

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
ÁREA DE ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

CONCRETO ARMADO : APLICAÇÕES DE MODELOS DE
BIELAS E TIRANTES

ENG. REGINALDO CARNEIRO DA SILVA
ORIENTADOR : PROF. DR. JOSÉ SAMUEL GIONGO

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo como parte dos requisitos para obtenção do título de " Mestre em Engenharia de Estruturas ".

COMISSÃO EXAMINADORA :

Prof. Dr. Yosiaki Nagato (UFRJ-COPPE)
Prof. Dr. Libânio Miranda Pinheiro (USP-EESC)
Prof. Dr. José Samuel Giongo (USP-EESC)

SUPLENTE :

Prof. Dr. Laércio Ferreira e Silva (USP-EESC)
Prof. Dra. Ana Lúcia H. C. El Debs (USP-EESC)

São Carlos
Novembro de 1991

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. José Samuel Giongo, pela orientação dedicada e competente, pelo convívio profissional e pessoal.

Ao Prof. Dr. Libânio Miranda Pinheiro, pela importante contribuição bibliográfica, incentivo e sugestões durante a elaboração do trabalho.

Ao Prof. Dr. João Bento de Hanai, pelas sugestões no exame de qualificação.

À Sra. Sylvia Helena M. Villani, pela rapidez e excelente qualidade dos desenhos.

À Sra. Maria Nadir Minatel, pela colaboração e revisão das referências bibliográficas.

Às Sras. Rosi A. J. Rodrigues e Marta R. C. Faria, pela cooperação e impressão final do texto.

Aos Professores Toshiaki Takeya, Mounir Khalil El Debs e Norberto Costardi, pela contribuição na formação profissional.

Aos demais professores e funcionários do Departamento de Estruturas da EESC-USP.

À Universidade Federal de Viçosa, que me propiciou condições de estudo e pesquisa em nível de pós-graduação.

Ao Prof. Ernani Mendes Nobre e demais colegas e amigos da pós-graduação.

À CAPES pelo auxílio financeiro prestado, através da concessão de bolsa de estudos.

À Leticia e Matheus, esposa e filho.

Aos meus pais.

RESUMO

Este trabalho aborda os fundamentos do modelo de bielas e tirantes, a sistematização do cálculo e exemplos de dimensionamento de elementos estruturais em concreto armado.

Relaciona-se o comportamento estrutural dos elementos com os modelos simplificados propostos por vários autores. Comenta-se também sobre o detalhamento das armaduras, compatibilizando-o aos modelos utilizados.

Para as vigas usuais analisa-se o critério proposto pelo Código Modelo do " Comité Euro-International du Beton " (CEB), editado em 1990, com relação à verificação das tensões tangenciais oriundas do cisalhamento e ao dimensionamento das armaduras transversais.

Modelos são propostos para algumas regiões descontínuas como vigas-parede, ligações viga-pilar, consolos e descontinuidades geométricas em vigas.

Nos exemplos mostra-se a aplicação de alguns dos modelos propostos aos elementos estruturais abordados. Para as vigas usuais, em geral, o critério do CEB mostrou-se mais econômico, com relação ao consumo de armadura, do que o proposto pelo Anexo da NBR 7197, editado em 1989, que altera prescrições da NBR 6118.

Para o projeto de elementos estruturais com regiões descontínuas, pode-se utilizar a modelagem para o dimensionamento das armaduras e a verificação das tensões no concreto. Todavia, ressalta-se que, em alguns casos, a verificação das tensões ainda não pode ser feita com exatidão, devido à incerteza com relação à geometria das bielas e regiões nodais dos modelos.

ABSTRACT

This work treats the fundamentals of the strut-and-tie models, the design systematization and examples for reinforced concrete structural members.

The structural behaviour of the members is compared with the simplified models proposed by several authors. The reinforcement layout is also commented, adapting it to the models.

For the common beams, it is analysed the criterion proposed by the Model Code of " Comité Euro-International du Béton " (CEB), edited in 1990, for the verification of shear stresses and the transverse reinforcement calculation.

Models are proposed for some discontinuous regions like in deep beams, beam-column connections, corbels and geometrical discontinuities in beams.

In the examples, it is shown the application of some proposed models to the treated structural members. For the common beams, generally, the calculation by the CEB criterion resulted more economical, compared with the amount of reinforcement given by NBR 7197-Addendum, edited in 1989.

For the structural members design with discontinuous regions, the models can be used in order to calculate the reinforcement area and to verify the concrete stresses. However, it can be emphasized that, in some cases, the verification of stresses cannot be made with accuracy, due to the doubt related to the geometry of the struts and the nodal regions of the models.

SUMÁRIO

1 - INTRODUÇÃO

1.1 - CONSIDERAÇÕES INICIAIS	1- 1
1.2 - HISTÓRICO	1- 3
1.3 - OBJETIVOS	1- 4
1.4 - ETAPAS DO TRABALHO	1- 4

2 - FUNDAMENTOS DO MODELO

2.1 - INTRODUÇÃO	2- 1
2.2 - DEFINIÇÃO GEOMÉTRICA DO MODELO	2- 2
2.3 - REGIÕES B E D	2- 4
2.4 - ANÁLISE ESTRUTURAL	2- 7
2.5 - PROCESSO DO CAMINHO DE CARGA	2- 8
2.6 - ROTINA DE PROJETO	2-11
2.7 - OTIMIZAÇÃO DO MODELO	2-12
2.8 - DIMENSIONAMENTO DAS BIELAS, TIRANTES E NÓS	2-14
2.8.1-DIMENSIONAMENTO DAS BIELAS	2-15
2.8.2-PARAMETROS DE RESISTÊNCIA DAS BIELAS	2-17
2.8.3-DIMENSIONAMENTO DOS TIRANTES	2-20
2.8.4-DIMENSIONAMENTO DOS NÓS	2-21
2.8.5-PARAMETROS DE RESISTÊNCIA DAS REGIÕES NODAIS	2-27
2.8.6-COMENTÁRIOS SOBRE OS PARAMETROS DE RESISTÊNCIA	2-30

3 - APLICAÇÃO AS VIGAS USUAIS

3.1 - CONSIDERAÇÕES GERAIS	3- 1
3.2 - TIPOS DE RUPTURA	3- 8
3.3 - REFINAMENTO DOS MODELOS	3-10
3.3.1-EFEITO DE ARCO	3-10
3.3.2-EFEITO DE LEQUE	3-13
3.3.3-MODELOS PARA VIGAS USUAIS E DE TRANSIÇÃO	3-13
3.4 - CONSTRUÇÃO DE UM MODELO PLÁSTICO DE TRELIÇA	3-16
3.4.1-VALIDADE DO MODELO	3-16
3.4.2-EXEMPLO	3-17
3.5 - CRITÉRIO DO CÓDIGO MODELO CEB-FIP [1990]..	3-19
3.5.1-COMENTÁRIOS INICIAIS	3-19
3.5.2-CONDIÇÕES PARA APLICAÇÃO DOS MODELOS	3-21
3.5.3-DEDUÇÃO DAS EXPRESSÕES PARA DIMENSIONAMENTO	3-21
3.5.4-PROCEDIMENTO PARA VERIFICAÇÃO	3-27
3.5.5-DETERMINAÇÃO DO ÂNGULO θ	3-30
3.5.6-FORÇAS CONCENTRADAS PRÓXIMAS AOS APOIOS	3-31
3.5.7-DISTRIBUIÇÃO DOS ESTRIBOS	3-32

4 - APLICAÇÃO AS VIGAS-PAREDE

4.1 - INTRODUÇÃO	4- 1
4.2 - COMPORTAMENTO ESTRUTURAL	4- 4
4.3 - MODELOS PARA VIGAS-PAREDE SIMPLEMENTE APOIADAS	4- 8
4.3.1-AÇÃO UNIFORMEMENTE DISTRIBUÍDA SUPERIOR	4- 8
4.3.2-AÇÃO UNIFORMEMENTE DISTRIBUÍDA INFERIOR	4- 9
4.3.3-FORÇA CONCENTRADA	4-11

4.4 - MODELOS PARA VIGAS-PAREDE CONTÍNUAS	4-13
4.4.1-AÇÃO UNIFORMEMENTE DISTRIBUÍDA SUPERIOR	4-13
4.4.2-AÇÃO UNIFORMEMENTE DISTRIBUÍDA INFERIOR	4-14
4.4.3-FORÇA CONCENTRADA NO MEIO DO VÃO ...	4-15
4.5 - MODELOS PARA VIGAS-PAREDE COM BALANÇOS ...	4-16
4.6 - MODELOS PARA VIGAS-PAREDE COM FORÇA CONCENTRADA NOS APOIOS	4-17
4.7 - MODELOS PARA VIGAS-PAREDE COM ABERTURAS ..	4-18
4.8 - ANCORAGEM NO APOIO EXTREMO	4-20
4.9 - INFLUÊNCIA DOS APOIOS INDIRETOS E DAS AÇÕES APLICADAS AO LONGO DA ALTURA	4-21
4.10- DETALHAMENTO	4-21
4.10.1-VIGAS-PAREDE SIMPLEMENTE APOIADAS.	4-21
4.10.2-VIGAS-PAREDE CONTÍNUAS	4-24
4.10.3-VIGAS-PAREDE COM BALANÇOS	4-26

5 - APLICAÇÃO AS LIGAÇÕES VIGA-PILAR

5.1 - GENERALIDADES	5- 1
5.2 - TIPOS DE RUPTURA	5- 5
5.3 - LIGAÇÃO VIGA DE COBERTURA-PILAR EXTREMO ..	5- 5
5.3.1-MOMENTO FLETOR TRACIONANDO AS FIBRAS INTERNAS	5- 5
5.3.1.1-Comportamento estrutural ...	5- 5
5.3.1.2-Modelos adequados	5- 7
5.3.1.3-Detalhamento	5- 8
5.3.2-MOMENTO FLETOR TRACIONANDO AS FIBRAS EXTERNAS	5-11
5.3.2.1-Comportamento estrutural ...	5-11
5.3.2.2-Modelos adequados	5-11
5.3.2.3-Detalhamento	5-14
5.4 - LIGAÇÃO VIGA INTERMEDIÁRIA-PILAR EXTREMO .	5-16
5.5 - LIGAÇÃO VIGA DE COBERTURA-PILAR INTERMEDIÁRIO	5-20

5.6 - LIGAÇÃO VIGA INTERMEDIÁRIA-PILAR INTERMEDIÁRIO	5-21
5.7 - LIGAÇÃO EM ÂNGULOS AGUDOS OU OBTUSOS	5-23
5.8 - MUROS DE ARRIMO	5-24

6 - APLICAÇÃO AOS CONSOLOS E DESCONTINUIDADES GEOMÉTRICAS EM VIGAS

6.1 - CONSOLOS	6- 1
6.1.1-INTRODUÇÃO E GEOMETRIA	6- 1
6.1.2-COMPORTAMENTO ESTRUTURAL	6- 3
6.1.3-MODELOS ADEQUADOS	6- 5
6.1.3.1-Ação aplicada na face superior	6- 6
6.1.3.2-Ação aplicada ao longo da altura	6- 8
6.1.4-TEORIA DO CISALHAMENTO-ATRITO	6- 9
6.1.5-DIMENSIONAMENTO PELA NBR 9062	6-11
6.1.6-DETALHAMENTO	6-12
6.2 - DESCONTINUIDADES GEOMÉTRICAS EM VIGAS	6-16
6.2.1-APOIOS EM DENTE	6-16
6.2.1.1-Introdução e geometria	6-16
6.2.1.2-Comportamento estrutural e modelos	6-16
6.2.1.3-Detalhamento	6-20
6.2.2-ABERTURAS NA ALMA	6-22
6.2.3-VARIAÇÃO DA ALTURA DA SEÇÃO	6-25
6.2.4-DEGRAU NA SEÇÃO	6-25

7 - EXEMPLOS PRÁTICOS

7.1 - CONSIDERAÇÕES GERAIS	7- 1
7.2 - EXEMPLO 1 : VIGA SIMPLEMENTE APOIADA	7- 1
7.3 - EXEMPLO 2 : VIGA CONTÍNUA	7- 6

1 - INTRODUÇÃO

1.1 - CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A utilização de modelos de treliça no dimensionamento do concreto armado remonta ao início deste século, quando Ritter e Mörsch introduziram a clássica "analogia de treliça". Após várias décadas de estudos, numerosos pesquisadores sugeriram modificações no modelo original no sentido de aperfeiçoá-lo e adequá-lo aos resultados experimentais. Entretanto, deve-se salientar que as hipóteses básicas de Mörsch continuam válidas.

Algumas peças estruturais de concreto armado são, hoje em dia, dimensionadas utilizando as idéias básicas do modelo de treliça. Como exemplo pode-se citar os consolos, que são dimensionados com o critério da "treliça equivalente" e as sapatas isoladas e blocos, cujas armaduras de tração são dimensionadas e a verificação da compressão no concreto é feita através do "método das bielas comprimidas".

Durante a década de 80, vários pesquisadores sugeriram a utilização generalizada de modelos de bielas e tirantes, estendendo a sua aplicação a vários outros tipos de elementos estruturais. Normas atuais, comentadas neste trabalho, já recomendam a aplicação destes modelos.

No modelo de bielas e tirantes, os elementos comprimidos, ou bielas, representam campos de tensão de compressão no concreto e os elementos tracionados, ou tirantes, campos de tensão de tração que são usualmente absorvidos pelas barras da armadura. Eventualmente, essas

tensões de tração podem ser absorvidas pelo concreto.

Os apoios em dente e as aberturas em vigas, os nós de pórticos e os consolos são exemplos de "descontinuidades" ou "detalhes", que são hoje projetados utilizando-se recomendações práticas ou baseando-se na experiência anterior do projetista. Este procedimento nem sempre conduz a bons resultados quando o engenheiro projetista se defronta com uma situação de cálculo desconhecida.

Esses "detalhes" são de igual importância para o comportamento e segurança da estrutura em relação às suas outras partes. Por esse motivo, não se justifica projetá-los por processos aproximados, enquanto o restante da estrutura é projetado com maior exatidão. Deve-se buscar, então, um conceito de projeto que seja consistente para todas as partes de uma dada estrutura.

O uso de modelos de bielas e tirantes preenche esta lacuna, possibilitando o dimensionamento dessas regiões de maneira sistemática. A modelagem possibilita ao projetista o entendimento do funcionamento da estrutura através do seu fluxo interno de tensões.

A utilização dos modelos exige do projetista um certo conhecimento, necessário para que o modelo escolhido represente realmente o funcionamento da estrutura. Conhecimento esse que pode ser comparado àquele requerido quando se faz um lançamento estrutural de um edifício, por exemplo.

Todavia, esses modelos não têm sido usados de modo intensivo pelos projetistas. Como justificativa, cita-se a escassa divulgação do assunto, por ser ele bastante recente. Além disso, têm-se, ainda, algumas controvérsias com relação aos parâmetros de resistência das bielas e dos nós. Isso não impede, contudo, a sua utilização; somente a aplicação rotineira desses modelos possibilitará a descoberta de pontos falhos e possíveis aperfeiçoamentos futuros.

É preciso enfatizar a importância do detalhamento das armaduras na aplicação dos modelos. Se por um lado a modelagem conduz automaticamente a um detalhamento mais

rápido e eficiente, por outro, o correto posicionamento das barras da armadura dentro da peça estrutural garante o funcionamento previsto da mesma.

1.2 - HISTÓRICO

A analogia da treliça clássica, idealizada por Ritter e Mörsch, e analisada experimentalmente pelo segundo no início deste século, foi uma das concepções mais duradouras da história do concreto armado. Quase noventa anos depois, as pesquisas sugeriram apenas modificações e aperfeiçoamentos na teoria inicial, mantendo, no entanto, a sua idéia básica : a analogia entre a viga de concreto armado fissurada e a treliça.

Os resultados de ensaios sugeriram a adoção de uma treliça chamada "treliça de Mörsch generalizada", cuja inclinação(θ) das bielas comprimidas com a horizontal passou a ser adotada de maneira compatível com o modelo obtido nos ensaios.

Na década de 80, pesquisadores de Stuttgart [1987]^{1,2}, sugeriram a utilização de modelos de bielas e tirantes de modo generalizado para o dimensionamento de outros elementos estruturais. Pode-se citar, ainda, vigas-parede, apoios em dente e aberturas em vigas, consolos, ligações viga-pilar, sapatas e blocos de fundação.

MARTI [1985]^{3,4}, utilizando a teoria da plasticidade, propôs a aplicação dos modelos no dimensionamento das armaduras longitudinais e transversais de uma viga. Um conjunto de critérios básicos-utilizando bielas, tirantes, nós, leques e arcos-tornaram possível o desenvolvimento de modelos adequados.

Através da comparação com resultados de ensaios, COOK & MITCHELL [1988]⁵ confirmaram a adequação desses modelos ao projeto de vigas-parede, consolos e vigas com descontinuidades geométricas.

O Código Modelo CEB-FIP [1990]⁶ e a norma canadense CAN3-A23.3-M84 [1984]⁷ recomendam a utilização desses modelos e sugerem valores para os parâmetros de resistência das bielas e regiões nodais.

MACGREGOR [1988]⁸ apresenta exemplos de aplicação dos modelos a alguns tipos de vigas-parede, ligações viga-pilar e outras regiões descontínuas.

1.3 - OBJETIVOS

O objetivo deste trabalho é apresentar o modelo de bielas e tirantes de maneira a possibilitar a sua utilização pelos projetistas de estruturas de concreto armado. Procura-se sistematizar sua aplicação, através de rotinas de projeto, para casos frequentes. Finalmente, por meio de exemplos práticos, pretende-se mostrar a aplicação dos modelos e comparar alguns resultados com aqueles obtidos através de outras rotinas de cálculo.

1.4 - ETAPAS DO TRABALHO

Pretende-se, inicialmente, apresentar uma revisão de literatura sobre os fundamentos do modelo proposto. A ênfase nos pontos básicos do modelo, suas origens e justificativas, propicia ao usuário uma utilização mais segura e eficiente do mesmo. Tópicos ainda controversos como a resistência das bielas comprimidas e das zonas nodais serão discutidos e analisados, tendo em vista a literatura disponível e as recomendações de normas.

Posteriormente, procura-se aplicar o modelo proposto a vários tipos de estruturas e suas partes, através da análise do comportamento estrutural.

Para as vigas usuais e de transição, no capítulo 3, apresenta-se o refinamento dos modelos pela consideração dos efeitos de leque e de arco, além do critério do CEB/1990 para a verificação das tensões tangenciais oriundas do cisalhamento.

No capítulo 4, sobre vigas-parede, relaciona-se o comportamento estrutural para diversos tipos de ações aos modelos propostos. O detalhamento das armaduras é também apresentado sob a ótica do modelo adotado.

Para os diversos tipos de ligações viga-pilar, no capítulo 5, propõem-se modelos considerando as possíveis combinações de ações atuantes. Através da análise de resultados de ensaios já realizados, recomenda-se uma disposição adequada das armaduras.

Modelos são propostos para consolos, no capítulo 6, juntamente com recomendações sobre o detalhamento das armaduras. Para algumas descontinuidades geométricas em vigas (apoios em dente, aberturas) sugere-se modelos em função de alguns parâmetros geométricos.

A apresentação de exemplos práticos para vigas usuais, vigas-parede, consolos, etc. visa principalmente esclarecer tópicos acerca da geometria e dos parâmetros de resistência das bielas e regiões nodais. A comparação com resultados obtidos por outras rotinas de cálculo, ou ensaios já realizados, tem caráter apenas ilustrativo.

Finalmente, tendo em vista os resultados dos exemplos apresentados, analisa-se a adequação da modelagem para o projeto dos elementos estruturais abordados. São feitas sugestões para a continuidade da pesquisa, a nível teórico e/ou experimental.

2 - FUNDAMENTOS DO MODELO

2.1 - INTRODUÇÃO

Os modelos de bielas e tirantes são representações discretas dos campos de tensão nos elementos estruturais de concreto armado. As bielas são idealizações dos campos de tensão de compressão no concreto, e os tirantes, campos de tensão de tração que podem ser absorvidos por uma ou várias camadas de armadura. O modelo idealizado, que é uma estrutura de barras, concentra todas as tensões em barras comprimidas e tracionadas ligando-as através de nós.

Em alguns casos específicos, as tensões de tração também podem ser absorvidas pelo concreto. A segurança estrutural de alguns elementos, frequentemente utilizados em estruturas, só pode ser explicada se, nos locais onde não existe armadura, são supostos tirantes de concreto. Como exemplo, pode-se citar lajes sem armadura transversal.

Conhecendo-se um modelo adequado para uma determinada região de uma estrutura, as forças nas bielas e tirantes serão automaticamente calculadas através do equilíbrio entre forças externas e internas. O dimensionamento dos tirantes e a verificação das bielas e nós é feito de modo que eles suportem estas forças atuantes.

SCHLAICH et alii [1987]¹ propõem analisar o comportamento do elemento tanto no estado elástico quanto plástico através da modelagem. Pode-se definir a orientação do modelo (localização das bielas e tirantes) através das trajetórias de tensões elásticas. Caso o objetivo da análise seja a obtenção da carga última, o modelo pode ser

rearranjado, alterando a posição das bielas e tirantes com o objetivo de aumentar a resistência da estrutura. Entretanto, em regiões com baixas tensões esta posição pode desviar-se consideravelmente do modelo elástico. Por tentativas, através do teorema do limite inferior da teoria da plasticidade, poder-se-ia obter um modelo mais próximo do que ocorre antes da carga última. Observa-se que a estrutura pode se adaptar por si só, até certo ponto, ao sistema estrutural interno previsto.

Os modelos de bielas e tirantes podem ser projetados pelo fluxo de tensões através da estrutura, usando o processo do caminho de carga (item 2. 5). Caso se disponha das tensões elásticas e suas direções principais através de uma análise elástica, o desenvolvimento do modelo é imediato. Esta análise elástica pode ser feita utilizando métodos numéricos, como por exemplo, o método dos elementos finitos. A direção das bielas pode, então, ser adotada de acordo com a direção média das tensões de compressão ou os elementos (bielas e tirantes) mais importantes podem ser posicionados no centro de gravidade dos diagramas de tensão correspondentes.

Segundo o CEB [1990]⁶, se a armadura é disposta de acordo com os campos de tensões elásticas, uma verificação do elemento em serviço pode normalmente ser evitada.

2.2 - DEFINIÇÃO GEOMÉTRICA DO MODELO

A geometria do modelo pode ser obtida analisando-se os seguintes aspectos :

- tipos de ações atuantes;
- ângulos entre bielas e tirantes;
- área de aplicação das ações e reações;
- número de camadas da armadura;
- cobrimento da armadura.

Os ângulos entre as bielas e os tirantes são determinados através da distribuição de tensões elásticas produzida pelas ações atuantes. As dimensões das bielas e regiões nodais dependem da área de aplicação das ações e

reações, do número de camadas e cobrimento da armadura. A Fig. 2.1-a apresenta o modelo para uma viga parede simplesmente apoiada submetida a uma força concentrada no meio do vão. As três áreas sombreadas representam as regiões nodais.

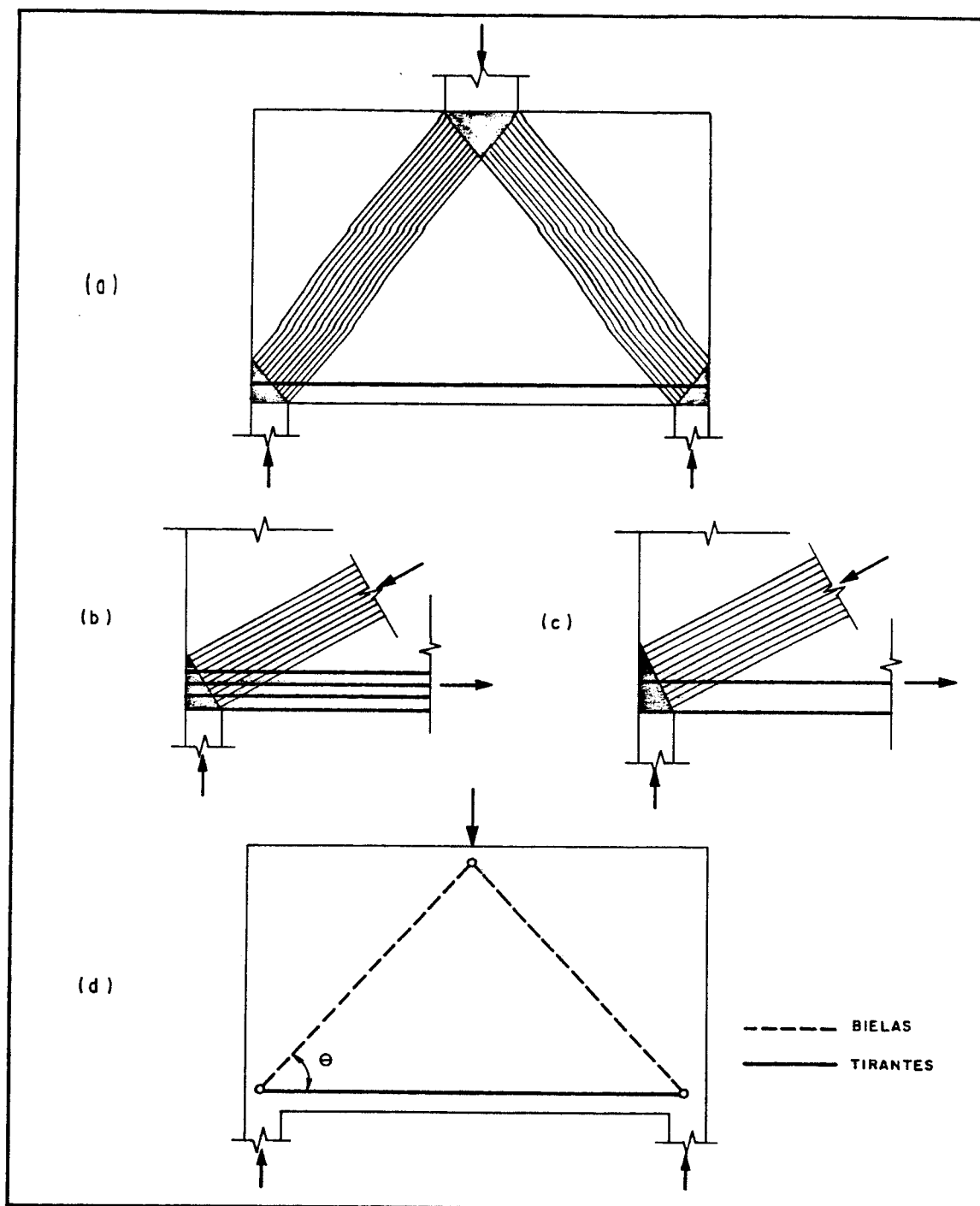


Fig. 2.1 - Definição geométrica do modelo

Segundo MACGREGOR [1988]⁸, as bielas e os tirantes são dispostos de tal maneira que os centros de gravidade de cada membro da treliça e as linhas de ação de todas as ações

externamente aplicadas coincidam em cada nó, como mostra a Fig. 2.1-a. Esta exigência pode limitar as dimensões das bielas. A região nodal do apoio na Fig. 2.1-a é redesenhada com a armadura distribuída em camadas na Fig. 2.1-b e com um cobrimento maior na Fig. 2.1-c. Simplificadamente, o modelo pode ser representado como mostrado na Fig. 2.1-d, onde as bielas de compressão são substituídas por linhas tracejadas e os tirantes, por linhas contínuas.

2.3 - REGIÕES B E D

Para efeito de aplicação do modelo, pode-se subdividir a estrutura em regiões contínuas e descontínuas. As regiões contínuas são aquelas em que as hipóteses de Bernoulli, de distribuição linear de deformações ao longo da seção transversal, são válidas. Em regiões descontínuas, essas hipóteses não permanecem válidas. SCHLAICH et alii [1987]¹ denominam estas regiões contínuas de regiões B ("B" de Bernoulli) e as descontínuas de regiões D ("D" de descontinuidade).

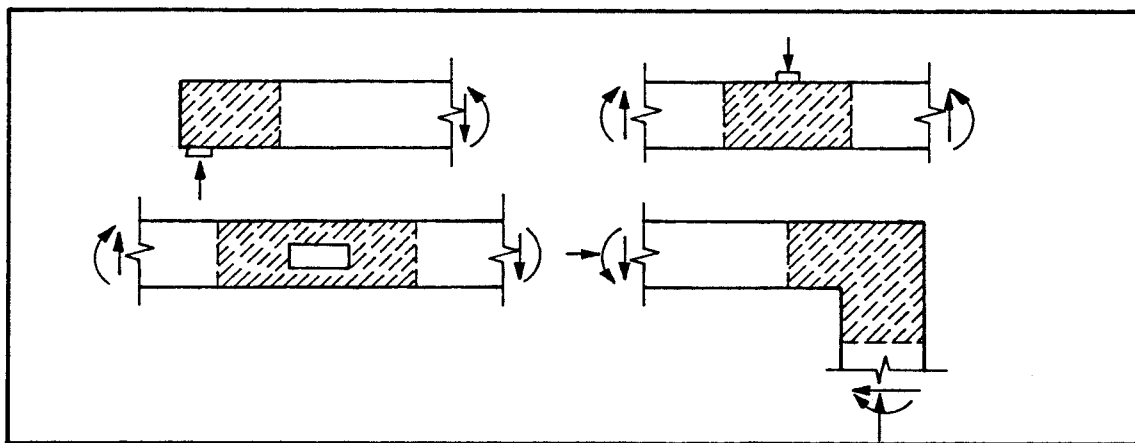


Fig.2.2 - Exemplos de regiões D (Ref. 2)

Estas regiões D, onde a distribuição de deformações é não-linear, podem ser produzidas por descontinuidades estáticas (ações concentradas e reações) e geométricas (aberturas em vigas e nós de pórticos).

As regiões B fissuradas podem ser projetadas

utilizando-se os modelos de treliça usuais. Os modelos de bielas e tirantes representam, de modo aproximado, o fluxo interno de tensões em regiões D.

Estas regiões D têm sido projetadas, hoje em dia, de maneira inadequada, através de "regras práticas", o que tem provocado um desempenho insatisfatório e até mesmo o colapso das estruturas.

A utilização de modelos de bielas e tirantes permite um tratamento unificado no projeto de regiões B e D, pois o modelo de treliça nada mais é do que um caso particular do modelo de bielas e tirantes.

A subdivisão da estrutura em regiões B e D pode ser feita considerando-se as trajetórias de tensões nas proximidades das regiões descontínuas. Conforme o Princípio de Saint-Venant, há uma região definida por dimensões da mesma ordem de grandeza da seção transversal do elemento carregado, na qual se processa a regularização das tensões. Partindo desse princípio, pode-se delimitar as regiões D considerando-se, a partir das descontinuidades geométricas ou estáticas, distâncias iguais à altura das regiões B adjacentes. A Fig. 2.3 apresenta exemplos de outras regiões D e seus limites.

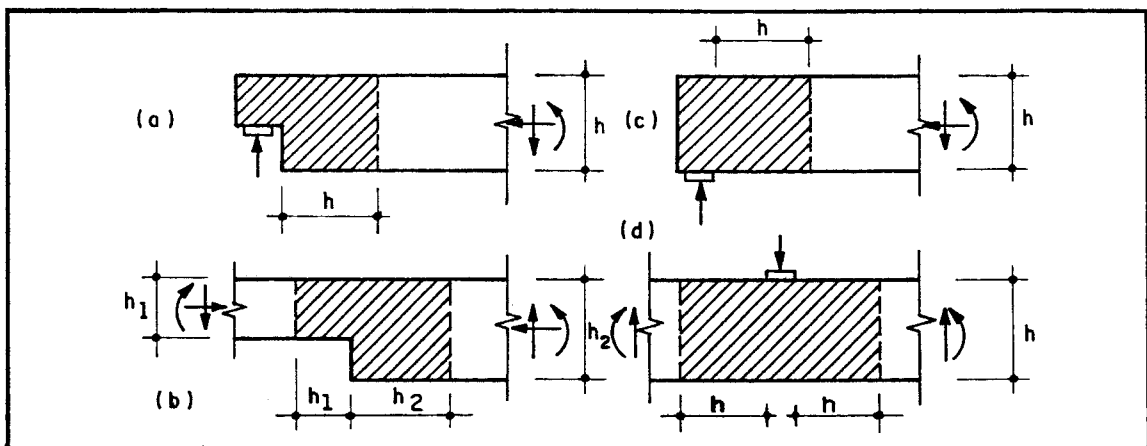


Fig. 2.3-Exemplos de regiões D e seus contornos: a) apoio em dente; b) variação de altura da seção; c) apoio externo; d) força concentrada (Ref. 2).

O procedimento sugerido no parágrafo anterior para delimitação das regiões B e D é aproximado, visto que para

cada tipo de descontinuidade a distribuição de tensões pode ser um pouco diferente. Entretanto, como não é necessária muita exatidão na definição da linha divisória destas

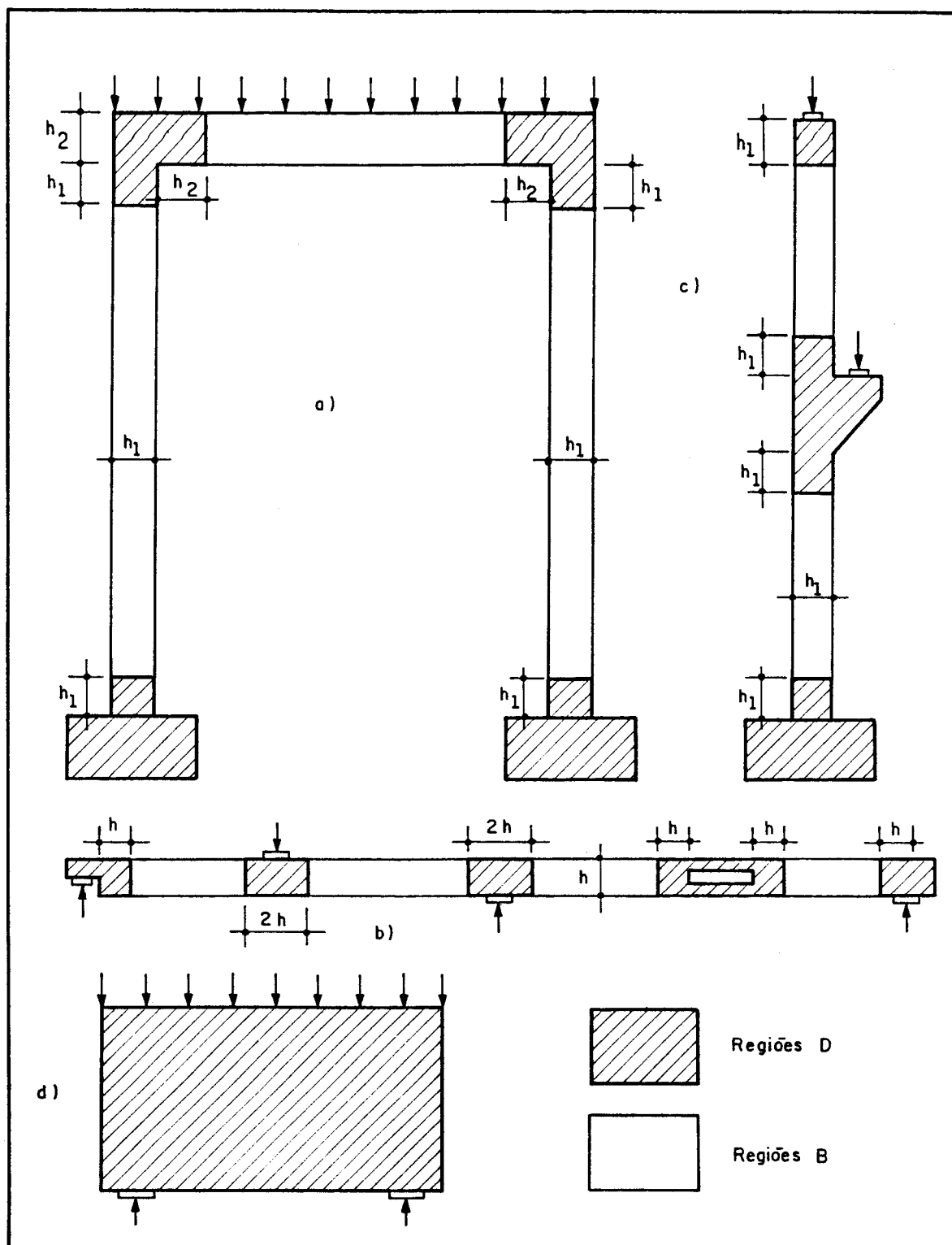


Fig. 2.4 - Exemplos de estruturas e suas regiões B e D: a) pórtico; b) viga contínua; c) pilar com consolo; d) viga-parede.

regiões, o procedimento proposto torna-se satisfatório.

Exemplos de estruturas(ou suas partes) e sua subdivisão em regiões B e D são apresentados na Fig. 2.4. No pórtico da Fig. 2.4-a, as regiões D são as ligações entre a viga e os pilares e as sapatas. Os pontos de atuação das ações e reações e as descontinuidades geométricas são as regiões D da viga contínua da Fig. 2.4-b. O consolo e a viga parede das Figs. 2.4-c e d também constituem regiões D.

2.4 - ANÁLISE ESTRUTURAL

Na maior parte dos casos, seria bastante incômodo modelar a estrutura inteira com bielas e tirantes. É mais conveniente efetuar uma análise estrutural e dividir a estrutura em regiões B e D. Por exemplo, para estruturas hiperestáticas obtém-se em primeiro lugar as reações de apoio e esforços internos e depois divide-se a estrutura em regiões B e D.

O projeto das regiões B pode ser efetuado aplicando-se os modelos de treliça. Para o projeto das regiões D, deve-se conhecer os esforços solicitantes no contorno destas regiões. Estes esforços são obtidos da análise estrutural e do projeto das regiões B adjacentes.

Obviamente, para estruturas que consistem unicamente de regiões D, como as vigas-parede, as forças no contorno serão as ações aplicadas e as reações de apoio.

É oportuno frisar a importância da divisão da estrutura em regiões B e D e a definição dos esforços no contorno para se delinear o caminhamento de cargas dentro da estrutura. O caminhamento destas cargas possibilita a modelagem da estrutura através do processo do caminho de carga.

O modelo adotado para a estrutura é então função da geometria da mesma e das ações atuantes no seu contorno. Estruturas de mesma geometria e ações diferentes não são modeladas da mesma maneira. O exposto mostra claramente como é inadequado utilizar apenas parâmetros geométricos

para classificar estas estruturas. Assim, as relações l/h usualmente adotadas na classificação de consolos e vigas-parede são insuficientes.

Para estruturas que não são planas, pode-se subdividi-las em seus planos individuais e tratá-los separadamente com objetivo de simplificar a obtenção dos modelos. Elementos retangulares submetidos a configurações de tensões tridimensionais podem ser analisados em planos ortogonais diferentes. Apesar de, em geral, apenas modelos bidimensionais serem considerados, a interação de modelos em planos diferentes deve ser levada em conta através de condições de contorno apropriadas.

2.5 - PROCESSO DO CAMINHO DE CARGA

Modelos de bielas e tirantes podem ser sistematicamente desenvolvidos através do fluxo de cargas dentro da estrutura pelo processo do caminho de carga.

Deve-se, primeiramente, assegurar que o equilíbrio externo da região a ser modelada esteja satisfeito pela determinação de todos os esforços atuantes no contorno. O caminhamento das cargas no interior da estrutura ocorre através de campos de tensão de tração e compressão que serão representados no modelo por tirantes e bielas, respectivamente.

Para regiões com ação distribuída no contorno, esta deve ser substituída por forças concentradas equivalentes, de tal modo que as cargas de um lado da estrutura, depois de percorrerem um determinado caminho de carga, encontrem do outro lado cargas que as equilibrem. Estes caminhos de carga devem ser alinhados e não podem se interceptar. Além disso, duas cargas opostas devem ser interligadas por caminhos de carga os mais curtos possíveis. As curvaturas existentes nesses caminhos de carga representam concentrações de tensões.

Após desenhar todos os caminhos de carga entre as cargas externas, deve-se substituí-los por linhas de um

polígono. Através da análise das cargas externas, divide-se estas linhas em bielas e tirantes, sendo as bielas representadas por linhas interrompidas e os tirantes, por linhas contínuas. Depois disso, bielas e tirantes adicionais devem ser acrescentados para equilíbrio dos nós. A Fig. 2.5 apresenta um exemplo simples de aplicação do processo do caminho de carga. No caso, o tirante R_{st1} e a biela R_{cc3} aparecem para equilibrar as forças atuantes nos nós 3 e 1, respectivamente.

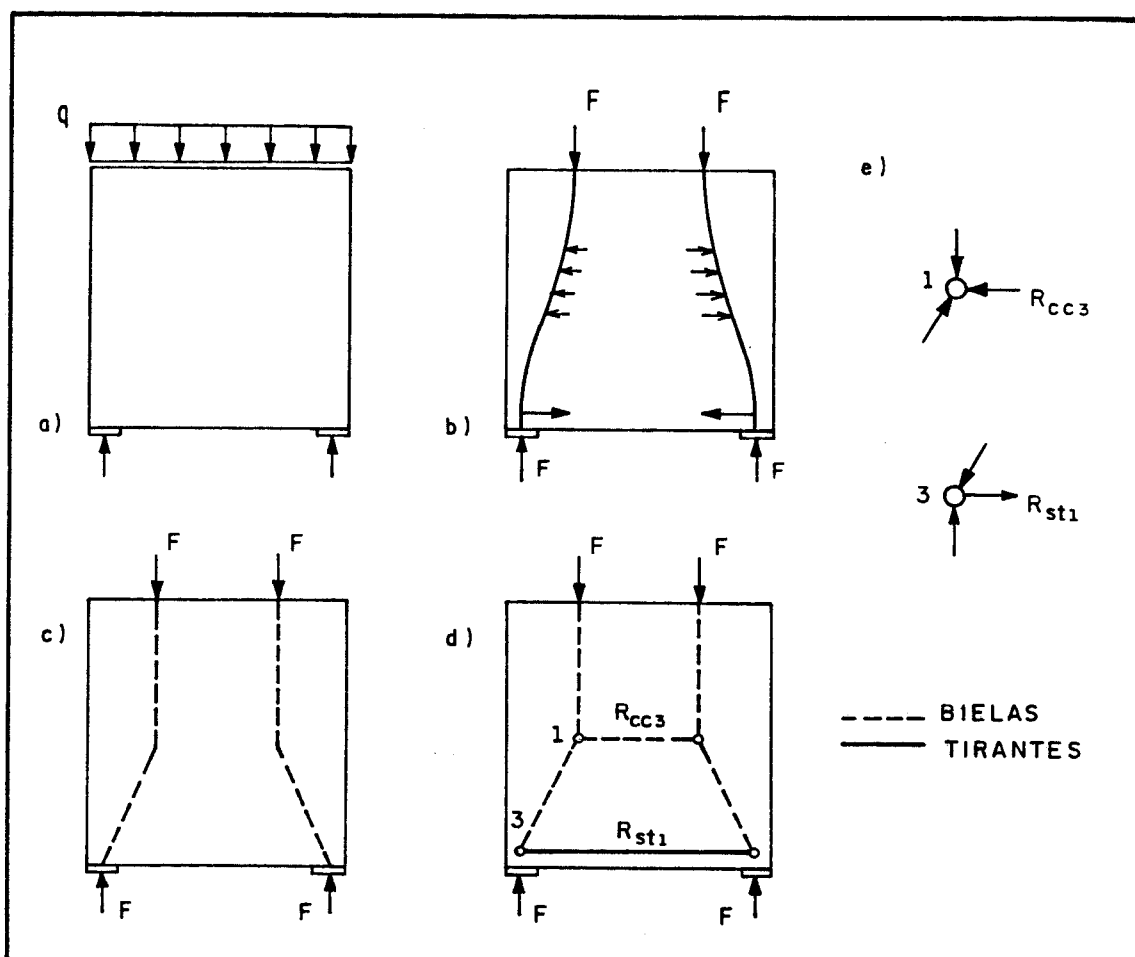


Fig. 2.5 - Exemplo de aplicação do processo do caminho de carga em uma viga-parede:
 a) a estrutura e suas ações no contorno;
 b) o caminhamento das ações externas;
 c) as linhas do polígono; d) o modelo;
 e) o equilíbrio dos nós.

A modelagem para uma viga-parede contínua de dois vãos submetida a uma ação uniformemente distribuída é

apresentada na Fig. 2.6.

Em alguns casos, as ações atuantes no contorno não

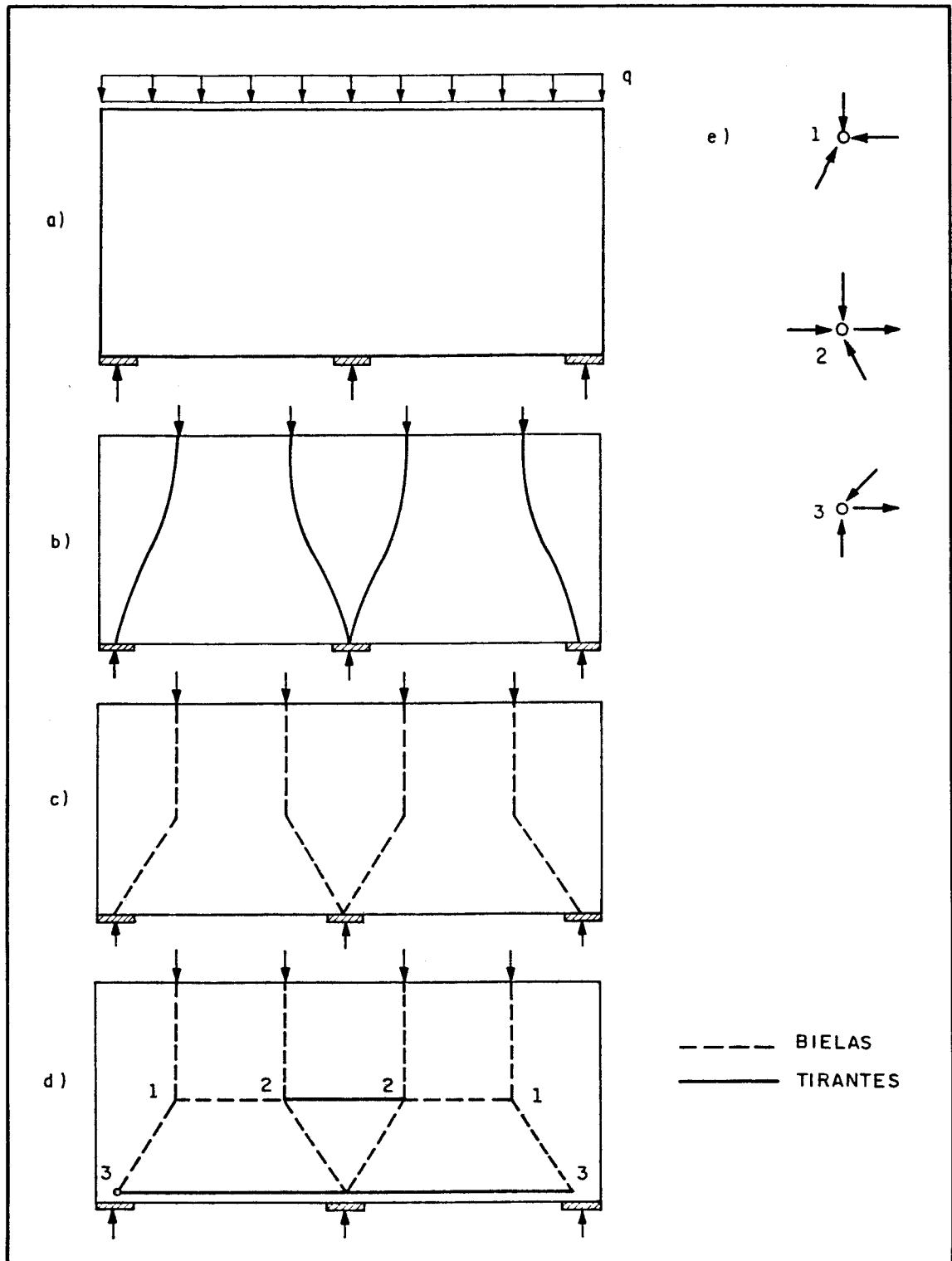


Fig. 2.6 - Modelagem para uma viga-parede contínua :
 a) a estrutura e suas ações no contorno;
 b) o caminhamento das ações externas;
 c) as linhas do polígono; d) o modelo;
 e) o equilíbrio dos nós.

são totalmente equilibradas pelos caminhos de carga descritos anteriormente. Permanecem ainda resultantes (de mesmo valor e sentido contrário) que entram e saem da estrutura após um "giro" através da mesma. A Fig. 2.7 exemplifica.

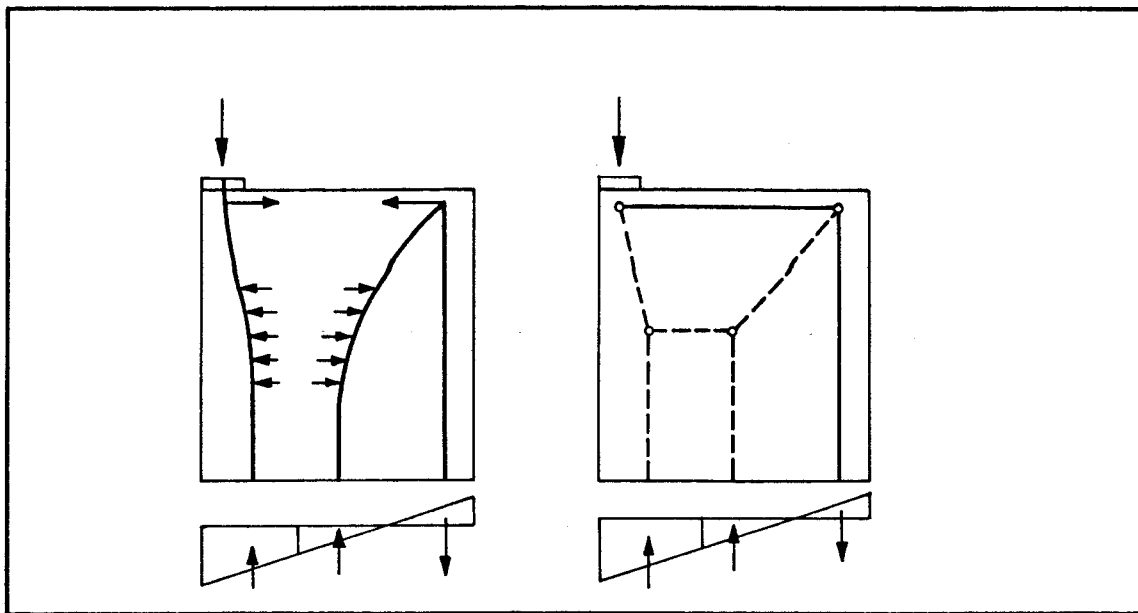


Fig. 2.7 - Processo do caminho de carga para estruturas com cargas que entram e saem após uma "volta" pela estrutura (Ref. 2).

Segundo o CEB [1990]⁶, a orientação pelas trajetórias de tensões elásticas é mais importante para as bielas que para os tirantes, os quais podem ser dispostos paralelamente às extremidades dos elementos seguindo considerações práticas de detalhamento. Em regiões nodais altamente tensionadas (próximas aos apoios ou forças concentradas), as bielas principais e os tirantes do modelo devem normalmente se encontrar em ângulos em torno de 60° e nunca menor que 45° .

2.6 - ROTINA DE PROJETO

Para o projeto de elementos estruturais através dos modelos, pode-se seguir o seguinte roteiro :

- divide-se a estrutura em regiões B e D;
- isola-se a região D;
- determina-se os esforços solicitantes no contorno;

- processo do caminho de carga;
- dimensionamento dos tirantes;
- verificação das tensões : bielas e nós;
- tipo e comprimentos de ancoragem;
- detalhamento.

2.7 - OTIMIZAÇÃO DO MODELO

A modelagem fornece ao projetista uma certa liberdade de escolha que pode ser utilizada para se obter estruturas mais seguras e econômicas. Nos casos em que se dispõem de diferentes modelos para uma mesma estrutura, o projetista pode se perguntar se a escolha foi a mais adequada. A obtenção de modelos ótimos é uma tarefa difícil que exige bastante experiência. Entretanto, segundo SCHLAICH ET ALLI [1987]¹, "percebe-se que as cargas tentam utilizar o caminho de mínimas forças e deformações. Como os tirantes das armaduras são muito mais deformáveis que as bielas de concreto, o modelo com tirantes mais curtos é o melhor. Este critério pode ser formulado como segue:

$$\sum F_i \ell_i \varepsilon_{mi} = \text{mínimo}$$

onde : F_i - força na biela ou tirante i ;

ℓ_i - comprimento do membro i ;

ε_{mi} - deformação específica média do membro i .

Esta equação é obtida do princípio da energia de deformação mínima para comportamento elástico-linear de bielas e tirantes após a fissuração. A contribuição das bielas de concreto pode geralmente ser omitida porque as deformações das bielas são usualmente muito menores que aquelas dos tirantes ".

A Fig. 2.8 apresenta um exemplo ilustrativo, onde o modelo adequado para a viga-parede possui tirantes mais curtos que o outro modelo.

Em alguns casos, o carregamento atuante pode conduzir a modelos um tanto complicados. Pode ser interessante então fazer a superposição de dois modelos mais

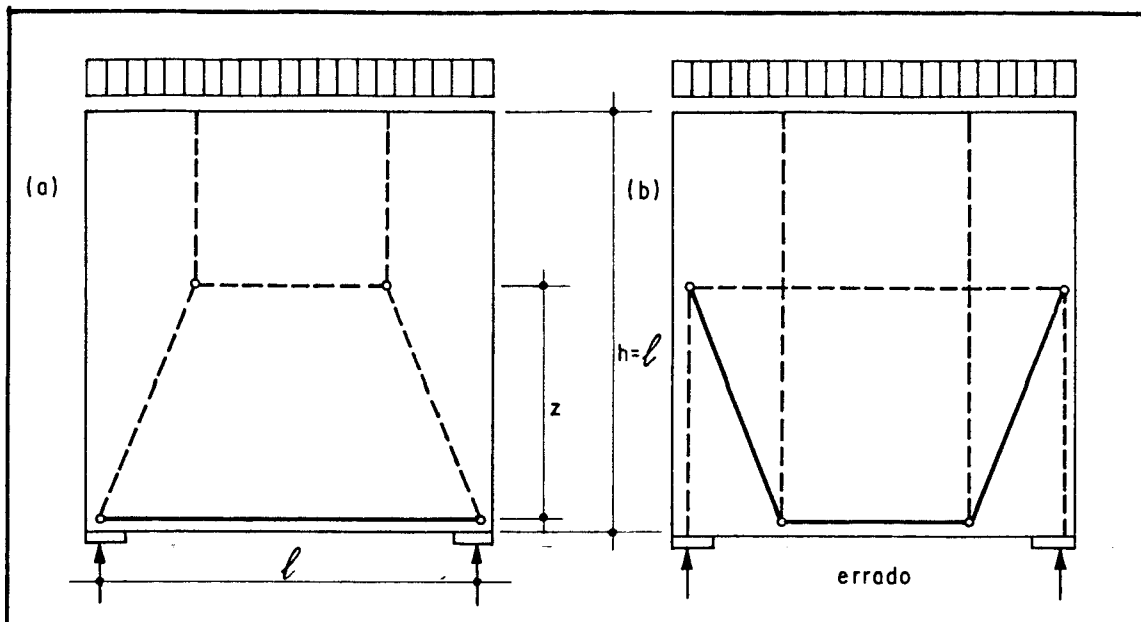


Fig. 2.8 - Exemplo de dois modelos para uma mesma viga-parede, em que o modelo adequado (a) possui tirantes mais curtos que o modelo (b) (Ref. 1).

simples, desde que o modelo combinado satisfaça aos requisitos de ângulos razoáveis entre bielas e tirantes. Dúvidas podem surgir, com relação às parcelas das forças absorvidas por cada modelo individualmente. Este problema pode ser resolvido através da análise de resultados de ensaios já realizados e da relação de rigidez prevista dos modelos. Um exemplo de superposição de dois modelos simples

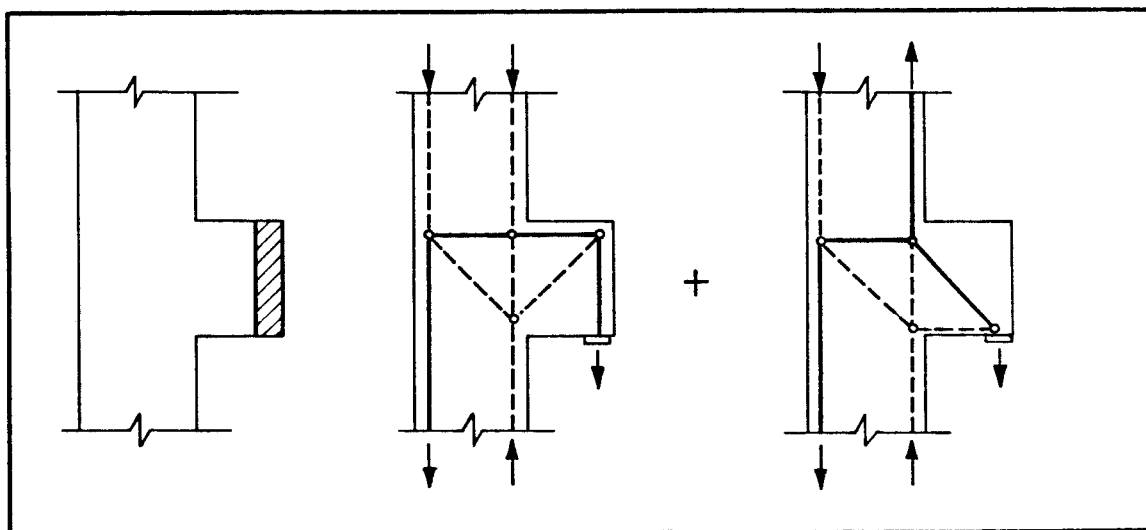


Fig. 2.9 - Superposição de dois modelos para consolos com ação aplicada ao longo da altura.

é mostrado na Fig. 2.9 , que será comentado com mais ênfase no capítulo 6.

Uma observação complementar é que alguns tipos de regiões D aparecem repetidamente em estruturas completamente diferentes uma da outra. A Figura 2.10 apresenta duas estruturas, uma viga-parede contínua e a extremidade de uma laje com cabos protendidos ancorados que são modeladas identicamente.

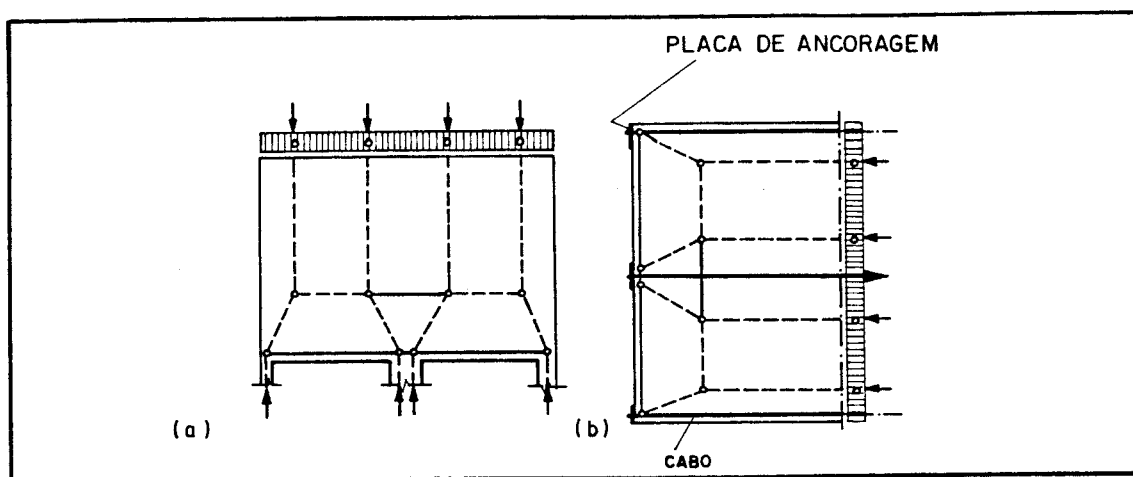


Fig. 2.10 - Exemplos de duas estruturas com modelos idênticos:

a) viga-parede contínua;

b) extremidade de uma laje com cabos protendidos ancorados (Ref. 1).

2.8 - DIMENSIONAMENTO DAS BIELAS, TIRANTES E NÓS

O dimensionamento das bielas e tirantes não consiste somente na definição da seção necessária para absorver as forças atuantes . Deve-se também assegurar a transferência das forças entre eles através da verificação das regiões do nó. A resistência das bielas suportadas pelos nós e dos tirantes neles ancorados depende do detalhamento escolhido para o nó. Isto ocorre porque o detalhe do nó definido pelo projetista afeta o fluxo de forças. Caso o detalhamento do nó seja modificado , por questões construtivas, o seu dimensionamento também deverá ser revisto.

2.8.1 - DIMENSIONAMENTO DAS BIELAS

As bielas são, no modelo, discretizações de campos de tensão de compressão no concreto. Trata-se, evidentemente, de uma idealização da realidade. Dependendo da forma como as tensões de compressão se distribuem através da estrutura, a partir de ações concentradas e reações, teremos bielas ou campos de compressão diferentes. Para cobrir todos os campos de distribuição de tensões de compressão, podemos enumerar três configurações típicas:

- a) distribuição de tensões radial (Fig. 2.11-a);
- b) distribuição de tensões em linhas curvilíneas com afunilamento da seção (Fig. 2.11-b);
- c) distribuição de tensões paralela (Fig. 2.11-c).

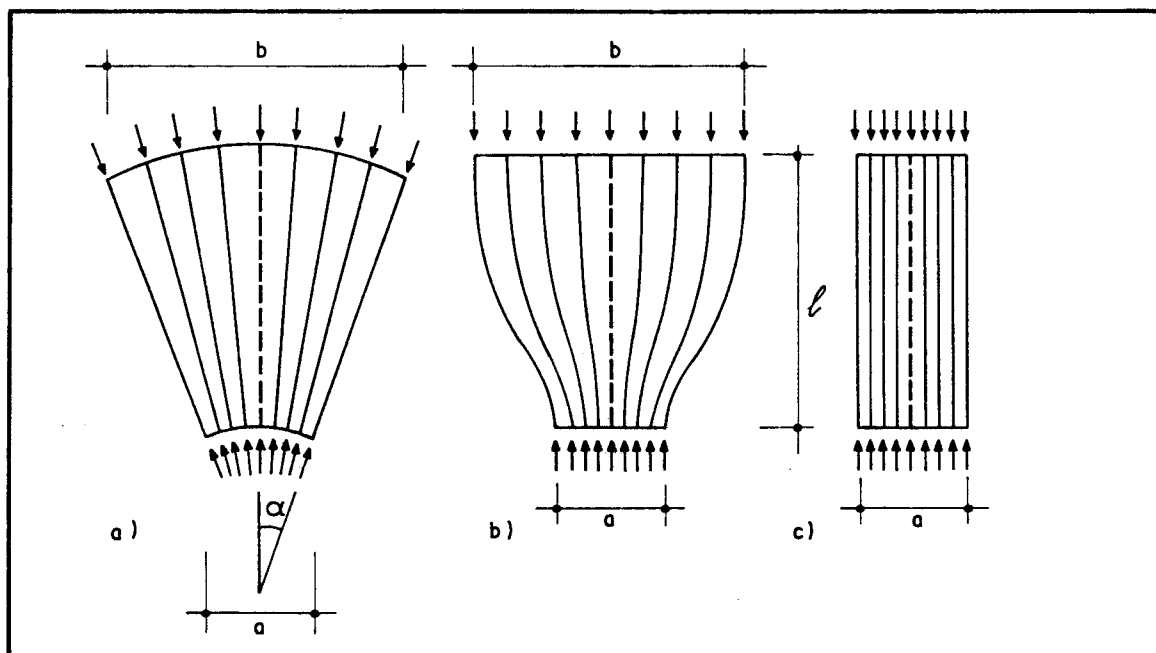


Fig. 2.11 - Configurações típicas de campos de tensão de compressão (Ref. 2).

A distribuição de tensões radial é uma idealização de um campo de tensão com curvatura desprezível. Este tipo de distribuição de tensões pode ser encontrado em regiões D, onde forças concentradas são introduzidas e propagadas de maneira suave. Neste campo de tensão, não se desenvolvem trações transversais.

A distribuição de tensões paralela ocorre quando as tensões se distribuem uniformemente, sem perturbação. Este campo de tensão é típico de uma região B e evidentemente não desenvolve trações transversais.

A distribuição de tensões em linhas curvilíneas com afunilamento da seção ocorre quando forças concentradas são introduzidas e propagadas através de curvaturas acentuadas. A difusão dessas tensões provoca compressão biaxial ou triaxial abaixo da força e trações transversais

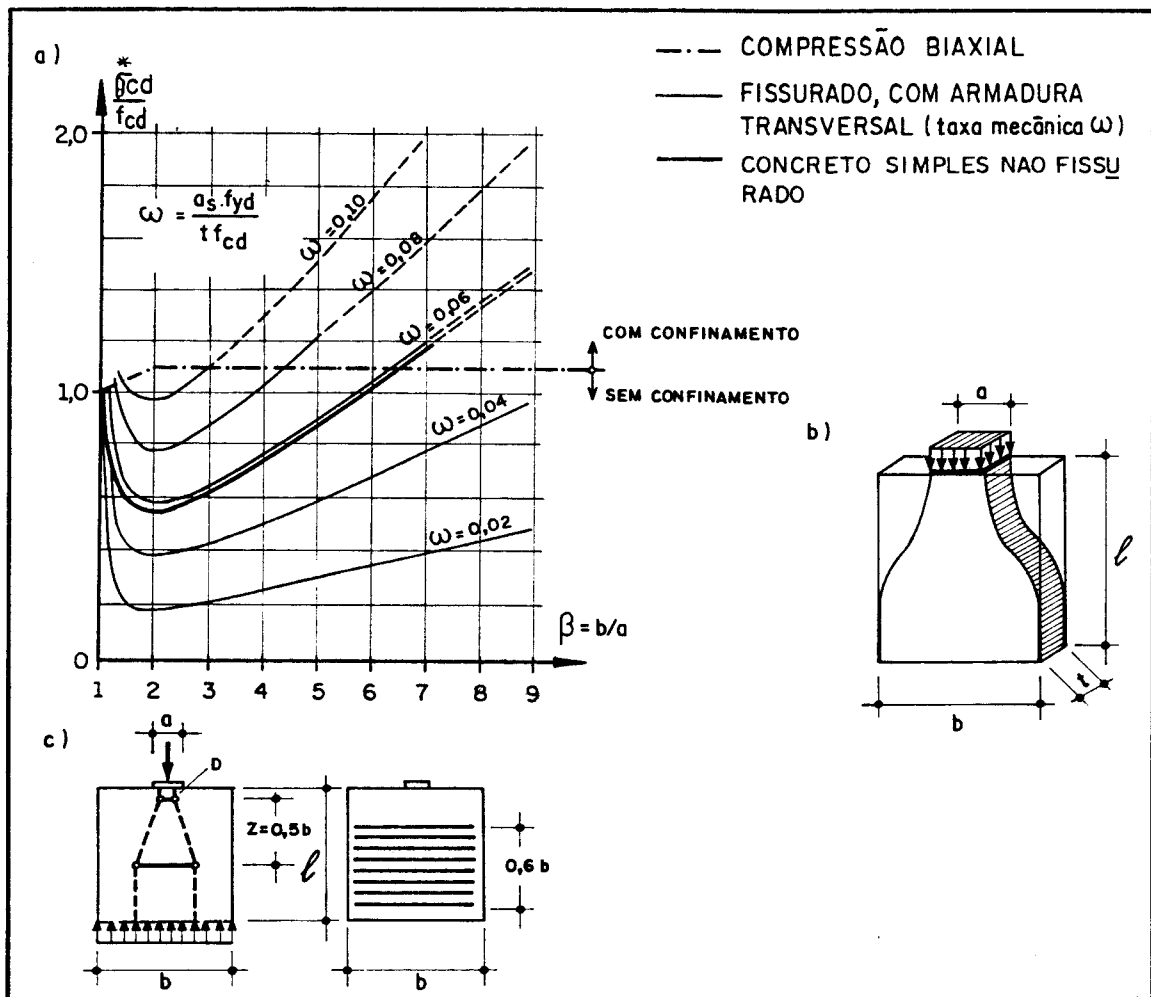


Fig. 2.12 - Dimensionamento do campo de tensão em linhas curvilíneas com afunilamento da seção:

- a) diagramas fornecendo taxas de armadura necessárias em função das relações b/a e σ_{cd}^*/f_{cd} ;
- b) geometria do campo de tensão;
- c) modelo de bielas e tirantes e esboço da armadura transversal (Ref. 1).

consideráveis. Esta tração transversal, combinada com a compressão longitudinal, pode provocar fissuras longitudinais e iniciar uma ruptura prematura. Como a resistência à tração do concreto é muito baixa, normalmente se reforça este campo de tensão na direção transversal. A armadura transversal necessária pode ser determinada por meio de diagramas simplificados (Fig. 2.12-a), obtidos através de resultados experimentais ou de um novo modelo de bielas e tirantes dentro do campo de tensão (Fig. 2.12-c)

É importante assinalar que a resistência do concreto nos campos de compressão depende, substancialmente, do seu estado multiaxial de tensões e das perturbações causadas pelas fissuras e armaduras. A compressão transversal é favorável principalmente se ocorre em ambas as direções transversais. É o caso de regiões confinadas, confinamento este produzido pela existência de um volume considerável de concreto envolvendo o campo de tensão ou armadura transversal. As tensões de tração transversais e as fissuras por elas provocadas são prejudiciais, porque podem conduzir à ruptura do concreto com tensões inferiores à sua resistência à compressão.

Segundo o CEB [1990]⁶, as tensões nas bielas normalmente não precisam ser verificadas se seus nós são verificados e dispõe-se armadura transversal ao eixo da biela. Quando a biela possui um nó singular em uma das extremidades, pode-se supor que a força transversal total não excede a 25% da força na biela. No caso desses nós ocorrerem em ambas as extremidades, a armadura transversal deve resistir de 30% a 40% da força na biela. Nós singulares são aqueles nos quais concorrem apenas forças de compressão (item 2.8.4).

2.8.2 - PARÂMETROS DE RESISTÊNCIA DAS BIELAS

A resistência à compressão das bielas é menor que a resistência à compressão dos banzos comprimidos, principalmente devido aos efeitos de tração da armadura que

as atravessa.

SCHAFFER & SCHLAICH [1988]² sugerem os seguintes valores simplificados da resistência das bielas :

$0,85 f_{cd}$, para um estado de tensão uniaxial e sem perturbação;

$0,68 f_{cd}$, para campos de compressão com fissuras paralelas às tensões de compressão;

$0,51 f_{cd}$, para campos de compressão com fissuras inclinadas.

onde : $f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$ (notação adaptada à norma brasileira)

Os valores acima indicam que a resistência das bielas é considerada como sendo 0,8 vezes a dos banzos comprimidos.

No código-modelo CEB-FIP[1990]⁶, a resistência de projeto de uma região sob compressão uniaxial pode ser determinada através de um diagrama simplificado de tensões uniformes para o concreto, ao longo de toda a altura, de bielas a banzos comprimidos. Considera-se a tensão média igual a :

$$f_{cd1} = 0,85 \left[1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] \cdot f_{cd}$$

para zonas não fissuradas, ou

$$f_{cd2} = 0,60 \left[1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] \cdot f_{cd}$$

para zonas fissuradas onde a resistência à compressão pode ser reduzida pelo efeito de tração transversal da armadura e pela necessidade de transmitir forças através das fissuras(Fig. 2.13).

