

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS

OS NÚCLEOS ESTRUTURAIS E A NÃO-LINEARIDADE
GEOMÉTRICA NA ANÁLISE DE ESTRUTURAS
TRIDIMENSIONAIS DE EDIFÍCIOS ALTOS

DAGOBERTO DARIO MORI

Tese apresentada à Escola de Engenharia de
São Carlos da Universidade de São Paulo como
parte dos requisitos para obtenção do título
de "Doutor em Engenharia", área: Estruturas.

Comissão Julgadora:

Orientadora: Prof^a.Dr^a. HELENA M.C. CARMO ANTUNES (EESC-USP)
Prof.Dr. Munir Rachid (EESC-USP)
Prof.Dr. Marcio Roberto Silva Corrêa (EESC-USP)
Prof.Dr. Caetano Traina Junior (ICMSC-USP)
Prof.Dr. Humberto Lima Soriano (COPPE-UFRJ)

São Carlos, Setembro de 1992

Para minha mulher Regina,
meus filhos Cássio, Livia, Luis e Mariana,
e à memória de minha mãe Esther.

AGRADECIMENTOS

à Prof^a.Dr^a. Helena M.C. Carmo Antunes pela orientação segura e objetiva, e pelo constante apoio e incentivo.

aos colegas professores: João Carlos Antunes de O. e Souza
José Alberto Cuminato
Marcio Roberto Silva Corrêa
Marcos José e Regina Santana
Munir Rachid

pelo auxílio nos momentos certos.

aos colegas funcionários: Francisco Carlos Guete Brito
Maria Nadir Minatel
Marta Regina Couto Faria

pelos trabalhos, respectivamente, de desenho, organização bibliográfica e de datilografia.

R E S U M O

Neste trabalho analisa-se a interação tridimensional entre pórticos planos, pilares isolados, núcleos estruturais e vigas horizontais, eventualmente pertencentes ao sistema estrutural de um edifício alto. Essa análise é desenvolvida em regime elástico, a partir de uma teoria de segunda ordem, que leva em conta as modificações nas condições de equilíbrio decorrentes da deformada da estrutura.

A estrutura do edifício é analisada pelo processo dos deslocamentos, empregando-se a técnica matricial de associação em série de subestruturas tridimensionais, correspondendo cada uma delas a um único andar desse edifício. As aplicações incluídas no trabalho são definidas pelo comportamento previsto para os elementos estruturais, assim:

- As lajes do sistema de pisos são consideradas como diafragmas completamente flexíveis transversalmente, porém, perfeitamente rígidos em seu plano.

- Os pilares isolados podem apresentar seções transversais com um eixo de simetria ou sem qualquer eixo de simetria desde que, neste caso, o momento setorial de inércia seja nulo.

- Os pórticos planos de contraventamento podem se interceptar formando ângulos quaisquer.

- Os núcleos estruturais podem apresentar seções transversais de paredes delgadas sem qualquer simetria, enrijecidas ou não por vigas horizontais (lintéis) ao nível de cada um dos andares. Quanto ao núcleo é levada em conta a rigidez à deformação por empenamento, podendo as ações produzirem esforços de torção e flexo-torção.

- Vigas horizontais ao nível dos andares, podem interligar outros elementos, como pilares isolados e núcleos estruturais.

Os resultados obtidos neste trabalho foram comparados com os obtidos por outros autores, demonstrando a correção da metodologia proposta. A potencialidade e eficiência, tanto dessa metodologia quanto do programa desenvolvido em linguagem FORTRAN 77, para microcomputadores, são mostradas através da aplicação ao cálculo de um edifício alto, projetado e já construído na cidade de São Paulo.

A B S T R A C T

This work deals with three-dimensional interaction analysis that occur among plane frames, isolated columns, structural cores and horizontal beams which may belong to the structural system of a tall building. This analysis is made in the context of linear elastic material, from a second order theory to take into account changes in the equilibrium conditions due to the structure shape modification.

The building structure is analysed by the displacement method considering the matrix technique for an association of three-dimensional substructure series in which each one defines a single building storey. The characteristics of the work are defined by the element predicted behaviours such as:

- the slabs used as floors are taken as diaphragms without transversal stiffness but infinitely stiff in its plane.

- The isolated columns can exhibit cross sections with one or without any symmetrical axis but in the last case with null sectorial inertia moment.

- The plane frames used as bracing elements can cross each other defining any angle.

- The structural cores can exhibit thin walled cross section without symmetry, and stiffened or not by horizontal beams (lintel) at each storey level. The warping stiffness is taken into account, thus the loads can introduce torsion or warping torsion.

- The horizontal beams, placed at the storey levels, can establish connection among other elements such as isolated columns and structural cores.

The numerical results obtained in this work were compared with those shown by other authors demonstrating the accuracy of the proposed methodology. The potentiality and efficiency of the proposed methodology and the code, written in FORTRAN 77 for microcomputers, are shown by a code application to compute a tall building, designed and built in the city of São Paulo.

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

1.1. CONSIDERAÇÕES GERAIS	1
1.2. SITUAÇÃO DO PROBLEMA	2
1.2.1. Quanto aos trabalhos desenvolvidos em Teoria de Primeira Ordem	2
1.2.2. Quanto aos trabalhos desenvolvidos em Teoria de Segunda Ordem	3
1.2.3. Quanto ao presente trabalho	4
1.2.3.1. Sobre os objetivos	4
1.2.3.2. Sobre os núcleos estruturais	4
1.2.3.3. Sobre os pilares isolados	5
1.2.3.4. Sobre os pórticos planos	6
1.3. CONSIDERAÇÕES REFERENTES AO ARRANJO ESTRUTURAL	7
1.4. CONSIDERAÇÕES REFERENTES AOS CARREGAMENTOS	8
1.4.1. Carregamento horizontal	8
1.4.2. Carregamento vertical	8
1.5. SISTEMAS DE REFERÊNCIA	9
1.5.1. Sistema de referência para a estrutura	9
1.5.2. Sistema de referência para os núcleos	9
1.5.3. Sistema de referência para os pilares individuais	9
1.5.4. Sistema de referência para os painéis de um andar	10
1.5.4.1. Sistema de referência para os pilares de um painel	10
1.5.4.2. Sistema de referência para as vigas de um painel	11
1.5.5. Sistema de referência para as vigas e lintéis	12

1.6.	DESLOCAMENTOS DOS ELEMENTOS ESTRUTURAIS	12
1.6.1.	Deslocamentos associados às subestruturas ..	13
1.6.2.	Deslocamentos associados aos painéis ou pórticos	14
1.6.3.	Deslocamentos associados aos tramos de pilares individuais	16
1.6.4.	Deslocamentos associados a um tramo de núcleo	17
1.6.5.	Deslocamentos associados às vigas horizontais e lintéis	18
1.7.	DESCRIÇÃO SUCINTA DOS CAPÍTULOS	18
CAPÍTULO 2 - DEDUÇÃO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ENVOLVENDO AS ELÁSTICAS DOS CENTROS DE TORÇÃO DAS SEÇÕES TRANSVERSAIS DE UMA BARRA		
2.1.	CONSIDERAÇÕES GERAIS	21
2.1.1.	Deslocamentos do centro de torção D e de um ponto genérico Q	21
2.1.2.	Convenção de sinais adotada para os esforços na análise matricial de um elemento de barra	22
2.2.	EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ENVOLVENDO AS ELÁSTICAS DO CENTRO DE TORÇÃO EM TEORIA DE PRIMEIRA ORDEM ...	25
2.3.	EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ENVOLVENDO AS ELÁSTICAS DO CENTRO DE TORÇÃO EM TEORIA DE SEGUNDA ORDEM	27
2.3.1.	Ações equivalentes aos acréscimos nas cargas distribuídas p_y e p_z , causadas pela tensão normal durante os deslocamentos v_D e w_D	27
2.3.2.	Ações equivalentes aos acréscimos nas cargas distribuídas p_y e p_z , causadas pela tensão tangencial durante as rotações ϕ dos centros de torção	29

2.3.3.	Cálculo das ações finais equivalentes às cargas distribuídas p_y e p_z	30
2.3.4.	Ações equivalentes aos acréscimos na carga distribuídas m_{x1} , causadas pelas tensões normais durante os deslocamentos v_D , w_D e as rotações ϕ respectivamente	32
2.3.5.	Ações equivalentes aos acréscimos na carga distribuídas m_{x2} , causadas pelas tensões tangenciais durante os deslocamentos v_D , w_D	36
2.3.6.	Cálculo das ações finais equivalentes à carga distribuída m_x	38
2.3.7.	Sistema de equações diferenciais regentes das deformações por flexão e torção de uma barra solicitada por cargas aplicadas nas suas extremidades em teoria de segunda ordem	39
2.4.	CONTRIBUIÇÃO DO BIMOMENTO NO CÁLCULO DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DAS ELÁSTICAS DOS CENTROS DE TORÇÃO DAS SEÇÕES TRANSVERSAIS	40
CAPÍTULO 3 - OBTENÇÃO DA MATRIZ DE RIGIDEZ DO TRAMO DE BARRA ATRAVÉS DA SOLUÇÃO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS		
3.1.	MATRIZ DE RIGIDEZ EM TEORIA DE PRIMEIRA ORDEM PARA UM TRAMO DE BARRA	45
3.2.	MATRIZ DE RIGIDEZ EM TEORIA DE SEGUNDA ORDEM PARA UM TRAMO DE BARRA CONSIDERANDO-SE APENAS CARGA AXIAL CÊNTRICA APLICADA NAS SUAS EXTREMIDADES	47
3.2.1.	Matriz de rigidez de um tramo de pilar exclusivo	48

3.2.2. Matriz de rigidez de um tramo de pilar individual	49
3.3. MATRIZ DE RIGIDEZ EM TEORIA DE SEGUNDA ORDEM PARA UM TRAMO DE BARRA NA SITUAÇÃO MAIS GERAL	51
3.3.1. Sistema de equações diferenciais	51
3.3.2. Sobre a matriz de rigidez do núcleo estrutural e a solução do sistema de equações diferenciais	52
3.3.3. Dedução das expressões que permitem calcular os elementos da matriz de rigidez	60
3.3.3.1. Cálculo das reações R_{Ay} e R_{By} nos engastamentos A e B	62
3.3.3.2. Cálculo das reações R_{Az} e R_{Bz} nos engastamentos A e B	70
3.3.3.3. Cálculo dos momentos fletores M_{Az} e M_{Bz} nos engastamentos A e B	71
3.3.3.4. Cálculo dos momentos fletores M_{Ay} e M_{By} nos engastamentos A e B	74
3.3.3.5. Cálculo dos momentos fletores M_{Ax} e M_{Bx} nos engastamentos A e B	75
3.3.3.6. Cálculo dos bimomentos B_A e B_B atuantes nos engastamentos A e B ..	80
3.3.4. Cálculo dos elementos da matriz de rigidez .	81
3.3.5. Matriz de rigidez do núcleo resistente	82

CAPÍTULO 4 - METODOLOGIA DE CÁLCULO

4.1. CÁLCULO EM TEORIA DE PRIMEIRA E SEGUNDA ORDENS	83
4.2. CÁLCULO DOS ESFORÇOS NAS BARRAS	86
4.2.1. Montagem da matriz de rigidez e do vetor das ações para uma subestrutura	86

4.2.1.1. Pilares individuais	86
4.2.1.2. Núcleos estruturais	87
4.2.1.3. Lintéis	88
4.2.1.4. Vigas pilar/núcleo e vigas pilar/pilar	89
4.2.1.5. Pórticos planos	90
4.2.2. Eliminação em série	91
4.2.3. Cálculo dos deslocamentos e esforços internos nos elementos de barra	92
4.3. DIAGRAMA HIERÁRQUICO	93
CAPÍTULO 5 - EXEMPLOS NUMÉRICOS E COMPARAÇÕES DE RESULTADOS	
5.1. INTRODUÇÃO	100
5.2. EXEMPLO NÚMERO 1	100
5.3. EXEMPLO NÚMERO 2	103
5.4. EXEMPLO NÚMERO 3	116
5.4.1. Primeira opção	117
5.4.2. Segunda opção	119
5.4.3. Terceira opção	121
5.5. EXEMPLO NÚMERO 4	123
5.6. EXEMPLO NÚMERO 5	143
5.7. CONSIDERAÇÕES FINAIS E SUGESTÕES	160
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	165
BIBLIOGRAFIA RECOMENDADA	169
MANUAL DO USUÁRIO DO PROGRAMA	175

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1. CONSIDERAÇÕES GERAIS

Alguns sistemas estruturais de edifícios altos dependem dos chamados núcleos estruturais para absorverem, em grande parte, os efeitos da carga lateral originada da ação do vento. Entende-se por núcleo estrutural, em geral de concreto armado, qualquer combinação tridimensional de paredes com espessuras muito menores do que as suas outras dimensões, formando uma seção aberta. No interior dessas paredes planas continuamente ligadas entre si para formar o núcleo estrutural, podem se localizar elevadores, escadas ou outras áreas de uso coletivo. Na grande maioria dos casos, o núcleo estrutural é projetado para receber tanto cargas laterais como cargas verticais; como frequentemente sua posição em planta causa assimetria no sistema estrutural do edifício, a sollicitação mais geral prevista é a de flexão oblíqua composta, combinada com torção e efeito do bimomento.

O objetivo principal deste trabalho é a análise elástica, em teoria de segunda ordem, das estruturas tridimensionais de edifícios altos, nas quais o núcleo estrutural é um importante elemento de contraventamento. A análise elástica não-linear, com essa teoria de segunda ordem, é também caracterizada como uma análise que leva em conta a não-linearidade geométrica, considerando alterações finitas na geometria e relações não-lineares entre deformações e deslocamentos, respeitando a hipótese de que as deformações são suficientemente pequenas para se manter a proporcionalidade entre tensões e deformações.

A análise elástica não-linear, embora

reconhecidamente necessária, ainda é pouco utilizada nos escritórios de cálculo. A implementação desses desenvolvimentos em microcomputadores é a forma mais adequada de introduzir essa análise no cotidiano dos engenheiros projetistas. A análise não-linear é sem dúvida mais realista, recaindo em modelos matemáticos que melhor simulam o comportamento das estruturas.

As estruturas tridimensionais de edifícios altos são formadas por associações de sistemas de contraventamento que, no presente trabalho, podem ser constituídas por pórticos planos, núcleos resistentes e pilares isolados. Será equacionada a interação tridimensional desses elementos estruturais, contraventados horizontalmente pelas lajes, que funcionam como diafragmas rígidos em seus planos. Esses diafragmas se responsabilizam pela distribuição das cargas laterais atuantes e pela compatibilização dos deslocamentos de todos os nós de um determinado andar; além de infinitamente rígidos no seu plano, são também considerados completamente flexíveis transversalmente, permitindo assim o livre empenamento das seções transversais dos núcleos e pilares.

Os pórticos, os pilares isolados e os núcleos podem ser conectados entre si, ao nível das lajes, por vigas horizontais.

1.2. SITUAÇÃO DO PROBLEMA

1.2.1. Quanto aos trabalhos desenvolvidos em Teoria de Primeira Ordem

A análise matricial aplicada aos núcleos estruturais, a partir da teoria de barras longas de paredes delgadas desenvolvida por VLASSOV [1], permite considerar, de maneira relativamente simples, as cargas, os momentos torçores e os bimomentos, aplicados de forma concentrada nos

níveis de cada um dos andares do edifício.

Dentro dessa análise discreta podem-se citar, entre outros, os trabalhos desenvolvidos por HEIDEBRECHT E SWIFT [2], e os por SMITH e TARANATH [3], [4] que consideram o tramo de núcleo, entre lajes, como um elemento linear tridimensional, com uma matriz de rigidez que relaciona o bimomento com a primeira derivada do deslocamento angular de torção. São também considerados, nesses trabalhos, contribuições dos lintéis na matriz de rigidez global do sistema. O trabalho desenvolvido por YAGUI [5] analisa estruturas constituídas de paredes delgadas, com diafragmas transversais, através do cálculo matricial. As paredes da seção transversal, suposta horizontal, são substituídas por pórticos planos formados por conjuntos de vigas horizontais, com as suas extremidades em balanço e engastada no centro em pilares verticais. Essas vigas terão rigidez infinita à flexão no plano do pórtico. Os pórticos planos, que simulam a barra de seção delgada (núcleo, no caso), interagem ao longo de suas interseções através de forças de cisalhamento longitudinais e de possíveis forças horizontais aplicadas nos diafragmas. BARBOSA [6], com base nos trabalhos de HEIDEBRECHT e SWIFT [2], compara resultados obtidos através das técnicas de tratamento discreto e contínuo. YOSHIDA [7] analisa o comportamento de edifícios constituídos de núcleo de concreto armado e pilares, utilizando a técnica de partição em subestruturas. BECKER [8] analisa sistemas estruturais de edifícios altos contraventados por pórticos planos, pilares isolados e núcleos.

1.2.2. Quanto aos trabalhos desenvolvidos em teoria de segunda ordem

Um dos primeiros estudos, em teoria de segunda ordem, considerando os núcleos como componentes do sistema

estrutural do edifício alto, foi o desenvolvido, na Escola de Engenharia de São Carlos, por YAGUI [9]. O processo de análise tridimensional, discreto, adotado nesse trabalho, consiste na substituição de cada parede do núcleo por um pórtico plano equivalente, conforme desenvolvimento de seu trabalho anterior [5]. Na determinação da matriz de rigidez da estrutura tridimensional equivalente ao núcleo, são considerados, no cálculo dos coeficientes, os efeitos das forças normais sobre a flexão e sobre a torção dos pilares. SILVA [10] adota para o núcleo estrutural o mesmo artifício utilizado por YAGUI [5] e considera como efeito de segunda ordem apenas a parcela correspondente ao chamado efeito P- Δ . Os esforços e deslocamentos, em segunda ordem, são obtidos através de cálculo iterativo, usando um programa de análise em primeira ordem que simula o efeito P- Δ através de acréscimos de esforços cortantes e torções fictícios.

1.2.3. Quanto ao presente trabalho

1.2.3.1. Sobre os objetivos

Neste trabalho pretende-se analisar, em teoria de segunda ordem, o comportamento de estruturas tridimensionais de edifícios altos, compostas por pórticos planos, núcleos estruturais e pilares isolados. Essa teoria considera pequenas rotações, da ordem de grandeza da raiz quadrada do valor absoluto das deformações ϵ ou γ .

1.2.3.2. Sobre os núcleos estruturais

Os núcleos resistentes terão um comportamento tridimensional, desprezando-se apenas as deformações produzidas pelo esforço cortante. A geometria da seção transversal do núcleo pode ser qualquer, desde que os eixos das seções transversais das paredes que o compõem formem uma poligonal aberta. É possível a variação discreta, de andar para andar, das espessuras dessas paredes, desde que se

mantenha o alinhamento dos eixos longitudinais.

O cálculo da matriz de rigidez secante de um tramo de núcleo, em teoria de segunda ordem, é feito através da solução numérica do sistema de equações diferenciais, deduzido a partir da Teoria da Flexo-Torção, desenvolvida por VLASSOV [1]. No cálculo dessa matriz de rigidez, além dos seis deslocamentos usuais do tratamento tridimensional de barras lineares, é considerado mais um, proveniente da deformação por empenamento.

Para conectar dois pontos de um mesmo núcleo ou dois pontos de núcleos distintos, poderão ser considerados lintéis, ao nível das lajes. Esses lintéis serão tratados como barras lineares tridimensionais, com extremidades engastadas nas paredes do núcleo.

É importante evidenciar que o tratamento matricial dado ao núcleo neste trabalho, considerando-o como um elemento importante do sistema estrutural do edifício alto, tem como característica que os efeitos de segunda ordem não são somente acarretados pela influência da força normal, mas também pela dos momentos fletores e do bimomento.

1.2.3.3. Sobre os pilares isolados

Pilares lineares isolados, um dos elementos de contraventamento previsto para o sistema estrutural do edifício alto, são também considerados com seu comportamento tridimensional, desprezando-se apenas as deformações por esforço cortante.

A partir do sistema de equações diferenciais deduzido para os núcleos estruturais, são feitas algumas simplificações, em função das particularidades dos pilares, obtendo-se um sistema de equações cuja solução analítica, determinada por ANTUNES [11], [12], fornece os coeficientes da matriz de rigidez secante em teoria de segunda ordem.

As simplificações adotadas para a solução no caso

dos pilares isolados são as seguintes:

- as seções transversais são consideradas com pelo menos um eixo de simetria;
- pelo fato de os pilares possuírem seções transversais com dimensões bastante reduzidas em comparação com as seções transversais dos núcleos, considera-se, de acordo com ANTUNES [11], somente os efeitos de segunda ordem produzidos pelo esforço normal de tração ou compressão;
- quando os pilares apresentam seções transversais cheias, como as circulares, quadradas, retangulares, etc., o efeito da flexo-torção não é mais considerado, uma vez que, comparado aos da flexão geral e aos de torção elementar, não é mais relevante.

A matriz de rigidez é obtida, a partir da solução do sistema de equações diferenciais, impondo-se, um por vez, deslocamentos unitários segundo cada uma das seis coordenadas associadas a cada extremidade do tramo de pilar.

1.2.3.4. Sobre os pórticos planos

Os pórticos planos, formados por um conjunto de pilares e vigas ortogonais entre si, com nós rígidos de interseção, são idealizados para receberem cargas apenas em seu plano; só serão consideradas as rigidezes correspondentes a deslocamentos nesse plano.

A partir do sistema de equações diferenciais regente do comportamento dos pilares isolados, introduzindo a particularização da estrutura ser plana e da seção transversal ser duplamente simétrica para os pilares pertencentes exclusivamente ao painel, obtém-se, em teoria de segunda ordem, uma equação diferencial cuja solução fornece, conforme ANTUNES [11], os coeficientes da matriz de rigidez secante do pilar, exclusivamente em função do esforço axial solicitante. Essas matrizes de rigidez dos

pilares, em segunda ordem, associadas às matrizes de rigidez das vigas, consideradas em primeira ordem, constituirão a matriz de rigidez secante do pórtico plano.

1.3. CONSIDERAÇÕES REFERENTES AO ARRANJO ESTRUTURAL

A estrutura tridimensional do edifício será dividida em subestruturas, uma por andar. A subestrutura será formada pelos pórticos, núcleos, pilares individuais e vigas horizontais de contraventamento existentes no andar. É possível, para cada um desses elementos estruturais que compõem as subestruturas, adotar materiais com módulos de elasticidade diferentes.

Para as vigas horizontais posicionadas no nível das lajes, consideradas rígidas em seu plano, não serão consideradas as rigidezes ao deslocamento axial e à flexão lateral; consideram-se apenas as rigidezes à torção e à flexão segundo o eixo paralelo à laje.

As possíveis vigas horizontais de contraventamento são de um dos seguintes tipos:

- vigas dos pórticos;
- vigas que contraventam pilares individuais entre si, chamadas vigas pilar/pilar;
- vigas que contraventam núcleos internamente ou entre si, chamadas lintéis;
- vigas que contraventam núcleos e pilares individuais, chamadas vigas pilar/núcleo.

Os pórticos poderão se interseptar segundo ângulos quaisquer, em planta. Nas interseções devem ser considerados pilares individuais de comportamento tridimensional ou então pilares individuais fictícios com todas suas rigidezes nulas.

Poderá também, em determinadas prumadas dos pórticos, ocorrer ausência de vigas, desde que para esses elementos faltantes se considerem todas as rigidezes nulas.

1.4. CONSIDERAÇÕES REFERENTES AOS CARREGAMENTOS

Os carregamentos atuantes na estrutura deverão ser substituídos por cargas equivalentes aplicadas segundo as coordenadas deslocamento do sistema estrutural.

1.4.1. Carregamento Horizontal

As ações horizontais do vento serão substituídas por suas resultantes no nível de cada uma das lajes do edifício. Atuarão segundo as três coordenadas que definem o movimento da laje, ou de cada subestrutura.

1.4.2. Carregamento Vertical

O carregamento vertical, composto pelas cargas permanentes e cargas vivas, atuará diretamente apenas sobre as coordenadas associadas a subestrutura, pertencentes a pilares de qualquer tipo ou núcleos estruturais.

Os pilares individuais poderão receber em suas extremidades, momentos segundo seus eixos principais de inércia e carga vertical cêntrica.

Os pilares pertencentes aos painéis poderão receber, em suas extremidades momento segundo seu eixo principal de inércia perpendicular ao plano do painel além de carga vertical cêntrica.

Nos núcleos, além dos momentos segundo os eixos principais e da carga vertical aplicada segundo o eixo vertical pelo centro de torção, é ainda possível aplicar um bimomento, resultante das cargas verticais atuantes ao longo da seção transversal, isto é, na linha do esqueleto.

1.5. SISTEMAS DE REFERÊNCIA

1.5.1. Sistema de Referência para a Estrutura

Para referência da estrutura tridimensional do edifício será adotado um sistema global, dextrorso, com eixos X, Y, e Z e origem 0 num ponto qualquer do plano de sua base. O eixo X, vertical, será orientado da base para o topo.

1.5.2. Sistema de Referência para os Núcleos

Para um tramo de núcleo, conforme figura 1.1, entre duas lajes consecutivas, será adotado o sistema de referência local, dextrorso, com eixos x_n , y_n e z_n e com origem 0_n no centro de cisalhamento da seção transversal situada no plano da laje inferior em relação ao tramo. O eixo x_n será vertical com mesmo sentido de X global, o eixo y_n será paralelo ao eixo principal de inércia, segundo o qual se obtém o maior momento de inércia, com sentido arbitrado. A partir de x_n e y_n conhecidos, determina-se z_n .

O ângulo A_n formado entre o eixo Y, global, da estrutura e o eixo y_n do núcleo, medido a partir do primeiro no sentido de X, define a relação entre os sistemas de referência global e local.

1.5.3. Sistema de Referência para os Pilares Individuais

Para um tramo de pilar individual será adotado um sistema de referência local, dextrorso, com eixos x_i , y_i e z_i com origem 0_i no centro de gravidade da seção transversal situada no plano da laje da base de cada tramo. O eixo x_i será vertical e terá o sentido de X global; os eixos y_i e z_i serão coincidentes com os eixos principais de inércia da seção transversal.

O ângulo A_i formado entre o eixo Y, global, da estrutura e o eixo y_i do tramo do pilar, medido a partir do primeiro no sentido de X, define a relação entre os sistemas de referência global e local.

1.5.4. Sistema de Referência para os Painéis de um Andar

Para um painel genérico será adotado como referência local, dextrorso, com eixos x_j , y_j e z_j , com origem O_j na sua base e em uma de suas bordas, adotada como início do painel. O eixo x_j terá a mesma orientação do eixo X global. O eixo y_j , contido no plano do painel, terá o sentido positivo se orientado do início para o fim desse painel; o eixo z_j será perpendicular ao plano do painel. Para facilitar a referência aos seus elementos se adotará que o painel seja visto de forma que a sua extremidade inicial esteja à esquerda e a final à direita.

O ângulo A_j formado entre o eixo Y da estrutura e o eixo y_j do painel, medido a partir do primeiro no sentido de X, define a relação entre os sistemas de referência global e local.

1.5.4.1. Sistemas de referência para os pilares de um painel

Para um tramo de pilar genérico de um painel será adotado um sistema de referência local, dextrorso, com eixos x_p , y_p e z_p com origem O_p no centro de gravidade da seção transversal no plano da laje da base de cada tramo. O eixo x_p será vertical e terá o sentido de X global; os eixos y_p e z_p terão as mesmas direções e sentidos do eixo y_j e z_j , respectivamente.

1.5.4.2. Sistema de referência para as vigas de um painel

Para um tramo de viga genérico de um painel será adotado como referência local, dextrorso, com eixos x_v , y_v e z_v , com origem O_v no centro de gravidade da seção transversal da viga, na extremidade correspondente à prumada de pilares à esquerda do tramo. O eixo y_v será horizontal com a mesma direção e sentido de y_j ; os eixos x_v e z_v serão paralelos a x_j e z_j respectivamente.

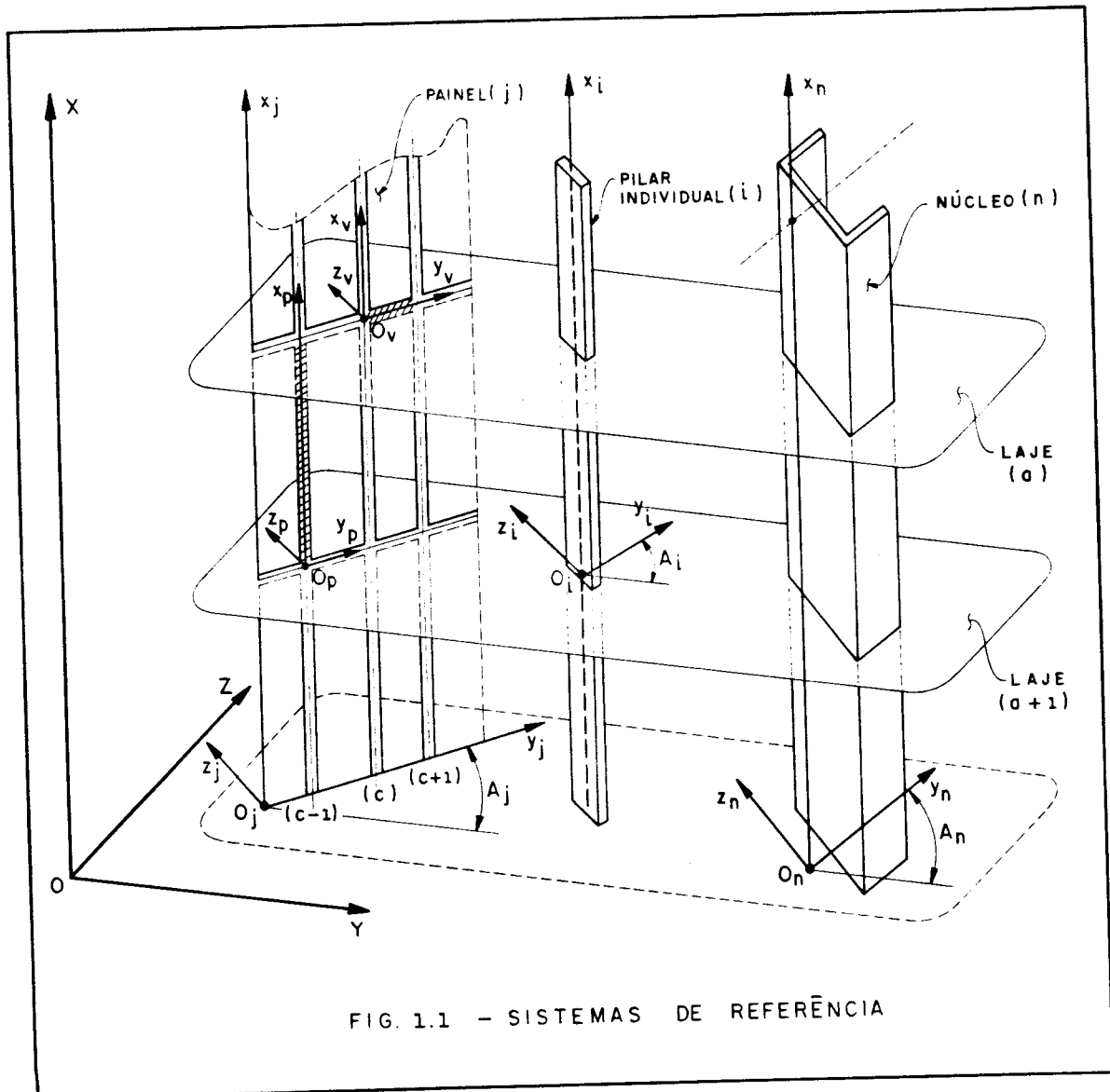


FIG. 1.1 - SISTEMAS DE REFERÊNCIA

1.5.5. Sistemas de Referência para as Vigas e Lintéis

Para o tramo de viga situado entre dois elementos verticais (pilar/pilar, pilar/núcleo e núcleo/núcleo) será adotado um sistema de referência local, dextrorso, com eixos cartesianos x_b , y_b e z_b , com origem O_b situada no centro de gravidade da seção transversal da viga, num de seus extremos considerados como inicial. O eixo y_b será horizontal com direção coincidente com o eixo longitudinal da viga e, com sentido determinado pelo extremo oposto ao da origem; o eixo x_b será vertical no sentido de X global.

As relações entre os sistemas de referência global X, Y e Z e os locais x_b , y_b e z_b serão definidos pelos ângulos A_b , medidos entre Y e y_b a partir do primeiro no sentido de X, e o índice "b" deve ser substituído por 1, 2 ou 3 para referir-se a uma viga pilar/núcleo, viga pilar/pilar ou a um lintel, respectivamente.

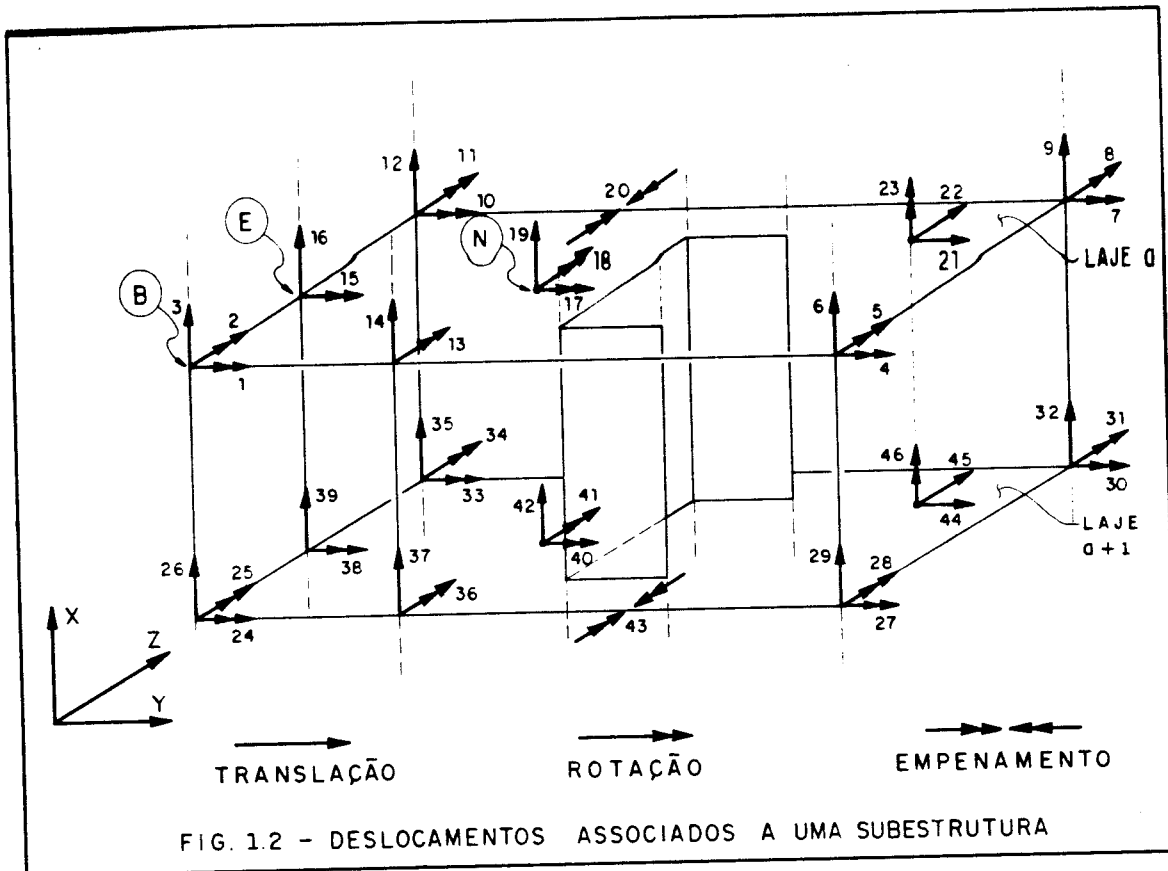
1.6. DESLOCAMENTOS DOS ELEMENTOS ESTRUTURAIS

Esses deslocamentos são independentes, constituindo vetores correspondentes a cada elemento componente da estrutura tridimensional; as convenções adotadas são associadas aos respectivos sistemas de referência. Esses elementos componentes da estrutura são: subestruturas, painéis, pilares individuais ou de pórticos, vigas horizontais e diafragmas.

1.6.1. Deslocamentos associados às subestruturas

Neste trabalho cada andar do sistema estrutural será entendido como uma subestrutura. As coordenadas da subestrutura são determinadas em função das dos seus elementos. Seja chamado de nó tipo B, conforme figura 1.2, as interseções das lajes com os pilares individuais, mesmo que fictícios; seja chamado de nó tipo E as interseções dos pilares dos pórticos com lajes e ainda, seja chamado de nó tipo N as interseções dos núcleos com as lajes; os deslocamentos de uma subestrutura serão:

- três para cada nó tipo B, consistindo de: rotações segundo os eixos y_i e z_i e translação segundo o eixo x_i .
- duas para cada nó tipo E, consistindo de: rotação segundo o eixo z_i e translação segundo o eixo x_z .
- quatro para cada nó tipo N, consistindo de: rotações segundo os eixos y_n e z_n , translação segundo o eixo x_i e empenamento da seção, sendo esse último igual à primeira derivada da rotação segundo o eixo x_n .
- três para cada laje ou diafragma, correspondente aos seus graus de liberdade no plano, consistindo de: translações segundo os eixos Y e Z e rotação segundo o eixo X.



1.6.2. Deslocamentos associados aos painéis ou pórticos

Para um painel j genérico de uma subestrutura, conforme figura 1.3, serão previstas as translações segundo y_j de cada laje e , as rotações segundo z_j e as translações segundo x_j de cada um de seus nós.

Para um tramo de pilar pertencente a um painel, os deslocamentos previstos, em número de seis, estão indicados na figura 1.3b.

Para um tramo de viga, entre duas prumadas de pilares, pertencentes a um painel, os deslocamentos previstos, em número de quatro, estão indicadas na figura 1.3c.

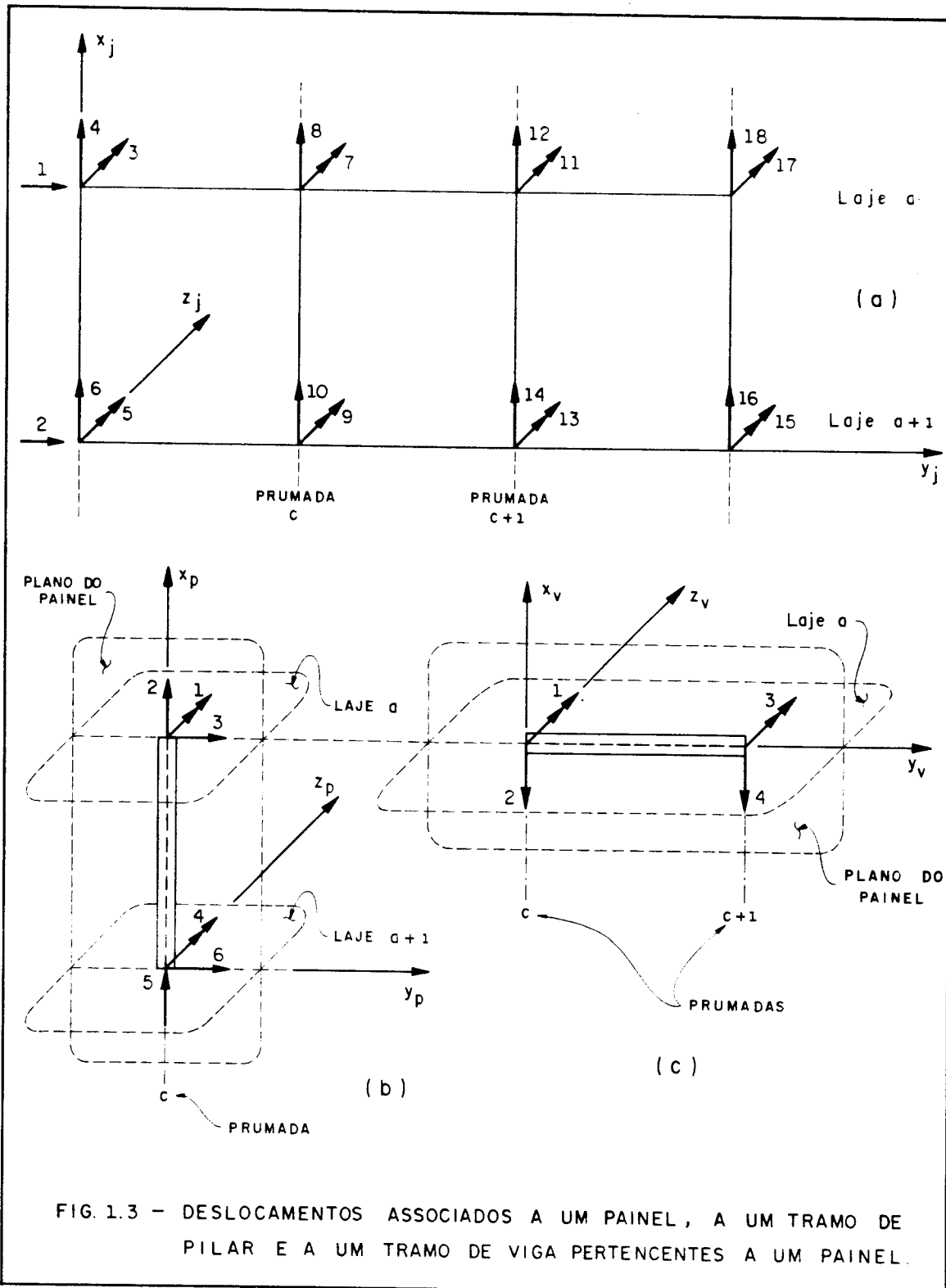
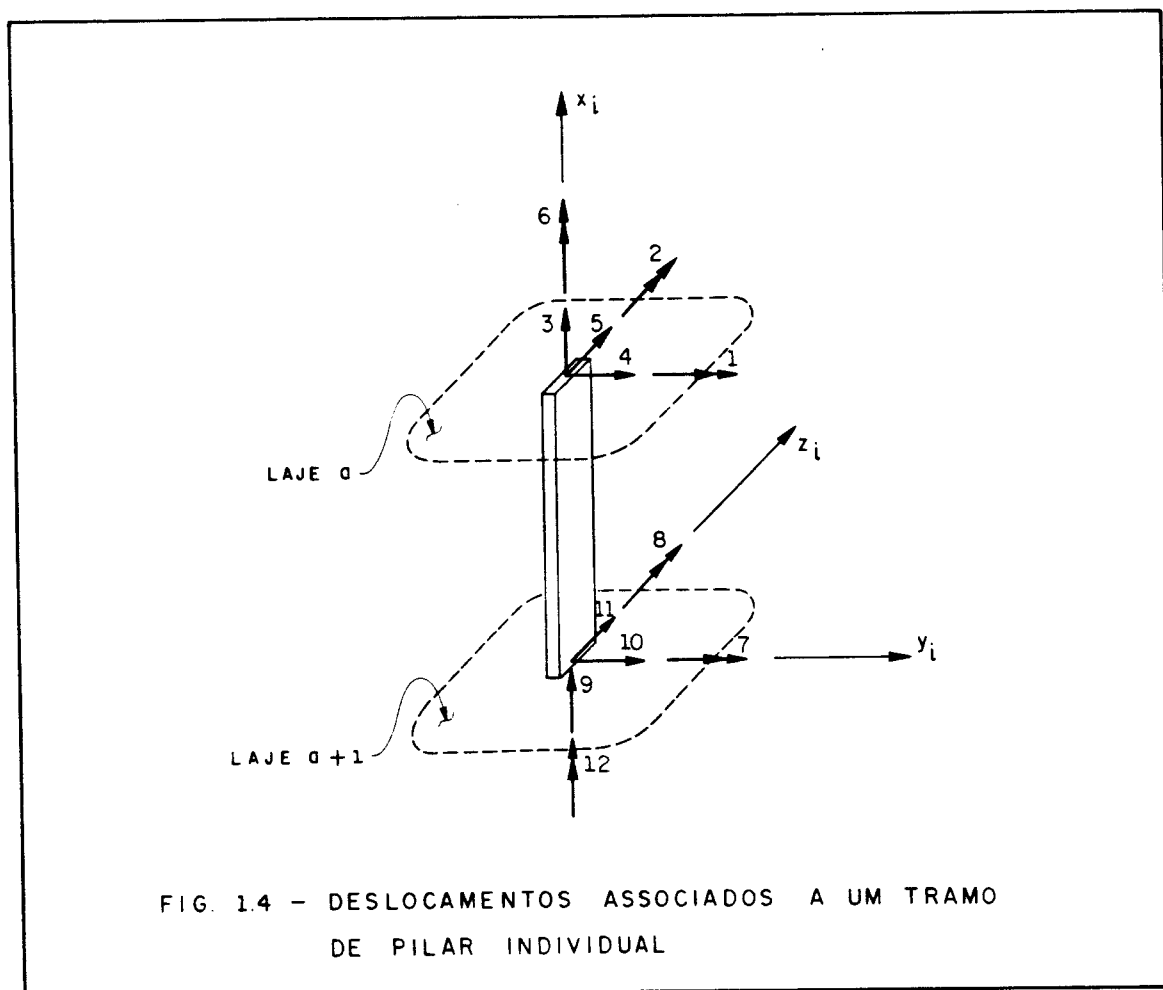


FIG. 1.3 - DESLOCAMENTOS ASSOCIADOS A UM PAINEL, A UM TRAMO DE PILAR E A UM TRAMO DE VIGA PERTENCENTES A UM PAINEL.

1.6.3. Deslocamentos associados aos tramos de pilares individuais.

Para um tramo de pilar individual, conforme figura 1.4, os deslocamentos previstos, em número de doze, são:

- rotações segundo os eixos locais x_i , y_i e z_i ;
- translações segundo os eixos locais x_i , y_i e z_i .



1.6.4. Deslocamentos associados a um tramo de núcleo

Para um tramo de núcleo, conforme figura 1.5, os deslocamentos previstos, em número de catorze, são:

- rotações segundo os eixos locais x_n , y_n e z_n ;
- translações segundo os eixos locais x_n , y_n e z_n ;
- empenamento, ou primeiras derivadas da rotação em x_n

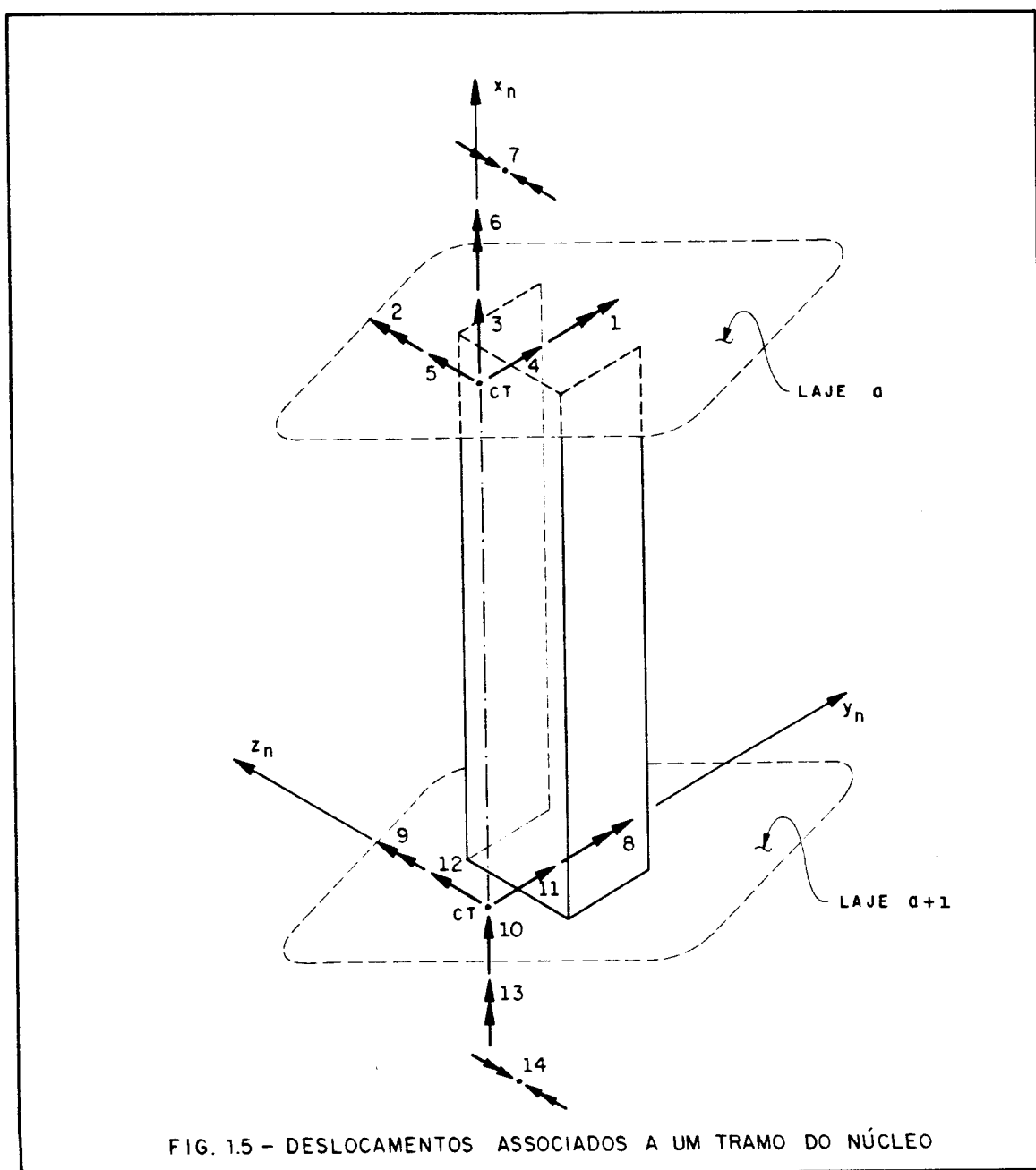
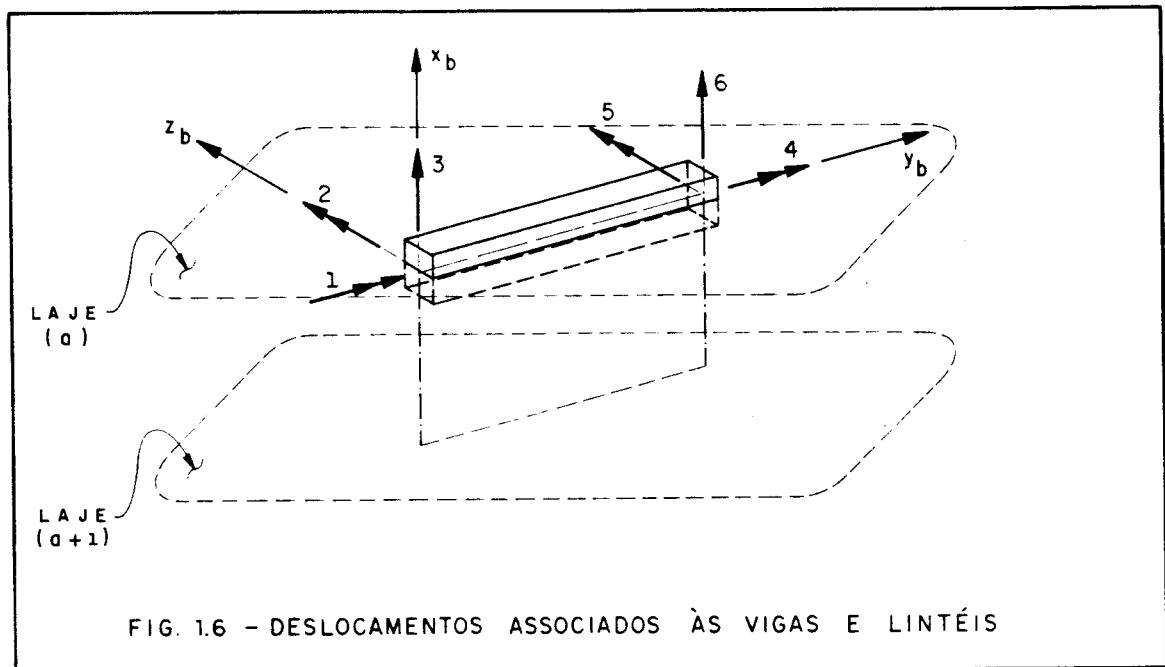


FIG. 1.5 - DESLOCAMENTOS ASSOCIADOS A UM TRAMO DO NÚCLEO

1.6.5. Deslocamentos associados às vigas horizontais e lintéis

Para os tramos de vigas pilar/pilar, vigas pilar/núcleo e lintéis, conforme figura 1.6, os deslocamentos previstos, em número de seis são:

- rotação segundo o eixo longitudinal y_b ;
- rotação segundo o eixo local z_b ;
- translação segundo o eixo x_b .



1.7. DESCRIÇÃO SUCINTA DOS CAPÍTULOS

No segundo capítulo é apresentada a dedução do sistema de equações diferenciais envolvendo as elásticas dos centros de torção das seções transversais de uma barra. Inicialmente, é obtido o sistema de equações diferenciais, em teoria de segunda ordem, para uma barra solicitada por cargas aplicadas apenas nas suas extremidades, sem

considerar o efeito do bimomento. Em sequência é calculada a contribuição do bimomento e obtém-se o sistema de equações diferenciais final; adota-se uma convenção de sinais para forças e deslocamentos apropriada para o tratamento de barras via técnicas matriciais.

No terceiro capítulo é mostrado como se obtém a matriz de rigidez dos pilares e núcleos estruturais a partir da solução analítica ou numérica do sistema de equações diferenciais deduzido no capítulo anterior.

No caso dos pilares isolados ou pertencentes a um pórtico plano a solução analítica é viável e as matrizes de rigidez são determinadas de acordo com ANTUNES [11].

