

ANÁLISE DE ESTRUTURAS DE EDIFÍCIOS DE PLANTA
POLIGONAL REGULAR CONVEXA SOB
AÇÃO LATERAL

AUTOR: ENG. WALTER ANDRES APARICIO GARCIA

ORIENTADOR: PROF. DR. WALTER SAVASSI

DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS

ANÁLISE DE ESTRUTURAS DE EDIFÍCIOS
DE PLANTA POLIGONAL REGULAR CONVEXA
SOB AÇÃO LATERAL

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para a obtenção do título de "Mestre em Engenharia de Estruturas".

ENG. WALTER ANDRES APARICIO GARCIA

ORIENTADOR: PROF. DR. WALTER SAVASSI

COMISSÃO EXAMINADORA:

Prof. Dr. Walter Savassi

Prof. Dr. Eddie Mancini

Prof. Dr. Francisco Antonio Menezes - UNICAMP

SUPLENTE:

Profª Drª Helena M.C. Carmo Antunes

Prof. Dr. Mario Pinotti Junior

DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

SÃO CARLOS, FEVEREIRO DE 1991

Aos meus pais, ALBERTO
e LIDIA, e aos meus
irmãos.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Walter Savassi que, com dedicação, experiência e capacidade, orientou este trabalho e especialmente pela amizade com que me distinguiu.

Ao corpo docente do Departamento de Estruturas da EESC-USP, em especial ao Prof. Dr. Eddie Mancini, pelos conhecimentos vertidos nas salas de aula e pela permanente preocupação com a pesquisa na área.

Aos funcionários do Departamento de Estruturas da EESC-USP, em especial a Rui Roberto Casale, pelos serviços de datilografia e a Francisco Carlos Guete de Brito, pelos serviços de desenho.

Ao Centro de Processamento de Dados da EESC-USP, pela utilização de seu equipamento.

Ao PEC/PG (Convênio CAPES/MRE/CNPq), pelo auxílio financeiro através da concessão de bolsa de estudo.

Aos colegas do Departamento de estruturas da EESC-USP, pela amizade, pela contribuição para a realização do presente trabalho.

R E S U M O

O presente trabalho tem como objetivo principal, analisar, segundo a técnica do meio contínuo, o comportamento de estruturas de edifícios de planta poligonal regular convexa sujeitos ao efeito de carga horizontal devida ao vento, estudando-se para isto o comportamento estrutural de um novo painel denominado aqui de "Painel Vertebral".

O método de análise preliminar alternativo, desenvolvido neste trabalho, emprega a linguagem matricial, o que permite uma sistematização do processo de cálculo, sendo possível obter tanto os deslocamentos horizontais da estrutura, quanto os esforços que atuam nos seus diversos elementos.

A característica principal das estruturas estudadas aqui é que possuem pelo menos dois planos de simetria, o que torna possível analisar somente um quarto da estrutura, diminuindo-se assim o número de incógnitas do problema. Demonstra-se também que todo o sistema estrutural pode ser definido em base a um número reduzido de parâmetros.

O método apresentado é complementado com um programa para cálculo automático, em linguagem FORTRAN 77 para microcomputadores, de manejo simples. O programa permite levar em conta a importante influência dos nós rígidos de tamanho finito. É bom esclarecer que neste trabalho não foram consideradas as deformações axiais dos elementos verticais.

São apresentados alguns exemplos de aplicação para ilustrar o método proposto, e os resultados obtidos são comparados com os de outros autores, para demonstrar a validade do processo.

A B S T R A C T

The basic aim of the present work is the analysis, by the continuous medium technique, of the behavior of tall buildings with convex regular polygonal plant, under the effect of horizontal load, due to wind. For this it is introduced a new panel, here denominated "Vertebral Panel".

The method of preliminary analysis, developed in this work, uses matrix formulation that allows to systematize the process, that makes possible to obtain horizontal displacement of the structure and internal stresses of each member.

The main feature of the structures studied here is that they have at least two planes of symmetry; this makes possible the analysis of just a quarter of the structure, reducing the unknowns of the problem. One shows, too, that the behavior of the structural system can be defined by a reduce number of parameters.

The method mentionated above is accompanied by a computer program in FORTRAN 77 language for microcomputers, of simple use. The computer code allow to take into account the important influence of the rigid joints with finite dimensions. It is good to mention that in this work the axial deformations of vertical elements was not considered.

Some examples of application are shown to illustrate the proposed procedure and the results are compared with results of another authors to demonstrate the validity of the process.

S U M Á R I O

I.	INTRODUÇÃO	1
II.	TÉCNICAS DE ANÁLISE	4
	2.1 - TÉCNICA CONTÍNUA	4
	2.1.1 - Hipóteses básicas	6
	2.2 - TÉCNICA DISCRETA	8
III.	PAINÉIS DE CONTRAVENTAMENTO	9
	3.1 - PAINEL PÓRTICO	9
	3.1.1 - Características de deslocamento lateral de um pórtico	13
	3.1.2 - Influência das juntas rígidas	16
	3.2 - PAINEL PAREDE	21
IV.	ASSOCIAÇÃO PLANA DE PAINÉIS	25
	4.1 - ASSOCIAÇÃO PLANA DE PAREDE E PÓRTICO POR BARRAS ARTICULADAS	25
	4.2 - PAREDES UNIDAS POR LINTÉIS	29
	4.3 - ASSOCIAÇÃO PLANA DE PAREDES UNIDAS POR LINTÉIS	32
	4.3.1 - Paredes com pequenas aberturas	33
	4.3.2 - Paredes com aberturas médias	35
	4.3.3 - Paredes com grandes aberturas	48
	4.4 - PÓRTICOS COM PAREDES UNIDOS POR LINTÉIS	48
V.	ANÁLISE CONTÍNUA DE ESTRUTURAS DE PLANTA POLIGONAL REGULAR	51
	5.1 - TIPOS DE EDIFÍCIOS A SEREM ANALISADOS	51
	5.2 - HIPÓTESES ADICIONAIS PARA ESTRUTURAS DE PLANTA POLIGONAL REGULAR	53
	5.2.1 - Aplicação das cargas de cálculo	53
	5.2.2 - Intersecção oblíqua entre os painéis	53
	5.3 - MÉTODOS DE ANÁLISE DISPONÍVEIS	55
	5.3.1 - Associação de pórticos periféricos	55

5.3.2	- Associação de pórticos radiais	59
5.3.3	- Associação de pórticos circulares paralelos	60
5.4	- DECOMPOSIÇÃO EM PAINÉIS VERTEBRAIS	62
5.4.1	- Momentos nos pilares	67
5.4.2	- Momentos nas vigas	67
5.4.3	- Equação geral de equilíbrio de mo- mentos	69
5.4.4	- Operações entre os momentos das vi- gas	71
5.4.5	- Operações entre os deslocamentos dos pontos médios das vigas	72
5.4.6	- Distorção dos andares e rotações dos nós	73
5.4.7	- Equação de equilíbrio global de for- ças	75
5.4.8	- Cálculo dos esforços nas vigas e pi- lares	78
5.4.9	- Análise do painel vertebral levando em consideração os nós de dimensões finitas ("nós rígidos")	81
5.5	- ASSOCIAÇÃO DE PAREDES EM ESTRUTURAS DE PLAN- TA POLIGONAL REGULAR	86
5.5.1	- Paredes de planta poligonal	86
5.5.2	- Paredes de planta circular	99
VI.	PROGRAMA PARA CÁLCULO AUTOMÁTICO	105
6.1	- INTRODUÇÃO	105
6.2	- LIMITAÇÕES ATUAIS DO PROGRAMA	105
6.3	- CARACTERÍSTICAS DO PROGRAMA	106
6.4	- USO DO PROGRAMA	106
6.4.1	- Entrada de dados	106
6.4.2	- Ficha de entrada de dados	107
6.4.3	- Tabela de variáveis usada na ficha de entrada de dados	108
6.4.4	- Resultados do programa	108

6.5 - DIAGRAMA DE FLUXO SIMPLIFICADO	110
6.6 - LISTAGEM DO PROGRAMA	111
VII. EXEMPLOS E CONCLUSÕES	119
7.1 - INTRODUÇÃO	119
7.2 - EXEMPLO Nº 1	120
7.3 - EXEMPLO Nº 2	131
7.4 - EXEMPLO Nº 3	141
7.5 - EXEMPLO Nº 4	150
7.6 - CONSIDERAÇÕES FINAIS	156
APÊNDICE I	158
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	162

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Nesta época, mesmo com computadores de alta tecnologia e programas com uma grande capacidade de análise, ainda há a necessidade de se realizar uma análise aproximada preliminar de uma estrutura. Primeiro, porque essa análise prévia fornece uma base para uma seleção adequada das dimensões preliminares dos elementos da estrutura em estudo, tendo em vista que a análise de uma estrutura qualquer, simples ou complexa, começa sempre com uma seleção tentativa das dimensões de seus elementos. Com as dimensões preliminares definidas continua-se o estudo verificando se os critérios de análise foram cumpridos. Se não foram cumpridos, procede-se a modificação das dimensões, melhorando o comportamento da estrutura dentro dos requerimentos e o processo continua até obter uma estrutura dentro dos limites de aceitabilidade. Segundo, porque a permanente variação nos preços de mão de obra e materiais de construção faz que o Engenheiro Estrutural precise comparar vários tipos de opções antes de eleger

a estrutura mais adequada, do ponto de vista estrutural e econômico. De todos os sistemas estruturais apresentados, como possíveis soluções, somente dois ou três esquemas podem estar aptos para futuros refinamentos, os quais precisam posteriormente de soluções via computador. Os métodos aproximados são portanto necessários para poder chegar a um quadro de custos final e escolher as melhores opções, já que realizar uma análise sofisticada completa, para cada um dos esquemas preliminares, consome muito tempo, é custoso e, além disso, desnecessário. Uma análise preliminar é por conseguinte muito útil para descartar as soluções fracas.

A análise sofisticada computarizada é indispensável para diminuir o número de imprecisões produzidas pelas técnicas de análise aproximada preliminares; essa análise computarizada é comumente utilizada agora na engenharia prática diária. Embora esse tipo de análise possa chegar a intimidar o engenheiro estrutural, pela grande quantidade de resultados obtidos, será sempre indispensável verificar a validade desses resultados obtidos, comparando-os com aqueles alcançados na análise preliminar e vice-versa. Em resumo, pode-se dizer que a análise aproximada preliminar é uma poderosa ferramenta que proporciona ao engenheiro: 1) a obtenção aproximada dos valores dos deslocamentos, forças e momentos, para depois verificar a validade dessas soluções confrontando-as com aquelas obtidas via computador; 2) uma base para o dimensionamento preliminar dos elementos de uma estrutura; 3) um método ordenado que permite a avaliação de várias possíveis soluções e a seleção das mais apropriadas para a análise computarizada posterior.

O presente trabalho está organizado em 7 Capítulos. No primeiro capítulo faz-se a introdução, na qual estabelece-se a necessidade de se fazer uma análise aproximada preliminar de uma estrutura qualquer, utilizando-se para isto métodos rápidos e apropriados.

No capítulo II estudam-se as técnicas disponíveis de análise de estruturas, dando-se ênfase à técnica do meio

contínuo, mostrando-se suas principais características e hipóteses. Analisam-se também, por outro lado, as vantagens da utilização da técnica discreta.

Corresponde ao capítulo III o estudo isolado dos painéis de comportamento básico, quer dizer painel pórtico e painel parede, apontando-se algumas características especiais que se apresentam no painel pórtico.

Posteriormente, no capítulo IV, faz-se a associação dos painéis de comportamento característico, analisa-se vários casos, como por exemplo a associação contínua de pórtico e parede, a associação plana de paredes unidas por lintéis, etc, sendo o objetivo principal desse capítulo estabelecer as bases de estudo e sua posterior aplicação nos capítulos que seguem.

No que refere ao capítulo V, estudam-se aqui as estruturas de planta poligonal regular, e apresenta-se o método denominado neste trabalho de "Decomposição em painéis vertebrais". Faz-se notar que a associação de painéis vertebrais origina estruturas de planta poligonal regular que neste trabalho foram denominadas de "pórticos circulares". Em seguida analisa-se a associação em paralelo de pórticos circulares, e depois a associação de pórticos circulares, com núcleos de planta circular ou poligonal.

No capítulo VI é apresentado o programa para cálculo automático, desenvolvido no presente trabalho, adaptado para a análise de estruturas de planta poligonal regular, fazendo-se uma descrição geral das características do programa, suas limitações e seu uso respectivo.

No capítulo VII são apresentados exemplos de aplicação, cujos resultados são confrontados com os de outros trabalhos, para assim poder avaliar a qualidade do método alternativo desenvolvido. Ao final do capítulo são apontadas as observações e conclusões finais.

CAPÍTULO II

TÉCNICAS DE ANÁLISE

As técnicas utilizadas na análise de estruturas de edifícios altos submetidas ao efeito do vento podem ser classificadas em técnicas contínuas e técnicas discretas, cada uma com suas características e vantagens próprias que permitem sua diferenciação.

2.1 - TÉCNICA CONTÍNUA

A técnica mais empregada na análise preliminar de estruturas é a chamada técnica contínua que consiste em substituir a estrutura em estudo por outra estrutura análoga, na qual os elementos discretos são substituídos por um meio contínuo com rigidez equivalente e distribuída uniformemente ao longo da altura da estrutura (fig. 2.1). Dessa forma os esforços transmitidos pelo sistema discreto também ficam distribuídos uniformemente ao longo da altura. Em seguida

mediante a consideração das condições de equilíbrio e compatibilidade se estabelece a equação diferencial ou sistema de equações diferenciais, que após serem resolvidas, seja por integração direta, ou mediante algum processo numérico, proporcionam com boa aproximação os deslocamentos e esforços em toda a estrutura. As soluções analíticas assim obtidas descrevem o comportamento do modelo estrutural em função de um número reduzido de variáveis e parâmetros elasto-geométricos, o que é uma das características principais da técnica contínua.

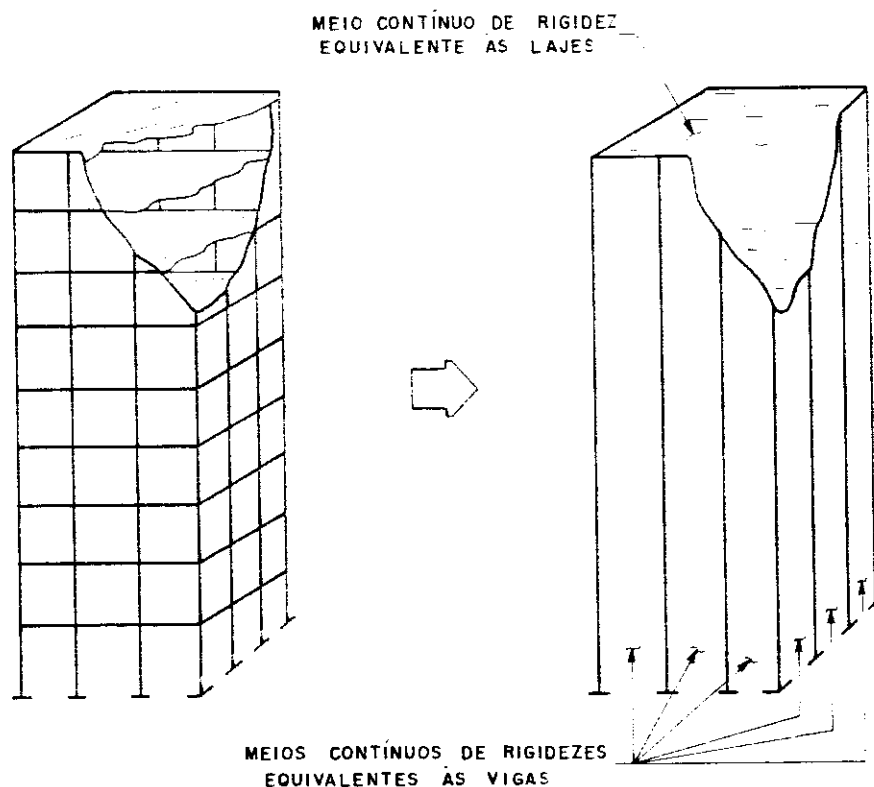


Fig. 2.1 - Técnica do meio contínuo

Dentro da técnica contínua existem muitos processos disponíveis para a análise aproximada de estruturas e variam desde aqueles com soluções sofisticadas, que cumprem satisfatoriamente ambas as condições de equilíbrio e compatibilidade, precisando-se em alguns casos de longos cálculos.

los, até os mais simples baseados somente na consideração da condição de equilíbrio.

Interessa mencionar aqui que foram muitos os pesquisadores que contribuíram em grande parte para o desenvolvimento da técnica contínua analítica. Entre eles pode-se citar ALBIGÉS E GOULET [11], CARDAN [13], FRANCO [10], ROSENBLUETTE e HOLTZ, ROSMAN [17] e outros. No Departamento de Estruturas da EESC-USP, voltados para essa linha de pesquisa estão os trabalhos de STAMATO [23] e MANCINI [4,5].

2.1.1 - Hipóteses básicas

No propósito de descrever o comportamento de um edifício, segundo a técnica do meio contínuo, é importante colocar as hipóteses admitidas que permitiram a simplificação do processo de análise:

2.1.1.1 - Carga estática equivalente

Na análise de edifícios sujeitos à carga lateral a força do vento é considerada como carga estática equivalente e é reduzida a uma série de cargas horizontais concentradas, aplicadas ao nível de cada andar do edifício.

2.1.1.2 - Engastamentos rígidos

Todos os elementos em sua base, sejam pilares ou paredes, serão supostos rigidamente engastados, ou seja as seções da base que pertencem a cada um dos elementos permanecem no mesmo plano depois da aplicação da carga.

2.1.1.3 - Características geométricas e mecânicas regulares

Todos os elementos da estrutura, sejam pilares, vigas ou paredes apresentam ao longo da altura do Edifício características geométricas e mecânicas regulares (em planta ou elevação). É também considerado que a altura dos andares é constante ao longo da altura do edifício.

2.1.1.4 - Comportamento das lajes

As lajes são consideradas como diafragmas horizontais infinitamente rígidas em seus planos e com rigidez transversal nula; então as forças transmitidas da laje aos painéis serão horizontais contidas no plano da laje, garantindo o mesmo movimento de corpo rígido no plano horizontal a todos os elementos resistentes verticais, sem restringir em nada as suas deformações axiais.

2.1.1.5 - Pontos de momento nulo

Para propósitos de análise é admitido neste trabalho que os pontos de momento nulo ou pontos de inflexão de vigas e pilares, provenientes da ação das cargas laterais, estarão posicionados exatamente na seção situada na metade de cada elemento. Esta hipótese está baseada numa característica bem observada nos painéis pòrtico, nos quais, quando sujeitos à ação de carga lateral, as rotações de tramos adjacentes de um mesmo pilar são muito próximas umas das outras.

2.1.1.6 - Regime elástico-linear e pequenos deslocamentos

Neste trabalho é suposto que todos os elementos da estrutura reagem ao efeito das cargas, segundo o regime

elástico-linear, e que a análise de estruturas a ser realizada está restrita ao caso de pequenos deslocamentos.

2.2 - TÉCNICA DISCRETA

A técnica discreta de análise de estruturas consiste em estudar a estrutura pelo método dos deslocamentos ou dos esforços, tirando proveito para isto dos diversos processos matriciais existentes. Uma das características mais importantes da técnica discreta é sua generalidade, ou seja possibilita a análise de estruturas com as mais variadas conformações geométricas e elásticas. Logicamente que essa característica origina a utilização de um número muito grande de variáveis e parâmetros, o que dificulta uma compreensão global do comportamento da estrutura. Além disso, para se obter os deslocamentos ou os esforços é preciso resolver sistemas com um número elevado de equações lineares, o que conduz à necessidade de uma memória de computador relativamente grande.

CAPÍTULO III

PAINÉIS DE CONTRAVENTAMENTO

Neste trabalho designa-se painel a todo elemento resistente vertical que recebe as cargas horizontais aplicadas pelas lajes e as transfere até a fundação. O comportamento estrutural desse elemento vertical pode ser explicitado aproximadamente pela técnica contínua, mediante determinadas constantes de rigidez.

Existem dois tipos básicos de painéis, o painel "pórtico" e o painel "parede", cujas características individuais são estudadas com maior detalhe em seguida.

3.1 - PAINEL PÓRTICO

O comportamento estrutural de um painel pórtico é similar ao comportamento de um consolo vertical, com a particularidade de sua grande rigidez ao momento fletor e grande deformabilidade ao esforço cortante. Admite-se, na técnica

ca do meio contínuo, que o painel pòrtico é um elemento estrutural de características homogêneas o que significa que não se está fazendo referência a um sistema composto por vigas e pilares. Portanto o painel pòrtico é um painel plano deformável predominantemente por força cortante, extremamente rígido ao momento fletor e sem rigidez transversal.

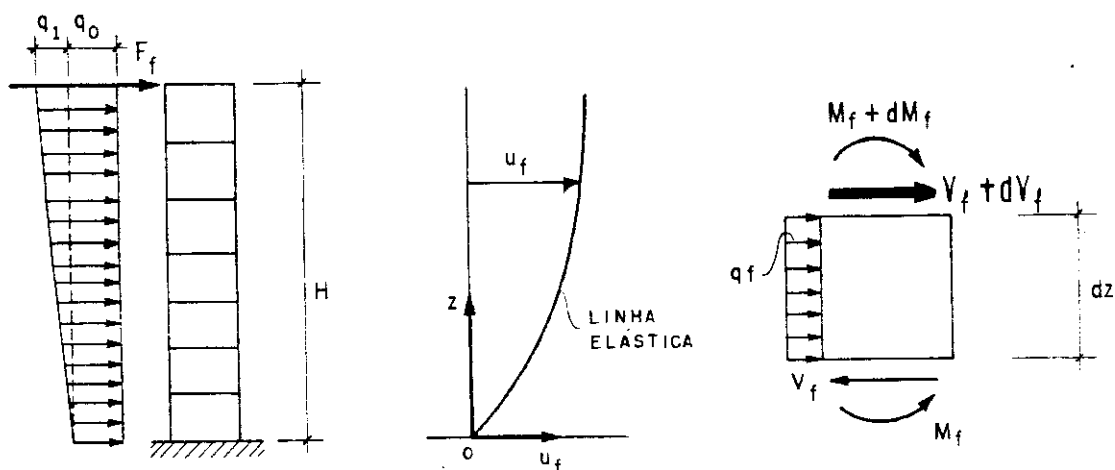


Fig. 3.1 - Painel pòrtico

A fig. 3.1 mostra um painel desse tipo, o carregamento em consideração, a deformada característica e a configuração elementar de equilíbrio.

Como consequência da necessidade de se ter obediência ao equilíbrio e com os sentidos positivos assinalados na figura, valem, então, as seguintes relações diferenciais:

$$\frac{dM_f}{dz} = - V_f \quad (3.1)$$

$$\frac{dV_f}{dz} = - q_f$$

$$\frac{d^2 M_f}{dz^2} = q_f \quad (3.2)$$

onde emprega-se o índice f para caracterizar as grandezas relativas ao pòrtico;

V_f = força cortante,
 q_f = carga distribuída,
 M_f = momento fletor e
 z = coordenada vertical com origem na base do pa
nel.

A relação que caracteriza o comportamento elástico do painel pórtico, dada a predominância da deformação por cortante, será da forma:

$$u'_f = \frac{V_f}{s_f}$$

Logo: $V_f = s_f \cdot u'_f$ (3.3)

onde s_f representa a rigidez do pórtico à força cortante, e é determinado em função das características elásticas e geométricas das vigas e pilares que compõem o pórtico.

O valor da rigidez s_f pode ser estimado, segundo STAMATO [2,3], mediante a relação:

$$s_f = \frac{12E}{h} \sum_{n.a} k \left[\frac{\sum k_v}{\sum k} \right] \quad (3.4)$$

onde:

h = pé-direito do andar

k = rigidez J/l de um tramo de viga ou pilar considerado

$n.a$ = número total de nós do andar considerado

k = relação J/l para o tramo de pilar logo aba
 $P \cdot n$ xo do nó considerado

v.n = número de tramos de vigas que concorrem no nó considerado (1 ou 2)

b.n = número total de barras (vigas e pilares) que concorrem no nó considerado (2,3 ou 4)

Utilizando-se agora a relação (3.3), e substituindo em (3.1), pode-se escrever:

$$q_f = - s_f u_f'' \quad (3.5)$$

Por outra parte, as condições de vínculo do painel pórtico podem ser explicitadas como:

$$u_f(z=0) = 0 \quad (3.6)$$

$$u_f'(z=H) = F_f/s_f$$

dadas as condições de movimento restringido na base e a presença da carga concentrada no topo.

A integração de (3.3), tomando-se em conta as condições de contorno dadas em (3.6) e para os vários tipos de carga considerados, nos leva à determinação do deslocamento horizontal u_f .

a) Carga concentrada F_f no topo

$$u_f = \frac{F_f}{s_f} z \quad (3.7)$$

b) Carga uniforme q_o

$$u_f = \frac{q_o}{2s_f} (2H-z) z \quad (3.8)$$

c) Carga linearmente distribuída q_1

$$u_f = \frac{q_1}{6Hs_f} z(3H^2 - z^2) \quad (3.9)$$

Uma vez conhecida a equação da elástica do pórtico, correspondente a cada caso de carga considerado, pode-se agora obter o esforço cortante e o carregamento distribuído que nele atuam, utilizando para isto as expressões (3.3) e (3.5).

3.1.1 - Características de deslocamento lateral de um pórtico

Segundo TARANATH [14] as parcelas de deslocamento lateral de um pórtico podem ser pensadas como se fossem as duas parcelas de deslocamento similares às existentes no caso do deslocamento de um consolo vertical (fig. 3.2), ou seja, uma sendo o deslocamento por flexão e a outra o deslocamento por cortante. Em geral para elementos prismáticos, onde a relação entre o comprimento e a largura da seção transversal do elemento é maior do que 10, ou mais, o deslocamento por flexão é de longe a parcela predominante. A parcela do deslocamento por cortante contribui em pequena parte no deslocamento lateral total; portanto, geralmente não é considerada no cálculo do deslocamento de vigas e colunas de dimensões normais.

No caso de um pórtico, as características de deslocamento lateral ocorrem justamente de maneira oposta, o que quer dizer que a parcela análoga ao deslocamento por cortante do consolo vertical é a que domina o quadro de deslocamentos.

Em seguida descreve-se com maior detalhe as duas parcelas de deslocamento lateral de um pórtico.

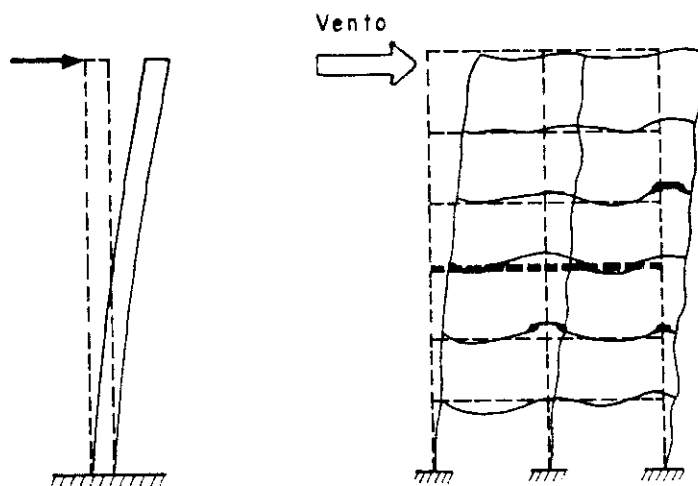


Fig. 3.2 - Analogia entre as parcelas de deslocamento horizontal de um consolo vertical e um pórtico.

3.1.1.1 - Parcela por flexão

A ação do vento que atua sobre o edifício produz um momento de flexão global em qualquer seção transversal horizontal do edifício. Esse momento, que atinge o máximo valor na base do edifício, denomina-se também momento de tombamento, fig. 3.3. Para resistir ao momento de tombamento, o pórtico comporta-se como um consolo vertical, reagindo contra a flexão mediante a deformação axial das colunas. Esse momento de tombamento origina a compressão das colunas de sotavento e tração nas colunas de barlavento. As colunas se alongam no lado de barlavento e se encurtam no lado de sotavento. Esse alongamento e encurtamento das colunas ocasiona a rotação do edifício, o que é a componente de deslocamento por flexão. Essa componente de deslocamento poderá corresponder a quase a totalidade do deslocamento lateral total de um consolo vertical de dimensões normais (altura da ordem de 1/10 do vão). No caso de um pórtico, esta parcela de deslocamento corresponde a uma fração pequena do deslocamento total e a parte restante do deslocamento é produzida pela parcela de deslocamento por cortante.

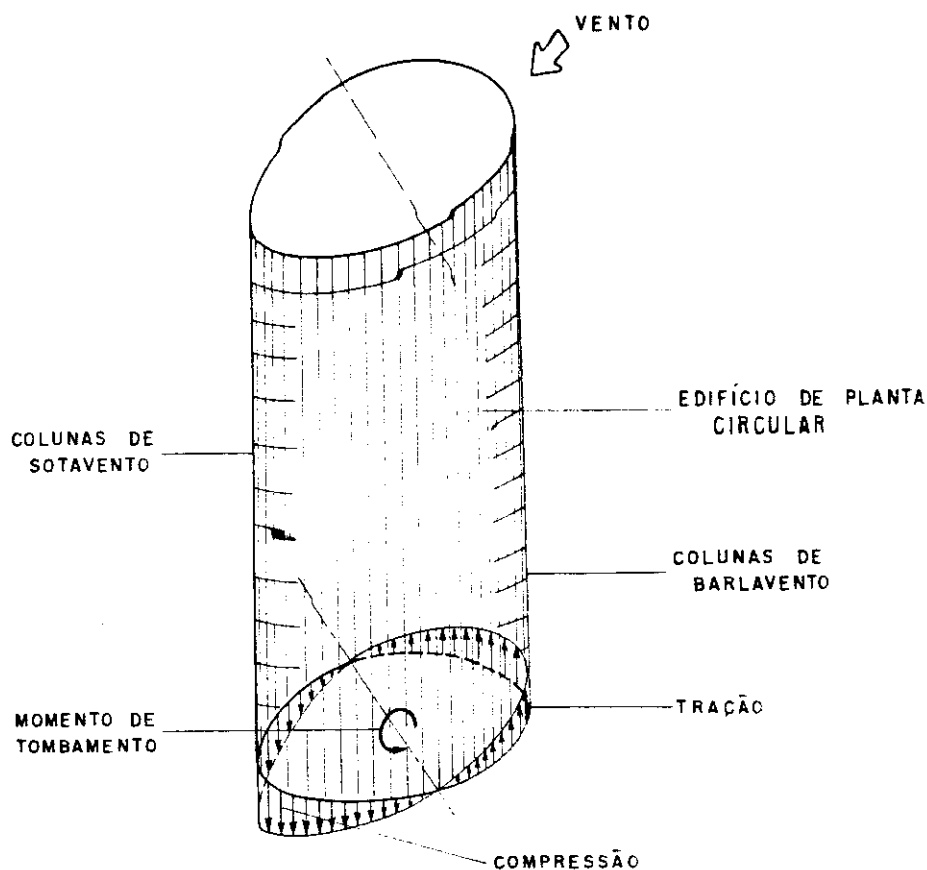


Fig. 3.3 - Distribuição do esforço normal nas colunas de um edifício de planta circular devidas às cargas laterais.

3.1.1.2 - Componente por cortante

Esta parcela de deslocamento é análoga à parcela de deslocamento por cortante que se produz numa viga, e no caso de um pórtico esta parcela de deslocamento se origina pela flexão das vigas e das colunas. A ação lateral que atua no pórtico produz forças cortantes horizontais e verticais, agindo em colunas e vigas, respectivamente, originando momentos de flexão nos elementos do pórtico (fig.3.4). A flexão individual de vigas e colunas causa a distorção global do pórtico. Essa parcela de deslocamento é pouco menor do que a totalidade do deslocamento global do pórtico. Estudos feitos por vários pesquisadores mostraram que para um edifício de dimensões normais pode ser admitido em primeira

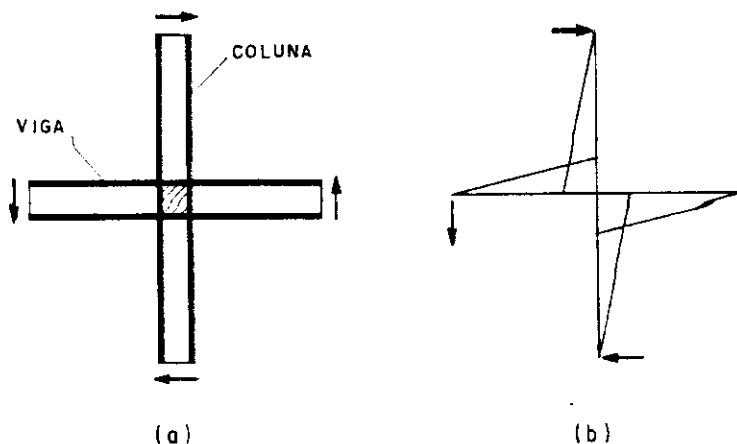


Fig. 3.4 - Forças de corte agindo em colunas e vigas devidas à carga lateral.

aproximação que o deslocamento lateral total é uma combinação de três fatores: 1) A flexão nas vigas, que concorre com algo em torno de metade no deslocamento lateral total do edifício; é por esse motivo que quando se trata de reduzir o deslocamento lateral de um edifício uma das primeiras coisas que se faz é aumentar a rigidez das vigas. 2) A flexão nas colunas, que concorre para o deslocamento lateral total com cerca de um quarto. 3) A deformação axial das colunas, denominada no item anterior de parcela por flexão, cujo aporte é de pouco menos de um quarto no deslocamento lateral total do edifício.

3.1.2 - Influência das juntas rígidas

Denomina-se juntas rígidas as regiões formadas pela intersecção de vigas com pilares e que tem suficiente rigidez para manter os ângulos entre os elementos virtualmente inalteráveis sob o efeito da carga (fig. 3.5). Um pórtico com esse tipo de conexões chama-se pórtico com nós rígidos.

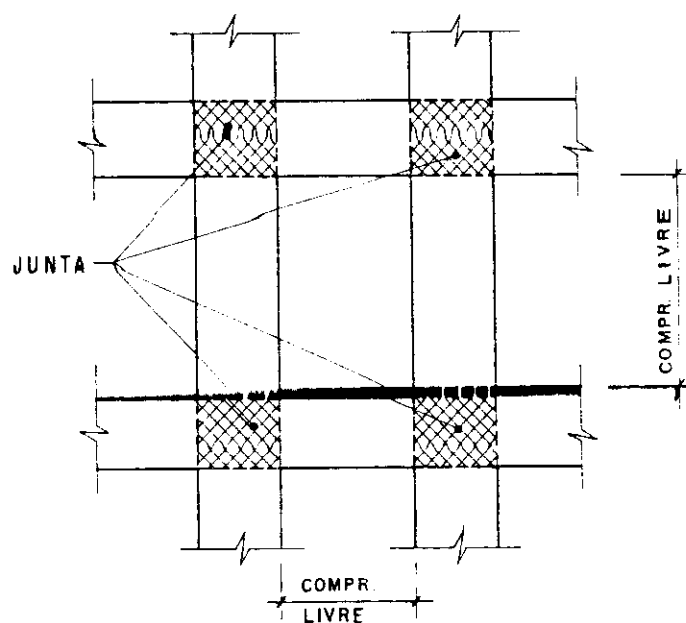


Fig. 3.5 - Definição de junta

dos; sua resistência e rigidez está baseada na indeformabilidade das juntas nas intersecções de vigas e pilares (fig. 3.6). Por causa da continuidade dos elementos nas juntas o pórtico com nós rígidos deforma-se, sob ações laterais, fundamentalmente com a flexão de vigas e pilares. Este caráter contínuo de pórtico rígido é dependente da rigidez rotacional das conexões entre os elementos não permitindo giro adicional nenhum.

Para determinar a influência das juntas rígidas no deslocamento lateral do pórtico procede-se ao cálculo das contribuições das vigas e colunas no deslocamento; para isso utiliza-se o método do trabalho virtual.

A notação a ser utilizada no método é a seguinte:

d_v = altura da junta rígida

d_c = largura da junta rígida

h_c = altura livre de coluna

L_c = vão livre de viga

L = comprimento de viga medida entre os eixos centrais das colunas

h = altura de coluna medida entre os eixos centrais das vigas

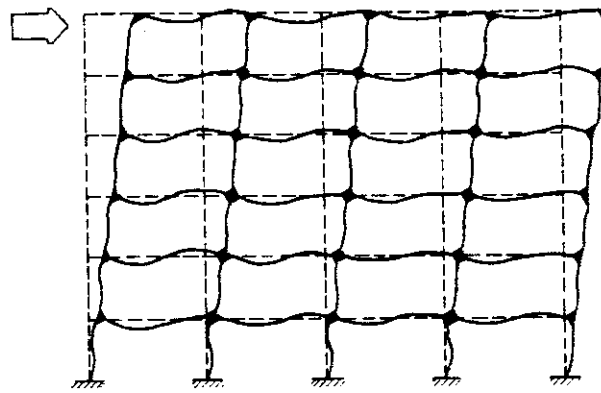
I_C = momento de inércia de coluna

I_V = momento de inércia de viga

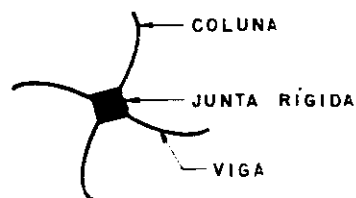
E = módulo de elasticidade longitudinal

Δ_V = contribuição no deslocamento de pórtico devido a flexão da viga

Δ_C = contribuição no deslocamento de pórtico devido a flexão da coluna



(a)



(b)

Fig. 3.6: a) Pórtico rígido deformado
b) Junta rígida

Para o desenvolvimento do método considera-se um elemento típico de pórtico em equilíbrio, sujeito às forças horizontais de corte P_C e às forças verticais de corte P_V aplicadas nos pontos de inflexão como mostra a figura 3.7.a.

Para considerar a influência da presença da junta (não envolvendo sua eventual rotação como corpo rígido) TARANATH [14] compara, em resumo, o que ocorre nas duas hipóteses seguintes (segundo interpretação obtida da leitura do trabalho desse autor):

- 1) A primeira hipótese corresponde a ignorar a rigidez da junta, considerando portanto, para os cálculos de Δ_c e Δ_v , respectivamente, os valores de vãos $h/2$ e $L/2$ para cada semi-vão correspondente. (Quando calcula Δ_c , supõe viga indeformada e, vice-versa, para cálculo de Δ_v supõe pilar indeformado).

Deste modo resultam:

$$\Delta_c = \frac{P_c h^3}{12EI_c}$$

$$\Delta_v = \frac{P_v L^3}{12EI_v}$$

- 2) A segunda hipótese corresponde a admitir que a junta é completamente rígida; portanto utiliza, respectivamente, os valores de vãos $h_c/2$ e $L_c/2$ para cada semi-vão (livre).

Deste modo resultam:

$$\Delta_c = \frac{P_c h_c^3}{12EI_c}$$

$$\Delta_v = \frac{P_v L_c^3}{12EI_v}$$

Embora a explicação contida nos parágrafos anteriores seja suficiente para o entendimento, reproduz-se em seguida, na Fig. 3.7, o que foi utilizado por TARANATH [14].

Comparando ambos os resultados das duas hipóteses, que divergem entre si, vê-se que a variação nas contribuições no deslocamento total, tanto em vigas como em colunas, pode em alguns casos atingir altos patamares; é por isso que alguns pesquisadores recomendam que a rigidez das juntas deve ser levada em consideração na análise estrutural, especialmente quando a largura dos pilares ou a altura das vigas for superior, aproximadamente, em 15 por cento do espaçamento entre os pilares ou a altura dos andares, respectivamente, vide FAKURY [8].

É indispensável mencionar aqui a existência de um outro fator que contribui no deslocamento total do pórtico; essa componente de deslocamento origina-se devido à deformação da junta, causada pelas altas tensões de corte que aparecem nas proximidades. No caso de um pórtico rígido, devido a que as dimensões das juntas são relativamente pequenas, comparadas com o comprimento de vigas e colunas, é de prática comum ignorar o efeito da deformação da junta, mas sua contribuição no deslocamento da estrutura, em edifícios altos com colunas pouco espaçadas e vigas altas, pode ser substancial, precisando-se de um estudo mais detalhado.

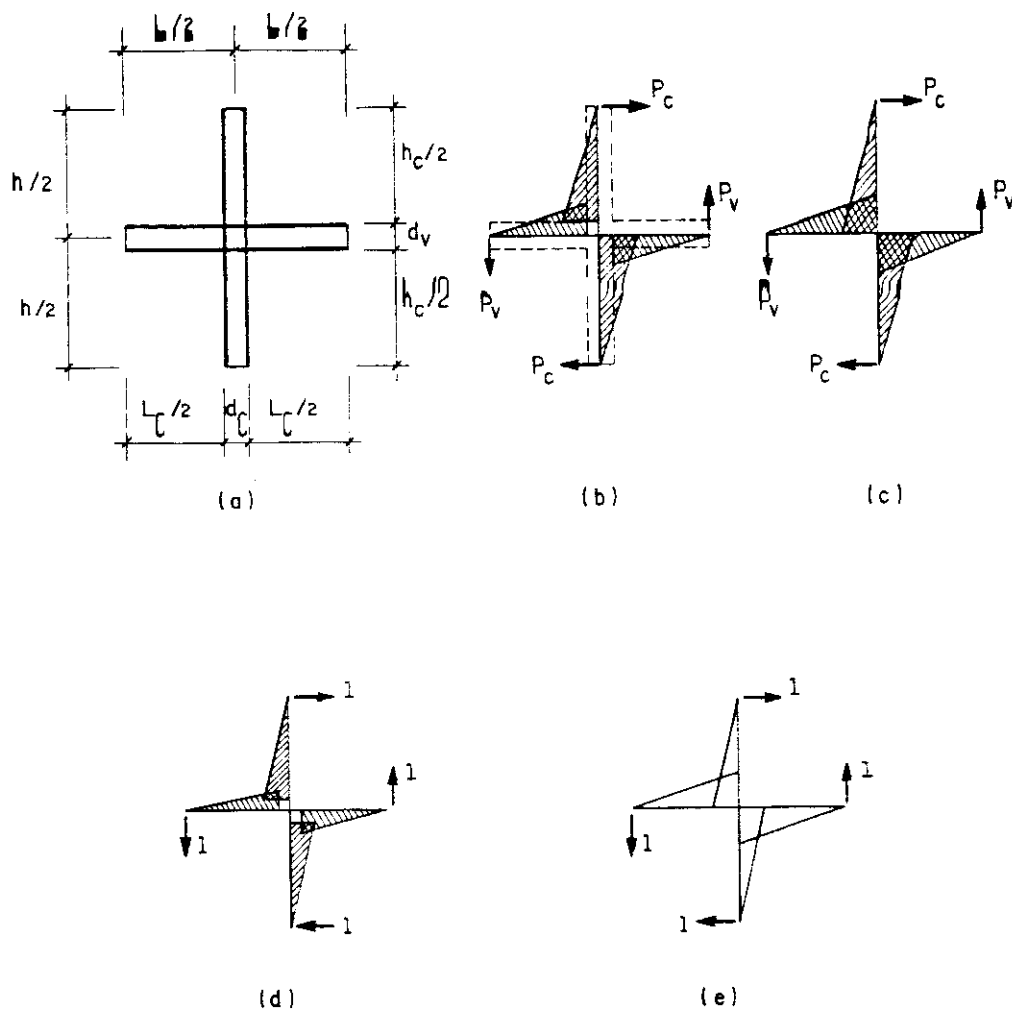


Fig. 3.7 - Segmento típico de pórtico: a) Geometria; b) Diagrama de momentos com a junta rígida; c) Diagrama de momentos sem a junta rígida; d) e e) Diagramas de momento para carga unitária.