Estes valores são válidos, desde que a deformação de compressão máxima no concreto considerada seja

$$\epsilon_{cu}^* = 0,004 - 0,002 \frac{f_{ck}}{100} \quad (f_{ck} \text{ em MPa})$$

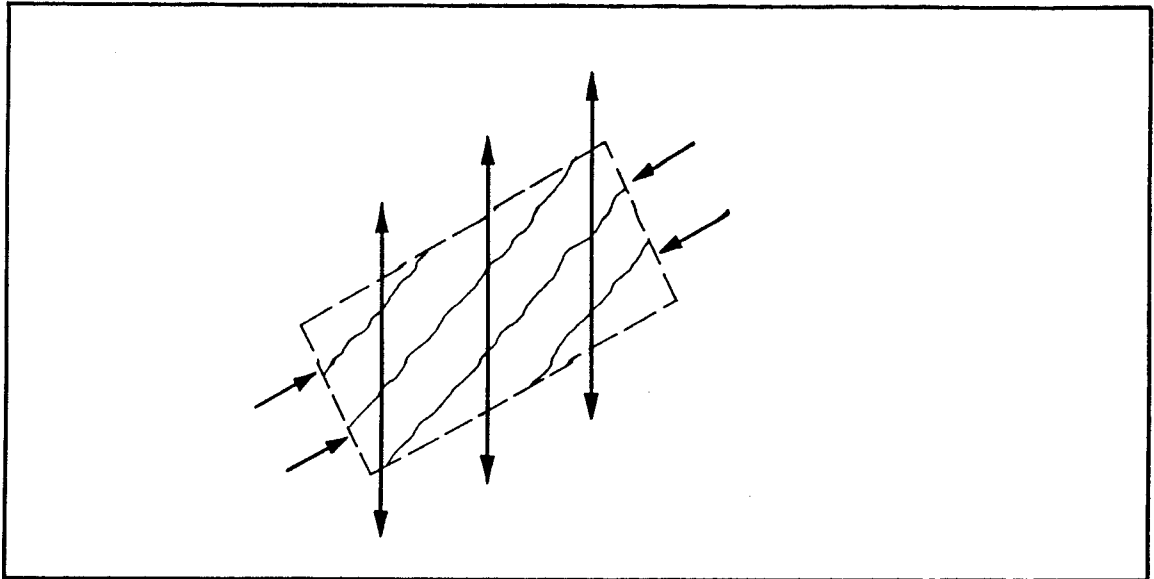


Fig. 2.13 - Exemplo de resistência reduzida f_{cd2} (Ref. 6).

A norma canadense CAN3-A23.3-M84[1984]⁷ sugere para resistência das bielas valores dados pela expressão :

$$\sigma_{cd}^* = \frac{f_{cd}}{0,8 + 170 \cdot \varepsilon_1}$$

onde ε_1 é a deformação de tração média perpendicular à biela dada por

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_s + \frac{(\varepsilon_s + 0,002)}{\text{tg}^2 \alpha_s}$$

sendo ε_s a deformação média no aço atravessando a biela num ângulo α_s com a mesma (Fig. 2.14).

Se um tirante atravessa uma biela, a deformação de tração causada pela armadura reduz a resistência à compressão do concreto da biela. Na direção da biela o concreto sofre sua maior deformação de compressão ($\varepsilon_2 = -0,002$), enquanto na direção da armadura deve sofrer deformação de tração. A maior deformação de tração ocorre na direção perpendicular à biela (supõe-se que as fissuras ocorrem paralelamente à biela). Com o objetivo de escoar a armadura, ε_1 deve tornar-se maior enquanto o ângulo α_s , entre a armadura e a biela, torna-se menor. A deformação ε_s pode ser conservativamente calculada com $\varepsilon_s = f_{yk} / E_s$.

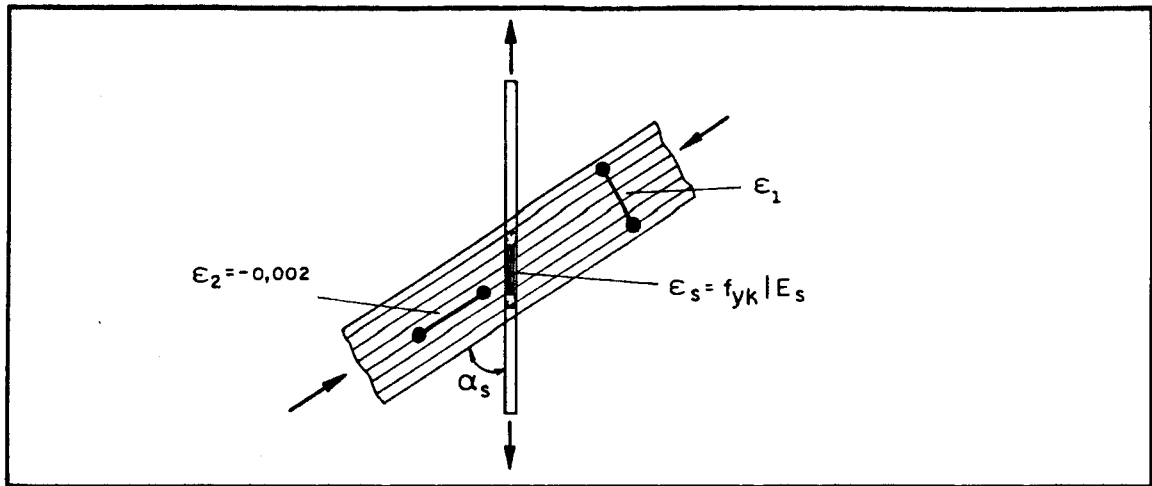


Fig. 2.14 - Deformação numa biela atravessada por tirante (Ref. 7).

2.8.3 - DIMENSIONAMENTO DOS TIRANTES

Usualmente, as forças nos tirantes devem ser absorvidas pela armadura cujo eixo deve coincidir com o do tirante no modelo. A área de armadura necessária é obtida diretamente através da força no tirante no E. L. Último e da resistência ao escoamento do aço:

$$A_s = \frac{R_{st}}{f_{yd}} \quad (2.1)$$

A armadura calculada deve ser distribuída em um certo trecho para limitar a abertura e a distribuição das fissuras.

Eventualmente, em alguns casos podem surgir tirantes de concreto. O equilíbrio em alguns modelos só poderá ser obtido se forças de tração forem supostas em locais onde, por razões práticas, não se pode colocar armadura. Como exemplo, tem-se ancoragens, dobras, lajes sem estribos e bielas não armadas.

A resistência à tração do concreto deve então ser utilizada, enfatizando a possibilidade da ocorrência deste tirante no concreto, apesar de ser difícil desenvolver um critério de projeto adequado. A maioria das normas negligencia esta resistência à tração do concreto, substituindo-a por outros termos, como por exemplo,

aderência.

Simplificadamente, para efeito de utilização nos modelos, pode-se considerar a resistência à tração do concreto para equilíbrio de forças, apenas quando se espera ruptura frágil ou local. Neste caso, mesmo no concreto não fissurado, forças de coação (por exemplo, devido à variação de temperatura) e micro fissuras devem ser consideradas.

2.8.4 - DIMENSIONAMENTO DOS NÓS

Um nó pode ser definido como um volume de concreto que envolve as interseções das bielas comprimidas, em combinação com forças de ancoragem e/ou forças de compressão externas (ações concentradas ou reações de apoio).

Os nós do modelo são uma idealização simplificada da realidade. No modelo o nó representa uma mudança brusca na direção das forças, enquanto em uma estrutura de concreto armado real, este desvio normalmente ocorre em um certo comprimento e largura. Evidentemente, em nós onde há um tirante ancorado, que consiste de várias barras de armadura uniformemente distribuídas, este desvio pode ser efetuado adequadamente.

Segundo SCHAFER & SCHLAICH [1988]², os nós contínuos são aqueles em que o desvio de forças é feito em comprimentos razoáveis. Estes nós normalmente não são

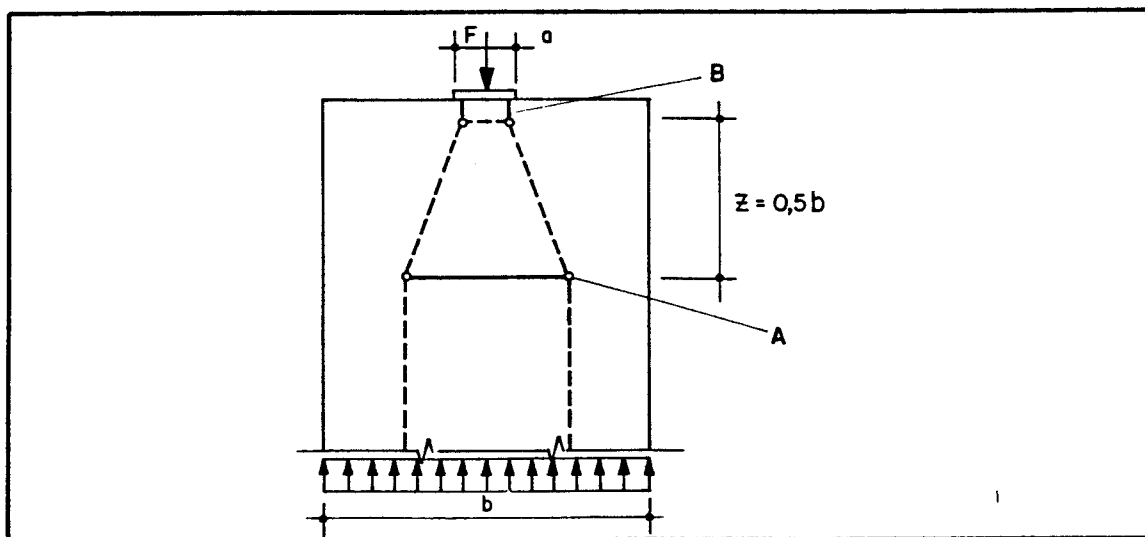


Fig. 2.15 - Exemplos de nós contínuos(A) e singulares(B).

críticos, desde que seja providenciada uma ancoragem adequada para a armadura. O nó A da Figura 2.15 é um exemplo de nó contínuo.

Os nós singulares são aqueles em que forças concentradas são aplicadas e o desvio de forças é feito localizadamente. Estes nós são críticos e devem ter suas tensões verificadas. O nó B da Figura 2.15 é um exemplo de nó singular. Tais nós originam-se principalmente de ações concentradas, reações de apoio e forças concentradas introduzidas pela armadura (placas de ancoragem, laços). Nós singulares também podem aparecer em concentrações de tensões devidas a descontinuidades geométricas.

Em geral, os nós devem ser dimensionados de tal modo que todas as forças sejam ancoradas e equilibradas de maneira segura. A geometria da região nodal e a disposição da armadura devem ser consistentes com o modelo, no qual o projeto da estrutura é baseado, e com as forças aplicadas.

Segundo o CEB/90, "normalmente as tensões de compressão nos nós precisam ser verificadas, somente onde forças concentradas são aplicadas à superfície do elemento estrutural, como, por exemplo, abaixo de placas de apoio e de ancoragem e acima de apoios. Uma verificação das tensões no nó dentro da estrutura pode tornar-se necessária em descontinuidades geométricas".

Alguns tipos de regiões nodais se repetem exaustivamente em diferentes estruturas, conduzindo a procedimentos simplificados para o seu dimensionamento:

a) Com o objetivo de ajustar a geometria do nó às forças aplicadas, deve-se distribuir a armadura ancorada sobre uma certa altura. Esta altura deve ser definida em função das larguras dos campos de tensão e do valor das forças concorrentes no nó.

b) Verificação das tensões de compressão no nó de acordo com o item 2.8.5.

c) Verificação da ancoragem segura dos tirantes. Os

comprimentos de ancoragem das barras e raio mínimo das barras dobradas devem ser obtidos através da NBR 6118.

Supõe-se que o comprimento de ancoragem começa na seção onde as trajetórias de tensões de compressão de uma biela encontrem a barra ancorada e sejam desviadas (Fig. 2.17-b). A barra ancorada deve se estender, no mínimo, além do comprimento total do campo de compressão que é desviado por ela. Se o comprimento da barra na região do nó é menor que o comprimento de ancoragem exigido pela norma, a barra ancorada pode ser estendida além da região do nó e assim introduzir uma parcela de sua força dentro do nó por compressão atrás do mesmo (Figura 2.17-b).

O CEB/90 apresenta quatro exemplos típicos de regiões nodais:

a) NÓS SOMENTE COM FORÇAS DE COMPRESSÃO : tais nós ocorrem sob forças concentradas (Fig. 2.16-a), acima de apoios intermediários de vigas contínuas (Fig. 2.16-b), em apoios onde cabos protendidos são ancorados (Fig. 2.16-c) e em vértices reentrantes comprimidos (Fig. 2.16-d). A região do nó pode ser suposta limitada por um polígono não necessariamente em ângulos retos com a direção das bielas.

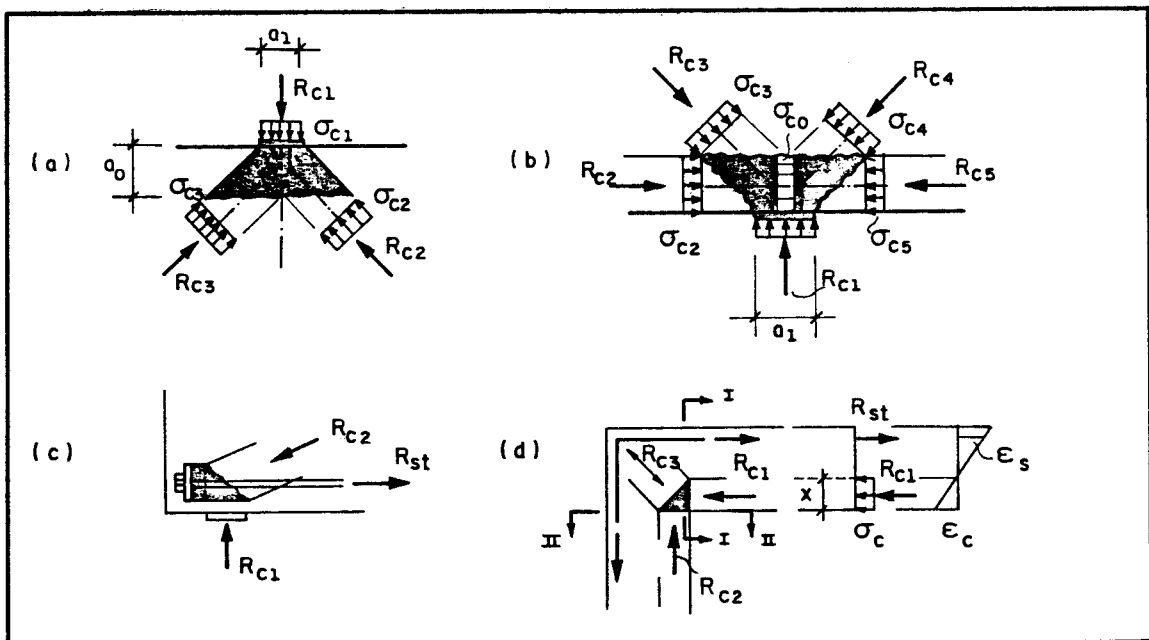


Fig. 2.16 - Nós somente com forças de compressão (Ref. 6)

As tensões ao longo da superfície do nó podem ser supostas uniformemente distribuídas.

Para as regiões nodais das Figs. 2.16-a e 2.16-b é suficiente verificar somente a tensão $\sigma_{c1} = R_{c1} / (a_1 \cdot b)$. Entretanto, se a altura a_o dos nós é limitada por uma fissura ou pela altura das bielas R_{c2} e R_{c5} , como no caso de banzos comprimidos de vigas, a tensão σ_{c0} na direção ortogonal à placa de apoio também deve ser verificada. Para os nós das Figs. 2.16-c e 2.16-d, as tensões em ambas as faces ortogonais devem ser verificadas.

b) NÓS COM ANCORAGEM SOMENTE DE BARRAS PARALELAS : tais nós ocorrem quando um tirante encontra duas ou mais bielas, por exemplo, em apoios extremos e abaixo de forças concentradas que são aplicadas a consolos ou próximas às extremidades de vigas-parede. O esquema típico deste nó é mostrado na Fig. 2.17-a. Para a região nodal da Fig. 2.17-b, com armadura prolongada além do apoio, deve-se preferencialmente distribuí-la em várias camadas numa altura h_{dist} e ancorá-la através de laços ou ganchos horizontais.

SCHLAICH & SCHAFER [1989]⁹, [1991]¹⁰ apresentam algumas expressões para a verificação das tensões :

$$h_{dist} = n \cdot \phi + 2 \cdot c + (n-1) \cdot s \quad (n \text{ camadas})$$

$$\sigma_{c1} = \frac{R_{c1}}{a_1 \times b} \quad \text{e} \quad \sigma_{c2} = \frac{R_{c2}}{a_2 \times b} = \frac{R_{c1}}{\text{sen } \theta \cdot a_2 \cdot b}$$

$$a_2 = (a_1 + h_{dist} \cdot \text{cotg } \theta) \cdot \text{sen } \theta = a_1 \left[1 + \frac{h_{dist}}{a_1} \cdot \text{cotg } \theta \right] \text{sen } \theta$$

$$\sigma_{c2} = \frac{R_{c1}}{\text{sen } \theta \cdot a_1 \cdot \left[1 + \frac{h_{dist}}{a_1} \cdot \text{cotg } \theta \right] \text{sen } \theta \cdot b}$$

$$\sigma_{c2} = \frac{\sigma_{c1}}{\left[1 + \frac{h_{dist}}{a_1} \cdot \text{cotg } \theta \right] \cdot \text{sen}^2 \theta}$$

Em apoios extremos de vigas parede, deve-se obrigatoriamente verificar a tensão σ_{c2} quando $h_{dist} < a_1 \cdot \cotg \theta$, segundo o CEB/90 (Fig. 2.17-b). Para o caso da Fig. 2.17-c, em que a armadura não pode ser prolongada além do nó e o apoio é curto, deve-se utilizar uma armadura transversal adicional para resistir a uma força $R_{st}/4$ (Fig. 2.17-d), a menos que esta força seja compensada por uma compressão transversal.

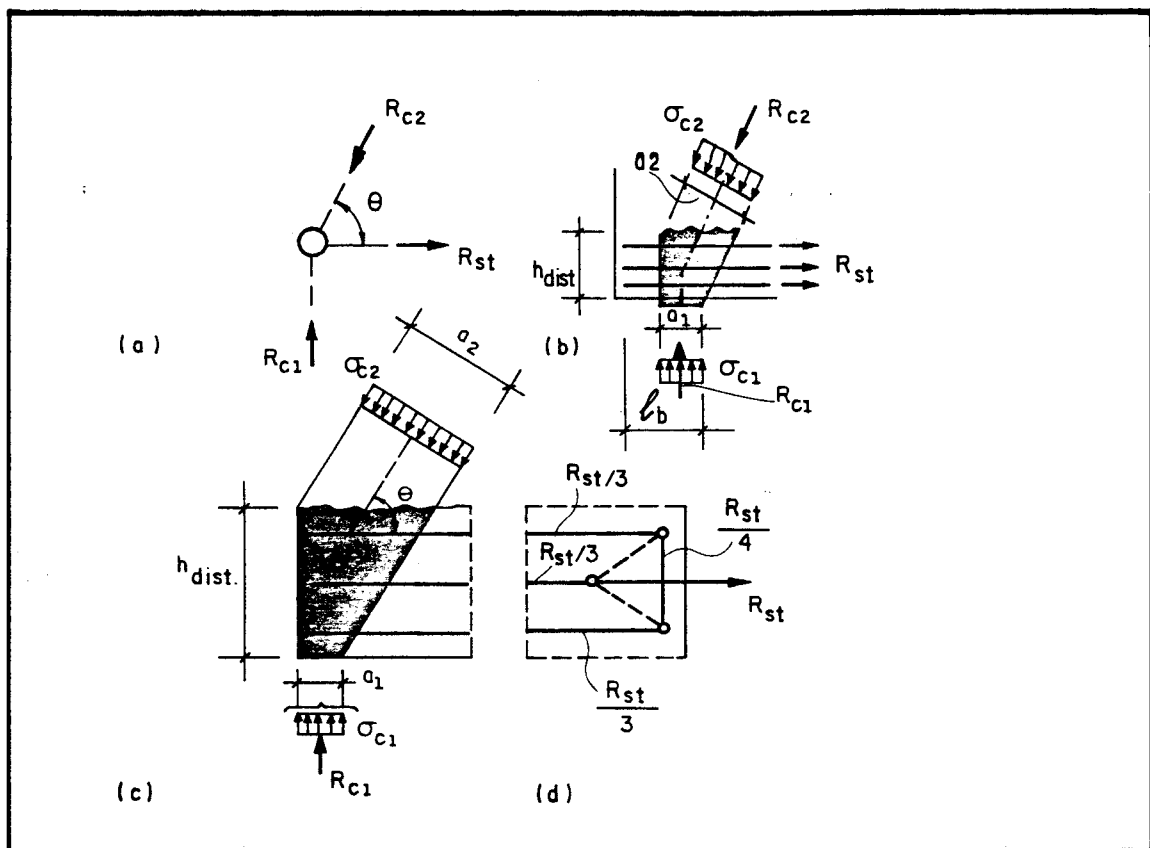


Fig. 2.17 - Nós com ancoragem somente de barras paralelas (Ref. 6).

c) NÓS COM BARRAS DOBRADAS : tais nós ocorrem onde uma força de compressão é equilibrada principalmente pelo desvio de forças de barras dobradas (Fig. 2.18) e também por tensões de aderência se o nó não é simétrico em relação à biela. Neste caso,

$$\sigma_c = \frac{R_c}{2 \cdot r \cdot \cos \theta \cdot b}$$

LNÓS COM TIRANTES EM DIREÇÕES ORTOGONAIS : tais nós ocorrem em extremidades e vértices de elementos, quando a armadura é distribuída em um comprimento maior (Fig. 2.19). Como exemplo, pode-se citar banzos tracionados de vigas e vigas-parede e regiões descontínuas. Deve-se verificar o

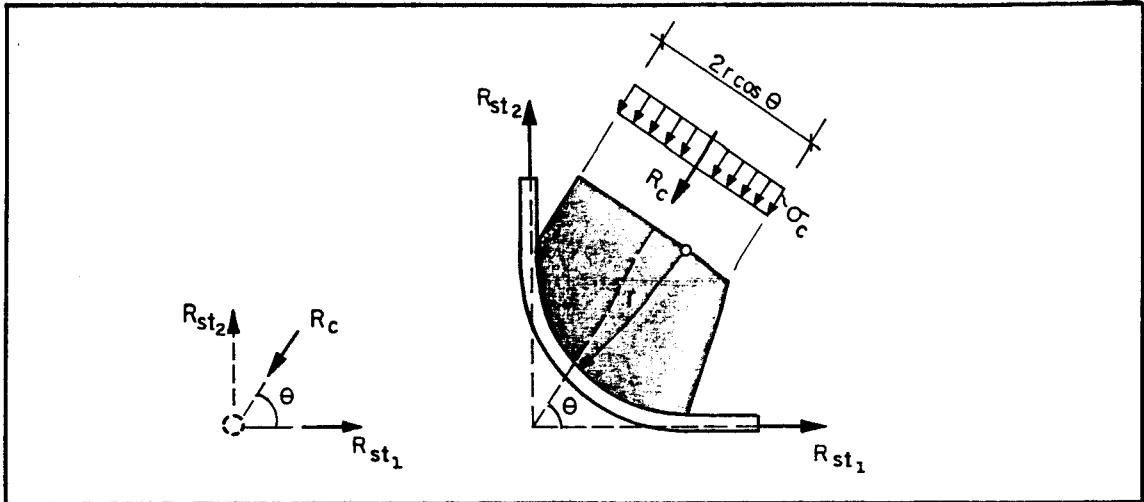


Fig. 2.18 - Nós com barras dobradas (Ref. 6).

comprimento de ancoragem e as tensões de compressão diagonais, que podem se tornar críticas. As barras da armadura correspondente ao tirante R_{stw} , com diâmetros menores e pouco espaçadas, devem abraçar as barras longitudinais.

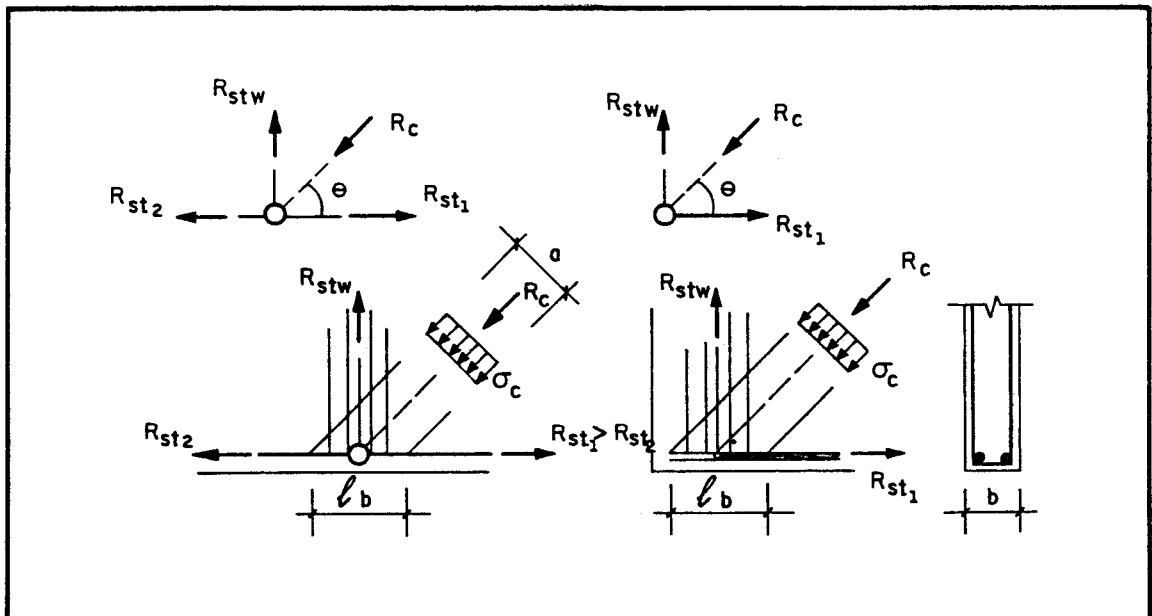


Fig. 2.19 - Nós com tirantes em direções ortogonais (Ref. 6).

2.8.5 - PARÂMETROS DE RESISTÊNCIA DAS REGIÕES NODAIS

Os fatores que afetam essa resistência são a existência de armadura tracionada nas zonas nodais e o modo como ela é distribuída e ancorada, assim como o nível de confinamento existente.

SCHAFER & SCHLAICH[1988]² sugeriram os seguintes limites para as tensões de compressão médias no contorno dos nós :

$0,935 f_{cd}$, para nós onde só se encontram bielas comprimidas, criando estado de tensão biaxial ou triaxial;

$0,68 f_{cd}$, para nós onde a armadura é ancorada.

Segundo o CM-CEB[1990]⁶, a tensão média em qualquer superfície ou seção de um nó singular não deve exceder os seguintes valores de resistência do concreto :

f_{cd1} , para nós onde só chegam bielas de compressão(Fig. 2.16);

f_{cd2} , para nós onde barras tracionadas são ancoradas(Figs. 2.17, 2.18 e 2.19).

onde : f_{cd1} e f_{cd2} são dados no item 2.8.2 para compressão uniaxial mas também podem ser aplicados aos nós em estado multiaxial de tensões.

A tensão limite f_{cd1} também pode ser aplicada a outros nós se o ângulo entre os tirantes e bielas principais não é inferior a 55° e se a armadura é detalhada com cuidado especial na região do nó(cisto é, disposta em várias camadas com tirantes transversais).

Para o caso de força aplicada como mostrado na Fig. 2.20, a tensão limite pode ser majorada pelo fator

$$\beta \leq \begin{cases} b_1 / a_1 \\ b_2 / a_2 \\ 4 \end{cases}$$

onde :

a_1 e a_2 - dimensões da área carregada (Fig. 2.20);

b_1 e b_2 - determinados através das limitações de dispersão de tensões (Fig. 2.20).

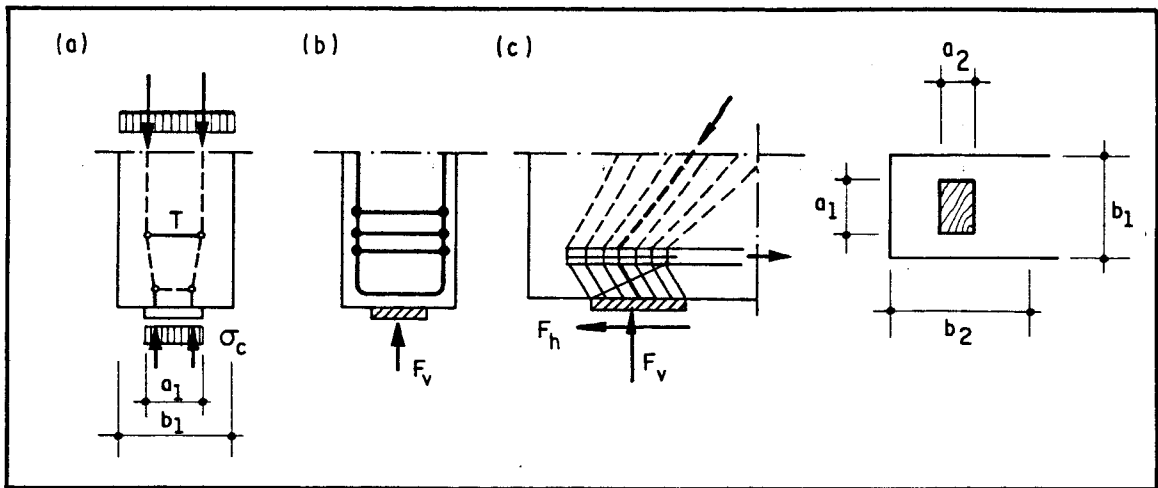


Fig. 2.20 - Área carregada: a) modelo estrutural; b) esboço da armadura; c) caso de força horizontal no apoio; d) dimensões geométricas (Ref. 6).

A tração transversal no caso da Fig. 2.20-a pode ser estimada pela fórmula :

$$R_{st} = \frac{1}{4} \frac{b_1 - a_1}{b_1} F_v$$

Se uma força horizontal F_h atua no apoio (Fig. 2.20-c) a tensão atuante pode ser estimada pela seguinte fórmula :

$$\sigma_c = \frac{F_v}{a_1 \cdot a_2} \cdot \sqrt{1 + (F_h / F_v)^2}$$

Para compressão local o CEB/90 sugere outros valores limites a fim de impedir a ruptura por fendilhamento ou esmagamento do concreto. No concreto comprimido localmente, sua deformação lateral é impedida pela massa envolvente de

concreto não carregado, o que proporciona confinamento lateral. Este confinamento aumenta a resistência que pode ser estimada através dos valores abaixo:

$$f_{cm}^* = f_{ck} \sqrt{\frac{A_2}{A_1}}$$

onde:

A_1 - área carregada;

A_2 - área da seção de concreto envolvente no qual as tensões se desenvolvem, conduzindo a distribuição final uniforme (Fig. 2.21);

f_{cm}^* - capacidade limite do concreto sob compressão local.

A Fig. 2.21 mostra que a área efetiva A_2 deve ser geometricamente similar à área carregada A_1 , com $d_2 \approx 2$ a $4 d_1$.

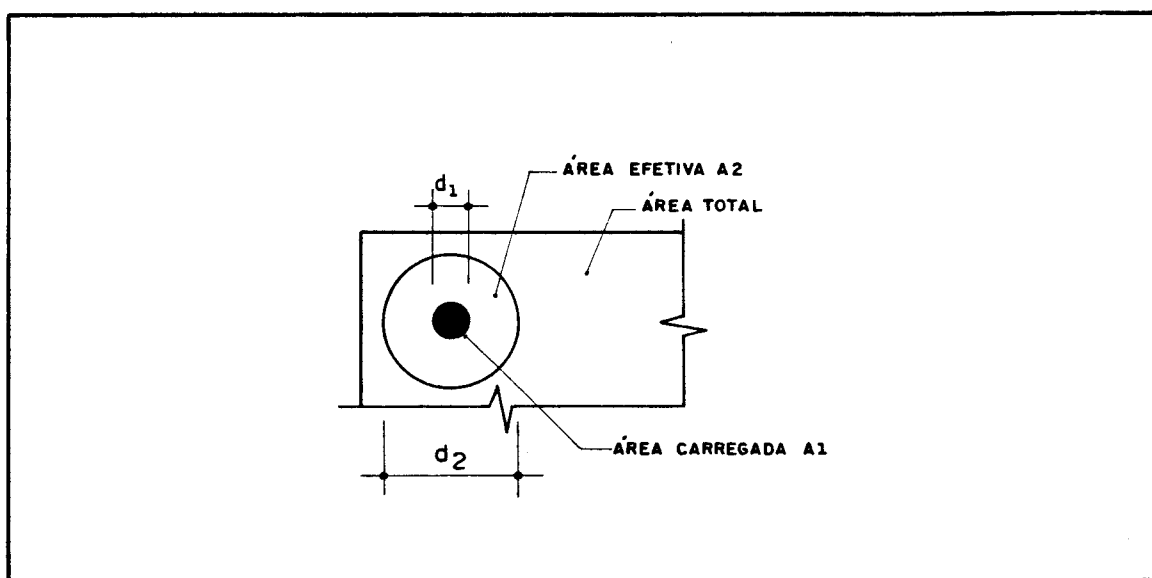


Fig. 2.21 - Área efetiva envolvente A_2 (Ref. 6).

A norma canadense CAN3-A23.3-M84[1984]⁷, exceto onde há armadura provendo confinamento, sugere os seguintes limites para a resistência das regiões nodais :

$0,85 f_{cd}$, em zonas delimitadas por bielas e áreas de aplicação de carga ou reação;

$0,75 f_{cd}$, em zonas onde há um tirante ancorado;

$0,60 f_{cd}$, em zonas ancorando mais de um tirante.

Indica-se que a armadura deve ser distribuída numa área pelo menos igual à força que deve por ela ser resistida dividida pelas tensões dadas acima.

MACGREGOR[1988]⁸ também apresenta valores para a verificação da resistência dos nós :

$0,85 f_{cd}$, para nós ligados por bielas e áreas carregadas;

$0,65 f_{cd}$, para nós ancorando um único tirante;

$0,50 f_{cd}$, para nós ancorando tirantes em mais de uma direção.

2.8.6 - COMENTÁRIOS SOBRE OS PARÂMETROS DE RESISTÊNCIA

A divergência observada entre os valores apresentados pelos dois autores e pelas duas normas citadas merece registro. Além disso, dentro de uma mesma norma, podem surgir dúvidas com relação ao valor a ser adotado para determinado caso.

Recomenda-se então, utilizar, dentre aqueles apresentados, os valores empíricos propostos recentemente pelo CEB/90.

3 - APLICAÇÃO AS VIGAS USUAIS

3.1 - CONSIDERAÇÕES GERAIS

A aplicação de modelos de bielas e tirantes às vigas simplesmente apoiadas ou contínuas, submetidas a carregamento concentrado ou uniformemente distribuído é abordada neste capítulo, incluindo as vigas de transição. Vigas-parede e vigas com descontinuidades geométricas serão analisadas nos capítulos 4 e 6, respectivamente.

As vigas usuais são constituídas, basicamente, por regiões contínuas (regiões B). Todavia, regiões descontínuas (regiões D) ocorrem nas proximidades dos pontos de aplicação de força (reações de apoio e forças concentradas) como mostra a Fig. 3.1-a.

Os modelos de bielas e tirantes, em vigas, são usualmente denominados modelos de treliça. A Fig. 3.1-b apresenta um modelo de treliça para uma viga simplesmente apoiada, submetida a uma ação uniformemente distribuída. Nessa treliça fictícia, que substitui a viga real, o banzo superior é a zona comprimida de concreto, o banzo inferior representa a armadura longitudinal de tração, as diagonais comprimidas são as zonas situadas entre duas fissuras e as diagonais tracionadas, os estribos ou as barras dobradas. No modelo da Fig. 3.1-b, as diagonais tracionadas, que ligam os banzos da treliça, são constituídas por estribos verticais.

O funcionamento como treliça ocorre devido à intensa fissuração da viga nas proximidades do estado limite último convencional. Como as diagonais comprimidas são delimitadas pelas fissuras, o ângulo θ de inclinação das bielas é dado

pela inclinação das fissuras. A inclinação das diagonais tracionadas será representada pelo ângulo α , sendo $\alpha=90^\circ$ para estribos verticais (Fig. 3.1-b).

O modelo de treliça foi originalmente proposto por Morsch, para a determinação das armaduras necessárias para a resistência às forças cortantes. Este modelo, hoje designado por "analogia clássica da treliça", foi baseado nas seguintes hipóteses:

-a treliça é isostática e possui banzos (tracionado e comprimido) paralelos;

-as bielas diagonais comprimidas têm uma inclinação $\theta=45^\circ$ em relação ao eixo longitudinal da peça;

-inclinação da armadura transversal ($45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$).

Na treliça clássica de Morsch, as forças nas bielas

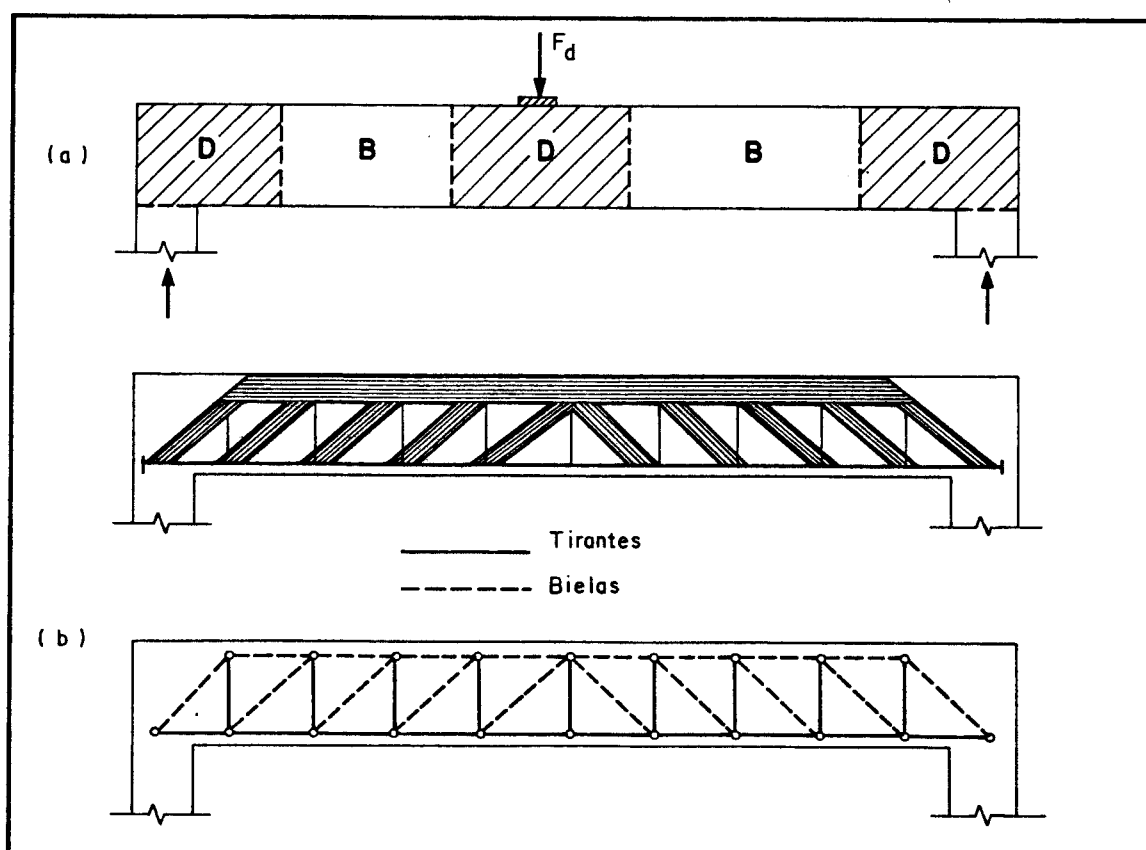


Fig. 3.1 - Modelo de treliça para uma viga.

diagonais e nas diagonais tracionadas são maiores, em valor absoluto, à medida que se aproxima dos apoios, onde a força cortante atinge o valor máximo. As forças nos banzos, tracionado(R_{st}) e comprimido(R_{cc}), crescem dos apoios para o meio do vão, de acordo com a teoria da flexão. Por esta teoria, $|R_{st}| = |R_{cc}| = M/z$. Contudo, no modelo R_{cc} é um pouco menor que M/z e R_{st} um pouco maior, exceto em alguns pontos.

Numerosos ensaios realizados (LEONHARDT & MONNIG [1977]¹¹), mostraram que a treliça clássica conduz a uma armadura transversal um pouco exagerada, pois a tensão medida nesta armadura é menor que a calculada. Principais fatores que influem na diferença entre os valores calculados teoricamente e aqueles observados experimentalmente:

-o banzo comprimido é inclinado, o que possibilita a absorção direta de uma parcela da força cortante;

-as fissuras (e, portanto, as bielas que ficam entre elas) têm inclinação $\theta < 45^\circ$, nos trechos mais solicitados pela força cortante.

Os resultados dos ensaios evidenciaram a necessidade de se utilizar um modelo que melhor interpretasse a realidade, surgindo a analogia generalizada de treliça. Assim, adota-se como modelo uma treliça com banzo comprimido inclinado e com bielas de inclinação θ menor ou igual a 45° .

Com a treliça generalizada, obtém-se taxas menores de armadura transversal. Entretanto, deve-se tomar cuidado com a possibilidade de esmagamento das bielas inclinadas, pois ocorre um aumento das tensões de compressão nessas bielas. Além disso, a resultante R_{cc} inclinada, nas proximidades dos apoios, provoca diminuição do braço de alavanca z e conseqüente aumento na armadura longitudinal de tração necessária.

A inclinação das fissuras e do banzo comprimido são influenciadas pela espessura da alma e pela taxa de armadura

transversal. Da análise de resultados experimentais (LEONHARDT & MÖNNIG [1977]¹¹), chega-se à conclusão que, em função da espessura da alma, as bielas têm inclinações θ , em média, dentro das seguintes faixas (Fig. 3.2):

a) vigas T de alma espessa : $30^\circ \leq \theta \leq 38^\circ$;

b) vigas T de alma delgada : $38^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$.

Isso ocorre porque existe um certo engastamento na ligação da biela com o banzo comprimido, além de as bielas diagonais serem muito mais rígidas que os montantes tracionados. Assim, a parcela de esforço cortante absorvida pela armadura transversal é tanto menor (θ menor) quanto maior a espessura da alma (bielas mais rígidas).

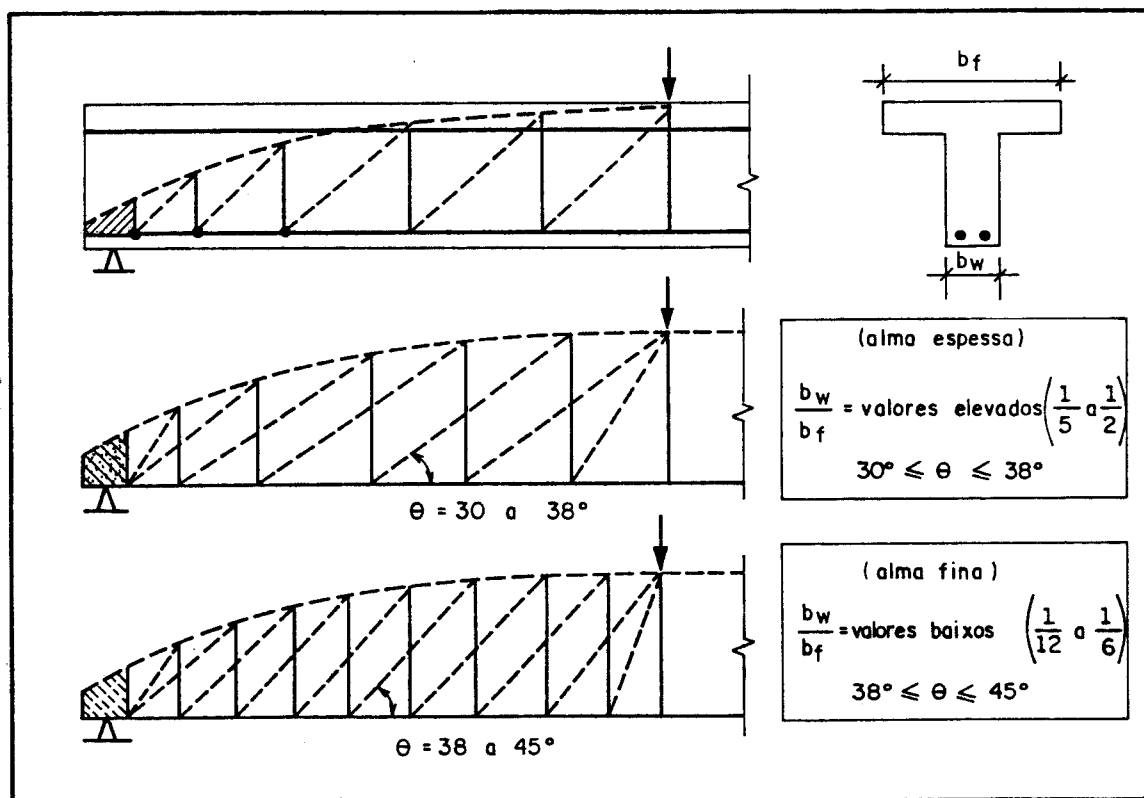


Fig. 3.2 - Treliça generalizada, valores médios de θ em função da largura da alma (Ref. 11).

Nas peças de concreto armado submetidas a forças cortantes, além do modelo de treliça, outros esquemas alternativos são capazes de transmitir os esforços de uma

seção transversal a outra. Segundo FUSCO[1984]¹², nas vigas com armadura transversal, a participação desses esquemas alternativos na resistência pode ser apenas subsidiária. Entretanto, nas lajes sem armadura de cisalhamento, eles são responsáveis pela própria resistência da peça.

Os esquemas alternativos principais são o efeito de arco(item 3.3.1), o engrenamento dos agregados, o efeito de pino("dowell effect") da armadura longitudinal e a resistência ao cisalhamento da zona comprimida de concreto. O engrenamento dos agregados ocorre ao longo das fissuras do concreto, possibilitando a transmissão de forças oblíquas através das próprias fissuras(Fig. 3.3-a).

Devido à maior rigidez do aço em relação ao concreto, as barras das armaduras longitudinais funcionam como pinos de ligação que solidarizam as partes da viga de concreto separadas pelas fissuras(Fig. 3.3-b).

FUSCO [1984]¹² comenta que somente a viga de alma muito fina ($b_v/b_f = 1/6$) mobiliza o esquema resistente de treliça desde o início do carregamento. "As vigas de alma mais espessa somente apresentam tensões diagonais coerentes com o esquema de treliça nos estágios avançados de

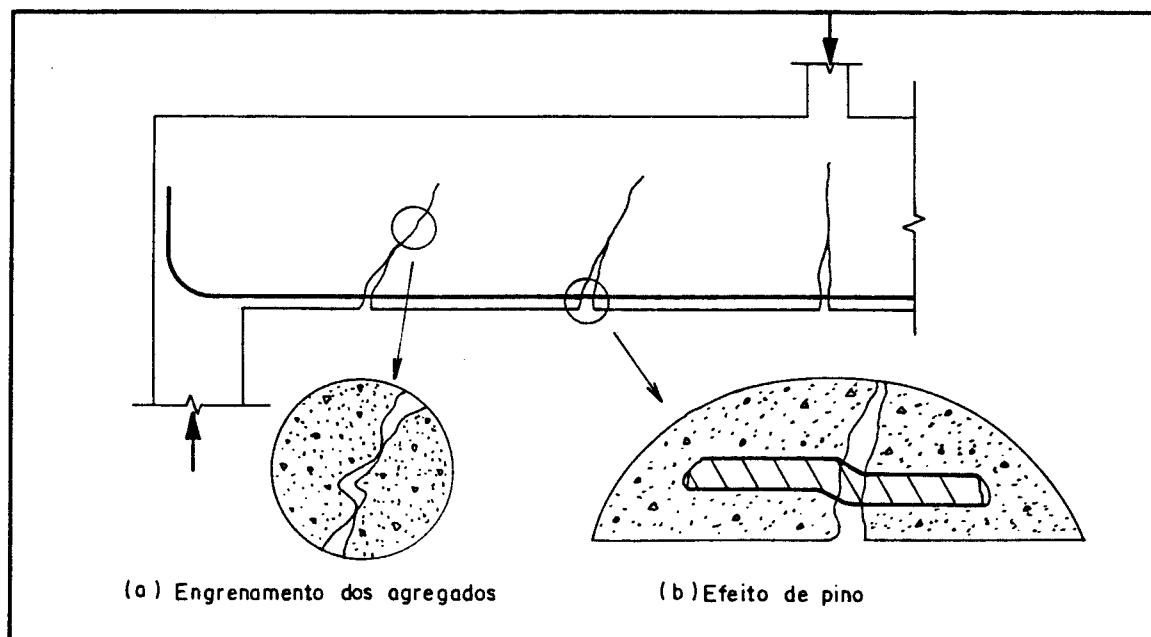


Fig. 3.3 - Esquemas alternativos de resistência à força cortante(Ref. 12).

carregamento. Conclui-se, deste modo, que nestas vigas funcionam primeiramente os esquemas resistentes alternativos, cuja colaboração diminui progressivamente, à medida que se dá a fissuração da peça".

A resistência da peça decorre portanto da ação conjugada dos efeitos e esquemas alternativos descritos.

A NBR 6118 [1978]¹³ recomenda a adoção de um modelo simplificado, em que a armadura transversal é calculada pela treliça clássica de Mörsch, com base em uma tensão de cisalhamento reduzida. Esta redução, devido à "contribuição das partes comprimidas do concreto", na verdade, considera indiretamente a inclinação das bielas $\theta < 45^\circ$ e o banzo comprimido com inclinação variável. Indica-se ainda que a tensão convencional de cisalhamento τ_{vd} seja menor ou igual à tensão última τ_{vu} .

O anexo da NBR 7197 [1989]¹⁴ altera algumas prescrições da NBR 6118 com relação à força cortante. A tensão de cisalhamento reduzida deve ser calculada pelas seguintes expressões:

$$\tau_d = 1,15 \cdot \tau_{vd} - \tau_c > 0$$

com

$$\tau_c = \psi_1 \cdot \sqrt{f_{ck}}$$

Sendo :

$\psi_1 = 0,15$ na flexão simples e na flexo-tração com a linha neutra cortando a seção;

$$\psi_1 = 0,15 \cdot \left[1 + \frac{M_o}{M_{d,max}} \right] \text{ na flexo-compressão}$$

$\psi_1 = 0$ na flexo-tração com a linha neutra fora da seção.

O fator $\left[1 + \frac{M_o}{M_{d,max}} \right] \leq 2$ determina a influência da força normal externa de compressão, onde:

M_o = Valor do momento fletor que anula a tensão normal na

borda menos comprimida e $M_{d,max}$ é o momento fletor da seção transversal que está mais solicitada à flexão, no trecho considerado pelo cálculo.

Nas vigas de altura variável, o Anexo da NBR 7197 indica uma correção no valor da força cortante. Deve-se subtrair do valor absoluto de V_d (se M_d em valor absoluto e d crescerem no mesmo sentido) ou a ele acrescentar (se M_d em valor absoluto e d crescerem em sentidos opostos) a quantidade

$$\frac{M_d}{d} \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

onde :

α = ângulo entre as tangentes às faces da peça na seção considerada, não se tomando inclinação de cada face maior que 1:3.

Nessas vigas de altura variável, quando o valor absoluto de V_d tiver sido alterado conforme prescrito, admite-se $\tau_c = 0$.

O código-modelo CEB-FIP [1990]⁶ sugere a utilização de um modelo de treliça com o ângulo θ de inclinação das bielas escolhido livremente no intervalo $18,4^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$. Deve-se fazer a verificação das forças nos banzos (tracionado e comprimido), nas bielas diagonais e nos montantes tracionados. A dedução das expressões e sugestões para a escolha do valor de θ serão mostradas no item 3.5.

Modelos de treliça podem ser usados também para o projeto e dimensionamento completo da viga, incluindo o cálculo da armadura longitudinal. MARTI [1985]^{3,4} recomenda utilizar os modelos para investigar o equilíbrio entre cargas, reações e forças internas no concreto e na armadura. Nesse caso, prefere-se utilizar modelos refinados. O refinamento dos modelos, principalmente através dos efeitos de arco e de leque, será comentado no item 3.3.

3.2 - TIPOS DE RUPTURA

Os tipos de ruptura das vigas de concreto armado submetidas a forças cortantes, segundo FUSCO [1984]¹², podem ser classificados da seguinte forma :

a) Ruptura força cortante-compressão (Fig. 3.4-a): este tipo de ruptura é típico de peças superarmadas transversalmente, nas quais ocorre esmagamento do concreto das bielas antes que a armadura transversal entre em escoamento. Ruptura frágil, sem aviso prévio. A segurança contra este tipo de ruptura é garantida pela limitação da tensão tangencial atuante ($\tau_{vd} \leq \tau_{vu}$);

b) Ruptura força cortante-tração (Fig. 3.4-b) : modo de ruptura típico de peças subarmadas transversalmente, isto é, aquelas cuja armadura transversal atinge o escoamento. Neste caso ocorrem grandes deformações na armadura transversal e fissuração excessiva. Garante-se a segurança pelo emprego de armadura transversal em quantidade suficiente;

c) Ruptura força cortante-flexão (Fig. 3.4-c) : ocorre quando as fissuras diagonais de cisalhamento cortam uma parte do banzo comprimido da peça. A diminuição da espessura deste banzo pode provocar o esmagamento do concreto. A seção de ruptura usualmente se localiza nas proximidades de forças concentradas elevadas. A segurança neste caso é garantida através de dimensionamento e detalhamento adequados da viga à flexão;

d) Ruptura por flexão da armadura longitudinal (Fig. 3.4-d) : decorre de deficiências localizadas da armadura longitudinal de tração, que impedem o funcionamento como treliça. O respeito às regras de detalhamento, principalmente no que se refere ao espaçamento e à ancoragem dos estribos, garante a segurança contra este modo de

ruptura.

Pode ocorrer ainda ruptura por fendilhamento do concreto devido à ancoragem inadequada da armadura longitudinal. Quando não houver compressão do concreto transversalmente à armadura no trecho de ancoragem, suficiente para impedir a fissuração do concreto, deve-se dispor uma armadura de costura, indicada no item 4.1.6.2-E da NBR 6118 [1978]¹³.

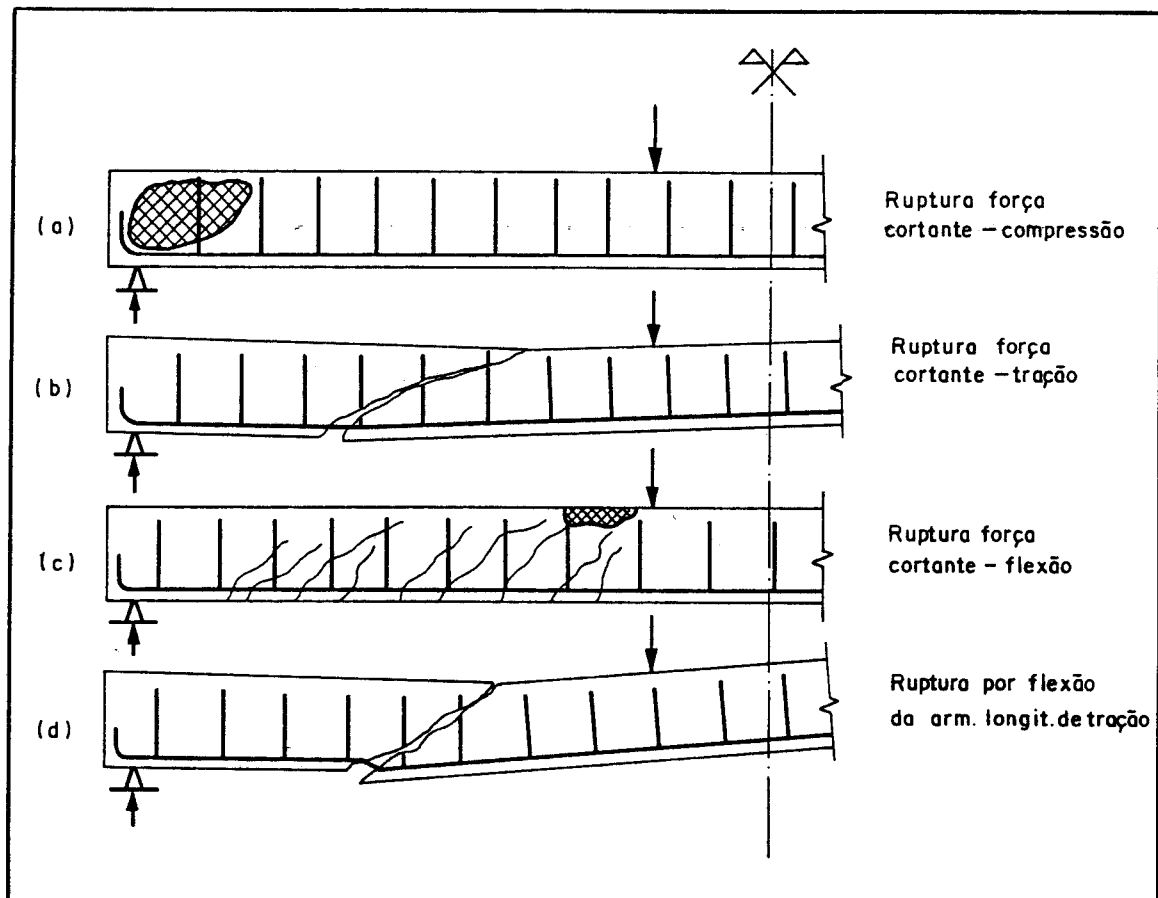


Fig. 3.4 - Tipos de ruptura (Ref. 12).

Como os possíveis tipos de ruptura decorrentes das forças cortantes podem acarretar o colapso não avisado da estrutura, deve-se assegurar no dimensionamento que as solicitações tangenciais não sejam condicionantes da ruína. Adota-se como princípio fundamental de segurança, segundo FUSCO [1984]¹², que os elementos estruturais sejam projetados de tal modo que, na eventualidade de sobrevir a ruína, esta decorra dos efeitos de solicitações normais. Assim, a ruína quase sempre poderá ser com aviso

prévio. Este princípio também é indicado pela NBR 6118 [1978]¹³.

3.3 - REFINAMENTO DOS MODELOS

3.3.1 - EFEITO DE ARCO

Este efeito ocorre nas regiões D próximas aos apoios, para onde as forças (concentradas ou distribuídas) são conduzidas diretamente através de um campo de tensões de compressão em forma de arco (Fig. 3.5-a). Simplificadamente, pode-se substituir este arco por uma biela com ângulo de inclinação θ_1 (Fig. 3.5-b), diferente da inclinação θ das outras bielas. Nas vigas usuais, o efeito de arco pode absorver então uma parcela das ações atuantes. Esta parcela depende da esbelteza da viga e do tipo e posição do carregamento. Segundo LEONHARDT & MÖNNIG [1978]¹⁵, este efeito provoca um aumento da resistência ao cisalhamento em vigas compactas ($2 \leq l/h \leq 8$) e no caso de forças próximas ao apoio ($a/h < 2$). A transferência direta de parte do carregamento para os apoios provoca um alívio nos montantes tracionados da treliça, resultando em uma diminuição da armadura transversal necessária. Contudo, ressalta-se que o arco deve se apoiar em um banzo tracionado bastante rígido (sem diminuição da área da armadura longitudinal). SCHAFER & SCHLAICH [1988]² sugerem uma expressão para o cálculo da

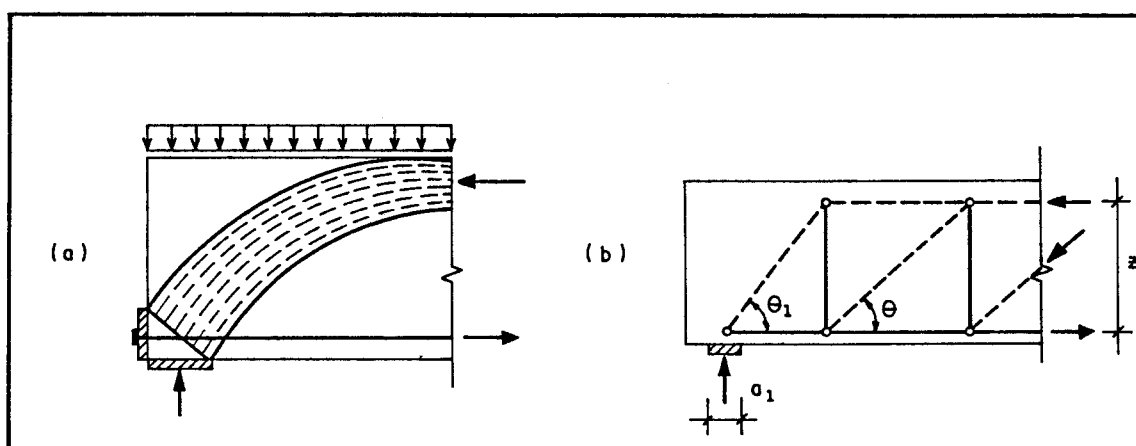


Fig. 3.5 - Efeito de arco (Adapt. Refs. 2 e 3).

inclinação desta biela inclinada:

$$\cotg \theta_1 = \frac{a_1}{2z} + \frac{\cotg \theta}{2} \quad (3.1)$$

onde : θ_1 = ângulo de inclinação da biela / arco;

θ = ângulo de inclinação das bielas internas;

a_1 = largura do apoio (Fig. 3.5-b).

z = braço de alavanca.

A NBR 6118 [1978]¹³ considera este efeito através de uma redução no valor da força cortante utilizada para o cálculo da armadura transversal, nas seções próximas aos apoios. "A força cortante oriunda de carga distribuída poderá ser considerada, no trecho entre o apoio e a seção situada à distância $h/2$ da face do apoio, constante e igual à desta seção. Quando uma força concentrada for aplicada a uma distância $a \leq 2h$ do centro do apoio, a força cortante poderá, nesse trecho de comprimento a , ser reduzida multiplicando-se por $a/2h$ ". Evidentemente, esta redução não será feita para a verificação das tensões no concreto.

Para uma aplicação direta nos modelos, o BOLETIM CEB-198[1990]¹⁶ apresenta uma proposta para o equacionamento do problema. Uma força concentrada aplicada a uma distância $a \leq l_{\text{arco}}/2$ do apoio é totalmente absorvida pelo efeito de arco (Fig. 3.6-a). Isto também ocorre para a carga distribuída posicionada dentro do comprimento l_{arco} a partir do apoio (Fig. 3.6-b). O comprimento l_{arco} pode ser obtido pela expressão :

$$l_{\text{arco}} = a_1 + z \cotg \theta \quad (3.2)$$

Se a força concentrada é aplicada a uma distância "a" situada no intervalo $l_{\text{arco}}/2 \leq a \leq l_{\text{arco}}$, apenas uma parcela R_{cc2} da carga é transmitida pelo efeito de arco (Fig. 3.6-c). A outra parcela da carga R_{st2} é absorvida pelo tirante vertical da treliça :

$$R_{st2} = \left(2 \frac{a}{l_{arco}} - 1 \right) F_d \quad \text{e} \quad R_{cc2} = F_d - R_{st2} \quad (3.3)$$

No caso de grandes forças concentradas próximas ao apoio, surgem tensões de tração transversais à biela inclinada. A Fig. 3.7-a apresenta as trajetórias de tensões para esta situação. Segundo o BOLETIM CEB-198 [1990]¹⁶, a força aplicada a uma distância $a \leq l_{arco}/4$ exige a disposição de armadura adicional, cujo detalhamento depende da posição exata da carga (Figs. 3.7-b e c). Esta armadura deve absorver uma força de tração R_{st3} , que pode ser obtida pela seguinte expressão simplificada :

$$R_{st3} = 0,25 \left(1 - \frac{2a}{l_{arco}} \right) F_d \quad (3.4)$$

No detalhamento das armaduras é conveniente o uso de grampos horizontais, como mostrado na Fig. 3.7-d.

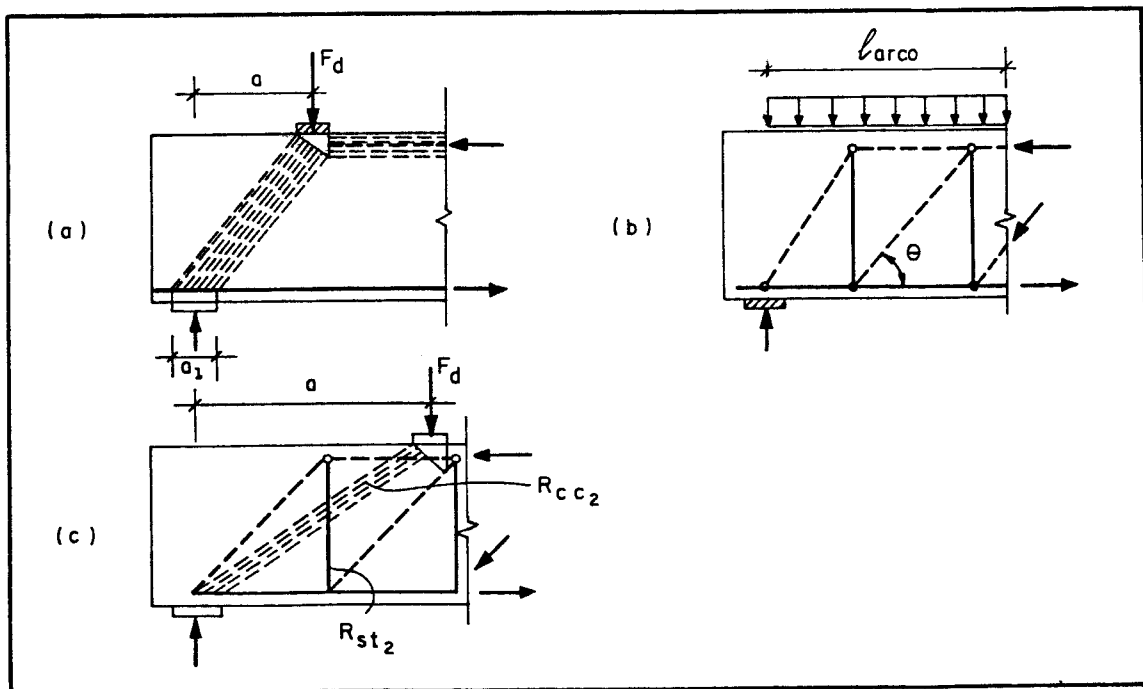


Fig. 3.6 - Parcela das cargas absorvida pelo efeito de arco (Ref. 16).

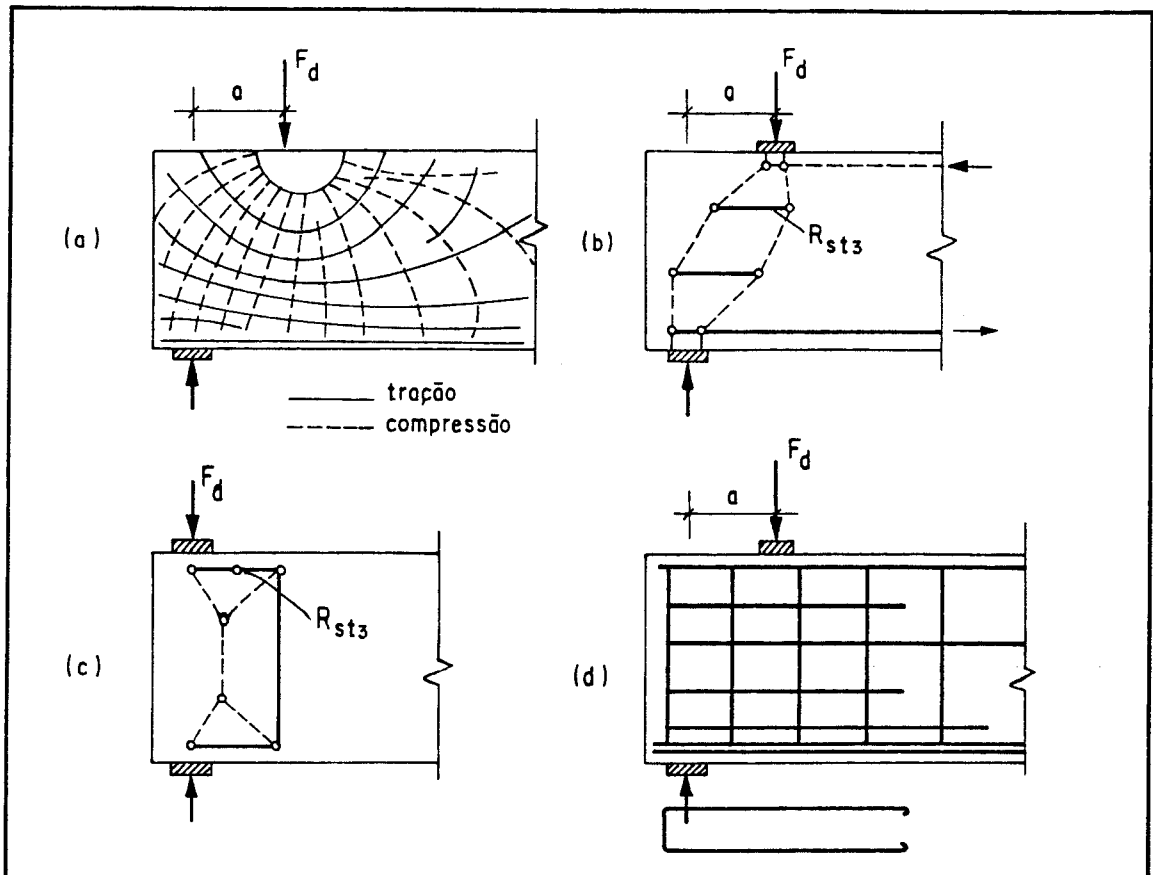


Fig. 3.7 - Modelo e detalhamento para uma grande carga concentrada próxima ao apoio (Adapt. Refs. 15 e 16).

3.3.2 - EFEITO DE LEQUE

Este efeito ocorre nos pontos de aplicação de forças externas (ações concentradas e reações), a partir dos quais as cargas são transmitidas aos estribos através de campos de tensões radiais de compressão. Estas bielas comprimidas radiais formam uma espécie de "leque" (Fig. 3.8). A quantidade necessária de bielas radiais para uma dada força concentrada depende da parcela desta força absorvida por cada estribo.

3.3.3 - MODELOS PARA VIGAS USUAIS E DE TRANSIÇÃO

Os efeitos de arco e leque podem ocorrer conjuntamente nas regiões próximas aos apoios. Neste caso, a parcela da força que não é absorvida pelo efeito de arco, é transmitida pelo efeito de leque (Fig. 3.9). A Fig. 3.10

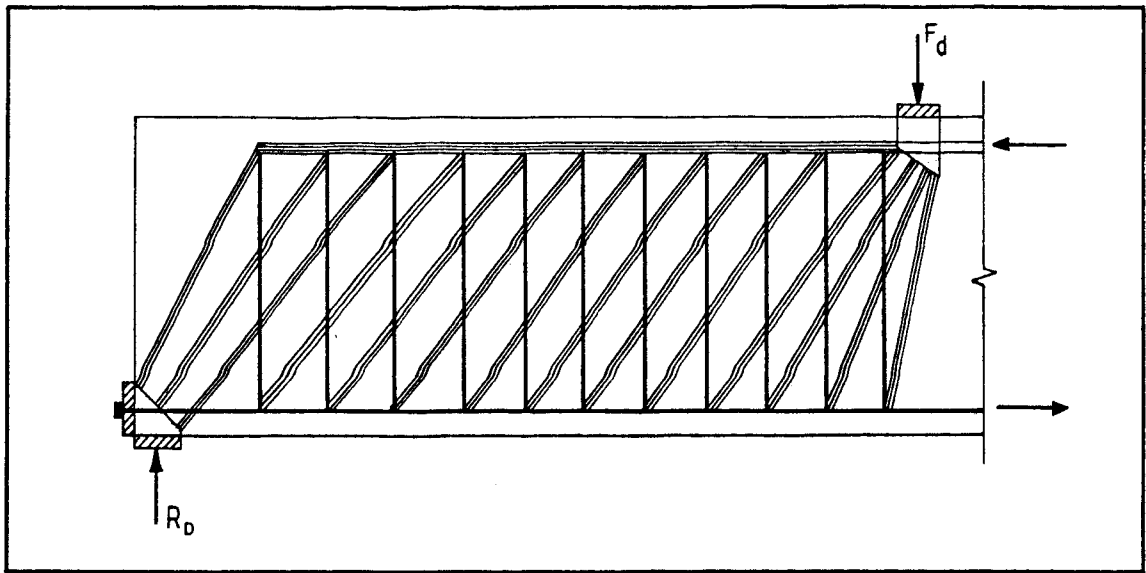


Fig. 3.8 - Efeito de leque

apresenta modelos refinados para vigas simplesmente apoiadas, em balanço, contínuas e de transição. A Fig. 3.10-a apresenta um modelo simplificado para uma viga simplesmente apoiada com ação uniformemente distribuída e a Fig. 3.10-b, idem com balanço. Um modelo refinado para viga de transição com força concentrada no meio do vão é mostrado na Fig. 3.10-c, considerando-se o efeito de leque. Para uma viga contínua o modelo simplificado é o da Fig. 3.10-d. O modelo para viga de transição, com força concentrada próxima ao apoio da Fig. 3.10-e, considera a ação conjunta de arco e leque.

