

SOBRE O CÁLCULO DE VIGAS MISTAS AÇO-CONCRETO:  
ÊNFASE EM EDIFÍCIOS

AUTOR: ENG. MAXIMILIANO MALITE

ORIENTADOR: PROF. DR. WALTER ABRAHÃO NIMIR

DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS  
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS

SOBRE O CÁLCULO DE VIGAS MISTAS AÇO-CONCRETO:  
ÊNFASE EM EDIFÍCIOS

ENG. MAXIMILIANO MALITE

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Estruturas.

DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

**Comissão Julgadora:**

Prof. Dr. Walter Abrahão Nimir (orientador), EESC/USP  
Prof. Dr. Tioeturo Yagui, FEL/UNICAMP  
Prof. Dr. Ilio Montanari, EESC/USP

**Suplentes:**

Prof. Dr. Lauro Modesto dos Santos, EPUSP  
Prof. Dr. Mounir Khalil El Debs, EESC/USP

SÃO CARLOS, 03 DE AGOSTO DE 1990

## AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Walter Abrahão Nimir, pela amizade e orientação em todas as fases deste trabalho;

Aos professores da área de Estruturas Metálicas do SET: José Jairo de Sáles, Roberto Martins Gonçalves, Pierre A. Prelorentzou e José L.Z. Bonfá, pela constante colaboração;

À Sr<sup>a</sup> Sylvia Helena M. Vilani, pela elaboração dos desenhos e gráficos;

Ao CNPq, pela concessão da bolsa de estudos.

## RESUMO

Este trabalho estuda as vigas mistas aço-concreto de edifícios fornecendo uma visão geral do assunto no tocante ao seu dimensionamento e aos seus aspectos construtivos.

No primeiro capítulo faz-se uma breve introdução sobre o tema, com dados da viabilidade econômica deste tipo de construção e o levantamento dos principais edifícios construídos em sistema misto no Brasil.

No segundo capítulo apresentam-se as condições para o dimensionamento onde, além da norma brasileira, comenta-se as principais normas estrangeiras.

No terceiro capítulo apresenta-se o estudo sobre a resistência de seções transversais mistas segundo a norma brasileira NBR-8800 "Projeto e Execução de Estruturas de Aço de Edifícios". Encerrando o capítulo, são apresentadas curvas para pré-dimensionamento de seções.

Finalmente, são apresentados no apêndice "A" exemplos de verificação de seções mistas, e no apêndice "B" é apresentado um programa em linguagem BASIC para microcomputador IBM/PC, que executa todas as etapas de verificação de seções mistas prescritas na norma brasileira.

## ABSTRACT

This work studies composite steel-concrete beams of buildings showing a general view with emphasis on design and construction.

In the first chapter a brief introduction is made considering informations on economical viability. It is included a historical background of the principal buildings that have been built in composite steel-concrete construction in Brazil.

In the second chapter, the design conditions are presented making use of Brazilian and foreign specifications.

In the third chapter the strenght of composite steel-concrete cross section is studied according to NBR-8800 "Projeto e Execução de Estruturas de Aço de Edifícios". At the end of this chapter, are presented graphics for a preliminary analysis of the sections.

Finally are presented, in apendix "A" exemples on designing and apendix "B" software in BASIC language for microcomputer IBM/PC for designing of composite steel-concrete beams according to NBR-8800.

## SUMARIO

1 - COMENTARIOS INICIAIS .....	1
2 - DIMENSIONAMENTO E ASPECTOS CONSTRUTIVOS .....	7
2.1 - Notações .....	7
2.2 - Definição e tipos .....	9
2.3 - Conectores de cisalhamento .....	11
2.4 - Largura efetiva da laje de concreto .....	18
2.5 - Hipóteses de construção: efeito do escoramento .....	23
2.6 - Comportamento de vigas mistas em regime de utilização .....	26
2.6.1 - generalidades .....	26
2.6.2 - efeitos da deformabilidade dos conectores .....	26
2.6.3 - efeitos da retração e fluência do concreto .....	43
2.7 - Comportamento último de vigas mistas .....	45
2.7.1 - generalidades .....	45
2.7.2 - influência da capacidade dos conectores na resistência última de vigas mistas .....	47
2.7.3 - largura efetiva da laje de concreto .....	54
2.7.4 - resistência ao momento fletor: dimensionamento segundo algumas normas .....	55
2.7.4.1 - NBR-8800 .....	55
2.7.4.2 - LRFD .....	64
2.7.4.3 - CAN .....	65
2.7.4.4 - AISC (8a.edição) .....	69
2.7.5 - Vigas mistas com aberturas na alma .....	71

2.7.6 - Vigas de aço totalmente embutidas em concreto .....	83
2.7.6.1 - construção escorada .....	83
2.7.6.2 - constr. não escorada .....	83
2.7.6.3 - processo alternativo .....	84
3 - ANÁLISE DA RESISTÊNCIA AO MOMENTO FLETOR, DE SEÇÕES TRANSVERSAIS MISTAS DIMENSIONADAS PELA NBR-8800 .....	85
3.1 - Introdução .....	85
3.2 - Variáveis envolvidas na análise .....	86
3.3 - Procedimento de análise .....	86
3.3.1 - viga de aço .....	86
3.3.2 - laje de concreto .....	87
3.3.3 - largura efetiva da laje de concreto .....	88
3.3.4 - influência da capacidade dos conectores na resistência ao momento fletor .....	88
3.3.5 - influência da resistência do concreto na resistência ao momento fletor .....	89
3.3.6 - influência da altura da laje na resistência ao momento fletor .....	90
3.3.7 - influência da largura da mesa na resistência ao momento fletor .....	90
3.3.8 - curvas "altura x momento fletor" para pré-dimensionamento de seções .....	90
3.3.9 - curva comparativa da resistência ao momento fletor de seções mistas e seções "T" de concreto armado .....	92
4 - COMENTARIOS FINAIS .....	110
5 - REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS .....	114

APENDICE

A - Exemplos de verificação de seção mista .....	118
B - Programa em microcomputador IBM/PC para verificação de seções mistas segundo a NBR-8800 .....	134



## CAPITULO 1 - COMENTARIOS INICIAIS

As vantagens de se usar o aço estrutural combinado com o concreto armado são evidentes, pois o primeiro trabalha bem à tração e o segundo, com menor custo, resiste bem à compressão.

Os estudos relativos a este tipo de estrutura iniciaram-se antes da primeira guerra mundial, onde na Inglaterra, em 1914, a empresa Redpath Brow and Company iniciou uma série de ensaios a respeito de sistemas compostos para pisos.

No Canadá, em 1922, foi feita uma série de ensaios sob a supervisão da Dominion Bridge Company.

Em 1930, pode-se dizer que o sistema já estava definido, e os métodos de dimensionamento estabelecidos, sendo que, entre 1922 e 1939 foram construídos muitos edifícios e pontes que adotavam o sistema de vigas compostas.

Em 1944 é que o assunto foi introduzido nas normas da American Association of State Highway Officials (AASHO), associação esta que hoje passou a ser denominada por AASHTO.

Obtém-se grande vantagem quando a viga é escorada durante o período de cura do concreto, dependendo, é óbvio, da possibilidade física de escorar, pois em alguns casos, o escoramento seria difícil ou de alto custo de execução.

A construção mista no Brasil ficou limitada a alguns edifícios pioneiros construídos entre os anos de 1950 e 1960 e pequenas pontes.

O quadro 1 apresenta uma relação dos principais edifícios projetados e construídos no Brasil entre os anos de 1950 e 1960, indicando a finalidade de cada edifício e sua ficha técnica suscinta.

Nos dias atuais, com o crescente aumento da produção de aço estrutural no Brasil e com a busca de novas soluções arquitetônicas e estruturais, foram construídos vários edifícios no sistema misto, onde os principais são citados no quadro 2.

FONTE: Eng. JOSÉ DE MOURA VILLAS BOAS

NOME DO EDIFÍCIO	POSTO DE AUTOMÓVEIS AMERICA	PALÁCIO DO COMÉRCIO	EDIF. AV. CENTRAL	MONTEPIO DOS EMPREGADOS MUNICIPAIS	EDIF. SANTA CRUZ	JOCKEY CLUB BRASILEIRO	ESCRITÓRIO CENTRAL DA CSN
FINALIDADE	GARAGEM	ESCRITÓRIO	ESCRITÓRIO	ESCRITÓRIO	ESCRITÓRIO	GARAGEM	ESCRITÓRIO
LOCALIZAÇÃO (CIDADE)	SÃO PAULO	SÃO PAULO	RIO JANEIRO	RIO JANEIRO	PORTO ALEGRE	RIO JANEIRO	VOLTA REDONDA
ANO DE CONSTRUÇÃO (APROX.)	1954	1954/1955	1956/1957	1957	1958	1956	1957/1958
PROJ. ARQUITETO NICO	RINO LEVI	KORNGOLD	MINDLIN	AFFONSO EDUARDO REIDY	RAUL LUNA	LUCIO COSTA OLIVEIRA (CSN)	GLAUCO DO COUTO OLIVEIRA (CSN)
PROJ. ESTRUTURAL	PAULO FRAGOSO	PAULO FRAGOSO	PAULO FRAGOSO	PAULO FRAGOSO	PAULO FRAGOSO	PAULO FRAGOSO	JOSÉ VILLAS BOAS (FEM-CSN)
CONSTRUTOR	FEM	FEM	FEM	FEM, CHICAGO BRIDGE (MONT.)	FEM	FEM	FEM
DIMENSÕES	16 PAVIMENTOS PAV. TIPO: 1024m <sup>2</sup>	20 PAVIMENTOS PAV. TIPO: 1024m <sup>2</sup>	34 PAVIMENTOS PAV. TIPO: 2760m <sup>2</sup>	23 PAVIMENTOS PAV. TIPO: 718m <sup>2</sup>	34 PAVIMENTOS PAV. TIPO: 900/760/630/525m <sup>2</sup>	13 PAVIMENTOS PAV. TIPO: 18 PAVIMENTOS	18 PAVIMENTOS
PRINCIPAIS	ÁREA TOTAL: 15.143m <sup>2</sup> , PÉ DIREITO: 2,65m	ÁREA TOTAL: 1400m <sup>2</sup> e 840m <sup>2</sup> ÁREA TOTAL: 17155m <sup>2</sup> DIREITO: 22.840m <sup>2</sup> , PÉ DIREITO: 3.15m	ÁREA TOTAL: 17155m <sup>2</sup>	ÁREA TOTAL: 17155m <sup>2</sup>	ÁREA TOTAL: 24.000m <sup>2</sup>	ÁREA TOTAL: 28.250m <sup>2</sup>	ÁREA TOTAL: 4456m <sup>2</sup> e 1497m <sup>2</sup>
TIPO DE AÇO USADO	ASTM-A-7	ASTM-A-7	ASTM-A-7	ASTM-A-7	ASTM-A-7	ASTM-A-7	ASTM-A-7
CONSUMO DE AÇO (t)	896	1361	5620	1218	1900	2003	2600
CONSUMO POR UNID. DE ÁREA (kg/m <sup>2</sup> )	59,2	59,6	90,6	71,0	79,2	70,9	70
SISTEMA DE CONTRAV.	PÓRTICO	PÓRTICO E TRELIÇA	PÓRTICO E TRELIÇA	PÓRTICO	PÓRTICO E TRELIÇA	PÓRTICO	PÓRTICO E TRELIÇA
OBSERVAÇÕES:	CONSTRUÇÃO EM MEIA ENCOSTA, COMEÇANDO NO 7º PAVIMENTO, SIMULTANEAMENTE PARA CIMA E PARA BAIXO	CONSTRUÇÃO EM MEIA ENCOSTA, COMEÇANDO NO 7º PAVIMENTO, SIMULTANEAMENTE PARA CIMA E PARA BAIXO	VIGAS DO TETO DE TRANSIÇÃO NÃO SÃO MISTAS: GRANDE VELOCIDADE DE MONTAGEM EXIGIU CONTRAV. HORIZ PROVISÓRIOS	VIGAS DO TETO DE TRANSIÇÃO NÃO SÃO MISTAS: GRANDE VELOCIDADE DE MONTAGEM EXIGIU CONTRAV. HORIZ PROVISÓRIOS	PÓRTICO E TRELIÇA	PÓRTICO	A ESTRUTURA METÁLICA É O NÚCLEO DO EDIF. E SERVE DE GARAGEM EM VOLTA E EM CIMA, ESTRUTURADA DE CONCRETO

FONTE: AÇO NOTÍCIA, Nº 01 A 12

NOME DO EDIFÍCIO	EDIF. ANTÔNIO MARI-NHO SARAIVA	EDIF. RIO PRETO	EDIF. SHOPPING VOL-TA REDONDA	EDIF. CAPRI
FINALIDADE	COMERCIAL	COMERCIAL	COMERCIAL	COMERCIAL
LOCALIZAÇÃO (CIDADE)	BELO HORIZONTE	BRASÍLIA	VOLTA REDONDA	BELO HORIZONTE
ANO DE CONSTRUÇÃO	1986	1987	1988/1989	1989/1990
PROJETO ARQUITETÔNICO	CARLOS ALBERTO VIOTTI	ÁLVARO ABREU	GLAUCO C. OLIVEIRA E COSME C. LIMA	JOÃO DINIZ
PROJETO ESTRUTURAL	MÓDULO S/A	USIMINAS/MÓDULO S/A	FEM/COBRAPI	MÓDULO S/A
CONSTRUTOR	ENGEMIG	CONSTRUTORA RIO PRETO	FEM	PONTA ENGENHARIA LTDA
DIMENSÕES PRINCIPAIS	14 PAVIMENTOS <sup>2</sup> PAV. TIPO: 235m <sup>2</sup> ÁREA TOTAL: 3522m <sup>2</sup>	23 PAVIMENTOS <sup>2</sup> PAV. TIPO: 586m <sup>2</sup> ÁREA TOTAL: 18000m <sup>2</sup>	TORRE: 12 PAVIMENTOS <sup>2</sup> SUBSOLO, TÉRREO E 4 PAV. TIPO: 468m <sup>2</sup> PAV. GARAGEM <sup>2</sup> ÁREA TOTAL: 30554m <sup>2</sup>	19 PAVIMENTOS <sup>2</sup> PAV. TIPO: 468m <sup>2</sup> ÁREA TOTAL: 8890m <sup>2</sup>
TIPO DE AÇO USADO	USI-SAC-41	USI-SAC-41	ASTM A572-G50 ASTM A36	USI-SAC-41
CONSUMO DE AÇO (t)	232	800	1858	560
CONSUMO POR UNIDADE DE ÁREA (kg/m <sup>2</sup> )	65,9	44,4	60,8	63,0
SISTEMA DE CONTRAV.	PÓRTICO E TRELIÇA	---	TRELIÇA	---
OBSERVAÇÕES	LIGAÇÃO VIGA-PILAR ATRAVÉS DE SOLDA NA OBRA	---	PLANO DE MONTAGEM DEVIDO EM PRIORIDADE	---

QUADRO 2 -- ALGUNS EDIFÍCIOS CONSTRUÍDOS NO BRASIL A PARTIR DE 1985

A nova edição da norma brasileira referente à estruturas de aço para edifícios, a NBR 8800 [4], baseada no método dos estados limites, traz um capítulo dedicado ao dimensionamento e aspectos construtivos de vigas mistas.

A figura 1.1 mostra um estudo comparativo baseado na NBR 8800 [4], da resistência ao momento fletor de uma seção composta, dimensionada como viga de aço isolada, como viga composta com interação completa e como viga composta com interação parcial.

→ Define-se por interação completa, a situação em que o colapso da viga mista dar-se-á pelo escoamento da viga de aço ou ruptura do concreto da laje. A interação será parcial caso a resistência nominal dos conectores seja inferior à da viga de aço e à da laje de concreto, ou seja, o colapso dar-se-á por insuficiência da conexão.

Observa-se que o ganho de resistência da seção composta, de interação parcial para interação completa, é relativamente pequeno, embora o ganho de resistência da seção composta (interação completa ou parcial) em relação à viga de aço isolada é considerável.

As espessuras das chapas que compõem os perfis "I" constam na tabela da figura 3.3. A variação brusca de inclinação das curvas no ponto de abcissa  $d = 550$  mm é ocasionada pela alteração na espessura das chapas de mesa e alma do perfil.

---

Com relação às referências bibliográficas citadas no capítulo 5, segue abaixo uma relação visando a auxiliar o leitor que pretenda maiores informações sobre o assunto.

Referências básicas: [4], [22], [31].

Referências complementares: [2], [3], [10], [12], [14], [15], [16], [23], [30].

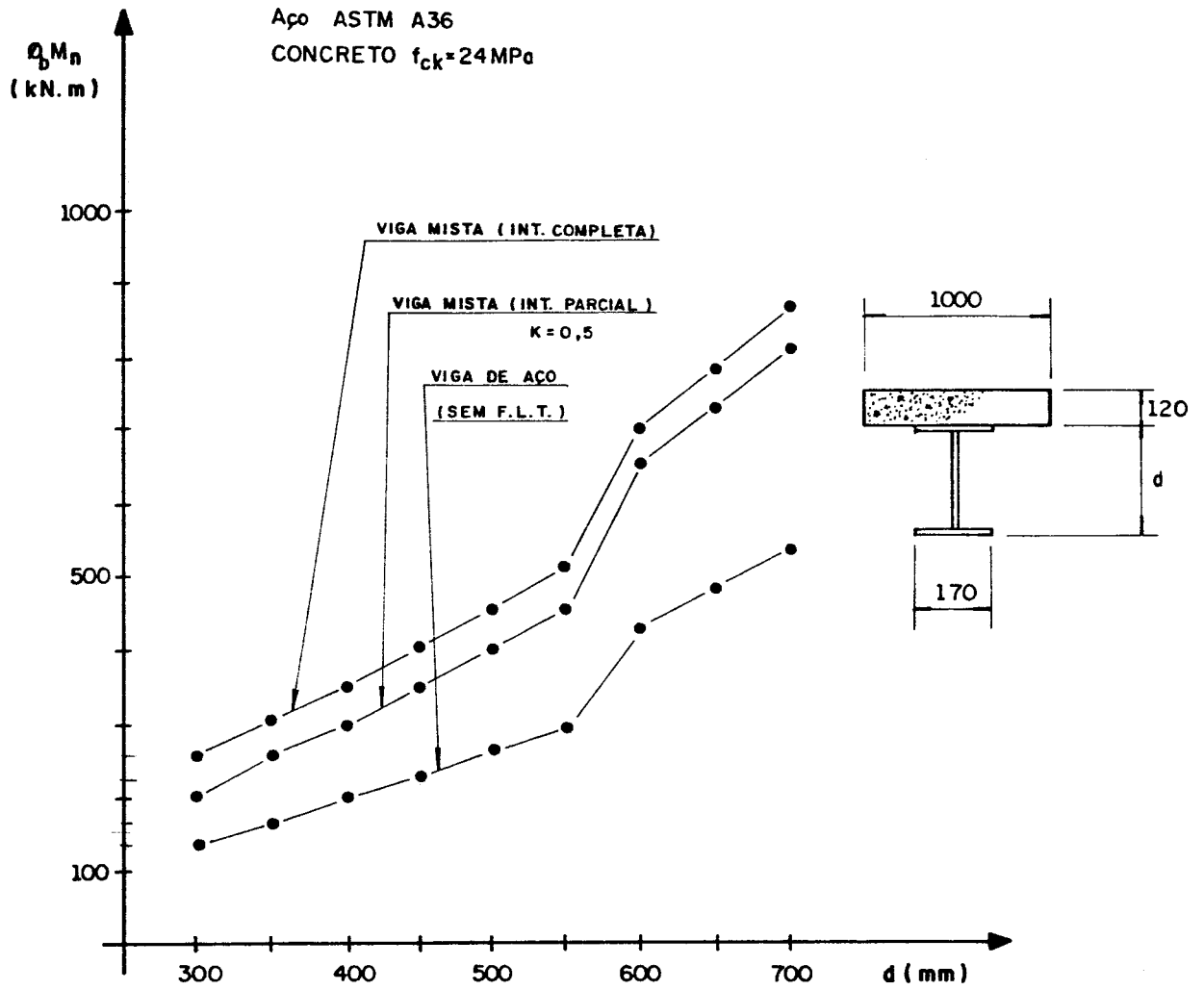


FIG. 1.1 - RESISTÊNCIA AO MOMENTO FLETOR DE SEÇÃO MISTA E SEÇÃO DE AÇO ISOLADA

## CAPITULO 2 - DIMENSIONAMENTO E ASPECTOS CONSTRUTIVOS

### 2.1 - NOTAÇÕES

No âmbito desse trabalho, as notações a serem usadas são as seguintes:

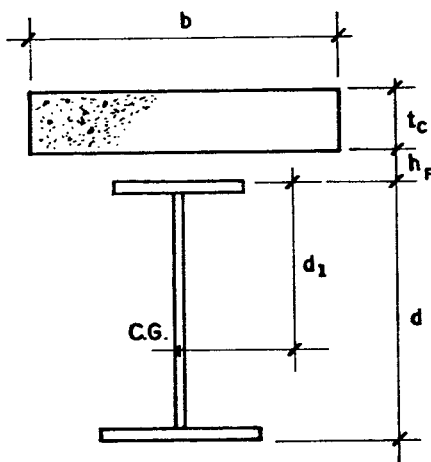
- a : espessura comprimida da laje ou, para interação parcial, espessura considerada efetiva;
- b : largura efetiva da laje;
- d : altura total da viga de aço;
- $d_1$  : distância do centro de gravidade da seção da viga de aço até a face superior desta viga;
- $f_{ck}$  : resistência característica do concreto à compressão;
- $f_{dt}$  : tensão de tração de cálculo na mesa inferior da viga de aço;
- $f_{dc}$  : tensão de compressão de cálculo no concreto;
- $f_y$  : tensão de escoamento do aço;
- $h_F$  : altura nominal da nervura em laje com forma de aço incorporada;
- $q_n$  : resistência nominal de um conector;
- $t_c$  : espessura da laje de concreto;
- C : resultante de compressão na laje;
- C' : resultante de compressão na viga de aço;
- $(Af_y)_a$  : produto da área da seção da viga de aço pela sua tensão de escoamento;

- $(Af_y)_{tr}$  : produto da área da mesa superior da viga de aço pela tensão de escoamento;
- $(Af_y)_w$  : produto da área da alma da viga de aço pela tensão de escoamento desta viga;
- $E$  : módulo de elasticidade do aço,  $E = 205.000$  MPa;
- $E_c$  : módulo de elasticidade longitudinal do concreto

$$E_c = 42 \gamma_c^{1.5} \sqrt{f_{ck}} \quad (E_c \text{ e } f_{ck} \text{ em MPa; } \gamma_c \text{ em } \text{kN/m}^3)$$

- $Q_n$  : somatório das resistências nominais individuais "q<sub>n</sub>" dos conectores de cisalhamento situados entre a seção de momento máximo e a seção adjacente de momento nulo;
- $W_a$  : módulo resistente inferior da seção da viga de aço;
- $(W_{tr})_i$  : módulo resistente inferior da seção mista;
- $(W_{tr})_s$  : módulo resistente superior da seção mista;
- $V_h$  : o menor valor entre:  $(Af_y)_a$  ou  $0,85f_{ck}bt_c$  ;
- $\gamma_c$  : peso específico do concreto em  $\text{kN/m}^3$

Os demais termos tem os significados dados no texto.

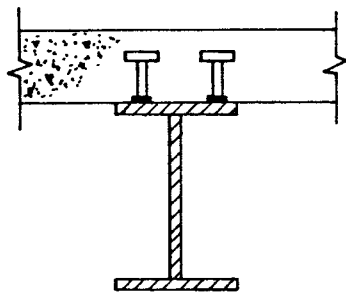




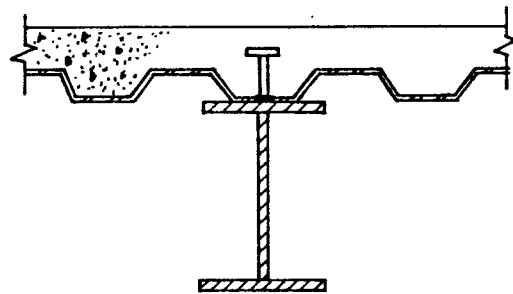
## 2.2 - DEFINIÇÃO E TIPOS

Vigas mistas, para efeito da maioria das normas em vigor, consistem de perfis "I" de aço, suportando laje de concreto em sua mesa superior, fundida "in loco" no seu todo ou em parte, havendo ligação entre viga de aço e laje de concreto, de tal forma que elas funcionem como um conjunto para resistir à flexão em torno de um eixo perpendicular ao plano médio da alma [4].

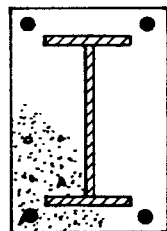
Apesar de existirem publicadas referências a variados tipos de seções e formas (fig. 2.1), as vigas mais usuais são aquelas em que um perfil de aço, simples ou composto, é associado através da sua mesa superior a uma laje de concreto.



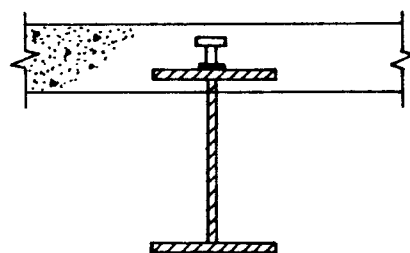
a) LAJE COM FACE INFERIOR PLANA



b) LAJE COM FORMA DE AÇO INCORPORADA



c) VIGA DE AÇO TOTALMENTE EMBUTIDA NO CONCRETO



d) VIGA DE AÇO SEMI-EMBUTIDA NO CONCRETO

FIG. 2.1 — TIPOS MAIS USUAIS DE SEÇÕES MISTAS

É interessante referir, por se tratar de uma solução fácil e vulgar em termos de Brasil, que é possível conjugar uma estrutura principal em perfis de aço com laje de vigotas pré-fabricadas.

Neste caso, as vigotas são espaçadas da largura das lajotas cerâmicas de enchimento, apoiam-se na mesa superior das vigas metálicas da estrutura e, os conectores são soldados à esta mesa nos intervalos das vigotas, para que a zona concretada sobre as vigas, funcione transversalmente às vigotas, formando a mesa de compressão da viga mista (fig. 2.2).

Esse sistema permite um rápido avanço de toda a estrutura do edifício, utilizando uma tecnologia de construção relativamente pouco sofisticada, mas compatível com a solução metálica.

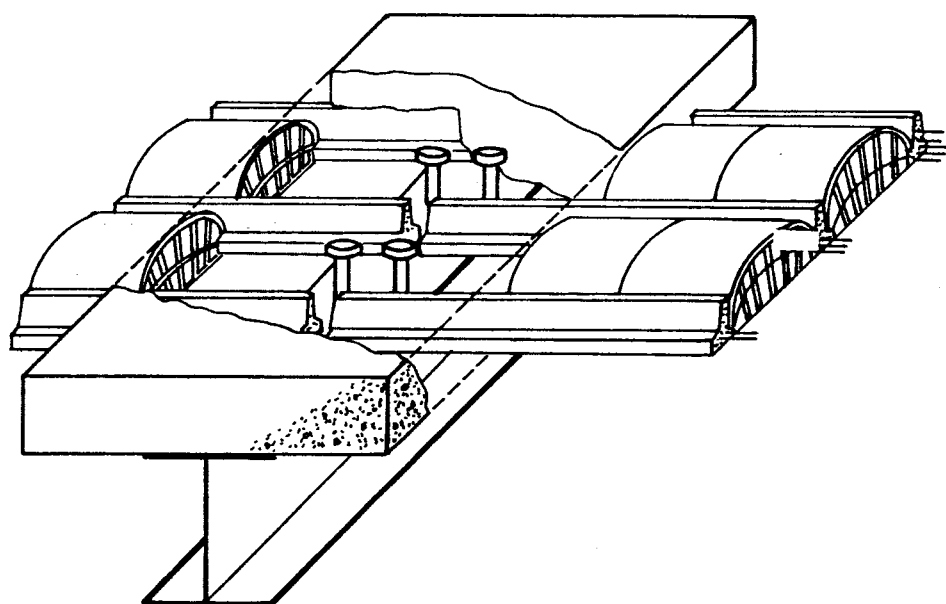


FIG. 2.2 — PAVIMENTO MISTO FORMADO POR LAJE DE VIGOTAS PRÉ-FABRICADAS

## 2.3 - CONECTORES DE CISALHAMENTO

A ligação entre o elemento de aço e a laje de concreto é, geralmente, estabelecida mediante conectores soldados à mesa superior do perfil. Os conectores de cisalhamento têm como funções principais, absorver esforços cisalhantes em duas direções e impedir a separação entre a viga de aço e a laje de concreto.

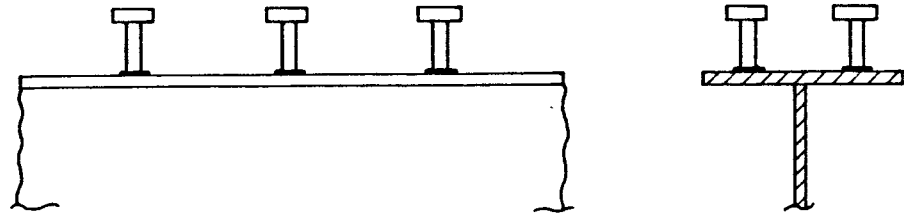
Os conectores classificam-se em flexíveis e rígidos. No primeiro caso estão os conectores tipo pino com cabeça (fig. 2.3a) que, hoje em dia, são os mais utilizados em vários países, países estes que dominam a tecnologia de um processo automático de soldadura, utilizando uma "pistola" de solda, fato este que facilita sobremaneira a execução deste tipo de conectores.

Outros tipos de conectores flexíveis e rígidos são mostrados na figura 2.3.

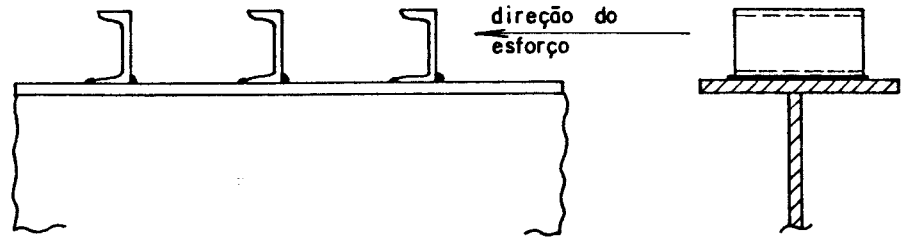
A flexibilidade dos conectores tipo pino com cabeça é garantida pelas dimensões da haste e a cabeça tem dupla função: impedir o afastamento vertical entre o aço e o concreto e melhorar a resistência do conector, estabelecendo um certo "engastamento" da cabeça no concreto circundante (fig. 2.4).

De um modo geral, a flexibilidade dos conectores está associada às características da sua resposta à ação do fluxo de corte longitudinal que se gera entre o perfil de aço e a laje de concreto, quando funcionam como viga mista. Traduz-se numa relação entre força no conector e deslocamento relativo aço-concreto do tipo representado na figura 2.5 [16], ou seja, por um comportamento "dúctil".

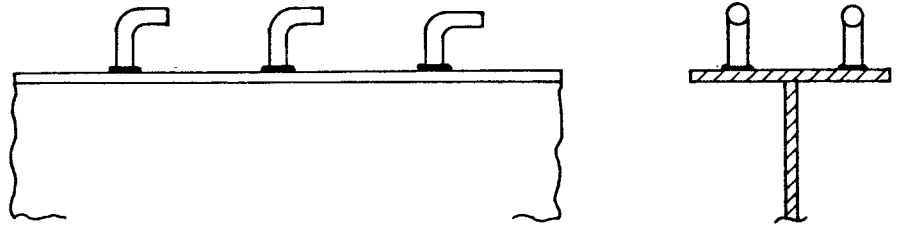
Esta característica quase não afeta o comportamento da viga em regime de utilização ou "elástico", mas condiciona a resposta da conexão em regime último ou "pós-elástico", pois permite a redistribuição do fluxo de corte longitudinal entre os conectores. Assim, sob carregamento crescente, um conector flexível, após atingir a sua resistência máxima pode continuar a deformar-se, sem



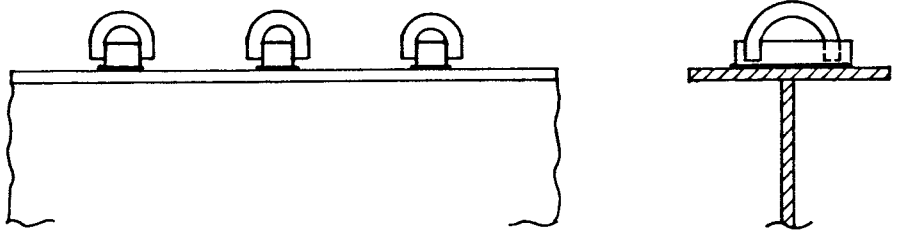
a) PINO COM CABEÇA (STUD) : FLEXÍVEL



b) PERFIL "U" LAMINADO : FLEXÍVEL



c) PINO COM GANCHO : FLEXÍVEL



d) BARRA CHATA : RÍGIDO



e) PERFIL "T" COM GANCHO : RÍGIDO

FIG. 2.3 — TIPOS MAIS USUAIS DE CONECTORES

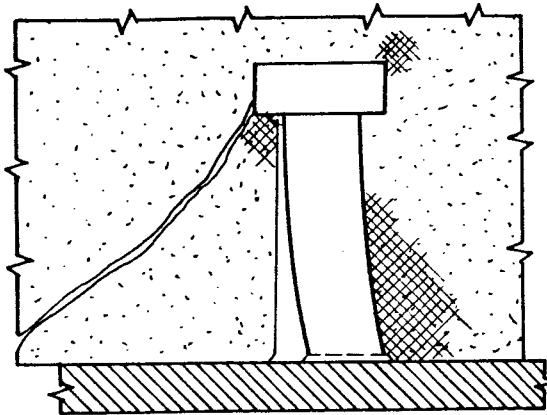
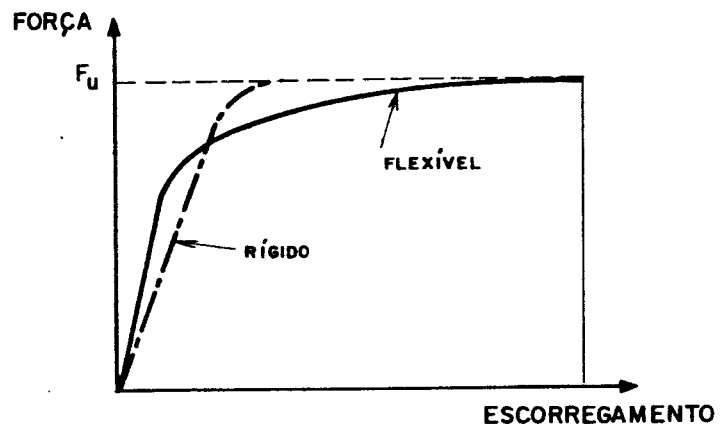


FIG. 2.4 - INTERAÇÃO CONECTOR -  
CONCRETO ENVOLVENTE.  
A TRACEJADO ZONAS DE  
CONCRETO COMPRIMIDO

FIG. 2.5 - DIAGRAMA FORÇA -  
ESCORREGAMENTO  
RELATIVO AÇO -  
CONCRETO



ruptura, permitindo que conectores vizinhos absorvam, por sua vez, maior força de corte e atinjam também a sua capacidade total, num processo de uniformização da resistência da conexão e, por conseguinte, de melhor exploração da sua eficiência. Essa característica permite espaçar igualmente este tipo de conectores, sem diminuir a resistência máxima da conexão.

Assim, a flexibilidade dos conectores garante que, ao dar-se o colapso de uma viga por ruptura da ligação aço-concreto, a ruptura será do tipo "dúctil".

As normas apresentam expressões para o cálculo da capacidade nominal dos principais tipos de conectores, expressões estas, baseadas em ensaios.

A NBR 8800 [4], o LRFD [2] e a CAN [12] apresentam expressões para cálculo da capacidade nominal de conectores tipo pino com cabeça e perfil "U" laminado.

a) pino com cabeça:

$$q_n = 0.5 A_{cs} \sqrt{f_{ck} E_c} < A_{cs} f_u \quad (2.3.1)$$

b) perfil "U" laminado:

$$q_n = 0.0365(t_f + 0.5t_v) L_{cs} \sqrt{f_{ck}} \quad (f_{ck} \text{ em MPa}) \quad \dots\dots\dots (2.3.2)$$

$t_f$  : espessura da mesa do conector, em "mm", tomada a meia distância entre a borda livre e a face adjacente da alma;

$t_v$  : espessura da alma do conector, em "mm";

$f_u$  : limite de resistência à tração do aço do conector;

$A_{cs}$  : área da seção transversal do conector;

$L_{cs}$  : comprimento do perfil "U" laminado, em "mm".

Estas expressões limitam o uso de  $f_{ck}$  entre 20 MPa e 28 MPa e  $\gamma_c$  deve ser superior a 22 kN/m<sup>3</sup>.

A CAN [12] apresenta a resistência de cálculo destes conectores, dada por um coeficiente de resistência  $\phi_{sc} = 0.80$  vezes a resistência nominal.

A BS 5400 [10] apresenta uma tabela com a resistência nominal de três tipos de conectores: pino com cabeça, perfil "U" laminado e barra chata. A tabela é adaptada e reproduzida na figura 2.6.

TIPO DE CONECTOR		MATERIAL DO CONECTOR	RESIST. NOMINAL POR CONECTOR EM kN , PARA CONCRETO DE RESIST. $f_{ck}$ , N/mm <sup>2</sup>			
			20	30	40	50
			PINO COM CABEÇA (STUD)		TENSÃO ESCOAM. = 385 N/mm <sup>2</sup>	
DIÂMETRO	ALTURA	ALONG. MÍNIMO = 18%				
( mm )	( mm )	TENSÃO RUPTURA = 495 N/mm <sup>2</sup>				
25	100		139	154	168	183
22	100		112	126	139	153
19	100		90	100	109	119
19	75		78	87	96	105
16	75		66	74	82	90
13	65		42	47	52	57
BARRA CHATA ( mm )		GRADE 43 de				
50 x 40 x 200 Ø 20 mm		BS 4360 : 1972	697	830	963	1096
25 x 25 x 200 Ø 12 mm			348	415	482	548
PERFIL "U" ( mm )		GRADE 43 de				
127x64 x (1490) x150		BS 4360 :1972	351	397	419	442
102x51x (1042) x150			293	337	364	390
76x38x (6,70) x 150			239	283	305	326

FIG. 2.6 — RESISTÊNCIA NOMINAL DE CONECTORES SEGUNDO A BS 5400 [10]

Para efeito de comparação de resultados, a tabela da figura 2.7 apresenta os valores da resistência nominal de conectores tipo pino com cabeça e perfil "U" laminado segundo as expressões (2.3.1), (2.3.2) e a BS 5400 [10].