3.2 - PAINEL PAREDE

O painel plano engastado em sua base e livre em sua extremidade superior de seção constante ao longo da altura, sem rigidez transversal, deformável predominantemente por momento fletor, já que a parcela devida ao esforço cortante é desprezada, denomina-se painel parede. Ajustam-se

nessa categoria de painel os pilares parede e os núcleos resistentes sob flexão segundo os eixos principais.

A figura 3.8 apresenta uma parede genérica, os carregamentos considerados, a deformada característica e a configuração de equilíbrio de um elemento diferencial. Será mantida a convenção de sinais adotada no pórtico.

Como consequência da consideração de equilíbrio pode-se obter as seguintes relações diferenciais:

$$\frac{dM_w}{dz} = - V_w \quad (3.14)$$

$$\frac{dV_w}{dz} = - q_w$$

logo:

$$\frac{d^2 M_w}{dz^2} = q_w \quad (3.15)$$

onde emprega-se o índice w para caracterizar grandezas relativas às paredes; V_w é a força cortante, q_w é a carga distribuída, M_w é o momento fletor e z é a coordenada vertical com origem na base do painel.

Desprezando-se o efeito da força cortante, a elástica da parede explicita-se segundo a clássica relação momento-curvatura, assim:

$$u_w'' = \frac{d^2 u_w}{dz^2} = \frac{M_w}{j_w} \quad (3.16)$$

onde: $j_w = E.J_w$ é o produto de rigidez à flexão da parede

M_w = momento fletor na parede, que é uma função conhecida de z

Agora, utilizando-se as relações (3.14) e (3.15) com j_w constante, tem-se:

$$V_w = -j_w U_w''' \quad (3.17)$$

$$Q_w = j_w U_w^{IV} \quad (3.18)$$

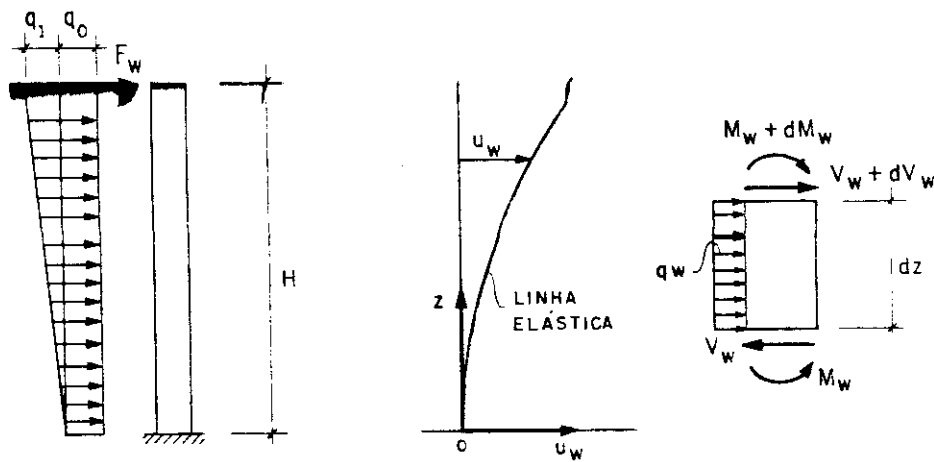


Fig. 3.8 - Painei parede

Por outro lado as condições de contorno relativas à parede são:

$$\begin{aligned} u_w(z=0) &= 0 \\ u_w'(z=0) &= 0 \\ u_w''(z=H) &= 0 \end{aligned} \quad (3.19)$$

onde a primeira e a segunda designam o engastamento da parede na base e a última indica a ausência de flexão no topo.

A integração da equação (3.17), levando em conta as condições de contorno dadas em (3.19) e para os tipos de carregamento indicados, dará os deslocamentos horizontais u_w :

a) Carga concentrada F_w no topo

$$u_w = \frac{F_w}{6j_w} (3H-z)z^2 \quad (3.20)$$

b) Carga uniforme q_0

$$u_w = \frac{q_0}{24j_w} (z^2 - 4Hz + 6H^2)z^2 \quad (3.21)$$

c) Carga linearmente distribuída q_1

$$u_w = \frac{q_1}{120Hj_w} (z^3 - 10H^2z + 20H^3)z^2 \quad (3.22)$$

Além disso as expressões (3.17) e (3.18) permitem obter o esforço cortante e a carga distribuída que atuam sobre a parede, uma vez conhecida sua elástica.

CAPÍTULO IV

ASSOCIAÇÃO PLANA DE PAINÉIS

No capítulo anterior estudou-se o comportamento estrutural isolado dos painéis básicos "pórtico" e "parede". É objetivo deste capítulo apresentar o estudo das várias situações em que pórticos e paredes, de comportamento isolado bastante diverso, se associam numa única estrutura e qual sua contribuição na rigidez global da estrutura.

4.1 - ASSOCIAÇÃO PLANA DE PAREDE E PÓRTICO POR BARRAS ARTICULADAS

A associação contínua de parede e pórtico por barras articuladas deu lugar a um novo tipo de painel que foi denominado por MANCINI [5], de "Painel Geral". No novo modelo estrutural as lajes são representadas por barras bi-articuladas, supostas perfeitamente rígidas no sentido axial, que ligam continuamente os painéis parede e pórtico, com as

características de rigidez relativas a cada painel e que foram já estabelecidas.

Observa-se através do trabalho de vários pesquisadores que o pórtico e a parede, uma vez associados, passam a ter um comportamento estrutural misto, já que a parede comporta-se melhor na base e o pórtico no topo, tendo o conjunto uma elástica mais uniforme, apresentando deformabilidade tanto por momento fletor quanto por força cortante. Além disso, o painel geral tem aumentada sua rigidez à ação das cargas laterais, como seria esperado.

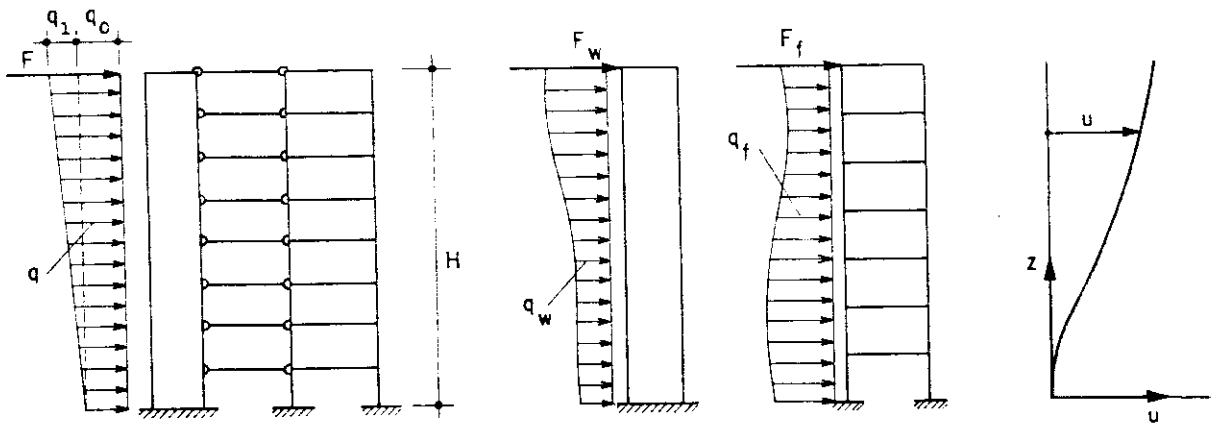


Fig. 4.1 - Associação plana de pórtico e parede

Mostra-se na figura 4.1, uma associação típica, o carregamento considerado, os quinhões que tocam a cada painel e a deformada elástica comum.

Com a ligação horizontal, dada pelas barras biarticuladas, haverá a colaboração simultânea dos dois painéis na absorção do carregamento; portanto os deslocamentos horizontais da parede (u_w) e do pórtico (u_f) podem ser considerados únicos, ou seja:

$$u_w = u_f = u \quad (4.1)$$

As condições de equilíbrio horizontal do conjunto estabelecem as seguintes relações:

$$F = F_f + F_w \quad (4.2)$$

$$V = V_f + V_w \quad (4.3)$$

$$q = q_f + q_w \quad (4.4)$$

Baseados na equação (4.1), levando-se em conta as relações constitutivas, dos painéis básicos envolvidos (expressões (3.3) e (3.17)) e substituindo na equação (4.3) obtém-se a equação diferencial que representa o equilíbrio da associação à ação do esforço cortante:

$$- j_w u''' + s_f u' = V \quad (4.5)$$

ou, ainda:

$$- u''' + k^2 u' = \bar{V} \quad (4.6)$$

onde:

$$k^2 = \frac{s_f}{j_w} \quad (4.7)$$

$$e \quad \bar{V} = \frac{V}{j_w} \quad (4.8)$$

As condições de contorno do conjunto são expressas por:

$$\begin{aligned} u(z=0) &= 0 \\ u'(z=0) &= 0 \\ u''(z=H) &= 0 \end{aligned} \quad (4.9)$$

onde as duas primeiras de (4.9) representam o engastamento do conjunto na base e a terceira deriva da ausência de flexão no topo do conjunto.

A resolução da equação diferencial (4.6), considerando as condições de contorno estabelecidas em (4.9), para os distintos casos de carregamento contemplados, dará:

a) Carga concentrada F no topo

$$u = C_1 + C_2 e^{kz} + C_3 e^{-kz} + \frac{F}{k^2 j_w} z \quad (4.10)$$

onde:

$$C_1 = \frac{F}{k^3 j_w} \left(\frac{-1 + e^{-2kH}}{1 + e^{-2kH}} \right) \quad (4.11)$$

$$C_2 = \frac{F}{k^3 j_w} \left(\frac{-e^{-2kH}}{1 + e^{-2kH}} \right) \quad (4.12)$$

$$C_3 = \frac{F}{k^3 j_w} \left(\frac{1}{1 + e^{-2kH}} \right) \quad (4.13)$$

b) Carga uniforme q_0

$$u = C_1 + C_2 e^{kz} + C_3 e^{-kz} + \frac{q_0}{k^2 j_w} \left(Hz - \frac{z^2}{2} \right) \quad (4.14)$$

onde:

$$C_1 = - \frac{q_0}{k^4 j_w} \left(\frac{kH + 2e^{-kH} - kHe^{-2kH}}{1 + e^{-2kH}} \right) \quad (4.15)$$

$$C_2 = \frac{q_0}{k^4 j_w} \left(\frac{e^{-kH} - kHe^{-2kH}}{1 + e^{-2kH}} \right) \quad (4.16)$$

$$C_3 = \frac{q_0}{k^4 j_w} \left(\frac{kH + e^{-kH}}{1 + e^{-2kH}} \right) \quad (4.17)$$

c) Carga linearmente distribuída q_1

$$u = C_1 + C_2 e^{kz} + C_3 e^{-kz} + \frac{q_1 z}{6k^2 j_w H} (3H^2 - z^2) \quad (4.18)$$

onde:

$$C_1 = \frac{q_1}{2k^4 j_w} \left(\frac{-kH - 4e^{-kH} + kHe^{-2kH}}{1 + e^{-2kH}} \right) \quad (4.19)$$

$$C_2 = \frac{q_1}{2k^4 j_w} \left(\frac{2e^{-kH} - kHe^{-2kH}}{1 + e^{-2kH}} \right) \quad (4.20)$$

$$C_3 = \frac{q_1}{2k^4 j_w} \left(\frac{kH + 2e^{-kH}}{1 + e^{-2kH}} \right) \quad (4.21)$$

Uma vez conhecida a equação da elástica, para os três casos de carregamento analisados, os esforços na parede (M_w , V_w e q_w) e no pórtico (V_f , q_f e M_f) podem ser facilmente obtidos, com base nas equações (3.1), (3.3), (3.14) e (3.17).

4.2 - PAREDES UNIDAS POR LINTÉIS

(FERREIRA [7] apresentou este método que não leva em conta as deformações axiais das paredes)

Observa-se na figura 4.2 duas paredes unidas por lintéis, submetidas ao efeito de cargas horizontais. Os lintéis estão perfeitamente engastados nas paredes e devido ao efeito da carga lateral são elementos que estão submetidos a flexão composta. Para converter o sistema em estaticamente determinado as duas paredes são separadas, e a presença dos lintéis é representada através de ações elásticas, m_1 e m_2 nas paredes 1 e 2, respectivamente, consideradas distribuídas continuamente ao longo dos seus eixos, caracterizando uma vez mais a técnica contínua.

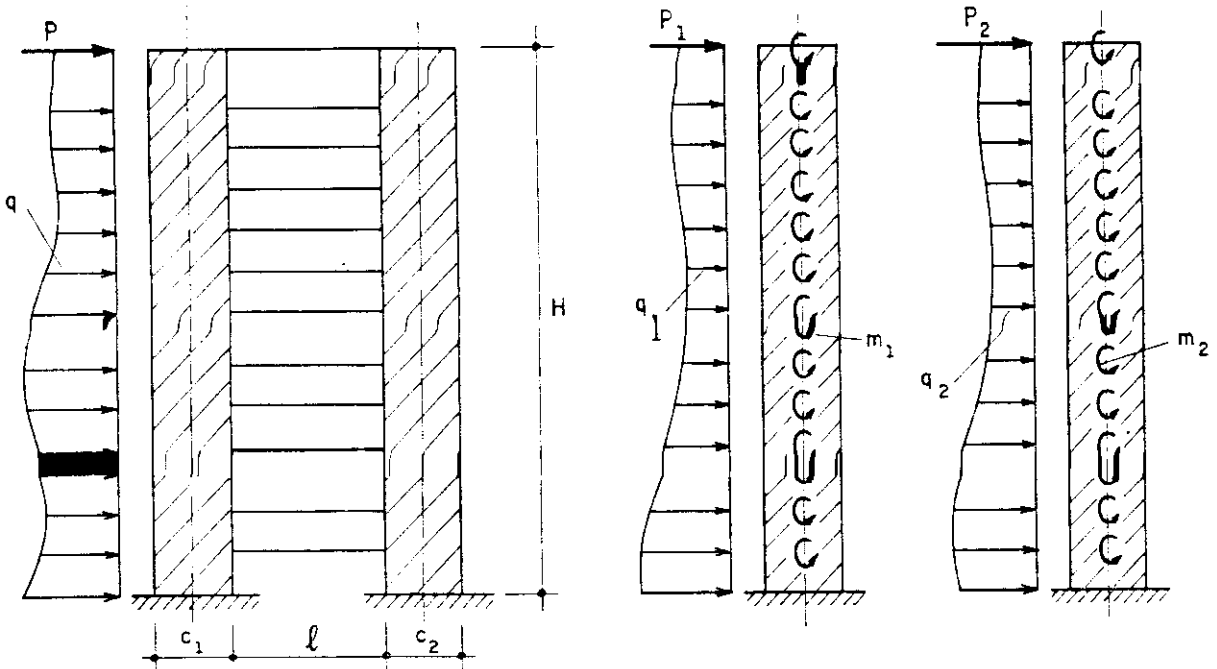


Fig. 4.2 - Duas paredes unidas por lintéis

A presença dos lintéis originará também interações verticais com as paredes sendo estas reproduzidas através de cargas verticais aplicadas nos centros de gravidade das paredes e distribuídas uniformemente ao longo da altura, produzindo forças normais nas paredes (supostas indeformáveis axialmente).

A análise da condição de equilíbrio de um elemento genérico de parede 1 e parede 2 de altura dz fornece:

$$\frac{dM_1}{dz} = -V_1 + m_1 \quad (4.22)$$

$$\frac{dM_2}{dz} = -V_2 + m_2$$

Desprezando-se as deformações devidas ao esforço cortante, os momentos fletores nas paredes 1 e 2, de acordo com a equação (3.16) serão, respectivamente:

$$M_1 = j_1 u'' \quad (4.23)$$

$$M_2 = j_2 u''$$

Para a determinação dos momentos distribuídos m_1 e m_2 nas paredes 1 e 2, respectivamente, utilizam-se as expressões de CARDAN [13], que, desprezando a deformação por cortante, podem ser expressadas como:

$$m_1 = r_1 u' \quad (4.24)$$

$$m_2 = r_2 u'$$

onde:

$$r_1 = 6E\bar{k}_1 \left(1 + \frac{c_1 + c_2}{2\ell_1}\right) \left(1 + \frac{c_1}{\ell_1}\right) \quad (4.25)$$

$$r_2 = 6E\bar{k}_1 \left(1 + \frac{c_1 + c_2}{2\ell_1}\right) \left(1 + \frac{c_2}{\ell_1}\right)$$

$$\bar{k}_1 = \frac{k_1}{h}, \quad k_1 = \frac{j}{\ell_1}$$

c_1 = espessura de parede ($i=1$ ou 2), ℓ_1 = comprimento do lintel.

Substituindo os valores de m_1 , m_2 , M_1 e M_2 nas equações (4.22) pode-se determinar as forças cortantes nas paredes 1 e 2, ou seja:

$$V_1 = -j_1 u''' + r_1 u' \quad (4.26)$$

$$V_2 = -j_2 u''' + r_2 u'$$

Por equilíbrio, a força cortante externa V se escreve:

$$V = V_1 + V_2 = - (j_1 + j_2)u''' + (r_1 + r_2)u'$$

ou ainda:

$$V = - j_g u''' + r_g u' \quad (4.27)$$

Essa é a equação diferencial que representa o equilíbrio horizontal da estrutura formada por duas paredes ligadas por lintéis onde:

$$j_g = j_1 + j_2 \quad (\text{é a soma de rigidez das paredes})$$

$$r_g = r_1 + r_2 \quad (\text{é o parâmetro de rigidez devido à contribuição dos lintéis})$$

4.3 - ASSOCIAÇÃO PLANA DE PAREDES UNIDAS POR LINTÉIS (Método de ALBIGÉS e GOULET [11])

Nas últimas duas décadas vários foram os pesquisadores que, com a utilização da chamada técnica contínua, desenvolveram trabalhos para uma melhor compreensão do comportamento básico da associação plana de paredes unidas por lintéis, submetidas à ação de carga lateral; entre os mais importantes pode-se mencionar os trabalhos de ALBIGÉS M. e GOULET J. [11], COULL e CHOUDHOURY [16], ROSMAN [17] e outros.

Nesta parte do trabalho apresenta-se o método desenvolvido por Albigés M. e Goulet J., com algumas pequenas variações, tentando obter uma maior precisão nos resultados.

A associação de paredes unidas por lintéis é também conhecida como "paredes com aberturas" (denominada assim por Albigés M. e Goulet J.) e é segundo o tamanho da abertura que se pode diferenciar a importância do efeito dos lintéis, quando a parede é solicitada pela carga lateral. Existem três casos de paredes com aberturas, os quais podem distinguir-se da seguinte forma: (fig. 4.3).

- 1) Paredes com pequenas aberturas ($\alpha \geq 10$)
- 2) Paredes com aberturas médias ($1 < \alpha < 10$)
- 3) Paredes com grandes aberturas ($\alpha \leq 1$)
(α Será definido no item 4.3.2)

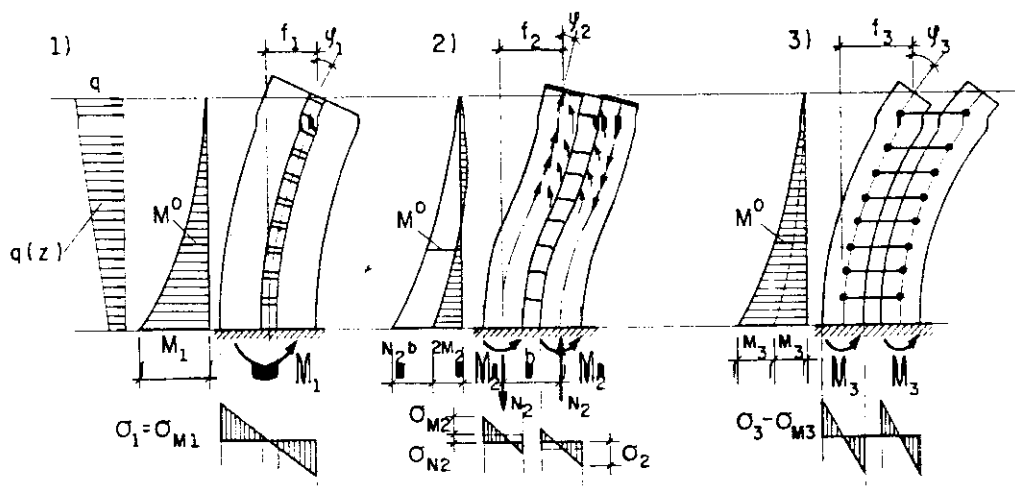


Fig. 4.3 - Comportamento estrutural de: 1) Parede com pequenas aberturas; 2) Parede com aberturas médias; 3) Parede com grandes aberturas.

4.3.1 - Paredes com pequenas aberturas

Neste caso, dada a grande rigidez dos lintéis a estrutura toda atua como uma parede sólida. Na estrutura deslocada os lintéis permanecem retos sem sofrer grandes deformações, ficando dirigidos ao longo do raio de curvatura da estrutura deformada.

A notação a ser utilizada na análise será:

C.G. = Centro de gravidade de toda a seção.

J = Momento de Inércia de toda a seção em relação a C.G.

M_s = Momento estático em relação a C.G. da parte da seção situada de um lado da estrutura.

V = Força cortante em determinado lintel.

T = Força cortante média, sobre toda a parede, igual à resultante das forças horizontais atuantes acima do nível considerado.

h = Altura do andar

e = Espessura da parede

M = Momento fletor total em um determinado nível

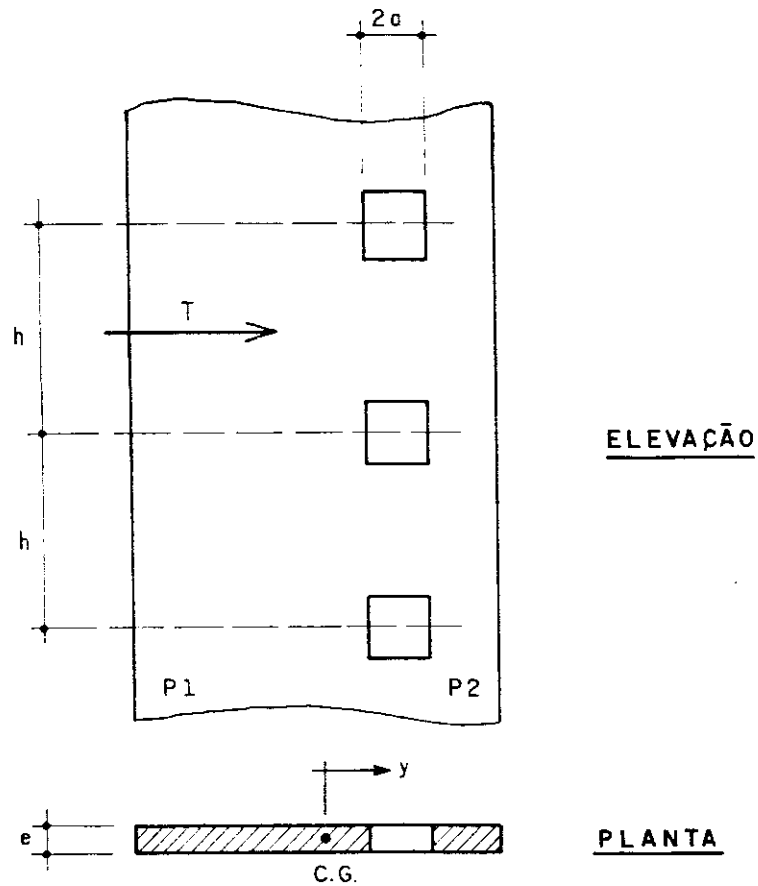


Fig. 4.4 - Elevação e planta de um trecho de parede.

A figura 4.4 mostra uma parte de parede em elevação e uma seção transversal na altura de uma abertura.

Já que a abertura é pequena, é possível obter V como resultante das tensões τ que agiriam sobre um consolo de alma cheia, dentro da faixa de altura h , da seguinte forma:

$$V = \tau e h = \frac{TM_s}{eJ} \cdot e h$$

(4.28)

$$V = \frac{TM_s h}{J}$$

O momento fletor, oriundo das forças horizontais atuantes acima do nível considerado, origina tensões na parede dadas por:

$$\sigma = \frac{M}{J} y$$

onde y é a ordenada horizontal medida a partir do C.G. (fig. 4.5).

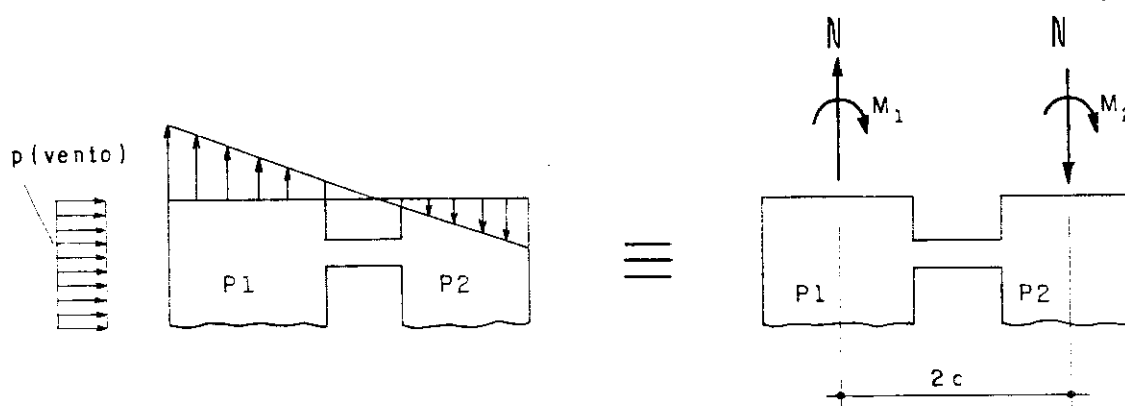


Fig. 4.5 - Diagrama de tensões normais na parede devidas às cargas laterais e as solicitações equivalentes nos trechos de parede.

4.3.2 - Paredes com aberturas médias

Esse é o caso mais comum, no qual os lintéis com portam-se elasticamente, sofrendo deformações por momento fletor e esforço cortante, quer dizer momentos fletores e forças de corte aparecem nos pontos onde os lintéis estão rigidamente unidos às paredes.

O princípio básico do método, apresentado a seguir, reduz-se a substituir o efeito dos lintéis, que ligam as paredes em cada andar, por uma ação uniformemente distribuída ao longo da altura da estrutura. A equação diferencial que descreve o comportamento estrutural da associação é obtida em função da consideração das hipóteses básicas da técnica contínua. Além delas, pode-se supor

que: os pontos de inflexão nos lintéis ocorrem no meio do vão desses elementos; desprezando-se as deformações devidas ao esforço normal nos lintéis, as paredes sofrem o mesmo deslocamento horizontal ao nível de cada andar, resistindo às cargas laterais em proporção a sua rigidez. Em seguida descreve-se brevemente o processo de análise adotado. Os lintéis, ou vigas de conexão entre as paredes, de rigidez finita j são substituídos por uma conexão imaginária contínua ou meio contínuo, fig. 4.6. A rigidez equivalente distribuída em um andar de altura h , é j/h ; portanto a rigidez para uma altura dz será jd_z/h . Quando a estrutura está sob o efeito da ação lateral, as paredes se deslocam induzindo forças verticais de corte no meio contínuo. O sistema transforma-se em estaticamente determinado ao separar ambas as paredes, fazendo-se um corte no meio dos lintéis ao longo da altura da estrutura, já que nesses pontos o momento fletor é nulo (chamados também pontos de inflexão). Em seguida o

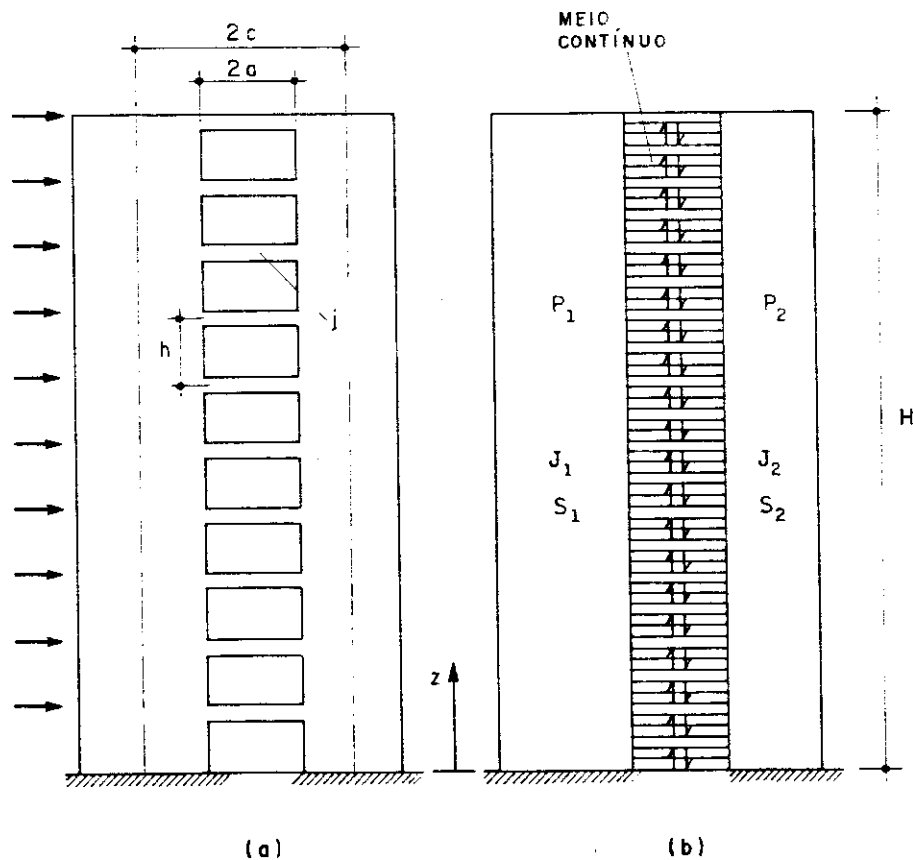


Fig. 4.6 - Análise de duas paredes ligadas por lintéis pela técnica contínua.

deslocamento de cada parede é determinado, ou seja mediante a consideração da condição de compatibilidade de deformações no meio contínuo, uma equação diferencial de segunda ordem, com a força cortante vertical no lintel como variável, é estabelecida. A solução dessa equação diferencial, para as condições de contorno apropriadas (a base rigidamente engastada é a mais comum) permite determinar a força cortante no lintel a qualquer altura, e baseados nesse parâmetro os momentos fletores nas paredes podem ser obtidos. Posteriormente a elástica da estrutura deformada pode ser determinada fazendo-se os cálculos necessários.

A notação a ser utilizada no desenvolvimento do método é a seguinte:

S_1 e S_2 = Áreas das seções das paredes 1 e 2

J_1 e J_2 = Momentos de inércia das paredes 1 e 2 em relação aos seus respectivos centros de gravidade

H = altura total da parede

E = módulo de Elasticidade do material das paredes

E_ℓ = módulo de Elasticidade do lintel

$2a$ = largura da abertura (ou distância entre as seções de engastamento dos lintéis nas paredes)

$2c$ = distância entre os centros de gravidade das paredes

b_1 = distância entre o centro de gravidade da parede 1 até a seção de engastamento do lintel na parede 1

b_2 = distância entre o centro de gravidade da parede 2 até a seção de engastamento do lintel na parede 2

q = carga lateral uniformemente distribuída

N_1 e N_2 = esforço Normal que atua nas paredes 1 e 2, respectivamente

M_1 e M_2 = Momento fletor que atua nas paredes 1 e 2, respectivamente

T_1 e T_2 = esforço cortante que ocorre nas paredes 1 e 2 respectivamente

A'_ℓ = Área efetiva de corte da seção transversal do lintel

A_ℓ = Área da seção transversal do lintel

G_ℓ = Módulo de Rigidez transversal do lintel

j' = Momento de inércia do lintel

j = momento de inércia do lintel, reduzido para levar em conta o efeito da deformação por corte no lintel

A força cortante V/h atuando ao longo do eixo vertical da parede é determinada mediante a consideração do deslocamento relativo entre as duas paredes.

Sob o efeito das cargas laterais os dois extremos do lintel no ponto de corte experimentam deslocamentos verticais resultantes das contribuições de δ_1 , δ_2 , δ_3 e δ_4 como mostra a figura 4.7.

O deslocamento relativo δ_1 devido à flexão de cada elemento de parede mostrado na fig. 4.7.a, está explicitado por:

$$\delta_1 = 2c \frac{du}{dz} \quad (4.29)$$

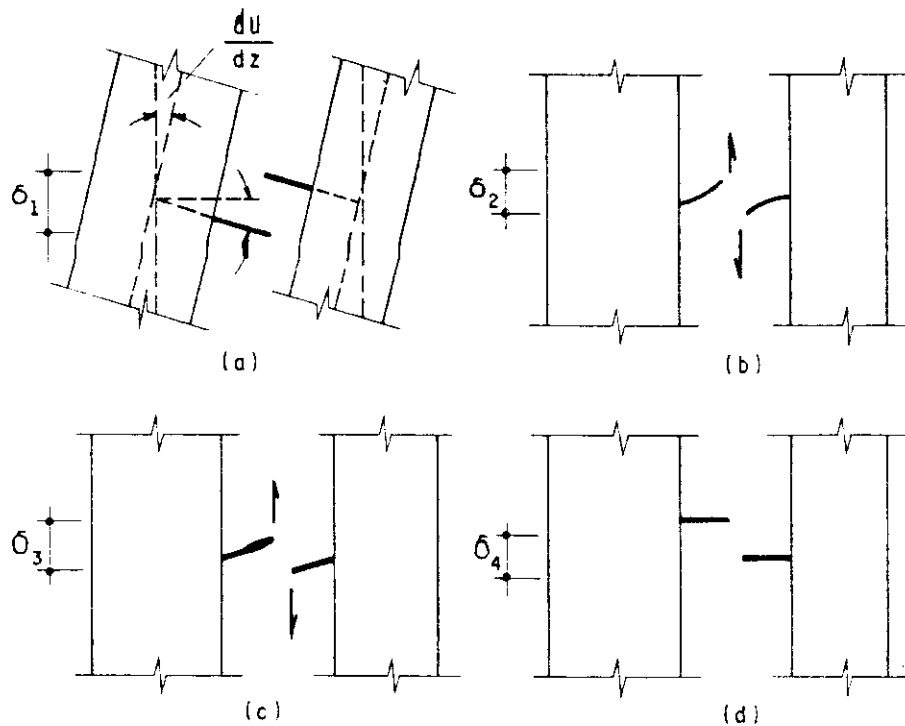


Fig. 4.7 - a) deslocamento do lintel devido a rotação da parede; b) deslocamento do lintel devido a flexão do lintel; c) deslocamento do lintel devido ao esforço cortante no lintel; d) deslocamento do lintel devido a tração e compressão nas paredes.

A força cortante V atuando em cada andar no meio do lintel produz o deslocamento relativo δ_2 mostrado na fig. 4.7.b, devido à flexão dos lintéis e pode ser escrito como:

$$\delta_2 = \frac{2}{3} \frac{a^3 V}{E_{\ell} j} \times j' \quad (4.30)$$

A mesma força cortante V produz a deformação por cortante δ_3 (fig. 4.7.c) no lintel e pode ser expressada como:

$$\delta_3 = \frac{2aV}{G_{\ell} A'_{\ell}} \quad (4.31)$$

onde para seções retangulares a área efetiva de corte da seção transversal A_{ℓ} pode ser considerada como:

$$A'_{\ell} = \frac{A_{\ell}}{1,2} \quad (4.32)$$

e substituindo (4.32) em (4.31) δ_3 se transforma em:

$$\delta_3 = \frac{2,4 \text{ a.V}}{G_\ell A_\ell} \quad (4.33)$$

O deslocamento relativo δ_4 das duas paredes, mostrado na fig. 4.7.d, devido à deformação axial das paredes é causada pelo esforço cortante V/n atuando como carga vertical sobre os elementos de parede.

Assim o incremento de comprimento da parede 1 é:

$$\int_0^z \frac{N_1}{S_1 E} dz \quad (4.34)$$

Igualmente o encurtamento axial da parede 2 é:

$$\int_0^z \frac{N_2}{S_2 E} dz \quad (4.35)$$

Portanto o deslocamento relativo δ_4 pode ser expresso como:

$$\delta_4 = \frac{1}{ES_2} \int_0^z N_2 dz - \frac{1}{ES_1} \int_0^z N_1 dz \quad (4.36)$$

Já que as paredes estão unidas pelos lintéis, a condição de compatibilidade estipula que o deslocamento relativo total deve anular-se, ou seja:

$$\delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \delta_4 = 0 \quad (4.37)$$

Substituindo nessa equação as expressões dos deslocamentos relativos acima explicitados vamos ter:

$$2c \frac{du}{dz} - \frac{2}{3} \frac{a^3 V}{E_\ell j'} - \frac{2,4 \text{ a.V}}{G_\ell A_\ell} - \frac{1}{ES_1} \int_0^z N_1 dz + \frac{1}{ES_2} \int_0^z N_2 dz = 0 \quad (4.38)$$

Colocando em evidência u' tem-se:

$$2cu' = \frac{2}{3} \frac{a^3 V}{E_\ell j'} + \frac{2,4aV}{G_\ell A_\ell} + \frac{1}{ES_1} \int_0^z N_1 dz - \frac{1}{ES_2} \int_0^z N_2 dz \quad (4.39)$$

Os dois primeiros termos do lado direito dessa equação, que pertencem ao deslocamento por flexão e por corte do lintel, podem ser combinados dentro de um único termo, mediante a redução do momento de inércia do lintel, para incluir o efeito da deformação por corte. O momento de inércia reduzido j está dado pela seguinte relação:

$$j = \frac{j'}{1+2,4(d/2a)^2(1+\nu)} \quad (4.40)$$

onde:

\bar{d} = altura da seção transversal do lintel

ν = relação de Poisson do material do lintel

$2a$ = comprimento da abertura

Fazendo uso da relação (4.40) a equação (4.39) se reduz a:

$$2cu' = \frac{2}{3} \frac{a^3 V}{E_\ell j} + \frac{1}{ES_1} \int_0^z N_1 dz - \frac{1}{ES_2} \int_0^z N_2 dz \quad (4.41)$$

derivando sucessivamente:

$$2cu'' = \frac{2}{3} \frac{V'a^3}{E_\ell j} - \frac{N_2}{ES_2} + \frac{N_1}{ES_1} \quad (4.42)$$

$$2cu''' = \frac{2}{3} \frac{V''a^3}{E_\ell j} - \frac{1}{ES_2} \frac{dN_2}{dz} + \frac{1}{ES_1} \frac{dN_1}{dz} \quad (4.43)$$

Por outro lado a derivação da equação geral $u''EI = M$ para cada parede fornece:

$$u'''' EJ_1 = \frac{dM_1}{dz} \quad (4.44)$$

$$u'''' EJ_2 = \frac{dM_2}{dz} \quad (4.45)$$

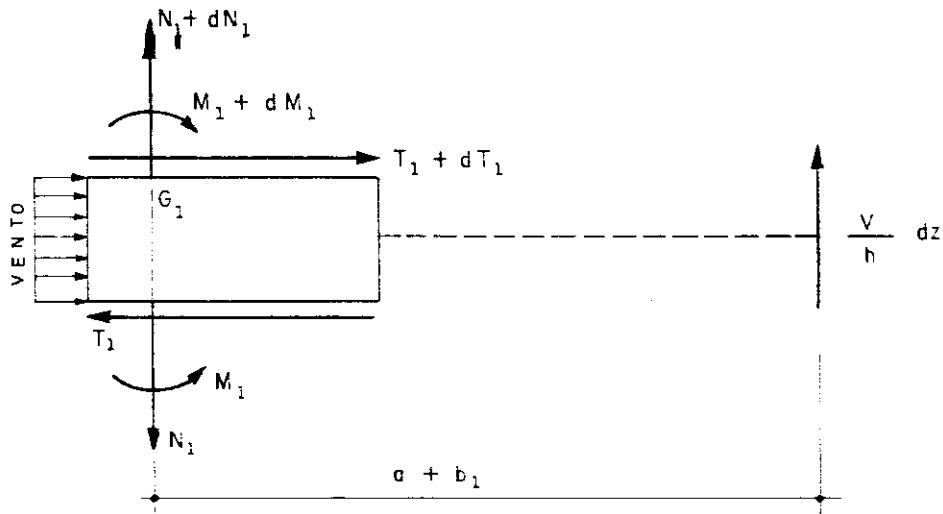


Fig. 4.8

A figura 4.8 mostra a configuração de equilíbrio para um elemento da parede 1 de altura dz .

Pela condição de equilíbrio pode-se escrever as seguintes relações para a parede 1:

$$\frac{dN_1}{dz} = - \frac{V}{h} \quad (4.46)$$

$$\frac{dM_1}{dz} = - T_1 + \frac{V}{h} (a+b_1) \quad (4.47)$$

Para a parede 2 será:

$$\frac{dN_2}{dz} = \frac{V}{h} \quad (4.48)$$

$$\frac{dM_2}{dz} = -T_2 + \frac{V}{h} (a+b_2) \quad (4.49)$$

Somando-se (4.47) e (4.49) e substituindo (4.44) e (4.45) obtêm-se:

$$u'''E(J_1+J_2) = -T + (2a+b_1+b_2) \frac{V}{h} = -T + 2c \frac{V}{h} \quad (4.50)$$

onde $T = T_1 + T_2$ é a força cortante total na parede ao nível de cota z .