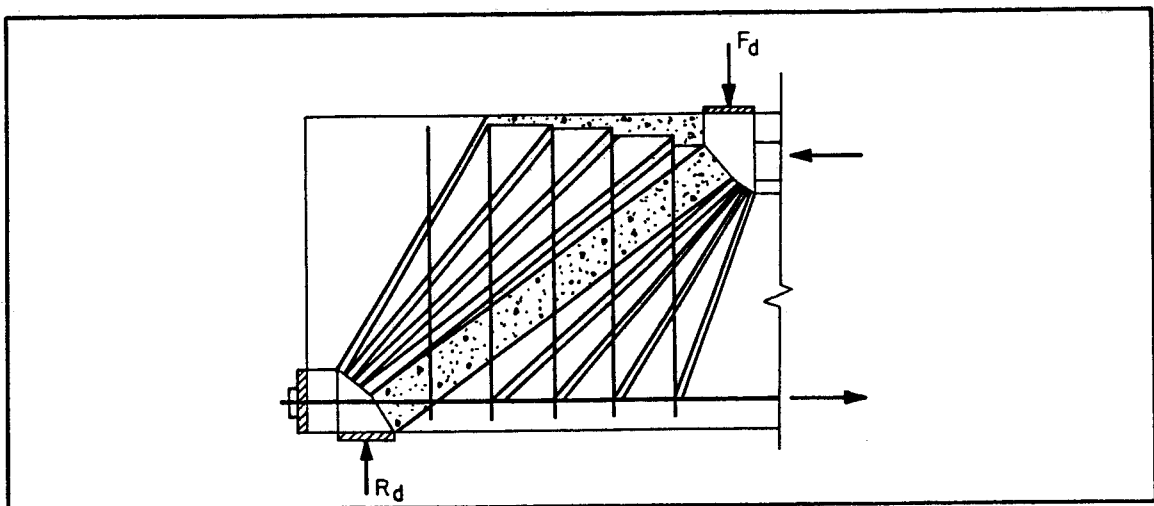


Fig. 3.9 - Ação conjunta de arco e leque(Ref. 8).

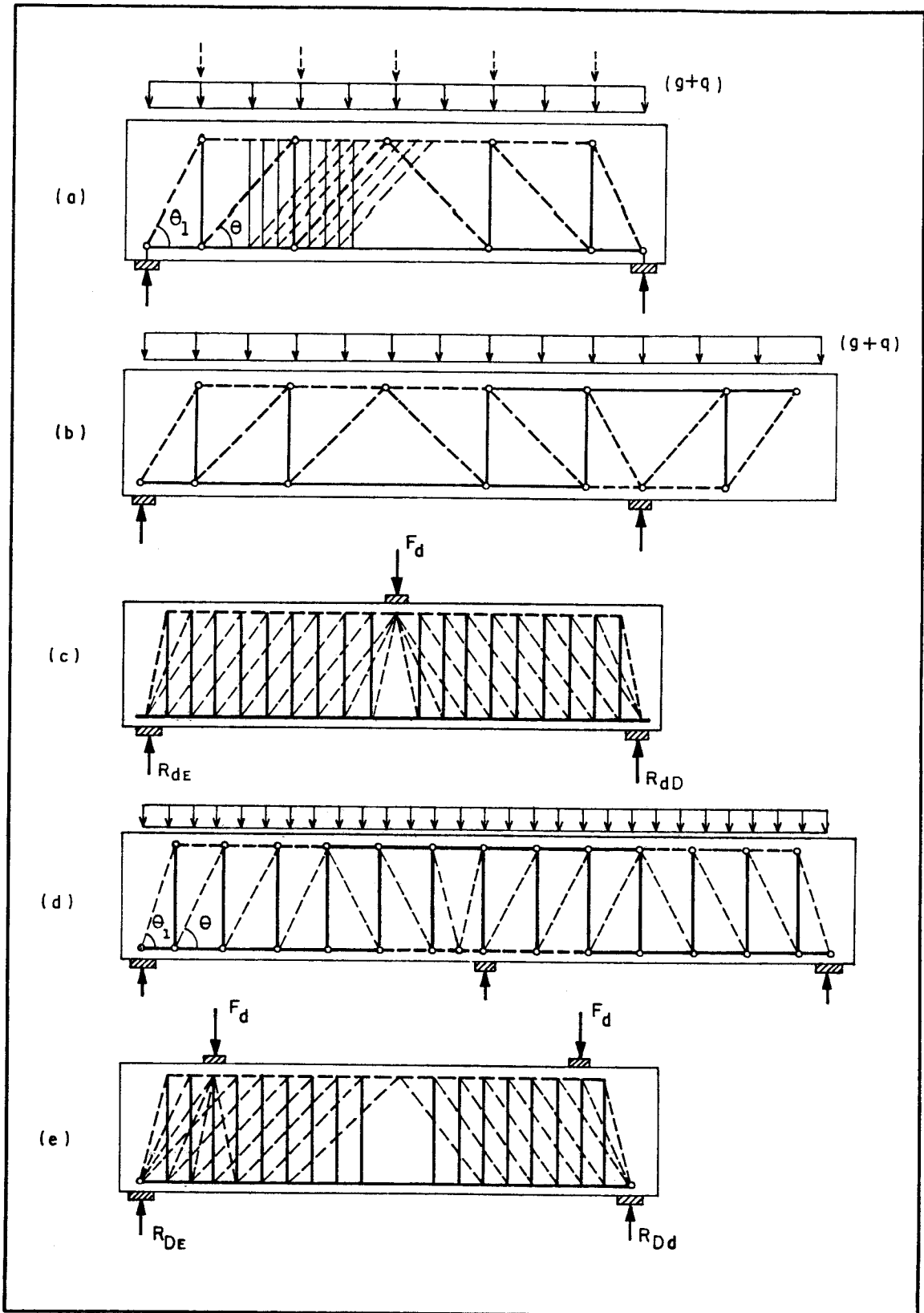


Fig. 3.10 - Modelos simplificados e refinados.

3.4 - CONSTRUÇÃO DE UM MODELO PLÁSTICO DE TRELIÇA

3.4.1 - VALIDADE DO MODELO

O modelo de treliça plástica consiste de bielas inclinadas de um ângulo θ com a horizontal, estribos, um banzo tracionado e outro comprimido. Nas ações concentradas e reações, as forças são transmitidas a um número de estribos através de bielas radiais, devido ao efeito de leque. Entre as bielas radiais, existe um campo de tensões de compressão formado por bielas de inclinação constante.

Segundo MACGREGOR [1988]⁸, na construção da treliça plástica assume-se que toda a força cortante é resistida pelos estribos. No projeto, a distribuição ideal de estribos corresponderia a todos os estribos atingindo o escoamento ao mesmo tempo em que a força de ruptura é alcançada. Será suposto, portanto, que todos os estribos escoem e cada um deles transmita uma força de $A_{sv} f_{yd}$ através da fissura, onde A_{sv} é a soma das áreas dos ramos dos estribos. Procedendo desse modo, a treliça torna-se estaticamente determinada.

Refere-se à treliça como plástica, pois há uma dependência da plastificação dos estribos para torná-la estaticamente determinada. A viga será projetada de tal maneira que os estribos escoem antes do esmagamento do concreto, tornando-se assim independente da plastificação do concreto.

Um modelo de treliça é válido para uma determinada viga se ele representa a situação real. Vigas de concreto armado podem sofrer uma quantidade limitada de redistribuição de forças internas, visto que estas mudam do estado elástico não-fissurado, através do estado elástico fissurado, para o estado plástico fissurado. Se a treliça escolhida exige excessiva deformação para atingir a plastificação completa, ela pode romper prematuramente.

A Fig. 3.11 apresenta um exemplo de modelo inadequado, comentado por MACGREGOR [1988]⁸. Trata-se de uma

viga simplesmente apoiada com armadura de flexão e uma camada de armadura de pele à meia altura.

Um possível modelo de treliça plástica para esta viga consiste de duas treliças, uma utilizando a armadura inferior como tirante e a outra, a armadura de costura. Para um material plástico ideal, a capacidade resistente seria a soma das forças cortantes transmitidas pelas duas treliças, $V_1 + V_2$. Resultados de ensaios mostraram, entretanto, que a camada superior da armadura tem pouco ou nenhum efeito na resistência. Quando esta viga é carregada, a armadura inferior escoar primeiro. Grandes deformações são exigidas antes que a armadura superior possa escoar. Antes que estas deformações possam se desenvolver completamente, a treliça inferior se romperá.

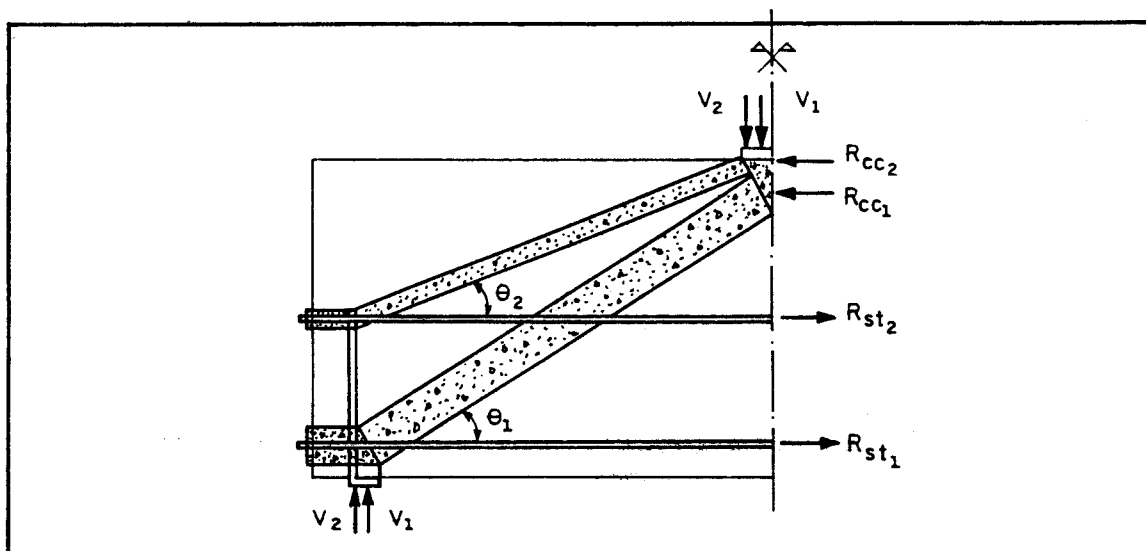


Fig. 3.11 - Modelo de treliça plástica inadequado(Ref.8).

3.4.2 - EXEMPLO

A Fig. 3.12-a apresenta um exemplo, adaptado de MACGREGOR[1988]^B, de uma viga simplesmente apoiada de 4,20 m de vão submetida a duas forças concentradas $F_d = 130$ kN. O modelo de treliça plástica para metade da viga é mostrado na Fig. 3.12-b. Os estribos verticais, de dois ramos com $\phi = 8$ mm, são espaçados de 15 cm. Assume-se que todos os estribos escoem, cada um deles absorvendo uma força de

$A_{sv} \cdot f_{yd} = 2 \times 0,50 \times 50 / 1,15 = 43,5 \text{ kN}$. O momento fletor no meio do vão vale 23400 kN.cm e as forças de tração e compressão nos banzos são iguais a 349 kN ($R_{st} = R_{cc} = M_d / z = 23400 / 67 = 349$).

As forças aplicadas de 130 kN devem ser transmitidas através de bielas diagonais, pelo efeito de leque, a uma quantidade de estribos necessária para equilibrar estas forças. Como cada estribo absorve 43,5 kN, exige-se três estribos para transmitir 130 kN. A força aplicada de 130 kN é transmitida por três bielas QP, QO e QN aos nós P, O e N

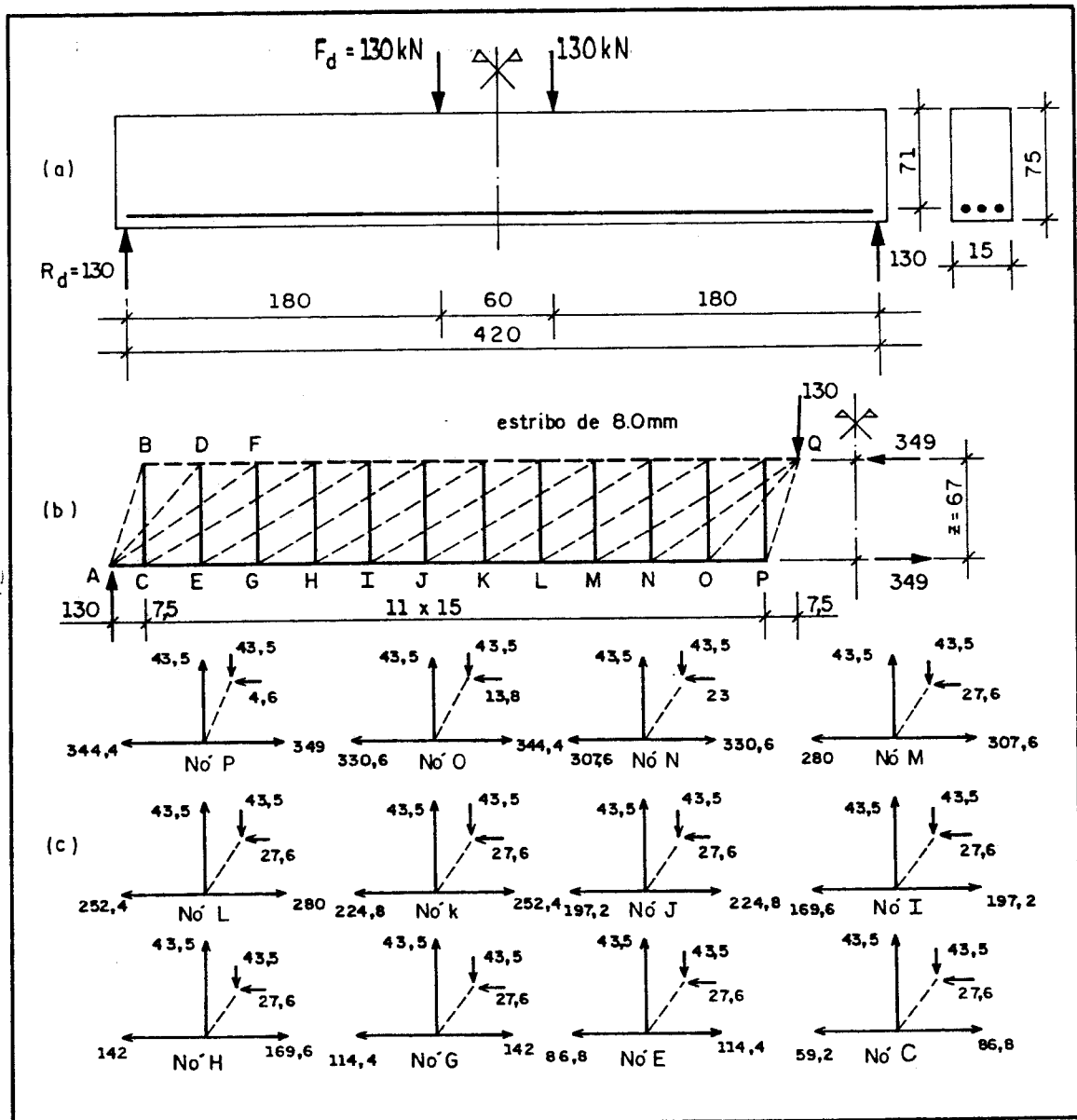


Fig. 3.12 - Exemplo de um modelo de treliça plástica (Adapt. Ref. 8).

do banzo inferior da treliça.

A Fig. 3.12-c mostra o equilíbrio dos nós do banzo tracionado. No equilíbrio do nó P, a força vertical no estribo vale 43,5 kN. A componente vertical da força na biela QP deve ser então também 43,5 kN. A partir do ângulo de inclinação desta biela, obtém-se sua componente horizontal de 4,6 kN. No meio do vão, a força de tração na armadura inferior é de 349 kN. Somando as forças horizontais atuantes no nó P, obtém-se a força de tração entre os nós O e P, $349 - 4,6 = 344,4$ kN. Procedendo de maneira análoga, obtém-se as forças nas outras bielas e ao longo da armadura de tração, pelo equilíbrio dos nós O a C.

No apoio, a reação de 130 kN também é transmitida por três bielas AB, AD e AF, pelo efeito de leque, aos estribos verticais. Entre as bielas radiais, existe um campo de tensões de compressão formado por bielas paralelas com ângulo de inclinação θ ($\text{tg } \theta = 67/45$, resultando, $\theta = 56^\circ$). O ângulo θ deste campo de compressão é determinado pelo número de estribos necessários para equilibrar as forças verticais nos leques.

3.5 - CRITÉRIO DO CÓDIGO-MODELO CEB-FIP [1990]

3.5.1 - COMENTÁRIOS INICIAIS

O código-modelo CEB-FIP[1990]⁶ propõe a utilização dos modelos para vigas usuais sujeitas à flexão e cisalhamento, sem compressão significativa devido às ações externas. A Fig. 3.13 apresenta os modelos propostos para a dedução das expressões de verificação e dimensionamento. Para o caso de ação uniformemente distribuída temos o modelo da Fig. 3.13-a e para força concentrada os modelos das Figs. 3.13-b(viga biapoiada) e 3.13-c(viga contínua). O modelo para uma região sob flexão, cisalhamento e baixa tração axial está mostrado na Fig. 3.13-d.

Para o dimensionamento da armadura transversal, o código-modelo exige duas verificações de ações atuantes e esforços resistentes : nas bielas diagonais e nos tirantes da armadura transversal. Para a retirada de serviço das barras da armadura longitudinal, o código-modelo também exige duas verificações de ações atuantes e esforços resistentes : no banzo tracionado e no banzo comprimido.

O modelo fundamental de um trecho típico da alma de uma viga é mostrado na Fig. 3.14. O braço de alavanca z e a altura x da zona comprimida, em um trecho no qual os momentos fletores e forças cortantes mantêm o mesmo sinal,

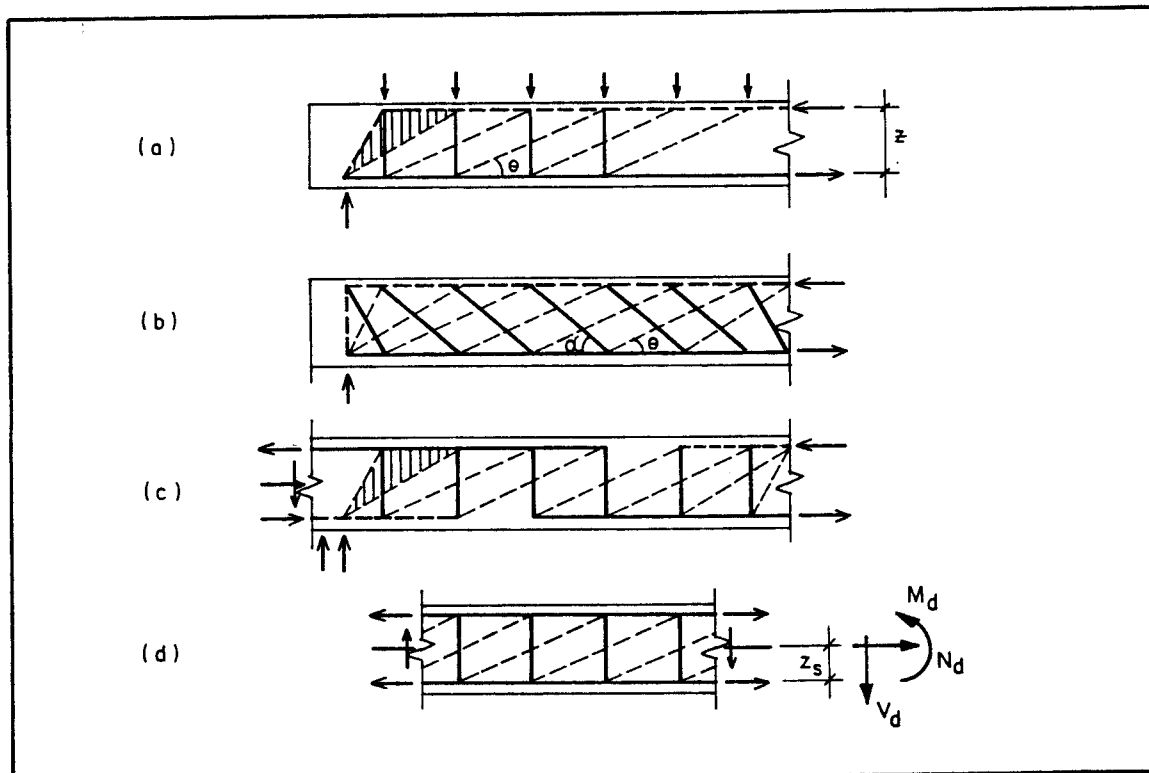


Fig. 3.13 - Modelos para vigas com banzos paralelos(Ref. 6)

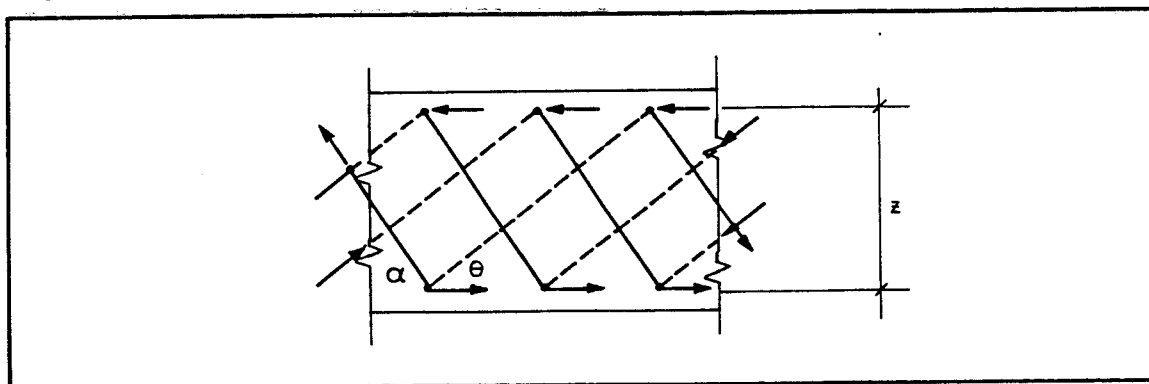


Fig. 3.14 - Modelo fundamental da alma(Ref. 6).

podem ser considerados iguais aos valores na seção de momento M_d máximo.

3.5.2 - CONDIÇÕES PARA APLICAÇÃO DOS MODELOS

A aplicação dos modelos está sujeita às seguintes condições:

a) a taxa mecânica de armadura transversal não deve ser menor que 0,2, isto é

$$w_{sv} = A_{sv} \cdot f_{yk} / (b_v \cdot s \cdot f_{ctm} \cdot \text{sen } \alpha) \geq 0,2$$
$$\frac{A_{sv}}{s} \geq 0,2 \cdot f_{ctm} \cdot \frac{b_v \cdot \text{sen } \alpha}{f_{yk}}$$

com o objetivo de limitar a abertura da fissura de cisalhamento.

$$f_{ctm} = 1,4 \cdot \left[\frac{f_{ck}}{10} \right]^{2/3}$$

b) a inclinação dos estribos em relação ao eixo da peça deve ser no mínimo 45° e a das barras dobradas no mínimo 30° .

c) o espaçamento entre os ramos dos estribos (em ambas as direções, longitudinal e transversal) não deve ser maior que $0,75d$ ou 800 mm .

d) a armadura de cisalhamento deve ser adequadamente ancorada nos banzos.

3.5.3 - DEDUÇÃO DAS EXPRESSÕES PARA DIMENSIONAMENTO

a) BANZO TRACIONADO

a.1) Força solicitante de cálculo

No modelo da Fig. 3.15-a, passando uma seção vertical 1-1 pelo ponto B e calculando o momento fletor

devido às forças externas que atuam à esquerda de A, obtém-se:

$$M_A = M_d + V_d z \cotg \theta + N_d (z - z_s) \quad (I)$$

onde: z_s = distância da linha de ação de N_d ao centro de gravidade da armadura de tração.

Através de uma seção A-B em uma fissura diagonal de inclinação θ pode-se obter o momento fletor em A devido aos esforços internos (à esquerda):

$$M_A = F_{St} z + F_{stw} \frac{z}{2} (\cotg \theta + \cotg \alpha) \operatorname{sen} \alpha \quad (II)$$

onde: F_{St} = força solicitante no banzo tracionado;

F_{stw} = força resultante em um trecho $z(\cotg \theta + \cotg \alpha)$ da armadura transversal (Fig. 3.15-c).

Fazendo o equilíbrio das forças verticais na Fig. 3.15-c, obtemos:

$$F_{stw} \operatorname{sen} \alpha = V_d \quad \rightarrow \quad F_{stw} = \frac{V_d}{\operatorname{sen} \alpha} \quad (III)$$

Subst. (III) em (II) e igualando a (I), obtém-se:

$$F_{St} z + \frac{V_d}{\operatorname{sen} \alpha} \cdot \frac{z}{2} (\cotg \theta + \cotg \alpha) \operatorname{sen} \alpha = M_d + V_d \cdot z \cdot \cotg \theta + N_d (z - z_s)$$

$$F_{St} z = M_d + V_d z \cotg \theta - \frac{V_d}{2} z (\cotg \theta + \cotg \alpha) + N_d (z - z_s)$$

$$F_{St} z = M_d + N_d (z - z_s) + \frac{V_d}{2} z (\cotg \theta - \cotg \alpha)$$

$$F_{St} = \frac{M_d}{z} + \frac{N_d (z - z_s)}{z} + \frac{V_d}{2} (\cotg \theta - \cotg \alpha)$$

(3.5)

onde N_d é positiva para tração e negativa para compressão.

No caso de ações aplicadas na face superior:

$$F_{St} \leq \frac{|M_{d,max}|}{z} + N_d \cdot \frac{(z - z_s)}{z} \quad (3.5-a)$$

a.2) Força resistente

$$F_{Rt} = A_s \cdot f_{yd}$$

a.3) Verificação exigida

$$F_{St} \leq F_{Rt}$$

Quando uma parcela da armadura de tração está fora da largura da alma, a força a ser resistida pela armadura é geralmente maior que a força no banzo. Esta é, entretanto, limitada pela expressão 3.5-a em casos de ação aplicada na face superior.

b) BANZO COMPRIMIDO

b.1) Força solicitante de cálculo

Na Fig. 3.15-b, passando uma seção vertical 2-2 pelo ponto A, o momento fletor devido às forças externas que atuam à direita de B, vale:

$$M_B = M_d - N_d z_s - V_d \cdot z \cdot \cotg \theta \quad (IV)$$

Através de uma seção diagonal A-B, pode-se obter o momento fletor em B, devido às forças internas (à direita):

$$M_B = F_{Sc} z - F_{stw} \frac{z}{2} (\cotg \theta + \cotg \alpha) \operatorname{sen} \alpha \quad (V)$$

Igualando (IV) a (V) e subst. (III) em (V), obtemos:

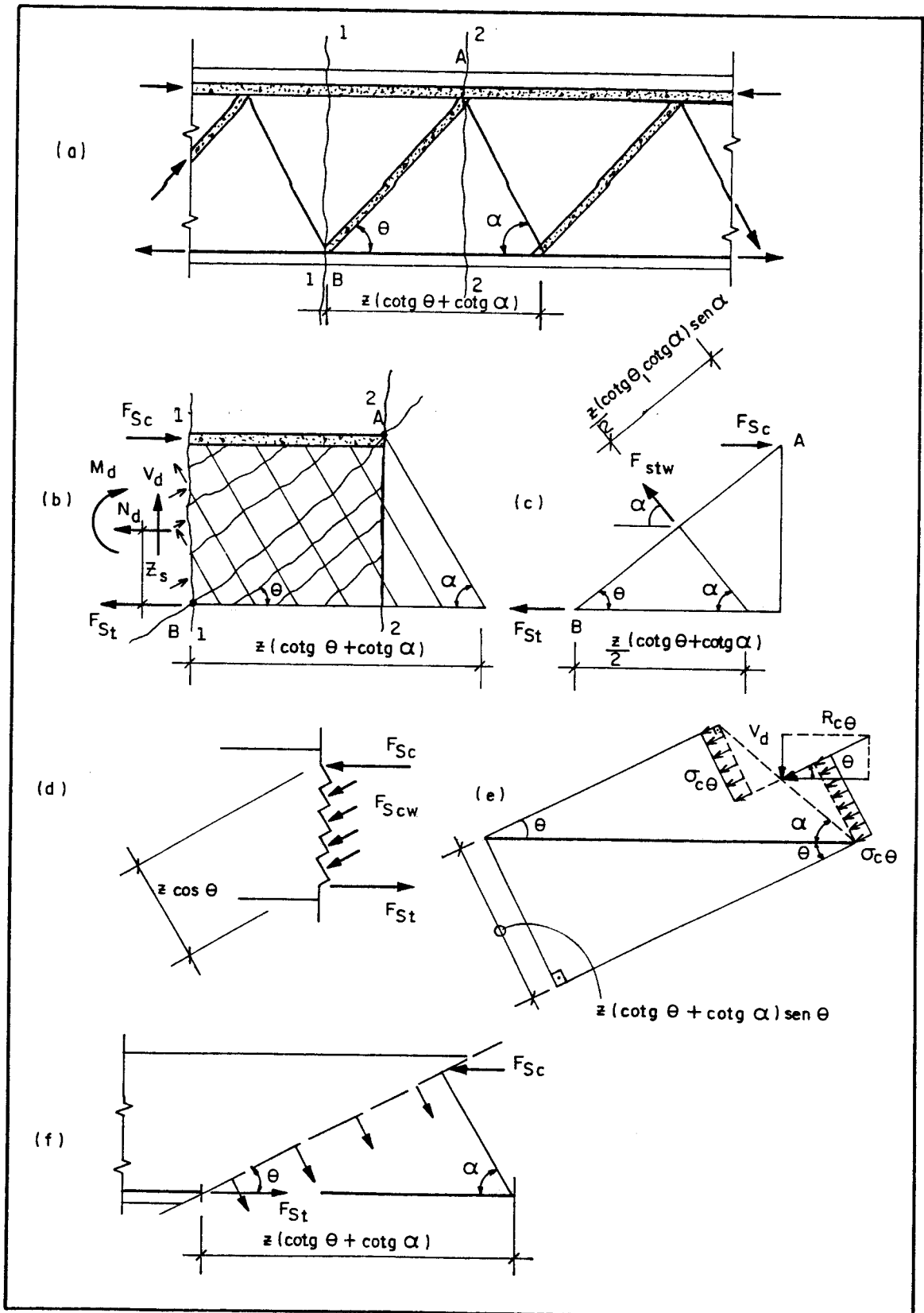


Fig. 3.15 - Esquemas para dedução das forças nos membros da treliça.

$$\begin{aligned}
 M_d - N_d \cdot z_s - V_d \cdot z \cdot \cotg \theta &= \\
 &= F_{Sc} \cdot z - \frac{V_d}{\sin \alpha} \cdot \frac{z}{2} (\cotg \theta + \cotg \alpha) \cdot \sin \alpha \\
 F_{Sc} \cdot z &= M_d - N_d \cdot z_s - \frac{V_d}{2} \cdot z (\cotg \theta - \cotg \alpha)
 \end{aligned}$$

$$\boxed{F_{Sc} = \frac{M_d}{z} - N_d \frac{z_s}{z} - \frac{V_d}{2} (\cotg \theta - \cotg \alpha)} \quad (3.6)$$

exceto na seção de momento máximo onde, para ação aplicada na face superior

$$F_{Sc} = \frac{|M_{d, \max}|}{z} - N_d \frac{z_s}{z}$$

b. 2) Força resistente

$$F_{Rc} = f_{cd} \cdot A_c + f_{ycd} \cdot A_{sc}$$

onde: A_{sc} = área da armadura longitudinal comprimida;

A_c = área da seção transversal do banzo comprimido;

$$A_c = \begin{cases}
 bv \cdot x & \text{(seção retangular)} \\
 bf \cdot x & \text{(seção tê, com a L.N. cortando a mesa)} \\
 (bf - bv) \cdot x + bf \cdot x & \text{(idem, cortando a alma)}
 \end{cases}$$

b. 3) Verificação requerida : $F_{Sc} < F_{Rc}$

c) BIELA DIAGONAL (COMPRESSÃO NO CONCRETO DA ALMA)

c. 1) Força solicitante de cálculo

No esquema mostrado na Fig. 3.15-e, fazendo o equilíbrio das forças verticais, tem-se :

$$R_{c\theta} \operatorname{sen} \theta = V_d, \text{ logo } R_{c\theta} = \frac{V_d}{\operatorname{sen} \theta} \quad (\text{VI})$$

onde : $R_{c\theta}$ = resultante na biela diagonal das tensões atuantes no trecho $z(\cotg \theta + \cotg \alpha) \operatorname{sen} \theta$.

$$\sigma_{c\theta} = \frac{R_{c\theta}}{b_v \cdot z(\cotg \theta + \cotg \alpha) \operatorname{sen} \theta} \quad (\text{VII})$$

Subst. (VI) em (VII), temos:

$$\sigma_{c\theta} = \frac{V_d}{b_v \cdot z(\cotg \theta + \cotg \alpha) \operatorname{sen}^2 \theta} \quad (\text{VIII})$$

Na Fig. 3.15-d, mostra-se esquematicamente que :

$$\sigma_{c\theta} = \frac{F_{Scw}}{b_v \cdot z \cdot \cos \theta} \quad (\text{IX})$$

onde: F_{Scw} = resultante na biela diagonal das tensões atuantes no trecho $z \cdot \cos \theta$.

Igualando (VIII) a (IX), obtemos :

$$\frac{V_d}{b_v \cdot z(\cotg \theta + \cotg \alpha) \operatorname{sen}^2 \theta} = \frac{F_{Scw}}{b_v \cdot z \cdot \cos \theta}$$

$$F_{Scw} = \frac{V_d \cdot \cos \theta}{\operatorname{sen} \theta(\cotg \theta + \cotg \alpha) \operatorname{sen} \theta}$$

$$\boxed{F_{Scw} = \frac{V_d}{\operatorname{sen} \theta} \left(\frac{\cotg \theta}{\cotg \theta + \cotg \alpha} \right)} \quad (3.7)$$

c.2) Força resistente

Pelo esquema mostrado na Fig. 3.15-d, temos:

$$F_{Rcw} = f_{cdz} \cdot b_v \cdot z \cdot \cos \theta$$

c.3) Verificação requerida : $F_{Scw} \leq F_{Rcw}$

d) TRAÇÃO NA ARMADURA TRANSVERSAL

$$d.1) \text{Força solicitante de cálculo: } F_{stw} = \frac{V_d}{\text{sen } \alpha}$$

d.2) Força resistente

Pelo esquema mostrado na Fig. 3.15-f, vê-se que o número de barras da armadura transversal distribuídas num trecho de comprimento $z(\cotg \theta + \cotg \alpha)$ pode ser obtido por:

$$n^{\circ} \text{ de barras} = \frac{z(\cotg \theta + \cotg \alpha)}{s}$$

onde: s = espaçamento dos estribos medido ao longo do eixo da peça. Assim, a força resistente

$$F_{Rtw} = A_{sw} \cdot (n^{\circ} \text{ de barras}) \cdot f_{yd}$$

$$F_{Rtw} = A_{sw} \cdot \frac{z(\cotg \theta + \cotg \alpha)}{s} \cdot f_{yd}$$

d.3) Verificação requerida : $F_{Stw} < F_{Rtw}$

$$\frac{V_d}{\text{sen } \alpha} < \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot (\cotg \theta + \cotg \alpha) \cdot f_{yd}$$

$$\frac{A_{sw}}{s} > \frac{V_d}{f_{yd} \cdot z \cdot (\cotg \theta + \cotg \alpha) \cdot \text{sen } \alpha}$$

Para estribos verticais ($\alpha = 90^{\circ}$) :

$$\frac{A_{sw}}{s} > \frac{V_d}{f_{yd} \cdot z \cdot \cotg \theta}$$

3.5.4 - PROCEDIMENTO PARA VERIFICAÇÃO

Para uma região de uma viga na qual o momento fletor de cálculo permanece com o mesmo sinal e a seção transversal constante, o procedimento para verificação pode ser como se segue:

a) A seção de máximo momento fletor de cálculo é projetada à

flexão, de maneira usual, a menos que ações ou reações aplicadas ao longo da altura exijam o modelo mostrado na Fig. 3.16, no qual a resistência do banzo tracionado deve ser aumentada usando a expressão 3.5.

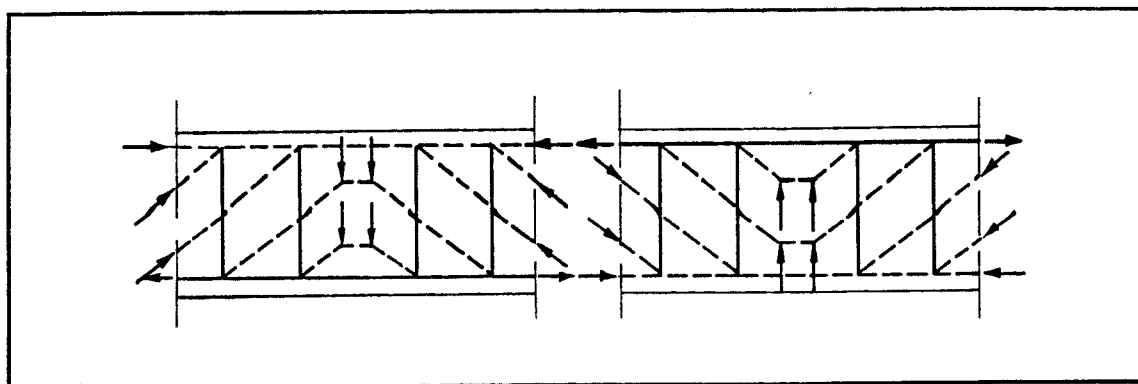


Fig. 3.16 - Modelos utilizados quando as ações ou reações são aplicadas ao longo da altura(Ref. 6).

b)A resistência do concreto na alma é verificada na seção de máxima força cortante.

c)A resistência da armadura transversal é verificada :

c.1)para a região que dista $z \cdot \cotg \theta$ do eixo do apoio, nos casos de ações aplicadas na face superior(Fig. 3.17-a) e a armadura obtida continua até o apoio(veja indicação a seguir para o caso em que grandes forças concentradas atuam próximas ao apoio).

c.2)para toda a região nos casos de ações aplicadas ao longo da altura ou na face inferior(Fig. 3.16).

d)A possibilidade da retirada de serviço da armadura principal é determinada pelas equações 3.5 e 3.6. Baixos valores do ângulo θ conduzem a menor quantidade de estribos, mas aumentam as forças na armadura principal em regiões de pequenos momentos fletores.

e)No caso em que uma grande parcela do esforço cortante é produzido por uma ação aplicada a uma distância $z \cdot \cotg \theta$ ($\leq 3z$) do apoio, permite-se que a armadura transversal seja projetada para uma força menor. Isto traz as seguintes

consequências:

e.1) a força de compressão inclinada no apoio pode ser consideravelmente aumentada, por isso deve-se verificar as tensões de compressão nas regiões nodais.

e.2) a força na armadura principal a ser ancorada é maior e a adequação da ancoragem deve ser verificada.

e.3) se a fissuração ocorrer em serviço, a quantidade de armadura transversal controlando a abertura da fissura diagonal pode ser muito pequena e violar o critério estabelecido. Na ausência de um cálculo mais preciso, o esforço cortante que causa a fissuração pode ser estimado por:

$$V_{cr} = 0,15(3d/a_v)^{1/3} \cdot \xi \cdot (100\rho \cdot f_{ck})^{1/3} \cdot b_{red} \cdot d$$

onde:

a_v = distância da ação principal até o apoio,

$\xi = 1 + \sqrt{200/d}$, d em mm,

ρ = taxa da armadura de tração na flexão ($A_s/b_v d$) ancorada no apoio,

b_{red} = largura da alma reduzida,

e a função $(3d/a_v)^{1/3}$ é uma expressão empírica que leva em conta a influência da compressão transversal devido às ações e reações de apoio.

$$b_{red} = b - \eta \cdot \sum \phi$$

onde:

b = largura da alma,

$\sum \phi$ = soma dos diâmetros dos dutos e

$\eta = 0,5$, para dutos preenchidos com micro-concreto ou

$\eta = 1,2$, para dutos não preenchidos.

Se estas recomendações dificultam o projeto, as condições podem ser melhoradas, aumentando-se o ângulo θ das bielas (Fig. 3.17-b) ou pela divisão do carregamento entre uma biela direta e um sistema de treliça (Fig. 3.17-c). No último caso, deve-se verificar a região nodal do apoio para a resultante das duas bielas inclinadas.

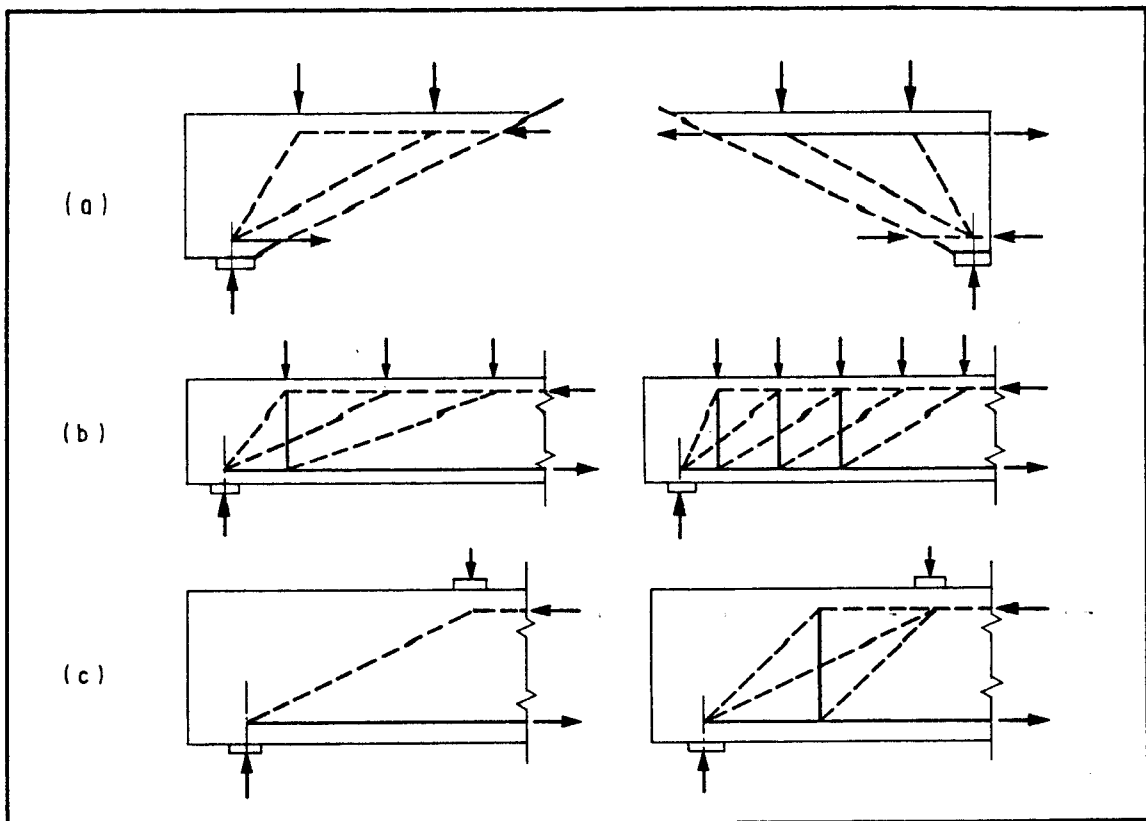


Fig. 3.17 - Ações aplicadas na face superior próximas aos apoios (Ref. 6).

3.5.5 - DETERMINAÇÃO DO ÂNGULO θ

O ângulo θ entre as bielas da alma e os banzos pode ser escolhido livremente no intervalo $\theta_{\min} \leq \theta \leq 45^\circ$. A escolha de um ângulo próximo a 45° conduz a uma maior área de armadura transversal com baixas tensões nas bielas. Por outro lado, pode-se diminuir a área de armadura transversal escolhendo um valor de θ próximo a θ_{\min} . Entretanto, isto acarreta um acréscimo nas tensões de compressão das bielas. Como estas tensões são verificadas diretamente, sugere-se a adoção de valores de θ os mais próximos possíveis de θ_{\min} , desde que conduzam a tensões de compressão dentro dos limites. O código modelo recomenda utilizar $\theta_{\min} = 18,4^\circ$.

Contudo, no BOLETIM CEB-198 [1990]¹⁶, vários pesquisadores contestaram os valores propostos porque o ângulo $\theta = 18,4^\circ$ é um valor muito pequeno. Dentre as várias sugestões, pode-se citar $\theta_{\min} = 26,5^\circ$.

Deve-se acrescentar que a utilização de baixos

valores do ângulo θ aumenta as tensões na armadura transversal entre a fissuração e o estado limite último, além de aumentar a força a ser ancorada pela armadura principal. O controle da fissuração pode então governar o projeto, especialmente em elementos de grandes dimensões e pode não permitir valores tão baixos quanto θ_{\min} . Também não se aconselha utilizar valores baixos de θ quando o elemento está sujeito à tração axial.

3.5.6 - FORÇAS CONCENTRADAS PRÓXIMAS AOS APOIOS

A Fig. 3.18 apresenta os modelos propostos pelo CEB/90 para o caso de força concentrada aplicada a uma distância $a < z \cdot \cot \theta$ do eixo do apoio. No modelo da Fig. 3.18-a, em que $z/2 < a < z \cdot \cot \theta$, estribos verticais devem assegurar a transferência da força aplicada. Para o caso em

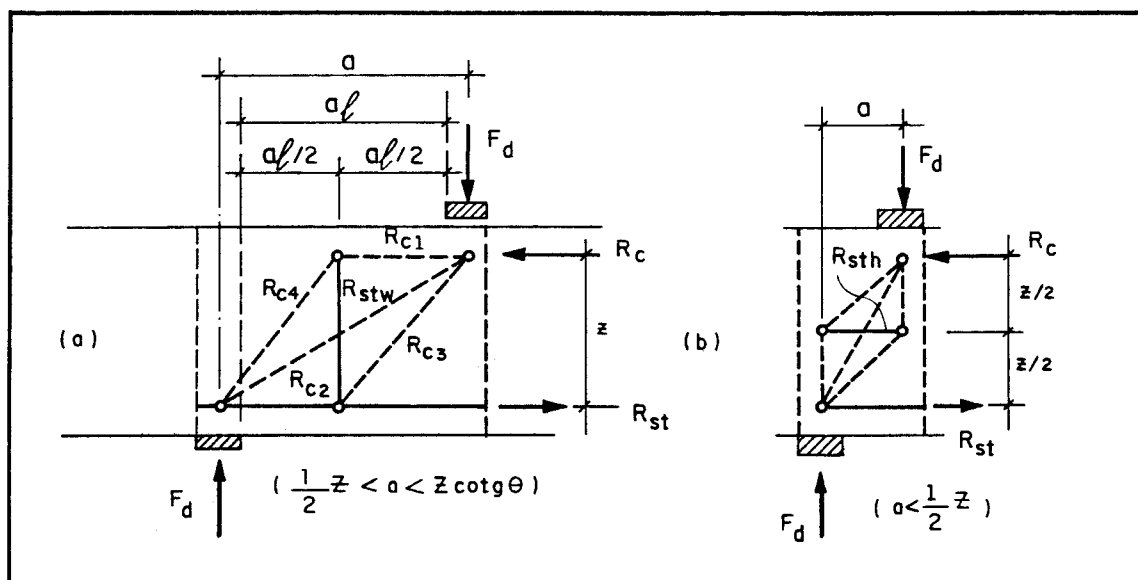


Fig. 3.18 - Modelos para forças concentradas próximas aos apoios (Ref. 6)

que $a < z/2$ (Fig. 3.18-b) surgem tensões de tração horizontais. Para a obtenção das forças nos tirantes, pode-se utilizar as seguintes expressões aproximadas:

$$R_{stv} = \frac{2a/z - 1}{3 - N_d/F_d} \cdot F_d \begin{cases} > 0 \\ < F_d \end{cases}$$

$$R_{sth} = \frac{2z/a - 1}{3 + F_d/R_c} \cdot R_c \quad \left\{ \begin{array}{l} > 0 \\ < R_c \end{array} \right\}$$

3.5.7 - DISTRIBUIÇÃO DOS ESTRIBOS

O espaçamento máximo s_{max} das várias camadas de armadura transversal é definido pelas seguintes condições:

$$F_{Scw} \leq \frac{1}{5} F_{Rcw} \quad : \quad s_{max} = 0,7 \cdot d < 300 \text{ mm}$$

$$F_{Scw} \leq \frac{2}{3} F_{Rcw} \quad : \quad s_{max} = 0,6 \cdot d < 300 \text{ mm}$$

$$F_{Scw} > \frac{2}{3} F_{Rcw} \quad : \quad s_{max} = 0,3 \cdot d < 200 \text{ mm}$$

4 - APLICAÇÃO AS VIGAS-PAREDE

4.1 - INTRODUÇÃO

Chapas são estruturas laminares planas submetidas a ações atuando apenas em seu plano médio. A viga-parede pode ser definida como uma chapa disposta verticalmente, sobre apoios discretos, cuja altura é grande em relação ao vão.

Segundo a NBR 6118 [1978]¹⁹, a altura total das vigas-parede, no caso de peças de tramo único simplesmente apoiadas, deve ser no mínimo igual à metade do vão, e nos demais casos, no mínimo igual a 0,4 do vão (Fig. 4.1).

Como aplicações típicas de vigas-parede em estruturas de concreto armado citam-se, os reservatórios elevados, cujas paredes recebem as reações uniformemente distribuídas das lajes da tampa e do fundo e as transmitem aos pilares, funcionando como vigas (Fig. 4.2-a). Em algumas estruturas de edifícios as vigas-parede funcionam como vigas de transição, absorvendo a força de um ou mais pilares e transferindo-a a outros pilares (Fig. 4.2-b). É muito freqüente também o uso de viga-parede como cortinas em pavimentos de subsolo ou garagens. Neste caso, a peça estrutural é calculada como viga-parede e também como laje vertical submetida às ações provenientes do empuxo do terreno.

Devido à grande altura da parede em relação às distâncias entre os apoios, as vigas-parede são regiões tipicamente descontínuas (regiões D). Embora as vigas-parede não sejam elementos estruturais pouco utilizados, uma rotina de projeto totalmente satisfatória ainda não existe. A

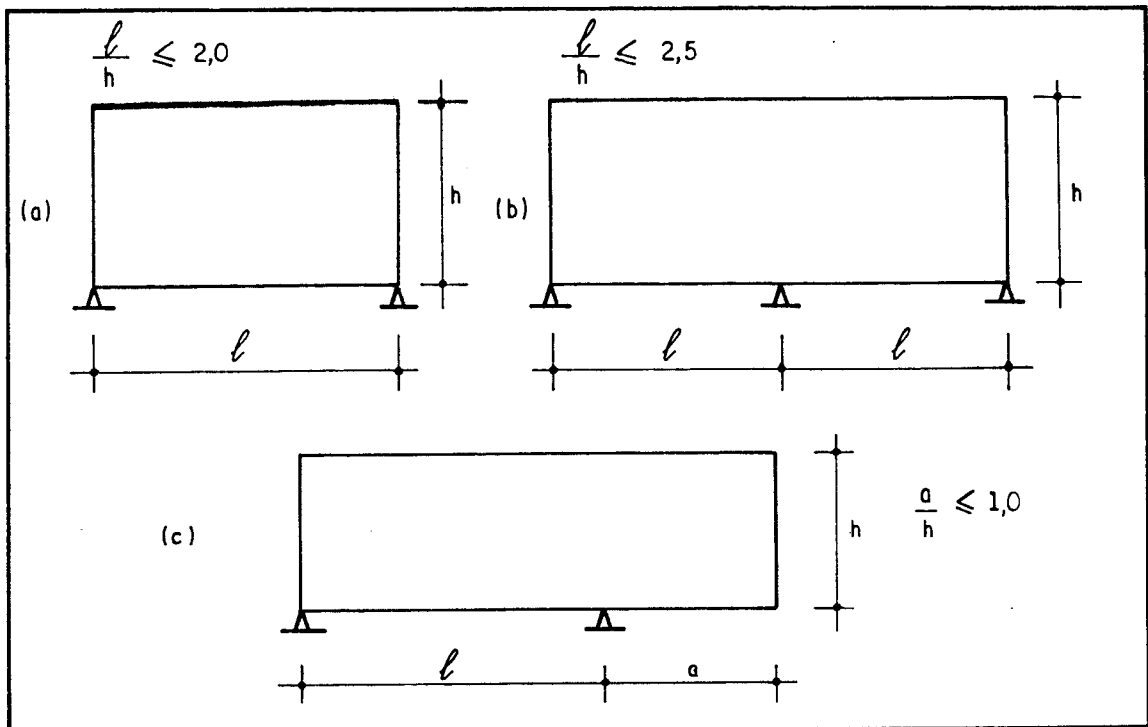


Fig. 4.1 - Esbeltezes limite de vigas-parede.

análise elástica no estado não-fissurado só é significativa antes da fissuração. Como em vigas-parede, a fissuração iniciará com 33% a 50 % da carga última, uma redistribuição pode ser considerada em alguns casos. Entretanto, os resultados da análise elástica são importantes porque mostram a distribuição de tensões que causam a fissuração e, conseqüentemente, servem como guia para a direção das fissuras e do fluxo de forças após a fissuração.

A utilização de modelos de bielas e tirantes em vigas-parede torna-se então interessante, pois um mesmo modelo pode ser utilizado tanto para a análise elástica como plástica, desde que se adapte a geometria do modelo.

O comportamento e funcionamento estrutural das vigas-parede são fortemente influenciados pelo tipo e ponto de aplicação das ações e pelas condições de vinculação. A modelagem deve ser feita, então, em função desses parâmetros. Os modelos que são aqui apresentados valem apenas para determinados tipos de ações e apoios. Como as vigas-parede, em projetos correntes, usualmente estão

submetidas a atuação conjunta de diferentes ações, deve-se fazer a superposição de modelos.

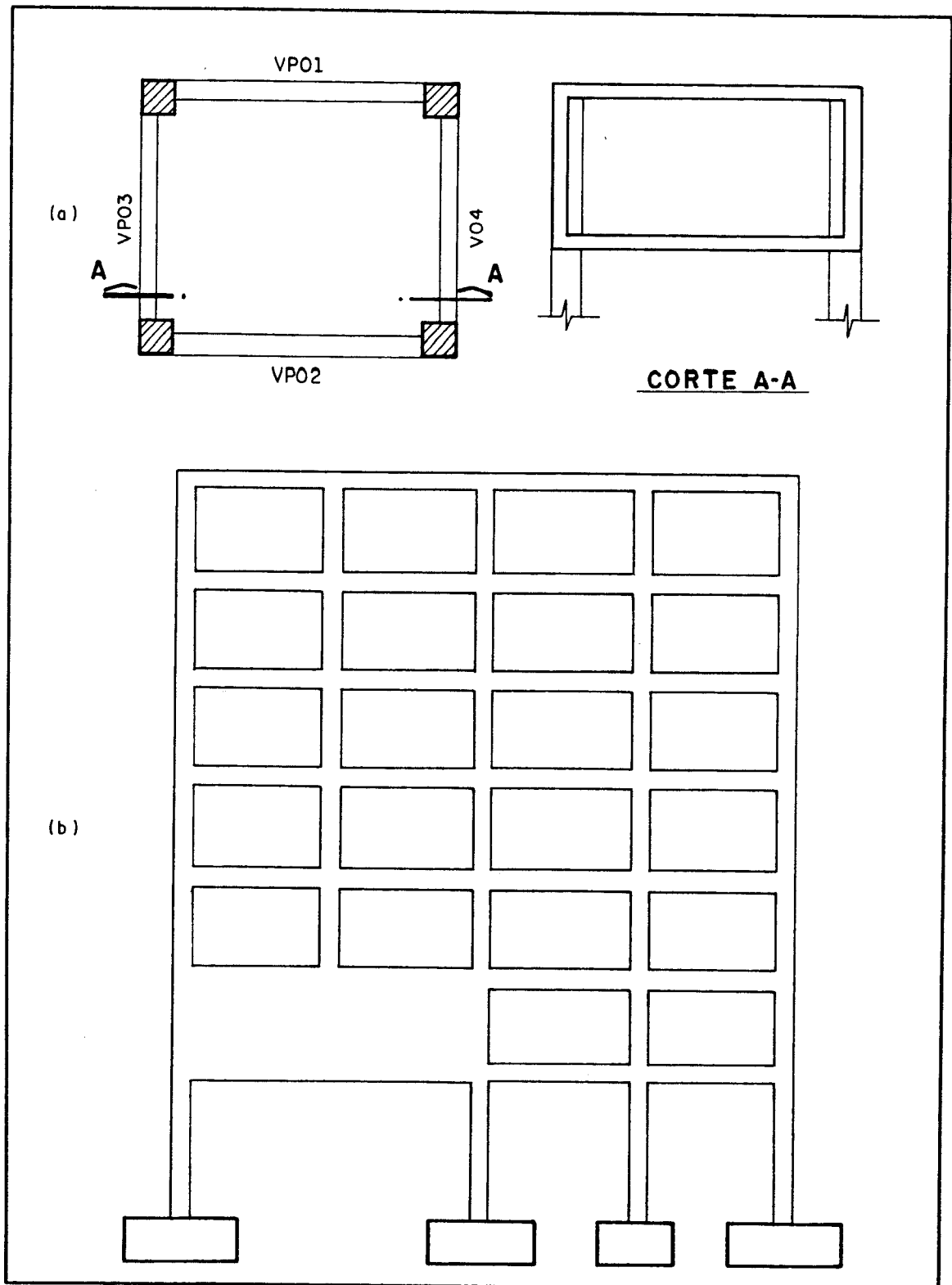


Fig. 4.2 - Aplicações típicas de vigas-parede.

4.2 - COMPORTAMENTO ESTRUTURAL

Com o objetivo de exemplificar a variação da distribuição de tensões σ_x (seção no meio do vão) em vigas-parede, LEONHARDT & MÖNNIG [1978]¹⁷ apresentam esta distribuição em vigas simplesmente apoiadas submetidas a ações uniformemente distribuídas para várias relações l/h (Fig. 4.3). As resultantes das tensões de tração (R_{st}) e compressão (R_{cc}) são caracterizadas por sua posição ao longo da altura da viga, sendo z a distância entre elas. Observa-se que na viga com altura $h = l/4$ (Fig. 4.3-a) a distribuição de tensões é linear e as seções permanecem planas após a deformação. Para a viga com altura $h = l/2$ (Fig. 4.3-b) as seções já não permanecem planas após as deformações e a linha neutra passa a $0,4.h$ medida a partir da borda inferior. Na viga com $h = l$ (Fig. 4.3-c) o braço de alavanca z diminui e a linha neutra passa a $0,28.h$ da borda inferior. Para vigas-parede com $h \geq l$ (Fig. 4.3-d), apesar de z diminuir, o valor da força de tração R_{st} varia pouco indicando que apenas a parte inferior com altura $h_e \approx l$ colabora na resistência, sendo h_e a altura efetiva da viga. A parte superior (zona morta) atua apenas como ação uniformemente distribuída e pode ser dimensionada como um pilar-parede.

Em vigas-parede o efeito de arco é bastante pronunciado, fazendo com que as cargas caminhem diretamente para os apoios, sem exigir armadura de cisalhamento como nas vigas usuais. Contudo, para vigas-parede com ações aplicadas ao longo da altura ou na face inferior, os estribos são necessários para suspender a carga.

Fatores que influenciam a distribuição de tensões:

a) tipos de ações : uniformemente distribuídas (Fig. 4.4-a) ou concentradas (Fig. 4.4-b);

b) ponto de aplicação das ações: ação aplicada na face superior (Figs. 4.4-a e b), na face inferior (Fig. 4.4-c) ou ao longo da altura (Fig. 4.4-d);

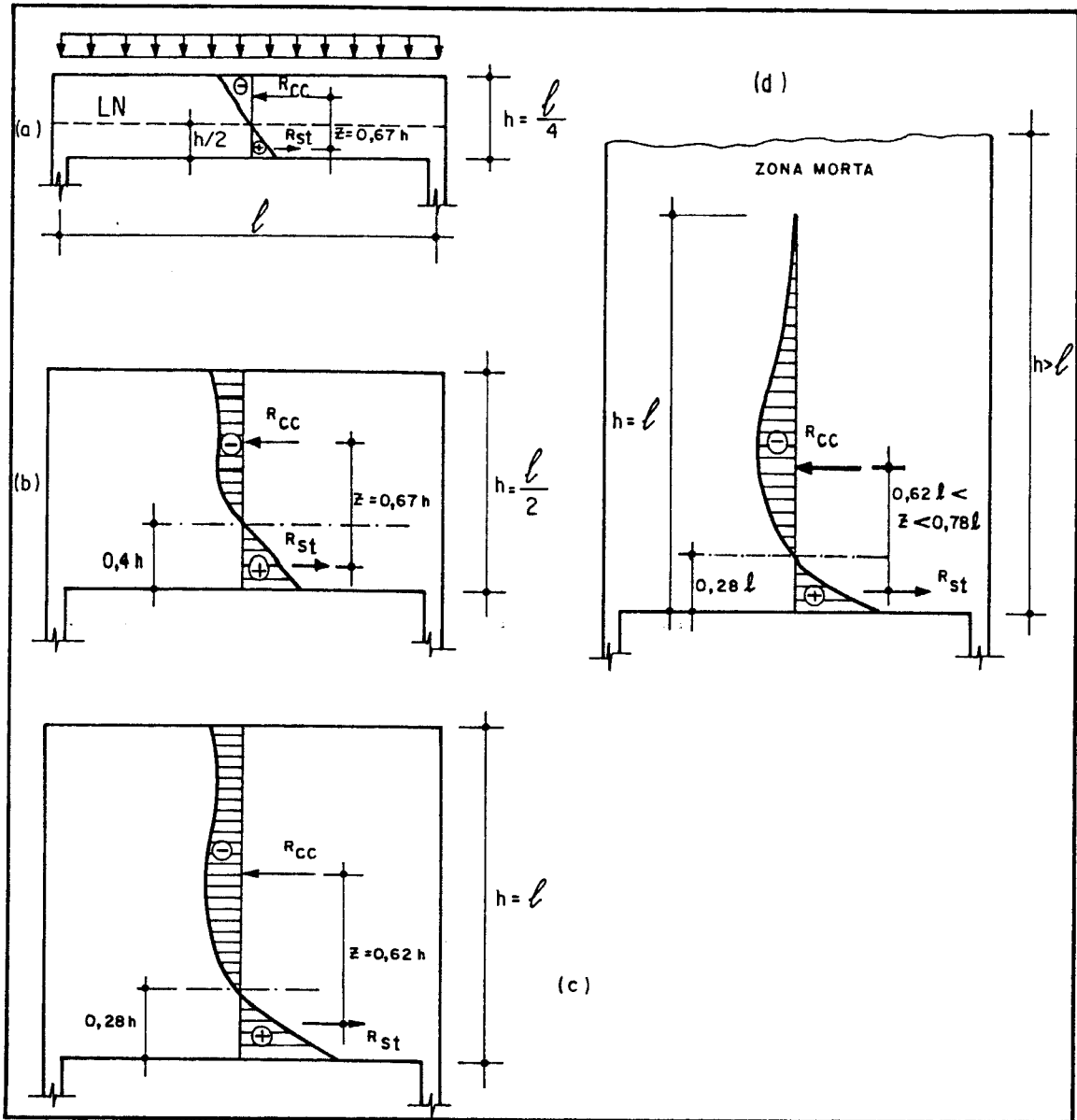


Fig. 4.3 - Distribuição de tensões em vigas de tramo único(Ref. 17).

c) tipo de apoio: direto(Fig. 4.4-a) ou indireto(Fig. 4.4-e).

Usualmente apoios indiretos e ações aplicadas ao longo da altura ocorrem simultaneamente quando uma viga-parede se apoia em outra. Na Fig. 4.5, a viga-parede VP-1 se apoia em VP-2(apoio indireto) através de uma ação aplicada ao longo da altura(por exemplo, em reservatórios com duas células). O apoio indireto também ocorre quando a viga-parede se apoia em um pilar em toda a sua altura(Fig. 4.4-e).

Alguns desses fatores citados são considerados

mediante uma disposição adequada das armaduras.

O peso próprio da parede origina uma distribuição de tensões intermediária entre aquelas provocadas pelas ações

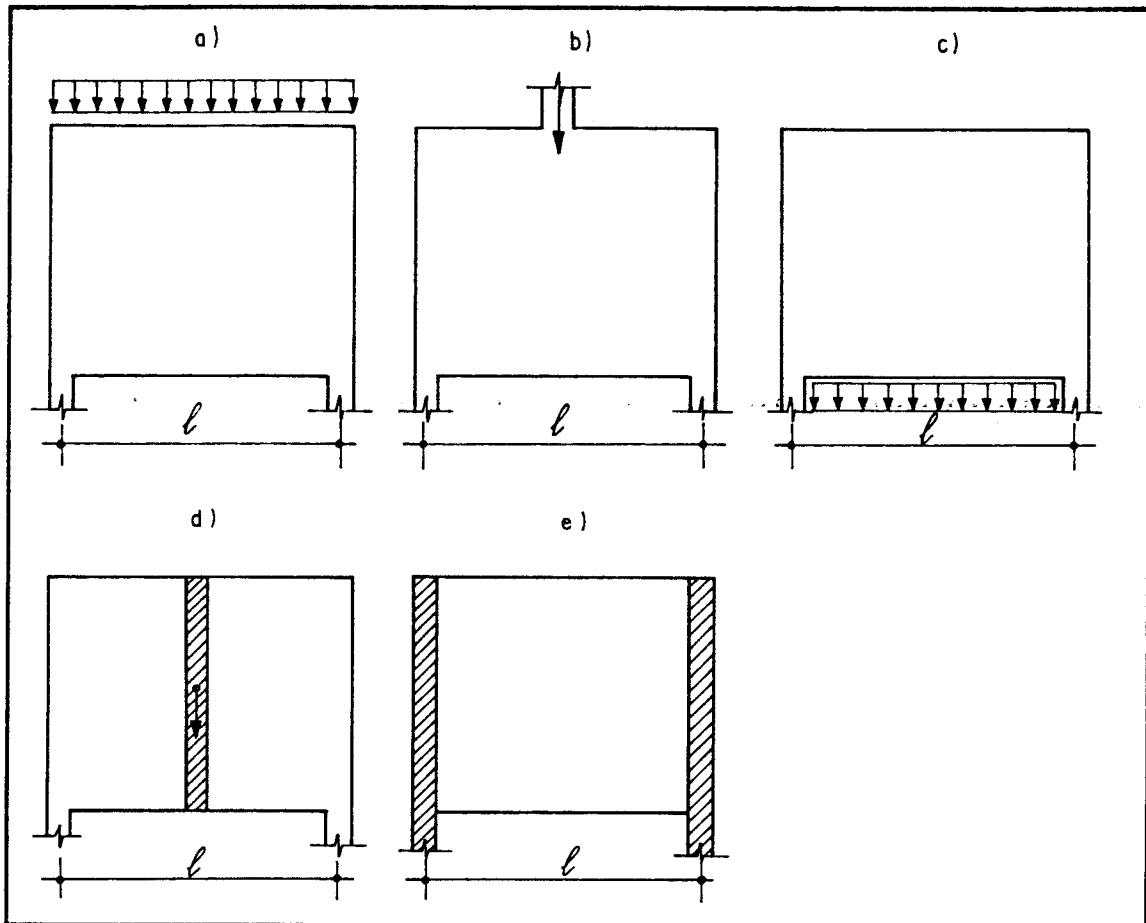


Fig. 4.4-Fatores que influenciam o comportamento das vigas-parede(Adapt. Ref. 17).

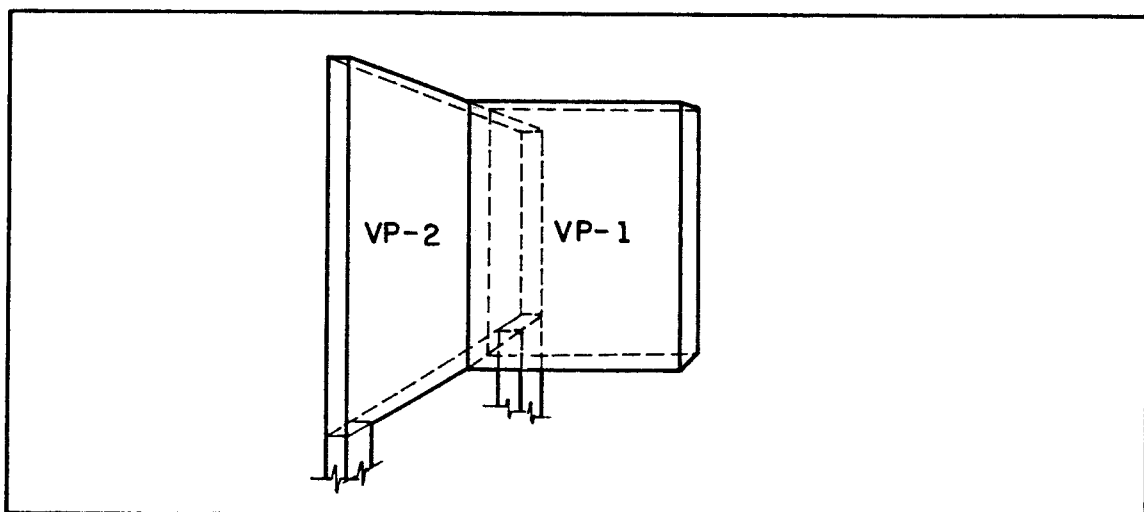


Fig. 4.5-Apoio de uma viga-parede em outra.

das Figs. 4.4-a e 4.4-c. Assim, uma parcela do peso próprio deve ser "suspensa" até a parte superior através de uma armadura vertical. Segundo LEONHARDT & MÖNNIG [1978]¹⁷, essa parcela pode ser suposta com variação parabólica de altura $0,5.l$ ($l/h < 1$) ou $0,5.h$ ($l/h > 1$), conforme mostrado na Fig. 4.6.

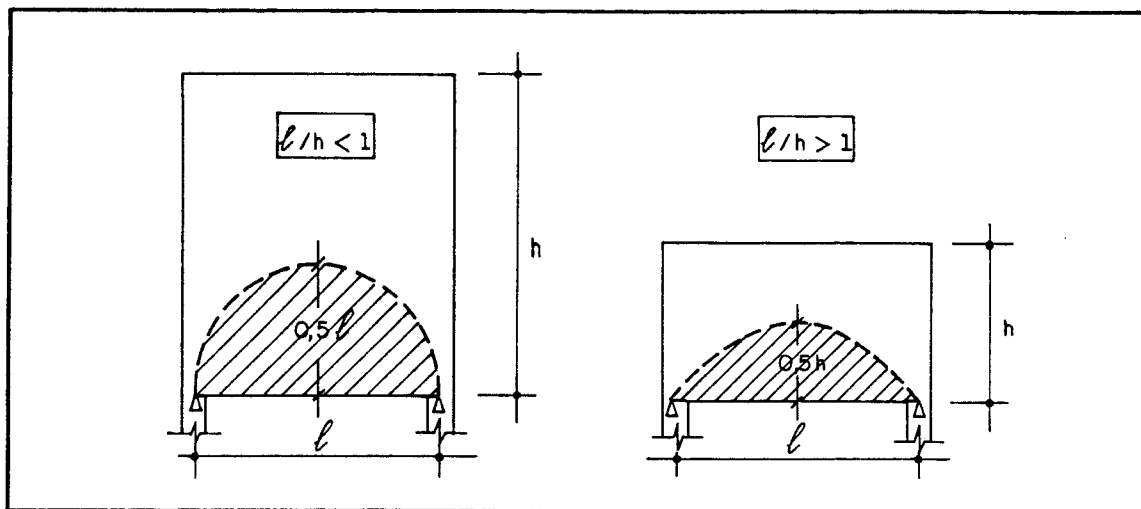


Fig. 4.6-Parcela do peso próprio a ser suspensa(Ref. 17).

Quando a ação uniformemente distribuída atua em um comprimento maior que o vão livre da viga-parede, a parcela da ação sobre os apoios provoca uma diferente distribuição de tensões(Fig. 4.7).O valor da força de tração no bordo inferior aumenta e a tensão de compressão no bordo superior diminui.

O que foi comentado nos parágrafos anteriores evidencia a importância de se utilizar armadura longitudinal e transversal distribuída ao longo da altura e do vão em todos os tipos de vigas-parede. Os valores mínimos são indicados em cada caso.