No caso dos núcleos, diante da impossibilidade de se contar com uma solução analítica, foi obtida uma solução numérica com auxílio de duas sub-rotinas da biblioteca de programas NAG - Numerical Algorithms Group. De posse dessa solução numérica se deduz a matriz de rigidez do núcleo.

No quarto capítulo são apresentadas considerações sobre a metodologia usada para se desenvolver o programa que calcula os esforços e deslocamentos em teoria de segunda ordem.

Nesse capítulo também é apresentado um Diagrama Hierárquico que mostra a organização e o inter-relacionamento dos módulos principais do programa desenvolvido para o cálculo.

No quinto capítulo, foram comparados os resultados aqui obtidos com aqueles obtidos por outros autores, analisando exemplos extraídos dos trabalhos de RACHID [14], YAGUI [9], YOSHIDA [7], FRANÇA [14], CORRÊA [15] e SILVA [10].

Além desses exemplos também é apresentado o cálculo do edifício ART-2, de 18 andares, construído pela ENCOL S/A Engenharia, Comércio e Indústria, na cidade de São Paulo. Agradece-se à referida empresa a cessão do material necessário.

Como apêndice, é apresentado um Manual do Usuário, que auxilia na utilização do programa desenvolvido neste trabalho, detalhando a entrada dos dados, e a elaboração do arquivo que contém todas as informações necessárias sobre a estrutura e o carregamento a ser considerado.

CAPÍTULO 2

DEDUÇÃO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ENVOLVENDO AS ELÁSTICAS DOS CENTROS DE TORÇÃO DAS SEÇÕES TRANSVERSAIS DE UMA BARRA

2.1. CONSIDERAÇÕES GERAIS

2.1.1. Deslocamentos do centro de torção D e de um ponto genérico Q

A barra será referida a um sistema de eixos XYZ, sendo Y e Z eixos principais e X um eixo longitudinal pelos centros de gravidade das seções transversais.

Sejam y_D e z_D as coordenadas do centro de torção e y , z as coordenadas de um ponto genérico Q.

A sollicitação faz com que a barra passe a ocupar uma nova posição de equilíbrio que será definida por três funções de x : deslocamentos v_D e w_D do centro de torção na direção dos eixos Y e Z, respectivamente, e ângulo do giro ϕ da seção em torno do centro de torção.

A figura 2.1 indica esses deslocamentos com os seus sentidos positivos.

Os deslocamentos v e w do ponto genérico Q, nas direções dos eixos Y e Z, são fornecidos para pequenas rotações, pelas expressões:

$$v = v_D - (z - z_D) \phi \quad \dots 2.1$$

$$w = w_D + (y - y_D) \phi$$

Os deslocamentos v_C e w_C do centro de gravidade da seção são obtidos impondo-se em 2.1 $z = 0$ e $y = 0$.

$$v_C = v_D + z_D \phi$$

$$w_C = w_D - y_D \phi$$

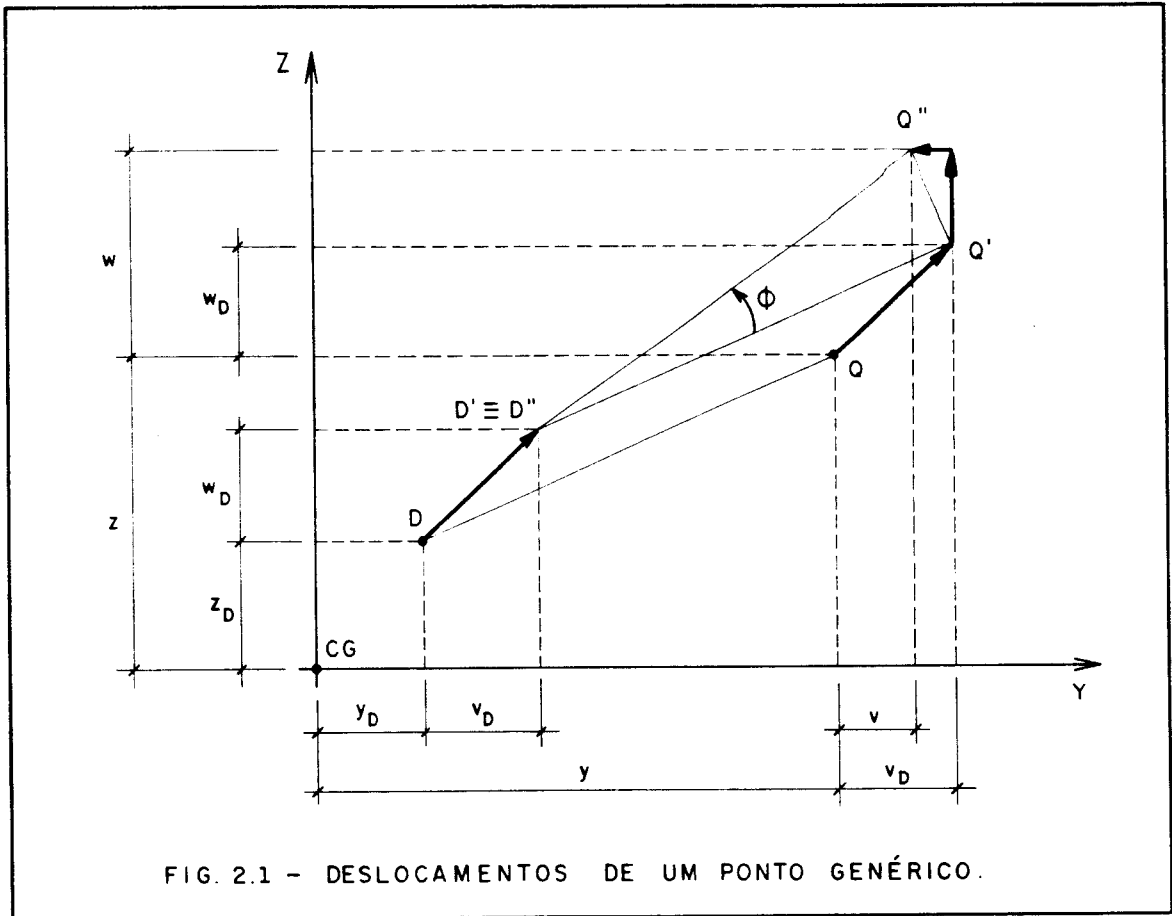


FIG. 2.1 - DESLOCAMENTOS DE UM PONTO GENÉRICO.

2.1.2. Convenção de sinais adotada para os esforços na análise matricial de um elemento de barra

Uma barra AB de extremidade inicial A e final B tem os esforços de extremidade supostos positivos se tiverem os sentidos indicados na figura 2.2.

O momento torçor e o bimomento serão sempre referidos a um eixo passando pelos centros de torção D das seções transversais.

Fazem-se necessárias algumas considerações adicionais sobre as convenções adotadas, tanto para os momentos quanto para bimomento aplicados.

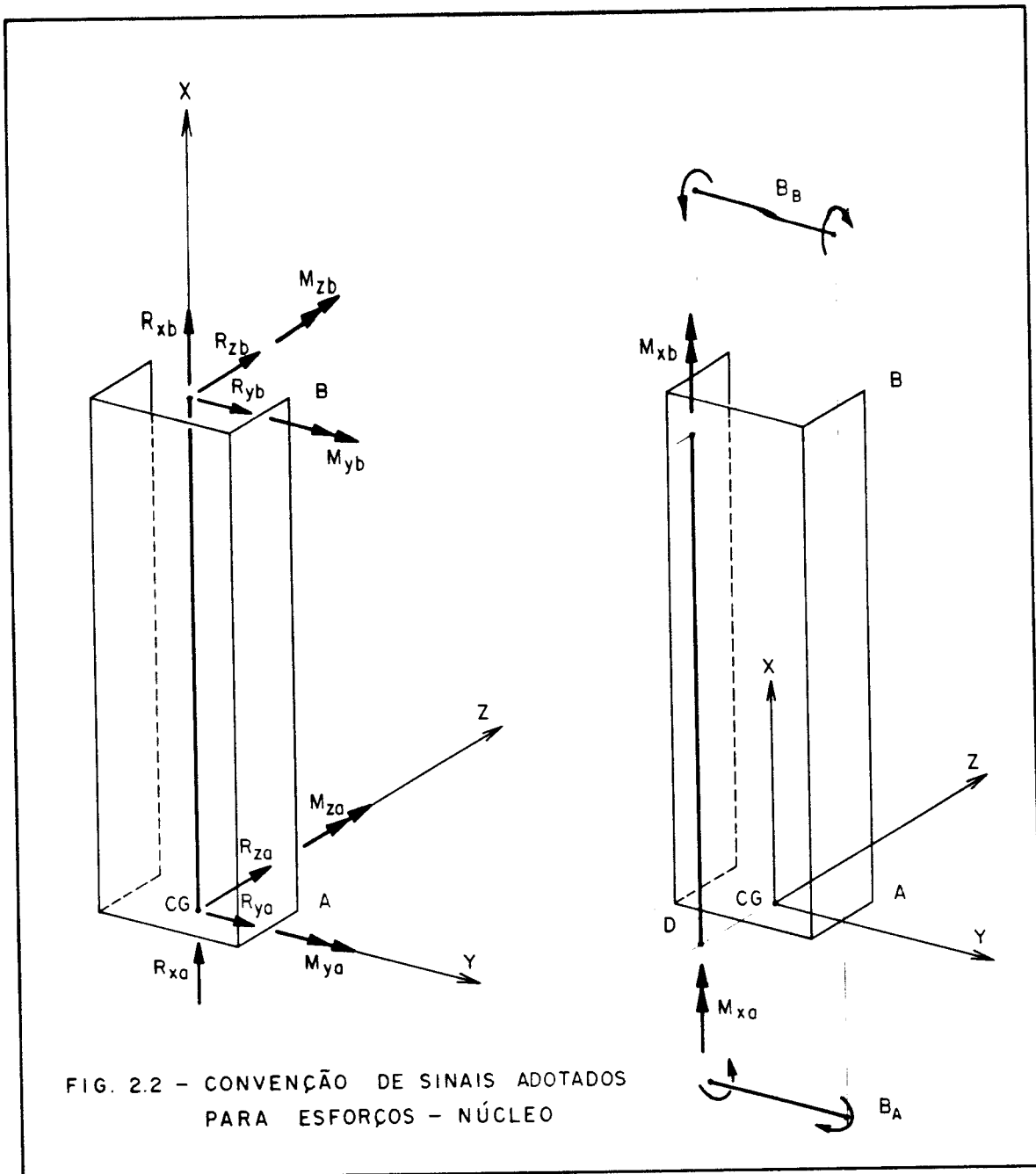
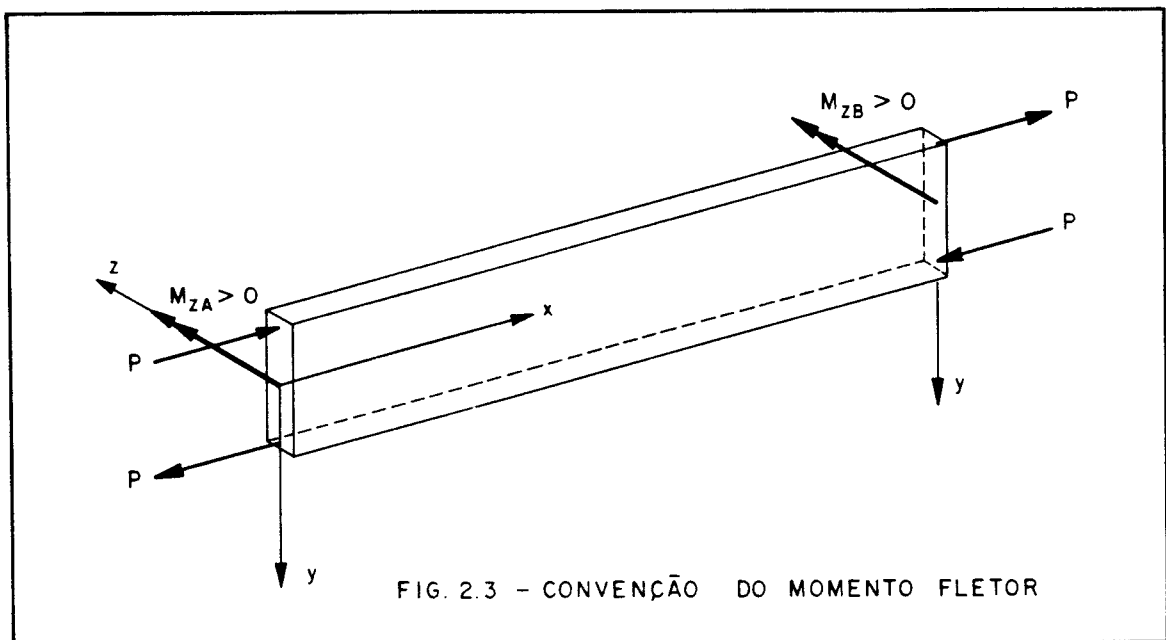


FIG. 2.2 - CONVENÇÃO DE SINAIS ADOTADOS PARA ESFORÇOS - NÚCLEO

Só para estabelecer uma analogia e melhor interpretar a convenção de sinais a ser adotada para o bimomento, pode-se interpretar a convenção para o momento fletor a partir do efeito de duas forças P , conforme figura 2.3, aplicadas excentricamente.

$$M_{zA} = M_{zB} = - \sum_i^2 P_i Y_i$$

sendo P_i positivo quando seu sentido coincide com o sentido positivo do eixo X e Y_i as coordenadas dos pontos de aplicação das cargas P.



De maneira análoga é fixada a convenção do bimomento aplicado.

O sinal do bimomento B_A ou B_B resulta da somatória do produto de $-P_i$ por ω_i , sendo P_i positivo quando seu sentido coincide com o sentido positivo do eixo X.

$$B_A = B_B = - \sum_i^n P_i \omega_i$$

No diagrama de área setorial ω convencionou-se como positivo o raio vetor com origem em D que percorre a linha do esqueleto no sentido de Y para Z.

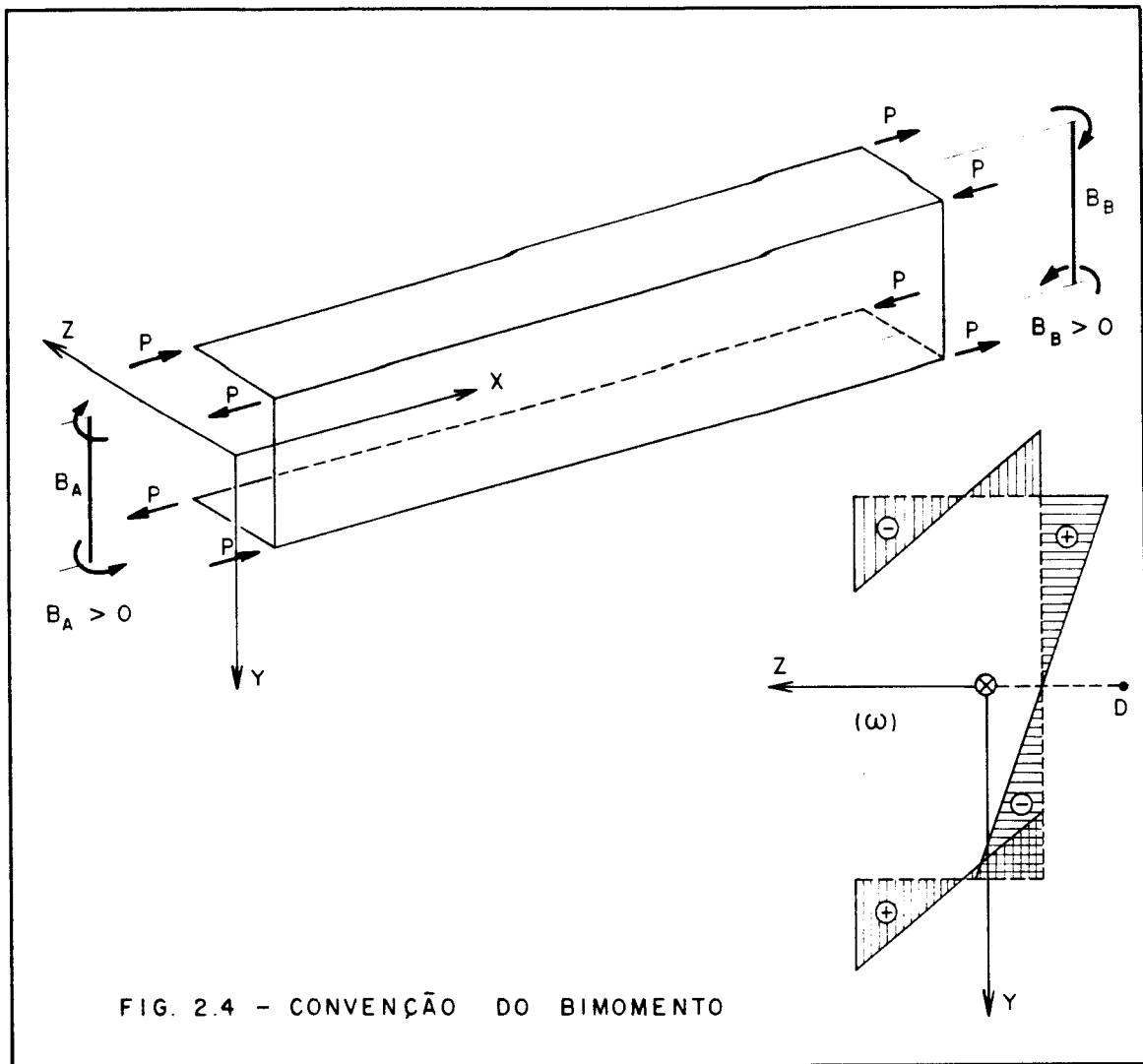


FIG. 2.4 - CONVENÇÃO DO BIMOMENTO

2.2. EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ENVOLVENDO AS ELÁSTICAS DO CENTRO DE TORÇÃO EM TEORIA DE PRIMEIRA ORDEM

As condições de equilíbrio dos elementos de barra indicados na figura 2.5 fornecem, nas convenções adotadas, as relações diferenciais entre cargas e esforços.

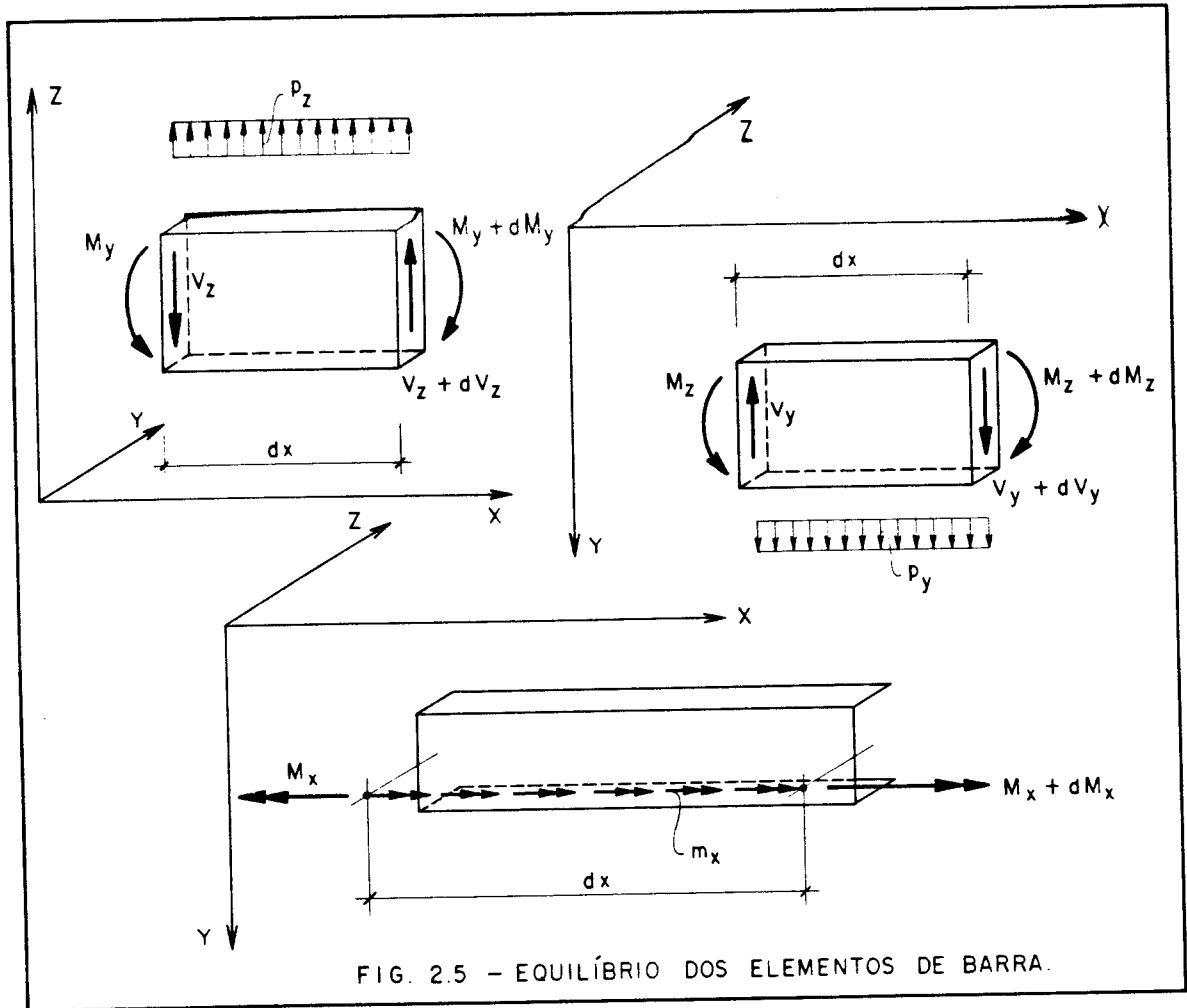


FIG. 2.5 - EQUILÍBRIO DOS ELEMENTOS DE BARRA.

$$p_z = - \frac{dV_z}{dx} \qquad V_z = \frac{dM_y}{dx} \qquad \dots 2.2$$

$$p_z = - M''_y$$

$$p_y = - \frac{dV_y}{dx} \qquad V_y = - \frac{dM_z}{dx} \qquad \dots 2.3$$

$$p_y = M''_z$$

$$m_x = - \frac{dM_x}{dx} \qquad \dots 2.4$$

$$m_x = - M'_x$$

Com base em 2.2, 2.3. e 2.4 pode-se escrever as equações diferenciais regentes dos problemas das

deformações por flexão e torção, em teoria de 1ª. ordem.

$$\begin{aligned}
 EI_z V_D'''' &= p_y = M_z'' \\
 EI_y W_D'''' &= p_z = -M_y'' \\
 EI_\omega \phi'''' - G I_x \phi'' &= m_x = -M_x' \quad \dots 2.5
 \end{aligned}$$

onde I_x = Inércia à torção
 I_y, I_z = inércias à flexão em torno dos eixos principais Y e Z, respectivamente
 I_ω = momento setorial de inércia

Convém observar que na deformação por flexão não se está levando em conta a influência da força cortante.

2.3. EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ENVOLVENDO AS ELÁSTICAS DO CENTRO DE TORÇÃO EM TEORIA DE SEGUNDA ORDEM

Em teoria de segunda ordem, ao se considerar as condições de equilíbrio da barra na posição deformada, os deslocamentos v_D, w_D e ϕ que caracterizam essa posição, são responsáveis pelo aparecimento de esforços internos complementares, os quais podem ser substituídos por acréscimos de cargas distribuídas nas direções Y, Z e X, ou seja, em p_y, p_z e m_x , respectivamente.

2.3.1. Ações, equivalentes aos acréscimos nas cargas distribuídas p_y e p_z , causadas pela tensão normal durante os deslocamentos v_D e w_D .

A figura 2.6 mostra um elemento dx de barra na posição deslocada e solicitado por tensões normais.

O incremento de força resultante na direção do eixo Y, na área dS da face do elemento, é dada por:

$$\delta R_y^\sigma = dp_y^\sigma dx$$

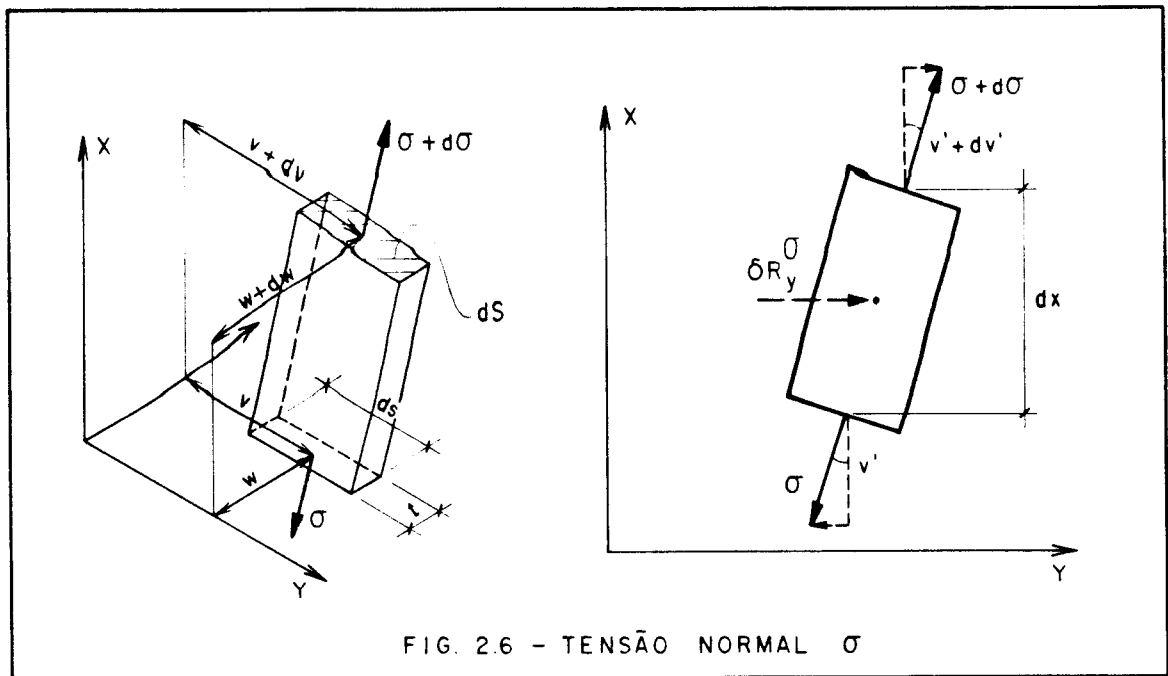


FIG. 2.6 - TENSÃO NORMAL σ

Considerando-se pequenas rotações obtém-se:

$$\delta R_y^\sigma = (\sigma + d\sigma) dS (v' + dv') - \sigma dS v' \quad \dots 2.6$$

Dividindo-se essa resultante por dx obtém-se o acréscimo de carga distribuída na direção do eixo Y:

$$dp_y^\sigma = \left(\sigma \frac{dv'}{dx} + v' \frac{d\sigma}{dx} \right) dS$$

Integrando na área S da seção transversal obtém-se:

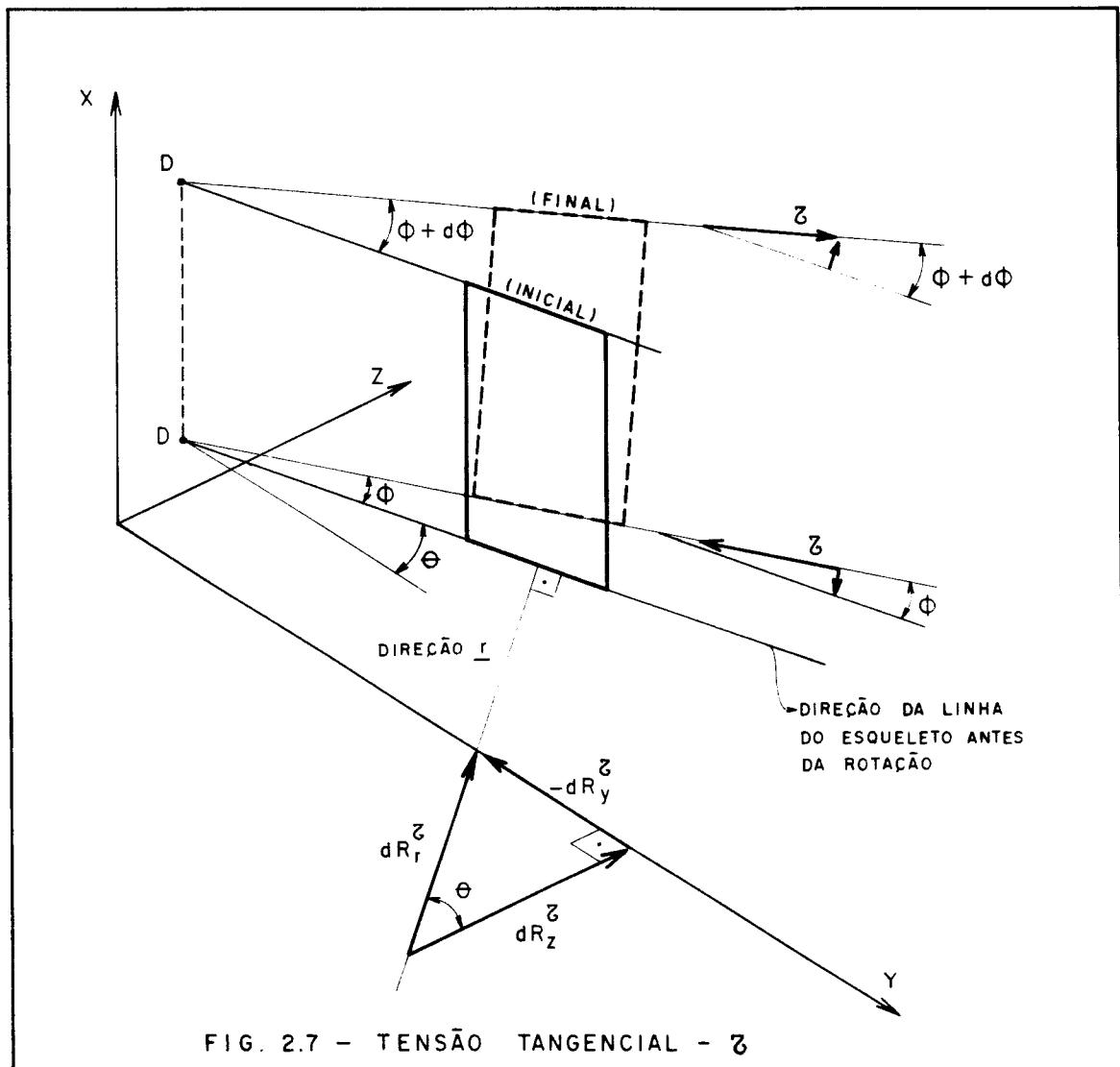
$$p_y^\sigma = \int_S (\sigma v'' + v' \sigma') dS = \int_S (\sigma v')' dS \quad \dots 2.7$$

De maneira análoga calcula-se o acréscimo de carga distribuída na direção do eixo Z.

$$p_z^\sigma = \int_S (\sigma w')' dS \quad \dots 2.8$$

2.3.2. Ações equivalentes aos acréscimos nas cargas distribuídas p_y e p_z , causadas pela tensão tangencial durante as rotações ϕ dos centros de torção

Seja o elemento de comprimento dx , mostrado na figura 2.7; seja θ o ângulo que a tangente à linha do esqueleto forma com o eixo Y antes da rotação ϕ da seção transversal, e r uma direção perpendicular a essa linha do esqueleto.



A resultante elementar $\delta R_r^l = dp_r^l dx$ na direção de r , obtida pelas decomposições de $(\tau+d\tau)dS$ e τdS vale:

$$\delta R_r^l = \tau dS(\phi+d\phi) - \tau dS \phi$$

Como a barra AB, em questão, só é solicitada nas extremidades, as tensões tangenciais τ foram supostas constantes em X. Com isso então:

$$\delta R_r^l = \tau dS d\phi$$

Decompondo-se esta resultante elementar nas direções dos eixos Y e Z obtém-se:

$$\delta R_y^l = -\tau dS d\phi \text{ sen}\theta \quad \dots 2.9$$

$$\delta R_z^l = \tau dS d\phi \text{ cos}\theta$$

Dividindo-se estas resultantes elementares por dx e integrando-as na seção transversal obtém-se os acréscimos de carga distribuída nas direções dos eixos Y e Z.

$$p_y^l = -\int_S \tau \phi' t dz \quad \dots 2.10$$

$$p_z^l = \int_S \tau \phi' t dy \quad \dots 2.11$$

onde t é a espessura da seção transversal, medida perpendicularmente à linha do esqueleto.

2.3.3. Cálculo das ações finais equivalentes às cargas distribuídas p_y e p_z

As tensões normais e de cisalhamento são calculadas pelas seguintes expressões:

$$\sigma = + \frac{N}{S} + \frac{M_y}{I_y} z - \frac{M_z}{I_z} y \quad \dots 2.12$$

$$\tau = \frac{V_z S_y}{I_y t} + \frac{V_y S_z}{I_z t} \quad \dots 2.13$$

Na expressão 2.12 falta a parcela $\left(-\frac{B}{I_\omega} \omega\right)$ que representa a contribuição do bimomento nas tensões normais e de cisalhamento; essa contribuição será considerada em separado, com o objetivo de facilitar o seu entendimento, no item 2.4.

Substituindo-se as expressões 2.1, 2.12 e 2.13 em 2.7 e 2.10 obtém-se:

$$p_y^\sigma = \int_S \left[\left(\frac{N}{S} + \frac{M_y}{I_y} z - \frac{M_z}{I_z} y \right) \left(v_D' - z \phi' - z_D \phi' \right) \right]' ds$$

Como os momentos estáticos e o produto de inércia são nulos em relação aos eixos principais de inércia Y e Z, obtém-se:

$$p_y^\sigma = (N v_D')' + (N z_D \phi')' - (M_y \phi')'$$

$$p_y^\sigma = [N(v_D' + z_D \phi')] - (M_y \phi')' \quad \dots 2.14$$

$$p_y^\tau = - \int_S \left[\frac{V_z S_y}{I_y t} + \frac{V_y S_z}{I_z t} \right] \phi' t dz$$

$$p_y^\tau = - \frac{V_z}{I_y} \phi' \int_S S_y dz - \frac{V_y}{I_z} \phi' \int_S S_z dz$$

Integrando-se por partes obtém-se:

$$\int_S S_y dz = z S_y \Big|_S + \int_S z^2 dS = I_y$$

$$\int_S S_z dz = z S_z \Big|_S + \int_S y z dS = 0$$

Portanto

$$p_y^{\tau} = - \frac{V}{I_y} \phi' I_y = - M_y' \phi' \quad \dots 2.15$$

Somando as expressões 2.14 e 2.15 obtém-se:

$$p_y = [N(v_D' + z_D \phi')] - 2M_y' \phi' - M_y \phi'' \quad \dots 2.16$$

Cálculo análogo com as expressões 2.8 e 2.11 produz:

$$p_z = [N(w_D' + y_D \phi')] - 2M_z' \phi' - M_z \phi'' \quad \dots 2.17$$

2.3.4. Ações equivalentes aos acréscimos na carga distribuída m_{x1} , causadas pelas tensões normais e tangenciais durante os deslocamentos v_D , w_D e as rotações ϕ , respectivamente.

Com o auxílio da figura 2.8 obtém-se o momento elementar dM_{x1} .

$$dM_{x1} = (\delta R_z^{\sigma} + \delta R_z^{\tau})(y - y_D) - (\delta R_y^{\sigma} + \delta R_y^{\tau})(z - z_D) \quad \dots 2.18$$

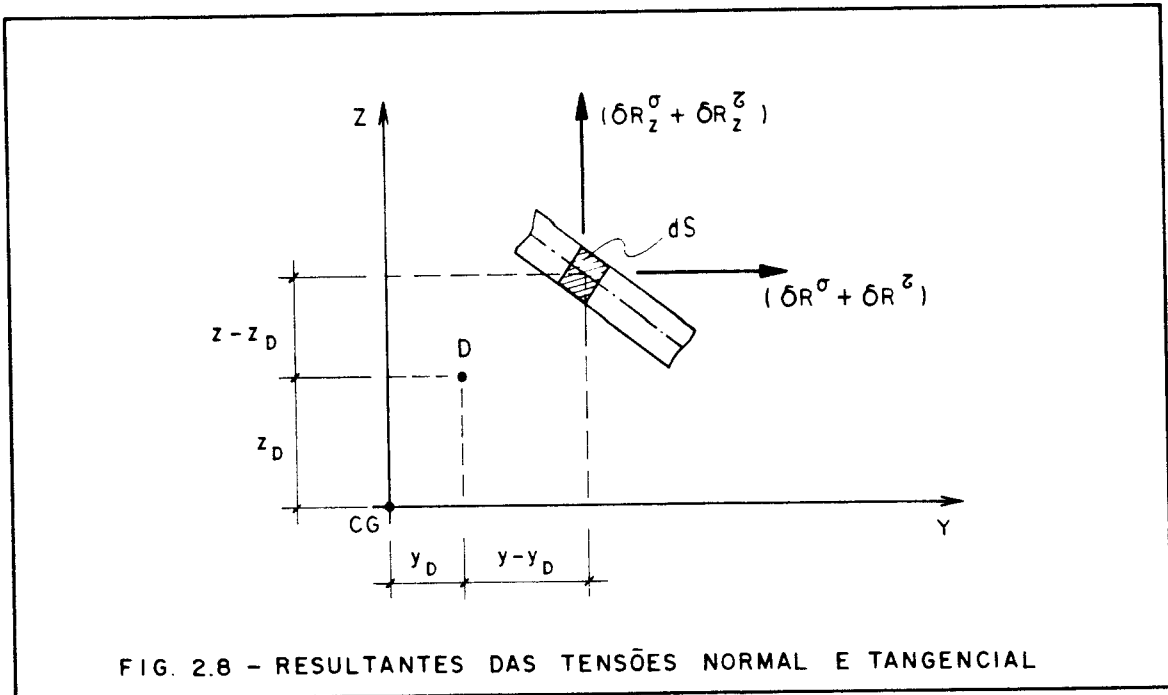


FIG. 2.8 - RESULTANTES DAS TENSÕES NORMAL E TANGENCIAL

Substituindo-se em 2.18 as expressões 2.6 e 2.9 obtém-se:

$$dM_{x_1} = [(\sigma dw' + w'd\sigma)dS + (\tau dS d\phi \cos\theta)](y-y_D) - [(\sigma dv' + v'd\sigma) - (\tau dS d\phi \sin\theta)](z-z_D)$$

Dividindo-se por dx e integrando em S obtém-se o acréscimo no momento torçor distribuído.

$$m_{x_1} = \int_S (\sigma w')'(y-y_D)dS + \int_S \tau \phi'(y-y_D)t dy - \int_S (\sigma v')'(z-z_D)dS + \int_S \tau \phi'(z-z_D)t dz \dots 2.19$$

Sendo a expressão 2.19 composta de quatro parcelas, o desenvolvimento de cada uma delas é indicado a seguir.

Substituindo na primeira parcela P1 as expressões 2.1 e 2.12 obtém-se:

$$\begin{aligned}
 P1 &= \int_S \left[\left(\frac{N}{S} + \frac{M_y}{I_y} z - \frac{M_z}{I_z} y \right) (w'_D - y\phi' - y_D \phi') \right]' (Y - Y_D) dS \\
 P1 &= -(N w'_D)' Y_D + (N \phi')' \frac{I_z}{S} + (N \phi')' Y_D^2 + \\
 &+ \left[\frac{M_y}{I_y} \phi' \right]' \int_S z y^2 dS - (M_z w'_D)' - \left[\frac{M_z}{I_z} \phi' \right]' \int_S y^3 dS + \\
 &+ 2(M_z y_D \phi')' \quad \dots 2.20
 \end{aligned}$$

Substituindo, na terceira parcela de 2.19, as expressões 2.1 e 2.12 obtém-se:

$$\begin{aligned}
 P3 &= \int_S \left[\left(\frac{N}{S} + \frac{M_y}{I_y} z - \frac{M_z}{I_z} y \right) (v'_D - z\phi' - z_D \phi') \right]' (z - z_D) dS \\
 P3 &= -(N v'_D)' z_D - (N \phi')' \frac{I_y}{S} - (N \phi')' z_D^2 + \\
 &+ \left[\frac{M_z}{I_z} \phi' \right]' \int_S y z^2 dS + (M_y v'_D)' - \left[\frac{M_y}{I_y} \phi' \right]' \int_S z^3 dS + \\
 &+ 2(M_y z_D \phi')' \quad \dots 2.21
 \end{aligned}$$

Subtraindo-se da expressão 2.20 a expressão 2.21 obtém-se:

$$\begin{aligned}
 P1-P3 &= -(N w'_D)' Y_D + (N v'_D)' z_D + (N \phi')' i_D^2 + \\
 &+ 2(M_y \phi')' K_z - 2(M_z \phi')' K_y - (M_z w'_D)' + \\
 &+ 2(M_z \phi')' Y_D - (M_y v'_D)' - 2(M_y \phi')' z_D \quad \dots 2.22
 \end{aligned}$$

Na expressão 2.22 foram introduzidas as seguintes características geométricas da seção transversal da barra:

K_z e K_y : Coordenadas do centro do círculo de estabilidade [1], também chamadas de ponto de KINDEN [13]

$$K_y = \frac{1}{2I_z} \int_S y(y^2+z^2) ds$$

$$K_z = \frac{1}{2I_y} \int_S z(y^2+z^2) ds$$

i_D : raio de giração polar em relação a um eixo ortogonal ao plano da seção, passando pelo centro de torção.

$$i_D^2 = y_D^2 + z_D^2 + \frac{I_y + I_z}{S}$$

Substituindo-se na segunda parcela da expressão 2.19 a expressão 2.13 obtém-se:

$$P2 = \int_S \left[\frac{M'_y S_y}{I_y t} - \frac{M'_z S_z}{I_z t} \right] \phi'(y-y_D) t dy$$

utilizando: $\int_S S_y dy = 0$ $\int_S S_z dz = 0$

$$\int_S S_z dy = I_z$$
 $\int_S S_y dz = I_y$

obtém-se:

$$P2 = \frac{M'_y \phi'}{I_y} \int_S S_y y dy - \frac{M'_z \phi'}{I_z} \int_S S_z y dy + M'_z \phi' y_D \dots 2.23$$

A quarta parcela da expressão 2.19 é obtida de maneira análoga:

$$P4 = \frac{M'_y \phi'}{I_y} \int_S y z dz - \frac{M'_z \phi'}{I_z} \int_S z^2 dz - M'_y \phi' z_D \quad \dots 2.24$$

Dessa forma, o valor das ações equivalentes à carga torçora distribuída m_{x1} é dado pela soma das equações 2.22, 2.23 e 2.24.

2.3.5. Ações equivalentes aos acréscimos na carga distribuída m_{x2} , causadas pelas tensões tangenciais durante os deslocamentos v e w .

Através da figura 2.9 pode-se escrever:

$$dM_{x2} = \tau_y dS w - \tau_z dS v - \tau_y dS(w+dw) + \tau_z dS(v+dv)$$

$$dM_{x2} = (\tau_z dv - \tau_y dw) dS \quad \dots 2.25$$

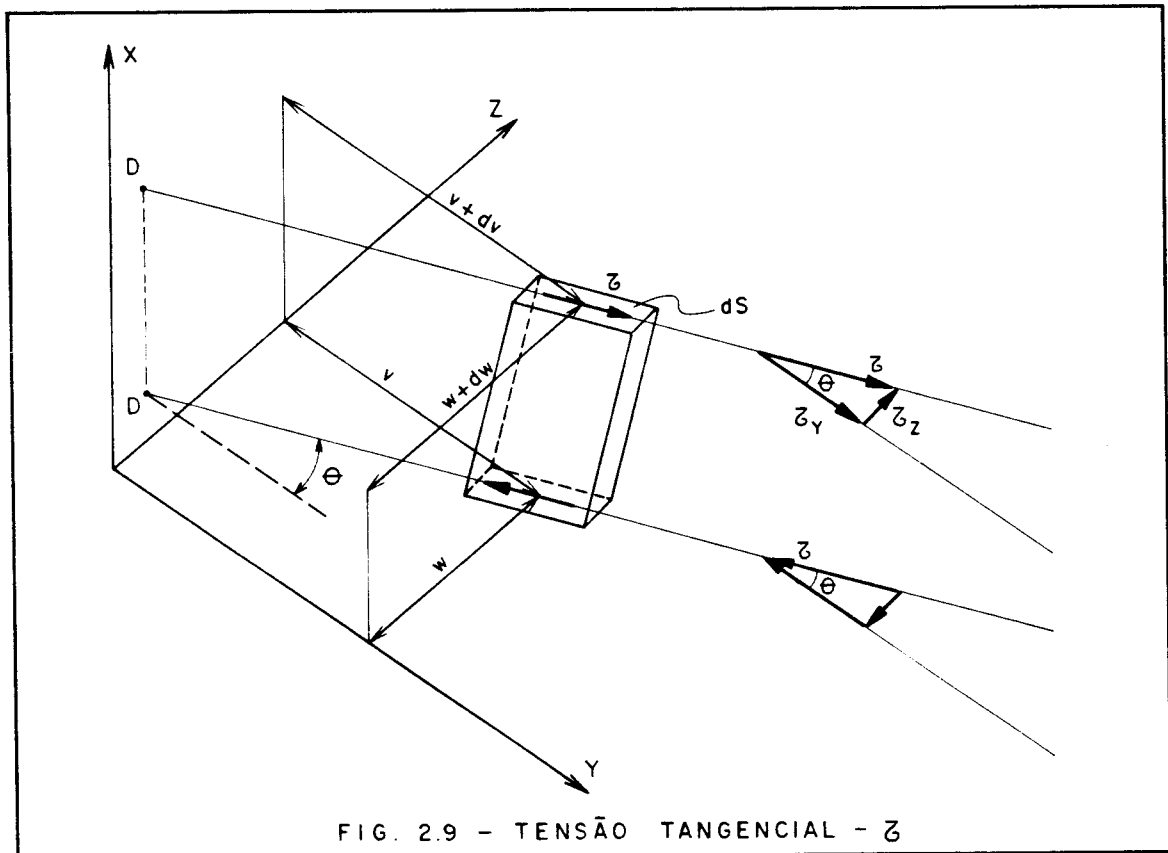


FIG. 2.9 - TENSÃO TANGENCIAL - ζ

A variação do momento torçor dm_{x_2} pode ser tomada em relação a um ponto fixo qualquer porque as resultantes das tensões τ nas direções dos eixos Y e Z são nulas.

Dividindo-se a expressão 2.25 por dx e integrando-se na seção de área S, obtém-se o acréscimo no momento torçor distribuído.

$$m_{x_2} = \int_S \tau_z v' dS - \int_S \tau_y w' dS$$

Substituindo-se os valores de τ_y e τ_z obtém-se:

$$\tau_y = \tau \cos\theta \quad \text{e} \quad \tau_z = \tau \sin\theta$$

$$m_{x_2} = \int_S \tau v' t dz - \int_S \tau w' t dy \quad \dots 2.26$$

Sendo a expressão 2.26 constituída de duas parcelas, o cálculo de cada uma delas é feito em seguida.

Substituindo-se na primeira parcela P1 as expressões 2.1 e 2.13 obtém-se:

$$P1 = \int_S \left[\frac{M'_y S_y}{I_y t} - \frac{M'_z S_z}{I_z t} \right] (v'_D - z \phi' + z_D \phi') t dz$$

$$P1 = M'_y v'_D - \frac{M'_y \phi'}{I_y} \int_S S_y z dz + M'_y \phi' z_D +$$

$$+ \frac{M'_z \phi'}{I_z} \int_S S_z z dz \quad \dots 2.27$$

A segunda parcela P2 da expressão 2.26 é obtida de forma análoga.

$$P2 = -M'_z w'_D + \frac{M'_y \phi'}{I_y} \int_S S_y y dy + M'_z \phi' y_D -$$

$$- \frac{M'_z \phi'}{I_z} \int_S S_z y dy \quad \dots 2.28$$

Portanto o valor das ações, equivalentes à carga torçora distribuída m_{x2} é dado pela soma das expressões 2.27 e 2.28.

2.3.6. Cálculo das ações finais equivalentes à carga distribuída m_x .

O acréscimo de carga torçora distribuída m_x total é obtido pela soma das seguintes expressões 2.22, 2.23, 2.24, 2.27 e 2.28.

$$\begin{aligned}
 m_x = & (N v'_D)' z_D - (N w'_D)' y_D \left\{ \left[N i_D^2 - 2M_z (k_y - y_D) + \right. \right. \\
 & \left. \left. + 2M_y (k_z - z_D) \right] \phi' \right\} - (M_z w'_D)' - (M_y v'_D)' + M_y v'_D + \\
 & + M_z w'_D \quad \dots 2.29
 \end{aligned}$$

Definindo-se j_y e j_z como segmentos característicos em relação aos eixos Y e Z respectivamente tem-se:

$$j_y = 2(y_D - k_y)$$

$$j_z = 2(z_D - k_z)$$

A expressão 2.29 pode ser assim escrita:

$$\begin{aligned}
 m_x = & (N v'_D)' z_D - (N w'_D)' y_D + \left\{ \left[N i_D^2 + M_z j_z - M_y j_y \right] \phi' \right\} - \\
 & - M_z w''_D - M_y v''_D \quad \dots 2.30
 \end{aligned}$$

Tendo-se em vista que a barra em estudo só é solicitada nas suas extremidades, isto é, não recebe nenhum tipo de ação ao longo de seu comprimento, os momentos fletores são linearmente distribuídos e, portanto:

$$M''_z(x) = 0$$

$$M''_y(x) = 0$$

2.3.7. Sistema de equações diferenciais regentes das deformações por flexão e torção de uma barra solicitada por cargas aplicadas nas suas extremidades em teoria de segunda ordem.

As equações diferenciais, em teoria de segunda ordem, são obtidas somando-se às equações diferenciais em teoria de primeira ordem os acréscimos causados pelo fato de se levar em conta os deslocamentos dos centros de torção da seção transversal, nas equações de equilíbrio da barra.

As equações diferenciais, em teoria de primeira ordem, para o caso de cargas aplicadas apenas nas extremidades da barra são obtidas através das expressões 2.5, e fazendo nulos os p_y , p_z e m_x , obtém-se:

$$EI_z v''''_D = 0$$

$$EI_y w''''_D = 0$$

$$EI_\omega \phi'''' - GI_x \phi'' = 0 \quad \dots 2.31$$

Somando-se os acréscimos obtidos através das expressões 2.16, 2.17 e 2.30 obtém-se:

$$EI_z v''''_D - [N(v'_D + z_D \phi')] + 2M'_y \phi' + M_y \phi'' = 0$$

$$EI_y w''''_D - [N(w'_D + y_D \phi')] + 2M'_z \phi' + M_z \phi'' = 0$$

$$EI_\omega \phi'''' - GI_x \phi'' - \{[N i_D^2 + M_z j_z - M_y j_y] \phi'\}' -$$

$$- (Nv'_D)' z_D + (Nw'_D)' y_D + M_y v''_D + M_z w''_D = 0 \quad \dots 2.32$$

2.4. CONTRIBUIÇÃO DO BIMOMENTO NO CÁLCULO DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DAS ELÁSTICAS DOS CENTROS DE TORÇÃO DAS SEÇÕES TRANSVERSAIS

O esforço solicitante bimomento, na convenção adotada é definido como:

$$B = - \int_S \sigma_x \omega \, dS$$

ou ainda

$$B(x) = EI_{\omega} \phi'' \quad \dots 2.33$$

Substituindo-se os valores de ϕ'' e ϕ''' obtidos de 2.33 na terceira das expressões 2.31 obtém-se a equação diferencial da flexo-torção:

$$B'' - \frac{GI_x}{EI_{\omega}} B = 0$$

Cuja solução geral para $r^2 = \frac{EI_{\omega}}{GI_x}$ é:

$$B(x) = C_1 \sinh \frac{x}{r} + C_2 \cosh \frac{x}{r} \quad \dots 2.34$$

Para se calcular as ações, provocadas pelo bimomento, equivalentes às cargas distribuídas p_y , p_z e m deve-se substituir as tensões normais e tangenciais da flexo-torção nas expressões 2.7, 2.8, 2.10 e 2.11 e na soma das expressões 2.19 e 2.26, atentando-se para o fato das tensões tangenciais não mais serem constantes ao longo do eixo X.

Seja portanto:

$$\sigma_x = - \frac{B}{I_{\omega}} \omega \quad \dots 2.35$$

$$\tau_{ft} = \frac{B' S_{\omega}}{I_{\omega} t} \quad \dots 2.36$$

Substituindo-se na expressão 2.7 as expressões 2.1 e 2.35 obtém-se:

$$p_y^\sigma = \int_S \left[\frac{B}{I_\omega} (v_D' - 2\phi' + z_D \phi') \right] \omega \, dS$$

Sendo $\int_S \omega \, dS = 0$ uma condição satisfeita pelo diagrama de área setorial ω , tem-se:

$$p_y^\sigma = 0$$

Cálculo análogo envolvendo a expressão 2.8 fornece

$$p_z^\sigma = 0$$

Antes de se utilizar as expressões 2.10 e 2.11 deve-se notar que a contribuição de τ_ℓ nas ações equivalentes às cargas distribuídas p_y e p_z , é nula; τ_ℓ corresponde à tensão livre e junto com τ_{ft} , correspondente à flexo-torção, compõem a tensão total de cisalhamento. Isso se verifica porque a distribuição das tensões tangenciais de torção livre possui uma resultante nula na seção transversal. Assim, nas expressões 2.10, 2.11 e 2.26 intervêm apenas as tensões tangenciais de flexo-torção que, conforme expressão 2.36, não são constantes em X.