Colocando em evidência u''' nas equações (4.43) e (4.50) e igualando ambas expressões tem-se:

$$\frac{2}{3} \frac{a^3 V''}{E_{\ell} j \cdot 2c} - \frac{1}{Eh2c} \left(\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2} \right) V = - \frac{T+2c \frac{V}{h}}{E(J_1+J_2)} \quad (4.51)$$

Fazendo operações obtem-se a equação:

$$V'' - \frac{3E_{\ell} j}{2a^3 h E} \left(\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2} + \frac{(2c)^2}{J_1+J_2} \right) V = - \frac{3E_{\ell} j}{2a^3 E} \frac{2c}{(J_1+J_2)} T \quad (4.52)$$

Lembrando que:

$$M_s = \frac{2c}{\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2}} \quad (4.53)$$

e

$$J = J_1 + J_2 + 2M_s c \quad (4.54)$$

e fazendo:

$$w^2 = \frac{3E_c J}{a^3 E} \cdot \frac{c}{J_1 + J_2} \cdot \frac{J}{M_s h} \quad (4.55)$$

a equação (4.52) pode ser reescrita assim:

$$V'' - w^2 V = - w^2 \frac{M_s h}{J} T \quad (4.56)$$

Por outra parte, as ações horizontais são supostas uniformemente distribuídas, ou seja o esforço cortante médio na parede será:

$$T = T_0 \left(1 - \frac{z}{H}\right) \quad (4.57)$$

onde:

$$T_0 = q \cdot H$$

Reescrevendo a equação (4.56), substituindo o parâmetro T dado na equação (4.57) tem-se:

$$V'' - w^2 V = - w^2 \frac{M_s h}{J} T_0 \left(1 - \frac{z}{H}\right) \quad (4.58)$$

que é a equação diferencial de segunda ordem que define o comportamento estrutural da associação de paredes unidas por lintéis. A solução geral dessa equação está dada por:

$$V = C_1 e^{wz} + C_2 e^{-wz} + \frac{M_s h}{J} T_0 \left(1 - \frac{z}{H}\right) \quad (4.59)$$

cujas constantes de integração C_1 e C_2 são determinadas com base nas condições de contorno do problema, as quais estão dadas por: em $z = 0 \rightarrow u' = 0$ e $V = 0$

$$\text{em } z = H \rightarrow u'' = 0, \quad N = 0 \quad \text{e} \quad V' = 0$$

(4.60)

Define-se as variáveis adimensionais α e ξ da seguinte forma:

$$\alpha = \frac{wH}{c} \quad (4.61)$$

$$\xi = \frac{z}{H} \quad (4.62)$$

ou seja: $wz = \alpha \xi$ (4.63)

Determinadas as constantes C_1 e C_2 e utilizando as variáveis adimensionais dadas por (4.61) e (4.62) pode-se reescrever a solução geral da equação (4.52) assim:

$$v = T_0 \frac{M_s h}{J} \left\{ 1 - \xi - \frac{\alpha \cosh[\alpha(1-\xi)] - \sinh(\alpha\xi)}{\alpha \cosh \alpha} \right\} \quad (4.64)$$

Para a determinação dos momentos fletores M_1 e M_2 nas paredes 1 e 2, respectivamente, faz-se uso da proporcionalidade entre esses momentos e os momentos de inércia correspondentes, dada pela relação:

$$u'' = \frac{M_1}{EJ_1} = \frac{M_2}{EJ_2} \quad (4.65)$$

Por outra parte o esforço normal na estrutura pode ser expresso como:

$$N = \int_z^H \frac{V}{h} dz \quad (4.66)$$

Com ajuda das duas expressões anteriores chega-se a:

$$\frac{M_1}{J_1} = \frac{M_2}{J_2} = \frac{M_1 + M_2}{J_1 + J_2} = \frac{M - \frac{2c}{h} \int_z^H V dz}{J_1 + J_2} \quad (4.67)$$

Integrando a equação (4.64) temos:

$$\int_z^H Vdz = T_0 \frac{M_{sh}}{J} \left\{ \frac{1}{2} (1-\xi)^2 - \frac{\sinh[\alpha(1-\xi)]}{\alpha \cosh \alpha} + \frac{1}{\alpha^2} \left(1 - \frac{\cosh(\alpha\xi)}{\cosh \alpha} \right) \right\} \quad (4.68)$$

Simbolizando a expressão entre chaves com ϕ na equação (4.68) fica-se com:

$$\int_z^H Vdz = T_0 \frac{M_{sh}}{J} \cdot \phi \quad (4.69)$$

O momento fletor M devido às cargas laterais ao nível z pode ser escrito como:

$$M = \frac{q(H-z)^2}{2} = \frac{qH^2}{2} \left(1 - \frac{z}{H} \right)^2 = T_0 \frac{H}{2} \left(1 - \frac{z}{H} \right)^2$$

$$M = \frac{T_0 H}{2} (1-\xi)^2 \quad (4.70)$$

Substituindo as equações (4.69) e (4.70) na equação (4.67) determina-se as expressões para os momentos M_1 e M_2 dadas por:

$$M_1 = \frac{J_1}{J_1+J_2} T_0 H \left(\frac{(1-\xi)^2}{2} - \frac{2cM_s \phi}{J} \right) \quad (4.71)$$

$$M_2 = \frac{J_2}{J_1+J_2} T_0 H \left(\frac{(1-\xi)^2}{2} - \frac{2cM_s \phi}{J} \right) \quad (4.72)$$

A seguir determina-se a elástica da estrutura deformada da seguinte forma:

Eliminando V da equação (4.50) e substituindo na equação (4.43) tem-se:

$$u'''' = \frac{2c}{w^2 E(J_1 + J_2)} \cdot \frac{V''}{h} - \frac{T_o}{EJ} (1 - \xi)$$

Integrando sucessivamente tem-se:

$$u'' = \frac{2c}{w^2 E(J_1 + J_2)} \frac{V'}{h} - \frac{T_o H}{EJ} \left(\xi - \frac{1}{2} \xi^2 \right) + C_1$$

para $\xi = 1$ tem-se $u'' = 0$ porque $M = 0$, Então $C_1 = \frac{1}{2} \frac{T_o H}{EJ}$.

Assim:

$$u' = \frac{2c}{w^2 E(J_1 + J_2)} \frac{V}{h} - \frac{T_o H}{EJ} \left(-\frac{1}{2} \xi + \frac{1}{2} \xi^2 - \frac{1}{6} \xi^3 \right)$$

Finalmente:

$$u = \frac{2c}{w^2 E(J_1 + J_2)} \frac{1}{h} \int V dz - \frac{T_o H}{EJ} \left(-\frac{1}{4} \xi^2 + \frac{1}{6} \xi^3 - \frac{1}{24} \xi^4 \right) + C_2$$

Substituindo V pelo valor dado em (4.68) e levando em conta que para $\xi = 0$ $u = 0$, o que permite determinar o valor de C_2 , a equação da elástica será:

$$u = \frac{T_o H^3}{E(J_1 + J_2)} \frac{2M_s c}{J} \frac{\phi(o) - \phi(\xi)}{\alpha^2} + \frac{T_o H^3}{24EJ} (6\xi^2 - 4\xi^3 + \xi^4) \quad (4.73)$$

O deslocamento no topo da estrutura, que é um caso particular da anterior equação, e considerando que para $\xi = 1 \rightarrow u = f$, é:

$$f = \frac{T_o H^3}{E(J_1 + J_2)} \frac{2M_s c}{J} \frac{\phi(o)}{\alpha^2} + \frac{T_o H^3}{8EJ} \quad (4.74)$$

4.3.3 - Paredes com grandes aberturas

Nesse caso a rigidez dos lintéis é muito pequena e portanto ~~passa-se a~~ considerá-los como articulados nas paredes. Essa consideração leva a desprezar o momento produzido pelos lintéis e a força normal que aparece nas paredes.

Desta forma o esforço cortante distribui-se proporcionalmente à rigidez das paredes ou seja:

$$T_1 = T \cdot \frac{J_1}{J_1 + J_2} \quad (4.75)$$

$$T_2 = T \cdot \frac{J_2}{J_1 + J_2} \quad (4.76)$$

Por outro lado o momento total M será a soma dos momentos M_1 e M_2 recebidos pelas paredes. Portanto:

$$\frac{M_1}{J_1} = \frac{M_2}{J_2} = \frac{M}{J_1 + J_2} \quad (4.77)$$

Conclue-se que nesse caso a estrutura funciona como se fossem duas paredes justapostas lado a lado, recebendo, cada uma, esforços M e V proporcionais a seus momentos de inércia.

4.4 - PÓRTICOS COM PAREDES UNIDOS POR LINTÉIS

Examinando os casos estudados nos itens anteriores vê-se que ainda existe uma outra possibilidade de associação entre pórtico e parede, que é chamada de associação de pórtico e parede unidos por lintéis (fig. 4.9). O equacionamento desta associação é similar ao da associação de pórticos com paredes unidas por barras articuladas e que é apresentado a seguir.

A equação de uma parede com lintéis está dada por:

$$V_w = - j_g u''' + m \quad (4.78)$$

onde:

$$m = r_g \cdot u' \quad (4.79)$$

E a equação que representa um pórtico é:

$$V_f = s_g u' \quad (4.80)$$

A equação de equilíbrio do conjunto será:

$$V = V_w + V_f \quad (4.81)$$

Portanto a equação diferencial da associação resulta:

$$V = - j_g u''' + s_g^* u' \quad (4.82)$$

onde:

$$s_g^* = r_g + s_g \quad (4.83)$$

Pode-se observar que a equação obtida que representa a associação de pórticos e paredes unidos por lintéis é muito parecida com aquela que representa a associação de pórticos e paredes unidos por barras articuladas; a principal diferença está no parâmetro s_g^* , que representa a contribuição à força cortante das prumadas de pilares dos pórticos na rigidez s_g e a contribuição dos lintéis mediante o parâmetro r_g que é a rigidez as rotações u' impostas as paredes pelos lintéis.

Note-se que qualquer associação de pórticos e paredes caracterizada pelos parâmetros j_g e s_g^* é equivalente à associação de uma parede e um pórtico (com rigidez $s_g^* = s_g$) unidos por barras articuladas.

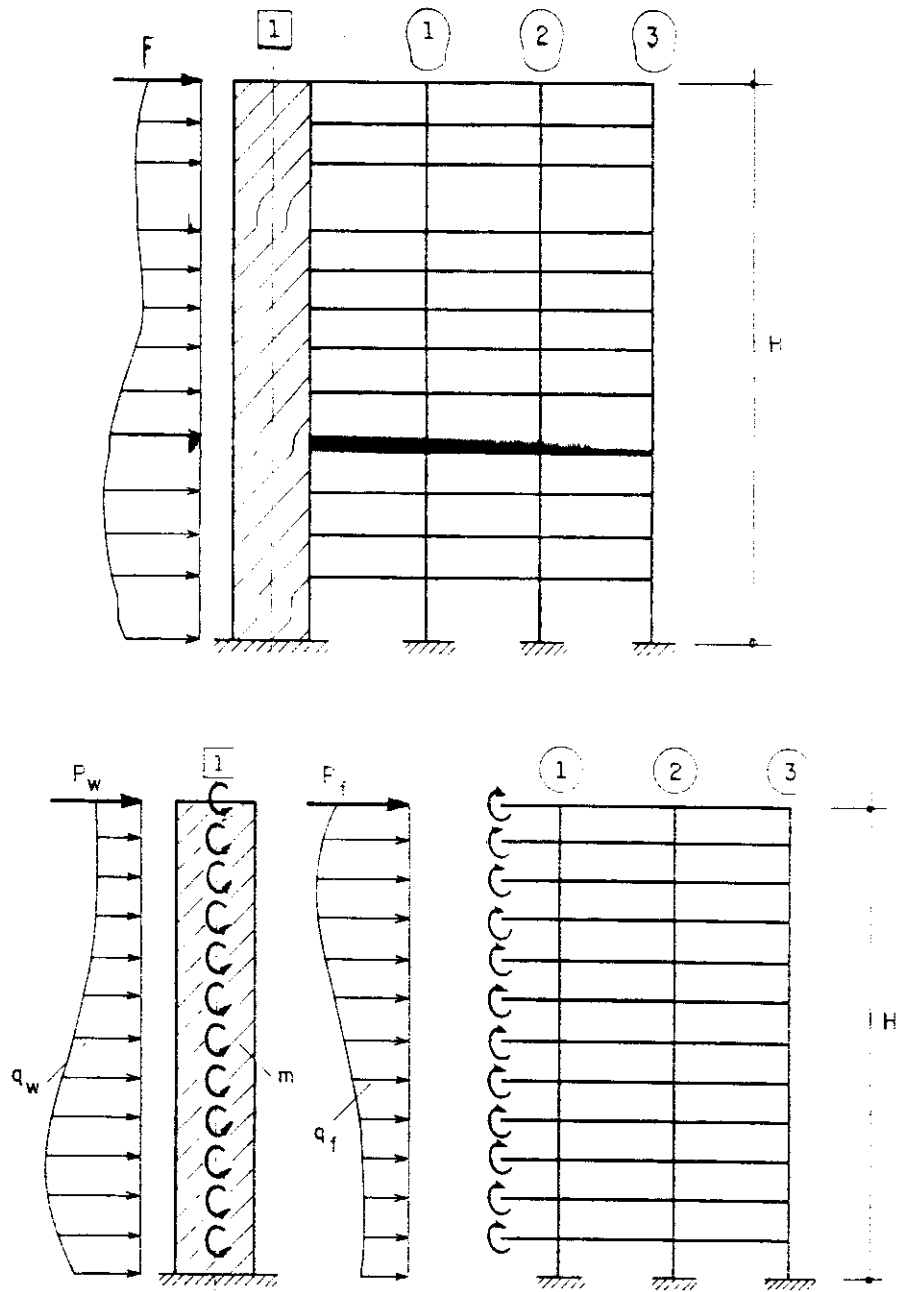


Fig. 4.9 - Pórtico e parede ligados por lintéis

CAPÍTULO V

ANÁLISE CONTÍNUA DE ESTRUTURAS DE PLANTA POLIGONAL REGULAR

5.1 - TIPOS DE EDIFÍCIOS A SEREM ANALISADOS

O tipo básico de edifício para análise neste capítulo é aquele com planta em forma de polígono regular, em cujos vértices estão localizados os eixos dos pilares, apresentando simetrias em relação a planos verticais que contêm o eixo do edifício.

Uma das características mais importantes desse tipo de edifícios é que, pela sua geometria, possibilitam aos usuários extensa visão paisagista resultando, além disso, por sua arquitetura, em edificações de grande valor estético.

Além da estrutura periférica, formada por pilares e vigas que os interligam, o edifício pode ter uma outra ou várias estruturas paralelas à periférica; formadas também por pilares e vigas. Ainda outra possibilidade é de que o edifício possua núcleo formado por paredes de planta circular unidas por lintéis curvos, ou paredes retas, unidas por

lintéis também retos, formando um núcleo de planta circular ou de planta poligonal, dotado de aberturas, utilizadas para as saídas dos elevadores, ou como ingressos aos poços de escadas (fig. 5.1).

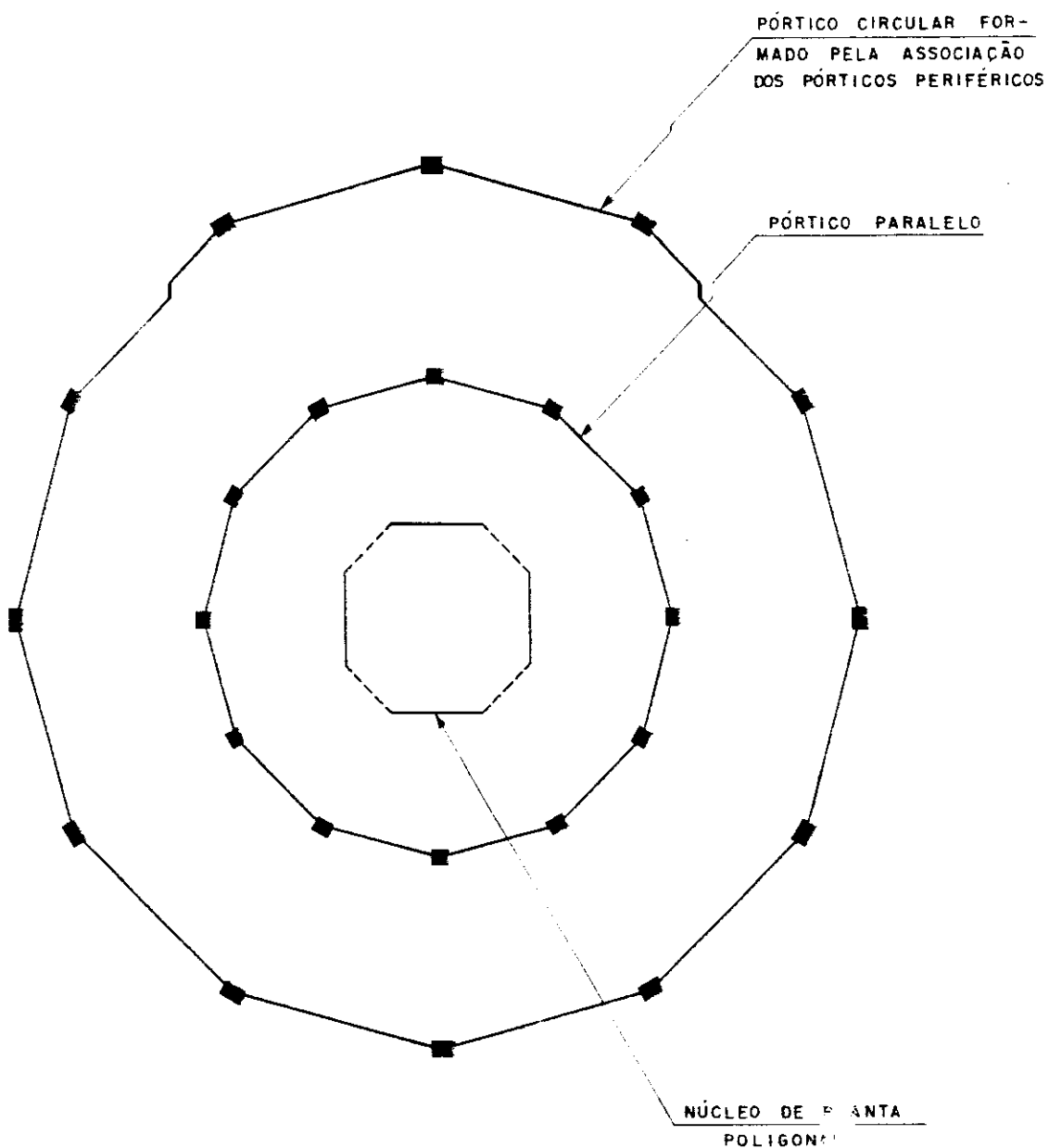


Fig. 5.1 - Planta do tipo de edifício mais geral deste trabalho.

Nota: Os eixos centrais dos pilares estão nas direções radial e tangencial.

5.2 - HIPÓTESES ADICIONAIS PARA ESTRUTURAS DE PLANTA POLIGONAL REGULAR

Além das hipóteses concernentes à técnica contínua, mencionadas nos capítulos anteriores, é necessário considerar outras hipóteses adicionais, específicas para estruturas de planta poligonal regular, a ser levadas em conta nos métodos de análise apresentados neste capítulo.

5.2.1 - Aplicação das cargas de cálculo

A carga do vento será considerada como atuando em um plano diametral que contém dois pilares e o centro do edifício em planta impedindo, portanto, o aparecimento de solicitações de torção no conjunto. O programa de cálculo automático considera no mínimo quatro pilares e, para casos genéricos, número múltiplo de quatro. Se o plano da ação real do vento passa pelo centro, mas não pelos pilares, será necessário decompor essa ação para enquadrá-la no caso anterior, fazendo as superposições necessárias.

5.2.2 - Intersecção oblíqua entre os painéis

Para a determinação da rigidez global de um edifício qualquer submetido a carregamento lateral é preciso conhecer as rigidezes de cada um dos painéis componentes do edifício e como eles contribuem para a rigidez do conjunto, o que depende exclusivamente da distribuição desses painéis em planta.

Nos casos a serem analisados neste trabalho, tanto os pórticos periféricos como os pórticos paralelos, em seus respectivos conjuntos, formam entre si ângulos oblíquos, o que produz intersecções oblíquas entre os vários painéis que formam o conjunto; portanto as direções das vigas não coincidirão com as direções principais do pilar que lhes é comum. Para resolver esta situação COELHO [6] supôs

que, devido à existência de um número grande de lados do pórtico periférico e/ou paralelo, o ângulo formado entre as direções de dois painéis vizinhos é pequeno. Isto permite considerar a intersecção oblíqua entre os pórticos como se fosse de painéis vizinhos pertencendo ao mesmo plano.

Admitida essa hipótese é necessário saber agora de que forma o pilar contribuirá para a rigidez de cada painel isolado; para isso COELHO separou em duas parcelas iguais o momento de inércia do pilar que recebe as vigas dos painéis distintos, como será visto logo mais; na técnica de decomposição em painéis vertebrais, segundo SAVASSI [1] não será necessário fazer essa aproximação (fig. 5.2).

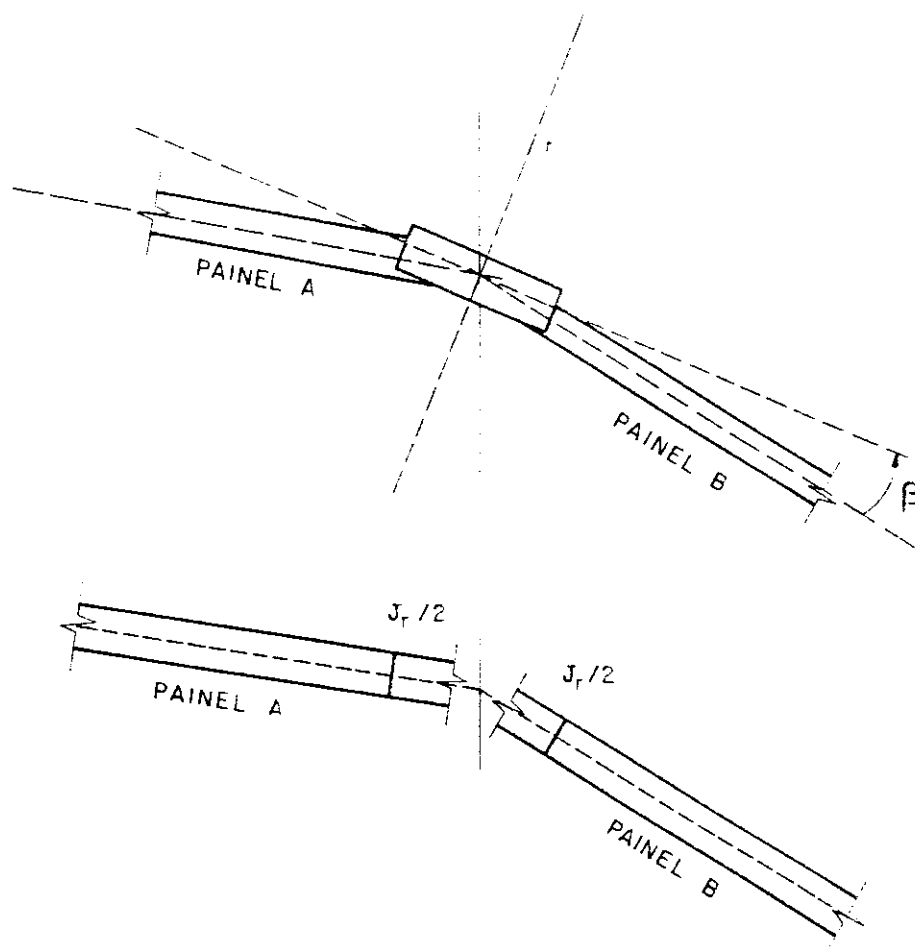


Fig. 5.2 - Repartição de J_r para os painéis

5.3 - MÉTODOS DE ANÁLISE DISPONÍVEIS

Em seguida apresentam-se os vários métodos de análise disponíveis atualmente, para estruturas de planta poligonal regular.

COELHO [6] usando a "técnica contínua" desenvolveu a conhecida formulação relativa à associação de painéis para a composição da estrutura do edifício nos seguintes casos:

- a) associação de pórticos do tipo fundamental, ou seja em particular a associação dos pórticos periféricos, paralelos e radiais e
- b) associação de pórtico e parede em série.

Devido à sua importância, a seguir passa-se a analisar o desenvolvimento matemático feito por COELHO nos diferentes casos.

5.3.1 - Associação de pórticos periféricos

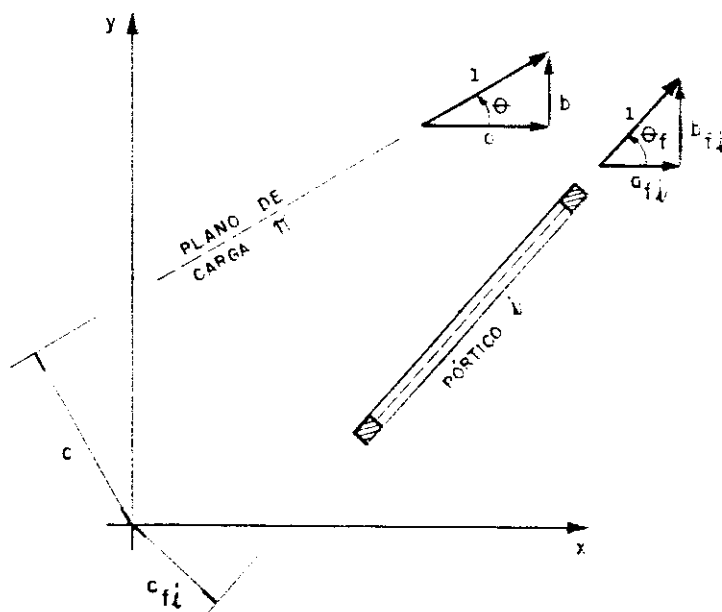


Fig. 5.3 - Definição dos planos do painel e de carga

A figura 5.3 mostra o traço do plano de carga π no plano horizontal x, y e a planta do pórtico genérico i .

O plano de cargas π e o pórtico genérico i ficam caracterizados através do versor correspondente (horizontal), cujas direções estão definidas pelos pares de suas componentes segundo os eixos x e y , e suas posições no plano horizontal $x-y$ ficam estabelecidas pela distância c , ou c_{fi} , até a origem do sistema de referência. Essa componente c do vetor unitário (a, b, c) será suposta positiva quando for dextro o momento do vetor unitário em relação ao eixo Oz .

Já que o pórtico i é parte componente de um edifício e contribui com sua rigidez s_{fi} para a rigidez do conjunto, sob o efeito das cargas laterais, na sua direção ocorrerá componente de deslocamento u'_{fi} de maneira que:

$$V_{fi} = s_{fi} \cdot u'_{fi} \quad (5.1)$$

Tomando todos os pórticos periféricos para a análise do conjunto e estabelecendo o equilíbrio sob a ação da força resultante externa acima de uma determinada cota z , tem-se:

$$\sum_f V_{fi} \cdot a_{fi} = V \cdot a \quad (\text{Eq. em } x) \quad (5.2)$$

$$\sum_f V_{fi} \cdot b_{fi} = V \cdot b \quad (\text{Eq. em } y) \quad (5.3)$$

$$\sum_f V_{fi} \cdot c_{fi} = V \cdot c \quad (\text{Eq. em } Oz) \quad (5.4)$$

Substituindo o valor de V_{fi} dado em (5.1) nas anteriores equações tem-se:

$$\sum s_{fi} \cdot a_{fi} \cdot u'_{fi} = V \cdot a \quad (5.5)$$

$$\sum s_{fi} \cdot b_{fi} \cdot u'_{fi} = V \cdot b \quad (5.6)$$

$$\sum s_{fi} \cdot c_{fi} \cdot u'_{fi} = V \cdot c \quad (5.7)$$

O deslocamento u_{fi} do pórtico genérico pode ser colocado em função dos deslocamentos u , v e θ do diafragma, resultando:

$$u_{fi} = a_{fi}u + b_{fi}v + c_{fi}\theta \quad (5.8)$$

Por substituição do valor u_{fi} dado em (5.8) nas equações (5.1), (5.6) e (5.7) chega-se a:

$$\sum s_{fi} (a_{fi}u' + b_{fi}v' + c_{fi}\theta') a_{fi} = V.a \quad (5.9)$$

$$\sum s_{fi} (a_{fi}u' + b_{fi}v' + c_{fi}\theta') b_{fi} = V.b \quad (5.10)$$

$$\sum s_{fi} (a_{fi}u' + b_{fi}v' + c_{fi}\theta') c_{fi} = V.c \quad (5.11)$$

Este sistema de equações diferenciais pode ser colocado sob a forma matricial da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} S_{aa} & S_{ab} & S_{ac} \\ S_{ba} & S_{bb} & S_{bc} \\ S_{ca} & S_{cb} & S_{cc} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u' \\ v' \\ \theta' \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} V.a \\ V.b \\ V.c \end{Bmatrix} \quad (5.12)$$

onde a notação usada é a seguinte:

$$S_{aa} = \sum s_{fi} (a_{fi})^2 \quad (5.13)$$

$$S_{ab} = \sum s_{fi} \cdot a_{fi} \cdot b_{fi} = S_{ba} \quad (5.14)$$

$$S_{ac} = \sum s_{fi} \cdot a_{fi} \cdot c_{fi} = S_{ca} \quad (5.15)$$

$$S_{bb} = \sum s_{fi} (b_{fi})^2 \quad (5.16)$$

$$S_{bc} = \sum s_{fi} \cdot b_{fi} \cdot c_{fi} = S_{cb} \quad (5.17)$$

$$S_{cc} = \sum s_{fi} (c_{fi})^2 \quad (5.18)$$

No caso particular dos pórticos periféricos da figura 5.4, devido às simetrias diametraais, conclui-se que:

$$S_{ab} = S_{ba} = S_{ac} = S_{ca} = S_{bc} = S_{cb} = 0 \quad (5.19)$$

Supondo que o eixo x do sistema de referência coincide com o plano de carga, as componentes do vetor unitário do plano de carga serão:

$$\begin{aligned} a &= 1 \\ b &= 0 \\ c &= 0 \end{aligned} \quad (5.20)$$

O sistema dado em (5.12) fica reduzido a:

$$\begin{bmatrix} S_{aa} & 0 & 0 \\ 0 & S_{bb} & 0 \\ 0 & 0 & S_{cc} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u' \\ v' \\ \theta' \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} V \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5.21)$$

Novamente devido à situação de simetria pode-se concluir que não há deslocamento de conjunto na direção do eixo y nem rotação em torno do eixo Oz, ou seja:

$$\begin{aligned} v &= 0 \\ \theta &= 0 \end{aligned}$$

Portanto chega-se à consideração de uma única equação:

$$S_{aa} u' = V \quad (5.22)$$

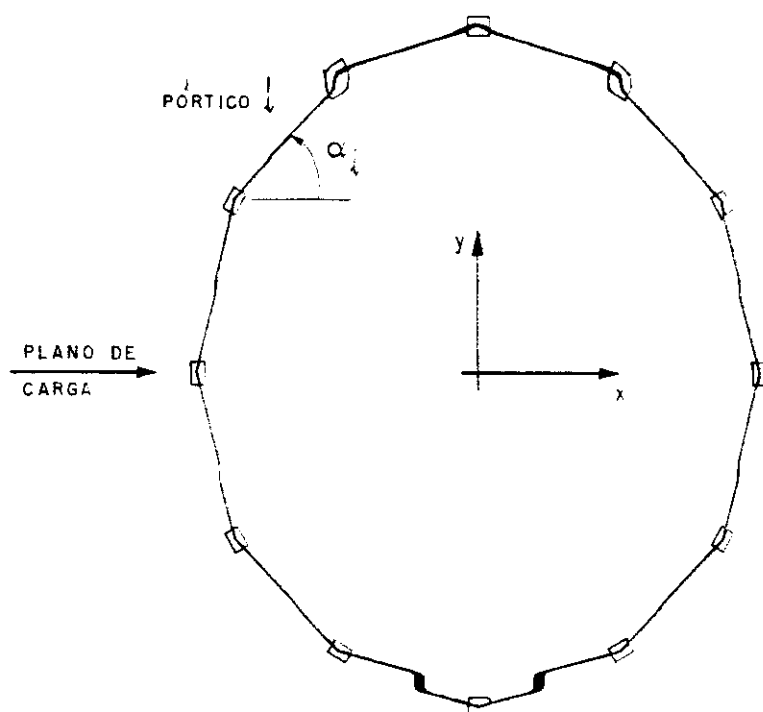


Fig. 5.4 - Associação de pórticos periféricos que formam o pórtico circular.

Designando por s_f a rigidez de qualquer dos pórticos periféricos, já que todos são iguais, na expressão (5.22) pode-se escrever:

$$S_{aa} = \sum_f s_{fi} (a_{fi})^2 = s_f \sum_f \cos^2 \alpha_i \quad (5.23)$$

onde:

α_i = é o ângulo do vetor unitário do pórtico periférico correspondente (fig. 5.4).

5.3.2 - Associação de pórticos radiais

Devido à analogia existente entre o caso anterior dos pórticos periféricos e os pórticos radiais (fig. 5.5); toda a dedução anterior é também válida para o presente caso, sendo a única diferença o ângulo a ser levado em conta; portanto ter-se-á:

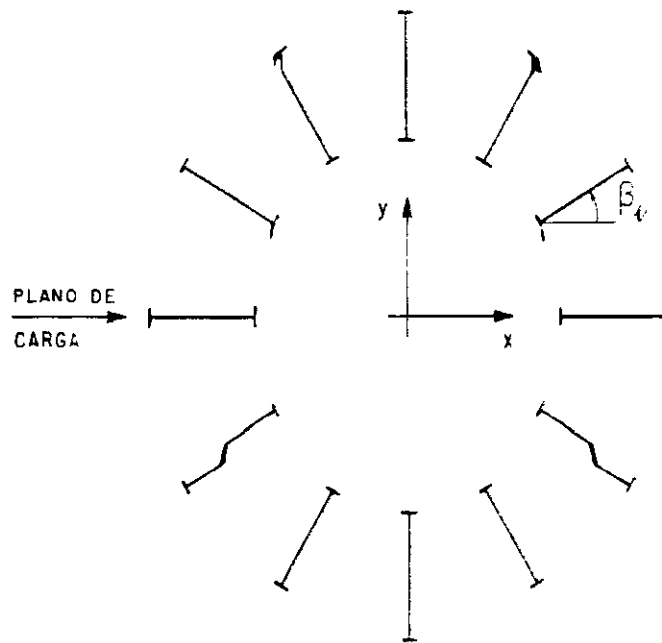


Fig. 5.5 - Edifício com pórticos radiais

$$S_{aa} = \sum_f s_{fi} (a_{f_i})^2 = s_f \sum \cos^2 \beta_i \quad (5.24)$$

onde:

β_i = é o ângulo do vetor unitário do pórtico radial correspondente (fig. 5.5).

5.3.3 - Associação de pórticos circulares paralelos

Um outro caso que poderia dar-se é aquele do edifício contendo painéis chamados "paralelos". Esses seriam distribuídos como os periféricos, porém com pilares situados sobre uma circunferência interna como mostra a figura 5.6.

Uma das condições que deve ser cumprida, para manter a analogia com os casos anteriores, é que o número dos pilares das circunferências que formam os pórticos circulares paralelos seja igual e que os eixos dos pilares correspondentes de pórticos periféricos e paralelos estejam sobre um mesmo plano diametral. Portanto a rigidez do conjunto será:

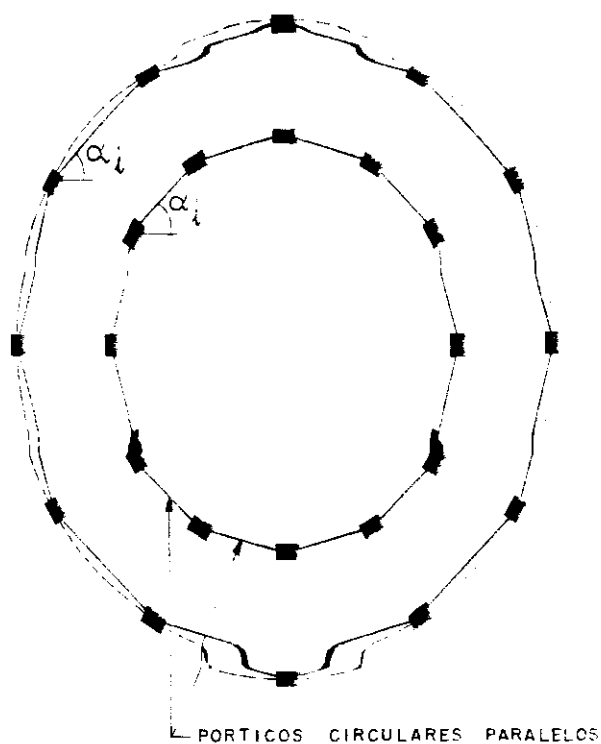


Fig. 5.6 - Pórticos circulares paralelos

$$S_{aa} = s_f \frac{L}{f} \cos^2 \alpha_i \quad (5.25)$$

com:

$$s_f = s_{f_{ex}^i} + s_{f_{in}^i}$$

onde:

$s_{f_{ex}^i}$ = é a rigidez de um dos pórticos externos

$s_{f_{in}^i}$ = é a rigidez de um dos pórticos internos

α_i = é o ângulo do pórtico correspondente (este ângulo α_i é igual tanto para o pórtico externo como para o pórtico interno).

Após ser determinada a rigidez global do conjunto S_{aa} , procede-se a integração da equação diferencial tipo:

$$u' = \frac{v}{S_{aa}} \quad (5.26)$$

Para isso é necessário levar em conta as condições de contorno próprias do problema. Conhecidos os deslocamentos, que resultam da integração da equação diferencial, os esforços que atuam na direção dos painéis podem ser determinados a partir desses valores. Depois pode-se chegar à distribuição dos esforços finais nas vigas e pilares desses painéis mediante simples considerações estáticas de equilíbrio.

5.4 - DECOMPOSIÇÃO EM PAINÉIS VERTEBRAIS

Nesta parte do trabalho apresenta-se outro método de solução de estruturas de planta poligonal regular, usando-se especificamente o caso de pórticos periféricos. Esse método pode também ser usado em outros casos (pórticos paralelos, etc.). O método, denominado "decomposição em painéis básicos vertebrais", foi desenvolvido por SAVASSI [1] que, aplicando a "técnica contínua", desenvolveu um procedimento analítico para a obtenção dos deslocamentos horizontais do edifício. Aqui é apresentado o método de Savassi, fazendo-se uma sistematização do processo de cálculo mediante o emprego da linguagem matricial chegando-se à obtenção dos deslocamentos e esforços internos na estrutura; introduz-se a consideração da influência das juntas rígidas, e é desenvolvido um programa para cálculo automático que permite levar em conta esta importante influência.

Denomina-se "painel vertebral" aquele constituído por um pilar e todos os semi-tramos de vigas nele engastados, à esquerda e à direita como mostra a figura 5.7. Nosso objetivo é calcular o valor da rigidez s_f de um andar (ou em um certo nível de um diafragma) do edifício constituído pela associação desses painéis vertebrais; esta associação origina o que foi denominado neste trabalho de "pórtico circular" (fig. 5.8).

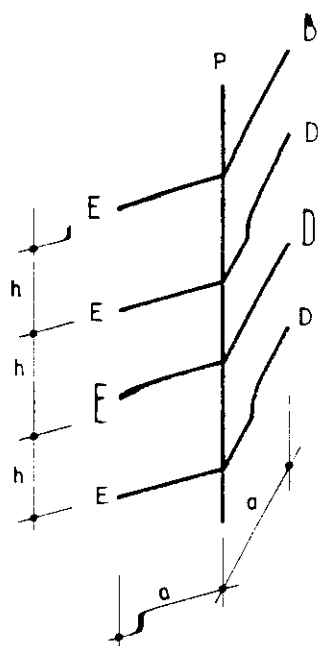


Fig. 5.7 - Trecho de painel vertebral em perspectiva.

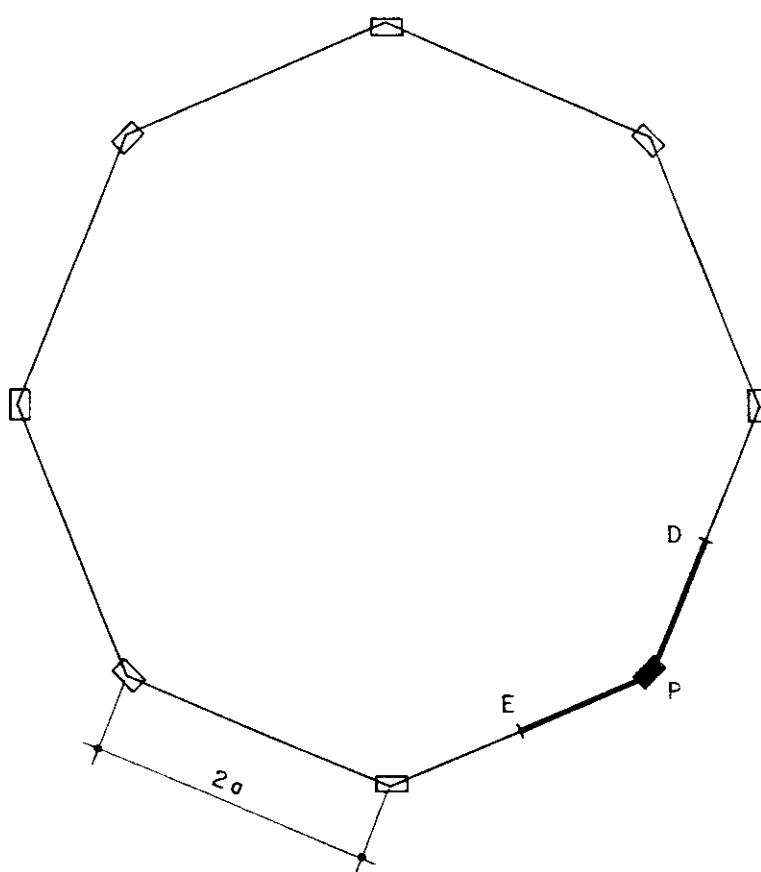


Fig. 5.8 - Associação de painéis vertebrais que formam o pórtico circular.

É empregada a seguinte notação adicional:

- k_n - rigidez à flexão do pilar referida ao eixo radial = J_n/h .
- k_t - rigidez à flexão do pilar referida ao eixo tangencial = J_t/h .
- k_v - rigidez à flexão da viga = J_v/a .
- ϕ_{r_i} - componente de rotação da corda do pilar na direção radial.
- ϕ_{t_i} - componente de rotação da corda do pilar na direção tangencial.
- g_{n_i} - componente de rotação do nó na direção radial.
- g_{t_i} - componente de rotação do nó na direção tangencial.
- g_{e_i} - componente de rotação do semi-tramo de viga a esquerda do pilar.
- g_{d_i} - componente de rotação do semi-tramo de viga a direita do pilar.
- w_e - deslocamento vertical do ponto médio da viga a esquerda do pilar.
- w_d - deslocamento vertical do ponto médio da viga a direita do pilar.
- w_i - deslocamento vertical do ponto médio da viga genérico (positivo quando dirigido para baixo).
- a - semi-tramo da viga.
- h - pé-direito do andar.
- M_{AS_n} - momento fletor no pilar superior na direção radial.
- M_{AI_n} - momento fletor no pilar inferior na direção radial.
- M_{AS_t} - momento fletor no pilar superior na direção tangencial.
- M_{AI_t} - momento fletor no pilar inferior na direção tangencial.