Segundo LEONHARDT & MÖNNIG [1978]¹⁷, os tipos de ruptura mais frequentes em vigas-parede são:

- ultrapassagem do limite de escoamento da armadura longitudinal;
- ruptura da ancoragem da armadura longitudinal;
- esmagamento do concreto nas bielas comprimidas próximas aos apoios;

-ruptura por escoamento da armadura de suspensão

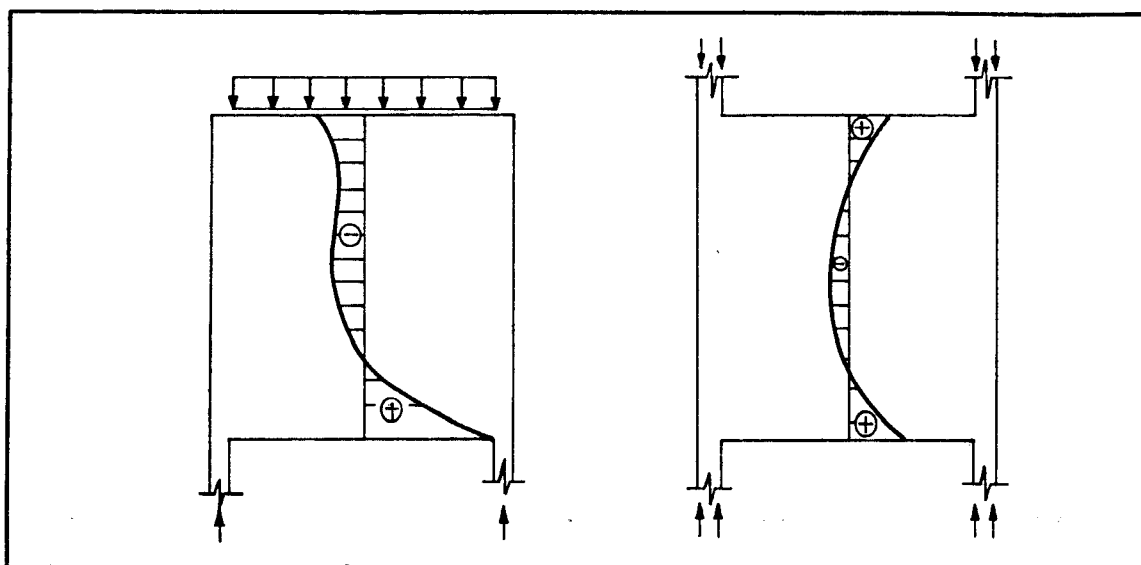


Fig. 4.7-Influência da ação até os apoios sobre a distribuição de tensões no meio do vão(Ref. 17).

4.3 - MODELOS PARA VIGAS-PAREDE SIMPLEMENTE APOIADAS

4.3.1-AÇÃO UNIFORMEMENTE DISTRIBUÍDA SUPERIOR

As trajetórias de tensões elásticas devidas a este tipo de ação são apresentadas na Fig. 4.8-a. A Fig. 4.8-b mostra a distribuição de tensões horizontais nas seções verticais no meio do vão. A configuração fissurada obtida em ensaios é desenhada na Fig. 4.8-c.

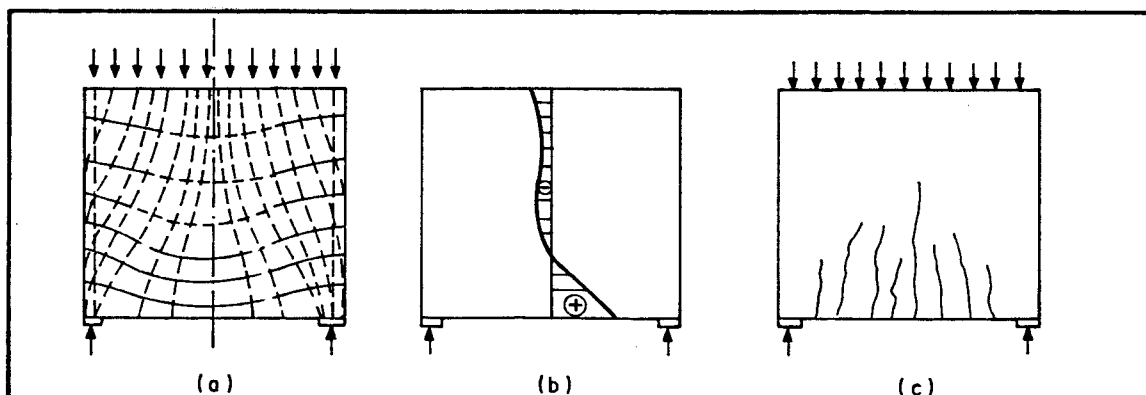


Fig. 4.8-Viga-parede com ação uniformemente distribuída superior(Adapt. Ref. 8).

O modelo utilizado neste caso pode ser o da Fig. 4.9-a, em que a ação uniformemente distribuída é dividida em duas partes e substituída por forças concentradas equivalentes. No modelo refinado da Fig. 4.9-b, a ação é dividida em quatro partes. Para se obter as forças nas bielas e tirantes precisa-se definir geometricamente o modelo, através do ângulo θ ou do braço de alavanca z . SCHLAICH & SCHAFFER [1989]^o mostram que o braço de alavanca z varia linearmente de $0,6.l$ para $l/h \leq 1$ até $0,34.l$ para $l/h = 2$. Assim, o ângulo θ varia de 68° para $l/h \leq 1$ até 55° para $l/h = 2$.

O código modelo CEB-FIP [1990]^o recomenda a utilização de um braço de alavanca $z = 0,6 - 0,7.l$ e uma força no tirante R_{st} igual a 40% da reação do apoio. A armadura transversal à biela entre os nós 1 e 2 deve resistir à força $R_{stv} = 0,25.R_{c2}$ (Fig. 4.9).

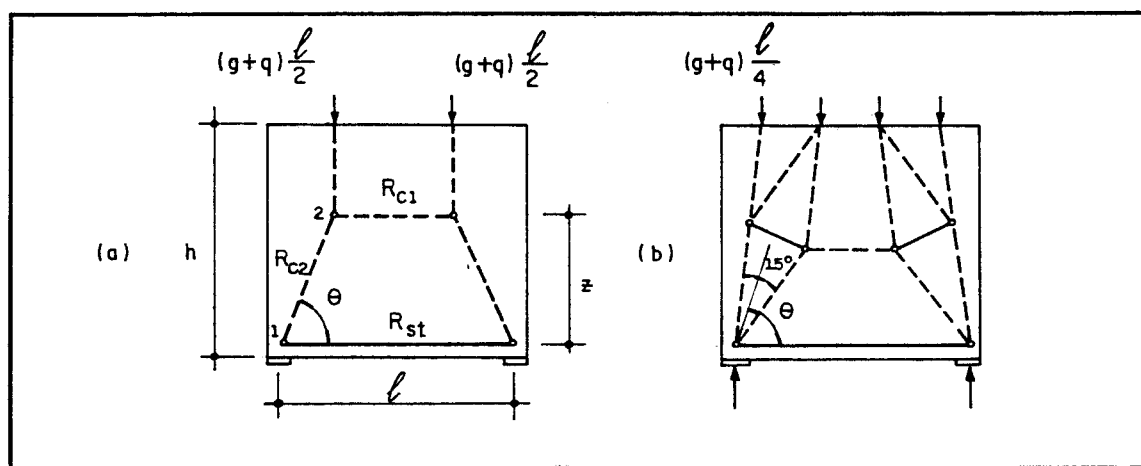


Fig. 4.9-Modelos para vigas-parede com ação uniformemente distribuída superior: a) modelo simplificado, b) modelo refinado (Ref. 8).

4.3.2-AÇÃO UNIFORMEMENTE DISTRIBUÍDA INFERIOR

As trajetórias de tensões elásticas devidas a este tipo de ação são apresentadas na Fig. 4.10-a. A configuração fissurada obtida em ensaios é mostrada na Fig. 4.10-b. Pela inclinação das fissuras, observa-se claramente

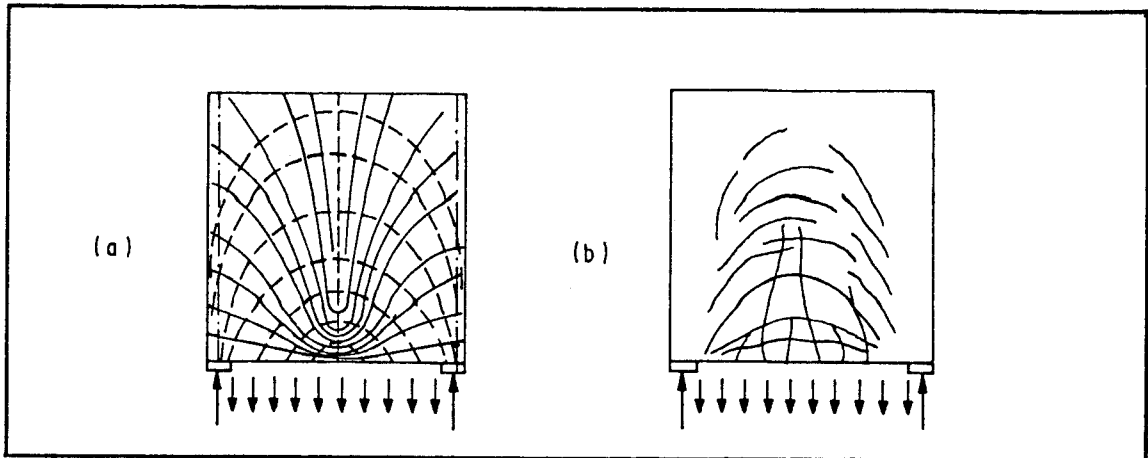


Fig. 4.10-Viga-parede com ação uniformemente distribuída inferior(Ref. 8).

que a ação aplicada na face inferior deve ser "suspensa". A partir daí a ação é levada diretamente aos apoios através do efeito de arco.

O modelo utilizado neste caso pode ser o da Fig. 4.11-a, em que a ação distribuída é representada por duas resultantes, ou o modelo refinado da Fig. 4.11-b, onde a ação é dividida em quatro partes. Analogamente, o ângulo θ ou o braço de alavanca z definem geometricamente o modelo. Para este modelo o ângulo θ também varia de 68° para $l/h \leq 1$ até 55° para $l/h = 2$. Evidentemente, mesmo que se utilize o modelo simplificado da Fig. 4.11-a, a armadura vertical necessária para "suspender" a ação deve ser distribuída em todo o comprimento da viga parede.

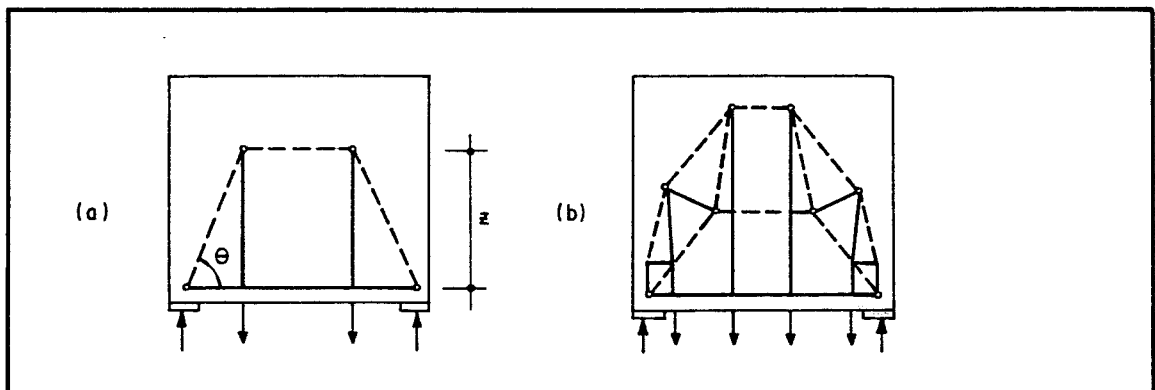


Fig. 4.11-Modelos para viga-parede com ação uniformemente distribuída inferior: a) modelo simplificado, b) modelo refinado(Ref. 8).

4.3.3-FORÇA CONCENTRADA

As trajetórias de tensões elásticas devidas à força concentrada são apresentadas na Fig. 4.12-a. Observe que as tensões de compressão se desenvolvem em linhas aproximadamente paralelas às linhas que unem o ponto de aplicação da força aos apoios. As tensões principais de tração se desenvolvem paralelamente à extremidade inferior da viga-parede. A Fig. 4.12-b mostra a configuração fissurada obtida em ensaios, segundo MACGREGOR [1988]⁸.

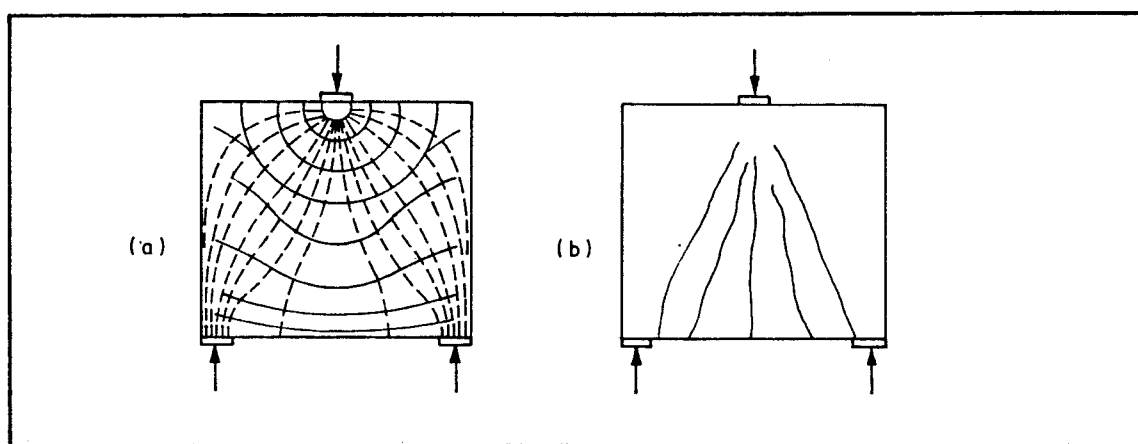


Fig. 4.12-Viga-parede com força concentrada(Ref. 8)

A distribuição de tensões horizontais no meio do vão é mostrada na Fig. 4.13-a para vigas-parede com relação

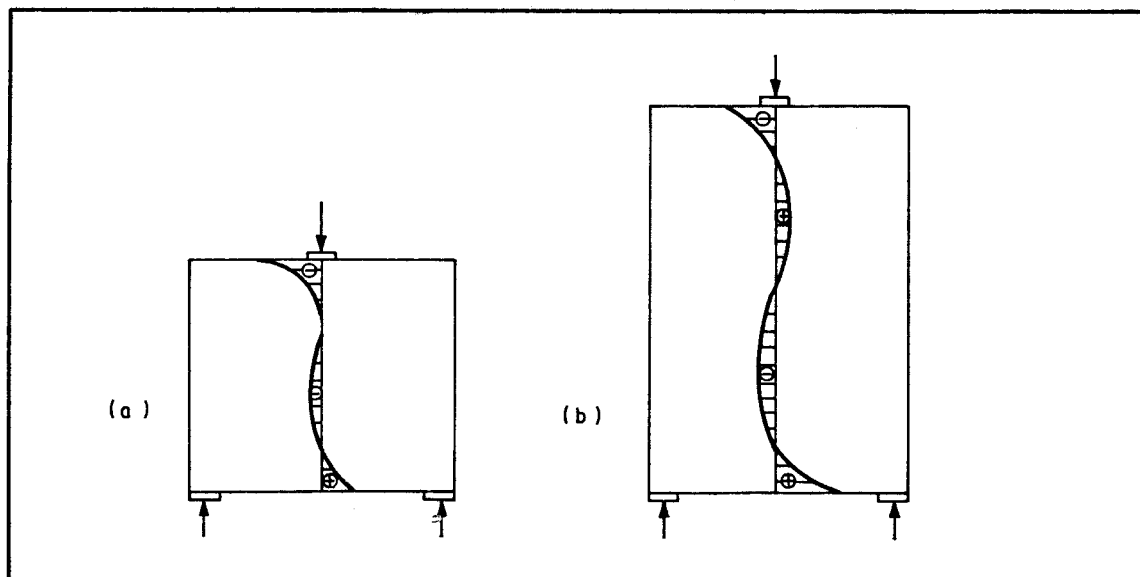


Fig. 4.13-Distribuição de tensões horizontais no meio do vão para força concentrada: a) $l/h > 1$, b) $l/h < 1$.

$l/h > 1$ e na Fig. 4.13-b para $l/h < 1$. No segundo caso surgem tensões de tração significativas próximo à extremidade superior da viga parede devido à introdução da carga.

SCHLAICH & SCHAFER [1989]⁹ sugerem a utilização de modelos diferentes dependendo da relação l/h . A Fig. 4.14-a apresenta um modelo simplificado para $l/h \geq 1$. Entretanto, o modelo refinado da Fig. 4.14-b explica o aparecimento das fissuras inclinadas na Fig. 4.12-b.

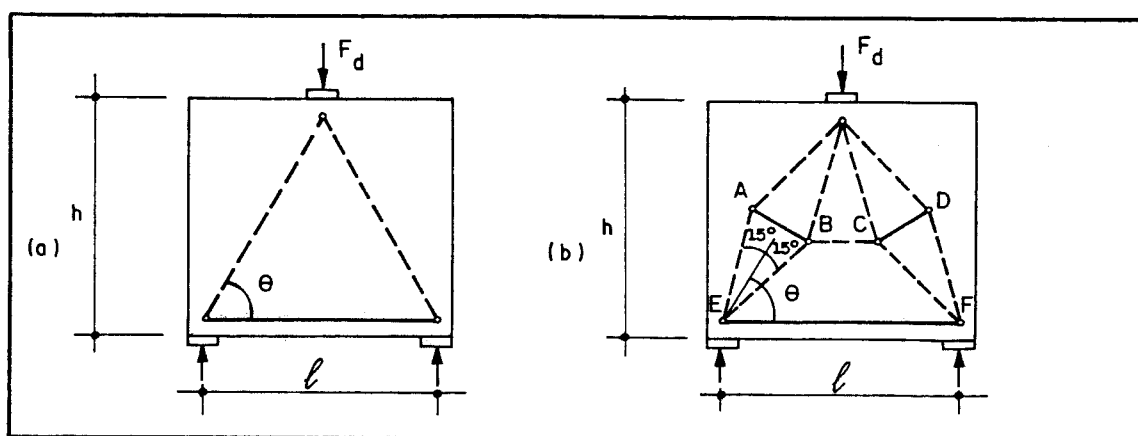


Fig. 4.14-Modelos para vigas-parede com $l/h \geq 1$: a) modelo simplificado, b) modelo refinado.

A Fig. 4.15 mostra modelos para $0,5 < l/h < 1$ (Fig. 4.15-a) e $l/h \leq 0,5$ (Fig. 4.15-b). No modelo da Fig. 4.15-a o braço de alavanca z_2 varia linearmente de $0,23.l$ para $l/h = 1$ até $0,44.l$ para $l/h = 0,5$. Para o modelo da Fig. 4.15-b

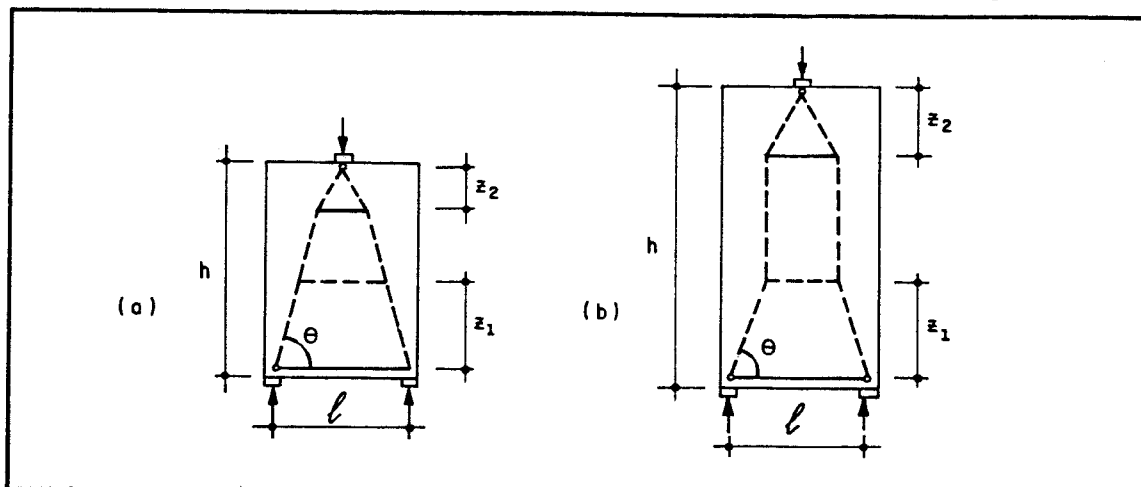


Fig. 4.15-Modelos para vigas-parede com $l/h < 1$: a) $0,5 < l/h < 1$, b) $l/h \leq 0,5$.

pode-se adotar $z_2 = 0,48.l$. Para todos os quatro modelos apresentados o ângulo θ varia linearmente de 68° para $l/h \leq 0,8$ até 41° para $l/h = 2$.

4.4 - MODELOS PARA VIGAS-PAREDE CONTÍNUAS

4.4.1-AÇÃO UNIFORMEMENTE DISTRIBUÍDA SUPERIOR

A distribuição de tensões no meio dos vãos é semelhante à de vigas de um único vão. Sobre os apoios aparece uma concentração de tensões de compressão (Fig. 4.16). As zonas de tração sobre os apoios estendem-se sobre uma grande parte da altura da viga, o que deve ser levado em conta na distribuição da armadura de flexão. A região nodal acima do apoio intermediário é uma região crítica exigindo a verificação das tensões.

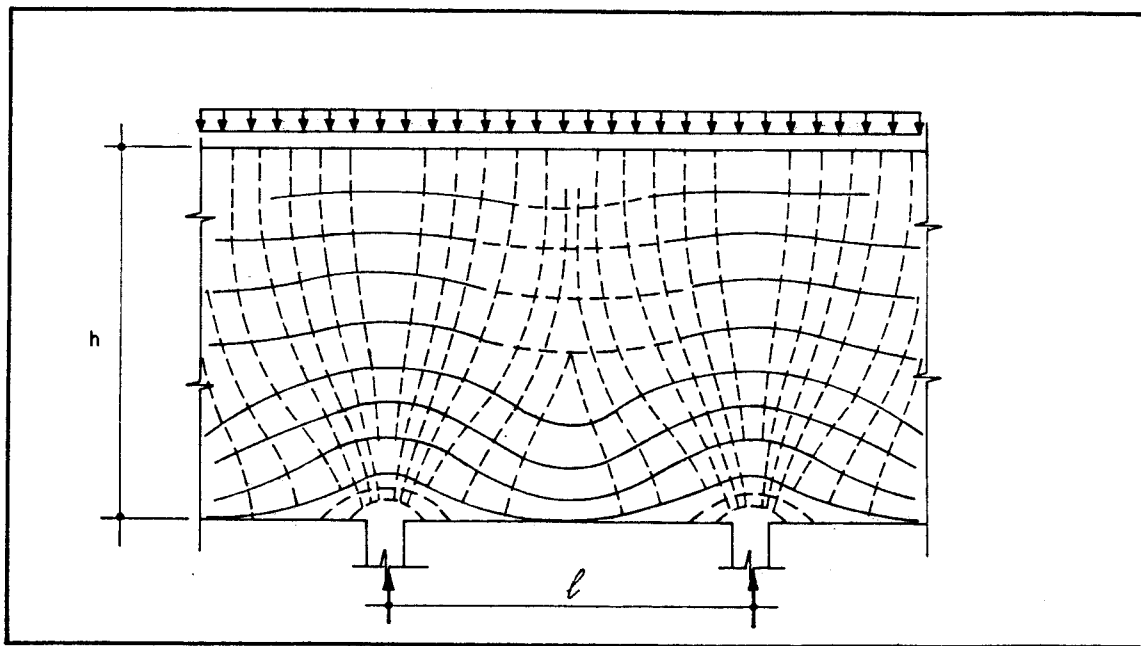


Fig. 4.16-Trajetoárias de tensões para viga-parede contínua com ação uniformemente distribuída superior(Ref. 17).

Um modelo adequado é mostrado na Fig. 4.17. SCHLAICH & SCHAFER [1989]^p mostram que os valores de z_2 variam linearmente de $0,40.l$ para $l/h \leq 1,25$ até $0,35.l$ para $l/h = 2$. Os valores de z_1 e θ a serem utilizados são aqueles

comentados no item 4.3.1.

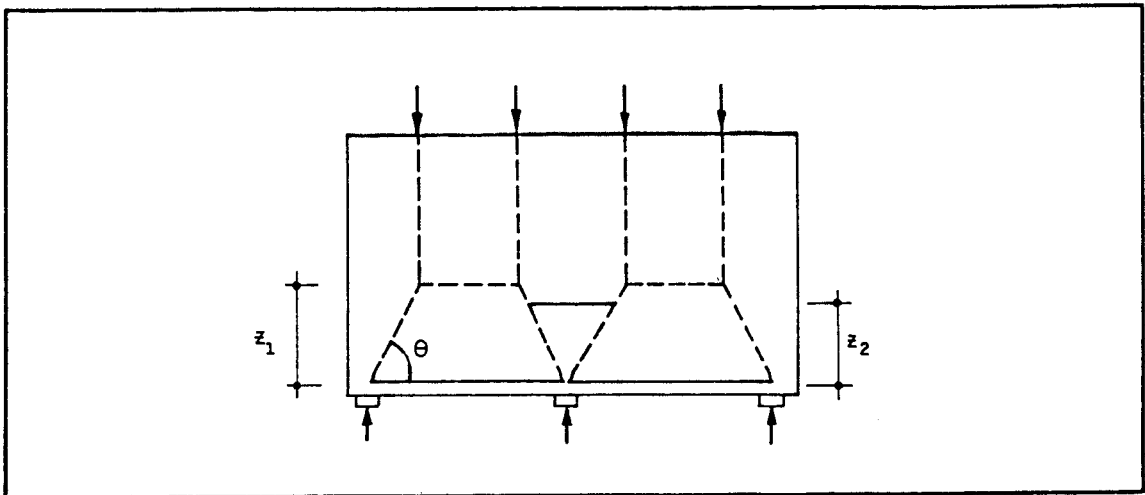


Fig. 4.17-Modelo para ação uniformemente distribuída superior(Ref. 9)

4.4.2-AÇÃO UNIFORMEMENTE DISTRIBUÍDA INFERIOR

Analogamente, a distribuição de tensões no meio dos vãos é semelhante àquela de vigas simplesmente apoiadas(Fig. 4.18). A região nodal acima do apoio intermediário também é crítica, como no item 4.4.1 devido à concentração de tensões de compressão.

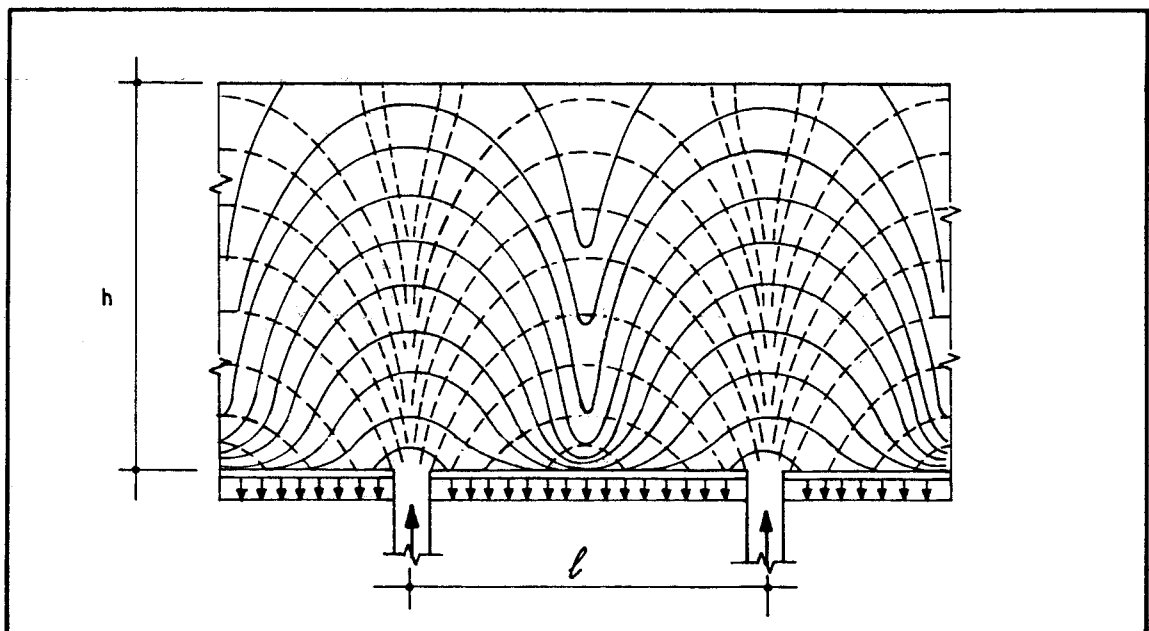


Fig. 4.18-Trajetoárias de tensões para ação uniformemente distribuída inferior(Ref.17).

O modelo apresentado na Fig. 4.19 pode ser utilizado. Os valores de z_2 podem ser aqueles do item 4.4.1. Além disso, os valores de z_1 e θ são análogos àqueles do item 4.3.2.

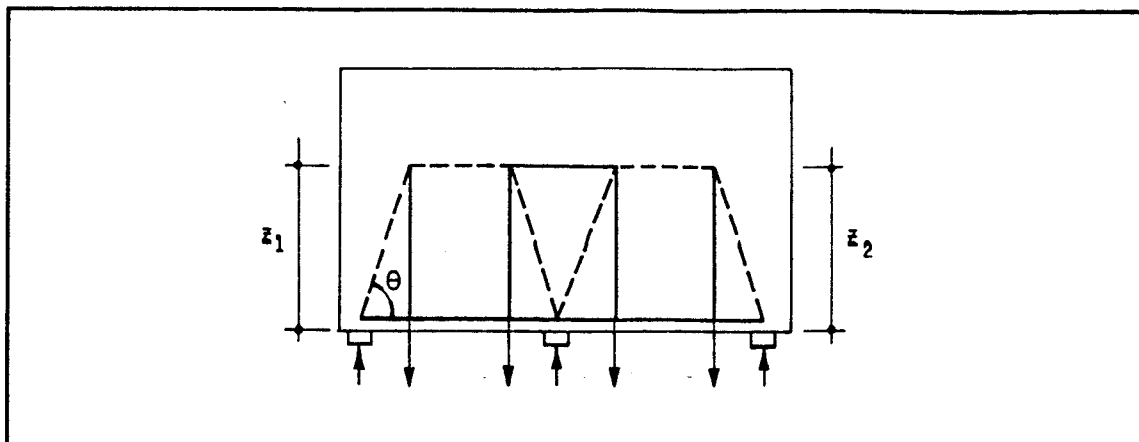


Fig. 4.19-Modelo para ação uniformemente distribuída inferior.

4.4.3-FORÇA CONCENTRADA NO MEIO DO VÃO

As trajetórias de tensões devidas às forças concentradas são mostradas na Fig. 4.20. Também neste caso, as tensões de tração sobre os apoios se distribuem ao longo de , praticamente, toda a altura da viga-parede.

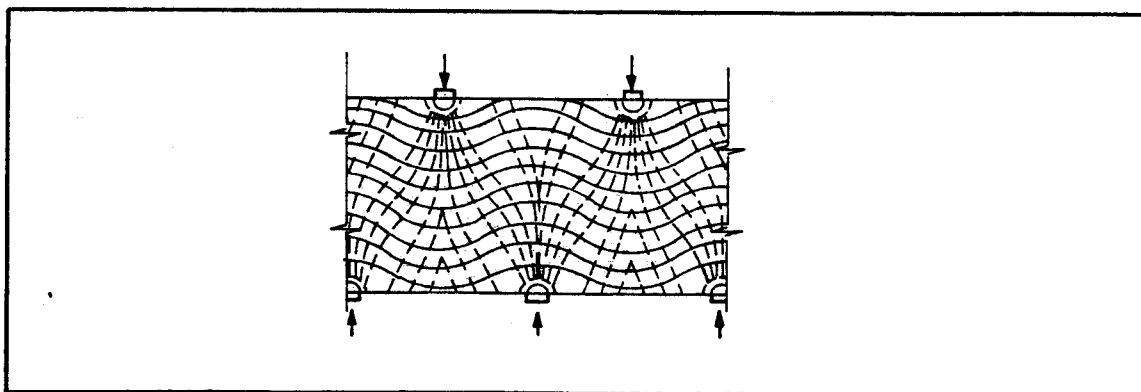


Fig. 4.20-Trajetoórias de tensões devidas a forças concentradas no meio do vão(Ref. 8).

Dois modelos são apresentados: o modelo simplificado(Fig. 4.21-a) e o modelo refinado(Fig. 4.21-b). Em ambos os modelos o ângulo θ pode ser calculado com $\theta =$

$\arctg (1,8.h/D)$. Deve-se tomar cuidado ao utilizar o modelo simplificado. Um leitor menos atento poderia dispor armadura de flexão sobre os apoios apenas na extremidade superior, pois o modelo, erroneamente, induz a isto (Fig. 4.20).

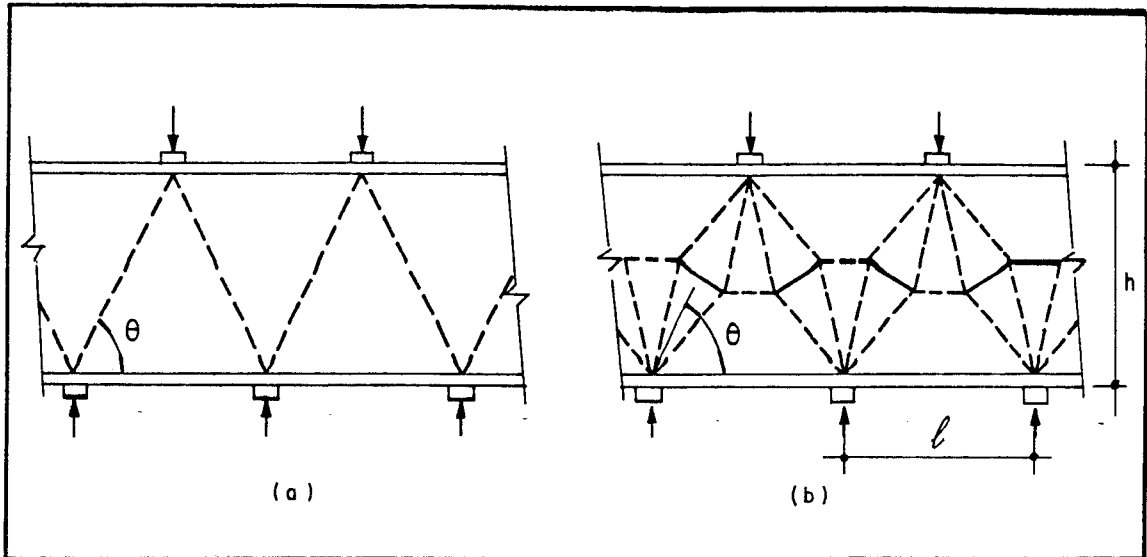


Fig. 4.21-Modelos para forças concentradas na metade do vão: a) modelo simplificado, b) modelo refinado (Ref. 8).

4.5 - MODELOS PARA VIGAS-PAREDE COM BALANÇOS

A Fig. 4.22 apresenta modelos para o caso de força concentrada atuando na extremidade do balanço. Dependendo do tipo de ação que atua no vão interno adjacente ao balanço, escolhe-se modelos diferentes.

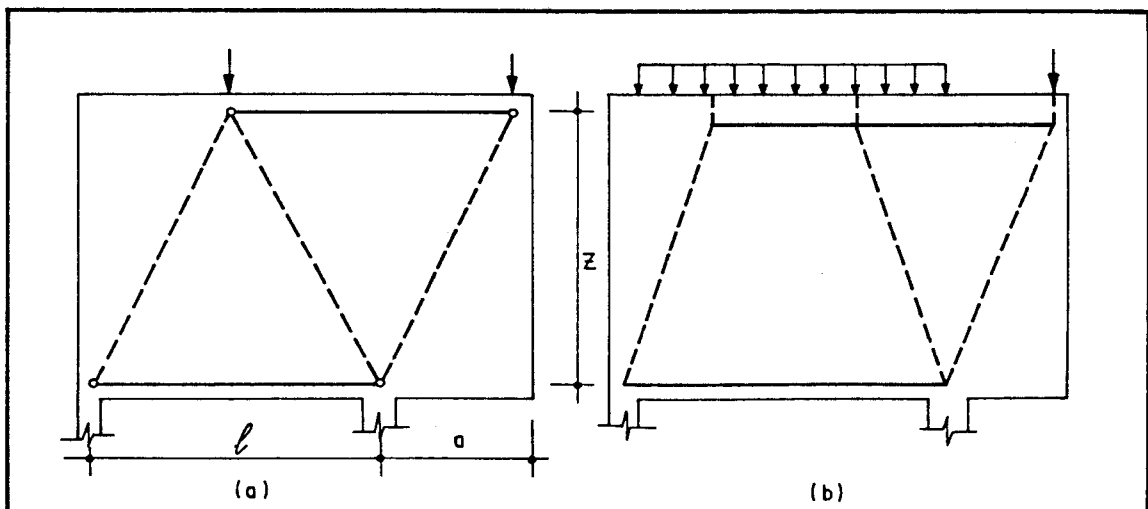


Fig. 4.22-Modelos para vigas-parede com força concentrada na extremidade do balanço.

Segundo LEONHARDT & MÖNNIG [1978]¹⁷, o valor do braço de alavanca z pode ser adotado como $1,2.a$ para $h > 2.a$ e $z = 0,8.h$ para $a < h < 2a$. É importante acrescentar que, em função da altura, varia a posição da resultante das tensões de tração no balanço. A distribuição da armadura deve ser feita em função desta posição da resultante.

Quando a força concentrada na extremidade do balanço é aplicada ao longo da altura (Fig. 4.23-a), deve-se superpor um dos modelos da Fig. 4.22 (com 60% da força) ao modelo mostrado na Fig. 4.23-b.

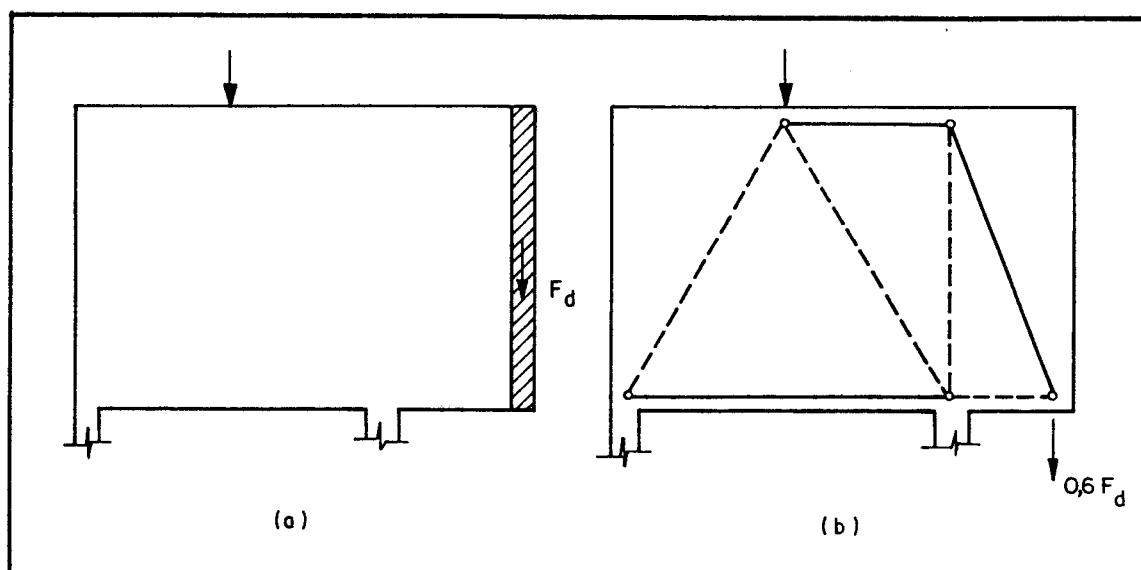


Fig. 4.23-a) Viga-parede com ação aplicada ao longo da altura do balanço ; b) Modelo para uma parcela da força.

4.6 - MODELOS PARA VIGAS-PAREDE COM FORÇA CONCENTRADA NOS APOIOS

Este caso ocorre em vigas-parede que funcionam como cortinas de subsolos, em que a carga preponderante atua diretamente nos pilares. Pode-se observar pelas trajetórias de tensões da Fig. 4.24 que surgem tensões de tração nas bordas inferior e superior, exigindo armadura de tração em ambas as extremidades. Dois modelos são propostos nas Figs. 4.24-b e 4.24-d. SCHLAICH & WEISCHEDE [1982]¹⁸ apresentam gráficos para a determinação dos ângulos θ a serem adotados. Simplificadamente, para o modelo da Fig. 4.24-b, pode-se

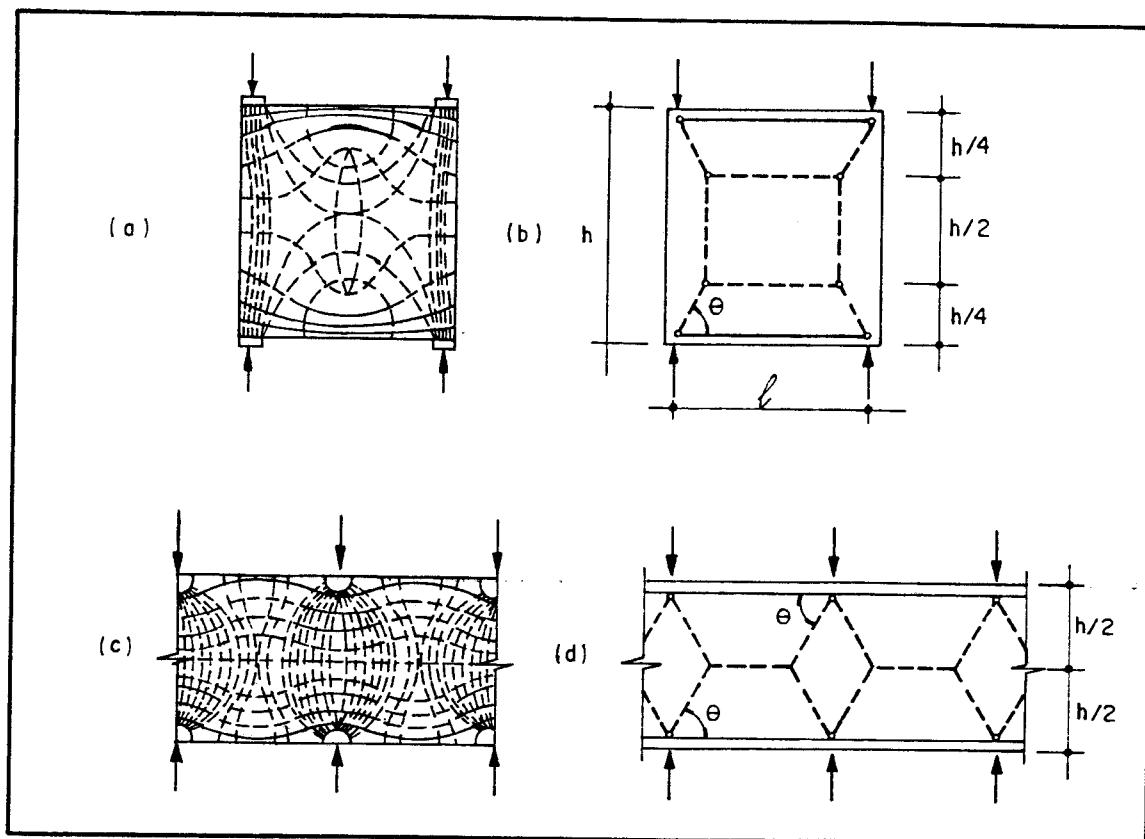


Fig. 4.24-Trajatórias de tensões e modelos para vigas-parede com força concentrada nos apoios(Ref.18).

adotar $\theta=70^\circ$ para $l/h \leq 0,7$ e $\theta=75^\circ$ para $l/h > 0,7$. Para o modelo da Fig. 4.24-d, pode-se adotar $\theta=60^\circ$ para $l/h \leq 0,7$ e $\theta=65^\circ$ para $l/h > 0,7$.

4.7 - MODELOS PARA VIGAS-PAREDE COM ABERTURAS

A existência de aberturas em vigas-parede altera o fluxo de forças através da estrutura, modificando as trajetórias de tensões elásticas. Estas trajetórias dependerão da posição da abertura em relação às forças aplicadas e das dimensões da mesma. Em alguns casos, torna-se bastante trabalhoso modelar a estrutura através do processo do caminho de carga. Uma alternativa seria a modelagem a partir das tensões elásticas obtidas através da utilização de análise numérica por elementos finitos. SCHAFER & SCHLAICH [1988]² apresentam um exemplo de modelagem para uma viga-parede simplesmente apoiada com

força concentrada e abertura localizada na extremidade inferior esquerda. A Fig. 4.25-a mostra a posição da força concentrada e as dimensões da abertura em relação às

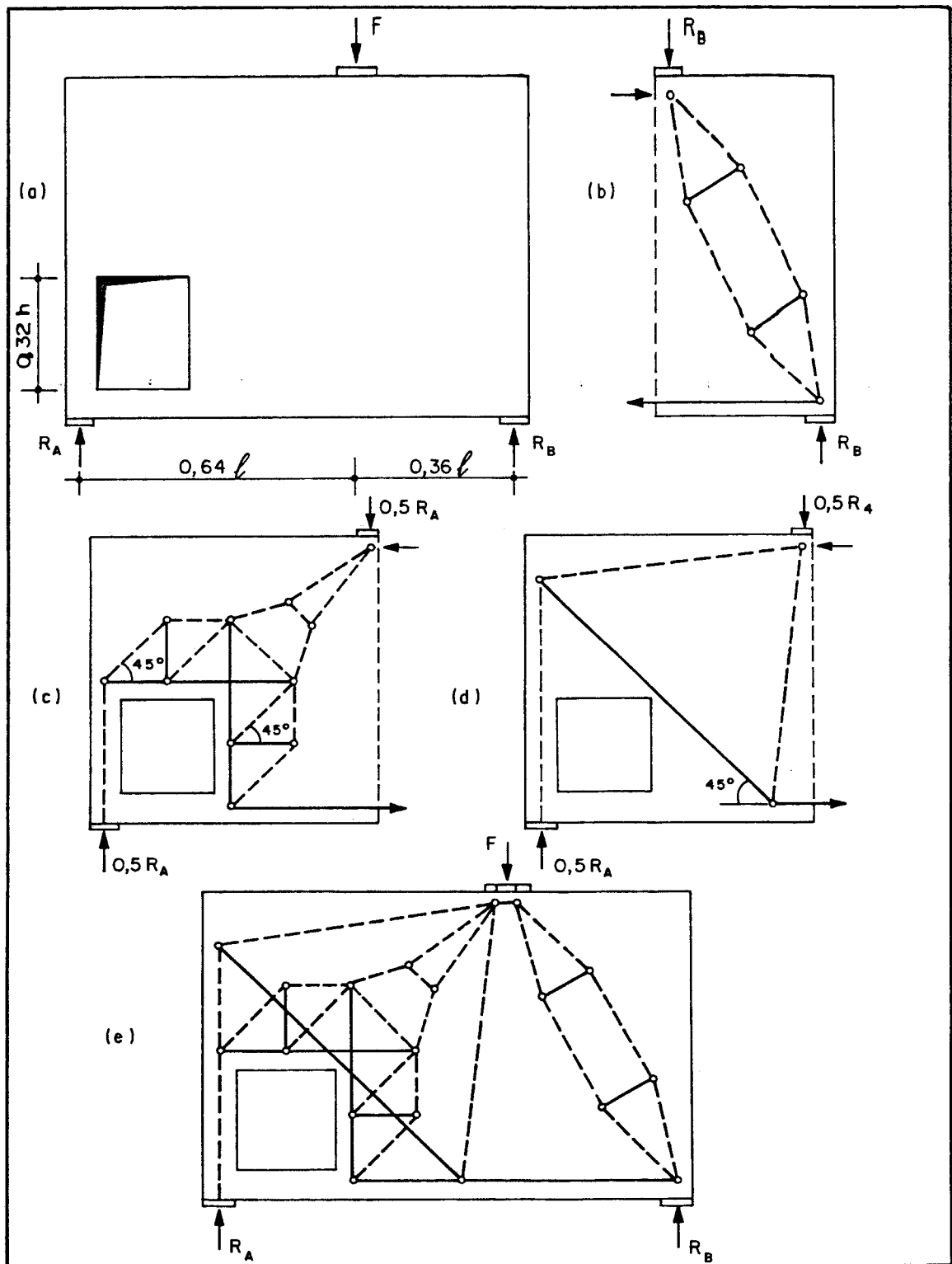


Fig. 4.25-Modelo para viga-parede com abertura: a) dimensões relativas e forças, b) modelo para o lado direito, c) modelo 1, lado esq., d) modelo 2, lado esq., e) modelo completo (Ref. 2).

dimensões da viga. Evidentemente, os modelos para os lados esquerdo e direito são diferentes pois, no lado direito não existe abertura. A Fig. 4.25-b apresenta o modelo para o lado direito e as Figs. 4.25-c e d, dois modelos para o lado esquerdo que serão superpostos. A Fig. 4.25-e mostra o modelo completo para a viga inteira.

4.8 - ANCORAGEM NO APOIO EXTREMO

Os modelos apresentados mostraram que a força de tração na armadura longitudinal mantém-se praticamente constante ao longo de todo o vão. Isto indica que toda a armadura longitudinal deve ser levada de apoio a apoio, sem escalonamento e ser aí ancorada para a força $0,8.R_{st}$, segundo LEONHARDT & MÖNNIG [1978]¹⁵.

Recomenda-se a utilização de laços ou ganchos horizontais. Segundo GERTSENCHTEIN [1981]¹⁹, a ancoragem com gancho vertical deve ser evitada, porque as tensões transversais de tração desenvolvidas pelos ganchos diminuem a resistência da região nodal do apoio, devido ao estado duplo de tensões. No caso de gancho horizontal, estas tensões de tração são combatidas pelas tensões de compressão que atuam no nó.

Em apoios curtos, freqüentemente o comprimento de ancoragem efetivo l_{be} é insuficiente exigindo a utilização de maior número de barras com bitolas menores. Segundo SANTOS NETTO [1978]²⁰, o perímetro necessário para as barras pode ser calculado pela seguinte expressão :

$$u = \frac{0,8.R_{st}}{l_{be} \cdot \tau_{bu}}$$

sendo, segundo a NBR 6118 [1978]¹⁹:

$$\tau_{bu} = 0,28 \sqrt{f_{cd}} \quad , \quad \text{para } \eta_b \leq 1,0$$

$$\tau_{bu} = 0,42 \sqrt[3]{f_{cd}^2} \quad , \quad \text{para } \eta_b \geq 1,5$$

onde :

τ_{bu} = tensão última de aderência;

η_b = coeficiente de conformação superficial das barras da armadura.

Em casos extremos, quando o comprimento de ancoragem efetivo não é suficiente mesmo com a utilização de maior número de barras, é necessário ligar a extremidade da barra a uma placa de ancoragem por meio de um dispositivo eficaz e adequado à força existente e à forma da peça. Esta ligação deve ser verificada analiticamente ou por meio de ensaios (LEONHARDT & MÖNNIG [1978]¹⁵).

4.9-INFLUÊNCIA DOS APOIOS INDIRETOS E DAS AÇÕES APLICADAS AO LONGO DA ALTURA

Segundo LEONHARDT & MÖNNIG [1978]¹⁷, o enrijecimento dos apoios e a existência de pilares nas extremidades ou engrossamentos locais influenciam o desenvolvimento das tensões na transmissão aos pilares da ação que atua na viga-parede. Isto ocorre quando uma viga-parede está ligada a pilares ou a vigas transversais ao longo de toda a sua altura.

Simplificadamente, pode-se utilizar os modelos já apresentados para apoios diretos e levar em conta esses efeitos no detalhamento das armaduras.

Para o caso de ação aplicada ao longo da altura da viga-parede, poder-se-ia propor pequenas adaptações nos modelos. Contudo, desde que se utilize estribos verticais para "suspender" a ação, isto não é necessário.

4.10 - DETALHAMENTO

4.10.1-VIGAS-PAREDE SIMPLEMENTE APOIADAS

4.10.1.1-Armadura longitudinal

A armadura longitudinal principal, correspondente aos tirantes, deve ser uniformemente distribuída em uma altura igual a $0,12.h$ ou $0,12.l$ (o menor valor) segundo o

CEB/90(Fig. 4.26). Esta armadura deve ser disposta ao longo de todo o vão e ancorada nos apoios através de ganchos horizontais, laços ou placas de ancoragem.

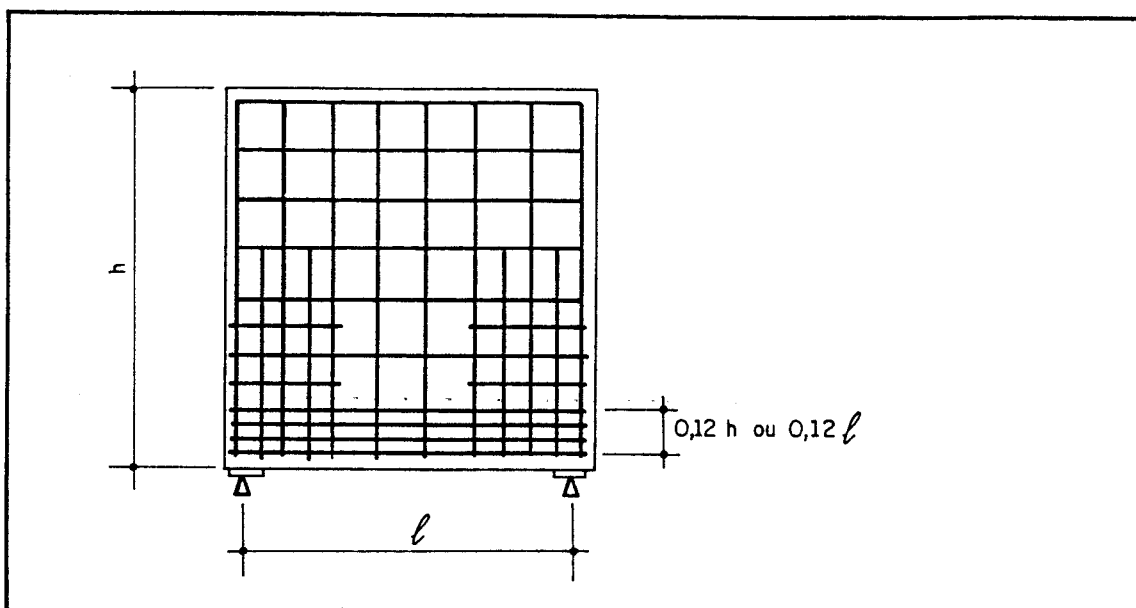


Fig. 4.26-Distribuição da armadura longitudinal(Ref.6).

4.10.1.2-Armadura em malha

Deve-se dispor uma armadura, em ambas as faces da viga-parede, de no mínimo 0,1% da seção transversal de concreto, em cada direção, para absorver as tensões de tração inclinadas(pequenas) e manter eventuais fissuras com pequena abertura.

4.10.1.3-Armadura transversal

a) Ação aplicada na face superior

Neste caso, deve-se adotar apenas a armadura em malha, constituída de estribos verticais e horizontais.

b) Ação aplicada na face inferior

A armadura em malha deve ser complementada por estribos verticais adicionais para transmitir a ação do seu

ponto de aplicação até a altura h ou l (o menor valor). Estes estribos devem envolver as barras da armadura longitudinal e, nas proximidades dos apoios, podem ter suas alturas reduzidas em torno de 20% (Fig. 4.27).

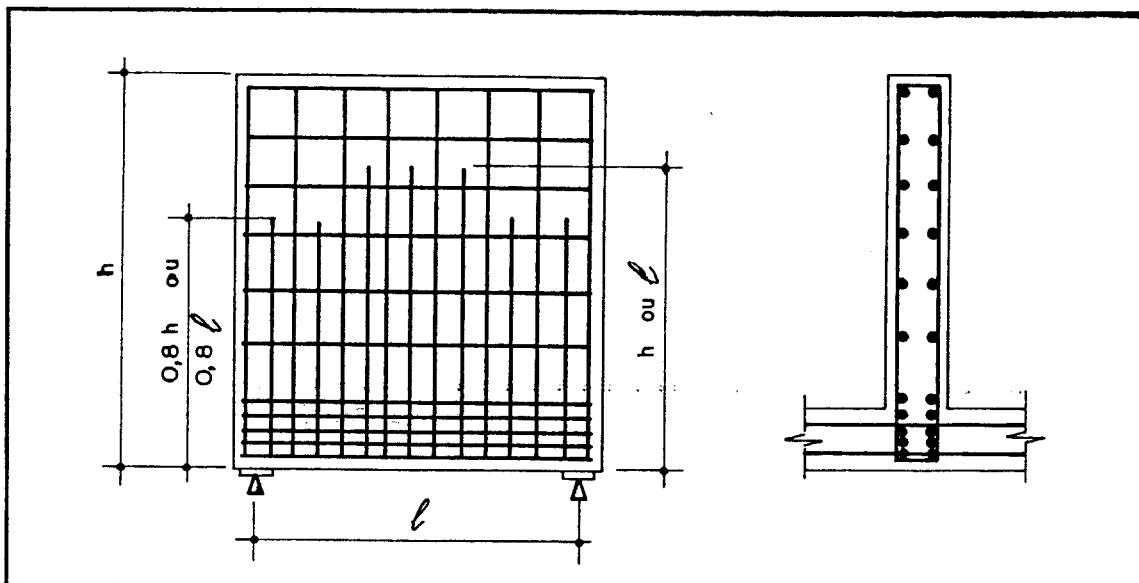


Fig. 4.27-Armadura transversal para ação aplicada na face inferior(Ref. 6).

c) Ação aplicada ao longo da altura

A ação transmitida à viga deve ser "suspensa" por uma armadura adicional. Esta armadura pode ser constituída de estribos verticais de altura h ou l (o menor valor), nas proximidades da área carregada(Fig. 4.28-a) ou barras dobradas, resistindo até 60% da força, juntamente com estribos complementares(Fig. 4.28-b).

4.10.1.4-Armadura de reforço nos apoios

No caso de apoios diretos, o uso de armadura de reforço melhora o desempenho da biela comprimida por efeito de confinamento, em uma região de concentração de tensões. Quando a tensão atuante na biela próxima ao apoio é inferior à metade da permitida, pode-se dispensar esta armadura de reforço. Caso contrário, utiliza-se uma armadura adicional em malha, constituída de estribos horizontais e

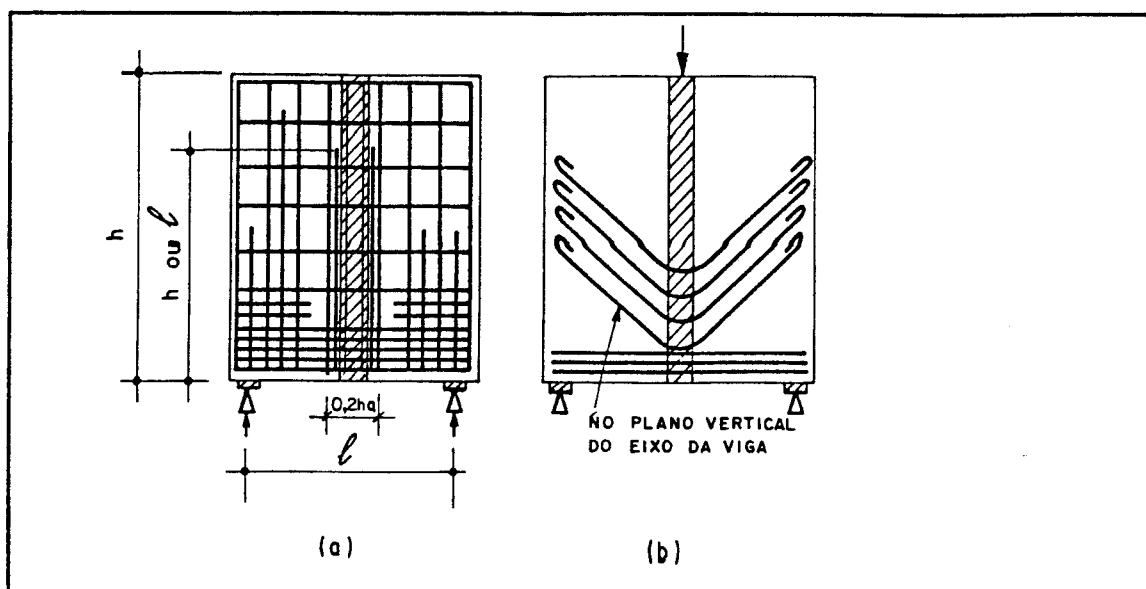


Fig. 4.28-Armadura para ação aplicada ao longo da altura: a) estribos verticais, b) barras dobradas (Ref. 6).

verticais (Fig. 4.29-a), sendo $h_a = h$ ou l (o menor).

Em apoios indiretos, é sempre aconselhável a utilização de armadura de reforço nos apoios. LEONHARDT & MÖNNIG [1978]¹⁵ recomendam duas disposições básicas da armadura: armadura ortogonal para o caso de solicitação moderada (Fig. 4.29-b) e estribos inclinados para solicitação elevada (Fig. 4.29-c). Simplificadamente, se a tensão atuante na biela próxima é superior à metade da permitida, considera-se solicitação elevada. A Fig. 4.29 mostra também os trechos em que essas armaduras devem ser distribuídas.

4.10.2-VIGAS-PAREDE CONTINUAS

4.10.2.1-No meio do vão

Para a armadura longitudinal, armadura em malha e armadura transversal aplicam-se as recomendações do item 4.10.1.

4.10.2.2-Sobre os apoios intermediários

Segundo o CEB/90, para a distribuição da armadura principal sobre os apoios aplica-se o critério abaixo:

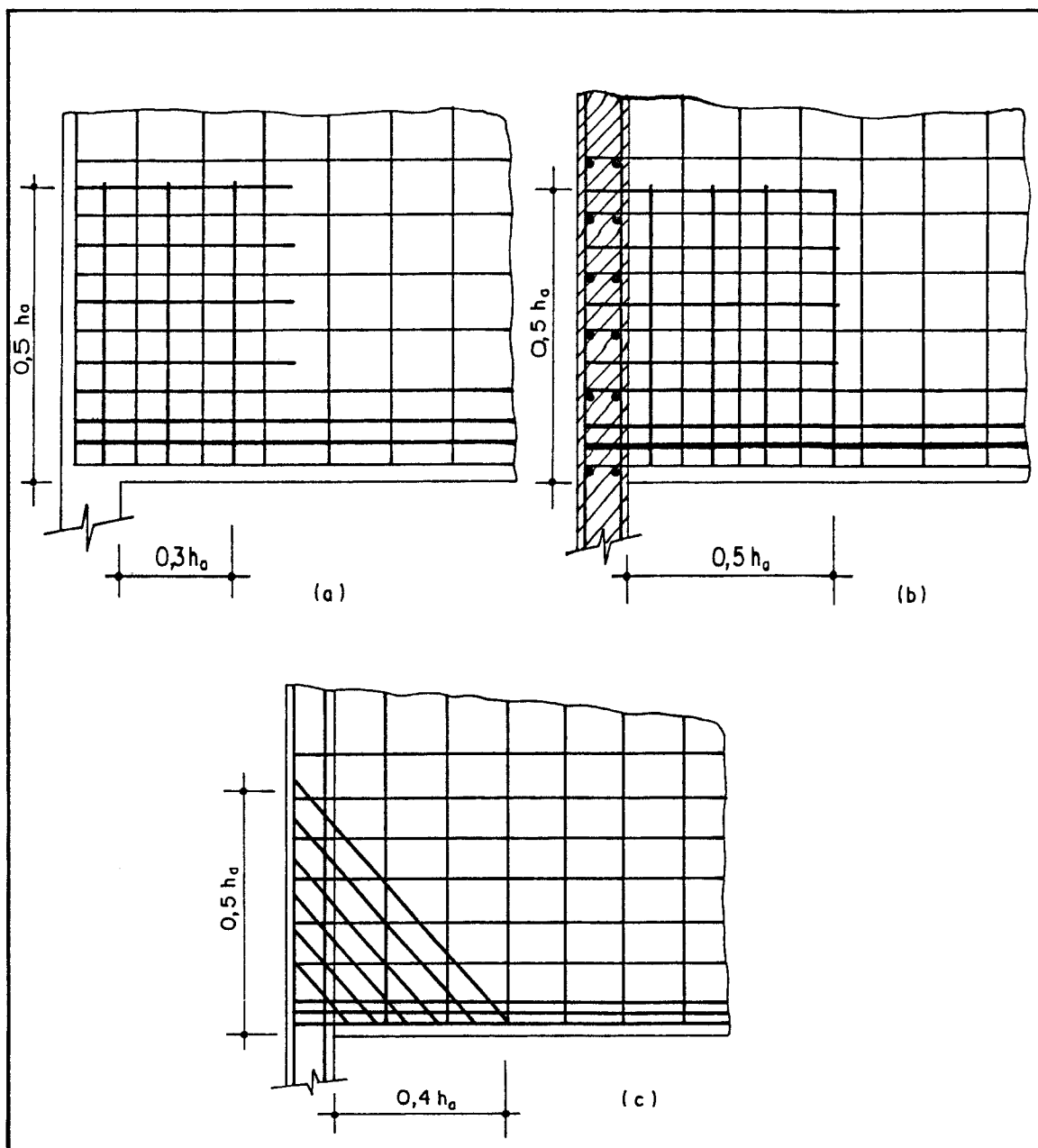


Fig. 4.29-Armadura de reforço nos apoios (Adapt. Refs. 15 e 21).

-uma fração $0,5(l/h - 1)$ da área total exigida de armadura deve ser distribuída na faixa superior, que se estende em uma altura de $0,2.h_0$, sendo $h_0 = h$ ou l (o menor valor);

-o restante deve ser uniformemente distribuído dentro da faixa inferior imediatamente abaixo, que se estende em uma altura de $0,6.h_0$ (Fig. 4.30);

-uma em cada duas barras pode ser interrompida

simetricamente a uma distância de cada face do apoio igual a $0,4.h_a$.

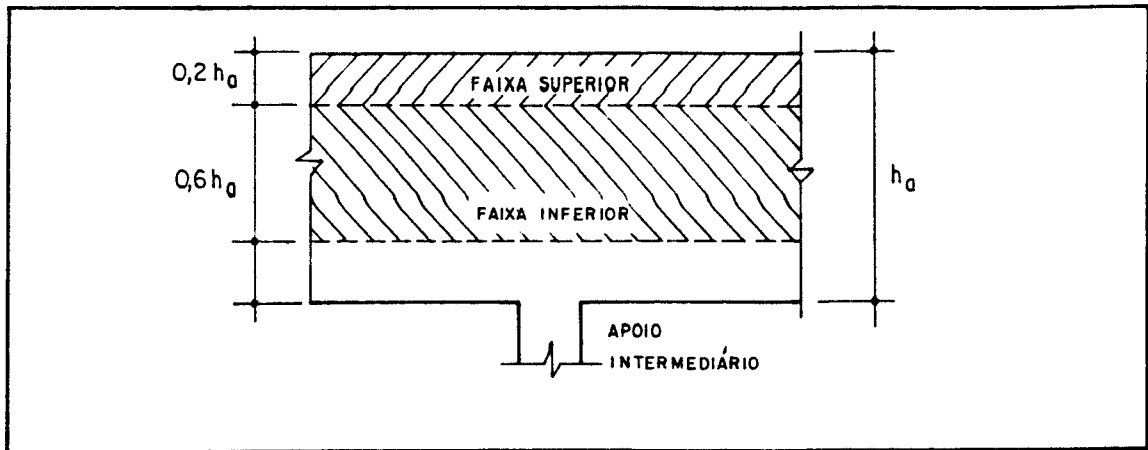


Fig. 4.30-Distribuição da armadura longitudinal sobre os apoios intermediários de vigas parede contínuas(Ref. 6).

4.10.3-VIGAS-PAREDE EM BALANÇO

Quando atua ao longo da altura, na extremidade do balanço, uma ação muito elevada, deve-se dispor armadura inclinada(Fig. 4.31) com ancoragem em laço na extremidade inferior e incorporada à armadura do balanço na parte superior. O uso de estribos verticais adicionais nas proximidades do ponto de aplicação da ação também é recomendado.

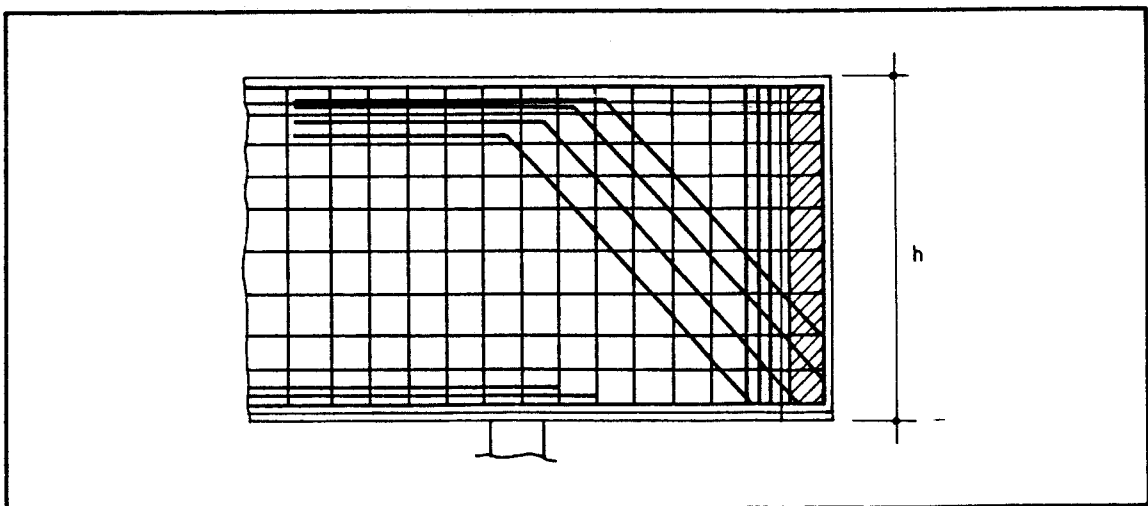


Fig. 4.31-Detalhamento das armaduras em balanços com ação aplicada ao longo da altura.

Para o caso em que atua apenas uma ação uniformemente distribuída no balanço, a armadura principal sobre os apoios pode ser distribuída conforme indica a Fig. 4.32. Neste caso, uma fração $0,5(2.a/h_a - 1)$ da área total é distribuída na faixa superior ($0,2.h_a$) e o restante na faixa inferior ($0,6.h_a$), segundo ANDRADE & SANTOS NETTO [1988]²¹.

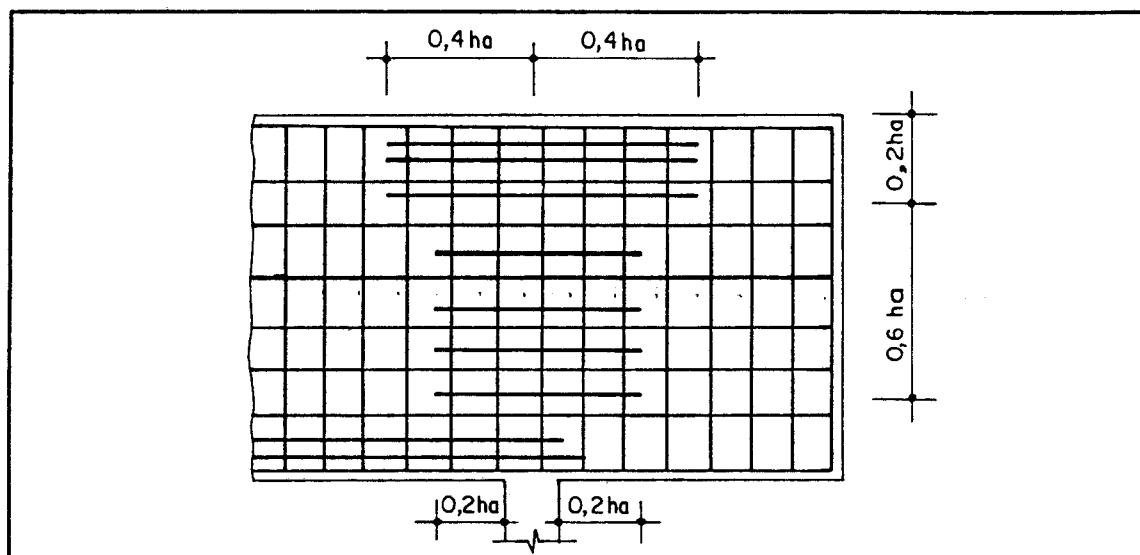


Fig. 4.32-Distribuição da armadura sobre os apoios de vigas-parede com balanços, sob ação uniformemente distribuída (Ref. 21).