O AISC [3] baseado no método das tensões admissíveis, apresenta os valores das resistências admissíveis a cisalhamento para conectores tipo pino com cabeça e tipo perfil "U" laminado. A tabela da figura 2.8, extraída da referência [30], apresenta esses valores.

As normas apresentam restrições quanto à locação e espaçamento dos conectores. A NBR 8800 [4] coloca as seguintes restrições:

a) os conectores de cisalhamento, colocados de cada lado da seção de momento fletor máximo, podem ser uniformemente espaçados entre esta seção e as seções adjacentes de momento nulo, exceto que, nas regiões de momento fletor positivo, o número de conectores necessários entre qualquer seção com carga concentrada e a seção adjacente de momento nulo (ambas situadas do mesmo lado, relativamente à seção de momento máximo) não pode ser inferior a  $n'$ :

$$n' = n \left[ \frac{M'_d - \phi_b M_a}{M_d - \phi_b M_a} \right] \quad (2.3.3)$$

onde:

$n$  = número de conectores necessários entre a seção de momento máximo e a seção de momento nulo adjacente;

$M'_d$  = momento fletor de cálculo no ponto da carga concentrada (inferior ao momento máximo);

$\phi_b M_a$  = resistência de cálculo ao momento fletor da viga de aço isolada, baseada no estado limite FLA;

$M_d$  = momento fletor máximo de cálculo.

Esta verificação é desnecessária caso se tenha  $\phi_b M_a \geq M'_d$ .



TIPO DE CONECTOR DIMENSÕES (mm)		RESISTENCIA NOMINAL (kN)	
		$f_{ck} = 20 \text{ MPa}$	
		NBR 8800	BS 5400 : P 5
PINO C/CABEÇA	DIAM. = 25 x ALT. = 100	—	139
	22                      100	130	112
	19                      100	97	90
	19                      75	97	78
	16                      75	69	66
	13                      65	45	42
PERFIL "U"	127x64 x (14,90) x 150	300	351
	102x51 x (10,42) x 150	284	293
	76 x 38 x ( 6,70) x 150	222	239
OBSERVAÇÕES: PESO ESPECÍFICO DO CONCRETO = 25 kN/m <sup>3</sup> ALTURA MÍNIMA DO CONECTOR TIPO PINO COM CABEÇA IGUAL A 4 VEZES O DIÂMETRO			

FIG. 2.7 — TABELA COMPARATIVA : NBR 8800 [4] E BS 5400 [10]

CONECTOR		RESISTÊNCIA ADMISSÍVEL AO CISALHAMENTO q(kN)		
		$f_{ck}$ (MPa)		
		21	24,5	≥ 28
PINO COM CABEÇA	Ø 12,5 x 50 (mm)	23,1	24,9	26,7
	Ø 16 x 64	36,2	38,9	41,7
	Ø 19 x 75	52,0	56,6	60,2
	Ø 22 x 88	70,7	76,1	81,5
PERFIL "U"	75x6,1 kg/m	7,6 $\ell$	8,4 $\ell$	8,9 $\ell$
	100x8,0 kg/m	8,2 $\ell$	8,9 $\ell$	9,4 $\ell$
	127x10 kg/m	8,7 $\ell$	9,4 $\ell$	10,0 $\ell$
OBSERVAÇÃO $\ell$ = COMPRIMENTO DO PERFIL "U" EM cm				

FIG. 2.8 — RESIST. ADMISSÍVEL EM CONECTORES PELO AISC [3]

Esta expressão tem por objetivo fazer uma distribuição dos conectores no trecho entre momento máximo e nulo, de forma que o trecho entre o ponto de aplicação da carga concentrada e o ponto de momento nulo contenha uma parcela dos conectores totais proporcional à intensidade do momento provocado pela carga concentrada.

b) o espaçamento máximo entre linhas de centro de conectores deve ser igual a oito vezes a espessura total da laje, não sendo superior a 800 mm no caso de lajes com forma de aço incorporadas, com nervuras perpendiculares à viga;

c) o espaçamento mínimo entre linhas de centro de conectores tipo pino com cabeça deve ser igual a seis diâmetros ao longo do vão da viga e quatro diâmetros na direção transversal ao mesmo;

d) os conectores tipo pino com cabeça não podem ter diâmetro maior que 2,5 vezes a espessura da mesa a qual forem soldados, a menos que sejam colocados diretamente na posição correspondente à alma da viga;

e) o cobrimento lateral de concreto para qualquer tipo de conector deve ser no mínimo 25 mm, excetuando-se o caso de conectores colocados em nervuras de forma de aço.

#### 2.4 - LARGURA EFETIVA DA LAJE DE CONCRETO

A hipótese da conservação das seções planas utilizada no desenvolvimento da teoria geral da flexão de vigas, pressupõe que as mesas possuem rigidez de corte no seu plano infinita.

Esta hipótese não considera, portanto, o efeito de "shear lag" e a não uniformidade na distribuição transversal de tensões axiais nas mesas, que lhe está

associada (fig. 2.9).

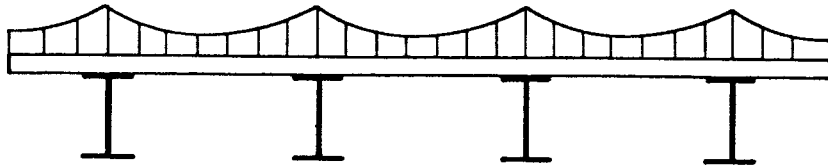


FIG. 2.9 — TENSÕES LONGITUDINAIS NA LAJE DEVIDO AO EFEITO " SHEAR LAG "

As vigas de mesas largas tem, por consequência, uma rigidez de flexão inferior à considerada através da teoria da flexão. Para avaliação da rigidez efetiva e para determinar os valores das tensões máximas, continuando a utilizar as expressões da teoria geral da flexão, é comum recorrer ao artifício de considerar vigas equivalentes, com banzos de largura reduzida (ou efetiva).

As larguras efetivas em regime elástico dependem entre outros, dos seguintes fatores:

- geometria da estrutura, depende da viga ser isolada ou estar integrada numa estrutura contínua;
- tipo de carregamento;
- condições de apoio;
- armadura longitudinal colocada na laje de concreto.

O cálculo exato da largura efetiva é bastante trabalhoso [34], sendo que as normas apresentam recomendações práticas para o valor da largura efetiva.

Para o cálculo das tensões (fig. 2.10), a largura efetiva define-se através da expressão:

$$b = \frac{\sigma_{med}}{\sigma_{max}} b_e \quad (2.4:1)$$

onde  $\sigma_{med}$  representa a tensão média na largura  $b_e$  e  $\sigma_{max}$  o valor máximo.

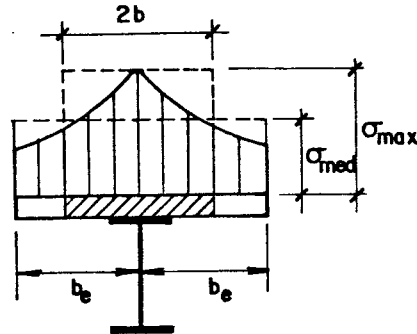


FIG. 2.10 - LARGURA EFETIVA PARA CÁLCULO DE TENSÕES

Para o cálculo de deformações ou flechas a largura efetiva de uma seção define-se como a largura da laje de concreto que, funcionando com o perfil metálico permite determinar as características de uma viga equivalente de seção uniforme que tenha, nessa seção, um deslocamento vertical calculado pelas expressões da teoria geral da flexão igual ao da viga real.

A NBR 8800 [4] e o AISC [3] apresentam os mesmos valores para a largura efetiva, sendo que:

a) quando a laje se estende para ambos os lados da viga, deve ser igual à menor das larguras:

a.1) 1/4 do vão da viga mista;

a.2) 16 vezes a espessura da laje, mais a largura da mesa superior da viga de aço;

a.3) a largura da mesa superior da viga de aço mais a média das distâncias livres entre mesa e as mesas superiores das vigas adjacentes.

b) quando a laje se estende para apenas um lado da viga de aço, porém cobre totalmente sua mesa superior, não pode ser maior que a largura desta mesa mais a menor das seguintes larguras:

b.1)  $1/12$  do vão da viga mista, considerado entre linhas de centro dos apoios;

b.2) 6 vezes a espessura da laje;

b.3) metade da distância livre entre as mesas superiores da viga considerada e da viga adjacente.

A CAN [12] apresenta estes mesmos valores, com exceção do subitem b.1), onde deve-se considerar  $1/10$  do vão da viga mista ao invés de  $1/12$ .

O LRFD [2] traz que a porção de largura efetiva de laje de concreto de cada lado do eixo da viga de aço não pode exceder:

- $1/8$  do vão da viga, de centro a centro dos apoios;
- metade da distância até o eixo da viga adjacente;
- a distância do centro da viga até a borda da laje.

A BS 5400 [10] apresenta recomendações e informações mais pormenorizadas quanto a este aspecto. Esta norma estabelece que a largura efetiva da laje, em cada lado, será obtida por:

a) " $\psi.b$ " para porções entre almas de vigas, onde " $b$ " é igual a metade da distância entre linhas de centro de almas;

b) " $0,85.\psi.b$ " para porções projetadas além da viga de extremidade, onde " $b$ " é igual a distância entre a extremidade livre e a linha de centro da viga extrema, ou é a distância da face do apoio até o final do balanço ou é a distância entre linhas de centro dos apoios da viga.

" $\psi$ " é o coeficiente de largura efetiva dado pelas tabelas das figuras 2.11, 2.12 e 2.13, sendo que para valores intermediários aos tabelados, pode-se usar interpolação linear.

b/l	CARREGAMENTO UNIFORMEMENTE DISTRIBUÍDO SOBRE O VÃO, NÃO MENOS QUE A METADE.			CARGA CONCENTRADA NO MEIO DO VÃO		
	MEIO DO VÃO	QUARTO DO VÃO	APOIO	MEIO DO VÃO	QUARTO DO VÃO	APOIO
0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
0,02	0,99	0,99	0,93	0,91	1,0	1,0
0,05	0,98	0,98	0,84	0,80	1,0	1,0
0,10	0,95	0,93	0,70	0,67	1,0	1,0
0,20	0,81	0,77	0,52	0,49	0,98	1,0
0,30	0,65	0,60	0,40	0,38	0,82	0,85
0,40	0,50	0,46	0,32	0,30	0,63	0,70
0,50	0,38	0,36	0,27	0,24	0,47	0,54

l = vão da viga

FIG. 2.11 — COEFICIENTE " $\psi$ " PARA VIGA BI-APOIADA

b/l	CARREGAMENTO UNIFORMEMENTE DISTRIBUÍDO SOBRE O VÃO, NÃO MENOS QUE A METADE.			CARGA CONCENTRADA NA EXTREMIDADE LIVRE		
	APOIO	QUARTO DO VÃO, PRÓXIMO APOIO	EXTREMIDADE LIVRE	APOIO	QUARTO DO VÃO, PRÓXIMO AO APOIO	EXTREMIDADE LIVRE
0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
0,05	0,82	1,0	0,92	0,91	1,0	1,0
0,10	0,68	1,0	0,84	0,80	1,0	1,0
0,20	0,52	1,0	0,70	0,67	0,84	1,0
0,40	0,35	0,88	0,52	0,49	0,74	1,0
0,60	0,27	0,64	0,40	0,38	0,60	0,85
0,80	0,21	0,49	0,32	0,30	0,47	0,70
1,00	0,18	0,38	0,27	0,24	0,36	0,54

l = comprimento do balanço

FIG. 2.12 — COEFICIENTE " $\psi$ " PARA VIGA EM BALANÇO

b/l	CARREGAMENTO UNIFORMEMENTE DISTRIBUÍDO SOBRE O VÃO, NÃO MENOS QUE A METADE .			CARGA CONCENTRADA NO MEIO DO VÃO		
	MEIO DO VÃO	QUARTO DO VÃO	APOIO INTERNO	MEIO DO VÃO	QUARTO DO VÃO	APOIO INTERNO
0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
0,02	0,99	0,94	0,77	0,84	1,0	0,84
0,05	0,96	0,85	0,58	0,67	1,0	0,67
0,10	0,86	0,68	0,41	0,49	1,0	0,49
0,20	0,58	0,42	0,24	0,30	0,70	0,30
0,30	0,38	0,30	0,15	0,19	0,42	0,19
0,40	0,24	0,21	0,12	0,14	0,28	0,14
0,50	0,20	0,16	0,11	0,12	0,20	0,12

l = comprimento do tramo

FIG. 2.13 - COEFICIENTE " $\psi$ " PARA VIGA CONTÍNUA

## 2.5 - HIPÓTESES DE CONSTRUÇÃO: EFEITO DO ESCORAMENTO

É usual montar primeiro a estrutura metálica e utilizá-la para suportar as cargas de construção da laje de concreto (fig. 2.14). Nessa situação, a ação mista, que só se desenvolve após o endurecimento do concreto, é unicamente utilizável para ações posteriores, isto é, peso de paredes e divisórias e sobrecargas de utilização. O peso próprio do aço e do concreto induz, assim, deformações e tensões iniciais no perfil metálico que podem diminuir a sua eficiência em regime de utilização, embora não afetem a resistência última da viga mista se, na quantificação desta resistência, se puder admitir a capacidade de redistribuição plástica de tensões nas seções do perfil metálico.

Escorando o perfil metálico durante a construção, para obter uma utilização da seção mista para todas as solicitações, é possível tirar partido do próprio

escoramento para melhorar o comportamento da viga mista em regime de serviço, impondo uma deformação inicial (contra-flecha) ao perfil metálico, antes da sua ligação à laje de concreto, acarretando um pré-esforço na viga mista.

Este processo é sobretudo utilizado em pontes mistas, onde a limitação de tensões no perfil metálico pode ser condicionante.

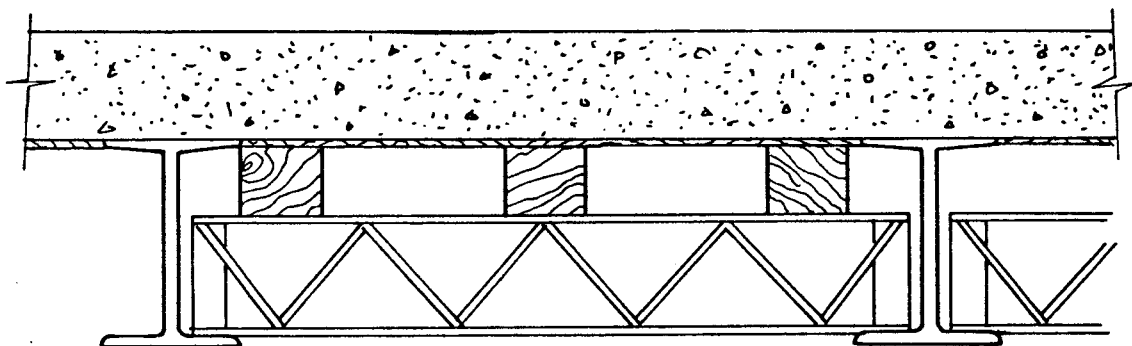


FIG. 2.14 - ESCORAMENTO DA LAJE APROVEITANDO OS PERFIS DE AÇO

A NBR 8800 [4] estabelece que a construção de vigas mistas pode ser feita com ou sem escoramento provisório. No caso de construção escorada, o escoramento deve ser adequado para que a viga de aço permaneça praticamente sem solicitação até a retirada desse escoramento, o que deve ser feito após a cura do concreto.

Além da verificação como viga mista, devem ser atendidas duas exigências adicionais:

a) resistência de cálculo da viga de aço: a seção da viga de aço por si só deve ter resistência adequada para suportar todas as ações de cálculo aplicadas antes do concreto atingir uma resistência igual a  $0,75f_{ck}$ ;

b) limitação de tensões: na mesa inferior da seção mais solicitada da viga deve-se ter:



$$\frac{M_G}{W_a} + \frac{M_L}{W_{ef}} \leq 0,90 f_y \quad (2.5.1)$$

$M_G$  e  $M_L$  são os momentos fletores devidos às ações aplicadas, respectivamente, antes e depois da resistência do concreto atingir  $0,75 f_{ck}$ ;

$W_a$  é o módulo resistente inferior da seção da viga de aço;

$W_{ef}$  é o módulo de resistência efetivo da seção mista, considerando o efeito de "slip" (deslizamento) ao nível da ligação aço-concreto e o efeito de conexão parcial, calculado da seguinte maneira:

$$W_{ef} = W_a + \sqrt{\frac{Q_n}{V_h}} \left[ (W_{tr})_i - W_a \right] \quad (2.5.2)$$

Para interação completa, tem-se que  $W_{ef} = (W_{tr})_i$ .

## 2.6 - COMPORTAMENTO DE VIGAS MISTAS EM REGIME DE UTILIZAÇÃO

### 2.6.1 - Generalidades

A análise de seções mistas sob ações de flexão, quer em regiões de momentos positivos ou negativos, pode ser feita admitindo a hipótese corrente das seções planas se manterem planas, desde que se considere que existe uma ligação perfeita entre o aço e o concreto, isto é, não há escorregamento longitudinal nem afastamento vertical relativo, situação que se denomina, geralmente, por interação completa (ou total).

A distribuição de tensões nas seções resulta destas hipóteses e do conhecimento de relações entre tensões e deformações, em que é corrente admitir um comportamento elástico linear para ambos os materiais, embora se considere que o concreto não resiste à tração.

Não havendo interação completa, ocorrerá sempre um escorregamento relativo ao nível da ligação aço-concreto, ocasionando uma descontinuidade no diagrama de deformações, que antes era considerado contínuo, e isto deve ser levado em consideração na análise da seção mista.

### 2.6.2 - Efeitos da deformabilidade dos conectores

A deformabilidade dos conectores está associada à ocorrência de escorregamento relativo entre o aço e o concreto e, portanto, à violação da hipótese de conservação das seções planas. Em termos de análise de seções deve ser considerada a correspondente descontinuidade no diagrama de deformações ao nível da ligação entre os dois materiais (fig. 2.15).

Este fenômeno afeta a distribuição de tensões na seção, a distribuição longitudinal do fluxo de cisalhamento na conexão e, portanto, a deformabilidade das

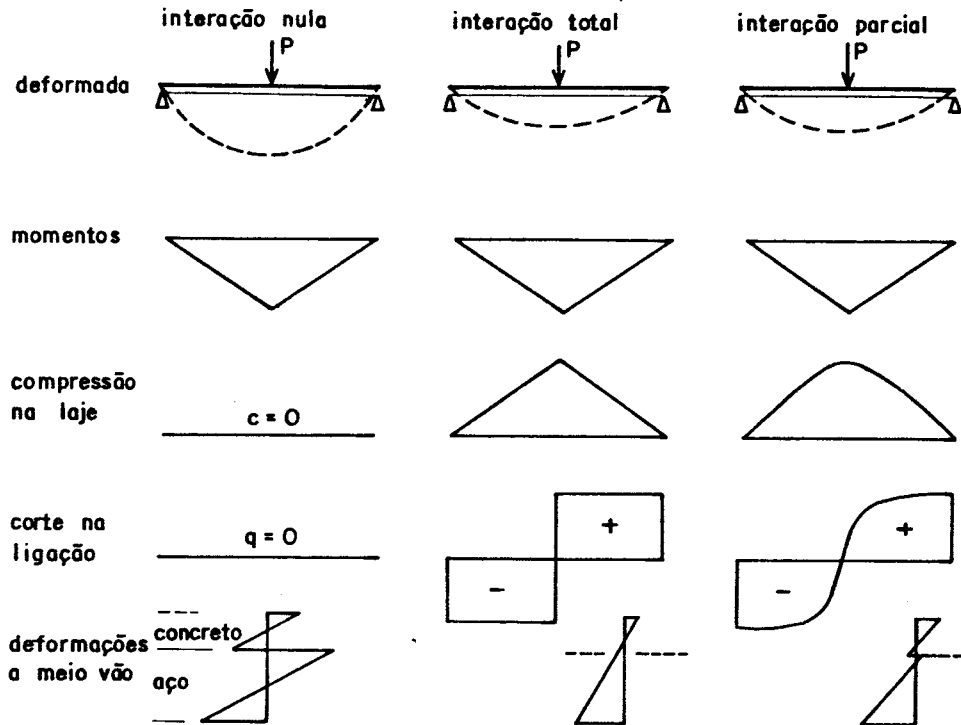


FIG. 2.15 — INTERAÇÃO AÇO-CONCRETO NO COMPORTAMENTO DE VIGAS MISTAS.

vigas. Os seus efeitos não são, no entanto, geralmente considerados, embora se deva reforçar a conexão nas extremidades de cada vão, mantendo nestes trechos, a dimensão dos conectores e o espaçamento necessários para absorver o esforço de cisalhamento correspondente à solicitação mais desfavorável.

Esta disposição visa a garantir uma conexão mais resistente nos trechos onde é de se prever um maior escorregamento relativo entre o aço e o concreto.

Com base nestas hipóteses, é possível estabelecer para uma seção mista, relações de compatibilidade e equilíbrio, expressas em termos do momento fletor atuante ( $M$ ) e da descontinuidade ( $e$ ) no diagrama das deformações ao nível da ligação aço-concreto, a qual surge devido à deformabilidade dos conectores.

A referência [30] apresenta o equacionamento do

problema da influência da deformabilidade dos conectores na capacidade da viga mista.

Para isto, são feitas as seguintes hipóteses:

- a) o sistema discreto de conectores é substituído por um sistema contínuo, uniformemente distribuído sobre a viga;
- b) as seções transversais que eram planas antes da deformação, permanecem planas após a deformação;
- c) o momento de inércia da laje e da viga são constantes ao longo do vão;
- d) não há separação vertical entre a laje e a viga, isto é, os conectores ancoram a laje de tal forma que não permitem movimentos verticais;
- e) os materiais são elásticos e isotrópicos;
- f) para efeito de simplificação do equacionamento, admite-se que o concreto resiste à tração.

A fig. 2.16 mostra o sistema de esforços aplicados à seção homogeneizada, oriundos da decomposição do momento fletor ( $M$ ), e o correspondente diagrama de deformações.

Nesta figura, tem-se que:

- $C_c$  = posição do centro de gravidade da seção de concreto;
- $C_s$  = posição do centro de gravidade da seção de aço;
- $C_h$  = posição do centro de gravidade da seção homogeneizada;
- $I_c$  = momento de inércia da seção de concreto;
- $I_s$  = momento de inércia da seção de aço;
- $I_h$  = momento de inércia da seção homogeneizada;
- $S_h$  = momento estático da seção de aço ou da seção de concreto em relação ao eixo que passa pelo centro de gravidade da seção homogeneizada;
- $A_c$  = área da seção de concreto;
- $A_s$  = área da seção de aço;
- $M_c$  = momento fletor atuante na seção de concreto;
- $M_s$  = momento fletor atuante na seção de aço;
- $M$  = momento fletor atuante na seção homogeneizada;
- $C$  = força de compressão na laje;
- $T$  = força de tração na seção de aço;
- $a_t$  = distância entre os pontos  $C_c$  e  $C_s$ ;

$a_c$  = distância entre os pontos  $C_c$  e  $C_h$ ;  
 $a_s$  = distância entre os pontos  $C_s$  e  $C_h$ ;  
 $d_c$  = altura da laje de concreto;  
 $d_s$  = altura da viga de aço;  
 $y_1$  = distância do ponto  $C_s$  à face superior da viga de aço;  
 $\epsilon_c$  = deformação no concreto;  
 $\epsilon_s$  = deformação no aço;  
 $n$  = relação entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto.

Equações de equilíbrio:

$$\begin{aligned} C &= T && \dots\dots (2.6.1) \\ M &= M_c + M_s + C \cdot a_t \end{aligned}$$

Condições de compatibilidade:

$$\begin{aligned} \frac{M_c}{E_c I_c} &= \frac{M_s}{E I_s} = \frac{M}{E I_h} && \text{(curvatura)} \\ \frac{C}{E_c A_c} + \frac{T}{E A_s} &= \frac{M_s a_t}{E I_s} && \text{(deformação)} \end{aligned} \dots\dots (2.6.2)$$

Das equações (2.6.1) e (2.6.2), se obtém:

$$\begin{aligned} M_c &= \frac{I_c}{n I_h} M \\ M_s &= \frac{I_s}{I_h} M && \dots\dots (2.6.3) \\ C = T &= \frac{A_s a_s}{I_h} M = \frac{S_h}{I_h} M \end{aligned}$$

Considerando a face inferior da laje, a deformação do concreto pode ser expressa por:

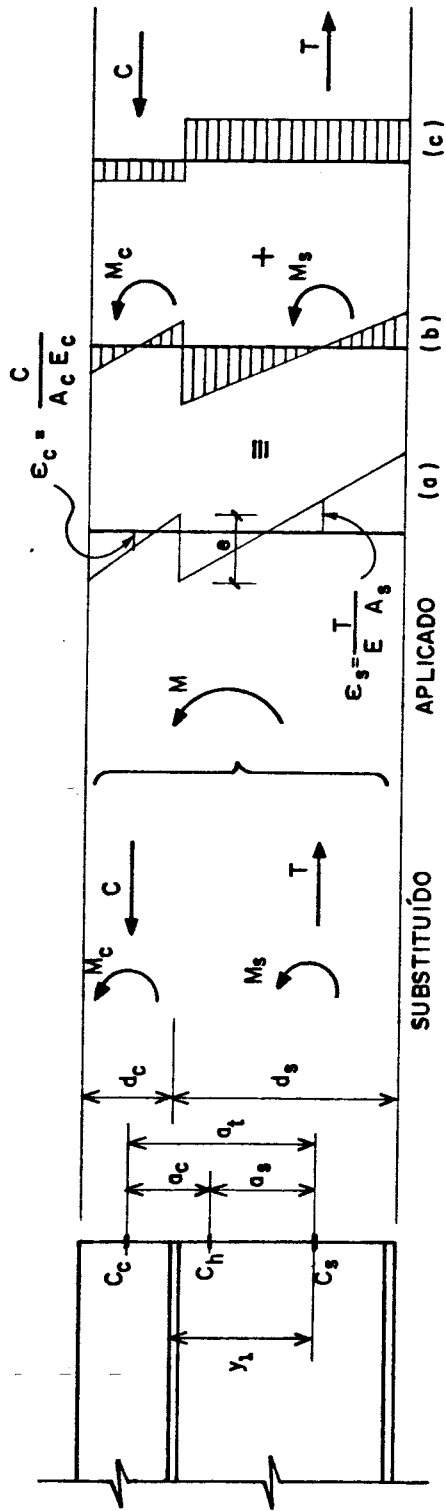


FIG. 2.16 - SISTEMA DE ESFORÇOS APLICADO

(a) DIAGRAMA DE DEFORMAÇÕES RESULTANTE

(b) DIAGRAMA DE TENSÕES ATUANDO  $M_c$  e  $M_s$

(c) DIAGRAMA DE TENSÕES ATUANDO  $C$  e  $T$

$$\epsilon_c = - \frac{C}{A_c E_c} + \frac{M_c}{E_c I_c} \frac{d_c}{2} \quad (2.6.4)$$

Para a face superior da viga metálica, pode-se escrever:

$$\epsilon_s = \frac{T}{A_s E} - \frac{M_s}{E I_s} y_1 \quad (2.6.5)$$

A diferença de deformações entre a viga e a laje na interface será, portanto:

$$\epsilon_s - \epsilon_c = \left[ \frac{T}{A_s E} - \frac{M_s}{E I_s} y_1 \right] - \left[ - \frac{C}{A_c E_c} + \frac{M_c}{E_c I_c} \frac{d_c}{2} \right] \quad \dots \quad (2.6.6)$$

Porém, a compatibilidade de curvaturas exige que:

$$\frac{M_c}{E_c I_c} = \frac{M_s}{E I_s} \quad \dots \quad (2.6.7)$$

Substituindo esse valor na equação da diferença de deformações e agrupando os termos:

$$\epsilon_s - \epsilon_c = T \left[ \frac{1}{A_s E} + \frac{1}{A_c E_c} \right] - \frac{M_s}{E I_s} \left[ y_1 + \frac{d_c}{2} \right] \quad \dots \quad (2.6.8)$$

Porém, sabe-se que,

$$y_1 + d_c/2 = a_t \quad \dots \quad (2.6.9)$$

Portanto:

$$\varepsilon_s - \varepsilon_c = T \left[ \frac{1}{A_s E} + \frac{1}{A_c E_c} \right] - \frac{M_s a_t}{E I_s} \quad (2.6.10)^*$$

Da expressão geral do momento

$$M = M_c + M_s + C \cdot a_t \quad (2.6.11)$$

pode-se obter:

$$M_s = M - M_c - C \cdot a_t \quad (2.6.12)$$

e ainda

$$M_s = M - M_s \frac{E_c I_c}{E I_s} - C a_t \quad (2.6.13)$$

ou

$$\frac{M_s}{E I_s} = \frac{M - C a_t}{E I_s + E_c I_c} \quad (2.6.14)$$

Substituindo-se esta última expressão na equação do diferencial de deformação tem-se:

$$\varepsilon_s - \varepsilon_c = C \left[ \frac{1}{A_s E} + \frac{1}{A_c E_c} + \frac{a_t^2}{E I_s + E_c I_c} \right] - \frac{M a_t}{E I_s + E_c I_c} \quad \dots \quad (2.6.15)$$

Considerando um elemento de viga com comprimento  $dx$  e, para esse elemento um escorregamento  $ds$ , a deformação unitária nesse comprimento  $dx$  será (fig. 2.17):

$$\varepsilon = ds/dx \quad (2.6.16)$$

---

(\*) Esta equação é a própria equação 2.6.2, já que em princípio,  $\varepsilon_s - \varepsilon_c = 0$



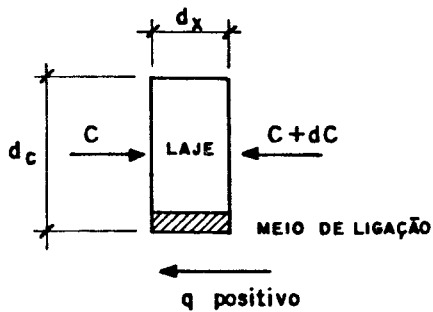


FIG. 2.17 — ELEMENTO DE LAJE EM EQUILÍBRIO

Essa deformação unitária é causada pela variação do esforço normal  $dC$  no comprimento  $dx$ , ou seja,  $dC/dx$ .

Porém:

$$dC/dx = k ds \quad (2.6.17)$$

$k$  : é o chamado módulo de ligação contínua entre a laje e a viga metálica, e que corresponde à força  $dC/dx$  que provoca um escorregamento unitário.

$k$  é medido em  $kN/cm^2$ .

Conclui-se portanto que

$$ds = 1/k (dC/dx) \quad (2.6.18)$$

$$\varepsilon = 1/k (d^2C/dx^2) \quad (2.6.19)$$

Fazendo-se o diferencial de deformações entre a viga metálica e laje igual à variação de deformação unitária dos conectores:

$$\varepsilon_s - \varepsilon_c = \varepsilon \quad (2.6.20)$$

pode-se escrever que:

$$C \left[ \frac{1}{A_s E} + \frac{1}{A_c E_c} + \frac{a_t^2}{E I_s + E_c I_c} \right] - \frac{M a_t}{E I_s + E_c I_c} = \frac{1}{k} \frac{d^2 C}{dx^2}$$

..... (2.6.21)

Fazendo-se transformações algébricas nesta última fórmula, chega-se à equação diferencial do esforço normal "C" em função do momento "M" conhecido:

$$\frac{d^2 C}{dx^2} - C \frac{k a_t}{E (I_s + I_c/n)} \frac{I_h}{S_h} = - \frac{k a_t M}{E (I_s + I_c/n)}$$

..... (2.6.22)

A solução da equação diferencial do esforço normal "C" poderá ser feita para qualquer caso de carregamento. A tabela da figura 2.18 apresenta a solução para dois casos básicos: carregamento uniformemente distribuído sobre o vão e carga concentrada no meio do vão.

Nesta tabela constam também as expressões para cálculo do fluxo de cisalhamento na interface viga metálica e laje de concreto, onde o fluxo de cisalhamento é definido como:

$$q = dC/dx \tag{2.6.23}$$

A referência [22] apresenta uma série de resultados obtidos pela resolução da equação diferencial do esforço normal "C" (eq. 2.6.22) através do método das diferenças finitas, considerando uma viga simplesmente apoiada com carregamento uniformemente distribuído sobre o vão e com carga concentrada no meio do vão.

As condições de contorno para solução desta equação diferencial em C, dependem do tipo de apoio. Para vigas simplesmente apoiadas, C = 0 nas seções sobre os apoios.

Nas figuras 2.19a e 2.19b apresentam-se os

resultados expressos em termos da variação ao longo do vão dos deslocamentos relativos (s) entre aço e concreto ao nível da ligação, para vários valores da rigidez (k) do meio de conexão.

Para comparação da influência do tipo de carregamento na variação de (s) ao longo do vão, os valores das cargas foram escolhidos de modo a produzirem momentos máximos iguais.

Para ilustração do efeito da flexibilidade da conexão representam-se nas figuras 2.20a e 2.20b as variações dos fluxos de cisalhamento (q) associados aos mesmos casos e, nas figuras 2.21a e 2.21b o andamento das posições das linhas neutras no concreto e no aço.

Da comparação das figuras ressalta o carácter localizado do efeito da carga concentrada, que em comparação com a carga distribuída produz variações bruscas no andamento dos diagramas junto da seção em que está aplicada.