- γ - ângulo compreendido entre a direção do eixo tangencial do pilar e o plano que contém a viga.
- q_e - esforço cortante uniformemente distribuído aplicado no ponto médio da viga a esquerda do pilar.
- q_d - esforço cortante uniformemente distribuído aplicado no ponto médio da viga a direita do pilar.
- ϵ_i - ângulo contido entre a direção do plano diametral de carga e a direção do eixo radial de pilar.
- ϕ - distorção de andar na direção da carga ($\phi = u'$).
- V_{t_i} - esforço cortante no pilar na direção tangencial.
- V_{n_i} - esforço cortante no pilar na direção radial.
- V_i - esforço cortante no pilar na direção do plano de carga resultante da contribuição dos esforços nas direções radial e tangencial.

A figura 5.9a mostra o caso de edifício com pórtico perimetral de 12 pilares e carga centrada em planta, a ser analisado. Devido à simetria de carga e antimetria do comportamento toma-se para análise apenas um quarto da estrutura; é por isso que no desenho sobressaem 4 dos painéis vertebrais mostrados em planta numerados de 1 até 4. Na figura ainda podem ser vistos os vetores que representam os eixos tangencial e radial de um dos pilares. Pode-se observar também a presença dos vetores que representam, naqueles 4 painéis vertebrais, os momentos fletores aplicados pelas vigas (semi-tramos) aos nós dos pilares; além disso figuram os vetores que representam as componentes segundo o eixo normal e o eixo tangencial das rotações dos nós. Os pontos médios dos tramos das vigas estão especificados com algarismos romanos (de I a III).

Para uma melhor compreensão da deformação de um dos painéis vertebrais genérico, a figura 5.9b mostra em elevação a projeção em plano vertical que contém o eixo tangencial local t , dos dois tramos consecutivos de pilar e

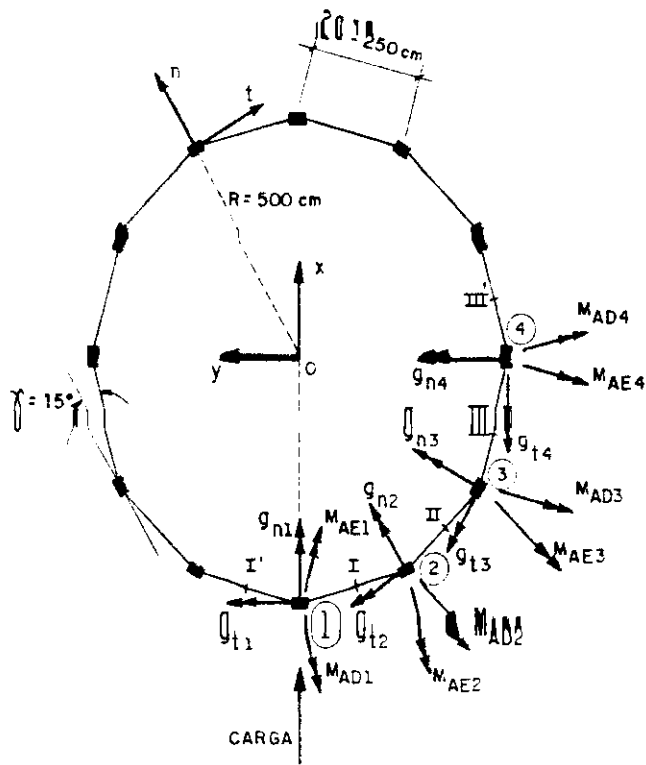


Fig. 5.9.a - Planta de edifício

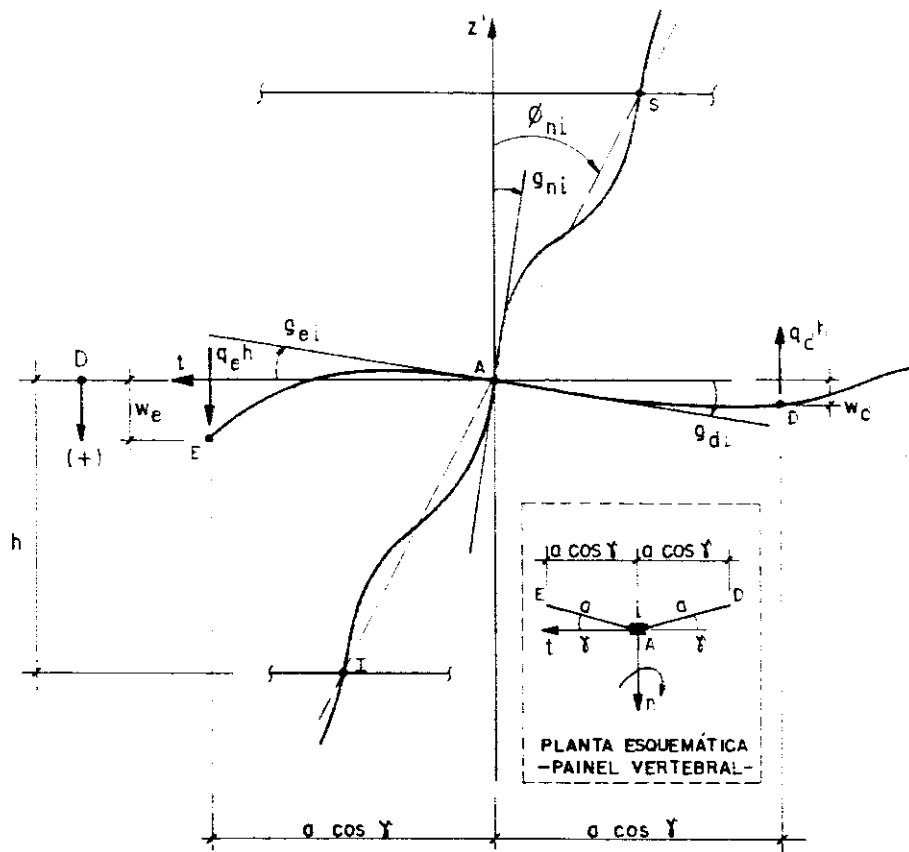


Fig. 5.9.b - Elevação de trecho de painel vertebral deformado.

dos dois semitramos de vigas de um dos andares. Mostra-se no desenho as componentes de rotação ϕ_{n_i} e g_{n_i} que ocorrerão na direção n , da corda do pilar e do nó, respectivamente.

Será com base na consideração das componentes das rotações em cada nó que o problema será formulado, mediante o uso da técnica do meio contínuo.

5.4.1 - Momentos nos pilares

Os momentos produzidos pelas deformações dos tramos dos pilares e aplicados ao nó do nível da laje segundo os eixos radial e tangencial são: (S = Superior, I = Inferior).

$$\begin{aligned} M_{AS_n} &= \frac{6EJ_n}{h} (\phi_{n_i} - g_{n_i}) = 6Ek_n (\phi_{n_i} - g_{n_i}) \\ M_{AI_n} &= \frac{6EJ_n}{h} (\phi_{n_i} - g_{n_i}) = 6Ek_n (\phi_{n_i} - g_{n_i}) \\ M_{AS_t} &= \frac{6EJ_t}{h} (\phi_{t_i} - g_{t_i}) = 6Ek_t (\phi_{t_i} - g_{t_i}) \\ M_{AI_t} &= \frac{6EJ_t}{h} (\phi_{t_i} - g_{t_i}) = 6Ek_t (\phi_{t_i} - g_{t_i}) \end{aligned} \quad (5.27)$$

5.4.2 - Momentos nas vigas

Os momentos produzidos pelas deformações dos semi-tramos das vigas, à esquerda e à direita dos pilares são:

$$\begin{aligned} M_{AE_i} &= -3E \frac{J_v}{a} (g_{e_i} + \frac{w_e}{a}) = -3Ek_v (g_{e_i} + \frac{w_e}{a}) \\ M_{AD_i} &= -3E \frac{J_v}{a} (g_{d_i} - \frac{w_d}{a}) = -3Ek_v (g_{d_i} - \frac{w_d}{a}) \end{aligned} \quad (5.28)$$

Colocando g_{e_i} e g_{d_i} em função de suas correspondentes segundo os eixos radial e tangencial obtém-se:

$$\begin{aligned} g_{e_i} &= -g_{t_i} \operatorname{sen} \gamma + g_{n_i} \operatorname{cos} \gamma \\ g_{d_i} &= g_{t_i} \operatorname{sen} \gamma + g_{n_i} \operatorname{cos} \gamma \end{aligned} \quad (5.29)$$

que é válido para nó de pilar genérico. O ângulo γ é o ângulo compreendido entre a direção do eixo t e a direção do eixo das vigas.

Nesta análise é também suposta válida a hipótese que admite os pontos de momento nulo situados no meio do tramo das vigas, e que o meio contínuo equivalente, à esquerda da seção vertical que passa por E (ver fig.) e à direita da seção vertical que passa por D, aplica os esforços uniformemente distribuídos q_e e q_d , respectivamente; portanto nas extremidades das semi-vigas estarão aplicados os esforços $q_e \cdot h$ e $q_d \cdot h$.

Então os momentos fletores que as semi-vigas aplicam ao nó do pilar genérico podem ser postas em função desses esforços cortantes, ou seja:

$$\begin{aligned} q_{e_i} \cdot h \cdot a &= M_{AE_i} \\ q_{d_{i-1}} \cdot h \cdot a &= M_{AD_{i-1}} \end{aligned} \quad (5.30)$$

Então:

$$\begin{aligned} q_{e_i} &= M_{AE_i} / ah \\ q_{d_{i-1}} &= M_{AD_{i-1}} / ah \end{aligned}$$

Para respeitar o equilíbrio no ponto de momento nulo, deve cumprir-se que:

$$q_{e_i} h = q_{d_{i-1}} h$$

o que dá

$$M_{AD_{i-1}} = M_{AE_i} \quad (5.31)$$

Este tipo de equações possibilitará explicitar os deslocamentos verticais dos pontos médios dos tramos das vigas em função das rotações dos nós.

5.4.3 - Equação geral de equilíbrio de momentos

Estabelecendo o equilíbrio de momentos nos eixos t e n de cada painel genérico i , são obtidas as seguintes equações:

$$12Ek_{t_i} (\phi_{t_i} - g_{t_i}) = (M_{AD_i} - M_{AE_i}) \text{sen } \gamma$$

$$12Ek_{n_i} (\phi_{n_i} - g_{n_i}) = (M_{AE_i} + M_{AD_i}) \text{cos } \gamma$$

Denomina-se m o número de pilares que existem em um quarto da planta do edifício em análise. Expressando as anteriores equações na linguagem matricial tem-se:

$$12E[k] \left(\begin{Bmatrix} \phi_{t_1} \\ \phi_{n_1} \\ \vdots \\ \phi_{t_i} \\ \phi_{n_i} \\ \vdots \\ \phi_{t_m} \\ \phi_{n_m} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} g_{t_1} \\ g_{n_1} \\ \vdots \\ g_{t_i} \\ g_{n_i} \\ \vdots \\ g_{t_m} \\ g_{n_m} \end{Bmatrix} \right) = [R] \left(\begin{Bmatrix} M_{AD_1} \\ M_{AD_1} \\ \vdots \\ M_{AD_i} \\ M_{AD_i} \\ \vdots \\ M_{AD_m} \\ M_{AD_m} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} M_{AE_1} \\ -M_{AE_1} \\ \vdots \\ M_{AE_i} \\ -M_{AE_i} \\ \vdots \\ M_{AE_m} \\ -M_{AE_m} \end{Bmatrix} \right)$$

$$12E \underline{k} (\underline{\phi} - \underline{g}) = \underline{R} (\underline{M}_{AD} - \underline{M}_{AE}) \quad (5.32)$$

(as letras sobre til representam matrizes)

A matriz $[k]$ é quadrada, de ordem $(2m \times 2m)$, com todos os elementos nulos, exceto aqueles situados na diagonal principal formado pelas rigidezes do pilar nos eixos tangencial e normal. Em outras palavras, é matriz diagonal.

$$[k] = \begin{bmatrix} k_t & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & k_n & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & & & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & & & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & k_{t_i} & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & & k_{n_i} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & & & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & & & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & k_{t_m} & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & & k_{n_m} \end{bmatrix}$$

A matriz $[R]$ é quadrada, de ordem $(2m \times 2m)$ com todos os elementos nulos, exceto os da diagonal principal, formada pelo seno e o coseno do ângulo γ :

$$[R] = \begin{bmatrix} \text{sen}\gamma & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \text{cos}\gamma & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & & & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & & & & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \text{sen}\gamma & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & \text{cos}\gamma & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & & & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & & & & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & \dots & \text{sen}\gamma & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & \text{cos}\gamma \end{bmatrix}$$

5.4.4 - Operações entre os momentos das vigas

Devido à ação horizontal sobre o edifício as vigas sofreram deformações que produziram a aplicação dos momentos M_{AE_i} e M_{AD_i} aos nós dos pilares.

Os momentos nas vigas escritos em função das rotações dos nós do painel e dos deslocamentos verticais w_i dos pontos médios dos tramos dessas vigas para nó de pilar genérico serão:

$$M_{AD_i} = 3Ek_v (g_{t_i} \text{sen}\gamma + g_{n_i} \text{cos}\gamma - \frac{w_i}{a}) \quad (5.33)$$

$$M_{AE_i} = 3Ek_v (-g_{t_i} \text{sen}\gamma + g_{n_i} \text{cos}\gamma + \frac{w_{i-1}}{a})$$

Fazendo operações entre estes momentos obtem-se:

$$M_{AD_i} - M_{AE_i} = 3Ek_v (2g_{t_i} \text{sen}\gamma + \frac{1}{a} (-w_i - w_{i-1}))$$

$$M_{AD_i} + M_{AE_i} = 3Ek_v (2g_{n_i} \text{cos}\gamma + \frac{1}{a} (-w_i + w_{i-1}))$$

Estas operações escritas na linguagem matricial serão:

$$\begin{pmatrix} M_{AD_1} \\ M_{AD_1} \\ \vdots \\ M_{AD_i} \\ M_{AD_i} \\ \vdots \\ M_{AD_m} \\ M_{AD_m} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} M_{AE_1} \\ -M_{AE_1} \\ \vdots \\ M_{AE_i} \\ -M_{AE_i} \\ \vdots \\ M_{AE_m} \\ -M_{AE_m} \end{pmatrix} = 3Ek_v (2[R] \begin{pmatrix} g_{t_1} \\ g_{n_1} \\ \vdots \\ g_{t_i} \\ g_{n_i} \\ \vdots \\ g_{t_m} \\ g_{n_m} \end{pmatrix} + \frac{1}{a} \left(\begin{pmatrix} -w_1 \\ -w_1 \\ \vdots \\ -w_i \\ -w_i \\ \vdots \\ -w_{m+1} \\ -w_{m+1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -w'_1 \\ w'_1 \\ \vdots \\ -w_{i-1} \\ +w_{i-1} \\ \vdots \\ -w_m \\ +w_m \end{pmatrix} \right))$$

$$(M_{AD} - M_{AE}) = 3Ek_v (2 R g + \frac{1}{a} (w_{AD} + w_{AE})) \quad (5.34)$$

5.4.5 - Operações entre os deslocamentos dos pontos médios das vigas

No ponto médio dos tramos das vigas deve-se satisfazer a condição de equilíbrio, ou seja:

$$M_{AD_i} = M_{AE_i}$$

Substituindo os momentos por suas expressões equivalentes em função das rotações dos nós e dos deslocamentos dos pontos médios das vigas tem-se:

$$g_{t_i} \operatorname{sen} \gamma + g_{n_i} \operatorname{cos} \gamma - \frac{w_i}{a} = -g_{t_{i+1}} \operatorname{sen} \gamma + g_{n_{i+1}} \operatorname{cos} \gamma + \frac{w_i}{a} .$$

Então pode-se escrever:

$$w_i = \frac{a}{2} [(g_{t_i} + g_{t_{i+1}}) \operatorname{sen} \gamma + (g_{n_i} - g_{n_{i+1}}) \operatorname{cos} \gamma]$$

As condições de simetria e antimetria no estudo permitem escrever $w_I = w'_I$ e $w_{III} = -w'_{III}$.

Fazendo operações entre os deslocamentos verticais dos pontos médios dos tramos das vigas, e escrevendo na linguagem matricial tem-se:

$$\left(\begin{array}{c} -w_I \\ -w_I \\ \vdots \\ -w_i \\ -w_i \\ \vdots \\ -w'_{i+1} \\ -w'_{i+1} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} -w'_I \\ w'_I \\ \vdots \\ -w_{i-1} \\ +w_{i-1} \\ \vdots \\ -w_m \\ w_m \end{array} \right) = \frac{a}{2} [P] \left(\begin{array}{c} g_{t_1} \\ g_{n_1} \\ \vdots \\ g_{t_i} \\ g_{n_i} \\ \vdots \\ g_{t_m} \\ g_{n_m} \end{array} \right)$$

$$(w_{AD} + w_{AE}) = \frac{a}{2} P \underline{g} \quad (5.35)$$

É a equação dos deslocamentos dos pontos médios das vigas à esquerda e à direita do nó em função das rotações dos nós nos eixos normal e tangencial.

A matriz [P] é uma matriz quadrada de ordem (2m x 2m), e sua composição é mostrada a seguir:

$$[P] = \begin{bmatrix} -2\text{sen}\gamma & -2\text{cos}\gamma & -2\text{sen}\gamma & 2\text{cos}\gamma & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -\text{sen}\gamma & -\text{cos}\gamma & -2\text{sen}\gamma & 0 & -\text{sen}\gamma & \text{cos}\gamma & 0 & \dots & 0 \\ \text{sen}\gamma & \text{cos}\gamma & 0 & -2\text{cos}\gamma & -\text{sen}\gamma & \text{cos}\gamma & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & -\text{sen}\gamma & -\text{cos}\gamma & -2\text{sen}\gamma & 0 & -\text{sen}\gamma & \text{cos}\gamma \dots 0 \\ 0 & \dots & 0 & \text{sen}\gamma & \text{cos}\gamma & 0 & -2\text{cos}\gamma & -\text{sen}\gamma & \text{cos}\gamma \dots 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\text{sen}\gamma & 2\text{cos}\gamma & 2\text{sen}\gamma & -2\text{cos}\gamma \end{bmatrix}$$

5.4.6 - Distorção dos andares e rotações dos nós

Devido à rigidez infinita dos diafragmas, todas as cordas dos pilares sofrerão rotações iguais, contidas em planos paralelos ao plano de carga; portanto todas as componentes de rotação das cordas podem ser postas em função da única rotação resultante de corda de pilar.

Essa rotação é a distorção do andar, explicitada também por $u' = du/dz$ e que na análise é designada por ϕ .

Devido a que os diafragmas impõem rotações idênticas às cordas de todos os pilares de cada andar, pode-se indicar as rotações nos eixos tangencial e normal em função de ϕ assim:

$$\phi_{t_i} = \phi \cos \theta_i$$

$$\phi_{n_i} = \phi \operatorname{sen} \theta_i$$

Portanto o vetor $\underline{\phi}$ pode ser expresso na linguagem matricial da seguinte forma:

$$\underline{\phi} = \begin{bmatrix} \phi \\ \phi \\ \vdots \\ \phi \\ \phi \\ \vdots \\ \phi \\ \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & & & & & & & & \\ & \operatorname{sen} \theta_1 & & & & & & & \\ & & \ddots & & & & & & \\ & & & \cos \theta_i & & & & & \\ & & & \operatorname{sen} \theta_i & & & & & \\ & & & & \ddots & & & & \\ & & & & & \cos \theta_m & & & \\ & & & & & \operatorname{sen} \theta_m & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi \\ \phi \\ \vdots \\ \phi \\ \phi \\ \vdots \\ \phi \\ \phi \end{bmatrix} = \phi \begin{bmatrix} \cos \theta_1 \\ \operatorname{sen} \theta_1 \\ \vdots \\ \cos \theta_i \\ \operatorname{sen} \theta_i \\ \vdots \\ \cos \theta_m \\ \operatorname{sen} \theta_m \end{bmatrix}$$

$$\underline{\phi} = \phi \underline{\theta} \quad (5.36)$$

onde: θ_i é o ângulo contido entre a direção do plano diametral da carga e a direção do eixo radial de cada um dos pilares em análise.

Fazendo uso das equações matriciais obtidas, cujo resumo apresenta-se a seguir, pode-se determinar as rotações dos nós nos eixos tangencial e radial que são as incógnitas do problema:

$$12 E k (\underline{\phi} - \underline{g}) = \underline{R} (M_{\underline{AD}} - M_{\underline{AE}}) \quad (5.32)$$

$$(M_{\underline{AD}} - M_{\underline{AE}}) = 3Ek_V \left(2 \underline{R} \underline{g} + \frac{1}{a} (w_{\underline{AD}} + w_{\underline{AE}}) \right) \quad (5.34)$$

$$(w_{\underline{AD}} + w_{\underline{AE}}) = \frac{a}{2} \underline{P} \underline{g} \quad (5.35)$$

$$\underline{\phi} = \phi \underline{\theta} \quad (5.36)$$

Substituindo (5.35) em (5.34) vamos ter:

$$(M_{AD} - M_{AE}) = 3Ek_v (2R + \frac{1}{2} P) \xi \quad (5.37)$$

Substituindo (5.37) em (5.32) dá:

$$\frac{4}{k_v} k \phi = (R (2R + \frac{1}{2} P) + \frac{4}{k_v} k) \xi \quad (5.38)$$

Substituindo (5.36) em (5.38) ter-se-á:

$$\phi \frac{4}{k_v} k \theta = (R (2R + \frac{1}{2} P) + \frac{4}{k_v} k) \xi \quad (5.39)$$

Fazendo: $F = \phi \frac{4}{k_v} k \theta$

e $K = (R (2R + \frac{1}{2} P) + \frac{4}{k_v} k)$

teremos: $K \xi = F \quad (5.40)$

Cuja solução determinará os g_{t_i} e os g_{n_i} (rotações dos nós nos eixos tangencial e radial de cada pilar, em função da distorção do andar ϕ).

5.4.7 - Equação de equilíbrio global de forças

Uma vez obtidas as rotações dos nós, e fazendo uso da equação de equilíbrio global de forças na direção horizontal do plano de simetria do carregamento (fig. 5.10), calcula-se a rigidez global S_{aa} do edifício, em certa cota z genérica.

Como é válida a hipótese de momentos nulos no meio dos tramos, no caso dos pilares tem-se que a meia altura de cada pilar:

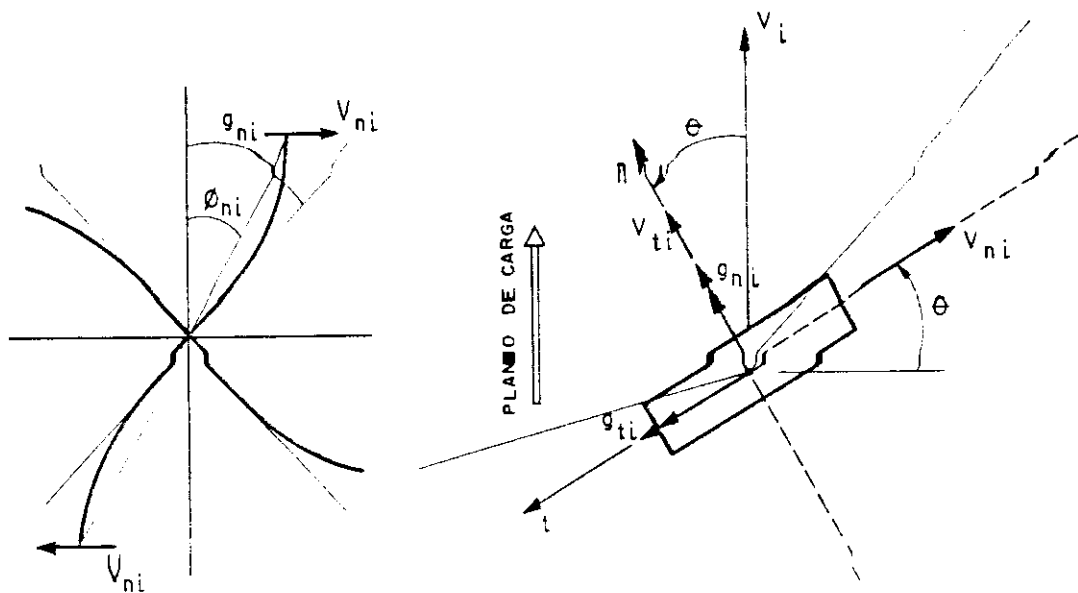


Fig. 5.10 - Componentes de força cortante no pilar

$$V_{t_i} = \frac{M_{t_i}}{0.5h} = \frac{6EJ_t}{0.5h^2} (\phi_{t_i} - g_{t_i}) = \frac{12Ek_t}{h} (\phi_{t_i} - g_{t_i}) \quad (5.41)$$

$$V_{n_i} = \frac{M_{n_i}}{0.5h} = \frac{6EJ_n}{0.5h^2} (\phi_{n_i} - g_{n_i}) = \frac{12Ek_n}{h} (\phi_{n_i} - g_{n_i})$$

São as equações do esforço cortante no pilar genérico i nos eixos tangencial e normal em função dos momentos nos eixos correspondentes.

Para o painel genérico i , na direção do plano de carga ter-se-á:

$$V_i = V_{t_i} \cos \theta_i + V_{n_i} \sin \theta_i \quad (5.42)$$

Substituindo V_{t_i} e V_{n_i} dados em (5.41) em (5.42) da:

$$V_i = \frac{12E}{h} \cdot \theta \cdot k \cdot (\phi - g)$$

Somando as contribuições de todos os painéis, no nível z , dará:

$$V = \sum V_i \quad (5.43)$$

Além disso ϕ_{t_i} , ϕ_{n_i} , g_{t_i} e g_{n_i} são função de $\phi = u'$ resultando portanto:

$$V = S_{aa} u' \quad (5.44)$$

5.4.7.1 - Determinação dos deslocamentos horizontais

Depois de ter determinado a rigidez global do edifício S_{aa} prossegue-se com a resolução da equação diferencial:

$$u' = V/S_{aa} \quad (5.45)$$

A condição de contorno necessária, depois da integração dessa equação diferencial é: para $z = 0$, $u = 0$.

Lembrando que V representa a resultante, no nível z , do carregamento externo devido a ação do vento sobre o edifício, e pode ser representado como:

$$V = P + p(H-z) \quad (5.46)$$

onde:

P = é a ação do vento concentrada no topo do edifício correspondente à cobertura

p = é a carga uniformemente distribuída ao longo da altura do edifício devida ao vento

H = é a altura total do prédio

z = é a altura da seção em análise

Substituindo o valor de V na equação diferencial dá:

$$u' = \frac{P + p(H-z)}{S_{aa}}$$

integrando, levando em conta a condição de contorno, resulta:

$$u = \frac{1}{S_{aa}} \left[Pz + p(Hz - \frac{z^2}{2}) \right] \quad (5.47)$$

Colocando em lugar de P , p , S_{aa} e H seus valores em (5.47) obtém-se os deslocamentos horizontais nas diferentes alturas z do edifício.

5.4.7.2 - Determinação dos deslocamentos verticais das vigas

Para a determinação dos deslocamentos verticais dos pontos médios das vigas pode-se usar a equação matricial (5.35) na qual esses deslocamentos estão em função das rotações dos nós que foram determinados anteriormente, ou seja:

$$(w_{AD} + w_{AE}) = \frac{a}{2} P \underline{g} \quad (5.35)$$

5.4.8 - Cálculo dos esforços nas vigas e pilares

5.4.8.1 - Momento fletor nas vigas

Para obter o momento fletor nas vigas faz-se uso da equação matricial (5.37) na qual os momentos fletores estão também em função das rotações dos nós, portanto:

$$(M_{AD} - M_{AE}) = 3Ek_v (2R + \frac{1}{2} P) \underline{g} \quad (5.37)$$

5.4.8.2 - Esforço cortante nas vigas

Tomando o valor do momento fletor da viga em análise e dividindo pela metade do comprimento da viga ter-se-

-ã o valor do esforço cortante na viga que pode ser escrito como:

$$V_v = \frac{M_v}{a} \quad (5.48)$$

onde:

a = comprimento do semi-tramo da viga.

5.4.8.3 - Momentos fletores nos pilares

Para calcular os momentos fletores nos pilares po de-se utilizar a equação (5.27) que escrita em linguagem ma tricial é:

$$\underline{M}_p = 6Ek(\underline{\phi} - \underline{g}) \quad (5.49)$$

5.4.8.4 - Esforços cortantes nos pilares

Para obter os esforços cortantes que atuam nos pi lares é suficiente tomar o valor do momento fletor do pilar em questão e dividir pela metade da altura do pilar, ou se ja, expressando em forma matricial resulta:

$$\underline{V}_p = \frac{12E}{h} \underline{k}(\underline{\phi} - \underline{g}) \quad (5.50)$$

5.4.8.5 - Esforços normais nos pilares

Tomando os esforços cortantes verticais que atuam nas vigas dos painéis que concorrem no pilar em análise po de ser determinado o esforço normal que nele atuará.

No caso do último andar no pilar tem-se que o es forço normal é (para o exemplo com 12 pilares):

$$N(I,1) = V_v(I,12) + V_v(I,1) \quad (5.51)$$

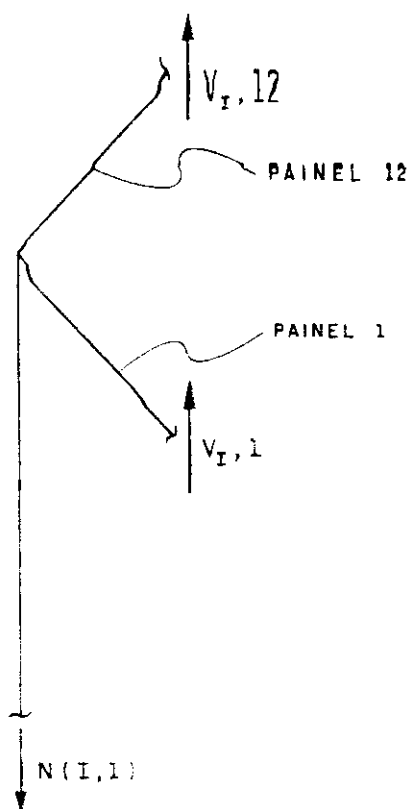


Fig. 5.11.a

Para o caso do último andar para painéis $J > 1$
tem-se:

$$N(I,J) = V_V(I,J) - V_V(I,J-1) \quad (5.52)$$

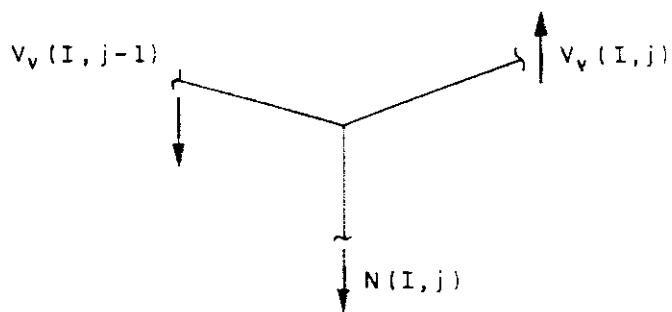


Fig. 5.11.b

Para o caso dos demais andares será:

$$N(I,J) = N(I+1,J-1) + V_V(I,J) - V_V(I,J-1) \quad (5.53)$$

onde:

$I =$ é a variável que indica o andar considerado.

$J =$ é a variável que indica o painel considerado.

5.4.9 - Análise do painel vertebral levando em consideração os nós de dimensões finitas ("nós rígidos")

5.4.9.1 - Momentos nos pilares

a) Eixo radial: devido a existência do nó de dimensão finita, os momentos dos pilares referidos ao eixo radial são afetados pelo coeficiente de rigidez de nó C_A dado pela seguinte expressão:

$$C_A = \frac{h^3}{c_1^3} \quad (5.54)$$

(a dedução do coeficiente de rigidez C_A se encontra no A pêndice I).

onde: $c_1 = h - H_v$

h é o pé direito do andar e H_v é a altura da seção da viga

Portanto os momentos dos pilares no eixo radial ficam:

$$\begin{aligned} M_{AS_n} &= 6E \frac{J_n}{h} \cdot \frac{h^3}{c_1^3} (\phi_{n_i} - g_{n_i}) \\ M_{AS_n} &= 6Ek_n \cdot C_A (\phi_{n_i} - g_{n_i}) \\ M_{AI_n} &= 6Ek_n \cdot C_A (\phi_{n_i} - g_{n_i}) \end{aligned} \quad (5.55)$$

b) Eixo tangencial: no caso do eixo tangencial os momentos não são afetados pelo coeficiente de rigidez já que na direção do eixo normal não se tem a presença

de vigas (radiais); portanto os momentos dos pilares no eixo tangencial são:

$$\begin{aligned} M_{AS_t} &= 6Ek_t (\phi_{t_i} - g_{t_i}) \\ M_{AI_t} &= 6Ek_t (\phi_{t_i} - g_{t_i}) \end{aligned} \quad (5.56)$$

5.4.9.2 - Momentos nas vigas

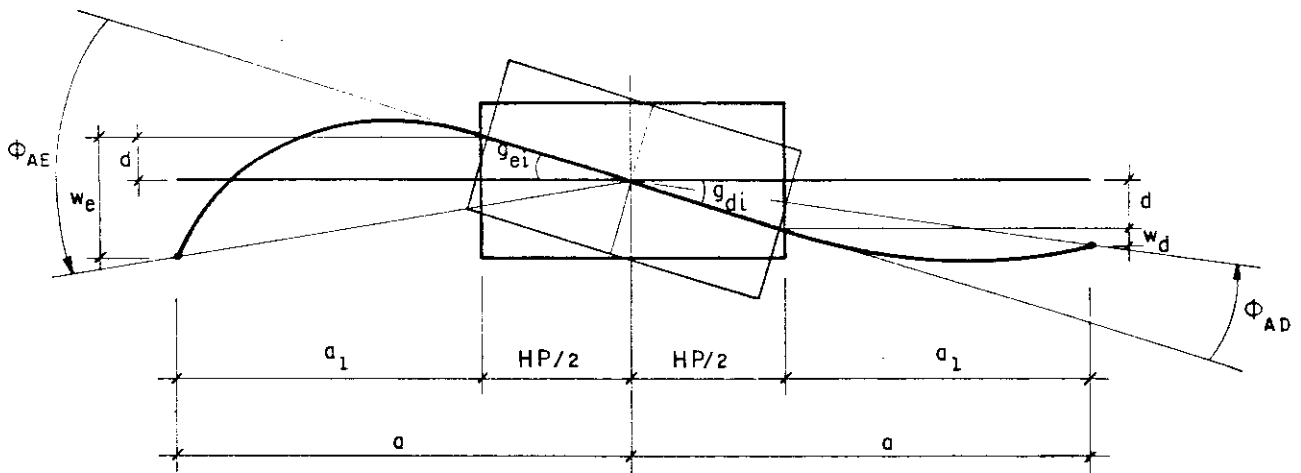


Fig. 5.12 - Influência do nó rígido nos semi-vãos das vigas

As rotações das cordas dos semi-tramos de viga em ambos os lados do nó são:

$$\begin{aligned} \phi_{AE} &= g_{e_i} + \left(\frac{w_e - d}{a}\right) \\ \phi_{AD} &= g_{d_i} - \left(\frac{w_d + d}{a}\right) \end{aligned} \quad (5.57)$$

Devido a condição de nó rígido os momentos fletores nas vigas estão afetados pelo coeficiente de rigidez de nó C_B , dado pela seguinte expressão:

$$C_B = \frac{a^3}{a_1^3} \quad (5.58)$$

(a dedução do coeficiente de Rigidez C_B se encontra no Apêndice I)

onde: $a_1 = a - \frac{H_p}{2}$

a - e o comprimento do semi-tramo da viga e

H_p - é a altura da seção do pilar

Portanto os momentos fletores nas vigas são:

$$M_{AE} = -3E \frac{J_v}{a} \left(\frac{a}{a_1}\right)^3 \left(g_{e_i} + \frac{w_{e-d}}{a}\right) = -3Ek_v C_B \left(g_{e_i} + \frac{w_{e-d}}{a}\right)$$

$$M_{AE} = -3Ek_v C_B \left(g_{e_i} + \frac{w_{e-d}}{a}\right)$$

$$M_{AD} = -3Ek_v C_B \left(g_{d_i} - \frac{w_{d+d}}{a}\right)$$

(5.59)

Nas expressões $\left(g_{e_i} + \frac{w_{e-d}}{a}\right)$ e $\left(g_{d_i} - \frac{w_{d+d}}{a}\right)$ das equações (5.59) pode-se substituir $d = g_{e_i} \cdot \frac{H_p}{2}$ e $d = g_{d_i} \cdot \frac{H_p}{2}$.

ficando portanto:

$$g_{e_i} + \frac{w_{e-d}}{a} = \frac{a_1}{a} g_{e_i} + \frac{w_e}{a}$$

$$g_{d_i} - \frac{w_{d+d}}{a} = \frac{a_1}{a} g_{d_i} - \frac{w_d}{a}$$

(5.60)

Substituindo nas expressões dos momentos das vigas dá:

$$M_{AE} = -3Ek_v C_B \left(\frac{a_1}{a} g_{e_i} + \frac{w_e}{a}\right)$$

$$M_{AD} = -3Ek_v C_B \left(\frac{a_1}{a} g_{d_i} - \frac{w_d}{a}\right)$$

(5.61)

Fazendo-se operações entre os momentos fletores à esquerda e à direita do nó tem-se:

$$\begin{aligned}
 M_{AD_i} - M_{AE_i} &= 3Ek_v C_B \left(\frac{2a_1}{a} g_{t_i} \operatorname{sen} \gamma + \frac{1}{a} (-w_i - w_{i-1}) \right) \\
 M_{AD_i} + M_{AE_i} &= 3Ek_v C_B \left(\frac{2a_1}{a} g_{n_i} \operatorname{cos} \gamma + \frac{1}{a} (-w_i + w_{i-1}) \right) \\
 \underline{M}_{AD} - \underline{M}_{AE} &= 3Ek_v C_B \left(\frac{2a_1}{a} \underline{R} \underline{g} + \frac{1}{a} (\underline{w}_{AD} + \underline{w}_{AE}) \right) \quad (5.62)
 \end{aligned}$$

Devido ao equilíbrio no ponto médio das vigas pode-se escrever para os momentos de extremidade:

$$M_{AD_i} = M_{AE_{i+1}} \quad (5.63)$$

Substituindo nesta equação as expressões correspondentes da equação (5.61) resulta:

$$\frac{a_1}{a} g_{d_i} - \frac{w_i}{a} = \frac{a_1}{a} g_{e_{i+1}} + \frac{w_i}{a}$$

portanto:

$$w_i = \frac{a_1}{2} (g_{d_i} - g_{e_{i+1}}) \quad (5.64)$$

Fazendo-se operações entre os deslocamentos tem-se a equação que escrita na linguagem matricial é:

$$\underline{w}_{AD} + \underline{w}_{AE} = \frac{a_1}{2} \underline{P} \underline{g} \quad (5.65)$$

Substituindo esta expressão na equação de momentos das vigas chega-se à:

$$(\underline{M}_{AD} - \underline{M}_{AE}) = 3E k_V C_{Bl} (2\underline{R} + \frac{1}{2} \underline{P}) \underline{g} \quad (5.66)$$

onde: $C_{Bl} = \left(\frac{a}{a_1}\right)^2 \quad (5.67)$

5.4.9.3 - Equação geral de equilíbrio

As equações de equilíbrio de momentos para o nó genérico i , em torno dos eixos t e n podem ser escritas como:

$$12E k_{t_i} (\phi_{t_i} - g_{t_i}) = (\underline{M}_{AD_i} - \underline{M}_{AE_i}) \text{sen } \gamma$$

$$12E k_{n_i} C_A (\phi_{n_i} - g_{n_i}) = (\underline{M}_{AE_i} + \underline{M}_{AD_i}) \text{cos } \gamma$$

$$12E k_{m_i} (\phi_{n_i} - g_{n_i}) = (\underline{M}_{AE_i} + \underline{M}_{AD_i}) \text{cos } \gamma$$

onde: $k_{m_i} = C_A k_{n_i} \quad (5.68)$

Expressando-as na linguagem matricial dá:

$$12E \underline{k} (\underline{\phi} - \underline{g}) = \underline{R} (\underline{M}_{AD} - \underline{M}_{AE}) \quad (5.69)$$

Substituindo $(\underline{M}_{AD} - \underline{M}_{AE})$ obtida anteriormente tem-se:

$$\underline{\phi} \frac{4}{k_V C_{Bl}} \underline{k} \underline{\theta} = (\underline{R} (2\underline{R} + \frac{1}{2} \underline{P}) + \frac{4}{k_V C_{Bl}} \underline{k}) \underline{g} \quad (5.70)$$

Fazendo-se: $\underline{F} = \frac{\phi^4}{K_V C_{Bl}} \underline{k} \underline{\theta} \quad (5.71)$

$$e \quad \underline{K} = (\underline{R} (2\underline{R} + \frac{1}{2} \underline{P}) + \frac{4}{K_V C_{Bl}} \underline{k})$$

Chega-se novamente a equação matricial:

$$\tilde{K} \tilde{g} = \tilde{F} \quad (5.72)$$

A solução desta equação proporcionará os valores das rotações dos nós nos eixos tangencial e radial de cada pilar (g_{t_i} e g_{n_i}) em função da distorção do andar ϕ .

Depois de obtidas as rotações dos nós procede-se a determinação da rigidez global do edifício S_{aa} , aplicando-se a equação de equilíbrio global de forças.

Para o cálculo e determinação dos deslocamentos e esforços nas vigas e pilares continua-se o processo da mesma forma seguida no caso anterior onde não se levou em conta a rigidez dos nós.

5.5 - ASSOCIAÇÃO DE PAREDES EM ESTRUTURAS DE PLANTA POLIGONAL REGULAR

5.5.1 - Paredes de planta poligonal

Neste item é desenvolvido um processo para análise da associação de paredes de planta poligonal unidas mediante lintéis retos. O método de análise está baseado no trabalho desenvolvido por COELHO [6], para o caso da associação de paredes de planta circular unidas mediante lintéis curvos, que em forma resumida é apresentado no item 5.5.2 deste capítulo.

5.5.1.1 - Tipos de estruturas a serem analisadas

As estruturas a serem tratadas aqui são aquelas com paredes que formam um núcleo de planta poligonal simétrico em relação a ambos os eixos cartesianos provido de aberturas dispostas também simetricamente em relação ao eixo

vertical da estrutura (figs. 5.13 e 5.14). Essas aberturas representam o espaço para o ingresso aos elevadores em cada andar ou o acesso às escadas; esses espaços podem também ser empregados para levar as instalações elétricas e mecânicas da estrutura e seus equipamentos.