5 - APLICAÇÃO ÀS LIGAÇÕES VIGA-PILAR

5.1 - GENERALIDADES

Em edifícios altos, os pórticos de concreto armado podem ser projetados para resistir às ações laterais devidas ao vento, além das verticais (permanentes e variáveis). As ligações entre as vigas e os pilares que compõem esses pórticos devem ser então dimensionadas ou verificadas para absorver adequadamente os esforços solicitantes. Esses esforços são obtidos através das possíveis combinações mais desfavoráveis de ações verticais e laterais (Fig. 5.1-a). Dependendo dos valores relativos dos esforços provocados por essas ações e da posição da ligação em relação à altura do edifício, deve-se verificar a ligação para vários tipos de solicitações. Normalmente se projeta a ligação de tal modo que a sua resistência à ruína seja igual ou maior que aquela das seções transversais dos elementos que a formam.

Com relação à nomenclatura utilizada, alguns esclarecimentos adicionais se fazem necessários. A denominação "nós de pórticos" para essas ligações não será utilizada, tendo em vista a possível confusão com os nós do modelo. A Fig. 5.1-b apresenta nos detalhes os vários tipos de ligações que serão abordadas neste capítulo. Os detalhes A e B apresentam, respectivamente, a ligação viga de cobertura-pilar extremo e a ligação viga intermediária-pilar extremo. As ligações viga de cobertura-pilar intermediário e viga intermediária-pilar intermediário são mostradas nos detalhes C e D, respectivamente.

Apesar da nomenclatura utilizada, o disposto neste

capítulo também se aplica a alguns outros tipos de ligações entre elementos estruturais, desde que os esforços e o

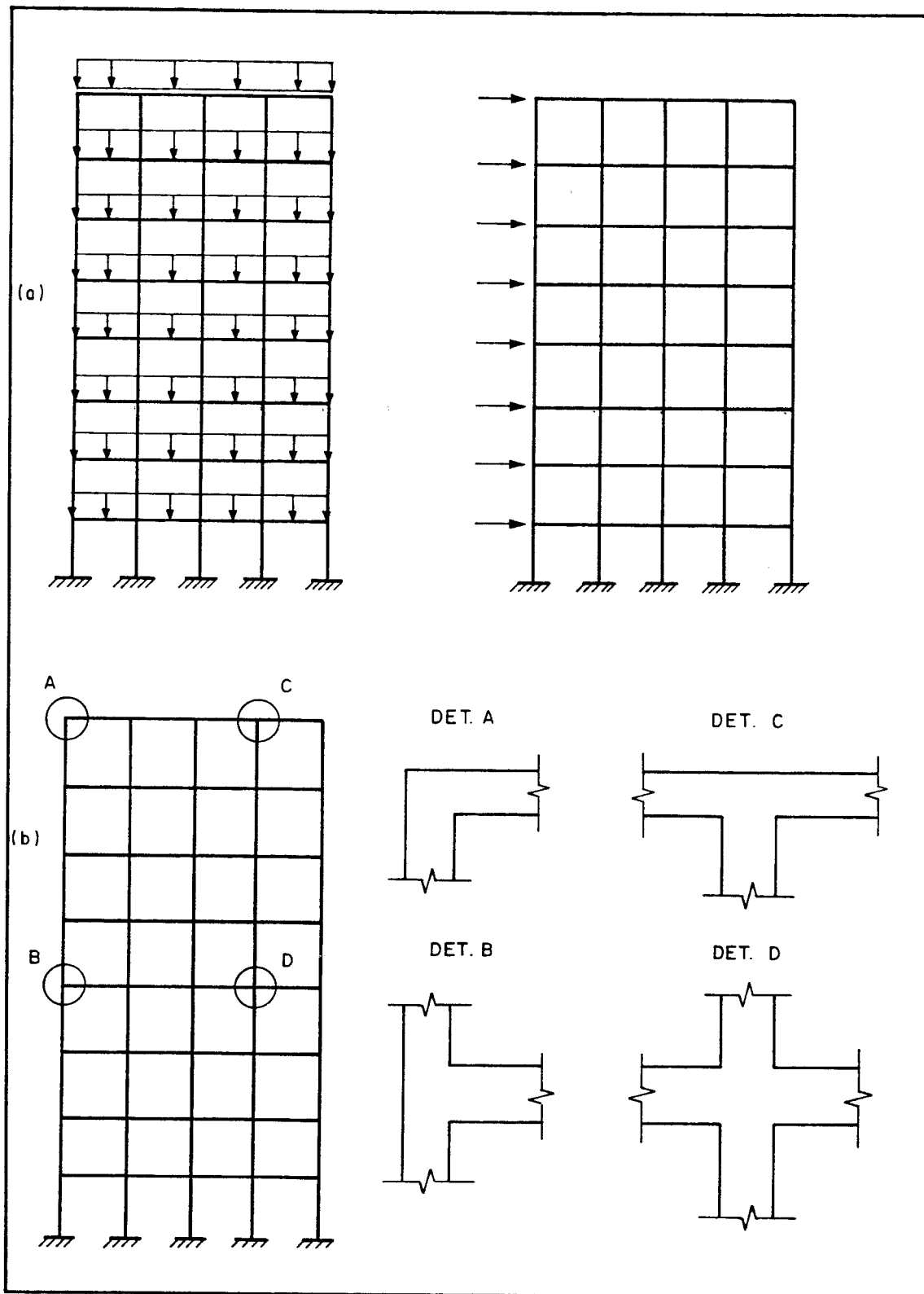


Fig. 5.1-Pórtico de concreto armado em edifícios altos : a) ações verticais e horizontais, b) detalhes das ligações.

funcionamento sejam análogos. Como exemplos, pode-se citar: a ligação entre a laje vertical e a sapata de fundação em um muro de arrimo de flexão (Fig. 5.2-a), a ligação entre a parede lateral e a laje inferior de um reservatório (Fig. 5.2-b) e a ligação entre a parede vertical e a ala lateral em encontros de pontes (Fig. 5.2-c).

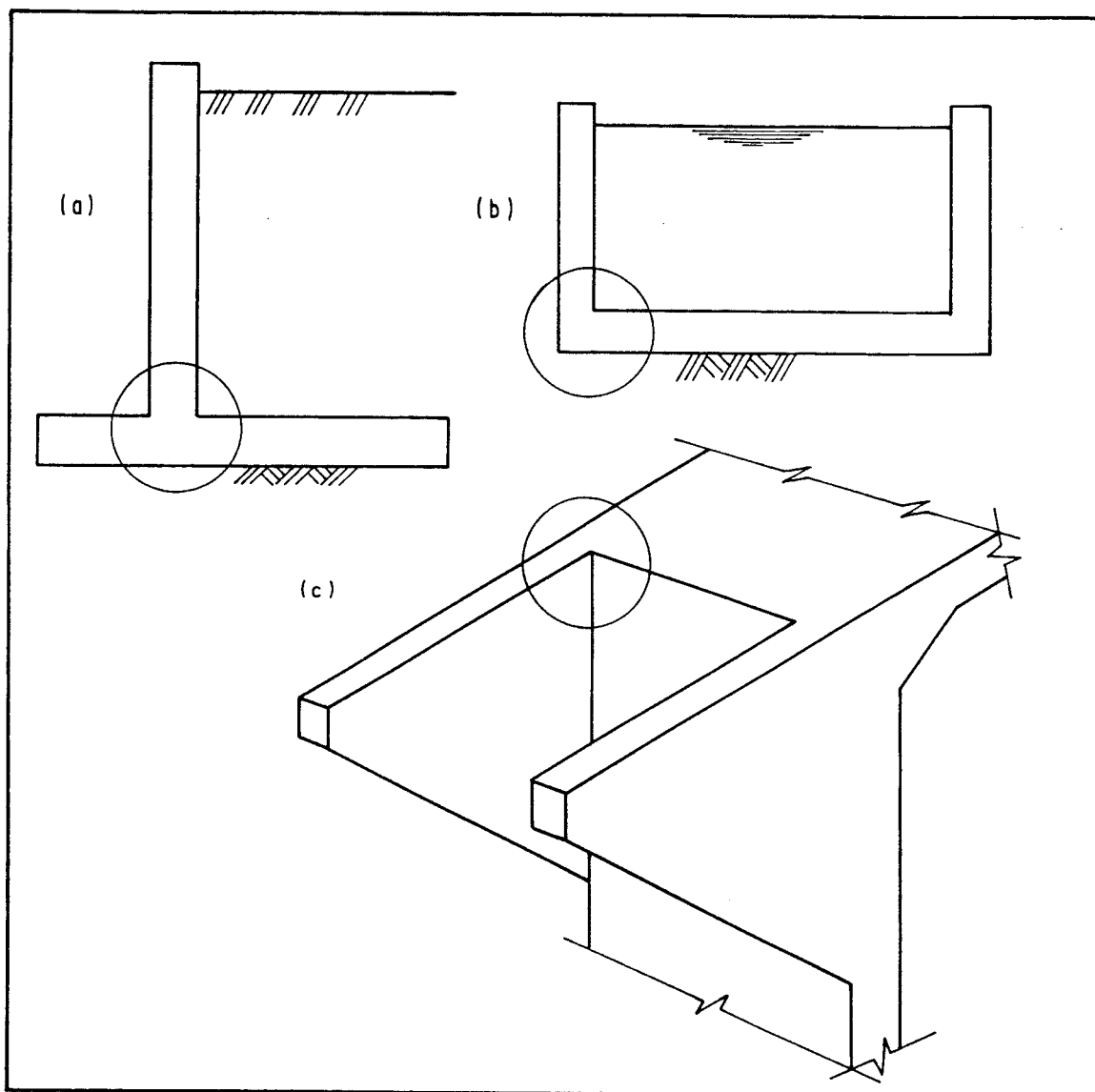


Fig. 5.2-Exemplos de outras ligações entre elementos estruturais.

Nas ligações viga-pilar ocorre a mudança de direção do eixo da estrutura, o que provoca uma mudança na direção dos esforços internos e, conseqüentemente uma alteração na distribuição de tensões na seção. O uso de modelos de

bielas e tirantes torna-se interessante, pela facilidade de aplicação e compreensão do comportamento estrutural. Essas regiões são regiões tipicamente descontínuas (regiões D). Para o projeto utilizando os modelos, deve-se primeiro isolar a região da ligação do resto da estrutura. Pode-se considerar a região com limites nas faces do pilar e da viga (Fig. 5.3-a) ou estender este contorno como mostrado na Fig. 5.3-b. As tensões internas atuantes nestes contornos deverão ser substituídas por forças concentradas para possibilitar a utilização do processo do caminho de carga.

Para determinadas ligações, modelos diferentes podem ser propostos. A escolha do modelo deve ser feita em função da simplicidade de detalhamento e execução. Modelos refinados, que melhor representam a distribuição de tensões dentro da ligação, podem conduzir a detalhamentos praticamente inexequíveis. Nesses casos, recomenda-se utilizar modelos simplificados para o dimensionamento e, no detalhamento, compensar as deficiências do modelo escolhido através da disposição de armaduras secundárias adicionais. Alguns tipos de detalhamento devem ser também adaptados ao processo construtivo escolhido.

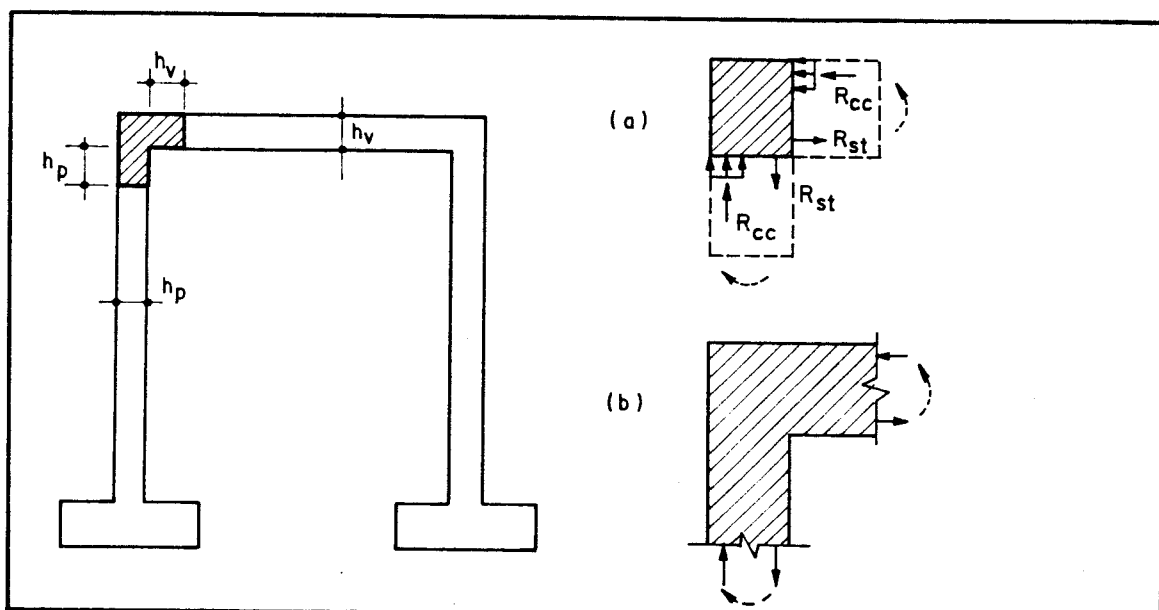


Fig. 5.3-Ligação viga-pilar de um pórtico simples e seu contorno.

5.2 - TIPOS DE RUPTURA

Devido à distribuição interna de tensões, tem-se os possíveis modos de ruína:

a) ruína frágil por tensão diagonal de tração: essas tensões surgem na direção radial devido à mudança de direção dos esforços internos longitudinais.

b) ruína frágil por tensões de tração normais às armaduras principais.

c) ruína por escoamento das armaduras principais, que conduz a grandes deformações.

d) ruína por ancoragem inadequada das armaduras.

e) ruína por esmagamento do concreto nas bielas ou regiões nodais.

O projeto dessas ligações deve ser feito tendo em vista esses tipos de ruína. O dimensionamento e a ancoragem adequada das armaduras e verificação das tensões de compressão nos nós garante a segurança contra os três últimos tipos citados. A ruína frágil pode ser evitada por uma disposição conveniente de armaduras adicionais.

5.3 - LIGAÇÃO VIGA DE COBERTURA-PILAR EXTREMO

5.3.1 - MOMENTO FLETOR TRACIONANDO AS FIBRAS INTERNAS

5.3.1.1 - COMPORTAMENTO ESTRUTURAL

A distribuição de tensões nessas ligações, calculada pela teoria da elasticidade, só é válida antes da fissuração. Entretanto, essa distribuição, ao indicar onde ocorrem tensões de tração e compressão, servirá como guia

para a proposição dos modelos.

NILSSON & LOSBERG [1976]²², citados por LEONHARDT & MONNIG [1978]¹⁵, utilizando elementos finitos, obtiveram a distribuição de tensões dentro da ligação para momento fletor tracionando as fibras internas. As trajetórias de tensões principais são apresentadas na Fig. 5.4-a. As Figs. 5.4-b e c mostram a distribuição de tensões ao longo das diagonais. Grandes tensões de tração ocorrem no vértice interno e no meio da ligação. A tensão σ_x , no vértice interno e a tensão σ_y no meio, provocam a configuração fissurada da Fig. 5.4-d. Estas tensões de tração, por serem

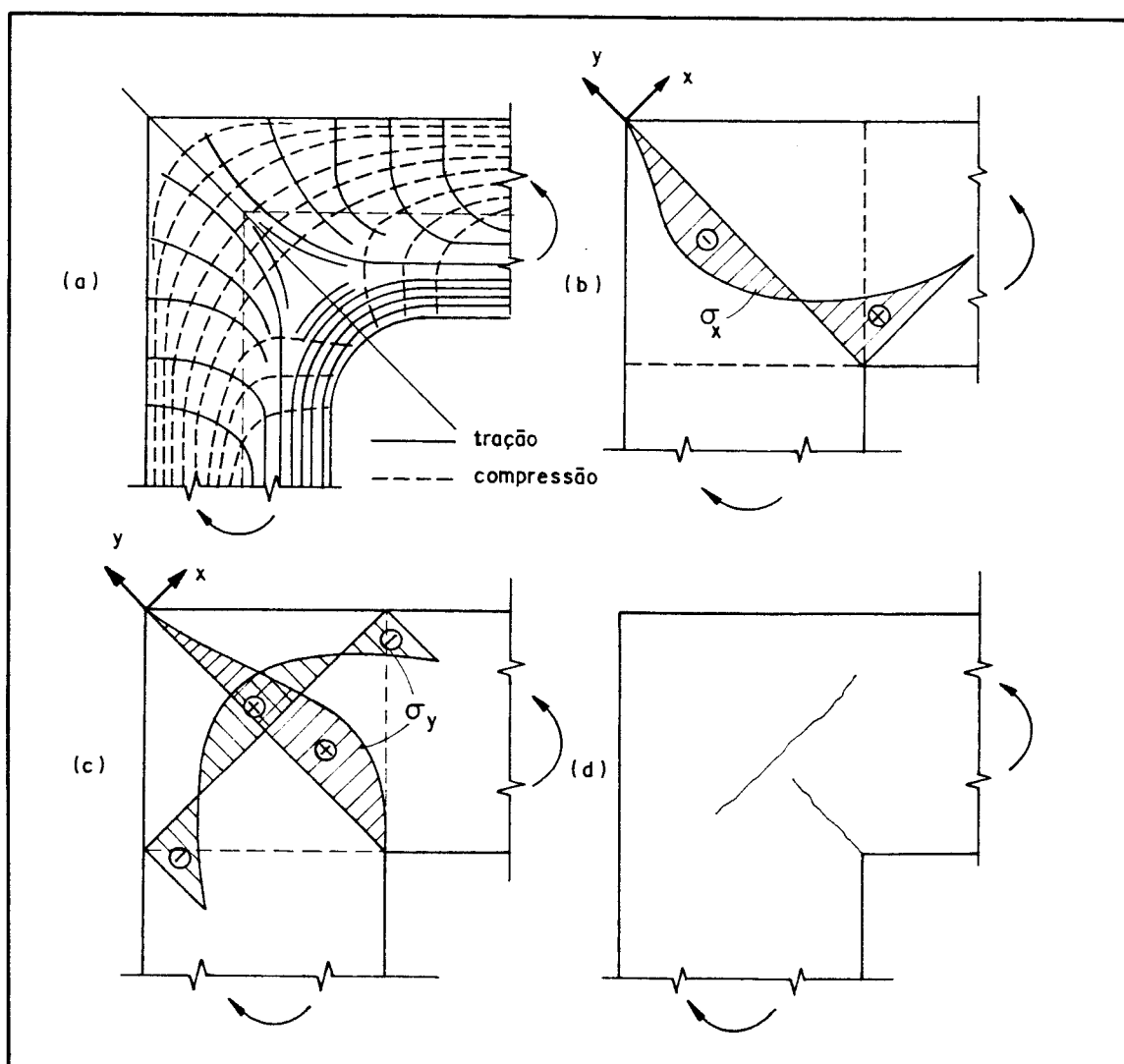


Fig. 5.4-Ligação viga de cobertura-pilar extremo, momento fletor tracionando as fibras internas(Ref. 15).

bastante elevadas, podem conduzir ao fendilhamento da zona comprimida na flexão.

5.3.1.2-MODELOS ADEQUADOS

A escolha do modelo depende do detalhamento da armadura e das dimensões relativas das regiões adjacentes. Modelos refinados, que melhor representam a distribuição de tensões podem ou não ser utilizados. Caso se opte por um modelo simplificado, no detalhamento deve-se dispor armaduras adicionais.

a) Dimensões relativas aproximadamente iguais ($h_v \approx h_p$)

O BOLETIM CEB-176 [1987]²⁹ sugere o modelo refinado da Fig. 5.5-a e o modelo simplificado da Fig. 5.5-b, onde as linhas cheias representam os tirantes e as tracejadas, as bielas. Observe que o modelo refinado mostra claramente a necessidade da colocação de uma armadura perpendicular à fissura que se inicia no vértice interno da ligação. SCHLAICH ET ALLI [1987]¹ propõem o modelo simplificado da Fig. 5.5-c.

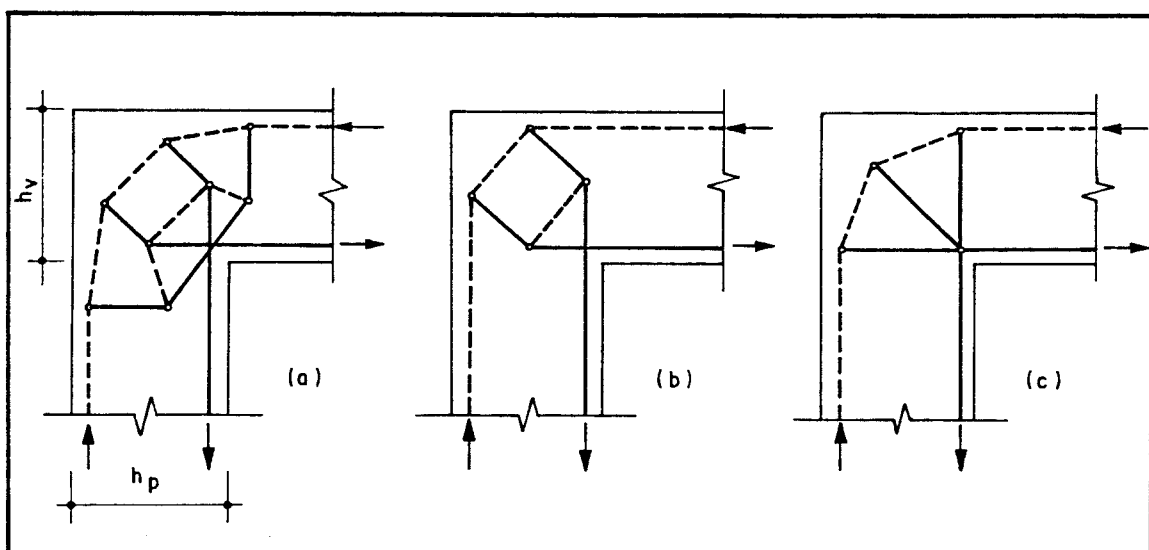


Fig. 5.5-Modelos utilizados quando as dimensões do pilar e da viga são aproximadamente iguais (Adapt. Refs. 1 e 23).

b) Dimensões diferentes ($h_v > 1,5 \cdot h_p$)

Neste caso, devido à maior dimensão da viga em relação ao pilar, a distribuição de tensões se altera um pouco. As tensões principais de tração, no interior da ligação, tornam-se horizontais. O modelo proposto pelo BOLETIM CEB-176 [1987]²³ é mostrado na Fig. 5.6.

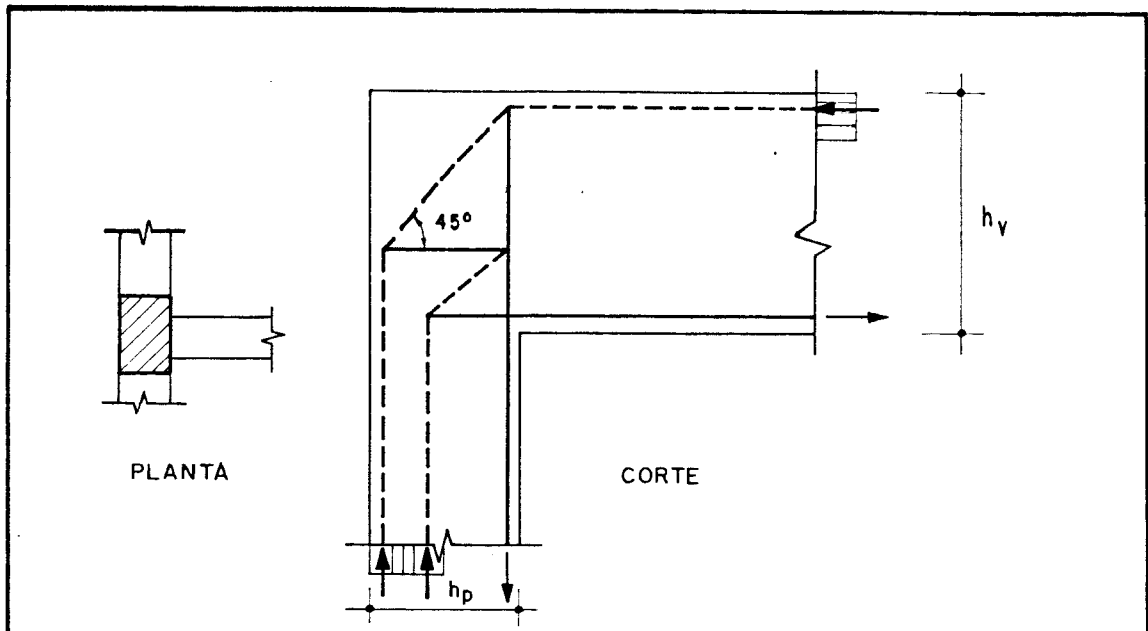


Fig. 5.6-Modelo proposto quando as dimensões do pilar e da viga são diferentes (Ref. 23).

5.3.1.3-DETALHAMENTO

NILSSON & LOSBERG [1976]²² realizaram uma série de ensaios para verificar a eficiência da ligação. As armaduras foram detalhadas como mostrado na Fig. 5.7, utilizando laços ou barras cruzadas. A eficiência é definida como a relação entre o momento fletor de ruptura (M_{u-exp}) da ligação, atingido no ensaio e o momento fletor de ruptura teórico (M_{u-teo}) da seção junto à ligação, da barra mais desfavorável do pórtico. Os resultados obtidos são apresentados na Fig. 5.7-a, para os vários tipos de detalhamento, em função das taxas de armadura. Vigas típicas têm taxa de armadura em torno de 1%. A Fig. 5.7-b mostra os aspectos típicos das fissuras para os mesmos tipos de

armadura. Observe que, para o detalhamento utilizando apenas barras cruzadas, a eficiência medida varia entre 25% e 55%

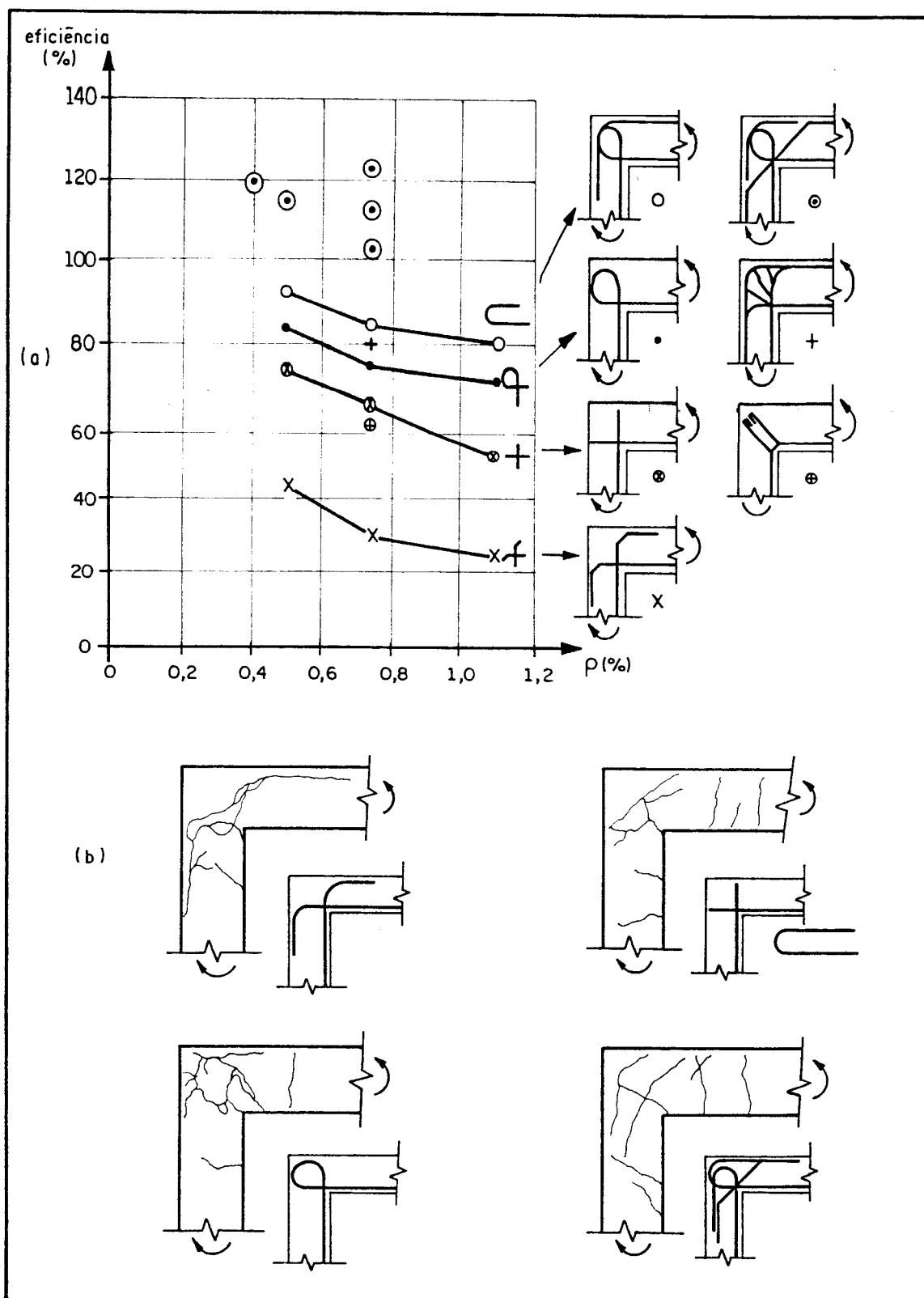


Fig. 5.7-Ensaios realizados para diversos tipos de detalhamento : a) eficiência medida, b) configuração fissurada (Adapt. Refs. 15 e 22).

(para taxa de armadura $\rho=1,0\%$ a $1,2\%$).

Todavia, mesmo a armadura em laço, que é usada freqüentemente até hoje e deveria impedir as fissuras de fendilhamento, atinge uma eficiência de 75% a 85%, porque a zona comprimida entre os laços se rompe. Laços em forma de gancho voltado para fora ou grampos, envolvendo duplamente a zona comprimida, apresentaram um resultado melhor, com eficiência variando de 85% a 92%. A eficiência máxima, entretanto, só foi atingida com a disposição de barras inclinadas adicionais no vértice interno da ligação. Estas barras diagonais devem ter uma área total de, pelo menos, metade da área da armadura longitudinal de flexão da viga. Conclui-se então, pela necessidade da colocação de armadura diagonal no vértice interno, para o melhor funcionamento da ligação.

Alguns ensaios com estribos dispostos segundo a bissetriz do ângulo resultaram também, para dimensões

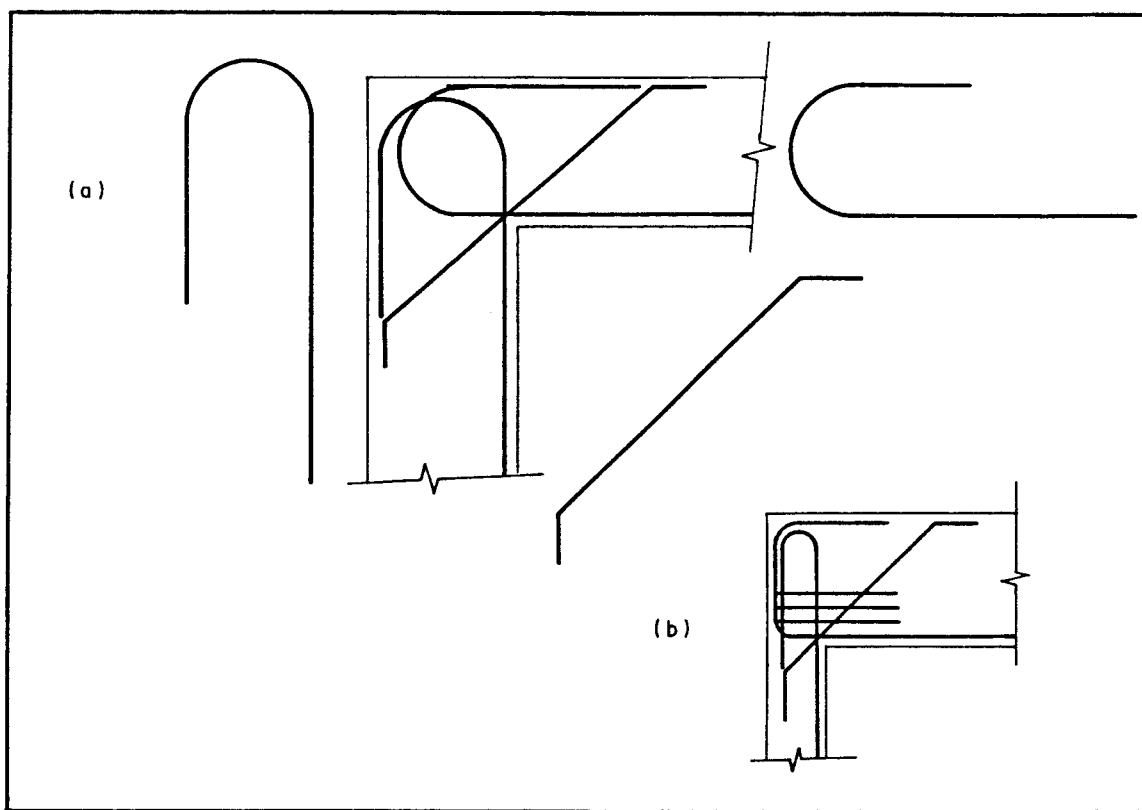


Fig. 5.8-a) Detalhamento aconselhado;

b) Estribos horizontais adicionais ($h_v > 1,5 \cdot h_p$);

(Adapt. Refs. 22 e 23).

pequenas, em eficiência de apenas 60% a 80%. Além disso, em seções pequenas, esses estribos em diagonal são difíceis de montar e dificultam a concretagem. Só tem sentido usar estribos em diagonal no caso de dimensões maiores ($h > 50 \text{ cm}$), onde tais estribos possuam comprimento de ancoragem suficiente para serem eficientes.

A Fig. 5.8-a apresenta o detalhamento recomendado pelo BOLETIM CEB-176 [1987]²⁹ com a utilização de estribos horizontais adicionais (Fig. 5.8-b) para o caso em que a dimensão da viga é maior que a do pilar ($h_v > 1,5 \cdot h_p$).

5.3.2 - MOMENTO FLETOR TRACIONANDO AS FIBRAS EXTERNAS

5.3.2.1 - COMPORTAMENTO ESTRUTURAL

Utilizando elementos finitos, NILSSON & LOSBERG [1976]²², obtiveram a distribuição de tensões dentro da ligação para momento fletor tracionando as fibras externas. As tensões elásticas são exatamente opostas àquelas para o momento fletor tracionando as fibras internas. As trajetórias de tensões principais são apresentadas na Fig. 5.9-a. As Figs. 5.9-b e c mostram a distribuição de tensões ao longo das diagonais. As tensões de tração se desenvolvem ao longo do perímetro externo da ligação e as tensões de compressão se concentram no vértice interno. Estas tensões de compressão, por serem muito elevadas, podem provocar o esmagamento do concreto. A configuração fissurada é mostrada na Fig. 5.9-d, com uma fissura principal na diagonal. Tais ligações geralmente possuem uma eficiência entre 80% e 100%.

5.3.2.2 - MODELOS ADEQUADOS

Também para este tipo de ligação, a escolha do modelo depende das dimensões relativas da viga e do pilar.

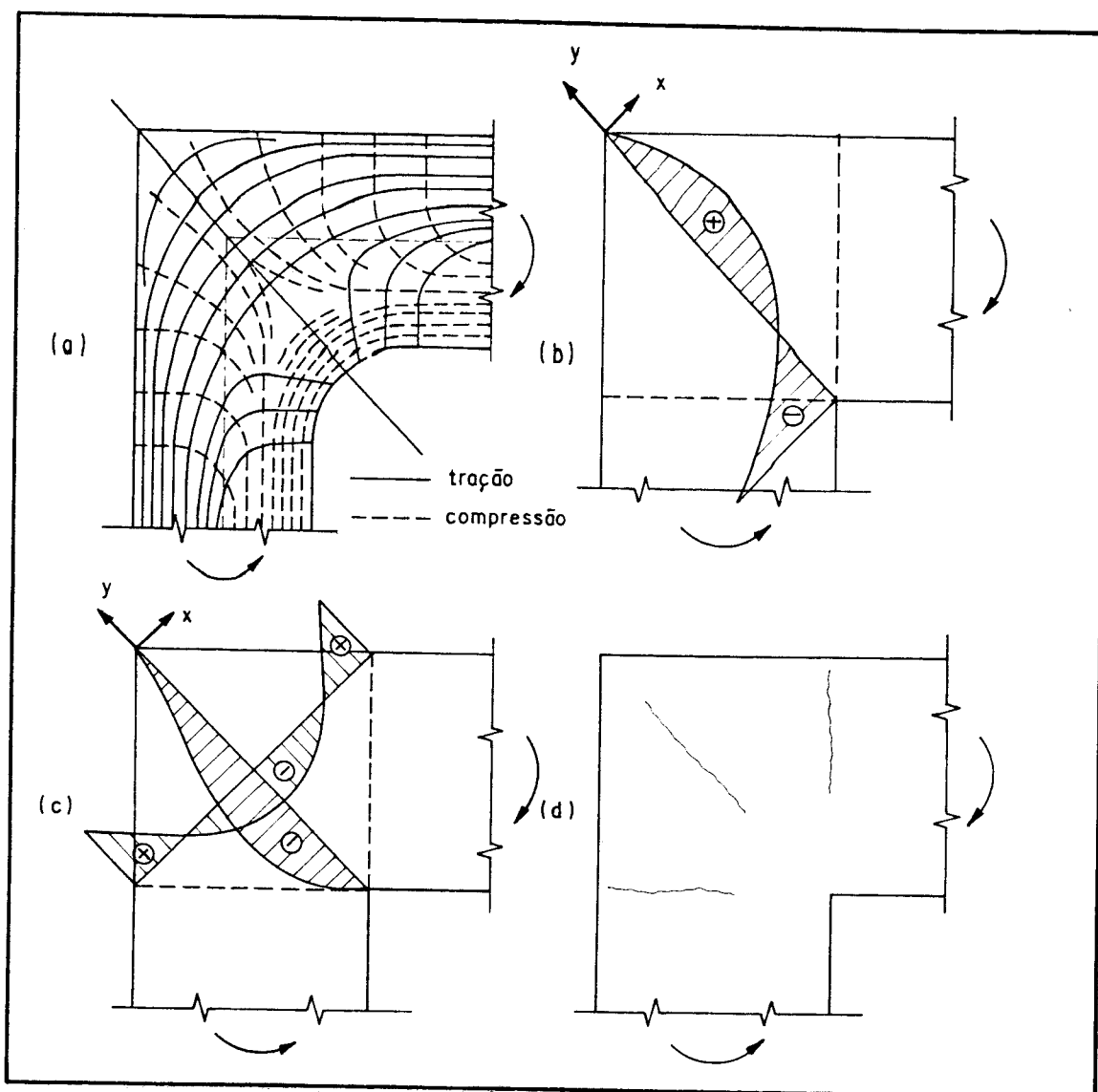


Fig. 5.9-Ligação viga de cobertura-pilar extremo, momento fletor tracionando as fibras externas (Adapt. Refs. 15 e 22).

a) Dimensões aproximadamente iguais ($2h_p/3 < h_v < 3h_p/2$)

O BOLETIM CEB-176 [1987]²³ sugere o modelo da Fig. 5.10-a e SCHLAICH & SCHAFER [1989]⁹ propõem o da Fig. 5.10-b. Para os dois modelos, deve-se verificar atentamente as tensões na região nodal próxima ao vértice interno da ligação.

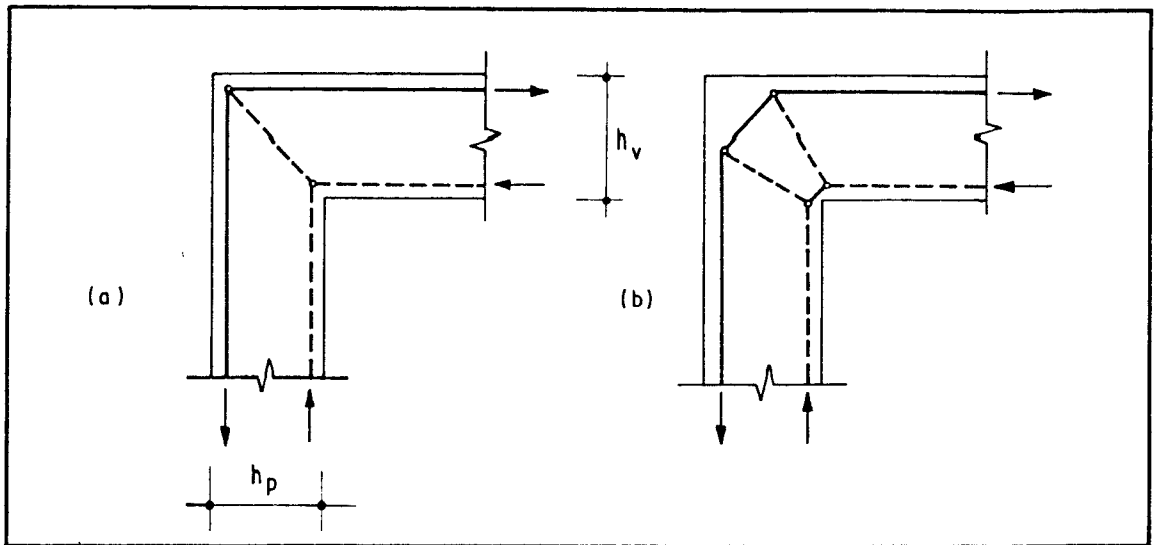


Fig. 5.10-Modelos utilizados quando $h_v > h_p$ (Adapt. Refs. 09 e 22).

b) Dimensões diferentes ($h_v > 1,5 \cdot h_p$)

Neste caso, como a barra, situada no perímetro externo, é dobrada e a viga tem dimensão maior que o pilar, ocorre um desvio da força de compressão no concreto, provocando o aparecimento de tensões de tração horizontais. O código modelo CEB-FIP [1990]⁶ recomenda o modelo mostrado na Fig. 5.11, onde $R_{stv} = R_{st1} - R_{st2}$ supondo um ângulo $\theta = 45^\circ$.

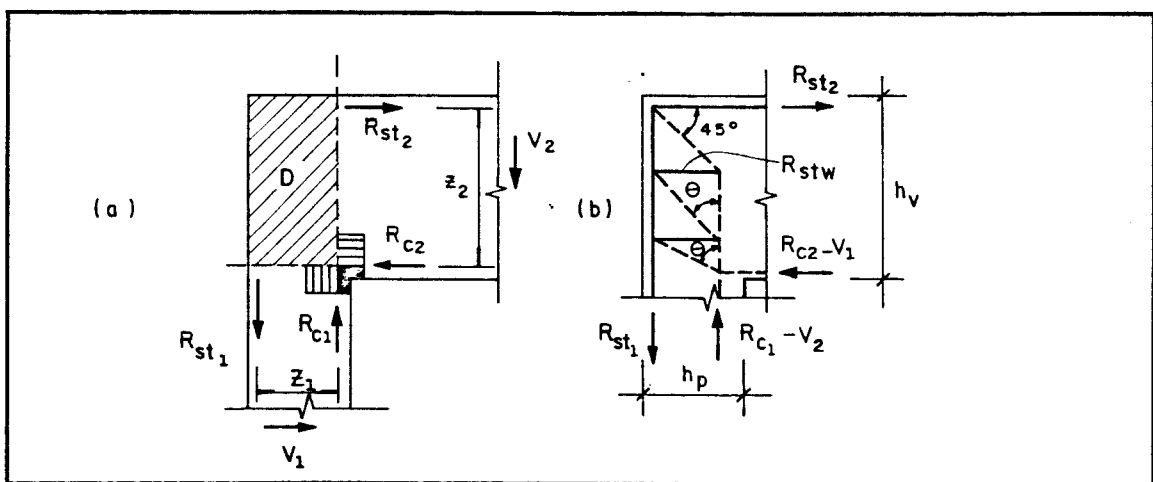


Fig. 5.11-Modelo utilizado quando $h_v > 1,5 \cdot h_p$ (Ref. 6).

5.3.2.3-DETALHAMENTO

A barra da armadura situada no perímetro externo da ligação deve ser dobrada com um raio suficientemente grande para evitar que a pressão devido à mudança de direção cause o fendilhamento do concreto. Este perigo aumenta quando a distância ao bordo ou entre as barras for muito pequena. LEONHARDT & MÖNNIG [1978]¹⁵ apresentam uma fórmula para a determinação do diâmetro necessário para a dobra :

$$d_{B,nec} \geq 2,48 \phi \sqrt{\frac{\phi}{e}} \cdot \frac{f_{yk}}{f_{ck}} \quad (5.1)$$

onde: d_B = diâmetro da dobra;

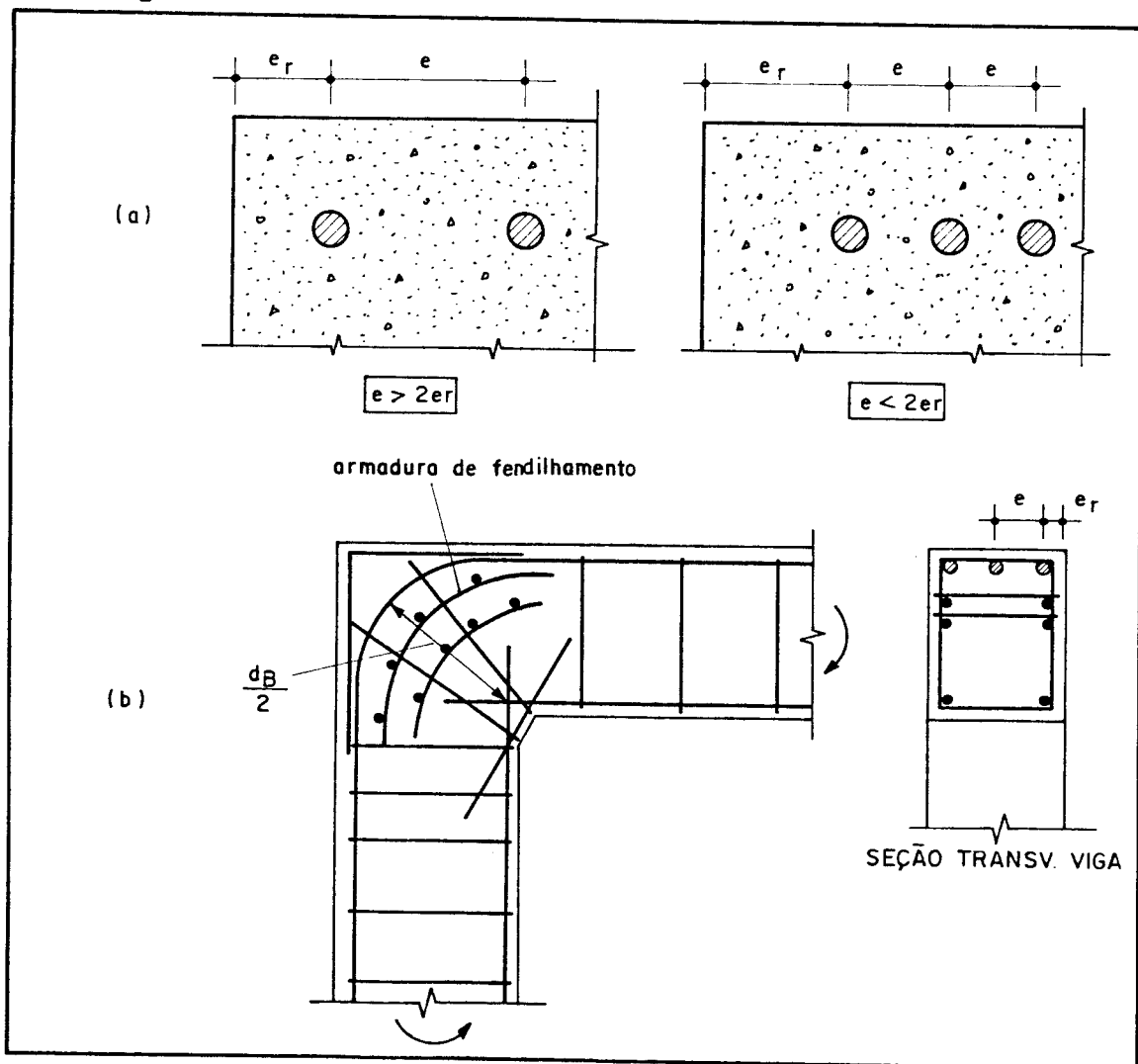


Fig. 5.12-a) Espaço entre as barras;

b) Detalhamento adequado (Ref. 15).

ϕ =bitola da armadura;
 e =espaçamento entre as barras.

Na expressão 5.1, deve-se adotar(Fig. 5.12-a):

$$e = \begin{cases} e_r & , \text{ se } e > 2.e_r \\ e_r & , \text{ se } e < 2.e_r \end{cases} \quad (5.2)$$

$$e_r \geq 3 \phi \geq 3 \text{ cm}$$

onde: e_r = distância do eixo da barra mais externa ao bordo.

O detalhamento recomendado neste caso está mostrado na Fig. 5.12-b. Deve-se salientar que a armadura de fendilhamento colocada no interior da dobra da armadura principal, somente deve ser utilizada quando $d_B < d_{B,nec}$. Além disso, em ligações com dimensões pequenas, para diminuir as tensões de compressão no concreto, o vértice interno deve ser chanfrado(Fig. 5.12-b) ou arredondado.

Devido ao processo construtivo, quando se utilizam juntas de construção entre os pilares e as vigas, o detalhamento proposto na Fig. 5.12 exigiria emendas nas proximidades da ligação, o que não é aconselhável. Neste caso, pode-se adotar o detalhamento da Fig. 5.13 , onde se

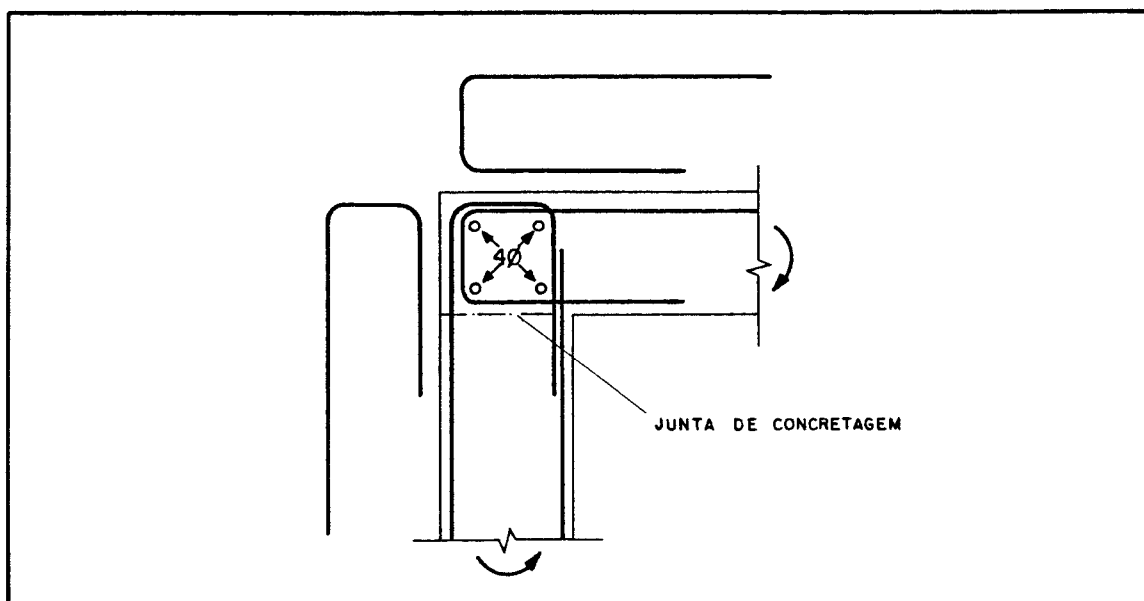


Fig. 5.13-Detalhamento sugerido no caso de junta de construção(Ref. 15)

utiliza uma emenda por traspasse de laços em gancho. LEONHARDT & MONNIG [1978]¹⁵ recomendam a disposição de 4 barras transversais contra o fendilhamento, no interior dos ganchos ou laços.

Quando a dimensão da viga é maior que a dimensão do pilar ($h_v > 1,5 \cdot h_p$), deve-se dispor estribos horizontais para resistir às tensões de tração horizontais que surgem no interior da ligação. O código modelo CEB-FIP [1990]⁶ sugere o detalhamento mostrado na Fig. 5.14, onde os comprimentos de ancoragem devem ser assegurados: l_{b1} para a força $R_{st} = R_{st1} - R_{st2}$ (barra tracionada externa) e $0,6 \cdot l_{b1}$ para a barra comprimida interna.

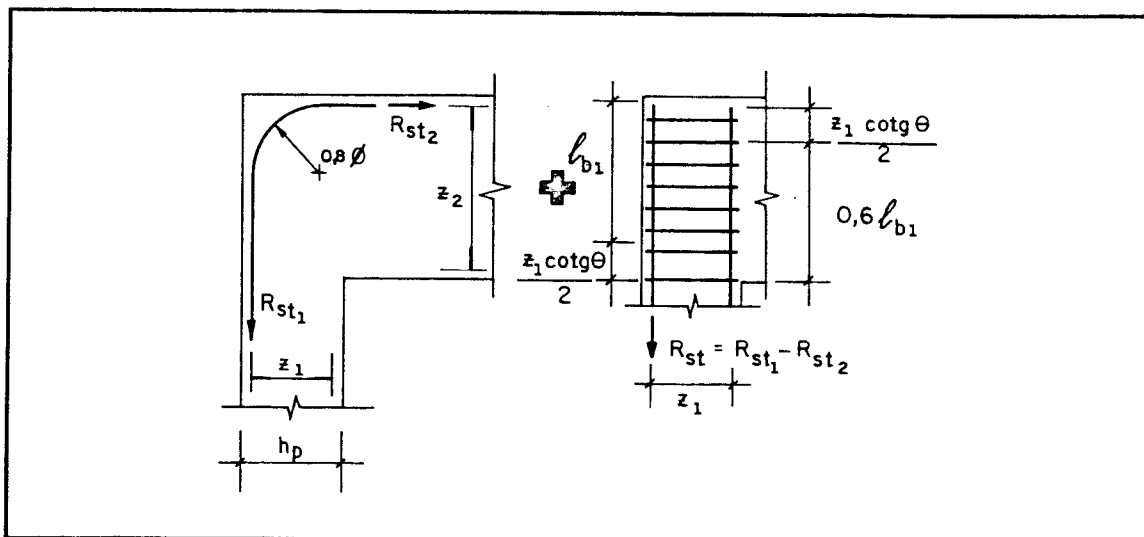


Fig. 5.14-Detalhamento proposto quando $h_v > 1,5 \cdot h_p$ (Ref. 6).

5.4 - LIGAÇÃO VIGA INTERMEDIÁRIA-PILAR EXTREMO

A ligação viga intermediária-pilar extremo é uma combinação das ligações viga de cobertura -pilar extremo com momento fletor tracionando as fibras externas e/ou internas. Devido à essa superposição, as trajetórias de tensões podem ser substancialmente modificadas. Dependendo dos esforços resultantes nos pilares (inferior e superior) e na viga, devido à combinação de ações, esta ligação pode estar submetida a diferentes conjuntos de esforços. A Fig. 5.15

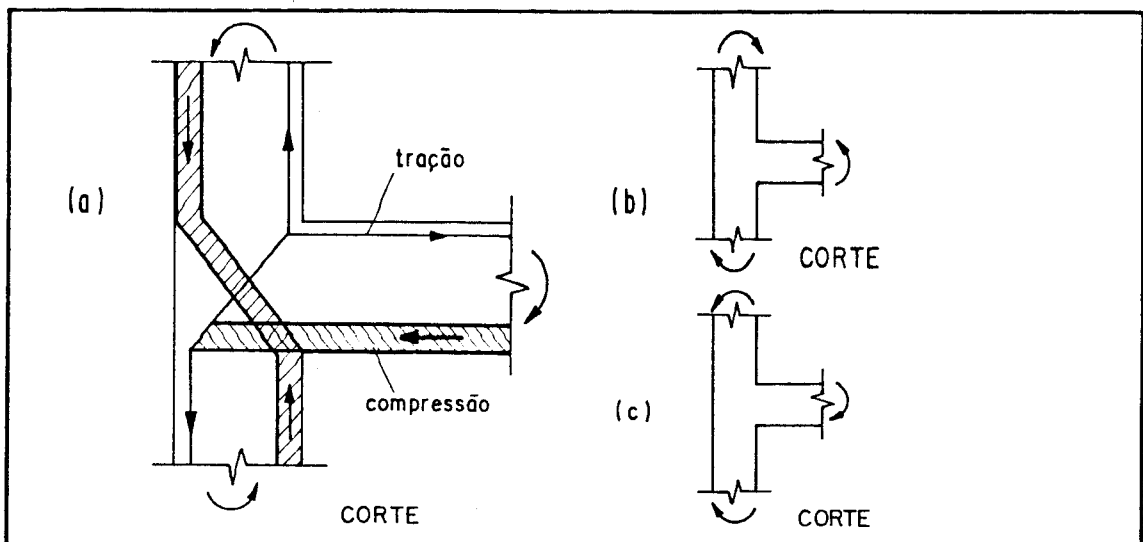


Fig. 5.15-Possíveis esforços atuantes na ligação viga intermediária-pilar extremo.

apresenta alguns exemplos.

Para o caso apresentado na Fig. 5.15-a, vê-se pelo fluxo de esforços internos, que surgem tensões de tração muito desfavoráveis na direção da diagonal. Observe que a armadura comprimida do pilar superior passa a ser tracionada no pilar inferior. Segundo LEONHARDT & MÖNNIG [1978]¹⁵, esta alternância de esforços, dentro da ligação, produz tensões de aderência perigosamente elevadas na armadura do pilar. Quando a ligação possui pequena altura, as tensões de aderência atingem facilmente a resistência de aderência e as tensões de fendilhamento enfraquecem a zona comprimida do pilar.

A Figura 5.16 apresenta dois modelos que podem ser adotados para a ligação da Fig. 5.15. Para o caso em que as dimensões do pilar e da viga são aproximadamente iguais, recomenda-se o modelo e o detalhamento da Fig. 5.16-a. O modelo e o detalhamento da Fig. 5.16-b se aplicam quando a altura da viga (h_v) é maior que a dimensão do pilar (h_p) na direção da viga.

Segundo LEONHARDT & MÖNNIG [1978]¹⁵, os estribos do pilar devem ter o espaçamento reduzido para no máximo 10 cm num trecho de comprimento igual a duas vezes a largura do pilar, medida na direção da viga, acrescido da altura da viga ($2h_p + h_v$). O comprimento do prolongamento da barra

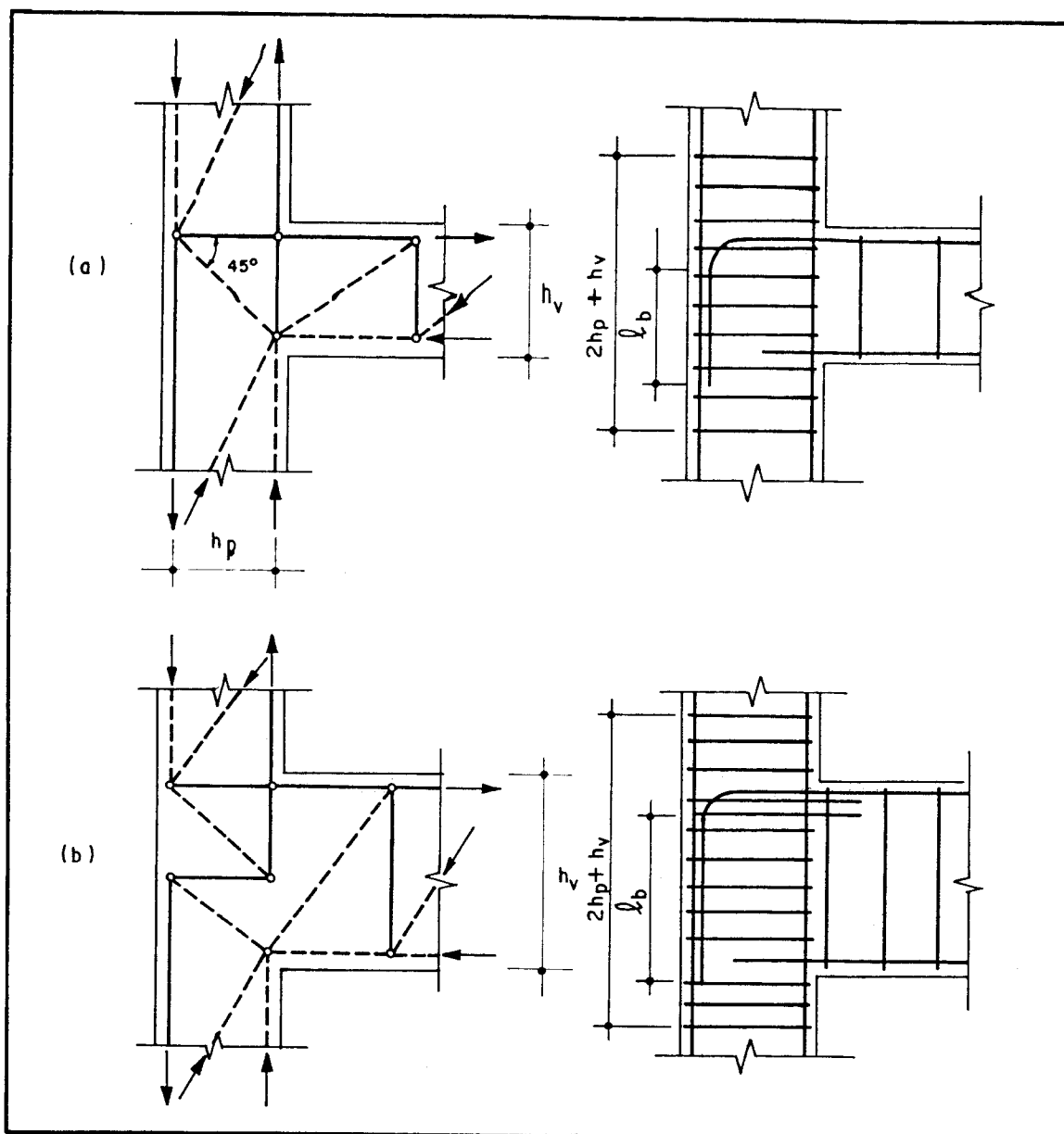


Fig. 5.16-Modelos e detalhamento para ligação viga intermediária - pilar extremo : a) $h_v \approx h_p$, b) $h_v > h_p$ (Adapt. Refs. 9, 15 e 23).

dentro do pilar deve ser suficiente para emendar-se com a armadura tracionada do pilar (Fig. 5.16).

Segundo LEONHARDT & MÖNNIG [1978]¹⁵, vários ensaios foram realizados com diferentes disposições da armadura. Todavia, não se obteve, com resultados confiáveis, a capacidade resistente integral, mesmo com barras inclinadas suplementares. A armadura inclinada deve ter área igual à metade da área da armadura a ancorar e o diâmetro das barras deve ser igual a 70% do diâmetro das barras daquela

armadura. Com o detalhamento indicado na Fig. 5.17-a atingiu-se uma eficiência de 100%, somente com taxa de armadura $\rho < 0,6\%$. No caso de taxas maiores, só se pode contar com eficiência da ordem de 80%. Novos ensaios são necessários para esclarecer se outros tipos de detalhamento, como o mostrado na Fig. 5.17-b, conduzem a uma capacidade resistente suficiente.

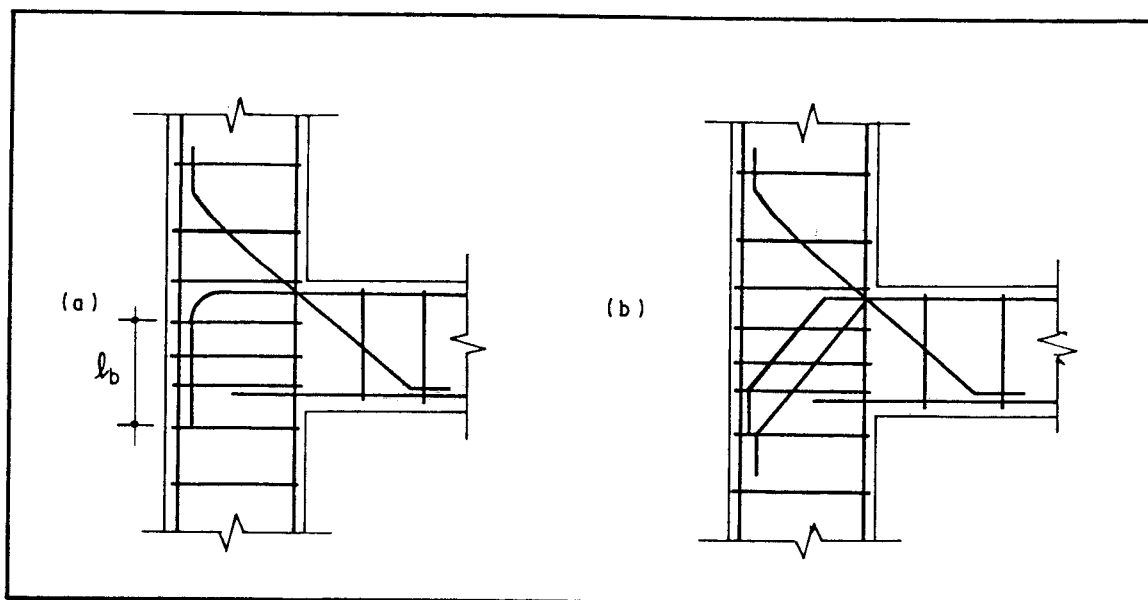


Fig. 5.17-Tipos de detalhamentos propostos(Ref. 15).

Quando os esforços trocam de sinal, os modelos propostos por MACGREGOR [1988]⁸, apresentados na Fig. 5.18 podem ser adotados.

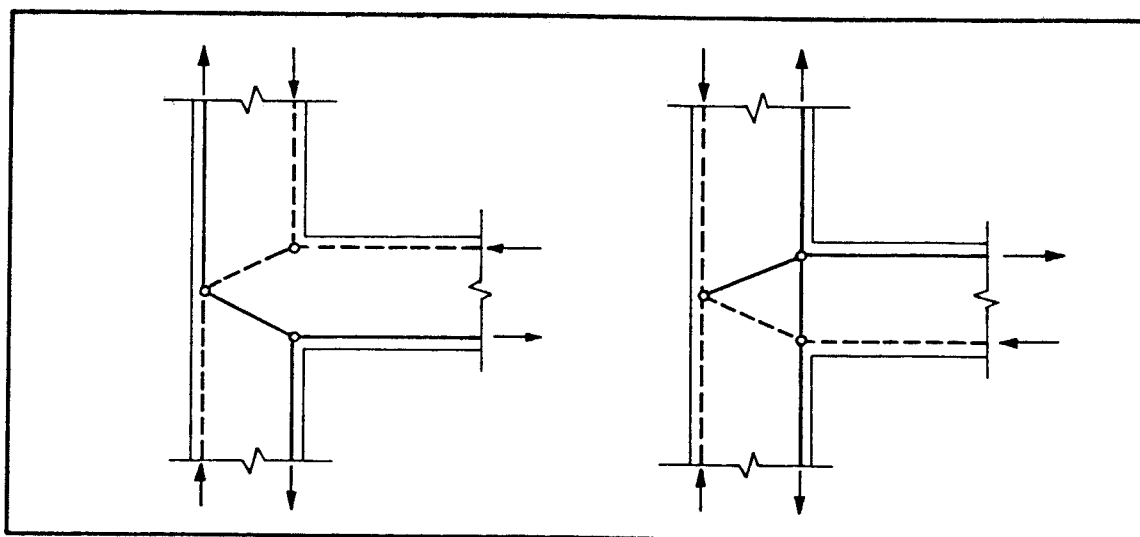


Fig. 5.18-Outros modelos para diferentes conjuntos de esforços(Ref. 8).

Deve-se salientar que, por segurança, o BOLETIM CEB-176 [1987]²³ recomenda a utilização dos modelos sem levar em conta (analiticamente) a armadura de compressão existente no pilar, quando as tensões ao longo desta armadura mudam de sinal.

5.5 - LIGAÇÃO VIGA DE COBERTURA-PILAR INTERMEDIÁRIO

Esta ligação também pode estar submetida a diferentes conjuntos de esforços solicitantes. A Fig. 5.19 apresenta alguns modelos e detalhamentos propostos por SCHLAICH & SCHAFER [1989]⁹. O modelo da Fig. 5.19-a se aplica quando os momentos fletores são pequenos no topo do pilar, causando apenas tensões de compressão. Para o detalhamento correspondente, basta ancorar a armadura vertical do pilar dentro da ligação. Deve-se ressaltar que, nesse local, as tensões de compressão provenientes da flexão, transversais à barra, atuam favoravelmente para a ancoragem. A Fig. 5.19-b apresenta um modelo que deve ser utilizado quando os momentos fletores no topo do pilar forem maiores. Neste caso, a armadura de tração do pilar deve ser levada para dentro do banzo tracionado superior da viga e ligada por traspasse à armadura da viga. Para o modelo mostrado na Fig. 5.19-c, a armadura de tração do pilar deve ser ancorada na viga através de um laço.

MACGREGOR [1988]⁸ sugere o modelo apresentado na Fig. 5.20-a. Ensaaios realizados por NILSSON & LOSBERG [1976]²², mostraram a eficiência desta ligação para os detalhamentos propostos nas Figs. 5.20-b a d. Os resultados são mostrados graficamente na Fig. 5.20-e. Observe que o detalhamento da Fig. 5.20-c, bastante usual, conduz a uma eficiência muito baixa (25% a 40% da ligação). O detalhe da Fig. 5.20-d, apesar de conduzir a uma maior eficiência (79%), não é o ideal. Conclui-se, pelos resultados apresentados, que o detalhamento apropriado é o da Fig. 5.20-b. Além

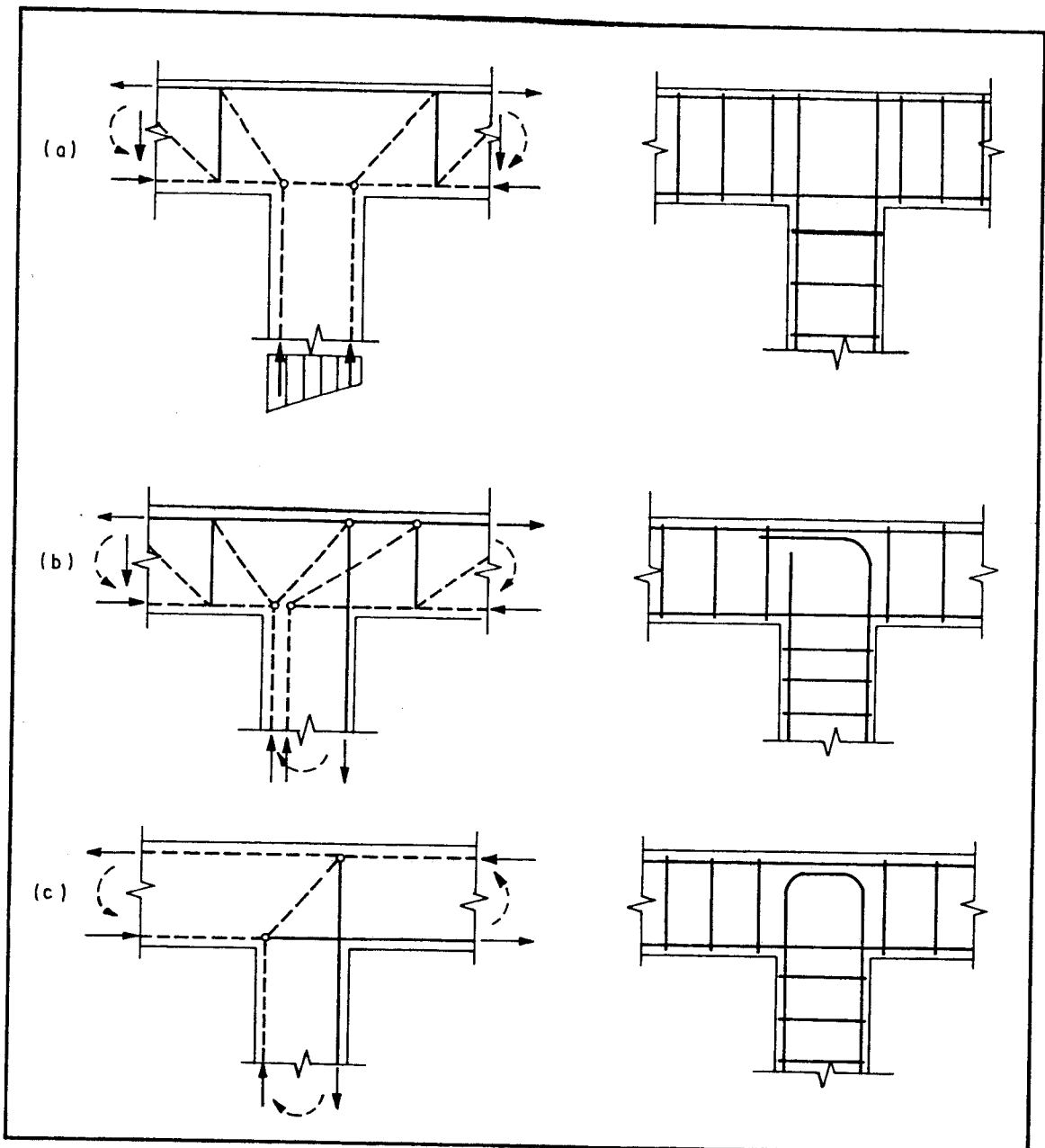


Fig. 5.19-Modelos e detalhamentos propostos para ligação viga de cobertura-pilar intermediário(Ref. 9).

disso, as Figs. 5.20-b e c apresentam o aspecto típico da fissura principal.