Substituindo-se, portanto, na expressão 2.10, modificada para τ variável, a expressão 2.36 obtém-se:

$$p_y^\tau = - \int_S (\tau_{ft} \phi)' \, t \, dz$$

$$p_y^\tau = - \frac{(B' \phi)'}{I_\omega} \int_S s_\omega \, dz$$

Integrando-se por partes:

$$p_y^\tau = - \frac{(B' \phi)'}{I_\omega} \left[z s_\omega \Big|_S - \int_S \omega z \, dS \right]$$

$$\text{Como } z \left. S_{\omega} \right|_S = 0 \quad \text{e} \quad \int_S \omega z \, dS = 0$$

obtém-se:

$$p_y^{\tau} = 0 \quad \dots 2.37$$

De maneira análoga, com a expressão 2.11 obtém-se:

$$p_z^{\tau} = 0 \quad \dots 2.38$$

A soma das expressões 2.19 e 2.26 modificadas para τ variável, corresponde a:

$$\begin{aligned} m_x = & \int_S (\sigma w')' (Y-Y_D) \, dS - \int_S (\sigma v')' (z-z_D) \, dS + \\ & + \int_S (\tau_{ft} \phi)' (z-z_D) t \, dz + \int_S (\tau_{tf} \phi)' (Y-Y_D) t \, dy + \\ & + \int_S (\tau_{tf} v)' t \, dz - \int_S (\tau_{tf} w)' t \, dy \quad \dots 2.39 \end{aligned}$$

Substituindo-se expressões 2.1 nas duas últimas parcelas da expressão 2.39 obtém-se, lembrando que as integrais $\int_S \tau v' t \, dz$ e $\int_S \tau w' t \, dz$ para $\tau = \tau_{ft}$ são nulas conforme visto na dedução da expressão 2.37:

$$\begin{aligned} \int_S (\tau_{ft} v)' t \, dz - \int_S (\tau_{ft} w)' t \, dy = & - \int_S \tau_{ft} (z-z_D) \phi' t \, dz - \\ & - \int_S \tau_{ft} (Y-Y_D) \phi' t \, dy \end{aligned}$$

Verifica-se, portanto, que na expressão 2.39 as quatro últimas parcelas são iguais duas a duas a menos do sinal. Dessa forma, a expressão 2.39 fica reduzida a:

$$m_x = \int_S (\sigma w')' (y - y_D) dS - \int_S (\sigma v')' (z - z_D) dS \quad \dots 2.40$$

Substituindo-se em 2.38 as derivadas da expressão 2.1 e a expressão 2.35 obtém-se:

$$m_x = - \int_S \left[\frac{B}{I_\omega} \omega (w'_D + y \phi' - y_D \phi') \right]' (y - y_D) dS + \\ + \int_S \left[\frac{B}{I_\omega} \omega (v'_D - z \phi' + z_D \phi') \right]' (z - z_D) dS +$$

Lembrando que:

$$\int_S \omega dS = 0 \quad \int_S \omega y dS = 0 \quad e \quad \int_S \omega z dS = 0$$

obtém-se:

$$m_x = - \frac{(B\phi')'}{I_\omega} \int_S \omega y^2 dS - \frac{(B\phi')'}{I_\omega} \int_S \omega z^2 dS \\ m_x = - \frac{(B\phi')'}{I_\omega} \int_S \omega (y^2 + z^2) dS \quad \dots 2.41$$

A integral que aparece na expressão 2.41 só depende da geometria da seção transversal e será chamada de característica geométrica de VLASSOV [1] e indicada por U_ω .

$$U_\omega = \int_S \omega (y^2 + z^2) dS \quad \dots 2.42$$

Dessa forma, a contribuição, do bimomento na obtenção das elásticas dos centros de torção é dada, em termos de carga torçora distribuída, por:

$$m_x = - \frac{(B\phi')' U_\omega}{I_\omega} \quad \dots 2.43$$

Levando a contribuição do bimomento, expressão 2.43, ao sistema de equações diferenciais, expressões 2.32, obtém-se:

$$\begin{aligned}
 EI_z v_D'''' - [N(v_D' + z_D \phi')] + 2M_y' \phi' + M_y \phi'' &= 0 \\
 EI_y w_D'''' - [N(w_D' + y_D \phi')] + 2M_z' \phi' + M_z \phi'' &= 0 \\
 EI_\omega \phi'''' - GI_x \phi'' - \left\{ \left[Ni_D^2 + M_z j_z - M_y j_y - \frac{BU_\omega}{I_\omega} \right] \phi' \right\}' &- \\
 - (Nv_D')' z_D + (Nw_D')' y_D + M_y v_D'' + M_z w_D'' &= 0 \quad \dots 2.44
 \end{aligned}$$

Examinando a característica geométrica de VLASSOV, U_ω , conclui-se que se um dos eixos principais de inércia for de simetria o seu valor é nulo e portanto o bimomento não aparece diretamente nas equações diferenciais. No entanto, o efeito do bimomento é levado em conta através das condições de contorno da barra.

O sistema de equações diferenciais obtido, expressões 2.44, é linear, mas seus coeficientes só seriam constantes quando os esforços N , M_y , M_z e B também fossem constantes ao longo de toda a barra.

CAPÍTULO 3

OBTENÇÃO DA MATRIZ DE RIGIDEZ DO TRAMO DE BARRA ATRAVÉS DA SOLUÇÃO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

3.1. MATRIZ DE RIGIDEZ EM TEORIA DE PRIMEIRA ORDEM PARA UM TRAMO DE BARRA

As expressões 2.31, mais a equação diferencial do deslocamento longitudinal, formam o conjunto de equações diferenciais em teoria de primeira ordem.

$$\begin{aligned} ES u'' &= 0 \\ EI_z v_D'''' &= 0 \\ EI_y w_D'''' &= 0 \\ EI_\omega \phi'''' - G I_x \phi'' &= 0 \end{aligned} \quad \dots 3.1$$

Nesse caso as equações diferenciais são desacopladas; a primeira se refere à sollicitação axial cêntrica na direção do eixo X, a segunda e a terceira se referem à flexão nos planos XY e XZ respectivamente, e a quarta exprime o comportamento à torção de barras com seção transversal delgada.

A solução das três primeiras equações fornece a conhecida matriz de rigidez à flexão: impõem-se deslocamentos unitários segundo as coordenadas u , v_D , w_D , v_D' e w_D' , um por vez, mantendo-se nulos os demais, calculando-se os esforços para todas as coordenadas, para que a configuração deformada seja mantida.

BECKER [8] resolve a quarta equação diferencial e, impondo deslocamentos unitários às coordenadas ϕ e ϕ' , obtém a contribuição da torção na matriz de rigidez do tramo de barra.

O vetor dos deslocamentos para um tramo de barra, segundo as coordenadas de uma das suas extremidades é assim formado:

$$\{d\} = \begin{Bmatrix} v'_D \\ w'_D \\ u \\ v_D \\ w_D \\ \phi \\ \phi' \end{Bmatrix}$$

Os cinco primeiros deslocamentos, assim como os correspondentes elementos da matriz de rigidez, são referidos ao sistema de referência XYZ com origem no centro de gravidade da seção transversal.

Os dois últimos deslocamentos, assim como os correspondentes elementos da matriz de rigidez, são referidos, conforme figura 2.2, a um sistema de eixos com origem no centro de torção D da seção transversal, e paralelos aos eixos XYZ respectivamente.

Através de uma matriz que relaciona os deslocamentos do centro de torção aos do centro de gravidade, é obtida a matriz de rigidez segundo as coordenadas referidas só ao sistema de eixos com origem no centro de torção.

BECKER [8] apresenta às páginas 72 a 74, de seu trabalho, a matriz de rigidez de uma barra segundo as coordenadas referidas todas ao centro de torção da seção transversal.

3.2. MATRIZ DE RIGIDEZ, EM TEORIA DE SEGUNDA ORDEM, PARA UM TRAMO DE BARRA CONSIDERANDO-SE APENAS CARGA AXIAL CÊNTRICA APLICADA NAS SUAS EXTREMIDADES.

Nas expressões 2.32 fazendo-se $N = -P$ constante ao longo da barra, $M_z = 0$ e $M_y = 0$, obtém-se:

$$EI_z v_D'''' + P v_D'' + P z_D \phi'' = 0$$

$$EI_y w_D'''' + P w_D'' + P y_D \phi'' = 0$$

$$EI_\omega \phi'''' - (G I_x - P i_D^2) \phi'' + P z_D v_D'' - P y_D w_D'' = 0$$

... 3.2

Neste sistema as equações diferenciais não são normalmente desacopláveis; somente em casos particulares de seções transversais em que os eixos principais de inércia sejam também eixos de simetria é que se pode obter equações desacopladas.

Se o eixo Z for de simetria tem-se $y_D = 0$ e a segunda das equações do sistema 3.2 se torna função apenas das derivadas de w_D , permanecendo as duas equações restantes acopladas.

Se a seção transversal apresentar dois eixos de simetria, o centro de torção coincide com o centro de gravidade e as equações do sistema 3.2 se tornam desacopladas.

ANTUNES [11] resolve o sistema 3.2 para os casos de seções transversais com um e dois eixos de simetria. O objetivo do trabalho é tratar estruturas de edifícios constituídas por pilares e vigas travados horizontalmente

pelas lajes aos níveis dos pisos, sem levar em conta núcleos de seções transversais formadas por paredes delgadas.

A solução exata do sistema de equações diferenciais 3.2 foi obtida supondo que os nós são suficientemente rígidos para impedirem os empenamentos das seções transversais. Essa hipótese resume-se em adotar, como condição de contorno para o tramo de barra, nas duas extremidades, a derivada primeira do ângulo de rotação nula.

Com essa hipótese o sistema de equações diferenciais 3.2 é resolvido para os casos de carga P de compressão ou de tração. As expressões dos esforços ao longo das barras são determinadas e a matriz de rigidez do tramo da barra é, então, calculada.

Essa matriz, apresentada às páginas 66 e 67 do referido trabalho, é de ordem 12x12 e o vetor dos deslocamentos para um tramo de barra, segundo as coordenadas de uma de suas extremidades é dado por:

$$\{d\} = \begin{Bmatrix} v'_D \\ w'_D \\ u \\ v_D \\ w_D \\ \phi \end{Bmatrix}$$

3.2.1. Matriz de rigidez de um tramo de pilar exclusivo

Todos os pilares pertencentes exclusivamente aos pórticos planos existentes no sistema estrutural, de um edifício alto, terão suas matrizes de rigidez calculadas a partir da solução exata do sistema de equações 3.2,

adotando-se as seguintes simplificações:

- as seções transversais têm dois eixos de simetria;
- as seções transversais têm momento setorial de inércia nulo ($I_{\omega} = 0$);
- a rigidez à torção não é levada em conta;
- é considerada a rigidez à flexão segundo só um dos eixos principais;
- não é considerada a deformação por cortante.

Com estas simplificações o sistema 3.2 fica reduzido apenas à seguinte equação diferencial:

$$EI_z v_D'''' + P v_D'' = 0$$

A solução desta equação diferencial fornece a matriz de rigidez, em teorias de primeira ordem ($P = 0$) e segunda ordem ($P \neq 0$), de um tramo de pilar pertencente a um pórtico. Em teoria de segunda ordem é prevista a possibilidade da carga P ser de compressão ou tração.

Essa matriz, segundo as coordenadas deslocamentos v_D , v_D' e u , é de ordem 6×6 .

3.2.2. Matriz de rigidez de um tramo de pilar individual

Os pilares isolados ou individuais, elementos estruturais de comportamento tridimensional, terão suas matrizes de rigidez calculadas por uma das duas maneiras a seguir descritas:

1ª. situação:

Os pilares possuem seções transversais em perfís tipo I, U, duplo T de mesas diferentes, etc., apresentando um ou dois eixos de simetria e com momento setorial de

inércia I_{ω} diferente de zero. Adotando-se o eixo z como de simetria, o sistema de equações diferenciais 3.2 fornece:

$$\begin{cases} E I_z v_D'''' + P v_D'' + P z_D \phi'' = 0 \\ E I_{\omega} \phi'''' - (G I_x - P i_D^2) \phi'' + P z_D v_D'' = 0 \\ E I_y w_D'''' + P w_D'' = 0 \end{cases}$$

Assim procedendo, as duas primeiras equações acima obtidas formam um sistema, e a última torna-se independente; a solução, conforme [11] páginas 24 a 48, fornece a matriz de rigidez em teorias de primeira ordem ($P = 0$) e segunda ordem ($P \neq 0$) de um tramo de pilar individual com $I_{\omega} \neq 0$. No cálculo em segunda ordem são previstos os casos da carga P ser de compressão ou de tração.

A matriz de rigidez do tramo de pilar individual obtida segundo as coordenadas de extremidade correspondentes aos deslocamentos v_D, v_D', w_D, w_D' u e ϕ , é de ordem 12×12 .

2a. situação:

Os pilares possuem seções transversais em perfis tipo T, L, em cruz, etc., que apresentam o momento setorial de inércia nulo; nessa situação se enquadram ainda as seções transversais circulares, retangulares, quadradas, etc., não constituídas por elementos de pequena espessura. Com essa simplificação o sistema de equações diferenciais 3.2 fornece:

$$\begin{cases} EI_z v_D'''' + P v_D'' + P z_D \phi'' = 0 \\ EI_y w_D'''' + P w_D'' + P y_D \phi'' = 0 \\ -(G I_x - P i_D^2) \phi'' + P z_D v_D'' - P y_D w_D'' = 0 \end{cases}$$

Nessa segunda situação as três equações diferenciais obtidas são dependentes. A solução desse sistema, conforme [11] páginas 48 a 65, fornece a matriz de rigidez em teoria de primeira ordem ($P = 0$) e de segunda ordem ($P \neq 0$) para um tramo de pilar individual com $I_{\omega} = 0$. Em teoria de segunda ordem são previstas as possibilidades da carga P ser de compressão ou tração.

É importante observar que para os pilares individuais ou exclusivos, os termos referentes à análise não-linear são funções apenas do esforço axial solicitante de compressão ou de tração.

3.3. MATRIZ DE RIGIDEZ, EM TEORIA DE SEGUNDA ORDEM, PARA UM TRAMO DE BARRA NA SITUAÇÃO MAIS GERAL.

3.3.1. Sistema de Equações Diferenciais

As equações diferenciais do sistema 2.44, transcrito a seguir, permitem a determinação da matriz de rigidez de um tramo de barra de seção transversal com ou sem simetria e de paredes delgadas. É também possível se levar em conta as excentricidades das cargas verticais bem como, se existirem, os bimomentos por elas provocados.

$$EI_z v_D'''' - [N(v_D' + z_D \phi')] + 2M_y' \phi' + M_y \phi'' = 0$$

$$EI_y w_D'''' - [N(w_D' + y_D \phi')] + 2M_z' \phi' + M_z \phi'' = 0$$

$$EI_{\omega} \phi'''' - GI_x \phi'' - \left\{ [N i_D^2 + M_z j_z - M_y j_y - \frac{BU_{\omega}}{I_{\omega}}] \phi' \right\}' -$$

$$- (N v_D')' z_D + (N w_D')' y_D + M_y v_D'' + M_z w_D'' = 0$$

As três equações diferenciais deste sistema não são desacopláveis, a não ser em casos muito particulares de cargas aplicadas ou casos de simetria.

O sistema, por não apresentar termos envolvendo o produto de deslocamentos como $v_D w_D$, $v_D \phi$, ϕ^2 etc..., é um sistema linear de equações diferenciais ordinárias nos três deslocamentos v_D , w_D e ϕ e nas suas derivadas.

3.3.2. Sobre a Matriz de Rigidez do Núcleo Estrutural e a Solução do Sistema de Equações Diferenciais

Os núcleos estruturais, considerados com seções transversais de paredes finas, requerem a utilização da teoria de VLASSOV [1] que considera o empenamento não uniforme ao longo do eixo longitudinal. As dificuldades com a inclusão da torção, do empenamento, e do bimomento são compensadas pelo fato de se obter, para a estrutura, um comportamento mais próximo do real.

A teoria técnica de flexão, com as hipóteses de Bernouille-Navier, não pode ser aplicada às seções de paredes finas pois nelas a hipótese básica das seções planas permanecerem planas não permite o empenamento. Dessa forma, para o núcleo estrutural, os momentos fletores são obtidos da teoria técnica de flexão e o momento torçor e o bimomento são obtidos da teoria de barras de paredes delgadas de VLASSOV [1]; essa teoria admite que a seção transversal é indeformável no seu plano e que a deformação por cisalhamento da linha média da seção transversal (linha do esqueleto) é desprezível.

Para se obter a matriz de rigidez de um tramo de núcleo através do sistema de equações diferenciais 2.44 é necessário obter a sua solução; isso foi feito por ANTUNES [11] com o sistema de equações diferenciais 3.2. Como a solução do sistema 2.44, no caso geral, de forma fechada, não foi encontrada, podendo mesmo não existir, optou-se por resolvê-lo, usando técnica numérica, com o auxílio da biblioteca de programas NAG, "Numerical Algorithms Groups".

A matriz de rigidez a ser obtida, com a solução numérica desse sistema 2.44, será de ordem 14x14, e o vetor dos deslocamentos para um tramo da barra, segundo as coordenadas de sua extremidade B, será dado por:

$$\{d\}_B = \begin{Bmatrix} v'_D \\ w'_D \\ u \\ v_D \\ w_D \\ \phi \\ \phi' \end{Bmatrix}$$

O tramo de barra considerado poderá receber carregamento nas suas extremidades A e B, através da aplicação de:

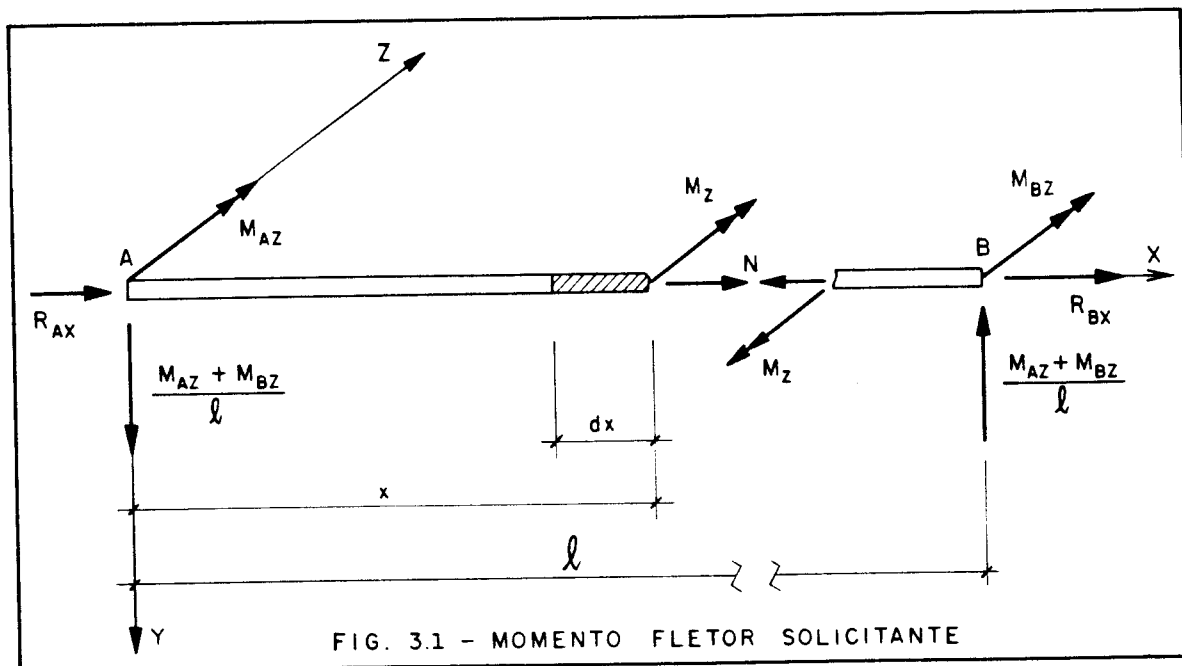
- cargas axiais com ou sem excentricidade: N
- momentos fletores: M_y e M_z
- forças cortantes: M'_y e M'_z
- bimomentos: B

Os termos N, M_y , M_z e B que fazem parte do sistema de equações diferenciais 2.44 são funções de X (X eixo longitudinal) e como tal, podem ser calculados a partir de seus valores nas extremidades do tramo de barra.

O esforço axial N(X) aplicado apenas nas extremidades é constante ao longo do tramo; chamando de P o esforço de compressão na barra, pela figura 3.1 tem-se:

$$N(X) = -P = -R_{Ax} \quad \dots 3.3$$

Sejam M_{Ay} , M_{Az} e B_A os momentos fletores e o bimomento aplicados na extremidade A do tramo de barra e M_{By} , M_{Bz} e B_B os aplicados na extremidade B.



De acordo com a figura 3.1 tem-se:

$$M_z + M_{Az} - \left(\frac{M_{Az} + M_{Bz}}{l} \right) x = 0$$

$$M_z(x) = -M_{Az} + \left(\frac{M_{Az} + M_{Bz}}{l} \right) x \quad \dots 3.4$$

Analogamente

$$M_y(x) = -M_{Ay} + \left(\frac{M_{Ay} + M_{By}}{l} \right) x \quad \dots 3.5$$

Para o bimomento tem-se da 2.34:

$$B(x) = C_1 \sinh \frac{x}{r} + C_2 \cosh \frac{x}{r}$$

Para determinar C_1 e C_2 as condições de contorno são:

$$\text{para } x = \ell \longrightarrow B(x) = B_B$$

$$\text{para } x = 0 \longrightarrow B(x) = -B_A$$

Com isso

$$C_2 = -B_A$$

$$C_1 = \frac{B_B + B_A \cosh \frac{\ell}{r}}{\sinh \frac{\ell}{r}}$$

$$B(x) = -B_A \cosh \frac{x}{r} + \left(\frac{B_A \cosh \frac{\ell}{r} + B_B}{\sinh \frac{\ell}{r}} \right) \sinh \frac{x}{r} \dots 3.6$$

Substituindo-se 3.3 em 2.44 obtém-se:

$$EI_z v_D'''' + P v_D'' + 2M_y' \phi' + (M_y + P z_D) \phi'' = 0$$

$$EI_y w_D'''' + P w_D'' + 2M_z' \phi' + (M_z - P y_D) \phi'' = 0$$

$$EI_\omega \phi'''' - \left[\left(GI_x - P i_D^2 + M_z j_z - M_y j_y - \frac{BU_\omega}{I_\omega} \right) \phi' \right]' +$$

$$+ (M_y + P z_D) v_D'' + (M_z - P y_D) w_D'' = 0 \dots 3.7$$

Para se obter a matriz de rigidez de um tramo de barra através da solução do sistema de equações diferenciais 3.7 é necessário impor-se, como condições de contorno, deslocamentos unitários segundo cada uma das coordenadas $v'_D, w'_D, v_D, w_D, \phi$ e ϕ' tanto na extremidade A como na extremidade B da barra.

Assim o sistema 3.7 deve ser resolvido doze vezes consecutivamente pois ao se impor como unitário um dos deslocamentos, todos os demais, tanto em A como em B, devem ser mantidos nulos.

Para se resolver o sistema 3.7 utilizando a biblioteca de programas NAG é necessário escrevê-lo na forma:

$$Y' = C(x) Y \quad \dots 3.8$$

onde:

$$Y' = \left\{ \begin{array}{c} v'_D \\ v''_D \\ v'''_D \\ v''''_D \\ w'_D \\ w''_D \\ w'''_D \\ w''''_D \\ \phi' \\ \phi'' \\ \phi''' \\ \phi'''' \end{array} \right\} \quad e \quad Y = \left\{ \begin{array}{c} v_D \\ v'_D \\ v''_D \\ v'''_D \\ w_D \\ w'_D \\ w''_D \\ w'''_D \\ \phi \\ \phi' \\ \phi'' \\ \phi''' \end{array} \right\} \quad \dots 3.9$$

A matriz $C(x)$ é de ordem 12×12 , e seus elementos são funções de x ; sua obtenção é indicada a seguir.

Partindo-se de 3.7 pode-se escrever:

$$v_D'''' = \frac{1}{EI_z} \left[-P v_D'' - (2M'_y) \phi' - (M_y + P z_D) \phi'' \right] \quad \dots 3.10$$

$$w_D'''' = \frac{1}{EI_y} \left[-P w_D'' - (2M'_z) \phi' - (M_z + P Y_D) \phi'' \right] \quad \dots 3.11$$

$$\begin{aligned} \phi'''' = & \frac{1}{EI_\omega} \left[(G I_x - P i_D^2 + M_z j_z - M_y j_y - \frac{BU}{I_\omega}) \phi'' + \right. \\ & + (M'_z j_z - M'_y j_y - \frac{B'U}{I_\omega}) \phi' - (M_y + P z_D) v_D'' - \\ & \left. - (M_z - P Y_D) w_D'' \right] = 0 \quad \dots 3.12 \end{aligned}$$

Substituindo-se a expressão 3.5 e sua derivada em 3.10 obtém-se:

$$v_D'''' = C_1 v_D'' + C_2 \phi' + C_3 \phi''$$

onde:

$$C_1 = - \frac{P}{EI_z}$$

$$C_2 = - \frac{2}{EI_z \ell} (M_{Ay} + M_{By})$$

$$C_3 = \frac{1}{EI_z} [M_{Ay} - \frac{x}{\ell} (M_{Ay} + M_{By}) - P z_D]$$

Substituindo-se a expressão 3.4 e sua derivada em 3.11 obtém-se:

$$W_D'''' = C_4 W_D'' + C_5 \phi' + C_6 \phi''$$

onde:

$$C_4 = - \frac{P}{EI_z}$$

$$C_5 = - \frac{2}{EI_y \ell} (M_{Az} + M_{Bz})$$

$$C_6 = \frac{1}{EI_y} [M_{Az} - \frac{x}{\ell} (M_{Az} + M_{Bz}) + P y_D]$$

Substituindo-se as expressões 3.4, 3.5, 3.6 e as suas derivadas na expressão 3.12 obtém-se:

$$\phi'''' = C_7 \phi'' + C_8 \phi' + C_9 v_D'' + C_{10} W_D''$$

onde:

$$C_7 = \frac{1}{EI_\omega} \left\{ GI_x - P i_D^2 + j_z \left[-M_{Az} + \frac{x}{\ell} (M_{Az} + M_{Bz}) \right] - \right. \\ \left. - j_z \left[-M_{Ay} + \frac{x}{\ell} (M_{Ay} + M_{By}) \right] - \frac{U_\omega}{I_\omega} \left[-B_A \cosh \frac{x}{r} + \right. \right. \\ \left. \left. + \left(\frac{B_A \cosh \frac{\ell}{r} + B_B}{\sinh \frac{\ell}{r}} \right) \sinh \frac{x}{r} \right] \right\}$$

$$C_8 = \frac{1}{EI_\omega} \left\{ \frac{j_z}{\ell} (M_{Az} + M_{Bz}) - \frac{j_y}{\ell} (M_{Ay} + M_{By}) - \right. \\ \left. - \frac{U_\omega}{I_\omega} \left[-\frac{B_A}{r} \sinh \frac{x}{r} + \left(\frac{B_A \cosh \frac{\ell}{r} + B_B}{r \sinh \frac{\ell}{r}} \right) \cosh \frac{x}{r} \right] \right\}$$

$$C_9 = - \frac{1}{EI_\omega} \left[-M_{Ay} + \frac{x}{\ell} (M_{Ay} + M_{By}) + P z_D \right]$$

$$C_{10} = - \frac{1}{EI_\omega} \left[-M_{Az} + \frac{x}{\ell} (M_{Az} + M_{Bz}) - P y_D \right]$$

Assim, a expressão 3.8 pode ser escrita matricialmente da seguinte forma:

$$\begin{pmatrix} v'_D \\ v''_D \\ v'''_D \\ v''''_D \\ w'_D \\ w''_D \\ w'''_D \\ w''''_D \\ \phi' \\ \phi'' \\ \phi''' \\ \phi'''' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_2 & C_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & C_9 & 0 & 0 & 0 & C_{10} & 0 & 0 & C_8 & C_7 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_D \\ v'_D \\ v''_D \\ v'''_D \\ w_D \\ w'_D \\ w''_D \\ w'''_D \\ \phi \\ \phi' \\ \phi'' \\ \phi''' \end{pmatrix}$$

Cada uma das doze equações diferenciais obtidas do sistema 3.7, agora na forma $Y = C(x)Y$, é integrada no intervalo de A, ($x=0$), até B, ($x=\ell$), a partir de condições iniciais apropriadas $Y_i(x=0)$, através da rotina D02CBF-NAG obtendo-se a matriz:

$$[y]_{x=\ell} = [y_1(x=\ell), y_2(x=\ell), \dots, y_i(x=\ell), \dots, y_{12}(x=\ell)]$$

Como o sistema de equações diferenciais é linear e homogêneo, a sua solução geral é dada por:

$$y(x) = a_1 y_1(x) + a_2 y_2(x) + \dots + a_i y_i(x) + \dots + a_{12} y_{12}(x) \quad \dots 3.13$$

onde, $a_1, a_2, \dots, a_i, \dots, a_{12}$ são constantes arbitrárias.

$$y_i(x) = \left\{ \begin{array}{c} y_1^i(x) \\ y_2^i(x) \\ \vdots \\ y_{12}^i(x) \end{array} \right\}$$

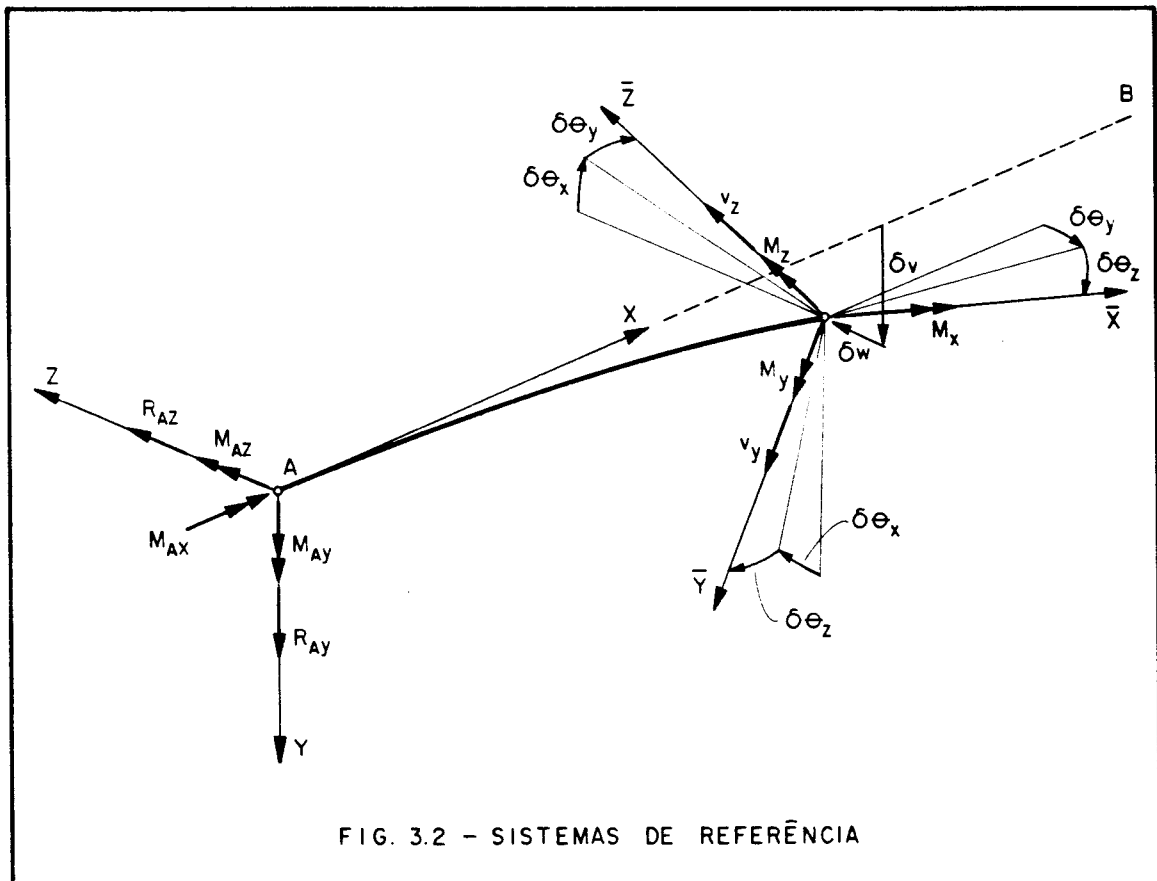
Com as condições de contorno impostas para $x=0$ e $x=l$ (em $v_D, v'_D, w_D, w'_D, \phi$ e ϕ') aplicadas na solução geral 3.13, obtém-se um sistema de equações lineares para as incógnitas a_1, a_2, \dots, a_{12} que, resolvido pela rotina F04ATF-NAG produzirá a solução do problema de valor de contorno original.

Com os valores das constantes a_1, a_2, \dots, a_{12} calculados, obtém-se o vetor Y da expressão 3.9, com os seus elementos calculados para os pontos $X=0$ e $X=l$, isto é, os vetores Y_A e Y_B respectivamente.

3.3.3. Dedução das expressões que permitem calcular os elementos da matriz de rigidez.

Esses elementos são numericamente iguais a "esforços de reações" referidas às coordenadas locais e devidas a deslocamentos impostos em cada uma delas; as suas expressões serão deduzidas a seguir.

Esses "esforços de reação" indicadas por R_{Ay} , R_{Az} , M_{Ax} , M_{Ay} , M_{Az} etc., terão orientação definida pelos sistemas de referência locais, com eixos X , Y e Z , associados ao elemento em questão; elas serão diretamente relacionadas aos esforços internos nas extremidades da barra através de condições de equilíbrio. Esses esforços internos V_y , V_z , M_x , M_y , M_z , etc., terão numa posição genérica definida pela ordenada x , medida a partir da extremidade A da barra AB, direções associadas a um referencial \bar{X} , \bar{Y} e \bar{Z} que mantêm, em relação à posição deslocada da seção, as direções que na posição não deslocada correspondiam ao sistema X , Y e Z . O sentido dos esforços será positivo, quando adotados como atuantes na face anterior da seção transversal, em relação a X , tiverem sentidos coincidentes com os dos eixos \bar{X} , \bar{Y} e \bar{Z} .



3.3.3.1. Cálculo das reações R_{Ay} R_{By} nos engastamentos A e B

As forças cortantes, em teoria de primeira ordem, são dadas por:

$$V_y = - \frac{dM_z}{dx} = -EI_z v_D'''$$

$$V_z = + \frac{dM_y}{dx} = -EI_y w_D'''$$

...3.14

Em teoria de segunda ordem, as reações R_{Ay} e R_{By} podem ser obtidas através da primeira equação do sistema 3.7, que integrada em x fornece:

$$EI_z v_D'''' + P v_D' + P z_D \phi' + M_y \phi' + M_y' \phi + D_1 = 0 \quad \dots 3.15$$

Aplicando-se as condições de contorno em $x = 0$ obtém-se:

a) Para $v_{DA} \neq 0$ e demais deslocamentos em A e B nulos, de 3.15 obtém-se:

$$D_1 = -EI_z v_{DA}'''$$

Usando 3.14 obtém-se:

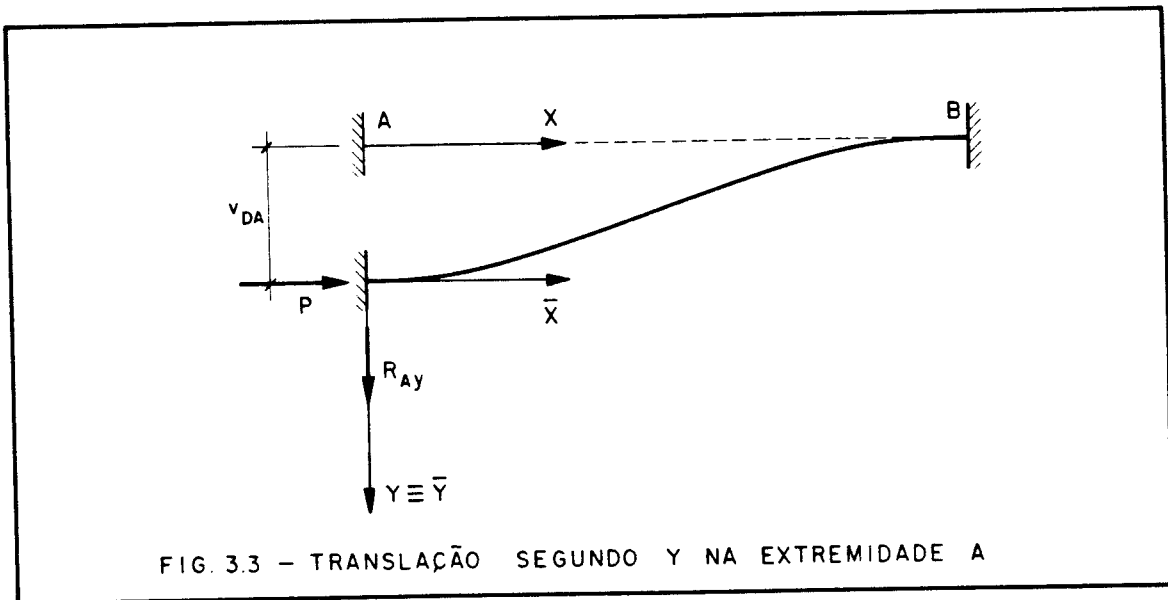
$$D_1 = V_{Ay}$$

Do equilíbrio de forças, na direção do eixo \bar{Y} , de um elemento infinitesimal de barra imediatamente à direita de A obtém-se:

$$V_{Ay} + R_{Ay} = 0$$

Portanto:

$$R_{Ay} = EI_z v''''_{DA} \quad \dots 3.16$$



b) Para $v'_{DA} \neq 0$ e demais deslocamentos em A e B nulos, de 3.15 obtém-se:

$$D_1 = -EI_z v''''_{DA} - P v'_{DA}$$

Com o auxílio da figura 3.4 é possível interpretar-se o significado físico do termo de segunda ordem $P v'_{DA}$ da reação R_{Ay}

Sendo v'_{DA} a rotação em A, em torno do eixo Z, do equilíbrio de forças na direção do eixo \bar{Y} de um elemento infinitesimal de barra imediatamente à direita de A obtém-se:

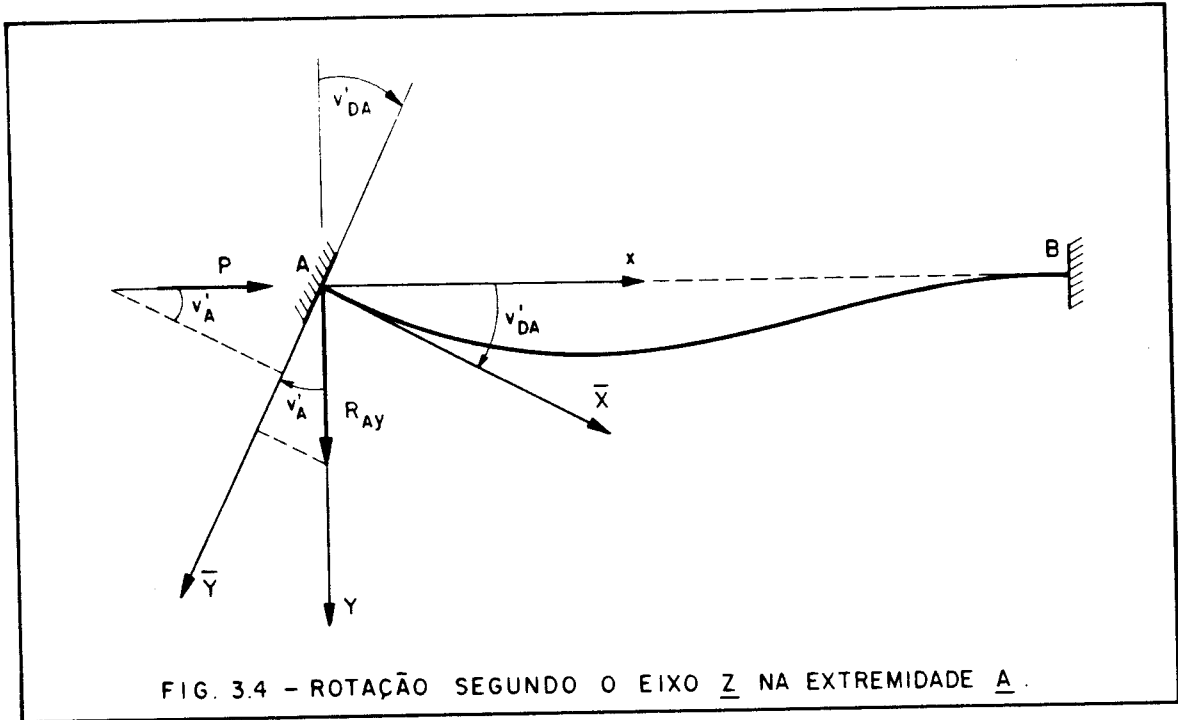


FIG. 3.4 - ROTAÇÃO SEGUNDO O EIXO Z NA EXTREMIDADE A.

$$-P v'_{DA} + R_{Ay} + V_{Ay} = 0$$

Substituindo-se o valor de V_{Ay} obtém-se:

$$R_{Ay} = EI_z v''_{DA} + P v'_{DA} \quad \dots 3.17$$

Portanto:

$$R_{Ay} = -D_1$$

c) Para $\phi_A \neq 0$ e demais deslocamentos em A e B nulos, de 3.15 obtém-se:

$$D_1 = -EI_z v''''_{DA} - M'_y \phi \Big|_{x=0}$$

usando 3.5 obtém-se:

$$D_1 = -EI_z v''''_{DA} - \frac{(M_{Ay} + M_{By})}{l} \phi_A$$

Com o auxílio da figura 3.5 é possível interpretar-se o significado da segunda parcela de D_1 ou de R_{Ay} , correspondente à segunda ordem:

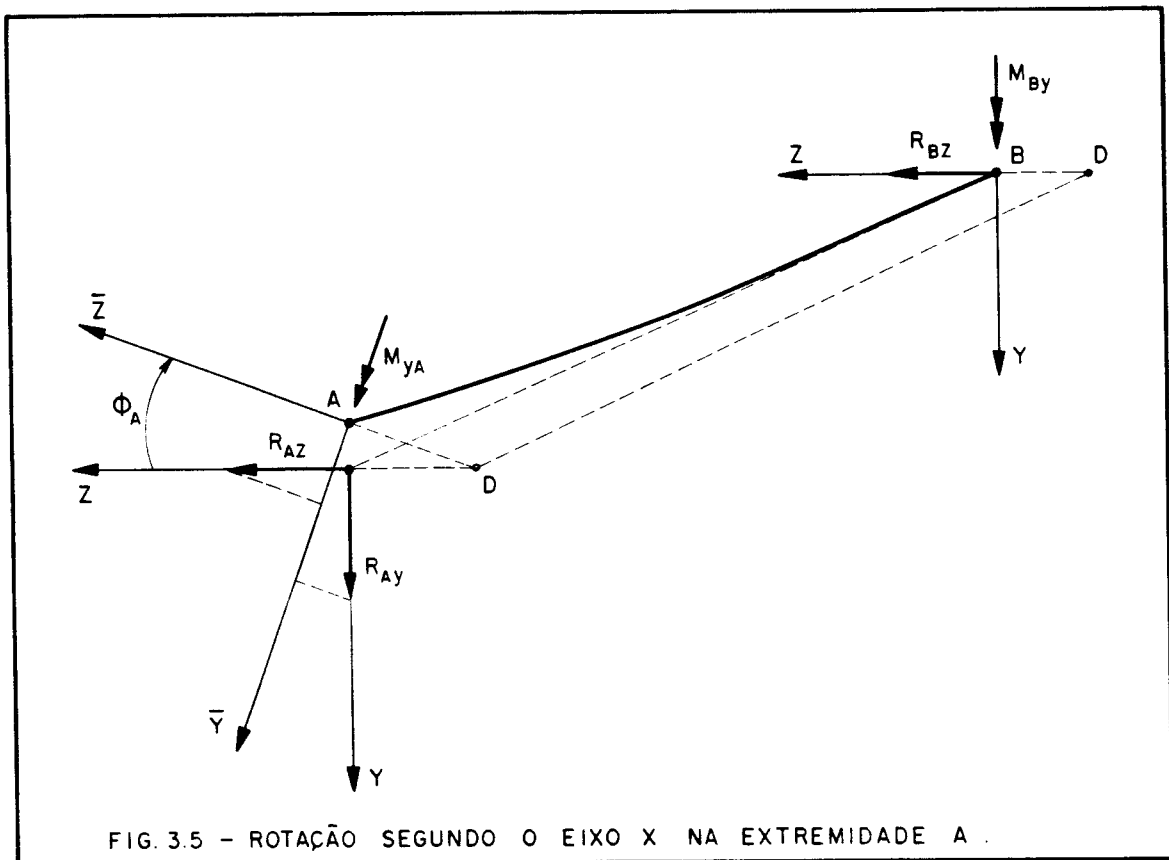


FIG. 3.5 - ROTAÇÃO SEGUNDO O EIXO X NA EXTREMIDADE A .

Sendo ϕ_A a rotação da seção A em torno do centro de torção D, do equilíbrio na direção do eixo \bar{Y} , obtém-se:

$$V_{Ay} - R_{Az} \phi_A + R_{Ay} = 0$$

Colocando R_{Az} em função de M_{Ay} e M_{By} tem-se:

$$R_{Ay} = -V_{Ay} + \frac{(M_{Ay} + M_{By})}{\ell} \phi_A$$

$$R_{Ay} = EI_z v_D'''' + \frac{(M_{Ay} + M_{By})}{\ell} \phi_A \quad \dots 3.18$$

Portanto

$$R_{Ay} = -D_1$$

d) Para $\phi'_A \neq 0$ e demais deslocamentos em A e B nulos, de 3.15 obtém-se:

$$D_1 = -EI_z v_{DA}'''' - P z_D \phi'_A - M_y \phi' \Big|_{x=0}$$

usando 3.5 obtém-se:

$$D_1 = -EI_z v_{DA}'''' - P z_D \phi'_A + M_{Ay} \phi'_A$$

As figuras 3.6 e 3.7 permitem interpretar os termos de segunda ordem $M_{Ay} \phi'_A$ e $P z_D \phi'_A$, respectivamente, da reação R_{Ay} .

Para melhor entender a figura 3.6 deve-se notar que para $x = 0$ (em A) tem-se $\phi(0) = 0$ e $\phi'(0) \neq 0$; já para um x genérico tem-se $\phi(x) \neq 0$ e $\phi'(x) \neq 0$.

De 3.14 tem-se:

$$V_y = - \frac{dM}{dx}$$

Da figura 3.6 observa-se que com a rotação ϕ , em torno de D, o momento M_y agora com a direção de \bar{Y} terá segundo Z uma componente:

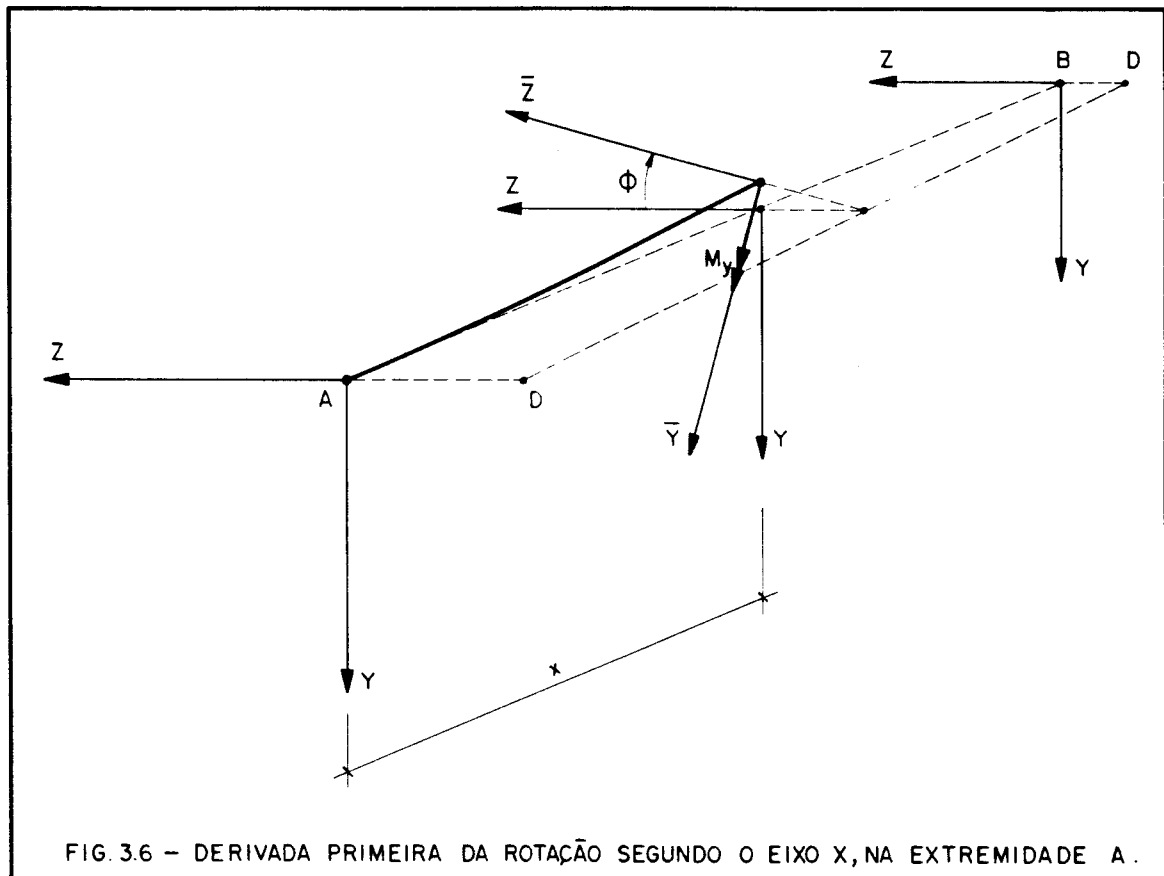
$$M_z = M_y \phi$$

acarretando portanto um esforço cortante em Y.

$$V_y = - \frac{d(M_y \phi)}{dx}$$

Com isso:

$$V_y = - M'_y \phi - M_y \phi'$$



Para $x = 0$ tem-se $\phi_A = 0$ e $\phi'_A \neq 0$ e usando 3.5 obtém-se:

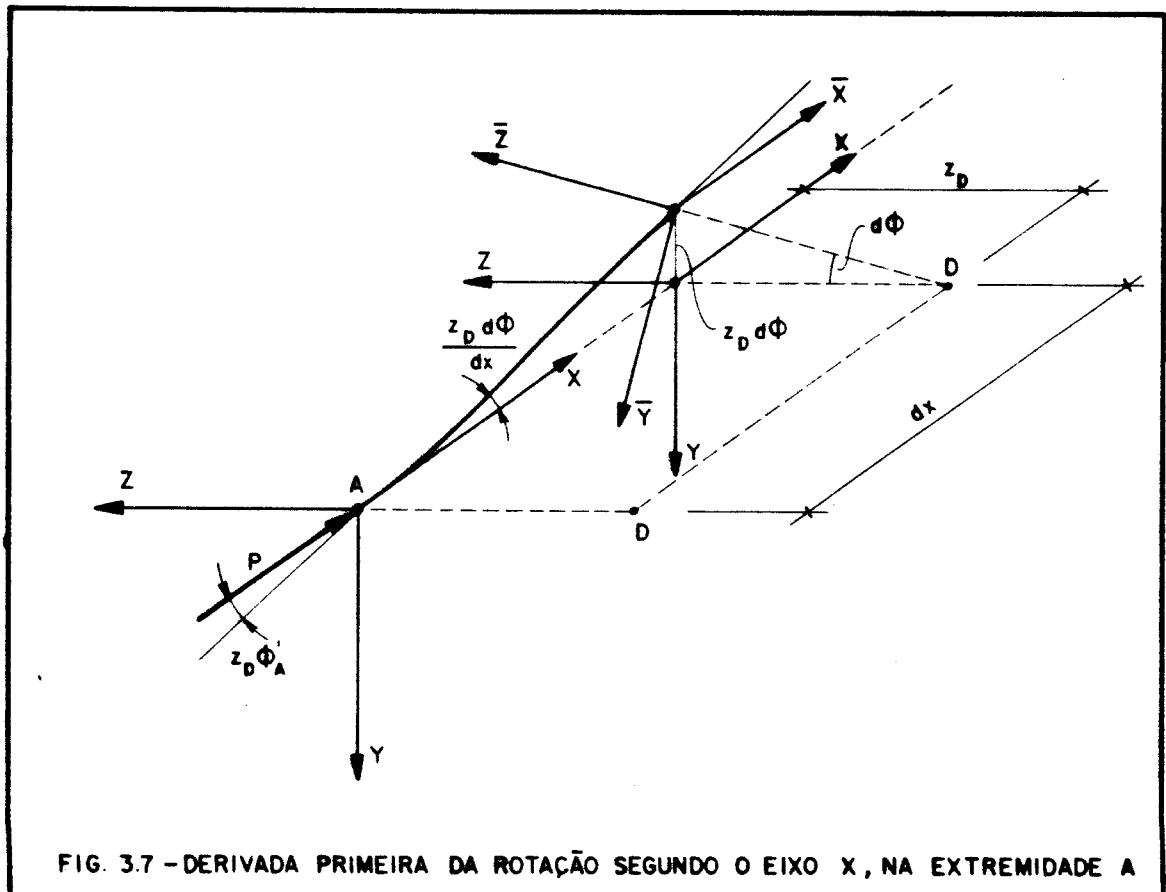
$$V_{Ay} = M_{Ay} \phi'_A$$

Como por equilíbrio $V_{Ay} + R_{Ay} = 0$ tem-se:

$$R_{Ay} = -M_{Ay} \phi'_A \quad \dots 3.19$$

A figura 3.7 mostra um elemento com comprimento dx imediatamente à direita de A; observe-se que como consequência do incremento de rotação $d\phi$, a barra sofre uma rotação em A, no plano XY, igual a $z_D \phi'_A$ o que implica no aparecimento de uma componente de P, segundo a direção de Y, com isso:

$$R_{Ay} = P z_D \phi'_A \quad \dots 3.20$$



Ao se aplicar o deslocamento ϕ'_A a seção transversal A(x=0) fica impedida à rotação ϕ_A , mas uma seção distante dx de A sofre uma rotação $d\phi$ conforme a figura 3.7.