Segundo [30] os valores aproximados de k são os seguintes:

- para conectores rígidos:  $k = 70 \text{ kN/cm}^2$
- para conectores flexíveis  $k = 35 \text{ kN/cm}^2$

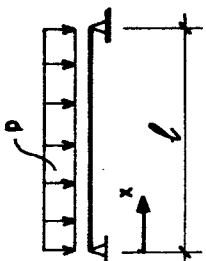
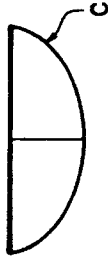
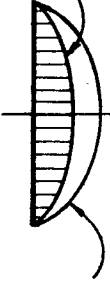
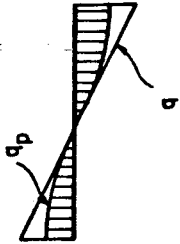
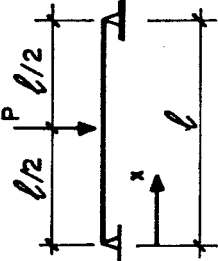

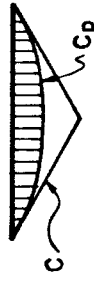
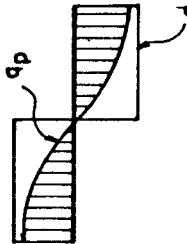
CASO DE CARGA	INTERAÇÃO COMPLETA		INTERAÇÃO PARCIAL	
	ESFORÇO NORMAL	ESFORÇO NORMAL	ESFORÇO NORMAL	CISALHAMENTO NA INTERFACE
 $\eta = \frac{x}{l}$	 $C = T = \frac{Sh \cdot M}{I_h}$ $M = \frac{p l^2}{2} (\eta - \eta^2)$ $q = \frac{Sh \cdot V}{I_h}$	 $C_p = C \left[ 1 - \frac{2}{\beta^2 (\eta - \eta^2)^2} \left( 1 - \frac{\cosh(\beta(0,5 - \eta))}{\cosh 0,5\beta} \right) \right]$ $C_{pmax} = \frac{Sh}{I_h} \frac{p l^2}{8} \left[ 1 - \frac{8}{\beta^2} \left( 1 - \frac{1}{\cosh 0,5\beta} \right) \right]$	 $q_p = q \left[ 1 - \frac{\sinh(\beta(0,5 - \eta))}{\beta(0,5 - \eta) \cosh 0,5\beta} \right]$	
 $\eta = \frac{x}{l}$	 $C = T = \frac{Sh \cdot M}{I_h}$ $M = \frac{P l}{2} \cdot \eta$ $q = \frac{Sh \cdot V}{I_h}$	 $C_p = C \left[ 1 - \frac{\sinh \beta \cdot \eta}{\beta \eta \cosh 0,5\beta} \right]$ $C_{pmax} = \frac{Sh}{I_h} \frac{P l}{4} \left[ 1 - \frac{2}{\beta} \operatorname{tgh} 0,5\beta \right]$	 $q_p = q \left[ 1 - \frac{2 \sinh \beta / 2 \cdot \cosh \beta \eta}{\sinh \cdot \beta} \right]$	
	$\beta^2 = \frac{k \cdot \sigma_t \cdot l^2}{E_s (I_s + I_c/n)} \cdot \frac{I_h}{Sh}$		$C_p = \text{RESULTANTE DE COMPRESSÃO PARA INTERAÇÃO PARCIAL}$	$q_p = \text{FLUXO DE CISALHAMENTO PARA INTERAÇÃO PARCIAL}$

FIG. 2.18 — RESULTADOS DE DOIS CASOS BÁSICOS DE CARREGAMENTO

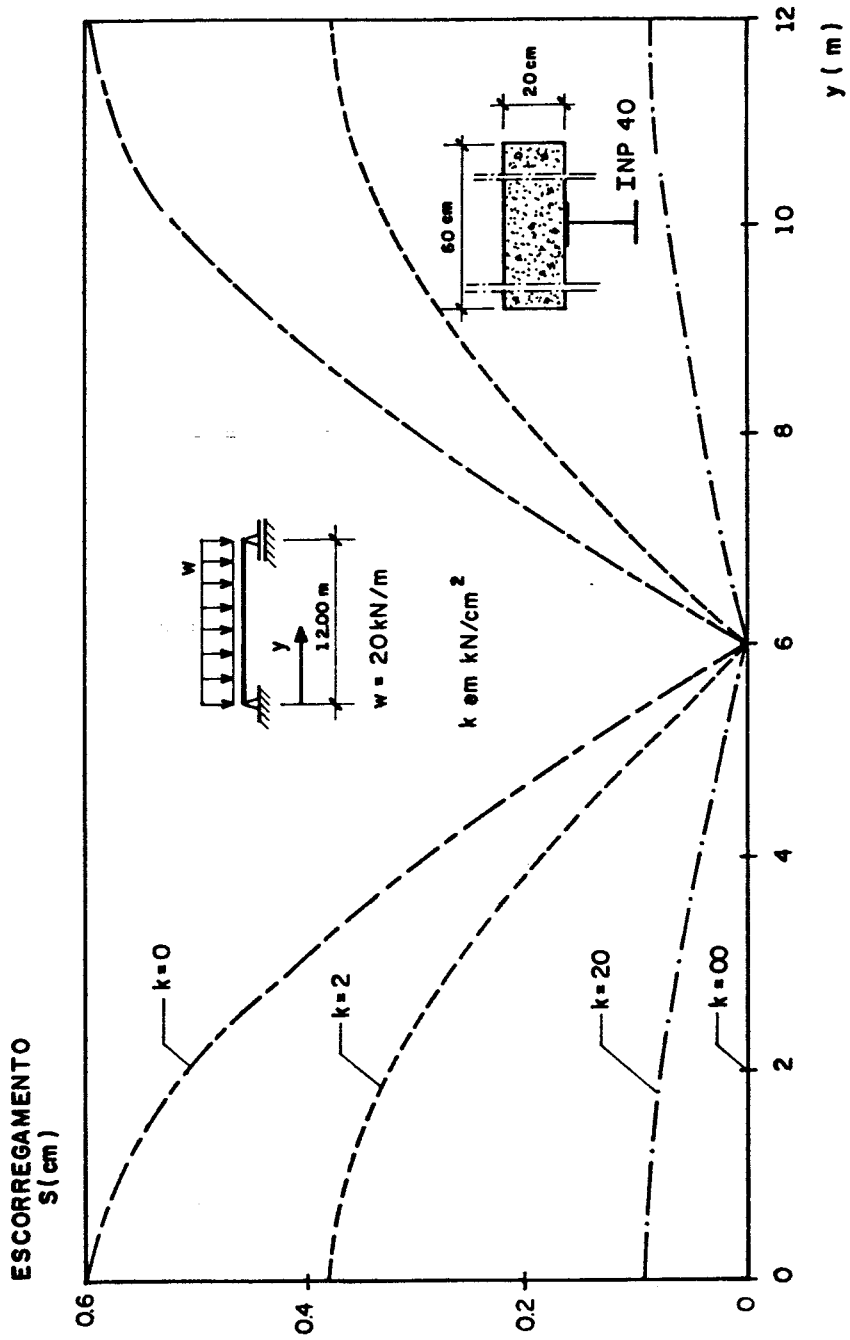


FIG. 2.19a - ESCORREGAMENTO AÇO - CONCRETO AO NÍVEL DA LIGAÇÃO :  
CARGA DISTRIBUÍDA

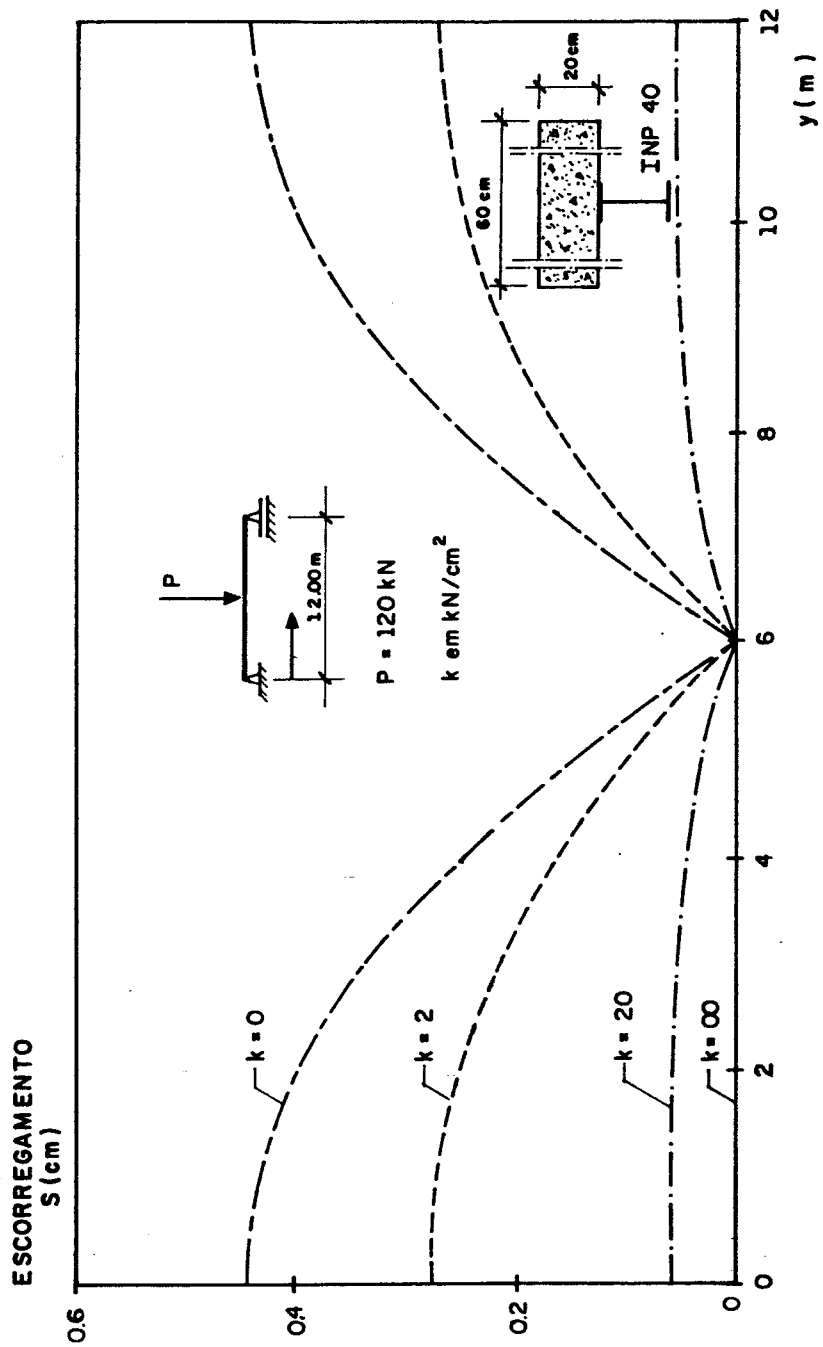


FIG. 2.19b — ESCORREGAMENTO AÇO — CONCRETO AO NÍVEL DA LIGAÇÃO :  
CARGA CONCENTRADA

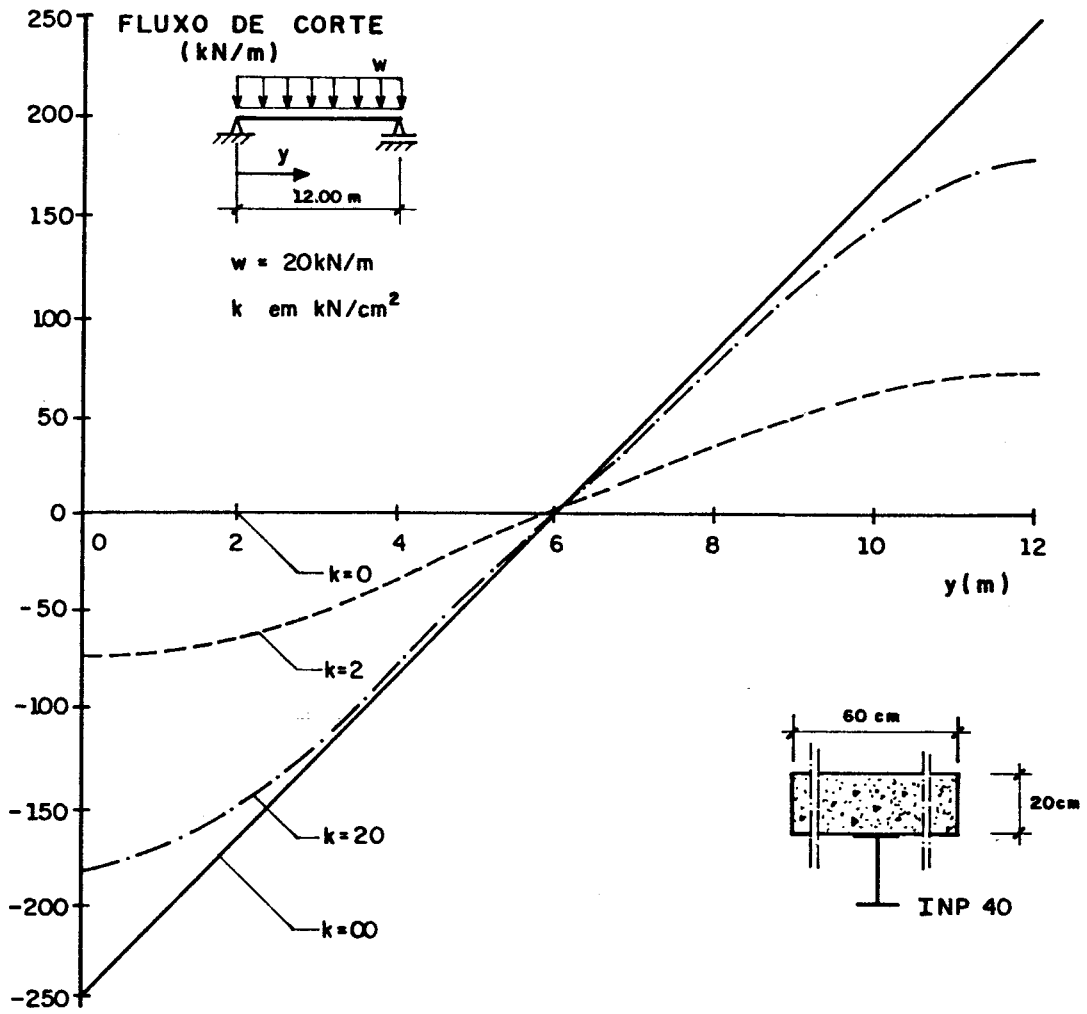


FIG. 2.20a — FLUXO DE CORTE : CARGA DISTRIBUÍDA

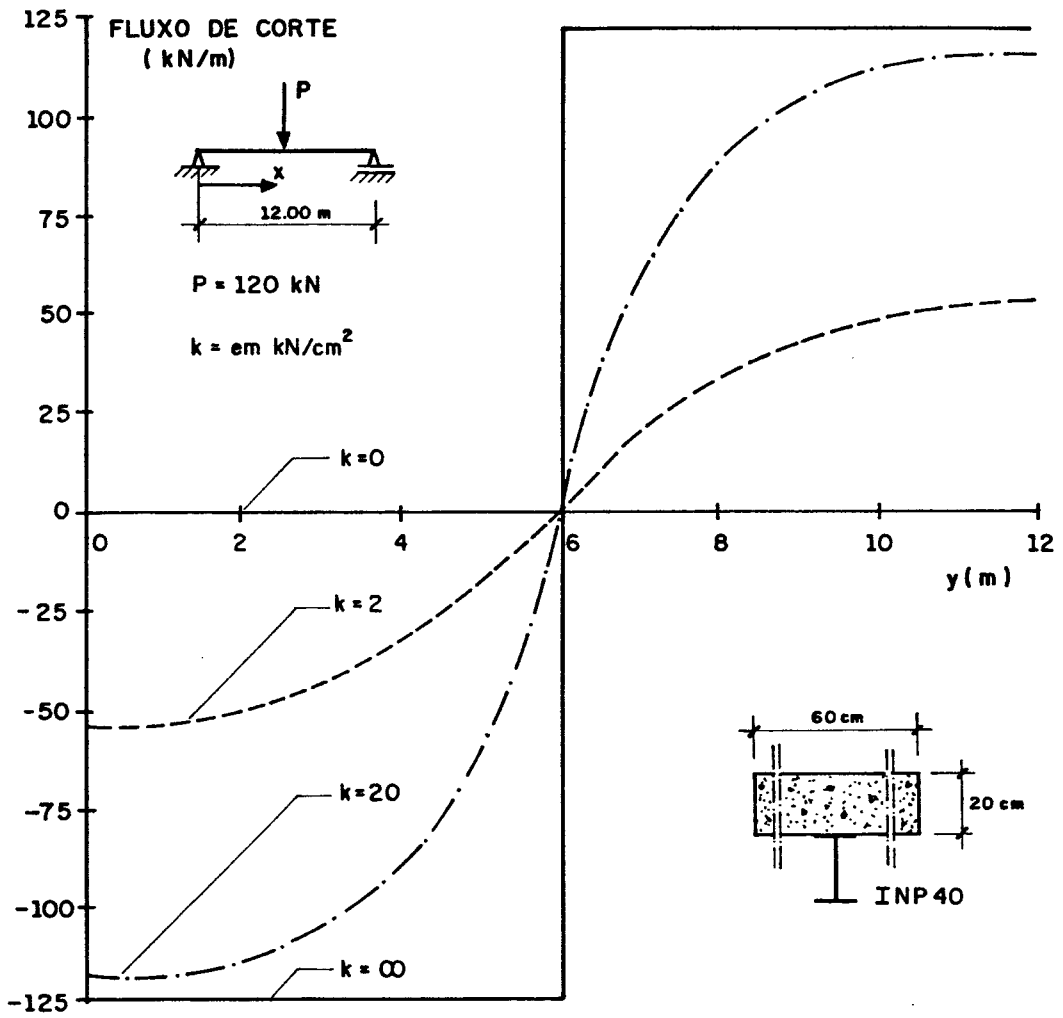


FIG. 2.20b — FLUXO DE CORTE : CARGA CONCENTRADA



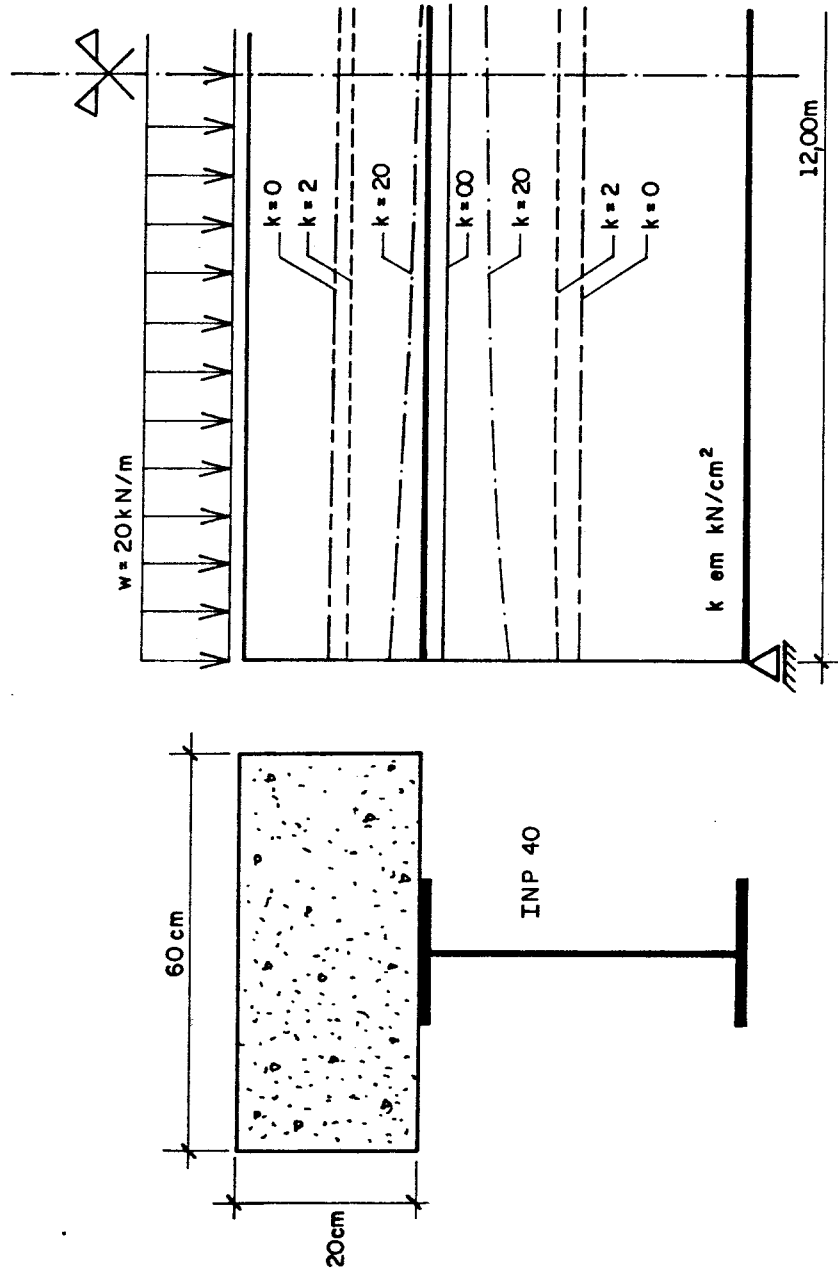


FIG. 2.21a - POSIÇÕES DA LINHA NEUTRA: CARGA DISTRIBUÍDA

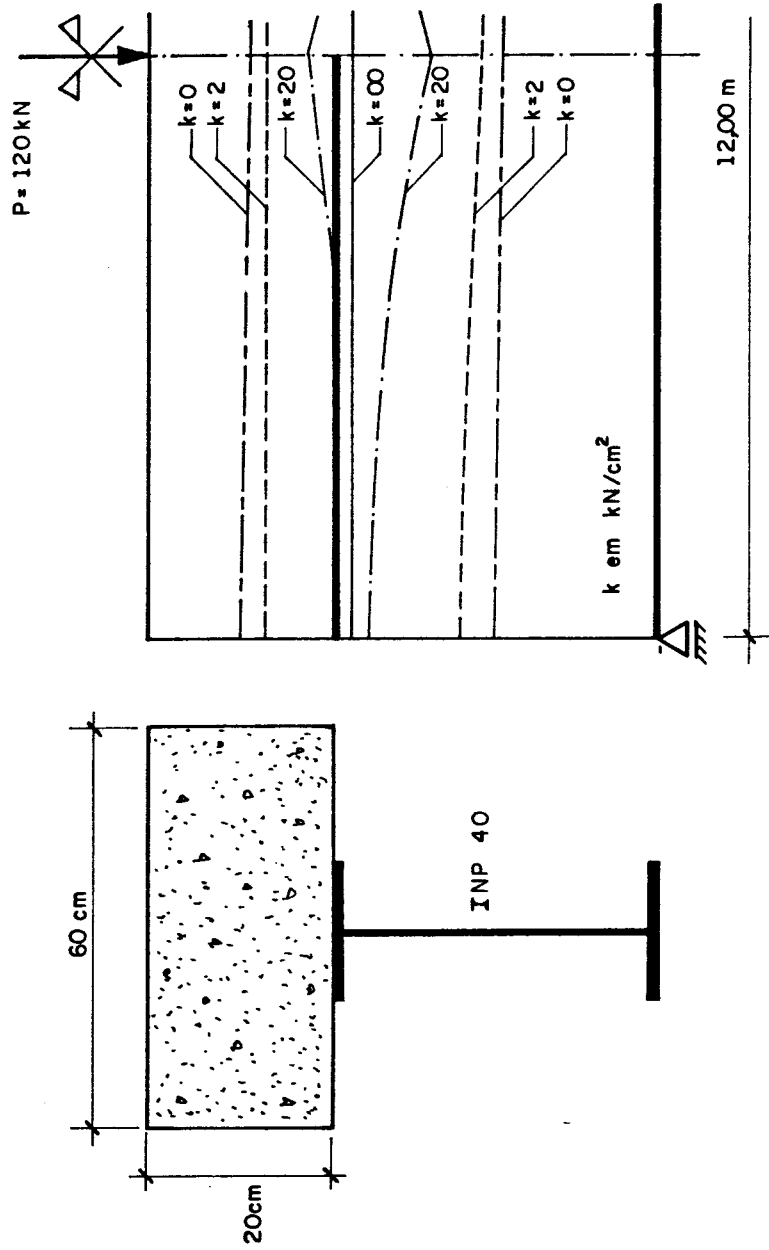


FIG. 2.21b — POSIÇÕES DA LINHA NEUTRA: CARGA CONCENTRADA

### 2.6.3 - Efeitos da retração e fluência do concreto

Os efeitos de retração e fluência devem ser considerados de acordo com as recomendações CEB/FIP [1]. Os efeitos da retração modificados pela fluência são considerados estimando a força axial necessária para impedir totalmente a retração, admitindo um módulo de elasticidade do concreto para ações de longa duração, e sobrepondo o seu efeito na seção mista.

A fluência é, geralmente, assimilada a uma diminuição, com o tempo, do módulo de elasticidade do concreto, provocando um aumento progressivo do coeficiente de homogeneização, que é a relação entre o módulo de elasticidade do aço e do concreto.

Os efeitos destes dois fenômenos correspondem a um aumento de deformação das vigas com correspondente aumento de tensões no aço e diminuição de tensões na laje de concreto. No entanto, a fluência tem aspectos benéficos nos efeitos de longa duração da retração.

O efeito da fluência tem de ser considerado no estudo da flexão de vigas mistas sob ação de solicitações de longa duração. O estudo dessas ações depende do instante em que são aplicadas e do método de construção da viga mista.

Se durante a construção, o perfil metálico não for escorado, a ação do peso da laje de concreto e de solicitações que sejam aplicadas antes do concreto atingir aproximadamente 75% da sua resistência aos 28 dias, deverão ser consideradas como suportadas unicamente pela viga de aço. Se a viga for escorada, parte destas ações é suportada durante a construção pelas escoras, e é esta parcela que deve ser considerada no estudo da viga mista, quando as escoras são retiradas.

A referência [22] apresenta um método simplificado para determinar as tensões devidas a ações de longa duração, considerando o efeito da fluência. Consiste em utilizar um valor majorado do coeficiente de

homogeneização dado pela expressão geral:

$$n_t = n_o (1 + \psi \phi_t) \quad (2.6.24)$$

em que

$n_t$  representa o valor do coeficiente de homogeneização a utilizar, decorrido o tempo "t" depois da aplicação da carga;

$n_o$ : é o coeficiente de homogeneização inicial ou para ações instantâneas, que varia geralmente entre 7 e 10, conforme a qualidade do concreto;

$\phi_t$ : coeficiente de fluência que, para longos intervalos de tempo, se considera geralmente entre 0,5 e 3,0 dependendo das condições de umidade do ambiente;

$\psi$ : coeficiente considerado em alguns regulamentos ou normas [1], para ter em conta o efeito das dimensões da seção e rigidez da viga mista e que varia entre 1,0 e 1,5.

A referência [22] cita ainda que, na maioria das situações correntes, um valor de  $n_t = 2n_o$  é suficiente para o estudo das ações de longa duração.

## 2.7 - COMPORTAMENTO ÚLTIMO DE VIGAS MISTAS

### 2.7.1 - Generalidades

Os dois principais modos de colapso de vigas mistas correspondem à resistência à flexão das seções mistas e à resistência ao cisalhamento da conexão.

A resistência última à flexão de seções de vigas mistas pode ser calculada seguindo os mesmos critérios usados em vigas de concreto armado, desde que se admita uma aderência perfeita entre os dois materiais, ou seja, interação completa e, se admita que seja possível desenvolver nas chapas do perfil metálico, deformações plásticas elevadas.

Desta forma, com perfis "compactos" (classe 1 da NBR 8800), esta última hipótese é aceitável, mas quando as chapas são esbeltas a mobilização da resistência elasto-plástica total das seções metálicas não pode ser garantida.

Nestes casos (seções esbeltas), a resistência última da seção depende da máxima tensão de compressão admissível nos elementos que constituem o perfil metálico, tendo em conta a possibilidade de flambagem local.

Em regiões de momentos fletores positivos, se o espaçamento dos conectores for pequeno, a mesa comprimida do perfil metálico pode ser considerada como impedida de flambar-se [22]. Nestas condições, quando o eixo neutro plástico se situa na alma e esta é também esbelta, um dos critérios para o cálculo do momento último da seção mista consiste em desprezar a altura de alma comprimida acima desse eixo e uma altura idêntica abaixo (fig. 2.22). Vale salientar que isto é aceito somente para vigas simplesmente apoiadas [16].

É comum considerar que a força cortante é resistida unicamente pelo perfil metálico e a sua interação, em regime elasto-plástico, com o momento fletor, deve ser

tida em conta segundo critérios idênticos aos utilizados em estruturas metálicas puras, como por exemplo, o diagrama da fig. 2.23 [22].

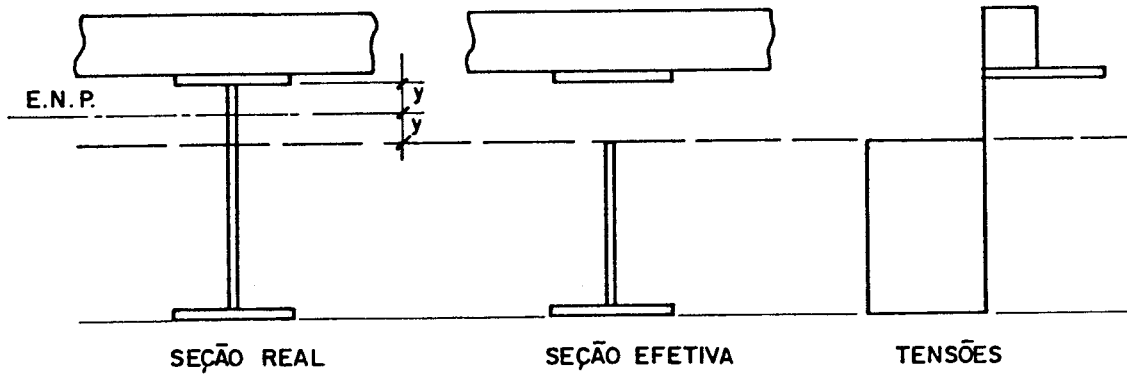


FIG. 2.22 — SEÇÃO MISTA ESBELTA EFETIVA PARA CÁLCULO DE MOMENTOS POSITIVOS ÚLTIMOS

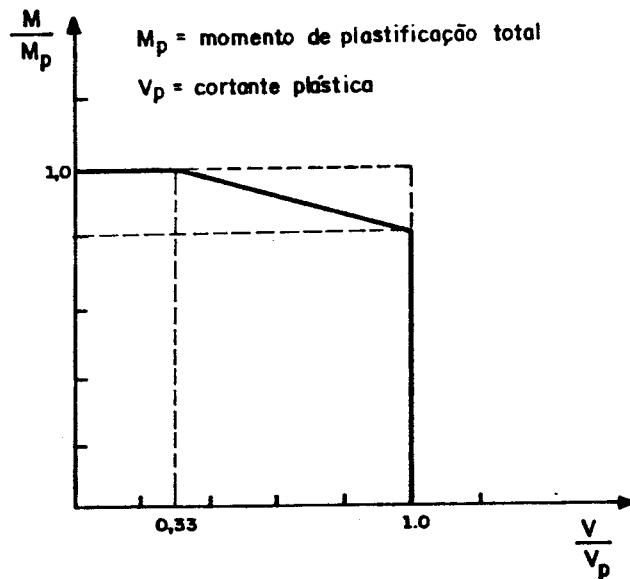


FIG. 2.23 — DIAGRAMA DE INTERAÇÃO V/M EM VIGAS METÁLICAS TIPO I

### 2.7.2 - Influência da capacidade dos conectores na resistência última de vigas .

A hipótese de interação total, que consiste em admitir que não haja escorregamento relativo entre aço e concreto é uma aproximação, tendo em vista que esse escorregamento é desprezível.

Em regime elástico, o melhor aproveitamento dos conectores em vigas simplesmente apoiadas corresponde em qualquer caso à uma disposição mais concentrada junto aos apoios e mais espaçada na região central. Os diagramas das figuras 2.20a e 2.20b ilustram a variação da força em conectores flexíveis ao se utilizar um espaçamento uniforme.

Quando o comportamento dos conectores é do tipo flexível ou "dúctil", a curva força-deformação, obtida a partir de ensaios normalizados, apresenta um patamar definido. Numa viga com conectores flexíveis, submetida a um carregamento estático crescente, os conectores mais solicitados ao atingirem a capacidade máxima podem continuar a deformar-se sem ruptura, de modo que os adjacentes passam a suportar os acréscimos da força de cisalhamento. Este processo corresponde a verificar-se uma redistribuição do fluxo de cisalhamento entre seções de momento nulo e seções de momento máximo. Nestas condições, o processo de redistribuição pode teoricamente continuar até a ruptura dos conectores inicialmente carregados, e junto aos quais o escorregamento é maior, ou até que se atinja na seção mais solicitada o momento resistente máximo.

Assim, a cada uma destas situações corresponde um modo de colapso diferente: o primeiro associado à resistência máxima da conexão e o segundo à resistência máxima à flexão. No entanto, há de existir sempre equilíbrio entre a força resultante do fluxo de cisalhamento longitudinal entre seções de momento nulo e

máximo, e a força de compressão na laje de concreto junto à seção de momento máximo (fig. 2.24).

Os dois modos de colapso podem interagir, pois a resistência máxima à flexão só será atingida, se a capacidade dos conectores permitir desenvolver na seção de momento máximo a correspondente força máxima de compressão no concreto. Estudos experimentais [19] indicam que é reduzido o efeito da flexibilidade dos conectores, isto é, do escorregamento, no valor da força de compressão (C) correspondente ao momento último. A sua influência no comportamento da seção de momento máximo traduz-se na

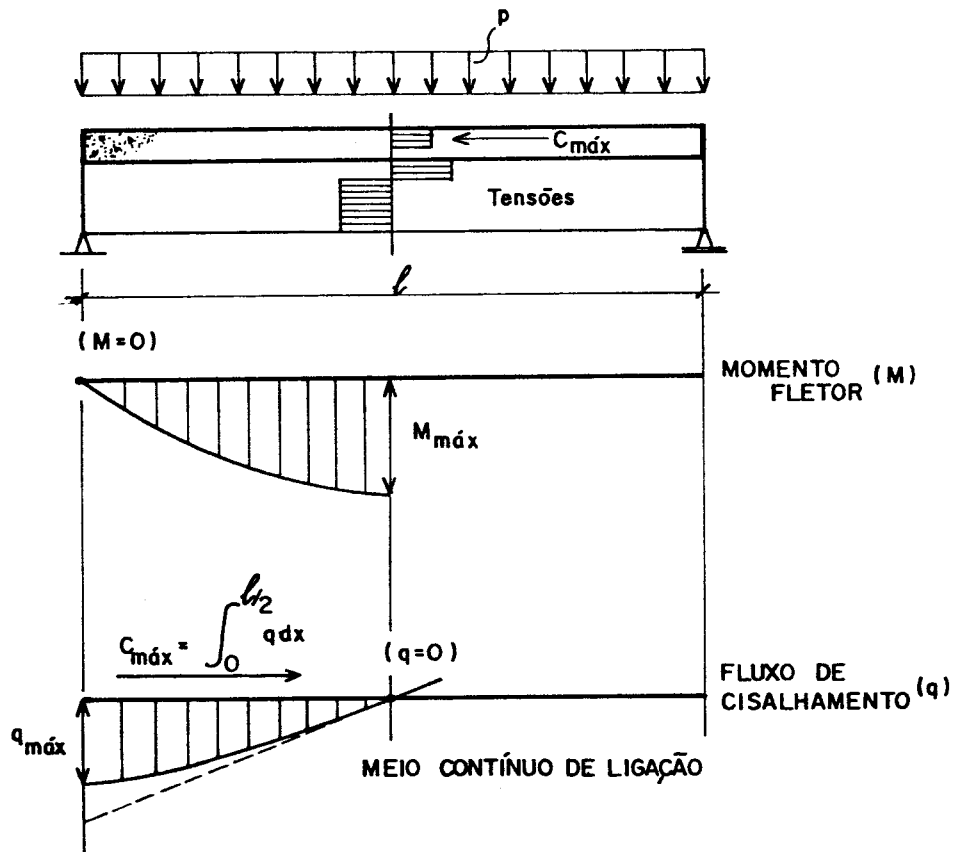


FIG.2.24 – EQUILÍBRIO ENTRE RESULTANTE DO FLUXO DE CISCALHAMENTO E FORÇA DE COMPRESSÃO NA LAJE.



distribuição das deformações na laje de concreto diferente, como foi visto, da correspondente à interação completa (sem escorregamento). Como consequência, o escorregamento só seria relevante na verificação de estados limites de serviço, em que valores excessivos não sejam admissíveis.

No estudo de colapso de vigas com conectores rígidos, isto é, com um comportamento do tipo frágil, não se verifica o fenômeno de redistribuição de esforços uma vez atingida a capacidade máxima dos conectores mais solicitados. A discussão do fenômeno de redistribuição só tem relevância no contexto da utilização de conectores flexíveis.

O comportamento dos conectores em regime não linear é complexo, visto que depende não só das próprias características do conector, mas também de outros parâmetros entre os quais figura a resistência do concreto envolvente e a geometria da região de ligação, sendo diferente, por exemplo, para lajes com forma de aço incorporadas em comparação com lajes maciças com face inferior plana. Estudos experimentais sobre o colapso de vigas mistas[32] permitiram o desenvolvimento de critérios de dimensionamento com base no estado limite último, que tiram partido da possibilidade de redistribuição total do fluxo de cisalhamento.

Estes critérios propõem a utilização de conectores uniformemente espaçados entre seções de momento nulo e máximo em número que permita uma resistência global ao cisalhamento igual à força máxima de compressão (C) na seção de momento máximo. A ligação aço-concreto assim dimensionada designa-se correntemente por conexão total, distinguindo-a de outras dimensionadas para uma resistência ao cisalhamento inferior e designadas, portanto, por conexão parcial.

É interessante salientar que, esta terminologia tem por objetivo distinguir este conceito associado à

capacidade dos conectores, do associado à sua deformabilidade ou escorregamento em que se usam, como referido, os termos interação total e parcial.

A referência [16] define grau de interação e grau de conexão de cisalhamento. Assim, interação total implica em não haver escorregamento relativo entre aço e concreto, e interação parcial implica em escorregamento relativo, ocasionando uma descontinuidade no diagrama de tensões que deve ser levada em consideração na análise do problema.

Do ponto de vista do grau de conexão de cisalhamento, é definida a conexão completa, onde a seção mais solicitada da viga consegue atingir sua capacidade máxima à flexão, sem ruptura da conexão. A conexão parcial ocorre quando o número de conectores for menor que o correspondente à conexão completa.

É interessante notar que, na prática, algum escorregamento relativo ocorre, e o termo interação total continua sendo usado, principalmente nas normas, pois entende-se que o escorregamento relativo entre aço e concreto pode ser desprezado nos cálculos. Por esta razão é que, nos textos, se confundem os termos interação e conexão.

O dimensionamento com base na conexão parcial é aceitável, quando se demonstra que conduz a uma real economia ou simplificações construtivas. Assim, permite o uso de um número mais reduzido de conectores com vantagens óbvias, enquanto a conexão total conduz a uma densidade de conectores inconveniente.

Com o intuito de estudar analiticamente as características do fenômeno da interação entre os modos de colapso [22], foram impostos valores da resultante de compressão na laje ( $C$ ) iguais a uma fração do valor máximo ( $C_{max}$ ), correspondente ao momento último máximo ( $M_{u,max}$ ), isto é, com interação total.

Os momentos últimos obtidos para diferentes valores de  $C/C_{max}$  correspondem igualmente a atingir-se no aço ou no concreto, deformações máximas limite:

- aço:  $\epsilon_{\max} = 0,01$
- concreto:  $\epsilon_{\max} = 0,0035$  (compressão)

Na figura 2.25, representa-se adimensionalmente a variação dos momentos resistentes últimos de uma seção típica em função da relação  $C/C_{\max}$ . Para conexão nula ( $C=0$ ), o momento resistente é igual unicamente ao da seção metálica ( $M_{sp}$ ).

O andamento dos diagramas deste tipo depende das características da seção mista, onde estudos de seções mistas constituídas por um mesmo perfil metálico e com diversas larguras de laje [22], constam na fig. 2.26. Cada curva corresponde a uma largura de laje e tem o andamento típico de um diagrama de interação de modos de colapso: o modo de colapso de viga associado à resistência à flexão da seção de momento máximo e o modo de colapso associado à ruptura da conexão. O parâmetro que figura em ordenada representa o momento resistente último da seção mista, ou mais precisamente, a parcela correspondente ao acréscimo em relação ao momento resistente máximo da seção metálica. Este parâmetro varia entre zero e a unidade, valores que correspondem respectivamente a uma contribuição nula e a uma contribuição total do modo de colapso de viga. Em abcissa figura um parâmetro com idêntico significado em relação ao modo de colapso associado à ruptura dos conectores.

Da observação das curvas construídas para as várias larguras da laje, observa-se que, para larguras muito grandes (embora sem significado prático), o andamento é quase reto. A reta unindo os pontos com coordenadas (0,1) e (1,0) deveria assim corresponder teoricamente às seções correntes de concreto armado, em que a redução da conexão teria o significado de perda de aderência entre os dois materiais.

A concavidade da curva vai-se acentuando à medida que

aumentam as propriedades mistas da seção. É interessante salientar que Johnson [19] propôs a utilização de linha reta, limite inferior destas curvas de interação, como recomendação de projeto para o cálculo de momentos últimos de vigas mistas dimensionadas com conexão parcial. Da interpretação destes resultados, parece ser este critério, em muitos casos, desnecessariamente severo.

