. 4.1.-c). Para esta última forma, é possível

ainda considerar, na análise, reduções das dimensões externas da estrutura com a altura, desde que se estabeleçam adequadamente condições de contorno e compatibilidade nos níveis onde tais reduções ocorrem.



É também possível incluir na análise, caso se julge de interesse, a contribuição de núcleos de serviços na rigidez lateral ou à torção do sistema tubular.

Como somente foram tratados sistemas tubulares duplamente simétricos em planta, a análise prendeu-se apenas

a sua quarta parte. Assim, o efeito da degenerescência de rigidez dos pilares decorrente da força normal de compressão foi considerado de maneira aproximada, conforme mencionou-se no sub-item 2.6.1. No entanto, não existe qualquer impedimento teórico de que a análise seja feita tomando uma parte maior do edifício, ou mesmo todo ele, de modo que este efeito possa ser levado em conta com mais precisão, e também de modo a permitir a análise de sistemas tubulares assimétricos. Obviamente, o número de incógnitas aumentará e, por consequência, a dimensão do sistema de equações.

A análise estrutural partiu, simplificada, da suposição de que vigas e pilares possuíam momento nulo na seção central. Nos pilares, isto pode ser considerado praticamente verdade em grande parte do edifício, com possível exceção das regiões próximas da base e do topo. Para as vigas, a suposição foge um pouco mais à realidade. Nestas barras, sem alterar significativamente a análise, é possível supor que na seção central o momento fletor é diferente de zero, e seu valor desconhecido deve integrar a equação de compatibilidade de deslocamento vertical na seção e além disso, deve-se estabelecer uma equação de compatibilidade de rotação na seção. O vetor de esforços cortantes distribuídos ao longo da altura da viga passa a ter como elementos também os momentos fletores na seção central, e as matrizes \tilde{R}_f , \tilde{S}_f e \tilde{H}_f ou \tilde{R}_t , \tilde{S}_t e \tilde{H}_t ou ainda \tilde{R}_a , \tilde{S}_a e \tilde{H}_a , dependendo do tipo de carregamento, passam a ter maior quantidade de elementos. Estes aumentos no número de elementos, no entanto, se fazem de forma que as matrizes correspondentes \tilde{T}_f , \tilde{T}_t ou \tilde{T}_a permaneçam com os mesmos tamanhos anteriores.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1- VON KÁRMÁN, T. & CHIEN, W. Torsion with variable twist. Journal of the Aeronautical Sciences, 13(10): 508, October, 1946.
- 2- PRUDENTE, M. Análise de estruturas tridimensionais usuais de edifícios altos. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos-USP, 1983. 153p. (Dissertação de Mestrado).
- 3- RIBEIRO, S.R.S. Associação tridimensional de pórticos e paredes de seção aberta em estruturas de edifícios altos. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos-USP, 1987. 224p. (Dissertação de Mestrado).
- 4- SILVA, R.M. Análise de estruturas tridimensionais de edifícios altos com núcleos resistentes considerando o efeito P-Δ. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos-USP, 1988. 239p. (Dissertação de Mestrado).
- 5- RIOS, B.M.C. Análise tridimensional e envoltórias de esforços em edifícios altos sujeitos a cargas verticais e laterais. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos-USP, 1991. (Dissertação de Mestrado).
- 6- COULL, A. & SUBEDI, N.K. Framed - tube structures for high-rise buildings. Journal of the Structural Division, ASCE, 97(8): 2097-2105, August, 1971.
- 7- KHAN, F.R. & AMIN, N.R. Analysis and design of framed tube structures for tall concrete buildings. The Structural Engineer, 51(3): 83-92, march, 1973.

- 8- AST, P.F. The analysis of framed-tube structures for tall buildings. Toronto, University of Toronto, 1972. 110p. (Thesis for the Degree of Master of Applied Science).
9. MENON, N.V Análise de estruturas tubulares de edifícios altos sob carga lateral. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos-USP, 1984. 237p. (Dissertação de Mestrado).
10. SCHWAIGHOFER, J. & AST, P.F Tables for the analysis of framed-tube buildings. Toronto, University of Toronto, 1972. 109p. (Publication 72-01).
11. RUTENBERG, A. & EISENBERGER, M. Torsion of tube structures: planar formulation. Computers & Structures, 17 (2): 257-60, 1983.
12. COULL, A. & BOSE, B. Simplified analysis of frame-tube structures, Journal of the Structural Division. ASCE, 101(11): 1140-1153, November, 1975.
13. COULL, A. & BOSE, B. Torsion of frame-tube structures. Journal of the Structural Division, ASCE, 102(12): 2366-2370, December, 1976.
14. WONG, C.H., et al. Preliminary analysis and member sizing of tall tubular steel building. Engineering Journal, AISC, 18(2): 33-47, 2o. Quarter, 1981.
15. MANCINI, E. Estrutura tubular de edifícios altos. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos-USP, 1980, 29p.

16. MARQUES, J.C.M. Estruturas tubulares de edifícios altos submetidas à torção. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos - USP, 1983, 248p. (Dissertação de Mestrado).
17. FAKURY, R.H. Comportamento das estruturas tubulares de edifícios altos sob carregamento lateral. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos-USP, 1986. 325p. (Dissertação de Mestrado).
18. MACGREGOR, J.G. & HAGE, S.E. Stability analysis and design of concrete frames. Journal of the Structural Division, ASCE, 103(10): 1953-1970, October, 1077.
19. GALAMBOS, T.V. Structural members and frames. Englewood Cliffs. Prentice-Hall, 1968. 373p.
20. LAVALL, A.C.C. Análise elástica em segunda ordem de pórticos planos metálicos. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos-USP, 1988, 198p. (Dissertação de Mestrado).
21. FIGUEIREDO, R.G. Sobre a instabilidade elástica de pórticos tridimensionais de edifícios. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos-USP, 1972. 160p. (Tese de Doutorado).
22. ANTUNES, H.M.C.C. Carregamento crítico de instabilidade geral para estruturas tridimensionais de edifícios altos. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos-USP, 1978. 160p. (Tese de Doutorado).

23. KALYANARAMAN, V. P-Delta analysis of tall buildings
In: SEMINAR OF TALL STRUCTURES AND USE OF PRESTRESSED
CONCRETO IN HYDRAULIC STRUCTURES, Srinagar, India, May
24-26, 1984. Preliminary Publication. p.I-231-245.
24. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS — Projeto e
execução de estruturas de aço de edifícios. NBR 8800.
Rio de Janeiro, ABNT, 1986. 200p.
25. BECK, H. & KONIG, G. Forças de confinamento em
estruturas de esqueleto. Beton and Stahlbetonbau,
Berlim, 1967. (Traduzido por Vasconcelos, A.C.).
26. BECK, H. & KONIG, G. Restraining forces in the
analysis of tall buildings. In: SYMPOSIUM ON TALL
BUILDINGS, Oxford, U.K., 1966, Proceedings.
p.513-536.
27. COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÊTÓN - CEB-FIP model code
for concrete structures - London, 1978.
28. FRANCO, M. Problemas de estabilidade nos edifícios de
concreto armado. Trabalho apresentado no Colóquio
sobre Estabilidade Global das Estruturas de Concreto
Armado, IBRACON, São Paulo, Julho, 1985.
29. FRANCO, M. O parâmetro de instabilidade dos edifícios
altos. Revista Portuguesa de Engenharia de
Estruturas (RPEE), no. 23: 69-72, 1985.
30. AST, P.F. & SCHWAIGHOFER, J. Economical analysis of
large framed-tube structures. New York, Pergamon
Press, 1974. p.73-77 (Building Science, Vol. 9).

31. XAVIER, M.A.P. Análise de efeitos de segunda ordem em estruturas de edifícios altos pela técnica do meio contínuo. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos-USP, 1987. 317p. (Dissertação de Mestrado).

32. TIMOSHENKO, S.P. & GERE, J.M. Theory of elastic stability. 2a. Edição. McGraw-Hill, 1961. 541p.

BIBLIOGRAFIA

1. ANDRADE, J.R.L., et al. Estrutura tubular como opção para edifícios de garagem. In: COLLOQUIA 1987, Porto Alegre, Brasil, 29 junho - 3 Julho, 1987. Vol.3, p.111-123.
2. ANTUNES, H.M.C. Carregamento crítico de instabilidade geral para estruturas tridimensionais de edifícios altos. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos, USP, 1978. 160p. (Tese de Doutorado).
3. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS Forças devidas ao vento em edificações - NBR 6123. Rio de Janeiro, ABNT, 1988. 110p.
4. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS Projeto e execução de estruturas de aço de edifícios - NBR 8800. Rio de Janeiro, ABNT, 1986. 200p.
5. AST.P.F. The analysis of framed-tube structures for tall buildings. Toronto, University of Toronto, 1972. 110p. (Thesis for the Degree of Master of Applied Science).
6. AST, P.F. & SCHWAIGHOFER, J. Economical analysis of large framed-tube structures. New York, Pergamon Press, 1974. p.73-77 (Building Science, vol. 9).
7. BECK, H. & KÖNIG, G. Forças de confinamento em estruturas de esqueleto. Beton un Stahlbetonbau, Berlin, 1967. (Traduzido por Vasconcelos, A.C.).

8. BECK, H. & KÖNIG, G. Restraining forces in the analysis of tall buildings. In: SYMPOSIUM ON TALL BUILDINGS. Oxford, U.K., 1966. Proceedings. p.513-536.
9. BIRNSTIEL, C. & IFFLAND, J.S.B. Factors influencing frame stability. Journal of the Structural Division. ASCE, 106(2): 491-504, February, 1980.
10. CHANG, P.C. Analytical modeling of tube-in-tube structure. Journal of Structural Engineering, ASCE, 111(6): 1326-1337, June, 1985.
11. CHANG, P.C. & FOUTCH, D.A. Static and dynamic modeling and analysis of tube frames. Journal of Structural Engineering, ASCE, 110(12): 2955-2975, December, 1974.
12. COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON - CEB-FIP model code for concrete structures - London, 1978.
13. COULL, A. & AHMED, A.K. Deflection of framed-tube structures. Journal of the Structural Division, ASCE, 104(5): 857-862, May, 1978.
14. COULL, A. & BOSE, B. Simplified analysis of framed-tube structures. Journal of the Structural Division, ASCE, 101(11): 1140-1153, November, 1975.
15. COULL, A. & BOSE, B. Torsion of frame-tube structures. Journal of the Structural Division, ASCE, 102(12): 2366-2370. December, 1976.
16. COULL, A. & SUBEDI, N.K. Framed tube structures for high-rise buildings. Journal of the Structural Division, ASCE, 97(8): 2097-2105, August, 1971.

17. DANAY, A. et al. Continuum method for overall stability of tall asymmetric buildings. Journal of the Structural Division, ASCE, 101(12): 2505-2521, December, 1975.
18. FAKURY, R.H. Comportamento das estruturas tubulares de edifícios altos sob carregamento lateral. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos-USP, 1986. 325p. (Dissertação de Mestrado).
19. FAKURY, R.H. & MANCINI, E. Análise adimensional das estruturas tubulares de edifícios altos. In: VII CONGRESSO LATINO-AMERICANO SOBRE MÉTODOS COMPUTACIONAIS PARA ENGENHARIA, São Carlos, Brasil, Novembro, 1986. Vol.1, p.511-525.
20. FAKURY, R.H. & MANCINI, E. Análise das estruturas tubulares de edifícios altos sob carregamento lateral. In: COLLOQUIA 1987, Porto Alegre, Brasil, 29 Junho - 3 Julho, 1987. Vol.3, p.1-11.
21. FIGUEIREDO, R.G. Sobre a instabilidade elástica de pórticos tridimensionais de edifícios. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos-USP, 1972. 160p. (Tese de Doutorado).
22. FRANCO, M. O parâmetro de instabilidade dos edifícios altos. Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas (RPEE), no.23: 69-72, 1985.
23. FRANCO, M. Problemas de estabilidade nos edifícios de concreto armado. Trabalho apresentado no Colóquio sobre Estabilidade Global das Estruturas de Concreto Armado, IBRACON, São Paulo, Julho, 1985.

24. GALAMBOS, T.V. Structural members and frames. Englewood Cliffs. Prentice-Hall, 1968. 373p.
25. GOEL, S.C. P- Δ and axial column deformation in aseismic frames. Journal of the Structural Division, ASCE, 95(8): 1693-1711, August, 1969.
26. GOTO, Y. & CHEN, W.F. Second-order elastic analysis for frame design. Journal of the Structural Division, ASCE, 113(7): 1501-1519, July, 1987.
27. GUKHMAN, A.A. Introduction to the theory of similarity. New York, Academic Press, 1965. 256p.
28. HALLDORSSON, O.P. & WANG, C.K. Stability analysis of frameworks by matrix methods. Journal of the Structural Division, ASCE, 94(7), July, 1968.
29. HARIS, A.A.K. Approximate stiffness analysis of high-rise buildings. Journal of the Structural Division, ASCE, 104(4): 681-696, April, 1978.
30. HEIDEBRECHT, A.C. & STAFFORD-SMITH, B. Approximate analysis of tall wall-frame structures. Journal of the Structural Division. ASCE, 99(2): 199-221. February, 1973.
31. IYENGAR, H.S. et al. Computerized design of world's tallest building. Computers & Structures, Vol.2: 771-783, 1972.
32. JOHNSON, D.E. Lateral stability of frames by energy method. Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, 86(3): 23-41, August, 1960.

33. KALYANARAMAN, V. P-Delta analysis of tall buildings. In: SEMINAR OF TALL STRUCTURES AND USE THE PRESTRESSED CONCRETE IN HYDRAULIC STRUCTURES, Srinagar, India. May 24-26, 1984. Preliminary Publication, p. I-231-245.
34. KHAN, F.R. Column-free box-type framing with and without core. In: CONGRESS OF THE INTERNATIONAL ASSOCIATION FOR BRIDGE AND STRUCTURAL ENGINEERING, 8rd, Proceedings, New York, 9, 1968. (Preliminary Publication).
35. KHAN, F.R. Current trends in concrete high-rise buildings. In: SYMPOSIUM ON TALL BUILDINGS, Proceedings, Southampton, University of Southampton, 4, 1966. London, Gould and Stafford Smith Eds.
36. KHAN, F.R. Tendences actuelles dans la construction des immeubles de grande hauteur a structure en béton et en acier. Anales de L'Institute Technique du Batiment et des Travaux Publics, (281): 37-55, Mai, 1971. (Série: Technique Générale de la Construction, no.49).
37. KHAN, F.R. & AMIN, N.R. Analysis and design of framed tube structures for tall concrete building. The Structural Engineer, 51(3): 85-92, March, 1973.
38. LAI, S.M.A. & MACGREGOR, J.G. Geometric nonlinearities in unbraced frames. Journal of Structural Engineering. ASCE, 109(11): 2528-2545, November, 1983.
39. LANGHAAR, H.L. Dimensional analysis and theory of models. New York, John Wiley & Sons, 1951. 166p.

40. LAVALL, A.C.C. Análise elástica em segunda ordem de pórticos planos metálicos. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos-USP, 1988, 198p. (Dissertação de Mestrado).
41. LEUNG, A.Y.T. & WONG, S.C. Local-global distribution factors method for tall buildings frames. Computers & Structures, 29(3): 497-502, 1988.
42. LIAPUNOV, S. Ultimate strenght of multistory steel rigid frames. Journal of the Structural Division, ASCE, 100(8): 1643-1655, August, 1974.
43. LIN, T.Y. & STOTESBURY, S.D. Structural concepts and systems for architects and engineers. John Wiley & Sons, 1981. 589p.
44. LIND, N.C. Simple illustration of frame instability Journal of the Structural Division, ASCE, 103(1): 1-8, January, 1977.
45. LU, L.W., et al. Strength and drift characteristics of steel frames. Journal of the Structural Division, ASCE, 103(11): 2225-2241, November, 1977.
46. MACGREGOR, J.E. & HAGE, S.E. Stability analysis and design of concrete frames. Journal of the Structural Division, ASCE, 103(10): 1953-1970, October, 1977.
47. MALCOLM, D.J. & REDWOOD, R.G. Shear lag in stiffened box girders. Journal of the Structural Division, ASCE, 96(7): 1403-1419, July, 1970.

48. MANCINI, E. Análise contínua de estruturas de edifícios elevados sujeitos a ação do vento. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos - USP, 1973. 140p. (Tese de Doutorado).
49. MANCINI, E. Analysis of framed tube structures by continuous medium technique. In: SEMINAR ON TALL STRUCTURES AND USE OF PRESTRESSED CONCRETE IN HIDRAULIC STRUCTURES, Srinagar, May 24-26, 1984. New Delhi, Indian National Group/IABSE, 1984, P.I 191-I 217.
50. MANCINI, E. Efeito dos pórticos normais às paredes. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos - USP, 1980. 22p.
51. MANCINI, E. Estruturas tubulares de edifícios altos. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos-USP, 1980. 22p.
52. MARQUES, J.C.M. Estruturas tubulares de edifícios altos submetidas à torção. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos - USP, 1983. 248p. (Dissertação de Mestrado).
53. MAZZEO, A.L. & De FRIES, A. Perimetral tube for 37 story steel building. Journal of the Structural Division, ASCE, 98(6): 1255-1271, June, 1972.
54. MENON, N.V. Análise de estruturas tubulares de edifícios altos sob carga lateral. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos - USP, 1984. 237p. (Dissertação de Mestrado).

55. MOY, F.C.S. Multistory frame design using story stiffness concept. Journal of the Structural Division ASCE, 102(6): 1197-1212, June, 1976.
56. NAIR, R.S. Overall elastic stability of multistory buildings. Journal of the Structural Division, ASCE, 101(12): 2487-2503. December, 1975.
57. PRUDENTE, M. Análise de estruturas tridimensionais de edifícios altos. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos - USP, 1983. 153p. (Dissertação de Mestrado).
58. RIBEIRO, S.R.S. Associação tridimensional de pórticos e paredes de seção aberta em estruturas de edifícios altos. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos - USP, 1987. 224p. (Dissertação de Mestrado).
59. RIOS, B.M.C. Análise tridimensional e envoltórias de esforços em edifícios altos sujeitos a cargas verticais e laterais. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos - USP, 1991. (Dissertação de Mestrado).
60. ROSENBLUETH, E. Slenderness effects in buildings. Journal of the Structural Division. ASCE, 91(2): 229-252, February, 1965.
61. RUTENBERG, A. A direct p-delta analysis using standard plane frame computer programs. Computers & Structures, 14(1-2): 97-102, 1981.
62. RUTENBERG, A. & EISENBERGER, M. Torsion of tube structures: planar formulation. Computers & Structures, 17(2): 257-60, 1983.

63. SALVADORI, M.G. & BARON, M.L. Métodos numéricos en ingeniería. México, C.E.C.S.A., 1971. 260p.
64. SCHOLZ, H. A novel p-delta method for reinforced concrete frames designed by LRFD approaches. ACI Journal, July-August, 1986.
65. SCHOLZ, H. P-delta effect in elastic analysis of sway frames. Journal of the Structural Division, ASCE, 113(3): 534-545, March, 1987.
66. SCHWAIGHOFER, J. & AST, P.F. Tables for the analysis of framed-tube buildings. Toronto, University of Toronto, 1972. 109p. (Publication 72-01).
67. SILVA, R.M. Análise de estruturas tridimensionais de edifícios altos com núcleos resistentes considerando o efeito P-Δ. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos - USP, 1988. 239p. (Dissertação de Mestrado).
68. SILVA, R.M. & ANTUNES, H.M.C.C. Fatores que influenciam o comportamento de edifícios tubulares. In: X CONGRESSO IBERO-LATINO-AMERICANO SOBRE MÉTODOS COMPUTACIONAIS EM ENGENHARIA. Porto, Portugal, Setembro, 1989. Vol.2, p. A569-A581.
69. STAMATO, M.C. & STAFFORD-SMITH, B. Análise aproximada de estruturas tridimensionais de edifícios elevados. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos - USP, 1980. 72p.
70. STAMATO, M.C. & STAFFORD-SMITH, B. An approximate method for the three dimensional analysis for tall buildings. Institute of Civil Engineers, Proceedings 43: 361-379, July, 1969.

71. TARANATH, B.S. Structural analysis and design of tall buildings. McGraw-Hill Book Company, 1981. 740p.
72. TIMOSHENKO, S.P. & GERE, J.M. Theory of elastic stability. 2a. Edição. McGraw-Hill, 1961. 541p.
73. TRANBERG, W., et al. Frame collapse using tangent stiffness. Journal of the Structural Division. ASCE, 102(3): 659-675, March, 1976.
74. VANDERPITTE, D. Non iterative analysis of frames including the P- Δ effect. Journal of Constructional Steel Research, 2(2). 3-10, June, 1982.
75. VASCONCELOS, A.C. Como especificar a segurança quando há efeitos de 2a. ordem a considerar. In: COLLOQUIA 1987, Porto Alegre, RS, 29 Junho - 3 Julho, Anais Vol.3, 1987.
76. VASCONCELOS, A.C. Como se pode enrijecer edifícios muito flexíveis. La Ingeniería Estructural Sudamericana in la Década del 80 (Homenage al Ingeniero Julio Ricaldoni), pgs 237-268, Montevideo, Diciembre, 1986.
77. VASCONCELOS, A.C. Critérios para dispensa de consideração do efeito de 2a. ordem. Trabalho apresentado no Colóquio sobre Estabilidade Global das Estruturas de Concreto Armado, IBRACON, São Paulo, Julho, 1985.
78. VON KÁRMÁN, T. & CHIEN, W. Torsion with variable twist. Journal of the Aeronautical Sciences, 13(10): 508, October, 1946.

79. XAVIER, M.A.P. Análise de efeitos de segunda ordem em estruturas de edifícios altos pela técnica do meio contínuo. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos-USP, 1987. 317p. (Dissertação de Mestrado).
80. WEAVER Jr., W. & GERE, J.M. Matrix analysis of framed structures. 2.ed. New York, D.Van Nostrand, 1980. 492p.
81. WONG, C.H., et al. Preliminary analysis and member sizing of tall tubular steel building. Engineering Journal, AISC, 18(2): 33-47, 2o. Quarter, 1981.
82. WOOD, B.R., et al. Further aspects of design by p-delta method. Journal of the structural Division, ASCE, 102(3): 487-500, March, 1976.

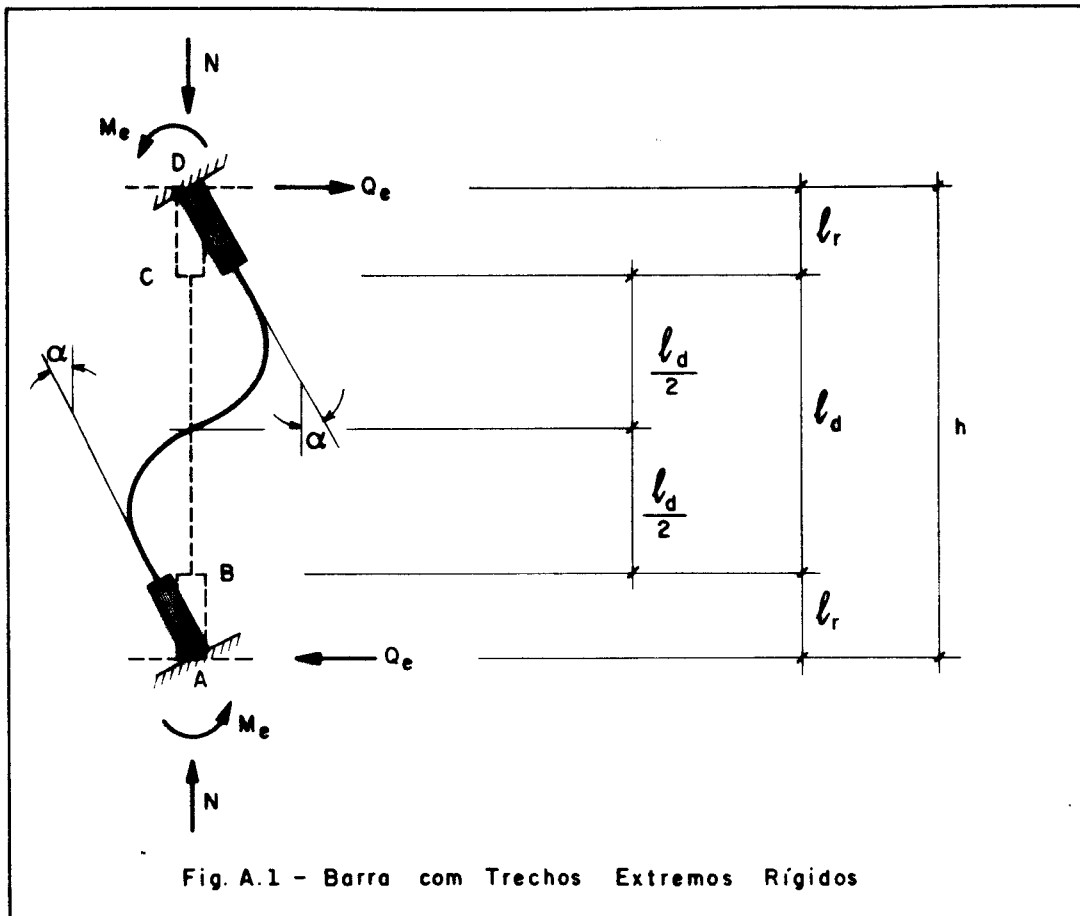
APÊNDICE A

BARRAS COM TRECHOS EXTREMOS RÍGIDOS

Seja a barra bi-engastada AD, formada por trechos iguais de rigidez infinita (AB e CD) junto às extremidades e por um trecho central (BC) deformável por flexão, considerando os efeitos do momento fletor e da força cortante, conforme mostra a Fig. A.1.

Quando se impõe a ambas as extremidades da barra uma rotação de mesmo sentido, induz-se o aparecimento em tais extremidades do momento fletor M_e , a ser determinado neste Apêndice.

Levar-se-á em conta a degenerescência de rigidez causada pela presença de uma força normal de compressão, representada por N, impondo-se no entanto a condição de que a barra possua seção transversal com centro de cisalhamento e centro de gravidade coincidentes, de modo a não ocorrer torção.



Emprega-se a seguinte notação:

- α - rotação imposta às extremidades;
- h - comprimento total da barra;
- l_r - comprimento dos trechos extremos rígidos;
- l_d - comprimento do trecho central deformável;
- E - módulo de elasticidade longitudinal;
- G - módulo de elasticidade transversal;
- f - fator de forma da seção transversal do trecho deformável;
- I - momento de inércia do trecho deformável;
- A - área da seção transversal do trecho deformável.

A consideração da deformação por força cortante junto com a deformação por momento fletor no trecho deformável BC

se fará empregando um momento de inércia corrigido, I_c , no lugar do momento de inércia I . Assim, devido às rotações iguais impostas às extremidades, no semi-comprimento da barra haverá um ponto de inflexão e, dessa forma, pela Teoria da Elasticidade, demonstra-se que

$$I_c = \frac{GA\ell_d^2}{GA\ell_d^2 + 12fEI} I \quad (A.1)$$

O trecho deformável BC, solicitado axialmente pela força de compressão N , estará submetido nas duas extremidades ao deslocamento transversal dado, com base na teoria de pequenos deslocamentos, pelo produto ($\ell_r \cdot \alpha$), e à rotação α , conforme se vê na Fig. A.2-a.