Com 3.19 e 3.20 tem-se:

$$R_{Ay} = EI_z v'''_{DA} + P z_D \phi'_A - M_{Ay} \phi'_A \quad \dots 3.21$$

ou seja:

$$R_{Ay} = -D_1$$

Com as equações 3.16, 3.17, 3.18 e 3.21, pode-se obter uma expressão para R_{Ay} de modo que todas as quatro condições de contorno possam ser satisfeitas independentemente.

$$R_{Ay} = EI_z v'''_{DA} + P v'_{DA} + \left(\frac{M_{Ay} + M_{By}}{\ell} \right) \phi_A + P z_D \phi'_A - M_{Ay} \phi'_A \quad \dots 3.22$$

De maneira análoga, pode-se impor as quatro condições de contorno para $x = \ell$, lembrando que de acordo com a convenção adotada, o equilíbrio segundo o eixo Y fornece:

$$R_{By} - V_{By} = 0$$

portanto

$$R_{By} = -EI_z v'''_{DB} - P v'_{DB} - P z_D \phi'_B - M_y \phi' \Big|_{x=\ell} - M'_y \phi \Big|_{x=\ell}$$

Substituindo-se a expressão 3.5 e a sua derivada tem-se:

$$R_{By} = -EI_z w''_{DB} - P v'_{DB} - P z_D \phi'_B - M_{By} \phi'_B - \left(\frac{M_{Ay} + M_{By}}{\ell} \right) \phi_B \dots 3.23$$

3.3.3.2. Cálculo das reações R_{Az} e R_{Bz} nos engastamentos A e B

Em teoria de segunda ordem, as reações R_{Az} e R_{Bz} podem ser obtidas através da segunda equação do sistema 3.7, que integrada em x fornece:

$$EI_y w''_D + P w'_D - P Y_D \phi' + M_z \phi' + M'_z \phi + D_z = 0 \dots 3.24$$

Cálculo análogo ao efetuado no item 3.3.3.1 fornece:

$$R_{Az} = EI_y w'''_{DA} + P w'_{DA} - P Y_D \phi'_A + M_z \phi' \Big|_{x=0} + M'_z \phi \Big|_{x=0}$$

$$R_{Bz} = -EI_y w'''_{DB} - P w'_{DB} + P Y_D \phi'_B - M_z \phi' \Big|_{x=\ell} - M'_z \phi \Big|_{x=0}$$

Substituindo a expressão 3.4 e a sua derivada tem-se:

$$R_{Az} = EI_y w'''_{DA} + P w'_{DA} - P Y_D \phi'_A - M_{Az} \phi'_A + \left(\frac{M_{Az} + M_{Bz}}{\ell} \right) \phi_A \dots 3.25$$

$$R_{Bz} = -EI_y w'''_{DB} - P w'_{DB} + P Y_D \phi'_B - M_{Bz} \phi'_B - \left(\frac{M_{Az} + M_{Bz}}{\ell} \right) \phi_B \dots 3.26$$

3.3.3.3. Cálculo dos momentos fletores M_{Az} e M_{Bz} nos engastamentos A e B

Em teoria de primeira ordem, na convenção estabelecida nas figuras 2.2 e 2.5 o momento fletor M_z é dado por:

$$M_z = EI_z v''_D$$

Para a seção do engastamento A tem-se:

$$M_{Az} = -EI_z v''_{DA}$$

Para a seção do engastamento B tem-se:

$$M_{Bz} = EI_z v''_{DB}$$

Os momentos fletores M_{Az} e M_{Bz} podem, também, ser obtidos integrando-se duas vezes a primeira equação do sistema 3.7.

$$EI_z v''_D + P v_D + P z_D \phi + M_y \phi + C_1 x + C_2 = 0 \quad \dots 3.27$$

Aplicando-se as condições de contorno em $x = 0$ obtém-se:

a) Para $v_{DA} \neq 0$ e demais deslocamentos em A e B nulos, de 3.27 obtém-se:

$$EI_z v''_{DA} + P v_{DA} + C_2 = 0$$

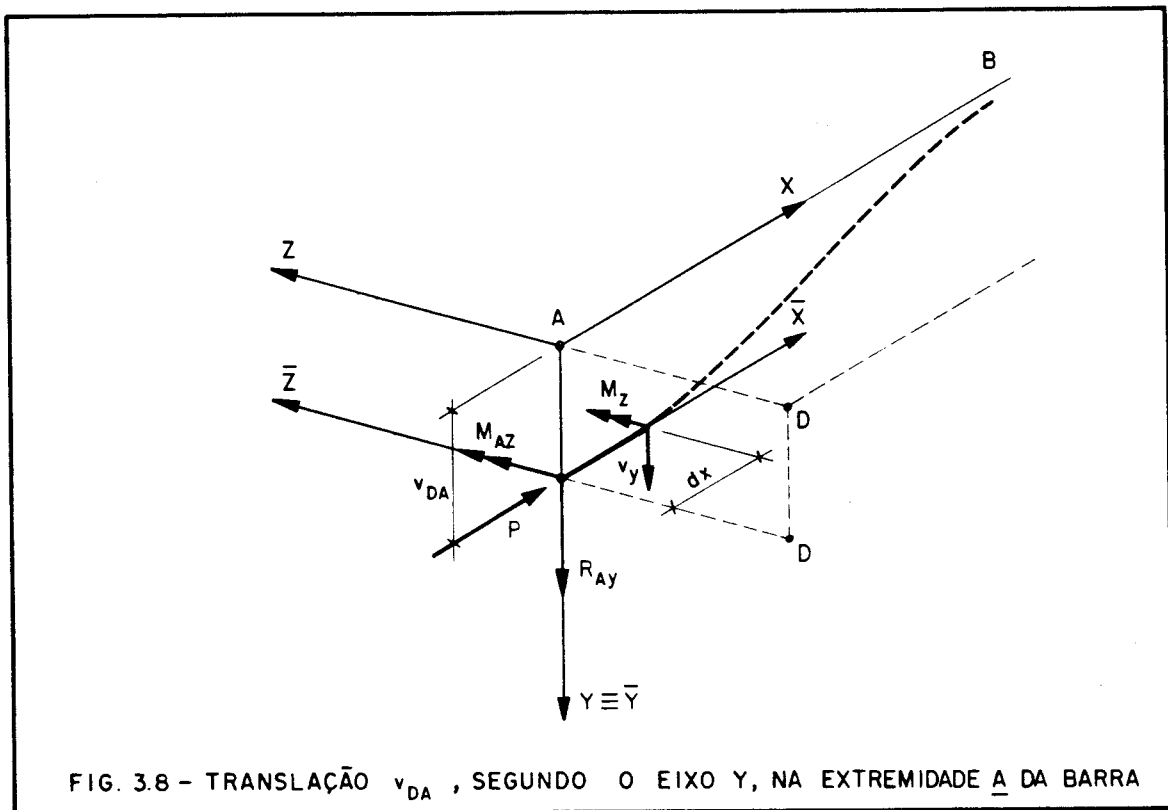
$$C_2 = -EI_z v''_{DA} - P v_{DA}$$

Com o auxílio da figura 3.8 interpreta-se fisicamente o significado da constante C_2 como sendo o

momento fletor em relação ao eixo Z, isto é, em relação a posição indeformada da barra AB.

Como, para se determinar os termos da matriz de rigidez, em teoria de segunda ordem, deve-se realizar o equilíbrio na posição deformada da barra AB, o momento fletor, indicado por M_{Az} , deve ser tomado em relação ao eixo \bar{Z} e assim procedendo o seu valor corresponde a apenas a primeira parcela da expressão que fornece a constante C_2 , ou seja:

$$M_{Az} = -EI_z v''_{DA} \quad \dots 3.28$$



b) Para $v'_A \neq 0$ e demais deslocamentos em A e B nulos, de 3.27 obtém-se:

$$EI_z v''_{DA} + C_2 = 0$$

$$C_2 = M_{Az}$$

c) Para $\phi_A \neq 0$ e demais deslocamentos em A e B nulos, de 3.27 obtém-se:

$$EI_z v''_{DA} + P z_D \phi_A - M_{Ay} \phi_A + C_2 = 0$$

$$C_2 = -EI_z v''_{DA} - P z_D \phi_A + M_{Ay} \phi_A$$

De acordo com a figura 3.9 as parcelas $P z_D \phi_A$ e $M_{Ay} \phi_A$, da constante C_2 , também representam o momento fletor em relação à posição indeformada da barra AB, isto é, em relação ao eixo Z indicado.

Como o equilíbrio é realizado na posição deformada, o momento fletor M_{Az} deve ser tomado em relação ao eixo deslocado, isto é, \bar{Z} . Portanto M_{Az} corresponde a apenas a primeira parcela da expressão da constante C_2 .

$$M_{Az} = -EI_z v''_{DA}$$

d) Para $\phi'_A \neq 0$ e demais deslocamentos em A e B nulos, de 3.27 obtém-se:

$$EI_z v''_{DA} + C_2 = 0$$

$$C_2 = M_{Az}$$

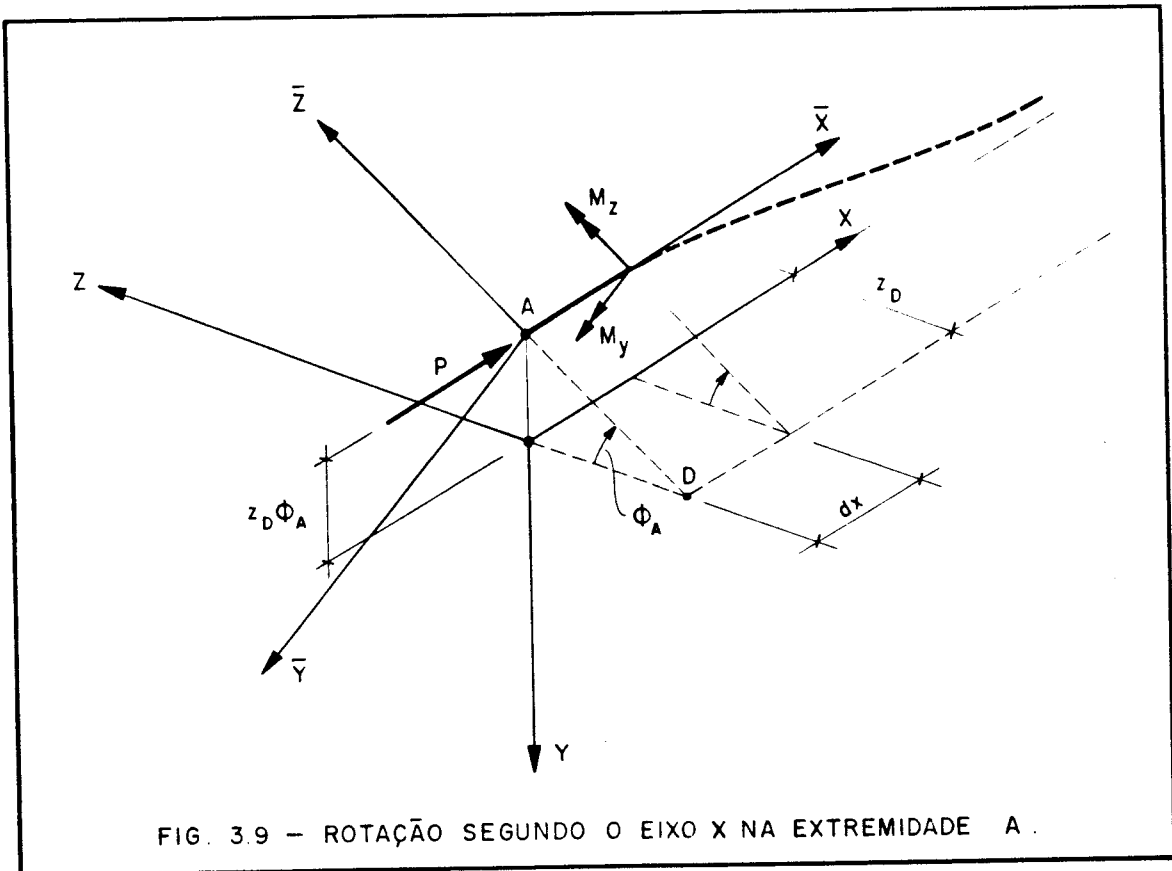


FIG. 3.9 - ROTAÇÃO SEGUNDO O EIXO X NA EXTREMIDADE A .

Assim, quaisquer que sejam as condições de contorno o esforço M_{Az} no engastamento A é obtido através da expressão 3.28.

De maneira análoga, pode-se impor as quatro condições de contorno para $x = \ell$, obtendo-se:

$$M_{Bz} = EI_z v''_{DB} \quad \dots 3.29$$

3.3.3.4. Cálculo dos momentos fletores M_{Ay} e M_{By} nos engastamentos A e B

De maneira análoga ao desenvolvimento do item 3.3.3.3, os momentos fletores M_{Ay} e M_{By} podem, também, ser obtidos integrando-se duas vezes a segunda equação do sistema 3.7, obtendo-se as seguintes expressões:

$$M_{Ay} = EI_y w''_{DA}$$

$$M_{By} = -EI_y w''_{DB} \quad \dots 3.30$$

3.3.3.5. Cálculo dos momentos torçores M_{Ax} e M_{Bx} nos engastamentos A e B

Em teoria de primeira ordem, na convenção estabelecida nas figuras 2.2 e 2.5 o momento torçor M_x é dado por:

$$M_x = -EI_\omega \phi'' + G I_x \phi'$$

Em teoria de segunda ordem, os momentos torçores M_{Ax} e M_{Bx} podem ser obtidos através da integração da terceira equação do sistema 3.7.

$$EI_\omega \phi'''' - \left[\left(G I_x - P i_D^2 + M_z j_z - M_y j_y - \frac{BU_\omega}{I_\omega} \right) \phi' \right]' + \\ + (M_y + P z_D) v''_D + (M_z - P y_D) w''_D = 0$$

Integrando em x e observando que:

$$\int M_y v''_D dx = M_y v'_D - M'_y v_D$$

para $M'_y = \text{constante}$, obtém-se:

$$EI_\omega \phi'''' - \left(G I_x - P i_D^2 + M_z j_z - M_y j_y - \frac{BU_\omega}{I_\omega} \right) \phi' + (M_y + P z_D) v'_D + \\ + (M_z - P y_D) w'_D - M'_y v_D - M'_z w_D + D_3 = 0 \quad \dots 3.31$$

Aplicando-se as condições de contorno em $x = 0$ obtém-se:

a) Para $v_{DA} \neq 0$ e demais deslocamentos em A e B nulos, de 3.31 obtém-se:

$$D_3 = -EI_{\omega} \phi_A''' + M_y' v_D \Big|_{x=0}$$

Substituindo-se a derivada da expressão 3.5 tem-se:

$$D_3 = -EI_{\omega} \phi_A''' + \left(\frac{M_{Ay} + M_{By}}{\ell} \right) v_{DA} \quad \dots 3.32$$

A figura 3.10 mostra o termo de segunda ordem $\left(\frac{M_{Ay} + M_{By}}{\ell} \right) v_{DA}$ do momento torçor M_{Ax} .

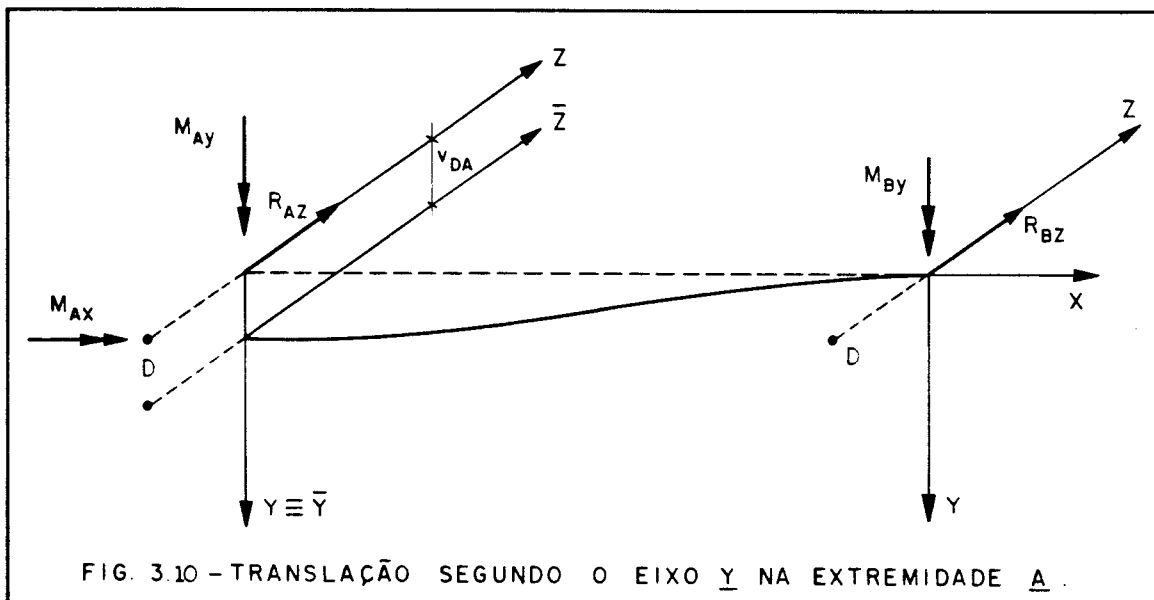


FIG. 3.10 - TRANSLAÇÃO SEGUNDO O EIXO \underline{Y} NA EXTREMIDADE \underline{A} .

O equilíbrio fornece

$$M_{Ax} = EI_{\omega} \phi_A''' + R_{Az} v_{DA}$$

Como

$$R_{Az} = - \left(\frac{M_{Ay} + M_{By}}{\ell} \right)$$

tem-se que:

$$M_{Ax} = -D_3$$

Assim, a constante de integração representa o momento torçor.

b) Para $v'_{DA} \neq 0$ e demais deslocamentos em A e B nulos, de 3.31 obtém-se:

$$D_3 = -EI_{\omega} \phi'''_A - P z_D v'_{DA} - M_y v'_D \Big|_{x=0}$$

Levando em conta a expressão 3.5 tem-se:

$$D_3 = -EI_{\omega} \phi'''_A - P z_D v'_{DA} + M_{Ay} v'_{DA} \quad \dots 3.33$$

A figura 3.11 mostra os dois novos termos de segunda ordem: $P z_D v'_{DA}$ e $M_{Ay} v'_{DA}$ correspondentes ao esforço momento torçor

O equilíbrio fornece:

$$M_{Ax} - EI_{\omega} \phi'''_A + P v'_{DA} (-z_D) - M_y v'_D \Big|_{x=0} = 0$$

$$M_{Ax} = EI_{\omega} \phi'''_A - P z_D v'_{DA} + M_{Ay} v'_{DA}$$

$$\text{Portanto } M_{Ax} = -D_3$$

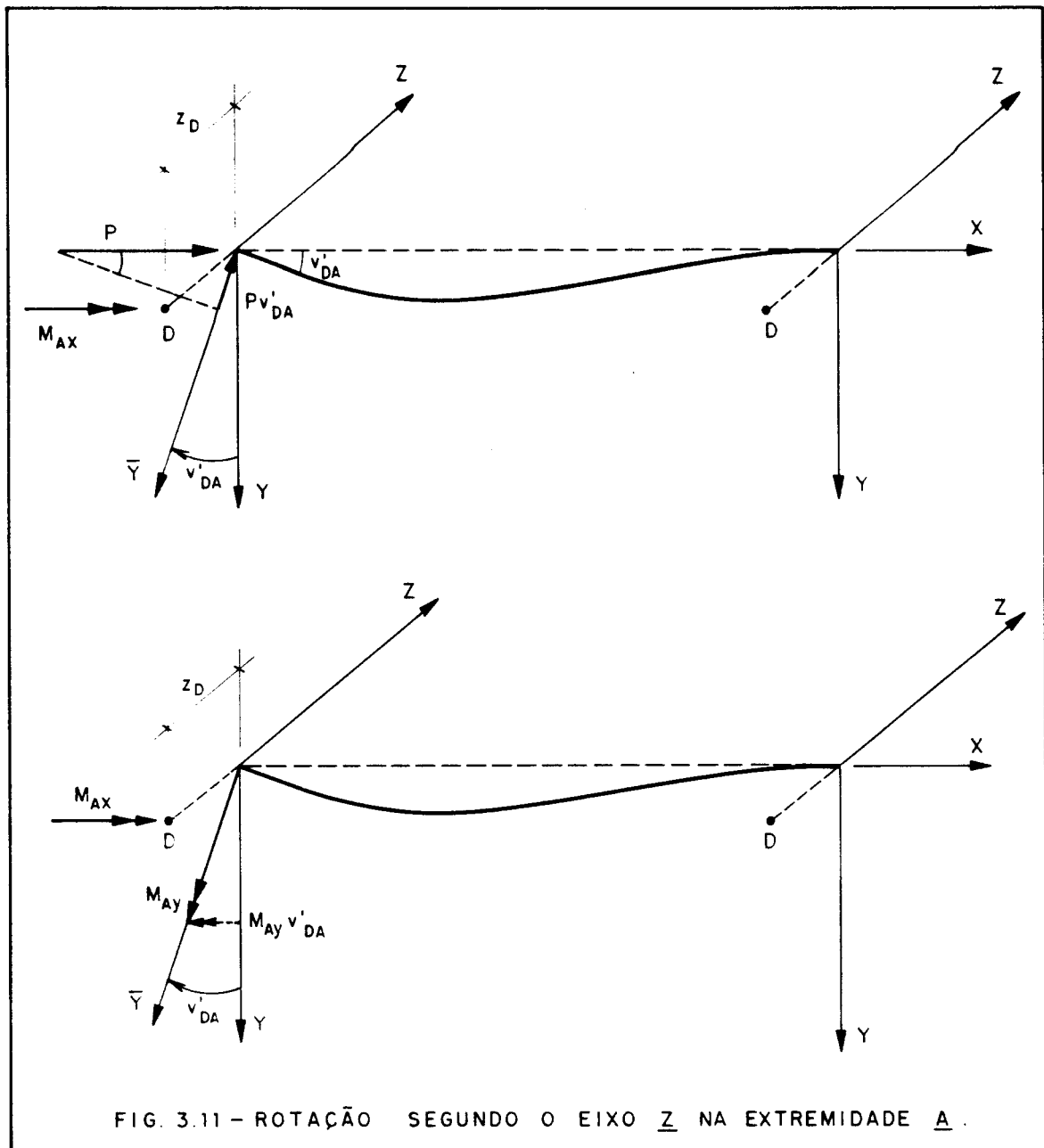


FIG. 3.11 - ROTAÇÃO SEGUNDO O EIXO \underline{Z} NA EXTREMIDADE \underline{A} .

c) Para $w_{DA} \neq 0$ e demais deslocamentos em A e B nulos, de 3.30 obtém-se:

$$D_3 = -EI_{\omega} \phi_A''' + \left(\frac{M_{Az} + M_{Bz}}{\ell} \right) w_{DA} \quad \dots 3.34$$

d) Para $w'_{DA} \neq 0$ e demais deslocamentos em A e B nulos, de 3.31 obtém-se:

$$D_3 = -EI_{\omega} \phi'''_A + P y_D w'_{DA} + M_{Az} w'_{DA} \quad \dots 3.35$$

e) Para $\phi_A \neq 0$ e demais deslocamentos em A e B nulos, de 3.31 obtém-se:

$$D_3 = -EI_{\omega} \phi'''_A \quad \dots 3.36$$

f) Para $\phi'_A \neq 0$ e demais deslocamentos em A e B nulos, de 3.31 obtém-se:

$$D_3 = -EI_{\omega} \phi'''_A + \left(G I_x - P i_D^2 + M_z j_z - M_y j_y - \frac{BU_{\omega}}{I_{\omega}} \right) \phi' \Big|_{x=0}$$

Substituindo-se as expressões 3.4, 3.5 e 3.6 tem-se:

$$D_3 = -EI_{\omega} \phi'''_A + \left(G I_x - P i_D^2 - M_{Az} j_z + M_{Ay} j_y + \frac{B U_{\omega}}{I_{\omega}} \right) \phi'_A \dots 3.37$$

Com as expressões 3.32, 3.33, 3.34, 3.35, 3.36 e 3.37 pode-se obter uma expressão para M_{Ax} de modo que as seis condições de contorno possam ser satisfeitas independentemente.

$$\begin{aligned}
M_{Ax} = & +EI_{\omega} \phi_A'' - \left(G I_x - P i_D^2 - M_{Az} j_z + M_{Ay} j_y + \frac{B_A U_{\omega}}{I_{\omega}} \right) \phi_A' + \\
& + (P z_D - M_{Ay}) v'_{DA} - (P y_D + M_{Az}) w'_{DA} - \\
& - \left(\frac{M_{Ay} + M_{By}}{\ell} \right) v_{DA} - \left(\frac{M_{Az} + M_{Bz}}{\ell} \right) w_{DA} \quad \dots 3.38
\end{aligned}$$

De maneira análoga, impondo-se as condições de contorno no engastamento B, com $x = \ell$, e lembrando que:

$$M_{Bx} + EI_{\omega} \phi_B'' = 0$$

obtém-se:

$$\begin{aligned}
M_{Bx} = & -EI_{\omega} \phi_B'' + \left(G I_x - P i_D^2 - M_{Bz} j_z + M_{By} j_y + \frac{B_B U_{\omega}}{I_{\omega}} \right) \phi_B' - \\
& - (P z_D + M_{By}) v'_{DB} + (P y_D - M_{Bz}) w'_{DB} + \\
& + \left(\frac{M_{Ay} + M_{By}}{\ell} \right) v_{DB} + \left(\frac{M_{Az} + M_{Bz}}{\ell} \right) w_{DB} \quad \dots 3.39
\end{aligned}$$

3.3.3.6. Cálculo dos bimomentos B_A e B_B atuantes nos engastamentos A e B

Com desenvolvimento análogo ao realizado para os momentos fletores M_y e M_z , o bimomento, na convenção estabelecida nas figuras 2.2 e 2.4 é calculado conforme expressão 2.33 sendo:

$$B = EI_{\omega} \phi''$$

para a seção do engastamento A tem-se:

$$B_A = -EI_{\omega} \phi''_A \quad \dots 3.40$$

e para a seção do engastamento tem-se:

$$B_E = EI_{\omega} \phi''_B \quad \dots 3.41$$

3.3.4. Cálculo dos elementos da matriz de rigidez

Para se calcular os elementos da matriz de rigidez, partindo-se das expressões 3.22, 3.23, 3.25, 3.26, 3.28, 3.29, 3.30, 3.38, 3.39, 3.40 e 3.41 é necessário se imporem deslocamentos unitários segundo uma das coordenadas v_{DA} , v'_{DA} , v''_{DA} , v'''_{DA} , w_{DA} , w'_{DA} , w''_{DA} , w'''_{DA} , ϕ_A , ϕ'_A , ϕ''_A e ϕ'''_A , mantendo-se as demais fixas.

Para cada uma dessas doze condições de contorno o sistema de equações diferenciais 3.7 é resolvido obtendo-se como solução os deslocamentos e suas derivadas para $x=0$ e $x=l$.

$$Y_A = \left. \begin{array}{c} v_{DA} \\ v'_{DA} \\ v''_{DA} \\ v'''_{DA} \\ w_{DA} \\ w'_{DA} \\ w''_{DA} \\ w'''_{DA} \\ \phi_A \\ \phi'_A \\ \phi''_A \\ \phi'''_A \end{array} \right\} \quad e \quad Y_B = \left. \begin{array}{c} v_{DB} \\ v'_{DB} \\ v''_{DB} \\ v'''_{DB} \\ w_{DB} \\ w'_{DB} \\ w''_{DB} \\ w'''_{DB} \\ \phi_B \\ \phi'_B \\ \phi''_B \\ \phi'''_B \end{array} \right\} \quad \dots 3.42$$

Substituindo-se os valores dos deslocamentos nas expressões dos esforços nas extremidades da barra obtém-se os elementos da matriz de rigidez.

Por exemplo a segunda coluna dessa matriz de rigidez é encontrada fazendo-se $v'_{DB} = 1$ e todos os outros deslocamentos nulos.

É necessário ainda acrescentar-se o esforço axial N_A e N_B para obter-se a matriz de rigidez completa, de ordem 14×14 .

A contribuição desse esforço se faz, para N_B , na coluna com o elemento $k_{3,3}$ igual a $\frac{E S}{\ell}$, e também na décima coluna, para N_A , com o elemento $k_{10,10}$ igual a $\frac{E S}{\ell}$.

Essa matriz, assim obtida, possui as chamadas coordenadas de flexão, referidas a um sistema de eixos XYZ com origem no centro de gravidade da seção transversal; as chamadas coordenadas de torção são referidas a um sistema com eixos paralelos aos primeiros, só que com origem no centro de torção da seção.

3.3.5. Matriz de rigidez do núcleo resistente

Todos os núcleos resistentes existentes no sistema estrutural do edifício terão suas matrizes de rigidez calculadas, em teoria de segunda ordem, a partir da solução do sistema de equações diferenciais 2.44.

A matriz de rigidez de um tramo do núcleo é de ordem (14×14) . Neste caso previsto, os termos referentes à análise não-linear, ou os ditos termos de segunda ordem são funções dos seguintes esforços aplicados nas extremidades de barra:

- força normal de compressão;
- momento fletor segundo os eixos principais;
- bimomento.

CAPÍTULO 4

METODOLOGIA DE CALCULO

4.1. CÁLCULO EM TEORIA DE PRIMEIRA E DE SEGUNDA ORDEM

Com base no trabalho de BECKER [8] foi desenvolvido um programa em linguagem FORTRAN-77 (precisão dupla) para, na primeira etapa de cálculo, resolver a estrutura em teoria de primeira ordem. Nessa primeira etapa, são armazenadas em arquivo todas as informações necessárias para definir as características geométricas e elásticas dos elementos estruturais, ou seja, dos pórticos, pilares e núcleos que compõem cada uma das subestrutura-tipo; elas serão consideradas diferentes umas das outras, mesmo que apenas o carregamento seja distinto. São também armazenados em arquivos, andar por andar, os esforços solicitantes axiais em todos os pilares da subestrutura. No caso dos núcleos estruturais, além dos esforços solicitantes axiais também são armazenados os momentos fletores e bimomento solicitantes.

Concluída essa primeira etapa com a impressão, subestrutura por subestrutura, dos deslocamentos e esforços atuantes em todas as barras dos elementos estruturais, o programa retorna automaticamente para o início, a menos de informação contrária com a finalidade de calcular novamente a estrutura, desta vez em teoria de segunda ordem.

Nesta segunda etapa de cálculos, o programa já tem à sua disposição, em arquivos na memória auxiliar, todas as informações necessárias para definir a estrutura. Assim, sem

necessidade de fornecer dados adicionais, é iniciado o cálculo em teoria de segunda ordem. As matrizes de rigidez dos pilares individuais e pilares de pórticos são calculadas em função dos esforços solicitantes axiais, que foram calculados na etapa anterior e armazenados na memória auxiliar. O mesmo ocorre com a matriz de rigidez dos núcleos estruturais que são calculados em função não só dos esforços axiais como também dos momentos fletores e bimomento solicitantes.

Novos esforços solicitantes são calculados sendo novamente armazenados apenas os necessários para cálculo das novas matrizes de rigidez dos pilares e dos núcleos.

Como a formulação em teoria de segunda ordem leva a um sistema de equações algébricas não lineares, em termos de força axial, momentos fletores e bimomentos, a partir deste ponto utiliza-se um procedimento iterativo para o cálculo dos deslocamentos das lajes.

A técnica utilizada é da iteração direta, que consiste em uma sucessão de atualizações da matriz de rigidez secante a partir de correspondentes estimativas de deslocamentos, até se atingir a configuração, considerada final, de equilíbrio.

O procedimento adotado, inicialmente, faz uso dos resultados da análise em teoria de primeira ordem para avaliar os esforços solicitantes que farão parte dos termos não lineares para, em seguida, iniciar o cálculo iterativo de segunda ordem, como esquematizado no quadro a seguir:

ITER	MATRIZ SECANTE	VETOR DESLOCAMENTO	VETOR DE ESFORÇOS
-	$[r_l]$	$\{d_1\} = [r_l]^{-1}\{F\}$	$\{f_1\} = [r_l]\{d_1\}$
1	$[r_{NL}(f_1)]$	$\{d_2\} = [r_{NL}(f_1)]^{-1}\{F\}$	$\{f_2\} = [r_{NL}(f_1)]\{d_2\}$
2	$[r_{NL}(f_2)]$	$\{d_3\} = [r_{NL}(f_2)]^{-1}\{F\}$	$\{f_3\} = [r_{NL}(f_2)]\{d_3\}$
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
i	$[r_{NL}(f_i)]$	$\{d_{i+1}\} = [r_{NL}(f_i)]^{-1}\{F\}$	$\{f_{i+1}\} = [r_{NL}(f_i)]\{d_{i+1}\}$
.	.	.	.
.	.	.	.

Nesse quadro:

$[r_l]$ = matriz de rigidez de primeira ordem (linear)

$[r_{NL}]$ = matriz de rigidez de segunda ordem (não linear)

$\{F\}$ = vetor de ações

A decisão sobre o fim do processo iterativo pode ser tomada segundo um critério de tolerância, em deslocamentos, pré-definido.

O critério foi estabelecido da seguinte forma:

$$\frac{\| \{d_i\} - \{d_{i-1}\} \|}{\| \{d_i\} \|} \leq \epsilon_d$$

onde $\| \|$ representa a norma Euclidiana de um vetor;

$\{d_i\}$ = vetor dos deslocamentos na iteração i ;

ϵ_d = tolerância em deslocamentos.

No cálculo iterativo de estruturas de edifícios altos, em teoria de segunda ordem, ocorre usualmente uma tendência de crescimento dos deslocamentos causada pela crescente influência dos novos esforços gerados pela deformação da estrutura, tudo se passando como se houvesse uma gradativa degenerescência da rigidez da estrutura; assim $\| d_i \|$ deverá ser, quase sempre, maior que $\| d_{i-1} \|$.

No presente trabalho, esse critério de tolerância é separado em dois, um envolvendo apenas as translações e outro as rotações. Para ambos os casos é adotado, segundo BATHE [17], a tolerância $\epsilon_d = 10^{-3}$.

4.2. CÁLCULO DOS ESFORÇOS NAS BARRAS

4.2.1. Montagem da matriz de rigidez e do vetor das ações para uma subestrutura.

A hipótese adotada de rigidez infinita no plano das lajes, com seus deslocamentos horizontais definidos por três parâmetros reduz os deslocamentos independentes, em cada extremidade, para três adicionais no caso dos pilares individuais, para dois adicionais em cada nó no caso dos pórticos e para quatro adicionais no caso dos núcleos.

A matriz de rigidez e o vetor das ações de um andar, ou de uma subestrutura, são montados a partir das contribuições dos elementos estruturais dos itens subsequentes.

4.2.1.1. Pilares Individuais

A contribuição é realizada através das seguintes sub-rotinas:

SUB-ROUTINE DAPIN

Calcula as características geométricas dos pilares individuais de cada andar.

SUB-ROUTINE RIPIS

Calcula, em teoria de primeira ou de segunda ordem, a matriz de rigidez dos tramos de pilares individuais com momento setorial de inércia igual a zero.

SUB-ROUTINE RIPISW

Calcula em teoria de primeira ou de segunda ordem a matriz de rigidez de um tramo de pilar individual com seção transversal simétrica e momento setorial de inércia diferente de zero; o eixo Z deverá ser coincidente com o eixo de simetria.

SUB-ROUTINE FUNH

Calcula as funções de instabilidade com funções hiperbólicas.

SUB-ROUTINE FUNT

Calcula as funções de instabilidade com funções trigonométricas.

SUB-ROUTINE CREPI

Calcula a contribuição de um tramo de pilar individual para a matriz de rigidez do andar.

4.2.1.2. Núcleos Estruturais

A contribuição é realizada através das seguintes sub-rotinas:

SUB-ROUTINE DANUC

Calcula as características geométricas dos núcleos de cada andar.

SUB-ROUTINE RINUC

Calcula, em teoria de primeira ordem, a matriz de rigidez de um elemento de núcleo.

SUB-ROUTINE RINUCS

Calcula, em teoria de segunda ordem, a matriz de rigidez de um elemento de núcleo.

SUB-ROUTINE OUT

Informa à sub-rotina DØ2CBF os pontos onde os valores dos deslocamentos e suas derivadas devem ser calculados.

SUB-ROUTINE FCN

Escreve o sistema de equações diferenciais na forma $Y'=C(x)Y$ para poder ser integrado pela sub-rotina DØ2CBF.

SUB-ROUTINE DØ2CBF (NAG)

Integra a equação diferencial em um determinado intervalo.

SUB-ROUTINE FØ4ATF (NAG)

Resolve um sistema de equações lineares.

SUB-ROUTINE CRENU

Leva a contribuição de um tramo de núcleo na matriz de rigidez do andar.

4.2.1.3. Lintéis

A contribuição é realizada através das seguintes sub-rotinas:

SUB-ROUTINE DALIN

Calcula as características geométricas dos lintéis.

SUB-ROUTINE RILIN

Calcula, em teoria de primeira ordem, a matriz de rigidez de um lintel para o sistema local de coordenadas.

SUB-ROUTINE CRELI

Calcula a contribuição do lintel para a matriz de rigidez do andar.

4.2.1.4. Vigas Pilar/núcleo e Vigas Pilar/pilar

A contribuição é realizada pelas seguintes sub-rotinas:

SUB-ROUTINE DAV1

Calcula as características geométricas das vigas pilar/núcleo.

SUB-ROUTINE DAV2

Calcula as características geométricas das vigas pilar/pilar.

SUB-ROUTINE RVIND

Calcula, em teoria de primeira ordem, a matriz de rigidez das vigas pilar/núcleo e pilar/pilar para o sistema local de coordenadas.

SUB-ROUTINE RVINR

Transfere a matriz de rigidez das vigas pilar/núcleo e pilar/pilar do sistema local para um sistema associado aos pilares e núcleos de apoio.

SUB-ROUTINE RVINT

Transforma a matriz de rigidez da viga pilar/núcleo referindo-a às coordenadas do pilar e as do núcleo.

SUB-ROUTINE CREVI

Calcula a contribuição das vigas pilar/pilar e pilar/núcleo para a matriz de rigidez do andar.

4.2.1.5. Pórticos Planos

A contribuição é realizada pelas seguintes sub-rotinas:

SUB-ROUTINE DAPOR

Lê as características geométricas e elásticas dos elementos dos pórticos, bem como as ações aplicadas nesses elementos.

SUB-ROUTINE RIVIG

Calcula, em teoria de primeira ordem, a matriz de rigidez das vigas do pórtico.

SUB-ROUTINE RIPPAS

Calcula, em teoria de primeira ou de segunda ordem, a matriz de rigidez de um tramo de pilar do pórtico.

SUB-ROUTINE RIPOR

Calcula a matriz de rigidez do pórtico da subestrutura.

SUB-ROUTINE CREPO

Calcula a contribuição dos pórticos para a matriz de rigidez do andar.

SUB-ROUTINE CEPES

Calcula a contribuição das ações nos pórticos para o vetor das ações da subestrutura.

Computadas todas as contribuições dos elementos estruturais, a matriz de rigidez da subestrutura estará então concluída. O vetor das ações da subestrutura, nesse estágio, também já estará montado, uma vez que conta com a contribuição do carregamento horizontal aplicado segundo as três coordenadas da laje, a contribuição do carregamento vertical atuando diretamente sobre as coordenadas da subestrutura, através dos pilares individuais e núcleos e, por fim, a contribuição das ações aplicadas nos pórticos.

4.2.2. Eliminação em série

Como descrito nos itens anteriores, tanto o vetor das ações como a matriz de rigidez do andar ou da subestrutura, foram obtidos segundo as coordenadas de base e topo, isto é, segundo as coordenadas de duas lajes consecutivas.

A eliminação em série, segundo WEAVER [18] consiste em, através de processos algébricos, com uso de matrizes de transformação, reduzir o vetor das ações e a matriz de rigidez do andar às suas coordenadas de base.

Para cada um dos andares do edifício, a partir do último deles, é aplicada a eliminação em série no vetor de ações e matriz de rigidez correspondentes. Esse vetor e essa matriz referidos às coordenadas de base são somados ao vetor das ações e à matriz de rigidez do andar imediatamente abaixo, referidos às coordenadas de topo e base. Novamente a eles é aplicada a eliminação em série.

O processo se repete até se obter um único sistema de equações na ligação estrutura/fundação, onde todos os deslocamentos serão nulos ou pre-determinados.

4.2.3. Cálculo dos deslocamentos e esforços internos nos elementos de barra.

Os deslocamentos na ligação entre a estrutura e a fundação serão as condições de contorno para o cálculo dos deslocamentos no topo do andar térreo. Estes, depois de calculados, por sua vez fornecerão as condições de contorno para o cálculo dos deslocamentos de topo do andar imediatamente superior. Dessa forma, por retro substituição, são calculados os deslocamentos de cada andar, associados às coordenadas de base e topo.

Finalmente, com o auxílio das matrizes de rigidez dos elementos estruturais, armazenadas em memória auxiliar, calculam-se os esforços internos em todas as barras do sistema estrutural.

O cálculo dos deslocamentos e dos esforços internos em todas as barras é feito com o auxílio das seguintes sub-rotinas:

```
SUB-ROUTINE RMRSE  
SUB-ROUTINE LNT  
SUB-ROUTINE RN  
SUB-ROUTINE RT
```

Conjunto de sub-rotinas que triangulariza a matriz dos coeficientes e resolve um sistema de equações pelo processo de Gauss.

```
SUB-ROUTINE FORWARD
```

Resolve um sistema de equações no qual a matriz dos coeficientes é triangular inferior.

SUB-ROUTINE MADI

Resolve um sistema de equações no qual a matriz dos coeficientes é diagonal.

SUB-ROUTINE PMV

Efetua o produto de uma matriz por um vetor.

SUB-ROUTINE BACK

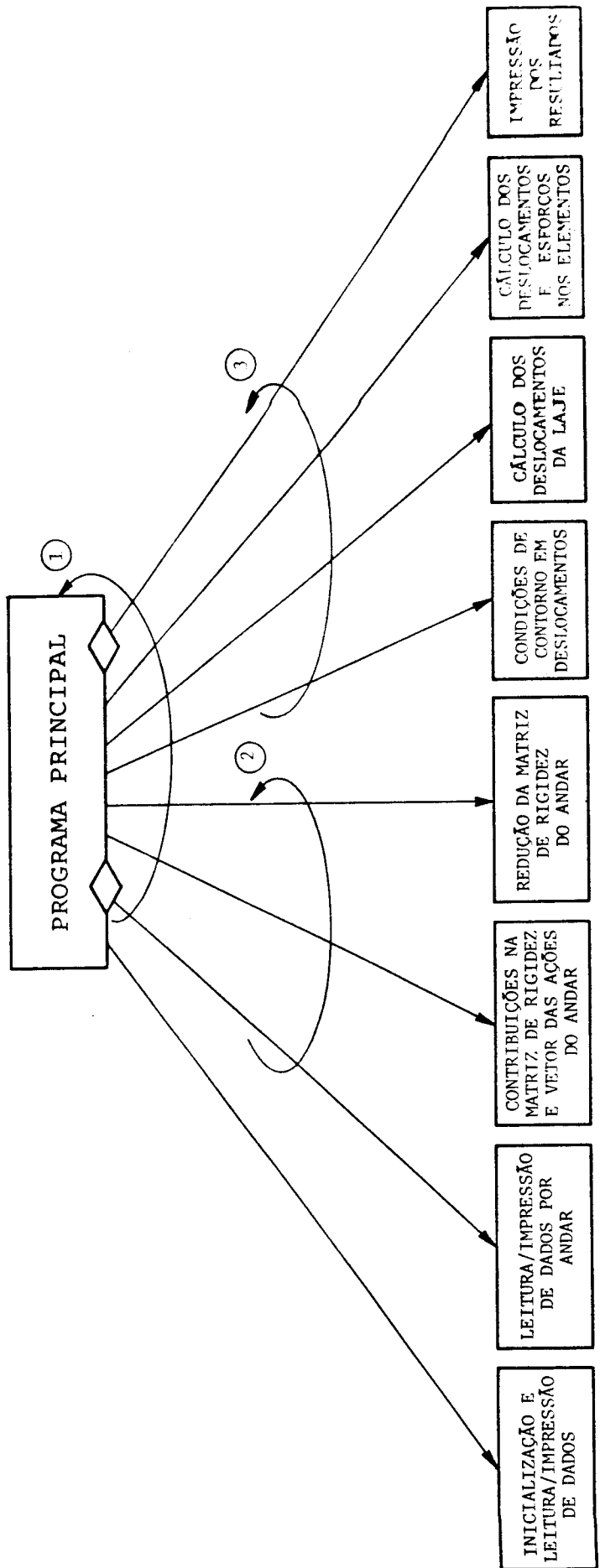
Resolve um sistema de equações no qual a matriz dos coeficientes é triangular superior.

SUB-ROUTINE EXPTE

Verifica o expoente do valor resultante do produto de duas variáveis. Se o expoente for menor que -77 o produto não é efetuado.

4.3. DIAGRAMA HIERÁRQUICO

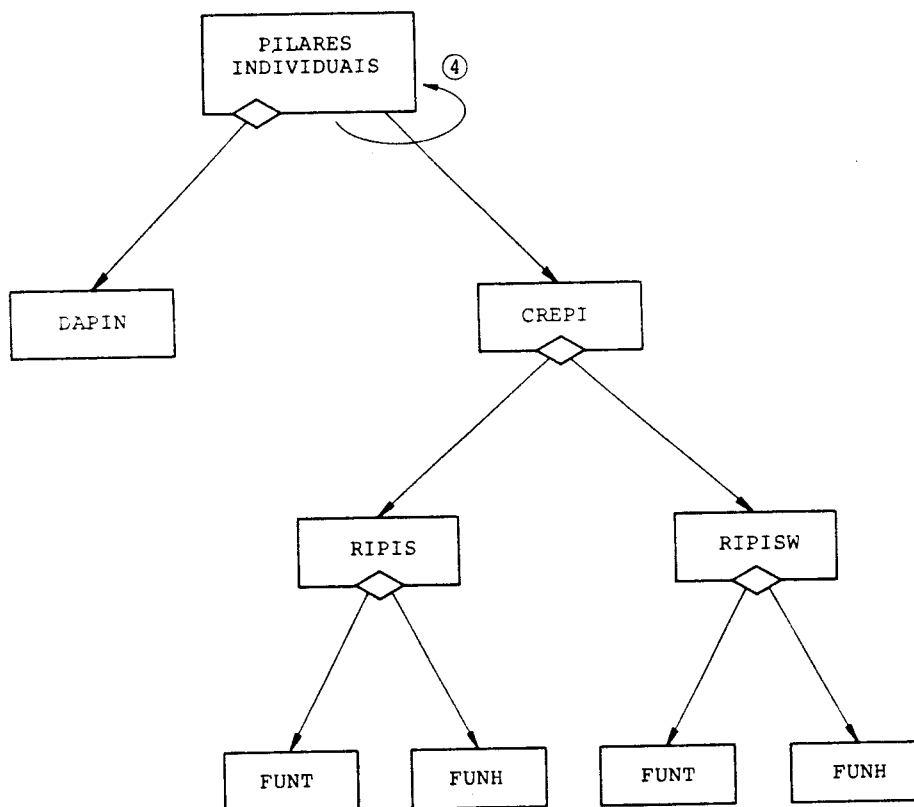
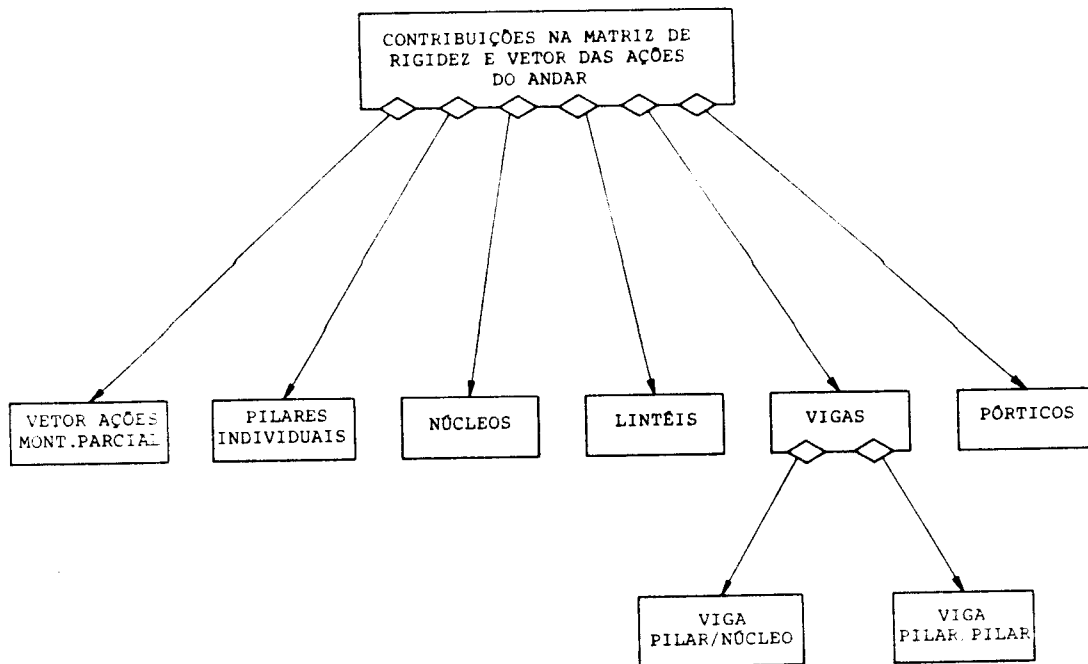
Através deste diagrama "top down" (do geral para o particular), introduzido por YOURDON [19], pretende-se evidenciar a organização e o inter-relacionamento entre os principais módulos que constituem o programa desenvolvido neste trabalho.



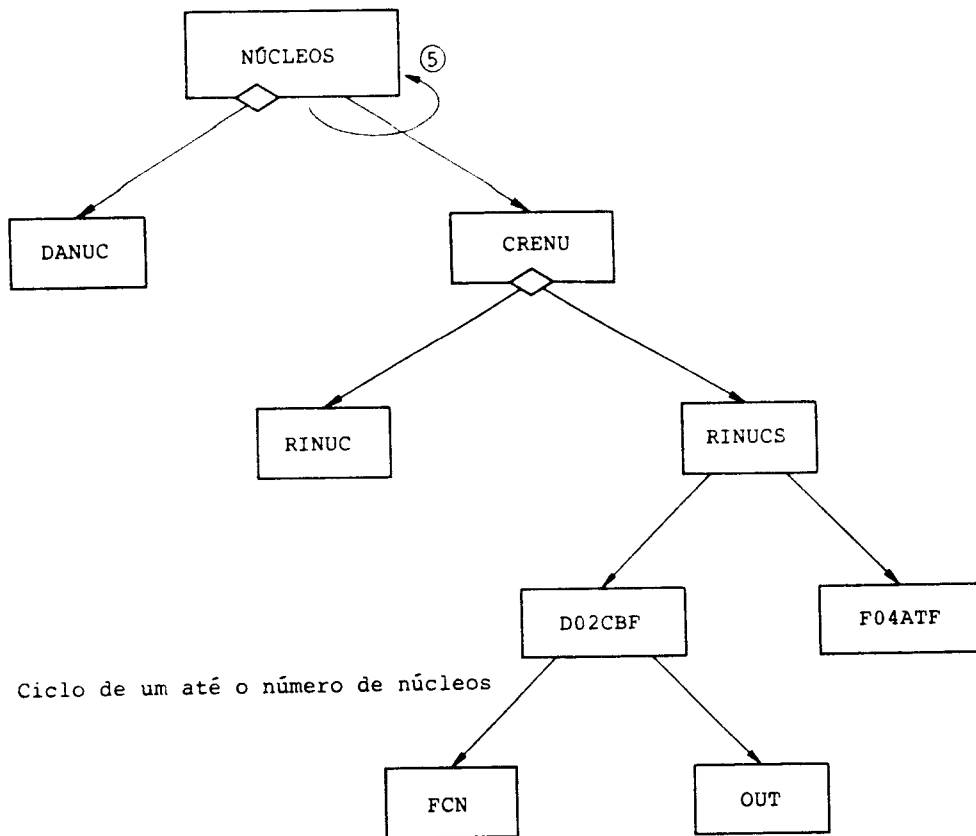
① Ciclo (loops) até atingir a tolerância fornecida

② Ciclo (loops) de um até número de andares

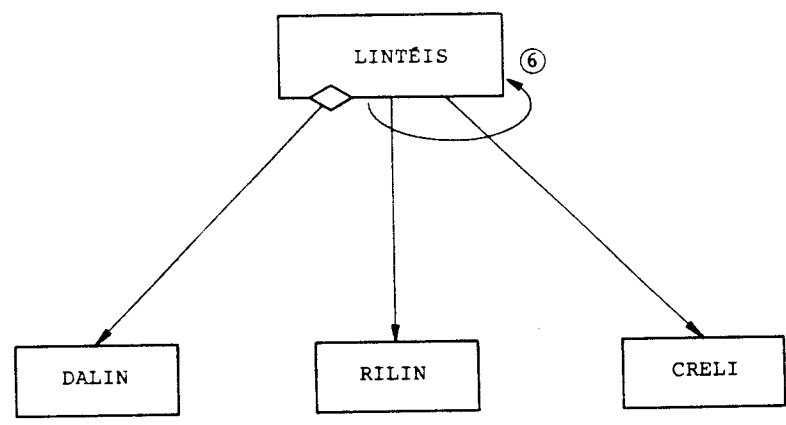
③ Ciclo (loops) do número de andares até 1



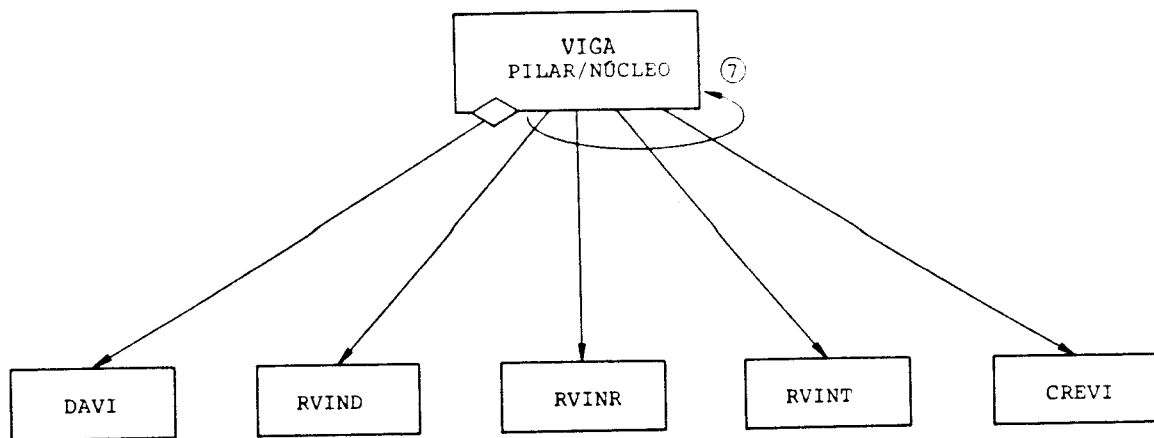
④ Ciclo (loops) de um até o número de pilares individuais.