5.6 - LIGAÇÃO VIGA INTERMEDIÁRIA-PILAR INTERMEDIÁRIO

Este tipo de ligação também pode estar submetido a diferentes conjuntos de esforços. Alguns modelos, propostos por SCHLAICH & SCHAFER [1989]^P, são apresentados na Fig. 5.21. A Fig. 5.21-a apresenta um modelo e detalhamento

para o caso em que as ações verticais são predominantes. Para esta situação, a armadura inferior da viga pode ser

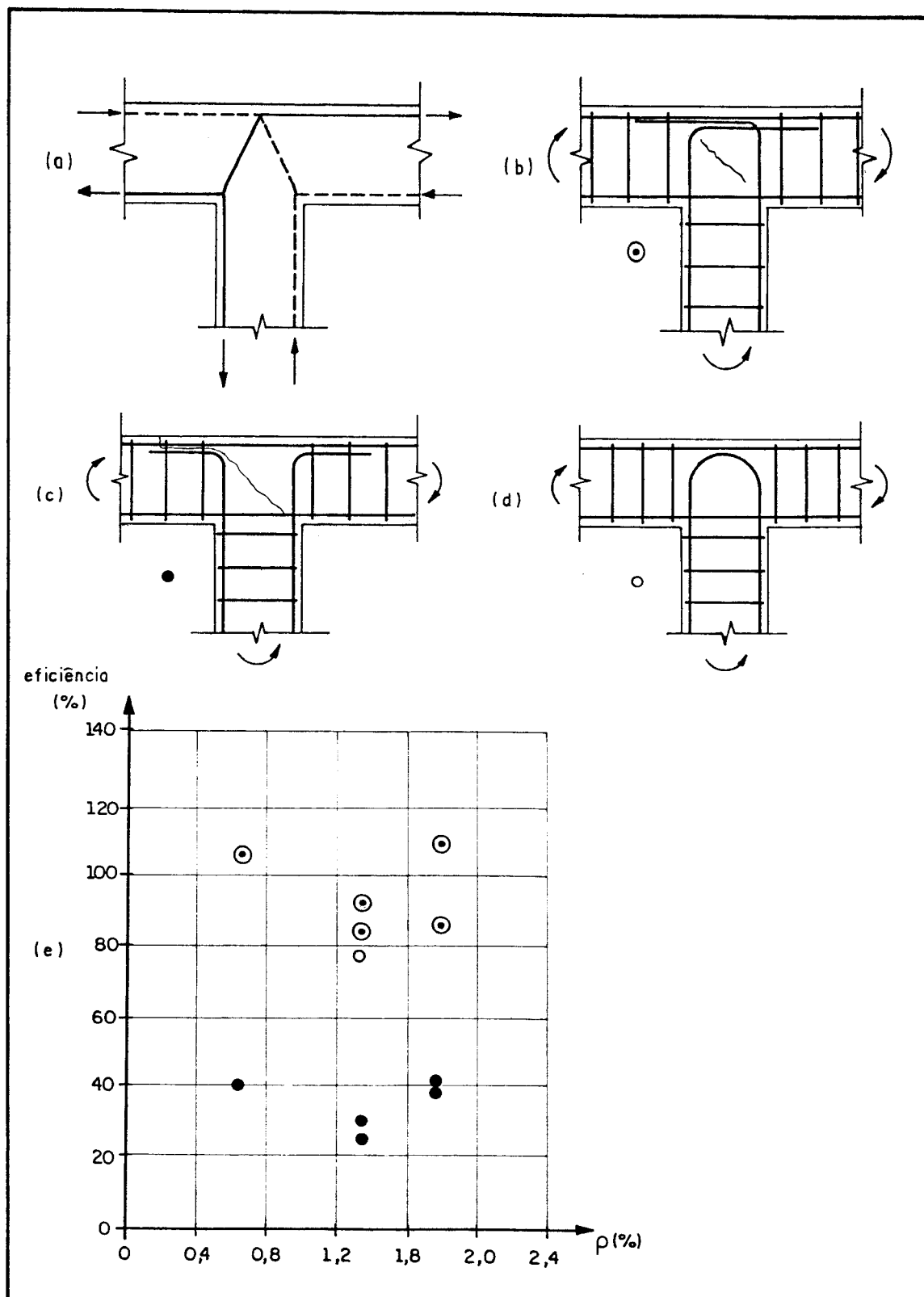


Fig. 5.20-Modelo, diferentes detalhamentos e eficiência medida em ensaios (Adapt. Refs. 8 e 22).

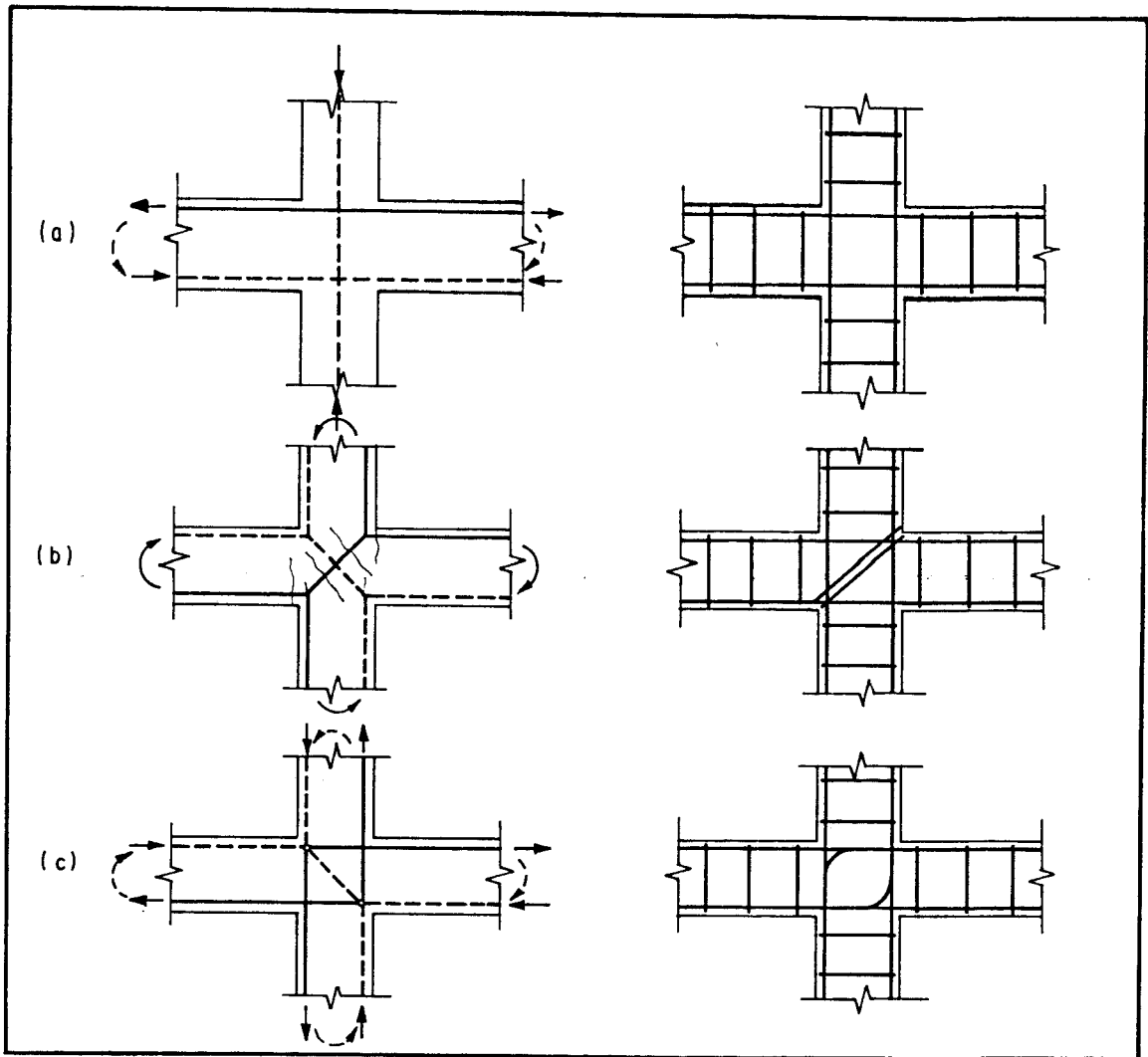


Fig. 5.21-Modelos e detalhamento para ligação viga intermediária-pilar intermediário(Ref. 9).

interrompida. O modelo e o detalhamento da Fig. 5.21-b se aplicam quando as ações laterais são preponderantes. Neste caso, uma diagonal tracionada e outra comprimida se cruzam dentro da ligação. A figura também mostra que as fissuras se desenvolvem perpendicularmente à diagonal tracionada e nas extremidades inferior (esquerda) e superior (direita) das vigas. Outro modelo, com proposta de disposição da armadura está na Fig. 5.21-c.

5.7 - LIGAÇÕES EM ÂNGULOS AGUDOS OU OBTUSOS

A Fig. 5.22-a apresenta o modelo proposto por SCHLAICH & SCHAFER [1989]⁹ para a ligação em ângulo obtuso

com momento fletor tracionando as fibras internas. Para a ligação em ângulo agudo, pode ser proposto o modelo da Fig. 5.22-b. Os detalhamentos apresentados, para ambas as ligações, são os mais adequados, segundo ensaios realizados por NILSSON & LOSBERG [1976]²². No detalhamento da ligação em ângulo agudo, recomenda-se adotar $a \geq 0,5.h$.

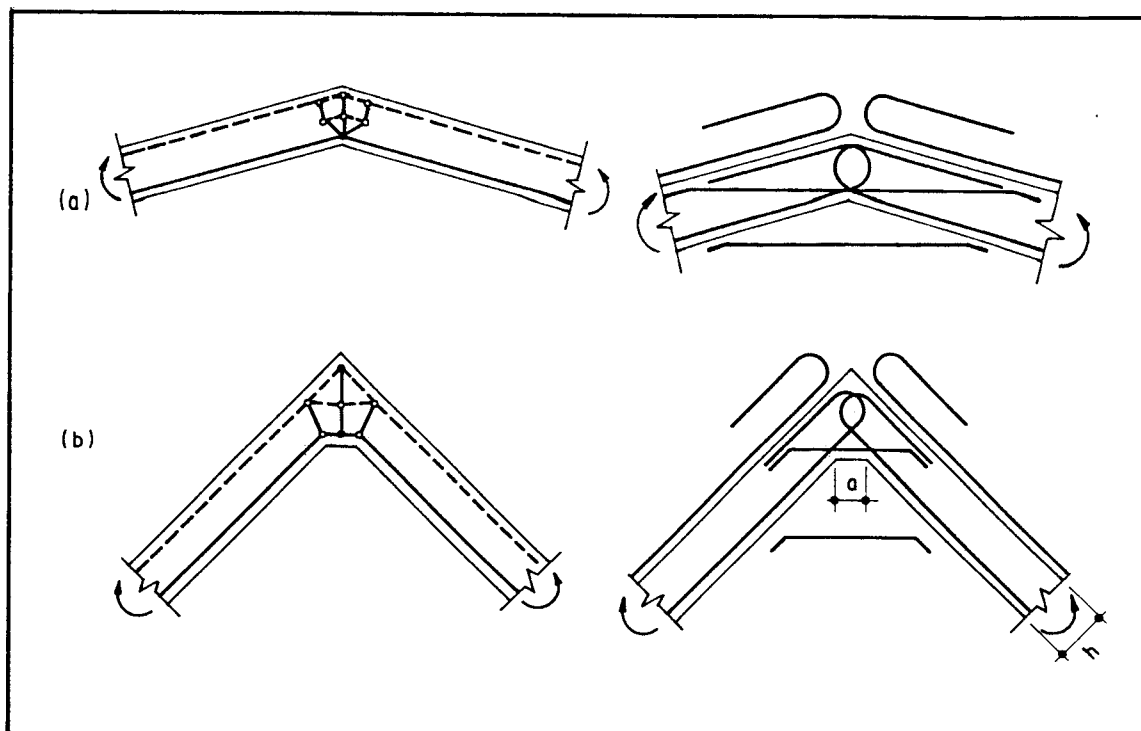


Fig. 5.22-Modelos e detalhamento para ligações em ângulos obtusos e agudos (Adapt. Refs. 9 e 22).

5.8 - MUROS DE ARRIMO

A ligação entre a laje vertical e a sapata de um muro de arrimo de flexão possui comportamento semelhante às ligações apresentadas nos itens 5.3.1 e 5.5. NILSSON & LOSBERG [1976]²² realizaram ensaios comparativos de eficiência para diferentes detalhamentos. Dos resultados obtidos, pode-se concluir: se o muro possui um comprimento frontal da base curto ($\leq h$) ou nulo, o detalhamento adequado é o da Fig. 5.23-a ou b; para comprimentos maiores ($> h$) da base frontal, utiliza-se o detalhamento proposto na Fig. 5.23-c. Observe que o detalhamento mostrado na Fig. 5.23-b é análogo ao do item 5.3.1.3.

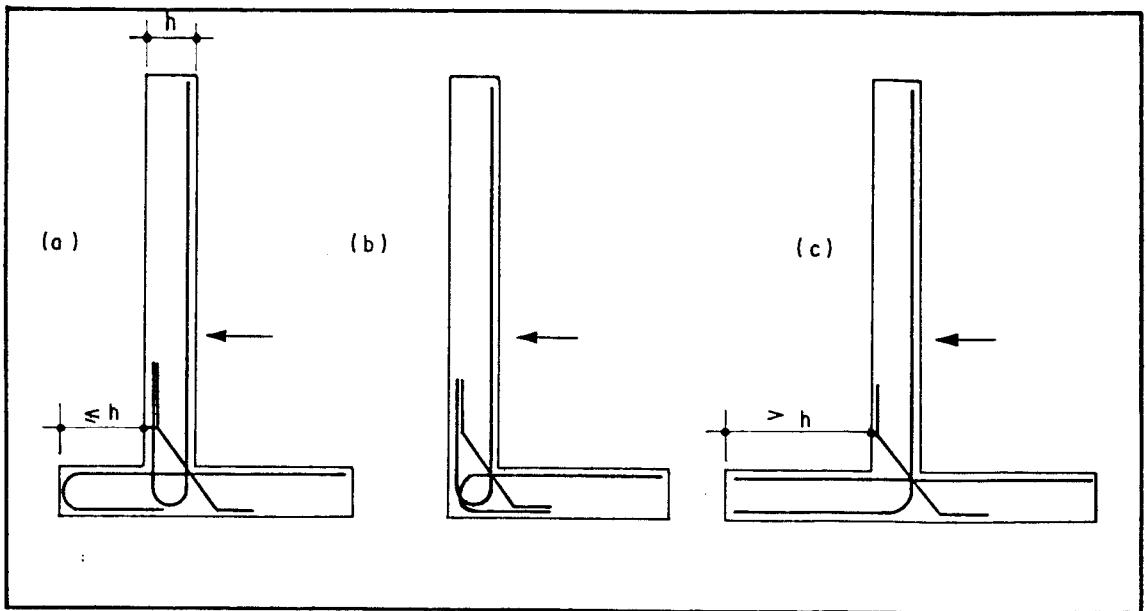


Fig. 5.23-Detalhamentos para ligações em muros de arrimo(Ref. 15).

6 - APLICAÇÃO AOS CONSOLOS E DESCONTINUIDADES GEOMÉTRICAS EM VIGAS

6.1 - CONSOLOS

6.1.1 - INTRODUÇÃO E GEOMETRIA

O consolo pode ser definido como um elemento estrutural saliente relativamente ao seu apoio, geralmente solicitado por aplicação de ação na face superior (Fig. 6.1-b) ou ao longo da altura (Fig. 6.1-a), junto ao seu extremo livre, cujo comprimento até a posição do carregamento é menor ou igual à sua altura útil junto ao apoio ($a/d \leq 1$).

Usualmente engastados nos pilares, os consolos recebem ações, na maioria das vezes, elevadas. As aplicações mais comuns são apoios de vigas de rolamento em instalações industriais ou vigas pré-moldadas. Por motivos estéticos, não se deve projetar consolos com dimensões exageradas.

O consolo pode ter forma retangular ou trapezoidal. A forma trapezoidal é aceitável porque existe uma região inerte na extremidade inferior do consolo. A forma retangular é utilizada para ação aplicada ao longo da altura através de uma viga (Fig. 6.1-a). A forma trapezoidal (Fig. 6.1-b), que dificulta a execução da fôrma mas gasta menos concreto, deve ser projetada cuidadosamente, com uma altura da face externa (h_1) suficiente para impedir o esmagamento da biela comprimida de concreto.

Segundo a NBR 9062[1985]²⁴, Projeto e Execução de

Estruturas de Concreto Pré-Moldado, a altura da face externa do consolo não deve ser menor que metade da altura do consolo no engastamento, deduzido do afastamento da almofada de apoio à borda externa (Fig. 6.1-d) :

$$h_1 \geq \frac{h}{2} - a_2 \quad (6.1)$$

A distância a_2 da face externa da almofada de apoio à face externa do consolo deve ser no mínimo :

a) $a_2 = c + \phi$, para o tirante ancorado por barra transversal de mesmo diâmetro (Fig. 6.1-d);

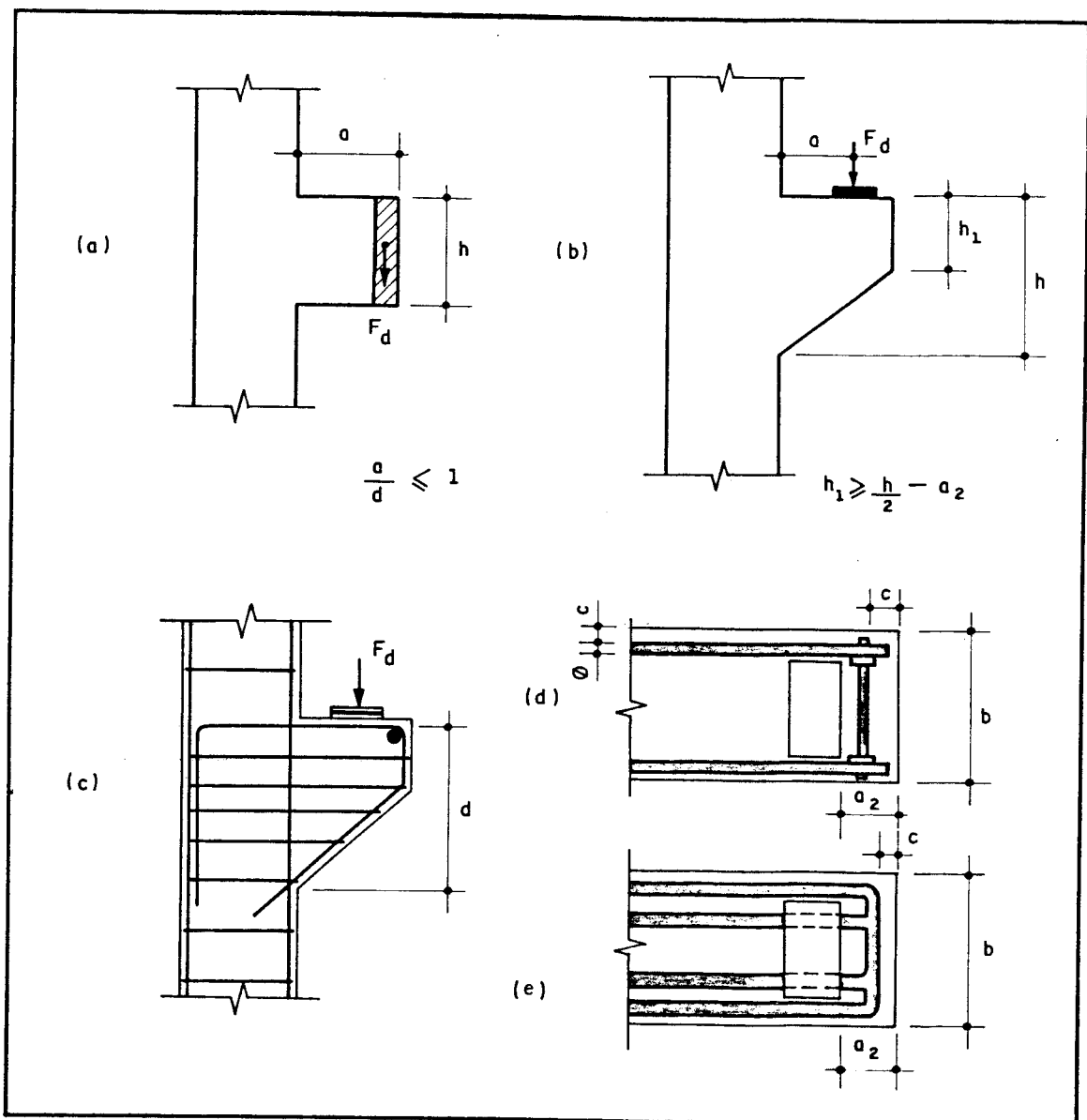


Fig. 6.1 - Tipos de consolos e geometria (Ref. 24).

b) $a_2 = c + 3,5\phi$, para o tirante ancorado por alças horizontais ou verticais com $\phi < 20$ mm (Fig. 6.1-e);

c) $a_2 = c + 5\phi$, para o tirante ancorado por alças horizontais com $\phi \geq 20$ mm (Fig. 6.1-e).

6.1.2-COMPORTAMENTO ESTRUTURAL

Os consolos são regiões tipicamente descontínuas. A distribuição de tensões nos consolos depende dos esforços atuantes no pilar adjacente. LEONHARDT & MÖNNIG [1978]¹⁷ apresentam as trajetórias de tensões principais em um consolo com força concentrada à distância $a=0,5h$ (Fig. 6.2-a). No caso de formato retangular, o canto inferior externo do consolo fica praticamente isento de tensões. Observe que, em todo o comprimento a , as tensões de tração são praticamente constantes, isto é, o esforço de tração na parte superior permanece com o mesmo valor entre o ponto de aplicação da carga e a seção de engastamento. As tensões de compressão concentram-se junto ao canto inferior do consolo. O esquema resistente pode então, ser representado por um banzo tracionado na extremidade superior e uma diagonal comprimida inclinada(Fig. 6.2-b). A configuração fissurada é mostrada na Fig. 6.2-c. Para um determinado carregamento surge uma fissura vertical na ligação entre o pilar e o consolo. A abertura da fissura aumenta com o acréscimo das ações. Aumentando-se ainda mais a ação, surgem fissuras inclinadas que evidenciam a necessidade da disposição de armadura de costura, constituída por estribos horizontais. Em consolos a armadura transversal, constituída por estribos verticais, não funciona como nas vigas(suspensão da força da biela) porque a ruptura ocorre por esmagamento da biela comprimida e não por cisalhamento.

Para a verificação da segurança dos consolos supõe-se que a ruína pode ocorrer basicamente por escoamento da armadura do tirante ou esmagamento do concreto da biela. Uma ruína causada por ancoragem inadequada da armadura é possível, mas um detalhamento adequado impede que isso

ocorra. A ruptura localizada do vértice superior externo não ocorre desde que a almofada de apoio seja posicionada corretamente.

É importante frisar que o modelo resistente da Fig. 6.2-b, comentado anteriormente, só é válido para $0,5 < a/d \leq 1,0$ (consolos curtos). Através de numerosos

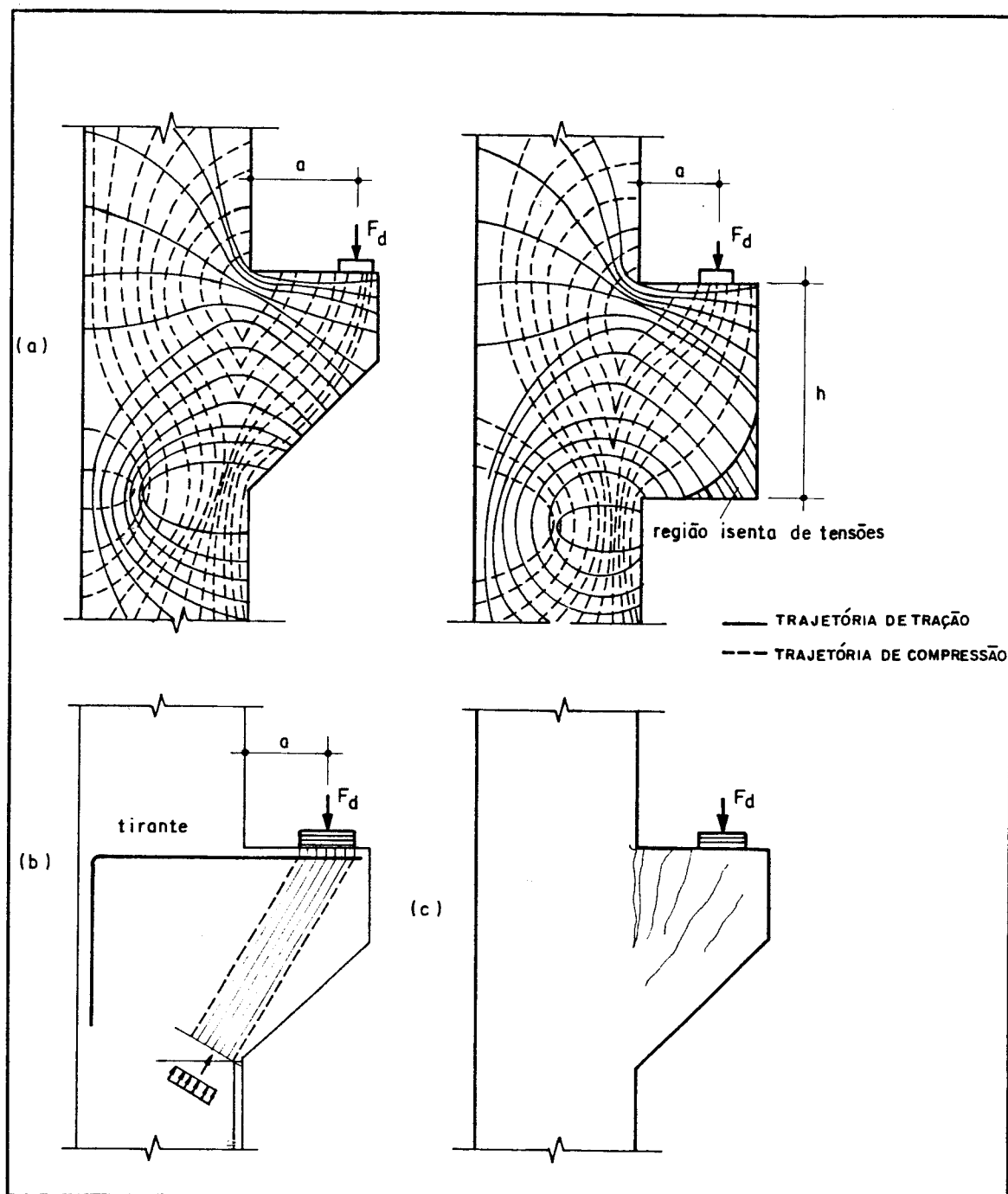


Fig. 6.2-Trajétórias de tensões, modelo resistente e configuração fissurada de consolos (Adapt. Refs. 17 e 26).

ensaios realizados, MATTOCK ET ALLI [1976]²⁵ observaram que a hipótese de uma única biela comprimida não ocorre para consolos muito curtos ($a/d \leq 0,5$). Neste caso recomenda-se o uso da teoria do cisalhamento-atrito (item 6.1.4).

A NBR 9062 [1985]²⁴ recomenda as seguintes hipóteses de cálculo para o dimensionamento dos consolos :

a) para $1,0 < a/d \leq 2,0$, a verificação da segurança se faz como viga em balanço;

b) para $0,5 < a/d \leq 1,0$ (consolos curtos), a verificação da segurança se faz segundo o modelo de bielas e tirantes;

c) para $a/d \leq 0,5$ (consolos muito curtos), a verificação da segurança se faz supondo a ruptura ao longo do plano de ligação do consolo com seu suporte, podendo-se considerar o efeito favorável de engrenamento dos agregados desde que a interface seja atravessada por barras de aço perpendiculares à mesma;

d) despreza-se o eventual efeito favorável de ações que comprimam o plano de ligação entre o consolo e o elemento de sustentação;

e) considera-se que deva ser absorvido integralmente pelo tirante o efeito de ações horizontais que tracionem o plano de ligação entre o consolo e o elemento de sustentação.

6.1.3-MODELOS ADEQUADOS

Usualmente os elementos de sustentação dos consolos são os pilares. Todavia, em estruturas pré-moldadas pode-se utilizar apoios em abas de vigas, que funcionam como consolos. O modelo básico proposto no item anterior é

influenciado pelas ações atuantes nesses elementos de sustentação.

6.1.3.1-AÇÃO APLICADA NA FACE SUPERIOR

A Fig. 6.3 apresenta alguns exemplos de modelos para o caso de ação aplicada na face superior. O modelo simplificado da Fig. 6.3-a se aplica quando os esforços da parte superior do pilar adjacente são desprezados. Um modelo refinado para o mesmo caso é mostrado na Fig. 6.3-b, onde os tirantes adicionais representam as tensões de tração perpendiculares às bielas de compressão.

O código modelo CEB-FIP [1990]⁶ propõe o modelo refinado da Fig. 6.3-c e o modelo simplificado da Fig. 6.3-d. A verificação das tensões no nó 2 pode ser feita, no modelo refinado, substituindo-se as forças nas bielas R_{c2} e R_{c3} pela resultante. O ângulo θ_r de inclinação dessa resultante pode ser obtido pela expressão:

$$\cotg \theta_r = \frac{(a + x_1/2)}{z} \left[1 - \frac{R_{stv}}{2 \cdot F_v} \right]$$

$$x_1 = \frac{F_v}{0,85 \cdot f_{cd} \cdot b}$$

A Fig. 6.3-e apresenta um modelo para o caso de consolos duplos. Nos modelos das Figs. 6.3-f e g, que são utilizados para apoios em abas de vigas, observam-se tirantes verticais que funcionam como armadura de suspensão.

A determinação das forças no tirante e na biela comprimida é imediata, desde que o modelo esteja geometricamente definido. HAGBERG [1983]²⁶ sugere algumas expressões para o cálculo do ângulo de inclinação(β) e a largura (b_{comp}) da biela de compressão :

a) Atuação somente de ação vertical (Fig. 6.4-a):

$$\tg \beta_{max} = (a + a_g/2)/d \quad (6.2)$$

$$(b_{comp})_{max} = a_g \cdot \cos(\beta_{max}) \quad (6.3)$$

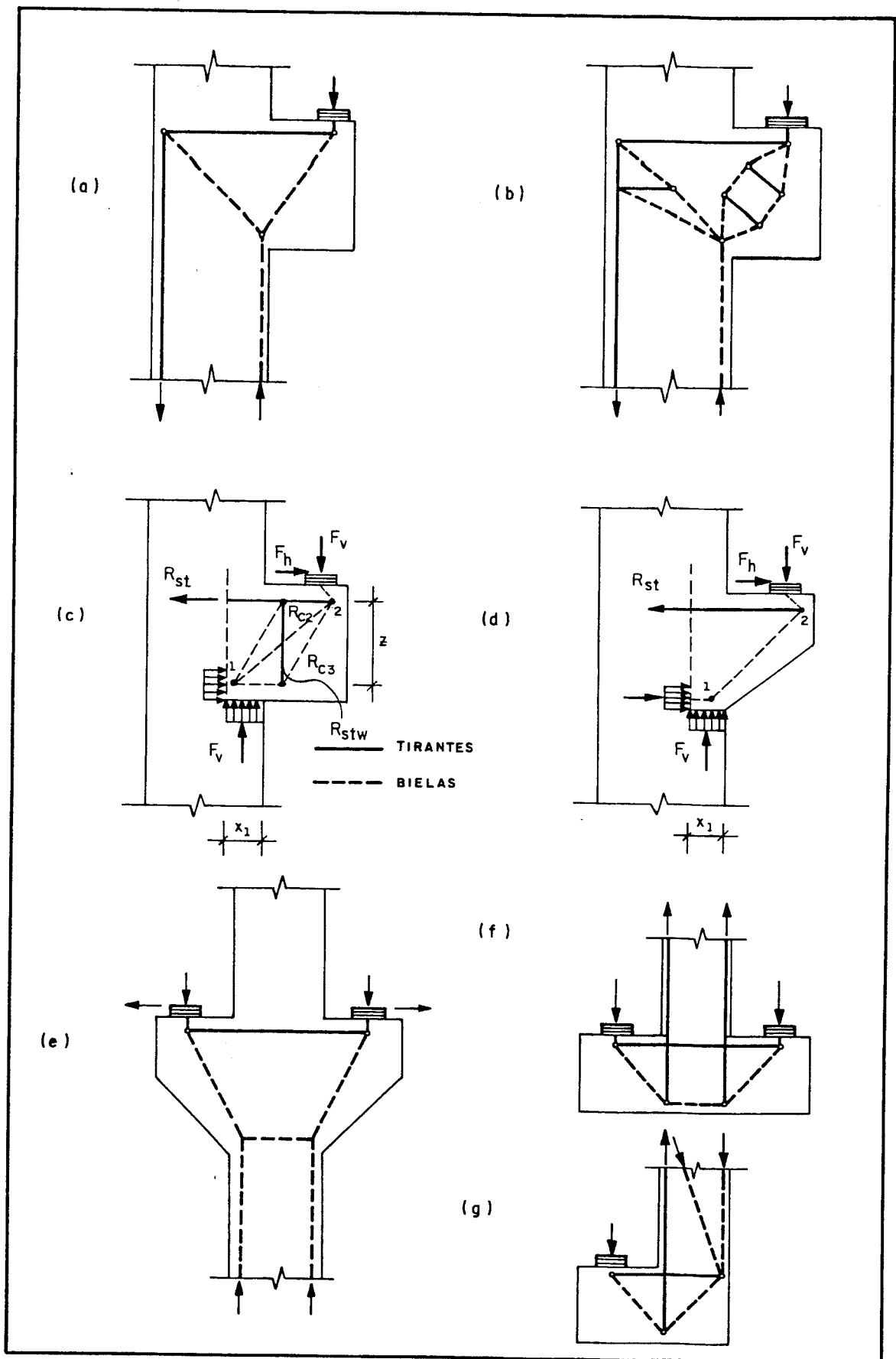


Fig. 6.3-Modelos para ação aplicada na face superior em consolos (Adapt. Refs. 1, 5 e 6).

b) Atuação simultânea de ação vertical e horizontal
(Fig. 6.4-b):

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{H_d}{F_d} \quad (6.4)$$

Cond. equilíbrio : $\sum F_v = 0 \rightarrow$

$$R_d \cdot \cos \theta = R_{cc} \cdot \cos \beta \rightarrow R_{cc} = R_d \cdot \frac{\cos \theta}{\cos \beta} \quad (6.5)$$

$\sum F_h = 0 \rightarrow$

$$R_{st} = R_d \cdot \operatorname{sen} \theta + R_{cc} \cdot \operatorname{sen} \beta \quad (6.6)$$

$$\operatorname{tg} \beta_{\max} = \frac{a + a_g/2 + (h - d) \cdot \operatorname{tg} \theta}{d} \quad (6.7)$$

$$(b_{\text{comp}})_{\max} = 2 \cdot (a_g/2 - t \cdot \operatorname{tg} \theta) \cdot \cos \beta_{\max} \quad (6.8)$$

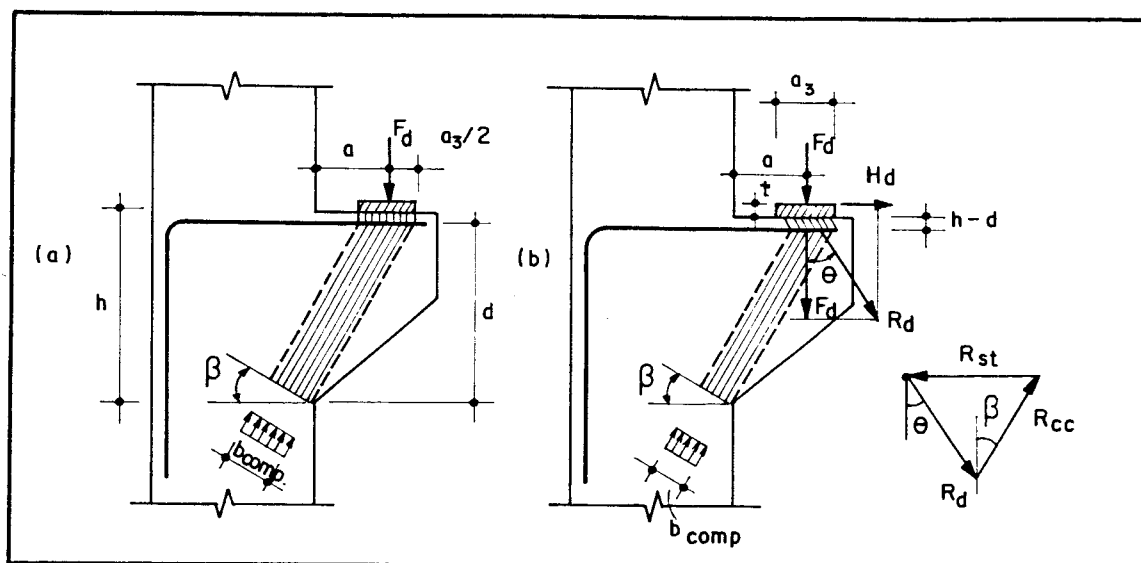


Fig. 6.4-Definição geométrica da biela de compressão(Ref. 26).

6.1.3.2-AÇÃO APLICADA AO LONGO DA ALTURA

No caso de vigas que se apoiam ao longo da altura do consolo(Fig. 6.5-a), deve-se utilizar uma armadura de suspensão conforme modelo da Fig. 6.5-b. Pode ser conveniente o uso de armaduras inclinadas, através da superposição dos modelos mostrados na Fig. 6.5-c. Segundo

LEONHARDT & MÖNNIG [1978]¹⁷, pode-se considerar que 60% da reação de apoio da viga seja aplicada na face superior para o dimensionamento da armadura horizontal do banzo tracionado e os outros 60% da força como aplicada na face inferior para o dimensionamento da armadura inclinada.

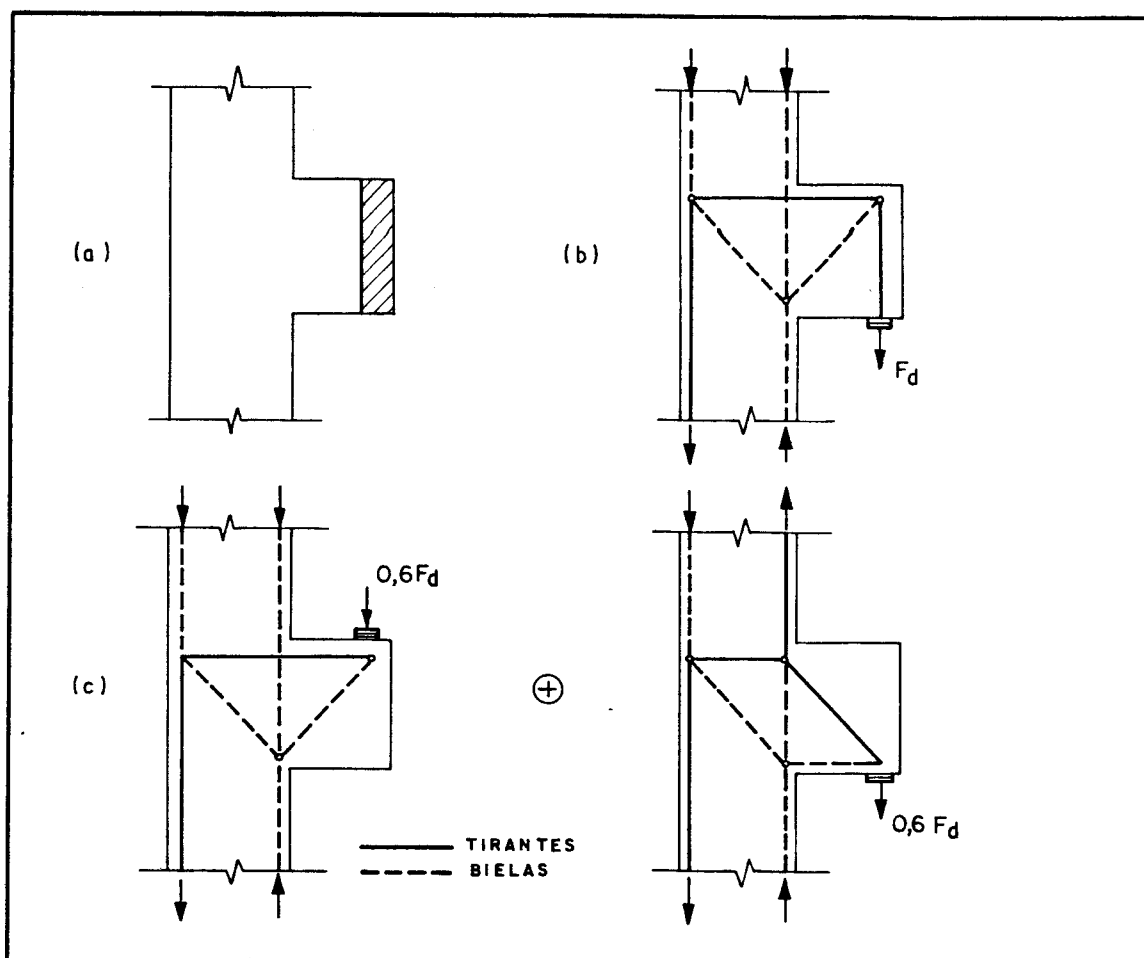


Fig. 6.5-Modelos para ação aplicada ao longo da altura (Ref. 9).

6.1.4-TEORIA DO CISALHAMENTO-ATRITO

A teoria do cisalhamento-atrito ("shear-friction") é utilizada para o dimensionamento de consolos muito curtos ($a/d \leq 0,5$). Para este caso, a modelagem utilizando uma única biela comprimida não conduz a resultados coerentes com os vários ensaios já realizados.

Pelo mecanismo do cisalhamento-atrito, as tensões

cisalhantes são transferidas ao longo de uma interface entre duas peças que podem deslizar uma em relação à outra. A Fig. 6.6 mostra esquematicamente como funciona o mecanismo do cisalhamento-atrito. Quando a força cortante é aplicada em sentidos contrários às duas camadas de concreto adjacentes, o deslizamento relativo das camadas provoca uma separação das superfícies (Fig. 6.6-a). A armadura que atravessa a fissura é deformada pela separação das superfícies, ficando conseqüentemente tracionada. Para reestabelecer o equilíbrio, surgem tensões de compressão atuando na superfície de concreto (Fig. 6.6-b). Portanto, o cisalhamento é transmitido ao longo da fissura, por atrito resultante das tensões de compressão e pelo engrenamento dos agregados na superfície fissurada, combinados com ação de tarugo da armadura. Em outras palavras, a presença de armaduras atravessando o plano de cisalhamento impede o afastamento

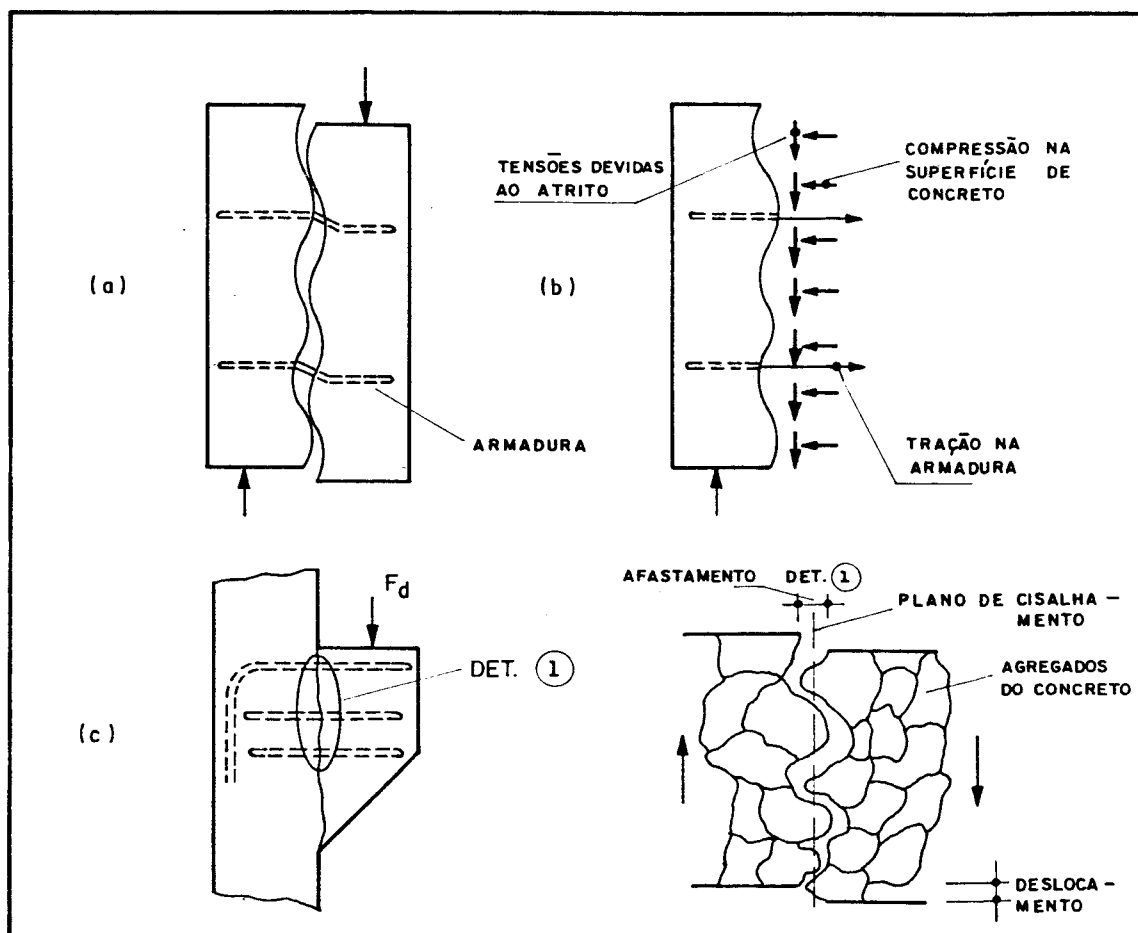


Fig. 6.6-Mecanismo do cisalhamento-atrito em consolos (Ref. 8)

das duas partes fazendo surgir uma força normal que aumenta o atrito entre as duas partes. A Fig. 6.6-c apresenta o mecanismo descrito em um consolo e, no detalhe, o engrenamento dos agregados.

6.1.5-DIMENSIONAMENTO PELA NBR 9062

6.1.5.1-ARMADURA TOTAL DO TIRANTE

a) Para os consolos curtos, com $0,5 < a/d \leq 1,0$, admite-se:

$$A_{s,tir} = A_{sv} + \frac{H_d}{f_{yd}} \quad (6.9)$$

onde: $A_{s,tir}$ = área total de aço do tirante;

$$A_{sv} = \left[0,1 + \frac{a}{d} \right] \frac{F_d}{f_{yd}} \quad (6.10)$$

- a expressão 6.10 deve ser melhorada por aproximações sucessivas ao ser verificado o modelo prescrito.

b) Para consolos muito curtos, com $a/d \leq 0,5$, admite-se:

$$A_{s,tir} = A_{sv} + \frac{H_d}{f_{yd}} \quad (6.11)$$

$$A_{sv} = \frac{0,8 \cdot F_d}{f_{yd} \cdot \mu}$$

onde: $\mu = 1,4$ para concreto lançado monoliticamente;

$\mu = 1,0$ para concreto lançado sobre concreto endurecido com interface rugosa;

$\mu = 0,6$ para concreto lançado sobre concreto endurecido com interface lisa.

6.1.5.2-VERIFICAÇÃO DA BIELA COMPRIMIDA

a) Para consolos curtos com $0,5 < a/d \leq 1,0$, a tensão

de compressão na biela inclinada não pode ultrapassar:

a1) f_{cd} para ação aplicada na face superior;

a2) $0,85.f_{cd}$ para ação aplicada ao longo da altura.

b) Para consolos muito curtos com $a/d \leq 0,5$, para as condições de compressão diagonal em função da tensão de cisalhamento τ_{vd} , deve-se verificar $\tau_{vd} \leq \tau_{vu}$, sendo

$$\tau_{vu} = 3,0 + 0,9.\rho.f_{yd} \leq \begin{cases} 0,30.f_{cd} \\ 6 \text{ MPa} \end{cases} \quad e$$

$$\rho = \frac{A_{s,tir}}{b.d}, \quad f_{yd} \leq 435 \text{ MPa.}$$

6.1.5.3-OBSERVAÇÕES

Neste trabalho, utilizam-se os mesmos parâmetros de resistência das bielas e nós para diferentes elementos estruturais. O emprego da modelagem para o projeto dispensa o uso de expressões como aquelas propostas pela NBR 9062. Entretanto, para o caso de consolos curtos, em que a modelagem se aplica, aquelas expressões servem como referência para comparação de resultados.

6.1.6-DETALHAMENTO

6.1.6.1-ARMADURA PRINCIPAL

A armadura do tirante deve ser distribuída no quinto da altura do consolo junto à borda tracionada (Fig. 6.7-a). Deve-se dar atenção especial à ancoragem desta armadura tracionada.

A ancoragem na parte frontal do consolo pode ser feita através de barras transversais soldadas de mesmo diâmetro (Fig. 6.7-a). Neste caso, o diâmetro (ϕ) das barras do tirante, segundo a NBR 9062, não deve ser maior que um sexto da menor dimensão do consolo na seção de engastamento ou 25 mm, e seu espaçamento não deve ser maior que 20ϕ ou

d.

O tirante pode ser ancorado também através de laços horizontais(Fig. 6.7-b). Este tipo de detalhamento deve ser tal que abrace a região de aplicação do carregamento, podendo-se usar laços simples ou múltiplos. Deve-se, sempre, preferir bitolas menores para as barras, o que permite aos laços abraçarem, com folga maior, a área de aplicação da carga. Para este caso, segundo a NBR 9062, o diâmetro(ϕ) das barras do tirante não deve ser maior que um oitavo da menor dimensão do consolo na seção de engastamento ou 25 mm, e seu espaçamento não deve ser maior que 15ϕ ou d.

Segundo LEONHARDT & MÖNNIG [1978]¹⁵, só se pode usar barras do tirante dobradas para baixo, junto à face frontal do consolo, quando a placa de apoio ficar atrás do início da curvatura(Fig. 6.7-c) e não existirem grandes cargas horizontais pois, de outro modo, o bordo dianteiro superior do consolo pode ser cortado. Em consolos estreitos, com forças elevadas, é recomendável evitar esse tipo de detalhamento.

6.1.6.2-ARMADURA DE COSTURA

O uso de estribos horizontais como armadura de costura aumenta a capacidade resistente das bielas de compressão.

Segundo a NBR 9062, a armadura de costura é obrigatória e considerada adequada quando(Fig. 6.7):

a) para consolos curtos, com $0,5 < a/d \leq 1,0$, adota-se o seguinte valor de armadura, distribuída em $2d/3$, adjacentes ao tirante:

$$\left(\frac{A_s}{s} \right)_{\text{cost}} \geq 0,4 \cdot \left(\frac{A_{sv}}{d} \right)$$

b) para consolos muito curtos, com $a/d \leq 0,5$, adota-se o seguinte valor de armadura distribuída em $2d/3$, adjacentes ao tirante, completando-se o terço restante com armadura mínima:

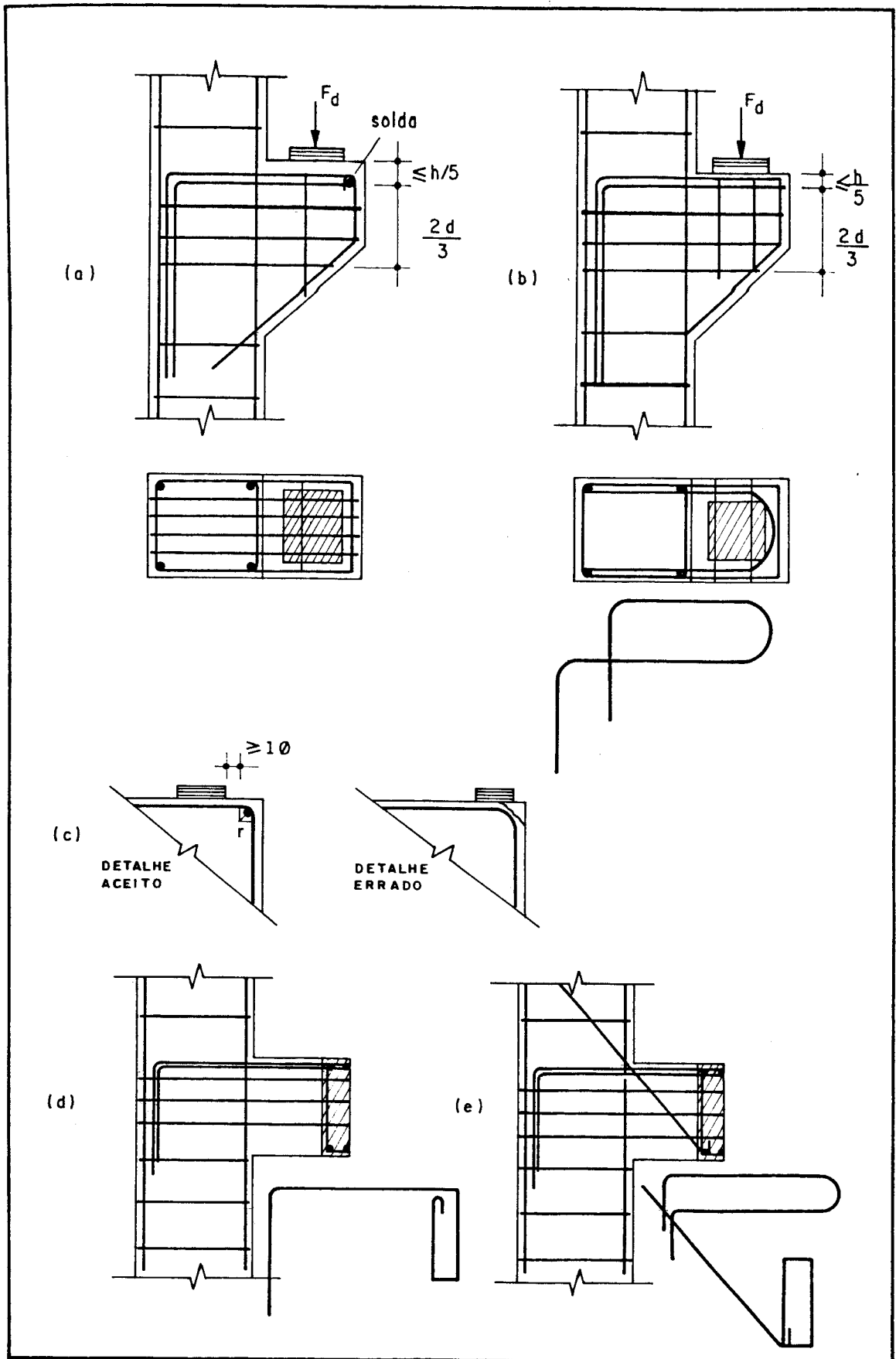


Fig. 6.7-Detalhamento de consolos(Ref. 15).

$$\left(\frac{A_s}{s}\right)_{\text{cost}} \geq 0,5 \cdot \left(\frac{A_{sv}}{d}\right)$$

c) não se adotar $f_{yd} > 435$ MPa;

$$d) \left(\frac{A_s}{s}\right)_{\text{cost, min}} = \begin{cases} 0,25 \cdot b & \text{para os aços CA-25 e CA-32;} \\ 0,15 \cdot b & \text{para os demais aços.} \end{cases}$$

O diâmetro(ϕ) desta armadura não deve ser maior que um quinze avos da menor dimensão do consolo no engastamento, e seu espaçamento na vertical não deve ser maior que um quinto da altura útil d no engastamento, 20 cm e a .

6.1.6.3-ESTRIBOS VERTICAIS

Para ações aplicadas ao longo da altura, os estribos verticais são utilizados como armadura de suspensão. Para ação aplicada na face superior, com $0,5 < a/d \leq 1,0$, os estribos verticais são inúteis para transmissão da ação, servindo apenas para enrijecer a armadura. Por questões construtivas, adota-se taxas mínimas da NBR 6118 para vigas de mesma largura b e altura igual à do consolo no engastamento. Quando as ações não são aplicadas rigorosamente no plano de simetria do consolo, os estribos verticais também resistem às tensões decorrentes da torção. Além disso, ensaios recentes mostraram que estribos verticais em consolos com $a/d \leq 0,5$, proporcionam um aumento da capacidade resistente.

6.1.6.4-AÇÃO APLICADA AO LONGO DA ALTURA

Para consolos sob ações aplicadas ao longo da altura, quando se utiliza o modelo da Fig. 6.5-b, a força deve ser integralmente suspensa através de uma armadura de suspensão e absorvida pelo tirante horizontal(Fig. 6.7-d). Os estribos não devem ser distribuídos fora da zona de cruzamento do consolo com a viga que transmite a ação.

Quando se faz a superposição dos modelos da Fig.

6.5-c, pode-se reduzir a armadura de suspensão e a do tirante horizontal, pendurando-se a força diretamente no pilar, através de barras inclinadas(Fig. 6.7-e).

6.2 - DESCONTINUIDADES GEOMÉTRICAS EM VIGAS

6.2.1-APOIOS EM DENTE

6.2.1.1-INTRODUÇÃO E GEOMETRIA

Dentes são elementos de apoio na extremidade de vigas, cuja altura é menor que a altura do elemento a ser apoiado. Usualmente, são também denominados apoios de altura reduzida ou apoios por meio de recortes nas extremidades dos elementos. Este tipo de apoio é freqüentemente utilizado em vigas pré-moldadas de concreto armado. Geometricamente, o dente fica definido pela sua altura(h_{red}) e seu comprimento(l_{red}). Normalmente se utilizam dentes com altura $h_{red} \approx h/2$ e comprimento $l_{red} \approx h_{red}$. Os apoios em dente podem ser retangulares(Fig. 6.8-a) ou inclinados(Fig. 6.8-b).

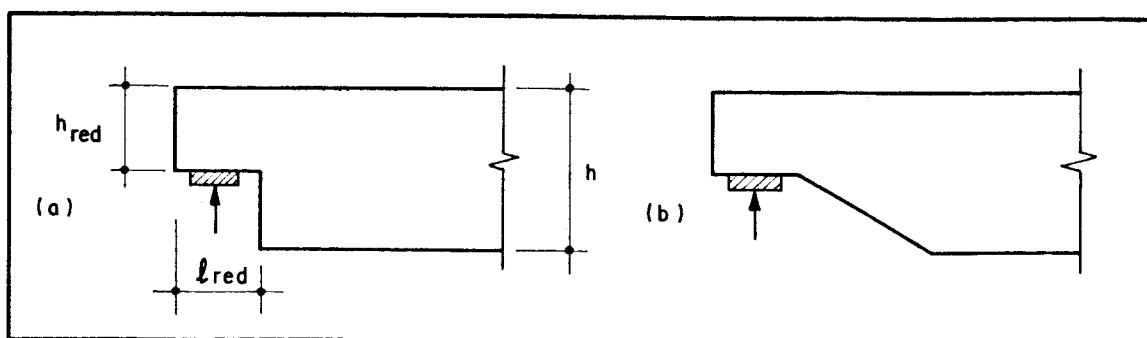


Fig. 6.8-Tipos de apoios em dente e geometria.

6.2.1.2-COMPORTAMENTO ESTRUTURAL E MODELOS

Segundo LEONHARDT & MONNIG [1978]¹⁵, o fluxo de esforços internos e, com isso, a configuração fissurada é função da relação h_{red}/h e da disposição da armadura. A Fig.

6.9-a mostra que, quanto menor a relação h_{red}/h , mais horizontal é a fissura que parte do vértice do canto reentrante e que põe em risco a segurança do dente de apoio, tornando-se mais importante suspender a força cortante proveniente da viga. Um chanfro no canto reentrante é desejável porque diminui as tensões devidas ao efeito de entalhe.

As Figs. 6.9-b e c apresentam o esquema resistente através de bielas comprimidas, tirantes horizontais e verticais ou inclinados. A força cortante pode ser pendurada na borda superior com tirantes verticais (Fig. 6.9-b) ou com tirantes inclinados (Fig. 6.9-c) ou ainda com a combinação de ambos. Os tirantes horizontais devem ser ancorados à esquerda do início da placa de apoio; para a direita, devem ser prolongados até uma seção tal que possam apoiar as bielas de compressão inclinadas. LEONHARDT & MÖNNIG [1978]¹⁵ comentam que "ensaios realizados em Stuttgart mostraram que os tirantes verticais não suportam toda a força cortante, porque uma parcela dessa força é transmitida diretamente ao apoio pela inclinação da força do banzo comprimido. Essa parcela deve aumentar com a relação h_{red}/h . A maior capacidade resistente foi obtida com uma combinação dos

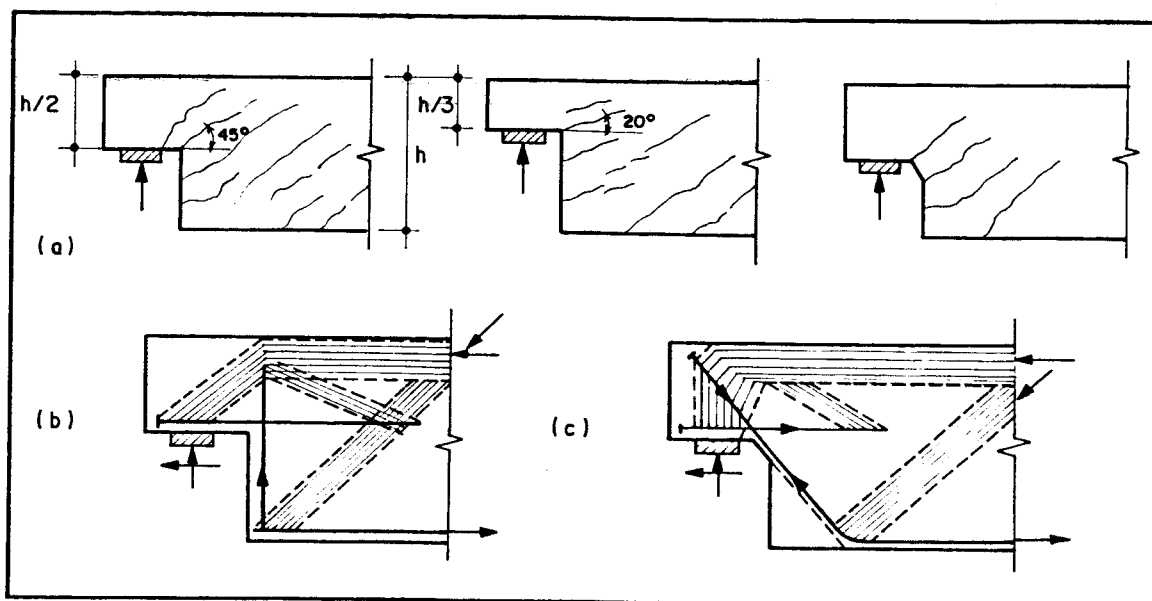


Fig. 6.9-Configuração fissurada e esquemas resistentes em dentes de apoios (Ref. 15).

esquemas das Figs. 6.9-b e c. Nesse caso, a parcela atribuída ao tirante inclinado deve ser grande, para valores maiores de h_{red}/h , e pequena, para pequenos valores de h_{red}/h .

Pelo exposto acima, vê-se que modelos de bielas e tirantes são bastante convenientes para o projeto desses dentes de apoio. A escolha de um modelo adequado depende, além de suas dimensões relativas e do detalhamento da armadura, do tipo de carregamento e da posição e dimensões do aparelho de apoio. Vários modelos, propostos para dentes de dimensões usuais, são apresentados nas Figs. 6.10 e 6.11.

SCHAFFER & SCHLAICH [1988]² sugerem a superposição de dois modelos (Fig. 6.10). O modelo 1 possui um tirante vertical e o modelo 2, um tirante inclinado. Ao invés de se analisar diretamente o modelo combinado (modelo 3), recomenda-se considerar para cada modelo individual uma parcela da força total. Para o caso apresentado, o modelo 1 deve absorver pelo menos 30% da força total.

COOK & MITCHELL [1988]⁵ propõem os modelos das Figs. 6.11-a e b para dentes retangulares e inclinados,

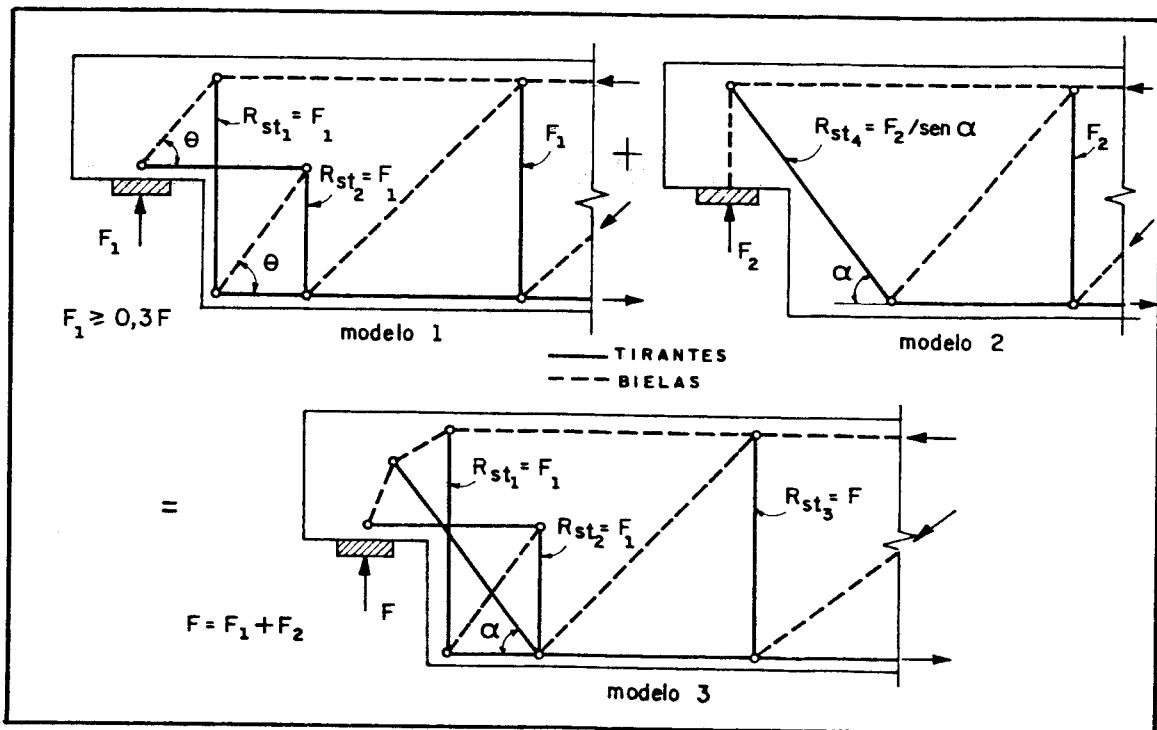


Fig. 6.10-Superposição de modelos (Ref. 2).

respectivamente. O BOLETIM CEB-176 [1987]²³ sugere a utilização do modelo da Fig. 6.11-c, isoladamente ou de preferência combinado com o modelo 2 da Fig. 6.10. Nesse caso, o modelo proposto também deve absorver pelo menos 30% da carga total no dente. O modelo da Fig. 6.11-d é uma adaptação do modelo 1, com ângulos θ_1 e θ_2 diferentes, proposta por SHEHATA & NAGATO [1990]²⁷. O ângulo θ_1 é a inclinação da biela superior e θ_2 , biela inferior.

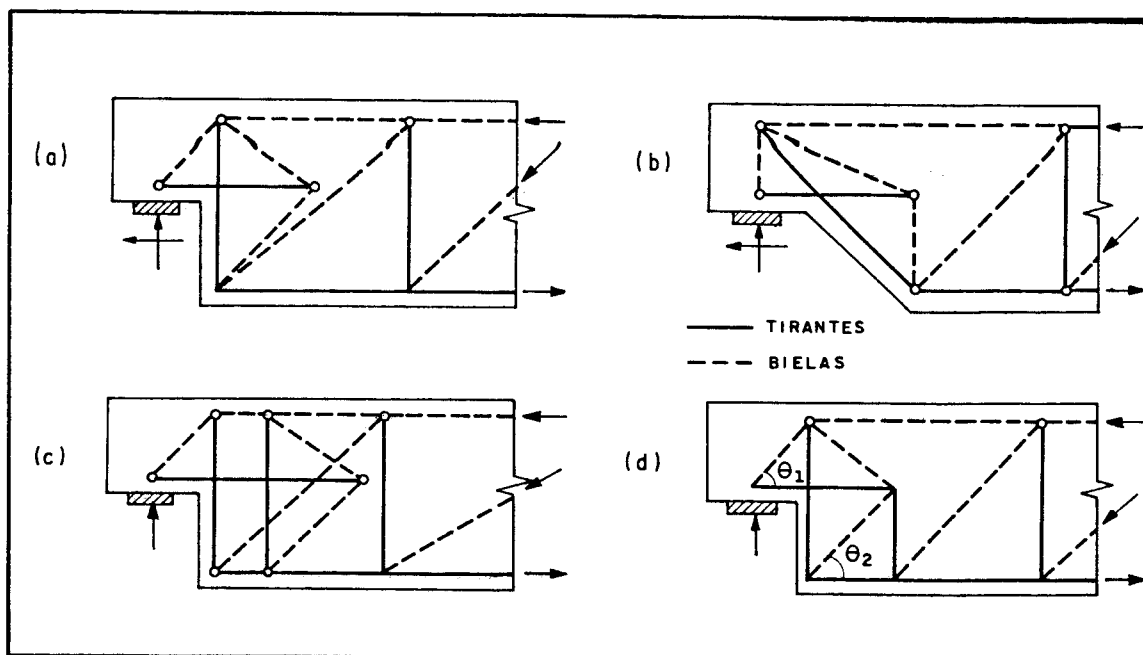


Fig. 6.11-Outros modelos propostos para dentes com dimensões usuais (Adapt. Refs. 5, 23 e 27).

Modelos para dentes com dimensões diferentes das usuais e carga horizontal são apresentados na Fig. 6.12. O modelo da Fig. 6.12-a, proposto pelo BOLETIM CEB-176 [1987]²³ é utilizado quando a altura do dente é pequena em relação à altura da viga ($h_{red} < h/2$). Para o mesmo caso, pode-se utilizar o modelo da Fig. 6.12-b, proposto por SHEHATA & NAGATO [1990]²⁷. Esses autores também propõem o modelo da Fig. 6.12-c, para dentes com grande comprimento em relação à altura ($l_{red} > h_{red}$) que evidencia a necessidade de se colocar estribos verticais no dente. Quando atua uma força horizontal no apoio, pode-se utilizar os modelos das Figs. 6.12-d e e, propostos por SCHLAICH & SCHAFFER [1989]⁹,

combinados com modelos para força vertical.

Segundo a NBR 9062, a tensão de compressão na biela não pode ultrapassar $0,85 \cdot f_{cd}$.