Considerando, a princípio, a ocorrência apenas da rotação α em B (Fig.A.2-b) e convencionando positivos os momentos fletores que produzem tração na borda da esquerda, tem-se que

$$\frac{d^2y}{dx^2} = - \frac{M_1}{EI_c} \quad (A.2)$$

onde

$$M_1 = M_{B1} + Ny - Q_{B1}x \quad (A.3)$$

e portanto

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{Ny}{EI_c} = - \frac{1}{EI_c} (M_{B1} - Q_{B1}x) \quad (A.4)$$

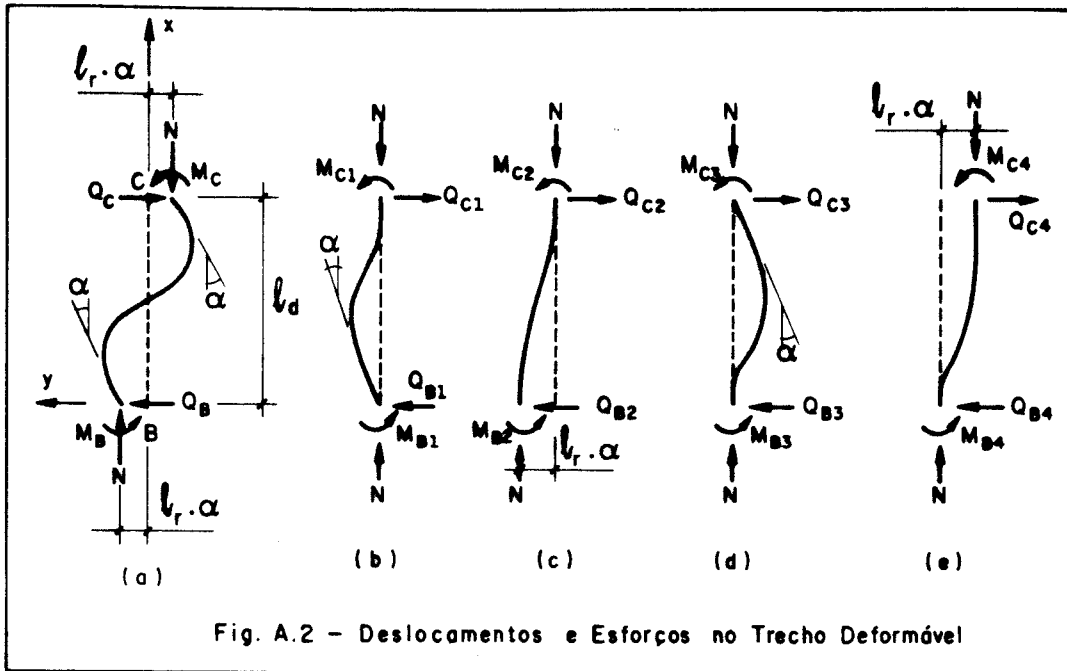


Fig. A.2 - Deslocamentos e Esforços no Trecho Deformável

Definem-se agora os coeficientes dimensionais S e C tais que

$$M_{B1} = S \frac{EI}{\ell_d^c} \alpha \quad (A.5)$$

$$M_{c1} = C M_{B1} = SC \frac{EI}{\ell_d^c} \alpha \quad (A.6)$$

A força cortante em B será então

$$Q_{B1} = (S + SC) \frac{EI}{\ell_d^2} \alpha \quad (A.7)$$

Substituindo-se as Eqs. (A.5) e (A.7) na Eq. (A.4), vem

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{Ny}{EI_c} = \left[-\frac{S}{\ell_d} + (S+SC) \frac{x}{\ell_d^2} \right] \alpha \quad (A.8)$$

cuja solução geral é

$$y = -\frac{EI_c}{N\ell_d^2} \left[S \ell_d - (S+SC)x \right] \alpha + K_1 \cos \sqrt{\frac{Nx^2}{EI_c}} +$$

$$+ K_2 \operatorname{sen} \sqrt{\frac{Nx^2}{EI_c}} \quad (\text{A.9})$$

Para calcular as incógnitas K_1 , K_2 , S e C , as condições de contorno são:

- a) se $x = 0$, $y = 0$ e $dy/dx = \alpha$;
 b) se $x = \ell_d$, $y = 0$ e $dy/dx = 0$.

Assim, fazendo

$$u = \frac{\ell_d}{2} \sqrt{\frac{N}{EI_c}} \quad (\text{A.10})$$

obtêm-se

$$S = \frac{1-2u \cotg 2u}{\operatorname{tgu} - u} u \quad (\text{A.11})$$

$$C = \frac{2u - \operatorname{sen} 2u}{\operatorname{sen} 2u - 2u \cos 2u} \quad (\text{A.12})$$

S e C são parâmetros adimensionais, referidos na literatura especializada como funções de estabilidade.

Considerando-se agora a translação ($\ell_r \alpha$) em B (Fig. A.2-c), chega-se a

$$M_{B2} = M_{c2} = (S + SC) \frac{EI_c}{\ell_d^2} \ell_r \alpha \quad (\text{A.13}).$$

e impondo-se a condição de equilíbrio de momentos com relação ao ponto C, vem

$$Q_{B2} = 2(S + SC) \frac{EI_c \ell_r \alpha}{\ell_d^3} - \frac{N \ell_r \alpha}{\ell_d} \quad (\text{A.14})$$

Procedendo-se analogamente para rotação α no ponto C (Fig. A.2-d), têm-se que

$$M_{B3} = SC \frac{EI_c}{\ell_d} \alpha \quad (\text{A.15})$$

$$M_{c3} = S \frac{EI_c}{\ell_d} \alpha \quad (\text{A.16})$$

$$Q_{B3} = (S + SC) \frac{EI_c}{\ell_d^2} \alpha \quad (\text{A.15})$$

e para a translação $\ell_r \alpha$ no ponto C (Fig. A.2-e)

$$M_{B4} = M_{c4} = (S + SC) \frac{EI_c}{\ell_d^2} \ell_r \alpha \quad (\text{A.15})$$

$$Q_{B4} = 2(S + SC) \frac{EI_c \ell_r \alpha}{\ell_d^3} - \frac{N \ell_r \alpha}{\ell_d} \quad (\text{A.19})$$

Como

$$M_B = \sum_{i=1}^4 M_{Bi} \quad (\text{A.20})$$

$$Q_B = \sum_{i=1}^4 Q_{Bi} \quad (\text{A.21})$$

efetuando-se as substituições, obtêm-se respectivamente

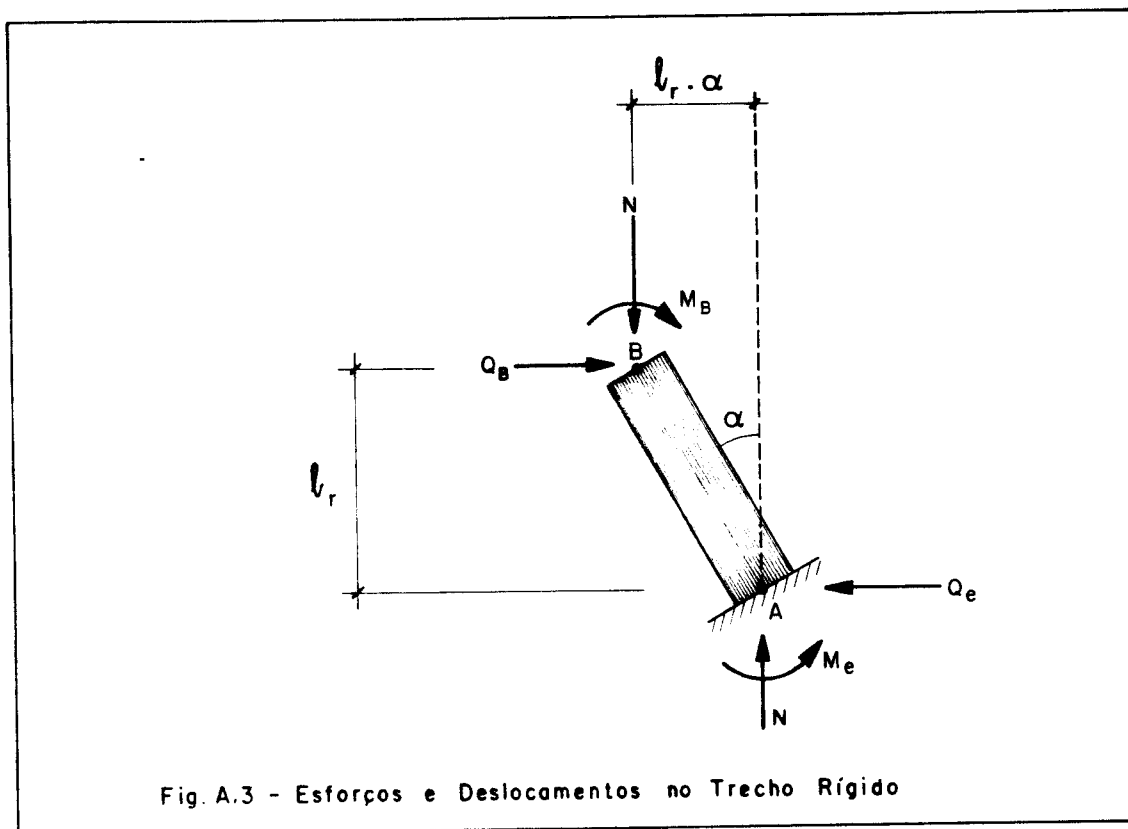
$$M_B = \frac{EI_c}{\ell_d^2} (S + SC)(\ell_d + 2\ell_r)\alpha \quad (\text{A.22})$$

e

$$Q_B = \frac{2EI_c}{\ell_d^3} (S + SC)(\ell_d + 2\ell_r)\alpha - \frac{2N\ell_r\alpha}{\ell_d} \quad (\text{A.23})$$

Tomando-se isoladamente o trecho rígido AB na sua posição deformada (Fig. A.3), com os esforços que o sollicitam, e estabelecendo o equilíbrio de momentos em relação à extremidade A, vem

$$M_e = M_B + Q_B \ell_r - N\ell_r\alpha \quad (\text{A.24})$$



Substituindo-se na Eq. (A.24) os valores de M_B e Q_B , dados respectivamente pelas Eqs. (A.22) e (A.23), e notando que

$$\ell_d + 2\ell_r = h \quad (\text{A.25})$$

obté-m-se

$$M_e = \frac{(S+SC)EI_c}{h} \left[1 - \frac{N\ell_d^2}{EI_c} \frac{\ell_r}{(S+SC)h} \right] \left(\frac{h}{\ell_d} \right)^3 \alpha \quad (\text{A.26})$$

Este momento fletor pode ainda ser expresso por

$$M_e = \frac{6EI_c}{h} \left(\frac{h}{\ell_d} \right)^3 \alpha \quad (\text{A.27})$$

onde I_e representa um momento de inércia equivalente, tal que

$$I_e = \frac{(S+SC)I_c}{6} \left[1 - \frac{N\ell_d^2}{EI_c} \frac{\ell_r}{(S+SC)h} \right] \quad (\text{A.28})$$

observando-se que:

a) se não se considera a degenerescência de rigidez da barra por causa da força normal de compressão, então deve-se tomar valor nulo para \underline{u} nas Eqs. (A.11) e (A.12) e recorrer à regra de L'Hôpital para eliminar a indeterminação que aparece ao se calcular os valores das funções de estabilidade S e C, chegando-se desta forma a

$$C = 1/2$$

e

$$I_e = I_c = \frac{GA\ell_d^2}{GA\ell_d^2 + 12fEI} I \quad (\text{A.29})$$

b) no caso de não se considerar a influência da deformação por força cortante, deve-se fazer o fator de forma f nulo, o que implica em

$$I_c = I$$

e

$$I_e = \frac{(S+SC)I}{6} \left[1 - \frac{N\ell_d^2}{EI} \frac{\ell_r}{(S+SC)h} \right] \quad (\text{A.30})$$

c) se não forem considerados nenhum dos efeitos supracitados têm-se que

$$f = 0$$

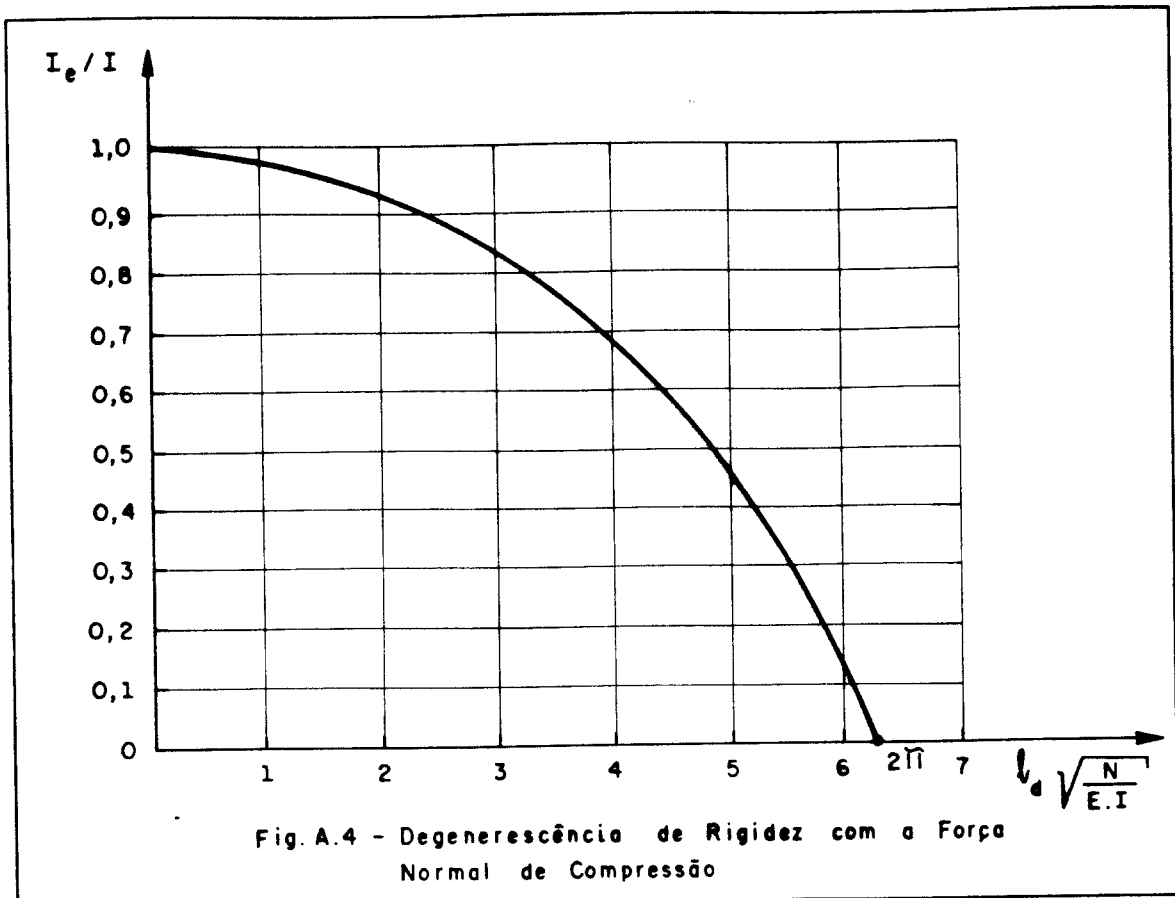
$$C = 1/2$$

$$S = 4$$

e, como consequência

$$I_c = I$$

A Fig. A.4 ilustra a variação da relação I_e/I , para o caso em que I_e é dado pela Eq. (A.30), com o termo $\ell_d \sqrt{N/EI}$ equivalente ao dobro de \underline{u} .



Na hipótese de serem consideradas simultaneamente as influências da força normal de compressão e da deformação por força cortante na rigidez da barra, o valor obtido na Eq. (A.26) para o momento na extremidade, M_e , apresenta uma pequena imprecisão, uma vez que essas duas influências foram tomadas separadamente no estudo precedente. O procedimento teoricamente exato consistiria em não usar o momento de inércia corrigido I_c , e estabelecer a equação diferencial que define o comportamento da barra levando em conta também a deformação por força cortante, caminho pelo qual se obteria, ao invés da Eq. (A.2), a expressão (ver Fig. A.2-b)

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M_1}{EI} + \frac{f}{GA} \frac{dQ_1}{dx} \quad (\text{A.31})$$

onde Q_1 é a força cortante na barra a uma distância x do ponto B, e que vale

$$Q_1 = N \frac{dy}{dx} - Q_{B1} \quad (\text{A.32})$$

Derivando-se uma vez esta equação em relação a x e substituindo-se o resultado obtido na Eq. (A.31), assim como o valor de M_1 dado na Eq. (A.3), vem

$$\frac{d^2y}{dx^2} \left(1 - \frac{fN}{GA} \right) + \frac{fQ_{B1}}{GA} \frac{dy}{dx} = -\frac{1}{EI} (M_{B1} - Q_{B1}x) \quad (\text{A.33})$$

O tratamento aproximado dado ao problema baseou-se no fato de que a equação diferencial (A.33) tem solução muito mais complicada que a adotada e, apesar disto, os resultados obtidos com uma ou com outra não diferem significativamente em termos práticos.

APENDICE B

RESUMO DOS MÉTODOS NUMÉRICOS UTILIZADOS

B.1 - GENERALIDADES

No estudo desenvolvido neste trabalho, preconizou-se a aplicação dos seguintes métodos numéricos:

- (1) Método das Diferenças Finitas, para resolver o sistema de equações diferenciais de segunda ordem do edifício tubular, e para obter as derivadas de primeira ordem dos deslocamentos axiais dos pilares, possibilitando a determinação das forças normais nos mesmos;
- (2) Regra dos Trapézios, para integrar numericamente os valores das derivadas de primeira ordem dos deslocamentos laterais ou das rotações do edifício e obter, respectivamente, estas grandezas;

(3) Método de Newton-Raphson, para facilitar a determinação do valor da carga vertical que anula o determinante da matriz dos coeficientes de diferenças finitas (carregamento vertical crítico para instabilidade geral).

Nos sub-itens que vêm a seguir, faz-se um breve resumo, limitado ao interesse deste trabalho, de cada método supracitado.

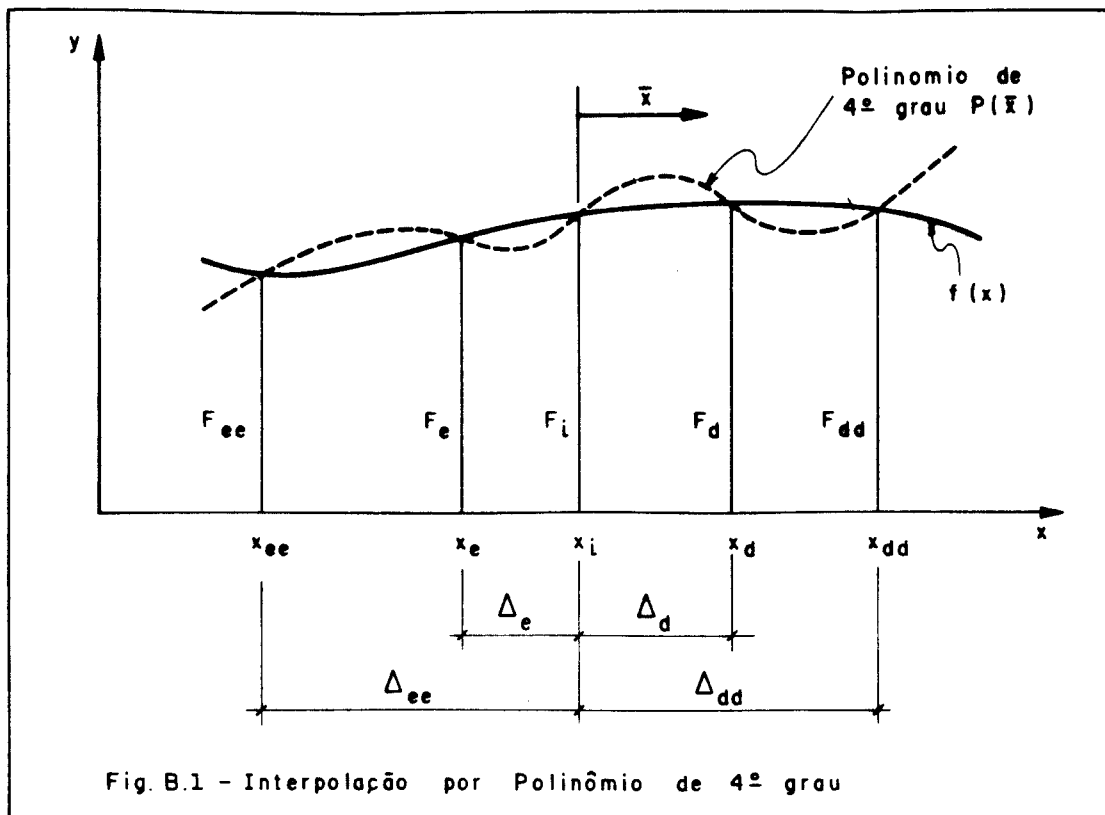
B.2 - MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS

O método das Diferenças Finitas consiste em substituir-se uma função contínua $f(x)$, da qual se conhecem os valores em um conjunto de pontos sobre o eixo x , por um polinômio de interpolação (Fig. B.1), e em se tomar as derivadas deste como aproximações das derivadas da função.

Para se ter uma boa precisão, optou-se por utilizar um polinômio interpolador do quarto grau, coincidente com a função em cinco pontos espaçados aleatoriamente entre si, e relacionado com o eixo transladado \bar{x} , com origem no ponto central x_i , conforme mostra a Fig. B.1. Indicam-se ainda nesta figura os espaçamentos do ponto central aos quatro pontos que o ladeiam, representados por Δ_{ee} , Δ_e , Δ_d e Δ_{dd} .

O polinômio de interpolação $P(\bar{x})$, tendo \underline{a} , \underline{b} , \underline{c} , \underline{d} e \underline{e} por coeficientes, é dado por

$$P(\bar{x}) = a\bar{x}^4 + b\bar{x}^3 + c\bar{x}^2 + d\bar{x} + e \quad (\text{B.1})$$



Com a notação vista na Fig. B.1 vêm

$$f(x = x_{ee}) = P(\bar{x} = -\Delta_{ee}) = F_{ee}$$

$$f(x = x_e) = P(\bar{x} = -\Delta_e) = F_e$$

$$f(x = x_i) = P(\bar{x} = 0) = F_i \tag{B.2}$$

$$f(x = x_d) = P(\bar{x} = \Delta_d) = F_d$$

$$f(x = x_{dd}) = P(\bar{x} = \Delta_{dd}) = F_{dd}$$

Aplicando-se as condições (B.2) ao polinômio interpolador, obtém-se o sistema

$$\begin{bmatrix}
 \Delta_{ee}^4 & -\Delta_{ee}^3 & \Delta_{ee}^2 & -\Delta_{ee} & 1 \\
 \Delta_e^4 & -\Delta_e^3 & \Delta_e^2 & -\Delta_e & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 \Delta_d^4 & \Delta_d^3 & \Delta_d^2 & \Delta_d & 1 \\
 \Delta_{dd}^4 & \Delta_{dd}^3 & \Delta_{dd}^2 & \Delta_{dd} & 1
 \end{bmatrix}
 \begin{pmatrix}
 a \\
 b \\
 c \\
 d \\
 e
 \end{pmatrix}
 =
 \begin{pmatrix}
 F_{ee} \\
 F_e \\
 F_i \\
 F_d \\
 F_{dd}
 \end{pmatrix}
 \quad (B.3)$$

cuja resolução fornece

$$\begin{aligned}
 a = & C_1 F_{ee} + C_2 F_e + (K_1 C_1 + K_2 C_2 + K_3 C_3) F_i + C_3 F_d + \\
 & + \left(\frac{C_1 \Delta_{ee} + C_2 \Delta_e - C_3 \Delta_d}{\Delta_{dd}} \right) F_{dd}
 \end{aligned}
 \quad (B.4)$$

$$\begin{aligned}
 b = & C_4 F_{ee} + C_5 F_e + (K_1 C_4 + K_2 C_5 + K_3 C_6) F_i + C_6 F_d + \\
 & + \left(\frac{C_4 \Delta_{ee} + C_5 \Delta_e - C_6 \Delta_d}{\Delta_{dd}} \right) F_{dd}
 \end{aligned}
 \quad (B.5)$$

$$\begin{aligned}
 c = & C_7 F_{ee} + C_8 F_e + (K_1 C_7 + K_2 C_8 + K_3 C_9) F_i + C_9 F_d + \\
 & + \left(\frac{C_7 \Delta_{ee} + C_8 \Delta_e - C_9 \Delta_d}{\Delta_{dd}} \right) F_{dd}
 \end{aligned}
 \quad (B.6)$$

$$\begin{aligned}
d = & - (C_1 \Delta_{dd}^2 + C_4 \Delta_{dd}^2 + C_7 \Delta_{dd}) F_{ee} - (C_2 \Delta_{dd}^3 + C_5 \Delta_{dd}^2 + \\
& + C_8 \Delta_{dd}) F_e + \left[-\frac{1}{\Delta_{dd}} - K_1 (C_1 \Delta_{dd}^3 + C_4 \Delta_{dd}^2 + C_7 \Delta_{dd}) + \right. \\
& - K_2 (C_2 \Delta_{dd}^3 + C_5 \Delta_{dd}^2 + C_8 \Delta_{dd}) - K_3 (C_3 \Delta_{dd}^3 + C_6 \Delta_{dd}^2 + \\
& \left. + C_9 \Delta_{dd}) \right] F_i - (C_3 \Delta_{dd}^3 + C_6 \Delta_{dd}^2 + C_9 \Delta_{dd}) F_d + \left[\frac{1}{\Delta_{dd}} + \right. \\
& - (C_7 \Delta_{ee} + C_8 \Delta_e - C_9 \Delta_d) - (C_4 \Delta_{ee} + C_5 \Delta_e - C_6 \Delta_d) \Delta_{dd} + \\
& \left. - (C_1 \Delta_{ee} + C_2 \Delta_e - C_3 \Delta_d) \Delta_{dd}^2 \right] F_{dd} \tag{B.7}
\end{aligned}$$

$$e = F_i \tag{B.8}$$

onde

$$C_1 = \left[(\Delta_{dd}^2 - \Delta_c^2) (\Delta_d - \Delta_{dd}) - (\Delta_d^2 - \Delta_{dd}^2) (\Delta_e + \Delta_{dd}) \right] / (\Delta_{ee} D) \tag{B.9}$$

$$C_2 = \left[(\Delta_d^2 - \Delta_{dd}^2) (\Delta_{ee} + \Delta_{dd}) - (\Delta_{dd}^2 - \Delta_{ee}^2) (\Delta_d - \Delta_{dd}) \right] / (\Delta_e D) \tag{B.10}$$

$$C_3 = \left[(\Delta_{dd}^2 - \Delta_{ee}^2) (\Delta_e + \Delta_{dd}) - (\Delta_{dd}^2 - \Delta_e^2) (\Delta_{ee} + \Delta_{dd}) \right] / (\Delta_d D) \tag{B.11}$$

$$C_4 = \left[(\Delta_d^3 - \Delta_{dd}^3) (\Delta_e + \Delta_{dd}) - (\Delta_e^3 + \Delta_{dd}^3) (\Delta_d - \Delta_{dd}) \right] / (\Delta_{ee} D) \tag{B.12}$$

$$C_5 = \left[(\Delta_{ee}^3 + \Delta_{dd}^3)(\Delta_d - \Delta_{dd}) - (\Delta_d^3 - \Delta_{dd}^3)(\Delta_{ee} + \Delta_{dd}) \right] / (\Delta_e D) \quad (B.13)$$

$$C_6 = \left[(\Delta_e^3 + \Delta_{dd}^3)(\Delta_{ee} + \Delta_{dd}) - (\Delta_{ee}^3 + \Delta_{dd}^3)(\Delta_e + \Delta_{dd}) \right] / (\Delta_d D) \quad (B.14)$$

$$C_7 = \left[(\Delta_e^3 + \Delta_{dd}^3)(\Delta_d^2 - \Delta_{dd}^2) - (\Delta_d^3 - \Delta_{dd}^3)(\Delta_{dd}^2 - \Delta_e^2) \right] / (\Delta_{ee} D) \quad (B.15)$$

$$C_8 = \left[(\Delta_d^3 - \Delta_{dd}^3)(\Delta_{dd}^2 - \Delta_{ee}^2) - (\Delta_{ee}^3 + \Delta_{dd}^3)(\Delta_d^2 - \Delta_{dd}^2) \right] / (\Delta_e D) \quad (B.16)$$

$$C_9 = \left[(\Delta_{ee}^3 + \Delta_{dd}^3)(\Delta_{dd}^2 - \Delta_e^2) - (\Delta_e^3 + \Delta_{dd}^3)(\Delta_{dd}^2 - \Delta_{ee}^2) \right] / (\Delta_d D) \quad (B.17)$$

$$K_1 = -(\Delta_{ee} + \Delta_{dd}) / \Delta_{dd} \quad (B.18)$$

$$K_2 = -(\Delta_e + \Delta_{dd}) / \Delta_{dd} \quad (B.19)$$

$$K_3 = (\Delta_d - \Delta_{dd}) / \Delta_{dd} \quad (B.20)$$

com

$$\begin{aligned} D = & (\Delta_{ee}^3 + \Delta_{dd}^3)(\Delta_{dd}^2 - \Delta_e^2)(\Delta_d - \Delta_{dd}) + (\Delta_e^3 + \Delta_{dd}^3)(\Delta_d^2 - \Delta_{dd}^2)(\Delta_{ee} + \Delta_{dd}) + \\ & + (\Delta_d^3 - \Delta_{dd}^3)(\Delta_{dd}^2 - \Delta_{ee}^2)(\Delta_e + \Delta_{dd}) - (\Delta_d^3 - \Delta_{dd}^3)(\Delta_{dd}^2 - \Delta_e^2)(\Delta_{ee} + \Delta_{dd}) + \\ & - (\Delta_{ee}^3 + \Delta_{dd}^3)(\Delta_d^2 - \Delta_{dd}^2)(\Delta_e + \Delta_{dd}) - (\Delta_e^3 + \Delta_{dd}^3)(\Delta_{dd}^2 - \Delta_{ee}^2)(\Delta_d - \Delta_{dd}) \end{aligned} \quad (B.21)$$