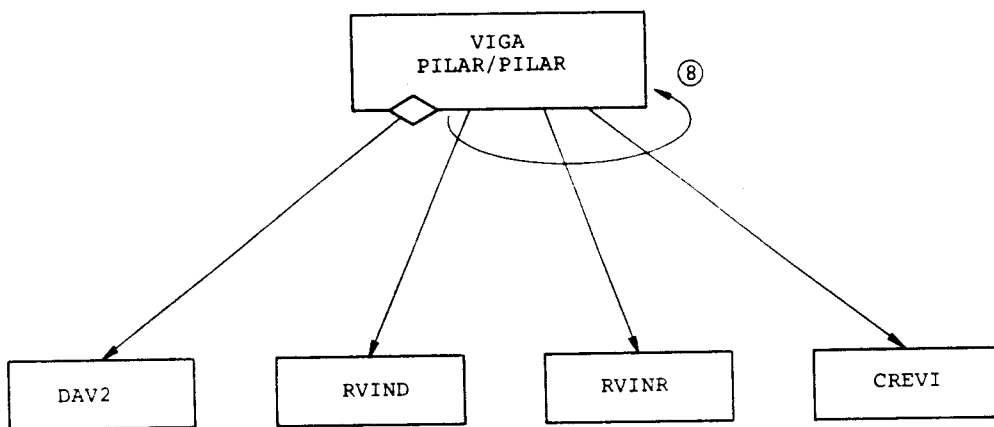
⑤ Ciclo de um até o número de núcleos



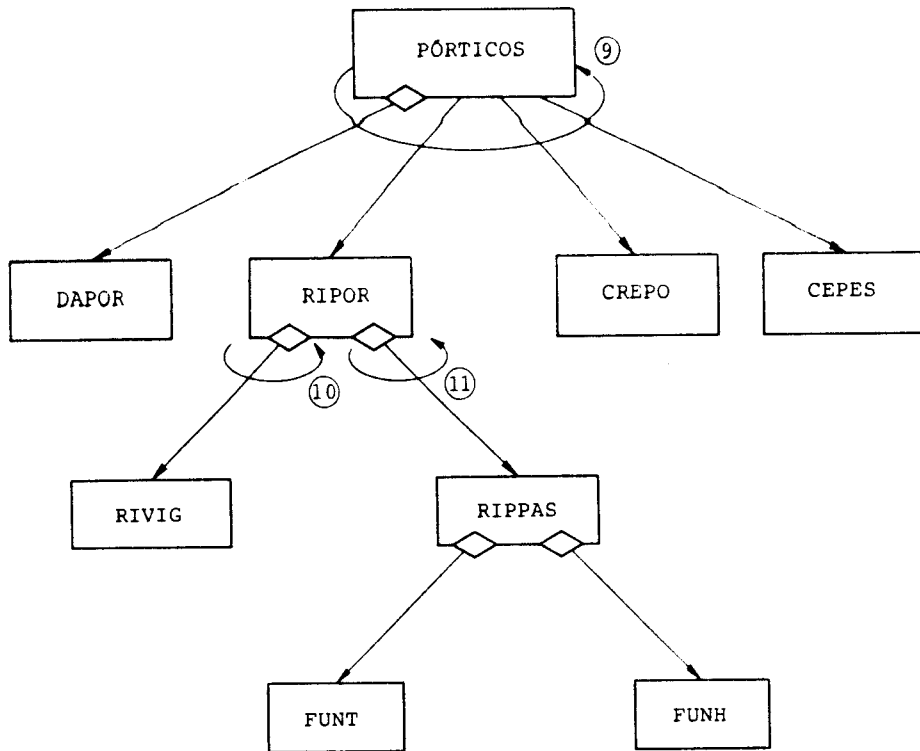
⑥ Ciclo de um até o número de lintéis.



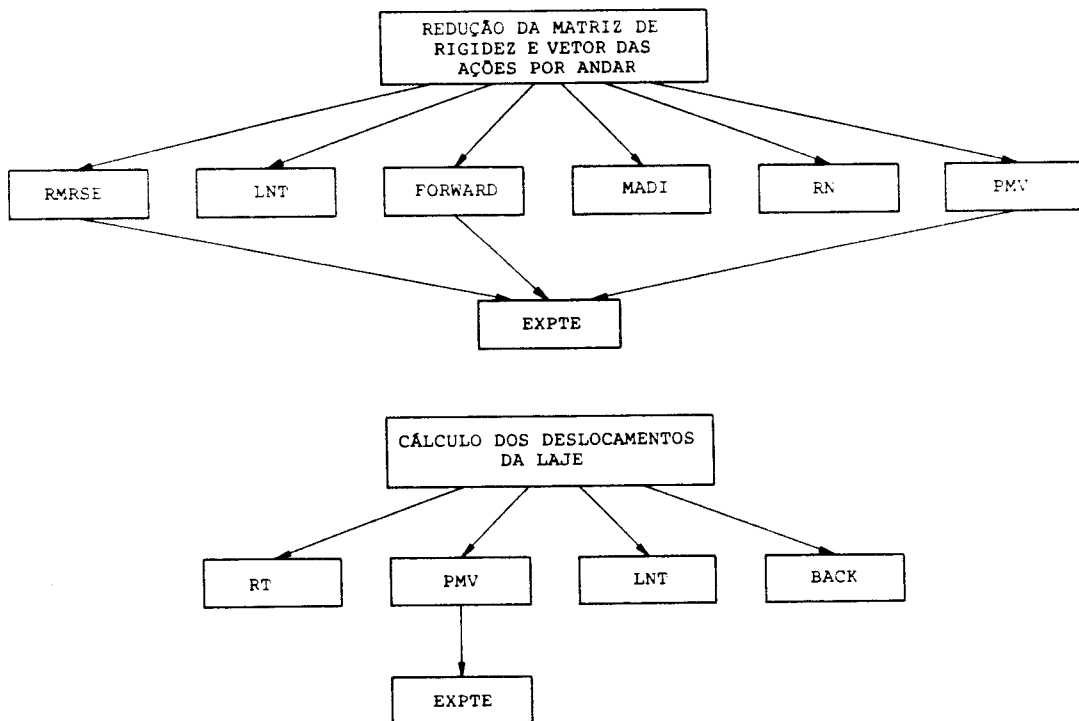
⑦ Ciclo de um até o número de vigas pilar/núcleo.

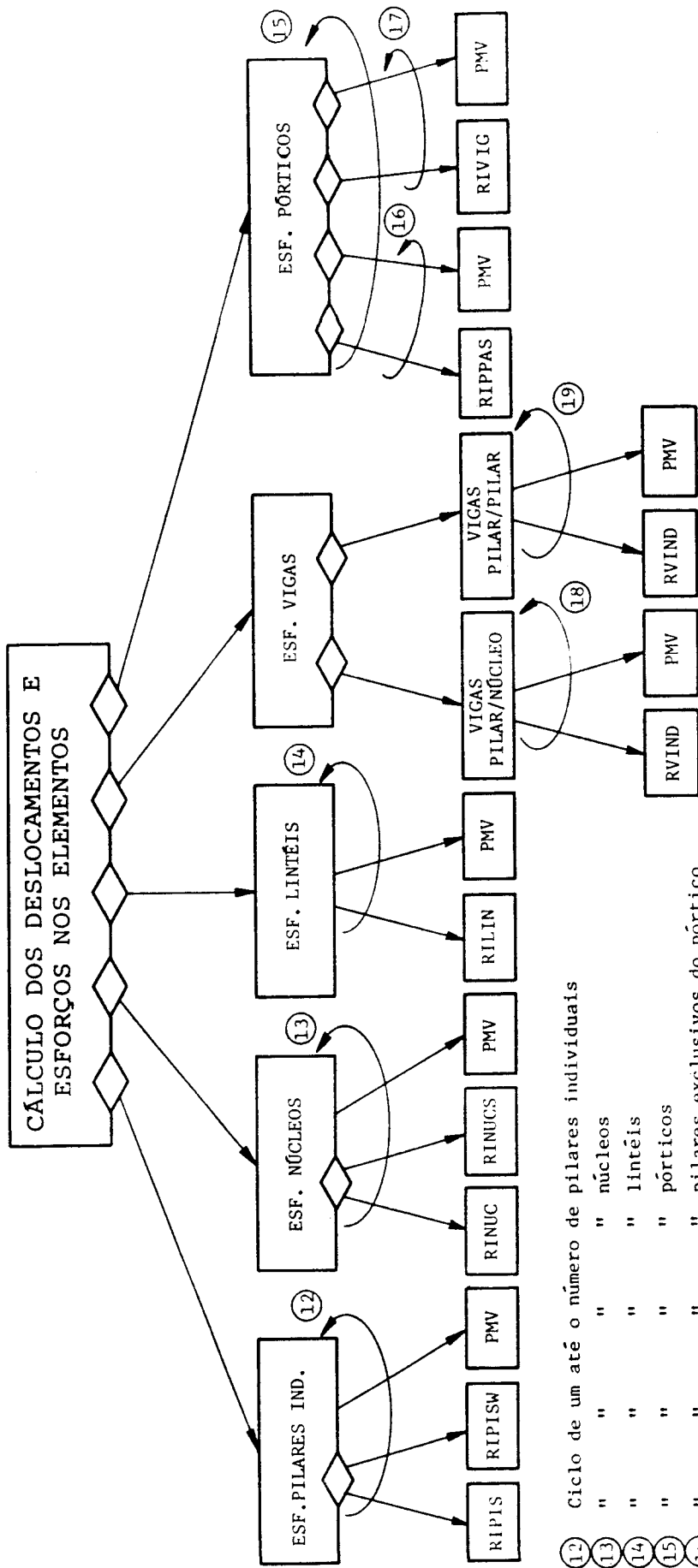


⑧ Ciclo de um até o número de vigas pilar/pilar.



- ⑨ Ciclo de um até o número de painéis.
- ⑩ Ciclo de um até o número de vigas do painel.
- ⑪ Ciclo de um até o número de pilares exclusivos do painel.





- (12) Ciclo de um até o número de pilares individuais
 " " " núcleos
 " " " lintéis
 (14) " " " pórticos
 " " " pilares exclusivos do pórtico
 (17) " " " vigas do pórtico
 (18) " " " vigas pilar/núcleo
 (19) " " " vigas pilar/pilar

CAPÍTULO 5

EXEMPLOS NUMÉRICOS E COMPARAÇÕES DE RESULTADOS

5.1. INTRODUÇÃO

Com o objetivo principal de evidenciar o comportamento do núcleo, em teoria de segunda ordem, como um dos elementos de contraventamento constituintes do sistema estrutural de um edifício alto, são apresentados diversos exemplos numéricos. Alguns deles terão seus resultados comparados com os obtidos por outros autores que utilizaram hipóteses de cálculo iguais ou semelhantes às adotadas neste trabalho.

5.2. EXEMPLO NÚMERO 1

A figura 5.1 mostra em planta a estrutura de um edifício de 15 andares, composta por apenas um núcleo, de seção transversal delgada aberta, de concreto armado, com paredes de espessura constante.

As características geométricas e elásticas do núcleo são as seguintes:

espessura das paredes	= 0,25m
altura do andar	= 4,00m
módulo de elasticidade longitudinal E	= 14486600kN/m ²
módulo de elasticidade transversal G	= 6036700kN/m ²

O carregamento aplicado se resume a duas cargas concentradas, conforme figura 5.1b, aplicadas ao topo do núcleo e passando pelo seu centro de gravidade; uma delas é horizontal $H = 600\text{kN}$ no sentido do eixo Y, e a outra é vertical, $V = 30000\text{kN}$.

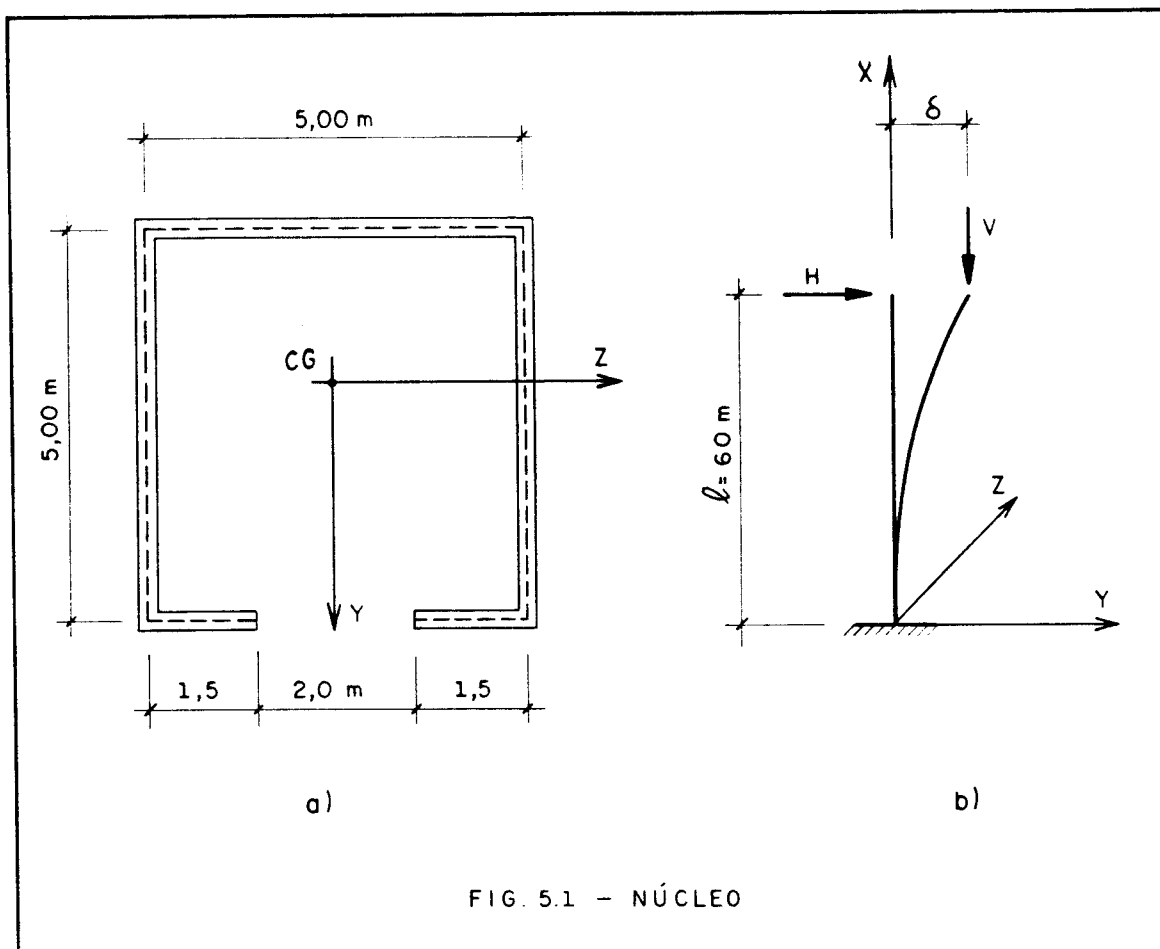


FIG. 5.1 - NÚCLEO

O núcleo é suposto rigidamente engastado nas suas bases.

Este exemplo que possui solução analítica é aqui apresentado somente com a finalidade de comparar os resultados obtidos neste trabalho com os teoricamente exatos.

RACHID [14] resolve analiticamente essa estrutura, em teoria de segunda ordem, apresentando os seguintes resultados:

$$\delta = \left(\frac{H}{EI_z} \right) \frac{\text{tg } k\ell - k\ell}{k^3} \quad \dots 5.1$$

onde: δ = ordenada máxima da elástica

$$k = \sqrt{\frac{V}{EI_z}}$$

O momento fletor máximo é obtido por:

$$M = -V\delta - H\ell = -H \left(\frac{\text{tg } k\ell - k\ell}{k} + \ell \right)$$

ou ainda

$$M = -H \left(\frac{\text{tg } k\ell}{k} \right) \quad \dots 5.2$$

Com o auxílio da tabela 5.1 são comparados os resultados usando-se a seguinte nomenclatura:

Coluna A - resultados obtidos com a utilização das expressões 5.1 e 5.2.

Coluna B - resultados obtidos considerando-se a estrutura formada de 15 subestruturas com pé direito de 4m cada uma delas.

Coluna C - resultados obtidos considerando-se a estrutura formada de uma única subestrutura com pé direito de 60m.

TABELA 5.1 - Comparação dos Resultados			
EFEITO COMPARADO	A	B	C
M (kN.m)	-42224,383	-42224,381	-42224,381
δ (cm)	20,747944	20,747941	20,747941

Em teoria de primeira ordem, para as três situações de cálculo, obtém-se $\delta = 17,1767\text{cm}$.

Os resultados, em teoria de segunda ordem, foram obtidos com uma única iteração.

5.3. EXEMPLO NÚMERO 2

Neste exemplo considera-se uma estrutura constituída de um núcleo de concreto armado e pendurais de aço vinculados a treliças fixadas no topo do núcleo.

YAGUI [9] resolve este exemplo com a finalidade de evidenciar o efeito da força normal nos deslocamentos da estrutura, ou seja o cálculo da estrutura em teoria de segunda ordem. São apresentados resultados para núcleos com e sem lintéis.

A fig. 5.2 mostra a estrutura, em elevação e em planta; o núcleo tem as mesmas características elásticas e geométricas do núcleo do primeiro exemplo. As seções transversais dos lintéis medem $0,25 \times 0,52\text{m}$.

YAGUI [9] apresenta o cálculo das cargas verticais aplicadas ao nível das lajes, nos pontos 1, 2, 3, 4, 5 e 6 do núcleo e, também, os valores das cargas horizontais acidentais, aplicadas no sentido do eixo Z, correspondentes à ação do vento.

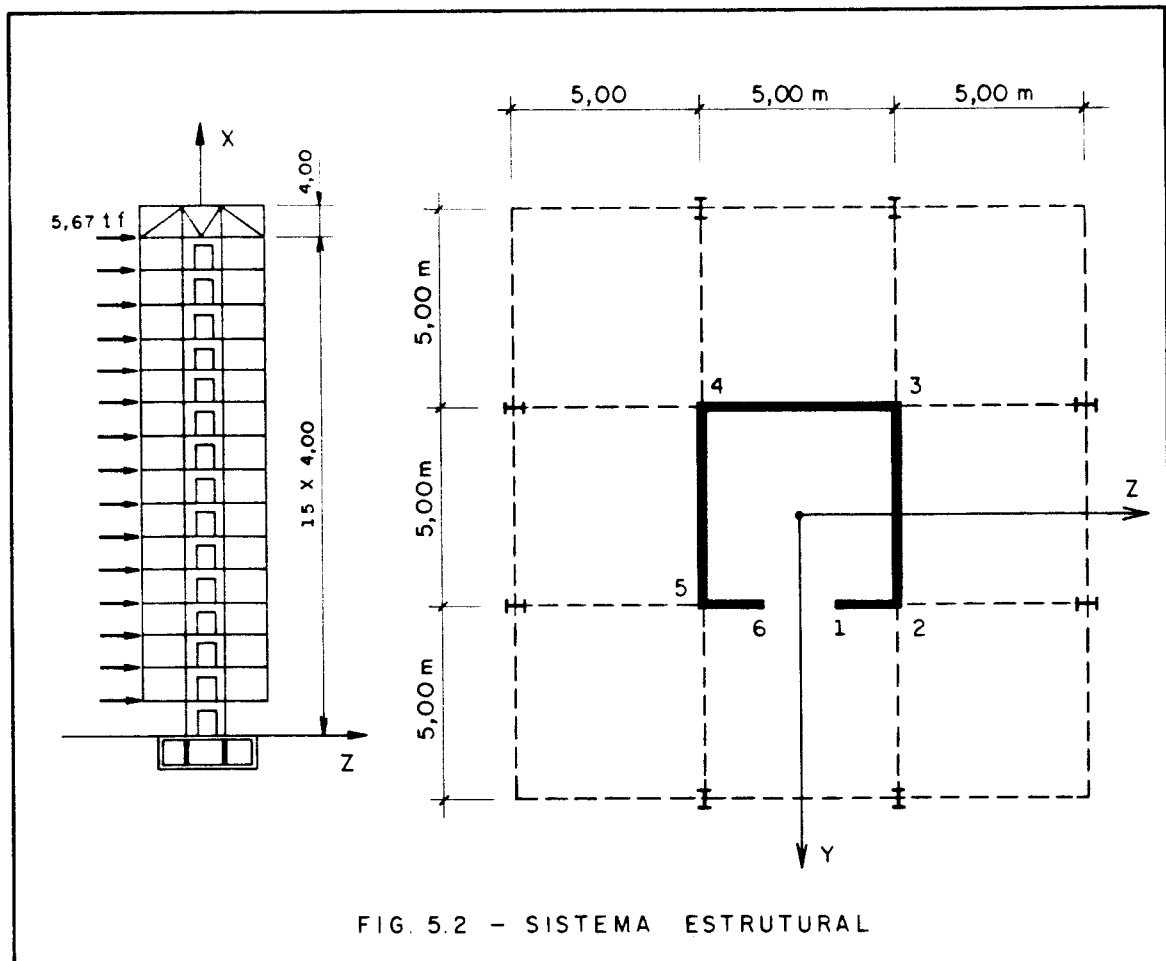


FIG. 5.2 - SISTEMA ESTRUTURAL

No cálculo das cargas verticais foram consideradas as cargas permanentes e as cargas vivas. Assim, para a laje de topo, segundo os pontos indicados no núcleo, as cargas verticais são:

$$P_1 = P_6 = 0,90 \text{ tf}$$

$$P_2 = P_5 = 697,03 \text{ tf}$$

$$P_3 = P_4 = 714,13 \text{ tf}$$

Para as lajes intermediárias são:

$$P_1 = P_6 = 10,55 \text{ tf}$$

$$P_2 = P_5 = 24,05 \text{ tf}$$

$$P_3 = P_4 = 37,00 \text{ tf}$$

As cargas horizontais, aplicadas ao nível de cada uma das lajes são todas iguais e de valor:

$$P_z = 5,67 \text{ tf}$$

Considerando o conjunto de cargas agindo simultaneamente no sistema estrutural, YAGUI [9] obteve os resultados apresentados a seguir, em teorias de primeira e segunda ordens, utilizando a técnica matricial, o processo dos deslocamentos e adotando uma estrutura discreta tridimensional equivalente ao núcleo.

YOSHIDA [7] resolve este mesmo exemplo, apenas em teoria de primeira ordem, utilizando um tratamento discreto via processo dos deslocamentos com hipóteses da teoria de Flexo-Torção de Vlassov.

Nos resultados apresentados a seguir é utilizada a seguinte convenção:

Curva TY11 - resultados obtidos por TIOETURO YAGUI para núcleo com lintéis, em teoria de primeira ordem.

Curva TY12 - resultados obtidos por TIOETURO YAGUI para núcleo com lintéis, em teoria de segunda ordem.

Curva TY21 - resultados obtidos por TIOETURO YAGUI para núcleo sem lintéis, em teoria de primeira ordem.

Curva TY22 - resultados obtidos por TIOETURO YAGUI para núcleo sem lintéis, em teoria de segunda ordem.

Curva GY11 - resultados obtidos por GILSON YOSHIDA para núcleo com lintéis, em teoria de primeira ordem.

Curva GY21 - resultados obtidos por GILSON YOSHIDA para núcleo sem lintéis, em teoria de primeira ordem.

Curva DM11 - resultados obtidos através deste trabalho para núcleo com lintéis, em teoria de primeira ordem.

Curva DM12 - resultados obtidos através deste trabalho para núcleo com lintéis, em teoria de segunda ordem.

Curva DM21 - resultados obtidos através deste trabalho para núcleo sem lintéis, em teoria de primeira ordem.

Curva DM22 - resultados obtidos através deste trabalho para núcleo sem lintéis, em teoria de segunda ordem.

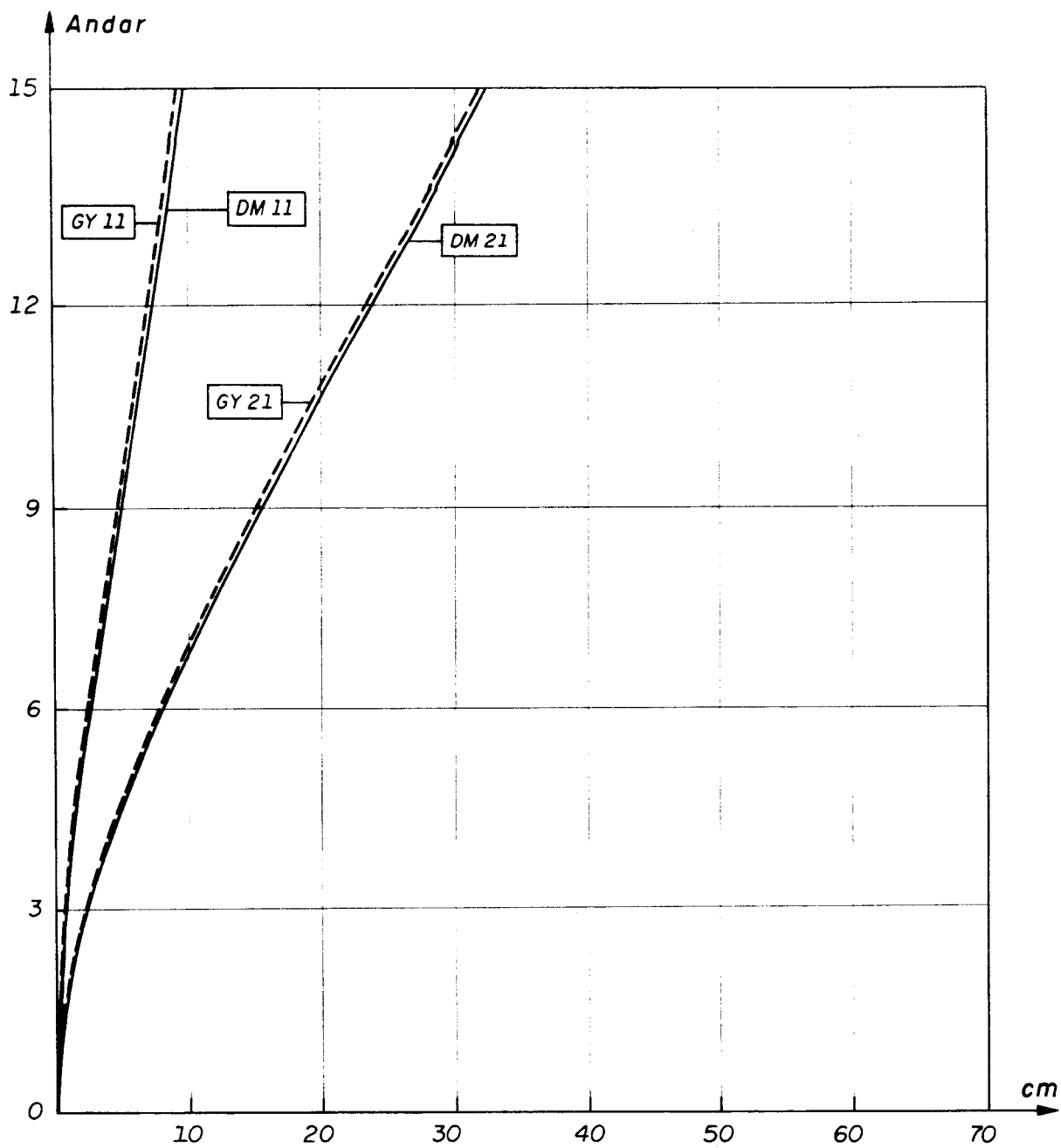


FIG. 5.3 - DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS NA DIREÇÃO DA CARGA DE VENTO, EIXO Z.

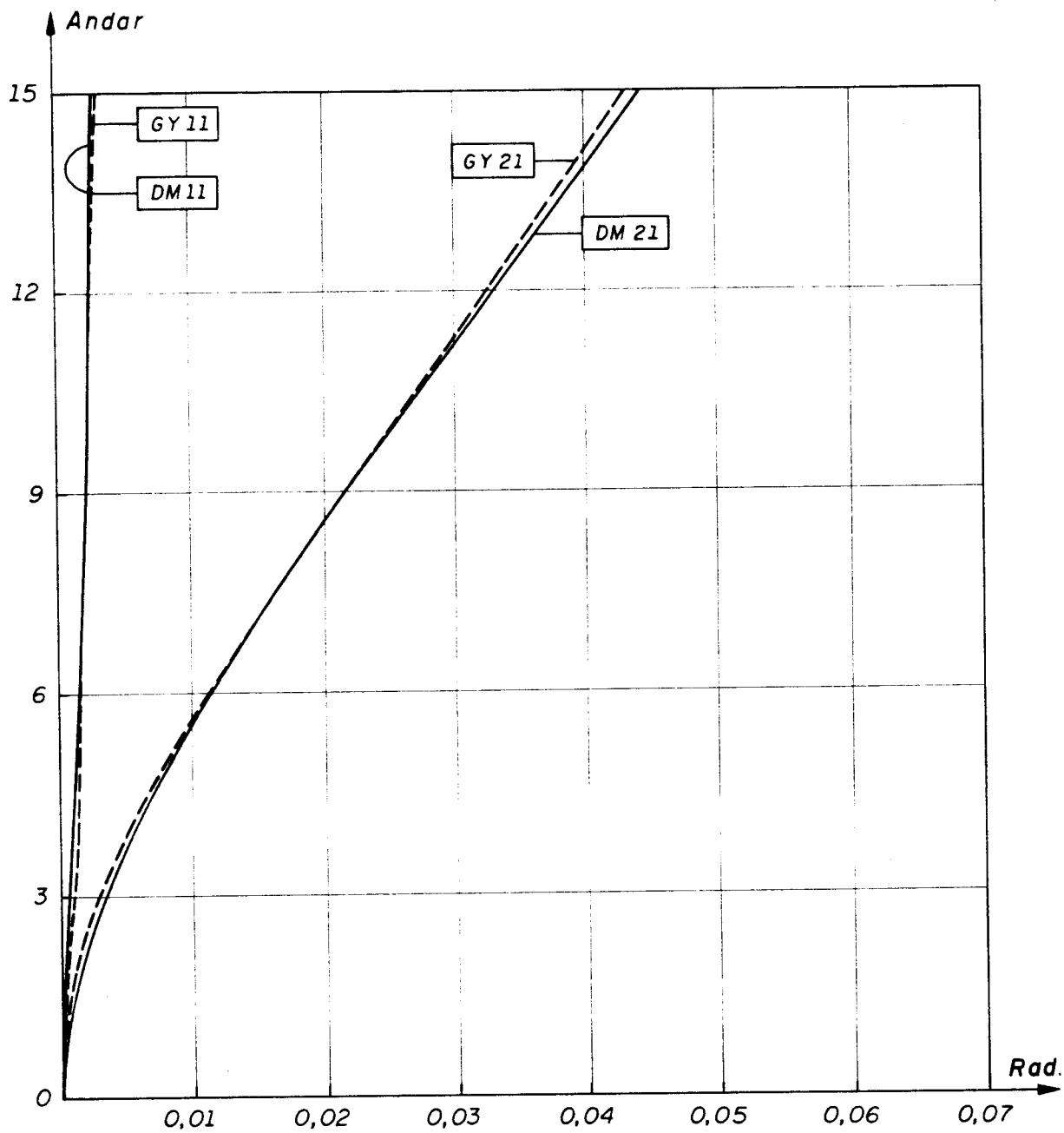


FIG. 5.4 - DESLOCAMENTOS DE TORÇÃO

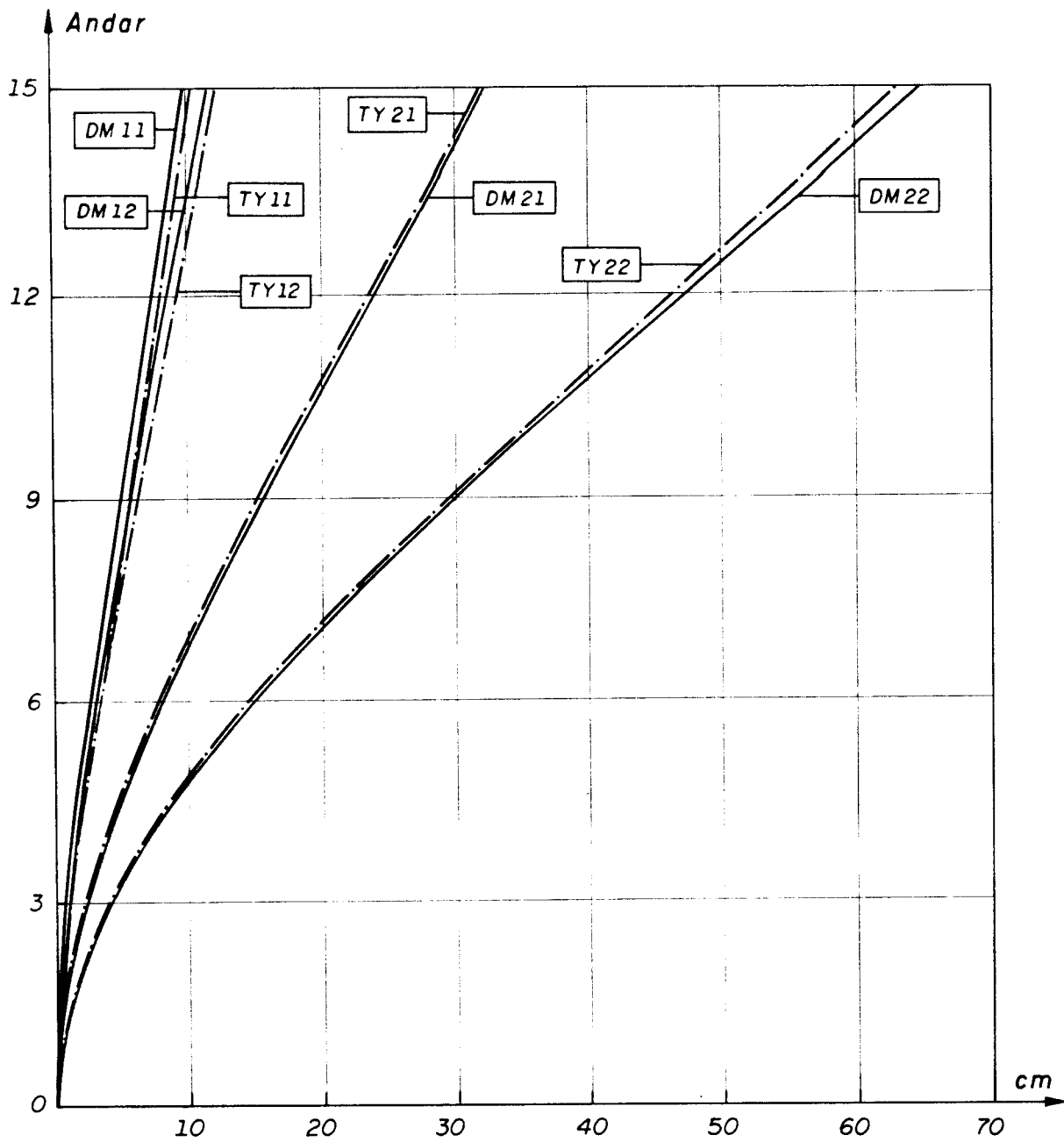


FIG. 5.5 - DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS NA DIREÇÃO DAS CARGAS DE VENTO, EIXO Z.

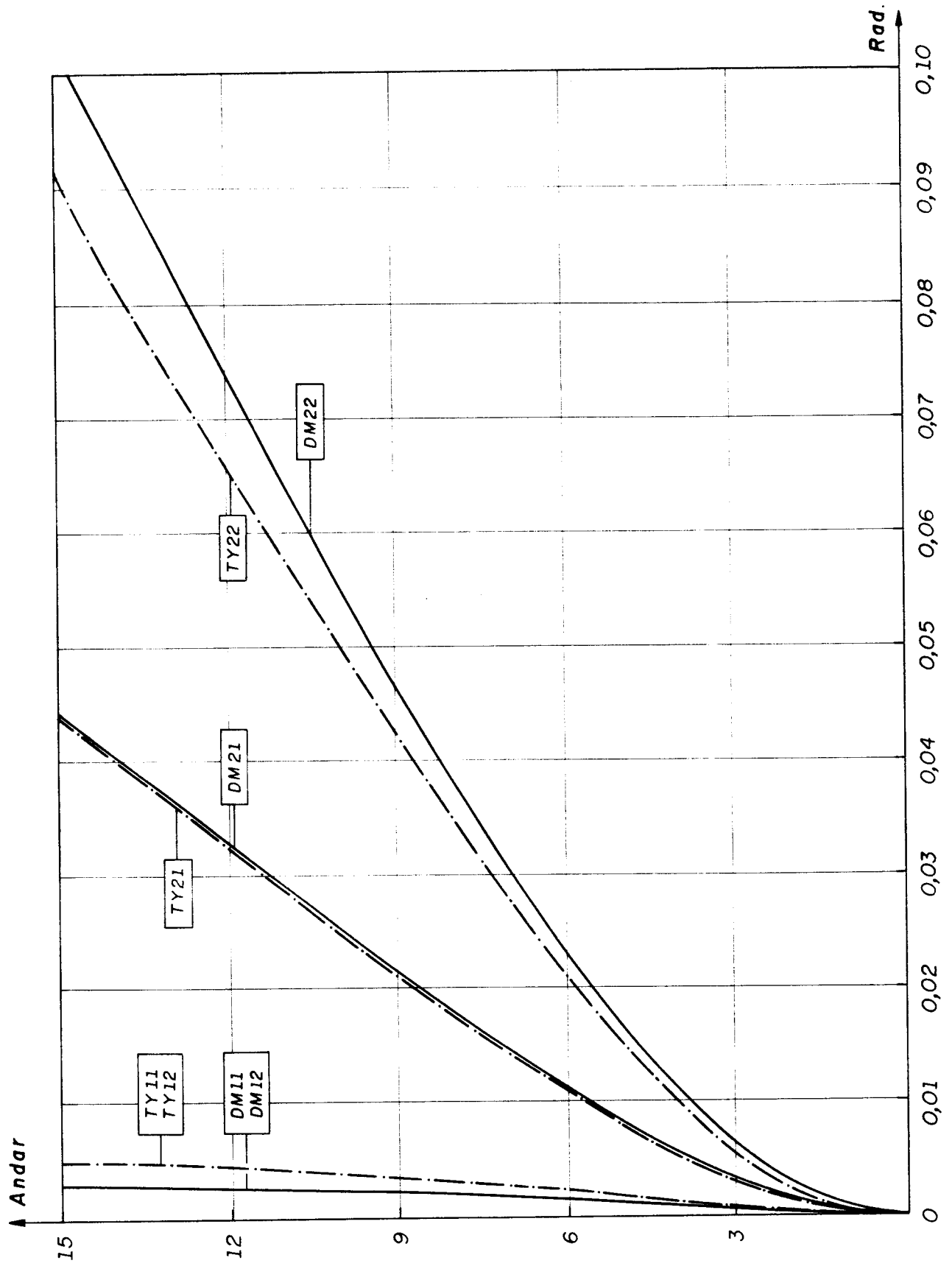


FIG. 5.6 - DESLOCAMENTOS DE TORÇÃO

Comparação dos resultados obtidos para o esforço nos lintéis.

TABELA 5.2 - MOMENTOS FLETORES EM tf.m NOS LINTÉIS					
LINTEL	TY12		GY11	DM11	DM12
	EXTR. ESQ.	EXTR. DIR.	ESQ=DIR	ESQ=DIR	ESQ=DIR
1	1,099	13,705	4,775	4,775	4,951
2	7,849	8,263	5,759	5,759	5,966
3	9,675	9,531	7,328	7,328	7,580
4	11,548	11,381	9,235	9,235	9,547
5	13,594	13,427	11,330	11,331	11,712
6	15,712	15,544	13,520	13,516	13,975
7	17,815	17,644	15,720	15,717	16,259
8	19,817	19,642	17,870	17,865	18,492
9	21,608	21,432	19,880	19,878	20,582
10	23,048	22,867	21,630	21,633	22,400
11	23,937	23,751	22,940	22,936	23,741
12	23,958	23,766	23,470	23,469	24,267
13	22,635	22,436	22,690	22,694	23,424
14	19,228	19,024	19,710	19,711	20,289
15	12,587	12,383	13,000	13,000	13,330

TABELA 5.3 - FORÇAS CORTANTES EM tf NOS LINTÉIS				
LINTEL	TY12	GY11	DM11	DM12
1	6,303	4,775	4,775	4,951
2	8,056	5,759	5,759	5,966
3	9,603	7,328	7,328	7,580
4	11,465	9,235	9,235	9,547
5	13,511	11,330	11,331	11,712
6	15,628	13,520	13,516	13,975
7	17,729	15,720	15,717	16,259
8	19,730	17,870	17,865	18,492
9	21,520	19,880	19,878	20,582
10	22,958	21,630	21,633	22,400
11	23,844	22,940	22,936	23,741
12	23,862	23,470	23,469	24,267
13	22,536	22,690	22,694	23,424
14	19,126	19,710	19,711	20,289
15	12,485	13,000	13,000	13,330

Comparação das tensões normais atuantes na seção transversal do núcleo, a 2,00m de sua base, para os casos com e sem lintéis.

Na tabela seguinte são apresentados os esforços obtidos neste trabalho:

TAB. 5.4 - SOLICITAÇÕES NA SEÇÃO DO NÚCLEO A 2m DA BASE				
TIPO	COM LINTÉIS		SEM LINTÉIS	
	1a. ORDEM	2a. ORDEM	1a. ORDEM	2a. ORDEM
Normal : N	-4828,92	-4828,92	-4828,92	-4828,92
Fletor : M _y	-2592,00	-2955,21	-2592,00	-2955,07
Fletor : M _z	1095,02	1397,23	1095,02	1397,52
Bimomento B	2357,54	2414,58	11464,98	21552,02

De acordo com 2.12 e 2.35 as tensões normais são calculadas através da expressão:

$$\sigma = + \frac{N}{S} + \frac{M_y}{I_y} z - \frac{M_z}{I_z} y - \frac{B}{I_\omega} \omega$$

Na figura 5.7 são comparados os diagramas de tensões normais, obtidos neste trabalho, em teoria de primeira ordem, com os obtidos por YOSHIDA [7]. Nota-se que, tanto para o núcleo com lintéis como para o sem lintéis, os resultados são praticamente coincidentes.

Na figura 5.8 são também comparados diagramas de tensões normais, obtidos neste trabalho, neste caso em teoria de segunda ordem, com os obtidos por YAGUI [9]. Aqui, para o núcleo enrijecido pelos lintéis, os resultados obtidos são bastante próximos, pequenas diferenças nas tensões são causadas pela consideração do bimomento. No caso do núcleo sem lintéis são necessárias as seguintes considerações:

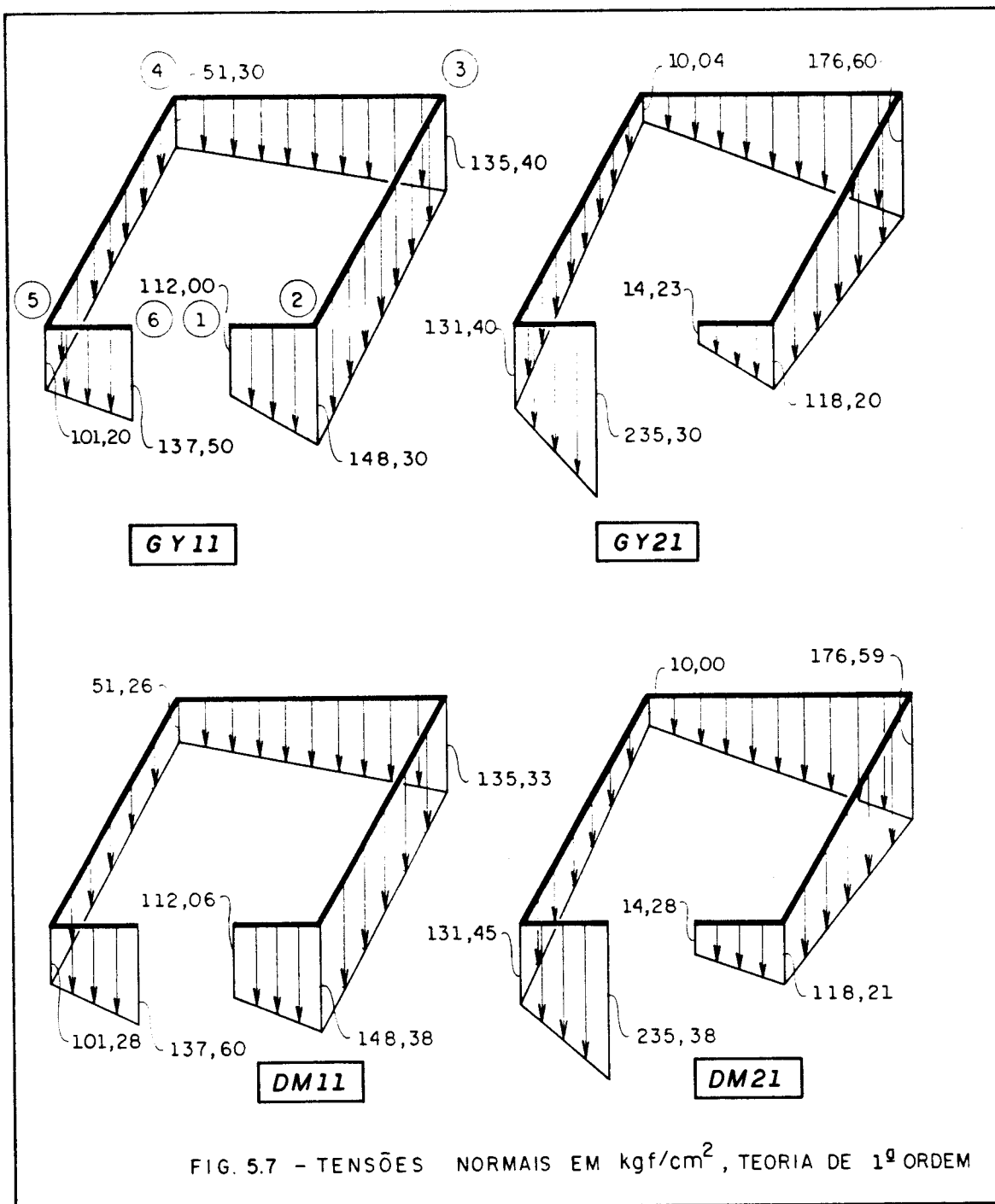
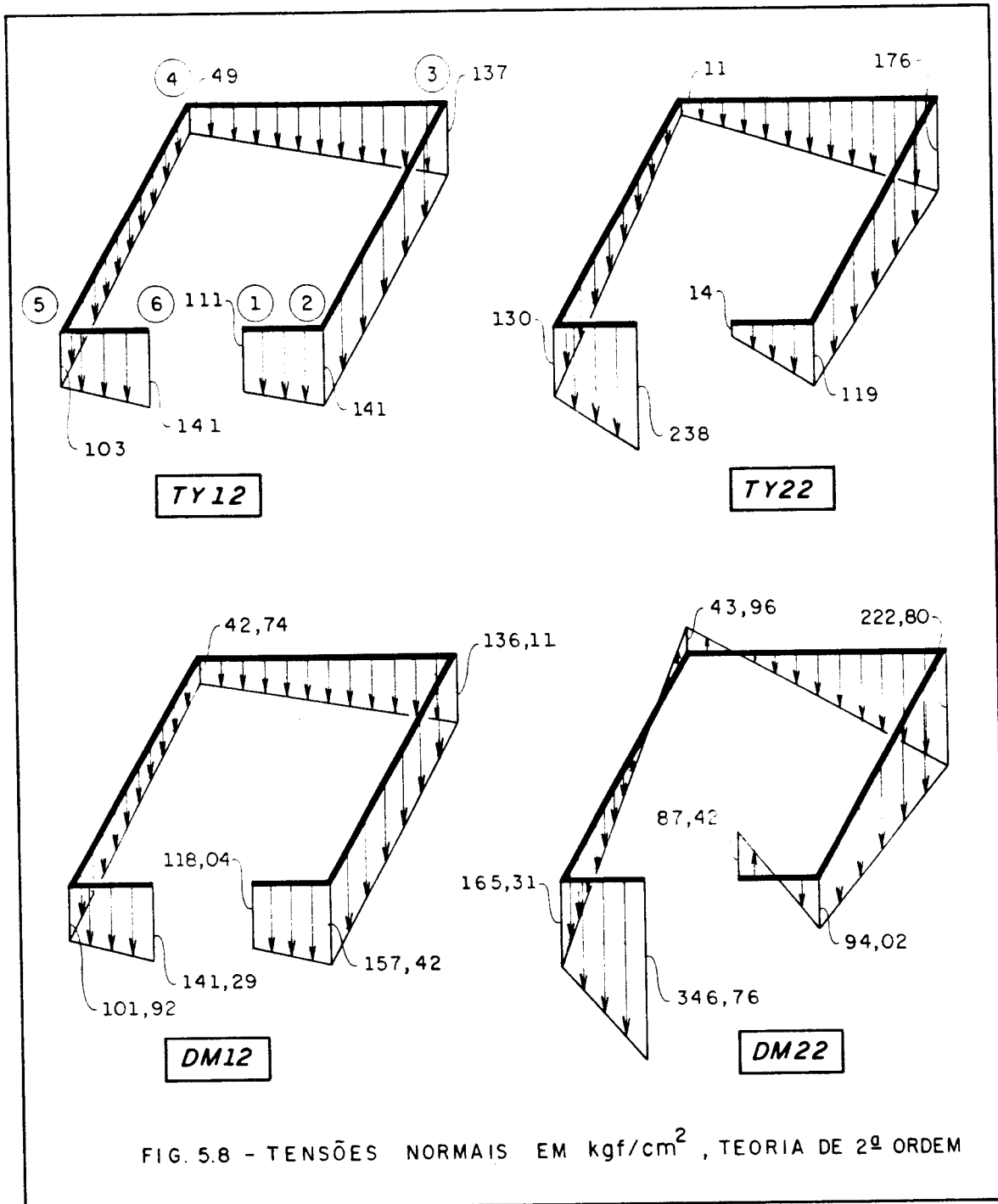


FIG. 5.7 - TENSÕES NORMAIS EM kgf/cm^2 , TEORIA DE 1ª ORDEM



- Antes mesmo de se calcularem as tensões normais, os diagramas da figura 5.6 já permitiam prever resultados, em segunda ordem, um pouco distintos, uma vez que os deslocamentos de torção (rotações) obtidos neste trabalho se mostravam superiores aos obtidos por YAGUI [9].

- Por consequência, a tabela 5.4 mostra que a maior variação entre os esforços solicitantes calculados em teoria de primeira ordem e os calculados em teoria de segunda ordem, ocorre no caso do bimomento.

- Assim, nos pontos 3, 5 e 6 do núcleo, onde o bimomento provoca tensões de compressão, as tensões normais obtidas neste trabalho são, em módulo, maiores; nos pontos 1, 2 e 4 onde o bimomento provoca tensões de tração, as tensões normais obtidas são menores que as obtidas por YAGUI [9]. Nota-se ainda que para os pontos 1 e 4 o efeito das tensões provocadas pelo bimomento é tão significativo que a tensão normal resultante troca de sinal passando a tracionar esses pontos.

- Os valores não coincidentes, obtidos no cálculo das tensões normais, têm como causa as diferentes hipóteses de cálculo adotadas neste trabalho e no de YAGUI [9], que analisa a segunda ordem levando em conta apenas a influência da força normal nos painéis que substituem as paredes planas do núcleo.

As seções transversais delgadas abertas são as mais susceptíveis aos efeitos da teoria de flexo-torção, sendo que nas seções fechadas esses efeitos podem, em alguns casos, ser desprezados em comparação com os efeitos da flexão e torção de Saint Venant.

O núcleo com lintéis funciona como um meio termo entre a seção delgada aberta e a fechada. Essa situação é evidenciada pelos diagramas de tensões normais da figura 5.8, onde o lintel exerce um efeito uniformizador nessas

tensões. Já para o núcleo sem lintéis os efeitos da flexo-torção, em particular do bimomento, nas tensões normais, são significativos, produzindo resultados distintos dos obtidos por YAGUI [9].