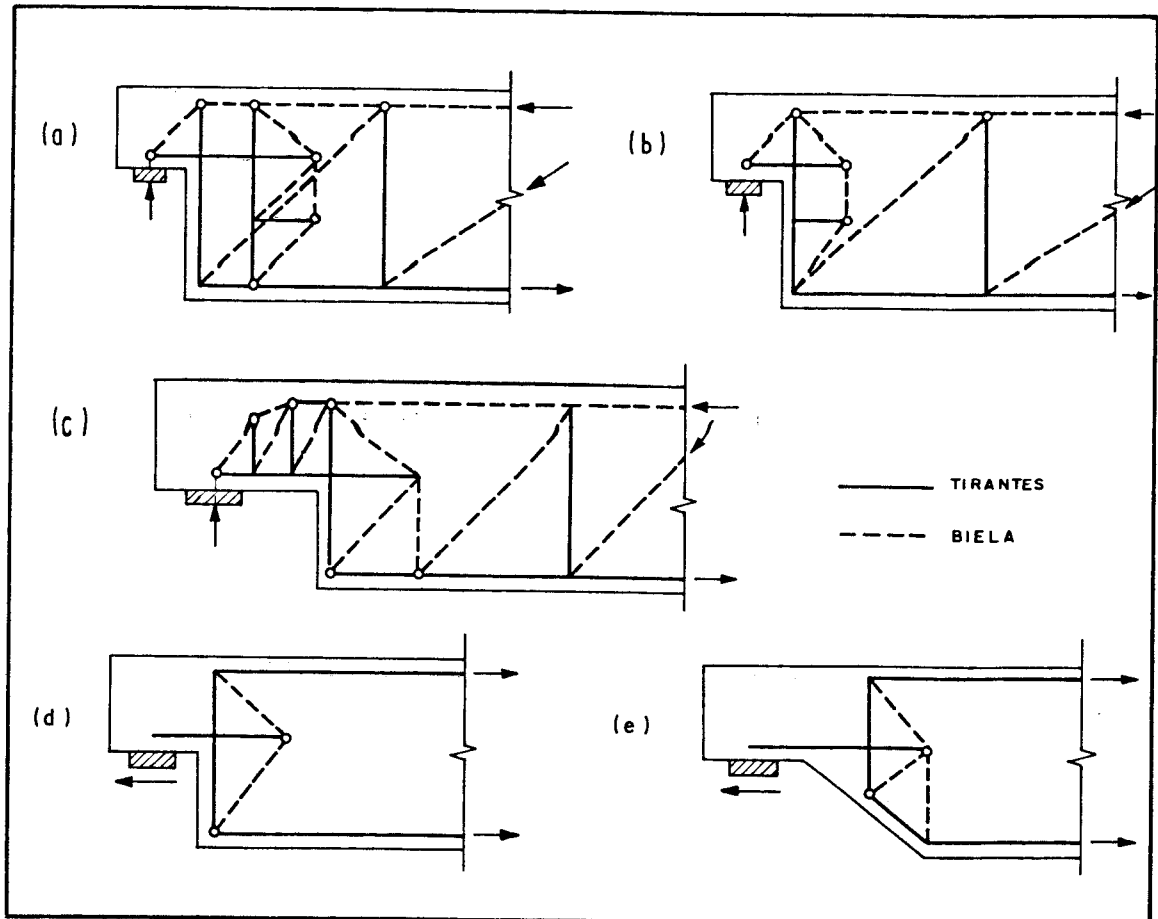


Fig. 6.12-Modelos propostos para dentes com dimensões alteradas e força horizontal (Adapt. Refs. 9, 23 e 27).

6.2.1.3-DETALHAMENTO

A NBR 9062 recomenda ancorar o tirante horizontal no dente por barra transversal de mesmo diâmetro soldada na extremidade ou por laços horizontais. O ponto de início da ancoragem dessas armaduras na viga é suposto distante do primeiro estribo de $(h - d_{red})$. A Fig. 6.13-a mostra o detalhamento proposto pela NBR 9062. LEONHARDT & MÖNNIG [1978]¹⁵ recomendam utilizar preferencialmente laços de ancoragem horizontais (grampos) que podem ser dispostos em várias camadas, uns sobre os outros, numa altura de $h_{red}/4$ (Fig. 6.13-b). São necessários dois a quatro estribos verticais no dente, o último próximo ao vértice do canto

reentrante. A NBR 9062 também exige a disposição de estribos horizontais, como armadura de costura, ancorados na face externa do dente e penetrando $1,5 \cdot l_b$ no interior da viga, externa do dente e penetrando $1,5 \cdot l_b$ no interior da viga.

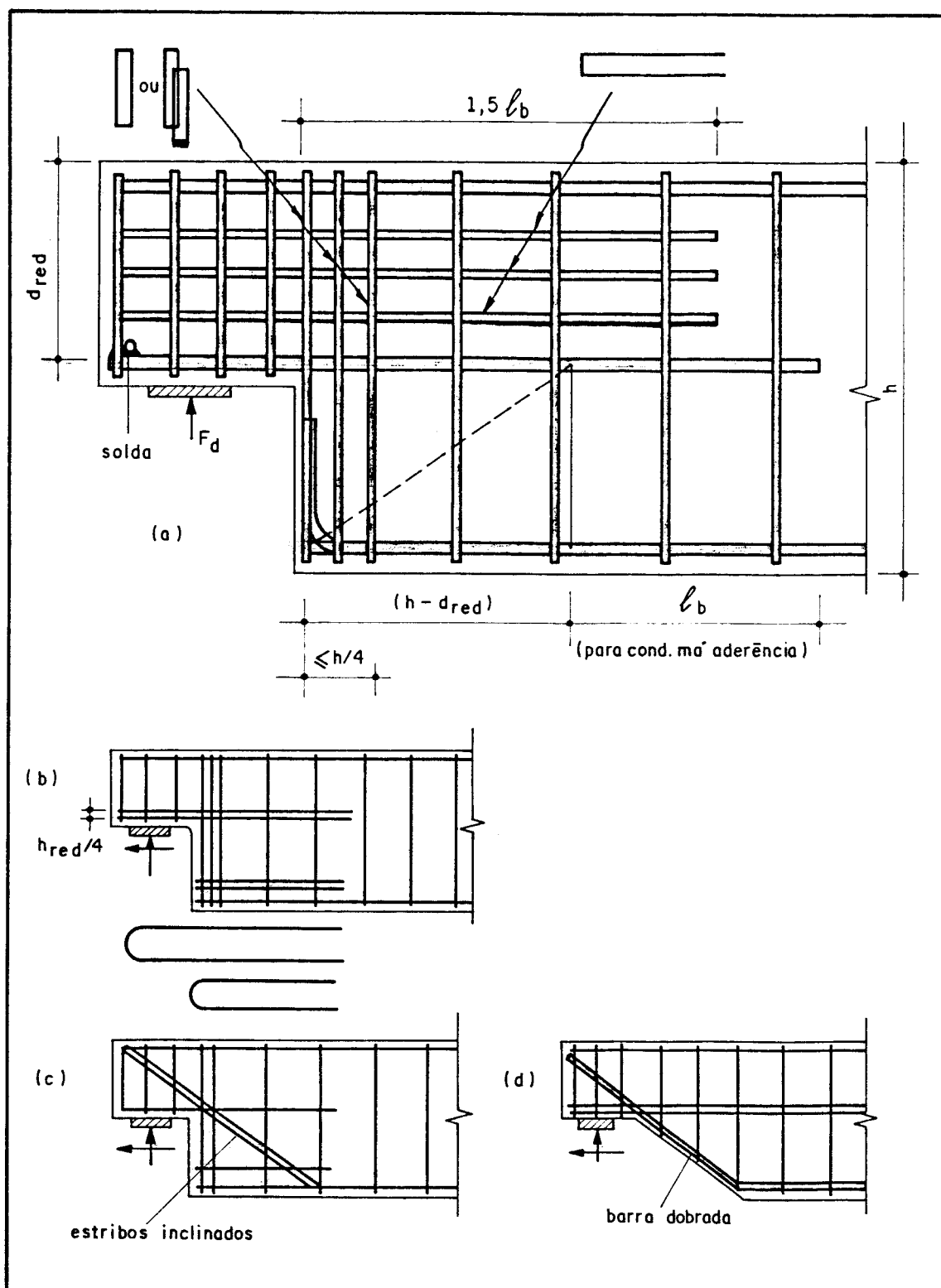


Fig. 6.13-Detalhamento de apoios em dente (Adapt. Refs. 15 e 24).

sendo l_b o comprimento de ancoragem.

A armadura de suspensão, constituída de estribos verticais fechados, deve ser disposta próxima à extremidade da viga adjacente ao dente de apoio e pode ser distribuída em uma distância $h/4$. Para o cálculo dessa armadura deve-se adotar $f_{yd} \leq 435$ MPa.

Segundo LEONHARDT & MÖNNIG [1978]¹⁵, "estribos inclinados(Fig. 6.13-c) devem ficar o mais próximo possível do vértice do canto reentrante e serem distribuídos em um comprimento de, no máximo, $h_{red}/4$ ". Quando se utilizam barras do banzo tracionado, dobradas(Fig. 6.13-d), estas devem ser ancoradas o mais próximo possível do canto superior do dente. O dente deve ser preferencialmente inclinado, acompanhando as barras dobradas. Quando as barras inferiores da viga terminarem com extremidades retas ou ganchos abertos, recomenda-se dispor 2 ou 3 grampos horizontais adicionais na extremidade da viga(Fig. 6.13-b).

6.2.2-ABERTURAS NA ALMA

Nas edificações usuais, as tubulações são posicionadas no espaço acima do forro falso. Obtém-se economia de espaço quando estas tubulações passam através de aberturas executadas na alma das vigas do pavimento. Entretanto, o efeito das aberturas na resistência e comportamento das vigas deve ser considerado. Pode-se executar uma única ou várias aberturas em um determinado vão. Preferencialmente, as aberturas são posicionadas nos trechos onde a força cortante é pequena. Segundo LEONHARDT & MÖNNIG [1978]¹⁵, só se pode executar aberturas, no trecho onde existe força cortante, se permanecerem, na alma, as bielas de compressão importantes. Aberturas circulares são mais favoráveis do que com ângulos reentrantes; os vértices devem ser, o mais possível, arredondados.

Segundo a NBR 6118 [1978]¹⁹, deve-se verificar o efeito provocado pela abertura na resistência e na

7 - EXEMPLOS PRÁTICOS

7.1 - CONSIDERAÇÕES GERAIS

Neste capítulo são apresentados exemplos práticos de dimensionamento de elementos estruturais de concreto armado, utilizando-se alguns dos modelos propostos nos capítulos anteriores. A verificação do cisalhamento em vigas usuais pelo Critério do CEB/90 é mostrada nos exemplos 1 a 3 e os resultados são comparados com aqueles obtidos pelo Anexo da NBR 7197. Os exemplos restantes abordam o dimensionamento de algumas regiões descontínuas como vigas-parede (exemplos 4 a 6), consolos (exemplo 7) e vigas com descontinuidades geométricas (exemplos 8 e 9).

Nos exemplos utilizam-se as seguintes tabelas elaboradas por PINHEIRO [1986]^{2º} :

- Flexão simples em seção retangular-armadura simples;
- Flexão simples em seção retangular-armadura dupla;
- Área da seção de armadura A_s ;
- Largura mínima para uma camada de barras b_v ;
- Área da seção de armadura por metro de largura a_s ;
- Momentos de engastamento perfeito.

7.2 - EXEMPLO 1

Viga simplesmente apoiada submetida a uma ação uniformemente distribuída de 22 kN/m (Fig. 7.1). Dados: Concreto C-15 e aços CA-50A (armadura longitudinal) e CA-60B (armadura transversal).

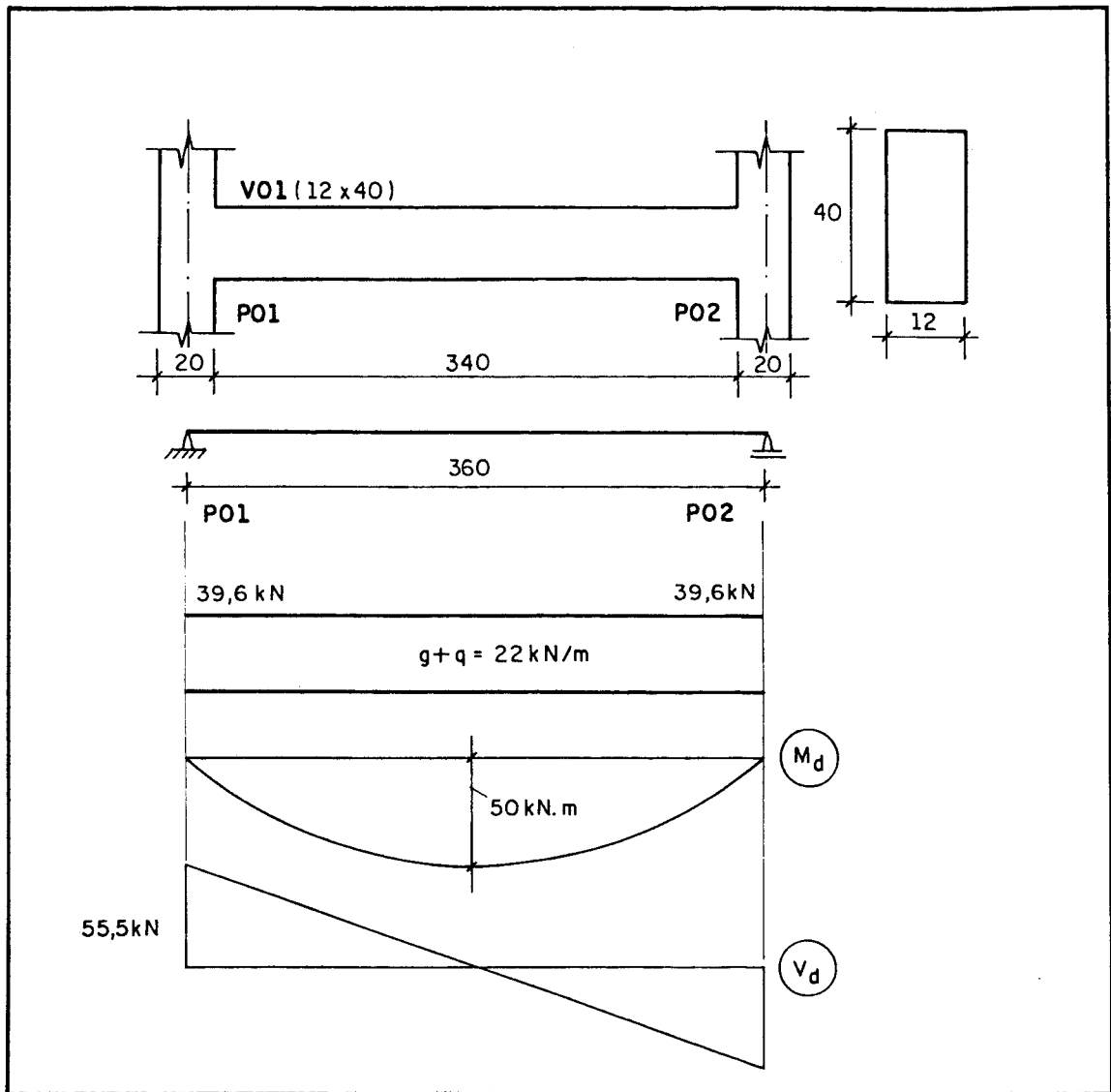


Fig. 7.1 - Viga do exemplo 1

7.2.1 - DIMENSIONAMENTO PELO CRITÉRIO DO CEB/90

7.2.1.1 - ESCOLHA DO VALOR DE θ

O ângulo θ entre as bielas diagonais e os banzos pode ser escolhido livremente no intervalo $18,4^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$. Deve-se adotar um valor de θ próximo do valor mínimo e verificar as tensões na biela diagonal. Como o presente trabalho não analisa minuciosamente a fissuração da viga, adota-se um valor mínimo para o ângulo θ um pouco maior que o permitido. Para este exemplo, pode-se utilizar $\theta = 26,5^\circ$.

7.2.1.2 - BIELA DIAGONAL

-Força solicitante:

$$F_{Scw} = \frac{V_d}{\text{sen } \theta} \left[\frac{\text{cotg } \theta}{\text{cotg } \theta + \text{cotg } \alpha} \right]$$

$$F_{Scw} = \frac{55,5}{\text{sen } 26,5^\circ} \left[\frac{\text{cotg } 26,5^\circ}{\text{cotg } 26,5^\circ} \right] = 124,4 \text{ kN}$$

-Força resistente:

$$F_{Rcw} = f_{cdz} \cdot b_v \cdot z \cdot \cos \theta$$

$$f_{cdz} = 0,60 \cdot \left[1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] \cdot f_{cd}$$

$$f_{cdz} = 0,60 \cdot \left[1 - \frac{15}{250} \right] \cdot f_{cd} = 0,56 \cdot f_{cd}$$

$$k_c = 3,28 \longrightarrow \beta_x = 0,52 \longrightarrow x = 19,24 \text{ cm}$$

$$z = d - 0,4 \cdot x = 37 - 0,4 \cdot 19,24 = 29,3 \text{ cm}$$

$$F_{Rcw} = 0,56 \times (1,5/1,4) \times 12 \times 29,3 \times \cos 26,5^\circ = 188,8 \text{ kN}$$

-Condição de verificação: $F_{Scw} < F_{Rcw}$

7.2.1.3 - ARMADURA TRANSVERSAL

Verifica-se a resistência da armadura transversal para a região que dista $z \cdot \text{cotg } \theta$ do eixo do apoio:

$$z \cdot \text{cotg } \theta = 29,3 \times \text{cotg } 26,5^\circ = 58,8 \text{ cm} \longrightarrow V_d = 37,4 \text{ kN}$$

$$\frac{A_{sv}}{s} > \frac{V_d}{f_{yd} \cdot z \cdot \text{cotg } \theta}$$

$$\frac{A_{sv}}{s} > \frac{37,4}{43,48 \times 0,293 \times \text{cotg } 26,5^\circ} = 1,46 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Utilizando estribos de dois ramos :

$$\frac{A_{sv}}{s \cdot n} = 0,73 \text{ cm}^2/\text{m}$$

7.2.1.4 - LIMITAÇÃO DA ABERTURA DA FISSURA DE CISALHAMENTO

$$\frac{A_{sv}}{s} > 0,20 f_{ctm} \cdot \frac{b_v \cdot \text{sen } \alpha}{f_{yk}}$$

$$f_{ctm} = 1,40 \left[\frac{f_{ck}}{10} \right]^{2/3}$$

$$f_{ctm} = 1,40 \left[\frac{15}{10} \right]^{2/3} = 1,835 \text{ MPa}$$

$$\frac{A_{sv}}{s} > 0,20 \times 1,835 \times \frac{12 \times \text{sen } 90^\circ}{500} \times 100 = 0,88 \text{ cm}^2/\text{m}$$

7.2.1.5- ESPAÇAMENTO MÁXIMO

$$\text{Como } F_{Scw} < \frac{2}{3} \cdot F_{Rcw} \longrightarrow s_{\max} = 0,6 \cdot d = 22,2 \text{ cm}$$

$$\text{Adotar } \frac{A_{sv}}{n \cdot s} = 0,73 \text{ cm}^2/\text{m} \left\{ \phi 5 \text{ c/ } 20 \right.$$

7.2.1.6 - DISTRIBUIÇÃO DA ARMADURA LONGITUDINAL

A otimização da distribuição das barras da armadura longitudinal deve ser feita, verificando-se as forças solicitantes e resistentes nos banzos tracionado e comprimido.

7.2.2 - DIMENSIONAMENTO PELO ANEXO DA NBR 7197

7.2.2.1 - VERIFICAÇÃO DA TENSÃO NO CONCRETO

$$\tau_{vd} = \frac{V_d}{b_v \cdot d} = \frac{55,5}{12 \times 37} = 0,125 \text{ kN/cm}^2 = 1,25 \text{ MPa}$$

$$\tau_{vu} \leq \begin{cases} 0,30 \cdot f_{cd} = 0,30 \cdot 15 / 1,4 = 3,2 \text{ MPa} \\ 4,5 \text{ MPa} \end{cases}$$

Como $\tau_{vd} < \tau_{vu}$: condição verificada.

7.2.2.2 - REDUÇÃO DO ESFORÇO CORTANTE

Esforço cortante à distância $h/2 = 20$ cm da face do apoio:

$$V_{dred} = 46,3 \text{ kN} \longrightarrow \tau_{vdred} = 1,043 \text{ MPa}$$

7.2.2.3 - ARMADURA TRANSVERSAL

$$\tau_c = \psi_1 \cdot \sqrt{f_{ck}} = 0,15 \cdot \sqrt{15} = 0,581 \text{ MPa}$$

$$\tau_d = 1,15 \cdot \tau_{vd} - \tau_c = 1,15 \times 1,043 - 0,581 = 0,62 \text{ MPa}$$

$$\frac{A_{sv}}{s \cdot n} = \frac{\tau_d}{f_{ydv}} \cdot \frac{b_v}{n} \cdot 100 = \frac{0,62}{435} \cdot \frac{12}{2} \cdot 100 = 0,86 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

$$\frac{A_{svmin}}{s \cdot n} = 0,14 \cdot \frac{b_v}{n} = 0,14 \cdot \frac{12}{2} = 0,84 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$s_{max} \leq \begin{cases} 0,5 \cdot d = 18,5 \text{ cm} \\ 30 \text{ cm} \end{cases} \text{ , adotar } \phi 5 \text{ c/ } 18,5$$

7.2.3 - COMENTÁRIOS

Os resultados obtidos são mostrados no quadro abaixo:

Critério	$\frac{A_{sv}}{s}$ (cm ² /m)	$\frac{A_{svmin}}{s}$ (cm ² /m)
CEB/90	1,46	0,88
Anexo da NBR 7197	1,72	1,68

Observa-se que os valores calculados pelo CEB/90 são inferiores aos da norma brasileira, tanto para a armadura transversal calculada quanto a mínima exigida. Neste exemplo, caso se utilizasse $\theta = 18,4^\circ$ ($F_{Scv} < F_{Rcv}$), obter-se-ia uma área de armadura transversal ainda menor ($A_{sv}/s = 0,98 \text{ cm}^2/\text{m}$). Ressalta-se a importância de uma análise cuidadosa da fissuração da viga, que não está entre os objetivos deste trabalho.

7.3 - EXEMPLO 2

Viga contínua de dois tramos submetida a uma ação uniformemente distribuída de 19 kN/m. As dimensões da viga e os diagramas de esforços solicitantes são apresentados na Fig. 7.2. Dados : Concreto C-18 e aços CA-50A (arm. longitudinal) e CA-60B (arm. transversal).

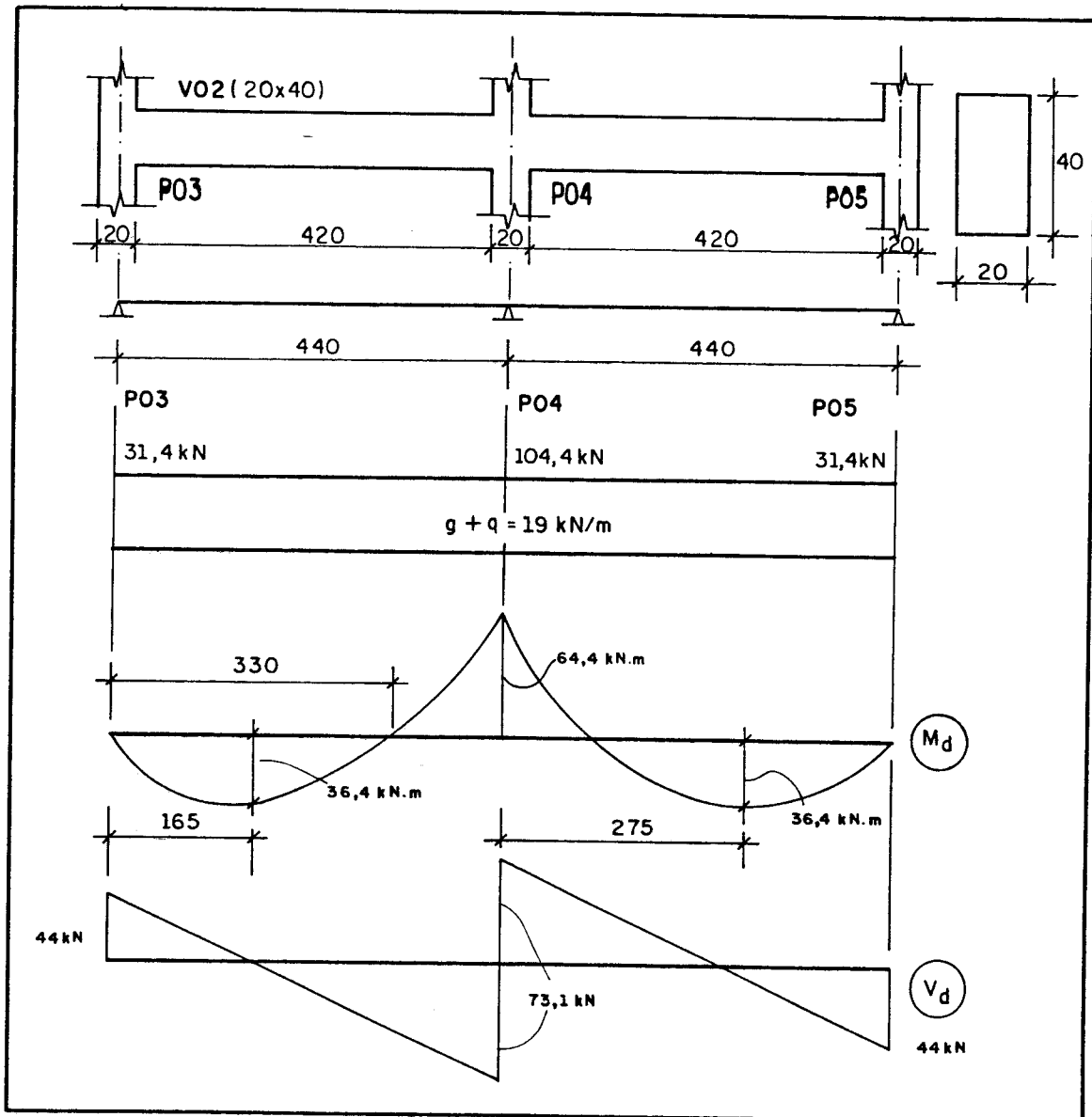


Fig. 7.2 - Viga contínua do exemplo 2

7.3.1 - DIMENSIONAMENTO PELO CRITÉRIO DO CEB/90

Como o momento fletor de cálculo muda de sinal, a verificação deve ser feita para o momento fletor no vão e no apoio. Neste exemplo utiliza-se também $\theta = 26,5^\circ$ como valor

mínimo a ser testado. A otimização da distribuição da armadura longitudinal também deve ser feita pela verificação das forças solicitantes e resistentes nos banzos tracionado e comprimido

7.3.1.1 - MOMENTO FLETOR NO APOIO

A) BIELA DIAGONAL

-Força solicitante:

$$F_{Scw} = \frac{V_d}{\text{sen } \theta} \left[\frac{\text{cotg } \theta}{\text{cotg } \theta + \text{cotg } \alpha} \right]$$

$$F_{Scw} = \frac{73,1}{\text{sen } 26,5^\circ} \left[\frac{\text{cotg } 26,5^\circ}{\text{cotg } 26,5^\circ} \right] = 163,8 \text{ kN}$$

-Força resistente:

$$F_{Rcw} = f_{cdz} \cdot b_v \cdot z \cdot \cos \theta$$

$$f_{cdz} = 0,60 \cdot \left[1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] \cdot f_{cd}$$

$$f_{cdz} = 0,60 \cdot \left[1 - \frac{18}{250} \right] \cdot f_{cd} = 0,557 \cdot f_{cd}$$

$$k_c = 4,25 \longrightarrow \beta_x = 0,305 \longrightarrow x = 11,28 \text{ cm}$$

$$z = d - 0,4 \cdot x = 37 - 0,4 \cdot 11,28 = 32,5 \text{ cm}$$

$$F_{Rcw} = 0,557 \times (1,8/1,4) \times 20 \times 32,5 \times \cos 26,5^\circ = 416,6 \text{ kN}$$

-Condição de verificação: $F_{Scw} < F_{Rcw}$

B) ARMADURA TRANSVERSAL

Verifica-se a resistência da armadura transversal para a região que dista $z \cdot \text{cotg } \theta$ do eixo do apoio:

$$z \cdot \text{cotg } \theta = 32,5 \times \text{cotg } 26,5^\circ = 65,2 \text{ cm} \longrightarrow V_d = 55,8 \text{ kN}$$

$$\frac{A_{sv}}{s} > \frac{V_d}{f_{yd} \cdot z \cdot \cotg \theta}$$

$$\frac{A_{sv}}{s} > \frac{55,8}{43,48 \times 0,325 \times \cotg 26,5^\circ} = 1,97 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Utilizando estribos de dois ramos :

$$\frac{A_{sv}}{s \cdot n} = 0,99 \text{ cm}^2/\text{m}$$

C) LIMITAÇÃO DA ABERTURA DA FISSURA DE CISALHAMENTO

$$\frac{A_{sv}}{s} > 0,20 f_{ctm} \cdot \frac{b_v \cdot \text{sen } \alpha}{f_{yk}}$$

$$f_{ctm} = 1,40 \left[\frac{f_{ck}}{10} \right]^{2/3}$$

$$f_{ctm} = 1,40 \left[\frac{18}{10} \right]^{2/3} = 2,07 \text{ MPa}$$

$$\frac{A_{sv}}{s} > 0,20 \times 2,07 \times \frac{20 \times \text{sen } 90^\circ}{500} \times 100 = 1,66 \text{ cm}^2/\text{m}$$

7.2.1.5- ESPAÇAMENTO MÁXIMO

$$\text{Como } F_{Scw} < \frac{2}{3} \cdot F_{Rcw} \longrightarrow s_{\max} = 0,6 \cdot d = 22,2 \text{ cm}$$

$$\text{Adotar } \frac{A_{sv}}{s \cdot n} = 0,99 \text{ cm}^2/\text{m} \left\{ \phi 5 \text{ c} / 20 \right.$$

7.3.1.2 - MOMENTO FLETOR NO VÃO

A) BIELA DIAGONAL

-Força solicitante:

$$F_{Scw} = \frac{V_d}{\text{sen } \theta} \left[\frac{\cotg \theta}{\cotg \theta + \cotg \alpha} \right]$$

$$F_{Scw} = \frac{44}{\sin 26,5^\circ} \left(\frac{\cotg 26,5^\circ}{\cotg 26,5^\circ} \right) = 98,6 \text{ kN}$$

-Força resistente:

$$F_{Rcw} = f_{cdz} \cdot b_v \cdot z \cdot \cos \theta$$

$$k_c = 7,52 \longrightarrow \beta_x = 0,16 \longrightarrow x = 5,92 \text{ cm}$$

$$z = d - 0,4 \cdot x = 37 - 0,4 \times 5,92 = 34,63 \text{ cm}$$

$$F_{Rcw} = 0,557 \times (1,8/1,4) \times 20 \times 34,63 \times \cos 26,5^\circ = 443,9 \text{ kN}$$

-Condição de verificação: $F_{Scw} < F_{Rcw}$.

B) ARMADURA TRANSVERSAL

Verifica-se a resistência da armadura transversal para a região que dista $z \cdot \cotg \theta$ do eixo do apoio:

$$z \cdot \cotg \theta = 34,63 \times \cotg 26,5^\circ = 69,5 \text{ cm} \longrightarrow V_d = 25,5 \text{ kN}$$

$$\frac{A_{sv}}{s} > \frac{V_d}{f_{yd} \cdot z \cdot \cotg \theta}$$

$$\frac{A_{sv}}{s} > \frac{25,5}{43,48 \times 0,3463 \times \cotg 26,5^\circ} = 0,85 \text{ cm}^2/\text{m}$$

COLIMITAÇÃO DA ABERTURA DA FISSURA DE CISALHAMENTO

$$\frac{A_{sv}}{s} > 0,20 \times 2,07 \times \frac{20 \times \sin 90^\circ}{500} \times 100 = 1,66 \text{ cm}^2/\text{m}$$

7.2.1.5- ESPAÇAMENTO MÁXIMO

$$\text{Como } F_{Scw} < \frac{2}{3} \cdot F_{Rcw} \longrightarrow s_{\max} = 0,6 \cdot d = 22,2 \text{ cm}$$

$$\text{Adotar } \frac{A_{sv}}{s \cdot n} = 0,83 \text{ cm}^2/\text{m} \left\{ \phi 5 \text{ c/ } 20 \right.$$

7.3.2 - DIMENSIONAMENTO PELO ANEXO DA NBR 7197

7.3.2.1 - VERIFICAÇÃO DA TENSÃO NO CONCRETO

$$\tau_{vd} = \frac{V_{dmax}}{b_v \times d} = \frac{73,1}{20 \times 37} = 0,0988 \text{ kN/cm}^2 = 0,988 \text{ MPa}$$

$$\tau_{vu} = 0,30 \cdot f_{cd} = 3,86 \text{ MPa}$$

$$\tau_{vd} < \tau_{vu} : \text{condição verificada.}$$

7.3.2.2 - ESFORÇO CORTANTE NO APOIO INTERMEDIÁRIO

A) Redução do esforço cortante:

Esforço cortante à distância $h/2 = 20$ cm da face do apoio:

$$V_{dred} = 65,2 \text{ kN} \longrightarrow \tau_{vdred} = 0,881 \text{ MPa}$$

B) Armadura transversal:

$$\tau_c = \psi_1 \cdot \sqrt{f_{ck}} = 0,15 \cdot \sqrt{18} = 0,636 \text{ MPa}$$

$$\tau_d = 1,15 \cdot \tau_{vd} - \tau_c = 1,15 \times 0,881 - 0,636 = 0,38 \text{ MPa}$$

$$\frac{A_{sv}}{s \cdot n} = \frac{\tau_d}{f_{ydv}} \cdot \frac{b_v}{n} \cdot 100 = \frac{0,38}{435} \cdot \frac{20}{2} \cdot 100 = 0,87 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

$$\frac{A_{svmin}}{s \cdot n} = 0,14 \cdot \frac{b_v}{n} = 0,14 \cdot \frac{20}{2} = 1,40 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$s_{max} \leq \begin{cases} 0,5 \cdot d = 18,5 \text{ cm} \\ 30 \text{ cm} \end{cases}, \text{ adotar } \phi 5 \text{ c/ } 14$$

7.3.2.3 - ESFORÇO CORTANTE NO APOIO EXTREMO

A) Redução do esforço cortante:

Esforço cortante à distância $h/2 = 20$ cm da face do apoio:

$$V_{dred} = 36 \text{ kN} \longrightarrow \tau_{vdred} = 0,486 \text{ MPa}$$

B) Armadura transversal:

$$\tau_d = 1,15 \cdot \tau_{vd} - \tau_c = 1,15 \times 0,486 - 0,636 \cong 0$$

$$\frac{A_{svmin}}{s \cdot n} = 1,40 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$s_{max} \leq \begin{cases} 0,5 \cdot d = 18,5 \text{ cm} \\ 30 \text{ cm} \end{cases}, \text{ adotar } \phi 5 \text{ c/ } 14$$

7.3.3 - COMENTÁRIOS

Os resultados obtidos são mostrados no quadro abaixo:

		CEB/90	ANEXO
APOIO INTERMEDIÁRIO	$\frac{A_{sv}}{s} \text{ (cm}^2/\text{m)}$	1,97	1,74
	$\frac{A_{svmin}}{s} \text{ (cm}^2/\text{m)}$	1,66	2,80
VÃO	$\frac{A_{sv}}{s} \text{ (cm}^2/\text{m)}$	0,85	0
	$\frac{A_{svmin}}{s} \text{ (cm}^2/\text{m)}$	1,66	2,80

Neste exemplo, a armadura transversal calculada pelo CEB/90 é maior, devido ao alto valor de τ_c . Contudo, a armadura mínima exigida pelo CEB/90 é sensivelmente menor. Novamente, para $\theta=18,4^\circ$ obter-se-ia $A_{sv}/s=1,32 \text{ cm}^2/\text{m}$ no apoio e $A_{sv}/s=0,57 \text{ cm}^2/\text{m}$ no vão. Observa-se que a limitação da abertura da fissura de cisalhamento governa o projeto.

7.4 - EXEMPLO 3

Viga de transição do Edifício Vitória Régia (São Carlos/SP), projeto estrutural de J. R. L. Andrade, analisado por RODRIGUES & REINER [1991]³⁰. A Fig. 7.3 apresenta as ações atuantes, dimensões e esforços solicitantes de cálculo. Dados: Concreto C-24 e Aço CA-50A.

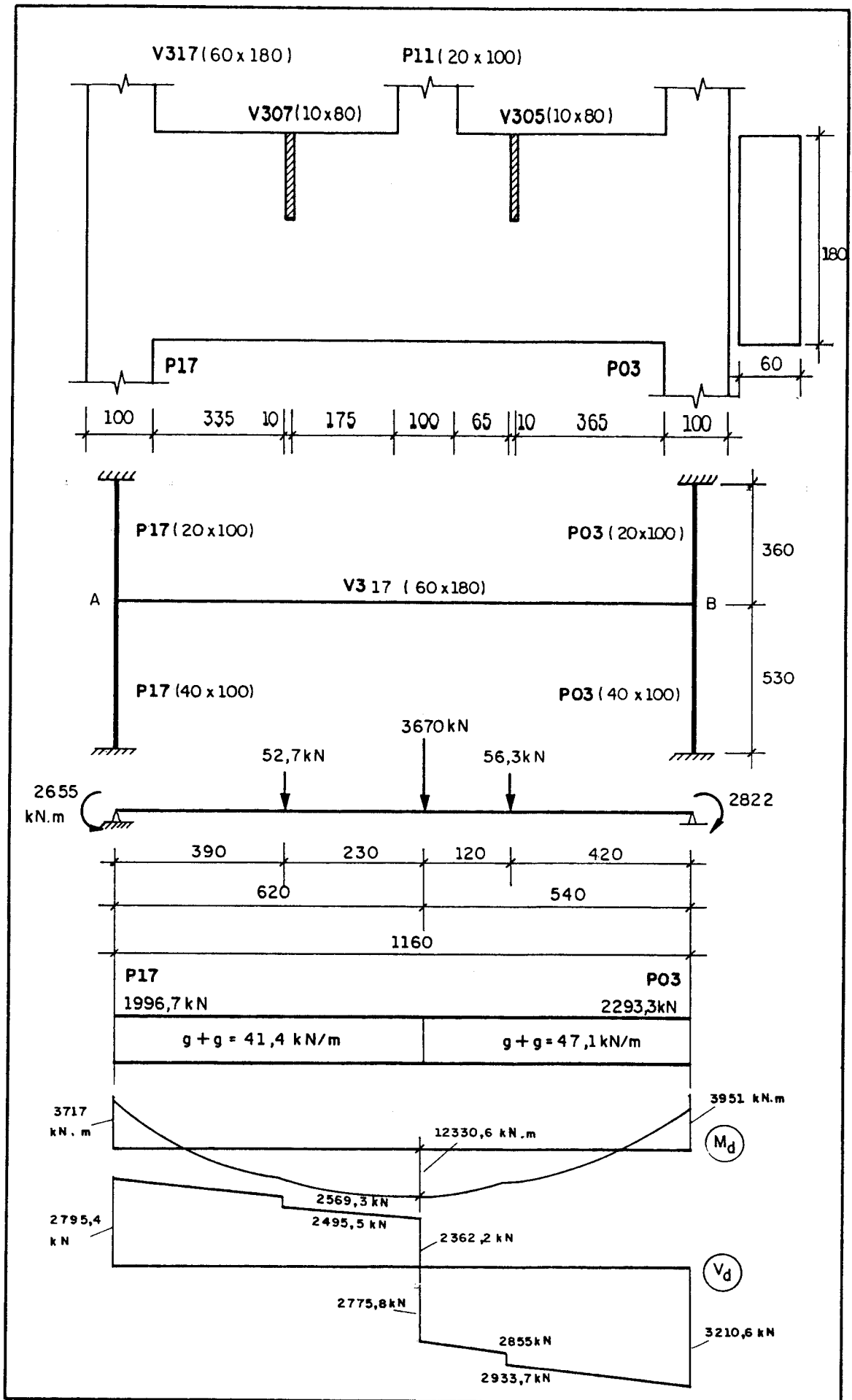


Fig. 7.3 - Viga de transição do exemplo 3

7.4.1 - CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Para esta viga de transição foi considerado o engaste elástico nos pilares de extremidade, a partir das rigidezes dos pilares superior, inferior e da viga. Aplicando-se o processo de Cross ao pórtico simplificado da Fig. 7.3, obteve-se os momentos fletores de cálculo apresentados na mesma figura.

7.4.2 - DIMENSIONAMENTO PELO CRITÉRIO DO CEB/90

Como o momento fletor de cálculo muda de sinal, a verificação deve ser feita para o momento fletor no vão e, pelo menos, no apoio mais solicitado. Neste exemplo utiliza-se também $\theta = 26,5^\circ$ como valor mínimo a ser testado. A otimização da distribuição da armadura longitudinal também deve ser feita pela verificação das forças solicitantes e resistentes nos banzos tracionado e comprimido

7.4.2.1 - MOMENTO FLETOR NO VÃO

AD) BIELA DIAGONAL

-Força solicitante:

$$F_{Scw} = \frac{V_d}{\text{sen } \theta} \left[\frac{\text{cotg } \theta}{\text{cotg } \theta + \text{cotg } \alpha} \right]$$

$$F_{Scw} = \frac{2933,7}{\text{sen } 26,5^\circ} \left[\frac{\text{cotg } 26,5^\circ}{\text{cotg } 26,5^\circ} \right] = 6574,9 \text{ kN}$$

-Força resistente:

$$F_{Rcw} = f_{cdz} \cdot b_v \cdot z \cdot \cos \theta$$

$$f_{cdz} = 0,60 \cdot \left[1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] \cdot f_{cd}$$

$$f_{cdz} = 0,60 \cdot \left[1 - \frac{24}{250} \right] \cdot f_{cd} = 0,542 \cdot f_{cd}$$

$$\beta_{x34} = 0,628 \longrightarrow x = 103,67 \text{ cm}$$

$$z = d - 0,4 \cdot x = 165 - 0,4 \times 103,67 = 123,53 \text{ cm}$$

$$F_{Rcw} = 0,542 \times (2,4/1,4) \times 60 \times 123,53 \times \cos 26,5^\circ = 6163 \text{ kN}$$

Como $F_{Scw} > F_{Rcw}$: condição não verificada !

Para $\theta = 30^\circ$: $F_{Scw} = 5867,4 \text{ kN}$ e $F_{Rcw} = 5964,4 \text{ kN}$

Como $F_{Scw} < F_{Rcw}$ \longrightarrow adota-se $\theta = 30^\circ$

B) ARMADURA TRANSVERSAL

Neste caso , a verificação é feita para o esforço cortante máximo na região considerada.

$$\frac{A_{sv}}{s} > \frac{V_d}{f_{yd} \cdot z \cdot \cotg \theta}$$

$$\frac{A_{sv}}{s} > \frac{2933,7}{43,48 \times 1,2353 \times \cotg 30^\circ} = 31,54 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Utilizando estribos de quatro ramos :

$$\frac{A_{sv}}{s \cdot n} = 7,89 \text{ cm}^2/\text{m}$$

C) LIMITAÇÃO DA ABERTURA DA FISSURA DE CISALHAMENTO

$$\frac{A_{sv}}{s} > 0,20 f_{ctm} \cdot \frac{b_v \cdot \sen \alpha}{f_{yk}}$$

$$f_{ctm} = 1,40 \left[\frac{f_{ck}}{10} \right]^{2/3}$$

$$f_{ctm} = 1,40 \left[\frac{24}{10} \right]^{2/3} = 2,51 \text{ MPa}$$

$$\frac{A_{sv}}{s} > 0,20 \times 2,51 \times \frac{60 \times \sen 90^\circ}{500} \times 100 = 6,02 \text{ cm}^2/\text{m}$$

7.2.1.5- ESPAÇAMENTO MÁXIMO

$$\text{Como } F_{Scw} > \frac{2}{3} \cdot F_{Rcw} \longrightarrow s_{\max} = 20 \text{ cm}$$

$$\text{Adotar } \frac{A_{sv}}{s.n} = 7,89 \text{ cm}^2/\text{m} \left\{ \phi 10 \text{ c/ } 10 \right.$$

7.4.2.2 - MOMENTO FLETOR NO APOIO MAIS SOLICITADO

A) BIELA DIAGONAL

$$F_{Scw} = \frac{3210,6}{\sin 30^\circ} = 6421,2 \text{ kN}$$

$$k_c = 4,13 \longrightarrow \beta_x = 0,23 \longrightarrow x = 37,95 \text{ cm}$$
$$z = d - 0,4 \cdot x = 165 - 0,4 \cdot 37,95 = 149,82 \text{ cm}$$

$$F_{Rcw} = 0,542 \times 2,4 / 1,4 \times 60 \times 149,82 \times \cos 30^\circ = 7233,3 \text{ kN}$$

-Condição de verificação: $F_{Scw} < F_{Rcw}$.

B) ARMADURA TRANSVERSAL

Verifica-se a resistência da armadura transversal para a região que dista $z \cdot \cotg \theta$ do eixo do apoio:

$$z \cdot \cotg \theta = 149,82 \cdot \cotg 30^\circ = 259,5 \text{ cm} \longrightarrow V_d = 3039,5 \text{ kN}$$

$$\frac{A_{sv}}{s} > \frac{V_d}{f_{yd} \cdot z \cdot \cotg \theta}$$

$$\frac{A_{sv}}{s} > \frac{3039,5}{43,48 \times 1,4982 \times \cotg 30^\circ} = 26,94 \text{ cm}^2/\text{m}$$

C) LIMITAÇÃO DA ABERTURA DA FISSURA DE CISALHAMENTO

$$\frac{A_{sv}}{s} > 6,02 \text{ cm}^2/\text{m}$$

D) ESPAÇAMENTO MÁXIMO

$$s_{\max} = 20 \text{ cm}$$

$$\text{Adotar } \frac{A_{sv}}{s.n} = 7,12 \text{ cm}^2/\text{m} \left\{ \phi 10 \text{ c/ } 11 \right.$$

7.4.3 - DIMENSIONAMENTO PELO ANEXO DA NBR 7197

7.4.3.1 - VERIFICAÇÃO DA TENSÃO NO CONCRETO

$$\tau_{vd} = \frac{V_{dmax}}{b_v \times d} = \frac{3210,6}{60 \times 165} = 0,324 \text{ kN/cm}^2 = 3,24 \text{ MPa}$$

$$\tau_{vu} = 0,30 \cdot f_{cd} = 5,14 \text{ MPa}$$

Como $\tau_{vd} < \tau_{vu} \longrightarrow$ condição verificada.

7.4.3.2 - ESFORÇO CORTANTE NO VÃO

A) Redução do esforço cortante:

A redução pode ser feita apenas na parcela do esforço cortante devido à ação uniformemente distribuída e à força concentrada de 52,7 kN \longrightarrow como esta redução é muito pequena, foi desprezada nos cálculos.

B) Armadura transversal:

$$\tau_c = \psi_1 \cdot \sqrt{f_{ck}} = 0,15 \cdot \sqrt{24} = 0,735 \text{ MPa}$$

$$\tau_d = 1,15 \cdot \tau_{vd} - \tau_c = 1,15 \times 2,96 - 0,735 = 2,67 \text{ MPa}$$

$$\frac{A_{sv}}{s \cdot n} = \frac{\tau_d}{f_{ydv}} \cdot \frac{b_v}{n} \cdot 100 = \frac{2,67}{435} \cdot \frac{60}{4} \cdot 100 = 9,21 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

$$\frac{A_{svmin}}{s \cdot n} = 0,14 \cdot \frac{b_v}{n} = 0,14 \cdot \frac{60}{4} = 2,10 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Adotar ϕ 10 c/ 8,5

7.4.3.3 - ESFORÇO CORTANTE NO APOIO MAIS SOLICITADO

A) Armadura transversal:

$$\tau_d = 1,15 \cdot \tau_{vd} - \tau_c = 1,15 \times 3,24 - 0,735 = 2,99 \text{ MPa}$$

$$\frac{A_{sv}}{s \cdot n} = \frac{\tau_d}{f_{ydv}} \cdot \frac{b_v}{n} \cdot 100 = \frac{2,99}{435} \cdot \frac{60}{4} \cdot 100 = 10,31 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

$$\frac{A_{svmin}}{s \cdot n} = 8,40 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Adotar $\phi 10 \text{ c/ } 7,5$

7.4.4 - COMENTÁRIOS

Os resultados obtidos são mostrados no quadro abaixo:

		CEB/90	ANEXO
APOIO MAIS SOLICITADO	$\frac{A_{sv}}{s} (\text{cm}^2/\text{m})$	26,94	41,24
	$\frac{A_{svmin}}{s} (\frac{\text{cm}^2}{\text{m}})$	6,02	8,40
VÃO	$\frac{A_{sv}}{s} (\text{cm}^2/\text{m})$	31,54	36,84
	$\frac{A_{svmin}}{s} (\frac{\text{cm}^2}{\text{m}})$	6,02	8,40

Neste exemplo, como trata-se de uma viga com grande solicitação, fica mais evidente a economia obtida pelo Critério do CEB/90.

7.5 - EXEMPLO 4

Viga-parede simplesmente apoiada submetida às ações uniformemente distribuídas indicadas na Fig. 7.4 e espessura de 15 cm. Dados : Concreto C-15 e aço CA-50A.

7.5.1 - COMENTÁRIOS INICIAIS

Nesta viga-parede atuam dois tipos de ações; assim faz-se a superposição de dois modelos para o

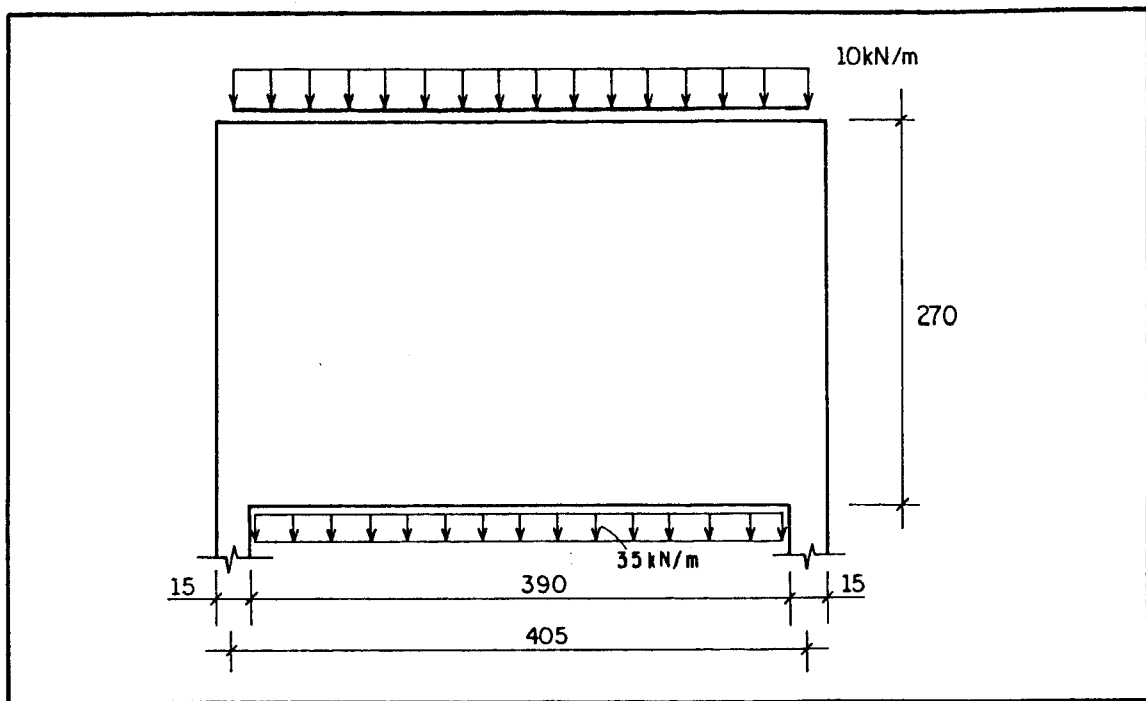


Fig. 7.4 - Viga-parede do exemplo 4

dimensionamento. Para a ação uniformemente distribuída na face superior de 10 kN/m utiliza-se o modelo da Fig. 7.5-a e para a ação aplicada na face inferior de 35 kN/m, o modelo da Fig. 7.5-b. A superposição dos dois modelos é mostrada na Fig. 7.5-d. A relação $l/h = 405/270 = 1,5$; dos itens 4.3.1 e 4.3.2 tem-se : $\theta = 68^\circ$ para $l/h \leq 1$, variando linearmente até $\theta = 55^\circ$ para $l/h = 2$. Assim, $\theta = 61,5^\circ$ para $l/h = 1,5$ nos dois modelos. As ações uniformemente distribuídas são substituídas nos modelos por forças concentradas equivalentes(Fig. 7.5).

7.5.2 - ESFORÇOS NAS BARRAS

Para o dimensionamento e verificação, necessita-se conhecer os esforços nas barras da treliça do modelo superposto. Através do equilíbrio dos nós para cada modelo individualmente, obtém-se estes esforços(Fig. 7.5-c):

$$\begin{aligned}
 R_{st1} &= 15,4 + 53,9 = 69,3 \text{ kN} \\
 R_{st2} &= 99,3 \text{ kN} \\
 R_{cc1} &= 32,3 + 112,9 = 145,2 \text{ kN} \\
 R_{cc2} &= 28,4 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

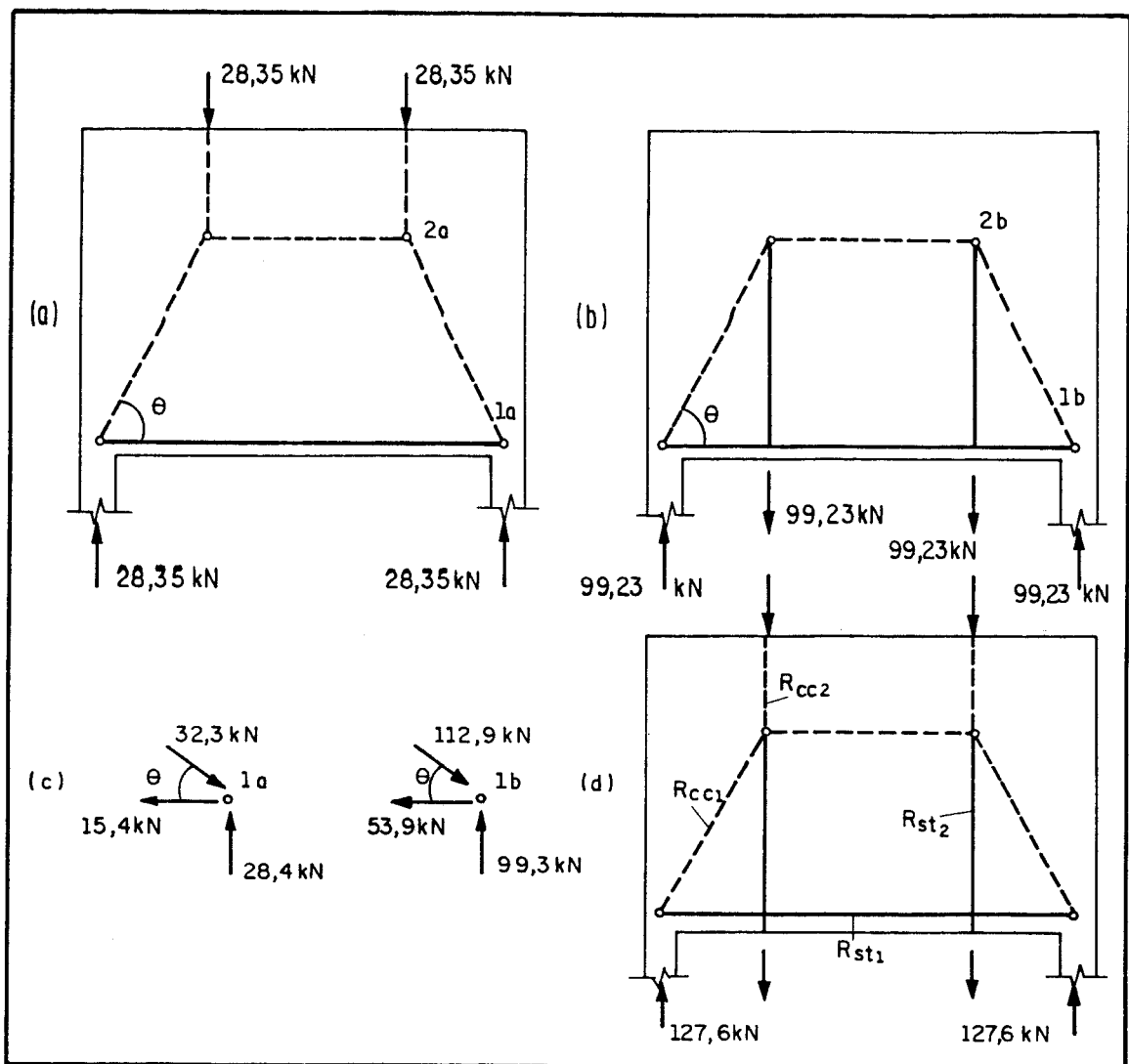


Fig. 7.5 - Superposição de dois modelos para a viga parede do exemplo 4.

7.5.3 - DIMENSIONAMENTO DOS TIRANTES

$$\text{Armadura principal: } A_s = \frac{R_{st1}}{f_{yd}} = \frac{69,3}{43,48} = 1,60 \text{ cm}^2$$

Armadura de suspensão: distribuída ao longo de todo o vão da viga parede.

$$A_{s,susp} = \frac{49}{43,48} = 1,13 \text{ cm}^2/\text{m} \left\{ \phi 5 \text{ c}/20 \right.$$

7.5.4 - DISTRIBUIÇÃO E ANCORAGEM DA ARMADURA PRINCIPAL

A armadura longitudinal principal deve ser distribuída em uma altura igual a $0,12 \cdot h$ ou $0,12 \cdot l$ (o menor valor) : $0,12 \cdot h = 0,12 \times 270 = 32 \text{ cm}$.

Para a ancoragem, utiliza-se ganchos horizontais a 180° . A força a ser ancorada vale $0,8.R_{st1}$ e a armadura penetra 13,5 cm no apoio.

$$\tau_{bu} = 0,42 \cdot \sqrt[3]{f_{cd}^2} = 2,04 \text{ MPa} = 0,204 \text{ kN/cm}^2$$

$$\text{Perímetro necessário : } u = \frac{0,8 \cdot R_{st1}}{l_{be} \cdot \tau_{bu}} = \frac{0,8 \times 69,3}{13,5 \times 0,204} = 20,1 \text{ cm}$$

Deve-se utilizar uma armadura com área superior à calculada, para diminuir as tensões de aderência na ancoragem.

Adotar 8 ϕ 10 em quatro camadas de duas barras. A Fig. 7.6 apresenta em detalhe a distribuição da armadura principal.

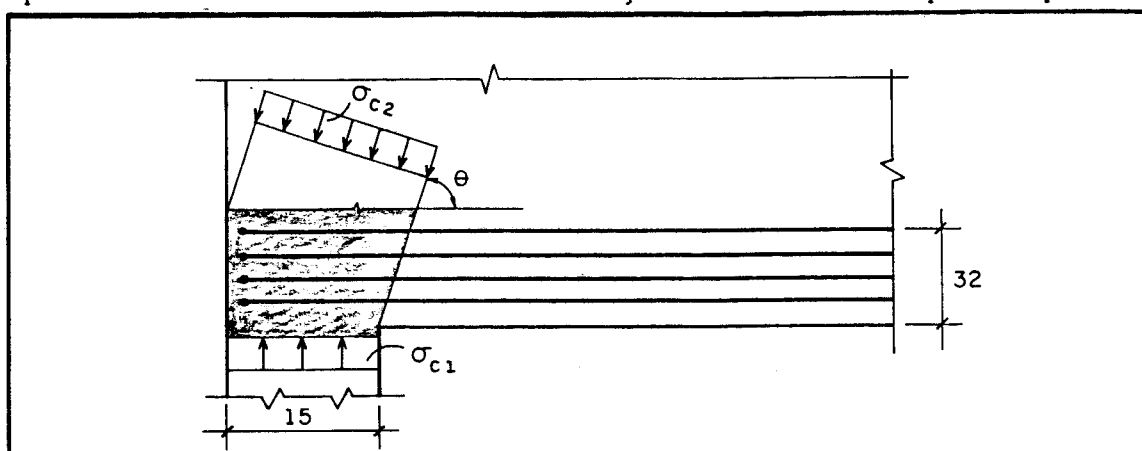


Fig. 7.6 - Detalhe da distribuição da armadura principal e do nó do apoio esquerdo.

7.5.5 - VERIFICAÇÃO DAS TENSÕES

Região nodal com ancoragem de um tirante:

$$f_{cd2} = 0,564 \cdot f_{cd} = 0,60 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{c1} = \frac{127,6}{15 \times 15} = 0,57 \text{ kN/cm}^2 < f_{cd2} \longrightarrow \text{condição verificada.}$$

$$\sigma_{c2} = \frac{\sigma_{c1}}{\left[1 + \frac{h_{dist} \cdot \cotg \theta}{a_1} \right] \text{sen}^2 \theta}$$

$$\sigma_{c2} = \frac{0,57}{\left[1 + \frac{32 \cdot \cotg 61,5^\circ}{15} \right] \text{sen}^2 61,5^\circ}$$

$$\sigma_{c2} = 0,34 \text{ kN/cm}^2 < f_{cd2} \longrightarrow \text{condição verificada.}$$

7.5.6 - ARMADURA EM MALHA

$$A_s = 0,1\% \cdot b_v \cdot h = 0,1/100 \times 15 \times 270 = 4,05 \text{ cm}^2$$

(em cada face)

$$a_{sv} = \frac{4,05}{4,05} = 1,0 \text{ cm}^2/\text{m} \left\{ \phi 5 \text{ c} / 20 \right.$$

$$a_{sh} = \frac{4,05}{2,70} = 1,5 \text{ cm}^2/\text{m} \left\{ \phi 5 \text{ c} / 12,5 \right.$$

7.5.7 - DETALHAMENTO

O detalhamento está indicado na Fig. 7.7.

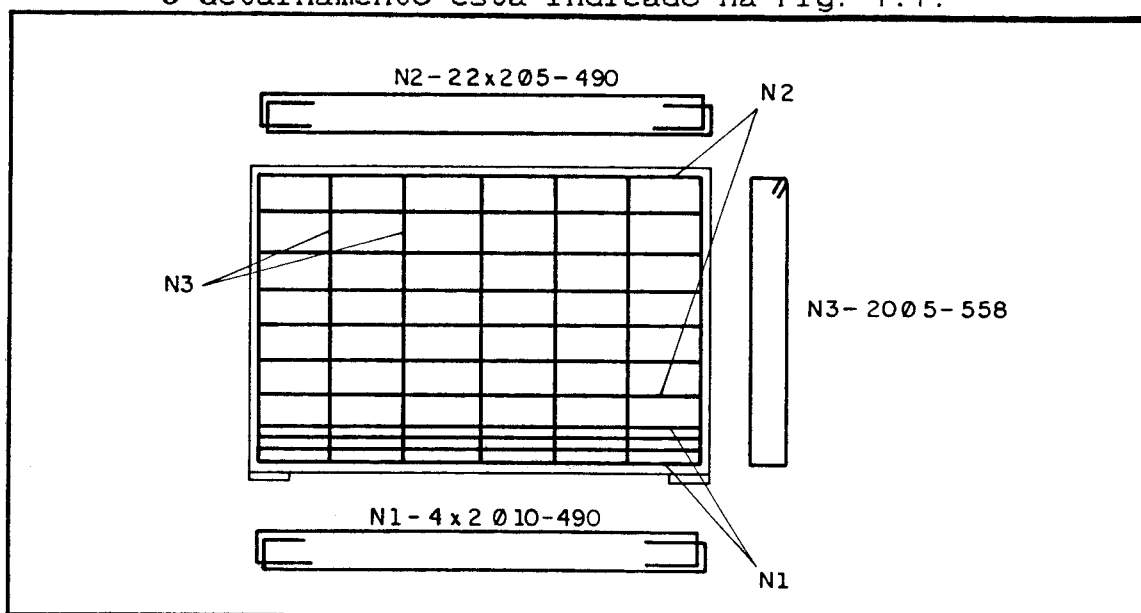


Fig. 7.7 - Detalhamento da viga-parede do exemplo 4.

7.6 - EXEMPLO 5

Viga parede contínua de dois vãos submetida a duas forças concentradas no meio dos vãos e espessura de 20 cm (Fig. 7.8). Dados : Concreto C-18 e aço CA-50A.

7.6.1 - COMENTÁRIOS INICIAIS E MODELO

Para esta viga-parede, com relação $l/h=660/300=2,2$, o modelo utilizado está mostrado na Fig. 7.9 com $\theta = \arctg(1,8 \cdot h/D) = \arctg(1,8 \times 300/660) = 39,3^\circ$. Os esforços nas barras, obtidos através de equilíbrio dos nós, são

também apresentados na Fig. 7.9.

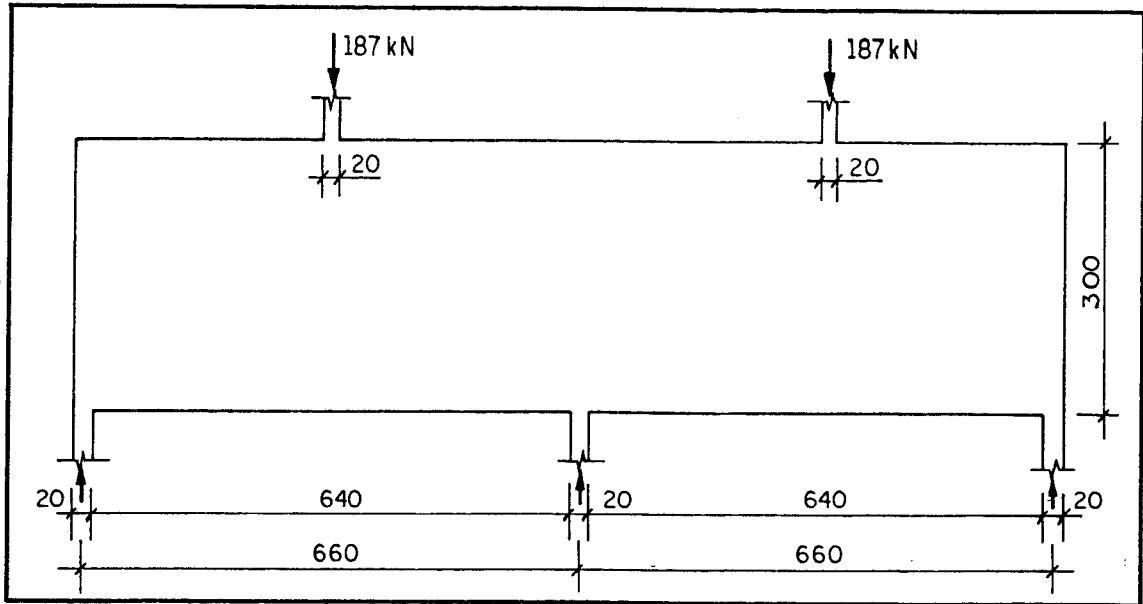


Fig. 7.8 - Viga-parede contínua do exemplo 5

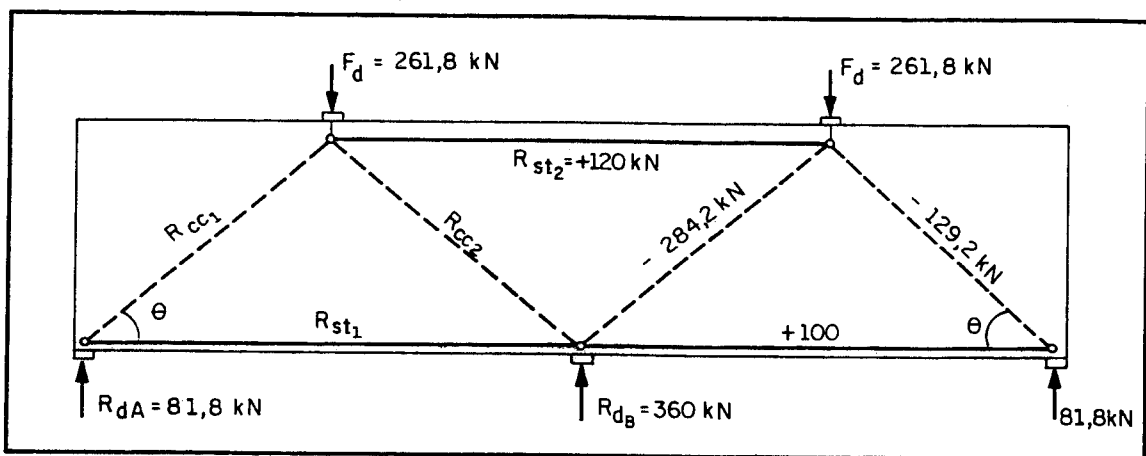


Fig. 7.9 - Modelo para a viga-parede do exemplo 5

7.6.2 - DIMENSIONAMENTO DOS TIRANTES

Armadura de tração no vão:

$$A_{s1} = \frac{R_{st1}}{f_{yd}} = \frac{100}{43,48} = 2,3 \text{ cm}^2$$

Armadura de tração superior no apoio interno:

$$A_{s2} = \frac{R_{st2}}{f_{yd}} = \frac{120}{43,48} = 2,76 \text{ cm}^2$$

7.6.3 - DISTRIBUIÇÃO E ANCORAGEM DA ARMADURA DO VÃO

$$h_{dist} = 0,12 \cdot h = 0,12 \times 300 = 36 \text{ cm}$$

Ancoragem em ganchos horizontais a 180° , penetrando 18,5 cm

no apoio extremo.

$$\tau_{bu} = 0,42 \cdot \sqrt{f_{cd}^2} = 2,3 \text{ MPa} = 0,23 \text{ kN/cm}^2$$

$$\text{Perímetro necessário : } u = \frac{0,8 \cdot R_{st1}}{l_{be} \cdot \tau_{bu}} = \frac{0,8 \cdot 100}{18,5 \cdot 0,23} = 18,8 \text{ cm}$$

$$\text{Adotar } \left\{ 6 \phi 8 + 2 \phi 6,3 \longrightarrow u = 19 \text{ cm} \right.$$

A Fig. 7.10-a apresenta em detalhe a distribuição da armadura do vão e a região nodal do apoio extremo.

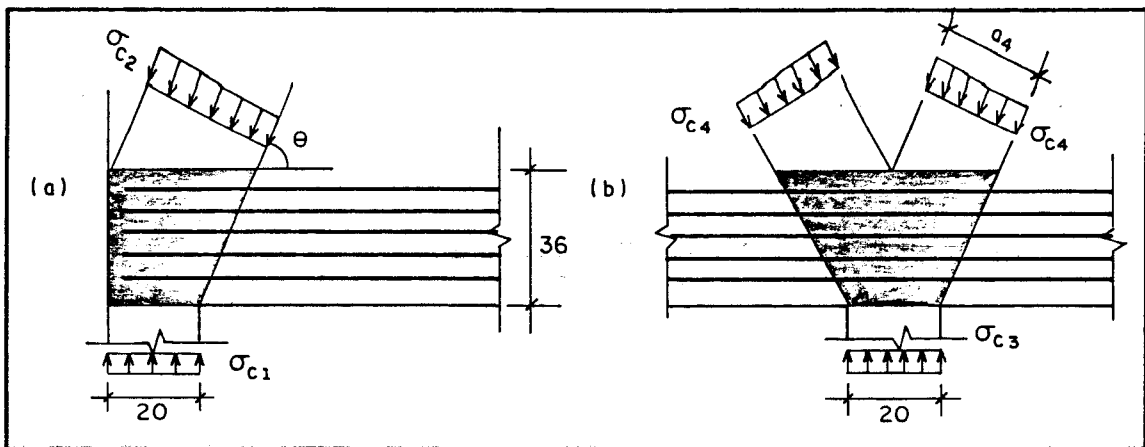


Fig. 7.10 - Distribuição da armadura e detalhes das regiões nodais dos apoios.