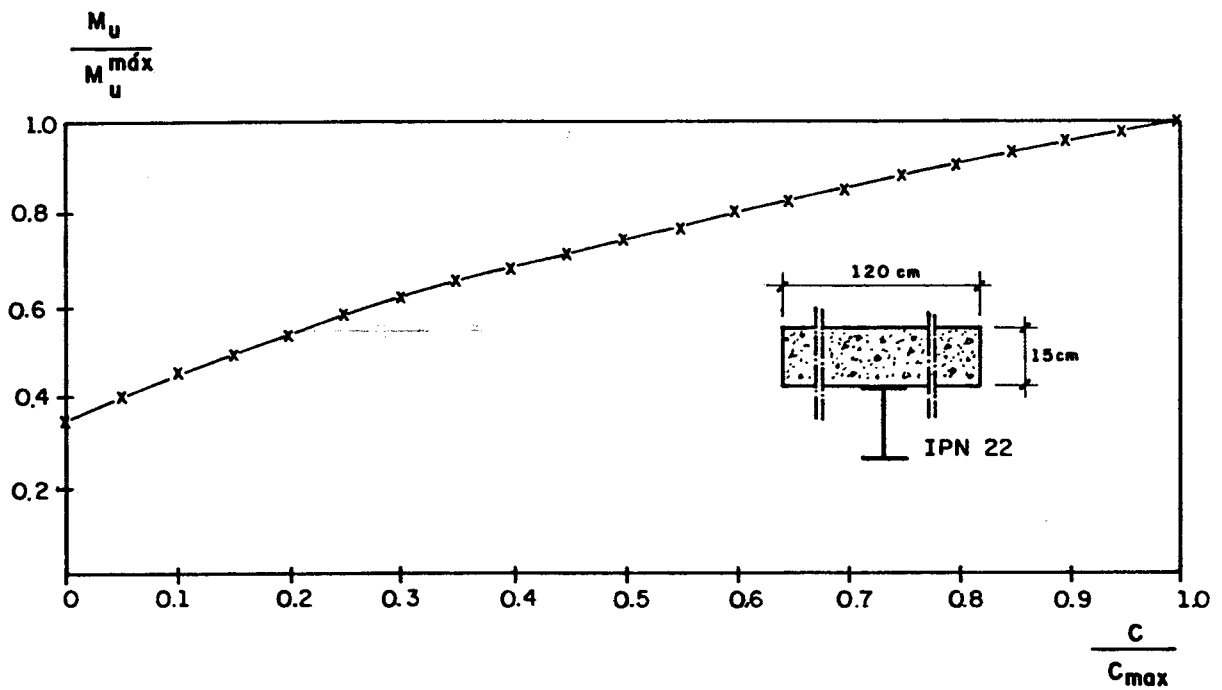


FIG. 2.25 — MOMENTO RESISTENTE ÚLTIMO EM FUNÇÃO DA RELAÇÃO  $C/C_{max}$

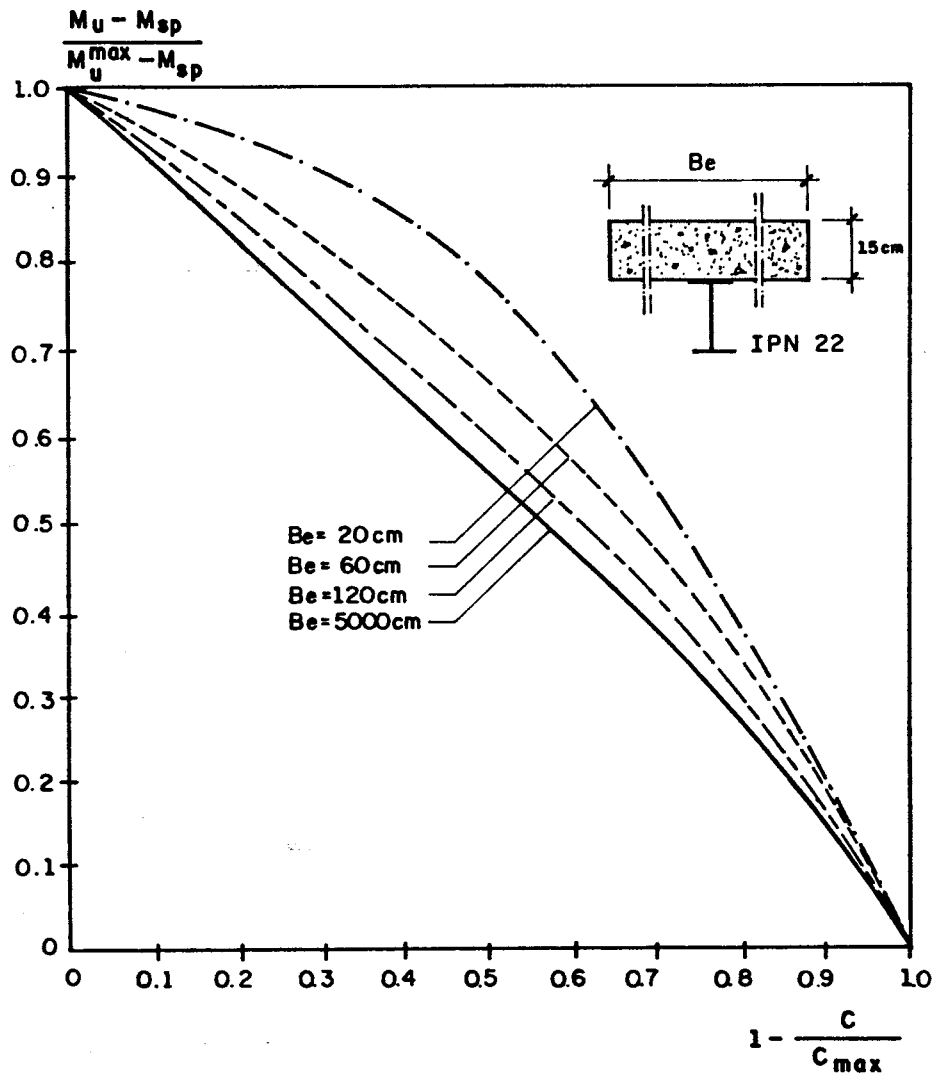


FIG. 2.26 — DIAGRAMA DE INTERAÇÃO DE MODOS DE COLAPSO PARA VÁRIAS LARGURAS DE LAJE

### 2.7.3 - Largura efetiva da laje de concreto

Se em regime elástico é possível recorrer a tabelas e curvas de larguras efetivas para determinação de seções equivalentes, levando-se em conta o efeito de "shear lag", no que se refere ao cálculo da resistência última de vigas mistas existe pouca informação sobre qual a largura efetiva de laje mobilizada, quando se atinge a máxima resistência à flexão.

Em mesas largas de vigas metálicas pode se demonstrar que para além do regime elástico ocorrem redistribuições plásticas de tensões que reduzem a não uniformidade transversal de tensões axiais em comparação com o diagrama de tensões associado ao efeito de "shear lag" em regime elástico.

Utilizar no cálculo de momentos últimos de seções de vigas mistas as larguras efetivas recomendadas para ter em conta o efeito de "shear lag" em regime elástico é, nestes casos, uma hipótese bastante severa.

A referência [23] cita que, de acordo com alguns regulamentos, permite-se já desprezar, na maioria das situações, este efeito no cálculo de momentos últimos positivos, tomando para a largura efetiva a largura total da laje. É, porém, comum a recomendação de utilização de uma largura efetiva igual a um terço do vão ou da distância entre seções de momento nulo.

## 2.7.4 - Resistência ao Momento Fletor: Dimensionamento segundo algumas normas

### 2.7.4.1 - NBR 8800 [4]

Considerando regiões de momentos positivos, esta norma faz distinção a dois tipos de seções, ou seja, seções "compactas" (classes 1 e 2), onde permite-se a plastificação total da seção mista e seções "semi-esbeltas", onde a alma pode sofrer flambagem local no regime inelástico (classe 3).

Não se aceitam seções esbeltas, ou seja, seções cuja alma pode sofrer flambagem local no regime elástico (classe 4).

$$a) \text{ Vigas "compactas": } h/t_w \leq 3,5\sqrt{E/f_y}$$

Neste caso, a resistência de cálculo ao momento fletor é igual a " $\phi_b M_n$ ", onde  $\phi_b = 0,90$  e " $M_n$ " é o momento nominal resistente determinado como a seguir. O coeficiente 0,66 que multiplica  $f_{ck}$ , corresponde ao produto de 0,85 (efeito Rusch) pela relação entre os coeficientes de segurança do concreto ( $1/1,40 \cong 0,7$ ) e do aço para este caso (0,90).

a.1) interação completa e linha neutra plástica na laje:  
(figura 2.27 c)

$$Q_n \geq (Af_y)_a \quad e \quad 0,66 f_{ck} b t_c \geq (Af_y)_a$$

cumpridas estas condições:

$$C = 0,66 f_{ck} b a \tag{2.7.1}$$

$$T = (Af_y)_a \tag{2.7.2}$$

$$a = \frac{(Af_y)_a}{0,66f_{ck} b} < t_c \quad (2.7.3)$$

$$M_n = T \left[ d_1 + h_F + t_c - a/2 \right] \quad (2.7.4)$$

a.2) interação completa e linha neutra plástica na viga de aço (figura 2.27 a) e b) )

$$Q_n \geq 0,85 f_{ck} b t_c \quad e \quad (Af_y)_a \geq 0,66 f_{ck} b t_c$$

cumpridas estas condições:

$$C = 0,66 f_{ck} b t_c \quad (2.7.5)$$

$$C' = 0,5 \left[ (Af_y)_a - C \right] \quad (2.7.6)$$

$$T = C + C' \quad (2.7.7)$$

A posição da linha neutra plástica ( $\bar{y}$ ), medida a partir do topo da viga de aço pode ser determinada da seguinte forma:

- para  $C' \leq (Af_y)_{tf}$  : linha neutra na mesa superior

$$\bar{y} = \frac{C'}{(Af_y)_{tf}} t_f \quad (2.7.8)$$

- para  $C' > (Af_y)_{tf}$  : linha neutra na alma

$$\bar{y} = \frac{C' - (Af_y)_{tf}}{(Af_y)_w} h + t_f \quad (2.7.9)$$



Finalmente:

$$M_n = C' [d - y_t - y_c] + C [t_c/2 + h_F + d - y_t] \quad \dots \quad (2.7.10)$$

a.3) interação parcial (figura 2.28)

$Q_n < 0,85 f_{ck} b t_c$  e  $Q_n < (Af_y)_a$ , porém,  $Q_n$  não pode ser inferior à metade do menor valor acima.

Ocorrendo estas condições, tem-se que a força resultante de compressão na laje (C) é dada por:

$$C = (0,7/0,9)Q_n \quad (2.7.11)$$

Para a determinação de  $C'$ ,  $T$  e  $\bar{y}$  são válidas as expressões dadas no item a.2), com o novo valor de  $C$ .

Finalmente:

$$M_n = C' [d - y_t - y_c] + C [t_c - a/2 + h_F + d - y_t] \quad \dots \quad (2.7.12)$$

onde:

$$a = \frac{C}{0,66f_{ck} b} \quad (2.7.13)$$

A nomenclatura está dada no item 2.1.

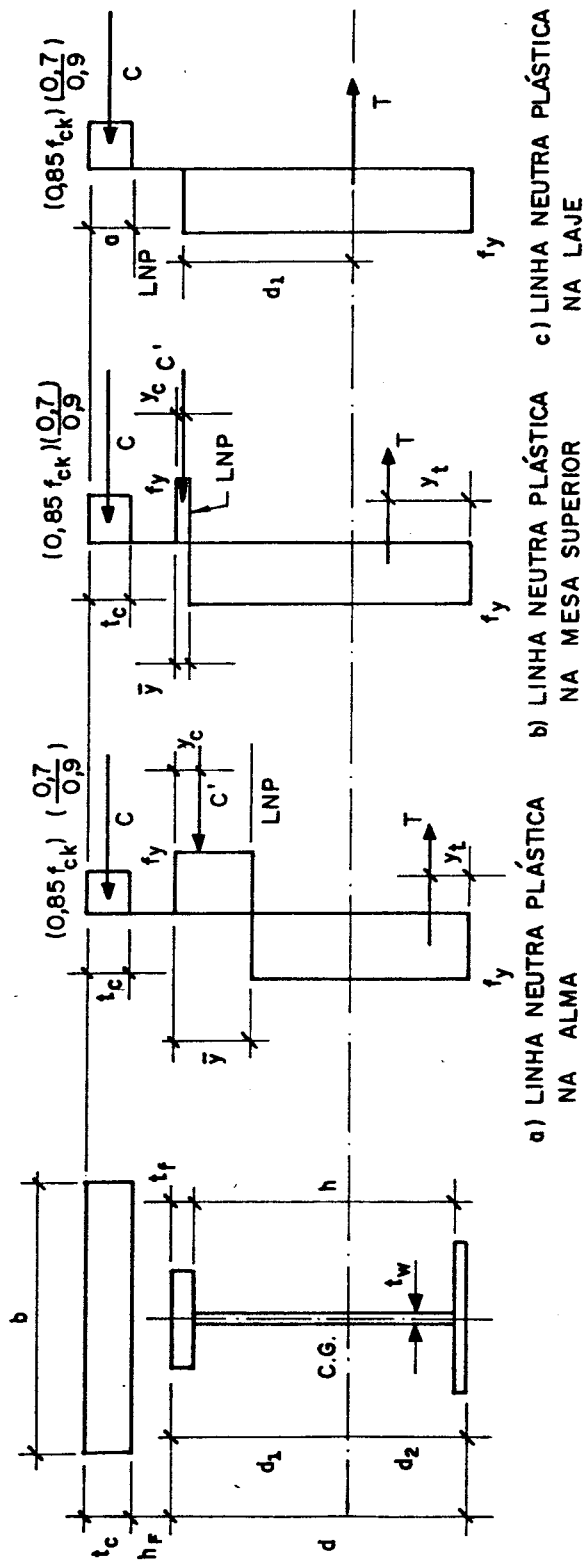


FIG. 2.27 — TENSÕES EM VIGAS MISTAS SOB MOMENTO POSITIVO — INTERAÇÃO COMPLETA  
 (  $h/t_w \leq 3,5 \sqrt{E/f_y}$  )

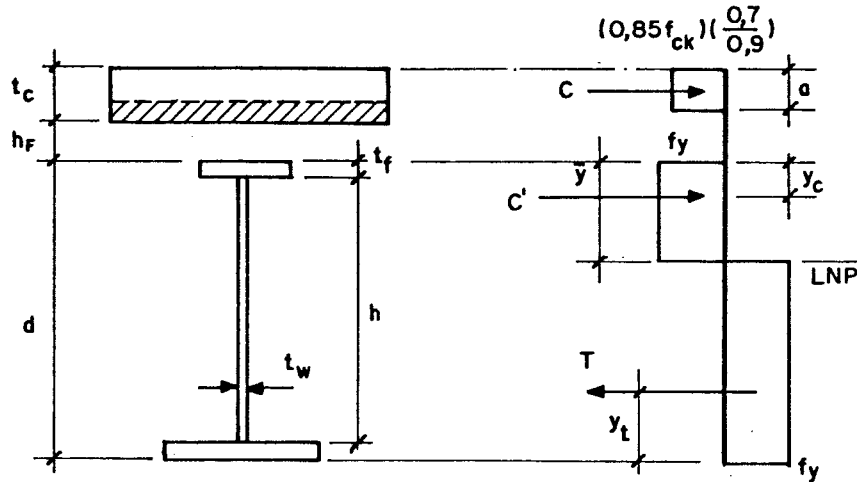


FIG. 2.28 - INTERAÇÃO PARCIAL ( $h/t_w \leq 3,5 \sqrt{E/f_y}$ )

b) Vigas "semi-esbeltas":  $3,5 \sqrt{E/f_y} < h/t_w \leq 5,6 \sqrt{E/f_y}$

Neste caso a tensão de tração de cálculo na mesa inferior da viga de aço não pode ultrapassar " $\phi f_y$ ", sendo  $\phi = 0,90$ , e a tensão de compressão de cálculo no concreto não pode ultrapassar  $\phi' f_{ck}$ , sendo  $\phi' = 0,70$ .

As tensões correspondentes ao momento de cálculo " $M_d$ " devem ser determinadas pelo processo elástico, com base nas propriedades da seção mista homogeneizada. Para obter-se a seção homogeneizada, a seção efetiva do concreto, cuja largura é igual à largura efetiva da laje, deve ser dividida por " $n = E/E_c$ ", sendo  $E_c$  o módulo de elasticidade do concreto e, deve ser ignorada a participação do concreto na zona tracionada.

As tensões de cálculo são dadas por:

$$f_{dt} = \frac{M_d}{(W_{tr})_i} \quad e \quad f_{dc} = \frac{M_d}{n(W_{tr})_s} \quad (2.7.14)$$

No caso de interação parcial, deve-se considerar o efeito da conexão parcial e do escorregamento ao nível da

ligação, alterando-se o valor de  $(W_{tr})_i$  para:

$$W_{ef} = W_a + \sqrt{\frac{Q_n}{V_h}} \left[ (W_{tr})_i - W_a \right] \quad (2.7.15)$$

No caso de construção não escorada, além da verificação como viga mista, devem ser atendidas duas exigências adicionais, conforme item 2.5.

Nas regiões de momentos fletores negativos, a resistência de cálculo ao momento fletor é " $\phi_b M_n$ ", onde  $\phi_b = 0,90$  e " $M_n$ " é a resistência nominal ao momento fletor da viga de aço isolada. Não é comentada a possibilidade de se considerar a armadura longitudinal da laje no cálculo do momento resistente da seção.

Entretanto, esta norma coloca a necessidade de se usar armadura para resistir a todas as solicitações de cálculo atuantes na laje e para controlar a fissuração em qualquer direção.

A possibilidade de fissuração da laje, causada por cisalhamento, na região adjacente à viga de aço, paralelamente a esta, deve ser controlada pela colocação de armaduras adicionais, transversais à viga, ou por outros meios eficazes, a não ser que se demonstre que essa fissuração não possa ocorrer. A referida armadura deve ser colocada na face inferior da laje, sendo que a área de sua seção transversal não pode ser inferior a 0,5 % da área da seção de concreto, segundo um corte paralelo à viga, usando-se espaçamento uniforme ao longo do vão.

No caso de vigas mistas contínuas, a armadura situada nas regiões de momento fletor negativo deve se ancorada por aderência no concreto sujeito à compressão.

A resistência de cálculo à força cortante em vigas

mistas deve ser determinada considerando-se apenas a resistência da viga de aço, não sendo aplicável o conceito de campo de tração.

No tocante à distribuição dos conectores de cisalhamento, pode-se espaçar uniformemente os conectores entre uma seção de momento fletor máximo e a seção de momento fletor nulo adjacente, visto que o dimensionamento é feito no estado limite último, conforme exposto no item 2.7.2.

↙ No caso de se usar lajes de concreto com formas de aço incorporadas, valem as mesmas disposições anteriores, observando-se as seguintes limitações (figura 2.29).

- a altura nominal das nervuras " $h_F$ " da forma de aço é igual ou inferior a 75 mm;

- a largura média " $b_F$ " da mísula ou da nervura situada sobre a viga não pode ser inferior a 50 mm;

- a laje de concreto deve ser ligada à viga de aço por conectores tipo pino com cabeça, de diâmetro igual ou inferior a 19 mm. Os conectores podem ser soldados à viga através da forma ou diretamente, fazendo-se furos na forma no segundo caso;

- a projeção dos conectores acima do topo da forma, depois de instalados, não pode ser inferior a 40 mm;

- o cobrimento de concreto acima do topo da forma de aço não pode ser inferior a 50 mm;

- para a determinação da largura efetiva é usada a espessura total da laje incluindo o concreto das nervuras.

No caso de formas com nervuras perpendiculares à viga de aço, a resistência da seção deve ser determinada desprezando-se o concreto situado abaixo do topo da forma de aço.

Para formas com nervuras paralelas à viga de aço, o concreto situado abaixo do topo da forma de aço pode ser incluído na determinação das propriedades da seção mista,

desde que totalmente situado na zona comprimida, levando-se em consideração a nova geometria da laje.

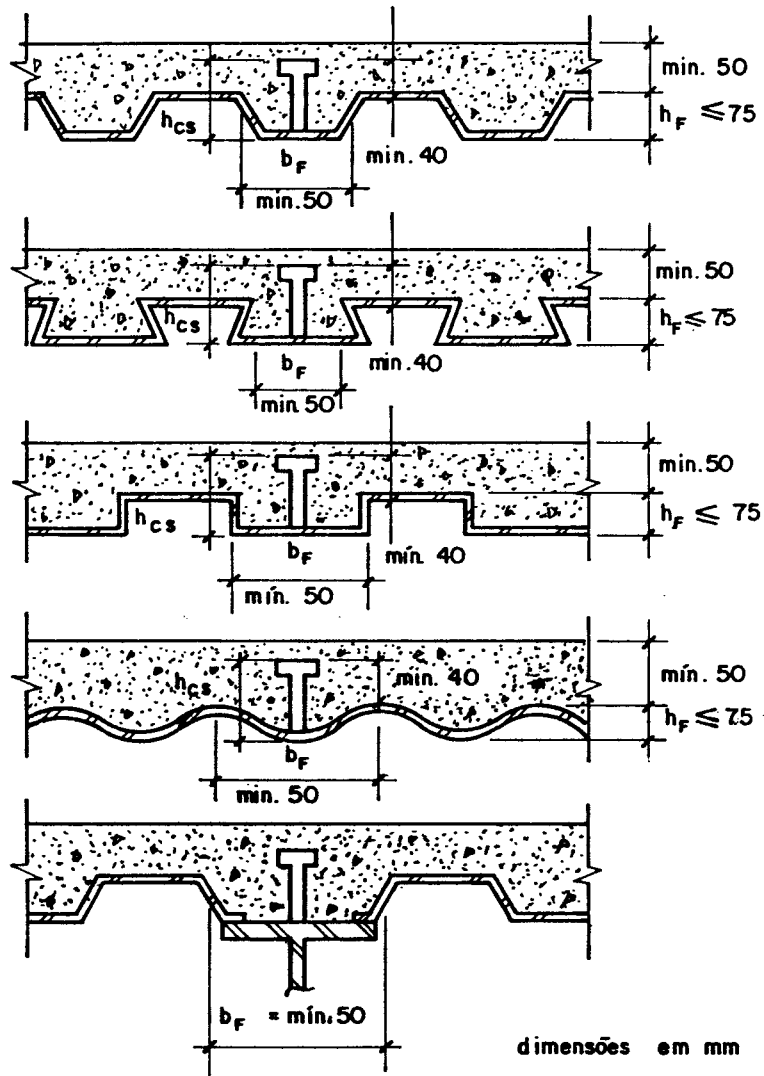


FIG. 2.29 — LAJES DE CONCRETO COM FORMA DE AÇO INCORPORADA

Para o cálculo de deformações, esta norma cita que deve ser considerada a deformação lenta do concreto, não mostrando como se faz.

O item 2.6.3 mostra uma forma de se considerar a deformação lenta do concreto, através de uma diminuição do módulo de elasticidade do concreto [22].

No caso de interação parcial, deve-se considerar o efeito de escorregamento (slip), onde o momento de inércia da seção homogeneizada é substituído por um momento de inércia efetivo dado por:

$$I_{ef} = I_a + \sqrt{\frac{Q_n}{V_h}} (I_{tr} - I_a) \quad (2.7.16)$$

onde:

$I_a$  = momento de inércia da seção da viga de aço isolada;

$I_{tr}$  = momento de inércia da seção homogeneizada;

$Q_n$  e  $V_h$  = conforme item 2.1.

O efeito do escoramento deve ser sempre considerado no cálculo de deformações. Assim, no caso de construção não escorada, as deformações devem ser obtidas pela superposição de dois casos: com o carregamento atuante antes da cura do concreto, considerando-se a seção metálica apenas, e com o carregamento atuante após a cura do concreto, considerando-se a seção mista.

Nesta segunda etapa considera-se o efeito da retração, da fluência e da interação entre aço e concreto.

No cálculo de deformações, como se trata de estado limite de utilização, devem ser usados valores característicos das aços.

Esta norma apresenta um anexo referente à limitação de deformações para edifícios. No caso de edifícios não industriais, considerando-se deformações verticais de

barras biapoiadas suportando elementos sujeitos à fissuração, a deformação máxima é limitada em 1/360 do vão.

#### 2.7.4.2 - LRFD [2]

Apresenta as mesmas condições da NBR 8800 [4], distinguindo dois tipos de seções, ou seja, seções "compactas" e "semi-esbeltas".

No caso de seções "compactas", o coeficiente de resistência  $\phi_b$  será 0,85, já para seções "semi-esbeltas"  $\phi_b$  é o mesmo 0,90 da NBR 8800 [4].

Outra diferença consiste em que a tensão no concreto é dada por  $0,85 f_{ck}$  e não  $0,66 f_{ck}$  como na NBR 8800 [4], ou seja, não se faz ajustes entre coeficientes.

A diferença mais significativa entre as duas normas consiste no fato em que o LRFD [2] permite que se considere a armadura longitudinal da laje no cálculo da resistência ao momento fletor, em regiões de momento fletor negativo.

Desta forma, o diagrama de tensões considerando plastificação total da seção é dado na figura 2.30.

A força resultante de tração (T) é dada pelo menor dos valores:

$$T = A_s f_{ys} \quad \text{ou} \quad T = Q_n \quad (2.7.17)$$

onde:

$A_s$  = área da armadura longitudinal da laje, contida na sua largura efetiva;

$f_{ys}$  = tensão de escoamento do aço da armadura.

Isto significa, que no cálculo da resistência nominal ao momento fletor, pode-se considerar uma força adicional



(T), correspondente à capacidade máxima das barras da armadura longitudinal contida na largura efetiva da laje, ou correspondente à capacidade máxima da conexão.

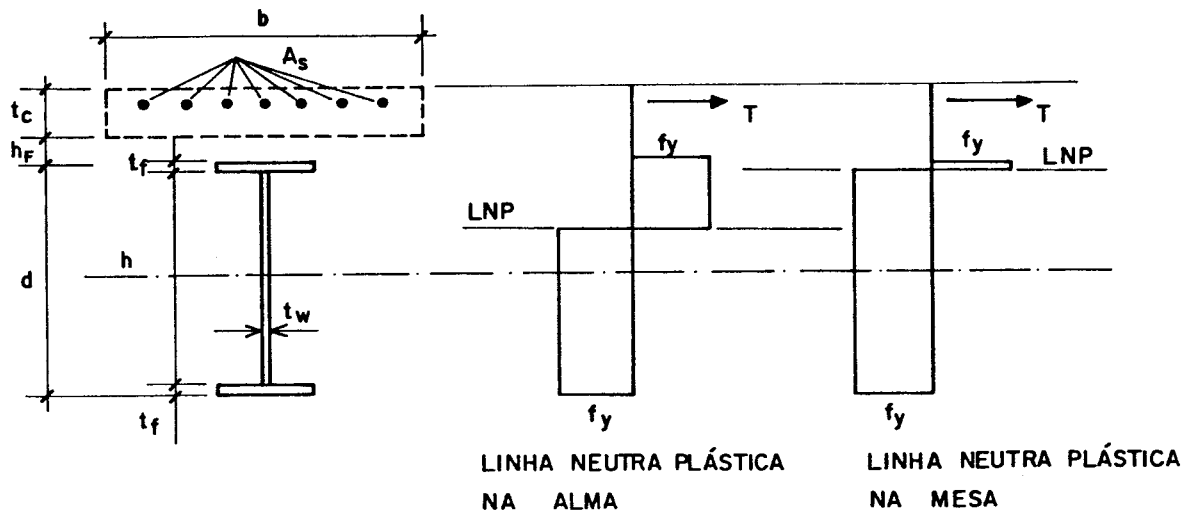


FIG. 2.30 — TENSÕES EM VIGAS MISTAS SOB MOMENTO NEGATIVO

A distribuição dos conectores de cisalhamento segue a mesma orientação da NBR 8800 [4].

#### 2.7.4.3 - CAN [12]

A norma canadense CAN [12] também apresenta o mesmo procedimento da norma brasileira NBR 8800 [4] e da norma norte-americana LRFD [2], sendo que a tensão no aço é dada por " $\phi f_y$ ", onde  $\phi = 0,90$  e a tensão no concreto é dada por " $\phi_c 0,85 f_{ck}$ ", onde  $\phi_c = 0,60$  e  $0,85$  corresponde ao

efeito Rusch. Esta norma inclui os coeficientes de resistência  $\phi$  e  $\phi_c$  no equacionamento do momento resistente de cálculo.

Desta forma, a interação será completa se:

$$\phi_{sc} Q_n \geq \phi (Af_y)_a \quad \text{ou} \quad \phi_{sc} Q_n \geq \phi_c (0,85 f_{ck} b t_c)$$

onde  $\phi_{sc} = 0,80$ , que é o coeficiente de resistência para conectores de cisalhamento.

Caso contrário, a interação será parcial.

Nas normas NBR 8800 [4] e LRFD [2], se a capacidade total dos conectores for menor que  $0,5 V_h$ , onde  $V_h$  é definido no item 2.1, não se admite a consideração de seção mista, já a CAN [12] admite a consideração de seção mista, apenas para cálculo de deformações, as vigas onde a capacidade de cálculo total dos conectores seja maior que  $0,25 V'_h$ , lembrando que  $V'_h$  é o menor valor entre:

$$\phi_c (0,85 f_{ck} b t_c) \quad \text{e} \quad \phi (Af_y)_a$$

No caso de momentos fletores negativos, admite-se, assim como o LRFD [2], a consideração da armadura longitudinal da laje situada dentro da largura efetiva, no cômputo da resistência ao momento fletor.

A distribuição dos conectores de cisalhamento segue os mesmos critérios da NBR 8800 [4] e LRFD [2].

Para cálculo das deformações, esta norma cita que devem ser considerados os efeitos do escorregamento (slip) ao nível da ligação aço-concreto, da deformação lenta do concreto e da retração.

O efeito do escorregamento é considerado através de um momento de inércia efetivo, dado por:

$$I_{ef} = I_a + 0,85 (p)^{0,25} [I_{tr} - I_a] \quad (2.7.18)$$

onde:

$p = Q_n/V'_h$  ( $p = 1,0$  no caso de interação completa);  
 $I_a$  e  $I_{tr}$  conforme item 2.7.4.1.

O efeito da fluência é considerado através da expressão 2.7.18, com uma redução de até 15 % no valor do momento de inércia efetivo.

A retração do concreto é considerada através de um momento fletor equivalente constante ao longo da viga, obtido pelo produto da força resultante na laje, devido à retração, pelo braço de alavanca que é a distância do centro de gravidade da laje de concreto até o eixo neutro elástico da seção homogeneizada, conforme figura 2.31.

Assim, considerando uma viga simplesmente apoiada, a flecha máxima será dada por:

$$f_{max} = \frac{\varepsilon E_c A_c L^2}{8EI} y \quad (2.7.19)$$

onde:

- $\varepsilon$  = deformação de retração;
- $E_c$  = módulo de elasticidade do concreto;
- $A_c$  = área efetiva da laje de concreto;
- $L$  = vão da viga;
- $E$  = módulo de elasticidade da viga de aço;
- $y$  = distância do eixo neutro elástico até o ponto de aplicação da resultante na laje;
- $I$  = momento de inércia da seção composta, determinado por um dos métodos a seguir:

O primeiro método utiliza o valor " $\varepsilon$ " proveniente da retração restringida, que é sempre menor que o da retração livre, o módulo de elasticidade do concreto  $E_c$ , e o momento de inércia da seção homogeneizada  $I_{tr}$ .

O segundo método adota o valor da retração livre "ε", considerando as propriedades do concreto, tais como: umidade relativa, relação volume-superfície, slump, etc. O módulo de elasticidade do concreto "E<sub>c</sub>" é obtido considerando-se os efeitos de longa duração, como no cálculo da fluência, e o momento de inércia a ser usado é o momento de inércia efetivo dado pela expressão 2.7.18.

Cita-se ainda, que em ambos os métodos, deve-se tomar cuidado, pois os valores envolvidos no cálculo da retração são muito influenciados pelas condições locais.

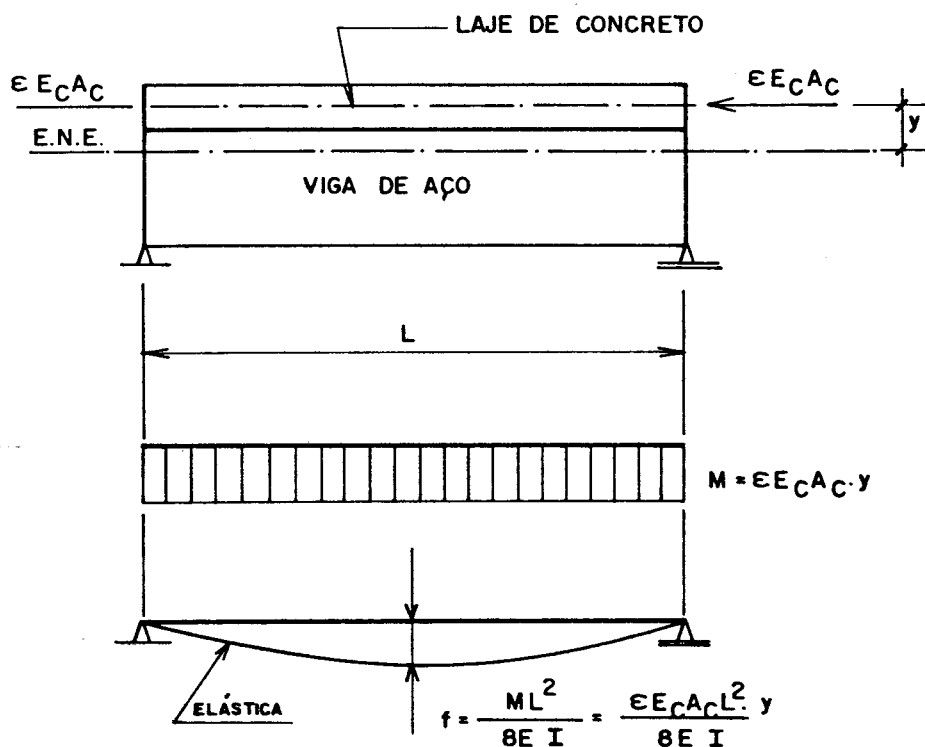


FIG. 2.31 - EFEITO DA RETRAÇÃO DO CONCRETO EM VIGAS MISTAS SEGUNDO A CAN [12]

#### 2.7.4.4 - AISC [3]

O AISC [3], em sua oitava edição, datada de 1978, traz o dimensionamento através do método das tensões admissíveis, impondo valores admissíveis para a tensão no aço e no concreto.

As tensões de flexão produzidas pelas cargas atuantes depois da cura do concreto devem ser calculadas com base nas propriedades da seção mista transformada, obtida pela homogeneização da seção através do coeficiente de homogeneização "n", correspondente a relação entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto.

As tensões de tração no concreto devem ser desprezadas.

A tensão no aço não deve exceder  $0,66 f_y$  e a tensão no concreto não deve exceder  $0,45 f_{ck}$ .

Nesta norma, a interação será completa se  $Q_n$  for maior que  $V_h/2$ , onde  $V_h$  é definido em 2.1. Caso contrário, tem-se interação parcial, e o efeito de escorregamento (slip) será considerado como em 2.7.4.1.

Convém observar que o valor de  $V_h$  é dividido por "2", onde este valor nada mais é que um coeficiente de segurança associado ao esforço na ligação aço-concreto.

No caso de construção não escorada, o valor do módulo de resistência da seção mista transformada  $(W_{tr})_i$  referente à sua mesa inferior, não deverá exceder:

$$(W_{tr})_i = (1,35 + 0,35 M_L/M_G)W_a \quad (2.7.19)$$

onde:

$M_G$  = momento fletor antes do concreto atingir 75 % do  $f_{ck}$ ;

$M_L$  = momento fletor após o concreto atingir 75 % do  $f_{ck}$ .

Esta norma considera como interação parcial, tanto

para cálculo da resistência, como para cálculo de deformações, valores da capacidade total dos conectores  $Q_n$  superiores a  $0,125 V_h$ .

É permitida, nas regiões de momento fletor positivo ou negativo, a consideração da armadura longitudinal contida na largura efetiva da laje, agindo em conjunto com o restante da seção. Isto é feito considerando-se a armadura no cálculo das propriedades da seção.

É óbvio que, no caso de momentos positivos, a influência da armadura da laje é desprezível.

### 2.7.5 - Vigas mistas com aberturas na alma

Nos edifícios de andares múltiplos, é comum se projetar vigas com aberturas na alma, diminuindo seu peso próprio e criando passagens para tubulações.

As normas não trazem nenhuma consideração especial sobre o assunto, sendo que o dimensionamento apresentado neste item foi baseado nas referências [14] e [15].

Em se tratando de vigas com aberturas na alma, deve-se sempre levar em consideração a influência da força cortante no dimensionamento da seção, pois neste caso, a parcela da força cortante na interação momento fletor-força cortante passa a ser considerável.

A figura 2.32 mostra as forças atuantes na região de uma abertura qualquer, onde atuam momento fletor ( $M$ ) e força cortante ( $V$ ). A porção de viga acima da abertura é sujeita à força de compressão  $P_t$ , uma força cortante  $V_t$ ; e momentos fletores à esquerda e direita,  $M_{tl}$  e  $M_{th}$ , respectivamente. Analogamente, a porção abaixo da abertura é sujeita às forças  $P_b$ ,  $V_b$  e aos momentos  $M_{bl}$  e  $M_{bh}$ .