TABELA 5.5 - BIMOMENTOS NAS EXTREMIDADES INFERIORES DO NÚCLEO tf.m ²				
ANDAR	DM11	DM12	DM21	DM22
1	-3287,2	-3353,3	-12390,1	-22546,0
2	-2080,4	-2144,8	-10551,1	-20579,2
3	-1340,3	-1392,6	-8877,6	-18556,8
4	-876,9	-915,4	-7363,3	-16518,9
5	-577,7	-603,9	-6002,0	-14501,4
6	-376,1	-392,5	-4788,5	-12536,2
7	-232,7	-241,8	-3718,0	-10650,9
8	-124,6	-128,3	-2786,3	-8869,2
9	-38,6	-38,6	-1989,8	-7210,7
10	32,2	34,7	-1325,3	-5691,3
11	90,6	94,6	-790,2	-4323,5
12	135,6	140,3	-382,4	-3116,7
13	162,9	167,4	-100,4	-2077,5
14	162,9	166,6	-57,0	-1210,4
15	118,4	120,6	90,5	-517,6

5.4. EXEMPLO NÚMERO 3

FRANÇA [15] apresenta três opções de esquema estrutural para o cálculo dos esforços, em teoria de segunda ordem, em um edifício de concreto armado.

Como primeira opção é apresentada uma estrutura convencional, formada por lajes, vigas e pilares. A segunda opção estrutural é obtida adotando-se lajes nervuradas de maneira a se retirar as vigas intermediárias. E, uma estrutura em laje cogumelo é a terceira opção.

Esses três esquemas estruturais simulam o sistema real de contraventamento do edifício através de um único painel plano, em forma de pórtico para os dois primeiros exemplos e em forma de parede para o terceiro.

As ações consideradas são as cargas verticais, permanentes e acidentais, e as cargas horizontais devidas à ação do vento e as equivalentes a uma inclinação acidental do edifício.

CORRÊA [16] compara os resultados obtidos por FRANÇA [15], para essas três alternativas, através do processo P- Δ , com os por ele obtidos através da análise NLG (não-linearidade geométrica) pelo processo das matrizes incrementais.

5.4.1. Primeira Opção

O pórtico que simula o sistema de contraventamento do edifício, com as correspondentes cargas verticais e horizontais está indicado na figura 5.9.

As características geométricas e elásticas dos pilares, indicadas pelo índice p, e das vigas indicadas pelo índice v, são as seguintes:

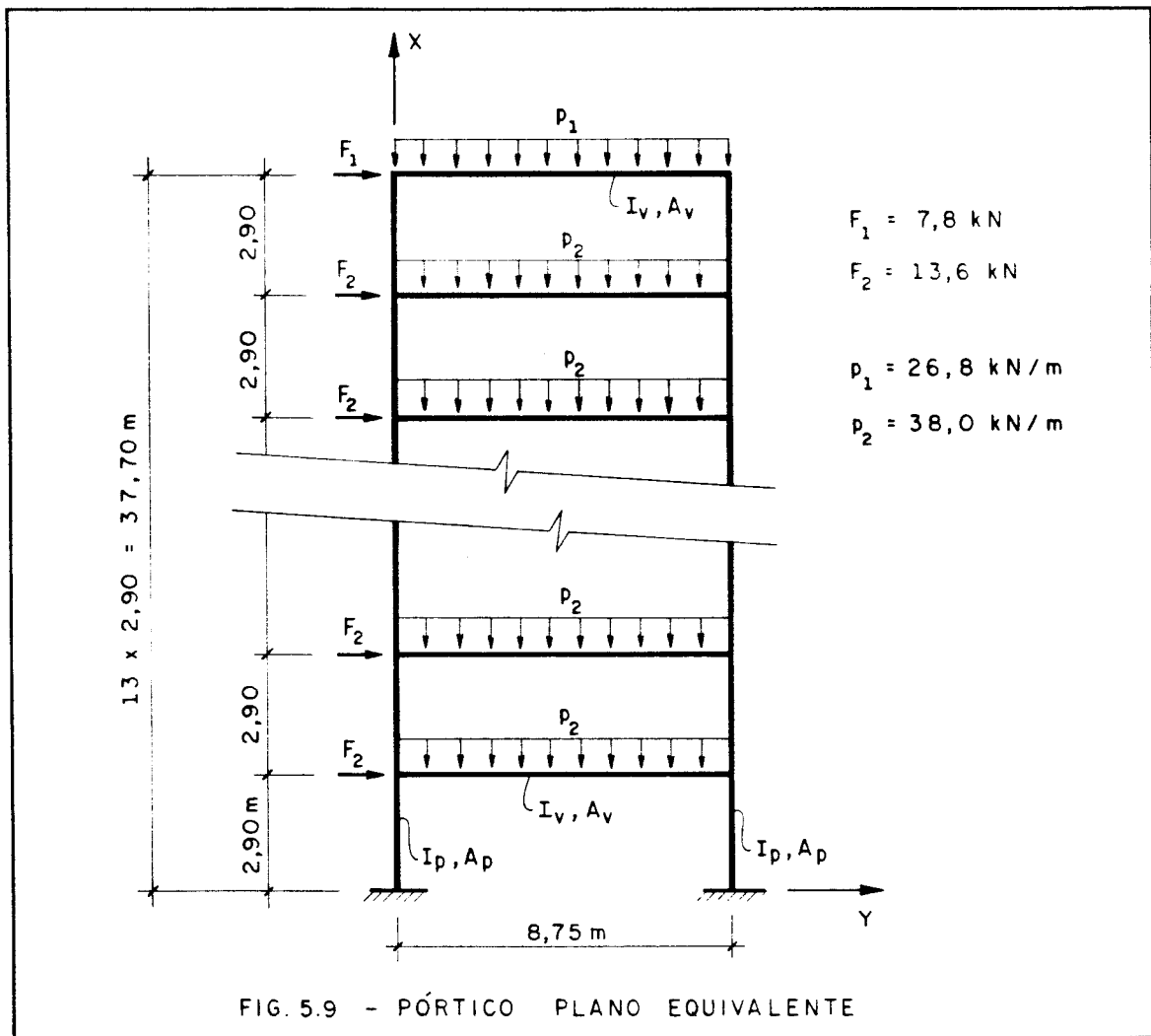
$$\text{Momentos de Inércia: } I_p = 70,30 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$I_v = 22,90 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$\text{Áreas das Seções Transversais: } A_p = 18,75 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$$

$$A_v = 14,00 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$$

$$\text{Módulo de Elasticidade: } E = 27,70 \cdot 10^{-6} \text{ kN/m}^2$$



As cargas distribuídas atuantes nas vigas foram substituídas pelas ações nodais equivalentes, correspondentes à análise elástica linear de primeira ordem.

Com a finalidade de comparar os resultados obtidos por FRANÇA [15] e por CORRÊA [16] com os obtidos neste trabalho, é apresentada a tabela 5.6, onde:

f = flecha no topo do edifício

H = reação horizontal na base

V = reação vertical na base

M = reação momento fletor na base

Índice e = pilar da esquerda

Índice d = pilar da direita

É necessário esclarecer que os resultados da

análise NLG [16] e os deste trabalho (coluna especificada por DM), foram obtidos com a hipótese da indeformabilidade longitudinal das vigas, enquanto que nos resultados da análise P- Δ [15] foi considerada a deformabilidade longitudinal das vigas. Apenas os momentos fletores e as forças cortantes apresentam pequenas variações quando a referida hipótese é ou não levada em conta.

TAB. 5.6 - COMPARAÇÃO DE RESULTADOS - 1ª. OPÇÃO				
VARIÁVEL	1ª. ORDEM	P- Δ [15]	NLG [16]	DM
f (m)	0,10278	0,11511	0,11216	0,11216
H _e (kN)	33,77	35,43	34,40	34,40
V _e (kN)	1798,46	1761,07	1770,00	1769,76
M _e (kN.m)	262,37	285,95	283,50	283,55
H _d (kN)	137,23	145,57	136,60	136,60
V _d (kN)	2426,04	2463,43	2455,00	2454,74
M _d (kN.m)	362,38	395,58	383,33	383,35

Os resultados obtidos da análise NLG [16] e os obtidos neste trabalho são os mesmos. No caso deste exemplo, com baixo nível de não-linearidade geométrica nota-se que os resultados da análise P- Δ diferem no máximo em 6,5% das outras duas análises. No entanto, como destaca CORRÊA [16], a análise P- Δ não contempla o equilíbrio da estrutura em sua configuração deformada. Já as outras duas análises atendem ao equilíbrio global da estrutura e ao equilíbrio de cada um de seus elementos.

5.4.2. Segunda Opção

Esta segunda opção, como a primeira, simula o sistema de contraventamento do edifício através de um pórtico plano, indicado na figura 5.10; as características

geométricas e elásticas de seus elementos são:

$$I_p = 33,36 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$I_v = 14,40 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$$

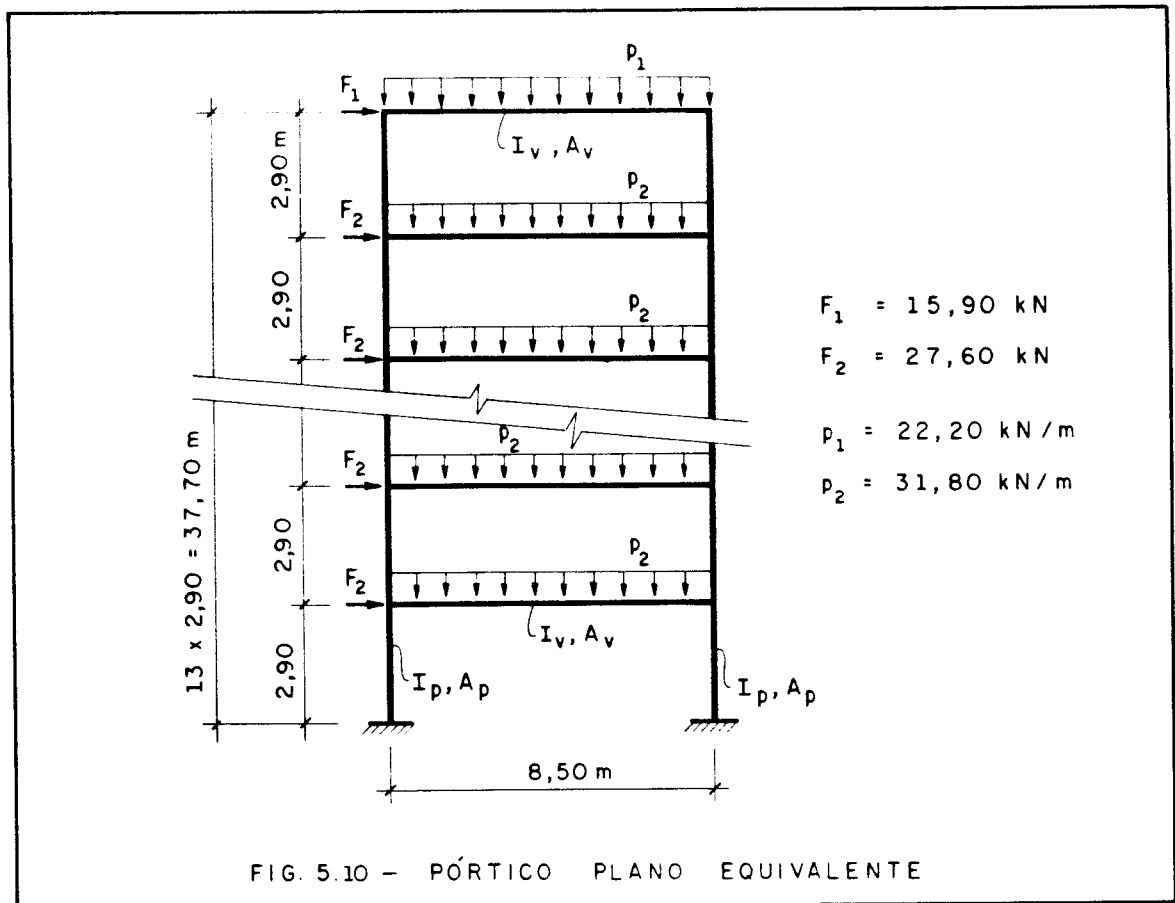
$$A_p = 21,00 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$$

$$A_v = 20,00 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$$

$$E = 27,70 \cdot 10^6 \text{ kN/m}$$

De acordo com a tabela 5.7, os resultados obtidos neste trabalho e os da análise NLG [16] são praticamente os mesmos. CORRÊA [16] chama a atenção para os resultados superestimados em relação aos de primeira ordem obtidos pela análise P- Δ , considerando esta análise não adequada para o esquema estrutural em questão. Processos que oferecem resultados em segunda ordem, de forma aproximada, através da majoração das forças horizontais, como os apresentados por MACGREGOR e HAGE [20], VASCONCELLOS [21] e BECH [22], se mostraram muito mais eficientes, levando a resultados bem mais próximos dos obtidos neste trabalho e dos da análise NLG [16].

TAB. 5.7 - COMPARAÇÃO DE RESULTADOS - 2ª. OPÇÃO				
VARIÁVEL	1ª. ORDEM	P- Δ [15]	NLG [16]	DM
f (m)	0,32997	0,52828	0,36973	0,37054
H _e (kN)	133,05	183,65	138,60	138,61
V _e (kN)	1043,42	640,31	960,90	960,64
M _e (kN.m)	523,01	778,60	576,30	577,07
H _d (kN)	214,05	271,65	208,50	208,49
V _d (kN)	2388,88	2792,00	2471,00	2471,66
M _d (kN.m)	601,31	867,33	650,10	650,86



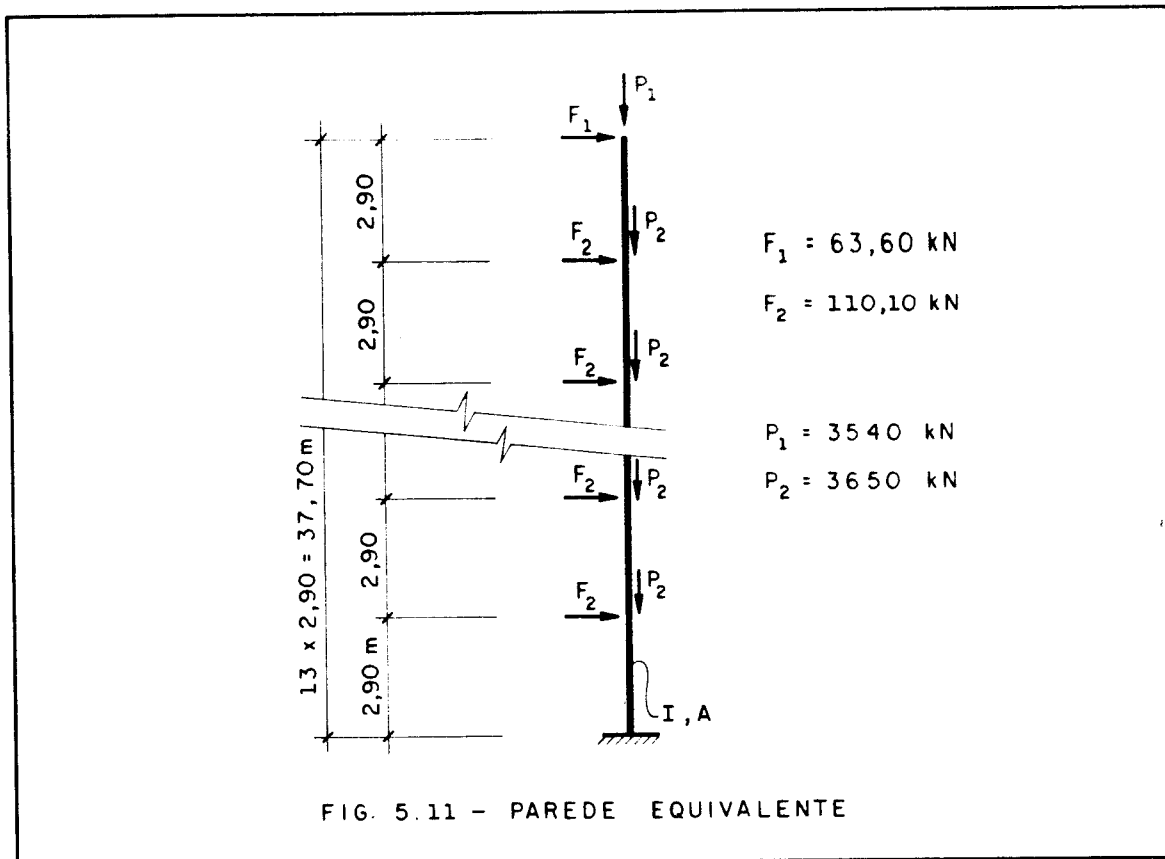
5.4.3. Terceira Opção

A terceira opção substitui o sistema de contraventamento do edifício, constituído por um conjunto de paredes, por uma única parede equivalente indicada na Fig. 5.11, sendo as suas características geométrica e elástica as seguintes:

$$I = 93,33 \cdot 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$A = 2,00 \text{ m}^2$$

$$E = 27,70 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2$$



TAB. 5.8 - COMPARAÇÃO DE RESULTADOS - 3ª. OPÇÃO				
VARIÁVEL	1ª. ORDEM	P-Δ [15]	NLG [16]	DM
f (m)	0,37746	0,598	0,601	0,60080
M (kNm)	2730,23	3950	3959	3959,67

Neste exemplo, como nos dois anteriores, os resultados obtidos através deste trabalho e os da análise NLG [16] são os mesmos.

Aqui a análise P- Δ apresenta resultados com muito boa aproximação, pois como afirma CORRÊA [16], as alterações da rigidez dependem quase que exclusivamente dos deslocamentos horizontais dos nós da parede.

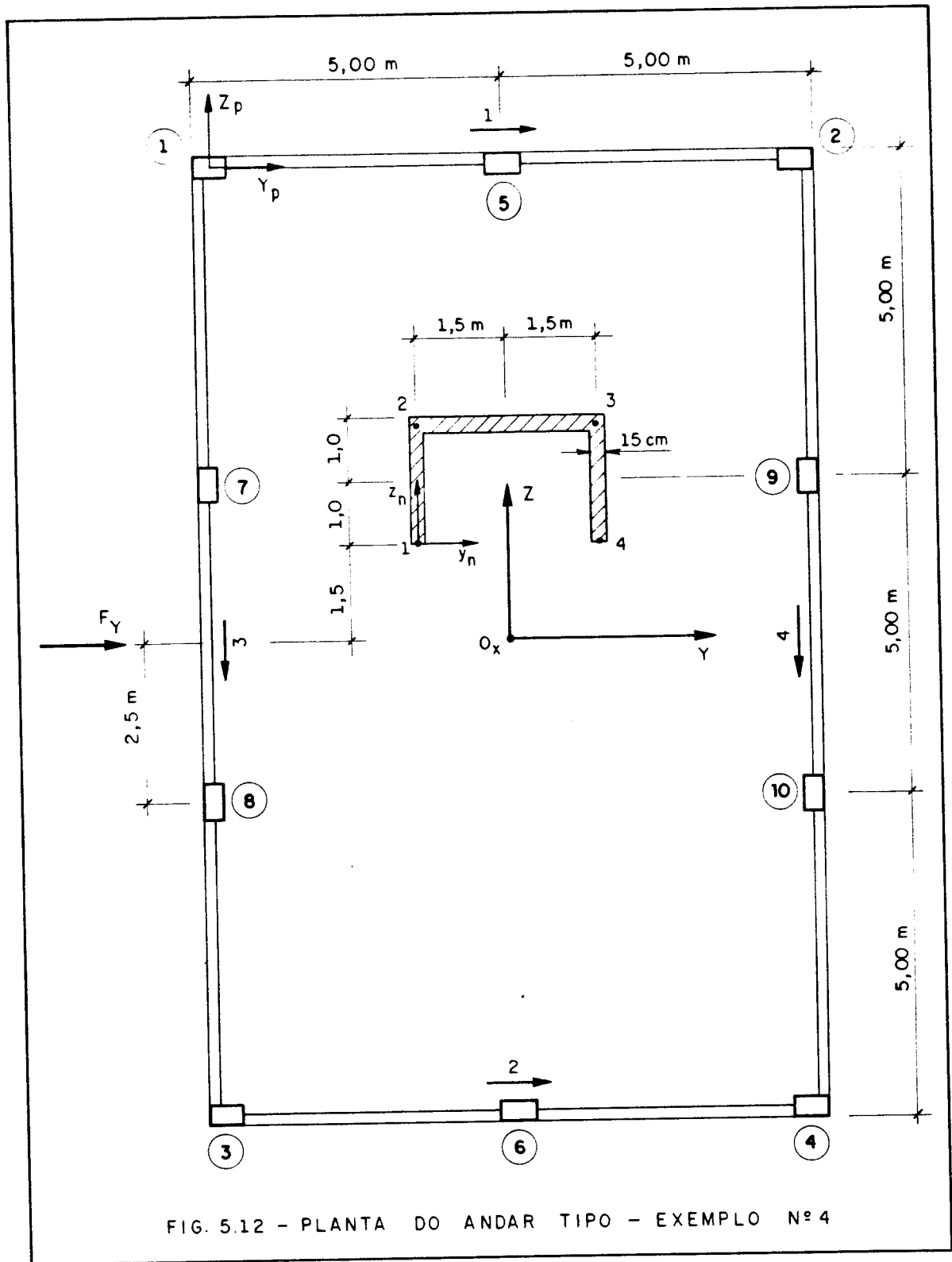
5.5. EXEMPLO NÚMERO 4

Trata-se de um edifício, em concreto armado, com 15 andares cuja estrutura é composta de pórticos planos e um núcleo.

SILVA [10] resolve este exemplo, de maneira simplificada, em teoria de segunda ordem, considerando apenas a parcela correspondente ao efeito P- Δ , com a finalidade, como afirma, de evidenciar a interação tridimensional entre pórticos e paredes.

A planta do andar tipo é indicada na figura 5.12. As vigas e pilares apresentam seções transversais retangulares de 20cmx60cm e 25cmx50cm respectivamente. O núcleo em forma de seção U tem espessura constante de 15cm e demais dimensões indicadas na figura 5.12.

As constantes elásticas adotadas para o concreto armado são: $E = 20000\text{MPa}$ e $G = 8000\text{MPa}$.



O sistema estrutural tridimensional é submetido ao seguinte carregamento:

- cargas verticais uniformemente distribuídas nas vigas do forro: 10kN/m
- cargas verticais uniformemente distribuídas nas vigas dos demais andares: 20kN/m
- cargas verticais de 35kN, 90kN, 90kN e 35kN nos pontos 1, 2, 3 e 4 respectivamente, do núcleo, no nível do forro.
- cargas verticais de 70kN, 180kN, 180kN e 70kN nos pontos 1, 2, 3 e 4, respectivamente, do núcleo, no nível dos demais andares.
- carga horizontal de vento aplicada na laje do forro: $F_y = 25,5\text{kN}$
- carga horizontal de vento aplicada nas lajes dos demais níveis: $F_y = 51,0\text{kN}$

As colunas de resultados obtidos por SILVA [10] serão identificadas pelas letras RMS, nas tabelas seguintes.

TAB. 5.9 - ROTAÇÃO DAS LAJES (em rad 10^{-3})				
ANDAR	1a. ORDEM		2a. ORDEM	
	RMS	DDM	RMS	DDM
1	0,65	0,69	0,72	0,75
2	1,54	1,63	1,73	1,79
3	2,33	2,45	2,64	2,70
4	2,99	3,13	3,40	3,45
5	3,54	3,69	4,03	4,06
6	3,98	4,14	4,54	4,56
7	4,33	4,50	4,95	4,94
8	4,61	4,78	5,26	5,23
9	4,81	4,98	5,48	5,44
10	4,94	5,11	5,62	5,57
11	5,01	5,17	5,70	5,63
12	5,01	5,17	5,70	5,61
13	4,95	5,10	5,62	5,53
14	4,81	4,96	5,47	5,37
15	4,62	4,75	5,26	5,14

TAB.5.10 - DESLOCAMENTOS DAS LAJES (em cm) NO SENTIDO DO EIXO Y				
ANDAR	1ª. ORDEM		2ª. ORDEM	
	RMS	DDM	RMS	DDM
1	0,59	0,51	0,64	0,55
2	1,64	1,49	1,79	1,60
3	2,90	2,68	3,17	2,88
4	4,27	4,00	4,68	4,31
5	5,72	5,41	6,26	5,82
6	7,19	6,85	7,88	7,37
7	8,65	8,30	9,48	8,93
8	10,09	9,73	11,06	10,46
9	11,49	11,12	12,57	11,95
10	12,81	12,44	14,02	13,37
11	14,07	13,70	15,39	14,72
12	15,25	14,89	16,67	15,99
13	16,36	16,00	17,87	17,18
14	17,39	17,05	18,98	18,30
15	18,36	18,05	20,04	19,37

TAB.5.11 - DESLOCAMENTOS LATERAIS DO PAINEL 2 (em cm)				
ANDAR	1ª. ORDEM		2ª. ORDEM	
	RMS	DDM	RMS	DDM
1	1,08	1,03	1,18	1,11
2	2,80	2,71	3,08	2,94
3	4,65	4,52	5,14	4,91
4	6,52	6,35	7,23	6,90
5	8,37	8,18	9,28	8,87
6	10,17	9,96	11,28	10,79
7	11,90	11,68	13,19	12,64
8	13,55	13,31	15,00	14,39
9	15,09	14,85	16,68	16,03
10	16,52	16,28	18,24	17,55
11	17,82	17,58	19,66	18,94
12	19,01	18,77	20,94	20,20
13	20,06	19,83	22,08	21,33
14	20,99	20,77	23,09	22,33
15	21,82	21,61	23,99	23,23

TAB.5.12 - MOMENTOS FLETORES Mz NA EXTREMIDADE INFERIOR DO TRAMO DO PILAR INDIVIDUAL 3 (em kN.m)

ANDAR	1 ^a . ORDEM		2 ^a . ORDEM	
	RMS	DDM	RMS	DDM
1	135,8	133,78	147,6	142,40
2	96,1	113,39	109,9	123,87
3	94,1	107,58	107,3	117,06
4	88,7	104,44	101,0	113,05
5	83,0	99,51	94,3	107,27
6	76,2	93,54	86,3	100,47
7	68,7	86,59	77,6	92,69
8	60,6	78,94	68,2	84,22
9	52,0	70,79	58,5	75,29
10	43,2	62,33	48,6	66,11
11	34,4	53,74	38,7	56,87
12	25,5	45,17	29,0	47,74
13	17,0	36,92	19,7	39,03
14	8,4	28,53	10,4	30,28
15	4,5	24,86	6,4	26,63

TAB.5.13 - MOMENTOS FLETORES Mz NA EXTREMIDADE INFERIOR DO NÚCLEO (em kN.m)

ANDAR	1 ^a . ORDEM		2 ^a . ORDEM	
	RMS	DDM	RMS	DDM
1	-9494,3	-9805,0	-10147,5	-10304,0
2	-7280,6	-7462,1	-7873,6	-7934,5
3	-5472,6	-5590,0	-5968,3	-6004,0
4	-3987,1	-4044,1	-4376,7	-4382,1
5	-2763,5	-2777,8	-3048,9	-3033,7
6	-1762,5	-1745,5	-1952,1	-1921,6
7	-952,7	-914,1	-1059,1	-1018,0
8	-310,1	-257,1	-347,8	-299,6
9	183,6	245,6	199,4	251,8
10	542,3	608,5	595,7	650,3
11	774,9	841,5	851,5	906,0
12	886,4	949,7	972,3	1024,6
13	877,9	934,7	961,0	1008,5
14	745,4	790,9	813,8	852,7
15	496,0	527,9	536,5	568,4

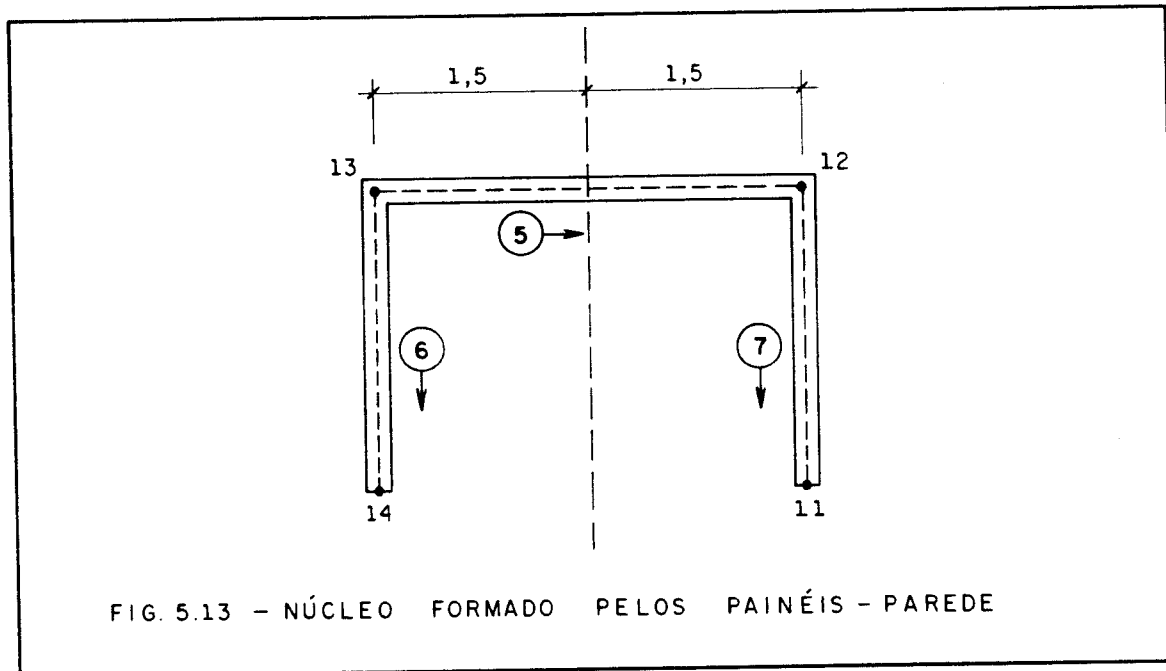
SILVA [10] considera os núcleos resistentes como associações tridimensionais de painéis-parede, os quais se interagem apenas através de forças cortantes longitudinais.

Dessa forma para se proceder a comparação dos resultados da tabela 5.13 os momentos fletores atuantes no núcleo (colunas RMS) foram calculados pela seguinte expressão

$$M_{\text{núcleo}} = M_5 + 1,5 (N_6 + N_7)$$

onde

M_5 é o momento fletor atuante na parede 5 em [10]
 N_6 e N_7 são as forças normais atuantes nas paredes 6 e 7 respectivamente, em [10]



A força cortante da tabela 5.14, colunas RMS, é absorvida apenas pelo painel parede 5, conforme figura 5.13.

Da comparação dos valores indicados nas tabelas anteriores verifica-se que, para este exemplo com pequena não-linearidade geométrica, os resultados obtidos por SILVA [10] e os deste trabalho são bastante próximos, mesmo com hipóteses de cálculo bastante diferentes.

TAB.5.14-FORÇAS CORTANTES NA DIREÇÃO DO EIXO Y (em kN)				
ANDAR	1 ^a . ORDEM		2 ^a . ORDEM	
	RMS	DDM	RMS	DDM
1	-553,4	-585,4	-568,5	-588,3
2	-452,0	-468,0	-476,3	-472,4
3	-371,4	-386,5	-397,9	-391,5
4	-305,9	-316,6	-332,0	-321,3
5	-250,3	-258,1	-274,2	-261,6
6	-202,4	-207,8	-223,3	-210,0
7	-160,6	-164,3	-177,8	-164,8
8	-123,5	-125,7	-136,8	-124,7
9	-89,7	-90,7	-99,1	-88,3
10	-58,1	-58,2	-63,9	-54,5
11	-27,9	-27,1	-30,2	-22,2
12	2,1	3,8	2,1	9,6
13	33,1	36,0	36,8	42,8
14	62,4	65,8	68,5	73,3
15	124,0	132,0	133,2	142,8

Os quatro gráficos a seguir se referem aos resultados obtidos em teoria de segunda ordem.

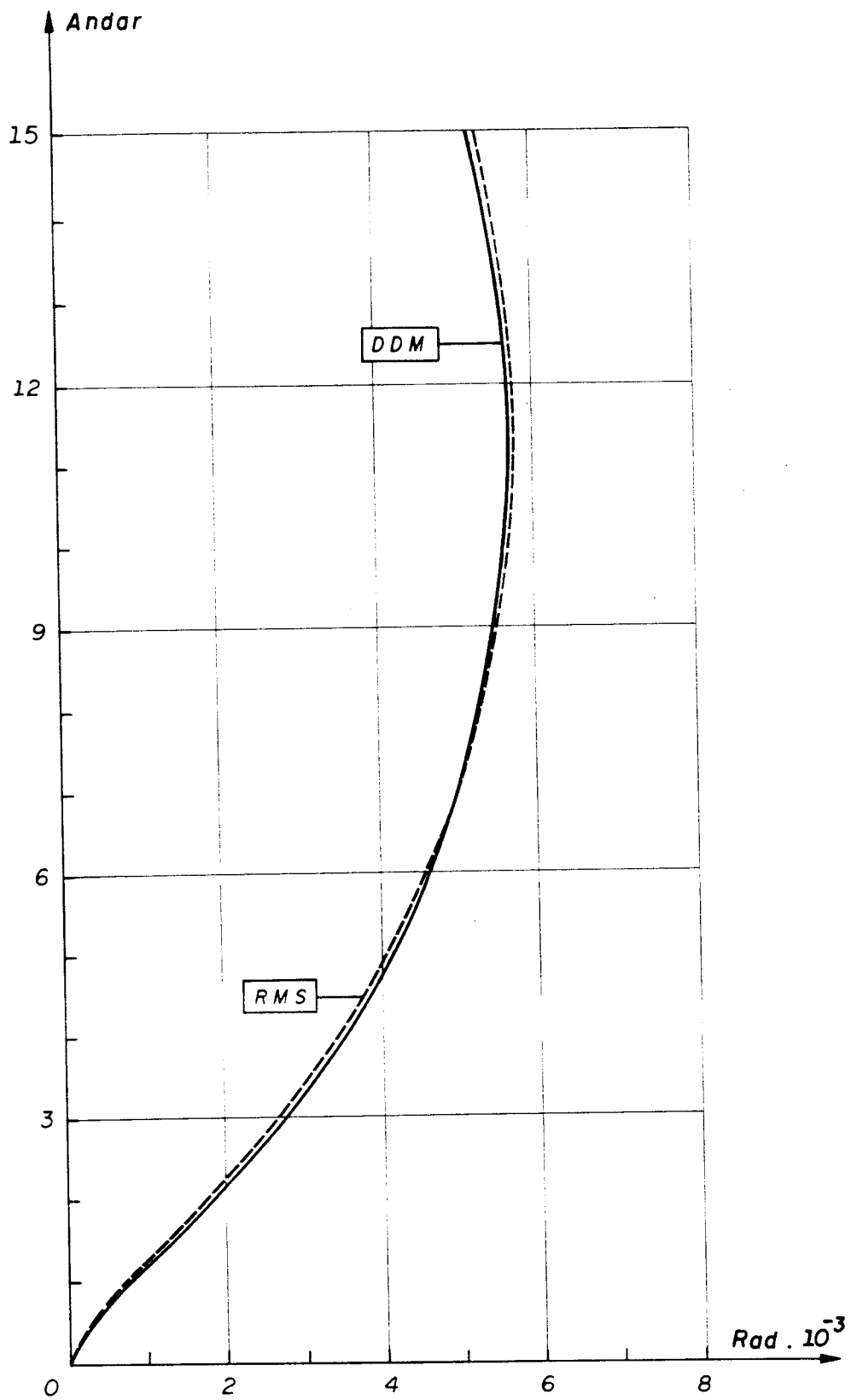


FIG. 5.14 - ROTAÇÃO DAS LAJES

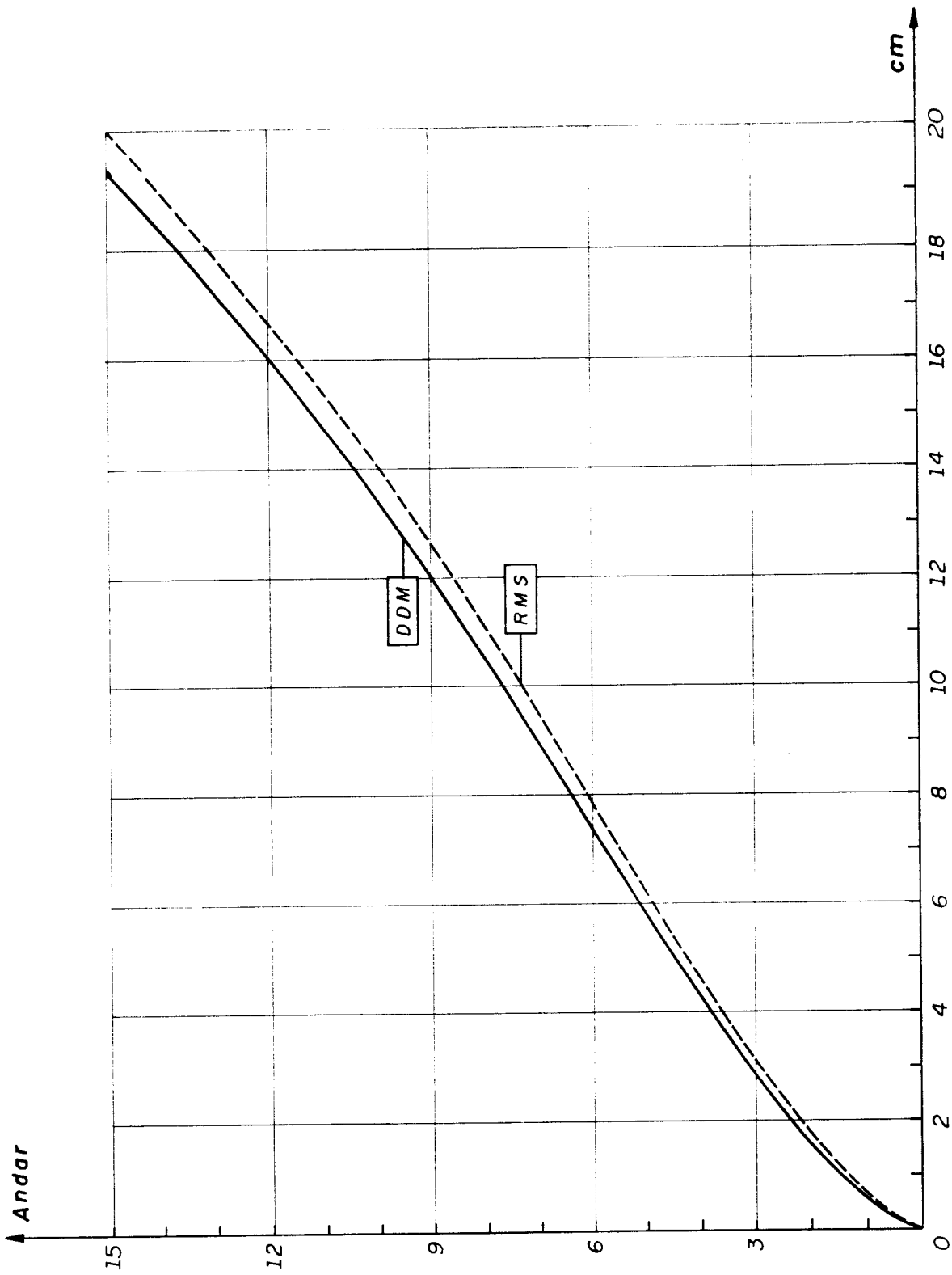


FIG. 5.15 - DESLOCAMENTO DAS LAJES NO SENTIDO DO EIXO Y.

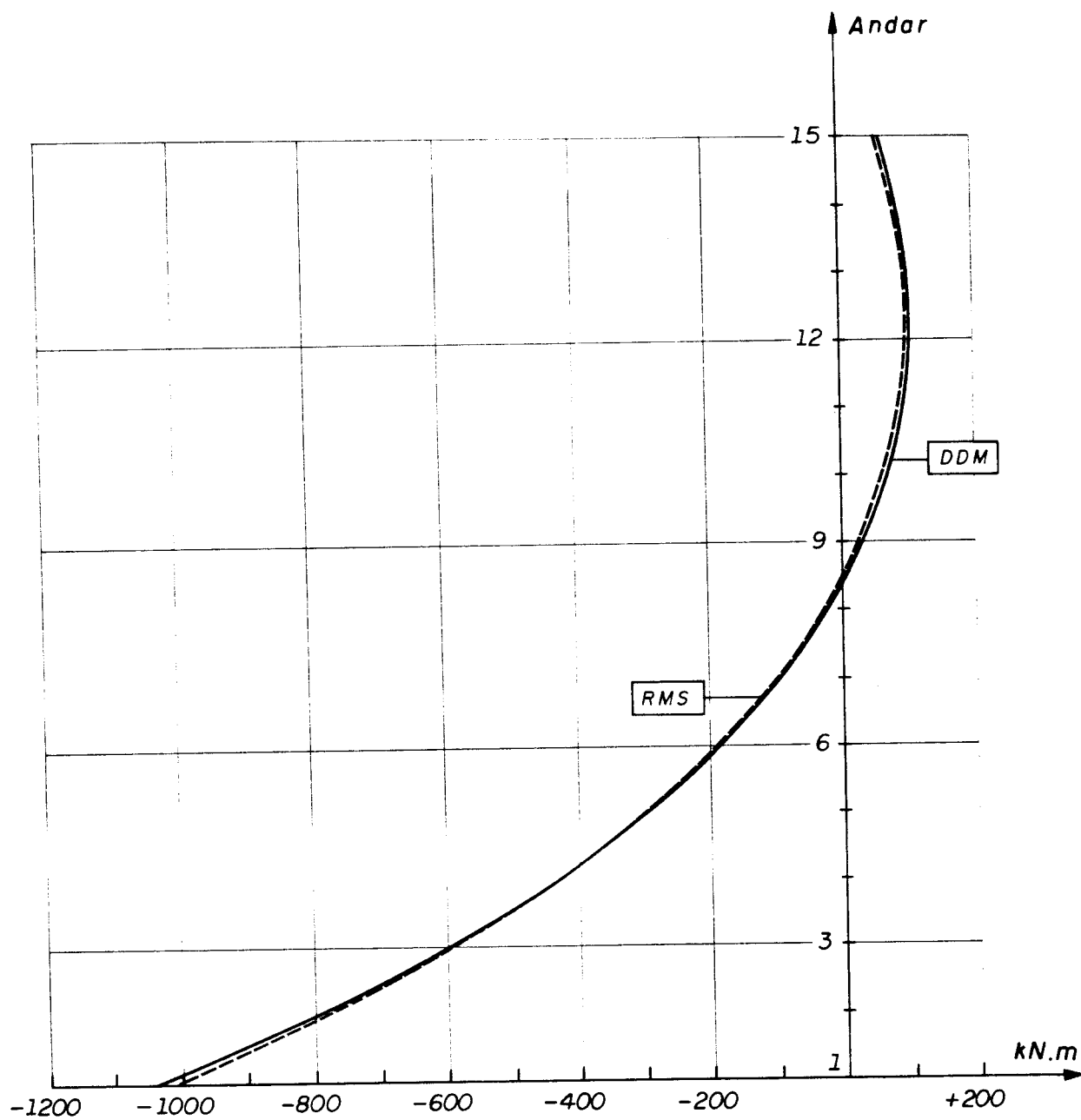


FIG. 5.16 - MOMENTOS FLETORES NA EXTREMIDADE INFERIOR DO NÚCLEO

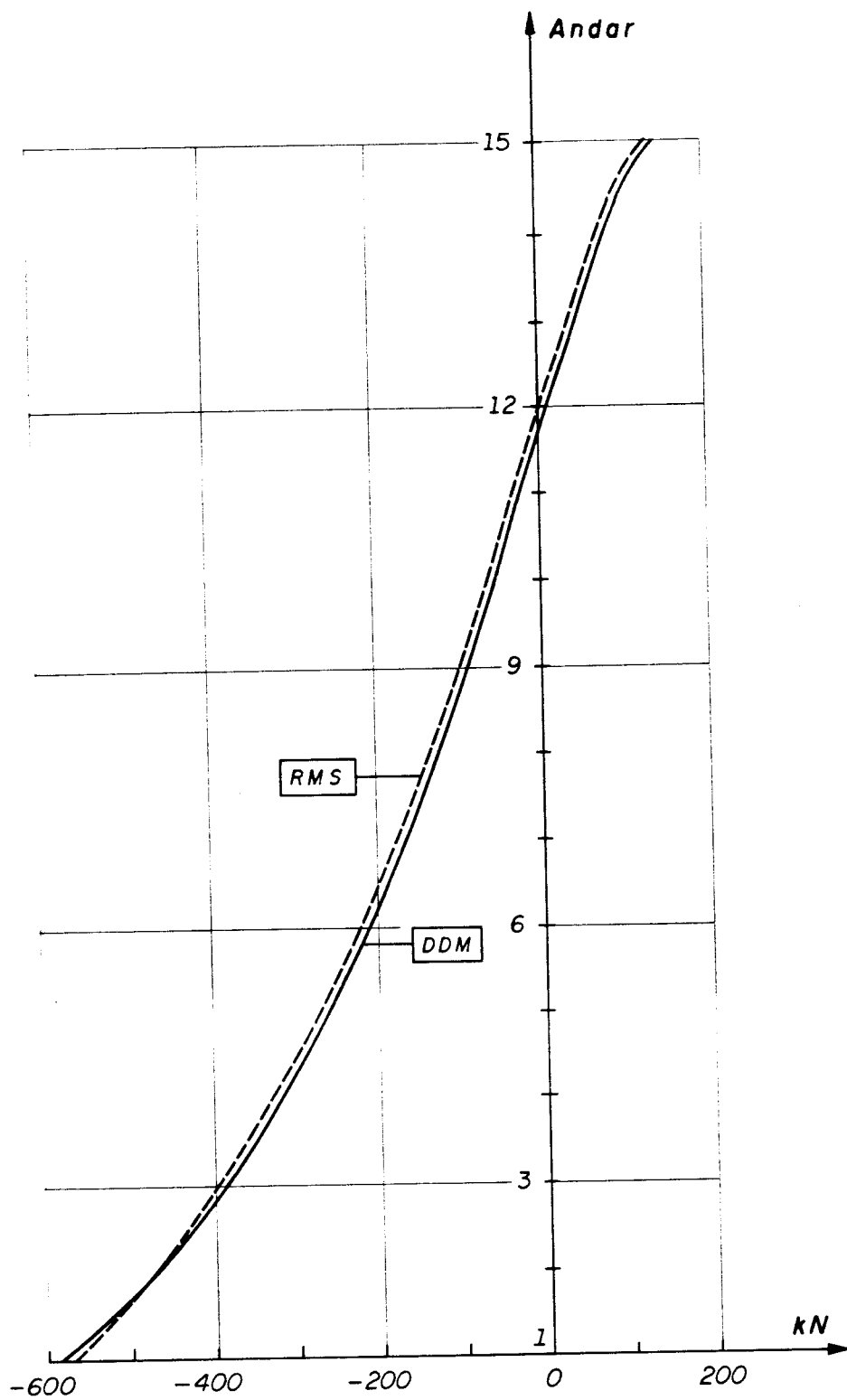


FIG. 5.17 - FORÇAS CORTANTES NA DIREÇÃO DO EIXO Y

Segundo FRANCO [23] a estrutura de um edifício, geralmente de nós deslocáveis, poderá ser considerada de nós fixos se os seus deslocamentos acusarem efeitos de segunda ordem desprezíveis. Afirma ainda que, segundo BECK [22], é razoável não considerar os efeitos de segunda ordem sempre que estes forem inferiores aos de primeira ordem acrescidos de 10%, isto é

$$M_{d_{2a.ordem}} \leq 1,1 M_{d_{1a.ordem}}$$

onde M_d é o valor do momento fletor de cálculo. A verificação da necessidade ou não da análise em teoria de segunda ordem, de um edifício pode ser feita, segundo FRANCO [23], através da determinação do parâmetro de instabilidade α_k da estrutura, calculado a partir dos valores das ações características, isto é, de utilização.

$$\alpha_k = H \sqrt{\frac{P_k}{(EI)_{k(equiv)}}}$$

O produto de rigidez equivalente $(EI)_{k(equiv)}$ é obtido calculando-se o deslocamento f_k , em teoria de primeira ordem, do topo do edifício, sob a ação da carga lateral característica q_k , e igualando-se ao deslocamento de um pilar equivalente em balanço de produto $(EI)_k$ constante, sob ação da mesma carga.

$$(EI)_{k(equiv)} = \frac{q_k H^4}{8 f_k}$$

Como os efeitos de segunda ordem dependem da forma da elástica do edifício, FRANCO [23] sugere que se adote valores diferentes de α_{lim} para os diversos tipos de contraventamento:

$$\alpha_{lim} = 0,7 \text{ para contraventamento em pilares-parede;}$$

$$\alpha_{lim} = 0,6 \text{ para contraventamento misto (pilares-parede + pórticos; associações de pilares-parede);}$$

$$\alpha_{lim} = 0,5 \text{ para contraventamento em pórticos.}$$

Sempre que α_k for maior que α_{lim} é necessária a análise da estrutura em teoria de segunda ordem.

Para o exemplo número quatro, do edifício de 15 andares, a tabela 5.10 fornece o deslocamento do topo (15ª.laje) $\delta_h = 18,05\text{cm}$.

$$(EI)_{k(equiv)} = \frac{12,75}{8} \frac{60^4}{0,1805} = 114,432 \cdot 10^6 \text{ kN.m}^2$$

O valor da carga vertical atuante P_k é 21750 kN.

$$\alpha_k = 60 \sqrt{\frac{21750}{144,432 \cdot 10^6}} = 0,74$$

Partindo-se da hipótese que a linha elástica de um núcleo estrutural é similar a de um pilar-parede, poder-se-ia, a princípio, adotar para estruturas com contraventamento em pórticos e núcleos estruturais o mesmo valor limite do parâmetro de instabilidade α_k recomendado para as estruturas de contraventamento misto, $\alpha_{lim} = 0,6$.

Assim procedendo-se, o exemplo número quatro por apresentar um $\alpha_k = 0,74$ necessita de análise em teoria de segunda ordem. Com a finalidade de verificar se os momentos fletores de cálculo em teoria de segunda ordem são superiores aos de primeira ordem acrescidos de 10%, todas as cargas (ações características) foram majoradas em 40% e os produtos de rigidezes foram minorados de 30%.

Os resultados obtidos com estes novos dados de cálculo mostram que, em média, os momentos fletores atuantes nos pilares e núcleos em teoria de segunda ordem superam os de primeira ordem em 15%. Este resultado confirma a necessidade, segundo BECK [22], da análise em teoria de segunda ordem.

Com a finalidade de se compararem os resultados em um nível de não-linearidade mais elevado, ao exemplo número quatro, originalmente com quinze andares, foram acrescidos mais cinco e mantidos os mesmos valores característicos das rigidezes, cargas horizontais e verticais. Para esta nova configuração obtém-se:

$$(EI)_{k(\text{equiv})} = \frac{12,75 \cdot 80^4}{8 \cdot 0,4123} = 158,331 \cdot 10^6 \text{ kN.m}^2$$

Neste caso o valor da carga vertical total atuante é $P_k = 29250 \text{ kN}$.

$$\alpha_k = 80 \sqrt{\frac{29250}{158,331 \cdot 10^6}} = 1,09$$

As tabelas 5.15, 5.16, 5.17 e 5.18 comparam os resultados obtidos por SILVA [10] e os obtidos neste trabalho.

TAB.5.15 - ROTAÇÃO DAS LAJES (em rad 10^{-3})				
ANDAR	1ª. ORDEM		2ª ORDEM	
	RMS	DDM	RMS	DDM
1	0,88	0,93	1,02	1,03
2	2,07	2,20	2,44	2,49
3	3,15	3,31	3,76	3,77
4	4,07	4,25	4,90	4,85
5	4,84	5,04	5,87	5,74
6	5,49	5,71	6,68	6,48
7	6,04	6,26	7,37	7,07
8	6,49	6,72	7,93	7,56
9	6,87	7,09	8,40	7,94
10	7,17	7,40	8,77	8,23
11	7,42	7,64	9,06	8,45
12	7,60	7,83	9,28	8,61
13	7,73	7,96	9,42	8,70
14	7,81	8,04	9,50	8,74
15	7,84	8,06	9,52	8,71
16	7,82	8,03	9,48	8,64
17	7,74	7,95	9,38	8,50
18	7,60	7,81	9,20	8,31
19	7,40	7,60	8,96	8,04
20	7,14	7,32	8,65	7,71

TAB.5.16 - DESLOCAMENTOS DAS LAJES NO SENTIDO DO EIXO Y (em cm)				
ANDAR	1ª. ORDEM		2ª ORDEM	
	RMS	DDM	RMS	DDM
1	0,84	0,73	0,94	0,81
2	2,37	2,16	2,70	2,43
3	4,26	3,96	4,89	4,49
4	6,39	6,03	7,38	6,85
5	8,70	8,28	10,08	9,43
6	11,12	10,67	12,92	12,17
7	13,61	13,14	15,84	15,01
8	16,13	15,64	18,79	17,89
9	18,66	18,15	21,74	20,78
10	21,14	20,63	24,66	23,64
11	23,59	23,07	27,51	26,46
12	25,96	25,44	30,28	29,19
13	28,25	27,73	32,95	31,83
14	30,45	29,93	35,51	34,36
15	32,55	32,04	37,95	36,79
16	34,56	34,05	40,27	39,10
17	36,46	35,96	42,48	41,31
18	38,27	37,89	44,58	43,41
19	40,00	39,54	46,59	45,43
20	41,67	41,23	48,52	47,38

Observe-se que o deslocamento horizontal do topo do edifício atinge o valor, não admissível, de 1/170 da altura total.