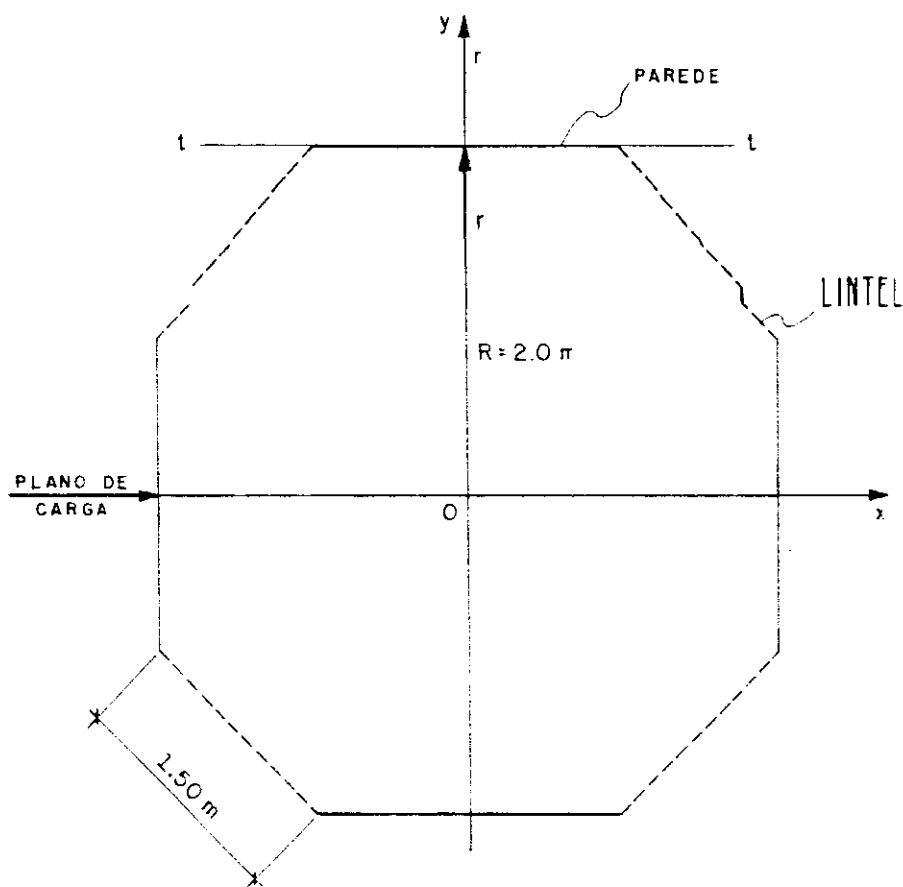


Fig. 5.13 - Núcleo em planta com 4 paredes

Convém observar que o processo apresentado requer que as paredes do núcleo tenham dimensões (espessura principalmente), que possam garantir o efetivo engastamento dos lintéis nessas paredes. COELHO [6] considerou trechos cilíndricos de paredes, conseguindo maior eficiência estrutural. Todavia, a execução dessas paredes será mais trabalhosa do que a das retangulares.

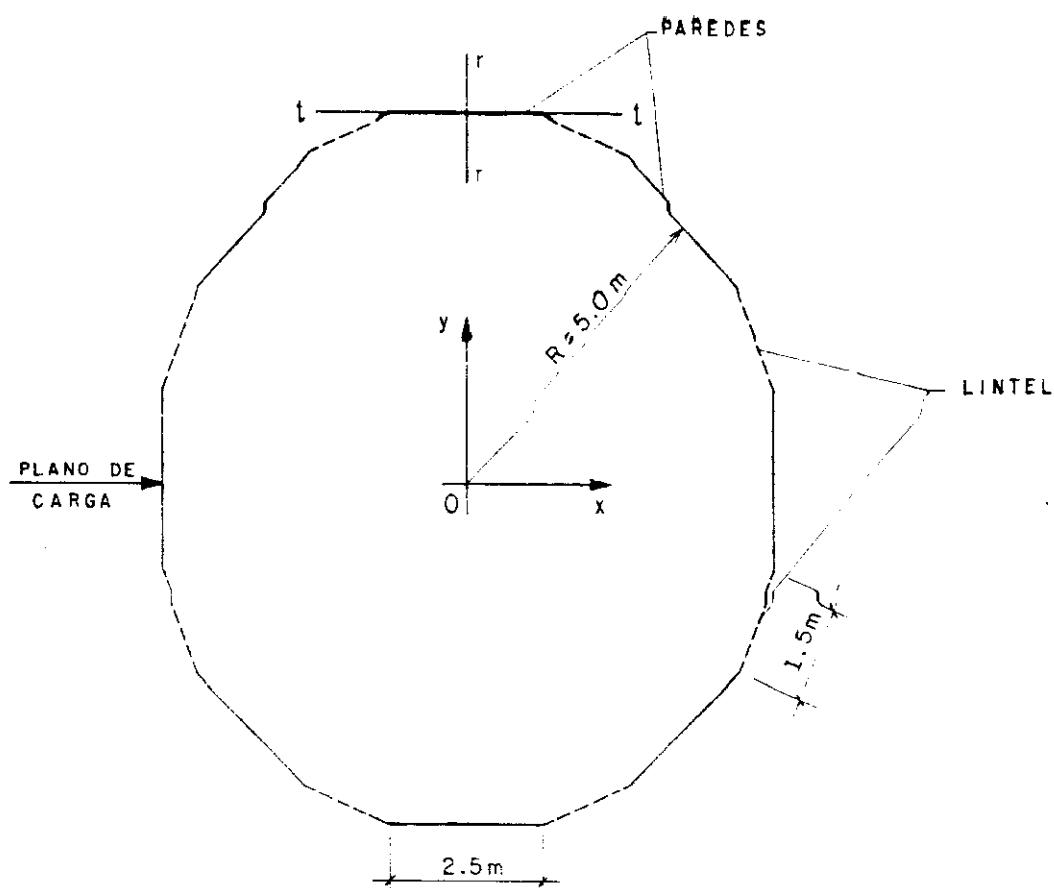


Fig. 5.14 - Núcleo em planta com 8 paredes

5.5.1.2 - Hipóteses

- Como mostra a fig. 5.13, o núcleo está composto por trechos de parede retos que estão ligados por lintéis também retos sobre as aberturas ao nível de cada andar, limitando portanto em parte o empenamento das seções.
- Os trechos de parede retos são dotados da mesma rigidez a flexão, e os lintéis igualmente retos possuem também idêntica rigidez a flexão, e se encontram uniformemente espaçados ao longo da altura do edifício (andares com pé-direito constante).
- Admite-se como válida a hipótese da nulidade de momentos no centro dos vãos dos lintéis.

Nesses pontos atuam apenas os esforços cortantes verticais, que serão distribuídos continuamente ao longo do espaçamento h .

- Não serão considerados os deslocamentos axiais das paredes.

- Por outro lado o carregamento externo é suposto atuando em um plano diametral de carga qualquer, não ocasionando sollicitação de torção ao conjunto.

5.5.1.3 - Análise da associação das paredes com os lintéis

A fig. 5.15 mostra um tramo de parede i ligado aos lintéis i e $i-1$; aproveitando o fato de que os pontos de inflexão da elástica nos lintéis situam-se nos centros de seus vãos pode-se separar esse tramo da estrutura global do edifício, com a intenção de estudar o equilíbrio dessa parte.

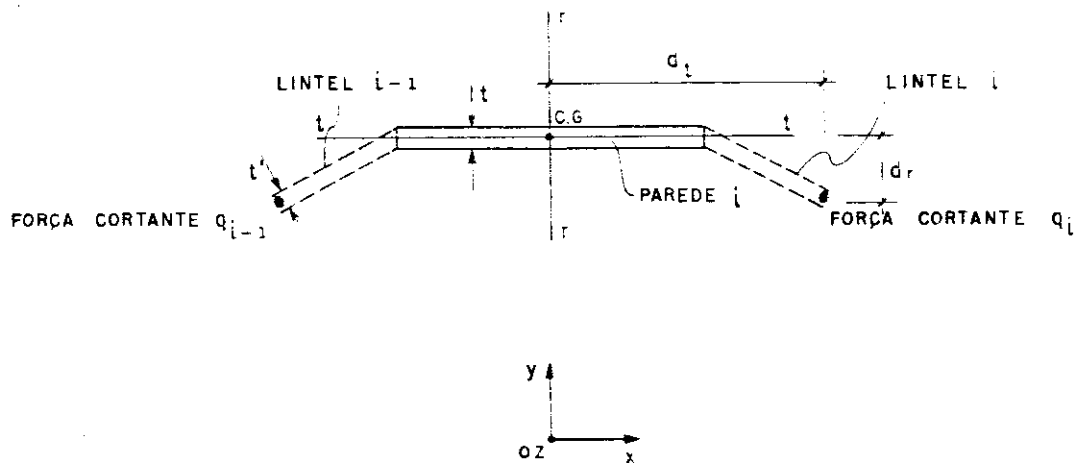


Fig. 5.15.a - Parede isolada em planta

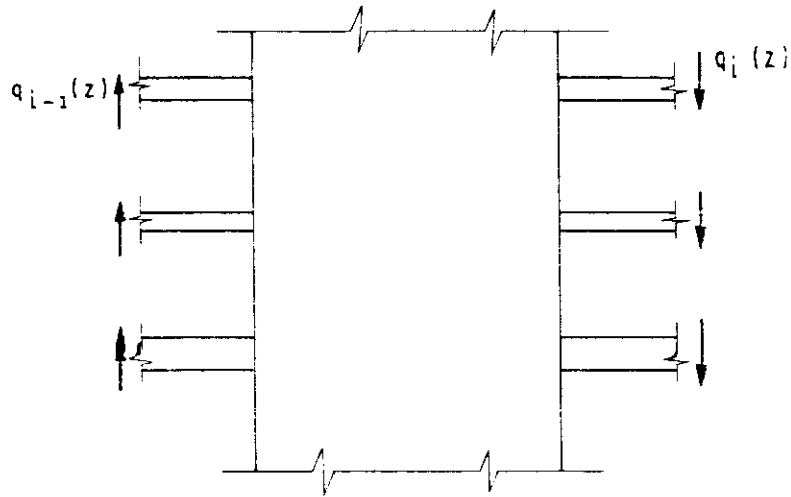


Fig. 5.15.b - Parede isolada em elevação

Este trecho isolado de parede, para fins de análise, pode ser substituído por dois outros elasticamente equivalentes, na direção tangencial t e radial r , e mais uma mola de torção como se mostra na fig. 5.16.

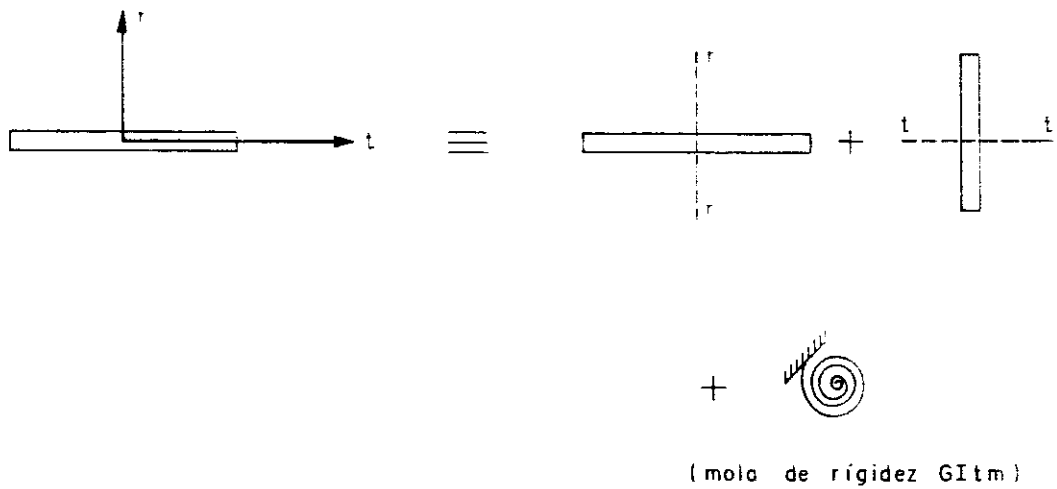


Fig. 5.16 - Paredes elasticamente equivalentes

As características geométricas da parede isolada, tais como momentos de inércia relativamente aos eixos locais tangencial e radial e momentos de inércia à torção são facilmente calculados.

Para efeito da análise, serão isolados elementos de parede de altura dz , segundo as direções radial e tangencial como mostra a fig. 5.17.

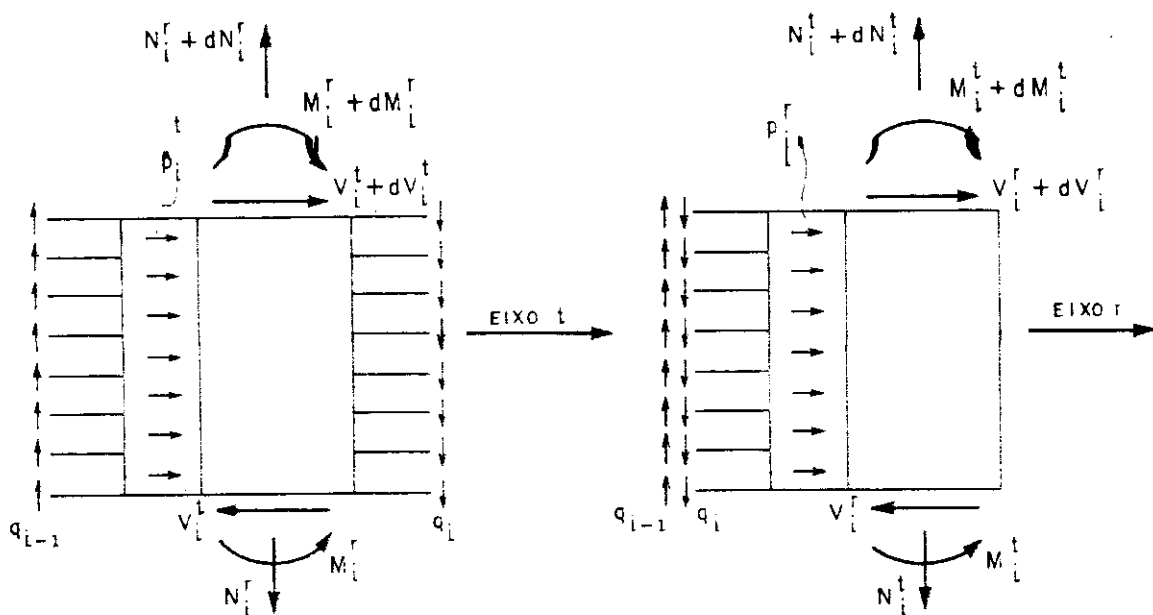


Fig. 5.17.a - Elemento de parede segundo a direção do eixo t-t.

Fig. 5.17.b - Elemento de parede segundo a direção do eixo r-r.

M_i^r e M_i^t são respectivamente os momentos fletores segundo os eixos r e t, ou seja, cujos planos de carga contêm os eixos t e r.

5.5.1.4 - Equações de equilíbrio

a) Equilíbrio de forças na direção dos eixos t e r

$$\frac{dV_i^t}{dz} = - p_i^t \quad (5.73)$$

$$\frac{dV_i^r}{dz} = - p_i^r \quad (5.74)$$

b) Equilíbrio de momentos nos planos verticais que contém os eixos t e r

$$\frac{dM_i^r}{dz} = -V_i^t - (q_{i-1} + q_i) d_t \quad (5.75)$$

$$\frac{dM_i^t}{dz} = -V_i^r - (q_{i-1} - q_i) d_r \quad (5.76)$$

onde d_t e d_r são respectivamente as distâncias do centro do vão do lintel até o centro de gravidade do tramo de parede medidas nas direções dos eixos t e r.

$$d_t = l + f \quad (5.77)$$

$$d_r = g$$

A equação da elástica da parede, desprezada a deformação por força cortante e para pequenos deslocamentos é dada pela equação:

$$u_w'' = \frac{M_w}{J_w} \quad (5.78)$$

Derivando:

$$u_w''' = \frac{M_w'}{J_w} \quad (5.79)$$

Substituindo (5.75) e (5.76) em (5.79) tem-se:

$$V_i^t = -j_i^r \cdot u_{i,t}''' - (q_{i-1} + q_i) d_t \quad (5.80)$$

$$V_i^r = -j_i^t \cdot u_{i,r}''' - (q_{i-1} - q_i) d_r \quad (5.81)$$

5.5.1.5 - Equação de compatibilidade de deslocamentos

Conhecidas as equações de compatibilidade de deslocamentos, junto com as equações de equilíbrio, será possível determinar os valores das incógnitas q_i em função dos deslocamentos do núcleo. Dos deslocamentos que ocorrem na parede e nos lintéis, serão considerados: aquele que ocorre por efeito da flexão na parede e aquele devido ao efeito da flexão nos lintéis (sem levar em conta os deslocamentos axiais).

Para que haja compatibilidade, o deslocamento do lintel i , no seu ponto de momento nulo, devido aos deslocamentos da parede i e do próprio semi-tramo do lintel deverá ser igual ao que ocorre no mesmo ponto i devido aos deslocamentos do outro semi-tramo do lintel i e da parede $i+1$ (fig. 5.18).

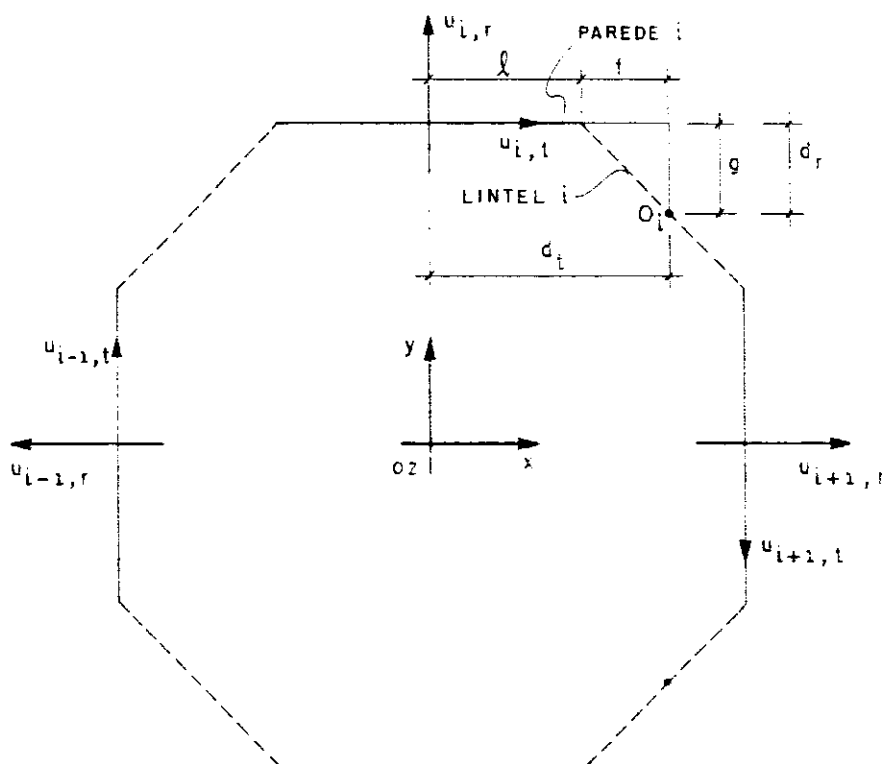


Fig. 5.18 - Coordenadas das paredes

Com os eixos coordenados estabelecidos para cada tramo de parede e considerando positivo o deslocamento vertical para baixo a equação de compatibilidade resulta:

$$u'_{i,t} d_t - u'_{i,r} d_r + q_i \lambda = -u'_{i+1,t} d_t - u'_{i+1,r} d_r - q_i \lambda \quad (5.82)$$

onde o valor λ é determinado calculando o deslocamento vertical do ponto médio do lintel devido ao esforço $q_i \cdot h$ que atua sobre o semi-tramo em balanço do lintel suposto engastado na parede. Esse esforço provoca o aparecimento de momento fletor no lintel.

5.5.1.6 - Determinação do coeficiente λ (deslocamento do ponto médio do lintel, admitida a capacidade de engastamento da parede) (*)

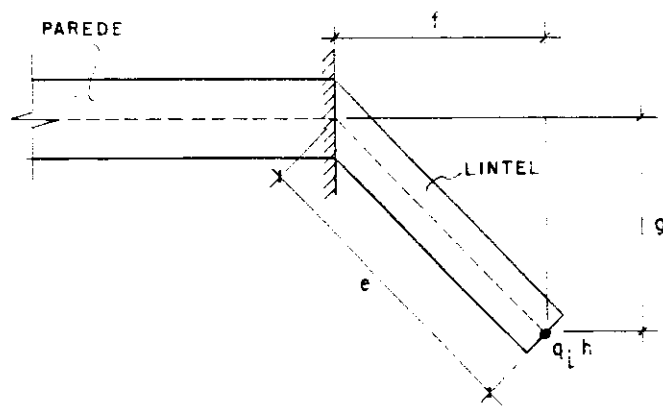


Fig. 5.19.a - Planta-lintel engastado na parede

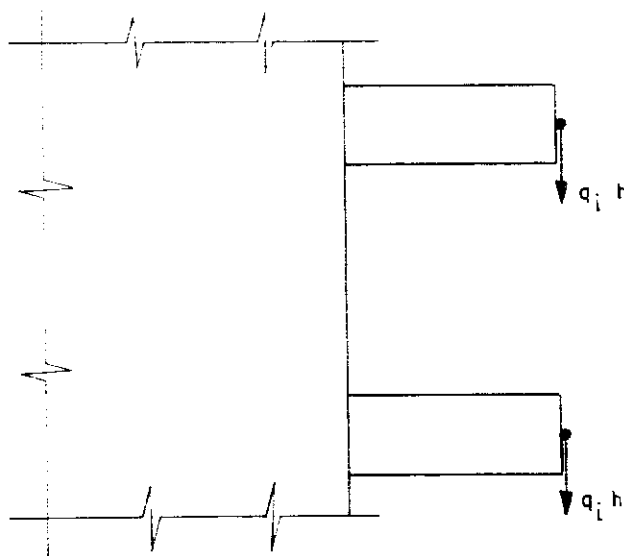


Fig. 5.19.b - Elevação-lintel engastado na parede

(*) Paredes cilíndricas podem apresentar essa capacidade com maior eficiência do que uma retangular delgada.

Utilizando-se o método do trabalho virtual vamos ter que o deslocamento do ponto médio do lintel pode ser obtido através de:

$$\delta_v = \int_0^{\ell} \frac{M \cdot \bar{M}}{EI_{\ell}} dx$$

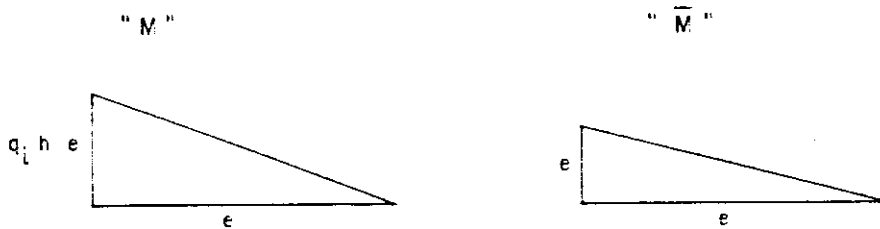
onde:

- M = momento fletor que aparece no lintel devido à atuação de $q_i h$.
- \bar{M} = momento fletor que aparece no lintel, quando atua uma carga unitária em lugar de $q_i h$.
- I_{ℓ} = momento de inércia à flexão do lintel.

Como as propriedades do lintel são constantes ao longo de todo o membro a rigidez EI_{ℓ} pode ser colocada fora da integral; portanto fica:

$$\delta_v = \frac{1}{EI_{\ell}} \int_0^{\ell} M \cdot \bar{M} dx$$

A avaliação da integral será feita em função dos diagramas de momento fletor (Tabelas de Integrais)



$$\delta_v = \frac{\frac{e}{3} q_i h e^2}{EI_{\ell}}$$

$$\delta_v = \frac{1}{3} q_i h \frac{e^3}{EI_{\ell}} \quad (5.83)$$

$$\lambda = \frac{h}{3} \frac{e}{EI_{\ell}} \quad (5.84)$$

$$\delta_v = q_i \lambda \quad (5.85)$$

Explicitando o esforço cortante no lintel para cada lado de parede i obtido da equação de compatibilidade dos deslocamentos tem-se:

$$q_i = \frac{(u'_{i,r} - u'_{i+1,r})d_r - (u'_{i,t} + u'_{i+1,t})d_t}{2\lambda} \quad (5.86)$$

paralelamente:

$$q_{i-1} = \frac{(u'_{i-1,r} - u'_{i,r})d_r - (u'_{i-1,t} + u'_{i,t})d_t}{2\lambda} \quad (5.87)$$

5.5.1.7 - Análise do equilíbrio de toda a estrutura

Supondo-se a existência de outra parede elasticamente equivalente no eixo radial por cada tramo de parede, para efeito de análise, as coordenadas de cada trecho de parede, relativas aos eixos centrais x e y serão referidas através de vetores unitários com as direções nos eixos tangencial e radial, e portanto com cossenos diretores iguais a a_i^t , b_i^t e c_i^t no eixo t e a_i^r , b_i^r e c_i^r no eixo r .

Os deslocamentos $u_{i,t}$ e $u_{i,r}$, colocados em função dos deslocamentos u , v e θ do conjunto, ficam:

$$u_{i,t} = a_i^t u + b_i^t v + c_i^t \theta \quad (5.88)$$

$$u_{i,r} = a_i^r u + b_i^r v + c_i^r \theta$$

Substituindo os valores de q_i e q_{i-1} , dados nas equações (5.86) e (5.87) respectivamente, nas equações (5.80) e (5.81) resulta:

$$v_i^t = -j_i^r u_{i,t}''' + \left[-\bar{\beta}(u_{i-1,r}^! - u_{i+1,r}^!) + \bar{\theta}(u_{i-1,t}^! + 2u_{i,t}^! + u_{i+1,t}^!) \right] \quad (5.89)$$

$$v_i^r = -j_i^t u_{i,r}''' + \left[-\bar{\alpha}(u_{i-1,r}^! - 2u_{i,r}^! + u_{i+1,r}^!) + \bar{\beta}(u_{i-1,t}^! - u_{i+1,t}^!) \right] \quad (5.90)$$

onde: $\bar{\beta} = \frac{d_r d_t}{2\lambda}$

$$\bar{\theta} = \frac{d_t^2}{2\lambda} \quad (5.91)$$

$$\bar{\alpha} = \frac{d_r^2}{2\lambda}$$

Portanto as equações de equilíbrio do conjunto à ação da força cortante serão:

$$\sum_{i=1}^{n_w} (v_i^t \cdot a_i^t + v_i^r \cdot a_i^r) = V_x = V \cdot a$$

$$\sum_{i=1}^{n_w} (v_i^t \cdot b_i^t + v_i^r \cdot b_i^r) = V_y = V \cdot b \quad (5.92)$$

$$\sum_{i=1}^{n_w} (v_i^t \cdot c_i^t + v_i^r \cdot c_i^r) = M_z = V \cdot c$$

onde: n_w = número de paredes existentes.

a, b, c = cossenos diretores do vetor unitário que caracteriza a direção de plano de carga.

Fazendo as substituições de v_i^t , v_i^r e de u''' e u' nas equações de equilíbrio resulta finalmente a equação matricial:

$$- \underline{J} \underline{U}''' + \underline{S} \underline{U}' = \underline{V} \underline{A} \quad (5.93)$$

As matrizes envolvidas na expressão anterior são:

$$\underline{J} = \begin{bmatrix} J_{aa} & J_{ab} & J_{ac} \\ J_{ba} & J_{bb} & J_{bc} \\ J_{ca} & J_{cb} & J_{cc} \end{bmatrix} \quad (5.94)$$

onde:
$$J_{gh} = \sum_{i=1}^{n_w} \left[j_i^r (g_i^t \cdot h_i^t) + J_i^t (g_i^r \cdot h_i^r) \right] \quad (5.95)$$

$$\underline{S} = \begin{bmatrix} S_{aa} & S_{ab} & S_{ac} \\ S_{ba} & S_{bb} & S_{bc} \\ S_{ca} & S_{cb} & S_{cc}^* \end{bmatrix} \quad (5.96)$$

onde:
$$S_{cc}^* = S_{cc} + S_m, \quad S_m = \sum_{i=1}^{n_w} t_m, \quad t_m = G_m \cdot I_{tm} \quad (5.97)$$

$$\begin{aligned} S_{gh} = \sum_{i=1}^{n_w} & \left[-\bar{\beta} (g_i^t \cdot h_{i-1}^r - g_i^t \cdot h_{i+1}^r - g_i^r \cdot h_{i-1}^t + g_i^r \cdot h_{i+1}^t) + \right. \\ & + \bar{\theta} (g_i^t \cdot h_{i-1}^t + 2g_i^t \cdot h_i^t + g_i^t \cdot h_{i+1}^t) - \\ & \left. - \bar{\alpha} (g_i^r \cdot h_{i-1}^r - 2g_i^r \cdot h_i^r + g_i^r \cdot h_{i+1}^r) \right] \quad (5.98) \end{aligned}$$

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad \underline{U} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ \theta \end{bmatrix} \quad (5.99)$$

$V = V(z)$ = força cortante ao nível da cota z , função do car regamento externo.

g, h = são quaisquer dos cossenos diretores de vetor unitário usado.

5.5.1.8 - Condições de contorno

Admitindo que o engastamento na base das paredes seja rígido e que no topo o momento fletor seja nulo vamos ter:

$$u_i^t(0) = a_i^t u(0) + b_i^t v(0) + c_i^t \theta(0) = 0$$

Como as paredes constituem um sistema não degenerado pode-se escrever as condições de contorno anteriores assim:

$$u(0) = v(0) = \theta(0) = 0 \quad (5.100)$$

Além disso para todas as paredes vale:

$$u_i'(0) = 0 \quad e \quad u_i''(H) = 0 \quad (5.101)$$

Com as condições de contorno estabelecidas, a solução do conjunto de equações diferenciais mostrado anteriormente é conhecida e fornece as funções de deslocamento incógnitas $u(z)$, $v(z)$ e $\theta(z)$, o que permite também a obtenção dos esforços solicitantes.

5.5.2 - Paredes de planta circular

Para o caso de paredes de planta circular COELHO [6] desenvolveu um processo similar ao seguido no caso das paredes de planta poligonal, que em forma sintetizada apresenta-se a seguir.

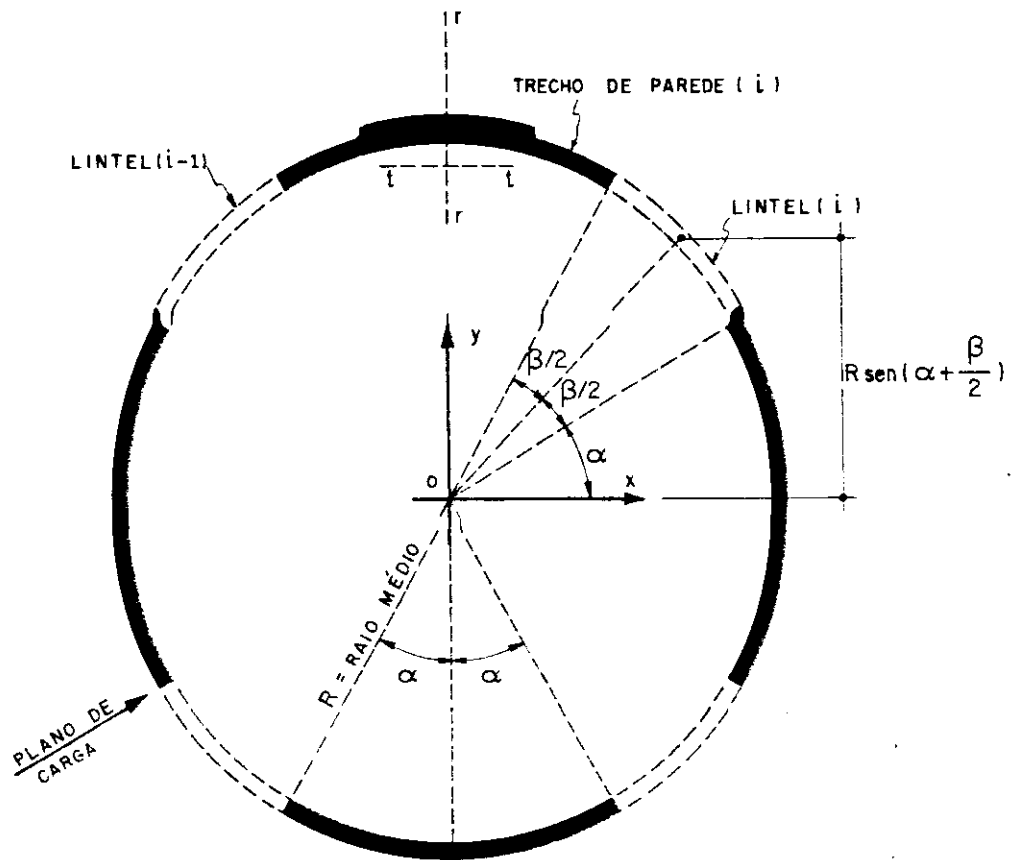


Fig. 5.20 - Núcleo circular em planta

A fig. 5.20 mostra o caso de estrutura a ser analisada; para isto isola-se um tramo de parede i , unida aos semi-tramos dos lintéis da esquerda $i-1$ e da direita i , como mostra a fig. 5.21.

As hipóteses admitidas no item anterior também são válidas na análise seguinte.

Substituindo novamente o tramo de parede por outros dois elasticamente equivalente e mais uma mola de torção, passa-se a escrever as equações de equilíbrio. De acordo com os esforços solicitantes que atuam na direção radial r e tangencial t e para elementos de parede de altura dz de corre:

$$\frac{dv_i^t}{dz} = - p_i^t$$

(5.102)

$$\frac{dv_i^r}{dz} = - p_i^r$$

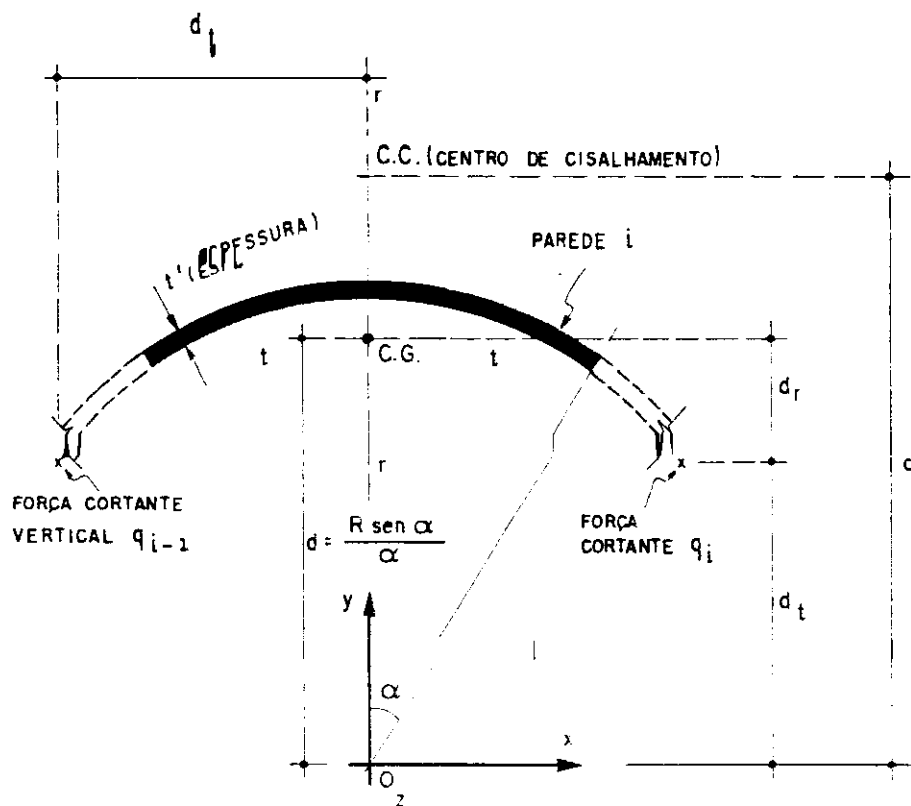


Fig. 5.21.a - Parede i isolada em planta

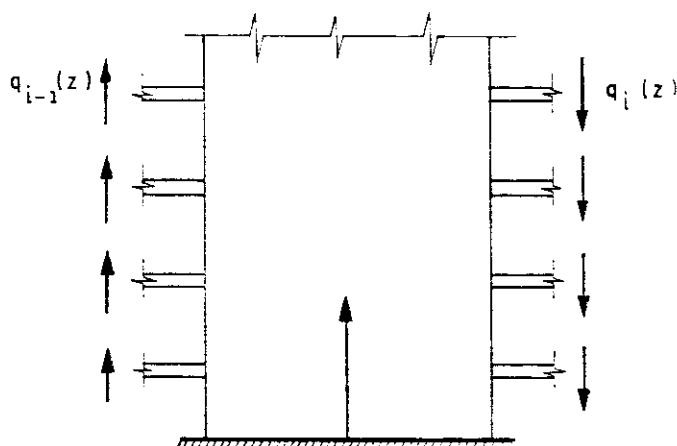


Fig. 5.21.b - Parede i isolada em elevação

$$\frac{dM_i^r}{dz} = -V_i^t - (q_{i-1} + q_i) d_t$$

(5.103)

$$\frac{dM_i^t}{dz} = -V_i^r - (q_{i-1} - q_i) d_r$$

Da figura obtem-se que:

$$d = R \operatorname{sen} \alpha / \alpha \quad (5.104)$$

$$d_t = R \left(\operatorname{sen} \left(\alpha + \frac{\beta}{2} \right) \right) \quad (5.105)$$

e

$$d_r = d - d_t \quad (5.106)$$

O esforço cortante segundo os eixos radial e tangencial do núcleo resulta:

$$V_i^t = - j_i^r \cdot u_{i,t}''' - (q_{i-1} + q_i) d_t \quad (5.107)$$

$$V_i^r = - j_i^t \cdot u_{i,r}''' - (q_{i-1} - q_i) d_r$$

onde: q_{i-1} e q_i são as forças cortantes verticais distribuídas no meio contínuo.

Continuando nosso estudo a equação de compatibilidade de deslocamentos pode ser escrita como:

$$u_{i,t}' d_t - u_{i,r}' d_r + q_i \lambda = - u_{i+1,t}' d_t - u_{i+1,r}' d_r - q_i \lambda \quad (5.108)$$

onde, o valor de λ para o caso de paredes de planta circular vale:

$$\lambda = \frac{hR^3}{4} \left[\frac{2\beta - \operatorname{sen} 2\beta}{EI_\ell} + \frac{6\beta + \operatorname{sen} 2\beta - 8\operatorname{sen} \beta}{GI_{t\ell}} \right] \quad (5.109)$$

de acordo com o que foi demonstrado por COELHO [6] que determinou o deslocamento vertical do ponto médio do lintel de trecho curvo engastado na parede, submetido a ação do esforço $q_i h$ que provoca momento fletor e momento torção na peça.

Uma vez determinado o valor de λ pode-se explicitar q_i e q_{i-1} :

$$q_i = \frac{(u'_{i,r} - u'_{i+1,r}) d_r - (u'_{i,t} + u'_{i+1,t}) d_t}{2\lambda} \quad (5.110)$$

$$q_{i-1} = \frac{(u'_{i-1,r} - u'_{i,r}) d_r - (u'_{i-1,t} + u'_{i,t}) d_t}{2\lambda}$$

Após definidas a direção e posição de cada trecho de parede, no que diz respeito aos eixos t e r associados a cada parede, pode-se estabelecer o equilíbrio do conjunto da seguinte maneira.

Os deslocamentos $u_{i,t}$ e $u_{i,r}$ podem ser calculados em função dos deslocamentos u , v e θ do edifício.

Portanto:

$$u_{i,t} = a_i^t u + b_i^t v + c_i^t \theta \quad (5.111)$$

$$u_{i,r} = a_i^r u + b_i^r v + c_i^r \theta \quad (5.112)$$

onde: a_i^t , b_i^t , c_i^b e a_i^r , b_i^r , (c_i^r) indicam os cossenos diretores dos versores nas direções t e r de cada tramo de parede.

Levando os valores de q_i e q_{i-1} nas expressões de

V_i^t e V_i^r obtém-se:

$$V_i^t = -j_i^r u_{i,t}''' + (-\bar{\beta}(u'_{i-1,r} - u'_{i+1,r}) + \bar{\theta}(u'_{i-1,t} + 2u'_{i,t} + u'_{i+1,t}))$$

$$V_i^r = -j_i^t u_{i,r}''' + (-\bar{\alpha}(u'_{i-1,r} - 2u'_{i,r} + u'_{i+1,r}) + \bar{\beta}(u'_{i-1,t} - u'_{i+1,t})) \quad (5.113)$$

$$\text{onde: } \bar{\beta} = d_r d_t / 2\lambda \quad (5.114)$$

$$\bar{\theta} = d_t^2 / 2\lambda \quad (5.115)$$

$$\bar{\alpha} = d_r^2 / 2\lambda \quad (5.116)$$

Portanto as equações de equilíbrio serão:

$$\sum_{i=1}^{n_w} (V_{i,i}^{t,t} + V_{i,i}^{r,r}) = V_x = V.a$$

$$\sum_{i=1}^{n_w} (V_{i,i}^{t,b} + V_{i,i}^{r,b}) = V_y = V.b \quad (5.117)$$

$$\sum_{i=1}^{n_w} (V_{i,i}^{t,c} + V_{i,i}^{r,c}) = M_z = V.c$$

Substituindo, os valores de $u_{i-1,t}^i$, $u_{i+1,t}^i$, $u_{i-1,r}^i$, $u_{i+1,r}^i$ em função dos deslocamentos globais da estrutura e dos cossenos diretores de cada parede e os correspondentes valores das terceiras derivadas, nas expressões de equilíbrio chega-se à mesma expressão matricial obtida anteriormente dada por:

$$- \underline{J} \underline{U}''' + \underline{S} \underline{U}' = \underline{V} \underline{A} \quad (5.118)$$

onde \underline{J} , \underline{S} e \underline{A} são matrizes explicitadas também no caso das paredes de planta poligonal.

A solução do sistema, com as condições de contorno estabelecidas, determinará as funções deslocamento, u , v e θ da estrutura, e os esforços atuantes nos diversos elementos.

CAPÍTULO VI

PROGRAMA PARA O CÁLCULO AUTOMÁTICO

6.1 - INTRODUÇÃO

Com o objetivo de se automatizar o procedimento de cálculo descrito no capítulo 5, para a obtenção dos deslocamentos e esforços internos nos elementos da estrutura de planta poligonal regular submetida a ação horizontal, segundo a técnica de decomposição em painéis vertebrais, foi desenvolvido um programa em linguagem FORTRAN 77, para microcomputadores.

6.2 - LIMITAÇÕES ATUAIS DO PROGRAMA

O programa está preparado para o cálculo de estruturas reticulares com características elásticas e geométricas constantes ao longo da altura do edifício, ou seja as dimensões dos elementos da estrutura, vigas e colunas, tem que ser constantes ao longo da altura do prédio.

A altura do pé-direito da estrutura também tem que ser constante ao longo da altura do edifício.

O número total de pilares do pórtico circular tem que ser no mínimo 4, ou um número múltiplo de 4.