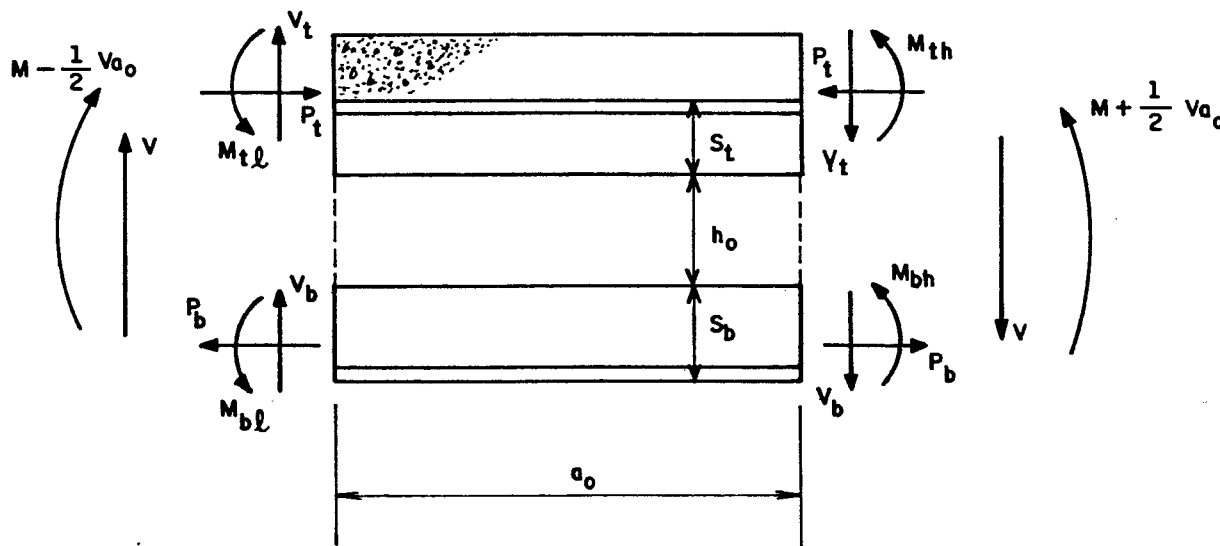


FIG. 2.32 - FORÇAS ATUANTES NUMA ABERTURA

As equações de equilíbrio resultam:

$$P_b = P_t = P \quad (2.7.20)$$

$$V = V_b + V_t \quad (2.7.21)$$

$$V_b a_o = M_{bl} + M_{bh} \quad (2.7.22)$$

$$V_t a_o = M_{tl} + M_{th} \quad (2.7.23)$$

$$M = Pz + M_{th} + M_{bh} - V a_o/2 \quad (2.7.24)$$

em que  $z$  = distância entre os pontos de aplicação de  $P_t$  e  $P_b$ .

O diagrama de interação momento fletor-força cortante é mostrado na figura 2.33a. Para efeito de cálculo, é proposta uma solução onde adota-se uma curva de interação cúbica, figura 2.33b [14].

Desta forma, a equação de interação resulta:

$$\left[ \frac{M_n}{M_m} \right]^3 + \left[ \frac{V_n}{V_m} \right]^3 = 1 \quad (2.7.25)$$

onde:

$M_n$  = resistência nominal ao momento fletor;

$V_n$  = resistência nominal à força cortante;

$M_m$  = resistência nominal máxima ao momento fletor, isoladamente;

$V_m$  = resistência nominal máxima à força cortante, isoladamente.



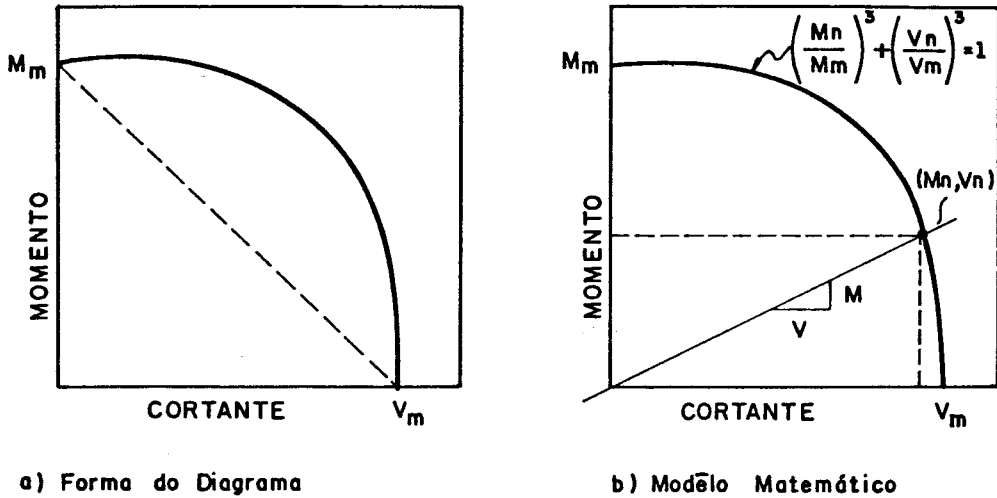


FIG. 2.33 - INTERAÇÃO MOMENTO FLETOR - FORÇA CORTANTE

A resistência nominal máxima ao momento fletor é dada pela NBR 8800 [4] para seções com alma cheia, no caso de seções com abertura de alma, o procedimento é análogo.

A figura 2.34 mostra o diagrama de tensões para uma seção com abertura na alma, sendo que a abertura possui uma excentricidade (e) em relação ao centro de gravidade da seção.

Os termos usados nas equações seguintes estão no item 2.1 ou constam na figura 2.34.

- a) interação completa e LNP na laje de concreto (figura 2.34a)

$$Q_n \geq A_n f_y \quad e \quad 0,66 f_{ck} b t_c \geq A_n f_y$$

cumpridas estas condições, tem-se:

$$C = 0,66 f_{ck} b a \tag{2.7.26}$$

$$T = A_n f_y \quad (2.7.27)$$

$$a = \frac{T}{0,66f_{ck} b} \quad (2.7.28)$$

onde  $A_n$  é a área líquida da seção de aço.

O momento nominal máximo resulta:

$$M_m = T \left[ \frac{d}{2} + \frac{t_w h_o}{A_n} e + t_c + h_F - a/2 \right] \quad (2.7.29)$$

b) interação completa e LNP na viga de aço  
(figura 2.34 b)

$$Q_n \geq 0,85f_{ck} b t_c \quad e \quad A_n f_y \geq 0,66f_{ck} b t_c$$

cumpridas estas condições, tem-se:

$$C = 0,66f_{ck} b t_c \quad (2.7.30)$$

$$C' = \frac{1}{2} [A_n f_y - C] \quad (2.7.31)$$

$$T = C + C' \quad (2.7.32)$$

O momento nominal máximo resulta:

$$M_m = C' [d - y_t - y_c] + C \left[ \frac{t_c}{2} + h_F + d - y_t \right] \quad \dots\dots\dots (2.7.33)$$

c) interação parcial (figura 2.34 c)

$$Q_n < 0,85f_{ck} b t_c \quad e \quad Q_n < A_n f_y$$

ocorrendo estas condições,  $C = (0,7/0,9)Q_n$  e para a determinação de  $C'$  e  $T$  são válidas as expressões 2.7.31 e 2.7.32, com o novo valor de  $C$ .

O momento nominal resulta:

$$M_m = C' \left[ d - y_t - y_c \right] + C \left[ t_c - \frac{a}{2} + h_F + d - y_t \right] \quad \dots\dots (2.7.34)$$

$$a = \frac{C}{0,66f_{ck}} b \quad (2.7.35)$$

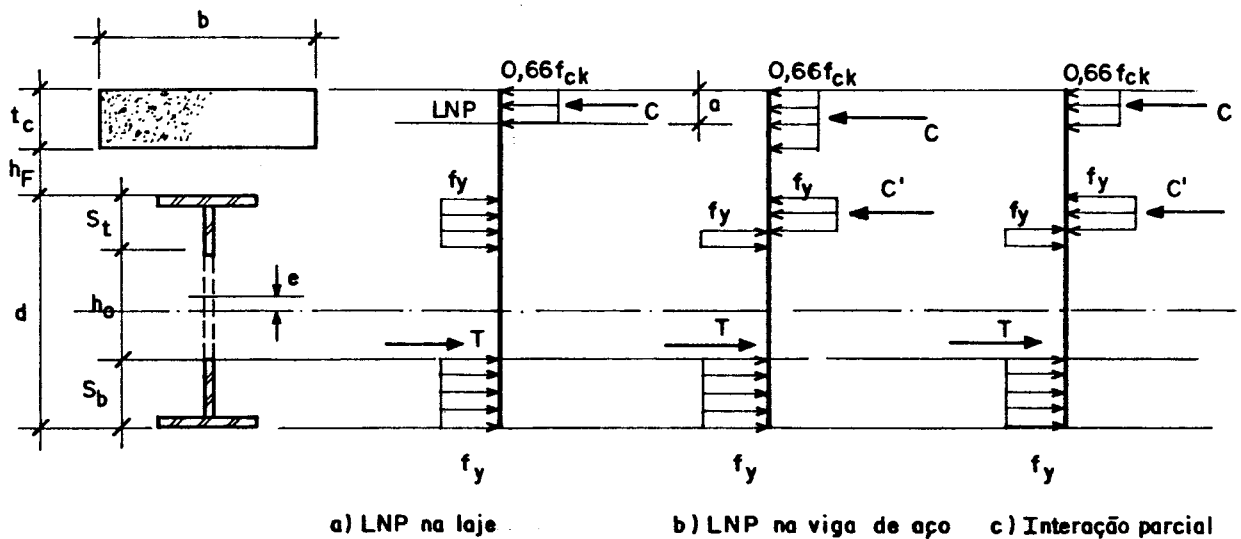


FIG. 2.34 - TENSÕES NORMAIS NA REGIÃO DA ABERTURA

Para o cálculo da resistência nominal máxima à força cortante, a referência [14] apresenta três soluções, sendo que apenas duas soluções serão apresentadas neste trabalho. A primeira solução é mais trabalhosa, sendo portanto conveniente utilizá-la para cálculos em computador, já a segunda solução pode ser usada para cálculos manuais, pois apresenta maiores simplificações de cálculo.

Sabe-se que  $V_m$  é igual a soma das capacidades nominais máximas da porção acima e abaixo da abertura:

$$V_m = V_b(\max) + V_t(\max) \quad (2.7.36)$$

A primeira solução utiliza duas suposições simplificadoras:

1) o critério de Von Mises, equação 2.7.37, é representado por uma aproximação linear (2.7.38):

$$f_{yr} = \left[ f_y^2 - 3\tau^2 \right]^{1/2} \quad (2.7.37)$$

$$f_{yr} = \lambda f_y - \sqrt{3} \tau \quad (2.7.38)$$

onde  $f_{yr}$  é a tensão normal de Von Mises e  $\lambda = 1,207$ .

2) a linha neutra da porção acima e abaixo da abertura é considerada nas mesas da seção. Para os casos mais frequentes, esta simplificação é considerada precisa.

Representando os momentos da equação 2.7.22 em termos de tensões,  $f_y$  (nas mesas) e  $f_{yr}$  (na alma), e usando a equação 2.7.38 com o valor de  $\tau$  dado por: (figura 2.35).

$$\tau = \frac{V_b}{t_w s_b} \quad (2.7.39)$$

resulta uma equação quadrática em  $V_b$  com a seguinte solução:

$$V_b(\max) = f_y \left[ \frac{\beta_b - \sqrt{\beta_b^2 - 4\alpha_b \gamma_b}}{2\alpha_b} \right] \leq V_{pb} \quad (2.7.40)$$

em que  $\alpha_b = 3 + \frac{2\sqrt{3}}{s_b} a_o$  (2.7.41a)

$$\beta_b = 2\sqrt{3}(b_f - t_w) \left[ s_b - t_f + \frac{t_f^2}{s_b} \right] + 2\sqrt{3} \lambda t_w s_b + 2a_o [b_f + (\lambda - 1)t_w] \dots\dots\dots(2.7.41b)$$

$$\gamma_b = (b_f - t_w)^2 t_f^2 + \lambda^2 t_w^2 s_b^2 + 2\lambda t_w (b_f - t_w) (s_b^2 - s_b t_f + t_f^2) \dots\dots\dots(2.7.41c)$$

O termo  $V_{pb}$  é a força cortante correspondente à capacidade plástica da porção inferior:

$$V_{pb} = \frac{f_y}{\sqrt{3}} t_w s_b \quad (2.7.42)$$

Para a porção superior faz-se o mesmo raciocínio, considerando a equação 2.7.23 e a força no concreto à direita e à esquerda,  $P_{ch}$  e  $P_{cl}$ , resultando uma expressão quadrática para  $V_t(\max)$ .

$P_{ch}$  é dado pelo menor valor abaixo:

$$P_{ch} \leq 0,85 f_{ck} b t_c \quad (2.7.43a)$$

$$P_{ch} \leq n q_n \quad (2.7.43b)$$

$$P_{ch} \leq A_{st} f_y \quad (2.7.43c)$$

onde

$A_{st}$  = área da porção superior da viga de aço.

$n$  = número de conectores entre a seção extrema direita

da abertura e o ponto adjacente de momento nulo.

O valor de  $P_{cl}$  depende de  $P_{ch}$  e da capacidade dos conectores contidos sobre a abertura:

$$P_{cl} = P_{ch} - n_o q_n \geq 0 \quad (2.7.44)$$

em que  $n_o$  é o número de conectores sobre a abertura.

Resolvendo a expressão quadrática para  $V_t(\max)$  resulta:

$$V_t(\max) = f_y \left[ \frac{\beta_t - \sqrt{\beta_t^2 - 4\alpha_t \gamma_t}}{2\alpha_t} \right] \quad (2.7.45)$$

$$\text{em que } \alpha_t = 3 + 2\sqrt{3} \frac{a_o}{s_t} \quad (2.7.46a)$$

$$\begin{aligned} \beta_t &= 2\sqrt{3} (b_f - t_w) \left[ s_t - t_f + \frac{t_f^2}{s_t} \right] \\ &+ 2\sqrt{3} \lambda t_w s_t + 2a_o [b_f + (\lambda - 1)t_w] \\ &+ \frac{2\sqrt{3}}{s_t f_y} (P_{ch} d_h - P_{cl} d_l) + \frac{\sqrt{3}}{f_y} (P_{ch} - P_{cl}) \\ &\dots\dots\dots (2.7.46b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \gamma_t &= (b_f - t_w)^2 t_f^2 + \lambda^2 t_w^2 s_t^2 + 2\lambda t_w (b_f - t_w) (s_t^2 - s_t t_f + t_f^2) \\ &+ \frac{2(b_f + (\lambda - 1)t_w)}{f_y} (P_{ch} d_h - P_{cl} d_l) - \frac{(P_{ch}^2 + P_{cl}^2)}{2f_y^2} \\ &+ \frac{((b_f - t_w)t_f + \lambda t_w s_t)}{f_y} (P_{ch} - P_{cl}) \quad \dots\dots\dots (2.7.46c) \end{aligned}$$

$$d_h = t_c + h_F - \frac{0,5P_{ch}}{0,66f_{ck}b} \quad (2.7.47)$$

$$d_l = \frac{0,5P_{cl}}{0,66f_{ck}b} + h_F \quad (2.7.48)$$

As equações 2.7.41 a-c e 2.7.46 a-c, são baseadas na suposição que todo o cisalhamento é resistido pela alma da viga de aço. Esta suposição resulta consistente para a porção inferior, mas pode ser conservadora para a porção superior, em que a laje de concreto pode também suportar uma parte do cisalhamento.

Desta forma deve-se comparar  $V_t(\max)$  com a força cortante correspondente à plastificação total da parte superior da alma por cisalhamento:

$$V_{pt} = \frac{f_y}{\sqrt{3}} t_w s_t \quad (2.7.49)$$

Se  $V_t(\max)$  obtido pela equação 2.7.45 for maior que  $V_{pt}$ , então a porção superior da alma está em escoamento total por cisalhamento ( $f_{yr} = 0$ ), e o equilíbrio da força normal requer que:

$$P_{ch} \leq f_y t_f (b_f - t_w) \quad (2.7.50)$$

Resolvendo a equação 2.7.23 resulta:

$$V_t(\max) = \frac{1}{a_o} \left[ (P_{ch} d_h - P_{cl} d_l) + \frac{t_f}{2} (P_{ch} - P_{cl}) + \frac{f_y}{2} (b_f - t_w) t_f^2 - \frac{(P_{ch}^2 + P_{cl}^2)}{4f_y (b_f - t_w)} \right] \quad (2.7.51)$$

Se a equação 2.7.50 controla o valor de  $P_{ch}$  ao invés das equações 2.7.43 a-c,  $P_{cl}$ ,  $d_h$  e  $d_l$  podem ser recalculados usando as equações 2.7.44, 2.7.47 e 2.7.48, respectivamente. Finalmente,  $V_t(\max)$ , equação 2.7.51, é limitado pela capacidade ao cisalhamento puro da porção superior,  $V_t(\text{sh})$ , assim  $V_{pt} \leq V_t(\max) \leq V_t(\text{sh})$ :

$$V_t(\text{sh}) = V_{pt} + 0,0919 \sqrt{f_{ck}} A_{vc} \quad (2.7.52)$$

$V_t(\text{sh})$  e  $V_{pt}$  em kN

$f_{ck}$  em  $\text{kN/cm}^2$

$A_{vc}$  = área efetiva de concreto ao cisalhamento ( $\text{cm}^2$ ), que é dada por  $3t_c t_e$ , onde  $t_e$  é a espessura efetiva da laje de concreto, sendo que para laje maciça com face inferior plana,  $t_e = t_c$ .

A nomenclatura utilizada nas equações da força cortante máxima consta no item 2.1 ou na figura 2.35.

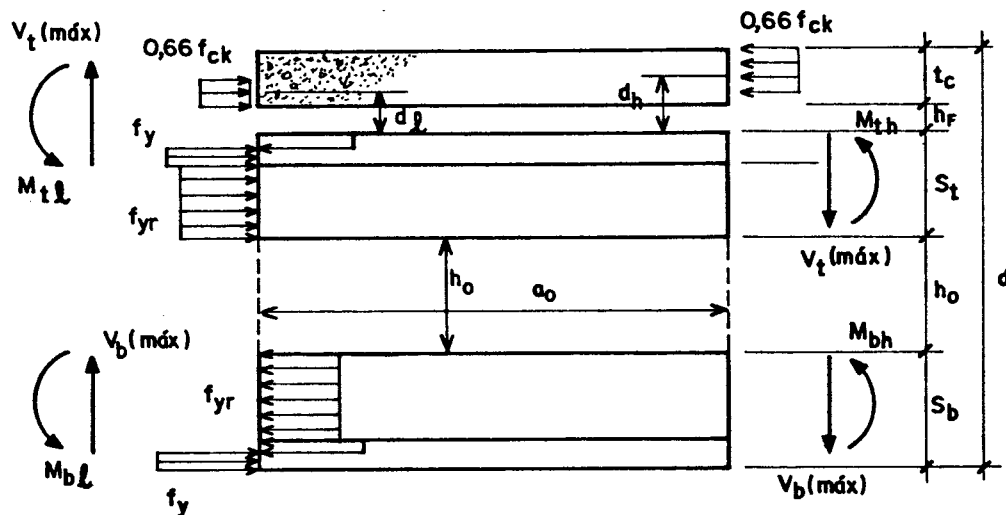


FIG. 2.35 - ESQUEMA DE FORÇAS E TENSÕES DA PRIMEIRA SOLUÇÃO



A segunda solução para  $V_m$  apresenta como simplificação o tratamento linear do critério de Von Mises, dado na primeira solução, e despreza a contribuição das mesas da seção de aço, salientando que sua contribuição é pequena.

Desta forma, usando as equações 2.7.22 e 2.7.23, são obtidas expressões lineares para  $V_b$  e  $V_t$ :

A capacidade máxima ao cisalhamento da porção inferior é dada por:

$$V_b(\text{max}) = V_{pb} \left[ \frac{\lambda \sqrt{3}}{\sqrt{3} + a_o/s_b} \right] \leq V_{pb} \quad (2.7.53)$$

A capacidade máxima da porção superior é dada por:

$$V_t(\text{max}) = V_{pt} \left[ \frac{\mu + \lambda \sqrt{3}}{\nu + \sqrt{3}} \right] \quad (2.7.54)$$

$V_{pb}$  e  $V_{pt}$  são dados pelas equações 2.7.42 e 2.7.49. Os termos  $\mu$  e  $\nu$  são definidos a seguir:

$$\mu = \frac{P_{ch}d_h - P_{cl}d_l}{s_t V_{pt}} \quad (2.7.55)$$

$$\nu = \frac{a_o}{s_t} \quad (2.7.56)$$

Se  $V_t(\text{max})$  (equação 2.7.54) for maior que  $V_{pt}$ , a alma está em escoamento total por cisalhamento, e o valor de  $V_t(\text{max})$  é dado pela equação 2.7.57. O equilíbrio da força normal pode requerer que  $P_{ch}$ ,  $P_{cl}$ ,  $d_h$  e  $d_l$  sejam

recalculados usando as equações 2.7.50, 2.7.44, 2.7.47 e 2.7.48, respectivamente, porém aplicando a equação 2.7.57.

O valor de  $V_t(\max)$  (equação 2.7.57) é limitado superiormente por  $V_t(\text{sh})$  (equação 2.7.52).

$$V_t(\max) = \frac{P_{ch}d_h - P_{cl}d_l}{a_o} \geq V_{pt} \quad (2.7.57)$$

Obtidos os valores de  $M_m$  e  $V_m$ , as capacidades nominais  $M_n$  e  $V_n$  podem ser obtidas para uma dada relação entre momento fletor e força cortante ( $M/V$ ), utilizando a expressão de interação cúbica, equação 2.7.25. Assim resulta:

$$V_n = V_m \left[ \frac{(M/V)^3}{(M_m/V_m)^3} + 1 \right]^{-1/3} \quad (2.7.58)$$

$$M_n = V_n (M/V) \quad (2.7.59)$$

Os coeficientes de resistência para momento fletor e força cortante,  $\phi_b$  e  $\phi_v$ , respectivamente, são considerados como sendo 0,90 pela NBR 8800 [4].

A referência [14], baseando-se no LRFD [2], recomenda o uso de  $\phi_b = \phi_v = 0,85$ .

### 2.7.6 - Vigas de aço totalmente embutidas em concreto

De acordo com a NBR 8800 [4], uma viga de aço totalmente embutida em concreto executado em conjunto com a laje, pode ser suposta como interligada ao concreto pelo efeito de aderência, sem necessidade de ancoragem adicional, desde que:

(1) o cobrimento mínimo de concreto em toda a volta da viga de aço seja 50 mm, exceto conforme a alínea seguinte;

(2) a face superior da viga de aço esteja, pelo menos, 40 mm abaixo da face superior e 50 mm acima da face inferior da laje;

(3) o concreto de cobrimento seja armado convenientemente em toda a volta da viga de aço, para evitar desagregação;

(4) a viga de aço não seja pintada.

Atendidas as exigências anteriores, e considerando seções com a relação  $h/t_w \leq 5,6\sqrt{E/f_y}$ , as verificações necessárias para vigas de aço totalmente embutidas em concreto são dadas por:

#### 2.7.6.1 - Construção escorada

Aplicam-se as disposições do item 2.7.4.1-b, considerando interação completa. O momento fletor de cálculo " $M_d$ ", assim como naquele item, corresponde a todas as ações de cálculo que atuam na viga antes e depois da retirada do escoramento.

#### 2.7.6.2 - Construção não escorada

a) determinam-se as tensões de cálculo na seção crítica, usando-se apenas a resistência da viga de aço, devidas ao momento fletor correspondente às ações de

cálculo que atuam na viga antes da resistência do concreto atingir a  $0,75 f_{ck}$ . As tensões devem ser determinadas pelo processo elástico;

b) determinam-se as tensões de cálculo na seção crítica, usando-se a resistência da viga mista, devidas ao momento correspondente às ações de cálculo que atuam na viga após a resistência do concreto atingir a  $0,75 f_{ck}$ . Esta determinação de tensões na viga mista é feita conforme item 2.7.4.1-b considerando interação completa;

c) as tensões máximas de cálculo obtidas da soma das tensões dos itens a) e b), não podem ultrapassar  $0,90 f_y$  para tração na viga de aço e  $0,70 f_{ck}$  para compressão no concreto;

d) deve-se ainda verificar a capacidade da viga de aço isolada para ações de cálculo atuantes antes da resistência do concreto atingir a  $0,75 f_{ck}$ .

### 2.7.6.3 - Processo alternativo

Tanto no caso da construção escorada, quanto no da construção não escorada, como alternativa, a resistência de cálculo de vigas embutidas em concreto pode ser tomada igual a " $\phi_b M_n$ ", onde  $\phi_b = 1,0$  e " $M_n$ " é a resistência nominal ao momento fletor da viga de aço isolada.

A norma canadense CAN [12] apresenta como processo alternativo, que a viga de aço pode ser dimensionada isoladamente, considerando apenas 90% do carregamento de cálculo total.

O LRFD [2] especifica que no caso de construção escorada, a resistência de cálculo ao momento fletor " $\phi_b M_n$ " será calculada com  $\phi_b = 0,90$  e  $M_n$  determinado pelo processo elástico, assim como na NBR 8800 [4].

Alternativamente, a resistência de cálculo ao momento fletor pode ser calculada com  $\phi_b = 0,90$  e  $M_n$  determinado pela distribuição plástica de tensões da seção de aço isolada.

### CAPÍTULO 3 - ANÁLISE DA RESISTÊNCIA AO MOMENTO FLETOR DE SEÇÕES TRANSVERSAIS MISTAS, DIMENSIONADAS PELA NBR-8800

#### 3.1 - INTRODUÇÃO

Com o objetivo de analisar o comportamento de seções transversais mistas dimensionadas de acordo com a NBR 8800 [4] no tocante à resistência ao momento fletor, foram analisadas uma série de seções transversais, compostas por viga "I" soldada, duplamente simétrica e laje de concreto armado com face inferior plana, sendo os dois materiais solidarizados através de conectores mecânicos soldados à mesa superior da viga metálica.

Foram analisadas 508 seções transversais mistas, tendo-se a preocupação de adotar dimensões compatíveis com as usuais, num projeto corrente de um edifício.

Os resultados são apresentados em gráficos através de pontos, reforçando o carácter discreto da análise, sendo que as retas que unem os pontos servem apenas para proporcionar uma melhor visualização do problema.

No caso de edifícios, sendo a espessura mínima para chapa de alma igual a 6,3 mm e a máxima altura da viga igual a aproximadamente 700 mm, a esbeltez da alma ( $h/t_v$ )

será sempre inferior ao limite  $\lambda_p$ , onde:

$$\lambda_p = 3,5 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

Desta forma, têm-se seções compactas, ou seja, seções que permitem que seja atingido o momento de plastificação.

Os valores em porcentagem que aparecem no canto direito de cada curva correspondem ao máximo desvio ( $\delta$ ) do momento resistente de cálculo em relação ao seu valor médio. Assim:

$$\delta = \frac{(\phi_b M_n)_{\max} - (\phi_b M_n)_{\text{med}}}{(\phi_b M_n)_{\text{med}}} \times 100 \quad (\text{em módulo})$$

### 3.2 - VARIÁVEIS ENVOLVIDAS NA ANÁLISE

As variáveis envolvidas na análise são as seguintes:

- tensão de escoamento do aço da viga ( $f_y$ );
- resistência característica do concreto ( $f_{ck}$ );
- largura efetiva da laje de concreto ( $b$ );
- altura da laje de concreto ( $t_c$ );
- seção da viga de aço ( $b_f$ ,  $t_f$ ,  $d$ ,  $t_w$ );
- capacidade total dos conectores entre uma seção de momento fletor máximo e a seção de momento fletor nulo adjacente ( $Q_n$ ).

### 3.3 - PROCEDIMENTO DE ANÁLISE

#### 3.3.1 - Viga de aço

Foram adotadas 27 seções transversais para a viga de aço, com alturas totais variando entre 300 e 700 mm. O limite inferior foi estabelecido por razões construtivas

do próprio perfil metálico, e o limite superior deriva de imposições do projeto arquitetônico.

As diferentes larguras de mesa, ou seja, 120, 170 e 220 mm derivam das diversas espessuras de alvenaria especificadas num projeto arquitetônico, onde por exemplo:

- alvenaria de 1/2 tijolo maciço: 120 mm;
- alvenaria de 1 tijolo furado : 170 mm;
- alvenaria de 1 tijolo maciço : 220 mm.

A espessura mínima adotada para a chapa de alma é 6,3 mm, pois na atualidade não se encontram chapas de aço estrutural com espessura inferior a esta.

A espessura da mesa é função direta da espessura da alma, assim para almas com espessura 6,3 mm foram adotadas chapas de mesa com espessura 9,5 mm e, para almas com 8,0 mm de espessura, chapas de mesa com 12,5 mm.

Foram adotados dois tipos de aço nesta análise: o aço ASTM A-36, aço carbono com tensão de escoamento igual a 250 MPa, e um aço de baixa liga e alta resistência mecânica, o ASTM A-572 (grau 50), com tensão de escoamento igual a 345 MPa.

### 3.3.2 - Laje de concreto

A faixa de alturas adotada para as lajes, corresponde à usual para as lajes maciças de edifícios, ou seja, entre 90 e 150 mm. A altura mínima é função das disposições construtivas dos conectores de cisalhamento, pois deve existir um recobrimento mínimo de concreto na parte superior.

A altura máxima é função de razões econômicas, visto que neste caso a laje maciça começa a tornar-se inviável.

Adotou-se cinco valores diferentes para a resistência característica do concreto ( $f_{ck}$ ): 18, 21, 24, 27 e 30 MPa, abrangendo a faixa usual das estruturas correntes de concreto armado.

O peso específico do concreto armado foi adotado como

sendo  $22 \text{ kN/m}^3$ , o que representa um concreto de peso normal.

### 3.3.3 - Largura efetiva da laje de concreto

Em função das disposições contidas na NBR-8800 [4], determinou-se uma faixa de valores para a largura efetiva ( $b$ ), e analisou-se a variação do momento resistente de cálculo da seção mista ( $\phi_b M_n$ ) em função da largura efetiva, figuras 3.1 e 3.2.

Os valores de largura efetiva adotados nessa análise foram os seguintes: 600, 800, 1000, 1200, 1400, 1600 e 1800 mm.

Em razão da pequena variação do momento resistente de cálculo em função da largura efetiva, passou-se a trabalhar com apenas quatro valores de largura efetiva: 600, 1000, 1400 e 1800 mm, e ainda com valores médios do momento resistente de cálculo.

Nota-se que a influência da largura efetiva da laje na resistência ao momento fletor é mais significativa quando a capacidade resistente da laje ( $0,66 f_{ck} b t_c$ ) for menor que a capacidade resistente da viga de aço  $(A f_y)_a$ , ou seja, quando a linha neutra plástica estiver na viga de aço.

Em função da altura da viga  $e$ , conseqüentemente do vão a que esta vai ser utilizada, desprezou-se alguns valores da largura efetiva para cada viga, diminuindo a gama de valores inicialmente adotada. Os valores da largura efetiva ( $b$ ) em função da altura da viga, constam da tabela da figura 3.3.

### 3.3.4 - Influência da capacidade dos conectores na resistência ao momento fletor

A NBR-8800 [4] permite a consideração da interação completa e parcial entre os dois materiais, indicando um



limite mínimo para a resistência total dos conectores no caso de interação parcial.

A interação será completa se  $Q_n \geq V_h$ , onde:

$$V_h = (Af_y)_a \quad \text{ou} \quad V_h = 0,85 f_{ck} b t_c \quad (\text{o menor valor})$$

Caso contrário, tem-se interação parcial, onde a capacidade total dos conectores ( $Q_n$ ) não pode ser inferior à metade do valor de  $V_h$ .

A análise do momento resistente de cálculo da seção mista ( $\phi_b M_n$ ) em função da capacidade total dos conectores ( $Q_n$ ), foi feita através de um parâmetro adimensional ( $k$ ), onde:

$$k = \frac{Q_n}{V_h} \geq 0,5$$

As figuras 3.4 e 3.5 mostram a variação de ( $\phi_b M_n$ ) em função de ( $k$ ) para as vigas de aço com altura de 300, 500 e 700 mm. A máxima perda de resistência foi de 15 %, o que confirma a total viabilidade da interação parcial sobre a interação completa, pois pode-se economizar até 50% de conectores com uma perda de capacidade resistente máxima de aproximadamente 15 %.

Desta forma, toda a análise foi feita considerando interação parcial com  $k = 0,5$ .

### 3.3.5 - Influência da resistência característica do concreto na resistência ao momento fletor

As curvas das figuras 3.6 e 3.7 mostram a variação do momento resistente de cálculo em função da resistência característica do concreto para as vigas de altura 300, 500 e 700 mm. O máximo desvio ( $\delta$ ) foi de 4%, o que mostra a pequena influência de  $f_{ck}$  no valor de  $\phi_b M_n$ .

### 3.3.6 - Influência da altura da laje na resistência ao momento fletor

As curvas das figuras 3.8 e 3.9 mostram a variação do momento resistente de cálculo em função da altura da laje de concreto. A influência da altura da laje no momento resistente de cálculo é pouco significativa, visto que o máximo desvio ( $\delta$ ) foi de 7,5% .

É interessante notar que os maiores desvios ocorrem para vigas com pequena altura pois, nestes casos, a laje de concreto é responsável por uma parcela mais significativa na capacidade resistente da seção mista.

### 3.3.7 - Influência da largura da mesa da viga de aço na resistência ao momento fletor

As curvas das figuras 3.10 e 3.11 mostram a variação da largura da mesa da viga de aço no momento resistente de cálculo.

Esta variável foi a que apresentou maiores influências na capacidade da seção ao momento fletor, com desvio máximo ( $\delta$ ) de 18% .

Os maiores desvios ocorreram para as vigas de pequena altura, pois sendo a altura da laje constante, a variação da largura das mesas influi mais no momento de inércia das vigas de pequena altura.

### 3.3.8 - Curvas "altura x momento fletor" para pré-dimensionamento de seções

Objetivando um pré-dimensionamento rápido de seções transversais mistas, foram traçadas curvas relacionando a altura da seção de aço ( $d$ ) em função do momento resistente de cálculo ( $\phi_b M_n$ ). Como já visto, a influência da largura efetiva da laje, da resistência do concreto e

da altura da laje de concreto é relativamente pequena, sendo assim, foram considerados seus valores médios.

As figuras 3.12 e 3.13 apresentam as curvas  $d \times \phi_b M_n$  para as larguras de mesa iguais a 120, 170 e 220 mm, utilizando aço ASTM A-36 e ASTM A-572 (grau 50), respectivamente.

As figuras 3.14 a 3.16 mostram as curvas  $d \times M_k$ , onde  $M_k$  é o momento fletor característico atuante na viga mista, de modo a produzir uma flecha máxima de 1/360 do vão, supondo viga simplesmente apoiada e carregamento uniformemente distribuído. Foram considerados os vãos de 400, 600, 800 e 1.000 cm.

A sistemática para o pré-dimensionamento de uma seção, do ponto de vista da resistência ao momento fletor, consiste em igualar o momento de cálculo atuante com  $\phi_b M_n$ , obtendo-se em ordenada uma altura de viga correspondente.

Com relação às deformações, no caso de viga simplesmente apoiada com carregamento uniformemente distribuído sobre o vão, entra-se com o valor do momento característico  $M_k$ , obtendo-se uma altura de viga correspondente.

Finalmente, adota-se a maior altura entre as duas encontradas anteriormente.

Vale salientar que estas curvas são bastante restritas, pois foram feitas baseando-se em espessuras de chapa bem determinadas. É óbvio que, para espessuras de chapa muito discrepantes das adotadas, as curvas serão bem diferentes.

Em se tratando de pré-dimensionamento, para valores intermediários da largura de mesa ( $b_f$ ), uma interpolação linear apresenta bons resultados.

### 3.3.9 - Curva comparativa da resistência ao momento fletor de seções mistas e seções "T" de concreto armado

A figura 3.17 mostra um estudo comparativo da resistência ao momento fletor de seções mistas, considerando interação parcial com  $k = 0,5$  e de seções "T" de concreto armado, considerando uma taxa de armadura  $\rho = 1,0 \%$ , o que representa uma seção medianamente armada [18 e 29].

Em abcissas aparece " $\phi_b M_n$ ", que é a nomenclatura usada pela NBR 8800 [4]. No caso da seção "T" de concreto armado, este valor corresponde ao máximo momento de cálculo ( $M_d$ ) a que a seção resiste.

Para exemplificar, considerando uma altura de viga de 500 mm, a seção mista apresenta uma resistência ao momento fletor 54 % maior que a seção "T" de concreto armado, enquanto que seu peso é 77 % menor.