TAB.5.17 - MOMENTOS FLETORES M_z NA EXTREMIDADE SUPERIOR DO TRAMO DE NÚCLEO (em kN.m)				
ANDAR	1ª. ORDEM		2ª ORDEM	
	RMS	DDM	RMS	DDM
1	11432,6	11696,0	13084,1	13249,9
2	8995,8	9173,9	10451,8	10590,7
3	6971,1	7068,4	8202,7	8298,5
4	5276,4	5316,3	6275,2	6334,7
5	3857,4	3855,4	4629,2	4655,6
6	2670,6	2639,1	3230,0	3228,0
7	1681,1	1628,9	2048,3	2022,4
8	860,7	794,6	1060,0	1014,1
9	186,6	111,5	243,6	182,0
10	-358,7	-439,0	-417,3	-491,5
11	-788,7	-871,6	-937,4	-1020,5
12	-1113,4	-1196,8	-1327,3	-1416,5
13	-1339,3	-1421,5	-1595,3	-1687,8
14	-1470,4	-1549,8	-1746,7	-1839,7
15	-1507,4	-1582,4	-1784,2	-1874,7
16	-1448,1	-1516,9	-1707,4	-1791,9
17	-1289,2	-1348,6	-1509,0	-1587,5
18	-1018,2	-1065,6	-1189,7	-1250,0
19	-643,1	-676,7	-748,3	-790,9
20	0	0	0	0

TAB.5.18-MOMENTOS FLETORES M_z NA EXTREMIDADE SUPERIOR DO TRAMO DE PILAR INDIVIDUAL 3 (em kN.m)				
ANDAR	1ª. ORDEM		2ª ORDEM	
	RMS	DDM	RMS	DDM
1	83,5	88,0	92,4	96,1
2	121,7	136,9	144,6	155,6
3	132,3	145,0	159,6	165,6
4	133,4	147,0	161,9	168,6
5	131,8	147,1	160,3	167,6
6	128,3	144,4	156,1	164,4
7	123,3	140,1	150,0	159,2
8	117,1	134,4	142,3	152,6
9	109,9	127,8	133,4	144,7
10	102,0	120,0	123,5	135,8
11	93,5	111,7	112,9	126,2
12	84,5	103,0	101,9	116,1
13	75,3	93,8	90,5	105,6
14	65,8	78,1	79,0	94,9
15	56,2	75,0	67,6	84,2
16	46,7	65,6	56,3	73,6
17	37,2	56,3	45,2	63,2
18	28,3	47,5	34,9	53,5
19	18,0	37,4	23,2	42,5
20	19,3	38,4	25,0	44,6

Apenas para uma verificação final, elevou-se ainda mais o nível de não linearidade do exemplo número quatro adicionando-se mais 5 andares ao edifício, totalizando assim 25 andares.

Neste caso:

$$(EI)_{k(\text{equiv})} = 200,573 \cdot 10^6 \text{ kN m}^2$$

$$\alpha_k = 1,35$$

TAB.5.19 - COMPARAÇÃO DE RESULTADOS EM TEORIA DE SEGUNDA ORDEM		
VARIAVEIS	RMS	DDM
Flecha no topo do edifício (cm)	101,91	99,62
Flecha do décimo andar (cm)	38,76	37,11
Rotação da laje do topo (rad 10^{-3})	12,86	9,85
Rotação da laje do décimo andar (rad 10^{-3})	12,24	10,79
Fletor no núcleo - 1º andar (kN.m)	19788	19999
Fletor no núcleo - 10º andar (kN.m)	1142	1077
Fletor no pilar-3, 1º andar (kN.m)	120,6	121,3
Fletor no pilar-3, 10º andar (kN.m)	210,7	214,7
Cortante no pilar-3, 10º andar (kN)	105,3	99,1
Normal no pilar-3, 10º andar (kN)	652,1	652,0

Os dois gráficos a seguir, se referem aos resultados obtidos em teoria de segunda ordem, para o edifício com vinte andares.

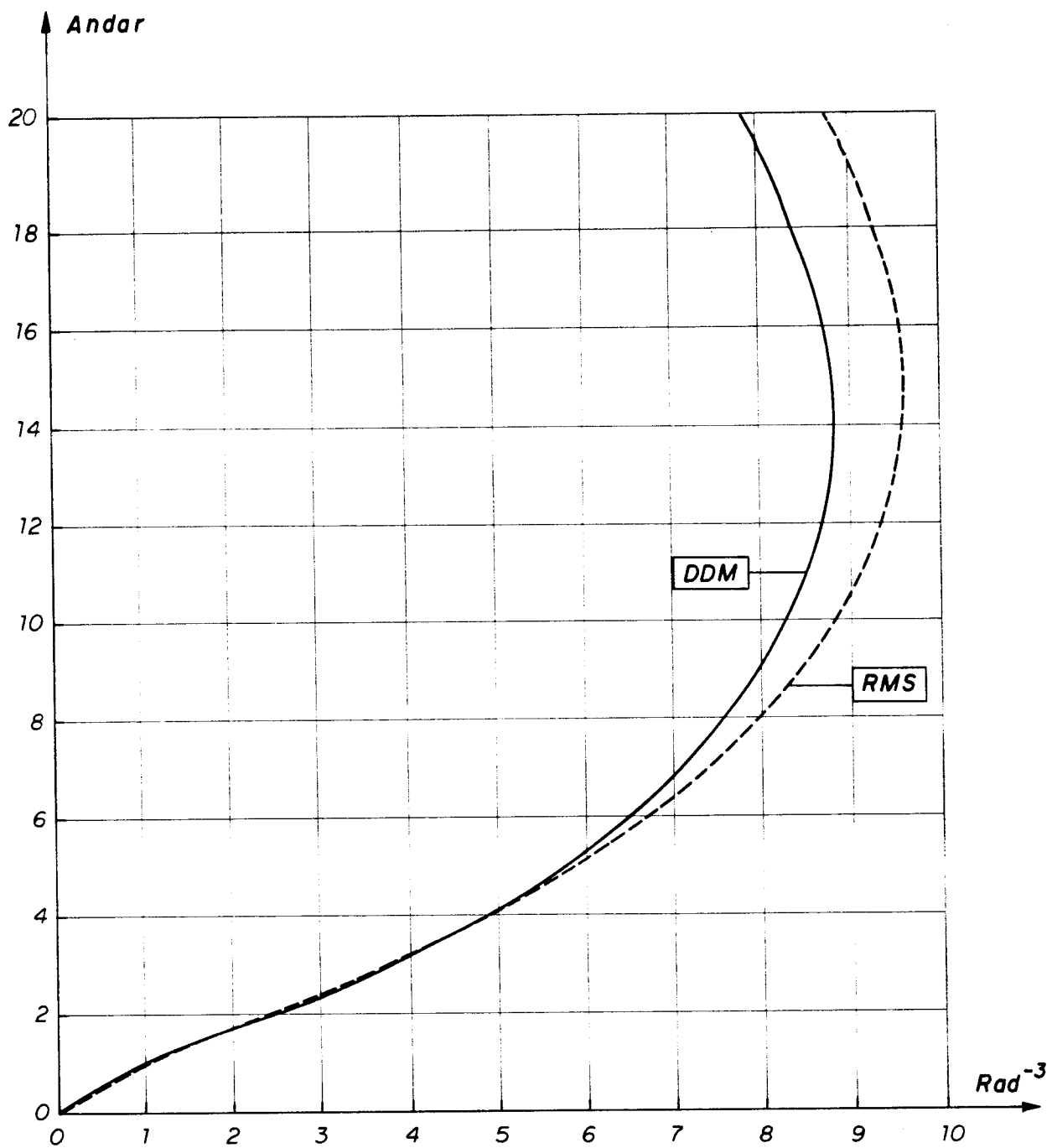


FIG. 5.18 - ROTAÇÃO DAS LAJES

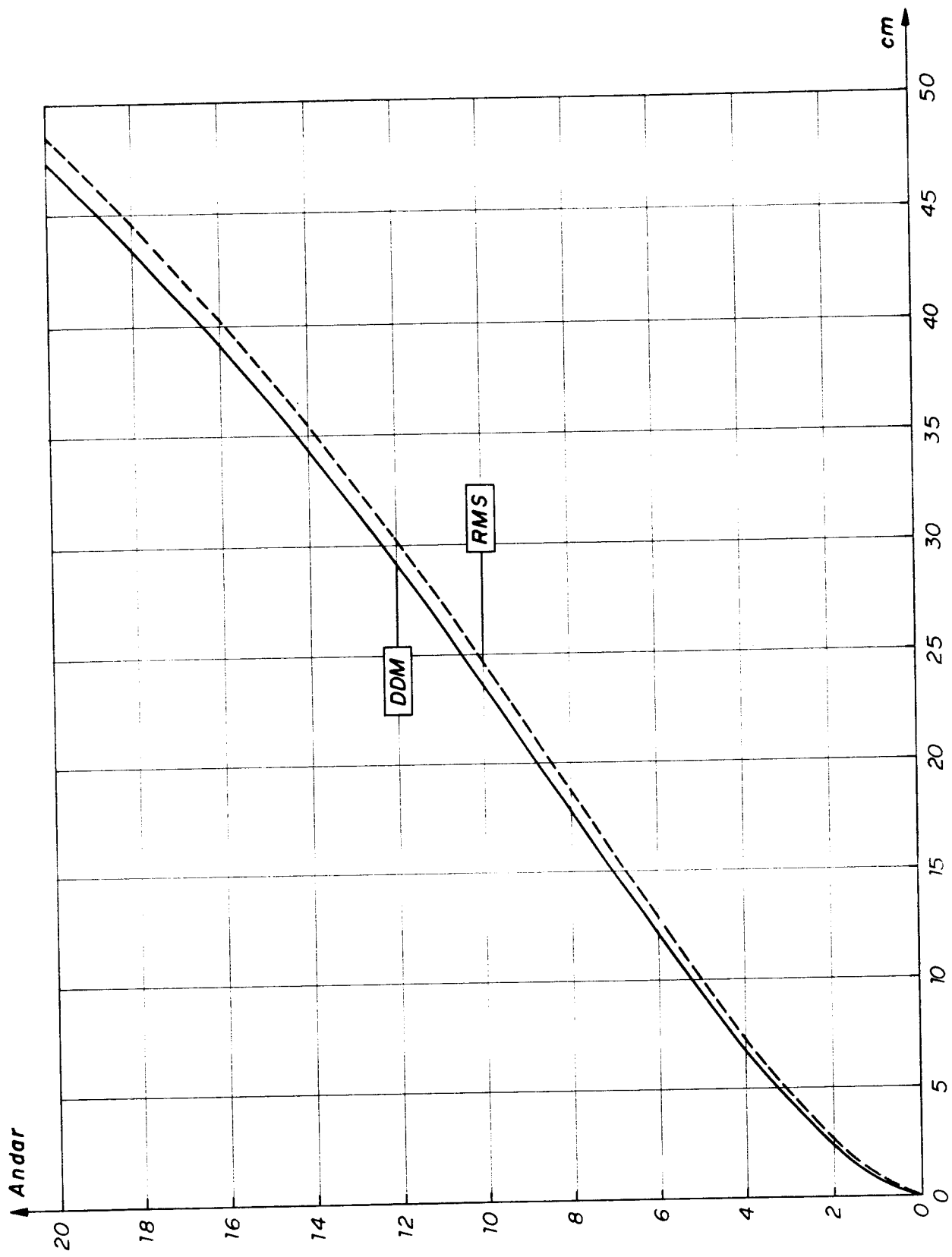


FIG. 5.19 - DESLOCAMENTO DAS LAJES NO SENTIDO DO EIXO Y.

A comparação dos resultados obtidos por SILVA [10] com os deste trabalho mostra, mesmo para uma não-linearidade geométrica bastante elevada com deslocamentos não admissíveis, uma boa aproximação entre as duas análises.

Verifica-se, através deste exemplo, que no caso de estrutura tridimensional com sistema de contraventamento formado por pórticos, pilares individuais e núcleos, a análise simplificada em segunda ordem, usando os resultados de primeira ordem através do chamado efeito P- Δ , é adequada, conduzindo a resultados bastante próximos aos obtidos com o processo iterativo, que renova a matriz de rigidez a cada uma das iterações.

Nestes exemplos a convergência foi alcançada com 3 iterações, sendo que o tempo de processamento, em teorias de primeira e segunda ordens para o edifício com quinze andares, foi de 47 minutos e 46 segundos, em um microcomputador compatível com o IBM-AT-486 (Clock de 33Mhz).

5.6. EXEMPLO NÚMERO 5

Trata-se de um edifício, em concreto armado, projetado e construído na cidade de São Paulo pela ENCOL S/A Engenharia, Comércio e Indústria, com 18 andares e estrutura composta de pórticos planos e dois núcleos estruturais. Os núcleos, além de possuírem lintéis internos, ao nível das lajes, são também ligados entre si através de um terceiro lintel.

Na planta do andar tipo do edifício ART-2, figura 5.18, são indicadas as dimensões das seções transversais dos pilares, núcleos, lintéis e vigas horizontais.

As constantes elásticas adotadas para o concreto armado são $E = 2,90 \times 10^7$ kN/m² e $G = 1,70 \times 10^6$ kN/cm².

O sistema estrutural é submetido a um carregamento vertical resultante das cargas permanentes e cargas vivas supostas uniformemente distribuídas sobre as lajes. A distribuição dessas cargas verticais entre os onze pilares e os dois núcleos foi realizada através de análise elástica linear com uso de elementos finitos de placa para simulação da laje, barras para simulação de vigas e pilares e de molas para simulação dos núcleos. Essas cargas verticais resultantes, para cada uma das dezoito lajes, são indicadas na tabela 5.15.

TABELA 5.15 - CARGAS VERTICAIS PILARES E NÚCLEOS			
PILAR	CARGA (kN)	PILAR	CARGA (kN)
1	159,9	8	253,3
2	204,8	9	433,4
3	40,8	10	239,0
4	168,6	11	549,3
5	360,1	NÚCLEO	CARGA(kN)
6	335,3	1	386,6
7	196,0	2	367,9

TABELA 5.16 - CARGAS DE VENTO NA DIREÇÃO DO EIXO Z					
LAJE	PÉ DIREITO	CARGA (kN)	LAJE	PÉ DIREITO	CARGA (kN)
1	2,90	38,92	10	2,90	62,08
2	2,90	76,37	11	2,90	59,81
3	2,90	74,85	12	2,90	57,36
4	2,90	73,27	13	2,90	54,71
5	2,90	71,62	14	2,90	51,80
6	2,90	69,90	15	2,90	48,54
7	2,90	68,10	16	3,25	47,52
8	2,90	66,20	17	4,17	50,93
9	2,90	64,20	18	3,90	42,94

Cálculo do coeficiente de instabilidade α para o edifício ART-2 segundo FRANCO [22].

$$\alpha = h \sqrt{\frac{P}{(EI)_{eq}}}$$

h = altura do edifício = 54,82m

P = carga total vertical atuante = 3694 . 18 = 66492 kN

$(EI)_{eq}$ = produto de rigidez equivalente

A rigidez equivalente foi calculada adotando-se carga uniformemente distribuída na altura do edifício.

$$(EI)_{eq} = \frac{q_k H^4}{8 f_k} = \frac{10 \cdot 54,82^4}{8 \cdot 0,042617} = 264900796$$

$$\alpha = 54,82 \sqrt{\frac{66492}{264900796}} = 0,87$$

Uma vez que $\alpha = 0,87$ é superior ao α_{lim} , adotado igual a 0,6, se faz necessário o cálculo em teoria de segunda ordem.

Da mesma maneira que foi feito para o exemplo número quatro, foram determinados as ações de cálculo e os produtos de rigidezes, também de cálculo, para poder se chegar aos momentos fletores de cálculo. Assim verificou-se que, em média, os momentos fletores solicitantes de segunda ordem são superiores aos de primeira ordem em 20%.

O processamento deste exemplo em teorias de primeira e segunda ordens durou 1 hora, 27 minutos e 50 segundos, sendo que os resultados de segunda ordem foram obtidos com apenas três iterações.

As tabelas e os gráficos a seguir têm a finalidade de apresentar os resultados obtidos comparando os valores calculados em teorias de primeira e segunda ordens. Em todos os casos considerou-se a ação do vento aplicada, em cada laje, na direção do ponto denominado de nó mestre, com sentido contrário ao do eixo Z de referência da estrutura, conforme figura 5.18.

TABELA 5.17 - TRANSLAÇÃO DO NÓ MESTRE E ROTAÇÃO DA LAJE				
ANDAR	TEORIA DE 1 ^a . ORDEM		TEORIA DE 2 ^a . ORDEM	
	Translação (cm)	Rotação (rad ⁻⁴)	Translação (cm)	Rotação (rad ⁻⁴)
1	0,235	0,43823	0,259	0,66544
2	0,878	1,30877	0,975	2,17855
3	1,554	1,86013	1,733	3,36385
4	2,224	2,14533	2,508	4,23330
5	2,993	2,23297	3,349	4,88816
6	3,785	2,14001	4,239	5,32411
7	4,201	1,88880	5,162	5,54977
8	5,450	1,50337	6,106	5,58142
9	6,303	1,00681	7,053	5,54388
10	7,160	0,41984	8,013	5,14238
11	8,012	-0,23992	8,959	4,71154
12	8,855	-0,95817	9,893	4,16375
13	9,684	-1,72367	10,809	3,51426
14	10,496	-2,52748	11,703	2,77668
15	11,289	-3,36164	12,574	1,96433
16	12,062	-4,21605	13,421	1,09355
17	12,818	-5,07788	14,248	0,18490
18	13,560	-5,90938	15,059	-0,71267

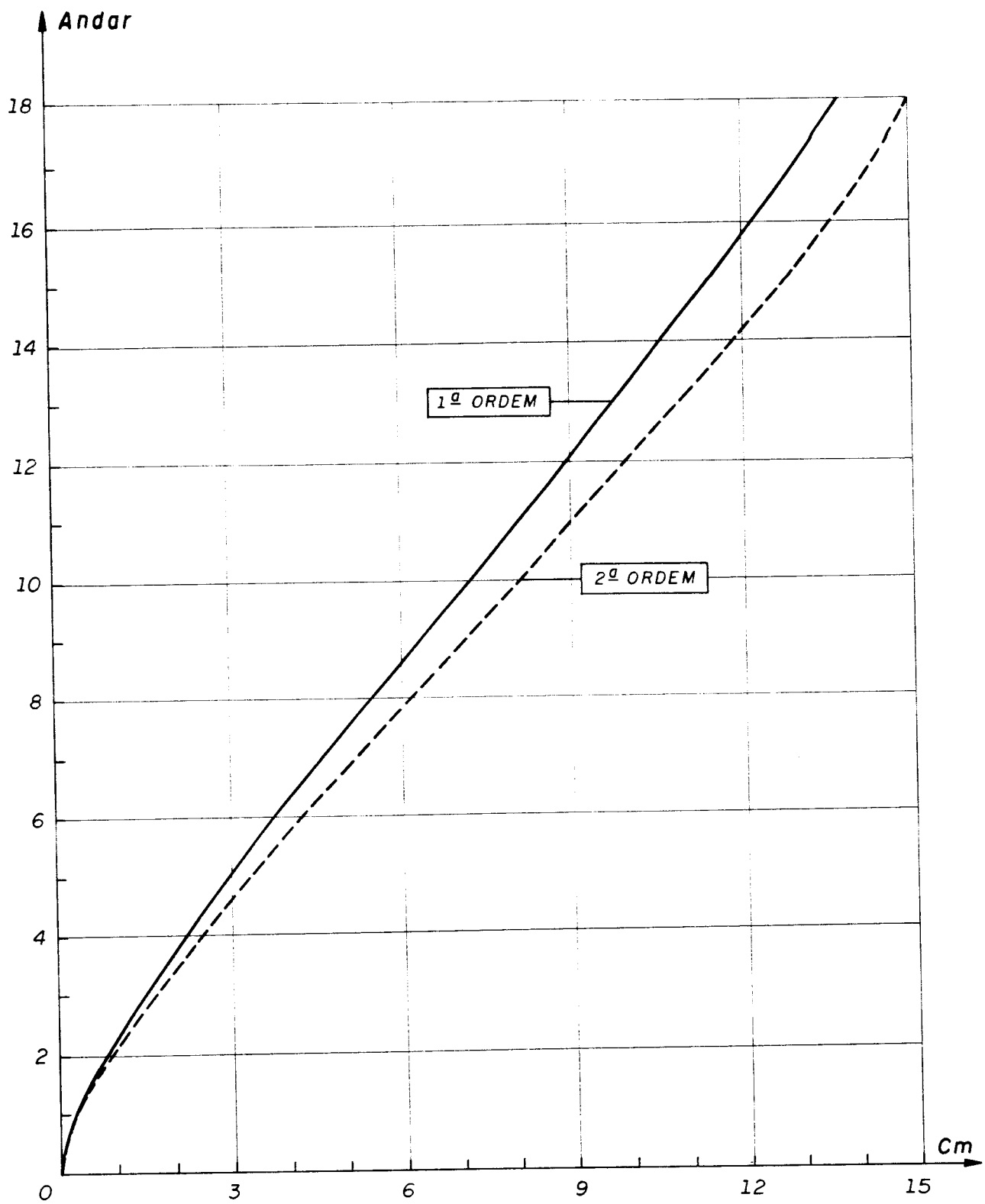


FIG. 5.21 - TRANSLAÇÃO, NO SENTIDO DA AÇÃO DO VENTO, DO NÓ MESTRE

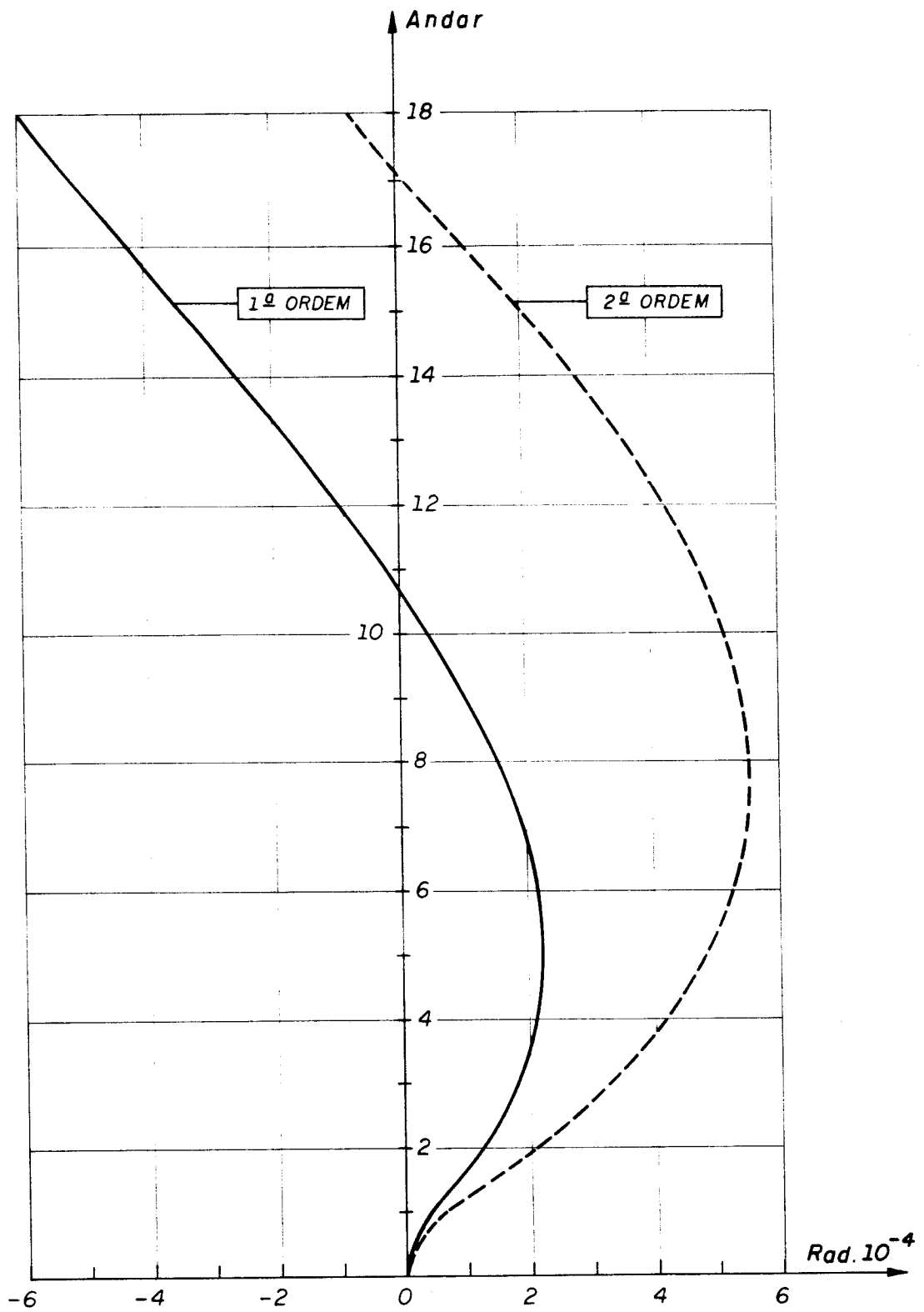


FIG. 5.22 - ROTAÇÃO DAS LAJES

As tabelas a seguir se referem a esforços solicitantes, em determinados elementos estruturais, calculados em teoria de segunda ordem.

TABELA 5.18 - MOMENTOS NA EXTREMIDADE INFERIOR DO PILAR NÚMERO 11			
ANDAR	MOMENTOS FLETORES		MOMENTO TORÇOR
	M_y (kN.m)	M_z (kN.m)	M_x (kN.cm)
1	-1038,3	-32,6	-32,1
2	-678,7	-56,6	-68,5
3	-365,4	-80,4	-69,2
4	-234,6	-89,0	-57,1
5	-167,4	-94,5	-43,1
6	-112,8	-100,8	-28,8
7	-69,9	-105,9	-15,0
8	-35,1	-110,3	-02,1
9	-06,6	-114,0	09,5
10	17,0	-117,1	19,9
11	36,5	-119,6	29,0
12	52,5	-121,6	37,0
13	64,9	-123,1	44,0
14	73,5	-124,2	50,2
15	77,8	-124,7	55,4
16	76,1	-126,2	59,6
17	67,2	-121,1	62,4
18	48,3	-151,2	61,9

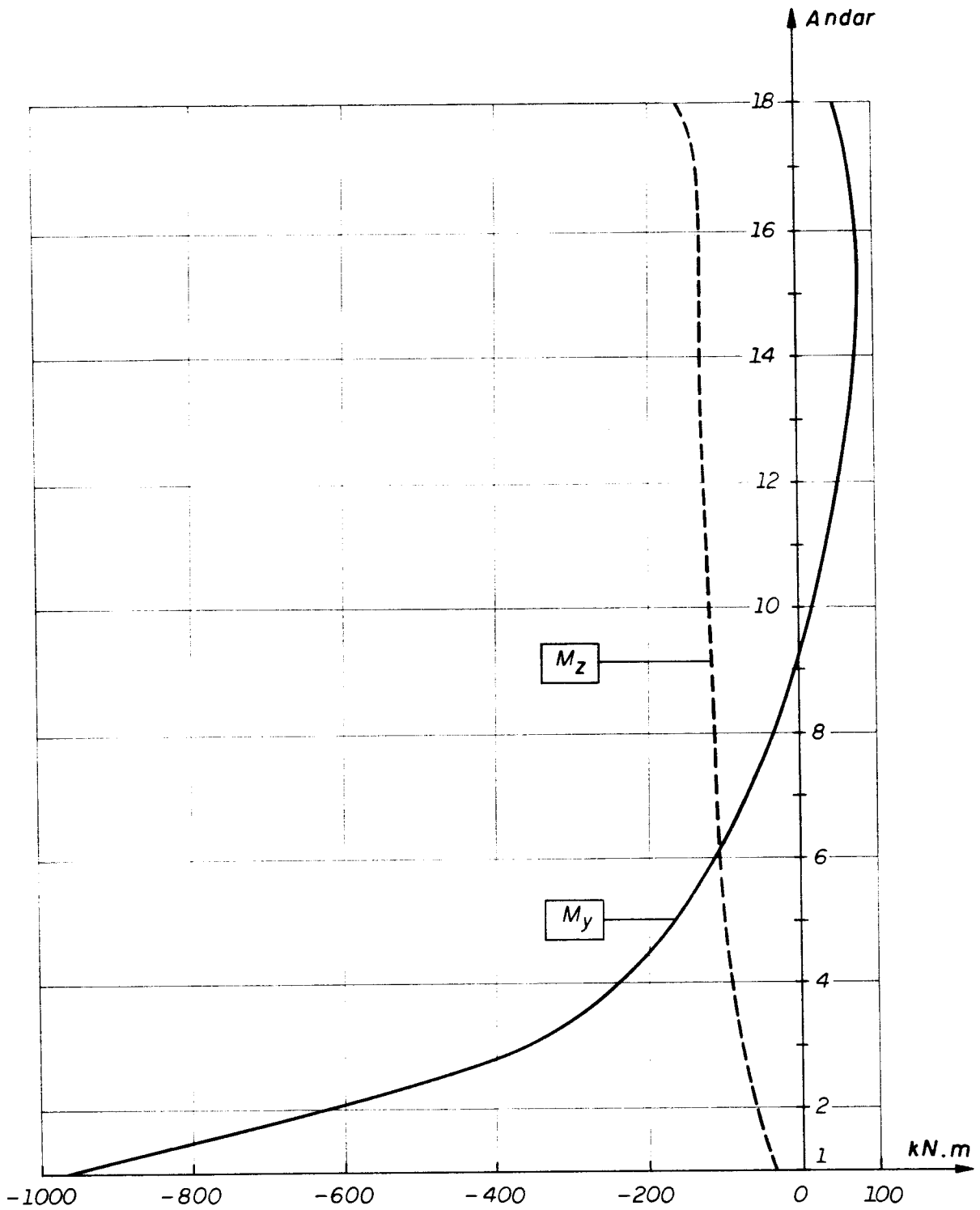


FIG. 5.23 - MOMENTOS FLETORES M_z e M_y , EM CADA ANDAR, NA EXTREMIDADE INFERIOR DO PILAR Nº 11.

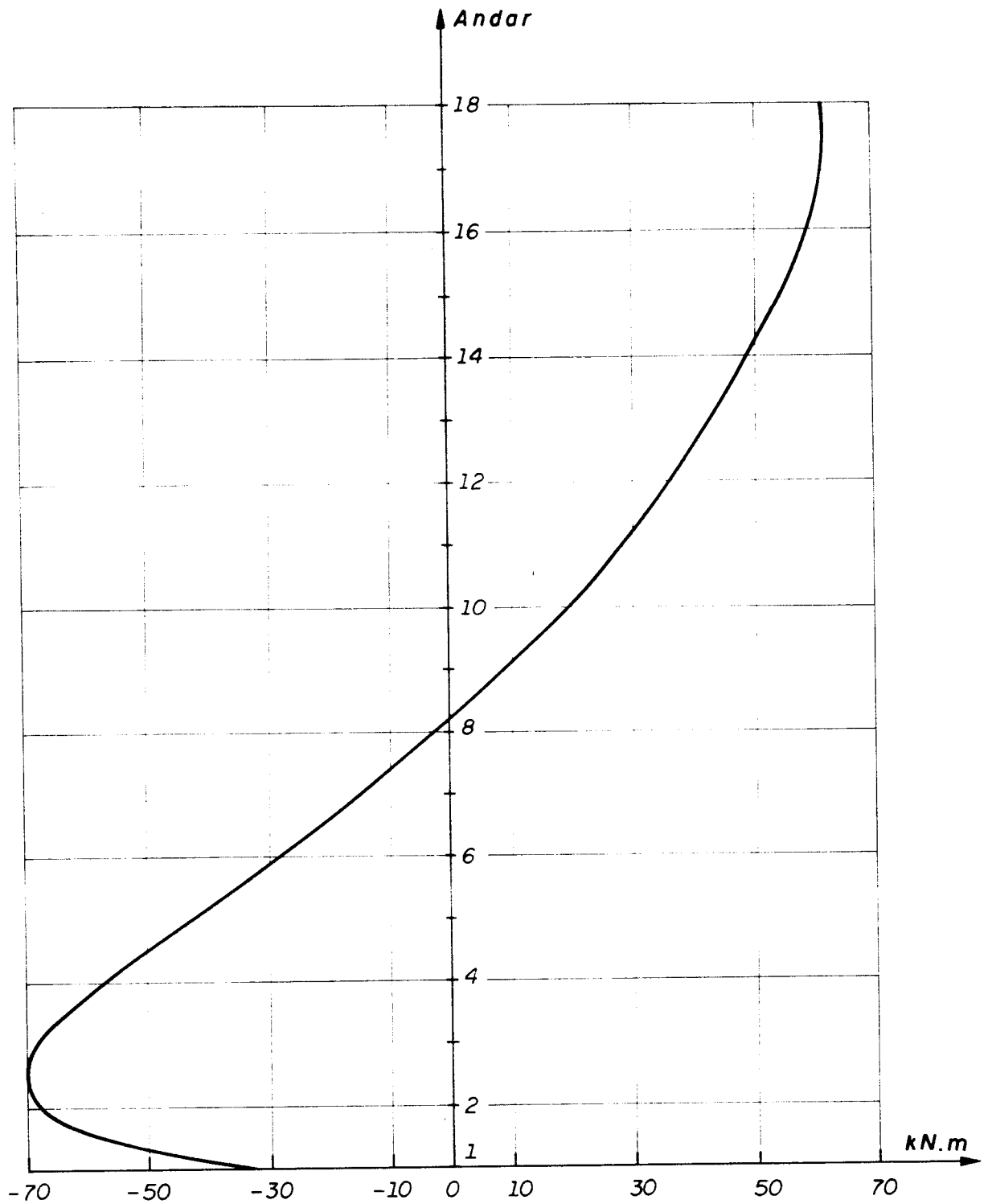


FIG. 5.24 - MOMENTO TORÇOR, EM CADA ANDAR NA EXTREMIDADE INFERIOR DO PILAR Nº 11

TABELA 5.19-ESFORÇOS SOLICITANTES NAS EXTREMIDADES INFERIORES DOS TRAMOS DE NÚCLEOS N ₁ e N ₂						
ANDAR	MOMENTO FLETOR M _z (kN.m)		MOMENTO TORÇOR M _x (kN.m)		BIMOMENTO B (kN.m ²)	
	N ₁	N ₂	N ₁	N ₂	N ₁	N ₂
1	3224,61	3093,91	42,50	-76,50	13,40	-141,33
2	2377,24	2389,96	96,53	-146,55	180,70	-300,98
3	1609,55	1738,95	182,58	-247,32	307,66	-404,12
4	1221,25	1375,19	219,91	-283,72	326,25	-402,26
5	1000,25	1157,40	222,80	-279,63	328,72	-396,94
6	812,88	969,87	223,10	-272,18	328,47	-390,21
7	650,87	802,20	218,03	-258,73	319,07	-374,16
8	508,76	651,61	209,58	-242,00	304,63	-353,27
9	382,68	515,11	198,30	-222,80	286,13	-322,84
10	270,26	391,26	184,81	-102,07	264,80	-300,59
11	170,19	279,27	169,59	-180,40	241,45	-270,77
12	81,98	179,07	153,09	-158,37	216,81	-239,62
13	6,01	91,30	135,72	-136,39	191,48	-207,78
14	-56,47	17,27	118,04	-115,16	166,14	-176,16
15	-102,87	-40,16	100,40	-94,58	141,15	-145,21
16	-129,62	-78,21	84,88	-78,40	118,56	-118,34
17	-128,96	-87,95	65,82	-55,41	93,53	-89,01
18	-95,26	-65,51	80,20	-78,24	93,72	-94,58

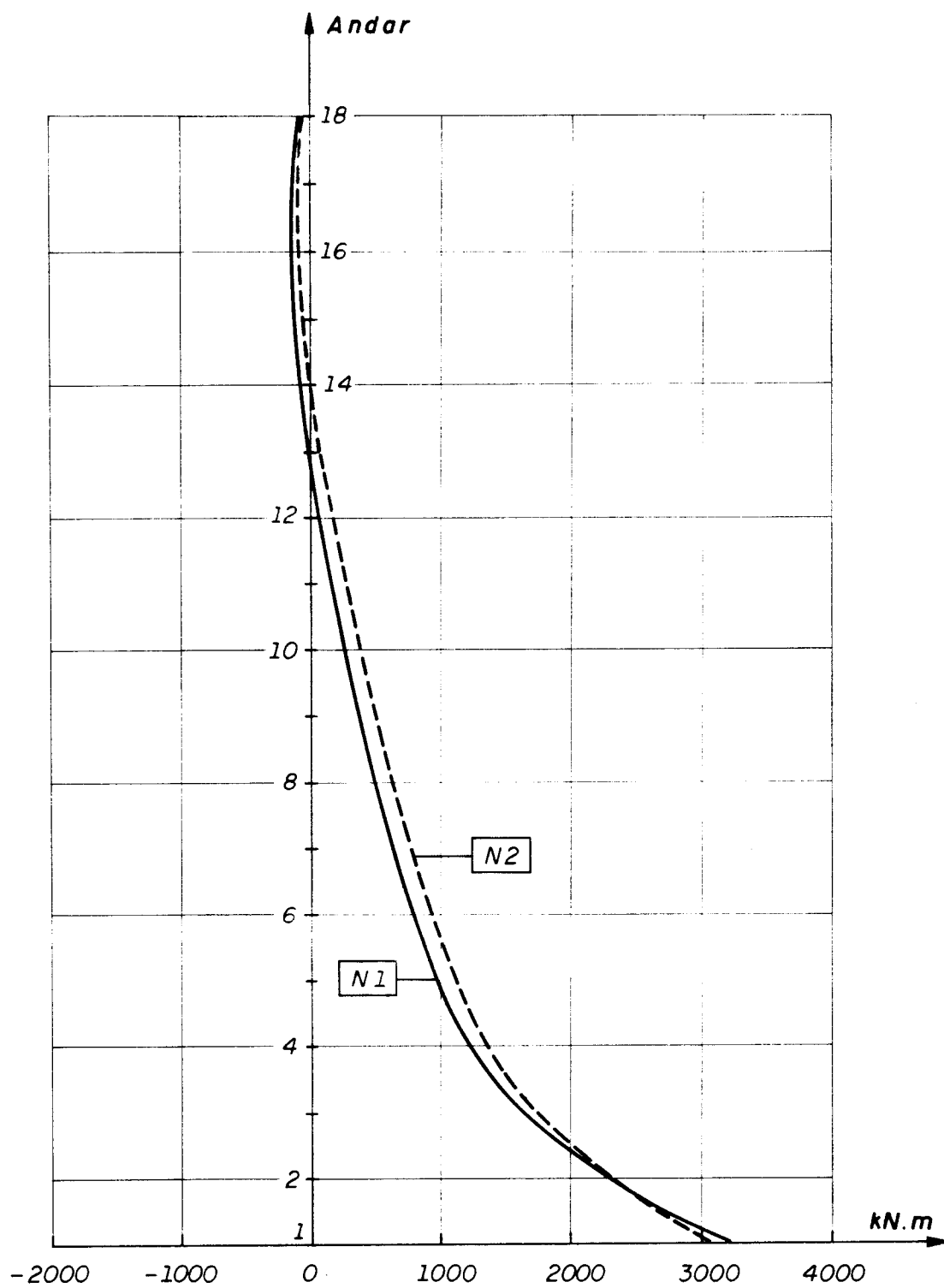


FIG. 5.25 - MOMENTO FLETOR M_y , EM CADA ANDAR, NA EXTREMIDADE INFERIOR DOS NÚCLEOS 1 e 2.

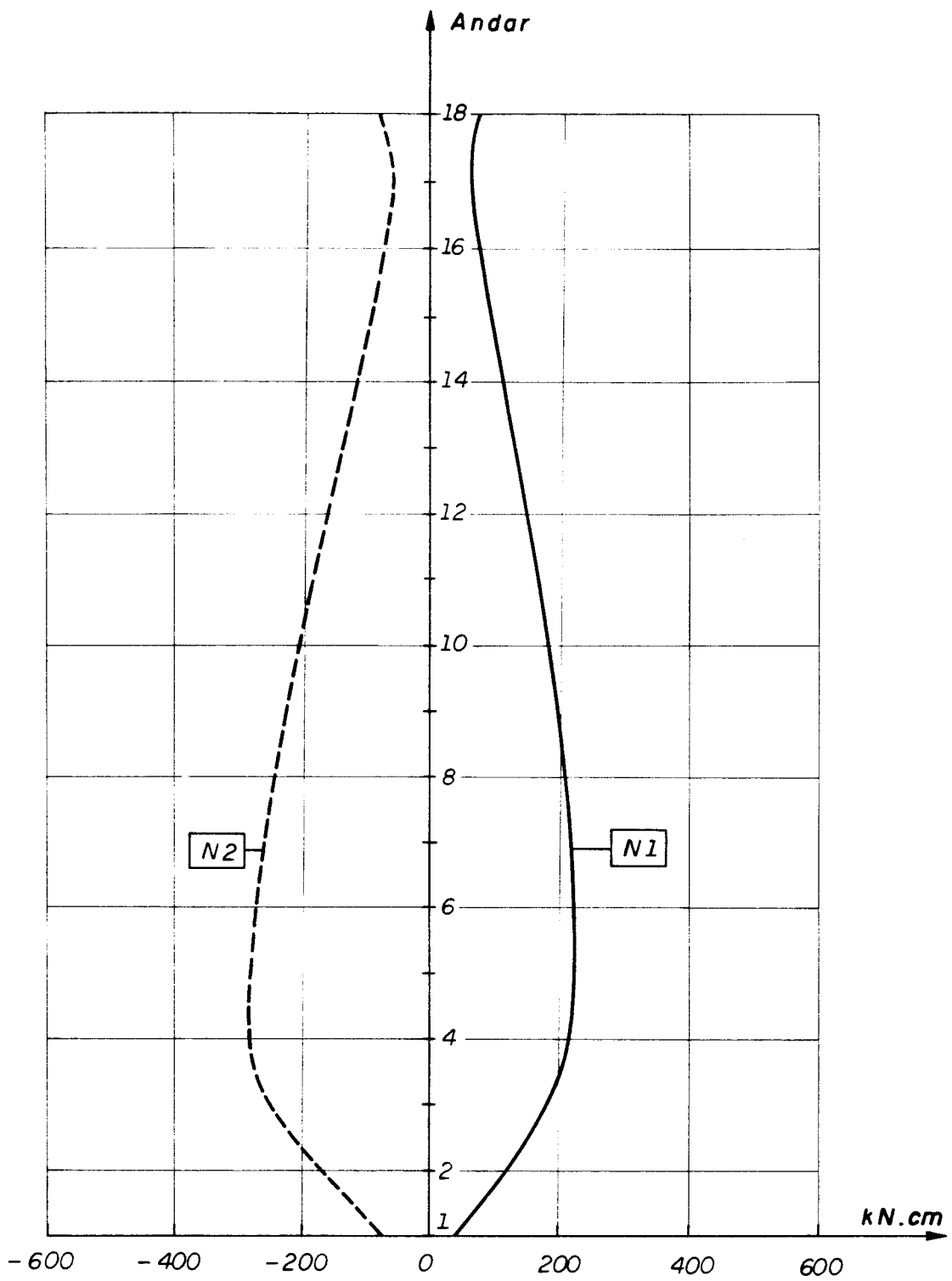


FIG. 5.26 - MOMENTO TORÇOR, EM CADA ANDAR, NAS EXTREMIDADES INFERIORES DOS NÚCLEOS 1 e 2.

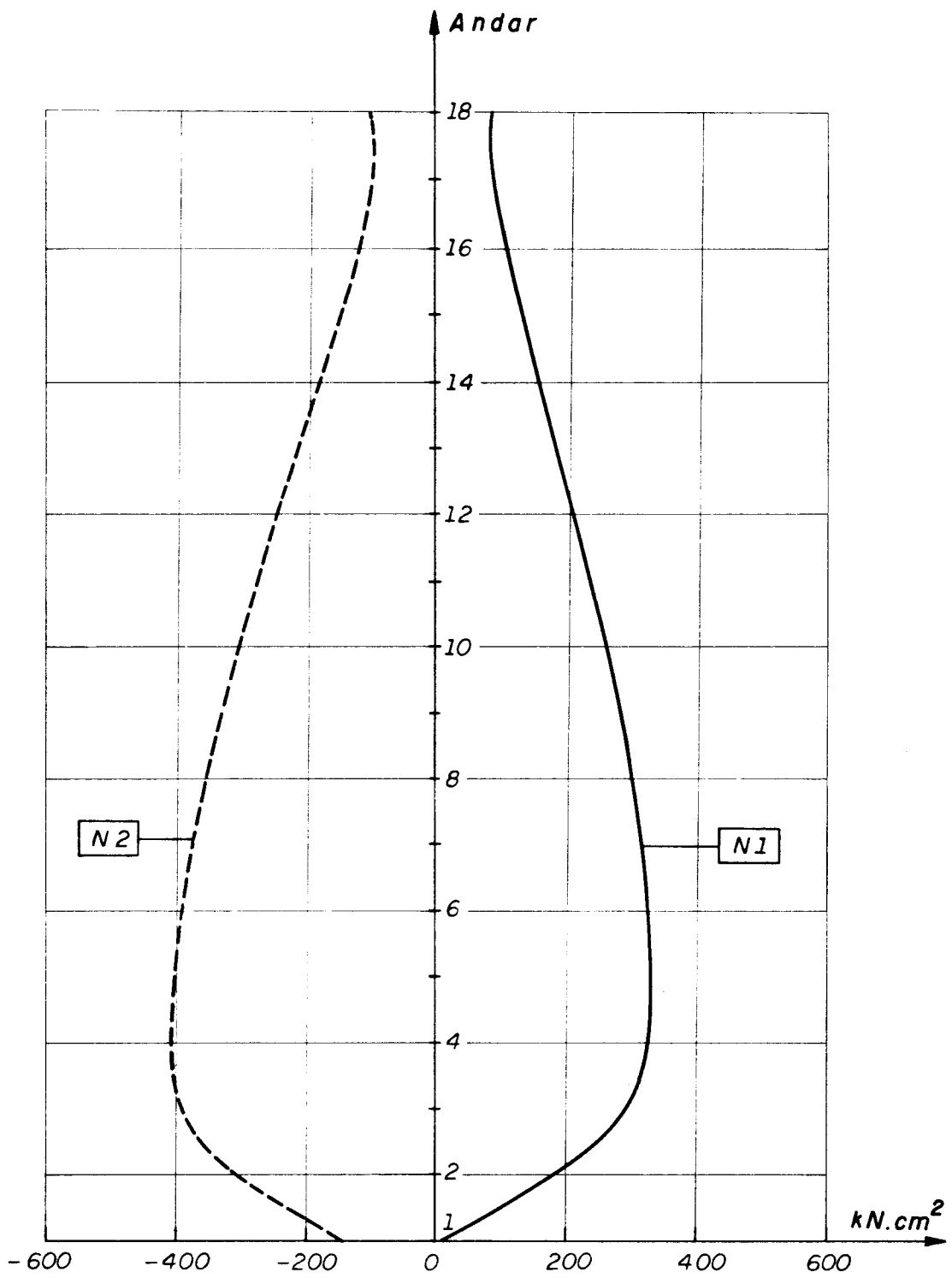


FIG.5.27 - BIMOMENTO, EM CADA ANDAR, NA EXTREMIDADE INFERIOR DOS NÚCLEOS 1 e 2.

Os gráficos a seguir têm a função de evidenciar, andar por andar, em teoria de primeira e segunda ordens, as porcentagens da carga horizontal (vento) absorvidas pelos conjuntos de pilares, núcleo no.1 e núcleo no.2.

TABELA 5.20 - PORCENTAGEM DA CARGA HORIZONTAL ABSORVIDA						
ANDAR	CONJUNTO DE PILARES		NÚCLEO no.1		NÚCLEO no.2	
	1ª. ORDEM	2ª. ORDEM	1ª. ORDEM	2ª. ORDEM	1ª. ORDEM	2ª. ORDEM
1	43,2	41,7	28,5	29,0	28,3	29,3
2	39,4	35,8	29,2	30,5	31,4	33,7
3	33,8	29,1	30,1	31,4	36,1	39,5
4	31,5	26,5	30,3	31,6	38,2	41,9
5	30,8	25,6	30,4	31,7	38,8	42,7
6	30,2	24,9	30,5	31,8	39,3	43,3
7	29,8	24,5	30,6	31,9	39,6	43,6
8	29,5	24,3	30,6	31,9	39,9	43,8
9	29,3	24,3	30,6	31,8	40,1	43,9
10	29,2	24,4	30,6	31,8	40,2	43,8
11	29,1	24,5	30,6	31,7	40,3	43,8
12	29,0	24,7	30,6	31,6	40,4	43,7
13	28,8	24,9	30,5	31,4	40,7	43,7
14	28,5	25,1	30,5	31,2	41,0	43,7
15	27,7	24,8	30,4	30,8	41,9	44,4
16	26,6	24,5	30,1	30,0	43,3	45,5
17	18,8	18,3	31,0	29,9	50,2	51,8
18	-4,0	2,9	22,0	12,6	82,0	84,5

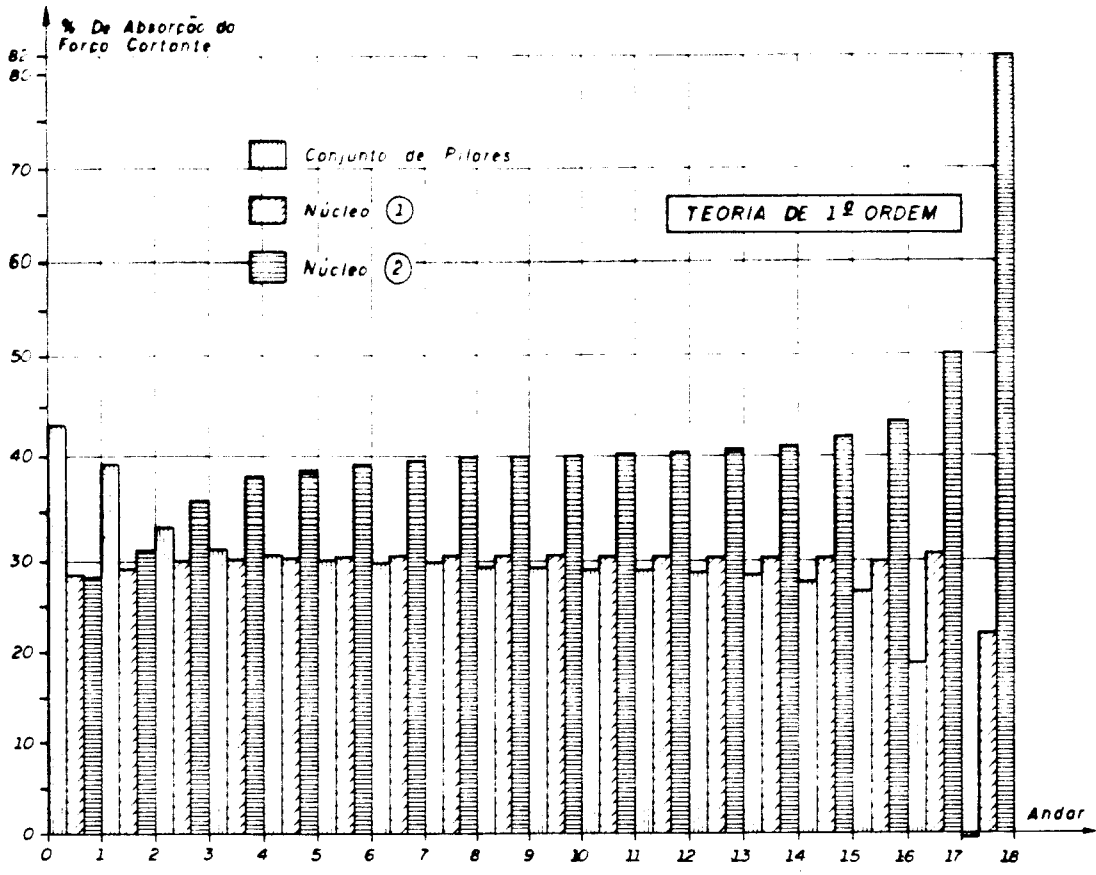


FIG. 5.28 - PORCENTAGEM DE ABSORÇÃO DA FORÇA CORTANTE

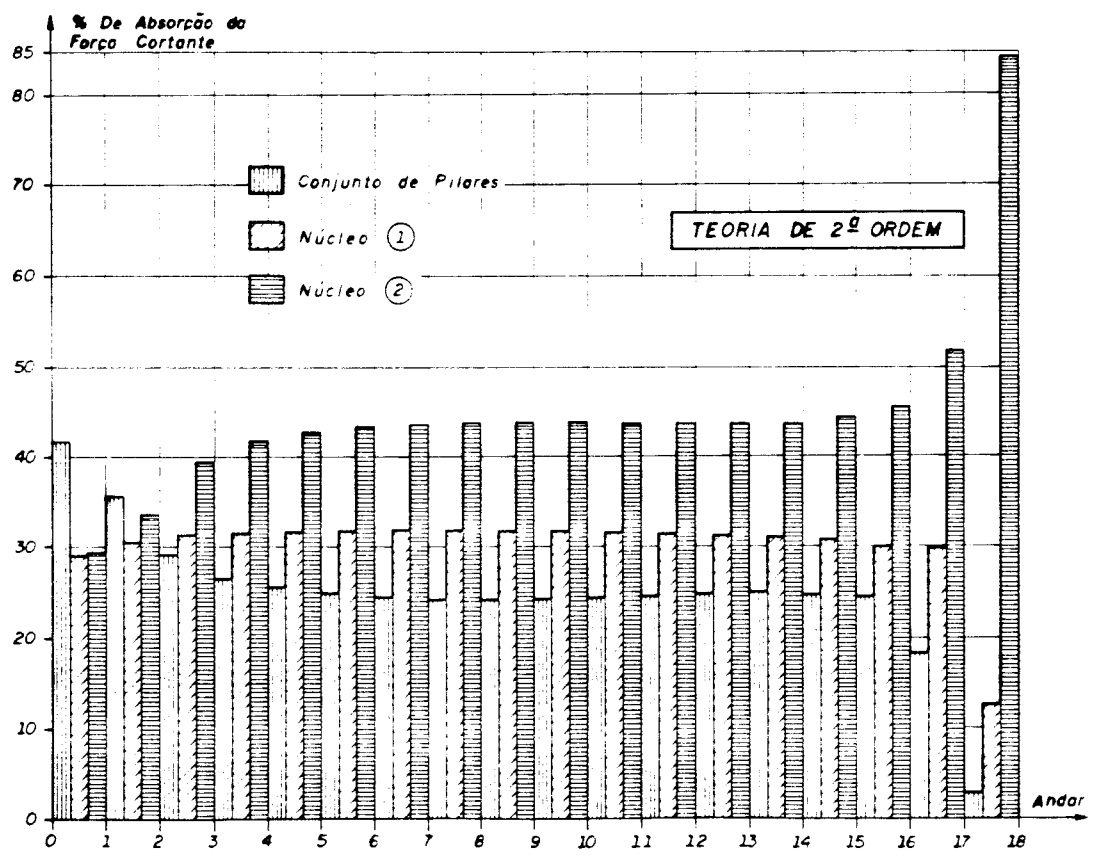


FIG. 5.29 - PORCENTAGEM DE ABSORÇÃO DA FORÇA CORTANTE

Com a finalidade de evidenciar a ordem de grandeza das tensões normais produzidas pelo bimomento, é apresentado a seguir, o cálculo e o diagrama de tensões normais, em teoria de segunda ordem, na extremidade inferior do tramo compreendido entre a terceira e a quarta laje do núcleo no.2.