Como a função $f(x)$ é representada aproximadamente pelo polinômio $P(\bar{x})$ no intervalo $[x_{ee}, x_{dd}]$, a derivada primeira de $f(x)$ no ponto $x = x_i$, indicada por f'_i , fica sendo

$$f'_i = P'(\bar{x} = 0) \quad (\text{B.22})$$

Mas, pela Eq. (B.1)

$$P'(\bar{x} = 0) = d \quad (\text{B.23})$$

e, tendo em vista a Eq. (B.7), obtém-se finalmente que

$$\begin{aligned} f'_i = & -(C_1 \Delta_{dd}^3 + C_4 \Delta_{dd}^2 + C_7 \Delta_{dd}) F_{ee} - (C_2 \Delta_{dd}^3 + C_5 \Delta_{dd}^2 + C_8 \Delta_{dd}) F_e + \\ & + \left[-\frac{1}{\Delta_{dd}} - K_1 (C_1 \Delta_{dd}^3 + C_4 \Delta_{dd}^2 + C_7 \Delta_{dd}) - K_2 (C_2 \Delta_{dd}^3 + C_5 \Delta_{dd}^2 + \right. \\ & + C_8 \Delta_{dd}) - K_3 (C_3 \Delta_{dd}^3 + C_6 \Delta_{dd}^2 + C_9 \Delta_{dd}) \left. \right] F_i - (C_3 \Delta_{dd}^3 + \\ & + C_6 \Delta_{dd}^2 + C_9 \Delta_{dd}) F_d + \left[\frac{1}{\Delta_{dd}} - (C_7 \Delta_{ee} + C_8 \Delta_e - C_9 \Delta_d) + \right. \\ & \left. - (C_4 \Delta_{ee} + C_5 \Delta_e - C_6 \Delta_d) \Delta_{dd} - (C_1 \Delta_{ee} + C_2 \Delta_e - C_3 \Delta_d) \Delta_{dd}^2 \right] F_{dd} \end{aligned} \quad (\text{B.24})$$

De forma análoga, obtém-se as derivadas primeiras de $f(x)$ nos pontos x_e e x_d , representadas respectivamente por f'_e e f'_d . Tem-se assim

$$\begin{aligned}
f'_e &= (-4C_1\Delta_e^3 + 3C_4\Delta_e^2 - 2C_7\Delta_e)F_{ee} + (-4C_2\Delta_e^3 + 3C_5\Delta_e^2 - 2C_8\Delta_e)F_e + \\
&+ \left[K_1(-4C_1\Delta_e^3 + 3C_4\Delta_e^2 - 2C_7\Delta_e) + K_2(-4C_2\Delta_e^3 + 3C_5\Delta_e^2 - 2C_8\Delta_e) + \right. \\
&+ \left. K_3(-4C_3\Delta_e^3 + 3C_6\Delta_e^2 - 2C_9\Delta_e) \right] F_i + (-4C_3\Delta_e^3 + 3C_6\Delta_e^2 - 2C_9\Delta_e)F_d + \\
&+ \frac{1}{\Delta_{dd}} \left[-4(C_1\Delta_{ee} + C_2\Delta_e - C_3\Delta_d)\Delta_e^3 + 3(C_4\Delta_{ee} + C_5\Delta_e - C_6\Delta_d)\Delta_e^2 + \right. \\
&- \left. 2(C_7\Delta_{ee} + C_8\Delta_e - C_9\Delta_d)\Delta_e \right] F_{dd} + f'_i \tag{B.25}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f'_d &= (-4C_1\Delta_d^3 + 3C_4\Delta_d^2 + 2C_7\Delta_d)F_{ee} + (4C_2\Delta_d^3 + 3C_5\Delta_d^2 + 2C_8\Delta_d)F_e + \\
&+ \left[K_1(4C_1\Delta_d^3 + 3C_4\Delta_d^2 + 2C_7\Delta_d) + K_2(4C_2\Delta_d^3 + 3C_5\Delta_d^2 + 2C_8\Delta_d) + \right. \\
&+ \left. K_3(4C_3\Delta_d^3 + 3C_6\Delta_d^2 + 2C_9\Delta_d) \right] F_i + (4C_3\Delta_d^3 + 3C_6\Delta_d^2 + 2C_9\Delta_d)F_d + \\
&+ \frac{1}{\Delta_{dd}} \left[4(C_1\Delta_{ee} + C_2\Delta_e - C_3\Delta_d)\Delta_d^3 + 3(C_4\Delta_{ee} + C_5\Delta_e - C_6\Delta_d)\Delta_d^2 + \right. \\
&+ \left. 2(C_7\Delta_{ee} + C_8\Delta_e - C_9\Delta_d)\Delta_d \right] F_{dd} + f'_i \tag{B.26}
\end{aligned}$$

onde o valor de f'_i encontra-se na Eq. (B.24).

Para se chegar à derivada segunda de $f(x)$ no ponto $x=x_1$, indicada por f''_1 , faz-se

$$f''_1 = P''(\bar{x} = 0) \quad (\text{B.27})$$

sendo que, com base na Eq.(B.1)

$$P''(\bar{x} = 0) = 2c \quad (\text{B.28})$$

Considerando o valor do coeficiente c , dado na Eq.(B.6), vem

$$\begin{aligned} f''_1 = & 2C_7 F_{ee} + 2C_8 F_e + 2(K_1 C_7 + K_2 C_8 + K_3 C_9) F_1 + \\ & + 2C_9 F_d + \frac{2}{\Delta_{dd}} (C_7 \Delta_{ee} + C_8 \Delta_e - C_9 \Delta_d) F_{dd} \end{aligned} \quad (\text{B.29})$$

Procedendo-se semelhantemente, obtêm-se as derivadas segundas de $f(x)$ nos pontos x_e e x_d , representadas, nesta ordem, por f''_e e f''_d . Logo

$$\begin{aligned} f''_e = & (12C_1 \Delta_e^2 - 6C_4 \Delta_e + 2C_7) F_{ee} + (12C_2 \Delta_e^2 - 6C_5 \Delta_e + 2C_8) F_e + \\ & + \left[K_1 (12C_1 \Delta_e^2 - 6C_4 \Delta_e + 2C_7) + K_2 (12C_2 \Delta_e^2 - 6C_5 \Delta_e + 2C_8) + \right. \\ & \left. + K_3 (12C_3 \Delta_e^2 - 6C_6 \Delta_e + 2C_9) \right] F_1 + (12C_3 \Delta_e^2 - 6C_6 \Delta_e + 2C_9) F_d + \\ & + \frac{1}{\Delta_{dd}} \left[12C_1 \Delta_{ee} + C_2 \Delta_e - C_3 \Delta_d \right] \Delta_e^2 - 6(C_4 \Delta_{ee} + C_5 \Delta_e - C_6 \Delta_d) \Delta_e + \\ & + 2(C_7 \Delta_{ee} + C_8 \Delta_e - C_9 \Delta_d) F_{dd} \end{aligned} \quad (\text{B.30})$$

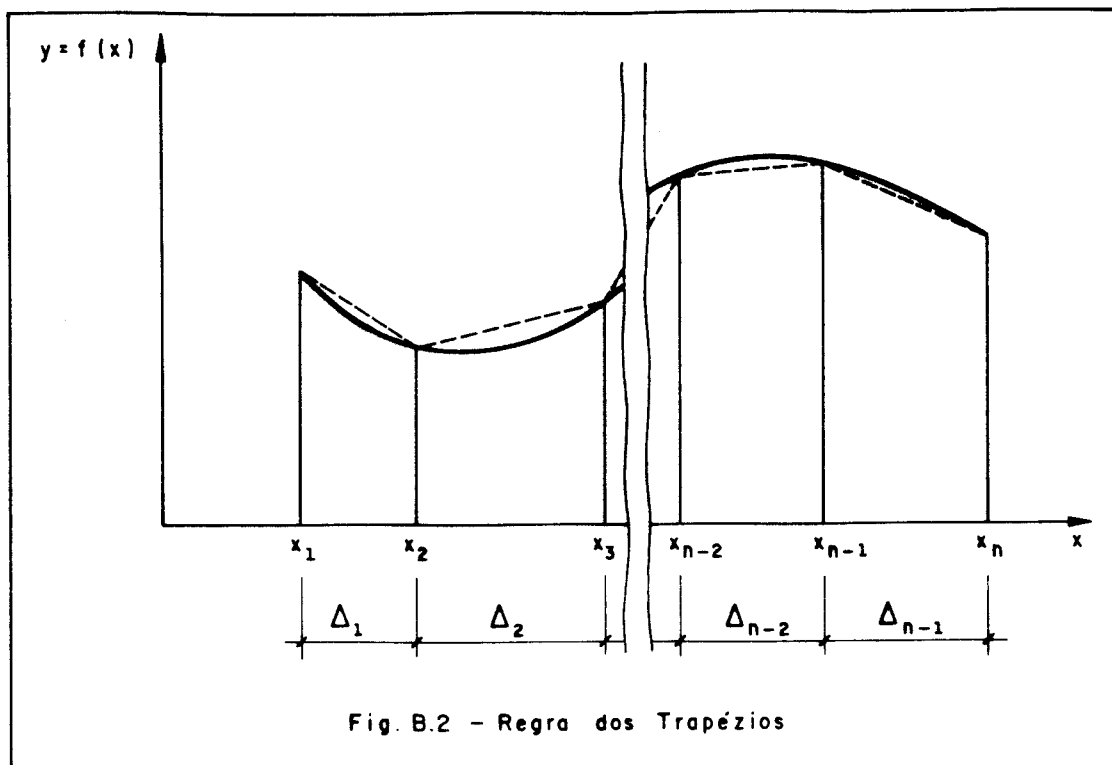
$$\begin{aligned}
f''_d = & (12C_1\Delta_d^2 + 6C_4\Delta_d + 2C_7)F_{ee} + (12C_2\Delta_d^2 + 6C_5\Delta_d + 2C_8)F_e + \\
& + \left[K_1(12C_1\Delta_d^2 + 6C_4\Delta_d + 2C_7) + K_2(12C_2\Delta_d^2 + 6C_5\Delta_d + 2C_8) + \right. \\
& + K_3(12C_3\Delta_d^2 + 6C_6\Delta_d + 2C_9) \left. \right] F_i + (12C_3\Delta_d^2 + 6C_6\Delta_d + 2C_9)F_d + \\
& + \frac{1}{\Delta_{dd}} \left[12(C_1\Delta_{ee} + C_2\Delta_e - C_3\Delta_d)\Delta_d^2 + 6(C_4\Delta_{ee} + C_5\Delta_e - C_6\Delta_d)\Delta_d + \right. \\
& \left. + 2(C_7\Delta_{ee} + C_8\Delta_e - C_9\Delta_d) \right] F_{dd} \tag{B.31}
\end{aligned}$$

Pode-se afirmar, com base nas Eqs. (B.24) a (B.26) e (B.29) a (B.31), que o Método das Diferenças Finitas permite estimar a derivada de uma função num dado ponto, conhecendo-se o valor da função neste ponto e em pontos próximos. Nota-se que a derivada de $f(x=x_i)$ foi obtida com os valores da função em dois pontos de cada lado (diferença centrada), a de $f(x=x_e)$ e a de $f(x=x_d)$, com os valores da função em um ponto de um lado e três pontos do outro lado (diferenças ascendente e descendente), além, sempre, do valor da função no ponto em consideração.

B.3 - RÉGRA DOS TRAPÉZIOS

Seja $f(x)$ uma função contínua definida no intervalo $[x_1, x_n]$, da qual se conhecem os valores $f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n)$ nos pontos x_1, x_2, \dots, x_n sobre o eixo x , espaçados respectivamente de $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_{n-1}$.

A Regra dos Trapézios consiste em substituir-se a função $f(x)$ por $(n-1)$ segmentos de reta unindo os valores conhecidos da função, conforme ilustra a Fig. B.2, e em se tomar a integral da poligonal formada como aproximação da integral da função.



Assim, a integral procurada será dada pela soma das áreas dos diversos trapézios compreendidos entre o eixo x e os segmentos de reta, ou seja

$$\int_{x_1}^{x_n} f(x) dx = \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2} \Delta_1 + \frac{f(x_2) + f(x_3)}{2} \Delta_2 + \dots +$$

$$+ \frac{f(x_{n-2}) + f(x_{n-1})}{2} \Delta_{n-2} + \frac{f(x_{n-1}) + f(x_n)}{2} \Delta_{n-1} \quad (\text{B.32})$$

Rearranjando esta expressão, chega-se a

$$\int_{x_1}^{x_n} f(x)dx = f(x_1)\frac{\Delta_1}{2} + f(x_2)\frac{\Delta_1 + \Delta_2}{2} + \dots +$$

$$+ f(x_{n-1})\frac{\Delta_{n-2} + \Delta_{n-1}}{2} + f(x_n)\frac{\Delta_{n-1}}{2} \quad (\text{B.33})$$

B.4 - MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON

A solução de uma equação do tipo $f(x) = 0$ pode ser encontrada por um procedimento simples conhecido como Método de Newton-Raphson.

O método consiste de uma sequência iterativa, que tem início traçando-se a tangente à curva $y = f(x)$ na posição (x_1, y_1) , conforme se vê na Fig. B.3, e determinando o ponto onde esta tangente intercepta o eixo x , no caso x_2 , cujo valor é

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} \quad (\text{B.34})$$

onde $f'(x_1)$ indica a derivada de $f(x)$ no ponto $x = x_1$.

Com x_2 , volta-se à curva obtendo o correspondente y_2 e traça-se uma nova tangente à curva, agora na posição (x_2, y_2) , chegando-se analogamente ao ponto x_3 e daí ao correspondente y_3 .

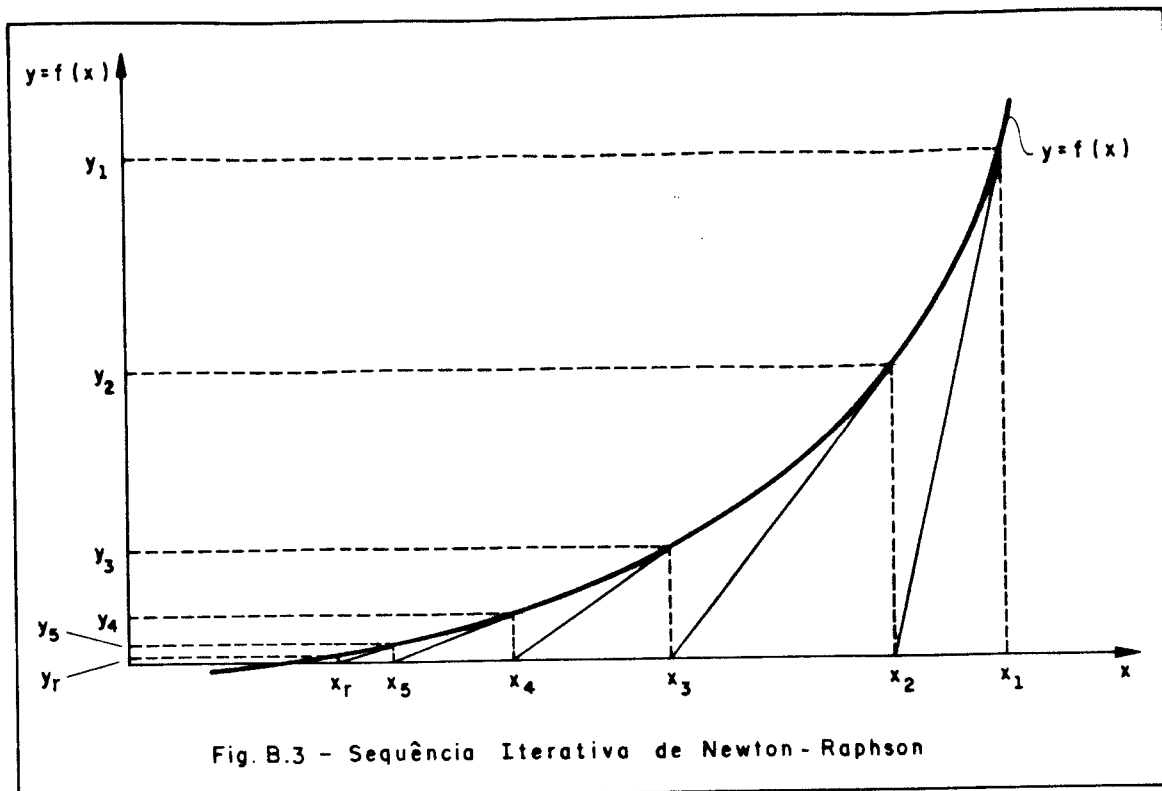


Fig. B.3 - Sequência Iterativa de Newton - Raphson

Prossegue-se efetuando as operações na ordem descrita até que se encontre um valor da ordenada y , indicado por y_r , que possa ser tido como zero, numa aproximação que depende da precisão desejada. O ponto x correspondente, representado por x_r , é a solução da equação.

A Eq. (B.34) pode ser estendida a uma posição genérica i da curva, tornando-se

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)} \quad (\text{B.35})$$

O Método de Newton-Raphson só pode ser empregado para uma função $f(x)$ contínua e que não possua ponto de inflexão no intervalo $[x_1, x_r]$.

APENDICE C

PROGRAMA ESTUB

C.1 - ENTRADA DE DADOS

Os dados, para acionamento do Programa ESTUB, devem estar contidos em um arquivo próprio, denominado DDEL, e escritos de acordo com as regras da linguagem FORTRAN 77.

Tendo em vista a dupla simetria, fornecem-se apenas os dados referentes às vigas e aos pilares situados em um dos quadrantes do sistema tubular. Para isto, estes elementos estruturais assumem a numeração indicada na Fig. C.1, onde N e \bar{N} representam respectivamente a quantidade de pilares e de vigas do semi-painel de direção y que interessarão à análise, e M e \bar{M} as somas, pela ordem, das quantidades de pilares e de vigas dos semi-painéis de direções y e x .

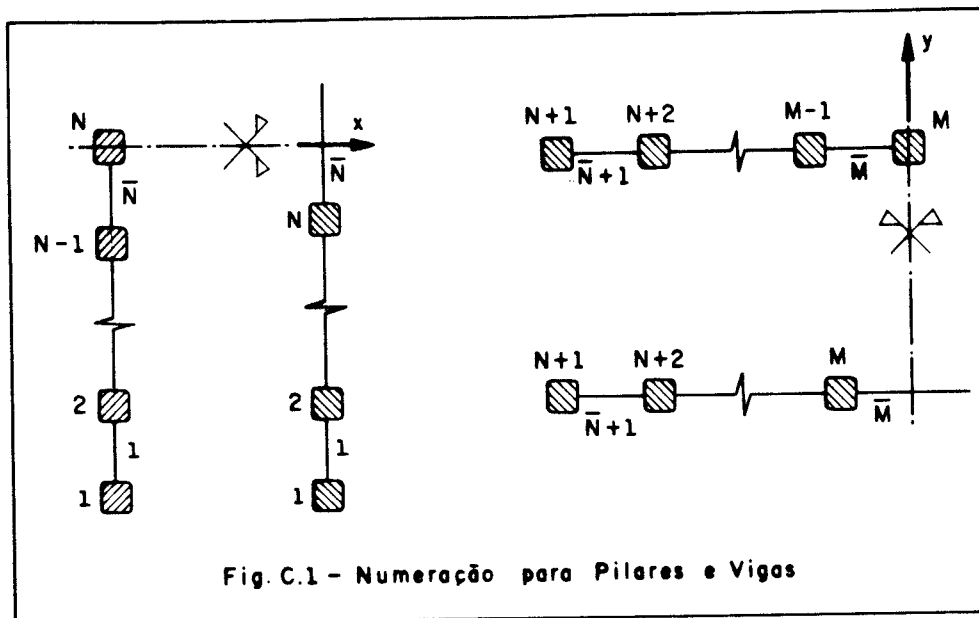


Fig. C.1 - Numeração para Pilares e Vigas

O programa pode vir a necessitar dos seguintes dados de entrada:

LPY - número de pilares de cada painel completo de direção y

LPX - número de pilares de cada painel completo de direção x

NEGE- número de trechos com características geométricas diferentes

MAT - indicador do material estrutural (1 = aço, 2 = concreto armado)

NTIP - indicador (0 = cálculo só de carregamento vertical crítico, 1 = espaçamento entre os níveis escolhidos para análise estrutural igual em cada um dos NEGE trechos, 2 = espaçamento diferente)

HA - altura dos andares

LE - altura total da estrutura

E - módulo de elasticidade longitudinal

CPOI- coeficiente de Poisson

VV(I) - vãos das vigas do semi-painel de direção y (I=1,2,...,N̄) e do semi-painel de direção x (I = N̄ + 1, N̄ + 2,...,M̄)

COTA(L,J) - cota inferior do trecho L (L=1,2,...,NEGE) se J=1 e superior se J=2

SV(L,I) - área da seção transversal das vigas do semi-painel de direção y (I = 1,2,...,N̄) e de direção x (I = N̄+1, N̄+2,...,M̄) no trecho L (L = 1,2,...,NEGE)

CV(L,I) - idem, fator de forma

IV(L,I) - idem, momento de inércia para flexão no plano do semi-painel em consideração

SP(L,I) - área da seção transversal dos pilares do semi-painel de direção y (I = 1,2,...,N) e de direção x (I=N+2, N+3,...,M), no trecho L (L=1,2,...,NEGE)

CP(L,I) - idem, fator de forma

IP(L,I) - momento de inércia da seção transversal dos pilares do semi-painel de direção y (I=1,2,...,N) e de direção x (I=N+1, N+2,...,M), no trecho L (L=1,2,...,NEGE)

- DP(L,I) - dimensão horizontal dos trechos rígidos nos pilares do semi-painel de direção y (I=1,2,...,N) e de direção x (I=N+1, N+2, ...,M), no trecho L(L=1,2,...,NEGE)
- HP (L,I) - idem, dimensão vertical
- INST (I) - indicador de cálculo do carregamento vertical crítico (0 = não se deseja o cálculo, 1 = deseje-se o cálculo). Se I = 2, o carregamento vertical crítico refere-se à flexão em torno do eixo x, se I = 3, à flexão em torno do eixo y e se I = 4, à torção
- NEI - indicador dos efeitos de 2a. ordem a serem considerados no cálculo do carregamento vertical crítico (1 = efeito p-delta apenas, 2 = efeito p-delta e efeito da degenerescência de rigidez dos pilares por causa da força normal de compressão)
- NDIV(I) - número de divisões de cada um dos NEGE trechos da estrutura para o emprego do Método das Diferenças Finitas (I=1,2,...,NEGE)
- HH(I,J) - espaçamentos entre os níveis para emprego do Método das Diferenças Finitas (I=1,2,...,NEGE; J=1,2,...,NDIV(I))
- NCA(I) - indicador de atuação de carregamento (0 = não existe o carregamento, 1 = existe o carregamento) Se I=2, o indicador refere-se a um carregamento lateral atuando na direção do eixo y, se I=3, na direção do eixo x e se I=4, a um carregamento que provoca apenas torção

- KTIP(I) - indicador do tipo de distribuição com que um carregamento age sobre o edifício (1 = o carregamento varia linearmente com a altura do edifício, 2 = o carregamento se distribui de forma qualquer). I = 2,3 ou 4, obedecendo à mesma regra do indicador precedente
- CB (I) - valor do carregamento por unidade de comprimento na base da estrutura. I = 2,3 ou 4, conforme regra para os indicadores precedentes
- CT (I) - idem, para o topo da estrutura
- Q2(J,I) - esforço cortante na direção y causado pelo carregamento atuante no edifício nos níveis escolhidos para aplicação do Método das Diferenças Finitas (J=1,2,...,NGE; I=JIN(J),..., JFI(J) sendo JIN(J) e JFI(J) respectivamente o primeiro e o último nível do trecho J)
- Q3(J,I) - idem, para o esforço cortante na direção x
- Q4(J,I) - idem, para o momento de torção
- NCAVE - indicador de carregamento vertical distribuído ao longo da altura do edifício (0 = não há carregamento vertical, 1 = o carregamento vertical é uniformemente distribuído, 2 = o carregamento vertical é distribuído de maneira não uniforme)
- NTOPO - indicador de ocorrência de força vertical concentrada em pilares no topo do edifício (0 = não há, 1 = há

NEF - indicador do tipo de análise estrutural (1 = análise em teoria de 1a. ordem, 2 = análise em teoria de 2a. ordem considerando o efeito p-delta, 3 = análise em teoria de 2a. ordem considerando os efeitos p-delta e da degenerescência de rigidez dos pilares por causa da força normal de compressão)

NODU(I) - valor do carregamento vertical uniformemente distribuído nos pilares do semi-painel de direções y (I = 1,2,...,N) e x (I=N+2,N+3,...,M)

NODNU(I,J,K) - Valor do carregamento vertical distribuído (força normal por unidade de comprimento) nos pilares dos semi-painéis de direções y (I = 1,2,...,N) e x (I = N+2,N+3,...,M) nos níveis escolhidos para aplicação do Método das Diferenças Finitas (J = 1,2,...,NEGE; K=JIN(J),...,JPI(J) sendo JIN(J) e JFI(J) respectivamente o primeiro e o último nível do trecho J)

NOTO (I) - valor da força vertical concentrada no topo dos pilares dos semi-painéis de direções y (I = 1,2,...,N) e x (I = N+2, N+3,...,M)

Os dados devem ser agrupados em blocos, com cada bloco subdividido em diversos conjuntos, e fornecidos na ordem seguinte:

BLOCO 1

1/1 - LPY, LPX, NEGE, MAT, NTIP

2/1 - HA, LE, E, CPOI

3/1 - VV(I), I = 1,2,...,N

4/1 - VV(I), I = N+1, N+2,...,M

BLOCO 2

Deve ser repetido NEGE vezes, ou seja, para cada um dos trechos com características geométricas diferentes, começando com o trecho mais baixo ($L = 1$) e terminando com o mais alto ($L = NEGE$).

- 1/2 - COTA (L,1), COTA (L,2)
(não fazer se NEGE = 1)
- 2/2 - SV (L,I), I = 1,2,...,N
- 3/2 - SV(L,I), I = N+1, N+2,...,M
- 4/2 - CV(L,I), I = 1,2,...,N
- 5/2 - CV(L,I), I = N+1, N+2,...,M
- 6/2 - IV(L,I), I = 1,2,...,N
- 7/2 - IV(L,I), I = N+1, N+2,...,M
- 8/2 - SP(L,I), I = 1,2,...,N
- 9/2 - SP(L,I), I = N+2, N+3,...,M
- 10/2- CP(L,I), I = 1,2,...,N
- 11/2- CP(L,I), I = N+1, N+2,...,M
- 12/2- IP(L,I), I = 1,2,...,N
- 13/2- IP(L,I), I = N+1, N+2,...,M
- 14/2- DP(L,I), I = 1,2,...,N
- 15/2- DP(L,I), I = N+1, N+2,...,M
- 16/2- HP(L,I), I = 1,2,...,N
- 17/2- HP(L,I), I = N+1, N+2,...,M

BLOCO 3

Último bloco do programa caso NTIP, definido no conjunto 1/1, seja nulo.

- 1/3 - INST(2), INST(3), INST(4), NEI

BLOCO 4

- 1/4 - NDIV(I), I = 1,2,...,NEGE

BLOCO 5

Somente se NTIP for igual a 1

1/5 - HH(1,J), J=1,2,...,NDIV(1)

⋮

NEGE/5 - HH (NEGE,J), J=1,D,...,NDIV(NEGE)

BLOCO 6

1/6 - NCA(2), NCA(3), NCA(4)

BLOCO 7

Somente se NCA(2) for igual a 1

1/7 - KTIP(2)

BLOCO 8

Somente se NCA(2) e KTIP(2) forem iguais a 1

1/8 - CB(2), CT(2)

BLOCO 9

Somente se NCA(2) for igual a 1 e KTIP(2) igual a 2

1/9 - Q2(1,J), J = JIN(1),...,JFI(1)

⋮

NEGE/9 - Q2(NEJE, J), J = JIN(NEGE),...,JFI(NEGE)

BLOCO 10

Somente se NCA(3) for igual a 1

1/10 - KTIP(3)

BLOCO 11

Somente se NCA(3) e KTIP(3) forem iguais a 1

1/11 - CB(3), CT(3)

BLOCO 12

Somente se NCA(3) for igual a 1 e KTIP(3) igual a 2

1/12 - Q3(1,J), J = JIN(1),...,JFI(1)

⋮

NEGE/12 - Q3(NEGE,J), J=JIN(NEGE),...,JFI(NEGE)

BLOCO 13

Somente se NCA(4) for igual a 1
1/13 - KTIP(4)

BLOCO 14

Somente se NCA(4) e KTIP(4) forem igual a 1
1/14 - CB(4), CT(4)

BLOCO 15

Somente se NCA(4) for igual a 1 e KTIP(4) igual a 2
1/15 - Q4(1,J), J = JIN(1),...,JFI(1)
:
NEGE/15 - Q4(NEGE,J), J=JIN(NEGE),...,JFI(NEGE)

BLOCO 16

Último bloco do programa caso NCAVE e NTOPO, definidos
neste mesmo bloco, sejam iguais a zero
1/16 - NCAVE, NTOPO

BLOCO 17

1/17 - NEF

BLOCO 18

Somente de NCAVE for igual a 1
1/8 - NODU(1)
:
N/18 - NODU(N)
(N+1)/18 - NODU(N+2)
:
(M-1)/18 - NODU(M)

BLOCO 19

Somente se NCAVE for igual a 2
Deve ser repetido (M-1) vezes, ou seja, para cada um

dos pilares da quarta parte da estrutura, começando pelos pilares de números $I=1,2,\dots,N$ do semi-painel de direção y e finalizando com os de números $I = N+2, N+3,\dots,M$ do semi-painel de direção x.