6.3 - CARACTERÍSTICAS DO PROGRAMA

As características mais importantes são:

- a) Fácil entrada de dados.
- b) O cálculo da estrutura pode ser feito para dois casos diferentes, quer dizer, para o caso de consideração de nós pontuais e para o caso de consideração de nós rígidos de dimensões finitas.
- c) Tirando vantagem da situação de simetrias diametraais, apenas um quarto do edifício é considerado pelo programa.
- d) Geração automática das matrizes que intervêm na solução do problema.
- e) Imposição automática das condições de contorno.
- f) Rapidez nos cálculos realizados pelo programa por não ter sido necessário usar memória auxiliar.
- g) Saída dos resultados em forma compacta.

6.4 - USO DO PROGRAMA

6.4.1 - Entrada de dados

A entrada de dados é realizada mediante o arquivo denominado "EXEM 1", montado segundo uma ficha de entrada de dados mostrada no item seguinte.

6.4.2 - Ficha de entrada de dados

A ficha de entrada de dados é confeccionada com os dados necessários para que o cálculo da estrutura possa ser feito. Os dados necessários são mostrados em seguida, sendo que cada linha da ficha corresponde a uma linha do arquivo de entrada de dados.

6.4.2.1 - Características gerais da estrutura

NA, NP, NT, H, E, NORIG

Lê e imprime as características gerais da estrutura a ser analisada.

6.4.2.2 - Características do pórtico circular

RD, BV, HV, BP, HP

Lê e imprime as características do pórtico circular com as dimensões de seus elementos.

6.4.2.3 - Condições de contorno (*)

NEQBC

Variável que define o número de equações do sistema, com condições de contorno.

6.4.2.4 - Equações com condições de contorno (*)

NEBC(I)

Matriz que fornece uma lista das equações do sistema com condições de contorno.

6.4.2.5 - Cargas sobre a estrutura

P1, Q1

Variáveis que estabelecem a carga horizontal concentrada no topo e a carga horizontal uniformemente distribuída ao longo da altura do edifício, respectivamente, devidas ao efeito do vento.

(*) Na versão final do programa de cálculo as condições de contorno foram impostas automaticamente.

6.4.3 - Tabela de variáveis usada na ficha de entrada de dados (foram supostas unidades: kN e cm)

- NA - número de andares do edifício
- NP - número de pilares do pórtico circular
- NT - número de pórticos circulares
- H - altura do pé direito constante
- E - módulo de elasticidade do material da estrutura
- NORIG - variável que estabelece a consideração de nós pontuais (NORIG=0) ou o caso dos nós rígidos (NORIG=1)
- RD - raio do pórtico circular correspondente
- A - comprimento do semi-vão da viga do pórtico correspondente
- BV - largura da seção transversal da viga
- HV - altura da seção transversal da viga
- BP - largura da seção transversal do pilar na direção radial
- HP - altura da seção transversal do pilar na direção tangencial
- NEQBC - número de equações com condições de contorno
- NEBC - lista de equações com condições de contorno
- Pl - carga pontual no topo do edifício devido ao vento
- Ql - carga uniformemente distribuída ao longo da estrutura devida ao vento
- Z - posição de cada andar referida ao eixo OZ
- ST - rigidez global da estrutura

6.4.4 - Resultados do programa

Os resultados do programa são:

6.4.4.1 - Deslocamentos horizontais do diafragma

Calcula e imprime os deslocamentos horizontais do diafragma em cada andar.

6.4.4.2 - Deslocamentos verticais dos pontos médios das vigas

Calcula e imprime os deslocamentos verticais dos pontos médios das vigas ao nível de cada andar.

6.4.4.3 - Momentos fletores nas vigas

Calcula e imprime os momentos fletores nas extremidades das vigas em cada andar.

6.4.4.4 - Esforços cortantes nas vigas

Calcula e imprime os esforços cortantes nas vigas ao nível de cada andar.

6.4.4.5 - Momentos fletores nos pilares

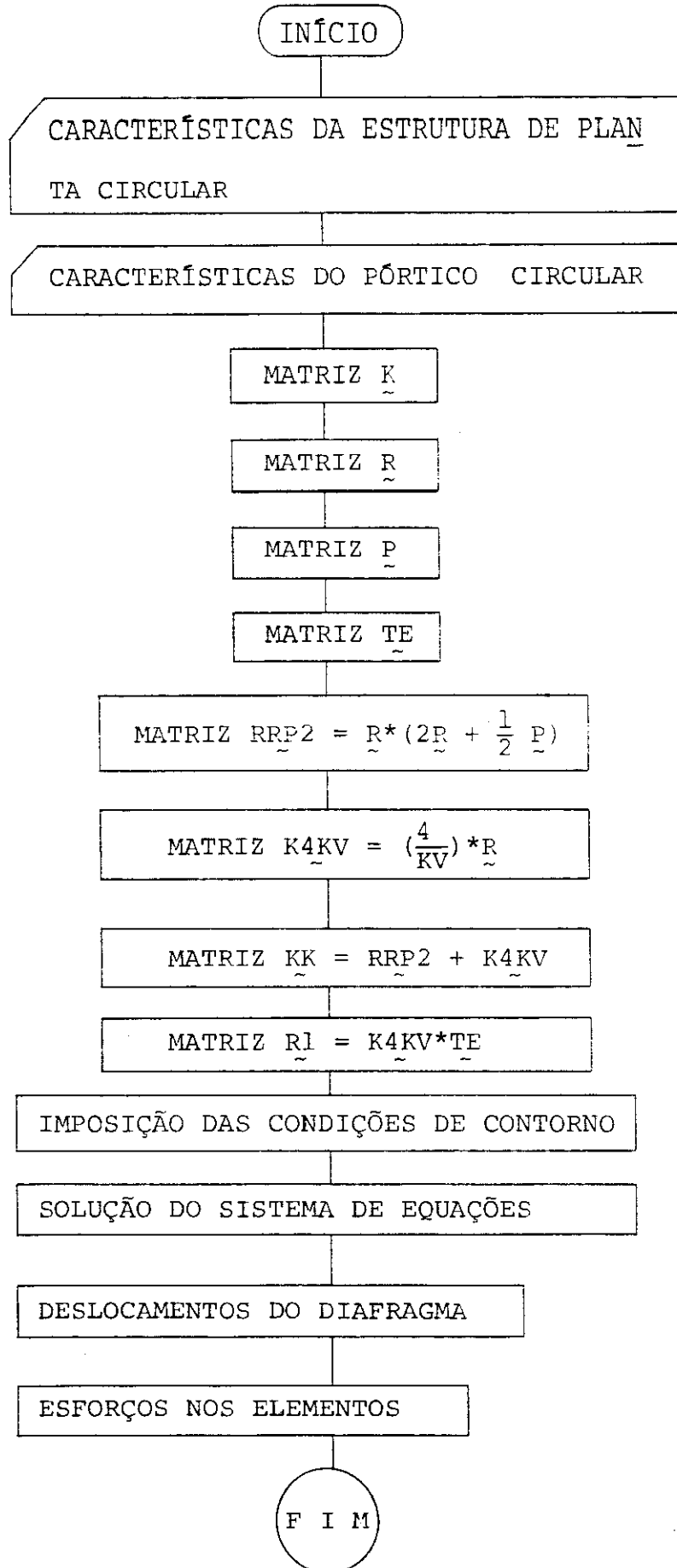
Calcula e imprime os momentos fletores nas extremidades dos pilares em cada andar.

6.4.4.6 - Esforços cortantes nos pilares

Calcula e imprime os esforços cortantes nos pilares em cada andar.

6.4.4.7 - Esforços normais nos pilares

Calcula e imprime os esforços normais nos pilares em cada andar.

6.5 - DIAGRAMA DE FLUXO SIMPLIFICADO

6.6 - LISTAGEM DO PROGRAMA


```

PROGRAM PISN.
DIMENSION TE(20),R(20,20),F(20,20),RE(20,20),T(20,20),
*AREC(10),Z(20),U(21),W(20),WR(10),FR(20),SAR(20),SAR(10),
*AA(10),T(20),C(20),TI(20),TIV(20),RRF(20,20),RV(5),SAR(5),
*RI(5),RA(5),RV(5),RV(5),BP(5),HP(5),KN(5),RT(5),FAR(5),FAR(5),
*RRF(20,20),A(10),SAR(5),S(10),D(10)
REAL R(20,20),RAN(20),RAN(20,20),RAN(20,20),RAN(20),RAD(10),RTT(20),
*RAPI(20),RT,KN,RV,KE
COMMON AREC(10),RI(10,5)
*****ARQUIVO DE ENTRADA E SAIDA
OPEN(UNIT=1,FILE='EXEM01')
OPEN(UNIT=2,FILE='EXEM1P0',STATUS='NEW')
LUR=1
LUR=2
WRITE(LUR,000)
000 FORMAT(//,A30,ESTE PROGRAMA AINDA NAO INCORPORA A INFLUENCIA
//,DE DESLOCAMENTOS AXIAIS SOBRE OS DESENVOLVIMENTOS)
*****LEITURA E IMPRESSAO DOS DADOS GERAIS DA ESTRUTURA
READ(LUR,100,/,RT),A,E,NORIS
100 FLOATA(//)
101 /
102 /
103 /
104 /
105 /
106 /
107 /
108 /
109 /
110 /
111 /
112 /
113 /
114 /
115 /
116 /
117 /
118 /
119 /
120 /
121 /
122 /
123 /
124 /
125 /
126 /
127 /
128 /
129 /
130 /
131 /
132 /
133 /
134 /
135 /
136 /
137 /
138 /
139 /
140 /
141 /
142 /
143 /
144 /
145 /
146 /
147 /
148 /
149 /
150 /
151 /
152 /
153 /
154 /
155 /
156 /
157 /
158 /
159 /
160 /
161 /
162 /
163 /
164 /
165 /
166 /
167 /
168 /
169 /
170 /
171 /
172 /
173 /
174 /
175 /
176 /
177 /
178 /
179 /
180 /
181 /
182 /
183 /
184 /
185 /
186 /
187 /
188 /
189 /
190 /
191 /
192 /
193 /
194 /
195 /
196 /
197 /
198 /
199 /
200 /
201 /
202 /
203 /
204 /
205 /
206 /
207 /
208 /
209 /
210 /
211 /
212 /
213 /
214 /
215 /
216 /
217 /
218 /
219 /
220 /
221 /
222 /
223 /
224 /
225 /
226 /
227 /
228 /
229 /
230 /
231 /
232 /
233 /
234 /
235 /
236 /
237 /
238 /
239 /
240 /
241 /
242 /
243 /
244 /
245 /
246 /
247 /
248 /
249 /
250 /
251 /
252 /
253 /
254 /
255 /
256 /
257 /
258 /
259 /
260 /
261 /
262 /
263 /
264 /
265 /
266 /
267 /
268 /
269 /
270 /
271 /
272 /
273 /
274 /
275 /
276 /
277 /
278 /
279 /
280 /
281 /
282 /
283 /
284 /
285 /
286 /
287 /
288 /
289 /
290 /
291 /
292 /
293 /
294 /
295 /
296 /
297 /
298 /
299 /
300 /
301 /
302 /
303 /
304 /
305 /
306 /
307 /
308 /
309 /
310 /
311 /
312 /
313 /
314 /
315 /
316 /
317 /
318 /
319 /
320 /
321 /
322 /
323 /
324 /
325 /
326 /
327 /
328 /
329 /
330 /
331 /
332 /
333 /
334 /
335 /
336 /
337 /
338 /
339 /
340 /
341 /
342 /
343 /
344 /
345 /
346 /
347 /
348 /
349 /
350 /
351 /
352 /
353 /
354 /
355 /
356 /
357 /
358 /
359 /
360 /
361 /
362 /
363 /
364 /
365 /
366 /
367 /
368 /
369 /
370 /
371 /
372 /
373 /
374 /
375 /
376 /
377 /
378 /
379 /
380 /
381 /
382 /
383 /
384 /
385 /
386 /
387 /
388 /
389 /
390 /
391 /
392 /
393 /
394 /
395 /
396 /
397 /
398 /
399 /
400 /
401 /
402 /
403 /
404 /
405 /
406 /
407 /
408 /
409 /
410 /
411 /
412 /
413 /
414 /
415 /
416 /
417 /
418 /
419 /
420 /
421 /
422 /
423 /
424 /
425 /
426 /
427 /
428 /
429 /
430 /
431 /
432 /
433 /
434 /
435 /
436 /
437 /
438 /
439 /
440 /
441 /
442 /
443 /
444 /
445 /
446 /
447 /
448 /
449 /
450 /
451 /
452 /
453 /
454 /
455 /
456 /
457 /
458 /
459 /
460 /
461 /
462 /
463 /
464 /
465 /
466 /
467 /
468 /
469 /
470 /
471 /
472 /
473 /
474 /
475 /
476 /
477 /
478 /
479 /
480 /
481 /
482 /
483 /
484 /
485 /
486 /
487 /
488 /
489 /
490 /
491 /
492 /
493 /
494 /
495 /
496 /
497 /
498 /
499 /
500 /
501 /
502 /
503 /
504 /
505 /
506 /
507 /
508 /
509 /
510 /
511 /
512 /
513 /
514 /
515 /
516 /
517 /
518 /
519 /
520 /
521 /
522 /
523 /
524 /
525 /
526 /
527 /
528 /
529 /
530 /
531 /
532 /
533 /
534 /
535 /
536 /
537 /
538 /
539 /
540 /
541 /
542 /
543 /
544 /
545 /
546 /
547 /
548 /
549 /
550 /
551 /
552 /
553 /
554 /
555 /
556 /
557 /
558 /
559 /
560 /
561 /
562 /
563 /
564 /
565 /
566 /
567 /
568 /
569 /
570 /
571 /
572 /
573 /
574 /
575 /
576 /
577 /
578 /
579 /
580 /
581 /
582 /
583 /
584 /
585 /
586 /
587 /
588 /
589 /
590 /
591 /
592 /
593 /
594 /
595 /
596 /
597 /
598 /
599 /
600 /
601 /
602 /
603 /
604 /
605 /
606 /
607 /
608 /
609 /
610 /
611 /
612 /
613 /
614 /
615 /
616 /
617 /
618 /
619 /
620 /
621 /
622 /
623 /
624 /
625 /
626 /
627 /
628 /
629 /
630 /
631 /
632 /
633 /
634 /
635 /
636 /
637 /
638 /
639 /
640 /
641 /
642 /
643 /
644 /
645 /
646 /
647 /
648 /
649 /
650 /
651 /
652 /
653 /
654 /
655 /
656 /
657 /
658 /
659 /
660 /
661 /
662 /
663 /
664 /
665 /
666 /
667 /
668 /
669 /
670 /
671 /
672 /
673 /
674 /
675 /
676 /
677 /
678 /
679 /
680 /
681 /
682 /
683 /
684 /
685 /
686 /
687 /
688 /
689 /
690 /
691 /
692 /
693 /
694 /
695 /
696 /
697 /
698 /
699 /
700 /
701 /
702 /
703 /
704 /
705 /
706 /
707 /
708 /
709 /
710 /
711 /
712 /
713 /
714 /
715 /
716 /
717 /
718 /
719 /
720 /
721 /
722 /
723 /
724 /
725 /
726 /
727 /
728 /
729 /
730 /
731 /
732 /
733 /
734 /
735 /
736 /
737 /
738 /
739 /
740 /
741 /
742 /
743 /
744 /
745 /
746 /
747 /
748 /
749 /
750 /
751 /
752 /
753 /
754 /
755 /
756 /
757 /
758 /
759 /
760 /
761 /
762 /
763 /
764 /
765 /
766 /
767 /
768 /
769 /
770 /
771 /
772 /
773 /
774 /
775 /
776 /
777 /
778 /
779 /
780 /
781 /
782 /
783 /
784 /
785 /
786 /
787 /
788 /
789 /
790 /
791 /
792 /
793 /
794 /
795 /
796 /
797 /
798 /
799 /
800 /
801 /
802 /
803 /
804 /
805 /
806 /
807 /
808 /
809 /
810 /
811 /
812 /
813 /
814 /
815 /
816 /
817 /
818 /
819 /
820 /
821 /
822 /
823 /
824 /
825 /
826 /
827 /
828 /
829 /
830 /
831 /
832 /
833 /
834 /
835 /
836 /
837 /
838 /
839 /
840 /
841 /
842 /
843 /
844 /
845 /
846 /
847 /
848 /
849 /
850 /
851 /
852 /
853 /
854 /
855 /
856 /
857 /
858 /
859 /
860 /
861 /
862 /
863 /
864 /
865 /
866 /
867 /
868 /
869 /
870 /
871 /
872 /
873 /
874 /
875 /
876 /
877 /
878 /
879 /
880 /
881 /
882 /
883 /
884 /
885 /
886 /
887 /
888 /
889 /
890 /
891 /
892 /
893 /
894 /
895 /
896 /
897 /
898 /
899 /
900 /
901 /
902 /
903 /
904 /
905 /
906 /
907 /
908 /
909 /
910 /
911 /
912 /
913 /
914 /
915 /
916 /
917 /
918 /
919 /
920 /
921 /
922 /
923 /
924 /
925 /
926 /
927 /
928 /
929 /
930 /
931 /
932 /
933 /
934 /
935 /
936 /
937 /
938 /
939 /
940 /
941 /
942 /
943 /
944 /
945 /
946 /
947 /
948 /
949 /
950 /
951 /
952 /
953 /
954 /
955 /
956 /
957 /
958 /
959 /
960 /
961 /
962 /
963 /
964 /
965 /
966 /
967 /
968 /
969 /
970 /
971 /
972 /
973 /
974 /
975 /
976 /
977 /
978 /
979 /
980 /
981 /
982 /
983 /
984 /
985 /
986 /
987 /
988 /
989 /
990 /
991 /
992 /
993 /
994 /
995 /
996 /
997 /
998 /
999 /

```

```

      /Y,OX) /NETWORK IN SECHS TRANSVERSE DE VICK
      /Y,OX) /NETWORK IN SECHS TRANSVERSE DE FICAR
      /Y,OX) /NETWORK IN SECHS TRANSVERSE DE FICAR
54 CONTINUE
C*****MATRICE AS MATRICE D'INCIDENCE
      DO 32 I=1,NV
      32 33(I,I)=0
      DO 33 I=1,NV
      DO 34 J=1,NV
      DO 35 K=1,NV
      DO 36 L=1,NV
      R(I,J)=0
      R(I,K)=0
      R(I,L)=0
      36 CONTINUE
C*****MATRICE R
      R(NV,1)=R(NV,2)+R(NV,3)+R(NV,4)+R(NV,5)+R(NV,6)
      R(NV,1)=R(NV,1)+R(NV,2)+R(NV,3)+R(NV,4)+R(NV,5)+R(NV,6)
      DO 37 I=1,NV
      IF(MOD(I,2).EQ.0)GOTO 110
      R(I,1)=R(I,2)
      37 CONTINUE
110 R(I,1)=R(NV,1)
      38 CONTINUE
C*****MATRICE R
      GA=0.1415926535897932384626433832795
      DO 39 I=1,NV
      IF(MOD(I,2).EQ.0)GOTO 120
      R(I,1)=SIN(GA)
      39 CONTINUE
120 R(I,1)=COS(GA)
      40 CONTINUE
C*****MATRICE P
      P(1,1)=-2.*SIN(GA)
      P(1,2)=-2.*COS(GA)
      P(1,3)=P(1,1)
      P(1,4)=-P(1,2)
      P(NV,NV-3)=-P(1,1)
      P(NV,NV-2)=-P(1,2)
      P(NV,NV-1)=-P(1,3)
      P(NV,NV)=-P(1,4)
      DO 41 I=0,NV-2,2
      P(I,I-2)=-SIN(GA)
      P(I,I-1)=-COS(GA)
      P(I,I)=-2.*SIN(GA)
      P(I,I+2)=P(I,I-2)
      P(I,I+3)=-P(I,I-1)
      P(I+1,I-2)=SIN(GA)
      P(I+1,I-1)=COS(GA)
      P(I+1,I+1)=-2.*COS(GA)
      P(I+1,I+2)=P(I,I+2)
      P(I+1,I+3)=P(I,I+3)
      41 CONTINUE
C*****VECTOR TE
      T(1)=0

```

```

DO 30 I=1,NI*4
  T(I*4)=0.
30  T(I*4)=T(I*4)+1*DTETA
DO 40 I=1,NI
40  T(I)=T(I)*E**(-2.4157200/COV)
DO 50 I=1,NI
  TE(2*I)=COS(T(I))
  TENE*I=COX(T(I))
C*****MATRIZ RE=ERK
DO 60 I=1,NE
DO 60 J=1,NE
  RE(I,J)=0.
60  RE(I,J)=RE(I,J)+E.*R(I,J)
C*****MATRIZ RE=0.5*P
DO 70 I=1,NE
DO 70 J=1,NE
  RE(I,J)=0.
70  RE(I,J)=RE(I,J)+0.5*P(I,J)
C*****MATRIZ RFE=RE*FE
DO 80 I=1,NE
DO 80 J=1,NE
  RFE(I,J)=0.
80  RFE(I,J)=RFE(I,J)+RE(I,J)*FE(I,J)
C*****MATRIZ RRP2=RR*RP2
DO 90 I=1,NE
DO 90 J=1,NE
  RRP2(I,J)=0.
90  RRP2(I,J)=RRP2(I,J)+R(I,L)*RP2(L,J)
  RK(IT)=BU(IT)*HV(IT)**5/(1E.*A(IT))
C*****MATRIZ K4KV=(4/RV)**K
DO 4 I=1,NE
DO 4 J=1,NE
  K4KV(I,J)=0.
4  K4KV(I,J)=K4KV(I,J)+(4./((KV(IT)*CB(IT))))*(I,J)
C*****MATRIZ KK=RRP2+K4KV
DO 70 I=1,NE
DO 70 J=1,NE
  KK(I,J)=0.
70  KK(I,J)=KK(I,J)+RRP2(I,J)+K4KV(I,J)
C*****MATRIZ R1=K4KV*TE
DO 75 I=1,NE
  R1(I,IT)=0.
DO 75 J=1,NE
75  R1(I,IT)=R1(I,IT)+K4KV(I,J)*TE(J)
C*****IMPOSICAO AUTOMATICA DAS CONDIÇÕES DE CONTORNO
NEQBO=2
NEBO(1)=2
NEBO(2)=NE-1
DO 888 J=1,NEQBO
  NEO=NEBO(J)
DO 999 I=1,NE
  KK(NEO,I)=0.
999  KK(I,NEO)=0.
  KK(NEO,NEO)=1.

```

```

      R1(RC,IT)=0.
    110 CONTINUE
C*****RESOLUCAO DO SISTEMA DE EQUACOES
      CALL GAUSS(IT,D,NE,KE)
      DO 7 I=1,NE
    7  CONTINUE
      DO 11 I=1,NE
      IT=IT+1
    11 TT(I)=TT(I)+TE(I)-R1(I,IT)
C*****CALCULO INERCIA GLOBAL
      FA=8.4E/1.5*H)
      DO 44 I=1,NE
      KTT(I)=0.
      DO 44 J=1,NE
      KTT(I)=KTT(I)+K(I,J)*TT(J)
    44 CONTINUE
      DO 46 I=1,NE
      S(I)=0.
      S(I)=S(I)+FA*TE(I)*KTT(I)
    46 CONTINUE
      SAA(IT)=S*(G(1)+G(L)+G(NE-1)+G(NE))
      DO 48 I=0,NE-1
    48 SAA(IT)=SAA(IT)+S*(L(I)
    109 WRITE(LUN,109)IT,SAA(IT)
    109 FORMAT(/,5X,'RIGIDEZ GLOBAL DO PORTICO',1E10,' ',1E10,'=',FILE2)
    52 CONTINUE
      ST=0.
      DO 52 I=1,NT
    52 ST=ST+SAA(I)
      WRITE(LUN,149)ST
    149 FORMAT(/,5X,'RIGIDEZ GLOBAL DO EDIFICIO ',1E10,'=',FILE2)
      READ(LUN,*)F1,G1
C*****GERACAO MATRIZ Z
      DO 76 J=NA,0,-1
      I=NA-J+1
      Z(I)=FLOAT(J)*H
    76 CONTINUE
C*****DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS
      WRITE(LUN,201)
    201 FORMAT(/,5X,'DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS DO DIAFRAGMA ',/,5X,
      *29(' '),/,5X,'ANDAR',10X,'TRANSLACAO')
      DO 42 I=1,NA+1
      U(I)=((F1/E.+G1*HT)*Z(I)-Z(I)**2*G1/E.)/ST
    42 WRITE(LUN,52)NA+1-I,U(I)
    52 FORMAT(5X,1E10,10X,FILE3)
C*****DISTORCOES DOS ANCLARES
      DO 13 I=1,NA
      FI(I)=0
      FI(I)=FI(I)+(U(I)-U(I+1))/H
    13 CONTINUE
C*****DESLOCAMENTOS VERTICAIS DOS PONTOS MEIOS DAS VIGAS
      DO 55 IT=1,NT
      WRITE(LUN,202)IT
    202 FORMAT(/,5X,'PORTICO CIRCULAR',14,/,5X,20(' '),

```

```

      /,EX,2E( '-'),/,EX,'ANDAR',10X,'W1',10X,'W2',10X,'W3'
      DO 14 I=1,NA
      DO 15 J=1,NE
      W(J)=0
      DO 15 L=1,NE
      W(J)=W(J)+.5*AB(IT)*FI(I)*(P(J,L)*R1(L,IT))
      DO 16 N=1,N0
      WR(N)=0
16   WR(N)=WR(N)+(W(E*N)+W(E*N-1))/E.
18   CONTINUE
14   WRITE(LUW,61)NA+1-I,(WR(J),J=1,N0)
61   FORMAT(5X,15,5F12.5)
*****MOMENTOS FLETORES NAS VIGAS
      WRITE(LUW,203)
203  FORMAT(/,EX,'MOMENTOS FLETORES NAS VIGAS ',/,EX,2E( '-'),/,
      *EX,'ANDAR',6X,'VIGA 1',6X,'VIGA 2',6X,'VIGA 3')
      DO 17 I=1,NA
      DO 18 J=1,NE
      MA(J)=0
      DO 18 L=1,NE
      MA(J)=MA(J)+.5*CB(IT)*KV(IT)*FI(I)*(RPE(J,L)*R1(L,IT))
      DO 17 N=1,N0
      MAD(N)=0
17   MAD(N)=MAD(N)+(MA(E*N)+MA(E*N-1))/E.
19   CONTINUE
17   WRITE(LUW,62)NA+1-I,(MAD(J),J=1,N0)
62   FORMAT(5X,15,5F12.4)
*****ESFORÇOS CORTANTES NAS VIGAS
      WRITE(LUW,204)
204  FORMAT(/,EX,'ESFORÇOS CORTANTES NAS VIGAS ',/,EX,2E( '-'),/,EX,
      *EX,'ANDAR',6X,'VIGA 1',6X,'VIGA 2',6X,'VIGA 3')
      DO 24 I=1,NA
      DO 25 J=1,NE
      GA(J)=0
      DO 25 L=1,NE
      GA(J)=GA(J)+.5*CB(IT)*KV(IT)*FI(I)*(RPE(J,L)*R1(L,IT))
      DO 26 N=1,N0
      GAD(N)=0
26   GAD(N)=GAD(N)+((MA(E*N)+MA(E*N-1))/E.)/A(IT)
28   CONTINUE
24   WRITE(LUW,65)NA+1-I,(GAD(J),J=1,N0)
65   FORMAT(5X,15,5F12.4)
*****MOMENTOS FLETORES NOS PILARES
      WRITE(LUW,204)
204  FORMAT(/,EX,'MOMENTOS FLETORES NOS PILARES ',/,EX,2E( '-'),/,
      *EX,'ANDAR',6X,'PILAR 1',9X,'PILAR 2',9X,'PILAR 3',9X,'PILAR 4'
      */,10X,'MTO.N',6X,'MTO.T',6X,'MTO.K',6X,'MTO.T',6X,'MTO.K',6X,
      *'MTO.T',6X,'MTO.N',6X,'MTO.T')
      DO 30 I=1,NE
      DO 30 J=1,NE
30   K(I,J)=0
      DO 102 I=1,NE
      IF(ABS(I,2).EQ.0)GOTO 1015
      K(I,1)=KT(IT)

```

```

      GO TO 155
1015 K(I,I)=KK(IT)
102 CONTINUE
      DO 20 I=1,NA
      DO 21 J=1,NE
      MAP(J)=0.
      DO 21 L=1,NE
21  MAP(J)=MAP(J)+0.1E*FI(I)*K(J,L)*TT(L)
20  WRITE(LUW,80)NA+1-I,(MAP(J),J=1,NE)
80  FORMAT(5X,1E,6F8.2)
C*****ESFORÇOS CORTANTES NOS PILARES
      WRITE(LUW,805)
205  FORMAT(7,5X,'ESFORÇOS CORTANTES NOS PILARES ',7,5X,81('-',')
      *',7,5X,'ANDAR',8X,'PILAR 1',9X,'PILAR 2',9X,'PILAR 3',9X,'PILAR 4'
      *',10X,'COR.T',8X,'COR.T',8X,'COR.N',8X,'COR.T',8X,'COR.N',8X
      *',8X,'COR.T',8X,'COR.N',8X,'COR.T')
      DO 22 I=1,NA
      DO 23 J=1,NE
      GAP(J)=0.
      DO 23 L=1,NE
20  GAP(J)=GAP(J)+1E*FI(I)*K(J,L)*TT(L)*H
22  WRITE(LUW,84)NA+1-I,(GAP(J),J=1,NE)
84  FORMAT(5X,1E,6F8.2)
C*****ESFORÇOS NORMAIS NOS PILARES
      WRITE(LUW,806)
206  FORMAT(7,5X,'ESFORÇOS NORMAIS NOS PILARES ',7,5X,87('-',')',5X
      *',ANDAR',8X,'PILAR 1',8X,'PILAR 2',8X,'PILAR 3',8X,'PILAR 4')
      DO 26 I=1,N1
20  AX(I)=0.
      DO 290 I=1,NA
      DO 27 J=1,NE
      MA(J)=0.
      DO 27 L=1,NE
      MA(J)=MA(J)+0.1E*DB(IT)*KV(IT)*FI(I)*(RFB(J,L)*R1(L,IT))
      DO 27 N=1,N1
      GAD(N)=0.
27  GAD(N)=GAD(N)+((MA(2*N)+MA(2*N-1))/2.)/A(IT)
      DO 28 K=1,N1
      IF(N.O.T.1)GO TO 155
      AX(N)=AX(N)+2*GAD(N)
      GO TO 20
155  AX(N)=AX(N)+GAD(N)-GAD(N-1)
      28 CONTINUE
290  WRITE(LUW,86)NA+1-I,(AX(J),J=1,N1)
86  FORMAT(5X,1E,4F18.4)
25  CONTINUE
      STOP
      ENI
C*****SUBROTINA GAUSS(RESOLVE O SISTEMA DE EQUACOES)
      SUBROUTINE GAUSS(IT,D,N,NX)
      REAL KK
      COMMON KK(20,20),R1(20,5)
      N1=N-1
      DO 100 K=1,N1
      K1=K+1

```

```

      C=KK(K,K)
      IF (ABS(C)-1E-6) 1,1,C
1     DO 7 J=K1,N
      IF (ABS(KK(J,K))-1E-6) 7,7,5
5     DO 6 L=K,N
      C=KK(K,L)
      KK(K,L)=KK(J,L)
6     KK(J,L)=C
      C=R1(K,IT)
      R1(J,IT)=R1(J,IT)
      R1(K,IT)=L
      J=KK(K,K)
      GO TO 3
7     CONTINUE
8     WRITE(LOR,2)K
9     FORMAT('**** SINGULARITY IN ROW',IE)
      D=0.
      GO TO 300
3     D=KK(K,K)
      DO 4 J=K1,N
4     KK(K,J)=KK(K,J)/D
      R1(K,IT)=R1(K,IT)/D
      DO 10 I=K1,N
      C=KK(I,K)
      DO 9 J=K1,N
9     KK(I,J)=KK(I,J)-C*KK(K,J)
      10 R1(I,IT)=R1(I,IT)-C*R1(K,IT)
100    CONTINUE
      IF (ABS(KK(N,N))-1E-6) 8,8,101
101   R1(N,IT)=R1(N,IT)/KK(N,N)
      DO 200 L=1,N1
      K=N-L
      K1=K+1
      DO 200 J=K1,N
200   R1(K,IT)=R1(K,IT)-KK(K,J)*R1(J,IT)
      D=1.
      DO 250 I=1,N
250   D=D*KK(I,I)
300   RETURN
      END

```

CAPÍTULO VII

EXEMPLOS E CONCLUSÕES

7.1 - INTRODUÇÃO

Com a finalidade de mostrar algumas aplicações do programa para cálculo automático desenvolvido neste trabalho, serão apresentados neste capítulo exemplos de aplicação.

Esses exemplos também ajudaram a perceber com clareza a importância da consideração dos nós rígidos de dimensão finita na análise de estruturas.

Os resultados obtidos nos exemplos de aplicação são comparados com os conseguidos por outros autores para assim avaliar a validade do método alternativo apresentado.

7.2 - EXEMPLO Nº 1

O primeiro exemplo a ser analisado é um edifício composto apenas por um pórtico circular com raio do círculo de 5,0m (500cm), com 10 andares, pé-direito de 3m e de concreto armado, cuja planta é mostrada na fig. 7.1. Os elementos do pórtico circular são de seção constante ao longo da altura do edifício, ou seja, as vigas e pilares apresentam seção transversal retangular de 22cm x 40cm para ambos os elementos. Foi adotado um módulo de elasticidade igual a 28.000 MPa.

A estrutura está submetida a uma carga lateral de vento aplicada segundo o eixo Ox, igual a:

$F = 7,0\text{kN}$ (carga concentrada no topo do edifício)

$p = 0,047\text{kN/cm}$ (carga uniformemente distribuída ao longo da altura do edifício)

Este exemplo também foi analisado por COELHO [6], o que permitirá fazer uma comparação com os resultados obtidos por ele.

A seguir são expostos e comparados os resultados obtidos das análises, em tabelas e gráficos, nos seguintes casos:

Caso (1) - não considera os nós rígidos de tamanho finito (método COELHO)

Caso (2) - não considera os nós rígidos de tamanho finito (método APARICIO)

Caso (3) - considera os nós rígidos de tamanho finito (método APARICIO)

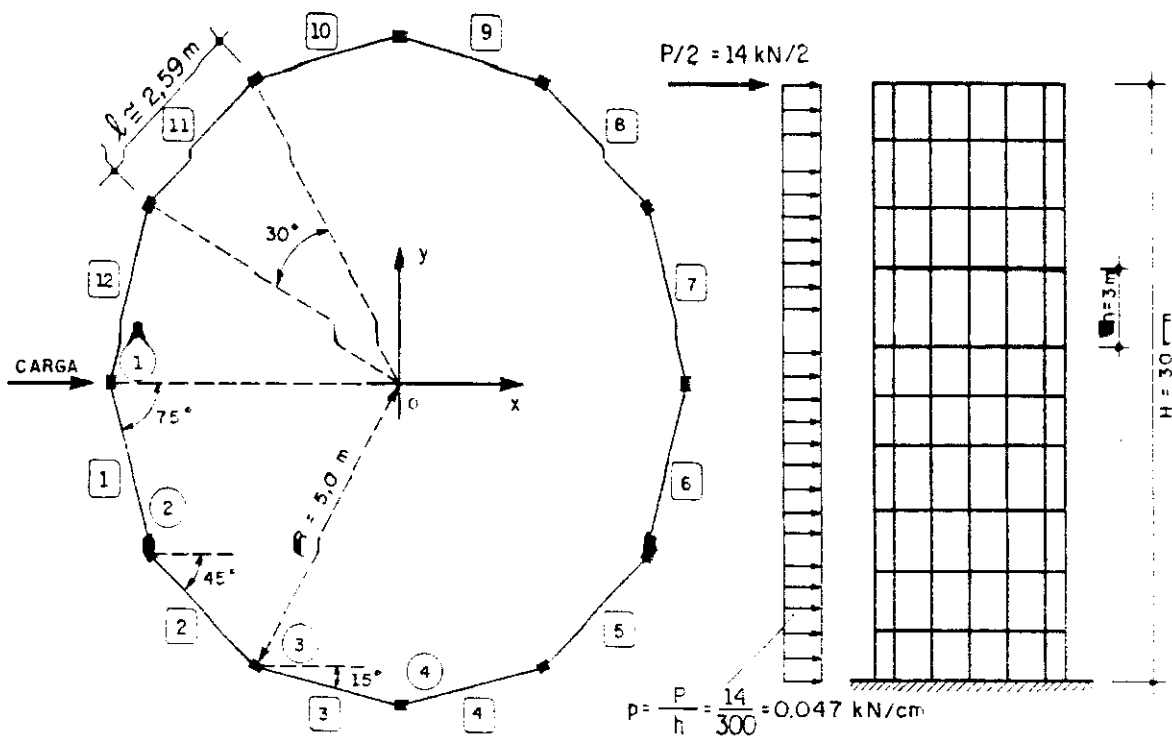


Fig. 7.1 - Edifício com um pórtico circular (Exemplo Nº 1).