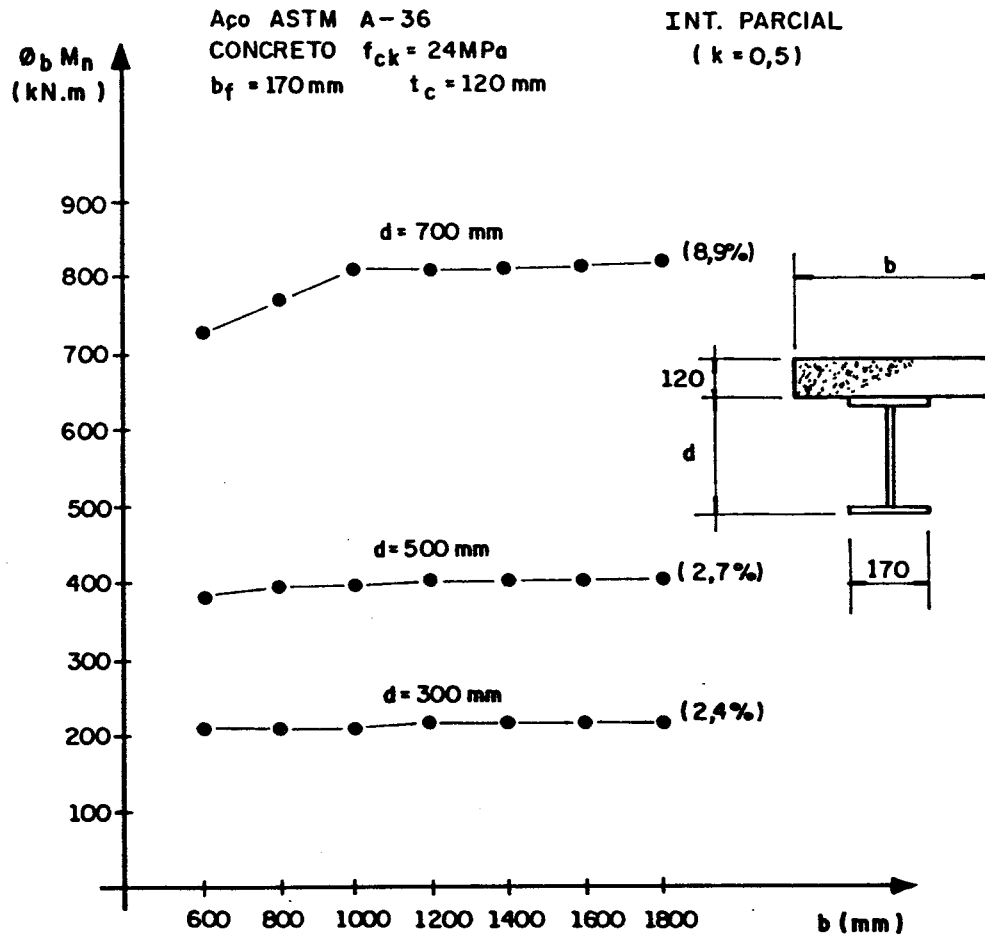


Fig. 3.1 - Momento resistente de cálculo em função da largura efetiva da laje: aço ASTM A-36

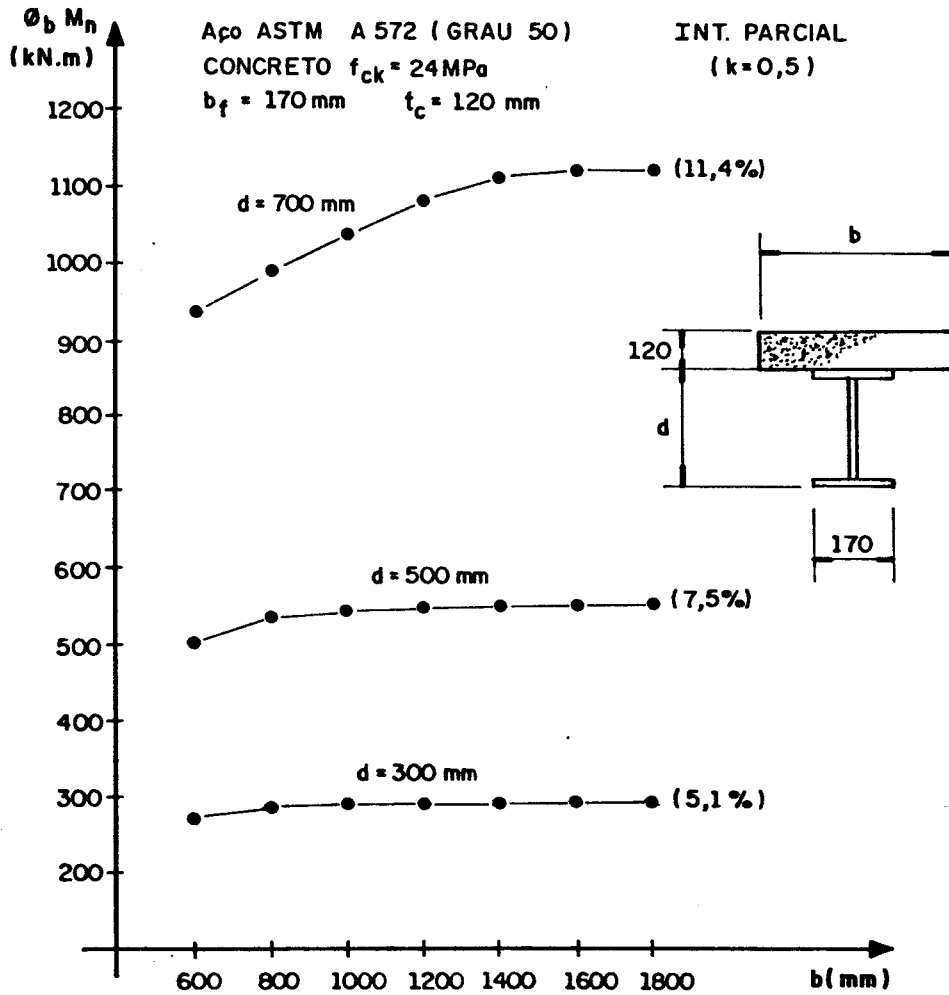


Fig. 3.2 - Momento resistente de cálculo em função da largura efetiva da laje: aço ASTM A-572 (gr. 50)

d (mm)	$h_w$ (mm)	$t_w$ (mm)	$b_f$ (mm)	$t_f$ (mm)	LARGURA EFETIVA b (mm)			
300	281	6,3	120	9,5	600	1000	-	-
			170					
			220					
350	331	6,3	120	9,5	600	1000	-	-
			170					
			220					
400	381	6,3	120	9,5	600	1000	1400	-
			170					
			220					
450	431	6,3	120	9,5	600	1000	1400	-
			170					
			220					
500	481	6,3	120	9,5	600	1000	1400	-
			170					
			220					
550	531	6,3	120	9,5	600	1000	1400	1800
			170					
			220					
600	575	8,0	120	12,5	600	1000	1400	1800
			170					
			220					
650	625	8,0	120	12,5	600	1000	1400	1800
			170					
			220					
700	675	8,0	120	12,5	600	1000	1400	1800
			170					
			220					

Fig. 3.3 - Valores da largura efetiva da laje adotada em função da altura da viga de aço

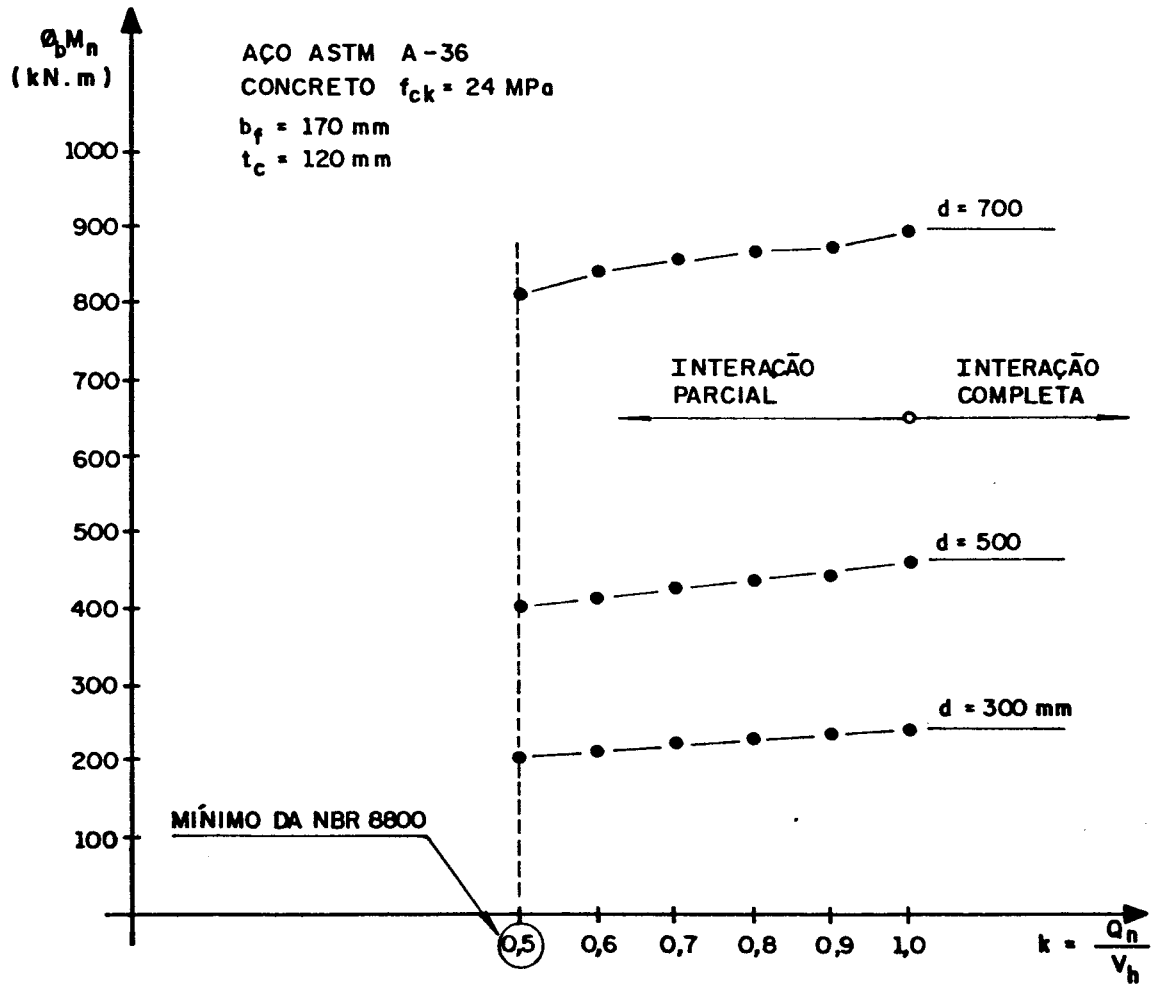


Fig. 3.4 - Momento resistente de cálculo em função da capacidade dos conectores: aço ASTM A-36



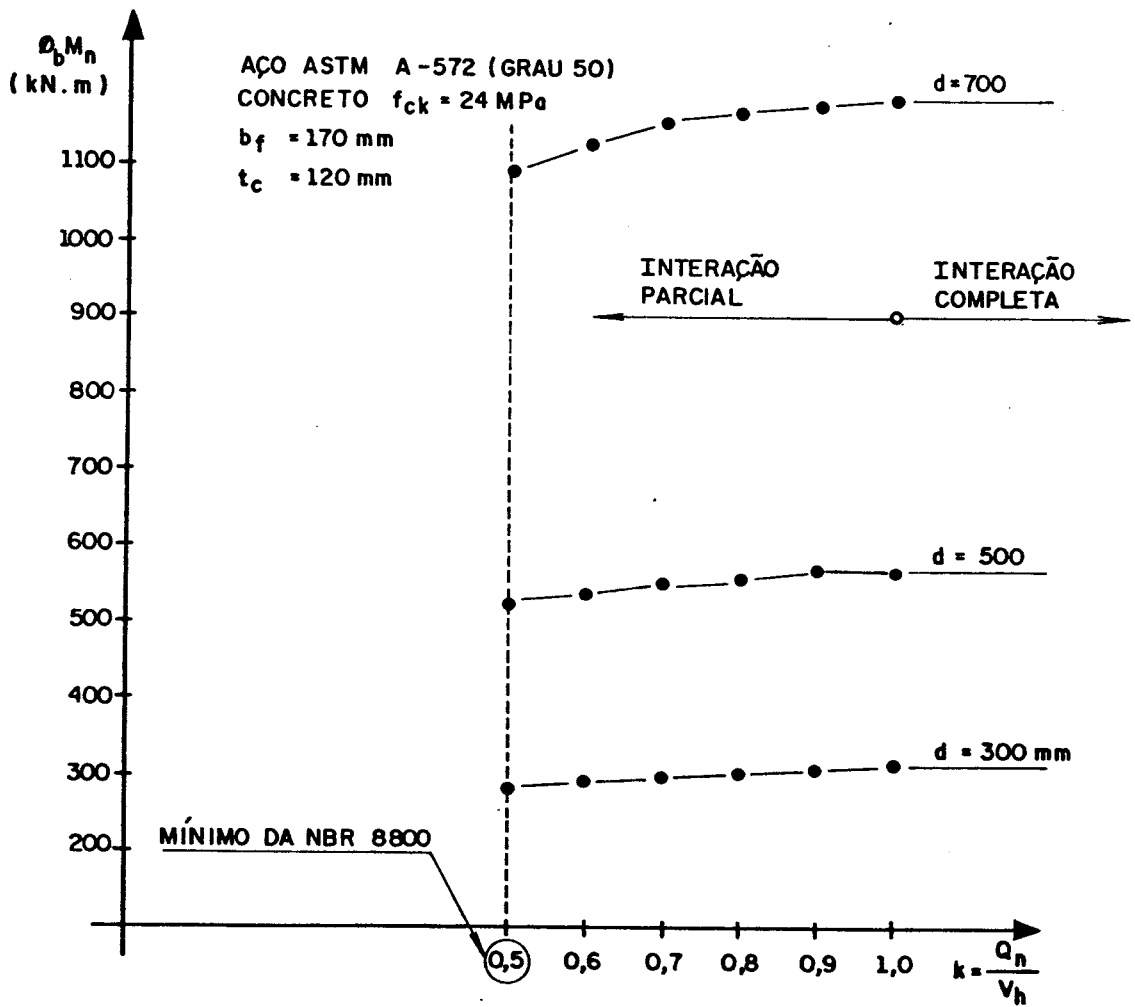


Fig. 3.5 - Momento resistente de cálculo em função da capacidade dos conectores: aço ASTM A-572 (gr.50)

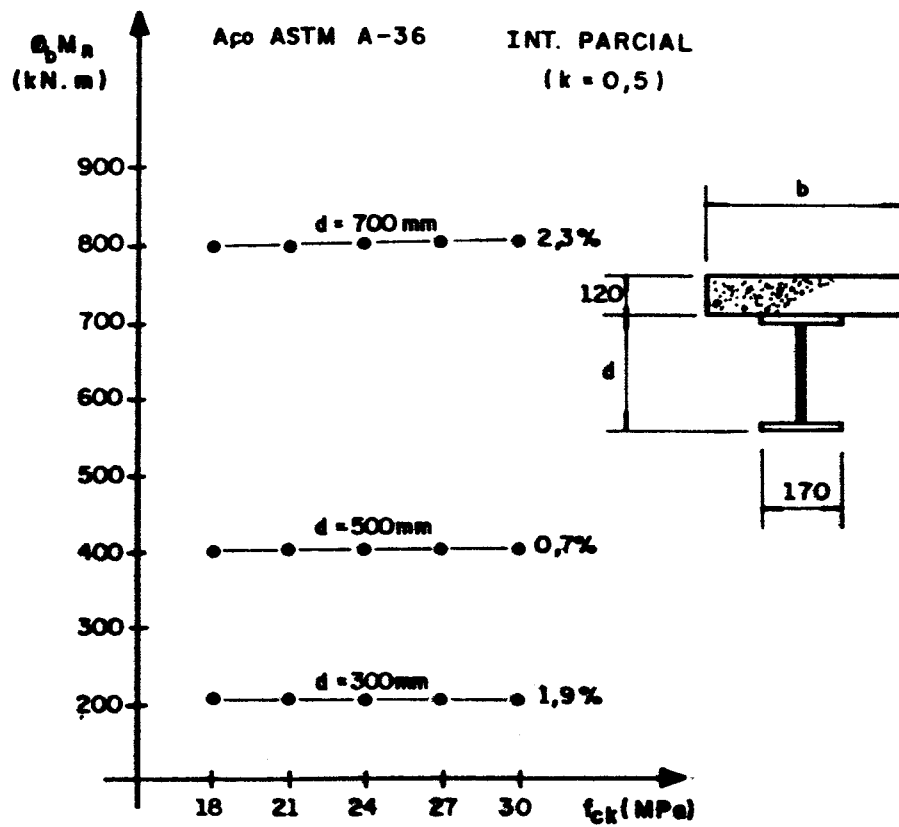


Fig. 3.6 - Momento resistente de cálculo em função da resistência do concreto: aço ASTM A-36

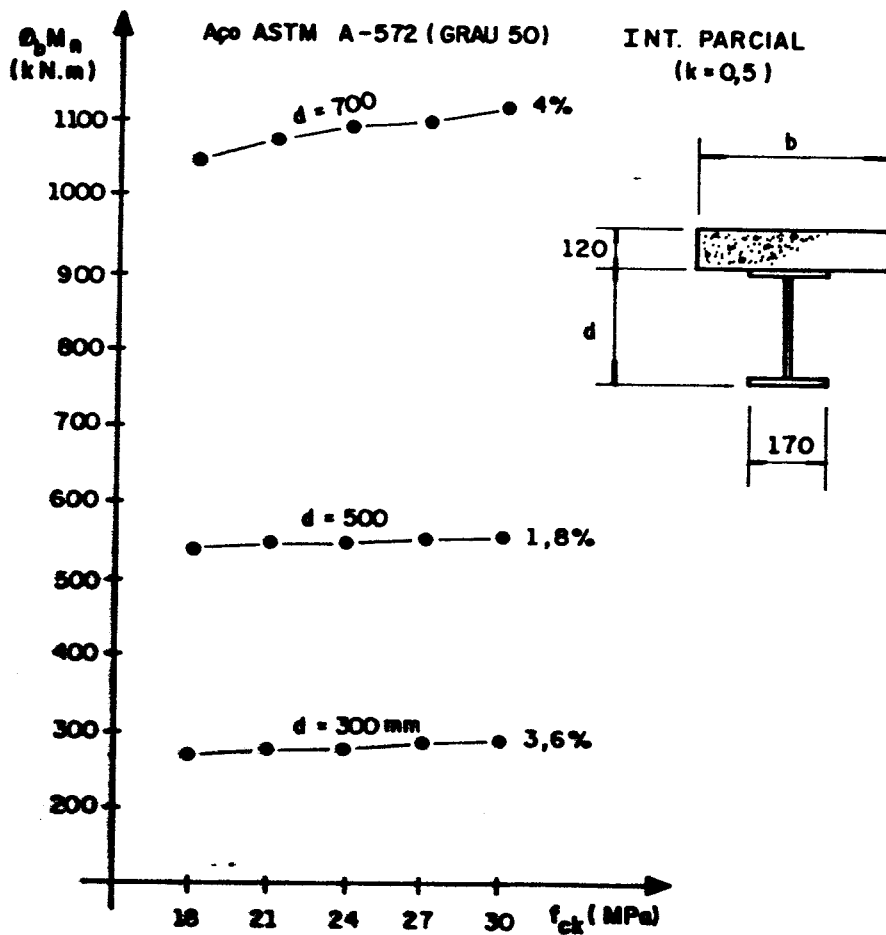


Fig. 3.7 - Momento resistente de cálculo em função da resistência do concreto: aço ASTM A-572 (gr.50)

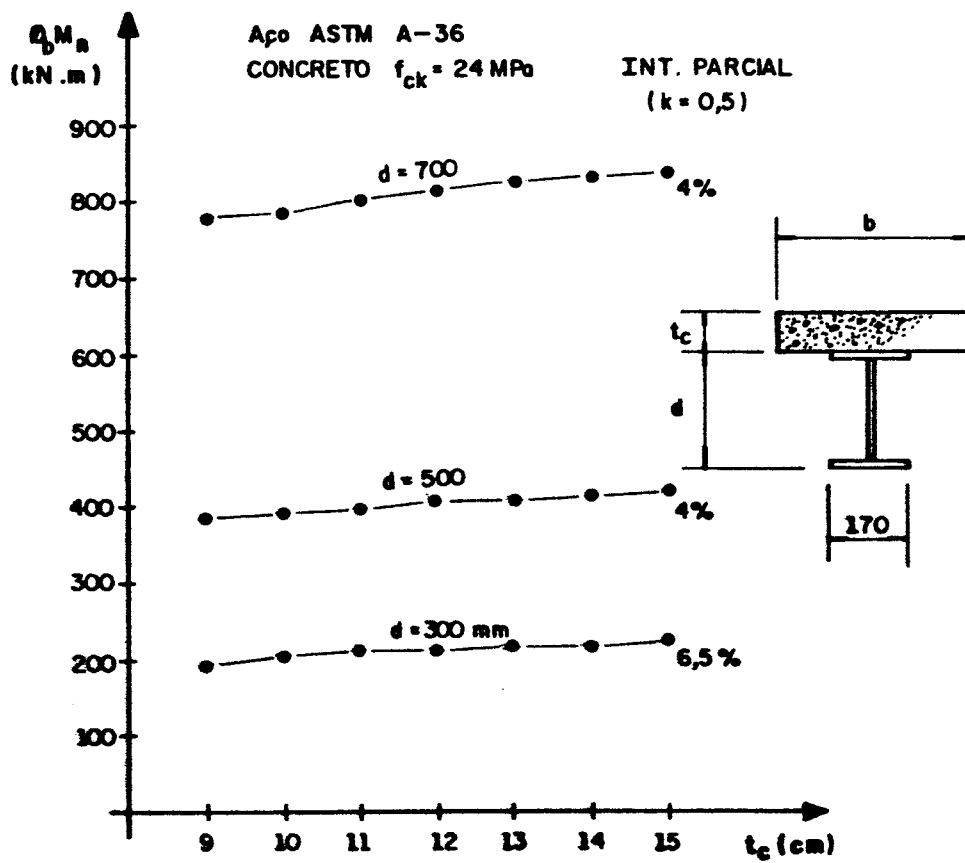


Fig. 3.8 - Momento resistente de cálculo em função da altura da laje: aço ASTM A-36

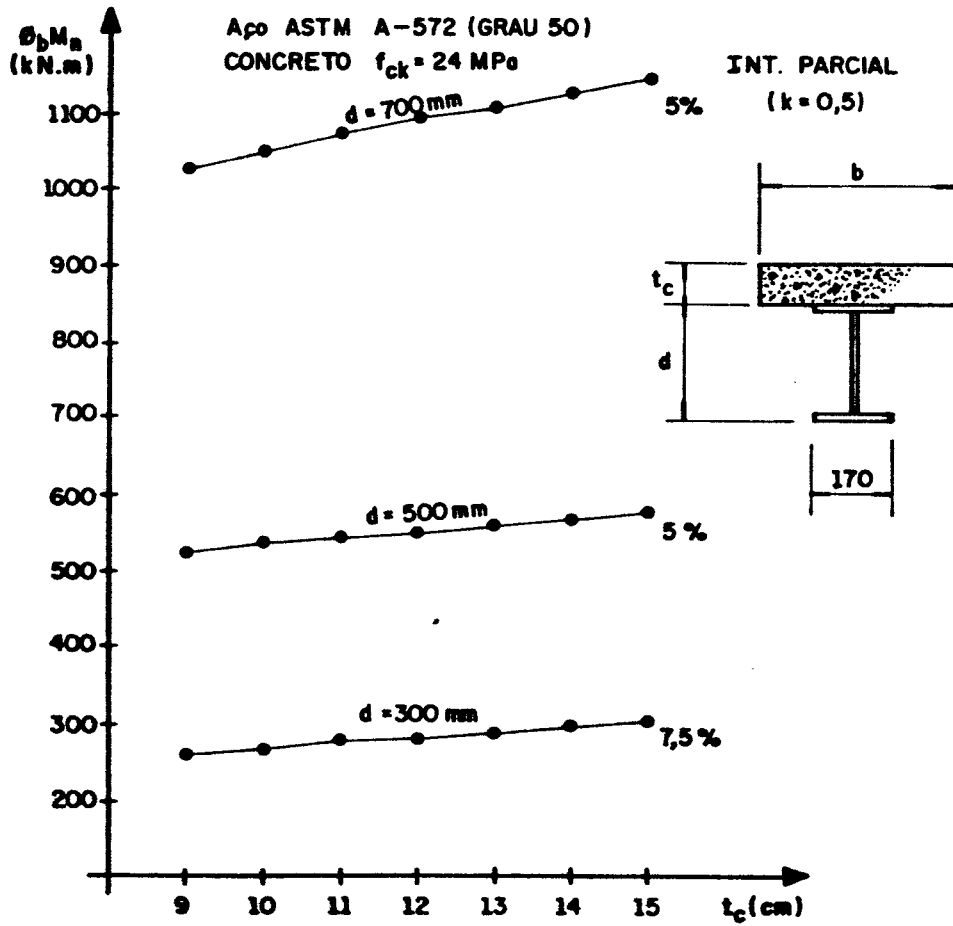


Fig. 3.9 - Momento resistente de cálculo em função da altura da laje: aço ASTM A-572 (gr. 50)

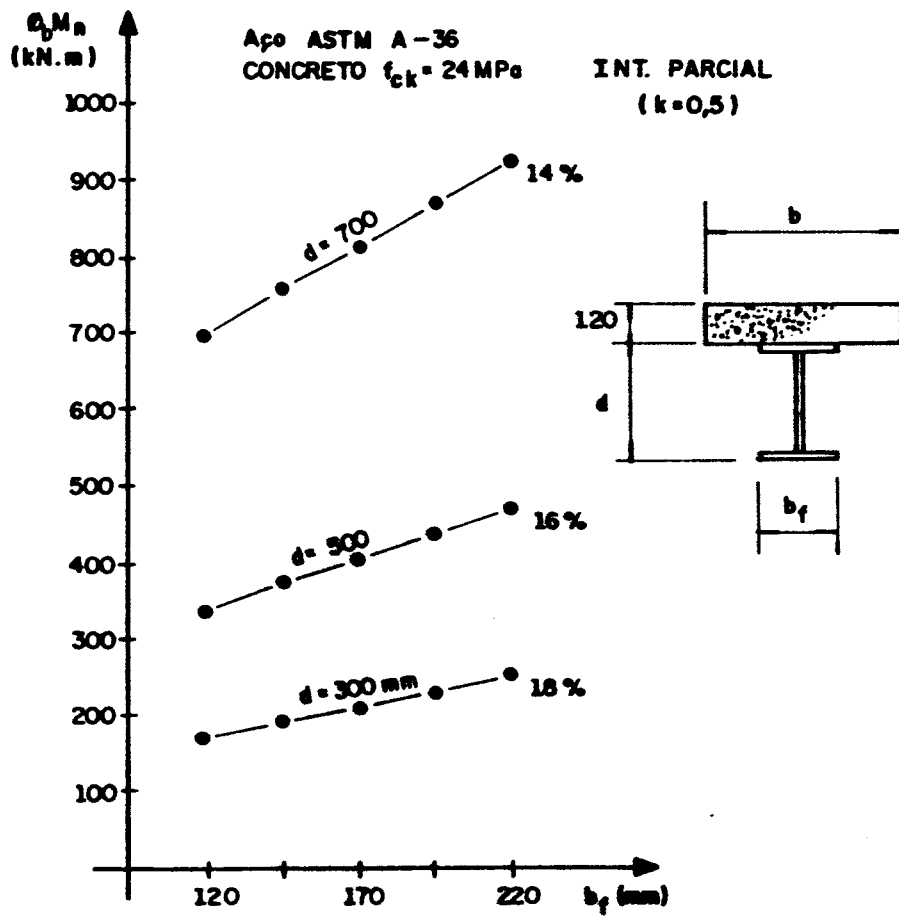


Fig. 3.10 - Momento resistente de cálculo em função da largura da mesa da viga de aço: aço ASTM A-36

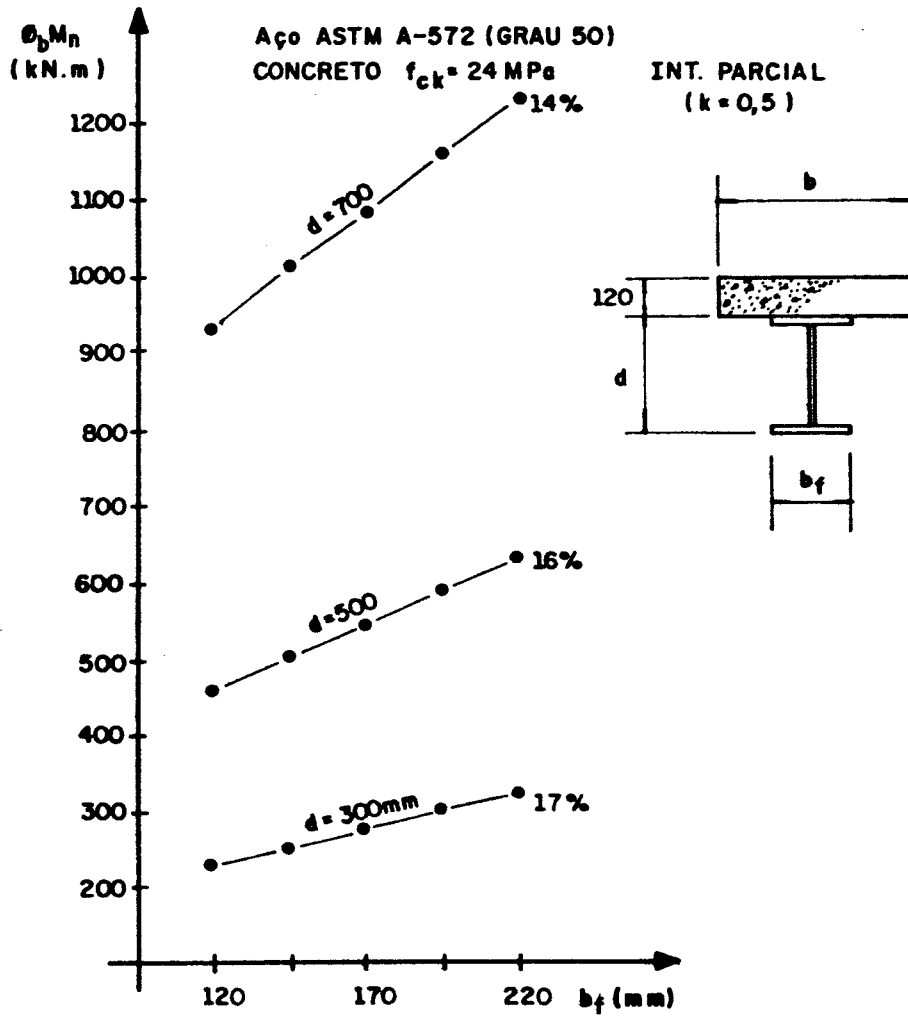


Fig. 3.11 - Momento resistente de cálculo em função da largura da mesa da viga de aço: aço ASTM A-572 (gr. 50)

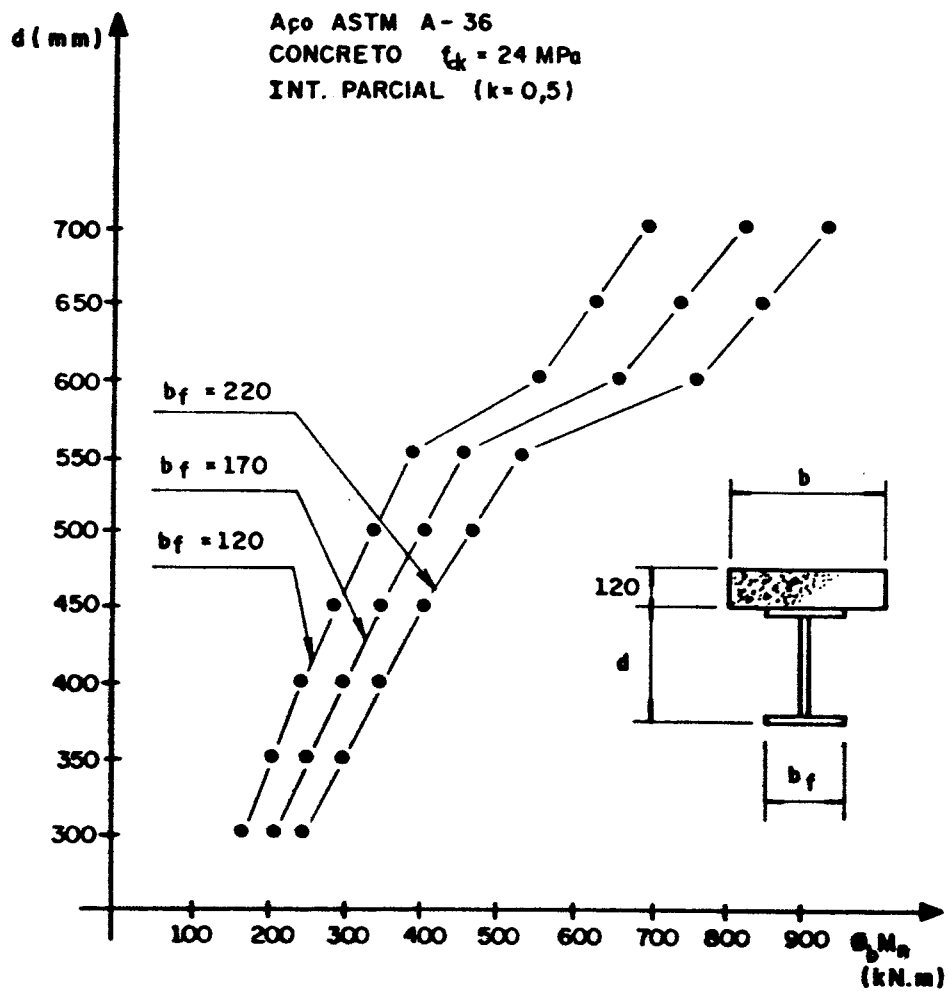


Fig. 3.12 - Curvas "altura x momento fletor" para pré-dimensionamento baseadas na resistência da seção mista: aço ASTM A-36



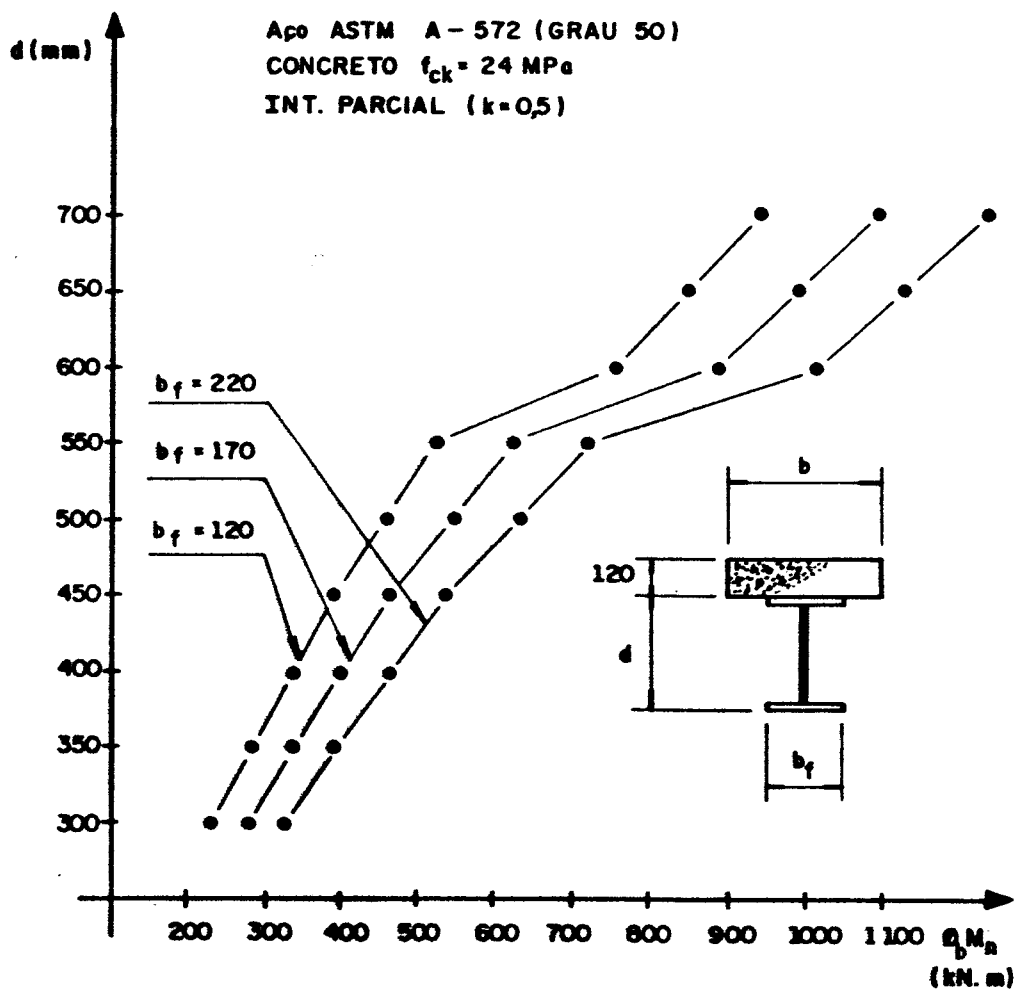


Fig. 3.13 - Curvas "altura x momento fletor" para pré-dimensionamento baseadas na resistência da seção mista: aço ASTM A-572 (gr. 50)

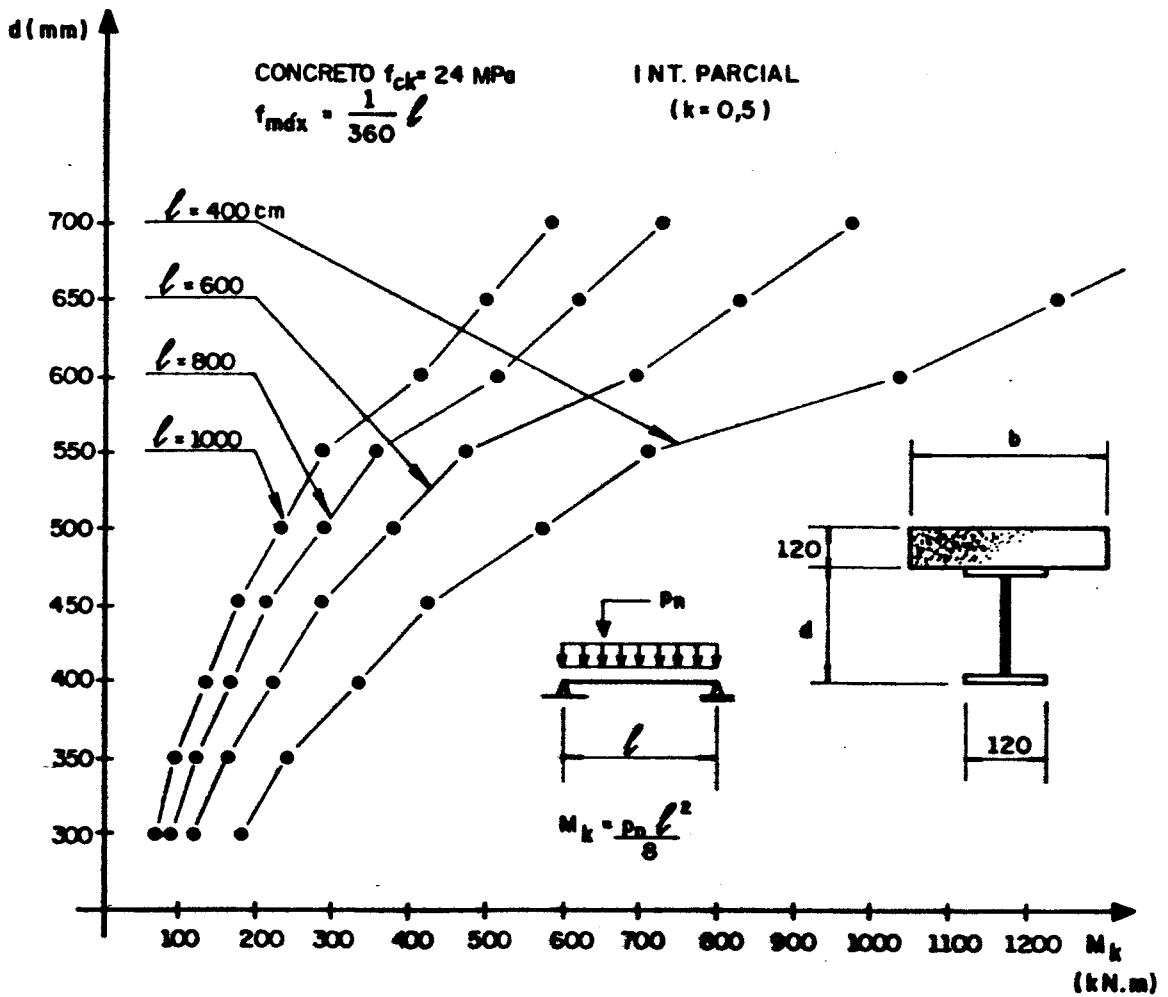


Fig. 3.14 - Curvas "altura x momento fletor" para pré-dimensionamento baseadas na flecha máxima:  $b_f = 120 \text{ mm}$