1/19 - NODNU (I,1,J), J = JIN(1),...,JFI(1)

⋮

NEGE/19 - NODNU (I,NEGE,J), J = JIN(NEGE),...,JFI(NEGE)

BLOCO 20

Somente se NTOPO for igual a 1

1/20 - NOTO(1)

⋮

N/20 - NOTO(N)

(N+1)/20 - NOTO (N+2)

⋮

(M-1)/20 - NOTO (M)

Devem ser obedecidos os seguintes formatos, conforme a linguagem FORTRAN IV:

-conjuntos 1/1, 1/3, 1/4, 1/6, 1/7, 1/10, 1/13, 1/16 e 1/17
FORMAT (8I10)

-demais conjuntos

FORMAT (8F10.0)

C.2 - LISTAGEM

```

C
C-----
C-----
C-----PROGRAMA ESTUB PROGRAMA ESTUB PROGRAMA ESTUB PROGRAMA ESTUB-----
C-----
C-----
C
C
C
C--DEFINICAO DE VARIAVEIS, DIMENSOES E ARQUIVOS E IMPRESSAO NOME PROGRAMA
C
    REAL LE, IV(20), IP(22), KP(22), NOYD(11,50), NOXD(11,50), NOYTO(11), NOX
    *TO(11), NPI(20,50), NORMY(11,50), NORMX(11,50), NPIY(30,50), NPIX(30,50
    *), NOVEY(11,50), NOVEX(11,50), INCO, KB
    REAL*16 DET, DINC, DD, DDD
    DIMENSION NDIV(10), VV(20), COTA(10,2), SV(20), CV(20), SP(22), SPA(11),
    *SPF(11), DP(22), HP(22), WP(22), JIN(10), JFI(10), NCA(4), KTIP(4), HH(50)
    *, ZZ(50), CB(4), CT(4), QQ(50,4), SN(50), S(20,22), R(20,20), H(22,20), RS(
    *20,22), T(22,22), FF(300), AA(300,301), DE(50,4), QV(28,50), QVT(28,50),
    *QVTY(28,50), QVTX(28,50), COMFY(10), COMFX(10), SMO(50), CF(30), INST(4)
    *, PCRE(4), SF(10), DELTA(10), DINC(300), DET(2), FC(2), SNN(50)
    OPEN(UNIT=1, STATUS='OLD', FILE='DDEL', ACCESS='SEQUENTIAL', FORM='FOR
    *MATTED')
    OPEN(UNIT=10, STATUS='OLD', FILE='AREAPI', ACCESS='DIRECT', FORM='UNFO
    *RMATTED', RECL=100)
    OPEN(UNIT=11, STATUS='OLD', FILE='CARGEO', ACCESS='DIRECT', FORM='UNFO
    *RMATTED', RECL=600)
    OPEN(UNIT=12, STATUS='OLD', FILE='MATRIT', ACCESS='DIRECT', FORM='UNFO
    *RMATTED', RECL=2000)
    OPEN(UNIT=13, STATUS='OLD', FILE='MATRIRS', ACCESS='DIRECT', FORM='UNF
    *ORMATTED', RECL=1800)
    NR=1
    NW=3
    WRITE(NW,1)
    1 FORMAT(74('*'),//,20('*'),'  P R O G R A M A E S T U B  ',20(
    *'*'),//,74('*'))
C
C--LEITURA, IMPRESSAO E CALCULO DE CARACTERISTICAS ELASTO-GEOMETRICAS
C
    READ(NR,11) LPY, LPX, NEGE, MAT, NTIP
    11 FORMAT(8I10)
    READ(NR,12) HA, LE, E, CPOI
    12 FORMAT(8F10.0)
    G=E/(2.*(1+CPOI))
    WRITE(NW,51)
    51 FORMAT(4('/'),'CARACTERISTICAS ELASTICAS E GEOMETRICAS DA ESTRUTURA'
    *,/,52('-'))
    LLPY=2*LPY
    LY1=LPY-1
    LY2=LPY+1
    LY3=LPY+2
    LY4=LPY+3
    LY5=LLPY-1
    LY6=LLPY-2
    LLPX=2*LPX
    LX1=LPX-1

```

```

*12)
WRITE(NW,71)LX1,LPX
71 FORMAT(3X,'C 1',7X,'C 2',7X,'C 3',11X,'C',I2,7X,'C',I2)
  INY=0
  INX=0
  DIV=LPY/2.
  SUB=DIV-IFIX(DIV)
  IF(SUB .LE. 0.25)GO TO 13
  NPY=DIV+0.5
  NPYC=NPY
  GO TO 14
13 NPY=DIV+1
  NPYC=NPY-1
  INY=1
14 DIV=LPX/2.
  SUB=DIV-IFIX(DIV)
  IF(SUB .LE. 0.25)GO TO 15
  NPX=DIV+0.5
  NPXC=NPX
  GO TO 16
15 NPX=DIV+1
  NPXC=NPX-1
  INX=1
16 CONTINUE
  NPYIN=NPY
  NPXIN=NPX
  NP1=NPY-1
  NP2=NPYC+1
  NP3=NPYC+NPXC
  NP4=NPY+NPX-2
  NDIN=2
  NDINC=NDIN
  IF(NEGE .GE. 2)GO TO 24
  NDINC=10
  COTA(1,1)=0.
  COTA(1,2)=LE
24 READ(NR,12)(VV(I),I=1,NP1)
  READ(NR,12)(VV(I),I=NPY,NP4)
  DO 99 L=1,NEGE
  IF(NEGE .EQ. 1)GO TO 17
  READ(NR,12)COTA(L,1),COTA(L,2)
17 CONTINUE
  READ(NR,12)(SV(I),I=1,NP1)
  READ(NR,12)(SV(I),I=NPY,NP4)
  READ(NR,12)(CV(I),I=1,NP1)
  READ(NR,12)(CV(I),I=NPY,NP4)
  READ(NR,12)(IV(I),I=1,NP1)
  READ(NR,12)(IV(I),I=NPY,NP4)
  READ(NR,12)(SP(I),I=1,NPYC)
  READ(NR,12)(SP(I),I=NP2+1,NP3)
  READ(NR,12)(CP(I),I=1,NPYC)
  READ(NR,12)(CP(I),I=NP2,NP3)
  READ(NR,12)(IP(I),I=1,NPYC)
  READ(NR,12)(IP(I),I=NP2,NP3)
  READ(NR,12)(DP(I),I=1,NPYC)

```

```

      READ(NR,12)(DP(I),I=NP2,NP3)
      READ(NR,12)(HP(I),I=1,NPYC)
      READ(NR,12)(HP(I),I=NP2,NP3)
      IF(NEGE.EQ.1)GO TO 18
      WRITE(NW,72)L,COTA(L,1),COTA(L,2)
72  FORMAT(///,I1,' ) DO NIVEL',F9.2,'  AO NIVEL',F9.2)
18  CONTINUE
      WRITE(NW,73)
73  FORMAT(//,'** SEMI-PAINEL DE DIRECAO Y',///,'PILAR',4X,'A R E A',5
      *X,'MOM INERCIA',5X,'FATOR FORMA',5X,'TAMANHO TRECHO RIGIDO',/,53X,
      *'ALTURA',8X,'LARGURA')
      DO 19 I=1,NPYC
19  WRITE(NW,74)I,SP(I),IP(I),CP(I),HP(I),DP(I)
74  FORMAT(' P',I2,F12.2,2F16.2,F11.2,F15.2)
      WRITE(NW,75)
75  FORMAT(//,'VIGA',5X,'A R E A',5X,'MOM INERCIA',5X,'FATOR FORMA',15
      *X,'VAO TEORICO',/)
      DO 20 I=1,NP1
20  WRITE(NW,76)I,SV(I),IV(I),CV(I),VV(I)
76  FORMAT(' V',I2,F12.2,2F16.2,F26.2)
      SP(NP2)=SP(1)
      WRITE(NW,77)
77  FORMAT(//,'** SEMI-PAINEL DE DIRECAO X',///,'PILAR',4X,'A R E A',5
      *X,'MOM INERCIA',5X,'FATOR FORMA',5X,'TAMANHO TRECHO RIGIDO',/,53X,
      *'ALTURA',8X,'LARGURA')
      DO 21 I=NP2,NP3
      IX=I-NPYC
21  WRITE(NW,78)IX,SP(I),IP(I),CP(I),HP(I),DP(I)
78  FORMAT(' C',I2,F12.2,2F16.2,F11.2,F15.2)
      WRITE(NW,75)
      DO 22 I=NPY,NP4
      IX=I-NP1
22  WRITE(NW,79)IX,SV(I),IV(I),CV(I),VV(I)
79  FORMAT(' B',I2,F12.2,2F16.2,F26.2)
      DO 23 I=1,NP3
      DP(I)=DP(I)/2.
      WP(I)=HA-HP(I)
      AJ=G*SP(I)*WP(I)**2
23  KP(I)=IP(I)*AJ/(HA*(AJ+12.*E*IP(I)*CP(I)))
      WRITE(10,REC=L)(SP(I),I=1,NP3)
      WRITE(11,REC=L)(SV(I),I=1,NP4),(CV(I),I=1,NP4),(IV(I),I=1,NP4),(WP
      *(I),I=1,NP3),(KP(I),I=1,NP3),(DP(I),I=1,NP3)
      IF(L.NE.1)GO TO 89
      INCO=IV(1)*G*SV(1)*(VV(1)-DP(1)-DP(2))**2/(G*SV(1)*(VV(1)-DP(1)-DP
      *(2))**2+12.*CV(1)*IV(1)*E)
      KB=INCO*VV(1)**2/(VV(1)-DP(1)-DP(2))**3
      SFF=12.*INCO*HA/((VV(1)-DP(1)-DP(2))**3*SP(1))
      SFF=SP(1)
89  DELTA(L)=(COTA(L,2)-COTA(L,1))/NDINC
      SF(L)=SFF*(DELTA(L)/HA)**2
99  CONTINUE
C
C--DETERMINACAO E LEITURA DE GRANDEZAS DIVERSAS
C
      READ(NR,11)(INST(NC),NC=2,4),NEI

```



```

INST(1)=0
DO 100 NC=1,4
100 NCA(NC)=0
IF(NTIP .EQ. 0)GO TO 1050
READ(NR,11)(NDIV(I),I=1,NEGE)
ND=0
DO 101 I=1,NEGE
ESPAC=(COTA(I,2)-COTA(I,1))/NDIV(I)
JIN(I)=ND+2
JFI(I)=JIN(I)+NDIV(I)
ND=ND+NDIV(I)+3
JA=ND-NDIV(I)-I
JB=JA+NDIV(I)-1
IF(NTIP .EQ. 2)GO TO 102
DO 103 JI=JA,JB
103 HH(JI)=ESPAC
GO TO 104
102 READ(NR,12)(HH(J),J=JA,JB)
104 HH(JA-1)=HH(JA)
HH(JB+1)=HH(JB)
101 CONTINUE
ZZ(2)=0.
DO 105 II=JIN(1)+1,JFI(1)
105 ZZ(II)=ZZ(II-1)+HH(II-1)
DO 106 I=2,NEGE
ZZ(JIN(I))=ZZ(JIN(I)-3)
DO 106 II=JIN(I)+1,JFI(I)
106 ZZ(II)=ZZ(II-1)+HH(II-1)
DO 107 NIV=1,ND
DO 108 J=1,4
108 DE(NIV,J)=0.
DO 109 I=1,LY6
109 QVTY(I,NIV)=0.
DO 110 J=1,LX6
110 QVTX(J,NIV)=0.
DO 111 I=1,LLPY
111 NFIY(I,NIV)=0.
DO 112 J=1,LLPX
112 NFIX(J,NIV)=0.
DO 113 I=1,NPYC
113 NOVEY(I,NIV)=0.
DO 114 J=1,NPS-NPY
114 NOVEX(J,NIV)=0.
107 CONTINUE
NPFY=LPY+NP1-1
DIV=(LPX-1)/2.
NAUX=DIV
IF(INX .EQ. 1)NAUX=DIV+0.5
NFXM=LPX+NAUX-1
DAUX1=12.*HH(2)**2
DAUX2=12.*HH(2)
NEF=1

```

C
C--LEITURA E IMPRESSAO DAS ACOES LATERAIS ATUANTES SOBRE A ESTRUTURA
C

```

      READ(NR,11)(NCA(NC),NC=2,4)
      ISOMA=NCA(2)+NCA(3)+NCA(4)
      IF(ISOMA .EQ. 0)GO TO 136
      WRITE(NW,120)
120  FORMAT(4/),'ACOES LATERAIS ATUANTES SOBRE A ESTRUTURA',/,41('-'))
      IF(NCA(2) .EQ. 0)GO TO 121
      WRITE(NW,122)
122  FORMAT(//,'** ACAO LATERAL NA DIRECAO Y')
      READ(NR,11)KTIP(2)
      IF(KTIP(2) .EQ. 2)GO TO 123
      READ(NR,12)CB(2),CT(2)
      WRITE(NW,124)CB(2),CT(2)
124  FORMAT(/,14X,'DISTRIBUIDA LINEAR.....VALOR NA BASE=',F8.4,/,38X,'
      *VALOR NO TOPO=',F8.4)
      GO TO 125
123  DO 126 IK=1,NEGE
126  READ(NR,12)(QQ(I,2),I=JIN(IK),JFI(IK))
      WRITE(NW,127)
127  FORMAT(/,18X,'N I V E L',11X,'VALOR DA CORTANTE',/)
      JIN(1)=JIN(1)-1
      DO 128 IK=1,NEGE
      DO 128 MM=JIN(IK)+1,JFI(IK)
128  WRITE(NW,129)ZZ(MM),QQ(MM,2)
129  FORMAT(F27.2,F28.2)
      JIN(1)=JIN(1)+1
125  CONTINUE
121  CONTINUE
      IF(NCA(3) .EQ. 0)GO TO 130
      WRITE(NW,131)
131  FORMAT(//,'** ACAO LATERAL NA DIRECAO X')
      READ(NR,11)KTIP(3)
      IF(KTIP(3) .EQ. 2)GO TO 132
      READ(NR,12)CB(3),CT(3)
      WRITE(NW,124)CB(3),CT(3)
      GO TO 133
132  DO 134 IK=1,NEGE
134  READ(NR,12)(QQ(I,3),I=JIN(IK),JFI(IK))
      WRITE(NW,127)
      JIN(1)=JIN(1)-1
      DO 135 IK=1,NEGE
      DO 135 MM=JIN(IK)+1,JFI(IK)
135  WRITE(NW,129)ZZ(MM),QQ(MM,3)
      JIN(1)=JIN(1)+1
133  CONTINUE
130  CONTINUE
      IF(NCA(4) .EQ. 0)GO TO 136
      WRITE(NW,137)
137  FORMAT(//,'** MOMENTO DE TORCAO EM Z')
      READ(NR,11)KTIP(4)
      IF(KTIP(4) .EQ. 2)GO TO 138
      READ(NR,12)CB(4),CT(4)
      WRITE(NW,139)CB(4),CT(4)
139  FORMAT(/,14X,'DISTRIBUIDO LINEAR.....VALOR NA BASE=',F8.4,/,38X,'
      *VALOR NO TOPO=',F8.4)
      GO TO 140

```

```

138 DO 141 IK=1, NEGE
141 READ(NR, 12)(QQ(I, 4), I=JIN(IK), JFI(IK))
WRITE(NW, 142)
142 FORMAT(/, 18X, 'N I V E L', 12X, 'VALOR DO MOMENTO', /)
JIN(1)=JIN(1)-1
DO 143 IK=1, NEGE
DO 143 MM=JIN(IK)+1, JFI(IK)
143 WRITE(NW, 129)ZZ(MM), QQ(MM, 4)
JIN(1)=JIN(1)+1
140 CONTINUE
136 CONTINUE

```

C

C--LEITURA E IMPRESSAO DAS ACOES AXIAIS APLICADAS AOS PILARES

C

```

NEF=1
READ(NR, 11)NCAVE, NTOPO
ISOMA=NCAVE+NTOPO
IF(ISOMA .EQ. 0)GO TO 177
NCA(1)=1
READ(NR, 11)NEF
177 CONTINUE
DO 174 NIV=1, ND
DO 175 I=1, NPYC
175 NOYD(I, NIV)=0.
DO 176 J=2, NFXC
176 NOXD(J, NIV)=0.
174 CONTINUE
IF(NCAVE .EQ. 2)GO TO 150
IF(NCAVE .EQ. 0)GO TO 159
DO 151 I=1, NPYC
151 READ(NR, 12)NOYD(I, 2)
DO 152 J=2, NFXC
152 READ(NR, 12)NOXD(J, 2)
DO 153 K=3, JFI(NEGE)
DO 154 I=1, NPYC
154 NOYD(I, K)=NOYD(I, 2)
DO 155 J=2, NFXC
155 NOXD(J, K)=NOXD(J, 2)
153 CONTINUE
WRITE(NW, 156)(L, L=1, NPYC)
156 FORMAT(4(/), 'ACOES AXIAIS UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDAS NOS PILARES',
*/, 51(' '), //, '** PILAR DE CANTO E SEMI-PAINEL DE DIRECAO Y', //, 3X,
*11(2X, 'PILAR', 1X, 'P', I2))
WRITE(NW, 157)(NOYD(I, 2), I=1, NPYC)
157 FORMAT(/, 3X, 11F11.4)
WRITE(NW, 158)(L, L=2, NFXC)
158 FORMAT(//, '** SEMI-PAINEL DE DIRECAO X', //, 3X, 11(2X, 'PILAR', 1X, 'C'
*, I2))
WRITE(NW, 157)(NOXD(J, 2), J=2, NFXC)
GO TO 159
150 CONTINUE
WRITE(NW, 160)
160 FORMAT(4(/), 'ACOES AXIAIS DISTRIBUIDAS NAO UNIFORMEMENTE NOS PILAR
*ES', /, 54(' '))
DO 161 I=1, NPYC

```

```

DO 161 IK=1, NEGE
161 READ(NR, 12)(NOYD(I, K), K=JIN(IK), JFI(IK))
DO 162 J=2, NPXC
DO 162 IK=1, NEGE
162 READ(NR, 12)(NOXD(J, K), K=JIN(IK), JFI(IK))
WRITE(NW, 163)(L, L=1, NPXC)
163 FORMAT(/, '** PILAR DE CANTO E SEMI-PAINEL DE DIRECAO Y', //, 'N I V
*E L', 11(2X, 'PILAR', 1X, 'P', I2))
JIN(1)=JIN(1)-1
DO 164 IK=1, NEGE
DO 164 MM=JIN(IK)+1, JFI(IK)
164 WRITE(NW, 165)ZZ(MM), (NOYD(L, MM), L=1, NPXC)
165 FORMAT(F9.2, 11F11.2)
WRITE(NW, 166)(L, L=2, NPXC)
166 FORMAT(/, '** SEMI-PAINEL DE DIRECAO X', //, 'N I V E L', 11(2X, 'PILA
*R', 1X, 'C', I2))
DO 167 IK=1, NEGE
DO 167 MM=JIN(IK)+1, JFI(IK)
167 WRITE(NW, 165)ZZ(MM), (NOXD(L, MM), L=2, NPXC)
JIN(1)=JIN(1)+1
159 CONTINUE
DO 168 I=1, NPXC
168 NOYTO(I)=0.
DO 169 J=2, NPXC
169 NOXTO(J)=0.
IF(NTOPD .EQ. 0)GO TO 170
DO 171 I=1, NPXC
171 READ(NR, 12)NOYTO(I)
DO 172 J=2, NPXC
172 READ(NR, 12)NOXTO(J)
WRITE(NW, 173)(L, L=1, NPXC)
173 FORMAT(3(/, 'ACOES CONCENTRADAS NO TOPO DOS PILARES', /, 38('-'), //,
*** PILAR DE CANTO E SEMI-PAINEL DE DIRECAO Y', //, 3X, 11(2X, 'PILAR'
*, 1X, 'P', I2))
WRITE(NW, 157)(NOYTO(I), I=1, NPXC)
WRITE(NW, 158)(L, L=2, NPXC)
WRITE(NW, 157)(NOXTO(J), J=2, NPXC)
170 CONTINUE
C
C--DETERMINACAO DA FORCA NORMAL TOTAL ATUANTE NOS DIVERSOS NIVEIS
C
DO 180 I=1, NPXC
180 NORMY(I, JFI(NEGE))=NOYTO(I)
DO 181 J=2, NPXC
181 NORMX(J, JFI(NEGE))=NOXTO(J)
DO 182 IK=NEGE, 1, -1
DO 182 K=JFI(IK)-1, JIN(IK), -1
DO 183 I=1, NPXC
183 NORMY(I, K)=NORMY(I, K+1)+NOYD(I, K+1)*HH(K-NEGE+1)/2.+NOYD(I, K)*HH(K
*-NEGE+1)/2.
DO 184 J=2, NPXC
184 NORMX(J, K)=NORMX(J, K+1)+NOXD(J, K+1)*HH(K-NEGE+1)/2.+NOXD(J, K)*HH(K
*-NEGE+1)/2.
DO 185 I=1, NPXC
185 NORMY(I, K-3)=NORMY(I, K)

```

```

DO 186 J=2,NPXC
186 NORMX(J,K-3)=NORMX(J,K)
182 CONTINUE
IF(NEGE .EQ. 1)GO TO 187
DO 188 K=1,NEGE-1
DO 189 I=1,NPYC
189 NORMY(I,JFI(K))=NORMY(I,JIN(K+1))
DO 190 J=2,NPXC
190 NORMX(J,JFI(K))=NORMX(J,JIN(K+1))
188 CONTINUE
187 CONTINUE
DO 191 IK=1,NEGE
DO 191 MM=JIN(IK),JFI(IK)
SN(MM)=0.
DO 192 I=1,NPY-1
192 SN(MM)=SN(MM)+NORMY(I,MM)
DO 193 J=2,NPX-1
193 SN(MM)=SN(MM)+NORMX(J,MM)
IF(INY .EQ. 0)SN(MM)=SN(MM)+NORMY(NPY,MM)/2.
IF(INX .EQ. 0)SN(MM)=SN(MM)+NORMX(NPX,MM)/2.
191 CONTINUE
1050 CONTINUE
C
C--DETERMINACAO DE GRANDEZAS ESPECIFICAS PARA ANALISE A TORCAO
C
CPY=0.
CPX=0.
ISOMA=NCA(4)+INST(2)+INST(3)+INST(4)
IF(ISOMA .EQ. 0)GO TO 200
DO 201 I=1,NP1
201 CPY=CPY+2.*VV(I)
IF(INY .EQ. 1)CPY=CPY-VV(NP1)
DO 202 I=NPY,NP4
202 CPX=CPX+2.*VV(I)
IF(INX .EQ. 1)CPX=CPX-VV(NP4)
ISOMA=NCA(4)+INST(4)
IF(ISOMA .EQ. 0)GO TO 203
CPYQ=CPY**2
CPXQ=CPX**2
COMPY(1)=CPY
DO 204 I=2,NP1
204 COMPY(I)=COMPY(I-1)-2.*VV(I-1)
COMPX(1)=CPX
DO 205 J=2,NPX-1
JJ=J+NP1-1
205 COMPX(J)=COMPX(J-1)-2.*VV(JJ)
IF(NCA(4) .EQ. 0)GO TO 206
DO 206 KK=1,NEGE
DO 206 MM=JIN(KK),JFI(KK)
SMO(MM)=NORMY(1,MM)*(CPYQ+CPXQ)
IF(INY .EQ. 0)SMO(MM)=SMO(MM)+NORMY(NPY,MM)*CPXQ/2.
IF(INX .EQ. 0)SMO(MM)=SMO(MM)+NORMX(NPX,MM)*CPYQ/2.
DO 207 I=2,NP1
207 SMO(MM)=SMO(MM)+NORMY(I,MM)*(CPXQ+COMPY(I)**2)
DO 208 J=2,NPX-1

```

```

208 SMO(MM)=SMO(MM)+NORMX(J,MM)*(CPYQ+COMPX(J)**2)
SMO(MM)=SMO(MM)/4.
206 CONTINUE
IF(INST(4) .EQ. 0)GO TO 209
SOTO=CPYQ+CPXQ
IF(INY .EQ. 0)SOTO=SOTO+CPXQ/2.
IF(INX .EQ. 0)SOTO=SOTO+CPYQ/2.
DO 210 I=2,NP1
210 SOTO=SOTO+CPXQ+COMPY(I)**2
DO 211 J=2,NPX-1
211 SOTO=SOTO+CPYQ+COMPX(J)**2
SOTO=SOTO/4.
209 CONTINUE
203 CONTINUE
200 CONTINUE

```

C
C--FORMACAO DA MATRIZ DE DIFERENCAS FINITAS PARA ANALISE ESTRUTURAL
C

```

DO 1000 LCAR=1,4
IF(NCA(LCAR) .EQ. 0)GO TO 1010
NP=NP4
NPY=NPYIN
NPX=NPXIN
IF(LCAR .NE. 2 .OR. INX .NE. 1)GO TO 220
NP=NP-1
NPX=NPX-1
GO TO 221
220 CONTINUE
IF(LCAR .NE. 3 .OR. INY .NE. 1)GO TO 221
NP=NP-1
NPY=NPY-1
221 CONTINUE
IF(LCAR .NE. 1)GO TO 222
IF(INY .NE. 1)GO TO 223
NP=NP-1
NPY=NPY-1
223 CONTINUE
IF(INX .NE. 1)GO TO 222
NP=NP-1
NPX=NPX-1
222 CONTINUE
NPS=NP+1
NPSS=NP+2
CALL MATRIS(LCAR,NP,NP1,NP4,NPY,NPX,INY,INX,VV,CPY,CPX,S)
DO 1020 L=1,NEGE
CALL MATRIH(LCAR,L,NP,NP1,NP2,NP3,NPY,NPYC,NPX,INY,INX,E,VV,CPY,CP
*X,NP4,H)
NVEZ=2
LA=1+2*(L-1)
DO 1030 LL=JIN(L)-LA,JFI(L)-LA
NIV=LL+LA
CALL MATRIR(LCAR,L,NP,NP1,NP2,NP3,NP4,NPY,NPYC,NPX,INY,INX,E,G,HA,
*VV,NOVEY,NOVEX,NIV,NVEZ,PPIL,NEF,R)
CALL RINVER(NW,NP,R)
DO 240 I=1,NP

```

```

DO 240 J=1,NPSS
RS(I,J)=0.
DO 240 K=1,NP
240 RS(I,J)=RS(I,J)+R(I,K)*S(K,J)
WRITE(13,REC=LL)((RS(I,J),J=1,NPSS),I=1,NP)
DO 241 I=1,NPSS
DO 241 J=1,NPSS
T(I,J)=0.
DO 241 K=1,NP
241 T(I,J)=T(I,J)+H(I,K)*RS(K,J)
WRITE(12,REC=LL)((T(I,J),J=1,NPSS),I=1,NPSS)
1030 CONTINUE
1020 CONTINUE
IF(LCAR .EQ. 3)GO TO 300
NP6=NPYC+1
NP7=NP3-1
IF(INY .EQ. 0 .OR. LCAR .EQ. 1)GO TO 301
NP6=NPYC+2
NP7=NP3
GO TO 301
300 CONTINUE
NP6=NPXC+1
NP7=NP3-1
IF(INX .NE. 1)GO TO 301
NP6=NPXC+2
NP7=NP3
301 CONTINUE
CALL CODIFI(LCAR,NVEZ,INY,INX,ND,NP,NPYC,NPXC,NP6,NP7,NEGE,JIN,JFI
*,COTA,HH,E,KB,SF,HA,VV(1),SFP,CPX,NPX,NPY,AA)
C
C--CORRECAO DA MATRIZ DOS COEF. DE DIF. FINITAS PARA EFEITO P-DELTA
C
IF(NEF .EQ. 1)GO TO 360
IF(LCAR .EQ. 1)GO TO 360
IF(LCAR .EQ. 2 .OR. LCAR .EQ. 3)GO TO 361
DO 362 LL=1,NEGE
DO 362 NIV=JIN(LL),JFI(LL)
JJ=NPSS*NIV+1
AA(JJ,NIV)=AA(JJ,NIV)+SMO(NIV)*DAUX1
362 CONTINUE
GO TO 360
361 DO 363 LL=1,NEGE
DO 363 NIV=JIN(LL),JFI(LL)
JJ=NPSS*NIV+1
AA(JJ,NIV)=AA(JJ,NIV)+SN(NIV)*DAUX1
363 CONTINUE
360 CONTINUE
C
C--VETOR DOS TERMOS CONHECIDOS
C
COEF=+1.
IF(LCAR .EQ. 4)COEF=-1.
NN=ND*NPSS
DO 400 I=1,NN
400 FF(I)=0.