Tabela VII.1

Deslocamentos horizontais da estrutura (cm)			
Andar	Caso (1)	Caso (2)	Caso (3)
10	1,63	1,54	1,05
9	1,58	1,51	1,03
8	1,51	1,45	0,99
7	1,40	1,37	0,94
6	1,27	1,26	0,86
5	1,11	1,12	0,76
4	0,91	0,95	0,65
3	0,69	0,75	0,52
2	0,44	0,53	0,36
1	0,15	0,28	0,19

Tabela VII.2

Momentos fletores na extremidade da viga 3 (kN.cm)			
Andar	Caso (1)	Caso (2)	Caso (3)
10	168,0	338,1	338,1
9	508,0	676,1	676,1
8	846,0	1014,2	1014,2
7	1185,0	1352,3	1352,3
6	1523,0	1690,4	1690,4
5	1861,0	2028,4	2028,4
4	2199,0	2366,5	2366,5
3	2538,0	2704,6	2704,6
2	2876,0	3042,6	3042,6
1	3214,0	3380,7	3380,7

Tabela VII.3

Esforços cortantes na viga 3 (kN)			
Andar	Caso (1)	Caso (2)	Caso (3)
10	1,30	2,61	2,61
9	3,92	5,22	5,22
8	6,53	7,84	7,84
7	9,15	10,45	10,45
6	11,76	13,06	13,06
5	14,37	15,67	15,67
4	16,98	18,29	18,29
3	19,60	20,90	20,90
2	22,21	23,51	23,51
1	24,82	26,12	26,12

Tabela VII.4

Momentos fletores no eixo tangencial no pilar 4 (kN.cm)			
Andar	Caso (1)	Caso (2)	Caso (3)
10	326,0	326,5	326,6
9	654,0	653,1	653,1
8	980,0	979,7	979,7
7	1307,0	1306,2	1306,2
6	1634,0	1632,8	1632,8
5	1959,0	1959,3	1959,3
4	2286,0	2285,9	2285,9
3	2613,0	2612,4	2612,4
2	2940,0	2939,0	2939,0
1	3265,0	3265,5	3265,5

Tabela VII.5

Esforços cortantes no eixo tangencial no pilar 4 (kN)			
Andar	Caso (1)	Caso (2)	Caso (3)
10	2,2	2,2	2,2
9	4,4	4,4	4,4
8	6,5	6,5	6,5
7	8,7	8,7	8,7
6	10,9	10,9	10,9
5	13,1	13,1	13,1
4	15,2	15,2	15,2
3	17,4	17,4	17,4
2	19,6	19,6	19,6
1	21,8	21,8	21,8

Tabela VII.6

Esforços normais no pilar 1 (kN)			
Andar	Caso (1)	Caso (2)	Caso (3)
10	0,7	1,40	1,40
9	2,78	4,20	4,20
8	6,26	8,40	8,40
7	11,16	14,00	14,00
6	17,44	21,00	21,00
5	25,12	29,40	29,40
4	34,18	39,20	39,20
3	44,64	50,40	50,40
2	50,52	63,00	63,00
1	69,78	77,00	77,00

GRAFICO VII-1 .- DESLOCAMENTO
HORIZONTAL DA ESTRUTURA (cm)

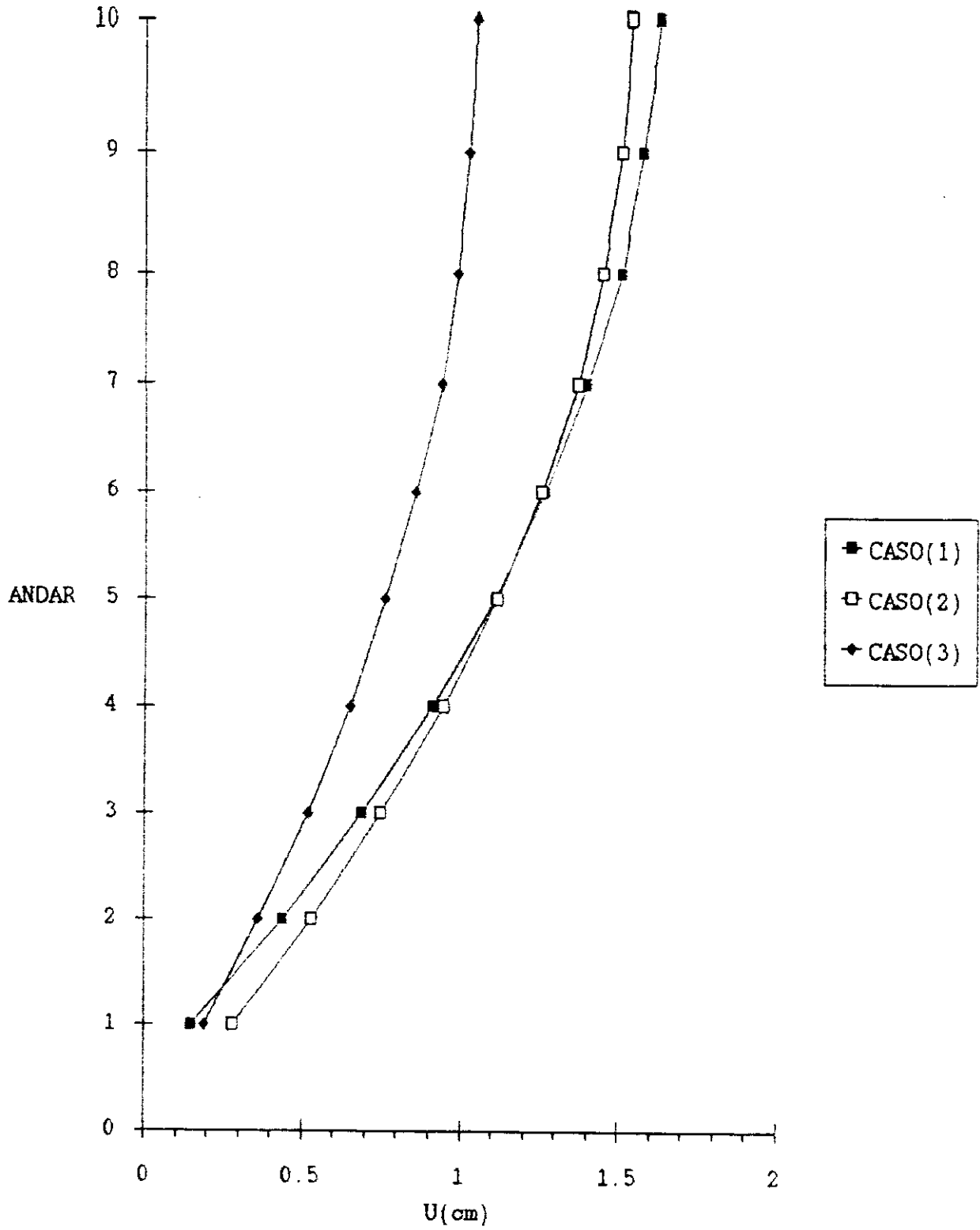


GRAFICO VII-2 .- MOMENTO FLETOR NA
VIGA 3 (kN-cm)

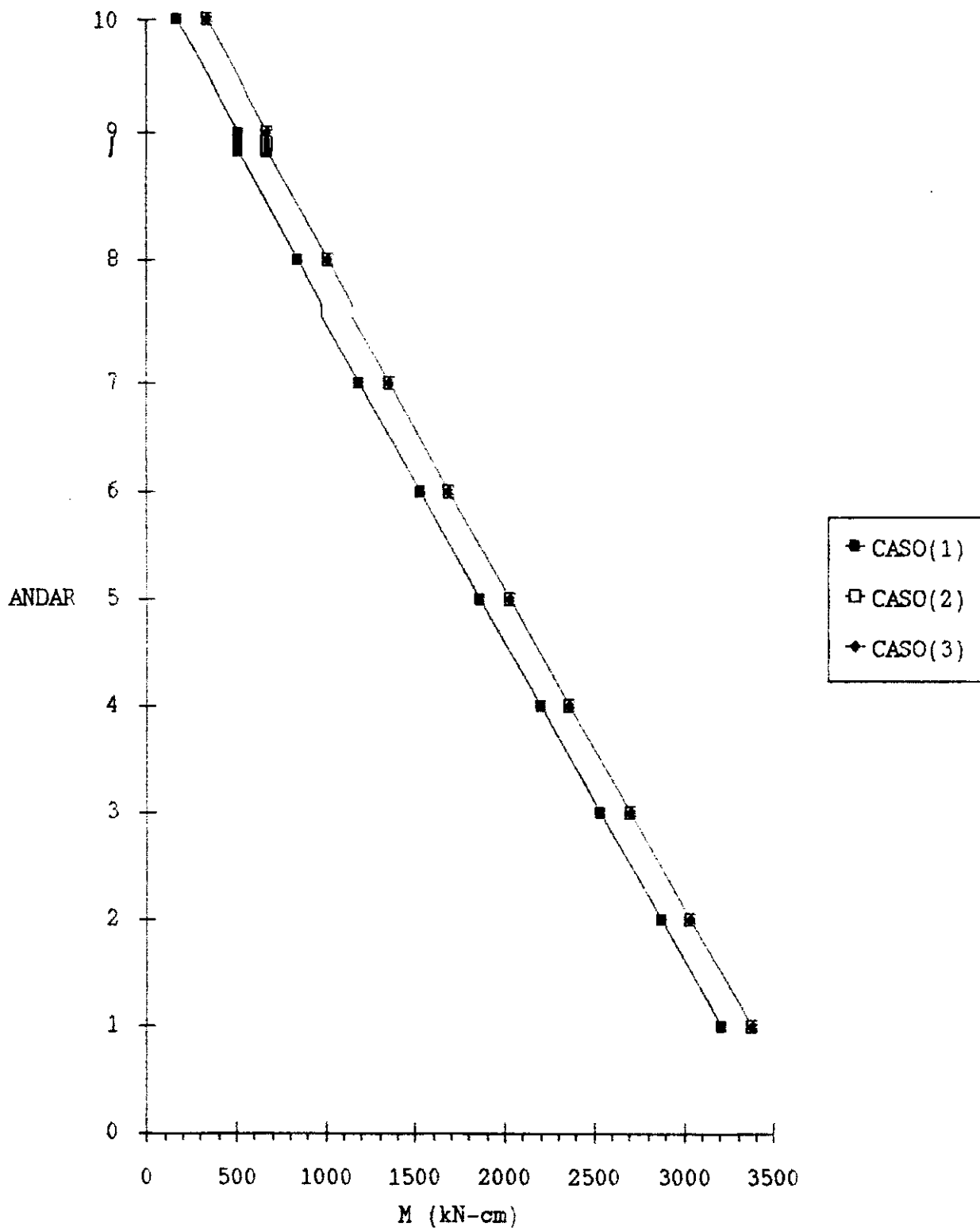


GRAFICO VII-3 .- ESFORÇO CORTANTE NA
YIGA 3 (kN)

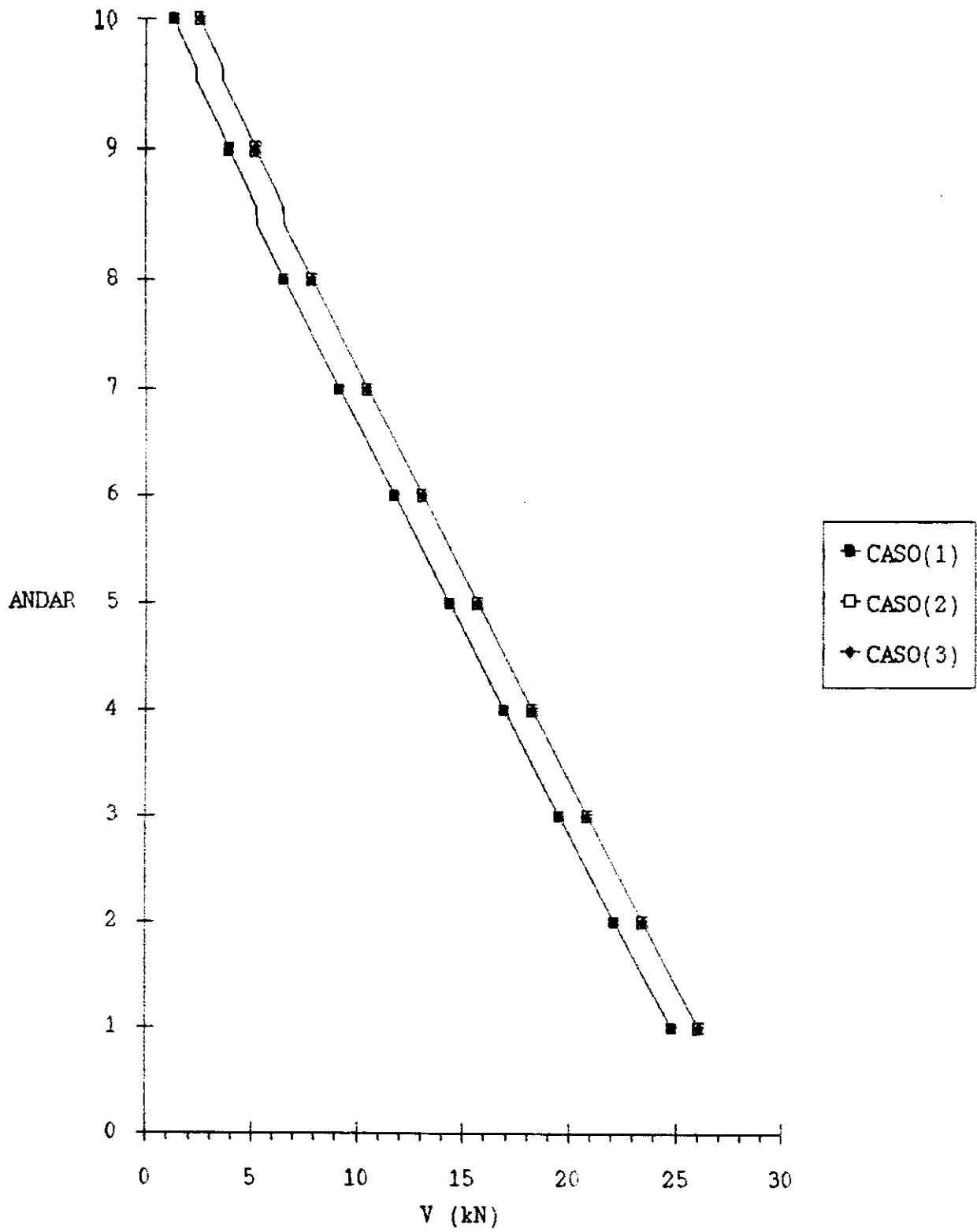


GRAFICO VII-4 .- MOMENTO FLETOR EIXO
TANGENCIAL PILAR 4 (kN-cm)

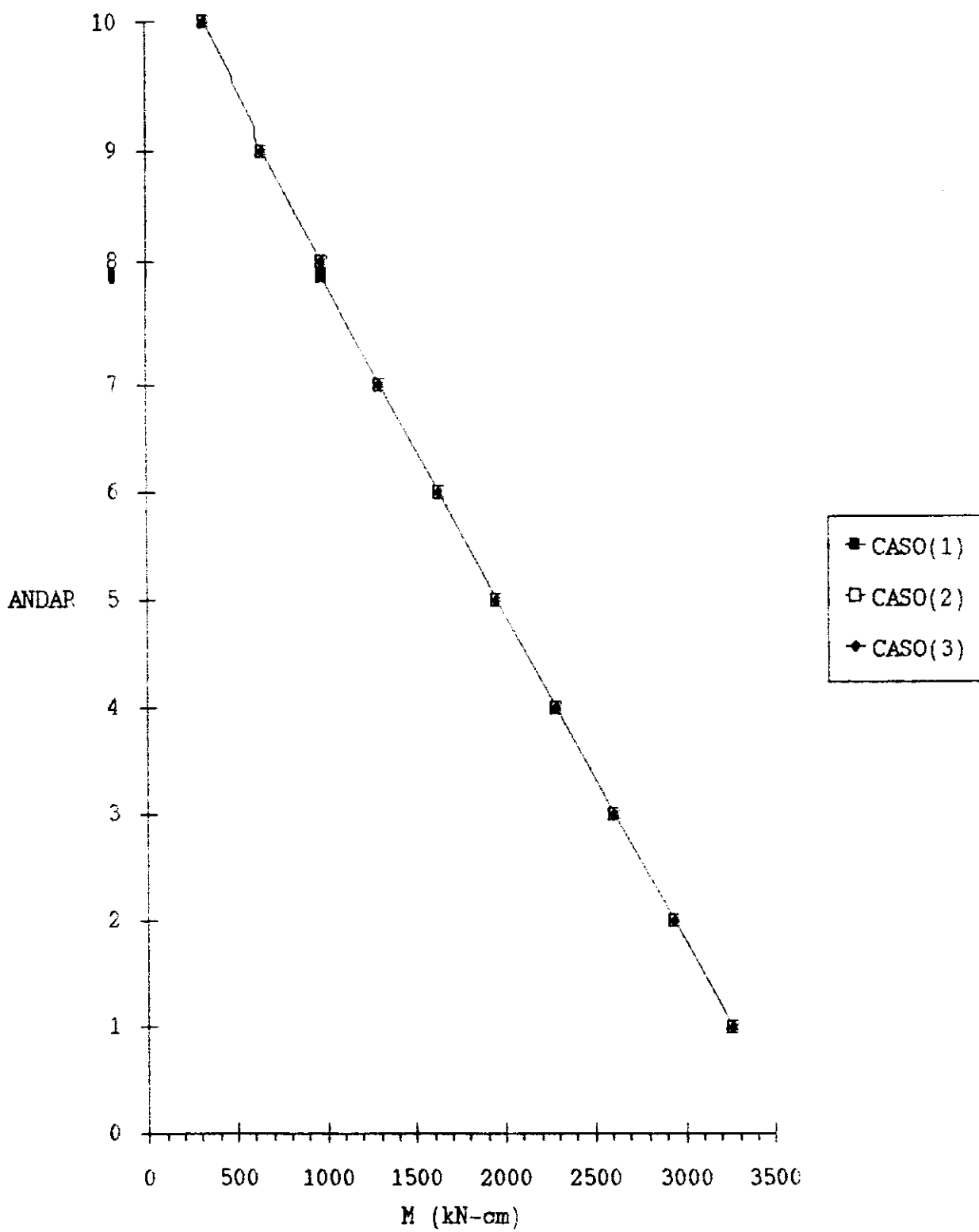


GRAFICO VII-5 .- ESFORÇO CORTANTE
EIXO TANGENCIAL PILAR 4 (kN)

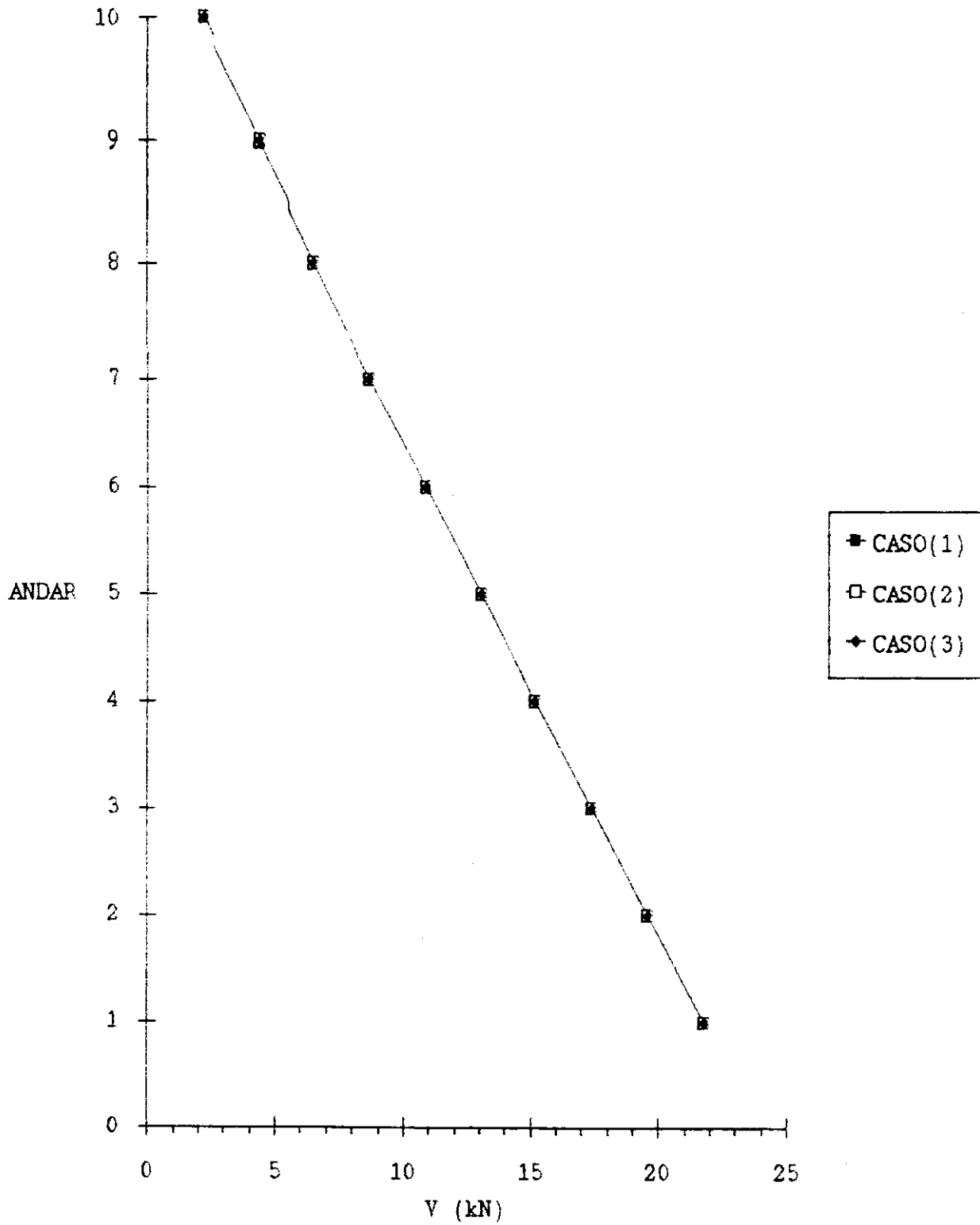
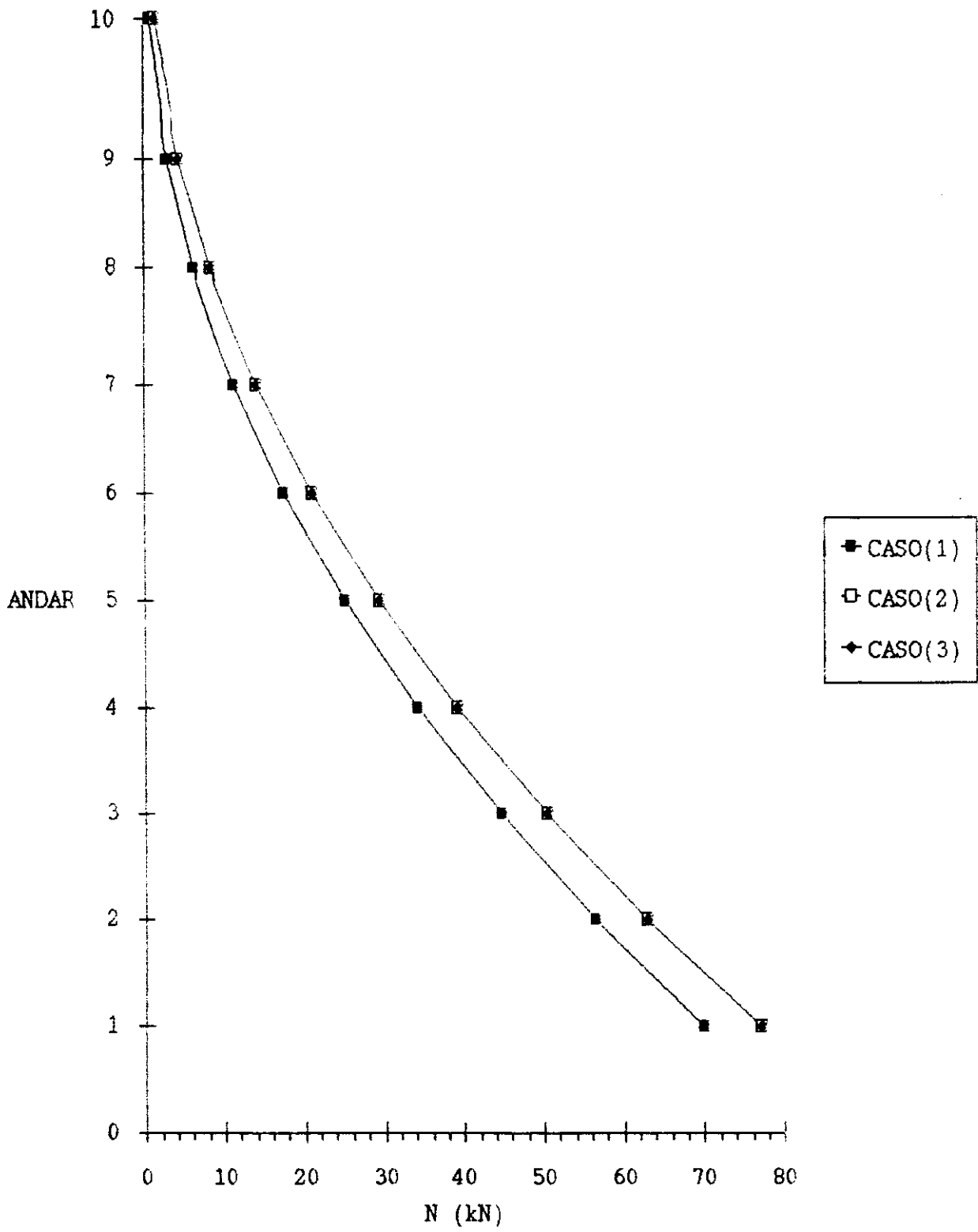


GRAFICO VII-6 .- ESFORÇO NORMAL NO
PILAR 1 (kN)



7.3 - EXEMPLO Nº 2

Trata-se de um edifício em concreto armado, com 10 andares, pé-direito de 3,0m, composto por dois pórticos circulares, o maior com um raio de círculo de 9,0m e o menor com um raio de círculo de 5,0m. A planta do edifício é exposta na fig. 7.2. As vigas e pilares do pórtico circular exterior são de seção transversal retangular constante de 20cm x 50cm para ambos os elementos. As vigas e pilares do pórtico circular interior apresentam também uma seção transversal retangular de dimensões 15cm x 40cm. O módulo de elasticidade adotado é de 28.000 MPa por tratar-se de uma estrutura de concreto armado.

A estrutura está sob o efeito de carga lateral de vento aplicada segundo o eixo Ox, que está definida por:

$F = 15\text{kN}$ (carga concentrada no topo do edifício)

$p = 0,1\text{kN/cm}$ (carga uniformemente distribuída)

Em seguida são mostrados os resultados das análises em tabelas e gráficos nos seguintes casos:

Caso (1) - não considera os nós rígidos de tamanho finito.

Caso (2) - considera a presença dos nós rígidos de tamanho finito.

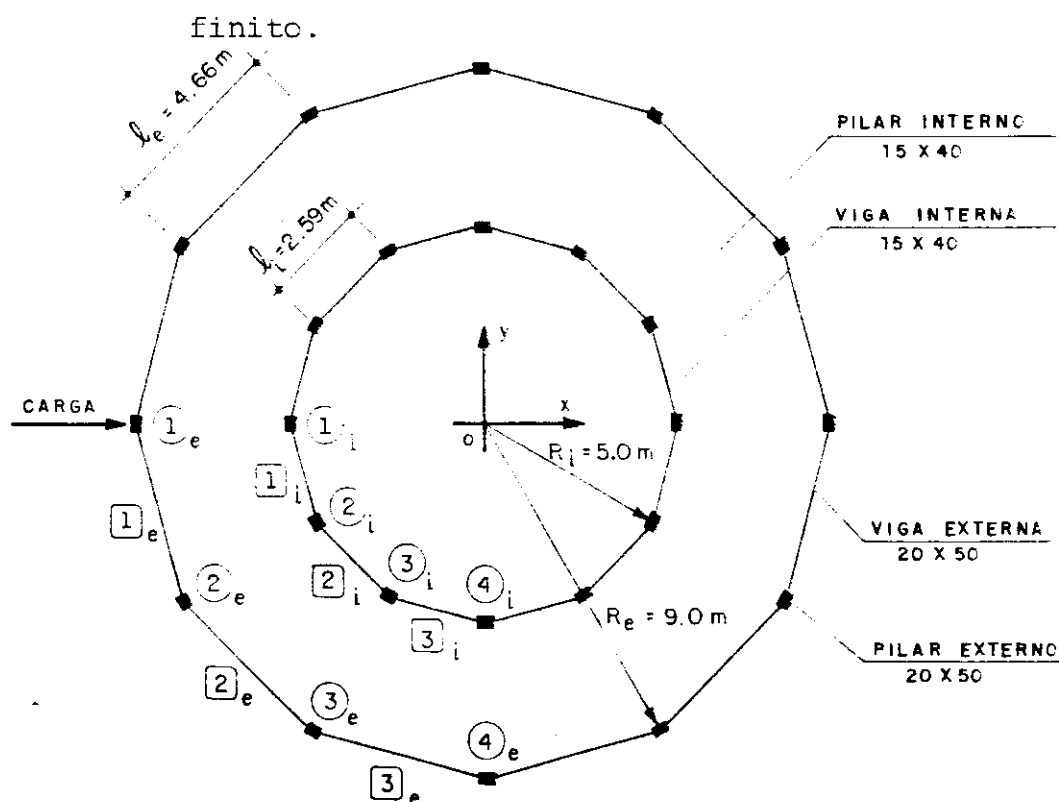


Fig. 7.2 - Edifício composto por dois pórticos circulares (Exemplo Nº 2).

Tabela VII.7

Deslocamentos horizontais da estrutura (cm)		
Andar	Caso (1)	Caso (2)
10	1,62	1,15
9	1,59	1,13
8	1,54	1,09
7	1,46	1,03
6	1,34	0,95
5	1,19	0,85
4	1,01	0,72
3	0,80	0,57
2	0,57	0,40
1	0,30	0,21
0	0,00	0,00

Tabela VII.8

Momentos fletores na extremidade da viga 3 (kN.cm)				
Andar	Caso (1) Pórtico Interno	Caso (2) Pórtico Interno	Caso (1) Pórtico Externo	Caso (2) Pórtico Externo
10	189,0	194,8	354,3	348,5
9	440,0	454,6	826,8	813,2
8	692,9	714,4	1299,3	1277,8
7	944,9	974,2	1771,8	1742,5
6	1196,9	1233,9	2244,2	2207,1
5	1448,8	1493,7	2716,7	2671,8
4	1700,8	1753,5	3189,2	3136,5
3	1952,8	2013,3	3661,6	3601,2
2	2204,7	2273,1	4134,1	4065,8
1	2456,7	2532,8	4606,6	4530,5

Tabela VII.9

Esforços cortantes na viga 3 (kN)				
Andar	Caso (1) Pórtico Interno	Caso (2) Pórtico Interno	Caso (1) Pórtico Externo	Caso (2) Pórtico Externo
10	1,5	1,5	1,5	1,5
9	3,4	3,5	3,5	3,5
8	5,3	5,5	5,6	5,5
7	7,3	7,5	7,6	7,5
6	9,2	9,5	9,6	9,5
5	11,2	11,5	11,7	11,5
4	13,1	13,5	13,7	13,5
3	15,1	15,6	15,7	15,5
2	17,0	17,6	17,7	17,5
1	19,0	19,6	19,8	19,4

Tabela VII.10

Momentos fletores no eixo tangencial no pilar 4 (kN.cm)				
Andar	Caso (1) Pórtico Interno	Caso (2) Pórtico Interno	Caso (1) Pórtico Externo	Caso (2) Pórtico Externo
10	182,5	188,2	475,4	551,3
9	425,9	439,1	1109,2	1286,4
8	669,3	690,0	1743,0	2021,4
7	912,7	941,0	2376,8	2756,4
6	1156,1	1191,9	3010,6	3491,5
5	1399,5	1442,8	3644,5	4226,5
4	1642,9	1693,8	4278,3	4961,6
3	1886,2	1944,7	4912,1	5696,6
2	2129,6	2195,6	5545,9	6431,7
1	2373,0	2446,5	6179,7	7166,7

Tabela VII.11

Esforços cortantes no eixo tangencial no pilar 4 (kN)				
Andar	Caso (1) Pórtico Interno	Caso (2) Pórtico Interno	Caso (1) Pórtico Externo	Caso (2) Pórtico Externo
10	1,2	1,3	3,2	3,7
9	2,8	2,9	7,4	8,6
8	4,5	4,6	11,6	13,5
7	6,1	6,3	15,8	18,4
6	7,7	7,9	20,1	23,3
5	9,3	9,6	24,3	28,2
4	11,0	11,3	28,6	33,1
3	12,6	13,0	32,7	38,0
2	14,2	14,6	37,0	42,9
1	15,8	16,3	41,2	47,8

Tabela VII.12

Esforços normais no pilar 1 (kN)				
Andar	Caso (1) Pórtico Interno	Caso (2) Pórtico Interno	Caso (1) Pórtico Externo	Caso (2) Pórtico Externo
10	0,8	0,8	0,8	0,8
9	2,6	2,7	2,7	2,7
8	5,5	5,6	5,7	5,6
7	9,4	9,7	9,8	9,6
6	14,3	14,8	14,9	14,7
5	20,3	21,0	21,2	20,8
4	27,4	28,2	28,5	28,1
3	35,5	36,6	36,9	36,3
2	44,6	46,0	46,5	45,7
1	54,8	56,5	57,1	56,1

GRAFICO VII-7 .- DESLOCAMENTO
HORIZONTAL DA ESTRUTURA (cm)

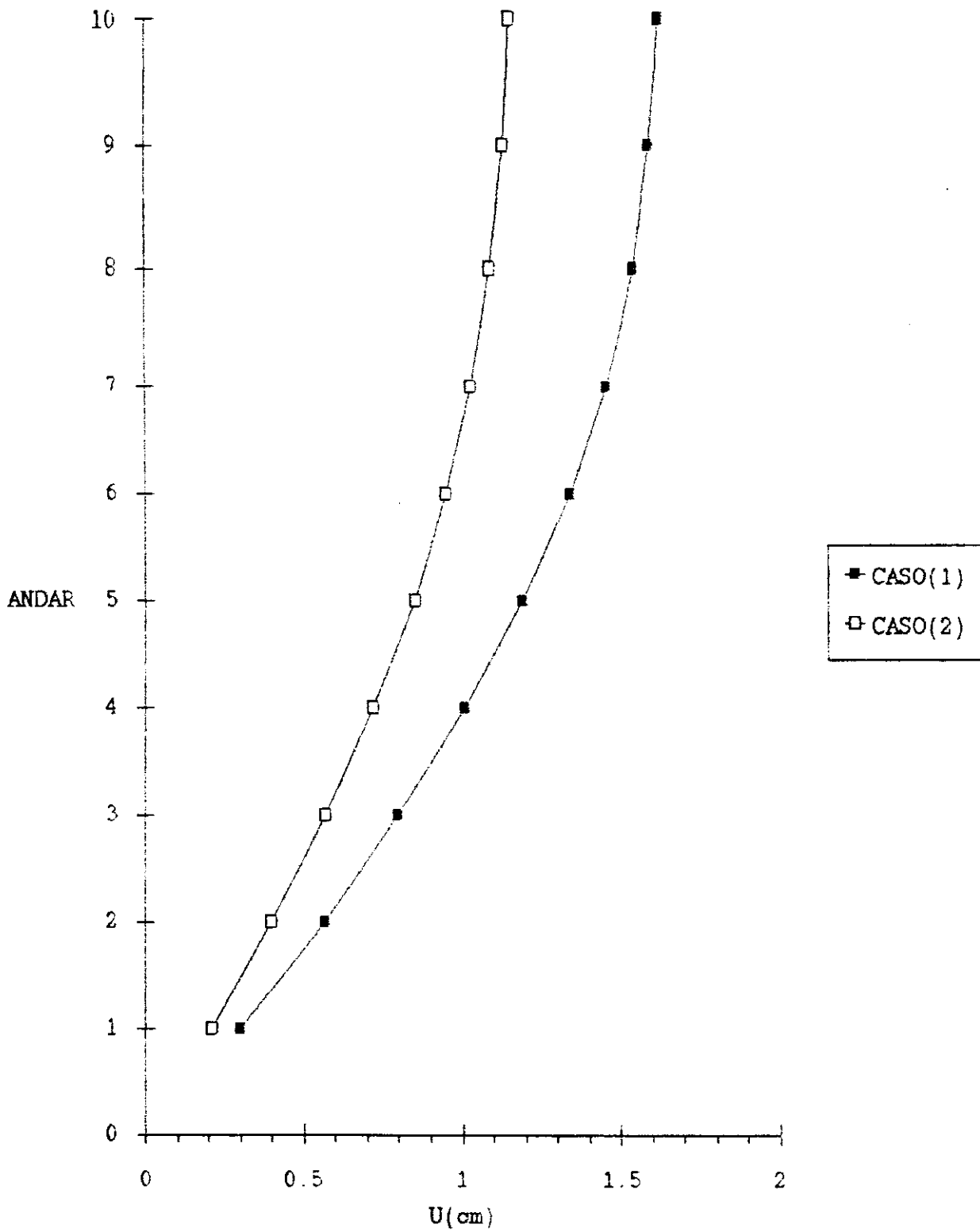


GRAFICO VII-8 .- MOMENTO FLETOR NA
YIGA 3 (kN-cm)

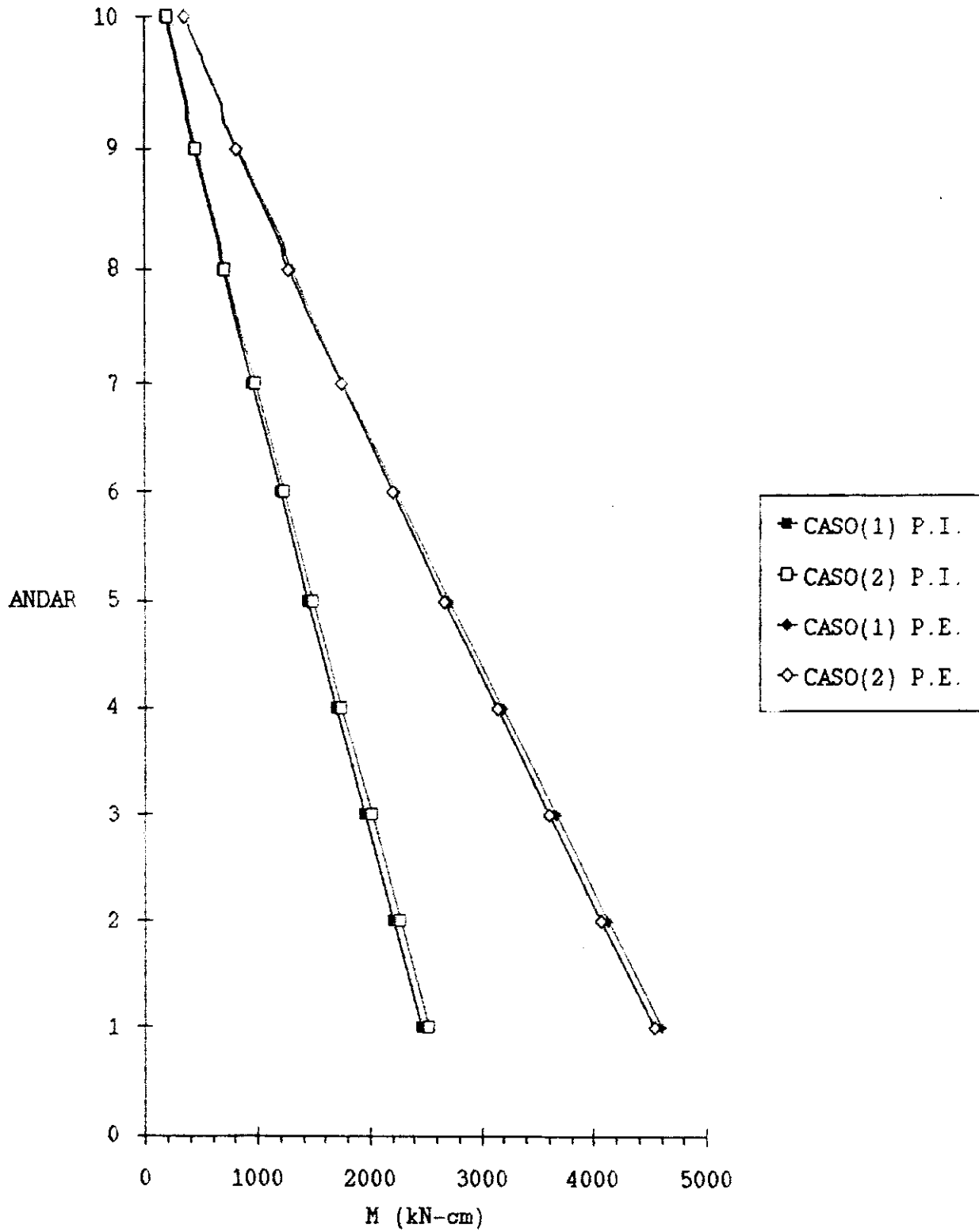


GRAFICO VII-9 .- ESFORÇO CORTANTE NA
VIGA 3 (kN)

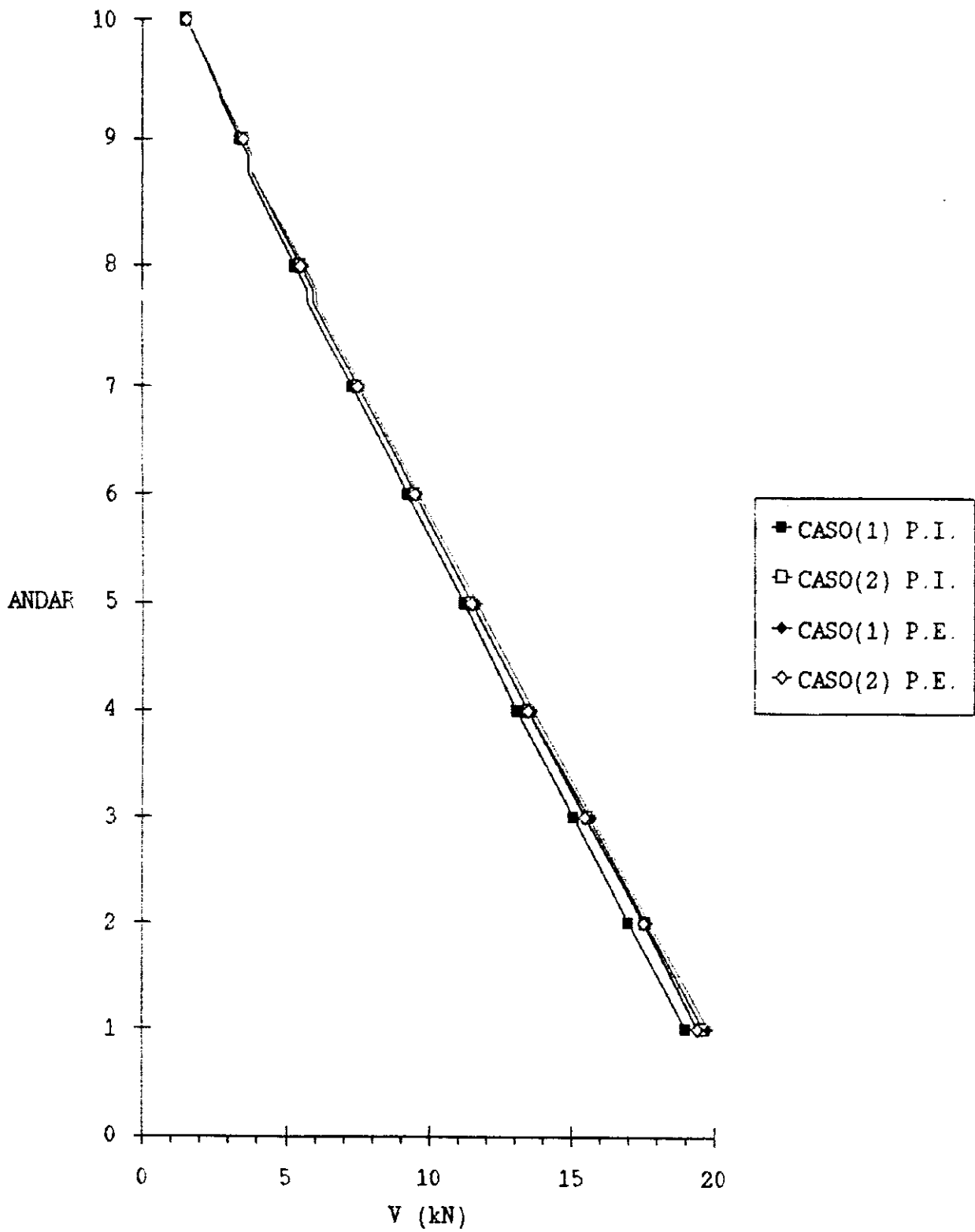


GRAFICO VII-10 .- MOMENTO FLETOR EIXO

TANGENCIAL PILAR 4 (kN-cm)

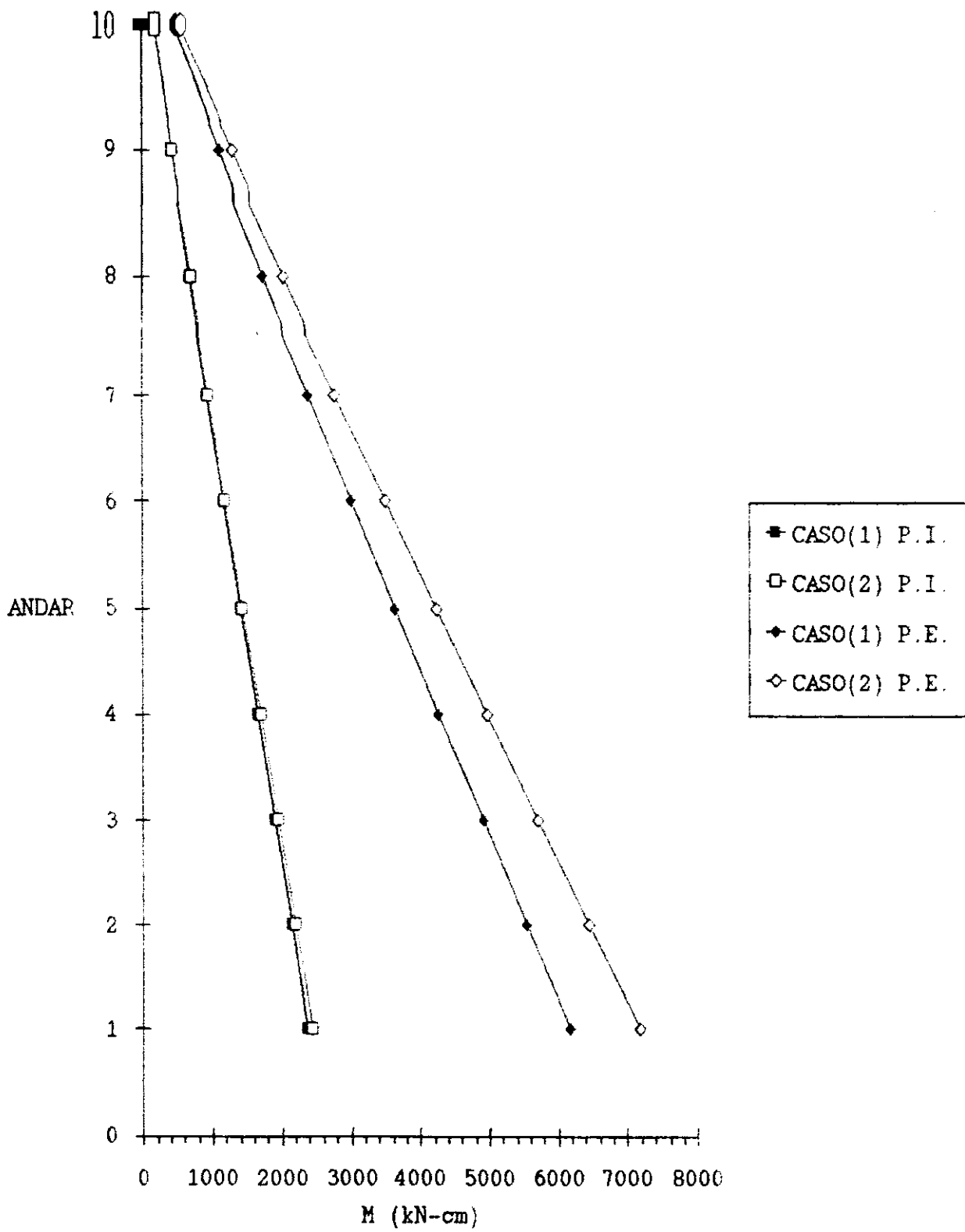


GRAFICO VII-11 .- ESFORÇO CORTANTE
EIXO TANGENCIAL PILAR 4 (kN)