A tensão normal é calculada pela expressão:

$$\sigma = + \frac{N}{S} + \frac{M_y}{I_y} z - \frac{M_z}{I_z} y - \frac{B}{I_\omega} \omega$$

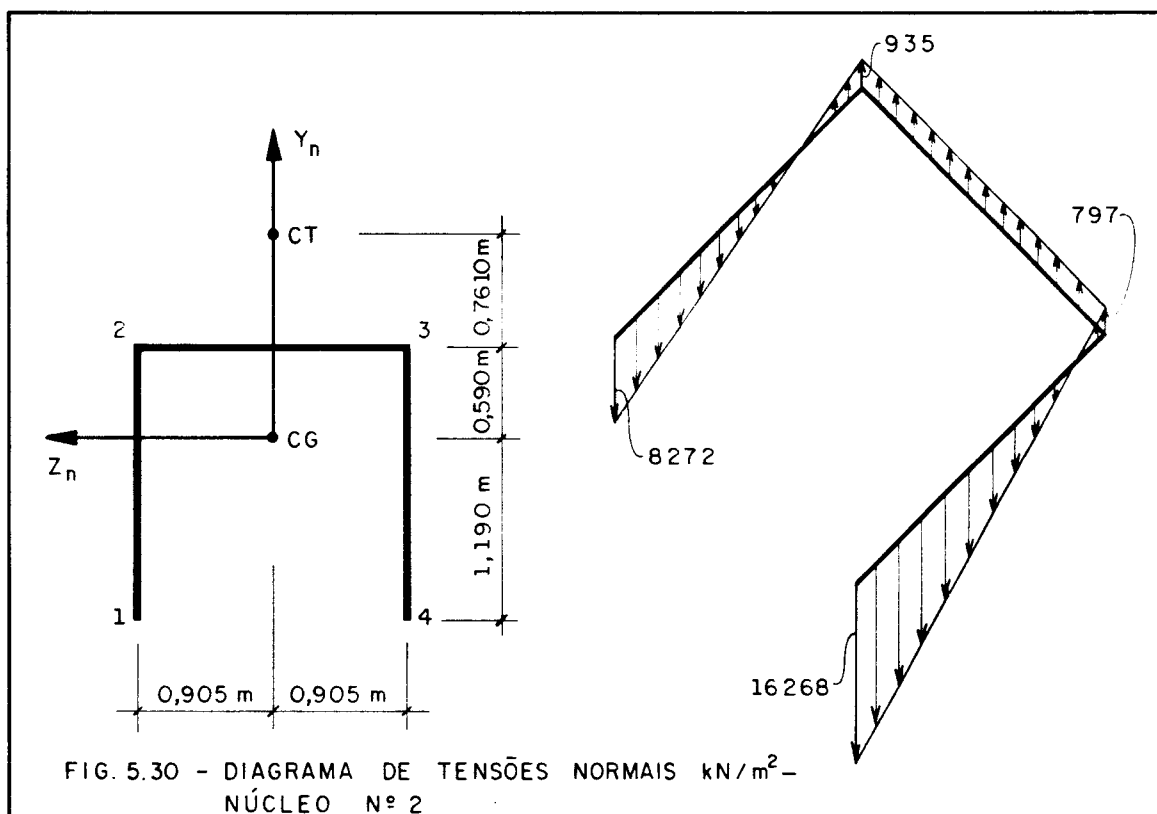
Para os pontos 1, 2, 3 e 4 do núcleo tem-se:

$$\sigma_1 = -3488 + 1749 - 8782 + 2249 = - 8272 \text{ kN/m}^2$$

$$\sigma_2 = -3488 + 1749 + 4354 - 1680 = + 935 \text{ kN/m}^2$$

$$\sigma_3 = -3488 - 1749 - 4354 + 1680 = - 797 \text{ kN/m}^2$$

$$\sigma_4 = -3488 - 1749 - 8782 - 2249 = -16268 \text{ kN/m}^2$$



5.7. CONSIDERAÇÕES FINAIS E SUGESTÕES

Este trabalho apresenta uma contribuição ao estudo, em teoria de segunda ordem, da interação tridimensional de pórticos planos, pilares isolados, núcleos estruturais e vigas horizontais, pertencentes ao sistema estrutural de um edifício alto. A configuração final de equilíbrio do edifício é atingida após uma sucessão de atualizações da sua matriz de rigidez secante, correspondente a uma redução progressiva da rigidez global da estrutura.

As contribuições fundamentais deste trabalho pretende-se que sejam:

1) O equacionamento, levando em conta a não-linearidade geométrica, para um elemento de núcleo, utilizando a teoria de flexo-torção de VLASSOV [1]; essa teoria, aplicável a barras com seções transversais abertas de paredes delgadas, considera o empenamento como não uniforme, a torção devida a esse empenamento e o bimomento.

2) A elaboração de um programa para cálculo iterativo em microcomputador, que calcula os deslocamentos e os esforços em todos os elementos componentes do sistema estrutural tridimensional.

As hipóteses da teoria de flexo-torção consideram desprezíveis as deformações no plano da seção, desprezam as distorções causadas pelas tensões de cisalhamento de flexo-torção e de Saint-Venant, que poderiam implicar na extensibilidade do contorno. Desprezando-se essas deformações, o centro de cisalhamento das seções transversais do núcleo é calculado com base apenas no equilíbrio entre os momentos torçores interno e externo. Assim procedendo o centro de cisalhamento é um ponto fixo, independente da solicitação e das condições de vinculação do

núcleo, podendo ser considerado, como neste trabalho, uma característica geométrica da seção transversal. Segundo STAFFORD [24], estudos mais rigorosos, que incluem os efeitos da deformação por cisalhamento das paredes do núcleo, mostram que eles podem causar variações significativas na localização do centro de cisalhamento. A consideração de lintéis, que tornam as seções transversais dos núcleos parcialmente abertas, produz tensões de cisalhamento adicionais nas paredes e conseqüentemente provoca variações na localização do centro de cisalhamento. Também em seções transversais próximas de regiões, como a base dos núcleos, onde os empenamentos são impedidos, as significativas tensões de cisalhamento de flexo-torção têm influência bastante grande na localização do centro de cisalhamento. Sugere-se assim, para um futuro trabalho, o estudo das conseqüências da variação da posição, ao longo da altura, do centro de cisalhamento do núcleo, na determinação dos esforços atuantes no sistema estrutural do edifício.

O programa desenvolvido neste trabalho mostrou-se bastante eficiente no cálculo dos exemplos apresentados. Convém destacar que para todos eles, a tolerância estipulada para o cálculo em teoria de segunda ordem foi atingida, no máximo, com três iterações. CORRÊA [16] resolve o exemplo número três, primeira opção, pelo processo iterativo das matrizes incrementais, atingindo a convergência com três iterações. Neste trabalho o referido exemplo atinge a convergência estipulada com apenas uma iteração.

Das análises efetuadas nas estruturas dos exemplos numéricos, as conclusões e sugestões são as seguintes:

- 1) No segundo exemplo, onde o elemento estrutural essencial é o núcleo de concreto armado, nota-se que o modelo aproximado de estrutura equivalente proposto por YAGUI [9] para o núcleo estrutural, apresenta resultados praticamente coincidentes com os obtidos neste trabalho

quando se trata de núcleo enrijecido por lintéis. No caso de núcleos sem lintéis, onde as hipóteses de cálculo adotadas no presente trabalho melhor refletem a realidade do comportamento estrutural do núcleo, apenas as rotações das lajes apresentam valores superiores, no máximo em 12%, aos obtidos por YAGUI [9]. Essa diferença, previsível, é explicada pelas diferentes hipóteses adotadas nos modelos de cálculo, já que YAGUI [9] substitui as paredes do núcleo por pilares flexíveis e vigas horizontais rígidas e neste trabalho consideram-se o empenamento não uniforme da seção transversal do núcleo, a torção devida a esse empenamento e o bimomento.

2) A finalidade do exemplo número três é a comparação de resultados em edifícios com sistema estrutural de contraventamento composto de pórticos e pilares isolados, ou paredes. FRANÇA [15] analisa o comportamento não-linear de três alternativas de esquema estrutural de um edifício de concreto armado utilizando o processo P- Δ . CORRÊA [16], através do processo das matrizes incrementais também analisa as três alternativas propostas por FRANÇA [15]. Os resultados obtidos por CORRÊA [16], nas três alternativas, são idênticos aos obtidos pelo presente trabalho. Estes resultados comparados com os obtidos por FRANÇA [15], para a primeira alternativa, que substitui o contraventamento do edifício por um único painel plano com baixo nível de não-linearidade, são bastante próximos. Já para a segunda alternativa, em que o pórtico plano equivalente apresenta alto nível de não-linearidade, a análise P- Δ superestima os resultados de segunda ordem, chegando a valores de deslocamentos e esforços da ordem de 42% e 35%, respectivamente, superiores aos obtidos tanto por CORRÊA [16] como neste trabalho. A terceira alternativa de esquema estrutural é constituída por uma única parede equivalente. Nesse caso ocorre boa aproximação entre os

resultados obtidos nas três análises. Como no caso de paredes, as alterações da rigidez dependem, principalmente, dos deslocamentos horizontais das lajes; mesmo com um alto nível de não-linearidade, os resultados obtidos com o processo P- Δ são bem próximos aos das duas outras análises. Esses resultados justificam as recomendações de MACGREGOR [20] que limitam a análise simplificada em teoria de segunda ordem, considerando apenas o efeito P- Δ , aos pórticos cujos parâmetros de instabilidade Q sejam menores que 0,22. Para valores de $Q > 0,22$, é recomendada uma análise mais precisa, em segunda ordem, que altere a rigidez do pórtico.

3) No exemplo número quatro foram analisados, para um mesmo edifício de concreto armado, três níveis de não-linearidade geométrica, obtidos aumentando-se de 15 para 20 e 25 o número de andares. Esse estudo foi realizado com duas finalidades; a primeira de se comparar os resultados do presente trabalho com os obtidos por SILVA [10], através da análise pelo processo P- Δ , e a segunda de verificar, em princípio, se é possível adotar o valor limite 0,6 para o parâmetro de instabilidade α_{lim} quando a estrutura de contraventamento do edifício for formada pela associação de pilares-parede, pórticos e núcleos. FRANCO [23], a partir dos trabalhos de BECK [22], recomenda esse mesmo valor de α_{lim} para o caso de estruturas com contraventamentos mistos, ou seja, associações de pilares-paredes e pórticos. Os resultados obtidos neste trabalho e os obtidos por SILVA [10] são bastante próximos para os três casos, dos edifícios com 15, 20 e 25 andares. Pequenas diferenças são causadas pelas diferentes hipóteses adotadas. À vista dos resultados obtidos pode-se concluir que quando a estrutura de contraventamento não é composta apenas por pórticos planos, sendo boa parte das solicitações horizontais absorvidas por núcleos estruturais ou pilares-parede, o processo aproximado P- Δ , mesmo com altos níveis de não-linearidade, conduz a

bons resultados. Sobre o valor limite do parâmetro α ser igual a 0,6 no caso de estruturas de contraventamento misto, com a presença de núcleos estruturais, a princípio parece um procedimento correto, pois para o edifício com 15 andares chegou-se ao valor característico $\alpha_k = 0,74$; determinados os momentos solicitantes de cálculo [25] verificou-se que em média esses momentos de segunda ordem são 20% superiores aos de primeira. Antes de se adotar esse valor limite para o parâmetro de instabilidade, sugere-se que várias outras verificações e estudos sejam efetuados.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] VLASSOV, B.Z. *Pieces longues en voiles minces*. Paris: Eyrolles, 1962. 655p.
- [2] HEIDEBRECHT, A.C., SWIFT, R.D. Analysis of asymmetric coupled shear walls. *Journal of the Structural Division, ASCE*, v.97, n.5, p.1407-22, May, 1971.
- [3] STAFFORD SMITH, B., TARANATH, B.S. The analysis of tall core-supported structures subject to torsion. *Proc. Institution of Civil Engineers*, v.53, p.173-87, Sept.1972.
- [4] TARANATH, B.S. Analysis of interconnected open section shear wall structures. *Journal of the Structural Division, ASCE*, v.101, p.2367-84, Nov. 1975.
- [5] YAGUI, T. *Estruturas constituídas de paredes delgadas com diafragmas transversais*. São Carlos: EESC-USP, 1971. 138p. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos-USP.
- [6] BARBOSA, J.A. *Edifícios com paredes de seção aberta contraventadas por lintéis, sob carga lateral*. São Carlos: EESC-USP, 1978. 342p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos-USP.
- [7] YOSHIDA, G.K. *Análise de estruturas de edifícios constituídas de núcleo de concreto armado e pilares ou pendurais de aço*. São Carlos, 1988. 200p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos-USP.

- [8] BECKER, E.P. *Edifícios altos: interação tridimensional das peças de contraventamento.* São Carlos, 1989. 178p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos-USP.
- [9] YAGUI, T. *Análise de estruturas de edifícios constituídas de núcleo de concreto armado e pilares ou pendurais de aço (carregamento crítico de instabilidade geral).* Limeira: Faculdade de Engenharia de Limeira-UNICAMP, 1978. 115p.
- [10] SILVA, R.M. *Análise de estruturas tridimensionais de edifícios altos com núcleos resistentes considerando o efeito P- Δ .* São Carlos, 1989. 239p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos-USP.
- [11] ANTUNES, H.M.C.C. *Carregamento crítico de instabilidade geral para estruturas tridimensionais de edifícios altos.* São Carlos: EESC-USP, 1978. 160p. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos-USP.
- [12] ANTUNES, H.M.C.C. *Análise em segunda ordem de estruturas tridimensionais de edifícios altos.* In: SIMPÓSIO SOBRE SISTEMAS COMPUTACIONAIS PARA ENGENHARIA CIVIL, 3., Porto Alegre, 1979. *Anais.* Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1979. p.195-214
- [13] SCHIEL, F. *Barras de seção delgada.* São Carlos: EESC-USP, 1964/65. 72p.

- [14] RACHID, M., LIBARDI, W., MAMIYA, E.N. *Exercícios de resistência dos materiais (complementos)*. São Carlos: Universidade Federal de São Carlos, 1984. 224p.
- [15] FRANÇA, R.L.S. Exemplo de cálculo do esforço de segunda ordem global em um edifícios de concreto armado. In: COLÓQUIO SOBRE ESTABILIDADE GLOBAL DAS ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO, São Paulo, julho 1985. São Paulo: IBRACON, 1985. 45p.
- [16] CORRÊA, M.R.S. *Aperfeiçoamento de modelos usualmente empregados no projeto de sistemas estruturais de edifícios*. São Carlos, 1991. 331p. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos-USP.
- [17] BATHE, K.J., CIMENTO, A.P. Some practical procedures for the solution of nonlinear finite element equations. *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng*, v.22, p.59-85, 1980.
- [18] WEAVER JR., W. *Computer programs for structural analysis*. Princeton: S. Van Nostrand, 1967. 300p.
- [19] YOURDON, E., CONSTANTINE, L. *Structured design*. New York: Jourdon Press, 1978.
- [20] MACGREGOR, J.G., HAGE, S.E. Stability analysis and design of concrete frames. *Journal of Structural Division, ASCE*, v.103, p.1953-70, 1977.
- [21] VASCONCELLOS, A.C. Como se pode enrijecer edifícios muito flexíveis. In: LA INGENIERIA ESTRUCTURAL SUDAMERICANA EN LA DECADA DEL 80, Montevideo, Uruguai, 1986. *Anais*. v.1, p.237-68

- [22] BECH, H., KONIG, G. Criteria for judging the stiffness of framed structures. In: IABSE SYMPOSIUM, London. *Proceedings*. p.37-45
- [23] FRANCO, M. Problemas de estabilidade nos edifícios de concreto armado. In: COLÓQUIO SOBRE ESTABILIDADE GLOBAL DAS ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO, São Paulo, julho 1985. São Paulo: IBRACON, 1985. 27p.
- [24] STAFFORD SMITH, B., ABATE, A. The effects of shear deformations on the shear centre of open-section thin-walled beams. *Proc. Institution of Civil Engineers, Part 2*, v.77, p.57-66, Mar. 1984.
- [25] COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. Compléments au Code Modèle CEB-FIP 1978. *Bulletin D'Information*, Lausanne, n.137, 1980.

BIBLIOGRAFIA RECOMENDADA

- ALMEIDA, F.J.P. *Instabilidade elástica de pórticos sujeitos a cargas dependentes dos deslocamentos*. Rio de Janeiro, 1985. 121p. Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.
- BAZANT, Z.P., EL NIMEIRI, M. Large-deflection spatial buckling of thin-walled beams and frames. *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*, v.99, n.6, p.1259-81, Dec. 1973.
- CHAUDHARY, A.B. Generalized stiffness matrix for thin walled beams. *Journal of the Structural Division, ASCE*, v.108, n.3, p.559-77, Mar. 1982; discussion by A.G.Aly and N. Sato, v.110, n.2, p.421-4, Feb. 1984.
- CONCI, A. *Análise de estruturas reticuladas de aço com consideração de empenamento e não-linearidades geométrica e material*. Rio de Janeiro, 1988. 264p. Tese (Doutorado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.
- COSTA, J.L. *Núcleos estruturais sobre fundações flexíveis*. São Carlos: EESC-USP, 1982. 187p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos-USP.
- COULL, A., IRWIN, A.W. Model investigations of shear wall structures. *Journal of the Structural Division, ASCE*, v. 98, n.6, p.1223-37, June, 1972.
- GALAMBOS, T.V. *Structural members and frames*. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice Hall, 1968. 373p.

- GANE, C., SARSON, T. *Análise estruturada de sistemas*. São Paulo: Livros Técnicos e Científicos Ed., 1983.
- GOTO, Y, CHEN, W.F. Second-order elastic analysis for frame design. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, v.113, n.7, p.1501-19, July, 1987.
- GLÜCK, J., GELLERT, M. Three dimensional lateral load analysis of multistorey structures. p.77-89
- HEIDEBRECHT, A.C., SMITH, B.S. Aproximate analysis of open-section shear walls subject to torsional loading. *Journal of the Structural Division*, v.99, n.12, p.2355-73, Dec. 1973.
- KALYANARAMAN, V. P-Delta analysis of tall buildings. In: SEMINAR ON TALL STRUCTURES AND USE OF PRESTRESSED CONCRETE IN HYDRAULIC STRUCTURES, Srinagar, 1984. *Preliminary publications*. New Delhi: Indian National Group of IABSE, 1984. p.I-232-45
- LIAUW, T.C., LUK, W.K. Torsion of core walls of nonuniform section. *Journal of the Structural Division*, ASCE, v.106, n.9, p.1921-31, Sept. 1980.
- MICHAEL, D. Torsional coupling of core walls in tall buildings. *The Structural Engineer*, v.47, n.2, p.67-71, Feb. 1969.
- MORI, D.D. *Flexo-torção: barras com seção transversal aberta e paredes delgadas*. São Carlos: EESC-USP, 1988. 132p. (Publ.042/88)

- MORI, D.D. *Flexo-torção: teorias de 1ª e 2ª ordem. Automatização do cálculo.* São Carlos: EESC-USP, 1978. Dissertação (Mestrado)- Escola de Engenharia de São Carlos-USP.
- MORI, D.D. *Introdução à instabilidade elástica de estruturas discretizadas.* São Carlos: EESC-USP, 1991. 21p.
- NAIR, R.S. Overall elastic stability of multistory buildings. *Journal of the Structural Division, ASCE*, v.101, p.2487-502, 1975.
- PIMENTA, P.M. Aspectos da análise não-linear de estruturas reticuladas. In: CONGRESSO LATINO-AMERICANO SOBRE MÉTODOS COMPUTACIONAIS PARA ENGENHARIA, 7., São Carlos, 1986. *Anais.* São Carlos: EESC-USP, 1986. p.449-64
- PRUDENTE, M. *Análise de estruturas tridimensionais usuais de edifícios altos.* São Carlos, 1984. 150p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos-USP.
- PRZEMIENIECKI, J.S. *Theory of matrix structural analysis.* New York: McGraw-Hill, 1968. 467p.
- RACHID, M. *Instabilidade de barras de secção delgada.* São Carlos: EESC-USP, 1975. 119p. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos-USP.
- RACHID, M., MORI, D.D. *Instabilidade: conceitos - aplicação na flambagem por flexão.* São Carlos: EESC-USP, 1989. 130p. (Publ.049/89)

- RIBEIRO, S.R.S. *Associação tridimensional de pórticos e paredes de secção aberta de estruturas de edifícios altos.* São Carlos, 1987. 224p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos-USP.
- ROSMAN, R. Torsion of perforated concrete shafts. *Journal of the Structural Division, ASCE*, v.95, n.5, p.991-1010, May 1969.
- RUBINSTEIN, M.F., ROSEN, R. Substructure analysis by matrix decomposition. *Journal of the Structural Division, ASCE*, v.96, n.3, p.663-70, Mar. 1970.
- SANTANA, M.J. *Características geométricas para o estudo da flexão, flexo-torção e instabilidade de barras com secção delgada.* São Carlos: Departamento de Estruturas, EESC-USP, 1978. Trabalho de Iniciação Científica, proc. no. 78/0076 - FAPESP. Relatórios I e II
- SOUZA LIMA, V.M., VENANCIO FILHO, F. Considerações sobre a não-linearidade geométrica em estruturas reticuladas. In: *ESCOLA DE MATEMÁTICA APLICADA*, 3., Rio de Janeiro, 1982. Rio de Janeiro: LCC-CNPq, 1982. 44p.
- SOUZA LIMA, V.M., VENANCIO FILHO, F. A noção de rigidez tangente no estudo da não-linearidade geométrica em estruturas reticuladas. In: *CONGRESSO LATINO-AMERICANO PARA MÉTODOS COMPUTACIONAIS EM ENGENHARIA*, 5., Salvador, 1984. 31p.
- STUCCHI, F.R. *Torção composta em peças delgadas abertas de concreto armado.* São Paulo, 1991. Tese (Doutorado) - Escola Politécnica-USP.

- TAGUTI, Y. *Sobre a não-linearidade geométrica em treliças, pórticos e placas.* São Paulo, 1987. 158p. Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica-USP.
- TARANATH, B.S. Torsion analysis of braced multi-storey cores. *The Structural Engineer*, v.53, n.7, p.285-8, July 1975.
- TSO, W.K., BISWAS, J.K. Analysis of core wall structure subjected to applied torque. *Build. Sci.*, v.8, p.251-7, 1973.
- TSO, W.K., BISWAS, J.K. General analysis of nonplanar coupled shear walls. *Journal of the Structural Division*, ASCE, v.99, n.3, p.365-80, Mar. 1973.
- VASCONCELOS, A.C. Como especificar a segurança quando há efeitos de 2ª ordem a considerar. In: COLLOQUIA 87, Porto Alegre, 29 jun.-3 jul. 1987. *Anais.* Porto Alegre: CPGEC-UFRGS, 1987. v.5, p.297-304
- VASCONCELOS, A.C. Critérios para dispensa de consideração do efeito de 2ª ordem. In: COLÓQUIO SOBRE ESTABILIDADE GLOBAL DAS ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO, São Paulo, julho 1985. São Paulo: IBRACON, 1985. 37p.
- VASQUEZ, J., RIDDELL, R. Thin-walled core element for multistory buildings. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, v.110, n.5, p.1021-34, May, 1984.
- YAGUI, T. Estruturas constituídas de paredes delgadas com diafragmas transversais. In: JORNADAS SULAMERICANAS DE ENGENHARIA ESTRUTURAL, 15., Porto Alegre, RS, dez. 1971. *Anais.* v.1, p.236-64

YAGUI, T. Estruturas de edifício constituída de núcleo de concreto armado e pilares periféricos de aço. In: JORNADAS SUDAMERICANAS DE INGENIERIA ESTRUCTURAL, 20., Santiago, Chile, abr. 1978. *Anais.* v.1

YAGUI, T., WAKABAYASHI, M. Núcleos resistentes de edifícios elevados. In: CONFERÊNCIA REGIONAL SUL AMERICANA SOBRE EDIFÍCIOS ALTOS, Porto Alegre, RS, dez.1973. *Anais.* p.157-70

YOO, C.H. Bimoment contribution to stability of thin-walled assemblages. *Computers & Structures*, v.11, p.465-71, 1980.

MANUAL DO USUÁRIO

PROGRAMA PARA CÁLCULO DE ESFORÇOS INTERNOS, EM TEORIAS DE PRIMEIRA E SEGUNDA ORDENS, NAS ESTRUTURAS TRIDIMENSIONAIS DE EDIFÍCIOS ALTOS.

INFORMAÇÕES GERAIS

- 1) Os andares do edifício devem ser numerados do topo para a base.
- 2) Por uma questão de organização devem ser numerados, em planta, primeiramente os nós correspondentes aos pilares individuais reais ou fictícios, e em seguida os nós correspondentes aos núcleos.
- 3) Em um painel, os pilares exclusivos, pertencentes só a esse painel, devem ser numerados em sequência no sentido do nó inicial ao nó final do painel.
- 4) Ao fornecer as características geométricas para um painel, considere no lugar dos pilares individuais, posicionados onde se pretende que haja interseção com outros painéis, pilares fictícios com área e momentos de inércia nulos.
- 5) Pilar individual fictício é aquele que tem área e momentos de inércia desprezíveis ou nulos.
- 6) Aos pilares são permitidos recalques de apoio, já os núcleos devem ser considerados perfeitamente engastados à fundação.
- 7) As unidades de saída são as mesmas de entrada.
- 8) Os resultados, deslocamentos e esforços, são apresentados nas convenções adotadas para seus sistemas de referência.
- 9) O programa está dimensionado dentro dos seguintes limites:

9.1) Número de andares ou subestruturas (NS)

$$NS \leq 50$$

9.2) Número de coordenadas de um painel (NCP)

$$NCP = 4NC + 2 \leq 42$$

sendo:

NC = número de prumados de pilares no painel

9.3) Número de coordenadas da subestrutura ou do andar (NCS):

$$NCS = 6(NNB + 1) + 8NNN + 4NNE \leq 115$$

sendo:

NNB = número de pilares individuais

NNN = número de núcleos

NNE = número de pilares de painel

MONTAGEM DO ARQUIVO DE DADOS

Os dados que devem ser fornecidos a seguir, em forma de um arquivo de dados, devem ser fornecidos no formato I2, sempre que forem inteiros e no formato F10.0, se reais. Podem ser, também, fornecidos em sequência, por linha, a partir da primeira coluna e separados por vírgulas.

Neste trabalho, por facilidade, optou-se pela entrada de dados em forma de um arquivo; pretende-se, futuramente substituí-la por uma mais eficiente, como uma entrada de dados interativa com o usuário.

Deste primeiro item, até o item seis (inclusive) são fornecidos dados gerais da estruturas.

1) Fornecer a identificação da estrutura com no máximo 80 caracteres

1ª. coluna

↓

*** EDIFÍCIO ART-2: ENCOL (VENTO+PESO PRÓPRIO) ***

- 2) Fornecer as unidades utilizadas: de força, de comprimento e de rotação, no máximo 40 caracteres.

** kN cm rad **

- 3) Fornecer:

TOLM,

TOLM = tolerância, em deslocamentos, do processo iterativo para calcular os deslocamentos e esforços em teoria de segunda ordem. Caso a tolerância fornecida seja nula, não é feito o cálculo em teoria de segunda ordem, apenas em primeira ordem.

- 4) Fornecer:

NS, NP, NNB, NNE, NNN, NLIN, NV1, NV2, KFPA, KFOPA

NS = número de andares (ou subestruturas);
NP = número de painéis;
NNB = número de pilares individuais (inclusive fictícios);
NNE = número de pilares que pertencem exclusivamente aos painéis (pilares exclusivos);
NNN = número de núcleos;
NLIN = número de lintéis;
NV1 = número de vigas pilar individual/núcleo;
NV2 = número de vigas-pilar individual/pilar individual;
KFPA = coeficiente de identificação dos painéis
KFPA = 0 : todos os painéis são fictícios.
KFPA = 1 : existe algum painel não fictício

KFOPA= coeficiente de identificação de cargas nos painéis

KFOPA= 0 : todos os painéis estão descarregados

KFOPA=1 : existe pelo menos um painel carregado

- 5) Não existindo painel, isto é, NP = 0, prosseguir do item 6; caso contrário, para cada painel, fornecer:

K, NTP, IP, FP, NC, NNEP, NPNE, KIPAP, KIPAV, E

K = número de identificação do painel;

NTP = tipo do painel;

NTP = 1 : os pilares extremos do painel são individuais ou fictícios

NTP = 2 : num extremo do painel existe pilar exclusivo, no outro pilar individual

NTP = 3 : não existe pilar individual no painel, somente pilares exclusivos

IP = número do nó inicial do painel;

FP = número do nó final do painel;

NC = número de prumadas de pilares no painel;

NNEP = número de pilares que pertencem exclusivamente ao painel (pilares exclusivos);

NPNE = número do primeiro dos pilares que pertencem exclusivamente ao painel;

KIPAP = coeficiente dos pilares do painel;

KIPAP = 0 : todos os pilares do painel são fictícios

KIPAP = 1 : existe pelo menos um pilar não fictício no painel

KIPAV = idem para as vigas do painel;

E = módulo de elasticidade longitudinal do material das vigas e pilares exclusivos do painel.

- 6) Não existindo pilar individual e exclusivo prosseguir do item 7; caso contrário, para cada pilar individual e exclusivo, fornecer:

K, NTN, Y, Z, AI

K = número do pilar;

NTN = tipo do pilar;

NTN = 0 : para pilar individual

NTN = 1 : para pilar exclusivo do painel

Y = coordenada Y do pilar;

Z = coordenada Z do pilar;

AI = ângulo formado entre o eixo Y do sistema estrutural e o eixo y_i do pilar individual (eixo y_i é um dos eixos principais de inércia), medido a partir do primeiro no sentido de X. Fornecer este dado em graus, na forma decimal e apenas para os pilares individuais.

- 7) Neste item são fornecidos dados de equivalência estrutural, isto é, equivalência entre mesmos elementos estruturais nos vários andares da estrutura.
- Os elementos estruturais: vigas-pilar/núcleo e vigas-pilar/pilar, são considerados equivalentes quando as suas características elásticas e geométricas são idênticas.
- Os elementos estruturais: pilares individuais e núcleos, são considerados equivalentes quando as suas características elásticas e geométricas, a menos do comprimento (altura do andar) são idênticas.
- Os elementos estruturais: pórticos ou painéis são considerados equivalentes quando suas características elásticas e geométricas são idênticas, a menos do comprimento dos pilares (altura do andar) e também das características de carregamento. Entende-se por características de carregamento as cargas que atuam segundo as coordenadas dos painéis.

7.1) Se não existir o elemento estrutural viga-pilar individual/núcleo, isto é $NV1 = 0$, prosseguir do item 7.2; caso contrário fornecer, para cada andar:

$NSEV1(I),$	$I = 1, NS$
-------------	-------------

$NSEV1(I)$ = número do andar de numeração inferior que é equivalente, ao quanto às vigas-pilar individual/núcleo, ao andar I . Caso este não exista $NSEV1(I) = I$

7.2) Se não existir o elemento estrutural viga: pilar individual/pilar individual, isto é $NV2 = 0$, prosseguir do item 7.3; caso contrário fornecer, para cada andar:

$NSEV2(I),$	$I = 1, NS$
-------------	-------------

$NSEV2(I)$ = número do andar de numeração inferior que é equivalente, quanto às vigas-pilar individual/pilar individual, ao andar I . Caso este não exista $NSEV2(I) = I$

7.3) Se não existir o elemento estrutural pilar individual, isto é $NNB = 0$, prosseguir do item 7.4; caso contrário fornecer, para cada andar:

$NSEPI(I),$	$I = 1, NS$
-------------	-------------

$NSEPI(I)$ = número do andar de numeração inferior que é equivalente, quanto aos pilares individuais, ao andar I . Caso este não exista $NSEPI(I)=I$

7.4) Se não existir o elemento estrutural núcleo, isto é $NNN = 0$, prosseguir do item 7.5; caso contrário fornecer, para cada andar:

NSENU(I),	I = 1, NS
-----------	-----------

NSENU(I) = número do andar de numeração inferior que é equivalente, quanto aos núcleos ao andar I.
Caso este não exista NSENU(I) = I

7.5) Se não existir o elemento estrutural painel, isto é NP = 0, prosseguir do item 7.6; caso contrário fornecer para cada andar:

NSEPO(I),	I = 1, NS
-----------	-----------

NSEPO(I) = número do andar de numeração inferior que é equivalente, quanto aos painéis, ao andar I.
Caso este não exista NSEPO(I) = I

7.6) Equivalência das cargas aplicadas e da altura do andar. Fornecer para cada andar:

NSECA(I),	I = 1, NS
-----------	-----------

NSECA(I) = número do andar de numeração inferior que possui a mesma altura e as mesmas cargas aplicadas (na laje, nos núcleos e nos pilares individuais) que o andar I. Caso este não exista NSECA(I) = I.

8) A partir deste item são fornecidos conjuntos de dados para cada uma das subestruturas ou andares da estrutura. Completado um destes conjuntos, do item 8 ao item 13, deve-se retornar a este item 8 para se iniciar um novo conjunto, para um outro andar.

Os dados a seguir devem ser fornecidos somente para andares com NSECA(I) = I, isto é, que possuam altura ou alguma carga aplicada (na laje, núcleos e pilares individuais) diferente de todas as demais.

8.1) Fornecer:

H,

H = altura do andar em questão.

8.2) Fornecer:

NAC,

NAC = coeficiente de identificação de carga no andar em questão.

NAC = 1 : existe algum tipo de carga no andar

NAC = 0 : o andar não está carregado

8.3) Se o andar em questão não estiver externamente carregado (NAC = 0) prosseguir do item 9; caso contrário fornecer:

NNC, NNUC, NCL

NNC = número de pilares individuais carregados;

NNUC = número de núcleos carregados;

NCL = coeficiente de identificação de carga na laje.

NCL = 1 : existe alguma carga aplicada na laje

NCL = 0 : não existe carga aplicada na laje

8.4) Se o número de pilares individuais carregados for igual a zero, (NNC = 0, prosseguir do item 8.5; caso contrário fornecer para cada pilar individual carregado:

NN, A1, A2, A3

NN = número do pilar individual carregado;

A1 = momento aplicado na direção da coordenada referente ao eixo y do pilar;

A2 = momento aplicado na direção da coordenada referente ao eixo z do pilar;

A3 = força normal aplicada.

8.5) Se o número de núcleos carregados for igual a zero (NNUC = 0) prosseguir do item 8.6; caso contrário fornecer para cada núcleo carregado:

NUU, A1, A2, A3, A4,

NUU = número do núcleo carregado;

A1 = momento aplicado na direção da coordenada referente ao eixo principal de inércia y do núcleo;

A2 = momento aplicado na direção da coordenada referente ao eixo principal de inércia z do núcleo;

A3 = força normal aplicada no centro de torção do núcleo;

A4 = bimomento aplicado.

8.6) Se o coeficiente de identificação da carga aplicada na laje for igual a zero (NCL = 0) prosseguir do item 9; caso contrário fornecer:

A1, A2, A3,

A1 = força horizontal aplicada ao nível da laje na direção de Y (eixo global da estrutura);

A2 = força horizontal aplicada ao nível da laje na direção de Z (idem);

A3 = momento torçor aplicado ao nível da laje (idem).

9) Se na estrutura não existirem pilares individuais, (NNB=0), prosseguir do item 10; caso contrário, somente para andares com NSEPI(I) = I, isto é, que possuam pilares individuais com características diferentes das de todos os demais andares, fornecer para cada pilar individual do andar:

9.1) Primeira linha:

NO, EI, GI

NO = número do pilar individual;

EI = módulo de elasticidade longitudinal do material do pilar individual;

GI = módulo de elasticidade transversal do material do pilar individual;

9.2) Segunda linha:

ZJP, XJP, YJP, AXP, RIW, YCT, ZCT

ZJP = momento principal de inércia do pilar individual, relativamente ao seu eixo z_i ;

XJP = momento de inércia à torção do pilar individual;

YJP = momento principal de inércia do pilar individual, relativamente ao seu eixo y_i ;

AXP = área da seção transversal do pilar individual;

RIW = momento setorial de inércia do pilar individual;

YCT = coordenada do centro de torção do pilar individual em relação ao seu eixo y_i ;

ZCT = coordenada do centro de torção do pilar individual em relação ao seu eixo z_i .

- 10) Se na estrutura não existirem núcleos, (NNN = 0), prosseguir do item 11; caso contrário, somente para andares com NSENU(I) = I, isto é, que possuam núcleos com características diferentes de todos os demais andares, fornecer para cada núcleo do andar:

NRAMI, NON, DELTY, DELTZ, EN, GN,

NRAMI = número de ramificações do núcleo;

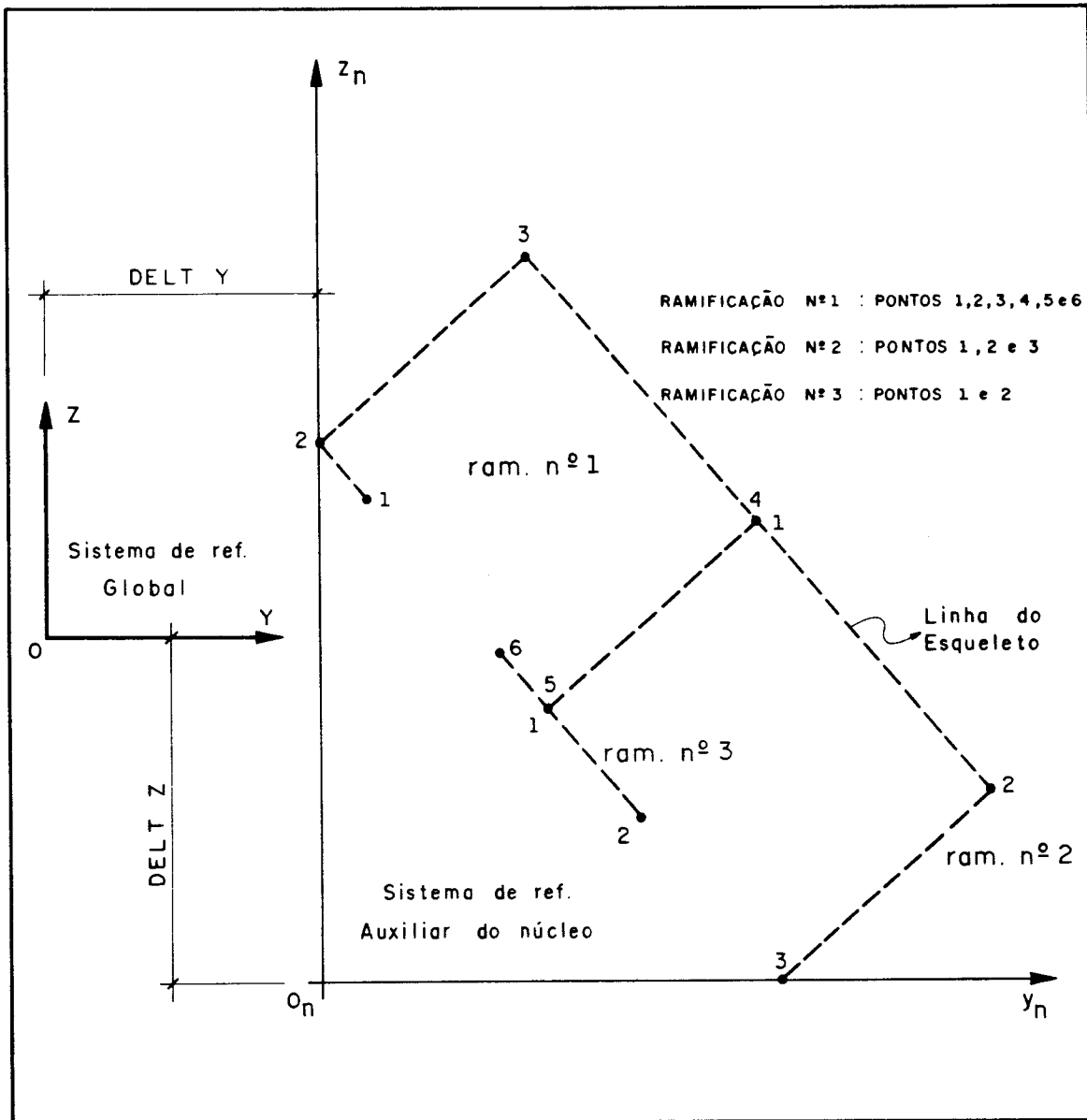
NON = número do núcleo;

DELTY = coordenada y da origem do sistema de referência auxiliar x_n, y_n, z_n do núcleo; em relação ao sistema de eixos globais da estrutura;

DELTY = coordenada z da origem do sistema de referência auxiliar x_n, y_n, z_n do núcleo; em relação ao sistema de eixos globais da estrutura;

EN = módulo de elasticidade longitudinal do material do núcleo;

GN = módulo de elasticidade transversal do material do núcleo



10.1) Para cada uma das ramificações do núcleo em questão fornecer:

10.1.1) Primeira linha:

NPONT,

NPONT = número de pontos da referida ramificação.

10.1.2) Segunda linha: para cada ponto da referida ramificação fornecer:

YN, ZN, TN

YN = coordenada y_n do ponto relativamente ao sistema de referência auxiliar do núcleo;

ZN = Coordenada z_n do ponto relativamente ao sistema de referência auxiliar do núcleo;

TN = espessura do núcleo no referido par de coordenadas $(y_n ; z_n)$.

10.1.3) Terceira linha:

K1, K2,

K1 = número da ramificação que dá início (ramificação origem) à ramificação em questão;

K2 = número do ponto da ramificação origem que dá início à ramificação em questão (ponto de interseção das ramificações).

10.2) Para cada um dos lintéis do andar fornecer:

10.2.1) Primeira linha:

NUE, NNAME, NPONE, NUD, NRAMD, NPOND

- NUE = número do núcleo que apoia o extremo inicial do lintel;
- NNAME = número da ramificação do núcleo que apoia o extremo inicial do lintel;
- NPONE = número do ponto da ramificação do núcleo que apoia o extremo inicial do lintel;
- NUD = número do núcleo que apoia o extremo final do lintel;
- NRAMD = número da ramificação do núcleo que apoia o extremo final do lintel;
- NPOND = número do ponto da ramificação do núcleo que apoia o extremo final do lintel.

10.2.2) Segunda linha:

EL, GL,

- EL = módulo de elasticidade longitudinal do material do lintel;
- GL = módulo de elasticidade transversal do material do lintel.

10.2.3) Terceira linha:

BL, HL

- BL = largura da seção transversal do lintel (base);
- HL = altura da seção transversal do lintel.

- 11) Se na estrutura não existirem vigas-pilar/núcleo, (NV1 = 0), prosseguir do item 12; caso contrário, somente para andares com $NSEVI(I) = I$, isto é, que possuam

vigas-pilar/núcleo com características diferentes de todos os demais andares, fornecer para cada viga-pilar/núcleo do andar:

11.1) Primeira linha:

NES, NDI, NRAMI, NPON, EV, GV,

NES = número do pilar individual que serve de apoio à viga (extremo inicial);

NDI = número do núcleo que serve de apoio à viga (extremo final);

NRAMI = número da ramificação do núcleo em que se encontra o apoio da viga;

NPON = número do ponto da ramificação do núcleo em que a viga está apoiada;

EV = módulo de elasticidade longitudinal do material da viga;

GV = módulo de elasticidade transversal do material da viga.

11.2) Segunda linha:

BV, HV

BV = largura da seção transversal da viga (base);

HV = altura da seção transversal da viga.

12) Se na estrutura não existirem vigas-pilar/pilar, (NV2 = 0), prosseguir do item 13; caso contrário, somente para andares com NSEV2(I) = I, isto é, que possuam vigas-pilar/pilar com características diferentes de todos os demais andares, fornecer para cada viga-pilar/pilar do andar:

12.1) Primeira linha:

NES, NDI, EV, GV,

NES = número do pilar individual que serve de apoio inicial à viga;

NDI = número do pilar individual que serve de apoio final à viga;

EV = módulo de elasticidade longitudinal do material;

GV = módulo de elasticidade transversal do material.

12.2) Segunda linha:

BV, HV

BV = largura da seção transversal da viga (base);

HV = altura da seção transversal da viga.

13) Se na estrutura não existirem painéis, ($NP = 0$), prosseguir do item 14; caso contrário, somente para andares com $NSEPO(I) = I$, isto é, que possuam painéis com características diferentes de todos os demais andares, fornecer para cada painel do andar:

13.1) Primeira linha:

T(K),

K = 1, NC-1

T(K) = comprimento das vigas localizadas imediatamente à direita de cada prumada de pilares do painel;

NC = número de prumadas de pilares do painel.

13.2) Segunda linha: para cada prumada de pilares do painel fornecer:

AXP(L),

L = 1, NC

AXP(L) = área da seção transversal dos pilares nas NC prumadas.

13.3) Terceira linha: para cada prumada de pilares do painel fornecer:

ZJP(L),	L = 1, NC
---------	-----------

ZJP(L) = momento de inércia dos pilares, nas NC prumadas, relativamente ao eixo normal ao plano do painel.

OBS.: quando o pilar em questão for considerado como fictício para o painel, deve-se fornecer AXP e ZJP nulos.

13.4) Quarta linha:

ZJV(K),	K = 1, NC-1
---------	-------------

ZJV(K) = momento de inércia das vigas, localizadas imediatamente à direita de cada prumada de pilares, em relação ao eixo normal ao plano do painel.

13.5) Quanto ao carregamento, fornecer para cada painel do andar:

13.5.1) Primeira linha:

NNCJ, NACJ,

NNCJ = número de nós carregados do painel;

NACJ = coeficiente que indica se existe ou não carga lateral no painel.

NACJ = 0 : o painel não está carregado lateralmente

NACJ = 1 : o painel está carregado lateralmente

13.5.2) Segunda linha: Se o coeficiente NACJ for nulo, prosseguir do item 13.5.3; caso contrário fornecer:

FJ,

FJ = ação lateral no painel.

13.5.3) Terceira linha: Se o número de nós carregados NNCJ for nulo, prosseguir do item 14; caso contrário fornecer para cada nó carregado:

NV, A1J, A2J

NV = número da prumada vertical, onde se encontra o nó carregado (contada no sentido adotado para o painel);

A1J = momento aplicado no nó;

A2J = força normal aplicada no nó.

14) Se na presente estrutura existir ainda mais algum andar com características exclusivas, isto é, com $NSECA(I) = I$ ou $NSEPI(I) = I$ ou $NSENU(I) = I$ ou $NSEV1(I) = I$ ou $NSEV2(I) = I$ ou $NSEPO(I) = I$ retornar ao item 8; caso contrário fornecer as condições do contorno para as fundações dos pilares.

14.1) Primeira linha:

NZR, NNCRI, NNCL,

NZR = coeficiente referente às restrições nos apoios;
NZR = 0 : indica que todos os nós são restringidos
NZR = 1 : indica que existe, pelo menos um nó com liberdade de deslocamento
NNCRI = número de nós com deslocamentos impostos, diferentes de zero;
NNCL = número de nós com algum deslocamento livre.

14.2) Se o coeficiente NZR for nulo, ou seja, no nível estrutura-fundação todos os nós são restringidos a deslocamentos, o arquivo de dados está terminado; caso contrário prosseguir de 14.3.

14.3) Se NNCRI for nulo, isto é, não existe nó com deslocamento imposto (recalque) prosseguir do item 14.4; caso contrário fornecer para cada nó com recalque diferente de zero:

K, AUX1, AUX2, AUX3,

K = número do nó com deslocamento imposto;
AUX1 = rotação (em radianos) na direção da coordenada referente ao eixo y do nó;
AUX2 = rotação (em radianos) na direção da coordenada referente ao eixo z do nó;
AUX3 = translação na direção de X.

14.4) Se NNCL for nulo, isto é, não existe nó com algum deslocamento livre, o arquivo de dados está terminado; caso contrário fornecer para cada nó com deslocamento livre:

K, LR1, LR2, LR3,

K = número do nó que possui coordenada com liberdade de deslocamento;

LR1 = número referente à restrição de apoio para a rotação segundo o eixo y do nó;

LR1 = 0 : o nó é livre para se deslocar segundo esta coordenada

LR1 = 1 : o nó é restringido ao deslocamento segundo esta coordenada

LR2 = idem, com relação à rotação segundo o eixo z do nó;

LR1 = idem, para o deslocamento linear na direção do eixo X.

FIM DO ARQUIVO DE DADOS

EXEMPLO DE UM ARQUIVO DE DADOS

***** ARQUIVO DE DADOS DO EXEMPLO NUMERO 4 *****

kN	cm	rad	
1.0E-3,			
15,4,4,6,1,0,0,0,1,1,			
1,1,1,2,3,1,5,1,1,2000.,			PAINES
2,1,3,4,3,1,6,1,1,2000.,			
3,1,1,3,4,2,7,1,1,2000.,			
4,1,2,4,4,2,9,1,1,2000.,			
1,0,-500., 750.,0.,			PILARES
2,0, 500., 750.,0.,			
3,0,-500.,-750.,0.,			
4,0, 500.,-750.,0.,			
5,1, 000., 750.,			
6,1, 000.,-750.,			
7,1,-500., 250.,			
8,1,-500.,-250.,			
9,1, 500., 250.,			
10,1, 500.,-250.,			
1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,			NSEPI
1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,			NSENU
1,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,			NSEPO
1,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,			NSECA

400.,	SUB-1
1,	
4,1,1,	CARREG
1,0.,0.,-50.,	
2,0.,0.,-50.,	
3,0.,0.,-50.,	
4,0.,0.,-50.,	
1,0.,-34000.,-250.,0.,	
25.5,0.,0.,	
1,2000.,800.,	PILAR1
260417.,178906.,65104.,1250.,	
2,2000.,800.,	PILAR2
260417.,178906.,65104.,1250.,	
3,2000.,800.,	PILAR3
260417.,178906.,65104.,1250.,	
4,2000.,800.,	PILAR4
260417.,178906.,65104.,1250.,	
1,1,-150.,150.,2000.,800.,	NUCLEO
4,	
0., 0.,15.,	
0., 200.,15.,	
300., 200.,15.,	
300., 0.,15.,	
1,1,	
500.,500.,	PAIN1
0.,1250.,0.,	
0.,260417.,0.,	
360000.,360000.,	
1,0,	
2,0.,-50.,	
500.,500.,	PAIN2
0.,1250.,0.,	
0.,260417.,0.,	
360000.,360000.,	
1,0,	
2,0.,-50.,	
500.,500.,500.,	PAIN3
0.,1250.,1250.,0.,	
0.,260417.,260417.,0.,	
360000.,360000.,360000.,	
2,0,	
2,0.,-50.,	
3,0.,-50.,	
500.,500.,500.,	PAIN4
0.,1250.,1250.,0.,	
0.,260417.,260417.,0.,	
360000.,360000.,360000.,	
2,0,	
2,0.,-50.,	
3,0.,-50.,	
400.,	SUB-2
1,	

4,1,1,	CARREG
1,0.,0.,-100.,	
2,0.,0.,-100.,	
3,0.,0.,-100.,	
4,0.,0.,-100.,	
1,0.,-68000.,-500.,0.,	
51.0,0.,0.,	
500.,500.,	PAIN1
0.,1250.,0.,	
0.,260417.,0.,	
360000.,360000.,	
1,0,	
2,0.,-100.,	
500.,500.,	PAIN2
0.,1250.,0.,	
0.,260417.,0.,	
360000.,360000.,	
1,0,	
2,0.,-100.,	
500.,500.,500.,	PAIN3
0.,1250.,1250.,0.,	
0.,260417.,260417.,0.,	
360000.,360000.,360000.,	
2,0,	
2,0.,-100.,	
3,0.,-100.,	
500.,500.,500.,	PAIN4
0.,1250.,1250.,0.,	
0.,260417.,260417.,0.,	
360000.,360000.,360000.,	
2,0,	
2,0.,-100.,	
3,0.,-100.,	
0,0,0,	CON-FIM