```

```

IF(LCAR .EQ. 1)GO TO 403
IF(KTIP(LCAR) .EQ. 2)GO TO 401
ALT=0.
IF(CT(LCAR) .LT. CB(LCAR))ALT=(CB(LCAR)+CT(LCAR))*LE/2.
DO 402 M1=1,NEGE
DO 402 M2=JIN(M1),JFI(M1)
Z=ZZ(M2)
Q=CB(LCAR)*(LE-Z)+((CT(LCAR)-CB(LCAR))/(2.*LE))*(LE-Z)*(LE+Z)-ALT
M=NPSS*M2+1
402 FF(M)=12.*(HH(2)**2)*Q*COEF/4.
GO TO 403
401 DO 404 M1=1,NEGE
DO 404 M2=JIN(M1),JFI(M1)
M=NPSS*M2+1
404 FF(M)=12.*(HH(2)**2)*QQ(M2,LCAR)*COEF/4.
403 CONTINUE
IF(LCAR .NE. 1)GO TO 405
DO 406 M1=1,NEGE
READ(10,REC=M1)(SPA(I),I=1,NPYC),(SPF(I),I=1,NPXC)
DO 407 M2=JIN(M1),JFI(M1)
M=NPSS*M2+1
DO 408 M3=1,NPY
M=M+1
408 FF(M)=-NOYD(M3,M2)*DAUX1/(E*SPA(M3))
DO 409 M3=2,NPX
M=M+1
409 FF(M)=-NOXD(M3,M2)*DAUX1/(E*SPF(M3))
407 CONTINUE
406 CONTINUE
IF(NTOPO .EQ. 0)GO TO 410
M=NPSS+1
DO 411 L=1,NPY
411 FF(M+L)=DAUX2*NOYTO(L)/(E*SPA(L))
DO 412 L=NPY+1,NPS
LL=L-NPY+1
412 FF(M+L)=DAUX2*NOXTO(LL)/(E*SPF(LL))
410 CONTINUE
405 CONTINUE
C
C--RESOLUCAO DO SISTEMA DE EQUACAO PARA ORTER O VETOR DOS DESLOCAMENTOS
C
CALL SOLUSI(NW,NN,AA,FF)
C
C--OBTENCAO DOS DESLOCAMENTOS DO EDIFICIO
C
IF(LCAR .EQ. 1)GO TO 501
DO 500 I=3,JFI(1)
500 DE(I,LCAR)=DE(I-1,LCAR)+(FF(I-1)+FF(I))*HH(I-1)*COEF/2.
IF(NEGE .EQ. 1)GO TO 501
DO 502 II=2,NEGE
DE(JIN(II),LCAR)=DE(JFI(II-1),LCAR)
DO 502 I=JIN(II)+1,JFI(II)
502 DE(I,LCAR)=DE(I-1,LCAR)+(FF(I-1)+FF(I))*HH(I-II)*COEF/2.
501 CONTINUE
C

```


C--CALCULO DAS FORÇAS CORTANTES NAS VIGAS

C

```

DO 600 KK=1, NEGE
DO 600 K=JIN(KK), JFI(KK)
LA=K-1-2*(KK-1)
READ(13, REC=LA)((RS(I, J), J=1, NPSS), I=1, NP)
DO 600 I=1, NP
  QV(I, K)=0.
  DO 600 J=1, NPSS
    K1=K+(J-1)*ND
600  QV(I, K)=QV(I, K)+RS(I, J)*FF(K1)
    DO 601 I=1, NP
      DO 601 KK=1, NEGE
        DO 601 K=JIN(KK), JFI(KK)
          HHA=HA
          IF(K .EQ. JIN(1))HHA=HA/2.
          IF(K .EQ. JFI(NEGE))HHA=HA/2.
601  QVT(I, K)=QV(I, K)*HHA
          COEF1=+1.
          COEF2=+1.
          IF(LCAR .EQ. 3)GO TO 602
          IF(LCAR .EQ. 2)COEF1=-1.
          IF(LCAR .EQ. 1)COEF2=-1.
          K1=LPY
          K2=LPY-1
          K3=LLPY-1
          DO 603 I=1, NPY-1
            K1=K1-1
            K2=K2+1
            K3=K3-1
            DO 603 KK=1, NEGE
              DO 603 J=JIN(KK), JFI(KK)
                QVTY(I, J)=QVTY(I, J)+QVT(I, J)
                QVTY(K1, J)=QVTY(K1, J)+COEF2*QVT(I, J)
                QVTY(K2, J)=QVTY(K2, J)+COEF1*COEF2*QVT(I, J)
603  QVTY(K3, J)=QVTY(K3, J)+COEF1*QVT(I, J)
            K1=0
            K2=LPX
            K3=LPX-1
            K4=LLPX-1
            DO 604 I=NPY, NP
              K1=K1+1
              K2=K2-1
              K3=K3+1
              K4=K4-1
              DO 604 KK=1, NEGE
                DO 604 J=JIN(KK), JFI(KK)
                  QVTX(K1, J)=QVTX(K1, J)+QVT(I, J)
                  QVTX(K2, J)=QVTX(K2, J)+COEF1*COEF2*QVT(I, J)
                  QVTX(K3, J)=QVTX(K3, J)+COEF2*QVT(I, J)
604  QVTX(K4, J)=QVTX(K4, J)+COEF1*QVT(I, J)
              GO TO 605
602  CONTINUE
          K1=LPY
          K2=LPY-1

```

```

K3=LLPY-1
DO 606 I=1,NPY-1
  II=I+NPX-1
  K1=K1-1
  K2=K2+1
  K3=K3-1
  DO 606 KK=1,NEGE
    DO 606 J=JIN(KK),JFI(KK)
      QVTY(I,J)=QVTY(I,J)-QVT(II,J)
      QVTY(K1,J)=QVTY(K1,J)+QVT(II,J)
      QVTY(K2,J)=QVTY(K2,J)-QVT(II,J)
606 QVTY(K3,J)=QVTY(K3,J)+QVT(II,J)
      K1=0
      K2=LPX
      K3=LPX-1
      K4=LLPX-1
      DO 607 I=NPY,NP
        K1=K1+1
        K2=K2-1
        K3=K3+1
        K4=K4-1
        DO 607 KK=1,NEGE
          DO 607 J=JIN(KK),JFI(KK)
            QVTX(K1,J)=QVTX(K1,J)-QVT(K1,J)
            QVTX(K2,J)=QVTX(K2,J)-QVT(K1,J)
            QVTX(K3,J)=QVTX(K3,J)+QVT(K1,J)
607 QVTX(K4,J)=QVTX(K4,J)+QVT(K1,J)
605 CONTINUE

```

C
C--CALCULO DAS FORÇAS NORMAIS NOS PILARES
C

```

DO 700 KK=1,NEGE
IF(LCAR.EQ.3)GO TO 701
READ(10,REC=KK)(SP(I),I=1,NPYC),AUX,(SP(I),I=NP6,NP7)
GO TO 702
701 READ(10,REC=KK)AUX,(SP(I),I=NP6,NP7),(SP(I),I=1,NPXC)
702 NUM1=JIN(KK)-KK
  NUM2=NUM1+1
  NUM3=NUM2+1
  NUM4=NUM3+1
  A1=HH(NUM1)+HH(NUM2)
  A2=HH(NUM2)
  A3=HH(NUM3)
  A4=HH(NUM3)+HH(NUM4)
  B1=A1*A1
  B2=A2*A2
  B3=A3*A3
  B4=A4*A4
  C1=A1*A1*A1
  C2=A2*A2*A2
  C3=A3*A3*A3
  C4=A4*A4*A4
  D=(C1+C4)*(-B2+B4)*(A3-A4)+(C2+C4)*(B3-B4)*(A1+A4)+(C3-C4)*(-B1+B4)
  ***(A2+A4)-(C3-C4)*(-B2+B4)*(A1+A4)-(C1+C4)*(B3-B4)*(A2+A4)-(C2+C4)
  ***(-B1+B4)*(A3-A4)

```

```

G1=(-B2+B4)*(A3-A4)-(B3-B4)*(A2+A4)
G2=(B3-B4)*(A1+A4)-(-B1+B4)*(A3-A4)
G3=(-B1+B4)*(A2+A4)-(-B2+B4)*(A1+A4)
G4=(C3-C4)*(A2+A4)-(C2+C4)*(A3-A4)
G5=(C1+C4)*(A3-A4)-(C3-C4)*(A1+A4)
G6=(C2+C4)*(A1+A4)-(C1+C4)*(A2+A4)
G7=(C2+C4)*(B3-B4)-(C3-C4)*(-B2+B4)
G8=(C3-C4)*(-B1+B4)-(C1+C4)*(B3-B4)
G9=(C1+C4)*(-B2+B4)-(C2+C4)*(-B1+B4)
DO 703 I=1,NFS
M=JIN(KK)
K=M+I*ND
703 NFI(I,M)=(FF(K-1)*(-4.*G1*C2+3.*G4*B2-2.*G7*A2-G1*C4-G4*B4-G7*A4)/
*(A1*D)+FF(K)*(-4.*G2*C2+3.*G5*B2-2.*G8*A2-G2*C4-G5*B4-G8*A4)/(A2*D
*))+FF(K+1)*(-1.0*D-(A1+A4)*(-4.*G1*C2+3.*G4*B2-2.*G7*A2-G1*C4-G4*B4
*-G7*A4)/A1-(A2+A4)*(-4.*G2*C2+3.*G5*B2-2.*G8*A2-G2*C4-G5*B4-G8*A4)
*/A2+(A3-A4)*(-4.*G3*C2+3.*G6*B2-2.*G9*A2-G3*C4-G6*B4-G9*A4)/A3)/(A
*4*D)+FF(K+2)*(-4.*G3*C2+3.*G6*B2-2.*G9*A2-G3*C4-G6*B4-G9*A4)/(A3*D
*))+FF(K+3)*(D+(G1+G2-G3)*(-4.*C2-C4)+(G4+G5-G6)*(3.*B2-B4)+(G7+G8-G
*9)*(-2.*A2-A4))/(A4*D))*E*SF(I)
DO 704 J=JIN(KK)+1,JFI(KK)-1
NUM1=J-1-KK
NUM2=NUM1+1
NUM3=NUM2+1
NUM4=NUM3+1
A1=HH(NUM1)+HH(NUM2)
A2=HH(NUM2)
A3=HH(NUM3)
A4=HH(NUM3)+HH(NUM4)
B1=A1*A1
B2=A2*A2
B3=A3*A3
B4=A4*A4
C1=A1*A1*A1
C2=A2*A2*A2
C3=A3*A3*A3
C4=A4*A4*A4
D=(C1+C4)*(-B2+B4)*(A3-A4)+(C2+C4)*(B3-B4)*(A1+A4)+(C3-C4)*(-B1+B4
*))(A2+A4)-(C3-C4)*(-B2+B4)*(A1+A4)-(C1+C4)*(B3-B4)*(A2+A4)-(C2+C4)
**(-B1+B4)*(A3-A4)
G1=(-B2+B4)*(A3-A4)-(B3-B4)*(A2+A4)
G2=(B3-B4)*(A1+A4)-(-B1+B4)*(A3-A4)
G3=(-B1+B4)*(A2+A4)-(-B2+B4)*(A1+A4)
G4=(C3-C4)*(A2+A4)-(C2+C4)*(A3-A4)
G5=(C1+C4)*(A3-A4)-(C3-C4)*(A1+A4)
G6=(C2+C4)*(A1+A4)-(C1+C4)*(A2+A4)
G7=(C2+C4)*(B3-B4)-(C3-C4)*(-B2+B4)
G8=(C3-C4)*(-B1+B4)-(C1+C4)*(B3-B4)
G9=(C1+C4)*(-B2+B4)-(C2+C4)*(-B1+B4)
DO 704 I=1,NFS
K=J+I*ND
704 NFI(I,J)=(FF(K-2)*(-G1*C4-G4*B4-G7*A4)/(A1*D)+FF(K-1)*(-G2*C4-G5*B
*4-G8*A4)/(A2*D)+FF(K)*(-D-(A1+A4)*(-G1*C4-G4*B4-G7*A4)/A1-(A2+A4)*
*(-G2*C4-G5*B4-G8*A4)/A2+(A3-A4)*(-G3*C4-G6*B4-G9*A4)/A3)/(A4*D)+FF
*(K+1)*(-G3*C4-G6*B4-G9*A4)/(A3*D)+FF(K+2)*(D-(G1+G2-G3)*C4-(G4+G5-

```

```

*G6)*B4-(G7+G8-G9)*A4)/(A4*D))*E*SF(I)
DO 705 I=1,NPS
NDMI=JFI(KK)
K=NDMI+I*ND
705 NPI(I,NDMI)=(FF(K-3)*(4.*G1*C3+3.*G4*B3+2.*G7*A3-G1*C4-G4*B4-G7*A4
*)/(A1*D)+FF(K-2)*(4.*G2*C3+3.*G5*B3+2.*G8*A3-G2*C4-G5*B4-G8*A4)/(A
*2*D)+FF(K-1)*(-1.0*D-(A1+A4)*(4.*G1*C3+3.*G4*B3+2.*G7*A3-G1*C4-G4*
*B4-G7*A4)/A1-(A2+A4)*(4.*G2*C3+3.*G5*B3+2.*G8*A3-G2*C4-G5*B4-G8*A4
*)/A2+(A3-A4)*(4.*G3*C3+3.*G6*B3+2.*G9*A3-G3*C4-G6*B4-G9*A4)/A3)/(A
*4*D)+FF(K)*(4.*G3*C3+3.*G6*B3+2.*G9*A3-G3*C4-G6*B4-G9*A4)/(A3*D)+F
*F(K+1)*(D+(G1+G2-G3)*(4.*C3-C4)+(G4+G5-G6)*(3.*B3-B4)+(G7+G8-G9)*(
*2.*A3-A4))/(A4*D))*E*SF(I)
700 CONTINUE
IF(LCAR.EQ.3)GO TO 706
DO 707 KK=1,NEGE
K1=LPY+1
K2=LPY
K3=LLPY+1
DO 708 I=1,NPYC
K1=K1-1
K2=K2+1
K3=K3-1
DO 708 J=JIN(KK),JFI(KK)
NPIY(I,J)=NPIY(I,J)+NPI(I,J)
NPIY(K1,J)=NPIY(K1,J)-COEF2*NPI(I,J)
NPIY(K2,J)=NPIY(K2,J)-COEF1*COEF2*NPI(I,J)
708 NPIY(K3,J)=NPIY(K3,J)+COEF1*NPI(I,J)
K1=1
K2=LPX
K3=LPX+1
K4=LLPX
DO 709 I=NPY+1,NPS
K1=K1+1
K2=K2-1
K3=K3+1
K4=K4-1
DO 709 J=JIN(KK),JFI(KK)
NPIX(K1,J)=NPIX(K1,J)+NPI(I,J)
NPIX(K2,J)=NPIX(K2,J)-COEF1*COEF2*NPI(I,J)
NPIX(K3,J)=NPIX(K3,J)-COEF2*NPI(I,J)
709 NPIX(K4,J)=NPIX(K4,J)+COEF1*NPI(I,J)
707 CONTINUE
GO TO 710
706 CONTINUE
DO 711 KK=1,NEGE
DO 712 J=JIN(KK),JFI(KK)
NPIY(1,J)=NPIY(1,J)+NPI(1,J)
NPIY(LPY,J)=NPIY(LPY,J)+NPI(1,J)
NPIY(LPY+1,J)=NPIY(LPY+1,J)-NPI(1,J)
712 NPIY(LLPY,J)=NPIY(LLPY,J)-NPI(1,J)
K1=LPY
K2=LPY+1
K3=LLPY
DO 713 I=2,NPYC
II=NPX+I-1

```

```

K1=K1-1
K2=K2+1
K3=K3-1
DO 713 J=JIN(KK),JFI(KK)
NPIY(I,J)=NPIY(I,J)+NPI(II,J)
NPIY(K1,J)=NPIY(K1,J)+NPI(II,J)
NPIY(K2,J)=NPIY(K2,J)-NPI(II,J)
713 NPIY(K3,J)=NPIY(K3,J)-NPI(II,J)
K1=1
K2=LFX
K3=LFX+1
K4=LLFX
DO 714 I=2,NPXC
K1=K1+1
K2=K2-1
K3=K3+1
K4=K4-1
DO 714 J=JIN(KK),JFI(KK)
NPIX(K1,J)=NPIX(K1,J)+NPI(I,J)
NPIX(K2,J)=NPIX(K2,J)-NPI(I,J)
NPIX(K3,J)=NPIX(K3,J)+NPI(I,J)
714 NPIX(K4,J)=NPIX(K4,J)-NPI(I,J)
711 CONTINUE
710 CONTINUE
IF(LCAR .NE. 1)GO TO 715
DO 716 KK=1,NEGE
DO 716 J=JIN(KK),JFI(KK)
DO 717 I=1,NPYC
717 NOVEY(I,J)=-NPI(I,J)
K1=1
DO 718 I=NPY+1,NPS
K1=K1+1
718 NOVEX(K1,J)=-NPI(I,J)
NOVEX(1,J)=NOVEY(1,J)
716 CONTINUE
715 CONTINUE
1010 CONTINUE
1000 CONTINUE

```

C
C--CORRECAO DAS SOLICITACOES NAS BARRAS CORTADAS POR EIXOS DE SIMETRIA
C

```

IF(NTIP .EQ. 0)GO TO 1040
IF(INY .EQ. 0)GO TO 720
DO 721 KK=1,NEGE
DO 721 J=JIN(KK),JFI(KK)
QVTY(NPYC,J)=QVTY(NPYC,J)/2.
721 QVTY(NPYM,J)=QVTY(NPYM,J)/2.
720 CONTINUE
IF(INX .EQ. 0)GO TO 722
DO 723 KK=1,NEGE
DO 723 J=JIN(KK),JFI(KK)
QVTX(NPXC,J)=QVTX(NPXC,J)/2.
723 QVTX(NPXM,J)=QVTX(NPXM,J)/2.
722 CONTINUE
IF(INY .EQ. 1)GO TO 724

```

```

DO 725 KK=1, NEGE
DO 725 J=JIN(KK), JFI(KK)
NPIY(NPYC, J)=NPIY(NPYC, J)/2.
725 NPIY(LPY+NPYC, J)=NPIY(LPY+NPYC, J)/2.
724 CONTINUE
IF(INX .EQ. 1)GO TO 726
DO 727 KK=1, NEGE
DO 727 J=JIN(KK), JFI(KK)
NPIX(NPXC, J)=NPIX(NPXC, J)/2.
727 NPIX(LPX+NPXC, J)=NPIX(LPX+NPXC, J)/2.
726 CONTINUE

```

C

C--CORRECAO DAS FORCAS CORTANTES NAS SECOES DE VARIACAO DE GEOMETRIA

C

```

IF(NEGE .EQ. 1)GO TO 740
DO 741 MM=1, NEGE-1
MMS=MM+1
DO 742 L=1, LLPY-2
742 QVTY(L, JFI(MM))=(QVTY(L, JFI(MM))+QVTY(L, JIN(MMS)))/2.
DO 743 L=1, LLPX-2
743 QVTX(L, JFI(MM))=(QVTX(L, JFI(MM))+QVTX(L, JIN(MMS)))/2.
741 CONTINUE
740 CONTINUE

```

C

C--IMPRESSAO DOS DESLOCAMENTOS DO EDIFICIO

C

```

WRITE(NW, 800)
800 FORMAT(4(/), 'DESLOCAMENTOS DO EDIFICIO', /, 25('-'), //, 7X, 'N I V E L
*', 5X, 'TRANSLACAO Y', 5X, 'TRANSLACAO X', 5X, 'ROTACAO EM Z', //)
JIN(1)=JIN(1)-1
DO 801 M=1, NEGE
DO 801 MM=JIN(M)+1, JFI(M)
801 WRITE(NW, 802)ZZ(MM), (DE(MM, NC), NC=2, 4)
802 FORMAT(F16.2, 2F17.4, F17.6)
JIN(1)=JIN(1)+1

```

C

C--IMPRESSAO DAS FORCAS NORMAIS NOS PILARES DO EDIFICIO

C

```

WRITE(NW, 803)(L, L=1, NPYC)
803 FORMAT(4(/), 'FORCAS NORMAIS NOS PILARES', /, 26('-'), //, '** PILARES
*DE CANTO E PILARES DE DIRECAO Y', //, 'N I V E L', 11(2X, 'FILAR', 1X, '
*F', I2))
WRITE(NW, 815)ZZ(JIN(1)), (NPIY(L, JIN(1)), L=1, NPYC)
815 FORMAT(/, F9.2, 11F11.2)
DO 804 KK=1, NEGE
DO 804 MM=JIN(KK)+1, JFI(KK)
804 WRITE(NW, 805)ZZ(MM), (NPIY(L, MM), L=1, NPYC)
805 FORMAT(F9.2, 11F11.2)
WRITE(NW, 850)(L, L=NPYC+1, LPY)
850 FORMAT(//, 'N I V E L', 11(2X, 'FILAR', 1X, 'F', I2))
WRITE(NW, 815)ZZ(JIN(1)), (NPIY(L, JIN(1)), L=NPYC+1, LPY)
DO 851 KK=1, NEGE
DO 851 MM=JIN(KK)+1, JFI(KK)
851 WRITE(NW, 805)ZZ(MM), (NPIY(L, MM), L=NPYC+1, LPY)
WRITE(NW, 850)(L, L=LPY+1, LPY+NPYC)

```

```

WRITE(NW,815)ZZ(JIN(1)),(NPIY(L,JIN(1)),L=LPY+1,LPY+NPYC)
DO 858 KK=1,NEGE
DO 858 MM=JIN(KK)+1,JFI(KK)
858 WRITE(NW,805)ZZ(MM),(NPIY(L,MM),L=LPY+1,LPY+NPYC)
WRITE(NW,850)(L,L=LPY+NPYC+1,LLPY)
WRITE(NW,815)ZZ(JIN(1)),(NPIY(L,JIN(1)),L=LPY+NPYC+1,LLPY)
DO 859 KK=1,NEGE
DO 859 MM=JIN(KK)+1,JFI(KK)
859 WRITE(NW,805)ZZ(MM),(NPIY(L,MM),L=LPY+NPYC+1,LLPY)
WRITE(NW,806)(L,L=2,NPXC)
806 FORMAT(//,'** PILARES DE DIRECAO X',//,'N I V E L',11(2X,'PILAR',1
*X,'C',I2))
WRITE(NW,815)ZZ(JIN(1)),(NPIX(L,JIN(1)),L=2,NPXC)
DO 807 KK=1,NEGE
DO 807 MM=JIN(KK)+1,JFI(KK)
807 WRITE(NW,805)ZZ(MM),(NPIX(L,MM),L=2,NPXC)
WRITE(NW,852)(L,L=NPXC+1,LPX-1)
WRITE(NW,815)ZZ(JIN(1)),(NPIX(L,JIN(1)),L=NPXC+1,LPX-1)
DO 860 KK=1,NEGE
DO 860 MM=JIN(KK)+1,JFI(KK)
860 WRITE(NW,805)ZZ(MM),(NPIX(L,MM),L=NPXC+1,LPX-1)
WRITE(NW,852)(L,L=LPX+2,LPX+NPXC)
852 FORMAT(//,'N I V E L',11(2X,'PILAR',1X,'C',I2))
WRITE(NW,815)ZZ(JIN(1)),(NPIX(L,JIN(1)),L=LPX+2,LPX+NPXC)
DO 853 KK=1,NEGE
DO 853 MM=JIN(KK)+1,JFI(KK)
853 WRITE(NW,805)ZZ(MM),(NPIX(L,MM),L=LPX+2,LPX+NPXC)
WRITE(NW,852)(L,L=LPX+NPXC+1,LLPX-1)
WRITE(NW,815)ZZ(JIN(1)),(NPIX(L,JIN(1)),L=LPX+NPXC+1,LLPX-1)
DO 861 KK=1,NEGE
DO 861 MM=JIN(KK)+1,JFI(KK)
861 WRITE(NW,805)ZZ(MM),(NPIX(L,MM),L=LPX+NPXC+1,LLPX-1)
C
C--IMPRESSAO DAS FORCAS CORTANTES NAS VIGAS DO EDIFICIO
C
812 WRITE(NW,808)(L,L=1,NP1)
808 FORMAT(4(//),'FORCAS CORTANTES NAS VIGAS',/,26('-'),//,'** VIGAS DE
* DIRECAO Y',//,'N I V E L',11(3X,'VIGA',1X,'V',I2))
WRITE(NW,815)ZZ(JIN(1)),(QVTY(L,JIN(1)),L=1,NP1)
DO 809 KK=1,NEGE
DO 809 MM=JIN(KK)+1,JFI(KK)
809 WRITE(NW,805)ZZ(MM),(QVTY(L,MM),L=1,NP1)
WRITE(NW,854)(L,L=NP1+1,LPY-1)
854 FORMAT(//,'N I V E L',11(3X,'VIGA',1X,'V',I2))
WRITE(NW,815)ZZ(JIN(1)),(QVTY(L,JIN(1)),L=NP1+1,LPY-1)
DO 855 KK=1,NEGE
DO 855 MM=JIN(KK)+1,JFI(KK)
855 WRITE(NW,805)ZZ(MM),(QVTY(L,MM),L=NP1+1,LPY-1)
WRITE(NW,854)(L,L=LPY,NPYM)
WRITE(NW,815)ZZ(JIN(1)),(QVTY(L,JIN(1)),L=LPY,NPYM)
DO 865 KK=1,NEGE
DO 865 MM=JIN(KK)+1,JFI(KK)
865 WRITE(NW,805)ZZ(MM),(QVTY(L,MM),L=LPY,NPYM)
WRITE(NW,854)(L,L=LPY+NP1,LLPY-2)
WRITE(NW,815)ZZ(JIN(1)),(QVTY(L,JIN(1)),L=LPY+NP1,LLPY-2)

```

```

DO 866 KK=1, NEGE
DO 866 MM=JIN(KK)+1, JFI(KK)
866 WRITE(NW, 805) ZZ(MM), (QVTX(L, MM), L=LPY+NP1, LLPY-2)
WRITE(NW, 810) (L, L=1, NAUX)
810 FORMAT(//, '** VIGAS DE DIRECAO X', //, 'N I V E L', 11(3X, 'VIGA', 1X, '
*B', I2))
WRITE(NW, 815) ZZ(JIN(1)), (QVTX(L, JIN(1)), L=1, NAUX)
DO 811 KK=1, NEGE
DO 811 MM=JIN(KK)+1, JFI(KK)
811 WRITE(NW, 805) ZZ(MM), (QVTX(L, MM), L=1, NAUX)
WRITE(NW, 856) (L, L=NAUX+1, LPX-1)
856 FORMAT(//, 'N I V E L', 11(3X, 'VIGA', 1X, 'B', I2))
WRITE(NW, 815) ZZ(JIN(1)), (QVTX(L, JIN(1)), L=NAUX+1, LPX-1)
DO 857 KK=1, NEGE
DO 857 MM=JIN(KK)+1, JFI(KK)
857 WRITE(NW, 805) ZZ(MM), (QVTX(L, MM), L=NAUX+1, LPX-1)
WRITE(NW, 856) (L, L=LPX, NPXM)
WRITE(NW, 815) ZZ(JIN(1)), (QVTX(L, JIN(1)), L=LPX, NPXM)
DO 862 KK=1, NEGE
DO 862 MM=JIN(KK)+1, JFI(KK)
862 WRITE(NW, 805) ZZ(MM), (QVTX(L, MM), L=LPX, NPXM)
WRITE(NW, 856) (L, L=LPX+NAUX, LLPX-2)
WRITE(NW, 815) ZZ(JIN(1)), (QVTX(L, JIN(1)), L=LPX+NAUX, LLPX-2)
DO 863 KK=1, NEGE
DO 863 MM=JIN(KK)+1, JFI(KK)
863 WRITE(NW, 805) ZZ(MM), (QVTX(L, MM), L=LPX+NAUX, LLPX-2)
1040 CONTINUE