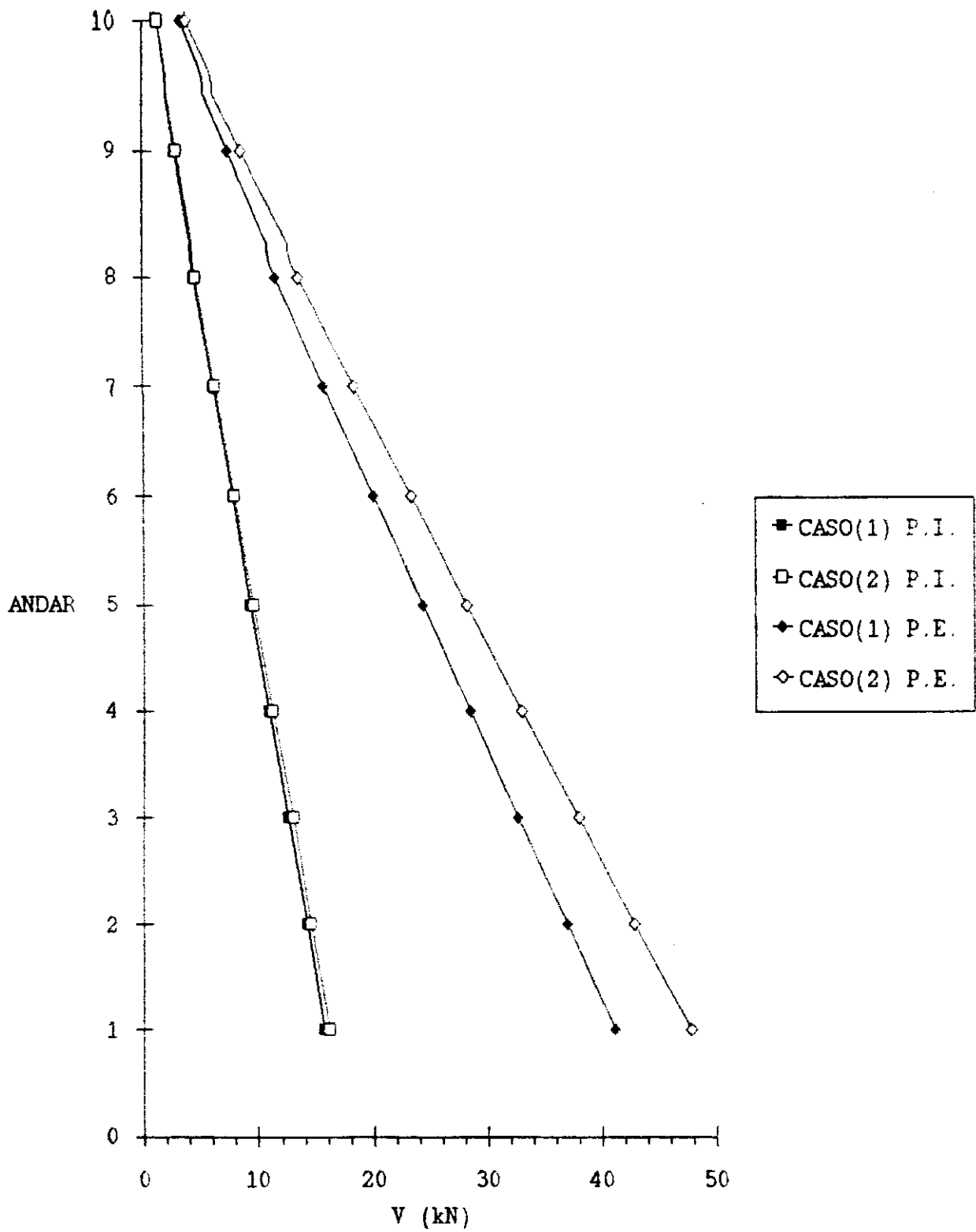
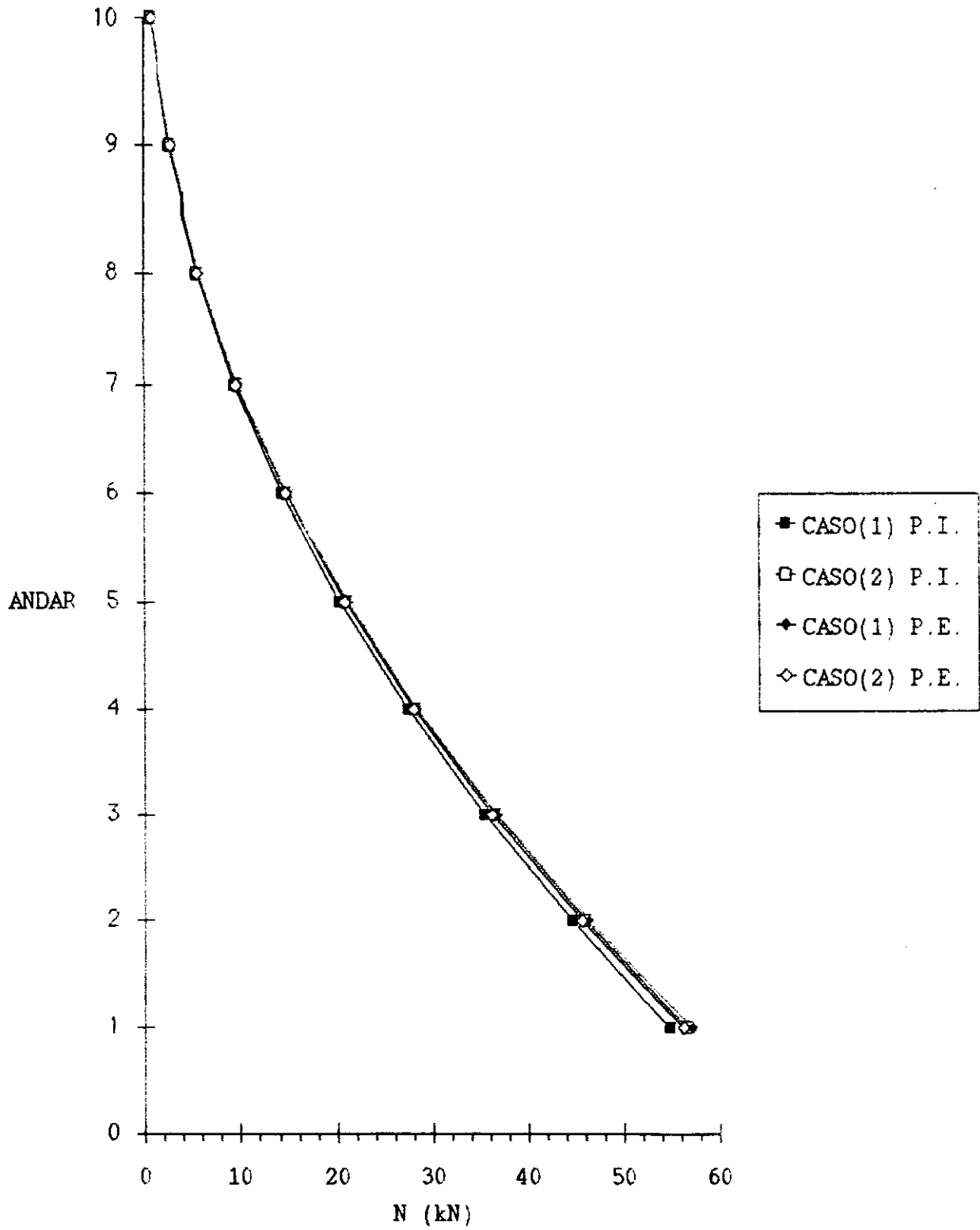


GRAFICO VII-12 .- ESFORÇO NORMAL NO
PILAR 1 (kN)



7.4 - EXEMPLO Nº 3

Neste item será analisado um edifício em concreto armado, com 10 andares, pé-direito de 3,0m, constituído por um pórtico circular, igual ao do Exemplo Nº 1, e um núcleo de planta poligonal, com paredes de 2,0m de comprimento e 50cm de espessura, ligadas por lintéis retos de seção transversal retangular de 20x30cm; a planta da estrutura é mostrada na fig. 73.

A carga horizontal do vento está aplicada segundo o eixo Ox, e consiste em:

$F = 7\text{kN}$ (carga concentrada aplicada no topo do edifício)

$p = 0.047 \text{ kN/cm}$ (carga uniformemente distribuída)

Em seguida são mostradas tabelas e gráficos dos resultados da análise.

Neste exemplo não são considerados os nós rígidos de dimensão finita.

a) Características geométricas do núcleo:

$$s = \sqrt{r^2 + l^2} = 223,61\text{cm}$$

$$\alpha = \arctg \frac{l}{r} = 26,56^\circ$$

$$\beta = 45^\circ - \alpha = 18,43^\circ \quad \phi = \alpha + \beta = 45^\circ$$

$$e = s \sin \beta = 70,71\text{cm} \quad d = s \cos \beta = 212,13\text{cm}$$

$$f = g = e \cos \phi = 50,00\text{cm}$$

$$d_t = l + f = 150,00\text{cm} \quad d_r = g = 50,00\text{cm}$$

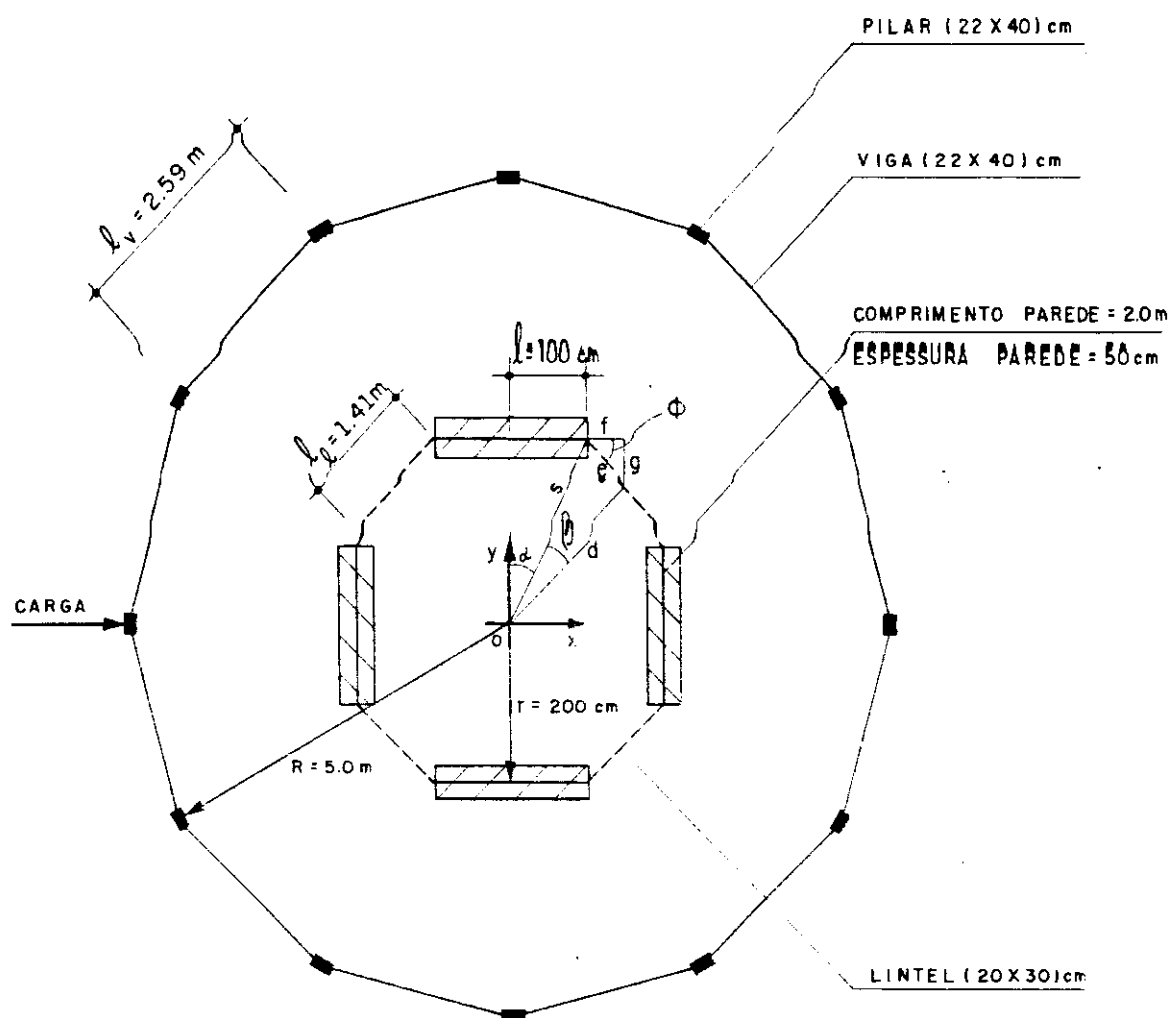


Fig. 7.3 - Edifício composto por pórtico circular e núcleo (Exemplo Nº 3).

b) Momentos de Inércia e área do núcleo:

$$I_r = \frac{(2\ell)^3 \cdot t}{12} = 33.333.333,33 \text{ cm}^4$$

$$I_t = \frac{(t)^3 \cdot 2\ell}{12} = 2.083.333,33 \text{ cm}^4$$

$$A_i = 200 \times 50 = 10.000 \text{ cm}^2 \quad I_\ell = \frac{20 \times 30^3}{12} = 45.000 \text{ cm}^4$$

c) Cálculo de λ , $\bar{\beta}$, $\bar{\theta}$, $\bar{\alpha}$

$$\lambda = \frac{1}{3} \cdot h \cdot \frac{e^3}{EI_\ell} = \frac{70,71^3 \times 300}{3 \times 280 \times 45000} = 0,2806 \text{ cm}^2/\text{kN}$$

$$\bar{b} = \frac{d_r d_t}{2\lambda} = \frac{50 \times 150}{2 \times 0,2806} = 13364,2 \text{ kN}$$

$$\bar{\theta} = \frac{d_t^2}{2\lambda} = \frac{150^2}{2 \times 0,2806} = 40092,6 \text{ kN}$$

$$\bar{\alpha} = \frac{d_r^2}{2\lambda} = \frac{50^2}{2 \times 0,2806} = 4454,7 \text{ kN}$$

Além disso:

$$j_i^r = EI_r = 93,3 \times 10^9 \text{ kN.cm}^2$$

$$j_i^t = EI_t = 58,3 \times 10^8 \text{ kN.cm}^2$$

$$t_m = GI_{tm} = 117 \times 9.105.041,49 = 10,653 \times 10^9 \text{ kN.cm}^2$$

- d) Cossenos diretores das paredes em relação aos eixos centrais da estrutura:

Parede	Direção radial			Direção tangencial		
	a^r	b^r	c^r	a^t	b^t	c^t
1	-1	0	0	0	1	-c
2	0	1	0	1	0	-c
3	1	0	0	0	-1	-c
4	0	-1	0	-1	0	-c

onde $c = 200,0 \text{ cm}$

- e) Determinação dos coeficientes das matrizes

i) matrizes \underline{J} e \underline{S}

$$J_{aa} = 2(j_i^r + j_i^t) = 19,83 \times 10^{10} \text{ kN.cm}^2$$

$$J_{bb} = J_{aa} = 19,83 \times 10^{10} \text{ kN.cm}^2$$

$$J_{cc} = 4C^2 j_i^r + 4tm = 14,933 \times 10^{15} \text{ kN.cm}^2$$

$$J_{ab} = J_{ba} = J_{ac} = J_{ca} = J_{bc} = J_{cb} = 0$$

$$S_{aa} = 8\bar{\beta} + 4\bar{\theta} + 4\bar{\alpha} = 285102,8 \text{ kN}$$

$$S_{bb} = S_{aa} = 285102,8 \text{ kN}$$

$$S_{cc} = 16\bar{\theta}c^2 = 25,659 \times 10^9 \text{ kN}$$

$$S_{ab} = S_{ba} = S_{ac} = S_{ca} = S_{bc} = S_{cb} = 0$$

$$S_m = 4tm = 42,612 \times 10^9 \text{ kN.cm}^2$$

$$S_{cc}^* = S_{cc} + S_m = 68,271 \times 10^9 \text{ kN.cm}^2$$

f) Associação com o pórtico circular e solução da equação diferencial

O valor de S_{aa} obtido é oriundo apenas da presença dos lintéis que interligam as paredes. Portanto levando-se em conta também a rigidez do pórtico perimetral, já que está atuando junto ao núcleo, ter-se-á:

$$S_{aa}^* = 285102,8 + 150351,8 = 435454,6 \text{ kN}$$

Assim, estamos em condições de avaliar a equação diferencial do problema, que é:

$$- J_{aa} u'''' + S_{aa}^* u' = \bar{V}$$

ou ainda:

$$- u'''' + k^2 u' = \bar{V}/J_{aa}$$

onde:

$$k^2 = S_{aa}^* / J_{aa}$$

$$k = 1,4817 \times 10^{-3} \quad (2 \leq kH = 4,44 \leq 5)$$

A integração da equação diferencial levando-se em conta as condições de contorno respectivas, fornece:

$$u = C_1^* + C_2^* e^{kz} + C_3^* e^{-kz} + \frac{1}{k^2 J_{aa}} \left[(F+pH)z - \frac{pz^2}{2} \right]$$

As constantes, no caso da carga concentrada no topo $F = 7\text{kN}$, são:

$$C_1 = -0,0108458$$

$$C_2 = -0,00000149$$

$$C_3 = 0,0108473$$

No caso da carga uniformemente distribuída $p = 0,046 \text{ kN/cm}$:

$$C_1 = -0,218061$$

$$C_2 = 0,000542812$$

$$C_3 = 0,217518$$

Superpondo ambos os casos tem-se as seguintes constantes:

$$C_1^* = -0,228907$$

$$C_2 = 0,000541318$$

$$C_3^* = 0,228355$$

Determinadas as constantes pode-se calcular os deslocamentos horizontais do conjunto em cada pavimento como mostra a seguinte tabela:

Tabela VII.13

Deslocamentos horizontais	
Andar	u (cm)
10	0,35
9	0,33
8	0,30
7	0,27
6	0,23
5	0,19
4	0,14
3	0,09
2	0,05
1	0,02

Com o intuito de analisar a influência de cada elemento da associação, seja o núcleo ou o pórtico circular, passa-se a estudar o núcleo isolado:

$$J_{aa} = 19,83 \times 10^{-10} \text{ kN.cm}^2$$

$$S_{aa} = 285102,8 \text{ kN}$$

Lembrando que a equação diferencial a ser resolvida é:

$$-u''' + k^2 u' = \bar{V}/J_{aa}$$

onde: $k^2 = S_{aa} / J_{aa}$

$$k = 1,198954 \times 10^{-3} \quad (2 \leq kH = 3,6 \leq 5)$$

A solução da equação diferencial, levando em conta as condições de contorno, está dada por:

$$u = C_1^* + C_2^* e^{kz} + C_3^* e^{-kz} + \frac{1}{k^2 J_{aa}} \left[(F + p_0 H) z - \frac{p_0 z^2}{2} \right]$$

Os valores das constantes são:

No caso da carga concentrada $F = 7\text{kN}$:

$$C_1 = - 0,0204475$$

$$C_2 = - 0,0000153734$$

$$C_3 = 0,0204629$$

No caso da carga distribuída $p = 0,046\text{kN/cm}$:

$$C_1 = - 0,415188$$

$$C_2 = 0,00281123$$

$$C_3 = 0,412377$$

Superpondo os dois casos anteriores, tem-se:

$$C_1^* = - 0,435635$$

$$C_2^* = 0,0027986$$

$$C_3^* = 0,432839$$

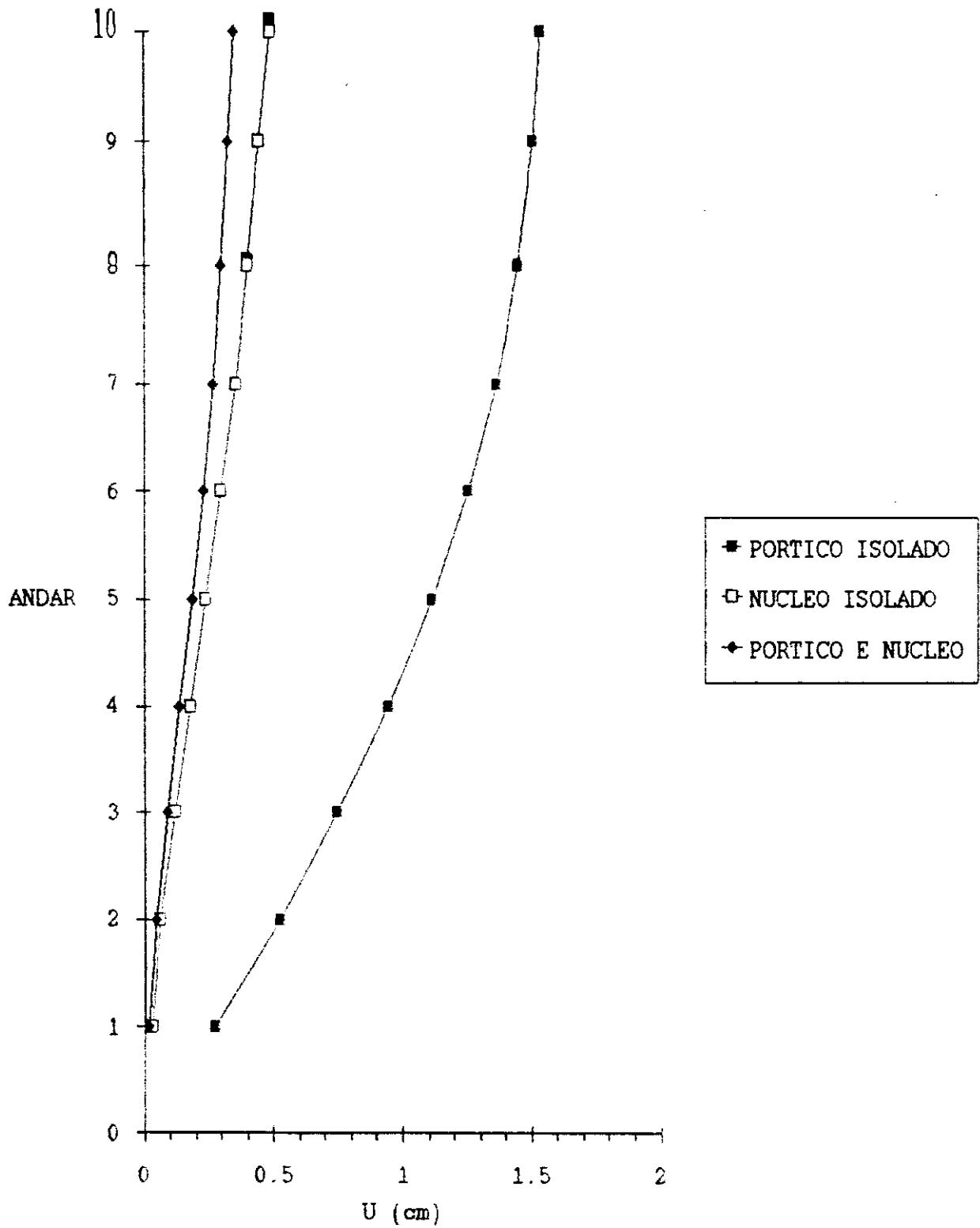
Com as constantes obtidas pode-se calcular os deslocamentos horizontais dos pavimentos da estrutura de núcleo isolado.

Na tabela a seguir é feita uma comparação entre os deslocamentos horizontais que se produzem nos diferentes casos, ou seja desde o pórtico circular isolado, seguindo com o núcleo isolado e terminando com a associação dos dois anteriores:

Tabela VII.14

Deslocamentos horizontais (cm)			
Andar	Pórtico Isolado	Núcleo Isolado	Pórtico e Núcleo
10	1,54	0,49	0,35
9	1,51	0,45	0,33
8	1,45	0,40	0,30
7	1,37	0,36	0,27
6	1,26	0,30	0,23
5	1,12	0,24	0,19
4	0,95	0,18	0,14
3	0,75	0,12	0,09
2	0,53	0,06	0,05
1	0,28	0,02	0,02

GRAFICO VII-14 DESLOCAMENTO
HORIZONTAL DA ESTRUTURA (cm)



7.5 - EXEMPLO Nº 4

Trata-se de um edifício em concreto armado, com 10 andares, pé-direito de 3,0m, formado por dois pórticos circulares como os do exemplo Nº 2 e um núcleo como o do exemplo Nº 3; a planta do edifício é exposta na figura 7.4.

A estrutura está submetida ao efeito da carga horizontal de vento aplicada segundo o eixo Ox, e consta de:

$F = 15\text{kN}$ (carga concentrada no topo)

$p = 0,1\text{kN/cm}$ (carga uniformemente distribuída)

A influência da consideração dos nós rígidos de dimensão finita não foi levada em conta.

Os resultados decorrentes da análise são expostos em tabelas e gráficos seguintes.

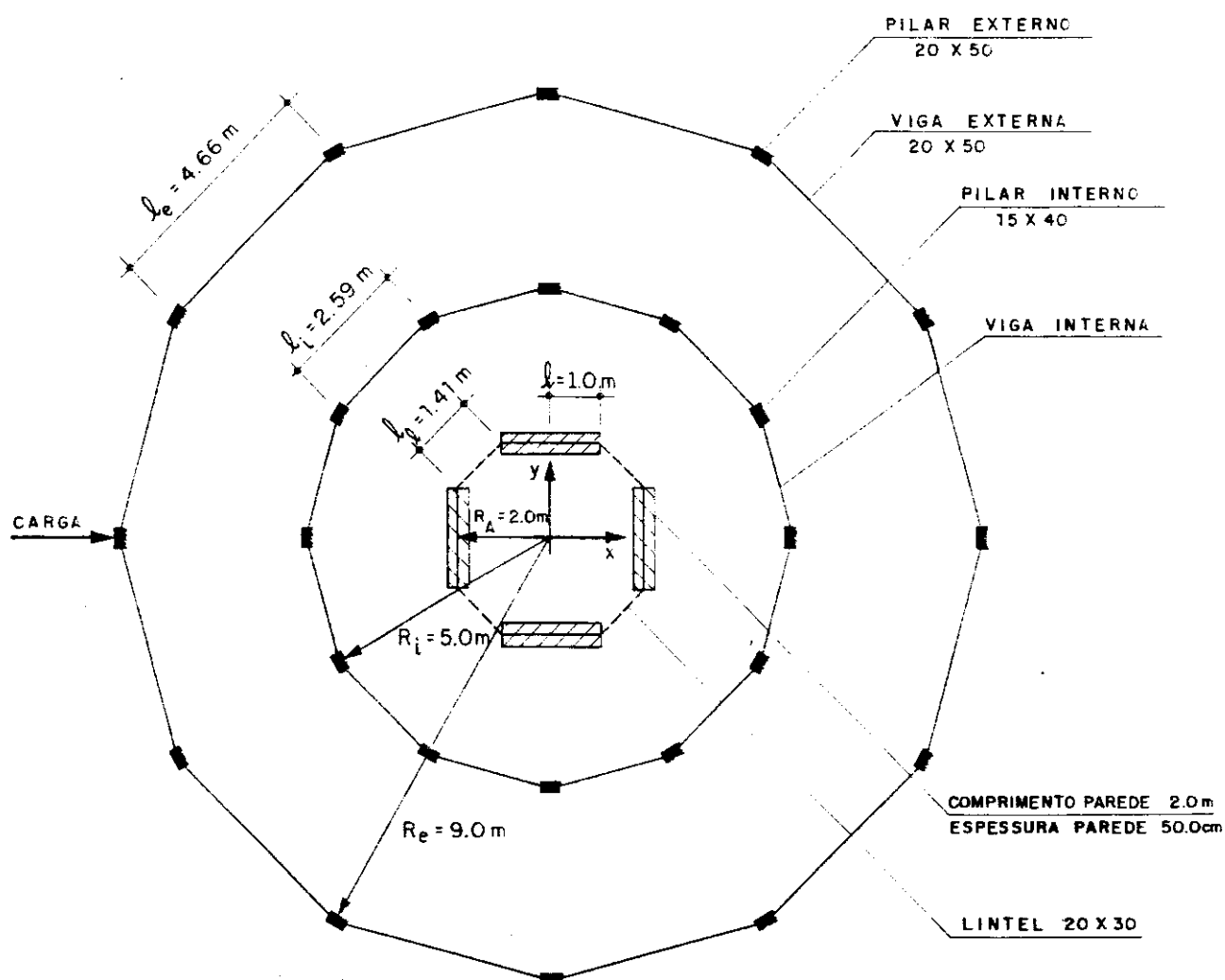


Fig. 7.4 - Edifício constituído por 2 pórticos circulares e núcleo (Exemplo Nº 4).

Conforme deduções feitas, para a associação dos pórticos circulares e o núcleo, a equação diferencial a ser resolvida é:

$$- u'''' + k^2 u' = V/J_{aa}$$

onde:

$$k^2 = S_{aa}^*/J_{aa}$$

S_{aa}^* = Soma das rigidezes, a distorção por esforço cortante, dos pórticos circulares e do núcleo (pela presença dos lintéis) = $S_{aa_f} + S_{aa_w}$

J_{aa} = Rigidez a momento fletor da parede

Obtendo os valores mencionados dos exemplos anteriores temos que:

$$S_{aa}^* = S_{aa_f} + S_{aa_w}$$

$$S_{aa}^* = 291882,7 + 285102,8 = 576985,5 \text{ kN}$$

$$J_{aa} = 19,83 \times 10^{10} \text{ kN.cm}^2$$

portanto:

$$k = 1,705 \times 10^{-3} \quad (kH = 5,11 \approx 5)$$

A integração considerando as condições de contorno fornece:

$$u = C_1^* + C_2^* e^{kz} + C_3^* e^{-kz} + \frac{1}{k^2 J_{aa}} \left[(F+pH)z - \frac{pz^2}{2} \right]$$

As constantes para o caso da carga concentrada no topo $F = 15\text{kN}$:

$$C_1 = -0,0152577$$

$$C_2 = -0,00000055$$

$$C_3 = 0,0152583$$

As constantes para o caso da carga uniformemente distribuída $p = 0,1\text{kN/cm}$:

$$C_1 = -0,305872$$

$$C_2 = 0,00034731$$

$$C_3 = 0,305524$$

Superpondo os dois casos anteriores tem-se as seguintes constantes:

$$C_1^* = -0,321129$$

$$C_2^* = 0,0003467$$

$$C_3^* = 0,320783$$

Resolvendo agora para o caso do núcleo isolado tem-se que:

$$S_{aa} = 285102,8\text{kN}$$

$$J_{aa} = 19,83 \times 10^{10} \text{kN.cm}^2$$

$$\text{portanto: } k^2 = 1,198954 \times 10^{-3}$$

Novamente, a solução da equação diferencial está dada por:

$$u = C_1^* + C_2^* e^{kz} + C_3^* e^{-kz} + \frac{1}{k^2 J_{aa}} \left[(F+pH)z - \frac{pz^2}{2} \right]$$

As constantes para o caso da carga concentrada $F = 15 \text{ kN}$ são:

$$C_1 = -0,0438161$$

$$C_2 = -0,000032943$$

$$C_3 = 0,0438491$$

As constantes para o caso da carga uniformemente distribuída $p = 0,1 \text{ kN/cm}$:

$$C_1 = -0,889689$$

$$C_2 = 0,006024$$

$$C_3 = 0,883665$$

Superpondo ambos os casos dá as seguintes constantes:

$$C_1^* = -0,933505$$

$$C_2^* = 0,0059911$$

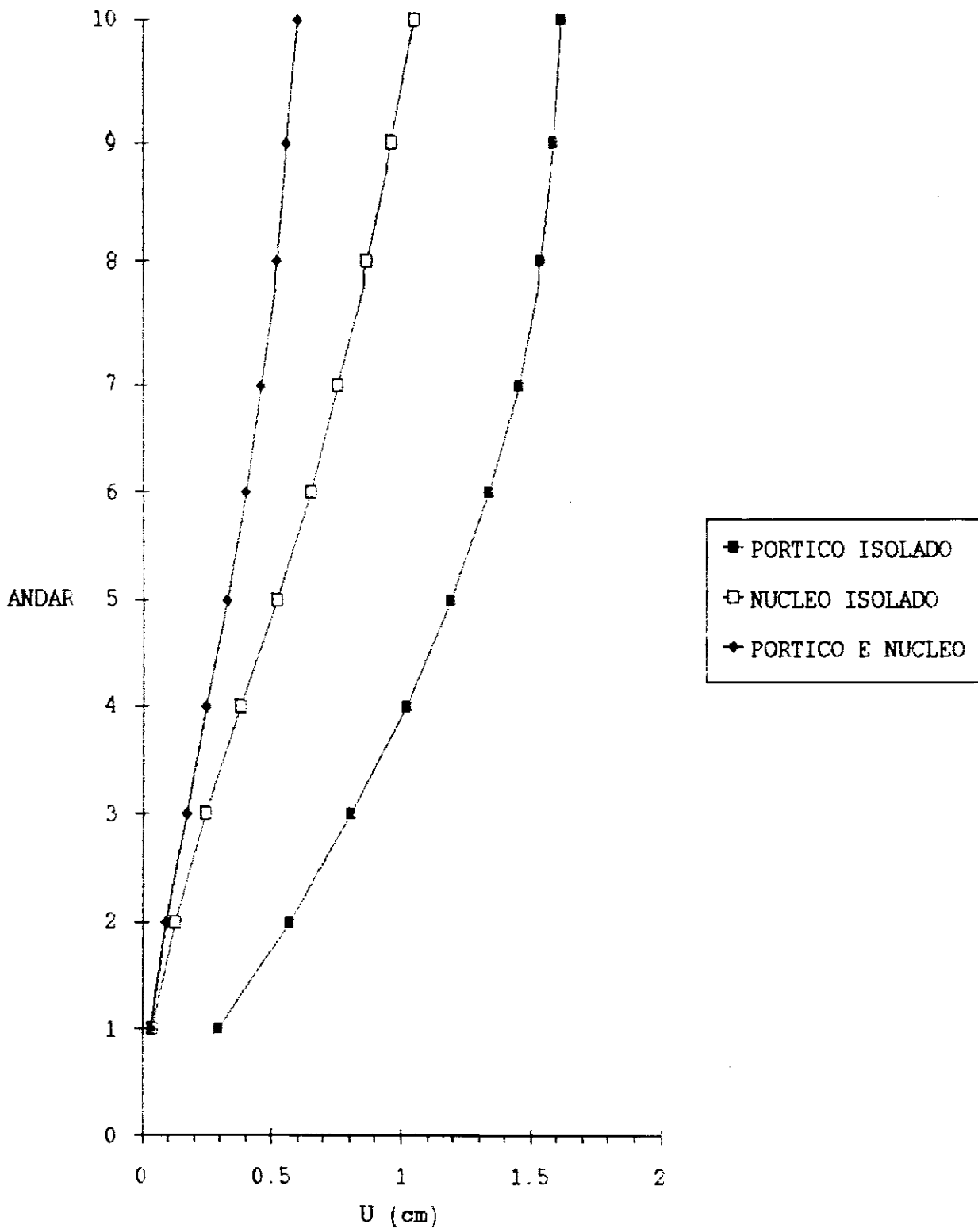
$$C_3^* = 0,927514$$

Na tabela a seguir são mostrados os deslocamentos horizontais obtidos nos diversos casos analisados neste exemplo para avaliar a contribuição de cada elemento no comportamento estrutural global do edifício.

Tabela VII-15

Deslocamentos horizontais (cm)			
Andar	Pórticos Circulares	Núcleo Isolado	Núcleo+Pórticos Circulares
10	1,62	1,05	0,60
9	1,59	0,96	0,56
8	1,54	0,87	0,52
7	1,46	0,76	0,46
6	1,34	0,65	0,40
5	1,19	0,52	0,33
4	1,02	0,38	0,25
3	0,81	0,25	0,17
2	0,57	0,13	0,09
1	0,30	0,04	0,03

GRAFICO VII-15 DESLOCAMENTO
HORIZONTAL DA ESTRUTURA (cm)



7.6 - CONSIDERAÇÕES FINAIS

Da análise dos resultados obtidos nos exemplos registrados nas Partes anteriores deste trabalho, é possível chegar a certas conclusões a respeito da precisão do método de análise apresentado aqui.

O presente trabalho, como já foi dito, teve por objetivo analisar estruturas tridimensionais de edifícios altos com núcleos resistentes sujeitas a cargas horizontais. Como caso particular tratou-se o caso das estruturas de planta poligonal regular convexa. Neste sentido, foi apresentado um programa para utilização em microcomputadores, onde foi possível considerar a importante influência dos nós rígidos de tamanho finito.

O método desenvolvido, com base na técnica contínua, permite chegar a resultados muito próximos daqueles obtidos pelos processos fundados na técnica discreta conforme demonstrado em exemplo de COELHO [6].

Nota-se, no exemplo 1, muito boa concordância dos valores dos deslocamentos horizontais da estrutura obtidos por COELHO com os valores dos deslocamentos horizontais da estrutura obtidos pelo método desenvolvido neste trabalho.

Nos exemplos 1 e 2 pode-se ver a importância de considerar, na análise, a influência significativa dos nós rígidos de dimensões finitas, principalmente no que se refere aos resultados obtidos para os deslocamentos horizontais. Enquanto que os esforços nas vigas e pilares quase não se alteram quando é levada em conta a influência do nó rígido de tamanho finito.

O programa de cálculo automático apresentado no Capítulo VI é simples e de fácil utilização, através da ficha de entrada de dados.

Deve-se ressaltar que a determinação dos esforços solicitantes foi fácil no caso do método proposto neste trabalho, devido a utilização da linguagem matricial na sistematização do processo de cálculo, e as vantagens que dela decorrem.

Nos exemplos 3 e 4 foram utilizados núcleos resistentes com paredes retas unidas por lintéis também retos, já que foi comprovado um melhor comportamento frente às cargas horizontais, comparados com núcleos formados por paredes de planta circular unidas por lintéis curvos e que de fato, construtivamente, os núcleos com paredes retas são mais fáceis de fazer que os núcleos com paredes circulares,

No processo apresentado neste trabalho não foi considerado o efeito das deformações axiais nos pilares; este efeito poderia ser levado em conta em futuras pesquisas, para assim contribuir na obtenção de resultados que reflitam com maior exatidão o comportamento geral da estrutura.

Outra sugestão, que pode ser de grande utilidade no objetivo de ter um melhor conhecimento da estrutura no caso das estruturas particulares tratadas aqui, é de pesquisar o comportamento estrutural de um "painel vertebral tridimensional", ou seja ao "painel vertebral" estudado aqui se adiciona uma viga na direção radial de maneira que seja possível analisar no futuro os tipos de edifícios analisados aqui com vigas radiais.

APÊNDICE I

COEFICIENTE DE RIGIDEZ DE NÓ
PARA BARRAS COM TRECHOS DE EXTREMOS RÍGIDOS

Analisa-se o caso de um pilar submetido a momento fletor devido ao deslocamento horizontal Δ , como mostra a figura A.1:

Da figura obtem-se as seguintes relações:

$$\theta = \frac{\Delta}{c_1}$$

e

(A.1)

$$\theta_c = \frac{\Delta}{h}$$

onde: Δ = deslocamento horizontal

h = comprimento total do elemento (inclui trechos rígidos)

c_1 = comprimento livre do elemento

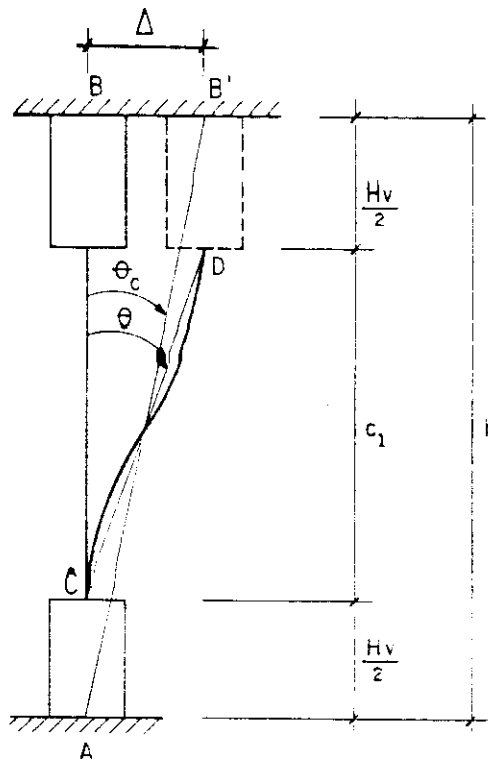


Fig. A.1 - Pilar deformado por momento fletor.

Os momentos fletores no pilar nos extremos engastados nos trechos rígidos C, D são:

$$M_{CD} = 6E \frac{J}{c_1} \cdot \theta = M_{DC} \quad (\text{A.2})$$

O momento M_{CD} escrito em termos de θ_c é:

$$M_{CD} = 6E \frac{J}{c_1} \cdot \frac{h}{c_1} \cdot \theta_c \quad (\text{A.3})$$

Para o cálculo de M_{AB} , analisa-se o que acontece em AC (figura A.2).

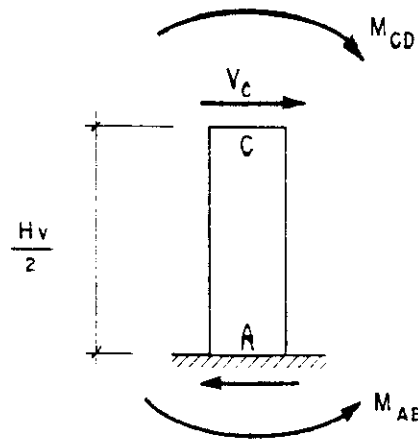


Fig. A.2 - Trecho rígido de pilar

Portanto:

$$M_{AB} = M_{CD} + V_C \cdot \frac{H_V}{2} \quad (\text{A.4})$$

onde:

$$V_C = 12E \frac{J}{c_1} \cdot \frac{h}{c_1} \cdot \frac{1}{c_1} \cdot \epsilon_c \quad (\text{A.5})$$

Substituindo V_C dado em (A.5) e o momento M_{CD} dado em (A.3), na equação (A.4) vamos obter o momento M_{AB} :

$$M_{AB} = 6EJ \cdot \frac{h^2}{c_1^3} \cdot \epsilon_c$$

Logo:

$$M_{AB} = 6Ek \cdot \frac{h^3}{c_1^3} \cdot \epsilon_c \quad (\text{A.6})$$

Fazendo $C_A = \frac{h^3}{c_1^3}$ e substituindo em (A.6) obtem-se:

$$M_{AB} = 6Ek \cdot C_A \cdot \epsilon_c \quad (\text{A.7})$$

onde:

$$k = \frac{J}{h}$$

Nota-se que o coeficiente C_A , denominado neste trabalho de coeficiente de rigidez de não,   a relao cúbica entre o comprimento total do elemento, que inclui os trechos rígidos, e o comprimento livre do elemento.

Fazendo a mesma análise no caso da viga, ter-se-  o coeficiente de rigidez de não dado por:

$$C_B = \frac{a^3}{a_1^3} \quad (A.7)$$

onde, da mesma maneira que nos pilares,   a relao cúbica entre o comprimento total e o comprimento livre do elemento.