7.6.4 - VERIFICAÇÃO DAS TENSÕES

7.6.4.1 - APOIO EXTREMO : $f_{cd2} = 0,557 \cdot f_{cd} = 0,716 \text{ kN/cm}^2$

$$\sigma_{c1} = \frac{81,8}{20 \times 20} = 0,205 \text{ kN/cm}^2 < f_{cd2} \longrightarrow \text{condição verificada.}$$

$$\sigma_{c2} = \frac{\sigma_{c1}}{\left[1 + \frac{h_{dist} \cdot \cotg \theta}{a_1} \right] \text{sen}^2 \theta}$$

$$\sigma_{c2} = \frac{0,205}{\left[1 + \frac{36 \cdot \cotg 39,3^\circ}{20} \right] \text{sen}^2 39,3^\circ}$$

$$\sigma_{c2} = 0,16 \text{ kN/cm}^2 < f_{cd2} \longrightarrow \text{condição verificada.}$$

7.6.4.2 - APOIO INTERMEDIÁRIO: $f_{cd1} = 0,789 \cdot f_{cd} = 1,014 \text{ kN/cm}^2$

$$\sigma_{cs} = \frac{360}{20 \times 20} = 0,9 \text{ kN/cm}^2 < f_{cd1} \longrightarrow \text{condição verificada.}$$

7.6.5 - DISTRIBUIÇÃO DA ARMADURA DE TRAÇÃO SOBRE O APOIO INTERMEDIÁRIO

Faixa superior: $0,2.h_a = 0,2.h = 0,2 \times 300 = 60 \text{ cm.}$
 Porcentagem de armadura a ser distribuída :

$$0,5 (l/h - 1). A_{s2} = 0,5(2,2 - 1) A_{s2} = 0,6 A_{s2}$$

$$\text{Por metro, tem-se: } \frac{0,6 A_{s2}}{0,2.h_a} = \frac{0,6 \times 2,76}{0,60} = 2,76 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Faixa inferior : $0,6.h_a = 0,6.h = 0,6 \times 300 = 180 \text{ cm.}$
 Restante da armadura : $0,4.A_{s2}$.

$$\text{Por metro, tem-se: } \frac{0,4 A_{s2}}{0,6.h_a} = \frac{0,4 \times 2,76}{1,80} = 0,61 \text{ cm}^2/\text{m}$$

7.6.6 - ARMADURA EM MALHA

$$A_{sv} = 0,1\% . b_v . h = 0,1/100 \times 20 \times 300 = 6 \text{ cm}^2 \text{ (em cada face)}$$

$$a_{sv} = \frac{6}{6,60} = 0,91 \text{ cm}^2/\text{m} \left\{ \phi 5 \text{ c/ } 20 \right.$$

$$a_{sh} = \frac{6}{3,00} = 2,0 \text{ cm}^2/\text{m} \left\{ \phi 5 \text{ c/ } 10 \right.$$

A área da armadura em malha é maior que a calculada sobre os apoios.

7.6.7 - DETALHAMENTO

O detalhamento é apresentado na Fig. 7.11.

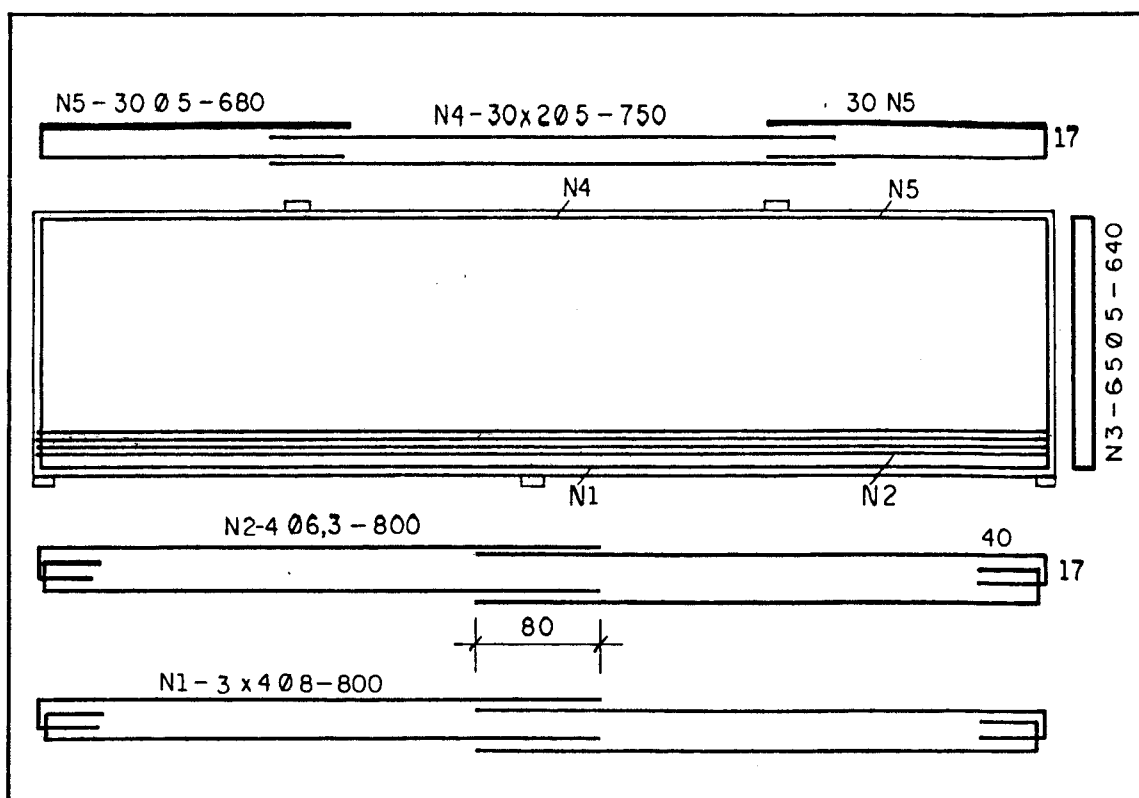


Fig. 7.11 - Detalhamento da viga-parede do exemplo 5.

7.7 - EXEMPLO 6

Viga-parede em balanço, com espessura de 20 cm e submetida a uma ação uniformemente distribuída ao longo de todo o elemento e força concentrada atuando ao longo da altura na extremidade do balanço (Fig. 7.12). Dados : Concreto C-18 e aço CA-50A.

7.7.1 - COMENTÁRIOS INICIAIS E MODELOS

Neste caso, como a força concentrada atua ao longo de toda a altura da extremidade do balanço, deve-se fazer a superposição de dois modelos. O modelo da Fig. 7.13-a suspende 60% da força concentrada através de um tirante vertical até a face superior da extremidade do balanço e o modelo da Fig. 7.13-b resiste à mesma parcela por meio de um tirante inclinado. Cada modelo absorve metade da ação uniformemente distribuída que atua no vão interno. Simplificadamente, pode-se substituir a ação uniformemente distribuída que atua no vão do balanço por uma força concentrada equivalente aplicada no meio do balanço e sendo

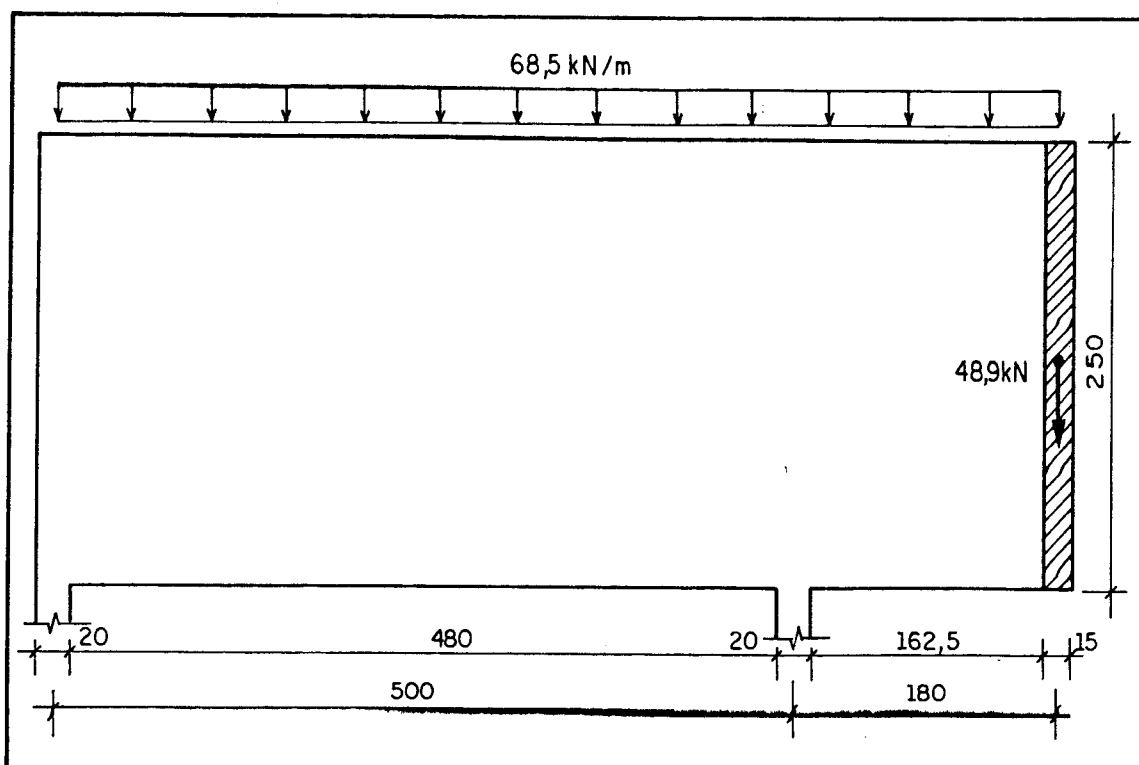


Fig. 7.12 - Viga-parede do exemplo 6

totalmente absorvida pelo modelo da Fig. 7.13-a. O braço de alavanca $z = 0,8 \cdot h = 0,8 \times 250 = 200$ cm pois $a < h < 2 \cdot a$. O valor do ângulo θ_1 para uma viga simplesmente apoiada não pode ser utilizado, pois as ações atuantes no balanço alteram o fluxo interno de tensões. Nos modelos obtém-se geometricamente os ângulos θ_1 , θ_2 e θ_3 :

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \arctg(200/125) \longrightarrow \theta_1 = 58^\circ \\ \theta_2 &= \arctg(200/180) \longrightarrow \theta_2 = 48^\circ \\ \theta_3 &= \arctg(200/90) \longrightarrow \theta_3 = 65,8^\circ \end{aligned}$$

Os ângulos θ_4 , θ_5 , θ_6 e θ_7 são obtidos através do equilíbrio dos nós, por tentativas: $\theta_4 = 46,1^\circ$, $\theta_5 = 15,6^\circ$, $\theta_6 = 53^\circ$ e $\theta_7 = 7,8^\circ$. Os ângulos θ_5 e θ_7 obtidos são muito pequenos (incompatíveis), indicando que os modelos apresentados devem ser melhorados. Todavia, apresenta-se a resolução completa do exemplo, a título de ilustração.

Os esforços de cálculo nas barras, obtidos também através do equilíbrio de nós, estão mostrados na Fig. 7.13. Superpondo os dois modelos, obtém-se:

.Reações nos apoios: $R_{dA} = 179,1$ kN e $R_{dB} = 555,3$ kN.

.Esforço de tração no tirante inferior do vão interno: $R_{st4} + R_{st5} = 112$ kN. Para os outros tirantes não se fará a

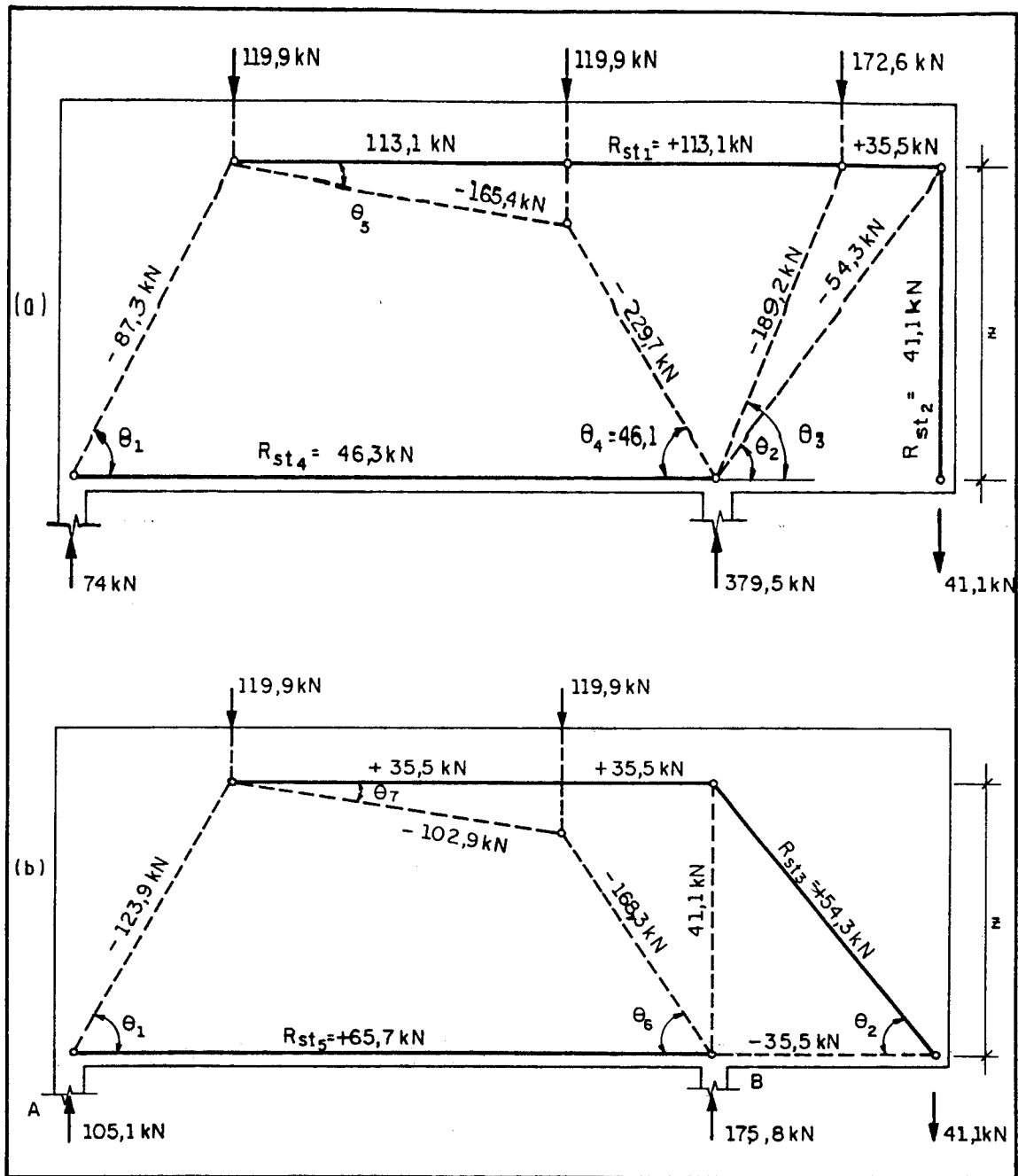


Fig. 7.13 - Modelos resistentes para a viga-parede do exemplo 6.

superposição, pois cada armadura será dimensionada separadamente.

7.7.2 - DIMENSIONAMENTO DOS TIRANTES

Armadura horizontal no balanço:

$$A_{s1} = \frac{R_{st1}}{f_{yd}} = \frac{113,1}{43,48} = 2,6 \text{ cm}^2$$

Armadura de suspensão no balanço :

$$A_{s2} = \frac{R_{st2}}{f_{yd}} = \frac{41,1}{43,48} = 0,95 \text{ cm}^2 \quad \left\{ \begin{array}{l} 2 \text{ estribos } \phi 6,3 \end{array} \right.$$

Armadura inclinada no balanço :

$$A_{s3} = \frac{R_{st3}}{f_{yd}} = \frac{54,3}{43,48} = 1,25 \text{ cm}^2 \quad \left\{ \begin{array}{l} 4 \phi 8 \end{array} \right.$$

Armadura de tração no vão :

$$A_{s4} = \frac{R_{st4} + R_{st5}}{f_{yd}} = \frac{112}{43,48} = 2,6 \text{ cm}^2$$

7.7.3 - DISTRIBUIÇÃO E ANCORAGEM DA ARMADURA NO VÃO

$$h_{dist} = 0,12 \cdot h = 0,12 \times 250 = 30 \text{ cm}$$

$$\text{Perímetro necessário : } u = \frac{0,8 \times 112}{18,5 \times 0,23} = 21 \text{ cm}$$

Adotar $3 \times 2 \phi 10 + 2 \phi 6,3$

7.7.4 - VERIFICAÇÃO DAS TENSÕES

$$f_{cd1} = 0,789 \cdot f_{cd} = 1,014 \text{ kN/cm}^2 \text{ e } f_{cd2} = 0,716 \text{ kN/cm}^2$$

. Apoio extremo:

$$\sigma_{cA} = \frac{R_{dA}}{a_1 \times b} = \frac{179,1}{20 \times 20} = 0,45 \text{ kN/cm}^2 < f_{cd2}$$

. Apoio intermediário:

$$\sigma_{cB} = \frac{R_{dB}}{a_1 \times b} = \frac{555,3}{20 \times 20} = 1,39 \text{ kN/cm}^2 > f_{cd1} \longrightarrow$$

condição não verificada !

Solução: aumentar a largura do apoio intermediário para 30 cm

$$\sigma_{cB} = \frac{R_{dB}}{a_1 \times b} = \frac{555,3}{30 \times 20} = 0,93 \text{ kN/cm}^2 < f_{cd1} \longrightarrow$$

condição verificada !

Dispensa-se a verificação das tensões nos outros contornos das regiões nodais.

7.7.5 - DISTRIBUIÇÃO DA ARMADURA HORIZONTAL SOBRE O APOIO INTERMEDIÁRIO

Faixa superior: $0,2.h_a = 0,2.h = 0,2 \times 250 = 50$ cm.

Porcentagem de armadura a ser distribuída :

$$0,5(2a/h - 1).A_{s1} = 0,5(2 \times 1,8/2,5 - 1)A_{s1} = 0,22 A_{s1}$$

$$\text{Por metro, tem-se: } \frac{0,22A_{s1}}{0,2.h} = \frac{0,22 \times 2,6}{0,50} = 1,15 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Faixa inferior : $0,6.h_a = 0,6.h = 0,6 \times 250 = 150$ cm.

Restante da armadura : $0,78.A_{s1}$.

$$\text{Por metro, tem-se: } \frac{0,78A_{s1}}{0,6.h} = \frac{0,78 \times 2,6}{1,50} = 1,36 \text{ cm}^2/\text{m}$$

7.7.6 - ARMADURA EM MALHA

$$A_{sv} = 0,1\% . b_v . h = 0,1/100 \times 20 \times 250 = 5 \text{ cm}^2 \text{ (em cada face)}$$

$$a_{sv} = \frac{5}{5,00} = 1,00 \text{ cm}^2/\text{m} \left\{ \phi 5 \text{ c/ } 20 \text{ (vão)} \right.$$

$$a_{sv} = \frac{5}{1,80} = 2,78 \text{ cm}^2/\text{m} \left\{ \phi 6,3 \text{ c/ } 10 \text{ (balanço)} \right.$$

$$a_{sh} = \frac{5}{2,50} = 2,0 \text{ cm}^2/\text{m} \left\{ \phi 5 \text{ c/ } 10 \right.$$

A área da armadura em malha é maior que a calculada sobre os apoios.

7.7.7 - DETALHAMENTO

O detalhamento é apresentado na Fig. 7.14.

7.8 - EXEMPLO 7

Consolo submetido a uma força concentrada de 810 kN, aplicada na face superior, engastado em um pilar de seção transversal quadrada de 80 cm de lado, com a distância da face do pilar ao ponto de aplicação da força $a = 60$ cm. Dados : Concreto C-15 e aço CA-50B (Fig. 7.15).

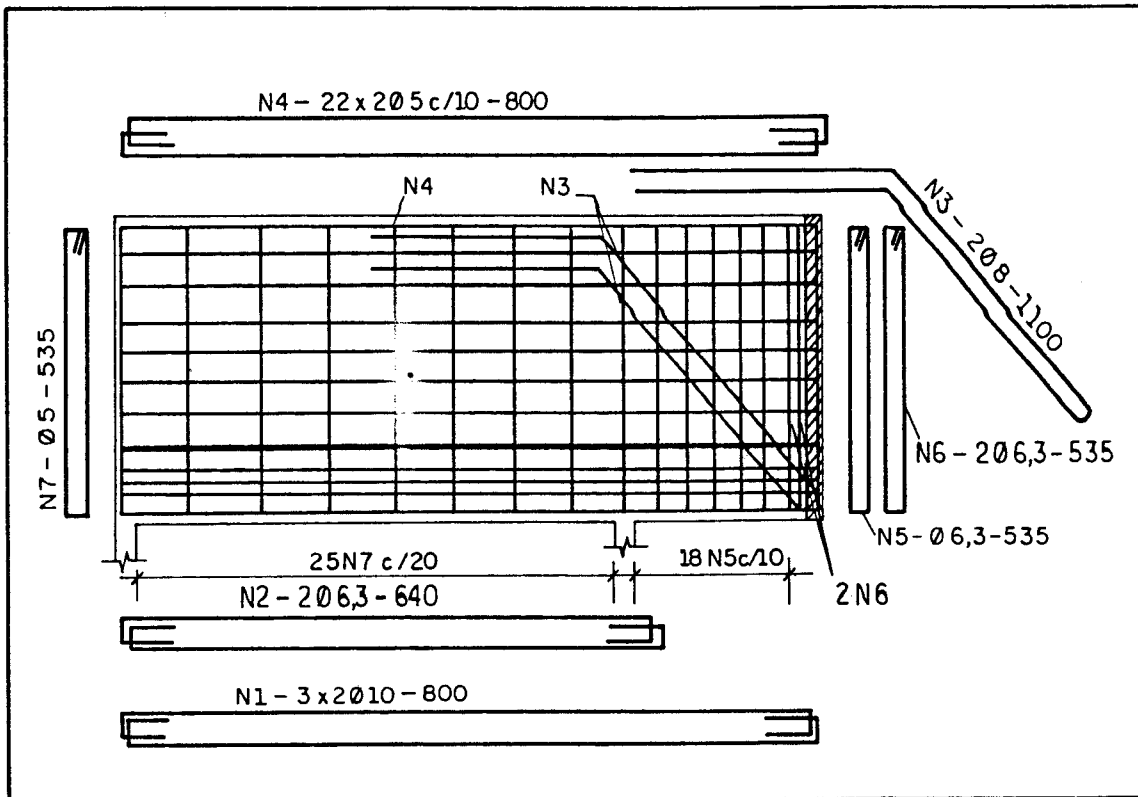


Fig. 7.14 - Detalhamento da viga-parede do exemplo 6.

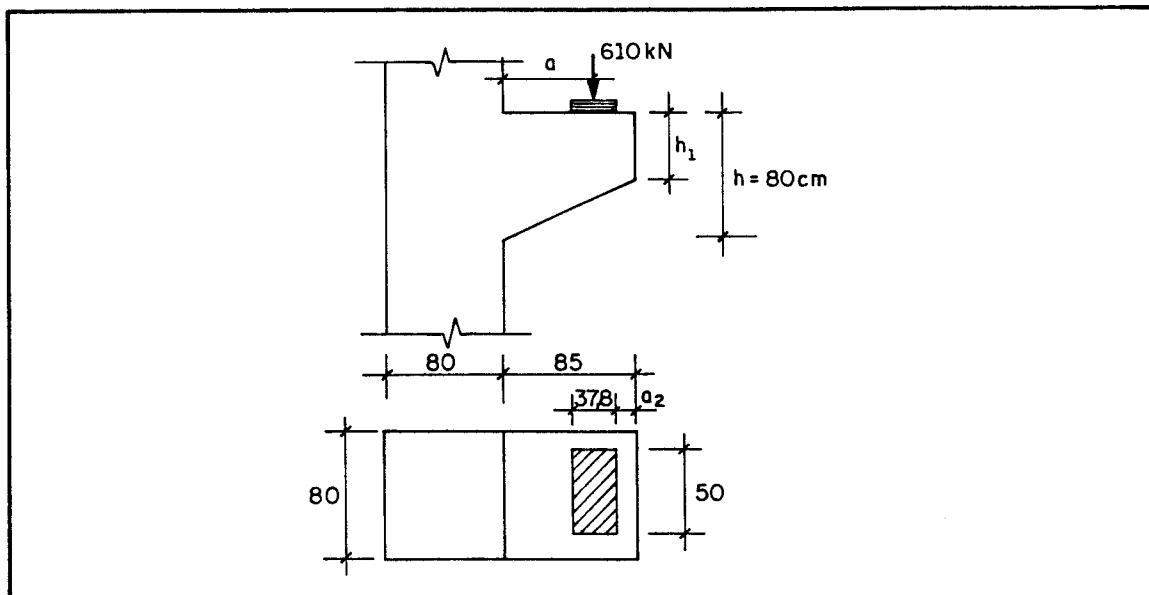


Fig. 7.15 - Consolo do exemplo 7.

7.8.1 - GEOMETRIA DO CONSOLO

Pré-dimensionamento: $h \approx 1,2a = 1,2 \times 80 = 72 \text{ cm} \rightarrow h = 80 \text{ cm}$

Segundo a NBR 9062, $a_2 = c + 3,5\phi = 2,5 + 3,5 \times 1,6 = 8,1 \text{ cm}$.

$$h_1 \geq \frac{h}{2} - a_2 = \frac{80}{2} - 8,1 = 31,9 \text{ cm}$$

$$h_1 = 40 \text{ cm}$$

Como $0,5 < a/d = 60/77 = 0,78 < 1,0$ (consolos curtos), a verificação da segurança se faz segundo o modelo de bielas e tirantes.

7.8.2 - DEFINIÇÃO GEOMÉTRICA DO MODELO

A Fig. 7.16-a apresenta o modelo utilizado para este consolo e a geometria da biela de compressão é mostrada na Fig. 7.16-b. Através das expressões de HAGBERG, obtém-se:

$$\operatorname{tg} \beta_{\max} = (a + a_g/2) / d = (60 + 37,8/2) / 77 = 1,025 \rightarrow \beta_{\max} = 45,7^\circ$$

$$(b_{\text{comp}})_{\max} = a_g \cdot \cos(\beta_{\max}) = 37,8 \times \cos 45,7^\circ = 26,4 \text{ cm}$$

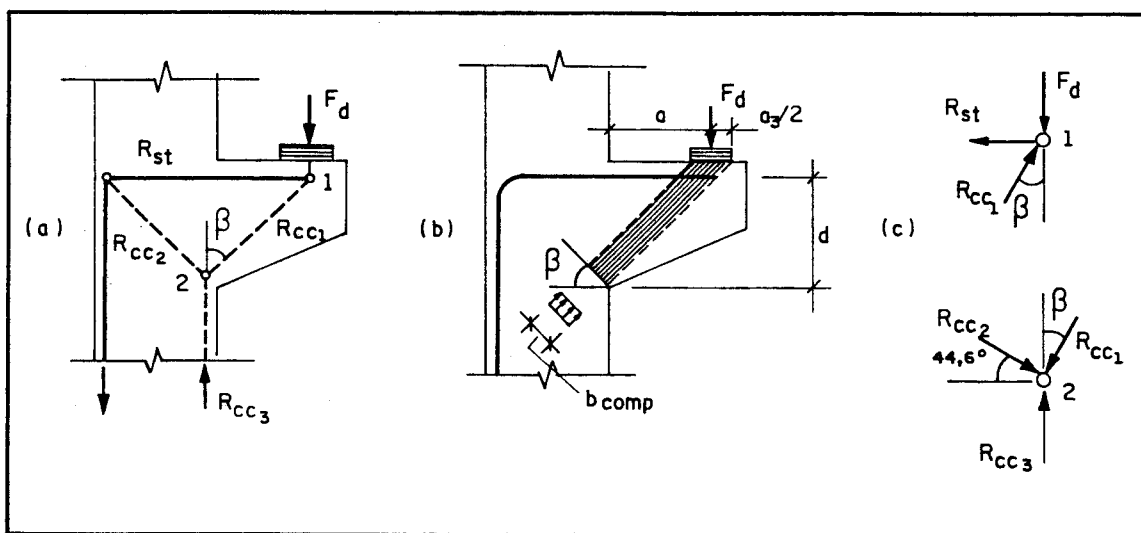


Fig. 7.16 - Definição geométrica do modelo

7.8.3 - ESFORÇOS NAS BARRAS

Através do equilíbrio dos nós 1 e 2 (Fig. 7.16-c), obtém-se os esforços nas barras:

$$R_{cc1} = 1222,8 \text{ kN} , R_{cc2} = 1229 \text{ kN} \text{ e } R_{cc3} = 1717 \text{ kN}$$

$$R_{st} = 875,2 \text{ kN}$$

7.8.4 - DIMENSIONAMENTO DO TIRANTE E VERIFICAÇÃO DAS TENSÕES

$$A_s = \frac{R_{st}}{f_{yd}} = \frac{875,2}{43,48} = 20,13 \text{ cm}^2$$

$$\begin{aligned} \text{Nó 1 : } f_{cd2} &= 0,56 \cdot f_{cd} = 0,60 \text{ kN/cm}^2 \\ \sigma_{ca} &= \frac{1,4 \times 610}{37,8 \times 50} = 0,45 \text{ kN/cm}^2 < f_{cd2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Nó 2 : } f_{cd1} &= 0,80 \cdot f_{cd} = 0,86 \text{ kN/cm}^2 \\ \sigma_{c1} &= \frac{1222,8}{26,4 \times 80} = 0,58 \text{ kN/cm}^2 < f_{cd1} \end{aligned}$$

A verificação das tensões nos outros contornos dos nós não é necessária.

7.8.5 - DIMENSIONAMENTO PELAS EXPRESSÕES DA NBR 9062

$$A_{s,tir} = A_{sv} + \frac{H_d}{f_{yd}} = A_{sv} = \left[0,1 + \frac{a}{d} \right] \cdot \frac{F_d}{f_{yd}}$$

$$A_{s,tir} = \left[0,1 + \frac{60}{77} \right] \times \frac{1,4 \times 610}{43,48} = 17,27 \text{ cm}^2$$

Adotar 4 laços $\phi 16$ + 2 laços $\phi 12,5$

Nota-se que a utilização das expressões diretas da NBR 9062 conduz a uma menor área de armadura do tirante em comparação com aquela obtida através do modelo geometricamente definido por HAGBERG.

7.8.6 - ARMADURAS SUPLEMENTARES

Armadura de costura :

$$\left[\frac{A_s}{s} \right]_{cost} \geq 0,4 \left[\frac{A_{sv}}{d} \right] = \frac{0,4 \times 17,27}{0,77} = 8,97 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}} \left\{ \phi 8 \text{ c/ } 10 \right.$$

$$\text{Estribos verticais: } \frac{A_{sv}}{s} = 0,14 \cdot b_v = 0,14 \times 80 = 11,20 \text{ cm}^2/\text{m} \left\{ \phi 10 \text{ c/ } 14 \right.$$

7.8.7 - DETALHAMENTO

O detalhamento é apresentado na Fig. 7.17. A

armadura principal é composta de laços horizontais com $\phi = 12,5$ e 16 , distribuídos em $h_1/5 = 40/5 = 8$ cm. A armadura de costura é distribuída em $2d/3 \cong 50$ cm, adjacentes ao tirante.

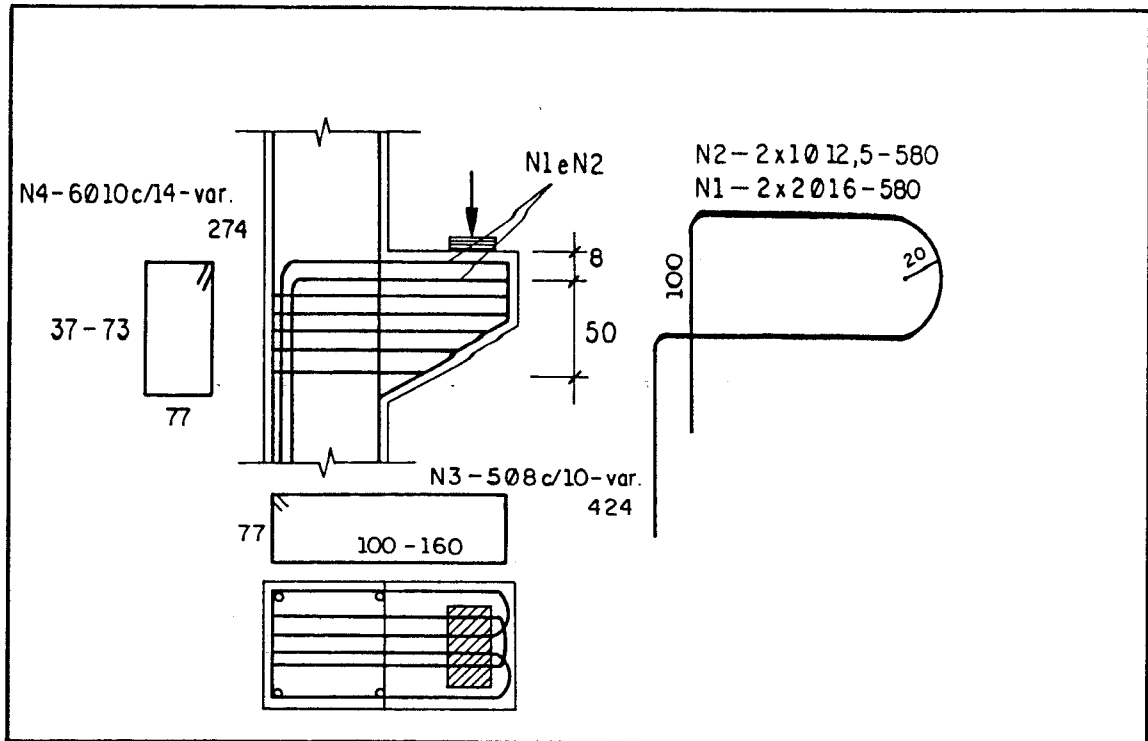


Fig. 7.17 - Detalhamento do consolo do exemplo 7.

7.9 - EXEMPLO 8

Apoio em dente de viga pré-moldada de seção transversal 12 cm x 40 cm (Fig. 7.18). Dados : Concreto C-24 e aço CA-50 A.

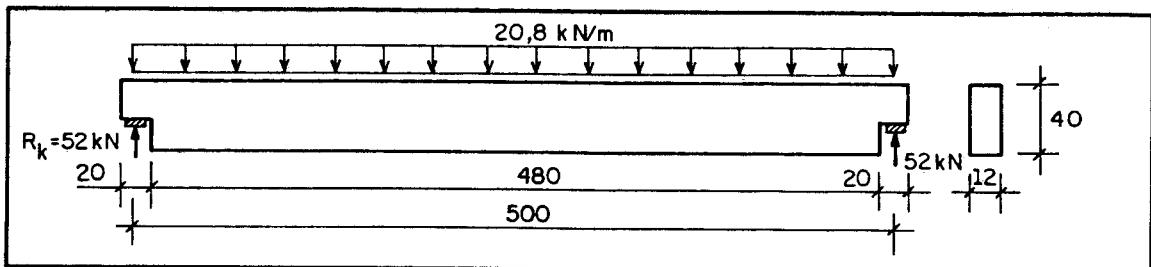


Fig. 7.18 - Viga com apoio em dente do exemplo 8

7.9.1 - GEOMETRIA DO DENTE

$$h_{red} = h/2 = 40/2 = 20 \text{ cm e } l_{red} = h_{red} = 20 \text{ cm}$$

$$a_1 = 15 \text{ cm (largura do apoio)}$$

7.9.2 - DEFINIÇÃO GEOMÉTRICA DO MODELO

A Fig. 7.19 apresenta o modelo proposto por COOK & MITCHELL. Pelo detalhamento proposto pela NBR 9062, pode-se obter:

$$d_{red} = h_{red} - \left(c + \frac{h_{red}}{8} \right) = 20 - \left(2,5 + \frac{20}{8} \right) = 15 \text{ cm}$$

$$(h - d_{red}) = 40 - 15 = 25 \text{ cm}$$

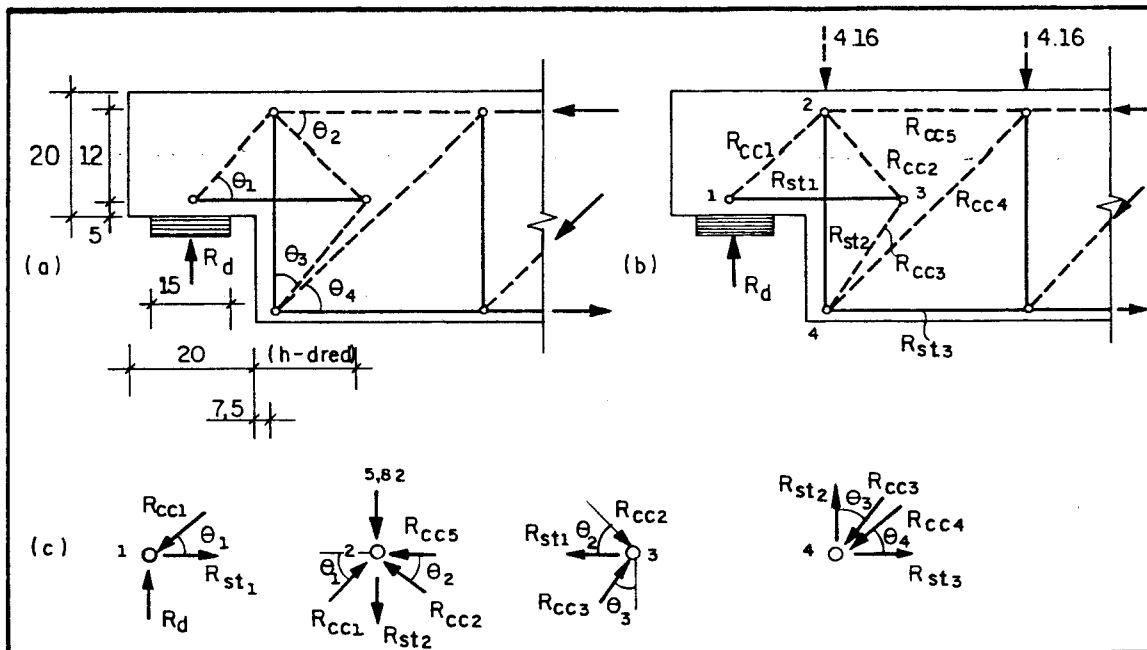


Fig. 7.19 - Modelo para o apoio em dente

O eixo do tirante vertical dista da face lateral da viga de

$$\left[c + \frac{h}{8} \right] = 2,5 + \frac{40}{8} = 7,5 \text{ cm}$$

Ângulos entre bielas e tirantes: $\text{tg } \theta_1 = 12/17,5 \rightarrow \theta_1 = 34,4^\circ$,
 $\theta_2 = 34,4^\circ$, $\text{tg } \theta_3 = 17,5/21 \rightarrow \theta_3 = 39,8^\circ$, $\text{tg } \theta_4 = 37/20 \rightarrow \theta_4 = 61,6^\circ$.

7.9.3 - ESFORÇOS NAS BARRAS

Através do equilíbrio dos nós 1, 2, 3 e 4 (Fig. 7.19-c), obtém-se os esforços nas bielas e tirantes.

Tirantes: $R_{st1} = 106,3 \text{ kN}$, $R_{st2} = 113,3 \text{ kN}$ e $R_{st3} = 74,8 \text{ kN}$.

Bielas: $R_{cc1} = 128,8 \text{ kN}$, $R_{cc2} = 82 \text{ kN}$, $R_{cc3} = 60,3 \text{ kN}$, $R_{cc4} = 76,1 \text{ kN}$
 e $R_{cc5} = 38,6 \text{ kN}$.

7.9.4 - DIMENSIONAMENTO DOS TIRANTES

Armadura horizontal no dente:

$$A_{s1} = \frac{R_{st1}}{f_{yd}} = \frac{106,3}{43,48} = 2,45 \text{ cm}^2 \left\{ 4 \phi 10 \right.$$

Armadura de suspensão :

$$A_{s2} = \frac{R_{st2}}{f_{yd}} = \frac{113,3}{43,48} = 2,61 \text{ cm}^2 \left\{ 3 \text{ estribos } \phi 8 \right.$$

Armadura horizontal na viga :

$$A_{s3} = \frac{R_{st3}}{f_{yd}} = \frac{74,8}{43,48} = 1,72 \text{ cm}^2 \left\{ 4 \phi 8 \right.$$

7.9.5 - VERIFICAÇÃO DAS TENSÕES

$$f_{cd2} = 0,54 \cdot f_{cd} = 0,54 \times 2,4 / 1,4 = 0,93 \text{ kN/cm}^2.$$

$$\text{Nó 1 : } \sigma_{c1} = \frac{1,4 \times 52}{15 \times 12} = 0,40 \text{ kN/cm}^2 < f_{cd2}.$$

A Fig. 7.20 apresenta uma proposta para a definição geométrica das regiões nodais 2 e 4.

$$\text{Nó 2: } \sigma_{c2} = \frac{R_{cc1}}{a_2 \times b} = \frac{128,8}{7,07 \times 12} = 1,52 \text{ kN/cm}^2$$

Como $\sigma_{c2} = 1,52 \text{ kN/cm}^2 > f_{cd2} \rightarrow$ condição não verificada.

Solução: aumentar a largura da viga para $b = 20 \text{ cm} \rightarrow$
 $\sigma_{c2} = 0,91 \text{ kN/cm}^2 < f_{cd2} \rightarrow$ condição verificada.

Como na realidade ocorre um efeito de leque no nó 4, torna-se difícil a verificação das tensões. Simplificadamente, pode-se considerar R_{cc3} atuando num eixo perpendicular ao contorno da região nodal e decompor R_{cc4} neste eixo:

$$\sigma_{c4} = \frac{R_{cc3} + R_{cc4} \cdot \cos 11,4^\circ}{a_4 \times b} = \frac{60,3 + 76,1 \times \cos 11,4^\circ}{12,6 \times 20}$$

$$\sigma_{c4} = 0,54 \text{ kN/cm}^2 < f_{cd2} \rightarrow \text{condição verificada.}$$

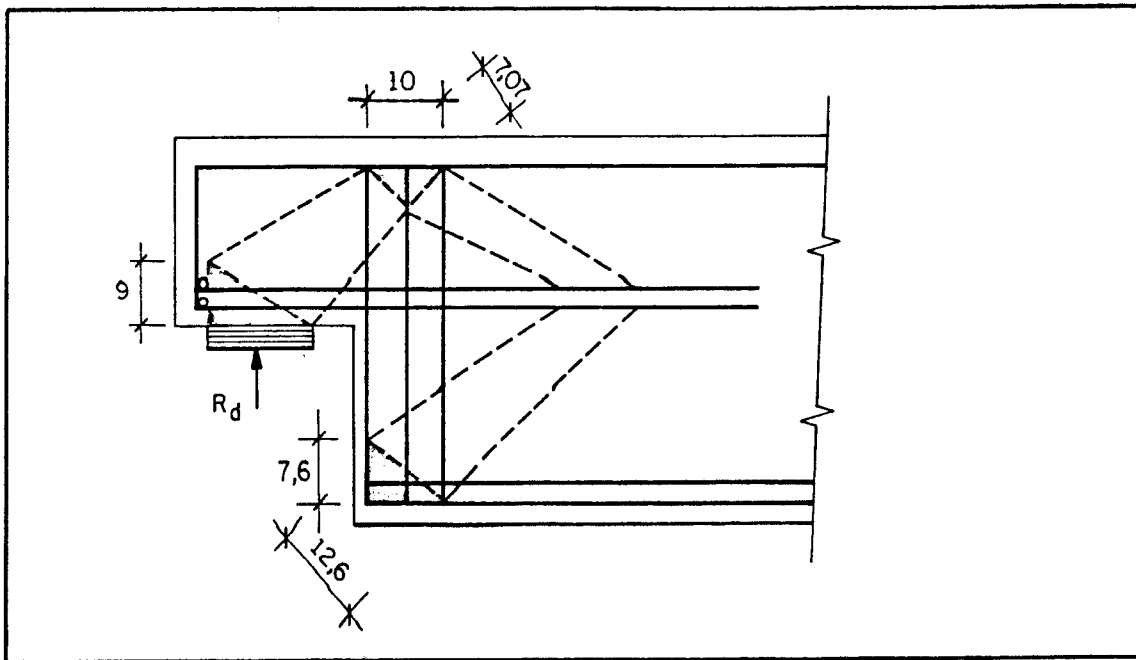


Fig. 7.20 - Definição geométrica das regiões nodais do exemplo 8.

7.9.6 - DETALHAMENTO

O tirante horizontal do dente é ancorado por grampos horizontais e com $l_b = 12,5$ cm. O detalhamento do dente é apresentado na Fig. 7.21, ressaltando-se pequenas adaptações em função das armaduras calculadas para a viga.

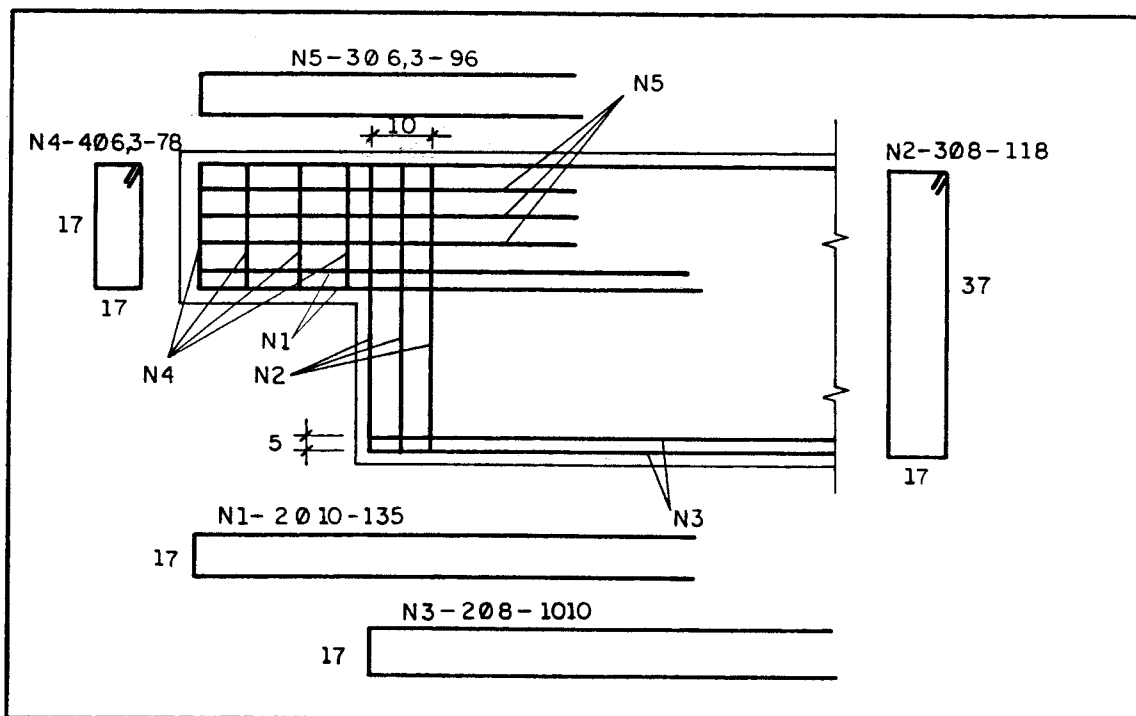


Fig. 7.21 - Detalhamento do apoio em dente do exemplo 8.

7.10 - EXEMPLO 9

Viga com abertura de dimensões indicadas na Fig. 7.22 e seção transversal 20 cm x 50 cm. Dados : Concreto C-21 e aço CA-50A.

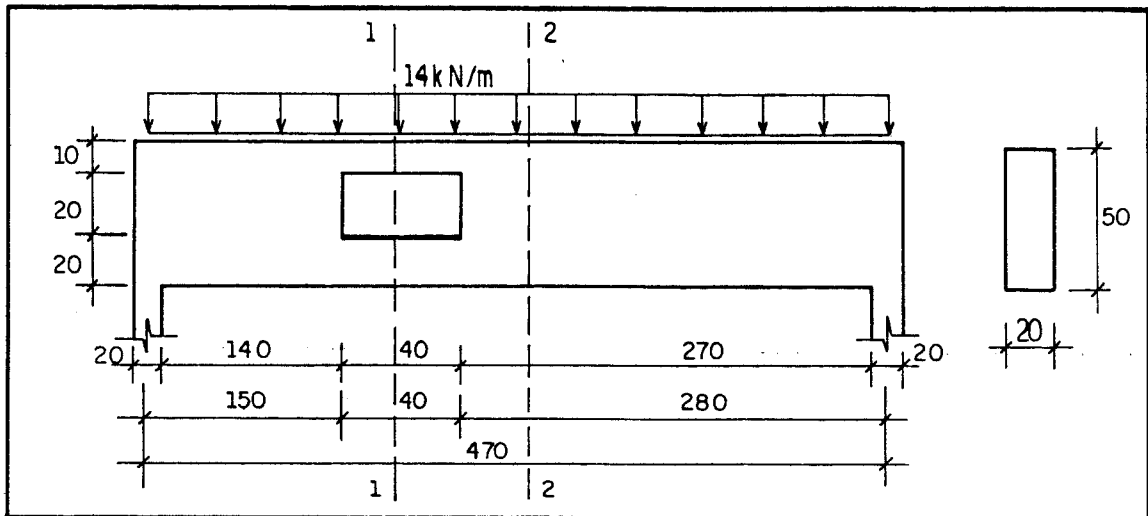


Fig. 7.22 - Viga com abertura do exemplo 9.

7.10.1 - COMENTÁRIOS INICIAIS

Segundo a NBR 6118, o efeito dessa abertura na resistência da viga deve ser verificado pois, apesar de a abertura estar situada a uma distância maior que $2h$ da face do apoio, ela pode estar interceptando uma biela de compressão. Além disso, as dimensões da abertura (20 cm x 40 cm) são superiores às permitidas ($12 \text{ cm} \times h/2 = 25 \text{ cm}$).

7.10.2 - ESFORÇOS NA VIGA

No meio do vão (seção 2-2) : $M_{k2} = 38,7 \text{ kN.m}$ e $V_{k2} = 0$.

No meio da abertura (seção 1-1) : $M_{k1} = 35,7 \text{ kN.m}$ e $V_{k1} = 9,1 \text{ kN}$.

O quadro abaixo apresenta as armaduras de flexão obtidas pelo dimensionamento normal como viga:

Seção	M_d	k_c	β_x	$x(\text{cm})$	k_s	A_s	ϕ
2-2	54,2	8,15	0,13	6,11	0,024	2,77	4 ϕ 10
1-1	50	8,84	0,12	5,64	0,024	2,55	4 ϕ 10

7.10.3 - MODELO UTILIZADO E ESFORÇOS NAS BARRAS

A Fig. 7.23 apresenta o modelo proposto por COOK & MITCHELL para este tipo de abertura. No modelo, o momento fletor e o esforço cortante que atuam na seção 1-1 são substituídos por forças concentradas equivalentes.

$$x=5,64 \text{ cm} \rightarrow z_1=45 \text{ cm e } z_2=30 \text{ cm}$$

$$R_{cc1} = A_{cc} \cdot f_{cd1} = 20 \times 5,64 \times 0,78(2,1/1,4) = 131,9 \text{ kN}$$

$$R_{st1} (z_1 - z_2) + R_{cc1} \cdot z_2 = M_d \rightarrow R_{st1} = 69,5 \text{ kN}$$

$$R_{st1} + R_{st2} = R_{cc1} \rightarrow R_{st2} = 62,4 \text{ kN}$$

Através do equilíbrio de nós, obtém-se os esforços :

$$R_{st1} = 69,5 \text{ kN}, R_{st2} = 62,4 \text{ kN}, R_{st3} = 18,2 \text{ kN}, \\ R_{st4} = 9,1 \text{ kN}, R_{st5} = 62,3 \text{ kN e } R_{cc1} = 131,9 \text{ kN.}$$

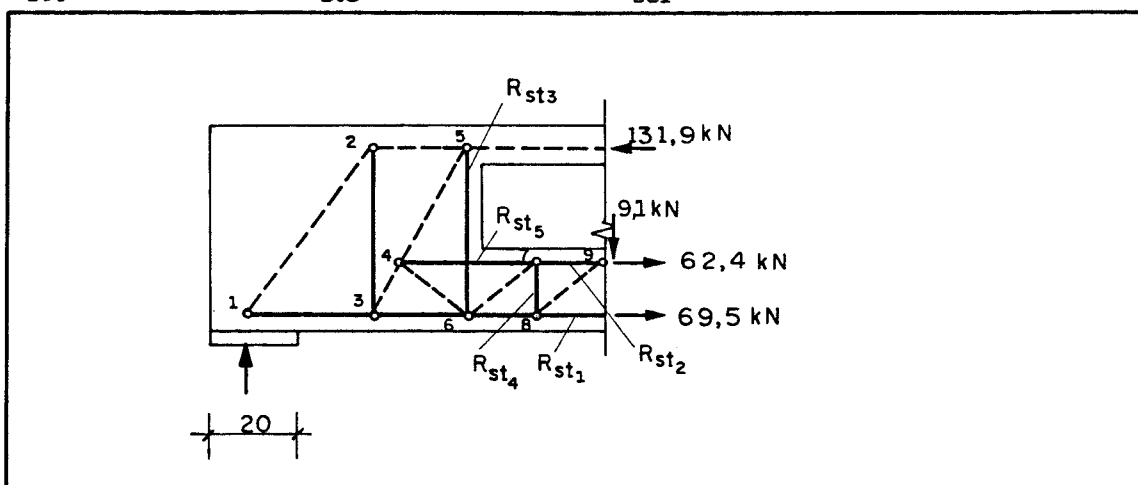


Fig. 7.23 - Modelo utilizado para o exemplo 9.

7.10.4 - DIMENSIONAMENTO DOS TIRANTES

Armadura de tração inferior:

$$A_{s1} = \frac{R_{st1}}{f_{yd}} = \frac{69,5}{43,48} = 1,60 \text{ cm}^2 \left\{ 2 \phi 10 \right.$$

Armadura de tração abaixo da abertura :

$$A_{s2} = \frac{R_{st2}}{f_{yd}} = \frac{62,4}{43,48} = 1,43 \text{ cm}^2 \left\{ 2 \phi 10 \right.$$

Armadura de suspensão ao lado da abertura :

$$A_{s3} = \frac{R_{st3}}{f_{yd}} = \frac{18,2}{43,48} = 0,42 \text{ cm}^2 \quad \left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ estribo } \phi 6,3 \end{array} \right.$$

Estribos verticais abaixo da abertura:

$$A_{s4} = \frac{R_{st4}}{f_{yd}} = \frac{9,1}{43,48} = 0,21 \text{ cm}^2 \quad \left\{ \begin{array}{l} 2 \text{ estribos } \phi 6,3 \end{array} \right.$$

7.10.5 - VERIFICAÇÃO DAS TENSÕES

Biela acima da abertura: $f_{cd1} = 0,78 \cdot f_{cd} = 1,17 \text{ kN/cm}^2$

$$\sigma_{b1} = \frac{131,9}{5,64 \times 20} = 1,16 \text{ kN/cm}^2 < f_{cd1}$$

Região nodal do apoio A: $f_{cd2} = 0,55 \cdot f_{cd} = 0,83 \text{ kN/cm}^2$

$$\sigma_{c1} = \frac{1,4 \times 32,9}{20 \times 20} = 0,12 \text{ kN/cm}^2 < f_{cd2}$$

A verificação das tensões nas outras bielas e regiões nodais não foi feita devido à indefinição geométrica desses elementos.

7.10.6 - DETALHAMENTO

O detalhamento é apresentado na Fig. 7.24.

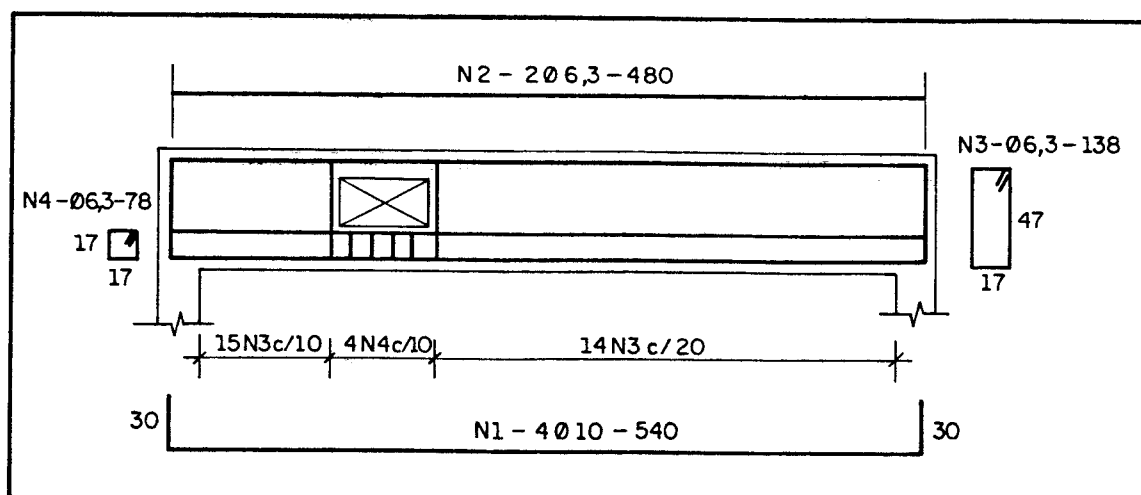


Fig. 7.24 - Detalhamento da viga com abertura do exemplo 9.

8 - CONCLUSÕES

8.1 - COMENTÁRIOS INICIAIS

8.1.1 - CRITÉRIO DO CEB/90 PARA VIGAS USUAIS

Pelo Critério de CEB/90, o dimensionamento ao esforço cortante de vigas usuais é feito através da verificação direta das tensões de compressão na biela diagonal, ao invés de se utilizar uma tensão convencional de cisalhamento como indica o Anexo da NBR 7197. Além disso, a distribuição das barras da armadura longitudinal pode ser feita, verificando-se os esforços solicitantes e resistentes nos banzos tracionado e comprimido.

A determinação do ângulo θ_{min} a ser adotado provocou a crítica de vários pesquisadores através das sugestões publicadas no Boletim CEB-198[1991]¹⁶. Na verdade, o valor $\theta_{min} = 18,4^\circ$ sugerido é realmente baixo, podendo conduzir a grandes aberturas das fissuras de cisalhamento. O ângulo $\theta = 26,5^\circ$ ($\cotg \theta = 2$) utilizado nos exemplos pode ser usado com mais segurança, como mostra REGAN[1991]³¹.

O Código Modelo estabelece ainda como condição para a aplicação dos modelos de treliça, a existência de armadura transversal mínima que limita a abertura da fissura de cisalhamento. Em vigas pouco solicitadas, freqüentemente ocorre que a armadura transversal calculada com θ_{min} é inferior àquela exigida pela limitação exposta. Neste caso específico, a armadura transversal adotada é independente de θ_{min} , o que torna dispensável a preocupação com o valor

adotado de θ_{\min} .

8.1.2 - PROJETO DE REGIÕES DESCONTÍNUAS

A divergência entre os valores dos parâmetros de resistência das bielas e regiões nodais propostos no capítulo 2 mostra que o projeto de elementos estruturais utilizando os modelos de bielas e tirantes conduz a resultados na maioria das vezes, conservativos. Todavia, deve-se ressaltar que os valores sugeridos pelo Código Modelo CEB-FIP [1991]⁶ foram obtidos experimentalmente.

Em alguns casos a definição geométrica das bielas e regiões nodais é praticamente inexeqüível, impedindo a verificação das tensões em bielas e nós críticos. Nesta situação, os modelos podem ser usados apenas para o dimensionamento das armaduras. Deve-se salientar que, na maioria dos elementos estruturais, normalmente armados ou sub-armados, essas tensões não são críticas, exceto em algumas descontinuidades geométricas.

Nos exemplos apresentados no capítulo anterior, mostrou-se a definição geométrica do modelo em vigas-parede, consolos e vigas com apoio em dente. Dúvidas persistem com relação à geometria das bielas e nós em alguns tipos de ligações viga-pilar e aberturas em vigas.

REGAN [1991]³² comenta as dificuldades encontradas para a definição dos modelos e especialmente a verificação das tensões em algumas regiões descontínuas.

Pelos modelos propostos e exemplos apresentados, nota-se que é freqüente a utilização de modelos superpostos. Isto porque o modelo depende do tipo de ação atuante e a maioria dos elementos estruturais está submetido à atuação simultânea de diferentes ações. Na maioria dos casos, a superposição de modelos pode ser feita sem problemas, desde que as tensões sejam verificadas no modelo superposto. Como exemplos, citam-se vigas-parede simplesmente apoiadas (ação uniformemente distribuída superior e inferior) e em balanço. Quando se superpõem dois modelos geometricamente incompatíveis (diferentes inclinações das bielas e nós não

coincidentes), torna-se difícil a verificação das tensões em alguns nós internos e bielas, mas deve ser feita nas regiões nodais dos apoios e pontos de aplicação de força concentrada. Como exemplo cita-se viga-parede submetida a atuação conjunta de força concentrada e ação uniformemente distribuída (superior ou inferior).

A utilização de modelos baseados na distribuição de tensões elásticas, além de garantir segurança em relação ao Estado Limite Último, atende também requisitos dos Estados Limites de Utilização, principalmente fissuração. Através do teorema do limite inferior da teoria da plasticidade poder-se-ia, por tentativas, obter modelos que considerassem a redistribuição de forças que ocorre nas proximidades da ruptura em alguns elementos estruturais. Isto é feito por meio de adaptações na geometria dos modelos baseados em análises elásticas. Neste caso, obter-se-ia um dimensionamento mais econômico, porém a verificação dos estados limites de utilização tornar-se-ia indispensável.

8.2 - COMPARAÇÃO DE RESULTADOS

Nos exemplos de dimensionamento de vigas usuais mostrados no capítulo anterior foi observada uma diferença entre os valores calculados de armadura transversal pelo Critério do CEB/90 e o Anexo da NBR 7197. Na maioria dos exemplos, a área de armadura transversal calculada pelo CEB/90 é inferior àquela dada pelo Anexo da NBR 7197. A área mínima exigida pelo CEB/90 é sempre menor. O cálculo da armadura transversal mínima pelo Anexo da NBR 7197 depende da largura b_v da viga e da inclinação α desta armadura, enquanto pelo CEB/90 depende, além destes, da resistência média à tração do concreto.

NOBRE [1991]³³, através de um estudo experimental das solicitações tangenciais devidas ao esforço cortante em vigas de argamassa armada, analisa e compara os resultados obtidos em laboratório com aqueles calculados pelo Critério do CEB/90 e o Anexo da NBR 7197.

GOMES [1985]³⁴ apresenta resultados de ensaios

realizados em oito vigas-parede contínuas de concreto armado com relações $l/h=1,5$ e $2,0$ submetidas a uma ou duas forças concentradas por vão. Os resultados obtidos experimentalmente são comparados com aqueles calculados pelo modelo de bielas e tirantes. A relação média obtida entre valores teóricos/experimentais é de $1,034$, o que indica que o modelo proposto fornece bons resultados.

GUIMARÃES [1980]³⁵ analisa experimentalmente nove vigas-parede simplesmente apoiadas enrijecidas por pilares laterais. Adota-se uma relação $l/h=1,5$ e duas forças concentradas por vão. As forças que provocam o escoamento obtidas experimentalmente são comparadas com aquelas calculadas pelo modelo de treliça. Obtém-se uma relação média de $1,070$ entre valores teóricos e experimentais.

MELO [1984]³⁶ também estuda experimentalmente vigas-parede simplesmente apoiadas obtendo uma relação média entre valores teóricos e experimentais de $1,081$.

COOK & MITCHELL [1988]⁵ apresentam uma comparação entre resultados experimentais e teóricos (modelo de bielas e tirantes e elementos finitos) em consolos duplos e apoios em dente. Os ensaios mostram que o modelo conduz a resultados conservativos, porém bastante próximos daqueles obtidos através de análise numérica pelo método dos elementos finitos.

8.3 - SUGESTÕES PARA NOVAS PESQUISAS

8.3.1 - REVISÃO TEÓRICA

Outros elementos estruturais, não abordados no presente trabalho, também podem ser dimensionados através da utilização de modelos de bielas e tirantes.

O Código Modelo CEB/90 recomenda a utilização de modelos em vigas de concreto protendido e ligações mesa-alma. A introdução de forças concentradas que atuam sobre uma área relativamente pequena, como por exemplo em ancoragens de elementos de concreto protendido, pode ser

estudada por meio dos modelos.

Em lajes, pode-se aplicar os modelos em aberturas e ligações pilar-laje de lajes-cogumelo. Neste último caso, deve-se utilizar modelos espaciais.

Em estruturas de fundações os modelos podem ser utilizados para o dimensionamento de sapatas isoladas, blocos de coroamento, elementos pré-moldados e vigas-alavanca.

8.3.2 - ANÁLISE EXPERIMENTAL

Os modelos propostos neste texto podem ser melhor estudados, com o auxílio de experimentação, para que possibilitem uma utilização mais segura.

É importante que se proceda a um estudo experimental, aplicado aos modelos propostos, dos parâmetros de resistência das bielas e regiões nodais, dada a discrepância entre os valores sugeridos na bibliografia consultada.

Ensaio também são necessários em modelos para os quais a verificação das tensões é exequível, com o objetivo de se otimizar os modelos existentes.

A definição geométrica de bielas e regiões nodais em algumas regiões descontínuas pode ser obtida através de um número significativo de ensaios.

A superposição de alguns modelos também deve ser verificada em ensaios, principalmente com relação à verificação das tensões.

No caso em que se dispõem de vários modelos para um mesmo elemento estrutural, poder-se-ia obter experimentalmente o modelo mais adequado.

8.4 - COMENTÁRIOS FINAIS

8.4.1 - CRITÉRIO DO CEB/90

O dimensionamento de vigas de concreto armado submetidas a esforço cortante pelo Critério do CEB/90 é mais

trabalhoso que o proposto pelo Anexo da NBR 7197. Apesar de, em geral, os resultados obtidos serem mais econômicos, em alguns casos isto não ocorre porque a norma brasileira adota valores elevados de τ_c . Nota-se também que a expressão utilizada pelo CEB/90 para o cálculo da armadura transversal mínima parece ser mais razoável. Além disso, o Critério do CEB/90 possibilita a otimização da distribuição das armaduras longitudinais sem necessidade de se deslocar o diagrama de momentos fletores, como na norma brasileira. Contudo, recomenda-se um estudo mais minucioso, tendo em vista o pequeno número de exemplos apresentados.

8.4.2 - PROJETO DE REGIÕES DESCONTÍNUAS

O autor reconhece a necessidade de um estudo experimental detalhado e abrangente sobre o assunto, porque alguns modelos apresentados ainda não foram comprovados experimentalmente. Entretanto, recomenda-se a utilização imediata destes modelos em projeto pois, para alguns casos, não existem outros processos de cálculo expeditos.

Os modelos são muito úteis para o dimensionamento das armaduras em todos os elementos estruturais comentados. Pode-se fazer a verificação das tensões em vigas-parede, consolos e vigas com apoios em dente. Para outras descontinuidades geométricas em vigas e algumas ligações viga-pilar a verificação das tensões não pode ser feita com exatidão. Nestes casos, a modelagem deve ser usada com restrições.

8.5 - CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo inicialmente proposto de se proceder a uma revisão de literatura sobre o assunto e à sistematização do projeto de elementos estruturais espera-se ter sido alcançado. Este trabalho pode ser utilizado como fonte de consulta a estudantes e projetistas de estruturas de concreto armado. Com a recente edição do MC-CEB/90, o

trabalho também contribui para o entendimento mais claro das indicações ali encontradas. O autor pretende continuar o estudo do assunto, em pesquisa visando o doutoramento, através de análise experimental de elementos estruturais, escolhidos através de um levantamento de pesquisas já realizadas ou em andamento em centros nacionais e internacionais.

- REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS -

1. SCHLAICH, J. , SCHAFER, K. , JENNEWEIN, M. Towards a consistent design of structural concrete. PCI Journal, v.32, n.3, p.74-150, May-June, 1987.
2. SCHAFER, K. , SCHLAICH, J. Consistent design of structural concrete using strut and tie models. In: COLÓQUIO SOBRE COMPORTAMENTO E PROJETO DE ESTRUTURAS, 5., agosto 1988, Rio de Janeiro. Rio de Janeiro: PUC/RJ, 1988.
3. MARTI, P. Basic tools of reinforced concrete beam design. ACI Structural Journal, v.82, n.4, p.46-56, Jan.-Feb. 1985.
4. MARTI, P. Truss models in detailing. Concrete International, v.7, n.12, p.66-73, Dec. 1985.
5. COOK, W. , MITCHELL, D. Studies of disturbed regions near discontinuities in reinforced concrete members. ACI Structural Journal, v.85, n.2, p.206-216, Mar.-Apr. 1988.
6. COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. CEB-FIP model code 1990: final draft. Bulletim D'Information, n.203, 204 e 205, July 1991.

7. CANADIAN STANDARDS ASSOCIATION. Design of concrete structures for buildings (CAN3-A23.3-M84). Rexdale, 1984. 281p.
8. MACGREGOR, J.G. Reinforced concrete mechanics and design. New Jersey: Prentice Hall, 1988. p.169-190, 679-730.
9. SCHLAICH, J. , SCHAFFER, K. Konstruieren in Stahlbetonbau. In: BETON-KALENDER, Teil 2. Berlin: Ernst & Sohn, 1989.
10. SCHLAICH, J. , SCHAFFER, K. Design and detailing of structural concrete using strut-and -tie models. The Structural Engineer, v.69. n.6, March, 1991.
11. LEONHARDT, F. , MÖNNIG, E. Construções de concreto: princípios básicos do dimensionamento de estruturas de concreto armado. Rio de Janeiro: Interciência, 1977. v.1, p.175-218.
12. FUSCO, P.B. Estruturas de concreto: solicitações tangenciais. São Paulo: EPUSP, 1984.
13. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118 : projeto e execução de estruturas de concreto armado. Rio de Janeiro, 1978.
14. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7197: projeto de estruturas de concreto protendido. Rio de Janeiro, 1989.
15. LEONHARDT, F., MÖNNIG, E. Construções de concreto: princípios básicos sobre a armação de estruturas de concreto armado. Rio de Janeiro: Interciência, 1978. v.3.

16. COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. CEB-FIP model code 1990: first draft, Addendum. Bulletim D'Information, n.198, September, 1990.
17. LEONHARDT, F. , MÖNNIG, E. Construções de concreto: casos especiais de dimensionamento de estruturas de concreto armado. Rio de Janeiro: Interciência, 1978. v.2, p.19-58.
18. SCHLAICH, J. , WEISCHEDE, D. Ein praktisches verfahren zum methodischen bemessen und konstruieren in stahlbetonbau. Comité Euro-International du Beton: Bulletin D'Information, n. 150, March, 1982.
19. GERTSENCHTEIN, M. Vigas parede: notas de aula. Lins: Escola de Engenharia de Lins, 1981.
20. SANTOS NETTO, P. Ancoragem por aderência em barras para concreto armado. São Carlos: EESC-USP, 1978.
21. ANDRADE, J.R.L. , SANTOS NETTO, P. Vigas parede: notas de aula. São Carlos: EESC-USP, 1988.
22. NILSSON, I.H.E. , LOSBERG, A. Reinforced concrete corners and joints subjected to bending moment. ASCE, Journal of the Structural Division, v.102, n.6, p.1229-1254, June, 1976.
23. COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. Bulletim D'Information, n.176, 1987.
24. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 9062: projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado. Rio de Janeiro, 1985.

25. MATTOCK, A.H. , CHEN, K.G. , SOONGSWANG, K. The behaviour of reinforced concrete corbels. PCI Journal, v.21, n.2, p.53-77, Mar.-Apr. 1976.
26. HAGBERG, T. Design of concrete brackets: on the application of the truss analogy. ACI Structural Journal, v.80, n.1, p.3-11, Jan.-Feb. 1983.
27. SHEHATA, L.C.D. , NAGATO, Y. Modelos de escoras e tirantes. In: COLÓQUIO SOBRE COMPORTAMENTO E PROJETO DE ESTRUTURAS, 6., agosto 1990, Rio de Janeiro. Anais. Rio de Janeiro: PUC/RJ, 1990. p.76-101.
28. MANSUR, M.A. , TAN, K.H. , LEE, S.L. Design method for reinforced concrete beams with large openings. ACI Structural Journal, v.82, n.4, p.517-524, July-Aug. 1985.
29. PINHEIRO, L.M. Concreto armado: tabelas e ábacos. São Carlos: EESC-USP, 1986.
30. RODRIGUES, S.S. , REINER, C.R.G. Desenvolvimento de rotina para projetos de estruturas de concreto armado para edifícios: análise de pórticos planos. Trabalho de iniciação científica, São Carlos: EESC-USP, 1991. (a ser publicado)
31. REGAN, P.E. Design of members for the ultimate limit state. In: COLLOQUIUM ON THE CEB-FIP MC90, August, 1991, Rio de Janeiro. Anais. Rio de Janeiro: COPPE/UFRJ, 1991. p.103-138
32. REGAN, P.E. Strut and tie models for ultimate limit state design. In: COLLOQUIUM ON THE CEB-FIP MC90, August, 1991, Rio de Janeiro. Anais. Rio de Janeiro, COPPE/UFRJ, 1991. p.171-188

33. NOBRE, E.M. Solicitações tangenciais em vigas de argamassa armada: fundamentos e experimentação. São Carlos, 1991. Dissertação (Mestrado) - EESC-USP. (a ser defendida)
34. GOMES, R.B. Análise experimental de vigas-parede contínuas de concreto armado. Rio de Janeiro, 1985. Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.
35. GUIMARÃES, G.B. Análise experimental de vigas-parede de concreto armado enrijecidas por pilares laterais. Rio de Janeiro, 1980. Dissertação (Mestrado)- Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.
36. MELO, G.S.S.A. Análise paramétrica de vigas-parede de concreto armado pelo método dos elementos finitos. Rio de Janeiro, 1984. Dissertação (Mestrado)- Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.