```

C

C--DETERMINACAO DAS CARGAS CRITICAS DE INSTABILIDADE ELASTICA GLOBAL

C

```

ISOMA=INST(2)+INST(3)+INST(4)
IF(ISOMA .EQ. 0)GO TO 1060
NEF=NEI+1
NVEZ=1
ND=(NDIN+3)*NEGE
DO 914 LL=1, NEGE
ESPAC=(COTA(LL, 2)-COTA(LL, 1))/NDIN
JIN(LL)=(NDIN+3)*(LL-1)+2
JFI(LL)=JIN(LL)+NDIN
MM=(NDIN+2)*(LL-1)
DO 915 M=MM+1, MM+NDIN+2
915 HH(M)=ESPAC
914 CONTINUE
DAUX1=12.*HH(2)**2
ZZ(2)=0.
DO 916 II=JIN(1)+1, JFI(1)
916 ZZ(II)=ZZ(II-1)+HH(II-1)
IF(NEGE .EQ. 1)GO TO 917
DO 918 I=2, NEGE
M=(NDIN+3)*(I-1)+2
ZZ(M)=ZZ(M-3)
DO 918 JJ=JIN(I)+1, JFI(I)
918 ZZ(JJ)=ZZ(JJ-1)+HH(JJ-I)
917 CONTINUE
DO 902 LCAR=2, 4

```



```

IF(INST(LCAR) .EQ. 0)GO TO 903
NP=NP4
NPY=NPYIN
NPX=NPXIN
IF(LCAR .NE. 2 .OR. INX .NE. 1)GO TO 904
NP=NP-1
NPX=NPX-1
GO TO 905
904 CONTINUE
IF(LCAR .NE. 3 .OR. INY .NE. 1)GO TO 905
NP=NP-1
NPY=NPY-1
905 CONTINUE
IF(LCAR .NE. 1)GO TO 906
IF(INY .NE. 1)GO TO 907
NP=NP-1
NPY=NPY-1
907 CONTINUE
IF(INX .NE. 1)GO TO 906
NP=NP-1
NPX=NPX-1
906 CONTINUE
NPS=NP+1
NPSS=NP+2
IF(LCAR .EQ. 3)GO TO 908
NP6=NPYC+1
NP7=NP3-1
IF(INY .EQ. 0 .OR. LCAR .EQ. 1)GO TO 909
NP6=NPYC+2
NP7=NP3
GO TO 909
908 CONTINUE
NP6=NPXC+1
NP7=NP3-1
IF(INX .NE. 1)GO TO 909
NP6=NPXC+2
NP7=NP3
909 CONTINUE
CALL MATRIS(LCAR,NP,NP1,NP4,NPY,NPX,INY,INX,VV,CPY,CPX,S)
DIV=4.
IF(LCAR .EQ. 4)DIV=(2.*(LPY+LPX)-4)*CPXQ
ACRE=-2.*CPX*CPY*LE*HA/(1.0E+7*DIV*VV(1)**2*SPP)
IF(MAT .EQ. 2)ACRE=10.*ACRE
NP8=NPSS-1
IF(LCAR .EQ. 4)NP8=NP8-1
PC(1)=0.
PC(2)=ACRE
JD=1
920 CONTINUE
DO 900 JQ=1,2
IF(JQ .EQ. 1 .AND. JD .GE. 3)GO TO 900
PDIST=-DIV*PC(JQ)*E*VV(1)**2*SPP/((LE*HA**2)*(2.*(LPY+LPX)-4))
DO 910 L=1,NEGE
CALL MATRIH(LCAR,L,NP,NP1,NP2,NP3,NPY,NPYC,NPX,INY,INX,E,VV,CPY,CP
*X,NP4,H)

```

```

LA=1+2*(L-1)
DO 911 LL=JIN(L)-LA,JFI(L)-LA
NIV=LL+LA
PPIL=PDIST*(LE-ZZ(NIV))
CALL MATRIR(LCAR,L,NP,NP1,NP2,NP3,NP4,NPY,NPYC,NPX,INY,INX,E,G,HA,
*VV,NOVEY,NOVEX,NIV,NVEZ,PPIL,NEF,R)
CALL RINVER(NW,NP,R)
DO 912 I=1,NP
DO 912 J=1,NPSS
RS(I,J)=0.
DO 912 K=1,NP
912 RS(I,J)=RS(I,J)+R(I,K)*S(K,J)
WRITE(13,REC=LL)((RS(I,J),J=1,NPSS),I=1,NP)
DO 913 I=1,NPSS
DO 913 J=1,NPSS
T(I,J)=0.
DO 913 K=1,NP
913 T(I,J)=T(I,J)+H(I,K)*RS(K,J)
WRITE(12,REC=LL)((T(I,J),J=1,NPSS),I=1,NPSS)
911 CONTINUE
910 CONTINUE
CALL CODIFI(LCAR,NVEZ,INY,INX,ND,NP,NPYC,NPXC,NP6,NP7,NEGE,JIN,JFI
*,COTA,HH,E,KB,SF,HA,VV(1),SPP,CPX,NPX,NPY,AA)
DO 921 MM=1,NEGE
PROD=(DELTA(MM)/HA)**2
DO 921 NIV=JIN(MM),JFI(MM)
921 SNN(NIV)=PC(JQ)*PROD*(LE-ZZ(NIV))/LE
IF(LCAR.NE.4)GO TO 922
DO 923 MM=1,NEGE
DO 923 NIV=JIN(MM),JFI(MM)
923 SNN(NIV)=SNN(NIV)*SOTO
922 CONTINUE
DO 924 MM=1,NEGE
DO 924 NIV=JIN(MM),JFI(MM)
JJ=NP8*NIV+1
924 AA(JJ,NIV)=AA(JJ,NIV)+SNN(NIV)*12.
CALL DETERM(JD,NP8,ND,AA,DINC,DD,DDD)
DET(JQ)=DDD
IF(DET(JQ).LE.1.0E-4)GO TO 919
JD=JD+1
900 CONTINUE
PIV=PC(1)
PC(1)=PC(2)
PC(2)=DET(1)*(PC(2)-PIV)/(DET(1)-DET(2))+PIV
DET(1)=DET(2)
GO TO 920
919 CONTINUE
PCRE(LCAR)=DIV*PC(JQ)*E*VV(1)**2*SPP/(LE*HA**2)
903 CONTINUE
902 CONTINUE

```

```

C
C--IMPRESSAO DAS CARGAS CRITICAS DE INSTABILIDADE ELASTICA GLOBAL
C

```

```

WRITE(NW,951)
951 FORMAT(4(/),'CARGAS CRITICAS DE INSTABILIDADE ELASTICA',/,41('-'))

```

```

        IF(INST(2) .EQ. 0)GO TO 952
        WRITE(NW,953)
953  FORMAT(//,'** FLAMBAGEM POR FLEXAO EM TORNO DO EIXO X')
        WRITE(NW,954)PCRE(2)
954  FORMAT(/,'ACAO VERTICAL TOTAL UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDA IGUAL A',F
        *12.2)
952  CONTINUE
        IF(INST(3) .EQ. 0)GO TO 955
        WRITE(NW,956)
956  FORMAT(//,'** FLAMBAGEM POR FLEXAO EM TORNO DO EIXO Y')
        WRITE(NW,954)PCRE(3)
955  CONTINUE
        IF(INST(4) .EQ. 0)GO TO 950
        WRITE(NW,957)
957  FORMAT(//,'** FLAMBAGEM POR TORCAO EM TORNO DO EIXO Z')
        PP=PCRE(4)/(2.*(LPX+LPY)-4)
        WRITE(NW,958)PCRE(4),PP
958  FORMAT(/,'ACAO VERTICAL TOTAL UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDA IGUAL A',F
        *12.2,/,2BX,'NECESSARIAMENTE POR PILAR',F12.2)
950  CONTINUE
1060 CONTINUE
        CALL EXIT
        END

```

C
C-----
C

```

SUBROUTINE MATRIS(LCAR,NP,N1,NP4,NPY,NPX,INY,INX,VV,CPY,CPX,S)
DIMENSION A(10),VV(20),S(20,22)
NP1=NP+2
DO 10 I=1,NP
DO 10 J=1,NP1
10  S(I,J)=0.
    IF(LCAR .EQ. 3)GO TO 70
    DO 80 I=1,N1
80  A(I)=VV(I)
    NPA=NPY
    NPF=NPX
    INA=INY
    GO TO 110
70  CONTINUE
    MARC=N1+1
    DO 120 I=1,NP4-N1
    A(I)=VV(MARC)
120  MARC=MARC+1
    NPA=NPX
    NPF=NPY
    INA=INX
110  CONTINUE
    NPA1=NPA-1
    IF(LCAR .EQ. 1)GO TO 30
    DO 20 J=1,NPA1
20  S(J,1)=A(J)
    IF(INA .EQ. 0)GO TO 30
    S(NPA1,1)=A(NPA1)/2.
30  CONTINUE

```

```

DO 40 J=1,NPA1
S(J,J+2)=+1.
40 S(J,J+1)=-1.
S(NPA,2)=+1.
S(NPA,NPA+2)=-1.
DO 50 J=2,NPF-1
NPA1J=NPA1+J
NPAJ=NPA+J+1
S(NPA1J,NPAJ)=-1.
50 S(NPA1J,NPAJ-1)=+1.
IF(LCAR .NE. 4)GO TO 60
DO 90 J=1,NPA1
90 S(J,1)=S(J,1)*CPX/2.
DO 100 J=NPA,NP
100 S(J,1)=VV(J)*CPY/2.
IF(INX .EQ. 1)S(NP,1)=S(NP,1)/2.
60 RETURN
END

```

C
C
C

```

SUBROUTINE MATRIR(LCAR,L,NP,NP1,NP2,NP3,NP4,NPY,NPYC,NPX,INY,INX,E
*,G,AGA,VV,NOVEY,NOVEX,NIV,NVEZ,PPIL,NEF,R)
REAL I1(10),I2(10),KA1(11),KA2(11),NOVEY(11,50),NOVEX(11,50),NI,NQ
DIMENSION A(10),B(10),DA(11),TB(11),WA(11),WF(11),SV1(10),SV2(10),
*C1(10),C2(10),VV(20),R(20,20)
NAUX1=NP4-NP1
NAUX2=NP3-NP2+1
IF(NVEZ .EQ. 2)GO TO 250
DO 230 I=1,NPYC
230 NOVEY(I,NIV)=PPIL
DO 240 J=1,NAUX2
240 NOVEX(J,NIV)=PPIL
250 CONTINUE
DO 10 I=1,NP
DO 10 J=1,NP
10 R(I,J)=0.
YY=1./(48.*E*AGA**2)
IF(LCAR .EQ. 3)GO TO 110
NAUX3=NPYC
NAUX4=NAUX2
DO 70 I=1,NP1
70 A(I)=VV(I)
DO 80 J=NP1+1,NP4
JJ=J-NP1
80 B(JJ)=VV(J)
READ(11,REC=L)(SV1(I),I=1,NP1),(SV2(I),I=1,NAUX1),(C1(I),I=1,NP1),
*(C2(I),I=1,NAUX1),(I1(I),I=1,NP1),(I2(I),I=1,NAUX1),(WA(I),I=1,NPY
*C),(WF(I),I=1,NAUX2),(KA1(I),I=1,NPYC),(KA2(I),I=1,NAUX2),(DA(I),I
*=1,NPYC),(TB(I),I=1,NAUX2)
NPA=NPY
NPF=NPX
INA=INY
INF=INX
GO TO 150

```

```

110 CONTINUE
    NAUX3=NAUX2
    NAUX4=NPYC
    MARC=NP1+1
    DO 160 I=1,NAUX1
        A(I)=VV(MARC)
160 MARC=MARC+1
    DO 170 J=1,NP1
170 B(J)=VV(J)
    NPA=NPX
    NPF=NPY
    INA=INX
    INF=INY
    READ(11,REC=L)(SV2(I),I=1,NP1),(SV1(I),I=1,NAUX1),(C2(I),I=1,NP1),
    *(C1(I),I=1,NAUX1),(I2(I),I=1,NP1),(I1(I),I=1,NAUX1),(WF(I),I=1,NPY
    *C),(WA(I),I=1,NAUX2),(KA2(I),I=1,NPYC),(KA1(I),I=1,NAUX2),(TB(I),I
    *=1,NPYC),(DA(I),I=1,NAUX2)
150 CONTINUE
    IF(NEF .LE. 2)GO TO 220
    DO 180 I=1,NAUX3
    IF(NOVEY(I,NIV) .LE. 0.)GO TO 190
    NI=SQRT(NOVEY(I,NIV)/(E*KA1(I)*AGA))*WA(I)/2.
    IF(NI .LE. 0.1)GO TO 190
    NQ=2.*NI
    ANG1=SIN(NQ)
    ANG2=COS(NQ)
    ANG3=SIN(NI)
    ANG4=COS(NI)
    ESSE=(1-NQ*ANG2/ANG1)*NI/((ANG3/ANG4)-NI)
    CE=(NQ-ANG1)/(ANG1-NQ*ANG2)
    CS=(ESSE+ESSE*CE)/6.
    KA1(I)=KA1(I)*CS*(1-NI*NI*(AGA-WA(I)))/(3.*CS*AGA)
190 CONTINUE
180 CONTINUE
    DO 200 J=1,NAUX4
    IF(NOVEX(J,NIV) .LE. 0.)GO TO 210
    NI=SQRT(NOVEX(J,NIV)/(E*KA2(J)*AGA))*WF(J)/2.
    IF(NI .LE. 0.1)GO TO 210
    NQ=2.*NI
    ANG1=SIN(NQ)
    ANG2=COS(NQ)
    ANG3=SIN(NI)
    ANG4=COS(NI)
    ESSE=(1-NQ*ANG2/ANG1)*NI/((ANG3/ANG4)-NI)
    CE=(NQ-ANG1)/(ANG1-NQ*ANG2)
    CS=(ESSE+ESSE*CE)/6.
    KA2(J)=KA2(J)*CS*(1-NI*NI*(AGA-WF(J)))/(3.*CS*AGA)
210 CONTINUE
200 CONTINUE
220 CONTINUE
    R(1,1)=AGA*(((A(1)/2.-DA(1))**3+(A(1)/2.-DA(2))**3)/(3.*E*I1(1))+
    *C1(1)*(A(1)-DA(1)-DA(2))/(G*SV1(1)))+A(1)**2*YY*(WA(1)**3/KA1(1)+
    *WA(2)**3/KA1(2))
    R(1,2)=A(1)*A(2)*YY*WA(2)**3/KA1(2)
    NPA1=NPA-1

```

```

NPA2=NPA-2
DO 20 I=2,NPA2
R(I,I-1)=A(I-1)*A(I)*YY*WA(I)**3/KA1(I)
R(I,I)=AGA*((A(I)/2.-DA(I))**3+(A(I)/2.-DA(I+1))**3)/(3.*E*I1(I))
*+(C1(I)*(A(I)-DA(I)-DA(I+1))/(G*SV1(I)))+A(I)**2*YY*(WA(I)**3/KA1
*(I)+WA(I+1)**3/KA1(I+1))
20 R(I,I+1)=A(I+1)*A(I)*YY*WA(I+1)**3/KA1(I+1)
R(NPA1,NPA2)=A(NPA2)*A(NPA1)*YY*WA(NPA1)**3/KA1(NPA1)
IF(LCAR .EQ. 1)GO TO 140
IF(INA .EQ. 0)GO TO 30
R(NPA1,NPA1)=A(NPA1)**2*YY*WA(NPA1)**3/KA1(NPA1)+AGA*((A(NPA1)/2.-
*DA(NPA1))**3/(3.*E*I1(NPA1))+(C1(NPA1)*(A(NPA1)/2.-DA(NPA1))/(G*SV
*1(NPA1))))
GO TO 40
30 R(NPA1,NPA1)=AGA*((A(NPA1)/2.-DA(NPA1))**3+(A(NPA1)/2.-DA(NPA1))**
*3)/(3.*E*I1(NPA1))+(C1(NPA1)*(A(NPA1)-DA(NPA1)-DA(NPA1))/(G*SV1(NPA
*1))))+A(NPA1)**2*YY*(WA(NPA1)**3/KA1(NPA1)+2.*WA(NPA1)**3/KA1(NPA1))
GO TO 40
140 R(NPA1,NPA1)=AGA*((A(NPA1)/2.-DA(NPA1))**3+(A(NPA1)/2.-DA(NPA1))**
*3)/(3.*E*I1(NPA1))+(C1(NPA1)*(A(NPA1)-DA(NPA1)-DA(NPA1))/(G*SV1(NPA
*1))))+A(NPA1)**2*YY*WA(NPA1)**3/KA1(NPA1)
IF(INY .EQ. 0)GO TO 40
R(NPA1,NPA1)=R(NPA1,NPA1)+(AGA*WA(NPA1)**3*A(NPA1)**2*(A(NPA1)-2.*DA
*(NPA1)))/(48.*E*KA1(NPA1)*AGA**3*(A(NPA1)-2.*DA(NPA1))+8.*E*I1(NPA1)*WA
*(NPA1)**3)
40 YY=1./(48.*E*AGA**2)
R(NPA,NPA)=AGA*((B(1)/2.-TB(1))**3+(B(1)/2.-TB(2))**3)/(3.*E*I2(1
*))+(C2(1)*(B(1)-TB(1)-TB(2))/(G*SV2(1)))+B(1)**2*YY*(WF(1)**3/KA2
*(1)+WF(2)**3/KA2(2))
R(NPA,NPA+1)=B(1)*B(2)*YY*WF(2)**3/KA2(2)
NPF1=NPF-1
NPF2=NPF-2
DO 50 J=2,NPF2
NPA1J=NPA1+J
R(NPA1J,NPA1J-1)=B(J-1)*B(J)*YY*WF(J)**3/KA2(J)
R(NPA1J,NPA1J)=AGA*((B(J)/2.-TB(J))**3+(B(J)/2.-TB(J+1))**3)/(3.*
E*I2(J))+(C2(J)*(B(J)-TB(J)-TB(J+1))/(G*SV2(J)))+B(J)**2*YY*(WF(J
)**3/KA2(J)+WF(J+1)**3/KA2(J+1))
50 R(NPA1J,NPA1J+1)=B(J+1)*B(J)*YY*WF(J+1)**3/KA2(J+1)
R(NP,NP-1)=B(NPF2)*B(NPF1)*YY*WF(NPF1)**3/KA2(NPF1)
IF(LCAR .EQ. 4)GO TO 60
R(NP,NP)=AGA*((B(NPF1)/2.-TB(NPF1))**3+(B(NPF1)/2.-TB(NPF))**3)/(
*3.*E*I2(NPF1))+(C2(NPF1)*(B(NPF1)-TB(NPF1)-TB(NPF))/(G*SV2(NPF1)))
*+B(NPF1)**2*YY*WF(NPF1)**3/KA2(NPF1)
IF(INF .EQ. 0)GO TO 120
R(NP,NP)=R(NP,NP)+AGA*WF(NPF)**3*B(NPF1)**2*(B(NPF)-2.*TB(NPF))/(4
*8.*E*KA2(NPF)*AGA**3*(B(NPF)-2.*TB(NPF))+9.*E*I2(NPF)*WF(NPF)**3)
GO TO 120
60 CONTINUE
IF(INX .EQ. 1)GO TO 130
R(NP,NP)=AGA*((B(NPF1)/2.-TB(NPF1))**3+(B(NPF1)/2.-TB(NPF))**3)/(
*3.*E*I2(NPF1))+(C2(NPF1)*(B(NPF1)-TB(NPF1)-TB(NPF))/(G*SV2(NPF1)))
*+B(NPF1)**2*YY*WF(NPF1)**3/KA2(NPF1)+2.*B(NPF1)**2*YY*WF(NPF)**3/
*KA2(NPF)
GO TO 120

```

```

130 R(NP,NP)=YY*B(NPF1)**2*WF(NPF1)**3/KA2(NPF1)+AGA*(B(NPF1)/2.-TB(NP
    *F1)**3/(3.*E*I2(NPF1))+AGA*C2(NPF1)*(B(NPF1)-TB(NPF1))/(G*SV2(NPF
    *1))
120 RETURN
    END

```

C
C-----
C

```

SUBROUTINE MATRIH(LCAR,L,NP,N1,NP2,NP3,NPY,NPYC,NPX,INY,INX,E,VV,C
*PY,CPX,NP4,H)
DIMENSION A(10),SPA(11),SPF(11),VV(20),H(22,20)
NP1=NP+2
DO 10 I=1,NP1
DO 10 J=1,NP
10 H(I,J)=0.
IF(LCAR .EQ. 3)GO TO 80
DO 90 I=1,N1
90 A(I)=VV(I)
NPA=NPY
NPF=NPX
INA=INY
INF=INX
READ(10,REC=L)(SPA(I),I=1,NPYC),(SPF(I),I=1,NP3-NP2+1)
IF(LCAR .EQ. 4)SPF(NPF)=SPF(NPF-1)
GO TO 130
80 CONTINUE
MARC=N1+1
DO 140 I=1,NP4-N1
A(I)=VV(MARC)
140 MARC=MARC+1
NPA=NPX
NPF=NPY
INA=INX
INF=INY
READ(10,REC=L)(SPF(I),I=1,NPYC),(SPA(I),I=1,NP3-NP2+1)
130 CONTINUE
NPA1=NPA-1
IF(LCAR .EQ. 1)GO TO 120
DO 20 J=1,NPA1
20 H(1,J)=A(J)
IF(INA .EQ. 0)GO TO 30
H(1,NPA1)=A(NPA1)/2.
GO TO 30
120 H(NPA+1,NPA1)=-2./(E*SPA(NPA))
IF(INY .EQ. 1)H(NPA+1,NPA1)=H(NPA+1,NPA1)/2.
30 H(2,1)=+1./(E*SPA(1))
H(2,NPA)=-1./(E*SPA(1))
DO 40 J=3,NPA
H(J,J-1)=+1./(E*SPA(J-1))
40 H(J,J-2)=-1./(E*SPA(J-1))
DO 50 J=1,NPF-2
NPAJ=NPA+J+1
H(NPAJ,NPAJ-2)=+1./(E*SPF(J+1))
50 H(NPAJ,NPAJ-1)=-1./(E*SPF(J+1))
H(NP1,NP)=+2./(E*SPF(NPF))

```

```

        IF(INF .EQ. 0)GO TO 60
        H(NP1,NP)=H(NP1,NP)/2.
60    CONTINUE
        IF(LCAR .NE. 4)GO TO 110
        H(NP1,NP)=0.
        DO 70 J=1,NPA1
70    H(1,J)=H(1,J)*CPX/2.
        DO 100 J=NPA,NP
100   H(1,J)=VV(J)*CPY/2.
        IF(INX .EQ. 1)H(1,NP)=H(1,NP)/2.
110   RETURN
        END

```

C

C

```

SUBROUTINE RINVER(NW,N,A)
DIMENSION A(20,20),B(20),C(20),IP(20),IQ(20)
DO 10 K=1,N
T=0.
DO 20 I=K,N
S=0.
DO 30 J=K,N
30  S=S+ABS(A(I,J))
    IF(S)40,50,40
40  DO 60 J=K,N
    IF(ABS(A(I,J))-S*T)60,60,70
70  IP(K)=I
    IQ(K)=J
    PIVO=A(I,J)
    T=ABS(PIVO/S)
60  CONTINUE
20  CONTINUE
    IF(T)80,50,80
80  IF(IP(K)-K)90,100,90
90  DO 110 J=1,N
    IPK=IP(K)
    Z=A(IPK,J)
    A(IPK,J)=A(K,J)
110  A(K,J)=Z
100  IF(IQ(K)-K)120,130,120
120  IQK=IQ(K)
    DO 140 I=1,N
    Z=A(I,IQK)
    A(I,IQK)=A(I,K)
140  A(I,K)=Z
130  DO 150 J=1,N
    IF(J-K)160,170,160
170  B(J)=1/PIVO
    C(J)=1.
    GO TO 180
160  B(J)=-A(K,J)/PIVO
    C(J)=A(J,K)
180  A(K,J)=0.
150  A(J,K)=0.
    DO 10 I=1,N

```



```

      DO 10 J=1,N
      A(I,J)=A(I,J)+C(I)*B(J)
10  CONTINUE
      DO 190 KAUX=1,N
      K=N-KAUX+1
      IF(IP(K)-K)200,210,200
200 DO 220 I=1,N
      IPK=IP(K)
      Z=A(I,IPK)
      A(I,IPK)=A(I,K)
      A(I,K)=Z
220 CONTINUE
210 IF(IQ(K)-K)230,190,230
230 DO 240 J=1,N
      IQK=IQ(K)
      Z=A(IQK,J)
      A(IQK,J)=A(K,J)
      A(K,J)=Z
240 CONTINUE
190 CONTINUE
      GO TO 250
      50 WRITE(NW,260)
260 FORMAT(5(/),12X,'PROGRAMA NAO EXECUTADO - MATRIZ R SINGULAR')
      CALL EXIT
250 RETURN
      END

```

C

C-----

C

```

      SUBROUTINE CODIFI(LCAR,NVEZ,INY,INX,N,NP,NPYC,NPXC,NP6,NP7,NEGE,JI
*N,JFI,COTA,HH,E,KB,SF,HA,VV1,SPP,CPX,NPX,NPY,AA)
      REAL KB
      INTEGER PN1,P,PL
      DIMENSION T(22,22),AA(300,301),HH(50),JIN(10),JFI(10),SP(22),COTA(
*10,2),COR(4),SF(10),DAUX4(10),DAUX5(10),DAUX6(10)

```

C

C--DETERMINACAO DE GRANDEZAS DIVERSAS

C

```

      NP2M=NP+2
      IF(NVEZ .EQ. 2)GO TO 500
      NP2=NP+1
      IF(LCAR .EQ. 4)NP2=NP
      DO 510 LL=1,NEGE
      MM=(NDIN+2)*(LL-1)
      HHH=HH(JIN(LL)-LL+1)
      DAUX4(LL)=12.*HHH**2
      DAUX5(LL)=12.*HHH
      DAUX6(LL)=HHH**2
510 CONTINUE
      GO TO 530
500 CONTINUE
      NP2=NP+2
      DO 540 LL=1,NEGE
      DAUX4(LL)=12.*HH(2)**2
      DAUX5(LL)=12.*HH(2)

```

```

540 DAUX6(LL)=1.
530 CONTINUE
    NNP1=N*NP2
    DO 10 I=1,NNP1
    DO 10 J=1,NNP1
    10 AA(I,J)=0.
C
C--CONDICOES DE CONTORNO PARA A BASE
C
    DO 20 L=2,NP2
    LN2=2+(L-1)*N
    20 AA(L, LN2)=+1.
    AA(1,1)=+1.
C
C--EQUACOES PARA OS PONTOS INFERIORES DE CADA SEGMENTO
C
    DO 200 LL=1,NEGE
    DAUX1=DAUX4(LL)
    DAUX2=DAUX5(LL)
    DAUX3=DAUX6(LL)
    LA=JIN(LL)-1-2*(LL-1)
    READ(12,REC=LA)((T(I,J),J=1, NP2M), I=1, NP2M)
    IF(NVEZ .EQ. 2)GO TO 27
    COR(1)=12.*E*KB/(SF(LL)*HA)
    COR(2)=COR(1)/VV1
    COR(3)=12.*KB/(SF(LL)*SPP*HA*VV1)
    COR(4)=COR(3)/VV1
    IF(LCAR .NE. 4)GO TO 21
    COR(1)=COR(1)*CPX**2
    COR(2)=COR(2)*CPX
    COR(3)=COR(3)*CPX
    21 CONTINUE
    T(1,1)=T(1,1)/COR(1)
    DO 22 J=2, NP2M
    22 T(1,J)=T(1,J)/COR(2)
    DO 23 I=2, NP2M
    23 T(I,1)=T(I,1)/COR(3)
    DO 24 I=2, NP2M
    DO 24 J=2, NP2M
    24 T(I,J)=T(I,J)/COR(4)
    NEL=NPY+1
    IF(LCAR .EQ. 3)NEL=NPX+1
    DO 25 I=1, NP2M
    DO 25 J=NEL, NP2M-1
    25 T(I,J)=T(I,J+1)
    DO 26 I=NEL, NP2M-1
    DO 26 J=1, NP2M-1
    26 T(I,J)=T(I+1,J)
    27 CONTINUE
    NUM1=JIN(LL)-LL
    NUM2=NUM1+1
    NUM3=NUM2+1
    NUM4=NUM3+1
    A1=HH(NUM1)+HH(NUM2)
    A2=HH(NUM2)