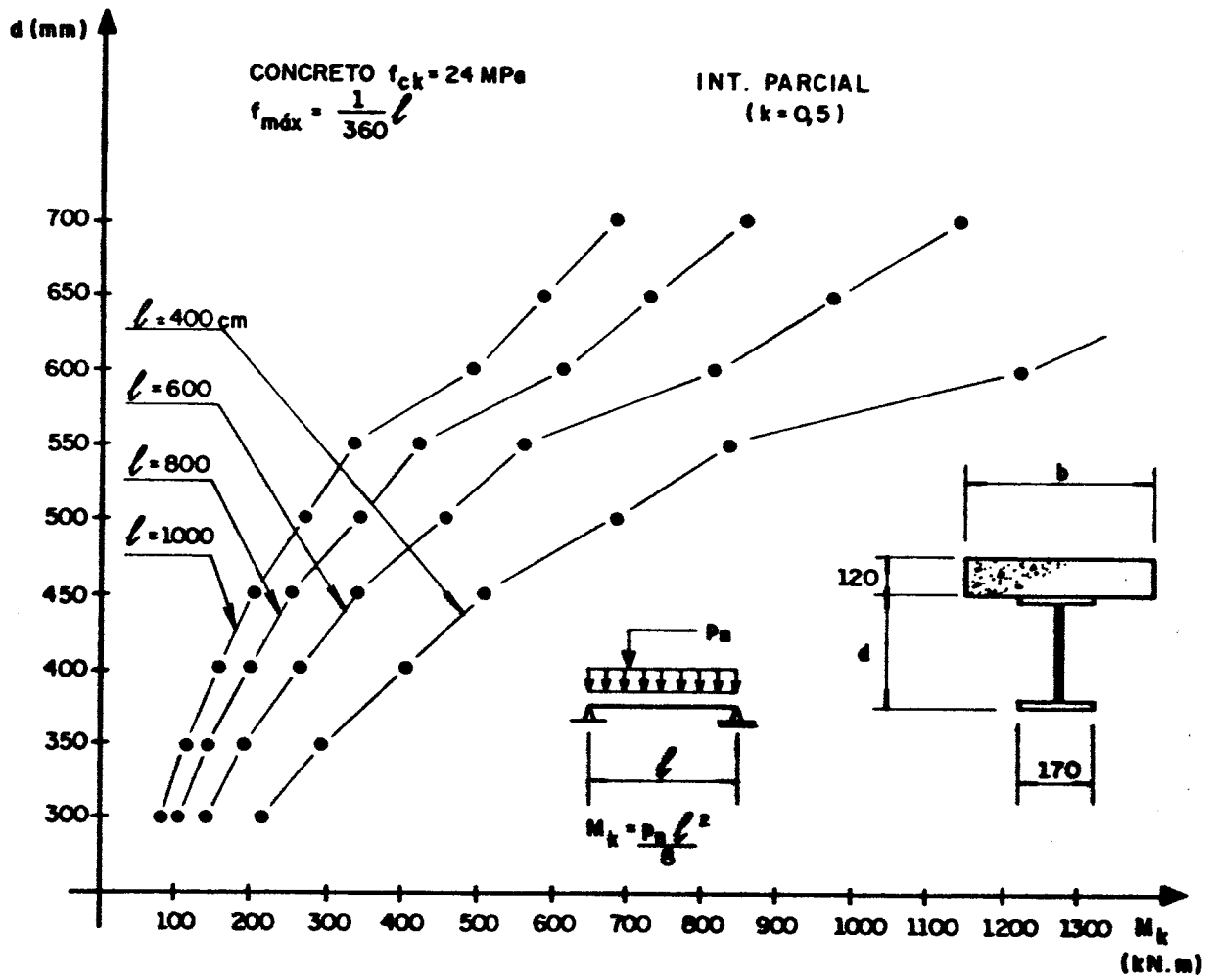


Fig. 3.15 - Curvas "altura x momento fletor" para pré-dimensionamento baseadas na flecha máxima:  $b_f = 170 \text{ mm}$

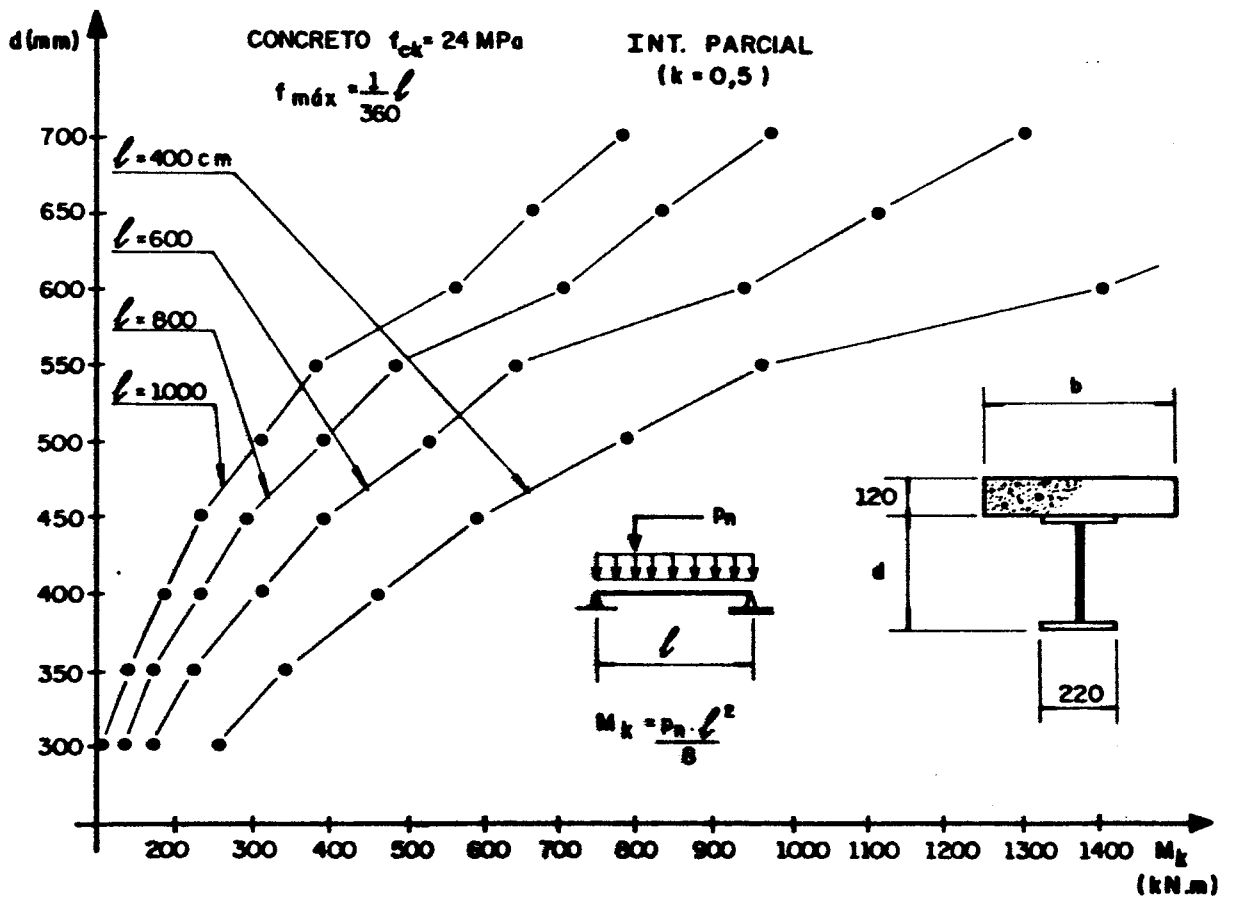


Fig. 3.16 - Curvas "altura x momento fletor" para pré-dimensionamento baseadas na flecha máxima:  $b_f = 220 \text{ mm}$

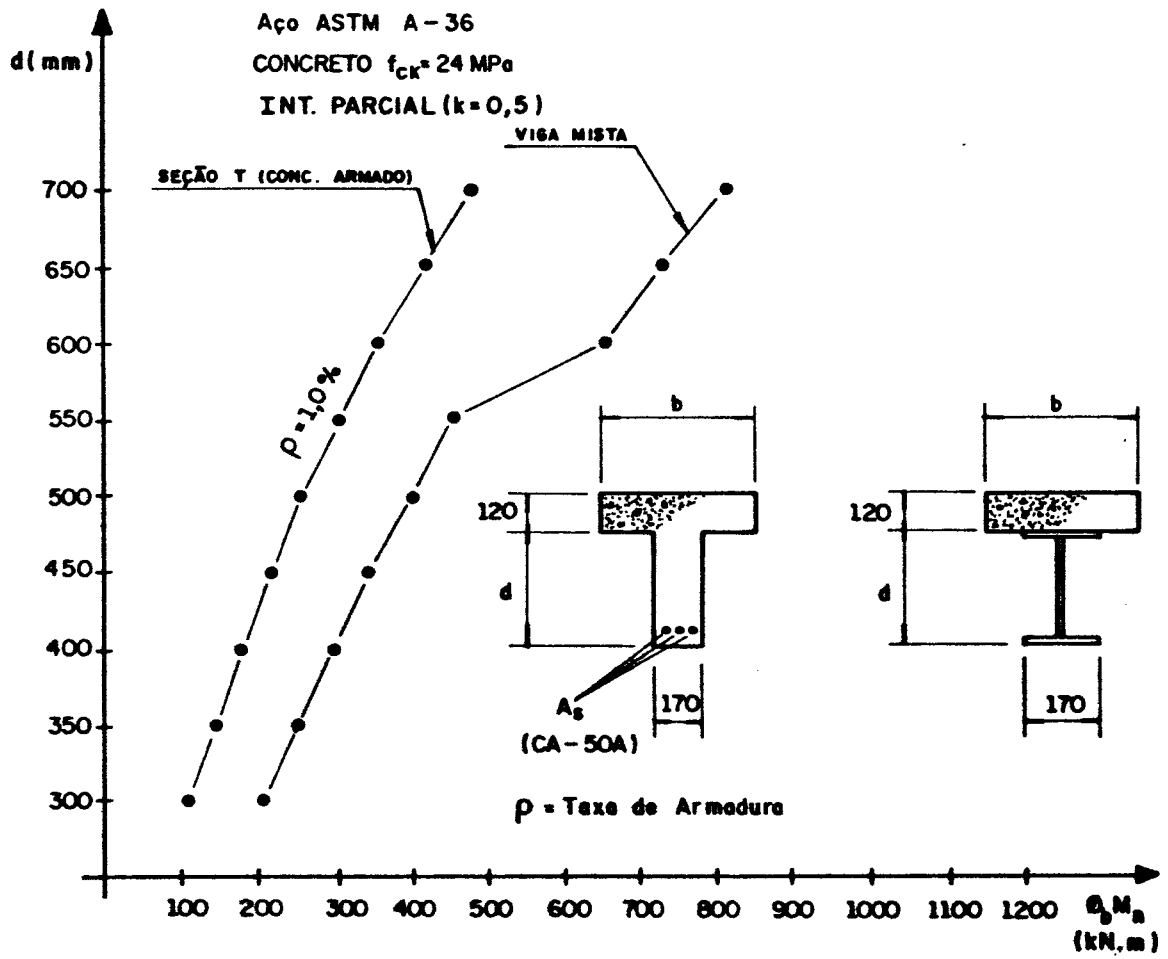


Fig. 3.17 - Curva comparativa entre a resistência ao momento fletor de seção mista e seção "T" de concreto armado

#### CAPITULO 4 - COMENTARIOS FINAIS E CONCLUSÕES

Como se pôde observar neste trabalho, são evidentes as vantagens de se considerar a interação entre os materiais aço e concreto numa estrutura mista, aproveitando ao máximo a capacidade resistente dos dois materiais agindo em conjunto.

O sistema de construção, se construção escorada ou construção não escorada, demanda um tempo de execução bem menor que uma estrutura convencional em concreto armado. A tendência atual é a de se utilizar construção não escorada, pois apesar de serem introduzidas tensões iniciais no perfil metálico devido às cargas de construção: peso próprio dos elementos e eventuais sobrecargas, permite-se uma execução mais rápida e racional do pavimento misto.

O dimensionamento de uma seção mista é baseado em duas hipóteses básicas: interação completa e interação parcial. Conforme apresentado no capítulo 2, o termo interação completa refere-se a um escorregamento nulo ao nível da ligação aço-concreto, o que não ocorre na realidade. Desta forma, a rigor ter-se-á sempre interação parcial, e as normas utilizam o termo interação completa, por entenderem que este escorregamento é desprezível.

A consideração da interação parcial é altamente vantajosa em relação à interação completa, pois consegue-se reduzir de forma considerável os conectores de cisalhamento e, conseqüentemente o custo de fabricação das vigas, com uma perda de resistência ao momento fletor relativamente pequena em relação à interação completa.

As normas atuais, baseadas no método dos estados limites, apresentam o dimensionamento de seções mistas "compactas" em função da plastificação total da seção, desprezando a região de concreto tracionado. No caso de seções "semi-esbeltas", adota-se diagrama elástico de tensões e limita-se as tensões no aço e no concreto.

É interessante notar a tendência das normas européias de se adotar procedimentos de cálculo de seções mistas semelhantes aos de concreto armado, ou seja, limitando deformações no aço e no concreto. Desta forma, a definição do diagrama de tensões normais pode ser feita através do valor de uma das deformações nas fibras extremas, isto é, no concreto ou no aço, e pela posição da linha neutra.

As demais normas, inclusive a norma brasileira NBR-8800 [4], apresentam o cálculo de momentos resistentes últimos de seções baseado em relações tensão-deformação do tipo rígido-plástico e na aceitação de deformações ilimitadas quer para o aço quer para o concreto.

Nas regiões de momento fletor negativo, a norma brasileira não permite considerar a contribuição da armadura longitudinal contida na largura efetiva da laje de concreto, ficando apenas com a resistência ao momento fletor da viga de aço. A grande maioria das normas estrangeiras permitem que se faça esta consideração, desde que a armadura esteja devidamente ancorada no concreto sujeito à compressão e haja conectores de cisalhamento nesta região.

No capítulo 3, onde foram analisadas seções mistas segundo a norma brasileira NBR-8800 [4], pôde-se notar a pequena influência de determinadas variáveis na resistência da seção ao momento fletor, as quais são: resistência característica do concreto ( $f_{ck}$ ), largura efetiva da laje ( $b$ ), altura da laje de concreto ( $t_c$ ) e capacidade dos conectores de cisalhamento ( $Q_n$ ). Em contrapartida, as maiores variações da resistência ao momento fletor ficaram por conta do tipo de aço da viga ( $f_y$ ) e da largura da mesa da viga de aço ( $b_f$ ).

Na maioria das curvas apresentadas no capítulo 3, cabe observar que ocorre uma mudança na sua inclinação, onde a partir de um determinado ponto tem-se pequenas variações no momento resistente de cálculo da seção mista. Isto ocorre devido ao fato de que a capacidade resistente da laje de concreto ( $0,85f_{ck}bt_c$ ) se torna maior que a capacidade resistente da viga de aço  $(Af_y)_a$ , sendo assim, a capacidade total dos conectores ( $Q_n$ ) passa a ser função da capacidade resistente da viga de aço, ocasionando então, pequenas variações no momento resistente da seção.

A pequena variação que ocorre é consequência da espessura efetiva da laje de concreto ( $a$ ), dada pela equação 2.7.13, já que a resultante de compressão na laje ( $C$ ), dada pela equação 2.7.11 fica constante.

Conclui-se que, no caso de vigas mistas de edifícios, o valor  $0,85f_{ck}bt_c$  é geralmente maior que o valor  $(Af_y)_a$ , o que indica que para interação parcial, o valor da capacidade total dos conectores ( $Q_n$ ) é função do segundo valor dado anteriormente. Desta forma, se houver apenas alterações no valor das variáveis relacionadas com a laje de concreto ( $b$ ,  $f_{ck}$ ,  $t_c$ ), ocorrerá pequenas alterações no momento resistente de cálculo da seção mista.

Em contrapartida, alterando-se os valores das variáveis relacionadas com a viga de aço ( $f_y$ ,  $b_f$ ), obtém-se maiores variações no momento resistente de cálculo da seção mista.



Com base nestes resultados, observa-se que numa seção mista de edifício, adotando-se interação parcial, a viga de aço é a responsável maior pela resistência ao momento fletor, demonstrando que num projeto de pavimento misto, ao se precisar ganhar resistência ao momento fletor, devem ser alteradas variáveis relacionadas com a seção de aço, não se preocupando, a priori, com variáveis relacionadas à laje de concreto.

Este raciocínio é válido para vigas com altura dentro da faixa de alturas analisada, ou seja, entre 300 e 700 mm, sendo que para vigas mais altas, o comportamento pode ser diferente do obtido nesse estudo.

## CAPITULO 5 - REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- 1 - AIPC-CEB-CECM-FIP - "Project de Code Modele pour Construction Mixtes", 1979;
- 2 - American Institute of Steel Construction - "Load and Resistance Factor Design", 1986;
- 3 - American Institute of Steel Construction - "Specification for the Design, Fabrication and Erection of Structural Steel for Buildings", 1978;
- 4 - Associação Brasileira de Normas Técnicas, ABNT, NBR-8800, "Projeto e Execução de Estruturas de Aço de Edifícios - Método dos Estados Limites", 1986;
- 5 - Associação Brasileira de Normas Técnicas, ABNT, NBR-6118, "Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado", 1978;
- 6 - Ansourian, P. - "Experiments on Continuous Composite Beams", Proceedings of Institute Civil Engineers, Vol. 73, March 1982, pg. 25/51;
- 7 - Ansourian, P. - "Plastic Rotation of Composite Beams", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol 108(3), March 1982, pg. 643/659;
- 8 - Ansourian, P. - "The Effective Width of Continuous Composite Beams", Civil Engineering Transaction, Australia, Vol. CE 25(1), February 1983, pg.63/70;
- 9 - Ballo, G. and Mazzolani, F.M. - "Theory and Design of Steel Structures", Chapman and Hall, 1983;
- 10 - British Standards Institution, BS-5400 - Part 5 -

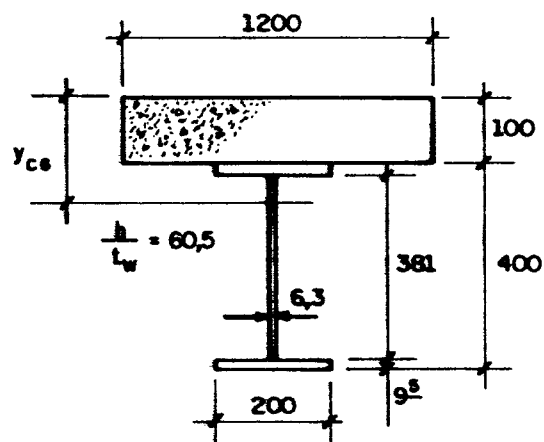
- "The Design of Composite Bridges", 1979;
- 11 - Buckner, C.D.; Deville, D.J. and Mackee, D.C. - "Shear Strength of Slabs in Stub Girders", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol 107(2), February 1981, pg. 273/280;
  - 12 - Canadian Standards Association, CSA, CAN3-S16.1-M84 - "Steel Structures for Buildings (Limit States Design)", 1984;
  - 13 - Cooper, S.E. with Chen, A.C. - "Designing Steel Structures: Methods and Cases", Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1985;
  - 14 - Darwin, D. and Donahey, R.C. - "LRFD for Composite Beams with Unreinforced Web Openings", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol 114(3), March 1988, pg. 535/552;
  - 15 - Donoghue, C.M. - "Composite Beams with Web Openings Design", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol 108(12), December 1982, pg. 699/712;
  - 16 - European Convention for Constructional Steelwork (ECCS) - "Composite Structures", The Construction Press, London and New York, 1981;
  - 17 - Fauchart, J. - "Notes sur Les Constructions Mixtes Acier-Beton", CHEC, 1965;
  - 18 - Fusco, P.B. - "Estruturas de Concreto: Solicitações Normais", Ed. Guanabara dois, 1981;
  - 19 - Johnson, R.P. - "Composite Structures of Steel and Concrete", Vol I e II, Constrado Monographs, Granada Pub. Ltd., 1975;
  - 20 - Knowles, P. - "Design of Structural Steelwork", Surrey University Press in Association with International Textbook Company, 1977;
  - 21 - Kristek, V. and Studnicka, J. - "Analysis of Composite Girders with Deformable Connectors", Proceedings of Institute Civil Engineers, Vol. 73, December 1982, pg. 699/712;
  - 22 - Lamas, A.R.G.; Bento, J.A.R.S.P. e Martins, L.M.C.O. - "Vigas Mistas - Dimensionamento de Secções e

- Influência da Interação Parcial entre Aço e Betão no Comportamento Elástico e Elasto-Plástico", Jornadas Portuguesas de Engenharia de Estruturas, Lisboa, 1982;
- 23 - Lamas, A.R.G. e Bento, J.A.R.S.P. - "Vigas Mistas - Tabelas para Dimensionamento de Seções", Universidade Técnica de Lisboa, 1982;
- 24 - Lorenz, R. - "Some Economic Considerations for Composite Floor Beams", Engineering Journal, AISC, Vol. 20(2), 1983, pag. 78/81;
- 25 - McCormac, J.C. - "Structural Steel Design", Harper & Row Publishers, New York, 1981;
- 26 - Oehlers, D.J. and Foley, L. - "The Fatigue Strength of Stud Shear Connections in Composite Beams", Proceedings of Institute Civil Engineering, Vol. 79, June 1985, pg. 349/364;
- 27 - Oehlers, D.J. and Johnson, R.P. - "The Strength of Stud Shear Connections in Composite Beams", Structural Engineering, Vol. 65B, June 1987, pg. 44/48;
- 28 - Pereira, C.A.L. e Mason, J. - "Cálculo das Vigas Mistas", Fascículo 5, PUC-RJ e Usiminas Mecânica S.A., 1973;
- 29 - Pinheiro, L.M. - "Concreto Armado: Tabelas e Abacos", EESC-USP, 1986;
- 30 - Rodrigues, I.L. - "Grandes Estruturas Metálicas e Pontes - Vigas Compostas Aço-Concreto", Universidade Mackenzie, Escola de Engenharia;
- 31 - Salmon, C.G. and Johnson, J.E. - "Steel Structures, Design and Behaviour", Ed. Harper & Row, New York, 1980;
- 32 - Slutter, R. and Driscoll - "Flexural Strength of Steel-Concrete Composite Beams", Journal of the Structural Division, ASCE, April 1965;
- 33 - Sublash C. Anand and Ahmed Talesstchi - "Prestressed Composite Steel Beam Design", Journal of the Structural Division, March 1973, pg. 301/319;

- 34 - Timoshenko, S.P. e Goodier, J.N. - "Teoria da Elasticidade", Ed. Guanabara dois, 1980;
- 35 - Vallenilla, C.R. and Bjorhovde, R. - "Effective width Criteria for Composite Beams", Engineering Journal, AISC, Vol 22(4), 1985, pg. 169/175;
- 36 - White, R.N. and Salmon, C.G. - "Building Structural Design Handbook", A Wiley-Interscience Publication, 1987;
- 37 - Zahn, M.C. - "The Economics of LRFD in Composite Floor Beams", Engineering Journal, AISC, Vol. 24(2), 1987, pg. 87/92.

APÊNDICE A: EXEMPLOS DE VERIFICAÇÃO DE SEÇÃO MISTA SEGUNDO  
A NBR 8800

EXEMPLO 1 - Seção compacta :  $h/t_w \leq 3,5\sqrt{E/f_y}$



a) Dados da seção de aço (VS 400x49)

$$A_g = 62 \text{ cm}^2$$

$$I_a = 17.393 \text{ cm}^4$$

$$W_a = 870 \text{ cm}^3$$

$$Z = 970 \text{ cm}^3 \text{ (módulo plástico da seção)}$$

$$\text{Aço ASTM A-36 : } f_y = 250 \text{ MPa}$$

$$\text{Concreto : } f_{ck} = 24 \text{ MPa}$$

$$\gamma_c = 22 \text{ kN/m}^3$$

b) Dados da seção homogeneizada

$$E_c = 21.232 \text{ MPa} \quad (\text{item 2.1})$$

$$E = 205.000 \text{ MPa}$$

$$n = E / E_c = 9,655$$

posição do centro de gravidade:  $y_{CG} = 13,32 \text{ cm}$

$$I_{tr} = 44.283 \text{ cm}^4$$

$$(W_{tr})_s = 3.324 \text{ cm}^3$$

$$(W_{tr})_i = 1.207 \text{ cm}^3$$

c) Esquema estático da estrutura e carregamento

viga simplesmente apoiada

carregamento uniformemente distribuído

vão:  $L = 7,00 \text{ m}$

carregamento antes de  $0,75 f_{ck}$  :  $g_k = 12 \text{ kN/m}$

carregamento após  $0,75 f_{ck}$  :  $q_k = 25 \text{ kN/m}$

$$M_G = g_k L^2 / 8 = 73,5 \text{ kN.m} \quad (\text{momento antes de } 0,75 f_{ck})$$

$$M_L = q_k L^2 / 8 = 153 \text{ kN.m} \quad (\text{momento após } 0,75 f_{ck})$$

$$M_d = 1,3 M_G + 1,5 M_L = 325 \text{ kN.m} \quad (\text{momento de cálculo})$$

d) Momento resistente de cálculo ( $\phi_b M_n$ )

d.1) interação completa:

$$Q_n \geq \begin{cases} (Af_y)_a = 1550 \text{ kN} & \text{ou} \\ 0,85 f_{ck} b t_c = 2448 \text{ kN} \end{cases}$$

Adotando-se  $Q_n$  como sendo o mínimo possível para se ter interação completa, ou seja:

$$Q_n = 1.550 \text{ kN}$$

$$\text{Posição da linha neutra plástica: } \begin{cases} (Af_y)_a = 1.550 \text{ kN} \\ 0,66 f_{ck} bt_c = 1.901 \text{ kN} \end{cases}$$

Sendo  $0,66 f_{ck} bt_c > (Af_y)_a \longrightarrow$  LNP na laje

$$a = 8,15 \text{ cm} \quad (\text{equação 2.7.3})$$

$$\begin{cases} M_n = 402 \text{ kN.m} & (\text{equação 2.7.4}) \\ \phi_b M_n = 361 \text{ kN.m} > M_d \text{ OK!} \end{cases}$$

d.2) interação parcial:

Adotando-se  $Q_n$  como sendo o mínimo permitido para se ter interação parcial, ou seja:

$$Q_n = 1.550/2 = 775 \text{ kN}$$

$$C = (0,7/0,9)Q_n = 603 \text{ kN}$$

$$a = 3,17 \text{ cm} \quad (\text{equação 2.7.13})$$

$$C' = 473 \text{ kN} \quad (\text{equação 2.7.6})$$

$$T = C + C' = 603 + 473 = 1.076 \text{ kN} \quad (\text{equação 2.7.7})$$

$$\text{Posição da linha neutra plástica: } \begin{cases} (Af_y)_{t_f} = 475 \text{ kN} \\ C' = 473 \text{ kN} \end{cases}$$

Sendo  $(Af_y)_{t_f} \cong C' \longrightarrow$  LNP na interface mesa-alma

$$y_c = 0,475 \text{ cm}$$

$$y_t = 11,37 \text{ cm}$$

$$\begin{cases} M_n = 356 \text{ kN} & (\text{equação 2.7.12}) \\ \phi_b M_n = 320 \text{ kN} \cong M_d \text{ OK!} \end{cases}$$



e) Cálculo dos conectores

e.1) conectores tipo pino com cabeça (stud):

Adotando conector com diâmetro de 16 mm e altura de 75 mm:

$$q_n = 71,73 \text{ kN} \quad (\text{equação 2.3.1})$$

para interação completa:  $n_c = Q_n/q_n = 1.550/71,73 = 21,6$

————→ resulta 22 conectores (para meia viga)

11 filas com 2 conectores por fila !

Verificação do espaçamento entre conectores (e):

$$e = 350/11 = 31,82 \text{ cm}$$

$$e_{\min} = 6.d = 9,6 \text{ cm} \quad \text{OK!}$$

$$e_{\max} = 8.t_c = 80 \text{ cm} \quad \text{OK!}$$

para interação parcial, tem-se a metade dos conectores usados para interação completa, assim pode-se adotar:

————→ 11 conectores (para meia viga)

11 filas com 1 conector por fila !

o espaçamento fica então verificado.

e.2) conectores tipo perfil "U" laminado

Adotando perfil [3" x 6,11 Kg/m

$$t_f = 6,9 \text{ mm}$$

$$t_w = 4,32 \text{ mm}$$

$$L_{cs} = 100 \text{ mm}$$

$$q_n = 162 \text{ kN} \quad (\text{equação 2.3.2})$$

para interação completa:  $n_c = Q_n/q_n = 1.550/162 = 9,6$

————→ resulta 10 conectores (para meia viga)

Verificação do espaçamento:  $e = 350/10 = 35 \text{ cm}$

$$e_{\max} = 8.t_c = 80 \text{ cm} \quad \text{OK!}$$

para interação parcial, tem-se a metade dos conectores acima:

$$\longrightarrow 5 \text{ conectores (para meia viga)} \\ e = 350/5 = 70 \text{ cm} < e_{\max} = 80 \text{ cm} \quad \text{OK!}$$

f) Verificação no caso de construção não escorada

f.1) resistência de cálculo da viga de aço isolada  
( Anexo D da NBR 8800 [4] )

$$\text{FLM : } \lambda_f = 200/(2 \times 9,5) = 10,5 < \lambda_p = 11$$

$$\text{FLA : } \lambda_w = 381/6,3 = 60,5 < \lambda_p = 100$$

FLT : não se aplica, pois considera-se que haja travamento lateral durante a construção.

$$M_n = Z f_y = 242 \text{ kN.m}$$

$$\phi_b M_n = 0,9 \times 242 = 219 \text{ kN.m}$$

$$M_{od} = 1,3 M_g = 95 \text{ kN.m} \ll \phi_b M_n \quad \text{OK!}$$

f.2) limitação de tensão na mesa inferior

$$\frac{M_g}{W_a} + \frac{M_L}{W_{ef}} = 0,90 f_y$$

para interação completa:  $W_{ef} = (W_{tr})_i = 1.207 \text{ cm}^3$   
 $W_a = 870 \text{ cm}^3$

$$\frac{7.350}{870} + \frac{15.300}{1.207} = 21,13 \text{ kN/cm}^2 < 0,90 f_y \quad \text{OK!}$$

para interação parcial:  $W_{ef} = W_a + \sqrt{Q_n/V_h} [(W_{tr})_i - W_a]$   
 $W_{ef} = 1.108 \text{ cm}^3$

$$\frac{7.350}{870} + \frac{15.300}{1.108} = 22,26 \text{ kN/cm}^2 < 0,90 f_y \quad \text{OK!}$$

g) Avaliação de deformações

Na avaliação de deformações, o efeito da fluência será considerado segundo um coeficiente de homogeneização majorado,  $n_1 = 2n_0$  [22]. Desta forma, os valores do momento de inércia da seção homogeneizada ( $I_{tr}$ ) e do momento de inércia efetivo ( $I_{ef}$ ) são recalculados e denominados, respectivamente, por  $I'_{tr}$  e  $I'_{ef}$ .

Por se tratar de um estado limite de utilização, serão usados no cálculo, valores característicos das ações.

g.1) supondo construção escorada:  $p_k = g_k + q_k$

para interação completa:  $I'_{ef} = I'_{tr} = 39.462 \text{ cm}^4$   
 $p_k = 37 \text{ kN/m}$

$$f_{\max} = \frac{5 p_k L^4}{384 E I'_{tr}} = 1,43 \text{ cm}$$

para interação parcial:  $I'_{ef} = I_a + \sqrt{Q_n/V_h} (I'_{tr} - I_a)$   
 $I'_{ef} = 32.996 \text{ cm}^4$

resulta:  $f_{\max} = 1,71 \text{ cm}$

g.2) supondo construção não escorada:  $g_k = 12 \text{ kN/m}$   
 $q_k = 25 \text{ kN/m}$

etapa de construção: atua  $g_k$  e considera-se somente a seção de aço

$$f_g = \frac{5 g_k L^4}{384 E I_a} = 1,05 \text{ cm}$$

etapa de serviço: atua  $q_k$  e considera-se a seção mista

$$f_q = \frac{5 q_k L^4}{384 E I'_{tr}} = \begin{cases} 0,97 \text{ cm} & \text{p/ interação completa} \\ 1,15 \text{ cm} & \text{p/ interação parcial} \end{cases}$$

Finalmente:

para interação completa:  $f_{\max} = 1,05 + 0,97 = 2,02 \text{ cm}$

para interação parcial:  $f_{\max} = 1,05 + 1,15 = 2,20 \text{ cm}$

### g.3) limitação de deformação

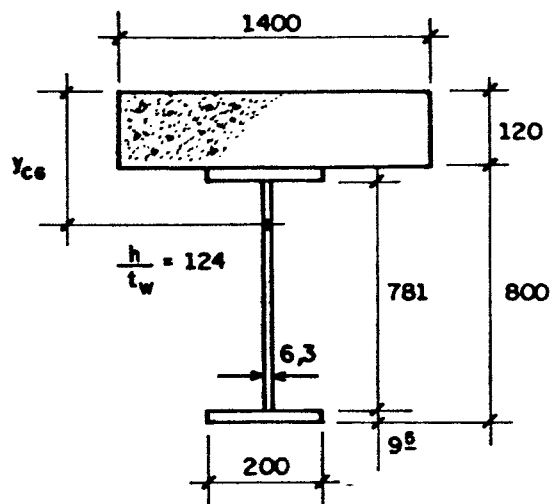
De acordo com a NBR 8800 [4], Anexo C, neste caso a deformação máxima não deverá exceder:

$$f_{\lim} = L/360 = 700/360 = 1,94 \text{ cm}$$

Assim, para construção escorada, a flecha resulta menor que a flecha limite. Para construção não escorada, a flecha resulta ligeiramente superior à flecha limite.

EXEMPLO 2:

Seção semi-esbelta:  $3,5\sqrt{E/f_y} < h/t_w \leq 5,6\sqrt{E/f_y}$



a) Dados da seção de aço

$$A_g = 87 \text{ cm}^2$$

$$I_a = 84.374 \text{ cm}^4$$

$$W_a = 2.109 \text{ cm}^3$$

b) Dados da seção homogeneizada

$$n = 9,655 \text{ (conforme exemplo 1)}$$

$$\text{posição do centro de gravidade: } y_{cg} = 21,33 \text{ cm}$$

$$I_{tr} = 209.380 \text{ cm}^4$$

$$(W_{tr})_i = 2.963 \text{ cm}^3$$

$$(W_{tr})_e = 9.803 \text{ cm}^3$$

c) Esquema estático da viga e carregamento

viga simplesmente apoiada

carregamento uniformemente distribuído

$$\text{vão : } L = 8,00 \text{ m}$$

$$g_k = 18 \text{ kN/m (antes de } 0,75 f_{ck} \text{)}$$

$$q_k = 25 \text{ kN/m (após } 0,75 f_{ck} \text{)}$$

$$M_d = 1,3 M_G + 1,5 M_L = 487,2 \text{ kN.m (momento de cálculo)}$$

d) Verificação de tensões (equações 2.7.14)

para interação completa:

$$f_{dt} = \frac{48.720}{2.963} = 16,44 \text{ kN/cm}^2 < 0,90f_y = 22,5 \text{ kN/cm}^2 \text{ OK!}$$

$$f_{dc} = \frac{48.720}{9,655(9.803)} = 0,51 \text{ kN/cm}^2 < 0,70f_{ck} = 1,68 \text{ kN/cm}^2 \text{ OK!}$$

para interação parcial:  $W_{ef} = 2.712 \text{ cm}^3$  ( $Q_n/V_h = 0,5$ )

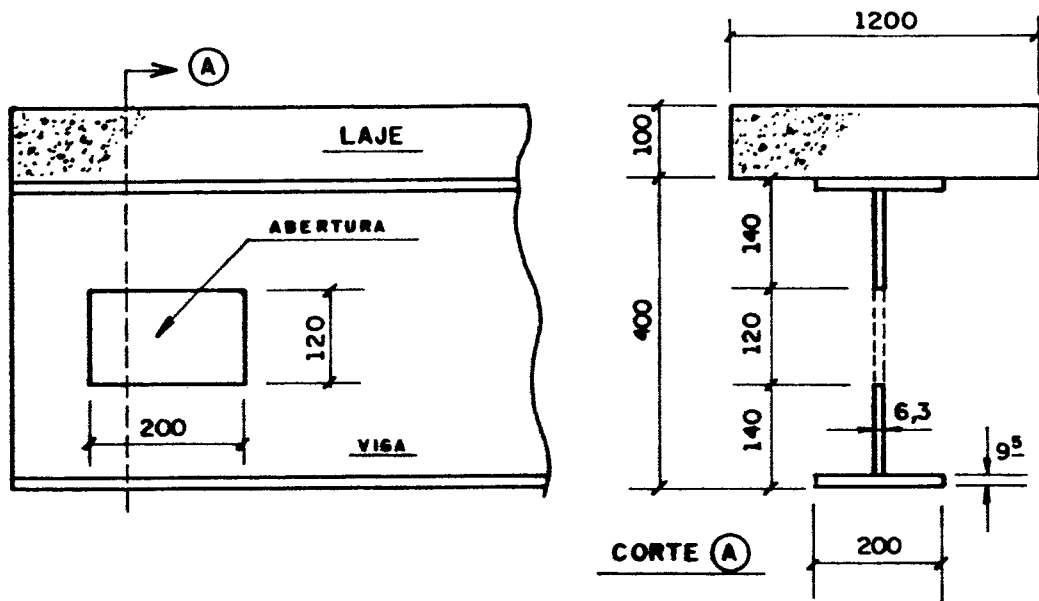
$$f_{dt} = \frac{48.720}{2.712} = 17,96 \text{ kN/cm}^2 < 0,90f_y = 22,5 \text{ kN/cm}^2 \text{ OK!}$$

$f_{dc}$  já verificado.