```

```

A3=HH(NUM3)
A4=HH(NUM3)+HH(NUM4)
B1=A1*A1
B2=A2*A2
B3=A3*A3
B4=A4*A4
C1=A1*A1*A1
C2=A2*A2*A2
C3=A3*A3*A3
C4=A4*A4*A4
D=(C1+C4)*(-B2+B4)*(A3-A4)+(C2+C4)*(B3-B4)*(A1+A4)+(C3-C4)*(-B1+B4
)**(A2+A4)-(C3-C4)*(-B2+B4)*(A1+A4)-(C1+C4)*(B3-B4)*(A2+A4)-(C2+C4
)**(-B1+B4)*(A3-A4)
G1=(-B2+B4)*(A3-A4)-(B3-B4)*(A2+A4)
G2=(B3-B4)*(A1+A4)-(-B1+B4)*(A3-A4)
G3=(-B1+B4)*(A2+A4)-(-B2+B4)*(A1+A4)
G4=(C3-C4)*(A2+A4)-(C2+C4)*(A3-A4)
G5=(C1+C4)*(A3-A4)-(C3-C4)*(A1+A4)
G6=(C2+C4)*(A1+A4)-(C1+C4)*(A2+A4)
G7=(C2+C4)*(B3-B4)-(C3-C4)*(-B2+B4)
G8=(C3-C4)*(-B1+B4)-(C1+C4)*(B3-B4)
G9=(C1+C4)*(-B2+B4)-(C2+C4)*(-B1+B4)
DO 40 L=1,NP2
ML2=NP2*JIN(LL)+L
DO 40 K=1,NP2
K1N=JIN(LL)-1+(K-1)*N
K2N=JIN(LL)+(K-1)*N
K3N=JIN(LL)+1+(K-1)*N
K4N=JIN(LL)+2+(K-1)*N
K5N=JIN(LL)+3+(K-1)*N
I=L-K
II=L+K
IF(I .NE. 0 .OR. II .EQ. 2)GO TO 50
G=+1.
GO TO 60
50 G=0.
60 AA(ML2,K1N)=(12.*G1*B2-6.*G4*A2+2.*G7)*G*DAUX1/(A1*D)
AA(ML2,K2N)=((12.*G2*B2-6.*G5*A2+2.*G8)*G/(A2*D)+T(L,K)/DAUX3)*DAU
*X1
AA(ML2,K4N)=(12.*G3*B2-6.*G6*A2+2.*G9)*G*DAUX1/(A3*D)
AA(ML2,K3N)=(-(A1+A4)*AA(ML2,K1N)-(A2+A4)*(12.*G2*B2-6.*G5*A2+2.*G
*B)*G*DAUX1/(A2*D)+(A3-A4)*AA(ML2,K4N))/A4
AA(ML2,K5N)=(12.*B2*(G1+G2-G3)-6.*A2*(G4+G5-G6)+2.*(G7+G8-G9))*G*D
*AUX1/(A4*D)
IF(L .NE. 1 .OR. K .NE. 1)GO TO 40
IF(LCAR .EQ. 1)AA(ML2,K2N)=+1.
40 CONTINUE

```

```

C
C--EQUACÇES PARA OS PONTOS GENERICOS DE CADA SEGMENTO
C

```

```

DO 70 M=JIN(LL)+1,JFI(LL)-1
LA=M-1-2*(LL-1)
READ(12,REC=LA)((T(I,J),J=1,NP2M),I=1,NP2M)
NUM1=M-1-LL
NUM2=NUM1+1

```

```

NUM3=NUM2+1
NUM4=NUM3+1
A1=HH(NUM1)+HH(NUM2)
A2=HH(NUM2)
A3=HH(NUM3)
A4=HH(NUM3)+HH(NUM4)
B1=A1*A1
B2=A2*A2
B3=A3*A3
B4=A4*A4
C1=A1*A1*A1
C2=A2*A2*A2
C3=A3*A3*A3
C4=A4*A4*A4
D=(C1+C4)*(-B2+B4)*(A3-A4)+(C2+C4)*(B3-B4)*(A1+A4)+(C3-C4)*(-B1+B4
)*(A2+A4)-(C3-C4)*(-B2+B4)*(A1+A4)-(C1+C4)*(B3-B4)*(A2+A4)-(C2+C4
)*(-B1+B4)*(A3-A4)
G7=(C2+C4)*(B3-B4)-(C3-C4)*(-B2+B4)
G8=(C3-C4)*(-B1+B4)-(C1+C4)*(B3-B4)
G9=(C1+C4)*(-B2+B4)-(C2+C4)*(-B1+B4)
DO 70 L=1,NP2
J=NF2*M+L
DO 70 K=1,NP2
MM2=M-2+(K-1)*N
MM1=M-1+(K-1)*N
MM=M+(K-1)*N
MA1=M+1+(K-1)*N
MA2=M+2+(K-1)*N
I=L-K
II=L+K
IF(I .NE. 0 .OR. II .EQ. 2)GO TO 80
G=+1..
GO TO 90
80 G=0.
90 AA(J,MM2)=2.*G7*G*DAUX1/(A1*D)
AA(J,MM1)=2.*G8*G*DAUX1/(A2*D)
AA(J,MM)=(((A1-A4)*G7/A1+(A2-A4)*G8/A2+(A3-A4)*G9/A3)*2.*G/(A4*D
*))+T(L,K)/DAUX3)*DAUX1
AA(J,MA1)=2.*G9*G*DAUX1/(A3*D)
AA(J,MA2)=2.*(G7+G8-G9)*G*DAUX1/(A4*D)
IF(L .NE. 1 .OR. K .NE. 1)GO TO 70
IF(LCAR .EQ. 1)AA(J,MM)=+1.
70 CONTINUE
C
C--EQUACOES PARA O TOPO DE CADA SEGMENTO
C
LA=JFI(LL)-1-2*(LL-1)
READ(12,REC=LA)((T(I,J),J=1,NP2M),I=1,NP2M)
G1=(-B2+B4)*(A3-A4)-(B3-B4)*(A2+A4)
G2=(B3-B4)*(A1+A4)-(-B1+B4)*(A3-A4)
G3=(-B1+B4)*(A2+A4)-(-B2+B4)*(A1+A4)
G4=(C3-C4)*(A2+A4)-(C2+C4)*(A3-A4)
G5=(C1+C4)*(A3-A4)-(C3-C4)*(A1+A4)
G6=(C2+C4)*(A1+A4)-(C1+C4)*(A2+A4)
P=JFI(LL)*NP2

```

```

DO 100 L=1,NP2
PL=P+L
DO 100 K=1,NP2
KN4=JFI(LL)-3+(K-1)*N
KN3=JFI(LL)-2+(K-1)*N
KN2=JFI(LL)-1+(K-1)*N
KN1=JFI(LL)+(K-1)*N
KN=JFI(LL)+1+(K-1)*N
I=L-K
II=L+K
IF(I .NE. 0 .OR. II .EQ. 2)GO TO 110
G=+1.
GO TO 120
110 G=0.
120 AA(PL,KN4)=(12.*G1*B3+6.*G4*A3+2.*G7)*G*DAUX1/(A1*D)
AA(PL,KN3)=(12.*G2*B3+6.*G5*A3+2.*G8)*G*DAUX1/(A2*D)
AA(PL,KN2)=-((A1+A4)*AA(PL,KN4)-(A2+A4)*AA(PL,KN3)+(A3-A4)*((12.*G3
**B3+6.*G6*A3+2.*G9)*G*DAUX1/(A3*D)))/A4
AA(PL,KN1)=((12.*G3*B3+6.*G6*A3+2.*G9)*G/(A3*D)+T(L,K)/DAUX3)*DAUX
*1
AA(PL,KN)=(12.*B3*(G1+G2-G3)+6.*A3*(G4+G5-G6)+2.*(G7+G8-G9))*G*DAU
*X1/(A4*D)
IF(L .NE. 1 .OR. K .NE. 1)GO TO 100
IF(LCAR .EQ. 1)AA(PL,KN1)=+1.
100 CONTINUE
200 CONTINUE

```

C
C--CONDICOES DE COMPATIBILIDADE
C

```

IF(NEGE .EQ. 1)GO TO 300
DO 400 LJ=1,NEGE-1
INT=(JFI(LJ)+1)*NP2
AA(INT+1,JFI(LJ)+1)=+1.
AA(INT+2,JFI(LJ)+2)=+1.
LII=3
DO 410 LA=1,NP2-1
NAUX=LA*N+JFI(LJ)
AA(INT+LII,NAUX)=+1.
AA(INT+LII,NAUX+3)=-1.
410 LII=LII+1
LB=1
IF(LCAR .EQ. 3)GO TO 440
READ(10,REC=LJ)(SP(I),I=1,NPYC),AUX,(SP(I),I=NP6,NP7)
IF(LCAR .EQ. 1)GO TO 450
IF(INY .EQ. 1)SP(NPYC+1)=SP(NPYC)
IF(INX .EQ. 1)SP(NP7+1)=SP(NP7)
IF(NVEZ .EQ. 2)GO TO 412
DO 411 I=NPY,NP2-1
411 SP(I)=SP(I+1)
412 CONTINUE
GO TO 450
440 READ(10,REC=LJ)AUX,(SP(I),I=NP6,NP7),(SP(I),I=1,NPXC)
IF(INX .EQ. 1)SP(NPXC+1)=SP(NPXC)
IF(NVEZ .EQ. 2)GO TO 450
DO 413 I=NPX,NP2-1

```

```

413 SP(I)=SP(I+1)
450 INTE=JFI(LJ)-2-LJ
    A1=HH(INTE)+HH(INTE+1)
    A2=HH(INTE+1)
    A3=HH(INTE+2)
    A4=HH(INTE+2)+HH(INTE+3)
    B1=A1*A1
    B2=A2*A2
    B3=A3*A3
    B4=A4*A4
    C1=A1*A1*A1
    C2=A2*A2*A2
    C3=A3*A3*A3
    C4=A4*A4*A4
    D=(C1+C4)*(-B2+B4)*(A3-A4)+(C2+C4)*(B3-B4)*(A1+A4)+(C3-C4)*(-B1+B4
*)*(A2+A4)-(C3-C4)*(-B2+B4)*(A1+A4)-(C1+C4)*(B3-B4)*(A2+A4)-(C2+C4
**(-B1+B4)*(A3-A4)
    G1=(-B2+B4)*(A3-A4)-(B3-B4)*(A2+A4)
    G2=(B3-B4)*(A1+A4)-(-B1+B4)*(A3-A4)
    G3=(-B1+B4)*(A2+A4)-(-B2+B4)*(A1+A4)
    G4=(C3-C4)*(A2+A4)-(C2+C4)*(A3-A4)
    G5=(C1+C4)*(A3-A4)-(C3-C4)*(A1+A4)
    G6=(C2+C4)*(A1+A4)-(C1+C4)*(A2+A4)
    G7=(C2+C4)*(B3-B4)-(C3-C4)*(-B2+B4)
    G8=(C3-C4)*(-B1+B4)-(C1+C4)*(B3-B4)
    G9=(C1+C4)*(-B2+B4)-(C2+C4)*(-B1+B4)
    DO 420 LA=1,NP2-1
    NAUX=LA*N+JFI(LJ)
    MB1=NAUX-3
    MB2=NAUX-2
    MB3=NAUX-1
    MB4=NAUX
    MB5=NAUX+1
    LIN=INT+LII+LB-1
    AA(LIN,MB1)=(4.*G1*C3+3.*G4*B3+2.*G7*A3-G1*C4-G4*B4-G7*A4)*DAUX2*S
*P(LA)/(A1*D)
    AA(LIN,MB2)=(4.*G2*C3+3.*G5*B3+2.*G8*A3-G2*C4-G5*B4-G8*A4)*DAUX2*S
*P(LA)/(A2*D)
    AA(LIN,MB4)=(4.*G3*C3+3.*G6*B3+2.*G9*A3-G3*C4-G6*B4-G9*A4)*DAUX2*S
*P(LA)/(A3*D)
    AA(LIN,MB3)=(-DAUX2*SP(LA)-(A1+A4)*AA(LIN,MB1)-(A2+A4)*AA(LIN,MB2)
*+(A3-A4)*AA(LIN,MB4))/A4
    AA(LIN,MB5)=(4.*C3*(G1+G2-G3)+3.*B3*(G4+G5-G6)+2.*A3*(G7+G8-G9)+1.
**D-C4*(G1+G2-G3)-B4*(G4+G5-G6)-A4*(G7+G8-G9))*DAUX2*SP(LA)/(A4*D)
420 LB=LB+1
    LB=1
    IF(LCAR .EQ. 3)GO TO 460
    READ(10,REC=LJ+1)(SP(I),I=1,NPYC),AUX,(SP(I),I=NP6,NP7)
    IF(LCAR .EQ. 1)GO TO 470
    IF(INY .EQ. 1)SP(NPYC+1)=SP(NPYC)
    IF(INX .EQ. 1)SP(NP7+1)=SP(NP7)
    IF(NVEZ .EQ. 2)GO TO 414
    DO 415 I=NPY,NP2-1
415 SP(I)=SP(I+1)
414 CONTINUE

```

```

GO TO 470
460 READ(10,REC=LJ+1)AUX,(SP(I),I=NP6,NP7),(SP(I),I=1,NPXC)
    IF(INX .EQ. 1)SP(NPXC+1)=SP(NPXC)
    IF(NVEZ .EQ. 2)GO TO 470
    DO 416 I=NPX,NP2-1
416 SP(I)=SP(I+1)
470 INTE=JIN(LJ+1)-LJ-1
    A1=HH(INTE)+HH(INTE+1)
    A2=HH(INTE+1)
    A3=HH(INTE+2)
    A4=HH(INTE+2)+HH(INTE+3)
    B1=A1*A1
    B2=A2*A2
    B3=A3*A3
    B4=A4*A4
    C1=A1*A1*A1
    C2=A2*A2*A2
    C3=A3*A3*A3
    C4=A4*A4*A4
    D=(C1+C4)*(-B2+B4)*(A3-A4)+(C2+C4)*(B3-B4)*(A1+A4)+(C3-C4)*(-B1+B4
    )*(A2+A4)-(C3-C4)*(-B2+B4)*(A1+A4)-(C1+C4)*(B3-B4)*(A2+A4)-(C2+C4
    )*(-B1+B4)*(A3-A4)
    G1=(-B2+B4)*(A3-A4)-(B3-B4)*(A2+A4)
    G2=(B3-B4)*(A1+A4)-(-B1+B4)*(A3-A4)
    G3=(-B1+B4)*(A2+A4)-(-B2+B4)*(A1+A4)
    G4=(C3-C4)*(A2+A4)-(C2+C4)*(A3-A4)
    G5=(C1+C4)*(A3-A4)-(C3-C4)*(A1+A4)
    G6=(C2+C4)*(A1+A4)-(C1+C4)*(A2+A4)
    G7=(C2+C4)*(B3-B4)-(C3-C4)*(-B2+B4)
    G8=(C3-C4)*(-B1+B4)-(C1+C4)*(B3-B4)
    G9=(C1+C4)*(-B2+B4)-(C2+C4)*(-B1+B4)
    DO 430 LA=1,NP2-1
    NAUX=LA*N+JIN(LJ+1)
    MB1=NAUX-1
    MB2=NAUX
    MB3=NAUX+1
    MB4=NAUX+2
    MB5=NAUX+3
    LIN=INT+LII+LB-1
    AA(LIN,MB1)=-1.*(-4.*G1*C2+3.*G4*B2-2.*G7*A2-G1*C4-G4*B4-G7*A4)*DA
    *UX2*SP(LA)/(A1*D)
    AA(LIN,MB2)=-1.*(-4.*G2*C2+3.*G5*B2-2.*G8*A2-G2*C4-G5*B4-G8*A4)*DA
    *UX2*SP(LA)/(A2*D)
    AA(LIN,MB4)=-1.*(-4.*G3*C2+3.*G6*B2-2.*G9*A2-G3*C4-G6*B4-G9*A4)*DA
    *UX2*SP(LA)/(A3*D)
    AA(LIN,MB3)=(DAUX2*SP(LA)-(A1+A4)*AA(LIN,MB1)-(A2+A4)*AA(LIN,MB2)+
    *(A3-A4)*AA(LIN,MB4))/A4
    AA(LIN,MB5)=-1.*(-4.*C2*(G1+G2-G3)+3.*B2*(G4+G5-G6)-2.*A2*(G7+G8-G
    *9)+D-C4*(G1+G2-G3)-B4*(G4+G5-G6)-A4*(G7+G8-G9))*DAUX2*SP(LA)/(A4*D
    *)
430 LB=LB+1
400 CONTINUE
300 CONTINUE

```

C
C--CONDICOES DE CONTORNO PARA O TOPO

C
NUM1=JFI(NEGE)-NEGE-2

```

NUM2=NUM1+1
NUM3=NUM2+1
NUM4=NUM3+1
A1=HH(NUM1)+HH(NUM2)
A2=HH(NUM2)
A3=HH(NUM3)
A4=HH(NUM3)+HH(NUM4)
B1=A1*A1
B2=A2*A2
B3=A3*A3
B4=A4*A4
C1=A1*A1*A1
C2=A2*A2*A2
C3=A3*A3*A3
C4=A4*A4*A4
D=(C1+C4)*(-B2+B4)*(A3-A4)+(C2+C4)*(B3-B4)*(A1+A4)+(C3-C4)*(-B1+B4)
*(A2+A4)-(C3-C4)*(-B2+B4)*(A1+A4)-(C1+C4)*(B3-B4)*(A2+A4)-(C2+C4)
**(-B1+B4)*(A3-A4)
G1=(-B2+B4)*(A3-A4)-(B3-B4)*(A2+A4)
G2=(B3-B4)*(A1+A4)-(-B1+B4)*(A3-A4)
G3=(-B1+B4)*(A2+A4)-(-B2+B4)*(A1+A4)
G4=(C3-C4)*(A2+A4)-(C2+C4)*(A3-A4)
G5=(C1+C4)*(A3-A4)-(C3-C4)*(A1+A4)
G6=(C2+C4)*(A1+A4)-(C1+C4)*(A2+A4)
G7=(C2+C4)*(B3-B4)-(C3-C4)*(-B2+B4)
G8=(C3-C4)*(-B1+B4)-(C1+C4)*(B3-B4)
G9=(C1+C4)*(-B2+B4)-(C2+C4)*(-B1+B4)
DO 30 L=2,NP2
LN4=L*N-4
LN3=L*N-3
LN2=L*N-2
LN1=L*N-1
LN=L*N
ML1=NP2+L
AA(ML1,LN4)=(4.*G1*C3+3.*G4*B3+2.*G7*A3-G1*C4-G4*B4-G7*A4)*DAUX2/(
*A1*D)
AA(ML1,LN3)=(4.*G2*C3+3.*G5*B3+2.*G8*A3-G2*C4-G5*B4-G8*A4)*DAUX2/(
*A2*D)
AA(ML1,LN1)=(4.*G3*C3+3.*G6*B3+2.*G9*A3-G3*C4-G6*B4-G9*A4)*DAUX2/(
*A3*D)
AA(ML1,LN2)=(-DAUX2-(A1+A4)*AA(ML1,LN4)-(A2+A4)*AA(ML1,LN3)+(A3-A4)
)*AA(ML1,LN1))/A4
30 AA(ML1,LN)=(4.*C3*(G1+G2-G3)+3.*B3*(G4+G5-G6)+2.*A3*(G7+G8-G9)+1.*
*D-C4*(G1+G2-G3)-B4*(G4+G5-G6)-A4*(G7+G8-G9))*DAUX2/(A4*D)
AA(NP2+1,N)=+1.
RETURN
END

```

C

C-----

C

```

SUBROUTINE SOLUSI(NW,N,A,F)
DIMENSION A(300,301),F(300)
NI=N-1
NS=N+1

```

C

C--POSICIONAMENTO DA COLUNA NC DA MATRIZ F NA COLUNA NS DA MATRIZ A

C


```

        DO 10 I=1,N
        A(I,NS)=F(I)
    10 CONTINUE
C
C--PESQUISA DO MAIOR ELEMENTO DA COLUNA E TROCA DE LINHAS
C
        DO 20 L=1,NI
        LS=L+1
        DO 30 I=LS,N
        IF(ABS(A(L,L))-ABS(A(I,L)))40,30,30
    40 DO 30 J=L,NS
        PROV=A(L,J)
        A(L,J)=A(I,J)
        A(I,J)=PROV
    30 CONTINUE
C
C--DIVISAO DA LINHA PIVOT POR A(L,L)
C
        PIV=A(L,L)
        DO 50 J=L,NS
    50 A(L,J)=A(L,J)/PIV
C
C--REDUCAO DE GAUSS / MATRIZ TRIANGULAR
C
        DO 20 I=LS,N
        M=0
        ELEM=A(I,L)
        DO 20 J=L,NS
        A(I,J)=A(I,J)-ELEM*A(L,J)
C
C--TESTE DO SISTEMA
C
        IF(J-NS)60,70,70
    60 IF(ABS(A(I,J))-1E-6)20,20,80
    80 M=1
        GO TO 20
    70 IF(M)90,90,20
    90 IF(ABS(A(I,J))-1E-6)100,100,110
    100 WRITE(NW,140)
    140 FORMAT(5(/),22X,'SOLUCAO INDETERMINADA')
        CALL EXIT
    110 WRITE(NW,150)
    150 FORMAT(5(/),23X,'SOLUCAO IMPOSSIVEL')
        CALL EXIT
    20 CONTINUE
        A(N,NS)=A(N,NS)/A(N,N)
        A(N,N)=1.
C
C--DIAGONALIZACAO DE JORDAN
C
        DO 120 I=1,NI
        IS=I+1
        DO 120 K=IS,N
        VAL=A(I,K)
        DO 120 J=K,NS
    120 A(I,J)=A(I,J)-VAL*A(K,J)

```

C
C--EXPLICITACAO DAS RAIZES (DESLOCAMENTOS)

C
DO 130 I=1,N
130 F(I)=A(I,NS)
RETURN
END

C
C-----
C

```
      SUBROUTINE DETERM(JD,NP8,ND,A,DINC,DD,DET)
      REAL*16 AM,SUP,AUX,DET,DINC,DD
      DIMENSION A(300,301),AM(300,300),DINC(300)
      N=ND*NP8
      DO 200 M1=1,N
      DO 200 M2=1,N
200  AM(M1,M2)=A(M1,M2)
      IN=1
      AUX=1.
      DET=1.
      10  I=1
          J=1
      20  IF(QABS(AM(I,J))-0.1E-14)30,30,40
      30  IF(I-N)50,60,60
      50  I=I+1
          GO TO 20
      60  DET=0.
          RETURN
      40  IF(I-1)70,70,80
      80  DO 90 J=1,N
          SUP=AM(1,J)
          AM(1,J)=AM(I,J)
      90  AM(I,J)=SUP
          AUX=-AUX
      70  DET=DET*AM(1,1)
          IF(JD.NE.1)GO TO 65
          DINC(IN)=QABS(DET)
      65  DET=DET/DINC(IN)
          IN=IN+1
          DO 100 J=2,N
100  AM(1,J)=AM(1,J)/AM(1,1)
          DO 110 I=2,N
          DO 110 J=2,N
110  AM(I,J)=AM(I,J)-AM(1,J)*AM(I,1)
          NI=N-1
          DO 120 I=1,NI
          DO 120 J=1,NI
120  AM(I,J)=AM(I+1,J+1)
          IF(N-2)130,130,140
      140  N=N-1
          GO TO 10
130  DET=DET*AUX*AM(1,1)
          IF(JD.NE.1)GO TO 150
          DD=DET
150  DET=DET/DD
          RETURN
      END
```

APENDICE D

PROGRAMA ADEST

D.1 - ENTRADA DE DADOS

Os dados, para acionamento do Programa ADEST, devem estar contidos em um arquivo próprio, denominado DADI, e escritos conforme as regras da linguagem FORTRAN 77.

O programa foi feito de modo a permitir a análise de (NEF-NEI+1) sistemas estruturais distintos em cada vez que for processado, sendo:

NEI - número de ordem do primeiro sistema tubular a ser analisado;

NEF - número de ordem do último sistema tubular a se analisado.

Para cada sistema tubular, devem-se fornecer:

- LPY - número de pilares de cada painel completo de direção y
- LPX - número de pilares de cada painel completo de direção x
- SR - fator de rigidez
- SF10 - fator de deformação
- SL10 - fator de não linearidade geométrica
- NCA(1) - indicador de cálculo dos coeficientes de deslocamento lateral, força normal nos pilares e força cortante nas vigas para flexão em relação ao eixo x (0 = não se deseja o cálculo, 1 = deseja-se o cálculo)
- NCA(2) - idem, para flexão em relação ao eixo y
- INS(1) - indicador por cálculo do coeficiente de instabilidade e do valor crítico do fator de não linearidade geométrica para flexão em relação ao eixo x (0 = não se deseja o cálculo, 1 = deseja-se o cálculo)
- INS(2) - idem, para flexão em relação ao eixo y.

Os dados, agrupados em blocos, devem ser fornecidos na ordem e nos formatos seguintes:

- BLOCO 1 - NEI, NEF
FORMAT (2I5)
- BLOCO 2 - LPY, LPX, SR, SF10, SL10
FORMAT (2I5, 3F10.0)
- BLOCO 3 - NCA(1), NCA(2)
FORMAT (2I5)
- BLOCO 4 - INS(1), INS(2)
FORMAT (2I5)

Os Blocos 2,3, e 4 repetem-se um número de vezes igual à quantidade de estruturas em consideração em um mesmo processamento, ou seja, (NEF - NEI + 1) vezes.