Para verificação de construção não escorada, cálculo da capacidade e quantidade de conectores e avaliação de deformações, o procedimento é análogo ao exemplo 1.

**EXEMPLO 3** - Viga mista com aberturas na alma  
(verificação de acordo com o item 2.7.5)

a) Dados da seção, dados dos materiais e considerações gerais



VS 400x49 (mesma do exemplo 1)

aberturas:  $a_o = 200$  mm

$h_o = 120$  mm

abertura sem excentricidade ( $e=0$ )

$A_g = 62$  cm<sup>2</sup> (área bruta)

$A_n = 54,44$  cm<sup>2</sup> (área líquida)

Aço: ASTM A-36 :  $f_y = 250$  MPa

Concreto :  $f_{ck} = 24$  MPa

:  $\gamma_c = 22$  kN/m<sup>3</sup>

Interação completa

Construção escorada

Conectores tipo pino com cabeça (conforme exemplo 1)

Número de conectores em um quarto do vão: 10 conectores

- b) Esquema estático da estrutura e carregamento  
viga simplesmente apoiada  
carregamento uniformemente distribuído  
vão:  $L = 6,00$  m  
carregamento de cálculo:  $p_d = 53$  kN/m

Analisando uma seção a um quarto do apoio, tem-se que:

$$M_d = 179,21 \text{ kN.m}$$

$$V_d = 79,65 \text{ kN}$$

$$\text{relação } M/V = M_d/V_d = 179,21/79,65 = 2,25$$

- c) Cálculo da capacidade máxima ao momento fletor ( $M_m$ )

$$A_n f_y = 1.361 \text{ kN}$$

$$0,85 f_{ck} b t_c = 2.448 \text{ kN}$$

Sendo interação completa, adota-se  $Q_n = 1.361$  kN

$$\text{Posição da linha neutra plástica: } \begin{cases} A_n f_y = 1.361 \text{ kN} \\ 0,66 f_{ck} b t_c = 1.901 \text{ kN} \end{cases}$$

Sendo  $0,66 f_{ck} b t_c > A_n f_y \longrightarrow$  LNP na laje

$$a = 7,16 \text{ cm} \quad (\text{equação 2.7.28})$$

$$M_m = 360 \text{ kN.m} \quad (\text{equação 2.7.29})$$



d) Cálculo da capacidade máxima à força cortante ( $V_m$ )

O cálculo do valor de  $V_m$  será feito de acordo com a segunda solução apresentada no item 2.7.5 deste trabalho.

d.1) porção inferior

$$V_{pb} = 127,3 \text{ kN} \quad (\text{equação 2.7.42})$$

$$V_b(\text{max}) = 84,2 \text{ kN} \quad (\text{equação 2.7.53})$$

d.2) porção superior

$$V_{pt} = 127,3 \text{ kN} \quad (\text{equação 2.7.49})$$

$$q_n = 71,73 \text{ kN} \quad (\text{exemplo 1})$$

$$P_{ch} \leq \begin{cases} 0,85 f_{ck} b t_c & = 2.448 \text{ kN} \\ n q_n & = 717,30 \text{ kN} \\ A_{st} f_y & = 680,53 \text{ kN} \end{cases}$$

Portanto,  $P_{ch} = 680,53 \text{ kN}$

Supondo que não haja conectores sobre a abertura em análise, tem-se que  $n_o = 0$ , e o valor de  $P_{cl}$  é:

$$P_{cl} = P_{ch} = 680,53 \text{ kN} \quad (\text{equação 2.7.44})$$

$$d_h = 8,21 \text{ cm} \quad (\text{equação 2.7.47})$$

$$d_l = 1,79 \text{ cm} \quad (\text{equação 2.7.48})$$

$$\mu = 2,451 \quad (\text{equação 2.7.55})$$

$$\nu = 1,428 \quad (\text{equação 2.7.56})$$

Finalmente:

$$V_t(\max) = 182,93 \text{ kN} \quad (\text{equação 2.7.54})$$

Como  $V_t(\max)$  resultou maior que  $V_{pt}$ , os valores de  $P_{ch}$ ,  $P_{cl}$ ,  $d_h$  e  $d_t$  devem ser recalculados em função do novo valor de  $P_{ch}$  que é limitado pela equação 2.7.50.

$$P_{ch} = 460 \text{ kN} \quad (\text{equação 2.7.50})$$

$$P_{cl} = 460 \text{ kN} \quad (\text{equação 2.7.44})$$

$$d_h = 8,79 \text{ cm} \quad (\text{equação 2.7.47})$$

$$d_t = 1,21 \text{ cm} \quad (\text{equação 2.7.48})$$

$$\mu = 1,957 \quad (\text{equação 2.7.55})$$

$$\nu = 1,428 \quad (\text{equação 2.7.56})$$

O valor de  $V_t(\max)$  é dado pela equação 2.7.57:

$$V_t(\max) = 174,35 \text{ kN} > V_{pt} = 127,3 \text{ kN}$$

O valor de  $V_t(\max)$  é limitado superiormente por  $V_t(\text{sh})$  (equação 2.7.52):

$$V_t(\text{sh}) = 170 \text{ kN}$$

Como  $V_t(\max)$  é maior que  $V_t(\text{sh})$ , tem-se que:

$$\longrightarrow V_t(\max) = V_t(\text{sh}) = 170 \text{ kN}$$

### d.3) seção total

O valor de  $V_m$  é dado pela soma dos valores obtidos em d.1 e d.2:

$$V_m = V_b(\max) + V_t(\max) = 84,2 + 170 = 254,2 \text{ kN}$$

e) interação momento fletor-força cortante na seção

A interação é feita segundo a equação cúbica (2.7.25) dada no item 2.7.5, onde de posse da relação  $M/V = M_d/V_d = 2,25$ , obtém-se:

$$\begin{aligned} V_n &= 148,54 \text{ kN} && \text{(equação 2.7.58)} \\ \phi_v V_n &= 0,90 \times 148,54 = 133,69 \text{ kN} > V_d = 79,65 \text{ kN} \\ &&& \text{OK !} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_n &= 334 \text{ kN.m} && \text{(equação 2.7.59)} \\ \phi_b M_n &= 0,90 \times 334 = 300,60 \text{ kN.m} > M_d = 179,21 \text{ kN.m} \\ &&& \text{OK !} \end{aligned}$$

O ponto  $(V_n, M_n)$  corresponde a um ponto da curva de interação cúbica, representada pela equação 2.7.25.

Ao substituir os valores  $V_d$  e  $M_d$  diretamente na equação de interação, pode-se avaliar a "distância" do ponto obtido em relação à esta curva.

$$\left[ \frac{M_d}{\phi_b M_m} \right]^3 + \left[ \frac{V_d}{\phi_v V_m} \right]^3 = 0,17 + 0,05 = 0,22 < 1 \quad \text{OK!}$$

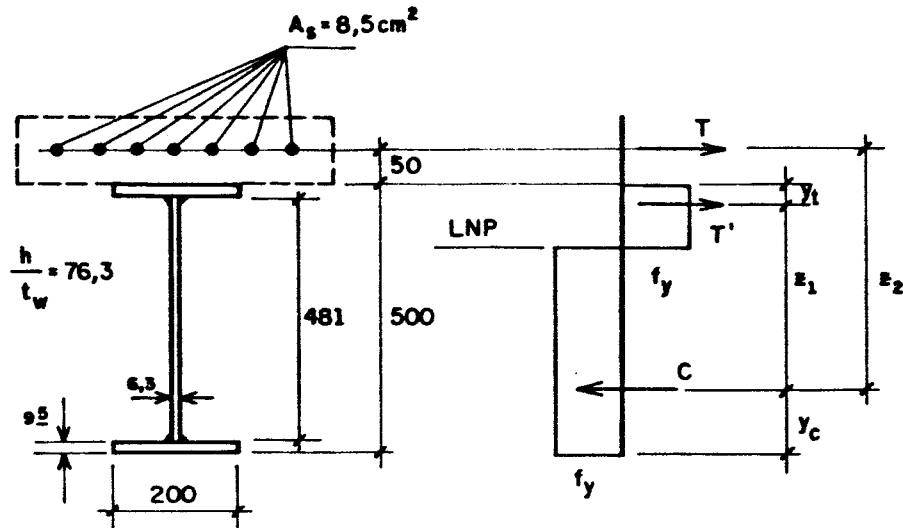
É interessante observar que a reserva de resistência é relativamente grande (aprox. 80 %), ao se usar uma interação cúbica, como recomenda a referência [14].

Analisando a reserva de resistência isoladamente para os dois esforços, obtém-se:

$$\frac{V_d}{\phi_v V_m} = 0,35 \quad \text{(reserva de 65 \%)}$$

$$\frac{M_d}{\phi_b M_m} = 0,55 \quad \text{(reserva de 45 \%)}$$

EXEMPLO 4 - Seção transversal solicitada a momento fletor negativo



a) Dados da seção

$$A_g = 68,30 \text{ cm}^2$$

$$I_a = 28.698 \text{ cm}^4$$

$$W_a = 1.148 \text{ cm}^3$$

$$Z = 1.290 \text{ cm}^3$$

Aço ASTM A-36 :  $f_y = 250 \text{ MPa}$

Concreto :  $f_{ck} = 24 \text{ MPa}$

$$\gamma_c = 22 \text{ kN/m}^3$$

Aço da armadura : CA-50A,  $f_{ys} = 500 \text{ MPa}$

Construção escorada

b) Capacidade ao momento fletor negativo

b.1) NBR-8800 [4]

De acordo com a NBR-8800, deve-se considerar apenas a seção de aço, não computando qualquer contribuição adicional da armadura contida na largura efetiva da laje.

FLT : admitindo-se que  $\lambda_y < \lambda_p$  , classe 2

$$\text{FLM} : b_f/2t_f = 10,5 < \lambda_p = 11 \quad , \quad \text{classe 2}$$

$$\text{FLA} : h/t_v = 76,3 < \lambda_p = 100 \quad , \quad \text{classe 2}$$

$$M_n = Z f_y = 322 \text{ kN.m}$$

$$\phi_b M_n = 0,90 \times 322 = 290 \text{ kN.m}$$

b.2) LRFD [2]

De acordo com o LRFD, pode-se considerar a contribuição da armadura longitudinal contida na largura efetiva da laje.

$$A_s f_{ys} = 8,5 \times 50 = 425 \text{ kN}$$

$$Q_n = 800 \text{ kN (adotado construtivamente)}$$

$$\text{Como } A_s f_{ys} < Q_n \longrightarrow T = A_s f_{ys} = 425 \text{ kN}$$

$$T' = 0,5 \left[ (A f_y)_a - T \right] = 641 \text{ kN}$$

$$T' > (A f_y)_{tf} = 475 \text{ kN} \longrightarrow \text{LNP na alma}$$

$$\text{posição da LNP : } y = 11,49 \text{ cm}$$

$$y_t = 1,96 \text{ cm}$$

$$y_c = 10,39 \text{ cm}$$

$$z_1 = 37,65 \text{ cm}$$

$$z_2 = 44,61 \text{ cm}$$

$$M_n = T' z_1 + T z_2 = 431 \text{ kN.m}$$

$$\phi_b M_n = 0,90 \times 431 = 388 \text{ kN.m}$$

Neste exemplo, observa-se que o ganho de resistência ao se considerar a contribuição da armadura longitudinal contida na largura efetiva da laje, é de aproximadamente 34% , ganho este que a norma brasileira não permite considerar.

APÊNDICE B: PROGRAMA EM MICROCOMPUTADOR "IBM/PC" PARA VERIFICAÇÃO DE SEÇÕES MISTAS SEGUNDO A NBR-8800

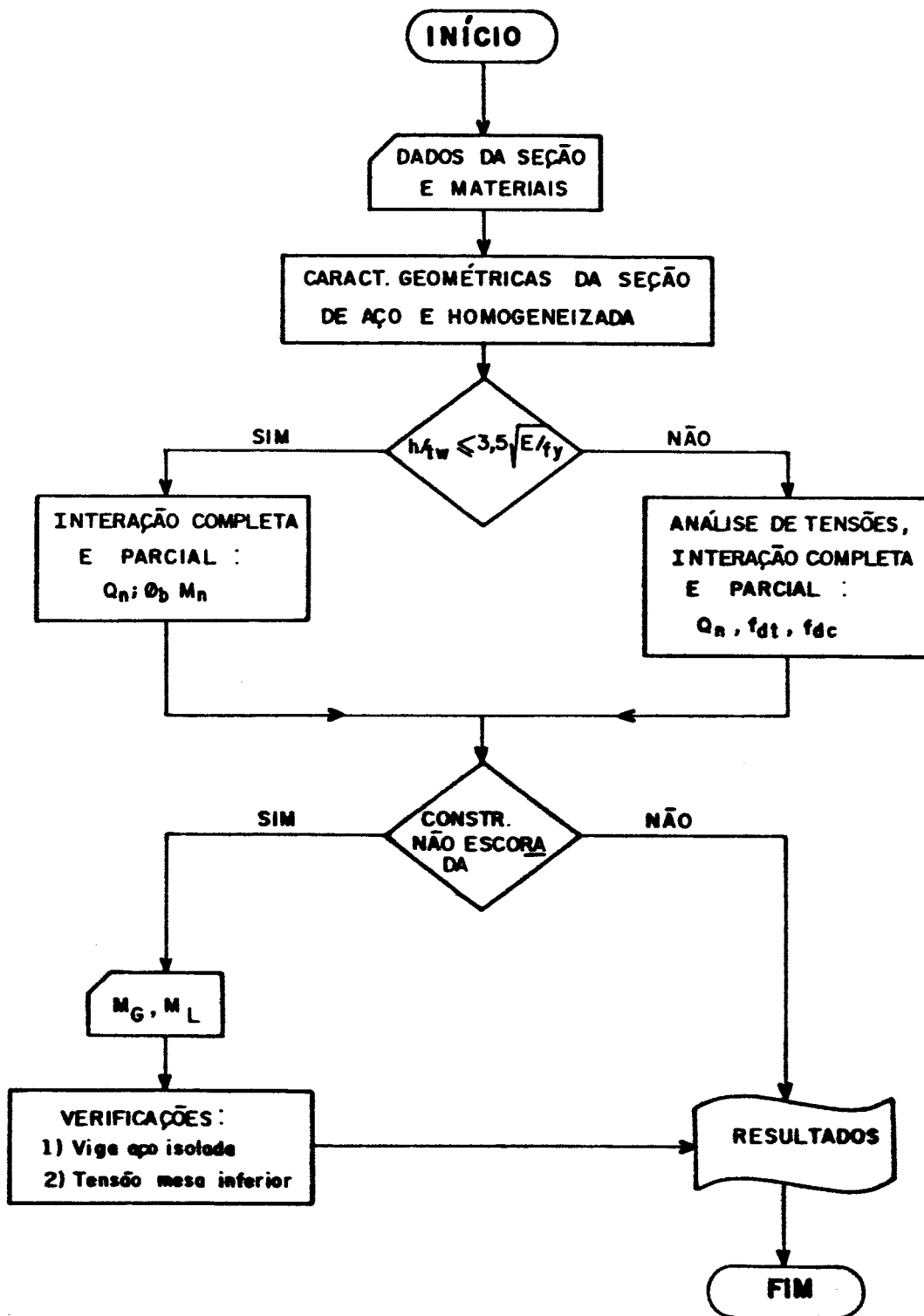
Neste apêndice apresenta-se um programa em linguagem "BASIC", que executa todas as etapas da verificação de seções transversais mistas segundo a NBR 8800 [4].

O programa foi desenvolvido para seções compostas por lajes com formas de aço incorporada ou por lajes com face inferior plana.

Os dados de entrada referem-se às características geométricas da seção transversal e aos materiais aço e concreto.

O programa calcula o momento resistente de cálculo ( $\phi_b M_n$ ) para interação completa e parcial, onde em ambos casos adota-se o mínimo possível de conectores; verifica o caso de construção não escorada e fornece ainda a força cortante resistente de cálculo ( $\phi_v V_n$ ).

O quadro a seguir esquematiza a sequência de operações realizada pelo programa.



```
10 REM *****
20 REM ***** UNIVERSIDADE DE SAO PAULO
30 REM ***** ESCOLA DE ENGENHARIA DE SAO CARLOS
40 REM ***** DEPTo. DE ESTRUTURAS
50 REM *****
55 REM          VIGA MISTA - NBR 8800
57 REM *****
58 REM          Eng. Maximiliano Malite
60 CLEAR:CLS
70 PRINT "UNIVERSIDADE DE SAO PAULO"
80 PRINT "ESCOLA DE ENGENHARIA DE SAO CARLOS"
85 PRINT "DEPTo. DE ESTRUTURAS"
90 PRINT "-----"
95 PRINT TAB(50)"VIGA : ";INPUT V$
97 PRINT:PRINT:PRINT "***** VIGA MISTA - NBR 8800 *****"
98 PRINT:PRINT:PRINT "ENTRADA DE DADOS":PRINT:PRINT
100 PRINT"MESA SUPERIOR: bf,tf (mm)  ";INPUT B1,T1:B1=B1/10:T1=T1/10
110 PRINT"MESA INFERIOR: bf,tf (mm)  ";INPUT B2,T2:B2=B2/10:T2=T2/10
120 PRINT"ALMA          : hw,tw (mm)  ";INPUT HW,TW:HW=HW/10:TW=TW/10
125 PRINT"ACO          : fy (MPa)    ";INPUT FY:FY=FY/10
130 PRINT"CONCRETO     : fck (MPa)   ";INPUT FC:FC=FC/10
135 PRINT"PESD ESPEC.  : (kN/m3)     ";INPUT PC
140 PRINT"LAJE         : tc,hf,b (mm) ";INPUT HC,HF,BC:HC=HC/10:HF=HF/10:
      BC=BC/10
170 EC=42*(PC^1.5)*SQR(FC*10):N=205000/EC
180 GOSUB 10000
190 LL=HW/TW
200 IF LL>3.5*SQR(20500/FY) THEN 630
205 REM ##### SECAO CLASSE 1 OU 2 #####
210 RA=SA*FY:RC=0.66*FC*BC*HC
215 REM ..... INTERACAO COMPLETA .....
220 IF RC<RA THEN 280
230 REM ... LINHA NEUTRA NA LAJE DE CONCRETO ...
235 RW=SN*FY:RF=SF*FY
240 A1=RA/(0.66*FC*BC):ZC=-10*(HC+HF-A1)
250 C1=0.66*FC*BC*A1
```



```
260 MC=0.9*RA*(D1+HF+HC-A1/2)
270 IF RA<(0.85*FC*BC*HC) THEN Q1=RA ELSE Q1=0.85*FC*BC*HC
275 GOTO 450
280 REM ... LINHA NEUTRA NA VIGA DE ACO ...
290 C1=0.66*FC*BC*HC:RA=SA*FY:RW=SW*FY:RF=SF*FY
300 C2=0.5*(RA-C1)
320 IF C2>RF THEN 390
330 REM .. LINHA NEUTRA NA MESA SUPERIOR ..
340 YY=C2/RF*T1:ZC=10*YY
350 YC=YY/2
360 YT=(B2*T2*T2/2+HW*TW*(HW/2+T2)+B1*(T1-YY)*(T2+HW+T1/2-YY/2))
370 YT=YT/(B2*T2+HW*TW+B1*(T1-YY))
380 GOTO 430
390 REM .. LINHA NEUTRA NA ALMA ..
400 YY=T1+(C2-RF)*HW/RW:ZC=10*YY
410 YC=(B1*T1*T1/2+(YY-T1)*TW*(T1/2+YY/2))/(B1*T1+(YY-T1)*TW)
420 YT=(B2*T2*T2/2+(HW-YY+T1)*TW*(T2+HW/2+T1/2-YY/2))
425 YT=YT/(B2*T2+TW*(HW+T1-YY))
430 MC=0.9*(C2*(D-YT-YC)+C1*(HC/2+HF+D-YT))
440 IF RA<(0.85*FC*BC*HC) THEN Q1=RA ELSE Q1=0.85*FC*HC*BC
450 REM ..... INTERACAO PARCIAL .....
460 IF RA<(0.85*FC*BC*HC) THEN Q2=(RA/2) ELSE Q2=(0.85*FC*BC*HC/2)
480 C1=0.7/0.9*Q2
490 C2=0.5*(RA-C1)
500 IF C2>RF THEN 570
520 REM .. LINHA NEUTRA NA MESA SUPERIOR ..
530 YY=C2/RF*T1
540 YC=YY/2
550 YT=(B2*T2*T2/2+HW*TW*(HW/2+T2)+B1*(T1-YY)*(T2+HW+T1/2-YY/2))
555 YT=YT/(B2*T2+HW*TW+B1*(T1-YY))
560 GOTO 605
570 REM .. LINHA NEUTRA NA ALMA ..
580 YY=T1+(C2-RF)*HW/RW
590 YC=(B1*T1*T1/2+(YY-T1)*TW*(T1/2+YY/2))/(B1*T1+(YY-T1)*TW)
600 YT=(B2*T2*T2/2+(HW-YY+T1)*TW*(T2+HW/2+T1/2-YY/2))/(B2*T2+TW*(HW+T1-YY))
605 A1=C1/(0.66*FC*BC)
```

```
610 MP=0.9*(C2*(D-YT-VC)+C1*(HC-A1/2+HF+D-YT))
620 GOTO 740
630 REM ##### SECAO CLASSE 3 #####
640 IF LL>(5.6*SQR(20500/FY)) THEN PRINT*FLA - CLASSE 4 - NAO PERMITIDO PELA
    NBR 8800*:GOTO 2245
650 REM ..... INTERACAO COMPLETA .....
655 RA=SA*FY
657 IF RA<(0.85*FC*BC*HC) THEN Q1=RA ELSE Q1=(0.85*FC*BC*HC)
660 MI=0.9*FY*MI: MS=0.7*FC*N*MS
670 IF MI>MS THEN MC=MS ELSE MC=MI
675 REM ..... INTERACAO PARCIAL .....
680 IF RA<(0.85*FC*BC*HC) THEN Q2=(RA/2) ELSE Q2=(0.85*FC*BC*HC/2)
720 MI=0.9*FY*ME
730 IF MI>MS THEN MP=MS ELSE MP=MI
740 REM ----- IMPRESSAO DE RESULTADOS -----
750 CLS
760 PRINT*UNIVERSIDADE DE SAO PAULO*
770 PRINT*ESCOLA DE ENGENHARIA DE SAO CARLOS*
780 PRINT*DEPTO. DE ESTRUTURAS*
790 PRINT*-----
795 PRINT TAB(50)*VIGA   :";V$
800 PRINT
810 PRINT TAB(10)*##### CONSTRUCAO ESCORADA #####*
820 PRINT:PRINT*1) INTERACAO COMPLETA*
825 MC=MC/100
830 PRINT*Momento resistente de calculo (kN.m)   = ";INT(MC)
840 PRINT*Resist. minima conectores no trecho (kN) = ";INT(Q1)
845 PRINT*Posicao da linha neutra y(mm)         = ";INT((ZC+0.05)*10)/10
850 PRINT
860 PRINT*2) INTERACAO PARCIAL*
865 MP=MP/100
870 PRINT*Momento resistente de calculo (kN.m)   = ";INT(MP)
880 PRINT*Resist. minima conectores no trecho (kN) = ";INT(Q2)
882 PRINT
883 PRINT*FORCA CORTANTE (sem reforçadores)*
884 PRINT*Cortante resistente de calculo (kN)    = ";INT(VN)
```

```
887 PRINT:PRINT"## Posicao da linha neutra a partir do topo da viga de aço."
888 PRINT"## Positivo para baixo."
890 PRINT:INPUT"VERIFICAR CONSTRUCAO NAO ESCORADA <S/N>";X$
900 IF X$="N" THEN 1120
910 CLS:PRINT:PRINT:PRINT
920 PRINT"MG: momento fletor aplicado antes do concreto atingir 0.75 fck"
925 PRINT"ML: momento fletor aplicado apos o concreto atingir 0.75 fck"
927 PRINT"Obs: Secoes classe 1 e 2: entrar com momento nominal;
928 PRINT"      Secoes classe 3      : entrar com momento de calculo."
930 PRINT:PRINT:INPUT"MG (kN.m) = ";MG:MG=MG*100
940 PRINT:INPUT"ML (kN.m) = ";ML:ML=ML*100
950 IF (1.3*MG)<MV THEN P$="A SECAO RESISTE ###" ELSE P$="NAO. TENTAR OUTRA
      SECAO ###"
960 TS=MG/WT+ML/WE:SS=MG/WT+ML/WI
970 IF TS<=(0.9*FY) THEN R$="A SECAO RESISTE ###" ELSE R$="NAO. TENTAR OUTRA
      SECAO ###"
980 IF SS<=(0.9*FY) THEN S$="A SECAO RESISTE ###" ELSE S$="NAO. TENTAR OUTRA
      SECAO ###"
990 CLS
1000 PRINT"UNIVERSIDADE DE SAO PAULO"
1010 PRINT"ESCOLA DE ENGENHARIA DE SAO CARLOS"
1020 PRINT"DEPTO. DE ESTRUTURAS"
1030 PRINT"-----"
1035 PRINT TAB(50)"VIGA      ";V$
1040 PRINT
1050 PRINT TAB(10)"##### CONSTRUCAO NAO ESCORADA #####"
1060 PRINT
1070 PRINT"1) Verificacao como viga de aço isolada (sem FLT)"
1075 MV=MV/100
1080 PRINT:PRINT"Momento resistente de calculo (kN.m) = ";INT(MV)
1085 PRINT:PRINT P$
1090 PRINT:PRINT
1100 PRINT"2) Limitacao de tensoes (parcial)";:PRINT TAB(40)" Limitacao de
      tensoes (completa)"
1110 PRINT:PRINT"MG/Wa + ML/Wef (kN/cm2) = ";INT((TS+0.005)*100)/100;:PRINT
      TAB(40)"MG/Wa + ML/(Wtr)i (kN/cm2) = ";INT((SS+0.005)*100)/100
```

```
1115 PRINT:PRINT R$::PRINT TAB(41)S$
1120 VM=VM/100:PRINT
1125 INPUT*RESULTADOS EM IMPRESSORA <S/N> ";A$
1126 IF A$="N" THEN 2245
2000 REM          ** RESULTADOS EM IMPRESSORA **
2010 LPRINT TAB(5)"UNIVERSIDADE DE SAO PAULO"
2020 LPRINT TAB(5)"ESCOLA DE ENGENHARIA DE SAO CARLOS"
2030 LPRINT TAB(5)"DEPTO. DE ESTRUTURAS"
2040 LPRINT TAB(5)"-----"
2045 LPRINT TAB(50)"VIGA: ";V$
2046 LPRINT
2050 LPRINT TAB(5)"##### VERIFICACAO DE VIGAS MISTAS SEGUNDO A NBR 8800 #####"
2060 LPRINT
2062 LPRINT TAB(5)"** DADOS DA SECAO **"
2063 LPRINT:FC=FC*10:FY=FY*10:HC=HC*10:BC=BC*10:T1=T1*10:B1=B1*10:T2=T2*10:
      B2=B2*10:TW=TW*10:HW=HW*10:HF=HF*10
2064 LPRINT TAB(5)"Mesa superior bf,tf (mm) :";INT((B1+0.05)*10)/10,
      INT((T1+0.05)*10)/10
2065 LPRINT TAB(5)"Mesa inferior bf,tf (mm) :";INT((B2+0.05)*10)/10,
      INT((T2+0.05)*10)/10
2066 LPRINT TAB(5)"Alma      hw,tw (mm) :";INT((HW+0.05)*10)/10,
      INT((TW+0.05)*10)/10
2067 LPRINT TAB(5)"Aco      fy (MPa) :";INT(FY)
2068 LPRINT TAB(5)"Concreto  fck (MPa) :";INT(FC)
2069 LPRINT TAB(5)"Peso especifico (kN/m3) :";INT(PC)
2070 LPRINT TAB(5)"Laje      tc, hf, b (mm) :";INT(HC),INT(HF),INT(BC)
2071 LPRINT:LPRINT TAB(5)"** CARACT. GEOMETRICAS DA SECAO **"
2072 LPRINT:LPRINT TAB(5)"Viga de aco"
2073 LPRINT TAB(5)"Ag(cm2)    = ";INT(SA):LPRINT TAB(5)"Pos.C6 (mm) = ";
      INT(D1*10):LPRINT TAB(5)"Ix (cm4) =";INT(Ix)
2074 LPRINT TAB(5)"Z(cm3)    = ";INT(Z):LPRINT TAB(5)"WI(cm3)    = ";
      INT(WT):LPRINT TAB(5)"WS(cm3) =";INT(WC)
2075 LPRINT TAB(5)"Secao homogeneizada"
2076 LPRINT TAB(5)"Pos.C6 (mm) = ";INT(Y6*10):LPRINT TAB(5)"Ix (cm4) = ";
      INT(IH):LPRINT TAB(5)"WI(cm3) =";INT(WI):LPRINT TAB(5)"WS(
      cm3) =";INT(WS)
```

```
2079 LPRINT:LPRINT TAB(5)"** CONSTRUCAO ESCORADA **"
2080 LPRINT:LPRINT TAB(5)"1) Interacao completa"
2090 LPRINT TAB(5)"Momento resistente de calculo      (kN.m) = ";INT(MC)
2100 LPRINT TAB(5)"Resist. minima conectores no trecho (kN) = ";INT(Q1)
2105 LPRINT TAB(5)"Posicao da linha neutra          y(mm) = ";
      INT((ZC+0.05)*10)/10
2110 LPRINT
2120 LPRINT TAB(5)"2) Interacao parcial"
2130 LPRINT TAB(5)"Momento resistente de calculo      (kN.m) = ";INT(MP)
2140 LPRINT TAB(5)"Resist. minima conectores no trecho (kN) = ";INT(Q2)
2145 LPRINT:LPRINT TAB(5)"** FORCA CORTANTE(sem reforçadores) **"
2147 LPRINT TAB(5)"Cortante resistente de calculo      (kN) = ";INT(VN)
2150 LPRINT
2155 FC=FC*10:FY=FY*10
2156 IF X$="N" THEN 2235
2160 LPRINT TAB(5)"** CONSTRUCAO NAO ESCORADA **"
2164 LPRINT TAB(5)"M6 (kN.m) = ";INT(MG/100);:LPRINT TAB(30)"ML (kN.m) = ";
      INT(ML/100)
2170 LPRINT TAB(5)"1) Verificacao como viga de aço isolada (sem FLT)"
2180 LPRINT TAB(5)"Momento resistente de calculo      (kN.m) = ";INT(MV)
2190 LPRINT TAB(5)P$
2200 LPRINT
2210 LPRINT TAB(5)"2) Limitacao de tensoes (parcial)";:LPRINT TAB(42)
      "Limitacao de tensoes (completa)"
2220 LPRINT TAB(5)"MG/Wa + ML/Wef (kN/cm2) = ";INT((TS+0.005)*100)/100;:LPRINT
2230 LPRINT TAB(5)R$;:LPRINT TAB(42)S$
2235 LPRINT:LPRINT TAB(5)"** Obs: Posicao da linha neutra a partir do topo
      da viga de aço"
2236 LPRINT TAB(5)"** Positivo para baixo."
2240 LPRINT CHR$(12);
2245 INPUT"CONTINUAR <S/N> ";A$
2246 IF A$="S" THEN 60 ELSE CLS
2250 END
10000 REM ***** SUBROTINA GEOMETRIA *****
10010 SW=HW*TW:SF=B1*T1:SA=SW+SF+B2*T2:D=HW+T1+T2
10020 REM * VIGA DE AÇO *
```

```
10030 C6=(HW*TW*(HW/2+T1/2)+B2*T2*(HW+T1/2+T2/2))/(B1*T1+HW*TW+B2*T2):D1=C6+T1/2
10040 Z=B1*T1*C6+B2*T2*(HW+T1/2+T2/2-C6)+TW/2*(C6-T1/2)^2+TW/2*(HW-C6+T1/2)^2
10050 IX=TW*HW^3/12+TW*HW*(HW/2+T1/2-C6)^2+B1*T1*C6*C6+B2*T2*(HW+T2/2+T1/2-C6)^2
10060 WC=IX/(C6+T1/2):WT=IX/(HW+T1/2+T2-C6)
10070 REM * SECAO HOMOGENEIZADA *
10080 ST=BC/N*HC+SA
10090 Y6=(BC/N*HC*HC/2+SA*(HC+HF+C6))/ST
10091 IF Y6>(HC+HF) THEN 10105
10092 IF Y6>HC THEN 10099
10093 AB=C6+HF+HC:Y6=N*SA/BC*(SQR(1+2*AB*BC/N/SA)-1)
10095 IH=BC/N*Y6^3/12+BC/N*Y6*(Y6/2)^2+IX+SA*(AB-Y6)^2:WI=IH/(HC+HF+D-Y6):
      WS=IH/Y6
10096 ZC=-10*(HC+HF-Y6):GOTO 12000
10099 IH=BC/N*HC^3/12+BC/N*HC*(Y6-HC/2)^2+IX+SA*(HC+HF+C6-Y6)^2
10101 WI=IH/(HC+HF+D-Y6):WS=IH/Y6
10103 ZC=-10*(HC+HF-Y6):GOTO 12000
10105 IH=BC/N*HC^3/12+BC/N*HC*(Y6-HC/2)^2+IX+SA*(HC+HF+C6-Y6)^2
10110 WI=IH/(HC+HF+D-Y6)
10120 WS=IH/Y6
10125 ZC=10*(Y6-HC-HF)
12000 REM ***** SUBROTINA MOMENTO FLETOR - VIGA DE ACO *****
12010 REM * FLA *
12015 IF C6>(D/2) THEN LL=(2*(C6-T1/2)/TW) ELSE LL=HW/TW
12020 LR=5.6*SQR(20500/FY):LP=LR/5.6*3.5
12030 IF (WC*FY)<(WT*FY) THEN MR=WC*FY ELSE MR=WT*FY
12040 IF LL<LP THEN M1=0.9*Z*FY ELSE M1=0.9*(Z*FY-(Z*FY-MR)*(LL-LP)/(LR-LP))
12050 REM * FLM *
12060 LR=0.62*SQR(20500*WC/MR):LP=0.38*SQR(20500/FY)
12070 LM=B1/2/T1
12075 IF (WC*(FY-11.5))<(FY*WT) THEN MR=WC*(FY-11.5) ELSE MR=WT*FY
12080 IF LM<LP THEN M2=0.9*Z*FY ELSE M2=0.9*(Z*FY-(Z*FY-MR)*(LM-LP)/(LR-LP))
12090 IF M1<M2 THEN MV=M1 ELSE MV=M2
12095 WE=WT+0.707*(WI-WT)
13000 REM ***** SUBROTINA FORCA CORTANTE - VIGA DE ACO *****
13005 LL=HW/TW:KK=5.34
13010 LP=1.08*SQR(KK*20500/FY):LR=LP/1.08*1.40
```

```
13015 VP=0.6*(HW*TW)*FY  
13020 IF LL<=LP THEN VN=VP  
13025 IF LL>LR THEN VN=1.28*(LP/LL)^2*VP  
13030 IF LL<=LR AND LL>LP THEN VN=LP/LL*VP  
13035 VN=0.9*VN  
13100 RETURN
```

Mostra-se a seguir os resultados de um exemplo de verificação de seção mista pelo programa "VM.BAS" .

UNIVERSIDADE DE SAO PAULO  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SAO CARLOS  
DEPTO. DE ESTRUTURAS

VIGA: EXEMPLE

##### VERIFICACAO DE VIGAS MISTAS SEGUNDO A NBR 8800 #####

\*\* DADOS DA SECAO \*\*

Mesa superior	bf,tf (mm)	: 150	9.5	
Mesa inferior	bf,tf (mm)	: 200	9.5	
Alma	hw,tw (mm)	: 481	6.3	
Aco	fy (MPa)	: 250		
Concreto	fck (MPa)	: 24		
Peso especifico	(kN/m <sup>3</sup> )	: 22		
Laje	tc, hf, b (mm)	: 120	0	1200

\*\* CARACT. GEOMETRICAS DA SECAO \*\*

Viga de aco  
Ag(cm<sup>2</sup>) = 63  
Pos.CG (mm) = 268  
Ix(cm<sup>4</sup>) = 25627  
Z(cm<sup>3</sup>) = 1173  
WJ(cm<sup>3</sup>) = 1106  
WS(cm<sup>3</sup>) = 955  
Secao homogeneizada  
Pos.CG (mm) = 156  
Ix(cm<sup>4</sup>) = 74077  
WJ(cm<sup>3</sup>) = 1598  
WS(cm<sup>3</sup>) = 4727

\*\* CONSTRUCAO ESCORADA \*\*

1) Interacao completa  
Momento resistente de calculo (kN.m) = 495  
Resist. minima conectores no trecho (kN) = 1588  
Posicao da linha neutra y(mm) = -36.4

2) Interacao parcial  
Momento resistente de calculo (kN.m) = 426  
Resist. minima conectores no trecho (kN) = 794

\*\* FORCA CORTANTE(sem reforçadores) \*\*  
Cortante resistente de calculo (kN) = 382

\*\* CONSTRUCAO NAO ESCORADA \*\*

MG(kN.m) = 80 ML(kN.m) = 150  
1) Verificacao como viga de aco isolada (sem FLT)  
Momento resistente de calculo (kN.m) = 263  
A SECAO RESISTE \*\*\*

2) Limitacao de tensoes (parcial)	Limitacao de tensoes (completa)
MG/Wa + ML/Wef (kN/cm <sup>2</sup> ) = 17.54	MG/Wa + ML/(Wtr)i = 16.61
A SECAO RESISTE ***	A SECAO RESISTE ***

\*\* Obs: Posicao da linha neutra a partir do topo da viga de aco.  
\*\* Positivo para baixo.