D.2 - LISTAGEM

```

C
C.....
C.....
C.....PROGRAMA ADEST PROGRAMA ADEST PROGRAMA ADEST PROGRAMA ADEST.....
C.....
C.....
C
C
C...DEFINICAO DE VARIAVEIS,DIMENSODES E ARQUIVO E IMPRESSAO NOME PROGRAMA
C
      REAL IT,MT(22),NPI(22,12),MW(12)
      DIMENSION D(22),FCTI(22),SLTI(22),RA(22,22),SA(22,23),HA(23,22),RA
      *SA(22,23),TA(23,23),AAA(299,300),FFA(299),QV(22,12),FCTR(22,12),SL
      *TR(22,12),DTI(12),DTR(12),CTI(12),CTR(12),DTI2(299),CTR2(12),QW(12
      *) ,FCTR2(22,12),SLTR2(22,12),NCA(2),INS(2)
      OPEN(UNIT=1,STATUS='OLD',FILE='DADI',ACCESS='SEQUENTIAL',FORM='FOR
      *MATTED')
      NR=1
      NW=3
      WRITE(NW,1)
      1 FORMAT(116('*'),/,42('*'),'  P R O G R A M A A D E S T  ',42('*
      *'),/,116('*'))
C
C...DADOS GEOMETRICOS E ADIMENSIONAIS DA ESTRUTURA / LEITURA E IMPRESSAO
C
      READ(NR,10)NEI,NEF
      10 FORMAT(2I5)
      DO 1000 NNN=NEI,NEF
      WRITE(NW,11)NNN
      11 FORMAT(/,116('-'),/,46X,'E S T R U T U R A',I5,/,116('-'))
      READ(NR,12)LPY,LPX,SR,SF10,SL10
      READ(NR,12)NCA(1),NCA(2)
      READ(NR,12)INS(1),INS(2)
      12 FORMAT(2I5,3F10.0)
      WRITE(NW,13)LPY,LPX
      13 FORMAT(3(/),'1) PARAMETROS QUANTITATIVOS E ADIMENSIONAIS',/,3X,40(
      *'-'),/,,'FILARES DIRECAO Y  FILARES DIRECAO X',/,I9,I21)
      ISOMA=NCA(1)+NCA(2)
      IF(ISOMA .EQ. 0)GO TO 14
      WRITE(NW,15)SR,SF10,SL10
      15 FORMAT(/,'RELACAO DE RIGIDEZ SR  FATOR DE RIGIDEZ SF10  FATOR D
      *E NAO LINEARIDADE SL10',/,F13.3,F25.3,F28.3)
      GO TO 16
      14 WRITE(NW,17)SR,SF10
      17 FORMAT(/,'RELACAO DE RIGIDEZ SR  FATOR DE RIGIDEZ SF10',/,F13.3,
      *F25.3)
      16 CONTINUE
C
C...PARAMETROS AUXILIARES-INDICADORES PARA NUM. PAR OU IMPAR DE FILARES
C
      JC=0
      DO 1010 LCAR=1,2
      ISOMA=NCA(LCAR)+INS(LCAR)
      IF(ISOMA .EQ. 0)GO TO 1020
      JC=JC+1

```

```

JC1=JC+1
IF(LCAR .EQ. 2)GO TO 54
LPA=LPY
LPF=LPX
WRITE(NW,56)JC1
56 FORMAT(4(/),I1,') COEFICIENTES PARA FLEXAO EM TORNO DO EIXO X',/,3
*X,43('-'))
GO TO 55
54 LPA=LPX
LPF=LPY
WRITE(NW,57)JC1
57 FORMAT(4(/),I1,') COEFICIENTES PARA FLEXAO EM TORNO DO EIXO Y',/,3
*X,43('-'))
55 CONTINUE
INA=0
INF=0
DIV=LPA/2.
SUB=DIV-IFIX(DIV)
IF(SUB .LE. 0.25)GO TO 50
NPA=DIV+0.5
YY=0.
GO TO 51
50 NPA=DIV+1
INA=1
YY=0.5
51 DIV=LPF/2.
SUB=DIV-IFIX(DIV)
IF(SUB .LE. 0.25)GO TO 52
NPF=DIV+0.5
XX=0.
GO TO 53
52 NPF=DIV
INF=1
XX=-0.5
53 X=0.5+XX
Y=1+YY
NP=NPA+NPF-2

```

C
C...MOMENTO DE INERCIA E ESTATICO DO TUBO IDEAL
C

```

IT=(NPF-X)*(NPA-Y)**2
IF(NPA .EQ. 2)GO TO 100
DO 101 I=1,NPA-2
101 IT=IT+(NPA-I-Y)**2
IF(NCA(LCAR) .EQ. 0)GO TO 1030
100 MT(1)=(NPF-X)*(NPA-Y)
IF(NPA .EQ. 2)GO TO 102
DO 103 I=2,NPA-1
103 MT(I)=MT(I-1)+(NPA-I-YY)
102 MT(NPA)=(NPF-1.5-XX)*(NPA-Y)
IF(NPF .EQ. 2)GO TO 104
DO 105 I=NPA+1,NP
105 MT(I)=MT(I-1)-(NPA-Y)
104 D(1)=NPA-Y
IF(NPA .EQ. 2)GO TO 106

```

```

      DO 107 I=2,NPA-1
107 D(I)=D(I-1)-1
106 CONTINUE
      DO 108 I=NPA,NP
108 D(I)=D(1)
C
C...COEFICIENTES DE FORCA NORMAL E CORTANTE NO TUBO IDEAL
C
      DO 200 I=1,NP
      FCTI(I)=MT(I)/MT(NPA-1)
200 SLTI(I)=D(I)/D(1)
1030 CONTINUE
C
C...FORMACAO DA MATRIZ RA
C
      CALL MATRA(NPA,NPF,NP,INA,INF,SR,RA)
C
C...FORMACAO DA MATRIZ SA
C
      CALL MATSA(NP,NPA,NPF,INA,SA)
C
C...FORMACAO DA MATRIZ HA
C
      CALL MATHA(NP,NPA,NPF,INA,INF,SF10,HA)
C
C...INVERSAO DA MATRIZ RA
C
      CALL RINVER(NW,NP,RA)
C
C...OBTENCAO DA MATRIZ TA (PRODUTO MATRICIAL HA*RA*SA)
C
      DO 300 I=1,NP
      DO 300 J=1,NP+1
      RASA(I,J)=0.
      DO 300 K=1,NP
300 RASA(I,J)=RASA(I,J)+RA(I,K)*SA(K,J)
      DO 301 I=1,NP+1
      DO 301 J=1,NP+1
      TA(I,J)=0.
      DO 301 K=1,NP
301 TA(I,J)=TA(I,J)+HA(I,K)*RASA(K,J)
C
C...FORMACAO DA MATRIZ DOS COEF. DE DIF. FINITAS PARA INSTABILIDADE
C
      IF(INS(LCAR) .EQ. 0)GO TO 1040
      N=5
      CALL MADFA(N,NP,TA,AAA)
C
C...CALCULO DE SL10 CRITICO E DO COEF. DE INST. DO TUBO RETICULADO REAL
C
      ACRE=0.1*4.*IT/12.77
      CALL ADCRI(N,NP,ACRE,AAA,SLCR)
      FI=12.77*SLCR/(4.*IT)
1040 CONTINUE
C

```

```

C...FORMACAO DA MATRIZ DOS COEF. DE DIF. FINITAS PARA ANALISE ESTRUTURAL
C
      IF(NCA(LCAR) .EQ. 0)GO TO 1050
      N=13
      N1=N+1
      CALL MADFA(N,NP,TA,AAA)
C
C...CORRECAO DA MATRIZ DOS COEF. DE DIF. FINITAS PARA EFEITO P-DELTA
C
      M1=2*NP+3
      AAA(M1,2)=AAA(M1,2)-12.*SL10/4.
      DO 350 M2=3,N-2
      M1=3*NP+(M2-3)*(NP+1)+4
350 AAA(M1,M2)=AAA(M1,M2)-12.*SL10*(N-M2-1)/(4.*(N-3))
C
C...VETOR DOS TERMOS CONHECIDOS
C
      NN=N*(NP+1)
      DO 400 I=1,NN
400 FFA(I)=0.
      M1=2*NP+3
      NUM=N-2
      DO 401 MM=1,NUM
      M=(NP+1)*(MM+1)+1
      JZ=(M-M1)/(NP+1)
      JQ=N-3-JZ
401 FFA(M)=12.*JQ
C
C...RESOLUCAO DO SISTEMA DE EQUACOES P/ OBTER O VETOR DOS DESLOCAMENTOS
C
      CALL SOLUSI(NW,NN,AAA,FFA)
C
C...COEFIC. P/ DESLOC. LAT. DO TUBO IDEAL E REAL / CALCULO E IMPRESSAO
C
      LL=N-3
      DO 500 I=4,N-1,2
      JZ=I-2
      DTI(I)=((LL-JZ)**4-4.*(LL-JZ)*LL**3+3.*LL**4)/(24.*IT)
      DTR(I)=(FFA(2)+FFA(I))/2.
      DO 501 J=3,I-1
501 DTR(I)=DTR(I)+FFA(J)
500 CONTINUE
      CALL TUIDE(AAA,NW,N1,SL10,IT,DTI2)
      DO 502 I=4,N-1,2
      CTI(I)=DTI(I)/DTI(I)
      CTR(I)=DTR(I)/DTI(I)
502 CTR2(I)=DTR(I)/DTI2(I+1)
      WRITE(NW,503)JC1
503 FORMAT(3(/),'** ',I4,'.1) COEFICIENTES PARA DESLOCAMENTOS LATERAIS
      *',//,45X,'NIVEL 2',9X,'NIVEL 3',9X,'NIVEL 4',9X,'NIVEL 5',9X,'NIVE
      *L 6')
      WRITE(NW,504)(CTI(I),I=4,N-1,2),(CTR(I),I=4,N-1,2),(CTR2(I),I=4,N-
      *1,2)
504 FORMAT(/,'T U B O I D E A L',18X,5F16.3,//,'ESTRUTURA REAL/TUBO I
      *DEAL 1 ORDEM',3X,5F16.3,//,'ESTRUTURA REAL/TUBO IDEAL 2 ORDEM',3X,

```



```

*5F16.3)
C
C...COEFICIENTES DE FORCA CORTANTE DO TUBO RETICULADO REAL
C
DO 600 K=2,N-3,2
KK=K+1
QW(K)=-((1./12.)*(-6.*DTI2(KK-2)+12.*DTI2(KK-1)-12.*DTI2(KK+1)+6.*
*DTI2(KK+2)))
NINT=N-1-K
DO 601 I=1,NP
QV(I,K)=0.
DO 601 J=1,NP+1
K1=K+(J-1)*N
601 QV(I,K)=QV(I,K)+SF10*RASA(I,J)*FFA(K1)
DO 602 I=1,NP
FCTR(I,K)=QV(I,K)*IT/(MT(NPA-1)*NINT)
602 FCTR2(I,K)=QV(I,K)/(QW(K)*MT(NPA-1))
600 CONTINUE
C
C...COEFICIENTES DE FORCA NORMAL DO TUBO RETICULADO REAL
C
DO 700 J=2,N-3,2
JJ=J+1
MW(J)=((1./12.)*(-DTI2(JJ-2)+16.*DTI2(JJ-1)-30.*DTI2(JJ)+16.*DTI2(J
*J+1)-DTI2(JJ+2)))
NINT=N-1-J
IF(J.EQ. 2)GO TO 701
DO 702 I=1,NP
K=J+I*N
702 NPI(I,J)=((1./12.)*(FFA(K-2)-8.*FFA(K-1)+8.*FFA(K+1)-FFA(K+2)))
GO TO 703
701 CONTINUE
DO 704 I=1,NP
K=2+I*N
704 NPI(I,J)=((1./12.)*(-3.*FFA(K-1)-10.*FFA(K)+18.*FFA(K+1)-6.*FFA(K+2
*))+FFA(K+3))
703 CONTINUE
DO 705 I=1,NP
SLTR(I,J)=2.*NPI(I,J)*IT/(D(1)*NINT**2)
705 SLTR2(I,J)=NPI(I,J)/(D(1)*MW(J))
700 CONTINUE
C
C...IMPRESSAO DOS COEFICIENTES PARA FORCAS NORMAIS E CORTANTES
C
WRITE(NW,800)JC1
800 FORMAT(3(/),'** ',I1,'.2) COEFICIENTES PARA FORCA NORMAL',//,17X,'
*TUBO',6X,'(....ESTRUTURA REAL/TUBO IDEAL 1 ORDEM....) (....ESTRU
*TURA REAL/TUBO IDEAL 2 ORDEM....)',/, 'PILAR POSICAO IDEAL',/,
*27X,2('NIVEL 1 NIVEL 2 NIVEL 3 NIVEL 4 NIVEL 5',3X),/)
WRITE(NW,801)SLTI(1),(SLTR(1,K),K=2,N-3,2),(SLTR2(1,K),K=2,N-3,2)
801 FORMAT(1X,'P 1',4X,'CANTO',F11.3,1X,5F9.3,1X,5F9.3)
IF(LCAR.EQ. 2)GO TO 813
DO 802 I=2,NPA-1
WRITE(NW,803)I,SLTI(I),(SLTR(I,K),K=2,N-3,2),(SLTR2(I,K),K=2,N-3,2
*)

```

```

803 FORMAT(1X, 'P', I2, 4X, 'DIR. Y', F10.3, 1X, 5F9.3, 1X, 5F9.3)
802 CONTINUE
DO 804 I=NPA, NP
J=I-NPA+2
WRITE(NW, 805) J, SLTI(I), (SLTR(I, K), K=2, N-3, 2), (SLTR2(I, K), K=2, N-3, 2
*)
805 FORMAT(1X, 'C', I2, 4X, 'DIR. X', F10.3, 1X, 5F9.3, 1X, 5F9.3)
804 CONTINUE
GO TO 814
813 DO 815 I=NPA, NP
J=I-NPA+2
815 WRITE(NW, 803) J, SLTI(I), (SLTR(I, K), K=2, N-3, 2), (SLTR2(I, K), K=2, N-3, 2
*)
DO 816 I=2, NPA-1
816 WRITE(NW, 805) I, SLTI(I), (SLTR(I, K), K=2, N-3, 2), (SLTR2(I, K), K=2, N-3, 2
*)
814 WRITE(NW, 806) JC1
806 FORMAT(3(/), '** ', I1, '.3) COEFICIENTES PARA FORCA CORTANTE', //, 17X
*, 'TUBO', 6X, '(....ESTRUTURA REAL/TUBO IDEAL 1 ORDEM....) (....EST
*UTURA REAL/TUBO IDEAL 2 ORDEM....)', /, 'VIGA POSICAO IDEAL',
*/, 27X, 2('NIVEL 1 NIVEL 2 NIVEL 3 NIVEL 4 NIVEL 5', 3X), /)
IF(LCAR .EQ. 2) GO TO 817
DO 807 I=1, NPA-1
807 WRITE(NW, 808) I, FCTI(I), (FCTR(I, K), K=2, N-3, 2), (FCTR2(I, K), K=2, N-3, 2
*)
808 FORMAT(1X, 'V', I2, 4X, 'DIR. Y', F10.3, 1X, 5F9.3, 1X, 5F9.3)
DO 809 I=NPA, NP
J=I-NPA+1
809 WRITE(NW, 810) J, FCTI(I), (FCTR(I, K), K=2, N-3, 2), (FCTR2(I, K), K=2, N-3, 2
*)
810 FORMAT(1X, 'B', I2, 4X, 'DIR. X', F10.3, 1X, 5F9.3, 1X, 5F9.3)
IF(INF .EQ. 0) GO TO 811
WRITE(NW, 812) NPF
812 FORMAT(/, ' -OBS.- A VIGA B', I2, ' ESTA SUBMETIDA A FLEXAO PURA')
811 CONTINUE
GO TO 1050
817 DO 818 I=NPA, NP
J=I-NPA+1
818 WRITE(NW, 808) J, FCTI(I), (FCTR(I, K), K=2, N-3, 2), (FCTR2(I, K), K=2, N-3, 2
*)
DO 819 I=1, NPA-1
819 WRITE(NW, 810) I, FCTI(I), (FCTR(I, K), K=2, N-3, 2), (FCTR2(I, K), K=2, N-3, 2
*)
IF(INF .EQ. 0) GO TO 820
WRITE(NW, 821) NPF
821 FORMAT(/, ' -OBS.- A VIGA V', I2, ' ESTA SUBMETIDA A FLEXAO PURA')
820 CONTINUE

```

C

C...IMPRESSAO DO SL10 CRITICO E DO COEFICIENTE DE INSTABILIDADE

C

```

1050 CONTINUE
IF(INS(LCAR) .EQ. 0) GO TO 901
NAUX=4
IF(NCA(LCAR) .EQ. 0) NAUX=1
WRITE(NW, 900) JC1, NAUX, SLCR, FI

```

```

900 FORMAT(3(/),'** ',I1,'.',I1,') VALORES PARA INSTABILIDADE',//,'ADI
* MENSIONAL SL10 CRITICO',10X,'COEFICIENTE DE INSTABILIDADE',/,F18.5
*,F36.5)
901 CONTINUE
1020 CONTINUE
1010 CONTINUE
WRITE(NW,1060)
1060 FORMAT(3(/),116('*'),/,116('*'),/,116('*'))
1000 CONTINUE
CALL EXIT
END

```

```

C
C.....
C.....
C

```

```

SUBROUTINE MATRA(NPA,NPF,NP,INA,INF,SR,R)
DIMENSION R(22,22)
DO 10 I=1,NP
DO 10 J=1,NP
10 R(I,J)=0.
RK=1./(2.*SR)+1
RM=1./(4.*SR)
RL=3./(4.*SR)+1
RU=1./(4.*SR)+1
IF(INA .EQ. 0)GO TO 20
RL=1./(4.*SR)+0.5
20 IF(INF .EQ. 0)GO TO 30
RU=RU+1./(4.*SR+(2./3.))
30 DO 40 I=2,NPA-2
R(I,I)=RK
R(I,I-1)=RM
40 R(I,I+1)=RM
DO 50 I=NPA+1,NP-1
R(I,I)=RK
R(I,I-1)=RM
50 R(I,I+1)=RM
R(1,1)=RK
R(1,2)=RM
R(NPA-1,NPA-2)=RM
R(NPA-1,NPA-1)=RL
R(NPA,NPA)=RK
R(NPA,NPA+1)=RM
R(NP,NP-1)=RM
R(NP,NP)=RU
RETURN
END

```

```

C
C.....
C.....
C

```

```

SUBROUTINE MATSA(NP,NPA,NPF,INA,S)
DIMENSION S(22,23)
NP1=NP+1
DO 10 I=1,NP
DO 10 J=1,NP1

```

```

10 S(I,J)=0.
   NPA1=NPA-1
   DO 20 J=1,NPA1
20 S(J,1)=+1.
   IF(INA .EQ. 0)GO TO 30
   S(NPA1,1)=0.5
30 NPA2=NPA-2
   DO 40 J=1,NPA2
   S(J,J+2)=+1.
40 S(J,J+1)=-1.
   S(NPA1,NPA)=-1.
   S(NPA,2)=+1.
   S(NPA,NPA+1)=-1.
   DO 50 J=2,NPF-2
   NPA1J=NPA1+J
   NPAJ=NPA+J
   S(NPA1J,NPAJ)=-1.
50 S(NPA1J,NPAJ-1)=+1.
   S(NP,NP)=+1.
   S(NP,NP1)=-1.
   RETURN
   END

```

C
C.....
C.....
C

```

SUBROUTINE MATHA(NP,NPA,NPF,INA,INF,SF,H)
DIMENSION H(23,22)
NP1=NP+1
DO 10 I=1,NP1
DO 10 J=1,NP
10 H(I,J)=0.
   NPA1=NPA-1
   DO 20 J=1,NPA1
20 H(1,J)=+SF
   IF(INA .EQ. 0)GO TO 30
   H(1,NPA1)=+SF/2.
30 H(2,1)=+SF
   H(2,NPA)=-SF
   DO 40 J=3,NPA
   H(J,J-1)=+SF
40 H(J,J-2)=-SF
   DO 50 J=1,NPF-2
   NPAJ=NPA+J
   H(NPAJ,NPAJ-1)=+SF
50 H(NPAJ,NPAJ)=-SF
   H(NP1,NP)=+2.*SF
   IF(INF .EQ. 0)GO TO 60
   H(NP1,NP)=+SF
60 RETURN
   END

```

C
C.....
C.....
C

```

SUBROUTINE RINVER(NW,N,A)
DIMENSION A(22,22),B(22),C(22),IP(22),IQ(22)
DO 10 K=1,N
T=0.
DO 20 I=K,N
S=0.
DO 30 J=K,N
30 S=S+ABS(A(I,J))
IF(S)40,50,40
40 DO 60 J=K,N
IF(ABS(A(I,J))-S*T)60,60,70
70 IP(K)=I
IQ(K)=J
PIVO=A(I,J)
T=ABS(PIVO/S)
60 CONTINUE
20 CONTINUE
IF(T)80,50,80
80 IF(IP(K)-K)90,100,90
90 DO 110 J=1,N
IPK=IP(K)
Z=A(IPK,J)
A(IPK,J)=A(K,J)
110 A(K,J)=Z
100 IF(IQ(K)-K)120,130,120
120 IQK=IQ(K)
DO 140 I=1,N
Z=A(I,IQK)
A(I,IQK)=A(I,K)
140 A(I,K)=Z
130 DO 150 J=1,N
IF(J-K)160,170,160
170 B(J)=1/PIVO
C(J)=1.
GO TO 180
160 B(J)=-A(K,J)/PIVO
C(J)=A(J,K)
180 A(K,J)=0.
150 A(J,K)=0.
DO 10 I=1,N
DO 10 J=1,N
A(I,J)=A(I,J)+C(I)*B(J)
10 CONTINUE
DO 190 KAUX=1,N
K=N-KAUX+1
IF(IP(K)-K)200,210,200
200 DO 220 I=1,N
IPK=IP(K)
Z=A(I,IPK)
A(I,IPK)=A(I,K)
A(I,K)=Z
220 CONTINUE
210 IF(IQ(K)-K)230,190,230
230 DO 240 J=1,N
IQK=IQ(K)

```

```

      Z=A(IQK,J)
      A(IQK,J)=A(K,J)
      A(K,J)=Z
240  CONTINUE
190  CONTINUE
      GO TO 250
      50  WRITE(NW,260)
260  FORMAT(5(/),14X,'PROGRAMA NAO EXECUTADO - MATRIZ R SINGULAR')
      CALL EXIT
250  RETURN
      END

```

```

C
C.....
C.....
C

```

```

      SUBROUTINE MADFA(N,NP,T,AA)
      INTEGER PN1,P,PL
      DIMENSION T(23,23),AA(299,300)
      NNP1=N*(NP+1)
      DO 10 I=1,NNP1
      DO 10 J=1,NNP1
10  AA(I,J)=0.
      NP2=NP+1

```

```

C
C...CONDICOES DE CONTORNO PARA A BASE
C

```

```

      DO 20 L=2,NP2
      LN2=2+(L-1)*N
20  AA(L,LN2)=+1.
      AA(1,1)=+1.

```

```

C
C...CONDICOES DE CONTORNO PARA O TOPO
C

```

```

      DO 30 L=2,NP2
      LN4=L*N-4
      LN3=L*N-3
      LN2=L*N-2
      LN1=L*N-1
      LN=L*N
      ML1=NP+1+L
      AA(ML1,LN4)=-1.
      AA(ML1,LN3)=+6.
      AA(ML1,LN2)=-18.
      AA(ML1,LN1)=+10.
30  AA(ML1,LN)=+3.
      AA(NP+2,N)=+1.

```

```

C
C...EQUACOES PARA A BASE
C

```

```

      DO 40 L=1,NP2
      ML2=2*NP+2+L
      DO 40 K=1,NP2
      K1N=1+(K-1)*N
      K2N=2+(K-1)*N
      K3N=3+(K-1)*N

```

```

K4N=4+(K-1)*N
K5N=5+(K-1)*N
I=L-K
II=L+K
IF(I .NE. 0)GO TO 50
IF(II .EQ. 2)GO TO 50
G=+1.
GO TO 60
50 G=0.
60 AA(ML2,K1N)=+11.*G
AA(ML2,K2N)=-20.*G+12.*T(L,K)
AA(ML2,K3N)=+6.*G
AA(ML2,K4N)=+4.*G
40 AA(ML2,K5N)=-G
C
C...EQUACOES PARA O PONTO GENERICO
C
DO 70 M=3,N-2
DO 70 L=1,NP2
J=(3*NP+3)+(M-3)*(NP+1)+L
DO 70 K=1,NP2
MM2=M-2+(K-1)*N
MM1=M-1+(K-1)*N
MM=M+(K-1)*N
MA1=M+1+(K-1)*N
MA2=M+2+(K-1)*N
I=L-K
II=L+K
IF(I .NE. 0)GO TO 80
IF(II .EQ. 2)GO TO 80
G=+1.
GO TO 90
80 G=0.
90 AA(J,MM2)=-G
AA(J,MM1)=+16.*G
AA(J,MM)=-30.*G+12.*T(L,K)
AA(J,MA1)=+16.*G
70 AA(J,MA2)=-G
C
C...EQUACOES PARA O TOPO
C
P=(N-1)*(NP+1)
DO 100 L=1,NP2
PL=P+L
DO 100 K=1,NP2
KN4=K*N-4
KN3=K*N-3
KN2=K*N-2
KN1=K*N-1
KN=K*N
I=L-K
II=L+K
IF(I .NE. 0)GO TO 110
IF(II .EQ. 2)GO TO 110
G=+1.

```

```

      GO TO 120
110  G=0.
120  AA(PL,KN4)=-G
      AA(PL,KN3)=+4.*G
      AA(PL,KN2)=+6.*G
      AA(PL,KN1)=-20.*G+12.*T(L,K)
100  AA(PL,KN)=+11.*G
      RETURN
      END

```

C

C.....

C.....

C

```

      SUBROUTINE TUIDE(AD,NW,N1,SNL10,IT,DTI2)
      REAL IT
      DIMENSION AD(299,300),DTI2(299)
      DO 10 I=1,N1
      DTI2(I)=0.
      DO 10 J=1,N1
10  AD(I,J)=0.

```

C

C...CONDICOES DE CONTORNO PARA A BASE

C

```

      AD(1,3)=+1.
      AD(2,1)=+1.
      AD(2,2)=-8.
      AD(2,4)=+8.
      AD(2,5)=-1.

```

C

C...CONDICAO DE CONTORNO PARA O TOPO

C

```

      AD(3,N1-4)=-1.
      AD(3,N1-3)=+4.
      AD(3,N1-2)=+6.
      AD(3,N1-1)=-20.
      AD(3,N1)=+11.

```

C

C...EQUACOES PARA TODAS AS ELEVACOES, EXCETO PARA O TOPO

C

```

      DO 20 I=3,N1-2
      ZEL=1.0*(N1-I-1)/(N1-4)
      S=SNL10*ZEL/(4.*IT)
      AD(I+1,I-2)=-6.+S
      AD(I+1,I-1)=+12.-8.*S
      AD(I+1,I+1)=-12.+8.*S
      AD(I+1,I+2)=+6.-S
20  DTI2(I+1)=-12.*(N1-I-1)/IT

```

C

C...EQUACAO PARA O TOPO

C

```

      AD(N1,N1-4)=+6.
      AD(N1,N1-3)=-36.
      AD(N1,N1-2)=+72.
      AD(N1,N1-1)=-60.
      AD(N1,N1)=+18.

```



```

C
C...CALCULO DOS DESLOCAMENTOS
C
      CALL SOLUSI(NW,N1,AD,DTI2)
      RETURN
      END

C
C.....
C
      SUBROUTINE ADCRI(ND,NP,ACRE,A,SNLCR)
      REAL*16 AM,SUP,AUX,DET,DINC,DD
      DIMENSION A(299,300),AM(299,299),DINC(299),DET(2),SNL(2)
      SNL(1)=0.
      SNL(2)=ACRE
      JD=1
790  CONTINUE
      DO 700 JQ=1,2
      IF(JQ.EQ.1.AND.JD.GE.3)GO TO 700
      N=ND*(NP+1)
      DO 260 M1=1,N
      DO 260 M2=1,N
260  AM(M1,M2)=A(M1,M2)
      M1=2*NP+3
      AM(M1,2)=AM(M1,2)-12.*SNL(JQ)/4.
      DO 265 M2=3,ND-2
      M1=3*NP+(M2-3)*(NP+1)+4
      AM(M1,M2)=AM(M1,M2)-12.*SNL(JQ)*(ND-M2-1)/(4.*(ND-3))
265  CONTINUE
      IN=1
      AUX=1.
      DET(JQ)=1.
      10  I=1
      J=1
      20  IF(QABS(AM(I,J))-0.1E-14)30,30,40
      30  IF(I-N)50,60,60
      50  I=I+1
      GO TO 20
      60  DET(JQ)=0.
      RETURN
      40  IF(I-1)70,70,80
      80  DO 90 J=1,N
      SUP=AM(1,J)
      AM(1,J)=AM(I,J)
      90  AM(I,J)=SUP
      AUX=-AUX
      70  DET(JQ)=DET(JQ)*AM(1,1)
      IF(JD.NE.1)GO TO 65
      DINC(IN)=QABS(DET(JQ))
      65  DET(JQ)=DET(JQ)/DINC(IN)
      IN=IN+1
      DO 100 J=2,N
100  AM(1,J)=AM(1,J)/AM(1,1)
      DO 110 I=2,N
      DO 110 J=2,N
C      IF(QABS(AM(1,J)) .LE. 1.0E-30)AM(1,J)=0.

```

```

C      IF(QABS(AM(I,1)) .LE. 1.0E-30)AM(I,1)=0.
110  AM(I,J)=AM(I,J)-AM(1,J)*AM(I,1)
      NI=N-1
      DO 120 I=1,NI
      DO 120 J=1,NI
120  AM(I,J)=AM(I+1,J+1)
      IF(N-2)130,130,140
140  N=N-1
      GO TO 10
130  DET(JQ)=DET(JQ)*AUX*AM(1,1)
      IF(JD .NE. 1)GO TO 135
      DD=DET(JQ)
135  DET(JQ)=DET(JQ)/DD
      IF(DET(JQ) .LE. 1.0E-4)GO TO 780
      JD=JD+1
700  CONTINUE
      PIV=SNL(1)
      SNL(1)=SNL(2)
      SNL(2)=DET(1)*(SNL(2)-PIV)/(DET(1)-DET(2))+PIV
      DET(1)=DET(2)
      GO TO 790
780  CONTINUE
      SNLCR=SNL(JQ)
      RETURN
      END

```

C

C.....

C

```

      SUBROUTINE SOLUSI(NW,N,A,F)
      DIMENSION A(299,300),F(299)
      NI=N-1
      NS=N+1

```

C

C...POSICIONAMENTO DO VETOR CONSTANTE F NA COLUNA NS DA MATRIZ A

C

```

      DO 10 I=1,N
      A(I,NS)=F(I)
10  CONTINUE

```

C

C...PESQUISA DO MAIOR ELEMENTO DA COLUNA E TROCA DE LINHAS

C

```

      DO 20 L=1,NI
      LS=L+1
      DO 30 I=LS,N
      IF(ABS(A(L,L))-ABS(A(I,L)))40,30,30
40  DO 30 J=L,NS
      PROV=A(L,J)
      A(L,J)=A(I,J)
      A(I,J)=PROV
30  CONTINUE

```

C

C...DIVISAO DA LINHA PIVOT POR A(L,L)

C

```

      PIV=A(L,L)
      DO 50 J=L,NS

```

```

50 A(L,J)=A(L,J)/PIV
C
C...REDUCAO DE GAUSS / MATRIZ TRIANGULAR
C
      DO 20 I=LS,N
      M=0
      ELEM=A(I,L)
      DO 20 J=L,NS
      A(I,J)=A(I,J)-ELEM*A(L,J)
C
C...TESTE DO SISTEMA
C
      IF(J-NS)60,70,70
60 IF(ABS(A(I,J))-.1E-6)20,20,80
80 M=1
      GO TO 20
70 IF(M)90,90,20
90 IF(ABS(A(I,J))-.1E-6)100,100,110
100 WRITE(NW,140)
140 FORMAT(5(/),25X,'SOLUCAO INDETERMINADA')
      CALL EXIT
110 WRITE(NW,150)
150 FORMAT(5(/),26X,'SOLUCAO IMPOSSIVEL')
      CALL EXIT
20 CONTINUE
      A(N,NS)=A(N,NS)/A(N,N)
      A(N,N)=1.
C
C...DIAGONALIZACAO DE JORDAN
C
      DO 120 I=1,NI
      IS=I+1
      DO 120 K=IS,N
      VAL=A(I,K)
      DO 120 J=K,NS
120 A(I,J)=A(I,J)-VAL*A(K,J)
C
C...EXPLICITACAO DAS RAIZES (DESLOCAMENTOS)
C
      DO 130 I=1,N
130 F(I)=A(I,NS)
      RETURN
      END

```